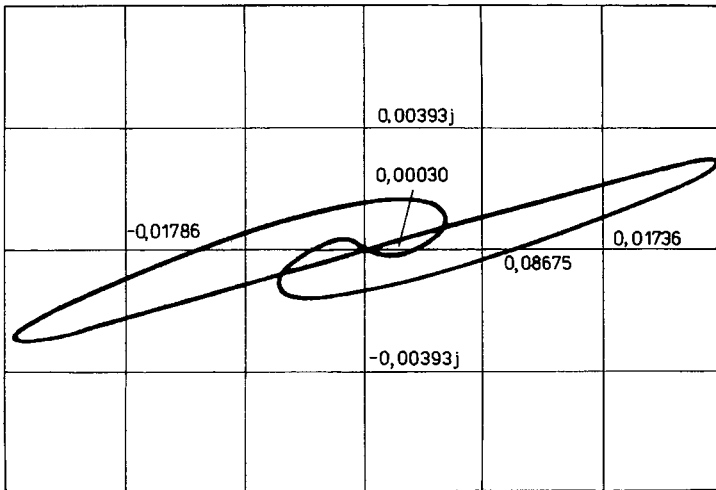
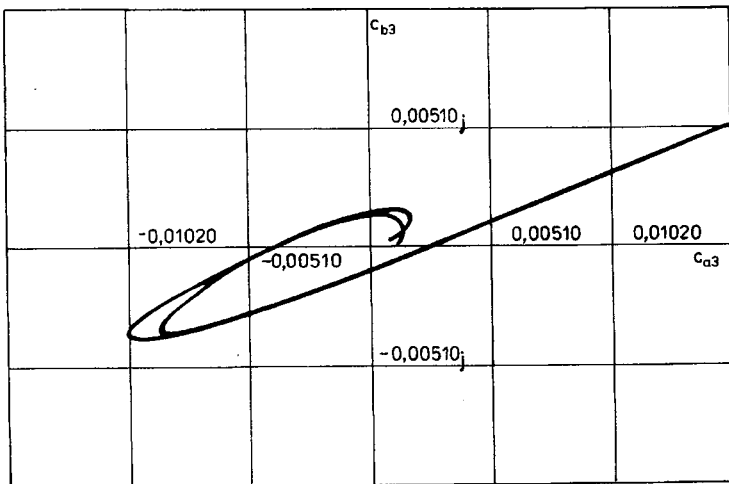


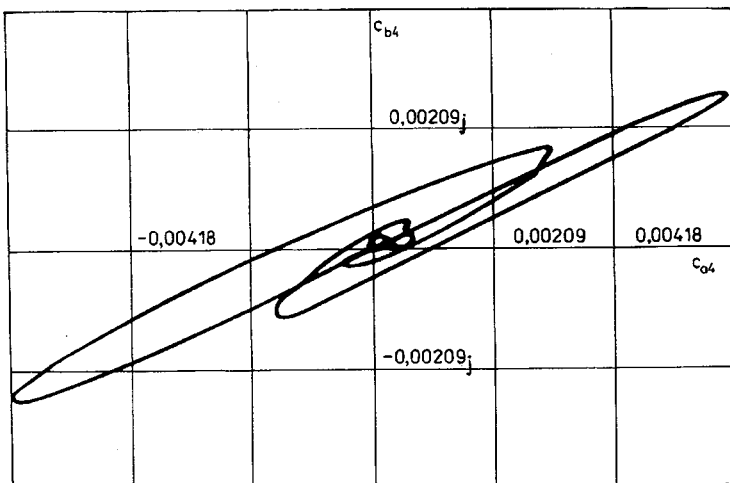
d)

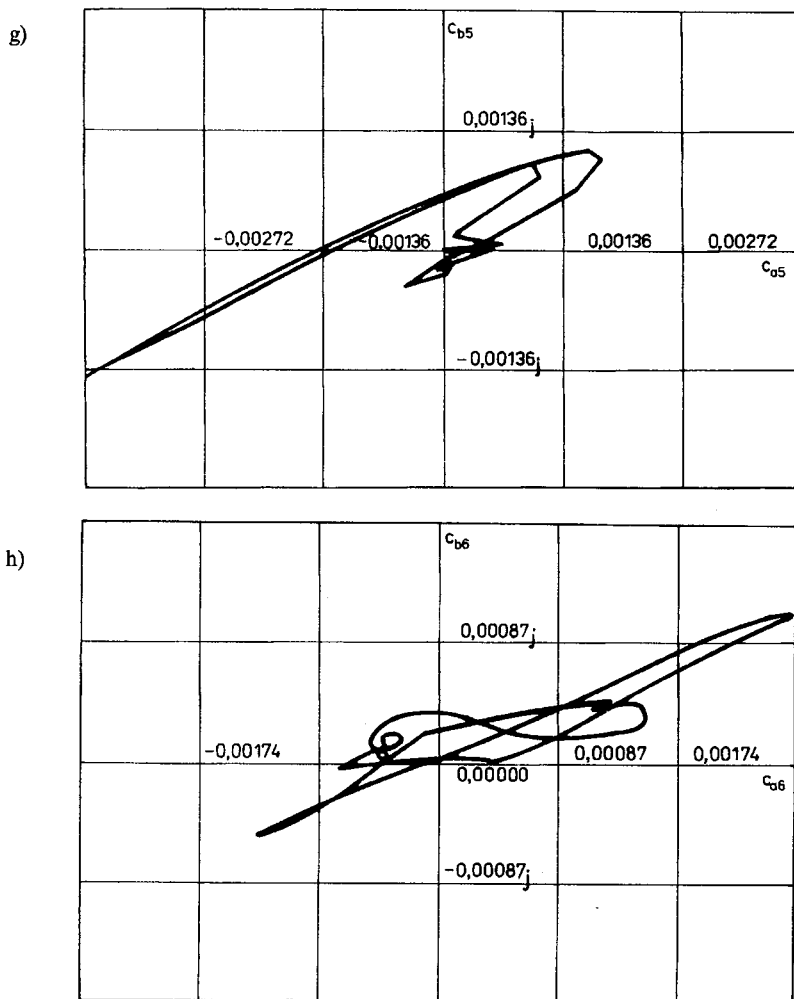


e)



f)





Rys. 10. Sygnały przetwornika przelotowego dla wady w postaci pierścienia szerokości 2 mm i głębokości 0,3 mm wykonanego od strony zewnętrznej ścianki rury a) — trajektoria zmian napięcia, b) ÷ h) — odpowiednio zerowy, pierwszy, drugi, trzeci, czwarty, piąty oraz szósty współczynnik rozwinięcia w szereg Legendre'a zbioru próbek napięć przetwornika

ne oraz pierścienie poprzeczne od strony zewnętrznej ścianki rur, a także pierścienie poprzeczne od strony wewnętrznej ścianki rur. Wykorzystywanie określonych, powtarzalnych, wad sztucznych jest podejściem stosowanym w badaniach sygnałów przetworników wiroprowadowych i cechowaniu aparatury wiroprowadowej. Rodzaje wprowadzonych do rur wzorcowych wad sztucznych oparto na doświadczeniu i postanowieniach szeregu norm, również zagranicznych [48].

Problem kontroli rur wykonywanych z materiałów ferromagnetycznych może być sprowadzony do problemu badania rur z materiałów nieferromagnetycznych, przy zastosowaniu podmagnesowania rur do stanu nasycenia i użyciu odpowiednich cewek podmagnesowujących.

Przykładowe rezultaty badań i przetwarzania sygnałów przetworników, otrzymanych dla częstotliwości pracy przetworników wynoszącej 10 kHz przedstawiono na rys. 10. Poszczególne rysunki przedstawiają trajektorię i współczynniki rozwinięcia w szereg Legendre'a (od zerowego do szóstego) zbiorów próbek sygnałów przetwornika dla wady rury miedzianej średnicy 16,3 mm w postaci pierścienia o szerokości 2 mm i głębokości 0,3 mm wykonanego od strony zewnętrznej ścianki rury.

Analogicznie zostały przetworzone sygnały dla następujących wad sztucznych rur miedzianych:

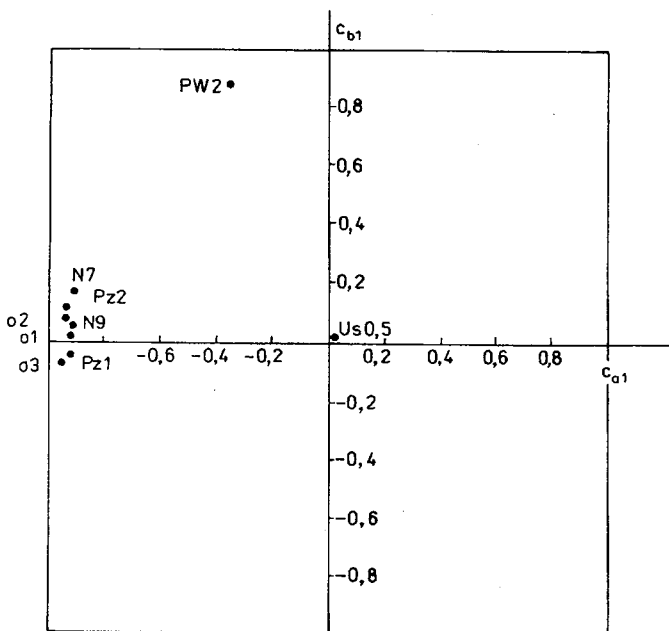
- nacięcia poprzecznego długości 9 mm i szerokości 0,3 mm wykonanego od strony zewnętrznej ścianki rury,
- nacięcia poprzecznego długości 7 mm i szerokości 0,3 mm wykonanego od strony zewnętrznej ścianki rury,
- jednostronnego (na końcu rury) zmniejszenia zewnętrznej średnicy rury o 0,5 mm na długości 40 mm,
- otworu średnicy 3 mm przelotowego przez jedną ściankę rury,
- otworu średnicy 2 mm przelotowego przez jedną ściankę rury,
- otworu średnicy 1 mm przelotowego przez jedną ściankę rury,
- pierścienia szerokości 1 mm i głębokości 0,3 mm wykonanego od strony zewnętrznej ścianki rury,
- pierścienia szerokości 2 mm i głębokości 0,3 mm wykonanego od strony wewnętrznej ścianki rury.

W odniesieniu do trajektorii zmian napięcia przetworników oraz trajektorii zmian kolejnych współczynników rozwinięcia zbiorów próbek sygnałów z szeregu Legendre'a, dla poszczególnych wad rur, nie zastosowano procedur idealizacji (wygładzania) kształtu trajektorii, gdyż nie ma takiej potrzeby w związku z przedstawionym algorytmem rozróżniania niektórych wad obiektów — na podstawie wartości cech (rozd. 3).

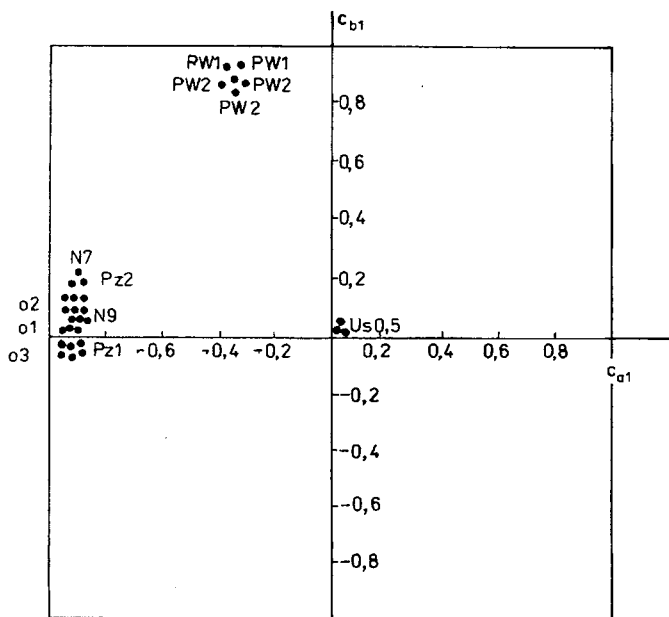
Trajektorie zmian napięcia przetworników, stosownie do położenia i wielkości wad rur, różnią się wartościami składowych napięć, kształtem i położeniem fazowym [48, 49]. Z punktu widzenia przeprowadzania klasyfikacji wad obiektów, na podstawie przetworzonych przy wykorzystaniu wielomianów Legendre'a zbiorów sygnałów przetworników wiroprowodowych, nie są interesujące wartości zerowego współczynnika (rys. 10 b), gdyż przedstawia on wartość średnią sygnału przetwornika.

W związku z tym, że interesująca z punktu widzenia klasyfikacji informacja zawarta jest w wartościach nieparzystych współczynników rozwinięcia (rozd. 3), tylko one były brane pod uwagę przy obliczaniu wartości przyjętych cech przetworzonych sygnałów przetworników. Klasyfikację przeprowadzono na podstawie znormalizowanych wartości pierwszych współczynników rozwinięcia. Na podstawie zależności (24) oraz zależności (23) wartości składowych współczynnika c_i obliczono dla $i=1$, przy wzięciu do obliczeń wartości nieparzystych współczynników dla punktu, w którym pierwszy współczynnik rozwinięcia przyjmuje wartość ekstremalną.

Wyniki tych obliczeń dla 9 wad sztucznych rur miedzianych, przedstawiono na rys. 11. Rysunek ten przedstawia płaszczyznę cech, na której odkładane są wartości



Rys. 11. Reprezentacja na płaszczyźnie cech wartości cech (znormalizowanych pierwszych współczynników rozwinięcia w wielomiany Legendre'a) sygnałów przetwornika wiroprowadowego różnicowego dla 9 sztucznych wad rur miedzianych



Rys. 12. Reprezentacja na płaszczyźnie cech wartości cech (znormalizowanych pierwszych współczynników rozwinięcia w wielomiany Legendre'a) sygnałów przetwornika wiroprowadowego różnicowego dla 30 sztucznych wad rur miedzianych

cech, to jest wartości znormalizowanego pierwszego współczynnika rozwinięcia przy wykorzystaniu wielomianów Legendre'a zbioru próbek napięć przetworników. Na osi odciętych (vide również poglądowy rys. 5) na rys. 11 odłożono wartości znormalizowanego współczynnika C_{a1} , a na osi rzędnych — wartości znormalizowanego współczynnika C_{b1} .

Jako o1, o2 i o3 oznaczono na rys. 11 punkty odpowiadające wartościom cech dla wad w postaci otworów o średnicach odpowiednio 1 mm, 2 mm i 3 mm. Punkty N7 i N9 odpowiadają wartościom cech dla wad w postaci nacięć o długości odpowiednio 7 mm i 9 mm; punkt PW2 — dla pierścienia wewnętrznego szerokości 2 mm; punkt Us0,5 — dla zmniejszania średnicy rury o 0,5 mm.

Jak widać z rys. 11 wartości przyjętych cech — wartości znormalizowanego pierwszego współczynnika rozwinięcia są takie, że przetworzone sygnały przetwornika dla wad wprowadzonych od strony zewnętrznej ścianki rur (otwory, nacięcia poprzeczne, rowek wzdłużny, pierścienie) mają swoją reprezentację na płaszczyźnie cech na granicy I i II ćwiartki. Diametralnie inne są wartości cech — dla sygnału uzyskanego dla pierścienia wykonanego od strony wewnętrznej ścianki rury. Z kolei przetworzone sygnały otrzymane dla zmniejszenia zewnętrznej średnicy rury mają swoją reprezentację w pobliżu środka układu współrzędnych płaszczyzny cech. Wyniki te, jak również dalsze wyniki, pokazano na rys. 12 dla 30 różnych wad rur miedzianych, potwierdzają słuszność opracowanej metodyki rozróżniania niektórych wad rur — na podstawie wartości cech — współczynników rozwinięcia sygnałów przetworników wiroprowadowych — przy wykorzystaniu wielomianów Legendre'a. Jak widać z rys. 11 i rys. 12 możliwe jest poprowadzenie odpowiednich hiperpłaszczyzn oddzielających wartości cech — dla różnych wad rur.

PODSUMOWANIE

Opisano metodykę charakteryzowania sygnałów przetworników wiroprowadowych, przy wykorzystaniu rozwinięcia zbiorów próbek sygnałów opisujących wady obiektów, w wielomiany Legendre'a. Metodyka rozróżniania próbek sygnałów przetworników w przestrzeni cech wymaga dysponowania wartościami składowej rzeczywistej i składowej urojonej wyjściowego napięcia przetwornika. Metodyka klasyfikacji sygnałów w oparciu o wartości cech (współczynników wielomianów Legendre'a) może być wykorzystana do automatycznego rozróżniania sygnałów, uzyskiwanych dla następujących wad rur, wykonanych zarówno z materiałów nieferromagnetycznych, jak i ferromagnetycznych: wady zewnętrzne, wady wewnętrzne oraz zmiany średnicy rur.

Praca wykonana w ramach projektu badawczego Nr 3 0750 91 01; „System do automatycznej analizy i klasyfikacji wad obiektów przy wykorzystaniu metody prądów wirowych”. W sprawozdaniu z tego projektu podano bibliografię obejmującą 406 pozycji.

BIBLIOGRAFIA

1. K. Ar b t e: *Application of Affine-Invariant Fourier Descriptors to Recognition of 3-D Objects*. IEEE Trans. on PAMI, 1990, 12, nr 7, pp. 640÷647.
2. S.O. Bel k a s i m: *Pattern Recognition with Moment Invariants, a Comparative Study and New Results*. Pattern Recognition, 1991, 24, nr 12, pp. 1117÷1138.
3. K.G. Be a u c h a m p: *Przetwarzanie sygnałów metodami analogowymi i cyfrowymi*. WNT, Warszawa, 1972.
4. P. B e z i e r: *Numerical Control*. J. Wiley, New York 1972.
5. R. B o r n s t e i n, A.M. B r u c k s t e i n: *Finding the Kernel of Planar Shapes*. Pattern Recognition, 1991, 24, nr 11, pp. 1019÷1036.
6. S. B r a n d t: *Metody statystyczne i obliczeniowe analizy danych PWN*, Warszawa, 1974.
7. E. B r i b i e s c a: *A Geometric Structure for Two-Dimensional Shapes and Three-Dimensional Surfaces*. Pattern Recognition 1992, 25, nr 5, pp. 483÷497.
8. V. C a p p e l, A.G. C o n s t a n t i n i d e s, P. E m i l i a n i: *Digital Filters and Their Applications*. Academic Press, London 1978.
9. C. C h a t t e r j e e, R.L. K a s h y a p, G. B o r a j: *Estimation of Close Sinusoids in Colored Noise and Model Discrimination*. IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing 1987, ASSP-35, nr 3, pp. 328÷337.
10. C. C h a v a n t, J. C a h o u e t: *Sensitivity Analysis of Electromagnetic Fields Depending on Flaw Shape in NDT*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York — Tokyo 1992, pp. 259÷263.
11. C.H. C h e n: *Improved Moments Invariants for Shape Discrimination*. Pattern Recognition 1993, 26, nr 5, pp. 683÷686.
12. C.H. C h e n: *Tutorial on Signal Processing and Pattern Recognition in Nondestructive Evaluation of Materials*. Processing of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 1, pp. 845÷850.
13. A. C o r a z z a, E. M i l a n a, F.A. Z a n a r d, F. M. Z i p r a n i: *A New Smart Eddy-Current System for on-Line Flaws Detection*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 1, pp. 352÷354.
14. M. C o u s i n: *An on-Line Eddy-Current System for the Quality Evaluation of Hot Rods*. Materials Evaluation 1985, 43, nr 13, pp. 1649÷1654.
15. G. D e l a s a t e, R. L é v y: *Mascotte. An Analytical Model for Eddy Current Signals*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York — Tokyo 1992, pp. 264÷268.
16. I. D i s t e i n: *Parael Algorithms for Contour-Based 2D Shape Recognition*. Pattern Recognition 1991, 24, nr 10, pp. 929÷942.
17. B. D u b u i s s o n, M. M a s s o n: *A Statistical Decision Rule with Incomplete Knowledge about Classes*. Pattern Recognition 1993, 26, nr 1, pp. 155÷165.
18. R.O. D u d a, P.E. H a r t: *Pattern Classification and Scene Analysis*. Wiley and Sons, New York — London — Sydney — Toronto 1973.
19. D.E. D u d g e o n, R.M. M e r s e r e a u: *Multidimensional Digital Signal Processing*. Prentice Hall. Englewood Cliffs, 1984.
20. Z. F o r t u n a, M. M a c u k o w, J. W ą s o w s k i: *Metody numeryczne*. WNT, Warszawa 1982.
21. R.E. G e n e r a z i o: *Determination of Grain-Size Distribution Function Using Two-Dimensional Fourier Transforms of Tone — Pluse — Encoded Images*. Materials Evaluation 1988, 46, nr 3, pp. 528÷534.
22. B. G e o r g e l: *Digital Signal Processing for NDT*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York — Tokyo 1992, pp. 283÷287.

23. B. Geor gel, R. Zorgati: *Extracsson: A System for Automatic Eddy Current Diagnosis of Steam Generator Tubes in Nuclear Power Plants*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York —Tokyo 1992, pp. 278÷282.
24. R.H. Glendinning: *Auto-Regressive Shape Classifiers in Time Varying Noise*. Pattern Recognition 1993, 26, nr 2, pp. 325÷331.
25. R.G. Gonzales, P. Wintz: *Digital Image Processing*. Addison — Wesley 1987 Massachusetts.
26. A. Goshtasby: *Gaussian Decomposition for CAD and Vision Applications*. Pattern Recognition 1992, 25, nr 5, pp. 463÷472.
27. A. Grabner: *An Integrated Condition Monitoring System Increases Productivity in Wire Rolling Lines*. Institut Dr. Förster. Report No. 299, 1991.
28. A. Grabner: *A Project for Integrated Condition Monitoring Systems to Improve Product Quality and Plant Availability in Wire Production*. Institut Dr. Förster. Report No. 294, 1991.
29. A. Grabner: *Integrierte Monitoring Systeme zur Sicherung von Produktqualität und Anlagernverfügbarkeit*. Institut Dr. Förster. Innstituts-Bericht Nr. 292, 1991.
30. A. Grabner: *Integriertes Condition Monitoring System zur Sicherung von Produktqualität und Anlagenverfügbarkeit für Stab-und Drahtwalzstrassen*. Institut Dr. Förster Innstituts-Bericht Nr. 296, 1991.
31. G.H. Granlund: *Fourier Preprocessing for Hand Print Character Recognition*. IEEE Transactions on Computers 1972, Feb., pp. 195÷201.
32. K. Grotz: *First Experience with Image Analysis of Eddy-Current Signals*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York —Tokyo 1989, t. 2, pp. 1401÷1403; również Institut Dr. Förster. Report No. 0134, 1989.
33. K. Grotz, B. Lutz: *Electromagnetic Multiparameter Determination of Material Characteristics*. Institut Dr. Förster. Report No. 279, 1991.
34. D. Heinrich, K. Leupoldt: *Possibilities and Limitations of Defect Evaluation in Austenitic and Dissimilar Metal Welds on Primary Loop Piping*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York —Tokyo 1989, t. 2, pp. 1122÷1124.
35. H.E. Houserman, L.T. Lamb: *Eddy-Current Testing Using Digital Technology*. Proceedings of the 11th World Conference on NDT, Las Vegas 1985, vol. I, pp. 234÷238.
36. K. Hruška: *Multiparameter's Evaluation of the Ferromagnetic Products*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York —Tokyo 1992, pp. 291÷294.
37. N. Ida: *Alternative Approaches to the Numerical Calculation of Impedance*. NDT International 1988, 21, nr 1, pp. 27÷35.
38. N. Ida, R. Palanisamy, W. Lord: *Eddy-Current Probe Design Using Finite Element Analysis*. Materials Evaluation 1983, 41, nr 12, pp. 1389÷1394.
39. K. Ikeda, T. Yamamura, Y. Mitamura, S. Fujiwara, Y. Tominaga, T. Kiyono: *On-Line Recognition of Hand-Written Characters Utilizing Positional and Stroke vector Sequences*. Patter Recognition 1981, 13, Nr 3, pp. 191÷206.
40. K. Inoue, K. Kimura: *A Method for Calculating the Parameter of Objects for Automatic Recognition of Circular Defects*. NDT International 1987, 20, Nr 4, s. 225÷230.
41. T.W. Judd: *An Eddy-Current Inspection System Using Signal Correlation to Improve Signal — to Noise Ratio*. Materials Evaluation 1984, 42, nr 11, pp. 1384÷1388.
42. T. Kanamori, M. Washida, K. Sagisaka, H. Suzuki, T. Nakamura: *An Automated Data Processing System on in-Service Eddy-Current Inspection for Heat Exchanger Small Bore Tubes*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York —Tokyo 1989, t. 2, pp. 956÷958.
43. J.Y. Kao, H.F. Shyu: *Reliability Evaluation for Condenser Tube Inspection*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York —Tokyo 1992, pp. 143÷147.

44. N.Kiryati, D.Maydan: *Calculating Geometric Properties from Fourier Representation*. Pattern Recognition 1989, 22, nr 5, pp. 469÷475.
45. H. Komatsu, Y. Matsumoto, K. Aoki, F. Nakayasu, M. Hashimoto, K. Miya: *Basic Study on ECT Data Evaluation Method with Neural Network*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York — Tokyo 1992, pp. 322÷326.
46. J.Leonard, D.Rodger: *Some Aspects of Two- and Three- Dimensional Transient-Eddy-Current Modelling Using Finite Elements and Single-Step Time Marching Algorithms*. IEE Proceedings 1988, 135, Pt. A, nr 3, pp. 159÷166.
47. J.G.Leu: *Computing a Shape's Moment from its Boundary*. Pattern Recognition 1991, 24, nr 10, pp. 949÷958.
48. A.Lewińska - Romicka: *Badania niszczące rur metalowych metodą prądów wirowych*. PWN, Warszawa 1991.
49. A.Lewińska - Romicka: *Trajektorie napięcia przetworników wiroprądowych samoporównawczych*. Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji 1990, 36, nr 3, ss. 741÷761.
50. YiLin: *Contour Shape Description Based on an Arch Height Function*. Pattern Recognition 1992, 25, nr 1, s. 17÷24.
51. Shan Liu - Yu, M. Thonnat: *Description of Object Shapes by Apparent Boundary and Convex Hull*. Pattern Recognition 1993, 26, nr 1, pp. 95÷107.
52. W. Lord: *Applications of Numerical Field Modeling to Electromagnetic Method of Nondestructive Testing*. IEEE Transactions on Magnetic 1983, MAG-19, nr 6, pp. 2437÷2442.
53. P.L. Love, M. Simaan: *Automatic Recognition of Primitive Changes in Manufacturing Process Signals*. Pattern Recognition 1988, 21, Nr 4, pp. 333÷342.
54. M.C. Lugg: *Data Interpretation in ACPD Crack Inspection*. NDT International 1989, 22, Nr 3, s. 149÷154.
55. B. Lutz, D. Sy: *Integration of Mathematical-Statistical Evaluation Methods in Automatic Quality Control Leads to New Application Areas of Magneto-Inductive Tests*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 2, pp. 1324÷1327; również Institut Dr. Förster. Report No. 0142, 1989.
56. H. Nishida, S. Mori: *Algebraic Description of Curve Structure*. IEEE Trans. on PAMI 1992, 14, nr 5, pp. 516÷533.
57. A.V. Oppenheim, R.W. Schaffer: *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*. WKŁ, Warszawa 1979.
58. J. Papiś: *Modelowanie trajektorii zmian napięcia przetwornika wiroprądowego w skomputeryzowanym defektoskopie do kontroli rur*. Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji 1991, 37, nr 3—4, ss. 659÷706.
59. R. Palanisamy, W. Lord: *Finite Element Analysis of Eddy-Current Phenomena*. Materials Evaluation 1980, 38, nr 10, pp. 39÷43.
60. F. Papezyk, J.P. Bonaffé, J. Chanteranne: *Automatic Pattern Recognition and Defect Identification During Ultrasonic Examination*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York — Tokyo 1992, pp. 1023÷1026.
61. T. Pavlidis: *Algorithms for Shape Analysis of Contours and Waveforms*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 1980, PAMI-2, Nr. 4. s. 301÷312.
62. T. Pavlidis: *Grafika i przetwarzanie obrazów*. WNT, Warszawa 1987.
63. E. Persoon, K. Ing - SuFu: *Shape Discrimination Using Fourier Descriptions*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics 1977, SMC-7, Nr 3, pp. 170÷179.
64. J.M. Pitcher: *Rapid Detection and Accurate Sizing of Primary Circuit Weld Defects*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 2, pp. 1101÷1103.
65. F. Pons, C. Carre, B. Georgel, C. Rose: *Eddy-Current Steam Generator Inspection Equipment Characterization and Signal Interpretation*. Proceedings of the 11th World Conference on Non-Destructive Testing. Las Vegas 1985, t. I, pp. 274÷280.

66. D. Proffitt: *Normalization of Discrete Planar Objects*. Pattern Recognition 1982, 15, Nr 3, pp. 137÷143.
67. F. Qendro, B. Benoist, R. Lenglé, P. Gaillard: *Eddy-Current NDT Signal to Noise Ratio Enhancement via Estimation of Impulsive Signals in Band Limited Stationary Additive Noise*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 1, pp. 810÷815.
68. H.V. Sagadish, A.M. Bruckstein: *On Sequential Shape Descriptions*. Pattern Recognition 1992, 25, nr 2, pp. 165÷172.
69. T. Sakamoto: *Multiparameter Eddy Current Technique for Material Sorting of Steel Bars*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. pp. 1369÷1374.
70. A.Schicht, A. Zhirabok: *The Integrated Expert System for Nondestructive Testing in Quality Control Systems*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York — Tokyo 1992, pp. 201÷205.
71. Zhu Senyuan, Yi Chenggui, Yang Peng, Zhang Zongfa: *The Application of Digital Image Processing Technique in Industry Production Non-Destructive Testing*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 2, pp. 1308÷1311.
72. R.D. Shaffer, H. Wezel: *Reduction of the Human Factor in Eddy Current NDT Processes*. Institut dr Förster. Report No. 278, 1990.
73. Y. Shindo, S. Yoshie, M. Morimoto: *Quantitative System for Evaluating Eddy-Current testing of Heatexchanger Tubing*. Proceedings of the 11th World Conference on NDT, Las Vegas 1985, t. 1, pp. 122÷124.
74. T. Shiraiwa, J. Murai, H. Hiraga: *Three Dimensional Eddy Current Inspection System*. Proceedings of the 13th World Conference on Non-Destructive Testing. Sao-Paulo, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam — London — New York — Tokyo 1992, pp. 366÷370.
75. G.P. Singh, S. Udupa: *The Role of Digital Signal Processing in NDT*. NDT International 1986, 19, nr 3, pp. 125÷132.
76. W. Solnica, A. Lewińska-Romicka, J. Papis, S. Piskorski: *Metody analizy sygnałów przetworników wiroprądowych*. Zesz. Nauk. Pol. Gliwickiej, Zeszyt 111. Technika wiroprądowa w badaniach nieniszczących. Gliwice 1993, ss. 81—101.
77. W. Solnica, A. Lewińska-Romicka, S. Piskorski, J. Papis: *Raporty tematu VII.03. Problemy badań nieniszczących obiektów metalowych metodą prądów wirowych*. CPBP 02.20 Wybrane zagadnienia podstawowych problemów współczesnej metrologii oraz technologii i konstrukcji systemów i urządzeń pomiarowo-kontrolnych. Etapy I÷V (1986÷1990).
78. H.V. Sorensen, D.L. Jones, M.T. Heideman, C.S. Burrus: *Real-Valued Fast Fourier Transform Algorithms*. IEEE Transactions on Acoustic. Speech and Signal Processing 1987, ASSP-35, nr 6, pp. 849÷863.
79. S. Staikov, I. Dolaptchiev, B. Vassilev: *A New Algorithm for Processing the Signal from Eddy-Current Probe*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 1, pp. 311÷314.
80. D. Stegeman, W. Kelb, G. Scheer: *Application of Digital Data Analysis in Eddy-Current Tube Inspection*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 1, pp. 804÷809.
81. G. Stritzke: *Softkeys für die Kommunikation mit Prüfgeräten*. Institut Dr. Förster. Instituts-Bericht No. 297, 1991; również Feinwerktechnik und Messtechnik. Zeitschrift für Elektronik, Optik und Feinmechanik in Feingerätebau und Messtechnik 1991, 99, nr 10, S. 427÷429.
82. W. Stumm: *Multi-Parameter Methods of Non-Destructive Testing of Material*. Institut Dr. Förster, Institut Bericht, nr 212.
83. W. Szczepański: *Wstęp do analizy procesów obróbki*. PWN, Warszawa 1967.
84. A. Śluzek: *Komputerowa analiza sygnałów*. WPW, Warszawa 1991.

85. R. Trusiewicz, M. Flasiński: *Rozpoznawanie obrazów*. PWN, Warszawa 1991.
86. H.M. Thomas, G. Witting: *Problematik der quantitativen Tiefenbestimmung flächenhafter Korrosion mit Wirbelstrom-verfahrenen*. Deutsche Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung e.V. Berichtsband 18. Vorträge und Plakatberichte. Moderne ZfP Analysen und Prognosen. DGZfP-Jahrestagung. Kiel 1989.
87. A. Thomson: *Evolution of an Automated Eddy-Current. Inspection System*. Materials Evaluation 1984, 42, nr 12, pp. 1511 ÷ 1514.
88. M. Tietze: *Hot Wire Inspection by Computer-Controlled Eddy-Current Testing*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 2, pp. 1363 ÷ 1368; również Institut Dr. Förster. Report No. 0137, 1989.
89. M. Tietze: *Methoden der ZfP an Flugzeugen in Produktion und Wartung*. Deutsche Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung e.V. Berichtsband 18. Vorträge und Plakatberichte. Moderne ZfP Analysen und Prognosen. DGZfP-Jahrestagung. Kiel 1989.
90. M. Tietze: *Valuable Eddy-Current Inspection Utilising Latest Computer Technology*. British Journal of NDT 1991, 33, Nr 5, s. 217 ÷ 220; również Institut Dr. Förster. Report No. 288, 1991.
91. S. Udupa, W. Lord: *A Fourier Descriptor Classification Scheme for Differential Probe Signals*. Materials Evaluation 1984, 42, nr 9, pp. 1136 ÷ 1141.
92. L. Udupa, S.S. Udupa: *Eddy Current Defect Characterization Using Neural Networks*. Materials Evaluation 1990, 48, March, pp. 342 — 347.
93. P. Weber, Y. Jayet, F. Pons: *Defect Detection and Evaluation Using a Computer Controlled Pulsed Eddy Current Test Equipment*. Proceedings of the 12th World Conference on Non-Destructive Testing. Amsterdam, Elsevier Science Publishers, Amsterdam — Oxford — New York — Tokyo 1989, t. 2, pp. 305 ÷ 310.
94. J.S. Wu, J.J. Lee: *New Polygonal Approximation Schemes for Object Shape Representation*. Pattern Recognition 1993, 26, nr 4, pp. 471 ÷ 484.
95. J. Yi, S. Lee: *Flaw Characterization in Eddy-Current Testing with Lift-off Variations of Test Coil*. Proceedings of the 11th World Conference on NDT, Las Vegas 1985, t. I, pp. 115 ÷ 121.
96. C.T. Zahn, R.Z. Roskies: *Fourier Descriptors for Plane Closed Curves*. IEEE Transactions on Computers 1972, March, pp. 269 ÷ 281.

A. LEWIŃSKA-ROMICKA

METHODOLOGY OF THE TUBES FLAWS CHARACTERIZATION UPON EDDY CURRENT TRANSDUCERS SIGNALS

Summary

New trends appeared in eddy current non-destructive testing are described. These trends rely on a novel approach to eddy current transducers signals acquisition and presentation. A method of tubes defects characterization upon the Legendre series descriptors of the through-coil transformer transducers signals is presented.

Key words: Eddy current transducers

INFORMACJE DLA AUTORÓW

Redakcja przyjmuje do publikowania prace oryginalne, przeglądowe i monograficzne wchodzące w zakres szeroko pojętej elektroniki. Ponieważ KWARTALNIK ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI jest czasopismem Komitetu Elektroniki i Telekomunikacji Polskiej Akademii Nauk, w związku z tym na jego łamach znajdują się prace naukowe dotyczące podstaw teoretycznych i zastosowań z zakresu elektroniki, telekomunikacji, mikroelektroniki, optoelektroniki, radiotechniki i elektroniki medycznej.

Artykuły powinny charakteryzować oryginalne ujęcie zagadnienia, własna klasyfikacja, krytyczna ocena (teorii lub metod), omówienie aktualnego stanu, lub postępu danej gałęzi techniki oraz omówienie perspektyw rozwojowych.

Artykuły publikowane w innych czasopismach nie mogą być kierowane do druku w Kwartalniku Elektroniki i Telekomunikacji w drugiej kolejności zgłoszenia.

Objętość artykułu nie powinna przekraczać 20 stron po około 1800 znaków na stronie.

Wymagania podstawowe: Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie pisany jednostronnie lub na wyraźnym czarno-białym wydruku komputerowym, w 2 egzemplarzach, w języku polskim lub angielskim — wybranym przez autora. Tekst artykułu musi być poprzedzony tytułem pracy, imieniem i nazwiskiem Autora wraz z podaniem miejsca jego pracy. Wszystkie strony muszą mieć numerację ciągłą.

Sposób pisania tekstu: Tekst powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjiowania, podkreślania pisania tekstu dużymi literami z wyjątkiem wyrazów, które umownie pisze się dużymi literami (np. FORTRAN). Proponowane wyróżnienia Autor może zaznaczyć w maszynopisie zwykłym ołówkiem za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych) np. podkreślenie linią przerywaną oznacza spaciowanie (rozstrzelenie), podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa. Tekst powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami, tytuły i podtytuły małymi literami. Marginesy z każdej strony powinny mieć około 35 mm. Przy podziale pracy na rozdziały i podrozdziały cyfrowe ich oznaczenia nie powinny być większe niż III stopnia (np. 4.1.1).

Sposób pisania tablic: Tablice powinny być pisane na oddzielnych stronach. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi, u góry każdej tablicy podać tytuł. Tablice umieścić na końcu maszynopisu. Przyjmowane są tablice algorytmów i programy na wydrukach komputerowych. W tym przypadku zachowany jest ich oryginalny układ.

Sposób pisania wzorów matematycznych: Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki potęg powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi, całkami i in. symbolami (strzałki, linie, kropki, daszki) powinny być umieszczone dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów cyframi arabskimi powinny być kolejne i umieszczone w nawiasach okrągłych z prawej strony. Nazwy jednostek, symbole litrowe i graficzne powinny być zgodne z wytycznymi IEC (International Electrotechnical Commission) oraz ISO (International Organization of Standardization).

Powołania: Powołania na publikacje powinny być umieszczone na ostatnich stronach tekstu pod tytułem „Bibliografia”, opatrzone numeracją kolejną bez nawiasów. Numeracja ta powinna być zgodna z odnośnikami w treści artykułu. Przykłady opisu publikacji:

- periodycznej: F.Valdoni: A new millimetre wave satelite. E.T.T. 1990, vol. 2, nr 5, p. 553
- nieperiodycznej: K. Andersen: A resource allocation framework. XVI International Symposium. Stockholm (Sweden), May 1991, paper A2.4
- książki: Y.P. Tvidis: Operation and modelling of the MOS transistors. Mc Graw-Hill, New York 1987, pp. 141 — 148.

Material ilustracyjny: Rysunki powinny być wykonane wyraźnie, na papierze gładkim, lub milimetrowym w formacie nie mniejszym niż 9x12 cm. Mogą być także w postaci wydruku komputerowego.

Fotografie lub diapozytywy przyjmowane są kolorowe lub czarno-białe w formacie nie przekraczającym 10×15 cm. Na marginesie każdego rysunku i na odwrocie fotografii powinno być napisane ołówkiem imię i nazwisko Autora oraz skrót tytułu artykułu, do którego są przeznaczone.

Spis podpisów pod rysunki i fotografie powinien być umieszczony na oddzielnej stronie.

Streszczenie: Do każdego artykułu musi być dołączone streszczenie z tytułem artykułu. Streszczenia oraz tytuły (Summary) muszą być w języku polskim i angielskim. Streszczenie powinno wyjaśniać główny cel pracy, wskazywać korzyści i ograniczenia, możliwe zastosowania i zalecenia dla dalszego rozwoju danej gałęzi techniki. Objętość streszczenia nie powinna przekraczać 100 słów, a jego treść nie może być identyczna ze „Wstępem”, lub „Zakończeniem”. Pod streszczeniami powinny być podane słowa kluczowe.

Dodatki: Spisy symboli matematycznych lub innych mogą być zamieszczone przed wstępem do artykułu, lub na końcu tekstu.

Autorowi przysługuje bezpłatnie 20 odbitek artykułu. Dodatkowe egzemplarze odbitek, lub cały zeszyt Autor może zamówić u wydawcy na własny koszt.

Autora obowiązuje korekta autorska, którą powinien wykonać w ciągu 3 dni od daty otrzymania tekstu z Redakcji i zwrócić osobiście, lub listownie pod adresem Redakcji. Korekta powinna być naniesiona na przekazanych Autorowi szpaltach na marginesach ew. na osobnym arkuszu w przypadku uzupełnień tekstu większych niż dwa wiersze. W przypadku nie zwrócenia korekty w terminie, korektę przeprowadza Redakcja Techniczna Wydawcy.

Redakcja prosi Autorów o powiadomienie jej o zmianie miejsca pracy i adresu prywatnego.,

Uwaga: Od 1995 r. Redakcja przyjmuje teksty gładkie na dyskietkach z plikiem w formacie ASCII. Rysunki w formacie TIF lub PCX. Wydruk tekstu traktowany jako podstawa powinien zawierać również wzory matematyczne.

SPIS TREŚCI

M. Stabrowski: Nowa efektywna implementacja metody Braytona—Gustavsona—Hatchela rozwiązywania sztywnych równań różniczkowych zwyczajnych	293
G. Ciesielski: Identyfikacja szczegółowej struktury wielowymiarowych systemów stacjonarnych ..	305
G. Ciesielski: Modelowanie wielowymiarowych systemów stacjonarnych przyczynowych	321
Z. Ciota: Projektowanie scalonych wzmacniaczy operacyjnych w technologii CMOS	337
Z. Ciota: Metody symulacji komputerowej analogowych filtrów scalonych w technologii CMOS ..	349
B. Więcek, A. Szkodzik: Projektowanie systemów wieloprocesorowych z procesorami sygnałowymi ..	361
A. Lewińska-Romicka: Metodyka charakteryzowania wad rur na podstawie sygnałów przetwor- ników wiropędowych	379

CONTENTS

M. Stabrowski: New efficient implementation of Brayton—Gustavson—Hatchel method for solving of stiff ordinary differential equation systems	293
G. Ciesielski: Detailed structure identification of multidimensional time-invariant systems	305
G. Ciesielski: Modelling of multidimensional time-variant and causal systems	321
Z. Ciota: Design of integrated operational amplifiers in CMOS technology	337
Z. Ciota: Computer simulation methods of analog integrated filters in CMOS technology	349
B. Więcek, A. Szkodzik: Multi-DSP system design	361
A. Lewińska-Romicka: Methodology of the tubes flaws characterization upon Eddy current transducers signals	379

Subscription for external subscribers:

The promotional subscription price in 1995 is \$ 90 including postage for institutions. Subscriptions should be sent to the publisher, Polish Scientific Publishers PWN Ltd, Journal Division, Miodowa 10, 00-250 Warsaw, POLAND, fax (48) (22) 26 09 50, (48) (22) 26 71 63, with a copy by fast to Electronics and Telecommunications Quarterly 00-665 Warsaw, ul. Nowowiejska 15/19, p. 470. Subscription is occupied after showing a cheque or transfer documents. Our bank account is as follows: Bank account: PBK VIII O/Warszawa nr 370028-1052. At subscriber's request this journal will be air mailed at additional postage to 50% dross price to European countries and 65% overseas.

Subscription orders available through the local press distribution or through the Foreign Trade Enterprise ARS Polona, 00-068 Warszawa, Krakowskie Przedmieście 7, Poland.

Ruch S.A. fulfils foreign customers orders, starting from any issue in the calendar year: tel.: (48)(22) 620 10 39; fax (48)(22) 620 17 62.

Cena 5 zł
50 000 zł

Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji

WARUNKI PRENUMERATY

Wpłaty na prenumeratę przyjmowane są na okresy roczne

Na teren kraju prenumeratę przyjmują jednostki kolportażowe RUCH S.A., urzędy pocztowe oddawcze właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora oraz doręczyciele w miejscowościach, gdzie dostęp do urzędu jest utrudniony, a także Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT

Termin przyjmowania przez RUCH S.A. prenumeraty krajowej i na zagranicę oraz przez Poczte Polską (tylko prenumerata krajowa) są kwartalne: do 20.XI na I kw., do 20 II na II kw., do 20 V na III kw., i do 20 VIII na IV kw.

Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT przyjmuje prenumeratę do 5 XII roku poprzedzającego

Dostawa zamówionej prasy następuje w sposób uzgodniony z zamawiającym, pod wskazanym adresem, w ramach opłaconej prenumeraty.

Adresy przedsiębiorstw kolportażowych i ich konta bankowe:

Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT, 00-716 Warszawa, ul. Bartycka 20, skr. poczt. 1004

Konto PBK III Oddział Warszawa nr 370015-1573-139-11

Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę jest dwukrotnie wyższa od ceny krajowej. Zlecający powinien podać dokładny adres odbiorcy. Dodatkowe informacje można otrzymać pod nr telefonu 49-30-86 lub 40-00-21 wew. 249, 295, 299.

Ruch S.A. Oddział Warszawa, 00-958 Warszawa, ul. Towarowa 28

Konto PBK XIII Oddział Warszawa nr 370044-1195-139-11

Dostawa odbywa się przesyłką zwykłą w ramach opłaconej prenumeraty, z wyjątkiem zlecenia dostawy pocztą lotniczą, której koszt w pełni pokrywa zleceniodawca.

Prenumerata ze zleceniem dostawy za granicę jest o 100% wyższa od krajowej. Od osób lub instytucji, zamieszkających lub mieszczących się w miejscowościach, w których nie ma jednostek kolportażowych RUCH prenumeratę Kwartalnika można zamówić w Oddziale Warszawskim RUCH na konto: PBK XIII Oddział Warszawa, nr 370044-1195-139-11.

Bieżące numery można nabyć w **Księgarni Wydawnictwa Naukowego PWN**, ul. Miodowa 10, 00-251 Warszawa. Również można je nabyć, a także zamówić (przesyłka za zaliczeniem pocztowym) we **Wzorcowni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN**, Pałac Kultury i Nauki, 00-901 Warszawa w cenie podanej na okładce kwartalnika.

W roku 1995

przewidywana cena 1 egz. wyniesie	7,00 zł (70.000 zł)
prenumerata roczna w kraju	28,00 zł (280.000 zł)
prenumerata roczna za granicę	90 \$ USA

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

Indeks 363189
ISSN 0867-6747

KWARTALNIK ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS QUARTERLY

TOM 41 — ZESZYT 4/1995



WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN
WARSZAWA 1996

**Kwartalnik jest wydawany z funduszu Komitetu Badań Naukowych
i dofinansowany przez instytucje:**

- Politechnika Warszawska, Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
- Politechnika Gdańska, Wydział Elektryczny
- Politechnika Szczecińska, Instytut Elektroniki i Informatyki
- Instytut Łączności w Warszawie
- Spółka „Telekomunikacja Polska S.A.”

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

KWARTALNIK
ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

ELECTRONICS AND
TELECOMMUNICATIONS
QUARTERLY

TOM 41 — ZESZYT 4/1995



WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN
WARSZAWA 1996

RADA REDAKCYJNA

Przewodniczący

prof. dr inż. ADAM SMOLIŃSKI
członek rzeczywisty PAN

Członkowie

prof. dr hab. inż. DANIEL JÓZEF BEM — czł. koresp. PAN, prof. dr hab. inż. MICHAŁ BIAŁKO — czł. koresp. PAN, prof. dr hab. inż. STEFAN HAHN — czł. koresp. PAN, prof. dr inż. ANDRZEJ HAŁAS, prof. dr inż. ZDZISŁAW KACHLICKI, prof. dr hab. inż. BOHDAN MROZIEWICZ, prof. dr inż. JERZY OSIOWSKI, prof. dr inż. WITOLD ROSIŃSKI — czł. rzecz. PAN, prof. dr inż. STANISŁAW SŁAWIŃSKI, prof. dr hab. inż. STEFAN WĘGRZYN — czł. rzecz. PAN, prof. dr hab. inż. WIESŁAW WOLIŃSKI — czł. koresp. PAN, prof. dr inż. ANDRZEJ ZIELIŃSKI, prof. dr inż. MARIAN ZIENTALSKI

REDAKCJA

Redaktor Naczelny

prof. dr hab. inż. WIESŁAW WOLIŃSKI

Zastępca Redaktora Naczelnego

doc. dr inż. KRYSZTYN PLEWKO

Sekretarz Odpowiedzialny

mgr KRYSZYNA LEŁAKOWSKA

ADRES REDAKCJI

00-665 Warszawa, ul. Nowowiejska 15/19 Politechnika, pok. 470
Instytut Telekomunikacji, Gmach im. prof. JANUSZA GROSZKOWSKIEGO

Dyżury Redakcji: środy i piątki, godz. 14—16
tel. 660 77 37; 628 89 81; 25 29 18+ aut. sekr.

Telefony domowe: Redaktora Naczelnego: 12 17 65
Zast. Red. Naczelnego: 26 83 41
Sekretarza Odpowiedzialnego: 25 29 18

WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN
Warszawa, ul. Miodowa 10

Ark. wyd. 9.0 Ark. druk. 8.5

Podpisano do druku w lutym 1996 r.

Papier offsetowy kl. III 70 g. B-1

Druk ukończono w marcu 1996 r.

Skład: Agnieszka Chmielewska Warszawa ul. Husarii 12
Druk i oprawa: Drukarnia Braci Grodzickich, Żabieniec, ul. Przelotowa 7

Szanowni Autorzy

„KWARTALNIK ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI — ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS QUARTERLY” jest kontynuatorem tradycji powstałego 41 lat temu kwartalnika pt. „Rozprawy Elektrotechniczne”. Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji — czasopismo Komitetu Elektroniki i Telekomunikacji Polskiej Akademii Nauk — wydawany jest przez Wydawnictwo Naukowe PWN.

Kwartalnik jest czasopismem naukowym, na którego łamach są publikowane artykuły i komunikaty prezentujące wyniki oryginalnych oraz przeglądowych prac teoretycznych i technicznych związanych z szeroko rozumianymi dziedzinami współczesnej elektroniki i telekomunikacji.

Wszystkie publikowane w Kwartalniku artykuły są recenzowane przez wybitnych krajowych specjalistów, co zapewnia, że publikacje te są uznawane jako autorski dorobek naukowy. Opublikowanie w Kwartalniku wyników prac naukowych, badawczych i technicznych, zrealizowanych w ramach „GRANTÓW” Komitetu Badań Naukowych, spełnia więc jeden z wymogów stawianych tym pracom.

Czasopismo ukazuje się w ponad półmilionowym nakładzie i dociera do wszystkich zajmujących się elektroniką i telekomunikacją krajowych ośrodków naukowych oraz technicznych i do wielu instytucji zagranicznych. Jest ponadto prenumerowane przez liczne grono specjalistów.

Każdy z Autorów otrzymuje bezpłatnie 20 egzemplarzy nadbitek swojego artykułu, co ułatwia przesłanie tej publikacji do indywidualnie wybranych przez Autora osób i instytucji w kraju lub za granicą. Ułatwia to dodatkowo fakt, że w Kwartalniku mogą być publikowane artykuły również w języku angielskim.

Nadesłane do redakcji artykuły są opublikowane w terminie około pół roku w przypadku sprawnej współpracy Autora z redakcją. Wytyczne dla Autorów dotyczące formy publikacji są zamieszczane w zeszytach Kwartalnika. Można je także otrzymać w siedzibie redakcji.

Artykuły można dostarczać osobiście lub pocztą pod adresem zamieszczonym w stopce redakcyjnej.

Redakcja

Model operacji kwantowania utworzony na podstawie formuły zagadnienia odtwarzalności

ANNA DOMAŃSKA

Instytut Elektroniki i Telekomunikacji, Politechnika Poznańska

Otrzymano 1995.11.29

Autoryzowano do druku 1996.01.29

Przedstawiono klasyczną i uogólnioną formułę zagadnienia odtwarzalności dla kwantowania oraz ich interpretację. Określono na czym polegają niedostatki ujęcia klasycznego. Na podstawie uogólnionej formuły utworzono model operacji kwantowania. Model umożliwia objaśnienie na czym polegają zmiany w sygnale po jego skwantowaniu oraz pozwala określić wzajemne relacje między charakterystykami sygnалу skwantowanego i sygnалу pierwotnego. Z modelu wynika także, w jakich okolicznościach powstają rozbieżności między kwantowaniem rzeczywistym a idealnym.

Słowa kluczowe: teoria kwantowania, odtwarzalność, model operacji kwantowania, sygnał pomiarowy, estymacja, wiarygodność.

1. WSTĘP

Model operacji kwantowania, oparty na formule zagadnienia odtwarzalności dla kwantowania, stanowi konstrukcję umożliwiającą charakteryzację tego przetwarzania.

Kwantowanie jest operacją nieliniową, która zmienia parametry pierwotnej postaci sygnалу. Znaczenie zmian jest zależne od celu dyskretyzacji sygnалу i przeznaczenia systemu, w którym przetwarzanie takie stanowi jedną z operacji składowych. Dla współczesnych systemów pomiarowych znaczenie to jest istotne. Specyfiką komputerowych systemów pomiarowych jest bowiem dwuetapowy proces przetwarzania. Etap pierwszy polega na ewidencjonowaniu sygnалу pomiarowego, który jest prowadzany do skończonej i dyskretnej reprezentacji. W drugim etapie wyznaczana jest estymata prawdziwej wartości mierzand (ogólna nazwa przedmiotu pomiaru [3]), w rezultacie cyfrowego przetwarzania sygnалу. Dyskretyzacja sygnалу i występujące przy tym zniekształcenia, mają związek z właściwościami estymatorów oraz z wiarygodnością wyniku pomiaru. Wymienione związki są kształtowane ze względu na ograniczenia wynikające między innymi z cech samej operacji kwantowania. Cechy te można wyprowadzić z formuły zagadnienia odtwarzalności. Na tej podstawie może być utworzony model operacji kwantowania. Jego praktyczne znaczenie polega na tym, iż:

— ujmuje on wzajemne relacje między charakterystykami sygnału kwantowanego i sygnału pierwotnego, umożliwiając określanie wpływu kwantowania na estymację z danych dyskretnych,

— pozwala na określenie związków jakie powinny zachodzić między parametrami operacji kwantowania i parametrami sygnału, aby zapewniona była odtwarzalność.

2. OPERACJA KWANTOWANIA WEDŁUG PIERWOTNEJ FORMUŁY

2.1. ZAGADNIENIE ODTWARZALNOŚCI

Kwantowanie Q jest przetwarzaniem sygnałów, których amplitudy przyjmują wartości ze zbioru nieskończonego, na sygnały o amplitudach ze zbioru dyskretnego z dziedziny X_q . Przetwarzanie takie jest operacją nieliniową, co stanowi niekorzystne uwarunkowanie w analizach dotyczących sygnałów czy właściwości systemów zawierających kwantyzator.

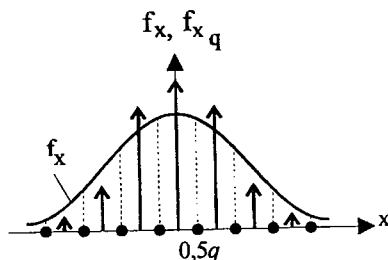
Twórcą koncepcji, by analizę dotyczącą kwantowania przenieść z dziedziny wartości sygnałów do dziedziny rozkładów wartości — czyli statystyk sygnałów, był Widrow [9]. Wskazał on, iż kwantowanie jest tożsame z procesem próbkowania funkcji gęstości prawdopodobieństwa przetwarzanego sygnału. Proces ten jest analogiczny do procesu próbkowania w dziedzinie czasu, przy czym odpowiednikami przedziałów czasowych są przedziały wartości amplitud. Wagi próbek odpowiadają wartościom prawdopodobieństw znalezienia się sygnału w odpowiednich przedziałach. Zalety takiego sposobu podejścia wiążą się z faktem, iż próbkowanie jest operacją liniową.

W przypadku próbkowania w dziedzinie czasu fundamentalnym zagadnieniem jest odtwarzalność przebiegu na podstawie jego próbek. Warunki są sformułowane w twierdzeniu o próbkowaniu. W przypadku kwantowania, czyli próbkowania w dziedzinie rozkładów wartości sygnałów, także formułuje się warunek odtwarzalności. Nie odnosi się on jednak w tym przypadku do odtwarzalności samego przebiegu, lecz dotyczy warunków, przy których można ze statystyk wielkości skwantowanych odtworzyć statystyki wielkości nieskwantowanych. Widrowa uważa się za twórcę teorii kwantowania oraz „twierdzenia o kwantowaniu”.

Ogólna teoria kwantowania zajmuje się statystykami wielkości skwantowanej i błędą kwantowania wyznaczanymi na podstawie statystyk wielkości nieskwantowanej i na podstawie charakterystyk kwantyzatora [10].

Teoria kwantowania w ujęciu Widrowa odnosi się do kwantowania równomiernego i sygnału kwantowanego będącego zmienną losową ciągłą o znanej funkcji gęstości. Zmienna losowa jest wartością ergodycznego procesu stochastycznego. Zakres kwantyzatora jest nieograniczony.

W rezultacie kwantowania zmiennej losowej x z rozdzielczością q powstaje ciąg x_q o wartościach ze zbioru dyskretnego $\{x_i; i=0, \dots, N\}$. Funkcja gęstości odpowiadająca sygnałowi skwantowanemu f_{x_q} ma postać prążków występujących w miejscach $x_i = i \cdot q$. Funkcję f_{x_q} na tle przykładowej f_x przedstawia rys. 1.

Rys. 1. Funkcja gęstości sygnału x i x_q

Intensywność i -tego prążka jest prawdopodobieństwem P występowania wartości sygnału x w przedziale $x_i - \frac{1}{2}q \leq x < x_i + \frac{1}{2}q$ i wyznacza się ją z zależności:

$$P(x_i) = \int_{x_i - \frac{1}{2}q}^{x_i + \frac{1}{2}q} f_x(x) dx = f_x(x) * \Pi\left(\frac{x - x_i}{q}\right) \quad (1)$$

* — operacja splotu,

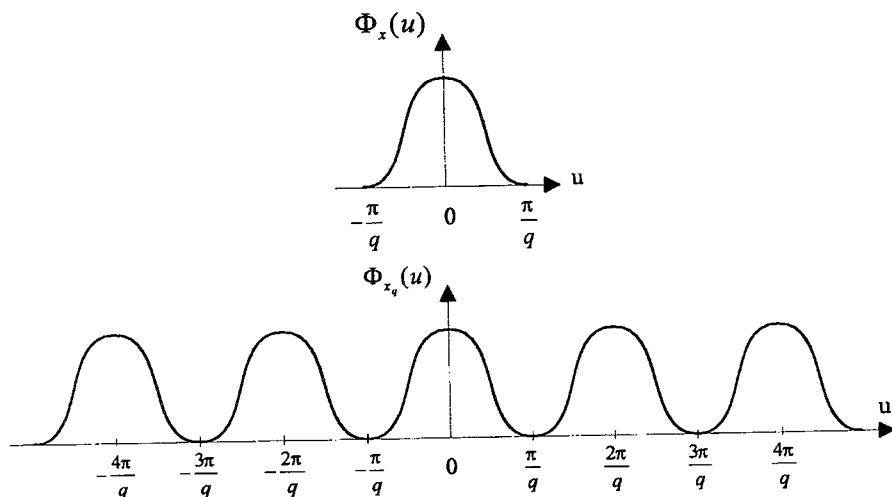
$\Pi\left(\frac{x}{q}\right)$ — funkcja prostokątna o szerokości q .

Stąd gęstość f_{xq} jest dana wzorem

$$f_{x_q}(x) = \sum_i P(iq) \cdot \delta(x - iq) = P(x) \cdot \delta_q(x) = \delta_q(x) \cdot \left[f_x(x) * \Pi\left(\frac{x}{q}\right) \right]. \quad (2)$$

Po zastosowaniu transformaty Fouriera zależność można przekształcić do postaci określającej funkcję charakterystyczną sygnału skwantowanego

$$\Phi_{x_q}(u) = \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u) * \left[\Phi_x(u) \cdot \frac{\sin \frac{u}{2} q}{\frac{u}{2} q} \right] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \Phi_x\left(u - \frac{2\pi}{q} i\right) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u - \frac{2\pi}{q} i\right)}{\frac{q}{2} \left(u - \frac{2\pi}{q} i\right)} \quad (3)$$

Rys. 2. Funkcje charakterystyczne: a) sygnału x , b) sygnału x_q

Φ — funkcja charakterystyczna.

Relacje między Φ_x i Φ_{x_q} dla idealnego przypadku zilustrowane zostały poglądowo na rys. 2.

Warunek odtwarzalności dla kwantowania, w myśl teorii Widrowa, można wyrazić następująco:

• funkcja gęstości prawdopodobieństwa sygnału x , poddanego skwantowaniu w idealnym kwantyzatorze, może być odtworzona na podstawie funkcji gęstości prawdopodobieństwa sygnału skwantowanego x_q , jeśli funkcja charakterystyczna odpowiadająca sygnałowi x ma ograniczoną dziedzinę, czyli gdy

$$\Phi_x(u) = 0 \quad \text{dla} \quad |u| \geq \frac{\pi}{q} \quad (4)$$

Błąd kwantowania ma wówczas rozkład jednostajny (prostokątną funkcję gęstości prawdopodobieństwa). •

Jest to warunek (odpowiednik warunku Nyquista dla próbkowania), przy którym segmenty funkcji Φ_{x_q} nie zachodzą na siebie, czyli nie występuje aliasowanie. Zapewnione jest tym samym odtworzenie funkcji gęstości sygnału pierwotnego.

Segment główny, związany z postacią odtwarzanej funkcji, jest wyodrębniony z Φ_{x_q} w wyniku filtracji dolnopasmowej (w dziedzinie u). Na podstawie zależności (3) można więc zapisać

$$\Phi_{x_q}(u) \cdot \Pi\left(u \cdot \frac{q}{2\pi}\right) = \Phi_x(u) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2}u}{\frac{q}{2}u} = \tilde{\Phi}_x(u) \neq \Phi_x(u). \quad (5)$$

Stąd odtwarzana funkcja

$$\tilde{f}_x(x) = f_x(x) * \frac{1}{q} \Pi\left(\frac{x}{q}\right) = f_x(x) * f_e(x). \quad (6)$$

Zależność ta oznacza, że sygnał odpowiadający funkcji $\tilde{f}_x$ jest sumą sygnału pierwotnego x i sygnału szumu e o prostokątnej funkcji gęstości prawdopodobieństwa

$$f_e(x) = \frac{1}{q} \Pi\left(\frac{x}{q}\right), \quad (7)$$

oraz że x i e są statystycznie niezależne, są więc także nieskorelowane.

2.2. WNIOSKI WYNIKAJĄCE Z PIERWOTNEJ FORMUŁY ZAGADNIENIA ODTWARZALNOŚCI

Wniosek 1

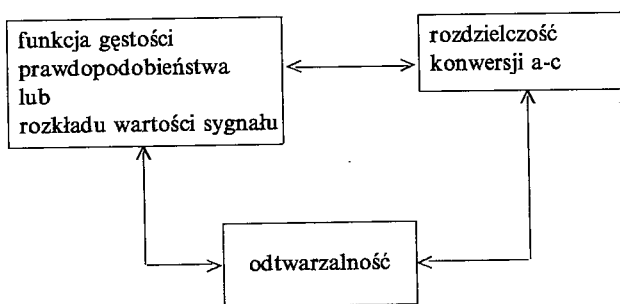
Warunek (4) jest spełniony, gdy Φ_x jest ściśle dolnopasmowa (chodzi o dolnopasmowość w dziedzinie zmiennej u) lub gdy $q \rightarrow 0$, czyli kwantowanie zachodzi z nieskończenie dobrą rozdzielczością.

Wniosek 2

Sygnał x , który jest zmienną losową o ograniczonym zakresie wartości, czyli $|x| \leq k$ i który jest kwantowany z rozdzielczością $q \neq 0$, ma funkcję gęstości f_x o ograniczonym nośniku. Nośnik funkcji Φ_x nie jest wówczas zbiorem ograniczonym. W praktyce więc funkcja charakterystyczna nie spełnia warunku określenia na ograniczonej dziedzinie. Może spełnić go jedynie z pewnym przybliżeniem.

Wniosek 3

Rozdzielczość konwersji a-c i funkcja charakterystyczna odpowiadająca sygnałowi x muszą być ze sobą w odpowiedniej relacji, aby warunek odtwarzalności dla kwantowania spełniony był z odpowiednio dobrym przybliżeniem (rys. 3).



Rys. 3. Wzajemne powiązania między sygnałem przetwarzanym a konwersją a-c

Wniosek 4

Można wyodrębnić dwa zasadnicze sposoby podejścia do zagadnienia modyfikacji operacji kwantowania, aby w rzeczywistych układach konwersji a-c błąd kwantowania zachowywał pożądane właściwości, a ogólnie — aby polepszyć warunki odtwarzalności:

- rozszerzenie obszaru zanikania funkcji charakterystycznej Φ_x do zera i zmniejszenie tym samym aliasowania segmentów funkcji Φ_x — można je osiągnąć w rezultacie zastosowania przetwornika A/C o lepszej rozdzielczości $[q \searrow, (1/q) \nearrow]$,
- zmiana postaci funkcji charakterystycznej przetwarzanego sygnału $\Phi_x \rightarrow \Phi_y$, dająca zmianę (zwiększenie) szybkości zanikania funkcji charakterystycznej do zera — jest osiągana w rezultacie dodania do przetwarzanego sygnału x sygnału dodatkowego o funkcji gęstości odpowiedniej do typu sygnału x .

Oba sposoby modyfikacji operacji kwantowania podane we wniosku 4 mają na celu poprawę stopnia spełnienia warunku odtwarzalności.

Wersja twierdzenia o kwantowaniu, w której występuje warunek zerowania się funkcji charakterystycznej Φ_x poza przedziałem $|u| < \pi/q$, jest rygorystyczniejszą postacią tego twierdzenia. Spełnienie założeń pociąga za sobą statystyczną niezależność sygnału kwantowanego i błędu kwantowania, co w następstwie oznacza ich nieskorelowanie.

Istnieje wersja twierdzenia o kwantowaniu z osłabionym warunkiem odtwarzalności, która zakłada zerowanie się funkcji charakterystycznej Φ_x poza przedziałem

$|u| < 2\pi/q$, czyli dopuszcza pewne aliasowanie segmentów funkcji Φ_{x_q} . Sygnał kwantowany i błąd kwantowania nie są statystycznie niezależne, choć pozostają nieskorelowane. Funkcja gęstości f_e jest prostokątna w przedziale $[-q/2; q/2]$, czyli błąd kwantowania ma rozkład jednostajny wewnątrz przedziału kwantowania [8].

Zagadnienie odtwarzalności dla kwantowania według pierwotnej formuły, z punktu widzenia aplikacji, stanowi konstrukcję, która nie jest uniwersalna, albowiem:

— założenie o ograniczoności nośnika funkcji Φ_x jest warunkiem dostatecznym, ale nie jest spełniane przez sygnały rzeczywiste. Oznacza ono bowiem, że dziedziną funkcji f_x jest zbiór $(-\infty, +\infty)$, czyli że zbiór wartości sygnału kwantowanego jest nieograniczony. Występuje tu analogia do twierdzenia o próbkowaniu — sygnały o ściśle dolnopasmowym widmie mają nieograniczony czas trwania.

— istnieją sygnały, dla których błąd kwantowania ma rozkład równomierny, mimo że nie spełniony jest warunek dostateczny — niezerowej Φ_x w przedziale ograniczonym. Na przykład dla sygnału, którego funkcja f_x jest prostokątna, błąd kwantowania ma rozkład jednostajny i jest szumem białym, mimo że funkcja Φ_x nie spełnia warunku (4).

Uogólnioną formułę twierdzenia o kwantowaniu podano w pracy [7]. Usuwa ona niedostatki formuły poprzedniej oraz rozszerza klasę sygnałów, dla których model błędu kwantowania ma pożądane właściwości (świadczące o zapewnionej odtwarzalności).

3. MODEL OPERACJI KWANTOWANIA WEDŁUG UOGÓLNIONEJ FORMUŁY

3.1. BŁĄD KWANTOWANIA

Model operacji kwantowania stanowią: model błędu kwantowania oraz model relacji między sygnałem skwantowanym i przetwarzanym.

Na *model błędu kwantowania* składają się następujące elementy:

- funkcja gęstości prawdopodobieństwa błędu kwantowania,
- łączna funkcja gęstości prawdopodobieństwa błędu kwantowania,
- funkcja korelacji błędu kwantowania i sygnału przetwarzanego.

Na podstawie modeli tych elementów określa się właściwości błędu kwantowania oraz jego związki z przetwarzanym sygnałem:

- momenty (wartość średnia, wariancja) błędu kwantowania,
- niezależność statystyczną błędu kwantowania,
- autokorelację oraz postać widmowej gęstości mocy błędu kwantowania,
- stopień skorelowania błędu kwantowania i przetwarzanego sygnału.

W formowaniu się wszystkich elementów modelu operacji kwantowania według uogólnionej formuły, znaczenie mają cztery twierdzenia [7], które zostały przytoczone poniżej.

Twierdzenie 1. (o postaci funkcji gęstości błędu kwantowania)

Funkcja gęstości błędu kwantowania ma w przedziale kwantowania następującą postać:

$$f_e(e) = \frac{1}{q} + \frac{1}{q} \sum_{\substack{n \\ n \neq 0}} \Phi_x\left(\frac{2\pi}{q}n\right) \cdot \exp\left(-j\frac{2\pi}{q}n \cdot e\right), \quad (8)$$

$$-\frac{q}{2} < e \leq \frac{q}{2}.$$

Uzasadnienie

Funkcja f_e jest określona następującą zależnością [7]:

$$f_e(e) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_x(nq - e), \quad -\frac{q}{2} < e \leq \frac{q}{2} \quad (9)$$

Stosując formułę Poissona [5, 4], można prawą stronę równania (8) zapisać w postaci

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} f_x(nq - e) = \frac{1}{q} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_x\left(\frac{2\pi}{q}n\right) \cdot \exp\left(-j\frac{2\pi}{q}n \cdot e\right), \quad (10)$$

$$F_x = \mathcal{F}\{f_x\}$$

Biorąc pod uwagę, iż związek między funkcją gęstości i funkcją charakterystyczną sygnału x ma postać: $\mathcal{F}\{f_x(x)\} = \Phi_x(-u)$ [10] oraz uwzględniając, że wartość funkcji charakterystycznej w zerze wynosi 1, otrzymujemy zależność (8).

Pełna postać funkcji f_e (określona zależnością (8)) jest elementem rozszerzonego modelu błędu kwantowania.

Twierdzenie 2. (o odtwarzalności dla kwantowania w modelu uogólnionym)

Funkcja charakterystyczna odpowiadająca przetwarzanemu sygnałowi losowemu spełnia warunek

$$\Phi_x\left(\frac{2\pi}{q}n\right) = 0, \quad \forall n \neq 0 \quad (11)$$

wtedy i tylko wtedy, gdy funkcja gęstości błędu kwantowania jest prostokątna, czyli:

$$f_e(e) = \frac{1}{q}, \quad -\frac{q}{2} < e \leq \frac{q}{2}. \quad (12)$$

Uzasadnienie

Twierdzenie zawiera warunek konieczny i dostateczny odtwarzalności. Dostateczność potwierdza się, podstawiając warunek (11) do wzoru (8). Otrzymujemy wówczas, że $f_e(e) = 1/q$. Konieczność wykazujemy, zakładając, że zachodzi zależność (12). Po podstawieniu jej do wzoru (8) otrzymujemy

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{q} + \frac{1}{q} \sum_{\substack{n \\ n \neq 0}} \Phi_x\left(\frac{2\pi}{q}n\right) \exp\left(-j\frac{2\pi}{q}n \cdot e\right) \quad (13)$$

czyli

$$1 = \Phi_x(0) + \sum_{n \neq 0} \Phi_x\left(\frac{2\pi}{q}n\right) \exp\left(-j\frac{2\pi}{q}n \cdot e\right) \quad (14)$$

co można zapisać

$$1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_x\left(\frac{2\pi}{q}n\right) \exp\left(-j\frac{2\pi}{q}n \cdot e\right) \quad (15)$$

W granicznym podejściu obie strony tej zależności odpowiadają transformatom Fouriera: prawa — funkcji Φ_x , lewa — impulsu δ . Z równości stron wynika wzajemna odpowiedniość (w każdym punkcie) funkcji transformowanych, stąd można zapisać

$$\Phi_x\left(\frac{2\pi}{q}n\right) = \delta\left(\frac{2\pi}{q}n\right) \quad (16)$$

Ponieważ $\delta(2\pi n/q) = 0$ dla każdego $n \neq 0$, tym samym zachodzi zależność (11). Konieczność jest więc dowiedziona.

Wniosek 5

Twierdzenie 2 dotyczy ogólniejszego przypadku aniżeli te, które obejmuje zasada odtwarzalności według pierwotnej formuły podana przez Widrowa (zależność (4)), dopuszcza bowiem szerszą klasę sygnałów przetwarzanych, dla których funkcja gęstości błędu kwantowania zachowuje kształt prostokątny. Spełnienie zależności (4) oznacza, że zachodzi również zależność (11), natomiast fakt, że zachodzi zależność (11), nie musi pociągać za sobą spełnienia zależności (4). Warunek (11) jest warunkiem koniecznym i dostatecznym, warunek (4) jest tylko warunkiem dostatecznym.

Wniosek 6

Jeśli zachodzi twierdzenie 2, to momenty błędu kwantowania wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} E[e] &= 0 \\ E[e^2] &= \frac{q^2}{12} \\ &\vdots \\ E[e^m] &= \begin{cases} \frac{1}{m+1} \left(\frac{q}{2}\right)^m, & m \text{ — parzyste} \\ 0, & m \text{ — nieparzyste} \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

Wniosek 7

Jeśli twierdzenie 2 nie może być spełnione, a mimo to przyjmie się, że funkcja gęstości f_e jest prostokątna, to błąd Δ_b , wynikający z różnicy między idealną a rzeczywistą funkcją f_e , można wyznaczyć z zależności

$$\Delta_1 = \frac{1}{q} \sum_{\substack{n \\ n \neq 0}} \Phi_x\left(\frac{2\pi}{q}n\right) \cdot \exp\left(-j\frac{2\pi}{q}n \cdot e\right), \quad -\frac{q}{2} < e \leq \frac{q}{2} \quad (18)$$

Zależność tę można przyjąć za kryterium oceny, w jakim stopniu w przypadku konkretnej konwersji a-c i konkretnego sygnału, są spełnione warunki odtwarzalności dla kwantowania.

Twierdzenie 3. (o postaci łącznej funkcji gęstości błędu kwantowania)

Łączna funkcja gęstości błędu kwantowania ma następującą postać:

$$f_{e_1, e_2}(e_1, e_2) = \frac{1}{q^2} + \frac{1}{q^2} \sum_l \sum_{\substack{k \\ l \neq 0, k \neq 0}} \Phi_{x_1, x_2}\left(\frac{2\pi}{q}l, \frac{2\pi}{q}k\right) \cdot \exp\left[-j\frac{2\pi}{q}(le_1 + ke_2)\right], \quad (19)$$

$$-\frac{q}{2} < e_1 \leq \frac{q}{2}, \quad -\frac{q}{2} < e_2 \leq \frac{q}{2}.$$

Pełna postać funkcji f_{e_1, e_2} (określona zależnością (19)) jest elementem rozszerzonego modelu błędu kwantowania.

Twierdzenie 4. (o odtwarzalności II rzędu dla kwantowania w modelu uogólnionym)

Łączna funkcja charakterystyczna odpowiadająca przetwarzanemu sygnałowi losowemu spełnia warunek

$$\Phi_{x_1, x_2}\left(\frac{2\pi}{q}l, \frac{2\pi}{q}k\right) = 0, \quad \forall l \neq 0 \quad i \quad \forall k \neq 0 \quad (20)$$

wtedy i tylko wtedy, gdy łączna funkcja gęstości błędu kwantowania ma postać

$$f_{e_1, e_2}(e_1, e_2) = \frac{1}{q^2}, \quad -\frac{q}{2} < e_1 \leq \frac{q}{2}, \quad -\frac{q}{2} < e_2 \leq \frac{q}{2}. \quad (21)$$

Wniosek 8 (statystyczna niezależność i funkcja autokorelacji błędu kwantowania)

Jeżeli zachodzi twierdzenie 4, błąd kwantowania jest statystycznie niezależny, ponieważ

$$f_{e_1, e_2}(e_1, e_2) = \frac{1}{q^2} = \frac{1}{q} \cdot \frac{1}{q} = f_{e_1}(e_1) \cdot f_{e_2}(e_2). \quad (22)$$

W przypadku statystycznej niezależności błędu kwantowania oraz prostokątnego kształtu funkcji f_e zachodzi ogólny związek

$$E[e_1^k \cdot e_2^l] = E[e_1^k] \cdot E[e_2^l] \quad (23)$$

Stąd funkcja autokorelacji błędu kwantowania

$$R_e = E[e_1 \cdot e_2] = E[e(m) \cdot e(n)] = \begin{cases} E[e^2], & m = n \\ E[e_m] \cdot E[e_n], & m \neq n \end{cases} \quad (24)$$

czyli

$$R_e = E[e^2] \cdot \delta_{mn} = \frac{q^2}{12} \cdot \delta_{mn} \quad (25)$$

Tak więc przy spełnieniu odpowiednich założeń błąd kwantowania jest procesem o impulsowej korelacji, czyli szumem białym.

Wniosek 9

Jeśli twierdzenie 4 nie może być spełnione, a mimo to założymy że łączna funkcja gęstości f_{e_1, e_2} jest równomierna, to błąd Δ_{II} , wynikający z różnicy między idealną a rzeczywistą funkcją f_{e_1, e_2} , można wyznaczyć z zależności

$$\Delta_{II} = \frac{1}{q^2} \sum_i \sum_{\substack{k \\ l \neq 0, k \neq 0}} \Phi_{x_i, x_i} \left(\frac{2\pi}{q} l, \frac{2\pi}{q} k \right) \cdot \exp \left[-j \frac{2\pi}{q} (le_1 + ke_2) \right], \quad (26)$$

$$-\frac{q}{2} < e_1 \leq \frac{q}{2}, \quad -\frac{q}{2} < e_2 \leq \frac{q}{2}.$$

Podobnie jak w przypadku jednowymiarowym (Wniosek 7), zależność tę można przyjąć za kryterium oceny, w jakim stopniu, w przypadku konkretnej konwersji a-c i konkretnego sygnału, są spełnione warunki odtwarzalności dla kwantowania.

Widmowa gęstość mocy błędu kwantowania

Widmową gęstość mocy błędu kwantowania S_e wyznacza się jako transformatę Fouriera funkcji autokorelacji R_e [6, 10]

$$S_e(\omega) = \mathcal{F}\{R_e(\tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} R_e(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (27)$$

$$\tau = t_m - t_n$$

a moc sygnału błędu z zależności

$$P_e = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_e(\omega) d\omega = R_e(0) \quad (28)$$

Jeśli weźmiemy pod uwagę postać funkcji autokorelacji R_e , to widmowa gęstość mocy błędu kwantowania

$$S_e(f) = \frac{1}{6} q^2 \cdot \frac{1}{f_s} \quad (29)$$

f_s — częstotliwość próbkowania.

Jest ona wielkością stałą, niezależną od częstotliwości. Jej wartość wynika z rozdzielczości kwantowania oraz częstotliwości próbkowania. Moc sygnału błędu w pasmie $[0, f_N]$

$$P_e = \frac{1}{12} q^2 \quad (30)$$

f_N — częstotliwość Nyquista.

Skorelowanie błędu kwantowania i sygnału przetwarzanego

Modelem skorelowania błędu kwantowania i sygnału przetwarzanego jest funkcja $E[x \cdot e]$. Jej postać może być wyznaczona z poniższego porównania.

Z jednej strony

$$E[x_q^2] = E[x^2] + 2E[x \cdot e] + E[e^2] \quad (31)$$

ponieważ $e = x_q - x$. Z drugiej strony, z twierdzenia o momentach [1, 4], można określić moment drugiego rzędu, odpowiadający sygnałowi skwantowanemu

$$E[x_q^2] = \frac{1}{j^2} \cdot \left. \frac{d^2 \Phi_{x_q}(u)}{du^2} \right|_{u=0}. \quad (32)$$

Jeśli weźmiemy pod uwagę wzór (3), określający funkcję Φ_{x_q} , powyższa zależność sprowadzi się do postaci

$$E[x_q^2] = E[x^2] - \frac{q}{\pi} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cdot \dot{\Phi}_x \left(\frac{2\pi}{q} n \right) + E[e^2] \quad (33)$$

jeśli spełniony jest warunek (11), oraz pamiętając, że $q^2/12 = E[e^2]$.

Z porównania zależności (31) i (33) wynika ogólna postać funkcji $E[x \cdot e]$

$$E[x \cdot e] = \frac{q}{2\pi} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cdot \dot{\Phi}_x \left(\frac{2\pi}{q} n \right), \quad (34)$$

dla której przyjmuje się oznaczenie $E[x \cdot e] = R_{xe}$.

Spełnienie twierdzenia 2 oznacza, że $E[e] = 0$. W takim przypadku warunek nieskorelowania jest tożsamy z warunkiem ortogonalności.

Sygnał wejściowy i błąd kwantowania są ortogonalne, jeśli $E[x \cdot e] = 0$, czyli gdy

$$\dot{\Phi}_x \left(\frac{2\pi}{q} n \right) = 0, \quad \forall n \neq 0. \quad (35)$$

Właściwości błędu kwantowania tworzą uwarunkowania *zagadnienia odtwarzalności*. Na zagadnienie to składają się:

- odtwarzalność funkcji gęstości sygnału wejściowego na podstawie funkcji gęstości sygnału skwantowanego (por. rozdział 2.1),
- odtwarzalność momentów sygnału wejściowego na podstawie sygnału skwantowanego,
- odtwarzalność widmowej gęstości mocy sygnału wejściowego na podstawie widmowej gęstości mocy sygnału skwantowanego.

Ostatnie dwie wymienione kwestie są przedmiotem rozdziału 3.2.

3.2. RELACJE MIĘDZY SYGNAŁEM SKWANTOWANYM I PRZETWARZANYM

Relacje między sygnałami x i x_q — wartość średnia i wariancja

Ogólną zależność na moment m -tego rzędu sygnału [1, 2, 4] dla przypadku sygnału skwantowanego można zapisać następująco:

$$E[x_q^m] = \int_{-\infty}^{\infty} x_q^m \cdot f_{x_q}(x) dx = \frac{1}{j^m} \cdot \left(\frac{d^m}{du^m} \Phi_{x_q}(u) \right)_{u=0}. \quad (36)$$

Jeśli spełnione są warunki odtwarzalności, to w otoczeniu punktu $u=0$ segment funkcji Φ_{x_q} pokrywa się z funkcją $\tilde{\Phi}_x$ (por. wzór (3 i (5)). Dlatego zależność (36) można w otoczeniu $u=0$ zastąpić poniższą zależnością:

$$E[x_q^m] = \frac{1}{j^m} \cdot \left(\frac{d^m}{du^m} \tilde{\Phi}_x(u) \right)_{u=0} \quad (37)$$

Z drugiej strony, korzystając z tej samej co dla sygnału x_q zależności ogólnej na moment m -tego rzędu, można dla sygnału x zapisać ją następująco:

$$E[x^m] = \frac{1}{j^m} \cdot \left(\frac{d^m}{du^m} \Phi_x(u) \right)_{u=0}. \quad (38)$$

Ponieważ zachodzi związek $\tilde{\Phi}_x \neq \Phi_x$, (por. zależność (5)), z porównania wzorów (37) i (38) wynika, że

$$E[x_q^m] \neq E[x^m], \quad \text{gdy } m \neq 1. \quad (39)$$

Na podstawie zależności (37) i (38) oraz uwzględniając, że $\tilde{\Phi}_x(u) = \Phi_x(u) \cdot \text{sinc}\left(\frac{q}{2}u\right)$, otrzymujemy następujące relacje między momentami sygnału przetwarzanego i skwantowanego:

$$\begin{aligned} E[x_q] &= E[x] \\ E[x_q^2] &= E[x^2] + \frac{q^2}{12} \\ &\vdots \\ E[x_q^m] &= \sum_{l=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \binom{m}{2l} \left(\frac{q}{2}\right)^{2l} \frac{E[x^{m-2l}]}{2l+1}. \end{aligned} \quad (40)$$

Jeśli spełnione są warunki odtwarzalności, wartość średnia i wariancja (momenty pierwszego i drugiego rzędu) sygnału przetwarzanego x mogą być odtworzone na

podstawie wartości średniej i wariancji sygnału skwantowanego x_q . Momenty sygnału x_q określone są poprzez funkcję $\tilde{\Phi}_x$, zgodnie z zależnością (37).

Zależności (40) nazywane są niekiedy poprawkami Shepparda. Ponieważ między funkcją charakterystyczną, odpowiadającą odtworzonej funkcji gęstości $\hat{f}_x$ a prawdziwą funkcją charakterystyczną sygnału x nie zachodzi równość, lecz związek (5), czyli: $\tilde{\Phi}_x(u) = \Phi_x(u) \cdot \text{sinc}\left(\frac{q}{2}u\right)$, zależności (40) określone zostały mianem poprawek ze względu na występowanie czynnika sinc.

Jeśli warunki odtwarzalności nie są spełnione, zależność (37) nie jest prawdziwa i wówczas relacje (40) nie zachodzą. Oznacza to, że momenty sygnału wejściowego nie mogą być odtworzone na podstawie momentów sygnału skwantowanego.

Z punktu widzenia zagadnień pomiarowych wyżej wymienione uwarunkowania muszą być brane pod uwagę, gdyż decydują o wiarygodności estymacji prawdziwej wartości miarunku z danych skwantowanych.

Relacje między sygnałami x i x_q — widmowa gęstość mocy

Stosując ogólną zależność na łączny moment $(m+n)$ -tego rzędu sygnału [1, 4], w przypadku sygnału skwantowanego możemy moment ten zapisać następująco:

$$E[x_{1q}^m x_{2q}^n] = \frac{1}{j^{m+n}} \cdot \left(\frac{\partial^{m+n} \Phi_{x_{1q}x_{2q}}(u_1, u_2)}{\partial u_1^m \partial u_2^n} \right)_{(u_1, u_2) = (0, 0)} \quad (41)$$

Jeśli spełnione są warunki odtwarzalności, to stosując wobec łącznej funkcji charakterystycznej takie rozumowanie, jak wobec funkcji Φ_{x_q} , otrzymujemy następującą relację między łącznymi momentami sygnału przetwarzanego i skwantowanego:

$$E[x_{1q}^m x_{2q}^n] = \sum_{l_1=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \sum_{l_2=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]} \binom{m}{2l_1} \binom{n}{2l_2} \left(\frac{q}{2}\right)^{2(l_1+l_2)} \cdot \frac{E[x_1^{m-2l_1} x_2^{n-2l_2}]}{(2l_1+1)(2l_2+1)} \quad (42)$$

W szczególności, gdy $m=1$, $n=1$, łączny moment

$$E[x_{1q} \cdot x_{2q}] = E[x_q(i) \cdot x_q(i)] = \begin{cases} E[x^2] + \frac{q^2}{12}, & i=j \\ E[x_i \cdot x_j], & i \neq j \end{cases} \quad (43)$$

Związek między widmową gęstością mocy sygnału przetwarzanego S_x i skwantowanego S_{x_q} można wobec powyższego zapisać

$$S_{x_q}(f) = S_x(f) + \frac{q^2}{6} T_s = S_x(f) + S_e(f) \quad (44)$$

T_s — okres próbkowania.

Widmowa gęstość mocy sygnału skwantowanego różni się od widmowej gęstości mocy sygnału przetwarzanego o składnik S_e — widmową gęstość mocy błędu kwantowania.

4. ROZBIEŻNOŚĆ MIĘDZY IDEALNYM A RZECZYWISTYM KWANTOWANIEM SYGNAŁÓW PRZETWARZANYCH W SYSTEMACH POMIAROWYCH

Rozbieżność między idealnym a rzeczywistym kwantowaniem sygnałów może wynikać z dwóch przyczyn:

- nieidealnych właściwości rzeczywistego układu konwersji a-c,
- niemożności zachowania cech idealnej operacji kwantowania (rozbieżność między pożądanym a rzeczywistym modelem operacji kwantowania).

W pierwszym przypadku chodzi o wpływ właściwości rzeczywistej charakterystyki przetwornika A/C — głównie nieliniowości całkowej lub różniczkowej. Sposobem stosowanym w celu poprawy liniowości jest korekcja charakterystyki lub wymiana przetwornika na lepszy pod tym względem. Jest to więc przyczyna rozbieżności wynikająca z niedoskonałości „elementu wykonawczego” realizującego przetwarzanie.

W drugim przypadku rozbieżność powstaje w rezultacie kwantowania przy niespełnionych warunkach odtwarzalności (przyczyna nie zależna od właściwości przetwornika A/C).

Rozbieżności między pożądanym a rzeczywistym modelem operacji kwantowania dotyczą:

- sygnałów nie spełniających warunków odtwarzalności dla kwantowania z powodu postaci funkcji Φ_x (np. sygnałów harmoniczných) lub z powodu niewłaściwie ustanowionych relacji między parametrami dyskretyzacji (f_s , q) a parametrami sygnału przetwarzanego (amplitudą i częstotliwością jeśli sygnał jest sinusoidalny, bądź wariancją i pasmem jeśli sygnał jest złożony),

- sygnałów deterministycznych o małych amplitudach w relacji do q przetwornika A/C,

- sygnałów o małej zmienności w relacji do q przetwornika A/C; odpowiednią zmienność wykazują sygnały szumowe lub sygnały dostatecznie gęsto kwantowane, czyli gdy jest bardzo prawdopodobne, że amplitudy sąsiednich próbek różnią się o wiele poziomów kwantowania.

Następstwami występowania rozbieżności są:

- konieczność posługiwania się rozszerzonym modelem błędu kwantowania,
- zmiana relacji między momentami sygnału przetwarzanego i skwantowanego (nie mają zastosowania poprawki Shepparda) oraz odpowiednio między widmowymi gęstościami mocy,

- wystąpienie zniekształceń harmoniczných w skwantowanym sygnale (rezultat redukcji losowości błędu kwantowania oraz jego skorelowanie z sygnałem przetwarzanym).

Następstwa te są przyczyną komplikacji zagadnienia estymacji i oceny wiarygodności pomiaru.

ZAKOŃCZENIE

Model operacji kwantowania składa się z dwóch elementów: modelu błędu kwantowania i modelu relacji między sygnałem skwantowanym a przetwarzanym.

Właściwości błędu kwantowania wskazują, czy przetwarzanie zachodzi z zapewnieniem odtwarzalności.

Odtwarzalność funkcji gęstości prawdopodobieństwa, momentów i właściwości widmowych sygnału wejściowego na podstawie funkcji gęstości prawdopodobieństwa, momentów i właściwości widmowych sygnału skwantowanego oraz na podstawie właściwości błędu kwantowania, jest fundamentalnym zagadnieniem, z którego wynikają przesłanki do konstrukcji estymatorów prawdziwej wartości mezurandów oraz do oceny wiarygodności.

Ponieważ operacja kwantowania zmienia parametry sygnału oraz ponieważ błąd kwantowania należy do klasy błędów o zmiennym matematycznym modelu, właściwości estymatora M , określonego na danych spróbkowanych $M[x(t_1), x(t_2), \dots]$, różnią się od właściwości tego estymatora, określonego na danych skwantowanych $M[x_q(t_1), x_q(t_2), \dots]$.

Różnice między kwantowaniem idealnym a rzeczywistym, mogą mieć dwojaką genezę: mogą pochodzić od nieidealnych właściwości przetwornika A/C bądź też wynika z niemożności zachowania cech idealnej operacji kwantowania (nie związane z właściwością przetwornika A/C).

BIBLIOGRAFIA

1. J. Bendat, A. Piersol: *Random data. Analysis and Measurement Procedures*, New York, Wiley 1986.
2. A. Borowkow: *Rachunek prawdopodobieństwa*. Warszawa PWN 1977
3. J. Jaworski, R. Morawski, J. Olędzki: *Wstęp do metrologii i techniki eksperymentu*. Warszawa, WNT 1992
4. A. Papoulis: *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*. Warszawa, WNT 1972
5. A. Poularikas, S. Seely: *Signals and systems*. Boston, PWS Publishers 1985
6. W. Sobczak: *Podstawy probabilistyczne teorii systemów informacyjnych*. Warszawa, WNT 1981
7. A. Sripad, D. Snyder: *A necessary and sufficient condition for quantization errors to be uniform and white*. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., 1977, vol. ASSP-25, no. s. 442–448
8. B. Widrow: *Statistical analysis of amplitude quantized sampled data systems*. Trans. Amer. Inst. Elec. Eng., Pt II Applications and Industry, 1960, vol. 79, no. 52, s. 555–568
9. B. Widrow: *A study of rough amplitude quantization by means of Nyquist sampling theory*. IRE Trans. Circuit Theory, 1956, vol. 3, s. 266–276
10. A. Wojnar: *Teoria sygnałów*. Wyd. 2, Warszawa, WNT 1988

A. DOMAŃSKA

MODEL OF THE QUANTIZING OPERATION BASED ON RECONSTRUCTION PROBLEM
FORMULA

S u m m a r y

This paper presents and interprets a classic and generalized formulas of reconstruction problem suitable for quantizing. The drawbacks of classic approach are determined. On the basis of generalized formula a model of quantizing operation is constructed. This model enables the explanation of changes in a signal after its quantizing as well as the determination of mutual relations between the characteristics of original and quantized signal. Besides, it reveals the circumstances in which the discrepancies between real and ideal quantizing occur.

Key words: theory of quantization, reconstruction, model of the quantizing operation, measurement signal, estimation, reliability.

Zmiany formuły zagadnienia odtwarzalności w wyniku kwantowania z sygnałem ditherowym

ANNA DOMAŃSKA

Instytut Elektroniki i Telekomunikacji, Politechnika Poznańska

Otrzymano 1995.11.29

Autoryzowano do druku 1996.01.29

Przedstawiono metodę modyfikacji cech operacji kwantowania polegającą na zastosowaniu konwersji a-c z sygnałem ditherowym. Jest to metoda, w której zasadniczy sygnał jest kwantowany łącznie z pewnym dodatkowym celowo wprowadzonym sygnałem.

Modyfikacja cech jest rozważana w aspekcie poprawy warunków odtwarzalności wobec sygnałów nie spełniających założeń pierwotnej lub uogólnionej teorii kwantowania. Rozróżniono dwa warianty metody: konwersję a-c z sygnałem ditherowym dodawanym i odejmowanym oraz konwersję a-c z sygnałem ditherowym dodawanym (bez odejmowania). Podano na czym polegają zmiany w formule zagadnienia odtwarzalności w obu metodach.

Słowa kluczowe: kwantowanie, sygnał ditherowy, odtwarzalność.

1. WSTĘP

Podstawowym rodzajem przetworzenia jakiego podlega sygnał we współczesnych systemach pomiarowych, jest dyskretyzacja. Składają się nań dwie operacje: próbkowanie i kwantowanie, w wyniku których sygnał ciągły może być sprowadzony do cyfrowej postaci. Na podstawie takiej reprezentacji sygnału pomiarowego, w rezultacie cyfrowego przetwarzania wyznaczana jest estymata prawdziwej wartości mezurandu (ogólna nazwa przedmiotu pomiaru [5]). Zniekształcenia danych towarzyszące dyskretyzacji mają istotne znaczenie, gdyż decydują o dokładności określenia wartości mezurandów. Dlatego też wymagania wobec niej są wyższe aniżeli w przypadkach takiego rodzaju przetwarzania sygnałów w innych dziedzinach (np. łączności cyfrowej).

Fundamentalne znaczenie jest przypisywane zniekształceniom, które wynikają niespełnienia warunku odtwarzalności. dla operacji próbkowania warunek odtwarzalności zawiera się w twierdzeniu o próbkowaniu Kotelnikowa - Shannona [14, 17]. Natomiast w przypadku operacji kwantowania, warunek odtwarzalności

jest określony w twierdzeniu o kwantowaniu. Pierwotną formułę tego twierdzenia podał 1956 Widrow [16]. Następnie w 1977 uogólnili ją Sripad i Snyder [13]. Niniejszy artykuł traktuje o sposobie modyfikacji operacji kwantowania, mającym na celu poprawę odtwarzalności w przypadkach, w których sygnały przetwarzane nie spełniają warunków twierdzenia o kwantowaniu. Modyfikacja ta przejawia się w postaci zmian w sformułowaniu warunków odtwarzalności. Punktem wyjścia dla tych rozważań jest pierwotna i uogólniona postać teorii kwantowania, przytoczona w następnym rozdziale. Twierdzenie o kwantowaniu ujmuje zasady przy spełnianiu których ze statystyk wielkości skwantowanych możliwe jest odtworzenie statystyk wielkości nieskwantowanych [17].

Formuła zagadnienia odtwarzalności, zarówno według pierwotnej jak i uogólnionej teorii kwantowania, odnosi się do sygnałów będących zmienną losową. W praktyce oznacza to, że założenia teorii dobrze spełniają sygnały złożone. Obowiązuje dla nich idealny model operacji kwantowania [3]. Nie wyczerpują one jednak zbioru matematycznych modeli sygnałów spotykanych w zagadnieniach pomiarowych [5, 6]. W pewnych przypadkach występują rozbieżności między pożądanym a rzeczywistym modelem kwantowania, np. dla sygnałów sinusoidalnych, sygnałów wolnozmiennych, sygnałów skokowych czy sygnałów „odcinkami stałych” (np. o prostokątnych kształtach).

Znane dotychczas sposoby wpływania na kwantowanie, wiążą się z oddziaływaniem na przetworniki A/C. Nieidealne ich właściwości poddawane są korekcji metodami układowymi bądź programowymi. Sposobem, który może być wykorzystany w celu wpływania na cechy samej operacji kwantowania jest konwersja a—c z sygnałem ditherowym. Polega ona na przetwarzaniu zasadniczego sygnału z pewnym dodatkowym celowo wprowadzonym sygnałem, nazywanym ditherem. Konwersję a—c z sygnałem ditherowym można stosować między innymi w celu poprawy warunków odtwarzalności dla kwantowania. Istnieją dwa warianty takiej konwersji: metoda z sygnałem ditherowym dodawanym i odejmowanym (M1) oraz metoda z sygnałem ditherowym dodawanym (bez odejmowania) (M2). Celem artykułu jest przedstawienie formuły zagadnienia odtwarzalności dla obu wariantów oraz wykazanie, na czym polegają zmiany odtwarzalności w każdym przypadku.

2. PIERWOTNA I UOGÓLNIIONA FORMUŁA TEORII KWANTOWANIA

Twórcą teorii kwantowania jest Widrow [16], który w 1956 roku sformułował warunek odtwarzalności dla tej operacji. Odnosi się on do kwantowania równomiernego i sygnału przetwarzanego będącego zmienną losową ciągłą o znanej funkcji gęstości f_x . Zmienna losowa jest wartością ergodycznego procesu stochastycznego. Zakres kwantyzatora jest nieograniczony.

$$x \rightarrow \boxed{Q} \rightarrow x_q \equiv x \rightarrow \underset{\substack{\uparrow \\ e}}{\oplus} \rightarrow x_q$$

Rys. 1. Oznaczenia stosowane dla kwantowania

$$x_q = x + e \quad (1)$$

e — błąd kwantowania.

W myśl teorii Widrowa, warunek odtwarzalności dla kwantowania można wyrazić następująco (pierwotna formuła zagadnienia odtwarzalności):

• funkcja gęstości prawdopodobieństwa sygnału x , poddanego skwantowaniu w idealnym kwantyzatorze, może być odtworzona na podstawie funkcji gęstości prawdopodobieństwa sygnału skwantowanego x_q , jeśli funkcja charakterystyczna odpowiadająca sygnałowi x ma ograniczoną dziedzinę, czyli gdy

$$\Phi_x(u) = 0 \quad \text{dla} \quad |u| \geq \frac{\pi}{q}. \quad (2)$$

Błąd kwantowania ma wówczas rozkład jednostajny (prostokątną funkcję gęstości prawdopodobieństwa).•

Odtwarzalność jest więc zapewniona, gdy funkcja charakterystyczna jest „pasmowo” ograniczona (w dziedzinie u), to znaczy ma ograniczony nośnik. Wówczas bowiem nie wystąpi aliasowanie w funkcji charakterystycznej sygnału skwantowanego Φ_{x_q} , będącej ciągiem replik funkcji charakterystycznej sygnału przetwarzanego Φ_x , powtarzalnych co $2\pi/q$. Tym samym funkcja gęstości sygnału przetwarzanego może być odtworzona na podstawie funkcji gęstości sygnału skwantowanego (por. [17]).

Założenie o ograniczoności nośnika funkcji Φ_x jest warunkiem dostatecznym, ale nie jest spełnione przez sygnały rzeczywiste. Oznacza ono bowiem (pamiętając o relacji $\mathcal{F}\{f_x\} \leftrightarrow \Phi_x$), że dziedziną funkcji f_x jest zbiór $[-\infty, +\infty]$ czyli, że zbiór wartości sygnału kwantowanego jest nieograniczony. Ponadto okazało się, iż istnieją sygnały dla których zachodzi odtwarzalność mimo, że ich funkcje charakterystyczne Φ_x nie spełniają warunku Widrowa. Na przykład dla sygnału, którego funkcja f_x jest prostokątna, błąd kwantowania ma rozkład jednostajny i jest szumem białym chociaż jego funkcja Φ_x nie spełnia warunku (1). Zależność (1) jest więc warunkiem dostatecznym.

Uogólnienie pierwotnej formuły teorii kwantowania według Widrowa, podali w 1977 Sripad i Snyder [13]. Wymaganie „pasmowej” ograniczoności funkcji charakterystycznej zastąpione zostało wymaganie „zerowania się funkcji charakterystycznej w punktach”. Udowodniono, iż jest to konieczny i zarazem dostateczny warunek odtwarzalności.

W uogólnionej teorii kwantowania formuła zagadnienia odtwarzalności jest ujęta w postaci poniższych twierdzeń [13].

Twierdzenie 1. (o odtwarzalności dla kwantowania w modelu uogólnionym)

Funkcja charakterystyczna odpowiadająca przetwarzanemu sygnałowi losowemu spełnia warunek

$$\Phi_x\left(\frac{2\pi}{q}n\right) = 0, \quad \forall n \neq 0 \quad (3)$$

wtedy i tylko wtedy, gdy funkcja gęstości błędu kwantowania jest prostokątna, czyli:

$$f_e(e) = \frac{1}{q}, \quad -\frac{q}{2} < e \leq \frac{q}{2} \quad (4)$$

□ Uzasadnienie

Ogólna zależność określająca funkcję gęstości prawdopodobieństwa błędu kwantowania (kwantowanie zwykłe) ma postać:

$$f_e(e) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_x(nq - e), \quad -\frac{q}{2} < e \leq \frac{q}{2} \quad (5)$$

Można ją zapisać równoważnie:

$$f_e(e) = [f_x(-e) * \delta_q(-e)] \cdot \Pi\left(\frac{e}{q}\right) \quad (6)$$

δ_q — ciąg impulsów (typu delta), występujących w odstępach q ,

$\Pi(e/q)$ — impuls prostokątny o jednostkowej amplitudzie i szerokości q .

Stąd funkcja charakterystyczna odpowiadająca funkcji gęstości prawdopodobieństwa błędu kwantowania wynosi:

$$\Phi_e(u) = \left[\Phi_x(u) \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u) \right] * \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u}. \quad (7)$$

Aby błąd kwantowania miał rozkład równomierny i był niezależny od sygnału przetwarzanego, funkcja charakterystyczna Φ_e musi redukować się do centralnego fragmentu zależności (7). Stanie się tak jeśli funkcja charakterystyczna sygnału przetwarzanego Φ_x będzie spełniała warunek (3). □

Twierdzenie 2. (o odtwarzalności II rzędu dla kwantowania w modelu uogólnionym)

Łączna funkcja charakterystyczna odpowiadająca przetwarzanemu sygnałowi losowemu spełnia warunek

$$\Phi_{x_1, x_2}\left(\frac{2\pi}{q}l, \frac{2\pi}{q}k\right) = 0, \quad \forall l \neq 0 \quad \text{ i } \quad \forall k \neq 0 \quad (8)$$

wtedy i tylko wtedy, gdy łączna funkcja gęstości błędu kwantowania ma postać

$$f_{e_1, e_2}(e_1, e_2) = \frac{1}{q^2}, \quad -\frac{q}{2} < e_1 \leq \frac{q}{2}, \quad -\frac{q}{2} < e_2 \leq \frac{q}{2}. \quad (9)$$

□ Uzasadnienie

Ogólną zależność określającą łączną funkcję gęstości prawdopodobieństwa błędu kwantowania (kwantowanie zwykłe) można zapisać:

$$f_{e_1, e_2}(e_1, e_2) = [f_{x_1, x_2}(-e_1, -e_2) * \delta_{qq}(-e_1, -e_2)] \cdot \Pi\left(\frac{e_1}{q}, \frac{e_2}{q}\right). \quad (10)$$

Odpowiadająca jej łączna funkcja charakterystyczna wynosi:

$$\Phi_{e_1, e_2}(u_1, u_2) = \left[\Phi_{x_1, x_2}(u_1, u_2) \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q} \frac{2\pi}{q}}(u_1, u_2) \right] * \left[\frac{\sin \frac{q}{2} u_1}{\frac{q}{2} u_1} \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u_2}{\frac{q}{2} u_2} \right]. \quad (11)$$

Aby błąd kwantowania był szumem białym, łączna funkcja charakterystyczna $\Phi_{e_1 e_2}$ musi redukować się do centralnego fragmentu zależności (11). Stanie się tak jeśli łączna funkcja charakterystyczna sygnału przetwarzanego $\Phi_{x_1 x_2}$ będzie spełniała warunek (8).

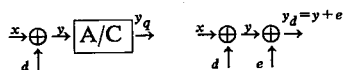
Spełnienie przez funkcję charakterystyczną Φ_x i łączną funkcję charakterystyczną Φ_{xx} zależności (3) i (8) gwarantuje odtwarzalność. Z zależności (3) wynika, iż nie jest wymagany w tym przypadku nieograniczony zakres kwantyzatora.

Wspólną cechą obu teorii kwantowania jest to, iż warunki odtwarzalności są formułowane ze względu na sygnał przetwarzany, który jest zmienną losową. W przypadku sygnałów odbiegających od sygnałów o takiej „złożoności” powstaje niejednoznaczność co do stosowania się idealnego modelu operacji kwantowania.

Zmianę formuły zagadnienia odtwarzalności, polegającą na uniezależnieniu warunku od funkcji Φ_x oraz usunięcie wyżej wymienionych niejednoznaczności można osiągnąć w rezultacie konwersji a-c z sygnałem ditherowym.

3. SYGNAŁ DITHEROWY

Dither jest dodatkowym sygnałem podawanym na wejście układu konwersji a-c, a ściślej dodawanym do sygnału przetwarzanego przed jego skwantowaniem.



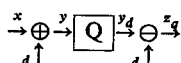
Rys. 2. Usytuowanie sygnału ditherowego względem przetwornika A/C oraz odpowiedni schemat zastępczy z oznaczeniami

W rozważaniach występuje sygnał ditherowy, który jest sygnałem stacjonarnym, niezależnym od przetwarzanego sygnału, o parzystej funkcji gęstości prawdopodobieństwa i o zerowej wartości średniej.

Pierwotnie sygnał ditherowy stosowany był w celu redukcji efektów kwantowania, w dziedzinach: kodowania sygnałów obrazowych aby wyeliminować efekt konturowy [10] oraz przetwarzania sygnałów audio — w celu redukcji harmoniczných zniekształceń [15]. W końcu lat osiemdziesiątych kwantowanie z sygnałem ditherowym znalazło się także w sferze zagadnień związanych z pomiarami. W tym czasie pojawiły się pierwsze publikacje dotyczące tej tematyki, przedstawiające problem w kontekście związanym z przetwarzaniem sygnału pomiarowego. Konwersja a-c, jako operacja będąca niezmiennikiem konfiguracji w nowej generacji systemów pomiarowych, stała się „newralgicznym” rodzajem przetwarzania. Jej właściwości nabrały nowego znaczenia, wobec większych oczekiwań związanych z przetwarzaniem sygnału pomiarowego w tych systemach.

Jak już napisano we wstępie, istnieją dwa warianty konwersji a-c z sygnałem ditherowym: metoda z ditherem dodawanym i odejmowanym (M1) oraz metoda z ditherem dodawanym (M2).

W M1 sygnał ditherowy d jest dodawany do sygnału przetwarzanego x i odejmowany po operacji jego skwantowania, czyli od y_q .



Rys. 3. Kwantowanie z sygnałem ditherowym: metoda M1 z ditherem dodawanym i odejmowanym

W związku z dodatkowymi operacjami wynikającymi ze stosowania sygnału ditherowego zachodzi potrzeba rozróżnienia pojęć: błędu kwantowania i szumu kwantowania. Błąd kwantowania (e) oznacza różnicę między sygnałem wyjściowym i wejściowym kwantyzatora Q . Szum kwantowania (ε) oznacza różnicę między skwantowaną i pierwotną postacią sygnału przetwarzanego.

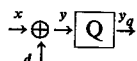
W M1, oba błędy wynoszą odpowiednio

$$e = y_q - y = Q(x + d) - (x + d) \quad (12)$$

$$\varepsilon = z_q - x = (y_q - d) - x = y_q - (x + d) = Q(x + d) - (x + d), \quad (13)$$

czyli zachodzi $e = \varepsilon$.

W M2 sygnał ditherowy d jest dodawany do sygnału przetwarzanego x . Powstały sygnał jest następnie kwantowany.



Rys. 4. Kwantowanie z sygnałem ditherowym: metoda M2 z ditherem dodawanym

Błąd kwantowania i szum kwantowania wynoszą odpowiednio

$$e = y_q - y = Q(x + d) - (x + d), \quad (14)$$

$$\varepsilon = y_q - x = Q(x + d) - x, \quad (15)$$

$$\varepsilon = e + d. \quad (16)$$

W tym przypadku $e \neq \varepsilon$.

Jeśli kwantowanie zachodzi z sygnałem ditherowym, sygnały wejściowe i wyjściowe kwantyzatora (y, y_q) nie są tymi samymi sygnałami co sygnał wejściowy x (przetwarzany) i sygnał wyjściowy z_q w M1 lub y_q w M2 (przetworzony) całego układu konwersji. Dlatego odtwarzalność w M1 należy rozpatrywać ze względu na sygnały (x, z_q) a w M2 ze względu na sygnały (x, y_q). Dla każdego z tych wariantów warunki oraz zakres odtwarzalności kształtują się odmiennie.

4. FORMUŁA ZAGADNIENIA ODTWARZALNOŚCI W WARIANCIE KONWERSJI A-C Z SYGNAŁEM DITHEROWYM DODAWANYM I ODEJMOWANYM (M1)

Warunek odtwarzalności dla M1 sformułował i udowodnił Schuchman [11].

• Warunek Schuchmana

Jeśli:

- kwantowanie zachodzi bez przekroczenia zakresu,
- funkcja charakterystyczna sygnału ditherowego ma właściwość

$$\Phi_d\left(\frac{2\pi}{q}k\right)=0, \quad k \neq 0 \quad (17)$$

wówczas błąd kwantowania e ma prostokątną funkcję gęstości w przedziale $(-q/2; q/2]$ i jest niezależny od przetwarzanego sygnału, którego funkcja gęstości może być dowolna. •

Mimo, iż warunek ten został sformułowany ze względu na błąd kwantowania (e), pozostaje on słuszny także dla szumu kwantowania (ε), albowiem w M1 zachodzi $e=\varepsilon$.

□ U z a s a d n i e

Biorąc pod uwagę relacje między błędem i szumem kwantowania w M1 (wzór (12), (13)) oraz porównując rys. 1 i rys. 3 można stwierdzić, iż szum kwantowania w układzie z rys. 3 ma taką samą postać jaką miałby błąd kwantowania w układzie z rys. 1 przy sygnale wejściowym $x+d$. Funkcja gęstości szumu kwantowania w M1, przez analogię do (6), jest następująca:

$$f_\varepsilon(\varepsilon)=[f_{x+d}(-\varepsilon)*\delta_q(-\varepsilon)]\cdot\Pi\left(\frac{\varepsilon}{q}\right)=[f_x(-\varepsilon)*f_d(-\varepsilon)*\delta_q(-\varepsilon)]\cdot\Pi\left(\frac{\varepsilon}{q}\right) \quad (18)$$

f_d — funkcja gęstości prawdopodobieństwa sygnału ditherowego.
zaś funkcja charakterystyczna

$$\Phi_\varepsilon(u)=\left[\Phi_x(u)\cdot\Phi_d(u)\cdot\delta_{\frac{2\pi}{q}}(u)\right]*\frac{\sin\frac{q}{2}u}{\frac{q}{2}u} \quad (19)$$

Φ_d — funkcja charakterystyczna sygnału ditherowego.

W tym przypadku warunek redukowania się funkcji charakterystycznej szumu kwantowania Φ_ε do centralnego fragmentu dotyczy sygnału ditherowego i jest określony zależnością (17). Odpowiada to idei, by w rezultacie konwersji a-c z odpowiednio dobranym sygnałem ditherowym, zapewnić poprawę odtwarzalności dla kwantowania, jednocześnie uniezależniając warunek od parametrów sygnału przetwarzanego. □

O statystycznej niezależności szumu kwantowania rozstrzyga następujące twierdzenie.

Twierdzenie 3. (o odtwarzalności II rzędu dla kwantowania w M1)

Łączna funkcja gęstości szumu kwantowania ma postać

$$f_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)=\frac{1}{q^2}\Pi\left(\frac{\varepsilon_1}{q}\right)\cdot\Pi\left(\frac{\varepsilon_2}{q}\right) \quad (20)$$

niezależnie od funkcji gęstości sygnału przetwarzanego wtedy i tylko wtedy, gdy łączna funkcja charakterystyczna sygnału ditherowego spełnia warunek

$$\Phi_{d_1, d_2} \left(\frac{2\pi}{q} k_1, \frac{2\pi}{q} k_2 \right) = 0 \quad (21)$$

dla wszystkich całkowitych k_1, k_2 , które $(k_1, k_2) \neq (0, 0)$; $\varepsilon_1 = \varepsilon(t_1)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon(t_2)$, $t_1 \neq t_2$.

Zależność (8) podająca warunek statystycznej niezależności błędu kwantowania w przypadku kwantowania zwykłego, zastąpiona zostaje zależnością (21) warunkującą statystyczną niezależność szumu kwantowania w M1.

□ U z a s a d n i e n i e

Ogólną postać określającą łączną funkcję gęstości prawdopodobieństwa szumu kwantowania można zapisać:

$$f_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = [f_{x_1, x_2}(-\varepsilon_1, -\varepsilon_2) * f_{d_1, d_2}(-\varepsilon_1, -\varepsilon_2) * \delta_{qq}(-\varepsilon_1, -\varepsilon_2)] \cdot \Pi \left(\frac{\varepsilon_1}{q}, \frac{\varepsilon_2}{q} \right). \quad (22)$$

Wówczas łączna funkcja charakterystyczna wynosi:

$$\Phi_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(u_1, u_2) = \left[\Phi_{x_1, x_2}(u_1, u_2) \cdot \Phi_{d_1, d_2}(u_1, u_2) \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q}, \frac{2\pi}{q}}(u_1, u_2) \right] * \left[\frac{\sin \frac{q}{2} u_1}{\frac{q}{2} u_1} \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u_2}{\frac{q}{2} u_2} \right]. \quad (23)$$

Aby szum kwantowania był szumem białym, łączna funkcja charakterystyczna $\Phi_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}$ musi redukować się do centralnego fragmentu zależności (23). Można to osiągnąć dobierając sygnał ditherowy, którego łączna funkcja charakterystyczna Φ_{d_1, d_2} spełnia warunek (21).

W wariancie M1 można zapewnić kwantowanie z odtwarzalnością (niezależnie od f_x), jeśli sygnał ditherowy dobierze się tak, aby spełnione były warunki (17) i (21). Szum kwantowania ma wówczas rozkład równomierny, jest niezależny od przetwarzanego sygnału i jest szumem białym.

W stosunku do kwantowania zwykłego, zmiana polega na zastąpieniu uwarunkowania ze strony funkcji charakterystycznej sygnału przetwarzanego Φ_x uwarunkowaniem odnoszącym się do funkcji charakterystycznej sygnału ditherowego Φ_d .

5. FORMUŁA ZAGADNIENIA ODTWARZALNOŚCI W WARIANCIE KONWERSJI A-C Z SYGNAŁEM DITHEROWYM DODAWANYM (M2)

Warunek odtwarzalności dla wariantu M2 kształtuje się odmiennie. Podstawową różnicą M2 w stosunku do M1 oraz zwykłej konwersji a-c jest to, iż nie można w tym przypadku osiągnąć niezależności szumu kwantowania od przetwarzanego sygnału.

Ogólna postać warunkowej funkcji gęstości szumu kwantowania jest określona następująco:

$$f_{\varepsilon | x}(\varepsilon, x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\varepsilon + x - kq) \cdot P \left\{ -\frac{q}{2} + kq \leq y < \frac{q}{2} + kq \right\}. \quad (24)$$

Biorąc pod uwagę, iż:

$$P\left\{-\frac{q}{2} + kq \leq y < \frac{q}{2} + kq\right\} = \int_{-\frac{q}{2} + kq}^{\frac{q}{2} + kq} f_{y|x}(y, x) dy \quad (25)$$

oraz $y = x + d$, zależność (24) można sprowadzić do postaci:

$$f_{\varepsilon|x}(\varepsilon, x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\varepsilon + x - kq) \cdot \left[f_d(\varepsilon) * \Pi\left(\frac{\varepsilon}{q}\right) \right] = \delta_q(\varepsilon + x) \left[f_d(\varepsilon) * \Pi\left(\frac{\varepsilon}{q}\right) \right]. \quad (26)$$

Stąd funkcja gęstości prawdopodobieństwa szumu kwantowania w M2 wynosi:

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon) = [f_x(-\varepsilon) * \delta_q(-\varepsilon)] \cdot \left[f_d(\varepsilon) * \Pi\left(\frac{\varepsilon}{q}\right) \right], \quad (27)$$

a odpowiadająca jej funkcja charakterystyczna odpowiednio:

$$\Phi_{\varepsilon}(u) = \left[\Phi_x(u) \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u) \right] * \left[\Phi_d(u) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u} \right]. \quad (28)$$

Z porównania zależności (19) i (28) widać, iż w odróżnieniu od wariantu M1 w wariancie M2 nie da się, przez dodanie odpowiedniego sygnału ditherowego, sprowadzić funkcji Φ_{ε} (28) do postaci, która odpowiadałaby prostokątnej funkcji gęstości prawdopodobieństwa szumu kwantowania. W pierwszym przypadku bowiem funkcja Φ_{ε} jest sumą replik sygnału typu:

$$\Phi_x\left(\frac{2\pi}{q} \cdot k\right) \cdot \Phi_d\left(\frac{2\pi}{q} \cdot k\right) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u - \frac{2\pi}{q} \cdot k\right)}{\frac{q}{2} \left(u - \frac{2\pi}{q} \cdot k\right)}, \quad (29)$$

natomiast w drugim typu:

$$\Phi_x\left(\frac{2\pi}{q} \cdot k\right) \cdot \Phi_d\left(u - \frac{2\pi}{q} \cdot k\right) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u - \frac{2\pi}{q} \cdot k\right)}{\frac{q}{2} \left(u - \frac{2\pi}{q} \cdot k\right)} \quad (30)$$

czyli o amplitudach zależnych nie tylko od przesunięcia ale i od zmiennej u .

W M2 nie można więc także osiągnąć niezależności szumu kwantowania od sygnału przetwarzanego przez dobór sygnału ditherowego.

W tym wariancie konwersji a-c można natomiast osiągnąć niezależność m -tego momentu szumu kwantowania od sygnału przetwarzanego, czyli

$$E[\varepsilon^m | x] = E[\varepsilon^m]. \quad (31)$$

Warunek niezależności wywodzi się z postaci warunkowej funkcji gęstości szumu kwantowania według następującego postępowania:

$$f_{\varepsilon|x}(\varepsilon, x) \xrightarrow{\mathcal{F}} \Phi_{\varepsilon|x}(u_{\varepsilon}, x) \xrightarrow{\text{df}} E[\varepsilon^m|x] \rightarrow \mathcal{F}_x\{E[\varepsilon^m|x]\}. \quad (32)$$

Warunkowy moment szumu kwantowania m -tego rzędu, jest określony następująco [1]:

$$E[\varepsilon^m|x] = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^m \cdot f_{\varepsilon|x}(\varepsilon, x) d\varepsilon = \frac{1}{j^m} \cdot \frac{d^m}{du_{\varepsilon}^m} \Phi_{\varepsilon|x}(u_{\varepsilon}, x) \Big|_{u_{\varepsilon}=0} \quad (33)$$

przy czym warunkowa funkcja charakterystyczna jest transformatą Fouriera warunkowej funkcji gęstości szumu kwantowania ze względu na ε .

Niezależność m -tego momentu szumu kwantowania od przetwarzanego sygnału x zachodzi wtedy, gdy transformata Fouriera momentu warunkowego, ze względu na x , ma postać transformaty funkcji stałej.

Postać transformaty jest następująca [9, 8]:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_x\{E[\varepsilon^m|x]\} &= \frac{1}{j^m} \cdot \frac{d^m}{du^m} \left[\Phi_d(u) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u} \right] \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u) = \\ &= \frac{1}{j^m} \cdot \frac{d^m}{du^m} [\Phi_d(u) \cdot \Phi_v(u)] \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u) \end{aligned} \quad (34)$$

Porównując wyrażenia w nawiasach kwadratowych widać, iż we wzorze tym symbolu Φ_v użyto na oznaczenie transformaty Fouriera prostokątnej funkcji gęstości.

Warunek niezależności momentów odwołuje się do zależności (34) i zawiera się w sformułowaniach poniższego twierdzenia.

Twierdzenie 4. (o niezależności momentów szumu kwantowania od przetwarzanego sygnału w M2)

Jeśli sygnał ditherowy jest niezależny od sygnału przetwarzanego oraz kwantowanie zachodzi bez przekroczenia zakresu, to warunek

$$\frac{d^m}{du^m} [\Phi_d(u) \cdot \Phi_v(u)] \Big|_{u=\frac{2\pi}{q}k} = 0, \quad k \neq 0 \quad (35)$$

gdzie v oznacza zmienną losową o prostokątnej funkcji gęstości w przedziale $(-q/2, q/2]$ niezależną od sygnału d , jest warunkiem koniecznym i dostatecznym, aby warunkowy moment szumu kwantowania m -tego rzędu był niezależny od x .

Jeżeli twierdzenie zachodzi, to z zależności (34) zachowuje się pojedynczy prążek. Wówczas m -ty moment szumu kwantowania (odwrotna transformata Fouriera)

$$\begin{aligned}
 E[\varepsilon^m | x] &= \frac{1}{j^m} \cdot \frac{d^m}{du^m} [\Phi_d(u) \cdot \Phi_v(u)] \Big|_{u=0} = \\
 &= \frac{1}{j^m} \cdot \frac{d^m}{du^m} [\Phi_{d+v}(u)] \Big|_{u=0} = E[(d+v)^m] = E[\varepsilon^m].
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

Moment ten równy jest momentowi m -tego rzędu sygnału $d+v$: sumy sygnału ditherowego oraz niezależnego od niego sygnału o prostokątnej funkcji gęstości w przedziale $(-q/2, q/2]$.

Spełnienie warunku (35) dla konkretnej wartości m nie oznacza, iż jest on spełniony dla innych wartości m , czyli że pochodne innych rzędów także się zerują. Dlatego niezależność momentu m -tego rzędu nie oznacza automatycznie niezależności momentów rzędów pozostałych.

Niezależność pierwszego momentu szumu kwantowania od sygnału przetwarzanego jest warunkiem koniecznym i dostatecznym nieskorelowania ε oraz x : $E[\varepsilon \cdot x] = E[\varepsilon] \cdot E[x]$ oraz nieskorelowania ε (białości): $E[\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2] = E[\varepsilon_1] \cdot E[\varepsilon_2]$.

Z niezależności drugiego momentu wynika, że

$$E[\varepsilon^2 | x] = E[\varepsilon^2] = E[(d+v)^2] = E[d^2] + \frac{q^2}{12}. \tag{37}$$

Wariancja szumu kwantowania jest sumą wariancji błędu kwantowania i wariancji sygnału ditherowego. Tak więc w M2 obecność sygnału ditherowego oznacza zwiększenie wariancji szumu kwantowania powyżej wariancji błędu kwantowania.

Postać funkcji autokorelacji oraz widmową gęstość mocy szumu kwantowania w metodzie M2 wywodzi się z postaci łącznej warunkowej funkcji gęstości szumu kwantowania według następującego postępowania:

$$\begin{aligned}
 f_{\varepsilon_1 \varepsilon_2 | x_1 x_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2; x_1, x_2) &\rightarrow f_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \xrightarrow{\mathcal{F}} \Phi_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(u_1, u_2) \rightarrow \\
 &\xrightarrow{\text{df}} E[\varepsilon_1^m \cdot \varepsilon_2^n] \rightarrow E[\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2].
 \end{aligned}
 \tag{38}$$

Stosując rozumowanie podobne do rozumowania zastosowanego w przypadku $f_{\varepsilon | x}$, łączną warunkową funkcję gęstości szumu kwantowania można zapisać

$$f_{\varepsilon_1 \varepsilon_2 | x_1 x_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2; x_1, x_2) = \delta_{qq}(\varepsilon_1 + x_1, \varepsilon_2 + x_2) \cdot \left[f_{d_1 d_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) * \Pi\left(\frac{\varepsilon_1}{q}, \frac{\varepsilon_2}{q}\right) \right]. \tag{39}$$

Stąd łączna funkcja gęstości szumu kwantowania jest następująca:

$$f_{\varepsilon_1 \varepsilon_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = [f_{x_1 x_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) * \delta_{qq}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)] \cdot \left[f_{d_1 d_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) * \Pi\left(\frac{\varepsilon_1}{q}, \frac{\varepsilon_2}{q}\right) \right]. \tag{40}$$

Odpowiadająca jej łączna funkcja charakterystyczna ma następującą postać:

$$\Phi_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(u_1, u_2) = \left[\Phi_{x_1, x_2}(u_1, u_2) \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q} \frac{2\pi}{q}}(u_1, u_2) \right] * \left[\Phi_{d_1, d_2}(u_1, u_2) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u_1}{\frac{q}{2} u_2} \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u_2}{\frac{q}{2} u_2} \right], \quad (41)$$

czyli:

$$\begin{aligned} \Phi_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(u_1, u_2) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} & \left[\Phi_{x_1, x_2}\left(\frac{2\pi}{q} k_1, \frac{2\pi}{q} k_2\right) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u_1 - \frac{2\pi}{q} k_1\right)}{\frac{q}{2} \left(u_1 - \frac{2\pi}{q} k_1\right)} \cdot \right. \\ & \left. \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u_2 - \frac{2\pi}{q} k_2\right)}{\frac{q}{2} \left(u_2 - \frac{2\pi}{q} k_2\right)} \cdot \Phi_{d_1, d_2}\left(u_1 - \frac{2\pi}{q} k_1, u_2 - \frac{2\pi}{q} k_2\right) \right]. \end{aligned} \quad (42)$$

Wynika z niej, iż w przypadku kwantowania według wariantu M2, szumu kwantowania nie można sprowadzić do sygnału statystycznie niezależnego poprzez dodanie sygnału ditherowego. Nie da się bowiem ustalić postaci łącznej funkcji charakterystycznej Φ_{dd} , która sprowadziłaby powyższą zależność do iloczynu dwóch funkcji charakterystycznych: jednej zależnej tylko od u_1 a drugiej tylko od u_2 , przy danej łącznej funkcji charakterystycznej sygnału przetwarzanego Φ_{xx} .

Łączny moment szumu kwantowania jest określony następująco:

$$\begin{aligned} E[\varepsilon_1^m \cdot \varepsilon_2^n] &= \frac{1}{j^{m+n}} \cdot \frac{\partial^{m+n} \Phi_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}(u_1, u_2)}{\partial u_1^m \partial u_2^n} \Big|_{(u_1, u_2) = (0, 0)} = \\ &= \frac{1}{j^{m+n}} \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \left[\Phi_{x_1, x_2}\left(\frac{2\pi}{q} k_1, \frac{2\pi}{q} k_2\right) \cdot \right. \\ & \left. \cdot \frac{\partial^{m+n}}{\partial u_1^m \partial u_2^n} \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u_1 - \frac{2\pi}{q} k_1\right)}{\frac{q}{2} \left(u_1 - \frac{2\pi}{q} k_1\right)} \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u_2 - \frac{2\pi}{q} k_2\right)}{\frac{q}{2} \left(u_2 - \frac{2\pi}{q} k_2\right)} \cdot \Phi_{d_1, d_2}(u_1, u_2) \right] \Big|_{(u_1, u_2) = (0, 0)} \end{aligned} \quad (43)$$

Staje się on praktycznie niezależny od łącznej funkcji charakterystycznej sygnału przetwarzanego, jeśli

$$\left. \frac{\partial^{m+n}}{\partial u_1^m \partial u_2^n} \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u_1 - \frac{2\pi}{q} k_1 \right)}{\frac{q}{2} \left(u_1 - \frac{2\pi}{q} k_1 \right)} \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u_2 - \frac{2\pi}{q} k_2 \right)}{\frac{q}{2} \left(u_2 - \frac{2\pi}{q} k_2 \right)} \cdot \Phi_{d_1, d_2}(u_1, u_2) \right|_{(u_1, u_2) = (0, 0)} = 0 \quad (44)$$

dla wszystkich $(k_1, k_2) \neq (0, 0)$.

Wówczas łączny moment redukuje się do pojedynczego składnika

$$E[\varepsilon_1^m \cdot \varepsilon_2^n] = \frac{1}{j^{m+n}} \left. \frac{\partial^{m+n}}{\partial u_1^m \partial u_2^n} \frac{\sin \frac{q}{2} u_1}{\frac{q}{2} u_1} \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u_2}{\frac{q}{2} u_2} \cdot \Phi_{d_1, d_2}(u_1, u_2) \right|_{(u_1, u_2) = (0, 0)}, \quad (45)$$

który po uproszczeniu można zapisać:

$$E[\varepsilon_1^m \cdot \varepsilon_2^n] = \sum_{l_1=0}^{\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor} \sum_{l_2=0}^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor} \binom{m}{2l_1} \binom{n}{2l_2} \left(\frac{q}{2} \right)^{2(l_1+l_2)} \cdot \frac{E[d_1^{m-2l_1} \cdot d_2^{n-2l_2}]}{(2l_1+1)(2l_2+1)}. \quad (46)$$

W szczególności, gdy $m=n=1$, otrzymuje się zależność określającą skorelowanie szumu kwantowania w M2

$$E[\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2] = E[\varepsilon(i) \cdot \varepsilon(j)] = \begin{cases} E[d^2] + \frac{q^2}{12}, & i=j \\ E^2[d], & i \neq j \end{cases}. \quad (47)$$

Widmowa gęstość mocy szumu kwantowania w M2

$$S_\varepsilon(f) = S_d(f) + \frac{1}{6} q^2 \frac{1}{f_s}. \quad (48)$$

S_ε będzie widmową gęstością mocy szumu białego, jeśli widmowa gęstość mocy sygnału ditherowego S_d będzie taka jak dla szumu białego. Białosc szumu kwantowania w M2 można więc zachować w wyniku odpowiedniego doboru sygnału ditherowego.

ZAKOŃCZENIE

Konwersja a-c z sygnałem ditherowym umożliwia modyfikację zagadnienia odtwarzalności sprzyjając jego poprawie, wobec sygnałów nie spełniających założeń pierwotnej lub uogólnionej teorii kwantowania.

Istnieją dwa warianty takiej konwersji: metoda M1 z sygnałem ditherowym dodawanym i odejmowanym oraz metoda M2 z sygnałem ditherowym dodawanym (bez odejmowania).

W pierwszym wariancie można osiągnąć odtwarzalność równoważną odtwarzalności w idealnym modelu operacji kwantowania. Przy czym zachodzi przeniesienie warunku formułowanego ze względu na sygnał kwantowany, na warunek formułowany ze względu na sygnał ditherowy.

W drugim wariancie nie da się zapewnić pełnej odtwarzalności. Nie można bowiem, w wyniku zastosowania sygnału ditherowego, osiągnąć niezależności szumu kwantowania od przetwarzanego sygnału. Zachodzi odtwarzalność w ograniczonym zakresie, wynikającym z możliwej do osiągnięcia niezależności m -tego momentu szumu kwantowania od przetwarzanego sygnału.

BIBLIOGRAFIA

1. J. Bendat, A. Piersol: *Random data. Analysis and Measurement Procedures*. Wiley, New York 1986.
2. A. Borkowko: *Rachunek prawdopodobieństwa*. PWN, Warszawa 1977
3. A. Domańska: *Model operacji kwantowania utworzony na podstawie formuły zagadnienia odtwarzalności*. Kwart. Elektr. i Telekom., 1995, t. 41, z. 4
4. A. Gersho: *Principles of quantization*. IEEE Trans. Circuits Syst., 1978, vol. CAS-25, no. 7, s. 427–436
5. J. Jaworski, R. Morawski, J. Olędzki: *Wstęp do metrologii i techniki eksperymentu*. WNT, Warszawa 1992
6. J. Jaworski: *Matematyczne podstawy metrologii*. WNT, Warszawa 1979
7. G. Korn, T. Korn: *Matematyka dla pracowników naukowych i inżynierów*. cz. 1, 2. PWN, Warszawa 1983, (tłum. z ang.)
8. A. Papoulis: *Prawdopodobieństwo zmienne losowe i procesy stochastyczne*. WNT, Warszawa 1972
9. A. Poularikas, S. Seely: *Signals and systems*. PWS Publishers, Boston 1985
10. L. Roberts: *Picture coding using pseudo-random noise*. IRE Trans. Inform. Theory, 1962, vol. IT-8, s. 145–154
11. L. Schuchman: *Dither signals and their effect on quantization noise*. IEEE Trans. commun. Technol., 1964, vol. COM-12, s. 162–165
12. W. Sobczak: *Podstawy probabilistyczne teorii systemów informacyjnych*. WNT, Warszawa 1981
13. A. Sripad, D. Snyder: *A necessary and sufficient condition for quantization errors to be uniform and white*. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., 1977, vol. ASSP-25, s. 442–448
14. J. Szabat: *Podstawy teorii sygnałów*. wyd. 2, WKŁ, Warszawa 1990
15. J. Vanderkooy, S. Lipshitz: *Dither in digital audio*. J. Audio Eng. Soc., 1987, vol. 35, no. 12, s. 966–975
16. B. Widrow: *A study of rough amplitude quantization by means of Nyquist sampling theory*. IRE Trans. Circuit Theory, 1956, vol. 3, s. 266–276
17. A. Wojnar: *Teoria sygnałów*. wyd. 2, WNT, Warszawa 1988

A. DOMAŃSKA

CHANGES IN THE FORMULA OF RECONSTRUCTION PROBLEM RESULTING FROM
QUANTIZATION WITH DITHER SIGNAL

S u m m a r y

This paper presents a method of modification of the characteristics of quantizing operation consisting in the application of a-c dither signal. In this method the basic signal is quantized jointly with certain intentionally added signal.

The modification of characteristics aims at the improvement of conditions of reconstruction for the signals which do not fulfill assumptions of the original and generalized theory of quantizing. Two alternatives of the method are distinguished: a-c conversion with added and subtracted dither signal and a-c conversion with dither signal added only (without subtraction). The changes in the formula of reconstruction problem related to both methods are defined.

Key words: quantization, dither signal, reconstruction.

Modelowanie działania konfiguracji optycznej interferometrów światłowodowych

LESZEK R. JAROSZEWICZ

Instytut Fizyki Technicznej, Wojskowa Akademia Techniczna w Warszawie

Otrzymano 1995.11.22

Autoryzowano do druku 1995.11.29

W artykule, bazując na macierzowej metodzie Jonesa, dokonano kompleksowego opisu interferometru światłowodowego o dowolnej konfiguracji. Dzięki wprowadzeniu szczególnej klasyfikacji układów interferencyjnych określono, drogą modelowania, różnice i podobieństwa w zachowaniu poszczególnych typów interferometrów. Ponadto modelowanie to pozwoliło na określenie wpływu wybranych elementów światłowodowych na własność każdej z konfiguracji.

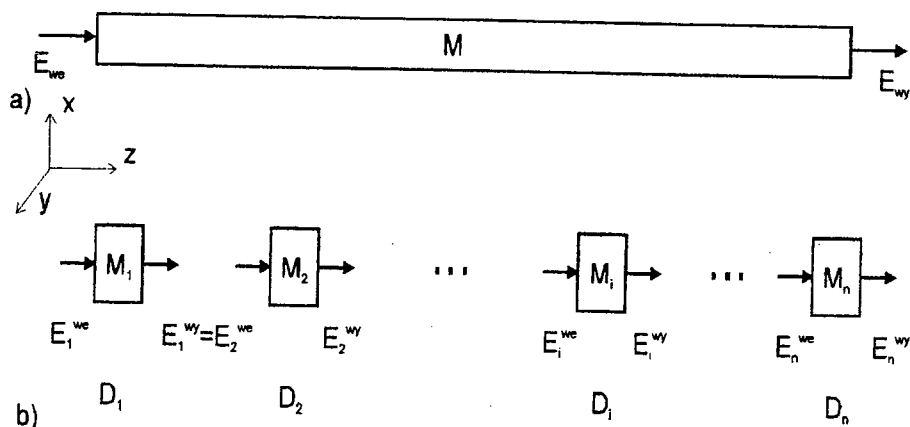
Słowa kluczowe: interferometria, światłowody, czujniki światłowodowe.

1. WSTĘP

Poprawne zaprojektowanie i wykonanie czujnika światłowodowego, bazującego na układzie interferencyjnym, wymaga możliwie dokładnej znajomości fizyki działania danego typu interferometru światłowodowego. Pomimo, iż układy te są jedynie światłowodowymi analogami doskonale znanych klasycznych układów interferencyjnych, to własności zastosowanego do ich konstrukcji włókna optycznego mogą wprowadzać znaczące modyfikacje działania układu. Konieczne staje się więc dokonanie odpowiedniego analitycznego opisu działania tych układów.

Szczególnie atrakcyjną formą opisu optycznego układu wydaje się być macierzowa metoda Jonesa [1], głównie z dwu powodów. Po pierwsze pozwala ona na zachowanie informacji fazowej, będącej podstawą działania układu interferencyjnego. Po drugie metoda ta daje jasny i przejrzysty opis wpływu poszczególnych elementów (lub/i parametrów tych elementów) na postać sygnału wyjściowego z układu. Opis ten, przy obecnym rozwoju techniki komputerowej, pozwala na uzyskanie, jeśli nie prostych wyrażań analitycznych, to przedstawionych wizualnie wyników obliczeń numerycznych charakteryzujących dany układ.

W celu dokonania opisu dowolnej konfiguracji optycznej interferometru światłowodowego przyjęto kartezjański układ współrzędnych, w których to transmisja światła odbywa się wzdłuż zespołu dyskretnych, współosiowych elementów światłowodowych jak pokazano to schematycznie na rys. 1.



Rys. 1 a). Przyjęta zasada opisu dowolnej drogi optycznej w interferometrze światłowodowym jako b) zespołu kolejnych dyskretnych elementów współosiowych. Wyjście z elementu poprzedzającego jest wejściem elementu następnego

Przyjmując w tym układzie jako bazowe dwa wzajemnie ortogonalne liniowe stany polaryzacyjne, reprezentowane przez znormalizowane wektory Jonesa do postaci $J_x = [1, 0]^T$, $J_y = [0, 1]^T$, otrzymuje się opis wektora Jonesa dla fali w dowolnym punkcie toru optycznego w postaci [1]:

$$\mathbf{E} \equiv \begin{bmatrix} E_x e^{i\delta_x} \\ E_y e^{i\delta_y} \end{bmatrix} = E_x e^{i\delta_x} J_x + E_y e^{i\delta_y} J_y. \quad (1)$$

Wówczas, jak łatwo wykazać [2], wektor Jonesa $\mathbf{E}_{wy}$ na wyjściu toru złożonego z n dyskretnych współosiowych elementów światłowodowych określony jest przez wektor Jonesa $\mathbf{E}_{we}$ na wejściu do toru przez zależność:

$$\mathbf{E}_{wy} = \left(\prod_{i=1}^n \mathbf{M}_i \right) \mathbf{E}_{we} = \mathbf{M} \mathbf{E}_{we}, \quad (2)$$

gdzie macierz $\mathbf{M}$ jest macierzą Jonesa dla całego toru światłowodowego określoną jako:

$$\mathbf{M} = \prod_i \mathbf{M}_i = \mathbf{M}_n \mathbf{M}_{n-1} \dots \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1. \quad (3)$$

Przy czym jak widać, porządek mnożenia macierzy $\mathbf{M}_i$ opisujących kolejne i -te dyskretne elementy światłowodowe, jest odwrotny do kolejności ich usytuowania w torze.

W opisie interferometru wyróżnia się najczęściej dwa tory: sygnałowy, zawierający przetwornik fazowy (opisany dalej przez macierz $\mathbf{M}_j$) oraz tor odniesienia (opisany

przez macierz $\mathbf{M}_0$). Przy takim określeniu dróg optycznych wykorzystanie fenomenologicznego opisu interferencji [3] da natężenie światła na wyjściu części optycznej jako:

$$I = \mathbf{E}_{wy}^+ \cdot \mathbf{E}_{wy} = (\mathbf{E}_s + \mathbf{E}_0)^+ (\mathbf{E}_s + \mathbf{E}_0) = \mathbf{E}_{we}^+ (\mathbf{M}_s + \mathbf{M}_0)^+ (\mathbf{M}_s + \mathbf{M}_0) \mathbf{E}_{we}, \quad (4)$$

gdzie $^+$ oznacza sprzężenie hermitowskie, $\mathbf{E}_{s,0}$ — wektor Jonesa odpowiednio odpowiadające wiązce sygnałowej i odniesienia.

Ze względu na fakt małej zależności stanu polaryzacji — SOP (ang. State of Polarization) od natężenia światła, korzystne jest dla prostoty dalszych obliczeń matematycznych operowanie tzw. *standardowym wektorem Jonesa* [4], w którym jego składowe są tak unormowane, aby natężenia światła $I = \mathbf{E}^+ \cdot \mathbf{E}$ równało się jedności. Wówczas wektor Jonesa przyjmuje postać:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta e^{i\Delta} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

z której to można bezpośrednio odczytać podstawowe parametry elipsy stanu polaryzacji określone jako [5]:

- azymut $\theta = 0.5 \arctan(\tan 2\beta \cos \Delta)$,
- kąt eliptyczności $\varepsilon = 0.5 \arcsin(\sin 2\beta \sin \Delta)$ oraz
- skrętność: prawą, gdy $\varepsilon > 0$, lewą, gdy $\varepsilon < 0$.

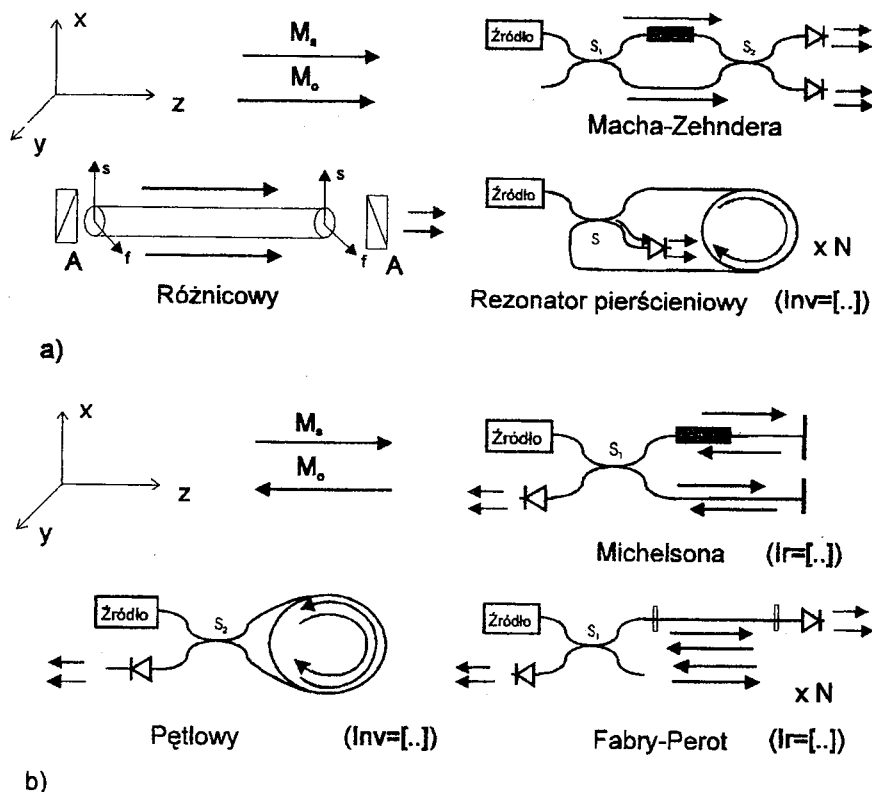
Powyższy zapis natężenia jako odpowiedniej kombinacji dyskretnych macierzy Jonesa, opisujących znajdujące się w układzie elementy światłowodowe, jest podstawą algorytmu badania postaci funkcji przenoszenia interferometru światłowodowego o dowolnej konfiguracji.

2. KLASYFIKACJA UKŁADÓW Z PUNKTU WIDZENIA STOSOWALNOŚCI METODY JONESA

Z punktu widzenia budowy algorytmu określania funkcji przenoszenia dla danej konfiguracji interferencyjnej, istniejące układy światłowodowe można podzielić na dwie grupy (rys. 2):

— układów współbieżnych — w których kierunek propagacji wiązki sygnałowej i odniesienia jest jednakowy. Do grupy tej zaliczyć należy interferometry dwuwiązkowe: Macha-Zehndera (gdzie propagacja wiązek odbywa się w dwu różnych światłowodach) i różnicowy (propagacja wiązek w jednym światłowodzie). Ponadto do grupy tej należy rezonator pierścieniowy, będący interferometrem wielowiązkowym o propagacji obu wiązek w jednym światłowodzie,

— układów przeciwbieżnych — w których kierunki wiązki sygnałowej i odniesienia są przeciwne. Będą to interferometry dwuwiązkowe: Michelsona (o propagacji wiązek w dwu różnych włóknach) i pętlowy (propagacja obu wiązek w jednym światłowodzie) oraz wielowiązkowy interferometr Fabry-Perota, gdzie podobnie jak w interferometrze Michelsona propagacja wiązek odbywa się w dwu włóknach.



Rys. 2. Podział interferometrów światłowodowych na dwie grupy: a) układy współbieżne, b) układy przeciwbieżne

Podstawowa różnica przy opisie powyższych grup układów polega na tym, iż w grupie drugiej wystąpić muszą macierze opisujące przejście przez dany element lub grupę elementów, w kierunku przeciwnym do przyjętego układu współrzędnych. W przypadku gdy macierz Jonesa opisująca dany element jest macierzą unimodularną, wówczas macierz odwrotna $\vec{M}^{-1}$ jest macierzą hermitowsko sprzężoną — $\vec{M}^+$. Przejście przez taki element światłowodowy, określony przez macierz $\vec{M}$, w kierunku przeciwnym opisuje macierz transponowana do $\vec{M}$ [2]:

$$\vec{M} = (\vec{M})^T, \quad (6)$$

gdzie górna strzałka pokazuje kierunek przejścia.

Powyższy opis jest słuszny w większości przypadków poza przema wyjątkami. Pierwszy — to gdy macierzowy zapis elementu zawiera opis zjawiska nieodwracalnego takiego jak efekt Sagnaca czy Faraday'a [2]. Drugi wyjątek dotyczy elementu, którego macierz nie jest unimodularna, wówczas:

$$\vec{M} = \frac{1}{\det \vec{M}} (\vec{M})^T. \quad (7a)$$

oraz trzeci gdy elementy są czasowo zależne ($\mathbf{M}=f(t)$). W tym wypadku dodatkowo należy uwzględnić czasowe opóźnienie przejścia w dwu kierunkach, co prowadzi do następującej relacji [6]:

$$\tilde{\mathbf{M}}(t) = (\vec{\mathbf{M}}(t - \tau))^T. \quad (7b)$$

gdzie τ — opóźnienie czasowe przy przejściu przez dany element czasowo-zależny dla wiązki powracającej.

Ponadto w każdej z wymienionych powyżej konfiguracji interferometrów światłowodowych, obok cech charakterystycznych dla danej grupy, można dopatrzeć się pewnych cech wspólnych z inną konfiguracją. I tak:

I. Jak zaznaczono na rys. 2 niektóre z powyższych konfiguracji wprowadzają do opisu macierzowego pewne szczególne macierze. Są to:

— dla układu interferometru pętlowego — macierz inwersji **Inv**, opisująca lustrzane odbicie od płaszczyzny $X-Z$ osi dwójłomności włókna [2]. Macierz ta będąca konsekwencją zmiany kierunku osi z układu w pętli ma postać:

$$\mathbf{Inv} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

— dla układu Michelsona i Fabry-Perota występuje macierz odbicia o ogólnej postaci [4]:

$$\mathbf{Ir} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

gdzie $R = \rho \exp(i\eta)$ jest współczynnikiem odbicia określonym przez prawo Fresnela-Snella. Przy czym, jeżeli rozważać klasyczne układy zakończone lustrami, to dla odbicia od 100% lustra aluminiowego, napyłonego na końcu światłowodu, zachodzi $R_1 = R_2 = \exp(-i\pi)$ [7].

II. Istnienie w układach zawierających pierścienie światłowodowe zamkniętej pętli, musi prowadzić do pojawienia się w ich charakterystykach pewnych własności rezonansowych. Fakt ten jest podstawą działania rezonatora pierścieniowego [8], ale powinien też być znaczący dla interferometru pętlowego.

III. Z punktu widzenia stabilności środowiskowej (głównie termicznej) danego układu, wymienione na rys. 2 konfiguracje interferometryczne mogą być podzielona na układy:

— nierównoważone, gdzie długość gałęzi sygnałowej jest różna od długości gałęzi odniesienia. Są to interferometry Macha-Zehndera, Michelsona, Fabry-Perota i rezonatora pierścieniowego oraz

— zrównoważone, gdzie obie gałęzie mają jednakową długość. Do tej grupy należy zaliczyć interferometry: różnicowy oraz pętlowy.

IV. W obu grupach układów znajdują się zarówno układy dwu jak i wielowiązkowe. Dla pierwszych z nich, ogólna postać znormalizowanej funkcji przenoszenia idealnego układu (jednostkowa widzialność $V=1$ oraz ϕ — mierzona zmiana fazy w układzie) może być określona jako [9]:

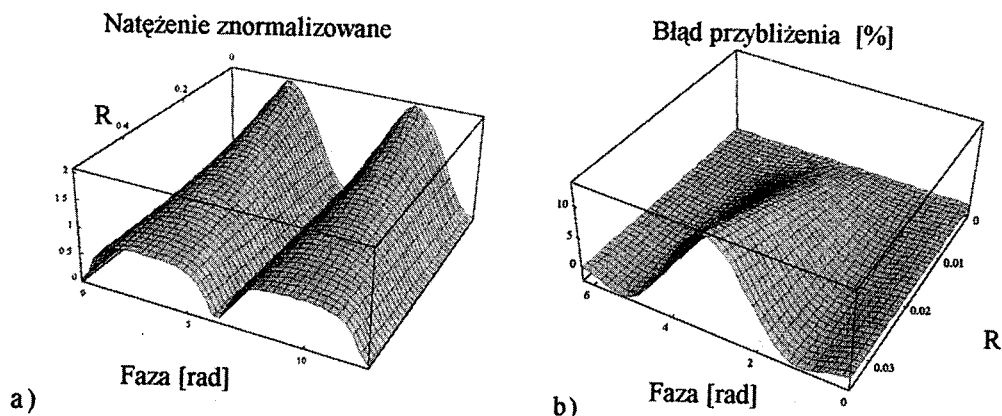
$$I = 1 - \cos \phi. \quad (10)$$

Natomiast dla interferometru wielowiązkowego ogólna postać funkcji przenoszenia dla układu działającego na wiązce odbitej, tzw. mod odbiciowy, ma znormalizowaną postać [10]:

$$I = \frac{1 - \cos \phi}{1 + R^2 - 2R \cos \phi} \quad (11)$$

gdzie R jest natężeniowym współczynnikiem odbicia.

Analiza ostatnich dwu równań wykazuje, że opis interferometru wielowiązkowego może być przybliżony za pomocą funkcji przenoszenia interferometru dwuwiazkowego (10), przy czym przybliżenie to uzależnione jest od wartości parametru R . Jak pokazano na rys. 3a wraz ze spadkiem wartości natężeniowego współczynnika odbicia od zera, funkcja przenoszenia interferometru wielowiązkowego dąży do funkcji przenoszenia interferometru dwuwiazkowego, co zgodne jest z fizyczną interpretacją działania takiego układu, gdyż wówczas praktycznie zachodzi jednokrotne przejście wiązki przez wnękę rezonansową.



Rys. 3. Porównanie funkcji przenoszenia interferometru dwu- i wielowiązkowego; a) przebieg znormalizowanego natężenia w funkcji detekowanej zmiany fazy — R parametr, b) wartość względnego błędu między przebiegami liczonymi według (10) i (11) w funkcji mierzonej fazy i wartości współczynnika odbicia

Jak widać z wykresu na rys. 3b, względny błąd określenia fazy optycznej w interferometrze wielowiązkowym za pomocą przybliżenia dwuwiazkowego, wzrasta wraz ze wzrostem wartości natężeniowego współczynnika odbicia R oraz zależy także od wartości mierzonej fazy. Dla interferometru Fabry-Perota pracującego w modzie odbiciowym, gdy odbicie zachodzi na granicy włókno—powietrze i ma wartość $R=0.035$ błąd ten ma maksymalną wartość 13% dla fazy wynoszącej $2(m+1/2)\pi$. Natomiast gdy układ mierzy niewielkie wartości fazowe (odpowiadające liniowemu zakresowi zmian) błąd jest znacznie mniejszy i osiągając maksymalną wartość rzędu 2% dla $\phi=(m+1/2)\pi$. Zatem dla pewnych przypadków (na przykład wpływu własności polaryzacyjnych gałęzi na charakterystykę układu — omawianą w następnym punkcie) wszystkie konfiguracje interferometrów mogą być traktowane podobnie.

Powyższe uwagi pozwalają na dokonanie bardziej zwięzłego opisu charakterystycznych cech badanych konfiguracji interferometrów światłowodowych.

3. MODELOWANIE DZIAŁANIA GRUP INTERFEROMETRÓW ŚWIATŁOWODOWYCH

Celem określenia głównych cech poszczególnych konfiguracji oraz wpływu charakterystycznych parametrów elementów składowych na postać funkcji przenoszenia, wygodnie jest założyć, iż układ zawiera idealny przetwornik fazowy. Wówczas element ten, określa wyłączona z macierzy toru sygnałowego $\mathbf{M}_s$ macierz opóźniacza stołofazowego $\mathbf{D}(\phi)$ [11]. Macierz ta opisuje idealną zmianę fazy generowaną w torze sygnałowym.

Zastosowanie prostych przekształceń matematycznych do opisującej interferencję światłowodową zależności (4), prowadzi do następującej macierzowej postaci funkcji przenoszenia układu [6]:

$$I = \bar{p} + 2|p_1| \cos(\Delta\phi), \quad \Delta\phi = \phi' + \phi_0, \quad (12a)$$

gdzie:

$$\bar{p} = \mathbf{E}_{we}^+ (|\mathbf{M}_0|^2 + |\mathbf{M}_s|^2) \mathbf{E}_{we} \quad (12b)$$

$$|p_1| = |\mathbf{E}_{we}^+ \mathbf{M}_0^+ \mathbf{M}_s \mathbf{E}_{we}| \quad (12c)$$

$$\phi_0 = \arg(p_1) = \arctg \left[\frac{\operatorname{Im}(\mathbf{E}_{we}^+ \mathbf{M}_0^+ \mathbf{M}_s \mathbf{E}_{we})}{\operatorname{Re}(\mathbf{E}_{we}^+ \mathbf{M}_0^+ \mathbf{M}_s \mathbf{E}_{we})} \right]. \quad (12d)$$

W powyższym zapisie $\bar{p}$ określa składową stałą sygnału (natężenie bez interferencji), $|p_1|$ jest współczynnikiem skali (który jest wprost proporcjonalny do czułości układu), zaś $\Delta\phi$ oznacza całkowitą zmianę fazy powstającą w układzie. Faza ta jest sumą generowanego w danej konfiguracji zaburzenia fazowego ϕ' i przesunięcia punktu zerowego ϕ_0 , którego wolnoczasowa zmienność klasyfikowana jest jako dryft [12].

Natomiast w przypadku światłowodowego interferometru wielowiązkowego analityczna postać funkcji przenoszenia w zapisie macierzowym Jonesa jest bardziej skomplikowana. Jednakże dla konfiguracji zbudowanych na bazie sprzęgacza światłowodowego o niesymetrycznym podziale mocy [13], unormowana postać funkcji przenoszenia, uwzględniająca dodatkowo własności polaryzacyjne, może być zapisana jako [14]:

$$\bar{I} = \frac{1 - |p_w| \cos(\Delta\phi)}{1 + \kappa^2 - 2\kappa |p_w| \cos(\Delta\phi)}, \quad \Delta\phi = \phi' + \phi_0, \quad (13a)$$

gdzie:

$$|p_w| = |\mathbf{E}_{we}^+ \mathbf{M}_0 \mathbf{M}'_s \mathbf{E}_{we}|, \quad \mathbf{M}'_s \approx \sum_{n=1}^{\infty} a b^{2n-1} \mathbf{M}_s^n \quad (13b)$$

$$\phi_0 = \arg(p_w) = \arctg \left[\frac{\operatorname{Im}(\mathbf{E}_{we}^+ \mathbf{M}_0 \mathbf{M}'_s \mathbf{E}_{we})}{\operatorname{Re}(\mathbf{E}_{we}^+ \mathbf{M}_0 \mathbf{M}'_s \mathbf{E}_{we})} \right]. \quad (13c)$$

Ponieważ w powyższym zapisie zachodzi zależność $a \sim (1 - \kappa)$, $b \sim \sqrt{\kappa}$, zatem dla przyjętych dla pracy w modzie transmisyjnym wartości κ rzędu 0.95, szereg w (13b) jest szybkozbieżny. Wówczas z błędem rzędu 10% można przyjąć dla interferometrów wielowiązkowych omówione w poprzednim punkcie przybliżenie dwuwiazkowe ($M'_s = M_s$).

Otrzymane w ten sposób schematy opisujące działanie poszczególnych układów interferencyjnych pozwalają na proste określenie ogólnych własności dowolnej konfiguracji optycznej.

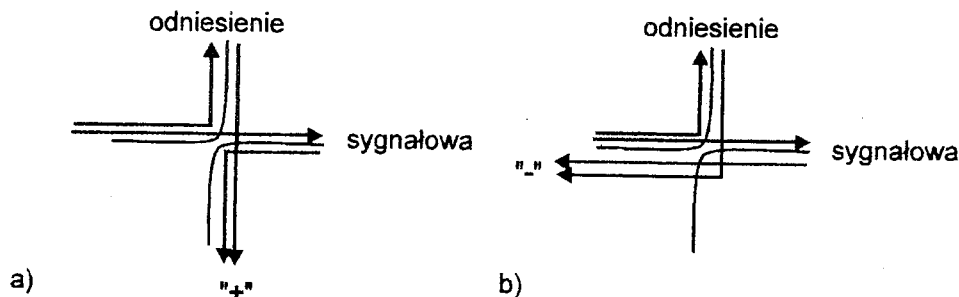
3.1. OGÓLNE WŁASNOŚCI POSZCZEGÓLNYCH GRUP INTERFEROMETRÓW ŚWIATŁOWODOWYCH

Zakładając chwilowo zastosowanie w układzie idealnego sprzęgacza światłowodowego (zerowe straty $\gamma = 0$ [dB] i symetryczny podział mocy $\kappa = 0.5$), na podstawie [11] otrzymuje się dla jego drogi transmisyjnej i odbiciowej następujące macierze:

$$S_t \equiv A(1/\sqrt{2})I = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14a)$$

$$S_o \equiv A(1/\sqrt{2})D(-\pi/2)I = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (14b)$$

Widoczne przesunięcie fazowe o $\pi/2$ pomiędzy dwoma wyjściami ze sprzęgacza typu X jest powodem wystąpienia na dwu gałęziach wyjściowych interferometru zawierającego taki sprzęgacz, wzajemnie dopełniających się sygnałów. Jak widać ze schematu pokazanego na rys. 4, ze względu na fakt, iż macierz S_o jest macierzą typu urojonego, pojawienie się jej w wyrażeniu opisującym amplitudę $|p_1|$ jako iloczynu $(S_o S_o)^+$ lub $S_o S_o$ da znak $(|p_1|)$ — ujemny (rys. 4b). Natomiast na drugim wyjściu sprzęgacza jest sygnał dopełniający tzn. znak $(|p_1|)$ — dodatni.



Rys. 4. Schematyczne przedstawienie powstawania, w wyniku dwukrotnego przejścia przez sprzęgacz, dopełniających się sygnałów wyjściowych

Przyjmując następnie, że przetwornik fazowy, wywołujący zmianę fazy $\phi(t)$, umieszczony jest blisko sprzęgacza, łatwo jest na podstawie (12, 13, 14) określić

wielkość tego zaburzenia ϕ' pojawiającą się w sygnale wyjściowym. Wyniki te zestawiono w Tablicy 1 wraz z określeniem postaci macierzy M_o , M_s opisujących obie gałęzie interferometru.

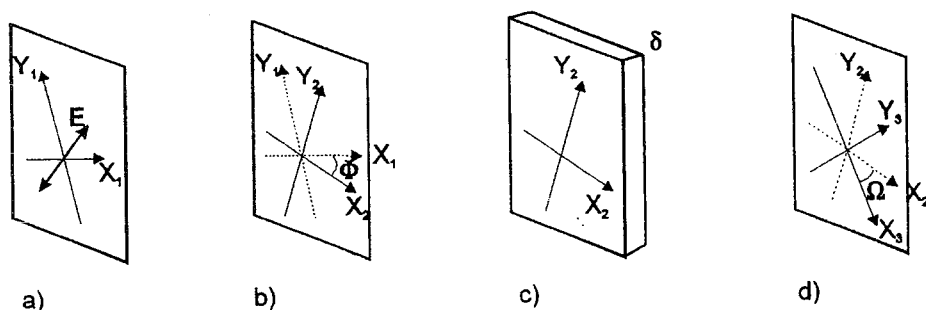
W celu uwypuklenia własności polaryzacyjnych danego układu przy tworzeniu tablicy 1 założono, w przypadku gdy jest to możliwe, iż gałąź odniesienia jest izotropowa (opisana przez macierz opóźniacza stałofazowego D [11]), zaś odbicie w układzie Fabry-Perota i Michelsona zachodzi na końcówkach zakończonych 100% lustrami (macierz $I_r = I \exp(-i\pi)$). Ponadto z opisu gałęzi wyłączono sprzęgacze światłowodowe, co pozwala na określenie odpowiednich odcinków światłowodów za pomocą zasady ekwiwalentności Kaprona [15].

Tablica 1

Macierze toru odniesienia i sygnałowego dla danej konfiguracji oraz amplituda odpowiedzi układu na wymuszenie $\phi(t)$

Typ układu	Tor odniesienia opisany przez macierz M_o	Tor sygnałowy opisany przez macierz M_s	Amplituda odpowiedzi Φ'	Uwagi
Macha-Zehndera	$D(\Delta_1)$	$D(\Delta_2)R_1G_1R_2e^{-i\phi}$	Φ	niezrównoważony
Różnicowy	$D(\beta_1L)$	$D(\beta_2L)e^{-ik\phi}$	$k\Phi$	$k \sim L_p$
Rezonator Pierścieniowy	I	$D(2\pi n)R_1G_1R_2e^{-i\phi}$	Φ	^{+) dla jednokrotnego przejścia}
Michelsona	$D(2\Delta_2 + \pi)$	$D(2\Delta_2 + \pi)R_2^T G_1 G_1 R_2 e^{-i2\phi}$	2Φ	niezrównoważony
Pętlowy ^{*)}	$D(\Delta)InvR_2^T G_1 R_1^T e^{-i\phi}$	$D(\Delta)R_1G_1R_2Inve^{-i\phi}$	$< 2\Phi$	^{*)} zaburzenie blisko sprzęgacza
Fabry-Perota (odbiciowy)	I	$D(2\pi n)R_2^T G_1 G_1 R_2 e^{-2\phi +)}$	2Φ	^{+) dla jednokrotnego przejścia}

Zasada ta mówi, iż dowolny układ światłowodowy z punktu widzenia jego wpływu na polaryzację wiązki świetlnej może być zawsze traktowany jako zespół trzech dyskretnych elementów: rotatora o osiach Φ , liniowego opóźniacza fazowego o opóźnieniu δ oraz opóźniacza kołowego dającego obrót o kąt Ω (rys. 5).



Rys. 5. Ilustracja zasady ekwiwalentności Kaprona. a) Wejściowe światło E i jego osie odniesienia $X_1 - Y_1$. b) Obrót osi o kąt Φ do osi liniowego opóźniacza fazowego X_2, Y_2 . c) Liniowy opóźniacz o opóźnieniu δ . d) Wyjściowe światło z opóźniacza doznaje dodatkowego obrotu osi o kąt Ω [15]

Wymieniony tu opóźniacz kołowy jest elementem dającym kołowe stany polaryzacji i opisywanym w przyjętym układzie kartezjańskim przez macierz rotatora $\mathbf{R}(\Omega)$.

Stąd zapis dowolnego elementu światłowodowego daje macierz Jonesa o ogólnej postaci:

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}(\Omega) \mathbf{G}(\delta) \mathbf{R}(\Phi) = \begin{bmatrix} P & -Q^* \\ Q & P^* \end{bmatrix}, \quad (15a)$$

gdzie:

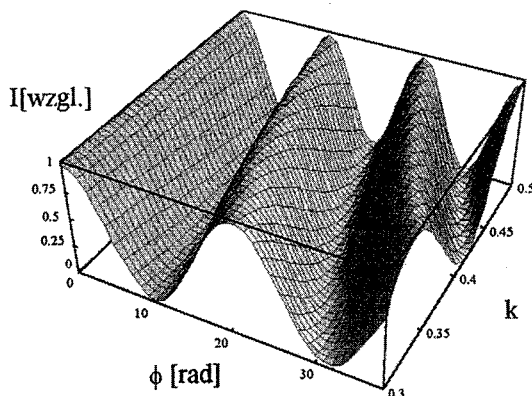
$$P = \cos(\delta/2)\cos(\Phi + \Omega) - i\sin(\delta/2)\cos(\Phi - \Omega) \quad (15b)$$

$$Q = \cos(\delta/2)\sin(\Phi + \Omega) + i\sin(\delta/2)\sin(\Phi - \Omega). \quad (15c)$$

Analiza wyników z tablicy 1 pokazuje, iż zapewnienie wysokiego kontrastu interferencyjnego wymaga zrównania długości obu gałęzi, co teoretycznie można uczynić dla układu Macha-Zehndera i Michelsona kładąc $\Delta_1 = \Delta_2$. Dla układów wielowiązkowych, jak łatwo zobaczyć z ich opisu podanego w Tablicy 1, wymagane jest zastosowanie odpowiednio wysoko spójnych źródeł, gdyż są one ogólnie niezrównoważone. Natomiast w przypadku pozostałych dwu konfiguracji — wysoki kontrast uzyskiwany jest automatycznie (układy zrównoważone).

Ponadto w przypadku grupy układów przeciwbieżnych amplituda odpowiedzi układu na wymuszenie ϕ' jest dwukrotnie wyższa niż w układach współbieżnych (poza pętlowym). Sytuacja ta jest spowodowana faktem dwukrotnego przechodzenia wiązek światła przez przetwornik fazowy. W przypadku interferometru różnicowego następuje obniżenie amplitudy o czynnik proporcjonalny do różnicy w stałych propagacji obu modów [16], zaś dla interferometru pętlowego znaczenie ma miejsce umieszczenia przetwornika oraz częstotliwość jego pracy [17] — w ogólności amplituda odpowiedzi jest nie większa od podwojonej amplitudy wymuszenia.

Analiza postaci macierzy opisujących gałęzie poszczególnych konfiguracji optycznych wykazuje, iż jedynie układ różnicowy jest nieczuły na własności polaryzacyjne obu torów. Fakt ten jest oczywisty, gdyż z zasady swej budowy układ ten bazuje na



Rys. 6. Wpływ zmian własności polaryzacyjnych włókna na odpowiedź interferometru różnicowego. Parametr k jest odwrotnie proporcjonalny do dwójtonności włókna.

włóknie utrzymującym polaryzację. W przypadku tego układu, zmiana własności polaryzacyjnych włókna wpływając na wartość parametru k , powoduje jedynie wspomnianą zmianę amplitudy odpowiedzi układu (rys. 6), co spowoduje odpowiednią zmianę współczynnika skali a stąd i zakresu dynamiki pomiaru.

Natomiast pozostałe układy są w mniejszym lub większym stopniu zależne od polaryzacyjnych własności ich gałęzi, co omawiane jest poniżej.

Dla układu Macha-Zehndera, przy zrównoważeniu długości ramion ($\Delta_1 = \Delta_2$), wykorzystanie (14) oraz zapisu macierzowego gałęzi podanych w Tablicy 1 daje funkcję przenoszenia układu (12) w formie:

$$I = 0.5 \{ 1 \pm \text{abs}(m) \cos[\phi + \arg(m)] \}, \quad (16a)$$

gdzie:

$$m = E_{we}^+ R(\Omega) G(\delta) R(\Phi) E_{we} \quad (16b)$$

jest charakterystycznym dla tej konfiguracji wpływem na funkcję przenoszenia własności polaryzacyjnych światłowodu.

Jeżeli w tej konfiguracji wystąpią jedynie elementy powodujące skręcenie płaszczyzny polaryzacyjnej ($M_s = R(\alpha)$ — w opisie Kaprona), to współczynnik skali $|p_1|$ oraz przesunięcie punktu zerowego ϕ_0 wyniosą odpowiednio:

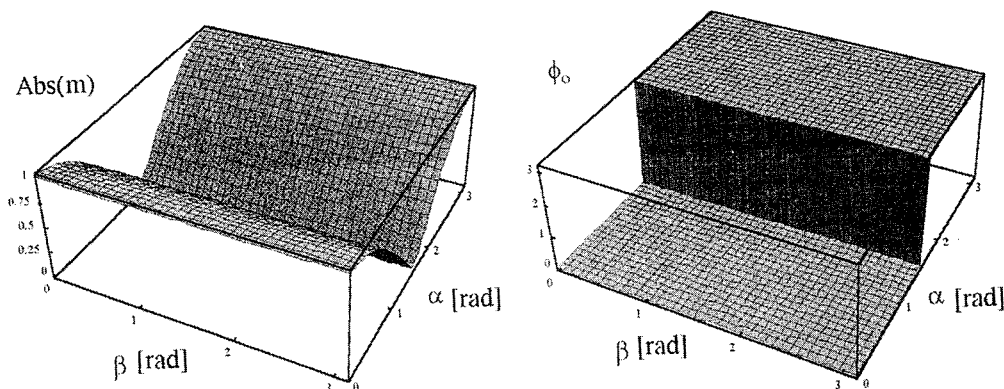
$$|p_1| \equiv \text{abs}(m) = \sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \sin^2(2\beta) \sin^2 \Delta}, \quad (17a)$$

$$\phi_0 \equiv \arg(m) = \arctg(-\text{tg} \alpha \sin 2\beta \sin \Delta). \quad (17b)$$

Natomiast dla układu zawierającego jedynie opóźniacz fazowy ($M_s = G(\delta)$, $\Phi = \Omega = 0$ w opisie Kaprona) otrzymuje się:

$$|p_1| \equiv \text{abs}(m) = \sqrt{\cos^2(\delta/2) + \sin^2(\delta/2) \cos^2 2\beta}, \quad (18a)$$

$$\phi_0 \equiv \arg(m) = \arctg[-\text{tg}(\delta/2) \cos 2\beta]. \quad (18b)$$

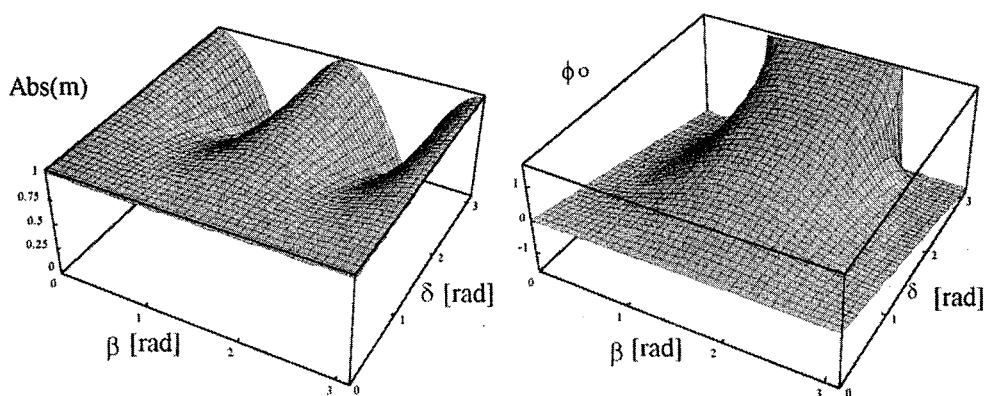


Rys. 7. Czulość i odchylenie punktu zerowego dla konfiguracji Macha-Zehndera w przypadku pobudzenia wiązką liniową przy zmiennej wartości we włóknie skrętu płaszczyzny polaryzacji α

Jak widać układ ten jest wrażliwy na zmianę własności polaryzacyjnych. Zmiana tych parametrów (np. losowa — spowodowana przez zmiany termiczne otoczenia) powodować będzie fluktuacje czułości układu oraz dryft — zmienne losowo odchylenie punktu zerowego.

Wystąpienie we włóknie wyłącznie skrętu, przy dowolnym SOP, wiązki wejściowej powoduje zarówno zmianę czułości, jak i dryft sygnału wyjściowego. Jeżeli układ wyposażony jest w wejściowy filtr polaryzacyjny (polaryzator światłowodowy przed sprzęgaczem wejściowym) powodujący pobudzenie układu wiązką liniowo spolaryzowaną, to zgodnie z rys. 7 skręt powodować będzie jedynie zmianę czułości układu.

Natomiast sama dwójłomność liniowa powoduje wrażliwość układu Macha-Zehndera jedynie na azymut wejściowy polaryzacji. Zgodnie z wynikami prezentowanymi na rys. 8 zmiana azymutu wejściowej polaryzacji przy zmiennej dwójłomności liniowej włókna powoduje także zmiany powyżej omawianych parametrów układu. Jednakże w przypadku odpowiedniego wyjustowania układu, tzn. przy równomiernym pobudzeniu obu modów włókna ($\beta = (2n+1)\pi/4$) dwójłomność powoduje jedynie zmianę czułości bez dryftu, zaś dla pobudzenia jednego z nich ($\beta = n\pi/2$) czułość jest stała, zaś dryft wprost proporcjonalny do zmian dwójłomności włókna. Stąd, zastosowanie do budowy układu Macha-Zehndera włókna trzymającego polaryzację wymaga zwrócenia bacznej uwagi na azymut wiązki pobudzającej.



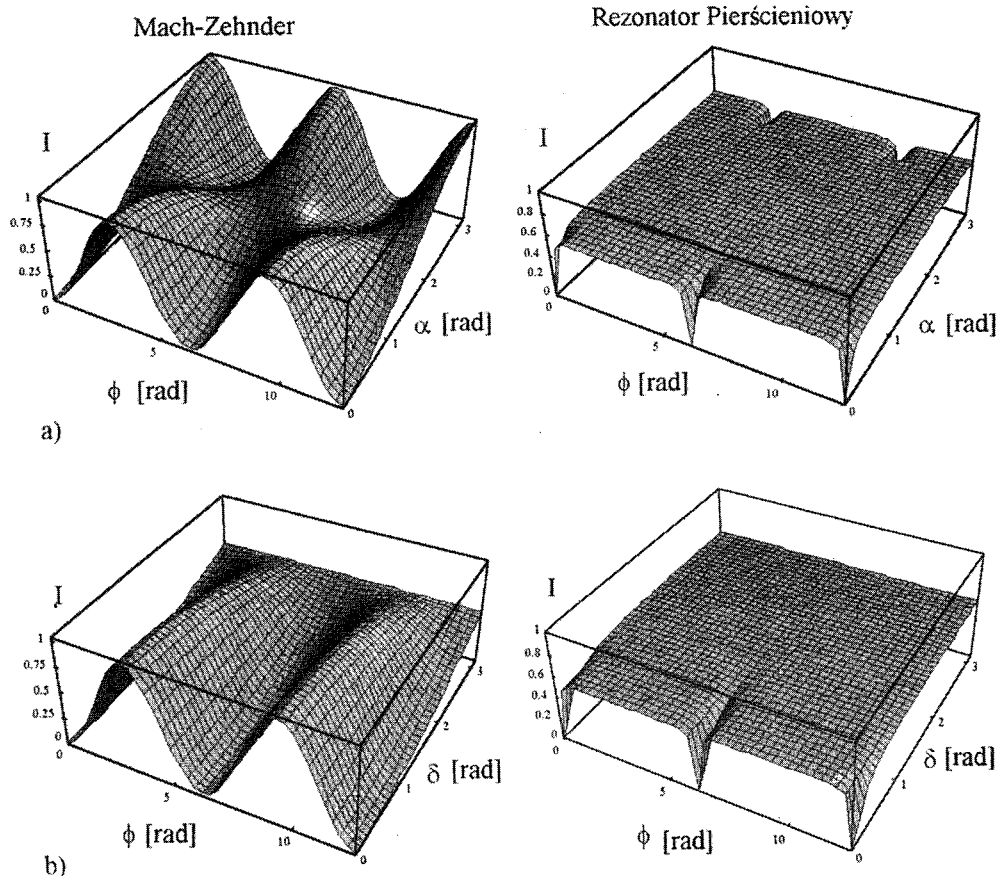
Rys. 8. Czułość i odchylenie punktu zerowego w interferometrze konfiguracji Macha-Zehndera w warunkach pobudzenia wiązką liniową przy zmiennej wartości dwójłomności liniowej włókna δ

Opisany powyżej wpływ własności polaryzacyjnych toru światłowodowego na postać sygnału wyjściowego jest charakterystyczny także dla ostatniego z grupy układów współbieżnych — rezonatora pierścieniowego. Dla tego układu, funkcja przenoszenia (13), może być otrzymana z dobrą dokładnością poprzez zapis ogólnej postaci macierzy toru sygnałowego M'_s jako wyrażenia analogicznego do macierzy M_s dla układu Macha-Zehndera.

Przeprowadzenie odpowiednich obliczeń numerycznych pokazuje (rys. 9), że dla tej konfiguracji wpływ odseparowanych parametrów polaryzacyjnych — ramię sygnałowe wprowadza jedynie dwójłomność (w opisie Kaprona — $\Omega = \Phi = 0$) lub

skręcenie płaszczyzny polaryzacji (w opisie Kaprona — $\delta=0$, $\Phi+\Omega=\alpha$), jest identyczny jak dla Macha-Zehndera. W obliczeniach przyjęto, iż natężeniowy współczynnik sprzężenia κ ma wartość 0.9 oraz dodatkowo założono bezstratność całego układu [13].

Jak widać pomimo identycznego charakteru wpływu poszczególnych parametrów polaryzacyjnych włókna, jak miało to miejsce dla omówionej konfiguracji Macha-Zehndera, wrażliwość układu pierścieniowego na ich zmianę jest zdecydowanie większa. Sytuacja ta spowodowana jest przez specyfikę układu wielowiązkowego (występowanie możliwie wąskich prążków). Jak łatwo zauważyć z porównania lewych i prawych wykresów, na rys. 9 zerowanie sygnału dla rezonatora pierścieniowego zachodzi już dla skręcenia płaszczyzny polaryzacji α (czy też dwójłomności liniowej δ) rzędu $\pi/7$ (przy $\pi/2$ dla Macha-Zehndera). Z tego powodu w układzie wielowiązkowym zachodzi konieczność zdecydowanie lepszej kontroli polaryzacyjnej, co uzyskuje się najczęściej poprzez zastosowanie światłowodu utrzymującego polaryzację.



Rys. 9. Porównanie postaci funkcji przenoszenia I konfiguracji Macha-Zehndera i rezonatora pierścieniowego przy zmiennych parametrach toru sygnałowego. Wpływ: a) skrętu we włóknie płaszczyzny polaryzacji α , b) dwójłomności liniowej δ . Założono, iż wiązka wejściowa ma liniowy SOP o azymucie $\beta = \pi/4$

W przypadku grupy układów przeciwbieżnych opisywana powyżej sytuacja ulega zmianie. Dla układu Michelsona skorzystanie z zależności (12, 14) oraz macierzowego opisu gałęzi, zgodnego z Tablicą 1, daje funkcję przenoszenia układu w postaci:

$$I = 0.5 \{1 \pm \text{abs}(m) \cos[2\phi + \arg(m)]\}, \quad (19a)$$

gdzie:

$$m = E_{we}^+ R(-\Phi) G(2\delta) R(\Phi) E_{we}, \quad (19b)$$

zaś znak „-” występuje wówczas gdy układ zawiera wspólną drogę wejściowo-wyjściową (rys. 4b). Z powyższego zapisu wynika, iż w tej konfiguracji tor światłowodowy zachowuje się jak klasyczna płytka dwójłonna wprowadzająca opóźnienie 2δ i ustawiona jest pod zmiennym kątem $(-\Phi)$, względem osi x układu odniesienia [1]. Stąd, jeżeli tor zawiera jedynie element powodujący skręcenie płaszczyzny polaryzacji ($\delta =$, $G(0) = I$), to otrzymuje się:

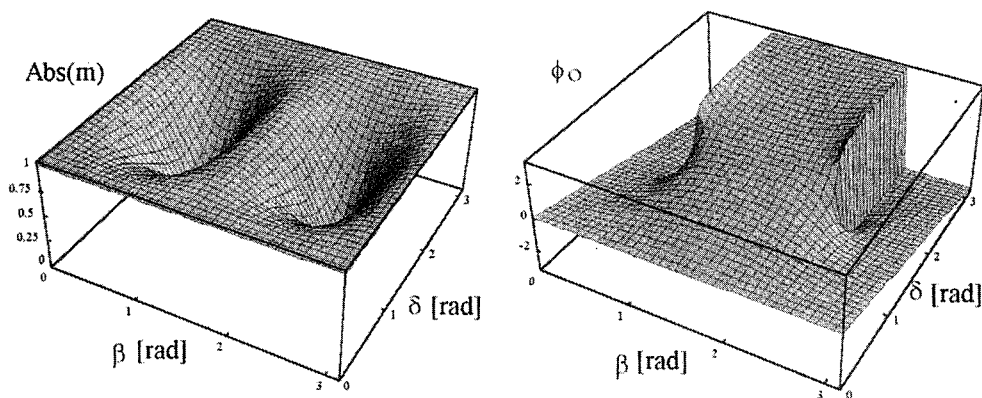
$$|p_1| \equiv \text{abs}(m) = 1; \quad \phi_0 \equiv \arg(m) = 0 \quad (20)$$

bez względu na SOP wiązki wejściowej, zaś w przypadku wystąpienia jedynie dwójłomności liniowej ($\Phi = 0$, $R(0) = I$), odpowiednio:

$$|p_1| \equiv \text{abs}(m) = \sqrt{\cos^2 \delta + \sin^2 \delta \cos^2(2\beta)}, \quad (21a)$$

$$\phi_0 \equiv \arg(m) = \arctg[-\text{tg} \delta \cos(2\beta)]. \quad (21b)$$

Zatem konfiguracja Michelsona, ze względu na dwukrotne przejście (w jedną a potem drugą stronę) każdej z wiązek przez ten sam światłowód, jest nieczuła na skręcenie płaszczyzny polaryzacji we włóknie optycznym. Natomiast jest dwukrotnie bardziej wrażliwa niż układ współbieżny Macha-Zehndera na zmianę dwójłomności liniowej (rys. 10). Charakter tej wrażliwości w funkcji SOP wiązki wejściowej jest analogiczny do układu współbieżnego — istnieje jedynie zależność od azymutu polaryzacji wejściowej. W przypadku gdy wejściowa wiązka pobudza jeden z modów własnych ($\beta = n\pi/2$), to względem wiązki odniesienia propaguje się on bez zmiany SOP, lecz z liniowo

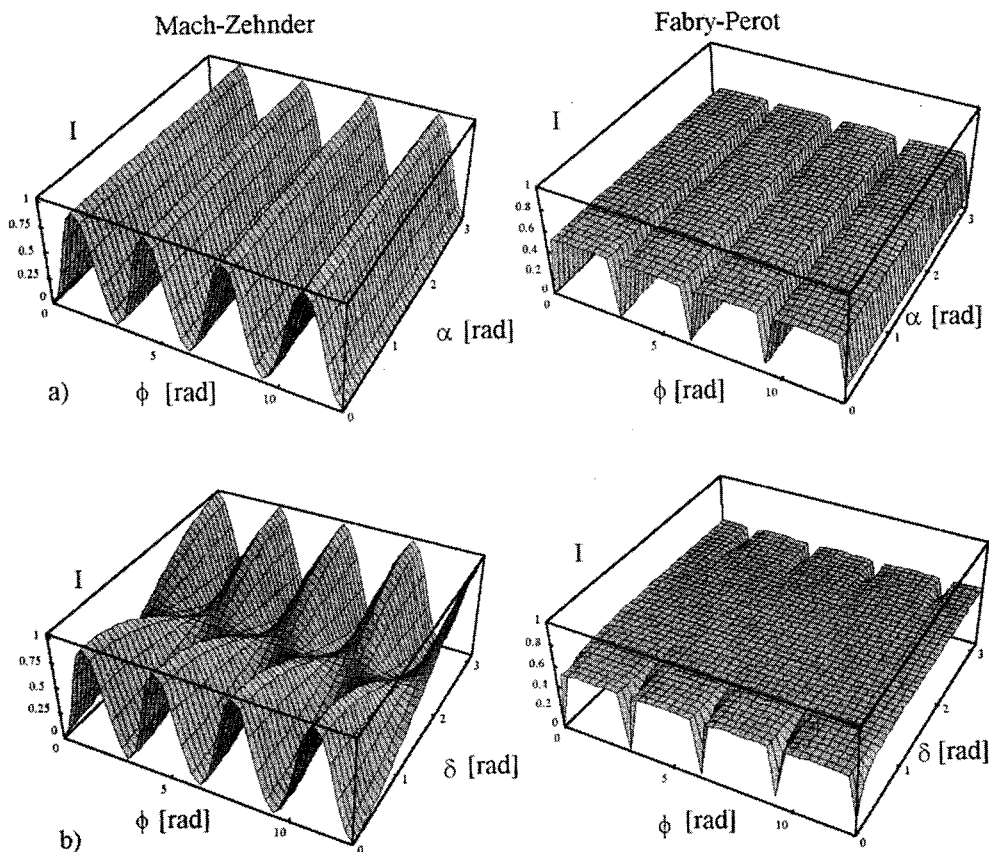


Rys. 10. Czułość i odchylenie punktu zerowego dla konfiguracji Michelsona przy pobudzeniu układu wiązką liniową o azymucie β i zmiennej wartości dwójłomności liniowej włókna δ

narastającym lub malejącym opóźnieniem fazowym. Wówczas współczynnik skali jest maksymalny (brzezi i środek powierzchni na rys. 10a), zaś odchylenie punktu zerowego zmienia się liniowo — zależnie od pobudzonego modu (szybszy lub wolniejszy) na plus lub minus. Natomiast gdy na wejściu pobudzone są oba tryby własne włókna ($\beta = (2n+1)\pi/4$), to wiązka sygnałowa propaguje się względem wiązki odniesienia z tą samą prędkością lecz o zmiennym stanie polaryzacji, który dla zmian liniowości w granicy od 0 do π radianów przechodzi przez wszystkie możliwe stany zarówno co do eliptyczności, jak i skrętności. Stąd kontrast zmienia się od jedności do zera i ponownie do jedności (rys. 10a) zaś wartość przesunięcia punktu zerowego (rys. 10b) jest zerowa.

Powyższa charakterystyka polaryzacyjnego wpływu gałęzi na sygnał wyjściowy przenosi się także na inny układ przeciwbieźny — *interferometr Fabry-Perota*, dla którego funkcja przenoszenia (13) może być z dobrym przybliżeniem otrzymana poprzez zastąpienie macierzowego opisu toru sygnałowego M'_s przez M_s konfiguracji Michelsona.

Analiza identyczna do przeprowadzonej dla rezonatora pierścieniowego pokazuje, iż w tym wypadku odseparowane zmiany skrętu bez dwójłomności oraz dwójłomności



Rys. 11. Porównanie natężenia światła I dla układu Michelsona i Fabry-Perota przy zmiennych parametrach toru sygnałowego: a) skrętu we włóknie płaszczyzny polaryzacji α , b) dwójłomności liniowej δ

bez skreću (rys. 11), dają zmianę funkcji przenoszenia jak dla omówionego powyżej układu Michelsona z jednoczesnym zachowaniem specyfiki konfiguracji wielowiązkowej — to znaczy istnienia wąskich „obszarów” czułości na zaburzenie.

Z kolei porównanie charakterystyk interferometru Fabry-Perota (rys. 11) z rezonatorem pierścieniowym (rys. 9) wykazuje, iż ten pierwszy obok dwukrotnie mniejszej okresowości funkcji przenoszenia, co jest wynikiem dwukrotnego przejścia wiązki przez światłowód w torze sygnałowym — jest mniej wrażliwy na zaburzenia stanu polaryzacji. Wystąpienie jedynie skrećenia płaszczyzny polaryzacji, bez dwójłomności, nie powoduje zmian funkcji przenoszenia, co czyni układ o konfiguracji Fabry-Perota łatwiejszy do technicznego wykonania.

W końcu konfiguracja *interferometru pętlowego* będąc układem dwuwiązkowym łączy wszystkie z dotychczas analizowanych konfiguracji. Układ ten, z zasady swej konstrukcji przeciwbieżny — jak Michelsona, jest jednocześnie układem zrównoważonym (jak interferometr różnicowy gdyż ma miejsce propagacja tylko w jednym światłowodzie. Ponadto tor sygnałowy opisywany jest przez model Kaprona, analogicznie do układu Macha-Zehndera. Występowanie w układzie pojedynczego sprzęgacza powoduje rozkład wyjściowej mocy analogiczny jak dla konfiguracji Michelsona.

Wykorzystanie zależności (12, 14) oraz macierzy torów z tabeli 1 daje, przy umieszczeniu przetwornika tuż za sprzęgaczem, funkcję przenoszenia dla wspólnej drogi wejściowo-wyjściowej (rys. 4b) w postaci [18]:

$$I = 0.5 \{ 1 - \text{abs}(m) \cos[2\phi + \arg(m)] \}, \quad (22a)$$

przy czym:

$$m = E_{we}^+ \mathbf{R}(\Omega) \mathbf{G}(-\delta) \mathbf{R}(\Phi + \Omega) \mathbf{G}(\delta) \mathbf{R}(\Phi) E_{we}. \quad (22b)$$

Z powyższej zależności wynika, iż istnienie dla tej konfiguracji wyłącznie czynnika powodującego skreć płaszczyzny polaryzacji ($\delta = 0$, $\mathbf{M}_s = \mathbf{D}(\Delta) \text{Inv} \mathbf{R}(\alpha)$), prowadzi do następujących prostych zależności analitycznych:

$$|p_1| \equiv \text{abs}(m) = \sqrt{\cos^2(2\alpha) + \sin^2(2\alpha) \sin^2(2\beta) \sin^2 \Delta} \quad (23a)$$

$$\phi_0 \equiv \arg(m) = \arctg[-\text{tg}(2\alpha) \sin(2\beta) \sin \Delta], \quad (23b)$$

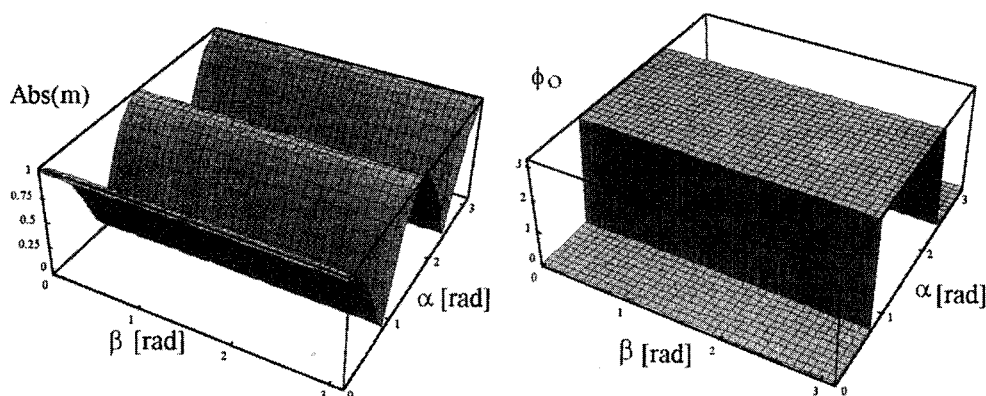
co jak widać (rys. 12) wyraża identyczny charakter zmian jak w przypadku układu Macha-Zehndera.

Natomiast w przypadku gdy układ ma jedynie dwójłomność liniową ($\Phi = \Omega = 0$, $\mathbf{M}_s = \mathbf{D}(\Delta) \text{Inv} \mathbf{G}(\delta)$) otrzymuje się:

$$|p_1| \equiv \text{abs}(m) = 1; \quad \phi_0 \equiv \arg(m) = 0, \quad (24)$$

co oznacza brak wrażliwości układu pętlowego na czystą dwójłomność liniową.

Przyczyną powyższych szczególnych własności tej konfiguracji jest fakt wykorzystania jednego włókna jako toru dla obu oddziałujących wiązek. Ze względu na przeciwbieżny kierunek ich propagacji zachodzi znoszenie wpływu dwójłomności liniowej, gdyż bez względu na SOP wiązki pobudzającej, w dowolnym punkcie wzdłuż



Rys. 12. Czułość i odchylenie punktu zerowego interferometru pętlowego dla pobudzenia wiązką liniową przy zmiennej wartości skrętu we włóknie płaszczyzny polaryzacji α [18]

pętli oddziałujące wiązki mają jednakowe stany polaryzacyjne, co zgodnie z opisem fenomenologicznym [3], daje maksymalny kontrast interferencyjny.

Natomiast przy wystąpieniu we włóknie czynnika powodującego skreślenie płaszczyzny polaryzacji wpływać będzie jednakowo na obie wiązki. Zatem jeśli skręt wynosi $\pi/4$, to oddziałujące wiązki są na wyjściu wzajemnie prostopadłe i czułość spada do zera (rys. 12a). Jeżeli skręt płaszczyzny polaryzacji we włóknie jest równy $\pi/2$ tzn. występuje zerowanie sygnału dla układu Macha-Zehndera (rys. 7), to w interferometrze pętlowym wiązki obrócone są wzajemnie o π radianów czyli są równoległe do siebie — dając maksimum czułości. Ponieważ wiązki te przesunięte są fazowo o π , zatem faza też jest przesunięta o π , co nie powoduje jednak zmiany postaci funkcji przenoszenia układu. Umieszczenie w tej konfiguracji na wejściu przed sprzęgaczem polaryzatora światłowodowego spowoduje, przy omawianej powyżej pracy układu ze wspólną drogą wejściowo-wyjściową i pobudzeniu jednego modu polaryzacyjnego ($\beta = n\pi/2$) — filtrację tej polaryzacji. Wówczas zgodnie z (23) otrzymuje się zerową wartość odchylenia punktu zerowego. W tym wypadku zmienne własności polaryzacyjne układu nie powodują dryftu. Taka konfiguracja, znana w literaturze jako konfiguracja minimalna układu [19], jest podstawową konfiguracją żyroskopu światłowodowego i była dogłębnie analizowana w pracy doktorskiej autora [2].

Ograniczenie powyższych rozważań do wpływu na postać funkcji przenoszenia jedynie transmisji stanu polaryzacji przez elementy składowe, spowodowała pominięcie roli innych czynników, takich jak współczynnik podziału i tłumienie sprzęgaczy światłowodowych czy warunków pracy przetwornika fazowego. Zagadnienia te jako wyodrębnione zostaną omówione poniżej.

3.2. WPLYW PARAMETRÓW ELEMENTÓW SKŁADOWYCH DANEJ KONFIGURACJI NA FUNKCJĘ PRZENOSZENIA UKŁADU

Podstawowy parametr charakteryzujący sprzęgacz światłowodowy, tzn. natężeniowy współczynnik sprzężenia κ może mieć istotny wpływ na postać funkcji

przenoszenia. Macierzowy opis izotropowego sprzęgacza światłowodowego, daje bezpośrednio dla jego transmisyjnego i odbiciowego toru przejścia następujące macierze [11]:

$$S_t \equiv D(\beta L) A(\sqrt{(1-\gamma)\kappa}) \quad (25a)$$

$$S_o \equiv D(\beta L + \pi/2) A(\sqrt{(1-\gamma)(1-\kappa)}), \quad (25b)$$

gdzie γ jest współczynnikiem strat sprzęgacza, zaś βL opóźnieniem fazowym wprowadzanym przez sprzęgacz na drodze sprzężenia L . Zapis ten pozwala na prześledzenie wpływu parametrów sprzęgacza w dowolnej konfiguracji interferometru światłowodowego.

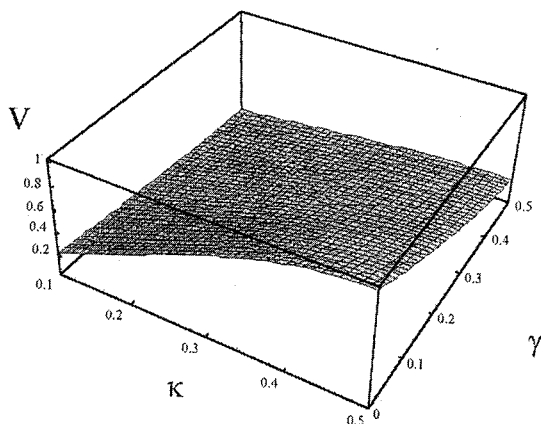
Dla światłowodowego interferometru Macha-Zehndera wykorzystanie (12) przy założeniu identyczności obu sprzęgaczy daje znormalizowaną funkcję przenoszenia w postaci:

$$I = (1-\gamma)^2 [1 \pm V \cos \phi], \quad (26a)$$

gdzie wartość współczynnika skali:

$$V = \frac{2\kappa(1-\kappa)}{\kappa^2 + (1-\kappa)^2} \quad (26b)$$

zależna jest od podziału mocy w sprzęgaczu. Zatem element ten przy odstępstwie od idealnych parametrów (równomierny podział $\kappa = 0.5$ i zerowe straty $\gamma = 0$) wprowadza w wyniku; stratności — ogólny spadek wyjściowego poziomu sygnału, zaś zaburzenia równomierności podziału — redukcję wartości współczynnika skali — jak pokazano to na rys. 13.



Rys. 13. Wpływ parametrów izotropowego sprzęgacza światłowodowego na wartość współczynnika skali w interferometrze Macha-Zehndera

Szacuje się, że dla obecnie dostępnych rynkowo sprzęgaczy posiadających stratność 0.1 dB oraz podział $50\% \pm 5\%$, element ten jest przyczyną ośmioprocentowego zmniejszenia wyjściowego natężenia w stosunku do układu idealnego.

Cecha nierównomiernego podziału mocy w sprzęgaczu jest wykorzystana w *światłowodowym rezonatorze pierścieniowym*, gdyż dzięki niej sprzęgacz działa jak „pompa” mocy do pętli rezonansowej. W tym wypadku izotropowy sprzęgacz (25), prowadzi do unormowanej funkcji przenoszenia, o postaci [20]:

$$I = (1 - \gamma) \frac{(1 - \kappa)}{(1 + \kappa)^2 - 4\kappa \sin^2(\phi - \pi/4)}, \quad (27)$$

gdzie stratność sprzęgacza podobnie jak dla układu Macha-Zehndera jest czynnikiem wymagającym minimalizacji.

Powyższa sytuacja ulega zmianie w przypadku *interferometru Michelsona*, w którym ze względu na dwukrotne przejście wiązek przez ten sam sprzęgacz, lecz w przeciwnych kierunkach, własności sprzęgacza mogą być skompensowane. Kompensacji ulegać może nierównomierność podziału mocy, lecz tylko w przypadku wykorzystania wyjścia pokazanego na rys. 4a. Wówczas, ze względu na symetryczność obu dróg (sygnałowej i odniesienia), sygnał wyjściowy przyjmuje postać [21]:

$$I = (1 - \gamma)^2 [1 + \cos 2\phi] \quad (28a)$$

i zależy jedynie od stratności sprzęgacza.

Natomiast praca tego układu ze wspólną drogą wejściowo-wyjściową, ze względu na możliwą niedoskonałość zastosowanego sprzęgacza jest niewłaściwa, gdyż w tym wypadku:

$$I = (1 - \gamma)^2 \left[1 - \frac{2\kappa(1 - \kappa)}{\kappa^2 + (1 - \kappa)^2} \cos 2\phi \right], \quad (28b)$$

czyli otrzymuje się sygnał interferencyjny, którego natężenie jest identyczne jak dla jednego z wyjść konfiguracji Macha-Zehndera.

Dodatkowym parametrem mającym istotny wpływ na postać funkcji przenoszenia układu konfiguracji Michelsona jest amplitudowy współczynnik odbicia na końcach obu gałęzi ($r_1 = \rho_1 \exp(i\eta_1)$, $1=0, s$), którego wartość jak wspomniano już wcześniej wyznaczona jest przez prawo Fresnela-Snella.

Uwzględnienie tego parametru prowadzi do następujących form funkcji przenoszenia konfiguracji Michelsona:

$$I = (1 - \gamma)^2 \left[1 + \frac{2\rho_0\rho_s}{\rho_0^2 + \rho_s^2} \cos(2\phi + \eta_0 + \eta_s) \right] \quad (29a)$$

dla układu z symetrycznym przejściem przez sprzęgacz (rys. 4a) oraz:

$$I = (1 - \gamma)^2 \left[1 - 2 \frac{\rho_0\rho_s(1 - \kappa)\kappa}{(\rho_0\kappa)^2 + (1 - \kappa)^2\rho_s^2} \cos(2\phi + \eta_0 + \eta_s) \right] \quad (29b)$$

dla układu ze wspólną drogą wejściowo-wyjściową (rys. 4b). Stąd przy odpowiedniej konfiguracji układu (100% lustro na końcu gałęzi odniesienia i badana ciecz na końcu

gałęzi sygnałowej, układ ten może z powodzeniem pełnić rolę refraktometru światłowodowego [21].

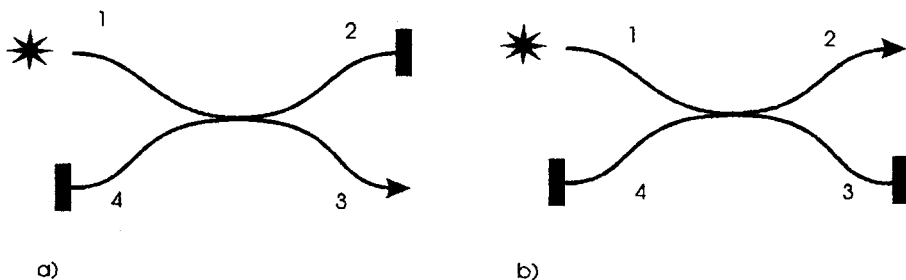
Prowadząc podobną analizę dla *światłowodowego interferometru Fabry-Perota* bazującego na wykorzystaniu pokazanego na rys. 14 sprzęgacza światłowodowego, można wykazać, iż znormalizowana postać funkcji przenoszenia dla tego układu przyjmuje postać [13]:

$$I = (1 - \gamma)\kappa \frac{1 + R^2(1 - \gamma)^2 + 2R(1 - \gamma)\cos 2\phi}{1 + R^2(1 - \gamma)^2\kappa^2 + 2R(1 - \gamma)\kappa \cos 2\phi} \quad (30a)$$

dla układu transmisyjnego (rys. 14b) oraz

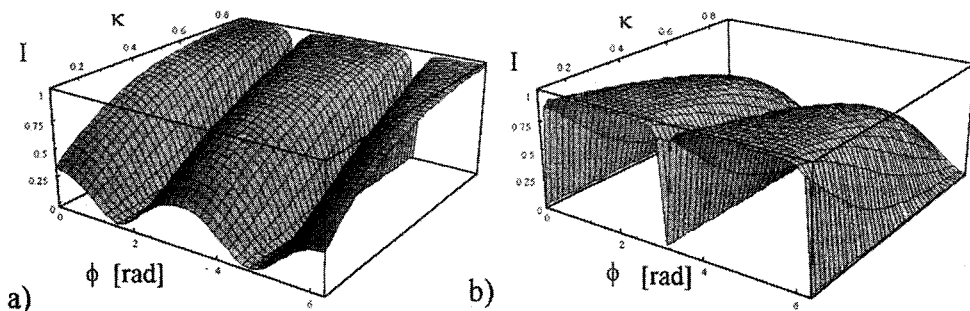
$$I = (1 - \gamma)(1 - \kappa) \frac{1 + R^2(1 - \gamma)^2 - 2R(1 - \gamma)\cos 2\phi}{1 + R^2(1 - \gamma)^2(1 - \kappa)^2 - 2R(1 - \gamma)(1 - \kappa)\cos 2\phi} \quad (30b)$$

odpowiednio dla konfiguracji odbiciowej (rys. 14a).



Rys. 14. Odbiciowa — a) i transmisyjna — b) forma światłowodowego interferometru Fabry-Perota na bazie sprzęgacza światłowodowego 2×2

Poprawna praca tego układu, wymagająca możliwie wysokiego współczynnika odbicia na lustrach ($R = 1.00$), prowadzi do zależności funkcji przenoszenia od współczynnika podziału pokazanej na rys. 15, gdzie widać, iż różnica pomiędzy modelem transmisyjnym a odbiciowym polega na względnym o $\pi/2$ przesunięciu obu charakterystyk [13].

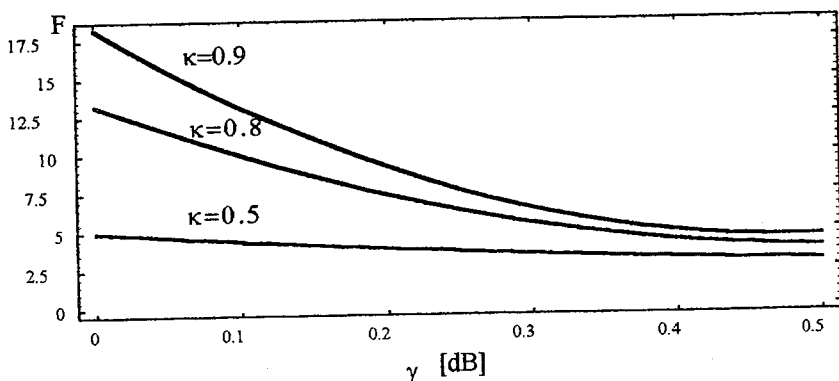


Rys. 15. Postać funkcji przenoszenia interferometru Fabry-Perota przy zmiennej wartości współczynnika podziału κ ; a) praca w układzie transmisyjnym, b) odbiciowym. Parametry ($R = 1$, $\gamma = 0$) [13]

Ponieważ dla układu wielowiązkowego podstawowym parametrem charakteryzującym jego możliwości aplikacyjne jest tzw. ostrość, określana jako stosunek odległości dwóch sąsiadujących minimów (lub maksimów) funkcji przenoszenia do szerokości połówkowej jednego z nich:

$$F = \frac{\pi}{\delta}, \quad (31)$$

zatem na bazie (30) otrzymuje się zależność tego parametru w funkcji stratności sprzęgacza oraz współczynnika podziału, jak pokazano to na rys. 16.



Rys. 16. Zależność ostrości F od stratności sprzęgacza γ [dB] dla interferometru Fabry-Perota w wersji transmisyjnej. Współczynnik podziału mocy κ — jako parametr ($R=0.95$) [13]

Otrzymane wyniki pokazują, iż podobnie do układu rezonatora pierścieniowego, nierównomierność podziału mocy w sprzęgaczu, poprzez maksymalne wprowadzenie mocy do wnęki rezonansowej, jest czynnikiem korzystnie wpływającym na warunki działania interferometru Fabry-Perota zbudowanego na bazie sprzęgacza 2×2 . Natomiast stratność sprzęgacza jest czynnikiem destruktywnym, gdyż jej wzrost zgodnie z (30) powoduje zarówno ogólny spadek wartości detekowanego sygnału jak i pogarsza ostrość charakterystyki interferometru.

Pojedynczy sprzęgacz pracujący jako układ dwukrotnego, przeciwbieżnego przejścia jest także elementem składowym *interferometru pętlowego* — zatem opisany powyżej wpływ własności tego elementu przenosi się i na tę konfigurację. Jednakże różnica tej konfiguracji w stosunku do układu Michelsona polega na zamianie dróg wyjściowych:

— dla Michelsona jedna z gałęzi wyjściowych sprzęgacza zawsze należy do toru odniesienia a druga od toru sygnałowego, zaś

— dla pętlowego, ze względu na połączenie gałęzi sprzęgacza w pętlę, każda z nich należy do toru sygnałowego i odniesienia.

Sytuacja ta powoduje, iż dla konfiguracji interferometru pętlowego, nieidealny sprzęgacz izotropowy (25) prowadzi do następujących postaci unormowanej funkcji przenoszenia układu [22]:

$$I = (1 - \gamma)^2 [1 - \cos 2\phi], \quad (32a)$$

$$I = (1 - \gamma)^2 \left[1 + 2 \frac{(1 - \kappa)\kappa}{\kappa^2 + (1 - \kappa)^2} \cos 2\phi \right] \quad (32b)$$

odpowiednio dla przypadku pracy ze wspólną drogą wejściowo-wyjściową (rys. 4b) i na drugim wyjściu sprzęgacza (rys. 4a). Jak widać poprzez zamknięcie układu w pętlę następuje zamiana — w stosunku do konfiguracji Michelsona wpływu wyjścia ze sprzęgacza na postać funkcji przenoszenia. Tym razem korzystna jest praca ze wspólną drogą wejściowo-wyjściową, gdzie następuje kompensacja nierównomierności podziału mocowego sprzęgacza [23].

Kolejnym istotnym elementem mającym wpływ na działanie dowolnego interferometru światłowodowego jest zagadnienie *przetwornika fazowego* wytwarzającego zmiany faz podlegające detekowaniu.

W przypadku gdy oddziaływanie pól zewnętrznych powoduje czasowo zależną zmianę fazy $\phi(t)$, to przyjmuje się że mierzone zaburzenie, poprzez przetwornik fazowy, daje harmoniczną postać funkcji zaburzającej [24]:

$$\phi(t) = \psi \sin \Omega t, \quad (33)$$

gdzie ψ jest amplitudą zaburzenia o pulsacji Ω . Założenie to jest słuszne w większości przypadków, ze względu na wymaganą liniowość charakterystyk przetwornika fazowego [25].

Istnienie czasowo-zależnej zmiany fazy powoduje, iż w przypadku analizy konfiguracji przeciwbieżnej konieczne jest, jak wspomniano w pkt. 2, uwzględnienie opóźnień czasowych τ jakiego doznaje wiązka świetlna przy powrotnym przejściu przez przetwornik fazowy. Stąd na podstawie (7) dla obu przejść otrzymuje się dwie funkcje o postaci (33) przesunięte czasowo o τ . Wówczas ogólna postać funkcji przenoszenia konfiguracji dwuwiązkowej jest typu (12), gdzie:

$$\phi' = \phi(t) + \phi(t - \tau). \quad (34)$$

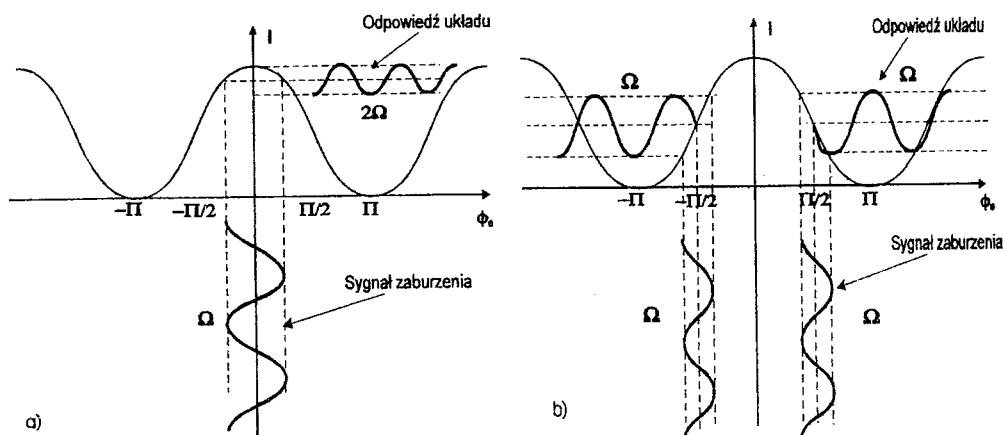
Jednakże ze względu na konstrukcję gałęzi sygnałowej powyższe opóźnienie fazowe ma znaczenie jedynie dla układu interferometru pierścieniowego, gdzie długość pętli rzędu kilometra daje wartość $\tau = 5 \mu s$. Dla pozostałych konfiguracji może być pominięte dając wartość ϕ' podaną w tabeli 1. Pojawiająca się w (12) czasowa, harmoniczna zależność zaburzenia fazowego daje dla konfiguracji Michelsona ($\tau = 0$) funkcję przenoszenia w postaci [26]:

$$I = \bar{p} + 2 |p_1| \cos[2\psi \sin \Omega t + \phi_0]. \quad (35)$$

Rozwinięcie tej zależności w szereg Fouriera daje dla dwu pierwszych składowych tego rozwinięcia, sygnał w postaci:

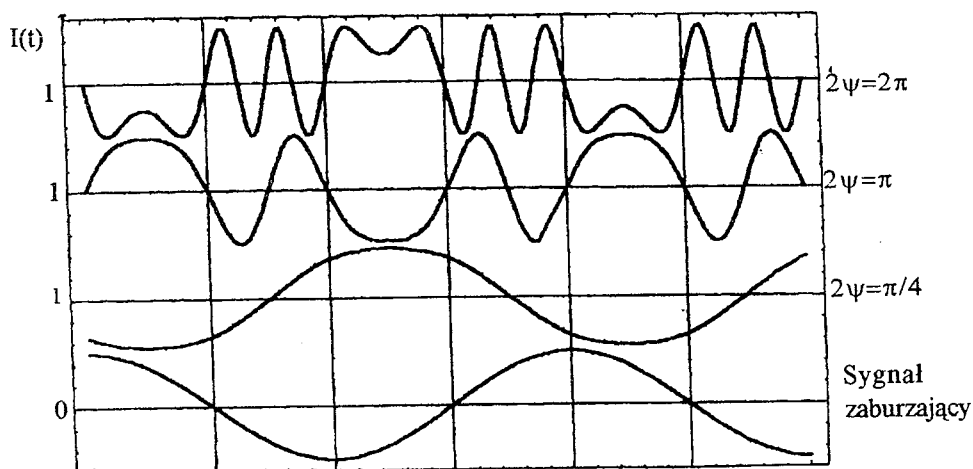
$$I = I_0 \{ 1 - VJ_1(2\psi) \sin(\Omega t) \sin \phi_0 + 2VJ_2(2\psi) \cos(2\Omega t) \cos \phi_0 \}, \quad (36)$$

gdzie V jest proporcjonalne do widzialności. Zatem w zależności od przesunięcia punktu zerowego ϕ_0 , spowodowanego przez polaryzacyjne własności danego układu, wyjściowy sygnał może zmieniać się z podwójną (rys. 17a) lub pojedynczą (rys. 17b) częstotliwością wymuszenia, lub też zawierać pewną ich kombinację.



Rys. 17. Sterowanie funkcją przenoszenia układu poprzez zmianę punktu pracy; a) odpowiedź układu o podwojonej pulsacji w stosunku do wymuszenia ($\phi_0 = n\pi$) ($\phi_0 = (2n+1)\pi$) b) odpowiedź o pulsacji wymuszenia tzw. kwadratura [26]

Ustalenie punktu pracy układu w tzw. kwadraturze, ($\phi_0 = -\pi/2$) np. przy pomocy nastawników polaryzacji, daje odpowiedź układu wiernie odtwarzającą sygnał zaburzający, o ile amplituda zaburzenia ψ jest odpowiednio mała. Wpływ wzrostu amplitudy wymuszenia na warunki pracy układu w kwadraturze pokazano na rys. 18. Jak widać z prezentowanej symulacji [6] wzrost amplitudy 2ψ powyżej pewnej wartości powoduje pojawienie się w sygnale wyjściowym kolejnych nieparzystych składowych rozwinięcia Fouriera funkcji przenoszenia. Sytuacja ta jest identyczna dla dowolnej konfiguracji dwuwiazkowej i powoduje ograniczenie zakresu dynamiki danego układu przy bezpośredniej metodzie detekcji fazowej.



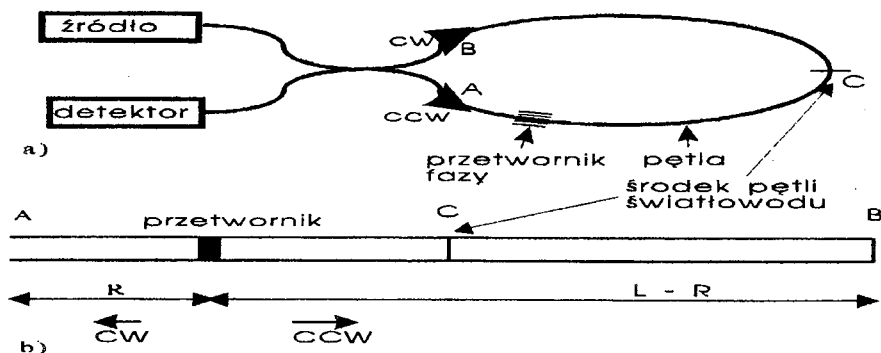
Rys. 18. Odpowiedź układu interferencyjnego dla różnych wartości amplitudy 2ψ , przy pracy układu w kwadraturze [6]

Powyższa rola czasowo-zależnego przetwornika fazy ulega radykalnej zmianie w przypadku układu pętlowego. Konieczność uwzględnienia różnych czasów przejścia przez przetwornik dwu wiązek świetlnych (tutaj sygnałowej i odniesienia) powoduje, iż oddziałujące wiązki ogólnie mają różne fazy, przy czym różnica ta zależy ogólnie od położenia przetwornika wzdłuż pętli oraz pulsacji sygnału zaburzającego. Analiza tego zagadnienia przeprowadzona w [27] pokazuje, iż w przypadku umiejscowienia przetwornika jak na rys. 19 funkcja przenoszenia przyjmuje postać:

$$I = \bar{p} + 2 |p_1| \cos \left\{ 2\psi \sin \left(\frac{\Omega \tau_d}{2} \right) \cos \left[\Omega \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right] + \phi_0 \right\}, \quad (37)$$

gdzie przyjęto następujące oznaczenia: długość pętli L , położenie przetwornika w odległości R od końca A (rys. 19), n — współczynnik załamania rdzenia światłowodu, c — prędkość światła w próżni. Wówczas: $\tau_1 = (Rn/c)$ — czas dościa do sprzęgacza zaburzenia w fali sygnałowej (np. zgodnej z ruchem wskazówek zegara), $\tau_2 = [(R-L)n/c]$ — czas dościa do sprzęgacza zaburzenia w fali odniesienia (biegnącej w drugim kierunku), $\tau_d = \tau_1 - \tau_2 = [(2R-L)n/c]$ — różnica czasu dościa do sprzęgacza zaburzenia w obu falach, $\tau = \tau_1 + \tau_2 = Ln/c$ — czas obiegu pętli przez dowolną z powyższych fal.

Porównanie funkcji (35) i (37) wykazuje, iż w przypadku interferometru pętlowego



Rys. 19 a) Interferometr pętlowy z przetwornikiem fazy, b) z rozwiniętą pętlą czujnikową

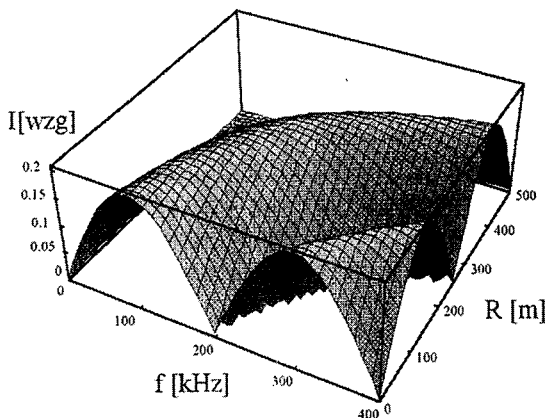
amplituda odpowiedzi ϕ' (tabela 1) może mieć wartość od zera do 2ϕ , gdyż efektywna postać funkcji zaburzającej ulega zmianie z funkcji typu (33) na funkcję typu:

$$\phi(t) = \psi \sin(\Omega \tau_d/2) \cos[\Omega(t - \tau/2)]. \quad (38)$$

Sprowadzając, podobnie jak w przypadku układu Michelsona, poprzez odpowiednią regulację własności polaryzacyjnych pętli, układ do pracy w kwadraturze i wykorzystując następnie rozwinięcia funkcji w szereg Fouriera, otrzymuje się sygnał odpowiedzi na pierwszej harmonicznej Ω w postaci [27]:

$$I(\Omega, t) \sim 2J_1[2\psi \sin(\Omega \tau_d/2)] \cos[\Omega(t - \tau/2)]. \quad (39)$$

W stosunku do innych układów przeciwbieżnych (36), występuje tu przesunięcie fazowe odpowiedzi zależne od długości pętli, zaś amplituda tego sygnału jest zmienna zarówno częstotliwościowo jak i przestrzennie, co pokazano na rys. 20 dla pętli o długości $L=1000$ m oraz $\psi=0.1$.



Rys. 20. Częstotliwościowo-przestrzenna charakterystyka interferometru pętlowego [27]

Jeżeli wartość modulacji amplitudy fazy jest mała — rzędu 0.1 rad [28] (jak na rys. 20), to można przyjąć iż $J_1(x)=x$, stąd przy dodatkowym założeniu niewielkiej wartości argumentu funkcji sinus otrzymuje się:

$$I(t) \approx 2\psi\Omega\tau_d = 4\pi\psi f \frac{(L-2R)n}{c}. \quad (40)$$

Tak więc dla małych wartości modulacji fazy oraz małych częstotliwości modulacji, odpowiedź interferometru pętlowego jest proporcjonalna do iloczynu różnicy czasu dojścia przeciwbieżnych fal do sprzęgacza τ_d i częstotliwości modulacji f . Dla stałej wartości częstotliwości f , sygnał odpowiedzi układu (40) ma wartość maksymalną w przypadku, gdy przetwornik znajduje się na początku pętli ($R=0$) i maleje liniowo do zera dla położenia przetwornika w środku pętli ($\tau_d=0$ czyli $R=L/2$ — rys. 20). Powyższa własność jest podstawą konstrukcji światłowodowego czujnika przekroczenia strefy ochronnej [29].

Natomiast w przypadku analizy wpływu częstotliwości zaburzenia na charakterystykę odpowiedzi interferometru pętlowego, łatwo zauważyć z postaci funkcji (38), iż wartości ekstremalne funkcja ta osiąga dla częstotliwości:

$$f = \frac{N}{2\tau_d} = \frac{Nc}{2|2R-L|n}, \quad N=1, 2, 3, \dots, \quad (41)$$

przy czym dla N nieparzystych odpowiedź jest maksymalna, zaś dla parzystych zerowa. Wartość częstotliwości odpowiedzi ekstremalnych zależy od miejsca położenia zaburzenia R oraz długości pętli L . Dla $R=0$ przy $L=1000$ m otrzymuje się $I_{\max}$ dla $f=100$ kHz i $I_{\min}$ dla $f=200$ kHz. Dla $L=10$ km otrzymuje się odpowiednio $I_{\max}$

dla $f = 10$ kHz i $I_{\min}$ dla $f = 20$ kHz. Jak łatwo zauważyć z przebiegu pokazanego na rys. 20, ekstrema odpowiedzi powtarzają się okresowo co 200 kHz. Dla tej częstotliwości wymuszenia okres drgań jest równy czasowi obiegu pętli przez falę optyczną ($T_r = \tau = 5 \mu s$). Taka częstotliwość wymuszenia nazywana jest *rezonansową częstotliwością* interferometru pętlowego — $f_r = 1/T_r = 1/\tau$. Odpowiedź interferometru na modulację fazy z częstotliwością rezonansową wynosi zero bez względu na amplitudę fazy modulacji — czyli dla tej częstotliwości nie otrzymuje się na wyjściu interferometru efektu przesunięcia fazy. Wartość tej częstotliwości zależna jest także od różnicy czasu dojścia czoła zaburzonej fazy przeciwbieżnych fal (41), czyli od miejsca położenia zaburzenia — rys. 20. Gdy przetwornik zbliża się do środka długości pętli ($R = L/2$) częstotliwość charakterystyczna dąży do nieskończoności.

Opisana powyżej czasowo-przestrzenna charakterystyka interferometru pętlowego wyróżnia ten układ z grona innych konfiguracji interferencyjnych. Dlatego też praktyczne zastosowanie tego układu, który z przyczyny zrównoważona dróg optycznych dla obu gałęzi wydaje się najbardziej atrakcyjnym (mała podatność układu na wpływ warunków otoczenia i zachowanie spójności oddziałujących wiązek nawet dla pobudzenia diodą superluminescencyjną), wymaga głębszej analizy warunków pracy przetwornika fazowego. Analiza ta może prowadzić do dwu skrajnych przypadków:

1. Dla układu światłowodowego interferometru pętlowego detekującego efekt Sagnaca — czyli żyroskopu światłowodowego [12] — minimalizacji wpływu przetwornika fazowego pełniącego rolę modulatora fazy. W tym wypadku element ten mając za zadanie wprowadzenie stałofazowego przesunięcia $\pi/2$ musi być tak optymalizowany, by nie zaburzał warunków pracy układu.

2. W przypadku budowy interferometru z rozłożonym polem detekcji do ochrony obiektów [29] — maksymalizacji wpływu przetwornika fazy na działanie układu. Wówczas dokładna znajomość mechanizmu powstawania charakterystyki czasowo-przestrzennej układu pętlowego umożliwia jej praktyczne zastosowanie [27].

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Zawarty w pracy opis dowolnej konfiguracji przy pomocy macierzowego formalizmu Jonesa pozwolił na uwypuklenie podstawowej różnicy pomiędzy interferometrem optyki objętościowej a interferometrem światłowodowym. Włókno optyczne, jak i elementy światłowodowe, mają ogólnie zmienną dwójłomność, zaś tory klasycznych interferometrów są najczęściej izotropowe lub o ile dwójłomne, to dwójłomność ta ma stały charakter. Stąd układy interferometrów światłowodowych w odróżnieniu od interferometrów klasycznych wykazują zdecydowanie większą wrażliwość na środowiskowe zaburzenia polaryzacji.

Z przeprowadzonej analizy wynika, iż najbardziej wrażliwym na niepożądane zaburzenia są konfiguracje interferometru Macha-Zehndera oraz rezonatora pierścieniowego. Stąd w odróżnieniu od optyki objętościowej układ światłowodowego

interferometru Macha-Zehndera nie znajduje wielu praktycznych zastosowań. Dwa główne powody tego faktu to: trudności w zrównoważeniu długości ramion oraz trudności ze stabilizacją warunków jego działania. Natomiast najbardziej stabilne wydają się być układy interferometru pętlowego i różnicowego, co jest spowodowane również dwoma czynnikami. Po pierwsze, z samego konstrukcyjnego założenia układy te mają jednakowe długości dróg optycznych w obu ramionach, po drugie użycie w nich tego samego włókna jako ramienia pomiarowego i odniesienia stabilizuje ich warunki pracy.

Pokazana w ppkt. 3.1 ogólna wrażliwość dowolnej konfiguracji na zmienne własności polaryzacyjne gałęzi jest istotnym problemem wymagającym rozwiązania przy konstrukcji dowolnej aplikacji interferometru światłowodowego. Jednym z rozwiązań jest dokonanie kompensacji własności polaryzacyjnych gałęzi poprzez zastosowanie w nich nastawników polaryzacji [30]. Element ten w zależności od kątów ustawienia obu pętli pozwala na modyfikację parametrów Kaprona ($\Phi = \delta - \Omega$) w pełnym zakresie zmian eliptyczności wiązki świetlnej [31] co pozwala na skompensowanie własności polaryzacyjnych danej konfiguracji czyli odpowiednie wyjustowanie układu. Jednakże jeżeli tak wyjustowany układ mierzy zewnętrzne zaburzenie fazowe ϕ (ze względu na konfigurację odbierany jako ϕ' — tabela 1), to własności polaryzacyjne układu będą wpływać na ten pomiar. Oznacza to niemożliwość jednoznacznego wyznaczenia tej fazy poprzez rejestrację jedynie zmiany wyjściowego natężenia. W ogólnej postaci funkcji przenoszenia danej konfiguracji interferencyjnej (12) występują bowiem cztery zmienne wielkości — mierzona faza ϕ oraz trzy parametry Kaprona ($\Phi - \delta - \Omega$), zatem jednoznaczność pomiaru wymaga także pomiaru czterech niezależnych wielkości. Wielkościami tymi mogą to być np. cztery parametry Stockesa [5] lub też natężenie i trzy wielkości opisujące wektor Jonesa. Taki układ jest w pełni układem polarymetrycznym, w którym poprzez określenie zmian SOP oraz natężenia wyjściowego wyznacza się dowolne zaburzenie fazowe. Przykładem takiego układu jest światłowodowy analizator polaryzacji HP-8509A/B [32].

Innym rozwiązaniem jest eliminacja wpływu zmiennych własności polaryzacyjnych (parametrów opisu Kaprona $\Phi - \delta - \Omega$) na postać detekowanego sygnału, stąd w zasadzie dąży się do zastosowania w poszczególnych konfiguracjach światłowodu trzymającego polaryzację (w opisie Kaprona jedynie δ). Jednakże rozwiązanie to zgodnie z przytoczoną powyżej analizą nie zawsze jest wystarczające, gdyż układ taki pozostaje czuły na SOP wiązki wejściowej. Stąd konieczne staje się, zgodnie z podaną wyżej analizą, rozbudowanie układu o dodatkowe elementy i tak:

— dla układu różnicowego, gdzie ogólnie mierzona zmiana fazy powoduje zmianę azymutu i eliptyczności polaryzacji, wprowadza się filtrację polaryzacyjną (zespół dwu skrzyżowanych polaryzatorów, jeden na wejściu a drugi na wyjściu) — wówczas mierzona zmiana natężenia odpowiada jedynie zmianom, powstałej w wyniku oddziaływania zewnętrznego, płaszczyzny polaryzacji wiązki świetlnej przechodzącej przez układ,

— dla konfiguracji Macha-Zehndera i rezonatora pierścieniowego wrażliwość na SOP wiązki jest szczególnie duża. Jak podano przy omawianiu konfiguracji Macha-Zehndera wzbogacenie tych układów o wejściowy polaryzator światłowodowy

eliminuje wpływ zmiany azymutu SOP wiązki wyjściowej na postać detektowanego sygnału, jednakże ogólnie trudna do zrównoważenia długość ramion pozostawia ogólną zależność układu od zmian wartości dwójłomności wywołanych na przykład przez zmiany temperatury otoczenia. Stąd stabilna praca tych konfiguracji wymaga rozbudowy układu o elementy aktywnie kontrolujące warunki pracy (np. aktywne utrzymywanie układu w kwadraturze),

— zastosowanie konfiguracji przeciwbieżnej poprawia działanie układu o tyle, iż układ jest niewrażliwy na skręt, pozostawiając jedynie wrażliwość na dwójłomność liniową. Z tego powodu układy te, przy kontroli SOP wiązki wejściowej oraz zastosowaniu włókien polaryzacyjnych, są bardziej stabilne niż układy współbieżne. Ewentualnym rozwiązaniem jest tu zastosowanie włókna o dwójłomności kołowej. W końcu

— układ interferometru pętlowego, który wrażliwy jest jedynie na skręt, w przypadku użycia do jego budowy światłowodu polaryzacyjnego oraz zastosowania konfiguracji minimalnej (wspólne wejście-wyjście i filtr polaryzacyjny) — staje się, podobnie do układu różnicowego, układem detekującym jedynie zmiany fazowe.

Należy zaznaczyć, iż we wszystkich tych przypadkach użycie do konstrukcji elementów składowych włókien utrzymujących polaryzację pociąga za sobą konieczność dokładnego dopasowania osi dwójłomności pomiędzy elementami. W przeciwnym razie niedopasowanie to jest czynnikiem powodującym zmianę współczynnika skali i odchylenia punktu zerowego, nawet dla konfiguracji interferometru pętlowego [12].

PODZIĘKOWANIA

Praca została wykonana w ramach realizacji GRANTu nr 2 P03B 03308 finansowanego w latach 1995—97 przez Komitet Badań Naukowych.

BIBLIOGRAFIA

1. R.G. Jones: *A new calculus for treatment of optical systems*. J. Opt. Soc. Am. 1941, vol. 31, p. 488
2. L.R. Jaroszewicz: *Analiza przenoszenia polaryzacji w układzie giroskopu światłowodowego*. Rozprawa doktorska, WAT, Warszawa 1988
3. L.R. Jaroszewicz, M. Kołdecki: *New description of interference in fibre optic including coherence and polarisation*. Konferencja INTERFEROMETRY'94 SPIE, vol. 2341, 1994, p. 60
4. C. Tsa o: *Optical Fibre Waveguide Analysis*. Oxford University Press, Nowy Jork, 1992
5. R.M.A. Azzam, N.M. Bashen a: *Ellipsometry and Polarized Light*. North-Holland Elsevier, Amsterdam, 1977, rozdz. 1, 2
6. L.R. Jaroszewicz: *Measurement of phase-amplitude characteristics by fibre optic interferometer*. Opto-Electronics Review, 1994, vol. 2, p. 76
7. R.C. Gauthier: *Single ended birefringent fibre optic sensor considerations*. Electron. Lett. 1992, vol. 28, p. 2167
8. B. Culshaw, J. Dakin: *Fiber Optic Sensors*. Wiley & Sons, Londyn, 1989, rozdz. 10
9. M. Born, E. Wolf: *Principle of Optics*. Pergamon Press, Nowy Jork, 1968

10. J.L. Santos, A.P. Leite, D.A. Jackson: *Optical fiber sensing with a low-finesse Fabry-Perot cavity*. Appl. Opt. 1992, vol. 31, p. 7361
11. L.R. Jaroszewicz: *Unified description of polarisation transmission in single-mode fibre optic elements*. Part I. The equivalent lumped element representation. J. Techn. Phys. 1994, vol. 35, p. 289
12. L.R. Jaroszewicz, A. Ostrzyżek, M. Szustakowski: *The matrix representation of all-fiber gyroscope — numerical calculus and experimental verification*. Opto-Electronics Review. 1993, vol. 1, p. 38
13. A. Kieżun, L.R. Jaroszewicz, M. Szustakowski: *Fabry-Perot fiber optic interferometer using 2×2 coupler*. Opto-Electronics Review, 1995, vol. 3, p. 42
14. K. Hotate, Y. Tanaka: *Analyses on state of polarization of stimulated Brillouin scattering in an optical fiber ring-resonator*. Materiały Konferencji Fiber Optic Sensor FOS-9, Florencja (Włochy), maj 1993, p. 19
15. F.P. Kapron, N.F. Borrelli, D.B. Keck: *Birefringence in dielectric optical waveguides*. IEEE J. Quantum Electron. 1972, vol. QE-8, p. 222
16. B. Culshaw, J. Dakin: *Fiber Optic Sensors*, Wiley & Sons, Londyn, 1989, rozdz. 10
17. M. Szustakowski, L.R. Jaroszewicz: *Detection of the phase disturbance in fibre optic Sagnac interferometer*. Konferencja INTERFEROMETRY'94, SPIE vol. 2341, 1994, p. 74
18. L.R. Jaroszewicz: *Angular velocity measurements in Sagnac interferometer*. Konferencja OPTICAL VELOCIMETRY, Warszawa, maj—czerwiec 1995, Warszawa, druk w Materiałach SPIE
19. S. Ezekiel, H.J. Arditty: *Fibre Optic Rotation Sensors and Related Technologies*. Springer Verlag, Nowy Jork, 1982
20. L.F. Stokes, M. Chodorow, H.J. Shaw: *All-singe-mode fibre resonator*. Opt. Lett. 1982, vol. 7, p. 288
21. M. Koczur: *Badanie światłowodowego interferometru Michelsona*. Praca magisterska, WAT, Warszawa 1994
22. L.R. Jaroszewicz, M. Szustakowski: *Fibre gyroscope operation — numerical modeling*. Opt. Appl. 1990, vol. 20, p. 117
23. K. Hsu, C. Miller: *Stretching fiber's ability to look at light*. Photonics Spectra, maj 1993, p. 135
24. R.G. Berg: *All-fiber gyroscope with optical Kerr-effect compensation*. Rozprawa doktorska, Uniwersytet Standford, 1983
25. A. Kieżun: *Optyczne przetworniki fazowe*. Szkoły Czujników w ramach COE'94, Zegrze k/W-wy, maj 1994, p. 121
26. M. Szustakowski, L.R. Jaroszewicz: *Interferencyjne hydrofony światłowodowe — obecny stan badań*. Biuletyn WAT, 1994, vol. 43, p. 77
27. M. Szustakowski, L.R. Jaroszewicz: *Spatial and frequency characteristis of fibre optic loop interferometer*. Opto-Electronics Review, 1994, vol. 2, p. 14
28. L.R. Jaroszewicz, A. Kieżun, M. Szustakowski, M. Świłło: *Sposob wykrywania i lokalizacji obiektów ruchomych*. P-301.914, zgł. styczeń 1994
29. L.R. Jaroszewicz, A. Kieżun, M. Szustakowski: *Distributed fibre optic sensor on the base of Sagnac interferometer with location of a disturbance*. Konferencja INTERFEROMETRY'94, SPIE, vol. 2341, 1994, p. 84
30. L.R. Jaroszewicz, M. Szustakowski: *The matrix analysis of the polarization transformer*. Opt. Appl., 1990, vol. 20, p. 81
31. L.R. Jaroszewicz: *Unified description of polarisation transmission in single-mode fibre optic elements*. Part II: The experimental method and measuring system. J. Tech. Phys., 1994, vol. 35, p. 307
32. R. Cross, B. Heffner, P. Hernday: *Polarisation measurement goes automatic*. Laser & Optronics, październik 1991

L.J. JAROSZEWICZ

FIBER-OPTIC-INTERFEROMETER NUMERICAL INVESTIGATION

S u m m a r y

In the presented paper, the complex description of fiber optic interferometer with arbitrary configuration, based on Jones' matrix calculus is given. Due to an introduction of a particular classification of interferometer systems, difference and similarities between descriptions of particular groups of interferometer had been shown. Moreover, it allowed to obtain the effect of chosen fiber optic elements on the properties of each configuration.

Key words: interferometry, fiber optic sensors, optical fibers.

Zagadnienie nadmiarowego szumu w strukturach laserowych

ANNA TYSZKA-ZAWADZKA

*Instytut Mikroelektroniki i Optoelektroniki
Politechnika Warszawska*

Otrzymano 1995.11.03

Autoryzowano do druku 1995.11.08

W artykule przedstawiono analizę nadmiarowego szumu w realnych strukturach laserowych. W szczególności, analiza obejmuje segmentowe lasery Fabry-Perot oraz lasery z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym (DFB z ang. Distributed Feedback Bragg laser) z uwzględnieniem niezerowych odbić na końcach struktury oraz zespolonego współczynnika sprzężenia. Uzyskane wyniki numeryczne ujawniają istotny wpływ geometrii struktury na poziom nadmiarowych szumów.

Słowa kluczowe: efekt nieortogonalności modów, nadmiarowy współczynnik szumów, lasery z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym, segmentowe lasery Fabry-Perot z nieliniowym absorberem.

1. WPROWADZENIE

Podstawowym źródłem kwantowego szumu w układach laserowych jest zjawisko spontanicznej emisji promieniowania z górnego poziomu laserowego atomów. Standardowa analiza tego zjawiska, traktująca w sposób kwantowy zarówno atom jak i pole e.m. prowadzi do ogólnej zasady rządzącej strukturami laserowymi. Mówi ona, iż wielkość kwantowego szumu równoważna jest jednemu nadmiarowemu fotonowi przypadającemu na jeden mod laserowy (lub np. mod falowodowy).

Zasada ta po raz pierwszy została zakwestionowana przez Petermanna [1], który zauważył, iż w układach falowodowych typu *gain-guided* emisja spontaniczna może przekraczać jeden foton przypadający na jeden mod laserowy. Problem nadmiarowej emisji spontanicznej stał się kontrowersyjny, jako naruszający fundamentalne zasady fizyki. Powstałą sprzeczność wyjaśnił Haus [2] pokazując, iż w układach stratnych lub wzmacniających promieniowanie e.m. pojawia się korelacja pomiędzy szumami występującymi w różnych modach laserowych. W późniejszych pracach ujawniono [3,

4], iż zjawisko nadmiarowej emisji spontanicznej jest właściwe układom posiadającym otwarte rezonatory lub stratne falowody i wynika z niehermitowskiego charakteru tego typu struktur, a w konsekwencji z faktu, iż w tego typu układach mody nie są „mocowo” ortogonalne. Własność nieortogonalności modów własnych lasera wiąże się ściśle z faktem, iż mod laserowy utworzony jest z dwóch przeciwnie propagujących się fal, które mogą posiadać w danym punkcie różne rozkłady poprzeczne pola. Tak więc, w szczególności należy spodziewać się wysokiego poziomu nadmiarowych szumów w konwencjonalnych rezonatorach niestabilnych oraz w rezonatorach ze zwierciadłem o transmisji gaussowskiej [5], rosnącego wraz z rzędem modu poprzecznego i będącego konsekwencją niejednorodnego rozkładu pola e.m. w strukturze laserowej. W pracy [6] zauważono, iż innym źródłem nadmiarowych szumów jest niejednorodny rozkład amplitudy modu wzdłuż osi lasera prowadzący do nieortogonalności modów podłużnych, a w konsekwencji do „podłużnego” współczynnika nadmiarowego szumu. Warto podkreślić, iż efekt ten został potwierdzony doświadczalnie dla lasera z rezonatorem Fabry-Perot [7].

Problem nadmiarowych szumów dotyczy również laserów z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym. W tego typu laserach, sprzężenie zwrotne konieczne do uzyskania akcji laserowej uzyskuje się w wyniku braggowskiego procesu rozpraszania promieniowania w ośrodku o periodycznie zaburzonym współczynniku załamania lub wzmocnienia. Ten sam efekt powoduje jednocześnie niejednorodny rozkład amplitudy pola fal przeciwnie propagujących się w strukturze i tworzących dany mod laserowy, prowadzący do nieortogonalności modów podłużnych. W pracy [8] pokazano, iż współczynnik nadmiarowego szumu rośnie wraz z rzędem modu podłużnego oraz maleje wraz ze wzrostem współczynnika sprzężenia. Champagne i McCarthy [9] rozszerzyli analizę prezentowaną w [8], uwzględniając zarówno efekt poprzeczny jak i podłużny w strukturach półprzewodnikowych typu *gain-guided*.

Problem nadmiarowego szumu jest szczególnie istotny dla laserów DFB, ponieważ ze względu na łatwość uzyskiwania pracy jednoczesotliwościowej oraz możliwość integracji ze strukturami falowodowymi, stały się one podstawowym źródłem promieniowania koherentnego w układach optyki zintegrowanej oraz telekomunikacji światłowodowej.

Również z punktu widzenia zastosowań ciekawe są segmentowe struktury Fabry-Perot z nieliniowym absorberem. Ta grupa laserów ze względu na możliwość uzyskania pracy bistabilnej wykorzystywana jest do budowania optycznych elementów logicznych, pamięci optycznych, funkcjonalnych elementów obliczeniowych itp., składających się na architekturę optycznych elementów przetwarzania danych.

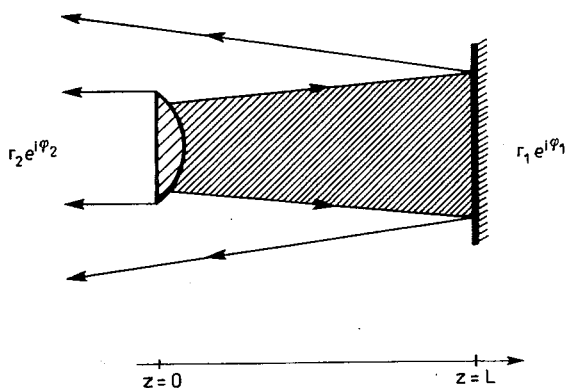
W niniejszej pracy przedstawiona jest analiza nadmiarowego szumu dla laserów z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym z uwzględnieniem efektu niezerowych odbić na końcach struktury oraz efektu zespolonego współczynnika sprzężenia, jak również dla laserów dwu- i trójsegmentowych Fabry-Perot. Model ten stanowi istotne uogólnienie istniejących w literaturze światowej opisów.

2. PÓŁKLASYCZNY OPIS NADMIAROWEGO SZUMU W STRUKTURACH LASEROWYCH

Poniżej, omówiono zjawisko nadmiarowych szumów kwantowych w laserach z rezonatorem Fabry-Perot oraz w laserach z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym. W szczególności przedstawiony zostanie półklasyczny opis „poprzecznego” współczynnika nadmiarowego szumu dla niestabilnego rezonatora Fabry-Perot (rozdz. 2.1) oraz opis „podłużnego” współczynnika szumu dla struktur segmentowych oraz z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym (rozdz. 2.2).

2.1. POPRZECZNY WSPÓŁCZYNNIK NADMIAROWEGO SZUMU

Podstawą analizy nadmiarowych szumów w niestabilnym rezonatorze Fabry-Perot jest założenie układu rzeczywistych modów poprzecznych Foxa i Li, $U_{nm}(s, z)$ jako układu bazowego do reprezentacji pola elektrycznego w laserze [3, 4]. Układ ten jest układem funkcji własnych operatora propagacji dla fal propagujących się w kierunku dodatnim osi z , tj. operatora opisującego pętlę sprzężenia zwrotnego dla fali startującej ze zwierciadła R_2 — rys. 1.



Rys. 1. Niestabilny rezonator Fabry-Perot

Ze względu na straty dyfrakcyjne występujące w rezonatorze operator jest niehermitowski. Tak więc, układ funkcji opisujących mody poprzeczne i będący jednocześnie układem funkcji własnych operatora propagacji jest układem nieortogonalnym, stąd

$$\int_A U_{nm}(s, z) U_{kl}^*(s, z) ds \neq \delta_{nmkl}. \quad (2.1)$$

Można jednak pokazać, iż mody $U_{nm}(s, z)$ są natomiast biortogonalne do układu funkcji $\Phi_{nm}(s, z)$ będących funkcjami własnymi operatora transponowanego do operatora propagacji w sposób następujący

$$\int_A U_{nm}(s, z) \Phi_{kl}(s, z) ds = \delta_{nmkl}. \quad (2.2)$$

Funkcje $\Phi_{nm}(s, z)$ posiadają prostą interpretację fizyczną. Reprezentują one falę związaną z nm -tym modem rezonatora, propagującą się w przeciwnym kierunku niż fala opisana układem funkcji $U_{nm}(s, z)$. Można pokazać [3, 4], iż funkcje sprzężone Φ_{nm} również nie są ortogonalne, tj.

$$\int_A \Phi_{nm}(s, z) \Phi_{kl}^*(s, z) ds \neq \delta_{nmkl}, \quad (2.3)$$

przy czym zachodzi równość

$$\int_A \Phi_{nm}(s, z) \Phi_{nm}^*(s, z) ds = 1 + \int_A \Delta U_{nm}(s, z) \Delta U_{nm}^*(s, z) ds \geq 1, \quad (2.4)$$

gdzie $\Delta U_{nm}(s, z) \equiv \Phi_{nm}^*(s, z) - U_{nm}(s, z)$. Powyższa całka nosi nazwę współczynnika nadmiarowego szumu, którego wartość tym większa jest od jedności im większa jest różnica w rozkładach przestrzennych fal propagujących się w rezonatorze, tworzących dany mod laserowy.

Równanie falowe dla pola elektrycznego $E(r, t)$ w obecności kwantowego szumu przyjmuje następującą postać

$$\left\{ \nabla_T^2 - 2j\beta_c \left(\frac{\partial}{\partial z} - g + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \right\} E(s, z, t) = -\omega_c^2 \mu P_N(s, z, t), \quad (2.5)$$

gdzie $P_N(s, z, t)$ jest amplitudą polaryzacji ośrodka odpowiedzialną za szum emisji spontanicznej, g jest współczynnikiem wzmocnienia, μ jest przenikalnością magnetyczną ośrodka, natomiast β_c i ω_c oznaczają odpowiednio stałą propagacji oraz częstotliwość modu osiowego wnęki. Źródło szumów występujące w równaniu (2.5) posiada funkcję korelacji w przestrzeni i w czasie typu δ , stąd

$$\langle P_N(r, t) P_N^*(r', t') \rangle = \frac{16p\hbar g}{\omega Z} \delta(r - r') \delta(t - t'), \quad (2.6)$$

gdzie Z jest impedancją charakterystyczną ośrodka, a p miarą inwersji obsadzeń równą $\rho = N_2 / (N_2 - N_1)$, przy czym N_2 i N_1 opisują odpowiednio obsadzenie górnego i dolnego poziomu laserowego.

Pole elektryczne $E(s, z, t)$ można rozwinąć na realne mody Foxa i Li w następujący sposób

$$E(s, z, t) = \sum_{nm} A_{nm}(z, t) \exp[(\alpha_{nm} - j\beta_{nm})(z - p)] U_{nm}(s, z), \quad (2.7)$$

gdzie A_{nm} jest amplitudą modu, α_{nm} i β_{nm} opisują odpowiednio straty oraz stałą propagacji dla mn -tego modu poprzecznego, natomiast p jest długością pętli sprzężenia zwrotnego, $p = 2L$.

Podstawiając pole elektryczne, określone równaniem (2.7) do równania falowego (2.5), mnożąc obustronnie przez odpowiednią funkcję sprzężoną $\Phi_{nm}(s, z)$, całkując po poprzecznych współrzędnych przestrzennych oraz korzystając z przybliżenia wolnozmiennej amplitudy, otrzymuje się następujące równanie ruchu dla amplitudy pola danego modu laserowego

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - (g - \alpha_{nm} + j\beta_{nm}) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) A_{nm}(z, t) = -j \frac{\omega Z}{2} \exp[-(\alpha_{nm} - j\beta_{nm}) \times \\ \times (z - p)] \int ds P_N(s, z, t) \Phi_{nm}(s, z). \quad (2.8)$$

Amplitudę $A_{nm}(z, t)$ można z kolei rozwinąć na układ modów poosiowych otrzymując

$$A_{nm}(z, t) = \sum_q c_{qnm}(t) \exp\{j[q(2\pi c/p) + \beta_{nm}c]t\}. \quad (2.1.9)$$

Uwzględnienie zależności (2.9) w (2.8) prowadzi do następującego równania opisującego zmianę amplitudy pola e.m. związanego z qnm -tym modem pod obecność szumów

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - (\hat{g} - \hat{\alpha}_{nm})\right) \hat{c}_{qnm}(t) = -j p_{qnm}(t), \quad (2.10)$$

gdzie $\hat{g} = gc$, $\hat{\alpha} = \alpha c$, oraz $p_{qnm}(t)$ jest źródłem szumów Langevina następującej postaci

$$p_{qnm}(t) = \frac{\omega_c c Z}{2p} e^{-j\omega_{qnm}t} \int_0^p dz e^{jq2^*z/p} e^{-(\alpha_{nm} - j\beta_{nm})(z-p)} \times \\ \times \int_A ds P_N(s, z, t) \Phi_{nm}(s, z). \quad (2.11)$$

Równanie (2.10) jest równaniem stochastycznym, znanym szeroko w literaturze, którego rozwiązania mają sens dla wartości średnich. Tak więc, biorąc pod uwagę (2.10) amplituda qnm -tego modu będzie narastać zgodnie z równaniem

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{c}_{qnm} \hat{c}_{qnm}^* \rangle = 2(\hat{g} - \hat{\alpha}_{nm}) \langle \hat{c}_{qnm} \hat{c}_{qnm}^* \rangle + \langle p_{qnm}(t) p_{qnm}^*(t') \rangle, \quad (2.12)$$

gdzie

$$\langle p_{qnm}(t) p_{qnm}^*(t') \rangle = N_0 \int_A ds \Phi_{nm}(s, z) \Phi_{nm}^*(s, z) = N_0 K_{nm}^T, \quad (2.13)$$

przy czym N_0 jest „klasycznym” źródłem szumów powodującym pojawienie się dodatkowego fotonu w danym modzie laserowym, a K_{nm}^T jest współczynnikiem nadmiarowej emisji spontanicznej, wynikającym z nieortogonalności modów poprzecznych.

Jak można zauważyć analizując równanie (2.12) wzrost natężenia qnm -tego modu laserowego wynika z koherentnego wzmocnienia promieniowania przez ośrodki aktywny oraz z istnienia źródła szumów, przy czym ilość fotonów pojawiających się w modzie laserowym w wyniku istnienia źródła szumów silnie zależy od rozkładu przestrzennego pola.

2.1. PODŁUŻNY WSPÓŁCZYNNIK NADMIAROWEGO SZUMU

Zjawisko nadmiarowej emisji spontanicznej spowodowane jest również nieortogonalnością modów podłużnych, co zostało potwierdzone teoretycznie [6], jak i doświadczalnie [7]. W tym przypadku funkcja korelacji dla źródła szumu Langevina przyjmuje następującą postać

$$\langle p_{qnm}(t)p_{qnm}^*(t') \rangle = N_0 \int_0^L dz \Phi_q(z) \Phi_q^*(z) = N_0 K_q^L, \quad (2.14)$$

gdzie K_q^L jest „podłużnym” współczynnikiem nadmiarowego szumu wynikającym z niejednorodnego rozkładu pola e.m. wzdłuż osi lasera spowodowanego skokową zmianą amplitudy w wyniku odbić od zwierciadeł tworzących rezonator. Współczynnik ten można wyrazić przez współczynniki odbić zwierciadeł końcowych w następujący sposób [6]

$$K_q^L = \left(\frac{(r_1 + r_2)(1 - r_1 r_2)}{2r_1 r_2 \ln(r_1 r_2)} \right)^2. \quad (2.15)$$

Jak można zauważyć, im silniej współczynniki odbić końcowych różnią się od jedności tym wyższy jest poziom szumów kwantowych w danym modzie laserowym, wynikający z niejednorodnego rozkładu pola wzdłuż osi lasera.

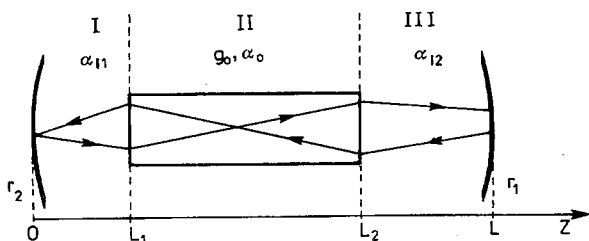
W ogólności, uwzględnienie efektu poprzecznego jak i podłużnego prowadzi do całkowitego współczynnika szumu, który w przypadku struktur pracujących blisko progu może być przedstawiony w postaci sfaktoryzowanej

$$K_{qnm}^{tot} = K_{nm}^T \times K_q^L. \quad (2.16)$$

Poniżej omówione zostanie zjawisko nadmiarowego szumu będącego konsekwencją podłużnego rozkładu pola dla segmentowych laserów Fabry-Perot. Przedstawiona analiza uwzględnia wpływ parametrów charakterystycznych struktury tj. położenia ośrodka aktywnego względem nieliniowego absorbera, długości ośrodka aktywnego oraz odbić na końcach struktury na poziom szumów w laserze.

2.2.1. Laser Fabry-Perot z nieliniowym absorberem

W przypadku trójsegmentowej struktury Fabry-Perot (rys. 2), pole e.m. w wektorowej notacji Blocha, związane z podłużnym modem laserowym można zapisać w następującej formie



Rys. 2. Laser trójsegmentowy z nieliniowym absorberem

$$U_N(z) = C \begin{pmatrix} R_N^{I,II,III}(z) e^{ik_N z} \\ S_N^{I,II,III}(z) e^{-ik_N z} \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

gdzie k_N jest wektorem falowym, natomiast $R_N^{I,II,III}$ i $S_N^{I,II,III}$ opisują zespolone amplitudy przeciwnie propagujących się fal odpowiednio w obszarze I, tj. dla $z \in (0, L_1)$, w obszarze II, tj. $z \in (L_1, L_2)$, gdzie $L_2 - L_1$ jest długością ośrodka aktywnego, oraz w obszarze III, tj. $z \in (L_2, L)$. Stała normalizacyjna C może być wyznaczona z warunku normalizacyjnego, $\int_0^L dz U_N(z) U_N^*(z) = 1$.

Układ modów podłużnych $U_N(z)$ nie jest układem ortogonalnym, tj.

$$\int_0^L dz U_N(z) U_M^*(z) \neq \delta_{NM}. \quad (2.18)$$

Układ ten jest natomiast biortogonalny do układu modów sprzężonych Φ_N równego

$$\Phi_N(z) = C^+ \begin{bmatrix} S_N^{I,II,III}(z) e^{-ik_N z} \\ R_N^{I,II,III}(z) e^{ik_N z} \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

gdzie stałą normalizacyjną C^+ można z kolei wyliczyć z warunku $\int_0^L dz U_N(z) \Phi_M(z) = \delta_{NM}$.

Rozkłady amplitud $R_N^{I,II,III}$ i $S_N^{I,II,III}$ można przybliżyć z dobrą dokładnością rozkładami istniejącymi na progu generacji, stąd w obszarze stratnym I

$$R_N^I = \exp(\gamma_1 z), \quad (2.20)$$

$$S_N^I = (1/r_2) \exp(-\gamma_1 z),$$

w ośrodku aktywnym

$$R_N^{II} = \exp[(\gamma_1 - \gamma_2)L_1] \times \exp(\gamma_2 z) \quad (2.21)$$

$$S_N^{II} = (1/r_2) \exp[(\gamma_2 - \gamma_1)L_1] \times \exp(-\gamma_2 z),$$

oraz w obszarze stratnym III

$$R_N^{III} = \exp[(\gamma_1 - \gamma_2)L_1] \times \exp[(\gamma_2 - \gamma_3)L_2] \times \exp(\gamma_3 z) \quad (2.22)$$

$$S_N^{III} = (1/r_2) \exp[(\gamma_2 - \gamma_1)L_1] \times \exp[(\gamma_3 - \gamma_2)L_2] \times \exp(-\gamma_2 z),$$

gdzie γ_1 , γ_2 i γ_3 są stałymi propagacji zdefiniowanymi następująco

$$\gamma_1 = -\alpha_{11}, \quad \gamma_2 = [1/(L_2 - L_1)](1/2 \ln[1/(r_1 r_2)] + \alpha_1 L_1 + \alpha_2 (L - L_2)) = g_0 - \alpha_0$$

$$\text{ i } \quad \gamma_3 = -\alpha_{12}.$$

Opisując rozkładami progowymi fale $R_N^{I,II,III}$ i $S_N^{I,II,III}$ oraz biorąc pod uwagę warunki normalizacyjne na stałe C i C^+ , współczynnik nadmiarowych szumów K_N (wynikający z efektu podłużnego) w trójsegmentowej strukturze Fabry-Perot, wynosi [11]

$$K_N = \frac{r_2^2}{4L^2} \left[\frac{r_1 r_2^2 \gamma_3 (\gamma_2 - \gamma_1) e^{2\gamma_1 L_1} - r_1 \gamma_3 (\gamma_2 - \gamma_1) e^{-2\gamma_1 L_1} + r_1 \gamma_2 \gamma_3 (1 - r_2^2) + r_2 \gamma_1 \gamma_2 (1 - r_1^2)}{2\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 r_2^2 r_1} + \right. \\ \left. + \frac{r_2 \gamma_1 (\gamma_3 - \gamma_2) e^{-2\gamma_3 (L - L_2)} - r_1^2 r_2 \gamma_1 \gamma_3 e^{2\gamma_3 (L - L_2)}}{2\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 r_2^2 r_1} \right]^2. \quad (2.23)$$

Wyprowadzona zależność pozwala na zbadanie wpływu geometrii struktury, tj. długości ośrodka aktywnego oraz położenia ośrodka aktywnego względem nieliniowego absorbera na poziom szumów w generowanym modzie.

Szczególnym przypadkiem struktury trójsegmentowej Fabry-Perot jest struktura dwusegmentowa ($L_1 = 0$ i $L_2 = L_1$) często stosowana w praktyce. W tym przypadku, współczynnik nadmiarowego szumu (2.23) dla $L_1 = 0$, $L_2 = L_1$ i $\gamma_3 = 0$, redukuje się do następującej postaci [10]

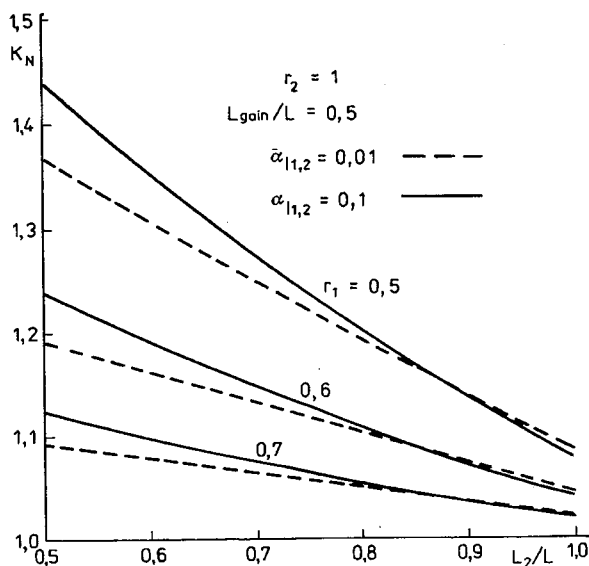
$$K_N = \frac{r_2^2}{4L^2} \left[\frac{r_2 (\gamma_2 - \gamma_1) e^{-2\gamma_1 (L - L_1)} + r_2 r_1^2 (\gamma_1 - \gamma_2) e^{2\gamma_1 (L - L_1)} + r_1 \gamma_2 (1 - r_2^2) + r_2 \gamma_1 (1 - r_1^2)}{2\gamma_1 \gamma_2 r_2^2 r_1} \right]^2. \quad (2.24)$$

Dla tego typu struktury poziom nadmiarowych szumów będzie zależał od położenia zwierciadeł końcowych, tj. od tego czy zwierciadło transmisyjne znajduje się od strony ośrodka aktywnego czy nieliniowego absorbera.

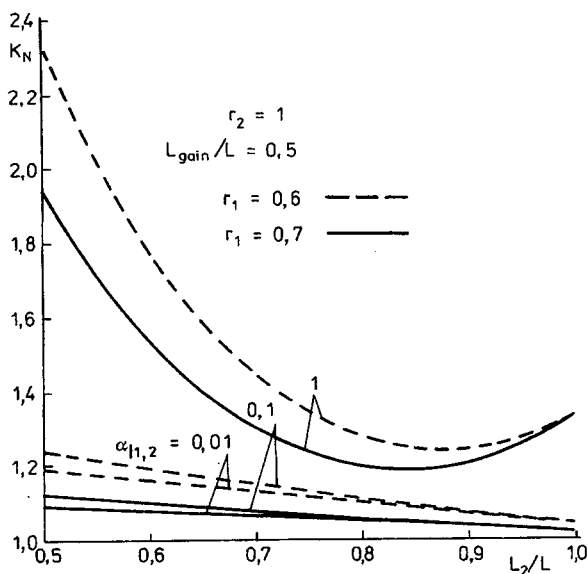
Charakterystyki pracy lasera

Poniżej przedstawione zostaną przykładowe charakterystyki ilustrujące zachowanie się nadmiarowego współczynnika emisji spontanicznej w funkcji parametrów struktury dla segmentowych laserów Fabry-Perot. Obliczenia wykonano dla struktury o długości $L = 1$. Na rys. 3 oraz 4 przedstawiony jest współczynnik nadmiarowego szumu dla lasera trójsegmentowego o długości $L_{\text{gain}}/L = 0.5$ w funkcji położenia ośrodka aktywnego L_2/L dla współczynnika odbić końcowych r_1 oraz poziomu strat liniowych $\alpha_{11,2}$ jako parametrów.

Jak można zauważyć, współczynnik nadmiarowych szumów, a tym samym poziom szumów w laserze maleje, gdy ośrodek aktywny przesuwany jest w kierunku zwierciadła transmisyjnego i osiąga wartość minimalną gdy ośrodek aktywny przylega do zwierciadła $L_2/L = 1$. Dla przypadku, gdy ośrodek wzmacniający znajduje

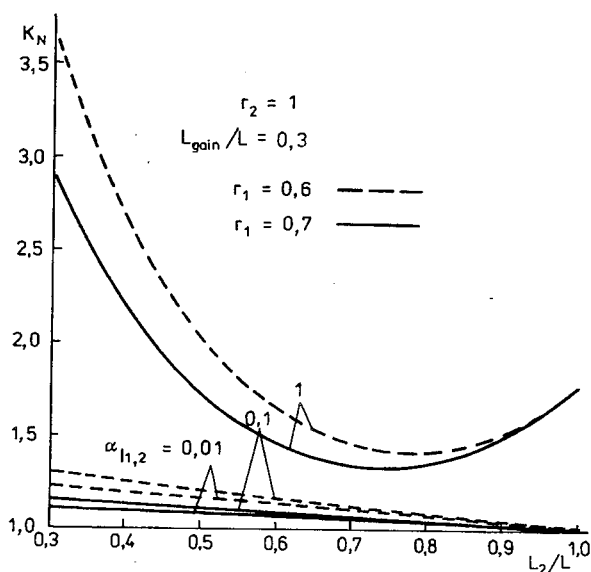


Rys. 3. Współczynnik nadmiarowego szumu K_N w funkcji położenia ośrodka aktywnego względem nieliniowego absorbera, L_2/L dla kilku wartości współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego r_1 i dwóch poziomów strat liniowych $\alpha_{11,2}$. Stosunek długości ośrodka aktywnego do długości lasera jest równy $L_{\text{gain}}/L = 0.5$



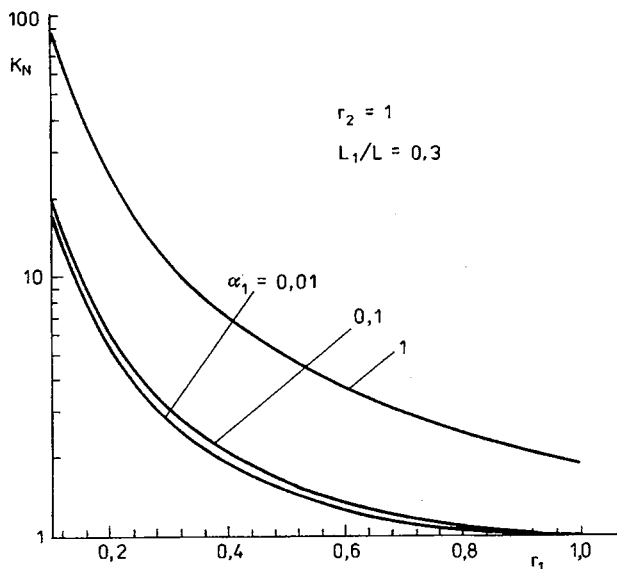
Rys. 4. Współczynnik nadmiarowego szumu K_N w funkcji położenia ośrodka aktywnego względem nieliniowego absorbera, L_2/L dla kilku poziomów strat liniowych $\alpha_{11,2}$ i dwóch wartości współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego r_1 . Stosunek długości ośrodka aktywnego do długości lasera jest równy $L_{\text{gain}}/L = 0.5$

się bliżej zwierciadła całkowicie odbijającego, wzrost poziomu strat rozłożonych w obszarach I i III powoduje podwyższenie poziomu nadmiarowych szumów w strukturze. Dla położenia ośrodka aktywnego $L_2/L=1$ pojawia się inwersja charakterystyk i efekt strat liniowych staje się mniej znaczący. Zachowanie to jest obserwowane w zakresie niskich poziomów strat. W przypadku wysokiego poziomu strat, istnieje minimum współczynnika nadmiarowego szumu dla ustalonego położenia ośrodka aktywnego względem nieliniowego absorbera (rys. 3). Prezentowane charakterystyki ujawniają również wpływ współczynnika odbić końcowych r_1 na poziom nadmiarowych szumów w strukturze. Jak można zauważyć, ze wzrostem współczynnika odbicia maleje współczynnik nadmiarowego szumu co oznacza zmniejszenie liczby dodatkowych fotonów w generowanym modzie. Podobne charakterystyki przedstawione są na rys. 5. W tym przypadku długość ośrodka aktywnego jest równa $L_{\text{gain}}/L=0.3$. Jak można zauważyć, charakter zmian współczynnika nadmiarowych szumów jest identyczny jak dla struktury o długości ośrodka aktywnego $L_{\text{gain}}/L=0.5$. Jednak, w przypadku krótszego ośrodka aktywnego obserwowany jest niższy poziom szumów.

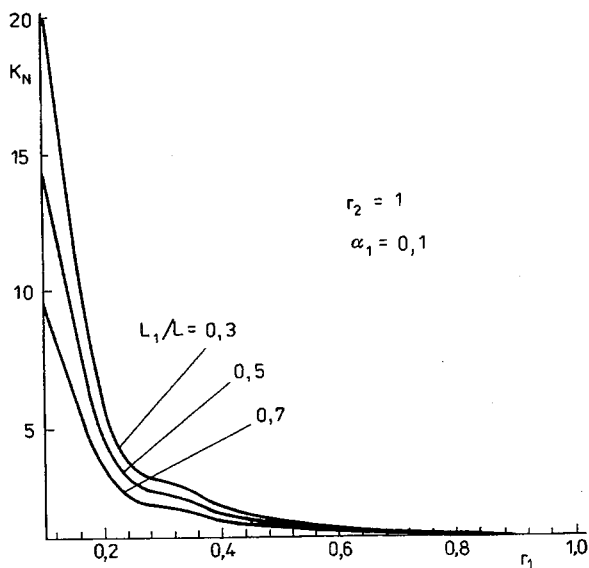


Rys. 5. Współczynnik nadmiarowego szumu K_N w funkcji położenia ośrodka aktywnego względem nieliniowego absorbera, L_2/L dla kilku poziomów strat liniowych $\alpha_{1,2}$ i dwóch wartości współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego r_1 . Stosunek długości ośrodka aktywnego do długości lasera jest równy $L_{\text{gain}}/L=0.3$

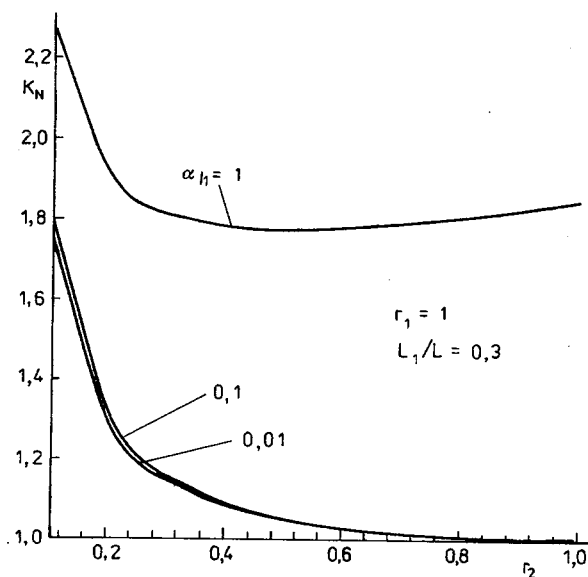
Na rys. 6–9 prezentowane są charakterystyki pracy dla struktury dwusegmentowej Fabry-Perot. Rys. 6 przedstawia zależność współczynnika nadmiarowego szumu w funkcji współczynnika odbicia r_1 zwierciadła ustawionego po stronie obszaru stratnego dla kilku poziomów strat liniowych w nieliniowym absorberze α_1 . Jak można zauważyć, obniżenie poziomu strat liniowych przy ustalonej długości ośrodka aktywnego powoduje obniżenie poziomu nadmiarowych szumów w układzie, a tym



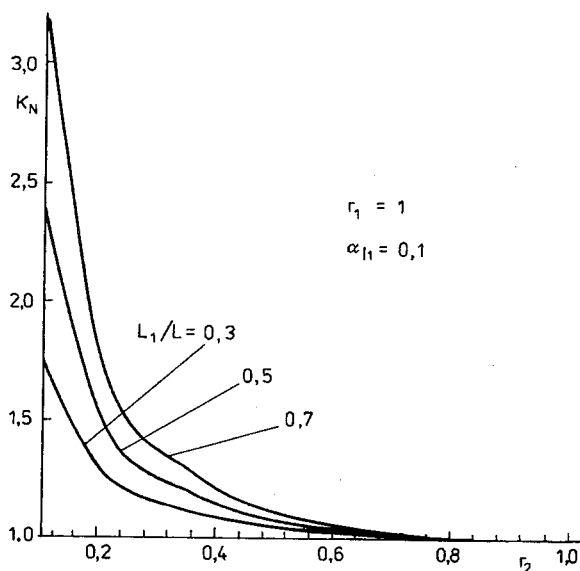
Rys. 6. Współczynnik nadmiarowego szumu K_N w funkcji współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego r_1 dla kilku poziomów strat liniowych α_1 . Stosunek długości ośrodka aktywnego do długości lasera jest równy $L_1/L = 0.3$



Rys. 7. Współczynnik nadmiarowego szumu K_N w funkcji współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego r_1 dla kilku wartości stosunku długości ośrodka aktywnego do długości lasera L_1/L . Współczynnik strat liniowych jest równy $\alpha_1 = 0.1$



Rys. 8. Współczynnik nadmiarowego szumu K_N w funkcji współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego r_2 dla kilku poziomów strat liniowych α_1 . Stosunek długości ośrodka aktywnego do długości lasera jest równy $L_1/L = 0.3$



Rys. 9. Współczynnik nadmiarowego szumu K_N w funkcji współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego r_2 dla kilku wartości stosunku długości ośrodka aktywnego do długości lasera L_1/L . Współczynnik strat liniowych jest równy $\alpha_1 = 0.1$

samym przesunięcie charakterystyk pracy w kierunku charakterystyk otrzymanych dla konwencjonalnego lasera Fabry-Perot.

Na rys. 7 przedstawiony jest współczynnik nadmiarowego szumu w funkcji współczynnika odbicia r_1 zwierciadła transmisyjnego ustawionego po stronie nielinowego absorbera dla różnych stosunków długości ośrodka aktywnego do długości całkowitej struktury. Wzrost wartości parametru L_1/L prowadzi do zmniejszenia współczynnika nadmiarowych szumów (maleje jednocześnie poziom szumów w strukturze). Efekt ten jest obserwowany w zakresie małych i średnich sprzężeń (tj. wartości współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego). Dla dużych wartości współczynnika odbicia r_1 , współczynnik nadmiarowego szumu dąży do jedności i wpływ długości ośrodka aktywnego na poziom szumów w strukturze staje się zaniedbywalny.

Interesujące zachowanie się charakterystyk pracy lasera obserwowane jest w przypadku, gdy zwierciadło transmisyjne ustawione jest po stronie ośrodka aktywnego, rys. 8 i 9. Porównując charakterystyki przedstawione na rys. 6 i 7, można zauważyć, iż dla tych samych parametrów struktury (tj. liniowych strat oraz długości ośrodka aktywnego) niższy poziom szumów uzyskuje się gdy wiązka laserowa opuszcza rezonator od strony ośrodka aktywnego. Ponadto, dla wyższej wartości strat liniowych współczynnik nadmiarowego szumu osiąga minimum dla pewnej wartości współczynnika odbić końcowych r_2 .

Na rys. 9 przedstawiona jest zależność współczynnika nadmiarowego szumu w funkcji współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego r_2 dla różnych stosunków długości ośrodka aktywnego do długości całkowitej struktury. Jak można zauważyć, ze wzrostem długości ośrodka aktywnego rośnie wartość współczynnika nadmiarowego szumu i zwiększa się poziom szumów w strukturze.

2.2.2. Laser z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym

Podobnie jak w przypadku laserów Fabry-Perot, efekt nadmiarowego szumu w laserach z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym spowodowany jest niejednorodnym rozkładem pola fal przeciwnie propagujących się w strukturze i tworzących dany mod laserowy. Niejednorodność pola w tego typu laserach spowodowana jest procesem braggowskiego rozpraszania promieniowania w ośrodku o periodycznie zaburzonym współczynnikiem wzmocnienia lub załamania. Wyrażenie opisujące zachowanie się współczynnika nadmiarowych szumów w funkcji rzeczywistych parametrów struktury DFB (tj. odbić końcowych oraz zespolonego współczynnika sprzężenia), można uzyskać postępując analogicznie jak w przypadku laserów zwierciadlanych.

W przypadku laserów DFB, rozkłady amplitudy R_N i S_N można przybliżyć z dobrą dokładnością rozkładami pola istniejącymi na progu generacji. Przybliżenie to jest prawdziwe również w przypadku pracy lasera daleko ponad progiem. Tak więc, układ modów własnych U_N oraz układ modów sprzężonych Φ_N są następującej postaci

$$U_N(z) = C \begin{pmatrix} \sinh \gamma_N(z + L/2) - r e^{i\varphi} \sinh \gamma_N(z - L/2) \\ -\sinh \gamma_N(z - L/2) + r e^{i\varphi} \sinh \gamma_N(z + L/2) \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

oraz

$$\Phi_N(z) = C^+ \begin{pmatrix} -\sin\gamma_N(z - L/2) + re^{i\varphi} \sinh\gamma_N(z + L/2) \\ \sin\gamma_N(z + L/2) - re^{i\varphi} \sinh\gamma_N(z - L/2) \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

gdzie $r^{i\varphi} = \Re$ jest zespolonym współczynnikiem odbić końcowych, a γ_N zespoloną stałą propagacji spełniającą równanie charakterystyczne

$$\gamma_N = -ik \sinh\gamma_N L \frac{(1 - r^2 e^{2i\varphi})}{(1 - re^{i\varphi} e^{-\gamma_N L})(1 - re^{i\varphi} e^{\gamma_N L})}. \quad (2.27)$$

Korzystając z rozkładów przestrzennych modów sprzężonych (2.26) oraz biorąc pod uwagę warunki normalizacyjne na stałe C i C^+ , współczynnik nadmiarowych szumów K_N dla struktury DFB jest równy

$$K_N = \left| \frac{\gamma_N}{(1 + r^2 e^{2i\varphi})A + re^{i\varphi}B} \right|^2 \times \{ (1 + r^2)[\gamma_b \sinh(\gamma_a) - \gamma_a \sinh(\gamma_b)] + \\ + 4r \cos(\varphi)[\gamma_a \cosh(\gamma_a/2) \sinh(\gamma_b/2) + \\ - \gamma_b \cosh(\gamma_b/2) \sinh(\gamma_a/2)] \} [\gamma_a \gamma_b]^{-1} \}^2, \quad (2.28)$$

gdzie

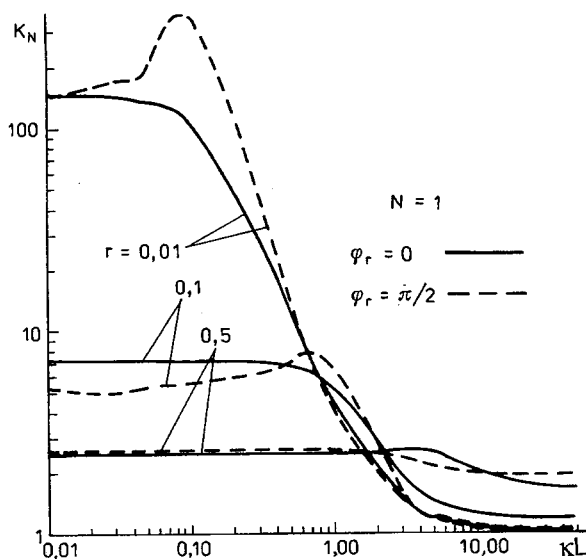
$$A = \gamma_N L \cosh(\gamma_N L) - \sinh(\gamma_N L), \quad B = \sinh(\gamma_N L) \cosh(\gamma_N L) - \gamma_N L \\ \gamma_a = \gamma_N + \gamma_N^*, \quad \gamma_b = \gamma_N - \gamma_N^*$$

Powyższe równanie (2.28) pozwala na zbadanie wpływu parametrów charakterystycznych struktury, a w szczególności współczynnika sprzężenia oraz współczynnika odbicia zwierciadła transmisyjnego na poziom szumów w laserze z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym. Fakt ten jest szczególnie istotny w przypadku tego typu laserów, ponieważ są one wykorzystywane jako źródła promieniowania koherentnego w systemach telekomunikacji światłowodowej, gdzie toczy się walka o uzyskanie możliwie najniższego poziomu szumów.

Charakterystyki pracy lasera

Przedstawione poniżej charakterystyki ilustrują wpływ niezerowych odbić na końcach struktury (rys. 10–11) oraz zespolonego współczynnika sprzężenia (rys. 12–15) na poziom nadmiarowych szumów w strukturze DFB.

Rys. 10 przedstawia zależność współczynnika nadmiarowego szumu w funkcji znormalizowanego współczynnika sprzężenia κL dla kilku wartości współczynnika odbicia r przy ustalonej fazie równej $\varphi_r = 0$ i $\varphi_r = \pi/2$. Jak można zauważyć, dla małych i średnich wartości współczynników sprzężenia wzrost odbić końcowych powoduje obniżenie poziomu nadmiarowych szumów w strukturze. Efekt ten spowodowany jest tym, iż w tym zakresie współczynników sprzężenia dominuje rezonator konwencjonalny, zapewniający bardziej jednorodny rozkład pola e.m. Warto podkreślić, iż efekt ten obserwowany był doświadczalnie [13]. W obszarze silnych sprzężeń, ze wzrostem siły

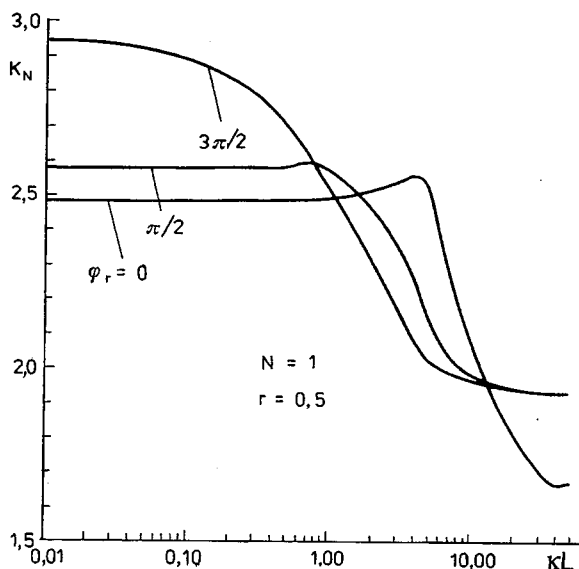


Rys. 10. Zależność współczynnika nadmiarowego szumu K_N w funkcji współczynnika sprzężenia κL dla dwóch faz współczynnika odbicia i różnych wartości amplitud współczynnika odbicia

sprężenia nadmiarowy współczynnik szumów dąży do jedności, co jest konsekwencją jednoczesnego wzrostu dobroci rezonatora DFB do nieskończoności. Ponadto, wpływ niezerowych odbić od końców struktury staje się mniej znaczący. W obszarze tym obserwuje się również inwersję charakterystyk. Wraz ze wzrostem wartości współczynnika odbicia r przy ustalonej fazie φ_r , rośnie poziom szumów w strukturze. Obserwowane zjawisko jest efektem konkurencji pomiędzy rezonatorem z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym, scharakteryzowanym przez κL , a rezonatorem Fabry-Perot, utworzonym przez powierzchnie odbijające na końcach struktury.

W obszarze małych sprzężeń dominuje rezonator Fabry-Perot, tak więc wzrost wartości współczynnika odbicia prowadzi do zwiększenia dobroci struktury laserowej i tym samym obniżenia poziomu szumów. W obszarze silnych sprzężeń dominuje rezonator DFB, stąd zwiększenie odbić na końcach struktury podnosi poziom nadmiarowych szumów, gdyż w tym przypadku rośnie konkurencja pomiędzy dwoma różnymi rezonatorami.

Na rys. 11 przedstawiony jest współczynnik nadmiarowego szumu w funkcji znormalizowanego współczynnika sprzężenia κL dla kilku wartości fazy współczynnika odbicia φ_r . Amplituda zespolonego współczynnika odbicia równa jest $r=0.5$. Jak można zauważyć, dla małych współczynników sprzężenia poziom szumów w strukturze silnie zależy od fazy współczynnika odbicia. Najniższy poziom szumów uzyskuje się dla fazy $\varphi_r=0$. Dla umiarkowanych wartości współczynnika sprzężenia obserwuje się inwersję charakterystyk. Dalszy wzrost siły sprzężenia powoduje ponowne odwrócenie charakterystyk. Ponadto, w obszarze tym zaczyna dominować rezonator DFB i struktura staje się mniej czuła na zmiany fazy.

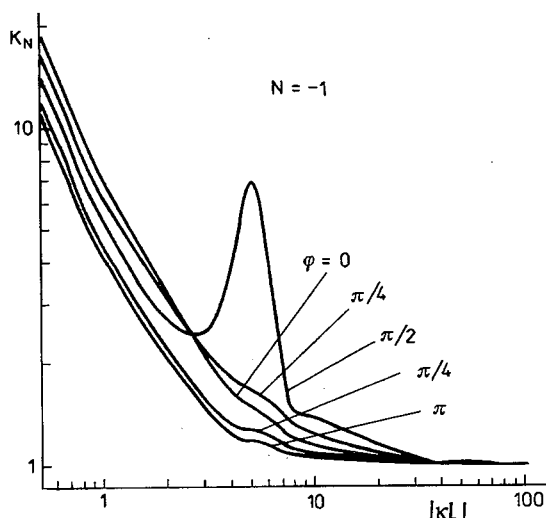


Rys. 11. Zależność współczynnika nadmiarowego szumu K_N w funkcji współczynnika sprzężenia κL dla różnych faz współczynnika odbicia. Amplituda współczynnika odbicia jest równa $r=0.5$

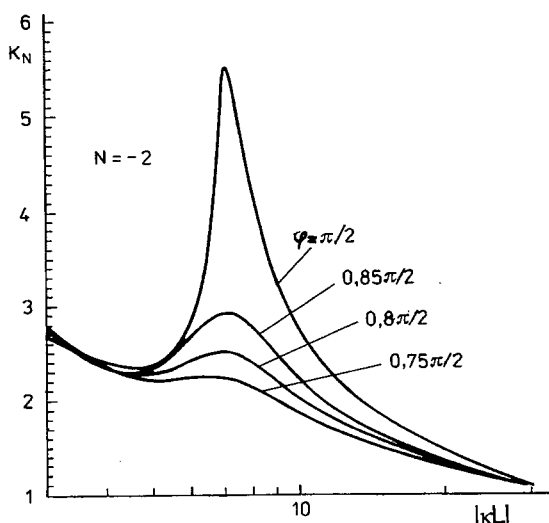
Charakterystyki przedstawione na rys. 12–15 otrzymane zostały dla lasera DFB z zespolonym współczynnikiem sprzężenia, tj. z jednoczesną modulacją współczynnika wzmocnienia i załamania. W tym przypadku efekt odbić końcowych został pominięty, tj. $r=0$ i $\varphi_r=0$ w równ. (2.28).

Rys. 12 przedstawia współczynnik nadmiarowego szumu dla modu $N=-1$ w funkcji amplitudy współczynnika sprzężenia $|\kappa L|$ dla kilku wartości fazy współczynnika sprzężenia φ . Jak można zauważyć, dla małych sił sprzężenia zwiększenie fazy powoduje obniżenie poziomu szumów w strukturze. W zakresie średnich i dużych wartości współczynników sprzężenia, dla faz $\varphi=0, \pi/4, \pi/2$ sytuacja ulega zmianie. Ze wzrostem fazy współczynnika sprzężenia rośnie wartość współczynnika nadmiarowych szumów. Szczególnie interesujące zachowanie się współczynnika nadmiarowego szumu obserwowane jest dla fazy $\varphi=\pi/2$. Dla pewnej wartości amplitudy współczynnika sprzężenia pojawia się maksimum charakterystyki i poziom szumów w strukturze przyjmuje wartość maksymalną (w rozpatrywanym przedziale $|\kappa L|$). Warto podkreślić, iż dla tej samej wartości współczynnika sprzężenia, wzmocnienie progowe dla modów o częstościach większych od częstości Bragga przyjmuje wartość minimalną. Analogiczny charakter zmian posiada współczynnik nadmiarowych szumów dla faz leżących w pobliżu $\pi/2$ (rys. 13). Jednak, ze wzrostem fazy współczynnika sprzężenia lokalne maksimum staje się coraz silniejsze i osiąga wartość maksymalną dla fazy $\varphi=\pi/2$.

Na rys. 14 przedstawiony jest współczynnik nadmiarowych szumów w funkcji siły sprzężenia $|\kappa L|$ dla kilku modów podłużnych przy ustalonej fazie $\varphi=\pi/2$. Jak można zauważyć, ze wzrostem rzędu modu lokalne maksimum przesuwają się w kierunku większych wartości współczynnika sprzężenia. Podobne charakterystyki prezen-

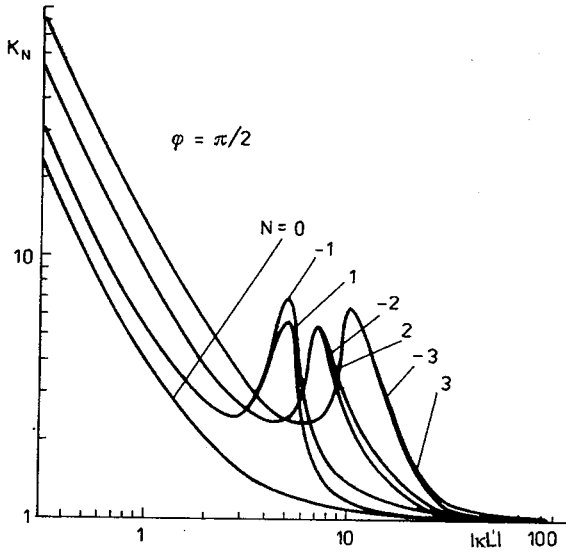


Rys. 12. Zależność współczynnika nadmiarowego szumu K_N w funkcji siły sprzężenia $|\kappa L|$ dla modu $N = -1$, dla różnych faz zespolonego współczynnika sprzężenia

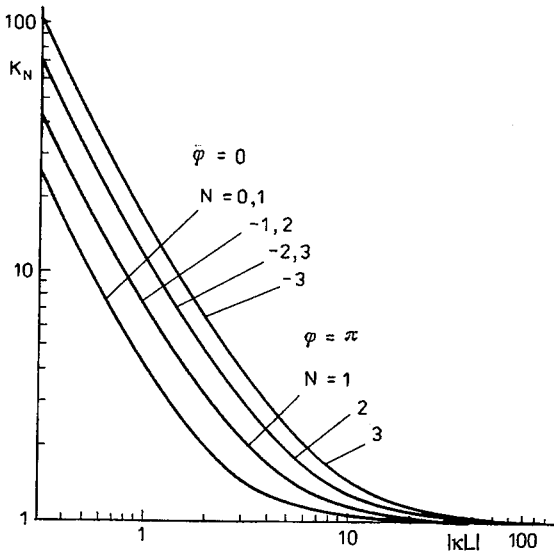


Rys. 13. Zależność współczynnika nadmiarowego szumu K_N w funkcji siły sprzężenia $|\kappa L|$ dla modu $N = -2$, dla różnych faz zespolonego współczynnika sprzężenia

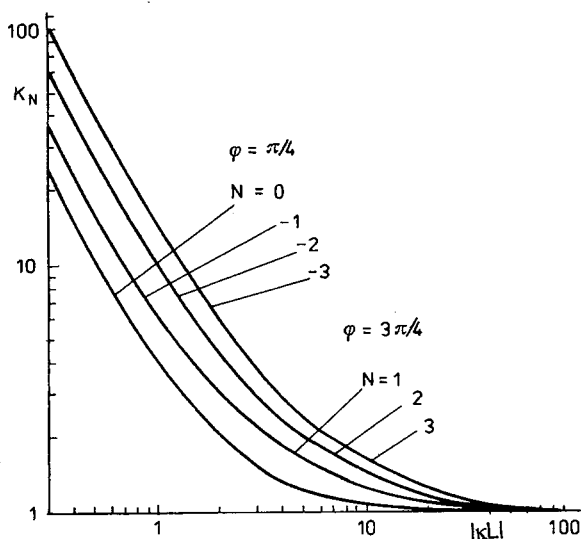
owane są na rys. 15 i 16. W tym przypadku pojawia się pewnego rodzaju degeneracja. Mody oznaczone przez $-|N|$ i $|N|+1$ dla fazy $\varphi=0$ posiadają identyczny poziom szumów jak mody $|N|$ dla fazy $\varphi=\pi$ (rys. 15). Analogiczna sytuacja jest w przypadku modów $-|N|$ dla fazy $\varphi=\pi/4$ i modów $|N|$ dla fazy $\varphi=3\pi/4$ (rys. 16). Warto również podkreślić fakt, iż wraz ze wzrostem rzędu modu poziom szumów w generowanym modzie podnosi się, co jest konsekwencją jednoczesnego obniżania się dobroci rezonatora.



Rys. 14. Zależność współczynnika nadmiarowego szumu K_N w funkcji siły sprzężenia $|\kappa L|$ dla fazy zespolonego współczynnika sprzężenia $\varphi = \pi/2$, dla różnych modów podłużnych



Rys. 15. Zależność współczynnika nadmiarowego szumu K_N w funkcji siły sprzężenia $|\kappa L|$ dla fazy zespolonego współczynnika sprzężenia $\varphi = 0$ i $\varphi = \pi$ dla różnych modów podłużnych



Rys. 16. Zależność współczynnika nadmiarowego szumu K_N w funkcji siły sprzężenia $|\kappa L|$ dla fazy zespolonego współczynnika sprzężenia $\varphi = \pi/4$ i $\varphi = 3\pi/4$ dla różnych modów podłużnych

PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiony został model opisu kwantowego szumu w segmentowych laserach Fabry-Perot oraz w laserach z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym. Z przeprowadzonej analizy wynika, iż poziom kwantowego szumu zależy od rzeczywistych parametrów układu, tj. w przypadku struktury DFB od niezerowych odbić końcowych i zespolonego współczynnika sprzężenia, oraz w przypadku lasera F-P od położenia ośrodka aktywnego wewnątrz wnęki rezonansowej, długości ośrodka aktywnego oraz poziomu strat w strukturze. W szczególności: największy wpływ odbić końcowych na poziom szumów w strukturze DFB obserwuje się w zakresie małych i średnich współczynników sprzężenia. Ponadto dla fazy współczynnika sprzężenia $\varphi = \pi/2$ (tj. dla czystej modulacji współczynnika wzmocnienia) pojawia się lokalne maksimum współczynnika nadmiarowego szumu dla ustalonej wartości siły sprzężenia. W przypadku struktury trójsegmentowej Fabry-Perot poziom szumów maleje, gdy ośrodek aktywny przesuwany jest w kierunku zwierciadła transmisyjnego. Najniższy poziom szumów w strukturze dwusegmentowej uzyskuje się, gdy wiązka laserowa opuszcza rezonator od strony zwierciadła transmisyjnego.

Zaprezentowany model stanowi więc bazę do opisu własności stochastycznych światła laserowego.

BIBLIOGRAFIA

1. K. Petermann: *Calculated spontaneous emission factor for double-heterostructure injection lasers with gain-induced waveguiding*. IEEE J. Quantum Electron., 1979, vol. 19, pp. 566
2. H.A. Haus, S. Kawakami: *On the excess spontaneous emission factor in gain-guided laser amplifiers*. IEEE J. Quantum Electron., 1985, vol. 21, pp. 63
3. A.E. Siegman: *Excess spontaneous emission in non-Hermitian optical systems. I. Laser amplifiers*. Phys. Rev. A, 1989, vol. 39, pp. 1253
4. A.E. Siegman: *Excess spontaneous emission in non-Hermitian optical systems. II. Laser oscillators*. Phys. Rev. A, 1989, vol. 39, pp. 1264
5. J.L. Droumont, P.L. Mussche and A.E. Siegman: IEEE J. Quantum. Electron., 1989, vol. 25, pp. 1960
6. W.A. Hamel, J.P. Woerdman: *Nonorthogonality of the longitudinal eigenmodes of a laser*. Phys. Rev. A, 1989, vol. 40, pp. 2785
7. W.A. Hamel, J.P. Woerdman: *Observation of enhanced fundamental linewidth of a laser due to nonorthogonality of its longitudinal eigenmodes*. Phys. Rev. Lett, 1990, vol. 64, pp. 1506
8. P. Szczepański, A. Kujawski: *Non-orthogonality of the longitudinal eigenmodes of a distributed feedback laser*. Opt. Commun., 1992, vol. 87, pp. 259
9. Y. Champagne and N. McCarthy: *Global excess spontaneous emission factor of semiconductor lasers with axially varying characteristics*. IEEE J. Quantum Electron., 1992, vol. QE-28, pp. 128
10. A. Tyszką-Zawadzka and P. Szczepański: *Influence of the position of the gain medium on the excess noise factor*. Opt. Lett., 1995, vol. 20
11. A. Tyszką-Zawadzka and P. Szczepański, W. Woliński: *Influence of end reflectivity on the excess noise factor in distributed feedback lasers*. IEEE J. Quantum Electron., 1993, vol. 29, pp. 2873
12. A. Tyszką-Zawadzka and P. Szczepański: *Excess noise factor in partly gain coupled DFB lasers*. Opt. Commun., 1994, vol. 87, pp. 502
13. Y. Nakano, Y. Deguchi, K. Ikeda, K. Tada: *Reduction of excess noise induced by external reflection in a gain-coupled distributed feedback semiconductor laser*. IEEE J. Quantum Electron., 1991, vol. 27, pp. 1732

A. TYSZKA-ZAWADZKA

EFFECT OF EXCESS NOISE IN LASER STRUCTURES

Summary

An analysis of the excess noise in real laser structures has been developed. In particular, an expression for the longitudinal excess noise factor in segment Fabry-Perot lasers as well as in distributed feedback lasers with nonvanishing end reflectivity and the complex coupling coefficient has been derived. It has been shown that the real parameters of the laser structure remarkably change the behaviour of the noise characteristics.

Key words: mode nonorthogonality, excess noise factor, distributed feedback laser, segment Fabry-Perot laser.

Korelacyjne techniki szacowania czasu opóźnienia

ANDRZEJ BORYS

*Instytut Telekomunikacji, Akademia Techniczno-Rolnicza
im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy*

Otrzymano 1995.08.24

Autoryzowano do druku 1995.11.10

Przedstawiona praca poświęcona jest omówieniu metod szacowania różnicy czasu pomiędzy nadejściem sygnału w dwóch różnych punktach przestrzeni. Powyższą różnicę czasów odbioru sygnału nazywa się w literaturze czasem opóźnienia. W tej pracy rozpatruje się trzy przypadki, które występują w technice, a mianowicie: gdy czas opóźnienia jest pewną stałą, gdy jest deterministyczną funkcją czasu, i gdy przedstawia sobą pewien proces stochastyczny. Wszystkie omawiane tutaj metody estymacji bazują na technice korelacyjnej. Główne, praktyczne zastosowania przedstawionych algorytmów występują w takich dziedzinach jak: sonografia, technika radarowa, technika pomiarowa przepływu płynów i gazów, regulacja procesów przemysłowych.

Słowa kluczowe: czas opóźnienia, procesy stochastyczne.

1. WPROWADZENIE

Problem, który jest omawiany w tym artykule można sformułować w następujący sposób: założmy, że odbieramy sygnał, przychodzący z oddalonego źródła, za pomocą dwóch czujników pozostających jeden od drugiego w pewnej odległości. Założmy dalej, że przychodzący sygnał jest obarczony szumem. Wtedy sygnały rejestrowane przez czujniki można opisać za pomocą następujących równań [4], [10], [24], [33]:

$$x_1(t) = s(t) + n_1(t) \quad (1a)$$

$$x_2(t) = s(t - D) + n_2(t), \quad (1b)$$

gdzie t jest czasem, $x_1(t)$ i $x_2(t)$ są sygnałami odebranymi, odpowiednio, przez pierwszy i drugi czujnik, $s(t)$ jest sygnałem wysłanym, D jest opóźnieniem powstałym na drodze pomiędzy czujnikami, oraz $n_1(t)$ i $n_2(t)$ są szumami addytywnymi, odbieranymi,

odpowiednio, przez czujnik pierwszy i czujnik drugi. D w równaniu (1b) może być jakąś stałą, funkcją czasu lub oznaczać proces stochastyczny.

Korzystając z zarejestrowanych przez czujniki sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$, należy znaleźć D . Omówieniu tego zadania i wykorzystywanych w nim algorytmów szacowania, bazujących na technice korelacyjnej, poświęcony jest niniejszy artykuł. Praca ta ma charakter przeglądowy. Własne przyczynki autora w poruszanej tematyce są krótko omówione w rozdziale czwartym. Osiągnięte wyniki własne zostaną omówione w szczegółach w następnych artykułach. W pracy tej postawiono sobie zadanie przeprowadzenia klasyfikacji opublikowanych dotychczas algorytmów estymacji czasu opóźnienia. I tak, w rozdziale drugim pracy omówiono algorytmy szacowania wartości stałego czasu opóźnienia. W trzecim rozdziale przedstawiono algorytmy szacowania czasu opóźnienia zmieniającego się w czasie w sposób deterministyczny. Natomiast w rozdziale czwartym omówiono algorytmy szacowania stochastycznego czasu opóźnienia.

W każdej z powyżej wymienionych klas omawiane są algorytmy, które w mniejszym lub większym stopniu oparte są na elementach techniki korelacyjnej. Pokazano też, że innym elementem wiążącym wymienione powyżej klasy algorytmów jest estymacja w sensie ML (ang. *maximum likelihood*), tj. w sensie maksymalizacji pewnej funkcji prawdopodobieństwa.

Główne, praktyczne zastosowania omawianych tutaj algorytmów, występują w takich dziedzinach jak: sonografia [10], [34], technika radarowa [17], [37], technika pomiarowa przepływu płynów i gazów [5], [6], [25], [27], [28], regulacja procesów przemysłowych [5], [25], pomiar prędkości pojazdów [4].

2. SZACOWANIE WARTOŚCI STAŁEGO CZASU OPÓŹNIENIA

Podstawą korelacyjnej techniki szacowania czasu opóźnienia jest obliczenie funkcji korelacji wzajemnej $R_{x_1x_2}(\tau)$ dla sygnałów łącznie stacjonarnych $x_1(t)$ i $x_2(t)$, to znaczy następującej funkcji [41]:

$$R_{x_1x_2}(\tau) = E[x_1(t)x_2(t+\tau)], \quad (2)$$

gdzie E oznacza operację obliczenia wartości oczekiwanej, natomiast τ jest przesunięciem czasowym między sygnałami $x_1(t)$ i $x_2(t)$. W dalszej części artykułu będziemy nazywać funkcję $R_{x_1x_2}(\tau)$ krótko funkcją korelacji.

Założmy, że D we wzorze (1b) jest pewną stałą; ponieważ występuje ona w sygnale stochastycznym, jesteśmy w stanie tylko oszacować jej wartość. Wartość zmiennej τ , dla której funkcja $R_{x_1x_2}(\tau)$ osiąga maksimum, może służyć jako estymator wielkości opóźnienia D [24]. Intuicyjnie jest to jasne, gdy popatrzymy ponownie na wzory (1) i (2) i zauważymy, że funkcja $R_{x_1x_2}(\tau)$ może być uważana w przybliżeniu za przesuniętą w czasie (o D) funkcję autokorelacji sygnału s (przy założeniu braku korelacji pomiędzy sygnałami $s(t)$, $n_1(t)$ i $n_2(t)$). Funkcja ta osiąga swą wartość maksymalną w punkcie $\tau = D$, to znaczy w punkcie, który odpowiada maksymalnej wartości funkcji

autokorelacji sygnału s , tj. wartości $R_{ss}(0)$ (uwaga: w przypadku funkcji okresowych wartość maksymalna powtarza się również dla innych $\tau \neq 0$).

Obliczenie funkcji $R_{x_1x_2}(\tau)$ nie jest w praktyce proste. Jedną z trudności stanowi fakt, że czas obserwacji sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$ musi być skończony — w praktyce praca jest możliwa tylko z próbkami sygnałów o skończonej długości. Ponadto najczęściej dany jest tylko jeden reprezentant procesu stochastycznego. Przy założeniu, że sygnały w równaniach (1) są reprezentantami procesów ergodycznych, można jednakże, w celu znalezienia funkcji $R_{x_1x_2}(\tau)$, użyć uśredniania po czasie. Wtedy za estymator funkcji $R_{x_1x_2}(\tau)$ może posłużyć następująca funkcja [23]:

$$\hat{R}_{x_1x_2}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} x_1(t)x_2(t+\tau) dt, \quad (3a)$$

gdzie T oznacza czas obserwacji (długość próbki). Często w praktyce korzysta się też z następującego estymatora [3], [22], tj. uproszczonej wersji estymatora określonego wzorem (3a):

$$\hat{R}_{x_1x_2}(\tau) = \int_0^T x_1(t)x_2(t+\tau) dt. \quad (3b)$$

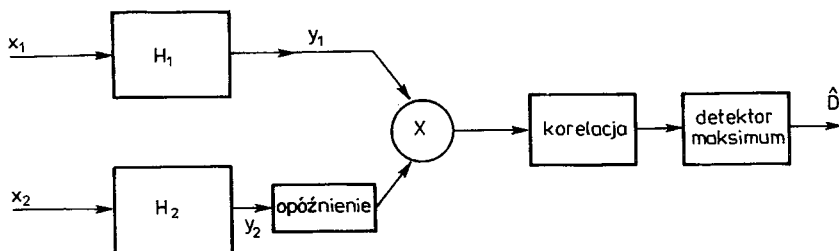
Lepsze estymatory funkcji $R_{x_1x_2}(\tau)$ niż te dane wzorami (3a) i (3b) można uzyskać, jeżeli przed przystąpieniem do całkowania we wzorach (3) podda się sygnały $x_1(t)$ i $x_2(t)$ odpowiedniej filtracji, jak to pokazano na rys. 1. Technika korelacyjna zilustrowana na rys. 1, z filtrami H_1 i H_2 dla celów filtracji przedwstępnej, jest znana w literaturze pod nazwą uogólnionej techniki korelacyjnej (ang. *generalized correlation method*) [3], [11], [21], [22], [24].

Zajmiemy się teraz znalezieniem transmitancji filtrów H_1 i H_2 z rys. 1. W tym celu rozpatrzmy związek pomiędzy funkcją korelacji $R_{x_1x_2}(\tau)$ i odpowiadającą jej w dziedzinie częstotliwości funkcją gęstości widmowej $G_{x_1x_2}(f)$. Zależność ta ma następującą postać:

$$R_{x_1x_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{x_1x_2}(f) e^{j2\pi f\tau} df, \quad (4)$$

gdzie f oznacza częstotliwość.

Zauważymy ponadto, że funkcję gęstości widmowej $G_{y_1y_2}(f)$, będącej transformatą Fouriera funkcji korelacji sygnałów $y_1(t)$ i $y_2(t)$ (po wykonaniu filtracji — patrz rys. 1),



Rys. 1. Technika korelacyjna z przedwstępną filtracją sygnałów

można wyrazić w funkcji $G_{x_1x_2}(f)$ i transmitancji filtrów H_1 i H_2 za pomocą zależności [24]

$$G_{y_1y_2}(f) = G_{x_1x_2}(f)H_1(f)H_2^*(f), \quad (5)$$

gdzie symbol $*$ oznacza liczbę zespoloną, sprzężoną.

Z powyższego wynika, że tzw. uogólnioną funkcję korelacji, $R_{y_1y_2}^{(G)}(\tau)$, możemy wyrazić za pomocą następującego wzoru:

$$R_{y_1y_2}^{(G)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W(f) G_{x_1x_2}(f) e^{j2\pi f\tau} df, \quad (6a)$$

gdzie funkcja wagowa $W(f)$ dana jest zależnością

$$W(f) = H_1(f)H_2^*(f). \quad (6b)$$

W praktyce możemy mieć do czynienia tylko z estymatorem funkcji $G_{x_1x_2}(f)$, a zatem również tylko z estymatorem funkcji $R_{y_1y_2}^{(G)}(\tau)$, to znaczy z funkcją

$$\hat{R}_{y_1y_2}^{(G)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W(f) \hat{G}_{x_1x_2}(f) e^{j2\pi f\tau} df. \quad (7)$$

Funkcja dana wzorem (7) jest używana w schemacie z rys. 1 do estymacji czasu opóźnienia.

Poprzez odpowiedni wybór funkcji wagowej $W(f)$ istnieje możliwość poprawy jakości estymacji czasu opóźnienia D w stosunku do zwykłej techniki korelacyjnej. Przykładowo, jeżeli stwierdzimy, że dla tej poprawy warto wzmocnić sygnał użyteczny na częstotliwościach, na których stosunek sygnału do szumu jest stosunkowo mały, to zadanie to będziemy mogli łatwo zrealizować poprzez odpowiedni wybór charakterystyk częstotliwościowych filtrów H_1 i H_2 . Charakterystyki filtrów H_1 i H_2 będą wtedy się wyrażać poprzez funkcje gęstości widmowych sygnału użytecznego i szumów.

Podamy teraz niektóre, najczęściej stosowane funkcje wagowe $W(f)$:

1. Funkcja wagowa Rotha.

Funkcja ta ma następującą postać [38]:

$$W(f) = \frac{1}{G_{x_1x_2}(f)}, \quad (8)$$

gdzie $G_{x_1x_2}(f)$ jest gęstością widmową sygnału $x_1(t)$.

Podstawiając tę funkcję we wzorze (7), otrzymuje się

$$\hat{R}_{y_1y_2}^{(G)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{G}_{x_1x_2}(f)}{G_{x_1x_2}(f)} e^{j2\pi f\tau} df. \quad (9)$$

Interpretacja wzoru (9): Funkcja $\hat{R}_{y_1y_2}^{(G)}(\tau)$ dana równaniem (9) jest estymatorem odpowiedzi impulsowej liniowego filtru optymalnego Wienera-Hopfa, to jest filtru,

który w najlepszy sposób „odwzorowuje” sygnał $x_1(t)$ na sygnał $x_2(t)$ w obecności szumów [42]. Transmitancja tego filtra ma następującą postać:

$$H_{WH}(f) = \frac{G_{x_1x_2}(f)}{G_{x_1x_1}(f)}. \quad (10)$$

2. Funkcja wagowa Cartera-Nuttalla-Cable'a I.

Funkcja ta ma następującą postać [8]:

$$W(f) = \frac{1}{\sqrt{G_{x_1x_1}(f)G_{x_2x_2}(f)}}, \quad (11)$$

gdzie $G_{x_1x_1}(f)$ jest gęstością widmową sygnału $x_1(t)$, natomiast $G_{x_2x_2}(f)$ jest gęstością widmową sygnału $x_2(t)$.

Podstawiając tę funkcję we wzorze (7), otrzymuje się tzw. funkcję SCOT (ang. *smoothed coherence transform*) [8]:

$$\hat{R}_{y_1y_2}^{(G)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\gamma}_{x_1x_2}(f) e^{j2\pi f\tau} df, \quad (12a)$$

gdzie estymator funkcji koherencji [9], [11], [14] pomiędzy sygnałami $x_1(t)$ i $x_2(t)$, $\hat{\gamma}_{x_1x_2}(f)$, dany jest zależnością

$$\hat{\gamma}_{x_1x_2}(f) = \frac{\hat{G}_{x_1x_2}(f)}{\sqrt{G_{x_1x_1}(f)G_{x_2x_2}(f)}}. \quad (12b)$$

Interpretacja wzoru (12): Metoda wykorzystująca funkcję wagową (11) może być interpretowana za pomocą schematu z rys. 1 jako taka metoda, w której filtry H_1 i H_2 czynią sygnały $x_1(t)$ i $x_2(t)$ zbliżonymi do szumu białego. Można pokazać [24], że prowadzi to do zrównoważonej kompensacji błędów estymacji w $\hat{G}_{x_1x_2}(f)$ spowodowanych szumami w sygnale $x_1(t)$ i sygnale $x_2(t)$.

3. Funkcja wagowa Cartera-Nuttalla-Cable'a II.

Funkcja ta ma następującą postać [7]:

$$W(f) = \frac{1}{|G_{x_1x_2}(f)|}. \quad (13)$$

Podstawiając funkcję daną wzorem (13) we wzorze (7), otrzymuje się tzw. funkcję PHAT (ang. *phase transform*) [7]:

$$\hat{R}_{y_1y_2}^{(G)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{G}_{x_1x_2}(f)}{|G_{x_1x_2}(f)|} e^{j2\pi f\tau} df. \quad (14)$$

Interpretacja wzoru (14): Zauważmy, że w przypadku idealnym, gdy $\hat{G}_{x_1x_2}(f) = G_{x_1x_2}(f)$ oraz założeniu nieskorelowanych szumów $n_1(t)$ i $n_2(t)$, otrzymuje się $\hat{R}_{y_1y_2}^{(G)}(\tau)$ z równania (14) w postaci [24]

$$\hat{R}_{y,y_2}^{(G)}(\tau) = \delta(t - D), \quad (15)$$

gdzie δ oznacza deltę Diraca.

$\hat{R}_{y,y_2}^{(G)}(\tau)$ otrzymane jako wynik obliczeń nie jest oczywiście nigdy deltą Diraca. Niemniej jest funkcją z wyrazistym maksimum (co umożliwia pewną detekcję tego maksimum — patrz rys. 1).

4. Funkcja wagowa Eckarta.

Funkcja ta ma następującą postać [16], [24]:

$$W(f) = \frac{G_{ss}(f)}{G_{n_1 n_1}(f) G_{n_2 n_2}(f)}, \quad (16)$$

gdzie $G_{ss}(f)$ jest gęstością widmową sygnału użytecznego s , natomiast $G_{n_1 n_1}(f)$ jest gęstością widmową sygnału szumów $n_1(t)$ i $G_{n_2 n_2}(f)$ jest gęstością widmową sygnału szumów $n_2(t)$.

Jak pokazano w pracy [24], algorytm wykorzystujący funkcję wagową daną wzorem (16) ma własności podobne do algorytmu wykorzystującego funkcję wagową daną wzorem (11).

5. Funkcja wagowa Hannana-Thomsona.

Funkcja ta ma następującą postać [20], [24]:

$$W(f) = \frac{C_{x_1 x_2}(f)}{|G_{x_1 x_1}(f)| [1 - C_{x_1 x_2}(f)]}, \quad (17a)$$

gdzie funkcja C [11] równa się podniesionej do kwadratu wartości bezwzględnej funkcji koherencji, to znaczy funkcji [9], [11], [14]

$$\gamma_{x_1 x_2}(f) = \frac{G_{x_1 x_2}(f)}{\sqrt{G_{x_1 x_1}(f) G_{x_2 x_2}(f)}}. \quad (17b)$$

W pracy [24] pokazano, że poszukiwanie maksimum uogólnionej funkcji korelacji, z funkcją wagową daną wzorami (17), jest równoważne maksymalizacji pewnej funkcji prawdopodobieństwa ze względu na D . A zatem procedura ta prowadzi do znalezienia estymatora D , który jest estymatorem typu ML (ang. *maximum likelihood*) — najbardziej prawdopodobną wartością czasu opóźnienia.

Tematyce poszukiwania „dobrych” filtrów H_1 i H_2 poświęcone są artykuły [19], [21] i [24]. W artykule [39] można znaleźć przykłady symulacji komputerowych szacowania stałego czasu opóźnienia z wykorzystaniem różnego rodzaju filtrów omówionych powyżej. Z symulacji tych wynika, że metoda uogólnionej korelacji z funkcją wagową daną wzorem (17a) dostarcza najdokładniejszych wyników.

Dalsze rozwinięcia i uzupełnienia metody uogólnionej korelacji, w zastosowaniu do szacowania stałego czasu opóźnienia, można znaleźć w pracach [1], [3], [22], [26], [33].

Wpływ realizacji sprzętowej bloku „korelacja” z rys. 1 na dokładność uzyskiwanych wyników jest dyskutowany w pracach [15] i [18]. W pracy [18] porównano następujące, praktyczne realizacje funkcji „korelacja” z rys. 1:

1. „wartość razy wartość” (ang. *direct correlation*)

$$R_{y_1 y_2}^{(DC)}(\tau) = \frac{1}{N} \sum y_1(i\Delta t) \cdot y_2(i\Delta t + \tau), \quad (18a)$$

2. „wartość raz znak” (ang. *hybrid-sign correlation*)

$$R_{y_1 y_2}^{(HS)}(\tau) = \frac{1}{N} \sum y_1(i\Delta t) \cdot \text{sign}[y_2(i\Delta t + \tau)], \quad (18b)$$

3. „znak razy znak” (ang. *polarity-coincidence correlation*)

$$R_{y_1 y_2}^{(PC)}(\tau) = \frac{1}{N} \sum \text{sign}[y_1(i\Delta t)] \cdot \text{sign}[y_2(i\Delta t + \tau)], \quad (18c)$$

4. „uśredniona wartość bezwzględnych wartości różnic” (ang. *average magnitude difference function*)

$$R_{y_1 y_2}^{(AMDF)}(\tau) = \frac{1}{N} \sum |y_1(i\Delta t) - y_2(i\Delta t + \tau)|, \quad (18d)$$

5. „funkcja Meyra-Spiesa” (ang. *Meyr-Spies method*)

$$R_{y_1 y_2}^{(MS)}(\tau) = \frac{1}{N} \sum [-y_1(i\Delta t) + y_1((i-2)\Delta t) + y_2((i-1)\Delta t + \tau)], \quad (18e)$$

gdzie N jest liczbą próbek sygnału, $i\Delta t$, $(i-1)\Delta t$, $(i-2)\Delta t$ są chwilami próbkowania i funkcja sign zdefiniowana jest za pomocą zależności: $\text{sign}(a) = +1$, gdy $a > 0$ oraz $\text{sign}(a) = -1$, gdy $a < 0$.

Stwierdzono [18], że najmniejsze błędy związane ze skończoną liczbą próbek sygnału i addytywnymi szumami nakładającymi się na sygnał użyteczny występują w metodzie 1 i metodzie 4. Najgorsze wyniki daje metoda 3. Błędy w metodach 1 i 4 są mniej więcej tego samego rzędu. Metoda 4 jest jednakże mniej czasochłonna (przez czasochłonność obliczeń rozumiemy tutaj liczbę koniecznych do wykonania operacji mnożenia) — nie występują w niej żadne operacje mnożenia.

3. SZACOWANIE CZASU OPÓŹNIENIA ZMIENIAJĄCEGO SIĘ W CZASIE W SPOSÓB DETERMINISTYCZNY

Teoretyczne podstawy szacowania czasu opóźnienia zmieniającego się w sposób deterministyczny w czasie podał Stuller w pracy [40]. Jego artykuł dotyczy estymacji w sensie estymacji ML (ang. *maximum likelihood*). W tym rozdziale podamy najważniejsze wyniki z tej pracy.

Nasze rozważania rozpoczniemy od przepisania równań (1) w następującej postaci

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(t) \\ \alpha s(t - D(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

gdzie $\mathbf{x}(t)$ jest wektorem sygnałów odbieranych przez czujniki, a dodatkowo wprowadzony współczynnik α określa wielkość tłumienia sygnału użytecznego na odcinku pomiędzy czujnikami. $D(t)$ we wzorze (19) oznacza pewną, deterministyczną funkcję czasu. Przyjmiemy dalej, że wektor $\mathbf{x}(t)$ ma postać określoną wzorem (19) w pewnym przedziale czasowym $\langle T_i, T_f \rangle$, natomiast jest równy tożsamościowo zeru poza tym przedziałem. A zatem przedział $\langle T_i, T_f \rangle$ jest przedziałem obserwacji sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$, to znaczy $T = T_f - T_i$.

Przyjmiemy również, że sygnał $s(t)$ jest reprezentantem procesu gaussowskiego, posiadającego funkcję korelacji

$$R_{ss}(t, u) = E[s(t)s(u)], \quad (20a)$$

gdzie t i u reprezentują czas.

Ponadto przyjmujemy, że sygnały $n_1(t)$ i $n_2(t)$ reprezentują gaussowski szum biały, a zatem posiadają funkcję korelacji w postaci

$$R_{n_1 n_1}(t, u) = R_{n_2 n_2}(t, u) = \frac{N_0}{2} \delta(t - u), \quad (20b)$$

gdzie N_0 jest pewną stałą. Założymy również, że procesy stochastyczne, których reprezentantami są sygnały $s(t)$, $n_1(t)$ i $n_2(t)$, są wzajemnie niezależne.

W następnym kroku założymy, że funkcję $D(t)$ można rozwinąć w szereg Fouriera względem pewnego, zupełnego i ortonormalnego układu funkcji w przedziale $\langle T_i, T_f \rangle$ (przykładowo, każda funkcja ciągła w przedziale domkniętym może być rozwinięta w taki szereg w tym przedziale). A zatem funkcję $D(t)$ można przedstawić w następującej postaci:

$$D(t) = \sum_{i=1}^{\infty} d_i \psi_i(t), \quad T_i \leq t \leq T_f, \quad (21a)$$

gdzie współczynniki rozwinięcia d_i wyrażają się wzorem

$$d_i = \int_{T_i}^{T_f} D(t) \psi_i(t) dt. \quad (21b)$$

Funkcje $\psi_i(t)$, $i = 1, 2, 3, \dots$, we wzorach (21a) i (21b) reprezentują zupełny i ortonormalny układ funkcji w przedziale $\langle T_i, T_f \rangle$.

Zdefiniujmy teraz wektor współczynników d_i jako

$$\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3, \dots]^T, \quad (22)$$

gdzie górny indeks T oznacza transpozycję wektora (lub macierzy). Wprowadzając ten wektor do wzoru (21a), możemy przepisać sygnał $s(t - D(t))$ w następującej postaci:

$$s(t - D(t)) = s(t; \mathbf{d}) = s\left(t - \sum_{i=1}^{\infty} d_i \psi_i(t)\right). \quad (23a)$$

Korzystając ze wzoru (23a), możemy też napisać

$$s(t) = s(t; \mathbf{0}). \quad (23b)$$

Wprowadzając następnie wzory (23a) i (23b) do wzoru (19), otrzymujemy ostatecznie

$$\mathbf{x}(t) = s(t; \mathbf{d}, \alpha) + \mathbf{n}(t), \quad (24a)$$

gdzie

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T, \quad (24b)$$

$$s(t; \mathbf{d}, \alpha) = [s(t; \mathbf{0}), \alpha s(t; \mathbf{d})]^T, \quad (24c)$$

oraz

$$\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t)]^T. \quad (24d)$$

Posługując się wzorem (24a), zamiast wzorem (19), możemy zadanie znalezienia nieznannej funkcji $D(t)$ (i nieznanego współczynnika tłumienia α) sformułować jako zadanie znalezienia estymatora wektora $\mathbf{d}$ (i estymatora współczynnika tłumienia α). W tym miejscu zauważymy również, że operacja pomnożenia sygnału $s(t)$ przez współczynnik α i przesunięcia tego sygnału w czasie o $D(t)$ jest operacją liniową. Konsekwencją powyższego faktu jest to, że $s(t - D(t))$ reprezentuje również gaussowski proces stochastyczny. I łącznie, proces (24a) (którego elementy są wektorami) jest procesem gaussowskim. Proces ten można opisać za pomocą następującej macierzy korelacji:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_r(t, u; \mathbf{D}, A) &= E\{\mathbf{r}(t)\mathbf{r}^T(u) | \mathbf{d} = \mathbf{D}, \alpha = A\} = \\ &= E\{s(t; \mathbf{D}, A) s^T(u; \mathbf{D}, A)\} + E\{\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^T(u)\}, \end{aligned} \quad (25a)$$

gdzie wektor $\mathbf{D}$ jest wektorem $\mathbf{d}$ dokładnie opisującym funkcję $D(t)$ i A jest dokładną wartością współczynnika tłumienia α .

Zauważmy, że korzystając ze wzoru (20b), można wzór (25a) przedstawić również w postaci

$$\mathbf{R}_r(t, u; \mathbf{D}, A) = \mathbf{R}_s(t, u; \mathbf{D}, A) + \frac{N_0}{2} \mathbf{I} \delta(t - u), \quad (25b)$$

gdzie macierz $\mathbf{I}$ jest macierzą jednostkową o wymiarach 2×2 .

Rozpatrzmy teraz ponownie wektor $\mathbf{x}(t)$. Wektor ten może być rozwinięty w tzw. uogólniony (to znaczy dla sygnałów w postaci wektorów) szereg Karhunen-Loève'a [42]. Rozpatrując N składników w tym szeregu, możemy napisać

$$\mathbf{x}_N(t) = \sum_{i=1}^N x_i \boldsymbol{\varphi}_i(t; \mathbf{D}, A), \quad (26a)$$

gdzie współczynniki x_i wyrażają się wzorem

$$x_i = \int_{T_i}^{T_f} \varphi_i^T(t; \mathbf{D}, A) \mathbf{x}(t) dt, \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (26b)$$

Wektory $\varphi_i^T(t; \mathbf{D}, A)$, $i=1, 2, \dots, N$, we wzorach (26a) i (26b) są znormalizowanymi wektorami funkcji własnych macierzy korelacji danej wzorami (25). Zakładamy, że zbiór tych wektorów jest zbiorem zupełnym.

Wektory funkcji własnych $\varphi_i^T(t; \mathbf{D}, A)$, $i=1, 2, \dots, N$, powiązane są z wartościami własnymi za pomocą następujących dwóch równań:

$$\lambda_i(\mathbf{D}, A) \varphi_i(t; \mathbf{D}, A) = \int_{T_i}^{T_f} \mathbf{R}_r(t, u; \mathbf{D}, A) \varphi_i(u; \mathbf{D}, A) du, \quad (27a)$$

$$T_i \leq t \leq T_f, \quad i=1, 2, \dots, N,$$

oraz

$$\int_{T_i}^{T_f} \varphi_i^T(u; \mathbf{D}, A) \varphi_j(u; \mathbf{D}, A) du = \delta_{ij}, \quad i, j=1, 2, \dots, N, \quad (27b)$$

gdzie wartość własna $\lambda_i(\mathbf{D}, A)$ oznacza wartość własną stowarzyszoną z wektorem funkcji własnych $\varphi_i(t; \mathbf{D}, A)$. Ponadto we wzorze (27b) symbol δ_{ij} oznacza symbol Kroneckera.

Jeżeli N w równaniu (26a) zdąży do nieskończoności, to możemy napisać [40]

$$\mathbf{x}(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \{\mathbf{x}_N(t)\}. \quad (28)$$

Symbol $\lim_{N \rightarrow \infty}$ we wzorze (28) oznacza zbieżność ciągu funkcji losowych $\mathbf{x}_N(t)$ do funkcji losowej $\mathbf{x}(t)$ w sensie średniokwadratowym [36], [41].

Dalej, można pokazać, że współczynniki x_i dane wzorem (26b) są zmiennymi losowymi, statystycznie niezależnymi, których funkcje gęstości prawdopodobieństwa są funkcjami Gaussa [40]. Ponadto wartości średnie tych zmiennych są równe zeru, a ich wariancje wyrażają się następującym wzorem [40]:

$$E\{x_i^2 | \mathbf{d} = \mathbf{D}, \alpha = A\} = \lambda_i(\mathbf{D}, A) + \frac{N_0}{2}, \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (29)$$

A zatem korzystając z powyższego, możemy napisać funkcję gęstości prawdopodobieństwa wspólnego wystąpienia zmiennych x_i , $i=1, 2, \dots, N$, w następującej postaci:

$$L_1(\mathbf{x}_N, \mathbf{D}, A) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi \left[\lambda_i(\mathbf{D}, A) + \frac{N_0}{2} \right]}} \cdot \exp \left\{ -\frac{x_i^2}{2 \left[\lambda_i(\mathbf{D}, A) + \frac{N_0}{2} \right]} \right\}, \quad (30)$$

gdzie wektor $\mathbf{x}_N = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$.

Dzieląc funkcję L_1 przez następującą funkcję (niezależną od $\mathbf{D}$ i A):

$$\prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \cdot \exp \left\{ -\frac{x_i^2}{N_0} \right\}, \quad (31)$$

następnie logarytmując otrzymaną funkcję i przechodząc w niej z N do nieskończoności, otrzymuje się ostatecznie

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{D}, A) = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{N_0} \frac{\lambda_i(\mathbf{D}, A)}{\lambda_i(\mathbf{D}, A) + \frac{N_0}{2}} x_i^2 - \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{2}{N_0} \lambda_i(\mathbf{D}, A) \right] \right\}. \quad (32)$$

Zlogarytmowana funkcja prawdopodobieństwa $L(\mathbf{x}, \mathbf{D}, A)$, określona wzorem (32), jest poszukiwaną funkcją, która posłużyła Stullerowi [40] do ilustracji problemu estymacji wektora $\mathbf{D}$ za pomocą struktur kanonicznych wprowadzonych przez Van Treesa [43] przy rozpatrywaniu odbioru sygnału gaussowskiego w białym szumie gaussowskim. Każda ze struktur kanonicznych Van Treesa zawiera jako element składowy jedną lub więcej operacji korelacji dwóch sygnałów w postaci danej wzorem (3b). Nie będziemy jednakże omawiać powyższych struktur w tej pracy, gdyż nie prowadzą one do praktycznych algorytmów estymacyjnych.

Ta piękna teoria, wyrażona poprzez równania (19)–(32), ma głównie znaczenie poznawcze. Najważniejszym, praktycznym wnioskiem, który z niej wynika (i który też intuicyjnie wydaje się być jasny) jest, że prowadzi ona zawsze do struktury estymacyjnej zależnej od czasu. Praktycznym przykładem niech będzie tutaj struktura estymacyjna, z filtrem o parametrach zależnych od czasu, podana w pracy [13].

4. SZACOWANIE STOCHASTYCZNEGO CZASU OPÓŹNIENIA

W tym rozdziale rozpatrzmy przypadek, gdy D w równaniu (1b) reprezentuje pewien proces stochastyczny.

W dalszej części wyprowadzimy strukturę układową, bazującą na strukturze z rys. 1, w której jest szacowany (śledzony) czas opóźnienia zmieniający się przypadkowo w czasie. Nasze rozważania rozpoczniemy od powołania się na wyniki pracy [32], w której pokazano, że poszukiwanie D , dla którego funkcja korelacji $\hat{R}_{y_1 y_2}^{(G)}(\tau)$ (w której obliczeniach wykorzystano funkcję wagową (17a)) osiąga maksimum, jest równoważne maksymalizacji pewnej funkcji prawdopodobieństwa L . A zatem możemy napisać

$$L(X, \hat{D})|_{\hat{D}=\hat{D}_{ML}} = \left\{ \int_0^T y_1(t) y_2(t + \hat{D}) dt \right\} \rightarrow \max. \quad (33)$$

gdzie X jest pewnym wektorem [32] związanym z widmem sygnałów $y_1(t)$ i $y_2(t)$, natomiast $\hat{D}_{ML}$ jest estymatorem D w sensie ML (ang. *maximum likelihood*).

Poszukiwanie maksimum we wzorze (33) można sprowadzić do poszukiwania przejścia przez zero, jeżeli zróżniczkujemy się obydwie strony równania (33) po $\hat{D}$. W wyniku otrzyma się

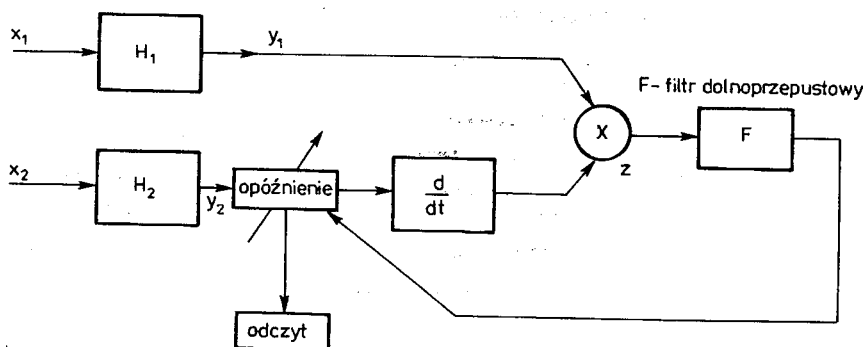
$$\left. \frac{\partial L(X, \hat{D})}{\partial \hat{D}} \right|_{\hat{D}=\hat{D}_{ML}} = \left\{ \int_0^T y_1(t) \dot{y}_2(t + \hat{D}) dt \right\} = 0, \quad (34)$$

gdzie kropka nad symbolem zmiennej oznacza jej pochodną.

W związku z tym, że funkcja $L(X, \hat{D})$ osiąga maksimum w punkcie $\hat{D} = \hat{D}_{ML}$, jej pochodna po $\hat{D}$ jest dodatnia dla $\hat{D} < \hat{D}_{ML}$ i ujemna dla $\hat{D} > \hat{D}_{ML}$. Stąd wynika, że funkcja

$$E \left\{ \frac{\partial L(X, \hat{D})}{\partial \hat{D}} \right\} \quad (35)$$

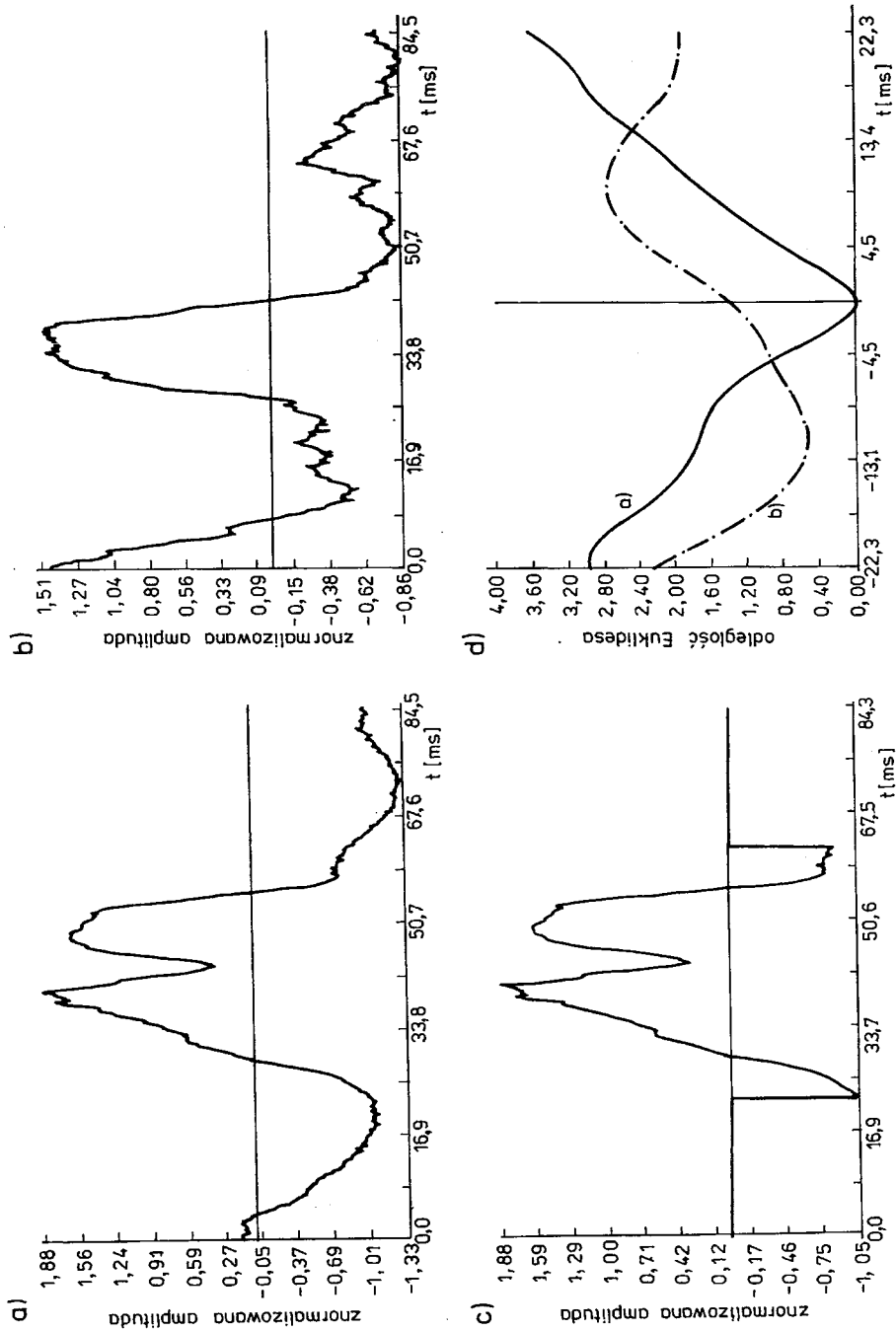
jest funkcją nieparzystą zmiennej $\phi = \hat{D} - \hat{D}_{ML}$, i jako taka może posłużyć jako sygnał błędny w pętli regulacji automatycznej. Pętlę taką, bazującą na strukturze z rys. 1, przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Pętla estymacyjna (śledząca) czasu opóźnienia

Pętla estymacyjna czasu opóźnienia z rys. 2 była analizowana przez Meyra i współpracowników w wielu artykułach [4], [29–32]. Pokazali oni, że powyższa pętla nadaje się szczególnie do szacowania (oraz śledzenia) szybko zmieniającego się D . Gdy D zmienia się wolno, bardziej praktyczną metodą jest metoda polegająca na szacowaniu czasu opóźnienia w krótkich odcinkach czasowych, w których D pozostaje wielkością prawie stałą. W celu znalezienia wartości $\hat{D}$ na tych odcinkach czasowych stosuje się funkcję korelacji [32], liczoną każdorazowo na odcinku $\langle 0, T \rangle$ — patrz wzór (33). Otrzymane sekwencje wartości $\hat{D}$ poddaje się następnie filtracji za pomocą filtra Kalmana [2] w celu poprawy wiarygodności otrzymanych wartości oszacowania [32].

Metoda zaproponowana po raz pierwszy w pracy [5] znajduje zastosowanie w tych przypadkach, w których nie jest dostępna żadna informacja o gęstościach widmowych sygnałów $s(t)$, $n_1(t)$ i $n_2(t)$. Aby uniknąć filtracji sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$ „w niepożądanym kierunku”, rezygnuje się w ogóle w tej metodzie z filtracji sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$ za



Rys. 3. a) część sygnału $x_1(t)$, b) część w sygnałe $x_2(t)$ odpowiadająca części a), c) część wzięta z części a) do obliczeń odległości Euklidesa między tą częścią a częścią b), odległość Euklidesa jako funkcja przesunięcia czasowego τ

pomocą filtrów H_1 i H_2 . Poszukuje się takich odcinków czasowych w powyższych sygnałach, które posiadają pewien charakterystyczny element lub zespół elementów. Następnie szacuje się przesunięcie czasowe między znalezionymi odcinkami, licząc odległość Euklidesa — patrz rys. 3. Odcięta minimum funkcji: odległość Euklidesa w funkcji przesunięcia czasowego τ (patrz rys. 3d, krzywa b)), to estymator D dla rozpatrywanego odcinka czasowego. (Krzywa a) na rys. 3d pokazuje dla porównania zależność odległości Euklidesa pomiędzy sygnałami z rys. 3a i z rys. 3c; jest oczywiste, że rzędna minimum tej funkcji jest równa zero dla $\tau = 0$.)

Zauważmy ponadto, że obliczanie odległości Euklidesa w powyższej metodzie odpowiada obliczaniu funkcji korelacji w metodzie poprzedniej. Tę funkcję wybrano jednakże w pracy [5], zamiast funkcji korelacji, gdyż stwierdzono, że prowadzi ona do bardziej wiarygodnych wyników szacowania czasu opóźnienia w przypadku rozpatrywania sygnałów pochodzących z pomiarów w chemicznych reaktorach fluidyzacyjnych (przykłady takich sygnałów pokazano na rys. 3).

Krzywe na rys. 3 otrzymano, korzystając z sygnałów pomierzonych w chemicznym reaktorze fluidyzacyjnym — pomiary wykonał autor niniejszej pracy na Uniwersytecie Technicznym w Hamburgu-Harburgu. Algorytm estymacji opisany w skrócie powyżej zaimplementował autor w języku PASCAL.

PODSUMOWANIE

W pracy omówiono techniki szacowania czasu opóźnienia należące do tzw. rodziny technik korelacyjnych. Omówiono ich zastosowanie do szacowania czasu opóźnienia jako pewnej stałej, deterministycznej funkcji czasu lub pewnego procesu stochastycznego. Powyższe techniki mogą być również wykorzystane przy uwzględnieniu statystyk wyższych rzędów rozpatrywanych procesów stochastycznych [35].

BIBLIOGRAFIA

1. T. A b a t z o g l o u: *A fast local maximum likelihood estimator for time delay estimation*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, vol. ASSP-34, no. 2, pp. 375—378
2. B. D. A n d e r s o n, J. B. M o o r e: *Optimal filtering*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1979
3. M. A z a r i a, D. H e r t z: *Time delay estimation by generalized cross correlation methods*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1984, vol. ASSP-32, no. 2, pp. 280—285
4. J. B o h m a n n, H. M e y r: *An all-digital realization of a baseband DLL implemented as a dynamical state estimator*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, vol. ASSP-34, no. 3, pp. 535—545
5. A. B o r y s: *Collection of four papers on time-delay estimation problem*. EFP Research Report, RR-29/93, 1993
6. H. B r a u n, M. F ü g, G. S c h n e i d e r: *Theory and application of an alternative correlation flowmeter*. Chem. Eng. Technol., 1987, vol. 10, p. 353—360
7. C. C a r t e r, A. N u t t a l l, P. C a b l e: *The smoothed coherence transform (SCOT)*. Naval Underwater Systems Center, New London Lab., New London, CT, Tech. Memo TC-159-72, 1972

8. C. Carter, A. Nuttall, P. Cable: *The smoothed coherence transform*. Proceedings of the IEEE, 1973, vol. 61, no. 2, pp. 1497—1498
9. C. Carter, Ch. Knapp, A. Nuttall: *Estimation of the magnitude-squared coherence function via overlapped fast Fourier transform processing*. IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, 1973, vol. AU-21, no. 4, pp. 337—344
10. C. Carter: *Time delay estimation for passive sonar signal processing*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, vol. ASSP-29, no. 3, pp. 463—470
11. C. Carter: *Coherence and time delay estimation*. Proceedings of the IEEE, 1987, vol. 75, no. 2, pp. 236—255
12. Y. Chan, R. Hattin, J. Plant: *The least squares estimation of time delay and its use in signal detection*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1978, vol. ASSP-26, no. 3, pp. 217—222
13. Y. Chan, J. Riley, J. Plant: *Modelling of time delay and its application to estimation of nonstationary delays*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, vol. ASSP-29, no. 3, pp. 577—581
14. Y. Chan, R. Miskowicz: *Estimation of coherence and time delay with ARMA models*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1984, vol. ASSP-32, no. 2, pp. 295—303
15. R. Cusani: *Performance of fast time delay estimators*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, vol. ASSP-37, no. 5, pp. 757—759
16. C. Eckart: *Optimal rectifier systems for the detection of steady signals*. Univ. California, Scripps Inst. Oceanography, Marine Physical Lab. Rep. SIO 12692, SIO Ref. 52-11, 1952
17. D. Etter, S. Stearns: *Adaptive estimation of time delays in sampled data systems*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, vol. ASSP-29, no. 3, pp. 582—587
18. A. Fertner, A. Sjölund: *Comparison of various time delay estimation methods by computer simulation*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, vol. ASSP-34, no. 5, pp. 1329—1330
19. W. Haas, C. Lindquist: *A synthesis of frequency domain filters for time delay estimation*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, vol. ASSP-29, no. 3, pp. 540—548
20. E. Hannan, P. Thomson: *Estimating group delay*. Biometrika, 1973, vol. 60, pp. 241—253
21. J. Hassab, R. Boucher: *Optimum estimation of time delay by a generalized correlator*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1979, vol. ASSP-27, no. 4, pp. 373—380
22. D. Hertz: *Time delay estimation by combining efficient algorithms and generalized cross-correlation methods*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, vol. ASSP-34, no. 1, pp. 1—7
23. G. Jenkins, D. Watts: *Spectral analysis and its applications*. Holden Day, San Francisco, 1968
24. Ch. Knapp, C. Carter: *The generalized correlation method for estimation of time delay*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1976, vol. ASSP-24, no. 4, pp. 320—327
25. L. Kostić: *Local steam transit time estimation in a boiling water reactor*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, vol. ASSP-29, no. 3, pp. 555—560
26. J. Krolík, M. Eizenman: *Time delay estimation of signals with uncertain spectra*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, vol. ASSP-36, no. 12, pp. 1801—1811
27. F. Mesch, R. Fritsche, H. Kipphan: *Transit time correlation — a survey on its applications to measuring transport phenomena*. Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1974, vol. 96, pp. 414—420
28. F. Mesch: *Speed and flow measurement by an intelligent correlation system*. Proceedings ISA'90, New Orleans, USA, 1990
29. H. Meyer: *Delay lock tracking of stochastic signals*. IEEE Trans. on Communications, vol. COM-24, no. 3, 1976, pp. 331—338
30. H. Meyer: *Zur Synthese der Diskriminator Kennlinie in Trackingsystemen*. Scientia Electrica, 1977, vol. 23, S. 94—107
31. H. Meyer, J. Bohmann, R. Peters, G. Spies: *A signal processor for a noncontact speed measurement system*. IEEE Trans. on Vehicular Technology, 1984, vol. VT-33, no. 1, pp. 14—22
32. H. Meyer, G. Spies: *The structure and performance of estimators for real-time estimation of randomly varying time delay*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1984, vol. ASSP-32, no. 1, pp. 81—94

33. L. Miller, J. Lee: *Error analysis of time delay estimation using a finite integration time correlator*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, vol. ASSP-29, no. 3, pp. 490–496
34. L. Ng, Y. Bar-Shalom: *Multisensor multitarget time delay vector estimation*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, vol. ASSP-34, no. 4, pp. 669–677
35. Ch. Nikias, R. Pan: *Time delay estimation in unknown Gaussian spatially correlated noise*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, vol. ASSP-36, no. 11, pp. 1706–1714
36. A. Papoulis: *Probability, random variables and stochastic processes*. McGraw-Hill, New York, 1984
37. A. Paulraj, T. Kailath: *Eigenstructure methods for direction of arrival estimation in the presence of unknown noise fields*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, vol. ASSP-34, no. 1, pp. 13–20
38. P. Roth: *Effective measurements using digital signal analysis*. IEEE spectrum, 1971, vol. 8, pp. 62–70
39. K. Scarbrough, N. Ahmed, C. Carter: *On the simulation of a class of time delay estimation algorithms*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, vol. ASSP-29, no. 3, pp. 534–539
40. J. Stuller: *Maximum-likelihood estimation of time-varying delay — Part I*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1987, vol. ASSP-35, no. 3, pp. 300–313
41. J. Szabat: *Podstawy teorii sygnałów*. Warszawa: Wydawnictwa Komunikacji i Łączności (WKŁ), 1990
42. H.L. Van Trees: *Detection, Estimation and Modulation Theory. Part I*. Wiley, New York, 1968
43. H.L. Van Trees: *Detection, Estimation and Modulation Theory. Part III*. Wiley, New York, 1971

A. BORYS

CORRELATION TECHNIQUES OF TIME-DELAY ESTIMATION

Summary

In this tutorial the correlation techniques of time-delay estimation are presented. Estimation algorithms dealing with the time-delay as a constant, as a determinate function and as a stochastic process are presented. The author's contribution to the development of the above techniques is shortly mentioned at the end of paper.

Key words: time-delay, stochastic processes.

O pewnym algorytmie szacowania stochastycznego czasu opóźnienia

ANDRZEJ BORYS

*Instytut Telekomunikacji, Akademia Techniczno-Rolnicza
im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich w Bydgoszczy*

Otrzymano 1995.08.24

Autoryzowano do druku 1995.11.10

Przedstawiona praca poświęcona jest omówieniu metody szacowania stochastycznego czasu opóźnienia, która została zastosowana przez autora w pomiarach parametrów statystycznych dwufazowego, turbulentnego procesu fluidyzacyjnego. Omawiane pomiary wykonano przy użyciu urządzenia pomiarowego z dwoma optycznymi czujnikami. Na bazie tych pomiarów, z zastosowaniem zaawansowanych technik przetwarzania sygnałów cyfrowych, uzyskano przestrzenne rozkłady funkcji gęstości prawdopodobieństwa prędkości cząstek substancji stałej (fazy stałej) w kolumnie fluidyzacyjnej. Dokonano również porównania dwóch metod estymacji powyższych prędkości, a mianowicie zwykłej techniki korelacyjnej i techniki opartej na obliczaniu odległości Euklidesa pomiędzy dwoma sygnałami dla różnych przesunięć czasowych pomiędzy nimi i znajdowaniu minimum otrzymanej funkcji. Pokazano, że ta druga technika prowadzi do bardziej wiarygodnych wyników. Rozważono również wpływ wyboru częstotliwości próbkowania na dokładność szacowanych wielkości oraz pokazano sposób uzyskiwania w miarę dużej rozdzielczości przy zredukowanym nakładzie obliczeniowym.

Słowa kluczowe: czas opóźnienia, przetwarzanie sygnałów cyfrowych, procesy fluidyzacyjne.

1. WPROWADZENIE

W pracy tej omawiana jest metoda szacowania stochastycznego czasu opóźnienia, która została zastosowana przez autora w pomiarach parametrów statystycznych turbulentnego procesu fluidyzacyjnego. Proces taki ma miejsce, przykładowo, w elektrowni opalanej miałem węglowym, gdy powietrze jest wdmuchiwane pod wysokim ciśnieniem u dołu kolumny spalającej. Powietrze to unosi cząstki pyłu węglowego aż do szczytu kolumny. Cząstki węgla unoszące się w kolumnie są w niej spalane. Część

cząstek, która nie zostaje spalona na swojej drodze z dołu do góry kolumny jest wprowadzana do niej z powrotem od dołu. Zapewnia to bardzo efektywne wykorzystanie masy opałowej wprowadzonej do kolumny spalającej. Tylko zanieczyszczenia są odprowadzane na zewnątrz.

Przedstawiony powyżej scenariusz ma miejsce oczywiście tylko wtedy, gdy wszystkie parametry turbulentnego procesu fluidyzacyjnego, wykorzystywanego w kolumnie spalającej, przyjmują wartości optymalne. Jednym z istotnych parametrów w turbulentnym procesie fluidyzacyjnym [4], [11] jest prędkość cząstek węgla przemieszczających się w kolumnie, a ściślej rzecz biorąc, przestrzenny rozkład tej prędkości [11]. A ponieważ prędkość jest tutaj wielkością przypadkową, więc gdy mówimy o jej przestrzennym rozkładzie, to mamy na myśli przestrzenny rozkład jej gęstości prawdopodobieństwa [11]. Ten rozkład może być uzyskany na drodze pomiarowej poprzez pomiary różnicy czasów przejścia cząstek węgla pomiędzy dwoma czujnikami [3], [5], [7], [14], [17–20].

Zauważmy w tym miejscu, że jeżeli powyższą różnicę czasów przejścia nazwiemy czasem opóźnienia, to będziemy mogli sprowadzić rozpatrywany problem do problemu znanego z literatury pod nazwą estymacji czasu opóźnienia [1], [2], [7–10], [12–16]. Problem ten można sformułować w następujący sposób: Załóżmy, że rejestrujemy sygnał użyteczny za pomocą dwóch czujników pozostających jeden od drugiego w pewnej odległości. Załóżmy dalej, że na sygnał użyteczny nakłada się szum. Wtedy sygnały rejestrowane przez czujniki można opisać za pomocą następujących równań [12]:

$$x_1(t) = s(t) + n_1(t) \quad (1a)$$

$$x_2(t) = s(t - D) + n_2(t), \quad (1b)$$

gdzie t jest czasem, $x_1(t)$ i $x_2(t)$ są sygnałami zarejestrowanymi, odpowiednio, przez pierwszy i drugi czujnik, $s(t)$ jest sygnałem użytecznym, natomiast D jest opóźnieniem powstałym na drodze pomiędzy czujnikami. $n_1(t)$ i $n_2(t)$ we wzorach (1a) i (1b) reprezentują addytywny szum (który może powstać na zewnątrz lub wewnątrz czujników). Przyjmujemy, że $n_1(t)$ i $n_2(t)$ są niezależnymi, stacjonarnymi procesami gaussowskimi. D w równaniu (1b) może być jakąś stałą, funkcją czasu lub oznaczać zmienną losową. W przypadku omawianym w tej pracy D oznacza zmienną losową.

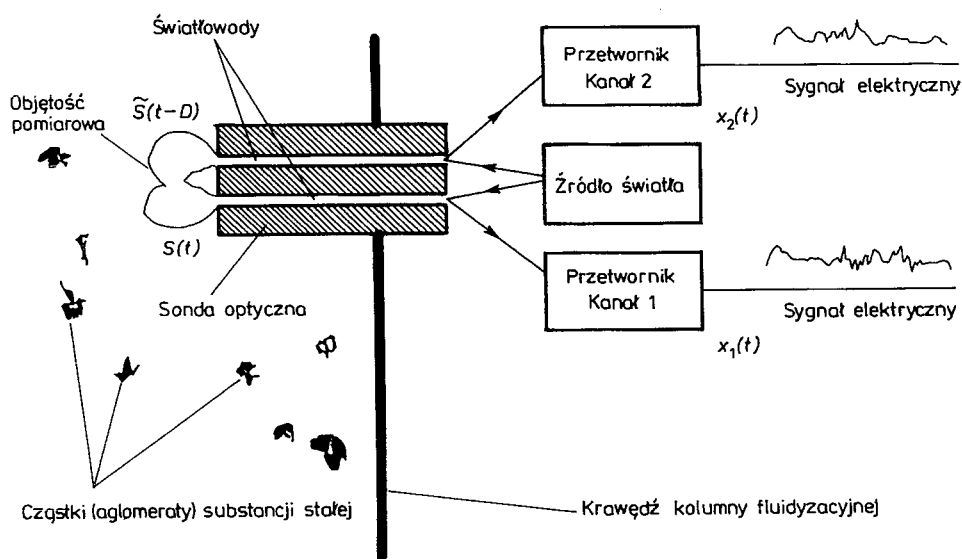
Korzystając z zarejestrowanych przez czujniki sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$, należy znaleźć funkcje gęstości prawdopodobieństwa dla D . Następnie korzystając z otrzymanych funkcji gęstości prawdopodobieństwa dla czasów opóźnienia należy obliczyć funkcje gęstości prawdopodobieństwa prędkości cząstek substancji stałej (cząstek węgla w przykładzie omawianym powyżej). Omówieniu tego zadania i wykorzystywanego w nim algorytmu estymacyjnego, opracowanego przez autora, poświęcony jest niniejszy artykuł.

Praca rozpoczyna się od wprowadzenia, zawierającego krótkie omówienie rozpatrywanego problemu. W rozdziale drugim przedstawione jest urządzenie pomiarowe z dwoma optycznymi czujnikami wykorzystywane przez autora do pomiarów parametrów statystycznych dwufazowego, turbulentnego procesu fluidyzacyjnego.

Rozdział trzeci jest poświęcony przedstawieniu wyników uzyskiwanych z wykorzystaniem zwykłej techniki korelacyjnej. W czwartym rozdziale omówione są wyniki uzyskiwane przy zastosowaniu techniki opartej na obliczaniu odległości Euklidesa pomiędzy dwoma sygnałami dla różnych przesunięć czasowych pomiędzy nimi i znajdowaniu minimum otrzymanej funkcji. Rozdział piąty poświęcony jest omówieniu otrzymanych rozkładów przestrzennych funkcji gęstości prawdopodobieństwa. W następnym rozdziale przedstawione są rozważania dotyczące częstotliwości próbkowania i rozdzielczości zastosowanej metody. Rozdział szósty stanowi podsumowanie.

2. URZĄDZENIE POMIAROWE

Schemat urządzenia pomiarowego, które posłużyło autorowi do otrzymania sygnałów określających zmieniającą się w czasie koncentrację fazy stałej w turbulentnym, dwufazowym procesie fluidyzacyjnym pokazuje rys. 1. Sygnały te są wykorzystywane w dalszej części pracy do estymacji prędkości cząstek substancji stałej.



Rys. 1. Schemat urządzenia pomiarowego z dwoma czujnikami optycznymi, zastosowanego w pomiarach parametrów statystycznych turbulentnego procesu fluidyzacyjnego

Sonda z rys. 1 zawiera dwa światłowody, którymi dostaje się światło do wnętrza kolumny fluidyzacyjnej. Część tego światła odbija się od poruszających się cząstek (aglomeratów) substancji stałej i dostaje ponownie do światłowodów. Następnie światło to jest rejestrowane przez detektor natężenia światła i przetwarzane na sygnał elektryczny. Można pokazać, że wytworzony sygnał elektryczny jest proporcjonalny do zmian koncentracji substancji stałej [11].

W przeprowadzonych przez autora pomiarach odległość pomiędzy światłowodami w sondzie wynosiła 4,4 mm. Sondy były umieszczone w różnych punktach kolumny fluidyzacyjnej o średnicy 40 cm zawsze tak, że wyjścia światłowodów znajdowały się jeden nad drugim w osi pionowej.

3. SZACOWANIE CZASU OPÓŹNIENIA ZA POMOCĄ ZWYKŁEJ METODY KORELACYJNEJ

Założmy, że cząstka substancji stałej przechodzi najpierw w pobliżu pierwszego czujnika na rys. 1, wytwarzając odpowiednią zmianę w sygnale elektrycznym w pierwszym kanale. Następnie przechodzi w pobliżu drugiego czujnika optycznego z rys. 1, wytwarzając zmianę w sygnale elektrycznym kanału drugiego.

Zauważmy, że przy założeniu braku jakichkolwiek zakłóceń powinniśmy zaobserwować dla opisanej powyżej sytuacji równość sygnału $x_1(t)$ z przesuniętym w czasie sygnałem $x_2(t)$ w przedziale czasowym, w którym obserwowana jest ta sytuacja. Ponadto zauważmy, że w ogólności można sobie wyobrazić zarówno dodatnie jak i ujemne czasy opóźnienia D (to znaczy wielkości względnego przesunięcia na osi czasu) pomiędzy sygnałami $x_1(t)$ i $x_2(t)$, którym odpowiadają rzeczywiste różnice w czasach pojawienia się cząstki substancji stałej przed pierwszym i drugim czujnikiem optycznym z rys. 1. Dodatnie czasy opóźnienia odpowiadałyby ruchowi cząstek z dołu do góry, natomiast ruchowi z góry na dół odpowiadałyby ujemne czasy opóźnienia.

A zatem naturalną metodą znajdowania czasu opóźnienia byłaby metoda polegająca na porównywaniu ze sobą sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t-\tau)$, wziętych z pewnego przedziału czasowego. Porównywanie odbywałoby się przy różnych wartościach τ . Punkt na osi czasu, w którym różnica między sygnałami byłaby równa zero, byłby poszukiwanym czasem opóźnienia.

W turbulentnym procesie fluidyzacyjnym zachodzące zjawiska są bardziej skomplikowane niż to opisano powyżej. Po pierwsze, cząstki substancji stałej są niejednolite. Tworzą one często aglomeraty o nieregularnych kształtach, których części składowe przemieszczają się między sobą. Poza tym mamy do czynienia w opisywanym procesie nie tylko z ruchem cząstek w dół lub do góry. Prędkości, z którymi poruszają się cząstki posiadają też składowe poziome. Zjawiska te powodują oczywiście, że przebiegi czasowe zarejestrowane przez czujniki często się znacznie różnią. W krańcowym przypadku może dojść do takiej sytuacji, gdzie cząstka jest rejestrowana w pierwszym (drugim) kanale, natomiast nie występuje w drugim (pierwszym) kanale. Odpowiada to sytuacji, gdy cząstka zmienia kierunek poruszania się na przeciwny w drodze pomiędzy dwoma czujnikami optycznymi. A zatem sygnały $x_1(t)$ i $x_2(t)$ rejestrowane przez czujniki nie są zbyt mocno ze sobą skorelowane. Zauważmy ponadto, że w przedstawionym obrazie należy uwzględnić jeszcze addytywny szum nakładający się na właściwy sygnał opisujący zmiany koncentracji fazy stałej w procesie fluidyzacyjnym. Szum ten powstaje na drodze sygnału pomiędzy objętością pomiarową, a wyjściem przetwornika — patrz rys. 1.

A zatem z powyższego opisu zjawisk zachodzących w turbulentnym procesie fluidyzacyjnym wynika, że postawiony problem szacowania czasów opóźnienia, w kontekście metodologii pomiarowej pokazanej na rys. 1, może być rzeczywiście opisany za pomocą równań o postaci (1), to znaczy

$$x_1(t) = s(t) + n_1(t) \quad (2a)$$

$$x_2(t) = \tilde{s}(t - D) + n_2(t), \quad (2b)$$

gdzie $s(t)$ jest teraz sygnałem jaki zostałby zarejestrowany, gdyby nie powstawał żaden szum w czujniku i przetworniku — patrz rys. 1. $\tilde{s}(t)$ jest mniej lub bardziej zdeformowaną repliką sygnału $s(t)$. D oznacza opóźnienie powstałe na drodze pomiędzy czujnikami, oraz $n_1(t)$ i $n_2(t)$ reprezentują szum addytywny powstały, odpowiednio, w kanale związanym z pierwszym i drugim czujnikiem. Przyjmujemy, że $n_1(t)$ i $n_2(t)$ są niezależnymi, stacjonarnymi procesami gaussowskimi, tak jak we wzorach (1a) i (1b).

W literaturze są znane dwie metody uzyskiwania histogramów dla czasu opóźnienia D z równania (2b), które wykorzystują technikę korelacyjną [12]. Zacniemy od pierwszej z nich, która polega na ślepym (ang. *blind*) wybieraniu fragmentów sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$, i obliczaniu następnie funkcji korelacji dla różnych wartości przesunięcia czasowego pomiędzy nimi [11] (ang. *blind short-time cross correlation (BSTCC) method*).

Zauważmy, że operację wybierania fragmentów sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$ w powyższej metodzie można przedstawić w terminologii przetwarzania sygnałów jako nakładanie okienka wycinającego na te sygnały (ang. *windowing*).

Załóżmy teraz, że z sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$ wybieramy każdorazowo N próbek, to znaczy szerokość prostokątnego okienka wycinającego wynosi N . Pozwala to na przedstawienie zbiorów wartości próbek sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$ w postaci następujących wektorów:

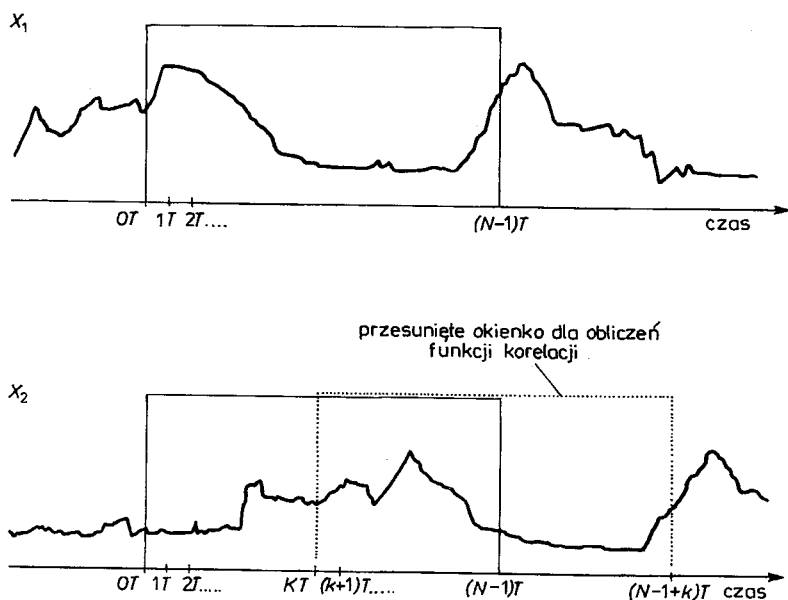
$$x_1(0) = [x_1(0T), x_1(1T), x_1(2T), \dots, x_1((N-1)T)]^T, \quad (3a)$$

$$x_2(0) = [x_2(0T), x_2(1T), x_2(2T), \dots, x_2((N-1)T)]^T, \quad (3b)$$

gdzie górny indeks T oznacza operację transpozycji, natomiast T w nawiasach, w których występuje argument funkcji $x_1(nT)$ lub $x_2(nT)$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, oznacza okres próbkowania. A zatem częstotliwość próbkowania równa się $f_s = 1/T$.

Zauważmy dalej, że we wzorach (3) przyjęto, że zerowa chwila czasowa występuje każdorazowo na początku każdego z wyciętych segmentów sygnału. Powyższe wektory i związane z nimi okienka wycinające są dla wybranych w danym momencie segmentów wektorami i okienkami odniesienia. Jeżeli, jak pokażemy dalej — patrz wzór (4a), zachodzi konieczność przesunięcia jednego z tych okienek, to przesuwane jest ono w stosunku do przyjętej powyżej zerowej chwili czasowej. Procedurę tę zilustrowano na rys. 2.

Korzystając z wektorów danych wzorami (3), możemy funkcję korelacji BSTCC przedstawić w postaci



Rys. 2. Ilustracja do metody BSTCC

$$R(\tau=kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_1(nT) x_2(nT+kT) = \frac{1}{N} \langle x_1(0), x_2(k) \rangle, \quad (4a)$$

gdzie

$$\langle x_1(0), x_2(k) \rangle = x_1^T(0) \cdot x_2(k) \quad (4b)$$

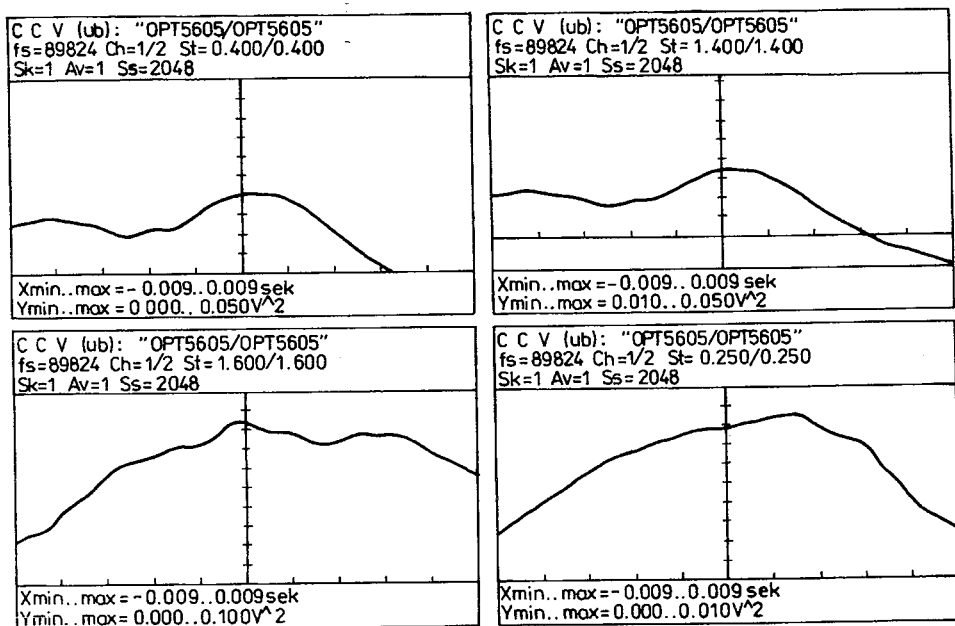
jest iloczynem skalarnym wektorów $x_1(0)$ i $x_2(k)$. Funkcja $R(kT)$ jest liczona w pewnym zakresie wartości $-M \leq k \leq M$, gdzie M oznacza liczbę naturalną odpowiadającą przewidywanemu, maksymalnemu czasowi opóźnienia cząstek na drodze pomiędzy czujnikami optycznymi. Punkt na osi czasowej, w którym występuje maksimum funkcji $R(kT)$, jest szacowaną wartością czasu opóźnienia.

Kolejne obliczone wartości czasu opóźnienia są następnie użyte do konstrukcji histogramu dla tej zmiennej.

Jest rzeczą oczywistą, że wybór na ślepo segmentów sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$ prowadzi często do takich wyborów, gdzie wybrane segmenty nie posiadają prawie żadnych charakterystycznych cech świadczących o przesuwaniu się cząstki (aglomeratu) substancji stałej pomiędzy czujnikami. W takich przypadkach szacowanie czasu opóźnienia jest bardzo trudne. Przebieg funkcji $R(kT)$ jest wtedy bardzo płaski, jej maksimum jest rozmyte, co prowadzi oczywiście do błędów w szacowanych wartościach czasu opóźnienia. Z kolei błędy w oszacowanych wartościach czasu opóźnienia powodują, że otrzymany histogram jest mało wiarygodny.

Cztery dowolnie wybrane przykłady przebiegu funkcji $R(kT)$, otrzymanej z wykorzystaniem metody BSTCC, pokazuje rys. 3.

Modyfikacją metody BSTCC jest metoda, w której przed obliczaniem funkcji korelacji wykonuje się pewien rodzaj detekcji (rozpoznawania, ang. *pattern recog-*



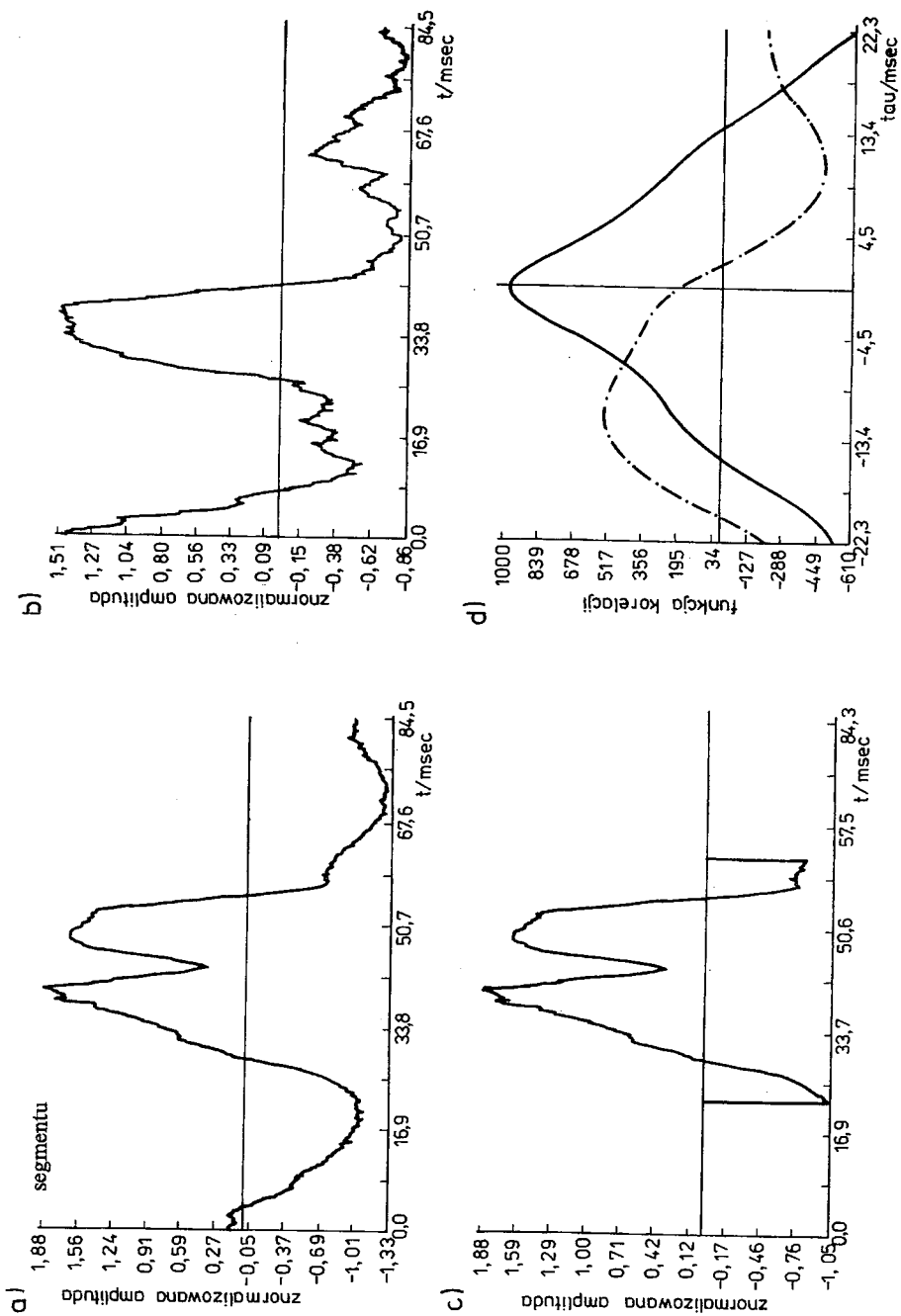
Rys. 3. Cztery przykłady przebiegu funkcji $R(kT)$, otrzymanej w metodzie BSTCC

niton) cząstki (aglomeratu) na podstawie charakterystycznych cech w sygnale. Metoda ta (ang. *short-time cross correlation with preprocessing in form of pattern recognition* — STCC-PPR method) była wykorzystywana w pracy [5]. Rys. 4 stanowi ilustrację do mechanizmu wykorzystywanego w powyższej metodzie.

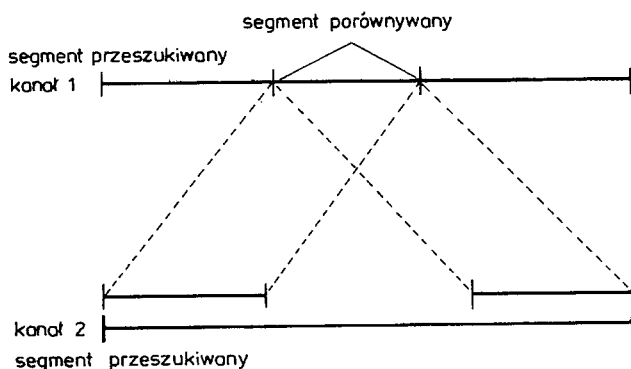
Na rys. 4a i 4b pokazano segmenty sygnałów, odpowiednio, z pierwszego i drugiego kanału, które charakteryzują się tym, że rozpoznano w nich prawie na pewno aglomerat substancji stałej (ten sam aglomerat). Obydwa segmenty, nazywane tutaj segmentami przeszukiwanymi, mają tę samą długość 84,5 ms. Segment w pierwszym kanale jest tak wybrany, że jego część odpowiadająca aglomeratowi znajduje się dokładnie w jego środku. Ta część jest następnie „wycinana” i tworzy wektor $x_1(0)$ — patrz wzór (3a). Część tę nazywamy segmentem porównawczym; chwilę zerową przesuwamy na jego początek w dalszych obliczeniach. Odpowiadający temu segmentowi segment w drugim kanale tworzy wektor $x_2(0)$. Wektor $x_1(0)$ jest przesuwany po całym segmencie przeszukiwanym kanału drugiego, podobnie jak w metodzie BSTCC. Funkcja korelacji $R(\tau = kT)$ w tej metodzie jest liczona również podobnie jak w metodzie BSTCC, to znaczy zgodnie z zależnością (4a).

Powyżej opisaną procedurę zilustrowano schematycznie na rys. 5.

Wynik korelacji segmentów sygnałów z rys. 4b i 4c pokazano na rys. 4d za pomocą linii przerywanej. Na rys. 4d pokazano również wynik korelacji segmentów sygnałów z rys. 4a i 4c — krzywa poprowadzona linią ciągłą. Pokazana krzywa, przede wszystkim w zakresie małych wartości zmiennej τ , odpowiada funkcji autokorelacji sygnału rejestrowanego w pierwszym kanale. Zauważmy, że jest



Rys. 4. a) segment przeszukiwany w kanale 1, b) segment przeszukiwany w kanale 2, c) segment porównywany, d) funkcja korelacji: linia ciągła — dla z rys. 4c) z segmentem z rys. 4a), linia przerywana — dla segmentu z rys. 4c) z segmentem z rys. 4b)

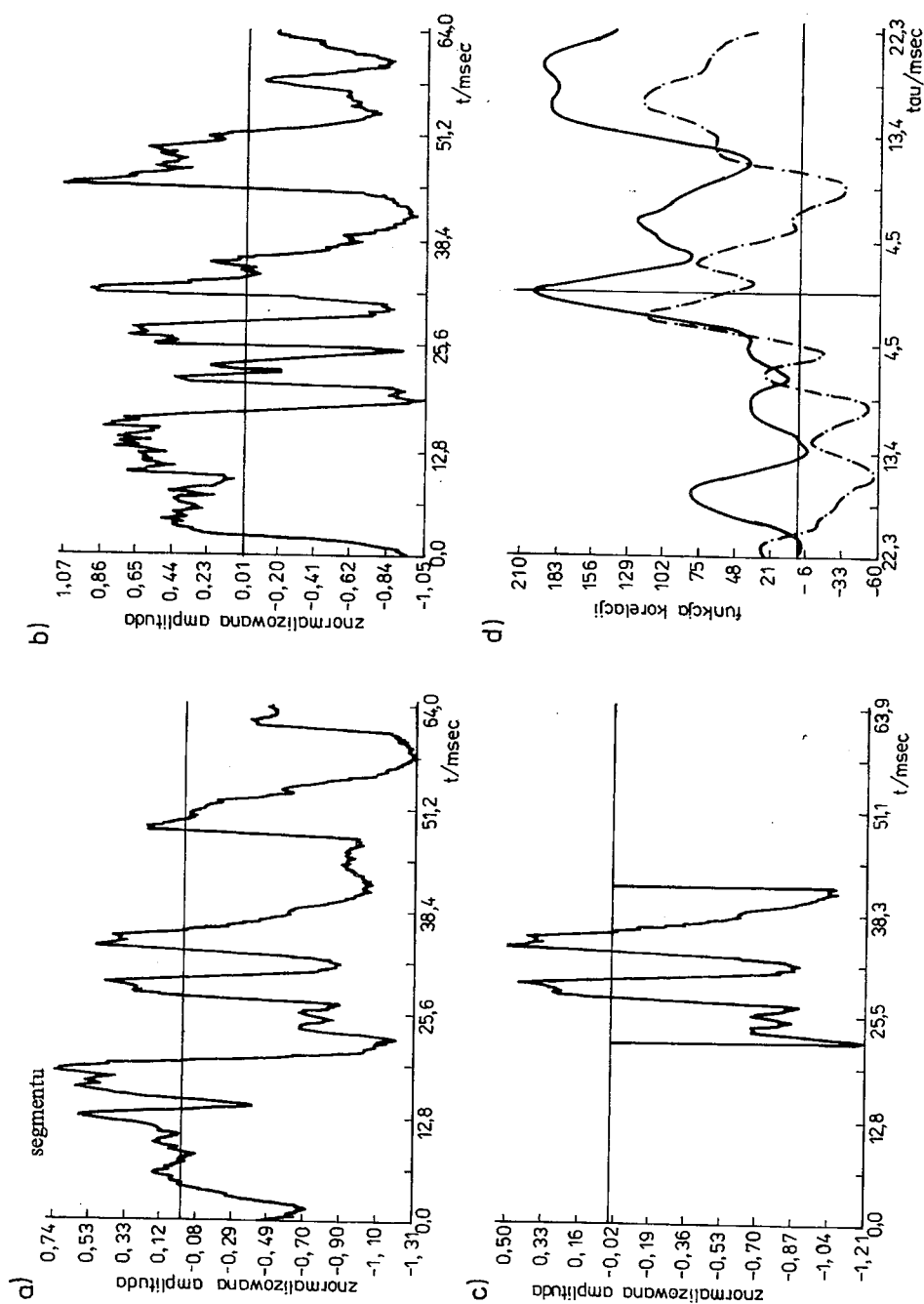


Rys. 5. Ilustracja do definicji segmentu przeszukiwanego i segmentu porównywanego

ona prawie symetryczną krzywą (z osią symetrii przechodzącą przez punkt $\tau=0$). Zauważmy również, że krzywa korelacji sygnałów z kanału 1 i 2 posiada mniej wyraźne maksimum niż krzywa autokorelacji. Niemniej to maksimum jest znacznie wyraźniejsze, mimo że różnica w kształtach sygnałów z rys. 4a i 4b jest duża, niż to uzyskiwane w metodzie BSTCC — porównaj z rys. 3.

Zauważmy, że aby móc szacować bardzo małe prędkości poruszających się cząstek, przeszukiwane segmenty sygnałów muszą być dostatecznie długie. Aby uzyskać dobrą czasową rozdzielczość, i tym samym dobrą rozdzielczość prędkości, segment porównywany musi być w miarę wąski i posiadać wyraziste cechy świadczące o poruszaniu się w tym przedziale czasowym cząstki (aglomeratu) przed czujnikiem. Przy dużych, koniecznych do rozpatrzenia wartościach zmiennej τ może to prowadzić do takich sytuacji, w których segment porównywany jest porównywany z częścią sygnału odpowiadającą innej cząstce (aglomeratowi) i daje w tej części maksimum o wyższej wartości niż to właściwe. Rezultatem jest oczywiście błąd w oszacowanej wartości opóźnienia.

Opisana powyżej sytuacja zachodzi, gdy podobieństwo niewłaściwej części segmentu w drugim kanale do segmentu porównywanego jest bardzo duże. Niebezpieczeństwo zajścia takiej sytuacji również wzrasta, gdy moc niewłaściwej części segmentu w drugim kanale jest duża, większa od mocy właściwej części segmentu przeszukiwanego w drugim kanale. Sytuację taką pokazano na rys. 6, gdzie „prawdziwe” maksimum funkcji korelacji (linia przerywana) występuje dla $\tau \cong -2$ ms. „Niewłaściwe” maksimum występuje dla $\tau \cong 16,5$ ms, i jest wyższe od tego prawdziwego, co oczywiście prowadzi do błędnego oszacowania czasu opóźnienia. Przyczyną jest tutaj, jak pokazuje rys. 6b, obszerna część sygnału występująca dla $t \approx 48$ ms.



Rys. 6. a) segment przeszukiwany w kanale 1, b) segment przeszukiwany w kanale 2, c) segment porównywany, d) funkcja korelacji: linia ciągła — dla z rys. 6c) z segmentem z rys. 6a), linia przerywana — dla segmentu z rys. 6c) z segmentem z rys. 6b)

4. SZACOWANIE CZASU OPÓŹNIENIA POPRZECZ ZNAJDYWANIE MINIMUM ODLEGŁOŚCI EUKLIDESA

Przedstawione powyżej wady drugiej metody opisanej w poprzednim rozdziale można w dużym stopniu wyeliminować, jeżeli zastąpi się w niej obliczanie funkcji korelacji obliczaniem odległości Euklidesa, i znajdowaniem minimum tej odległości jako funkcji zmiennej τ [5]. Wartość odciętej w minimum jest tutaj szacowaną wartością czasu opóźnienia.

W celu zdefiniowania odległości Euklidesa zdefiniujemy najpierw normę wektora jako:

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = (x^T \cdot x)^{1/2}. \quad (5a)$$

Wzór (5a) pozwala wyrazić odległość Euklidesa między dwoma wektorami x i y za pomocą następującej zależności:

$$d(x, y) = \|x - y\|. \quad (5b)$$

W odniesieniu do naszych wektorów $x_1(0)$ i $x_2(k)$ możemy zatem napisać

$$d_{x_1 x_2}(\tau = kT) = d(x_1(0), x_2(k)) = \|x_1(0) - x_2(k)\|. \quad (6)$$

Zauważmy dalej, że odległość Euklidesa dana wzorem (6) jest funkcją zmiennej pomocniczej τ .

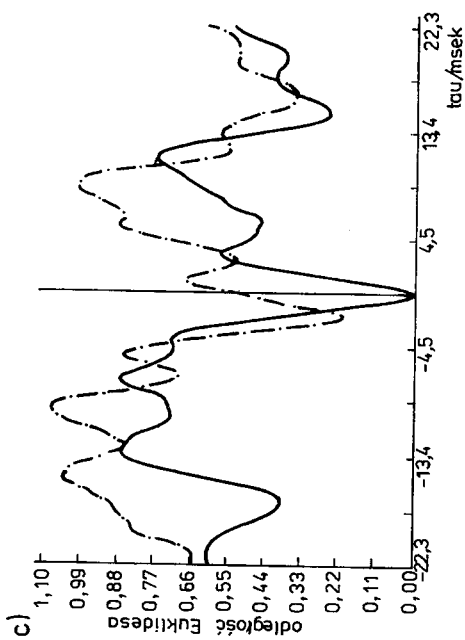
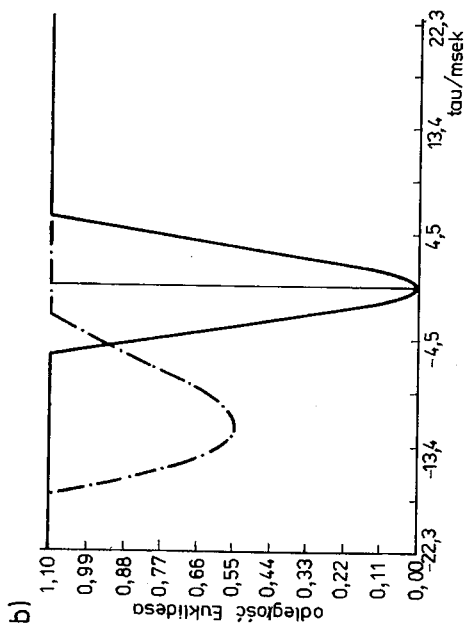
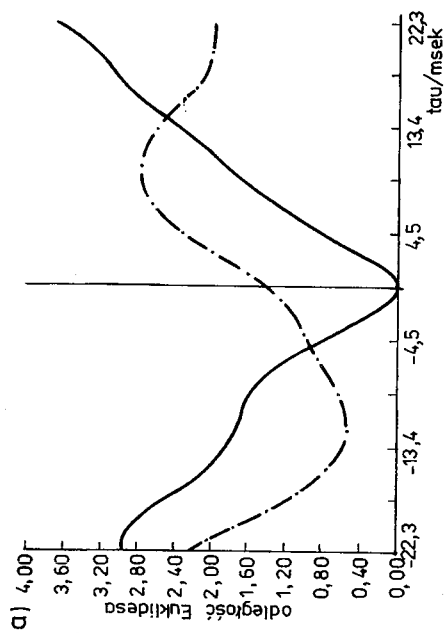
Na rys. 7a i 7b pokazano przebieg odległości Euklidesa dla sygnałów z rys. 4b i 4c — linia przerywana. (W celu znalezienia estymatora czasu opóźnienia trzeba poszukiwać minimum tej funkcji.) Dla porównania pokazany jest również na rys. 7a i 7b przebieg odległości Euklidesa dla sygnałów z rys. 4a i 4c, to znaczy następująca funkcja:

$$d_{x_1 x_1}(\tau = kT) = d(x_1(0), x_1(k)) = \|x_1(0) - x_1(k)\|. \quad (7)$$

Funkcja dana wzorem (7) jest wykreślona za pomocą linii ciągłej. W swoim minimum przyjmuje ona wartość zero.

Na rys. 7c pokazano przebieg odległości Euklidesa dla sygnałów z rys. 6b i 4c — linia przerywana. Zauważmy, że tutaj minimum funkcji występuje przy $\tau \cong -2$ ms. Wartość ta odpowiada prawdziwej wartości opóźnienia aglomeratu, który przeszedł pomiędzy czujnikami, w przeciwieństwie do zupełnie błędnej wartości otrzymanej przy zastosowaniu metody z poprzedniego rozdziału.

Również pokazany jest na rys. 7c przebieg odległości Euklidesa dla sygnałów z rys. 6a i 6c, to znaczy przebieg funkcji danej wzorem (7). Funkcję tę wykreślono za pomocą linii ciągłej.



Rys. 7. a) i b) odlegość Euklidesa dla sygnałów z rys. 4 jako funkcja zmiennej τ c) odlegość Euklidesa dla sygnałów z rys. 6 jako funkcja zmiennej τ

5. HISTOGRAMY DLA PRZESTRZENNYCH ROZKŁADÓW PRĘDKOŚCI

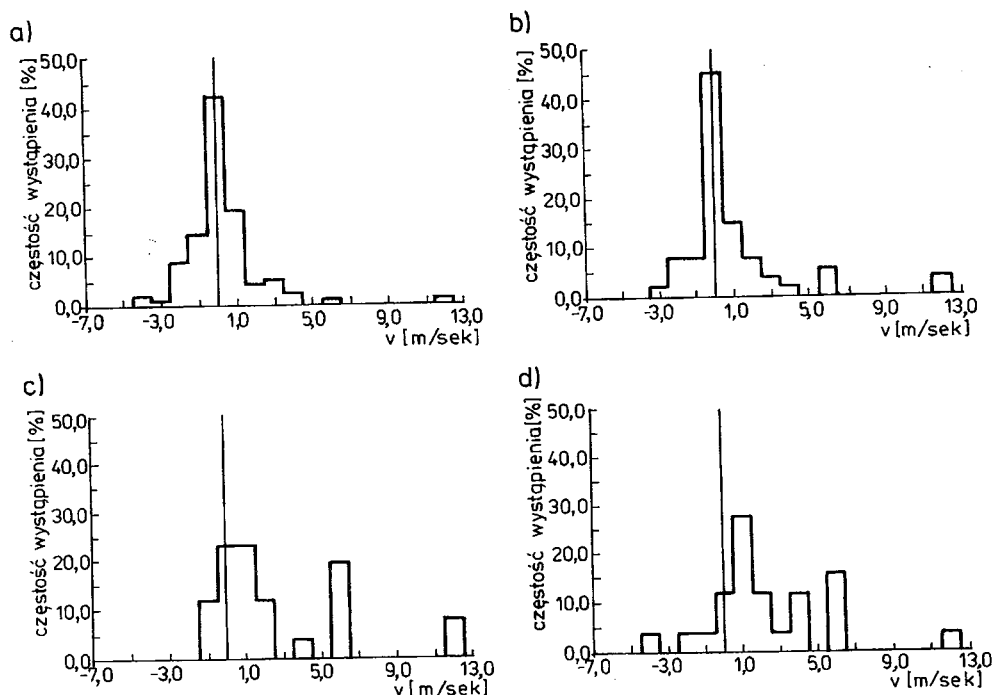
Znając wartość czasu opóźnienia cząstki na drodze między czujnikami, prędkość, odpowiadającą temu opóźnieniu, można obliczyć ze wzoru

$$\hat{v} = \frac{L}{\hat{D}}, \quad (8)$$

gdzie $\hat{v}$ oznacza szacowaną wartość prędkości w rozpatrywanym, krótkim przedziale czasowym, $L=4,4$ mm jest odległością między czujnikami, oraz $\hat{D}$ jest szacowaną wartością czasu opóźnienia.

Obliczone ze wzoru (8) wartości prędkości cząstek zebrano i przedstawiono w postaci histogramów dla różnych położen czujników w kolumnie fluidyzacyjnej. A ponieważ histogramy stanowią dobre aproksymacje funkcji gęstości prawdopodobieństwa, można mówić, że otrzymano w ten sposób rozkłady przestrzenne funkcji gęstości prawdopodobieństwa prędkości [5].

Zestaw histogramów otrzymanych dla czterech różnych położen czujników „w poziomie”, na wysokości 2,7 m od dna kolumny fluidyzacyjnej, pokazano na rys. 8.



Rys. 8. Histogramy prędkości cząstek substancji stałej dla różnych promieni: a) 20 cm (ściana kolumny fluidyzacyjnej) b) 18 cm, c) 12 cm, d) 0 cm (środek kolumny)

Zauważmy, że przedstawione na rys. 8 wyniki świadczą o bardzo kiepskiej rozdzielczości zastosowanej metody. Powodem jest tutaj zbyt niska wartość

częstotliwości próbkowania. Wyniki pokazane na rys. 8 uzyskano korzystając z sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$ próbkowanych z częstotliwością $f_s = 3$ kHz.

Problem wyboru częstotliwości próbkowania i jej wpływ na dokładność uzyskiwanych wyników jest omawiany w następnym rozdziale. Zależność nakładu obliczeniowego w przedstawionej metodzie od częstotliwości próbkowania jest również poruszona.

6. ZWIĄZKI MIĘDZY CZĘSTOTLIWOŚCIĄ PRÓBKOWANIA, ROZDZIELCZOŚCIĄ METODY I NAKŁADEM OBLICZENIOWYM

Przeprowadzona analiza widmowa sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$ pokazała, że widmo to przyjmuje znaczące wartości w pasmie od 0 kHz do 1 kHz. Poza tym pasmem można przyjąć, że jest równe zero. Wynika stąd i z kryterium próbkowania Nyquista, że najmniejsza częstotliwość, z którą można byłoby próbować powyższe sygnały wynosi 2 kHz. Jak pokazano jednakże w poprzednim rozdziale, gdzie próbkowano z częstotliwością 3 kHz, jest to zbyt mała częstotliwość. Nie zapewnia ona wymaganej rozdzielczości metody.

Zauważmy, że rozdzielczość metody w odniesieniu do zmiennej czas opóźnienia można wyrazić za pomocą wzoru $\Delta D = 1/f_s$. A zatem dla częstotliwości próbkowania 3 kHz rozdzielczość ta wynosi 0,33 ms. Zauważmy dalej, że tak duża wartość ΔD powoduje szczególnie duże błędy przy obliczeniach większych prędkości (patrz wzór (8)).

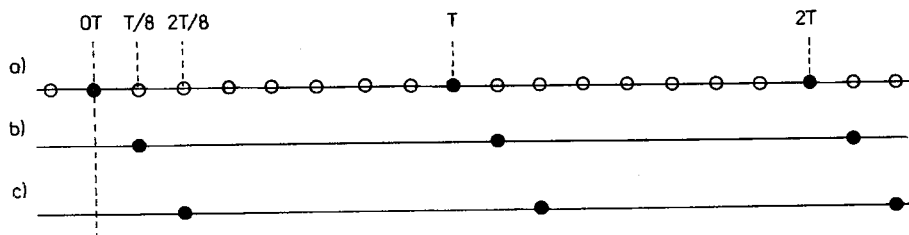
Jeżeli przykładowo weźmiemy pod uwagę prędkość 10 m/s, i zażądamy dla niej rozdzielczości rzędu 0,25 m/s, to ze wzoru (8) wynika, że ΔD może być wtedy co najwyżej równe 0,011 ms. Ta wartość z kolei odpowiada częstotliwości próbkowania ok. 90 kHz. Z taką też częstotliwością próbkowania wykonano pomiary.

Zauważmy teraz, że zgodnie z wzorami (3), (4) i (5), ze wzrostem częstotliwości próbkowania, wzrasta też nakład obliczeniowy związany z obliczeniem odległości Euklidesa (głównie ze względu na zwiększenie się liczby mnożeń w operacji: produkt skalarny dwóch wektorów). Innymi słowy dzieje się tak dlatego, że szerokość wybranego okienka pozostaje bez zmiany, natomiast rośnie liczba próbek w tym okienku N .

Wzrost nakładu obliczeniowego ze wzrostem częstotliwości próbkowania jest istotny, gdy się weźmie pod uwagę liczbę wartości prędkości, jaka jest potrzebna, aby uzyskać wiarygodny histogram. I dalej, gdy się weźmie pod uwagę liczbę histogramów jaka jest potrzebna, aby uzyskać wiarygodny obraz przestrzenny zjawisk zachodzących w kolumnie fluidyzacyjnej. A zatem pożądana jest redukcja nakładu obliczeniowego (przy próbkowaniu z częstotliwością $f_s = 90$ kHz). Algorytm, który wykonuje to zadanie jest omawiany poniżej.

Zasada działania tego algorytmu jest zilustrowana na rys. 9. Na rys. 9 okres T odpowiada zredukowanej częstotliwości próbkowania. Rzeczywista częstotliwość próbkowania jest ośmiokrotnie większa, co oznacza, że odpowiadający jej okres

równy jest $T/8$. Zauważmy dalej, że w odległości $T/8$ jeden od drugiego rozstawione są kółeczka na rys. 9a. Kółeczka te reprezentują chwile rzeczywistego próbkowania. Zaczernione kółeczka na rys. 9a, b, c reprezentują chwile próbkowania dla celów obliczeń produktu skalarnego wektorów — patrz wzory (3), (4) i (5). Przesunięcie okienka w segmencie przeszukiwanym drugiego kanału odbywa się jednakże z okresem ośmiokrotnie mniejszym, to jest okresem $T/8$.



Rys. 9. Ilustracja do obliczeń odległości Euklidesa z zredukowaną częstotliwością próbkowania i punktem startowym obliczeń określonym przez rzeczywistą częstotliwość próbkowania

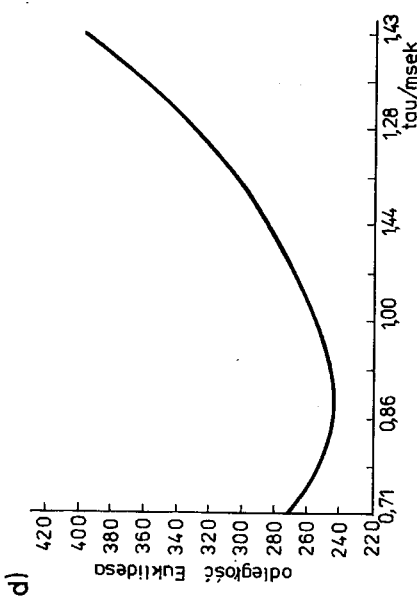
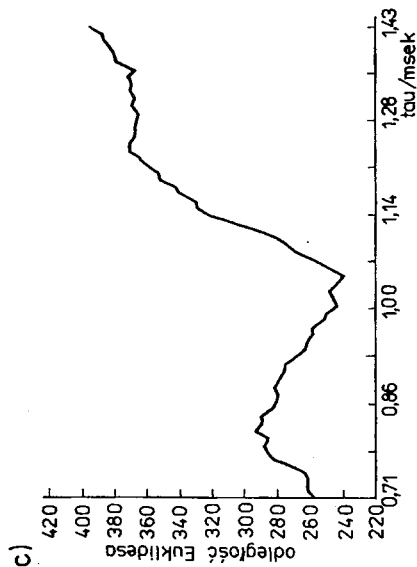
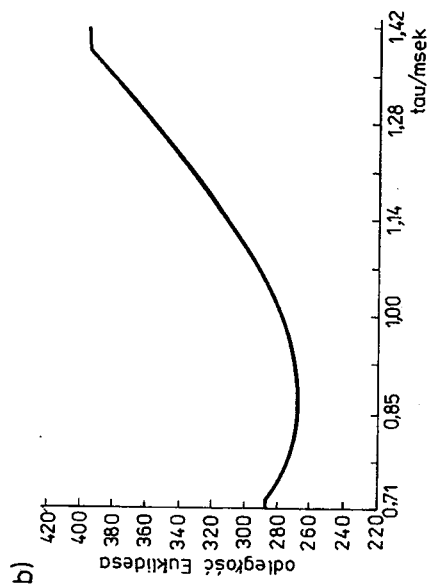
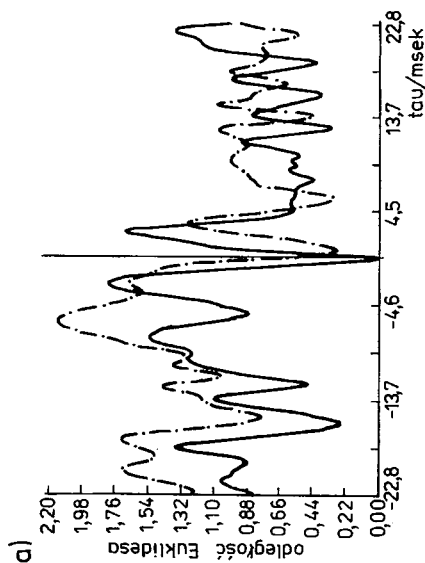
A zatem obliczenia produktu skalarnego dwóch wektorów (x i y) wykonujemy tutaj według następującej zależności:

$$\langle x(0), y(k) \rangle = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) y(nT + kT/m), \quad (9)$$

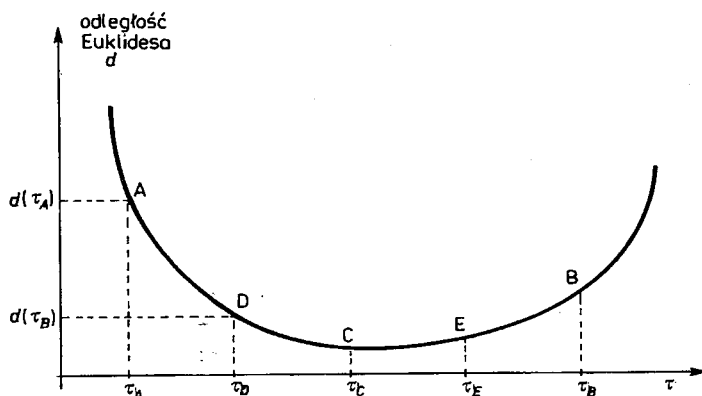
gdzie współczynnik redukcji $m=8$, T jest okresem odpowiadającym zredukowanej częstotliwości próbkowania.

Opisana powyżej procedura prowadzi do znacznej redukcji nakładu obliczeniowego, a o tym, że nie pogarsza ona jakości uzyskiwanych wyników, przekonuje nas przykład pokazany na rys. 10. Na rysunku 10b pokazano przykład funkcji $d_{x,x_2}(\tau)$ w otoczeniu minimum globalnego, obliczonej z pełnym uwzględnieniem we wzorach próbkowania z częstotliwością 90 kHz. Rys. 10c pokazuje ten sam wycinek funkcji, obliczonej tym razem z 32-krotną redukcją częstotliwości próbkowania wg opisanej powyżej procedury. Widać tutaj nieznaczne przesunięcie minimum na prawo (około 0,2 ms) oraz nałożone na krzywą zakłócenia. Źródłem tych zakłóceń są składowe w widmie sygnałów pomiarowych leżące powyżej 1 kHz. Jeżeli sygnały pomiarowe przed obliczeniami podda się filtracji za pomocą filtru dolnoprzepustowego o częstotliwości granicznej 1 kHz, to uzyska się funkcję unimodalną, jak pokazano na rys. 10d. W tym przypadku również odcięta minimum ma taką samą wartość jak odcięta minimum z rys. 10b. Jeszcze raz podkreślamy tutaj, że krzywe na rys. 10c, d zostały otrzymane wg procedury korzystającej ze wzoru (9) dla obliczeń produktu skalarnego dwóch wektorów ze współczynnikiem redukcji $m=32$.

Dalszą redukcję nakładu obliczeniowego można osiągnąć, sprzęgając powyższy algorytm z procedurą szybkiego poszukiwania minimum. Opracowana procedura [5] polega na tym, że najpierw oblicza się funkcję $d_{x,x_2}(\tau)$ dla zredukowanej częstotliwości próbkowania, to znaczy liczy się potrzebne produkty skalarnie dwóch wektorów (x i y) wg zależności



Rys. 10. a) odległość Euklidesa d_{x,x_i} (linia przerywana) i $d_{x,x}(\tau)$ (linia ciągła) jako funkcje zmiennej τ , b) $d_{x,x_i}(\tau)$ w otoczeniu minimum globalnego, c) $d_{x,x}(\tau)$ w otoczeniu minimum globalnego, obliczone wg procedury opisanej powyżej ze współczynnikiem redukcji równym 32, d) jak w punkcie c) z dodatkową filtracją sygnałów za pomocą filtru dolnoprzepustowego o częstotliwości granicznej 1 kHz



Rys. 11. Ilustracja do mechanizmu znajdowania minimum funkcji $d_{x,x_2}(\tau)$ w obliczeniach ze zredukowaną częstotliwością próbkowania

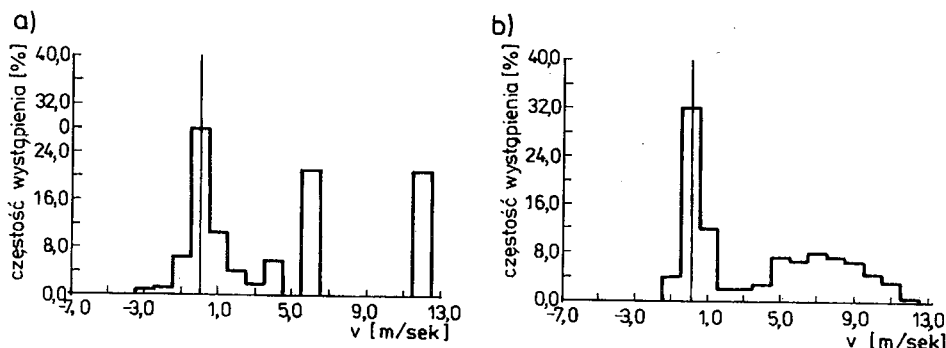
$$\langle x(0), y(k) \rangle = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) y(nT + kT), \quad (10)$$

gdzie T jest okresem odpowiadającym zredukowanej częstotliwości próbkowania. Z otrzymanych wartości wybiera się najmniejszą z nich i dwie sąsiadujące z nią. Na rys. 11 oznaczono je literami A , B , C . Pomiedzy tymi punktami leżą punkty D i E przesunięte na prawo od punktów A i C o $16/32$ okresu odpowiadającego częstotliwości zredukowanej, to znaczy o 16 okresów odpowiadających pomiarowej częstotliwości próbkowania. W punktach D i E liczy się odległość Euklidesa ze zredukowaną częstotliwością próbkowania. W kontekście algorytmu opisanego na początku tego rozdziału oznacza to, że w tych obliczeniach są użyte produkty skalarne dwóch wektorów liczone wg formuły

$$\langle x(0), y(k_{A/C} + 16) \rangle = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) y(nT + (k_{A/C} + 16)T/32), \quad (11)$$

gdzie $k_{A/C}$ oznacza wartość k dla punktu A lub C , oraz T jest okresem odpowiadającym zredukowanej częstotliwości próbkowania. W przypadku, gdy zachodzi $d(\tau_D) < d(\tau_C)$ rozpatruje się dalej odcinek $A-D-C$, natomiast w przypadku gdy zachodzi $d(\tau_E) < d(\tau_C)$ rozpatruje się odcinek $C-E-B$. Jeżeli żaden z powyższych przypadków nie zachodzi, to rozpatruje się odcinek $D-C-E$. Zauważmy, że odcinek otrzymany do dalszego przeszukania ma długość dwukrotnie mniejszą od odcinka początkowego, tj. odcinka $A-C-B$. Opisaną powyżej procedurę powtarzamy, aż do otrzymania odcinka równego $\frac{2}{32}T$. Odcinek

ten, tak jak każdy poprzedni, posiada dwa punkty skrajne i jeden środkowy. Jeden z tych punktów jest poszukiwanym minimum. Zauważmy, że to minimum daje rozdzielczość czasową, jaką otrzymuje się przy częstotliwości próbkowania 90 kHz.



Rys. 12. Histogramy prędkości cząstek substancji stałej uzyskane przy: a) pomiarowej częstotliwości próbkowania 3 kHz, b) pomiarowej częstotliwości próbkowania 90 kHz i zastosowanym algorytmie „przyspieszającym obliczenia” z rozdziału 6

Na rys. 12 pokazano dwa histogramy — jeden otrzymany wg procedury opisanej w rozdziale 5 z pomiarową częstotliwością próbkowania 3 kHz, i drugi otrzymany z pomiarową częstotliwością próbkowania 90 kHz i zastosowanym algorytmem przyspieszającym obliczenia z tego rozdziału.

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono pewną metodę szacowania stochastycznego czasu opóźnienia, która została zastosowana przez autora w pomiarach parametrów statystycznych dwufazowego, turbulentnego procesu fluidyzacyjnego. Dokonano również porównania dwóch metod estymacji czasu opóźnienia, a mianowicie zwykłej techniki korelacyjnej i techniki opartej na obliczaniu odległości Euklidesa pomiędzy dwoma sygnałami dla różnych przesunięć czasowych pomiędzy nimi i znajdowaniu minimum otrzymanej funkcji. Pokazano, że ta druga technika prowadzi do bardziej wiarygodnych wyników. Rozważono również wpływ wyboru częstotliwości próbkowania na dokładność szacowanych wielkości oraz pokazano sposób uzyskiwania w miarę dużej rozdzielczości przy zredukowanym nakładzie obliczeniowym.

Sygnały otrzymywane w pomiarach turbulentnych procesów fluidyzacyjnych, odpowiednio przetworzone za pomocą metod przetwarzania sygnałów cyfrowych, mogą posłużyć do „wydobycia” z nich dalszych, cennych informacji. Jedną z takich prób była próba autora stwierdzenia, czy te procesy mają jakieś cechy zjawisk chaotycznych [6]. Wydaje się, że dalsze prace w tym zakresie warto kontynuować.

PODZIĘKOWANIE

Badania, których część wyników przedstawiono w tej pracy, były sponsorowane przez Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG).

BIBLIOGRAFIA

1. J. Bohmann, H. Meyr, R. Peters, G. Spies: *A signal processor for a noncontact speed measurement system*. IEEE Trans. on Vehicular Technology, 1984, vol. VT-33, no. 1, pp. 14–22
2. J. Bohmann, H. Meyr: *An all-digital realization of a baseband DLL implemented as a dynamical state estimator*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, vol. ASSP-34, no. 3, pp. 535–545
3. A. Borys: *Solids velocity estimation in two-phase turbulent flow*. Proceedings 11. DAGM-Symposium Mustererkennung (Pattern Recognition)'89, Hamburg, 1989, pp. 531–535
4. A. Borys: *A simplified model of rapid fluidization*. Proceedings ASST'90, 7. Aachener Symposium für Signaltheorie, Modellgestützte Signalverarbeitung, Aachen, 1990, pp. 247–251
5. A. Borys, N. Fliege: *Digitale Verarbeitung von Meßsignalen zur Erfassung der lokalen Struktur von Gas-Feststoff-Strömungen*. Bericht A7, Technische Universität Hamburg-Harburg, 1988
6. A. Borys: *Chaos in a bed working under rapid fluidization regime*. Proceedings of EUSIPCO'92, Sixth European Signal Processing Conference, Brussels, 1992, pp. 195–197
7. A. Borys: *On using a stochastic-delay model to estimate solid-cluster velocities in gas-solid streams*. przyjęte do druku w Zesz. Naukowych ATR Bydgoszcz
8. H. Braun, M. Füg, G. Schneider: *Theory and application of an alternative correlation flowmeter*. Chem. Eng. Technol., 1987, vol. 10, pp. 353–360
9. C. Carter: *Coherence and time delay estimation*. Proceedings of the IEEE, 1987, vol. 75, no. 2, pp. 236–255
10. N. Fliege: *Digitale Verarbeitung von Sensorsignalen mit funktionalanalytischen Methoden*. 6 Symposium Maritime Elektronik, Rostock, 1989, S. 72–75
11. E. Hartge, D. Rensner, J. Werther: *Solids concentration and velocity patterns in circulating fluidized beds*. Preprints of the 2nd Int. Conference on Circulating Fluidized Beds, Compiègne, France, 1988
12. Ch. Knapp, C. Carter: *The generalized correlation method for estimation of time delay*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1976, vol. ASSP-24, no. 4, pp. 320–327
13. L. Kostić: *Local steam transit time estimation in a boiling water reactor*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, vol. ASSP-29, no. 3, pp. 555–560
14. F. Mesch, H. Daucher, R. Fritsche: *Geschwindigkeitsmessung mit Korrelationsverfahren, Teil 1: Grundgedanke; Anwendung auf Zweiphasenströmungen*. Messtechnik, Vol. 7, 1971, S. 152–157
15. F. Mesch, H. Daucher, R. Fritsche: *Geschwindigkeitsmessung mit Korrelationsverfahren, Teil 2I: Berührungslose Geschwindigkeitsmessung von Walzgut; Fehlereinflüsse*. Messtechnik, Vol. 8, 1971, S. 163–168
16. F. Mesch, H. Kipphan: *Solids flow measurement by correlation methods*. Optoelectronics, vol. 4, 1972, pp. 451–462
17. F. Mesch, R. Fritsche, H. Kipphan: *Transit time correlation — a survey on its applications to measuring transport phenomena*. Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1974, vol. 96, pp. 414–420
18. F. Mesch: *Speed and flow measurement by an intelligent correlation system*. Proceedings ISA'90, New Orleans, USA, 1990
19. R. Peters, F. Blischke, H. Meyr: *Transit-time estimation in turbulent flows*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, vol. ASSP-36, no. 1, pp. 20–28
20. L. Piplies: *Feststoffgeschwindigkeit bei Gas/Feststoff-Strömungen in vertikalen Rohren*. Chemie-Ing. — Techn. 1972, Vol. 44, S. 394–399

A. BORYS

AN ALGORITHM OF ESTIMATION OF STOCHASTIC TIME-DELAY

S u m m a r y

A method of time-delay estimation used to process the measurement data obtained in the two-phase turbulent flow is presented in detail. The technique described is based on calculations of the Euclid distance. Some comparisons with other techniques are also given. Moreover, the relation between the value of sampling frequency and resolution of the estimated values of velocities in flow is discussed as well.

Key words: time-delay, converter of digital signal, fluidizing processes.

LISTA RECENZENTÓW KWARTALNIKA ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

Doc. dr inż. *Zenon Baran*

Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji

Prof. dr hab. inż. *Jerzy Baranowski*

Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki

Prof. dr hab. inż. *Daniel Józef Bem*

Politechnika Wrocławska,
Instytut Telekomunikacji i Akustyki

Dr hab. inż. *Wojciech Burakowski*

Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji

Prof. dr hab. inż. *Andrzej Czajkowski*

Politechnika Łódzka,
Instytut Automatyki

Prof. dr hab. inż. *Zbigniew Czyż*

Przemysłowy Instytut
Telekomunikacji, Warszawa

Dr hab. inż. *Andrzej M. Dąbrowski*

Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji

Prof. dr inż. *Marian Dąbrowski*

Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji

Prof. dr hab. inż. *Janusz Dobrogowski*

Politechnika Poznańska,
Instytut Elektroniki i Telekomunikacji

Prof. dr hab. inż. *Janusz Dobrowolski*

Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki

Dr inż. *Przemysław Dymarski*

Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji

Prof. dr hab. inż. *Adam Fiok*

Politechnika Warszawska,
Instytut Radioelektroniki

Prof. dr hab. inż. *Anatol Gosiewski*

Politechnika Warszawska,
Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej

Prof. dr hab. inż. *Krzysztof Grabowski*

Politechnika Gdańska,
Katedra Techniki Mikrofalowej
i Telekomunikacji Optycznej

Dr inż. *Antoni Grzanka*

Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki

Prof. dr hab. inż. *Wojciech Gwarek*

Politechnika Warszawska,
Instytut Radioelektroniki

Prof. dr hab. inż. *Ryszard Jachowicz*

Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki

Prof. dr hab. inż. *Włodzimierz Janke*

Politechnika Gdańska
Katedra Elektroniki Ciała Stałego

Prof. dr hab. inż. *Janusz M. Jaworski*

Politechnika Warszawska,
Instytut Elektrotechniki Teoretycznej
i Miernictwa Elektrycznego

Prof. dr hab. inż. *Romuald Józwicki*

Instytut Konstrukcji Przyrządów
Precyzyjnych i Optycznych,
Politechnika Warszawska

em. Prof. dr hab. inż. *Zdzisław Kachlicki*

Politechnika Poznańska,
Instytut Elektroniki

Prof. dr hab. inż. *Zbigniew Kaczkowski*

Polska Akademia Nauk,
Instytut Fizyki, Warszawa

Doc. dr hab. inż. *Andrzej Kasprzak*

Politechnika Wrocławska,
Instytut Sterowania
i Techniki Systemów

- † Prof. inż. *Lesław Kędzierski*
Instytut Łączności, Warszawa
- Prof. dr hab. inż. *Jerzy Klamka*
Instytut Technologii Elektronowej,
Warszawa
- Dr inż. *Paweł Kliś*
Instytut Łączności, Warszawa
- Prof. dr hab. inż. *Andrzej Kobus*
Instytut Technologii
Elektronowej, Warszawa
- Doc. dr hab. inż. *Adam Kowalewski*
Akademia Górniczo-Hutnicza,
Katedra Automatyki, Kraków
- Prof. dr hab. inż. *Czesław Królikowski*
Politechnika Poznańska,
Instytut Elektroenergetyki
- Dr inż. *Zdzisław Kozłowski*
Politechnika Warszawska,
Instytut Radioelektroniki
- Prof. dr hab. inż. *Andrzej Kraśniewski*
Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji
- Doc. dr hab. inż. *Jerzy Kruszewski*
Politechnika Warszawska,
Instytut Mikroelektroniki i
Optoelektroniki
- Prof. dr hab. inż. *Adam Kujawski*
Politechnika Warszawska,
Instytut Fizyki
- Prof. dr hab. inż. *Juliusz Lech Kulikowski*
Polska Akademia Nauk, Warszawa,
Instytut Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej
- Dr inż. *Anna Lewińska-Romicka*
Politechnika Warszawska,
Centrum Uczelniano-Przemysłowe Metrologii
i Systemów Pomiarowych
- Prof. dr hab. inż. *Józef Lubacz*
Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji
- Prof. dr hab. inż. *Jerzy Luciński*
Politechnika Łódzka,
Instytut Elektroniki
- Prof. dr hab. inż. *Jerzy Majewski*
Wyższa Szkoła Morska, Gdynia,
Wydział Elektryczny
- Prof. dr inż. *Władysław Majewski*
Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji
- Dr inż. *Marek Matczak*
Uniwersytet Szczeciński,
Wydział Mat.-Fiz., Katedra Fizyki
- Prof. dr hab. inż. *Bogdan Mroziewicz*
Instytut Technologii Elektronowej, Warszawa
- Doc. dr hab. inż. *Jan Mulawka*
Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki
- Dr inż. *Jan Nadratowski*
Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji
- Prof. dr hab. inż. *Andrzej Napieralski*
Politechnika Łódzka,
Instytut Elektroniki
- Doc. dr inż. *Czesław Norek*
Instytut Tele- i Radiotechniczny,
Warszawa
- Prof. dr hab. inż. *Stanisław Nowak*
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków
- Dr inż. *Jan Ogrodzki*
Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki
- Mgr inż. *Aleksander Orłowski*
Instytut Łączności, Warszawa
- Prof. dr inż. *Jerzy Osowski*
Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki
- Dr inż. *Andrzej Pacut*
Politechnika Warszawska,
Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej
- Prof. dr hab. inż. *Władysław Paszek*
Politechnika Warszawska,
Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych

- Dr inż. Andrzej Pfitzner**
Politechnika Warszawska,
Instytut Mikroelektroniki i Optoelektroniki
- Prof. dr hab. inż. Marian S. Piekarski**
Politechnika Wrocławska,
Instytut Telekomunikacji i Akustyki
- Prof. dr hab. inż. Jan Purczyński**
Politechnika Szczecińska,
Instytut Elektroniki i Informatyki
- em. Doc. dr inż. Olgierd Przesmycki**
Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji
- Dr hab. inż. Roman Rykaczewski**
Politechnika Gdańska,
Katedra Systemów Informacyjnych
- em. Prof. dr inż. Stanisław Sławiński**
Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji
- Prof. dr hab. inż. Stanisław Skoczowski**
Politechnika Szczecińska,
Wydział Elektryczny
- Dr inż. Jerzy Skwarczyński**
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków
Instytut Maszyn i Sterowania Układów
Elektroenergetycznych
- em. Doc. dr hab. Barbara Smolińska**
Politechnika Warszawska,
Instytut Fizyki
- Prof. dr hab. inż. Tadeusz Sobczyk**
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków
Instytut Maszyn i Sterowania Układów
Elektroenergetycznych
- Prof. dr hab. inż. Marek Stabrowski**
Politechnika Warszawska,
Instytut Elektrotechniki Teoretycznej
i Miernictwa Elektrycznego
- Dr inż. Jerzy Szabatin**
Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki
- Prof. dr hab. inż. Mieczysław Szustakowski**
Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa,
Instytut Fizyki Technicznej
- Prof. dr inż. Michał Tadeusiewicz**
Politechnika Łódzka,
Instytut Podstaw Elektrotechniki
- Dr hab. inż. Krzysztof Wesolowski**
Politechnika Poznańska,
Instytut Elektroniki i Telekomunikacji
- Dr hab. inż. Tadeusz Więckowski**
Politechnika Wrocławska,
Instytut Telekomunikacji i Akustyki
- Prof. dr hab. inż. Jacek Wojciechowski**
Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki
- Dr inż. Włodzimierz Wolski**
Politechnika Wrocławska,
Instytut Telekomunikacji i Akustyki
- Prof. dr hab. inż. Andrzej Wojtkiewicz**
Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki
- Dr inż. Kornel B. Wydro**
Politechnika Warszawska,
Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej
- Prof. dr hab. inż. Jan Zabrodzki**
Politechnika Warszawska,
Instytut Informatyki
- Dr inż. Krzysztof Zamłyński**
Politechnika Warszawska,
Instytut Podstaw Elektroniki
- Dr inż. Bogdan Zbierzchowski**
Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji
- Dr inż. Piotr Zwierko**
Politechnika Warszawska,
Instytut Telekomunikacji

SPIS TREŚCI

A. Domańska: Model operacji kwantowania utworzony na podstawie formuły zagadnienia odtwarzalności	419
A. Domańska: Zmiany formuły zagadnienia odtwarzalności w wyniku kwantowania z sygnałem ditherowym	435
L.R. Jaroszewicz: Modelowanie działania konfiguracji optycznej interferometrów światłowodowych	451
A. Tyszk-Zawadzka: Zagadnienie nadmiarowego szumu w strukturach laserowych	481
A. Borys: Korelacyjne techniki szacowania czasu opóźnienia	501
A. Borys: O pewnym algorytmie szacowania stochastycznego czasu opóźnienia	517
Lista Recenzentów Kwartalnika Elektroniki i Telekomunikacji	537
Informacje dla Autorów	
Roczny Spis Treści	

CONTENTS

A. Domańska: Model of the quantizing operation based on reconstruction problem formula	419
A. Domańska: Changes in the formula of reconstruction problem resulting from quantization with dither signal	435
L.R. Jaroszewicz: Fiber-optic-interferometer numerical investigation	451
A. Tyszk-Zawadzka: Effect of excess noise in laser structures	481
A. Borys: Correlation techniques of time-delay	501
A. Borys: The algorithm of stochastic estimation time-delay	517
The list of the Reviewers of "Electronics and Telecommunications Quarterly"	537
Informations for the Authors	
Year Contents of Electronics and Telecommunications Quarterly	

INFORMACJE DLA AUTORÓW

Redakcja przyjmuje do publikowania prace oryginalne, przeglądowe i monograficzne wchodzące w zakres szeroko pojętej elektroniki. Ponieważ KWARTALNIK ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI jest czasopismem Komitetu Elektroniki i Telekomunikacji Polskiej Akademii Nauk, w związku z tym na jego łamach znajdują się prace naukowe dotyczące podstaw teoretycznych i zastosowań z zakresu elektroniki, telekomunikacji, mikroelektroniki, optoelektroniki, radiotechniki i elektroniki medycznej.

Artykuły powinny charakteryzować oryginalne ujęcie zagadnienia, własna klasyfikacja, krytyczna ocena (teorii lub metod), omówienie aktualnego stanu, lub postępu danej gałęzi techniki oraz omówienie perspektyw rozwojowych.

Artykuły publikowane w innych czasopismach nie mogą być kierowane do druku w Kwartalniku Elektroniki i Telekomunikacji w drugiej kolejności zgłoszenia.

Objętość artykułu nie powinna przekraczać 20 stron po około 1800 znaków na stronie.

Wymagania podstawowe: Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie pisany jednostronnie lub na wyraźnym czarno-białym wydruku komputerowym, w 2 egzemplarzach, w języku polskim lub angielskim wybranym przez autora. Tekst artykułu musi być poprzedzony tytułem pracy, imieniem i nazwiskiem Autora wraz z podaniem miejsca jego pracy. Wszystkie strony muszą mieć numerację ciągłą.

Sposób pisania tekstu: Tekst powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjiowania, podkreślania pisania tekstu dużymi literami z wyjątkiem wyrazów, które umownie pisze się dużymi literami (np. FORTRAN). Proponowane wyróżnienia Autor może zaznaczyć w maszynopisie zwykłym ołówkiem za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych) np. podkreślenie linią przerywaną oznacza spaciowanie (rozstrzelanie), podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa. Tekst powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami, tytuły i podtytuły małymi literami. Marginesy z każdej strony powinny mieć około 35 mm. Przy podziale pracy na rozdziały i podrozdziały cyfrowe ich oznaczenia nie powinny być większe niż III stopnia (np. 4.1.1).

Sposób pisania tablic: Tablice powinny być pisane na oddzielnych stronach. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi, u góry każdej tablicy podać tytuł. Tablice umieścić na końcu maszynopisu. Przyjmowane są tablice algorytmów i programy na wydrukach komputerowych. W tym przypadku zachowany jest ich oryginalny układ.

Sposób pisania wzorów matematycznych: Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki potęg powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi, całkami i in. symbolami (strzałki, linie, kropki, daszki) powinny być umieszczone dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów cyframi arabskimi powinny być kolejne i umieszczone w nawiasach okrągłych z prawej strony. Nazwy jednostek, symbole literowe i graficzne powinny być zgodne z wytycznymi IEE (International Electronical Commission) oraz ISO (International Organization of Standardization).

Powołania: Powołania na publikacje powinny być umieszczone na ostatnich stronach tekstu pod tytułem „Bibliografia”, opatrzone numeracją kolejną bez nawiasów. Numeracja ta powinna być zgodna z odnośnikami w treści artykułu. Przykłady opisu publikacji:

- periodycznej: F. Valdoni: A new millimetre wave satellite. E.T.T. 1990, vol. 2, nr 5, p. 553
- nieperiodycznej: K. Andersen: A resource allocation framework. XVI International Symposium. Stockholm (Sweden), May 1991, paper A2.4
- książki: Y.P. Tvidis: Operation and modelling of the MOS transistors. Mc Graw-Hill, New York 1987, p. 141–148.

Materiał ilustracyjny: Rysunki powinny być wykonane wyraźnie, na papierze gładkim, lub milimetrowym w formacie nie mniejszym niż 9x12 cm. Mogą być także w postaci wydruku komputerowego.

Fotografie lub diapozytywy przyjmowane są czarno-białe lub kolorowe w formacie nie przekraczającym 10×15 cm. Na marginesie każdego rysunku i na odwrocie fotografii powinno być napisane ołówkiem imię i nazwisko Autora oraz skrót tytułu artykułu, do którego są przeznaczone.

Spis podpisów pod rysunki i fotografie powinien być umieszczony na oddzielnej stronie.

Streszczenie. Do każdego artykułu musi być dołączone streszczenie z tytułem artykułu. Streszczenia (Summary) muszą być w języku polskim i angielskim. Streszczenie powinno wyjaśniać główny cel pracy, wskazywać korzyści i ograniczenia, możliwe zastosowania i zalecenia dla dalszego rozwoju danej gałęzi techniki. Objętość streszczenia nie powinna przekraczać 100 słów, a jego treść nie może być identyczna ze „Wstępem”, lub „Zakończeniem”. pod streszczeniami powinny być podane słowa kluczowe.

Autorowi przysługuje bezpłatnie 20 odbitek artykułu. Dodatkowe egzemplarze odbitek, lub cały zeszyt Autor może zamówić u wydawcy na własny koszt.

Autora obowiązuje korekta autorska, którą powinien wykonać w ciągu 3 dni od daty otrzymania tekstu z Redakcji i zwrócić osobiście, lub listownie pod adresem Redakcji. Korekta powinna być naniesiona na przekazanych Autorowi szpaltach na marginesach ew. na osobnym arkuszu w przypadku uzupełnień tekstu większych niż dwa wiersze. W przypadku nie zwrócenia korekty w terminie, korektę przeprowadza Redakcja Techniczna Wydawcy.

Redakcja prosi Autorów o powiadomienie jej o zmianie miejsca pracy i adresu prywatnego.,

Uwaga: W 1995 i 1996 r. Redakcja przyjmuje teksty gładkie na dyskietkach z plikiem w formacie ASCII. Rysunki w formacie TIF lub PCX. Wydruk tekstu traktowany jako podstawa powinien zawierać również wzory matematyczne.

KWARTALNIK ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

T. 41, Z. 4 (1995)

Czasopismo jest przeznaczone dla specjalistów oraz studentów zajmujących się tematyką dotyczącą podstaw teoretycznych i zastosowań z zakresu elektroniki, telekomunikacji, mikroelektroniki, optoelektroniki, radiotechniki i elektroniki medycznej. Zeszyt nr 4/95 zawiera artykuł dotyczący analizy nadmiarowego szumu w realnych strukturach laserowych, w szczególności w laserach Fabry-Perota i laserach z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym. Ponadto w bieżącym zeszycie przedstawiono prace związane z technikami szacowania czasu opóźnienia oraz zastosowaniem procesorów sygnałowych do konstrukcji cyfrowych oraz metodę modyfikacji cech operacji kwantowania polegającą na zastosowaniu konwersji a-c z sygnałem ditherowym.

Na uwagę zasługuje obszerny artykuł poświęcony kompleksowemu opisowi interferometru światłowodowego o dowolnej konfiguracji.

Kwartalnik jest rozprowadzany głównie w prenumeracie, jednakże poszczególne numery można kupić w Księgarni Wydawnictwa Naukowe PWN, ul. Miodowa 10, 00-251 Warszawa. Można je również otrzymać w redakcji: ul. Nowowiejska 15/19, 00-665 Warszawa, pok. 470 w Gmachu im. Prof. J. Groszkowskiego.

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

KWARTALNIK
ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

ELECTRONICS AND
TELECOMMUNICATIONS
QUARTERLY

SPIS TREŚCI DO TOMU 41



WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN
WARSZAWA 1995

SPIS TREŚCI DO TOMU 41 — 1995

Nr 1

Od redakcji	3
S. Skoczowski: Identyfikacja praktyczna modeli transmitancyjnych na podstawie początkowej fazy odpowiedzi skokowej	5
P. Tyczka, W. Hołubowicz: Samosynchronizacyjne własności kodowanych splotowo systemów z ciągłą modulacją fazy	31
A. Materka: Nowa metoda identyfikacji parametrów układu dynamicznego za pomocą sztucznej sieci neuronowej	45
K. Pacholski: Błąd przesterowania przetworników napięciowych sygnałów impulsowych	69
Z. Lisik, W. Cieplak, M. Leśkiewicz-Krawczyk, M. Smoluchowski: Komputerowa optymalizacja grubości słabo i silnie domieszkowanych warstw n-bazy w tyrystorze asymetrycznym	89
J. Siuzdak: Uproszczona metoda określania czułości heterodynowego odbioru sygnału optycznego o znacznej szerokości linii widmowej	103
J. Siuzdak: Eksperymentalny system światłowodowej transmisji kohrentnej z wykorzystaniem modulacji częstotliwości lasera	113
H. Górkiewicz-Galwas, J.M. Woźnicki: Współczesne rozumienie pojęcia „Technika Obrazowa” oraz jego relacje do innych pojęć z tym związanych	131

NR 2

F. Wysocka-Schillak: Projektowanie cyfrowego filtra SOI o zadanej charakterystyce częstotliwościowej i równomiernie falistym przebiegu funkcji błędu	145
S. Rosłonec: Szerokopasmowe, trójwrotowe dzielniki mocy typu Wilkinson'a obciążone zespolonymi impedancjami	157
Z. Wróbel: Synteza struktur kanonicznych czwórników i trójników zawierających wzmacniacz operacyjny	169
K. Perlicki: Właściwości optyczne dielektrycznych struktur stożkowych	185
M.T. Faber, M.E. Adamski: Półprzewodnikowe diody $m-n-n^+$ do przemiany częstotliwości w zakresach fal milimetrycznych i submilimetrycznych	203
M.T. Faber: Diodowe powielacze częstotliwości zakresów fal milimetrycznych i submilimetrycznych	257
Informacje dla Autorów	287

NR 3

M. Stabrowski: Nowa efektywna implementacja metody Braytona — Gustavsona — Hatchela rozwiązywania sztywnych równań różniczkowych zwyczajnych	293
G. Ciesielski: Identyfikacja szczegółowej struktury wielowymiarowych systemów stacjonarnych	305

G. Ciesielski: Modelowanie wielowymiarowych systemów stacjonarnych przyczynowych .	321
Z. Ciota: Projektowanie scalonych wzmacniaczy operacyjnych w technologii CMOS	337
Z. Ciota: Metody symulacji komputerowej analogowych filtrów scalonych w technologii CMOS	349
B. Więcek, A. Szkodzik: Projektowanie systemów wieloprocessorowych z procesorami sygnałowymi	361
A. Lewińska-Romicka: Metodyka charakteryzowania wad rur na podstawie sygnałów przetworników wiroprowodowych	379

NR 4

A. Domańska: Model operacji kwantowania utworzony na podstawie formuły zagadnienia odtwarzalności	419
A. Domańska: Zmiany formuły zagadnienia odtwarzalności w wyniku kwantowania z sygnałem ditherowym	435
L.R. Jaroszewicz: Modelowanie działania konfiguracji optycznej interferometrów światłowodowych	451
A. Tysza-Zawadzka: Zagadnienie nadmiarowego szumu w strukturach laserowych	481
A. Borys: Korelacyjne techniki szacowania czasu opóźnienia	501
A. Borys: O pewnym algorytmie szacowania stochastycznego czasu opóźnienia	517
Lista Recenzentów Kwartalnika Elektroniki i Telekomunikacji	537
Informacje dla Autorów	
Roczny Spis Treści	

CONTENTS

Nr 1

From redaction	3
S. Skoczowski: A sample method for identification of transfer functions based on the initial phase of step responses	5
P. Tyczka, W. Hołubowicz: Self-recovering property of convolutionally encoded continuous phase modulation	31
A. Materka: New method of dynamic system parameter identification using artificial neural network	45
K. Pacholski: The overloading error of voltage pulse signals transducers	69
Z. Lisik, W. Cieplak, M. Leśkiewicz-Krawczyk, M. Smoluchowski: Computer optimisation of thickness of low- and high-doped n-base layers in ASCR thyristor	89
J. Siuzdak: A simplified method for the determination of sensitivity of reception of heterodyne optical signal with substantial linewidth	103
J. Siuzdak: An experimental fiber optics coherent transmission system that uses lasers FM	113
H. Górkiewicz-Galwas, J.M. Woźnicki: Current understanding of "Image Science and Technology" and related concepts	131

NR 2

F. Wysocka-Schillak: Design of a FIR digital filter with desired frequency response and equiripple error function	145
S. Rosłonec: Wide-band, three-gate power dividers Wilkinson type with complex impedance	157
Z. Wróbel: Synthesis of canonical structures of four- and three-terminal networks inclusion an operational amplifier	169
K. Perlicki: Optical properties of taper cylindrical dielectric rod	185
M.T. Faber, M.E. Adamski: Semiconductor $m-n-n^+$ diodes for frequency conversion at millimeter and submillimeter waves	203
M.T. Faber: Practical millimeter- and submillimeter-wave diode frequency multipliers ..	257
Informations for Authors	287

NR 3

M. Stabrowski: New efficient implementation of Brayton – Gustavson – Hatchel method for solving of stiff ordinary differential equation systems	293
G. Ciesielski: Detailed structure identification of multidimensional time-invariant systems	305
G. Ciesielski: Modelling of multidimensional time-variant and causal systems	321
Z. Ciota: Design of integrated operational amplifiers in CMOS technology	337
Z. Ciota: Computer simulation methods of analog integrated filters in CMOS technology	349
B. Wićcek, A. Szkodzik: Multi-DSP system design	361
A. Lewińska-Romicka: Methodology of the tubes flaws characterization upon Eddy current transducers signals	379

NR 4

A. Domańska: Model of the quantizing operation based on reconstruction problem formula	419
A. Domańska: Changes in the formula of reconstruction problem resulting from quantization with dither signal	435
L.R. Jaroszewicz: Fiber-optic-interferometer numerical investigation	451
A. Tyszk-Zawadzka: Effect of excess noise in laser structures	481
A. Borys: Correlation techniques of time-delay	501
A. Borys: The algorithm of stochastic estimation time-delay	517
The list of the Reviewers of "Electronics and Telecommunications Quarterly"	537
Informations for Authors	
Year Contents of Electronics and Telecommunications Quarterly	

Subscription for external subscribers:

The promotional subscription price in 1995 is \$ 90 including postage for institutions. Subscriptions should be sent to the publisher, Polish Scientific Publishers PWN Ltd, Journal Division, Miodowa 10, 00-250 Warsaw, POLAND, fax (48) (22) 26 09 50, (48) (22) 26 71 63, with a copy by fast to Electronics and Telecommunications Quarterly 00-665 Warsaw, ul. Nowowiejska 15/19, p. 470. Subscription is occupied after showing a cheque or transfer documents. Our bank account is as follows: Bank account: PBK VIII O/Warszawa nr 370028-1052. At subscriber's request this journal will be air mailed at additional postage to 50% gross price to European countries and 65% overseas.

Subscription orders available through the local press distribution or through the Foreign Trade Enterprise ARS Polona, 00-068 Warszawa, Krakowskie Przedmieście 7, Poland.

Ruch S.A. fulfils foreign customers orders, starting from any issue in the calendar year: tel.: (48) (22) 620 120 39; fax (48) (22) 620 17 62.

Cena 5 zł
50 000 zł

Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji

WARUNKI PRENUMERATY

Wpłaty na prenumeratę przyjmowane są na okresy roczne

Na teren kraju prenumeratę przyjmują jednostki kolportażowe RUCH S.A., urzędy pocztowe oddawcze właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora oraz doręczyciele w miejscowościach, gdzie dostęp do urzędu jest utrudniony, a także Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT

Termin przyjmowania przez RUCH S.A. prenumeraty krajowej i na zagranicę oraz przez Poczta Polską (tylko prenumerata krajowa) są kwartalne: do 5 XII na I kw., do 5 III na II kw., do 5 VI na III kw., i do 5 IX na IV kw.

Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT przyjmuje prenumeratę do 5 XII roku poprzedzającego

Dostawa zamówionej prasy następuje w sposób uzgodniony z zamawiającym, pod wskazanym adresem, w ramach opłaconej prenumeraty.

Adresy przedsiębiorstw kolportażowych i ich konta bankowe:

Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT, 00-716 Warszawa, ul. Bartycka 20, skr. poczt. 1004

Konto PBK S.A. III Oddział Warszawa nr 370015-1573-139-11

Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę jest dwukrotnie wyższa od ceny krajowej. Zlecający powinien podać dokładny adres odbiorcy. Dodatkowe informacje można otrzymać pod nr telefonu 49-30-86 lub 40-00-21 wew. 249, 295, 299.

RUCH S.A. Oddział Krajowej Dystrybucji Prasy, 00-958 Warszawa, ul. Towarowa 28

Konto PBK S.A. XIII Oddział Warszawa nr 370044-16551

Dostawa odbywa się pocztą zwykłą w ramach opłaconej prenumeraty, z wyjątkiem zlecenia dostawy pocztą lotniczą, której koszt w pełni pokrywa zleceniodawca.

Prenumerata ze zleceniem dostawy za granicę jest o 100% wyższa od krajowej. Od osób lub instytucji, zamieszkałych lub mieszczących się w miejscowościach, w których nie ma jednostek kolportażowych RUCH prenumeratę Kwartalnika można zamówić w Oddziale Warszawskim RUCH na konto: PBK S.A. XIII Oddział Warszawa, nr 370044-16551.

Bieżące numery można nabyć w Księgarni Wydawnictwa Naukowego PWN, ul. Miodowa 10, 00-251 Warszawa. Również można je nabyć, a także zamówić (przesyłka za zaliczeniem pocztowym) we Wzorcowni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN, Pałac Kultury i Nauki, 00-901 Warszawa w cenie podanej na okładce kwartalnika.

W roku 1996

przewidywana cena 1 egz. wyniesie	7,00 zł (70.000 zł)
prenumerata roczna w kraju	28,00 zł (280.000 zł)
prenumerata roczna za granicę	90 \$ USA