

T a b e l a 7

Rozkład serii liczb w sekwencji MPS					
Wielomiany generujące:					
$f_1(x) = x^5 \oplus x^4 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1$ $f_2(x) = x^5 \oplus x^3 \oplus 1$					
Liczby	Długość serii				Przesunięcie:
	1	2	3	4	
0	7	0	0	0	$\delta_{12} = 6$
1	6	1	0	0	
2	6	1	0	0	
3	4	0	0	1	
0	5	1	0	0	$\delta_{13} = 23$
1	6	1	0	0	
2	6	1	0	0	
3	8	0	0	0	

części pracy (wniosek 2, oraz wyrażenia (21a), (21b)) można stwierdzić, że na to by k rejestrów pracujących równolegle generowało sekwencję o równomiernym rozkładzie liczb należących do zbioru $\{0, 1, \dots, (2^k - 1)\}$ koniecznym jest, aby suma mod(2) każdej, dowolnie wybranej liczby ciągów składowych, dawała w wyniku sekwencję binarną o liczbie jedynek różniącą się od liczby zer o jeden.

3. ANALIZA PSEUDOLOSOWYCH SEKWENCJI WIELOWARTOŚCIOWYCH GENEROWANYCH PRZEZ RÓWNOLEGLE PRACUJĄCE, JEDNAKOWE REJESTRY LINIOWE

W tej części pracy przeanalizowane zostaną pseudolosowe sekwencje wielowartościowe uzyskane z k równolegle pracujących rejestrów liniowych generujących jednakowe sekwencje binarne przesunięte wzajemnie o δ_{ij} taktów zegarowych.

Jak wiadomo, binarne ciągi pseudolosowe generowane przez rejestry liniowe spełniają regułę „przesunięcia i dodania”, która brzmi następująco:

W wyniku sumowania mod(2) binarnego ciągu o maksymalnej długości z tym samym ciągiem, przesuniętym o dowolną liczbę s taktów zegarowych, otrzymany zostanie również ciąg o maksymalnej długości, tożsamościowo równy ciągowi pierwotnemu, lecz przesunięty w stosunku do niego o liczbę r taktów zegarowych, przy czym $r=s$, czyli w wyniku sumowania przesuniętej binarnej sekwencji pseudolosowej otrzymana zostanie sekwencja, w której liczba zer różni się od liczby jedynek dokładnie o jeden.

Stąd można sformułować następujący wniosek podsumowujący rozważania zawarte w poprzednich rozdziałach:

Wniosek 3

Jeśli sekwencje binarne tworzące sekwencję wielowartościową będą otrzymywane z różnych przerzutników jednego rejestru liniowego lub, co jest równoważne,

zostanie użyte k rejestrów liniowych wytwarzających jednakowe, wzajemnie przesunięte sekwencje binarne, wówczas zarówno warunek dotyczący równomierności rozkładu generowanych liczb w ciągu wynikowym, jak i warunek dotyczący minimalnej wartości korelacji skróśnej pomiędzy ciągami składowymi zostanie spełniony.

Zgodnie z wnioskiem 3, rozkład liczb w sekwencji wynikowej jest równomierny, gdyż wszystkie liczby (poza 0) pojawiają się z jednakowym prawdopodobieństwem równym $2^{m-k}/(2^m-1)$, podczas gdy liczba zero pojawia się z prawdopodobieństwem $(2^{m-k}-1)/(2^m-1)$. Zatem w dalszej części pracy przeprowadzona zostanie analiza spełnienia przez wielowartościowe sekwencje pseudolosowe otrzymywane dzięki zastosowaniu k równolegle pracujących rejestrów liniowych opisanych tym razem wielomianem charakterystycznym pozostałych dwóch warunków losowości.

Wyrażenia określające wartości funkcji autokorelacji (1,2a,2b,3,4,5) są słuszne również dla rozpatrywanych sekwencji wielowartościowych.

Ponieważ z wyjść przerzutników każdego z rejestrów składowych otrzymywane są jednakowe sekwencje przesunięte wzajemnie o δ_{ij} taktów zegarowych, zatem dla sekwencji wielowartościowych, których elementy należą do zbioru $\{0,1,\dots,2^k-1\}$ wartości funkcji R'_{ij} są równe:

$$R'_{ii}(n) = \begin{cases} (L+1)/4L & \text{dla } n \neq kL \\ (L+1)/2L & \text{dla } n = kL \end{cases} \quad (22a)$$

$$R'_{ij}(n) = \begin{cases} (L+1)/4L & \text{dla } n \pm \delta_{ij} \neq 0 \text{ MOD}(L) \\ L/2L & \text{dla } n \pm \delta_{ij} = 0 \text{ MOD}(L) \end{cases}$$

gdzie L — długość generowanej sekwencji.

Dla sekwencji, której elementy należą do zbioru $\{-(2^k-1), -(2^k-3), \dots, -1, 1, \dots, (2^k-3), (2^k-1)\}$

$$R'_{ii}(n) = \begin{cases} -1/L & \text{dla } n \neq kL \\ 1 & \text{dla } n = kL \end{cases} \quad (22b)$$

$$R'_{ij}(n) = \begin{cases} -1/L & \text{dla } n \pm \delta_{ij} \neq 0 \text{ MOD}(L) \\ 1 & \text{dla } n \pm \delta_{ij} = 0 \text{ MOD}(L) \end{cases}$$

Aby porównać zaproponowaną metodę wyznaczania wartości funkcji autokorelacji z metodami podanymi w [11,13] obliczono wartości funkcji dla sekwencji, której elementy należą do zbioru $\{-(2^k-1), -(2^k-3), \dots, -1, 1, \dots, (2^k-3), (2^k-1)\}$.

Wartość funkcji autokorelacji dla $n=0$ jest równa:

$$R_x(0) = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{k-1} 2^{i+j} R_{ij}(n) - E(X)^2 = \sum_{i=0}^{k-1} 2^{2i} - 1/L \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{k-1} 2^{i+j} - E(X)^2 =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=0}^{k-1} 2^{2^i} - 1/L \left(\sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{k-1} 2^{i+j} + \sum_{i=0}^{k-1} 2^{2^i} \right) - E(X)^2 = \\
&= (2^{2^k} - 1)/3 - (2^m - 1)^{(-1)} [(2^k - 1)^2 + (2^{2^k} - 1)/3] - E(X)^2 = \\
&= [3(2^m - 1)]^{(-1)} [2^m(2^{2^k} - 1) - 3(2^k - 1)^2] - E(X)^2. \quad (23)
\end{aligned}$$

Wartość funkcji autokorelacji w punkcie $n=0$ jest identyczna z wynikiem uzyskanym przez Morgana [11] i Wustmanna [13] dla generatorów sekwencji wielowartościowej wygenerowanych przy użyciu jednego rejestru liniowego, w którym składowe sekwencje binarne ciągu MPS pobierane są z wyjść kolejnych przerzutników tworzących ten rejestr, czyli przesunięcie pomiędzy i -tą oraz $(i+1)$ -szą sekwencją jest równe jeden takt zegarowy. Zaproponowana w tej pracy metoda określenia wartości funkcji autokorelacji nie stwarza żadnych ograniczeń co do wielkości przesunięcia pomiędzy ciągami binarnymi.

Dla dowolnego n spełniającego warunek $n \neq 0$ oraz $(n \pm \delta_{ij}) \neq 0 \pmod{L}$, $i, j = 0, 1, \dots, k-1$, wartości funkcji autokorelacji sekwencji MPS są następujące:

$$R_x(n) = -1/L \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{k-1} 2^{i+j} - E(X)^2 = 1/L(2^k - 1)^2 - E(X)^2. \quad (24)$$

Również i te wyniki są zgodne z rezultatami otrzymanymi przez Wustmanna i Morgana, chociaż otrzymane zostały w zupełnie inny sposób.

Z kolei dla $n \neq 0$ i gdy $(n \pm \delta_{ij}) = 0 \pmod{L}$ wartość funkcji autokorelacji będzie dana wyrażeniem:

$$\begin{aligned}
R_x(n) &= \sum_{i,j \in S} 2^{i+j} - 1/L(2^k - 1)^2 + 1/L \sum_{i,j \in S} E(X)^2 = \\
&= (2^m - 1)^{(-1)} \left[2^m \sum_{i,j \in S} 2^{i+j} - (2^k - 1)^2 \right] - E(X)^2. \quad (25)
\end{aligned}$$

gdzie S jest zbiorem indeksów wszystkich tych ciągów binarnych, dla których spełniony jest warunek $(n \pm \delta_{ij}) = 0 \pmod{L}$. Jeśli przesunięcie $\delta_{ij} = 1$ to wyrażenie (25) również daje wynik zgodny z rezultatami otrzymanymi w pracach [11 i 13].

Z przytoczonych powyżej rozważań jasno wynika, że funkcja autokorelacji sekwencji wielowartościowych przyjmuje wartości dodatnie dla tych wartości n , które spełniają warunek $(n \pm \delta_{ij}) = 0 \pmod{L}$. Zatem przebieg funkcji autokorelacji ciągu MPS ma charakter grzebieniasty i jest jednakowy dla ciągów bez względu na to, czy generowane liczby należą do zbioru $\{0, 1, \dots, (2^k - 1)\}$, czy też do zbioru $\{-(2^k - 1), -(2^k - 3), \dots, -1, 1, \dots, (2^k - 3), (2^k - 1)\}$.

Rozważmy dwa przykłady sekwencji wielowartościowych generujących liczby należące do zbioru $\{-(2^k - 1), -(2^k - 3), \dots, (2^k - 3), \dots, 1, 1, \dots, (2^k - 3), (2^k - 1)\}$.

Przykład 1

Wielomian charakterystyczny: $f(x) = x^8 \oplus x^7 \oplus x^2 \oplus x \oplus 1$
 Długość rejestru: $m = 8$.
 Długość sekwencji: $L = 2^m - 1 = 255$
 Liczba ciągów składowych: $k = 4$
 Przesunięcia ciągów składowych: $\delta_{12} = 12, \delta_{13} = 5, \delta_{14} = 9$.

1. Wartość oczekiwana sekwencji wielowartościowej:

$$E(X)^2 = (2^k - 1)/L = 0.059$$

2. Wartość funkcji autokorelacji dla $n=0$.

$$R_x(0) = [(4^k - 1)(L + 1)/3 - (2^k - 1)^2](2^m - 1)^{(-1)} - E(X)^2 = 84.17$$

3. Wartość funkcji autokorelacji dla $n \neq 0$ i $(n \pm \delta_{ij}) = 0 \text{ MOD}(L)$.

$$R_x(n) = (2^m - 1)^{(-1)} [2^{i+j+m} - (2^k - 1)^2] - E(X)^2$$

$$R_x(2) = R_x(-2) = 1.12$$

$$R_x(3) = R_x(-3) = 7.14$$

$$R_x(4) = R_x(-4) = 31.23$$

$$R_x(5) = R_x(-5) = 3.13$$

$$R_x(7) = R_x(-7) = 15.18$$

$$R_x(9) = R_x(-9) = 7.14$$

3. Wartość funkcji autokorelacji dla $n \neq 0$, $(n \pm \delta_{ij}) \neq 0 \text{ MOD}(L)$.

$$R_x(n) = -1/L(2^k - 1)^2 - E(X)^2 = -0.88$$

4. Wartości znormalizowanej funkcji autokorelacji:

$$C_x(0) = 1$$

$$C_x(2) = C_x(-2) = 0.013$$

$$C_x(3) = C_x(-3) = 0.085$$

$$C_x(4) = C_x(-4) = 0.371$$

$$C_x(5) = C_x(-5) = 0.037$$

$$C_x(7) = C_x(-7) = 0.180$$

$$C_x(9) = C_x(-9) = 0.085$$

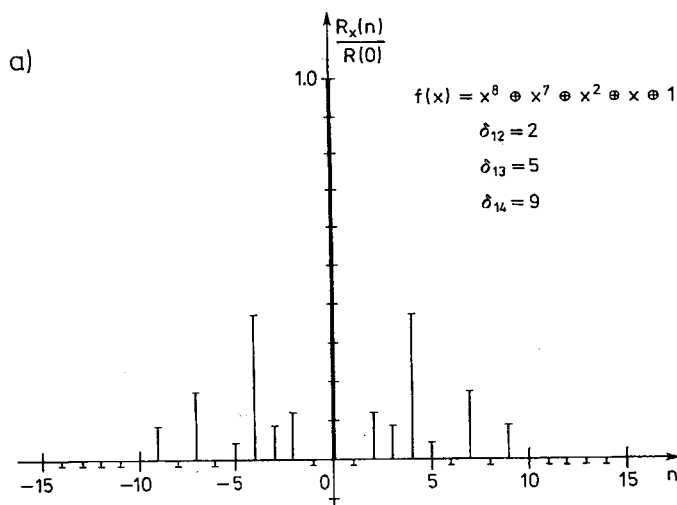
$$C_x(n) = -0.010 \quad n \neq 0, (n \pm \delta_{ij}) \neq 0 \text{ MOD}(L).$$

Przykład 2

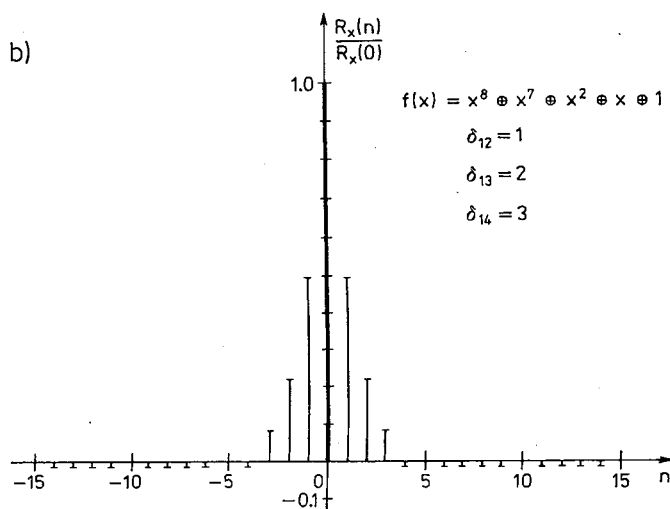
Dla wielomianu charakterystycznego określonego w przykładzie 2 wyznaczyć należy wartość funkcji autokorelacji, gdy przesunięcia ciągów składowych wynoszą $\delta_{12}=1, \delta_{13}=2, \delta_{14}=3$.

1. Wartość funkcji autokorelacji dla $n=0$.

$$R_x(0) = 84.17$$



Rys. 4a. Przykładowy wykres znormalizowanej funkcji autokorelacji pseudolosowej sekwencji wielowartościowej generowanej przez jednakowe rejestry liniowe dla przykładu 2



Rys. 4b. Przykładowy wykres znormalizowanej funkcji autokorelacji pseudolosowej sekwencji wielowartościowej generowanej przez jednakowe rejestry liniowe dla przykładu 3

2. Wartość funkcji autokorelacji dla $n \neq 0$, $(n \pm \delta_{ij}) = 0 \text{ MOD}(L)$.

$$R_x(1) = R_x(-1) = 41.28$$

$$R_x(2) = R_x(-2) = 19.26$$

$$R_x(3) = R_x(-3) = 7.14$$

3. Wartość funkcji autokorelacji dla $n \neq 0$, $(n \pm \delta_{ij}) \neq 0 \text{ MOD}(L)$

$$R_x(n) = -0.88$$

4. Wartości znormalizowanej funkcji autokorelacji:

$$\begin{aligned} C_x(0) &= 1 \\ C_x(1) &= C_x(-1) = 0.490 \\ C_x(2) &= C_x(-2) = 0.228 \\ C_x(3) &= C_x(-3) = 0.085 \\ C_x(n) &= -0.010 \end{aligned}$$

Wykresy znormalizowanej funkcji autokorelacji dla obu przykładów podano na rys. 4. Z przedstawionych przykładów można wyciągnąć następujący wniosek:

Wniosek 4

Jeżeli dla liczby δ_{ij} istnieje tylko jedna para sekwencji binarnych, które są wzajemnie przesunięte o δ_{ij} taktów zegarowych wówczas znormalizowana funkcja autokorelacji posiada $k(k-1)$ punktów, w których osiąga ona wartość dodatnią. Jeśli kolejne sekwencje są przesunięte wzajemnie o stałą liczbę $\delta_{i(i+1)}$ taktów zegarowych, wówczas istnieje $2(k-1)$ punktów, w których funkcja autokorelacji jest dodatnia. Dla pierwszego przypadku skoki wartości funkcji autokorelacji są mniejsze, niż dla drugiego, a ponadto poprzez dobór przesunięć δ_{ij} można otrzymać w miarę równomierny rozkład punktów, w których funkcja autokorelacji osiąga wartości dodatnie.

Z przedstawionych przykładów wynika, że dobór przesunięć δ_{ij} może zmieniać wartość funkcji autokorelacji sekwencji wielowartościowej. Obecnie zostanie wykazane, że wybór δ_{ij} odgrywa też ważną rolę dla spełnienia trzeciego postulatu losowości – postulatu seryjności.

W trakcie badań własności statystycznych sekwencji wielowartościowych uzyskanych z generatora, wykorzystującego równolegle pracujące jednakowe rejestry liniowe, stwierdzono, iż nie dla każdego przesunięcia δ_{ij} pomiędzy składowymi ciągami binarnymi uzyskuje się sekwencje spełniające warunek seryjności.

Dla ilustracji rozważań weźmy pod uwagę dwa ciągi binarne otrzymywane w pierwszym przypadku z wyjść pierwszego i trzeciego przerzutnika rejestru liniowego opisanego wielomianem charakterystycznym $f(x) = x^4 \oplus x^3 \oplus 1$, czyli przesunięte wzajemnie w jednym przypadku o $\delta_{12}=2$, zaś w drugim przypadku z wyjść pierwszego i czwartego przerzutnika, czyli przesunięte o $\delta_{12}=3$ takty zegarowe.

Uzyskane sekwencje wielowartościowe są następujące:

$$\begin{aligned} \text{przypadek 1: } \delta_{12}=2 &- \{2\ 2\ 3\ 3\ 1\ 3\ 0\ 3\ 2\ 1\ 1\ 2\ 0\ 1\ 0\} \\ \text{przypadek 2: } \delta_{12}=3 &- \{2\ 2\ 2\ 3\ 1\ 3\ 1\ 2\ 3\ 0\ 1\ 3\ 0\ 0\ 1\} \end{aligned}$$

W pierwszym ciągu występuje:

$$\begin{aligned} &9 \text{ serii liczb ze zbioru } \{0,1,2,3\} \text{ o długości } l=1, \\ &3 \text{ serie liczb } \{1,2,3\} \text{ o długości } l=2, \end{aligned}$$

zaś w drugim przypadku:

10 serii o dł. $l=1$,
 1 seria o dł. $l=2$,
 1 seria o dł. $l=3$.

Zatem tylko pierwszy z ciągów wynikowych spełnia z dobrym przybliżeniem postulat seryjności. Ponieważ przesunięcie między ciągami składowymi decyduje o spełnieniu lub niespełnieniu warunku seryjności, dlatego należałoby określić zasadę wyboru ich wzajemnego przesunięcia, tak by w sekwencji wynikowej zachowany był prawidłowy rozkład serii. W trakcie badania ciągów MPS zaobserwowano, że dla niektórych przesunięć fazowych pomiędzy sekwencjami binarnymi otrzymywano w ciągu wynikowym rozkłady serii, które zostały przedstawione w tabeli 8. Te empiryczne otrzymane wyniki postanowiono przyjąć, jako podstawowe dane wyjściowe dla oceny zachowania warunku seryjności w odniesieniu do wielowartościowych ciągów pseudolosowych. Należy zauważyć, że przyjęte liczby serii pojawiające się w sekwencji wielowartościowej są zgodne z rozkładem serii otrzymywanym dla ciągów binarnych [4].

Dla dokonania głębszej analizy sekwencji MPS otrzymywanych z wyjść równoległe pracujących generatorów pseudolosowych ciągów binarnych pod kątem spełnienia postulatu seryjności, na wstępie należy określić zależność pomiędzy maksymalną długością pojawiających się serii w ciągu wielowartościowym, liczbą użytych rejestrów binarnych, oraz ich długością. Zanim zostaną wyjaśnione zależności pomiędzy charakterystycznymi elementami generatora oraz sekwencji przezeń generowanych wprowadzone zostaną następujące oznaczenia:

- l – maksymalna długość serii,
- k – liczba działających równoległe rejestrów liniowych,
- m – długość rejestrów liniowych.

Twierdzenie 2 podane poniżej określa, kiedy pseudolosowa sekwencja wielowartościowa może spełnić postulat seryjności.

Twierdzenie 2

Na to, aby w wielowartościowym ciągu pseudolosowym otrzymanym z k równoległe pracujących jednakowych rejestrów liniowych wystąpiły serie liczb o maksymalnej długości l oraz spełniony był postulat seryjności długości rejestru liniowego m musi być równa:

$$m = lk. \quad (26)$$

Dowód

Dowód tezy tego twierdzenia polegać będzie na wykazaniu, że przy ustalonej liczbie k równoległe pracujących rejestrów liniowych spełniona jest, dla dowolnej długości serii liczb równej $l=1,2,\dots$, następująca zależność:

$$l(2^k - 1) + (l-1)(2^k - 1)^2 + (l-2)(2^k - 1)^2 2^k + \dots + \dots (2^k - 1)^2 2^{(l-3)k} + (2^k - 1)^2 2^{(l-2)k} = 2^{lk} - 1. \quad (27)$$

Po lewej stronie zależności (27) wypisano wszystkie możliwe serie występujących w ciągu, przy czym rozkład serii określony jest tak, jak to przedstawiono w tablicy 6, które to serie pomnożone zostały przez ich długość i zsumowane, zatem suma wyraża całą długość generowanej sekwencji równą $2^m - 1 = 2^k - 1$. Dowód twierdzenia 2 zostanie przeprowadzony metodą indukcji matematycznej ze względu na maksymalną długość serii l .

Na początek sprawdzimy, czy wyrażenie (27) jest prawidłowe dla $l=2$ oraz $l=3$ jako, że w tych przypadkach wyrażenia opisujące rozkład serii są różne.

$l=2$

$$2(2^k - 1) + (2^k - 1)^2 = (2^k - 1)^2 = (2^k - 1)(2 + 2^k - 1) = (2^k - 1)(2^k + 1) = 2^{2k} - 1$$

$l=3$

$$\begin{aligned} 3(2^k - 1) + 2(2^k - 1)^2 + (2^k - 1)^2 2^k &= 3(2^k - 1) + (2^k + 2)(2^k - 1)^2 = \\ &= 3(2^k - 1) + (2^k + 2)(2^{2k} - 2^{k+1} + 1) = 3(2^k - 1) + 2^{3k} - 2^{3k} - 2^{2k+1} + 2^k + \\ &+ 2^{2k+1} - 4(2^k) + 2 = 2^{3k} - 1 \end{aligned}$$

Ponieważ zależność jest prawdziwa dla $l=2$ i $l=3$, wobec tego założymy, że jest ona również słuszna dla dowolnej wielkości $l=r$. Pokażemy teraz, że jest ona słuszna dla $l=r+1$.

$l=r+1$

$$\begin{aligned} (r+1)(2^k - 1) + r(2^k - 1)^2 + (r-1)(2^k - 1)^2 2^k + \dots + (2^k - 1)^2 2^{(r-2)k} + \\ + (2^k - 1)^2 2^{(r-1)k} &= r(2^k - 1) + (r-1)(2^k - 1)^2 + (r-2)(2^k - 1)^2 2^k + \dots + \\ + (2^k - 1)^2 2^{(r-3)k} + (2^k - 1)^2 2^{(r-2)k} + (2^k - 1) + (2^k - 1)^2 + 2^k(2^k - 1)^2 + \\ + \dots + (2^k - 1)^2 2^{(r-2)k} + (2^k - 1)^2 2^{(r-1)k} &= 2^{rk} - 1 + (2^k - 1) + (2^k - 1)^2 + \\ + 2^k(2^k - 1)^2 + \dots + (2^k - 1)^2 2^{(r-2)k} + (2^k - 1)^2 2^{(r-1)k} &= 2^{rk} - 1 + 2^k - 1 + \\ + (2^k - 1)^2 \sum_{i=0}^{r-1} 2^{ik} &= 2^{rk} + 2^k - 2 + (2^k - 1) \frac{2^{rk} - 1}{2^k - 1} = 2^{rk} + 2^k - 2 + \\ + (2^k - 1)(2^{rk} - 1) &= 2^{rk} + 2^k - 2 + 2^{k(r+1)} - 2^k - 2^{rk} + 1 = \\ &= 2^{k(r+1)} - 1. \end{aligned}$$

Tym samym twierdzenie 2 zostało udowodnione.

Twierdzenie 2 określa długość rejestru liniowego, jaki należy wykorzystać w generatorze sekwencji MPS, aby w wielowartościowym ciągu pseudolosowym wygenerowanym przez ten generator otrzymać serie o z góry zadanej maksymalnej długości. Dla przykładu, gdy chcemy dla liczb 8-mio bitowych uzyskać długość serii $l=8$, koniecznym jest użycie rejestru o długości $m=64$. Ponadto twierdzenie to pokazuje, że dla sekwencji wielowartościowej otrzymywanej z k składowych ciągów binarnych konieczne jest stosowanie rejestrów o długości ki , gdzie i określa długość serii, jest równe $i=1,2,3,\dots$.

Obecnie zajmujemy się sformułowaniem warunku wystarczającego dla spełnienia przez wygenerowany ciąg pseudolosowy postulatów seryjności, przy założeniu, że jest

on uzyskiwany z wyjść k rejestrów liniowych, generujących te same sekwencje binarne maksymalnej długości, z których każda jest przesunięta o δ_{ij} taktów zegarowych względem dowolnie wybranego ciągu bazowego. Dla ułatwienia zapisu przyjmujemy, że binarne ciągi składowe są otrzymywane z wyjść pierwszych komórek rejestrów. Stany rejestrów liniowych określać będziemy przy wykorzystaniu macierzy charakterystycznej $[M]$ ([6]), która przekształca wektor stanu $\langle X_i \rangle$ w następny wektor stanu rozważanego rejestru liniowego. Po t impulsach zegarowych stany poszczególnych rejestrów liniowych pracujących równolegle mogą być przedstawione względem pewnego wektora startowego $\langle X_0 \rangle$, w następujący sposób:

$$\begin{aligned}\langle x_{1t}, Y_{1t} \rangle &= \langle X_0 \rangle [M]^{\delta_0} \\ \langle x_{2t}, Y_{2t} \rangle &= \langle X_0 \rangle [M]^{\delta_1} \\ \langle x_{3t}, Y_{3t} \rangle &= \langle X_0 \rangle [M]^{\delta_2} \\ &\vdots \\ \langle x_{kt}, Y_{kt} \rangle &= \langle X_0 \rangle [M]^{\delta(k-1)}\end{aligned}\quad (27)$$

gdzie:

x_{jt} – liczba binarna otrzymana z pierwszego przerzutnika j -tego rejestru;

Y_{jt} – wektor binarny opisujący stan pozostałych przerzutników j -tego rejestru liniowego;

δ_{ij} – liczba taktów zegarowych, po których stan rejestru liniowego jest opisany wektorem $\langle x_{1t}, Y_{1t} \rangle$, przy założeniu, że wektor $\langle X_0 \rangle$ był wektorem początkowym.

Liczby δ_{ij} są oczywiście różne, gdyż rejestry składowe będą startowały od różnych stanów początkowych. Załóżmy dalej, że generator synchronicznie z zegarem generuje ciąg MPS. Wówczas po dodatkowych i taktach zegarowych, wektory stanu mogą być zapisane następująco:

$$\begin{aligned}\langle x_{1(t+i)}, Y_{1(t+i)} \rangle &= \langle X_0 \rangle [M]^{\delta_0+i} \\ \langle x_{2(t+i)}, Y_{2(t+i)} \rangle &= \langle X_0 \rangle [M]^{\delta_1+i} \\ \langle x_{3(t+i)}, Y_{3(t+i)} \rangle &= \langle X_0 \rangle [M]^{\delta_2+i} \\ &\vdots \\ \langle x_{k(t+i)}, Y_{k(t+i)} \rangle &= \langle X_0 \rangle [M]^{\delta(k-1)+i}\end{aligned}\quad (28)$$

Element (liczba) sekwencji MPS wygenerowany w chwili $t+i$ jest przedstawiony następującym wektorem binarnym, które obrazuje rozwinięcie binarne tej liczby:

$$\langle x_{k(t+i)}, x_{(k-1)(t+i)}, \dots, x_{2(t+i)}, x_{1(t+i)} \rangle.$$

Składowe wektora binarnego, który reprezentuje generowane liczby ze zbioru $\{0, 1, \dots, (2^k - 1)\}$ uzyskuje się w wyniku liniowego przekształcenia dowolnie wybranego wektora początkowego $\langle X_0 \rangle$ przez macierz transformacji $[N_1]$ o wymia-

rach $[k \times m]$ zbudowaną z pierwszych kolumn każdej z macierzy $[M]^{d_0}$, $[M]^{d_1}$, ..., $[M]^{d_{k-1}}$. Rozpatrzmy dalej kolejne macierze $[N_2]$, $[N_3]$, ..., $[N_l]$ utworzone z pierwszych kolumn macierzy $[M]^{d_0+i}$, $[M]^{d_1+i}$, ..., $[M]^{d_{k-1}+i}$, gdzie $i=1,2,\dots,l-1$.

Jeśli przez $[N]$ oznaczmy macierz $[[N_1],[N_2],\dots,[N_l]]$ o wymiarze $[m \times m]$, zaś przez $\langle Y_0 \rangle \in (0,1)^m$ dowolny wektor binarny, to w wyniku przekształcenia $\langle Y_0 \rangle [N]$ uzyskujemy również wektor binarny $\langle Y_1 \rangle \in (0,1)^m$ składający się z l podwektorów o długości k . Każdy podwektor tego wektora jest binarną reprezentacją pewnej liczby z sekwencji wielowartościowej. Ponieważ wektor $\langle Y_i \rangle$ zawiera l podwektorów o wymiarze $[1 \times k]$, wobec tego wektor ten może być rozumiany, jako ciąg binarnych reprezentacji l liczb ze zbioru $\{0,1,\dots,(2^k-1)\}$. W przypadku, gdy każdy podwektor wektora $\langle Y_i \rangle$ jest identyczny, wówczas cały wektor $\langle Y_i \rangle$ można potraktować jako ciąg binarnych reprezentacji sekwencji o długości l .

Na podstawie danych uzyskanych doświadczalnie, które stały się danymi wyjściowymi dla oceny seryjności otrzymanego ciągu, wiadomo, że w sekwencji wynikowej pojawia się po jednej serii o długości l generowanych liczb $\in \{1,\dots,2^k-1\}$, natomiast nie pojawia się seria zer o tej długości. Stąd też wykazanie braku serii zer o długości l przyjęto jako wskaźnik oceny spełnienia postulatu seryjności przez generowany wielowartościowy ciąg pseudolosowy.

Wobec tego, jeśli macierze $[M]^{d_0}$, $[M]^{d_1}$, ..., $[M]^{d_{k-1}}$ opisują działanie generatora wielowartościowej sekwencji pseudolosowej spełniający postulat seryjności, wówczas nie istnieje wektor $\langle X_r \rangle \in \{0,1\}^m$, który może być przetransformowany przez macierz $[N]$ w wektor $\langle 0 \rangle$. Jedynym wektorem, który może być przetransformowany przy pomocy macierzy $[N]$ w wektor zerowy jest wektor $\langle 0 \rangle \in \{0,1\}^m$, który jednak nie należy do zbioru stanów rejestru liniowego. W ten sposób udowodnione zostało następujące twierdzenie.

Twierdzenie 3

Aby pseudolosowa sekwencja wielowartościowa, otrzymywana z równoległe pracujących rejestrów liniowych generujących jednakowe sekwencje binarne spełniała postulat seryjności, potrzeba i wystarcza, by macierz $[N]$ utworzona z macierzy $[M]^{d_j+i}$ była macierzą nieosobliwą nad ciałem Galois $GF(2)$.

Dla ilustracji rozważań podany zostanie kolejny przykład.

Przykład 3

Niech będzie dany rejestr liniowy opisany wielomianem charakterystycznym $f(x) = x^6 \oplus x \oplus 1$. Załóżmy, że generowany ciąg wielowartościowy jest utworzony z dwóch sekwencji binarnych, czyli $k=2$, zaś maksymalna długość serii wynosi $l=m/k=3$.

Zostaną rozpatrzone trzy przypadki realizacji generatora — dla przesunięć $\delta_{12}=1$, $\delta_{12}=2$, $\delta_{12}=3$.

Przed przystąpieniem do utworzenia macierzy $[N]$ określmy najpierw macierze $[M]^{d_j+i}$, które będą użyte do sformowania macierzy $[N]$ dla każdego przypadku δ_{12} .

Dla naszych potrzeb konieczne jest określenie następujących potęg macierzy $[M]$; $[M]^2$, $[M]^3$, $[M]^4$, $[M]^5$ oraz $[M]^6$.

Macierze te posiadają następującą postać:

$$\begin{aligned}
 [M] &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & [M]^2 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & [M]^3 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 [M]^4 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & [M]^5 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & [M]^6 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Wykorzystując przedstawione powyżej macierze zbudować można macierze $[N]$ dla przyjętych wartości przesunięć δ_{12} .

P r z y p a d e k . a: $\delta_{12}=1$.

Macierz $[N]$ zbudowana została z pierwszych kolumn macierzy:

$$\begin{aligned}
 [M]^{\delta_0} &= [M], [M]^{\delta_1} = [M]^2, \\
 [M]^{\delta_0+1} &= [M]^2, [M]^{\delta_1+1} = [M]^3, \\
 [M]^{\delta_0+2} &= [M]^3, [M]^{\delta_1+2} = [M]^4,
 \end{aligned}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Macierz ta jest osobliwa, gdyż posiada wiersz zerowy.

P r z y p a d e k . b: $\delta_{12}=2$.

Macierz $[N]$ zbudowana została z pierwszych kolumn macierzy:

$$\begin{aligned}
 [M]^{\delta_0} &= [M], [M]^{\delta_1} = [M]^3, \\
 [M]^{\delta_0+1} &= [M]^2, [M]^{\delta_1+1} = [M]^4, \\
 [M]^{\delta_0+2} &= [M]^3, [M]^{\delta_1+2} = [M]^5,
 \end{aligned}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Macierz jest osobliwa, bo posiada dwa jednakowe wiersze.

Przypadek c: $\delta_{12}=3$.

Macierz $[N]$ zbudowana została z pierwszych kolumn macierzy:

$$\begin{aligned} [M]^{\delta_0} &= [M], [M]^{\delta_1} = [M]^4, \\ [M]^{\delta_0+1} &= [M]^2, [M]^{\delta_1+1} = [M]^5, \\ [M]^{\delta_0+2} &= [M]^3, [M]^{\delta_1+2} = [M]^6. \end{aligned}$$

Utworzona macierz $[N]$ została przetransformowana w macierz zawierającą tylko jedną jedynkę w każdej kolumnie:

$$\begin{aligned} [N] &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Otrzymana macierz jest macierzą nieosobliwą.

Ciągi otrzymane w rozpatrywanym przykładzie mają następującą postać:

$$\begin{aligned} \{X_{11}\} &= \{210002310021210233312 \\ &\quad 100233102102123123312 \\ &\quad 310231212123333310000\} \\ \{X_{12}\} &= \{221002211020301223313 \\ &\quad 010223112012032132313 \\ &\quad 211221303032333311000\} \\ \{X_{13}\} &= \{200102201120210322313 \\ &\quad 101222113003023033213 \\ &\quad 301320312123233311100\}. \end{aligned}$$

T a b e l a 8

Długość serii	Liczba serii	Uwagi:
l	$2^k - 1$	bez serii zer
$l-1$	$2^k - 1$	serii zer
	$(2^k - 1)(2^k - 2)$	serii pozostałych liczb
	$(2^k - 1)^2$	serii ogółem
$l-2$	$(2^k - 1)^2 2^k$	
$l-3$	$(2^k - 1)^2 2^{2k}$	
.	.	
2	$(2^k - 1)^2 2^{(l-3)k}$	
1	$(2^k - 1)^2 2^{(l-2)k}$	

T a b e l a 9

Długość serii	Liczba otrzymywanych serii											
	$\delta_{ij} = 1$				$\delta_{ij} = 2$				$\delta_{ij} = 3$			
Generowana liczba	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3
1	4	16	16	4	10	8	8	10	9	9	9	9
2	2	—	—	2	1	4	4	1	3	2	2	2
3	1	—	—	1	1	—	—	—	—	1	1	1
4	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—
5	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—

W tabeli 9 przedstawiono rozkłady serii każdej z liczb pojawiających się w podanych powyżej sekwencjach wielowartościowych, zaś w tabeli 10 pokazano sumaryczną liczbę pojawiających się serii określonej długości w przytoczonych przykładach bez rozróżnienia, jakie konkretne liczby tworzą te serie.

T a b e l a 10

Przesunięcie wzajemne ciągów binarnych	Sumaryczna liczba serii:				
	Długość serii:				
δ_{ij}	1	2	3	4	5
1	40	4	2	1	1
2	36	10	1	1	—
3	36	9	3	—	—

WNIOSKI

W przedstawionej pracy omówiono własności losowe wielowartościowych sekwencji pseudolosowych generowanych przez k równoległe pracujących rejestrów liniowych:

a) różnej długości;

b) jednakowej długości, ale opisanych różnymi wielomianami charakterystycznymi;

c) jednakowych rejestrów wytwarzających wzajemnie przesunięte w fazie jednakowe ciągi binarne.

Stwierdzono, że ciągi wielowartościowe generowane przy użyciu rejestrów różnej długości, cechuje dosyć równomierny rozkład otrzymywanych liczb pseudolosowych. Jeśli użyć różnych rejestrów jednakowej długości, to rozkład liczb może być w znacznym stopniu nierównomierny i zależny od wybranego przesunięcia pomiędzy składowymi ciągami binarnymi. Natomiast, jeżeli do generacji sekwencji wielowartościowych zostaną użyte jednakowe rejestry liniowe, to rozkład liczb ze zbioru $\{0, 1, \dots, (2^k - 1)\}$ będących elementami ciągu wynikowego zawsze będzie równomierny.

We wszystkich rozpatrywanych przypadkach przebieg funkcji autokorelacji otrzymanych ciągów, niezależnie od sposobu generacji, jest grzebieniasty. Najbardziej odbiega on od przebiegu idealnego, dla ciągu otrzymywanego z różnych rejestrów jednakowej długości. Dla sekwencji generowanych przez rejestry liniowe różnej długości oraz jednakowe rejestry liniowe określono wzory, przy pomocy których można wyznaczyć wartości funkcji autokorelacji dla dowolnego przesunięcia. Porównując wyniki zawarte w niniejszej pracy z wynikami otrzymanymi w [17], można stwierdzić, że w obu przypadkach przebiegi funkcji są do siebie podobne. Jednakże dla sekwencji wielowartościowej generowanej nad ciałem Galois (p) funkcja autokorelacji osiąga wartość równą zero dla przesunięć różnych od $n=0$ i $n=kr$, gdzie $k=1, 2, \dots$, zaś $r=(p^k-1)/(p-1)$, natomiast dla ciągów otrzymywanych nad ciałem $GF(2^k)$ nigdy wartości zero nie osiąga.

W przedstawionej pracy został przeanalizowany również trzeci postulat losowości dotyczący pojawiania się serii liczb w ciągu wynikowym oraz podano konieczne i wystarczające warunki, jakie w celu zachowania postulatu seryjności muszą spełniać generatory sekwencji MPS. Pełne sformalizowanie tych warunków zostało dokonane jedynie dla sekwencji otrzymywanych z jednakowych rejestrów.

Z przeprowadzonej analizy wynika wniosek, że najlepsze parametry, z punktu widzenia własności losowych, posiadają sekwencje generowane przez k jednakowych, pracujących równolegle rejestrów liniowych.

Na podstawie uzyskanych doświadczeń i wyników zaproponowano zmodyfikowaną metodę generacji wielowartościowych sekwencji pseudolosowych, która przedstawiona zostanie w przygotowanej do druku pracy [15].

BIBLIOGRAFIA

1. N. P. C a g i g a l, S. B r a c h o: *Algorithmic determination of linear-feedback in a shift register for pseudorandom binary sequence generation*. IEE Proc., 1986, vol. 133, no. 4, pp. 191–194
2. J. A. C h a n g: *Generation of 5 level maximal-length sequences*. Electronics Letters, vol. 2, no. 7, 1966, p. 258

3. A. C. Davies: *Properties of waveform obtained by nonrecursive digital filtering of pseudorandom binary sequences*. IEEE Trans. on Comp., 1971, vol. C-20, no. 3, pp. 270-281
4. A. Gill: *Linear sequential circuits* (przekł. z ang.), Nauka, Moskwa 1974
5. K. K. Godfrey: *Three-level m-sequences*. Electronic Letters, 1966, vol. 2, no. 7, pp. 241-243
6. S. W. Golomb: *Shift register sequences*. Holden Day, San Francisco 1967
7. T. G. Lewis, W. H. Payne: *Generalized feedback shift register pseudorandom number algorithm*. J. ACM. 1973, vol. 20, no. 3, pp. 456-468
8. S. N. Lo, Z. C. Tan: *Properties of nonrecursive digital filtered ternary maximal length pseudo-random sequences*. Proc. IEEE, 1977, vol. 65, no. 12, pp. 1719-1720
9. F. J. Mac Williams, N. J. Sloane: *Pseudorandom sequences and arrays*. Proc. IEEE, 1976, vol. 64, no. 12, 1715-1729
10. P. S. Moharir: *Generalized PN sequences*. IEEE Trans. on Inform. Theory, 1977, vol. IT-23, no. 6, pp. 782-784
11. D. R. Morgan: *Autocorrelation function of sequential m-bits word taken from n-bits shift register PN sequence*. IEEE Trans. on Comp. 1980, vol. C-29, no. 5, pp. 408-410
12. H. Pangratz, H. Weinrichter: *Pseudo-random number generator based on binary and quinary maximal length sequences*. IEEE Trans. on Comp., 1979, vol. C-28, no. 9, pp. 637-642
13. G. Wustmann: *Comments on „Autocorrelation function of sequential m-bits word taken from n-bits shift register PN sequence”*. IEEE Trans. on Comp., vol. C-30, no. 3, 1981, p. 241
14. G. Wustmann: *Autocorrelation function of filtered p-level maximal length sequences*. IEEE Trans. on Comp., vol. C-29, no. 1, 1982, pp. 75-76
15. A. Zabłudowski, B. Dubalski: *Generacja pseudolosowych ciągów liczbowych*. Rozprawy Elektrotechniczne, t. 32, zeszyt 2, 1986, ss. 377-394
16. A. Zabłudowski, B. Dubalski: *The maximal PN sequences over $GF(p)$* . Microelectron Reliab., 1987, vol. 27, no. 4, pp. 631-637
17. A. Zabłudowski, B. Dubalski: *Generacja liczbowych ciągów pseudolosowych nad ciałem Galois $GF(2^k)$ za pomocą rejestru akumulacyjnego*. Kwart. Elektr. i Telekom. 1993, 39, z. 1

A. ZABŁUDOWSKI, B. DUBALSKI

ANALYSIS OF STOCHASTIC PROPERTIES OF MULTILEVEL PSEUDORANDOM SEQUENCES GENERATED BY THE USING k OPERATING IN PARALLEL LINEAR REGISTERS

Summary

In this paper the analysis of properties of multilevel pseudorandom sequences (MPS) has been gives. The multilevel sequences have been created from k binary pseudorandom sequences observed on the outputs of linear registers, where for i -th sequence $i=0,1,\dots,k-1$, the weight 2^i have been assign. The analysis of MPS sequences has concerned to the following random parameters:

- distribution of numbers appearing in generated sequence;
- autocorrelation function of the sequence;
- distribution of the series of the numbers in the entire sequence.

621.374

621.3.014

Analiza układów impulsowych do zmniejszania zniekształceń prądu sieciowego — zależności podstawowe

MAREK GOTFRYD

*Wydział Elektryczny, Politechnika Rzeszowska**Otrzymano 1991.12.04**Autoryzowano do druku 1992.05.10*

W artykule przedstawiono podstawową analizę dwóch impulsowych układów stosowanych do zmniejszania zniekształceń prądu pobieranego z sieci przez urządzenia zawierające prostowniki beztransformatorowe. Wyprowadzono zależności na wymagany sposób pracy elementu kluczującego oraz na przebieg i wartość napięcia wyjściowego.

1. WSTĘP

Wiele urządzeń elektronicznych (np. odbiorniki TV, przetwornice do zasilania świetlówek), wyposażonych jest w beztransformatorowe prostowniki sieciowe z obciążeniem pojemnościowym. Urządzenia takie pobierają z sieci zasilającej prąd o przebiegu odbiegającym od sinusoidalnego, tj. ich prąd sieciowy zawiera wiele harmonicznych. Bezpośrednią przyczyną tego jest fakt, że w prostowniku beztransformatorowym przepływ prądu sieciowego jest uzależniony od różnicy wartości napięcia sieciowego i napięcia na obciążeniu.

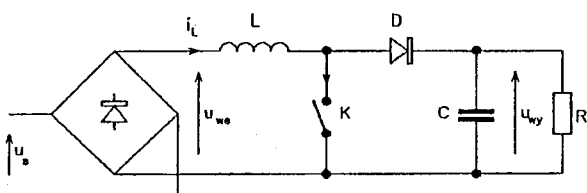
Obecność harmonicznych w prądzie sieciowym pogarsza współczynnik mocy urządzeń, zniekształca nieco przebieg napięcia w sieci oraz zwiększa w niej straty mocy. Eliminację tych niekorzystnych zjawisk uzyskuje się dwoma metodami. Stosuje się albo filtry dolnoprzepustowe tłumiące harmoniczne prądu albo specjalne układy elektroniczne, które sterują przepływem prądu od prostownika do kondensatora i nie dopuszczają do powstania zniekształceń prądu sieciowego. Z literatury patentowej znane jest zastosowanie do tego celu zmodyfikowanego impulsowego układu podwyższającego napięcie wejściowe oraz układu odwracającego jego biegunowość [1,2].

Niestety, dostępna analiza tych układów dotyczy jedynie ich pracy jako regulatorów napięcia stałego, gdy przebieg prądu zasilania nie jest ważny [3].

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie analizy tych dwóch układów przy założeniu, że ich główną funkcją jest uzyskanie sinusoidalnego przebiegu prądu sieciowego. Podane zostaną zależności na wymagany sposób sterowania elementem kluczującym oraz na wartość i przebieg napięcia wyjściowego.

2. ANALIZA UKŁADU I

Rozważmy eliminację harmonicznych prądu sieciowego przy pomocy układu przedstawionego na rys. 1.



Rys. 1. Uproszczony schemat ideowy układu I

Jest to znany układ impulsowego regulatora napięcia stałego, podwyższającego napięcie wejściowe, uzupełniony o prostownik sieciowy.

Założmy w czasie poniższej analizy, że w układzie nie występują straty mocy (poza rezystorem obciążenia), tzn. założmy zerowe spadki napięcia na przewodzących diodach i kluczu oraz zerową rezystancję cewki. Jako napięcie wejściowe układu przyjmijmy napięcie na wyjściu prostownika, a więc

$$u_{we}(t) = |u_s(t)| = U_{wem}|\sin\omega_s t|, \quad (1)$$

gdzie: U_{wem} i ω_s są odpowiednio amplitudą i pulsacją napięcia sieciowego ($T_s = 2\pi/\omega_s$), a dla czasu $0 \leq t \leq 1/2f_s$, znak wartości bezwzględnej może być pominięty.

Niech klucz K w układzie jest przełączany w ten sposób, że przez czas równy t_1 jest zwarty, a przez czas $T - t_1$ pozostaje rozarty; T jest tu okresem kluczkowania. Dla poprawnej pracy układu i dla jego łatwej praktycznej realizacji potrzeba, aby częstotliwość kluczkowania $F = 1/T$ była wielokrotnie (100...1000 razy) większa od częstotliwości sieci zasilającej f_s . Fakt ten pozwala na dodatkowe założenie, że w czasie trwania jednego okresu kluczkowania T zarówno napięcie $u_{we}(t)$ jak i napięcie $u_{wy}(t)$ pozostają praktycznie stałe. Z tego względu, w tych miejscach poniższych rozważań, gdzie te i inne zmienne będą traktowane jako wolnozmiennne funkcje czasu (w porównaniu z okresem rozważań), stosowane będą oznaczenia typu U_{we} i U_{wy} . Taki zapis należy rozumieć jako (prawie) stałe wartości tych zmiennych w określonym okresie kluczkowania.

Rozważmy zjawiska zachodzące w układzie w jednym z okresów kluczkowania. W tym przypadku czas t wygodniej jest liczyć od początku tego okresu, tj. od momentu zwarcia klucza K. Załóżmy, że tuż przed zwarciem klucza prąd w cewce L nie płynie (zerowe warunki początkowe dla prądu).

W czasie zwarcia klucza, prąd w nim i w cewce L narasta w sposób liniowy według zależności:

$$i_L(t) = \frac{U_{we}}{L} t. \quad (2)$$

W chwili $t=t_1$, tuż przed rozwarciem klucza, prąd ten osiąga wartość maksymalną (w danym okresie kluczkowania), równą

$$I_{Lm} = \frac{U_{we}}{L} t_1. \quad (3)$$

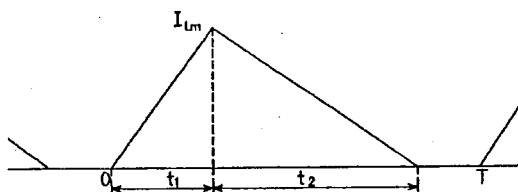
Po rozwarciu klucza, prąd $i_L(t)$ zachowuje ciągłość i płynie nadal, lecz nie przez klucz tylko przez otwartą diodę, doładowując kondensator C. Aby zjawiska zachodzące w układzie nie różniły się jakościowo w kolejnych okresach kluczkowania, potrzeba aby prąd $i_L(t)$ zmalał do zera przed zakończeniem okresu T. Warunkiem koniecznym do tego jest, aby napięcie wyjściowe układu zawsze przewyższało napięcie wejściowe

$$u_{wy}(t) > u_{we}(t) \quad (4)$$

Przy spełnieniu tego warunku, po rozwarciu klucza prąd $i_L(t)$ będzie malał według zależności

$$\frac{di_L(t)}{dt} = - \left(\frac{U_{wy} - U_{we}}{L} \right). \quad (5)$$

W każdym okresie kluczkowania, prąd $i_L(t)$ będzie miał postać trójkątnych impulsów jak to przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Idealizowany kształt impulsów prądu $i_L(t)$

Czas t_2 zanikania prądu do zera można obliczyć na podstawie zależności (3) i (5)

$$t_2 = \frac{t_1}{\frac{U_{wy}}{U_{we}} - 1}. \quad (6)$$

Z zależności (6) wynika, że jeżeli napięcia U_{we} i U_{wy} mają zbliżone wartości, czas t_2 może być wielokrotnie większy od czasu t_1 . W każdym jednak przypadku musi być spełniona oczywista nierówność:

$$t_1 + t_2 < T. \quad (7)$$

Na podstawie (6) warunek ten można wyrazić następująco:

$$\frac{t_1}{1 - \frac{u_{we}(t)}{u_{wy}(t)}} < T. \quad (8)$$

Dla znalezienia wymaganej funkcji sterowania kluczem, tj. funkcji $t_1(t, U_{we}, U_{wy})$, przy której prąd pobierany z sieci będzie sinusoidalny, obliczmy ładunek przenoszony przez impuls prądu i_L przedstawiony na rys. 2.

$$Q = (t_1 + t_2) \cdot \frac{I_{Lm}}{2} = \frac{U_{we}}{1 - \frac{U_{we}}{U_{wy}}} \cdot \frac{t_1^2}{2L}. \quad (9)$$

Na prąd pobierany z sieci składają się następujące po sobie (z dużą częstotliwością) impulsy, przedstawione na rys. 2. W praktyce przebieg prądu na zaciskach wejściowych układu jest ciągły, gdyż impulsy te są wygładzane w dolnoprzepustowym filtrze przeciwzakłóceńowym, w który rozważany układ musi być wyposażony. Zatem, aby otrzymać przebieg czasowy prądu wejściowego, wystarczy znaleźć przebieg wartości średniej impulsów prądu i_L obliczonej w każdorazowym okresie T . Otrzymamy wówczas

$$i_{we}(t) = \frac{Q(t)}{T} = u_{we}(t) \cdot \frac{1}{2LT} \cdot \frac{t_1^2}{1 - \frac{u_{we}(t)}{u_{wy}(t)}}. \quad (10)$$

Główną funkcją rozważanego układu ma być uzyskanie sinusoidalnego przebiegu poboru prądu sieciowego $i_s(t)$ lub — co jest równoważne — uzyskanie proporcjonalności prądu $i_{we}(t)$ do napięcia $u_{we}(t)$. Ze względu na to, że w zależności (10) występuje właśnie czynnik $u_{we}(t)$, więc dla spełnienia powyższego warunku, aby pozostałe czynniki w zależności (10) były stałe. Jeśli przyjąć dla uproszczenia rozważań (i także realizacji układu), że częstotliwość kluczowania F jest stała, otrzymamy warunek

$$\frac{t_1^2}{1 - \frac{u_{we}(t)}{u_{wy}(t)}} = const; \quad (11)$$

skąd mamy, że

$$t_1 \sim \sqrt{1 - \frac{u_{we}(t)}{u_{wy}(t)}} \quad \text{lub}$$

$$t_1 = t_0 \sqrt{1 - \frac{u_{we}(t)}{u_{wy}(t)}}, \quad (12)$$

gdzie t_0 jest maksymalnym czasem zwarcia klucza, występującym, gdy $u_{we}(t)=0$. Zależność (12) jest szukaną funkcją sterowania pracą klucza. Wynika z niej, że w miarę jak napięcie $u_{we}(t)$ zbliża się do swojego maksimum, czas zwarcia klucza t_1 maleje. Mimo tego, średnia wartość prądu wejściowego rosla będzie proporcjonalnie do $u_{we}(t)$, gdyż będzie wzrastać wtedy znacznie czas t_2 w kolejnych taktach kluczkowania — zgodnie z zależnością (6). Spowoduje to, że impulsy prądu i_L będą przenosić odpowiednio wzrastającą wartość ładunku.

Postać zależności (12) wskazuje na to, że jej praktyczna realizacja w otwartym układzie regulacji (bez sprzężenia zwrotnego) może być dość skomplikowana. Układ taki musi bowiem zawierać conajmniej dzielnik napięć $u_{we}(t)$ i $u_{wy}(t)$ i nieliniowy układ kształtujący o tak dobranej charakterystyce przejściowej, aby modulator szerokości impulsów sterujący pracą klucza modulowany był ściśle wg zależności (12) [4]. Układ skomplikowałby się jeszcze bardziej, gdyby zaszła potrzeba uwzględnienia inercyjności klucza. Przy realizacji zależności (12) w układzie z ujemnym sprzężeniem zwrotnym sytuacja będzie prostsza [1]. Układ taki musi wówczas zawierać modulator szerokości impulsów o praktycznie dowolnej charakterystyce modulacji (tylko monotonicznej) oraz układ porównujący rzeczywisty przebieg prądu sieciowego z przebiegiem wymaganym. Przy dostatecznie dużym wzmocnieniu pętlowym takiego układu regulacji, zależność (12) będzie w nim realizowana tożsamościowo.

Napięcie wyjściowe układu w stanie ustalonym można obliczyć rozważając wartości doprowadzanego i odprowadzanego ładunku kondensatora C. Ładunek doprowadzany do kondensatora w jednym okresie T jest równy ładunkowi przenoszonemu przez prąd $i_L(t)$ w odcinku czasu t_2 (rys. 2). Ładunek jest równy

$$Q_d = \frac{I_{Lm} t_2}{2} = \frac{U_{we}}{2L} t_1 t_2. \quad (13)$$

Po podstawieniu (6) i (12) otrzymamy

$$Q_d = \frac{U_{we}^2}{U_{wy}} \cdot \frac{t_0^2}{2L}. \quad (14)$$

Ładunek odprowadzany z kondensatora w jednym takcie jest związany z jego rozładowywaniem się przez rezystor obciążenia R. Ładunek ten jest równy

$$Q_0 = \frac{U_{wy}}{R} \cdot T. \quad (15)$$

Wypadkowa zmiana ładunku na kondensatorze będzie zatem równa

$$\Delta Q_c = Q_d - Q_0 = \frac{U_{we}^2}{U_{wy}} \cdot \frac{t_0^2}{2L} - \frac{U_{wy}}{R} \cdot T, \quad (16)$$

a wypadkowa zmiana napięcia na kondensatorze (które jest napięciem wyjściowym)

$$\Delta U_{wy} = \frac{\Delta Q_c}{C} = \frac{1}{C} \cdot \left(\frac{U_{we}^2}{U_{wy}} \cdot \frac{t_0^2}{2L} \cdot F - \frac{U_{wy}}{R} \right) \cdot T. \quad (17)$$

Zależność (17) można przekształcić do następującej postaci:

$$\frac{\Delta U_{wy}}{T} = \frac{1}{C} \cdot \left(\frac{U_{we}^2}{U_{wy}} \cdot \frac{t_0^2}{2L} \cdot F - \frac{U_{wy}}{R} \right). \quad (18)$$

Lewa strona wyrażenia (18) przedstawia średnią wartość pochodnej napięcia U_{wy} w okresie T . Tu interesuje nas tylko przebieg wolnozmiennnej składowej napięcia $u_{wy}(t)$ w półokresie napięcia sieciowego, a nie w obrębie okresu kluczowania T . Z tego względu wyrażenie (18) można przepisać następująco:

$$\frac{du_{wy}}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \left(\frac{u_{we}^2(t)}{u_{wy}(t)} \cdot \frac{t_0^2}{2L} \cdot F - \frac{u_{wy}(t)}{R} \right) \quad (19)$$

i potraktować je jako równanie różniczkowe dla wolnozmiennnej składowej napięcia wyjściowego. Jest to równanie postaci

$$\frac{du_{wy}}{dt} = f(t) \frac{1}{u_{wy}(t)} - a \cdot u_{wy}(t). \quad (20)$$

gdzie:

$$f(t) = \frac{t_0^2 F}{2LC} u_{we}^2(t) = \frac{U_{wem}^2 t_0^2 F}{2LC} \sin^2 \omega_s t, \quad (21)$$

$$a = \frac{1}{RC}.$$

Zależność (20) przedstawia równanie różniczkowe Bernoulliego. Na podstawie [5] wiadomo, że rozwiązuje się je stosując podstawienie

$$u_{wy}^2(t) = z(t). \quad (22)$$

Po podstawieniu (22) do (20) otrzymamy równanie liniowe

$$z'(t) + 2a \cdot z(t) = 2 \cdot f(t). \quad (23)$$

Procedura rozwiązywania takiego równania polega najpierw na rozwiązaniu równania jednorodnego

$$z'(t) + 2a \cdot z(t) = 0, \quad (24)$$

a następnie na rozwiązaniu równania wyjściowego metodą uzmienniania stałej. W tym przypadku rozwiązaniem równania jednorodnego jest funkcja

$$z(t) = C_1 e^{-2at}, \quad (25)$$

gdzie C_1 jest tu stałą. Przyjmując teraz, że $C_1 = C_1(t)$ i podstawiając (25) do (23) otrzymamy

$$C_1'(t) = 2 \cdot e^{2at} f(t), \quad (26)$$

czyli uwzględniając postać (21) funkcji $f(t)$

$$C_1'(t) = \frac{U_{wem}^2 t_0^2 F}{LC} e^{2at} \sin^2 \omega_s t \quad (27)$$

Dla uproszczenia zapisu przyjmijmy oznaczenie: $\frac{U_{wem}^2 t_0^2 F}{LC} = a_1$. Otrzymamy wówczas

$$C_1'(t) = a_1 e^{2at} \sin^2 \omega_s t. \quad (28)$$

Stąd

$$C_1(t) = a_1 \int e^{2at} \sin^2 \omega_s t dt + C_2, \quad \text{gdzie } C_2 \text{ jest stałą.} \quad (29)$$

Całkę w zależności (29) można dość łatwo obliczyć wykorzystując wykładniczą postać funkcji sinus lub korzystając z tablic [6]. Po licznych przekształceniach otrzyma się

$$\int e^{2at} \sin^2 \omega_s t dt = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + \omega_s^2}} \sin \left(2\omega_s t + \arctg \frac{a}{\omega_s} \right) \right) \cdot e^{2at} \quad (30)$$

Mamy więc

$$C_1(t) = \frac{a_1}{4} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + \omega_s^2}} \sin \left(2\omega_s t + \arctg \frac{a}{\omega_s} \right) \right) \cdot e^{2at} + C_2. \quad (31)$$

Powracamy do zależności (22) i (25)

$$z(t) = u_{wy}^2(t) = \frac{a_1}{4} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + \omega_s^2}} \sin \left(2\omega_s t + \arctg \frac{a}{\omega_s} \right) \right) + C_2 e^{-2at}. \quad (32)$$

Drugi składnik wyrażenia (32) reprezentuje składową przejściową, zanikającą do zera po upływie dostatecznie dużego czasu ($a > 0$). Przy poszukiwaniu rozwiązania na $u_{wy}(t)$ w stanie ustalonym można przyjąć $C_2 = 0$. Otrzymamy wówczas

$$u_{wy}(t) = \sqrt{\frac{a_1}{4} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + \omega_s^2}} \sin \left(2\omega_s t + \arctg \frac{a}{\omega_s} \right) \right)} \quad (33)$$

Po podstawieniu wyrażen na a i a_1 i po niezbędnych przekształceniach otrzymamy poszukiwaną zależność na przebieg wolnozmiennnej składowej napięcia wyjściowego

$$u_{wy}(t) = \frac{U_{wem} t_0}{2} \cdot \sqrt{\frac{R \cdot F}{L}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_s RC)^2}} \sin \left(2\omega_s t + \arctg \frac{1}{\omega_s RC} \right)}. \quad (34)$$

Z postaci zależności (34) wynika bezpośrednio, że średnia (w półokresie sieci) wartość napięcia wyjściowego w przypadku małych tętnień jest równa

$$U_{wys} = \frac{U_{wem} t_0}{2} \cdot \sqrt{\frac{R \cdot F}{L}}. \quad (35)$$

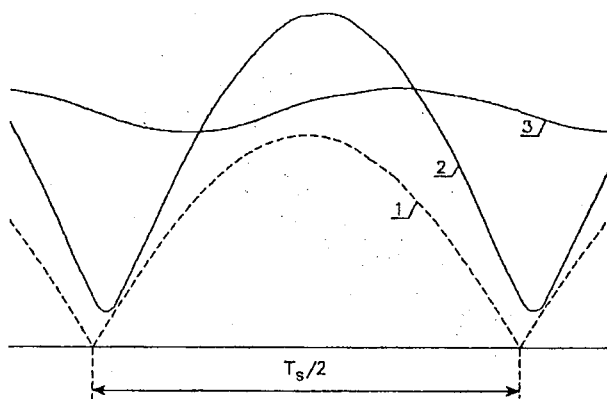
Wartość ta silnie zależy od czasu t_0 , co wskazuje na możliwość regulacji i stabilizacji tego napięcia przez oddziaływanie na ten parametr pracy klucza. Należy pamiętać, że niezależnie od takiego oddziaływania, konieczne jest ciągłe spełnianie zależności (12). Powoduje to, że w praktycznym układzie ze stabilizacją napięcia wyjściowego, sposób sterowania modulatorem szerokości impulsów będzie dość złożony.

Przy doborze czasu t_0 stosownie do wymaganej wartości U_{wys} należy mieć na uwadze konieczność spełnienia nierówności (4) oraz (8). Tę ostatnią można wyrazić też inaczej, podstawiając do niej wyrażenie (12). Otrzymamy wtedy

$$t_0 < T \cdot \sqrt{1 - \frac{u_{we}(t)}{u_{wy}(t)}}. \quad (36)$$

Z zależności (12) i (36) wynika, że im napięcie U_{wys} jest bliższe amplitudzie napięcia wejściowego, tym układ może być bardziej trudny do realizacji. Dopuszczalna wartość czasu t_0 zmniejsza się i tym bardziej zmniejsza się minimalna wartość czasu t_1 (zał. (12)), co zwiększa wymagania na szybkość działania klucza i może utrudnić konstrukcję modulatora szerokości impulsów.

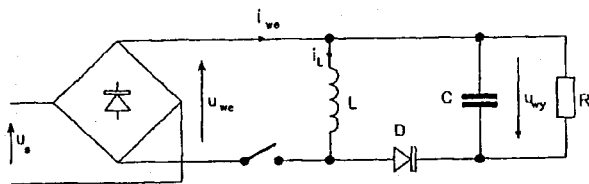
Tętnienia napięcia wyjściowego związane są z drugim pierwiastkiem w wyrażeniu (34). Jeżeli $\omega_s RC \gg 1$, to tętnienia te mają małą amplitudę, a ich przebieg jest zbliżony do sinusoidalnego. Natomiast gdy $\omega_s RC \ll 1$, to tętnienia osiągają bardzo dużą wartość, a ich przebieg upodabnia się do przebiegu napięcia wejściowego (zał. (1)). Przedstawiono to na rys. 3. W tym przypadku średnie napięcie wyjściowe obniża się w porównaniu z wartością określoną wyrażeniem (35).



Rys. 3. Obliczony przebieg napięcia wejściowego (1) i wyjściowego (2,3) przy: 2 - $\omega_s RC = 0,2$;
3 - $\omega_s RC = 5$

3. ANALIZA UKŁADU II

Drugi analizowany układ przedstawiono na rys. 4. Jest to znany układ impulsowego regulatora napięcia stałego, odwracający jego biegunowość, uzupełniony o prostownik sieciowy.



Rys. 4. Uproszczony schemat ideowy układu II

Jego analizę przeprowadzimy przy analogicznych założeniach jak dla układu I, tzn. dotyczących bezstratności, sposobu i częstotliwości pracy klucza a także zerowych warunków początkowych dla prądu i_L .

W stanie zwarcia klucza zjawiska zachodzące w układzie są analogiczne jak w układzie I i opisane zależnościami (2) i (3). Po rozwarciu klucza prąd i_L płynie w obwodzie L,D,C. Prąd ten zanika do zera z szybkością uzależnioną jedynie od wartości napięcia wyjściowego

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{U_{wy}}{L}. \quad (37)$$

Nie jest tu konieczne, aby napięcie wyjściowe przewyższało napięcie wejściowe, tak jak to było w układzie I.

Czas zanikania prądu i_L do zera można obliczyć z zależności (3) i (37)

$$t_2 = t_1 \cdot \frac{U_{we}}{U_{wy}}. \quad (38)$$

Warunek na to, aby prąd $i_L(t)$ zmaleł do zera przed zakończeniem okresu kluczowania, przyjmie więc postać

$$t_1 \left(1 + \frac{U_{we}}{U_{wy}} \right) < T. \quad (39)$$

Rozważmy przebieg czasowy prądu $i_{we}(t)$. Zauważmy, że prąd wejściowy $i_{we}(t)$ jest równy prądowi $i_L(t)$ jedynie w czasie zwarcia klucza, gdyż po jego rozwarciu prąd i_L zamyka się w obwodzie złożonym z elementów L,D,C. Zatem prąd wejściowy $i_{we}(t)$ w półokresie napięcia sieciowego składać się będzie z ciągu liniowo narastających impulsów prądu i_L o szerokości t_1 (pierwsza część impulsu i_L z rys. 2). Ładunek przenoszony przez każdy z takich impulsów będzie równy

$$Q = I_{Lm} \cdot \frac{t_1}{2} = U_{we} \cdot \frac{t_1^2}{2L}, \quad (40)$$

a przebieg uśrednionego (wygładzonego) prądu wejściowego będzie miał postać:

$$i_{we}(t) = u_{we}(t) \cdot \frac{t_1^2}{2LT}. \quad (41)$$

Z zależności (41) wynika, że prąd i_{we} będzie proporcjonalny do u_{we} (warunek na brak zniekształceń) wtedy, gdy $t_1^2 = \text{const}$ (jeżeli przyjąć stałość częstotliwości kluczkowania). Otrzymaliśmy zatem prostą zależność na sposób sterowania kluczem pozwalającą na uzyskanie sinusoidalnego poboru prądu sieciowego

$$t_1 = t_0 = \text{const}. \quad (42)$$

Dla wyprowadzenia zależności na przebieg napięcia wyjściowego zwróćmy uwagę na to, że w każdym okresie kluczkowania ładunek do kondensatora jest dostarczany jedynie w przeciągu czasu t_2 (podobnie jak dla układu I).

Ładunek ten jest równy

$$Q_d = \frac{I_{Lm}}{2} \cdot t_2 = \frac{U_{we}^2}{U_{wy}} \cdot \frac{t_0^2}{2L}. \quad (43)$$

Jest to zależność identyczna z zależnością (14) wyprowadzoną dla układu I. Ze względu na to, że rozładowanie kondensatora w każdym takcie przebiega także analogicznie (zależność (15)), więc można stwierdzić, że przebieg napięcia wyjściowego (jego wolnozmiennnej składowej) dla układu II wyraża się tą samą zależnością (34), co dla układu I.

PODSUMOWANIE

Podstawowe właściwości obydwu układów zestawiono w tabeli 1. Z porównania obydwu układów pod względem możliwości ich praktycznej realizacji wynika, że układ II jest bardziej korzystny. Sterowanie kluczem w tym układzie jest proste; nie występuje tu ograniczenie (od dołu) wartości napięcia wyjściowego. Zauważmy też, że trwałe rozwarcie klucza w tym układzie sprowadza napięcie wyjściowe do zera. Jest to właściwość, która pozwala na blokowanie pracy układu i współpracującego z nim obciążenia np. w sytuacji awaryjnej. W układzie I rozwarcie klucza powoduje jedynie zmniejszenie napięcia wyjściowego do wartości równej w przybliżeniu U_{wem} .

Ostateczna ocena obydwu układów do zastosowania ich jako urządzeń do zmniejszania harmonicznych prądu sieciowego musi uwzględniać również ich parametry energetyczne tj. możliwość uzyskania odpowiednio wysokiej sprawności energetycznej. Zagadnienie to będzie przedmiotem następnego artykułu.

Tabela 1

Porównanie właściwości obydwu układów

Parametr lub właściwość	Układ I	Układ II
maksymalny czas zwarcia klucza	$t_o < T \cdot \sqrt{1 - \frac{u_{we}(t)}{u_{wy}(t)}}$	$t_o < \frac{T}{1 + \frac{u_{we}(t)}{u_{wy}(t)}}$
sposób sterowania kluczem	$t_1 = t_o \cdot \sqrt{1 - \frac{u_{we}(t)}{u_{wy}(t)}}$	$t_1 = t_o$
ograniczenie napięcia wyjściowego	$u_{wy}(t) > u_{we}(t)$	brak ograniczenia
napięcie wyjściowe	$\frac{U_{wem} t_o}{2} \sqrt{\frac{R \cdot F}{L}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_s RC)^2}}} \sin \left(2\omega_s t + \arctg \frac{1}{\omega_s RC} \right)$	

BIBLIOGRAFIA

1. W. Haberzeth: *Schaltungsanordnung zum Verringern von Oberwellen im Netzwechselstrom bei Gleichstromverbrauchern, die aus dem Wechselstromnetz gespeist werden*. Patent RFN nr 2825708
2. W. Hirschmann, M. Herfurth: *Verfahren zum Erzielen einer sinusförmigen Stromaufnahme eines Gleichstromverbrauchers mit parallelgeschaltetem Ladekondensator*. Patent RFN nr 3025405
3. Ö. Ferenczi: *Zasilanie układów elektronicznych. Zasilacze impulsowe*. Warszawa: WNT, 1989
4. M. Gotfryd, W. Kalita: *Sposób i układ do zmniejszania harmonicznych prądu pobieranego z sieci*. Zgłoszenie patentowe RP nr P-269437
5. F. Leja: *Rachunek różniczkowy i całkowy*. Warszawa: PWN 1959
6. B. Piłat, M. Wasilewski: *Tablice całek*. Warszawa: WNT 1983

M. GOTFRYD

Summary

ANALYSIS OF PULSE CIRCUITS USED FOR DISTORTION'S REDUCTION OF INPUT MAINS CURRENT — BASIC RELATIONS

In the paper there is presented a basic analysis of two pulse circuits used for distortion's reduction of input mains current of electrical systems which include transformerless rectifiers. There have been derived the expressions for required working of switching element and for the value and time function of output voltage.

Analiza układów impulsowych do zmniejszania zniekształceń prądu sieciowego — zależności energetyczne

MAREK GOTFRYD

Wydział Elektryczny, Politechnika Rzeszowska

Otrzymano 1991.12.04

Autoryzowano do druku 1992.02.10

W artykule przedstawiono obliczenia strat mocy występujących w dwóch impulsowych układach stosowanych do zmniejszania zniekształceń prądu pobieranego z sieci. Przy przyjęciu stosownych uproszczeń wyprowadzono zależności na wartość mocy strat w tranzystorze jako elemencie kluczującym oraz podano algorytm obliczania mocy strat w cewce. Podano wyniki wielowariantowych obliczeń i oszacowano sprawności energetyczne obydwu układów.

1. WSTĘP

Podstawowa analiza dwóch układów impulsowych do eliminacji zniekształceń prądu pobieranego z sieci została przedstawiona w poprzednim artykule [1]. Niniejsza praca jest jego kontynuacją; jej celem jest przeprowadzenie analizy tych samych układów pod względem występujących w nich strat mocy. Taka analiza pozwoli na oszacowanie sprawności energetycznych tych układów i tym samym na ich pełniejszą ocenę.

Przyjęto rozważenie strat:

- w tranzystorze bipolarnym (jako kluczu), występujących w czasie przewodzenia (nasycenia) oraz w czasie przełączania;
- w cewce, składających się ze strat w jej ferromagnetycznym rdzeniu oraz w uzwojeniu.

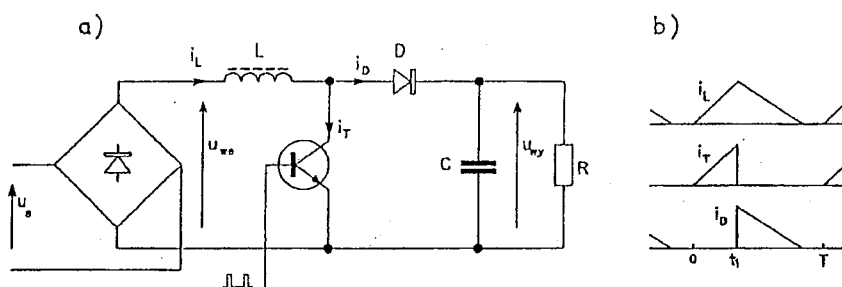
Analizę strat przeprowadzono przy przyjęciu tych samych założeń dotyczących pracy klucza tranzystorowego, jak to zrobiono wcześniej [1]. Przyjęto więc, że częstotliwość kluczowania jest wielokrotnie większa od częstotliwości sieci zasilającej tak, że napięcie wejściowe układu i napięcie wyjściowe można uznać za praktycznie stałe w czasie trwania jednego okresu kluczowania. Dlatego, w toku rozważań, skorzystano z zależności wyprowadzonych w [1], ujmujących sposób sterowania kluczem

tranzystorowym oraz przebieg i wartość uzyskiwanego napięcia wyjściowego. Przy powoływaniu się na te zależności stosowane będą ich oznaczenia w postaci ([1]—N), gdzie N jest numerem tej zależności występującym w [1].

2. ANALIZA UKŁADU I

2.1. STRATY W TRANZYSTORZE

Na rys. 1a przedstawiono schemat ideowy rozważanego układu, a na rys. 1b idealizowane przebiegi prądów cewki, tranzystora i diody w jednym okresie kluczkowania. W następujących dalszych rozważaniach indeksy „n” w oznaczeniach wielkości służyć będą podkreśleniu, że dotyczą one jednego, *n*-tego w półokresie sieci, okresu kluczkowania.



Rys. 1. Układ I; a) schemat ideowy, b) idealizowane przebiegi prądów cewki, tranzystora i diody

Straty w czasie przewodzenia tranzystora (nasycenia) można obliczyć następująco. Energia tracona podczas nasycenia tranzystora w jednym okresie kluczkowania wyraża się wzorem

$$W_{1n} = \int_0^{t_1} i_{Ln}(t) U_{ces} dt. \quad (1)$$

gdzie:

i_{Ln} — przebieg prądu $i_L(t)$ w *n*-tym okresie kluczkowania,

U_{ces} — napięcie nasycenia tranzystora. Dla uproszczenia przyjęto tu, że jest ono stałe, niezależnie od prądu

Na podstawie zależności ([1]—2 i 3) mamy

$$i_{Ln}(t) = I_{Lmn} \frac{t}{t_{1n}} = U_{wen} \frac{t}{L}. \quad (2)$$

stąd

$$W_{1n} = \frac{U_{ces}}{L} \int_0^{t_1} U_{wen} t dt = \frac{U_{ces} U_{wen} t_{1n}^2}{2L}. \quad (3)$$

gdzie t_{1n} jest czasem t_1 w n -tym okresie kluczkowania. Wykorzystano tu wcześniejsze założenie, że napięcie wejściowe nie zmienia się praktycznie w czasie jednego kluczkowania. Energia tracona w nasyceniu tranzystora w ciągu półokresu napięcia sieciowego będzie odpowiednią sumą wyrażeń postaci (3):

$$W_1 = \frac{U_{ces}}{2L} (U_{we1} t_{11}^2 + U_{we2} t_{12}^2 + \dots). \quad (4)$$

Wyrażenie (4) można przepisać następująco

$$W_1 = \frac{U_{ces}}{2L} \cdot F(U_{we1} t_{11}^2 T + U_{we2} t_{12}^2 T + \dots) \quad (5)$$

i zauważyć, że wyrażenie w nawiasie przedstawia sumę pól prostokątów, każdy o wysokości $U_{we1} t_{11}^2$ i stałej podstawie (szerokości) T . Sumę tę można przybliżyć przez całkę oznaczoną

$$\frac{T_s}{2} \int_0^T u_{we}(t) t_1^2(t) dt, \quad (6)$$

(gdzie $T_s = 1/f_s$), przy czym przybliżenie to będzie tym lepsze, im mniejszy będzie okres T . Proste oszacowanie może pokazać, że niedokładność takiego przybliżenia przy $F/f_s = 100 \dots 1000$ jest niewielka i mniejsza od 1%. Z wystarczającą tu dokładnością można więc przyjąć, że energia (5) wyrażać się będzie następująco:

$$W_1 = \frac{U_{ces}}{2L} \cdot F \cdot \int_0^{T_s/2} u_{we}(t) t_1^2(t) dt. \quad (7)$$

Po podstawieniu zależności ([1]—1, 34 i 12) na $u_{we}(t)$, $u_{wy}(t)$, t_1 oraz zależności ([1]—35) na U_{wys} i po wykonaniu stosownych obliczeń otrzymamy

$$W_1 = \frac{U_{ces} U_{wem} t_0^2}{\omega_s L} F \left(1 - \frac{1}{2} \frac{U_{wem}}{U_{wys}} I1 \right), \quad (8)$$

gdzie:

$$I1 = \int_0^\pi \frac{\sin^2 x}{g(x)} dx, \quad (9)$$

natomiast

$$g(x) = \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_s RC)^2}} \sin \left(2x + \arctg \frac{1}{\omega_s RC} \right)}. \quad (10)$$

Analityczne obliczenie całki (9) może być trudne [2], dlatego zrobiono to numerycznie. Otrzymano w ten sposób np:

$$\begin{aligned} \text{dla} \quad \omega_s RC = 1 \quad I_1 &= 1,514... \\ \omega_s RC = 2 \quad I_1 &= 1,550... \\ \omega_s RC = 5 \quad I_1 &= 1,567... \end{aligned}$$

Całkę (9) można obliczyć analitycznie przy upraszczającym założeniu stałości napięcia wyjściowego. Jest to założenie zasadne, gdyż praktycznie napięcie to nie powinno wykazywać dużych tętnień. W tym przypadku ($g(x)=1$) otrzymamy $I_1 = \pi/2 \approx 1,5707$. Ze względu na znacznie zbliżone wartości całki I_1 dla warunku $g(x)=1$ i bez niego, można z wystarczającą tu dokładnością przyjąć, że energia tracona w nasyceniu tranzystora wyraża się zależnością:

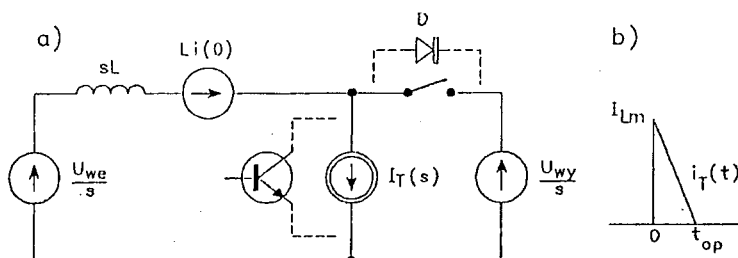
$$W_1 = \frac{U_{ces} U_{wem} t_0^2 F}{\omega_s L} \left(1 - \frac{\pi}{4} \cdot \frac{U_{wem}}{U_{wys}} \right). \quad (11)$$

Średnia moc strat na nasycenie w tym samym czasie będzie zatem równa

$$P_1 = W_1 \cdot 2f_s = \frac{U_{ces} U_{wem} t_0^2 F}{\pi L} \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4} \cdot \frac{U_{wem}}{U_{wys}} \right). \quad (12)$$

Z punktu widzenia strat występujących przy przełączaniu tranzystora, w układzie istotne mogą być jedynie straty przy jego wyłączaniu. Jest tak dlatego, gdyż przy załączaniu tranzystora napięcie na nim bardzo szybko spada do małej wartości (U_{ces}) (obciążenie indukcyjne), a samo narastanie prądu tranzystora wynikające z jego załączania w każdym okresie kluczowania płynnie przechodzi w „normalne” narastanie prądu w przedziale $(0, t_1)$ tego okresu. Występujące wtedy straty zostały już uwzględnione w wyrażeniu (12).

W celu obliczenia strat przy wyłączaniu tranzystora posłużymy się schematem zastępczym układu przedstawionym na rys. 2a, przy założeniu, że prąd tranzystora przy wyłączaniu ma przebieg jak na rys. 2b. Czas t w tym przypadku jest liczony od momentu rozpoczęcia opadania prądu tranzystora.



Rys. 2. Układ do obliczeń strat przy wyłączaniu tranzystora a) operatorowy schemat zastępczy [3], b) przyjęty przebieg prądu tranzystora

Przy uwzględnieniu tutaj, że $i_L(0) = \frac{U_{we}}{L} t_1$ oraz przy chwilowym założeniu braku diody D, elementarna analiza daje następującą zależność na napięcie kolektor-emiter tranzystora w czasie opadania prądu:

$$u_{ce}(t) = U_{we} \left(1 + \frac{t_1}{t_{op}} \right). \quad (13)$$

Dla czasów: t_1 rzędu kilku-kilkunastu μs i t_{op} rzędu ułamka μs oznacza to, że z chwilą rozpoczęcia zanikania prądu tranzystora, napięcie na nim może prawie natychmiast osiągnąć wartość wielokrotnie przewyższającą napięcie wejściowe. W układzie jest jednak dioda D, która wówczas otwiera się i ogranicza napięcie U_{ce} tranzystora do wartości zbliżonej do napięcia wyjściowego (dokładniej do wartości $U_{wy} + U_D$, gdzie U_D jest spadkiem napięcia na przewodzącej diodzie). Stąd wynika wniosek, że praktycznie cały proces wyłączania tranzystora w przeciągu każdego okresu kluczkowania zachodzi przy napięciu na tranzystorze równym $U_{wy} + U_D \approx U_{wy}$. Pozwala to na łatwe obliczenie strat energii przy wyłączaniu tranzystora w jednym okresie kluczkowania.

$$W_{2n} = U_{wyn} \cdot \int_0^{t_{op}} I_{Lmn} \left(1 - \frac{t}{t_{op}} \right) dt = \frac{U_{wyn} U_{wen} t_1 n t_{op}}{2L}. \quad (14)$$

Energia strat w całym półokresie sieci będzie odpowiednią sumą wyrażeń postaci (14)

$$W_2 = \frac{t_{op}}{2L} (t_{11} U_{we1} U_{wy1} + t_{12} U_{we2} U_{wy2} + \dots). \quad (15)$$

Podobnie, jak to zrobiono poprzednio, wyrażenie w nawiasie można przybliżyć przez całkę oznaczoną

$$W_2 = \frac{t_{op}}{2L} \int_0^{T_s/2} u_{we}(t) u_{wy}(t) t_1 dt. \quad (16)$$

Podstawiając zależności ([1]—1, 34 i 12) na $u_{we}(t)$, $u_{wy}(t)$, t_1 i ([1]—35) na U_{wys} oraz dokonując obliczeń uzyskamy

$$W_2 = \frac{U_{wem} U_{wys} t_0 t_{op} F}{2\omega_s L} \cdot I_2, \quad (17)$$

gdzie:

$$I_2 = \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \frac{U_{wem}}{U_{wys}} \frac{\sin x}{g(x)}} g(x) \sin x dx. \quad (18)$$

Analityczne obliczenie całki I_2 jest prawdopodobnie niemożliwe [2], dlatego jej wartość obliczono numerycznie.

Dla $U_{wem}=311$ V, $U_{wys}=350$ V jest ona odpowiednio równa:

$$\begin{aligned} \text{dla} \quad \omega_s RC = 1 \quad I_2 &= 1,187... \\ \omega_s RC = 2 \quad I_2 &= 1,101... \\ \omega_s RC = 5 \quad I_2 &= 1,057... \end{aligned}$$

Natomiast, jeżeli przyjąć analogicznie upraszczające założenie stałości napięcia wyjściowego, wartość całki (18) jest równa $I_2=1,0470...$, a więc nieznacznie mniej.

Średnią moc na przełączanie tranzystora możemy zatem wyrazić następująco:

$$P_2 = W_2 \cdot 2f_s = \frac{U_{wem} U_{wys} t_0 t_{op} F}{2\pi L} \cdot I_2. \quad (19)$$

2.2. STRATY MOCY W CEWCE

Cewka stosowana w układzie jest wykonywana zwykle na rdzeniu ferrytowym. Z krajowych mogą tu być stosowane rdzenie typu EE, EC i ETD, przystosowane do pracy z dużymi wartościami indukcji [4]. Są one wykonywane z ferrytów dwóch rodzajów: F—806 i F—807. Ten drugi ma mniejszą stratność, dlatego przyjęto go do dalszych rozważań.

Obliczenie mocy strat w cewce jest dość złożone. Składają się na nie straty w uzwojeniu i straty w rdzeniu. Te ostatnie zależą nieliniowo od amplitudy zmian indukcji i także nieliniowo od ich częstotliwości. Związek między stratami w rdzeniu a wartością skuteczną sinusoidalnej indukcji i częstotliwością przedstawiony został w [4] w postaci rodziny wykresów. Dla poniższych obliczeń związek ten ujęto analitycznie przybliżoną zależnością:

$$P = V_e (aB + \beta B^2) \left(\frac{f}{f_0} \right)^w, \quad (20)$$

gdzie:

P — moc strat w rdzeniu,

V_e — objętość rdzenia,

B — wartość skuteczna indukcji ($B \leq 0,25$ T),

f_0 — 15000 Hz (częstotliwość odniesienia),

$a = 3 \cdot 10^4$ W/m³; $\beta = 1,8 \cdot 10^6$ W/m³T²; $w = 1,15$.

Wartości współczynników a , β i w określono przez „dopasowanie” zależności (20) do przebiegu wykresów podanych w [4] dla ferrytu F—807 (rozwiązując odpowiedni układ równań).

Indukcję w rdzeniu można powiązać z prądem w uzwojeniu cewki następującą zależnością:

$$B = \frac{L \cdot I}{A_z \cdot z}, \quad (21)$$

gdzie:

L — indukcyjność cewki,

I — natężenie prądu w uzwojeniu,

A_z — powierzchnia przekroju poprzecznego rdzenia,

z — liczba zwojów, uzwojenia.

Podstawowa trudność obliczeń strat w rdzeniu polega na tym, że przebieg w nim indukcji jest niesinusoidalny (ponieważ taki jest prąd w uzwojeniu). Dodatkowo, impuls prądu i_L w każdym okresie kluczkowania ma inny kształt. Z tego względu przyjęto tu następujący algorytm obliczeń strat mocy w cewce.

Dla danego okresu kluczkowania (np. n -tego w półokresie sieci) można określić parametry impulsu prądu i_L , czyli parametry I_{Lmn} , t_{1n} , t_{2n} . Zakładając, że mamy do czynienia z okresowym ciągiem takich samych impulsów, można wyznaczyć w nim zawartość harmonicznych. Analiza funkcji $i_{Ln}(t)$ będącej właśnie takim ciągiem impulsów daje dla niej następującą postać szeregu Fouriera:

$$i_{Ln}(t) = c_{n0} + \sum_{k=1}^{\infty} c_{nk} \sin(k\omega t + \varphi_{nk}), \quad (22)$$

gdzie:

$$\omega = 2 \cdot \Pi \cdot F = 2 \cdot \Pi / T$$

$$c_{n0} = I_{Lmn}(t_{1n} + t_{2n})F$$

$$c_{nk} = \sqrt{a_{nk}^2 + b_{nk}^2}, \text{ natomiast} \quad (23)$$

$$a_{nk} = \frac{I_{Lmn}}{\Pi \omega k^2} \cdot \left(\frac{\cos k\omega t_{1n} - 1}{t_{1n}} + \frac{\cos k\omega t_{1n} - \cos k\omega(t_{1n} + t_{2n})}{t_{2n}} \right)$$

$$b_{nk} = \frac{I_{Lmn}}{\Pi \omega k^2} \cdot \left(\frac{\sin k\omega t_{1n}}{t_{1n}} + \frac{\sin \omega t_{1n} - \sin k\omega(t_{1n} + t_{2n})}{t_{2n}} \right)$$

$$\varphi_{nk} = \arctg b_{nk}/a_{nk} \quad (\text{parametr tutaj nieistotny}).$$

Dla każdej harmonicznej należy obliczyć odpowiadającą jej wartość skuteczną indukcji w rdzeniu i związane z tym straty wg zależności:

$$P_{nk} = V_e(aB_{nk} + \beta B_{nk}^2) \left(\frac{kF}{f_0} \right)^w \quad (24)$$

gdzie:

P_{nk} — moc strat w rdzeniu dla k -tej harmonicznej,

B_{nk} — wartość skuteczna k -tej harmonicznej indukcji

$$B_{nk} = \frac{L \cdot c_{nk}}{\sqrt{2} \cdot A_z \cdot z}. \quad (25)$$

Obliczenia takie należy powtórzyć dla założonej liczby harmonicznych, sumując otrzymywane wartości mocy strat P_{nk}

$$P_n = \sum_{k=1}^h P_{nk}, \quad (26)$$

gdzie h jest liczbą uwzględnianych harmonicznych. W końcu powyższe obliczenia należy powtórzyć dla wszystkich okresów kluczkowania zawartych w jednym półokresie sieci. Otrzymane w każdym okresie kluczkowania straty P_n należy zsumować z taką wagą, jaki jest udział jednego okresu kluczkowania w całym półokresie napięcia sieciowego, tzn. z wagą $2f_s/F$.

$$P_{fe} = \sum_{n=1}^{F/2f_s} P_n \cdot \frac{2f_s}{F}. \quad (27)$$

W wyniku takich obliczeń otrzyma się wartość liczbową średniej mocy strat w rdzeniu cewki P_{fe} .

Składowa średnia przebiegu $i_L(t)$, będąca uśrednionym (wygładzonym) prądem wejściowym $i_{we}(t)$ układu i określona przez kolejne wartości c_{n0} , wykazuje zmienność z okresem $1/2f_s$. Widmo prądu $i_L(t)$ zawiera więc także niskoczęstotliwościowe składowe. Mają one częstotliwości będące parzystymi krotnościami sieci i również powodują pewne straty w rdzeniu cewki. Jednak — jak wykazały obliczenia autora — ich udział w bilansie strat w cewce jest znikomy (poniżej 10^{-3}) i dlatego nie będą one tu rozważane.

Obliczenie mocy strat w uzwojeniu jest prostsze. Na wstępie należy obliczyć jego rezystancję. Wynika ona z rozmiarów korpusu cewki, które są związane z typem oraz rozmiarem rdzenia i wyraża się następująco:

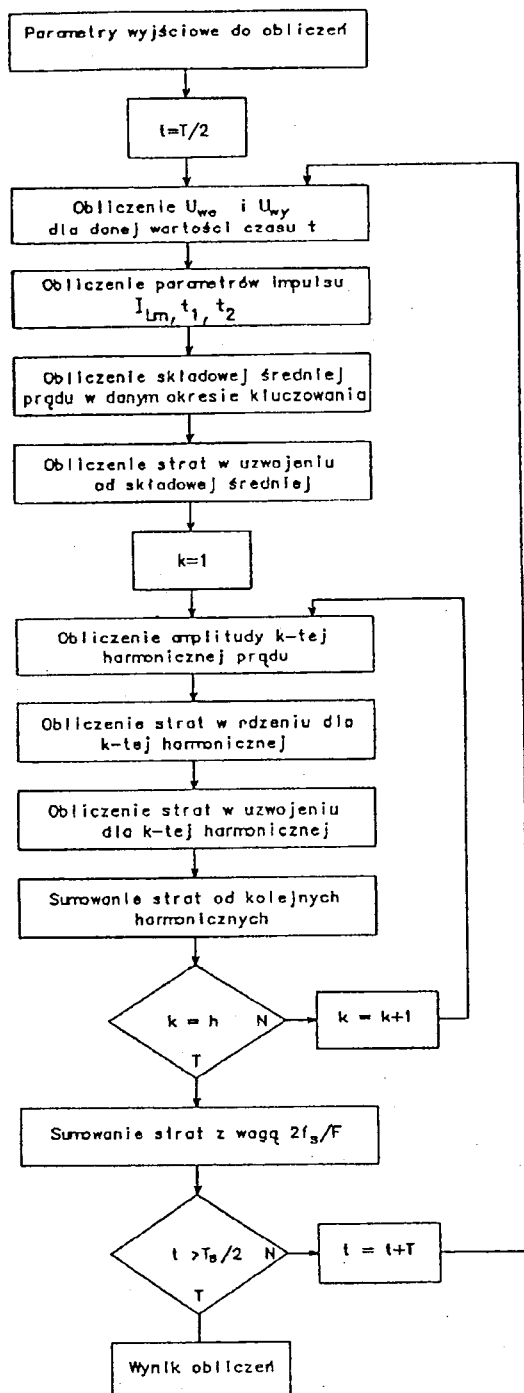
$$r_{cu} = \frac{\rho \cdot l_z \cdot z^2}{k_{cu} \cdot S_o} \quad (28)$$

gdzie:

- ρ — rezystywność miedzi (jako materiału uzwojenia),
- l_z — średnia długość jednego zwoju,
- S_o — powierzchnia okna wypełniona uzwojeniem,
- k_{cu} — współczynnik wypełnienia okna (przyjęto $k_{cu}=0,5$).

Procedura obliczeń mocy strat w uzwojeniu polegać będzie — tak jak dla rdzenia — na obliczeniu ich najpierw dla jednego (n -tego) okresu kluczkowania. Tę moc, oznaczoną tu przez P_{cun} , można obliczyć znając wartość skuteczną przebiegu $i_{Ln}(t)$. Wykorzystując znaną zależność, że kwadrat wartości skutecznej przebiegu odkształconego jest równy sumie kwadratów wartości skutecznych jego harmonicznych, można napisać

$$P_{cun} = r_{cu} \left(c_{n0}^2 + \sum_{k=1}^h \frac{c_{nk}^2}{2} \right). \quad (29)$$



Rys. 3. Schemat blokowy programu obliczeń strat w rdzeniu i w uzwojeniu cewki

Obliczenia powyższe należy powtórzyć dla wszystkich okresów kluczkowania sumując otrzymywane wartości P_{cun} z wagą $2f_s/F$. Otrzymamy wtedy wartość mocy strat w uzwojeniu cewki, uśrednionej w półokresie napięcia sieciowego:

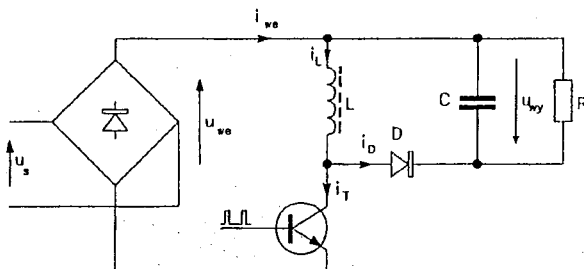
$$P_{cu} = \sum_{n=1}^{F/2f_s} P_{cun} \cdot \frac{2f_s}{F}. \quad (30)$$

Ilustrację powyższych algorytmów obliczeń mocy strat w cewce stanowi ich schemat blokowy przedstawiony na rys. 3. Według tego schematu ułożono stosowny program komputerowy, łączący w sobie obliczanie strat w rdzeniu i w uzwojeniu, który wykorzystano wielokrotnie przy różnych parametrach wyjściowych jak: napięcie wyjściowe, indukcyjność i liczba zwojów cewki, rodzaj rdzenia itp.

3. ANALIZA UKŁADU II

3.1. STRATY W TRANZYSTORZE

Powtórzenie powyższych obliczeń dla układu II (przedstawionego na rys. 4) będzie prostsze, między innymi dlatego, że czas przewodzenia tranzystora we wszystkich okresach kluczkowania jest stały ($t_1 = t_0$).



Rys. 4. Schemat ideowy układu II

Rozważmy energię traconą przy nasyceniu tranzystora. Ze względu na duże podobieństwo zjawisk zachodzących w układach I i II, energię tę w jednym (n -tym) okresie kluczkowania można wyrazić wzorem, podobnym do (3):

$$W_{1n} = \frac{U_{ces} U_{we1} t_0^2}{2L}. \quad (31)$$

Energia tracona w całym półokresie sieci będzie odpowiednią sumą wyrażeń postaci (31)

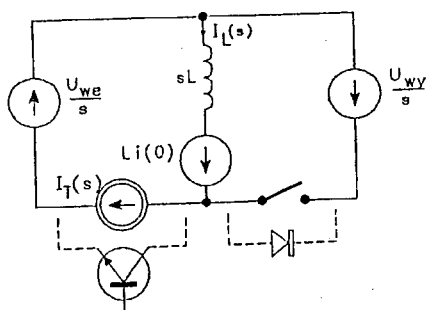
$$W_1 = \frac{U_{ces} t_0^2}{2L} (U_{we1} + U_{we2} + \dots), \quad (32)$$

którą można przybliżyć następująco (z błędem $< 1\%$):

$$W_1 = \frac{U_{ces} t_0^2 F}{2L} \int_0^{T_s/2} u_{we}(t) dt = \frac{U_{ces} U_{wem} t_0^2 F}{\omega_s L} \quad (33)$$

Uwzględniono tu postać wyrażenia na napięcie wejściowe ([1]–1). Średnia w pół-okresie sieci moc strat na nasycenie tranzystora będzie zatem równa

$$P_1 = W_1 \cdot 2f_s = \frac{U_{ces} U_{wem} t_0^2}{\pi \cdot L} \cdot F. \quad (34)$$



Rys. 5. Operatorowy schemat zastępczy układu II w czasie wyłączania tranzystora [3]

Do obliczenia strat przy wyłączaniu tranzystora wykorzystajmy schemat zastępczy układu w tym stanie, zamieszczony na rys. 5. Przyjmijmy, że proces zanikania prądu tranzystora jest opisany taką samą funkcją, jak to było przyjęte dla układu I. Prosta analiza przedstawionego schematu prowadzi do wniosku, że z chwilą rozpoczęcia opadania prądu napięcie na cewce bardzo szybko osiąga wartość równą $U_{wy} + U_D \approx U_{wy}$; na większy wzrost napięcia nie pozwala tu obecność diody. Z konfiguracji układu wynika, że w tym przypadku napięcie na tranzystorze osiągnie wartość równą $U_{we} + U_{wy}$, a więc jeszcze większą. Stąd wniosek, że w tym układzie zatykanie tranzystora odbywa się przy większym napięciu niż w układzie I. Będzie to związane z większymi stratami mocy.

Energię traconą w czasie zatykania tranzystora w jednym okresie kluczkowania można zatem wyrazić następująco:

$$W_{2n} = \int_0^{t_{op}} (U_{wen} + U_{wyn}) I_{Lmn} \left(1 - \frac{t}{t_{op}}\right) dt = \frac{(U_{wen} + U_{wyn}) U_{went_0} t_{op}}{2L} \quad (35)$$

Energia tracona w przeciągu półokresu sieci będzie równa sumie energii (35)

$$W_2 = \frac{t_0 t_{op}}{2L} \cdot (U_{we1}^2 + U_{we1} U_{wy1} + U_{we2}^2 + U_{we2} U_{wy2} + \dots). \quad (36)$$

Wartość wyrażenia (36) można przybliżyć całką

$$W_2 = \frac{t_0 t_{op}}{2L} \cdot F \int_0^{T_s/2} (u_{we}^2(t) + u_{we}(t)u_{wy}(t)) dt. \quad (37)$$

Podstawiając wyrażenia na $u_{we}(t)$ i $u_{wy}(t)$ ([1]–1 i 34) i dokonując przekształceń oraz obliczeń otrzymamy

$$W_2 = \frac{U_{wem}^2 t_0 t_{op} F}{\omega_s L} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{wys}}{U_{wem}} \cdot I3 \right), \quad (38)$$

gdzie:

$$I3 = \int_0^{\pi} g(x) \sin x dx, \quad (39)$$

zaś $g(x)$ dane jest wyrażeniem (10).

Analityczne obliczenie całki (39) może być trudne [2], dlatego zrobiono to numerycznie. Jej wartość jest zbliżona do 2, np.:

$$\begin{aligned} \omega_s RC = 1 \quad I3 &= 2,104... \\ \omega_s RC = 2 \quad I3 &= 2,041... \\ \omega_s RC = 5 \quad I3 &= 2,008... \end{aligned}$$

Jeżeli przyjąć stałość napięcia wyjściowego ($g(x)=1$), to oczywiście $I3=2$. Na podstawie powyższych wyników można z wystarczającą tu dokładnością przyjąć, że dla niewielkich tętnień napięcia wyjściowego $I3=2$; wyrażenie (38) przyjmuje wówczas prostszą postać

$$W_2 = \frac{U_{wem}^2 t_0 t_{op} F}{\omega_s L} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{U_{wys}}{U_{wem}} \right), \quad (40)$$

a średnia moc strat przy wyłączaniu tranzystora będzie równa

$$P_2 = W_2 \cdot 2f_s = \frac{U_{wem}^2 t_0 t_{op} F}{\pi L} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{U_{wys}}{U_{wem}} \right). \quad (41)$$

3.2. STRATY W CEWCE

Na bazie rozważań przedstawionych w p. 2.2, obliczenie strat mocy w cewce dla układu II będzie proste. Algorytm obliczeń tych strat nie zmieni się, gdyż kształty impulsów prądu $i_L(t)$ pod względem jakościowym dla obydwu układów są takie same. Jediną różnicą ilościową będzie tu sposób obliczania czasów t_1 i t_2 w każdym okresie kluczkowania; dla układu II obowiązują bowiem zależności ([1]–42 i 38):

$$t_1 = t_0 = const,$$

$$t_2 = t_1 \cdot \frac{U_{we}}{U_{wy}}.$$

Powyższe zależności wprowadzono do wymienionego w p. 2.2 programu komputerowego, dostosowując go w ten sposób do obliczeń układu II.

4. OBLICZENIA I WNIOSKI

Na bazie rozważań z p. 2 i 3 przeprowadzono obliczenia strat mocy w obydwu układach, przy czym – dla ułatwienia porównań – założono taką samą wartość ich mocy wyjściowej. Na tej podstawie, czas t_0 – istotny przy obliczeniach każdego rodzaju strat – wyznaczano według przekształconej zależności ([1]–35)

$$t_0 = \frac{2U_{wys}}{U_{wem}} \cdot \sqrt{\frac{L}{R \cdot F}} = \frac{2}{U_{wem}} \cdot \sqrt{\frac{P_{wy} \cdot L}{F}} \quad (42)$$

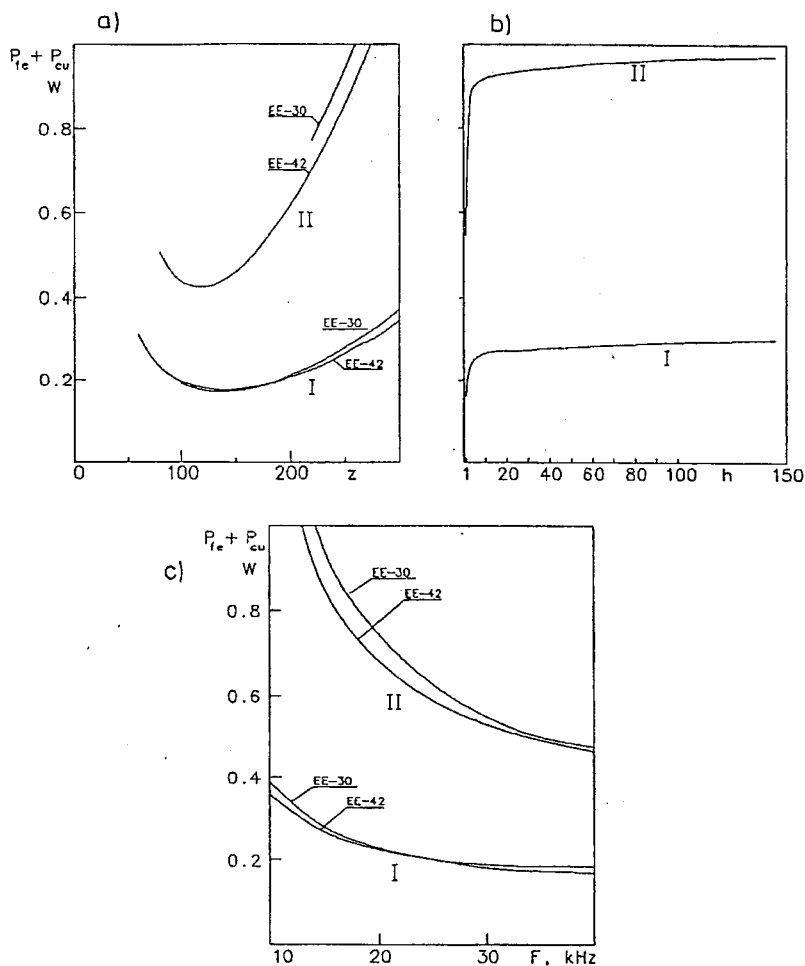
Do obliczeń przyjęto, że użyty w charakterze klucza tranzystor jest typu BU326 lub podobnego, w związku z czym ustalono: $U_{ces}=2$ V, $t_{op}=0,5$ μ s. Skończona częstotliwość graniczna tranzystora ($f_T=6$ MHz) powoduje, że impulsy prądu i_L przedstawione na rys. 1b są w rzeczywistości nieco wygładzone („zaokrąglone”). Wskutek tego zawartość harmonicznych w tym prądzie szybko maleje po przekroczeniu ich częstotliwości rzędu 500 kHz ($\beta > 15$). Dlatego w podstawowych obliczeniach strat mocy w cewce uwzględniono harmoniczne maksimum 40-go rzędu ($h=40$). Wyniki tych obliczeń zestawiono w tablicy 1.

Tablica 1

Wyniki obliczeń mocy strat w układach

$P_{wy}=50$ W, $U_{wem}=311$ V, $U_{ces}=2$ V, $F=15$ kHz, $f_c=50$ Hz, $t_{op}=0,5$ μ s, $\omega_s RC=5$, rdzeń EE–30 F–807, $z=250$, $h=40$					
Moc strat, W		Układ I		Układ II	
		$U_{wys} =$ 350 W	$U_{wys} =$ 380 V	$U_{wys} =$ 350 V	$U_{wys} =$ 380 V
na nasycenie tranzystora	L=1 mH	0,12	0,15	0,41	0,41
	L=2 mH	0,12	0,15	0,41	0,41
na przełączanie tranzystora	L=1 mH	1,61	1,94	5,18	5,44
	L=2 mH	1,14	1,37	3,66	3,85
łączna w tranzystorze	L=1 mH	1,73	2,09	5,59	5,85
	L=2 mH	1,26	1,52	4,07	4,26
w rdzeniu cewki	L=1 mH	0,05	0,05	0,09	0,10
	L=2 mH	0,06	0,06	0,13	0,13
w uzwojeniu cewki	L=1 mH	0,23	0,26	0,85	0,82
	L=2 mH	0,16	0,19	0,60	0,58
łączna w cewce	L=1 mH	0,28	0,31	0,94	0,92
	L=2 mH	0,22	0,25	0,73	0,71
łączna w układzie	L=1 mH	2,01	2,40	6,53	6,77
	L=2 mH	1,48	1,77	4,80	4,97

Oprócz tego wykonano dodatkowe obliczenia w celu zorientowania się o innych właściwościach układów. Były to obliczenia zależności strat mocy w cewce w zależności od liczby jej zwojów, od liczby uwzględnianych harmonicznych, od rodzaju rdzenia, od częstotliwości kluczkowania itp. Wyniki niektórych z tych obliczeń przedstawiono w postaci wykresów na rys. 6.



Rys. 6. Zależność mocy strat w cewce od: a) liczby zwojów i rodzaju rdzenia, b) liczby uwzględnianych harmonicznych ($L = 1$ mH, $U_{wys} = 350$ V; pozostałe parametry według tab. 1). c) częstotliwości kluczkowania ($L \sim 1/F$, $z \sim \sqrt{L}$)

W wynikach obliczeń zwraca uwagę znacznie większa moc strat w tranzystorze w układzie II niż w układzie I. Jest to dla nich typowe, gdyż na podstawie wprowadzonych zależności mamy:

$$\frac{P_1(\text{układ I})}{P_1(\text{układ II})} = 1 - \frac{\pi}{4} \cdot \frac{U_{wem}}{U_{wys}} = 0,3 \dots 0,35$$

oraz

$$\frac{P_2(\text{układ I})}{P_2(\text{układ II})} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{wys} I_2}{U_{wys} + \frac{\pi}{4} \cdot U_{wem}} \approx 0,3.$$

Główną przyczyną tego jest fakt, że w układzie II prąd szczytowy tranzystora (i cewki) osiąga — w porównywalnych warunkach — znacznie większe wartości niż w układzie I.

Przykładowo, dla $U_{we} = 311 \text{ V}$, $U_{wy} = 350 \text{ V}$ i $L = 1 \text{ mH}$ mamy:

$$\text{w układzie I} \quad I_{Lm} = 1,72 \text{ A},$$

$$\text{w układzie II} \quad I_{Lm} = 5,16 \text{ A}.$$

To powoduje, że układ II cechuje się zawsze większymi stratami w nasyceniu tranzystora, przy jego wyłączaniu, a także w rdzeniu cewki (większa indukcja) i w jej uzwojeniu. Wniosek ten będzie słuszny także wtedy, gdyby przyjąć inne wartości parametrów U_{ces} i t_{op} dla tranzystora oraz także wtedy, gdyby nie przyjmować upraszczających założeń odnośnie ich stałości.

Straty w cewce można nieco zmniejszyć dobierając odpowiednio liczbę jej zwojów, co jest widoczne na rys. 6a. Należy tu pamiętać, że zmniejszanie liczby zwojów prowadzi do zwiększania indukcji w rdzeniu (przy $L = \text{const}$) i może spowodować jego nasycenie ($B > 0,25 \text{ T}$), co jest niedopuszczalne i prowadzi do błędnych obliczeń (wykresy na rys. 6a obejmują obszary nienasycania się rdzeni). Fakt występowania minimum strat w cewce przy określonej liczbie zwojów można wytłumaczyć tym, że straty w uzwojeniu

$$P_{cu} \sim r_{cu} \sim z^2,$$

natomiast straty w rdzeniu (w przybliżeniu)

$$P_{fe} \sim B^2 \sim 1/z^2.$$

Rys. 6b ilustruje zależność wyliczonej mocy strat w cewce od liczby uwzględnianych harmonicznych. Wynika z niego, że wpływ harmonicznych wyższych niż 10–20 rzędu na wartość mocy strat jest już nieznaczny. Przez zwiększenie częstotliwości kluczkowania przy jednoczesnym zmniejszaniu indukcyjności i liczby zwojów cewki można znacznie zmniejszyć w niej straty mocy. Zostało to przedstawione na rys. 6c. Należy jednak pamiętać, że następuje wówczas silny wzrost strat mocy na przełączenie tranzystora (patrz: Dodatek, przypadek 5).

Na podstawie wyników obliczeń można oszacować w przybliżeniu maksymalne sprawności energetyczne obydwu układów (przy przyjętych parametrach tranzystora). Będą one równe ($L = 2 \text{ mH}$):

dla układu I $\eta < 96\%$,

dla układu II $\eta < 88\%$.

W rzeczywistości sprawności te będą jeszcze mniejsze z powodu strat w diodzie (według obliczeń autora — rzędu 0,3 W), w kondensatorze (z powodu jego stratności — rzędu 0,5 W), w układzie sterującym i w innych występujących praktycznie elementach, które tu pominięto dla skrócenia rozważań. Zawsze jednak sprawność układu II będzie w porównywalnych warunkach mniejsza od sprawności układu I.

Ostateczne porównanie obydwu układów pod względem ich parametrów użytkowych jest w świetle otrzymanych wyników trudniejsze niż to było w [1]. Układ II cechuje się prostym sterowaniem i elastycznością w doborze U_{wys} , natomiast jego sprawność energetyczna jest wyraźnie mniejsza. Wydaje się więc, że z tego powodu pierwszeństwo w aplikacjach należy oddać układowi I-szemu, zwłaszcza że wymagane wtedy jego złożone sterowanie może zapewnić specjalizowany układ scalony w rodzaju np. TDA 4814 [5].

BIBLIOGRAFIA

1. M. G o t f r y d: *Analiza układów impulsowych do zmniejszania zniekształceń prądu sieciowego — zależności podstawowe*. Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, 1992, 38, z. 4, ss...
2. И. С. Г р а д ш т е й н, И. М. Р ы ж и к: *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*. Изд. Москва: Наука 1971
3. J. O s i o w s k i: *Zarys rachunku operatorowego. Teoria i zastosowanie w elektrotechnice*. Warszawa: WNT 1972
4. *Ferrytowe rdzenie EE, EC, ETD*. Karta katalogowa. Zakład Materiałów Magnetycznych POLFER. WEMA 1987
5. C. R u d n i c k i: *Korekcja współczynnika mocy*. Elektronizacja 1990, nr 4, s. 15–17

D O D A T E K

STRATY MOCY W UKŁADACH W FUNKCJI CZĘSTOTLIWOŚCI KLUCZOWANIA

$$P_{wy}=50 \quad U_{wem}=311 \quad U_{wys}=350 \quad U_{ces}=2 \quad \omega RC=5 \quad t_{op}=0.5e-6 \quad h=40$$

$$t_0 = \frac{2}{U_{wem}} \sqrt{\frac{P_{wy} L}{F}}$$

Przypadek 1.	$F \nearrow$	$L \nearrow$	$z \nearrow$	$t_0 = \text{const}$
Przypadek 2.	$F \nearrow$	$L \nearrow$	$z = \text{const}$	$t_0 = \text{const}$
Przypadek 3.	$F \nearrow$	$L = \text{const}$	$z = \text{const}$	$t_0 \searrow$
Przypadek 4.	$F \nearrow$	$L \searrow$	$z = \text{const}$	$t_0 \searrow$
Przypadek 5.	$F \nearrow$	$L \searrow$	$z \searrow$	$t_0 \searrow$

Przypadek 1 — zmienna indukcyjność — zmienna liczba zwojów cewki:

$$z = 250 \cdot \text{SQR}(L/1\text{mH})$$

UKŁAD 1 rdzeń EE—30 F807

$F = 10\text{k}$ $L = 0.67\text{mH}$ $P_1 = 0.278$ $P_2 = 2.419$ $P_{fe} = 0.063$ $P_{cu} = 0.785$ $P_{cew} = 0.848$ $s = 3.545$

$F = 15\text{k}$ $L = 1.00\text{mH}$ $P_1 = 0.278$ $P_2 = 2.419$ $P_{fe} = 0.060$ $P_{cu} = 0.785$ $P_{cew} = 0.845$ $s = 3.542$

$F = 20\text{k}$ za duży czas to

rdzeń EE-42 F807

F = 10k L=0.67mH P1=0.278 P2=2.419 Pfe= 0.072 Pcu= 0.697 Pcew=0.769 s= 3.466

F = 15k L=1.00mH P1=0.278 P2=2.419 Pfe= 0.068 Pcu= 0.697 Pcew=0.765 s= 3.462

F = 20k za duży czas to

UKŁAD 2 rdzeń EE-30 F807

F = 10k L=0.67mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.142 Pcu= 2.861 Pcew=3.003 s=11.695

F = 15k L=1.00mH P1=0.921 P2=7.700 Pfe= 0.136 Pcu= 2.864 Pcew=3.000 s=11.691

F = 20k L=1.33mH P1=0.921 P2=7.700 Pfe= 0.129 Pcu= 2.851 Pcew=2.980 s=11.672

F = 25k L=1.67mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.121 Pcu= 2.851 Pcew=2.972 s=11.663

F = 30k L=2.00mH P1=0.921 P2=7.700 Pfe= 0.111 Pcu= 2.855 Pcew=2.966 s=11.658

F = 35k za duży czas to

rdzeń EE-42 F807

F = 10k L=0.67mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.134 Pcu= 2.540 Pcew=2.674 s=11.366

F = 15k L=1.00mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.126 Pcu= 2.543 Pcew=2.669 s=11.361

F = 20k L=1.33mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.120 Pcu= 2.531 Pcew=2.651 s=11.343

F = 25k L=1.67mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.113 Pcu= 2.532 Pcew=2.645 s=11.336

F = 30k L=2.00mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.107 Pcu= 2.535 Pcew=2.642 s=11.334

F = 35k za duży czas to

Przypadek 2 — zmienna indukcyjność — stała liczba zwojów cewki: z=250

UKŁAD 1 rdzeń EE-30 F807

F = 10k L=0.67mH P1=0.287 P2=2.419 Pfe= 0.049 Pcu= 1.178 Pcew=1.227 s= 3.924

F = 15k L=1.00mH P1=0.278 P2=2.419 Pfe= 0.060 Pcu= 0.785 Pcew=0.845 s= 3.542

F = 20k za duży czas to

rdzeń EE-42 F807

F = 10k L=0.67mH P1=0.278 P2=2.419 Pfe= 0.057 Pcu= 1.046 Pcew=1.103 s= 3.801

F = 15k L=1.00mH P1=0.278 P2=2.419 Pfe= 0.068 Pcu= 0.697 Pcew=0.765 s= 3.462

F = 20k za duży czas to

UKŁAD 2 rdzeń EE-30 F807

F = 10k L=0.67mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.105 Pcu= 4.296 Pcew=4.401 s=13.093

F = 15k L=1.00mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.136 Pcu= 2.864 Pcew=3.000 s=11.691

F = 20k L=1.33mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.161 Pcu= 2.148 Pcew=2.309 s=11.000

F = 25k L=1.67mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.179 Pcu= 1.719 Pcew=1.898 s=10.589

F = 30k L=2.00mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.189 Pcu= 1.432 Pcew=1.621 s=10.313

F = 35k za duży czas to

rdzeń EE-42 F807

F = 10k L=0.67mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.104 Pcu= 3.815 Pcew=3.919 s=12.611

F = 15k L=1.00mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.126 Pcu= 2.543 Pcew=2.669 s=11.361

F = 20k L=1.33mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.143 Pcu= 1.908 Pcew=2.051 s=10.743

F = 25k L=1.67mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.156 Pcu= 1.526 Pcew=1.682 s=10.373

F = 30k L=2.00mH P1=0.921 P2=7.770 Pfe= 0.165 Pcu= 1.272 Pcew=1.437 s=10.129

F = 35k za duży czas to

Przypadek 3 — stała indukcyjność — stała liczba zwojów cewki: z=250

UKŁAD 1 rdzeń EE-30 F807

F = 10k L=1.00mH P1=0.124 P2=1.317 Pfe=0.043 Pcu=0.285 Pcew=0.328 s=1.768

F = 15k L=1.00mH P1=0.124 P2=1.612 Pfe=0.047 Pcu=0.233 Pcew=0.280 s=2.016

F = 20k L=1.00mH P1=0.124 P2=1.862 Pfe=0.050 Pcu=0.202 Pcew=0.252 s=2.237

F = 25k L=1.00mH P1=0.124 P2=2.082 Pfe=0.052 Pcu=0.180 Pcew=0.233 s=2.438

F = 30k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 2.280 Pfe = 0.054 Pcu = 0.165 Pcew = 0.219 s = 2.623
 F = 35k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 2.463 Pfe = 0.056 Pcu = 0.152 Pcew = 0.208 s = 2.795
 F = 40k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 2.633 Pfe = 0.057 Pcu = 0.143 Pcew = 0.200 s = 2.957

rdzeń EE-42 F807

F = 10k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 1.317 Pfe = 0.053 Pcu = 0.253 Pcew = 0.306 s = 1.747
 F = 15k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 1.612 Pfe = 0.059 Pcu = 0.207 Pcew = 0.265 s = 2.002
 F = 20k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 1.862 Pfe = 0.063 Pcu = 0.179 Pcew = 0.242 s = 2.227
 F = 25k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 2.082 Pfe = 0.066 Pcu = 0.160 Pcew = 0.226 s = 2.431
 F = 30k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 2.280 Pfe = 0.069 Pcu = 0.146 Pcew = 0.215 s = 2.619
 F = 35k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 2.463 Pfe = 0.071 Pcu = 0.135 Pcew = 0.207 s = 2.793
 F = 40k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 2.633 Pfe = 0.073 Pcu = 0.127 Pcew = 0.200 s = 2.957

UKŁAD 2 rdzeń EE-30 F807

F = 10k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 4.230 Pfe = 0.088 Pcu = 1.039 Pcew = 1.128 s = 5.767
 F = 15k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 5.180 Pfe = 0.095 Pcu = 0.849 Pcew = 0.943 s = 6.533
 F = 20k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 5.982 Pfe = 0.099 Pcu = 0.735 Pcew = 0.843 s = 7.226
 F = 25k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 6.688 Pfe = 0.103 Pcu = 0.657 Pcew = 0.761 s = 7.858
 F = 30k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 7.326 Pfe = 0.107 Pcu = 0.600 Pcew = 0.707 s = 8.442
 F = 35k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 7.913 Pfe = 0.109 Pcu = 0.556 Pcew = 0.665 s = 8.988
 F = 40k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 8.459 Pfe = 0.112 Pcu = 0.520 Pcew = 0.631 s = 9.500

rdzeń EE-42 F807

F = 10k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 4.230 Pfe = 0.094 Pcu = 0.923 Pcew = 1.017 s = 5.656
 F = 15k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 5.180 Pfe = 0.103 Pcu = 0.754 Pcew = 0.856 s = 6.446
 F = 20k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 5.982 Pfe = 0.109 Pcu = 0.653 Pcew = 0.762 s = 7.153
 F = 25k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 6.688 Pfe = 0.114 Pcu = 0.584 Pcew = 0.698 s = 7.795
 F = 30k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 7.326 Pfe = 0.119 Pcu = 0.533 Pcew = 0.652 s = 8.387
 F = 35k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 7.913 Pfe = 0.123 Pcu = 0.493 Pcew = 0.616 s = 8.939
 F = 40k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 8.459 Pfe = 0.126 Pcu = 0.461 Pcew = 0.587 s = 9.456

Przypadek 4 — zmienna indukcyjność — stała liczba zwojów cewki: z = 250

UKŁAD 1 rdzeń EE-30 F807

F = 10k L = 1.50mH P1 = 0.124 P2 = 1.075 Pfe = 0.049 Pcu = 0.233 Pcew = 0.281 s = 1.480
 F = 15k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 1.612 Pfe = 0.047 Pcu = 0.233 Pcew = 0.280 s = 2.016
 F = 20k L = 0.75mH P1 = 0.124 P2 = 2.150 Pfe = 0.047 Pcu = 0.233 Pcew = 0.279 s = 2.553
 F = 25k L = 0.60mH P1 = 0.124 P2 = 2.687 Pfe = 0.047 Pcu = 0.233 Pcew = 0.280 s = 3.091
 F = 30k L = 0.50mH P1 = 0.124 P2 = 3.225 Pfe = 0.047 Pcu = 0.233 Pcew = 0.280 s = 3.628
 F = 35k L = 0.43mH P1 = 0.124 P2 = 3.762 Pfe = 0.047 Pcu = 0.233 Pcew = 0.280 s = 4.166
 F = 40k L = 0.38mH P1 = 0.124 P2 = 4.300 Pfe = 0.048 Pcu = 0.233 Pcew = 0.281 s = 4.704

rdzeń EE-42 F807

F = 10k L = 1.50mH P1 = 0.124 P2 = 1.075 Pfe = 0.057 Pcu = 0.207 Pcew = 0.264 s = 1.463
 F = 15k L = 1.00mH P1 = 0.124 P2 = 1.612 Pfe = 0.059 Pcu = 0.207 Pcew = 0.265 s = 2.002
 F = 20k L = 0.75mH P1 = 0.124 P2 = 2.150 Pfe = 0.063 Pcu = 0.207 Pcew = 0.267 s = 2.540
 F = 25k L = 0.60mH P1 = 0.124 P2 = 2.687 Pfe = 0.061 Pcu = 0.207 Pcew = 0.268 s = 3.079
 F = 30k L = 0.50mH P1 = 0.124 P2 = 3.225 Pfe = 0.063 Pcu = 0.207 Pcew = 0.269 s = 3.618
 F = 35k L = 0.43mH P1 = 0.124 P2 = 3.762 Pfe = 0.064 Pcu = 0.207 Pcew = 0.270 s = 4.157
 F = 40k L = 0.38mH P1 = 0.124 P2 = 4.300 Pfe = 0.065 Pcu = 0.207 Pcew = 0.271 s = 4.695

UKŁAD 2 rdzeń EE-30 F807

F = 10k L = 1.50mH P1 = 0.409 P2 = 3.454 Pfe = 0.105 Pcu = 0.849 Pcew = 0.954 s = 4.817
 F = 15k L = 1.00mH P1 = 0.409 P2 = 5.180 Pfe = 0.095 Pcu = 0.849 Pcew = 0.943 s = 6.533
 F = 20k L = 0.75mH P1 = 0.409 P2 = 6.907 Pfe = 0.090 Pcu = 0.849 Pcew = 0.939 s = 8.255

$F = 25k \ L = 0.60mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 8.634 \ Pfe = 0.087 \ Pcu = 0.849 \ Pcew = 0.935 \ s = 11.705$
 $F = 30k \ L = 0.50mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 10.361 \ Pfe = 0.086 \ Pcu = 0.849 \ Pcew = 0.935 \ s = 11.705$
 $F = 35k \ L = 0.43mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 12.087 \ Pfe = 0.085 \ Pcu = 0.849 \ Pcew = 0.934 \ s = 13.431$
 $F = 40k \ L = 0.38mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 13.814 \ Pfe = 0.085 \ Pcu = 0.849 \ Pcew = 0.933 \ s = 15.157$

rdzeń EE-42 F807

$F = 10k \ L = 1.50mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 3.454 \ Pfe = 0.104 \ Pcu = 0.754 \ Pcew = 0.858 \ s = 4.721$
 $F = 15k \ L = 1.00mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 5.180 \ Pfe = 0.103 \ Pcu = 0.754 \ Pcew = 0.856 \ s = 6.446$
 $F = 20k \ L = 0.75mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 6.907 \ Pfe = 0.103 \ Pcu = 0.754 \ Pcew = 0.857 \ s = 8.173$
 $F = 25k \ L = 0.60mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 8.634 \ Pfe = 0.104 \ Pcu = 0.754 \ Pcew = 0.858 \ s = 9.901$
 $F = 30k \ L = 0.50mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 10.361 \ Pfe = 0.105 \ Pcu = 0.754 \ Pcew = 0.859 \ s = 11.629$
 $F = 35k \ L = 0.43mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 12.087 \ Pfe = 0.106 \ Pcu = 0.754 \ Pcew = 0.860 \ s = 13.357$
 $F = 40k \ L = 0.38mH \ P1 = 0.409 \ P2 = 13.814 \ Pfe = 0.107 \ Pcu = 0.754 \ Pcew = 0.861 \ s = 15.085$

Przypadek 5 – zmienna indukcyjność – zmienna liczba zwojów cewki: $z = 250 \cdot \text{SQR}(L/1mH)$

UKŁAD 1 rdzeń EE-30 F807

$F = 10k \ L = 1.50mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 1.07 \ Pfe = 0.038 \ Pcu = 0.349 \ Pcew = 0.387 \ s = 1.59$
 $F = 15k \ L = 1.00mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 1.61 \ Pfe = 0.047 \ Pcu = 0.233 \ Pcew = 0.280 \ s = 2.02$
 $F = 20k \ L = 0.75mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 2.15 \ Pfe = 0.055 \ Pcu = 0.174 \ Pcew = 0.229 \ s = 2.50$
 $F = 25k \ L = 0.60mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 2.69 \ Pfe = 0.063 \ Pcu = 0.139 \ Pcew = 0.202 \ s = 3.01$
 $F = 30k \ L = 0.50mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 3.22 \ Pfe = 0.070 \ Pcu = 0.115 \ Pcew = 0.185 \ s = 3.53$
 $F = 35k \ L = 0.43mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 3.76 \ Pfe = 0.076 \ Pcu = 0.099 \ Pcew = 0.175 \ s = 4.06$
 $F = 40k \ L = 0.38mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 4.30 \ Pfe = 0.082 \ Pcu = 0.087 \ Pcew = 0.170 \ s = 4.59$

rdzeń EE-42 F807

$F = 10k \ L = 1.50mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 1.07 \ Pfe = 0.046 \ Pcu = 0.310 \ Pcew = 0.356 \ s = 1.55$
 $F = 15k \ L = 1.00mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 1.61 \ Pfe = 0.059 \ Pcu = 0.207 \ Pcew = 0.265 \ s = 2.00$
 $F = 20k \ L = 0.75mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 2.15 \ Pfe = 0.070 \ Pcu = 0.154 \ Pcew = 0.224 \ s = 2.50$
 $F = 25k \ L = 0.60mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 2.69 \ Pfe = 0.081 \ Pcu = 0.123 \ Pcew = 0.204 \ s = 3.02$
 $F = 30k \ L = 0.50mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 3.22 \ Pfe = 0.090 \ Pcu = 0.102 \ Pcew = 0.193 \ s = 3.54$
 $F = 35k \ L = 0.43mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 3.76 \ Pfe = 0.100 \ Pcu = 0.088 \ Pcew = 0.187 \ s = 4.07$
 $F = 40k \ L = 0.38mH \ P1 = 0.12 \ P2 = 4.30 \ Pfe = 0.108 \ Pcu = 0.077 \ Pcew = 0.185 \ s = 4.61$

UKŁAD 2 rdzeń EE-30 F807

$F = 10k \ L = 1.50mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 3.45 \ Pfe = 0.079 \ Pcu = 1.271 \ Pcew = 1.350 \ s = 5.21$
 $F = 15k \ L = 1.00mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 5.18 \ Pfe = 0.095 \ Pcu = 0.849 \ Pcew = 0.943 \ s = 6.53$
 $F = 20k \ L = 0.75mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 6.91 \ Pfe = 0.109 \ Pcu = 0.634 \ Pcew = 0.742 \ s = 8.06$
 $F = 25k \ L = 0.60mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 8.63 \ Pfe = 0.122 \ Pcu = 0.506 \ Pcew = 0.627 \ s = 9.67$
 $F = 30k \ L = 0.50mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 10.36 \ Pfe = 0.134 \ Pcu = 0.421 \ Pcew = 0.554 \ s = 11.32$
 $F = 35k \ L = 0.43mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 12.09 \ Pfe = 0.144 \ Pcu = 0.361 \ Pcew = 0.505 \ s = 13.00$
 $F = 40k \ L = 0.38mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 13.81 \ Pfe = 0.154 \ Pcu = 0.318 \ Pcew = 0.472 \ s = 14.70$

rdzeń EE-42 F807

$F = 10k \ L = 1.50mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 3.45 \ Pfe = 0.082 \ Pcu = 1.129 \ Pcew = 1.211 \ s = 5.07$
 $F = 15k \ L = 1.00mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 5.18 \ Pfe = 0.103 \ Pcu = 0.754 \ Pcew = 0.856 \ s = 6.45$
 $F = 20k \ L = 0.75mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 6.91 \ Pfe = 0.122 \ Pcu = 0.563 \ Pcew = 0.684 \ s = 8.00$
 $F = 25k \ L = 0.60mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 8.63 \ Pfe = 0.139 \ Pcu = 0.449 \ Pcew = 0.588 \ s = 9.63$
 $F = 30k \ L = 0.50mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 10.36 \ Pfe = 0.155 \ Pcu = 0.373 \ Pcew = 0.528 \ s = 11.30$
 $F = 35k \ L = 0.43mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 12.09 \ Pfe = 0.169 \ Pcu = 0.320 \ Pcew = 0.490 \ s = 12.99$
 $F = 40k \ L = 0.38mH \ P1 = 0.41 \ P2 = 13.81 \ Pfe = 0.183 \ Pcu = 0.282 \ Pcew = 0.465 \ s = 14.69$

M. GOTFRYD

ANALYSIS OF PULSE CIRCUITS USED FOR DISTORTION'S REDUCTION OF INPUT MAINS CURRENT – ENERGY RELATIONS

S u m m a r y

In the paper there are presented calculation of power losses in two pulse circuits used for distortion's reduction of input mains current. Under certain simplifying assumptions there have been derived expressions for power losses in switching transistor and given algorithm for calculations of losses in the coil. There are presented results of multivariant calculations and the values of estimated energy efficiency of the circuits.

Względność poziomów ufności sumowania błędów narzędzi pomiarowych

ROMUALD RAKOWSKI

Wyższa Oficerska Szkoła Radiotechniczna, Jelenia Góra

Otrzymano 1991.10.05

Autoryzowano do druku 1991.11.20

Wykazano względność poziomów ufności probabilistycznego składania błędów pomiarów pośrednich na przykładzie geometrycznego sumowania błędów cząstkowych. Przedstawiono ufności pomiarów w stałych, niezmiennych układach i pomiarów w układach do których narzędzia pomiarowe (egzemplarze i typy) dobiera się losowo.

WSTĘP

W sumowaniu błędów cząstkowych pomiaru pośredniego, opartym na rachunku prawdopodobieństwa, obok wyniku tego sumowania — błędu granicznego wypadkowego, podaje się zawsze poziom ufności jego utrzymania. Okazuje się, że wartości poziomów ufności są względne i zależą od tego do jakiego zbioru zdarzeń elementarnych je odnosimy. Błędy graniczne określonego pomiaru pośredniego dokonanego w tym samym, niezmiennym układzie przyrządów mogą uzyskiwać różne ufności w zależności od tego do jakiego zbioru pomiarów (doświadczeń) będziemy je odnosić. Zagadnienia względności poziomów ufności autor zamierza przedstawić w odniesieniu do pomiarów pośrednich i przy zastosowaniu geometrycznego sumowania błędów cząstkowych.

2. ZBIORY BŁĘDÓW INSTRUMENTALNYCH W POMIARACH POŚREDNICH I ICH ROZKŁADY

Z przestrzeni zdarzeń elementarnych wyodrębnia się następujące zbiory błędów narzędziowych istotnych dla pomiarów pośrednich [4,5,8,9]

$$a) \quad V_{\Omega} = \{ \Delta x_{\Omega}(v, x, t_e, e) \} - \quad (1)$$

– zbiory błędów narzędziowych (podstawowych) przyrządów współcześnie eksploatowanych, różnych typów – przestrzeń zdarzeń elementarnych.

gdzie: Δx – błąd podstawowy przyrządu pomiarowego,

v – typ przyrządu, odpowiednio oznakowany,

x – wartość mierzona (punkt na podzielniku),

t_e – czas eksploatacji (liczony od momentu wyworowania),

e – egzemplarz, numer egzemplarza w rodzinie określonego typu.

$$b) \quad V_k = \{ \Delta x_{vk}(v, x, t_e, e) \} - \quad (2)$$

– zbiór błędów przyrządów rodziny typów przeznaczonych do pomiaru wielkości k , np. napięcia elektrycznego

gdzie: k – oznaczenie wielkości mierzonej, zbioru przyrządów różnych typów przeznaczonych do pomiaru określonej wielkości k , np. natężenia prądu, $k=1,2,\dots,d$; d – liczba wielkości mierzonych

$$c) \quad V_{kl} = \{ \Delta x_{kl}(x, t_e, e) \} - \quad (3)$$

– zbiory błędów rodziny przyrządów tego samego typu, oznaczonego symbolem kl $l=1,2,\dots,h$; h – liczba typów występujących w pomiarze wielkości k

$$d) \quad V_{klz} = \{ \Delta x_{klz}(x, t_e) \} \quad (4)$$

zbiór błędów w egzemplarzu przyrządu (jednym określonym egzemplarzu) oznaczonym numerem klz .

Przestrzeń zdarzeń elementarnych V_{Ω} podzielono zatem na następujące zbiory:

$$V_{\Omega} = \{ \Delta X_{\Omega}(v, x, t_e, e) \} \quad (5)$$

$$V_k = V_1, V_2, \dots, V_d \quad (6)$$

$$V_{kl} = V_{k1}, V_{k2}, \dots, V_{kh} \quad (7)$$

dla $k = 1,2,\dots,d$

$$V_{klz} = V_{kl1}, V_{kl2}, \dots, V_{klw} \quad (8)$$

dla $k = 1,2,\dots,d$

$l = 1,2,\dots,h$

Na podstawie dotychczasowej wieloletniej praktyki i wielu badań eksperymentalnych [1,2,3,5,8,9] można założyć następujące graniczne (najbardziej niekorzystne dla geometrycznego sumowania) rozkłady błędów

$$p(\Delta X_{\Omega}) - \quad (9)$$

– rozkład normalny symetryczny – nie przesunięty względem układu –GOG, gdzie $\pm G$ błędy graniczne określone klasą [5,6]

$$p(\Delta X_{vk}) - \quad (10)$$

– rozkład normalny, nie przesunięty [5,6]

$$p(\Delta X_{Vkl}) - \quad (11)$$

– rozkład normalny obcięty i przesunięty.

Asymetrię (przesunięcia) q tych rozkładów i ich odchylenia średnie kwadratowe $s=rG$ charakteryzują określone eksperymentalnie rozkłady $p(q)$, $p(r)$ [1,5,6,9], parametru kształtu r i asymetrii q

$$p(\Delta X_{Vklz}) - \quad (12)$$

– rozkłady o różnych kształtach (które można aproksymować kilkoma kształtami podstawowymi), najczęściej są normalne, zbliżone do jednostajnych, trójkątne, dwumodalne i inne [8,6].

Jako graniczny, najmniej korzystny dla dwóch zmiennych $y=f(x_1, x_2)$, można przyjąć rozkład jednostajny przesunięty o $q=0,5$ G; $\Delta X_{sr}=0,5$ G. Przypadek pomiaru pośredniego dla dwóch zmiennych przy tak przyjętych rozkładach uważa się za najmniej korzystny dla poziomów ufności geometrycznego sumowania. Ze wzrostem liczby zmiennych asymetria spłotu rozkładów (wyniku pomiaru $p(\Delta y)$) będzie malała, co zwiększa ufność sumowania błędów.

W przedstawionych rozważaniach przyjmuje się, o czym już wspomniano, geometryczne sumowania błędów cząstkowych pomiarów bezpośrednich $\frac{\partial y}{\partial X_i} G_i$, dla $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, gdzie y – wielkość mierzona pośrednio, $x_1, x_2, \dots, x_n$ – wielkości mierzone bezpośrednio. Geometryczne dodawanie realizuje się za pomocą wyrażeń:

$$G_y'' = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} G_i \right)^2} \quad (13)$$

$$G_y''' = \pm k \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} G_i \right)^2} \quad (14)$$

Na przykładzie geometrycznego sumowania zamierza się przedstawić względny charakter poziomów ufności zachowania błędów granicznych.

3. WZGLĘDNOŚĆ POZIOMÓW UFNOŚCI BŁĘDÓW GRANICZNYCH POMIARÓW POŚREDNICH

(pomiaru w stałym i zmiennym układzie przyrządów)

Pod terminem „pomiarów w stałym układzie” rozumie się zbiór wielu pomiarów (serii) wykonanych w jednym, raz zmontowanym zestawie tych samych przyrządów. Natomiast pod pojęciem „pomiaru w zmiennym układzie” rozumie się dobór przyrządów lub typów i egzemplarzy przyrządów do każdego pojedynczego pomiaru. Każdy pomiar dokonuje się w innym zestawie narzędzi pomiarowych.

3.1. POMIARY W UKŁADZIE DO KTÓREGO TYPY I EGZEMPLARZE PRZYRZĄDÓW DOBRANO LOSOWO

Wyjaśnienia wymaga tu pojęcie losowego doboru. Losowość doboru typu w tym przypadku odnosi się do losowego występowania parametrów jego rozkładu błędów, czyli asymetrii q i kształtu r [1,6] scharakteryzowanych rozkładami $p(r)$, $p(q)$ [5,6]. Jeżeli do pomiaru użyjemy typ przyrządu, nic nie wiedząc o parametrach jego rozkładu błędów (nie znając wartości r, q), wówczas dobór spełni warunek losowości. Natomiast losowość egzemplarza będzie zachowana, o ile dobierając egzemplarz nic nie wiemy i nie kierujemy się wartością jego błędu leżącego w przedziale $G > \Delta x > -G$. Na opisywaną tu losowość nie ma wpływu zdeterminowany dobór przyrządu np. co do jego klasy — błędu granicznego $\pm G$.

3.1.1. JEDEN POMIAR

(w układzie, do którego egzemplarze i typy dobrano losowo)

Wyniki doświadczeń będą w tym przypadku zawarte w zbiorach określonych wyrażeniami (5), (6). Odpowiadają im normalne i nie przesunięte (symetryczne) rozkłady (9), (10).

Wymienione zbiory zdarzeń — doświadczeń, będą obowiązywały pod warunkiem, że do każdego pomiaru zmontowano oddzielny układ przyrządów (z losowym doбором egzemplarzy i typów).

Rozkład błędów wyniku pomiaru pośredniego $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ jest spletem rozkładów błędów cząstkowych

$$p_{\alpha}(\Delta y) = p_1(\Delta x_{1,v_k}) * p_2(\Delta x_{1,v_k}) * \dots * p_n(\Delta x_{n,v_k}). \quad (15)$$

W oparciu o rozkład $p_{\alpha}(\Delta y)$ można obliczyć poziom ufności

$$\int_{-G_y''}^{G_y''} p_{\alpha}(\Delta y) d\Delta y \geq P_{\alpha}(G_y''), \quad (16)$$

który dla przyjętego wzoru na błąd graniczny (13) — geometrycznego sumowania, wynosi [5,6]

$$P_{\alpha}(G_y'') \geq 98,6\%. \quad (17)$$

3.1.2. SERIA POMIARÓW

(wiele pomiarów dokonywanych za pomocą tego samego układu przyrządów do którego typy i egzemplarze dobrano losowo)

Jeżeli dokonuje się wielu pomiarów w stałym raz zmontowanym układzie, wówczas poziom ufności powinniśmy odnosić do wyników serii pomiarów. Nie można wtedy mówić o wpływie losowości doboru typu i egzemplarza, ponieważ

losowość ta znika w odniesieniu do serii pomiarów, mimo pozostawienia niezmiennego układu przyrządów. Zbiór zdarzeń sprowadza się wówczas do przypadku (4), (8) z którego rozkłady $p(\Delta x_{V_{klz}})$ przyjmują różne kształty: jednostajne, normalne, trójkątne dwumodalne itp.

Rozkład błędów wyniku pomiaru pośredniego jest splotem

$$p_{V_{klz}}(\Delta y) = p_1(\Delta x_{1,V_{klz}}) * p_2(\Delta x_{2,V_{klz}}) * \dots * p_n(\Delta x_{n,V_{klz}}). \quad (18)$$

Natomiast poziom ufności oblicza się z wzoru

$$\int_{-G_y''}^{G_y''} p_{V_{klz}}(\Delta y) d\Delta y \geq P_{V_{klz}}(G_y''). \quad (19)$$

Jeżeli założymy jako graniczny rozkład jednostajny, położony asymetrycznie, o $|\Delta X_{sr}| \leq 0,5 G$ [6], otrzymamy

$$P_{V_{klz}}(G_y'') \geq 85\%. \quad (20)$$

Stosując w wyrażeniu na geometryczne sumowanie (14) mnożnik np. $k=1,15$ zwiększymy ufność do wartości 95%.

Z podrozdziałów 3.1.1 i 3.1.2 i uzyskanych wartości (17), (20) wynika, że poziom błędów pomiaru pośredniego, w tym samym układzie pomiarowym, może być różny i zależy od zbioru zdarzeń elementarnych, do którego pomiary odnosimy.

Pomiar pośredni pojedynczy, do którego zestawiliśmy układ przyrządów (losowo dobierając typy i egzemplarze) należy odnosić do rodziny tego typu pomiarów. Mamy zatem pomiary w zmiennych zestawach przyrządów. Ich wyniki tworzą zbiór zdarzeń elementarnych $\{\Delta x_{V_{kj}}; V_{k1}, V_{k2}, \dots, V_{kd} \in V_Q\}$.

Jeżeli tym samym układem przyrządów wykonuje się wiele pomiarów – serię, wówczas nie można mówić o losowości doboru egzemplarzy i typów, zmienia się na inny obowiązujący zbiór zdarzeń elementarnych, na $V_{klz}; V_{kl1}, V_{kl2}, \dots, V_{kln}$, które charakteryzują się rozkładami $p(\Delta x_{V_{klz}})$, a poziom ufności geometrycznego sumowania błędów (13) obniża się do wartości 85%.

Wykazano zatem, że poziomy ufności pomiarów pośrednich w tym samym układzie przyrządów mogą być różne i zależą od zbioru doświadczeń do których je odnosimy.

3.2. POMIARY W UKŁADZIE DO KTÓREGO EGZEMPLARZE PRZYRZĄDÓW DOBRANO LOSOWO

(nie zachodzi losowość w występowaniu typów)

Dotyczy to przypadków kiedy typy przyrządów występujących w układzie pomiarowym nie są zmienne (ciągle te same dla całej serii pomiarów), a losowy dobór ogranicza się tylko do egzemplarzy narzędzi pomiarowych. Obejmuje to również

pomiary kiedy występują zmiany typów w układzie przy nielosowym ich doborze. Nielosowy bądź losowy dobór typów odnosi się do parametrów ich rozkładów błędów r i q , i nie zależy od wartości klasy $\pm G$.

3.2.1. JEDEN POMIAR POŚREDNI

(w układzie do którego egzemplarze przyrządów dobrano losowo)

Dla pomiaru w układzie do którego egzemplarze przyrządów dobrano losowo, przestrzenią zdarzeń elementarnych są zbiory $\{\Delta x_{vkl}\}$. Liczne badania [1,5,6] wykazały, że rozkłady z tych zbiorów — rozkłady błędów rodzin przyrządów poszczególnych typów — są normalne, obcięte i przesunięte ($p(\Delta x_{vkl})$; wyraż. (11)). Charakteryzuje się je zapomocą parametrów

$$r = \frac{s}{|G|}; \quad q = \frac{c}{|G|} \quad (21)$$

gdzie: s — odchylenie średnie kwadratowe

$c = \Delta x_{sr}$ — przesunięcie rozkładu.

Badania eksperymentalne [1,5,6] wykazały, że graniczne parametry r , q nie przekraczają wartości

$$0,45 \geq q \geq -0,45; \quad 0,2 \leq r \leq 0,55. \quad (22)$$

Znając rozkłady rodzin przyrządów, użytych do pomiaru typów:

$$p_1(\Delta x_{1,vkl}), p_2(\Delta x_{2,vkl}), \dots, p_n(\Delta x_{n,vkl}) \quad (23)$$

oblicza się rozkład wyniku pomiaru — splot

$$p_{vkl}(\Delta y) = p_1(\Delta x_{1,vkl}) * p_2(\Delta x_{2,vkl}) * \dots * p_n(\Delta x_{n,vkl}). \quad (24)$$

Poziom ufności określa się z warunku

$$\int_{-G_y''}^{G_y''} p_{vkl}(\Delta y) d\Delta y \geq P_{vkl}(G_y''). \quad (25)$$

Dla geometrycznego sumowania (13)

$$P_{vkl}(G_y'') \geq 95\%. \quad (26)$$

3.2.2. SERIA POMIARÓW

(w stałym niezmienionym układzie, do którego egzemplarze przyrządów dobrano losowo)

Losowość w doborze egzemplarzy przyrządów do zestawu pomiarowego, dla wielu pomiarów w tym układzie traci swoje znaczenie. Zdarzenia elementarne utworzą wtedy zbiory $\{\Delta x_{vkl}\}$ z których rozkłady $p(\Delta x_{vklz})$ są różne: jednostajne,

normalne, trójkątne dwumodalne i inne. Geometryczne sumowanie błędów (13) przebiega w tym przypadku tak samo jak w rozdziale 3.1.2 i takie same uzyskuje ufności

$$P_{Vklz}(G_y) \geq 85\% . \quad (27)$$

Aby zwiększyć poziom ufności (27) należy do wyrażenia na G_y'' wprowadzić mnożnik $k=1.15$.

Z przedstawionych w rozdziale tym rozważań wynika, że dokonując pomiarów pośrednich w układzie, do którego egzemplarze przyrządów dobrano losowo uzyskamy różne poziomy ufności i będą one zależały od tego do jakiego zbioru zdarzeń je odnosimy. Dokonując w opisanym układzie jednego pomiaru, ufność geometrycznego sumowania błędów wyniesie 95% i powinna być odnoszona do pomiarów w zmiennych układach, a dla serii pomiarów w tym samym układzie będzie znacznie mniejsza, $P_{Vklz}(G_y) \geq 85\%$.

Wykazaliśmy więc względność poziomów ufności. Można zatem posługiwać się terminologią „poziomy ufności pomiarów w stałym, niezmiennym układzie przyrządów” i „poziomy ufności pomiarów w układach zmiennych”, do których przyrządy i ich typy dobieramy losowo (do każdego pomiaru oddzielnie). Jeden pomiar wykonany w tym samym układzie może zatem charakteryzować się dwiema wartościami ufności w zależności od tego do jakiego zbioru doświadczeń będziemy ten pomiar odnosić, jaka zbiorowość zdarzeń powstanie w wyniku innych pomiarów.

BIBLIOGRAFIA

1. Z. Orzeszkowski: *Wybrane działy z teorii pomiarów*, część I, Politechnika Wrocławska 1974
2. J. Piotrowski: *Teoria pomiarów*. Pomiary w fizyce i technice PWN Warszawa, 1986
3. J. Jaworski: *Matematyczne podstawy metrologii*. Warszawa; PWN, 1979
4. D. Bobrowski: *Probabilistyka w zastosowaniach technicznych*. Warszawa: WNT 1980
5. R. Rakowski: *Szacowanie błędów w pomiarach technicznych*. WOSR Jelenia Góra 1989
6. R. Rakowski: *Obliczanie niepewności pomiarów statycznych*. WOSR Jelenia Góra 1989
7. J. Dudziewicz: *Niepewności wyników pomiaru*, Biuletyn Informacyjny Instytutu Łączności 1990, nr 11–12
8. P. W. Novickij, Z. A. Zograf: *Ocenka pagresznostiej rezultatow izmierenii*. ELO Leningrad 1985
9. H. Poleck: *Die Ergebnissichreheit bei quadratischer Addition von Fehlergrenzen*. VDI Zeitchrift 1965 z 28

R. RAKOWSKI

RELATIVITY OF THE LEVELS OF CONFIDENCE OF THE ADDING MEASURING INSTRUMENTS ERRORS

S u m m a r y

Relativity of the confidence of probabilistic assemblage of the indirect measures errors has been proved on the example of geometrical adding partial errors. Confidence of measures in constant unchanging systems and measures in the systems to which measuring instruments are selected by accident has been presented.

Zastosowanie filtracji cyfrowej 2—D do oceny jakości pól elektromagnetycznych

EUGENIUSZ KORNATOWSKI

Instytut Elektroniki i Informatyki, Politechnika Szczecińska

Otrzymano 1991.12.11

Autoryzowano do druku 1992.01.03

W pracy zaproponowano połączenie numerycznych metod syntezy pola elektromagnetycznego z nowoczesnymi algorytmami cyfrowego przetwarzania sygnałów. Zamieszczono przykład wykorzystania algorytmu filtru cyfrowego NOI 2—D do oceny jednorodności pola elektromagnetycznego będącego przedmiotem syntezy.

1. WSTĘP

Wytwarzanie pól elektromagnetycznych o ściśle określonym rozkładzie jest ważnym problemem praktycznym np. w optyce elektronowej, fizyce plazmy, czy tomografii komputerowej. Problemowi temu poświęcono wiele prac [1],[5].

Pierwsze próby syntezy pola magnetycznego polegały na wyznaczeniu sposobu zasilania (rozkładu gęstości prądu), lub kształtu solenoidów wytwarzających założony rozkład pola. Z matematycznego punktu widzenia zadania te związane były z rozwiązaniem całkowego równania Fredholma I rodzaju. Metodą tą można było rozwiązać jedynie mocno uproszczone zagadnienia. Możliwość uwzględnienia bardziej skomplikowanych kształtów obszarów prądowych i obszarów syntezy daje zastosowanie metody elementów skończonych lub różnic skończonych.

W większości prac poświęconych syntezie pól nie bada się szczegółowo jakości pola będącego przedmiotem syntezy. Jakość pola jest tu rozumiana w sensie różnicy między rozkładem pożądanym a otrzymanym w wyniku syntezy. Powinna być ona przy tym opisana odpowiednim wskaźnikiem.

Jak pokazano w [2], klasyczny algorytm przetwarzania sygnału, stosowany w tomografii komputerowej, narażony jest na działanie co najmniej sześciu grup zakłóceń oraz błędów addytywnych i multiplikatywnych.

Tak więc wytworzenie pola (niekoniecznie magnetycznego), którego rozkład odbiega od założeń, może w znacznym stopniu przyczynić się do powiększenia i tak już dużej ilości błędów.

Celowym wydaje się dlatego opracowanie algorytmów numerycznych dla analizy jakości przestrzennych rozkładów pól, będących uzupełnieniem metod syntezy, o których mowa na wstępie. Umożliwi to porównanie wyników syntezy uzyskanych różnymi metodami i określenie jakości otrzymanych rozwiązań.

2. METODA OCENY JAKOŚCI POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO

W pracy proponuje się wykorzystanie algorytmu cyfrowego filtru rekursywnego NOI do oceny jakości pola elektromagnetycznego. Zastosowana metoda polega na ilościowym określeniu zawartości harmoniczných przestrzenných częstotliwości pasożytniczych w przebiegu poddanym przetwarzaniu. Działanie algorytmu oceny jakości pola można opisać następująco:

1^o. Określenie rozkładu $I'(x,y)$ będącego przedmiotem syntezy:

$$I'(x,y) = I(x,y) + \Phi(x,y) \quad (1)$$

gdzie: $I'(x,y)$ – rozkład pola uzyskany w wyniku syntezy

$I(x,y)$ – założony rozkład pola

$\Phi(x,y)$ – przebieg odkształcający $I(x,y)$ – zakłócenie

2^o. Wylczenie macierzy $[\Phi]$ w rozpatrywanym obszarze:

$$\{x_1 \leq x \leq x_2, \quad y_1 \leq y \leq y_2\} : \\ [\Phi] = [I'] - [I] \quad (2)$$

3^o. Określenie współczynników macierzy harmoniczných przestrzenných częstotliwości pasożytniczych:

$$h'_{m,n}(x,y) = H(x,y) * \Phi(x,y) \quad (3)$$

gdzie: * – operacja splotu

m,n – numer częstotliwości harmoniczných w kierunku x i y odpowiednio

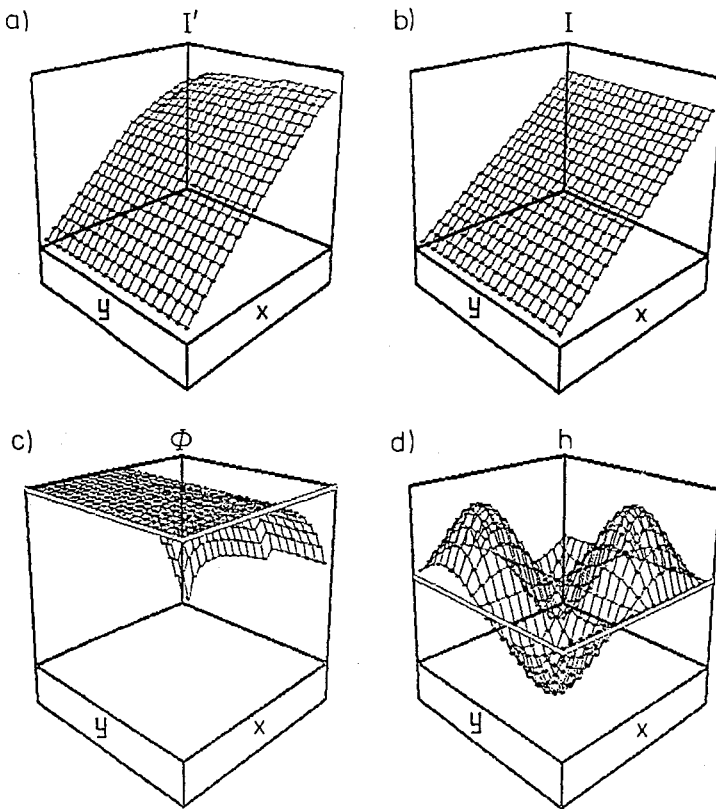
$H(x,y)$ – transmitancja filtru cyfrowego

4^o. Określenie procentowej zawartości $h_{m,n}$ w badanym rozkładzie $I'(x,y)$:

$$h_{m,n} = \frac{[h'_{m,n}(x,y)]_{\max}}{[I'(x,y)]_{\max}} * 100\% \quad (4)$$

gdzie w liczniku i mianowniku maksymalny element odpowiedniej macierzy.

Działanie algorytmu, którego opis zawarty jest w punktach od 1^o do 3^o ilustruje rys. 1.



Rys. 1. Poglądowe przedstawienie działania algorytmu: a) rozkład pola uzyskany w wyniku syntezy $I'(x,y)$, b) założony rozkład pola $I(x,y)$, c) zakłócenie $\Phi(x,y)$, d) odfiltrowana harmoniczna przestrzenna $h'_{mn}(x,y)$

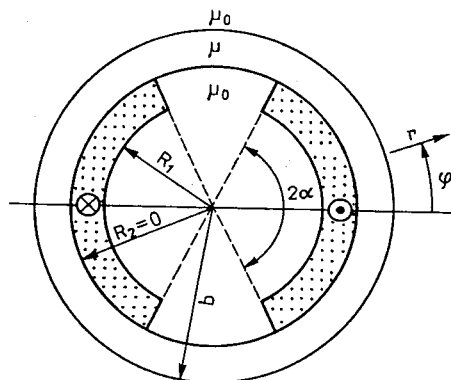
3. PRAKTYCZNE ZASTOSOWANIE PROPONOWANEJ METODY

Przedstawioną metodę zastosowaną do oceny jednorodności pola magnetycznego wytwarzanego przez układ przewodów pokazany na rys. 2. Układ ten analizowany był szczegółowo w pracy [6]:

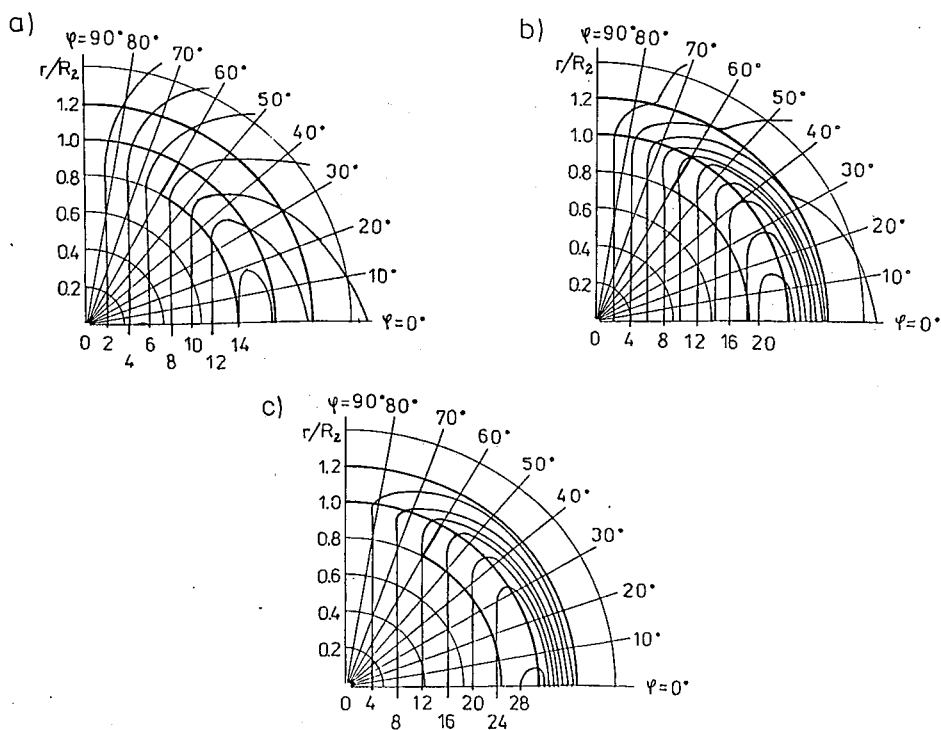
Uzwojenia wiodą prąd stały o jednakowej gęstości w kierunku osi OZ i otoczone są pierścieniem magnetycznym o przenikalności μ . Obszar syntezy pola zdefiniowany jest

$$\delta = \{x,y: 0 \leq x \leq 0.6R_2, \quad 0 \leq y \leq 0.6R_2\}. \quad (5)$$

W tym obszarze wyznaczono analitycznie (metodą rozdzielania zmiennych) rozkład potencjału wektorowego dla trzech różnych przypadków przenikalności magnetycznej pierścienia otaczającego układ przewodów: $\mu = \mu_0$, $\mu = 10 \cdot \mu_0$ i $\mu \rightarrow \infty$ oraz $a = 60^\circ$. Linie $A = \text{const}$ przedstawiono na rys. 3.



Rys. 2. Układ przewodów wytwarzający pole jednorodne w obszarze określonym równaniem (5)



Rys. 3. Linie stałego potencjału wektorowego: a) $\mu = \mu_0$, b) $\mu = 10 \cdot \mu_0$, c) $\mu = \infty$

Rozkład potencjału wektorowego w obszarze określonym przez (5) jest przebiegiem wejściowym algorytmu opisanego w punkcie 2. Równania opisujące potencjał wektorowy dla rozpatrywanego układu podane są w [6]. W celu określenia jakości (w tym przypadku – jednorodności) pola w obszarze δ zastosowano w proponowanej

metodzie cyfrowy filtr pasmowo-przepustowy rekursywny NOI 2-D uzyskany z analogowego prototypu 1-D za pomocą następującej transformaty [3,4]:

$$s = s_1 * \cos\beta + s_2 * \sin\beta. \quad (6)$$

Transformata ta przeprowadza jednowymiarową transmitancję $H(s)$ w dwuwymiarową $H(s_1, s_2)$. Następnie stosując przekształcenie biliniowe do $H(s_1, s_2)$ uzyskuje się transmitancję filtru cyfrowego 2-D $H(z_1, z_2)$. Transmitancja filtru cyfrowego zaprojektowanego tą metodą ma postać:

$$H(z_1, z_2) = \prod_{k=1}^K A_k * \frac{N_k(z_1, z_2)}{D_k(z_1, z_2)}, \quad (7)$$

gdzie:

$$N_k = [1z_1^{-1}z_1^{-2}] * \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i \\ z_2^{-1} \\ z_2^{-2} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$D_k = [iz_1^{-1}z_1^{-2}] * \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i \\ z_2^{-1} \\ z_2^{-2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

dla filtru realizowanego w strukturze kaskadowej, składającego się z K ogniw drugiego rzędu.

W rozpatrywanym przykładzie użyto pasmowo-przepustowego prototypu 1-D o aproksymacji Czebyszewa o następujących parametrach: rząd $n=6$, ilość ogniw 3, dobroć $Q=7.2$, znormalizowana pulsacja środkowa $\Omega_0=1$, falistość charakterystyki amplitudowej $\varepsilon=0.5$ dB.

Do transmitancji $H(s)$ zastosowano (6) dla dwóch wartości $\beta: 0^\circ$ i 270° otrzymując transmitancję analogową 2-D:

$$H(s_1, s_2) = H(s)_{\beta=270} * H(s)_{\beta=0} = H(s_1) * H(s_2). \quad (10)$$

Po zastosowaniu transformaty biliniowej uzyskano filtr cyfrowy 2-D o współczynnikach pokazanych w tab. 1.

W zaprojektowanym filtrze cyfrowym założono, że częstotliwości próbkowania w kierunku 0X i 0Y są jednakowe i wynoszą $f_{px}=f_{py}=9*f_0$ (f_0 – częstotliwość środkowa).

Proces filtracji przebiegał następująco:

Sygnałem wejściowym było przedłużenie okresowe macierzy $[\Phi]$. W wyniku filtracji otrzymano macierz $[h]$, będącą fragmentem także przebiegu okresowego, zawierającą tyle samo elementów co $[\Phi]$.

Należy podkreślić, że filtracji poszczególnych harmonicznnych dokonano tylko jednym filtrem pasmowo-przepustowym o parametrach podanych wyżej, zmieniając jedynie okres próbkowania macierzy wejściowej. Operacja ta pozwoliła na zmianę

Tabela 1

Współczynniki filtru cyfrowego 2-D

$a_{ij} \backslash \begin{matrix} k \\ i,j \end{matrix}$	1	2	3
1 1	2.559E-3	2.379E-3	8.250E-4
1 2	0.0	0.0	0.0
2 1	0.0	0.0	0.0
2 2	0.0	0.0	0.0
2 3	0.0	0.0	0.0
3 2	0.0	0.0	0.0
3 3	$-a_{11}$	$-a_{11}$	$-a_{11}$
3 1	$-a_{11}$	$-a_{11}$	$-a_{11}$
1 3	$-a_{11}$	$-a_{11}$	$-a_{11}$
$b_{ij} \backslash \begin{matrix} k \\ i,j \end{matrix}$	1	2	3
1 1	0.0	0.0	0.0
1 2	0.0	0.0	0.0
2 1	0.0	0.0	0.0
2 2	2.466	2.090	2.219
2 3	-1.527	-1.401	-1.404
3 2	-1.527	-1.401	-1.404
3 3	0.946	0.940	0.888
3 1	0.0	0.0	0.0
1 3	0.0	0.0	0.0

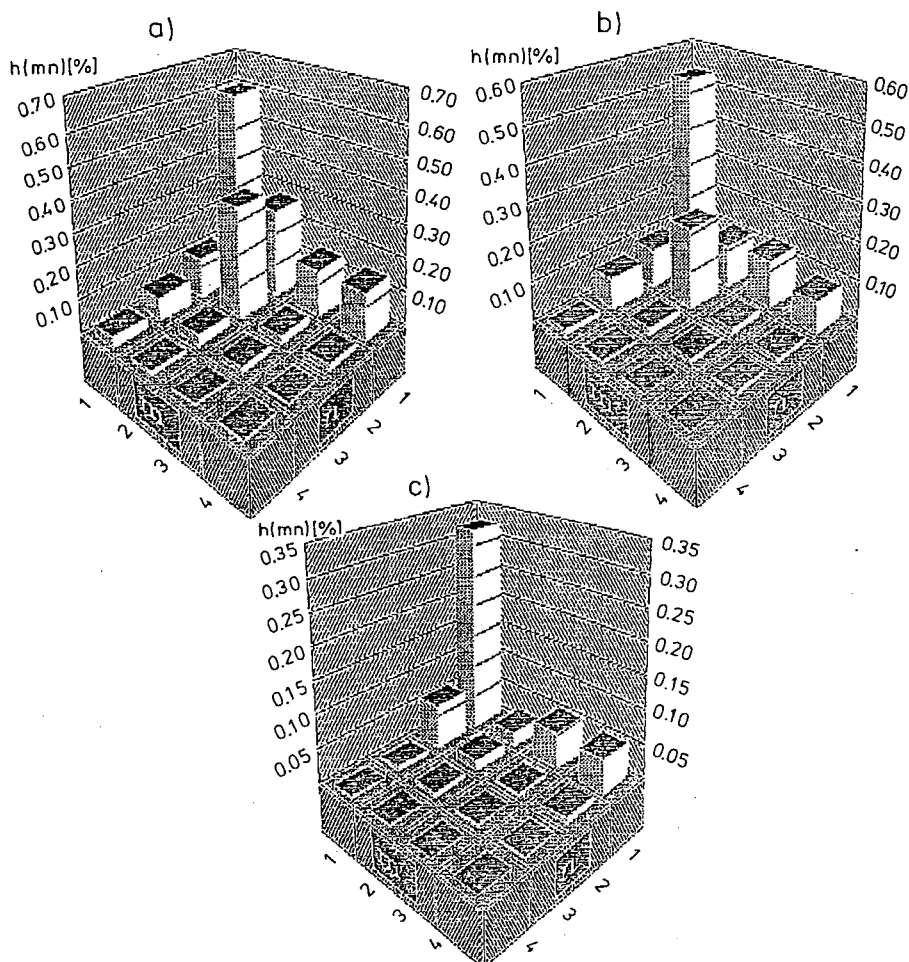
pulsacji środkowej filtru zarówno w kierunku 0X i 0Y niezależnie, przy zachowaniu nie zmienionych współczynników a_{ij} i b_{ij} .

Po dokonaniu obliczeń zgodnie z algorytmem opisanym w punkcie 2, otrzymano zawartość harmonicznych przestrzennych częstotliwości pasożytniczych pokazaną na rys. 4 ($1 \leq m, n \leq 4$).

Całkowita zawartość harmonicznych zakłócających pole dla trzech rozpatrywanych przypadków wynosi:

- a) $\mu = \mu_0$: 1.817%
- b) $\mu = 10\mu_0$: 1.312%
- c) $\mu = \infty$: 0.553%

Powyższe zestawienia dają możliwość obiektywnego porównania trzech rozpatrywanych rozkładów pola ($\mu = \text{var}$, $\alpha = 60^\circ$) magnetycznego i umożliwiają wybór optymalnego układu ($\mu = \infty$ dla $\alpha = 60^\circ$).



Rys. 4. Zawartość harmoniczných częstotliwości przestrzennych dla następujących przypadków: a) $\mu = \mu_0$, b) $\mu = 10 \cdot \mu_0$, c) $\mu = \infty$

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono metodę oceny jakości pól magnetycznych generowanych w różnych konfiguracjach. Wskazano na korzyści płynące ze stosowania nowoczesnych algorytmów numerycznych cyfrowego przetwarzania sygnałów w połączeniu z metodami syntezy pól w celu umożliwienia obiektywnej oceny jakości wyniku syntezy. Rozważania poparto przykładem obliczeniowym, dokumentującym praktyczną możliwość zastosowania proponowanej metody.

BIBLIOGRAFIA

1. K. A d a m i a k: *Method of the magnetic field synthesis of the axis of cylinder colenoid*. J. Appl. Phys. No 16, 1978
2. J. M. C o s t a, A. N. V e n e t s a n o p o u l o s, M. T r e f l e r: *Digital tomographic filtering of radiographs*. IEEE Trans. on Medical Imaging, vol. M1—2, No 2, June 1983
3. J. M. C o s t a, A. N. V e n e t s a n o p o u l o s: *Design of circularly symmetric two-dimensional recursive filters*. IEEE Trans. Acoust., Speech Signal Processing, voll ASSSP—22 No 6, Dec 1974
4. E. K o r n a t o w s k i, J. R a d e c k i: *Dwuwymiarowe pasmowe filtry o kołowej symetrii charakterystyki amplitudowej*. Archiwum Elektrotechniki 1986, z. 3/4
5. R. P a ł k a: *Synthesis of magnetic field due to the direct current*. Etz — Archiv, 1985, Bd. 7, H. 9
6. R. S i k o r a, J. P u r c z y Ń s k i, W. L i p i ń s k i: *Pole magnetyczne prądów płynących wzdłuż powierzchni walcowych*. Archiwum Elektrotechniki 1973, t. 22, z. 3

E. KORNATOWSKI

APPLICATION OF THE DIGITAL FILTRATION 2—D FOR THE ESTIMATION
OF THE QUALITY OF THE ELECTROMAGNETIC FIELDS

S u m m a r y

This paper deals with an algorithm of a digital recursive IIR 2—D filter for estimating the quality of the elektromagnetic field. The applied method consist in quantitative defining the contents of spatial disturbance frequencies in the function subjected to transformation.

Spectrum of nonuniformly sampled signals: possibility of applying to the identification of sampling instant determination error in digital waveform recorders

JERZY TETERWAK

Instytut Podstaw Elektroniki, Politechnika Warszawska

Received 1991.06.20

Authorized 1991.12.18

The problem of timebase nonlinearity in digital waveform recorders is considered in this paper. In such instruments, due to nonideal timebase, input signal is sampled nonuniformly but this fact is often ignored in the further signal processing. This causes errors which can't be neglected in precision instruments. In this paper the spectrum of nonuniformly sampled sinusoidal signal is examined. The distortions of the spectrum due to calculating it using finite number of samples are considered. The conditions which must be fulfilled while calculating the spectrum to avoid distortions are listed. Fulfilling this conditions make the calculated spectrum useful to identify the sampling instant determination error. At the end the computer simulation results of the timebase nonlinearity identification are presented.

1. INTRODUCTION

In the overwhelming majority of cases when signal processing is used the assumption that signal is sampled uniformly is taken. However, in practice nonuniform sampling occurs in many data acquisition systems due to timebase errors — stochastic and deterministic. The influence of the stochastic errors (jitter) can be reduced by signal averaging at the cost of bandwidth limitation [2], [3], while the influence of the deterministic errors can be diminished only by their identification and appropriate correction. The signal distortion caused by nonuniform sampling cannot be ignored in precision instrumentation, especially in the case of using very fast timebases to record wideband signals. The causes of timebase nonlinearity are different in the different instrument realizations and will be analyzed in the further publications. In this paper we determine conditions which must be fulfilled while

calculating the input sinusoidal signal spectrum to make this spectrum usable to find timebase nonlinearity. In the below considerations we assume that jitter doesn't occur in the system. This has ground because influence of the jitter can be eliminated using appropriate number of averages. At the end the computer simulation results of the timebase nonlinearity identification are presented. The influence of the quantization error of the recorder to be tested and the influence of the reference input signal harmonic distortions are also examined.

2. SPECTRUM OF NONUNIFORMLY SAMPLED SIGNAL

Let $g(t)$ be a signal bandlimited to $\left(-\frac{1}{2T}; \frac{1}{2T}\right)$, where T – sampling period, with its Fourier transform $G^a(\omega)$ (the superscript a is used to indicate an analog transform). The signal $g(t)$ is sampled in such a structured way that the sampling time instant are not necessarily uniformly spaced in time, but have an overall period MT , see Fig. 1. The sampled data sequence is then treated as if it were obtained by sampling another function $\bar{g}(t)$, also bandlimited to $\left(-\frac{1}{2T}; \frac{1}{2T}\right)$, at uniform rate $\frac{1}{T}$. It was shown in [1] that if we denote successive sampling time instants as t_m and take into account equation:

$$t_m = mT - r_m T \quad (1a)$$

so:

$$r_m = \frac{mt - t_m}{T} \quad (1b)$$

where T – nominal sampling period

m – sample number.

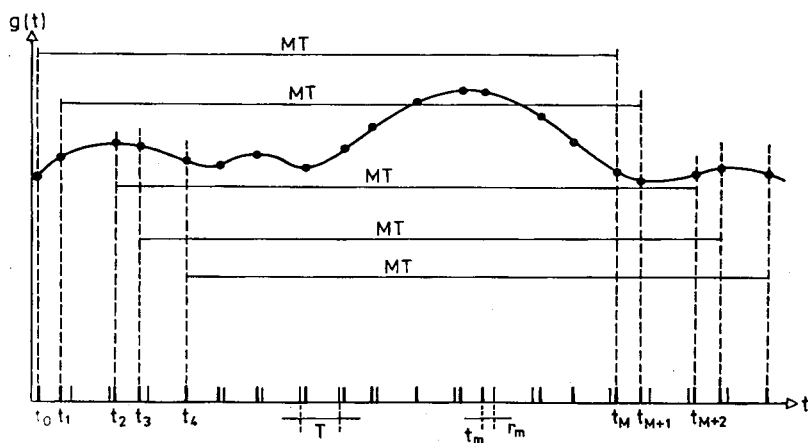


Fig. 1. Nonuniform sampling

Digital¹ spectrum of $g(t)$ will be given by the formula:

$$G(\omega) = \left(\frac{1}{T}\right) \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \exp(-j(\omega - k(2\pi/MT)) r_m T) \cdot \exp(-jkm(2\pi/M)) \right) \cdot G^a(\omega - k(2\pi/MT)). \quad (2)$$

According to (2) spectrum of the sinusoidal signal of frequency f_0 and amplitude 1, sampled nonuniformly is expressed by formula (3) [1].

$$G(\omega) = \left(\frac{1}{T}\right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} A(k) 2\pi \delta(\omega - \omega_0 - k(2\pi/MT)) \quad (3a)$$

where:

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

$$A(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \exp(-jr_m 2\pi f_0 / f_s) \cdot \exp(-jkm(2\pi/M)) \quad (3b)$$

where $f_s = \frac{1}{T}$ (sampling frequency)

The example of so calculated spectrum is shown in Fig. 2.

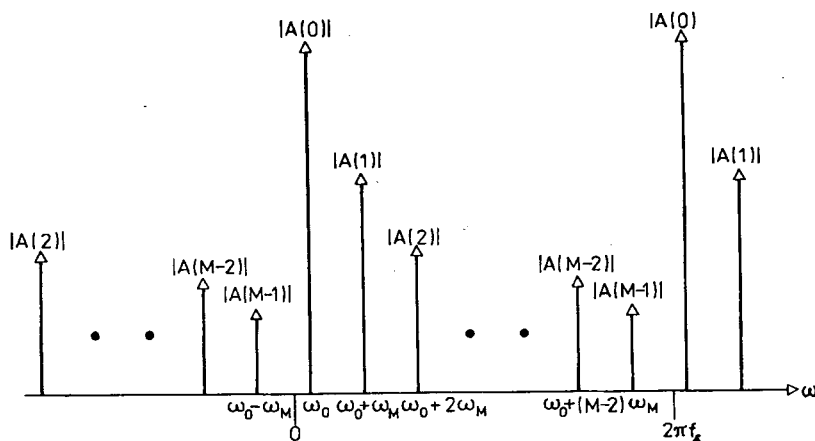


Fig. 2. Spectrum of the nonuniformly sampled sinusoids calculated from the formula (3)

In this spectrum, except spectral line of pulsation ω_0 , other lines surrounding line ω_0 and spaced out from it by $\Delta\omega = 1(2\pi/MT) = l\omega_M$, $l \in C$, appear. It's easy to notice from formula (3b) that the sequence $\{A(k)\}$, $k=0 \dots M-1$ is the discrete Fourier transform of the sequence $\{\exp(-jr_m 2\pi f_0 / f_s)\}$, $m=0 \dots M-1$. Therefore by Parseval's theorem we have:

¹ Spectrum of the signal obtained by sampling signal $g(t)$

$$\sum_{k=0}^{M-1} |A(k)|^2 = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} |\exp(-j r_m 2\pi f_0 / f_s)|^2 = 1. \quad (4)$$

It means that signal power doesn't change in the consequence of nonuniform sampling. So it's easy to calculate signal-to-noise ratio for the signal obtained by nonuniform sampling of the sinusoidal signal.

$$S/N = 10 \log \left(\frac{|A(0)|^2}{1 - |A(0)|^2} \right), \quad \text{where } A(0) \text{ is directed by (3b).} \quad (5)$$

If we take into account that spectral line of pulsation $-\omega_0$ is also present in the spectrum of sinusoidal signal and this line is also surrounded by the additional lines, we can notice that in some conditions the lines surrounding line ω_0 and $-\omega_0$ can overlay one on the other (see Fig. 3). This occurs when $2\omega_0/\omega_M \in C$ ($\omega_M = 2\pi/MT$). Equations (3) and (5) don't take this effect into account so they are true only when $2\omega_0/\omega_M$ isn't an integer number.

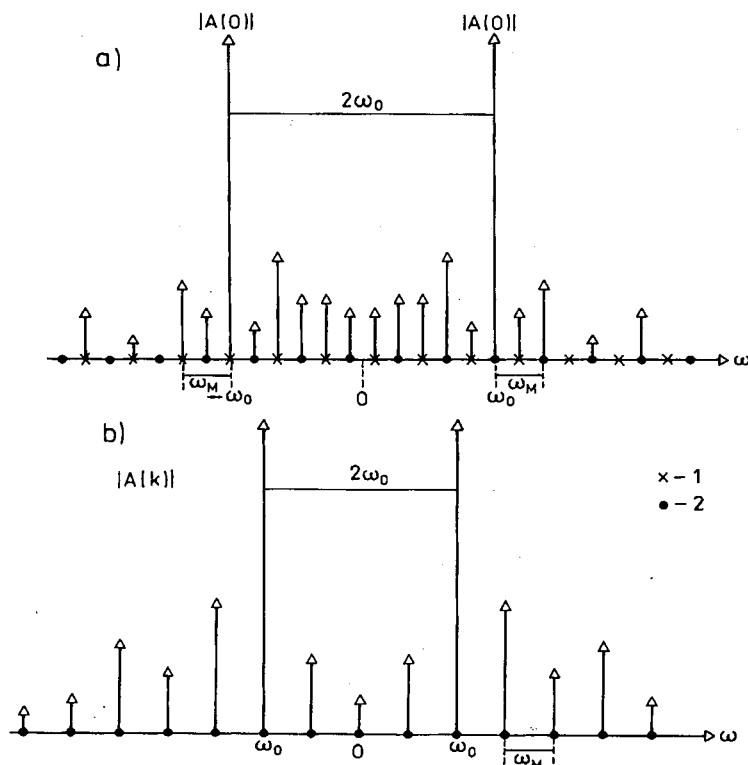


Fig. 3a. $2\omega_0/\omega_M \in C$ — spectral lines don't overlay one on the other
 x — lines accompanying line „ $-\omega_0$ ”
 • — lines accompanying line „ ω_0 ”

Fig. 3b. $2\omega_0/\omega_M = 4$ — spectral lines overlay one on the other

3. SINUSOIDAL SIGNAL SAMPLED SYNCHRONOUSLY

Analog spectrum of a sinusoidal signal of pulsation ω_0 and amplitude A , shifted on the time axis by τ has a form:

$$G^a(\omega) = j\pi A \delta(\omega + \omega_0) \exp(-j\omega_0 \tau) - j\pi A \delta(\omega - \omega_0) \exp(j\omega_0 \tau). \quad (6)$$

Substituting (6) in (2) we get:

$$G(\omega) = \left(\frac{1}{T} \right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \exp(jr_m 2\pi f_0 / f_s) \cdot \exp(-jkm(2\pi/M)) \right) \cdot j\pi A \delta(\omega + \omega_0 - k(2\pi/MT)) \cdot \exp(j\omega_0 \tau) - \left(\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \exp(-jr_m 2\pi f_0 / f_s) \cdot \exp(-jkm(2\pi/M)) \right) \cdot j\pi A \delta(\omega - \omega_0 - k(2\pi/MT)) \cdot \exp(-j\omega_0 \tau) \right]. \quad (7)$$

Now, let's assume that the sequence of sampling pulses is synchronized with signal which is being sampled in such a way that $2\omega_0/\omega_M \in C$. Let's consider the first case:

$$\frac{\omega_0}{\omega_M} = l, \quad l \in C.$$

Let's denote:

$$k_1 = k - \frac{\omega_0}{\omega_M}, \quad k_2 = k + \frac{\omega_0}{\omega_M}; \quad k_1, k_2 \in C. \quad (8)$$

Equation (7) can be rewritten in the following way:

$$G(\omega) = \left(\frac{1}{T} \right) \left[\sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \exp(jr_m 2\pi f_0 / f_s) \cdot \exp(-j(k_1 + \omega_0/\omega_M)m(2\pi/M)) \right) \cdot j\pi A \delta(\omega - k_1(2\pi/MT)) \cdot \exp(j\omega_0 \tau) \right] - \left(\frac{1}{T} \right) \left[\sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \exp(-jr_m 2\pi f_0 / f_s) \cdot \exp(-j(k_2 - \omega_0/\omega_M)m(2\pi/M)) \right) \cdot \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} j\pi A \delta(\omega - k_2(2\pi/MT)) \cdot \exp(-j\omega_0 \tau) \right]. \quad (9)$$

After the further transformation we get:

$$G(\omega) = \left(\frac{1}{T} \right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sin(\omega_0((m-r_m)T - \tau)) \cdot \exp(-jkm(2\pi/M)) \right) \cdot 2\pi A \delta(\omega - k(2\pi/MT)). \quad (10)$$

Now, let's consider the second case: $\frac{\omega_0}{\omega_M} = 1 + \frac{1}{2}, l \in C$.

Denoting: $k_1 = k - \frac{\omega_0}{\omega_M} - \frac{1}{2}, k_2 = k + \frac{\omega_0}{\omega_M} - \frac{1}{2}; k_1, k_2 \in C$ and performing calculations similar to the ones performed in the case one we get:

$$G(\omega) = \left(\frac{1}{T} \right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sin(\omega_0((m-r_m)T-\tau)) \cdot \exp\left(-j\left(k + \frac{1}{2}\right)m(2\pi/M)\right) \right) \cdot 2\pi A \delta\left(\omega - \left(k + \frac{1}{2}\right)(2\pi/MT)\right). \quad (11)$$

From the above equations comes out that spectrum of the sinusoidal signal sampled in such a way that $2\omega_0/\omega_M \in C$ is composed of spectral lines spaced out by $\Delta\omega = 2\pi/MT = \omega_M$. The heights of these lines are different from the ones in the spectrum of synchronously sampled signal. Moreover, according to Parseval's theorem we have:

$$P = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} |A \sin \omega_0((m-r_m)T-\tau)|^2 \quad \text{for } 2\omega_0/\omega_M \in C \quad (12a)$$

where P — power of the *digital* signal,

so:

$$P \neq A^2/2. \quad (12b)$$

It means that in the consequence of nonuniform sampling power of the signal changes — differently from the case of asynchronous sampling. It can also be noticed from equations (10) and (11) that $|G(\omega)|$ depends on the τ — time axis signal shift.

4. SINUSOIDAL SIGNAL SPECTRUM CALCULATED USING FINITE NUMBER OF SAMPLES

In the real conditions a spectrum of the sampled signal must be calculated using finite number of samples. This leads to commonly known distortions of the spectrum. These distortions are caused by the energy leakage from the main spectral lines and by the so called picked fence effect [4]. The general cause of these distortions is the usage of various time windows which not necessarily cover an integer number of signal periods. The spectrum calculated using finite number of samples is actually the spectrum of periodical extension of signal $w(t)\tilde{g}(t)$, where $w(t)$ — time window function, i.e. the spectrum of a signal described by the formula:

$$g_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w(t) g(t) * \delta(t - kT_w) \quad (13)$$

Spectrum calculated from the signal samples will accord with the spectrum calculated from formula (3), (10) or (11) only when:

$$g_T(t) \equiv \bar{g}(t). \quad (14)$$

By turns equation (14) is true when the following conditions are fulfilled:

1. Time window is the rectangular one i. e.

$$w(t) = \begin{cases} 1 & \text{when } -T_w/2 \leq t < T_w/2, T_w > 0 \\ 0 & \text{when } t < -T_w/2 \text{ lub } t \geq T_w/2, T_w > 0. \end{cases} \quad (15)$$

2. Time window covers an integer number of signal periods.

3. Time window covers kM samples, $k \in \mathbb{C}$ where M — period of $\{r_m\}$ sequence.

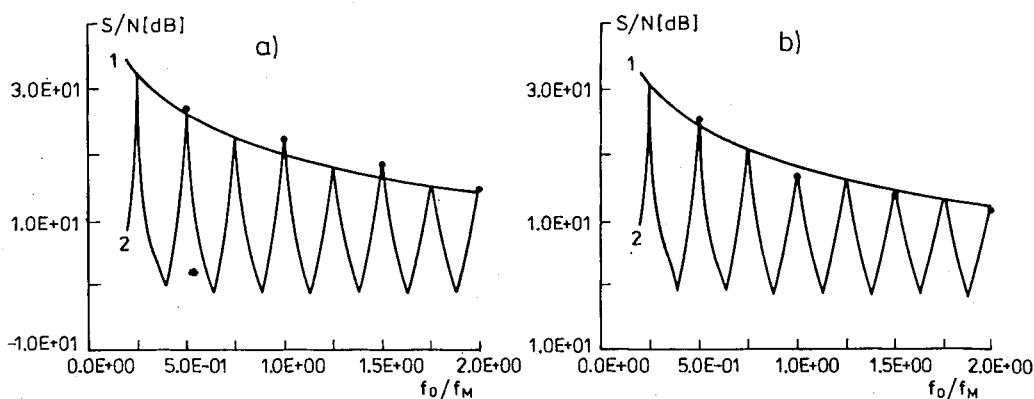
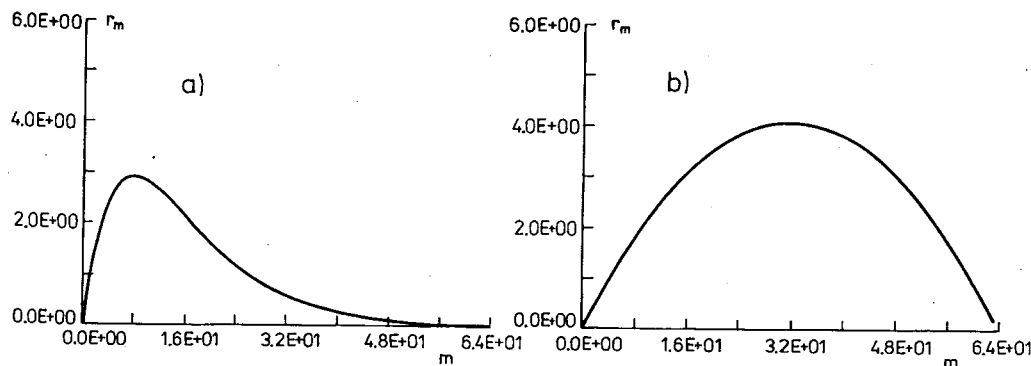


Fig. 4a,b Signal-to-noise ratio in the function of f_0/f_M

Fig. 3 presents S/N ratio in the function of ω_0/ω_M for the nonuniformly sampled sinusoidal signal. Calculation were performed using 256 samples of the signal and applying the rectangular time window. M was assumed to be 64. Fig 4a shows the case where $r_m = m \cdot \exp(-m/8)$ and Fig. 4b shows the case where $r_m = m(m-64)/250$. Value of r_m as a function of m in both these cases is shown in Fig. 5. Curve 1 in Fig. 4 was calculated using formula (5). Curve 2 is a set of signal-to-noise values calculated directly from the spectrum obtained using 256-point DFT. In this case signal-to-noise ratio was defined as a ratio of the power of the highest line in the spectrum to the sum of the power of all other lines. Symbols "*" denote values of S/N calculated from (10) and (11) in the points in which $2\omega_0/\omega_M \in \mathbb{C}$. From the run of curve 2 in Fig. 4 it follows that:

1. Except points where $T_w f_0 \in \mathbb{C}$ signal-to-noise ratio doesn't fulfill formulas (5), (10), (11) and is determined mainly by the spectrum distortions described above.

2. In the points where $T_w f_0 \in \mathbb{C}$ signal-to-noise ratio accord formula (5) if $2\omega_0/\omega_M \notin \mathbb{C}$, or accord formula (10), (11) if $2\omega_0/\omega_M \in \mathbb{C}$.

Fig. 5a,b r_m in the function of m

5. CALCULATING THE UNDISTORTED SPECTRUM OF SINUSOIDAL SIGNAL SAMPLED NONUNIFORMLY

In order to identify the nonuniformity of sampling in the waveform recorder which is being tested one should find the sequence $\{r_m\}$, $m = 0 \dots M-1$. It can be done by applying to the instrument input a sinusoidal signal, calculating the spectrum using the obtained sample sequence and then finding $\{r_m\}$ from (3), (10) or (11). However, the most convenient way is to derive $\{r_m\}$ from formula (3) because so calculated $\{r_m\}$ doesn't depend on the time axis signal shift $-\tau$. This is very important because τ is often difficult to determine during the measurement. Usage of formula (3) is possible only when spectrum calculated using DFT is equal to the one calculated using this formula. And this condition is fulfilled only when:

$$\begin{cases} 2\omega_0/\omega_M \notin C \\ NT = 2\pi k/\omega_M, k \in C \\ NT = 1/f_0, l \in C \end{cases} \quad (16)$$

where: N — number of samples covered by the time window (rectangular)
 T — nominal sampling period.

Conditions (16) can be rewritten in the following way:

$$\begin{cases} N = kM, k \in C \\ NT = l/f_0, l \in C \\ 2l/k \notin C \end{cases} \quad (17)$$

6. IDENTIFICATION OF THE TIMEBASE NONLINEARITY

After connecting the reference sinusoidal signal to the waveform recorder input and calculating the spectrum of the recorded signal (fulfilling conditions listed in the

section 5) one can calculate the terms of the sequence $\{r_m\}$, $m=0 \dots M-1$. It's convenient to use the equation 3b to do it. From this equation comes out that the sequence of spectral line values which appear in the spectrum of the recorded waveform — $A(k)$ is the DFT of the sequence $\{\exp(-jr_m 2\pi f_0/f_s)\}$, $m=0 \dots M-1$, so

$$\exp(-jr_m 2\pi f_0/f_s) = \sum_{k=0}^{M-1} A(k) \exp(jkm 2\pi/M) \quad (18)$$

or

$$r_m = \frac{j}{2\pi f_0/f_s} \arg \left(\sum_{k=0}^{M-1} A(k) \exp(jkm 2\pi/M) \right). \quad (19)$$

If r_m values are known it means that timebase nonlinearity have been identified.

In the real conditions, due to the nonideal sinusoidal reference signal and nonideal Y channel of the waveform recorder which is being examined, errors of timebase nonlinearity identification can occur. In the later considerations the following value is used as a measure of the identification quality:

$$r'_{mRMS} = \frac{1}{M} \sqrt{\sum_{k=0}^{M-1} (r_m - r_m^c)^2} \quad (20)$$

where r_m^c — value of r_m calculated from (19)

This value may be referred to the RMS value of the sequence $\{r_m\}$:

$$r_{mRMS} = \frac{1}{M} \sqrt{\sum_{k=0}^{M-1} r_m^2} \quad (21)$$

In the Fig. 6 and 7 the results of computer simulation are presented. It was assumed that $M=64$, $k=4$, $l=5$ (see (17)) and r_m depends on m in the way shown in fig. 5b. In the Fig. 6 the relation between r'_{mRMS} (r_{mRMS} after correction) and initial RMS value of r_m (r_{mRMS}) is shown for the various waveform recorder resolutions. From this figure comes out that r'_{mRMS} is practically independent of r_{mRMS} . However

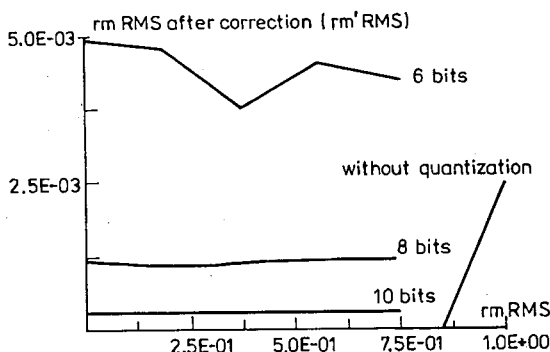


Fig. 6. r'_{mRMS} in the function of r_{mRMS}

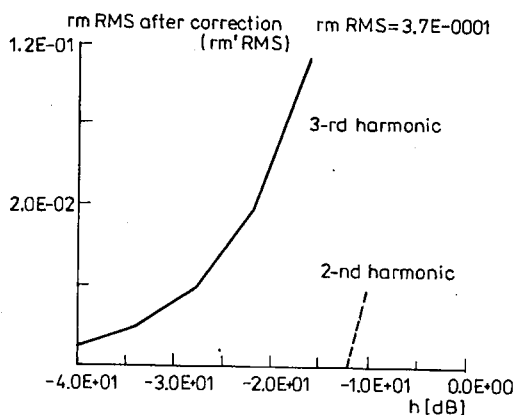


Fig. 7. r'_{mRMS} in the function of 2-nd and 3-rd harmonic power

the r'_{mRMS} dependence on the waveform recorder resolution is visible. But even for very low resolution — 6 bits quality of the correction is quite good — $r'_{mRMS} \approx 5 \cdot 10^{-3}$.

In the Fig. 7 the relation between r'_{mRMS} and power of the 2-nd and 3-rd harmonic in the reference signal is shown. From this figure comes out that for the chosen conditions of the measurement the 2-nd harmonic doesn't affect the result of the timebase nonlinearity identification, but the influence of the 3-rd harmonic is rather strong.

CONCLUSIONS

In this paper we showed that the spectrum of nonuniformly sampled sinusoidal signal calculated using finite number of samples depends on the relation between input signal frequency, period of sampling instant determination error and time window width. It was also showed that it's possible to obtain the undistorted spectrum of input signal in some conditions. The absolute value of this spectrum doesn't depend on the time axis signal shift. The above facts make possible to identify the sampling instance determination error. At the end, using computer simulation the identification of the timebase nonlinearity was performed. It was proved that the described method is resistant to the quantization errors of the recorder which is being tested and is also resistant to some harmonic components in the input reference signal.

REFERENCES

1. Jenq Y i n - C h y u n: *Digital spectra of nonuniformly sampled signals: Fundamentals and high-speed waveform digitizers*. IEEE Trans. on Instr. and Measurement, vol. IM-37, no 2, pp. 245-251 June 1988

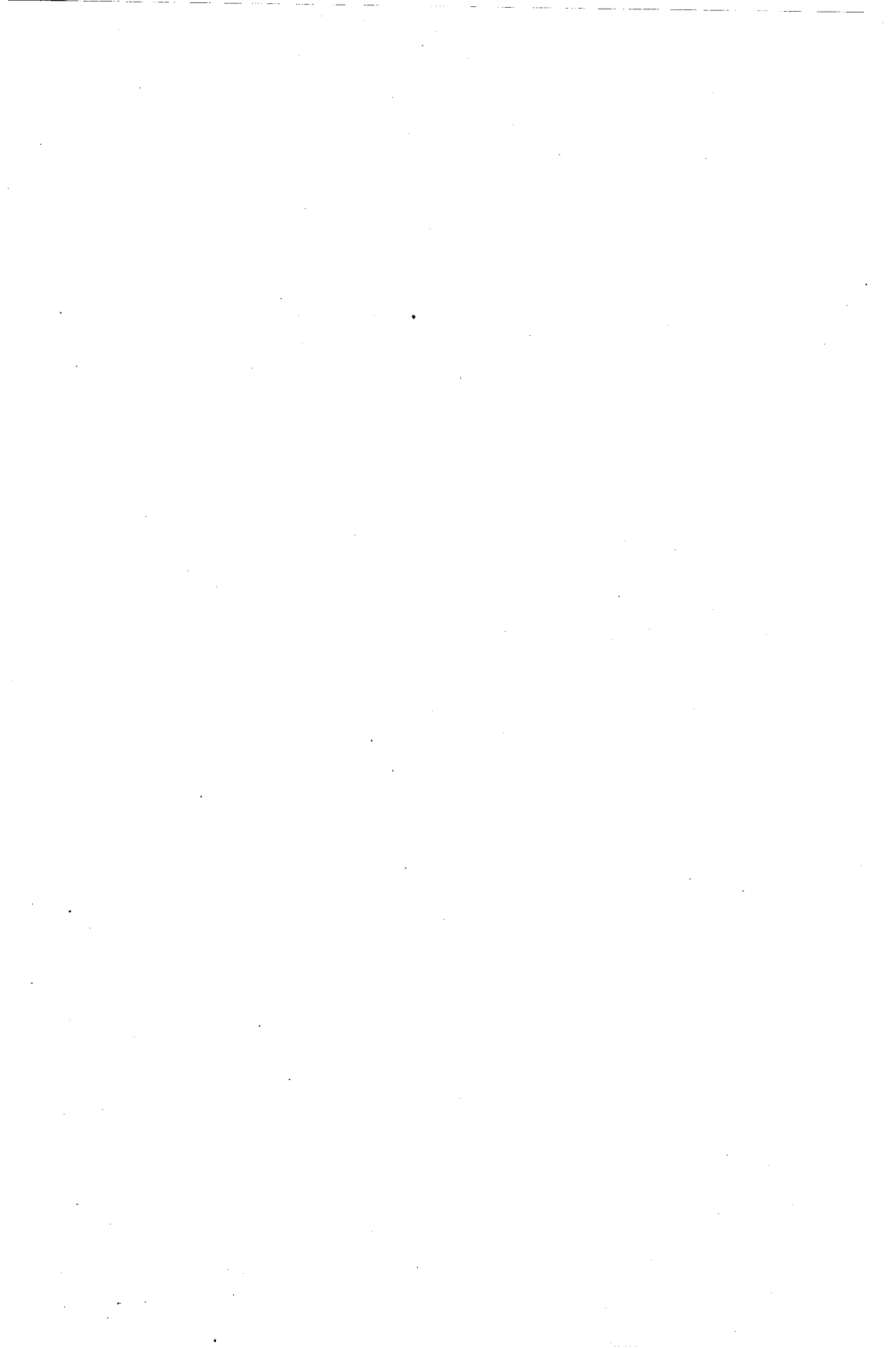
2. A. V. B a l a k r i s h n a n: *On the problem of time jitter in sampling*. IRE Trans. Inform. Theory, vol. IT-8, no 3, pp. 226-236 April 1962
3. T. A d a m s k i: *Signal processing errors due to the time jitter and the additive noise*. Prace naukowe Politechniki Warszawskiej — Elektronika, 1982, z. 56
4. F. J. H a r r i s: *On the use of windows for harmonic analysis*

J. TETERWAK.

WIDMO SYGNAŁÓW PRÓBKOWANYCH NIERÓWNOMIERNIE: MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA DO IDENTYFIKACJI BŁĘDU OKREŚLENIA MOMENTU PRÓBKOWANIA W CYFROWYCH REJESTRATORACH SYGNAŁU

Streszczenie

W artykule rozważono problemy nieliniowości podstawy czasu w cyfrowych rejestratorach sygnału. W takich przyrządach, na skutek nieidealnej podstawy czasu, sygnał wyjściowy próbkowany jest nierównomiernie, jednakże fakt ten jest często ignorowany przy dalszym przetwarzaniu sygnału. Powoduje to błędy, które w przypadku dokładnych przyrządów nie mogą być pomijane. Przedstawiono badania widma sygnałów sinusoidalnych spróbkowanych nierównomiernie. Rozważano też zniekształcenia widma powstałe na skutek obliczania tego widma ze skończonej liczby próbek. Wymieniono warunki, jakie muszą być spełnione, aby uniknąć zniekształceń widma podczas jego obliczania. Spełnienie tych warunków pozwala na wykorzystanie obliczonego widma do określenia błędu próbkowania w cyfrowych rejestratorach sygnału. W końcowej części artykułu przedstawiono wyniki identyfikacji nieliniowości podstawy czasu otrzymane na drodze symulacji komputerowej.



A neural cellular system for non-linear transmittances synthesis

ANDRZEJ SZATKOWSKI

Wydział Elektroniki, Politechnika Gdańska

Otrzymano 1992.03.30

Autoryzowano do druku 1992.05.20

An electronic system with voltage-to-frequency-to-voltage conversion for non-linear transmittances synthesis is proposed.

1. DESIGN OF THE SYSTEM

An electronic system for non-linear transmittances synthesis is designed.

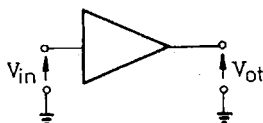


Fig. 1. Diagram of the system

The transmittance to be synthesized is given by

$$V_{ot} = F(|V_{in}|) \cdot |V_{in}|, \quad (1)$$

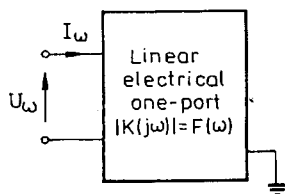


Fig. 2. Linear one-port $U_{\omega} = |K(j\omega)| \cdot I_{\omega}$, $U_{\omega} = |U(j\omega)|$, $I_{\omega} = |I(j\omega)|$

where F is a function given in the synthesis task, and such that

$$F(\omega) = |K(j\omega)|, \quad (2)$$

where $K(j\omega)$ is the steady-state transmittance of a linear one-port.

The block diagram of the system proposed is designed in Fig. 3.

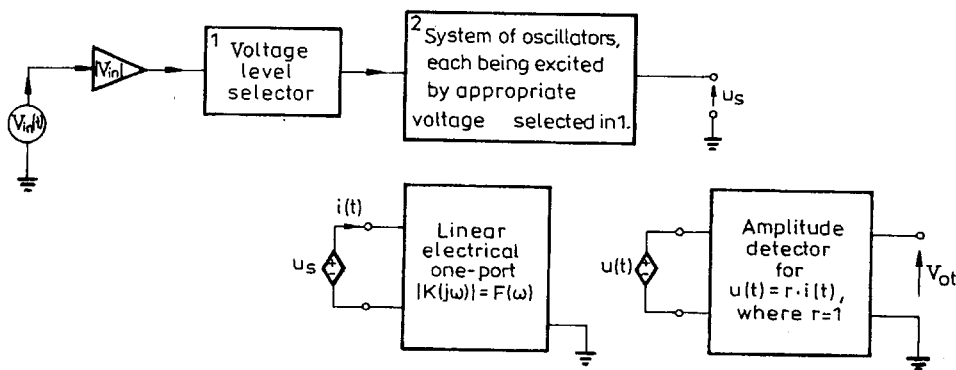


Fig. 3. The block diagram of the system

The available range $[0, V_{max}]$ of the input voltages has been partitioned into some number of voltage level intervals $\Delta v_0, \Delta v_1, \dots, \Delta v_m$. The maximal value V_{max} of the input voltage is given in the design of the system.

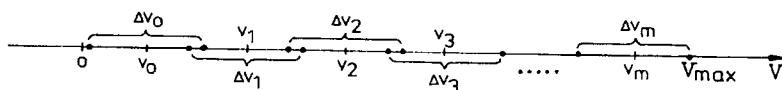


Fig. 4. Voltage selection intervals

The extents of the intervals $\Delta v_i, i=0,1,2,\dots,m$, are not necessary equal. v_i is the voltage value in the centre of Δv_i . The neighbouring intervals must overlap.

The scheme of the entire system is given in Fig. 5 (see also [3]).

The voltage U_i is the exciting voltage for the oscillator „ i ”. $U_i = \mu_i \cdot u_{ot_i}$, $i=0,1,2,\dots,m$, where the gain μ_i is appropriate for concrete realization of the oscillator „ i ”. For $U_i=0$, the oscillator „ i ” has an asymptotically stable equilibrium state $v_{ot_i}=0$, and for $U_i=\mu_i \cdot e$, which takes place for $V(t)$ in the interval marked in Fig. 6, the oscillator „ i ” possesses the stable steady-state oscillation, where the amplitude v_{ot_i} and the value of the pulsation ω_i , in chosen units, are equal to v_i .

The static transmittance of the system is given by the expression

$$V_{ot}^0 = K(j|V_{in}^0|) \cdot |V_{in}^0|, \quad (3)$$

for any constant value V_{in}^0 of the input signal, with the precision defined by the extents of the selection intervals in the block 1.

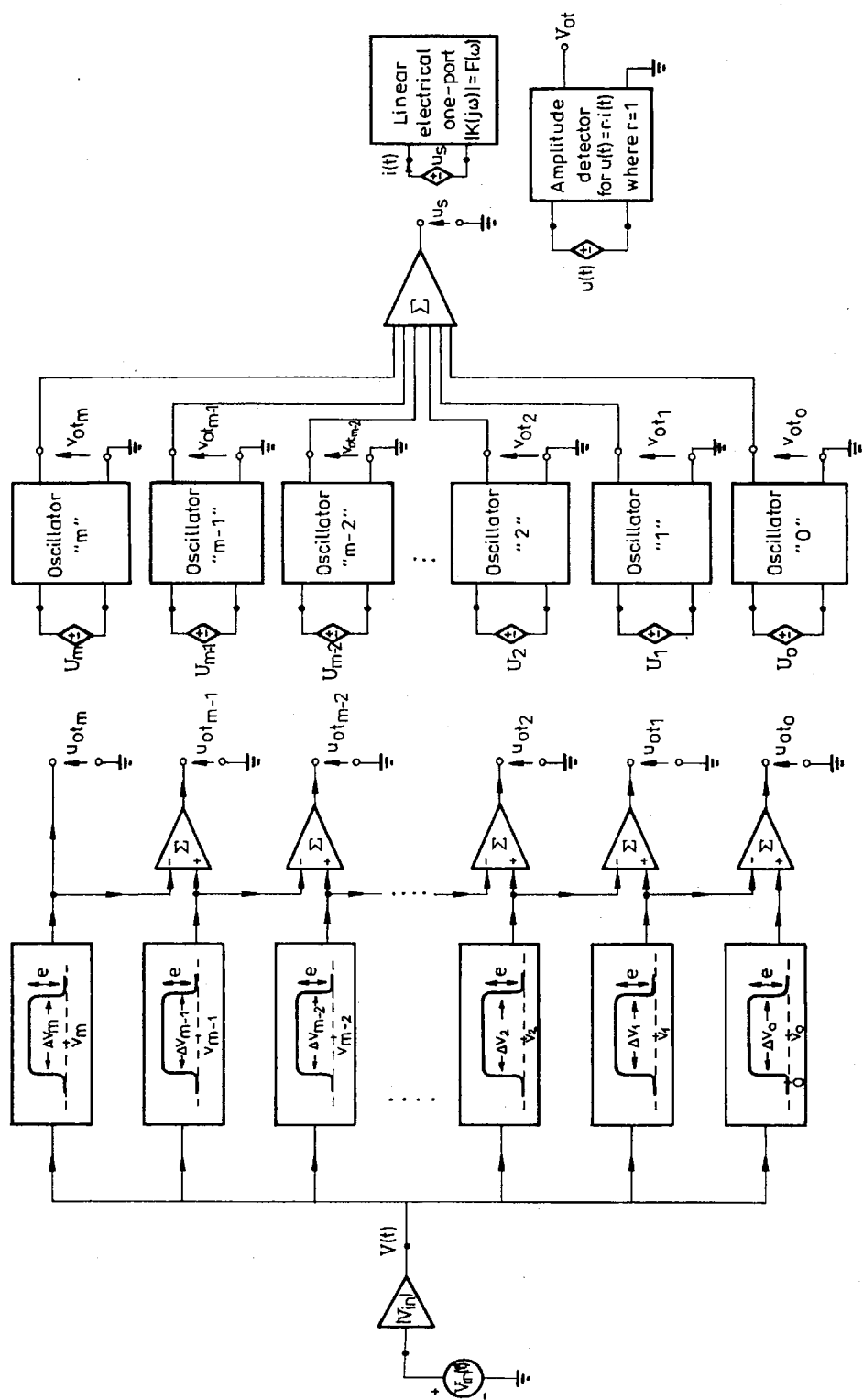


Fig. 5. System designed

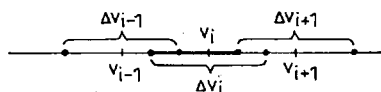


Fig. 6. Overlapping intervals

The dynamic transmittance of the system becomes

$$V_{ot} \simeq F(V(t)) \cdot V(t), \quad V(t) = |V_{in}(t)|, \quad (4)$$

where $F(V) = |K(j\omega)|$, $\omega = V$, in units chosen. The precision depends on the extents of the voltage selection intervals, on the transients behavior in the oscillators, and the amplitude detector quality [1], [2].

REFERENCES

1. B. P. Lathi: *Modern Digital and Analog Communication Systems*. Holt, New York, 1983
2. S. Socolof: *Applications of Analog Integrated Circuits*. Prentice — Hall, Inc., New Jersey, 1985, (Zastosowania analogowych układów scalonych. WKŁ, Warszawa, 1991)
3. A. Szatkowski: *Synthesis of neural cellular systems for decision making. Part I: selection — identification systems. Part II: set — logic systems and general cellular neural systems.*, in Polish, (Synteza neuralnych systemów komórkowych dla zagadnień podejmowania decyzji. Część I: systemy selekcji — identyfikacji. Część II: systemy mnogościowo-logiczne oraz ogólne komórkowe sieci neuralne.) Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji — Electronics and Telecommunications Quarterly, 1992, 38, z. 2, s. 455-512

A. SZATKOWSKI

NEURALNY SYSTEM KOMÓRKOWY DLA SYNTEZY TRANSMITANCJI NIELINIOWYCH

Streszczenie

Przedstawiono konstrukcję neuralnego systemu komórkowego dla syntezy transmitancji nieliniowych przy wykorzystaniu konwersji napięcie-częstotliwość-napięcie.

Komputerowe metody wyznaczania torów elektronów w polu elektrostatycznym na przykładzie elektronooptycznego wzmacniacza obrazu

JACEK PUCHALSKI

Instytut Mikro- i Optoelektroniki, Zakład Przetworników Obrazu, Politechnika Warszawska

Otrzymano 1992.02.19

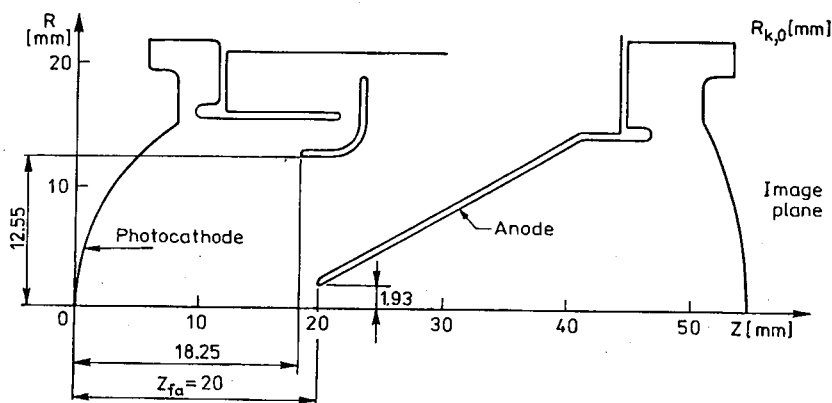
Autoryzowano do druku 1992.07.20

Przedmiotem niniejszej pracy jest wybór najefektywniejszych metod numerycznych przydatnych do obliczania torów elektronów w polu elektrostatycznym przyrządów elektronooptycznych a zwłaszcza układu konwersji i wzmacniania obrazu. Zaproponowano dwie metody wyznaczania trajektorii (ruchu) elektronu w polu o zadanym potencjale: tzw. metodę trzech komponentów polegającą na całkowaniu równań ruchu w/g schematu Rungego-Kutty w wersji skróconej, gdy znany jest analityczny opis potencjału pola oraz metodę czterech komponentów, którą stosujemy wraz z interpolacyjnymi formułami opisującymi pole, w przypadku gdy rozkład potencjału dany jest w formie numerycznej. Zaproponowane w pracy metody są dostatecznie wydajne dla szybkiego wyznaczania podstawowych parametrów, charakterystyk wzmacniacza obrazu (w szczególności funkcji MTF) co umożliwia przeprowadzenie optymalizacji konstrukcji tych przyrządów.

1. WPROWADZENIE

Wśród układów przetwarzania obrazu znaczącą grupę stanowią elektronooptyczne układy obrazujące. Do niej w szczególności należą układy konwersji i wzmacniania obrazu. Przedstawicielem tej grupy jest Elektronooptyczny Wzmacniacz Obrazu (EWO) stosowany do wizualizacji obrazów z różnych zakresów promieniowania elektromagnetycznego (np. bliskiej podczerwieni, ultrafioletu, promieniowania rentgenowskiego), superszybkiej fotografii oraz innych zastosowań specjalnych w astronomii i medycynie [5].

Podstawowymi elementami konstrukcji EWO zaznaczonymi na Rys. 1 są: fotokatoda, układ elektronooptyczny oraz ekran luminescencyjny. Wzmacniacz



Rys. 1. Elementy konstrukcji Elektronooptycznego Wzmacniacza Obrazu

EWO może zawierać dodatkowo wejściowe i wyjściowe płytki włóknisto-optyczne oraz płytkę mikrokanalikową. Fotokatoda na którą pada wiązka fali elektromagnetycznej niosąca informację o obrazie jest emiterym zmodulowanej przestrzennie wiązki fotoelektronów przenoszącej informację. Układ elektro-optyczny ogniskujący i przyspieszający elektrony formuje obraz elektronowy obserwowanej sceny zaś ekran luminescencyjny wyświetla obraz tej sceny w pożądanym zakresie widmowym. Należy dodać że układ EWO posiada zazwyczaj symetrię obrotową (cylicydryczną) choć konstruowane są także wzmacniacze asymetryczne.

Układ elektro-optyczny stanowi zasadniczy element przetwornika EWO. Osiągana w tym układzie wierność odwzorowania elektro-optycznego decyduje o jakości całego przyrządu.

Głównym przedmiotem badań nad optymalizacją konstrukcji EWO jest opracowanie skutecznych narzędzi programowych modelowania układu pola elektrostatycznego ogniskującego wiązki elektronów oraz modelowania trajektorii elektronów w tak zadanym polu. Oprogramowanie to powinno pozwalać w stosunkowo krótkim czasie na obliczenie podstawowych parametrów przetwornika takich jak: modulacyjna funkcja przekazu MTF i wynikająca z niej zdolność rozdzielcza. Zatem, konieczne jest obliczenie numeryczne tzw. funkcji rozmycia punktu (PSF ang. Point Spread Function) na ekranie luminescencyjnym, gdyż jej dwuwymiarową transformatą furierowską jest MTF [6].

Aby wyznaczyć PSF konieczne jest obliczenie numeryczne bardzo wielu (zwykle kilku tysięcy) końcowych punktów trajektorii elektronów startujących z wybranego punktu na powierzchni fotokatody dla różnych wartości składowych pędu początkowego i początkowej energii elektronu. W związku z tym niezmiernie istotnym problemem jest zastosowanie najbardziej efektywnych metod numerycznego wyznaczania trajektorii elektronów w zadanym polu potencjałnym.

2. PODSTAWOWE RÓWNANIA RUCHU I TORU ELEKTRONU W POLU POTENCJALNYM

W tej części pracy zajmujemy się matematycznym opisem ruchu i toru elektronu w polu potencjalnym. Należy jednak nadmienić że osiągnane energie elektronu w układzie EWO są na poziomie kilku do kilkunastu kV, co wskazuje na wystąpienie efektu relatywistycznego przyrostu masy elektronu.

Podstawowym równaniem ruchu elektronu w polu potencjalnym $V(x,y,z)$ jest równanie ruchu Newtona uwzględniające relatywistyczny efekt przyrostu masy elektronu:

$$\frac{d}{dt}(m \cdot v) = e \text{grad } V \quad (1)$$

gdzie $m = m_0(1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ oznacza masę relatywistyczną elektronu, m_0 masę spoczynkową, $v = |v|$ jest wartością prędkości elektronu, c wartością prędkości światła,

$v = \frac{dr}{dt}$ wektorem prędkości elektronu, r wektorem położenia zaś $e > 0$ jest ładunkiem elektronu, t czasem, a V potencjałem pola. Z równania ruchu otrzymujemy zasadę zachowania energii elektronu, która wygląda następująco:

$$mc^2 - eV = m_0c^2 \quad (2)$$

Wprowadzając parametr (poprawkę relatywistyczną) $\varepsilon = e/(2m_0c^2)$ możemy z równania (2) otrzymać zależność:

$$(1 - (v/c)^2)^{-1/2} = 1 + 2\varepsilon V$$

Następnie w równaniu (1) zamieniamy zmienną t na σ [1], $d\sigma = (e/m_0)^{1/2} (1 + 2\varepsilon V)^{-1} dt$ i otrzymujemy równanie równoważne (1):

$$\frac{d^2 r}{d\sigma^2} = \text{grad } V^* \quad (3)$$

gdzie $V^* = V(1 + \varepsilon V)$. Jest to wektorowe równanie różniczkowe drugiego rzędu w którym nie występuje pierwsza pochodna $\frac{dr}{d\sigma}$ gdyż potencjał pola V zależy

wyłącznie od współrzędnych przestrzennych (w układzie kartezjańskim $x, y, i z$). Dlatego też można tu zastosować numeryczną metodę Rungego-Kutty w jej skróconej wersji z warunkiem początkowym $r_0, \frac{dr}{d\sigma} \Big|_0 = (m_0/e)^{1/2} (1 + 2\varepsilon V_0) \frac{dr}{dt} \Big|_0$. Należy także

zaznaczyć że równanie to opisuje ruch elektronu w polu o dowolnym rozkładzie pola spełniającym jedynie równanie Laplace'a (brak ładunku przestrzennego) bez dodatkowych założeń odnośnie symetrii pola. Zauważmy również, że równanie (3) nie korzysta z zasady zachowania energii elektronu:

$$\left(\frac{dr}{d\sigma}\right)^2 = 2V^*$$

gdyż wymaga znajomości trzech pochodnych przestrzennych potencjału $V(x,y,z)$ – metoda oparta na tym równaniu (3) jest zwana metodą trzech komponentów.

Drugą metodą opisującą tor elektronu jest metoda oparta na całkowaniu równań toru. W celu wyznaczenia równań toru wprowadźmy oznaczenia:

$$p_x = \frac{dx}{d\sigma} \quad p_y = \frac{dy}{d\sigma} \quad p_z = \frac{dz}{d\sigma}, \quad (4)$$

które reprezentują wielkości proporcjonalne do odpowiednich składowych pędu elektronu w układzie kartezjańskim. Wówczas równanie (3) można przedstawić w postaci:

$$\frac{dp_x}{d\sigma} = \frac{\partial V^*}{\partial x} \quad \frac{dp_y}{d\sigma} = \frac{\partial V^*}{\partial y} \quad \frac{dp_z}{d\sigma} = \frac{\partial V^*}{\partial z} \quad (5)$$

W przypadku wybrania zmiennej z jako zmiennej całkowania i założeniu, że tor daje się opisać przez $x=x(z)$ i $y=y(z)$ z równań (4) i (5) otrzymujemy następujący układ czterech równań pierwszego rzędu:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dz} = \frac{p_x}{p_z} \\ \frac{dy}{dz} = \frac{p_y}{p_z} \\ \frac{dp_x}{dz} = \frac{1}{p_z} \frac{\partial V^*}{\partial x} \\ \frac{dp_y}{dz} = \frac{1}{p_z} \frac{\partial V^*}{\partial y} \end{cases} \quad (6)$$

Wielkość p_z , (która powinna być jak największa w celu uzyskania dokładnych obliczeń numerycznych) możemy wyrazić za pomocą pozostałych wielkości p_x i p_y , stosując zasadę zachowania energii:

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = 2V^* \quad (7)$$

Zatem $p_z = \pm(2V^* - p_x^2 - p_y^2)^{1/2}$ i znak zależy od kierunku (zwrotu) składowej wektora prędkości w kierunku z . Ze względu na spełnienie zasady zachowania energii w każdym punkcie, a więc i punkcie startu potencjał V musi określać energię początkową elektronu a zatem $V_0^* = V_0(1 + \varepsilon V_0)$ gdzie V_0 jest początkową energią elektronu. Oczywiście rozkład potencjału $V^*(x,y,z)$ także należy przeskalować tak aby uzyskać ciągłość w punkcie startu, (np. dla wzmacniacza obrazu $V^* = (V + V_0)(1 + \varepsilon(V + V_0))$ gdyż fotokatoda ma potencjał zerowy). W odróżnieniu od metody trzech komponentów metoda czterech komponentów wykorzystuje cztery równania pierwszego rzędu i co najważniejsze wymaga znajomości tylko dwóch

pochodnych potencjału co może mieć istotne znaczenie w przypadku numerycznych obliczeń pochodnych. Równania (6) całkujemy z warunkami początkowymi $x=x_0$, $y=y_0$, $z=z_0$ oraz $p_x=p_{x0}=v_{x0} (1+2\varepsilon V_0)$ $p_y=p_{y0}=v_{y0} (1+2\varepsilon V_0)$ gdzie $v_{x0}=\left.\frac{dx}{dt}\right|_0$,

$v_{y0}=\left.\frac{dy}{dt}\right|_0$. Analogiczne do równań (6) można wyprowadzić formuły dla zmiennej x (wtedy $y=y(x)$ i $z=z(x)$) i zmiennej y (wtedy $x=x(y)$ i $z=z(y)$). Zestaw takich równań stosujemy wymiennie unikając punktów osobliwych t.j. gdy $p_z=0$ albo $p_x=0$ albo $p_y=0$.

Dla szczególnego przypadku symetrii obrotowej $V=V(r,z)$ gdzie $r=(x^2+y^2)^{1/2}$ otrzymujemy:

$$\frac{\partial V^*}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{\partial V^*}{\partial r} \quad \frac{\partial V^*}{\partial y} = \frac{y}{r} \frac{\partial V^*}{\partial r} \quad (8)$$

W takim przypadku równania (6) można zapisać w następującej postaci:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dz} = \frac{p_x}{p_z} \\ \frac{dy}{dz} = \frac{p_y}{p_z} \\ \frac{dp_x}{dz} = \frac{1}{p_z} \frac{x}{r} \frac{\partial V^*}{\partial x} \text{ i } x \frac{dp_y}{dz} = \frac{dp_x}{dz} y. \end{cases} \quad (9)$$

Ostatnie równanie w (9) wyraża niezmiennik tej symetrii t.j. moment pędu elektronu w kierunku osi z :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}(L_z) &= \frac{d}{dz}(x \cdot m \cdot v_y - y \cdot m \cdot v_x) = m_0 (e/m_0)^{1/2} \frac{d}{dz}(x p_y - y p_x) = \\ &= (m_0 \cdot e)^{1/2} \left[\frac{dx}{dz} p_y - \frac{dy}{dz} p_x + x \frac{dp_y}{dz} - y \frac{dp_x}{dz} \right] = 0 \text{ a więc } L_z = \text{const} \end{aligned}$$

wzdłuż całej trajektorii elektronu. W związku z tym w przypadku symetrii obrotowej otrzymujemy zasadniczo trzy równania różniczkowe pierwszego rzędu dla metody czterech komponentów. Wprowadzając współrzędne cylindryczne r, ϑ, z możemy uzyskać układ równań różniczkowych równoważny (9). W tym celu opisujemy ruch elektronu (równanie (3)) we współrzędnych cylindrycznych.

$$\frac{dp_r}{d\sigma} = \frac{\partial V^*}{\partial r} + \frac{p_t^2}{r} \quad \frac{d(rp_t)}{d\sigma} = 0 \quad \frac{dp_z}{d\sigma} = \frac{\partial V^*}{\partial z}, \quad (10)$$

gdzie oznaczono $p_r = \frac{dr}{d\sigma}$, $p_t = r \frac{d\vartheta}{d\sigma}$. Zasada zachowania energii w tym przypadku ma postać:

$$p_r^2 + p_t^2 + p_z^2 = 2V^*. \quad (11)$$

Oznaczając wielkość $L_z = rp_t$, która jest proporcjonalna do momentu pędu elektronu w kierunku z :

$$L_z = (m_0 e)^{1/2} L_z \quad (12)$$

możemy wyznaczyć z (10) $p_t = L_z/r$ oraz

$$\frac{d\vartheta}{dz} = \frac{L_z}{p_z r^2} \quad \text{i} \quad \frac{dp_r}{dz} = \left(\frac{\partial V^*}{\partial r} + \frac{L_z^2}{r^3} \right) / p_z \quad \text{oraz} \quad \frac{dr}{dz} = \frac{p_r}{p_z}. \quad (13)$$

Zakładamy że $r=r(z)$, $\vartheta=\vartheta(z)$, $p_r=p_r(z)$ zaś p_z wyznaczamy z (11)

$$p_z = \pm (2V^* - p_r^2 - L_z^2 r^{-2})^{1/2}. \quad (14)$$

Z równań (13) i (14) możemy określić trajektorię elektronu w przypadku symetrii obrotowej pola potencjalnego. Jak widać są to trzy równania pierwszego rzędu i zawierają tylko jedną pochodną potencjału pierwszego rzędu (po zmiennej r). Podobnie możemy wyrazić opis teorii elektronu w funkcji zmiennej r t.j. $z(r)$, $\vartheta(r)$ i $p_z(r)$:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{p_z}{p_r} \quad \frac{d\vartheta}{dr} = \frac{L_z}{p_r r^2} \quad \frac{dp_z}{dr} = \frac{1}{p_r} \frac{\partial V^*}{\partial z}, \quad (15)$$

gdzie $p_r = \pm \left(2V^* - \frac{L_z^2}{r^2} - p_z^2 \right)^{1/2}$. Możliwość stosowania równań dla różnych zmiennych całkowania pozwala na wyznaczenie toru elektronu jeśli $p_z=0$ lub $p_r=0$ co ma miejsce w przypadku Elektronooptycznego Wzmacniacza Obrazu. Problem ten nie występuje gdy stosujemy równania ruchu elektronu, co prowadzi do wykorzystania dwóch pochodnych potencjału w przypadku symetrii cylindrycznej i trzech pochodnych w przypadku pola asymetrycznego.

Oprócz wyżej wymienionych metod całkowania równań ruchu lub toru można wymienić metody korzystające z rachunku zaburzeń pola i toru elektronu, metody rozwinięcia pola w szereg i na tej podstawie wyznaczanie zapostulowanych rozwiązań toru elektronu. Jednakże metody te wymagają znacznie więcej numerycznych obliczeń niż metody proponowane powyżej.

3. NUMERYCZNE METODY CAŁKOWANIA RÓWNAŃ TORU I RUCHU ELEKTRONU

Do najbardziej znanych i najczęściej stosowanych metod numerycznych całkowania równań różniczkowych należą: metody Rungego-Kutty, wśród metod wielokrokowych, metody predictor-corrector oraz ostatnio stosowana metoda ekstrapolacji wymiernej (ang. relation — ekstrapolation). Na ogół metody numeryczne zastosowane do danego układu równań różniczkowych charakteryzują się stosunkowo różną wydajnością t.j. osiągnięciem zadanej dokładności obliczeń w możliwie

najkrótszym czasie. Zazwyczaj metody te stosowane są z tak zwaną automatyczną kontrolą długości kroku całkowania. Regulacja długości kroku całkowania jest prowadzona w następujący sposób:

- po pierwsze sprawdzany jest warunek czy dokładność całkowania w bieżącym kroku jest satysfakcjonująca, jeśli nie to obliczenia są realizowane ponownie ze zmniejszoną długością kroku;
- po drugie sprawdzany jest warunek czy dokładność całkowania w bieżącym kroku jest na tyle dobra by zwiększyć długość kroku w celu przyspieszenia obliczeń;

Sposób automatycznej kontroli długości kroku dla metody *predictor – corrector* (dla modyfikowanej techniki Hamminga) jest podany w artykule [1]. W odniesieniu do metod Rungego-Kutty, automatyczna regulacja długości kroku bardzo spowalnia procedury Rungego-Kutty, gdyż wymaga to całkowania danego odcinka trajektorii elektronu z danym krokiem i krokiem zmniejszonym np. z krokiem h i $h/2$, co znacznie wydłuża obliczenia. Problem ten nie występuje w przypadku metody *predictor – corrector* i ekstrapolacji wymiernej. Jednakże metody Rungego-Kutty mają możliwość uzyskania bardzo dużej szybkości obliczeń jeśli wyłączymy automatyczną regulację kroku i zadamy odpowiednią długość kroku na początku obliczeń, by na końcu toru uzyskać satysfakcjonującą nas dokładność. Jednym słowem, metodę Rungego-Kutty używamy całkując ze stałym krokiem, który określamy dla takich pól potencjalnych i torów elektronu dla których istnieją rozwiązania analityczne trajektorii elektronu. Jeśli dodatkowo założymy, że znamy analityczne wyrażenia na trzy pochodne potencjału w równaniu (3) to okaże się że zastosowanie skróconej metody Rungego-Kutty dla równania (3) daje takie same błędy jak zastosowanie metody Rungego-Kutty dla równania pierwszego rzędu [2]. W rezultacie jest to, w takim przypadku, najszybsza i najbardziej efektywna metoda wśród wyżej wymienionych. Wzory rekurencyjne dla metody Rungego-Kutty w wersji skróconej dla równania (3) są następujące:

$$\begin{aligned} r_{n+1} &= r_n + \Delta\sigma(v_n + (A + 2B)/6) \\ w_{n+1} &= v_n + (A + 4B + C)/6 \end{aligned} \quad (16)$$

gdzie trójwymiarowe wektory A , B i C są zdefiniowane jako:

$$\begin{aligned} A &= \Delta\sigma \text{grad } V^*(r_n) \\ B &= \Delta\sigma \text{grad } V^*(r_n + \Delta\sigma v_n/2 + \Delta\sigma A/8) \\ C &= \Delta\sigma \text{grad } V^*(r_n + \Delta\sigma v_n + \Delta\sigma B/2), \end{aligned} \quad (17)$$

zaś wektor v jest zdefiniowany przez $v = \frac{dr}{d\sigma}$. Metoda czterech komponentów z metodą numeryczną Rungego-Kutty czwartego rzędu jest w tym przypadku o jeden do dwóch rzędów gorsza niż metoda trzech komponentów z metodą Rungego-Kutty w wersji skróconej. Wzmacniacz EWO w pierwszym przybliżeniu może zostać potraktowany w części swej konstrukcji jako kondensator sferyczny i dlatego też możemy określić wielkość kroku całkowania $\Delta\sigma$ w celu uzyskania żądanej dokładności obliczeń (na

poziomie 1 nm), gdyż dla zadanych wartości potencjału i promieni elektrod kondensatora istnieją analityczne rozwiązania trajektorii elektronu w przypadku klasycznym (tor paraboliczny, eliptyczny i hiperboliczny). W sytuacji kiedy zastosujemy tą metodę dla obliczania trajektorii elektronu w polu elektrostatycznym kondensatora sferycznego o potencjałach elektrod i promieniach elektrod: katoda $U_k = 0$ i $r_k = 17.5$ mm, anoda $U_a = 15$ kV i $r_a = 2$ mm, dla którego istnieją eliptyczne rozwiązania toru w przypadku klasycznym ($e = 0$) otrzymujemy dokładność na poziomie 10^{-6} mm dla kroku $\Delta\sigma = 0.002$ i czas obliczeń dla $z \approx 0 \div 15$ mm rzędu 2.5 s na komputerze IBM-286 z koprocesorem. Jest to zaskakująco krótki czas obliczeń z uzyskaniem błędu 1 nm. Metody predictor—corrector i ekstrapolacji wymiernej w tej sytuacji są znacznie wolniejsze (czas obliczeń rzędu 5÷7 s). Proponowana powyżej metoda numeryczna osiąga już dokładność 10^{-6} mm dla pola danego przez wielomian drugiego rzędu ze względu na zmienne przestrzenne x, y, z (bez wyrażeń mieszanych) już dla $\Delta\sigma = 0.2$.

W realnych układach mamy praktycznie do czynienia nie z funkcyjnymi zależnościami potencjału i jego pochodnych przestrzennych, a z macierzami jedno—, dwu— lub trójwymiarowymi reprezentującymi potencjał pola w dyskretnych punktach obszaru przestrzeni. Dla wzmacniacza obrazu o symetrii obrotowej jest to dwuwymiarowa macierz potencjału, otrzymywana przy numerycznym rozwiązaniu równania Laplace'a dla symetrii cylindrycznej. Dla wzmacniacza asymetrycznego należałoby wyznaczyć macierz trójwymiarową, wyznaczoną przy numerycznym rozwiązywaniu równania Laplace'a np. w układzie kartezjańskim. Na bazie wyznaczonych węzłów sieci w oparciu o znane metody interpolacji funkcji i jej pochodnych (np. interpolacja Lagrange'a) można wyznaczać potencjał pola i jego pochodne przestrzenne w dowolnym punkcie przestrzeni zawierającej sieć potencjału. Łatwo zauważyć, że w tej sytuacji o szybkości obliczeń przy wyznaczaniu toru decyduje nie tylko metoda całkowania równań toru lub ruchu elektronu ale także szybkość i dokładność metody interpolacyjnej, gdyż obliczenia pochodnych przestrzennych potencjału i ewentualnie samego potencjału są wykonywane w zależności od metody całkowania po kilka razy dla bieżącego kroku całkowania. Z tego powodu metoda czterech komponentów jest bardziej efektywna, gdyż interpolacja jednej pochodnej przestrzennej potencjału zajmuje zawsze mniej komputerowego czasu niż interpolacja dwóch pochodnych (dla symetrii obrotowej). Poza tym interpolowana wartość funkcji jest bliższa rzeczywistej wartości niż jej interpolowana pochodna przy założeniu, że wykorzystujemy te same węzły do interpolacji. Dla przypadku pola asymetrycznego sytuacja jest bardziej skomplikowana.

Z powyższego wynika, że w przypadkach interpolacji potencjału i jego pochodnych należy zastosować numeryczne metody całkowania równań takie jak: *predictor—corrector* czy ekstrapolacji wymiernej z automatyczną regulacją kroku, gdyż obliczenia są głównie ograniczone przez czas interpolacji potencjału i pochodnych. Obie techniki w każdym kroku mają możliwość kontroli dokładności obliczeń bez powtórnego całkowania tego samego odcinka toru [3],[4]. W przypadku metody *predictor—corrector* wymagana jest znajomość czterech ostatnich punktów toru,

a zatem w celu uruchomienia procedury predictor – corrector musimy wyznaczyć cztery punkty początkowe, przez zastosowanie procedury Rungego-Kutty np. dla metody czterech komponentów numeryczną metodą Rungego-Kutty czwartego rzędu [3],[4]. Dla metody ekstrapolacji wymiernej metoda czterech komponentów ogranicza długość kroku początkowego w każdym bieżącym kroku ze względu na korzystanie z zasady zachowania energii, która dla obliczeń numerycznych z dużym krokiem początkowym może nie być spełniona (równanie (7) lub (11)) i nie będzie możliwe wyznaczenie pierwiastka kwadratowego (wartości p_z). Dlatego też metodę ekstrapolacji wymiernej stosujemy w tym przypadku z pewnym ograniczeniem i dlatego nie jest ona najefektywniejsza. Problem ten przestaje istnieć przy zastosowaniu tej metody do równania ruchu elektronu (3), lecz wtedy nie mamy możliwości zredukowania liczby pochodnych przestrzennych potencjału pola. W efekcie metoda ekstrapolacji wymiernej jest mniej efektywna dla metody czterech komponentów niż metoda *predictor – corrector*. Dla realnego przetwornika EWO wartość początkowego kroku całkowania dla metody predictor – corrector $\Delta z = 10^{-4}$ mm i czas obliczeń dla $z \approx 0 \div 54$ mm waha się dla różnych punktów startu i różnych składowych pędu od 45 s do 80 s. W programie wyznaczającym tory elektronów użyto formuł interpolacyjnych Lagrange'a dla interpolacji jednowymiarowej (wielomiany piątego rzędu aproksymujące z sześciu punktów). Pochodną w kierunku r lub z w zadanym punkcie (r_p, z_p) interpoluje się w następujący sposób: najpierw interpolujemy wartości potencjału w kierunku z lub r w punkcie z_p lub r_p , a następnie interpolujemy wartości potencjału i jego pochodnej w punkcie (r_p, z_p). Tę metodę interpolacji możemy także zastosować dla pola asymetrycznego (trójwymiarowa macierz potencjału). Dokładność obliczeń dla weryfikacji programu na polu kondensatora sferycznego dla przypadku klasycznego jest na poziomie 1 nm przy użyciu formuł interpolacyjnych Lagrange'a. Na ekranie przetwornika spodziewana dokładność nie powinna być gorsza niż 1 μm , gdyż pole przyspieszające istotnie działa na elektron tylko w obszarze fotokatoda – stożek anody, który może być modelowany kondensatorem sferycznym o parametrach podanych wyżej. W pozostałym obszarze przetwornika pole nieznacznie zakrzywia tory elektronów Rys. 1. Dokładność ta powinna być zadowalająca, gdyż najmniejsze rozmiary plamek rozproszenia są rzędu 20 μm , zatem można będzie uzyskać wartości funkcji MTF z satysfakcjonującą nas dokładnością (przedziały całkowania PSF na poziomie 1 μm [5]).

4. PODSUMOWANIE

Artykuł skupia się głównie na numerycznych metodach i metodach wyznaczania torów elektronów w polu elektrostatycznym elektronooptycznego wzmacniacza obrazu. Ze względu na konieczność interpolacji pochodnych przestrzennych potencjału zaproponowano metodę czterech komponentów z techniką *predictor – corrector* (startową procedurę Rungego-Kutty czwartego rzędu) ewentualnie technikę numeryczną ekstrapolacji wymiernej. Dla modelowania wzmacniacza EWO można użyć zależności funkcyjnych na potencjał pola i jego pochodne, a w tej sytuacji stosujemy

metodę trzech komponentów z techniką numeryczną Rungego-Kutty w wersji skróconej oczywiście bez automatycznej kontroli długości kroku. Te dwa sposoby wyznaczania toru elektronu są obecnie najbardziej efektywne. Pozwala to zminimalizować czas obliczeń i uzyskać dużą dokładność wyznaczania końcowych punktów toru na ekranie przetwornika. Umożliwia to dość wiernie określić plamkę rozproszenia, funkcję PSF, a w rezultacie funkcję MTF. Zmieniając parametry konstrukcyjne takie jak położenia elektrod, wielkości pierścieni, kształty anody możemy modelować konstrukcję przetwornika, pole potencjalne, tory elektronów a także MTF. Następnie analizując wykresy MTF-ów wybrać optymalną konstrukcję wzmacniacza. Wyżej przedstawione metody numeryczne pozwalają na uzyskanie optymalnej konstrukcji EWO znacznie szybciej niż przy zastosowaniu innych metod numerycznych.

BIBLIOGRAFIA

1. E. Kasper: *On the numerical determination optical focusing properties and aberrations*. 1984, Optik 69, p. 117
2. J. B. Scarborough: *Numerical Mathematical Analysis*. Johns Hopkins U. P., Baltimore, 1966, Chap. 13, Article 116
3. W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling: *Numerical Recipes*. 1986, pp. 77, 551, 563, 569
4. Granino, A. Korn: *Matematyka dla pracowników naukowych i inżynierów*. University of Arizona, New York, San Francisco, Toronto printed in USA 1961, 1962. Część druga, pp. 210, 231, 242, 244
5. J. M. Woźnicki: *Modelowanie układów konwersji i wzmacniania obrazu*. Referat na Sympozjum naukowym – Technika Przetwarzania Obrazu, Warszawa, 1988
6. S. Jeszka, Z. Kupisz-Andrzejewski, J. M. Woźnicki: *Oprogramowanie do numerycznego obliczania MTF*. Referat na Sympozjum naukowym – Technika Przetwarzania Obrazu, Warszawa 1988
7. K. Kosmański, P. Strzemecki, J. M. Woźnicki: *Przydatność techniczna software'owych narzędzi projektowania EWO*. referat na Sympozjum naukowym – Technika Przetwarzania Obrazu. Warszawa, 1988

J. PUCHALSKI

COMPUTERS METHODS OF THE DETERMINATION OF ELECTRON TRAJECTORIES IN THE ELECTROSTATICAL FIELD ON THE EXAMPLE OF THE IMAGE INTENSIFIER

Summary

In this work an efficient numerical methods of calculation of electron trajectories in electrostatic field for electron-optical devices are presented. Two methods of the determination of electron trajectory are proposed: the three components method and the four components method. First method integrates equation of motion of electron using short Runge-Kutta numerical scheme and it should be applied when analytical formulas of gradient of potential field are available. Second method determines the electron trajectory and it should be used when the electrostatic field is given by numerical data. These methods are sufficiently fast for obtaining the MTF of image intensifier and therefore we can carry out optimization of electron-optical devices in relatively short time.

Projektowanie cyfrowego filtra SOI o charakterystyce częstotliwościowej monotonicznej w pasmie przepustowym i równomiernie falistej w pasmie zaporowym

FELICJA WYSOCKA-SCHILLAK

Wyższa Szkoła Pedagogiczna, Bydgoszcz

Otrzymano 1992.05.20

Autoryzowano do druku 1992.07.30

W pracy przedstawiono metodę projektowania dolnoprzepustowego cyfrowego filtra SOI o liniowej fazie i charakterystyce częstotliwościowej monotonicznej w pasmie przepustowym i równomiernie falistej w pasmie zaporowym. Zadaniem zaprojektowania takiego filtra jest przekształcanie w odpowiednie zadanie programowania nieliniowego z ograniczeniami, które jest następnie rozwiązywane przy użyciu metody przesuwanej funkcji kary. Praca zawiera ponadto opis opracowanego programu FMON oraz przykład obliczeniowy ilustrujący działanie tego programu.

1. WSTĘP

Projektowanie filtra cyfrowego o skończonym czasie trwania odpowiedzi impulsowej (w skrócie SOI) sprowadza się do wyznaczenia jego odpowiedzi impulsowej w taki sposób, aby charakterystyka częstotliwościowa (amplitudowo-fazowa) układu spełniała określone wymagania. Istotną zaletą filtrów SOI jest możliwość uzyskania dokładnie liniowej charakterystyki fazowej.

Filtry SOI o charakterystykach częstotliwościowych równomiernie falistych (czebyszewowskich) w pasmach przepustowym i zaporowym oraz liniowej fazie są najczęściej projektowane metodami opartymi na algorytmie Remeza [6,8,9,11]. Metody te nie umożliwiają jednak uwzględnienia żadnych dodatkowych warunków dotyczących odpowiedzi impulsowej układu, ani też otrzymania charakterystyki częstotliwościowej o przebiegu różnym od czebyszewowskiego w jednym z pasm.

Metody projektowania filtrów SOI o charakterystykach równomiernie falistych i liniowej fazie z uwzględnieniem różnych dodatkowych warunków są przedstawione

m.in. w [3,5,10,15,16]. W pracach [12,13] opisane są natomiast metody umożliwiające otrzymanie charakterystyk częstotliwościowych o przebiegu różnym od czebyszewskiego w pasmie przepustowym.

W niniejszej pracy zaproponowano metodę projektowania dolnoprzepustowego filtra SOI o liniowej fazie i charakterystyce częstotliwościowej monotonicznej w pasmie przepustowym i równomiernie falistej w pasmie zaporowym. Zadanie zaprojektowania takiego filtra jest przekształcane w odpowiednie zadanie programowania nieliniowego z ograniczeniami, które jest następnie rozwiązywane przy użyciu metody przesuwanej funkcji kary. Praca zawiera również opis opracowanego programu FMON oraz przykład obliczeniowy ilustrujący działanie tego programu.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Rozpatrzmy dolnoprzepustowy filtr cyfrowy SOI o symetrycznej odpowiedzi impulsowej, której długość N jest liczbą nieparzystą. Charakterystyka częstotliwościowa $H(e^{j\omega})$ takiego filtra może być wyrażona następująco [7]:

$$H(e^{j\omega}) = h(0) + 2 \sum_{n=1}^L h(n) \cos(\omega n), \quad (1)$$

gdzie: $h(n)$ – odpowiedź impulsowa filtra,

$$L = (N-1)/2,$$

ω – pulsacja unormowana względem częstotliwości próbkowania $F_p(\omega \in <0; \pi>)$.

Charakterystyki amplitudowa $A(\omega)$ i fazowa $\varphi(\omega)$ układu są zdefiniowane zależnościami:

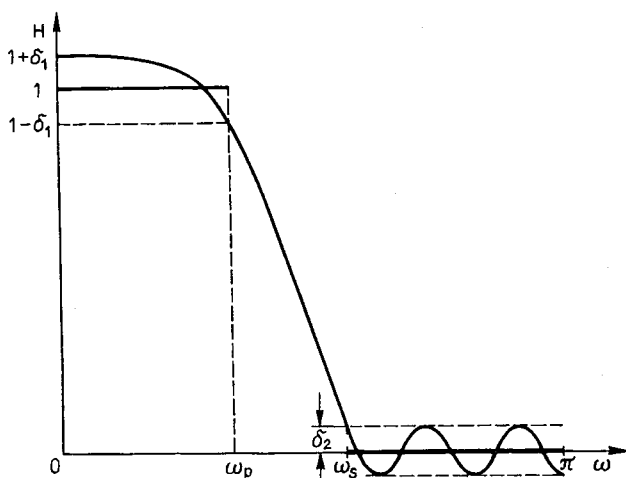
$$A(\omega) = |H(e^{j\omega})|, \quad (2)$$

$$\varphi(\omega) = \arg H(e^{j\omega}). \quad (3)$$

Zadanie zaprojektowania filtra o określonej charakterystyce częstotliwościowej sprowadza się do wyznaczania odpowiednich wartości współczynników $h(n)$, $n=0,1,\dots,L$. W rozpatrywanym przypadku charakterystyka częstotliwościowa filtra ma mieć przebieg monotoniczny w pasmie przepustowym $P = <0; \omega_p>$ oraz czebyszewski (równomiernie falisty) w pasmie zaporowym $S = <\omega_s; \pi>$ (rys. 1). Występujące na tym rysunku wielkości δ_1 , δ_2 są maksymalnymi odchyleniami charakterystyki częstotliwościowej projektowanego filtra od charakterystyki częstotliwościowej filtra idealnego, tzn. odpowiednio od wartości 1 w pasmie przepustowym i od wartości zero w pasmie zaporowym.

Oznaczmy przez $Y = [y_1, y_2, \dots, y_{L+1}]^T$ wektor parametrów zdefiniowanych następująco:

$$Y_i = h(i-1), \quad i = 1, 2, \dots, L+1; \quad (4)$$



Rys. 1. Charakterystyka częstotliwościowa $H(e^{j\omega})$ o przebiegu monotonicznym w pasmie przepustowym i równomiernie falistym w pasmie zaporowym

a przez $H(\omega, Y)$ charakterystykę częstotliwościową otrzymaną przy przyjęciu we wzorze (1) współczynników o wartościach określonych przez wektor Y . Warunek wystarczający i konieczny tego, aby charakterystyka $H(e^{j\omega})$ miała przebieg monotoniczny w pasmie przepustowym może być przedstawiony w następującej postaci:

$$\bigwedge_{\omega \in P} (-1)^k \frac{dH(\omega, Y)}{d\omega} \leq 0, \quad (5)$$

przy czym

$$k = \begin{cases} 0 & \text{— gdy funkcja } H(\omega, Y) \text{ jest malejąca,} \\ 1 & \text{— gdy funkcja } H(\omega, Y) \text{ jest rosnąca.} \end{cases}$$

Aby funkcja $H(\omega, Y)$ była odpowiednio wklęsła lub wypukła w pasmie przepustowym, musi być dodatkowo spełniony warunek [1]:

$$\bigwedge_{\omega \in P} (-1)^k \frac{d^2 H(\omega, Y)}{d\omega^2} \leq 0, \quad (6)$$

przy czym

$$k = \begin{cases} 0 & \text{— gdy funkcja } H(\omega, Y) \text{ jest wklęsła,} \\ 1 & \text{— gdy funkcja } H(\omega, Y) \text{ jest wypukła.} \end{cases}$$

Rozpatrywane zadanie projektowania filtru posiadającego charakterystykę częstotliwościową o przebiegu monotonicznym w pasmie przepustowym i czebyszewowskim w pasmie zaporowym sformułujemy w sposób następujący:

Dla zadanych wartości N , ω_p , ω_s oraz $w = \delta_1/\delta_2$ znaleźć wektor $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_{L+1}]^T$, który minimalizuje

$$\max_{\omega \in S} |H(\omega, \mathbf{Y})|, \quad (7)$$

przy jednoczesnym spełnieniu odpowiednich warunków ograniczających danych wzorami (5) i (6).

3. SPOSÓB ROZWIĄZANIA PROBLEMU

W przypadku filtru dolnoprzepustowego najczęściej żąda się, aby charakterystyka częstotliwościowa $H(\omega, \mathbf{Y})$ w pasmie przepustowym była malejąca i wklęsła. W dalszej części pracy ograniczymy się do rozpatrzenia warunków umożliwiających otrzymanie takiej właśnie charakterystyki. Nie zmniejsza to w niczym ogólności rozważań, gdyż w przypadku innych typów charakterystyk należałoby jedynie przyjąć inną, odpowiednią postać warunków danych wzorami (5) i (6), a sam sposób dalszego postępowania byłby analogiczny do przedstawionego poniżej.

Rozwiązywanie zadania projektowania filtru o rozpatrywanej charakterystyce częstotliwościowej rozpoczniemy od podzielenia pasma zaporowego $S = \langle \omega_s, \pi \rangle$ na podprzedziały Θ_j , $j = 1, 2, \dots, J$, określone następująco:

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \langle \omega_s; \omega_1 \rangle, \\ \Theta_l &= \langle \omega_{l-1}; \omega_l \rangle, \quad l = 2, 3, \dots, J-1, \\ \Theta_J &= \langle \omega_{J-1}; \pi \rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie: $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{J-1}$ ($\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_{J-1}$) są unormowanymi pulsacjami, dla których spełnione są warunki:

$$(-1)^k \frac{dH(\omega, \mathbf{Y})}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_k} < 0, \quad k = 1, 2, \dots, J-1 \quad (9)$$

a $J-1$ jest liczbą pulsacji ω_k występujących w pasmie zaporowym.

Określmy ponadto wartości największych odchyień $\Delta H_1(\mathbf{Y})$ i $\Delta H_2(\mathbf{Y})$ funkcji $H(\omega, \mathbf{Y})$ od jedynki w pasmie przepustowym oraz wartości największych odchyień $\Delta H_i(\mathbf{Y})$, $i = 3, 4, \dots, J+4$, funkcji $H(\omega, \mathbf{Y})$ od zera w pasmie zaporowym w sposób następujący:

$$\Delta H_1(\mathbf{Y}) = H(0, \mathbf{Y}) - 1, \quad (10)$$

$$\Delta H_2(\mathbf{Y}) = 1 - H(\omega_p, \mathbf{Y}), \quad (11)$$

$$\Delta H_3(\mathbf{Y}) = H(\omega_s, \mathbf{Y}), \quad (12)$$

$$\Delta H_k(\mathbf{Y}) = -\min_{\omega \in \Theta_{k-3}} (H(\omega, \mathbf{Y})), \quad \text{gdy } k \text{ jest parzyste } (k \geq 4), \quad (13)$$

$$\Delta H_k(\mathbf{Y}) = \max_{\omega \in \Theta_{k-3}} (H(\omega, \mathbf{Y})), \quad \text{gdy } k \text{ jest nieparzyste } (k \geq 5), \quad (14)$$

$$\Delta H_{J+4}(\mathbf{Y}) = -H(\pi, \mathbf{Y}). \quad (15)$$

Rozwiązanie zadania projektowania filtru sprowadza się do znalezienia takiego wektora $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_{L+1}]^T$, dla którego spełniony jest warunek

$$\Delta \tilde{H}_k(\mathbf{Y}) = \Delta \tilde{H}_l(\mathbf{Y}), \quad k, l = 1, 2, \dots, J+4 \quad (16)$$

gdzie:

$$\Delta \tilde{H}_k(\mathbf{Y}) = \Delta H_k(\mathbf{Y}), \quad k = 1, 2 \quad (17)$$

$$\Delta \tilde{H}_k(\mathbf{Y}) = w \Delta \tilde{H}_k(\mathbf{Y}), \quad k = 3, 4, \dots, J+4, \quad (18)$$

przy jednoczesnym spełnieniu odpowiednich ograniczeń danych wzorami (5) i (6).

Aby wyznaczyć wektor $\mathbf{Y}$, dla którego spełniony jest warunek (16), przekształcamy rozpatrywane zadanie projektowania filtru w zadanie programowania nieliniowego z ograniczeniami. W tym celu określamy taką funkcję $X(\mathbf{Y})$, która przy spełnieniu warunku (16) osiąga minimum globalne równe zero. Przyjmujemy, że funkcja ta ma następującą postać:

$$X(\mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^{J+4} (\Delta \tilde{H}_i(\mathbf{Y}) - \tilde{S})^2, \quad (19)$$

gdzie:

$$\tilde{S} = \frac{\sum_{k=1}^{J+4} \Delta \tilde{H}_k(\mathbf{Y})}{J+4}. \quad (20)$$

Można wykazać, że przy spełnieniu warunku (16) funkcja $X(\mathbf{Y})$ osiąga minimum globalne równe zero. Rozpatrywane zadanie projektowania filtru, określone zależnością (7), można więc przekształcić w następujące równoważne zadanie programowania nieliniowego z ograniczeniami: Znaleźć wektor $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_{L+1}]^T$, który minimalizuje funkcję celu* $X(\mathbf{Y})$ określoną wzorem (19) przy następujących warunkach ograniczających:

$$\Delta H_i(\mathbf{Y}) > 0, \quad i = 1, 2, \dots, J+4, \quad (21)$$

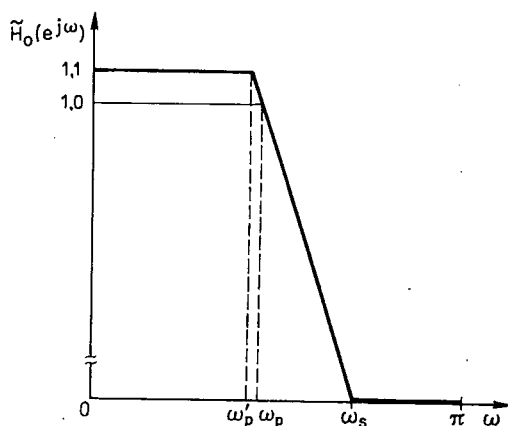
$$\bigwedge_{\omega \in (\omega_p, \omega_s)} H(\omega, \mathbf{Y}) - 1 < 0, \quad (22)$$

$$\bigwedge_{\omega \in P} \sum_{i=1}^{L+1} Y_i (1-i) \sin[(i-1)\omega] \leq 0, \quad (23)$$

$$\bigwedge_{\omega \in P} \sum_{i=1}^{L+1} Y_i (i-1)^2 \cos[(i-1)\omega] > 0. \quad (24)$$

* Funkcją celu nazywamy funkcję, której minimum poszukujemy [2,4].

Sformułowane powyżej zadanie programowania nieliniowego można rozwiązać jedną z metod poszukiwania minimum z ograniczeniami. Z podanych w literaturze (np. [2,4]) metod, do rozwiązywania rozpatrywanego zadania wybrano metodę przesuwanej funkcji kary. Metoda ta uważana jest bowiem za jedną z najbardziej efektywnych metod poszukiwania minimum z ograniczeniami [2]. Umożliwia ona prowadzenie zadania z ograniczeniami do ciągu zadań bez ograniczeń poprzez odpowiednią modyfikację funkcji celu. Zadania programowania nieliniowego bez ograniczeń rozwiązywano metodą gradientu sprzężonego Polaka-Ribieri.



Rys. 2. Przebieg funkcji $\tilde{H}_0(e^{j\omega})$ określonej zależnością (25)

Początkowe wartości współrzędnych wektora $\mathbf{Y}$, służące jako punkt startowy w rozwiązywaniu zadania programowania nieliniowego, wyznaczono przybliżając sumą częściową szeregu Fouriera funkcję $\tilde{H}_0(e^{j\omega})$ określoną zależnością (rys. 2):

$$\tilde{H}_0(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1,1 & \text{dla } 0 \leq \omega \leq \omega'_p, \\ \frac{\omega - \omega_s}{\omega_p - \omega_s} & \text{dla } \omega'_p < \omega < \omega_s, \\ 0 & \text{dla } \omega_s \leq \omega \leq \pi. \end{cases} \quad (25)$$

Przyjęcie tak zdefiniowanego punktu startowego okazało się korzystniejsze, tzn. powodowało skrócenie czasu wykonywania obliczeń, w porównaniu z przypadkiem zastosowania jako punktu startowego współczynników szeregu Fouriera aproksymującego charakterystykę $H(e^{j\omega})$ idealnego filtra dolnoprzepustowego.

Do określenia wartości funkcji $X(\mathbf{Y})$ niezbędna jest znajomość maksymalnych odchyłeń $\Delta H_i(\mathbf{Y})$ funkcji $H(\omega, \mathbf{Y})$ odpowiednio od zera w pasmie zaporowym i od jedynki w pasmie przepustowym. Wartości odchyłeń $\Delta H_i(\mathbf{Y})$, $i=4,5,\dots,J+3$, wyznaczano posługując się metodą złotego podziału [2,4]. Metoda ta umożliwia znalezienie odciętej $\tilde{a}$ oraz rzędnej $f(\tilde{a})$ rozpatrywanej funkcji $f(a)$ w określonym przedziale, przy założeniu, że w tym przedziale funkcja $f(a)$ jest ciągła i ma dokładnie jedno minimum.

4. OPIS PROGRAMU FMON

Na podstawie przedstawionego sposobu projektowania dolnoprzepustowego filtra SOI o liniowej fazie, którego charakterystyka częstotliwościowa ma być funkcją malejącą i wklęsłą w pasmie przepustowym oraz równomiernie falistą w pasmie zaporowym, został opracowany program FMON. Program ten jest napisany w języku Fortran 77 dla mikrokomputera IBM PC/AT. Do kompilacji wykorzystano optymalizujący kompilator Fortranu firmy Microsoft (wersja 4.01).

Danymi wejściowymi dla programu są:

- liczba N ,
- wartość $w = \delta_1/\delta_2$,
- wartości unormowanych częstotliwości $f_p = \omega_p/2\pi$ oraz $f_s = \omega_s/2\pi$,
- wartość parametru IW informującego, czy chcemy otrzymać wydruki kolejnych współrzędnych wyznaczonej charakterystyki $|H(\omega, Y)|$ ($IW=1$), czy też nie ($IW=0$),

– wartość parametru IDB informującego, czy wartości funkcji $|H(\omega, Y)|$ mają być wyrażone w decybelach ($IDB=1$), czy też nie ($IDB=0$),

– wartość parametru EPS , zwanego kryterium zakończenia procedury minimalizacji bez ograniczeń [4] (procedura ta kończy swoje działanie, gdy $\|\nabla X(Y)\| \leq EPS$).

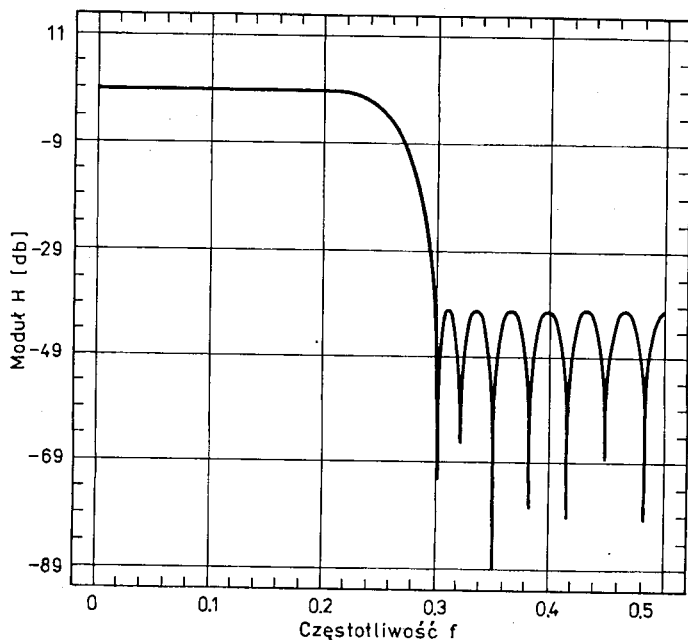
W programie FMON do rozwiązywania otrzymanych zadań programowania nieliniowego zastosowano odpowiednio zmodyfikowaną procedurę $GSPR1E$ opracowaną w Instytucie Automatyki Politechniki Warszawskiej [4]. Procedura ta umożliwia rozwiązywanie zadań programowania nieliniowego bez ograniczeń metodą gradientu sprzężonego Polaka-Ribieri, przy czym gradient funkcji celu jest estymowany numerycznie.

Po przeprowadzeniu obliczeń przy użyciu programu FMON otrzymujemy następujące wyniki końcowe:

- wartość współczynników $h(i)$, $i=0,1,\dots,L$, występujących we wzorze (1),
- wartości współrzędnych największych odchylen funkcji $H(\omega, Y)$ odpowiednio od jedynki w pasmie przepustowym oraz od zera w pasmie zaporowym, jak również wartości $\Delta H_i(Y)$, $i=1,2,\dots,J+4$, tych odchylen. Istnieje ponadto możliwość drukowania kolejnych wartości współrzędnych $f=\omega/2\pi$ i $|H(\omega, Y)|$ wyznaczonej funkcji aproksymującej w pasmach przepustowym i zaporowym.

Przy użyciu programu FMON przeprowadzono projektowanie szeregu dolnoprzepustowych filtrów SOI o charakterystykach częstotliwościowych malejących i wklęsłych w pasmie przepustowym oraz równomiernie falistych w pasmie zaporowym. Obliczenia wykonywano dla $N \leq 35$ przy użyciu mikrokomputera IBM PC/AT z zegarem 16 MHz, z koprocesorem matematycznym. Czas wykonywania obliczeń wahał się od kilku do kilkadziesiąt minut, przy czym czas ten wyraźnie zwiększał się w miarę wzrostu liczby N oraz w miarę zmniejszania się wartości parametru EPS .

Przykładowe wyniki projektowania filtra dolnoprzepustowego przy użyciu programu FMON są podane w tablicy 1. Do obliczeń przyjęto wartość parametru $EPS = 10^{-6}$. Przebieg wyznaczonej charakterystyki $|H(\omega, Y)|$ jest pokazany na rysunku 3.



Rys. 3. Przebieg charakterystyki $|H(\omega, Y)|$ otrzymanej w wyniku obliczeń dla danych: $N=31$; $f_p=0,240$; $f_s=0,300$; $w=10$

ZAKOŃCZENIE

W pracy przedstawiono metodę projektowania cyfrowego dolnoprzepustowego filtru SOI o liniowej fazie i charakterystyce częstotliwościowej monotonicznej w pasmie przepustowym i równomiernie falistej w pasmie zaporowym. W metodzie tej zadanie projektowania filtru jest przekształcane w równoważne zadanie programowania nieliniowego z ograniczeniami. Zaletą zaproponowanej metody projektowania jest jej elastyczność. Po odpowiedniej zmianie ograniczeń występujących w zadaniu programowania nieliniowego, metoda ta może być zastosowana do projektowania innych rodzajów filtrów SOI o liniowej fazie, w przypadku których występują dodatkowe warunki dotyczące np. odpowiedzi impulsowej filtru [15,16].

BIBLIOGRAFIA

1. G. M. Fichtenholtz: *Rachunek różniczkowy i całkowy*, t. I, Warszawa: WNT, 1978
2. W. Findeisen, J. Szymanowski, A. Wierzbicki: *Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji*. Warszawa: PWN, 1980
3. A. J. Johnson: *Optimal linear phase digital filter design by one-phase linear programming*. IEEE Trans. Circuits and Syst., April 1990, vol. CAS-37, No. 4, ss. 554-558

4. T. Kręglewski, T. Rogowski, A. Ruszczyński, J. Szymanowski: *Metody optymalizacji w języku FORTRAN*. Warszawa: PWN, 1984
5. J. K. Liang, R. J. P. DeFigueiredo, F. C. Liu: *Design of optimal Nyquist, partial response, Nth band, and nonuniform tap spacing FIR digital filters using linear programming techniques*. IEEE Trans. Circuits and Syst., April 1985, Vol. CAS-32, No. 4, ss. 386–392
6. J. H. McClellan, T. W. Park, L. R. Rabiner: *A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters*. IEEE Trans. Audio Electroacoust., 1973, vol. AU-21, No. 6, Dec., ss. 506–526
7. A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer: *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*, Warszawa: WKŁ, 1979
8. T. W. Park, J. H. McClellan: *Chebyshev approximation for nonrecursive digital filters with linear phase*. IEEE Trans. Circuit Theory, March 1972, vol. CT-19, No. 2, ss. 189–194
9. L. R. Rabiner, J. H. McClellan, T. W. Park: *FIR digital filters design techniques using weighted Chebyshev approximation*. Proc. IEEE, April 1975, vol. 64, No. 4, ss. 596–610
10. H. Samueli: *On the design of optimal equiripple FIR digital filters for data transmission applications*. IEEE Trans. Circuits and Syst., Dec. 1988, vol. CAS-35, No. 12, ss. 1542–1546
11. D. J. Shpak, A. Antonio: *A generalized Remez method for the design of FIR digital filters*. IEEE Trans. Circuits and Syst., Feb. 1990, Vol CAS-37, No. 2, ss. 161–174
12. K. Steiglitz: *Optimal design of FIR digital filters with monotone pass-band response*. IEEE Trans. Acoust., Speech Signal Processing, Dec. 1979, Vol. ASSP-27, No. 6, ss. 643–649
13. P. P. Vaidyanathan: *Optimal design of FIR digital filters with very flat passband and equiripple stopbands*. Sept. 1985, vol. CAS-32, No. 9, ss. 904–907
14. A. Wojtkiewicz: *Elementy syntazy filtrów cyfrowych*. Warszawa: WNT, 1984
15. F. Wysocka-Schillak: *Czebyszewowska aproksymacja charakterystyki częstotliwościowej dolnoprzepustowego filtru interpolacyjnego*. Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, 1992, vol. 38, z. 1, ss.
16. F. Wysocka-Schillak: *Projektowanie cyfrowego filtru Nyquista SOI o liniowej fazie*. Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, 1992, vol. 38, z. 1, ss.

F. WYSOCKA-SCHILLAK

DESIGN OF A FIR DIGITAL FILTER WITH MONOTONE PASSBAND AND EQUIRIPPLE STOPBAND FREQUENCY RESPONSE

Summary

A method is presented for designing linear phase FIR low-pass digital filters with monotone passband and equiripple stopband frequency responses. The filter design problem is transformed into an equivalent constrained minimization problem, which is solved using a penalty function shifting method. A description of the computer program FMON is included. An illustrative numerical example is also provided.

T a b l i c a 1

Wyniki obliczeń dla danych: $N=31$; $f_p=0,240$; $f_s=0,300$; $w=10$

DANE:

liczba $N=31$ waga $w=10$

pasmo przepustowe	.000000	.240000
pasmo zaporowe	.300000	.500000

Wartości współczynników

$H(0) = .56968520E+00$
 $H(1) = .34567960E+00$
 $H(2) = -.19494000E-01$
 $H(3) = -.10384180E+00$
 $H(4) = .19353100E-01$
 $H(5) = .51527500E-01$
 $H(6) = -.17326680E-01$
 $H(7) = -.27621220E-01$
 $H(8) = .14131470E-01$
 $H(9) = .14233670E-01$
 $H(10) = -.10482190E-01$
 $H(11) = -.64804600E-02$
 $H(12) = .69713550E-02$
 $H(13) = .24769400E-02$
 $H(14) = -.51731500E-02$
 $H(15) = .19175250E-02$

Częstotliwości ekstremów	Wartości modułu H	Wartości odchyień delta H
.00000000	1.10142900	.10142890
.24000000	.89827980	.10172020
.30000000	.01014559	.01014559
.31089980	.01014023	.01014023
.33609570	.01013923	.01013923
.36671870	.01013662	.01013662
.39927870	.01013615	.01013615
.43260580	.01013589	.01013589
.46623500	.01013517	.01013717
.50000000	.01013859	.01013859

Porównanie korektorów wielokanałowych

JERZY KISILEWICZ

Instytut Sterowania i Techniki Systemów, Politechnika Wrocławska

Otrzymano 1992.05.06

Autoryzowano do druku 1992.07.29

W pracy porównano 4 typy korektorów wielokanałowych korygujących równocześnie interferencje międzysymbolowe i międzykanałowe w n -kanałowych systemach transmisji danych. Założono, że interferencje międzysymbolowe są jednakowe w każdym kanale, a interferencje międzykanałowe są jednakowe dla każdej pary kanałów. Porównywano przenoszenie białego szumu gaussowskiego przez korektory oraz średniokwadratowe błędy korekcji.

Rozpatrywany jest system n -kanałowej transmisji danych z modulacją PAM w każdym kanale. System składa się z zespołu modulatorów PAM, n wzajemnie oddziaływujących na siebie kanałów, korektora n -kanałowego i zespołu n demodulatorów PAM. Transmitowane impulsy ulegają rozmyciu tak, że na wyjściach kanałów kolejne impulsy wzajemnie na siebie zachodzą. To wzajemne oddziaływanie impulsów reprezentujących przesyłane dane nazywa się interferencją międzysymbolową. W systemie wielokanałowym występuje przenikanie sygnałów pomiędzy kanałami. Wzajemne oddziaływanie impulsów jednego kanału na impulsy w innym kanale nazywa się interferencją międzykanałową. W niniejszej pracy równoczesne występowanie interferencji międzysymbolowej i międzykanałowej nazywa się interferencją wielokanałową.

W literaturze zadania korekcji interferencji międzysymbolowej i korekcji interferencji międzykanałowej są stawiane oddzielnie. Zadanie korekcji średniokwadratowej, to znaczy minimalizującej średniokwadratowy błąd demodulowanego sygnału, jest dobrze opisane w literaturze [3,4,5,10,11,12,13,15] dla przypadku gdy dane są transmitowane jednym kanałem. W wielu sytuacjach [2,6,7,8,9,14,16,17] należy się liczyć z występowaniem interferencji międzykanałowej oraz z koniecznością jej korekcji.

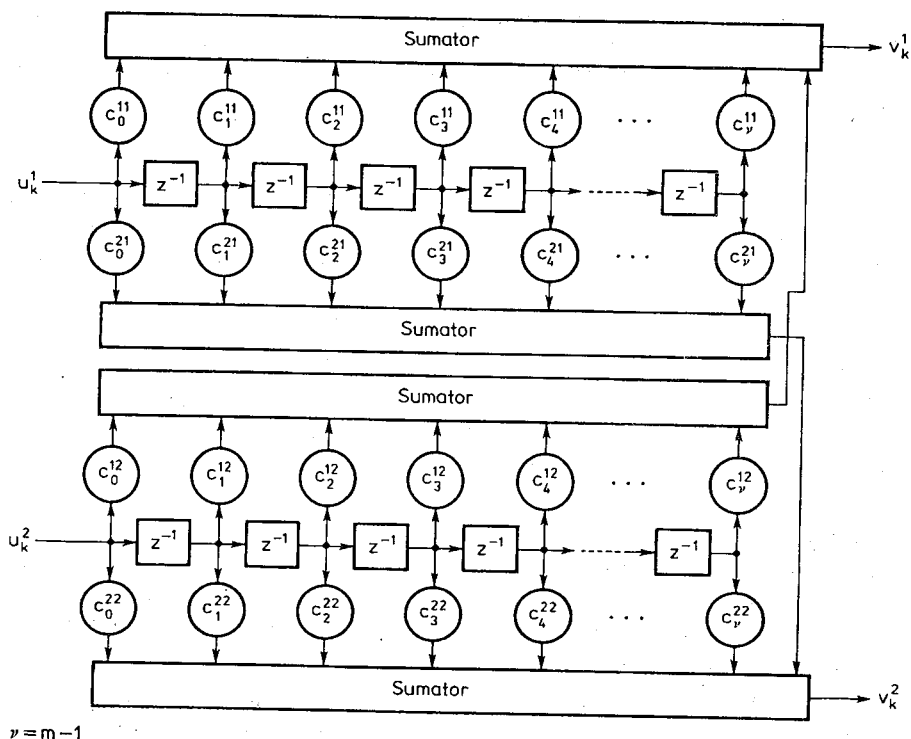
Podobnie jak w pracach [7] i [8] przyjmuje się, że interferencja n -kanałowa jest opisana macierzą $Y(z)$, której elementy $y_{ij}(z)$ ($i, j=1, 2, \dots, n$) są wielomianami stopnia g .

$$y_{ij}(z) = y_0^{ij} + y_1^{ij}z^{-1} + y_2^{ij}z^{-2} + \dots + y_g^{ij}z^{-g}. \quad (1)$$

Współczynnik y_k^{ij} ($k=0, 1, 2, \dots, g$) jest wartością k -tej próbki odpowiedzi kanału i na wymuszenie podstawowym impulsem transmisji danych w kanale j . Liczba g jest maksymalną liczbą rozważanych próbek interferencji.

2. PORÓWNYWANE KOREKTORY

W pracy [7] opisano korektory wielokanałowe minimalizujące sumaryczny błąd średniokwadratowy oraz algorytm obliczania tych korektorów. W pracy [8], opisano korektory eliminujące interferencje międzykanałowe oraz korygujące interferencje międzysymbolowe. Opiano jak sprowadzić korekcję wielokanałową do wielu korekcji jednokanałowych dokonując dekompozycji korekcji. Interferencję wielokanałową można więc korygować korektorami o różnej strukturze. Projektant systemu komu-



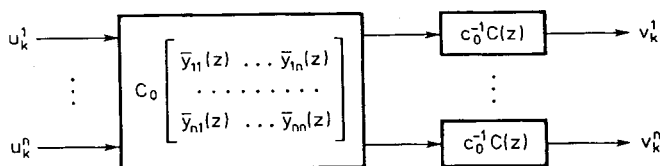
Rys. 1. Schemat dwukanałowego korektora 1 i korektora 2

nikacji w sieci komputerowej musi dokonać wyboru odpowiedniego korektora. Poniżej zostaną porównane właściwości czterech wybranych typów korektorów dwu- i trzykanałowych.

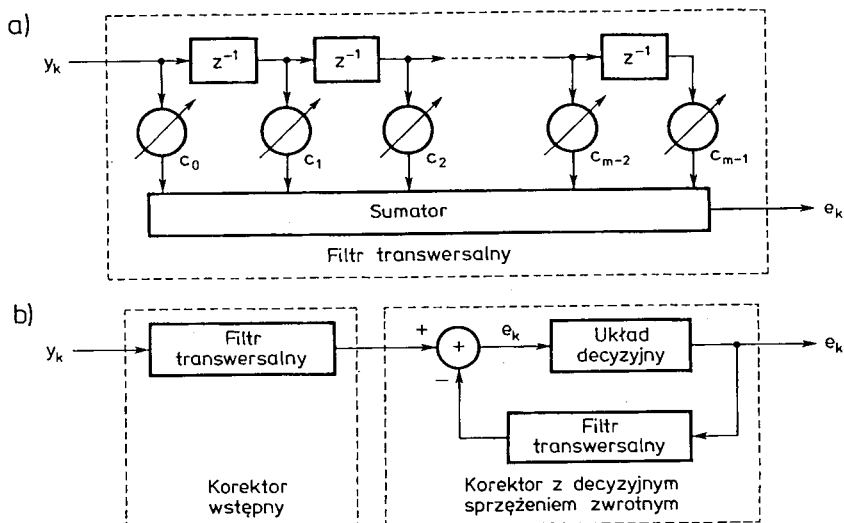
Korektor 1. Korektor liniowy minimalizujący sumaryczny błąd średniokwadratowy i opisany w pracy [7] o strukturze pokazanej na rys. 1.

Korektor 2. Korektor liniowy eliminujący interferencję międzykanałową minimalizujący błąd średniokwadratowy w kanałach. Korektor ten ma strukturę identyczną jak korektor 1 i różni się od niego tylko wartościami wzmocnień na odczepach linii opóźniających.

Korektor 3. Korektor liniowy zdekomponowany na minimalnoodczepowy, liniowy korektor eliminujący interferencje międzykanałowe oraz na liniowe korektory minimalizujące błąd średniokwadratowy, jednakowe w każdym kanale. Macierzowa transmitancja tego korektora jest taka sama jak transmitancja korektora 2. Strukturę korektora 3 pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Struktura zdekomponowanych korektorów 3 i 4



Rys. 3. Korektory kanałowe: a) w korektorze 3, b) w korektorze 4

Korektor 4. Korektor nieliniowy zdekomponowany o strukturze takiej jak struktura korektora 3. Korektory 3 i 4 różnią się tym, że w miejsce jednakowych

w każdym kanale, liniowych korektorów, korektor 4 posiada korektory wstępne i korektory z decyzyjnymi sprzężeniami zwrotnymi.

Korektory obliczano tak, aby sumaryczna liczba odczepów linii opóźniających przypadająca na jeden kanał była jednakowa.

3. PRZENOSZENIE SZUMU PRZEZ KOREKTOR

Liniowy transwersalny korektor n -kanałowy opisany jest macierzową transmitancją $\tilde{C}(z)$. Elementy $c_{ij}(z)$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) tej macierzy są wielomianami

$$c_{ij}(z) = c_0^{ij} + c_1^{ij}z^{-1} + \dots + c_{m-1}^{ij}z^{-(m-1)}. \quad (2)$$

W przypadku korektorów niezdekomponowanych (korektor 1 i korektor 2), $c_{ij}(z)$ opisują proste korektory transwersalne pomiędzy kanałem j a kanałem i . Jeśli na wejściu j takiego korektora pojawi się biały szum gaussowski o mocy σ_j^2 , to szum na wyjściu i korektora będzie miał moc

$$\eta_{ij}^2 = \gamma_{ij}^2 \sigma_j^2, \quad (3)$$

gdzie

$$\gamma_{ij}^2 = \sum_{k=0}^{m-1} (c_k^{ij})^2 \quad (4)$$

podaje jaka część mocy szumu przenosi się w korektorze z kanału j do kanału i .

Niech

$$\sigma^2 = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2]^T \quad (5)$$

oznacza kolumnowy wektor, gdzie σ_j^2 ($j = 1, 2, \dots, n$) jest mocą białego szumu gaussowskiego (na wejściu korektora) w kanale j , a

$$\eta^2 = [\eta_1^2, \eta_2^2, \dots, \eta_n^2]^T \quad (6)$$

oznacza kolumnowy wektor, gdzie η_i^2 ($i = 1, 2, \dots, n$) jest mocą białego szumu gaussowskiego na wyjściu korektora w kanale i . Oznaczając

$$\Gamma^2 = \begin{bmatrix} \gamma_{11}^2 & \gamma_{12}^2 & \dots & \gamma_{1n}^2 \\ \gamma_{21}^2 & \gamma_{22}^2 & \dots & \gamma_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \gamma_{n1}^2 & \gamma_{n2}^2 & \dots & \gamma_{nn}^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

można w prosty sposób zapisać zależność mocy białego szumu gaussowskiego na wyjściach liniowego transwersalnego korektora wielokanałowego od mocy szumu na wejściach tego korektora

$$\eta^2 = \Gamma^2 \sigma^2. \quad (8)$$

Jak widać, pomimo to, że korektor całkowicie eliminuje interferencję międzykanałową, nie eliminuje on przenikania szumu pomiędzy kanałami. Liniowe korektory transwersalne redukując interferencję międzysymbolową pogarszają stosunek mocy sygnału do mocy szumu [3]. Liniowe transwersalne korektory wielokanałowe również powodują wzrost poziomu szumu w kanałach. Mogą być zatem one z powodzeniem stosowane jedynie wtedy, gdy decydującym czynnikiem powodującym błędy transmisji są zniekształcenia interferencyjne.

Dla korektorów zdekomponowanych

$$\eta^2 = \gamma_c^2 \Gamma^2 \sigma^2, \quad (9)$$

gdzie γ_c^2 jest wzmocnieniem mocy szumu w zastosowanych korektorach interferencji międzysymbolowej, a elementy γ_{ij}^2 macierzy Γ^2 dotyczą tylko tej części korektora, która koryguje interferencje międzykanałowe. Jeśli interferencje międzykanałowe są całkowicie eliminowane, jak to opisano w [8], to:

$$\gamma_{ij}^2 = c_0^2 \sum_{k=0}^{(n-1)(g-1)} (\bar{y}_k^{-ij})^2, \quad (10)$$

gdzie $\bar{y}_k^{ij}$ są współczynnikami wielomianów $\bar{y}_{ij}(z)$ stopnia $(n-1)(g-1)$ będących algebraicznymi dopełnieniami elementów $y_{ij}(z)$ (1) macierzy $Y(z)$, a c_0 jest liczbową aproksymacją ułamka $1/\det Y(z)$, jak to wykazano w [8].

4. ZAŁOŻONE KANAŁY

W celu porównania korektorów dokonano obliczeń zakładając występowanie interferencji pomiędzy kanałami o czterech przykładowych impulsowych odpowiedziach kanałów telefonicznych i radiowych. Wartości próbek odpowiedzi przedstawiono w tabeli 1. Pierwsze dwa kanały są kanałami telefonicznymi, a pozostałe radiowymi. Dane zaczerpnięto z prac A. Dąbrowskiego [4] i A. Gersho [5]. Danych z pracy [5] użył J. Bartecki w [1]. Na wejście kanału telekomunikacyjnego wprowadza-

Tabela 1

Próbki odpowiedzi impulsowych przykładowych kanałów

Kanał	Wartości próbek $f_k = y_k^{11}$										
1	0,0003	-0,0007	0,0020	-0,0053	-0,0146	-0,0397	0,1081	-0,2943			
	0,8003	-0,4391	0,1614	-0,0592	-0,0218	-0,0080	0,0029	-0,0011			
	0,0004										
2	0,04	-0,06	0,07	-0,21	-0,50	0,72	0,36	0,0	0,21	0,03	0,07
3	0,4070	0,8170	0,4070								
4	0,2270	0,4600	0,6880	0,4600	0,2270						

ne są z okresem T impulsy niosące transmitowane dane. Odpowiedź kanału na jeden taki impuls o jednostkowej energii jest ciągłą funkcją czasu i jest ta odpowiedź próbkowana z okresem T . Tabela 1 zawiera takie próbki odpowiedzi kanału. Próbkki o wartościach bliskich zeru są pominięte, a więc liczba próbek różnych od zera jest ograniczona i równa $g+1$. Wartości próbek są unormowane tak, aby ich energia (suma kwadratów) była równa jedności.

Interferencje międzysymbolowe $f(z) = f_0 + f_1 z^{-1} + \dots + f_g z^{-g}$ przyjęto takie jak dla 4 typowych kanałów o wartościach próbek odpowiedzi impulsowych zamieszczonych w tabeli 1. Dla każdej funkcji $f(z)$ wybrano po 600 różnych interferencji międzykanałowych

$$p(z) = b[wf_1(z) + f_2(z) + vf_3(z)],$$

gdzie: $f_2(z)$ — jednomian reprezentujący prążek główny interferencji $f(z)$,

$f_1(z)$ — część $f(z)$ występująca przed $f_2(z)$,

$f_3(z)$ — część $f(z)$ występująca po $f_2(z)$,

$b = -0.5, -0.3, -0.1, 0.1, 0.3, 0.5$,

$w, v = -0.9, -0.7, -0.5, \dots, 0.9$.

W rezultacie założono po 2400 interferencji 2 i 3-kanałowych w postaci

$$Y(z) = \begin{bmatrix} f(z) & p(z) \\ p(z) & f(z) \end{bmatrix} \text{ oraz } Y(z) = \begin{bmatrix} f(z) & p(z) & p(z) \\ p(z) & f(z) & p(z) \\ p(z) & p(z) & f(z) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

5. OPIS EKSPERYMENTU

Dla przypadku interferencji opisanych wzorem (11) porównano moce η_i^2 (i -numer kanału) szumu na wyjściach wcześniej opisanych 4 typów korektorów.

Dla każdego przypadku interferencji wyznaczano 4 korektory oraz szeregowano te korektory w kolejności spadku odstępów wyjściowej mocy sygnału od mocy szumu. Tak więc na pierwszym miejscu ustawiano korektor o najlepszych właściwościach szumowych, a na czwartym miejscu — najgorszy. Tabele 2, 3, 4 i 5 zawierają kolejno dla kanałów z tabeli 1 liczby ile razy badane korektory były kwalifikowane na poszczególnych miejscach z rozbiem na transmisję 2 kanałową i 3 kanałową. I tak dla przypadku wzajemnej interferencji 3 kanałów o numerze 1 w tabeli 1 odczytuje się z tabeli 2, że np. korektor 2 został 574 razy zakwalifikowany jako najlepszy, 25 razy na drugim miejscu i jeden raz na trzecim miejscu. Podobne dane dla kanału o numerze 2 w tabeli 1 zawarto w tabeli 3 i.t.d.

Globalne liczby ile razy dany korektor był klasyfikowany na określonym miejscu zawarto w tabeli 6.

Tabela 2

Porównanie korektorów kanału 1

Miejsce	korektor 1		korektor 2		korektor 3		korektor 4	
	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$
1	18	14	582	574	0	0	0	12
2	540	520	18	25	10	13	32	42
3	28	47	0	1	92	143	480	410
4	14	19	0	0	498	445	88	136

Tabela 3

Porównanie korektorów kanału 2

Miejsce	korektor 1		korektor 2		korektor 3		korektor 4	
	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$
1	0	0	366	348	0	0	234	252
2	18	32	234	252	20	22	328	294
3	394	371	0	0	206	216	0	13
4	188	197	0	0	374	362	38	41

Tabela 4

Porównanie korektorów kanału 3

Miejsce	korektor 1		korektor 2		korektor 3		korektor 4	
	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$
1	178	116	422	399	0	0	0	85
2	418	398	172	191	2	3	8	8
3	4	86	6	10	60	68	530	436
4	0	0	0	0	538	529	62	71

Tabela 5

Porównanie korektorów kanału 4

Miejsce	korektor 1		korektor 2		korektor 3		korektor 4	
	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$	$n=2$	$n=3$
1	102	104	498	484	0	0	0	12
2	498	486	102	111	0	0	0	3
3	0	10	0	5	104	162	496	423
4	0	0	0	0	496	438	104	162

Tabela 6

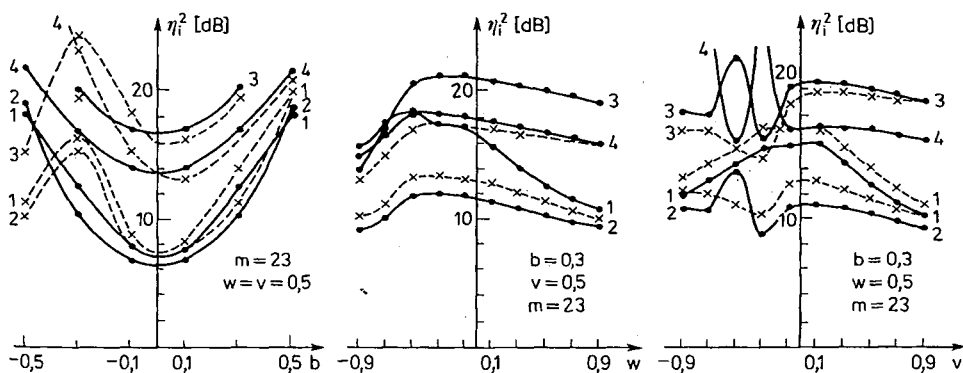
Globalne porównanie korektorów

Miejsce	korektor 1	korektor 2	korektor 3	korektor 4
1	532	3673	0	595
2	2910	1105	70	715
3	940	22	1050	2788
4	418	0	3680	702

6. WNIOSKI

Początkowo może zaskakiwać fakt, że na pierwszym miejscu najczęściej był klasyfikowany korektor 2, natomiast korektor 1 minimalizujący błąd średniokwadratowy najczęściej był na drugim miejscu. Korektory te jednak obliczono przy założeniu zerowej mocy szumu. Gdyby ta moc była znana, to korektor 1 minimalizowałby zarówno wpływ interferencji jak i zakłóceń. Podobnie zaskakuje fakt, że korektor 4 zdekomponowany z korektorami z decyzyjnym sprzężeniem zwrotnym został aż w 702 przypadkach zakwalifikowany na ostatnim miejscu za również zdekomponowanym korektorem 3 z liniowymi prostymi korektorami w kanałach. W powyższych przypadkach zysk na stosunku mocy sygnału do mocy szumu jaki daje zastosowanie decyzyjnego sprzężenia zwrotnego jest tracony przez korektor wstępny.

Bardziej szczegółowa analiza wyników nie nasunęła tu generalnych wniosków co do obszarów parametru b , w oraz v , w których określony typ korektora jest klasyfikowany na pierwszym miejscu. Dało się jedynie zauważyć, że dla większych wartości bezwzględnych parametru b , czyli dla większych przesłuchów korektor 4 częściej był oceniany jako pierwszy. I tak na 595 przypadków wystąpienia korektora 4 na miejscu pierwszym w 394 przypadkach zachodziło $|b|=0,5$, w 201 przypadkach było $|b|=0,3$, natomiast w żadnym przypadku nie zaszło $|b|=0,1$.



Rys. 4. Zależność η_i^2 od b , w , v gdy $f(z)$ jest takie jak dla kanału 1 z tabeli 1

Przykładowe wykresy zależności η_i^2 (i -numer kanału) od b , w oraz v pokazano na rys. 4, 5, 6 oraz 7 kolejno dla przypadków transmisji 2 i 3 kanałowych o funkcjach interferencji międzysymbolowych $f(z)$ takich jak dla kanałów w tabeli 1. Z odpowiadających kanałom radiowym wykresów na rys. 6 i 7 widać, że właściwości szumowe korektora 1 i korektora 2 są bardzo zbliżone. Dla kanałów telefonicznych (rys. 4 i 5) korektor 2 daje wyraźnie mniejszą moc szumu niż korektor 1. Korektor 1 znacznie lepiej koryguje interferencję i jeśli wejściowa moc szumu nie jest zbyt duża, zapewni on mniejszą stopę błędów. Średnie, uzyskane w eksperymencie komputerowym, wartości kryterium Q odniesione do pojedynczego kanału dla poszczególnych korektorów i interferencji $f(z)$ przy braku szumu zawiera tabela 7.

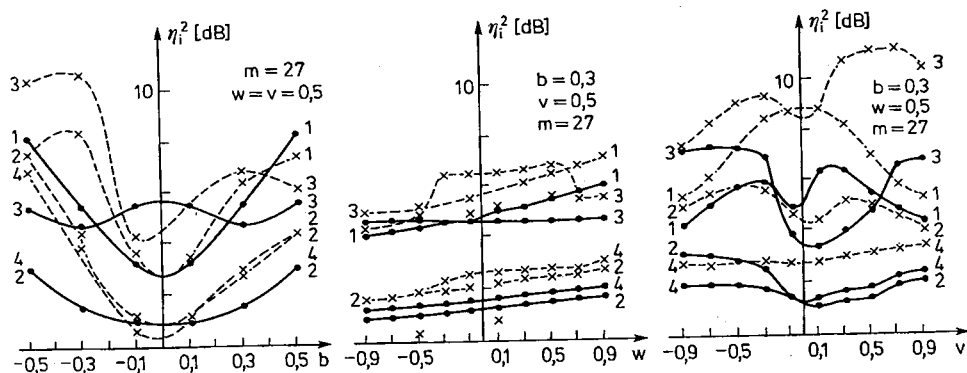
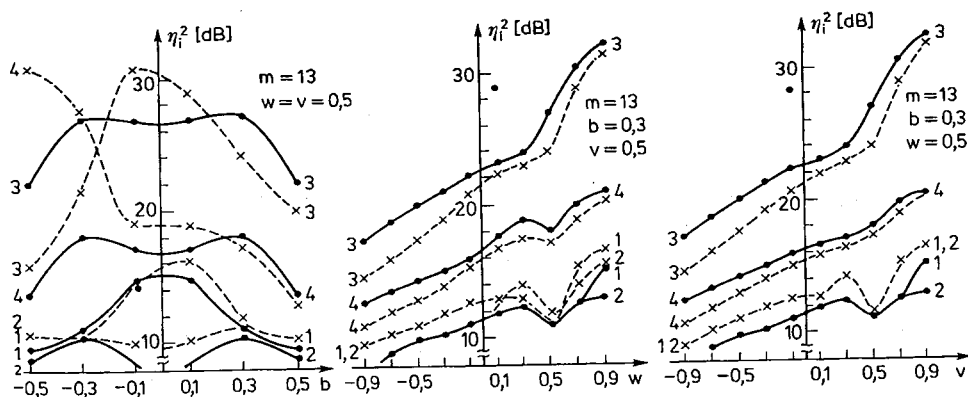
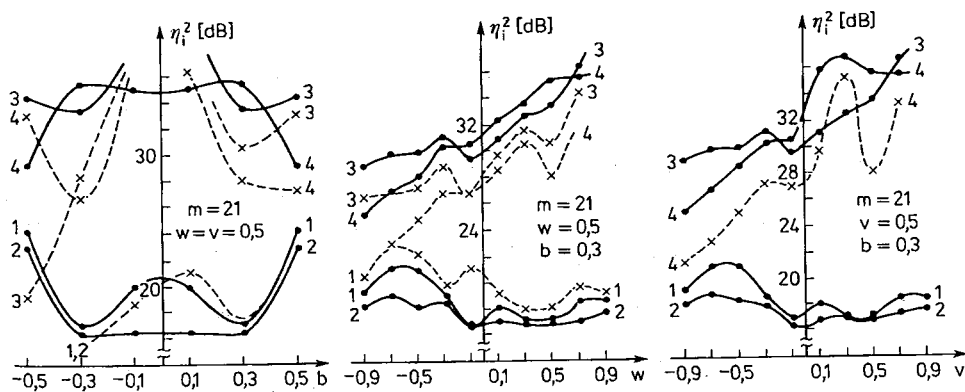
Rys. 5. Zależność η_i^2 od b , w , v gdy $f(z)$ jest takie jak dla kanału 2 z tabeli 1Rys. 6. Zależność η_i^2 od b , w , v gdy $f(z)$ jest takie jak dla kanału 3 z tabeli 1Rys. 7. Zależność η_i^2 od b , w , v gdy $f(z)$ jest takie jak dla kanału 4 z tabeli 1

Tabela 7

Porównanie błędów średniokwadratowych

Tabela 1	korektor 1	korektor 2 i 3	korektor 4
kanal 1	0,0106	0,0659	0,0307
kanal 2	0,0050	0,0599	0,0132
kanal 3	0,0432	0,0969	0,0290
kanal 4	0,0575	0,1249	0,2698

Korektory 2 i 3 posiadają taką samą transmitancję i jednakowo korygują interferencję wielokanałową. Można więc powiedzieć, że z tych dwu korektorów lepszy jest korektor 2, ponieważ w zdecydowanej większości przypadków daje on na swoich wyjściach mniejszą moc szumu. Na rys. 5 widać, że korektor 4 najkorzystniej wypadł w korekcji interferencji wielokanałowej w przypadku gdy $f(z)$ jest takie jak dla kanału 2 z tabeli 1. W tym przypadku szum na wyjściach korektora 4 jest niewielki podobnie jak na wyjściach korektora 2 i jak widać w tabeli 7 wskaźnik jakości korekcji Q jest dla korektora 4 około 3.5 razy mniejszy niż dla korektora 2 i około 2.5 razy większy niż dla korektora 1. W przypadku $f(z)$ jak dla kanału 3 wskaźnik Q jest najmniejszy dla korektora 4, ale jak widać z rys. 6 właściwości szumowe tego korektora są średnie.

Należy podkreślić, że otrzymane wyniki dotyczą tylko wąskiej klasy interferencji dwu i trzykanałowych spełniających (11). W różnych sytuacjach otrzymano różne oceny korektorów. Jak wynika z tabel od 2 do 5, oceny te w niewielkim stopniu zależały od liczby kanałów n . W tabeli 6 widać, że w zdecydowanej większości przypadków najlepsze właściwości szumowe posiadał korektor 2. Z kolei korektor 1 najlepiej korygował interferencję (za wyjątkiem kanału 3). Tak więc do wyboru korektora dla kanałów bardziej zaszumionych istotniejsze są wyniki zawarte w tabeli 6, natomiast dla kanałów o niskim poziomie szumów — wyniki zawarte w tabeli 7.

BIBLIOGRAFIA

1. J. Bartek: *Ocena wierności transmisji danych w kanałach ziarnistych z korekcją interferencyjnych zniekształceń sygnałów*. Rozprawa doktorska, Raport Nr PRE—57 Instytutu Cybernetyki Technicznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1979
2. A. B. Carleial: *Interference Channels*. IEEE, vol. IT—24, no. 1, pp. 60-70, January 1978
3. A. P. Clark: *Advanced Data-Transmission Systems*. Pentech Press, London 1977
4. A. Dąbrowski: *Odbiór sygnałów transmisji danych w obecności zniekształceń interferencyjnych i zakłóceń*. Rozdz. 4, Pr. zb. pod kier. Z. Barana: Podstawy transmisji danych, WKŁ, Warszawa 1982
5. A. Gersh: *Automatic Time-Domain Equalization with Transversal Filters*. Proceedings of NEC, pp. 928—932, 1966
6. C. W. Helstrom: *Calculating Error Probabilities for Intersymbol and Cochannel Interference*. IEEE, vol. COM—34, no. 5, pp. 430—435, May 1986
7. J. Kisilewicz: *Korektor wielowymiarowej interferencji minimalizujący błąd średniokwadratowy*. Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, 1990, 36, z. 3, ss. 663-671
8. J. Kisilewicz: *Eliminacja interferencji międzykanałowej*. Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, 1991, 37, z. 1—2, ss. 283-291

9. I. K o r n: *Simple Expression for Interchannel and Intersymbol Interference Degradation in MSK Systems with Application to Systems with Gaussian Filters*. IEEE, vol. COM-30, no. 8, pp. 1968-1972, August 1982
10. R. W. L u c k y, J. S a l z, E. J. W e l d o n: *Principles of Data Communication*. McGraw-Hill, New York 1968
11. P. M o n s e n: *MMSE Equalization of Interference on Fading Diversity Channels*. IEEE, vol. COM-32, no. 1, pp. 5-12, January 1984
12. M. S. M u e l l e r: *Least-Squares Algorithms for Adaptive Equalizers*. BSTJ, vol. 60, no. 8, pp. 1905-1925, October 1981
13. M. S. M u e l l e r: *On the Rapid Initial Convergence of Least Squares Equalizer Adjustment Algorithms*. BSTJ, vol. 60, no. 10, pp. 2345-2358, December 1981
14. K. N. N g a n: *Experiments on Two-Dimensional Decimation in Time and Orthogonal Transform Domains*. Signal Processing, vol. 11, no. 3, pp. 249-263, October 1986
15. J. S a l z: *Optimum Mean-Square Decision Feedback Equalization*. BSTJ, vol. 52, no. 8, pp. 1341-1373, October 1973
16. J. S a l z: *Digital Transmission Over Cross-Coupled Linear Channels*. AT&T Technical Journal, vol. 64, no. 6, pp. 1147-1159, July-August 1985
17. B. M. S m i t h, P. G. P o t t e r: *Design Criteria for Crosstalk Interference Between Digital Signals in Multipair Cable*. IEEE, vol. COM-34, no. 6, pp. 593-599, June 1986

J. KISILEWICZ

MULTICHANNEL EQUALIZERS COMPARISON

S u m m a r y

In the paper a 4 types of multichannel equalizers for simultaneous intersymbol and interchannel interference equalization in n -channels transmission systems are compared. Presumed intersymbol interferences are equal for of n channels and interchannel interferences are equal for all caples of channels. The propagation of white gaussian noise by equalizers and the mean square errors are compared.



Analiza promieniowania elektromagnetycznego w fotoelektronowych badaniach powierzchniowych

JÓZEF WOJAS

Emerytowany profesor Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 1992.01.15

Autoryzowano do druku 1992.07.10

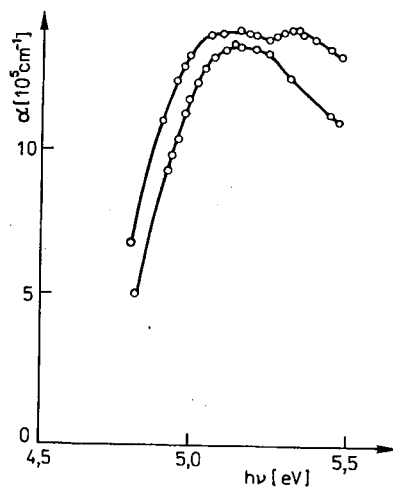
Proces fotoemisji jest efektem naświetlania (pobudzenia) powierzchni kryształu odpowiednim promieniowaniem. Artykuł ten analizuje przydatność różnych źródeł tego promieniowania do fotoemisyjnych badań półprzewodników. W zakończeniu podano przykłady wykorzystywania poszczególnych zakresów promieniowania (od podczerwieni do twardego promieniowania rentgenowskiego)

1. POBUDZENIA OPTYCZNE

Dla długich fal półprzewodniki są wyraźnie przepuszczalne, lecz dopiero po przekroczeniu pewnego progu długości fali λ , idąc w kierunku krótszych fal, ogólnie w bliskiej lub średniej podczerwieni, współczynnik absorpcji (rys. 1) rośnie ostro ($\alpha \approx 10^5 \text{ cm}^{-1}$) [1]. Ten próg określany jako podstawowa krawędź absorpcji odpowiada optycznemu pobudzeniu elektronów z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa.

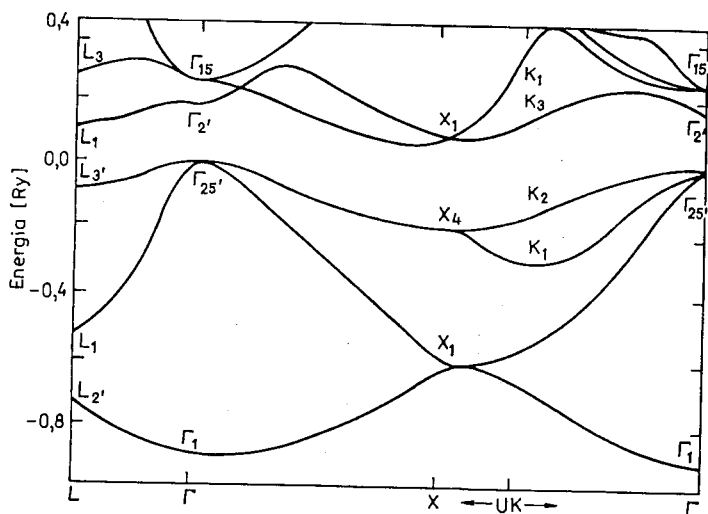
Optyczne pobudzenie może być rozważane jako zderzenie „atakującego” fotonu z elektronem w kryształ. W doskonałym kryształ prawdopodobieństwo przejścia dla takiego procesu jest równe zero, chyba że zarówno moment pędu jak i energia zderzających się cząstek są zachowane.

Dla podczerwonego lub widzialnego promieniowania moment pędu fotonu $\frac{h}{\lambda}$ jest ogólnie mały względem momentu elektronu $\hbar k$. To wypływa z faktu, że ten drugi jest rzędu $\frac{h}{a}$, a stała sieci a jest o wiele mniejsza niż długość fali λ padającego promieniowania. Stąd w optycznym przejściu tego rodzaju wektor falowy elektronu pozostaje zasadniczo niezmienny. (W odniesieniu do modelu pasmowego Ge można powiedzieć, że tu mogą być przejścia tylko pionowe). Z prawa zachowania energii możemy



Rys. 1. Widmowy rozkład współczynnika pochłaniania α przez powierzchnię GaAs o orientacji (111)

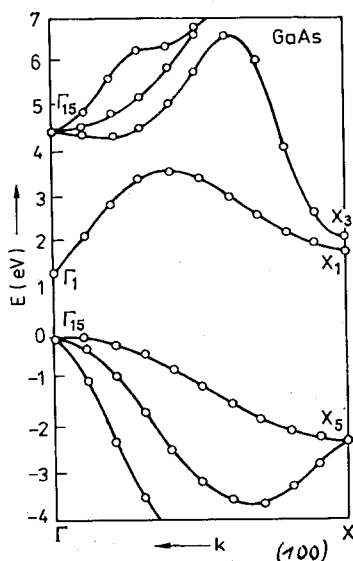
wnioskować, że w jakimkolwiek punkcie przestrzeni k , energia fotonu wywołująca optyczne pobudzenie musi być równa pionowej odległości między pasmami w tym punkcie. Próg optycznej absorpcji odpowiadałby stąd minimalnej pionowej odległości między krawędziami pasm, określanej czasami jako przerwa optyczna. Na przykład w Ge i Si przerwa optyczna występuje przy $k=0$. Jest ona większa niż zwykła E_G , gdyż maksimum pasma walencyjnego i minimum pasma przewodnictwa



Rys. 2. Energetyczna struktura pasmowa stopu $\text{Si}_{0.37}\text{Ge}_{0.63}$

są w różnych punktach przestrzeni k . Tak jest zazwyczaj, lecz jest znanych kilka wyjątków (takich jak GaAs), gdzie obie przerwy są równe.

Znaleziono eksperymentalnie, że gdy zaznaczona zmiana współczynnika α występuje przy λ odpowiadającej optycznej szerokości przerwy, absorpcja jest wciąż dająca się oszacować (zmierzyć) nawet przy większych długościach fal. Ogon absorpcji rozciąga się do wartości $h\nu$ w przybliżeniu równej (tej najmniejszej) przerwie pasmowej E_G i jest on bardziej wyraźny przy wyższych temperaturach. Takie zachowanie wskazuje, że prawa zachowania energii i momentu pędu załamują się w rzeczywistym kryształe i nie pionowe lub nieproste przejścia zaczynają być możliwe. W rzeczywistości, z powodu istniejącego w realnym kryształe oddziaływania elektronów z drganiami sieci mamy coś, co mogło być określone „*problemem trzech ciał*”: elektronu, fotonu i fononu będącego kwantem energii drgań. Prawdopodobieństwo przejścia dla tego procesu rośnie z liczbą fononów, lub z rozszerzeniem się pobudzania sieci do drgań, to jest z temperaturą. Teraz próg absorpcji odpowiada wspomaganemu fononami przejściu na skos przerwy, z fononem przejmującym konieczną zmianę momentu elektronu, bez powiększania energii elektronu. Absorpcja w podczerwieni, poza skośnym progiem (w poprzek przerwy) może mieć miejsce przez wolne nośniki w pojedynczym pasmie. W Si lub Ge typu p (jak również i w GaAs (rys. 2 i 3)) przejścia mogą też powstawać w obszarze trzech energetycznych pasm walencyjnych (tzw. wewnątrzpasmostwe) w pobliżu walencyjnego wierzchołka. Taka absorpcja będzie mierzalna tylko gdy koncentracje elektronów lub dziur są dostatecznie duże [2] [3].

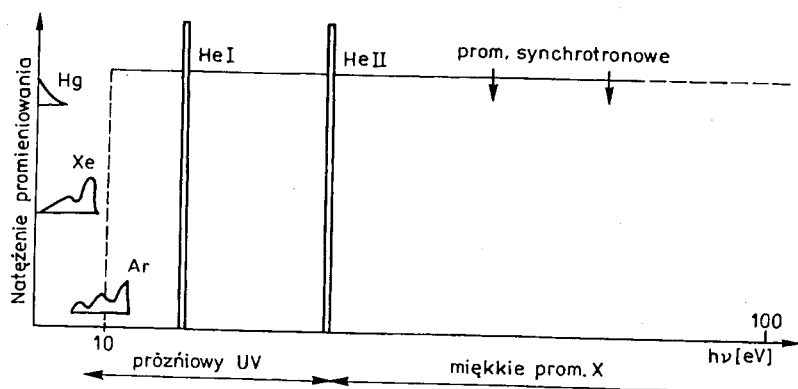


Rys. 3. Fragment energetycznej struktury pasmowej GaAs

2. PODZIAŁ ZAKRESÓW PROMIENIOWANIA

Do lat siedemdziesiątych nie było w zasadzie możliwości rozwoju głębokiej spektroskopii emisyjnej, zwanej też „rdzeniową”, lub „atomową” z powodu braku odpowiednich źródeł promieniowania w obszarach średniego, a głównie dalekiego nadfioletu, oraz miękkich promieni X aż do linii charakterystycznych.

Widmo rtęci i wodoru, silne w przedziale bliskiego nadfioletu kończy się na energii (6–7) eV, powyżej której znaczenie praktyczne mają linie: Xe (8,45 eV), Kr (10 eV), Ar (11,34 eV), Ne I (16,8 eV), He I (21,2 eV), Ne II (26,9 eV), He II (40,8 eV). Linie rezonansowe helu są tak silne, że przekraczają natężenie promieniowania synchrotronowego (rys. 4).



Rys. 4. Porównanie widm promieniowania z klasycznych źródeł i synchrotronu DESY o energii 7,5 GeV.

3. ZASTOSOWANIA RÓŻNYCH PROMIENIOWAŃ

Źródła promieniowania bliskiego nadfioletu stosowane są do badania: progowych obszarów wydajności kwantowej, struktury górnych części pasm walencyjnych i stanów powierzchniowych. Energie $h\nu$ rzędu kilkunastu eV używane są do analizy widm fotoelektronów $N(E)$ o rozpiętości kilku elektronowoltów. Fotony linii rezonansowych helu stosowane są do badania głębszych pasm walencyjnych.

Do wywołania fotoemisji elektronów z głębokich poziomów w atomach stosuje się promieniowanie rentgenowskie. Widać więc, że przy stosowaniu klasycznych źródeł światła rozległy obszar energii od 41 eV do ponad 10^3 eV był niedostępny. W tej sytuacji ogromne znaczenie miały próby wykorzystania do badań fotoemisji „ubocznego” promieniowania z akceleratorów cząstek elementarnych nazywanego

ogólnie promieniowaniem synchrotronowym. Choć obserwacje tego promieniowania i próby użycia go w praktyce były już w latach pięćdziesiątych [3] [4], to dopiero prace Codlinga [5] na synchrotronie 180 MeV dały wyniki z fotoelektronowej spektroskopii atomowej.

Jako jedną z kilku zalet źródeł synchrotronowych w porównaniu z innymi można wymienić bardzo szeroki przedział dysponowanych energii [6]. Cecha ta jest bardzo istotna, bo oprócz znacznego rozszerzenia zakresu spektroskopii wydajności kwantowych umożliwia ona wprowadzenie nowych fotoemisyjnych metod badania struktury ciał krystalicznych. Mechanizm fotoemisji uzasadnia bowiem fakt przydatności różnych przedziałów energii fotonów do badania różnych fragmentów struktury pasmowej przez spektroskopię elektronów. I tak przedziałami $h\nu$ bliskimi progów fotoelektrycznych posługujemy się przy określaniu gęstości stanów w górnych częściach pasm walencyjnych, a nieco wyższymi $h\nu$ do badania funkcji łącznej gęstości stanów. Odpowiednio wysokie wartości $h\nu$ w zastosowaniu do niektórych półprzewodników i dielektryków stały się dobrym narzędziem badania przede wszystkim gęstości stanów w pasmach przewodnictwa.

4. PERSPEKTYWY STOSOWANIA PROMIENIOWANIA SYNCHROTRONOWEGO

SPEKTROSKOPIA STANÓW POCZĄTKOWYCH I KOŃCOWYCH

Synchrotrony będące doskonałymi źródłami bardzo dużych energii fotonów, pozwoliły na rozwój kilku kierunków w najnowocześniejszej spektroskopii fotoemisyjnej. Najważniejsze z nich są dwa: wspomniana właśnie spektroskopia struktury pasm przewodnictwa oraz głęboka spektroskopia stanów elektronowych w warstwach bliskich jąder atomowych. Wyniki tej drugiej są mniej adekwatne z powodu dużej ilości rozproszeń jakiej doznają „rdzeniowe” elektrony w procesie fotoemisji. Efekt ten rzutuje na otrzymane rozkłady energetyczne „wydobytych” elektronów. Średnie energie promieniowania synchrotronowego stosuje się w spektroskopii stanów początkowych i końcowych: Constant — Initial State Spectroscopy — (CIS's) and Constant — Final State Spectroscopy (CFS's). Obie te metody opierają się na podobnych zasadach pomiaru, jak otrzymywanie energetycznych rozkładów fotoelektronów (Energy Distribution Curves — (EDC's)). Są one symetryczne względem siebie, ponieważ w pierwszej wybiera się stały, początkowy poziom energetyczny, a zmiennymi są energie stanów końcowych i energie fotonów. W metodzie CFS elektrony są pobudzane z różnych stanów początkowych do jednego końcowego. Metody te mogą się rozwijać dopiero przy użyciu synchrotronowych źródeł promieniowania, ponieważ zapewniają one warunki ciągłości energii i odpowiedniego doboru zakresów energii $h\nu$. Jeśli chodzi o podstawową wartość energii $h\nu$ wokół której ustalamy przedział zmian $\Delta h\nu$, to w metodzie CIS pobudzające promieniowa-

nie powinno mieć energii rzędu kilkudziesięciu elektronowoltów w celu możliwie wiernego odwzorowania struktury pasm przewodnictwa. Warunkiem tego jest bowiem zachowanie energii pobudzonych elektronów w ich „wędrówce” do powierzchni kryształu. Dotyczy to kwestii rozporoszeń: na fotonach, w indywidualnych zderzeniach elektron-elektron oraz przy oddziaływaniu ze wzbudzoną plazmą elektronową, która ma swoje (zależne od materiału) energie progowe — $h\nu_p$. W czystych półprzewodnikach krystalicznych dwa pierwsze rozproszenia mają niewielkie znaczenie z powodu: a) dużej drogi swobodnej przy zderzeniach z fononami oraz b) małych strat energii w rozproszeniach na pojedynczych elektronach. Niebezpieczeństwo wzbudzenia plazmonów natomiast wymaga odpowiedniego doboru zarówno $h\nu$, jak i parametrów badanego kryształu. Z tych drugich najważniejszym warunkiem są wysokie energie $h\nu$ przy możliwie małych pracach wyjścia ϕ . (Na przykład dla metali przejściowych, niektórych półprzewodników z grupy $A^{III} B^V$ oraz telluru, zgrubnie szacowane $h\nu_p$ zawierają się między 20 a 30 eV). Wtedy należy dobrać $h\nu < h\nu_p$, lecz na tyle duże, aby przedział analizowanych energetycznych stanów końcowych był odpowiednio szeroki.

Badania ciał stałych metodą CIS nie są jeszcze prowadzone na szeroką skalę. Jedną z pierwszych prac dotyczyła struktury pasmowej KCl [7]. Interesujące są zastosowania promieniowania synchrotronowego do badań zapoczątkowanych fotoemisji z ciekłych metali i półprzewodników oraz z gazów w stanie stałym, na przykład z zestalonych gazów szlachetnych. Uzyskanie racjonalnych wyników wymaga spełnienia co najmniej dwóch warunków: 1) bardzo dużych energii pobudzającego promieniowania, 2) wyboru materiałów o niskim ciśnieniu par, bądź stosowania (w przypadku cieczy) możliwie niskich temperatur, a korzystnie — współistnienia tych czynników.

Wyżej podane warunki dają możliwość zabezpieczenia przed podstawową trudnością w otrzymywaniu widma fotoelektronów, jaką jest istnienie zjonizowanych cząsteczek par cieczy i gazów, które mogą silnie zniekształcić mierzone prądy fotoemisji. Do kolektora (pomiarowego kondensatora sferycznego) dochodzą (z fazy gazowej) naładowane cząsteczki, które mają energie w ruchu uporządkowanym bliskie zeru, a w ruchu chaotycznym — zależne od temperatury. Warunek 2 jest więc oczywisty. Zastosowanie natomiast bardzo dużej energii fotonów (czyli promieniowania synchrotronowego) pozwala całkowicie uniezależnić się od nawet znacznych „prądów termicznych”. Otrzymuje się bowiem rozszerzone widma fotoelektronów w przedziałach dużych energii kinetycznych. Ucięcie rozkładu $N(E)$ na wartości energii odpowiadającej kilkuwoltowemu hamującemu polu, eliminuje prąd niskoenergetycznych, ujemnych cząsteczek gazowych. Do interpretacji pozostaje szeroki przedział widma $N(E)$ ilustrujący głęboko położone warstwy struktury pasm walenicyjnych. Ten dział badań fotoemisji nie dysponuje jeszcze licznymi wynikami. Zatem można powiedzieć, że na zastosowania rozwojowe wysokoenergetycznej spektroskopii fotoemisyjnej składają się: a) badania głębokich poziomów energetycznych elektronów w atomach, b) obszerne penetracje pasm przewodnictwa (spektroskopia

CIS), c) oraz badania właściwości rozmaitych struktur krystalicznych stałych i cieczy. Należy dodać, że promieniowanie synchrotronowe jest także bardzo pożyteczne jako źródło do kompleksowych fotooptycznych i fotoelektrycznych badań materii. Można tu wymieniać pomiary odbicia i absorpcji w dalekim nadfiolecie oraz badania wzbudzeń ekscytonów w ciałach stałych i cieczach [8] [9] [10].

5. PRZYKŁADY STOSOWANIA W BADANIACH FOTOEMISYJNYCH POSZCZEGÓLNYCH ZAKRESÓW SZEROKIEGO WIDMA PROMIENIOWANIA

Fotoemisja z różnych materiałów występuje przy różnych długościach fal promieniowania pobudzającego. Np. fotoemisja z platyny dopiero w nadfiolecie (2800 Å). Dla dielektryków granica fotoefektu zewnętrznego leży w stosunkowo odległej dziedzinie nadfioletu. Metale alkaliczne zaś dają zjawisko fotoelektryczne już w świetle czerwonym a nawet podczerwonym (λ rzędu $6 \cdot 10^3 - 7 \cdot 10^3$ Å). Np. praca wyjścia ϕ dla Li wynosi 2,4 eV, dla Na 2,1 eV, dla K 2,0 eV, a dla Cs 0,7 eV. Widzimy więc, że dla powierzchni pokrywanych cezem, lub specjalnie preparowanych ϕ może być mniejsza od 1 eV.

Posługując się przybliżonymi granicami długości fal zacznijmy od średniofaleowego promieniowania podczerwonego ($1 \cdot 10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-5}$ m). W tym zakresie bada się już fotoemisję ze specjalnie preparowanych (uczulonych) warstw na podłożu półprzewodnikowym. Dominują tu związki o bardzo małej pracy wyjścia. W krótkofalowej podczerwieni ($1,5 \cdot 10^{-5} - 0,75 \cdot 10^{-6}$ m) bada się fotoemisję z warstw np. GaAs—Cs₂O—Cs, z których wykonuje się fotokatody (fotoemitery) o ujemnym powinowactwie elektronowym (Negative Emitters Affinity — NEA).

Ogólnie, można powiedzieć, że podczerwień wykorzystywana jest do badania metodami fotoemisji półprzewodników pokrywanych (aktywowanych) cezem, barem lub sodem; stosuje się ją do wyznaczania (określenia) energetycznej struktury powierzchni i warstw przypowierzchniowych (np. W—BaO; GaAs—Cs₂O—Cs; Ag—O—Cs; Si(Cs/O); InP(Cs/O) i wielu innych związków uczulonych na podczerwień). Promieniowanie widzialne ($0,75 \cdot 10^{-6} - 0,35 \cdot 10^{-6}$ m) od dawna stosowane jest do badania struktury pasmowej antymonków alkalicznych Cs₃Sb i (NaK)₃Sb z nałożonym Cs. Badano związki alkaliczne antymonu: Na₃Sb, K₃Sb, Rb₃Sb, Cs₃Sb. Badano również wielozłożone katody potasowe i sodowe, jak: (Na)—Na₂S, S, Na; (K)—KH, K—K; (K)—K₂O, K—K itp. Przechodząc do zakresu bliskiego nadfioletu ($0,35 \cdot 10^{-6} - 5 \cdot 10^{-8}$ m), czyli do energii fotonów $h\nu < 6$ eV mamy możliwość przeprowadzania dokładnych pomiarów wydajności kwantowej Y półprzewodników (na przebieg której ma wpływ struktura pasmowa kryształów) w funkcji energii $h\nu$. W tym, zakresie bada się obsadzone stany poniżej krawędzi (wierzchołka) pasma walencyjnego i powyżej, czyli stany powierzchniowe. Przy pomocy wyższych energii fotonów ($6 \text{ eV} \leq h\nu \leq 12 \text{ eV}$) i stosując monochromator próżniowy mierzy się wydajność kwantową w funkcji energii Y($h\nu$) i krzywe rozkładu energetycznego EDC

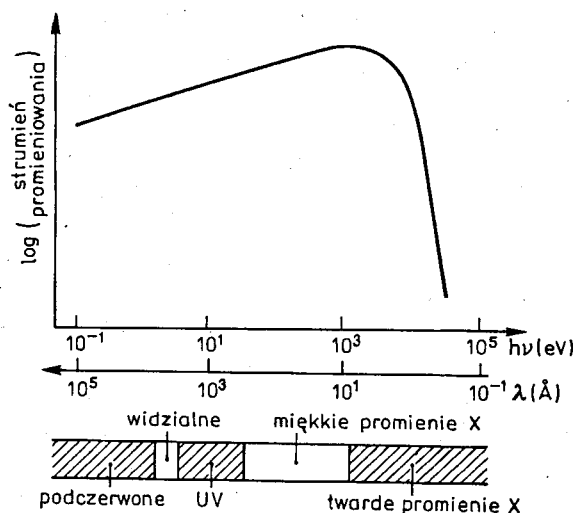
dla dowolnych wartości energii $h\nu$ w tym przedziale. Daje to możliwość uzyskania dodatkowych danych o rozkładzie gęstości stanów w pasmie przewodnictwa i w pasmie walencyjnym. Bowiern przy takich energiach fotonów można badać nie tylko pasma walencyjne i stany powierzchniowe w przerwie energetycznej, ale i strukturę pasmową pasma przewodnictwa. Wykorzystując linie rezonansowe, np. helu ($h\nu = 21,2$ eV) przeprowadza się metodą fotoemisijną pomiary krzywej EDC dla tej samej energii promieniowania. Przy wymienionej energii można badać energetyczną strukturę pasma walencyjnego do głębokości kilkunastu eV licząc od krawędzi pasma.

Stosując promieniowanie o energii kwantów z „dziedziny pośredniej” ($5 \cdot 10^{-8}$ – $1 \cdot 10^{-12}$) m można uzyskać fotoemisję z bardzo mało wydajnych materiałów, w tym i z niektórych dielektryków.

Używając linii rezonansowej promieniowania rentgenowskiego ($1 \cdot 10^{-9}$ – $4 \cdot 10^{-12}$) m można uzyskać krzywe EDC dla energii: $h\nu = 1254$ eV ($MgK\alpha$), 1487 eV ($AlK\alpha$) i $h\nu = 5400$ eV ($CrK\alpha$) (Electron Spectroscopy for Chemical Analysis – ESCA). Pozwala to na emisję elektronów z głębokich orbitali w atomach, w wyniku pomiarów fotoemisyjnych ESCA (np. związków $A^{IV}B^{VI}$ i ich związków trójskładnikowych (mieszanych)).

Fotony o energii wyliczonych tu przedziałach energii $h\nu$ można otrzymać używając promieniowania z synchrotronu lub z pierścieni magazynujących (store ring) [11].

Promieniowanie synchrotronowe jest efektywniejsze od rentgenowskiego promieniowania hamowania, gdyż daje większe natężenie. Ostatnio używa się go również do badań nie tylko w zakresie widzialnym, ale i w podczerwieni. Rys. 5 [12].



Rys. 5. Rozkład spektralny promieniowania emitowanego przez typowe źródło promieniowania synchrotronowego

BIBLIOGRAFIA

1. J. Wojaś: *Rozkłady spektralne wydajności kwantowej a progi fotoemisji*. Elektronika, 1982, Vol. 9, s. 17
2. I. J. Pankove: *Zjawiska optyczne w półprzewodnikach*. Warszawa: WNT (Original English language edition published by Prentice — Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, U.S.A.)
3. D. Tomboulis, P. Hartman: *Phys. Rev.*, 102, 1423 (1956)
4. A. Sokołow, J. Ternow: *Synchrotron Radiation*. Pergamon Press, Oxford (1968)
5. K. Codling: *Rep. Prog. Phys.*, 36, 541 (1973)
6. C. Kunz: *Topics in Applied Physics, Synchrotron Radiation*. Springer Verlag, Vol. 27, Berlin—Heidelberg—New York, 1979
7. G. Lapeyre i inni: *Solid State Commun.*, 15, 1601 (1974)
8. A. Kisiel: *Widma odbicia światła dla niektórych półprzewodników grupy II—VI i ich roztworów stałych w zakresie energii 1,7—4,5 eV*. Instytut Fizyki Jądrowej w Krakowie, Raport No 745/PS, Kraków, 1971
9. G. B. Fisher, W. E. Spicer, P. C. McKernan, V. F. Pereskok, S. J. Wanner: *Applied Optics*, 12, 799 (1973)
10. R. Sosnowski: *Akseleratory*. Encyklopedia Fizyki Współczesnej, Warszawa, 1983, s. 118
11. B. A. Orłowski: *Fotoemisyjne badania struktury pasmowej półprzewodników $A^{II}B^{VI}$* . Postępy Fizyki, Tom 27, 463 (1976)
12. G. Morgarito: *Introduction to Synchrotron Radiation*. Oxford University Press, New York, Oxford, 1991

J. WOJAŚ

ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC RADIATION IN
PHOTOELECTRON INVESTIGATION OF SURFACES

S u m m a r y

Possibilities of investigations of energetic structure of surface and surface layers of semiconductors and their different compounds by photoemission methods using all regions of electromagnetic spectrum (from different sources) from infrared to X—ray were analyzed.



LISTA RECENZENTÓW KWARTALNIKA ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

Doc. dr inż. Zenon BARAN	Politechnika Warszawska, Instytut Telekomunikacji
Prof. dr hab. inż. Jerzy Baranowski	Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Elektroniki
Prof. dr hab. inż. Daniel Józef Bem	Politechnika Wrocławska, Instytut Telekomunikacji i Akustyki
Dr hab. inż. Wojciech Burakowski	Politechnika Warszawska, Instytut Informatyki
Dr hab. inż. Andrzej M. Dąbrowski	Politechnika Warszawska, Instytut Telekomunikacji
Prof. dr inż. Marian Dąbrowski	Politechnika Warszawska, Instytut Telekomunikacji
Prof. dr hab. inż. Janusz Dobrowolski	Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Elektroniki
Dr inż. Przemysław Dymarski	Politechnika Warszawska, Instytut Telekomunikacji
Prof. dr hab. inż. Adam Fioł	Politechnika Warszawska, Instytut Radioelektroniki
Dr inż. Antoni Grzanka	Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Elektroniki
Prof. dr hab. inż. Włodzimierz Janke	Politechnika Gdańska, Katedra Elektroniki Ciała Stałego
Prof. dr hab. inż. Zdzisław Kachlicki	Politechnika Poznańska, Instytut Elektroniki
Doc. dr hab. inż. Andrzej Kasprzak	Politechnika Wrocławska, Instytut Sterowania i Techniki Systemów
Prof. dr hab. inż. Jerzy Klamka	Politechnika Śląska, Instytut Automatyki
Prof. dr hab. inż. Andrzej Kobus	Instytut Technologii Elektronowej, Warszawa
Dr inż. Paweł Kliš	Politechnika Warszawska, Instytut Radioelektroniki
Dr inż. Zdzisław Kozłowski	Politechnika Warszawska, Instytut Radioelektroniki
Dr inż. Andrzej Kraśniewski	Politechnika Warszawska, Instytut Telekomunikacji
Prof. dr hab. inż. Czesław Królikowski	Politechnika Poznańska, Instytut Elektroenergetyki
Prof. dr hab. inż. Juliusz Lech Kulikowski	Polska Akademia Nauk, Warszawa Instytut Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej

Dr inż. Anna Lewińska-Romicka	Politechnika Warszawska, Centrum Uczelniano-Przemysłowe Metrologii i Systemów Pomiarowych
Prof. dr hab. inż. Józef Lubacz	Politechnika Warszawska, Instytut Telekomunikacji
Prof. dr hab. inż. Marian Łapiński	Politechnika Warszawska, prof. emerytowany
Prof. dr hab. inż. Jerzy Majewski	Wyższa Szkoła Morska, Gdynia, Wydział Elektryczny
Prof. dr inż. Władysław Majewski	Politechnika Warszawska, Instytut Telekomunikacji
Dr inż. Marek Matczak	Uniwersytet Szczeciński, Wydział Mat. – Fiz., Katedra Fizyki
Prof. dr hab. inż. Bogdan Mroziejewicz	Instytut Technologii Elektronowej, Warszawa
Doc. dr hab. inż. Jan Mulawka	Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Elektroniki
Dr inż. Jan Nadratowski	Politechnika Warszawska, Instytut Telekomunikacji
Dr inż. Czesław Norek	Instytut Tele- i Radiotechniczny, Warszawa
Prof. dr hab. inż. Stanisław Nowak	Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków
Dr inż. Jan Ogrodzki	Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Elektroniki
Dr inż. Andrzej Pacut	Politechnika Warszawska, Instytut Automatyki
Prof. dr hab. inż. Władysław Paszek	Politechnika Warszawska, Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Dr inż. Andrzej Pflitzner	Politechnika Warszawska, Instytut Mikroelektroniki i Optoelektryki
Prof. dr hab. inż. Marian S. Piekarski	Politechnika Wrocławska, Instytut Telekomunikacji i Akustyki
Prof. dr hab. inż. Jan Purczyński	Politechnika Szczecińska, Instytut Elektroniki i Informatyki
Doc. dr inż. Stanisław Przeździecki	Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Warszawa PAN
Dr inż. Czesław Rydel	Politechnika Warszawska, Instytut Telekomunikacji
Prof. dr hab. inż. Stanisław Skoczowski	Politechnika Szczecińska, Wydział Elektryczny
Dr inż. Jerzy Skwarczyński	Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, Instytut Maszyn i Sterowania Układów Elektroener- getycznych
Doc. dr hab. Barbara Smolińska	Politechnika Warszawska, Instytut Fizyki
Prof. dr hab. inż. Tadeusz Sobczyk	Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, Instytut Maszyn i Sterowania Układów Elektroener- getycznych
Dr inż. Ryszard Stasiński	Politechnika Poznańska, Instytut Elektroniki i Telekomunikacji
Dr inż. Jerzy Szabat	Politechnika Warszawska, Instytut Podstaw Elektroniki

Prof. dr hab. inż. Michał Tadeusiewicz

Prof. dr inż. Henryk Tunia

Dr hab. inż. Krzysztof Wesołowski

Doc. dr hab. inż. Jacek Wojciechowski

Dr inż. Andrzej Wojtkiewicz

Prof. dr hab. inż. Jerzy M. Woźnicki

Dr inż. Kornel B. Wydro

Prof. dr hab. inż. Jan Zabrodzki

Dr inż. Bogdan Zbierchowski

Dr inż. Piotr Zwierko

Politechnika Łódzka,
Instytut Podstaw Elektrotechniki

Politechnika Warszawska,
Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej

Politechnika Poznańska
Instytut Elektroniki i Telekomunikacji

Politechnika Warszawska
Instytut Podstaw Elektroniki

Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki

Politechnika Warszawska,
Instytut Mikroelektroniki i Optoelektroniki

Politechnika Warszawska,
Instytut Automatyki

Politechnika Warszawska,
Instytut Informatyki

Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji

Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji

INFORMACJE DLA AUTORÓW

Redakcja przyjmuje do publikowania prace oryginalne, przeglądowe i monograficzne wchodzące w zakres szeroko pojętej elektroniki. Ponieważ KWARTALNIK ELEKTRONIKI i TELEKOMUNIKACJI jest czasopismem Komitetu Elektroniki i Telekomunikacji Polskiej Akademii Nauk, w związku z tym na jego łamach znajdują się prace naukowe dotyczące podstaw teoretycznych i zastosowań z zakresu elektroniki, telekomunikacji, mikroelektroniki, optoelektroniki, radiotechniki i elektroniki medycznej.

Artykuły powinny charakteryzować oryginalne ujęcie zagadnienia, własna klasyfikacja, krytyczna ocena (teorii lub metod), omówienie aktualnego stanu, lub postępu danej gałęzi techniki oraz omówienie perspektyw rozwojowych.

Artykuły publikowane w innych czasopismach nie mogą być kierowane do druku w Kwartalniku Elektroniki i Telekomunikacji w drugiej kolejności zgłoszenia.

Objętość artykułu nie powinna przekraczać 50 stron po około 1800 znaków na stronie.

Wymagania podstawowe: Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie pisany jednostronnie lub na wyraźnym czarno-białym wydruku komputerowym, w 2 egzemplarzach, w języku polskim lub angielskim wybranym przez autora. Tekst artykułu musi być poprzedzony tytułem pracy, imieniem i nazwiskiem Autora wraz z podaniem miejsca jego pracy. Wszystkie strony muszą mieć numerację ciągłą.

Sposób pisania tekstu: Tekst powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjiowania, podkreślania i pisania tekstu dużymi literami z wyjątkiem wyrazów, które umownie pisze się dużymi literami (np. FORTRAN). Proponowane wyróżnienia Autor może zaznaczyć w maszynopisie zwykłym ołówkiem za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych) np. podkreślenie linią przerywaną oznacza spacjiowanie (rozstrzelanie), podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężym — kursywa. Tekst powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami, tytuły i podtytuły małymi literami. Marginesy z każdej strony powinny mieć około 35 mm. Przy podziale pracy na rozdziały i podrozdziały cyfrowe ich oznaczenia nie powinny być większe niż III stopnia (np. 4.1.1).

Sposób pisania tablic: Tablice powinny być pisane na oddzielnych stronach. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi, u góry każdej tablicy podać tytuł. Tablice umieścić na końcu maszynopisu. Przyjmowane są tablice algorytmów i programy na wydrukach komputerowych. W tym przypadku zachowany jest ich oryginalny układ.

Sposób pisania wzorów matematycznych: Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki potęg powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi, całkami i in. symbolami (strzałki, linie, kropki, daszki) powinny być umieszczone dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów cyframi arabskimi powinny być kolejne i umieszczone w nawiasach okrągłych z prawej strony. Nazwy jednostek, symbole literowe i graficzne powinny być zgodne z wytycznymi IEE (International Electronical Commision) oraz ISO (International Organization of Standarization).

Powołania: Powołania na publikacje powinny być umieszczone na ostatnich stronach tekstu pod tytułem „Bibliografia”, opatrzone numeracją kolejną bez nawiasów. Numeracja ta powinna być zgodna z odnośnikami w treści artykułu. Przykłady opisu publikacji:

- periodycznej: F.Valdoni: A new millimetre wave satelite. E.T.T. 1990, vol.2, nr 5, p.553
- niëperiodycznej: K.Andersen: A resource allocation framework. XVI International Symposium. Stockholm (Sweden), May 1991, paper A2.4

Materiał ilustracyjny: Rysunki powinny być wykonane wyraźnie, na papierze gładkim, lub milimetrowym w formacie nie mniejszym niż 9x12 cm. Mogą być także w postaci wydruku komputerowego. Fotografie lub diapozytywy przyjmowane są raczej czarno-białe w formacie nie przekraczającym 10x15 cm. Na marginesie każdego rysunku i na odwrocie fotografii powinno być napisane ołówkiem imię i nazwisko Autora oraz skrót tytułu artykułu, do którego są przeznaczone. Spis podpisów pod rysunki i fotografie powinien być umieszczony na oddzielnej stronie.

Streszczenia: Do każdego artykułu musi być dołączone streszczenie z tytułem artykułu. Streszczenia (Summary) muszą być w języku polskim i angielskim. Streszczenie powinno wyjaśniać główny cel pracy, wskazywać korzyści i ograniczenia, możliwe zastosowania i zalecenia dla dalszego rozwoju danej gałęzi techniki. Objętość streszczenia nie powinna przekraczać 100 słów, a jego treść nie może być identyczna ze „Wstępem”, lub „Zakończeniem”. Pod streszczeniami powinny być podane słowa kluczowe.

Autorowi przysługuje bezpłatnie 20 odbitek artykułu. Dodatkowe egzemplarze odbitek, lub cały zeszyt Autor może zamówić u wydawcy na własny koszt.

Autora obowiązuje korekta autorska, którą powinien wykonać w ciągu 3 dni od daty otrzymania tekstu z Redakcji i zwrócić osobiście, lub listownie pod adresem Redakcji. Korekta powinna być naniesiona na przekazanych Autorowi szpaltach na marginesach ew. na osobnym arkuszu w przypadku uzupełnień tekstu większych niż dwa wiersze. W przypadku nie zwrócenia korekty w terminie, korektę przeprowadza Redakcja Techniczna Wydawcy.

Redakcja prosi Autorów o powiadomienie ją o zmianie miejsca pracy i adresu prywatnego.

SPIS TREŚCI

P. Kłonecki, Z. Langowski: Zastosowanie metody różnic skończonych do analizy niesymetrycznych linii mikropaskowych	523
T. Adamski: Systoliczne układy rozplatające wykorzystujące algorytm Nahmana-Guillaume'a	537
T. Adamski: Uwagi dotyczące układu detektora fazy	549
J. Wojaś, W. L. Wojaś: Dyskusja teorii fotoemisji	557
A. Zabłudowski, B. Dubalski: Analiza własności statystycznych wielowartościowych sekwencji pseudolosowych generowanych przez k równolegle pracujące rejestry	583
M. Gotfryd: Analiza układów impulsowych do zmniejszania zniekształceń prądu sieciowego – zależności podstawowe	617
M. Gotfryd: Analiza układów impulsowych do zmniejszania zniekształceń prądu sieciowego – zależności energetyczne	629
R. Rakowski: Względność poziomów ufności sumowania błędów narzędzi pomiarowych ..	649
E. Kornatowski: Zastosowanie filtracji cyfrowej 2-D do oceny jakości pól elektromagnetycznych	657
J. Teterwak: Widmo sygnałów próbkowanych nierównomiernie – możliwości zastosowania do identyfikacji błędu określenia momentu próbkowania w cyfrowych rejestratorach sygnału	665
A. Szatkowski: Synteza neuralnych systemów komórkowych dla zagadnień nieliniowej syntezy transmitancji	677
J. Puchalski: Komputerowe metody wyznaczania torów elektronów w polu elektrostatycznym na przykładzie elektronooptycznego wzmacniacza obrazu	681
F. Wysocka-Schilla: Projektowanie cyfrowego filtru SOI o charakterystyce częstotliwościowej monotonicznej w pasmie przepustowym i równomiernie falistej w pasmie zaporowym	691
J. Kisilewicz: Porównanie korektorów wielokanałowych	701
J. Wojaś: Analiza promieniowania elektromagnetycznego w fotoelektronowych badaniach powierzchniowych	713

CONTENTS

P. Kłonecki, Z. Langowski: Finite difference method application to microstrip transmission lines	523
T. Adamski: Systolic deconvolvers based on Nahman-Guillaume regularization	537
T. Adamski: Some remarks on the phase detector circuit	549
J. Wojaś, W. L. Wojaś: Discussion of the photoemission theories	557
A. Zabłudowski, B. Dubalski: Analysis of stochastic properties of multilevel pseudo-random sequences generated by the using k operating in paralel linear registers	583
M. Gotfryd: Analysis of pulse circuits used for distortion reduction of input mains current – basic relations	617
M. Gotfryd: Analysis of pulse circuits used for distortion reduction of input mains current – energetic relations	629
R. Rakowski: Relatively of the level of confidence of the adding measuring instruments errors	649

E. K o r n a t o w s k i: Application of the digital filtration 2—D for the estimation of the quality of the electromagnetic fields	657
J. T e t e r w a k: Spectrum of nonuniformly sampled signal: possibility of applying to the identification of sampling instant determination error in digital waveform recorders	665
A. S z a t k o w s k i: A neural cellular system for non-linear transmittances synthesis	677
J. P u c h a l s k i: Computers methods of the determination of electron trajectories in the electrostatical field on the example of the image intensifier	681
F. W y s o c k a - S c h i l l a k: Design of a FIR digital filter with monotone passband and equiripple stopband frequency response	681
J. K i s i e l e w i c z: Multichannel equalizers comparison	700
J. W o j a s: Analysis of electromagnetic radiation in photoelectron investigation of surfaces ...	713

ZESZYT Nr 1

K. W a w r y n: Opis języka formalnego do projektowania analogowych układów CMOS	3
K. B a s z c z y Ń s k i, A. M a t e r k a: Metoda komputerowej identyfikacji dla wybranej klasy układów nieliniowych rzędu drugiego	17
A. M a j e w s k i: Solitony w światłowodach: właściwości propagacyjne	35
B. K a l i n i n: Badania korelacji wzajemnej między obwiedniami sygnałów wyjściowych filtrów pasmowoprzepustowych	45
J. M o d e l s k i, A. B u c h o w i c z: Procedura filtracji liniowej obrazu	59
J. K i s i l e w i c z: Algorytm obliczania wielokanałowego korektora minimalizującego błąd średniokwadratowy	67
J. H o s z a, T. S t a c h o w i a k: Analiza efektywności pracy sieci lokalnej z dostępem rywalizacyjnym	77
M. Ż ó ł t o w s k i: Optymalne pętle cyfrowe z niejednostajnym próbkowaniem	87
M. Ż ó ł t o w s k i: Cyfrowe pętle fazowe — wybrane problemy	121
A. N a p i e r a l s k i: Półprzewodnikowe układy dużej mocy — technologia, analiza, projektowanie	153
P. H e m p o w i c z: Tyrystorowy wzmacniacz dużej mocy o małych zniekształceniach	181
P. H e m p o w i c z: Filtr aktywny wstrzykujący w zastosowaniu do wygładzania napięcia wyjściowego przekształtników tyrystorowych	197
F. W y s o c k a - S c h i l l a k: Czebyszewska aproksymacja charakterystyki amplitudowej dolnoprzepustowego filtru cyfrowego SOI o liniowej fazie	211
F. W y s o c k a - S c h i l l a k: Czebyszewska aproksymacja charakterystyki częstotliwościowej dolnoprzepustowego filtru interpolacyjnego	225
M. S t a s i a k: Obliczanie prawdopodobieństwa blokady wewnętrznej punkt — punkt w układach komutacyjnych o różnych typach grafów kanałowych	239

ZESZYT Nr 2—3

H. B u d z i s z: Analiza symboliczna struktur czwórnikowych	261
H. B u d z i s z: Generowanie grafów sygnałowych opisujących struktury filtrów aktywnych ..	279
S. S k o c z o w s k i: Metoda uproszczonej identyfikacji parametrów modelu Strejca na podstawie pierwszych próbek odpowiedzi skokowej	293
A. J a w o r e k: Odpowiedź czasowa układu wzmacniacza operacyjnego na skokową zmianę wartości immittancji w jego obwodzie	305
W. P o d m i o t k o: Modelowanie rezystancji w stanie włączenia wysokonapięciowych tranzystorów LDMOS metodą odwzorowań konforemnych	315
Z. W r ó b e l: Wrażliwość funkcji strukturalnych grafów układów dwójników i czwórników składających się z dwóch rodzajów elementów	325
A. B o g u s z, S t. K u t a: Metoda optymalizacji wartości parametrów elementów składowych dużego analogowego układu elektronicznego	339
M. T. F a b e r: Niskoszumne odbiorniki z detektorami termicznymi zakresu fal prawie milimetro- rowych	355

A. Domańska: Procesy ograniczające wpływ zakłóceń w komputerowych urządzeniach pomiarowych	391
A. Jaworek: Błędy pomiarowe detektorów fazoczułych spowodowane napięciami i prądami nierównoważenia	405
J. Wojaś: Modulacja fotoemisji	419
Z. Kurzyński, A. Kalbarczyk, W. Woliński: Modelowanie temperatury transylacyjnej w laserowym wzmacniaczu CO ₂ typu TEA z prejonizacją UV	431
R. Rakowski: Przestrzeń probabilistyczna sumowania błędów instrumentalnych. Ogólne zasady doboru wyrażeń na błędy graniczne i obliczanie poziomów ufności	443
A. Szatkowski: Synteza neuralnych systemów komórkowych dla zagadnień podejmowania decyzji. Część I: Systemy selekcji-identyfikacji	455
A. Szatkowski: Synteza neuralnych systemów komórkowych dla zagadnień podejmowania decyzji. Część II: Systemy mnogościowo-logiczne oraz ogólne komórkowe sieci neuralne ..	487
T. Ostrowski: Wspomaganie bazą wiedzy wstępnego etapu cyfrowego przetwarzania obrazów	513

ZESZYT Nr 4

P. Klonecki, Z. Langowski: Zastosowanie metody różnic skończonych do analizy niesymetrycznych linii mikropaskowych	523
T. Adamski: Systoliczne układy rozplatające wykorzystujące algorytm Nahmana-Guillaume'a	537
T. Adamski: Uwagi dotyczące układu detektora fazy	549
J. Wojaś, W. L. Wojaś: Dyskusja teorii fotoemisji	557
A. Zabludowski, B. Dubalski: Analiza własności statystycznych wielowartościowych sekwencji pseudolosowych generowanych przez k równoległe pracujące rejestry	583
M. Gotfryd: Analiza układów impulsowych do zmniejszania zniekształceń prądu sieciowego — zależności podstawowe	617
M. Gotfryd: Analiza układów impulsowych do zmniejszania zniekształceń prądu sieciowego — zależności energetyczne	629
R. Rakowski: Względność poziomów ufności sumowania błędów narzędzi pomiarowych ..	649
E. Kornatowski: Zastosowanie filtracji cyfrowej 2—D do oceny jakości pól elektromagnetycznych	657
J. Teterwak: Widmo sygnałów próbkowanych nierównomiernie — możliwości zastosowania do identyfikacji błędu określenia momentu próbkowania w cyfrowych rejestratorach sygnału	665
A. Szatkowski: Neuralny system komórkowy dla syntezy transmitancji nieliniowych ...	677
J. Puchalski: Komputerowe metody wyznaczania torów elektronów w polu elektrostatycznym na przykładzie elektronooptycznego wzmacniacza obrazu	681
F. Wysocka-Schillak: Projektowanie cyfrowego filtra SOI o charakterystyce częstotliwościowej monotonicznej w pasmie przepustowym i równomiernie falistej w pasmie zaporowym	691
J. Kisilewicz: Porównanie korektorów wielokanałowych	701
J. Wojaś: Analiza promieniowania elektromagnetycznego w fotoelektronowych badaniach powierzchniowych	713

CONTENTS

Nr 1

K. W a w r y n: Formal language description for CMOS analog circuit design	3
K. B a s z c z y ń s k i, A. M a t e r k a: A method of computer identification for selected class of second-order systems	17
A. M a j e w s k i: Solitons in optical fibers: propagation characteristics	35
B. K a l i n i n: Analysis of correlation between pass-band filter outputs	45
J. M o d e l s k i, A. B u c h o w i c z: Procedure of linear image filtration	59
J. K i s i l e w i c z: An algorithm for design multichannel equalizer giving the minimum mean-square error	67
J. H o s z a, T. S t a c h o w i a k: Performance analysis of a local area network with contention acces method	77
M. Ż ó ł t o w s k i: Optimal nonuniform sampling zero-crossing digital phase-locked loops for tracking the offsets in phase or in phase and frequency	81
M. Ż ó ł t o w s k i: Digital phase-locked loops — Selected topics	121
A. N a p i e r a l s k i: Semiconductor integrated power circuits — technology, analysis, projection	153
P. H e m p o w i c z: Active power filter with monitoring input voltage of thyristor shapers ...	181
P. H e m p o w i c z: Thyristor power amplifier with small distortions	197
F. W y s o c k a - S c h i l l a k: Chebyshev approximation of the amplitude characteristic of a linear phase low-pass digital FIR filter	209
F. W y s o c k a - S c h i l l a k: Chebyshev approximation of the frequency response of a low-pass interpolation filter	223
M. S t a s i a k: Point-to-point blocking calculation in switching networks with different types of probability graphs	239

Nr 2—3

H. B u d z i s z: Symbolic two-part network analysis	261
H. B u d z i s z: Generation of signal flow graphs describing active filter structures	279
S. S k o c z o w s k i: A simple method for identyfication of the Strejc model based on first discrete samples of step responses	293
A. J a w o r e k: The domain response of an operational ampliflier to step changes in the immittance in its circuit	305
W. P o d m i o t k o: Modelling of the on-resistance of the high voltage LDMOS transitors using conformal mapping	315
Z. W r ó b e l: Sensitivity of the structural functions of graphs tro- and four winding circuits consisting of two type of elements	325
A. B o g u s z, S t. K u t a: The components values optimization method in a large, analog electronic circuit	339
M. T. F a b e r: Low-noise thermal-detection receivers at near-millimeter waves	355
A. D o m a ń s k a: Processes reducing influence of disortions in computer measurement instruments	391
A. J a w o r e k: Input offset current and volatage effect measuring error of phase-sensitive detectors	405
J. W o j a s: Modulation of photoemission	419
Z. K u r z y ń s k i, A. K a l b a r c z y k, W. W o l i ń s k i: Modelling of translation temperature in prejonized TEA CO ₂ laser ampliflier	431
R. R a k o w s k i: Probabilistic space of adding instrumental errors	443

A. Szatkowski: Neural cellular systems sythesis for decision making. Part I: Selection-identyfication systems	455
A. Szatkowski: Neural cellular systems synthesis for decision making. Part II: Set-logic systems and general cellular neural systems	487
T. Ostrowski: Knowledge base paradigm for early stage of digital image processing	513

Nr 4

P. Klonecki, Z. Langowski: Finite difference method application to microstrip transmission lines	523
T. Adamski: Systolic deconvolvers based on Nahman-Guillaume regularization	537
T. Adamski: Some remarks on the phase detector circuit	549
J. Wojaś, W. L. Wojaś: Discussion on the photoemission theories	557
A. Zabłudowski, B. Dubalski: Analysis of stochastic properties of multilevel pseudo-random sequences generated by the using k operating in paralel linear registers	583
M. Gotfryd: Analysis of pulse circuits used for distortion's reduction of input mains current — basic relations	617
M. Gotfryd: Analysis of pulse circuits used for distortion's reduction of input mains current — energetic relations	629
R. Rakowski: Relativity of the levels of confidence of the adding mesuring instruments errors	649
E. Kornatowski: Application of the digital filtration 2-D for the estimation of the quality of the electromagnetic fields	657
J. Teterwakt: Spectrum of nonuniformly sampled signal: possibility of applying to the identification of sampling instant determination error in digital waveform recorders	667
A. Szatkowski: A neural cellular system for nonlinear transmittances synthesis	677
J. Puchalski: Computers methods of the determination of electron trajectories in the electrostatical field on the example of the image intensifier	681
F. Wysocka-Schillak: Design of a FIR digital filter with monotone passband and equiripple stopband frequency response	691
J. Kisilewicz: Multichannel equalizers comparison	701
J. Wojaś: Analysis of electromagnetic radiation in photoelectron investigation of surfaces ..	713

Subscription for external subscribers:

The promotional subscription price in 1993 is \$ 80 including postage for institutions and \$ 75 for individuals, including postage. Subscriptions should be sent too the publisher, Polish Scientific Publishers PWN Ltd, Journal Division, Miodowa 10, 00-251 Warsaw, POLAND, fax (48) (22) 26 09 50, (48) (22) 26 71 63, with a copy by fast to Electronics and Telecommunications Quarterly 00-665 Warsaw, ul. Nowowiejska 15/19, p. 470. Subscription is occupied after showing a checque or transfer documents. Our bank account is as follows:

Bank account: PBK VIII O/Warszawa nr 370028-1052-139-11.

Nr 201061-3390-13100-1. At subscriber's request this journal will be air mailed at additional postage to 50% of gross price to European countries and 65% overseas.

Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji

Wpłaty na prenumeratę przyjmowane są na okresy kwartalne:

- na terenie kraju — jednostki kolportażowe „Ruch” i urzędy pocztowe właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora,
- na zagranicę — „RUCH” S.A. Oddział Warszawa,
00-958 Warszawa, konto PBK XIII Oddział
Warszawa 370044-1195-139-11.

Prenumerata ze zleceniem dostawy za granicę jest o 100 % wyższa od krajowej.

Dostawa zamówionej prasy następuje: — przez jednostki kolportażowe „Ruch” — w sposób uzgodniony z zamawiającym, oraz przez urzędy pocztowe — pocztą zwykłą na wskazany adres, w ramach opłaconej prenumeraty z wyjątkiem zlecenia dostawy za granicę pocztą lotniczą do odbiorcy zagranicznego, której koszt w pełni pokrywa prenumerator.

Terminy przyjmowania wpłat na prenumeratę przez „RUCH”:

- krajową i zagraniczną — do 20.XI. na I kw. roku następnego
do 20.II. na II kw.

Bieżące numery można nabyć w Księgarni Wydawnictwa Naukowego PWN Sp. z o.o. ul. Miodowa 10. Również można je nabyć, a także zamówić (przesyłka za zaliczeniem pocztowym), we Wzorcowni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN, Pałac Kultury i Nauki, 00-901 Warszawa.

UWAGA!

Poczynając od 1993 r. prenumeratę naszego czasopisma prowadzi również Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT. Zamówienia na prenumeratę należy składać w terminach kwartalnych. Wpłata na I półr. wynosi 60 000 zł. Warunkiem przyjęcia prenumeraty jest wpłata na konto wartości zamówionych egzemplarzy. Wpłat na prenumeratę należy dokonywać na blankietach do wpłat na rachunki bankowe na konto:

Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT Sp. z o.o.
00-950 Warszawa nr PBK III O/Warszawa 370015-1573-139-11

Zakład Kolportażu oferuje również możliwość zamawiania prenumeraty ze zleceniem wysyłki za granicę. Jej cena jest dwukrotnie wyższa od ceny prenumeraty normalnej, a zlecający powinien podać dokładny adres odbiorcy za granicą. Dodatkowych informacji udziela:

Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT Sp. z o.o.
00-716 Warszawa, skr. poczt. 1004, ul. Bartycka 20.
Telefony: 40-30-86, 40-35-89, 40-00-21 w. 249, 295, 299