

Tablica 1

Zestawienie wyników obliczeń numerycznych $\delta_x = f(d, \sigma)$

$\delta_x [\%]$	$d=0,05$		$d=0,10$		$d=0,15$		$d=0,20$		$d=0,25$		$d=0,30$		$d=0,35$	
	σ	$\mathcal{H}_S$	σ	$\mathcal{H}_S$	σ	$\mathcal{H}_S$	σ	$\mathcal{H}_S$	σ	$\mathcal{H}_S$	σ	$\mathcal{H}_S$	σ	$\mathcal{H}_S$
+ 1,000	1,3383	6,6791	0,5140	5,0581	0,3360	4,6950	0,2708	4,5833	0,2493	4,5653	0,2523	4,6035	0,2735	4,6866
+ 0,900	1,1296	6,2617	0,4525	4,9151	0,3005	4,6240	0,2456	4,5329	0,2296	4,5259	0,2361	4,5711	0,2594	4,6584
+ 0,800	0,9455	5,8935	0,3940	4,7981	0,2659	4,5548	0,2210	4,4837	0,2103	4,4873	0,2199	4,5387	0,2454	4,6304
+ 0,700	0,7818	5,5661	0,3380	4,6861	0,2325	4,4860	0,1969	4,4355	0,1912	4,4491	0,2041	4,5071	0,2317	4,6030
+ 0,600	0,6353	5,2731	0,2850	4,5801	0,1999	4,4238	0,1733	4,3883	0,1726	4,4119	0,1884	4,4757	0,2180	4,5756
+ 0,500	0,5034	5,0093	0,2340	4,4781	0,1683	4,3536	0,1502	4,3421	0,1542	4,3751	0,1730	4,4449	0,2046	4,5488
+ 0,400	0,3842	4,7709	0,1854	4,3809	0,1375	4,2982	0,1276	4,2969	0,1361	4,3389	0,1578	4,4145	0,1913	4,5222
+ 0,300	0,2797	4,5539	0,1388	4,2877	0,1078	4,2386	0,1055	4,2527	0,1183	4,3033	0,1427	4,3843	0,1781	4,4958
+ 0,200	0,1767	4,3559	0,0941	4,1983	0,0788	4,1806	0,0838	4,2093	0,1008	4,2583	0,1279	4,3547	0,1651	4,4698
+ 0,100	0,0860	4,1745	0,0512	4,1125	0,0505	4,1240	0,0625	4,1667	0,0836	4,2339	0,1133	4,3255	0,1523	4,4442
0	0,0025	4,0075	0,0101	4,0303	0,0230	4,0630	0,0417	4,1251	0,0687	4,2001	0,0989	4,2957	0,1396	4,4188
- 0,100	-0,0746	3,8533	-0,0295	3,9511	-0,0038	4,0154	0,0242	4,0841	0,0500	4,1667	0,0847	4,2683	0,1271	4,3938
- 0,200	-0,1456	3,7107	-0,0674	3,8753	-0,0298	3,9634	0,0012	4,0441	0,0336	4,1339	0,0706	4,2401	0,1146	4,3688
- 0,300	-0,2122	3,5781	-0,1040	3,8021	-0,0552	3,9126	-0,0184	4,0049	0,0174	4,1015	0,0568	4,2125	0,1024	4,3444
- 0,400	-0,2739	3,4547	-0,1392	3,7317	-0,0800	3,8630	-0,0377	3,9663	0,0016	4,0699	0,0431	4,1851	0,0902	4,3200
- 0,500	-0,3314	3,3397	-0,1731	3,6639	-0,1041	3,8148	-0,0566	3,9285	-0,0141	4,0385	0,0296	4,1581	0,0782	4,2960
- 0,600	-0,3853	3,2319	-0,2058	3,5985	-0,1277	3,7676	-0,0751	3,8915	-0,0295	4,0077	0,0163	4,1315	0,0664	4,2724
- 0,700	-0,4358	3,1309	-0,2374	3,5353	-0,1507	3,7216	-0,0933	3,8551	-0,0447	3,9773	0,0031	4,1051	0,0546	4,2488
- 0,800	-0,4832	3,0361	-0,2678	3,4745	-0,1731	3,6788	-0,1111	3,8195	-0,0597	3,9473	-0,0099	4,0791	0,0430	4,2256
- 0,900	-0,5279	2,9467	-0,2973	3,4155	-0,1950	3,6330	-0,1286	3,7845	-0,0744	3,9179	-0,0227	4,0535	0,0315	4,2026
- 1,000	-0,5700	2,8625	-0,3258	3,3585	-0,2163	3,5904	-0,1458	3,7501	-0,0889	3,8889	-0,0354	4,0281	0,0202	4,1800

Tablica 2

Zestawienie błędów względnych δ_p [%] przybliżenia zależności $\kappa_s = f(d, \sigma)$ równaniem (23)

δ_k [%]	$d = 0,05$		$d = 0,10$		$d = 0,15$		$d = 0,20$		$d = 0,25$		$d = 0,30$		$d = 0,35$	
	σ	δ_p [%]	σ	δ_p [%]	σ	δ_p [%]	σ	δ_p [%]	σ	δ_p [%]	σ	δ_p [%]	σ	δ_p [%]
+ 1,000	1,3383	-0,2156	0,5140	+0,0771	0,3360	+0,2935	0,2708	+0,3869	0,2493	+0,3457	0,2523	+0,1594	0,2735	-0,1831
+ 0,900	1,1296	-0,2303	0,4523	+0,0678	0,3005	+0,2843	0,2456	+0,3764	0,2296	+0,3333	0,2361	+0,1449	0,2554	-0,2003
+ 0,800	0,9455	-0,2450	0,3940	+0,0585	0,2659	+0,2751	0,2210	+0,3659	0,2103	+0,3209	0,2199	+0,1301	0,2454	-0,2176
+ 0,700	0,7818	-0,2597	0,3380	+0,0492	0,2325	+0,2660	0,1969	+0,3554	0,1912	+0,3084	0,2041	+0,1154	0,2317	-0,2348
+ 0,600	0,6353	-0,2744	0,2850	+0,0400	0,1999	+0,2568	0,1733	+0,3449	0,1726	+0,2960	0,1884	+0,1007	0,2180	-0,2521
+ 0,500	0,5034	-0,2892	0,2340	+0,0307	0,1683	+0,2476	0,1502	+0,3344	0,1542	+0,2836	0,1730	+0,0860	0,2046	-0,2692
+ 0,400	0,3842	-0,3039	0,1854	+0,0215	0,1376	+0,2384	0,1276	+0,3239	0,1361	+0,2711	0,1578	+0,0713	0,1913	-0,2865
+ 0,300	0,2757	-0,3186	0,1388	+0,0122	0,1078	+0,2293	0,1055	+0,3134	0,1183	+0,2587	0,1427	+0,0565	0,1781	-0,3038
+ 0,200	0,1767	-0,3333	0,0941	+0,0029	0,0788	+0,2201	0,0838	+0,3029	0,1008	+0,2463	0,1279	+0,0419	0,1651	-0,3210
+ 0,100	0,0860	-0,3480	0,0512	-0,0063	0,0505	+0,2109	0,0625	+0,2924	0,0836	+0,2339	0,1133	+0,0272	0,1523	-0,3382
+ 0	0,0025	-0,3627	0,0101	-0,0156	0,0230	+0,2017	0,0417	+0,2819	0,0667	+0,2214	0,0989	+0,0125	0,1396	-0,3554
- 0,100	-0,0746	-0,3774	-0,0295	-0,0249	-0,0038	+0,1925	0,0212	+0,2713	0,0500	+0,2090	0,0847	-0,0022	0,1271	-0,3726
- 0,200	-0,1459	-0,3921	-0,0674	-0,0341	-0,0298	+0,1834	0,0012	+0,2608	0,0336	+0,1966	0,0706	-0,0169	0,1146	-0,3899
- 0,300	-0,2122	-0,4069	-0,1040	-0,0434	-0,0552	+0,1742	-0,0184	+0,2503	0,0172	+0,1841	0,0568	-0,0316	0,1024	-0,4071
- 0,400	-0,2739	-0,4216	-0,1392	-0,0527	-0,0800	+0,1650	-0,0377	+0,2398	0,0016	+0,1717	0,0431	-0,0463	0,0902	-0,4244
- 0,500	-0,3314	-0,4363	-0,1731	-0,0619	-0,1041	+0,1559	-0,0566	+0,2293	-0,0141	+0,1593	0,0296	-0,0610	0,0782	-0,4416
- 0,600	-0,3853	-0,4510	-0,2058	-0,0712	-0,1277	+0,1467	-0,0751	+0,2188	-0,0295	+0,1469	0,0163	-0,0757	0,0664	-0,4588
- 0,700	-0,4398	-0,4657	-0,2374	-0,0804	-0,1507	+0,1375	-0,0933	+0,2083	-0,0447	+0,1344	0,0031	-0,0904	0,0546	-0,4761
- 0,800	-0,4832	-0,4804	-0,2678	-0,0897	-0,1731	+0,1283	-0,1111	+0,1978	-0,0597	+0,1220	-0,0099	-0,1051	0,0430	-0,4933
- 0,900	-0,5279	-0,4951	-0,2973	-0,0990	-0,1950	+0,1191	-0,1286	+0,1873	-0,0744	+0,1095	-0,0227	-0,1198	0,0315	-0,5105
- 1,000	-0,5700	-0,5098	-0,3258	-0,1082	-0,2163	+0,1100	-0,1458	+0,1768	-0,0889	+0,0971	-0,0354	-0,1345	0,0202	-0,5277

Analiza regresyjna zależności (24) przeprowadzona dla różnych wartości d , dała rezultaty zestawione w tablicy 3.

Tablica 3

Zestawienie rezultatów analizy regresyjnej zależności $\delta_x = f(\sigma)$ przy $d = \text{var}$

d	R^2	A_δ	B_δ	C_δ
0,05	0,9975	-0,0292	1,3386	-0,4565
0,10	0,9999	-0,0290	2,5643	-1,1455
0,15	1,0000	-0,0877	3,8088	-1,7554
0,20	1,0000	-0,2077	5,0723	-2,3090
0,25	1,0000	-0,4111	6,3498	-2,7999
0,30	1,0000	-0,7241	7,6393	-3,2214
0,35	1,0000	-1,1776	8,9329	-3,5649

Na podstawie tablicy poprawek 4 porównującej wyniki dokładne (tablica 1) z rezultatami otrzymanymi w oparciu o zależność (24) dowiedziono, że wartość $d = 0,05$ trzeba wykluczyć z powodu dużych niedokładności. Następnie, dla $0,10 \leq d \leq 0,35$ poszukiwano związków $A_\delta = f(d)$, $B_\delta = f(d)$ i $C_\delta = f(d)$. Stosując metodę analizy regresyjnej, przy współczynniku korelacji $R^2 = 1,000$ dla każdej z badanych zależności otrzymano:

Tablica 4

Zestawienie poprawek bezwzględnych $\Delta \delta_x [\%]$ przybliżenia funkcji $\delta_x = f(\sigma)$ równaniem (24) przy $d = \text{var}$

$\delta_x [\%]$	$\Delta \delta_x [\%]$					
	$d = 0,10$	$d = 0,15$	$d = 0,20$	$d = 0,25$	$d = 0,30$	$d = 0,35$
+1,000	-0,014	-0,007	-0,003	-0,002	-0,004	-0,001
+0,900	-0,003	-0,002	-0,001	-0,001	-0,002	0,000
+0,800	+0,003	+0,000	+0,001	+0,001	-0,002	0,000
+0,700	+0,007	+0,002	+0,002	+0,001	-0,001	+0,001
+0,600	+0,009	+0,003	+0,003	+0,002	-0,001	+0,001
+0,500	+0,008	+0,003	+0,003	+0,002	-0,001	+0,001
+0,400	+0,007	+0,002	+0,003	+0,002	-0,001	+0,001
+0,300	+0,005	+0,002	+0,002	+0,001	-0,001	0,000
+0,200	+0,002	+0,001	+0,002	+0,001	-0,001	0,000
+0,100	-0,001	-0,001	+0,001	+0,001	-0,002	0,000
0,000	-0,003	-0,002	+0,000	+0,000	-0,002	0,000
-0,100	-0,005	-0,003	-0,001	0,000	-0,002	0,000
-0,200	-0,007	-0,004	-0,001	-0,001	-0,002	-0,001
-0,300	-0,008	-0,005	-0,001	-0,001	-0,002	0,000
-0,400	-0,008	-0,005	-0,002	-0,001	-0,002	-0,001
-0,500	-0,006	-0,005	-0,002	-0,001	-0,002	-0,001
-0,600	-0,004	-0,004	-0,001	0,000	-0,002	0,000
-0,700	-0,001	-0,003	-0,001	0,000	-0,002	-0,001
-0,800	+0,003	-0,001	+0,001	0,000	-0,001	0,000
-0,900	+0,009	+0,001	+0,002	+0,002	0,000	0,000
-1,000	+0,015	+0,005	+0,004	+0,003	0,000	+0,001

$$A_{\delta} = 0,0211 - 0,5583d + 4,1150d^2 - 35,1618d^3 \quad (25a)$$

$$B_{\delta} = 0,1003 + 24,3692d + 2,4964d^2 \quad (25b)$$

$$C_{\delta} = 0,2937 - 15,6861d + 13,2886d^2. \quad (25c)$$

Podstawiając otrzymane zależności (25a), (25b) i (25c) do równania (24) dostaje się wyrażenie końcowe w postaci:

$$\begin{aligned} \delta_x = & [0,0211 - 0,5583d + 4,1150d^2 - 35,1618d^3] + \\ & + [0,1003 + 24,3692d + 2,4964d^2] \cdot \sigma + \\ & + [0,2937 - 15,6861d + 13,2886d^2] \cdot \sigma^2. \end{aligned} \quad (24a)$$

Dokładność opisu ujmuje tablica 5.

Równanie (24a) określa wpływ częstotliwości sprowadzonej η i względnej różnicy dwóch częstotliwości σ na wartość błędu przetwornika δ_x . Obowiązuje ono dla $0,10 \leq d \leq 0,35$ i w tym zakresie błąd δ_x nie przekracza $\pm 1\%$.

Tablica 5

Zestawienie wartości poprawek bezwzględnych $\Delta\delta_x$ [%] przybliżenia zależności $\delta_x = f(d, \sigma)$ równaniem (24a)

δ_x [%]	$\Delta\delta_x$ [%]						
	$d=0,05$	$d=0,10$	$d=0,15$	$d=0,20$	$d=0,25$	$d=0,30$	$d=0,35$
+1,000	-0,055	-0,014	-0,006	-0,004	-0,002	-0,002	-0,001
+0,900	+0,000	-0,003	-0,002	-0,001	-0,001	+0,000	0,000
+0,800	+0,028	+0,004	+0,001	+0,001	+0,000	+0,000	0,000
+0,700	+0,038	+0,007	+0,003	+0,002	+0,001	+0,001	+0,001
+0,600	+0,037	+0,009	+0,004	+0,002	+0,001	+0,001	0,000
+0,500	+0,029	+0,008	+0,004	+0,002	+0,001	+0,001	+0,001
+0,400	+0,018	+0,007	+0,003	+0,002	+0,001	+0,001	+0,001
+0,300	+0,005	+0,005	+0,002	+0,002	+0,001	+0,001	0,000
+0,200	-0,007	+0,002	+0,002	+0,001	+0,000	0,000	0,000
+0,100	-0,017	-0,001	+0,000	+0,000	+0,000	0,000	0,000
0	-0,026	-0,003	-0,001	+0,000	+0,000	0,000	0,000
-0,100	-0,032	-0,006	-0,002	-0,001	-0,001	0,000	0,000
-0,200	-0,034	-0,007	-0,003	-0,002	-0,001	-0,001	-0,001
-0,300	-0,034	-0,008	-0,003	-0,002	-0,002	-0,001	0,000
-0,400	-0,030	-0,008	-0,004	-0,002	-0,001	-0,001	-0,001
-0,500	-0,023	-0,007	-0,003	-0,002	-0,001	-0,001	-0,001
-0,600	-0,013	-0,005	-0,003	-0,002	-0,001	0,000	0,000
-0,700	+0,001	-0,002	-0,002	-0,001	-0,001	0,000	0,000
-0,800	+0,017	+0,002	+0,000	+0,000	+0,000	0,000	0,000
-0,900	+0,037	+0,007	+0,003	+0,002	+0,001	+0,001	0,000
-1,000	+0,060	+0,014	+0,006	+0,004	+0,002	+0,001	+0,001

5. PODSUMOWANIE

Przedstawione w pracach [6, 7, 8] przetworniki odchyłki częstotliwości od wartości znamionowej nie są optymalnymi przyrządami dla przeprowadzania synchronizacji prądnicy z siecią okrętową. W niniejszym artykule przedstawia się koncepcję nowego typu przetwornika, którego sygnał wyjściowy jest miarą względnej różnicy częstotliwości prądnicy w stosunku do aktualnej częstotliwości sieci.

Wartość względnej różnicy tych częstotliwości ma zasadnicze znaczenie dla prawidłowego przebiegu synchronizacji generatora z siecią nieszywną. Założony cel daje się zrealizować na bazie mostka czterotransoptorowego, wykorzystującego odpowiednio układy zasilania transoptorów o charakterze pojemnościowym i rezystancyjnym. Dla przedstawionego przetwornika możliwe jest uzyskanie praktycznie liniowej charakterystyki przetwarzania $e = f(\sigma)$, gdzie $\omega_x = \omega_y(1 + \sigma)$ i $\omega_{ym} \leq \omega_y \leq \omega_{yM}$, pod warunkiem odpowiedniego doboru znamionowej wartości częstotliwości sprowadzonej η_n . Prowadzi to do ustalenia dopuszczalnych względnych zmian d minimalnej i maksymalnej wartości częstotliwości sprowadzonej, odpowiednio η_m i η_M , przy założonej wartości błędu δ_x . Nadto muszą być spełnione pewne wymagania konstrukcyjne związane z dopuszczalną niesymetrią punktów pracy odpowiednich par transoptorów T1 i T2 oraz T3 i T4, gdyż od tego zależy uzyskanie wymaganych właściwości metrologicznych. Dla danej znamionowej częstotliwości sieci okrętowej ω_{yn} dobór odpowiedniej wartości parametru η_n może odbywać się poprzez regulację różnych parametrów, zgodnie z zależnością (15). Realizowalność techniczna wspomnianego parametru związana jest z żądaną wartością e_{max} sygnału wyjściowego. Napięcie pomocnicze E zasilające zmodyfikowany mostek ograniczone jest bowiem obciążalnością jego elementów oraz koniecznością zachowania liniowości charakterystyk transoptorów $G_T = f(I_s)$. Błąd δ_x określa wpływ wielkości η na stałą przetwornika κ w rozpatrywanym przedziale zmian ω_y . Związki $\delta_x = f(d, \sigma)$ oraz $\kappa = f(d, \sigma)$ można wyznaczyć w oparciu o analizę numeryczną. Dla rozważanego przetwornika wyznaczono równania (23), (24) i (24a) określające liniowość i stałą układu przy założeniu, że błąd δ_x nie przekracza wartości $\pm 1\%$. Otrzymano zakres zmian $0,10 \leq d \leq 0,35$. Współczynniki stałe równań wyznaczono w oparciu o analizę regresyjną, otrzymując wartości współczynnika korelacji $R^2 = 0,9996 \pm 1,0000$.

Zgodnie z oczekiwaniem [3, 10] zastosowanie opisanego rozwiązania powinno dać przetwornik o dobrej czułości pomiarowej, charakterystyce niemal liniowej oraz małym wpływie wartości napięć sieci okrętowej i synchronizowanego z nią generatora na wynik pomiaru. Prezentowany przetwornik może być stosowany zarówno dla celów indykacji, jak i sterowania i kontroli. Należy podkreślić, iż rozpatrywany przetwornik wymaga weryfikacji doświadczalnej i pogłębionej analizy dla zadawanych w różny sposób zmian częstotliwości ω_y . Zagadnienie to jest istotne dla właściwej eksploatacji elektrowni okrętowej, szczególnie w kontekście jej współpracy z prądnicą wałową i załączania na sieć dużych odbiorników energii, np. sterów strumieniowych, wywołujących znaczne kołysanie parametrów sieci.

Zagadnienia związane z analogowymi zastosowaniami elementów optoelektronicznych pozostające w bliskim związku z tematyką niniejszej pracy można znaleźć w publikacjach [9, 11]. Natomiast uwarunkowania procesu synchronizacji oraz wynikające z nich implikacje pomiarowe przedstawione są w pracach [1, 12].

BIBLIOGRAFIA

1. S. Kuropatwiński, T. Lipski, S. Roszczyk, M. Wierzejski: *Energoelektryczne układy okrętowe*. Wydawnictwo Morskie, Gdańsk, 1972
2. J. Mindykowski: *Transoptorowy przetwornik odchyłki częstotliwości od wartości znamionowej*. Zgłoszenie patentowe P-270457, Patent nr 150113
3. J. Mindykowski: *Transoptorowy przetwornik względnej różnicy częstotliwości*. Zgłoszenie patentowe P-270456, Patent 150112
4. J. Mindykowski: *Koncepcja transoptorowego przetwornika odchyłki częstotliwości*. PAK 10/1988
5. J. Mindykowski: *Multiplicative and additive optoisolator converters*. *Scientific Journal of Merchant Marine Academy*, Gdynia 1988
6. J. Mindykowski: *Zagadnienie pomiaru odchyłki częstotliwości i koncepcje stosownych przetworników optoelektronicznych*. *Rozprawy Elektrotechniczne* t. 35/z4/1989
7. J. Mindykowski: *Frequency deviation measurement on ships and the conception of appropriate converter*. *Journal of Shanghai Maritime Institute*, 1989
8. J. Mindykowski: *Apparatus for frequency measurement in ship conditions*. *Etan in Marine Symposium, Zadar*, 1989
9. A. Pawlaczek: *Elementy i układy optoelektroniczne*. WKiŁ, Warszawa 1984
10. J. Sawicki: *Charakterystyka pomiarowa wieloczułnikowego mostka Wheatstone'a*. *Archiwum Elektrotechniki* t. XIII z. 3 Warszawa 1964
11. M. Tischler: *Optoelectronics*. Mc Graw Hill Book Company, 1986
12. S. Wyszowski: *Elektrotechnika okrętowa*, Wydawnictwo Morskie, Gdańsk, 1971

J. MINDYKOWSKI

OPTOELECTRONIC CONVERTER OF RELATIVE DIFFERENCE OF TWO SIMILAR FREQUENCIES

Summary

The paper raises the solution of the new optoelectronic converter of relative difference of two similar frequencies, particularly helpful for the purpose of synchronization of the generator with working flexible ship network. The theoretical principles of the converter under consideration are presented. Its processing characteristic $e = f(\sigma)$, where e is a voltage output signal and σ relative difference of network frequency and synchronized with it generator, is drawn. A theoretical analysis of the α converter constant and the δ_{α} non — linearity error, in dependence on the η reduced frequency and σ relative difference is carried out. Its main metrological properties are estimated. Constructional conditions allowing for the achievement of particular technical parameters are formulated.

Cyfrowe odtwarzanie zaszumionych obrazów telewizyjnych

NGUYEN KIM SACH

Instytut Radioelektroniki, Politechnika Warszawska

Otrzymano 1989.8.31

Autoryzowano do druku 1989.12.29

W artykule omówiono ważne rodzaje zakłóceń i szumów powstających w telewizji i ich charakterystyki. W celu odtwarzania i uwydatnienia krawędzi obrazów zaszumionych przedstawiono model formowania i odtwarzania obrazu i różne filtry, specjalne filtry nieliniowe (np. filtr rankowy oraz filtr medianowy). W artykule dyskutowano możliwości odtwarzania obrazów telewizyjnych w czasie rzeczywistym (np. poprzez podział obrazu na podobrazy i równoległe ich przetwarzanie za pomocą modułów przetwarzania podobrazu 64×64 piksele).

WSTĘP

Informacja przekazywana za pomocą obrazów odgrywa bardzo ważną rolę w gospodarce i życiu codziennym człowieka. Ilości elementu obrazu (piksel) w różnych obrazach są różne. Prędkość przekazywania obrazów jest bardzo wysoka (tablica 1).

Tablica 1

Prędkość przekazywania obrazów

Rodzaj obrazu	Prędkość w Mbit/s
obraz statyczny i wolnozmienny	0,0012—0,0096
obraz dynamiczny	0,0120—0,0400
wizja-fonia	0,0580—2
programowa telewizja czarno-biała	70—108
programowa telewizja kolorowa	≥ 216
telewizja wysokiej rozdzielczości (np. HDTV)	≥ 1000

Każdy układ formowania obrazów powinien zapewnić uzyskanie możliwie najlepszej jakości obrazów, a więc obrazów ostrych, czystych i pozbawionych zniekształceń i zakłóceń. Niestety, takie wymagania nie zawsze są możliwe do

spełnienia, ponieważ każdy rzeczywisty układ formowania obrazu podlega ograniczeniom. Również przekaz informacji w dowolnym, fizycznie realizowanym torze transmisyjnym cechuje się jej stratą bądź deformacją. Stopień tej straty bądź zmiany decyduje o wierności procesu transmisji i jest miarą jakości telewizyjnego toru transmisyjnego. Oddziaływania wynikające z właściwości toru transmisyjnego są nazywane zniekształceniami procesu transmisji, natomiast oddziaływania wywołane obecnością w torze transmisyjnym dodatkowych, poza przesyłanymi, sygnałów elektrycznych nazywane zakłóceniami procesu transmisji.

Duże znaczenie dla przetwarzania obrazu metodami cyfrowymi miało opracowanie takich algorytmów, jak szybkie przekształcenie Fouriera (FFT) oraz uzyskanie niskich kosztów półprzewodnikowych układów scalonych, które są stosowane w pamięciach obrazowych. Przetwarzanie obrazu przedstawia się często jako proces wieloetapowy [1]. Poszczególne jego fazy mogą być rozpatrywane jako taki proces przetwarzania informacji, przy którym relatywnie duża ilość danych wejściowych zostaje przetworzona na mniejszą ilość danych użytecznych. Różnica pomiędzy obrazami przetworzonymi a obrazami pierwotnymi może być określona przez błąd średniokwadratowy. Odtwarzanie i uwydatnienie krawędzi obrazu (ang. *picture restoration and picture enhancement*) są stosowane w celu poprawienia jakości obrazu, np. usunięcie szumów i zakłóceń oraz uwydatnienia krawędzi obrazu. Istnieje też nie jedna, lecz bardzo wiele metod odtwarzania obrazu.

Uwzględniając wyżej omówione główne źródła szumów i zakłóceń występujących w torze telewizyjnym i odtwarzanie obrazu metodami cyfrowymi zakres niniejszego artykułu będzie obejmował: źródła szumów i zakłóceń w telewizji, odtwarzanie i uwydatnienie krawędzi obrazów.

2. ZAKŁÓCENIA W TELEWIZJI

W torze telewizyjnym spotykamy najczęściej następujące zakłócenia: szumy, przeniki przebiegów pomocniczych wytwarzanych przez urządzenia transmisyjne (takich jak sygnały heterodyn, sygnały pilotujące, sygnały kontrolne, sygnał synchronizujące urządzenia), przeniki innych sygnałów przekazywanych przez ten sam kanał transmisyjny (np. zwielokrotnione sygnały telewizyjne, sygnały innych służb telekomunikacyjnych), wzajemne przeniki poszczególnych sygnałów kolorów podstawowych R, G, B lub sygnałów luminancji L i chrominancji C oraz składowej wizyjnej i składowej fonicznej. Zakłócenia (np. fluktuacyjne zmiany prądów lub napięć wywołane ziarnistą strukturą zjawisk elektrycznych) powstające w każdym elemencie biernym lub czynnym toru telewizyjnego noszą nazwę szumu. Szum posiada właściwości statystyczne. W praktyce spotykamy różne typy szumu (tablica 2). Szum jest zdefiniowany jako niepotrzebne zakłócenie nakładające się na użyteczny sygnał, które powoduje stratę informacji. Z różnych punktów widzenia można podzielić szum oraz zakłócenie na kilka grup. Z punktu widzenia źródła powstawania szumu można wyróżnić następujące typy szumu: szum cieplny, szum anteny, szum odbiornika, szum

kabli i złącza, szum wzmacniacza, szum przed detekcją i po detekcji. Z punktu widzenia zakresu częstotliwości można wyróżnić zakłócenie małej częstotliwości i zakłócenie wielkiej częstotliwości. Natomiast z punktu widzenia właściwości statystycznej spotykamy najczęściej następujące typy szumu: szum o rozkładzie równomiernym, szum o rozkładzie gaussowskim, szum o rozkładzie Poissona.

Tablica 2

Grupy szumów i zakłóceń

Nazwa szumu i zakłócenia	Przykład
zakłócenie małej częstotliwości	zakłócenie 50 Hz
zakłócenie wielkiej częstotliwości	—
zakłócenie okresowe	zakłócenie 50 Hz
zakłócenie nieregularne	—
zakłócenie impulsowe	—
szum o rozkładzie równomiernym	—
szum o rozkładzie gaussowskim	—
szum o rozkładzie Poissona	—
szum o rozkładzie Laplace'a	—
szum anteny	—
szum wzmacniacza	—
szum odbiornika	—
szum kabli	—
szum złącza	—

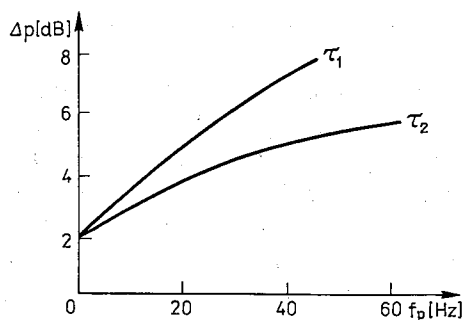
Zakłócenie procesu transmisji może prowadzić do obniżenia jakości obrazu lub naruszać proces syntezy pola obrazowego. Zakłócenie synchronizacji może prowadzić do całkowitej utraty informacji wizyjnej lub tylko do pogarszania międzyliniowości i obniżania zdolności rozdzielczej w kierunku pionowym. Oddziaływanie zakłóceń sprowadza się do „nałożenia” zakłócającego rysunku na odbierany obraz. Subiektywna dostrzegalność tego zakłócającego rysunku jest uzależniona od wielu czynników np. od czasu trwania, częstotliwości oraz charakteru zakłócenia. Zakłócenia krótkotrwałe o charakterze fluktuacyjnym wywołują chwilowe, jasne rozbłyski albo „czarne dziury” w odtwarzanym obrazie. Zakłócenia okresowe tworzą na ekranie charakterystyczne „desenie” — nieruchome lub zmieniające swe położenie.

Zakłócenia w zakresie wyższych częstotliwości wizyjnych wskutek niewielkich rozmiarów szczegółów obrazowych będą rozróżniane np. przez oko stosunkowo słabo. Natomiast zakłócenia o niskiej częstotliwości są odtwarzane na znacznych obszarach obrazowych i są wyraźnie widoczne. Dostrzegalność zakłóceń w znacznym stopniu zależy także od treści przekazywanej sceny. Dla obrazów dużej powierzchni o jednakowej luminancji lub barwie drobne zakłócenia są znacznie lepiej widoczne niż w przypadku sceny o znacznym zróżnicowaniu treści (przy tej samej wartości stosunku sygnału do szumu). Jeżeli wartość sygnału luminancji jest zbliżona do maksymalnej, to

zakłócenia występujące są słabo widoczne. Charakter dostrzegalności ma swe uzasadnienie w miarach progu rozróżniania przez oko różnic pomiędzy luminancją tła i zakłócenia w funkcji zmian luminancji tła.

Szum objawia się w sygnale telewizyjnym w postaci „śniegu” przesłaniającego obrazu. Źródłem szumu są szумы własne lamp analizujących, tranzystorów, układów scalonych, szum cieplny rezystorów oraz promieniowanie kosmiczne. Szum powstający w liniach radiowych i innych układach z modulacją częstotliwościową ma również energię rosnącą z częstotliwością, np. szum o rozkładzie trójkątnym. Z powodu skupienia większej energii szumu o rozkładzie trójkątnym w zakresie w. cz., zauważalność tego szumu na obrazie telewizyjnym jest mniejsza niż szumu białego. Szum biały ma równomierny rozkład energii w całym widmie częstotliwości. Zauważalność szumu na obrazie telewizyjnym zależy nie tylko od bezwzględnego poziomu szumu, ale też od stosunku sygnału użytecznego do szumu S_n . Wartość uzyskiwana S_n w urządzeniach wizyjnych wynosi 35—55 dB w pasmie 10 kHz—6 MHz.

Korekcje w torze wizyjnym w celu uwydatnienia składowych w. cz. sygnału powodują również wzrost szumu w tym zakresie. W innych przypadkach gęstość widmowa mocy szumu jest silnie rosnąca w zakresie w. cz. sygnału wizyjnego. Wzrost ten nie powoduje jednak zazwyczaj zwiększenia dostrzegalności rozważanych rodzajów szumu, gdyż czułość oka maleje dla większych częstotliwości. Dostrzegalność zakłóceń szumu zależy także od liczby obrazów nadawanych na sekundę (f — częstotliwość powtarzania obrazów na sekundę) i czasu poświaty (τ) luminoforu (rys. 1).



Rys. 1. Przyrost Δp dopuszczalnej wartości p dla takiej samej, subiektywnie odczuwanej dostrzegalności zakłócenia

Przy $S_n \geq 26$ dB pogarszanie jakości reprodukcji obrazu wywołane jej zakłóceniem jest niezauważalne. Dla $S_n = 20$ dB pogorszenie jakości reprodukcji obrazu jest wyraźne, pojawia się subtelna struktura punktów o fluktuującej luminancji i położeniu, maleje liczba rozróżnianych gradacji szarości oraz kontrast maksymalny obrazu. Przy $S_n = 18,0$ dB wygląd reprodukowanej sceny określa się jako silnie „zaśnieżona”, spada jej wyrazistość i kontrastowość, tj. dolna granica poprawnego przekazu obrazu.

W przypadku transmisji telewizji kolorowej, gdy wszystkie wejścia sygnałów kolorów podstawowych są jednocześnie pobudzane tym samym sygnałem szumowym, sytuacja jest podobna jak powyżej przy transmisji telewizji monochromatycznej. Jeżeli widmowa gęstość mocy szumu w każdym z kanałów kolorów podstawowych jest różna, rozświetlenia ekranu mają przypadkowe odcienie barwy i nasycenia. Największej dostrzegalności szumu w obrazie kolorowym należy oczekiwać na jednorodnych płaszczyznach o ciemnych barwach, a więc o niebieskiej i czerwonej barwie (zmniejszenie nasycenia barw).

2.1. NAJWAŻNIEJSZE RODZAJE SZUMU

Podczas analizy stosunku sygnału do szumu rozpatruje się szum jako zjawisko dodane do przebiegu sygnału modulowanego, uzyskiwanego przy odbiorze. W praktyce nie można dokładnie określić amplitudy sygnału szumu w określonym czasie w przeszłości. Do opisanie szumu są często stosowane modele matematyczne. Najważniejszymi szumami są: szum o rozkładzie Poissona i szum impulsowy [13], [14], [17].

a. Szum o rozkładzie gaussowskim

Szum o rozkładzie gaussowskim jest procesem normalnym. Proces normalny może być stacjonarny w wąskim sensie. Rozkład normalny jest w pełni określony przez wartość oczekiwaną oraz funkcję kowariancji, czyli przez gęstość pierwszego i drugiego rzędu. Proces losowy nazywamy gaussowskim lub normalnym, jeśli dystrybuanty lub funkcje rozkładu określające ten proces są rozkładami normalnymi. W uogólnieniu rozważań zmiennych losowych n -wymiarowych, rozkład normalny dla zmiennych losowych o zerowej wartości średniej $\bar{x}$ ma postać [2], [3]:

$$P_{n0}(x_1, \dots, x_n) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} (|D|)^{-\frac{1}{2}} \exp \{2|D|^{-1} \sum_{i,j=1}^{n,n} |D_{ij}| x_i x_j\} \quad (1)$$

gdzie: $|D|$ — wyznacznik macierzy $\|D\|$

x_i, x_j — wartości zmiennych losowych

D_{ij} — podwyznacznik macierzy $\|D\|$

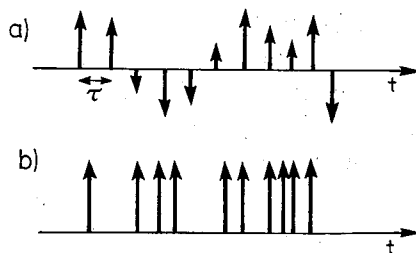
$i, j = 1, 2, \dots, n$ (liczba wierszy i kolumny macierzy)

Jednowymiarowy rozkład gaussowski dla zmiennych o wartości średniej $\bar{x}$ ma postać

$$P_1(x) = (\sigma_g^2 (2\pi)^{\frac{1}{2}})^{-1} \exp \left\{ -\frac{x - \bar{x}}{\sigma_g^2} \right\} \quad (2)$$

gdzie $\sigma_g^2 = \overline{(x - \bar{x})^2}$ — wariancja.

$p_1(x)$ jest prawdopodobieństwem powstawania wartości x . Zjawisko addytywnego szumu o rozkładzie gaussowskim może być modelowane następująco: wartość średnia $\bar{x}$ sygnału bez szumu dla każdego piksela jest zamieniana na nową wartość x wg następującej postaci



Rys. 2. Szum cieplny i śrutowy

a — szum cieplny, b — szum śrutowy w postaci ciągu impulsów Diraca

$$x = \bar{x} + g$$

gdzie g — parametr nieskorelowanego rozkładu gaussowskiego, dla którego wartość średnia jest równa zero, a standardowe odchylenie σ_g jest regulowane w celu uzyskiwania pożądanej skali dodawania szumu.

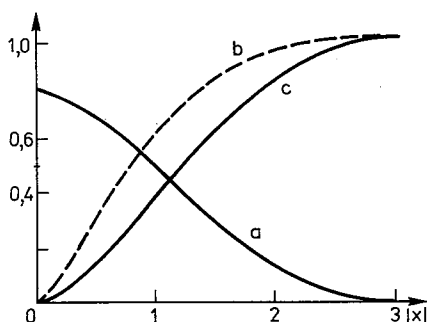
Szum o rozkładzie gaussowskim jest niezależny od sygnału. Wiele spotykanych w praktyce sygnałów losowych, np. szum cieplny, bardzo dobrze można opisać przy pomocy procesu normalnego. Szum cieplny jest wywoływany zjawiskami termicznymi w materiałach przewodzących i elementach elektrycznych. Dobrym modelem tego szumu jest ciąg impulsów Diraca δ o normalnym rozkładzie amplitud występujących w odstępach $\tau = (2f_0)^{-1}$, w pasmie od $-f_0$ do f_0 [3]. Amplitudy kolejnych impulsów są całkowicie nieskorelowane w odniesieniu do poprzednich, rys. 2a. Przebieg rozkładu widma szumu cieplnego jest płaski w funkcji częstotliwości aż do ok. 1000 GHz [2], [3], [4].

Szum o rozkładzie gaussowskim ma różne prawdopodobieństwo szczytowych wartości ujemnych i dodatnich amplitud. Gęstość prawdopodobieństwa wartości i dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa tego szumu są opisane przez (3) i (4) i przedstawione na rys. 3a, b. Natomiast jego wartość skuteczna jest określona przez funkcję dewiacji standardowej (5) i przedstawiona na rys. 3c.

$$P_{10}(|x|) = 2(2\pi)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\}, \quad (3)$$

$$P(\xi \leq |x|) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx, \quad (4)$$

$$\text{RMS}(\xi \leq |x|) = \left[2(2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_0^{\infty} x^2 \exp\left\{-\frac{x^2}{2}\right\} dx \right]^2. \quad (5)$$



Rys. 3. Rozkład gaussowski szumu

a — gęstość $p_{10}(|x|)$, b — dystrybuanta $P(\xi \leq |x|)$, c — funkcja dewiacji standardowej $RMS(\xi \leq |x|)$

Szum cieplny decyduje o szumie przy zastosowaniu telewizyjnej kamery ortikonowej, ponieważ sygnał wizyjny na wyjściu ortikonu ma duży poziom (w porównaniu do kamery widikonowej), a zatem szum cieplny powstający w katodzie ortikonu ma duży poziom. Oczywiście szum cieplny może pojawiać się w różnych odcinkach toru telewizyjnego, przy których wpływ szumu cieplnego będzie analizowany w następującym punkcie dotyczącym szumu o rozkładzie Poissona.

b. Szum o rozkładzie Poissona

Dobrym modelem szumu o rozkładzie Poissona jest ciąg krótkich impulsów o stałej amplitudzie i stałym kształcie generowanych losowo w czasie wg prawa Poissona. W praktyce szum śrutowy zalicza się do procesu Poissona. Zjawisko szumu śrutowego występuje przy przepływie prądu elektrycznego w lampach elektronowych lub przepływie innych nośników w różnego rodzaju przyrządach [3]. Każdy elektron lub nośnik wzbudza elementarny impuls prądowy. Kształt tego impulsu uzależniony jest od czasu przelotu elektronu oraz właściwości obwodów. Na rys. 2b przedstawiony jest szum śrutowy. Wszystkie impulsy Diraca o powierzchni równej jednośc szumu śrutowego mają jednakowy kształt, a amplitudy impulsów szumu białego nie są jednakowe (rys. 2a). Różnica między szumem białym a szumem śrutowym polega na tym, że dla szumu białego impulsy mają normalny rozkład amplitudowy prawdopodobieństwa, czyli kolejne amplitudy są losowe, natomiast powtarzają się okresowo w równych odstępach, a w modelu szumu śrutowego impulsy są o stałej amplitudzie ale występują w losowych momentach czasu. Proces o dużej gęstości impulsów elementarnych zbliżony jest do normalnego. Im większa jest gęstość, tym dokładniejsze będzie to przybliżenie, tzn. proces szumu śrutowego ma asymptotycznie rozkład normalny. Z punktu widzenia praktycznego oba rodzaje szumów są ekwiwalentne.

Rozkład Poissona ma postać [24]:

$$P_{1P}(k, \lambda_P) = (k!)^{-1} e^{-\lambda_P} \lambda_P^k. \quad (6)$$

$P_{1p}(k, \lambda_p)$ jest prawdopodobieństwem wielkości k przy wartości średniej λ_p rozkładu. Szum o rozkładzie Poissona jest bezpośrednio zależny od sygnału. Przy dużej wartości λ_p rozkład Poissona jest podobny do rozkładu gaussowskiego. Przy obrazach z szumem o rozkładzie Poissona może być zastosowane następujące równanie dla każdego piksela:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= (K_1 + 0,047 K_1^{\frac{1}{2}})^{-1} [0,3 + K_1 \bar{x} + (K_1 \bar{x})^{\frac{1}{2}}(g)] \\ x &= K_2 [0,3 + K_1 \bar{x} + (K_1 \bar{x})^{\frac{1}{2}}(g)],\end{aligned}\quad (7)$$

gdzie: $\bar{x}$ — przypuszczalna wartość intensywności piksela niezaszumionego
 x — przypuszczalna wartość intensywności piksela zaszumionego
 K_1 — współczynnik redukcji w celu modelowania małego poziomu sygnału,
 $0 \leq K_1 \leq 1$
 K_2 — współczynnik wzmocnienia
 g — składowa rozkładu gaussowskiego przy $\bar{x} = 0$ i $\sigma_g = 1$.

Przy wielokrotnym powtarzaniu generowania funkcji $\bar{x}$ i x można uzyskać rozkład Poissona zbliżony do natury. Standardowe odchylenie rozkładu Poissona jest określone przez

$$\sigma_p = K_2 (K_1 \bar{x})^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

Wartość σ_p jest zbliżona do wartości odtworzonego sygnału $K_1 K_2 \bar{x}$. W przypadku szumu o rozkładzie gaussowskim wartość odtworzonego sygnału równa się wartości wejściowej. σ_g w funkcji $\bar{x}$ jest ograniczone z dołu do góry (ang. clipping effects) w porównaniu do σ_p .

Stosunek sygnału do szumu SNR jest wielkością umożliwiającą ocenę skuteczności filtracji obrazu zaszumionego. Można określić SNR przez względną wariancję sygnału w obrazie wyjściowym dla szumu o rozkładzie Gaussa

$$\text{Var}_{\text{rel},g}(x) = \text{Var}_g(\bar{x})^{-2} = \left(\frac{P_n}{P_s} \right)^2$$

i

$$\text{SNR}_g = \frac{\bar{x}}{\sigma_g}, \quad (9)$$

gdzie: $\text{Var}_g(x) = \overline{(x - \bar{x})^2}$

$\bar{x}$ — wartość średnia obrazów zaszumionych rozkładu Gaussa

P_n, P_s — moc szumu i sygnał.

Natomiast wariancja i SNR_p szumu o rozkładzie Poissona ma następujące postacie:

$$\text{Var}_p(k) = \lambda_p$$

i

$$\text{SNR}_p = (K_1 \bar{x})^{\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

SNR_g rośnie liniowo w funkcji $\bar{x}$ (pomijając ograniczenia z dołu i góry). Natomiast

SNR_p jest proporcjonalny do $(\bar{x})^{\frac{1}{2}}$ tak jak σ_p z różnymi stałymi. Wartość SNR_g w porównaniu do SNR_p jest dużo większa. Rozbieżność tę można wyjaśnić tylko przez zjawisko ograniczenia od dołu do góry w przypadku szumu o rozkładzie Gaussa.

Powstawanie szumu śrutowego następuje pod wpływem pola elektrycznego i wiąże się z przepływem prądu w elementach elektronicznych. W lampach, szum śrutowy jest związany z losowym charakterem emisji elektronów z katody i takim rozkładem ich prędkości. W przyrządach półprzewodnikowych wyróżnia się (ze względu na sposób powstawania szumów) szumy dyfuzyjne i szumy generacyjno-rekombinacyjne powstające wskutek fluktuacji dyfuzji nośników przez bariery potencjału w każdym złączu p-n półprzewodnika. Jest to szum śrutowy.

c. Szum o rozkładzie trójkątnym

Szum o rozkładzie trójkątnym jest specjalnym przypadkiem szumu o rozkładzie Poissona (tzn. szum śrutowy). W lampach elektronowych impulsy prądowe mają charakter impulsów trójkątnych wskutek jednostajnego przyspieszenia. Widmo mocy szumu o rozkładzie trójkątnym maleje monotonicznie z częstotliwością $f = \tau^{-1}$ (τ — czas przelotu elektronów), gdy kąt przelotu elektronów nie jest pomijalny [25]. Pośród szumów powstających w lampach analizujących, w sensorze CCD i w pierwszym przedwzmacniaczu kamery telewizyjnej jest szum o rozkładzie trójkątnym. Szum ten występuje często w zakresie w.cz. sygnału wizyjnego. O szumie widikonowej decyduje szum o rozkładzie trójkątnym, natomiast szum biały w tej kamerze odgrywa mniejszą rolę. Ponieważ ma poziom sygnału wizyjnego na wyjściu widikonu musi być zwiększony wielokrotnie przez przedwzmacniacz wizyjny, poziom szumów powstających w płytce sygnałowej widikonu i w przedwzmacniaczu wizyjnym będzie zwiększony na wyjściu kamery.

W ośrodkach telewizyjnych stosuje się dużo magnetowidów w celu redagowania programów telewizyjnych przez wielokrotne zapisywanie i odtwarzanie nagranych sygnałów wizyjnego. Zatem szumy powstające w kamerze i magnetowidach zostaną zwiększone. Przy magnetowidach szumy powstają najczęściej na taśmie, magnetycznych głowicach i we wzmacniaczu sygnału modulacji częstotliwościowej. W trakcie odtwarzania nagranych sygnałów, szumy odtwarzania przeważają, natomiast szumy powstające w trakcie zapisu są mało znaczące. Typowe wartości szumu w zakresie 1 do 16 MHz zmieniają się od -77 do -88 dB z wyjątkiem otoczenia nośnej modulacji częstotliwościowej [26]. W otoczeniu nośnej energia szumowa (przeważnie szum o rozkładzie trójkątnym) koncentruje się wokół nośnej w wąskim pasmie częstotliwości wskutek losowej fluktuacji poziomu sygnału zapisującego. Ponieważ poziom nośnej jest większy niż poziom szumu tła, szum nośnej częstotliwości jest całkowicie inny.

Wpływu szumów w magnetowidach na sygnał wizyjny nie można pominąć. Przez wielokrotne zapisy i odtwarzania magnetowidu szumy sumują się w sygnale wizyjnym i będą rosnąć. Poziom szumu w sygnale wizyjnym przy trzecim generowaniu jest znacznie większy niż w przypadku pierwszego i drugiego generowania [26].

2.2. ZAKŁÓCENIA

Zakłócenia okresowe lub quasi-okresowe mają cechę, którą jest tworzenie na ekranie charakterystycznych powtarzających się struktur nieruchomych bądź okresowo zmieniających swe położenie. Struktury te noszą nazwę interferencyjnych i zależą od częstotliwości zakłócenia, a mniej od jego charakteru. Źródła zakłóceń interferencyjnych znajdują się poza układami danego toru telewizyjnego. Mogą to być zakłócenia naturalne, spowodowane np. przez częstotliwości sieci energetycznej lub jej harmonicznych $n \cdot 50$ Hz ($n = 1, 2, \dots$), o częstotliwościach wizyjnych, innych sygnałów telewizyjnych przesyłanych w kanale transmisyjnym, lub też nieliniową transmisję sygnałów zwielokrotnionych. Zakłócenia te mogą powstawać w wyniku sprzężenia z innymi urządzeniami elektrycznymi znajdującymi się w sąsiedztwie, takie jak silniki, komputery, zasilacze impulsowe itp. Zakłócenia interferencyjne odgrywają największą rolę w układach pracujących z małym poziomem sygnału, w których każdy element jest podatny na zakłócenie. Źródła i kształty tych zakłóceń są bogate. Mogą powstawać wskutek: istnienia wspólnej impedancji kilku układów, istnienia sprzężenia pojemnościowego ze źródłem zakłóceń z innego układu, sprzężenia magnetycznego i elektrycznego, stanów nieustalonych w liniach zasilających lub innych źródeł zakłóceń. Zakłócenia nieregularne mogą być wewnętrzne lub prześwitem pomiędzy sygnałem luminancji i sygnałem chrominancji oraz pomiędzy sygnałami kolorów podstawowych.

Zakłócenia i szumy mogą powstawać z różnych źródeł, np. sygnałów wizyjnych, przedwzmacniacza kamer telewizji, w torach linii radiowych oraz w kanałach międzymiastowych linii radiowych. Ich wpływ na jakość odtworzonych obrazów są także różne i zależą od różnych parametrów. Szumy fluktuacyjne są wynikiem następujących zjawisk fizycznych, mających miejsce przy powstawaniu sygnału wizyjnego: emisji elektronów z fotokatody pod wpływem strumienia świetlnego, rzutującego scenę na powierzchnie fotokatody, emisji wtórnej z siatki przed elektrodą akumulującą, tworzenia obrazu potencjałów na elektrodzie akumulującej w wyniku elektronów wtórnych, fluktuacji prądu strumienia wybierania oraz wzmocnienia prądu sygnału wizyjnego w powielaczu z wykorzystaniem emisji wtórnej. Wszystkie te przyczyny szumów występują jednocześnie w lampie analizującej typu superortikonu. Udział energetyczny szumów pochodzących w wymienionych źródeł jest w praktyce równomierny w pasmie częstotliwości roboczych. Przy dużych zmianach apertury-strumienia wybieranego, rozkład widmowy w pasmie częstotliwości wizyjnych zmienia się nieznacznie. Badania szumów w superortikonach wykazały, że w zakresie częstotliwości 1 do 7 MHz widmo szumu białego strumienia wybieranego i wypad-

kowych szumów strumienia oraz prądu fotoelektronowego można uważać za równomierne (odchylenie 10%—15%).

Stopień wejściowy przedwzmacniacza kamery telewizyjnej jest zwykle jednym z głównych źródeł szumów w sygnale wizyjnym. W skład tych szumów wchodzi fluktuacja cieplna rzeczywistej oporności lampy analizującej oraz fluktuacja prądu anodowego lampy lub prądu kolektorowego tranzystora pierwszego stopnia wywołane efektem śrutowym. W celu obniżenia poziomu szumu tego typu stosowane są układy korekcji, które polepszają stosunek sygnału do szumu na wejściu wzmacniacza następnego kosztem zwiększania składowej rzeczywistej impedancji obciążenia. Pociąga to za sobą konieczność kompensacji spadku charakterystyki amplitudowej wzmacniacza w zakresie w. cz.

Głównym źródłem szumów w liniach kablowych są szумы cieplne samego kabla oraz szумы wzmacniacza w pośrednich i końcowych punktach linii. Najbardziej charakterystyczne składowe szumu dla linii kablowych przedstawione są poniżej:

- składowe szumu powstające w kablu współosiowym i we wzmacniaczach stacji pośrednich i końcowych,
- składowe szumu powstające przy zastosowaniu metody wstępnego przekształcenia fali nośnej (AM),
- składowe szumu powstające przy zastosowaniu metody wstępnego przekształcenia sygnału w zakresie górnych częstotliwości (w przypadku telewizji kolorowej),
- składowe szumu powstające przy jednoczesnym wprowadzeniu wstępnych przekształceń fali nośnej i sygnału w zakresie górnych częstotliwości.

Jeżeli w liniach kablowych kanałów międzymiastowych znajdują się elementy o nieliniowej charakterystyce amplitudy, to wartość międzyszczytowa szumu, na różnych poziomach sygnału wizyjnego, może być różna i powoduje nieprzyjemny efekt w obserwowanych obrazach. W celu usuwania szumu i zakłócenia w obrazach telewizyjnych stosowane są różne metody, mianowicie metody analogowe i metody cyfrowe.

3. METODY USUWANIA SZUMU I ZAKŁÓCENIA

3.1. OGÓLNE WIADOMOŚCI O PRZETWARZANIU OBRAZU

W technice analogowej można zmniejszyć poziom szumu w sygnale wizyjnym przez zwiększenie stosunku sygnału do szumu, ale nie można zmniejszyć zawartości szumu w obrazie. Technika cyfrowa pozwoliła natomiast zmniejszyć zawartość szumu w obrazie.

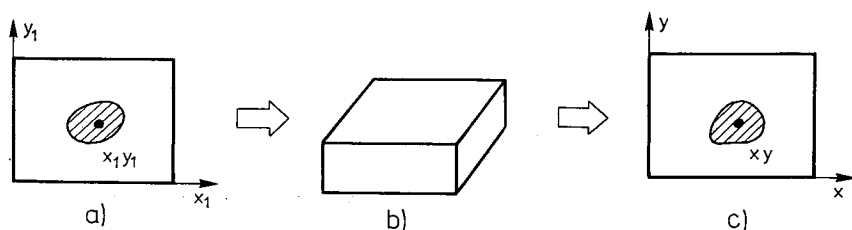
Jak wiadomo, widmo sygnału wizyjnego ma strukturę prążkową zaś sygnał szumu widmo ciągłe. Amplituda sygnałów skupionych wokół całkowitej wielokrotności częstotliwości odchylenia poziomego ma charakter opadający, co tworzy obszary, w których praktycznie nie występują żadne składowe widma. Struktura prążkowa

widma sygnału wizyjnego zależy od charakteru obrazu i zawartości w nim ruchu. Widmo obrazu nieruchomego jest regularne. Im więcej jest ruchu w obrazie, tym widmo ma więcej wstęg bocznych i jest bardziej rozmyte. Dla obrazu ruchomego, oprócz występowania w dalszym ciągu koncentracji energii wokół częstotliwości linii odpowiadających harmonicznemu f_H , występują dodatkowe prążki w widmie o małej amplitudzie, przesuwane się w strefach pośrednich. W przypadku obrazów ruchomych o większej liczbie szczegółów szumy są w praktyce mniej zauważalne.

W celu ograniczenia zakłócenia w obrazach telewizyjnych stosowane są metody okablowania, ekranowania lub uziemnienia w układach oraz na urządzeniach [6], [7]. W celu tłumienia szumu można stosować metody podwyższenia stosunku sygnału do szumu w międzymiastowych liniach kablowych [8], [9]. Metody półcyfrowe i cyfrowe mogą być stosowane w celu usuwania szumu i zakłócenia w obrazach telewizyjnych [5], [10], [11], [12], [15], [16]. W tej pracy ograniczono problem poprawy jakości obrazów do cyfr odtwarzania i uwydatnienia krawędzi obrazów (ang. *picture restoration and picture enhancement*).

W cyfrowym przetwarzaniu obraz może być traktowany jako tablica danych. Podstawowe elementy tworzenia obrazu są przedstawione w sposób uproszczony na rys. 4. Układ formowania obrazu jest urządzeniem uaktywniającym się pod wpływem energii promieniowania pochodzącej od obiektu. Wyniki tego działania są zebrane w płaszczyźnie obrazu zawierający elementy wrażliwe na energię promieniowania. Obraz jest rejestrowany i przygotowany do dalszej obróbki.

Rzeczywiste systemy formowania obrazów charakteryzują się wpływem otoczenia na proces tworzenia się obrazów punktowych. Oznacza to, że obraz w punkcie (x, y) w płaszczyźnie obrazu jest nie tylko funkcją odpowiedniego punktu (x_1, y_1) w płaszczyźnie obiektu, ale może być funkcją dodatkowego wkładu energii promieniowania pochodzącej z otoczenia punktu (x_1, y_1) na rys. 4. Otoczenie może być nieskończone.



Rys. 4. Schemat blokowy systemu formowania obrazu

Obraz $g_2(x, y)$ odpowiadający rozkładowi energii obiektu w punkcie (x_1, y_1) jest również sumą nieskończenie małych wkładów innych punktów otoczenia. Przy założeniu liniowości uaktywniania się układu formowania obrazu pod wpływem energii promieniowania i liniowości procesu akumulacji energii w płaszczyźnie obrazu, proces formowania obrazu dwuwymiarowego może być opisany równaniem

$$g_2(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y, x_1, y_1) g_1(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \quad (11)$$

gdzie $h(\cdot)$ — funkcja dyspersji punktu (*ang. point-spread function* — PSF)
 Funkcja $h(\cdot)$ opisuje wpływ energii promieniowania z otoczenia wybranego punktu na rozkład energii promieniowania w otoczeniu obrazu tego punktu i zmianę wpływów wnoszonych przez otoczenie punktu ze zmianą położenia przestrzennego. W praktyce w celu uproszczenia równań formowania obrazu przyjmuje się założenia, że $h(\cdot)$ niezmienna we współrzędnych płaszczyzny obiektu. Wtedy otoczenie punktu obiektu w tworzeniu obrazu zależy tylko od wzajemnego przesunięcia między wybranym punktem i punktem otoczenia. Zatem $h(\cdot)$ może być opisane zależnością

$$h(x, y, x_1, y_1) = h(x - x_1, y - y_1) \quad (12)$$

i równanie (11) przyjmuje postać

$$g_2(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x - x_1, y - y_1) g_1(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad (13)$$

Równanie (13) opisuje dwuwymiarowy system liniowy, niezmienny względem przesunięcia (niezmienny system przestrzenny). Wiele procesów formowania obrazów może być opisanych równaniami (11), (13).

Przez obraz w czasie rzeczywistym rozumie się przestrzenny rozkład energii, która nie ulega zmianie w czasie równym odwrotności częstotliwości powtarzania obrazu, stosowanej w telewizji programowej. Wiele natomiast operacji przetwarzania cyfrowego sygnałów jednowymiarowych można wykonać w czasie rzeczywistym. W obecnym stanie techniki komputerowej możliwe jest przeprowadzenie przetwarzania obrazu w czasie zbliżonym do czasu rzeczywistego, jednak dla obrazów telewizyjnych metody te są jeszcze ograniczone [18] ... [21].

Zazwyczaj szum ma wpływ na obraz przy procesie formowania i transmisji obrazu. Przy nakładaniu się szumu na obraz, rozkład intensywności jest przekształcany nieliniowo. W praktyce przyjmuje się założenia upraszczające (rys. 5)

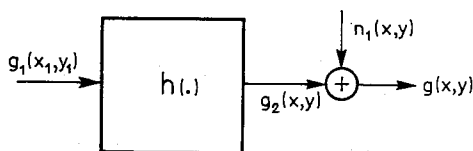
$$g(x, y) = g_2(x, y) + n_1(x, y) \cong h(\cdot) * g_1(x_1, y_1) + n_1(x, y) \quad (14)$$

gdzie $*$ — operator splotu

$n_1(x, y)$ — szum.

Praktycznie, użycie takiej aproksymacji jest dopuszczalne.

Duża liczba danych o obrazie wymaga szerokiego pasma kanału, które zależy od liczby próbek obrazu, liczby bitów próbki oraz czasu przesyłania informacji. Typowy obraz zawiera nadmiar informacji. Nadmiar informacji jest nieużyteczny i powoduje straty ekonomiczne. Źródłem nadmiaru informacji obrazu jest duży stopień podobieństwa przestrzennego w lokalnych obszarach obrazu. Zatem redukcja nadmiaru w obrazie jest koniecznością. Celem redukcji nadmiaru informacji jest usunięcie

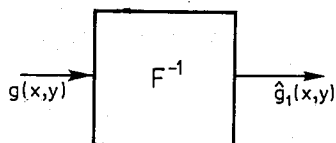


Rys. 5. Schemat blokowy procesu formowania obrazu

nieużytecznej informacji i przekształcenie użytecznej informacji w formę odpowiednią do transmisji i magazynowania. Do tego celu stosowana jest często kompresja informacji zrealizowana w dziedzinie przestrzennej, w dziedzinie transformaty i w innych aspektach [22], [23].

Obraz $g(x, y)$ na rys. 5 nie jest dokładnie znany, ponieważ $g(x, y)$ jest jedynie modulacją intensywności pochodzących od obiektu. Proces formowania obrazu nie jest procesem idealnym i wznosi dodatkowe szumy (rys. 5). W celu odtwarzania obrazu jest określenie początkowego rozkładu energii promieniowania $g_1(\cdot)$ z obrazu $g_2(\cdot)$ w obecności szumu $n_1(\cdot)$. Obraz pierwotny był rozmyty w dziedzinie intensywności. Usunięcie nieliniowości wyłącznie rozkładu natężeń światła jest możliwe po dokonaniu przekształcenia odwrotnego $F^{-1}\{g(\cdot)\}$ równania (14) (rys. 6):

$$F^{-1}\{g(x, y)\} = F^{-1}\{h(x, y) * g_1(x, y) + n_1(x, y)\}. \quad (15)$$



Rys. 6. Schemat blokowy cyfrowego odtwarzania obrazu

W praktyce, przy odtwarzaniu przyjmuje się jedno z dwóch założeń:

a) W równaniu (15) rozdzielczość względem dodawania ma następującą postać przybliżoną

$$F^{-1}\{g(x, y)\} \cong h(x, y) * g_1(x, y) + F^{-1} n_1(x, y). \quad (16)$$

b) Przy pominięciu nieliniowej funkcji przekształcenia F^{-1} występuje przybliżona równość

$$g(x, y) \cong h(x, y) * g_1(x, y) + n_1(x, y) \quad (17)$$

Równanie (16), (17) można wyprowadzić również przy następujących założeniach:

a) Funkcja F^{-1} ma niewielkie nieliniowości i może być aproksymowana funkcją liniową lub

b) Wartości funkcji $g(x, y)$ mają niewielki zakres zmian (mały kontrast obrazu).

Niestety, nie można potwierdzić przypuszczenia o niewielkich nieliniowościach

funkcji, ponieważ właściwie naświetlone obrazy są z pełnym zakresem od czerni do bieli.

Odtwarzanie jest operacją odwrotną do splotu. Złożoność odtwarzania obrazu jest podkreślona przez istnienie zer w transformacie Fouriera funkcji $h(\cdot)$. Powoduje to rozmycie i nieostrość obrazu. Zatem główny wysiłek skupia się na znalezieniu metod omijających problem osobliwości w procesie odtwarzania obrazu. Przy przetwarzaniu obrazów z (16), (17) i przy zapisie dyskretnym równanie (17) otrzymujemy

$$g(i \triangle x, j \triangle y) \cong \left[\sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} h(i-p \triangle x, j-q \triangle y) q_1(p \triangle x, q \triangle y) + n_1(i \triangle x, j \triangle y) \right] \quad (18)$$

i

$$g(i, j) \cong \left[\sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} h(i-p, j-q) \cdot q_1(p, q) + n_1(i, j) \right], \quad (19)$$

gdzie $\triangle x = \triangle y = 1$.

Przez rozwiązanie układu równań liniowych można znajdować nieznane wartości funkcji $g_1(\cdot)$.

3.2 ODTWARZANIE OBRAZÓW CIĄGŁYCH

Odpowiednikiem splotu dyskretnego (19) w dziedzinie dyskretnej transformaty Fouriera jest mnożenie

$$G(u, v) = H(u, v) \cdot G_1(u, v) + N_1(u, v), \quad (20)$$

gdzie: $u, v = 0, 1, 2, \dots, N-1$

G, H, G_1, N_1 — dyskretne transformaty Fouriera funkcji g, h, g_1, n_1 ,

$$H(u, v) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h(i, j) \cdot \exp \left[-\frac{k2\pi}{N} (iu + jv) \right]. \quad (21)$$

Zazwyczaj liczba niezerowych próbek spróbkowanej funkcji $h(i, j)$ jest dużo mniejsza niż wymiar N macierzy próbek obrazu. Teoretycznie N powinno być tak duże, że uniknąć zjawiska przesunięcia kołowego w dyskretnym splocie kołowym. Zjawiska na brzegach obrazu, wynikające z operacji splotu niepełnej informacji scenicznej (informacja znajduje się poza brzegiem obrazu) są dużo istotniejsze niż zjawiska przesunięcia kołowego, ponieważ pierwotna scena jest nieskończona w porównaniu z wymiarem funkcji $h(\cdot)$, i wobec tego brzegi rozmytego obrazu zawierają w sobie część informacji spoza interesującej sceny w wyniku splotu z odpowiedzią impulsową. Przy metodzie częściowej korekcji zjawisk brzegowych, wybór N jest bardziej krytyczny ze względu na minimalizację przesunięcia kołowego i skutki ucięcia, związane raczej z odwrotną funkcją dyspersji punktu niż samą funkcją $h(i, j)$. Następujące metody stosowane są w celu cyfrowego odtwarzania obrazów.

Filtracja odwrotna

Najprostszą metodą transformaty Fouriera funkcji zarejestrowanego obrazu za pomocą filtru odwrotnego

$$\hat{G}_1(u, v) = H_1(u, v) \cdot G(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \cdot G(u, v), \quad (22)$$

gdzie $\hat{G}_1(u, v)$ — estymacja odtworzonego obrazu.

Estymację odtworzonego obrazu $\hat{g}_1$ można uzyskać przy pomocy odwrotnej transformacji Fouriera $\mathcal{F}^{-1}$:

$$\hat{G}_1 \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} \hat{g}_1.$$

W przypadku braku szumu (22) rekonstrukcja obrazu będzie doskonała. W przeciwnym przypadku (20) wystąpi błąd rekonstrukcji, którego wartość może być duża przy małej $H(u, v)$. Jeżeli $H(u, v)$ i $G_1(u, v)$ (20) są małe przy wielkiej częstotliwości, to jakość obrazu odtworzonego będzie ulegać pogorszeniu w obszarach o dużej ilości szczegółów obrazu.

Filtr odwrotny jest filtrem osobliwym (ang. *singular filter*). Dyskretna transformacja Fouriera, w większości odpowiedzi impulsowych związanych z wieloma funkcjami rozmycia, ma zero (zerowe próbki), które są przyczyną osobliwości, jeśli leżą one poniżej częstotliwości Nyquista. Przypadek ten występuje często. Jeżeli funkcja dyspersji punktu nie jest osobliwa, to moduł transformaty osiąga gwałtowny wzrost wartości u, v , że funkcja $\frac{1}{H(u, v)}$ powoduje gwałtowny wzrost wartości szumu w (20), pogorszając tym samym obraz. Podstawową trudnością przy projektowaniu filtru odwrotnego są możliwe zera funkcji przeniesienia w pasmie przepustowym. Przy punktach zerowych widma częstotliwościowego filtr odwrotny nie może być fizycznie zrealizowany, zatem musi być on przybliżony. Natomiast techniki filtracji Wienera mogą polepszyć jakość odtworzonego obrazu.

Filtr odwrotny może być skutecznie zastosowany do odtwarzania obrazu przy dużym stosunku sygnału do szumu i przy niewielkim rozmyciu.

Filtr Wienera

W filtrze Wienera dla obrazu ciągłego, odpowiedź impulsowa filtru jest wybierana tak, aby zminimalizować błąd średniokwadratowy odtwarzania obrazu:

$$\varepsilon_{\min} = E \{ [g_1(x, y) - \hat{g}_1(x, y)]^2 \}. \quad (23)$$

Funkcja odpowiedzi impulsowej filtru Wienera jest opisana zależnością (24)

$$H_w(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{H^2(u, v) + \frac{\Phi_{sz}(u, v)}{\Phi_g(u, v)}} \quad (24)$$

i estymacja obrazu wejściowego zależnością (25)

$$\hat{G}_1(u, v) = H_w(u, v) \cdot G(u, v), \quad (25)$$

gdzie: # — wartość zespolona, sprzężona

Φ_{sz} — widmo mocy szumu

Φ_{g_1} — widmo mocy sygnału obrazu wejściowego.

Odwrotna transformata równania (25) jest poszukiwaną funkcją obrazu wejściowego $g_1(x, y)$. Wyraz $\Phi_{sz}(u, v)/\Phi_{g_1}(u, v)$ w (24) określa stosunek szumu do sygnału w funkcji częstotliwości przestrzennej, gdzie stosunek sygnału do szumu jest określony przez

$$\text{SNR}(u, v) = \frac{\Phi_{g_1}(u, v)}{\Phi_{sz}(u, v)}$$

Jeżeli obraz jest nieskorelowany i gęstość widmowa oryginalnego obrazu równa się 1 dla wszystkich częstotliwości przestrzennych, to wyrażenie (24) w przypadku szumu addytywnego przyjmuje postać (26) oryginalnego filtru Wienera:

$$H_w(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{H^2(u, v) + \Phi_{sz}(u, v)} \quad (26)$$

gdzie $H(u, v)$ — funkcja przeniesienia degradacji przestrzennej.

W przypadku braku szumu wyrażenia (24) i (26) przyjmują postać charakterystyki filtru odwrotnego (22). W celu odtwarzania obrazu za pomocą filtru Wienera wymagano znajomości charakterystyki statystycznej szumu. Filtr Wienera nie uwzględnia przestrzennej korelacji w obrazie oryginalnym. Skuteczność odtwarzania obrazu może być zwiększona, jeżeli zastosuje się analizę przestrzennej korelacji. W celu zwiększenia skuteczności filtracji przy zakłóceniu losowym realizuje się filtr Wienera jako adaptacyjny. Poza tym można zwiększyć skuteczność filtru Wienera poprzez potraktowanie impulsowej odpowiedzi jako próbki dwuargumentowego procesu losowego ze znaną wartością średnią i zakłóceniem losowym o wartości średniej opisanej przez znaną gęstość widmową. Są to filtry parametrycznych estymacji opisane w [27]. Dla różnych przypadków filtry te noszą różne nazwy: filtr mocy widmowej obrazu, filtr uśrednienia geometrycznego, filtr minimalno-kwadratowy.

Filtr homomorficzny

Jeżeli szum ma charakter multiplikatywny, to można filtrować obraz zaszumiony w następujący sposób: najpierw wykonuje się operację logarytmowania, potem dokonuje się filtracji za pomocą filtru liniowo-przestrzennego, a na końcu wykonuje się operację przekształcenia wykładniczego. Postępowanie to nosi nazwę filtracji homomorficznej [28], [29]. Cole i Cannon [28] zastosowali metodę korelacji widma mocy filtrem homomorficznym do odtwarzania obrazu z lepszym wynikiem niż przy filtracji odwrotnej i filtracji Wienera.

Optymalna filtracja rekursywna

W dziedzinie przestrzennej liniowy filtr rekursywny minimalizuje błąd średniokwadratowy pomiędzy oryginalnym obrazem g_1 i jego estymacją $\hat{g}_1$ bez aproksymacji innej funkcji dyspersji punktu. Jest to optymalny filtr rekursywny. Reprezentacją tego typu filtru jest jednowymiarowy i dwuwymiarowy filtr Kalmana [29] ... [34].

Filtr dwuwymiarowy Kalmana można uzyskać poprzez wykorzystanie filtru jednowymiarowego Kalmana [29]. Zastosowanie filtrów dwuwymiarowych Kalmana w celu odtwarzania obrazów jest przedstawione w bogatej literaturze [30] ... [33].

3.3. ODTWARZANIE OBRAZÓW DYSKRETNYCH

Przy odtwarzaniu obrazów dyskretnych proces transformacji Fouriera musi być realizowany w taki sposób, aby operacja filtracji dyskretniej była dokładną reprezentacją operacji splotu opisanego przez

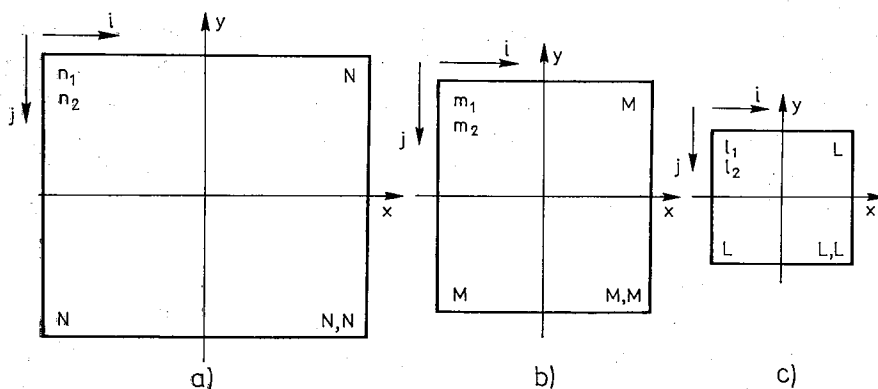
$$\hat{g}_1 = (x, y) = g_2(x, y) * h(x, y), \quad (27)$$

gdzie: $\hat{g}_1, g_2$ — funkcja estymacji sceny ciągłej g_1 i funkcja obrazu obserwowanego (ciągłego)

h — funkcja dyspersji punktu.

i forma dyskretniej odpowiedzi impulsowej filtru odtwarzania obrazu dokładnie modelowała odpowiedź impulsową filtru ciągłego. Zakładamy, że g_1, g_2, h są reprezentowane przez siatkę kwadratową przy próbkowaniu o odstępach Δ . Tablica odpowiedzi impulsowej jest podzielona na obszary $L \cdot \Delta$ i próbkowana w celu wyprodukowania tablicy o rozmiarach $L \cdot L$. Obraz obserwowany g_2 jest podzielony na obszary $N \cdot \Delta$ w celu wyprodukowania tablicy o rozmiarach $N \cdot N$. Dyskretyzacja funkcji h jest procesem modelowania matematycznego, natomiast dyskretyzację funkcji g_2 uzyskuje się przy pomocy fizycznego próbkowania funkcji obrazu obserwowanego. Operacja dyskretnego próbkowania splotu prowadzi do uzyskania tablicy o rozmiarach $M \cdot M$. W następnym etapie dwuwymiarowe dyskretnie transformacje Fouriera są stosowane do uzyskania przekształceń tablic $g_2(n_1, n_2), h(l_1, l_2)$ i $g_1(m_1, m_2)$, rys. 7.

Funkcja aproksymująca dobrana była w taki sposób, aby odpowiedź impulsowa filtru odtwarzania była obcinająca dokładnie. Teoretycznie obszar próbki Nyquista gwarantuje, że $g_1(x, y)$ może być dokładnie zrekonstruowany za pomocą interpolacji



Rys. 7. Tablice obrazu próbkowanego

próbek $g_1(m_1, m_2)$ przy pomocy tablicy o rozmiarach $M.M$. Odtwarzanie obrazu ciągłego jest relatywnie proste, ale ograniczone przez następujące czynniki: nieusuwanie efektów zniekształcenia przeplatania; obszar kwadratowy całki spłotu jest podobny do fizycznego próbkowania; metody powyższe pozwolą odtworzyć dokładnie obrazy tylko w przypadku liniowej degradacji przestrzenno-zmiennej; największe trudności występują w analizie efektów błędów cyfrowych procesu odtwarzania obrazu.

3.4. UWYDATNIENIE KRAWĘDZI OBRAZÓW

Uwydatnienie krawędzi obrazu ma za zadanie ulepszenie krawędzi obrazu w celu nadania im formy wygodnej do bezpośredniej obserwacji lub do analizy maszynowej. Proces uwydatnienia krawędzi obrazu nie jest tożsamy z procesem odtwarzania obrazu. Zwykle obserwacja obrazu uwydatniającego kontury (krawędzi) jest wygodniejsza niż obserwacja obrazu oryginalnego. Krawędzi obrazu można traktować jako szczegóły obrazowe. Do ich uwydatnienia są często stosowane filtry górnoprzepustowe. W zależności od celów zastosowania obrazów uwydatnianych są stosowane różne techniki uwydatnienia krawędzi obrazu, np. regulacja kontrastu, zmiana rozkładu statystycznego poziomów szarości w obrazie i detekcja krawędzi [27].

3.5. ODTWARZANIE I UWYDATNIENIE KRAWĘDZI OBRAZU PRZY NIELINIOWEJ FILTRACJI

Lokalny operator jest filtrem, którego wyjście przy jednym piksele jest funkcją wartości wejściowej otoczeń tego piksela. Przy liniowych filtrach, wyjściowa wartość jest liniową kombinacją lub ważonym uśrednieniem wartości wejściowych pikseli w oknie (ang. *window*). Liniowy filtr dolnoprzepustowy często jest stosowany do redukcji szumu, ale powoduje rozmycie krawędzi obrazu. Natomiast liniowy filtr górnoprzepustowy może być stosowany w celu uwydatnienia krawędzi obrazu, ale zwiększy także szum w zakresie w. cz. i powoduje powstawanie oscylacji w pobliżu krawędzi. Nieliniowe filtry mogą zmniejszyć niektóre wady filtrów liniowych. Lokalne filtry nieliniowe są stosowane częściej w przetwarzaniu obrazu. Wśród nich są filtry rankowe (ang. *rank filters*) [35] ... [37]. Przy tym filtr medianowy odgrywa ważną rolę. Filtr medianowy jest specjalnym przypadkiem filtru rankowego [38], [39].

W dwuwymiarowym filtrze medianowym stosowane jest dwuwymiarowe okno o określonej formie, np. kwadratu, prostokąta, krzyża lub zbliżonej do koła, przesuwające się na obrazie. Środkowy piksel okna jest wymieniony na medianę wartości pikseli w oknie. Mediana M zbioru wartości jest ustalona w taki sposób, że połowa wartości jest mniejsza niż M , a druga połowa wartości tego zbioru jest większa niż M . Mediana każdego otoczenia równa się wartości intensywności leżącej w środku wartości przyporządkowanych intensywności. Jest to medianowy filtr standardowy. Filtr medianowy eliminuje piksele, których wartości znacznie odbiegają od wartości pozostałych pikseli w otoczeniu. W ten sposób można usuwać wszystkie intensywności z największymi wartościami reprezentujące szum lub zakłócenie. Filtr medianowy ma

następujące zalety: skuteczne wygładzanie szumów, szczególnie szumu impulsowego i możliwość konserwowania krawędzi obrazu w dużym stopniu [27], [38], [39].

W celu odtwarzania i jednocześnie uwydatnienia krawędzi obrazu zasumowanego stosowane są kombinacje algorytmów odtwarzania (np. filtru medianowego) z operatorami uwydatnienia krawędzi obrazów (np. operator Lapace'a, operator Roberta) [39]. Czas wykonywania tych algorytmów zależy od złożoności ich struktury. W celu realizowania tych algorytmów w czasie rzeczywistym stosowane są architektury współbieżnych systemów przetwarzania obrazów zawierających wieloprocесory tablicowe [40], [41], [42].

4. PRZETWARZANIE OBRAZÓW W CZASIE RZECZYWISTYM

W celu przetwarzania cyfrowych obrazów telewizyjnych stosowano technikę bardzo szybkiego przetwarzania w czasie rzeczywistym. Wymaga to zwiększenia mocy obliczeniowej w systemie cyfrowym, złożonym ze stosunkowo dużej liczby prostych procesorów połączonych w regularną dwuwymiarową tablicę. System komputerowy wykorzystujący tablicę procesorów może być stosowany w odtwarzaniu cyfrowych obrazów telewizyjnych, ponieważ jego struktura jest zgodna z cyfrową postacią obrazów dwuwymiarowych, a topologia połączeń procesorów elementarnych ze strukturą obliczeń w operacjach lokalnych. Procesory tablicowe traktuje się często jako procesory specjalizowane. Przy tym każdy z procesorów elementarnych jest wyposażony w pamięć lokalną i oddzielne rejestry.

Jeżeli podobraz jest określony przez wymiar np. 64×64 piksele, to cały obraz (czynny) 512×512 piksele zawiera 64 podobrazów 64×64 piksele. W celu odtwarzania jednego obrazu (np. 512×512 piksele) w czasie rzeczywistym stosowano 64 procesory tablicowe, które działają równolegle także w czasie rzeczywistym. W tym przypadku każdy procesor tablicowy stanowi jeden moduł odtwarzania podobrazu. W telewizji wykonuje się 25 obrazów na sekundę (OIRT, CCIR), tzn. każdy obraz trwa 40 ms, natomiast każdy czynny obraz 29,9 ms. A więc czas odtwarzania jednego podobrazu (czynnego t_{pod} jest określony przez $t_{pod} < 29,9$ ms.

PODSUMOWANIE

W niniejszej pracy analizowano ważniejsze rodzaje szumów w telewizji (szum o rozkładzie równomiernym, Gaussa, Poissona i szum impulsowy) oraz przedstawiono dotychczasowe metody usuwania szumów. W celu zastosowania informatyki do poprawy jakości cyfrowych obrazów telewizyjnych przedstawiono ogólne przetwarzanie obrazu oraz metody liniowe i nieliniowe odtwarzania i uwydatnienia krawędzi obrazu. W celu poprawy jakości obrazów telewizyjnych w czasie rzeczywistym dyskutowano system wielo-procesorowy. System ten może być skuteczny, jeżeli system telewizyjny jest całkowicie cyfrowy, ponieważ wtedy nie potrzebuje przetwo-

ników analogowo-cyfrowych i cyfrowo-analogowych. Na podstawie systemu 64-procesorowego można realizować algorytmy odtwarzania obrazów telewizyjnych w czasie rzeczywistym (za pomocą 64 modułów przetwarzania podobrazu [43]).

BIBLIOGRAFIA

1. A. Rosenfeld: *Survey: picture processing 1986*, Computer vision, graphics, and image processing No. 38/1987, p. 147—225
2. Z. Hellwig: *Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej*. Warszawa: PWN, 1987
3. S. Hahn: *Teoria modulacji i detekcji*, Wydawnictwa PW, 1987
4. W.D. Gregg: *Podstawy telekomunikacji analogowej i cyfrowej*, Warszawa: WNT, 1983
5. J.D. Rossi: *Digital techniques for reducing television noise*, SMPTE Journal, vol. 87, March 1978, p. 134—140
6. H.W. Ott: *Noise reduction techniques in electronic systems*, New York, 1976
7. B. Zimiński: *Powstawanie zakłóceń interferencyjnych oraz sposoby ich eliminacji za pomocą ekranów*. Przegląd techniki. Radio i Telewizja, No. 3/1984, s. 25—40
8. M.J. Kriwoszejew: *Podstawy pomiarów telewizyjnych*. Warszawa: WKŁ, 1967
9. W. Trzebunia-Siwicka (praca zbiorowa): *Pomiary urządzeń telewizji czarno-białej i kolorowej*. Warszawa: WKŁ, 1983
10. R.H. McMann, S. Kreinik, J.K. Moore, A. Kaise, J. Rossi: *A digital noise reducer for encoded NTSC signals*. SMPTE Journal, vol. 87, March 1978, p. 129—133
11. E. Dubois, S. Sabri: *Noise reduction in image sequences using motion-compensated temporal filtering*. IEEE Trans. on communication, vo. COM-32, No. 7, July 1984, p. 826—831
12. W.A. Gardner, C.-K. Chen: *On the spectrum of pseudo-noise*. Proc. of the IEEE, vol. 74, No. 4, April 1986, p. 608—609
13. R.R. Brooks, W.J. Cosgrove: *Combed aperture equalization for color television cameras*. SMPTE Journal, vol. 79, Januar, 1970, p. 21—25
14. R.H. McMann, A.A. Goldberg: *Improved signal processing techniques for color television broadcasting*, SMPTE Journal, vol. 77, March 1968, p. 221—228
15. M. Heissrath, G. Kettwig: *Bildakumulation zur Verbesserung des Signal. Rauschverhaeltnisses*, Bild und Ton, No. 5/1988, p. 149—150
16. A.V.D. Ziel: *Unified presentation of 1/f noise in electronic devices: fundamental 1/f noise sources*. Proc. fo the IEEE, vol. 76, No. 3, March 1988, p. 233—258
17. J.V. Gaven, J.J. Tavitian, P.A. Hollanda: *Relative effekts o Gaussian and Poisson noise on subjective image quality*, Applied Optics, vol. 10, No. 9, September 1971, p. 2171—2178
18. Series 150/151 TM: *High performance modular image processing subsystem*. Image Technology Inc., USA November 1986
19. H. Wiedeman: *Bildverarbeitung auf dem PC*, Der Elektroniker, No. 8/1987, s. 69—74
20. *Echtzeit-Echtferb-Bildverarbeitung auf dem IBM-PC/AT*. Rauscher GmbH, Muechen
21. MVP-AT: *Real-time imaging on the IBM-PC/AT*. Matrox products, Canada 1986
22. B.R. Hunt: *Cyfrowe przetwarzanie obrazów*; w „Sygnały cyfrowe, przetwarzanie i zastosowanie”, ed. A.V. Oppenheim, Warszawa: NT, 1982
23. A. Habibi: *Comparison of n-th order DPCM encoder with linear transforming and block quantization techniques*. IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics, vol. 4/1974, p. 16—28
24. R. Zieliński: *Generatory liczb losowych*, Warszawa: WNT, 1979
25. Z. Hasse, L. Spiralski: *Szumy elementów i układów elektronicznych*, Warszawa: WKŁ, 1981
26. R. Sadashig: *Stady of noise in television broadcast equipment*, SMPTE Journal, vol. 78, december 1969, p. 1069—1077
27. W.K. Pratt: *Digital image processing*. New York, 1978

28. A.V. Oppenheim: *Sygnały cyfrowe. Przetwarzanie i zastosowanie*. Warszawa: WNT, 1982
29. J. Biemond: *Image restoration, a linear stochastic filtering approach*, Ph. D. dissertation, DEF 1982
30. L.P. Yaroslavskij: *Adaptive Bildverarbeitungstechniken*, Bild und Ton, No. 1/1984, s. 255—256
31. V.I. Siforov, L.P. Yaroslavskij: *Adaptacyjne metody przetwarzania obrazów w języku rosyjskim*) Moskwa, 1988
32. J.W. Woods, C.H. Radewan: *Kalman filtering in two dimensions*, IEEE Trans. on infor. theory, July 1977, vol. IT-23, No. 4, p. 473—482
33. J.W. Woods, V.K. Ingle: *Kalman filtering in two dimensions. Further results*. IEEE Trans. on acoustics, speech, and signal processing, April 1981, vol. ASSP-29, No. 2, p. 188—482
34. R.S. Choras', N.K. Sach: *Adaptacyjna estymacja obrazu*. Zeszyt: III Krajowa konferencja naukowo-techniczna. Przetwarzania sygnałów w telekomunikacji, sterowaniu i kontroli, 9—20 września 1988, Bydgoszcz, s. 31—35
35. V.Kim, L.P. Yaroslavskij: *Rank algorithms for picture processing*, Computer vision, graphics, and image processing, 1986, No. 25, p. 234—258
36. R.M. Hodgson, D.G. Bailey, M.J. Naylor, A.L.M. Ng, S.J. McNeill: *Properties, implementations and applications of rank filters*. Image and vision computing, 1985, No. 1, vol. 3, p. 3—14
37. G.Stanke, W.Osten: *Rangordnungsoperatoren auf einem parallelen Bildprozessor*, Bild und Ton, 1989, No. 3, s. 84—88
38. T.S. Huang: *Two-dimensional digital processing*, vol. 2, Berlin, 1981
39. N.K. Sach: *Odtwarzanie cyfrowe obrazów przy metody kombinacji histogramu i filtru medianowego*. (w przygotowaniu)
40. J. Owczarczyk, M. Stolarski: *Architektura współbieżnych systemów przetwarzania obrazów*, Informatyka, 1986, No. 7—8, s. 8—12
41. J. Owczarczyk, M. Stolarski: *Procesory tablicowe — współbieżne systemy przetwarzania obrazów*. Informatyka, 1986, No. 11—12, s. 8—11
42. D. Dreyer, K. Meyer, R. Berger: *Spezialprozessoren fuer die Echtzeit-Bildverarbeitung (Teil I, II)* Bild und Ton, No. 1/1989, s. 19—22, No. 2/1989, s. 46—50, 57
43. N.K. Sach: *Poprawa jakości obrazów telewizyjnych metodami cyfrowymi* (w przygotowaniu)

NGUYEN KIM SACH

DIGITAL RESTORATION OF NOISY TV PICTURES

Summary

This article presents important types of noises interferences and their characters in television. For noisy picture restoration and picture enhancement, different filters are used, especially nonlinear filters, e.g. rank filter and median filter. In the article, possibilities of TV picture restoration in real time (by dividing picture into subpictures and using parallel processing through the module of 64×64 -pixel subpicture processing) are discussed.

Zmniejszanie zakłóceń obrazów za pomocą filtru medianowego

NGUYEN KIM SACH

Instytut Radioelektroniki, Politechnika Warszawska

Otrzymano 1989.6.20

Autoryzowano do druku 1989.12.27

W pracy przedstawiono możliwości wykorzystania filtrów medianowych do poprawienia jakości obrazów zaszumionych. Opisano właściwości statystyczne i deterministyczne filtru medianowego oraz nieliniową metodę poprawy jakości obrazów zaszumionych. Podano algorytmy odtwarzania obrazu z zastosowaniem kombinacji histogramu i filtru medianowego. Zaprezentowano wyniki przeprowadzonych eksperymentów.

1. WPROWADZENIE

Filtr medianowy należy do techniki nieliniowej przetwarzania obrazów i ma następujące zalety [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7]:

- wygładzanie szumów, zwłaszcza szumów impulsowych,
- zachowanie w dużym stopniu krawędzi obiektów w obrazie (w krótkce — krawędź obrazu).

Jeżeli obraz dwuwymiarowy jest przedstawiony przy pomocy ciągu $\{x_{ij}, (i, j) \in N^2\}$, to dwuwymiarowy filtr medianowy z oknem B na obrazie jest definiowany przez wyrażenie

$$y_{ij} = \underset{B}{\text{med}}(x_{ij}) \equiv \underset{B}{\text{med}}[x_{i+p, j+q}, (p, q) \in B], \quad (1)$$

gdzie: $i = 1, 2, \dots, n, \dots, N$

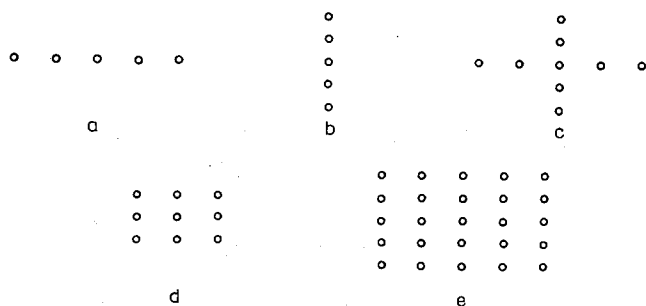
$j = 1, 2, \dots, n, \dots, N$

p, q — elementy wiersza i kolumny okna B

x — wartość intensywności piksela obrazu wejściowego

y_{ij} — wartości intensywności piksela obrazu na wyjściu filtru medianowego (element obrazu czyli piksel).

Okna filtru medianowego mogą mieć różne formy, np. segmentu liniowego (w przypadku jednowymiarowym), kwadratu, krzyża, ramki kwadratowej, koła pierścienia itp. (rys. 1).



Rys. 1. Formy okien filtru medianowego

Często w zależności od ruchu okna na obrazie odróżnia się dwa rodzaje median:

- a* — medianę ruchową (ang. moving median),
- b* — medianę bieżącą (ang. running median).

Obraz zawiera różne krawędzie w zależności od treści obrazu. Krawędź obrazu jest podobrazem w postaci linii, przy której wszystkie piksele po jednej stronie linii mają wartość l , natomiast piksele po drugiej stronie tej linii mają wartość h , gdzie l, h leżą w pewnym przedziale wartości oraz $l \neq h$. Różnica pomiędzy l i h jest nazywana wysokością krawędzi. W idealnym przypadku krawędź musi być zachowana przy przetwarzaniu obrazu. T. S. Huang [1] określał warunki dla zachowania krawędzi jak następuje: jeżeli zbiór pikseli okna B jest symetryczny względem punktu $(0, 0)$, np.

$$(l, h) \in B \quad \text{i} \quad (-l, -h) \in B \quad (2)$$

oraz

$$(0, 0) \in B,$$

to filtru medianowy $y_{ij} = \text{med}_B[x_{i+1, j+k}, (l, h) \in B], (i, j) \in N^2$ dla nieparzystej liczby pikseli w oknie B , będzie zachowywał krawędzie obrazu. A zatem, okna filtru medianowego na rys. 1. (a, b, c, d, e) spełniają warunki (2). Jeżeli traktujemy krawędź K jako różnicę wartości pomiędzy dwoma pikselami we wszystkich kierunkach (poziomych, pionowych i skośnych), to warunki zachowania krawędzi można określić przez (3):

$$(l, h) \in B, \quad (l, h) \in K \quad \text{i} \quad d = l - h \neq 0. \quad (3)$$

Okna filtru medianowego w formie kwadratu i prostokąta spełniają warunki (3).

2. WŁAŚCIWOŚCI FILTRU MEDIANOWEGO

Rozróżnia się statystyczne i deterministyczne właściwości filtrów medianowych.

2.1. WŁAŚCIWOŚCI STATYSTYCZNE

Filtr medianowy może być stosowany w celu redukcji szmów, np. szumu białego, szumu impulsowego, szumu o czarno-białych punktach, i w celu zachowania krawędzi przy odtwarzaniu obrazu. Obraz z szumem białym jest określony przez (4)

$$x = x_1 + z \quad (4)$$

gdzie: x_1 — obraz oryginalny o wartości średniej $E[x_1] = m$

z — szum biały o wartości średniej $E[z] = 0$.

Aproksymacja wariancji mediany jest wyrażona przez (5)

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{4nf^2(\tilde{m})} \cong \text{Var}[\text{med}(x_1, \dots, x_n)], \quad (5)$$

gdzie: $\tilde{m}$ — mediana teoretyczna

$f(\tilde{m})$ — rozkład prawdopodobieństwa mediany m

n — liczba pikseli w oknie.

Jeżeli rozkład prawdopodobieństwa zmiennej x jest symetryczny wokół m , to

$$E[\text{med}(x_1, \dots, x_n)] = E(x_i) = m. \quad (6)$$

Jeżeli x ma rozkład równomierny na $[0, 1]$, to można obliczyć dokładnie wariancję mediany:

$$\text{Var}[\text{med}(x_1, \dots, x_n)] = 3 \frac{\sigma_x^2}{n+2}. \quad (7)$$

W przypadku, gdy x ma rozkład równomierny i normalny na $N[m, \sigma]$, to $\tilde{m} = m$ i można obliczyć wariancję mediany dla małego n

$$\text{Var}[\text{med}(x_1, \dots, x_n)] \cong \frac{\pi}{2} \frac{\sigma^2}{n + \frac{\pi}{2} - 1}, \quad (8)$$

gdzie $n = 1, 3, 5, \dots$

Wartość średnia $\bar{x}$ zmiennych losowych x jest określona przez

$$\bar{x} = \frac{\sigma^2}{n}. \quad (9)$$

Z porównania (8) i (9) można wykazać, że $\text{Var}[\text{med}(x_1, \dots, x_n)]$ jest większa o około 57% od $\bar{x}$ dla szumu białego i normalnego, tzn. filtr uśrednienia ruchomego redukuje biały szum normalny bardziej niż filtr medianowy przy takim oknie. Inaczej mówiąc: w celu uzyskania takiej samej wariancji jak w filtrze uśrednienia ruchomego, filtr medianowy musi uwzględnić o 57% pikseli więcej w oknie.

Jeżeli x ma rozkład wykładniczy o wartości średniej m i wariancji σ^2 , tzn. ma rozkład prawdopodobieństwa

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{\sigma} e^{-\frac{\sqrt{2}|x-m|}{\sigma}}, \quad x \in B \quad (10)$$

to

$$\text{Var}[\text{med}(x_1, \dots, x_n)] \cong \sigma_n^2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{n - \frac{1}{2}}. \quad (11)$$

Wynika z tego, że $\text{Var}(\text{med})$ jest mniejsza o około 50% niż $\text{Var}(\bar{x})$. Dla szumu o rozkładzie wykładniczym filtr medianowy daje mniejszy błąd estymacji niż $\bar{x}$. Mediana jest estymatorem minimalnego odchylenia absolutnego (ang. *least-absolute-deviation estimator*), tzn.

$$\min \sum_{i=1}^n |x_i - M|, \quad \text{gdzie } M = \text{med}(x_1, \dots, x_n). \quad (12)$$

Jeżeli procesy $\{x_i\}$ lub $\{x_{ij}\}$ są stacjonarne, to można obliczyć wariancję median następująco [1]:

$$\text{Var}[\text{med}(x_1, \dots, x_n)] \cong \frac{\sigma_x^2}{n + \frac{\pi}{2} - 1} \sum_{j=-n+1}^{n-1} \left(1 - \frac{|j|}{n}\right) \arcsin[\varrho_x(j)],$$

gdzie $\varrho_x(j)$ — funkcja korelacji parametru j .

Obliczamy wariancję dla $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$, dla n zmiennych:

$$\text{Var}(\bar{x}) = \frac{\sigma_x^2}{n} \sum_{j=-(n-1)}^{n-1} \left(1 - \frac{|j|}{n}\right) \varrho_x(j).$$

Dla procesu normalnego z $\varrho_x(\tau) \geq 0$ i $\varrho_x(\tau) \leq \arcsin \varrho_x(j) \leq \varrho_x(\tau) \frac{\pi}{2}$ można określić stosunek wariancji mediany do wariancji uśrednienia następująco:

$$1 \leq \frac{\text{Var}(\text{med})}{\text{Var}(\bar{x})} \leq \frac{\pi}{2}, \quad (13)$$

gdzie n jest duże. W tym przypadku $\text{Var}(\text{med})$ jest większa niż $\text{Var}(\bar{x})$ o 57%.

W przypadku innych szumów niż białe można zapisać tylko aproksymację funkcji kowariancji. Aproksymację funkcji kowariancji dla filtru medianowego można uzyskać przez obliczenie funkcji kowariancji dla filtru ruchomego uśrednienia. Podobne właściwości korelacji pomiędzy filtrem medianowym a filtrem ruchomego uśrednienia można wyjaśnić następująco: dla dużego n funkcja kowariancji filtru ruchomego uśrednienia może być opisana przez aproksymację:

$$r(\tau) \simeq \text{const} \left(1 - \frac{|\tau|}{n}\right)^+ \quad (14)$$

gdzie

$$\left(1 - \frac{|\tau|}{n}\right)^+ = \max\left(1 - \frac{|\tau|}{n}, 0\right).$$

Wyrażenie to ma asymptotę dla wszystkich filtrów ruchomego uśrednienia z różnymi stałymi (*const*). Zatem mają one taką samą funkcję znormalizowaną korelacji, ale mogą mieć różne wariancje asymptoty. Z powyższego wynika, że mediany z dużymi oknami przy aproksymacji mają rozkład normalny.

Szum impulsowy składa się z impulsów o dużej lub bardzo dużej amplitudzie dodatniej i ujemnej i o krótkich czasach trwania. Szum impulsowy powstaje w procesie transmisji sygnału telewizyjnego. W celu redukcji szumu impulsowego przy pomocy filtru medianowego długość okna powinna być równa najmniej dwóm szerokościom impulsu szumowego [1], [8], [9], [10]. Szum o czarno-białych punktach (ang. *salt-and-pepper noise*) jest specjalnym przypadkiem szumu impulsowego powstającym często na skutek błędów dekodowania. Błędy te są widoczne w zakresie ciemnym i jasnym obrazu.

Szum w postaci linii brakujących jest także podobny do szumu impulsowego: przejawia się on brakiem pewnych linii w części lub w całości obrazu. Zakładamy, że linia z błędem powstaje z prawdopodobieństwem p (niezależnie od innych linii) i wszystkie wartości na jednej linii z błędem przyjmują taką samą wartość d :

$$x_{ij} = \begin{cases} d & (\text{z prawdopodobieństwem } p) \\ s_{ij} & (\text{z prawdopodobieństwem } (1-p)). \end{cases}$$

Wtedy prawdopodobieństwo rekonstrukcji brakującej linii wynosi $Q(n, p)$:

$$p(y_{ij} = s_{ij}) = \sum \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} h \equiv Q(n, p).$$

Przy odtwarzaniu na krawędziach obrazu, stopień rozmycia samej krawędzi przez filtr medianowy jest dużo mniejszy niż w przypadku filtru ruchomego uśrednienia. Do oceny skuteczności filtracji szumu na krawędzi stosowany jest:

- znormalizowany błąd średniokwadratowy NMSE (ang. *mean-square-error*) o N pikselach na krawędzi:

$$\text{NMSE} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (S_{ij} - \hat{S}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{ij}^2}, \quad (15)$$

- znormalizowany błąd średniokwadratowy Laplace'a NLMSE:

$$\text{NLMSE} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (G_{ij} - \hat{G}_{ij})^2}{\sum_{i=2}^N \sum_{j=2}^N G_{ij}^2}, \quad (16)$$

— znormalizowany stosunek sygnału do szumu NSNR w dB:

$$\text{NSNR} = -\log_{10}(\text{NMSE}), \quad (17)$$

gdzie: $S_{ij}, \hat{S}_{ij}$ — wartości intensywności pikseli i ich estymacji $G_{ij} = S_{i+1,j} + S_{i,j+1} + S_{i,j-1} - 4S_{ij}$.

$\hat{G}_{ij}$ — estymacja wartości G_{ij} .

Filtr medianowy jest mało wrażliwy na krawędzie, natomiast filtr ruchomego uśrednienia wygładza krawędzie obrazu. Dla $h < 2\sigma$, NMSE(med) jest nieco większy niż NMSE($\bar{x}$), gdzie h jest wysokością krawędzi. W przypadku $h > 3\sigma$, NMSE(med) jest znacznie mniejszy niż NMSE($\bar{x}$). W ostatnim przypadku filtr medianowy redukuje szum na krawędziach znacznie lepiej niż filtr ruchomego uśrednienia. Zakładamy, że liczba k zmiennych ze średnią h jest mniejsza niż $\frac{n+1}{2} = r$ (tj. mediana). Dla małego h mamy:

$$E(\text{med}) \simeq E(\bar{x}) = h \frac{k}{n},$$

natomiast dla dużego h :

$$E[x_{r,n}] \simeq f^{-1}\left(\frac{r}{n+1}\right),$$

gdzie: $f(\cdot)$ — rozkład zmiennych ($\cdot$)

$x_{r,n}$ — statystyka r -ego rzędu zmiennych $(x_1, \dots, x_n)$.

Wyżej opisane filtry medianowe należą do grupy prostych filtrów medianowych. Inne filtry, które mają te same właściwości (redukcja szumu, zachowanie krawędzi), są modyfikacją prostego filtru medianowego, np. liniowa kombinacja median (ang. *linearly combined median filter*), filtr ważonej mediany (ang. *weighted-median filter*), powtarzana mediana, resztkowe wygładzanie (ang. *residual smoothing*) i adaptacyjny filtr medianowy [1]. Do wygładzania obrazów są stosowane różne algorytmy. Główną ideę tych algorytmów można przedstawić następująco: okno ma środek w punkcie (i, j) . Jeżeli wartości pikseli w oknie zmieniają się niewiele, to $x(i, j)$ jest jednym pikselem wewnętrznym okna i wartość piksela $x(i, j)$ równa się średniej wartości wszystkich wartości pikseli w oknie. Natomiast, jeżeli powstaje duża zmiana między wartościami w oknie, to (i, j) jest punktem granicznym i wartość piksela $x(i, j)$ równa się średniej wartości pikseli leżących po tej samej stronie progu. Jest to adaptacyjny filtr medianowy.

Liczba obliczeń rośnie szybko ze zwiększeniem długości okna. Filtr medianowy zachowuje dobrze krawędzie z wyjątkiem ukośnych.

2. 2. WŁAŚCIWOŚCI DETERMINISTYCZNE

Ogólnie, krawędzi obrazu filtracji medianowej są stałe, dlatego mówimy o stałych punktach filtru medianowego. Związek między wejściem i wyjściem jednowymiarowego filtru medianowego można określić przez wyrażenie:

$$\{y_n\} = MF_{2k+1}\{x_n\}, \quad (18)$$

gdzie: MF_{2k+1} — jednowymiarowy filtr medianowy
 $(2k+1)$ — długość okna

$$y_n = \text{med}(x_{n-k}, \dots, x_0, \dots, x_k). \quad (19)$$

Filtr medianowy ma następujące właściwości [1]:

— jeżeli $x_{-k} \leq \dots \leq x_0 \leq \dots \leq x_k$, to

$$y_0 = \text{med}(x_{-k}, \dots, x_0, \dots, x_k), \quad (20)$$

— jeżeli $g(x)$ jest monotoniczny, to

$$\text{med}[g(x_1), \dots, g(x_{2k+1})] = g[\text{med}(x_1, \dots, x_{2k+1})]. \quad (21)$$

Z (20) i (21) wynika, że ciąg monotoniczny $\{x_n\}$, tj. $x_n \leq x_m$ (lub $x_n \geq x_m$) dla wszystkich $n < m$ (lub $n > m$), jest stały dla filtru medianowego o dowolnej długości okna, np. funkcja schodkowa jest ciągiem monotonicznym i jest stała dla filtru medianowego. Jeżeli skoki są przedstawione przez funkcję schodkową, to można wyjaśnić, dlaczego są one zachowywane przy filtracji medianowej. Z (21) wynika, że można zredukować ciąg danych $\{x_n\}$ do ciągu dwuwartościowego bez utraty informacji o medianach, gdy przyjmiemy $\{g_a(x_n)\}$, gdzie

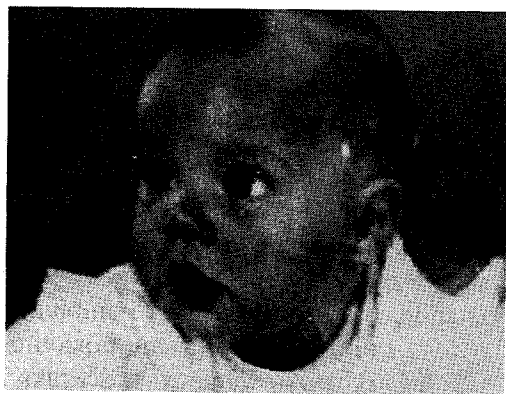
$$g_a(x) = \begin{cases} 1, & x \geq a \\ 0, & x < a \end{cases}$$

$$-\infty < a < \infty$$

$\{x_n\}$ jest stałym punktem filtru medianowego MF_{2k+1} wtedy i tylko wtedy, gdy $\{g_a(x_n)\}$ jest stałym punktem dla $-\infty < a < \infty$.

Istotą szybkiego algorytmu dwuwymiarowego filtru medianowego o dowolnym oknie jest to, że tylko część zbioru pikseli okna jest uwzględniana i następna mediana jest obliczana po przesunięciu o jedną jednostkę. Procedura wykonuje w każdym oknie następujące operacje (metoda kombinacji histogramu i filtru medianowego) [9]:

- a* — obliczenie histogramu poziomów intensywności pikseli,
- b* — uporządkowanie wartości pikseli w kolejności rosnącej,
- c* — obliczenie wartości mediany.



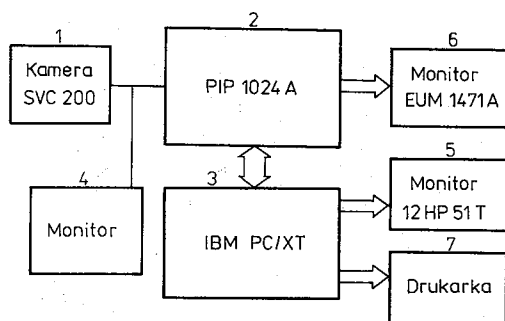


Fot. Odtwarzanie obrazu z szumem o rozkładzie równomiernym (20%, 15%, 10% i 5% prawdopodobieństwa powstawania szumu)

- a) obraz oryginalny
- b) obraz z 20% szumem filtracja 20% szumu
- c) obraz z 15% szumem filtracja 15% szumu
- d) obraz z 10% szumem filtracja 10% szumu
- e) obraz z 5% szumem filtracja 5% szumu

3. REDUKCJA SZUMÓW ZA POMOCĄ METODY KOMBINACJI HISTOGRAMU I FILTRU MEDIANOWEGO

System, za pomocą którego prowadzone były badania symulacyjne, składa się z kamery telewizyjnej typu CCD SVC200, układu przekształcania sygnału wizyjnego PIP-1024A, komputera IBM PC/XT, monitora UM 1471A, monitora 12HP51T i drukarki, rys. 2. Karta akwizycji obrazów PIP-1024A koduje obrazy w czasie rzeczywistym z rozdzielczością 512×512 pikseli przy rozróżnianiu 256 poziomów szarości (8 bitów/piksel). Karta ta jest wyposażona w pamięć obrazu o pojemności 1 MB, co umożliwia przechowywanie jednocześnie czterech obrazów o formacie 512×512 pikseli. Układ ten może działać w sposób rozdzielania ciągłych ramek na pojedyncze ramki. Ramki zapamiętywane są w buforze i ładowane do pamięci komputera lub zapisywane na dysku.



Rys. 2. System stosowany w badaniu

Procedura odtwarzania obrazu (metoda kombinacji histogramu i filtru medianowego) jest realizowana w następujących etapach [9]:

1 — obliczenie histogramu obrazu,
 2 — zmiana wartości intensywności w oknie w/g reguły: jeżeli wartość intensywności I jest w wyznaczonym obszarze progowym, to zastępująca ją wartość jest równa intensywności mediany sąsiadów spoza progu w oknie 5×5 pikseli, ale z uwzględnieniem poprawki wg punktu 3,

3 — jeżeli wartość intensywności $(I + 1)$ jest poza progiem w oknie 3×3 pikseli, to wartość pikseli pozostaje bez zmian.

Metoda kombinacji polega na tym, że filtr medianowy jest połączony z histogramem. Wyniki redukcji szumów o rozkładzie równomiernym, rozkładzie Gaussa i rozkładzie Poissona są zadowalające i zależne od stosunku sygnału do szumu oraz od treści obrazu. Niektóre z nich są przedstawione na rys. 3 dla różnych stopni zaszumienia (szum o rozkładzie równomiernym).

Z rysunku 3 wynika, że jeżeli poziom zaszumienia nie przekracza 15%, to jakość odtwarzania obrazu jest zadowalająca. Powyższe spostrzeżenia potwierdzają wyniki obliczeń błędów NMSE, NLMSE oraz NSNR zamieszczone w tabeli 1.

Tabela 1

Wartości NMSE, MSE, NSNR wg rys. 3

obraz	NMSE	LMSE	NSNR	Obszar otoczeń
b	0,013	0,560	19,283	64 × 64
c	0,011	0,415	20,316	64 × 64
d	0,007	0,239	22,167	64 × 64
e	0,003	0,111	26,199	64 × 64

ZAKOŃCZENIE

Filtr medianowy ma dużo zalet i może być stosowany w celu redukcji szumów, zwłaszcza, szumu impulsowego, który często powstaje w telewizji. Metoda kombinacji histogramu i filtru medianowego umożliwia jednocześnie wygładzanie szumu i dobre zachowanie krawędzi obrazu. Zastosowanie tej metody do wygładzania szumów daje lepsze rezultaty niż zastosowanie metody wyrównywania histogramu. Porównanie rezultatów zachowania krawędzi opisaną metodą i metodą filtru medianowego jest przedmiotem prowadzonych dalszych prac nad tą metodą. Pierwsze wyniki tych prac dają podstawę do stwierdzenia, że rezultaty te są pozytywne.

Innym kierunkiem prac nad rozwojem proponowanej metody jest rozważenie możliwości zastosowania metody do odtwarzania obrazów telewizyjnych w czasie rzeczywistym (np. poprzez podział obrazu na podobrazy i równoległe ich przetwarzanie) [11], [12], [13], [14]. Rozważa się również możliwość wykorzystania właściwości oka ludzkiego w celu zmniejszenia czasu odtwarzania obrazów.

BIBLIOGRAFIA

1. T.S. Huang: *Two-dimensional digital signal processing*, Vol. 2 Springer Verlag, Berlin 1981
2. W.K. Pratt: *Digital image processing*. New York, 1978
3. PIP-512/1024A *Hardware Manual. Video digitizer board for IBM PC XT/AT*. Matrox Electronic System limited, Canada, 1986
4. L.P. Yaroslavskij: *Adaptive Bildverarbeitungstechniken*. Bild und Ton, 1984, No. 1, str. 25—26
5. A.J. McCollum, C.C. Bowman, P.A. Daniels, B.G. Batchter: *A histogram modification unit for real-time image enhancement*. Computer vision, graphics, and image processing. 1988, No. 42, p. 387—398
6. J.P. Fitch, E.J. Coyle, N.C. Gallagher: *Median filtering by threshold decomposition*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal processing, Vol. ASSP-32, No. 6, December 1984, str. 1183—1188
7. J. Radecki, T. Chady: *Nieliniowe filtry adaptacyjne w zastosowaniu do przetwarzania obrazów zakłóconych*, Zeszyt: III krajowa konferencja naukowo-techniczna. Przetwarzanie sygnałów w telekomunikacji, sterowaniu i kontroli, 19—20, września 1988, Bydgoszcz, str. 26—30
8. R.S. Choraś, N.K. Sach: *Adaptacyjna estymacja obrazu*. Zeszyt: III krajowa konferencja naukowo-techniczna. Przetwarzanie sygnałów w telekomunikacji, sterowaniu i kontroli, 19—20, września 1988, Bydgoszcz, str. 31—35
9. N.K. Sach: *Odtwarzanie obrazów cyfrowych przy pomocy modyfikującego filtru medianowego*, Zeszyt: V Krajowego Sympozjum Telekomunikacji KST '89 Bydgoszcz, 6—9 września 1989, z. D, str. 170—186

10. N. K. Sach: *Szumy i odtwarzanie obrazów telewizyjnych metodami cyfrowymi*, Przegląd techniki. Radio i Telewizja, No. 2/1989, str. 28—31
11. P. Danielsson, S. Levialdi: *Computer architectures for pictorial information systems*. Computer, 1981, No. 11, p. 53—67
12. K. Batchner: *Design of a massively parallel processor*, IEEE Trans. on Computers, 1980, No. 9, Vol. C-29, p. 836—840
13. J. Owczarczyk, M. Stolarski: *Procesory tablicowe — Współbieżne przetwarzania obrazów*. Informatyka, 1986, No. 12, str. 8—11
14. M. M. Sysło: *Maszyny i algorytmy równoległe*, (1) i (2). Informatyka 1988, No. 10, str. 5—77
Informatyka 1988, No. 11—12, str. 30—34

NGUYEN KIM SACH

REDUCING PICTURE NOISES AND INTERFERENCES BY THE MEDIAN FILTER

Summary

The article illustrates possibilities of the use of median filters to improve the quality of noisy pictures. The statistical and deterministic properties of the median filter and nonlinear method of improving the quality of noisy pictures are described. The algorithm of picture restoration by histograms and median filters is applied. Some experimental results are reported.

High throughput QRNS-based DFT processor

ALICJA PIERZYŃSKA

Instytut Podstaw Elektroniki, Politechnika Warszawska

Received 1989.11.17

Authorized do druku 1990.2.7.

A systolic VLSI architecture of a DFT (Discrete Fourier Transform) signal processor operating in Quadratic Residue Number System is proposed. The solution is characterized by a regular and modular architecture, high data throughput and high computation precision. The expected performance has been estimated assuming $1.5\ \mu$ CMOS technology implementation: 1024-point DFT of 12-bit input data and 20-bit transform coefficients can be computed in 0.24 ms. This allows real time spectrum analysis for up to 4.3 MHz sampling frequency. The gain in speed of computing Fourier transform compared with signal processors is in the range of tens (for example: if compared with ADSP-2100 gain in speed is equal 30, for μ PD772300 gain in speed is equal 45).

1. INTRODUCTION

In recent years the demand for both high speed and high precision computers increased significantly. These two design objectives are contradictory and compel to search for new solutions both in computation algorithms and their hardware implementations. Residue arithmetic is one of these solutions. Thanks to its special features, it is particularly useful in digital signal processing (DSP). Most of the reported DSP circuits operating in QRNS are convolution units and digital signal filters (e.g. [1], [7]). In [5] a general concept of a residue DFT processor has been presented. It is briefly discussed in chapter 3.1. A more detailed QRNS-based DFT architecture can be found in [6], but in fact in this design the QRNS unit computes only the convolution (DFT is computed using chirp z-transform and the necessary pre- and postmultiplications are performed outside the QRNS unit).

In this paper a short review of QRNS fundamentals followed by the description of an original architecture of the systolic VLSI QRNS-based DFT processor is presented.

2. QUADRATIC RESIDUE NUMBER SYSTEM (QRNS)

Basic ideas of residue arithmetic are presented in numerous articles (e.g. [1], [7]).

QRNS is, in its basic form, a way of representing and computing complex integer numbers. The traditional representation of a complex integer number as an ordered pair of integers (x_R, x_I) is, in the residue arithmetic, usually called a binary or weighted binary system — BINS. In QRNS a complex integer (x_R, x_I) is represented as a sequence of non-negative integer values of much smaller range $(x_1, x_1^*, x_2, x_2^*, \dots, x_L, x_L^*)$, called residue digits (Fig. 1). There is a one-to-one correspondence between BINS and QRNS numbers and BINS and QRNS computational results if:

- 1) $m_1, m_2, \dots, m_L \in N$, called moduli, are relatively prime,
- 2) all final results are within the range:

$$[-(m-1)/2] \leq x_R, x_I \leq [(m-1)/2], \text{ where } m = m_1 m_2 \dots m_L$$

(intermediate results need not be within the range).

- 3) $m = p_1^{n_1} p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r}$, where $p_i = 4k_i + 1$ is a prime, $k_i \in N$, $i = 1, 2, \dots, r$.

QRNS allows for replacing complex operations in the binary system by modulo operations performed independently (both addition and multiplication) on each of the $2L$ residue digits. Therefore, instead of operating on two, mutually dependent, long words in the binary system, in QRNS it is possible to perform the addition and multiplication as modulo addition and multiplication in parallel in $2L$ computational channels on much shorter words.

3. QRNS-BASED DFT PROCESSOR

3.1. THE CHOICE OF MODULI

The task is to find the minimum set of moduli (considering the number of moduli and their range) that satisfies requirements 1)–3) in chapter 2. To do that the range of input data must be specified and the range of final results must be estimated. As the computations are precise and it is not possible to make any rounding or truncation of numbers while operating in QRNS, the range of final results for the specified range of input data depends considerably on the applied algorithm. It seems that the only reasonable way of computing DFT in QRNS is to compute it directly following its definition:

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)w^{nk} \quad \text{for } k = 0, 1, \dots, N-1, \quad \text{where } w = e^{-j(2\pi/N)}$$

and where all coefficients w^{nk} are known. The idea of a DFT processor in residue arithmetic proposed by M. A. Bayoumi [5] with recursively computed coefficients w^{nk} does not seem to be practically useful because the recursive computations, for the specified precision of coefficients, would greatly increase the demanded computation range.

BINS

numbers: $\langle x_R, x_I \rangle$

addition: $\langle x_R, x_I \rangle + \langle y_R, y_I \rangle = \langle x_R + y_R, x_I + y_I \rangle$

multiplication: $\langle x_R, x_I \rangle \cdot \langle y_R, y_I \rangle =$
 $= \langle x_R y_R - x_I y_I, x_R y_I + x_I y_R \rangle$

$$\begin{cases} x_i = \langle x_{R_i} + j_1 x_{I_i} \rangle_{m_1} \\ x_i^* = \langle x_{R_i} - j_1 x_{I_i} \rangle_{m_1} \end{cases} \quad \begin{cases} x_{R_i} = \langle 2^{-1} (x_i + x_i^*) \rangle_{m_1} \\ x_{I_i} = \langle 2^{-1} j_1^{-1} (x_i - x_i^*) \rangle_{m_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_R = \langle x_{R_1} + \dots + x_{R_L} \rangle_{\bar{m}} \\ x_I = \langle x_{I_1} + \dots + x_{I_L} \rangle_{\bar{m}} \end{cases}$$

QRNS

numbers: $\langle x_1, x_1^*, x_2, x_2^*, \dots, x_L, x_L^* \rangle$

addition: $\langle \dots, x_1, x_1^*, \dots \rangle + \langle \dots, y_1, y_1^*, \dots \rangle =$
 $= \langle \dots, \langle x_1 + y_1 \rangle_{m_1}, \langle x_1^* + y_1^* \rangle_{m_1}, \dots \rangle$

multiplication: $\langle \dots, x_1, x_1^*, \dots \rangle \cdot \langle \dots, y_1, y_1^*, \dots \rangle =$
 $= \langle \dots, \langle x_1 y_1 \rangle_{m_1}, \langle x_1^* y_1^* \rangle_{m_1}, \dots \rangle$

NOTATION

$i = 1, 2, \dots, L$

N set of natural numbers; $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

$[x]$ the greatest integer such that $[x] \leq x$

$\langle x \rangle_m = x \pmod{m}$ the residue of integer x modulo $m \in \mathbb{N}$ such that

$0 \leq \langle x \rangle_m \leq m-1$ (the traditional notation)

$\langle x \rangle_{\bar{m}} = x \pmod{\bar{m}}$ the residue of integer x modulo $m \in \mathbb{N}$ such that

$[-(m-1)/2] \leq \langle x \rangle_{\bar{m}} \leq [(m-1)/2]$ (new notation);

$$\langle x \rangle_{\bar{m}} = \begin{cases} \langle x \rangle_m & \text{for } \langle x \rangle_m \leq [(m-1)/2] \\ \langle x \rangle_m - m & \text{for } \langle x \rangle_m \geq [(m-1)/2] \end{cases}$$

$x \oplus_m y \stackrel{\text{df}}{=} \langle x + y \rangle_m$ addition modulo m

$x \odot_m y \stackrel{\text{df}}{=} \langle x \cdot y \rangle_m$ multiplication modulo m

Z_m set of integers $\{0, 1, 2, \dots, m-1\}$ or ring of integers modulo m , i.e. set of integers Z_m with operations $\oplus_m, \odot_m$

$\Phi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ Euler's function; $\Phi(m)$ - the number of natural numbers less than m and relatively prime to m

$$M_1 = \langle m/m_1 \rangle_{\Phi(m_1)}$$

$j_1 \in Z_{m_1}$ fulfills equation $j_1^2 \cdot e_1 = 0$

(e.g. in Z_5 $j=2$, in Z_{13} $j=5$)

j_1^{-1} is the inverse of j_1 in ring Z_{m_1}

(e.g. in Z_5 $j^{-1}=3$ of $j=2$)

2^{-1} is the inverse of 2 in respective ring Z_{m_1}

(e.g. in Z_5 $2^{-1}=3$ because $3 \cdot 2 = 1$)

Fig. 1. Binary system (BINS) and QRNS. Conversion from BINS to QRNS and from QRNS to BINS

Let us assume that:

- signal samples $x(n)$ are complex numbers such that both real and imaginary parts are b_x -bit integer numbers,
- coefficients w^{nk} have been reounded or truncated and scaled to obtain complex numbers such that both real and imaginary parts are b_w -bit integer numbers,
- the transform length is $N = 2^{b_n}$.

Assuming that DFT is computed directly from its definition and that all the coefficients w^{nk} are known, the condition 3° (chap. 2) is fulfilled if $\log_2 m \geq b_x + b_w + b_N$. For 12-bit input data ($b_x = 12$), 20-bit coefficients ($b_w = 20$), and 1024-point DFT ($b_N = 10$) the minimum length b of the word in computational channels is 7 bits ($b = 7$). The demanded range is covered by seven 7-bit moduli: 125, 113, 109, 101, 97, 89, 73 ($L = 7$). These moduli have been used to estimate the complexity and speed of the processor.

3.2. ARCHITECTURE AND PERFORMANCE OF THE PROCESSOR

It has been assumed that the DFT processor under design is a peripheral unit of a general purpose microprocessor (Fig. 2). The general diagram of the processor semi-systolic array [2] (with global data communication) is shown in Fig. 3. Signal samples $x(n)$ are read into the cells in the following way:

- at time 0 sample $x(0)$ is read into cell 0,
- at time 1 sample $x(1)$ is read into cell 1, ... etc.
- at time N sample $x(N)$ ($= x(0)$ for a new transformation) is read into cell 0, ... etc.

QRNS-based DFT is computed in $2L$ independent, b -bit computation channels and every computational channel has the structure presented in Fig. 3.

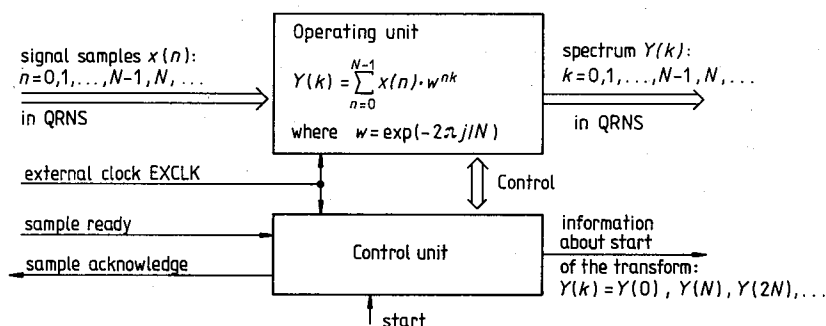


Fig. 2. Block diagram of the processor

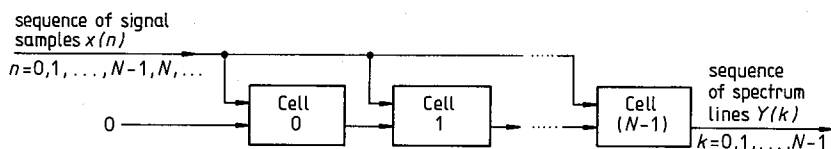


Fig. 3. General diagram of the semi-systolic array of the processor

A single, n -th ($n = 0, 1', \dots, N-1$), cell of one b -bit computation channel modulo m_i is presented in Fig. 4. At time $n+k$ ($k = 0, 1, \dots$) a modulo product $x(n)w^{nk}$ is computed and then added to the modulo result $\sum_{i=0}^{n-1} x(i)w^{ik}$ coming from the preceding cell. The product $x(n)w^{nk}$ is computed in b clock periods f following the formula $x(n)w^{nk} = \sum_{j=0}^{b-1} x(n)_j (2^j w^{nk})$. The values of coefficients $w^{nk} \pmod{m_1}$ are stored in ROM.

The sample $x(n)$ is read into shift register RX serially, bit after bit, in b clock periods. At the same time the product $x(n)w^{nk}$ for $k = 0$ is computed. During the next $b(N-1)$ clock periods the stored value $x(n)$ is used to compute $x(n)w^{nk}$ for $k = 1, 2, \dots, N-1$.

The optimization of modulo adders and multipliers is a separate problem (e.g. [4]). To estimate the complexity and speed of the processor the units presented in Fig. 4 are assumed. As the length of the word in each channel, b , is small (the essential feature of QRNS), ripple carry binary adders are used.

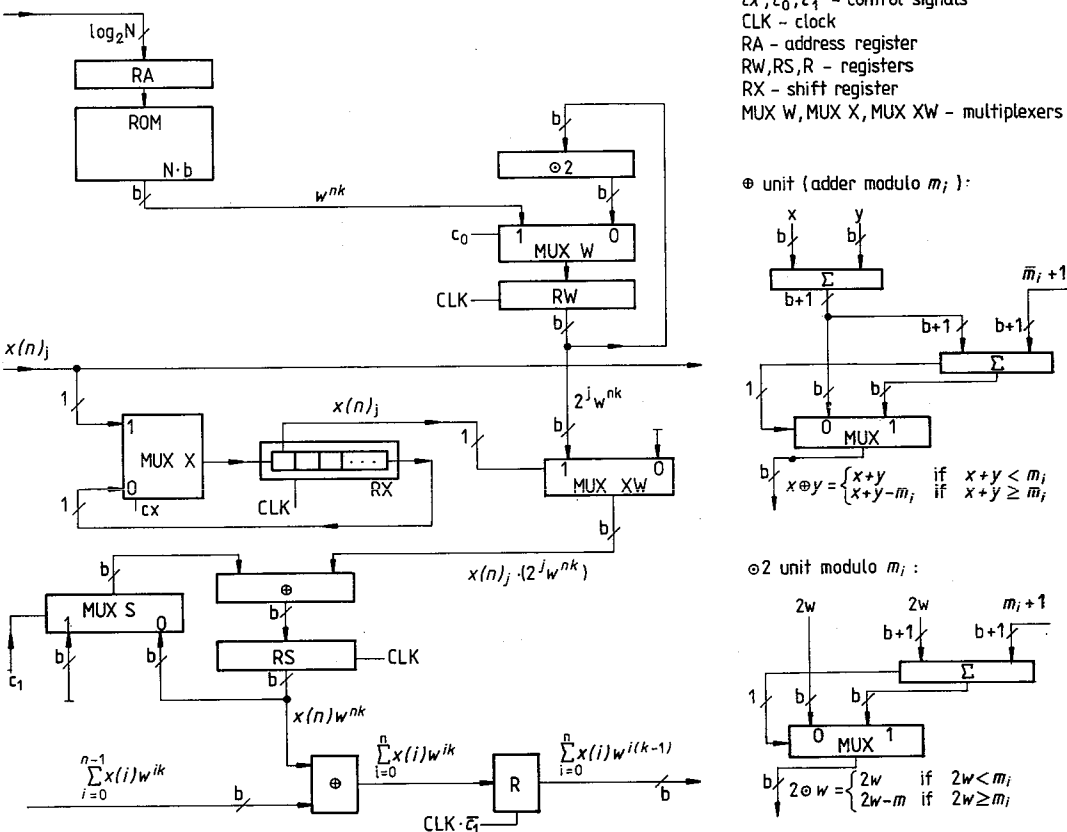


Fig. 4. Cell n of one b -bit computation channel modulo m_1

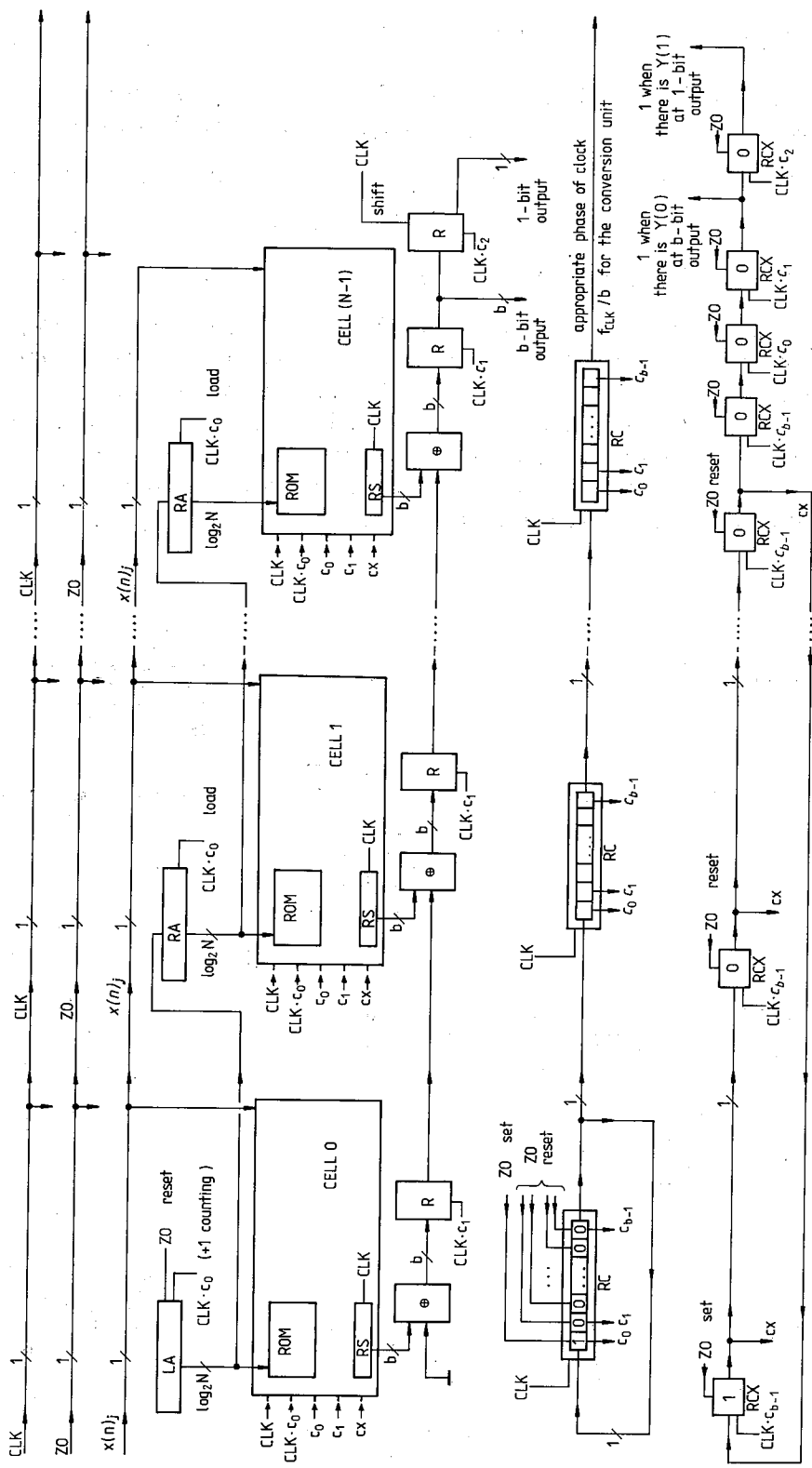


Fig. 5. One b -bit computation channel modulo m_1 .

The systolic array that implements one b -bit computation channel of the processor is shown in Fig. 5. There are only three global signal lines (1-bit input data line $x(n)$, clock CLK and set/reset signal ZO). Control signals cx, c_0, c_1 are generated in each cell in register RCX and in shift register RC. Except for different values stored in ROMs and some special features of the first and the last cells, the cells are identical. The architecture of the array is linear and the size of the processor grows proportionally to N — the length of the transform. Thanks to the serial 1-bit line of input and output data, the number of pins is small (for $N = 1024$ and $b = 7$, there are 44 pins). Since every input sample $x(n)$ is read only once, the control is simple and the input buffer is not necessary. The computations are performed in parallel in all cells, so the system is fully used. The rate of reading input data $x(n)$ and receiving output data $Y(k)$ (the throughput) is constant and equal f_{CLK}/b . The time of computing DFT is proportional to the length of the processor array and equal Nb/f_{CLK} . The control unit generating signals ZO and CLK is presented in Fig. 6.

The processor complexity and performance has been estimated assuming 1.5μ CMOS technology implementation and based on the data available from [3], [8], [9]. The estimated size of a CMOS macrocell for $b = 7$ is about 9600 transistors (75% of transistors in ROM). The maximum clock frequency f_{CLK} is determined by the sum of the propagation delays of the modulo adder $\oplus$, multiplexer MUX S and one latch of master-slave register RS and for $b = 7$ has been estimated at 30 MHz, which gives the throughput of 4.3 MHz. It allows for computing 1024-point DFT in 0.24 ms.

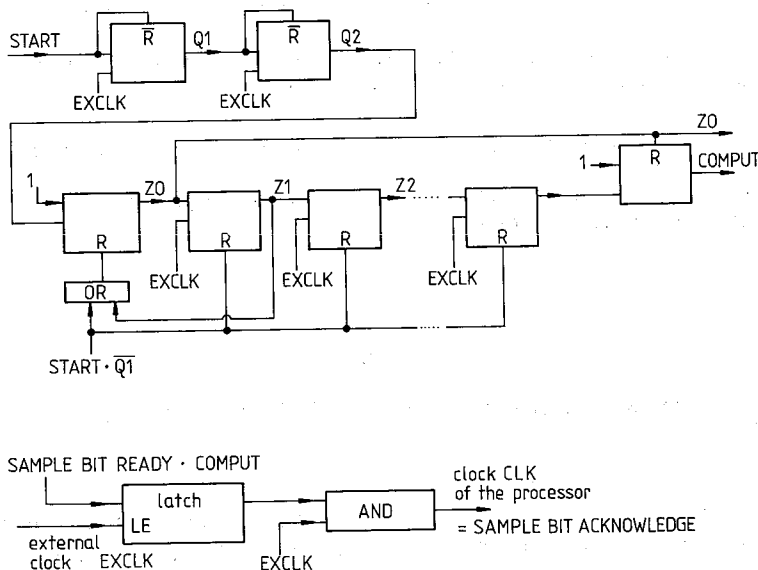


Fig. 6. Control unit

CONCLUSION

QRNS combined with systolic architecture resulted in high-throughput DFT processor. For 7-bit moduli it allows real-time spectral analysis up to 4.3 MHz (1.5 μ CMOS implementation). The processor has a simple and regular architecture. It consists of $2L$ b -bit computational channels, where L is the number of b -bit moduli. Every channel is a linear semi-systolic array (with a 1-bit global line of input data). The modularity enables extending or reducing the architecture according to the length of the transform and the number and range of moduli. For 7-bit moduli the complexity of the CMOS macrocell has been estimated at 9600 transistors (75% of transistors in ROMD). The proposed architecture appears ideally suited for implementation in WSI (wafer scale of integration) technology. The gain in speed of computing Fourier transform compared with signal processors is in the range of tens (for example: if compared with ADSP-2100 gain in speed is equal 30, for μ PD772300 gain in speed is equal 45).

REFERENCES

1. G.A. Jullien, R. Krishnan, W.C. Miller: *Complex Digital Signal Processing over Finite Rings*, IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. CAS-34, No. 4, April 1987, pp. 365—377
2. H.T. Kung: *Why Systolic Architectures*, IEEE Computer, January 1982, pp. 37—46
3. N.H.E. Weste, K. Eshraghian: *Principles of CMOS VLSI Design*, Addison-Wesley, 1985
4. M.A. Bayoumi: *VLSI PLA Structures for Residue Number Systems Arithmetic Implementation*, Proc. of ISCAS 1987, pp. 132—135
5. M.A. Bayoumi, G.A. Jullien, W.C. Miller: *Highly Parallel Architectures for DSP Algorithms Using RNS*, Proc. of ISCAS 1985, pp. 1395—1398
6. G.A. Doodlesack, M. Gray, B.L. Johnson, C.L. Nowacki, J.J. Vaccaro: *VLSI Chip for QRNS DFTs*, Proc. of ISCAS 1987, pp. 1118—1123
7. R. Krishnan, G.A. Jullien, W.C. Miller: *Complex Digital Signal Processing Using Quadratic Residue Number Systems*, IEEE Trans. on Acoustics, Speech And Signal Processing, February 1986, pp. 166—177
8. V.G. Oklobdzija: *Simple And Efficient CMOS Circuit for Fast VLSI Adder Realization*, Proc. of ISCAS 1988, pp. 235—238
9. J. Kalinowski, A. Albicki: *Implementation and Simulation of a CMOS BILBO Circuit*, Technical Report El-86-01, The University of Rochester, January 1986

A. PIERZYŃSKA

SZYBKI PROCESOR SYGNAŁOWY DFT W ZAPISIE QRNS

Streszczenie

Przedstawiono projekt sieci semi-systolicznej procesora sygnałowego obliczającego dyskretną transformę Fouriera (DFT) w kwadratowym zapisie resztowym (QRNS). Zaproponowany układ charakteryzuje się dużą szybkością i wysoką przepustowością przy jednoczesnej dużej precyzji obliczeń oraz regularną i modułarną architekturą. Wielkość i szybkość działania procesora oszacowano zakładając 1.5 μ technologię

CMOS. Czas obliczenia 1024-punktowej transformaty z 12-bitowych próbek sygnału, przy 20-bitowej dokładności współczynników, wynosi 0.24 ms, co pozwala na wykonywanie analizy widmowej w czasie rzeczywistym przy częstotliwości próbkowania 4.3 MHz. Wielkość pojedynczej komórki sieci nie przekracza 9600 tranzystorów (w tym 75% tranzystorów w pamięci ROM). Proponowany procesor, w porównaniu z istniejącymi procesorami sygnałowymi, umożliwiłby kilkudziesięciokrotne skrócenie czasu obliczania transformaty Fouriera (dla porównania: w procesorze ADSP-2100 czas ten jest 30-krotnie dłuższy, a w μ PD77230 — 45-krotnie dłuższy).

Ortogonalny korektor interferencji międzysymbolowej

JERZY KISILEWICZ

*Instytut Sterowania i Techniki Systemów
Politechnika Wrocławska*

Otrzymano 1990.01.18

Autoryzowano do druku 1990.05.04

Praca dotyczy zastosowania ortogonalnych filtrów cyfrowych do korekcji interferencji międzysymbolowej. Przedstawiono korektory ortogonalne korygujące jeden i dwa prążki interferencji. Porównano właściwości przenoszenia szumu białego gaussowskiego przez przedstawione korektory ortogonalne z właściwościami odpowiednich korektorów transwersalnych z liniowymi sprzężeniami zwrotnymi.

1. WSTĘP

Cyfrowe filtry ortogonalne są cyfrowymi odpowiednikami analogowych filtrów bezstratnych. Prawidłowo zaprojektowane cechują się dużą dokładnością i stabilnością oraz małą wrażliwością funkcji transmitancji na zmiany wartości parametrów [6]. Ortogonalne filtry cyfrowe wykazują bardzo dobrą stabilność nawet wtedy, gdy ich parametry są skwantowane [4]. Z tego powodu interesujące jest zastosowanie ich w korekcji sygnałów transmisji danych. W obszernej literaturze dotyczącej korekcji sygnałów transmisji danych zdecydowana większość prac dotyczy korektorów transwersalnych. Brak jest natomiast opracowań dotyczących korektorów opartych na filtrach ortogonalnych. W niniejszej pracy zostaną zaprezentowane przykładowe korektory ortogonalne korygujące jeden i dwa prążki interferencji międzysymbolowej. Zostanie przeprowadzone porównanie ich właściwości przenoszenia szumu białego gaussowskiego z właściwościami odpowiednich korektorów transwersalnych z liniowymi sprzężeniami zwrotnymi.

2. CYFROWE FILTRY ORTOGONALNE

Typowa realizacja filtru cyfrowego zawiera wektor stanu x_n reprezentujący pamięć tego filtru. Wyjściowy wektor y_n oraz przyszły stan x_{n+1} zależą od wektora wejściowego u_n i stanu x_n tak, że

$$y_n = Du_n + Cx_n \quad (1a)$$

$$x_{n+1} = Bu_n + Ax_n \quad (1b)$$

gdzie A, B, C, D są stałymi rzeczywistymi macierzami o odpowiednich wymiarach.

Cyfrowy filtr (1) nazywa się ortogonalny [2, 4, 5, 6] jeśli macierz

$$S_a = \begin{bmatrix} D & C \\ B & A \end{bmatrix} \text{ jest ortogonalna, to znaczy} \quad (2)$$

$$S_a^T S_a = I, \quad (3)$$

gdzie T oznacza transpozycję, a I jest macierzą jednostkową.

Filtr cyfrowy (1) realizuje transmitancję

$$S(z) = D + C(zI - A)^{-1}B. \quad (4)$$

Na to aby $S(z)$ posiadała ortogonalną realizację potrzeba i wystarcza by [4, 5]:

1. $S(z)$ była rzeczywista dla rzeczywistych z ,
2. $S(z)$ była analityczna dla $|z| \geq 1$,
3. $S^T(1/z)S(z) = I$.

Nie każda stabilna funkcja transmitancji da się bezpośrednio zrealizować ortogonalnym filtrem cyfrowym. Taką funkcję należy zanurzyć w innej funkcji, która jest transmitancją macierzową realizowalną filtrem ortogonalnym [4, 5, 7]. Oryginalną funkcję transmitancji realizuje się pomiędzy wybranymi wejściami i wyjściami otrzymanego filtru ortogonalnego. Zagadnieniom realizacji czyli tworzenia sieci obliczeniowych filtrów ortogonalnych poświęcone są prace [2, 3, 5, 7]. W [7] podano teorię filtrów ortogonalnych. W [2, 3] opisano metodę realizacji kaskadowej, natomiast w [5] opisano stanową metodę syntezy. Rozważmy wymierną i stabilną transmitancję

$$w(z) = p(z)/q(z), \quad (5)$$

gdzie $p(z)$ i $q(z)$ są wielomianami o współczynnikach rzeczywistych. Funkcja $w(z)$ nie posiada ortogonalnej realizacji (4). Można ją jednak zrealizować w układzie o 2 wejściach $u_n^{(1)}, u_n^{(2)}$ i 2 wyjściach $y_n^{(1)}, y_n^{(2)}$ o macierzowej transmitancji [4, 6]

$$S(z) = \frac{1}{g(z)} \begin{bmatrix} h(z) & f(z) \\ \pm f_*(z) & \pm h_*(z) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

gdzie $g(z)$ jest wielomianem Hurwitza spełniającym

$$g_*(z)g(z) = h_*(z)h(z) + f_*(z)f(z), \quad (6a)$$

a indeks $*$ oznacza wielomian sprzężony (np.: $f_*(z) = z^r f(1/z)$ gdzie r jest stopniem wielomianu $f(z)$ o współczynnikach rzeczywistych). W pierwszym przypadku ($u_n^{(2)} = 0$) zakłada się $h(z) = p(z)$ i $g(z) = q(z)$ natomiast $f(z)$ wyznacza się tak aby spełnić

$$f_*(z) f(z) = q_*(z) q(z) - p_*(z) p(z). \quad (7)$$

Transmitancja $w(z)$ jest realizowana pomiędzy wejściem $u_n^{(1)}$ a wyjściem $y_n^{(2)}$. Wadą tej metody jest częsty brak wielomianu $f(z)$ (nawet o współczynnikach zespolonych) spełniającego (7). Wykażemy, że klasyczne zadanie korekcji jednego prążka interferencji [1], gdzie korektor realizuje transmitancję $C(z) = z/(z+a)$ dla $|a| < 1$ nie ma rozwiązania spełniającego (7).

Dowód:

Przyrównując $C(z)$ do $w(z)$ w (5) mamy $p(z) = z$, $p_*(z) = 1$, $q(z) = z+a$, $q_*(z) = az+1$. Definiując $f(z) = \alpha z + \beta$ ($f_*(z) = \beta^* z + \alpha^*$) otrzymuje się z (7) $\alpha\beta^* z^2 + (|\alpha|^2 + |\beta|^2)z + \alpha^*\beta = az^2 + a^2 z + a$. Współczynniki α i β powinny spełniać $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = a^2$ oraz $\alpha^*\beta = \alpha\beta^* = a$. Zauważmy, że $|\alpha||\beta| = |\alpha^*\beta| = |\alpha\beta^*| = |a|$ i drugi warunek sprowadza się do postaci $|\alpha||\beta| = |a|$. Dodając lub odejmując od pierwszego podwojony drugi warunek otrzymuje się $(|\alpha| - |\beta|)^2 = |a|(|a| - 2)$, co dla $|a| < 1$ daje ujemne wartości prawej strony. Zatem wielomian $f(z)$ spełniający tu (7) nie istnieje.

c.b.d.o.

Rozwiązanie równania (7) otrzyma się po takim przeskalowaniu transmitancji $C(z)$, aby jej moduł na okręgu jednosteczkowym $|z| = 1$ nie przekraczał jedności

Zakładając $u_n^{(2)} = y_n^{(2)}$ otrzymuje się [4]

$$h(z) = p(z), \quad (8a)$$

$$g(z) = \frac{1}{2}[d(z) + q(z)], \quad (8b)$$

$$f(z) = \frac{1}{2}[d(z) - q(z)], \quad (8c)$$

gdzie $d(z)$ spełnia równanie

$$2p_*(z) p(z) = d_*(z) q(z) + d(z) q_*(z). \quad (9)$$

Obliczenia współczynników wielomianu $d(z)$ z (9) sprowadza się do rozwiązania układu równań liniowych. Jest więc w tym przypadku dużo prostsze. Zasadniczą wadą założenia $u_n^{(2)} = y_n^{(2)}$ jest to, że do wyznaczenia $y_n^{(2)}$ potrzebna jest znajomość wartości $u_n^{(2)}$, a ta z kolei jest równa $y_n^{(2)}$, co stanowi obliczeniowy „deadlock”. „Deadlock” nie wystąpi gdy współczynniki d_0 i q_0 przy z^r w wielomianach $d(z)$ i $q(z)$ są sobie równe, ponieważ wtedy $y_n^{(2)}$ nie zależy od $u_n^{(2)}$ [4]. Uwzględniając to wygodnie jest oznaczyć

$$p(z) = q_0^{-1}(p_0 z^r + p_1 z^{r-1} + \dots + p_r), \quad (10a)$$

$$q(z) = z^r + q_1 z^{r-1} + \dots + q_r, \quad (10b)$$

$$d(z) = z^r + d_1 z^{r-1} + \dots + d_r. \quad (10c)$$

Z (9) wynikają następujące równania wiążące współczynniki p_i i q_i z d_i :

$$d_r = \frac{2p_r p_0}{q_0^2} - q_r, \quad (11a)$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} q_r & & & 0 \\ & q_{r-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & q_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & & 1 \\ & 1 & & q_1 \\ & & \ddots & \\ 1 & \dots & q_{r-3} & q_{r-2} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{r-1} \end{bmatrix} = \left(q_r - \frac{2p_r p_0}{q_0^2} \right) \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{r-1} \end{bmatrix} + \\
 - \begin{bmatrix} q_{r-1} \\ q_{r-2} \\ \vdots \\ q_1 \end{bmatrix} + \frac{2}{q_0^2} \left\{ \begin{bmatrix} p_{r-1} & p_r & & 0 \\ & p_{r-2} & p_{r-1} & p_r \\ & & \ddots & \\ p_1 & p_2 & p_3 & \dots & p_r \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \vdots \\ p_{r-1} \end{bmatrix}, \quad (11b)$$

gdzie q_0 spełnia warunek

$$q_0^2 [1 - q_r^2 + q_1 d_1 + \dots + q_{r-1} d_{r-1}] = p_0^2 + p_1^2 + \dots + p_r^2 - 2p_r p_0 q_r. \quad (11c)$$

Jeśli tylko układ równań liniowych (11b) ma rozwiązania, to z (11) otrzymuje się wszystkie współczynniki wielomianu $d(z)$. Wstawiając wyznaczone tu $d(z)$ do (8) otrzymuje się wszystkie szukane wielomiany transmitancji macierzowej $S(z)$ ortogonalnego filtra cyfrowego.

3. REALIZACJA TRANSMITANCJI KOREKTORA

Specyfika syntezy korektorów ortogonalnych wynika z postaci ich transmitancji. Transmitancja ta jest funkcją wymierną, której mianownik stanowi wielomian, o współczynnikach równych wartościom prążków interferencyjnych $v_0, v_1, \dots, v_r$. Interferencja międzysymbolowa opisana jest funkcją [1]

$$v(z) = v_0 + v_1 z^{-1} + \dots + v_r z^{-r},$$

gdzie v_i ($i = 0, 1, \dots, r$) są próbkami odpowiedzi kanału na wejściowy impuls transmitujący dane cyfrowe. Załóżmy, że próbka o numerze $t < r$ ma maksymalny moduł czyli, że $|v_t| > |v_i|$ dla każdego $i \neq t$. Korektor będzie wносить dodatkowe opóźnienie sygnału o t taktów i będzie realizować funkcję

$$w(z) = \frac{1}{q_0} \frac{z^{r-t}}{z^r + q_1 z^{r-1} + \dots + q_{r-1} z + q_r} \quad (12)$$

gdzie $q_i = v_i/v_0$.

Równania (11) przybierają tu postać

$$d_r = -q_r \quad (13a)$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} q_r & & & 0 \\ & q_{r-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & q_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & & 1 \\ & 1 & & q_1 \\ & & \ddots & \\ 1 & \dots & q_{r-3} & q_{r-2} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{r-1} \end{bmatrix} = q_r \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{r-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_{r-1} \\ q_{r-2} \\ \vdots \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (13b)$$

$$\frac{1}{q_0^2} = 1 - q_r^2 + q_1 d_1 + q_2 d_2 + \dots + q_{r-1} d_{r-1}. \quad (13c)$$

Wstawiając wyznaczony z (13) wielomian $d(z)$ i q_0 do (8) i (6) otrzymuje się

$$S(z) = \frac{1}{z^r + \sum_{i=1}^{r-1} \frac{1}{2}(d_i + q_i)z^{r-i}} \begin{bmatrix} \frac{1}{q_0} z^{r-1} & \sum_{i=1}^{r-1} \frac{1}{2}(d_i - q_i)z^{r-i} - q_r \\ q_r z^r - \sum_{i=1}^{r-1} \frac{1}{2}(d_i - q_i)z^i & \frac{1}{q_0} z^r \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{z^r + \sum_{i=1}^{r-1} \frac{1}{2}(d_i + q_i)z^{r-i}} \left\{ B_0 z^r + \sum_{i=1}^{r-1} B_i z^{r-i} + B_r \right\}, \quad (14)$$

gdzie: $B_0 = \begin{bmatrix} \beta_r & 0 \\ q_r & 0 \end{bmatrix}, \quad B_r = \begin{bmatrix} 0 & -q_r \\ 0 & \beta_r \end{bmatrix},$

$$B_i = \begin{bmatrix} \beta_{r-i-i} & \frac{1}{2}(d_i - q_i) \\ \frac{1}{2}(d_{r-i} - q_{r-i}) & \beta_{r-i} \end{bmatrix} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, r-1,$$

$$\beta_k = \begin{cases} 1/q_0 & \text{dla } k = 0 \\ 0 & \text{dla } k \neq 0. \end{cases}$$

Powyższy wzór wyraża transmitancję filtra ortogonalnego w postaci zawierającej współczynniki transmitancji (12) korektora. Wyrażona wzorem (14) transmitancja może być rozwinięta w szereg Laurenta w otoczeniu $z = \infty$ i porównana z odpowiednim rozwinięciem w szereg zależności (4). Porównanie obu szeregów stanowi punkt wyjścia do syntezy ortogonalnego filtra cyfrowego, czyli do wyznaczenia macierzy A , B , C i D występujących w (1). Rozwijając (4) w szereg otrzymuje się

$$S(z) = D + \sum_{i=1}^{\infty} C A^{i-1} B z^{-i}, \quad (15)$$

natomiast wykonując dzielenie w (14) otrzymuje się

$$S(z) = B_0 + \sum_{i=1}^{\infty} S_i z^{-i}, \quad (16)$$

gdzie: $S_i = B_i - \sum_{j=1}^i \frac{1}{2}(d_j + q_j) S_{i-j}; \quad S_0 = B_0 \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, r$

$$S_i = - \sum_{j=1}^r \frac{1}{2}(d_j + q_j) S_{i-j} \quad \text{dla } i > r.$$

Porównując (15) i (16) mamy

$$D = B_0 \quad \text{i} \quad CA^{i-1}B = S_i. \quad (17)$$

Pozostałe macierze A , B i C o wymiarach kolejno $r \times r$, $r \times 2$ i $2 \times r$ wyznacza się w sposób opisany szczegółowo w [4, 5] i podstawia do (1), (2) i (4). W wyniku otrzymuje się z (1) algorytm korekcji sygnału $u_n^{(1)}$ realizowany przy użyciu filtru ortogonalnego.

4. KOREKCJA POJEDYNCZEGO PRAŻKA INTERFERENCJI

Rozważmy korekcję interferencji $v(z) = v_0 + v_1 z^{-1}$. Realizować będziemy korektor

$$w(z) = \frac{1}{q_0} \frac{z}{z+q}, \quad \text{gdzie } q = \frac{v_1}{v_0} \quad \text{i} \quad |q| < 1.$$

Aby funkcja $S(z)$ była analityczna dla $|z| \geq 1$ zakładamy $|q| < 1$. Wzór (14) dla $r = 1$, $t = 0$ oraz $\frac{1}{q_0} = \sqrt{1-q^2}$ przybiera postać

$$S(z) = \begin{bmatrix} 1/q_0 & 0 \\ q & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -q \\ 0 & 1/q_0 \end{bmatrix} z^{-1}. \quad (18)$$

Z ortogonalności S_a w (2) oraz porównując (18) i (15) mamy

$$B = \begin{bmatrix} 1/q_0 & 0 \\ q & 0 \end{bmatrix}, \quad CB = \begin{bmatrix} 0 & -q \\ 0 & 1/q_0 \end{bmatrix}, \quad A = 0, \quad B^T B = I - D^T D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

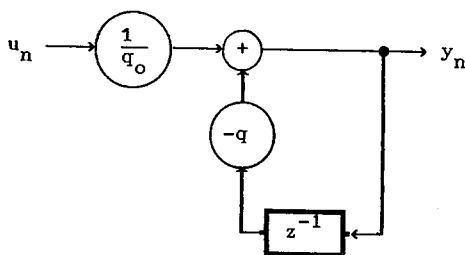
$$\text{Stąd} \quad B = [0 \quad 1], \quad C^T = [-q \quad 1/q_0] \quad (19a)$$

$$S_a = \begin{bmatrix} 1/q_0 & 0 & -q \\ q & 0 & 1/q_0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (19b)$$

Schemat blokowy filtru ortogonalnego pokazano na rys. 1 a schemat ortogonalnego korektora na rys. 2. Jak widać korektor realizuje równanie

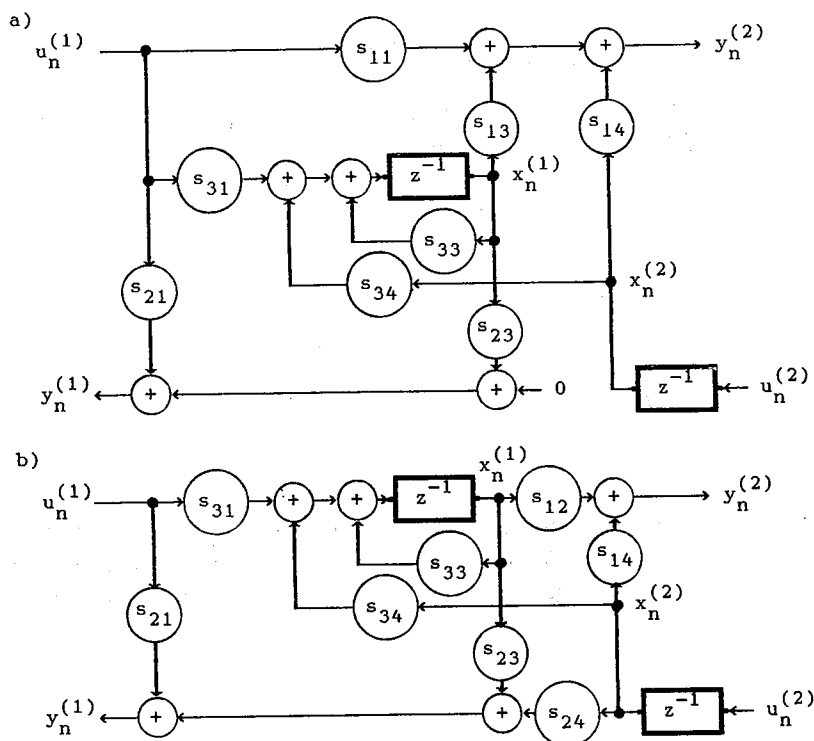
$$y_n = \sqrt{1-q^2} u_n - q y_{n-1} \quad (20)$$

i nie różni się w tym przypadku od korektora transversalnego z liniowym sprzężeniem zwrotnym opisanego w [1]. Jest to najprostszy przypadek, w którym korektor



Rys. 1. Filtr ortogonalny dla $r = 1$

transwersalny posiada strukturę identyczną jak korektor ortogonalny. Można oczekiwać, że właściwości obu korektorów będą jednakowe. Przy korygowaniu dwu lub więcej prążków interferencyjnych korektory ortogonalne różnią się swoją strukturą od korektorów transwersalnych.



Rys. 2. Ortogonalny korektor jednego prążka interferencji

5. KOREKCJA 2 PRAŻKÓW INTERFERENCYJNYCH

Interferencję opisaną wzorem $v(z) = v_0 + v_1 z^{-1} + v_2 z^{-2}$ będziemy korygować w układzie realizującym funkcję

$$w(z) = \frac{1}{q_0} \frac{z^{2-t}}{z^2 + q_1 z + q_2},$$

gdzie $q_1 = \frac{v_1}{v_0}$, $q_2 = \frac{v_2}{v_0}$ a $t = 0$ lub 1 .

Z analityczności $S(z)$ dla $|z| \geq 1$ wynika bowiem $|q_1| - 1 < q_2 < 1$ czyli jak widać $|q_2| < 1$ a $|q_1| < 2$. Realizowalna ortogonalnie transmitancja (14) dla $r = 2$ i $t = 0$ przybiera postać

$$S(z) = \frac{1}{z + \frac{q_1 q_2}{1 + q_2}} \begin{bmatrix} 1/q_0 & 0 \\ q_2 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & \frac{-q_1}{1 + q_2} \\ \frac{q_1}{1 + q_2} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -q_2 \\ 0 & 1/q_0 \end{bmatrix} z^{-1}, \quad (21)$$

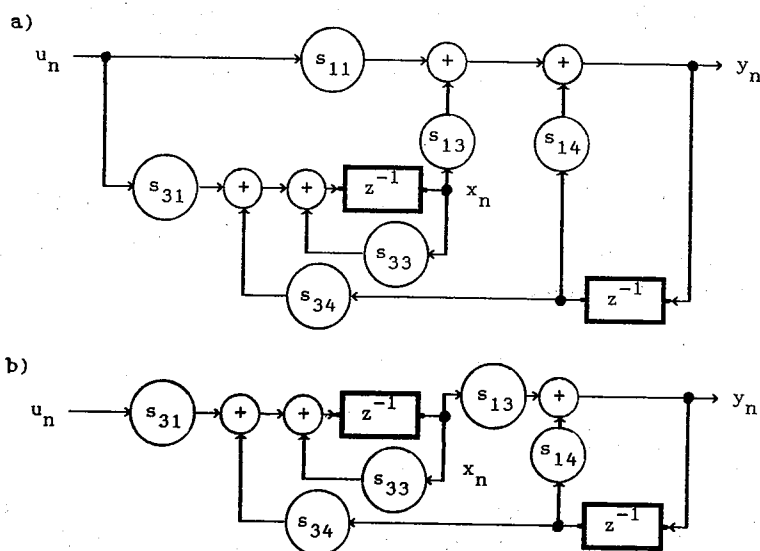
gdzie

$$\frac{1}{q_0^2} = \frac{1 - q_2}{1 + q_2} [(1 + q_2)^2 - q_1^2]. \quad (22)$$

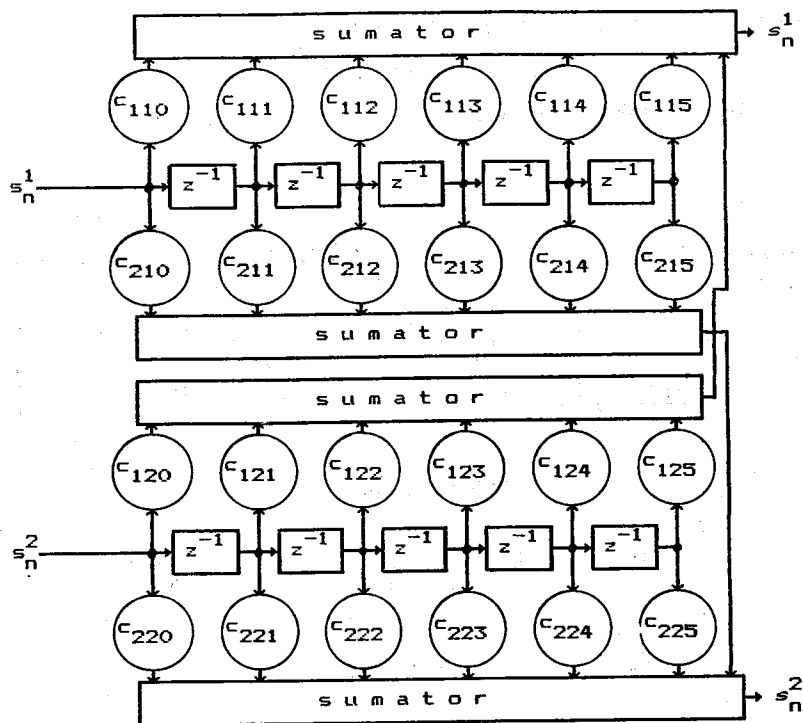
Macierze A, B, C, D można w tym przypadku wyznaczyć w sposób prostszy niż opisano w [5], korzystając z faktu, że są one kwadratowe i posiadają macierze odwrotne. Tak więc

$$S_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{q_0} & 0 & \frac{-q_2}{q_0 \sqrt{1 - q_2^2}} & \frac{-q_1}{1 + q_2} \\ q_2 & 0 & \sqrt{1 - q_2^2} & 0 \\ q_1 \sqrt{\frac{1 - q_2}{1 + q_2}} & 0 & \frac{-q_1 q_2}{1 + q_2} & \frac{1}{q_0 \sqrt{1 - q_2^2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Schemat blokowy filtru realizującego (23) pokazano na rys. 3a, natomiast schemat ortogonalnego korektora 2 prążków pokazano na rys. 4a, gdzie s_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) są elementami macierzy S_a (23). Jak wynika z (1), (2) i (23) korektor realizuje równania



Rys. 3. Filtr ortogonalny dla $r = 2$: a) $t = 0$, b) $t = 1$

Rys. 4. Ortogonalny korektor dwu prążków interferencji: a) $t = 0$, b) $t = 1$

$$y_n = \frac{1}{q_0} u_n - \frac{q_2}{q_0 \sqrt{1-q_2^2}} x_n - \frac{q_1}{1+q_2} y_{n-1}, \quad (24a)$$

$$x_{n+1} = q_1 \sqrt{\frac{1-q_2}{1+q_2}} u_n - \frac{q_1 q_2}{1+q_2} x_n + \frac{1}{q_0 \sqrt{1-q_2^2}} y_{n-1}. \quad (24b)$$

Zauważmy, że jeżeli wejściowy przebieg u_n jest zakłócony białym szumem o dyspersji σ^2 , to szum ten przenosi się na wyjście, gdzie jego dyspersja wynosi $\sigma_y^2 = \sigma_u^2$.

Dowód:

Z (24) mamy

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{q_0^2} \sigma_u^2 + \frac{q_2^2}{q_0(1-q_2^2)} \sigma_x^2 + \frac{q_1^2}{(1+q_2)^2} \sigma_y^2, \quad (25a)$$

$$\sigma_x^2 = q_1^2 \frac{1-q_2}{1+q_2} \sigma_u^2 + \left(\frac{q_1 q_2}{1+q_2} \right)^2 \sigma_x^2 + \frac{1}{q_0^2(1-q_2^2)} \sigma_y^2. \quad (25b)$$

Uwzględniając (22) w (25) otrzymuje się z (25a)

$$\sigma_y^2 = (1 - q_2^2) \sigma_u^2 + q_2^2 \sigma_x^2. \quad (26)$$

Wstawiając (26) do (25b) otrzymuje się $\sigma_x^2 = \sigma_u^2$ co uwzględnione w (26) daje

$$\sigma_y^2 = \sigma_u^2. \quad (27)$$

c.b.d.o.

Analogiczne rozważania można przeprowadzić dla $t = 1$. Transmitancja (14) przybiera postać

$$S(z) = \frac{1}{z + \frac{q_1 q_2}{1 + q_2}} \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ q_2 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 1/q_0 & \frac{-q_1}{1 + q_2} \\ \frac{q_1}{1 + q_2} & 1/q_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -q_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-1} \right\}, \quad (28)$$

gdzie zależność q_0 od q_1 i q_2 podaje wzór (22).

$$S_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{q_0 \sqrt{1 - q_2^2}} & \frac{-q_1}{1 + q_2} \\ q_2 & 0 & q_1 \sqrt{\frac{1 - q_2}{1 + q_2}} & \frac{1}{q_0} \\ \sqrt{1 - q_2^2} & 0 & \frac{-q_1 q_2}{1 + q_2} & \frac{-q_2}{q_0 \sqrt{1 - q_2^2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Schemat blokowy filtru realizującego (29) pokazano na rys. 3b, natomiast schemat ortogonalnego korektora pokazano na rys. 4b, gdzie s_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) są elementami macierzy S_a (29).

W tym przypadku korektor realizuje równania

$$y_n = \frac{1}{q_0 \sqrt{1 - q_2^2}} x_n - \frac{q_1}{1 + q_2} y_{n-1}, \quad (30a)$$

$$x_{n+1} = \sqrt{1 - q_2^2} u_n - \frac{q_1 q_2}{1 + q_2} x_n - \frac{q_2}{q_0 \sqrt{1 - q_2^2}} y_{n-1}. \quad (30b)$$

Podobnie jak dla $t = 0$ zauważmy dla $t = 1$, że jeżeli wejściowy przebieg u_n jest zakłócony białym szumem o dyspersji σ^2 , to szum ten przenosi się na wyjście, gdzie jego dyspersja wynosi $\sigma_y^2 = \sigma_u^2$.

Dowód:

Z (30) mamy

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{q_0(1-q_2^2)} \sigma_x^2 + \frac{q_1^2}{(1+q_2)^2} \sigma_y^2, \quad (31a)$$

$$\sigma_x^2 = (1-q_2^2) \sigma_u^2 + \left(\frac{q_1 q_2}{1+q_2} \right)^2 \sigma_x^2 + \frac{q_2^2}{q_0^2(1-q_2^2)} \sigma_y^2. \quad (31b)$$

Wstawiając (22) do (31a) otrzymuje się $\sigma_x^2 = \sigma_u^2$ co uwzględnione w (31b) daje $\sigma_y^2 = \sigma_u^2$.
c.b.d.o.

6. WNIOSKI

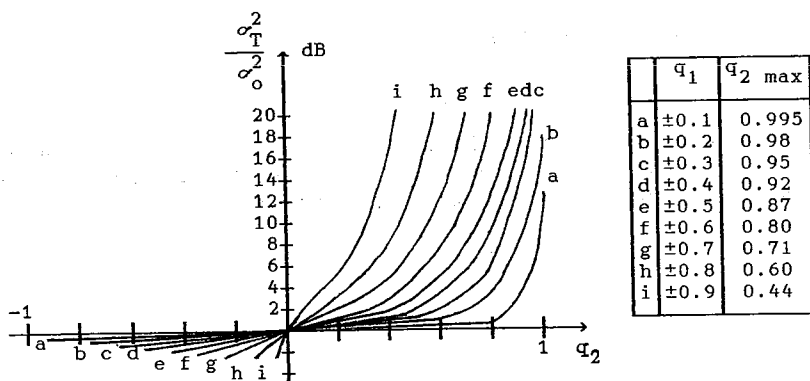
Korektor transwersalny z liniowym sprzężeniem zwrotnym realizujący tę samą co korektor ortogonalny transmitancję dyskretną równaniem $y_n = \frac{1}{q_0} u_n - q_1 y_{n-1} - q_2 y_{n-2}$ posiada na swoim wyjściu szum biały o dyspersji

$$\sigma_{iy}^2 = \left(1 + \frac{2q_1^2 q_2}{(1-q_2^2 - q_1^2)(1+q_2)} \right) \sigma_u^2. \quad (32)$$

Z warunku stabilności transmitancji $w(z)$ (12) wynika ograniczenie

$$-1 + |q_1| < q_2 < 1. \quad (33)$$

Z uwagi na wzmocnienie szumów (32) wynika dla korektora transwersalnego z liniowym sprzężeniem zwrotnym dodatkowy warunek stabilności $q_1^2 + q_2^2 < 1$. Obszar stabilności korektora ortogonalnego jest więc tu większy. Dla $q_2 > 0$ mamy porównując (27) z (32) $\sigma_{iy}^2 > \sigma_y^2$. Korektor ortogonalny poza wymienionymi we wstępie zaletami filtrów ortogonalnych posiada w tym przypadku na swoim wyjściu mniejszy poziom szumów niż odpowiadający mu liniowy korektor transwersalny. Gdy $q_2 < 0$ mniejszy poziom szumów daje korektor transwersalny. Na rys. 5 pokazano wykresy



Rys. 5. Zależność stosunku mocy szumu na wyjściu korektora transwersalnego σ_T^2 do mocy szumu na wyjściu korektora ortogonalnego σ_0^2 od q_1 i q_2

zależności stosunku mocy szumu na wyjściu korektora transwersalnego do mocy szumu na wyjściu korektora ortogonalnego dla q_1 i q_2 z obszaru stabilności obu filtrów. Jak widać dla $q_2 > 0$ korektor ortogonalny jest wyraźnie lepszy, podczas gdy dla $q_2 < 0$ oba korektory dają podobny szum. Na podstawie tych dwu prostych przykładów trudno o jakieś generalne wnioski. Ponieważ korektor ortogonalny pojedynczego prążka nie różnił się od korektora transwersalnego, a różnice wystąpiły dopiero pomiędzy korektorami dwu prążków, można spodziewać się, że w miarę wzrostu liczby korygowanych prążków różnice pomiędzy korektorami ortogonalnymi a transwersalnymi mogą się pogłębiać na korzyść korektorów ortogonalnych. Wadą korektorów ortogonalnych są bardziej skomplikowane algorytmy ich obliczania. Z uwagi jednak na atrakcyjne właściwości filtrów ortogonalnych [4, 6] zasługują one na uwagę w korekcji sygnałów transmisji danych.

BIBLIOGRAFIA

1. A. P. Clark: *Advanced Data-Transmission Systems*. Peneth Press, London, 1977
2. E. Deprettere, P. Dewilde: *Orthogonal Cascade Realization of Real Multiport Digital Filters*. Int. J. Circuit Theory & Appl., vol. 8, 1980, p. 245—277
3. P. Dewilde, H. Dym: *Lossless Inverse Scattering, Digital Filters and Estimation Theory*. IEEE Trans. on Inf. Theory, vol. IT-30, No. 4, July 1984, p. 644—662
4. M. El. Halavany: *Synthesis of Orthogonal Digital Filters via State-Space Technique*. Praca doktorska, raport PRE 1-28/P-54/88, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1988
5. M. Piekarski: *Stanowa synteza macierzy transmitancji ortogonalnych filtrów cyfrowych dwuwymiarowych*. X Krajowa Konferencja Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne, Teksty referatów, t. 1, cz. 1, Gdańsk 1987, p. 145—150
6. M. Piekarski, J. Zarzycki: *Cyfrowa filtracja ortogonalna*. IX Krajowa Konferencja Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne, WPWr, Wrocław 1986, p. 5—15
7. P. Rao, P. Dewilde: *System Theory for Lossless Wave Scattering*. Raport of Delft University of Technology, Delft 1985

J. KISILEWICZ

ORTHOGONAL EQUALIZER FOR THE INTERSYMBOL INTERFERENCE

Summary

The paper is concerned with orthogonal digital filters applied to intersymbol interference equalization. Presented equalizers correct one and two interference samples. The additive Gaussian noise reduction by orthogonal and linear feedback transversal equalizers are compared.

Korektor wielowymiarowej interferencji minimalizujący średniokwadratowy błąd

JERZY KISILEWICZ

*Istytut Sterowania i Techniki Systemów,
Politechnika Wrocławska*

Otrzymano 1989.6.18

Autoryzowano do druku 1990.1.4

Opisano interferencję międzysymbolową występującą w kanale transmisji danych i pomiędzy kanałami. Rozpatrzono przypadek, gdy interferencja opisuje się macierzową transmitancją Z , której elementami są wielomiany. Dla takiej wielowymiarowej interferencji zaproponowano wielowymiarowy prosty transversalny korektor. Obliczono średniokwadratowy błąd korekcji w obecności gaussowskiego szumu. Wyprowadzono wygodny do obliczeń numerycznych układ równań, którego rozwiązaniem jest korektor minimalizujący średniokwadratowy błąd. Zamieszczono przykładowe obliczenia 2-wymiarowego korektora.

1. WSTĘP

Współczesne sieci teleinformatyczne stawiają coraz to większe wymagania transmisji danych, żądając od niej większych szybkości i wierności. Stwarza to konieczność stosowania optymalnych korektorów zniekształceń wnoszonych przez kanał. Przesyłane sygnały transmisji danych ulegają zniekształceniom objawiającym się wpływem transmitowanych symboli na inne symbole przesyłane tym samym lub sąsiednimi kanałami (strumieniami danych). Taki wpływ nazywa się interferencją międzysymbolową. Zadanie średniokwadratowej korekcji jest dobrze opisane w literaturze [1, 2, 3, 7] dla przypadku gdy dane są transmitowane jednym kanałem. W wielu sytuacjach [4, 5, 9] należy się liczyć z występowaniem interferencji międzykanałowej oraz z koniecznością jej korekcji. W pracy zostanie sformułowane kryterium błędu średniokwadratowego uwzględniające zarówno interferencję jak i szum gaussowski dla przypadku transmisji wielokanałowej. W tym przypadku korektor opisany jest macierzową transmitancją Z . Postawione zadanie minimalizacji sformułowanego kryterium zostanie rozwiązane przy założeniu, że macierzowa transmitancja opisująca korektor zawiera tylko funkcje wielomianowe ograniczonego stopnia. Przedmiotem optymalizacji są tu współczynniki tych wielomianów. Praktyczną realizacją takich

funkcji są filtry transversalne proste. Optymalizowane współczynniki są wartościami wzmacnień na odzephach linii opóźniających użytych do realizacji tych filtrów.

2. WIELOWYMIAROWA INTERFERENCJA I KOREKCJA

Wymiarem interferencji nazywać się będzie liczbę kanałów, pomiędzy którymi występuje wzajemna interferencja.

Niech y_{ijk} ($i, j = 1, 2, \dots, n$; $k = 0, 1, \dots, g$) będą wartościami próbek odpowiedzi w kanale i na pojedynczy impuls symbolu transmitowanego w kanale j . Funkcja

$$\bar{y}_{ij}(z) = \sum_{k=0}^g y_{ijk} z^{-k} \quad (1)$$

opisuje wpływ symboli transmitowanych w kanale j na symbole transmitowane w kanale i , przy czym g jest maksymalną liczbą rozważanych próbek interferencyjnych. Macierz

$$\bar{Y}(z) = [\bar{y}_{ij}(z)], \quad (i, j = 1, 2, \dots, n),$$

opisuje n -wymiarową interferencję.

Zadaniem korektora jest eliminacja interferencji, czyli sprowadzenie $\bar{Y}(z)$ do macierzy jednostkowej I . Przyjmując, że macierz

$$\bar{C}(z) = [\bar{c}_{ij}(z)], \quad (i, j = 1, 2, \dots, n),$$

opisuje korektor, a macierz

$$\bar{E}(z) = [\bar{e}_{ij}(z)], \quad (i, j = 1, 2, \dots, n),$$

opisuje skorygowaną interferencję żąda się, aby $\bar{E}(z)$ było zbliżone do macierzy jednostkowej, czyli aby [1, 3]

$$\bar{E}(z) = \bar{C}(z) \bar{Y}(z) \simeq z^{-h} I, \quad (2)$$

gdzie z^{-h} oznacza opóźnienie wprowadzane przez kanał z korektorem. Dąży się zatem aby

$$\bar{C}(z) \simeq z^{-h} \bar{Y}^{-1}(z).$$

Postać funkcji $\bar{c}_{ij}(z)$ zależy od przyjętej realizacji korektora. W dalszej części zakłada się korekcję prostą transversalną. W tym przypadku $\bar{c}_{ij}(z)$ są wielomianami. Zakłada się, że maksymalny stopień tych wielomianów wynosi m . W pracy [6] wykazano, że dla odpowiednio dobranego m można całkowicie wyeliminować interferencję międzykanałową gdy

$$\bar{C}(z) = \bar{c}_0(z) D_Y(z), \quad (3)$$

gdzie $\bar{c}_0(z)$ jest dowolnym wielomianem aproksymującym $1/\det \bar{Y}(z)$,

$D_Y(z)$ jest macierzą algebraicznych dopełnień $\bar{Y}(z)$.

Macierz $\bar{E}(z)$ opisująca interferencję skorygowaną jest diagonalna i równa $\bar{E}(z) = \bar{c}_0(z) \det \bar{Y}(z) I$. Wielomian $\bar{c}_0(z)$ dobiera się podobnie jak dla korektorów 1-wymiarowych sposobami opisanymi w [1, 2, 3, 7].

3. WPŁYW ADDYTYWNEGO GAUSSOWSKIEGO SZUMU

Rozważmy prosty transversalny filtr realizujący wielomian

$$\bar{c}_{ij}(z) = \sum_{k=0}^{m-1} c_{ijk} z^{-k}.$$

Jeśli na wejście takiego filtru podamy biały szum gaussowski o rozkładzie $N(0, \sigma_j)$, to na wyjściu filtru pojawi się szum o rozkładzie $N(0, \eta_{ij})$ gdzie [5]

$$\eta_{ij}^2(z) = \sigma_j^2 \sum_{k=0}^{m-1} c_{ijk}^2 = |\bar{c}_{ij}|^2 \sigma_j^2.$$

Zauważmy, że $|\bar{c}_{ij}|$ jest długością m wymiarowego wektora o składowych c_{ijk} ($k = 0, 1, \dots, m-1$), a η_{ij}^2 jest mocą szumu, jaką korektor przenosi z kanału j do kanału i . W rezultacie na wyjściu i -tego kanału skorygowanego n -wymiarowym korektorem wystąpi szum gaussowski o dyspersji

$$\eta_i^2 = \sum_{j=1}^n \eta_{ij}^2.$$

Oznaczając przez η^2 i Σ^2 1-kolumnowe wektory dyspersji η_i^2 i σ_j^2 można zapisać, że

$$\eta^2 = [|\bar{c}_{ij}|^2] \Sigma^2, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (4)$$

Jak widać prosty transversalny korektor powoduje przenikanie szumu pomiędzy kanałami i robi to nawet wtedy, gdy całkowicie eliminuje międzykanałową interferencję. Należy oczekiwać, że podobnie jak w przypadku korektorów 1-wymiarowych [1], korektor n -wymiarowy będzie powodować pogorszenie się stosunku mocy sygnału do mocy szumu. Kryteria oceny jakości korekcji powinny oceniać nie tylko eliminację interferencji ale też przenoszenie szumów. Może się bowiem okazać, że korektor zbyt dokładnie eliminujący interferencję powoduje nadmierny wzrost szumów i w efekcie pogorszenie jakości transmisji.

4. ŚREDNIOKWADRATOWY BŁĄD KOREKCJI

Przez średniokwadratowy błąd korekcji będziemy rozumieć średniokwadratową różnicę pomiędzy wartościami rzeczywistych i idealnych próbek sygnału transmisji danych na wyjściu korektora w obecności gaussowskiego szumu. Oznaczając przez s_{il} idealną wartość l -tej próbki w kanale i oraz przez $x_{i,l+h}$ odpowiadającą s_{il} rzeczywistą wartość próbki w kanale i z uwzględnieniem opóźnienia h możemy zapisać, że średniokwadratowy błąd wynosi

$$\delta_i^2 = \overline{(x_{i,l+h} - s_{il})^2}, \quad (5)$$

gdzie

$$x_{i,l+h} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{m+g-1} s_{j,l+h-k} e_{ijk} + n_{i,l+h}, \quad (6)$$

e_{ijk} są współczynnikami wielomianu $\bar{e}_{ij}(z) = \sum_{k=0}^{m+g-1} e_{ijk} z^{-k}$, $n_{i,l+h}$ są wartościami próbek szumu w skorygowanym kanale i . Poszczególne próbki $n_{i,j}$ gaussowskiego szumu nie są skorelowane ze sobą ani z próbkami s_{jk} danych dla dowolnych i, j, k, l . Zakładając brak korelacji pomiędzy transmitowanymi danymi, czyli zakładając, że

$$\overline{s_{jl} s_{ik}} = \begin{cases} S^2 & \text{dla } j = i \text{ oraz } l = k \\ 0 & \text{dla } j \neq i \text{ lub } l \neq k \end{cases} \quad (7)$$

możemy uwzględniając, że $\overline{(n_{i,l+h})^2} = \eta_i^2$ obliczyć wstawiając (7) i (6) do (5)

$$\delta_i^2 = s^2 \sum_{j=1}^n \sum_{k=0}^{m+g-1} (e_{ijk} - \varepsilon_{ijk})^2 + \eta_i^2, \quad (8)$$

gdzie $\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{dla } j = i \text{ oraz } k = h \\ 0 & \text{dla } j \neq i \text{ lub } k \neq h \end{cases}$ i odpowiada idealnym e_{ijk} .

Oznaczając 1-wierszowe wektory

$$E_{ij} = [e_{ij0}, e_{ij1}, \dots, e_{ij,m+g-1}],$$

$$\mathcal{E}_{ij} = [\varepsilon_{ij0}, \varepsilon_{ij1}, \dots, \varepsilon_{ij,m+g-1}],$$

$$C_{ij} = [c_{ij0}, c_{ij1}, \dots, c_{ij,m-1}],$$

można uwzględniając (4) zapisać (8) w postaci

$$\delta_i^2 = \sum_{j=1}^n [S^2 (E_{ij} - \mathcal{E}_{ij})(E_{ij} - \mathcal{E}_{ij})^T + \sigma_j^2 C_{ij} C_{ij}^T], \quad (9)$$

gdzie indeks T oznacza transpozycję.

Zauważmy w (2), że wektor E_{ij} został utworzony ze współczynników e_{ijk} wielomianu

$$\bar{e}_{ij}(z) = \sum_{r=1}^n \bar{c}_{ir}(z) \bar{y}_{rj}(z). \quad (10)$$

W celu wyznaczenia współczynników wielomianów $\bar{c}_{ir}(z) \bar{y}_{rj}(z)$ tworzy się m wierszowe macierze konwolucji Y_{rj} , których p -ty wiersz ($p = 1, 2, \dots, m$) zawiera $m+g$ elementów kolejno: $p-1$ zer, $y_{rj0}, \dots, y_{rjg}$, $m-p$ zer. Wiersze macierzy Y_{rj} mają więc postać

$$[0, \dots, 0, y_{rj0}, y_{rj1}, \dots, y_{rjg}, 0, \dots, 0].$$

Uwzględniając (10) można zapisać

$$E_{ij} = \sum_{r=1}^n C_{ir} Y_{rj}. \quad (11)$$

Wstawiając (11) do (9) otrzymuje się ostatecznie

$$\delta_i^2 = \sum_{j=1}^n \left[S^2 \left(\sum_{r=1}^n C_{ir} Y_{rj} - \mathcal{E}_{ij} \right) \left(\sum_{r=1}^n C_{ir} Y_{rj} - \mathcal{E}_{ij} \right)^T + \sigma_j^2 C_{ij} C_{ij}^T \right]. \quad (12)$$

Wzór (12) przedstawia zależność średniokwadratowego błędu w kanale i od próbek

interferencji y_{ijk} ($k = 0, 1, \dots, g$) oraz od parametrów n -wymiarowego korektora c_{ijk} ($k = 0, 1, \dots, m-1$).

5. MINIMALIZACJA ŚREDNIOKWADRATOWEGO BŁĘDU

Wyznaczenie n -wymiarowego korektora minimalizującego średniokwadratowy błąd polega na takim doborze m -wymiarowych wektorów C_{ir} ($i, r = 1, 2, \dots, n$), aby dla każdego i zminimalizować błąd δ_i^2 dany wzorem (12). Wartości S^2 i δ_j^2 uważa się za ustalone. Przyrównując pochodne σ_i^2 po c_{ikr} do zera otrzymuje się dla każdych $i, j = 1, 2, \dots, n$ równanie macierzowe

$$\sum_{j=1}^n \sum_{q=1}^n C_{iq} Y_{qj} Y_{rj}^T + \frac{\sigma_r^2}{S^2} C_{ir} = \sum_{j=1}^n \mathcal{E}_{ij} Y_{rj}^T. \quad (13)$$

Zauważmy z (8), że $\mathcal{E}_{ir}$ jest dla $i \neq j$ macierzą zerową, a więc $\sum_{j=1}^n \mathcal{E}_{ij} Y_{rj}^T = \mathcal{E}_{ii} Y_{ri}^T$ oraz, że

$\sum_{j=1}^n Y_{qj} Y_{rj}^T$ jest iloczynem macierzy $[Y_{q1}, Y_{q2}, \dots, Y_{qn}]$ i $[Y_{r1}, Y_{r2}, \dots, Y_{rn}]^T$. Definiując macierz

$$Y = [Y_{ij}] = \begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & Y_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (14)$$

i tworząc iloczyn YY^T otrzymuje się wszystkie powyższe iloczyny potrzebne we wzorze (13). Wzór ten można zapisać teraz w postaci

$$[C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{in}][r\text{-te } m \text{ kolumn } YY^T] + S^{-2} C_{ir} \sigma_r^2 = \mathcal{E}_{ii} Y_{ri}^T,$$

dla $i, r = 1, 2, \dots, n$. Łącząc powyższy zapis dla wszystkich i oraz r otrzymuje się końcową postać równań (13)

$$C(YY^T + S^{-2} \sigma^2) = \mathcal{E} Y^T, \quad (15)$$

gdzie $C = [C_{ij}]$ jest macierzą o n wierszach i nm kolumnach,

Y jest macierzą (14) o nm wierszach i $n(m+g)$ kolumnach,

$$\sigma^2 = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

ma nm wierszy i nm kolumn (σ_i^2 powtarza się po m razy dla każdego $i = 1, \dots, n$),

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathcal{E}_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathcal{E}_{nn} \end{bmatrix}$$

ma n wierszy i $n(m+g)$ kolumn ($\mathcal{E}_{ii}$ są $m+g$ elementowymi wierszowymi wektorami). Wzór (15) jest w zapisie bardzo podobny do wzoru 4.3.126 w [1] i jest jego uogólnieniem do korekcji n -wymiarowej. Łatwo zauważyć, że dla $n = 1$ wzór (15) sprowadza się do wzoru z [1]. Wzór (15) zapisuje układ nm równań liniowych z n prawymi stronami wyrazów wolnych i jest wygodny do obliczeń numerycznych macierzy C . Formalnie macierz C dana jest wzorem

$$C = \mathcal{E} Y^T (Y Y^T + S^{-2} \sigma^2)^{-1}.$$

Definiując $E = [E_{ij}]$ ($i, j = 1, \dots, n$) można z (11) napisać wzór na macierz skorygowanej interferencji

$$E = C Y. \quad (16)$$

6. PRZYKŁAD

W pracy [6] opisano przykład 2-wymiarowego korektora interferencji danej wzorem

$$Y(z) = \begin{bmatrix} 1 - wz^{-1} & a_{12}(1 + vz^{-1}) \\ a_{21}(1 - vz^{-1}) & 1 + wz^{-1} \end{bmatrix}.$$

Dla $a_{12} = a_{21} = 1/2$, $w = 1/2$ i $v = 1/4$ zostanie obliczony korektor średniokwadratowy i porównany z analogicznym korektorem opisanym w [6]. W powyższych przykładach przyjęto $n = 2$, $g = 1$, $m = 6$ oraz $h = 0$. Dla tych danych interferencja wynosi

$$Y(z) = \begin{bmatrix} 1 - 0,5z^{-1} & 0,5 + 0,125z^{-1} \\ 0,5 - 0,125z^{-1} & 1 + 0,5z^{-1} \end{bmatrix}.$$

Macierz Y zbudowana z 4 macierzy kowariancji Y_{11} , Y_{12} , Y_{21} i Y_{22} ma 12 wierszy i 14 kolumn

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & -0,5 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0,5 & 0,125 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0,5 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0,125 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -0,5 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0,5 & 0,125 \\ 0,5 & -0,125 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0,5 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & -0,125 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0,5 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0,5 & -0,125 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

Macierz $\mathcal{E}$ ma 2 wiersze i 14 kolumn

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

natomiast macierz C ma 2 wiersze i 12 kolumn

$$C = \begin{bmatrix} c_{110} & c_{111} & \dots & c_{115} & c_{120} & c_{121} & \dots & c_{125} \\ c_{210} & c_{211} & \dots & c_{215} & c_{220} & c_{221} & \dots & c_{225} \end{bmatrix}.$$

Układ (15) rozwiązano zakładając, że $\sigma_i^2 \ll S^2$, czyli zakładając niewielki poziom szumu w każdym kanale i otrzymano

$$C_{11} = [1,332 \quad 0,665 \quad 0,413 \quad 0,201 \quad 0,118 \quad 0,042],$$

$$C_{12} = [-0,666 \quad -0,166 \quad -0,206 \quad -0,049 \quad -0,059 \quad -0,005],$$

$$C_{21} = [-0,666 \quad 0,166 \quad -0,206 \quad 0,049 \quad -0,059 \quad 0,005],$$

$$C_{22} = [1,332 \quad -0,665 \quad 0,413 \quad -0,201 \quad 0,118 \quad -0,042].$$

Skorygowaną interferencję obliczono ze wzoru (16) i otrzymano

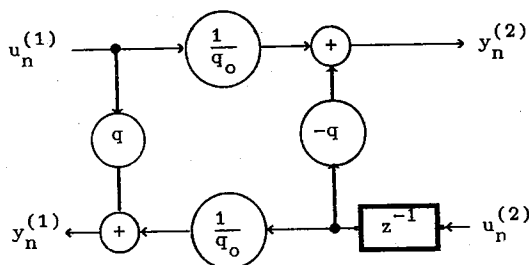
$$E_{11} = [0,9994 \quad -0,0011 \quad -0,0020 \quad -0,0036 \quad -0,0064 \quad -0,0115 \quad -0,0206],$$

$$E_{12} = [0,0001 \quad 0,0002 \quad 0,0003 \quad 0,0005 \quad 0,0009 \quad 0,0017 \quad 0,0029],$$

$$E_{21} = [0,0001 \quad -0,0002 \quad 0,0003 \quad -0,0005 \quad 0,0009 \quad -0,0017 \quad 0,0029],$$

$$E_{22} = [0,9994 \quad 0,0011 \quad -0,0020 \quad 0,0036 \quad -0,0064 \quad 0,0115 \quad -0,0206].$$

Błąd średniokwadratowy jest jednakowy w obu kanałach i dla $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ wynosi $\delta_2^2 = \delta_1^2 = 0,0006272S^2 + 2,963\sigma^2$. Analogicznie dla przykładu z [6] $E_{11} = E_{22} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0,0305175]$, $E_{12} = E_{21} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$, oraz $\delta_1^2 = \delta_2^2 = 0,0009313S^2 + 2,983\sigma^2$. Schemat blokowy korektora pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Schemat przykładowego korektora 2-wymiarowego

WNIOSKI

Otrzymane wyniki obliczeń numerycznych potwierdzają poprawność wyprowadzonego wzoru (15). Obliczony tu korektor daje około 30% mniejszy błąd interferencji i nieco mniejszą moc szumów niż opisany w [6] korektor eliminujący całkowicie interferencję międzykanałową i zerujący pierwszych 5 prążków interferencji w kanałach. Dla $n = 1$ wzór (15) sprowadza się do wzoru znanego w literaturze [1, 3].

Obliczenia wykonano zakładając wysoki poziom sygnału nad szumem ($\sigma_i^2 \ll S^2$). W tym przypadku rozwiązywano układ

$$C(YY^T) = \mathcal{E} Y^T \quad \text{otrzymując} \quad C = \mathcal{E} Y^T (YY^T)^{-1}. \quad (17)$$

Powyższy wzór można zapisać w równoważnej postaci

$$(CY - \mathcal{E}) Y^T = 0, \quad \text{lub} \quad (E - \mathcal{E}) Y^T = 0. \quad (18)$$

Jak wynika z (16), $n(m+g)$ wymiarowe wektory wierszowe E są liniową kombinacją nm wierszowych wektorów Y , leżą więc one w nm wymiarowej przestrzeni rozpiętej na wierszach Y . Z (18) wynika, że wektory $E - \mathcal{E}$ są ortogonalne do wszystkich wierszy Y , a więc i do przestrzeni na nich rozpiętej. Optymalna korekcja interferencji wyznacza w przestrzeni nm wymiarowej rozpiętej na wierszowych wektorach Y punkty najmniej odległe od punktów w $n(m+g)$ wymiarowej przestrzeni danych wierszowymi wektorami $\mathcal{E}$.

W przypadku gdy $\sigma_i^2 \gg S^2$ wzór (15) może być przybliżony wzorem

$$C\sigma^2 = S^2 \mathcal{E} Y^T \quad \text{lub} \quad C = S^2 \mathcal{E} Y^T (\sigma^2)^{-1}. \quad (19)$$

Korektor obliczony ze wzoru (19) będzie minimalizować raczej wpływ gaussowskiego szumu niż interferencję.

BIBLIOGRAFIA

1. A. P. Clark: *Advanced Data-Transmission Systems*. London: Press Limited, 1977
2. A. P. Clark: *Principles of Digital Data Transmission*. London: Pentech Press, 1976
3. A. Dąbrowski: *Odbiór sygnałów transmisji danych w obecności zniekształceń interferencyjnych i zakłóceń*. Rozdz. 4 pracy zbiorowej pod kier. Z. Barana: *Podstawy Transmisji danych*. Warszawa: WKŁ. 1982.
4. B. Hiroaki: *An Analysis of Automatic Equalizers for Orthogonally Multiplexed QAM Systems*. IEEE Trans. on Com., January 1980, vol. COM-28, nr. 1, p. 73—83
5. I. Korn: *Simple Expression for Interchannel and Intersymbol Interference Degradation in MSK Systems with Application to Systems with Gaussian Filters*. IEEE Trans. on Com., August 1982, vol. COM-30, nr 8, p. 1968—1972
6. J. Kisilewicz: *Eliminacja interferencji międzykanałowej*. Kwart. Elektr. i Telekom. 1991, z. 1—2
7. R. W. Lucky, J. Salz, E. J. Weldon: *Principles of Data Communication*. Mc. Graw-Hill, New York 1968
8. A. Mostowski, M. Stark: *Elementy algebry wyższej*. Warszawa: PWN, 1965
9. D. P. Taylor, M. Shafi: *Decision Feedback Equalization for Multipath Induced Interference in Digital Microwave LOS Links*. IEEE Trans. on Com., March 1984, vol. COM-32, nr 3, p. 267—279

J. KISILEWICZ

MULTIDIMENSIONAL INTERFERENCE EQUALIZER GIVING THE MINIMUM
MEAN-SQUARE ERROR

S u m m a r y

Intersymbol and interchannel interference is presented in this paper. The case when the interference is described by Z-transform matrix which contains only polynomials is considered. For this multidimensional interference a linear feedforward transversal equalizer is suggested. The mean-square error in the presence of additive white Gaussian noise is given in analytical form. A system of equations is derived. The solution of this system allows to obtain minimum mean-square error of correction in simple way. In order to illustrate the procedure proposed, an example is given. In the latter two-dimensional equalizer is investigated.

Wpływ wybranych parametrów protokołów sieci magistralowej lokalnej na efektywność wymiany informacji

KRZYSZTOF ANTOSIK, JERZY HOSZA, TADEUSZ STACHOWIAK

*Instytut Podstaw Informatyki, Polska Akademia Nauk
Warszawa*

Otrzymano 1990.03.20

Autoryzowano do druku 1990.05.08

W pracy przedstawiono wpływ wybranych parametrów protokołów na wymianę informacji między węzłami w sieci lokalnej o strukturze magistralowej składającej się z dowolnej liczby stacji. Badania przeprowadzono za pomocą symulacji. Wskaźnikiem jakości jest średnie opóźnienie pakietu w funkcji obciążenia. W przyjętym modelu uwzględniono wpływ czasu dostępu do kanału, przetwarzanie w adapterach, jak również sprzęg między adapterem a komputerem. Zasadniczym celem eksperymentów obliczeniowych było badanie zachowania się sieci w warunkach normalnej pracy.

1. WPROWADZENIE

Pierwsze modele sieci lokalnych związane były z rozwojem protokołów podwarstw dostępu do łącza (MAC). Zostały opracowane praktycznie dla wszystkich rodzajów sieci lokalnych. Na ich podstawie można określić czas dostępu do kanału oraz czas transmisji. Ostatnio opublikowane zostały wyniki badań, w których podjęto próbę analizy modeli dwu lub więcej warstwowych [6], [7]. W tych pierwszych uwzględniono podstawowe elementy adapterów sieciowych, co pozwoliło określać opóźnienia między nimi. W tych drugich, bazując na rezultatach dwóch niższych poziomów, określono opóźnienia między urządzeniami końcowymi.

Jednak modele analityczne, obejmujące kilka warstw są niezbyt dokładne i zwykle wymagają weryfikacji. Możliwe są dwa podejścia. Po pierwsze, porównanie z danymi pomiarowymi sieci rzeczywistej pracującej w warunkach analogicznych do zadanych w modelu. Nie zawsze jest to jednak możliwe. Po drugie, opracowanie odpowiedniego modelu symulacyjnego sieci i przeprowadzenie właściwych eksperymentów.

Lokalne sieci teleprzetwarzania są logicznym następstwem rozwoju systemów wieloprocesorowych. Zarówno jedno jak i drugie do przesyłu informacji wykorzystują magistralę. Jednak w systemie wieloprocesorowym ma miejsce równoległe przekazywanie informacji. Z drugiej strony sieci lokalne różnią się od sieci rozległych sposobami

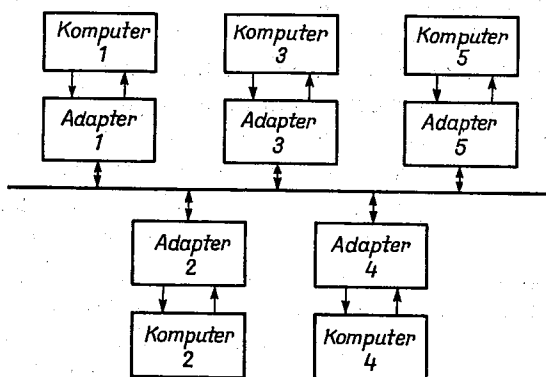
sterowania siecią. W ślad za W. Stallings'em [8] techniki sterowania dostępem do ośrodka transmisji w sieciach lokalnych można podzielić na stochastyczne i regularne.

W pracy przedstawiono symulacyjne badanie wpływu wybranych parametrów protokołów na wymianę informacji między węzłami w sieci o strukturze magistralowej składającej się z dowolnej liczby stacji. Do symulacji zastosowano metodę kolejnych zdarzeń. Wskaźnikiem jakości pracy sieci jest średnie opóźnienie pakietu w funkcji obciążenia. W przyjętym modelu uwzględniono wpływ czasu dostępu do kanału, przetwarzanie w adapterach a także sprzęg między adapterem i komputerem. Warto zwrócić tu uwagę, że lokalna sieć przetwarzania danych może stanowić urządzenie końcowe dla sieci z integracją usług [1].

2. MODEL SYMULACYJNY BADANEJ SIECI

Ponieważ przedmiotem dalszych badań jest symulacja sieci lokalnej o strukturze magistralowej z dostępem rywalizacyjnym to skoncentrujemy się teraz na określeniu modelu tej sieci. Podstawowy schemat pokazano na rys. 1. Komputery dołączone są do ośrodka transmisyjnego za pomocą adapterów. Połączenie komputer — adapter ma charakter dwukierunkowy. Oznacza to, że jednocześnie może się odbywać transmisja w obu kierunkach. Natomiast połączenie adapter — magistrala ma charakter półdwukierunkowy. W związku z tym w danej chwili może się odbywać transmisja tylko w jednym kierunku.

W rozpatrywanej sieci dostęp do kanału odbywa się według protokołu 1 — trwały CSMA/CD (1-persistent). Zgodnie z nim stacja, która ma dane do wysłania najpierw sprawdza czy magistrala jest wolna. Jeżeli jest zajęta to stacja czeka na jej zwolnienie. Kiedy wykryje wolną magistralę wówczas nadaje pakiet. Jeżeli wystąpi kolizja stacje w niej uczestniczące przerywają natychmiast dalszą transmisję. Zgodnie z przyjętym algorytmem dla każdej z nich określa się momenty ponownego badania magistrali. Najczęściej stosowana jest metoda heurystyczna zwana binarnym wykładniczym



Rys. 1. Podstawowy schemat modelowanej sieci

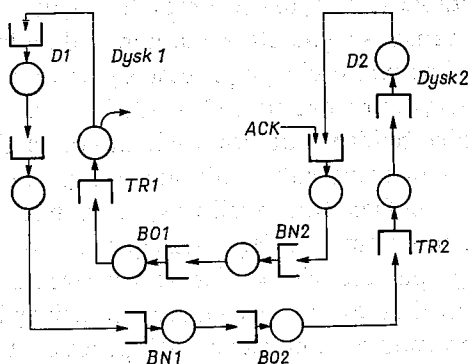
wycyfywaniem się (binary exponential backoff) [3]. Omawiany protokół nazywamy 1 — trwałym, ponieważ stacja nadaje z prawdopodobieństwem 1 za każdym razem o ile stwierdzi, że kanał jest wolny.

Protokół dostępu do kanału określa powiązania między adapterem a magistralą. Równie ważna jest współpraca między komputerem (urządzeniem końcowym) a adapterem. Decyduje ona bowiem w dużym stopniu o jakości pracy całej sieci lokalnej. Wymiana informacji między komputerem a adapterem przebiega następująco.

Utworzona w komputerze wiadomość zostaje podzielona na bloki o równej długości przyjętej dla danej sieci lokalnej. Bloki te są numerowane według kolejności przeznaczonej do wysłania i umieszczane w kolejce do nadawania. Po stwierdzeniu, że adapter jest gotowy do odbioru następuje przesłanie bloku do adaptera. W adapterze blok zostaje obudowany tworząc pakiet (ramkę). Polega to na dodaniu adresów źródłowych i docelowych, preambuły, informacji sterujących i kontrolnych. Gotowe pakiety są umieszczane w buforze nadawczym adaptera. Dostęp do ośrodka transmisyjnego odbywa się zgodnie z omówionym wcześniej protokołem 1 — trwałym CSMA/CD.

Po odbiorze z magistrali pakiet umieszczany jest w buforze odbiorczym adaptera. Tu następuje przetworzenie informacji kontrolno-sterujących. Wydzielony z pakietu blok jest umieszczany w kolejce wyjściowej do właściwego komputera. Po przydzieleniu przez ten komputer miejsca w pamięci (np. na dysku) następuje przesłanie bloku. W komputerze dokonuje się złożenia wiadomości z bloków przesłanych przez adapter. Ideę takiego postępowania pokazano na rys. 2. Uwzględniono najprostszy przypadek wymiany informacji między dwiema stacjami.

Dysk D1 symbolizuje kolejkę zgłoszeń (wiadomości) w komputerze użytkownika. Po pobraniu wiadomości z dysku umieszcza się ją w buforze TR1 warstwy transportowej. Tu dokonuje się jej podziału na bloki. Bloki te po przesłaniu do adaptera i obudowaniu przez informacje kontrolno-sterujące ustawiane są w buforze nadawczym BN1 stacji 1 (już jako pakiety). Po przejściu przez sieć pakiety umieszczane są



Rys. 2. Model symulacyjny dla dwóch wyróżnionych stacji

w buforze odbiorczym BO2 stacji 2. Tu odbywa się dekodowanie pakietów. Utworzone w ten sposób bloki umieszczane są w buforze TR2 warstwy transportowej i dalej w pamięci dyskowej D2. Protokół transportowy jest w tym przypadku odpowiedzialny za poprawną transmisję. Na tym poziomie generuje się potwierdzenia ACK wysyłane do stacji 1. Ponieważ przedmiotem rozważań jest wzajemna wymiana informacji między stacjami, do potwierdzania wiadomości przyjęto metodę odpowiedzi wtrąconej (piggybacking).

Omówiony dotychczas model symulacyjny sieci lokalnej o strukturze magistralowej stanowił podstawę do napisania programu symulacyjnego. Zdecydowano się na dokładne odzwierciedlenie mechanizmu dostępu do magistrali. Jak wskazują bowiem przeprowadzone eksperymenty symulacyjne rozmieszczenie stacji ma wpływ na ich pracę [2].

3. EKSPERYMENTY SYMULACYJNE

Przedstawiony w p. 2 model symulacyjny służy do badania wymiany informacji między stacjami w lokalnej sieci magistralowej z dostępem do kanału typu CSMA/CD. Jest on na tyle ogólny, że umożliwia badania sieci o dowolnej liczbie stacji. Nie narzuca też żadnych ograniczeń co do rozmieszczenia tych stacji wzdłuż kabla. Przyjęty model sieci umożliwia badania różnych trybów pracy:

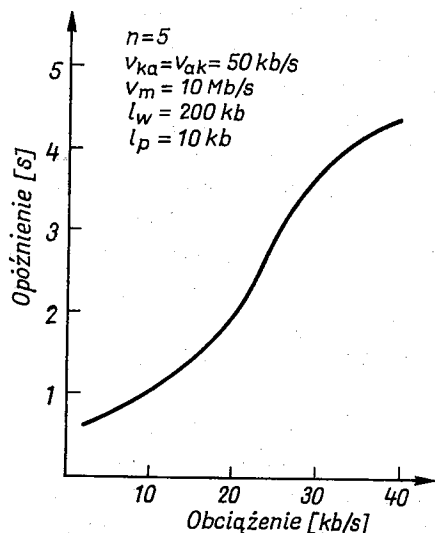
- a) przesył ze stacji roboczej do stacji głównej (*file server*),
- b) przesył ze stacji głównej do stacji roboczej,
- c) przesył między równorzędnymi stacjami.

Zgodnie z rozważaniami prowadzonymi w p. 2. informacja na drodze od źródła do ujścia jest opóźniana w kilku miejscach. Niektóre z nich stanowią prawdziwe „wąskie gardło” i decydują o całkowitym czasie przejścia. Omówimy krótko najważniejsze z nich korzystając z notacji przedstawionej na rys. 2. W tym celu rozważmy drogę pakietu między stacją roboczą (nr 1) a stacją główną (nr 2).

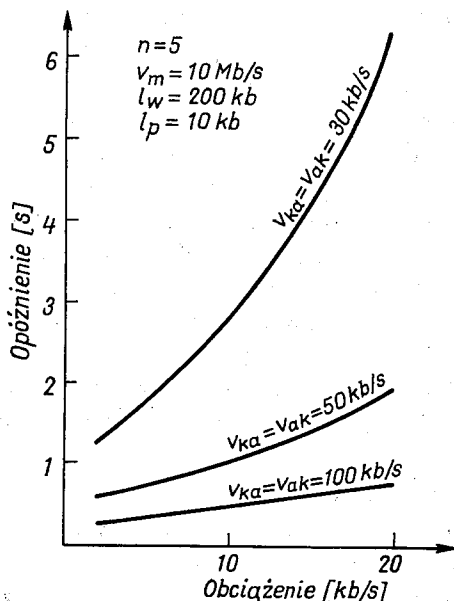
Wysyłanie pakietu przez stację nr 1 poprzedzone jest procesem jego formowania. Biorą w tym udział: sama stacja i jej adapter (adapter nr 1). Istotnym elementem opóźniającym na tym etapie jest szybkość przesyłu między stacją i jej adapterem. Następnym etapem jest transmisja pakietu z adaptera 1 do adaptera 2. Zasadniczymi czynnikami decydującymi o szybkości tego procesu są: prędkość w magistrali, metoda dostępu do kanału (w naszym przypadku CSMA/CD), liczba zgłoszeń z innych stacji (czyli ruch w sieci), liczba buforów odbiorczych adaptera 2 oraz szybkość przetwarzania w adapterach. Odebrany pakiet adapter nr 2 przekazuje do pamięci stacji głównej. Na opóźnienie w tej fazie transmisji wpływa szybkość procesora stacji oraz czas przesyłu między adapterem 2 i jego stacją. Następnie odbywa się proces przetwarzania odebranego pakietu. Zwykle jest to związane z dostępem do zasobów stacji głównej (np. dysk, drukarka). Po wykonaniu operacji związanych z odebraniem pakietem następuje formowanie odpowiedzi. W procesie tym uczestniczy stacja główna i jej adapter. W drodze powrotnej pakiety są opóźnione w podobny sposób.

Przeprowadzone eksperymenty symulacyjne dotyczyły sieci lokalnej typu CSMA/CD pracującej przede wszystkim dla potrzeb grafiki komputerowej. Specyfiką pracy w takim środowisku jest przesyłanie długich plików (zbiorów) informacji rzędu kilkuset tysięcy bitów. Podstawę do obliczeń stanowiła magistrala o długości $d = 500$ m. Założono, że stacje są rozmieszczone równomiernie, odstęp między dwoma sąsiednimi stacjami wynosi $d/(n-1)$, gdzie n jest liczbą stacji. Przyjęto, że $n = 5$. Prędkość transmisji w magistrali wynosi $v_m = 10$ Mb/s. Jest to typowa wartość spotykana w sieciach ETHERNET. Szybkość przesyłu danych z adaptera do stacji jest $v_{ak} = 50$ kb/s, podobnie ze stacji do adaptera $v_{ka} = 50$ kb/s. Założono, że ruch generowany we wszystkich stacjach ma rozkład Poissona z parametrem λ_i (dla i — tej stacji). Długość wiadomości ma rozkład wykładniczy o wartości średniej $l_w = 200000$ bitów. Tak długie wiadomości nie mogą być przesyłane bezpośrednio przez sieć. Dlatego są dzielone na pakiety. Przyjęto, że podstawowa długość pakietu wynosi $l_p = 10000$ bitów. Założono również, że ruch w sieci jest symetryczny czyli, że każda stacja generuje zgłoszenia z taką samą intensywnością $\lambda_i = \lambda$, $i = 1, 2, \dots, n$. Rozpływ ruchu jest równomierny (poza jednym wyróżnionym przypadkiem). Oznacza to, że prawdopodobieństwo, iż wiadomość ze stacji i jest przeznaczona do stacji j wynosi $p_{ij} = 1/(n-1)$, przy czym założono, że $p_{ii} = 0$, $i, j = 1, 2, \dots, n$. W przeprowadzonych badaniach przyjęto, że średni czas dostępu do dysku wynosi 20 ms. Jest to typowa wartość dla komputerów osobistych [5]. Przyjęto również, że liczba buforów nadawczych jest $b_n = 10$, a buforów odbiorczych $b_o = 20$. Oznacza to, że w adapterze można jednocześnie przechowywać 10 pakietów po stronie nadawczej i 20 po stronie odbiorczej. W przypadku wystąpienia kolizji wprowadza się losowe opóźnianie pakietów zgodnie z binarnym wykładniczym algorytmem wycofywania. W myśl tego algorytmu pakiety uczestniczące w kolizji szesnastokrotnie, są usuwane z sieci.

Typową charakterystykę badanej sieci przedstawiono na rys. 3. Jest to zależność średniego opóźnienia pakietu w funkcji obciążenia generowanego przez każdą stację (ruch jest symetryczny). Opóźnienie pakietu obejmuje okres czasu od momentu rozpoczęcia nadawania w komputerze źródłowym do zakończenia jego odbioru w komputerze docelowym. Maksymalna liczba zgłoszeń napływających z i -tej stacji do sieci jest ograniczona przez przepustowość styku komputer — adapter, $v_{ka} = 50$ kb/s. W zakresie małych obciążeń na opóźnienie wpływają przede wszystkim czasy transmisji na poszczególnych odcinkach trasy. W miarę wzrostu obciążenia zwiększa się zajętość magistrali oraz wzrasta liczba kolizji w sieci, a przez to tworzą się kolejki w buforach nadawczych adapterów. Zwiększa to oczywiście czas przejścia pakietu przez sieć. Można jednak zauważyć, że średnie opóźnienie pakietu stabilizuje się przy dużym obciążeniu. Z jednej strony oznacza to zbliżanie się do maksymalnej zdolności przepustowej sieci. Z drugiej stanowi to potwierdzenie skuteczności algorytmu rozwiązywania kolizji. Charakterystyka na rys. 3 pozwala wyznaczyć, oczywiście z pewnym przybliżeniem, obciążenie krytyczne generowane w sieci. Zwiększanie obciążenia ponad wartość krytyczną powoduje już tylko bardzo nieznaczny wzrost średniego opóźnienia ale, co potwierdzają obliczenia symulacyjne, wydłuża się bardzo szybko kolejka i oczekiwanie w samej stacji. Ponieważ interesuje nas przede wszystkim



Rys. 3. Średnie opóźnienie pakietu w funkcji obciążenia generowanego w stacji

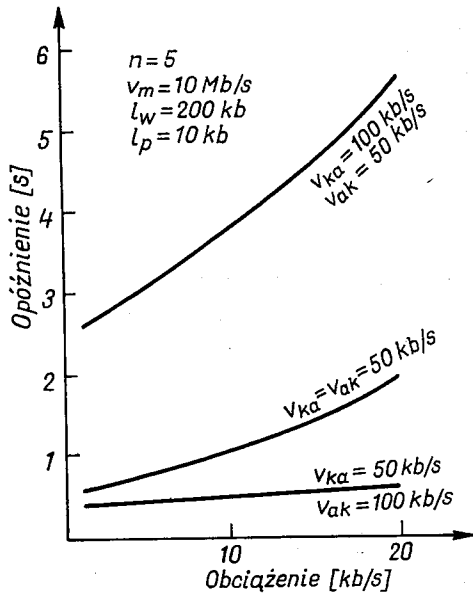


Rys. 4. Wpływ szybkości transmisji między komputerem i adapterem na średnie opóźnienie pakietu

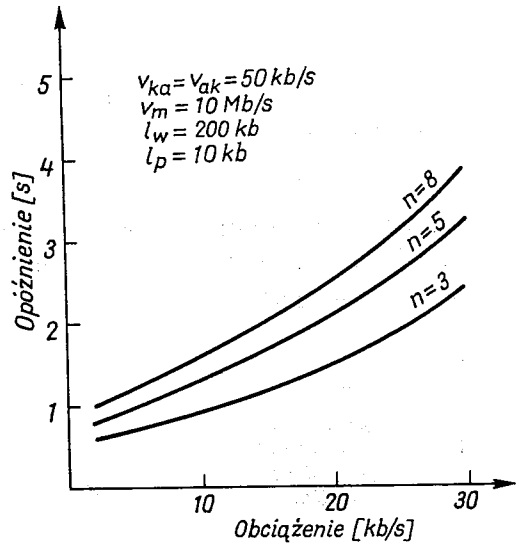
badanie zachowania się sieci w warunkach normalnych, a więc takich, w których obciążenie krytyczne nie jest osiągnięte, ograniczymy się w dalszych analizach głównie do tego zakresu.

W sieciach lokalnych szybkość transmisji danych między adapterem i komputerem jest zwykle znacznie mniejsza niż w magistrali. W związku z tym ma to bardzo duży wpływ na całkowite opóźnienie pakietu. Na rys. 4. przedstawiono tę zależność dla trzech różnych wartości $v_{ka} = v_{ak} = 30, 50$ i 100 kb/s . Trzeba tu podkreślić, że wymiana danych między komputerem oraz adapterem może odbywać się za pomocą jednego z trzech sposobów [4]: a) wspólna pamięć, b) zastosowanie kanałów DMA (direct memory access), c) przez port I/O (input, output). Spośród nich najszybsza jest metoda oparta na wspólnej pamięci, najwolniejsza zaś — korzystająca z DMA. Z rys. 4. widać wyraźnie, że im mniejsza jest szybkość transferu na styku adapter — komputer tym większe jest średnie opóźnienie pakietu w sieci.

Interesujące rezultaty przyniosły badania średniego opóźnienia pakietu w funkcji obciążenia przy założeniu, że transmisja z komputera do adapteru odbywa się z inną prędkością niż transmisja w kierunku przeciwnym. Należy zaznaczyć, że takie rozwiązania są możliwe w praktyce [4]. W badaniach rozpatrzono dwa przypadki a) $v_{ka} > v_{ak}$, b) $v_{ka} < v_{ak}$. Odpowiednie wyniki przedstawiono na rys. 5 na tle zależności dla warunku $v_{ka} = v_{ak}$. Z wykresu widać przede wszystkim jak negatywny wpływ na pracę sieci ma zwiększenie szybkości transmisji z komputera do adapteru. Powoduje to



Rys. 5. Wpływ różnych szybkości transmisji między komputerem i adapterem na średnie opóźnienie pakietu



Rys. 6. Wpływ liczby stacji na średnie opóźnienie pakietu

bowiem szybszy napływ pakietów do sieci, a przez to tworzenie się kolejek w buforach odbiorczych stacji. To jest główna przyczyna tak znacznego wzrostu średniego opóźnienia pakietu w sieci. Z rys. 5. wynika również, jak diametralnie zmienia się sytuacja, gdy $v_{ka} < v_{ak}$ (pakety opuszczają sieć szybciej niż do niej wchodzi). Wówczas średnie opóźnienie jest znacznie mniejsze. Tak więc przez odpowiedni dobór stosunku v_{ka}/v_{ak} można w dużym stopniu poprawić efektywność pracy sieci lokalnej z punktu widzenia średniego opóźnienia pakietu.

Na rys. 6. przedstawiono wpływ liczby stacji w sieci na średnie opóźnienie pakietu. Jest zrozumiałe, że wpływ ten jest silniejszy im większy jest ruch generowany przez poszczególne stacje. Wiąże się to bowiem przede wszystkim z opóźnieniem spowodowanym przez bufory odbiorcze. Dodatkowym czynnikiem jest natomiast wzrost ruchu w magistrali.

Dotychczas badane charakterystyki oparte były na założeniu o równomiernym rozplywie ruchu w sieci. W praktyce taka sytuacja występuje rzadko. Zwykle mamy do czynienia z siecią, w której wzajemne zainteresowania między stacjami są zróżnicowane. W badaniach rozpatrzono trzy warianty:

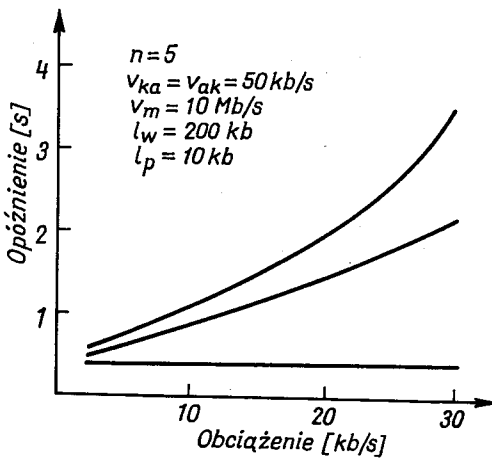
- rozplyw symetryczny,
- każda stacja wysyła tylko do dwóch innych zgodnie z następującą macierzą prawdopodobieństwa

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

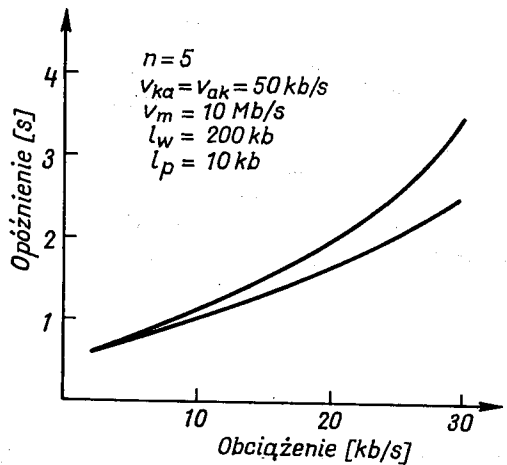
c) każda stacja wysyła tylko do jednej stacji przy czym

$$p_{12} = 1, \quad p_{23} = 1, \quad p_{31} = 1, \quad p_{45} = 1 \quad \text{ i } \quad p_{54} = 1.$$

Odpowiednie krzywe przedstawiono na rys. 7. Jak widać średnie opóźnienie pakietu jest największe przy rozplywie równomiernym (krzywa a). Ze wzrostem nierównomierności tego rozplywu obserwuje się wyraźne zmniejszenie opóźnienia pakietów.



Rys. 7. Wpływ rozplywu ruchu w sieci na średnie opóźnienie pakietu: a) rozplyw symetryczny, b) każda stacja wysyła tylko do dwóch innych, c) każda stacja wysyła tylko do jednej

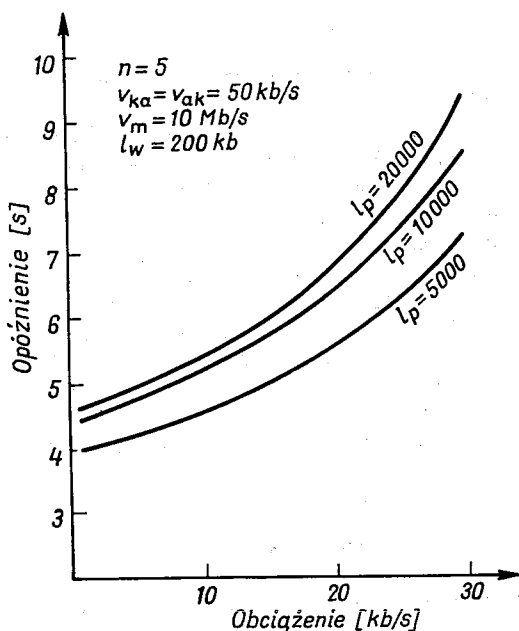


Rys. 8. Wpływ priorytetu dla stacji nr 3 a) średnie opóźnienie pakietu w sieci b) średnie opóźnienie pakietu między stacją nr 3 a pozostałymi stacjami

Jak już wspomniano w momencie wykrycia kolizji następuje wstrzymanie nadawania przez wszystkie stacje. Według binarnego algorytmu wycofywania określa się chwilę ponownego dopuszczenia kolidujących pakietów do magistrali. W klasycznej wersji nie wyróżnia się przy tym żadnej stacji. Aby przyspieszyć wymianę danych w określonych relacjach można dokonać modyfikacji tego algorytmu przez wprowadzenie pierwszeństwa w transmisji po kolizji. Rozważono taki przypadek nadając stacji nr 3 priorytet w dostępie do magistrali po kolizji. Mianowicie porównano średnie opóźnienie w takiej sieci ze średnim opóźnieniem między wyróżnioną stacją (nr 3) a pozostałymi. Otrzymane rezultaty przedstawiono na rys. 8. Można zaobserwować, że opóźnienie dla wyróżnionych relacji rośnie wolniej niż w całej sieci. Jest to szczególnie

widoczne dla większego ruchu. Zwiększająca się liczba kolizji tłumaczy występujące zjawisko.

Użytkownika sieci często interesuje bardziej średni czas transmisji wiadomości niż pakietu. Jest to szczególnie istotne w przypadku przesyłania długich zbiorów z danymi co ma miejsce np. w grafice komputerowej. Na rys. 9. przedstawiono wpływ długości pakietu na średnie opóźnienie wiadomości. Punktem odniesienia jest krzywa dla $l_p = 10000$ bitów. Dwie pozostałe zależności dotyczą $l_p = 5000$ bitów, i $l_p = 20000$ bitów. Założono ponadto, że we wszystkich eksperymentach pojemności buforów są stałe (w sensie liczby bitów). Oznacza to, że dla $l_p = 5000$ bitów, $b_n = 20$ a $b_o = 40$ pakietów, natomiast dla $l_p = 20000$ bitów, $b_n = 5$ a $b_o = 10$ pakietów. Tak więc w przypadku krótkich pakietów więcej ich można jednocześnie zmieścić w poszczególnych buforach. Wyniki przeprowadzonych eksperymentów wskazują, że zwiększenie długości pakietu ma niekorzystny wpływ na średni czas transmisji wiadomości.



Rys. 9. Średnie opóźnienie wiadomości

W przypadku krótkich pakietów więcej ich może znajdować się w danej chwili na trasie między źródłem a stacją docelową. W miarę zwiększania ich długości maleje liczba aktualnie transmitowanych bitów tworzących poszczególne wiadomości, głównie ze względu na skończone pojemności buforów. Wydłuża się więc całkowity czas transmisji wiadomości. Wzrost opóźnienia jest jednak wolniejszy niż wzrost długości pakietu.

ZAKOŃCZENIE

W pracy przedstawiono symulacyjne badanie wymiany informacji między stacjami w lokalnej sieci o strukturze magistralowej z dostępem rywalizacyjnym. Zasadniczym celem symulacji było zbadanie zachowania się sieci w warunkach normalnej pracy. Oznaczało to badanie stanu ustalonego przy nominalnym obciążeniu. Przeprowadzone eksperymenty symulacyjne dotyczyły sieci pracującej w pierwszym rzędzie dla potrzeb grafiki komputerowej. Specyfiką pracy w takim środowisku jest przesyłanie długich zbiorów informacji, rzędu kilkuset tysięcy bitów lub nawet większych. W przyjętym modelu uwzględniono wpływ istotnych czynników decydujących o efektywności wymiany informacji między różnymi stacjami. Należą do nich: czas dostępu do magistrali, przetwarzanie w adapterach a także sprzęg między adapterem a komputerem.

BIBLIOGRAFIA

1. J. Filipiak: *M-architecture: a structural model of traffic management and control in broadband ISDNs*. IEEE Commun. Mag., 1989, vol. 27, No. 5
2. T.A. Gonsalves, F.A. Tobagi: *On the Performance Effects of Station Locations and Access Protocol Parameters in Ethernet Networks*. IEEE Trans. on Communications, 1988, vol. 36, No. 4
3. D. Hutchinson, J. Mariami, Shepherd (eds.): *Local Area Networks-An Advanced Course*. Lecture Notes in Computer Science, No. 184, Springer Verlag, Heidelberg 1985
4. *LAN Evaluation Report*. By Novell Inc. 1986
5. B.W. Meister, P.A. Janson, L. Svobodova: *Connection — Oriented Versus Connectionless Protocols: A Performance Study*. IEEE Transactions on Computers, 1985 vol. C-34, No. 12
6. L.C. Mitchell, D.A. Lide: *End-to-end Performance Modeling of Local Area Networks*. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1986, vol. SAC-4 No. 6
7. M. Murata, H. Takagi: *Two-Layer Modeling for Local Area Networks*. IEEE Transactions on Communications, 1988, vol. 36, No. 9
8. W. Stallings: *Local Networks*. ACM Computing Surveys, 1984, vol. 14, No. 1

K. ANTOSIK, J. HOSZA, T. STACHOWIAK

INFLUENCE OF SOME PROTOCOLS PARAMETERS OF A LOCAL BUS NETWORK
ON EFFECTIVENESS OF EXCHANGE INFORMATION

Summary

The paper describes influence of some protocols parameters on exchange information in a local area bus network. Our considerations concern a network with any number of stations and contention access method. We used simulation to carry out the investigations. The performance is measured in terms of the average packet delays versus network traffic. The model comprises channel access time, adapter processing and data transfer between computer and its adapter. The main aim of experiments was to investigate the network in normal load.

Zastosowanie wybranych metod optymalizacji do rozwiązania zadania jednoczesnej aproksymacji charakterystyk opóźności i tłumienności skutecznej dolnoprzepustowego filtra LC

FELICJA WYSOCKA-SCHILLAK

Wyższa Szkoła Pedagogiczna, Bydgoszcz

Otrzymano 1989.5.23

Autoryzowano do druku 1990.1.26

W pracy przedstawiono sposób rozwiązania zadania jednoczesnej aproksymacji stałej charakterystyki opóźności i zadanej charakterystyki tłumienności skutecznej dolnoprzepustowego filtra LC. Aproksymacja zadanej charakterystyki tłumienności skutecznej jest przeprowadzana w obu pasmach przepustowym i tłumieniowym, natomiast równomiernie falista aproksymacja stałej charakterystyki opóźności jest przeprowadzana w całym pasmie przepustowym lub tylko w jego części. Rozpatrywane zadanie aproksymacji jest przekształcane w trzy odpowiednie zadania programowania nieliniowego z ograniczeniami, które są następnie rozwiązywane przy użyciu metody przesuwanej funkcji kary. Praca zawiera ponadto opis opracowanego programu obliczeń oraz przykładowe wyniki aproksymacji przeprowadzonej przy użyciu tego programu.

1. WSTĘP

Filtry LC o stałej opóźności¹⁾ $\tau_s = \tau_0 = \text{const}$ i zadanej charakterystyce tłumienności skutecznej A_s mogą być projektowane w postaci łańcuchowego połączenia minimalnofazowego filtra o zadanej charakterystyce A_s oraz nieminimalnofazowego czwórnika wszechprzepustowego. Wiadomo jednak [1, 5, 9], że takie rozwiązanie nie jest rozwiązaniem optymalnym, ze względu na znaczny stopień złożoności stosowanych w takich przypadkach układów. W celu uzyskania rozwiązań prostszych układowo, w nowoczesnym procesie projektowania filtrów jednocześnie uwzględnia się wymagania dotyczące charakterystyk A_s i τ_s i na tej podstawie wyznacza się funkcję

¹⁾ Opóźność skuteczna, definiowana jako pochodna przesuwności skutecznej względem częstotliwości, bywa również nazywana w literaturze opóźnieniem grupowym [11, str. 18].

przenoszenia filtru. Wyznaczenie takiej funkcji przenoszenia wymaga rozwiązania odpowiedniego zadania jednoczesnej aproksymacji zadanej charakterystyki A_s i stałej charakterystyki $\tau_s = \tau_0 = \text{const}$. Istnieją różne kryteria, według których przeprowadza się aproksymację tych charakterystyk [11]. W niniejszej pracy będzie rozpatrywany jedynie przypadek aproksymacji równomiernie falistej.

Zagadnienie jednoczesnej równomiernie falistej aproksymacji charakterystyk A_s i $\tau_0 = \text{const}$ jest opisane m.in. w pracach [4, 7, 8]. Przedstawione w tych pracach metody rozwiązywania zadań aproksymacji wykazują jednak szereg niedogodności.

W niniejszej pracy zaproponowano sposób rozwiązania zadania jednoczesnej aproksymacji stałej charakterystyki opóźności skutecznej i zadanej charakterystyki tłumienności skutecznej filtru dolnoprzepustowego przy użyciu wybranych metod optymalizacji. Aproksymacja charakterystyki A_s jest przeprowadzana w obu pasmach: przepustowym i tłumieniowym. Aproksymacja charakterystyki $\tau_0 = \text{const}$ może być natomiast przeprowadzana w całym pasmie przepustowym lub tylko w jego części. Rozpatrywane zadanie jednoczesnej aproksymacji charakterystyk A_s i $\tau_0 = \text{const}$ jest przekształcane w trzy odpowiednie zadania programowania nieliniowego z ograniczeniami, które są następnie rozwiązywane przy użyciu zmodyfikowanej metody Powella (z przesuwaną funkcją kary) [3, 6]. Otrzymane zadania bez ograniczeń są rozwiązywane metodą gradientu sprzężonego Polaka-Ribieri [3, 6].

Praca zawiera ponadto opis opracowanego programu AOAS umożliwiającego jednoczesną aproksymację charakterystyk A_s i $\tau_0 = \text{const}$. Działanie tego programu jest zilustrowane przykładem obliczeniowym.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Rozważmy czwórnik reaktancyjny, pasywny, liniowy, skupiony i stacjonarny włączony między stałe rezystancje. Funkcja przenoszenia $H(s)^2$ takiego czwornika jest określona następująco

$$H(s) \cdot H(-s) = \frac{P_0}{P_2} \quad (1)$$

gdzie: $s = jx$,

$x = \omega/\omega_0$ — częstotliwość znormalizowana,

ω — pulsacja bieżąca,

ω_0 — pulsacja odniesienia,

P_0 — moc, jaką źródło wydziela na dopasowanym do niego i bezpośrednio dołączonym odbiorniku,

²⁾ Funkcja $H(s)$ określona wzorem (1) bywa również nazywana w literaturze współczynnikiem tamowności skutecznej [10, str. 38] oraz transmitancją [11, str. 25].

P_2 — moc, jaką źródło poprzez rozpatrywany czwórnik dostarcza do obciążenia.

Funkcja $H(s)$ może być również wyrażona jako iloraz dwóch wielomianów $E(s)$ i $P(s)$

$$H(s) = \frac{E(s)}{P(s)}. \quad (2)$$

W przypadku czwórnika reaktancyjnego minimalnofazowego wielomiany te spełniają następujące warunki:

- 1) $E(s)$ i $P(s)$ są wielomianami rzeczywistymi,
- 2) $E(s)$ jest wielomianem Hurwitza tzn. wszystkie zera tego wielomianu leżą w lewej otwartej półpłaszczyźnie,
- 3) $P(s)$ jest wielomianem parzystym lub nieparzystym,

$$4) \bigwedge_{x \in \langle 0; \infty \rangle} |H(s)|_{s=jx} \geq 1, \quad (3)$$

5) stopień wielomianu $P(s)$ jest nie wyższy niż stopień wielomianu $E(s)$.

Z powyższych warunków wynika m.in., że [7, 8]:

- 1) wielomian $E(s)$ może mieć najwyżej dwa rodzaje zer, a mianowicie rzeczywiste $(-\alpha)$ i zespolone sprzężone $(-\beta \pm j\Omega)$, gdzie $\alpha > 0$ i $\beta > 0$;
- 2) zera wielomianu $P(s)$ mogą występować w postaci: par zer rzeczywistych $(\pm \gamma)$, par zer urojonych $(\pm j\lambda)$ oraz czwórek zer zespolonych $(-\sigma \pm j\mu, \sigma \pm j\mu)$, a w przypadku nieparzystego wielomianu $P(s)$ mogą też wystąpić zera nieparzystej krotności dla $s = 0$.

Pomiędzy funkcją przenoszenia układu a jego tłumiennością skuteczną A_s [Np] i przesuwnością skuteczną B_s [rd] zachodzi następująca zależność

$$\ln H(s) \Big|_{s=jx} = A_s(x) + jB_s(x). \quad (4)$$

Opóźność skuteczna znormalizowana $\tau_s(x)$ jest definiowana jako pochodna przesuwności skutecznej względem częstotliwości znormalizowanej

$$\tau_s(x) = \frac{dB_s(x)}{dx}. \quad (5)$$

Opóźność ta wyraża się następująco [7, 8, 12]:

$$\tau_s(x) = \sum_{k=1}^{n_r} \frac{\alpha_k}{\alpha_k^2 + x^2} - \sum_{k=1}^{n_c} \left(\frac{\beta_k}{\beta_k^2 + \Omega_k - x)^2} + \frac{\beta_k}{\beta_k^2 + \Omega_k + x)^2} \right), \quad (6)$$

gdzie: n_r — liczba rzeczywistych zer wielomianu $E(s)$,

n_c — liczba zespolonych par sprzężonych zer wielomianu $E(s)$.

Należy zauważyć, że opóźność skuteczna jest zależna od położenia zer wielomianu $E(s)$. Jest ona natomiast całkowicie niezależna od położenia zer wielomianu $P(s)$.

Tłumienność skuteczna A_s w dB jest określona następującą zależnością [7, 8]

$$A_s(s) = 10 \log_{10} \frac{C^2 \prod_{k=1}^{n_r} (\alpha_k^2 + x^2) \prod_{k=1}^{n_c} [(\beta_k^2 + \Omega_k^2 - x^2)^2 + 4\beta_k^2 x^2]}{x^{2n_z} \prod_{i=1}^{m_r} (\gamma_i^2 + x^2)^2 \prod_{i=1}^m (\lambda_i^2 - x^2)^2 \prod_{i=1}^{m_q} [(\sigma_i^2 + \mu_i^2 - x^2)^2 + 4\sigma_i^2 x^2]^2} \quad (7)$$

- gdzie: m_r — liczba par rzeczywistych zer wielomianu $P(s)$,
 m — liczba par urojonych zer wielomianu $P(s)$,
 m_q — liczba czwórek zespolonych zer wielomianu $P(s)$,
 n_z — liczba zer wielomianu $P(s)$ dla $s=0$ (w przypadku filtru dolnoprzepustowego $n_z=0$),
 C — stała rzeczywista.

Z postaci wyrażeń (6) i (7) wynika, że przebieg charakterystyki $A_s(x)$ jest zależny od położenia zer wielomianów $P(s)$ i $E(s)$, natomiast przebieg charakterystyki $\tau_s(x)$ — od położenia zer wielomianu $E(s)$. Zadanie jednoczesnej aproksymacji charakterystyk $A_s(x)$ i $\tau_s(x)$ sprowadza się więc do znalezienia odpowiedniej konfiguracji zer tych wielomianów. Ze względu na fakt, że charakterystyka $\tau_s(x)$ jest zależna jedynie od położenia zer wielomianu $E(s)$, zadanie aproksymacji tej charakterystyki należy rozpatrywać jako pierwsze. Następnie, po ustaleniu położenia zer wielomianu $E(s)$, można przystąpić do rozwiązywania zadania aproksymacji charakterystyki $A_s(s)$.

Zadanie jednoczesnej aproksymacji charakterystyk $\tau_s(x)$ i $A_s(x)$ można sformułować następująco:

- 1) znaleźć zbiór zer wielomianu $E(s)$, dla których są spełnione wymagania dotyczące charakterystyki $\tau_s(x)$;
- 2) znaleźć zbiór zer wielomianu $P(s)$, dla których spełnione są wtedy wymagania dotyczące charakterystyki $A_s(x)$ w pasmach przepustowym i tłumieniowym.

3. ROZWIĄZANIE ZADANIA APROKSYMACJI CHARAKTERYSTYKI OPÓŹNOŚCI SKUTECZNEJ

Danymi wyjściowymi do przeprowadzenia równomiernie falistej aproksymacji stałej opóźności skutecznej opóźnością skuteczną dolnoprzepustowego filtru reaktancyjnego są zwykle stopień n wielomianu $E(s)$ oraz wartość maksymalnego odchylenia opóźności skutecznej od wartości średniej τ_0 [7, 8, 11, 13]. W pracy [13] wykazano, że przy takich danych wyjściowych istnieje dokładnie jedno rozwiązanie zadania równomiernie falistej aproksymacji stałej opóźności skutecznej.

Niech δ będzie zadaniem maksymalnym odchyleniem opóźności skutecznej od wartości średniej $\tau_0 = \text{const}$ w zadanym podprzedziale $C = \langle x_{c1}, x_{c2} \rangle$ pasma przepustowego $P = \langle x_{p1}, x_{p2} \rangle$, a $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ — wektorem parametrów określonych następująco:

— dla n parzystego

$$\begin{aligned} y_{2i-1} &= \beta_i \\ y_{2i} &= \Omega_i \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}, \quad (8)$$

— dla n nieparzystego

$$\begin{aligned} y_1 &= \alpha, \\ y_{2i} &= \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2}, \\ y_{2i+1} &= \Omega_i, \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie n jest stopniem wielomianu $E(s)$, a α , β_i , Ω_i są wielkościami występującymi we wzorze (6).

Oznaczmy ponadto przez $\tau(x, Y)$ charakterystykę opóźności skutecznej otrzymaną w wyniku aproksymacji, a przez Θ_l , $l = 1, 2, \dots, n-1$, ($n \geq 2$)³⁾ przedziały określone następująco

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \langle x_{c1}, x_1 \rangle, \\ \Theta_k &= \langle x_{k-1}, x_k \rangle, \quad k = 2, 3, \dots, n-2, \\ \Theta_{n-2} &= \langle x_{n-2}, x_{c2} \rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie $x_1, x_2, \dots, x_{n-2}$ są znormalizowanymi częstotliwościami, dla których spełnione są warunki

$$(-1)^{k+L} \frac{d\tau(x, Y)}{dx} \Big|_{x=x_k} > 0, \quad k = 1, 2, \dots, n-2, \quad (11)$$

przy czym

$$L = \begin{cases} 0 & \text{dla } n \text{ nieparzystego,} \\ 1 & \text{dla } n \text{ parzystego.} \end{cases}$$

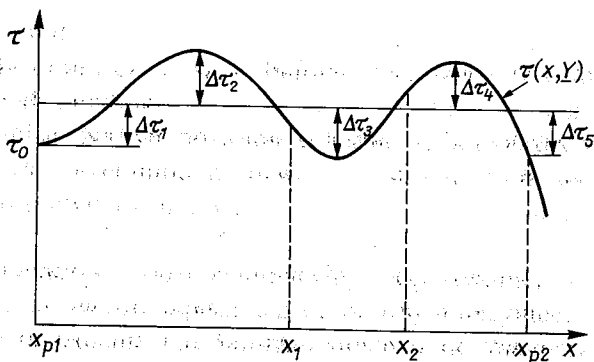
Aproksymację uważamy za optymalną, jeżeli dla zadanego stopnia n wielomianu $E(s)$ wartości największych różnic $\Delta\tau_i(Y)$, $i = 1, 2, \dots, n+1$, pomiędzy charakterystyką opóźności skutecznej $\tau(x, Y)$ otrzymaną w wyniku aproksymacji i stałą charakterystyką $\tau_0 = \text{const}$ (rys. 1) są równe δ , gdzie δ jest zadanym maksymalnym odchyleniem od wartości τ_0 .

Zadanie aproksymacji sformułujemy następująco: Dla zadanego stopnia n wielomianu $E(s)$ i zadanego maksymalnego odchylenia δ znaleźć taki wektor $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$, dla którego spełniony jest warunek

$$\Delta\tau_i(Y) = \delta, \quad i = 1, 2, \dots, n+1, \quad (12)$$

gdzie wartości największych różnic $\Delta\tau_i(Y)$ są określone w sposób następujący

³⁾ Dla $n = 1$ nie ma potrzeby rozpatrywania przedziałów Θ_l (patrz wzór (13) dla $n = 1$).



Rys. 1. Sposób wyznaczania wartości największych różnic $\Delta \tau_i(Y)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ($x_{c1} = x_{p1}$, $x_{c2} = x_{p2} = 4$)

$$\begin{aligned} \Delta \tau_1(Y) &= |\tau_0 - \tau(x_{p1}, Y)| = \delta \\ \Delta \tau_i(Y) &= \max_{x \in \Theta_{i-1}} |\tau(x, Y) - \tau_0|, \quad i = 2, 3, \dots, n \\ \Delta \tau_{n+1}(Y) &= \tau_0 - \tau(x_{c2}, Y). \end{aligned} \quad (13)$$

Sformułowane powyżej zadanie aproksymacji przekształcamy następnie w odpowiednie zadanie programowania nieliniowego z ograniczeniami. W tym celu określamy mianowicie taką funkcję $F(Y)$, która przy spełnieniu warunku (12) osiąga minimum globalne. Zakładamy, że funkcja ta ma następującą postać

$$F(Y) = \sum_{i=1}^{n+1} \left(\Delta \tau_i(Y) - \frac{\sum_{k=1}^{n+1} \Delta \tau_k(Y)}{n+1} \right)^2. \quad (14)$$

Można wykazać, że przy spełnieniu warunku (12) funkcja $F(Y)$ osiąga minimum globalne równe zero. Rozpatrywane zadanie aproksymacji charakterystyki opóźnień skutecznej można więc przekształcić w następujące równoważne zadanie programowania nieliniowego z ograniczeniami. Znaleźć wektor $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$, który minimalizuje funkcję celu⁴⁾ $F(Y)$ określoną wzorem (14) przy następujących warunkach ograniczających

— w przypadku n parzystego

$$-\beta_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}, \quad (15)$$

$$-\Delta \tau_l(Y) < 0, \quad l = 1, 2, \dots, n+1, \quad (16)$$

— w przypadku n nieparzystego

$$-\alpha < 0, \quad (17)$$

⁴⁾ Funkcją celu nazywamy funkcję, której minimum poszukujemy [3, 14].

$$-\beta_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2}, \quad (18)$$

$$-\Delta \tau_l(Y) < 0, \quad l = 1, 2, \dots, n+1. \quad (19)$$

Sformułowane powyżej zadanie można rozwiązać jedną z metod programowania nieliniowego z ograniczeniami. W wyniku jego rozwiązania otrzymujemy wartości zer wielomianu $E(s)$, dla których spełnione są wymagania dotyczące charakterystyki opóźności skutecznej. Należy ponadto zauważyć, że spełnienie ograniczeń odpowiednio (15) lub (17) i (18) zapewnia, że otrzymany wielomian $E(s)$ jest wielomianem Hurwita.

4. ROZWIĄZANIE ZADANIA APROKSYMACJI CHARAKTERYSTYKI TŁUMIENNOŚCI SKUTECZNEJ

Po ustaleniu położenia zer wielomianu $E(s)$ należy przystąpić do określenia wartości zer wielomianu $P(s)$ w oparciu o wymagania dotyczące charakterystyki tłumienności skutecznej A_s . Przebieg charakterystyki A_s w pasmie tłumieniowym jest zależny głównie od położenia urojonych zer wielomianu $P(s)$. Wpływ położenia rzeczywistych i zespolonych zer tego wielomianu na kształt charakterystyki A_s w pasmie tłumieniowym jest wyraźnie mniejszy. Z kolei w pasmie przepustowym kształt charakterystyki A_s jest przede wszystkim uzależniony od położenia rzeczywistych i zespolonych zer wielomianu $P(s)$; położenie zer urojonych ma w tym przypadku znaczenie drugoplanowe.

Jak wiadomo [8], aby uzyskać równomiernie falisty przebieg charakterystyki A_s w pasmie przepustowym wystarczy odpowiednio ustalić położenie zespolonych zer wielomianu $P(s)$. Dlatego też w dalszym ciągu pracy przy rozpatrywaniu zagadnienia aproksymacji charakterystyki A_s w pasmie przepustowym nie będziemy posługiwać się zerami rzeczywistymi, a będziemy brać pod uwagę jedynie zera zespolone. Przy rozpatrywaniu zagadnienia aproksymacji charakterystyki A_s w pasmie tłumieniowym będziemy natomiast określać położenie urojonych zer wielomianu $P(s)$.

W celu sformułowania zadania aproksymacji oznaczmy przez $A_{s0}(x)$ zadaną charakterystykę tłumienności skutecznej w pasmie tłumieniowym $S = \langle x_{s1}, x_{s2} \rangle$, przez $X = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]^T$ — wektor parametrów ($\lambda_i < \lambda_{i+1}, i = 1, 2, \dots, m-1$), a przez $\Theta_{sk}, k = 1, 2, \dots, m+1$, przedziały określone następująco

$$\begin{aligned} \Theta_{s1} &= \langle x_{s1}, \lambda_1 \rangle \\ \Theta_{si} &= (\lambda_{i-1}, \lambda_i), \quad i = 2, 3, \dots, m, \\ \Theta_{s(m+1)} &= (\lambda_m, x_{s2}), \end{aligned} \quad (20)$$

gdzie m jest liczbą par urojonych zer ($\pm j\lambda_i$) wielomianu $P(s)$. Ponadto niech A_p będzie zadaną maksymalną wartością tłumienności skutecznej w przedziale częstotliwości $V = \langle x_{v1}, x_{v2} \rangle$ będącym podprzedziałem pasma przepustowego $P(V \subset P)$, a $Z = [z_1, z_2, \dots, z_r]^T$ — wektorem parametrów spełniających warunki

$$\left. \begin{aligned} z_{2i-1} &= \sigma_i \\ z_{2i} &= \mu_i \\ z_r &= C, \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, m_q \\ r &= 2m_q + 1, \end{aligned} \quad (21)$$

gdzie m_q jest liczbą czwórek zespolonych zer $(-\sigma_i \pm j\mu_i, \sigma_i \pm j\mu_i)$ wielomianu $P(s)$, a C jest stałą występującą we wzorze (7). Jak wiadomo, aby dolnoprzepustowy filtr reaktancyjny był realizowalny fizycznie, liczby m_q , m oraz stopień n wielomianu $E(s)$ muszą spełniać warunek

$$n \geq 2m + 4m_q. \quad (22)$$

Niech $A_s(x, Z, X)$ oznacza z kolei charakterystykę tłumienności skutecznej otrzymaną w wyniku aproksymacji, a Θ_{pl} , $l = 1, 2, \dots, 2m_q$ niech stanowi oznaczenie przedziałów określonych następująco

$$\begin{aligned} \Theta_{p1} &= \langle x_{v1}, a_1 \rangle, \\ \Theta_{pk} &= \langle a_{k-1}, a_k \rangle, \quad k = 2, 3, \dots, t-1 \\ \Theta_{pr} &= \langle a_{t-1}, x_{v2} \rangle, \end{aligned} \quad (23)$$

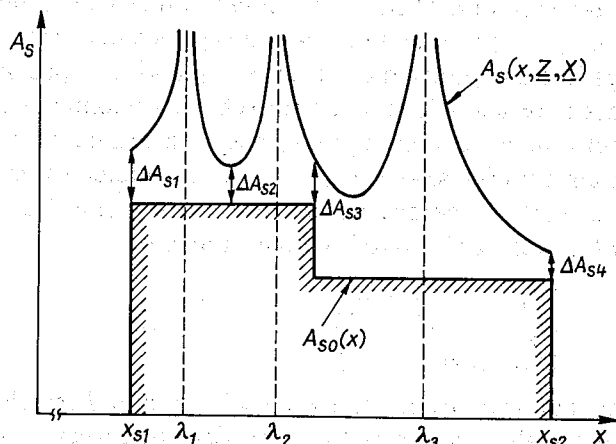
przy czym

$$t = 2m_q, \quad (24)$$

gdzie $a_1, a_2, \dots, a_{t-1}$ są znormalizowanymi częstotliwościami, dla których spełnione są nierówności

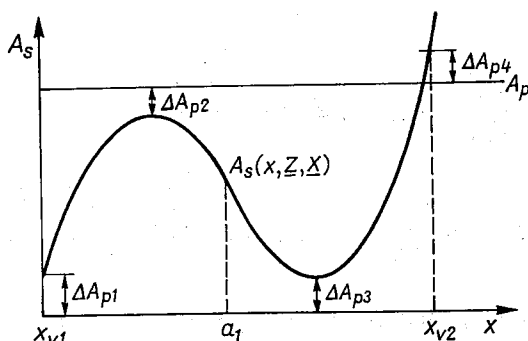
$$(-1)^k \cdot \left. \frac{dA_s(x, Z, X)}{dx} \right|_{x=a_k} > 0, \quad k = 1, 2, \dots, t-1 \quad (25)$$

Aproksymację uważamy za optymalną, gdy spełnione są następujące warunki:



Rys. 2. Sposób wyznaczania wartości najmniejszych różnic $\Delta A_{sk}(Z, X)$ pomiędzy charakterystykami $A_s(x, Z, X)$ i $A_{s0}(x)$ w poszczególnych przedziałach Θ_{sk} , $k = 1, 2, 3, 4$ ($m = 3$)

- 1) Wartości najmniejszych różnic $\Delta A_{sk}(Z, X)$ pomiędzy otrzymaną w wyniku aproksymacji charakterystyką $A_s(x, Z, X)$ i zadaną charakterystyką $A_{s0}(x)$ w pasmie tłumieniowym (rys. 2) są równe i większe od zera w każdym z przedziałów Θ_{sk} , $k = 1, 2, \dots, m+1$.
- 2) Wartości różnic $\Delta A_{pk}(Z, X)$, $k = 2, 4, \dots, 4m_q$, są równe zeru, natomiast wartości różnic $\Delta A_{pl}(Z, X)$, $l = 1, 3, \dots, 4m_q - 1$, są sobie równe i możliwie małe, ale większe od zera, gdzie wartości różnic $\Delta A_{pi}(Z, X)$ są określane w sposób następujący (rys. 3):



Rys. 3. Sposób wyznaczania wartości najmniejszych różnic $\Delta A_{pk}(Z, X)$, $k = 1, 2, 3, 4$ ($m_q = 1$)

$$\begin{aligned}
 \Delta A_{p1}(Z, X) &= A_s(x_{v1}, Z, X) \\
 \Delta A_{pi}(Z, X) &= \min_{x \in \Theta_{p(i-1)}} (A_p - A_s(x, Z, X)), \quad i = 2, 4, 6, \dots \\
 \Delta A_{pi}(Z, X) &= \min_{x \in \Theta_{p(i-1)}} (A_s(x, Z, X)), \quad i = 3, 5, 7, \dots \\
 \Delta A_{p4m_q}(Z, X) &= A_p - A_s(x_{v2}, Z, X).
 \end{aligned} \tag{26}$$

Zadanie aproksymacji formułujemy następująco: Dane są: zadana charakterystyka $A_{s0}(x)$ w pasmie tłumieniowym, określona wartość tłumienności skutecznej A_p w pasmie przepustowym, liczba m par urojonych zer wielomianu $P(s)$ oraz liczba m_q czwórek zespolonych zer tego wielomianu. Znaleźć wektory $Z = [z_1, z_2, \dots, z_r]^T$ oraz $X = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]^T$ takie, aby wartość

$$\sum_{j=1}^{r-1} \Delta A_{p(2j-1)}(Z, X)$$

była możliwie mała i jednocześnie aby były spełnione warunki

$$\sum_{j=1}^{r-1} \Delta A_{p(2j)}(Z, X) = 0 \tag{27}$$

oraz

$$\Delta A_{sk}(Z, X) = \Delta A_{sl}(Z, X), \quad k, l = 1, 2, \dots, m+1, \tag{28}$$

gdzie

$$\Delta A_{sk}(Z, X) = \min_{x \in \Theta_{sk}} (A_s(x, Z, X) - A_{s0}(x)). \quad (29)$$

Tak sformułowane zadanie aproksymacji przekształcamy następnie w dwa odpowiednie zadania programowania nieliniowego z ograniczeniami. Aby tego dokonać, określamy dwie funkcje będące funkcjami celu. Przyjmujemy, że funkcje te mają następującą postać:

$$G(Z, X) = K_1 \sum_{i=1}^{r-1} \Delta A_{p(2i)}(Z, X)^2 + \\ + K_2 \sum_{j=1}^{r-1} \left(\Delta A_{p(2j-1)}(Z, X) - \frac{\sum_{k=1}^{r-1} \Delta A_{p(2k-1)}(Z, X)}{r-1} \right)^2. \quad (30)$$

$$H(Z, X) = \sum_{j=1}^{m+1} \left(\Delta A_{sj}(Z, X) - \frac{\sum_{k=1}^{m+1} \Delta A_{sk}(Z, X)}{m+1} \right)^2, \quad (31)$$

gdzie: K_1, K_2 — współczynniki wagowe ($K_1 \gg K_2, K_2 > 1$).

Można wykazać, że jeżeli warunek (28) jest spełniony, to dla danego wektora Z funkcja $H(Z, X)$ osiąga minimum względem X , przy czym jest to minimum globalne równe zeru. Można również wykazać, że funkcja $H(Z, X)$ określona wzorem (30) jest praktycznie niezależna od wartości stałej C . Podobnie można wykazać, że jeżeli warunek (27) jest spełniony oraz wartości różnic $\Delta A_{pk}(Z, X)$, $k = 1, 3, \dots, 4m_q - 1$, są sobie równe i odpowiednio małe, to funkcja $G(Z, X)$ osiąga minimum względem wektora Z dla danego wektora X .

Rozpatrywane zadanie aproksymacji charakterystyki tłumienności skutecznej w pasmach przepustowym i tłumieniowym można więc przekształcić w następujące dwa zadania programowania nieliniowego z ograniczeniami:

- 1) Dla określonego wektora X znaleźć taki wektor $Z = [z_1, z_2, \dots, z_r]^T$, dla którego funkcja $G(Z, X)$ osiąga minimum globalne przy następujących warunkach ograniczających

$$-\Delta A_{pk}(Z, X) < 0, \quad k = 1, 2, \dots, 4m_q \quad (32)$$

- 2) Dla określonego wektora Z znaleźć taki wektor $X = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]^T$, dla którego funkcja $H(Z, X)$ osiąga minimum przy następujących warunkach ograniczających

$$\begin{aligned} x_{s1} - \lambda_i &< 0, & i &= 1, 2, \dots, m, \\ \lambda_i - x_{s2} &< 0, & i &= 1, 2, \dots, m, \\ -\Delta A_{sk}(Z, X) &< 0, & k &= 1, 2, \dots, m+1. \end{aligned} \quad (33)$$

Ponieważ w pierwszym z wymienionych zadań wektor X jest traktowany jako parametr, a wektor Z jako zmienna, natomiast w drugim — wektor X jest traktowany jako parametr, a wektor Z jako zmienna, należy określić, które z tych zadań wygodnie jest rozwiązywać jako pierwsze.

Przeprowadzone próbne obliczenia wykazały, że zmiana wartości zespolonych zer wielomianu $P(s)$ przy nie zmienionych wartościach urojonych zer tego wielomianu ma znacznie większy wpływ na przebieg charakterystyki A_s w pasmie tłumieniowym, niż zmiana wartości urojonych zer przy nie zmienionych wartościach zer zespolonych na przebieg tej charakterystyki w pasmie przepustowym. Z tego właśnie powodu wygodniej jest najpierw określać położenie zespolonych zer wielomianu $P(s)$, tzn. rozwiązać zadanie poszukiwania wektora Z przy założonym początkowym wektorze X . Należy przy tym zauważyć, że w zadaniu tym występuje więcej warunków niż niewiadomych, a więc dla przyjętych danych wyjściowych zadanie to może nie mieć rozwiązania.

Jeżeli w wyniku rozwiązywania rozpatrywanego zadania zostanie wyznaczony wektor Z , dla którego warunki (32) są spełnione, to można przystąpić do rozwiązywania zadania poszukiwania wektora X , czyli do określania położenia urojonych zer wielomianu $P(s)$ dla wyznaczonego wektora Z . Jeżeli natomiast nie udaje się znaleźć takiego wektora Z , dla którego warunki (32) są spełnione, to należy albo zmienić granice przedziału V albo, o ile to jest możliwe, zwiększyć założoną wartość A_p i ponownie przeprowadzić obliczenia. Jeżeli z kolei dla założonej liczby m par urojonych zer wielomianu $P(s)$ nie udaje się znaleźć wektora X , dla którego warunki (33) są spełnione, to należy zwiększyć liczbę m .

Po wyznaczeniu wartości współrzędnych wektora X , czyli po określeniu wartości urojonych zer wielomianu $P(s)$, należy jeszcze zbadać, czy dla tych wartości współrzędnych wektora X nie nastąpiły istotne zmiany przebiegu charakterystyki A_s w pasmie przepustowym. Jeżeli zmiany te są pomijalnie małe, to wyznaczone wartości wielomianu $P(s)$ stanowią rozwiązanie zadania aproksymacji. Jeżeli natomiast zmiany te są dość znaczne, należy ponownie rozwiązać zadanie poszukiwania współrzędnych wektora Z przyjmując do obliczeń wyznaczone wartości współrzędnych wektora X .

5. OPIS PROGRAMU AOAS

Na podstawie przedstawionego sposobu rozwiązywania zadania jednoczesnej aproksymacji charakterystyk opóźności i tłumienności skutecznej został opracowany program AOAS. Program ten umożliwia przeprowadzenie równomiernie falistej aproksymacji charakterystyki $\tau_0 = \text{const}$ w pasmie przepustowym oraz przeprowadzenie aproksymacji zadanej charakterystyki $A_s(x)$ w obu pasmach przepustowym i tłumieniowym. Program AOAS został napisany w języku Fortran dla mikrokomputera Amstrad CPC 8256.

Jako dane wejściowe do programu należy podać:

- liczbę n , czyli stopień wielomianu $E(s)$ ($n \leq 10$),
- liczbę δ , czyli wartość maksymalnego odchylenia opóźności skutecznej wartości średniej,
- wartości znormalizowanych częstotliwości x_{c1} i x_{c2}

- liczbę m , czyli liczbę par urojonych zer wielomianu $P(s)$,
- liczbę m_q , czyli liczbę czwórek zespolonych zer wielomianu $P(s)$ (liczby n , m i m_q muszą spełniać warunek (22)),
- liczbę A_p , czyli zadaną wartość tłumienności skutecznej w przedziale częstotliwości $V = \langle x_{v1}, x_{v2} \rangle$ ($V \subset P$),
- wartości znormalizowanych częstotliwości x_{v1} i x_{v2} ,
- liczbę M współrzędnych $x^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, M$, aproksymowanej charakterystyki tłumienności skutecznej w pasmie tłumieniowym, gdzie $x^{(i)}$ — wartości znormalizowanych częstotliwości,
- wartości częstotliwości $x^{(i)}$ oraz odpowiadające tym częstotliwościom wartości zadanej tłumienności skutecznej $A_{s0}(x^{(i)})$,
- wartość parametru EPS, zwanego testem stopu procedury minimalizacji bez ograniczeń [6] (procedura ta kończy swoje działanie, gdy norma gradientu funkcji celu $\|\nabla F\| \leq \text{EPS}$),
- informację, czy chcemy otrzymać wydruki wartości współrzędnych ekstremów funkcji $\tau(x, Y)$ oraz wartości maksymalnych różnic $\Delta \tau_k(Y)$, $k = 1, 2, \dots, n+1$, jak również wydruki wartości kolejnych współrzędnych wyznaczonych funkcji aproksymujących $A_s(x, Z, X)$ i $\tau(x, Y)$, czy też nie (wartość parametru IW równa odpowiednio 1 lub 0),
- wartość parametru IPS określającego sposób wyboru punktu startowego a mianowicie:
 - IPS = 1, gdy początkowe współrzędne wektorów Y , Z i X są określone przez program,
 - IPS = 2, początkowe współrzędne wektorów Y , Z i X są podawane przez użytkownika,

IPS = 3, gdy użytkownik podaje wartości współrzędnych wektora Y , dla jakich chce przeprowadzić aproksymację charakterystyki A_s w pasmie przepustowym i tłumieniowym; aproksymacja charakterystyki τ_s nie jest w tym przypadku przeprowadzana.

Przy opracowywaniu programu AOAS założono, że aproksymowana charakterystyka $A_{s0}(x^{(i)})$ ma w pasmie tłumieniowym przebieg schodkowy (przedziałami stały). Tego rodzaju założenie pozwoliło na dość znaczne uproszczenie algorytmu obliczeń.

W programie AOAS do rozwiązywania rozpatrywanych zadań programowania nieliniowego z ograniczeniami zastosowano zmodyfikowaną metodę Powella (z przesuwaną funkcją kary) [3, 6]. Metoda ta uważana jest bowiem za jedną z najbardziej efektywnych metod poszukiwania minimum z ograniczeniami. Umożliwia ona, poprzez odpowiednią modyfikację funkcji celu, sprowadzenie zadania z ograniczeniami do ciągu zadań bez ograniczeń.

Do rozwiązywania otrzymanych zadań programowania nieliniowego bez ograniczeń zastosowano odpowiednie zmodyfikowaną procedurę GSPR1E opracowaną w Instytucie Automatyki Politechniki Warszawskiej [6]. Procedura ta umożliwia rozwiązywanie zadań programowania nieliniowego bez ograniczeń metodą gradientu sprzężonego Polaka-Ribiery, przy czym gradient funkcji celu jest estymowany numerycznie. W przypadku rozpatrywanych funkcji celu numeryczna estymacja

gradientu jest niezbędna, gdyż nie ma możliwości jego wyznaczania w sposób analityczny.

Po przeprowadzeniu obliczeń przy użyciu programu AOAS otrzymujemy następujące wyniki końcowe:

- wartości zer wielomianu $E(s)$, przy których są spełnione wymagania dotyczące charakterystyki opóźności skutecznej w pasmie przepustowym;
- wartości zer wielomianu $P(s)$, przy których są spełnione wymagania dotyczące charakterystyki tłumienności skutecznej w pasmach przepustowym i tłumieniowym;
- wartość stałej C ;
- wartości współrzędnych minimów funkcji $A_s(x, Z, X)$ w pasmie tłumieniowym oraz wartości minimalnych różnic $\Delta A_{sk}(Z, X)$;
- wartości współrzędnych ekstremów funkcji $A_s(x, Z, X)$ w przedziale $V = \langle x_{v1}, x_{v2} \rangle$ oraz wartości minimalnych różnic $\Delta A_{pk}(Z, X)$.

Istnieje ponadto możliwość wydrukowania wartości współrzędnych ekstremów funkcji $\tau(x, Y)$, wartości maksymalnych różnic $\Delta \tau_k(Y)$, jak również wartości kolejnych współrzędnych wyznaczonych funkcji aproksymujących $A_s(x, Z, X)$ oraz $\tau(x, Y)$.

Przy użyciu programu AOAS przeprowadzono jednoczesną aproksymację szeregu charakterystyk opóźności i tłumienności skutecznej. We wszystkich przypadkach (obliczenia wykonywano dla $n \leq 10$) czas wykonywania obliczeń był rzędu kilkunastu minut. Czas ten zwiększał się w miarę wzrostu liczb n , m i m_q oraz w miarę zmniejszania wartości d oraz EPS. Był on również w pewnym stopniu zależny od kształtu aproksymowanej charakterystyki $A_{s0}(x)$.

Działanie programu zilustrujemy następującym przykładem.

Przykład 1

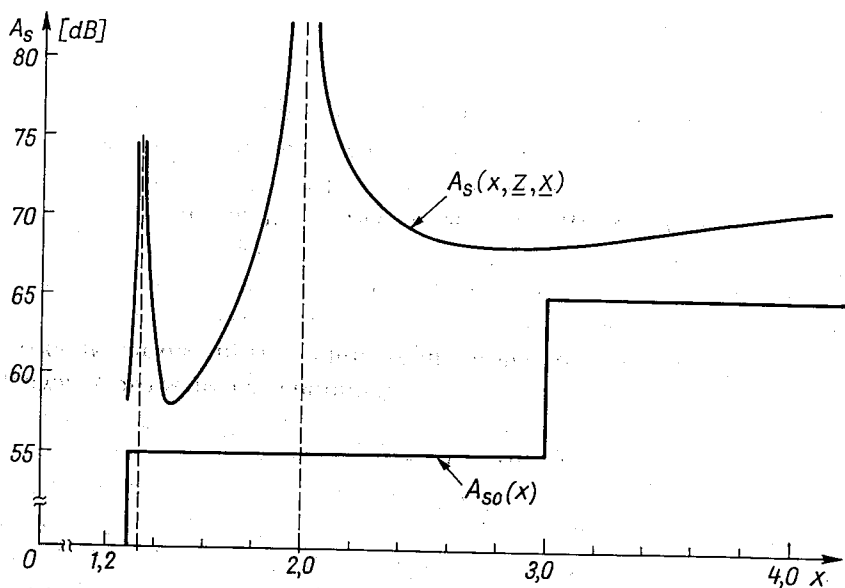
Wyznaczyć położenie znormalizowanych zer i biegunów funkcji przenoszenia $H(s)$ filtru dolnoprzepustowego o następujących danych:

1. Maksymalne odchylenie opóźności skutecznej od wartości średniej w przedziale częstotliwości od $x_{c1} = 0$ do $x_{c2} = 1,0$ wynosi 0,1.
2. Maksymalna wartość tłumienności skutecznej A_p w przedziale częstotliwości od $x_{v1} = 0$ do $x_{v2} = 0,7$ wynosi 1,15 dB,
3. Pasma tłumieniowe występuje w zakresie częstotliwości od $x_{s1} = 1,3$ do $x_{s2} = \infty$.
4. Tłumienność skuteczna A_{s0} w pasmie tłumieniowym

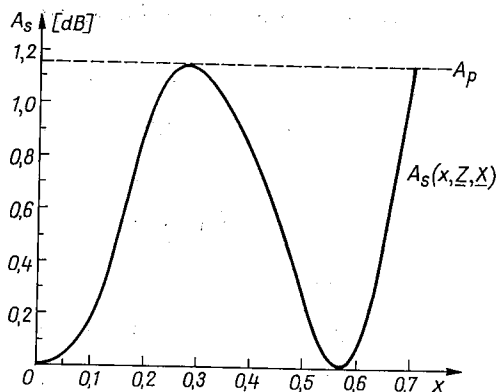
$$\begin{aligned} A_{s0} &\geq 55 \text{ dB} && \text{dla } 1,3 \leq x < 3,0 \\ A_{s0} &\geq 65 \text{ dB} && \text{dla } x \geq 3,0. \end{aligned}$$

Stopień n wielomianu $E(s)$ ma być równy 10, a ponadto $m = 2$ i $m_q = 1$.

Dla powyższych danych przeprowadzono aproksymację charakterystyk tłumienności skutecznej i opóźności skutecznej przy użyciu programu AOAS. Do obliczeń przyjęto wartość parametru EPS = 0,005. Otrzymane wyniki podane są w tablicy 1. Na rysunkach 4 i 5 pokazane są ponadto: 1) zadana charakterystyka $A_{s0}(x)$ w pasmie tłumieniowym i otrzymana charakterystyka $A_s(x, Z, X)$ ją aproksymująca oraz



Rys. 4. Przebiegi charakterystyk $A_{s0}(x)$ i $A_s(x, Z, X)$ z przykładu 1 w pasmie tłumieniowym



Rys. 5. Przebieg charakterystyki $A_s(x, Z, X)$ z przykładu 1 w zadanej części pasma przepustowego

2) założona wartość tłumienności skutecznej A_p i otrzymana charakterystyka $A_s(x, Z, X)$ w zadanej części pasma przepustowego. Z danych przedstawionych w tabelicy 1 oraz z rysunków 4 i 5 wynika, że otrzymane w wyniku aproksymacji charakterystyki $A_s(x, Z, X)$ oraz $\tau(x, Y)$ spełniają stawiane wymagania.

Tablica 1

Wyniki obliczeń dla danych z przykładu 1.

Aproksymacja
 charakterystyki opóźnienia grupowego
 i charakterystyki tłumienności skutecznej

dane :

*** charakterystyka opóźnienia grupowego
 $x_{c1} = 0.0000$ $x_{c2} = 1.0000$
 $\Delta = .1000$
 $n = 10$

*** charakterystyka tłumienności skutecznej

--- pasmo przepustowe
 $x_{v1} = 0.0000$ $x_{v2} = .7000$
 $A_p = 1.15$ dB
 $n_q = 1$

--- pasmo tłumieniowe
 $m = 2$

charakterystyka schodkowa
 x $.130E+01$ $.300E+01$ $.100E+18$
 A_s dB $.550E+02$ $.650E+02$ $.650E+02$

Wartości zer wielomianu $E(s)$

se 1 = $-.181614-j.116565$	se 2 = $-.181614+j.116565$
se 3 = $-.179981-j.348513$	se 4 = $-.179981+j.348513$
se 5 = $-.175795-j.576427$	se 6 = $-.175795+j.576427$
se 7 = $-.165219-j.795249$	se 8 = $-.165219+j.795249$
se 9 = $-.130775-j.994923$	se10 = $-.130775+j.994923$

Wartości zer wielomianu $P(s)$

sp 1 = $-j1.337007$	sp 2 = $+j1.337007$
sp 3 = $-j1.994549$	sp 4 = $+j1.994549$
sp 3 = $.321566-j.305593$	sp 4 = $.321566+j.305593$
sp 5 = $-.321566-j.305593$	sp 6 = $-.321566+j.305593$

Wartość stałej C
 $C = 159.432098$

Wartości współrzędnych ekstremów funkcji A_s
 oraz wartości minimalnych różnic ΔA_p $k, k=1, \dots, 4n_q$

k		1	2	3	4
x		0.000000	.277929	.568594	.700000
$A_s(x, Z, X)$	dB	.006396	1.150069	.028153	1.149906
ΔA_p	dB	.006396	.000069	.028153	.000094

Wartości współrzędnych minimów funkcji A_s
 oraz wartości minimalnych różnic ΔA_s $k, k=1, \dots, m+1$

k		1	2	3
x		1.299999	1.478527	2.834105
$A_s(x, Z, X)$	dB	58.062080	58.085846	68.052849
ΔA_s	dB	3.062080	3.085846	3.154366

ZAKOŃCZENIE

W pracy przedstawiono metodę rozwiązania zadania jednoczesnej aproksymacji stałej charakterystyki opóźności skutecznej i zadanej charakterystyki tłumienności skutecznej. W porównaniu z metodami rozwiązania tego zadania opisanymi w literaturze [4, 7, 8] zaproponowana metoda posiada pewne zalety. Spełnienie ograniczeń odpowiednio (15) lub (17) i (18) automatycznie zapewnia mianowicie, że otrzymany w wyniku aproksymacji wielomian $E(s)$ jest wielomianem Hurwitza. Nie ma więc potrzeby sprawdzania po każdej iteracji czy zera wielomianu $E(s)$ nadal znajdują się w lewej półpłaszczyźnie, i w razie nie spełnienia tego warunku powtórne wykonanie obliczeń. Ponadto, w przypadku zaproponowanej metody nie ma konieczności szczególnie starannego dobierania punktów startowych. Wystarczy przyjąć taki punkt startowy, aby funkcja $\tau(x, Y)$ miała na przemian odpowiednio minima i maksima znajdujące się w przedziale $C = \langle x_{c1}, x_{c2} \rangle$ i aby funkcja $A_s(x, Z, X)$ również miała na przemian minima i maksima znajdujące się w przedziale $V = \langle x_{v1}, x_{v2} \rangle$. Przy aproksymacji tłumienności skutecznej w pasmie tłumieniowym wystarczy przyjąć taki początkowy rozkład biegunów, aby były one w miarę równomiernie rozmieszczone w tym pasmie.

Funkcja przenoszenia otrzymana w wyniku rozwiązania rozpatrywanego zadania aproksymacji może posłużyć do realizacji dolnoprzepustowego filtra LC lub też może zostać wykorzystana jako funkcja prototypowa przy projektowaniu filtrów mikrofalowych lub elektromechanicznych. Po wprowadzeniu odpowiednich modyfikacji zaproponowana metoda może zostać zastosowana do rozwiązywania zadania jednoczesnej aproksymacji charakterystyk opóźności i tłumienności skutecznej filtrów aktywnych RC.

BIBLIOGRAFIA

1. H.J. Carlin, J.-L. Wu: *Amplitude Selectivity Versus Constant Delay in Minimum-Phase Lossless Filters*, IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. CAS-23, nr 7, July 1976
2. W. Cauer: *Theorie der linearen Wechselstromschaltungen*, Band I, Akademie-Verlag, Berlin 1954
3. W. Findeisen, J. Szymanowski, A. Wierzbicki: *Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji*, Warszawa: PWN, 1980
4. A.G. Holt, J.P. Gray: *Synthesis of network functions to prescribed equiripple approximations of attenuation and group delay*. Proc. IEE, vol. 116, nr 4 April 1969
5. J.J. Komiak: *A New Technique for the Design of Linear Phase Bandpass Filters with Amplitude Selectivity*, IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. CAS-28, nr 2, March 1981
6. T. Kręglewski, T. Rogowski, A. Ruszczyński, J. Szymanowski: *Metody optymalizacji w języku Fortran*. Warszawa: PWN, 1984
7. R.K. Kwan, G.G. Bach: *Simultaneous Approximations in Filter Design*. IEEE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-16, February 1969
8. J.D. Robert, P.M. Stanimirovic: *Desing of Band Pass Filters Exhibiting Equiripple Group Delay and Amplitude Characteristics*. Proc. of the IREE, Jan. Feb. 1974
9. S. Sadughi, H.K. Kim: *An Approximation Procedure for Selective Linear Phase Filters*. IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. CAS-34, nr 8, August 1987
10. W. Soluch (red.): *Filtry piezoelektryczne*. Warszawa: WKiŁ 1982

11. G.C. Temes, S.K. Mitra (red.): *Teoria i projektowanie filtrów*. Warszawa: WNT, 1978
12. I.I. Trifonow: *Sintez reaktivnykh ciepiej s zadannymi fazowymi charakteristikami*, Izd. Swiaz, Moskwa 1969
13. E. Ulbrich, H. Piloty: *Über den Entwurf von Allpässen, Tiefpässen und Bandpässen mit einer im Tschebyscheffschen Sinne approximierten konstanten Gruppenlaufzeit*, Arch. Elektr. Übertr. 1960 vol. 14, nr 10
14. R. Wit: *Metody programowania nieliniowego. Minimalizacja funkcji gładkich*. Warszawa: WNT, 1986
15. F. Wysocka-Schillak: *Application of minimization techniques to the simultaneous approximation of group delay and attenuation characteristics of low-pass filters*. Proc. Intern. AMSE Conf. „Modelling and Simulation”, Istanbul (Turkey), June 29 — July 1, 1988 AMSE Press, vol. 2B

F. WYSOCKA-SCHILLAK

APPLICATION OF MINIMIZATION METHODS TO SOLVING THE PROBLEM OF THE SIMULTANEOUS APPROXIMATION OF GROUP DELAY AND ATTENUATION CHARACTERISTICS OF A LOW-PASS LC FILTER

Summary

The paper presents a method for the simultaneous approximation of group delay and effective attenuation characteristics of a low-pass LC filter. The effective attenuation characteristic is approximated in the passband and in the stopband. The group delay characteristic can be equalized to be equiripple in the entire passband or only in a part of this band. In our approach, the approximation problem is transformed into three constrained minimization problems which are solved by a penalty function shifting method. In the paper, a description of the computer program is also presented. Finally, a numerical example is given.

Obliczanie prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej w układach komutacyjnych z selekcją punkt-grupa i kilkoma próbami zestawienia połączenia

MACIEJ STASIAK

Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Pojazdów Szynowych, Poznań

Otrzymano 1989.9.6

Autoryzowano do druku 1989.12.21

W artykule przedstawiono nowy model matematyczny wielosekcyjnego układu komutacyjnego z selekcją punkt-grupa i kilkoma próbami zestawienia połączenia. Z modelu tego wynika prosta metoda oszacowania prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej, która nie wymaga stosowania złożonych programów obliczeniowych jak i procedur iteracyjnych. Podstawą dla obliczeń w tej metodzie jest rozkład dostępności. W niniejszej pracy sformułowano warunki jakie rozkład dostępności musi spełniać i na ich podstawie wybrano jego aproksymację. Pokazano również zależność tego rozkładu od liczby podejmowanych w układzie prób zestawienia połączenia. Obliczone na podstawie rozkładu dostępności momenty zmiennej losowej, oraz rozkład zajętości w wiązce wyjściowej stanowią bezpośrednie dane dla obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej w układach komutacyjnych z selekcją punkt-grupa i kilkoma próbami zestawienia połączenia. Rozpatrzono dwa sposoby takich obliczeń. W pierwszym, rozkład zajętości łączy wyjściowych aproksymuje się rozkładem Erlanga a w drugim rozkładem Erlanga dla wiązki niedoskonałej. Rezultaty obliczeń teoretycznych, wynikających z proponowanej metody, porównano z danymi symulacji cyfrowej 3, 4 i 6-cio sekcyjnych układów komutacyjnych.

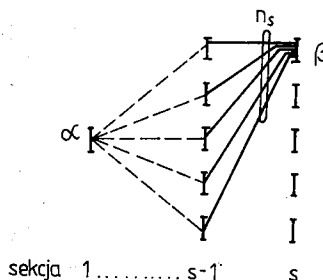
1. WPROWADZENIE

Algorytm zestawienia połączenia przy sekcji punkt-grupa z kilkoma próbami zestawienia połączenia polega na tym, że urządzenie sterujące określa komutator pierwszej sekcji na którego wyjściu pojawia się wywołanie (komutator α). Następnie wg algorytmu przypadkowego zostaje określony jeden komutator ostatniej sekcji, dysponujący przynajmniej jednym wolnym wyjściem w żądanym kierunku (komutator β). Teraz urządzenie sterujące próbuje znaleźć wolną drogę połączeniową w układzie komutacyjnym między określonymi wcześniej komutatorami α i β . Istnienie wolnej drogi połączeniowej powoduje realizację połączenia. W przeciwnym wypadku zostanie podjęta druga próba zestawienia połączenia, tj. urządzenie sterujące określi inny (niż przy pierwszej próbie) komutator β . Zatem urządzenie sterujące próbuje znaleźć wolną

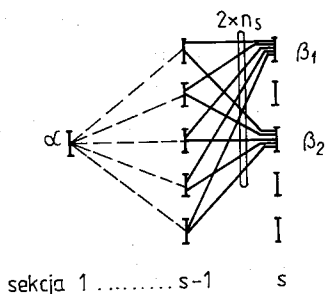
drogę połączeniową między komutatorem α i nowo określonym komutatorem β . Jeśli taka droga istnieje, połączenie zostanie zrealizowane, jeśli nie, nastąpi trzecia próba zestawienia połączenia wg identycznej procedury. Połączenie, które nie może zostać zrealizowane podczas ostatniej założonej w programie sterującym, n -tej próby, będzie stracone. Wywołanie może być też stracone przy k -tej próbie ($1 \leq k \leq n$) jeżeli w danym stanie układu komutacyjnego istnieje dokładnie $(k-1)$ komutatorów ostatniej sekcji, które dysponują wolnymi wyjściami w żądanym kierunku, tj. przy k -tej próbie urządzenie sterujące już nie znajduje kolejnego komutatora β .

Selekcja typu punkt-punkt jest szczególnym przypadkiem selekcji punkt-grupa i może być traktowana jako selekcja punkt-grupa z jedną próbą zestawienia połączenia. Zatem selekcja typu punkt-punkt prowadzi do zwiększenia prawdopodobieństwa strat i w szczególności prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej w porównaniu z selekcją punkt-grupa (tj. punkt-grupa z V próbami zestawienia połączenia, gdzie V jest pojemnością wiązki wyjściowej). W miarę wzrostu liczby podejmowanych prób zestawienia połączenia prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej zmniejsza się i zbliża do prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa. Przy tym samym, złożonym prawdopodobieństwie blokady wewnętrznej w układzie komutacyjnym, selekcja punkt-punkt wymaga więc dodatkowej liczby punktów komutacyjnych w porównaniu z selekcją punkt-grupa. A. Lotze, A. Röder i G. Thierer [8] wykazali, że przejście z selekcji punkt-punkt do selekcji punkt-grupa pozwala zaoszczędzić około 25% punktów komutacyjnych. Z drugiej strony, sterowanie układem komutacyjnym z selekcją punkt-grupa jest bardziej złożone. Stosowanie selekcji punkt-grupa z kilkoma próbami zestawienia połączenia pozwala pogodzić te sprzeczności.

Obliczanie prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej w układach komutacyjnych z selekcją punkt-grupa i kilkoma próbami zestawienia połączenia jest zagadnieniem złożonym. K. Takagi [13] dla tego typu obliczeń adaptował znaną metodę grafów prawdopodobieństwowych opracowaną przez C. Y. Lee [5] i P. Le Galla [4]. Założenie niezależności zajmowania łączy przyjęte w tej metodzie może jednak powodować znaczne błędy, szczególnie w przypadkach pól przeciążonych ruchem.



Rys. 1. Określenie grupy łączy $(s-1)$ sekcji dla obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-punkt metodą PPL



Rys. 2. Określenie grupy łączy ($s-1$) sekcji dla obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa z dwoma próbami zestawienia połączenia metodą PPLM

Dokładniejsze rezultaty uzyskuje się przy stosowaniu metod opartych o obliczenia efektywnej dostępności. Z tej grupy metod najbardziej znane są metody PPLM [7] i MRS (metoda rozdzielonych strat) [2]. Idea obliczeń przyjęta w tych metodach jest rozszerzeniem założeń metody PPL (3, 6, 9, 10, 11, 14] na przypadek kilku prób zestawienia połączenia. W metodzie PPL prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-punkt w s -sekcyjnym układzie komutacyjnym oblicza się przez wyznaczenie prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa w ($s-1$) — sekcyjnym układzie komutacyjnym. W układzie tym za rozpatrywany kierunek uważa się wszystkie wejścia do komutatora β (rys. 1). W przypadku kilku prób zestawienia połączenia rozpatrywamy kierunek rozszerza się na wejścia prowadzące do wszystkich wyznaczonych n komutatorów ostatniej sekcji, gdzie n jest liczbą prób zestawienia połączenia (rys. 2). Efektywna dostępność do wiązki wyjściowej jest więc n razy większa niż przy jednej próbie zestawienia połączenia. Obliczenia wykonywane wg przedstawionych wyżej założeń wymagają jednak stosowania skomplikowanych programów obliczeniowych.

W niniejszym opracowaniu przedstawiono model matematyczny układu komutacyjnego z selekcją punkt-grupa i kilkoma próbami zestawienia połączenia. Z tego modelu wynika prosta metoda obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej. Jest ona rozszerzeniem na przypadek kilku prób zestawienia połączenia metody obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-punkt, przedstawionej w [12].

Podstawą obliczeń proponowanej metody jest rozkład dostępności. Ta probabilistyczna funkcja wyraża prawdopodobieństwo zdarzenia, że dostępność w układzie komutacyjnym przyjmuje określoną wartość. W niniejszej pracy znaleziono funkcję aproksymującą ten rozkład i wykazano, że prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej przy n próbach zestawienia połączenia zależy od n pierwszych momentów rozkładu dostępności. Prawdopodobieństwo to zależy również od rozkładu zajętości łączy wyjściowych. W artykule podano dwie wersje obliczeń. W pierwszej rozkład zajętości łączy wyjściowych aproksymowano rozkładem Erlanga, a w drugiej rozkładem Erlanga dla wiązki niedoskonałej. Pierwsza wersja jest szczególnie przydatna w ob-

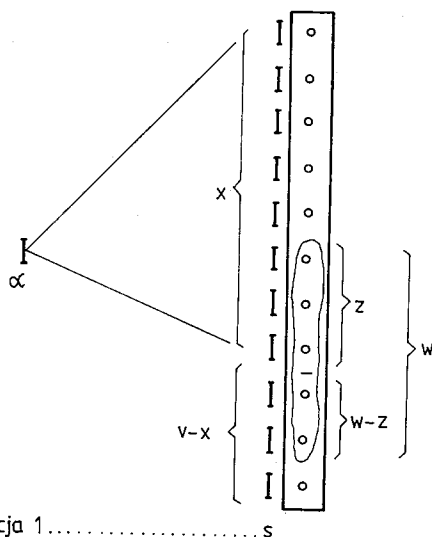
liczeniach inżynierskich, ponieważ nie wymaga stosowania programów obliczeniowych, a dokładność wyników końcowych jest porównywalna z rezultatami uzyskiwanymi za pomocą metod bardziej złożonych. W drugiej wersji przyjęto, że rozkład zajętości łączy wyjściowych jest zależny od liczby podejmowanych prób zestawienia połączenia. Model taki jest bardziej zbliżony do rzeczywistego, wymaga jednak stosowania programów obliczeniowych.

2. PODSTAWOWE ROZWAŻANIA TEORETYCZNE

Rozważa się wiązkę wyjściową o pojemności V łączy s -sekcyjnego układu komutacyjnego. Układ ten pracuje z selekcją punkt-grupa i n próbami zestawienia połączenia. Założono, że w danym stanie komutacyjnego w wiązce wyjściowej jest (rys. 3):

- x łączy dostępnych komutatorowi α ,
- $(V-x)$ łączy niedostępnych dla α ,
- w łączy wolnych w rozważanym kierunku,
- z łączy wolnych w grupie x łączy dostępnych dla α ,
- $(w-z)$ łączy wolnych w grupie $(V-x)$ łączy niedostępnych dla α .

Odpowiadające takiemu stanowi układu komutacyjnego prawdopodobieństwa określono następująco:



Rys. 3. Jeden z możliwych stanów wiązki wyjściowej s -sekcyjnego układu komutacyjnego
 x — łączy dostępne danemu komutatorowi pierwszej sekcji, $(V-x)$ — łączy niedostępne dla α , w — wolne łączy w rozważanej wiązce wyjściowej, z — wolne łączy w grupie x łączy dostępnych dla α , $(w-z)$ — wolne łączy w grupie $(V-x)$ łączy niedostępnych dla α

- $P(x)$ — prawdopodobieństwo dostępności x łączy wyjściowych dla komutatora α ,
 $P(w)$ — prawdopodobieństwo zdarzenia w którym w łączy wyjściowych rozważanej wiązki jest wolnych,
 $P(z)$ — prawdopodobieństwo zdarzenia w którym z łączy w grupie x łączy dostępnych jest wolnych. Jednocześnie jest to prawdopodobieństwo, że $(w - z)$ łączy w grupie $(V - x)$ łączy niedostępnych jest wolnych,
 $P_b(k)$ — prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej w układzie komutacyjnym przy k ($k \leq n$) bezskutecznych próbach zestawienia połączenia,
 $P_b(k, x)$ — prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej przy k bezskutecznych próbach zestawienia połączenia, określone przy założeniu, że w wiązce wyjściowej jest x łączy dostępnych dla komutatora α ,
 $P_b(k, x, w, z)$ — prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej przy k bezskutecznych próbach zestawienia połączenia, określone przy założeniu, że w wiązce wyjściowej rozpatrywanego układu komutacyjnego jest: x łączy dostępnych komutatorowi α , w łączy wolnych, z łączy wolnych w grupie x łączy dostępnych,
 $P_{b,n}$ — prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej w układzie komutacyjnym z selekcją punkt-grupa i n próbami zestawienia połączenia.

Prawdopodobieństwa $P_b(k)$, $P_b(k, x)$, $P_b(k, x, w, z)$ są prawdopodobieństwami blokady wewnętrznej przy k bezskutecznych próbach zestawienia połączenia, tj. wyrażają prawdopodobieństwo zdarzenia, że k podjętych prób zestawienia połączenia zakończy się niepowodzeniem.

Jak wspomniano w poprzednim rozdziale, algorytm zestawienia połączenia przy selekcji punkt-grupa i k próbach zestawienia połączenia jest taki, że każda następna próba może zostać podjęta wyłącznie w przypadku istnienia kolejnego wolnego łącza wyjściowego. Tak więc realizacja k prób zestawienia połączenia wymaga spełnienia warunku istnienia przynajmniej k wolnych łączy wyjściowych tj. w danym stanie układu komutacyjnego musi być spełniona nierówność $w \geq k$. Spełnienia tej nierówności wymagają również obliczenia prawdopodobieństw $P_b(k)$, $P_b(k, x)$ i $P_b(k, x, w, z)$.

Zakładając, że obsługiwany przez wiązkę wyjściową ruch rozkłada się równomiernie na wszystkie V łączy wyjściowych, co oznacza że prawdopodobieństwa zajętości każdego łącza są jednakowe i niezależne od siebie, rozkład prawdopodobieństwa $P(z)$ jest rozkładem hipergeometrycznym:

$$P(z) = P_{v,x}(w, z) = \frac{\binom{x}{z} \binom{V-x}{w-z}}{\binom{V}{w}}. \quad (1)$$

Niech w danym stanie układu komutacyjnego urządzenie sterujące podejmie k prób zestawienia połączenia. Jeżeli każda z tych prób okaże się bezskuteczną, to

wywołanie będzie stracone a prawdopodobieństwo tego zdarzenia można zapisać następująco:

$$P_b(k, x, w, z) = \frac{\binom{w-z}{k}}{\binom{w}{k}} P(z) P(w) P(x). \quad (2)$$

Kombinatoryczny współczynnik we wzorze (2) wyraża prawdopodobieństwo zdarzenia, które polega na wyborze wszystkich k wolnych łączy z grupy niedostępnej dla komutatora α , tj. z grupy $(w-z)$ łączy.

Prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej przy n próbach zestawienia połączenia można teraz zapisać w postaci:

$$P_{b,n} = \frac{1}{1 - P(w=0)} \sum_{w=1}^V \sum_{x=0}^V \sum_{z=0}^w \frac{\binom{w-z}{k}}{\binom{w}{k}} P(z) P(x) P(w), \quad (3)$$

gdzie:

$$k = w \text{ dla } w < n, \quad k = n \text{ dla } w \geq n.$$

Wartość parametru k we wzorze (3) może być maksymalnie równa liczbie aktualnie wolnych wyjść w żądanym kierunku — w . Jest to związane z faktem, że urządzenie sterujące układem komutacyjnym nie może podjąć więcej prób zestawienia połączenia niż liczba aktualnie wolnych łączy wyjściowych ($k \leq w$).

Blokada wewnętrzna w układzie komutacyjnym ma miejsce wyłącznie w przypadku istnienia choć jednego wolnego wyjścia w żądanym kierunku. Dlatego też w obliczeniach niezbędnym jest przejście od rozkładu $P(w)$ określonego na przestrzeni probabilistycznej $\{w: 0, 1, \dots, V\}$ do rozkładu $P'(w)$ określonego na przestrzeni $\{w: 1, \dots, V\}$. Między rozkładami $P(w)$ i $P'(w)$ zachodzi związek:

$$P'(w) = 1/[1 - P(w=0)],$$

który został uwzględniony we wzorze (3).

Wzór (3) można przepisać w następującej postaci:

$$P_{b,n} = \frac{1}{1 - P(w=0)} \sum_{w=1}^V \sum_{x=0}^V P_b(k, x) P(x) P(w), \quad (4)$$

gdzie:

$$P_b(k, x) = \sum_{z=0}^w \frac{\binom{w-z}{k}}{\binom{w}{k}} P(z), \quad (5)$$

i jest prawdopodobieństwem blokady wewnętrznej w układzie komutacyjnym o dostępności x przy k bezskutecznych próbach zestawienia połączenia. Na podstawie (1) i (5) można wykazać (Dodatek), że dla $w \geq k$ prawdopodobieństwo $P_b(k, x)$ nie zależy od liczby wolnych łączy w w wiązce wyjściowej i jest równe:

$$P_b(k, x) = \prod_{i=0}^{k-1} \left(1 - \frac{x}{V-i}\right). \quad (6)$$

Ponieważ prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej przy k bezskutecznych próbach zestawienia połączenia jest równe

$$P_b(k) = \sum_{x=0}^V P_b(k, x) P(x), \quad (7)$$

to wzór (4) można zapisać następująco:

$$P_{b,n} = \frac{1}{1 - P(w=0)} \sum_{w=1}^V P_b(k) P(w), \quad (8)$$

gdzie:

$$k = w \text{ dla } w < n, \quad k = n \text{ dla } w \geq n.$$

Zamieniając rozkład wolnych łączy w wiązce wyjściowej rozkładem ich zajętości, tzn. zamieniając prawdopodobieństwo zdarzenia że w łączy jest wolnych — $P(w)$, prawdopodobieństwem zdarzenia, że $(V-w)$ łączy jest zajętych — $p(V-w)$, wzór (8) można ostatecznie zapisać w rozwiniętej postaci:

$$P_{b,n} = \frac{1}{1 - p(V)} \left\{ p(V-1) P_b(1) + p(V-2) P_b(2) + \dots \right. \\ \left. \dots + p(V-n+1) P_b(n-1) + \left[\sum_{i=0}^{V-n} p(V-i) \right] P_b(n) \right\}. \quad (9)$$

W takiej, ogólnej postaci, wyprowadzony wyżej wzór (9) jest wykorzystywany w cytowanych już metodach PPLM [7] i MRS [2].

3. OKREŚLENIE PRAWDOPODOBIEŃSTWA BLOKADY WEWNĘTRZNEJ PRZY k BEZSKUTECZNYCH PRÓBACH ZESTAWIENIA POŁĄCZENIA $P_b(k)$.

Wzór (7), wyrażający prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-grupa z k bezskutecznymi próbami zestawienia połączenia, może być z uwzględnieniem (6) zapisany następująco:

$$P_b(k) = \frac{1}{\prod_{i=0}^{k-1} (V-i)} \sum_{x=0}^V \prod_{i=0}^{k-1} (V-x-i) P(x). \quad (10)$$

We wzorze (10) wyrażenie:

$$C_k(x) = \prod_{i=0}^{k-1} (V-x-i) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0, \quad (11)$$

jest wielomianem k -tego stopnia ze współczynnikami rzeczywistymi a_i , gdzie $0 \leq i \leq k$. Ponieważ moment i -tego rzędu zmiennej losowej x jest równy:

$$M_i(x) = \sum_{x=0}^V x^i P(x), \quad (12)$$

to uwzględniając (11) i (12) wzór (10) można zapisać w następującej postaci:

$$P_b(k) = \frac{1}{\prod_{i=0}^{k-1} (V-i)} [a_k M_k(x) + a_{k-1} M_{k-1}(x) + \dots + a_1 M_1(x) + a_0], \quad (13)$$

lub w formie uproszczonej:

$$P_b(k) = \frac{1}{\prod_{i=0}^{k-1} (V-i)} A_k(x), \quad (14)$$

gdzie:

$$A_k(x) = C_k(x) P(x), \quad (15)$$

i jest wielomianem momentów zmiennej losowej dostępności x , o takich samych współczynnikach rzeczywistych jak wielomian $C_k(x)$.

Analiza wzoru (13) pokazuje, że dla obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej przy k bezskutecznych próbach zestawienia połączenia niezbędna jest znajomość pierwszych k momentów zmiennej losowej dostępności. Na podstawie (9), (10) i (12) dla jednej próby zestawienia połączenia ($k = 1$),

$$P_{b,1} = P_b(1) = \frac{V - M_1(x)}{V}. \quad (16)$$

W [12] wykazano, że prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-punkt jest równe:

$$P_{b,1} = \frac{V - d_e}{V}, \quad (17)$$

gdzie:

d_e — jest efektywną dostępnością do rozpatrywanego kierunku.

Tak więc wzory (16) i (17) określają wartość średnią rozkładu dostępności (moment pierwszego rzędu) — efektywną dostępność d_e . Wartość d_e oblicza się wg zmodyfikowanego w [12] wzoru Jerszowa [2]. Obliczanie wyższych momentów zmiennej losowej dostępności wymaga znajomości jej rozkładu probabilistycznego $P(x)$.

3.1. OKREŚLENIE ROZKŁADU DOSTĘPNOŚCI $P(x)$

Analityczne wyznaczenie rozkładu dostępności wymaga rozwiązania odpowiedniego układu algebraicznych równań stanu, określonych na podstawie procesu Markowa będącego modelem procesów przebiegających w układzie komutacyjnym. Ze względu na dużą liczbę równań i zmiennych, rozwiązanie takiego układu jest praktycznie niewykonalne. W związku z tym rozkład dostępności aproksymuje się odpowiednim rozkładem teoretycznym. Rozkład ten określa się w sposób, który zapewnia zgodność rezultatów obliczeń prawdopodobieństw $P_b(k)$ i $P_{b,n}$ z danymi symulacji cyfrowej oraz prostotę obliczeń momentów $M_i(x)$. Dotyczy to przede wszystkim pierwszych czterech momentów (w praktyce nie stosuje się więcej prób zestawienia połączenia, a wartość $P_{b,4}$ jest już bardzo bliska prawdopodobieństwu blokady wewnętrznej punkt-grupa). Za wartość średnią rozkładu aproksymującego przyjęto parametr efektywnej dostępności d_e (rozdział 3). Najprostszym rozkładem, który spełnia warunek prostych obliczeń momentów wyższych rzędów jest rozkład Bernoulliego:

$$P(x) = \binom{V}{x} p^x (1-p)^{V-x}, \quad (18)$$

gdzie:

$P(x)$ — prawdopodobieństwo, że dostępność w układzie komutacyjnym jest równa x ,

p — prawdopodobieństwo dostępności dowolnie wybranego łącza wyjściowego:

$$p = d_e/V. \quad (19)$$

Badania symulacyjne wykazały, że w przypadku strumienia zgłoszeń oferowanego układowi komutacyjnemu od ograniczonej liczby źródeł, rozkład dostępności może być aproksymowany rozkładem Bernoulliego. W przypadku strumienia Poissona okazuje się natomiast, że wariancja rozkładu realnego — σ^2 jest większa od wariancji rozkładu Bernoulliego: — σ_B^2 :

$$\sigma^2 = \xi(n)\sigma_B^2, \quad (20)$$

gdzie współczynnik $\xi(n)$ zależy od zaprogramowanej w urządzeniu sterującym, maksymalnej liczby możliwych prób zestawienia połączenia n . W miarę wzrostu n , wartość $\xi(n)$ maleje i wariancja rozkładu rzeczywistego zbliża się do wariancji rozkładu Bernoulliego (18). Dobre rezultaty daje aproksymacja zależności parametru $\xi(n)$ od maksymalnej liczby podejmowanych prób zestawienia połączenia następującą funkcją wybraną empirycznie:

$$\begin{cases} \xi(n) = 1 + \frac{1}{(n-1)^2}, & \text{dla strumienia Poissona,} \\ \xi(n) = 1, & \text{dla strumienia od ograniczonej liczby źródeł,} \end{cases} \quad (21)$$

gdzie:

$$1 < n \leq V.$$

W konsekwencji przedstawionych wyżej uwag, jednym z możliwych i zarazem najprostszych rozkładów aproksymujących zmienną losową dostępności x , jest rozkład:

$$P(x) = \frac{1}{\delta} \binom{V}{x} p^x (1-p)^{V-x} + \frac{\sin \pi x}{x} \left(1 - \frac{1}{\delta}\right), \quad (22)$$

którego funkcja charakterystyczna ma postać:

$$F(\delta x) = \frac{1}{\delta} [pe^{it\delta} + (1-p)]^n + \left(1 - \frac{1}{\delta}\right), \quad (23)$$

gdzie:

p — jest określone wzorem (19) a parametr δ jest równy:

$$\begin{cases} \delta = \xi(n) - \frac{[\xi(n)-1]M_{1,B}^2}{M_{2,B}}, & \text{dla strumienia Poissona} \\ \delta = 1, & \text{dla strumienia od ograniczonej liczby źródeł.} \end{cases} \quad (24)$$

Wzór (24) przyjęto na podstawie przedstawionego niżej rozumowania: Ponieważ,

$$\sigma^2 = M_2 - M_1^2, \quad (25)$$

natomiast z postaci funkcji charakterystycznej (23) wynika że:

$$M_i = \delta^{i-1} M_{i,B}, \quad (26)$$

więc podstawiając (25) i (26) do (20) otrzymamy wzór (24).

3.2. OKREŚLENIA MOMENTÓW M_i ROZKŁADU DOSTĘPNOŚCI

Z przyjętego w rozdziale 3.1 rozkładu aproksymującego wynika sposób obliczania momentów zmiennej losowej dostępności. Polega on na znalezieniu momentów $M_{i,B}$, zmiennej losowej określonej rozkładem Bernoulliego (wzór (18)) i przemnożeniu ich przez współczynnik δ w odpowiedniej potęgze (wzór (26)). Wykładnik tej potęgi jest o jedność mniejszy od rzędu obliczanego momentu. Momenty $M_{i,B}$ wyznacza się na postawie związku między kolejnymi momentami rozkładu Bernoulliego:

$$M_{i+1,B} = p \sum_{r=0}^V \left[V \binom{i}{r} - \binom{i}{r+1} \right] M_{i-r,B}, \quad (27)$$

gdzie:

p — jest określone wzorem (19).

Tak więc (21), (24), (26), (27) pozwalają określić wszystkie niezbędne momenty aproksymującego rozkładu dostępności. Cztery pierwsze momenty wyznaczone na podstawie tych wzorów przedstawiono poniżej:

$$M_1 = M_{1,B} = pV = d_e, \quad (28)$$

$$M_2 = \delta M_{2,B} = \delta p[(V-1)M_{1,B} + V], \quad (29)$$

$$M_3 = \delta^2 M_{3,B} = \delta^2 p[(V-2)M_{2,B} + (2V-1)M_{1,B} + V], \quad (30)$$

$$M_4 = \delta^3 M_{4,B} = \delta^3 p[(V-3)M_{3,B} + 3(V-1)M_{2,B} + (3V-1)M_{1,B} + V]. \quad (31)$$

3.3. OKREŚLENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW WIELOMIANU MOMENTÓW ZMIENNEJ LOSOWEJ DOSTĘPNOŚCI

Jak wynika ze wzorów (13) i (14), dla obliczeń $P_b(k)$, oprócz k pierwszych momentów zmiennej losowej dostępności, niezbędna jest znajomość współczynników wielomianu momentów $A_k(x)$. Ponieważ wielomiany $A_k(x)$ i $C_k(x)$ mają takie same współczynniki, zatem w dalszych rozważaniach można rozpatrywać tylko wielomian $C_k(x)$.

Zgodnie ze wzorem (11) można napisać:

$$C_{k+1}(x) = C_k(x)(V-k-x), \quad (32)$$

lub w postaci rozwiniętej:

$$(a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0)(V-k-x) = a_{k+1}^* x^{k+1} + a_k^* x^k + \dots + a_1^* x + a_0^*, \quad (33)$$

gdzie:

- a_i — współczynnik wielomianu k stopnia ($0 \leq i \leq k$),
- a_i^* — współczynnik wielomianu $k+1$ stopnia ($0 \leq i \leq k+1$).

Z (33) wynikają bezpośrednio związki rekurencyjne między współczynnikami wielomianów k i $k+1$ stopnia:

$$\begin{cases} a_{k+1}^* = -a_k, \\ a_i^* = -a_{i+1} + a_i(V-k), \text{ dla } 0 < i < k+1 \\ a_0^* = a_0(V-k), \end{cases} \quad (34)$$

gdzie:

a_0 — w wielomianie stopnia zerowego jest równe jedności.

Na podstawie (34) można stwierdzić, że procedura określania współczynników wielomianu momentów jest elementarnie prosta. Poniżej podano cztery wielomiany $A_k(x)$, dla k równego odpowiednio 1, 2, 3, 4. Wszystkie współczynniki tych wielomianów wynikają bezpośrednio z (34):

$$A_1(x) = -M_1 + V, \quad (35)$$

$$A_2(x) = M_2 - (2V-1)M_1 + V(V-1), \quad (36)$$

$$A_3(x) = -M_3 + 3(V-1)M_2 - [3(V-1)^2 - 1]M_1 + V(V-1)(V-2), \quad (37)$$

$$A_4(x) = M_4 - (4V-6)M_3 + [6(V-1)(V-2) - 1]M_2 - (4V^3 - 18V^2 + 22V - 6)M_1 + V(V-1)(V-2)(V-3). \quad (38)$$

Mając na uwadze (14) oraz wzory od (35) do (38) można ostatecznie określić prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej przy jednej, dwóch, trzech i czterech bezskutecznych próbach zestawienia połączenia, a mianowicie:

$$P_b(1) = \frac{V - M_1}{V}, \quad (39)$$

$$P_b(2) = 1 - \frac{2V-1}{V(V-1)} M_1 + \frac{1}{V(V-1)} M_2, \quad (40)$$

$$P_b(3) = 1 - \frac{3(V-1)^2}{V(V-1)(V-2)} M_1 + \frac{3(V-1)}{V(V-1)(V-2)} M_2 - \frac{1}{V(V-1)(V-2)} M_3, \quad (41)$$

$$P_b(4) = 1 - \frac{4V^3 - 18V^2 + 22V - 6}{V(V-1)(V-2)(V-3)} M_1 + \frac{6(V-1)(V-2) - 1}{V(V-1)(V-2)(V-3)} M_2 - \frac{4V-6}{V(V-1)(V-2)(V-3)} M_3 + \frac{1}{V(V-1)(V-2)(V-3)} M_4. \quad (42)$$

4. PRAWDOPODOBIEŃSTWO BLOKADY WEWNĘTRZNEJ PRZY n PRÓBACH ZESTAWIENIA POŁĄCZENIA $P_{b,n}$

Prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-grupa przy n próbach zestawienia połączenia — $P_{b,n}$, określone wzorem (9), zależy od n składowych, którymi są prawdopodobieństwa blokad wewnętrznych przy k bezskutecznych próbach zestawienia połączenia — $P_b(k)$ ($1 \leq k \leq n$).

Prawdopodobieństwo $P_{b,n}$ zależy też od rozkładu zajętości łączy wyjściowych. Metoda obliczania prawdopodobieństw $P_b(k)$ została przedstawiona w rozdziale 3. Poniżej podano dwa rozkłady aproksymujące rozkład zajętości na łączach wyjściowych. Są to rozkład Erlanga i rozkład Erlanga dla wiązki niedoskonałej. Przyjęcie jednego z tych rozkładów pozwala na bezpośrednie wyznaczanie $P_{b,n}$, zgodnie ze wzorem (9).

4.1. ROZKŁAD ERLANGA

W omawianej metodzie wejściowym parametrem obliczeniowym jest ruch obsłużony. W związku z tym, prawdopodobieństwo zajętości i łączy w wiązce wyjściowej — $p(i)$, gdzie $0 \leq i \leq V$ wyznacza się iteracyjnie na podstawie układu równań:

$$\begin{cases} p(i) = \frac{\frac{A^i}{i!}}{\sum_{j=0}^V \frac{A^j}{j!}}, \\ A = \frac{Y}{1 - p(V)}, \end{cases} \quad (43)$$

gdzie:

A — ruch oferowany wiązce wyjściowej,

Y — ruch obsługiwany przez wiązkę wyjściową.

Jeśli straty w układzie komutacyjnym nie przekraczają 5%, procedura iteracyjna (43) może zostać pominięta. Zakładając $A = Y$, prawdopodobieństwa $p(i)$ można wyznaczyć na podstawie tablic Erlanga, a popełniony przy tym błąd w obliczeniach $P_{b,n}$ jest nieznaczny i może być pominięty. Przyjęcie rozkładu Erlanga dla aproksymacji rozkładu zajętości łączy wyjściowych jest wygodne, ponieważ obliczenia $P_{b,n}$ nie wymagają stosowania skomplikowanych programów obliczeniowych. Dokładność wyników jest natomiast porównywalna z rezultatami uzyskiwanymi za pomocą bardziej skomplikowanych metod PPLM [7] i MRS [2]. Dlatego też, taki sposób określania $P_{b,n}$ może być przydatny w obliczeniach inżynierskich.

4.2. ROZKŁAD ERLANGA DLA WIĄZKI NIEDOSKONAŁEJ

Do obliczeń prawdopodobieństwa $P_{b,n}$ określonego wzorem (9) można również zastosować rozkład Erlanga dla wiązki niedoskonałej:

$$p(i) = p_i(A, V, d) = \frac{\frac{A^i}{i!} \prod_{k=0}^{i-1} \left[1 - \frac{\binom{k}{d}}{\binom{V}{d}} \right]}{\sum_{j=0}^V \frac{A^j}{j!} \prod_{k=0}^{j-1} \left[1 - \frac{\binom{k}{d}}{\binom{V}{d}} \right]}, \quad (44)$$

gdzie:

d — dostępność wiązki niedoskonałej.

Omawiany rozkład w przypadku wiązki wyjściowej wielosekcyjnego układu komutacyjnego uzależnia poszczególne prawdopodobieństwa $p_i(A, V, d_e)$ od blokady wewnętrznej, której miarą może być efektywna dostępność do rozważanej wiązki. W cytowanej już metodzie MRS rozkład ten jest wykorzystany między innymi do obliczeń prawdopodobieństwa strat i jego składowych w układach komutacyjnych [2]:

$$P_b = \text{EIF}_b(A, V, d_e) = \sum_{i=d_e}^{V-1} \frac{\binom{i}{d_e}}{\binom{V}{d_e}} p(i), \quad (45)$$

$$P_v = \text{EIF}_v(A, V, d_e) = p(V),$$

$$P = P_b + P_v,$$

gdzie:

P_b — prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-grupa,

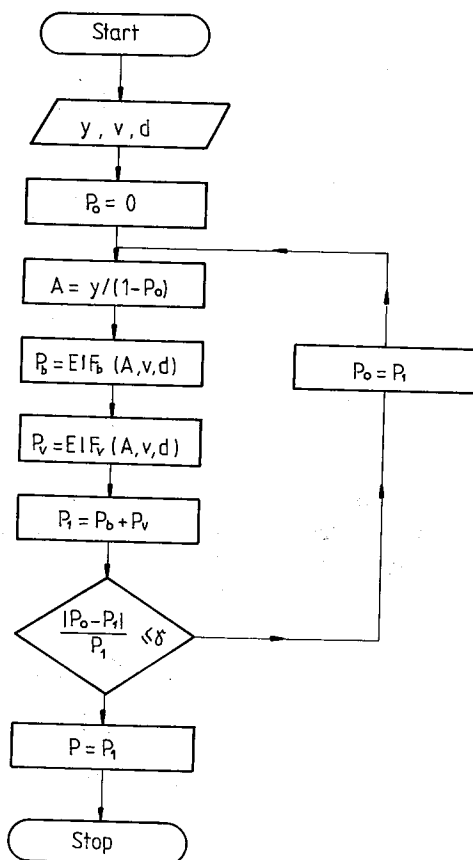
P_v — prawdopodobieństwo zajętości wszystkich łączy wyjściowych rozważanego kierunku,

P — prawdopodobieństwo strat całkowitych.

Jeśli obliczenia prowadzi się, wychodząc z ruchu obsługowanego Y , to prawdopodobieństwa P_b , P_v i P oblicza się iteracyjnie z przybliżeniem początkowym $A = Y$ (rys. 4). Obliczone w ten sposób prawdopodobieństwa oznaczono symbolami:

$$\begin{aligned} P_b &= \text{EIF}_b(Y, V, d_e), \\ P_v &= \text{EIF}_v(Y, V, d_e), \\ p(i) &= p_i(Y, V, d_e), \end{aligned} \quad (46)$$

W większości przeprowadzonych obliczeń efektywna dostępność d_e przyjmuje wartości niecałkowite. W takich przypadkach prawdopodobieństwa P_b , P_v , P określa się metodą interpolacji lub za pomocą specjalnych algorytmów obliczeniowych opracowanych przez W. A. Jerszowa [2].



Rys. 4. Algorytm obliczania prawdopodobieństwa strat wg rozkładu Erlanga dla wiązki niedoskonałej, przy znanym ruchu obsługowanym Y

Obliczenie prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej przy n próbach zestawienia połączenia $P_{b,n}$ z wykorzystaniem rozkładu (44) wymaga stosowania procedury iteracyjnej. Polega ona na porównaniu prawdopodobieństwa $P_{b,n}$ (wzór (9)) i P_b (wzór (45)), zmieniając w każdym kroku iteracyjnym rozkład $p(i)$, aż do momentu kiedy oba te prawdopodobieństwa będą równe.

Zmiana rozkładu $p(i)$ w każdym kroku iteracyjnym wynika z wprowadzenia takiej fikcyjnej wartości efektywnej dostępności d_{xx} do wiązki wyjściowej, przy której prawdopodobieństwa $P_{b,n}$ i P_b są równe.

W powyższej procedurze traktuje się więc selekcję punkt-grupa z n próbami zestawienia połączenia, jako selekcję punkt-grupa w fikcyjnym układzie komutacyjnym o takiej wartości efektywnej dostępności d_{xx} , że prawdopodobieństwa blokad wewnętrznych jak i strat całkowitych są w tych układach jednakowe.

Należy nadmienić, że dla umożliwienia porównania wspomnianych wyżej prawdopodobieństw $P_{b,n}$ i P_b , niezbędnym jest podzielenie P_b przez wartość $(1 - P_v)$. Wynika to z faktu, że $P_{b,n}$ jest z definicji określone jako:

$$P_{b,n} = N_{b,n}/N', \quad (47)$$

gdzie:

- $N_{b,n}$ — liczba wywołań traconych z powodu blokady wewnętrznej przy n próbach zestawienia połączenia,
- N' — liczba wywołań oferowanych danej wiązce wyjściowej przy założeniu, że choć jedno jej wyjście jest wolne.

W modelu (45) natomiast, prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej jest zdefiniowane:

$$P_b = N_b/N, \quad (48)$$

gdzie:

- N_b — liczba wywołań traconych z powodu blokady wewnętrznej,
- N — liczba wywołań oferowanych rozważanej wiązce.

Ponieważ

$$N' = N(1 - P_v), \quad (49)$$

więc w celu porównania prawdopodobieństw (47) i (48) sprowadza się je do wspólnego mianownika co jest równoznaczne z podzieleniem P_b przez wartość $(1 - P_v)$.

Uwzględniając powyższe uwagi uproszczony algorytm obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa przy n próbach zestawienia połączenia można określić następująco:

- Na podstawie wzorów przedstawionych w rozdziale 3 oblicza się wszystkie prawdopodobieństwa $P_b(k)$ dla $1 \leq k \leq n$.
- Określa się pierwsze przybliżenia dla prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej przy n próbach zestawienia połączenia $P_{b,n}^{(1)}$. W obliczeniach przyjęto, że pierwszym

przybliżeniem dla rozkładu zajętości łączy wyjściowych $p(i)^{(1)}$ jest rozkład Erlanga określony wzorem (43).

— Przyjmując dla fikcyjnej dostępności wartości równą:

$$d_x = V - 1,$$

określa się wartość prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa:

$$P'_b = \frac{\text{EIF}_b(Y, V, d_x)}{1 - \text{EIF}_v(Y, V, d_x)}.$$

— Porównuje się wartości $P_{b,n}^{(1)}$ i P'_b . Jeżeli warunek

$$P_{b,n}^{(1)} \leq P'_b,$$

nie jest spełniony, wartość d_x zostaje kolejno zmniejszana o jeden, aż do realizacji powyższego warunku (rys. 5).

— W większości wypadków poszukiwana wartość d_{xx} nie jest całkowitą,

$$P_b^{(1)} = \frac{\text{EIF}_b(Y, V, d_{xx})}{1 - \text{EIF}_v(Y, V, d_{xx})},$$

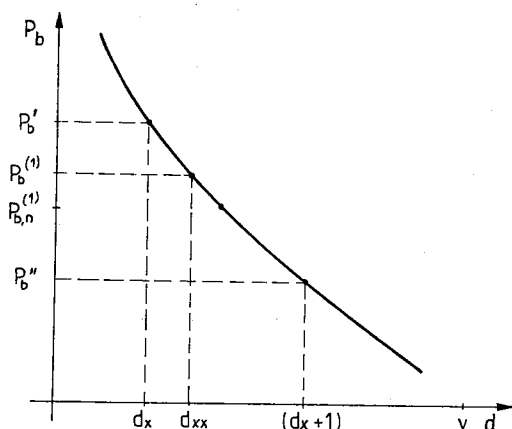
gdzie:

$$d_x \leq d_{xx} \leq d_{x+1}.$$

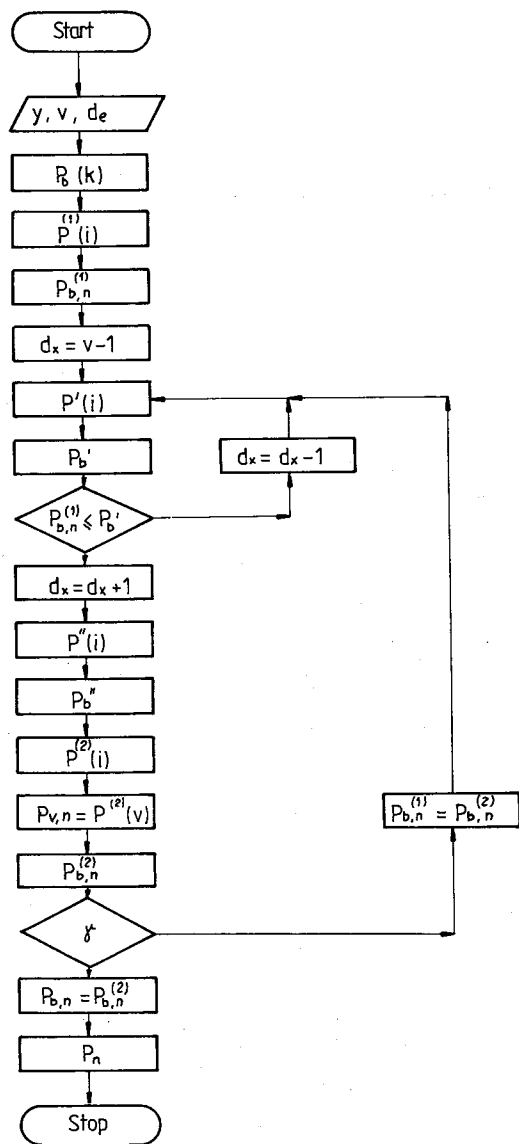
W związku z tym ustala się dwie wartości prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa (rys. 5):

$$P'_b = \frac{\text{EIF}_b(Y, V, d_x)}{1 - \text{EIF}_v(Y, V, d_x)},$$

$$P''_b = \frac{\text{EIF}_b(Y, V, d_x + 1)}{1 - \text{EIF}_v(Y, V, d_x + 1)},$$



Rys. 5. Interpolacyjne określenie parametru fikcyjnej efektywnej dostępności d_{xx} aproksymującego rozkładu zajętości łączy wyjściowych $p_i(Y, V, d_{xx})$



Rys. 6. Uproszczony algorytm obliczeń prawdopodobieństwa strat całkowitych P_n i jego składowych $P_{b,n}$ i $P_{v,n}$, przy aproksymacji rozkładu zajętości łączy wyjściowych rozkładem Erlanga dla wiązki niedoskonałej

i dwa rozkłady:

$$p'(i) = p_i(Y, V, d_x)$$

$$p''(i) = p_i(Y, V, d_x + 1).$$

Zatem metodą interpolacji określa się następne przybliżenie dla rozkładu zajętości łączy wyjściowych:

$$p(i)^{(2)} = p'(i) + \varphi[p''(i) - p'(i)],$$

gdzie:

$$\varphi = \frac{P_{b,n}^{(1)} - P'_b}{P'_b - P''_b}.$$

— Na podstawie obliczonego rozkładu $p(i)^{(2)}$ określa się nową wartość $P_{b,n}^{(2)}$.
Jeżeli:

$$\frac{P_{b,n}^{(2)} - P_{b,n}^{(1)}}{P_{b,n}^{(2)}} \leq \gamma,$$

gdzie γ jest zadaną dokładnością, to obliczenia są zakończone.

W przeciwnym wypadku cykl iteracyjny powtarza się zgodnie z przedstawioną wyżej procedurą.

Opisany powyżej uproszczony algorytm obliczeń $P_{b,n}$ został przedstawiony graficznie na rys. 6.

5. PRAWDOPODOBIENSTWO STRAT CAŁKOWITYCH W UKŁADACH KOMUTACYJNYCH Z SELEKCJĄ PUNKT-GRUPA ORAZ n PRÓBAMI ZESTAWIENIA POŁĄCZENIA

W układach komutacyjnych bez kompresji w sekcji pierwszej, prawdopodobieństwo to wyznacza się zgodnie z wzorem [7]:

$$P_n = P_{b,n}[1 - P_{v,n}] + P_{v,n}, \quad (50)$$

gdzie:

$P_{v,n}$ — prawdopodobieństwo zajętości wszystkich łączy wyjściowych rozważanego kierunku, przy n próbach zestawienia połączenia.

Prawdopodobieństwo $P_{v,n}$ określa się na podstawie przyjętego rozkładu zajętości łączy wyjściowych. I tak:

$P_{v,n} = E_v(A)$, jeśli przyjęto rozkład Erlanga,

$P_{v,n} = \text{EIF}_v(Y, V, d_{xx})$, jeśli przyjęto rozkład Erlanga dla wiązki niedoskonałej.

W przypadku przyjęcia rozkładu Erlanga dla wiązki niedoskonałej, prawdopodobieństwo $P_{v,n}$ wyznacza się w trakcie realizacji procesu iteracyjnego opisanego w rozdziale 4.2.

Z analizy tego procesu wynika jednoznacznie, że składowa prawdopodobieństwa strat całkowitych z powodu zajętości wszystkich łączy wyjściowych rozważanego kierunku $P_{v,n}$ jest zależna od stanu blokady wewnętrznej w układzie komutacyjnym (której miarą może być wartość parametru d_{xx}) i tym samym od maksymalnej, założonej w urządzeniu sterującym liczby prób zestawienia połączenia n . Przy aproksymacji rozkładu zajętości łączy wyjściowych, rozkładem Erlanga (rozdział 4.1), składowa $P_{v,n}$ ma zawsze wartość stałą $E_v(A)$, niezależną od liczby podejmowanych prób zestawienia połączenia. Dlatego też model określony w rozdziale 4.2 pozwala na dokładniejsze obliczanie prawdopodobieństwa strat całkowitych P_n .

Co się tyczy obliczeń $P_{b,n}$ to rezultaty uzyskiwane przy zastosowaniu obu rozkładów są porównywalne. W związku z tym, rozkład Erlanga dla wiązki niedoskonałej można rekomendować dla dokładnych obliczeń prawdopodobieństwa strat całkowitych.

Dla przybliżonych obliczeń inżynierskich, lub tylko dla obliczeń wartości $P_{b,n}$ znacznie wygodniejsze jest zastosowanie rozkładu Erlanga.

6. PORÓWNANIE REZULTATÓW OBLICZEŃ PRAWDOPODOBIENSTWA BLOKADY WEWNĘTRZNEJ PUNKT-GRUPA PRZY n PRÓBACH ZESTAWIENIA POŁĄCZENIA Z DANymi SYMULACJI CYFROWEJ

Przedstawiona metoda obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa z n próbami zestawienia połączenia jest metodą przybliżoną. W związku z tym, dla potwierdzenia słuszności przyjętych w niej założeń, rezultaty obliczeń teoretycznych porównano z danymi symulacji cyfrowej 3, 4 i 6-cio sekcyjnych układów komutacyjnych. Dla tego celu wykorzystano wyniki symulacji cyfrowej zawarte w pracy A. Lotze, A. Rödera i G. Thierera [7].

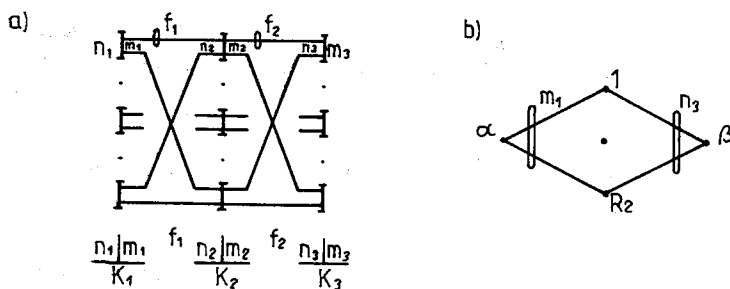
Rezultaty symulacji zostały przedstawione na rysunkach w postaci odpowiednio oznaczonych punktów (z 95% przedziałem ufności) dla przypadkowego i kolejnościowego algorytmu wyboru łączy i liczby prób zestawienia połączenia równej odpowiednio $n = 1; 2; 3; 4$. Na tych samych rysunkach przedstawiono też wykresy, które odpowiadają obliczeniom teoretycznym prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa z n próbami zestawienia połączenia w zależności od ruchu załatwianego przez jedno wyjście systemu y_0 . Ciągłą linią pokazano obliczenia wynikające z proponowanej metody, natomiast przerywaną linią obliczenia wykonane wg metody PPLM [7].

Obliczenia przeprowadzono w następującej kolejności:

- Określenie efektywnej dostępności do żadanego kierunku d_e . Metody obliczeń tego parametru zostały szczegółowo przedstawione w pracy [12]. W tej też pracy znajdują się przykłady obliczeń d_e dla konkretnych układów komutacyjnych 3, 4 i 6-cio sekcyjnych;
- Obliczenie parametru δ (wzory (21) i (24) i momentów zmiennej losowej dostępności (wzory (28) do (31));
- Obliczenie prawdopodobieństw blokad wewnętrznych przy k bezskutecznych próbach zestawienia połączenia (wzory (39) do (42));
- Przyjmując odpowiedni rozkład aproksymujący rozkład zajętości łączy wyjściowych rozważanego kierunku ((43) lub (44)), można określić prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej przy n próbach zestawienia połączenia — $P_{b,n}$ (wzór (9)).

Układy trzysekcyjne

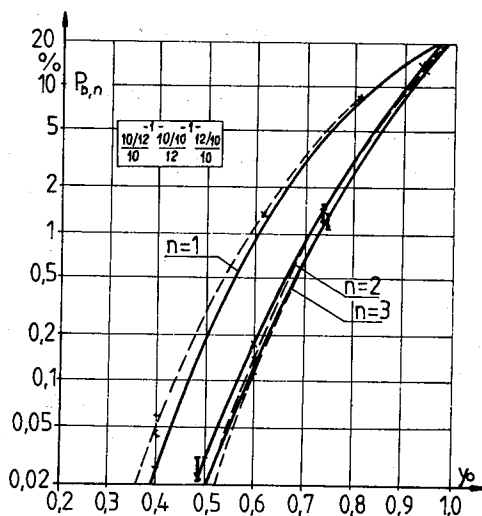
Na rys. 7 przedstawiono strukturę i graf prawdopodobieństwowy rozważanych trzysekcyjnych układów komutacyjnych. Rysunki 8 i 9 pokazują rezultaty porównania obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa przy jednej, dwóch



Rys. 7. Trzysekcyny układ komutacyjny a) schemat połączeń, b) graf

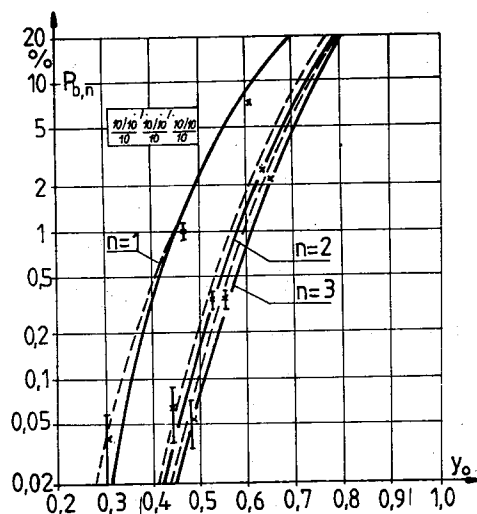
n_i — liczba wejść w komutatorze i sekcji, m_i — liczba wyjść z komutatora i sekcji, f_i — liczba łączy międzysekcyjnych, między komutatorami i -tej i $(i+1)$ sekcji, k_i — liczba wszystkich komutatorów i sekcji układu komutacyjnego

i trzech próbach zestawienia połączenia z danymi symulacji cyfrowej. Układowi z rys. 8 był oferowany strumień Poissona, a układowi z rys. 9 strumień zgłoszeń od ograniczonej liczby źródeł.



Rys. 8. Prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-grupa z n próbami zestawienia połączenia w trzysekcyjnym układzie komutacyjnym, symulacja, obliczenia teoretyczne.

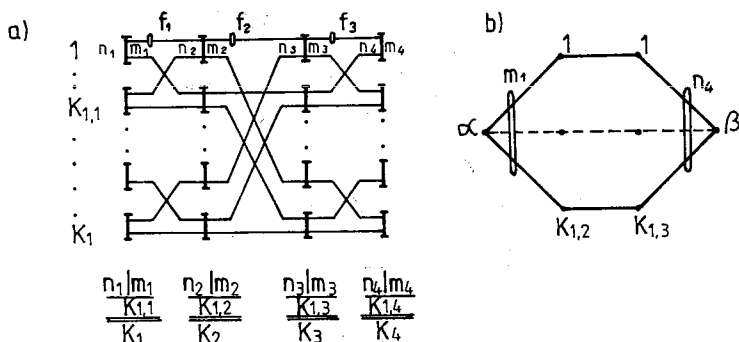
ruch oferowany typu Erlanga, wiązka wyjściowa: $V = 10$,
 symulacja: $\times$ algorytm przypadkowej selekcji, $\circ$ algorytm kolejnościowy selekcji,
 obliczenia: — — — metoda PPLM, — — — metoda proponowana.



Rys. 9. Prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-grupa z n próbami zestawienia połączenia w trzysekcyjnym układzie komutacyjnym, symulacje, obliczenia teoretyczne ruch oferowany od ograniczonej liczby źródeł, wiązka wyjściowa: $V=10$, symulacja: $\times$ algorytm przypadkowy selekcji, $\circ$ algorytm kolejnościowy selekcji, obliczenia: — — metoda PPLM, — — metoda proponowana

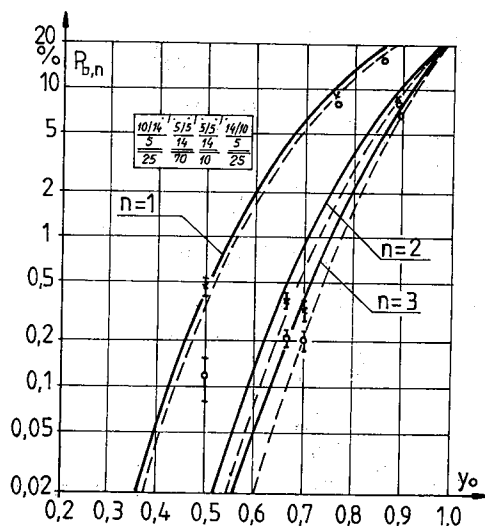
Układy czterosekcyjne

Na rys. 10 przedstawiono strukturę i graf prawdopodobieństwowy czterosekcyjnych układów komutacyjnych. Rysunki (11) i (12) pokazują natomiast rezultaty porównania obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa przy jednej, dwóch i czterech próbach zestawienia połączenia z danymi symulacji cyfrowej.

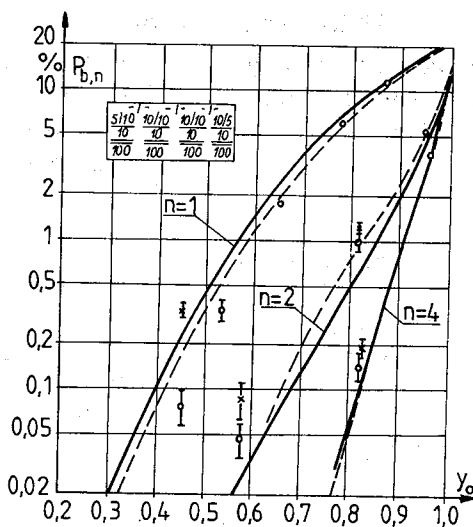


Rys. 10. Czterosekcyjny układ komutacyjny, a) schemat połączeń, b) graf

n_i — liczba wejść w komutatorze i sekcji, m_i — liczba wyjść z komutatora i sekcji, f_i — liczba łączy międzysekcyjnych, między komutatorami i -tej i $(i+1)$ sekcji, $K_{1,i}$ — liczba komutatorów i sekcji w podsystemie komutacyjnym, K_i — liczba wszystkich komutatorów i sekcji



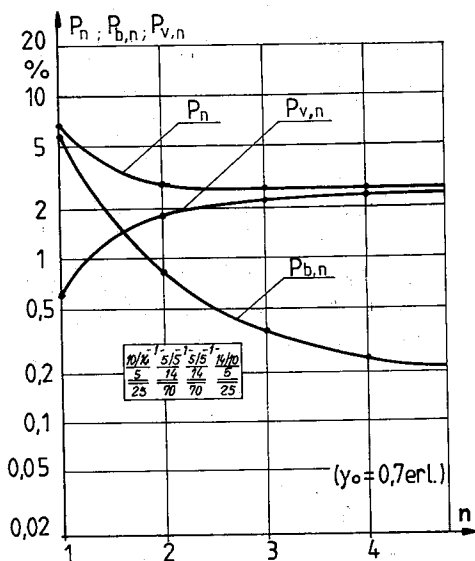
Rys. 11. Prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-grupa z n próbami zestawienia połączenia w czterosekcyjnym układzie komutacyjnym, symulacja, obliczenia teoretyczne ruch oferowany typu Erlanga, wiązka wyjściowa: $V = 25$,
 symulacja: $\times$ algorytm przypadkowy selekcji, $\circ$ algorytm kolejnościowy selekcji,
 obliczenia: — — — metoda PPLM, — — — metoda proponowana



Rys. 12. Prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-grupa z n próbami zestawienia połączenia w czterosekcyjnym układzie komutacyjnym, symulacja, obliczenia teoretyczne ruch oferowany typu Erlanga, wiązka wyjściowa: $V = 100$,
 symulacja: $\times$ algorytm przypadkowy selekcji, $\circ$ algorytm kolejnościowy selekcji,
 obliczenia: — — — metoda PPLM, — — — metoda proponowana

Układy z rysunków (11) i (12) różnią się między sobą parametrami strukturalnymi i pojemnością wiązek wyjściowych ($V = 25$ dla układu z rys. 11 i $V = 100$ dla układu z rys. 12).

Wykresy z rys. 13 są natomiast wynikiem obliczeń prawdopodobieństwa strat całkowitych P_n i jego składowych $P_{b,n}$ i $P_{v,n}$ w zależności od liczby podejmowanych prób zestawienia połączenia. Obliczenia te dotyczą układu komutacyjnego z rys. 11 dla $y_0 = 0,7$ erl.

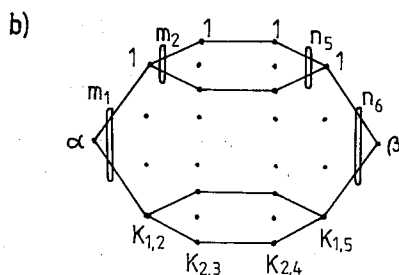
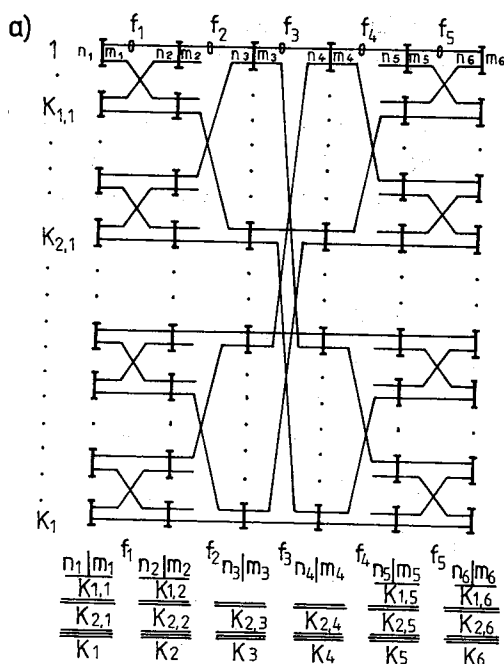


Rys. 13. Rezultaty obliczeń prawdopodobieństwa strat całkowitych i jego składowych w zależności od liczby podejmowanych prób zestawienia połączenia w czterosekcyjnym układzie komutacyjnym

Z powyższego rysunku wynika, że w miarę wzrostu liczby prób zestawienia połączenia n , prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej zmniejsza się wartość do wartości prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa przy $n = V$. Natomiast prawdopodobieństwo zajęcia wszystkich łączy wyjściowych rozważanego kierunku przy wzroście parametru n również zwiększa się wartość. Zjawisko to wynika z faktu, że w miarę zmniejszania się w układzie komutacyjnym prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej, zwiększa się efektywna dostępność do wiązki wejściowej i tym samym zwiększeniu ulega ruch oferowany wiązce wyjściowej. Jest to bezpośrednią przyczyną wzrostu prawdopodobieństwa $P_{v,n}$. Prawdopodobieństwo strat całkowitych w rozważanym układzie komutacyjnym wynika ze wzoru (50).

Układy sześćiosekowe

Rys. 14 przedstawia strukturę i graf prawdopodobieństwowy sześćiosekowego układu komutacyjnego a rys. 15 rezultaty symulacji cyfrowej i obliczeń praw-

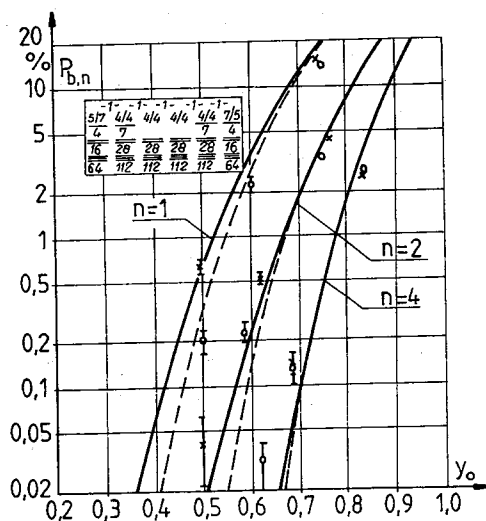


Rys. 14. Sześciusekcyjny układ komutacyjny. a) schemat połączeń, b) graf

n_i — liczba wejść w komutatorze i sekcji, m_i — liczba wyjść z komutatora i sekcji, f_i — liczba łączy międzysekcyjnych, między komutatorami i -tej i $(i+1)$ sekcji, $K_{1,i}$ — liczba komutatorów i sekcji w podsystemie komutacyjnym, $K_{2,i}$ — liczba komutatorów i sekcji w grupie podsystemów komutacyjnych, K_i — liczba wszystkich komutatorów i sekcji

dopodobięstwa blokady wewnętrznej punkt-grupa z jedną, dwoma i czterema próbami zestawienia połączenia.

W obliczeniach, których rezultaty przedstawiono na powyższych rysunkach, rozkład zajętości łączy wyjściowych był aproksymowany rozkładem Erlanga dla wiązki niedoskonałej.



Rys. 15. Prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej punkt-grupa z n próbami zestawienia połączenia w sześciosekcyjnym układzie komutacyjnym, symulacja, obliczenia teoretyczne
 ruch oferowany typu Erlanga, wiązka wyjściowa: $V = 64$,
 symulacja: $\times$ algorytm przypadkowy selekcji, $\circ$ algorytm kolejnościowy selekcji,
 obliczenia: — — — metoda PPLM, ——— metoda proponowana

7. WNIOSKI

Obliczenia prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt-grupa z kilkoma próbami zestawienia połączenia wymagają dużego nakładu pracy ze względu na wysoki stopień złożoności problemu. Przedstawiony w tym opracowaniu model matematyczny układu komutacyjnego z selekcją punkt-grupa i kilkoma próbami zestawienia połączenia pokazuje że obliczenia takie mogą zostać przeprowadzone zupełnie innym sposobem niż wynika to z dotychczas stosowanych metod. W pracy przedstawiono dwie wersje metody obliczeń prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej, które zostały opracowane na podstawie przyjętego modelu. Jedna z tych wersji jest uproszczona. Uproszczenia w niej przyjęte polegają na wykluczeniu z obliczeń złożonych procedur, w tym też iteracyjnych. Jest to związane z przyjęciem stałego, niezależnego od stanu blokady wewnętrznej, rozkładu zajętości łączy wyjściowych. Porównanie rezultatów obliczeń teoretycznych wg tej metody z danymi symulacji cyfrowej układów komutacyjnych wskazuje, że jej dokładność jest taka sama jak metod bardziej złożonych. Wydaje się zatem, że może ona okazać się szczególnie przydatną w praktyce inżynierskiej.

Druga wersja proponowanej metody jest bardziej złożona. Zakłada ona zależność rozkładu zajętości wiązki wyjściowej od stanu blokady wewnętrznej w systemie

komutacyjnym i wymaga stosowania programów obliczeniowych. Zaletą jej natomiast jest możliwość dokładnych obliczeń wszystkich składowych prawdopodobieństwa strat całkowitych w rozważanych układach komutacyjnych. W związku z tym metoda ta może być użyteczną w badaniach zależności tych parametrów od liczby podejmowanych prób zestawienia połączenia.

DODATEK

WPROWADZENIE WZORU (6)

Prawdopodobieństwo blokady wewnętrznej w układzie komutacyjnym o dostępności x i k bezskutecznych próbach zestawienia połączenia jest określone wzorem (5).

$$P_b(k, x) = \sum_{z=0}^w \frac{\binom{w-z}{k}}{\binom{w}{k}} P(z). \quad (a)$$

Uwzględniając (1), wzór (a) sprowadza się do postaci:

$$P_b(k, x) = \sum_{z=0}^w \frac{\binom{w-z}{k} \binom{x}{z} \binom{V-x}{w-z}}{\binom{w}{k} \binom{V}{w}},$$

co można zapisać:

$$P_b(k, x) = \frac{1}{\binom{w}{k} \binom{V}{w}} \sum_{z=0}^{w-k} \binom{w-z}{k} \binom{x}{z} \binom{V-x}{w-z} = \frac{1}{\binom{w}{k} \binom{V}{w}} B(x).$$

Wyrażenia dla $B(x)$ można uprościć następującym sposobem:

$$B(x) = \sum_{z=0}^{w-k} \binom{w-z}{k} \binom{x}{z} \binom{V-x}{w-z} = \sum_{z=0}^{w-k} \binom{x}{z} \frac{(V-x)!}{k! (w-k-z)! (V-x-w+z)!}. \quad (b)$$

Mnożąc licznik i mianownik (b) przez $(V-x-k)!$ oraz wyciągając przed znak sumy faktoriały niezależne od z otrzymuje się:

$$\begin{aligned} B(x) &= \frac{(V-x-k)! (V-x)!}{(V-x-k)! k!} \sum_{z=0}^{w-k} \binom{x}{z} \frac{1}{(w-z-k)! (V-w-x+z)!} = \\ &= \binom{V-x}{k} \sum_{z=0}^{w-k} \binom{(V-k)-x}{(w-k)-z} \binom{x}{z} = \binom{V-x}{k} \binom{V-k}{w-k}. \end{aligned} \quad (c)$$

Podstawiając (c) do (a) wartość $P_b(k, x)$ będzie równa:

$$P_b(k, x) = \frac{1}{\binom{w}{k} \binom{V}{w}} \binom{V-x}{k} \binom{V-k}{w-k}.$$

Wyprowadzoną wyżej postać wzoru dla $P_b(k, x)$ można bezpośrednio sprowadzić do wzoru (6), a mianowicie:

$$P_b(k, x) = \frac{(V-x)!(V-k)!}{(V-x-k)!V!} = \prod_{i=0}^{k-1} \left(1 - \frac{x}{V-i}\right). \quad (6)$$

BIBLIOGRAFIA

1. D. Bazlen, G. Kampe, A. Lotze: *On the influence of hunting mode and link wiring on the loss of link systems*. Proc. 7 th ITC, Stockholm 1973, s. 232/1—12
2. E. B. Jerszowa, W. A. Jerszow: *Cyfrowe systémy raspriedelenia informacii*. Moskwa. Radio i Swiaz 1983
3. A. Jajszczyk, J. Kleban, J. Kubasik: *On congestion in switching networks composed of digital switching matrices*. Proc. 12 th ITC, Torino 1988, s. 5.4A.7.1
4. P. Le Gall: *Etude du blocage dans les systèmes de commutation téléphonique automatique utilisant des commutateurs électroniques de type crossbar*. Ann. Télécommun, Nr 7—8. 1956, s. 159, Nr 9. 1956, s. 180
5. C. Y. Lee: *Analysis of switching networks*. BSTJ, v. 34, Nr 6. 1955, s. 1287—1315
6. A. Lotze, A. Röder, G. Thierer: *PPL—a reliable method for the calculation of point—to—to point loss in link systems*. Proc. 8th ITC, Melbourne 1976, s. 547/1—44
7. A. Lotze, A. Röder, G. Thierer: *Point—to—to point loss in case of multiple marking attempts*. University of Stuttgart 1976, s. 1—24
8. A. Lotze, A. Röder, G. Thierer: *Point—to—to point selection versus point—to—to group selection in link systems*. Proc. 8th ITC, Melbourne 1976, s. 541/1—5
9. A. Lotze, K. Rothmaier, R. Scheller: *PCM—charts*. University of Stuttgart 1979, s. 1—112
10. K. Rothmaier, R. Scheller: *Design of economics PCM arrays with a prescribed grade of service*. IEEE Trans. Commun., v. 29, Nr 7. 1981, s. 925—935
11. K. Rothmaier, R. Scheller: *On the traffic capacity of PCM switching arrays as a function of internal traffic and path allocation modes*. Proc. 10 th ITC, Montreal 1983, s. 5.1.8
12. M. Stasiak: *Blocage interne point à point dans les réseaux de connexion*. Ann. Télécommun, v. 43, Nr 9—10. 1988, s. 561—579
13. K. Takagi: *Design of multi—stage link systems with optimum channel graph*. Review of the E.C.L., v. 17, Nr 10. 1969, s. 1205
14. G. Thierer: *The calculation of the probability of loss in link systems with point to point selection*. 29 th Raport on studies in congestion theory. University of Stuttgart 1980, s. 1—136

MACIEJ STASIAK

PROBABILITY OF INTERNAL BLOCKAGE IN THE MULTISTAGE SWITCHING NETWORKS OPERATING WITH A POINT-TO-GROUP SELECTION AND WITH A FEW ATTEMPTS OF SETTING THE CONNECTION

Summary

In this paper a new mathematical model for the multistage switching networks operating with point-to-group selection and with a few attempts of setting the connection is proposed. The simple method

for the calculation of the probability of internal blockage results from this model. This method has been developed in order to simplify the calculation algorithm. The base of calculation in this method is accessibility distribution. In this paper the conditions for accessibility distribution are formulated. On the base of them approximation function of this distribution is chosen. The relationship between accessibility distribution and the number of the connection-setting attempts taken within the system is presented too. The moments of the random variable, calculated on basis of the accessibility distribution, and the occupation distribution within the output trunk are the direct data for the probability calculations of the internal blockage in the switching networks with a point-to-group selection and with a few attempts of setting the connection. Two variants of this calculation are considered. In the first variant the occupation distribution is approximated by the Erlang distribution used for the fully accessible group of links and in the second one by the Erlang distribution used for the group of links creating an ideal non-fully accessible group of links. The results of analytical calculations of the probability of internal blockage are compared with the results obtained by digital simulation of 3-, 4-, and 6-stage switching networks, and therefore, the validity of the assumptions made in this method has been proved.

Nonreciprocal phenomena in coupled ferrite lines

JAN MAZUR, MICHAŁ OKONIEWSKI, MICHAŁ MROZOWSKI

*Instytut Telekomunikacji, Zakład Techniki Mikrofalowej
Politechnika Gdańska*

Received 1989.9.15

Authorized 1989.12.5

In the paper a unified mathematical model of a electromagnetic wave propagation in coupled ferrite lines (CFL) is presented.* Three orthogonal bias magnetization directions are feconsidered. A scattering matrix of a section of CFL is derived, and a gyrator effect in CFL is predicted theoretically. The model was succesfully applied to explain nonreciprocal phenomena observed experimentally in CFL. A series of new nonreciprocal devices, useful especially in mm-waves range were proposed.

1. INTRODUCTION

In the last decade the theory and practice of millimeter-waves have been intensively developed. Not much progress however, has been made in the area of ferrite devices. This was primary due to the fact that in this frequency range new, potentially useful structures lacked relevant theoretical description and also that strong biasing magnets and expensive ferrites were required for traditional transverse ferrite magnetization to be applied.

Recently several papers have been published concerning the feasibility of millimeter-wave range nonreciprocal devices based on section of coupled ferrite lines (CFL). Awai and Itoh [1] performed a theoretical study of asymmetrical CFL[↑] magnetized vertically (fig. 1) and proposed to use that line in new isolator and circulator circuits. In other contributions [2] nonreciprocal phenomena were predicted and described in CFL[→] with horizontal (yet transverse with respect to the propagation direction — fig. 1b) magnetization. Other researchers observed experimentally nonreciprocal behaviour of devices comprising a section of CFL[○] magnetized longitudinally (fig. 1c) [4, 6]. Since the latter, experimental work lacked proper theoretical explanation [5, 7] we have proposed a mathematical model which

* Supported jointly by the Polish Academ of Science and the Ministry of Education under contracts CPBP 02.02.3.2 and CPBP 02.16.8.

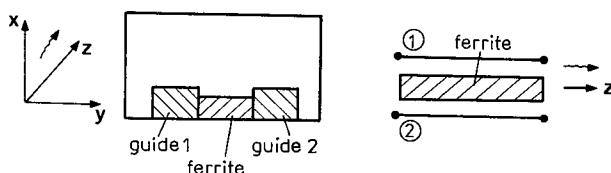


Fig. 1. Coupled ferrite lines (CFL). Bias magnetization directions. Vertical CFL[↑] ($H_i \vec{a}_x$); horizontal CFL[→] ($H_i \vec{a}_y$); longitudinal CFL[⊙] ($H_i \vec{a}_z$)

excellently describes phenomena [8, 9] occurring in CFL[⊙] with longitudinal magnetization in terms of mode couplings resulting from the anisotropy of the ferrite. In this paper we present an extension to the above mentioned mathematical model which aims at a unified description of phenomena taking place in all three magnetic biasing configurations of CFL. Moreover, we derive conditions for their nonreciprocal behaviour and finally, we propose a number of new devices built around sections of CFL and explain the way they operate.

2. ANALYSIS

Let us consider the electromagnetic field which propagates in a uniform symmetrical structure filled with gyromagnetic medium whose parameters, characterised by a scalar relative permittivity ϵ and tensor relative permeability $\vec{\mu}$, are functions of transverse coordinates (fig. 2). We assume that the propagation is in the z -direction and that the electric and magnetic fields are proportional to the factor $e^{j\omega t}$ which will henceforth be suppressed for the sake of clarity. The solution to the analyzed problem can be found by means of the coupled mode method developed by Marcuse [3] and later applied by Awai and Itoh [1] to the analysis of structures with transversely magnetized gyromagnetic materials. According to this procedure the fields $\vec{E}$ and $\vec{H}$ in the investigated guide are expressed in terms of the fields of a second waveguiding structure whose modal solutions $\vec{E}_n$ and $\vec{H}_n$ are known and which will henceforth be referred to as a basis guide (fig. 2b). This can be formally written as:

$$\vec{E} = \sum_n a_n(z) \vec{E}_n(x, y) \quad (1a)$$

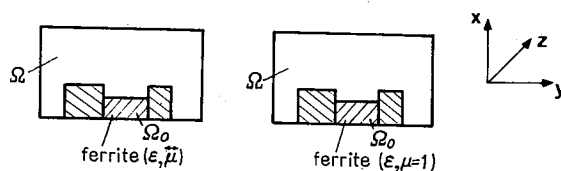


Fig. 2. CFL structure — a) and basis guide — b)

$$\vec{H} = \sum_n a_n(z) \vec{H}_n(x, y). \quad (1b)$$

Assuming that the basis guide is filled with gyromagnetic material whose parameters are depicted by scalars ε , and $\mu(\mu = 1)$, and is otherwise identical to the investigated structure, we derive from Maxwell's theorems the following coupled mode equations:

$$\sum_n \left(P_{in} \frac{\partial}{\partial z} + jR_{in} \right) a_n = 0 \quad \text{for } i = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

where:

$$P_{in} = \int_{\Omega} \vec{a}_z (\vec{E}_n \times \vec{H}_i^* + \vec{E}_i \times \vec{H}_n^*) d\Omega \quad (3a)$$

$$R_{in} = \beta_n P_{in} + k_0 \eta_0 \int_{\Omega_0} \vec{H}_i (\vec{\mu} - \mu) \vec{H}_n^* d\Omega_0, \quad (3b)$$

where: Ω and Ω_0 are the cross-sections of the analyzed guide and the ferrite material respectively, whereas η_0 and k_0 are the intrinsic impedance and wavenumber in free space, and β_n denotes the propagation constant of the n -th mode in the basis structure.

Coefficients P_{in} vanish for $i \neq n$ due to the orthogonality of the modal solutions in the basis structure, while the P_{ii} equal four times the Poynting energy of the i -th mode.

We shall now apply the equation (2) to the analysis of symmetrical CFL structures. We assume that the basis structure supports two orthogonal fundamental modes (even and odd) and take only take these two modes in the field expansion which approximates the unknown field in the investigated guide. Additionally, we assume that the ferrite is weakly magnetized (i.e. $\mu \approx 1$). Under these assumptions, the coupled mode equations (2) take the following form:

$$\begin{aligned} \left(P^{ee} \frac{\partial}{\partial z} + jR^{ee} \right) a_e jR^{oe} \quad a_o &= 0 \\ jR^{eo} a_e + \left(P^{oo} \frac{\partial}{\partial z} + jR^{oo} \right) a_o &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Note, that superscripts o,e which refer to odd and even modes are now used to denote modes instead of subscripts $_{in}$ used in equations (1—3).

As in the general case (equation 2) the coefficients P^{oe} and P^{eo} vanish because of the orthogonality of modes. The remaining coefficients P and R are again given by (3ab).

Now, we normalize the fields in the basis guide according to the following condition:

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} (\vec{E}_i \times \vec{H}_i^*) d\Omega = 1 \quad (5)$$

and take the propagation in the analyzed guide with the factor e^{-jkz} . This brings us to the following from of (4):

$$\begin{aligned} (k - \beta^e \pm K^{ee}) a_e \pm j C a_0 &= 0 \\ (k - \beta^0 \pm K^{00}) a_0 \pm j C^* a_e &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

where: β^e , and β^0 denote the propagation constants of the even and odd mode in the basis structure.

The coefficients $K^{ee(00)}$ and C , formally expressed by equations 3a-b, take different forms for horizontal, vertical and longitudinal direction of bias magnetization. Prior to the separate treatment of these three cases, which will follow, we will make an additional assumption that the structure is lossless. Under this assumption the transverse modal functions $\vec{H}_i^{e(0)}$ become purely real and the longitudinal $\vec{H}_z^{e(0)}$ purely imaginary:

$$\vec{H}_i^{e(0)} = \vec{\mathcal{H}}_i^{e(0)} \vec{\mathcal{H}}_z^{e(0)} = j \vec{\mathcal{H}}_z^{e(0)},$$

where $\vec{\mathcal{H}}_i^{e(0)}$ and $\vec{\mathcal{H}}_z^{e(0)}$ are real functions.

HORIZONTAL MAGNETIZATION

$$K^{ee(00)} = \frac{1}{2} k_0 \eta_0 \mu_a \int_{\Omega} \vec{\mathcal{H}}_x^{e(0)} \vec{\mathcal{H}}_z^{e(0)} d\Omega_0 \quad (7a)$$

$$C = \frac{1}{4} k_0 \eta_0 \mu_a \int_{\Omega_0} (\mathcal{H}_z^e \mathcal{H}_x^0 + \mathcal{H}_z^0 \mathcal{H}_x^e) d\Omega_0. \quad (7b)$$

Since the modal functions $\vec{\mathcal{H}}_x^e \vec{\mathcal{H}}_z^0$ and $\vec{\mathcal{H}}_x^0 \vec{\mathcal{H}}_z^e$ have different symmetry properties C vanishes. Conversely, as the functions $\vec{\mathcal{H}}_x^{e(0)} \vec{\mathcal{H}}_z^{e(0)}$ of the even (odd) mode have the same symmetry properties $K^{ee(00)} \neq 0$. The above remarks let us rewrite (6) in the following form:

$$\begin{aligned} [(k - \beta^e) \pm K^{ee}] a_e &= 0 \\ [(k - \beta^0) \pm K^{00}] a_0 &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

VERTICAL MAGNETIZATION

$$K^{ee(00)} = \frac{1}{2} k_0 \eta_0 \mu_a \int_{\Omega_0} \vec{\mathcal{H}}_y^{e(0)} \vec{\mathcal{H}}_z^{e(0)} d\Omega_0 \quad (9a)$$

$$C = j C^\dagger = \frac{j}{4} k_0 \eta_0 \mu_a \int_{\Omega_0} (\mathcal{H}_z^e \mathcal{H}_y^0 + \mathcal{H}_z^0 \mathcal{H}_y^e) d\Omega_0. \quad (9b)$$

Similar reasoning to that used in the case of vertical magnetization leads to the conclusion that $C \neq 0$ and $K^{ee(00)}$ vanishes. Thus we get:

$$\begin{aligned}(k - \beta^e)a^e \mp C^\dagger a^0 &= 0 \\ \mp C^\dagger a^0 + (k - \beta^0)a_0 &= 0.\end{aligned}\quad (10)$$

LONGITUDINAL MAGNETIZATION

$$K^{ee(00)} = \frac{1}{2}k_0\eta_0\mu_a \int_{\Omega_0} \mathcal{H}_y^{e(0)} \mathcal{H}_x^{e(0)} d\Omega_0 \quad (11a)$$

$$C = C^\odot = \frac{1}{4}k_0\eta_0\mu_a \int_{\Omega_0} \mathcal{H}_x^e \mathcal{H}_y^0 - \mathcal{H}_y^e \mathcal{H}_x^0 d\Omega_0. \quad (11b)$$

Now, examining the symmetry properties, we can infer that only C does not vanish, yielding

$$\begin{aligned}(k - \beta^e)a^0 \pm jC^\odot a^0 &= 0 \\ (k - \beta^0)a^0 \mp jC^\odot a^e &= 0.\end{aligned}\quad (12)$$

The choice of sing in the above formulae depends on the direction of the magnetization (or on the direction of propagation).

To summarize what was said up to this point let us observe that in structures magnetized vertically or longitudinally, the even and odd mode are coupled due to the anisotropy of the ferrite material. This means that an even or odd excitation of the structure automatically launches the other complementary mode, and the modes travelling along the line exchange their energy. Time the reversal of the bias or propagation direction does not change the propagation constants of modes.

On the other hand, the ferrite material magnetized horizontally does not couple the even and odd modes, yet it differentiates the phase constants of modes of the opposite propagation (or magnetization) directions.

3. PROPAGATION IN COUPLED FERRITE LINES

We shall now examine how the two modes propagate in the positive z -direction in the CFL under consideration. Based on the solutions to coupled mode equations we shall consider the behaviour of the e_x electric field component in each of the two guides constituting the investigated structure.

According to the definitions and assumptions adopted in this paper, the fields in both guides of the basis line are equal in amplitude and phase for the even mode and equal in amplitude but 180° out of phase for the odd mode. Thus the field in each of the guides of the CFL can be written:

$$\begin{aligned}e_1(z) &= [A_1(1+m)e^{-jk_1z} + A_2(1-m^*)e^{-jk_2z}] \\ e_1(z) &= [A_1(1-m)e^{-jk_1z} - A_2(1+m^*)e^{-jk_2z}],\end{aligned}\quad (13)$$

where: subscripts $1,2$ denote the guide, m — stands for the coupling coefficient between

the even and odd mode:

$$\begin{aligned} m &= \pm(\Gamma - \Delta\beta)/C^\dagger && \text{for vertical magnetization} \\ m &= \mp j(\Gamma - \Delta\beta)/C^\odot && \text{for longitudinal magnetization} \\ m &= 0 && \text{for horizontal magnetization} \end{aligned}$$

with: $\Gamma = \sqrt{(\Delta\beta)^2 + |C|^2}$ and $\Delta\beta = (\beta^e - \beta^o)/2$

We find the unknown phase constant k of the investigated CFL structure as a zero of the determinant of coupled mode equations (6). For the vertical and longitudinal magnetization we can calculate k from the following formula:

$$k_{1/2} = \beta_0 \pm \Gamma, \quad (14)$$

where: $\beta_0 = (\beta^e + \beta^o)/2$ and $_{1/2}$ denotes the two possible solutions. Similarly, for horizontal magnetization k is given by:

$$k_1^\pm = \beta^e \mp K^{ee} \quad (15a)$$

$$k_2^\pm = \beta^o \mp K^{oo} \quad (15b)$$

Let us consider a CFL which is excited in plane $z = 0$ in accordance with the following initial conditions:

$$e_1(0) = 1 \quad \text{and} \quad e_2(0) = 0 \quad (16)$$

After some mathematical steps we can find the formulae describing the propagation of the e.m. field in each of the guides of the CFL. For different biasing conditions they take the following forms:

horizontal magnetization

$$\begin{aligned} e_1^\pm &= \cos(\Delta k^\pm z) e^{-j\beta_0^\pm z} \\ e_2^\pm &= -j \sin(\Delta k^\pm z) e^{-j\beta_0^\pm z} \end{aligned} \quad (17)$$

with: $\Delta k^\pm = (k_1^\pm - k_2^\pm)/2$ and $\beta_0^\pm = (k_1^\pm + k_2^\pm)/2$,

vertical magnetization

$$\begin{aligned} e_1^\pm &= \left(\cos \Gamma z \pm j \frac{C^\dagger}{\Gamma} \sin \Gamma z \right) e^{-j\beta_0 z} \\ e_2^\pm &= \left(-j \frac{\Delta\beta}{\Gamma} \sin \Gamma z \right) e^{-j\beta_0 z}, \end{aligned} \quad (18)$$

longitudinal magnetization

$$\begin{aligned} e_1^\pm &= \cos(\Gamma z) e^{-j\beta_0 z} \\ e_2^\pm &= \frac{\pm |C^\odot| - j \Delta\beta}{\Gamma} \sin(\Gamma z) e^{-j\beta_0 z}. \end{aligned} \quad (19)$$

We shall now use equations (17—19) to define the scattering matrices of a section of CFL of length l . Later we shall use these matrices to derive the necessary conditions which must be fulfilled to construct a nonreciprocal device comprising a section of CFL. For each magnetization we have:

horizontal magnetization

$$S^{\rightarrow} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_1^- & S_2^- \\ 0 & 0 & S_2^- & S_1^- \\ S_1^+ & S_2^+ & 0 & 0 \\ S_2^+ & S_1^+ & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$S_1^{\pm} = \cos(\Delta k^{\pm} l) e^{-j\beta_0^{\pm} l} \text{ and } S_2^{\pm} = -j \sin(\Delta k^{\pm} l) e^{-j\beta_0^{\pm} l}$$

^zvertical magnetization

$$S^{\uparrow} = e^{-j\beta_0 l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_1^* & S_2 \\ 0 & 0 & S_2 & S_1 \\ S_1 & S_2 & 0 & 0 \\ S_2 & S_1^* & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$S_1 = \cos \Gamma l + j(|C^{\uparrow}|/\Gamma) \sin \Gamma l \quad S_2 = -j(\Delta \beta / \Gamma) \sin \Gamma l,$$

longitudinal magnetization

$$S^{\odot} = e^{-j\beta_0 l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_1 & -S_2^* \\ 0 & 0 & S_2 & S_1 \\ S_1 & -S_2^* & 0 & 0 \\ S_2 & S_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$S_1 = \cos \Gamma z \quad S_2 = \frac{|C^{\odot}| - j \Delta \beta}{\Gamma} \sin \Gamma l.$$

From the above equations it may be readily concluded that only CFL magnetized horizontally may exhibit full nonreciprocity. The only nonreciprocal action which may take place in the remaining two cases is a nonreciprocal phase shift.

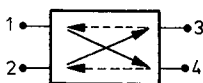
4. NONRECIPROCAL OPERATION OF CFL

In this section we shall consider conditions which must be fulfilled for a section of CFL to serve as a component of a nonreciprocal device.

HORIZONTALLY MAGNETIZED CFL⁻

First we shall examine CFL with horizontal magnetization. To achieve circulation (fig. 3) we require that CFL section to have the following scattering parameters

$$S^x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Fig. 3. CFL[⊙] circulator

which, together with (20), lead to the following:

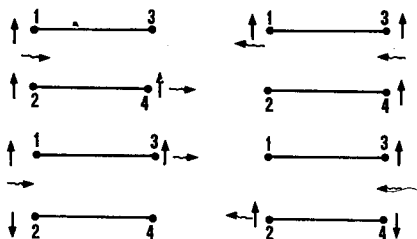
$$\begin{aligned} |S_1^+| = 1 \text{ and } |S_2^+| = 0 &\Rightarrow \Delta k^+ l = n\pi \\ |S_1^-| = 0 \text{ and } |S_2^-| = 1 &\Rightarrow \Delta k^- l = \frac{2m-1}{2}\pi \quad n, m = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (24)$$

Now we introduce $\Delta k^\pm$ defined in (17) to the above and finally arrive at the following simple desing formulae:

$$\beta^e - \beta^o = \frac{[2(n+m)-1]\pi}{2l} \quad (25a)$$

$$K^{ee} - K^{oo} = \frac{[2(n-m)+1]\pi}{2l} \quad (25b)$$

For fixed n, m and l we can use (25a) to select the basis guiding structure which would ensure the required β^e and β^o difference. Likewise, we use (25b) to choose the parameters of the ferrite inserted in CFL⁺.

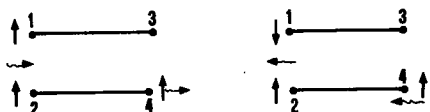
Fig. 4. Propagation phenomena in a section of CFL[†]

The same structure may be used to obtain an isolator. In this case we need only to modify the circulator so that the power emerging from ports 2 and 4 is absorbed (fig. 3).

As already mentioned, a section of CFL magnetized vertically or longitudinally does not feature nonreciprocity except for nonreciprocal phase shift. However, both these structure may be used to construct a nonreciprocal device once they are cascaded with a reciprocal multiport.

VERTICALLY MAGNETIZED CFL

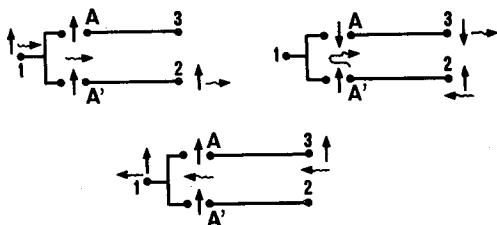
Let us consider the S matrix of a section of CFL magnetized vertically. We pick the ferrite parameters and the length of CFL so that $\Delta\beta = C$ and $2\Gamma l = (2n-1)\pi$. Under

Fig. 5. Nonreciprocal effects in a section of CFL[†]

these conditions we find the elements of S (21) as: $S_1 = j1/\sqrt{2}$ and $S_2 = -j1/\sqrt{2}$.

It is worth noticing that interesting nonreciprocal phenomena take place in this structure when ports (1 & 2) or (3 & 4) are excited by an even or odd mode. One may find that (see diagram 4):

1. the even excitation of ports (1 & 2) results in transmission of the wave energy to port 4 and isolation of port 3, while the even excitation of ports (3 & 4) causes transmission to port 1 and isolation of port 2
2. the odd excitation of ports (1 & 2) results in transmission to port 3 and isolation of port 4, whereas the same excitation of ports (3 & 4) causes the transmission to port 2 and isolation in 1

Fig. 6. Operation of the 3—port circulator comprising section of CFL[†] and T—junction

The nonreciprocity is shown conspicuously in fig. 5. The even excitation of ports (1 & 2) results in transmission of the e.m. energy to port 4, yet excitation of port 4 results in odd, not even mode output in ports (1 & 2).

Note however, that owing to the coupling of modes resulting from the anisotropy of the ferrite, the full energy exchange between the lines is not possible in CFL[†].

The phenomena described in this section indicate the feasibility of nonreciprocal devices comprising a section of CFL[†] and a reciprocal multiport (like hybrid junction, T—junction or asymmetrical coupler) serve to provide even or odd excitation of CFL[†]. In fig. 6 and 7 we explain the operation of a possible 3—port circulator consisting of T—junction and section of CFL[†] and of a possible 4—port circulator using an asymmetrical coupler and CFL[†].

Let us consider the 3—port circulator (fig. 6). If we excite port 1 then the even mode appears the A-A' plane of the structure and the wave goes to port 2. When port 2 is excited, in odd mode appears in the A-A' cross-section, therefore the wave is reflected

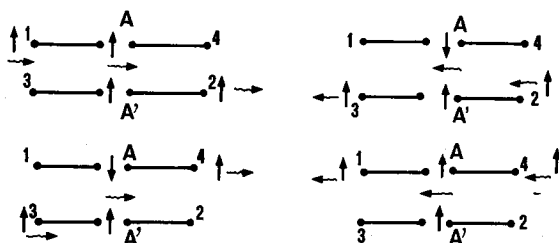


Fig. 7. Operation of the 4—port circulator comprising section of CFL[†] and asymmetrical coupler

and exits the circulator via port 3. Finally, if we excite port 3 the even mode appears in A-A' plane and the wave emerges from port 1.

In the case of a 4—port (fig. 7) circulator the transition from the asymmetrical coupler to the CFL[†] ensures the proper excitation of CFL. Let us examine the transmission properties of the circuit. If we excite port 1 (3) of the structure then in the transition area the even (odd) mode is launched (A-A' plane), which means that the wave exits the circuit through port 2 (4). Likewise the excitation of port 2 (4) of the structure leads to the odd (even) mode in A-A' plane and the wave goes to port 3 (1). Hence the 1-2-3-4 circulation occurs in the circuit.

LONGITUDINALLY MAGNETIZED CFL[⊙]

Let us consider the propagation in the section of CFL[⊙]. From equation (22) we may find that the strongest coupling resulting from anisotropic properties of the gyromagnetic material occurs when the phase velocities of the even and odd mode of the basis structure are equal ($\Delta\beta = 0$). Thorough examination of (19), with the above remark in mind, reveals that (fig. 8):

1. As the wave propagates, the energy of one basis mode goes to the other. We observe the total energy exchange between the modes over the distance $C^{\odot}z = \pi/2$. Simultaneously both lines constituting the CFL fully exchange their energy.

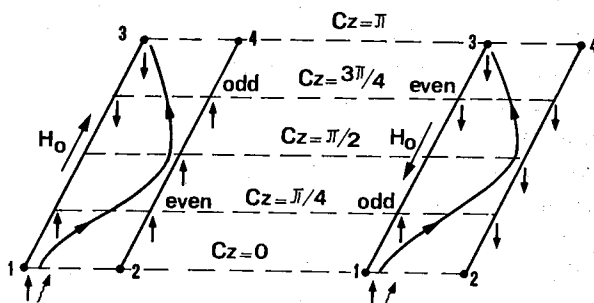


Fig. 8. Exchange of energy in CFL[⊙]

2. If the structure is excited by an even mode, the field in guide 1 vanishes at a distance $C^{\odot}z = \pi/4$ from the excitation plane and is concentrated in guide 2. The converse effect occurs if the biasing magnetic field is reversed.
3. The odd excitation causes similar effect to that of an reversing of magnetization direction in the above case. Over the distance $C^{\odot}z = \pi/4$ from the excitation plane, the field in line 2 becomes 0 and in line 1 maximal. Again the change of the magnetization direction leads to the converse effects.

The above remarks indicate that the section of $\text{CFL}^{\odot}$ (with $\Delta\beta = 0$ and $C^{\odot}l = \pi/4$) exhibits similar properties to those of a section of $\text{CFL}^{\uparrow}$ (with $\Delta\beta = C^{\uparrow}$ and $2\Gamma l = \pi$) considered in the previous paragraph. Like in the $\text{CFL}^{\uparrow}$ case the nonreciprocity can be obtained if $\text{CFL}^{\odot}$ is cascaded with a reciprocal multiport which again serves to provide odd or even excitation of $\text{CFL}^{\odot}$ structure.

The description of the behavior of $\text{CFL}^{\odot}$ which we propose herein and elsewhere [8, 9] excellently explains the operation of experimental nonreciprocal devices [4, 6]. It is perhaps worthwhile to notice that this model is compatible with the Faraday rotation phenomenon which takes place in ferrite structures magnetized longitudinally and the theory and practice of which is long established.

5. CONCLUSIONS

A unified mathematical model based on the coupled mode method and which describes the propagation of the electromagnetic wave in symmetrical CFL structures magnetized horizontally, vertically and longitudinally is proposed. It was found that:

- The wave propagating in these structures consists of even and odd modes existing in the isotropic, basis guide.
- The even and odd modes are coupled in the CFL magnetized vertically or longitudinally while they remain independent in the case of CFL magnetized horizontally.
- Since the phase constants of the even and odd modes in horizontally magnetized CFL are different for the forward and backward propagation, these structure exhibit the full nonreciprocity. In the remaining two cases the only nonreciprocal action is a nonreciprocal phaseshift.
- CFL structures can be used to build nonreciprocal devices.

While the $\text{CFL}^{\rightarrow}$ is fully nonreciprocal, it was found that nonreciprocity can be also obtained in the $\text{CFL}^{\odot}$ and $\text{CFL}^{\uparrow}$ structures when they are cascaded with a reciprocal 4— or 3—port which produces phase difference between signals in the two output ports (which form the transitions with CFL) equal to 0 or π . The maximum nonreciprocity is achieved when $\Delta\beta = C^{\uparrow}$ and $2\Gamma l = \pi$ in $\text{CFL}^{\uparrow}$ or when $\Delta\beta = 0$ and $C^{\odot}l = \pi/4$ in $\text{CFL}^{\odot}$ section. The reciprocal structures that may be used in the construction of nonreciprocal devices include hybrid junction, T and Y junctions, asymmetrical couplers.

The theory presented herein excellently explains the operation of the experimental nonreciprocal devices containing CFL structures presented in the literature, (e.g. [4,6]).

The results of this study may be used in the development of new mm-wave nonreciprocal devices.

REFERENCES

1. I. A w a i and T. I t o h: *Coupled-mode theory analysis of distributed nonreciprocal structures*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-29, pp. 1077—1086, Oct. 1981.
2. S. Y u n, T. I t o h: *Nonreciprocal wave propagation in a hollow image guide with a ferrite layer*. IEE Proc. part H. vol. 132, no 4, pp. 222—226, July 85
3. D. M a r c u s e: *Coupled-mode theory for anisotropic optical guide*. Bell Syst. Tech J., vol. 54, pp. 985—995, May 1973
4. L. E. D a v i s and D. B. S i l l a r s: *Millimetric nonreciprocal coupled-slot finline components*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-34, pp. 804—808, July 1986
5. D. B. S i l l a r s and L. E. D a v i s: *Analysis of nonreciprocal coupled image lines*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-35, pp. 629—635, July 1987
6. A. N i c o l and L. E. D a v i s: *Non-reciprocal coupling in dielectric image lines*. Proc. Inst. Elec. Eng., vol. 132, pt. H, no 4, pp. 269—270, July 1985
7. J. M a z u r and M. M r o z o w s k i: *Comments on the "Analysis of nonreciprocal coupled image lines"*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-37, pp. 262, Jan 1989
8. J. M a z u r, M. M r o z o w s k i: *On the mode coupling in longitudinally magnetized waveguiding structures*. IEEE Trans. on MTT, vol. MTT-37, pp. 159—165, Jan 1989
9. J. M a z u r, M. M r o z o w s k i: *Nonreciprocal structures using coupled ferrite lines magnetized in the propagation direction*. Proc. 18th EuMC Conf., pp. 811—816, Stockholm, Sept. 1988

J. MAZUR, M. OKONIEWSKI, M. MROZOWSKI

ZJAWISKA NIEWZAJEMNE W FERRYTOWYCH LINIACH SPRZĘŻONYCH

Streszczenie

W pracy przedstawiono model matematyczny rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w strukturze ferrytowych linii sprzężonych (FLS). Rozważono trzy kierunki magnesowania linii. Określono macierz rozproszenia odcinka FLS. Opracowany model umożliwił wyjaśnienie obserwowanych eksperymentalnie w liniach FLS zjawisk niewzajemnych. Stwierdzony efekt żyotropowy w układzie linii FLS pozwolił na zaproponowanie szeregu nowych niewzajemnych układów o stałych rozłożonych, które mogą być użyteczne zwłaszcza w zakresie fal milimetrowych.

Trajektorie napięcia przetworników wiroprowodowych przelotowych samoporównawczych

ANNA LEWIŃSKA-ROMICKA

Centrum Uczelniano-Przemysłowe Metrologii i Systemów Pomiarowych, Politechnika Warszawska

Otrzymano 1989.12.20

Autoryzowano do druku 1990.1.15

Opisano nowe trendy, jakie pojawiły się w badaniach nieniszczących przy wykorzystaniu metody prądów wirowych. Trendy te polegają na nowym podejściu do uzyskiwania i prezentacji sygnałów przetworników — w postaci trajektorii na płaszczyźnie zmiennej zespolonej. Podano przykłady trajektorii dla różnych wad rur niemagnetycznych, a także metodykę charakteryzowania defektów rur — na podstawie cech trajektorii.

1. WSTĘP

Począwszy od r. 1983 (a nawet r. 1980) zauważyć można było nowe trendy w defektoskopii wiroprowodowej. Pojawienie się ich z jednej strony wywołane było możliwościami prowadzenia obliczeń, symulacyjnych, z dużą prędkością, a z drugiej strony — wykorzystaniem techniki mikroprocesorowej w układach defektoskopów.

Ogólnie trendy te polegały na nowym podejściu do sygnałów przetworników wiroprowodowych i nowych metodach syntezy tych sygnałów. Trendy te znalazły swoje odbicie w rozwiązaniach aparaturowych począwszy od r. 1984, kiedy to m.in. na Trzeciej Europejskiej Konferencji Badań Nieniszczących we Florencji firma Institut Dr Förster z RFN pokazała defektoskop wiroprowodowy nowej generacji [5], przeznaczony do kontroli rur (przyrząd współpracował z przetwornikiem samoporównawczym wewnętrznym). Dotychczasowy sposób podejścia do sygnałów przetworników wiroprowodowych polegał na analizie sygnałów na płaszczyźnie zmiennej zespolonej — przy czym brano pod uwagę amplitudę napięć przetworników — napięć o określonej, wybranej fazie. Jednocześnie maskowane były sygnały o fazie odpowiadającej określonemu sektorowi płaszczyzny zmiennej zespolonej [7, 2].

W aplikacjach defektoskopów wiroprowodowych umożliwiało to m.in. uniezależnienie uzyskiwanych wskazań, wywołanych np. przez nieciągłości pochodzenia metalurgicznego, od zmian parametrów geometrycznych obiektów badanych (rury, pręty, druty). Proces tego uniezależnienia mógł być przeprowadzany w odniesieniu

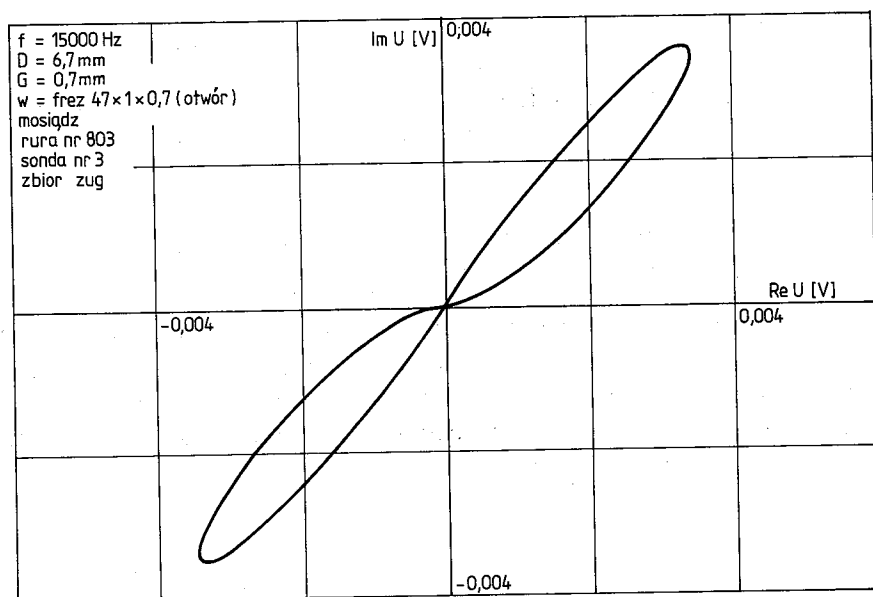
najczęściej do jednego czynnika zakłócającego, np. tylko zmiany średnicy obiektu badanego lub tylko jego nieosiowego prowadzenia — dla określonej częstotliwości pracy przetwornika. Tylko w przypadkach, gdy napięcia wywołane przez np. dwa czynniki zakłócające mają tę samą fazę, to możliwa jest jednoczesna eliminacja ich wpływu na sygnał wyjściowy przetwornika. Przypadek taki ma np. miejsce podczas kontroli prętów ferromagnetycznych. Dla prętów takich czynniki zakłócające takie, jak zmiana średnicy i zmiana przenikalności magnetycznej wywołują powstawanie sygnałów o jednakowej fazie — ale tylko dla stosunkowo małych wartości stosunku częstotliwości pracy do częstotliwości granicznej ($1 \leq f/f_g \leq 5$). Pozostaje przy tym problem modelowania zmiany w odniesieniu do danego czynnika zakłócającego — w celu umożliwienia wyboru odpowiednich relacji fazowych w praktycznych realizacjach defektoskopii wiroprowodowej, np. [12]. W przypadku rur nieferromagnetycznych sygnały wywołane przez poszczególne czynniki zakłócające mają różne fazy.

Nowy sposób podejścia dał się zauważyć w odniesieniu do sygnałów przetworników wiroprowodowych, w szczególności przetworników samoporównawczych, które są podstawowym rodzajem przetworników, stosowanym do kontroli obiektów o kształcie walca, m.in. rur. Ten sposób podejścia polega na przedstawieniu — dla danej częstotliwości pracy — na płaszczyźnie zmiennej zespolonej trajektorii zmian napięcia (impedancji) przetworników. Trajektorie takie, uzyskiwane są podczas przesuwu poprzez przetwornik odcinka obiektu z wadą (otwór, kanałek, pierścień, zmiana średnicy, zmiana grubości ścianki itd.). Przebieg trajektorii napięcia przetwornika samoporównawczego dla rury mosiężnej o średnicy 6,7 mm, z wadą w postaci kanałka frezowanego, o rozmiarach 47 mm (długość) $\times$ 1 mm (szerokość) $\times$ 0,7 mm (głębokość) pokazano na rys. 1.

Dane odnośnie materiału rury badanej, średnicy i grubości jej ścianki, wad rur, średnicy wewnętrznej przetwornika oraz jego częstotliwości pracy podano w metrykach wszystkich prezentowanych trajektorii. Ramiona trajektorii uzyskiwane są podczas przesuwu określonej wady najpierw poprzez jedną, a następnie poprzez drugą sekcję przetwornika samoporównawczego (różnicowego).

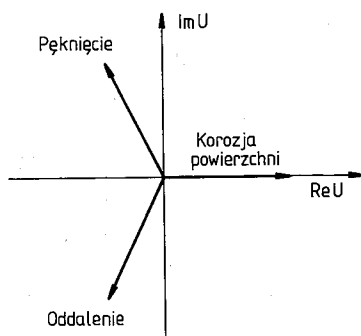
Synteze trajektorii w odniesieniu do napięcia (impedancji) przetworników samoporównawczych przeprowadzili N. Ida, S. S. Udpa, R. Palanisamy, W. Lord [3, 4, 9, 11, 16], a z polskich autorów R. Sikora wraz z zespołem [13]. Syntezę tę wymienieni autorzy przeprowadzili w oparciu o zastosowanie metody elementów skończonych do analizy pól elektromagnetycznych, wcześniej zastosowanej do analizy pól w silnikach.

W rozwiązaniach aparaturowych [5] szereg firm tak, jak m.in. wspomniany wyżej Instytut Dr. Förster przystąpiło do prezentacji trajektorii sygnałów przetworników na monitorach defektoskopów i to w odniesieniu zarówno do przetworników samoporównawczych, jak i bezwzględnych, tak przelotowych, jak i stykowych oraz wirujących. Opracowanie nowej generacji defektoskopów stymulowane było z jednej strony ewentualnymi możliwościami rozróżniania poszczególnych rodzajów wad m.in. ze względu na fazowe różnice, charakteryzujące wywoływane przez nie sygnały przetworników (vide pkt. 4), z drugiej zaś strony — takimi spektakularnymi zastosowaniami, jak



Rys. 1. Trajektoria napięcia wyjściowego przetwornika wiroprowadowego samoporównawczego zawierającego rurę mosiężną średnicy zewnętrznej 6,7 mm i grubości ścianki 6,7 mm. Częstotliwość pracy przetwornika $f = 15$ kHz. Wada miała postać kanału wzdłużnego

np. kontrola rur „*in situ*” — zainstalowanych rur w wytwornicach pary i wymiennikach ciepła w siłowniach jądrowych (stosowane są przy tym przetworniki wiroprowadowe przelotowe wewnętrzne tj. wprowadzane do wnętrza rur). Kierunki fazowe, charakteryzujące sygnały przetwornika wiroprowadowego stykowego, wywołane przez wady typu pęknięcie oraz korozja powierzchni i czynnik zakłócający w postaci oddalenia pokazano na rys. 2. W przypadku przetworników przelotowych nie występują sygnały, wywołane oddaleniem.



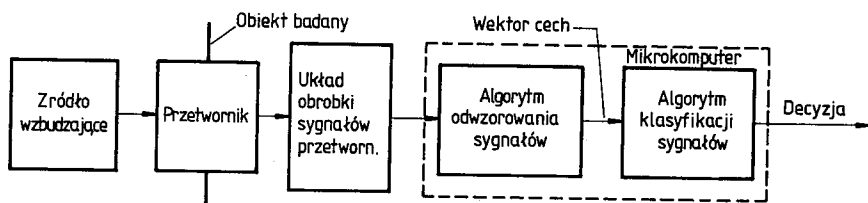
Rys. 2. Kierunki fazowe sygnałów przetwornika stykowego

Celem prowadzonych badań było otrzymanie trajektorii sygnałów przetworników samoporównawczych dla rur nieferromagnetycznych z różnymi wadami oraz opracowanie metodyki klasyfikacji rodzajów wad rur — na podstawie trajektorii. Realizacja drugiego z wymienionych celów wymagała określenia cech trajektorii — dla różnych rodzajów wad.

2. WPROWADZENIE DO ZAGADNIENI KLASYFIKACJI WAD

Podstawowym zagadnieniem w rozwiązywaniu nowoczesnych problemów defektoskopii, w szczególności wiroprowadowej, jest klasyfikacja próbek, tj. podział obrazów — sygnałów przetworników wiroprowadowych na szereg kategorii. Klasyfikacja taka przeprowadzana jest w odniesieniu do cech lub własności obrazów [1].

Należy zaznaczyć, że metody rozpoznawania obrazów umożliwiają redukcję zakłóceń rozpatrywanych obrazów.



Rys. 3. Układ klasyfikacji obrazów

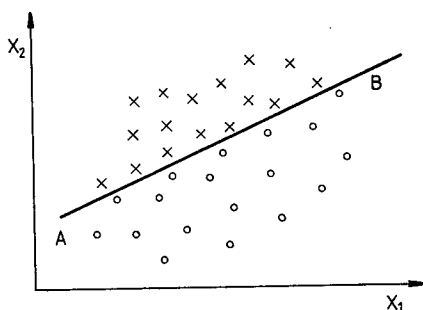
Tak więc konieczne jest określenie cech obrazów. Cechy te, a właściwie „wartości” tych cech są podstawą przeprowadzenia klasyfikacji obrazu i uzyskania odpowiedniej decyzji [1]. Schemat blokowy układu klasyfikacji próbek (obrazów) pokazano na rys. 3. Przez przetwornik (wiroprowadowy), zasilany z odpowiedniego źródła, prowadzony jest obiekt badany. Napięcie wyjściowe przetwornika podlega obróbce, która polegać może np. na pomiarze jego składowych: rzeczywistej i urojonej. Tak uzyskane dane wprowadzane są do mikrokomputera — w celu odwzorowania ww. sygnałów — w postaci wektorów cech. Wektory cech poddawane są następnie analizie w celu uzyskania decyzji odnośnie kwalifikacji badanego obrazu (sygnału).

Podjęcie zagadnień klasyfikacji obrazów wymaga przeprowadzenia obserwacji dla określenia przestrzeni cech, charakteryzujących dany obraz. Może to być np. dwuwymiarowa przestrzeń, tj. płaszczyzna cech. Cechami w defektoskopii wiroprowadowej mogą być parametry napięcia wyjściowego przetwornika lub inne wielkości związane z otrzymywanymi sygnałami przetwornika.

Dzięki zastosowaniu odpowiedniego algorytmu następuje odwzorowanie sygnałów, co sprowadza się do automatycznej redukcji każdego obrazu (sygnału przetwornika) do pojedynczego punktu — np. w postaci wektora cech X w dwuwymiarowej przestrzeni cech

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}.$$

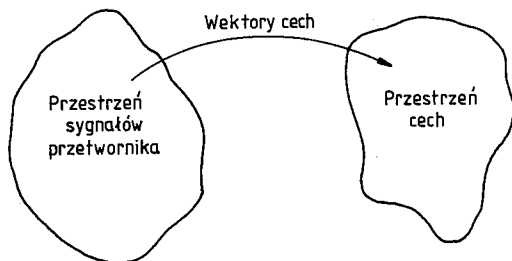
Zagadnienie klasyfikacji obrazów zasadniczo polega więc wówczas na podziale przestrzeni (w tym przypadku płaszczyzny) cech na dwie części; w każdej z nich znaleźć się powinny punkty odpowiadające wartościom każdej z dwóch cech. Tak więc każdy z obszarów odpowiada danej kategorii obrazu (obiektu). Załóżmy, że mierzone są wektory cech dla wielu próbek. Otrzymywany jest w ten sposób pewien rozrzut punktów, jak to zilustrowano na rys. 4. W idealnym przypadku podział punktów w przestrzeni cech odbywa się bez pomyłek. Praktycznie jest to niemożliwe, z tego względu klasyfikacja obrazów przeprowadzona jest w oparciu o metody analizy statystycznej [1].



Rys. 4. Rozrzut punktów odpowiadających wartościom wektorów cech

Problemy rozpoznawania obrazów mogą być rozwiązywane dla wielowymiarowej przestrzeni cech. Na rys. 5 pokazano schematycznie proces odwzorowania obrazu (sygnałów przetwornika), przedstawionego w postaci przestrzeni sygnałów — w postać wektora cech, którego miejscem geometrycznym jest przestrzeń cech [1].

Przykładem nowego sposobu podejścia do zagadnień klasyfikacji wad obiektów są w defektoskopii wiroprowadowej prace G. P. Singha, S. S. Udpy, W. Lorda [3, 4, 9, 11, 16].

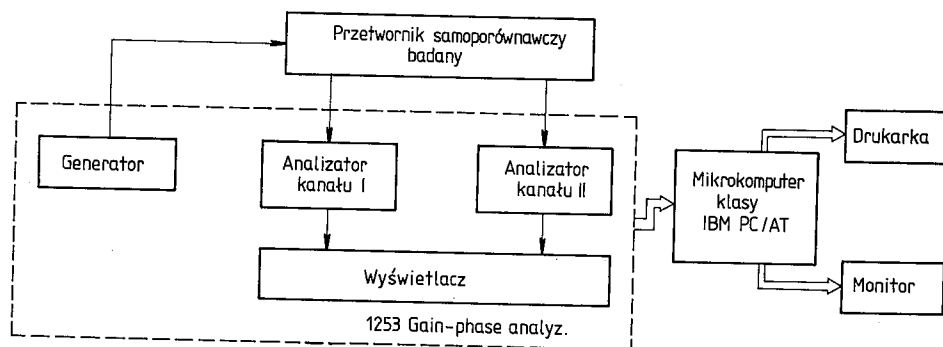


Rys. 5. Odwzorowanie przestrzeni sygnałów w przestrzeni cech

Tak jak już wzmiankowano autorzy ci przeprowadzili syntezę trajektorii sygnałów przetworników wiroprowadowych samoporównawczych w oparciu o rozwiązanie równań Maxwella przy wykorzystaniu metody elementów skończonych. Następnie otrzymane trajektorie, jako przebiegi okresowe (zamknięte) rozłożyli w szereg Fouriera. Jako cechy trajektorii określili współczynniki szeregu Fouriera. Cechy te stanowiły podstawę do przeprowadzenia obliczeń w oparciu o szereg metod rozpoznawania obrazów, m.in. przy wykorzystaniu teorii decyzji Bayesa.

3. OTRZYMYWANIE TRAJEKTORII NAPIĘĆ PRZETWORNIKÓW WIROPRĄDOWYCH SAMOPORÓWNAWCZYCH

Schemat układu pomiarowego, w którym uzyskiwano dane odnośnie składowych napięcia przetworników samoporównawczych — w celu przedstawienia ich na płaszczyźnie zmiennej zespolonej w postaci trajektorii pokazano na rys. 6.



Rys. 6. Schemat blokowy układu pomiarowego

Badany przetwornik samoporównawczy zasilano napięciem sinusoidalnym, pobieranym ze współpracującego z mikrokomputerem, automatycznego analizatora składowych napięć — 1253 Gain-phase analyzer produkcji firmy Solartron — Schlumberger [17]. Przyrząd ten umożliwia wykonywanie pomiarów dwukanałowych: składowych rzeczywistej oraz urojonej lub amplitudy oraz fazy napięć — w zakresie częstotliwości od 10^{-3} Hz do 20 kHz. Interesujące z punktu widzenia otrzymywania trajektorii napięcia przetworników wartości składowych rzeczywistych i urojonych napięć wyjściowych przetworników samoporównawczych uzyskiwano podczas przesuwu odcinków rur z wadami sztucznymi i naturalnymi poprzez badane przetworniki zewnętrzne. Wartości poszczególnych składowych napięć, otrzymywane z wyjścia analizatora napięć 1253 wprowadzano, poprzez łącze szeregowo, do mikrokomputera klasy IBM PC/AT, do wyjścia którego podłączono drukarkę oraz monitor. Pomiary składowych napięcia przetworników samoporównawczych, wykonywano przy częstotliwościach z zakresu od 1 kHz do 20 kHz [14]. Obiektem badanym były rury

miedziane i mosiężne o średnicach z zakresu 6,5 mm — 18,0 mm. W rurach wprowadzono szereg wad sztucznych. Wady te miały postać otworów przelotowych przez jedną ściankę rur, kanałów wzdłużnych nieprzelotowych od strony ścianki zewnętrznej rur oraz przelotowych, pierścieni (nieprzelotowych), wykonanych od strony ścianki zewnętrznej i wewnętrznej rur, nacięć poprzecznych od strony ścianki zewnętrznej rur oraz zmniejszenia średnicy zewnętrznej (grubości ścianki) od strony ścianki zewnętrznej rur. Konfiguracje i wielkość wad wybrano m.in. w oparciu o [10]. Wady naturalne, które występowały w rurach, to pęknięcia, częściowy przetop, przepalenia [7, 14 — 1989 r.].

Przykładowe uzyskane trajektorie pokazano na rys. 1 oraz na rys. 7—12, a także — na rys. 20. Na osi odciętych odłożono wartości składowej rzeczywistej napięcia wyjściowego przetwornika, a na osi rzędnych — wartości składowej urojonej tego napięcia, obie — w woltach. Pomiary, w wyniku których, uzyskano trajektorie przedstawione na rys. 7 — rys. 12 przeprowadzono przy częstotliwości 10 kHz. Trajektorie z rys. 1 i rys. 20 uzyskano przy częstotliwości 15 kHz.

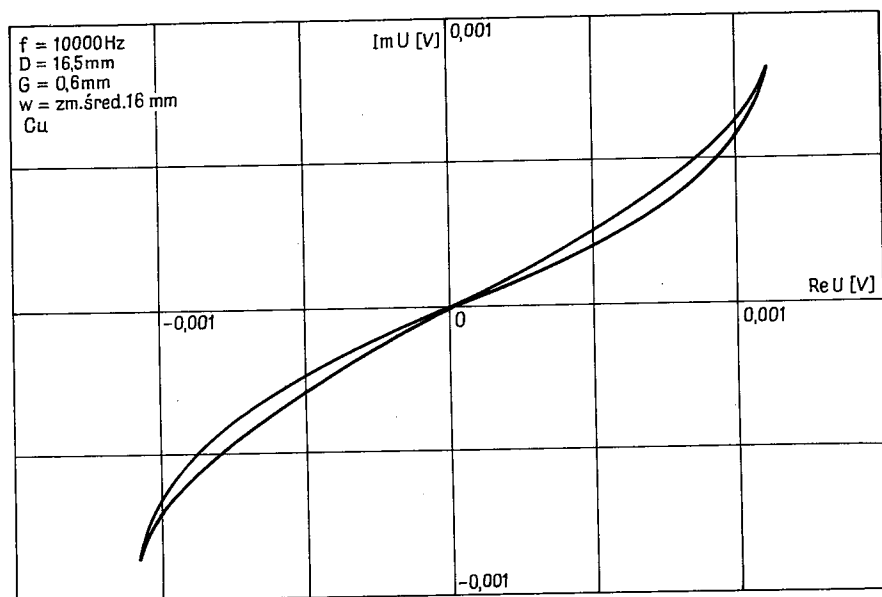
Trajektorie, przedstawione na rys. 7—12, zostały sporządzone dla następujących wad rury miedzianej o średnicy zewnętrznej zmieniającej się w zakresie od 16,3 mm do 16,5 mm:

- 1 — pierścień od strony zewnętrznej ścianki rury, o szerokości 1 mm (rys. 7),
 - 2 — pierścień od strony wewnętrznej ścianki rury, o szerokości 1 mm (rys. 8),
 - 3 — zmiana średnicy (uskok) o 0,5 mm (rys. 9),
 - 4 — nacięcie poprzeczne od strony zewnętrznej ścianki rury, o długości 7 mm (rys. 10),
 - 5 — kanałek wzdłużny przelotowy o szerokości 0,3 mm (rys. 11),
 - 6 — otwór przelotowy przez jedną ściankę rury o średnicy 3 mm (rys. 12).
- Podane liczby od 1 do 6 oznaczają numery wyżej wyszczególnionych wad. Numery tych wad występują na rys. 17.

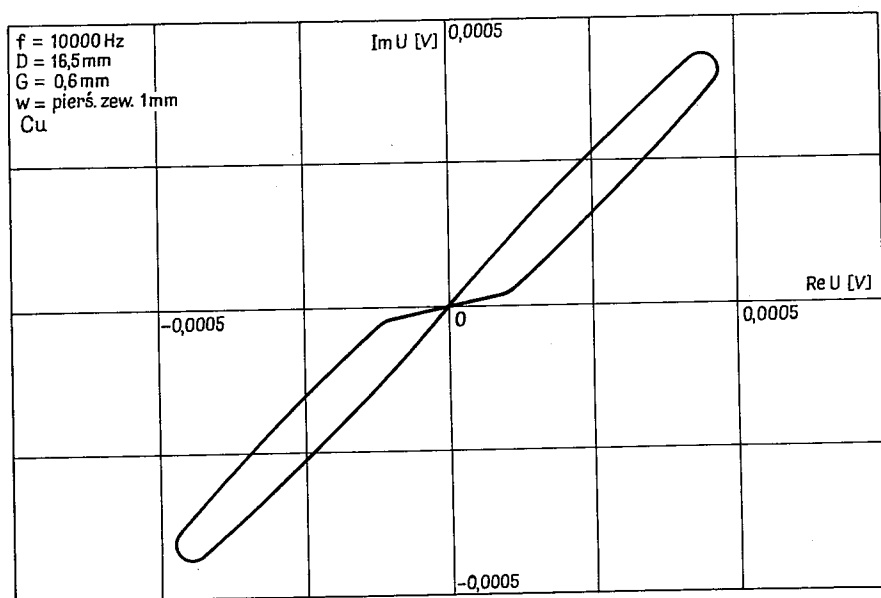
Poszczególne trajektorie z rys. 1 oraz rys. 7—rys. 12 i rys. 20 przedstawiono w różnych, dogodnych skalach.

Porównując poszczególne trajektorie stwierdzić można, że różnią się skalą (a więc wartościami składowych napięć), kształtem oraz położeniem fazowym. Największe wartości składowych napięć otrzymano dla wady w postaci kanału wzdłużnego przelotowego (rys. 11) oraz zmiany średnicy (rys. 9); najmniejsze — dla wady w postaci pierścienia wewnętrznego (rys. 8) i nacięcia zewnętrznego (rys. 10).

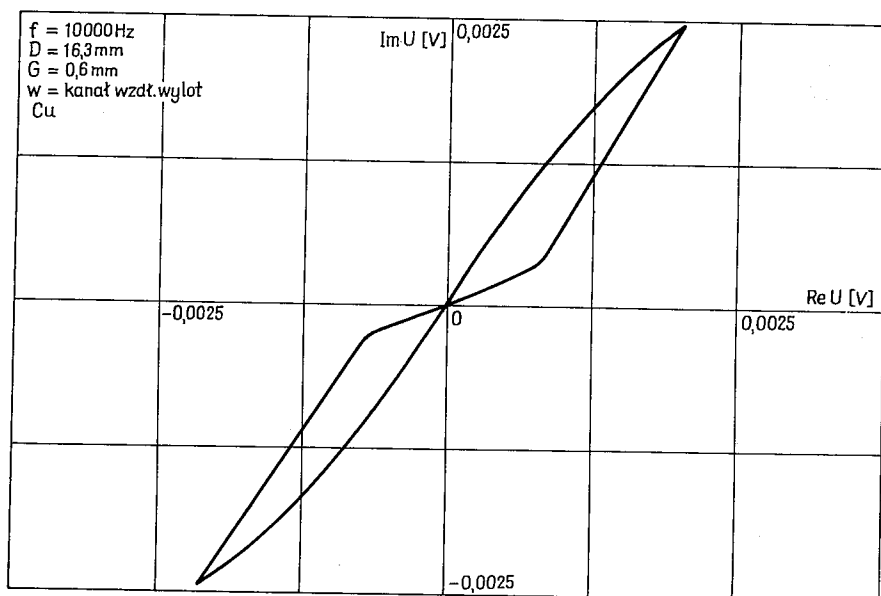
Prezentowane tu prace dotyczą analizy trajektorii sygnałów przetworników wirowych (samoporównawczych) przelotowych. Przetworniki przelotowe ze względu na kierunek wywoływanych przez nie prądów wirowych, przeznaczone są do wykrywania wad wzdłużnych, a wady takie przeważają w obiektach o kształcie walca. Wady w postaci otworów i kanałów wzdłużnych mają taki właśnie charakter, z drugiej zaś strony dobrze imitują naturalne wady rur, którymi w przypadku np. rur ze szwem mogą być przepalenia i przetop częściowy. Mniejszą natomiast czułość mają przetworniki przelotowe dla przypadku wykrywania wad poprzecznych. Kształt trajektorii jest zbliżony dla wad w postaci kanałów wzdłużnych, otworów oraz pierścieni, zarówno



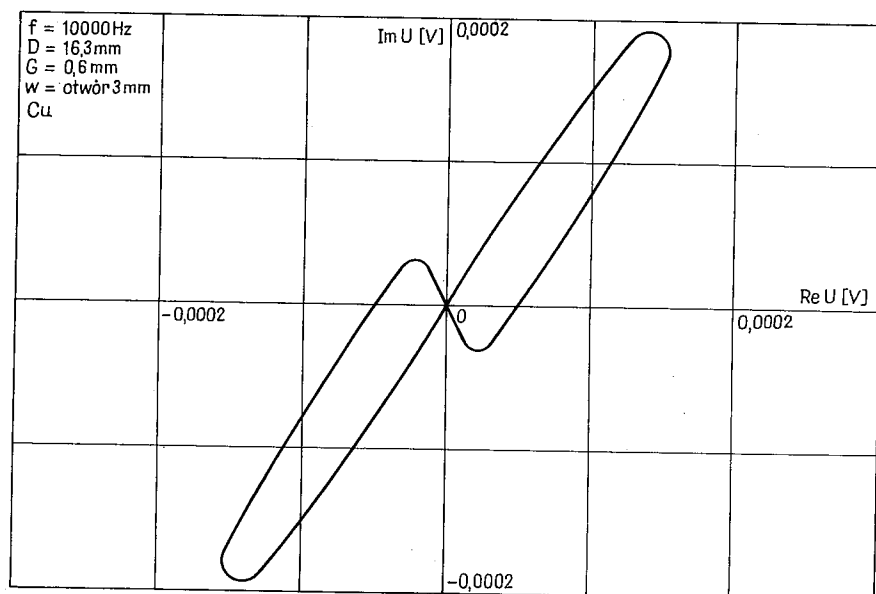
Rys. 9. Trajektorie napięcia wyjściowego przetwornika wiroprowadowego samoporównawczego zawierającego rurę miedzianą z wadą w postaci zmniejszenia średnicy (uskołu)



Rys. 10. Trajektorie napięcia wyjściowego przetwornika wiroprowadowego samoporównawczego zawierającego rurę miedzianą z wadą w postaci nacięcia poprzecznego długości 7 mm



Rys. 11. Trajektoria napięcia wyjściowego przetwornika wiropłądowego samoporównawczego zawierającego rurę miedzianą z wadą w postaci kanała wzdłużnego przelotowego szerokości 0,3 mm



Rys. 12. Trajektoria napięcia wyjściowego przetwornika wiropłądowego samoporównawczego zawierającego rurę miedzianą z wadą w postaci otworu przez jedną ściankę, średnicy 3 mm

zewnętrznych, jak i wewnętrznych i nacięć (odpowiednio — rys. 11, rys. 12, rys. 7, rys. 8, rys. 10).

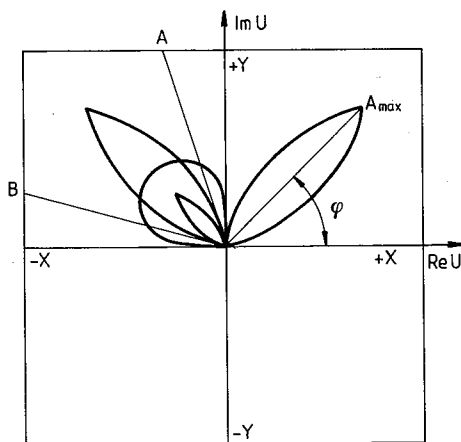
Odmienny kształt w stosunku do tych trajektorii mają trajektorie dla wad w postaci zmiany średnicy (rys. 9). Należy przy tym zaznaczyć, że trajektoria dla tej wady otrzymana została dla dwukrotnego przejścia od miejsca niewadliwego rury poprzez miejsce wadliwe i dalej — do miejsca dobrego i dlatego trajektoria ta ma dwa ramiona, podobnie, jak to ma miejsce w przypadku pozostałych wad sztucznych, imitujących inne wady pochodzenia metalurgicznego. Trajektorie dla wad w postaci pierścienia zewnętrznego (rys. 7), zmiany średnicy (rys. 9), nacięcia poprzecznego od strony zewnętrznej ścianki rury (rys. 10), kanałka wzdłużnego (rys. 11) oraz otworu przelotowego (rys. 12) położone są w pierwszej (oraz trzeciej) ćwiartce płaszczyzny zmiennej zespolonej. Inne jest natomiast położenie fazowe trajektorii dla wady w postaci pierścienia wewnętrznego (rys. 8); trajektorie dla tego rodzaju wad znajdują się w drugiej (oraz czwartej) ćwiartce płaszczyzny zmiennej zespolonej.

4. METODYKA KLASYFIKACJI WAD RUR NIEFERROMAGNETYCZNYCH — NA PODSTAWIE TRAJEKTORII SYGNAŁÓW PRZETWORNIKÓW WIROPRAĐOWYCH SAMOPORÓWNAWCZYCH

Jak już zaznaczono wyżej punktem wyjścia do opracowania metodyki klasyfikacji wad badanych rur jest określenie cech, charakteryzujących trajektorie, odpowiadające poszczególnym wadom.

Szereg trajektorii przedstawiono w sposób poglądowy na rys. 13.

Można stwierdzić, że trajektorie pokazane na rys. 1, rys. 7—rys. 12, a także na rys. 13 różnią się od siebie szeregiem cech, a mianowicie:



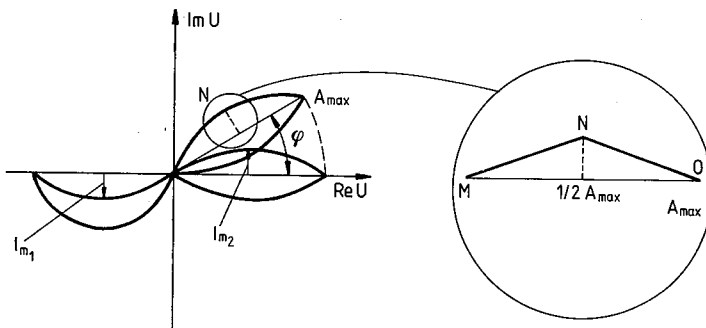
Rys. 13. Trajektorie napięcia przetwornika samoporównawczego — dla różnych wad

- 1) położeniem na płaszczyźnie zmiennej zespolonej — w poszczególnych ćwiartkach ($\pm X$, $\pm Y$),
- 2) kątem przesunięcia fazowego φ ,
- 3) szerokością, której miarą w pewnych przypadkach mogą być np. wielkości A i B ,
- 4) długością ramion A_{max} (A_{max} charakteryzuje czułość wykrywania wad),
- 5) kształtem ramion.

Podjęte prace miały na celu opracowanie metodyki klasyfikacji wad rur nieferromagnetycznych — przy założeniu dwuwymiarowej przestrzeni cech, charakteryzujących trajektorie sygnałów przetworników wiroprowadowych w układzie samoporównawczym. Założono przy tym, że odróżniane będą od siebie wady typu nieciągłości od wad geometrycznych.

Spośród cech, charakteryzujących trajektorie sygnałów przetworników wiroprowadowych samoporównawczych, dla celów klasyfikacji wad rur nieferromagnetycznych wybrano dwie następujące cechy:

- 1) kąt przesunięcia fazowego φ trajektorii,
- 2) „rzedną charakterystyczną” (większą spośród dwóch Im_1 lub Im_2) trajektorii dla punktu odpowiadającego połowie długości ramion (rys. 14).



Rys. 14. Ilustracja do określenia cech charakteryzujących trajektorie napięć przetworników samoporównawczych

Rzędne Im_1 oraz Im_2 obliczane są po przeprowadzeniu obrotu do położenia poziomego oraz normalizacji trajektorii.

Uznano, że cechy powyższe pozwalają scharakteryzować otrzymywane trajektorie napięć przetworników samoporównawczych. Kąt przesunięcia fazowego φ trajektorii określa bowiem, dla danej częstotliwości pracy przetwornika, położenie trajektorii — na płaszczyźnie zmiennej zespolonej. Rzędne charakterystyczne Im_1 lub Im_2 określają natomiast kształt trajektorii. Jak już wspomniano (vide rys. 1 i rys. 7—12) kształt trajektorii zależy w sposób istotny od rodzaju wad (wady o charakterze nieciągłości tj. otwory, kanałki, pierścienie, czy też wady geometryczne, tj. zmiana grubości ścianki). Wobec tego możliwe jest odróżnianie przede wszystkim tych dwóch kategorii wad. W ten sposób zastąpiony został dotychczasowy sposób podejścia do

sygnałów przetworników wiropądowych. Sposób ten polegał mianowicie na pomiarze rzutu składowej napięć przetworników, wywołanej przez wadę o charakterze nieciągłości, na kierunek na płaszczyźnie zmiennej zespolonej napięć, prostopadły do kierunku, w którym uzewnętrzniają się sygnały przetworników, wywołane przez wady geometryczne [6, 2].

Zaproponowano i opracowano algorytm selekcji sygnałów przetworników wiropądowych — na podstawie cech trajektorii ich napięć na płaszczyźnie zmiennej zespolonej. Zauważyć przy tym trzeba spektakularny charakter trajektorii. Przy badaniach obiektów z typowymi wadami, użytkownik może, przy pewnej wprawie, natychmiast ocenić z jaką kategorią wad ma do czynienia. Uzyskiwana jest przy tym również informacja odnośnie wielkości wady. Możliwości uzyskania informacji odnośnie charakteru wad nie występowały przy „klasycznym” podejściu do sygnałów przetworników wiropądowych, przy którym uzyskiwano jedynie informację odnośnie wielkości wady (m.in. głębokości).

Metodykę uzyskiwania danych odnośnie sygnałów przetworników oraz obróbki tych sygnałów w celu uzyskania ich trajektorii i określenia wartości cech charakteryzujących trajektorie i na koniec wizualizacji otrzymanych wyników przedstawiono w postaci sieci działań — na rys. 15.

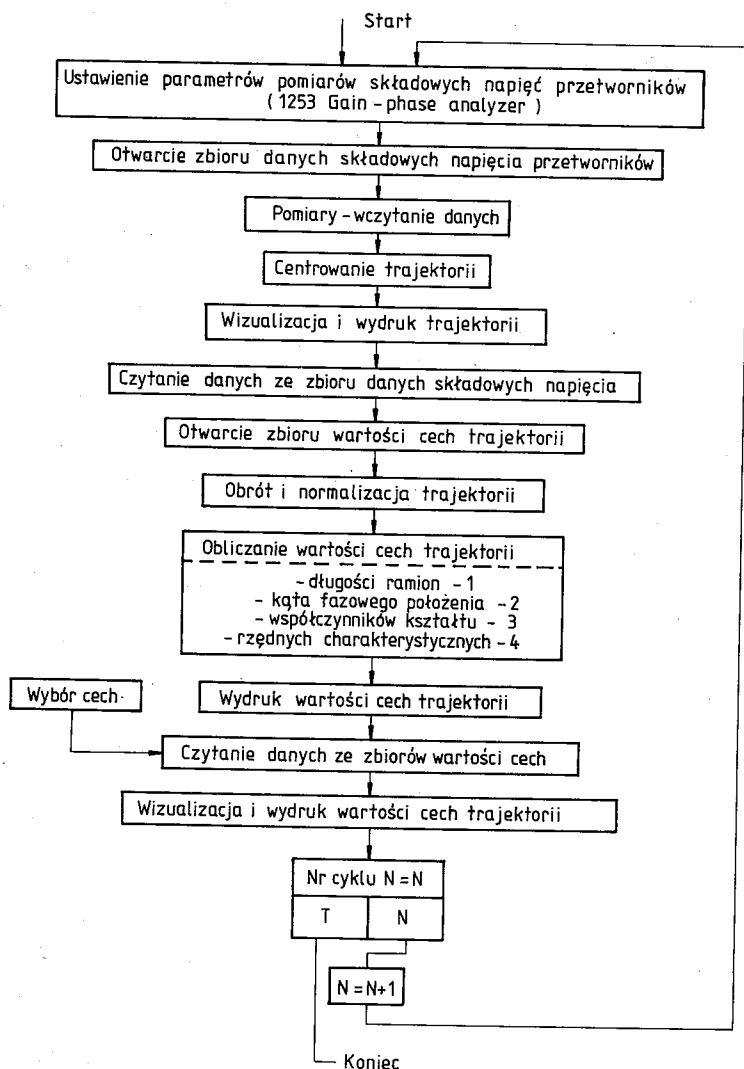
Cykl pomiarów rozpoczyna się od ustawienia, według menu, parametrów pomiaru przyrządem 1253 Gain — phase analyzer. Parametry te to m.in. amplituda sygnału (np. 1,0 V), częstotliwość pracy generatora wewnętrznego przyrządu, rodzaj układu współrzędnych, tj. rodzaj mierzonych wielkości — w tym przypadku są to wartości rzeczywistej i urojonej składowej napięcia przetwornika, cykl pracy — powtarzalny oraz odstęp czasu pomiędzy kolejnymi próbkowaniami (np. 0,1 s). Jeden cykl pomiarów przeprowadzany jest podczas przesuwu poprzez przetwornik jednej wady rury.

Następnie ma miejsce otwarcie w mikrokomputerze klasy IBM PC/AT zbioru danych dla przechowywania informacji odnośnie składowych napięcia wyjściowego przetworników — dla jednej wady rury. Zbiór danych zawiera również cechę przetwornika oraz informacje odnośnie materiału i średnicy, grubości ścianki i cechy rury badanej, wielkości i charakteru wad oraz częstotliwości pracy przetwornika.

Podczas wykonywania pomiarów wartości składowych mierzonych napięć uwidaczniane są na wyświetlaczu przyrządu oraz następuje aktywizacja tych danych do odpowiedniego zbioru w pamięci mikrokomputera. Na jedną trajektorię przypada przykładowo od 25 do 215 punktów pomiarowych.

W celu prezentacji, ze względu na istniejące napięcie nie zrównoważenia przetwornika oraz niedokładności prowadzenia rur podczas pomiarów, co powoduje czasem rozrzut składowych napięcia przetwornika dla miejsc rury bez wady, przeprowadzane jest „centrowanie” trajektorii. Sprowadzany jest mianowicie środek trajektorii do środka układu współrzędnych.

Centrowanie wykonywane jest poprzez oddzielne uśrednianie wartości składowych rzeczywistych i urojonych napięcia przetwornika — w dwóch krokach. W pierwszym kroku uśredniane są wartości ze wszystkich pomiarów dla danej wady.



Rys. 15. Algorytm klasyfikacji wad rur

W drugim kroku uśredniane są tak obliczone składowe napięcia dla punktów pomiarowych z zakresu $\pm 0,1 A_{max}$ (rys. 13). Na tym kończy się jeden cykl pomiarów — związany z otrzymaniem i prezentacją trajektorii napięcia przetwornika.

Dalsze kroki procedury związane są z procesem klasyfikacji wad, tu — pod względem ich charakteru. Cykl analizy trajektorii rozpoczyna się od czytania, z odpowiedniego zbioru, danych odnośnie składowych napięcia przetwornika, dla danej wady. W związku z przygotowaniami do określenia wartości cech, charakteryzujących trajektorię, następuje realizowany programowo obrót danej trajektorii

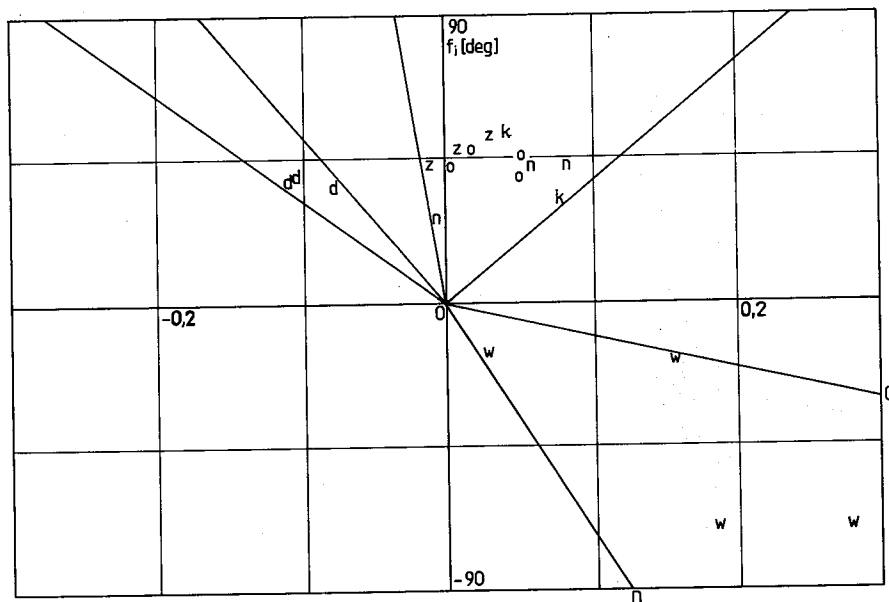
do położenia poziomego oraz jej normalizacja. Następnie obliczane są wartości czterech cech trajektorii a mianowicie:

1. kąt fazowy φ położenia trajektorii,
2. rzędne charakterystyczne (Im_1 , Im_2),
3. długość ramion (A_{max}) trajektorii,
4. współczynniki wypukłości kształtu (wyp. 1, wyp. 2) trajektorii.

Rzędne charakterystyczne trajektorii obliczane są dla punktu odpowiadającego połowie długości ramion trajektorii. Jako Im_1 (rys. 14) oznaczono rzędną dla trajektorii otrzymywanych dla wad o charakterze geometrycznym i jako Im_2 — dla trajektorii uzyskiwanych dla wad o charakterze nieciągłości.

Współczynniki kształtu wyp. 1 i wyp. 2 charakteryzują wypukłość trajektorii. Obliczane są jako różnica nachyleń odcinków MN i NO (rys. 14) trajektorii wokół punktu odpowiadającego połowie długości ramion trajektorii. W chwili obecnej zrezygnowano z wykorzystania współczynników kształtu do analizy trajektorii. Wartości wymienionych cech są drukowane.

W celu przedstawienia, w formie końcowej, uzyskanych danych następuje wybór dwóch spośród czterech ww. cech; są to kąt przesunięcia φ trajektorii oraz rzędne charakterystyczne trajektorii. Czytane są wartości wybranych cech ze wskazanego szeregu zbiorów, odpowiadających różnym wadom. Wartości cech prezentowane są na płaszczyźnie cech. Z dwóch rzędnych charakterystycznych Im_1 i Im_2 brana jest



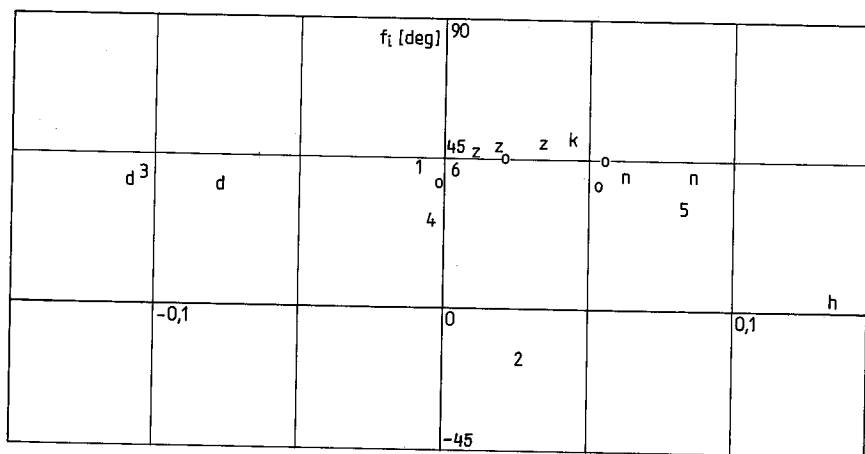
Rys. 16. Reprezentacja na płaszczyźnie cech wartości cech trajektorii napięć przetwornika samoporównawczego, zawierającego rurę miedzianą z różnymi wadami sztucznymi

większa. Na płaszczyźnie cech przeprowadzona jest klasyfikacja wartości cech w zależności od rodzaju wady w rurze.

Tak przedstawiony cykl pomiarów i analizy może być przeprowadzony dla wielu (N_k) próbek. Na rys. 16 przedstawiono reprezentację na płaszczyźnie cech wartości cech dla 22 sztucznych wad rury miedzianej średnicy w zakresie 16,3—16,5 mm. Na osi odciętych odłożono wartości h — większej z dwóch (Im_1, Im_2) rzędnych charakterystycznych, a na osi odciętych — kąt przesunięcia fazowego φ trajektorii. Symbole literowe (d, z, o, k, n, w) odpowiadają poszczególnym rodzajom wad sztucznych, wprowadzonych w rurze. Jako d oznaczono zmniejszenie zewnętrznej średnicy rury, z — pierścień od strony zewnętrznej ścianki rury, o — otwór przelotowy przez jedną ściankę rury, k — kanał wzdłużny, n — nacięcie poprzeczne, w — pierścień od strony wewnętrznej ścianki rury. Jak widać z rys. 16 najbardziej typowe wady rur, tj. otwory mają swoją reprezentację w pierwszej ćwiartce płaszczyzny cech i w niewielkim sektorze drugiej ćwiartki, przylegającym do pierwszej ćwiartki. Podobnie rzecz się ma w odniesieniu do kanałów wzdłużnych.

Podobne wartości cech trajektorii w stosunku do otworów i kanałów wzdłużnych uzyskuje się dla wad poprzecznych typu nacięcia, czy też pierścienie od strony ścianki zewnętrznej rury.

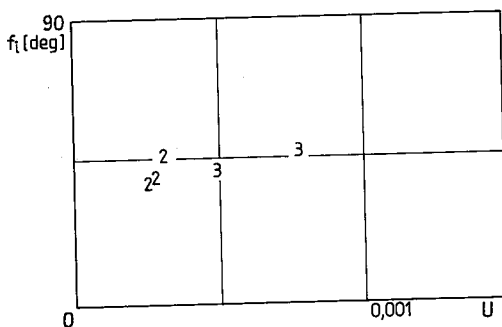
Diametralnie inne wartości cech trajektorii otrzymano dla wad o charakterze geometrycznym, które to wady zrealizowano w postaci zmniejszenia średnicy zewnętrznej rur, tj. zmniejszenia grubości ścianki. Cechy trajektorii odpowiadające tym wadom mają wartości, układające się w środkowym sektorze drugiej ćwiartki płaszczyzny cech (rys. 16). Cechy trajektorii, uzyskanych dla wad w postaci pierścieni wprowadzonych od strony ścianki wewnętrznej rur, mają takie wartości, że ich reprezentacja zawarta jest w czwartej ćwiartce płaszczyzny cech.



Rys. 17. Reprezentacja na płaszczyźnie cech wartości cech trajektorii napięć przetwornika samoporównawczego zawierającego rurę miedzianą średnicy nominalnej 16 mm z różnymi wadami sztucznymi

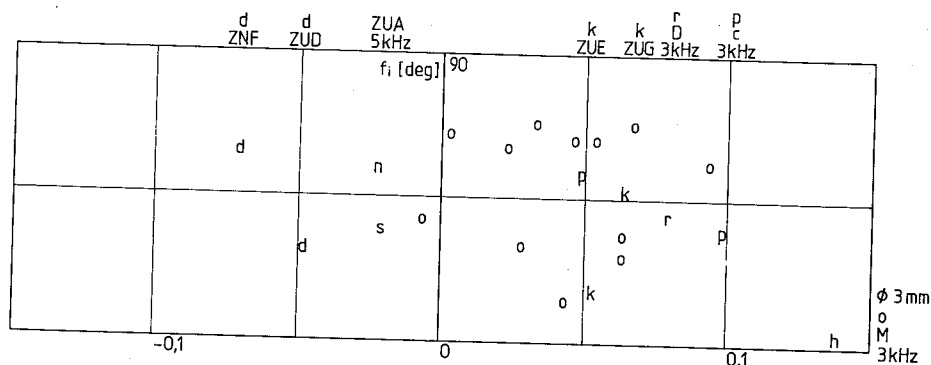
Na rys. 17 przedstawiono fragment płaszczyzny cech z naniesionymi wartościami cech, jak na rys. 16 ale z zaznaczonymi liczbami od 1 do 6 (vide pkt. 3), odpowiadającym różnym typom wad, dla których po jednej trajektorii pokazano na rys. 7—rys. 12.

Można stwierdzić, że wykazano możliwość rozróżniania niektórych rodzajów wad rur nieferromagnetycznych — na podstawie wartości cech charakteryzujących trajektorie napięcia przetworników wiroprowodowych przelotowych samoporównawczych. Praktycznie wykorzystanie opracowanej metodyki polegać może na wyborze odpowiednich sektorów w poszczególnych ćwiartkach płaszczyzny cech — w zależności od rodzajów wad obiektu, jakie szczególnie interesują użytkownika. Wybór sektorów może np. następować poprzez wybór parametrów C i D (rys. 16) na płaszczyźnie cech — dla określonej częstotliwości pracy przetwornika. W przypadku pojawienia się sygnałów, których cechy trajektorii mają wartości z wybranego sektora, podawane będą odpowiednie sygnały do wyjść decyzyjnych defektoskopu, zgodnie z konwencjonalnym przebiegiem napięcia przetwornika — w funkcji długości obiektu; zależnie od wielkości sygnałów (wad).



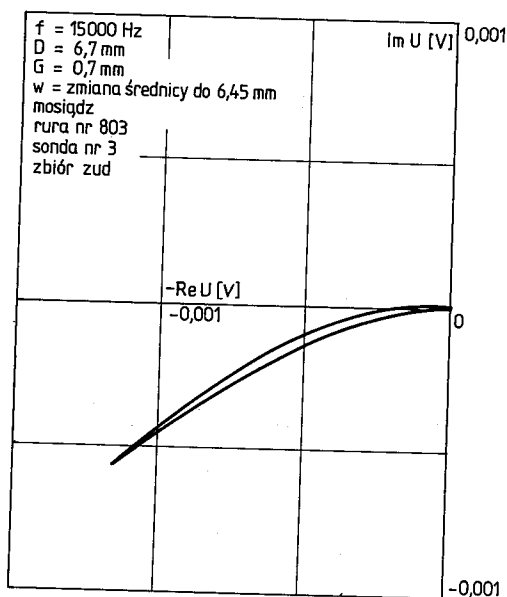
Rys. 18. Reprezentacja sygnałów przetwornika zawierającego rurę miedzianą średnicy 16,3—16,5 mm, z wadami sztucznymi w postaci otworów średnicy 2 mm (punkty oznaczone liczbą 2) i otworów średnicy 3 mm (punkty oznaczone liczbą 3)

Na rys. 18 pokazano reprezentację sygnałów przetwornika, zawierającego rurę miedzianą, dla wad której trajektorie pokazano na rys. 7—rys. 12. Na osi odciętych na rys. 18 odłożono wartości długości ramion A_{max} trajektorii, czyli napięcie wyjściowe przetwornika (w woltach) dla wybranych wad, a na osi rzędnych — wartości kąta przesunięcia fazowego φ trajektorii (w stopniach). Liczbą 2 oznaczono punkty odpowiadające wadom w postaci otworów średnicy 2 mm, wykonanych przez jedną ściankę rury, a liczbą 3 — punkty odpowiadające wadom w postaci otworów średnicy 3 mm, też wykonanych przez jedną ściankę rury. Jak widać amplituda sygnałów, wywołanych przez wady o średnicy 3 mm, jest znacznie większa od amplitudy sygnałów, wywołanych przez wady o średnicy 2 mm. Dane do rys. 18 uzyskano na podstawie niektórych zbiorów spośród zbiorów zawierających dane odnośnie trajektorii sygnałów przetwornika zawierającego rurę z wadami, dla których reprezentację na płaszczyźnie cech przedstawiono na rys. 16.



Rys. 19. Reprezentacja na płaszczyźnie cech wartości cech trajektorii napięć przetwornika samoporównawczego zawierającego rurę miedzianą i rurę mosiężną średnicy 16 mm

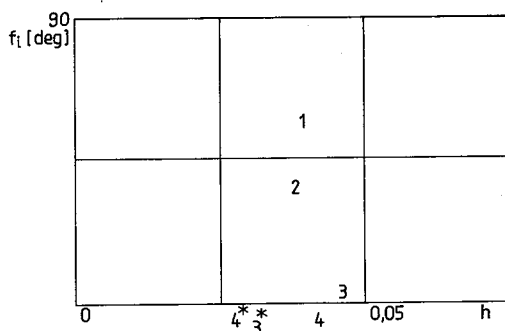
Reprezentację na płaszczyźnie cech wartości cech trajektorii napięć przetwornika samoporównawczego, zawierającego rurę miedzianą oraz rurę mosiężną średnicy nominalnej 16 mm, z wieloma wadami sztucznymi oraz trzema wadami naturalnymi przedstawiono na rys. 19. Literą *r* oznaczono przepalenie, *p* — pęknięcie, *s* — przetop częściowy. Oznaczenia wad sztucznych są analogiczne, jak na rys. 16, tj. *o* — oznacza otwór, *k* — kanał wzdłużny, *n* — nacięcie poprzeczne, *d* — zmianę średnicy. Jak można zauważyć wybrane cechy trajektorii napięcia przetwornika dla wad naturalnych



Rys. 20. Trajektoria napięcia przetwornika samoporównawczego dla rury mosiężnej średnicy nominalnej 6,5 mm z wadą w postaci jednostronnego zmniejszenia średnicy

przyjmują wartości analogiczne do wartości cech dla wad sztucznych. Dla zorientowania Czytelnika niektóre z wad wyszczególniono na marginesie wybranego fragmentu cech. I tak np. k (zbiór ZUE) oznacza wartości cech dla trajektorii dla kanału wzdłużnego nieprzelotowego, o głębokości 0,2 mm, a k (zbiór ZUG) oznacza wartości cech dla trajektorii (rys. 1) dla kanału przelotowego. Zbiory ZUE i ZUG otrzymano przy badaniu rury mosiężnej. Częstotliwość pracy przetwornika wynosiła 15 kHz. Trajektorie dla tych wad różnią się nie tylko wartościami rzędnej charakterystycznej ale i kątem przesunięcia fazowego trajektorii. Dalej d (zbiór ZNF) oznacza wartości cech dla wady w postaci zmiany średnicy rury mosiężnej przy częstotliwości 5 kHz, a d (zbiór ZUD) oznacza wartości cech dla tej wady — przy częstotliwości 15 kHz.

Trajektorię napięcia przetwornika dla wady w postaci jednostronnej zmiany średnicy, reprezentację której na płaszczyźnie cech przedstawiono na rys. 19, pokazano na rys. 20.



Rys. 21. Reprezentacja na płaszczyźnie cech wartości cech trajektorii napięć przetwornika samoporównawczego zawierającego rurę miedzianą średnicy 6,5 mm, z wadami w postaci otworów

Na rys. 21 pokazano reprezentację na płaszczyźnie cech wartości cech trajektorii przetwornika samoporównawczego dla rury miedzianej o średnicy 6,5 mm z wadami w postaci otworów przelotowych przez jedną ściankę rury, o średnicy 3 mm i średnicy 2 mm. Pomiary wykonano przy częstotliwościach 5 kHz (punkt 1), 7 kHz (punkt 2), 15 kHz (punkty 3) oraz 20 kHz (punkty 4). Na marginesach prezentowanego fragmentu płaszczyzny cech wyszczególniono wady. Punktami 3* oraz 4* oznaczono wartości cech trajektorii dla wady w postaci otworu średnicy 2 mm, punktami 1—4 — wartości cech — dla trajektorii dla wady w postaci otworu o średnicy 3 mm. Jak widać z rys. 21 wraz ze wzrostem częstotliwości następuje zmniejszenie kąta fazowego trajektorii, a ze wzrostem wielkości wady — wzrost rzędnej charakterystycznej.

ZAKOŃCZENIE

Opisano opracowaną metodykę rozróżniania niektórych rodzajów wad rur, wykonanych z materiałów nieferromagnetycznych. Rozróżnianie wad odbywa się na podstawie wartości wybranych cech trajektorii, na płaszczyźnie zmiennej zespolonej,

napięć wyjściowych przetworników wiroprowodowych przelotowych w układzie samoporównawczym. Wykazano możliwość odróżnienia wad typu nieciągłości od wad geometrycznych badanych rur. Spośród wad o charakterze nieciągłości wyróżniane są wady wprowadzone od strony ścianki zewnętrznej w stosunku do wad — od strony ścianki wewnętrznej. Rozróżnianie wad o charakterze nieciągłości od wad geometrycznych nie było możliwe przy dotychczasowym, konwencjonalnym sposobie podejścia — na podstawie unormowanych wartości napięć przetworników [14 — etap 1986 r.], gdyż sygnały wywołane przez te wady charakteryzują się zbliżonymi kątami przesunięcia fazowego. Powyższa uwaga odnosi się także do trajektorii dla tych dwóch rodzajów wad. Konwencjonalny sposób obróbki sygnałów z przetworników wiroprowodowych umożliwia uzyskanie informacji odnośnie wielkości wady np. nieciągłości, a powodzenie kontroli obiektów w praktyce wymaga eliminowania, bądź zmniejszenia wpływu czynników zakłócających, takich, jak obecność wad geometrycznych, czy też nierównomierne prowadzenie. Prowadzi to, w przypadku defektoskopów jednokanałowych, a takie są wytwarzane, do utraty informacji odnośnie występowania wad geometrycznych. Prezentowany tutaj nowoczesny sposób obróbki sygnałów przetwornika, związany z prezentacją jego sygnałów w postaci trajektorii na płaszczyźnie zmiennej zespolonej pozbawiony jest tej istotnej niedogodności.

Poprzez prezentację „całkowitych” sygnałów przetworników wiroprowodowych — w postaci trajektorii napięć na płaszczyźnie zmiennej zespolonej nawiązano do światowych trendów w defektoskopii wiroprowodowej. Podany na rys. 3 układ klasyfikacji obrazów (sygnałów przetworników) stanowi w istocie schemat blokowy skomputeryzowanego defektoskopu wiroprowodowego, a przedstawiona na rys. 15 sieć działań, obrazująca opracowany oryginalny algorytm klasyfikacji sygnałów — w zależności od wad rur, stanowi podstawę oprogramowania defektoskopu najnowszej generacji.

BIBLIOGRAFIA

1. R.O. Duda, P.E. Hart, *Pattern Classification and Scene Analysis*. New York, London, Sydney, Toronto, Wiley & Sons, 1973
2. H. Heptner, H. Stroppe: *Magnetyczne i indukcyjne badania metali*. Wyd. Katowice: Śląsk, 1972
3. N. Ida: *Alternative Approaches to the Numerical Calculation of Impedance*. NDT International, 1988, Nr 1
4. N. Ida, R. Palanisamy, W. Lord: *Eddy Current Probe Design Using Finite Element Analysis*. Materials Evaluation, 1983, Nr 12.
5. *Karty katalogowe defektoskopów wiroprowodowych Elotest UL3 i B2 (Rohmann GmbH), EC3000 i EC5000 (Contrôle Industrielle), D6 (Hocking Electronics), 2.830 i inne (Institut Dr. Förster), DDA-4, MIZ-12, MIZ-17, MIZ-18 (Zetec), Eddycheck 3 (Prüftechnik; Dieter Busch + Partner GmbH & Co)*
6. A. Lewińska-Romicka: *Problemy nieniszczących badań rur niemagnetycznych metodą prądów wirowych*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1990, z. 1
7. A. Lewińska-Romicka: *Defektoskopia wiroprowodowa rur nieferromagnetycznych spawanych*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1989, Nr 3
8. A. Lewińska-Romicka, S. Piskorski: *Defektoskop do badania rur metodą indukcyjną*. Patent Nr 150449 z dn. 1991.01.23
9. W. Lord: *Applications of Numerical Field Modelling to Electromagnetic Methods of Nondestructive Testing*. IEEE Transactions on Magnetics, 1983, Nr 6
10. H. Pfisterer: *Kontrollkörper nach DIN 54141, Teil 2 für die Wirbelstromprüfung von Rohren*,

- Materialprüfung, 1985, Nr 12
11. G. P. Singh, S. S. Udpa: *The role of digital signal processing in NDT*. NDT International 4th ECNDT Supplement, 1987
 12. W. Solnica, A. Lewińska-Romicka, S. Piskorski: *Sposób wzorcowania detektora fazy w defektoskopach wiroprądowych*, patent PRL Nr 124916, 1986.03.10
 13. R. Sikora, K. M. Gawrylczyk, S. Gratkowski, E. Kornatowski, M. Ziółkowski, T. Chady, H. Kubiak: *Sprawozdania z pracy CPBP 02.20 Wybrane zagadnienia podstawowych problemów współczesnej metrologii oraz technologii i konstrukcji systemów i urządzeń pomiarowo-kontrolnych*, temat nr VII.01 Algorytmy defektoskopii wiroprądowej, etapy I—III (1986—1990)
 14. M. Łapiński, W. Solnica, A. Lewińska-Romicka, S. Piskorski, J. Papis: *Sprawozdania z pracy CPBP 02.20 Wybrane zagadnienia podstawowych problemów współczesnej metrologii oraz technologii i konstrukcji systemów i urządzeń pomiarowo-kontrolnych*, temat nr VII.03 Problemy badań nieniszczących obiektów I—III (1986—1990)
 15. A. Thomson: *Evolution of an Automated Eddy Current Inspection System*. Materials Evaluation, 1984, Nr 12
 16. S. S. Udpa, W. Lord: *A Fourier Descriptor Classification Scheme for Differential Probe Signals*. Material Evaluation 1984, Nr 9
 17. 1253 Gain-Phase Analyzer. *Operating Manual*. Solartron-Schlumberger, Solartron Instruments

A. LEWIŃSKA-ROMICKA

VOLTAGE PLANE PHASOR PLOTS OF EDDY CURRENT ENCIRCLING DIFFERENTIAL TRANSDUCERS

Summary

New trends appeared in eddy current non-destructive testing are described. These trends rely on a novel approach to eddy current transducers signals acquisition and presentation — in the form of phasor plots on the complex voltage plane. Some examples of phasor plots for various flaws of nonmagnetic tubes are presented as well as a method of tubes defects characterization upon the trajectories (phasor plots) features.

SPIS TREŚCI

L. J. Weiss, T. Wysocki: Aproksymacja statycznej pętli histerezy za pomocą funkcji wykładniczych	391
W. Niemiec: O konstytutywnej teorii rozłożonego parametrycznie modelowania dla zjawiskowego sterowania wieloskładnikowych pól elektrycznych. Cz. I. Równania różniczkowe cząstkowe konstytutywne stanu opisujące wieloskładnikowe pola elektryczne	407
W. Niemiec: O konstytutywnej teorii rozłożonego parametrycznie modelowania dla zjawiskowego sterowania wieloskładnikowych pól elektrycznych. Cz. II. Fizyczne wydajnościowe i jakościowe zagadnienia sterowania dla przetwarzania wieloskładnikowych pól elektrycznych	435
M. Żółtowski: O lokalnej stabilności pętli fazowych z jednostajnym próbkowaniem	467
Z. Wróbel, I. Gierasimow: Układy dwójników zawierające sterowaną przewodność jako funkcjonalne przetworniki sygnału	491
B. Więcek: Elektrotermiczna, dwuwymiarowa analiza procesu załączania w wielowarstwowych przyrządach półprzewodnikowych	515
M. Tadeusiewicz, J. Bek: Metoda formułowania równań hybrydowych nieliniowych obwodów rezystancyjnych	537
A. Jaworek: Detektory fazoczułe w pomiarach składowych imitancji dwójników	553
J. Stokłosa: Złożoność układów cyfrowych VLSI	574
J. Mindykowski: Optoelektroniczny przetwornik względnej różnicy częstotliwości	592
N. Kim Sach: Cyfrowe odtwarzanie zasumionych obrazów telewizyjnych	607
N. Kim Sach: Zmniejszanie zakłóceń obrazów za pomocą filtru medianowego	628
A. Pierzyńska: Szybki procesor sygnałowy DFT w zapisie QRNS	641
J. Kisilewicz: Ortogonalny korektor interferencji międzysymbolowej	651
J. Kisilewicz: Korektor wielowymiarowej interferencji minimalizujący średniokwadratowy błąd	663
K. Antosik, J. Hosza, T. Stachowiak: Wpływ wybranych parametrów protokołów sieci magistralowej lokalnej na efektywność wymiany informacji	672
F. Wysocka-Schillak: Zastosowanie wybranych metod optymalizacji do rozwiązania zadania jednoczesnej aproksymacji charakterystyk opóźnienia grupowego i tłumienności skutecznej dolnoprzepustowego filtra LC	683
M. Stasiak: Obliczanie prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej w układach komutacyjnych z selekcją punkt-grupa i kilkoma próbami zestawienia połączenia	701
J. Mazur, J. Okoniewski, M. Mrozowski: Zjawiska niewzajemne w ferrytowych liniach sprzężonych	729
A. Lewińska-Romicka: Trajektorie napięcia przetworników wiroprowodowych przelotowych samoporównawczych	741

CONTENTS

L.J. Weiss, T. Wysocki: Approximation of static hysteresis loop by means of exponential functions	391
W. Niemiec: On the constitutive theory of the distributed parameter modelling for the phenomenal control of multicomponent electric fields. Part I. The partial differential constitutive state equations describing the multipartial electric fields	407
W. Niemiec: On the constitutive theory of the distributed parameter modelling for the phenomenal control of multicomponent electric field. Part II: Physical yield and quality control problems for the processing of the multicomponent electric field	435
M. Żółtowski: On the local stability of uniform sampling phase-locked loops	467
Z. Wróbel: One-port consisting witched conductivity as the functional signal converters	491
B. Więcek: Two-dimensional electrothermal analysis of turn-on proces in p-n-p-n power devices	515
M. Tadeusiewicz, J. Bek: A method for formulation of hybrid equations for nonlinear resistive circuits	537
A. Jaworek: Phase-sensitive detectors in measurements of immitance components of a two-terminal	553
J. Stokłosa: Complexity of digital circuits VLSI	574
J. Mindykowski: Optoelectronic converter of relative difference of two similiar frequencies	592
N. Kim Sach: Digital restoration of noisy TV pictures	607
N. Kim Sach: Reducing picture noises and interferences by median filter	628
A. Pierzyńska: High throughput QRNS-based DFT processor	641
J. Kisilewicz: Orthogonal equalizer for the intersymbol interference	651
J. Kisilewicz: Multidimensional interference equalizer giving the minimum mean-square error	663
K. Antosiak, J. Hosza, T. Stachowiak: Influence of some protocols parameters of a local bus network on effectiveness of exchange information	672
F. Wysocka-Schillak: Application of minimization methods to solving the problem of the simultaneous approximation of group delay and attenuation characteristics of a low-pass LC filter	683
M. Stasiak: Probablility of internal blockage in the multistage switching networks operating with a point-to-group selection and with a few attempts of setting the connection	701
J. Mazur, M. Okoniewski, M. Mrozowski: Nonreciprocal phenomena in coupled ferrite lines	729
A. Lewińska-Romicka: Voltage plane phasor plots of eddy current encircling differential transducers	741

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

KWARTALNIK
ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI
ELECTRONICS AND
TELECOMMUNICATIONS QUARTERLY

SPIS TREŚCI DO TOMU XXXVI — 1990

WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN
WARSZAWA 1991

ZESZYT Nr 1

S. Osowski: Nieliniowe elementy dynamiczne w aspekcie realizacji praktycznej	3
J. Halała: Synteza czasowo-optimalnego układu sterowania z wykorzystaniem redukcji rzędu modelu wyjściowego	19
W. Marszałek: Prosta metoda projektowania dwuwymiarowych filtrów cyfrowych	29
M. Mrozowski, J. Mazur: Zastosowanie iteracyjnej metody rozkładu na funkcje własne do analizy dielektrycznych struktur mikrofalowych	37
W.J. Krzysztofik: Współczesne metody pomiaru anten mikrofalowych	53
K. Antosik, J. Hosza, T. Stachowiak: Badania symulacyjne wymiany informacji między dwoma węzłami magistralowej lokalnej sieci przetwarzania danych	75
T. Morawski: Szesnastostanowe modulatory mikrofalowe PSK oraz QAM	87
Z. Rymarowicz: Zakłócenia przemysłowe w miastach polskich w zakresie fal średnich radiofonicznych	97
M.J. Patyra, J. Zabrodzki: Centrowanie parametrów technologicznych układów scalonych LSI i VLSI. Podejście eksperymentalne	117
J. Radecki, T. Chady: Rekonstrukcja obrazów adaptacyjnych filtrami liniowymi	139
A. Jaworek: Elektryczne metody badania aerozoli	149
H. Karbowiak: Zależności między parametrami systemu automatycznego prowadzenia pociągu APP i systemu przekazywania informacji z toru do pociągu	171
A. Lewińska-Romicka: Defektoskopia wiropądowa rur nieferromagnetycznych spawanych	175
A. Krzywaźnia, J. Ociepka: Cyfrowa analiza małych zaburzeń okresowości sygnałów	207
K. Kandziora-Blauman, J. Kisilewicz: Liniowa korekcja interferencji międzypunktowej w obrazie	217

ZESZYT Nr 2

L. Borowicz, A. Zając: Technologia elementów optycznych do laserów	235
W. Woliński, J. Kęsik, T. Adamowicz: Lasery jonowe	261
B. Mroziewicz: Lasery półprzewodnikowe dużej mocy o pracy ciągłej	285
A. Kujański: Generacja skrajnie krótkich impulsów	307
E. Stanowski, A. Graczyk: Fotochemiczne metody diagnostyki i terapii nowotworów	313
R. Jóźwicki: Zmiany w teorii odwzorowania wywołane pojawieniem się laserów	325
M. Szustakowski: Światłowodowy w technice mikrofalowej	337
M. Szustakowski: Elementy i podzespoły optoelektroniki światłowodowej — podstawy fizyczne, konstrukcja, zastosowania	357

ZESZYT Nr 3-4

L.J. Weiss, T. Wysocki: Aproksymacja statycznej pętli histerezy za pomocą funkcji wykładniczych	391
W. Niemiec: O konstytutywnej teorii rozłożonego parametrycznie modelowania dla zjawiskowego sterowania wieloskładnikowych pól elektrycznych. Cz. I. Równania różniczkowe cząstkowe konstytutywne stanu opisujące wieloskładnikowe pola elektryczne	407

W.	Niemiec: O konstytutywnej teorii rozłożonego parametrycznie modelowania dla zjawiskowego sterowania wieloskładnikowych pól elektrycznych. Cz. II. Fizyczne wydajnościowe i jakościowe zagadnienia sterowania dla przetwarzania wieloskładnikowych pól elektrycznych	435
M.	Żółtowski: O lokalnej stabilności pętli fazowych z jednostajnym próbkowaniem	467
Z.	Wróbel, I.W. Gierasimow: Układy dwójników zawierające sterowaną przewodność jako funkcjonalne przetworniki sygnału	491
B.	Więcek: Elektrotermiczna, dwuwymiarowa analiza procesu załączania w wielowarstwowych przyrządach półprzewodnikowych	515
M.	Tadeusiewicz, J. Bek: Metoda formułowania równań hybrydowych nieliniowych obwodów rezystancyjnych	537
A.	Jaworek: Detektory fazoczułe w pomiarach składowych immitancji dwójników	553
J.	Stokłosa: Złożoność układów cyfrowych VLSI	574
J.	Mindykowski: Optoelektroniczny przetwornik względnej różnicy częstotliwości	592
N.	Kim Sach: Cyfrowe odtwarzanie zaszumionych obrazów telewizyjnych	607
N.	Kim Sach: Zmniejszanie zakłóceń obrazów za pomocą filtru medianowego	628
A.	Pierzyńska: Szybki procesor sygnałowy DFT w zapisie QRNS	641
J.	Kisilewicz: Ortogonalny korektor interferencji międzysymbolowej	651
J.	Kisilewicz: Korektor wielowymiarowej interferencji minimalizujący średniokwadratowy błąd	663
K.	Antosik, J. Hosza, T. Stachowiak: Wpływ wybranych parametrów protokołów sieci magistralowej lokalnej na efektywność wymiany informacji	672
F.	Wysocka-Schillak: Zastosowanie wybranych metod optymalizacji do rozwiązania zadania jednoczesnej aproksymacji charakterystyk opóźnienia grupowego i tłumienności skutecznej dolnoprzepustowego filtru LC	683
M.	Stasiak: Obliczanie prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej w układach komutacyjnych z selekcją punkt-grupa i kilkoma próbami zestawienia połączenia	701
J.	Mazur, J. Okoniewski, M. Mrozowski: Zjawiska niewzajemne w ferrytowych liniach sprzężonych	729
A.	Lewińska-Romicka: Trajektorie napięcia przetworników wiroprowodowych przelotowych samoporównawczych	741

CONTEST

Nr 1

S.	Oowski: Nonlinear dynamic elements in the aspect of practical realisation	3
J.	Halawa: Synthesis of time-suboptimal control using a reduction of the order of initial model	19
W.	Marszałek: A simple method of designing of two-dimensional digital filters	29
M.	Mrozowski, J. Mazur, T. Jabłoński: Application of the iterative eigenfunction expansion method to the analysis of microwave dielectric structures	37
W.J.	Krzysztofik: Modern measuring methods of microwave antennas	53
K.	Antosik, J. Hosza, T. Stachowiak: Simulation of data transmission between two nodes in bus type local processing network	75
T.	Morawski: Sixteen-state microwave modulators PSK and QAM	87
Z.	Rymarowicz: Man-made radio noise in the broadcasting medium-frequency range in the cities of Poland	97
M.J.	Patyra, J. Zabrodzki: Technological parameters centering of LSI and VLSI integrated circuits. Experimental approach	117
J.	Radecki, T. Chady: Adaptive linear filter in image restoration	139
A.	Jaworek: Electrical methods of aerosol measurement	149
H.	Karbowiak: Relations between the parameters of the automatic train driving system APP	

	and of the system of information transfer from the train track	171
A.	Lewińska-Romicka: An eddy current defectoscopy of the non-ferrous welded tubes	175
A.	Krzywaźnia, J. Ociepka: Digital analysis of small disturbances of periodicity of signals	207
K.	Kandziora-Blauman, J. Kisilewicz: The image linear interpoint interference equalization	217

Nr 2

L.	Borowicz, A. Zając: Manufacture of optical elements of lasers	235
W.	Woliński, J. Kęsik, T. Adamowicz: Ionic lasers	261
B.	Mroziewicz: High-power solid-state lasers for continuous duty	285
A.	Kujawski: Generation of extremely short pulses	307
E.	Stanowski, A. Graczyk: Photochemical methods for diagnostic and treatment of tumors	313
R.	Jóźwicki: Change of the simulation theory owed to lasers	325
M.	Szustakowski: Fibers in microwave techniques	337
M.	Szustakowski: Elements and subsystems of fibre optoelectronics physical basic, design, applications	357

Nr 3-4

L.J.	Weiss, T. Wysocki: Approximation of static hysteresis loop by means of exponential functions	391
W.	Niemiec: On the constitutive theory of the distributed parameter modelling for the phenomenal control of multicomponent electric fields. Part I. The partial differential constitutive state equations describing the multipartial electric fields	407
W.	Niemiec: On the constitutive theory of the distributed parameter modelling for the phenomenal control of multicomponent electric field. Part II: Physical yield and quality control problems for the processing of the multicomponent electric field	435
M.	Żółtowski: On the local stability of uniform sampling phase-locked loops	467
Z.	Wróbel J. W. Gerasimow: One-port consisting witched conductivity as the functional signal converters	491
B.	Więcek: Two-dimensional electrothermal analysis of turn-on process in p-n-p-n power devices	515
M.	Tadeusiewicz, J. Bek: A method for formulation of hybrid equations for nonlinear resistive circuits	537
A.	Jaworek: Phase-sensitive detectors in measurements of immittance components of a two-terminal	553
J.	Stokłosa: Complexity of digital circuits VLSI	574
J.	Mindykowski: Optoelectronic converter of relative difference of two similar frequencies	592
N.	Kim Sach: Digital restoration of noisy TV pictures	607
N.	Kim Sach: Reducing picture noises and interferences by median filter	628
A.	Pierzyńska: High throughput QRNS-based DFT processor	641
J.	Kisilewicz: Orthogonal equalizer for the intersymbol interference	651
J.	Kisilewicz: Multidimensional interference equalizer giving the minimum mean-square error	663
K.	Antosiak, J. Hosza, T. Stachowiak: Influence of some protocols parameters of a local bus network on effectiveness of exchange information	673
F.	Wysocka-Schillak: Application of minimization methods to solving the problem of the simultaneous approximation of group delay and attenuation characteristics of a low-pass LC filter	683

M.	Stasiak: Probability of internal blockage in the multistage switching networks operating with a point-to-group selection and with a few attempts of setting the connection	701
J.	Mazur, M. Okoniewski, M. Mrozowski: Nonreciprocal phenomena in coupled ferrite lines	729
A.	Lewńska-Romicka: Voltage plane phasor plots of eddy current encircling differential transducers	741

ERRATA

W tytule artykułu „Liniowe korekcje interferencji międzypunktowej w obrazie” — Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji — Electronics and Telecommunications Quarterly 1990, 36, z. 1, str. 217 oraz w spisie treści tego zeszytu wydrukowano błędnie nazwisko autora p. Jerzego KISIŁEWICZA. Redakcja przeprasza Autora i Czytelników.



Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji

„KWARTALNIK ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI”

każdy może kupić w Księgarni Wydawnictwa Naukowego PWN Warszawa, ul. Miodowa 10.

Bieżące i wcześniejsze numery kwartalnika można także kupić lub zaprenumerować w Ośrodku Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych Polskiej Akademii Nauk.

ORPAN

- w Warszawie:** Pałac Kultury i Nauki, 00-901 Warszawa, centr. tel. 20-02-11
wew. 21-05, Dział Wydawnictw Krajowych
- w Białymstoku:** 15-082 Białystok, ul. Nowotki 13
tel. 415-070 wew. 175
- w Lublinie:** 20-031 Lublin, Pl. Marii Słodowskiej-Curie 5
tel. 375-413
- w Łodzi:** 90-265 Łódź, ul. Piotrkowska 48
tel. 333-702
- w Katowicach:** 40-007 Katowice, ul. Bankowa 11
tel. 587-709
- w Krakowie:** 31-020 Kraków, ul. Św. Marka 22
tel. 215-314
- w Poznaniu:** 61-725 Poznań, ul. Mielżyńskiego 27/29
tel. 524-516
- w Wrocławiu:** 50-071 Wrocław, Pl. Wolności 7
tel. 340-16

Prenumerata ze zleceniem dostawy za granicę jest o 100% wyższa.
Koszt dostawy lotniczej pokrywa prenumerator.