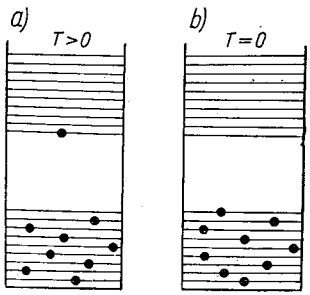
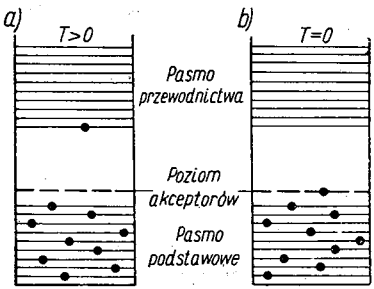
gdyż po zrealizowaniu wiązania bierze udział w wiązaniu ujemnego jonu atomu domieszki z obojętnym atomem podstawowym, a nie jak poprzednio — w wiązaniu dwóch obojętnych atomów pierwiastka podstawowego. Z energetycznego punktu widzenia elektron straci energię równą nie całej szerokości pasma zabronionego, lecz nieco mniejszą — odpowiada to przeskokowi elektronu z pasma przewodnictwa na pewien ściśle określony poziom energetyczny, zwany poziomem akceptorów, znajdujący się wewnątrz pasma zabronionego ponad najwyższym poziomem energtycznym pasma podstawowego (rysunki 19a i 19b). Należy tutaj zwrócić uwagę na to, że w drugim przy-



Rys. 18. Interpretacja energetyczna utworzenia się wiązania kowalentnego między dwoma atomami pierwiastka podstawowego



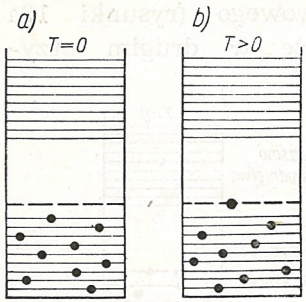
Rys. 19. Interpretacja energetyczna utworzenia się czwartego wiązania kowalentnego między atomem pierwiastka podstawowego (czterowartościowościowego) i trójwartościowościowym atomem domieszki

padku ciało krystaliczne nie jest elektrostatycznie obojętne, lecz posiada ujemny ładunek przestrzenny, wywołany elektronami przybyłymi z zewnątrz w celu zrealizowania brakujących wiązań kowalentnych. Zjawisko takie nie zachodzi w praktyce, jednak autor uważa, że w ten sposób czytelnik najłatwiej wytworzy sobie pojęcie dodatkowego poziomu energetycznego — poziomu akceptorów.

W dalszych rozważaniach dotyczących zachowania się elektronów w półprzewodniku będziemy uważać półprzewodnik zawsze za elektrostatycznie obojętny — istotne naruszenie równowagi elektrostatycznej może wystąpić jedynie przy bardzo wielkich natężeniach pola elektrycznego, znacznie wykraczających poza granice naszych rozważań. Wniosek z powyższego jest następujący: przy $T = 0$ w półprzewodniku posiadającym zakłócenia typu akceptorowego istnieje p_0 niezrealizowanych wiązań kowalentnych, gdzie p_0 — ilość atomów pierwiastka trójwartościowościowego, czyli ilość akceptorów.

Zwróćmy obecnie uwagę na małą różnicę energii między poziomem energetycznym akceptorów i najwyższym poziomem energetycznym pas-

ma podstawowego. Dla krzemu różnica ta wynosi 0,08 eV (gdy — jak wyżej wspomniano — szerokość całego pasma zabronionego w krzemie jest 1,11 eV). Mała wartość tej różnicy mówi nam, iż niezbyt dużej energii trzeba dostarczyć elektronowi któregokolwiek z sąsiednich wiązań kowalentnych, aby przeszedł on z sąsiedniego wiązania kowalentnego do niezrealizowanego wiązania kowalentnego akceptora. Stwierdzono doświadczalnie, że w germanie przy temperaturze pokojowej wszystkie akceptory są zjonizowane (czyli posiadają elektrony uzupełniające ich czwarte wiązanie kowalentne). Z energetycznego punktu widzenia przypadek powyższy odpowiada przeskokowi elektronu z pasma podstawowego na poziom akceptorów (rysunki 20a i 20b).



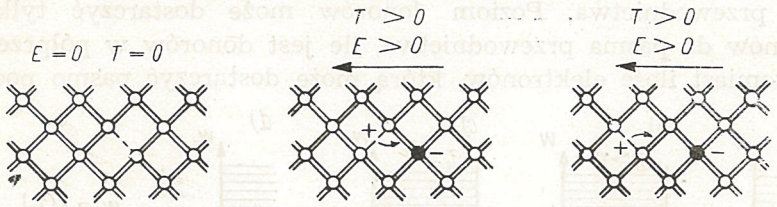
Rys. 20. Przeskok elektronu z pasma podstawowego na poziom akceptorów

Nasuwa się teraz pytanie: co się dzieje z sąsiednim zerwanym wiązaniem kowalentnym? Okazuje się, że istnieje możliwość dalszej wymiany elektronów: elektrony wiązań sąsiednich w stosunku do zerwanego wiązania między dwoma atomami pierwiastka podstawowego mogą zajmować miejsce w zerwanym wiązaniu pozostawiając po sobie znów zerwane wiązanie kowalentne. Jak wynika z powyższego, zerwane wiązanie kowalentne może swobodnie poruszać się wewnątrz kryształu.

Ładunek elektryczny rdzenia atomu akceptora wynosi +3; realizacja czwartego wiązania kowaletnego kosztem elektronu pochodzącego z sąsiedniego wiązania kowalentnego powoduje ujemną jonizację akceptora. Zerwanemu wiązaniu kowalentnemu między dwoma atomami germanu lub krzemu zawsze towarzyszy nieskompensowany ładunek dodatni, pochodzący od rdzeni atomowych niezwiązanych kowalentnie — przemieszczaniu się zatem zerwanego wiązania kowalentnego odpowiada przemieszczanie się nieskompensowanego ładunku dodatniego, czyli tzw. d z i u r y. Dziury posiadają swobodę poruszania się w całej przestrzeni siatki krystalicznej — tworzą one „gaz" dziurowy. Obecność p_o dziur wytwarza w półprzewodniku dodatni ładunek przestrzenny. Ładunek ten jest kompensowany przez równy co do wielkości bezwzględnej, lecz ujemny ładunek przestrzenny, wytworzony przez p_o zjonizowanych nieruchomych akceptorów.

Jeżeli umieścimy w polu elektrycznym kryształ półprzewodnika posiadający zakłócenia typu akceptorowego, wówczas nieuporządkowany ruch dziur, występujący przy $E = 0$, przejdzie w ruch skierowany — dziury poruszać się będą w półprzewodniku zgodnie z kierunkiem natężenia zewnętrznego pola elektrycznego (rys. 21).

Uogólniając powyższe rozważania na wszystkie półprzewodniki możemy powiedzieć, iż w półprzewodnikach posiadających zakłócenia regularności siatki krystalicznej typu akceptorowego nośnikami ładunku — a więc i prądu elektrycznego są dziury. Z bardziej ścisłych rozważań, opartych na nowej mechanice kwantowej, wynika, że ruch kolejno przeskakujących elektronów z jednego wiązania do drugiego i odpowiadające temu przemieszczanie się nieskompensowanego dodatniego ładunku rdzeni atomowych są równoważne ruchowi masy równej masie elektronu[1]) i obdarzonej elementarnym ładunkiem dodatnim, równym bezwzględnie co do wielkości ładunkowi elektronu.



Rys. 21. Ruch dziury elektronowej w polu elektrycznym przy $T>0$

Półprzewodniki, w których przewodność elektryczna realizowana jest w niskich temperaturach za pomocą dziur, nazywają się półprzewodnikami niedomiarowymi lub półprzewodnikami typu p[2]).

W warunkach zwykle spotykanych procentowa zawartość donorów i akceptorów jest bardzo mała, wskutek tego poszczególne donory i akceptory są znacznie od siebie oddalone w skali atomowej. Z tego powodu poziomy energetyczne donorów i akceptorów nie tworzą szerokich pasm energetycznych, jak to jest w przypadku pasma podstawowego i pasma przewodnictwa, lecz bardzo wąskie pasemka, które praktycznie mogą być uważane za jeden poziom energetyczny.

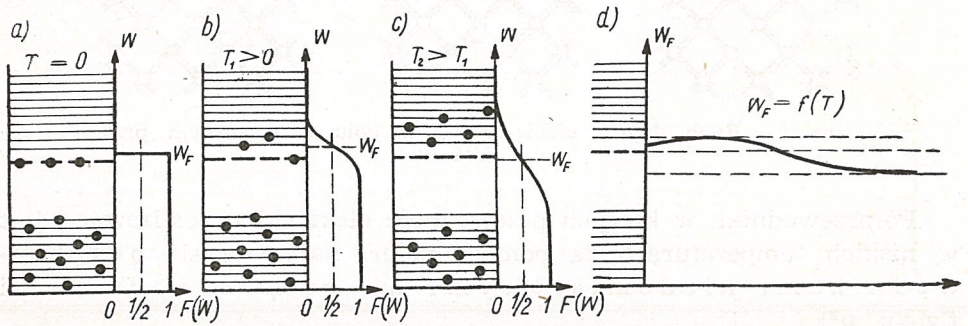
Rozpatrzymy obecnie przebieg funkcji Fermi-Diraca w półprzewodnikach typu n i typu p.

W półprzewodnikach typu n przy $T = 0$ najniższym poziomem energetycznym nieobsadzonym elektronami jest najniższy poziom energetyczny pasma przewodnictwa, natomiast najwyższym poziomem energetycznym obsadzonym przez elektrony jest poziom donorów. Poziom Fermiego, określony przez skok funkcji Fermi-Diraca, przebiegać będzie

[1]) Zachodzi tutaj równość mas skutecznych dziury i elektronu.

[2]) W wyższych temperaturach, gdy wzrasta prawdopodobieństwo przeskoku elektronu wprost z pasma podstawowego do pasma przewodnictwa, prąd elektryczny będzie częściowo przenoszony elektronami znajdującymi się w pasmie przewodnictwa.

dokładnie w środku przedziału energetycznego, określonego poziomem donorów i najniższym poziomem energetycznym pasma przewodnictwa (rys. 22a). Przy wzroście temperatury elektrony przechodzą z ściśle określonego poziomu donorów do pasma przewodnictwa, zajmując w pasmie przewodnictwa coraz to wyższe poziomy energetyczne; poziom Fermiego, będący poziomem symetrii energetycznej rozkładu elektronów, ulega stopniowemu przesuwaniu się w górę, ku dolnej granicy pasma przewodnictwa (rys. 22b). Przy dalszym podwyższaniu temperatury półprzewodnika zacznie wchodzić w grę półprzewodnictwo samoistne, polegające na przeskakiwaniu elektronów z pasma podstawowego do pasma przewodnictwa. Poziom donorów może dostarczyć tylko tyle elektronów do pasma przewodnictwa, ile jest donorów w półprzewodniku, natomiast ilość elektronów, którą może dostarczyć pasmo podstawo-



Rys. 22. Przebieg funkcji Fermi-Diraca i zmiany położenia poziomu Fermiego w funkcji temperatury w półprzewodniku typu *n*

we, jest większa co najmniej o kilka rzędów wielkości. Stosunek ilości elektronów swobodnych pochodzących z pasma podstawowego do ilości elektronów swobodnych pochodzących z poziomu donorów rośnie przy powiększaniu temperatury półprzewodnika i zaczyna wchodzić w grę rozkład prawdopodobieństwa dla półprzewodnictwa samoistnego. W wyniku tego następuje obniżanie się poziomu Fermiego, który wraz ze wzrostem temperatury zdąża asymptotycznie do środka pasma zabronionego (rysunki 22c i 22d).

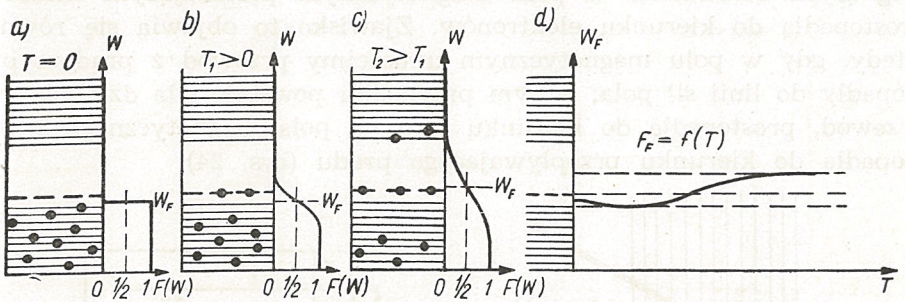
W półprzewodniku typu *p*, a więc posiadającym zakłócenia akceptorowe, przy $T = 0$ pasmo przewodnictwa nie posiada elektronów. Poziomy akceptorów również nie są obsadzone elektronami, natomiast wszystkie poziomy energetyczne w pasmie podstawowym są zajęte przez elektrony. Tutaj poziom Fermiego przebiegać będzie symetrycznie między poziomem akceptorów i najwyższym poziomem energetycznym pasma podstawowego (rys. 23a).

Ze względu na analogię dalszych rozważań dotyczących półprzewodnika typu *p* w stosunku do poprzednich rozważań dotyczących zmian po-

łożenia poziomu Fermiego w funkcji temperatury w półprzewodniku typu n, pomijamy opis fizycznej strony zagadnienia — czytelnik z pomocą rysunków 23a i 23d zorientuje się sam w przebiegu zjawisk zachodzących przy zmianach temperatury.

Korzystając z otrzymanych wyników stwierdzamy, że przy $T = 0$ półprzewodniki wszystkich rodzajów nie posiadają nośników prądu ani w postaci wolnych elektronów, ani w postaci dziur — są więc izolatorami. Fakt ten może doskonale służyć za kryterium fizyczne, umożliwiające odróżnianie metali od półprzewodników, metale bowiem w temperaturach bliskich zera bezwzględnego wykazują zjawisko nadprzewodnictwa ($\sigma \approx 10^{30} \Omega^{-1}$ cm^{-1}).

Poziomy energetyczne donorów i akceptorów mogą powstać w półprzewodnikach nie tylko tak, jak to podano na przykładzie siatki kry-



Rys. 23. Przebieg funkcji Fermi-Diraca i zmiany położenia poziomu Fermiego w funkcji temperatury w półprzewodniku typu p

stalicznej krzemu lub germanu. W półprzewodnikach o budowie siatki krystalicznej typu $M_m R_r$, np. NaCl, poziomy energetyczne donorów powstają wtedy, gdy w siatce krystalicznej posiadamy nadmiar atomów metalu; przy dostarczeniu pewnej energii elektronowi atomu metalu elektron opuszcza atom i przechodzi do pasma przewodnictwa, pozostawiając po sobie nieruchomy dodatni jon metalu — donor. Analogicznie nadmiar atomów metaloidu w siatce krystalicznej typu $M_m R_r$ umożliwia przechwytywanie elektronów z pasma podstawowego przez nadmiarowe atomy metaloidu — powstają wówczas nieruchome jony ujemne metaloidu i swobodnie poruszające się dziury w pasmie podstawowym.

Na zakończenie niniejszej części podamy kilka faktów doświadczalnych utwierdzających nas w przekonaniu, że atomy domieszek wprowadzane do siatki krystalicznej krzemu i germanu nie wchodzą w przestrzenie międzywęzłowe siatki krystalicznej, lecz są podstawieniowymi (tzn. atomy domieszek zajmują miejsca w węzłach siatki krystalicznej zamiast atomów pierwiastka podstawowego).

1. Wprowadzając daną domieszkę z góry możemy określić rodzaj przewodności, przy czym domieszki trójwartościowościowe dają prze-

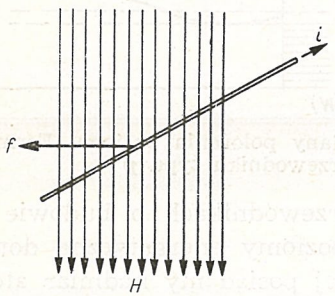
wodnictwo dziurowe, a pięciowartościowościowe — przewodnictwo elektronowe.

2. Energia aktywacji donorów i akceptów pokrywa się z wartościami obliczonymi teoretycznie na podstawie mechaniki kwantowej.

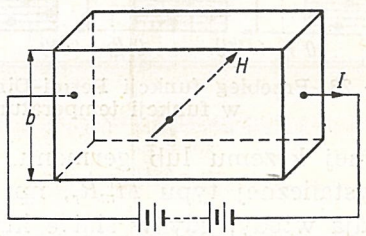
3. Metodami rentgenowskimi stwierdzono, że przy wprowadzaniu atomów fosforu i boru do siatki krystalicznej germanu, a więc atomów mniejszych od atomów germanu, stała siatki krystalicznej ulega zmniejszeniu; gdyby atomy domieszek zajmowały położenia międzywęzłowe, prowadziłoby to do wzrostu stałej siatki krystalicznej.

8. ZJAWISKO HALLA

Powszechnie znane jest zjawisko odchylania się wiązki swobodnie biegnących elektronów w polu magnetycznym posiadającym składową prostopadłą do kierunku elektronów. Zjawisko to objawia się również wtedy, gdy w polu magnetycznym umieścimy przewód z prądem prostopadły do linii sił pola; w tym przypadku powstaje siła działająca na przewód, prostopadła do kierunku linii sił pola magnetycznego i prostopadła do kierunku przepływającego prądu (rys. 24).



Rys. 24. Oddziaływanie pola magnetycznego na przewód z prądem



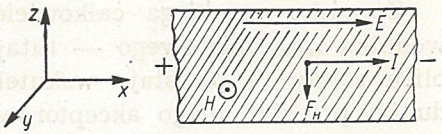
Rys. 25. Sposób umieszczenia płytki półprzewodnikowej przy badaniu zjawiska Halla

Siła f, widoczna na rys. 24, powstaje wskutek oddziaływania pola magnetycznego na elementarne nośniki ładunku, poruszające się wewnątrz przewodnika. W przekroju poprzecznym przewodnika następuje naruszenie rozkładu gęstości prądu — nośniki ładunku przemieszczać się będą zgodnie z kierunkiem działającej siły. Możemy powiedzieć, iż wewnątrz przewodnika powstaje pewna dodatkowa składowa prądu, skierowana prostopadle do linii pola magnetycznego i do tego prądu, który by występował przy nieobecności pola magnetycznego.

Umieśćmy teraz w jednorodnym polu magnetycznym o natężeniu H prostopadłościenną płytkę półprzewodnikową, przez którą przepływa prąd elektryczny o równomiernym rozkładzie gęstości w przekroju poprzecznym prostopadłym do kierunku płynącego prądu (rys. 25). Obecnie —

nie wnikając w to, jakiego rodzaju nośnikami ładunku jest realizowany przepływ prądu w półprzewodniku — określimy zwrot siły, unoszącej nośniki ładunku w kierunku prostopadłym do linii pola magnetycznego i prostopadłym do kierunku prądu, gdyby $H = 0$.

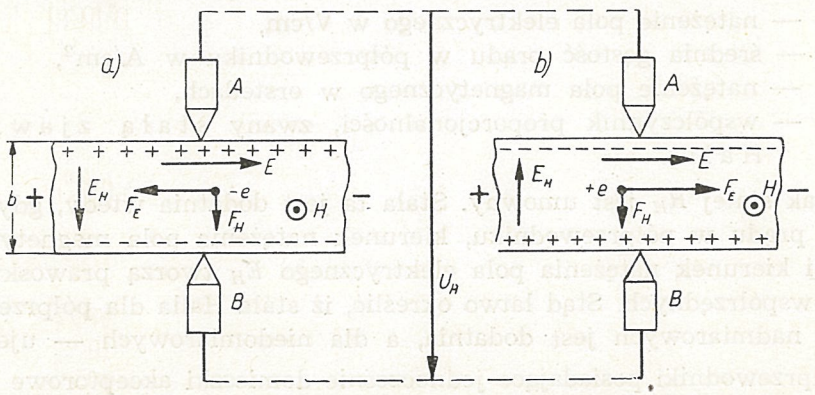
Z rys. 26 widzimy, że w przypadku, kiedy kierunek i zwrot przepływającego prądu jest zgodny z kierunkiem i zwrotem osi x oraz kierunek i zwrot linii sił pola magnetycznego jest zgodny z kierunkiem i zwrotem osi y, wówczas siła działająca na poruszający się nośnik ładunku ma kierunek zgodny z kierunkiem osi z, lecz zwrot jej jest przeciwnie skierowany w stosunku do zwrotu osi.



Rys. 26. Kierunki i zwroty pola magnetycznego, pola elektrycznego, prądu i siły działającej na nośnik ładunku przy badaniu zjawiska Halla

Z powyższego można wyciągnąć bardzo ważny wniosek: kierunek i zwrot siły F_H nie zależy od rodzaju nośników ładunku — zatem, czy przepływ prądu I realizowany będzie przez elektrony poruszające się w kierunku posiadającym zwrot przeciwny do zwrotu wektora E, czy też przez dziury, których wektor prędkości ma zwrot zgodny ze zwrotem wektora E, elektrony i dziury przy tych samych zwrotach E i H odchylane będą w kierunkach o jednakowych zwrotach.

Na rysunkach 27 a i 27 b pokazano zachowanie się elektronu w półprzewodniku nadmiarowym i dziury w półprzewodniku niedomiarowym.



Rys. 27. Powstawanie napięcia Halla w półprzewodniku posiadającym zakłócenia: a) donorowe, b) akceptorowe

W półprzewodniku nadmiarowym siła F_H działająca na elektrony powoduje zwiększenie gęstości prądu elektronowego od strony sondy B w stosunku do średniej gęstości prądu, w wyniku czego powstaje nadmiar elektronów od strony sondy B i niedomiar ich od strony sondy A (powstaje tutaj dodatni nieskompensowany ładunek przestrzenny do-

norów). Temu zachwianiu równomierności rozkładu ładunku przestrzennego elektronów towarzyszy powstawanie natężenia pola elektrycznego E_H, skierowanego zgodnie z kierunkiem i zwrotem siły F_H. Pole to przeciwdziała zachodzącemu zjawisku — wytwarza się ustalony stan równowagi dynamicznej, w którym wielkość E_H osiąga ustaloną wartość, charakterystyczną dla danego półprzewodnika.

Zjawisko przebiega całkowicie analogicznie w przypadku półprzewodnika niedomiarowego — tutaj ujemny ładunek przestrzenny w pobliżu sondy A powstaje wskutek częściowego nieskompensowania ładunku przestrzennego akceptorów. Ponieważ w półprzewodniku niedomiarowym nośnikami prądu są dziury, zatem zwrot E_H jest przeciwny niż w przypadku półprzewodnika nadmiarowego.

Mierząc napięcie U_H między sondami A i B i znając szerokość płytki półprzewodnikowej b określimy

$$E_H = \frac{U_H}{b}. \tag{18}$$

Natężenie pola E_H jest proporcjonalne do średniej gęstości prądu w płytce oraz do natężenia pola magnetycznego H (przy założeniu, że H jest jednorodne):

$$E_H = R_H\, j\, H\, 10^{-8}, \tag{19}$$

gdzie

E_H — natężenie pola elektrycznego w V/cm,
j — średnia gęstość prądu w półprzewodniku w A/cm^2,
H — natężenie pola magnetycznego w erstedach,
R_H — współczynnik proporcjonalności, zwany stałą zjawiska Halla.

Znak stałej R_H jest umowny. Stała ta jest dodatnia wtedy, gdy kierunek prądu w półprzewodniku, kierunek natężenia pola magnetycznego H i kierunek natężenia pola elektrycznego E_H tworzą prawoskrętny układ współrzędnych. Stąd łatwo określić, iż stała Halla dla półprzewodników nadmiarowych jest dodatnia, a dla niedomiarowych — ujemna.

Półprzewodniki, posiadające jednocześnie domieszki akceptorowe i donorowe mogą wykazywać znak stałej zjawiska Halla dodatni lub ujemny, zależnie od tego, jaki rodzaju nośników przeważa w półprzewodniku. Znak stałej zjawiska Halla w półprzewodnikach samoistnych zależeć będzie od stosunku ruchliwości dziur i elektronów. W szczególnych przypadkach R_H może być równa zeru.

Określanie znaku stałej zjawiska Halla posiada wielkie znaczenie przy badaniu rodzaju przewodnictwa półprzewodników.

9. ZAKOŃCZENIE

Znajomość zagadnień związanych z pasmową teorią przewodnictwa elektrycznego jest niezbędna przy rozpatrywaniu fizycznej strony zjawisk zachodzących w elektronowych przyrządach półprzewodnikowych, jakimi są termistory, diody i triody krystaliczne (tranzystory), półprzewodnikowe elementy fotoelektryczne i inne.

Dodatek 1

Przebieg funkcji Fermi-Diraca

$$F(W) = \frac{1}{\exp \frac{W - W_F}{kT} + 1}; \tag{15}$$

dla $T = 0$ określimy jako granicę

$$F(W) = \lim_{T \to 0} \frac{1}{\exp \frac{W - W_F}{kT} + 1}. \tag{15a}$$

Temperatura T dążyć może do zera tylko poprzez wartości dodatnie, zatem ułamek

$$\frac{W - W_F}{kT}$$

dążący do nieskończoności przy $T \to 0$, posiada znak określony znakiem różnicy $W - W_F$.

Rozpatrzymy trzy przypadki:

a. $W > W_F$, $T \to 0$. Wówczas

$$\exp \frac{W - W_F}{kT} \to +\infty, \tag{15b}$$

natomiast funkcja

$$F(W) \to 0. \tag{15c}$$

b. $W < W_F$, $T \to 0$. W tym przypadku

$$\exp \frac{W - W_F}{kT} \to 0, \tag{15d}$$

a funkcja

$$F(W) \to 1. \tag{15e}$$

c. $W = W_F$, $T > 0$. Tutaj otrzymamy

$$\exp \frac{W - W_F}{kT} = 1, \tag{15f}$$

natomiast

$$F(W_F) = \frac{1}{2}. \tag{15g}$$

Definiując, iż równość (15g) jest spełniona również przy silnej nierówności $T \geqslant 0$, otrzymujemy spełnienie warunku Dirichleta przez funkcję $F(W)$ w punkcie nieciągłości $W = W_F$ przy $T = 0$ (warunek Dirichleta żąda, aby wartość funkcji w punkcie nieciągłości była równa średniej arytmetycznej lewostronnej i prawostronnej granicy funkcji przy zbliżaniu się do danego punktu nieciągłości).

Dodatek 2

Z podstaw mechaniki kwantowej wynika, że wiązanie kowalentne jest wtedy najbardziej trwałe, jeżeli biorą w nim udział dwa elektrony. Wiązanie kowalentne, w którym bierze udział tylko jeden elektron, jest wiązaniem bardzo słabym, natomiast dodanie trzeciego elektronu do wiązania kowalentnego tylko nieznacznie wzmacnia wiązanie.

Z energetycznego punktu widzenia zjawiska zachodzące w wiązaniu kowalentnym możemy rozpatrywać w następujący sposób: dwa elektrony wolne wchodzące w wiązanie kowalentne tracą pewną energię, przy czym na każdy elektron przypada strata energii ΔW_2 — całkowita energia wiązania kowalentnego dwuelektronowego wynosi więc $2\Delta W_2$. Trzy elektrony wchodzące w wiązanie kowalentne tracą sumaryczną energię $3\Delta W_3$, przy czym każdy z nich traci energię ΔW_3.

Energia $3\Delta W_3$ jest minimalnie większa od energii $2\Delta W_2$, zatem wystarczy udzielenie wiązaniu kowalentnemu trójelektronowemu energii równej różnicy

$$\Delta W_{32} = 3\Delta W_3 - 2\Delta W_2, \tag{20}$$

aby wiązanie kowalentne trójelektronowe przeszło w wiązanie dwuelektronowe, wyzwalając w czasie przemiany elektron swobodny.

Ze względu na bardzo małą wartość energii ΔW_{32}, pomijalną w naszych rozważaniach, wiązanie kowalentne trójelektronowe uważać będziemy za wiązanie dwuelektronowe plus elektron swobodny.

Wiązanie kowalentne jednoelektronowe posiada energię ΔW_1 znacznie mniejszą od całkowitej energii wiązań dwuelektronowych i trójelektronowych, dlatego w naszych rozważaniach uważamy wiązanie kowalentne jednoelektronowe za wiązanie niezrealizowane.

Polska Akademia Nauk
Instytut Podstawowych Problemów Techniki
Zakład Teorii Łączności

WYKAZ LITERATURY

1. German G., Wagener S.: Oksidnyj katod. Moskwa 1949.
2. Łaniecki W.: Półprzewodniki, część I. P.W.T. Warszawa 1951.
3. Pumper E. J.: Kristaliczeskije diody i triody. Moskwa 1953.
4. Shockley W.: Electrons and Holes in Semicoductors. Toronto—New York—London 1950.
5. Szpolskij E. W.: Atomnaja fizika, tom II. Moskwa 1951.
6. Trzebiatowski W.: Struktura metali. P.W.N. Warszawa 1953.
7. Wolkenstejn F. F.: Elektroprowodnost' połuprowodnikow. Moskwa 1947.

T. ЛИПОВЕЦКИ

ЗОННАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Резюме

Целью настоящей работы является ознакомление читателя с основами современной зонной теории электрической проводимости. Описана структура разных типов кристаллических решёток твёрдого тела, с посвящением особенного внимания структуре кристаллической решётки элементов четвёртой группы углерода (алмаза), кремния и германия. Описаны энергетические уровни изолированного атома, а также возникновение энергетических зон в кристалле твёрдого тела. Приведен принцип Паули; этот принцип был использован при рассмотрении возникновения энергетических зон. Проведена классификация твёрдых тел в зависимости от взаимного расположения основной зоны и зоны проводимости и разделено эти тела на проводники, полупроводники и изоляторы. На примерах кремния и германия обсуждена сущность проводимости типа n и p, а также обсуждено определение рода проводимости кристаллов по эффекту Холла.

В работе подробно обсуждены явления, знакомство с которыми необходимо при исследовании физических основ кристаллических диодов и транзисторов.

T. LIPOWIECKI

THE LEVEL THEORY FOR ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF A SOLID BODY

Summary

The aim of this paper is to acquaint the reader with the basis of the modern level theory for electrical conductivity. The structure of different types of lattices of a solid body is described and a special attention is drawn to the structure of the lattice of the elements of group 4: carbon (diamond), silicon, and german. Energetic levels of the isolated atom are discussed as well as the arising of energetic zones in crystals of a solid body. The Pauli principle is given and applied

to the consideration of the arising of energetic zones. The solid bodies are classified in relation with the mutual position of the basic and conductivity zones; they are divided into conductors, semiconductors and insulators. The essence of *n*-type and *p*-type conductivity as well as the determination of the kind of crystal conductivity by means of Hall effect, are discussed, silicon and german being taken as examples.

Phenomena, the knowledge of which is indispensable in studying physical bases of crystalline diods and transistors, are described in detail in this paper.

621.316.7

ANDRZEJ STRASZAK

Charakterystyki częstotliwościowe we współrzędnych liniowych w zastosowaniu do analizy liniowych układów automatycznej regulacji

Rękopis dostarczono 11.4.1956

Omówiono ogólny zarys analizy układów automatycznej regulacji przy użyciu charakterystyk częstotliwościowych. Podano kryterium stabilności układu oraz związki pomiędzy charakterystyką częstotliwościową i przebiegiem czasowym. Podano zakres stosowalności wielkości M_p jako kryterium jakości układów automatycznej regulacji.

1. WPROWADZENIE

Szybki rozwój układów automatycznej regulacji, a szczególnie serwomechanizmów stworzył konieczność opracowania prostych i nie pracochłonnych metod analizy układów automatycznej regulacji. Najbardziej odpowiednie okazały się przy tym metody graficzne, które pozwalają osiągnąć wyniki, jakkolwiek niezbyt dokładne, lecz stosunkowo szybko. Również wymagania stawiane układom regulacji bądź serwomechanizmom nie były dotychczas zbyt wielkie i proste metody graficzne, które dają tylko pewne wiadomości o układzie, na przykład dotyczące jego stabilności lub charakteru przebiegu czasowego, okazały się wystarczające. Jedną z metod graficznych, która jest najczęściej używana, jest analiza układu regulacji przy pomocy charakterystyk częstotliwościowych układu otwartego. W niniejszym artykule podano ogólny zarys analizy układu regulacji przy użyciu charakterystyk częstotliwościowych we współrzędnych liniowych. Obecnie metoda ta bywa częściej używana we współrzędnych logarytmicznych, jednakże ogólne rozważania i zasady pozostają bez zmian. Od niedawna metoda charakterystyk częstotliwościowych ze względu na ograniczone możliwości zastosowania (co zostanie omówione w niniejszym artykule) jest zastępowana przez inne metody graficzne, pozwalające na uzyskanie większej ilości danych potrzebnych konstruktorom układów regulacji.

2. PODSTAWY MATEMATYCZNE I WIADOMOŚCI OGÓLNE Z TEORII OBWODÓW

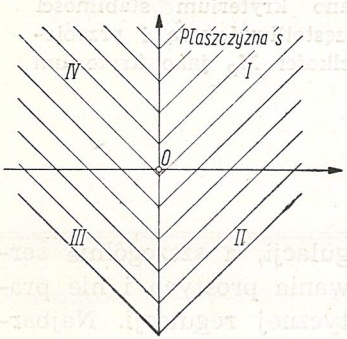
Każdy liniowy układ dynamiczny może być opisany liniowym równaniem różniczkowym skończonego lub nieskończonego rzędu;

$$F\left(\frac{d^n x}{dt^n}, \frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}}, \ldots \frac{dx}{dt}, x\right) = 0, \tag{1}$$

Zmieniając różniczkowanie względem czasu operatorem s otrzymamy równanie charaterystyczne z operatorem s jako zmienną. Otrzymane równanie określa ruch własny układu, charakteryzowany zespoloną częstotliwością s [1]. W zależności od położenia pierwiastków równania

$$F(s) = 0 \tag{2}$$

na płaszczyźnie zespolonej s, składowe ruchu własnego będą następujące. W przypadku pierwiastków leżących na ujemnej osi rzeczywistej wystąpią przebiegi wykładnicze zanikające, pierwiastki zaś leżące w III i IV ćwiartce (rys. 1) dadzą przebiegi sinusoidalne wykładniczo zanikające. Pierwiastki leżące na osi urojonej będą dawały przebiegi sinusoidalne o stałej amplitudzie, pierwiastki zaś leżące w I i II ćwiartce będą dawały przebiegi sinusoidalne wykładniczo rosnące. Wreszcie pierwiastki leżące na dodatniej osi rzeczywistej będą dawały przebiegi wykładniczo rosnące.



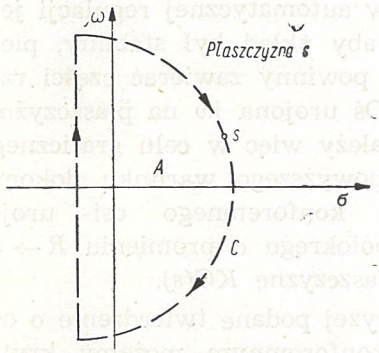
Rys. 1. Płaszczyzna częstotliwości zespolonej s

Analityczne wyznaczanie poszczególnych pierwiastków układu może okazać się trudne, dlatego też, gdy nie zależy nam na rozwiązaniu równania charakterystycznego, lecz jedynie na stwierdzeniu, czy dany układ jest stabilny lub jak „daleko" znajduje się od niestabilności, lub jakiego rzędu jest przeregulowanie układu, o wiele wygodniej i łatwiej jest rozpatrywać powyższe zagadnienie na płaszczyźnie $F(s)$, na której badamy odwzrowanie konforemne interesującego nas obszaru płaszczyzny s, bądź też konturów tej płaszczyzny. Zanim przejdziemy do właściwego tematu, wskazane jest przypomnieć sobie pewne twierdzenie o odwzorowaniu konforemnym.

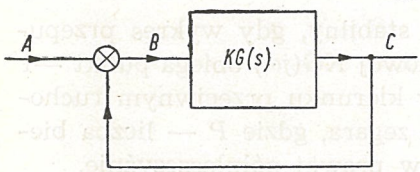
Równanie charakterystyczne układu $F(s)$ dla liniowych układów dynamicznych o stałych skupionych możemy przedstawić przy pomocy funkcji wymiernej

$$F(s) = \frac{L_m(s)}{M_n(s)} = \frac{K(s-s_1)(s-s_2)\cdots(s-s_m)}{(s-s^1)(s-s^2)\cdots(s-s^n)}, \tag{3}$$

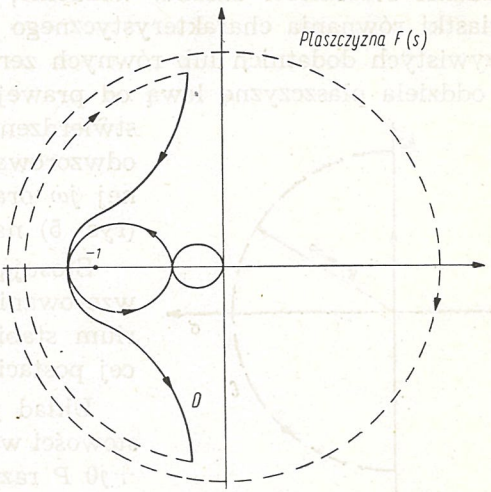
przy czym $m \leqslant n$, zaś s_1, $s_2 \ldots s_m$ i $s^1 \ldots s^n$ mogą być pierwiastkami wielokrotnymi. Z teorii funkcji analitycznych wiadomo, że jeżeli punkt s na płaszczyźnie zespolonej s (rys. 2) obiega krzywą zamkniętą C w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara oraz jeżeli we wnętrzu obszaru A znajduje się Z zer i P biegów funkcji $F(s)$, to kąt fazowy krzywej D, która jest odwzorowaniem konforemnym krzywej C na płaszczyźnie $F(s)$, zmienia się o $+2\pi$ przy każdym okrążeniu zera i zmienia się o -2π przy każdym okrążeniu bieguna. Liczba okrążeń krzywej D dookoła początku układu równa się więc $Z - P$. W przypadku gdy zero lub biegun znajdują się na krzywej C, wówczas kąt fazowy krzywej D przy każdym obiegu tych punktów po półokręgach o promieniu dążą-



Rys. 2. Płaszczyzna zespolona s



Rys. 4. Schemat blokowy układu zamkniętego



Rys. 3. Przykład odwzorowania osi urojonej $j\omega$, gdy $F(s)$ posiada jeden biegun w początku osi współrzędnych oraz jeden w prawej półpłaszczyźnie

cym do zera zwiększa się dla zera o $+\pi$, dla bieguna zaś o $-\pi$. Na rys. 3 podany jest przykład odwzorowania osi urojonej w przypadku, gdy $F(s)$ posiada jeden biegun w początku osi współrzędnych oraz jeden w prawej półpłaszczyźnie.

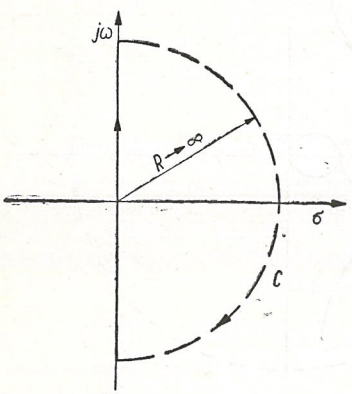
Przypomnijmy sobie teraz pewne wiadomości z teorii obwodów. Z teorii obwodów wynika, że dla układu o przepustowości układu otwartego $KG(s)$ równanie charakterystyczne jest następujące (rys. 4):

$$1 + KG(s) = 0.$$

Przepustowość układu otwartego przeważnie jest znana lub też mamy możność zdjęcia doświadczalnie przebiegu przepustowości widmowej $KG(j\omega)$. Wykonując odwzorowanie konforemne części płaszczyzny s przy pomocy $KG(s)$ oraz przesuwając początek układu współrzędnych płaszczyzny $KG(s)$ do punktu $-1 + j0$ możemy z przebiegu przepustowości $KG(s)$ sądzić o przepustowości układu zamkniętego, a tym samym możemy wnioskować o zachowaniu się układu zamkniętego. Obecnie możemy przystąpić do właściwego tematu.

3. KRYTERIUM STABILNOŚCI

Pierwszą czynnością w analizie układów automatycznej regulacji jest badanie stabilności układu. Wiadomo, że aby układ był stabilny, pierwiastki równania charakterystycznego nie powinny zawierać części rzeczywistych dodatnich lub równych zeru. Oś urojona $j\omega$ na płaszczyźnie s oddziela płaszczyznę lewą od prawej, należy więc w celu graficznego stwierdzenia powyższego warunku dokonać odwzorowania konforemnego osi urojonej $j\omega$ oraz półokręgu o promieniu $R \to \infty$ (rys. 5) na płaszczyznę $KG(s)$.

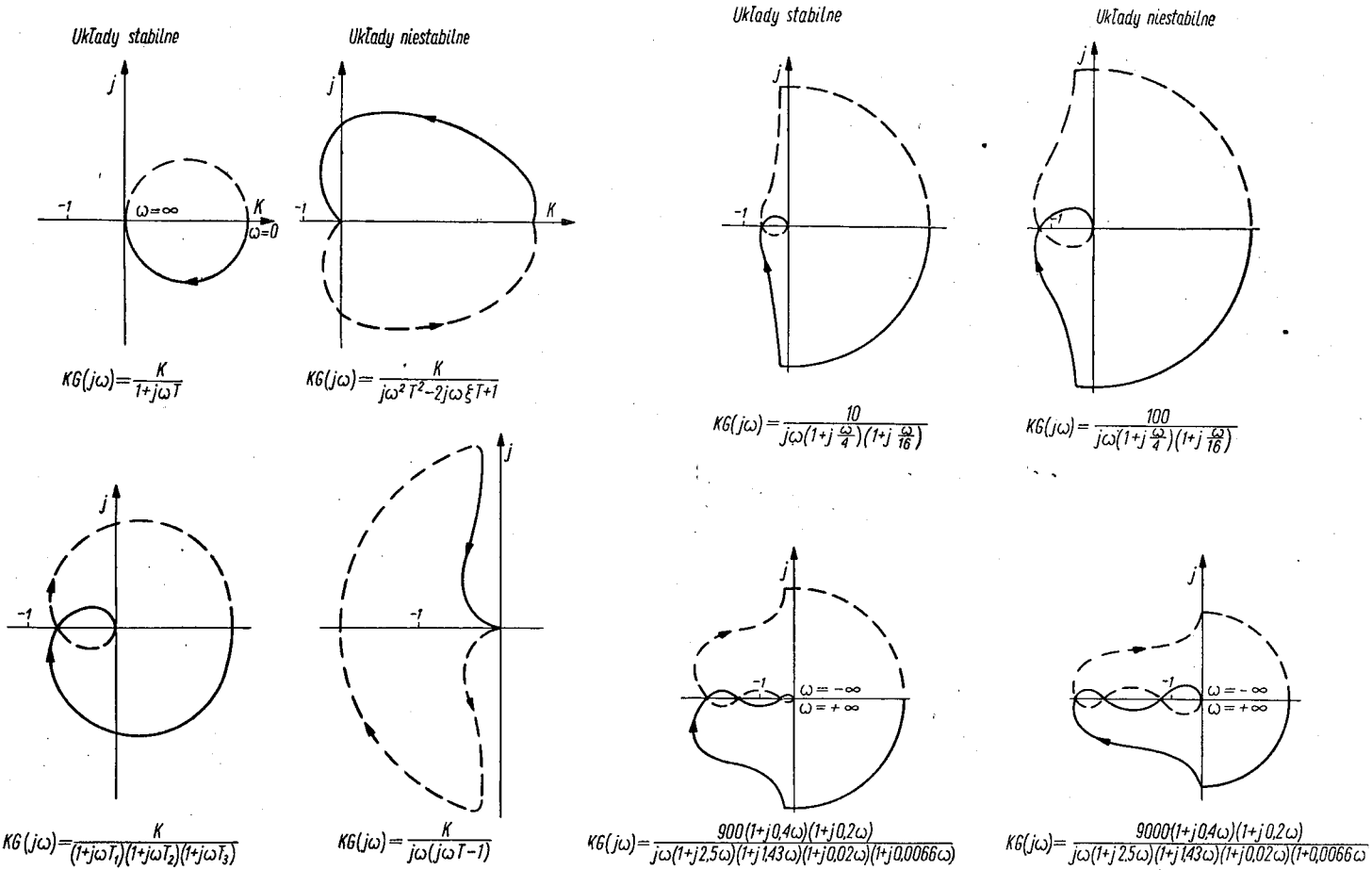


Rys. 5. Płaszczyzna zespolona s

Stosując wyżej podane twierdzenie o odwzorowaniu konforemnym możemy kryterium stabilności sformułować w następującej postaci.

Układ jest stabilny, gdy wykres przepustowości widmowej $KG(j\omega)$ obiega punkt $-1 + j0$ P razy w kierunku przeciwnym ruchowi wskazówki zegara, gdzie P — liczba biegunów $KG(s)$ w prawej półpłaszczyźnie.

W szczególnym przypadku, gdy $P = 0$, otrzymujemy tzw. kryterium Nyquista, które bywa formułowane w następującej postaci: Aby układ był stabilny przepustowość widmowa $KG(j\omega)$ nie może obejmować punktu $-1 + j0$, w którym odwzorowują się zera równania charakterystycznego. Dla ilustracji powyższego kryterium podano na rys. 6 kilka układów stabilnych i niestabilnych. Z powyższych rozważań widać, że charakterystyki częstotliwościowe układu otwartego całkowicie określają stabilność układu. W przypadku jednak gdy przepustowość widmowa $KG(j\omega)$ jest uzyskana doświadczalnie w pewnym skończonym przedziale $\omega_2 \leqslant \omega \leqslant \omega_1$ (ze względów praktycznych) i gdy nieznana jest postać analityczna $KG(j\omega)$, należy bardzo ostrożnie wyciągać wnioski co do stabilności układu, szczególnie wieloobwodowego.



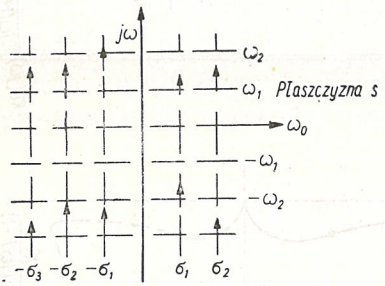
Rys. 6. Charakterystyki częstotliwościowe układów stabilnych i układów niestabilnych

4. ANALIZA PRZEBIEGÓW CZASOWYCH

Analiza układów automatycznej regulacji polega na określeniu zachowania się danego układu pod wpływem zakłócenia, przy znanych własnościach dynamicznych układu i rodzaju zakłócenia. Stosownie do tego należałoby w analizie podawać charakterystyki czasowe dla różnych rodzajów zakłóceń. Oczywiście, tak szeroko pojęta analiza układu jest niemożliwa do wykonania bez dużego nakładu pracy, a ponadto może okazać się mało dokładna. Dlatego też o reagowaniu układu na pewnego typu zakłócenia należy sądzić na podstawie innych charakterystyk układu, na przykład na podstawie charakterystyk częstotliwościowych układu otwartego.

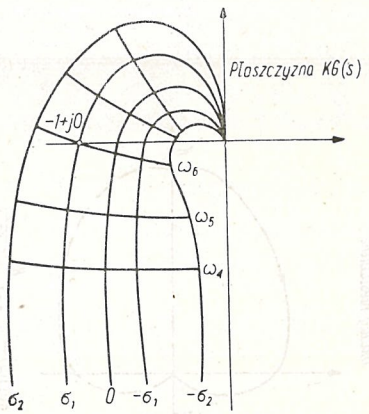
4.1. Podstawy teoretyczne

Załóżmy, że mamy układ regulacji o przepustowości układu otwartego $KG(s)$. Wykonajmy odwzorowanie konforemne części płaszczyzny s na płaszczyznę $KG(s)$. Załóżmy, że układ posiada co najwyżej jeden pierwiastek rzeczywisty lub parę pierwiastków zespolonych w rozpatrywanej części płaszczyzny s. W celu przeprowadzenia odwzorowania po-



Rys. 7. Rodzina równoległych na płaszczyźnie s

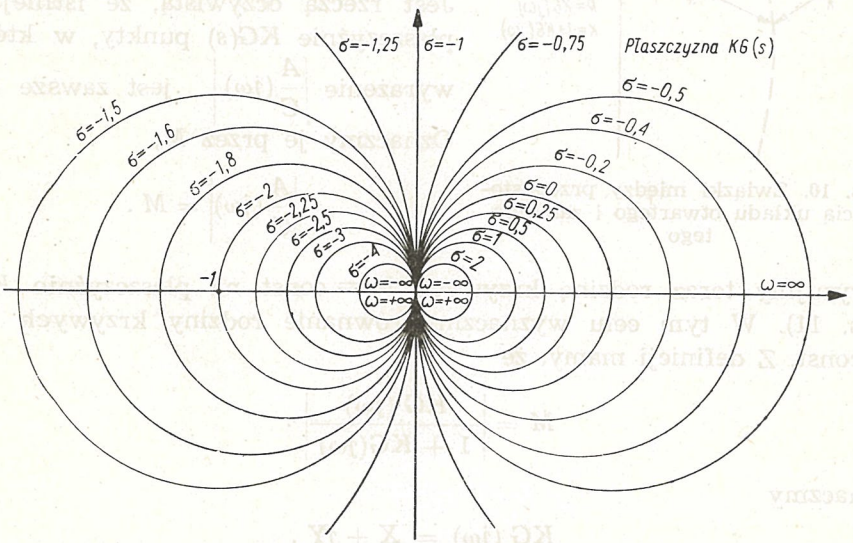
prowadźmy na płaszczyźnie s szereg równoległych do osi urojonej $j\omega$ (rys. 7). Odwzorowując te proste, na przykład przy pomocy przepustowości $KG(s) = \dfrac{K}{s(T_1 s + 1)\ (T_2 s + 1)}$, otrzymamy szereg krzywych, jak na rys. 8. Odwzorowanie dolnej płaszczyzny s w stosunku do górnej jest odbiciem zwierciadlanym, dlatego też rozważania można przeprowadzić tylko dla półprostych z górnej płaszczyzny s nie zmniejszając ogólności rozważań. Z rys. 8 widać, co zresztą było do przewidzenia, że krzy-



Rys. 8. Rodzina odwzorowanych równoległych z płaszczyzny s przy pomocy

$$KG(s) = \frac{K}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

wa odwzorowana dla $\sigma = 0$ jest charakterystyką częstotliwościową układu otwartego. Z rysunku widzimy także, że na półprostej $-\sigma_1$ leży pierwiastek równania charakterystycznego, który jest pierwiastkiem dominującym układu (najbliżej początku układu współrzędnych płaszczyzny s). Prowadząc na płaszczyźnie s równoległe do osi rzeczywistych oraz odwzorowując je na płaszczyźnie $KG(s)$ otrzymamy nową rodzinę krzywych o stałej wartości ω. Z rysunku 8 widzimy, że układ posiada następującą parę pierwiastków dominujących: $-\sigma_1$, $+j\omega_6$ i $-\sigma_1$, $-j\omega_6$. Weźmy teraz przepustowość $KG(s) = \dfrac{1}{Ts+1}$ i wykonajmy odwzorowanie konforemne prostych σ i granicznych wartości $\omega = 0$ i $\omega = \infty$. Otrzymamy rodzinę krzywych, jak na rys. 9. Z rysunku widzimy, że pierwiastek równania charakterystycznego wynosi $-2 + j0$.

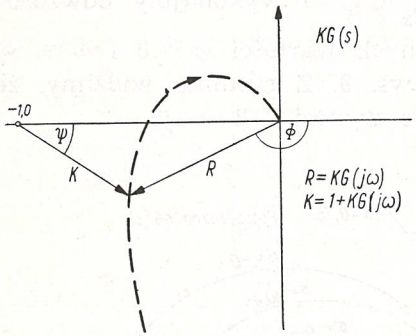


Rys. 9. Rodzina odwzorowanych równoległych z płaszczyzny s przy pomocy $KG(s) = \dfrac{1}{Ts+1}$

Z konstrukcji rysunków 8 i 9 widać, że rodziny krzywych $\sigma = \text{const}$ i $\omega = \text{const}$ dla rożnych $KG(s)$ są różne i trudne do narysowania, dlatego też analiza układu na podstawie całej płaszczyzny $KG(s)$ lub części tej płaszczyzny jest bardzo pracochłonna; należy więc sądzić o zachowaniu się układu na podstawie kształtu przepustowości widmowej $KG(j\omega)$. Oczywiście, nie będzie można dokładnie określić pierwiastków dominujących, będzie jednak można określić charakter przebiegu czasowego dla pewnych typów przepustowości.

4.2. Zastosowanie okręgów o stałych wartościach M i N

Charakterystykami, które pozwalają wnioskować o przebiegu czasowym, są charakterystyki amplitudy i fazy układu zamkniętego. Przepustowość widmowa układu zamkniętego $\frac{A}{C}(j\omega)$ może być określona z charakterystyki częstotliwościowej układu otwartego. Na rys. 10 podane zostały zależności między przepustowością układu otwartego i układu zamkniętego. Przepustowość układu zamkniętego wynosi



Rys. 10. Związki między przepustowością układu otwartego i zamkniętego

$$\frac{A}{C}(j\omega) = \frac{Re^{j\Phi}}{Ke^{j\psi}} = \frac{KG(j\omega)}{1 + KG(j\omega)}. \tag{5}$$

Jest rzeczą oczywistą, że istnieją na płaszczyźnie $KG(s)$ punkty, w których wyrażenie $\left|\frac{A}{C}(j\omega)\right|$ jest zawsze stałe. Oznaczmy je przez M,

$$\left|\frac{A}{C}(j\omega)\right| = M. \tag{6}$$

Narysujmy teraz rodzinę krzywych $M = \text{const}$ na płaszczyźnie $KG(s)$ (rys. 11). W tym celu wyznaczmy równanie rodziny krzywych $M = \text{const}$. Z definicji mamy, że

$$M = \left|\frac{KG(j\omega)}{1 + KG(j\omega)}\right|. \tag{7}$$

Oznaczmy

$$KG(j\omega) = X + jY, \tag{8}$$

stąd

$$M = \frac{X + jY}{1 + X + jY}. \tag{9}$$

Po podniesieniu tego wyrażenia do kwadratu otrzymamy

$$M^2 = \frac{(X + jY)(X - jY)}{(1 + X + jY)(1 + X - jY)} = \frac{X^2 + Y^2}{1 + 2X + X^2 + Y^2}, \tag{10}$$

a stąd

$$Y^2(M^2 - 1) + X^2(M^2 - 1) + 2XM^2 + M^2 = 0 \tag{11}$$

oraz

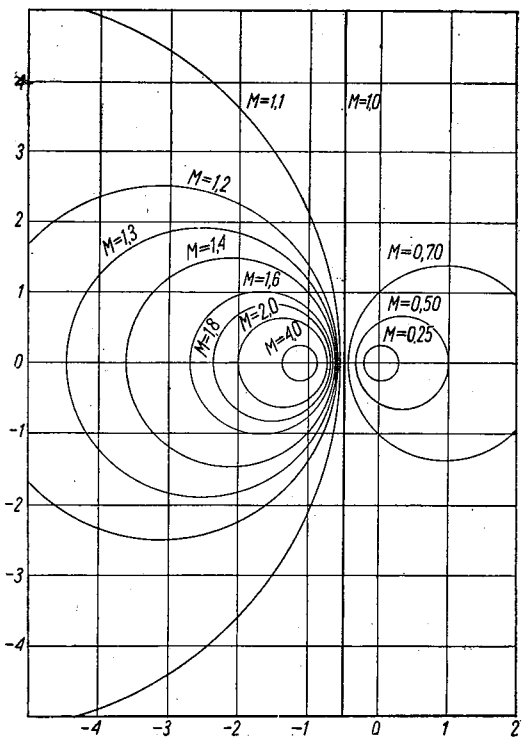
$$X^2 + Y^2 + (2X + 1)\frac{M^2}{M^2 - 1} = 0. \tag{12}$$

Widzimy, że są to równania okręgów o środku

$$X = -\frac{M^2}{M^2 - 1}, \qquad Y = 0,$$

i o promieniu

$$r = \frac{M}{M^2 - 1}.$$



Rys. 11. Okręgi stałej wartości M

Możemy także znaleźć na płaszczyźnie $KG(s)$ punkty, w których przesunięcie fazowe $\frac{A}{C}$ jest stałe.

Z równania (5) wynika, że

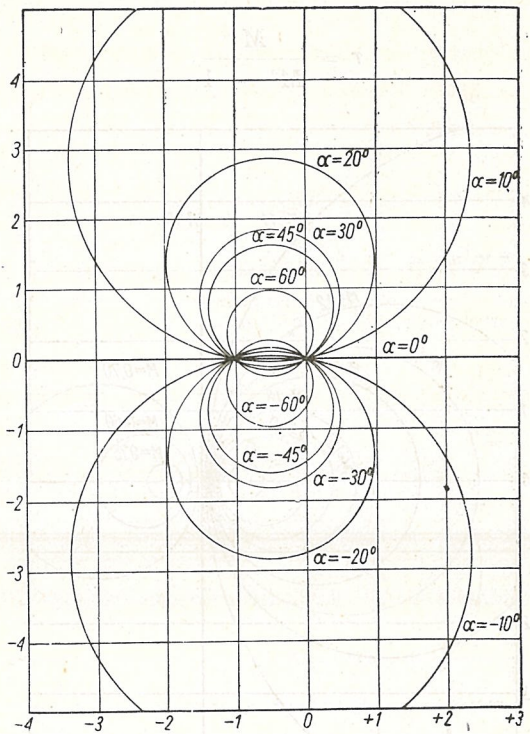
$$\frac{A}{C}(j\omega) = \frac{Re^{j\Phi}}{Ke^{j\psi}} = Me^{j\alpha} \tag{13}$$

oraz

$$a(j\omega) = \operatorname{arc\,tg}\frac{Y}{X} - \operatorname{arc\,tg}\frac{Y}{1+X}. \tag{14}$$

Oznaczmy teraz

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{Y}{X} - \operatorname{arc\,tg}\frac{Y}{1+X}\right) = N,$$



Rys. 12. Okręgi stałej wartości a

wówczas

$$N = \frac{\dfrac{Y}{X} - \dfrac{X}{1+X}}{1 + \left(\dfrac{Y}{X}\cdot\dfrac{Y}{1+X}\right)}. \tag{15}$$

Przekształcając wzór (15) otrzymamy

$$N(X^2 + X) + N\left(Y^2 - \frac{Y}{N}\right) = 0, \tag{16}$$

czyli równanie koła o środku

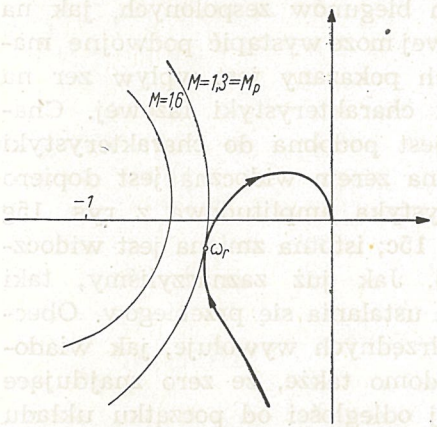
$$X = -\frac{1}{2}, \quad Y = +\frac{1}{2N}$$

i o promieniu

$$R = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2N}\right)^2}.$$

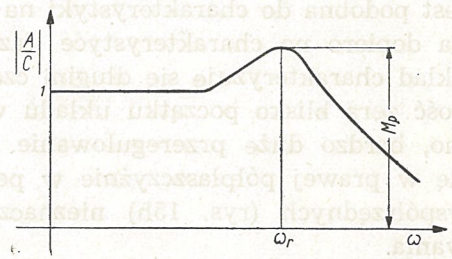
Krzywe stałej wartości N lub α podane są na rys. 12.

Przejdźmy teraz do wyznaczenia przepustowości układu zamkniętego. Mają narysowane okręgi stałej wartości M i N na płaszczyźnie $KG(s)$ możemy wyznaczyć punkty przecięcia $KG(j\omega)$ z odpowiednimi okręgami i w ten sposób uzyskać charakterystykę amplitudową i charakterystykę fazową układu zamkniętego. Kształt charakterystyki amplitudowej układu zamkniętego określa nam charakter przebiegu czasowego (dokładniej zostanie to omówione w dalszej części artykułu), dlatego punkty charakteryzujące tę charakterystykę przyjęto jako kryterium jakości układu. Charakterystycznymi wielkościami są wartość maksymalna $M = M_p = \left|\frac{A}{C} j\omega\right|_{max}$ oraz częstotliwość, przy której to maximum występuje. Częstotliwość ta bywa nazywana częstotliwością rezonansową i oznaczana symbolem ω_r. Wartości powyższe możemy znaleźć bezpośrednio na płaszczyźnie $KG(s)$, na której narysowane są wykresy przepustowości widmowej $KG(j\omega)$ oraz okręgi stałej wartości M (rys. 13). Przepustowości widmowej podanej na rysunku 13 odpowiada charakterystyka amplitudowa podana na rysunku 14.



Rys. 13. Określenie M_p i ω_r dla przepustowości widmowej

$$KG(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1 + j\omega T)(1 + j\omega T)}$$



Rys. 14. Charakterystyka amplitudowa

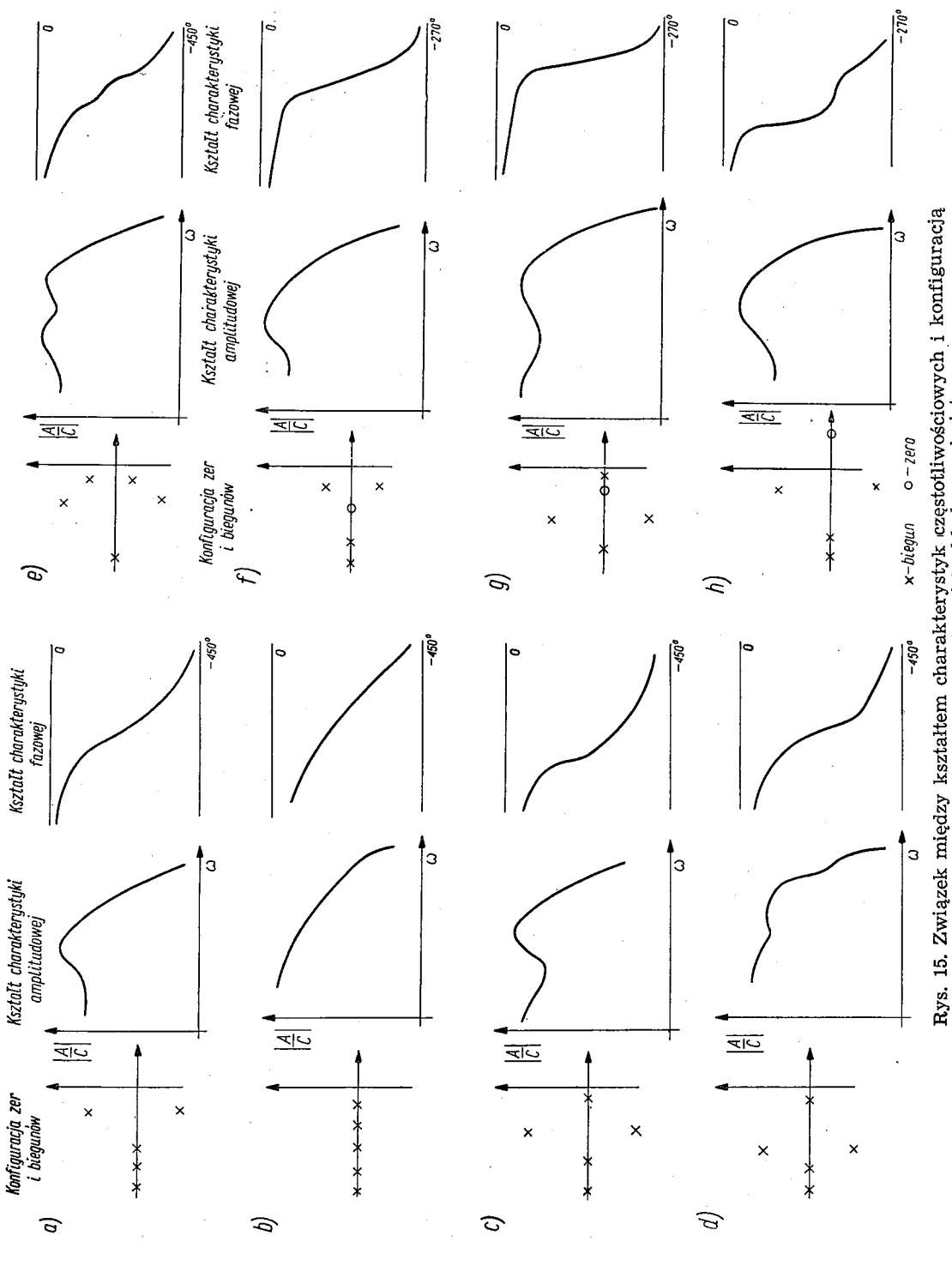
Rozpatrzmy teraz związek między wartościami M_p i ω_r a przebiegiem czasowym. Z rozważań podanych na samym początku rozdziału wynika, że wartości M_p i ω_r nie dają jednoznacznych wiadomości o dominujących pierwiastkach układu, a tym samym nie dają nawet przybliżonych wiadomości o przebiegu czasowym. W celu znalezienia związku między wartością M_p a przebiegiem czasowym rozpatrzmy związek mię-

dzy kształtem charakterystyki amplitudowej i charakterystyki fazowej a rozłożeniem zer i biegunów przepustowości układu zamkniętego.

Na rysunku 15 (według [2]) zostały podane związki między kształtem charakterystyki amplitudowej i charakterystyki fazowej a rozłożeniem zer i biegunów przepustowości układu zamkniętego. Z przykładów tych można wyciągnąć wnioski co do zależności między wartością M_p a konfiguracją zer i biegunów przepustowości układu zamkniętego, która określa przebieg czasowy. Na rys. 15a charakterystyka amplitudowa układu zamkniętego posiada maximum. Odpowiada to konfiguracji zer i biegunów posiadającej parę dominujących biegunów zespolonych. Gdy układ nie posiada dominującej pary biegunów zespolonych i wszystkie bieguny są rzeczywiste, to charakterystyka amplitudowa przedstawia się tak, jak na rys. 15b. Jeżeli występuje dominujący biegun rzeczywisty i para biegunów zespolonych, jak na rys. 15c i 15d, to otrzymamy charakterystyki amplitudowe i fazowe, charakteryzujące się wklęśnięciem. Wielkość wklęśnięcia zależna jest od wzajemnego położenia bieguna dominującego i pary biegunów zespolonych w stosunku do początku układu współrzędnych. Jak wiadomo, taka konfiguracja zer i biegunów daje długi czas ustalania się przebiegu czasowego. W przypadku gdy są dwie pary dominujących biegunów zespolonych, jak na rys. 15e, to na charakterystyce amplitudowej może wystąpić podwójne maximum. W trzech ostatnich przykładach pokazany jest wpływ zer na kształt charakterystyki amplitudowej i charakterystyki fazowej. Charakterystyka amplitudowa z rys. 15f jest podobna do charakterystyki z rys. 15a; zmiana kształtu spowodowana zerem widoczna jest dopiero na charakterystyce fazowej. Charakterystyka amplitudowa z rys. 15g jest podobna do charakterystyki na rys. 15c; istotna zmiana jest widoczna dopiero na charakterystyce fazowej. Jak już zaznaczyliśmy, taki układ charakteryzuje się długim czasem ustalania się przebiegów. Obecność zera blisko początku układu współrzędnych wywołuje, jak wiadomo, bardzo duże przeregulowanie. Wiadomo także, że zero znajdujące się w prawej półpłaszczyźnie w pewnej odległości od początku układu współrzędnych (rys. 15h) nieznacznie powiększa wielkość przeregulowania.

Z powyższej dyskusji wynika, że przepustowość widmowa daje ważne użytkowe informacje o przebiegu czasowym, a wartość M_p będzie miarodajna przy określaniu przebiegu czasowego w przypadku, gdy układ posiada konfigurację zer i biegunów zawierającą parę dominujących pierwiastków zespolonych.

Istnieją także pewne związki doświadczalne między charakterystyką amplitudową układu zamkniętego a przebiegiem czasowym dla niektórych prostych układów regulacji. Stwierdzono mianowicie, że zwykle



Rys. 15. Związek między kształtem charakterystyk częstotliwościowych i konfiguracją zer i biegunów przepustowości układu zamkniętego

maksymalne przeregulowanie przebiegu czasowego jest trochę mniejsze od wartości M_p. Stwierdzono, że dobre reagowanie układu uzyska się, jeżeli wartość M_p jest około 1,3; odpowiada to zwykle współczynnikowi tłumienia przebiegu czasowego $0{,}5 < \xi < 0{,}8$. Związek między ω_r i częstotliwością przebiegu czasowego jest następujący: zwykle ω_r jest tego samego rzędu co częstotliwość przebiegu czasowego; widoczne jest to zresztą na rys. 8. Szybkość reakcji układu można w przybliżeniu ocenić z wielkości ω_r. Układ o małej wartości ω_r reaguje wolno, układ zaś posiadający dużą wartość ω_r reaguje szybko. Oczywiście dokładne określenie szybkości reagowania i czasu ustalania przebiegu czasowego możemy uzyskać tylko z analizy charakterystyk czasowych.

Należałoby tu przypomnieć, że w powyższych rozważaniach za charakterystyki czasowe uważa się odpowiedź układu na wymuszenie przy pomocy funkcji jednostkowej. Jest rzeczą oczywistą, że dla innych typów zakłóceń, na przykład zachodzących według funkcji wykładniczej $e^{-\alpha t}$, a występujących często w układach automatyki przemysłowej, powyższe doświadczalne związki są niesłuszne. Na przykład wartość M_p dla tego rodzaju zakłóceń w pewnych wypadkach powinna być większa od 1,3. W przypadku gdy zakłócenia mogą być w przybliżeniu przedstawione przez przebieg sinusoidalny, charakterystyki częstotliwościowe dają pełną informację o przebiegu czasowym.

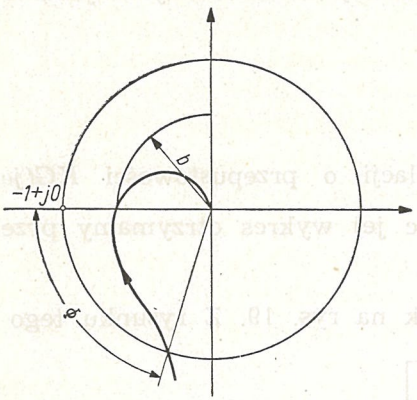
4.3. Zapas fazy i wzmocnienia

Zamiast wartości M_p bywa nieraz używamy tzw. zapas fazy i wzmocnienia [1] (rys. 16). Zapas fazy Φ mówi nam, jakie dodatkowe przesunięcie fazowe układu uczyni układ stabilny układem niestabilnym. Zwykle używa się zapasu fazy rzędu 30—40°. Zapas wzmocnienia $a = 1/b$ mówi nam, o ile należy zwiększyć wzmocnienie, aby układ stabilny stał się układem niestabilnym. Kryteria powyższe z reguły bywają używane tylko przy analizie układów wykonywanej za pomocą charakterystyk częstotliwościowych we współrzędnych logarytmicznych, dlatego też tutaj nie będą szerzej omawiane.

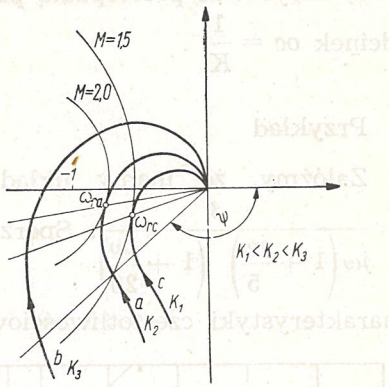
4.4. Nastawianie wzmocnienia

Jeżeli w toku analizy układu za pomocą charakterystyki częstotliwościowej okaże się, że układ jest niestabilny lub nie spełnia wartości M_p, to możemy przez zmianę wzmocnienia układu (w większości układów regulacji jest możliwość zmiany wzmocnienia wzmacniaczy wchodzących w obieg regulacji) poprawić przebieg przepustowości widmowej $KG(j\omega)$.

Załóżmy, że wzmocnienie całkowite układu K składa się z iloczynu $K_w \cdot K_p$, gdzie K_w — wzmocnienie wzmacniaczy, K_p — pozostałe wzmocnienie układu. Zmieniając K_w możemy zmieniać wartość M_p, częstotliwość rezonansową ω_r oraz wielkość błędu statycznego. Na rys. 17 poka-



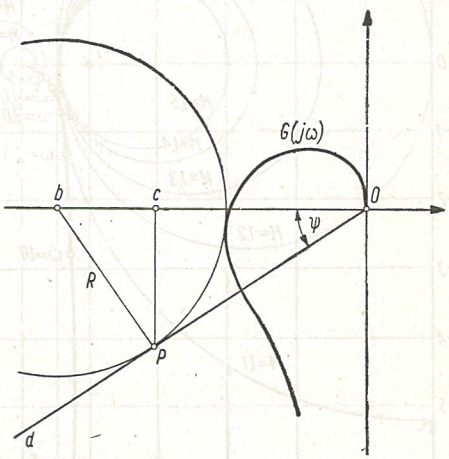
Rys. 16. Zapas fazy i wzmocnienia



Rys. 17. Charakterystyki częstotliwościowe dla różnych wartości wzmocnienia K

zano, jak zmiana wzmocnienia może zmienić powyższe parametry układu. Z rysunku tego widzimy, że zwiększenie wzmocnienia zwiększa M_p i ω_r. Ogólnie możemy powiedzieć, że zwiększenie wzmocnienia wywołuje szybsze reagowanie układu i zmniejsza błąd statyczny, lecz czyni układ bardziej skłonnym do oscylacji.

Obecnie omówimy jedną z graficznych metod określenia wielkości wzmocnienia dla zadanej z góry wartości M_p [3]. Wykorzystuje się fakt, że każde koło M jest styczne do linii poprowadzonej ze środka układu pod kątem $\psi = \arcsin \frac{1}{M}$ (rys. 18). W celu znalezienia wartości wzmocnienia należy:



Rys. 18. Konstrukcja graficzna dla określenia wielkości wzmocnienia

1) narysować przepustowość widmową $KG(j\omega)$ na płaszczyźnie $KG(s)$ dla wartości $K = 1$,

2) znając zadaną wartość M_p obliczyć kąt ψ z zależności $\psi = \arcsin \frac{1}{M}$,

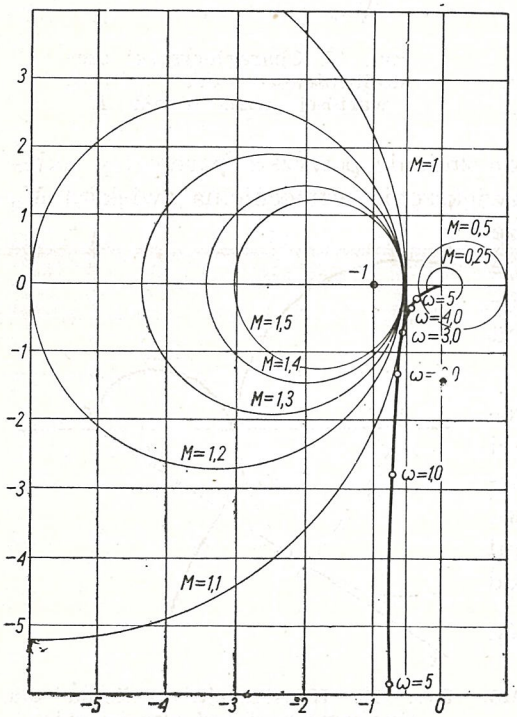
3) narysować pod kątem ψ prostą od, jak na rys. 18,

4) kolejno próbując, narysować okrąg, którego środek leży na ujemnej osi rzeczywistej i który jest jednocześnie styczny do $KG(j\omega)$ i linii od w punkcie p (rys. 18),

5) narysować prostopadłą pc z punktu p do osi rzeczywistych; wtedy odcinek $oc = \frac{1}{K}$.

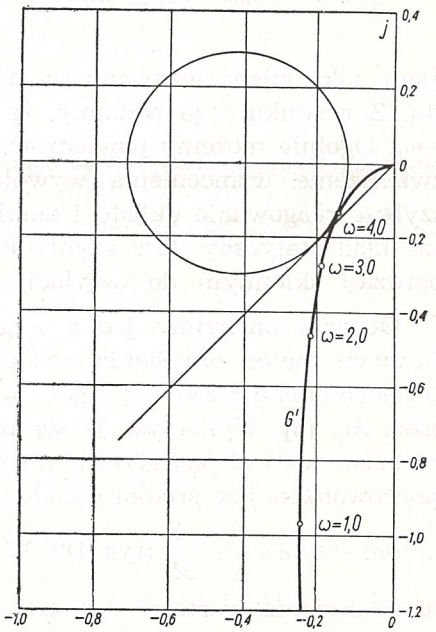
Przykład

Załóżmy, że mamy układ regulacji o przepustowości $KG(j\omega) = \frac{3}{j\omega\left(1+\frac{j\omega}{5}\right)\left(1+\frac{j\omega}{20}\right)}$. Sporządzając jej wykres otrzymamy przebieg charakterystyki częstotliwościowej jak na rys. 19. Z rysunku tego wi-



Rys. 19. Wykres przepustowości widmowej

$$KG(j\omega) = \frac{3}{j\omega\left(1+\frac{j\omega}{5}\right)\left(1+\frac{j\omega}{20}\right)}$$



Rys. 20. Konstrukcja graficzna dla określenia wielkości wzmocnienia dla układu przepustowości

$$KG(j\omega) = \frac{3}{j\omega\left(1+\frac{j\omega}{5}\right)\left(1+\frac{j\omega}{20}\right)}$$

przy żądanym $M_p = 1{,}4$

dzimy, że $M_p = 1{,}1$. Załóżmy, że dla układu pożądana wartość $M_p = 1{,}4$; aby ją uzyskać należy zwiększyć wzmocnienie. Postępując według wyżej podanych wskazówek rysujemy wykres $KG(j\omega)$ dla $K = 1$ (rys. 20), następnie obliczamy $\psi = \text{arc sin}\left(\frac{1}{1{,}4}\right) = 45{,}6°$. W dalszym ciągu znajdujemy, że środek koła stycznego do prostej i $G(j\omega)$ leży w punkcie — 0,42, a prostopadła do osi rzeczywistych z punktu styczności okręgu z ramieniem kąta ψ przecina tę oś w punkcie — 0,20. Stąd $K = \frac{1}{0{,}20} = 5$, czyli wzmocnienie układu powinno wynosić 5. Ponieważ pierwotnie wynosiło 3, należy zwiększyć wzmocnienie o $5/3 = 1{,}67$.

5. UWAGI KOŃCOWE

Na zakończenie należy podkreślić, że metoda charakterystyk częstotliwościowych, jakkolwiek dająca niezbyt wiele informacji o przebiegach czasowych, jest wystarczająca dla układów prostych i nie wymagających zbyt dużej dokładności. Jedną z głównych jej zalet jest stosunkowo nietrudne zdejmowanie doświadczalnych charakterystyk częstotliwościowych, inną zaletą jest możliwość określenia wpływów szumów i obcych wibracji.

Zakład Automatyki PAN

WYKAZ LITERATURY

1. Bode H. W.: Network Analysis and Feedback Amplifier Design. New York 1945.
2. Chu Y.: Correlation between Frequency and Transient Responses of Feedback Control System. — Trans. AIEE, 1953, str. 88.
3. Brown G. S., Campbell D. P.: Principles of Servomechanisms. Wiley, New York 1948.
4. Thaler G., Brown R. G.: Servomechanisms Analysis. New York 1953.
5. Chestnut H., Mayer R.W.: Servomechanisms and Regulating System Design, vol. 1. New York 1951.
6. Osnowy awtomaticzeskowo riegulirowanja. Pod redakcją W. W. Sołodownikowa. Moskwa 1954.

А. СТРАШАК

ПРИМЕНЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Резюме

Статья содержит изложение общих основ частотного метода анализа систем автоматического регулирования. Доказательство этого метода базируется на частном случае конформного отображения части плоскости s. Показана связь при-

нятого метода с вопросом распределения полюсов передаточной функции. Показана также взаимная зависимость формы частотных характеристик от распределения полюсов и нулей передаточной функции и сделаны соответствующие выводы. Определены пределы применения параметра M_p для оценки качества систем автоматического регулирования.

A. STRASZAK

FREQENCY RESPONSE PLOTS TO LINEAR CO-ORDINATES AS APPLIED TO FEEDBACK CONTROL SYSTEM ANALYSIS

Summary

A general outline is given of the analysis of feedback control system by means of frequency response methods. The above methods are handled as a particular case of conformal mapping of the s-plane: their relations with dominating roots of the system are also shown. The relations between the shape of frequency responses of the closed loop and the configuration of zeros and poles of the closed loop transfer function are discussed as well as the conclusions involved. The extent of the correct applicability of the M_p criterion for feedback control systems is given.

621.3.012:621.316.11

JANUSZ LECH JAKUBOWSKI

Układy zastępcze stosowane przy obliczaniu napięcia wierzchołka słupa linii energetycznej trafionego przez piorun

Rękopis dostarczono 19.11.1956

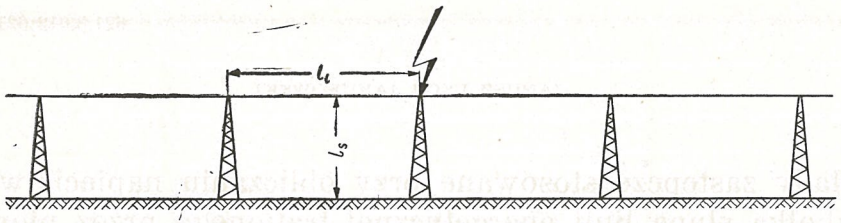
Przebieg napięcia (względem ziemi) wierzchołka słupa trafionego przez piorun jest ważnym elementem przy projektowaniu linii energetycznej. Po uwzględnieniu współczynnika sprzężenia przebieg ten pozwala określić, w jakich warunkach następuje przeskok odwrotny na izolacji linii. W najbardziej nowoczesnych metodach określania przebiegu napięcia wierzchołka słupa trafionego przez piorun stosuje się obliczenia na analogowych maszynach elektronicznych. Projektantom nie dysponującym takimi maszynami bardzo duże usługi oddają proste obliczenia dla różnych układów zastępczych. W niniejszej pracy poddano analizie wartość praktyczną układów jednosłupowych, w których słup zastąpiony jest indukcyjnością skupioną, a przewód ogromowy opornością skupioną odpowiadającą jego oporności falowej. Przy sposobności uwidoczniono dla konkretnych przypadków wpływ zastąpienia słupa indukcyjnością skupioną, które to uproszczenie jest stosowane w obliczeniach na anacomie [6].

1. WSTĘP

Do najbardziej rozpowszechnionych sposobów określania napięcia wierzchołka słupa względem ziemi przy trafieniu go przez piorun (rys. 1) należy sposób polegający na posługiwaniu się gotowymi krzywymi, z których można odczytać szukane napięcie w funkcji różnych parametrów. Do takich krzywych należą krzywe określone metodą A. C. Monteitha [1], [10] i nową metodą A. I. E. E. [8]. Wielu autorów posługuje się także wzorami dla możliwie najprostszych obwodów zastępczych, co ma tę zaletę, że nie traci się sensu fizycznego obliczenia.

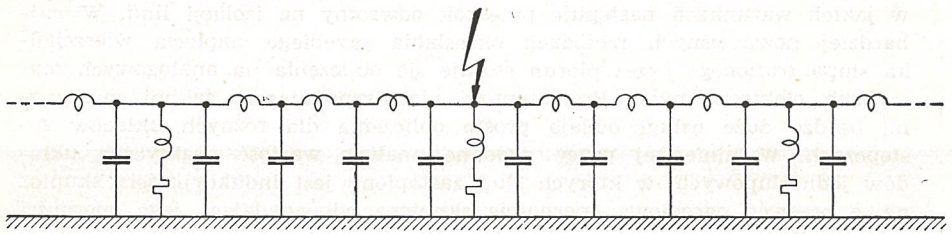
W różnych metodach przyjmowane są rozmaite uproszczenia układu elektrycznego; sprowadzają się one głównie do pomijania pewnych elementów układu rzeczywistego (części słupów i przęseł przewodu odgromowego) lub też do założenia długości przęseł nieskończenie wielkich.

Ponadto w szeregu metod pomija się występowanie fal wędrownych, a obliczenia odnosi się do obwodów zastępczych, w których słupy i przewód odgromowy są zastępowane przez indukcyjności skupione. Nawet metoda tak dokładna, jak nowa metoda A.I.E.E., oparta na pomiarach przy pomocy analogowej maszyny elektronicznej (anacomu)[1]), zakłada



Rys. 1. Schemat ogólny linii energetycznej z przewodem odgromowym w przypadku trafienia słupa przez piorun

słupy jako skupione indukcyjności. W metodzie tej jednak przęsła przewodu odgromowego są zastępowane przez linie łańcuchowe typu $n\pi$, złożone z pojemności i indukcyjności (rys. 2).



Rys. 2. Zastąpienie słupa przez jego indukcyjność, a przewodu odgromowego przez układ typu $n\pi$

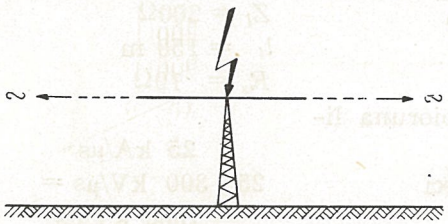
Z układów uproszczonych najprostsze są: układ jednosłupowy i układ trójsłupowy. Pierwszy (rys. 3) wynika z założenia, że do miejsca trafienia nie dochodzą fale na przewodzie odgromowym, odbite od sąsiednich słupów. Jest to równoważne z przyjęciem, że tych słupów nie ma, a przęsła przewodu odgromowego są nieskończenie długie. W obwodzie tym mamy do czynienia tylko z jednym słupem, mianowicie ze słupem trafionym przez piorun.

Układ trójsłupowy (rys. 4) uwzględnia istnienie dwóch słupów sąsiadujących ze słupem trafionym przez piorun, po obydwu jego stronach. Pominięcie słupów dalszych powoduje pewne niewielkie niezgodności przebiegów elektrycznych obliczonych z przebiegami elektrycznymi rzeczywistymi; niezgodności tych zwykle nie bierze się pod uwagę. Tę samą zasadę przyjmiemy w niniejszej pracy, a więc będziemy uważać prze-

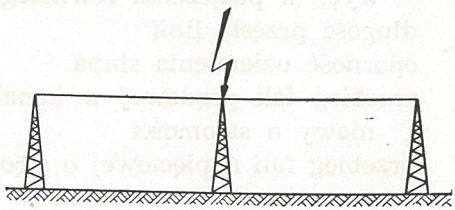
[1]) Analog computer.

biegi w układzie trójsłupowym za odpowiadające przebiegom rzeczywistym.

Układ jednosłupowy jest dużo prostszy niż trójsłupowy; prostsze są również obliczenia w tym układzie napięcia wierzchołka słupa trafionego przez piorun. Dlatego też układ jednosłupowy jest zalecany przez szereg autorów, np. [7], [14], do wykonywania obliczeń w celach prak-



Rys. 3. Układ jednosłupowy



Rys. 4. Układ trójsłupowy

tycznych. W literaturze nie ma przy tym wyraźnie podanej analizy, z której by wynikało uzasadnienie stosowania układu jednosłupowego. Cel ten ma spełnić niniejsza praca. Porównanie obliczeń metodą fal wędrownych (tj. z uwzględnieniem wszystkich fal przepuszczonych i odbitych) i obliczeń dla obwodów zastępczych ze stałymi skupionymi uwidoczni przy sposobności, jak wielkiego unikamy nakładu pracy rachunkowej posługując się obwodami zastępczymi.

2. OBLICZENIE RZECZYWISTEGO PRZEBIEGU NAPIĘCIA W UKŁADZIE TRÓJSŁUPOWYM

Przypadek 1: $\beta_s = 0{,}226, \quad \beta_l = 0{,}250$

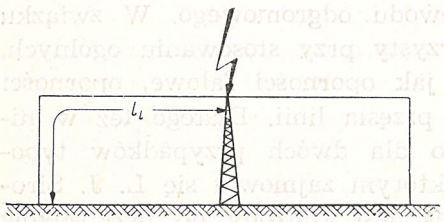
Obliczenie rzeczywistego przebiegu napięcia u_w na wierzchołku słupa przy trafieniu go przez piorun wymaga uwzględnienia charakteru falowego zarówno słupów, jak i przewodu odgromowego. W związku z tym wynik obliczenia jest nieprzejrzysty przy stosowaniu ogólnych, nieokreślonych liczbowo parametrów, jak oporności falowe, oporności uziemienia, wysokość słupa i długość przęsła linii. Dlatego też w niniejszej pracy analizę przeprowadzono dla dwóch przypadków typowych. Pierwszy odpowiada układowi, którym zajmował się L. J. Sirotinskij ([5], str. 131). Drugi przypadek jest zbliżony do przypadków analizowanych przez A. C. Monteitha ([10], str. 86, rys. 6) z tą różnicą, że oporność falowa dwóch przewodów odgromowych została wybrana na 200Ω, a nie jak u Monteitha na 175Ω. Ma to na celu znaczne uproszczenie obliczeń (na słupie nie powstają fale odbite przy wierzchołku).

Zajmiemy się najpierw przypadkiem pierwszym. Parametry przyjęte przez Sirotinskiego i zachowane w poniższych przeliczeniach są następujące:

oporność falowa kanału pioruna	$Z_0 = 300\Omega$
oporność falowa słupa	$Z_s = 200\Omega$
wysokość słupa	$l_s = 15$ m
oporność falowa pojedynczego przewodu odgromowego	400Ω
oporność falowa dwóch przewodów odgromowych w połączeniu równoległym	$Z_l = 200\Omega$
długość przęsła linii	$l_l = 150$ m
oporność uziemienia słupa	$R_s = 10\Omega$
przebieg fali prądowej w kanale pioruna liniowy o stromości	25 kA/μs
przebieg fali napięciowej o stromości	$25 \cdot 300$ kV/μs = $= 7500$ kV/μs

Najwięcej wątpliwości może budzić w powyższych założeniach przyjęcie kanału pioruna jako zwykłej linii falowej o oporności falowej Z_0 i to linii nieskończenie długiej. Szereg autorów cofa się przed takim założeniem. Na przykład E. L. Harder i E. R. Whitehead, [6], [12], obliczenia na anacomie przeprowadzają w ten sposób, że źródło napięcia zasilającego dają o oporności bardzo dużej w stosunku do oporności wypadkowej układu trafionego. W ten sposób wartość całkowitego prądu pioruna, wpływającego do układu trafionego, nie zależy od jego konfiguracji. Innymi słowy, w obliczeniu tym zakłada się określony całkowity prąd pioruna[1]). Uwzględniając jednak słuszność zastrzeżeń co do stosowalności pojęcia oporności falowej, wielu autorów na razie — wobec braku innego rozwiązania — godzi się na stosowanie odnośnego elementu w schematach obliczeniowych (p. np. [5], str. 127).

Dla ułatwienia obliczeń przyjęto jeszcze uproszczenie polegające na założeniu, że słupy sąsiednie stanowią wprost zwarcie z ziemią (ich oporność falowa i oporność uziemienia są równe 0). Można by również to założenie uważać za równoważne z przyjęciem, że słupy sąsiednie mają taką oporność falową, jak przewód odgromowy, i że ich długość jest wliczona do długości przęsła (rys. 5).

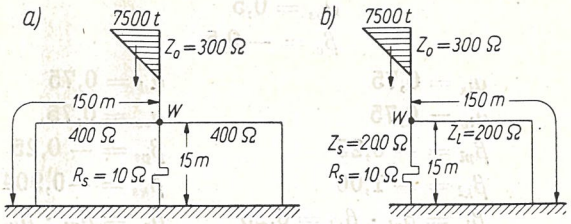


Rys. 5. Schemat jak na rys. 4, ale przy założeniu oporności falowej słupów sąsiadujących z trafionym równej oporności falowej przewodu odgromowego

Przy podanych wyżej założeniach obwód, w którym będą posuwały się fale wędrowne, można przedstawić jak na rysunkach 6 a i 6 b. Rys. 6 b tym się różni od rys. 6 a, że zamiast dwóch jednakowych gałęzi równoległych o oporności falo-

[1]) Pojęcie to należy odróżnić od pojęcia „zwarciowy prąd pioruna" — [9].

wej 400Ω wzięto jedną gałąź o oporności $Z_l = 200\Omega$. Wielkością obliczaną jest napięcie u_w wierzchołka W słupa. Posługując się metodą fal wędrownych, można je określić sumując napięcia pochodzące od fal



Rys. 6. Układ trójsłupowy z zaznaczeniem wartości parametrów dla przypadku 1. (napięciowe współczynniki odbicia $\beta_s = 0{,}226$; $\beta_l = 0{,}250$)

zjawiających się na początku kanału pioruna, w pobliżu punktu W. Będzie to fala nadchodząca równa $7500t$ i odpowiadająca jej fala odbita, a następnie — kolejne fale przychodzące ze słupa i przewodu odgromowego (ściśle biorąc obu przewodów odgromowych). Wartość t, wyrażona w mikrosekundach, jest liczona od chwili, w której pierwsza fala wędrowna zjawia się w punkcie W.

Obliczenia poniższego dokonano bez uproszczenia przewidzianego przez L. I. Sirotinskiego, stosownie do którego dla fal przychodzących z przewodu odgromowego pomija się długość słupa trafionego (założenie: słup = zwarcie).

Dla schematu z rys. 6 b oblicza się napięciowe współczynniki odbicia i przejścia stosownie do znanych zależności dla fal przechodzących, ogólnie biorąc, z linii o oporności Z_A na linię o oporności Z_B.

Współczynnik przejścia:

$$\alpha_{AB} = \frac{2Z_B}{Z_A + Z_B}.$$

Współczynnik odbicia:

$$\beta_A = \frac{Z_B - Z_A}{Z_B + Z_A}. \tag{1}$$

Oczywiście należy przyjmować odpowiednie oporności zastępcze dla Z_A i Z_B.

Przyjmujemy następujące indeksy:

o — kanał pioruna,
l — przewód odgromowy (linka odgromowa),
s — słup,
p — początek linii,
k — koniec linii.

Napięciowe współczynniki przejścia i odbicia w naszym układzie będą następujące:

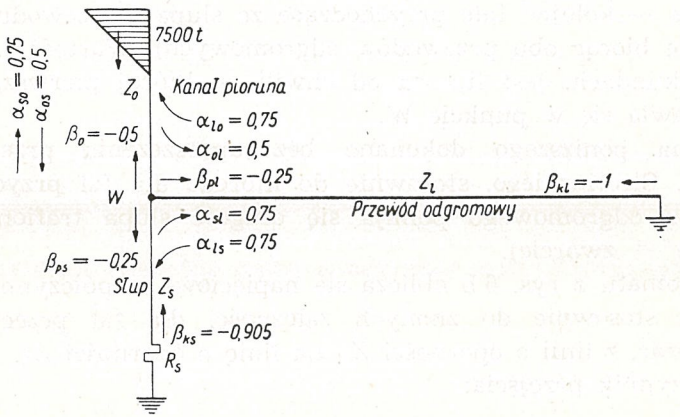
$$\alpha_{ol} = 0{,}5^{1)}$$
$$\alpha_{os} = 0{,}5$$
$$\beta_o = -0{,}5$$

$$\alpha_{ls} = 0{,}75 \qquad \alpha_{sl} = 0{,}75$$
$$\alpha_{lo} = 0{,}75 \qquad \alpha_{so} = 0{,}75$$
$$\beta_{pl} = -0{,}25 \qquad \beta_{ps} = -0{,}25$$
$$\beta_{kl} = -1{,}00 \qquad \beta_{ks} = -0{,}90476$$
$$\beta_l = \beta_{pl} \cdot \beta_{kl} = 0{,}25 \qquad \beta_s = \beta_{ps} \cdot \beta_{ks} = 0{,}22619$$

Współczynniki te są również naniesione na schemat z rys. 7.

Pierwszą składową napięcia w punkcie W daje fala równa 7500 t, nadchodząca z kanału pioruna. Wynosi ona

$$u_{A0} = 7500\ t\ (1 + \beta_o) = +\ 3750\ t. \tag{2}$$



Rys. 7. Układ jak na rys. 6 b z podaniem wartości współczynników przejścia α i odbicia β

Na słup wchodzi fala 7500 $t \cdot \alpha_{os}$, tj. też 3750 t. Po odbiciu od uziemienia słupa, $R_s = 10\Omega$, i po przejściu na linię Z_o zjawia się na początku linii Z_o napięcie:

$$u_{A1} = 3750\,(t - 0{,}1)\ \beta_{ks} \cdot \alpha_{so}\ \mathbf{1}_{0,1} = 3750\ (t - 0{,}1)(-0{,}90476)\ 0{,}75\ \mathbf{1}_{0,1} =$$
$$= -2544{,}64\ (t - 0{,}1)\ \mathbf{1}_{0,1}$$

Znak $\mathbf{1}_{0,1}$ oznacza, że funkcja dla wartości $t < 0{,}1$ μs ma wartość równą 0. Napięcie u_{A_1} zjawia się w chwili $t = 0{,}1$ μs, tj. po czasie potrzeb-

1) Współczynniki α i β podane są z dokładnością do pięciu znaków dziesiętnych, dla uproszczenia jednak, w przypadkach gdy ostatnie znaki są zerami, pominięto je. A więc napisano 0,5 zamiast 0,50000, itd.

nym na przebycie przez falę tam i z powrotem długości słupa 15 m. Dlatego we wzorze na u_{A1} znajduje się mnożnik $(t - 0{,}1)$, a nie t.

Wobec tego, że fala równa 3750 $t \cdot \beta_{ks}$ przy trafieniu w wierzchołek W słupa odbija się, na linii Z_o zjawia się po czasie 0,2 μs następna fala z serii A, mianowicie fala $A2$ o napięciu:

$$u_{A2} = 3750\,(t - 0{,}2)\,\beta_{ks} \cdot \beta_{ps} \cdot \beta_{ks} \cdot \alpha_{so}\,\mathbf{1}_{0,2} = \\ = 3750\,(t - 0{,}2)\,\beta_{s} \cdot \beta_{ks} \cdot \alpha_{so}\,\mathbf{1}_{0,2} = -576\,(t - 0{,}2)\,\mathbf{1}_{0,2} \qquad (4)$$

Po fali u_{A1} następują fale u_{A2}, u_{A3} . . . itd., z których każda ma współczynnik liczbowy równy współczynnikowi fali poprzedniej mnożony przez β, a opóźnienie o 0,1 μs większe

$$\begin{aligned} u_{A3} &= -130\,(t - 0{,}3)\,\mathbf{1}_{0,3} \\ u_{A4} &= -29\,(t - 0{,}4)\,\mathbf{1}_{0,4} \\ u_{A5} &= -7\,(t - 0{,}5)\,\mathbf{1}_{0,5} \end{aligned} \qquad (5)$$

Fale, począwszy od u_{A6}, mają współczynniki liczbowe bardzo małe i mogą być pominięte.

W chwili $t = 1$ μs zjawia się na linii o oporności falowej Z_o [1]) w punkcie W (rys. 7) pierwsza fala z serii $B0$, pochodząca od fali $A0$, która w chwili $t = 0$ przeszła na linię Z_l, odbiła się od jej krańca i wróciła do punktu W:

$$u_{B00} = 3750\,(t - 1)\,\beta_{kl} \cdot \alpha_{lo}\,\mathbf{1}_1 = -2812\,(t - 1)\,\mathbf{1}_1\,. \qquad (6)$$

Fala ta wchodzi jednocześnie na linię Z_s, odbija się od jej końca i wraca do punktu W, dając:

$$u_{B01} = -2812\,(t - 1{,}1)(-0{,}90476)\,0{,}75\,\mathbf{1}_{1,1} = +1908\,(t - 1{,}1)\,\mathbf{1}_{1,1}\,. \qquad (7)$$

Dalsze fale z serii $B0$ powstają analogicznie, jak podobne fale z serii A

$$\begin{aligned} u_{B02} &= +431\,(t - 1{,}2)\,\mathbf{1}_{1,2} \\ u_{B03} &= +98\,(t - 1{,}3)\,\mathbf{1}_{1,3} \\ u_{B04} &= +22\,(t - 1{,}4)\,\mathbf{1}_{1,4} \\ u_{B05} &= +5\,(t - 1{,}5)\,\mathbf{1}_{1,5} \end{aligned} \qquad (8)$$

Fale u_{B06} i następne, z tych samych względów, co fale u_{A6} i dalsze, są pomijalne.

---

[1]) W dalszym ciągu pracy będzie często używany skrót „linia Z" zamiast „linia o oporności falowej Z".

Następna seria fal, $B1$, jest wywołana przez falę $A1$, która weszła na linię Z_l w chwili $t = 0{,}1$ μs.

$$\begin{aligned} u_{B10} &= +1908\ (t-1{,}1)\ \mathbf{1}_{1,1} \\ u_{B11} &= -1295\ (t-1{,}2)\ \mathbf{1}_{1,2} \\ u_{B12} &= -293\ (t-1{,}3)\ \mathbf{1}_{1,3} \\ u_{B13} &= -66\ (t-1{,}4)\ \mathbf{1}_{1,4} \\ u_{B14} &= -15\ (t-1{,}5)\ \mathbf{1}_{1,5} \\ u_{B15} &= -3\ (t-1{,}6)\ \mathbf{1}_{1,6} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{9}$$

Następne serie fal, $B2$, $B3$, $B4$, ..., powstają z fal $A2$, $A3$, $A4$, ..., analogicznie jak seria $B1$ z fali $A1$.

$$\begin{aligned} u_{B20} &= +432\ (t-1{,}2)\ \mathbf{1}_{1,2} \\ u_{B21} &= -293\ (t-1{,}3)\ \mathbf{1}_{1,3} \\ u_{B22} &= -66\ (t-1{,}4)\ \mathbf{1}_{1,4} \\ u_{B23} &= -15\ (t-1{,}5)\ \mathbf{1}_{1,5} \\ u_{B24} &= -3\ (t-1{,}6)\ \mathbf{1}_{1,6} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{10}$$

Podobnie powstają fale u_{B30}, u_{B31}, ..., u_{B40}, u_{B41}, ...

Począwszy od chwili $t = 2$ μs zjawiają się serie $C00$, $C01$, ..., $C10$, $C11$, ..., $C20$, $C21$, ..., wywołane falami, które weszły na linię Z_l przed upływem 1 μs od początku danej serii.

Seria $C00$ jest wywoływana przez falę występującą na linii Z_l i odbitą od punktu W w chwili $t = 1$ μs, czyli przez falę wywołującą serię $B0$, pomnożoną przez β_{pl} [to jest $(-3750\ t)\ (-0{,}25) = +937\ t$]. Fala ta po ponownym odbiciu od końca linii Z_l wraca do punktu W i daje napięcie na linii Z_o.

$$u_{C000} = +937\ (t-2)\ \beta_{kl} \cdot \alpha_{lo}\ \mathbf{1}_2 = +937\ (t-2)(-1)\ 0{,}75\ \mathbf{1}_2 = -703\ (t-2)\ \mathbf{1}_2$$

$$\begin{aligned} u_{C001} &= +477\ (t-2{,}1)\ \mathbf{1}_{2,1} \\ u_{C002} &= +107\ (t-2{,}2)\ \mathbf{1}_{2,2} \\ u_{C003} &= +24\ (t-2{,}3)\ \mathbf{1}_{2,3} \\ u_{C004} &= +5\ (t-2{,}4)\ \mathbf{1}_{2,4} \\ u_{C005} &= +1\ (t-2{,}5)\ \mathbf{1}_{2,5} \end{aligned} \tag{11}$$

Serie $C01$, $CO2$, $C03$, $C04$ powstają z fal $B01$, $B02$, $B03$, $B04$, które weszły z linii Z_s na linię Z_l, odbiły się od końca tej linii i wróciły do punktu W.

$$
\begin{aligned}
u_{C010} &= -1431\ (t-2{,}1)\ \mathbf{1}_{2,1}\\
u_{C011} &= +971\ (t-2{,}2)\ \mathbf{1}_{2,2}\\
u_{C012} &= +220\ (t-2{,}3)\ \mathbf{1}_{2,3}\\
u_{C013} &= +50\ (t-2{,}4)\ \mathbf{1}_{2,4}\\
u_{C014} &= +11\ (t-2{,}5)\ \mathbf{1}_{2,5}\\
u_{C015} &= +2\ (t-2{,}6)\ \mathbf{1}_{2,6}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Podobnie powstają fale $u_{C020}, u_{C021}, \cdots, u_{C030}, u_{C031}, \cdots, u_{C040}, u_{C041}\cdots$

Analogicznie jak seria $C00$ powstają serie $C10$, $C20$, $C30$, $C40$, oraz analogicznie jak serie $C01$, $C02$, $C03$ powstają serie $C11$, $C12$, $C13$, ..., $C21$, $C22$, $C23$, ..., $C31$, $C32$, $C33$, ...

$$
\begin{aligned}
u_{C100} &= +477\ (t-2{,}1)\ \mathbf{1}_{2,1}\\
u_{C101} &= -324\ (t-2{,}2)\ \mathbf{1}_{2,2}\\
u_{C102} &= -73\ (t-2{,}3)\ \mathbf{1}_{2,3}\\
u_{C103} &= -17\ (t-2{,}4)\ \mathbf{1}_{2,4}\\
u_{C104} &= -4\ (t-2{,}5)\ \mathbf{1}_{2,5}\\
u_{C105} &= -1\ (t-2{,}6)\ \mathbf{1}_{2,6}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
u_{C110} &= +971\ (t-2{,}2)\ \mathbf{1}_{2,2}\\
u_{C111} &= -659\ (t-2{,}3)\ \mathbf{1}_{2,3}\\
u_{C112} &= -149\ (t-2{,}4)\ \mathbf{1}_{2,4}\\
u_{C113} &= -34\ (t-2{,}5)\ \mathbf{1}_{2,5}\\
u_{C114} &= -8\ (t-2{,}6)\ \mathbf{1}_{2,6}\\
u_{C115} &= -2\ (t-2{,}7)\ \mathbf{1}_{2,7}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Podobnie powstają fale

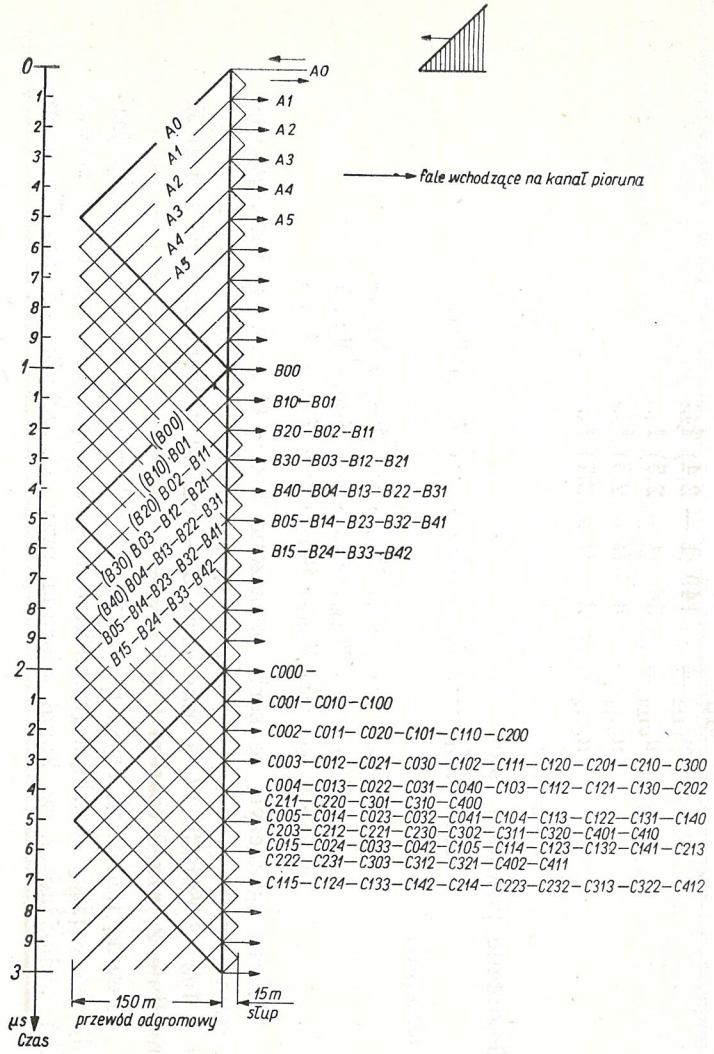
$$u_{C120}, u_{C121}, \cdots, u_{C130}, u_{C131}, \cdots, u_{C140}, u_{C141},$$

następnie

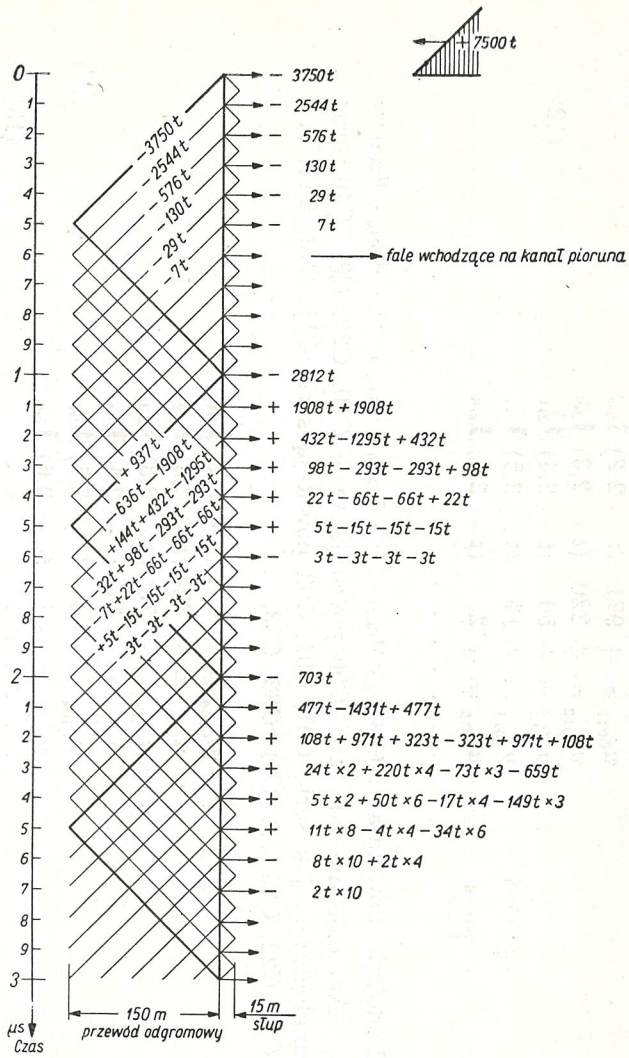
$$
\begin{aligned}
&u_{C200}, u_{C201}, \cdots, u_{C210}, u_{C211}, \cdots, u_{C220}, u_{C221},\\
&u_{C230}, u_{C231}, \ldots, u_{C300}, u_{C301}, \ldots, u_{C310}, u_{C311},\\
&u_{C320}, u_{C321}, \cdots, u_{C400}, u_{C401}, \cdots, u_{C410}, u_{C411},
\end{aligned}
$$

Warto zaznaczyć, że serie oznaczone literą C i liczbą kończącą się zerem powstają od fali występującej na linii Z_l i odbitej przed czasem $t = 1\mu s$ od punktu W, a inne serie C — od fal przechodzących z linii Z_s na linię Z_l przed czasem $t = 1\ \mu s$.

Pewną pomoc w usystematyzowaniu fal mogą stanowić rozkłady jazdy fal według Bewleya (rysunki 8 i 9). Na rys. 8 umieszczono nazwy fal wchodzących w kanał pioruna przy wierzchołku słupa. Te same



Rys. 8. Rozkład jazdy fal wędrownych w przewodzie odgromowym i słupie dla przypadku 1



Rys. 9. Rozkład jazdy fal wędrownych w przewodzie odgromowym i słupie dla przypadku 1 (dane liczbowe)

nazwy noszą fale wchodzące na przewód odgromowy. W tych przypadkach, gdy fale wchodzące na przewód odgromowy mają inną wartość niż fale wchodzące do kanału pioruna, oznaczenie fali umieszczono w nawiasie. Zachodzi to wtedy, gdy na przewód odgromowy wchodzi przy wierzchołku słupa fala odbita, a nie fala przepuszczona ze słupa.

Na rys. 9 zrezygnowano z przyjętego zwyczaju podawania wartości fali przy pomocy iloczynów współczynników przejścia i odbicia. W praktyce dużo prościej jest obliczać kolejne fale wychodząc z poprzednich, a wtedy oczywiście nie potrzeba mnożyć przez siebie dużej liczby współczynników (lub obliczać ich potęg).

Napięcie całkowite na wierzchołku słupa, będące sumą omawianych fal, podaje rys. 10, krzywa *A*.

3. OBLICZENIE DLA PRZYPADKU 1 PRZY ZASTOSOWANIU ODMIANY METODY FAL WĘDROWNYCH

Jak mówiliśmy, napięcie na wierzchołku słupa składa się z serii fal zjawiających się z różnym opóźnieniem. Każda seria wynika z odbijania się fal od krańców odcinka linii falowej, jaką stanowi słup.

Gra fal na słupie jest taka sama dla każdej fali wchodzącej na słup i wywołującej serię, a tylko wartość napięcia danej serii zależy od wartości fali wchodzącej. Wystarczy więc obliczyć sumę fal dowolnej serii, np. *A*0, aby uwzględniwszy skalę otrzymać pozostałe serie. Metodą tą skontrolowano obliczenia[1]).

Jeśli pierwsza fala nadchodząca jest równa at, to fale następne są:

$$\begin{array}{l|l} \alpha_{os}^{2)} \cdot \beta_{ks} \cdot \alpha_{so} \cdot a(t-0{,}1)\mathbf{1}_{0,1} & n=1 \\ \alpha_{os} \cdot \beta_{ks} \cdot \alpha_{so} \cdot \beta \cdot a(t-0{,}2)\mathbf{1}_{0,2} & n=2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ \alpha_{os} \cdot \beta_{ks} \cdot \alpha_{so} \cdot \beta^{(n-1)} \cdot a(t-0{,}1n)\ \mathbf{1}_{0,1n} & n=n \end{array} \qquad (14)$$

Należy obliczyć sumę szeregu utworzonego przez powyższe wyrazy;

$$\sum_{n=1}^{n=n} \alpha_{os} \cdot \beta_{ks} \cdot \alpha_{so} \cdot a(\beta_s^{n-1}\ t - 0{,}1\ \beta_s^{n-1}\ n)\,.$$

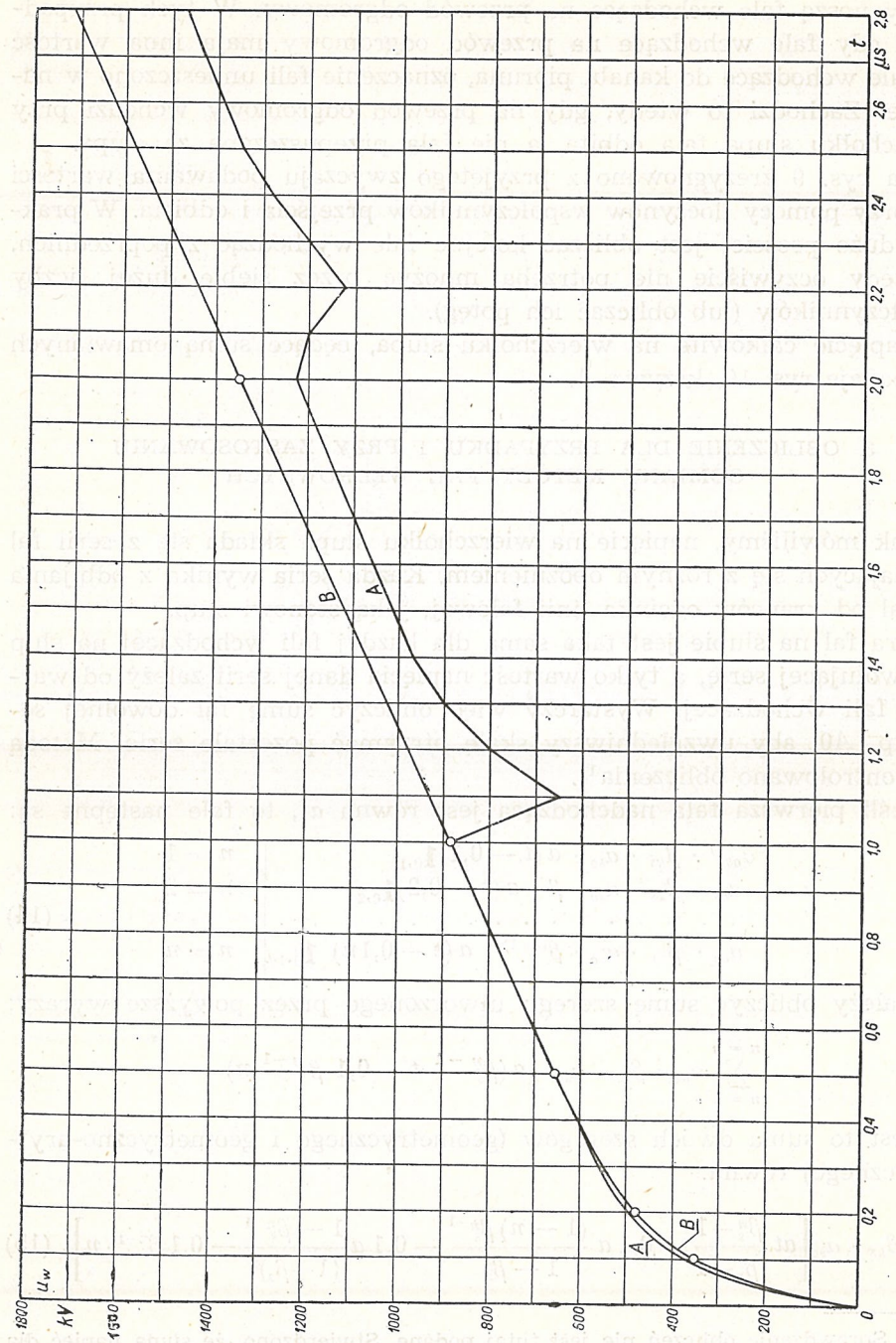
Jest to suma dwóch szeregów (geometrycznego i geometryczno-arytmetycznego) równa:

$$\alpha_{os} \cdot \beta_{ks} \cdot \alpha_{so}\left[at\,\frac{\beta_s^n-1}{\beta_s-1} - 0{,}1\,a\,\frac{(1-n)\,\beta_s^{n-1}}{1-\beta_s} - 0{,}1\,a\,\frac{1-\beta_s^{n-1}}{(1-\beta_s)^2} - 0{,}1\,\beta^{n-1}\cdot n\right]. \qquad (15)$$

---

[1]) Sprawdzenie obliczeń nie jest tutaj podane. Stwierdzono, że suma napięć dla każdej serii jest wprost proporcjonalna do fali wywołującej serię.

[2]) lub odpowiednio α_{ls}.



Rys. 10. *A* — przebieg rzeczywisty napięcia u_w wierzchołka słupa w przypadku 1, określony metodą fal wędrownych dla układu trójsłupowego z rys. 6; *B* — analogiczny przebieg określony dla układu jednosłupowego z rys. 17.

Dla serii $A0$ otrzymujemy np. dla $t = 1$ μs, czyli $n = 10$, wobec $\beta_s = 0{,}22619$, $\beta_s^{10} \approx 0$, napięcie — 2863 kV. Fala wywołująca serię $A0$ była równa 7500 t. Chcąc znaleźć napięcie fali np. $B10$ (którą wywołuje fala równa — 2544 t) mnożymy — 2863 przez stosunek:

$$\frac{2544}{7500} \cdot \frac{\alpha_{ls}}{\alpha_{os}} = \frac{2544 \cdot 0{,}75}{7500 \cdot 0{,}5} = 0{,}5088\,.$$

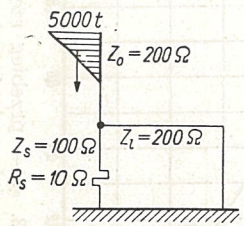
4. OBLICZENIE RZECZYWISTEGO PRZEBIEGU NAPIĘCIA W UKŁADZIE TRÓJSŁUPOWYM

Przypadek 2: $\beta_s = 0$, $\beta_l = 0{,}5$

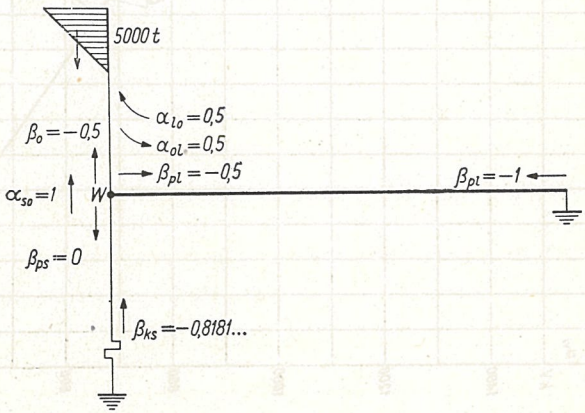
W przypadku 2 uzyskuje się, dzięki temu, że $\beta_s = 0$, stosunkowo proste obliczenie metodą fal wędrownych. Mianowicie każda fala, która dostała się na słup, po odbiciu od uziemienia przechodzi bez odbicia na przewód odgromowy i kanał pioruna. W ten sposób nie powstają ciągi fal na słupie.

Parametry przyjęte w tym przypadku są następujące:

oporność falowa kanału pioruna	$Z_o = 200\,\Omega$
długość kanału — nieskończenie wielka	
oporność falowa słupa	$Z_s = 100\,\Omega$
wysokość słupa	$l_s = 15$ m
oporność falowa dwóch przewodów odgromowych w połączeniu równoległym	$Z_l = 200\,\Omega$
długość przęsła linii	$l_l = 150$ m
oporność uziemienia słupa	$R_s = 10\,\Omega$
stromość fali w kanale pioruna	25kA/μs, czyli 5000 kV/μs

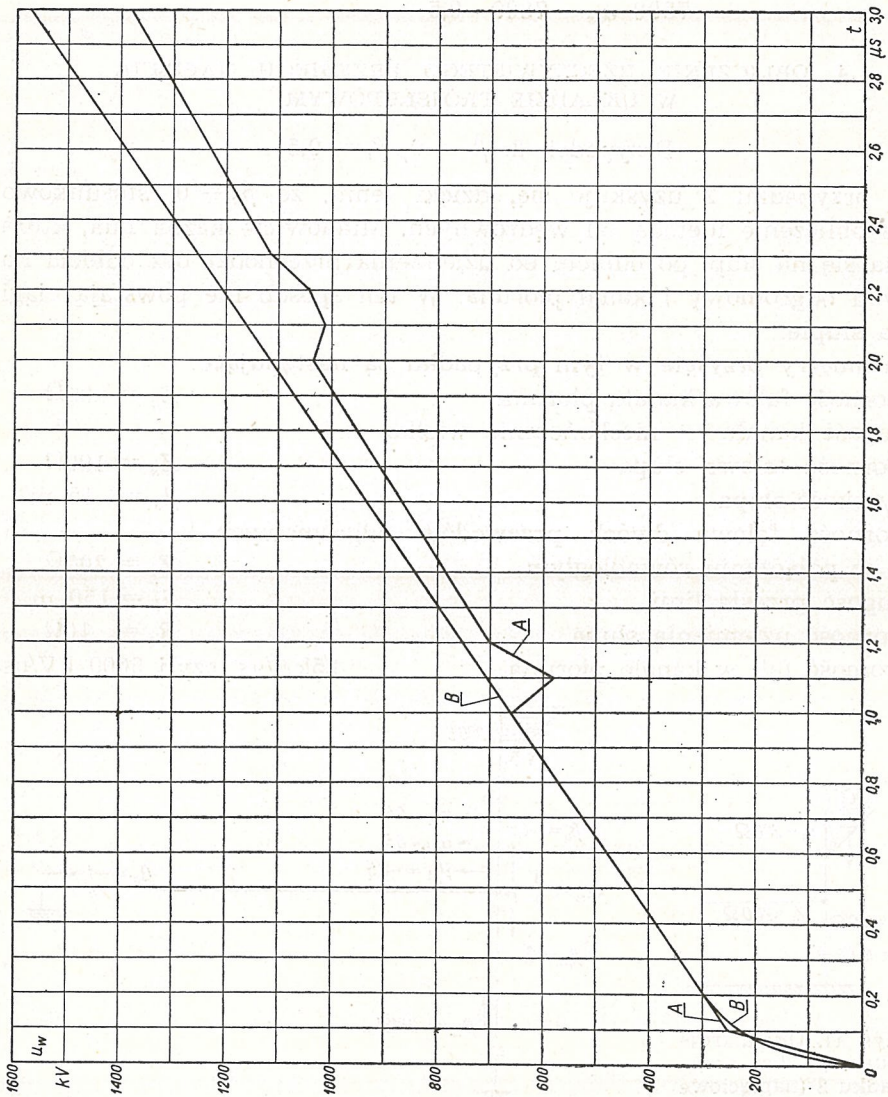


Rys. 11. Układ trójsłupowy dla przypadku 2 (napięciowe współczynniki odbicia $\beta_s = 0$; $\beta_l = 0{,}5$)



Rys. 12. Układ jak na rys. 11 z zaznaczeniem wartości współczynników przejścia α i odbicia β

Układ trójsłupowy z zaznaczeniem przyjętych parametrów podaje rys. 11, a współczynniki przejścia α i odbicia β rys. 12.



Rys. 13. *A* — przebieg rzeczywisty napięcia u_w wierzchołka słupa w przypadku 2, określony metodą fal wędrownych dla układu trójsłupowego z rys. 11; *B* — analogiczny przebieg określony dla układu jednosłupowego z rys. 17

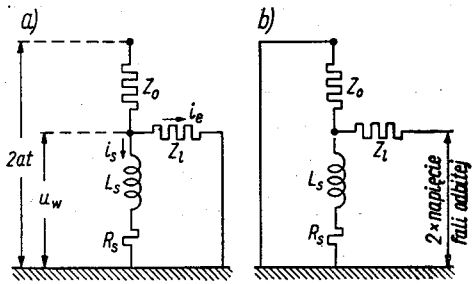
Napięcia u_w na wierzchołku słupa można w omawianym przypadku wyrazić wzorem:

$$u_w = -2500\,t - 2045{,}5\,(t-0{,}1)\,\mathbf{1}_{0,1} - 1250\,(t-1)\mathbf{1}_{1,0} + 2045{,}5\,(t-1{,}1)\mathbf{1}_{1,1} + \\ - 836{,}8\,(t-1{,}2)\,\mathbf{1}_{1,2} - 625{,}0\,(t-2)\,\mathbf{1}_{2,0} + 511{,}3\,(t-2{,}1)\,\mathbf{1}_{2,1} + \\ + 418{,}3\,(t-2{,}2)\,\mathbf{1}_{2,2} - 342{,}3\,(t-2{,}3)\,\mathbf{1}_{2,3} + \cdots \qquad (16)$$

Przebieg tego napięcia ilustruje rys. 13, krzywa *A*.

5. OBLICZENIE PRZEBIEGU NAPIĘCIA W UKŁADACH TRÓJSŁUPOWYCH (PRZYPADEK 1 i 2) W PRZYPADKU ZASTĄPIENIA SŁUPÓW PRZEZ INDUKCYJNOŚCI SKUPIONE

Pierwszym krokiem do uproszczenia obliczenia w układach trójsłupowych jest zastąpienie słupów przez indukcyjności skupione. Jak już zaznaczono, założeniem takim posługuje się nowa metoda A.I.E.E. [8]. Podstawę obliczeń metodą fal wędrownych (krążących po przewodzie odgromowym) stanowią dwa układy zastępcze typu Petersena [9]: jeden dla fali przychodzącej do słupa z kanału pioruna (rys. 14 a) i drugi dla fal przychodzących z przewodu odgromowego (fal odbitych od krańca przęsła — rys. 14 b).



Rys. 14. Obwody zastępcze typu Petersena dla układu trójsłupowego z rys. 6, z tą różnicą, że słup zastąpiono jego indukcyjnością; a) obwód dla fali nadchodzącej do słupa z kanału pioruna, b) obwód dla fali nadchodzącej do słupa z przewodu odgromowego

Dla obwodu z rys. 14 a otrzymujemy równania różniczkowe:

$$(i_l + i_s)\,Z_o + u_w = 2\,at$$

$$u_w = L_s \frac{di_s}{dt} + R_s\,i_s$$

$$L_s\,Z_o \frac{Z_l + Z_o}{Z_l\,Z_o} \cdot \frac{di_s}{dt} + \left(Z_o + R_s\,Z_o \frac{Z_l + Z_o}{Z_l Z_o}\right) i_s = 2at$$

lub inaczej

$$\frac{L_s Z_o}{Z_{lo}} \cdot \frac{di_s}{dt} + \left(Z_o + \frac{R_s Z_o}{Z_{lo}}\right) i_s = 2at.$$

Zakładając przyjęte dla przypadku 1 parametry mamy

$$250 \frac{di_s}{dt} + 325\, i_s = 15000\, t. \tag{17}$$

Rozwiązanie tego równania prowadzi do pierwszej składowej napięcia u_w:

$$u_{w_1} = 461{,}5\, t + 426{,}0\,(1 - e^{-13t}). \tag{18}$$

Dla obwodu z rys. 14 b otrzymamy równanie różniczkowe:

$$\frac{L_s Z_l}{Z_{lo}} \cdot \frac{di_s}{dt} + \left(Z_o + \frac{R_s Z_l}{Z_{lo}}\right) i_s = -2\,[461{,}5\, t + 426{,}0\,(1 - e^{-13t})]$$

$$166{,}6 \ldots \frac{di_s}{dt} + 316{,}6 \ldots i_s = -923{,}0\, t - 852{,}0\,(1 - e^{-13t}). \tag{19}$$

Rozwiązanie tego równania jest drugą składową napięcia na wierzchołku słupa, zjawiającą się w chwili $t = 1$ μs:

$$u_{w_2} = -42{,}6\, t - 6134{,}9\, te^{-13t} - 78{,}6\,(1 - e^{-13t}). \tag{20}$$

Z tą składową związana jest fala odbita na przewodzie odgromowym u' równa $u_{w2} - u''$, gdzie u'' fala nadchodząca do punktu W, która wywołała napięcie u_{w2}, czyli $-u_{w1}$:

$$u' = u_{w_2} + u_{w_1} = -42{,}6\, t - 6134{,}9\, te^{-13t} - 78{,}6\,(1 - e^{-13t}) + 461{,}5\, t + \\ + 426{,}0\,(1 - e^{-13t}) = 418{,}9\, t - 6134{,}9\, te^{-13t} + 347{,}4\,(1 - e^{-13t}).$$

Fala u' po odbiciu się od krańca przewodu odgromowego zasila po upływie 2 μs obwód z rys. 14 b:

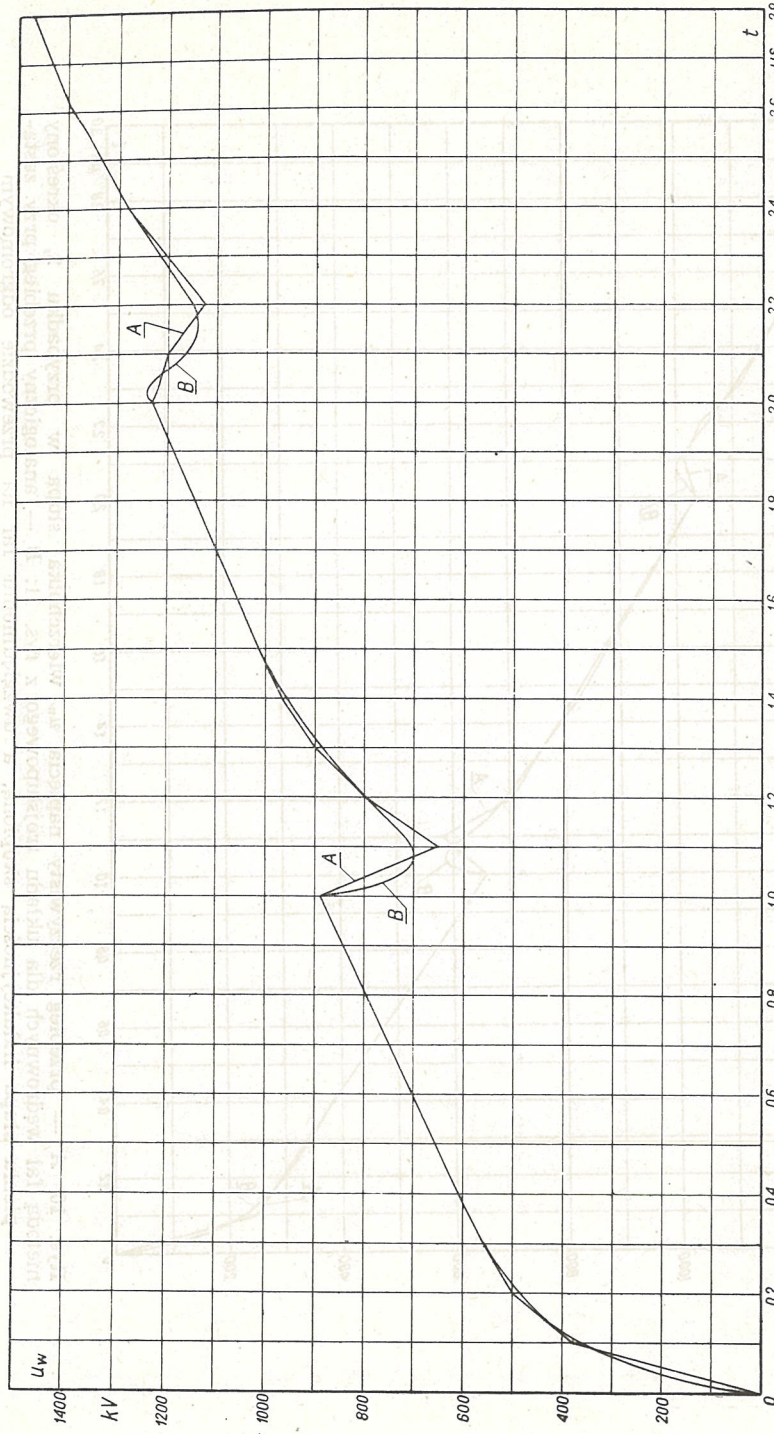
$$166{,}6 \ldots \frac{di_s}{dt} + 316{,}6 \ldots i_s = -2\,[418{,}9\, t - 6134{,}9\, te^{-13t} + 347{,}4\,(1 - e^{-13t})]. \tag{21}$$

Rozwiązując to równanie otrzymujemy trzecią składową napięcia na wierzchołku słupa, zjawiającą się w chwili $t = 2$ μs

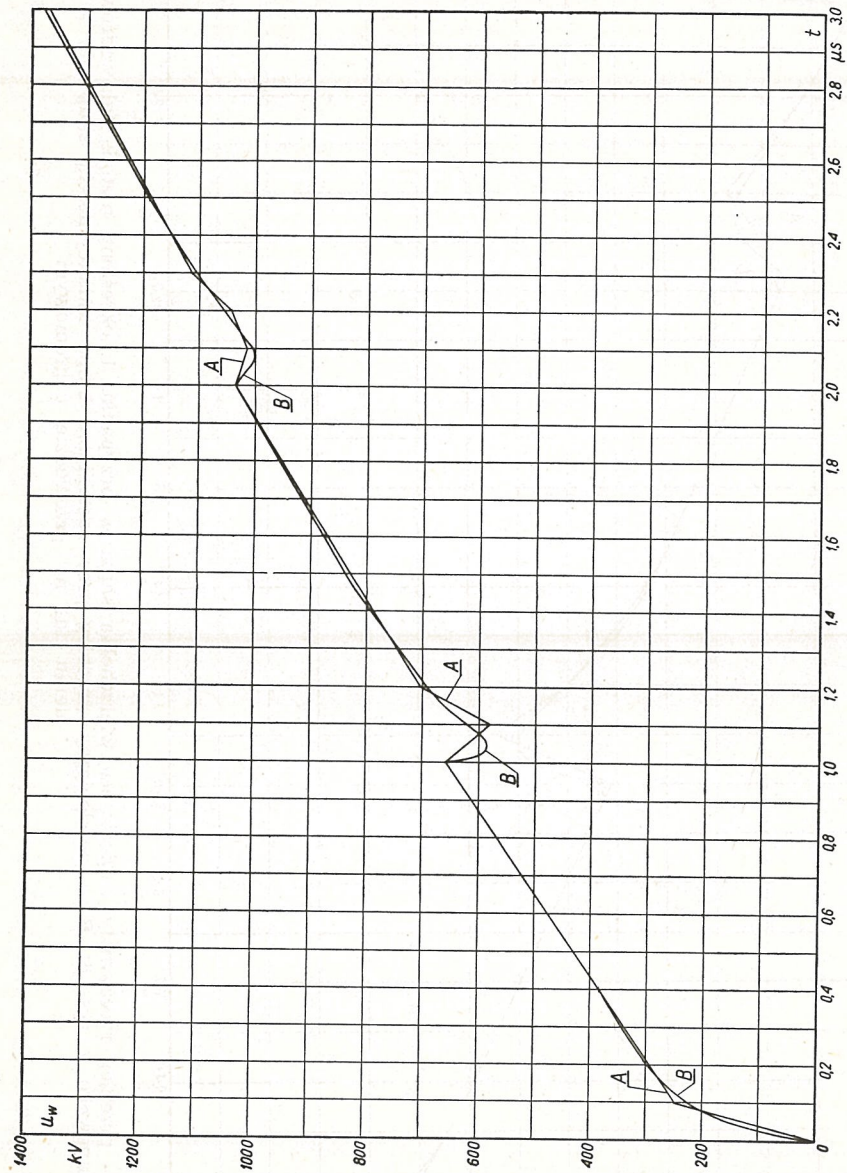
$$u_{w_3} = -38{,}7\, t - 67{,}8\,(1 - e^{-13t}) + 2359{,}6\, te^{-13t} - 44171{,}4\, t^2 e^{-13t}. \tag{22}$$

Całkowite napięcie u_w jest sumą składowych $u_{w1}, u_{w2}, \ldots, u_{wn}$:

$$u_w = [461{,}5\, t + 426{,}0\,(1 - e^{-13t})]\mathbf{1}_0 - [42{,}6\, t + 6134{,}9\, te^{-13t} + \\ + 78{,}7\,(1 - e^{-13t})]\,\mathbf{1}_{1,0} - [38{,}7\, t + 67{,}8\,(1 - e^{-13t}) - 2359{,}6\, te^{-13t} + \\ + 44171{,}4\, t^2 e^{-13t}]\mathbf{1}_{2,0} + \cdots \tag{23}$$



Rys. 15. *A* — przebieg rzeczywisty napięcia u_w wierzchołka słupa w przypadku 1, określony metodą fal wędrownych dla układu trójsłupowego z rys. 6; *B* — analogiczny przebieg przy zastąpieniu słupa indukcyjnością skupioną, a uwzględnieniu fal na przewodzie odgromowym



Rys. 16. *A* — przebieg rzeczywisty napięcia u_w wierzchołka słupa w przypadku 2, określony metodą fal wędrownych dla układu trójsłupowego z rys. 11; *B* — analogiczny przebieg przy zastąpieniu słupa indukcyjnością skupioną, a uwzględnieniu fal na przewodzie odgromowym

Przebieg podanego wyżej wzoru przedstawia rys. 15, krzywa *B*. Analogicznie dla przypadku 2 otrzymamy (rys. 16, krzywa *B*):

$$u_w = [454{,}5\,t + 206{,}6\,(1 - e^{-22t})]\mathbf{1}_0 - [41{,}3\,t + 4132{,}2\,te^{-22t} + 37{,}5\,(1 - e^{-22t})]\mathbf{1}_{1,0} - [37{,}5\,t + 32{,}5\,(1 - e^{-22t}) - 751{,}3\,te^{-22t}]\mathbf{1}_{2,0} + \cdots \quad (24)$$

Porównanie rzeczywistego przebiegu napięcia na wierzchołku słupa (krzywa *A* na rysunkach 15 i 16) oraz napięcia otrzymanego w założeniu zastąpienia słupa jego indukcyjnością (krzywa *B* na rysunkach 15 i 16) wskazuje wyraźnie, że założenie to jest dla celów praktycznych dopuszczalne. Odchylenia krzywych *B* od przebiegu *A* są tak znikome, że nie mogą mieć wpływu na ocenę powstania przeskoku odwrotnego na izolacji słupa.

6. OBLICZENIE PRZEBIEGU NAPIĘCIA W UKŁADACH JEDNOSŁUPOWYCH (PRZYPADEK 1 i 2)

Podstawą obliczenia przebiegu napięcia w układach jednosłupowych jest schemat z rys. 17. Jest on identyczny z układem z rys. 14a, stosują się więc tutaj te same równania różniczkowe

$$\frac{L_s Z_o}{Z_{lo}} \cdot \frac{di_s}{dt} + Z_o + \frac{R_s Z_o}{Z_{lo}} i_s = 2\,at,$$

$$L_s \frac{di_s}{dt} + R_s i_s = u_w,$$

których rozwiązanie daje wyrażenie

$$u_w = \frac{R_s Z_{lo}}{Z_o Z_{lo} + R_s Z_o} 2\,at + \left(\frac{Z_{lo}}{Z_o Z_{lo} + R_s Z_o}\right)^2 2a L_s Z_o \left(1 - e^{-\frac{Z_{lo} + R_s}{L_s} t}\right) \quad (25)$$

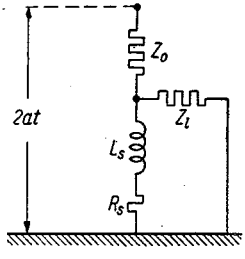
Wartości liczbowe tego równania dla przypadku 1 są:

$$u_w = 461{,}5\,t + 426{,}0(1 - e^{-13t}),$$

a dla przypadku 2:

$$u_w = 454{,}5\,t + 206{,}6\,(1 - e^{-22t}). \quad (27)$$

Przebiegi te, jako krzywe B, są pokazane na rysunkach 10 i 13. Porównanie ich z przebiegami rzeczywistymi (krzywe *A*) pokazuje, że dla czasów większych od $t = 1$ μs, tj. poczynając od chwili powrotu pierwszej fali odbitej od krańca przęsła, rozwiązanie dla układu jednosłupowego daje wartości większe niż przebieg rzeczywisty. Jeśli pominąć „ząbki" krzywej rzeczywistej, to rząd wielkości różnicy między napięciem w układzie jednosłupo-



Rys. 17. Obwód zastępczy typu Petersena dla układu jednosłupowego przy zastąpieniu słupa indukcyjnością skupioną

wym i napięciem rzeczywistym można ocenić na 10 ÷ 15% (w zakresie czasów na rysunku). W związku z tym, że charakter krzywej dla układu jednosłupowego i krzywej rzeczywistej jest zbliżony, wzięcie pierwszej krzywej za podstawę obliczenia linii jest uzasadnione. Uwzględniając mianowicie większą wartość napięcia słupa obliczamy linię z pewnym zapasem bezpieczeństwa. Ponadto należy wziąć pod uwagę, że założenia co do własności fal pioruna w jego kanale są umowne.

7. WNIOSKI

1. Na podstawie przeliczenia typowych przypadków stwierdzono, że zastąpienie słupów przez ich indukcyjności nie ma praktycznie żadnego wpływu na przebieg napięcia na wierzchołku słupa przy trafieniu go przez piorun.

2. Dla typowych przypadków pokazano, że stosowanie układu jednosłupowego prowadzi do obliczenia większego napięcia wierzchołka słupa, niż wynosi rzeczywista wartość tego napięcia. To zwiększenie napięcia jest równoważne przecenieniu zagrożenia przeskokiem odwrotnym, zwiększa więc pewność linii zbudowanej na podstawie przeliczeń przy pomocy układu jednosłupowego.

Zakład Techniki Wysokich Napięć
Politechniki Warszawskiej

WYKAZ LITERATURY

1. Monteith A. C.: El. Journal, 1934.
2. Stiekolnikow I. S. i Jaworskij W. W.: Osnowy projektirowanja grozoupornych sistiem, cz. I. Mołnija i jejo wlijanje na linii pieriedacz. Moskwa 1935.
3. Bewley L. V.: Protection of transmission lines against lightning: theory and calculations. — Gen. El. Rev. 1937, str. 180, 236.
4. Maszkillejson L. E.: Pieriechodnyje processy i pierienapriażenja w elektriczeskich cepiach. Moskwa 1938.
5. Sirotinskij L. I.: Tiechnika wysokich napriażenij, cz. III. Moskwa 1945.
6. Harder E. L., Clayton J. M.: Transmission line design and performance based on direct lightning strokes. — Trans. AIEE, 68/1949, str. 317.
7. Kostienko M. W.: Atmosfiernyje pierienapriażenja i grozozaszczita wysokowoltnych ustanowok. Moskwa 1949.
8. A.I.E.E. Committee Raport — A method of estimating lightning performance of transmission lines. — Trans. AIEE, 69/1950, str. 1187.
9. Jakubowski J. L.: Technika wysokich napięć. Warszawa 1951.

10. Monteith A. C., Harder E. L., Clayton J. M.: Line design based upon direct strokes (Westinghouse reference book). Tłumaczenie polskie w pracy zbiorowej: Przesył i rozdział energii elektrycznej. Warszawa 1951, t. I.
11. Bewley L. V.: Traveling waves on transmission systems. New York 1951.
12. Harder E. L., Whitehead E. R.: Méthode pour évaluer le comportement aux coups de foudre des lignes de transmission. — CIGRE 1952, ref. 309.
13. Szpor S.: Ochrona odgromowa. Warszawa 1953 i 1955.
14. Nowacki P.: Linie dalekosiężne. Warszawa 1953.

Я. Л. ЯКУБОВСКИ

ЗАМЕСТИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ЗЕМЛИ ВЕРШИНЫ СТОЛБА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ ПОРАЖЕННОГО МОЛНИЕЙ

Резюме

Автор приводит сперва классификацию заместительных схем, применяемую при вычислении напряжения вершины столба, поражённого молнией (рисунки 1 и 2). Самыми важными являются одностолбовая (рис. 3) и трёхстолбовая (рис. 4) схемы. Для двух практических примеров (рис. 6, 7 и 11, 12) рассчитаны напряжения вершины столба u_w в предположении неограниченного линейного возрастания волны в канале молнии. Для этой цели применён классический метод странствующих волн [формулы (1) до (13)] для первого случая, и формула (16) — для второго случая (проверяя волновые процессы по диаграмме Бюли — рисунки 8 и 9). Кривые *A* на рисунках 10 и 13 указывают результаты расчётов в графической форме. В первом случае необходимо было суммировать 130 волн, чтобы получить форму u_w для промежутков времени меньших чем 3 мксек. Для контроля этот случай был проверен по видоизменённому методу странствующих волн, основанному на сложении первой серии волн на столбе и на определении следующих серий пропорциональных к первой серии в таком же отношении, как напряжения волн, вызывающих серию.

Некоторое, подвергнутое анализу упрощение трёхстолбовой схемы состоит в замещении столбов их индуктивностями, сохраняя волновой характер молниеотводных проводов. Эта схема соответствует схеме, применяемой американскими авторами [6], [12] при вычислениях на анакоме (электронная счётная машина — рис. 2). Задача была решена, поочередно применяя схему, указанную на рис. 14a и схемы указанные на рис. 14b [формулы (17) до (24)].

Кривые *B* на рис. 15 и 16 указывают, что отказ от волнового характера столбов приводит лишь к ничтожным неточностям (действительный волновой процесс представлен кривыми *A*).

Вычисления напряжений u_w в одностолбовой схеме проделаны при замещении столба сосредоточенной индуктивностью (рис. 17). Отклонения напряжений в этой схеме (рисунки 10 и 13, кривые *B*) по сравнению с трёхстолбовой схемой (кривые *A*) — значительны, однако они ещё допустимы для практических расчётов.

J. L. JAKUBOWSKI

EQUIVALENT CIRCUITS FOR CALCULATING THE VOLTAGE TO EARTH OF THE TOP OF A POWER-LINE TOWER STRICKEN BY LIGHTNING

Summary

The author gives a classification of equivalent circuits used for calculating the voltage of a tower top stricken by lightning (Fig. 1 and 2). The one-pole circuit (Fig. 3) and the three-pole circuit (Fig. 4) are of the greatest importance. The tower top voltage u_w is calculated in two cases (Figs. 6, 7 and Figs. 11, 12) assuming an unlimited linear increase of the wave in the lightning channel. The classical travelling wave method is used for this calculation [equations (1) to (13) for the first case and equation (16) for the second case] and the wave shape is checked by aid of Bewley's lattice time-space diagram (Figs. 8 and 9). The results of the calculation are presented in a graphic form by curves A in Figs. 10 and 13. It has been necessary in the first case to add 130 waves to obtain the shape of u_w for times shorter than 3 μs. This case is verified by aid of a modification of the travelling wave method, based on adding the waves of the series first reaching the tower top and determining the following series as proportional to the first, in the voltage ratio of the waves producing a series.

A certain simplification of the three-pole circuit, analysed in this paper, is based on substituting the towers by their inductances and preserving the wave character of over-head ground wires. The circuit thus obtained (Fig. 2) corresponds to the circuits used by American authors [6], [12] for calculations on an analogue computor. The proposed problem is solved by using successively the circuit given in Fig. 14a and the circuits given in Fig. 14b [equations (17) to (24)]. Curves B in Figs. 15 and 16 evidence the minuteness of errors caused by neglecting the wave character of towers (actual course — curves A).

The calculation of the voltage u_w in a one-pole circuit is carried out after substituting the tower by a lumped inductance (Fig. 17). The differences between voltages obtained in this circuit (curves B in Figs. 10 and 13) and voltages obtained in a three-pole circuit (curves A) are considerable, yet admissible for practical calculations.

621.394

WIESŁAW FIJAŁKOWSKI

Przegląd podstawowych pojęć transmisji telegraficznej

Rękopis dostarczono 20.8.1956

Przedmiotem publikacji jest sprecyzowanie i wyjaśnienie ważniejszych pojęć z zakresu telegrafii oraz wzajemnego związku między nimi. Omówiono kolejno czynności i zjawiska występujące w poszczególnych elementach połączenia telegraficznego, szczególnie te, które wiążą się z zagadnieniami transmisji.

Niektóre pojęcia i wyjaśnienia są zgodne z publikacjami Międzynarodowego Doradczego Komitetu Telegraficznego (C.C.I.T.), inne stanowią indywidualne opracowania autora.

1. WSTĘP

W teorii telegrafii daje się zaobserwować brak jasnych, jednoznacznych i wzajemnie powiązanych pojęć. Wynika to zapewne z tego, że z jednej strony technika telegrafii jest najstarszą techniką telekomunikacji, a z drugiej strony w ostatnich dwóch dziesiątkach lat nastąpił w tej dziedzinie przewrót techniczny, który nie znalazł jeszcze ostatecznego opracowania teoretycznego. Dlatego w literaturze światowej prace z dziedziny teorii telegrafii opierają się albo na pojęciach opracowanych wyrywkowo, doraźnie, albo też są przykładem nie zawsze prawidłowego wykorzystania starych form do nowej treści.

Międzynarodowy Doradczy Komitet Telegraficzny od 20 lat pracuje nad jasnym i ścisłym przedstawieniem pojęć telegraficznych. Prace te jednak nie zostały doprowadzone do stanu zadowalającego i M.D.K.T. nie uważa bynajmniej ich za ukończone.

Kilkadziesiąt lat temu połączenia telegraficzne były znacznie mniej liczne i w większości wypadków prostsze. Dominowały połączenia stałe od punktu do punktu, bez translacji lub z nielicznymi translacjami. Stosowano prawie wyłącznie systemy sygnałów telegrafii prądem stałym. Trudniejsze pod względem technicznym połączenia były przedmiotem oddzielnych projektów. Stosunkowo małe skupienia ilościowe jednakowego sprzętu i różnorodność warunków pracy nie stwarzały potrzeby jednolitego systemu pojęć. Wystarczały techniczne opisy urządzeń

i w najlepszych przypadkach opracowanie nomenklatury części aparatów. I tak na przykład dopóki stosowano prawie wyłącznie juzy i morsy, gdy jeszcze metody oszczędnego wyzyskania pasma częstotliwości nie zostały powszechnie uznane, nie było potrzeby mówienia o szybkości modulacji i o zniekształceniu telegraficznym. Obecnie zaś niejednokrotnie dla porównania z innymi aparatami określa się np. szybkość modulacji morsów, co wskazuje, że niektóre pojęcia, które dają się zastosować również i dla prostych przypadków, formują się jednak dopiero wtedy, gdy ujawnią się potrzeby rozpatrzenia przypadków bardziej złożonych. Podobnie zamknięcie procesów przesyłania do obrębu pojedynczych znaków, zrealizowane w aparatach arytmicznych, uczyniło aktualnym sformowanie określenia sygnału telegraficznego jako odpowiednika elektrycznego jednego znaku.

Telegrafia abonencka, wielka krotność budowanych urządzeń, wymienność elementów oraz zmienność zestawów doprowadziły nie tylko do standaryzacji technicznej, lecz również stworzyły potrzebę opracowania tego, co moglibyśmy nazwać standaryzacją pojęciową.

Przy opracowaniu systemu pojęć usiłowano nie odbiegać w miarę możliwości od określeń podawanych przez M.D.K.T., a przynajmniej nie wchodzić z nimi w istotną sprzeczność. Uznano za słuszne zastąpienie rygorystycznych określeń przez wyjaśnienie istoty pojęć na przykładzie działania połączenia. Niektóre różnice między opracowaniem a M.D.K.T. wynikają ze zmienności zaleceń tej organizacji i z tego, że autorowi wydawało się możliwe uwzględnienie jako bardziej słusznych niektórych dawniejszych sformułowań, np. wyjaśnienie modulacji jako czynności podziału czasu albo wyjaśnienie sygnału telegraficznego jako czułości zjawisk elektrycznych odpowiadających jednemu znakowi alfabetu.

2. WYSYŁANIE SYGNAŁÓW TELEGRAFICZNYCH

W telegrafii literowej (zwanej również alfabetyczną), to jest takiej, której działanie polega na kolejnym przesyłaniu liter, każdemu znakowi alfabetu telegraficznego odpowiada, dający się wyodrębnić w czasie, formowany wg pewnej zasady, przebieg zjawisk elektrycznych, zwany sygnałem telegraficznym.

Ażeby sygnał telegraficzny mógł być prawidłowo odebrany, powinny istnieć odpowiadające możliwościom aktualnego stanu techniki warunki przeprowadzenia obserwacji stanu elektrycznego oraz oparte na znajomości zasady formowania sygnałów warunki do określenia w punkcie odbioru, jaki znak alfabetu telegraficznego jest w danej chwili przesyłany. Wymaga to z kolei spełnienia dwóch podanych niżej warunków.

1. Każdemu znakowi alfabetu telegraficznego musi odpowiadać jemu tylko właściwy sygnał, różny od wszystkich innych sygnałów odpowiadających pozostałym znakom. Różnice między sygnałami muszą być dostatecznie wyraźne, ażeby przy zastosowaniu stosunkowo prostych metod technicznych można było rozpoznawać znaki telegraficzne na podstawie obserwacji sygnałów.

2. W wyniku procesu teletransmisji sygnałów wytworzonych przez nadajnik nie może następować zatarcie różnicy między sygnałami w takim stopniu, ażeby przeprowadzenie jednoznacznego rozróżnienia między sygnałami było zbyt trudne przy środkach technicznych, które są do dyspozycji.

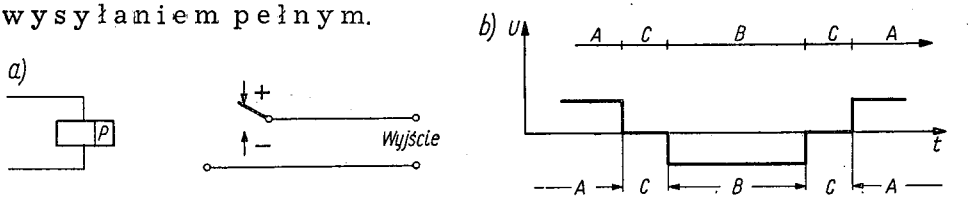
Przez oddziaływanie na stany elektryczne na początku drogi przesyłania nadajnik telegraficzny powoduje wysyłanie sygnałów telegraficznych. Odpowiednio do większości stosowanych zasad formowania sygnałów, wysłanie ich następuje przez kolejne wytwarzanie przez nadajnik ustalonych stanów elektrycznych. Przejście od jednego stanu ustalonego do następnego odbywa się w czasie możliwie krótkiem, teoretycznie jednym skokiem.

Funkcję nadajnika telegraficznego polegającą na wywoływaniu zmian stanu elektrycznego nazywamy modulacją telegraficzną. W wyniku modulacji następuje wyrażony sygnałem podział czasu na odcinki, różniące się między sobą pewną cechą elektryczną, zwaną stanem znamiennym. Początki stanów znamiennych zaznaczają granice odcinków czasu, nazwane momentami charakterystycznymi modulacji telegraficznej. Dla uzyskania wyrazistości w podziale czasu momenty charakterystyczne są zazwyczaj zaznaczane przez nadajnik skokiem stanu elektrycznego.

W obecnej praktyce telegraficznej spotykamy najczęściej sygnały utworzone z dwóch kolejno zmieniających się stanów znamiennych, co odpowiada w większości przypadków dwuwartościowym alfabetom telegraficznym.

Wskutek niedoskonałości działania nadajnika obok koniecznych dla wyrażenia sygnału stanów znamiennych mogą powstawać stany elektryczne nie oznaczające niczego, nie będące więc stanami znamiennymi. Tak np. gdy sygnał powstaje w postaci kolejnych zmian kierunku przykładanego napięcia stałego, jako następstwo ruchu przełącznika takiego, jakim jest kotwiczka przekaźnika, wtedy między stanami znamiennymi występują większe lub mniejsze przerwy w doprowadzeniu napięcia. Przerwy te powstają w tym czasie, gdy kotwiczka przekaźnika zostaje przerzucona od styku do styku, a przez to następuje odłączenie źródeł napięcia od wyjścia nadajnika sygnałów (np. rys. 1).

Większość sygnałów jest formowana w ten sposób, że każdy stan znamienny wyrażony jest jednym stanem ustalonym, wypełniającym w zasadzie cały odcinek czasu między momentami charakterystycznymi (z wyjątkiem stosunkowo krótkich stanów nieznamiennych powodowanych niedoskonałością działania nadajnika). Takie wysyłanie nazywamy wysyłaniem pełnym.



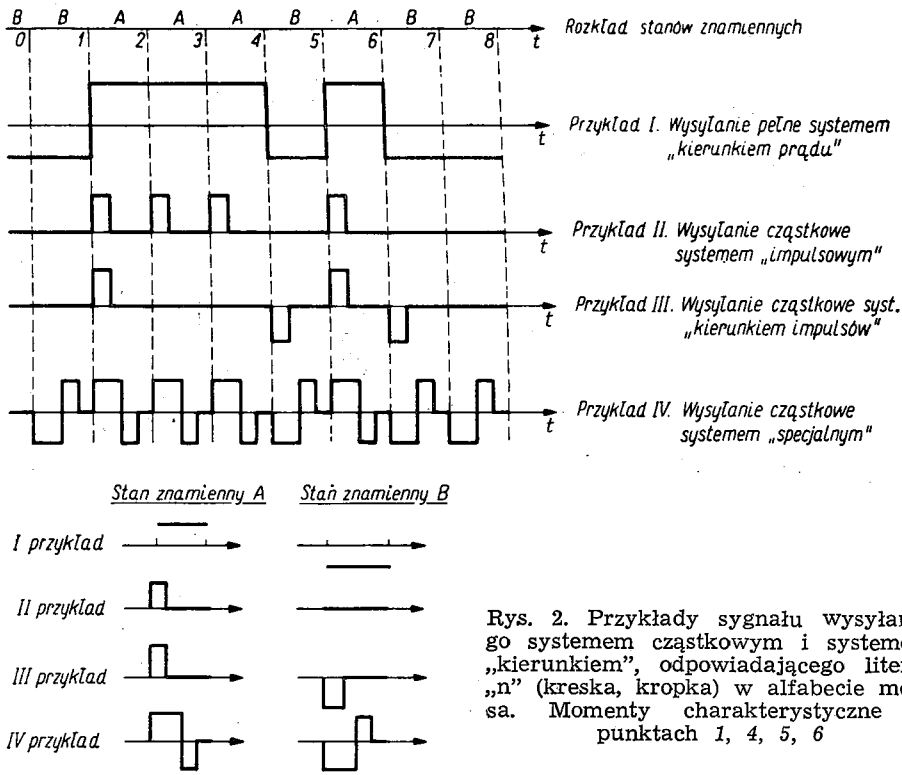
Rys. 1. Powstawanie stanów nieznamiennych podczas przerzutu kotwiczki przekaźnika: a) Schemat nadajnika sygnałów; b) Fragment sygnału: *A*, *B* — stany znamienne (kotwiczka leży na jednym ze styków), *C* — stan nieznamienny (kotwiczka dokonuje przerzutu)

W szczególnych przypadkach spotykamy inny system wysyłania, zwany wysyłaniem cząstkowym, a polegający na tym, że stan znamienny jest określony kolejnym następstwem kilku stanów ustalonych. Do takich form wysyłania cząstkowego należą systemy impulsowe, przy których początek stanu znamiennego zaznaczany jest krótkim impulsem, po którym następuje przerwa w doprowadzeniu źródła prądu.

Przykłady na rysunku 2 przedstawiają sygnał odpowiadający literze „n" wg alfabetu morsa, powstający przy zastosowaniu wysyłania cząstkowego impulsami, kierunkiem impulsów i specjalnym systemem stosowanym niekiedy w trudnych warunkach transmisyjnych. Dla porównania zamieszczony jest również sygnał powstający przy zastosowaniu wysyłania pełnego, odpowiadający tej samej literze. Punkty *1*, *4*, *5*, *6* na osi czasu odpowiadają momentom charakterystycznym.

O ile przy wysyłaniu pełnym momenty charakterystyczne są łatwo rozpoznawalne poprzez nagłe zmiany stanu elektrycznego, to przy wysyłaniu cząstkowym rozpoznanie momentów nie zawsze jest takie proste. W przykładzie II na rys. 2 momenty *4* i *6* nie są zaznaczone żadną zmianą stanu elektrycznego, a wyznacza je jedynie fakt, że w tych punktach nie nastąpił wzrost napięcia. Punkty *2* i *3*, które nie odpowiadają momentom charakterystycznym, różnią się od punktów *1* i *5* tylko tym, że pojawiające się w tych punktach impulsy następują po czasie krótszym po poprzedzających je impulsach, niż to się dzieje w przypadku impulsów w punktach *1* i *5*. Urządzenie odbierające sygnały cząstkowe ma trudniejsze zadania niż urządzenia odbierające sygnały wysyłane w sposób pełny i dlatego zazwyczaj przed ostateczną czynnością odbioru następuje przetworzenie sygnałów wysyłanych cząstkowo na sygnały wysyłane pełnie.

Cechą znamienną pewnego stanu może być napięcie lub prąd. Może nią być również pewna własność układu elektrycznego, np. oporność, której zmiana wywołuje w konsekwencji zmianę napięć i prądów. W wię-



Rys. 2. Przykłady sygnału wysyłanego systemem cząstkowym i systemem „kierunkiem", odpowiadającego literze „n" (kreska, kropka) w alfabecie morsa. Momenty charakterystyczne w punktach *1*, *4*, *5*, *6*

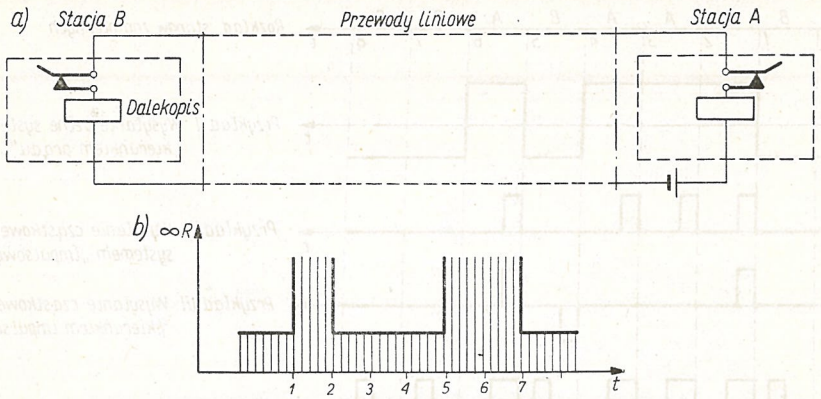
kszości przypadków nadajnik sygnałów działa powodując skoki *SEM*-ej wprowadzonej do drogi przesyłania. Spotykamy niekiedy nadajniki działające przez wywoływanie nagłych zmian oporności. Przykładem takiego nadajnika jest nadajnik dalekopisu, działający w obwodzie zasilanym z drugiej współpracującej stacji (rys. 3).

Przyjęte jest przedstawianie pracy nadajnika wykresem zmian napięcia. Natomiast sygnały, które dotarły do odbiornika, przedstawiane są wykresem prądu.

Prąd, jego natężenie, kierunek, częstotliwość, faza — służą do cechowania stanów znamiennych, a niektóre jego zmiany wyznaczają momenty charakterystyczne.

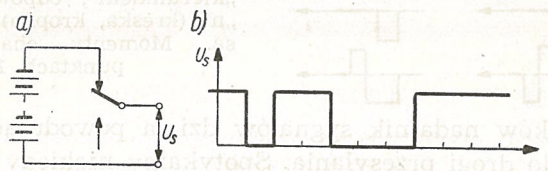
Następujące po sobie w wyznaczonej kolejności i określonym czasie stany znamienne tworzą sygnał. Sposób cechowania stanów znamiennych określa system sygnałów, według którego są one tworzone. Spośród najczęściej stosowanych sygnałów zasługują na wymienienie sygnały następujące.

a. Sygnały wartością prądu stałego. Są to takie sygnały, przy których wartość natężenia prądu stałego stanowi cechę stanu znamiennego. W szczególnym, bardzo pospolitym przypadku, jeden stan



Rys. 3. Przykład połączenia dalekopisowego: a) Schemat połączenia; b) Wysyłanie przez nadajnik dalekopisu ze stacji *B* sygnału litery „U" przedstawione jako zmiany oporności nadajnika: *1÷2* — Sygnał rozruruchowy; *2÷7* — Sygnał alfabetowy; *7* — Początek sygnału zatrzymującego

znamienny to przepływ prądu, a drugi — to jego przerwanie (rys. 4). Rozróżniamy wtedy dwa systemy: sygnały przerywaniem prądu i sygnały włączaniem prądu.



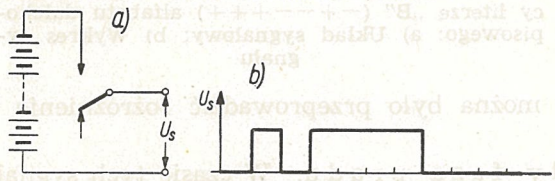
Rys. 4. Sygnał wartością prądu stałego odpowiadający literze „A" (— + + — — — +) alfabetu dalekopisowego, systemem przerywania prądu: a) Układ sygnałowy; b) Wykres sygnału

Określenie, kiedy mamy do czynienia z pierwszym systemem, a kiedy z drugim, sprawia niekiedy trudności. Ponieważ w obu systemach jeden stan znamienny to prąd, a drugi to brak prądu, więc rozróżnienie musi się oprzeć na pewnej konwencji charakteru po części formalnego. Oto kilka określeń, które mogą pomóc w przeprowadzeniu rozróżnienia.

W systemie przerywania prądu sygnał powstaje przez wymodulowanie przerw w przepływie prądu, natomiast w systemie włączania prądu sygnał określa rozmieszczenie i czas trwania impulsów tego prądu.

W systemie przerywania prądu w stanie odpowiadającym spoczynkowi aparatu telegraficznego płynie prąd, a w systemie włączania — prąd

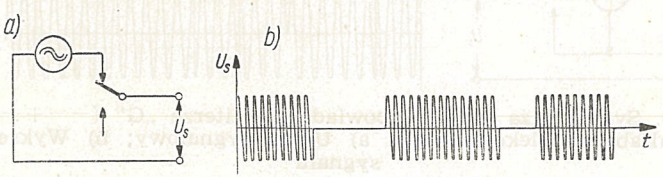
nie płynie. To określenie budzi o tyle wątpliwości formalne, że niekiedy aparaty, gdy nie nadają np. dla nacechowania ich niezajętości, znajdują się w tak zwanym fałszywym stanie spoczynku, odwrotnym do tego, który można by nazwać spoczynkowym na podstawie znajomości zasad działania tych aparatów. Taką mylącą sytuację spotykamy w tych połączeniach morsowskich, w których w czasie przerw w pracy połączenia prąd płynie przez przewody, a dopiero gdy telegrafista przystępuje do nadawania, unosi gałkę klucza i nadaje znaki tak, jak normalnie przy systemie włączania prądu.



Rys. 5. Sygnał wartością prądu stałego odpowiadający literze „E" (−+−−−−+) alfabetu dalekopisowego, systemem włączania prądu: a) Układ sygnałowy; b) Wykres sygnału

Dla uniknięcia nieporozumienia MDKT ustalił dla połączeń dalekopisowych, że system przerywania prądu to system, w którym sygnałowi rozruchowemu, poprzedzającemu w dalekopisach zawsze pięciojednostkowy sygnał alfabetowy, odpowiada stan znamienny — brak prądu, a sygnałowi zatrzymującemu wysyłanemu po każdym sygnale alfabetowym odpowiada stan znamienny — przepływ prądu (rys. 4). Odwrotnie, gdy sygnałowi rozruchowemu odpowiada przepływ prądu, a sygnałowi zatrzymującemu brak prądu, oznacza to, że pracujemy systemem włączania prądu (rys. 5).

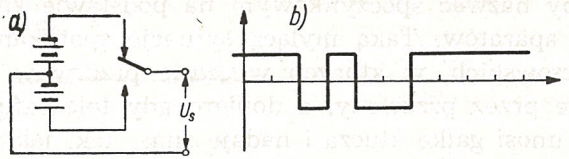
b. Sygnały amplitudami prądu zmiennego. Są one odpowiednikiem sygnałów wartością prądu stałego, z tą różnicą, że zamiast prądu stałego zastosowany zostaje prąd zmienny (rys. 6).



Rys. 6. Sygnał amplitudami prądu zmiennego odpowiadający literze „C" (−−+++−+) alfabetu dalekopisowego, systemem przerywania prądu: a) Układ sygnałowy; b) Wykres sygnału

c. Sygnały kierunkiem prądu. Są to takie sygnały, przy których stany znamienne różnią się kierunkiem prądu stałego, który płynie w czasie ich trwania (rys. 7).

d. Sygnały częstotliwością prądu. W czasie tych sygnałów płynie stale prąd zmienny. Jednemu stanowi znamiennemu odpowiada pewna częstotliwość, a drugiemu inna, różniąca się od pierwszej



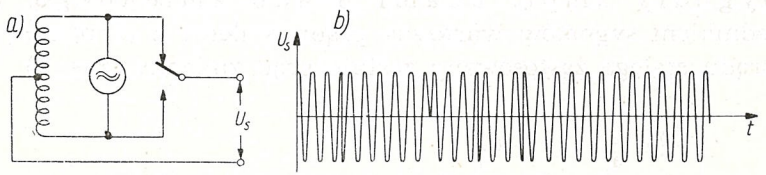
Rys. 7. Sygnał kierunkiem prądu odpowiadający literze „B" (−+−−+++) alfabetu dalekopisowego: a) Układ sygnałowy; b) Wykres sygnału

na tyle, ażeby można było przeprowadzić rozróżnienie między stanami (rys. 8).

e. Sygnały fazą prądu. W czasie tych sygnałów płynie również stale prąd zmienny. Stany znamienne różnią się fazą prądu zmiennego (zmiany fazy konstatujemy przez porównanie z założonym teore-

Rys. 9. Sygnał fazą prądu odpowiadający literze „G" (−−+−+++) afabetu dalekopisowego: a) Układ sygnałowy; b) Wykres sygnału

tycznie lub rzeczywiście istniejącym przebiegiem o tej samej, nie ulegającej wahaniom częstotliwości). Momenty, w których następują zmiany fazy, wyznaczają momenty charakterystyczne (rys. 9). W tym syste-



Rys. 9. Sygnał fazą prądu odpowiadający literze „G" (−−+−+++) alfabetu dalekopisowego: a) Układ sygnałowy; b) Wykres sygnału

mie odróżniamy sygnały odwracaniem fazy, przy których nadajnik powoduje zmiany fazy o 180°, i sygnały przesuwaniem fazy, polegające na zmianach fazy o kąty różne od 180°.

Odcinki czasu między momentami charakterystycznymi nazywamy odstępami modulacji telegraficznej. Odstępy modulacji między następującymi po sobie bezpośrednio momentami można

charakteryzować przez odpowiadające tym odstępom stany znamienne. Dlatego mówimy np. o odstępach prądowych i bezprądowych, lub — gdy uznamy jeden kierunek prądu za dodatni, a drugi za ujemny (przy sygnałach kierunkiem prądu) — o odstępach dodatnich i ujemnych.

Szczególne znaczenie mają odstępy najkrótsze, występujące co jakiś czas, czasami jeden za drugim, różniące się między sobą zazwyczaj jedynie nieznacznie długością (te różnice są przejawem zniekształceń — patrz dalej). Taki najkrótszy odstęp modulacji, którego czas trwania jest określony teoretycznymi założeniami albo jest wynikiem obliczeń średniej z pomiarów wielu odstępów, zwany jest odstępem jednostkowym[1]). Wielkość ta służy jako podstawa do wyznaczania szybkości modulacji, którą określamy przez przyrównanie do odwrotności odstępu jednostkowego wyrażonego w sekundach:

$$v_m = \frac{1}{\varepsilon} \text{ [bodów]}. \tag{1}$$

Szybkość modulacji jest niezmiernie ważną wielkością w telegrafii, gdyż określa ona czas trwania sygnałów. Im większa jest szybkość modulacji, tym krótsze stają się sygnały, tym więcej można ich przesłać w pewnym czasie, a więc tym większa może być wydajność połączenia, lecz jednocześnie im większa jest szybkość modulacji, tym bardziej rosną trudności przy zapewnieniu prawidłowego przeniesienia, tym ostrzejsze stają się wymagania stawiane poszczególnym elementom połączenia.

3. PRZESYŁANIE SYGNAŁÓW TELEGRAFICZNYCH

Między nadajnikiem telegraficznym wysyłającym sygnały a odbiornikiem, który ma za zadanie przetłumaczyć nadchodzące sygnały na znaki alfabetu telegraficznego, znajduje się droga przesyłania, po której następuje przesyłanie sygnałów.

Znamy różne drogi przesyłania. W telegrafii przewodowej główną ich część stanowią przewody. Droga przesyłania może być utworzona z przewodów jednorodnych na całej długości drogi, a więc z przewodów o jednakowej średnicy i jednakowych warunkach izolacji. Przewody te mogą być napowietrzne lub kablowe. W bardziej złożonych przypadkach droga przesyłania składa się z wielu odcinków jednorod-

[1]) Tak sformułowane określenie odstępu jednostkowego staje się istotne, jeżeli założymy, że wszystkie te odstępy modulacji, których czas trwania wyraża przesyłane znaki, są teoretycznie wielokrotnością odstępu jednostkowego. Innymi słowy, podane powyżej określenie odstępu jednostkowego ma dopiero wtedy poważne praktyczne znaczenie, jeżeli staje się równoznaczne z pojęciem zastosowanej podziałki powstającego wskutek modulacji podziału czasu. Warunek ten spełniają stosowane obecnie aparaty synchroniczne (bodoty) i aparaty arytmiczne (dalekopisy) w zakresie odstępów jednego sygnału.

nych, różniących się własnościami przewodów, które mogą być np. napowietrzne i kablowe, miedziane, stalowe i bimetalowe, o średnicach od części milimetra do kilku milimetrów. Spotykamy przypadki, gdy pewne przewody służą wyłącznie dla jednego połączenia albo służą mu tylko częściowo. Ten ostatni przypadek osiąga się przez wyzyskanie tylko niektórych własności przenoszących przewodów dla celów danego połączenia, np. przez wydzielenie pewnego pasma częstotliwości i przeznaczenie niewyzyskiwanych pasm dla uruchomienia innych połączeń.

Wzdłuż drogi przesyłania oprócz przewodów spotykamy wzmacniaki, filtry, korektory, oporniki, kondenstatory, cewki indukcyjne, translacje telegraficzne, źródła prądu itp.

Gdyby droga przesyłania składała się jedynie z oporności rzeczywistych lub gdyby droga przesyłania utworzona została z przewodów spełniającyych zależność $R/L = G/C$, wtedy każdej raptownej zmianie stanu elektrycznego wywołanej od strony nadajnika odpowiadałaby równie raptowna zmiana stanu elektrycznego po stronie odbiornika. Podział czasu byłby w tych warunkach jednakowo wyraźny na obu końcach połączenia.

W rzeczywistości bardzo rzadko spotykamy drogi przesyłania nie wnoszące zmian w podziale czasu. Takie przypadki nie przedstawiają poważniejszych problemów transmisyjnych, gdyż dają wierne powtórzenie przebiegów elektrycznych wywołanych modulacją. W rzeczywistości pojemności i indukcyjności przewodów powodują większe lub mniejsze złagodzenie raptownych zmian. W odbiorniku połączonym przewodami z nadajnikiem przejścia od jednego stanu elektrycznego do drugiego nie są raptowne, lecz przebiegają stopniowo, a wskutek tego momenty charakterystyczne modulacji nie są już wyraźnie wyznaczone. Podobne, niekiedy jeszcze większe złagodnie powodują filtry ograniczające pasmo przesyłanych częstotliwości oraz układy elementów R i C, lub R i L. Można powiedzieć, że na ogół telegraficzna droga przesyłania wykazuje pewną bezwładność, która nie dopuszcza do wyraźnego ostrego podziału czasu. Oddziaływanie tej bezwładności staje się większe, gdy droga ta jest dłuższa, gdy stałe czasu układów RLC są większe i im węższe jest pasmo częstotliwości przepuszczane przez filtry.

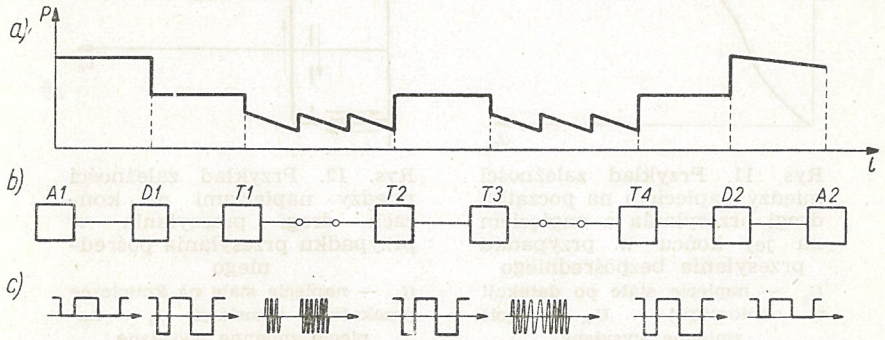
Gdy przewody są długie, następuje nie tylko złagodzenie ostrości przebiegów elektrycznych, lecz i osłabienie mocy dochodzących do odbiornika sygnałów. W poprzednich stadiach rozwoju telegrafii usiłowano zaradzić zmniejszeniu mocy po stronie odbiornika przez podnoszenie mocy doprowadzanej (przez zastosowanie wysokich napięć liniowych) i przez zastosowanie przewodów liniowych o dużych przekrojach. Jednak te środki zaradcze okazały się celowe i możliwe do zastosowa-

nia jedynie w pewnym zakresie, ograniczonym spadkiem mocy między nadajnikiem a odbiornikiem.

Im większe były odległości do pokonania, tym mniej ekonomiczne i skuteczne okazywały się te środki zaradcze. Ogólny rozwój techniki telekomunikacyjnej stworzył warunki dla zastosowania innych, bardziej ekonomicznych i pewniejszych w działaniu środków pokonywania dalekich odległości. Są nimi wzmacniaki i translacje umieszczone wzdłuż drogi przesyłania w celu podniesienia mocy przenoszonych sygnałów.

Działanie translacji polega na powtórzeniu procesu wysyłania sygnałów pod wpływem nadchodzących sygnałów. W wyniku tego powtórzenia następuje wyraźne zaznaczenie momentów charakterystycznych i zazwyczaj podniesienie mocy. W zasadzie moc sygnałów wysyłanych z translacji telegraficznej nie zależy od mocy sygnałów odbieranych przez translację.

Zaznaczenie wyraźne momentów charakterystycznych i podniesienie mocy nie jest jednak jedyną przyczyną stosowania translacji. Wraz z rozwojem techniki budowy linii przewodowych i udoskonaleniem metod ich wyzyskania zostały opracowane i zastosowane w telegrafii różnorodne systemy sygnałów (najważniejsze z nich zostały opisane w poprzednim rozdziale). Wybór systemu odbywa się pod kątem najlepszego dopasowania do warunków przewodowych. Dzięki niezależności między



Rys. 10. Przykład różnych systemów sygnałów w połączeniu telegraficznym: a) Wykres mocy; b) Schemat; c) System sygnałów
A — aparat telegraficzny; *D* — translacja aparatowa; *T* — translacja liniowa; o — wzmacniak; *P* — poziom mocy sygnałów; *l* — odległość od aparatu A1. Odcinki A1-D1, D2-A2 — doprowadzenia aparatowe z sygnałami przerywaniem prądu stałego; odcinki D1-T1, T2-T3, T4-D2 — przewody łączące poszczególne łącza, na których przesyłane są sygnały kierunkiem prądu; odcinek T1-T2 — łącze telegrafii wielokrotnej amplitudowej; odcinek T3-T4 — łącze telegrafii wielokrotnej częstotliwościowej

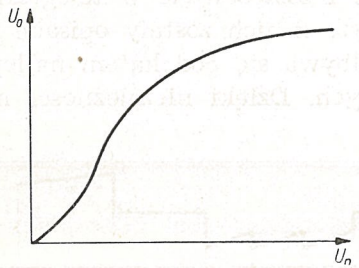
systemem sygnałów odbieranych i systemem sygnałów wysyłanych, co cechuje translacje, w razie potrzeby umożliwiają one dostosowanie systemu sygnałów do następującego po nich odcinka drogi przesyłania.

Charakterystyczny i często spotykany przykład połączenia utworzonego z wielu translacji, między którymi zastosowano różne systemy syg-

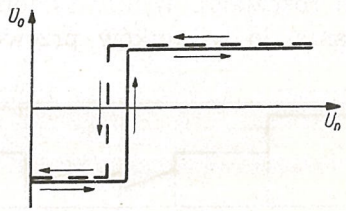
nałów, pokazuje rysunek 10. Ten sam rysunek ilustruje również rozkład mocy sygnałów wzdłuż drogi przesyłania. Widzimy, że nie zawsze translacje przyczyniają się do podniesienia mocy. Po przejściu przez niektóre translacje moc sygnałów, jak wynika z ilustracji, ulega obniżeniu. Następuje to zazwyczaj w przypadkach przechodzenia z systemów prądem stałym na systemy prądem zmiennym.

Jeżeli droga przesyłania nie zawiera translacji, to między wartością stanu znamiennego wysyłanego sygnału a wartością stanu znamiennego sygnału odbieranego istnieje zależność ciągła. Natomiast wprowadzenie do drogi przesyłania translacji powoduje, że zależność ta będzie miała punkty nieciągłości, w których minimalna zmiana wartości stanu znamiennego na początku wywołuje raptowne i znaczne zmiany wartości stanu na końcu, a poza tymi punktami stan znamienny na wyjściu utrzymuje poziom stały, niezależnie od warstości stanu znamiennego na wejściu.

Przykład zależności ciągłej i zależności spotykanej przy zastosowaniu translacji ilustrują wykresy na rysunkach 11 i 12. Pierwszy przed-



Rys. 11. Przykład zależności między napięciem na początku drogi przesyłania a napięciem na jej końcu w przypadku przesyłania bezpośredniego
U_0 — napięcie stałe po detekcji w odbiorniku; — U_n napięcie zmienne wysyłane



Rys. 12. Przykład zależności między napięciami na końcach drogi przesyłania w przypadku przesyłania pośredniego
U_0 — napięcie stałe na kotwiczce przekaźnika translacji; U_n — napięcie zmienne wysyłane

stawia napięcie sygnału w odbiorniku telegrafii wielokrotnej (WT-34) po wzmocnieniu i detekcji jako funkcję napięcia zmiennego wysyłanego na początku kanału. Drugi wykres przedstawia napięcie na kotwiczce przekaźnika odbiorczego tej samej telegrafii wielokrotnej, również jako funkcję napięcia zmiennego wysyłanego na początku kanału.

W przykładzie wybranym do drugiego wykresu zależność przedstawiona jest inna przy podnoszeniu napięcia na wejściu, a inna przy jego obniżaniu. Różnica przejawia się w nienakładaniu się na siebie punktów nieciągłości, a powstaje wskutek skończonej czułości przekaźnika odbiorczego.

Przesyłanie sygnałów w takich warunkach, gdy nie obserwujemy omówionych powyżej punktów nieciągłości, a więc bez translacji, nazywamy przesyłaniem bezpośrednim. W przypadkach, w których bierze udział jedna lub więcej translacji, następuje przesyłanie pośrednie.

Droga połączenia pokazanego na rysunku 10 jest drogą przesyłania pośredniego, gdyż zawiera kilka translacji. Odcinki od aparatu nadawczego do pierwszej translacji, między translacjami i od ostatniej translacji do aparatu odbiorczego stanowią odcinki przesyłania bezpośredniego. Właściwością charakterystyczną takich odcinków jest to, że na nich nie następuje zmiana systemu sygnałów. Każda droga przesyłania pośredniego składa się z odcinków przesyłania bezpośredniego.

Zadaniem translacji jest powtórzenie podziału czasu w sposób odpowiadający działaniu nadajnika. Wskutek działania translacji na jej wyjściu mogą być zastosowane inne stany znamienne niż te, które wywołuje nadajnik. Natomiast nie powinny być zmienione odstępy pomiędzy poszczególnymi momentami charakterystycznymi, co najwyżej może ulec opóźnieniu cały przebieg podziału czasu. W praktyce jednak ani nadajnik telegraficzny nie przeprowadza podziału i cechowania odstępów czasu w sposób idealny, ani też nie udaje się zachować dokładnie tych samych odstępów między momentami charakterystycznymi po przejściu sygnałów wzdłuż dłuższej drogi przesyłania. Te nieprawidłowości w przeprowadzeniu podziału czasu oraz w jego zachowaniu określamy jako zniekształcenia telegraficzne w czasie (patrz rozdz. 7). W rzeczywistości sygnały wysyłane są już w pewnym stopniu zniekształcone (zazwyczaj zresztą nieznacznie) i ulegają dalszym zniekształceniom po przejściu przez drogę przesyłania.

Zwykła translacja nie usuwa zniekształceń, jej zniekształcenia zależą w sposób ciągły od zniekształcenia nadajnika i własności drogi przesyłania. Dzięki zastosowaniu translacji uzyskujemy krótsze odcinki drogi przesyłania i właściwsze moce i systemy sygnałów, które w ostatecznym rezultacie zapewniają potrzebne warunki dla utrzymywania całkowitego zniekształcenia drogi przesyłania poniżej wartości osiąganej w przypadku nie stosowania translacji.

Obok translacji, które nazwaliśmy powyżej zwykłymi, spotykamy również pewien rodzaj translacji, które wysyłają sygnały o bardzo niewielkim zniekształceniu, do pewnych granic niezależnym od zniekształcenia telegraficznego modulacji nadajnika telegraficznego i zniekształcającego działanie drogi przesyłania. Translacje takie nazywamy poprawiającymi lub regenerującymi. Stopień zniekształcenia modulacji sygnałów wysyłanych przez translację poprawiającą jest rzędu spotykanego w aparatach nadawczych telegraficznych. Wzrost

zniekształceń nadajnika telegraficznego i pogorszenie warunków transmisyjnych — jak powiedziano — do pewnych granic nie zmienia stopnia zniekształcenia sygnałów wysyłanych przez translację poprawiającą, a dopiero po przekroczeniu tych granic następuje zakłócenie łączności. Po ustawieniu w pewnym punkcie translacji poprawiającej uzyskujemy taki skutek, jakbyśmy podzielili drogę na dwie części, ustawiając w miejscu podziału odbiorczy aparat telegraficzny i nadawczy aparat telegraficzny, który wysyła dalej tekst odebrany. Powstają jakby dwa połączenia telegraficzne, powiązane tym, że aparat nadawczy w punkcie podziału nie nadaje samodzielnie, lecz powtarza to, co nadał nadajnik pierwotny.

Wskutek przesyłania bezpośredniego następuje odkształcenie wysyłanego sygnału, po stronie odbiorczej momenty charakterystyczne nie tylko ulegają wzajemnym przesunięciom, lecz również nie są już tak wyraźnie zaznaczone jak na początku w miejscu wysłania. Charakter zmian, jakie następują w przebiegu sygnałów wskutek przesyłania bezpośredniego, ma zasadnicze znaczenie dla łączności telegraficznej, dla utrzymania stopnia zniekształceń całej drogi poniżej pewnej wielkości, a więc od nich zależy zapewnienie niezakłóconej łączności telegraficznej.

Przesyłanie bezpośrednie występuje w każdym połączeniu telegraficznym jeden raz, gdy połączenie nie zawiera translacji, lub wiele razy wtedy, gdy po drodze działają translacje. Dla rozwoju i prawidłowego działania łączności telegraficznej ma bardzo duże znaczenie teoria zjawisk zachodzących w czasie przesyłania bezpośredniego i metody udoskonalania jego technicznych rozwiązań.

4. ODBIÓR SYGNAŁÓW TELEGRAFICZNYCH

W wyniku odbioru powinno nastąpić rozróżnienie stanów znamiennych, dokładne ustalenie czasu ich trwania przez wyraźne zaznaczenie momentów charakterystycznych. Jeżeli odbiór następuje w odbiorczym aparacie telegraficznym, to jako przygotowanie do zarejestrowania stanów znamiennych następuje zazwyczaj wyrażenie sygnałów przez kolejne ruchy jednego z elementów aparatu odbiorczego. Natomiast w translacji wynikiem odbioru jest wysłanie dalej nowych sygnałów, będących jednak wymuszonym następstwem sygnałów pierwotnych wysyłanych przez nadajnik.

Odbiór sygnałów następuje zarówno w odbiorniku telegraficznym, jak i w translacji. Czynność odbioru sygnałów nazywamy o d t w o r z e n i e m t e l e g r a f i c z n y m. Zarówno modulacja, jak i odtworzenie powodują podział czasu na odstępy odgraniczone momentami charakterystycznymi. Między podziałem czasu dokonywanym przez nadajnik

a podziałem dokonywanym przez organ odtwarzający istnieje zależność przyczynowa, której utrzymanie jest podstawą działania łączności telegraficznej. Takie pojęcia, jak stany znamienne, momenty charakterystyczne, odstępy, szybkość i zniekształcenie, stosowane przy charakteryzowaniu modulacji, znajdują analogiczne zastosowanie również w stosunku do odtworzenia.

Jak już powiedziano, odtworzenie wymaga rozróżnienia stanów znamiennych w przebiegu sygnałów. Ponieważ w wyniku przeniesienia przez drogę przesyłania jeden stan znamienny przechodzi w drugi nie raptownie, lecz stopniowo, więc rozróżnienie wymaga przyjęcia pewnej umowy, na podstawie której uważać będziemy stany elektryczne za stany charakteryzujące określone stany znamienne. Umowa taka znajduje swój wyraz w rozwiązywaniu konstrukcyjnym odbiornika i w przyjętych dla niego warunkach regulacji. Rozpatrzymy to na następującym przykładzie.

Z nadajnika wysyłane są sygnały o dwóch stanach znamiennych różniących się między sobą kierunkiem prądu. Rozmieszczenie momentów charakterystycznych obserwowane z przebiegu napięcia powodowanego przez nadajnik (rys. 13a) nie powoduje jakichkolwiek wątpliwości, gdyż są one wyraźnie zaznaczone raptownymi zmianami napięcia. Do odbiornika dochodzi prąd o różnym kierunku, sam moment zmiany kierunku jest co prawda widoczny z wykresu (rys. 13b), lecz wyznaczają go stosunkowo powolne i w danym momencie nieznaczne zmiany prądu.

Odbiornik rzeczywisty reagować będzie na zmianę kierunku prądu dopiero po przekroczeniu przez prąd wartości zerowej i osiągnięciu pewnych wartości progowych natężenia, zaznaczonych na rysunku 13b symbolami i_{c1} i i_{c2} [1]). Od regulacji odbiornika zależy przesunięcie tych wartości np. do i'_{c1} i do i'_{c2} (rys. 13c).

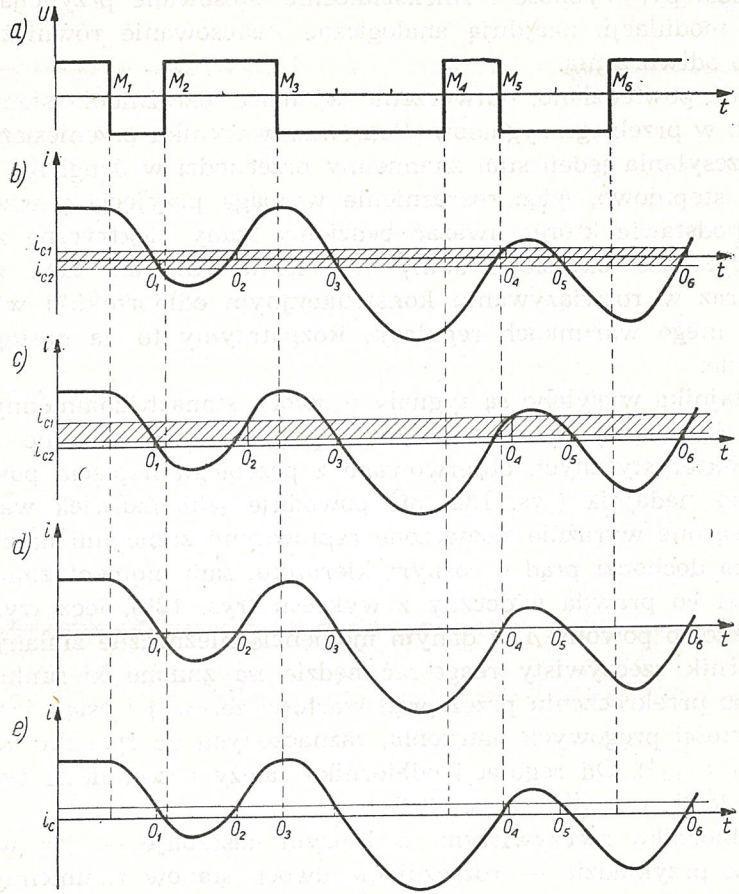
W odbiorniku rzeczywistym, w którym następuje — jak w rozpatrywanym przykładzie — rozróżnienie dwóch stanów znamiennych (jeden kierunek prądu i drugi kierunek prądu), są dwie wartości progowe, np. i_{c1} i i_{c2}, różniące się między sobą.

Jeżelibyśmy chcieli na podstawie chwilowych wartości stanu elektrycznego określić, jaki stan znamienny rozróżni odbiornik, to konieczna jest do tego znajomość wartości natężenia prądu, po przekroczeniu których następuje reakcja odbiornika. Obszar między i_{c1} i i_{c2} stanowi obszar wątpliwych wartości, w którym rozróżnienie stanu znamiennego może być dokonane jedynie przy uzupełniającej znajomości stanów poprzedzających (rys. 13b i rys. 13c).

---

[1]) Symbolem i_c lub — w przypadku kilku wartości — symbolami i_{c1}, i_{c2} oznaczać będziemy wartości natężenia prądu, po przekroczeniu których następuje reakcja odbiornika w postaci przejścia od jednego stanu znamiennego do drugiego.

Prowadząc dalsze rozważania przyjmiemy pojęcie idealnego odbiornika. Idealny odbiornik działa tak, że $i_{c1} = i_{c2} = i_c$. Zmienia on swój stan zarówno w jedną, jak i w drugą stronę przy tej samej war-



Rys. 13. Wykresy napięcia wysyłanego i prądu odbieranego przy systemie kierunkiem prądu: a) Napięcie w nadajniku, b), c), d), e) Prąd w odbiorniku; b) Odbiornik rzeczywisty wyregulowany tak, że $i_{c1} = -i_{c2}$; c) Odbiornik rzeczywisty wyregulowany tak, że $i_{c1} \neq -i_{c2}$; d) Odbiornik idealny wyregulowany tak, że $i_c = 0$; e) Odbiornik idealny wyregulowany tak, że $i_c \neq 0$

O — moment charakterystyczny odtwarzania; *M* — moment charakterystyczny modulacji; pasy zakreskowane — obszar wątpliwych wartości

tości prądu (rys. 13d i rys. 13e). Mówimy, że odbiornik idealny ma nieskończenie dużą czułość statyczną.

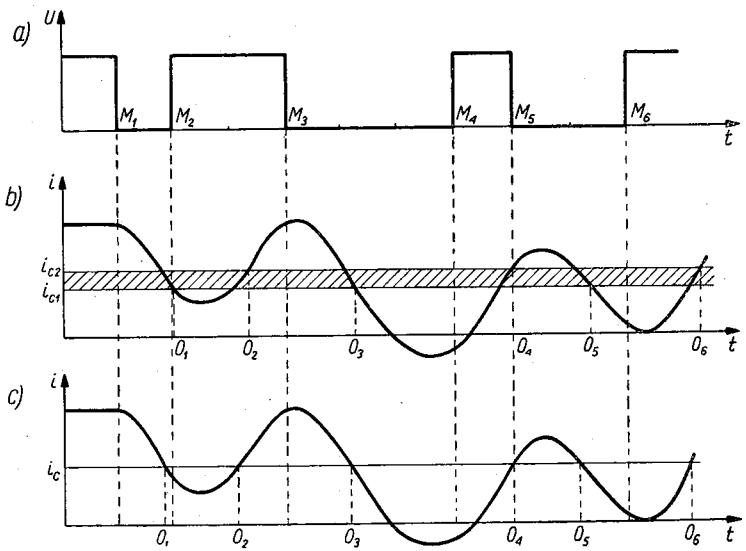
Czułość statyczna odbiornika rzeczywistego nie jest nieskończona — jest tym mniejsza, im większa jest różnica prądów, przy których następuje reakcja odbiornika. Jest przyjęte charak-

teryzowanie czułości statycznej odbiornika przez dowawanie połowy tej różnicy. Oznaczać ją będziemy przez I_s.

Wybór połowy różnicy, a nie jej całości, jest uzasadniony względami praktycznymi. W rozpatrywanym przykładzie (rys. 13b), gdy $i_{c1} = -i_{c2}$, połowa różnicy między i_{c1} i i_{c2} równa się wartościom bezwzględnym $|i_{c1}| = |i_{c2}| = |I_s|$[1]). Jest to wartość, o którą natężenie prądu musi różnić się od zera, ażeby nastąpiła reakcja odbiornika.

Przy zastosowaniu systemu kierunkiem prądu istnieje jedna szczególna wartość prądu, która bez nieporozumień może być uznana za podstawę teoretycznego rozgraniczenia stanów znamiennych. Jest nią przejście prądu przez wartość zerową.

Inaczej jest przy systemie sygnałów wartością prądu (rys. 14). Wartość teoretycznego rozgraniczenia stanów znamiennych nie wynika



Rys. 14. Wykresy napięcia wysyłanego i prądu odbieranego przy systemie wartością prądu: a) Napięcie w nadajniku; b), c) Prąd w odbiorniku

b) Odbiornik rzeczywisty; c) Odbiornik idealny; O — moment charakterystyczny odtworzenia; M — moment charakterystyczny modulacji; pas zakreskowany — obszar wątpliwych wartości

wprost z zasady systemu i może być w dużym zakresie wybrana dowolnie. W przypadku dwóch stanów znamiennych słuszne wydaje się

[1]) Wybór I_s jako wielkości charakteryzującej czułość odbiornika pociąga za sobą pewnego rodzaju sprzeczność, polegającą na tym, że gdy czułość wzrasta, wielkość charakteryzująca ją maleje. Próby określania czułości przez odwrotność I_s dają wyniki niepraktyczne, prowadzą do pojęcia nie mającego prostego odpowiednika fizycznego.

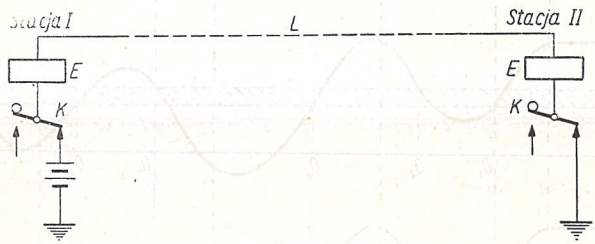
rozgraniczenie stanów znamiennych według wartości równej połowie wahań między wartościami ustalonymi i w wielu przypadkach usiłuje się zrealizować takie położenie. Odpowiednio wyregulowany idealny odbiornik rozróżnia stany prądu od stanu braku prądu w momentach przekroczenia tej wartości przez prąd odbierany (rys. 14c).

Odbiornik rzeczywisty, tak jak w omówionym poprzednio przykładzie, przeprowadza rozróżnienie stanów zależnie od kierunku zmiany prądu przy dwóch różniących się od siebie wartościach prądu, np. i_{c1} i i_{c2}, jak na rysunku 14b. Połowa różnicy prądów i_{c1} i i_{c2} charakteryzuje czułość statyczną odbiornika rzeczywistego również i w tym przypadku.

5. DROGA PRZESYŁANIA BEZPOŚREDNIEGO

Najprostsze połączenia telegraficzne realizowane są bez translacji i wtedy aparaty telegraficzne połączone są droga przesyłania bezpośredniego.

Przykładem takiego prostego połączenia może być współpraca dwóch morsów z przerywaniem prądu (rys. 15). W stanie spoczynku prąd pły-



Rys. 15. Połączenie dwóch morsów z zastosowaniem systemu przerywania prądu
E — elektromagnes morsa; K — klucz morsowski; L — przewód liniowy

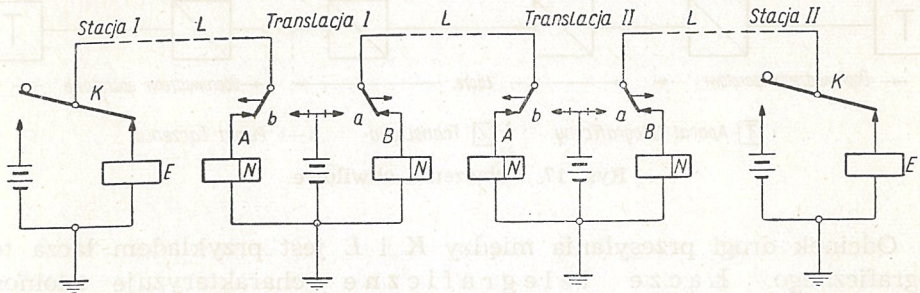
nie przez oba aparaty i przez przewód linii napowietrznej. Obwód jest zamknięty przez uziemienie baterii. Prąd płynący przez pierwszy odbiornik jest większy niż prąd dochodzący do drugiego wskutek pewnej upływności przewodu liniowego. Nadawanie następuje przez przerywanie obwodu kluczem na jednej ze stacji (zmiana skokiem oporności). Klucz stacji pierwszej przerywa prąd w obu odbiornikach, a klucz stacji drugiej przerywa całkowicie prąd jedynie we własnym odbiorniku, a w odbiorniku stacji współpracującej zmniejsza go jedynie do wartości prądu upływowego. Złagodzenie przebiegu następuje wskutek współdziałania indukcyjności, pojemności, oporności i upływności przewodów oraz indukcyjności i oporności odbiorników.

W opisanym połączeniu, tak jak i w każdym innym, odróżniamy następujące zasadnicze elementy: wysyłający sygnały, przenoszący i od-

bierający. Są nimi w tym przypadku aparat telegraficzny nadawczy, przewód liniowy, zwany ogólnie t o r e m t e l e g r a f i c z n y m[1]), i odbiornik telegraficzny.

Zapoznamy się jeszcze z jednym przykładem stosunkowo prostego połączenia, różniącego się od poprzedniego tym, że w środku działają translacje (rys. 16). W stanie spoczynku nie ma prądu w przewodach. Odbiorcze aparaty telegraficzne są wtedy przyłączone przez styki klucza do końców przewodów liniowych. Sygnały powstają systemem włączania prądu. Prąd włączony jednym z kluczy powoduje przyciągnięcie przekaźnika translacji, którego kotwiczka powtarza odebrane sygnały, wysyłając je dalej bez zmiany systemu, podnosząc jedynie ich moc.

Wtedy gdy stacja *I* nadaje do stacji *II*, w przedstawionym połączeniu występują kolejno następujące zasadnicze elementy: aparat nadaw-



Rys. 16. Połączenie dwóch morsów przez translacje z zastosowaniem systemu włączania prądu
E — elektromagnes morsa; *K* — klucz morsowski; *A* i *B* — przekaźniki niepolaryzowane; *L* — przewód liniowy

czy, tor, o d b i o r n i k t r a n s l a c j i *I*, będący jednocześnie jej nadajnikiem, tor, odbiornik i n a d a j n i k t r a n s l a c j i *II*, tor, aparat odbiorczy. Widzimy, że każdy odcinek przesyłania bezpośredniego zaczyna się nadajnikiem, kończy zaś odbiornikiem. Rolę odbiorników-nadajników spełniają w translacjach przekaźniki *A* i *B*.

6. ŁĄCZA TELEGRAFICZNE

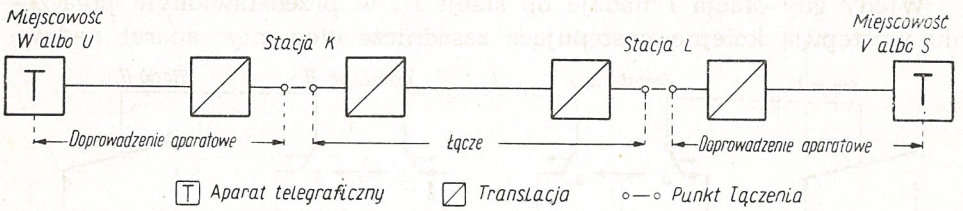
W technice telegraficznej spotykamy bardzo często pojęcie zwane łączem telegraficznym. Co należy rozumieć pod tym wyrażeniem, wyjaśnimy na przykładzie rysunku 17.

W miejscowościach *K* i *L* ustawione są translacje, połączone między sobą przewodami w sposób trwały. Przewody doprowadzające sygnały do translacji od strony stacyjnej przeprowadzone są przez gniazdka,

[1]) Torem telegraficznym możemy nazwać każdą drogę przesyłania bezpośredniego sygnałów telegraficznych.

za pomocą których przez włożenie sznura można je łączyć z dowolnymi innymi gniazdkami.

Do miejscowości K doprowadzone są przewody, tworzące tory łączące aparaty telegraficzne w W i U ze stacją w K. Przewody te są zakończone również translacjami posiadającymi gniazdka od strony stacyjnej. Podobnie jest w miejscowości L, w której do stacji przyłączone są aparaty znajdujące się w V i S. Za pomocą sznurów możemy w tym układzie tworzyć dowolnie jedno z następujących połączeń: W z V, W z S, U z V, U z S. Między K i L nie są przewidziane technicznie i eksploatacyjnie czynności przełączania takie, jak w K i L.



Rys. 17. Połączenie chwilowe

Odcinek drogi przesyłania między K i L jest przykładem łącza telegraficznego. Łącze telegraficzne charakteryzuje zdolność przesyłania po nim sygnałów telegraficznych, przystosowanie w końcowych punktach do procesów komutacji w normalnych warunkach eksploatacyjnych i trwałość zestawienia jego elementów składowych. Gdyby między miejscowościami K i L znajdowała się stacja, np. w miejscowości M, w której możliwe byłoby w warunkach normalnej eksploatacji łączenie lub rozłączanie odcinków K — M i L — M, to mielibyśmy do czynienia z dwoma łączami i zestawem łączy między K i L.

Łącza telegraficzne mogą być łączami przesyłania bezpośredniego lub — jeżeli w środku zawierają translacje — są łączami przesyłania pośredniego.

Podobnie jak proste połączenie przesyłania bezpośredniego, tak i łącze przesyłania bezpośredniego składa się z układu wysyłającego sygnały, układu przenoszącego i układu odbierającego, zwanych nadajnikiem łącza, torem łącza i odbiornikiem łącza. W skład łączy przesyłania pośredniego obok wymienionych układów wchodzą także translacje przelotowe.

Jeżeli nadajnik łącza i odbiornik łącza są translacjami, to ze względu na swoje położenie w łączu nazywamy je translacjami końcowymi.

7. ZNIEKSZTAŁCENIE TELEGRAFICZNE

Rzadko zdarza się, żeby rzeczywisty przebieg modulacji lub odtworzenia całkowicie odpowiadał teoretycznym założeniom. W szczególności odtworzenie, które nie tylko zależy od działania aparatu odbiorczego, lecz i od działania drogi przesyłania i prawidłowości modulacji pierwotnej, odbiega w praktyce od postawionego ideału. W zasadzie diagram odtworzenia powinien odpowiadać diagramowi modulacji pierwotnej. Zbyt duże odchylenia od tej zasady mogą spowodować, że odbiornik zarejestruje tekst inny niż nadany lub w ogóle nic nie zarejestruje. Dlatego zagadnienie prawidłowości odtworzenia jest decydującym problemem jakości łączności telegraficznej i jego zanalizowanie wymaga operowania szeregiem pojęć, które omówimy poniżej.

Podstawowym pojęciem określającym jakość działania połączenia telegraficznego lub jego elementów jest zniekształcenie telegraficzne. W ogólnym znaczeniu rozumiemy przez nie zarówno niewłaściwość wyznaczania momentów charakterystycznych, jak i niewłaściwość cechowania stanami znamiennymi. Niewłaściwość wyznaczania momentów charakterystycznych stanowi tak zwane zniekształcenie telegraficzne w czasie, a o niewłaściwości cechowania stanami znamiennymi mówimy jako o niewierności telegraficznej.

Z tych dwu zniekształceń jedynie zniekształcenie telegraficzne w czasie jest określane co do wielkości w zastosowaniu praktycznym. Z powodu o wiele częstszego stosowania pojęcia zniekształcenia telegraficznego w czasie, gdy to nie prowadzi do nieporozumień, opuszczamy zazwyczaj wyraz „w czasie".

Pojęcie zniekształceń dotyczyć może zarówno każdego przebiegu modulacji, jak i odtworzenia. Stopień zniekształcenia możemy określić jedynie wtedy, gdy porównujemy dwa przebiegi wyrażające tę samą treść i powstałe na podstawie tego samego alfabetu, np. jeden — przebieg modulacji, a drugi — przebieg odtworzenia, i jeden z nich uznamy jako odniesieniowy w stosunku do drugiego. Ponadto dla wyznaczenia stopnia zniekształcenia konieczne jest założenie czasu trwania odstępu jednostkowego, który może być przyjęty na podstawie założeń teoretycznych albo na podstawie wyników pomiarowych.

Ogólnie można powiedzieć, że stopień zniekształcenia określa w procentach odstępu jednostkowego największe obserwowane wydłużenie lub skrócenie odstępów przebiegu badanego w stosunku do odpowiadających im odstępów przebiegu uznanego za odniesieniowy.

Niekiedy jako przebieg odniesieniowy uznajemy modulację lub odtworzenie doskonałe, to jest takie, którego odstępy między

momentami charakterystycznymi mają dokładnie teoretyczny czas trwania i zajęte są całkowicie przez prawidłowe stany znamienne. Zależnie od tego, jaki wybieramy przebieg odniesieniowy, otrzymujemy względny lub bezwzględny stopień zniekształcenia w czasie. Jeżeli np. wybierzemy jako przebieg odniesieniowy rzeczywisty, a więc mniej lub więcej zniekształcony przebieg modulacji, będącej przyczyną badanego odtworzenia, to będziemy badać względny stopień zniekształceń. Natomiast w przypadku gdy przebieg odniesieniowy w założeniu teoretycznym lub w praktycznej realizacji zbliża się dostatecznie do modulacji doskonałej, wówczas może być określony bezwzględny stopień zniekształcenia.

Zależnie od tego, czy droga przesyłania jest doprowadzona do aparatów telegraficznych synchronicznych, czy arytmicznych, stosujemy różniące się między sobą metody wyznaczania stopnia zniekształcenia. Różnice polegają na odmiennych zasadach wybierania odstępów, których wydłużenie lub skrócenie bierzemy za podstawę obliczeń. Odpowiednio do przyjętej metody odróżniamy stopień zniekształcenia izochronicznego i stopień zniekształcenia arytmicznego.

Z podanego uprzednio określenia odstępu modulacji wynika, że odstęp jest to odcinek czasu między dowolnymi, niekoniecznie po sobie następującymi momentami charakterystycznymi. Przy wyznaczaniu stopnia zniekształcenia izochronicznego przeprowadzamy porównanie wszystkich odstępów, które wyznaczone zostały badanym przebiegiem. Natomiast przy wyznaczaniu stopnia zniekształcenia artymicznego ograniczamy porównywanie do niektórych odstępów, rezygnując np. z odstępów między momentami różnych sygnałów, a wewnątrz sygnałów wybierając jedynie odstępy między pierwszym momentem sygnału a pozostałymi.

Przy wyznaczaniu stopnia zniekształcenia za pomocą przyrządów pomiarowych i przy wielu rozważaniach analitycznych wygodnie jest zastąpić porównywanie odstępów przez porównywanie czasu, który upływa między momentami charakterystycznymi przebiegu wzorcowego a odpowiadającymi im momentami charakterystycznymi przebiegu analizowanego. Można dowieść, że zastąpienie takie nie zmienia w niczym podanego określenia stopnia zniekształcenia, jest jego konsekwencją.

Załóżmy, że przez czas T obserwowaliśmy pewne odtworzenia i że znany nam jest przebieg modulacji, któremu odpowiada obserwowane odtworzenie a który uznajemy przy wyznaczaniu stopnia zniekształcenia jako odniesieniowy. Zgodnie z podanym określeniem stopnia zniekształcenia powinniśmy poszukać maksymalnej bezwzględnej różnicy między odstępami modulacji a odpowiadającymi im odstępami odtworzenia.

Jeżeli oznaczymy momenty charakterystyczne odtworzenia przez

$$O_1, O_2, O_3, O_4 \ldots O_k \ldots O_n \ldots O_m$$

i związane z nimi przyczynową zależnością momenty charakterystyczne modulacji przez

$$M_1, M_2, M_3, M_4, \ldots M_k \ldots M_n \ldots M_m,$$

gdzie n i k są dowolnie wybranymi wskaźnikami kolejności, m jest wskaźnikiem kolejności ostatniego momentu charakterystycznego w czasie obserwacji T, to poszukiwanie różnicy między odstępami polega na porównywaniu odstępów między momentami M_k i M_n z odstępami między momentami O_k i O_n i wyznaczeniu największej różnicy odstępów w wyniku zestawienia wszelkich możliwych kombinacji doboru wskaźników n i k.

Jeżeli momenty charakterystyczne modulacji następowały w momentach

$$t_1, t_2, t_3, t_4, \ldots t_k \cdots t_n,$$

a momenty charakterystyczne odtworzenia w momentach

$$t'_1, t'_2, t'_3, t'_4 \ldots t'_k \ldots t'_n,$$

to czas trwania odstępów modulacji określony jest różnicą

$$t_n - t_k,$$

a odstępów odtworzenia różnicą

$$t'_n - t'_k.$$

Poszukiwanie stopnia zniekształcenia sprowadza się więc do znalezienia maksimum wyrażenia

$$|(t_n - t_k) - (t'_n - t'_k)|. \tag{2}$$

Przesunięcie w czasie momentów charakterystycznych odtworzenia w stosunku do będących ich przyczyną momentów charakterystycznych modulacji nazywamy opóźnieniem odtworzenia i będziemy oznaczać przez Θ. Na ogół opóźnienia odtworzenia poszczególnych momentów charakterystycznych są niejednakowe.

Zgodnie z podanym określeniem

$$\Theta_k = t'_k - t_k \quad \text{oraz} \quad \Theta_n = t'_n - t_n$$

wyrażenie (2) możemy przegrupować

$$|(t_n - t_k) - (t'_n - t'_k)| = |(t_n - t'_n) - (t_k - t'_k)| = \Theta_n - \Theta_k. \tag{3}$$

Znalazłszy maksimum wyrażenia (3) i znając wielkość odstępu jednostkowego ε możemy wyznaczyć stopień zniekształcenia δ

$$\delta = \frac{(\Theta_n - \Theta_k)_{\max}}{\varepsilon} \cdot 100\,\%. \tag{4}$$

O wyborze wskaźników n i k decyduje wymaganie znalezienia maksimum licznika prawej strony równania (3).

Uwzględniając, że opóźnienie odtworzenia przyjmuje jedynie wartości dodatnie, widzimy, że maksimum różnicy $\Theta_n - \Theta_k$ otrzymamy wtedy, gdy wyszukamy takie n, przy którym Θ_n jest największe, i takie k, przy którym Θ_k jest najmniejsze. Oznacza to, że przy wyznaczaniu stopnia zniekształcenia odtworzenia zamiast wzoru (4) można zastosować również i wzór:

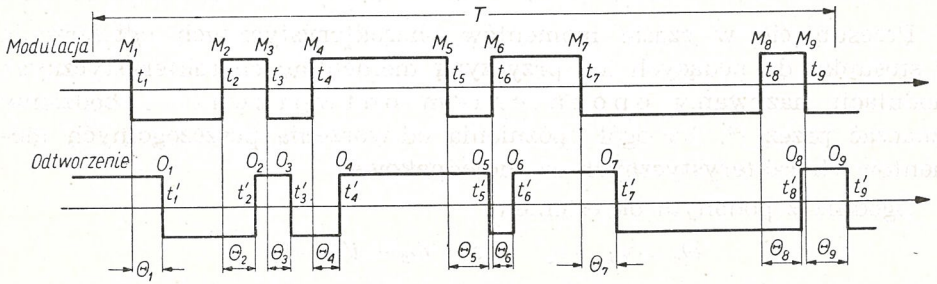
$$\delta = \frac{\Theta_{\max} - \Theta_{\min}}{\varepsilon} \cdot 100\,\%. \tag{5}$$

Ze wzoru (5) wynika, że gdy opóźnienie odtworzenia jest stałe, to stopień zniekształcenia równa się zeru.

Czas obserwacji T może mieć w niektórych przypadkach bardzo duży wpływ na wynik badania stopnia zniekształcenia.

Zastąpienie porównywania odstępów przez porównywanie opóźnień odtworzenia ogranicza liczbę koniecznych porównań. W pierwszym przypadku, przy założeniu porównywania zupełnie dowolnych odstępów, utworzonych przez m momentów charakterystycznych, ilość porównań wzrasta bardzo szybko z liczbą m, gdyż ilość ta równa się sumie wszystkich liczb całkowitych od 1 do m—1. Natomiast w drugim przypadku liczba koniecznych porównań wynosi jedynie m, czyli tyle, ile jest momentów charakterystycznych w badanym przebiegu modulacji.

Rysunek 18 przedstawia przykład wykreślnego zilustrowania sposobu wyznaczania stopnia zniekształcenia. Czas obserwacji ograniczony został do przebiegu zawierającego 9 momentów charakterystycznych. Po-



$t_2 - t_1 = 2\varepsilon$; $t_3 - t_2 = \varepsilon$; $t_4 - t_3 = \varepsilon$; $t_5 - t_4 = 3\,\varepsilon$;
$t_6 - t_5 = \varepsilon$; $t_7 - t_6 = 2\,\varepsilon$; $t_8 - t_7 = 4\,\varepsilon$; $t_9 - t_8 = \varepsilon$;
$\Theta_1 = 0{,}5\,\varepsilon$; $\Theta_2 = 0{,}7\,\varepsilon$; $\Theta_3 = 0{,}4\,\varepsilon$; $\Theta_4 = 0{,}5\,\varepsilon$; $\Theta_5 = 0{,}9\,\varepsilon$;
$\Theta_6 = 0{,}4\,\varepsilon$; $\Theta_7 = 0{,}7\,\varepsilon$; $\Theta_8 = 0{,}9\,\varepsilon$; $\Theta_9 = 0{,}6\,\varepsilon$;
$\Theta_5 = \Theta_8 > \Theta_2 = \Theta_7 > \Theta_9 > \Theta_1 = \Theta_4 > \Theta_3 = \Theta_6$;

$$\delta = \frac{\Theta_5 - \Theta_3}{\varepsilon} \cdot 100\,\% = \frac{0{,}9\,\varepsilon - 0{,}4\,\varepsilon}{\varepsilon} \cdot 100\,\% = 50\,\%$$

Rys. 18. Przykład wyznaczenia stopnia zniekształcenia telegraficznego w czasie T — czas obserwacji; ε — odstęp jednostkowy; M — moment charakterystyczny modulacji; O — moment charakterystyczny odtworzenia

równanie modulacji i odtworzenia pozwoliło na stwierdzenie nierówności opóźnień odtworzenia, z których po ustawieniu wg wielkości można było wyszukać, że $\Theta_{max} = \Theta_5 = \Theta_8$ oraz że $\Theta_{min} = \Theta_3 = \Theta_6$, i obliczyć stopień zniekształcenia równy 50%.

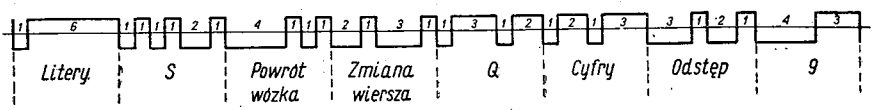
Przy wyprowadzeniu wzoru (4) uczyniono założenie, że porównujemy modulację i będące jej konsekwencją odtworzenie. Rozumowanie nie uległoby jednak zmianie, gdyby je przeprowadzić dla przypadku przebiegu odniesieniowego teoretycznego albo w przypadku badania stopnia zniekształcenia modulacji. Wzór (4) pozostałby aktualny z tym uzupełnieniem, że moglibyśmy się spotkać z wartościami ujemnymi Θ_n i Θ_k.

Na uwagę zasługuje fakt, że dodanie lub odjęcie jednakowych wartości do Θ_n i do Θ_k, np. takich, że jedno z nich stanie się równe zeru, nie zmienia wartości stopnia zniekształcenia. Przy wykreśleniu dwóch porównywanych przebiegów można powyższy fakt uwzględnić, tak dobierając ich wzajemne przesunięcie, żeby np.

$$\Theta_{min} = 0.$$

Stopień zniekształcenia całej drogi przesyłania otrzymujemy przez porównanie odtworzenia w odbiorczym aparacie telegraficznym z modulacją w aparacie telegraficznym nadawczym. Podobnie określa się stopień zniekształcenia łącza telegraficznego. Porównując odtworzenie w odbiorniku łącza z modulacją w nadajniku łącza, wyznaczamy nie tylko stopień zniekształcenia łączy, lecz również i ich elementów, jak np. aparatów nadawczych, przekaźników, translacji, aparatów odbiorczych. Jako przebieg wzorcowy można założyć albo przebieg wynikający z założeń teoretycznych, albo przebieg modulacji na wejściu do badanego elementu. Przy badaniu aparatów nadawczych możemy korzystać jedynie z pierwszej możliwości. Przy badaniach zniekształcenia łączy, dróg przesyłania i ich elementów wytwarza się wzorcowy przebieg modulacji — praktycznie bez zniekształcenia.

Stopień zniekształcenia telegraficznego łącza (drogi przesyłania) zależy od czasu przeprowadzenia obserwacji, od szybkości modulacji i od



Rys. 19. Modulacja dla pomiarów znormalizowanych według MDKT

tekstu przesyłanego. Im dłuższy jest czas obserwacji, tym większe prawdopodobieństwo, że pomiar uchwycił maksymalną wartość stopnia zniekształcenia. Na podstawie praktyki można dobrać dla poszczególnych warunków najwłaściwszy czas pomiaru. Pomiarową szybkość modulacji dobiera się możliwie zbliżoną do rzeczywistych warunków pracy łącza.

Pomiarami znormalizowanymi stopnia zniekształcenia izochronicznego nazywamy pomiary wykonane w określonym czasie obserwacji przy doskonałej modulacji i umówionym tekscie. Rysunek 19 pokazuje tekst umowny dla pomiarów znormalizowanych przyjęty przez MDKT.

8. RODZAJE ZNIEKSZTAŁCEŃ

Ponieważ każdy sygnał, który jest odpowiednikiem pewnego znaku alfabetu telegraficznego, różni się od innych sygnałów odpowiadających innym znakom podziałem i cechowaniem odstępów czasu, więc współdziałanie aparatów telegraficznych musi opierać się na uzależnieniu ich ruchów. Prowadzi to zazwyczaj do zależności czasowych między położeniami i szybkościami niektórych części nadajnika i odbiornika.

Utrzymywanie ciągłej zgodności ruchów między niektórymi częściami aparatów wymaga uzależnienia ruchów jednego aparatu od drugiego, sterowania jednego przez drugi, gdyż nawet bardzo mała różnica szybkości musi doprowadzić po pewnym czasie do znacznych odchyleń fazowych. Jeżeli np. wałki dwóch aparatów obracają się z różnicą szybkości 0,01%, to po każdym obrocie następuje przesunięcie fazowe między nimi równe 10^{-4} obrotu, które już po 1000 obrotach spowoduje różnicę o 36°.

Zasadę nieprzerwanej zgodności niektórych ruchów realizują aparaty synchroniczne, takie np. jak juzy lub bodoty. W aparatach tych sygnały nie tylko służą przeniesieniu znaków, lecz i utrzymaniu synchronizmu między aparatami. Podział czasu dokonywany przez aparaty synchroniczne musi być więc przeprowadzany nieprzerwanie, każdy odstęp tego podziału ma swoje znaczenie i ma określony teoretycznie czas trwania. Modulację, której odstępy są teoretycznie określone, nazywamy modulacją izochroniczną. Omówione w poprzednim rozdziale wyznaczanie stopnia zniekształceń dotyczyło modulacji i odtworzenia izochronicznego.

Przy modulacji izochronicznej miejsce w czasie każdego sygnału jest określone przez warunki działania aparatu, jego system oraz szybkość modulacji. Powoduje to, że w aparatach posługujących się w sposób ciągły modulacją izochroniczną wysyłanie sygnałów, np. przez naciskanie klawiszy, jest czynnością, która musi być wykonywana w odpowiednim czasie. Dlatego pojęcie modulacji izochronicznej wiąże się z aparatami zwanymi rytmicznymi. Co prawda przez skomplikowanie aparatów, np. przez wprowadzenie rejestrowania kombinacji przez dziurkowanie taśmy, można powiązać nierytmiczne, swobodne naciskanie klawiszy z wysyłaniem sygnałów w określonym rytmie. I tak w aparatach szybkodrukujących Siemensa szybki rytm wysyłania w jednakowych

i w bardzo krótkich odstępach odbywa się przy nierytmicznej i wolniejszej manipulacji jednego lub kilku telegrafistów. Zastosowanie rejestru przy nadawaniu pociąga za sobą jednak to, że między naciśnięciem klawisza a wysyłaniem naruszona zostaje bezpośredniość następstwa, upływa pewien czas przyjmujący różne wartości.

Jak widzimy, zastosowanie w aparatach modulacji izochronicznej pociąga za sobą albo utrudnienia w postaci rytmicznej manipulacji, albo konieczność stosowania rejestru, a poza tym w obu przypadkach konieczność technicznego rozwiązania nieprzerywanego sterowania przez jeden aparat ruchów drugiego aparatu. Z tych względów wielkie zastosowanie znalazła modulacja zwana arytmiczną.

Idea modulacji arytmicznej polega na ograniczeniu wymagania zgodności położeń niektórych części aparatu do stosunkowo krótkiego okresu czasu. Tak na przykład w dalekopisach wymaganie zgodności jest ograniczone do czasu trwania jednego sygnału przez rozpoczynanie ruchów na początku tego okresu, stale z jednej i tej samej pozycji. W dalekopisach jest to w ten sposób rozwiązane, że po każdym sygnale oba aparaty, nadawczy i odbiorczy, zatrzymują się w pozycji wyjściowej. Przed sygnałem właściwym, zwanym sygnałem alfabetowym następuje wysłanie sygnału rozruchowego, zapewniającego jednoczesność rozruchu nadajnika i odbiornika. Po sygnale alfabetowym zostaje wysłany sygnał zatrzymujący, trwający tak długo, aż rozpocznie się następny proces przesłania znaku. Dzięki takiemu rozwiązaniu aparaty współpracujące mogą nie wykazywać całkowitej zgodności w szybkości przemieszczania, gdyż przy rozpoczynaniu przez nie co chwila swego działania z pozycji wyjściowej odchylenia fazowe w krótkim okresie współdziałania nie narastają poza pewne dozwolone granice. Przy modulacji arytmicznej wymagamy pewnej stałości napędu poszczególnych aparatów i przybliżonej synchronizacji. Wymagania stałości i synchronizacji są tym łagodniejsze, im krótsze są okresy współpracy. I tak na przykład w dalekopisach, w których współpraca podejmowana jest przy każdym sygnale na nowo, dopuszczamy różnicę szybkości napędu do 1,5%. Natomiast w urządzeniach telekopiujących, takich, które nawiązują współpracę na okres przesłania jednego obrazu, przy czym okres ten może trwać nawet kilkanaście minut, dopuszczamy różnice szybkości do $2 \cdot 10^{-5}$.

W czasie modulacji izochronicznej każdy odstęp jest znamienny, gdyż ma swoje znaczenie, czas jego jest określony teoretycznie, a jego zbyt duża zmiana może spowodować, że odebrany będzie inny tekst niż ten, który jest nadawany. Tymczasem w aparatach stosujących modulację arytmiczną obserwujemy, że przebiegi modulacji izochronicznej z odstępami znamiennymi przedzielone są odstępami nie-

znamiennymi. Na przykład w dalekopisie przy manipulowaniu ręcznym każdy sygnał zatrzymujący trwa przez odstęp nieznamienny, a więc taki, który może być dowolnie dobierany przez naciskającego klawisze, bez oddziaływania przez to na treść nadawaną.

O ile badanie stopnia zniekształcenia izochronicznego, to jest stopnia zniekształcenia modulacji izochronicznej, musi obejmować jako całość przebieg badany, o tyle słuszne jest przy badaniu stopnia zniekształcenia arytmicznego określać stopień zniekształcenia każdego przebiegu izochronicznego oddzielnie, np. w przypadku dalekopisów — każdego sygnału. Gdy poszukujemy maksymalnego stopnia zniekształcenia arytmicznego, to badamy wyniki przesyłania wszystkich możliwych sygnałów i wybieramy te, dla których otrzymujemy największy stopień zniekształcenia. Ograniczanie badań do pojedynczych sygnałów nie zmienia faktu, że wyniki mogą zależeć od tego, jakie i kiedy inne sygnały zostały przesłane poza sygnałem badanym.

Przy systemie modulacji arytmicznej początkiem liczenia czasu jest początek każdego okresu izochronicznego. W dalekopisach na przykład początkiem liczenia czasu jest każdorazowo początek sygnału rozruchowego. Od tego momentu uzależnione są te czynności odbiornika, które mają na celu rozeznanie kombinacji w przebiegu sygnału i przekształcenie jej na kombinację przestrzenną, to jest na kombinację wyrażoną układem lub stanem elementów odbiornika. Dlatego przy wyznaczaniu stopnia zniekształcenia interesują nas jedynie odstępy między pierwszym momentem sygnału rozruchowego a pozostałymi momentami następującego po nim sygnału znakowego. Liczbową wartość stopnia zniekształcenia otrzymujemy dzieląc największą zaobserwowaną różnicę przez odstęp jednostkowy.

Na przykładzie diagramów modulacji i odtworzenia dwóch sygnałów dalekopisowych „S" i „P" rozpatrzymy podane określenie posiłkując się rysunkiem 20. W celu wyznaczenia stopnia zniekształcenia arytmicznego poszukujemy największej wartości bezwzględnej różnicy między odstępami $M_n \div M_1$ i $O_n \div O_1$, gdzie n jest dowolnym wskaźnikiem kolejności (nie równym jedności) momentów charakterystycznych badanego sygnału. Odstępy badane równają się:

$$M_n \div M_1 = t_n - t_1; \qquad O_n \div O_1 = t'_n - t'_1.$$

Wartość bezwzględna różnicy jest określona przez:

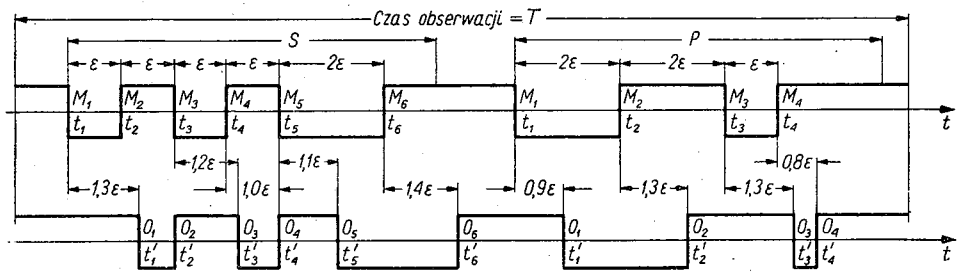
$$|(t_n - t_1) - (t'_n - t'_1|,$$

a po przegrupowaniu

$$|(t_n - t'_n) - (t_1 - t'_1)| = |\Theta_n - \Theta_1|.$$

W odróżnieniu od poprzednio rozpatrywanego sposobu wyznaczania stopnia zniekształcenia izochronicznego nie poszukujemy już właściwych wskaźników n i k, lecz jedynie wskaźnik n, gdyż wskaźnik k jest określony i równa się jedności. Nie wystarcza jednak wyszukać takiego n, przy którym opóźnienie odtworzenia Θ_n jest największe, lecz należy poszukać również takiego wskaźnika n, przy którym Θ_n jest najmniejsze, i dopiero przez porównanie wybrać tę wartość n, która daje maksimum różnicy $(\Theta_n - \Theta_1)$. Zgodnie z rysunkiem 20 stopień zniekształcenia arytmicznego sygnału litery „S" wynosi 30%, a sygnału litery „P" — 40%. Jako wynik badania przyjmujemy największy stopień zniekształcenia zaobserwowany w czasie T, to jest 40%.

Gdybyśmy rozpatrzyli przykład z rysunku 20 zakładając, że całość diagramu jest obrazem modulacji izochronicznej, to otrzymalibyśmy



Dla znaku „S": $\Theta_1 = 1{,}3\,\varepsilon$; $\Theta_2 = 1{,}0\,\varepsilon$; $\Theta_3 = 1{,}2\,\varepsilon$; $\Theta_4 = 1{,}0\,\varepsilon$; $\Theta_5 = 1{,}1\,\varepsilon$; $\Theta_6 = 1{,}4\,\varepsilon$;

$$\delta_a = \frac{|1{,}0\,\varepsilon - 1{,}3\,\varepsilon|}{\varepsilon} \cdot 100\% = 30\%.$$

Dla znaku „P": $\Theta_1 = 0{,}9\,\varepsilon$; $\Theta_2 = 1{,}3\,\varepsilon$; $\Theta_3 = 1{,}3\,\varepsilon$; $\Theta_4 = 0{,}8\,\varepsilon$;

$$\delta_a = \frac{|1{,}3\,\varepsilon - 0{,}9\,\varepsilon|}{\varepsilon} \cdot 100\% = 40\%.$$

Wynik badania: stopień zniekształcenia 40%

Rys. 20. Przykład wyznaczania stopnia zniekształcenia arytmicznego

aż 60% zniekształcenia. W praktyce różnice między wynikami pomiarów stopnia zniekształcenia arytmicznego i izochronicznego nie są jednak tak wielkie, gdyż przy wysyłaniu różnych sygnałów i w różnej kolejności otrzymujemy często przypadki, że w niektórych sygnałach Θ_1 równa się albo Θ_{max} albo Θ_{min} oraz Θ_n równa się odpowiednio Θ_{min} albo Θ_{max}. Różnica jest tym większa na korzyść zniekształceń arytmicznych, im sygnał zatrzymujący jest dłuższy od odstępu jednostkowego. W niektórych dalekopisach takie wydłużenie sygnału zatrzymującego jest wynikiem założeń konstrukcyjnych.

Dzięki oddzieleniu poszczególnych sygnałów od siebie oraz dzięki potraktowaniu procesu nadawania i odbioru każdego znaku jako zamkniętej, samodzielnej operacji możliwa jest — jak wspomnieliśmy — pewna różnica między szybkościami niektórych części współpracujących ze sobą dalekopisów. Przyjmujemy zazwyczaj, że odchylenie szybkości obro-

towej napędu dalekopisu od szybkości nominalnej nie może przekraczać 0,75%. Z tego powodu rodzi się zagadnienie, co należy uważać za przebieg odniesieniowy w stosunku do przebiegu badanego. Ponieważ zestawienie dalekopisów do współpracy jest zazwyczaj dziełem przypadku, więc też zdarza się, że dwa współpracujące ze sobą dalekopisy działają z szybkością prawie zgodną, a kiedy indziej jeden z nich obraca się o 0,75% szybciej od nominalnej szybkości, a drugi o tyleż wolniej.

Jeżeli przy badaniu stopnia zniekształcenia arytmicznego przebieg odniesieniowy powstaje przy tej samej szybkości modulacji co przebieg badany, wtedy badamy przypadek korzystniejszy, w którym pomijamy wpływ odchyleń od synchronizmu na warunki pracy aparatu. Taki przypadek będzie np. wówczas, gdy będziemy mierzyć stopień zniekształcenia porównując odtworzenie z powodującą je modulacją. Mówimy wtedy, że mierzymy stopień zniekształcenia arytmicznego przy synchronizmie. Natomiast możemy również założyć, a nawet w celach pomiarowych wytworzyć przebieg odniesieniowy oparty na szybkości modulacji ściśle nominalnej. Wynik badania w takich warunkach da tak zwany całkowity stopień zniekształcenia arytmicznego, który obejmuje przez ewentualny wzrost stopnia zniekształcenia wpływ odchylenia od szybkości nominalnej.

Ze względu na szczególne właściwości i przyczyny powstawania rozróżniamy trzy rodzaje zniekształceń telegraficznych w czasie, a mianowicie zniekształcenie właściwe, zniekształcenie przypadkowe i zniekształcenie jednostronne.

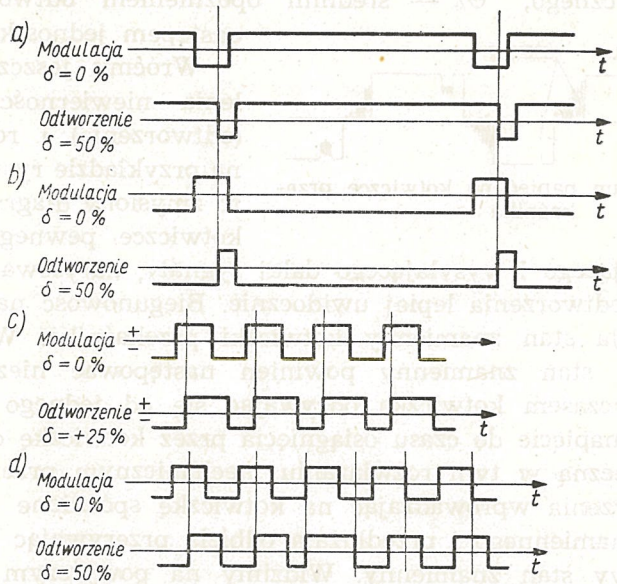
Zniekształcenie właściwe jest związane ze zjawiskami przejściowymi, które powstają wskutek nagłych zmian stanu niektórych elementów aparatów i drogi przesyłania. Zniekształcenia właściwe zależą od właściwości tych elementów i przejawiają się zazwyczaj w odmiennym oddziaływaniu na odstępy między następującymi po sobie momentami charakterystycznymi, zależnie od długości trwania poprzedzających je odstępów.

Zniekształcenie przypadkowe powstaje wtedy, gdy opóźnienie odtworzenia niektórych momentów charakterystycznych zmienia się wskutek przypadkowych przyczyn natury zazwyczaj zewnętrznej, jak np. zmienne zakłócenia elektryczne lub mechaniczne. Wykrycie i określenie stopnia zniekształcenia przypadkowego wymaga niekiedy dłuższych obserwacji.

Zniekształcenia jednostronne powstają wskutek niezachowania warunku symetrii lub równowagi niektórych elementów aparatów lub drogi przesyłania, jak np. równości napięć źródeł zasilających, naruszenie pewnej wymaganej równowagi między siłami me-

chanicznymi przekaźnika i siłami elektromagnetycznymi itp. Zniekształcenia jednostronne przejawiają się w ten sposób, że odstępy znamienne odpowiadające jednemu z dwóch stanów znamiennych mają czas trwania dłuższy, pozostałe zaś czas trwania krótszy niż teoretyczny. Zniekształcenie jednostronne — w odróżnieniu od poprzednich — daje się łatwo korygować.

Ilustrację, jak wpływa rodzaj zniekształcenia na diagramy odtworzenia, daje rysunek 21.



Rys. 21. Przykłady różnych rodzajów zniekształceń telegraficznych w czasie: a) i b). Dwa przykłady zniekształceń, których występowanie na tym samym łączu świadczy o zniekształceniu właściwym; c) Przykład, który wskazuje, że w łączu występują zniekształcenia jednostronne; d) Przykład, który wskazuje, że w łączu występują zniekształcenia przypadkowe

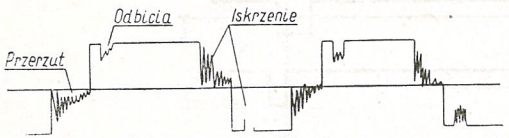
Przy szczegółowej analizie przyczyn i skutków zniekształceń wygodne jest w pewnych przypadkach zastosowanie pojęcia stopnia indywidualnego zniekształcenia jednego momentu charakterystycznego modulacji lub odtworzenia. Stopień ten określamy jako procentowy stosunek odchylenia wyrażonego w wartości algebraicznej interesującego nas rzeczywistego momentu charakterystycznego od momentu, w którym w pewnych wymaganych przez nas warunkach powinien był on wypaść, do odstępu jednostkowego.

Określenie momentu czasu, z którym przeprowadzamy porównanie, zależy od warunków problemu. Na przykład możemy założyć, że uzna-

jemy za prawidłowe te momenty charakterystyczne, których opóźnienie odtworzenia równa się pewnemu opóźnieniu średniemu $\Theta_{śr}$. Wtedy stopień indywidualnego zniekształcenia pewnego momentu charakterystycznego odtworzenia będzie określony wzorem:

$$\delta_m = \frac{\Theta_n - \Theta_{śr}}{\varepsilon} 100\%,$$

gdzie Θ_n jest opóźnieniem odtworzenia interesującego nas momentu charakterystycznego, $\Theta_{śr}$ — średnim opóźnieniem odtworzenia, ε — odstępem jednostkowym.



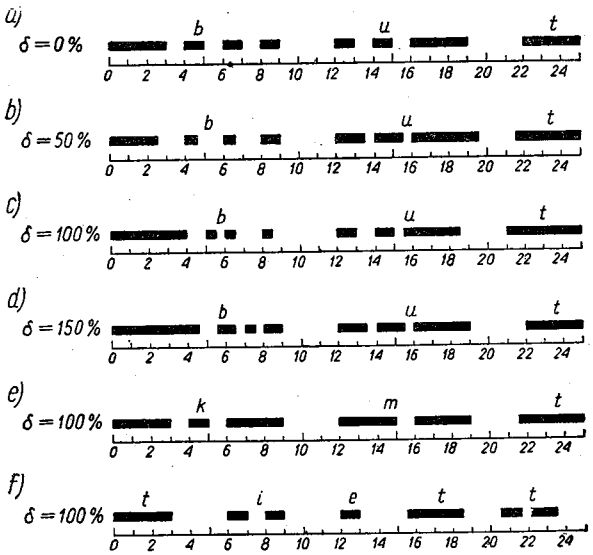
Rys. 22. Diagram napięć na kotwiczce przekaźnika

Wróćmy jeszcze do określenia niewierności modulacji (odtworzenia) i rozpatrzmy je na przykładzie rysunku 22. Jest to zmyślony diagram napięć na kotwiczce pewnego przekaźnika, odtwarzającego i wysyłającego dalej sygnały, narysowany tak, żeby niewierność odtworzenia lepiej uwidocznić. Biegunowość napięć na kotwiczce określa stan znamienny kotwiczki przekaźnika. Według zasad szyfru jeden stan znamienny powinien następować niezwłocznie po drugim. Tymczasem kotwiczka odrywając się od jednego styku odłącza w ogóle napięcie do czasu osiągnięcia przez kotwiczkę drugiego styku. Tę konieczną w tym rozwiązaniu mechanicznym przerwę skracają zjawiska iskrzenia wprowadzając na kotwiczkę spóźnione cechy ubiegłego stanu znamiennego i przedłużają odbicia przerywając już osiągnięty prawidłowy stan znamienny. Widzimy na powyższym przykładzie, bardzo często spotykanym w telegrafii, że odstępy dzielące momenty charakterystyczne mogą nie być zajęte całkowicie przez wynikające z systemu sygnałów stany znamienne. Mamy do czynienia z przypadkiem odtworzenia niewiernego. Inny przypadek, to całkowite zniknięcie jednego lub kilku odstępów wskutek niewłaściwego ich nacechowania.

9. ZDOLNOŚĆ POPRAWIANIA

Nie każde zniekształcenie jest przyczyną fałszywego odbioru. Zazwyczaj jest tak, że do pewnych wartości stopnia zniekształcenia odbiór odbywa się bez przeszkód. Jeżeli na przykład w połączeniu dwóch morsów występują zniekształcenia polegające na wydłużeniu lub skróceniu niektórych odstępów o połowę długości kropki, to — jak widzimy z rysunku 23b, który przedstawia narysowany w powiększeniu ciąg kresek i kropek — pomimo nieprawidłowych długości możemy je prawidłowo odczytać. Rysunek 23c oraz rysunek 23d mają zilustrować przypadki, gdy znie-

kształcenie dochodzi do 100% (rys. 23c), a nawet do 150% (rys. 23d) nie powodując jeszcze wątpliwości lub omyłek przy odczytywaniu tekstu. Natomiast może się tak zdarzyć, że zniekształcenie wystąpi w bardziej niekorzystnych miejscach i wtedy 100% zniekształcenia da w rezultacie zupełnie inny tekst niż ten, który był szukany. Przypadki takie ilustrują rysunki 23e oraz 23f. Jak z powyższego widzimy, pewien stopień zniekształcenia może być już przyczyną przekłamania w odbiorze lub — w korzystniejszych okolicznościach — może jeszcze nie powodować przekłamań.



Rys. 23. Przykłady oddziaływania zniekształceń na rejestrowanie w aparatach morsowskich
δ — stopień zniekształcenia

Jeżeli wyszukamy najniekorzystniejsze warunki, jakie mogą się zdarzyć, czyli takie warunki, przy których najmniejsze zniekształcenie powoduje przekłamanie w odbiorze, to stopień zniekształcenia wtedy zaobserwowany jest miarą właściwości odbiorczego aparatu telegraficznego, zwanej zdolnością poprawiania. Przez najniekorzystniejsze warunki rozumiemy tylko takie niekorzystne warunki, które mogą zdarzyć się w danym połączeniu, przy przesyłaniu jedynie tych sygnałów i w takim następstwie, jakie są przewidziane w zastosowanych aparatach.

A więc zdolność poprawiania jest to właściwość odbiornika telegraficznego, która polega na zdolności prawidłowego odbierania pomimo pewnych zniekształceń. Inaczej mówiąc zdolność poprawiania jest wyrazem jakby wytrzymałości aparatu na zniekształcenia. Wartość jej określa minimalny stopień zniekształcenia, który może spowodować fałszywy

odbiór. Możemy powiedzieć również, że wartość zdolności poprawiania jest równa granicznemu stopniowi zniekształcenia, poniżej którego pomimo wysyłania jakichkolwiek przewidzianych systemem znaków i ich kombinacji możemy być pewni, że odbiór następować będzie prawidłowo.

Wracając do przykładu zilustrowanego rysunkiem 23 widzimy, że przy komunikacji morsami zdolność poprawiania dochodzi prawie do 100%. Przy stopniu zniekształcenia dochodzącym do 100% istnieje możliwość całkowitego zaniku kropki albo zlania się dwóch kropek w jedną kreskę.

Aparaty morsa są aparatami, które pozostawiają obsłudze wykonanie deszyfracji i wykazują dzięki temu zdolność poprawiania nie spotykaną w aparatach deszyfrujących mechanicznie, jak np. dalekopisy lub bodoty. W aparatach takich konieczne jest rozeznanie stanów znamiennych panujących w kolejno następujących po sobie odcinkach czasu, równych odstępowi jednostkowemu. Rozeznanie może być wykonane dwoma sposobami: albo przez ograniczenie się do zbadania stanu znamiennego w bardzo krótkim czasie, będącym małym wycinkiem odstępu jednostkowego, albo przez scałkowanie zmieniającego się stanu znamiennego w granicach badanego odstępu jednostkowego. W wyniku rozeznania odbiornik rejestruje tak, jakby rozeznany stan znamienny trwał przez cały czas odstępu jednostkowego.

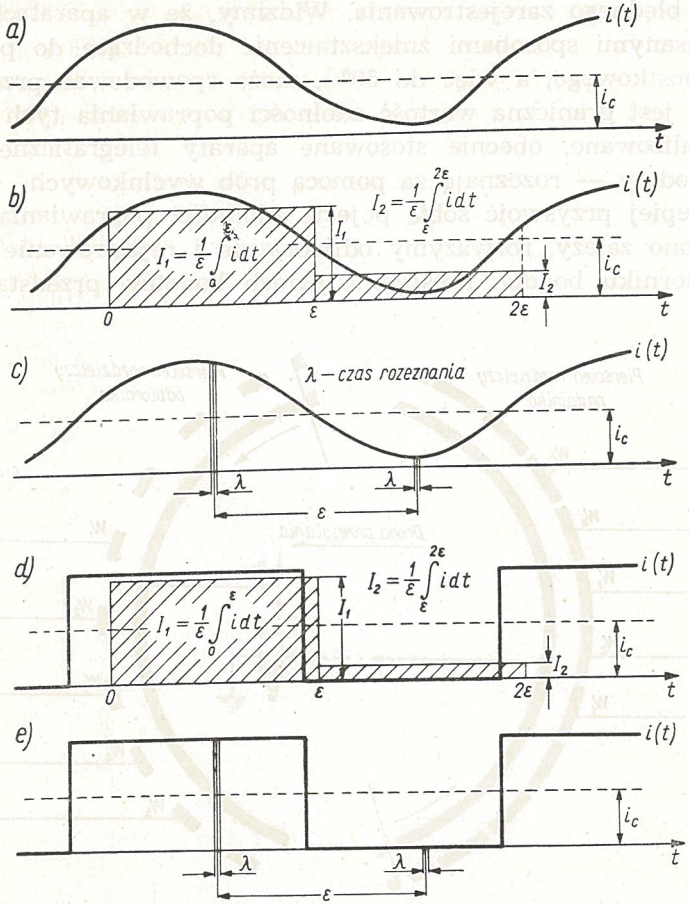
Wyobraźmy sobie, że prąd płynący przez odbiornik zmienia się zgodnie z krzywą pokazaną na rysunku 24a. System przewiduje dwa stany, jeden — przepływ prądu, a drugi — brak prądu. Do pierwszego zaliczamy te wszystkie chwilowe wartości prądu, które są wyższe od wartości granicznej i_c zaznaczonej na wykresie, do drugiego wszystkie wartości niższe. Warunkiem dalszych czynności odbioru jest rozeznanie na podstawie przebiegu prądu stanów znamiennych panujących w kolejno następujących po sobie jednostkach czasu (odstępach jednostkowych). Wymieniony podział czasu na jednostki musi wykonywać aparat odbiorczy.

Rozeznanie może być wykonane dwoma sposobami: przez całkowanie lub przez próby wycinkowe.

Pierwszy sposób pokazany jest na rysunku 24b. Odbiornik wykonał podział czasu na odstępy jednostkowe, zaznaczony momentami O, ε, 2ε. Po scałkowaniu w tych granicach funkcji $i = f(t)$ otrzymano zakreskowane prostokąty, których wysokość decyduje o stanie znamiennym odpowiadającym jednostce.

Drugi sposób pokazany jest na rysunku 24c. Odbiornik co odstęp jednostkowy wycinał z przebiegu prądu bardzo krótki odcinek o czasie trwania λ i na podstawie charakteru tego odcinka wyznaczał stan znamienny danego odstępu jednostkowego.

Załóżmy dalej, że przeprowadzono w punkcie odbioru odtworzenie, przekształcając przebieg prądu pokazany na rysunku 24a na przebieg prostokątny (rys. 24d). I w tym przypadku rozeznanie może być wykonane dwoma sposobami pokazanymi na rysunkach 24d i 24e.



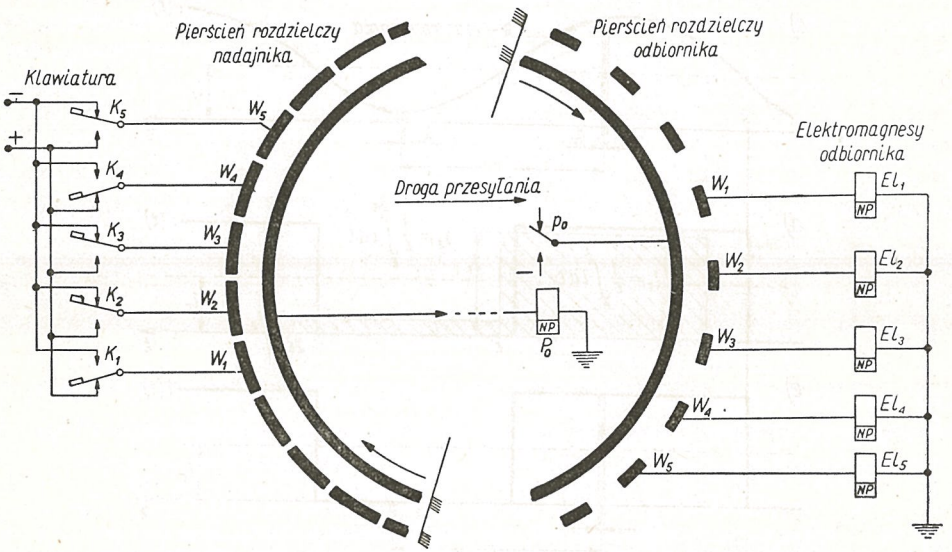
Rys. 24. Typowe przypadki rozeznania: a) Wykres prądu w odbiorniku; b) Rozeznanie przez całkowanie, bez odtwarzania; c) Rozeznanie przez próby wycinkowe, bez odtwarzania; d) Rozeznanie przez całkowanie, po odtworzeniu; e) Rozeznanie przez próby wycinkowe, po odtworzeniu

Zakładając jako najbardziej prawidłową współpracę nadajnika z odbiornikiem występowanie momentów charakterystycznych na linii podziału odbiornika całkującego oraz pośrodku między wycinkami pobieranymi do rozeznania (w przypadku odbiornika działającego przez próby wycinkowe) przyjmujemy, że następuje to przy braku zniekształceń. W razie zastosowania odtworzenia i całkowania, dopóki odstępy nie będą skrócone o połowę lub więcej niż o połowę odstępu jednostkowego,

wysokość prostokąta będzie prawidłowo charakteryzować stan znamienny. Podobnie przy pobieraniu prób pośrodku między momentami charakterystycznymi odtworzenia doskonałego przesunięcia momentów charakterystycznych, które nie dochodzą do czasów pobierania prób, nie powodują błędnego zarejestrowania. Widzimy, że w aparatach rozeznających opisanymi sposobami zniekształcenie dochodzące do połowy odstępu jednostkowego, a więc do 50%, może spowodować przekłamania. Taka więc jest graniczna wartość zdolności poprawiania tych aparatów.

Znormalizowane, obecnie stosowane aparaty telegraficzne — dalekopisy i bodoty — rozeznają za pomocą prób wycinkowych.

Żeby lepiej przyswoić sobie pojęcie zdolności poprawiania i poznać, od czego ono zależy, rozważymy odtworzenie i rejestrowanie zachodzące w odbiorniku bodota. Połączenie dwóch bodotów przedstawia rysunek 25.



Rys. 25. Uproszczony schemat współdziałania dwóch bodotów

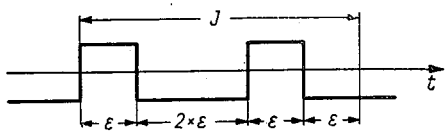
Po wieńcu i pierścieniu wirując ślizga się para szczotek i przez to łączy kolejno działki wieńca z pierścieniem, który stanowi przewodzącą całość. Wieniec podzielony jest na działki wzajemnie od siebie izolowane. Do przykładowo rozpatrywanego nadajnika przynależą działki W_1, W_2, W_3, W_4, W_5. Do każdej z nich dołączona jest dźwignia ruchoma jednego z klawiszy K_1, K_2, K_3, K_4, K_5. W stanie spoczynku poprzez dźwignie doprowadzone jest do działek napięcie ujemne.

Telegrafista szyfruje ręcznie wysyłany znak, naciskając przed nadejściem szczotek na wymienione działki odpowiednie klawisze i przez to zmienia napięcie na odpowiadających tym klawiszom działkach na

dodatnie. Na rysunku przyjęto, że telegrafista zaszyfrował literę „J", a więc zgodnie z alfabetem bodota nacisnął klawisz K_1 i K_4.

Do pierścienia doprowadzony jest przewód, stanowiący początek drogi przesyłania. Przejście szczotek po działce i pierścieniu spowoduje przedstawiony na rysunku 26 przebieg napięcia na tym przewodzie.

Po stronie odbiorczej przewód liniowy doprowadzony jest do przekaźnika odbiorczego P_o, który przeprowadza odtworzenie i zamienia system sygnałów z kierunkiem prądu na system włączania prądu. Kotwiczka przekaźnika połączona jest z podobnym jak po stronie nadawczej pierścieniem ciągłym.



Rys. 26. Diagram wysłania bodotem litery „J"

Para szczotek odbiorczych wirująca w zasadzie z tą samą co szczotki nadawcze szybkością zwiera kolejno działki wieńca odbiorczego z pierścieniem ciągłym. W odróżnieniu od nadajnika działki wieńca odbiornika są znacznie krótsze, a między nimi znajdują się powierzchnie izolowane. Rozstawienie kątowe działek wieńca odbiorczego, to jest kąt, jaki muszą przebyć szczotki od środka jednej działki do środka drugiej, jest takie same, jak rozstawienie kątowe działek wieńca nadajnika. Do każdej działki odbiornika dołączony jest jeden z elektromagnesów rejestrujących kombinacje *El*.

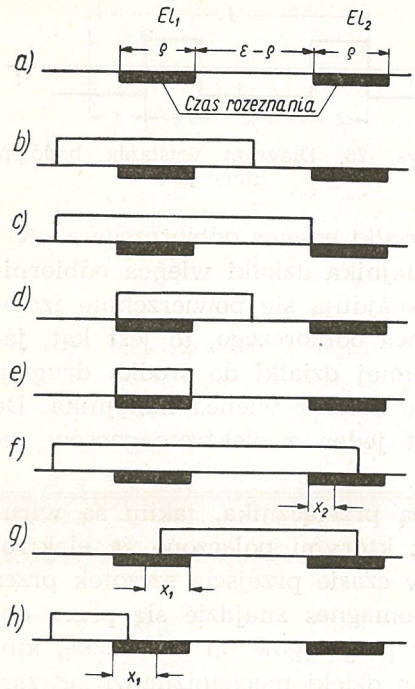
Sygnał zostaje rozdzielony za pomocą przełącznika, jakim są wirujące szczotki, na poszczególne działki, z którymi połączone są elektromagnesy El_1, El_2, El_3, El_4, El_5. Jeżeli w czasie przejścia szczotek przez pewną działkę odpowiadający jej elektromagnes znajdzie się przez dostatecznie długi czas pod prądem, wtedy przyciągnie on kotwiczkę, która pozostanie w położeniu przyciągniętym dzięki mechanizmowi zatrzaskowemu. Ponieważ przepływ prądu przez elektromagnesy zależy od przebiegu odtworzenia wykonywanego przez przekaźnik P_o, więc w wyniku odbioru sygnału elektromagnesy ustawiają się jedne aktywnie, drugie pasywnie, tworząc w ten sposób zarejestrowaną kombinację i warunki potrzebne do przeprowadzenia deszyfracji w dalszym procesie odbioru. Gdy szczotki znajdują się między działkami wieńca na powierzchni izolowanej, sygnały mają drogę odciętą od odbiornika, wszystkie zmiany stanu elektrycznego na wyjściu drogi przesyłania nie mają wtedy wpływu na odbiór.

W czasie przejścia szczotek przez skrócone działki następuje ustalenie w odbiorniku rezultatu zarejestrowania elementu sygnału, którego wyrazem jest aktywne lub pasywne ustawienie elektromagnesów rejestrujących. Mówimy, że w czasie przejścia szczotek nastąpiło rozeznanie cechy znamiennej elementu jednostkowego sygnału, a czas, w którym

przeprowadzone jest rozeznanie nazywamy czasem rozeznania. Jest to więc czas, w którym odbiornik ustala wynik zarejestrowania jednostki kombinacji.

Rozpatrzymy za pomocą rysunku 27 zależność między czasem rozeznania a zdolnością poprawiania.

Szczotki ślizgające się po działkach skalują oś czasu, rozmieszczając co odstęp jednostkowy ε czas rozeznania ϱ (rys. 27a). Skalowanie co odstęp jednostkowy jest następstwem synchronizmu obrotów między nadajnikiem a odbiornikiem. Stosunek czasu rozeznania do odstępu jednostkowego zależy od stosunku długości działki odbiornika do długości między środkami działek.



Rys. 27. Rozeznanie a zniekształcenia odtworzenia

Zakładamy, że prawidłowe zarejestrowanie przekazywanego właśnie znaku wymaga aktywnego ustawienia elektromagnesu El_1 i pasywnego ustawienia elektromagnesu El_2. Dobieramy ustawienie początkowe szczotek w ten sposób, żeby przy średnim opóźnieniu odtworzenia nadchodzących sygnałów środek elementu jednostkowego sygnału pokrywał się ze środkiem czasu rozeznania, tak jak pokazuje rysunek 27b.

Przez x_1 oznaczymy minimalny czas przepływu prądu przez elektromagnes rejestrujący El, gwarantujący przejście każdego z nich w stan aktywny, a przez x_2 — czas maksymalny zasilania elektromagnesu, przy którym żaden z nich jeszcze nie przejdzie do pozycji aktywnej.

Wskutek zmian opóźnienia odtworzenia czoło i koniec impulsu mogą ulegać stosunkowemu przesunięciu względem czasu rozeznania. Przesunięcie to, jak wynika z rysunków 27c,d,e może wynosić z całą pewnością aż $(\varepsilon - \varrho)/2$ i nie spowoduje fałszywego zarejestrowania.

Przesunięcie to może wynosić bez ujemnych skutków nawet więcej, bo dopiero gdy np. koniec impulsu opóźni się tak, że wkroczy w drugi obszar rozeznania więcej niż o x_2 (rys. 27f), możliwe jest niezgodne z przesyłaną kombinacją zarejestrowanie stanu prądowego przez elektromagnes El_2. Nastąpi to z pewnością wtedy, gdy przekroczenie czasu rozeznania będzie większe o wartość x_1.

Może zdarzyć się, że nie tylko koniec impulsu spóźni się, lecz że spóźni się i czoło i to tak bardzo, że elektromagnes El_1 nie przejdzie do pozycji aktywnej. Będziemy mieli wtedy oba elementy sygnału fałszywie zarejestrowane (rys. 27g). Wartością graniczną jest wartość x_1, gdyż jeżeli powyżej tej wartości impuls pokryje czas rozeznania, to z pewnością elektromagnes El_1 przejdzie do pozycji aktywnej.

Przyspieszenie końca impulsu o więcej niż $\varepsilon/2 + \varrho/2 - x_1$ może spowodować również (rys. 27h) fałszywe zarejestrowanie elementu sygnału przez elektromagnes El_1.

Biorąc za podstawę obliczenia zdolności poprawiania przypadek „f" otrzymamy:

$$\mu = \frac{\frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varrho}{2} + x_2}{\varepsilon} \cdot 100\% = 50\% - \frac{\varrho - 2x_2}{2\varepsilon} \cdot 100\%, \tag{7}$$

w przypadkach zaś „g" i „h" otrzymamy:

$$\mu = \frac{\frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varrho}{2} - x_1}{\varepsilon} \cdot 100\% = 50\% - \frac{2x_1 - \varrho}{2\varepsilon} \cdot 100\%. \tag{8}$$

Z tych dwóch wzorów wybieramy ten, który daje niższą wartość ϱ. Należy zaznaczyć, że przy długim czasie rozeznania ϱ mniejsze wartości daje wzór pierwszy, przy wartości $\varrho = x_1 + x_2$ oba wyrażenia dają jednakowe wartości μ. Czas rozeznania ϱ musi być większy od x_2, gdyż w przeciwnym wypadku elektromagnes nie zarejestrowałby nigdy aktywnej cechy elementu sygnału, a dla pełnej gwarancji musi być większy nawet od x_1. Z określenia x_1 i x_2 wynika, że x_2 mniejsze jest od x_1.

Widzimy, że zdolność poprawiania bodotów jest zawsze niższa od 50%. Chcąc się zbliżyć do tej wartości, należy przede wszystkim zmniejszyć x_1, a tym samym i x_2. Po uzyskaniu powyższego można ograniczyć czas rozeznania, przy czym optimum ϱ waha się około $\varrho = x_1 + x_2$.

Wyprowadzona we wzorach (7) i (8) wartość zdolności poprawiania w rzeczywistości na skutek oddziaływania wielu czynników ulega ograniczeniu. Przyczynami takiego ograniczenia w rozpatrywanym przykładzie są między innymi: nieprawidłowe ustawienie szczotek, polegające na tym, że przy średnim opóźnieniu odtworzenia środek niezniekształconego impulsu nie pokrywa się z przejściem szczotek przez środek działki, chwilowe zmiany fazowego stosunku szczotek odbiornika do szczotek nadajnika na skutek korygowania ich szybkości za pomocą sygnałów synchronizacyjnych, zmiany w opóźnieniu odtworzenia sygnałów synchronizacyjnych spowodowanych zniekształceniem telegraficznym drogi przesyłania, nierównomierności napędu lub niedokładne wykonanie działek.

Przyczyny te częściowo sumują się, częściowo znoszą się powodując w ogólności zmniejszenie zdolności poprawiania bodotów.

Zalecenia MDKT odróżniają trzy rodzaje zdolności poprawiania: a) teoretyczną, b) rzeczywistą i c) nominalną.

Zdolnością teoretyczną poprawiania nazywamy taką zdolność poprawiania, która może być wyliczona z danych konstrukcyjnych i ze schematu aparatu przy założeniu jego całkowicie prawidłowej pracy.

Zdolność rzeczywista poprawiana jest zdolnością poprawiania zmierzoną indywidualnie w aktualnych warunkach pracy aparatu.

Zdolnością nominalną poprawiania nazywamy minimalną wartość rzeczywistej zdolności poprawiania wymaganą od aparatów telegraficznych utrzymywanych w przepisowych warunkach pracy i regulacji.

*

W ramach tej pracy nie sposób było przedstawić wszystkich pojęć spotykanych obecnie w technice telegraficznej. Wyjaśnienie niektórych z nich wymagałoby dłuższych rozważań teoretycznych. Autor nie uważa poza tym, żeby całkowite wyczerpanie tych pojęć było konieczne. Zresztą zamierzeniem pracy było przedstawienie systemu pojęciowego związanego z działaniem połączenia telegraficznego, a koniecznego do zrozumienia jego działania oraz do zdefiniowania jakości i warunków współpracy poszczególnych elementów połączenia telegraficznego.

Praca niniejsza jest więc próbą uporządkowania pewnej, jak się wydaje, zaniedbanej dziedziny pojęć. Wyniki tego rodzaju pracy nie mogą być jednak uważane za osiągnięcie trwałe; przeciwnie, powinny one być poddawane rewizji. Jest to tym bardziej ważne, że stwierdzamy stały postęp nie tylko w technice, ale i w jej podstawach teoretycznych. W związku z tym nowe i niejednokrotnie coraz bardziej złożone procesy wymagają wprowadzenia nowych określeń i nazw. Język techniczny musi się stale doskonalić, żeby umożliwić szybką i dokładną wymianę doświadczeń, nauczanie nowych specjalistów i sprawną eksploatację działających urządzeń. Odnosi się to do wszelkiego postępu technicznego, lecz ma szczególne znaczenie w telekomunikacji, z istoty swojej wymagającej współdziałania międzynarodowego. Przykładowym dowodem tego jest fakt, że już w czasie pisania tej pracy M.D.K.T. na zebraniu plenarnym w grudniu 1956 roku udoskonalił wiele określeń dotychczas istniejących pojęć oraz uzgodnił i zalecił do stosowania nowe, interesujące pojęcia, np. pojęcie momentu idealnego, semacji (i wynikających z niej pojęć pochodnych) lub pojęcie zniekształcenia cyklicznego.

Katedra Telegrafii Politechniki Warszawskiej

В. ФИЯЛКОВСКИ

ОБЗОР ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ ТЕЛЕГРАФНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Резюме

Рассмотрены поочередно действия и явления, выступающие в отдельных элементах телеграфной связи. Передатчик высылает телеграфные сигналы. Сигналы отличаются друг од друга разделом и электрической разметкой промежутков времени. Существует много способов электрической разметки промежутков времени и система сигналов зависит от избранного способа. Сигналы возникают благодаря модуляции, т. е. благодаря изменениям напряжения, тока или сопротивления в требуемые моменты.

Сигналы возникают в итоге модуляции, которая отличается характеристическими состояниями и моментами, промежутками, скоростью модуляции и искажением. Между передатчиком и приемником телеграфного аппарата находится путь передачи сигналов. Если на пути передачи действуют трансляции, то мы имеем дело с непрямой передачей, если же их нет — с передачей непосредственной.

Непосредственная передача отличается непрерывной зависимостью между входным и выходным напряжениями пути связы. Очень часто первым действием приёма сигналов является регенерация.

Регенерация является только вторичным действием, последствием какой-то модуляции, модуляция же произведённая передатчиком является первичным разделом времени. Для регенирующего приёмника характерны пороговые значения его работы, происходящие из их коэффициенты статической чувствительности и асимметрии регулировки.

Телеграфная цепь отличается своей способностью передачи телеграфных сигналов, способностью в конечных точках цепи к проведению коммутационных процессов в нормальных эксплуатационных условиях и прочностью соединений её составных частей.

Неправильная модуляция и неправильная регенерация могут привести к неправильному приёму известий. Понятие телеграфного искажения определяет степень неправильности модуляции или регенерации. Рядом с общим понятием телеграфного искажения мы встречаемся в теории телеграфии с отдельными понятиями телеграфных искажений разного рода. Телеграфные аппараты, печатающие принимаемый текст, должны исполнять в качестве подготовительной работы выбор, который может быть совершён при помощи интегрирующей системы или при помощи пробной вырезки. Несмотря на возникновение некоторых искажений результат выбора может быть правилен. Защищённость приёмника от искажений мы называем исправляющей способностью. Зная теоретические основы конструкции аппарата, мы можем приблизительно вычислить его предполагаемую исправляющую способность.

Некоторые понятия и пояснения этой статьи основаны на публикациях „Comité Consultatif International Télégraphique" (Международный консультативный комитет по телеграфии) и вполне или почти вполне с ним согласны. Иные же представляют индивидуальные взгляды автора.

W. FIJAŁKOWSKI

REVUE DES TERMES ESSENTIELS DE LA TRANSMISSION TÉLÉGRAPHIQUE

Résumé

Nous examinons les fonctions et les phénomènes qui se produisent dans les élèments particuliers d'une communication télégraphique. L'appareil émetteur émet des signaux télégraphiques. Les signaux se distinguent par la durée des éléments et par les états significatifs de ceux-ci. Il y a beaucoup d'états significatifs que l'on peut employer et le système des signaux dépend du moyen qui a été choisi à cet effet. Les signaux sont produits par la modulation, c'est-à-dire grâce à des changements de tension, de courant ou de résistance aux moments déterminés. La modulation est caractérisée par des états significatifs et des moments caractéristiques, par des intervalles, par la vitesse de modulation et par la distorsion.

Entre l'appareil émetteur et l'appareil récepteur se trouve la voie de transmission. Si des translations se trouvent le long de la voie de transmission — nous avons affaire à une transmission indirecte, s'il n'y a pas de translations — c'est une transmission directe qui a lieu. La transmission directe est caracterisée par une dépendence continue entre la tension d'entrée sur la voie et la tension de sortie.

Il arrive très souvent que la première fonction de la réception des signaux est une réstitution.

La réstitution n'est qu'une fonction secondaire — une suite de la modulation correspondante; par contre — la modulation passée par l'appareil émetteur est une division de temps primaire. Le récepteur réstituant est caractérisé par les valeurs de seuil de fonctionnement et par les indices de sensibilité statique, ainsi que par l'indice d'asymétrie de réglage, qui en dépendent.

Un circuit télégraphique est caractérisé par sa faculté de transmission des signaux télégraphiques, par son adaptation aux procès de commutation aux points extrêmes pour des conditions d'exploitation normales, ainsi que par un établissement fixe et durable de ses éléments.

Une modulation, ainsi qu'une restitution distordue peuvent causer une fausse réception de signaux. Le terme de distorsion télégraphique définit l'imperfection de la modulation ou de la réception.

A côté de la notion générale de distorsion télégraphique nous rencontrons dans la théorie de la télégraphie des définitions spécifiées de divers genres de distorsions télégraphiques.

Les appareils télégraphiques qui impriment le texte reçu doivent exécuter en tant que fonction preparatoire un sélectionnement, qui peut être fait à l'aide d'un système d'intégration ou à l'aide d'essais momentanés.

Malgré la présence d'une certaine distorsion le résultat de la sélection peut être correct. Le degré de l'insensibilité du récepteur aux distorsions est appelé sa „marge". La connaissance des principes théoriques de construction de l'appareil nous permet de calculer approximativement sa marge.

Certains termes et explications sont basées sur les publications du „Comité Consultatif International Télégraphique" et ils leur sont entièrement ou presque entièrement conformes. Les autres expriment les opinions personnelles de l'auteur.

PRACE WŁODZIMIERZA KRUKOWSKIEGO

1956, s. 845, zł 85,—

Zbiór prac W. Krukowskiego, wybitnego elektryka polskiego, uczonego światowej sławy, zawiera wszystkie jego oryginalne publikacje, wydane przeważnie poza granicami kraju, szereg artykułów o pomiarach elektrycznych i wzorach jednostek elektrycznych oraz niektóre referaty wygłoszone na konferencjach.

Wiele artykułów podaje szczegóły opracowań konstrukcji liczników od najprostszych do najbardziej złożonych. Wielkie znaczenie mają dla polskiej nauki i praktyki prace z zakresu dokładności pomiarów, jako pierwsze publikacje z tej dziedziny.

Omawiana monografia ma zarówno znaczenie historyczne, jak również i wartość aktualną ze względu na uzupełnienia i uaktualnione opracowanie redakcyjne.

WŁODZIMIERZ KRUKOWSKI

LICZNIKI ENERGII ELEKTRYCZNEJ

1955, s. 451, zł 36,20

Komisja PAN dla opracowania monografii prac W. Krukowskiego wydała *Liczniki energii elektrycznej* oddzielnie, dla udostępnienia ich szerszym rzeszom czytelników.

Podręcznik ten został po raz pierwszy wydany w języku niemieckiem w roku 1930 w Berlinie.

W przekładzie polskim poczyniono zmiany i uaktualnienia w celu przystosowania pracy do potrzeb polskiego czytelnika. Książka obejmuje całokształt zagadnień związanych z teorią działania liczników energii elektrycznej, ich budową oraz gospodarką licznikową.

JULIUSZ PREMINGER

SOMOCZYNNA REGULACJA CZĘSTOTLIWOŚCI I MOCY CZYNNEJ W UKŁADACH ENERGETYCZNYCH

(Prace WTN, Seria B, nr 75), 1956, s. 106, zł 14,—

Praca zawiera analizę teoretyczną należytej regulacji częstotliwości i mocy czynnej oraz rozwinięcie na tej podstawie metod i kryteriów właściwej regulacji tych wielkości.

BOLESŁAW DUBICKI

MASZYNY ELEKTRYCZNE

T. II: UZWOJENIA PRĄDU ZMIENNEGO

1953, s. 311, zł 23,80

Przygotowywane jest drugie wydanie tomu I (MASZYNY ELEKTRYCZNE — PRĄD STAŁY) wydanego w roku 1949.

W pierwszych dwóch rozdziałach tomu II omówiono powstawanie sił elektromotorycznych w uzwojeniach, dalej podano opis uzwojeń, zawierający schematyczne zestawienie podstawowych rodzajów uzwojeń twornikowych. Pozostałe rozdziały są poświęcone omówieniu uzwojeń specjalnych oraz materiałoznawstwu w odniesieniu do uzwojeń maszyn elektrycznych.

WILIAM SHOCKLEY

ELEKTRODY I DZIURY W PÓŁPRZEWODNIKACH Z ZASTOSOWANIEM DO ELEKTRONIKI TRANZISTOROWEJ

Przekład z jęz. angielskiego, 1956, s. 583, zł 61,50

Książka składa się z trzech części. Część pierwsza stanowi jakby popularnonaukowe wprowadzenie w zagadnienia elektroniki półprzewodnikowej. Pozostałe dwie części, na poziomie specjalistycznym, zawierają wykład współczesnej fizycznej teorii półprzewodników oraz mechaniki kwantowej.

* *
*

Powyższe wydawnictwa można jeszcze nabyć w księgarniach Domu Książki. (Nakłady na wyczerpaniu).

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM III · ZESZYT 3

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1957

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI,
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN, PROF. STANISŁAW SZPOR

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny
PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz
JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Krakowskie Przedmieście 79

Nakład 777 (669 + 108)	Oddano do składania 28.V.57
Ark. wyd. 10,5 druk. 10	Druk ukończono we wrześniu 1957
Pap. druk. sat. kl. III, 80 g, 70 × 100	B-67.
Zamówienie nr 1134c/57	Cena zł 25.—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa.

621.392.4

JERZY HELSZTYŃSKI

Metody syntezy częstotliwościowej biernych dwójników liniowych

Rękopis dostarczono 28.12.1956

Rozpatrzono w chronologicznym porządku powstawania metody częstotliwościowej syntezy biernych dwójników liniowych zbudowanych z elementów skupionych. Syntezę przeprowadza się w oparciu o zadaną funkcję imitancji spełniającą warunki fizycznej realizowalności, czyli w oparciu o zadaną funkcję wymierną rzeczywistą dodatnią.

1. WSTĘP

Zagadnienie zaprojektowania układu elektrycznego w oparciu o zadane własności układu można rozbić na dwa etapy, a mianowicie na:

1. aproksymację funkcji wyrażającej zadane własności za pomocą innej funkcji (aproksymującej), należącej do klasy funkcji fizycznie realizowalnych, oraz:

2. realizację fizyczną funkcji aproksymującej, polegającą na znalezieniu struktury i wartości elementów układu elektrycznego.

Ten drugi etap projektowania, w którym bierze się za punkt wyjścia funkcję spełniającą warunki realizowalności fizycznej, był pierwotnie wyłącznie (Brune [3]) i jest często nadal (Guillemin [11], Bott i Duffin [2], Reza [17], [18], [19], Matthaei [14]) nazywany syntezą. Tak zostało również potraktowane zagadnienie syntezy w niniejszej pracy.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że w ostatnich latach coraz częściej mianem syntezy określa się całkowite zaprojektowanie układu (np. Darlington [7]), przy czym sama struktura układu może być z góry narzucona, jak to ma miejsce np. w układach szerokopasmowych ze względu na występowanie poprzecznych pojemności szkodliwych.

Zagadnienie syntezy uważa się za rozwiązane, jeśli został znaleziony chociaż jeden układ elektryczny realizujący fizycznie założoną funkcję; pamiętać przy tym należy, iż takich układów może być dużo (jeśli np. bierzemy pod uwagę również układy nieminimalno-elementowe, to istnieje nieskończenie wiele rozwiązań).

2. WARUNKI FIZYCZNEJ REALIZOWALNOŚCI DWÓJNIKÓW

W dalszych rozważaniach będziemy mieli do czynienia z wielomianami i funkcjami wymiernymi, w których jako zmienna występować będzie zespolona częstotliwość p o części rzeczywistej $\mathcal{R}e\ p = \alpha$ i części urojonej $\mathcal{I}m\ p = \omega$.

Część parzystą i nieparzystą wielomianu M oznaczać będziemy odpowiednio przez M_p oraz M_n; zatem

$$M = M_p + M_n \tag{1}$$

Imitancja[1]) biernego dwójnika zbudowanego z elementów skupionych jest funkcją wymierną zmiennej zespolonej p:

$$F(p) = \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{P_p + P_n}{Q_p + Q_n}. \tag{2}$$

Funkcja ta może być oczywiście rozłożona na część parzystą i część nieparzystą:

$$F(p) = F_p + F_n, \tag{3}$$

gdzie:

$$F_p = \frac{P_p Q_p - P_n Q_n}{Q\,Q^*}, \tag{4}$$

$$F_n = \frac{P_n Q_p - P_p Q_n}{Q\,Q^*}, \tag{5}$$

oraz

$$Q^* = Q_p - Q_n. \tag{5a}$$

Jeśli Q i P są funkcjami wymiernymi o współczynnikach rzeczywistych, to na osi urojonej F_p jest funkcją rzeczywistą, a F_n funkcją urojoną, czyli:

$$F_p(j\omega) = \mathcal{R}eF(j\omega) = \frac{A_0 + A_1\omega^2 + A_2\omega^4 + \cdots + A_n\omega^{2n}}{B_0 + B_1\omega^2 + B_2\omega^4 + \cdots + B_n\omega^{2n}} = \frac{A(\omega^2)}{B(\omega^2)}, \tag{6}$$

$$F_n(j\omega) = \mathcal{I}m\,F(j\omega). \tag{7}$$

A, jako funkcję parzystą, można rozłożyć na czynniki w następujący sposób:

$$A(-p^2) = A_n(p_1^2 - p^2)(p_2^2 - p^2)\cdots(p_n^2 - p^2), \tag{8}$$

$$A(\omega^2) = A_n(p_1^2 + \omega^2)(p_2^2 + \omega^2)\cdots(p_n^2 + \omega^2). \tag{9}$$

Brune [3] (Guillemin [12]) udowodnił, że warunkiem koniecznym i dostatecznym realizowalności funkcji wymiernej F jako imitancji

[1]) wg Bodego [1] termin „imitancja" oznacza impedancję lub admitancję.

biernego dwójnika liniowego jest warunek, by funkcja ta była funkcją rzeczywistą dodatnią.

Funkcją rzeczywistą dodatnią nazywamy funkcję spełniającą następujące warunki[1]):

$$1)\quad F(p) = Real \quad \text{dla} \quad p = Real$$
$$2)\quad \mathcal{R}e\, F(p) \geqslant 0 \quad \text{dla} \quad \mathcal{R}e\, p \geqslant 0. \tag{10}$$

Własności *FRD* można streścić w następujących punktach [7]:

a) jeśli F jest *FRD*, to $1/F$ jest także *FRD*,

b) bieguny i zera *FRD* leżą w lewej półpłaszczyźnie włącznie z osią urojoną w postaci par sprzężonych, z wyjątkiem początku układu, nieskończoności oraz ujemnej osi rzeczywistej,

c) na osi urojonej bieguny i zera są pojedyncze; stąd wynika, że F może być stopnia 1, 0, -1,

d) w sprzężonych biegunach na osi urojonej residua są jednakowe, rzeczywiste i dodatnie,

e) $\mathcal{R}e\, F(p)$ w prawej półpłaszczyźnie włącznie z osią urojoną osiąga minimum na osi urojonej.

Do stwierdzenia, czy funkcja jest *FRD*, nie jest konieczne sprawdzanie, czy spełniona jest nierówność (10), jest to zresztą dosyć trudne; funkcja spełniająca własności a), b), c), d) oraz warunek $\mathcal{R}e\, F(j\omega) \geqslant 0$ jest *FRD*.

3. SYNTEZA DWÓJNIKÓW *LC* (DWÓJNIKÓW REAKTYWNYCH)

Impedancja (admitancja) reaktywnego dwójnika może być zawsze przedstawiona jako iloraz dwóch wielomianów, z których jeden jest parzysty, drugi zaś nieparzysty [12], [13]:

$$Z(p) = \frac{M_p}{N_n} \tag{11}$$

lub

$$Z(p) = \frac{M_n}{N_p}. \tag{12}$$

Ponieważ zawsze można przekształcić wzór (12) do postaci (11), więc:

$$Z(p) = \frac{a_{2n}p^{2n} + a_{2n-2}p^{2n-2} + \cdots + a_2p^2 + a_0}{b_{2n+1}p^{2n+1} + b_{2n-1}p^{2n-1} + \cdots + b_3p^3 + b\,p}. \tag{13}$$

[1]) Funkcją rzeczywistą dodatnią będziemy w dalszym ciągu oznaczali symbolem *FRD*.

Część rzeczywista Z jest równa zeru na osi urojonej, wobec tego jest to graniczny przypadek funkcji wymiernej spełniającej warunki *FRD*. Funkcja Z może być przedstawiona w postaci z uwydatnionymi zerami i biegunami, które leżą na osi urojonej w postaci pojedynczych par sprzężonych:

$$Z(j\omega) = \pm j\omega H \frac{(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_3^2 - \omega^2) \cdots (\omega_{2n-1}^2 - \omega^2)}{\omega^2(\omega_2^2 - \omega^2)(\omega_4^2 - \omega^2) \cdots (\omega_q^2 - \omega^2)} = jX_\omega , \qquad (14)$$

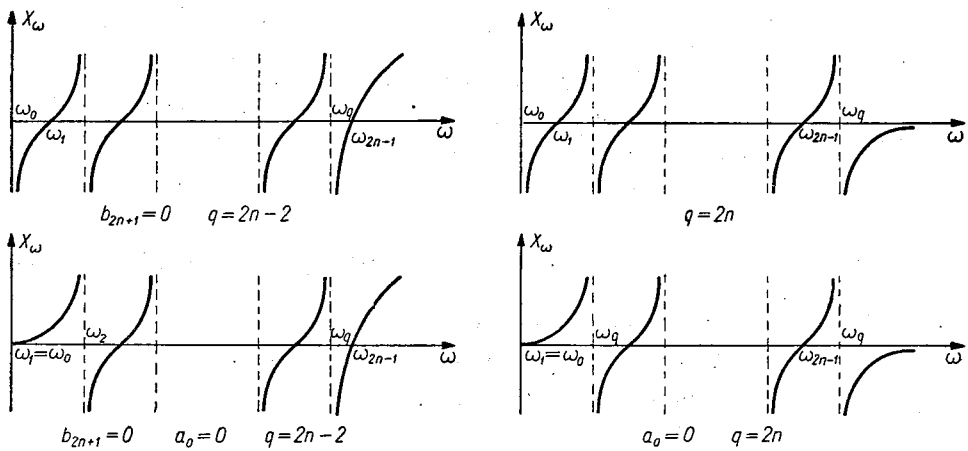
gdzie:

$$q = 2n - 2, \quad \text{jeśli} \quad b_{2n+1} = 0,$$
$$q = 2n, \quad \text{jeśli} \quad b_{2n+1} \neq 0.$$

Częstotliwości krytyczne: zera i bieguny występują na przemian zgodnie z poniższym zapisem:

$$0 = \omega_0 \leqslant \omega_1 < \omega_2 \cdots < \omega_{2n-1} < \omega_{2n} \leqslant \omega_\infty = \infty.$$

Rysunek 1 podaje cztery możliwe przebiegi reaktancji X_ω.



Rys. 1. Przebiegi reaktancji dwójników reaktywnych

Bezpośrednio z rys. 1 wynikają poniższe własności dwójników reaktywnych:

$$\frac{dX}{d\omega} > 0, \qquad (15)$$

$$\frac{dX}{d\omega} > \frac{X}{\omega}. \qquad (16)$$

Własności te mogą być łatwo udowodnione [12].

Obecnie omówimy ważniejsze metody syntezy dwójników reaktywnych, a mianowicie metody Fostera i Cauera.

3.1. Metody Fostera [9]

W pierwszej metodzie Fostera podchodzi się do zagadnienia syntezy w oparciu o zadaną funkcję impedancji rozkładając tę funkcję na ułamki proste:

$$Z(j\omega) = \frac{K_0}{j\omega} + \frac{2K_2 j\omega}{\omega_2^2 - \omega^2} + \frac{2K_4 j\omega}{\omega_4^2 - \omega^2} + \cdots + \frac{2K_q j\omega}{\omega_q^2 - \omega^2} + K_\infty j\omega, \quad (17)$$

gdzie współczynniki K są dodatnimi rzeczywistymi residuami w odpowiednich biegunach funkcji[1]). Residua mogą być wyznaczone z następujących wzorów:

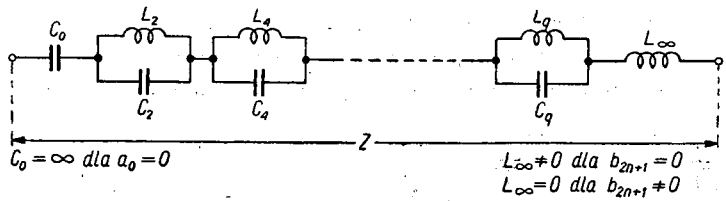
$$2K_k = \left[\frac{Z(j\omega)(\omega_k^2 - \omega^2)}{j\omega}\right]_{\omega=\omega_k}, \quad (k = 2, \quad 4, \cdots q), \quad (18)$$

$$K_0 = \frac{a_0}{b_1}, \quad (19)$$

$$K_\infty = H = \frac{a_{2n}}{b_{2n-1}} \quad \text{dla} \quad b_{2n+1} = 0, \quad (20)$$

$$K_\infty = 0 \quad \text{dla} \quad b_{2n+1} \neq 0. \quad (21)$$

Pierwszy ułamek wyrażenia (17) można zrealizować w postaci pojemności C_0, ostatni jako indukcyjność L_∞, a pozostałe wyrazy jako obwody rezonansowe równoległe, zgodnie z rysunkiem 2.



Rys. 2. Pierwszy układ kanoniczny Fostera

Ponieważ reaktancja obwodu rezonansowego równoległego jest określona wzorem:

$$X_k = \frac{\dfrac{\omega}{C_k}}{\omega_k^2 - \omega^2}, \quad (22)$$

[1]) Jest ogólnie przyjęte w teorii obwodów, że residua w początku układu i w nieskończoności traktowane są tak samo, jak pozostałe residua.

więc wartości elementów można wyznaczyć z następujących wzorów:

$$C_k = \frac{1}{2K_k}, \tag{23}$$

$$L_k = \frac{1}{\omega_k^2 \cdot C_k}, \tag{24}$$

$$C_0 = \frac{1}{K_0}, \tag{25}$$

$$L_\infty = K_\infty. \tag{26}$$

Postać dwójnika z rys. 2 zwana jest pierwszą postacią kanoniczną Fostera; kanoniczną w tym znaczeniu, że może realizować fizycznie każdą funkcję [typu (13)] spełniającą warunki realizowalności.

W drugiej metodzie Fostera za punkt wyjścia przyjmuje się nie impedancję, lecz admitancję. Rozkładając funkcję admitancji na ułamki proste otrzymamy:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{Z(j\omega)} = \frac{2K_1 j\omega}{\omega_1^2 - \omega^2} + \frac{2K_3 j\omega}{\omega_3^2 - \omega^2} + \cdots + \frac{2K_{2n-1} j\omega}{\omega_{2n-1}^2 - \omega^2} + K_\infty j\omega. \tag{27}$$

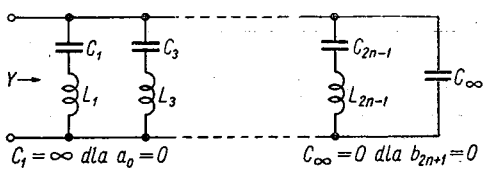
Residua K mogą być obliczone ze wzorów:

$$2K_k = \left[\frac{Y(j\omega)(\omega_k^2 - \omega^2)}{j\omega}\right]_{\omega=\omega_k}, \quad (k = 1, \quad 3, \cdots 2n-1), \tag{28}$$

$$K_\infty = \frac{1}{H} = \frac{b_{2n+1}}{a_{2n}}. \tag{29}$$

Realizacja fizyczna będzie miała postać zgodną z rysunkiem 3. W ten sposób otrzymujemy drugą postać kanoniczną Fostera.

Wartości elementów obliczamy z następujących wzorów:



Rys. 3. Drugi układ kanoniczny Fostera

$$L_k = \frac{1}{2K_k}, \tag{30}$$

$$C_k = \frac{1}{\omega_k^2 L_k}, \tag{31}$$

$$C_\infty = K_\infty. \tag{32}$$

Na zagadnienie syntezy można również spojrzeć z innego punktu widzenia. Mianowicie każda metoda syntezy polega na stopniowym zmniejszaniu stopni wielomianów funkcji F przez kolejne wydzielanie pewnych członów z tej funkcji. Należy jedynie pamiętać o tym, aby w trakcie wydzielania zarówno człony wydzielane, jak i pozostałe funkcje były realizowalne fizycznie, czyli aby były *FRD*. W metodach

Fostera to upraszczanie funkcji polega na kolejnym całkowitym wydzielaniu biegunów funkcji. W metodach Cauera, które następnie rozpatrzymy, wydzielanie biegunów odbywa się w nieco inny sposób.

3.2. Metody Cauera [4]

W pierwszej metodzie Cauera należy skoncentrować uwagę na zachowaniu się funkcji Z w nieskończoności. Jeśli funkcja Z ma biegun w nieskończoności, to podobnie jak w metodzie Fostera możemy funkcję uprościć wydzielając ten biegun:

$$Z(p) = pL_\infty + Z_1. \tag{33}$$

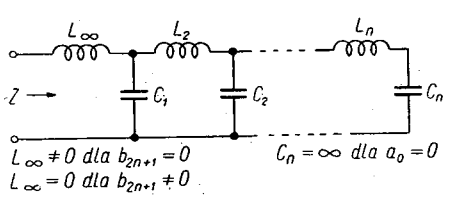
Biegun w nieskończoności można zrealizować fizycznie jako indukcyjność wzdłużną L_∞ (rys. 4). Tu jednak kończy się podobieństwo do metody Fostera. Ponieważ pozostała funkcja Z_1 ma zero w nieskończności, którego nie można bezpośrednio wydzielić, więc wydzielamy biegun z funkcji $1/Z_1$:

$$Z(p) = pL_\infty + \frac{1}{\frac{1}{Z_1}} = pL_\infty + \frac{1}{pC_1 + \frac{1}{Z_2}}, \tag{34}$$

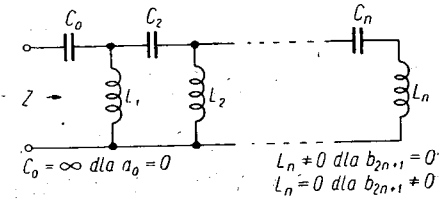
realizując go jako pojemność poprzeczną C_1. Pozostała funkcja Z_2 będzie miała znowu biegun w nieskończoności, który możemy wydzielić i zrealizować jako indukcyjność wzdłużną L_2 itd. Postępując w dalszym ciągu w analogiczny sposób, uzyskujemy rozłożenie funkcji Z na ułamek łańcuchowy:

$$Z(p) = pL_\infty + \frac{1}{pC_1} + \cfrac{1}{pL_2} + \cfrac{1}{pC_2} + \cdots + \cfrac{1}{pL_n} + \frac{1}{pC_n}. \tag{35}$$

W ten sposób otrzymujemy układ o strukturze drabinkowej zgodnie z rysunkiem 4.



Rys. 4. Pierwszy układ kanoniczny Cauera



Rys. 5. Drugi układ kanoniczny Cauera

W drugiej metodzie Cauera przeprowadzamy w podobny sposób wydzielanie biegunów funkcji w początku układu współrzędnych i otrzy-

mujemy drugi układ drabinkowy (rys. 5). Odpowiadający mu ułamek łańcuchowy ma postać:

$$Z(p)\frac{1}{pC_0}+\cfrac{1}{\cfrac{1}{pL_1}+\cfrac{1}{\cfrac{1}{pC_2}+\cdots+\cfrac{1}{\cfrac{1}{pC_n}+pL_n}}} \tag{36}$$

W ten sposób można otrzymać obie postacie kanoniczne Cauera. Należy podkreślić, że wszystkie cztery postacie kanoniczne — obie Fostera i obie Cauera — zawierają minimalną ilość elementów koniecznych do fizycznej realizacji danej funkcji.

4. SYNTEZA DWÓJNIKÓW *RC*

Impedancja Z dwójników RC wyraża się jako stosunek dwóch wielomianów zawierających wszystkie potęgi p, podobnie jak w przypadku ogólnym [12], [13]:

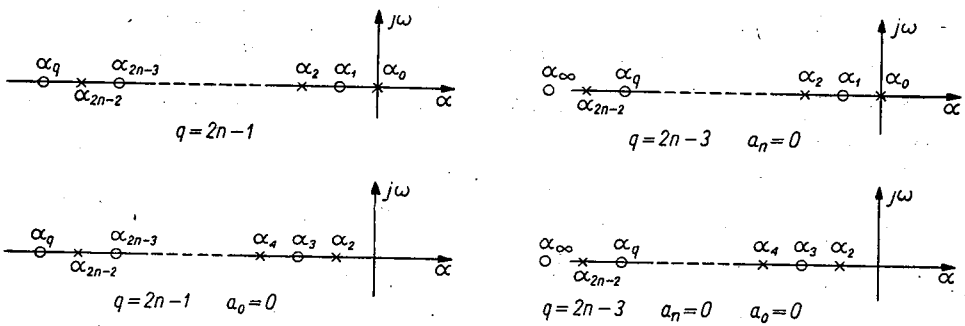
$$Z(p)=\frac{a_np^n+a_{n-1}p^{n-1}+\cdots+a_1p+a_0}{b_np^n+b_{n-1}p^{n-1}+\cdots+b_1p}. \tag{37}$$

Funkcja Z może być przedstawiona w postaci z uwydatnionymi zerami i biegunami:

$$Z(p)=H\frac{(p-\alpha_1)(p-\alpha_3)\cdots(p-\alpha_q)}{p(p-\alpha_2)(p-\alpha_4)\cdots(p-\alpha_{2n-2})}, \tag{38}$$

gdzie:

$$q=2n-3, \quad \text{jeśli} \quad a_n=0,$$
$$q=2n-1, \quad \text{jeśli} \quad a_n\neq 0.$$



Rys. 6. Rozkład zer i biegunów funkcji Z dwójników RC

Częstotliwości krytyczne: pojedyncze zera i bieguny występują na przemian na ujemnej osi rzeczywistej, przy czym najmniejsza częstotliwość krytyczna jest biegunem:

$$-\infty\,(=\alpha_\infty)\leqslant\alpha_{2n-1}<\alpha_{2n-2}<\cdots<\alpha_2<(\alpha_1<\alpha_0=)\,0.$$

Na rysunku 6 podane zostało rozłożenie zer i biegunów funkcji Z. Dla dwójników RC spełnione są następujące zależności:

$$\frac{d[\mathcal{R}e\, Z(j\omega)]}{d\omega} < 0 \quad \text{dla} \quad \omega > 0, \tag{39}$$

$$\frac{d[\mathcal{R}e\, Y(j\omega)]}{d\omega} > 0 \quad \text{dla} \quad \omega < 0. \tag{40}$$

Cauer [4] podaje cztery metody syntezy, które są zupełnie analogiczne do metod syntezy stosowanych w przypadku dwójników reaktywnych. Pierwsze dwie ze względu na analogię do metod Fostera nazywane są metodami Fostera.

4.1. Metody Fostera

Funkcję Z rozkładamy na ułamki proste:

$$Z(p) = \frac{K_0}{p} + \frac{K_2}{p - a_2} + \cdots + \frac{K_{2n-2}}{p - a_{2n-2}} + A_\infty. \tag{41}$$

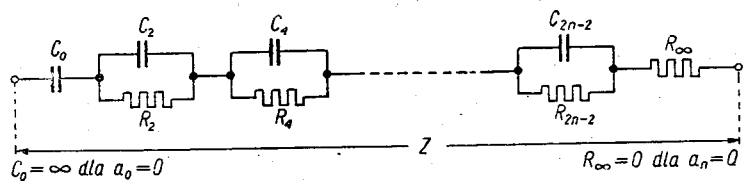
Residua funkcji Z oraz współczynnik A_∞ są rzeczywiste i dodatnie i mogą być wyznaczone ze wzorów:

$$K_k = [Z(p)(p - a_k)]_{p=a_k}, \tag{42}$$

$$K_0 = \frac{a_0}{b_1}, \tag{43}$$

$$A_\infty = H = \frac{a_n}{b_n}. \tag{44}$$

Układ zrealizowany według powyższej metody będzie miał postać przedstawioną na rysunku 7.



Rys. 7. Pierwszy układ kanoniczny Fostera

Wartości elementów układu można wyznaczyć ze wzorów:

$$C_k = \frac{1}{K_k}, \tag{45}$$

$$R_k = \frac{1}{\alpha_k R_k}, \tag{46}$$

$$R_\infty = A_\infty. \tag{47}$$

Można również rozłożyć na ułamki proste funkcję Y/p:

$$\frac{Y(p)}{p} = \frac{K_1}{p-\alpha_1} + \frac{K_3}{p-\alpha_3} + \cdots + \frac{K_q}{p-\alpha_q} + A_\infty. \tag{48}$$

Po pomnożeniu obu stron przez p otrzymujemy:

$$Y(p) = \frac{K_1 p}{p-\alpha_1} + \frac{K_3 p}{p-\alpha_3} + \cdots + \frac{K_q p}{p-\alpha_q} + A_\infty p, \tag{49}$$

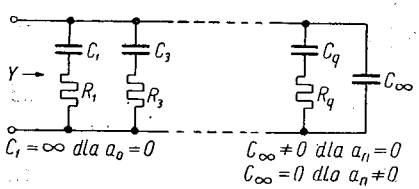
gdzie:

$$K_k = \left[\frac{Y(p)(p-\alpha_k)}{p}\right]_{p=\alpha_k}, \tag{50}$$

$$A_\infty = \frac{b_n}{a_{n-1}} \quad \text{dla} \quad a_n = 0, \tag{51}$$

$$A_\infty = 0 \quad \text{dla} \quad a_n \neq 0. \tag{52}$$

W ten sposób zrealizowany układ ma postać jak na rysunku 8. Wartości elementów układu obliczamy ze wzorów:



Rys. 8. Drugi układ kanoniczny Fostera

$$R_k = \frac{1}{K_k}, \tag{53}$$

$$C_k = -\frac{1}{\alpha_k R_k}, \tag{54}$$

$$C_\infty = A_\infty. \tag{55}$$

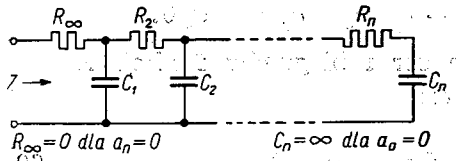
4.2. Metody Cauera

Podobnie jak w przypadku dwójników reaktywnych skoncentrujemy najpierw uwagę na zachowaniu się funkcji w nieskończoności. Jeśli funkcja Z dąży do stałej wartości, to wydzielamy tę stałą wartość i realizujemy ją fizycznie jako rezystancję wzdłużną R_∞ (rys. 9). Funkcja pozostała będzie miała zero w nieskończoności, wobec tego można wydzielić biegun z jej odwrotności, który zrealizujemy jako pojemność poprzeczną C_1, itd. Można więc ostatecznie napisać:

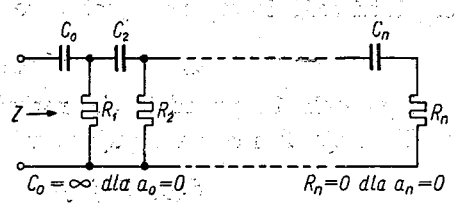
$$Z(p) = R_\infty + \frac{1}{pC_1} + \frac{1}{\left|R_2\right.} + \frac{1}{\left|pC_2\right.} + \cdots + \frac{1}{\left|R_n\right.} + \frac{1}{pC_n}. \tag{56}$$

Jeśli przeprowadzimy analogiczną operację dla $p = 0$, wówczas otrzymamy poniższy ułamek łańcuchowy:

$$Z(p) = \frac{1}{pC_0} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R_1} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{pC_2} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R_2} + \cdots + \cfrac{1}{\cfrac{1}{pC_n} + R_n}}}}. \tag{57}$$



Rys. 9. Pierwszy układ kanoniczny Cauera



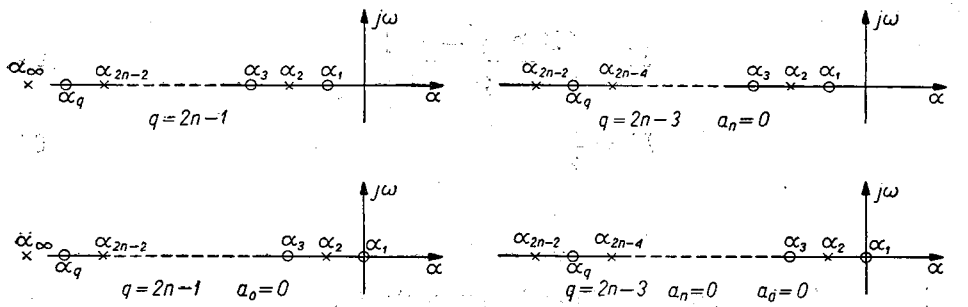
Rys. 10. Drugi układ kanoniczny Cauera

Zrealizowany układ przedstawia rysunek 10.

5. Synteza dwójników *RL*

Impedancja Z dwójników RL — podobnie jak dwójników RC — wyraża się jako iloraz dwóch wielomianów zawierających wszystkie potęgi p:

$$Z(p) = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0}{b_{n-1} p^{n-1} + b_{n-2} p^{n-2} + \cdots + b_1 p + b_0}. \tag{58}$$



Rys. 11. Rozkład zer i biegunów funkcji Z dwójników RL

Funkcja Z może być oczywiście również przedstawiona w postaci następującej:

$$Z(p) = \frac{(p-\alpha_1)(p-\alpha_3)\cdots(p-\alpha_q)}{(p-\alpha_2)(p-\alpha_4)\cdots(p-\alpha_{2n-2})}, \tag{59}$$

gdzie:

$$q = 2n - 3, \quad \text{jeśli} \quad a_n = 0,$$

$$q = 2n - 1, \quad \text{jeśli} \quad a_n \neq 0.$$

Częstotliwości krytyczne, a więc pojedyncze zera i bieguny, występują na przemian na ujemnej osi rzeczywistej, przy czym najmniejsza częstotliwość krytyczna jest zerem:

$$-\infty\,(= a_\infty < a_{2n-1}) < a_{2n-2} < \cdots < a_3 < a_2 < a_1 \leqslant 0.$$

Rysunek 11 przedstawia rozłożenie zer i biegunów funkcji Z.

Funkcja Z ma następujące własności:

$$\frac{d\,[\mathcal{R}e\,Z(j\omega)]}{d\,\omega} > 0 \qquad \text{dla} \qquad \omega > 0, \tag{60}$$

$$\frac{d\,[\mathcal{R}e\,Y(j\omega)]}{d\,\omega} < 0 \qquad \text{dla} \qquad \omega < 0. \tag{61}$$

5.1. Metody Fostera

Funkcję Z/p przedstawiamy w postaci rozłożonej na ułamki proste:

$$\frac{Z(p)}{p} = \frac{K_0}{p} + \frac{K_2}{p - a_2} + \frac{K_4}{p - a_4} + \cdots + \frac{K_{2n-2}}{p - a_{2n-2}} + A_\infty. \tag{62}$$

Mnożąc obie strony przez p otrzymamy:

$$Z(p) = K_0 + \frac{K_2 p}{p - a_2} + \frac{K_4 p}{p - a_4} + \cdots + \frac{K_{2n-2}\,p}{p - a_{2n-2}} + A_\infty p, \tag{63}$$

gdzie:

$$K_k = \left[\frac{Z(p)\,(p - a_k)}{p}\right]_{p=a_k}, \tag{64}$$

$$K_0 = \frac{a_0}{b_0}, \tag{65}$$

$$A_\infty = \frac{a_n}{b_{n-1}}. \tag{66}$$

Realizację fizyczną przedstawia rysunek 12.

Wartości elementów obliczamy ze wzorów:

$$R_k = K_k, \tag{67}$$

$$L_k = -\frac{R_k}{a_k}, \tag{68}$$

$$L_\infty = A_\infty. \tag{69}$$

Jeśli za punkt wyjścia przyjmiemy funkcję Y w postaci rozłożonej na ułamki proste

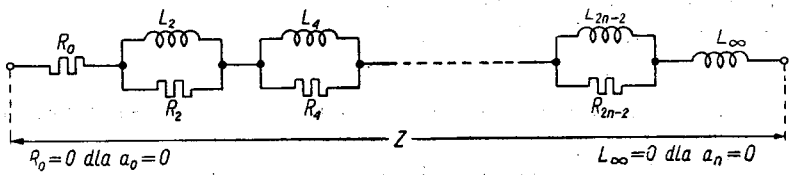
$$Y(p) = \frac{K_1}{p-a_1} + \frac{K_3}{p-a_3} + \cdots + \frac{K_q}{p-a_q} + A_\infty, \tag{70}$$

gdzie:

$$K_k = [Y(p)(p-a_k)]_{p=a_k}, \tag{71}$$

$$A_\infty = \frac{b_{n-1}}{a_{n-1}}, \qquad \text{jeśli} \qquad a_n = 0, \tag{72}$$

$$A_\infty = 0, \qquad \text{jeśli} \qquad a_n \neq 0, \tag{73}$$



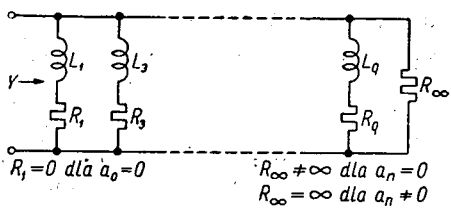
Rys. 12. Pierwszy układ kanoniczny Fostera

to otrzymamy układ zgodny z rysunkiem 13, o następujących wartościach elementów:

$$L_k = \frac{1}{K_k}, \tag{74}$$

$$R_k = -a_k L_k, \tag{75}$$

$$R_\infty = A_\infty. \tag{76}$$



Rys. 13. Drugi układ kanoniczny Fostera

5.2. Metody Cauera

Wydzielając na przemian biegun i wartość stałą dla $p = \infty$, otrzymamy ułamek łańcuchowy:

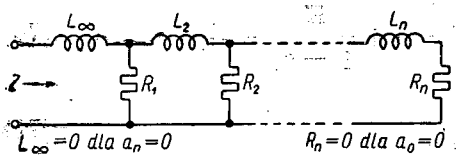
$$Z(p) = pL_\infty + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R_1}} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{pL_2}} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{R_2}}} + \cdots + \cfrac{1}{\cfrac{1}{pL_n + R_n}}. \tag{77}$$

Realizację fizyczną przedstawia rysunek 14.

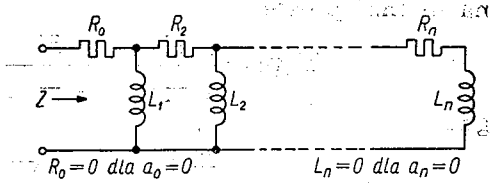
Przeprowadzając podobną operację dla $p = 0$ otrzymamy ułamek łańcuchowy:

$$Z(p) = R_0 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{pL_1}} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R_2}} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{1}{pL_2}}} + \cdots + \cfrac{1}{\cfrac{1}{R_n + pL_n}}. \tag{78}$$

Realizacja fizyczna ma postać drabinki przedstawionej na rysunku 15.



Rys. 14. Pierwszy układ kanoniczny Cauera



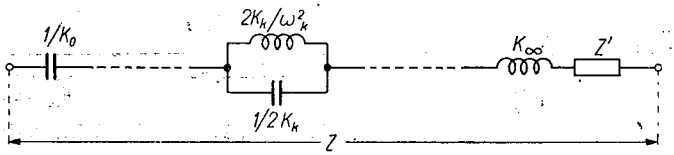
Rys. 15. Drugi układ kanoniczny Cauera

Powyższe cztery metody prowadzą do układów kanonicznych o minimalnej ilości elementów. W ten sposób realizowane układy są więc układami racjonalnymi.

6. SYNTEZA DWÓJNIKÓW *RLC* (DWÓJNIKÓW ZE STRATAMI)

6.1. Metoda Brune'a [3]

Ponieważ imitancja dwójnika *RLC* jest funkcją rzeczywistą dodatnią, jej zera i bieguny leżą w lewej półpłaszczyźnie włącznie z osią urojoną. Metoda Brune'a może być jednak dopiero wówczas zastosowana, jeżeli funkcja nie ma zer i biegunów na osi urojonej. Wobec tego w przypadku gdy funkcja zawiera takie punkty osobliwe, należy je najpierw



Rys. 16. Realizacja biegunów funkcji Z leżących na osi urojonej

wydzielić korzystając np. z metody Fostera, podobnie jak w przypadku dwójników reaktywnych. Na przykład możemy najpierw wydzielić bieguny funkcji Z leżące na osi urojonej:

$$Z(p) = \frac{K_0}{p} + \sum_k \frac{2K_k p}{p^2 + \omega_k^2} + K_\infty p + Z'(p), \tag{79}$$

a następnie jej zera leżące na osi urojonej, a więc bieguny funkcji $1/Z'$ leżące również na osi urojonej:

$$\frac{1}{Z'(p)} = \sum_k \frac{2K'_k p}{p^2 + \omega'^2_k} + A'_\infty p + \frac{1}{Z_1(p)}. \tag{80}$$

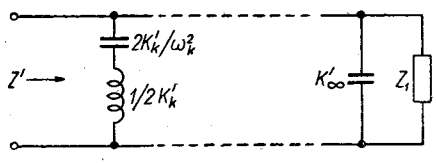
Procedurę usuwania biegunów i zer trzeba prowadzić na przemian tak długo, aż funkcja pozostała Z_1 nie będzie posiadała punktów oso-

bliwych na osi urojonej. W szczególnym przypadku pozostała funkcja może być po prostu wielkością stałą, którą realizujemy fizycznie jako rezystancję wzdłużną. W przypadku szczególnym pozostała funkcja może zawierać bieguny i zera na ujemnej osi rzeczywistej, a wówczas można przeprowadzić syntezę metodami opisanymi wyżej.

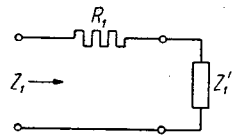
W przypadku ogólnym funkcja Z_1 nie zawierająca zer i biegunów na osi urojonej ma postać:

$$Z_1(p) = \frac{a_0 + a_1 p + \cdots + a_n p^n}{b_0 + b_1 p + \cdots + b_n p^n}, \tag{81}$$

przy czym żaden ze współczynników a_0, b_0, ... a_n, b_n nie jest równy zeru.



Rys. 17. Realizacja zer funkcji Z leżących na osi urojonej



Rys. 18. Realizacja minimalnej części rzeczywistej przy pomocy oporności R_1

Ponieważ część rzeczywista funkcji $\mathcal{R}e\, Z(j\omega)$ nie może być ujemna (gdyż Z jest *FRD*), więc osiąga minimalną wartość nieujemną:

$$[\mathcal{R}e\, Z(j\omega_1)]_{\min} = R_1 \geqslant 0. \tag{82}$$

przy pewnej częstotliwości $p = \pm j\omega_1$.

Możemy obecnie wydzielić z funkcji Z_1 minimalną część rzeczywistą:

$$Z_1(p) = R_1 + Z'_1(p) \tag{83}$$

i zrealizować ją fizycznie jako rezystancję wzdłużną R_1 (rys. 18). Funkcja pozostała Z_1 będzie na pewno *FRD* (wynika to z własności *FRD* określonej w rozdziale 2, w punkcie e) i jest urojona dla $p = \pm j\omega_1$:

$$Z'_1(j\omega_1) = jX. \tag{84}$$

Może teraz powstać jeden z trzech przypadków:

a) $\omega_1 = 0$. — Ponieważ funkcja Z_1, a więc także jej część urojona, nie zawiera biegunów na osi urojonej, wobec tego:

$$X = 0. \tag{85}$$

Funkcja Z'_1 ma więc zero w początku układu, czyli z odwrotności tej funkcji możemy wydzielić biegun:

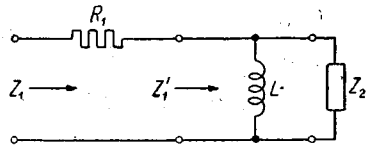
$$\frac{1}{Z_1(p)} = \frac{1}{pL} + \frac{1}{Z_2(p)}, \tag{86}$$

gdzie Z_2 jest funkcją prostszą od Z_1. Realizację fizyczną przedstawia rysunek 19.

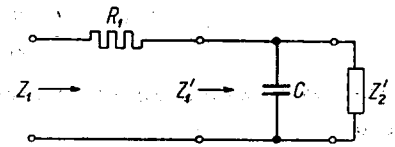
b) $\omega_1 = \infty$ · — Wtedy także $X = 0$, czyli $1/Z_1'$ ma biegun w nieskończoności; biegun ten możemy wydzielić:

$$\frac{1}{Z_1(p)} = pC + \frac{1}{Z_2'(p)}. \tag{87}$$

Realizację fizyczną przedstawia rysunek 20.



Rys. 19. Realizacja zera w początku układu przy pomocy cewki L

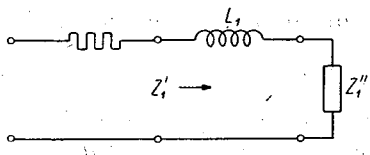


Rys. 20. Realizacja zera w nieskończoności przy pomocy kondensatora C

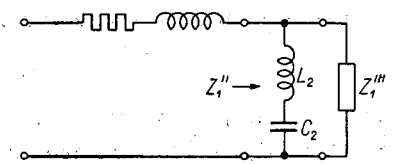
c) Przypadek ogólny: $\omega_1 = k$, gdzie k nie jest zerem i jest skończone. Jako pierwszy krok wydzielamy szeregową indukcyjność $L_1 = X/\omega_1$ (rys. 21):

$$Z_1'(p) = pL_1 + Z_1''(p). \tag{88}$$

Funkcja pozostała Z_1'' równa jest zeru dla $p = \pm j\omega_1$. Naturalnie, że ta pozostała funkcja jest tylko wtedy *FRD*, jeśli $L_1 < 0$, czyli gdy $X < 0$. Wykluczając więc na razie ewentualność $X > 0$, zrealizujemy parę biegunów sprzężonych funkcji odwrotnej przy pomocy obwodu rezonansowego szeregowego załączonego poprzecznie (rys. 22):



Rys. 21. Realizacja reaktancji X dla $p = j\omega_1$ przy pomocy cewki L_1



Rys. 22. Realizacja pary sprzężonych zer dla $p = \pm j\omega_1$ przy pomocy obwodu rezonansowego szeregowego L_2C_2

$$\frac{1}{Z_1''(p)} = \frac{\frac{1}{L_2}p}{p^2 + \omega_1^2} + \frac{1}{Z_1'''(p)}. \tag{89}$$

Jeśli weźmiemy pod uwagę, że Z_1' dąży do wartości skończonej, gdy p dąży do nieskończoności (gdyż Z_1' nie ma bieguna w nieskończoności), a więc gdy uwzględnimy wzory (88) i (89), to możemy napisać:

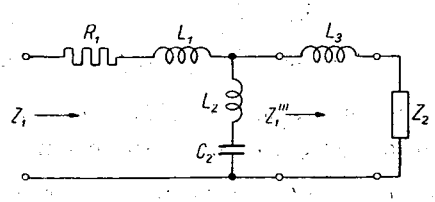
$$Z_1'''(p) \xrightarrow[p=\infty]{} \frac{-L_1L_2p}{L_1 + L_2} = pL_3. \tag{90}$$

Możemy więc jeszcze wydzielić indukcyjność szeregową L_3 (rys. 23):

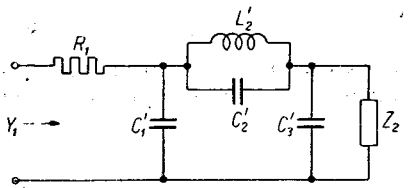
$$Z_1'''(p) = pL_3 + Z_2(p). \tag{91}$$

Pozostała funkcja Z_2 nie ma biegunów na osi urojonej (gdyż funkcja Z_1''' nie ma biegunów dla skończonych wartości ω), czyli ma tę samą postać, co funkcja Z_1, lecz jest mniej skomplikowana, ponieważ jest utworzona z wielomianów stopnia n—2.

Jeśli mamy do czynienia z przypadkiem $X>0$, który początkowo wykluczyliśmy z rozważań, to można przeprowadzić zupełnie analogiczną procedurę na bazie admitancji; procedura ta prowadzi do układu elektrycznego przedstawionego na rysunku 24, w którym pojemność C_1' jest ujemna.



Rys. 23. Pierwszy układ kanoniczny Brune'a



Rys. 24. Drugi układ kanoniczny Brune'a

Ponieważ realizacja fizyczna ujemnej indukcyjności jest możliwa przy pomocy indukcyjnego sprzężenia wzajemnego, natomiast realizacja fizyczna ujemnej pojemności — z punktu widzenia praktycznego — jest nie do przeprowadzenia, wobec tego należy dążyć do stosowania układu pierwszego; rzeczywiście można tak postąpić, gdyż Brune udowodnił, że obydwa układy są równoważne bez żadnych ograniczeń. Wobec tego zawsze można przeprowadzić syntezę opierając się na pierwszej postaci procedury Brune'a, pomimo faktu, że w przypadku $X > 0$ funkcja traci w trakcie syntezy własności *FRD*. Jeśli $X > 0$, to indukcyjność L_3 staje się ujemna.

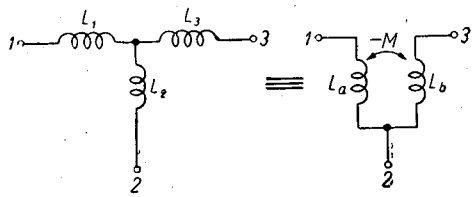
Układ otrzymany przez Brune'a jest układem kanonicznym zawierającym 5 elementów (jest ogólnie przyjęte podawanie ilości elementów z pominięciem rezystancji wzdłużnej R_1). Jest to układ o minimalnej ilości elementów potrzebnych do fizycznego zrealizowania funkcji dwubiegunowej.

Zupełnie analogicznie postępujemy w dalszym ciągu z funkcją pozostałą i w ten sposób otrzymujemy realizację fizyczną w postaci łańcucha czwórników kanonicznych Brune'a, który zakończony jest pewną rezystancją.

Ujemna indukcyjność może być zrealizowana przy pomocy indukcyjnego sprzężenia wzajemnego, ujemnego lub dodatniego. Ponieważ trzy indukcyjności układu kanonicznego Brune'a — jak łatwo sprawdzić — spełniają związek:

$$L_1L_2 + L_2L_3 + L_1L_3 = 0\,, \tag{92}$$

więc powyższy warunek może być spełniony jedynie przez transformator o całkowitym sprzężeniu ($k = 1$). Można tu zastosować albo układ z ujemnym sprzężeniem wzajemnym ($L_{1-3} < L_a + L_b$) podany przez Brune'a (rys. 25), a wówczas powinny być spełnione poniższe zależności:



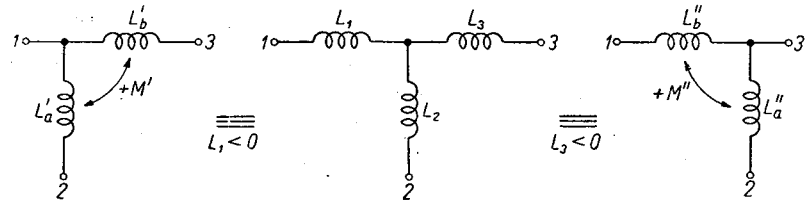
Rys. 25. Układ z ujemnym sprzężeniem wzajemnym dla realizacji ujemnej indukcyjności

$$L_a = L_1 + L_2\,, \tag{93}$$

$$L_b = L_2 + L_3\,, \tag{94}$$

$$-M = L_2 = \sqrt{L_aL_b}\,, \tag{95}$$

lub równie dobrze układ z dodatnim sprzężeniem wzajemnym ($L_{2-3} > L'_a + L'_b$ lub $L_{1-2} > L''_a + L''_b$), a wtedy muszą być spełnione następujące związki (rys. 26):



Rys. 26. Układy z dodatnim sprzężeniem wzajemnym dla realizacji ujemnej indukcyjności

$$\left.\begin{aligned} L'_a &= L_1 + L_2 \\ L'_b &= L_1 + L_3 \\ M' &= -L_1 = \sqrt{L'_aL'_b} \end{aligned}\right\} \text{ jeśli } \quad L_1 < 0\,, \tag{96}$$

(97)

(98)

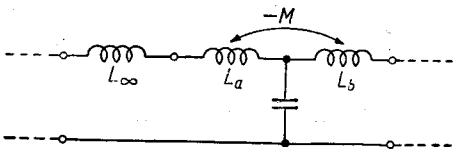
$$\left.\begin{aligned} L''_a &= L_2 + L_3 \\ L''_b &= L_1 + L_3 \\ M'' &= -L_3 = \sqrt{L''_aL''_b} \end{aligned}\right\} \text{ jeśli } \quad L_3 < 0\,. \tag{99}$$

(100)

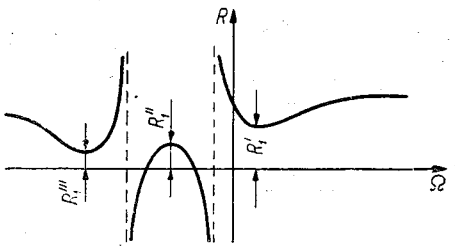
(101)

Układ otrzymany przy pomocy procedury Brune'a ma strukturę drabinkową, którego poważną wadą jest występowanie w ogólnym

przypadku transformatorów o współczynniku sprzężenia $k = 1$. W przypadkach szczególnych, gdy funkcja Z ma biegun w nieskończoności, biegun ten realizujemy jako wzdłużną indukcyjność L_∞ (rys. 27), która jest wtedy połączona szeregowo z indukcyjnością L_a. Jeśli indukcyjności L_a i L_∞ zrealizujemy jako jedną indukcyjność L'_a, sprzężoną z indukcyjnością L_b, to wtedy naturalnie $L'_a L_b > M^2$, czyli współczynnik sprzężenia $k<1$ i realizacja fizyczna nie napotyka trudności. To słabe sprzężenie rozciągnie się wówczas na cały układ. Podobnie czasem w drugim układzie kanonicznym Brune'a równolegle z ujemną pojemnością C'_1 musimy połączyć większą pojemność dodatnią realizującą zero w nieskończoności: wtedy wypadkowa pojemność jest dodatnia i realizacja fizyczna nie napotyka trudności.



Rys. 27. Układ, w którym cewka L_∞ realizuje biegun funkcji w nieskończoności



Rys. 28. Przykład przebiegu części rzeczywistej funkcji Z w funkcji $\Omega = \omega^2$

Warto jeszcze zwrócić uwagę na fakt, że można w inny sposób wybrać rezystancję R_1. Jeśli na przykład $\mathcal{R}e\, Z(j\omega) = R(\omega^2) = R(\Omega)$ przebiega zgodnie z rysunkiem 28 ($-\Omega$ odpowiada urojonym wartościom ω, czyli rzeczywistym wartościom p), to według Brune'a za R_1 można przyjąć nie tylko R'_1, ale równie dobrze R''_1 lub R'''_1. Naturalnie wartości elementów otrzymanego układu będą wówczas inne; jest to jedna z metod otrzymywania układów równoważnych.

Metoda Brune'a znalazła ściślejsze ujęcie matematyczne w pracy Doleżala [8].

6.2. Metoda Darlingtona

Darlington w swojej pracy [6] między innymi wykazał, że każda *FRD* może być fizycznie zrealizowana jako impedancja wejściowa reaktywnego czwórnika obciążonego rezystancją bądź też jako impedancja wejściowa łańcucha reaktywnych czwórników obciążonych rezystancją.

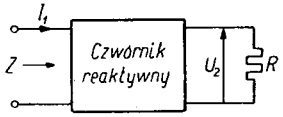
Impedancja wejściowa czwórnika obciążonego rezystancją R (rys. 29) wyraża się zależnością [10]:

$$Z = \frac{A}{M_{11}}, \tag{102}$$

gdzie A jest wyznacznikiem macierzy impedancyjnej czwórnika wraz z obciążeniem, czyli:

$$A = \begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} + R \end{vmatrix} = (z_{11}z_{22} - z_{12}^2)_{z_{12}=z_{21}} + z_{11}R = |z| + z_{11}R. \qquad (103)$$

W powyższym wyrażeniu $|z|$ jest wyznacznikiem macierzy impedancyjnej samego czwórnika, a z_{11}, z_{22}, z_{12} to elementy macierzy odpowiadające odpowiednio impedancjom biegu luzem: wejściowej, wyjściowej i wzajemnej czwórnika.



Rys. 29. Realizacja funkcji Z przy pomocy czwórnika reaktywnego obciążonego opornością R

M_{11} jest minorem tejże samej macierzy, czyli wyznacznikiem, w którym pominięto pierwszy rząd i pierwszą kolumnę, wobec tego można napisać:

$$M_{11} = z_{22} + R. \qquad (104)$$

Impedancja wejściowa będzie więc określona przez poniższy wzór:

$$Z = \frac{(z_{11}z_{22} - z_{12}^2) + z_{11}R}{z_{22} + R}. \qquad (105)$$

Jeśli weźmiemy pod uwagę związki zachodzące między elementami macierzy impedancyjnej i admitancyjnej:

$$y_{11} = \frac{z_{22}}{|z|}, \quad y_{22} = \frac{z_{11}}{|z|}, \quad y_{12} = \frac{z_{12}}{|z|}, \qquad (106)$$

gdzie y_{11}, y_{22}, y_{12} — impedancje zwarciowe: wejściowa, wyjściowa i wzajemna, to impedancja wejściowa czwórnika obciążonego rezystancją R wyrazi się wzorem:

$$Z = z_{11}\frac{\frac{1}{y_{22}} + R}{z_{22} + R}. \qquad (107)$$

Zgodnie z równaniem (2) możemy napisać:

$$Z(p) = \frac{P(p)}{Q(p)} \qquad (108)$$

i ponieważ wiemy, że iloraz części parzystej i nieparzystej (lub odwrotnie) wielomianów P i Q przedstawia fizycznie realizowalny dwójnik re-

aktywny, wobec tego należy przeprowadzić następujące przekształcenie:

$$Z(p) = \frac{P_p}{Q_n} \cdot \frac{\frac{P_n}{Q_p} + 1}{\frac{Q_p}{P_n} + 1}, \tag{109}$$

względnie:

$$Z(p) = \frac{P_n}{Q_p} \cdot \frac{\frac{P_p}{P_n} + 1}{\frac{Q_n}{Q_p} + 1}. \tag{110}$$

Jeśli przyjmiemy normalizację $R = 1\ \Omega$, to porównując wzory (107) i (109) otrzymamy (przypadek I):

$$z_{11} = \frac{P_p}{Q_n}, \qquad z_{22} = \frac{Q_p}{Q_n}, \qquad y_{22} = \frac{P_p}{P_n}, \tag{111}$$

względnie porównując wzory (107) i (110) otrzymamy (przypadek II):

$$z_{11} = \frac{P_n}{Q_p}, \qquad z_{22} = \frac{Q_n}{Q_p}, \qquad y_{22} = \frac{P_n}{P_p}. \tag{112}$$

Należy jeszcze wyznaczyć element z_{12} korzystając z zależności (106), (111) i (112):

$$z_{12} = \frac{\sqrt{P_p Q_p - P_n Q_n}}{Q_n} = \frac{\sqrt{A(-p^2)}}{Q_n} \quad \text{(przypadek I)} \tag{113}$$

lub

$$z_{12} = \frac{\sqrt{P_n Q_n - P_p Q_p}}{Q_p} = \frac{\sqrt{-A(-p^2)}}{Q_p} \quad \text{(przypadek II)}, \tag{114}$$

Wiadomo, że z_{12} nie musi być *FRD*, a jedynie funkcją wymierną, wobec tego wielomian $\pm A(-p^2)$ powinien być pełnym kwadratem, czyli jego zera powinny mieć parzystą wielokrotność. Z własności *FRD* (rozdział 2, punkt c) wynika, że zera funkcji A położone na osi urojonej będą wielokrotności parzystej, natomiast inne — niekoniecznie. Aby więc zapewnić ten warunek, należy licznik i mianownik funkcji Z pomnożyć przez odpowiednio dobrany wielomian Hurwitza:

$$S = S_p + S_n, \tag{115}$$

co prowadzi do nowej funkcji:

$$\pm A(-p^2) = \pm (P_p Q_p - P_n Q_n)(S_p^2 - S_n^2). \tag{116}$$

Jeśli tak dobierzemy wyrażenie $(S_p^2 - S_n^2)$, aby było ono równe tym czynnikom pierwotnej funkcji $A(-p^2)$, które posiadają nieparzystą wielokrotność, to wtedy nowa funkcja $A(-p^2)$ będzie pełnym kwadratem. Przypadek I odpowiada naturalnej funkcji A parzystej względem p, natomiast przypadek II funkcji nieparzystej.

Mając zestaw trzech impedancji biegu luzem czwórnika można zaprojektować sam czwórnik korzystając z jednej z metod, np. metody Cauera [5], Darlingtona [6] lub Guillemina [11]. Ponieważ metody te są typowe dla syntezy czwórników, wobec tego nie będą rozpatrywane w niniejszej pracy. Można jedynie wspomnieć, że metoda Cauera prowadzi do jednego z dwóch czwórników kanonicznych zawierających transformatory o sprzężeniu $k = 1$, natomiast metody Darlingtona i Guillemina do łatwiejszego w realizacji fizycznej łańcucha czwórników, względnie układu drabinkowego nie zawierającego takich transformatorów.

6.3. Metoda Botta i Duffine'a [2]

W metodzie syntezy podanej przez Botta i Duffine'a wykorzystana jest podana przez Richardsa [20], [21] pewna własność *FRD*. Jeśli mianowicie funkcja Z_1' (funkcja, z której wydzielono minimalną część rzeczywistą) jest *FRD* oraz jeśli k jest liczbą rzeczywistą dodatnią, to wówczas funkcja:

$$Z_1''(p) = \frac{kZ_1'(p) - pZ_1'(k)}{kZ_1'(k) - pZ_1'(p)} \tag{117}$$

jest także *FRD* i nie jest bardziej skomplikowana od funkcji Z_1'. Dobierzemy współczynnik k w taki sposób, aby spełniona była zależność (zakładamy, że $X>0$; jeśli $X<0$, to można przeprowadzić identyczną procedurę na bazie admitancji):

$$\frac{k}{j\omega_1} = \frac{Z_1'(k)}{Z_1'(j\omega_1)} = \frac{Z_1'(k)}{jX}, \tag{118}$$

(gdyż $\mathcal{R}e\ Z_1'(j\omega_1) = 0$). Wówczas funkcja Z_1'' będzie miała sprzężone zera dla $p = \pm j\omega_1$:

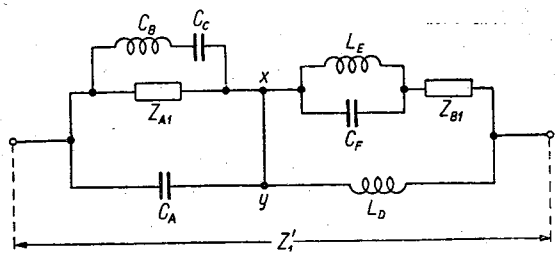
$$Z_1''(j\omega_1) = \frac{\omega_1 kZ_1'(j\omega_1) - j\omega_1 kX}{k^2X - j\omega_1^2 Z_1'(j\omega_1)} = 0. \tag{119}$$

Wyznaczymy obecnie Z_1' z wyrażenia (117):

$$Z_1'(p) = \frac{Z_1'(k)}{\dfrac{1}{Z_1''(p)} + \dfrac{p}{k}} + \frac{Z_1'(k)}{Z_1''(p) + \dfrac{k}{p}} =$$

$$= \frac{1}{\dfrac{1}{Z_A(p)} + pC_A} + \frac{1}{\dfrac{1}{Z_B(p)} + \dfrac{1}{pL_D}}. \tag{120}$$

Funkcja Z_1' może być łatwo zrealizowana fizycznie w postaci dwóch dwójników połączonych szeregowo. Pierwszy dwójnik będzie składał się z impedancji Z_A połączonej równolegle z pojemnością C_A, a drugi z impedancji Z_B połączonej równolegle z indukcyjnością L_D. Z funkcji $1/Z_A$ można wydzielić biegun dla $p = \pm j\omega_1$, oznaczając pozostałą funkcję przez Z_{A1}; podobnie z funkcji Z_B wydzielamy biegun dla $p = \pm j\omega_1$ i pozostaje nam funkcja Z_{B1}. Jeśli funkcja wyjściowa jest funkcją dwubiegunową, wówczas Z_{A1} i Z_{B1} mają wartości stałe realizowalne jako rezystancje. Realizacja fizyczna przedstawiona jest na rysunku 30.



Rys.30. Układ Botta i Duffine'a

Zaletą otrzymanego układu jest brak sprzężenia wzajemnego, wadą — duża ilość elementów, a mianowicie 8 w porównaniu z 5 elementami układu kanonicznego Brune'a.

W ogólnym przypadku z funkcji Z_{A1} i Z_{B1} należy wydzielić minimalne części rzeczywiste, a dalej należy postępować w sposób zupełnie analogiczny. Otrzymany układ będzie więc miał konfigurację rozgałęzionego drzewa.

Również tę samą własność *FRD* podaną przez Richardsa wykorzystuje w swojej metodzie syntezy Pantell [15].

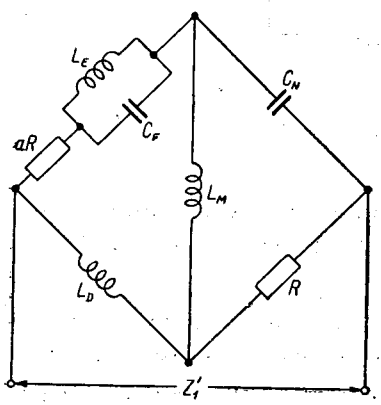
6.4. Metoda Reza'y

Reza otrzymał układ o takiej samej konfiguracji jak układ Botta i Duffine'a drogą pewnego rozumowania fizycznego [16], [17], [18], a następnie wyznaczył wartości elementów swojego układu w zależności od elementów układu kanonicznego Brune'a. Idąc tą drogą postępujemy w ten sposób, że najpierw przeprowadzamy syntezę przy pomocy pro-

cedury Brune'a, a następnie korzystając z poniższych wzorów wyznaczamy elementy układu:

$$\left.\begin{aligned} C_A &= \frac{1}{L_1 k^2}, & \frac{1}{Z_{A1}} &= \frac{1}{kL_1 Z_2} - \frac{(k^2 L_2 C + 1)p}{k^2 L_2 (pL_2 p^2 + 1)}, \\ L_D &= L_1, & Z_{B1} &= \frac{L_1 k}{Z_2} - \frac{L_1^2 (k^2 L_2 C + 1)p}{L_2 (CL_2 p^2 + 1)p}, \\ L_B &= \frac{k^2 L_2^2 C}{k^2 L_2 C + 1}, & k &= \frac{j\omega_1 Z_1'(k)}{jX}. \\ C_E &= \frac{L_1^2 (k^2 L_2 C + 1)}{L_2}, & & \\ C_C &= \frac{k^2 L_2 C + 1}{k^2 L_2}, & & \\ C_F &= \frac{L_2^2 C}{L_1^2 (k^2 L_2 C + 1)}, & & \end{aligned}\right\} \quad (121)$$

Można zauważyć, że układ na rysunku 30 przedstawia mostek w równowadze, w którym wobec tego można zewrzeć zaciski x—y. To nasunęło myśl Reza'ie [19], że można także rozważyć mostek niezrównoważony o postaci zgodnej z rysunkiem 31. Elementy układu można obliczyć z następujących wzorów (przy założeniu, że $Z_2 = R$, czyli dla funkcji dwubiegunowej):



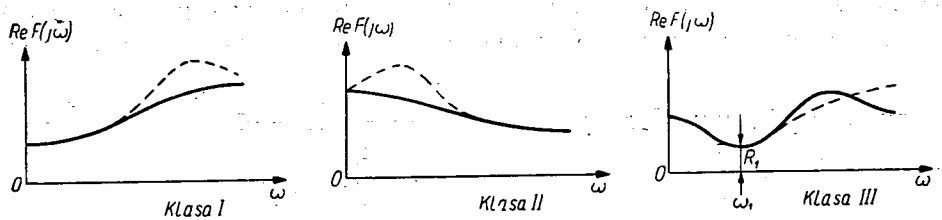
Rys. 31. Układ Reza'y w postaci niezrównoważonego mostka

$$\left.\begin{aligned} C_D &= L_1, & a &= \frac{L_1 + L_2}{L_2 + L_3}, \\ L_M &= \frac{L_3 L_2 C_2 k^2}{L_3 C k^2 - 1}, & C_N &= C - \frac{1}{k^2 L_3}, \\ L_E &= \frac{L_1^2 (1 + CL_2 k^2)^2}{L_2 (1 - CL_3 k^2)}, & C_F &= \frac{L_2^2 C (1 - CL_3 k^2)}{L_1^2 (1 + CL_2 k^2)^2}. \end{aligned}\right\} \quad (122)$$

Drugi układ Reza'y jest nieco prostszy od pierwszego, gdyż zawiera jedynie siedem elementów. Powyższą metodę można uogólnić na dowolny przypadek ($Z_2 \neq R$).

6.5. Metoda Matthaei'a [14]

Metthaei dzieli wszelkie funkcje imitancji na trzy klasy, biorąc za podstawę przynależności każdej z tych funkcji do odpowiedniej klasy zachowanie się części rzeczywistej imitancji na osi urojonej (rys. 32).



Rys. 32. Przykłady przebiegów części rzeczywistych funkcji należących do trzech różnych klas

A więc:

I klasa obejmuje imitancje, których część rzeczywista $[\mathcal{R}e\ F(j\omega)]$ osiąga minimum dla $\omega = 0$,

II klasa obejmuje imitancje, których część rzeczywista $[\mathcal{R}_e\ F(j\omega)]$ osiąga minimum dla $\omega = \infty$,

III klasa obejmuje imitancje, których część rzeczywista $[\mathcal{R}e\ F(j\omega)]$ osiąga minimum dla $\omega = \pm\,\omega_1$.

Wiadomo, że metoda Cauera polega na rozwinięciu funkcji impedancji na ułamek łańcuchowy:

$$Z = Z_1 + \frac{1}{Y_2} + \frac{1}{|\,Z_3} + \frac{1}{|\,Y_4} + \cdots \text{ itd.} \tag{123}$$

którego realizację fizyczną stanowi układ drabinkowy zamieszczony na rysunku 33, lub też na rozwinięciu funkcji admitancji:

$$Y = Y_1 + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{|\,Y_3} + \frac{1}{|\,Z_4} + \cdots \text{ itd,} \tag{124}$$

któremu odpowiada układ elektryczny na rysunku 34.

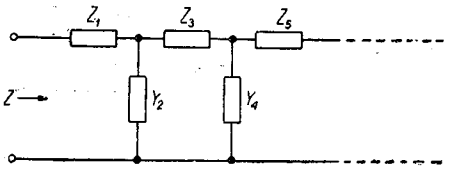
Metoda Cauera w postaci podanej przez niego może być stosowana jedynie do syntezy dwójników o dwóch rodzajach elementów. Matthaei uogólnia tę metodę na niektóre dwójniki *RLC*, a mianowicie na takie dwójniki, dla których człony ułamków łańcuchowych są realizowalne.

Warunki konieczne realizowalności członów ułamka łańcuchowego są następujące. Funkcja wyjściowa F lub funkcja odwrotna $1/F$ musi być funkcją I lub II klasy, a prócz tego każda z funkcji pozostałych lub

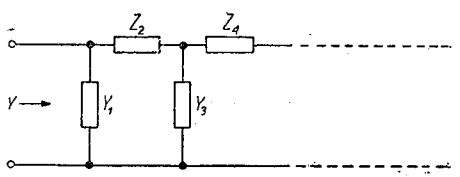
odwrotności funkcji pozostałych, otrzymana w trakcie rozwijania na ułamek łańcuchowy, musi być funkcją I lub II klasy.

Niech:
$$F(p) = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0}{b_k p^k + b_{k-1} p^{k-1} + \cdots + b_1 p + b_0} \tag{125}$$

będzie założoną funkcją imitancji dowolnie złożoną. Przy pomocy sześciu poniższych operacji można rozwinąć funkcję F na ułamek łańcuchowy.



Rys. 33. Realizacja fizyczna funkcji Z rozłożonej na ułamek łańcuchowy



Rys. 34. Realizacja fizyczna funkcji Y rozłożonej na ułamek łańcuchowy

1. Jeśli F ma biegun w początku układu ($b_0 = 0$), to możemy wydzielić ten biegun:
$$F(p) = \frac{a_0}{b_1 p} + F_1(p). \tag{126}$$

2. Jeśli F ma zero w początku układu ($a_0 = 0$), to funkcja odwrotna $1/F$ ma biegun w początku układu, który wydzielamy stosując operację pierwszą:
$$F(p) = \frac{1}{\frac{b_0}{a_1 p} + F_2(p)}. \tag{127}$$

3. Jeśli $a_0 \neq 0$ i $b_0 \neq 0$ oraz F należy do klasy I, wówczas można wydzielić minimalną część rzeczywistą $[\mathcal{R}e\, F(j\omega)]_{\min} = \mathcal{R}e\, F(j0) = F(0)$:
$$F(p) = \frac{a_0}{b_0} + F_3(p). \tag{128}$$

4. Jeśli F ma biegun w nieskończoności ($n = k + 1$), to można wydzielić ten biegun:
$$F(p) = \frac{a_n p}{b_k} + F_4(p). \tag{129}$$

5. Jeśli F ma zero w nieskończoności ($n = k-1$), to funkcja odwrotna $1/F$ ma biegun w nieskończoności, który możemy wydzielić stosując operację czwartą:
$$F(p) = \frac{1}{\frac{b_k p}{a_n} + F_5(p)}. \tag{130}$$

6. Jeśli $n = k$ oraz jeśli F należy do klasy II, wówczas możemy wydzielić minimalną część rzeczywistą $[\mathcal{R}e\, F(j\omega)]_{\min} = \mathcal{R}e\, F(j\infty) = F(\infty)$:

$$F(p) = \frac{a_n}{b_k} + F_6(p). \tag{131}$$

Stosując powyższe operacje w odpowiedniej kolejności możemy przeprowadzić rozwinięcie funkcji na ułamek łańcuchowy i następnie porównując go ze wzorami (123) lub (124) identyfikujemy poszczególne człony ułamka jako impedancje albo admitancje wzdłużne lub poprzeczne układu drabinkowego.

Jeśli jedna z funkcji oraz jej odwrotność stają się funkcjami III klasy, wówczas należy zastosować inną procedurę. Podana przez Matthaei'a procedura ogranicza się wówczas do imitancji dwubiegunowych w postaci:

$$F(p) = \frac{a_2p^2 + a_1p + a_0}{p^2 + b_1p + b_0}. \tag{132}$$

Jeśli jest spełniony warunek:

$$\frac{a_2b_0}{b_1} \leqslant t \leqslant a_1 - \frac{a_0}{b_1}, \tag{133}$$

to funkcję F można rozbić na dwa człony, z których jeden należy do klasy I, drugi zaś do klasy II:

$$F(p) = \frac{a_2p^2 + tp}{p^2 + b_1p + b_0} + \frac{(a_1 - t)p + a_0}{p^2 + b_1p + b_0}. \tag{134}$$

Dalszą syntezę członów przeprowadzamy przy pomocy uogólnionej metody Cauera.

Gdy nie może być spełniony warunek (133), wówczas należy przede wszystkim wydzielić minimalną część rzeczywistą R_1:

$$F(p) = R_1 + F'(p), \tag{135}$$

gdzie F' jest funkcją, której część rzeczywista $\mathcal{R}e\ F'(p) = 0$ dla $p = \pm j\omega_1$. Funkcję F' można rozbić na dwa człony

$$F'(p) = \frac{Ip^2 + I\omega_1^2}{p^3 + (b_1 + K)p^2 + (b_0 + Kb_1)p + b_0K} + \\ + \frac{a_2p^3 + (a_1 + a_2K - I)p^2 + (a_0 + a_1K)p}{p^3 + (b_1 + K)p^2 + (b_0 + Kb_1)p + b_0K}, \tag{136}$$

gdzie:

$$K = \frac{b_1 \omega_1^2}{b_0 - \omega_1^2}. \tag{137}$$

$$I = \frac{a_0 K}{\omega_1^2}, \tag{138}$$

Każdy z ułamków może być następnie rozwinięty na ułamek łańcuchowy, którego człony są realizowalne fizycznie. Otrzymany tą metodą układ nie różni się od układu Botta i Duffine'a, jednak sama metoda Matthaei'a jest nieco łatwiejsza z punktu widzenia matematycznego (w metodzie Botta i Duffine'a w przypadku funkcji dwubiegunowej dla wyznaczenia wielkości k trzeba rozwiązać równanie trzeciego stopnia).

Autor wyraża podziękowanie prof. drowi A. Smolińskiemu, inicjatorowi pracy, za stałe zainteresowanie jej przebiegiem oraz mgrowi St. Bellertowi za przejrzenie całego materiału i za cenne uwagi.

Katedra Podstaw Telekomunikacji
Politechniki Warszawskiej

WYKAZ LITERATURY

1. Bode H. W.: Network Analysis and Feedback Amplifier Design. New York 1945.
2. Bott R. and Duffin R. J.: Impedance Synthesis without Use of Transformers. — Journal of Applied Physics, 20, 8, 1949, s. 816.
3. Brune O.: Synthesis of a Finite Two-Terminal Network whose Driving-Point Impedance is a Prescribed Function of Frequency. — Journal of Mathematics and Physics, 10, 1931, s. 191.
4. Cauer W.: Die Verwirklichung vor Wechselstromwiderständen vorgeschriebenen Frequenzabhängigkeit. — Archiv für Elektrotechnik, 17, 1926, s. 355.
5. Cauer W.: Ein Reaktanztheorem. Preuss. Akad. d. Wissenschaft, Phys. Math. Kl., 30—32, 1931, Sitzber., s. 673.
6. Darlington S.: Synthesis of Reactance 4-Poles which Produce Prescribed Insertion Loss Characteristics. — Journal of Mathematics and Physics, 18, 1939, s. 257.
7. Darlington S.: Network Synthesis Using Tchebysheff Polynomial Series. — Bell Telephone System, Technical Publications, Monograph 2003.
8. Doleżal V.: Vlastnosti impedance a synthesa passivniho dvojpólu. — Slaboproudý Obzor, 19, 2, 1955, s. 91.
9. Foster R. M.: A Reactance Theorem. — Bell System Technical Journal, 3, 1924, s. 259.
10. Guillemin E. A.: Communication Networks. V. I., 1931, New York.
11. Guillemin E. A.: A Summary of Modern Methods of Network Synthesis. P.I.R.E. 42, 7, 1954, s. 861.
12. Guillemin E. A.: The Mathematics of Circuit Analysis. London 1951.

13. Litvin-Sedyj: Korektirujuszczije ciepi w awtomatikie. — Izdat. Inostrannoj Lit. Moskwa 1954.
14. Matthaei G. L.: Some Techniques for Network Synthesis. — P.I.R.E. 42, 7, 1954, s. 1126.
15. Pantell R. H.: A New Method of Driving-Point Impedance Synthesis. — P.I.R.E. 42, 5, 1954, s. 861.
16. Reza F. M.: Introductory Study of the Structure of Passive Networks. — Quarterly Progress Report, Research Laboratory of Electronics. — M.I.T. January 15, 1953.
17. Reza F. M.: Synthesis of One Terminal-Pair Passive Network without Ideal Transformers. — P.I.R.E. 25, 1, 1954, s. 349.
18. Reza F. M.: RLC Canonic Forms. — Journal of Applied Physics, 25, 3, 1954, s. 297.
19. Reza F. M.: A Bridge Equivalent for a Brune Cycle Terminated in a Resistor. — P.I.R.E. 42, 8, 1954, s. 1321.
20. Richards P. I.: A Special Class of Function with Positive Real Parts in a Right Half Plane. — Duke Journal of Math. 14, 1947, s. 777.
21. Richards P. I.: Resistor-Transmition — Line Circuits. — P.I.R.E. 36, 1948, s. 217.
22. Talbot A.: A new Method of Synthesis of Reactance Networks. P.I.R.E. Monograph No 77, October 1953.
23. Tuero M.: Praktické methody synthesy linearnich pasivnich dvojpólu. — Slaboproudý Obzor, 9, 1955, s. 478, oraz 10, 1955, s. 530.

Г. ГЕЛЬШТЫНЬСКИ

МЕТОДЫ ЧАСТОТНОГО СИНТЕЗА ПАССИВНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ

Резюме

Рассмотрены в хронологическом порядке их возникновения методы частотного синтеза пассивных линейных двухполюсников построенных из сосредоточенных элементов. Синтез производится на основании заданной функции „имитанции" выполняющей условия физического осуществления, т. е. на основании заданной действительной, положительной и соизмеримой функции.

J. HELSZTYŃSKI

METHODS FOR FREQUENCY SYNTHESIS OF PASSIVE LINEAR TWO-TERMINAL NETWORKS

Summary

More important methods for the frequency synthesis of passive linear two-terminal networks constructed from lumped elements are discussed in this paper. The synthesis is carried out on the basis of a given function of immittance (impedance or admittance) satisfying conditions of physical realizability, that is on the basis of a given rational real positive function.

621.317.441

MACIEJ NAŁĘCZ

Niektóre metody wytwarzania jednorodnych małych pól magnetycznych

Rękopis dostarczono 30.12.1956

W artykule zostały omówione niektóre z typowych metod wytwarzania jednorodnych pól magnetycznych oraz doświadczenia Zakładu Elektrotechniki PAN przy konstrukcji cewek Helmholtza.

1. WSTĘP

Jednorodne małe pole magnetyczne wytwarzamy zazwyczaj:

a) w celu kompensacji pola ziemskiego, po przeprowadzeniu której dokonuje się pomiaru pól magnetycznych,

b) w celu kompensacji pola stałego, mającego niekorzystny wpływ na wskazania przyrządów,

c) do skalowania przyrządów pomiarowych do pomiaru natężenia stałego pola magnetycznego,

d) do badania zachowania się elektrycznych przyrządów pomiarowych znajdujących się pod wpływem obcych pól magnetycznych.

Z tego względu elektryczne metody wytwarzania małych pól magnetycznych stanowią ośrodek zainteresowania nie tylko elektryków, ale również geofizyków. Stąd liczne publikacje z tego zakresu znajdują się w podręcznikach i czasopismach zarówno geofizycznych, jak i elektrotechnicznych.

Ponieważ w Zakładzie Elektrotechniki PAN są opracowywane metody elektryczne pomiarów małych pól magnetycznych, powstała więc w związku z tym konieczność wyskalowania budowanych do tych pomiarów przyrządów.

Ze względu na to, że ekranowanie dość dużych przestrzeni od pola ziemskiego jest kosztowne i nastręcza dużo trudności, zdecydowano się na kompensację pola magnetycznego metodami elektrycznymi. Ponieważ czujniki pomiarowe reagowały na określony kierunek pola, zatem

wystarczyło skompensowanie jednej ze składowych pola ziemskiego, np. pionowej, a następnie skalowanie przyrządu przez wytworzenie w tymże kierunku określonego pola o znanym natężeniu.

2. PRZEGLĄD METOD WYTWARZANIA JEDNORODNYCH PÓL MAGNETYCZNYCH

Istnieją dwie klasyczne metody wytwarzania jednorodnych pól magnetycznych:

a) metoda tzw. cewek Helmholtza,

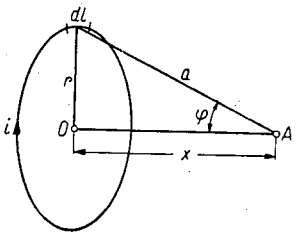
b) metoda cewki długiej.

Obie powyższe metody znane są już od bardzo dawna i wielokrotnie były omawiane w różnych podręcznikach elektrotechniki teoretycznej, miernictwa magnetycznego i geofizyki. Wielu jednak badaczom chodziło o uzyskanie lepszej jednorodności pola magnetycznego, niż to się da osiągnąć metodami klasycznymi. Stąd ciągła aktualność tego problemu i trwające dalej prace.

Ogólną wadą metod opracowywanych później jest konieczność skalowania wynalezionych urządzeń, aby wartość wytwarzanego w nich jednorodnego pola powiązać z prądem przepływającym przez uzwojenie. Metody klasyczne natomiast pozwalają na dokładne przeliczenie wartości natężenia pola z amperozwojów i dzięki temu w pewnym obszarze pole jest wzorcem dla określenia innych natężeń pól magnetycznych.

A. Metoda cewek Helmholtza

Dawno opublikowana przez Helmholtza [1], a następnie rozwinięta przez Maxwella [2] metoda, pozwalająca na uzyskanie jednorodnego pola magnetycznego przy pomocy dwóch cewek połączonych szeregowo, ciągle jeszcze nie przestała być aktualna.



Rys. 1. Zwojnica kołowa z prądem dla ilustracji prawa Biota-Savarta

Zasada działania urządzenia wywodzi się z prawa Biota-Savarta, które w zastosowaniu do zwojnicy kołowej (rys. 1) mówi, że jeżeli w przewodzie zwoju pierścieniowego o promieniu r przepływa prąd o natężeniu i, wówczas element obwodu idl wytwarza w dowolnym punkcie na osi, np. w punkcie A, oddalonym o x od środka cewki O, pole o natężeniu (wzory pisane w układzie CGSM)

$$dH = i\frac{dl\sin\varphi}{a^2}, \tag{1}$$

gdzie:

a — odległość dowolnego odcinka zwoju dl od punktu A,

φ — kąt między odcinkiem a a osią zwoju w punkcie A.

Gdy uwzględnimy, że

$$\sin\varphi = \frac{r}{a},$$

$$a^2 = r^2 + x^2,$$

i wartości te podstawimy do równania (1), obliczymy zmianę natężenia pola magnetycznego, w przypadku gdy posuwamy się od środka zwoju O po jego osi

$$dH = i\frac{r \cdot dl}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}. \tag{2}$$

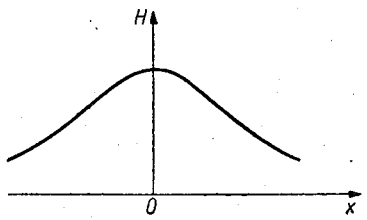
Stąd natężenie pola magnetycznego H w punkcie A z uwzględnieniem całego obwodu z prądem

$$H = i\int_0^{2\pi r} \frac{r}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}\, dl = i\frac{2\pi r^2}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \text{ Oe.} \tag{3}$$

Po uwzględnieniu: 1) że zwojnica z prądem składa się zazwyczaj z szeregowo nawiniętych zwojów i 2) że równanie (3), a więc i prąd i, wyraziliśmy w abs. jedn. el. magn., aby wynik zachować w Oe, prąd zaś wyrazić w amperach — prawą stronę równania należy podzielić przez 10. Zatem

$$H = 0{,}2\pi i z\left[\frac{r^2}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}\right] \text{ Oe.} \tag{4}$$

Wykres zależności natężenia pola magnetycznego cewki w funkcji odległości x punktu A od środka cewki O został podany na rysunku 2.

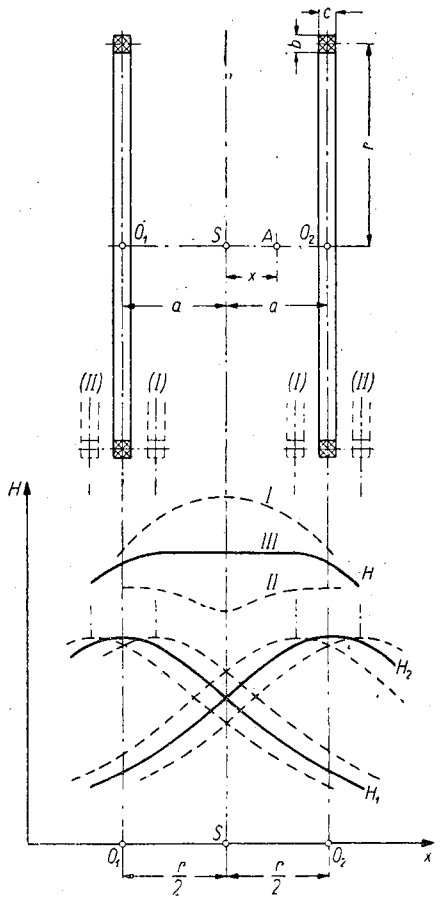


Rys. 2. Wykres natężenia pola magnetycznego dla zwojnicy kołowej

Z porównania (4) łatwo można obliczyć natężenie pola w środku cewki O, jeśli założy się, że $x = 0$ i $a = r$. Otrzymamy wówczas znany wzór:

$$H = \frac{0{,}2\pi i z}{r} \text{ Oe.} \tag{5}$$

Jeśli na osi cewki z rys. 1 umieścimy równolegle drugą cewkę o identycznych wymiarach i ilościach zwojów oraz cewki te połączymy szeregowo w ten sposób, aby prąd płynął przez nie w tym samym kierunku, to natężenia pól magnetycznych wywołane przez te cewki będą się sumowały. Można znaleźć taką odległość między cewkami, kiedy pole przez nie wywołane będzie jednorodne.



Rys. 3. Cewki Helmholtza i wykresy natężeń pól magnetycznych wywołanych przez nie (*I*, *II*, *III* — objaśnienia w tekście)

Na rysunku 3 przedstawiono obie cewki, a pod rysunkiem wykresy natężeń pól magnetycznych wywoływanych przez te cewki przy odległościach między nimi $2a < r$ (krzywa *I*), $2a > r$ (krzywa *II*) i $2a = r$ (krzywa *III*).

Natężenie pola wypadkowego H w dowolnym punkcie A osi obu cewek jest zawsze sumą pola H_1 od cewki O_1 i pola H_2 od cewki O_2, co zgodnie z równaniem (4) możemy wyrazić:

$$H = H_1 + H_2 =$$

$$= 0{,}2\,\pi\, i\, z \left\{ \frac{r^2}{[r^2 + (a+x)^2]^{\frac{3}{2}}} + \right.$$

$$\left. + \frac{r^2}{[r^2 + (a-x)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \text{Oe} \cdot \qquad (6)$$

Funkcję $H = f(x)$ przedstawiono na rysunku 3 jako sumę funkcji $H_1 = f(x)$ i $H_2 = f(x)$; przebieg tej funkcji możemy rozpatrzyć w następujący sposób [3].

W środku między dwiema cewkami w punkcie S wskutek symetrii obu krzywych H_1 i H_2 pierwsza pochodna funkcji $H = f(x)$, $\frac{dH}{dx} = 0$ przy dowolnej odległości między cewkami $2a$.

Po obliczeniu pierwszej pochodnej $\frac{dH}{dx}$ i założeniu $x = 0$, a zatem rozpatrując pierwszą pochodną w punkcie S, okaże się, że $\frac{dH}{dx} = 0$ w punkcie S.

Jeżeli druga pochodna w punkcie S jest różna od zera, wówczas krzywa $H = f(x)$ będzie miała kształt I, gdy $\frac{d^2H}{dx^2} < 0$, a kształt II, gdy $\frac{d^2H}{dx^2} > 0$.

Aby przebieg krzywej $H = f(x)$ był poziomy (krzywa III na rys. 3), tzn. aby w okolicy punktu S było pole stałe, jest konieczne, aby druga pochodna $\frac{d^2H}{dx^2} = 0$.

Jeżeli obliczymy drugą pochodną w punkcie S i założymy $x = 0$, oraz przyrównamy ją do zera, to otrzymamy warunek na jednorodny przebieg pola magnetycznego, a mianowicie:

$$2a = r. \tag{7}$$

Dwie jednakowe cewki spełniające ten warunek, że odległość między nimi jest równa ich promieniowi, nazywami cewkami Helmholtza.

Wartość natężenia pola magnetycznego w punkcie S przy uwzględnieniu warunku (7) można łatwo obliczyć z równania (6) przy założeniu, że w równaniu tym $a = \frac{1}{2}r$ i $x = 0$; wówczas

$$H = 0{,}8992\,\frac{zi}{r}\ \text{Oe}. \tag{8}$$

Przy przejściu do skończonych prostokątnych przekrojów przewodów cewki należy spełnić dodatkowo równanie (rys. 3)

$$\frac{c}{b} = \sqrt{\frac{31}{36}} \tag{9}$$

w założeniu, że boki prostokątnego przekroju cewki $c \ll r$ i $b \ll r$ — promienia cewki. Powyższe założenia powodują zmniejszenie wpływu wymiarów cewki na wartość natężenia pola [4].

W tablicy 1 podano dane o jednorodności natężenia pola magnetycznego wzdłuż osi x. Uchyb pola ΔH w % jest wyrażony w stosunku do natężenia pola w punkcie S. Zatem natężenie pola cewek Helmholtza w odległości $\frac{1}{4}\ r$ (promienia cewki) od środka między cewkami wzdłuż ich osi różni się od natężenia pola w środku mniej niż o 0,5%. W ta-

kiej samej odległości od środka w kierunku prostopadłym do osi cewek różnica ta jest mniejsza od 0,75%. Wartości te wskazują na wielkość obszaru, w którym pole między cewkami możemy traktować jako praktycznie jednorodne.

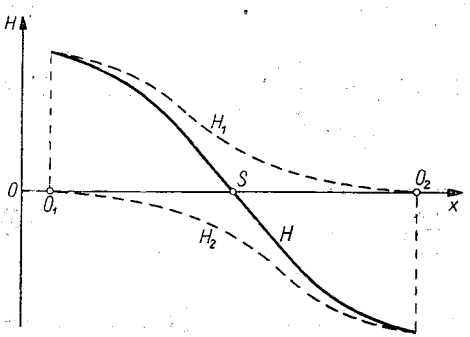
Tablica 1

Natężenie pola w cewkach Helmholtza

Odległość punktu	H	ΔH %
0 *)	1	
0,1	1,000	0,00
0,2	1,000	0,01
0,3	0,999	0,06
0,4	0,998	0,18
0,5	0,996	0,42
0,6	0,992	0,84
0,7	0,985	1,51
0,8	0,975	2,46
0,9	0,962	3,76
1,0**)	0,946	5,42

*) punkt S z rys. 3.
**) punkt O_1 lub O_2 z rys. 3.

Jednorodność natężenia pola magnetycznego można poprawić stosując większą ilość par cewek, co zostało opisane w artykułach Fanselaua [5], Braunbeka [6] i McKeehana [7].



Rys. 4. Przebieg natężenia pola magnetycznego między cewkami wytwarzającymi stały gradient pola

Niekiedy chodzi o wytworzenie natężenia pola magnetycznego o stałym gradiencie pola [8]. Wówczas można również wykorzystać omawiane cewki, lecz należy zmienić kierunek prądu w jednej z cewek, tak aby prąd płynący szeregowo przez cewki był nawzajem przeciwny. Odległość między cewkami, jak wynika z rozważań teoretycznych, jest wówczas większa i wynosi

$$2a = \sqrt{3}\,r, \tag{10}$$

stosunek zaś boków prostokątnych przekrojów przewodów cewki powinien spełnić równanie:

$$\frac{c}{b} = \sqrt{\frac{37}{44}} \tag{11}$$

przy założeniu, jak poprzednio, że $c \ll r$ i $b \ll r$. Jak wynika z rysunku 4, przedstawiającego przebieg natężenia pola magnetycznego, stały gradient pola utrzymuje się w pobliżu punktu S — środkowego między obiema cewkami.

B. Metoda cewki długiej

Przy obliczaniu natężenia pola magnetycznego w różnych punktach na osi cewki długiej [9], [10] o z zwojach, długości l i promieniu cewki r, przez której zwoje przepływa prąd i, opieramy się na równaniu (3). Zgodnie z tym równaniem natężenie pola magnetycznego w dowolnym punkcie A na osi cewki, wywołane przez działanie amperozwojów cewki na odcinku dx oddalonym o x od punktu A, wynosi

$$dH = \frac{0{,}2\,\pi r^2 i}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{z}{l}\, dx; \tag{12}$$

w równaniu tym stosunek $\frac{z}{l}$ określa ilość zwojów przypadających na jednostkę długości cewki.

Natężenie pola magnetycznego wywołane przez całą cewkę w punkcie A odległym o a od środka O solenoidu (rys. 5) wynosi

$$H = \int_{-\frac{1}{2}l+a}^{+\frac{1}{2}l+a} \frac{0{,}2\,\pi r^2 i}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{z}{l}\, dx = \frac{0{,}2\,\pi i z}{l} \left[\frac{\frac{1}{2}l + a}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{2}l + a\right)^2}} + \right.$$

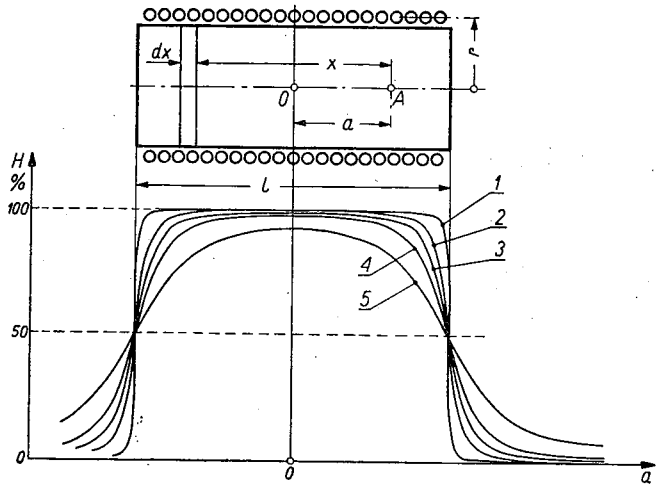
$$\left. + \frac{\frac{1}{2}l - a}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{2}l - a\right)^2}} \right]. \tag{13}$$

Dla środka O solenoidu przy $a = 0$ natężenie pola jest równe

$$H = \int_{-\frac{1}{2}l}^{+\frac{1}{2}l} \frac{0{,}2\pi r^2 i}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{z}{l}\, dx = \frac{0{,}2\pi i z}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{2}l\right)^2}} = \frac{0{,}4\pi i z}{l\sqrt{1 + \left(\frac{2r}{l}\right)^2}}. \tag{14}$$

Gdy długość cewki jest dużo większa od jej średnicy ($l \gg 2r$), można przyjąć w przybliżeniu

$$H = \frac{0{,}4\pi i z}{l}. \tag{15}$$



Rys. 5. Cewka długa i wykresy natężeń pól magnetycznych wywoływanych przez cewkę dla różnych parametrów $\frac{l}{2r}$

Natężenie pola na skraju cewki $\left(a = \frac{1}{2} l\right)$ wynosi:

$$H = \int_0^l \frac{0{,}2\pi r^2 i}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{z}{l}\, dx = \frac{0{,}2\pi i z}{\sqrt{r^2 + l^2}} = \frac{0{,}2\pi i z}{l\sqrt{1 + \left(\frac{r}{l}\right)^2}}. \tag{16}$$

Przy założeniu, że $l \gg r$, mamy w przybliżeniu

$$H = \frac{0{,}2\pi i z}{l}. \tag{17}$$

Jak wynika z porównania wzorów (15) i (17), natężenie pola magnetycznego na skraju cewki jest równe połowie natężenia pola w jej środku.

Dla dowolnego położenia punktu A na osi cewki możemy w oparciu o równanie (13) wprowadzić współczynnik zależności natężenia pola magnetycznego w stosunku do natężenia panującego w środku cewki [9], a mianowicie

$$H = \frac{0{,}4\pi i z}{l} k \tag{18}$$

gdzie:

$$k = \frac{1}{2}\left[\frac{\frac{1}{2}l + a}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{2}l + a\right)^2}} + \frac{\frac{1}{2}l - a}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{2}l - a\right)^2}}\right]. \qquad (19)$$

Współczynnik $k \leqslant 1$ zależy od odległości a punktu A od środka cewki długiej oraz od stosunku długości l do średnicy $2r$ solenoidu.

W tablicy 2 zostały podane wartości współczynnika k w zależności od parametrów wyżej wspomnianych, na dolnej zaś części rysunku 5 przedstawiono przebiegi natężenia pola magnetycznego wewnątrz i zewnątrz solenoidu przy różnych stosunkach $\frac{l}{2r}$.

Z rozważań wynika, że pole cewki jest tym bardziej jednorodne, im większy jest stosunek długości do średnicy cewki. W praktyce należy dążyć, aby stosunek $\frac{l}{2r} \geqslant 10$. Na rysunku 5 zostały podane prze-

Tablica 2

Wartości współczynnika k do obliczania natężenia pola magnetycznego cewki długiej

$\frac{a}{l}$	k przy $\frac{l}{2r}$					
	50	25	12,5	7,5	5	2,5
0	1,000	0,999	0,997	0,991	0,981	0,928
0,05	1,000	0,999	0,997	0,991	0,980	0,927
0,10	1,000	0,999	0,996	0,990	0,978	0,922
0,15	1,000	0,999	0,996	0.989	0,975	0,912
0,20	1,000	0,999	0,995	0,986	0,969	0,897
0,25	1,000	0,998	0,993	0,981	0,960	0,874
0,30	0,999	0,997	0,990	0,973	0,943	0,839
0,35	0,999	0,995	0,983	0,955	0,913	0,787
0,40	0,997	0,990	0,964	0,915	0,850	0,712
0,45	0,990	0,964	0,890	0,799	0,721	0,611
0,50	0,500	0,500	0,500	0,499	0,498	0,490

biegi natężenia pola magnetycznego w cewce i poza cewką przy następujących warunkach: krzywa (*1*) $\frac{l}{2r} = 50$, krzywa (*2*) $\frac{l}{2r} = 12{,}5$, krzywa (*3*) $\frac{l}{2r} = 7{,}5$, krzywa (*4*) $\frac{l}{2r} = 5$, krzywa (*5*) $\frac{l}{2r} = 2{,}5$.

Jeśli grubość uzwojenia cewki w stosunku do jej promienia jest mała, wówczas aktualny jest wzór (13), jeśli jednak jest przeciwnie, wówczas wyraz (13) należy całkować w granicach od r — promienia wewnętrznego do R — promienia zewnętrznego cewki (rys. 6) i wtedy

$$H = \frac{0{,}2\pi i}{l} \int_r^R \left[\frac{\frac{1}{2}l + a}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{1}{2}l + a\right)^2}} + \frac{\frac{1}{2}l - a}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{1}{2}l - a\right)^2}} \right] \frac{z}{R - r}\, dx. \tag{20}$$

Po scałkowaniu otrzymamy wartość natężenia pola magnetycznego w punkcie A

$$H = \frac{0{,}2\pi i z}{l(R-r)} \left\{ \left(\frac{1}{2}l + a\right) \cdot \ln \frac{R + \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2}l + a\right)^2}}{r + \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{2}l + a\right)^2}} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{2}l - a\right) \cdot \ln \frac{R + \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2}l - a\right)^2}}{r + \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{2}l - a\right)^2}} \right\}. \tag{21}$$

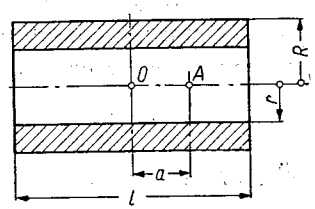
Przy pomocy cewek długich można uzyskać dużo większe jednorodne pole magnetyczne niż przy pomocy cewek Helmholtza. Pole o dobrej jednorodności i jednocześnie dużym natężeniu przy pomocy cewki cylindrycznej uzyskał Hak [11]. Powiększał on ilość zwojów cewki przy przesuwaniu się od środka cewki do jej końca. W artykule zostały rozpatrzone przypadki, gdy ilość zwojów rosła liniowo lub w kwadracie w funkcji odległości od środka cewki. W efekcie Hak uzyskał dużą jednorodność pola na całej długości cewki, jednak metoda ta nastręcza dużo trudności obliczeniowych.

C. Inne metody

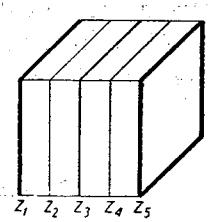
Poza klasycznymi metodami wytwarzania jednorodnych stałych pól magnetycznych oraz wspomnianymi wyżej metodami poprawienia ich jednorodności w ostatnich latach znajdują zastosowanie cewki sześcienne Rubensa, opisane w podręczniku Kifiera i Pantiuszina [4] [1]).

[1]) Publikacja Rubensa [12] ze względu na rok wydania (1945) jest u nas trudno dostępna.

Cewki sześcienne składają się z kilku kwadratowych sekcji rozłożonych od siebie na określonej odległości (rys. 7). Takie cewki, proste w wykonaniu, dają lepszą jednorodność pola od cewek Helmholtza. Przykładowo można podać cewkę sześcienną składającą się z pięciu



Rys. 6. Cewka długa o określonej grubości uzwojenia

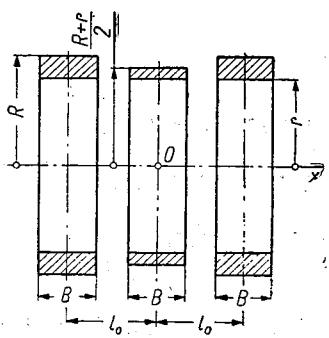


Rys. 7. Cewki sześcienne Rubensa

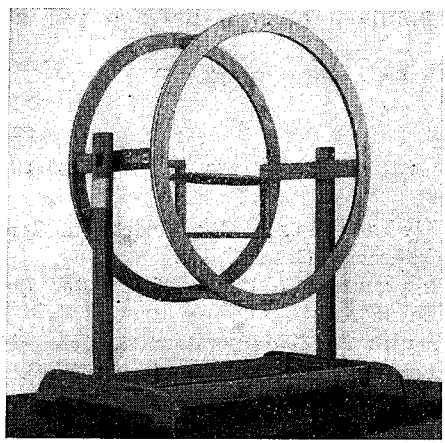
sekcji połączonych ze sobą szeregowo. Każda z sekcji wykonana jest w formie kwadratu. Sekcje są rozłożone w ten sposób, że płaszczyzny kwadratów są równoległe. Skrajne sekcje znajdują się w odległości boku kwadratu jedna od drugiej. Pozostałe trzy są położone w równych odległościach od siebie i od sekcji skrajnych. Stosunek liczby zwojów poszczególnych sekcji jest następujący:

$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4 : z_5 = 19 : 4 : 10 : 4 : 19.$$

Układ trzech cewek cylindrycznych opracowany przez Barkera [13]



Rys. 8. Cewki cylindryczne Barkera



Rys. 9. Cewki Helmholtza skonstruowane w Zakładzie Elektrotechniki PAN

zapewnia zdaniem tego autora lepszą jednorodność pola od cewek sześciennych.

Urządzenie Barkera składa się z trzech cewek współosiowych (rys. 8). Średnica wewnętrzna i długość cewek są jednakowe. Cewki zewnętrzne posiadają dwa razy więcej zwojów niż cewka środkowa. Wszystkie trzy cewki są połączone szeregowo.

Parametrem do regulacji jednorodności pola jest odstęp między cewkami l_o. W swoim artykule Barker podał skomplikowane wzory empiryczne dla określenia natężenia H pola magnetycznego z wielkości prądu.

3. KONSTRUKCJA CEWEK HELMHOLTZA

W ramach prac Zakładu Elektrotechniki PAN, w oparciu o założenia teoretyczne omówione powyżej, skonstruowano cewki Helmholtza (rys. 9). Cewki posiadają następujące dane: promień $r = 39{,}5$ cm; liczba zwojów $z = 2 \times 80$. Zgodnie z równaniem (8), natężenie pola w środku cewki oblicza się ze wzoru:

$$H = 0{,}8992 \frac{zi}{r} = 0{,}8992 \frac{iz}{39{,}5} = \frac{iz}{44{,}06} \text{ Oe.} \tag{22}$$

Cewki można dowolnie obracać wokół osi prostopadłej do osi cewek. Dzięki temu można łatwo ustawić cewki na kompensację składowej pionowej lub poziomej pola ziemskiego.

Wykonane pomiary potwierdziły teoretyczne rozważania. Przy zastosowaniu cewek Helmholtza wyskalowano szereg modeli czujników do pomiaru małych natężeń pól magnetycznych.

Zakład Elektrotechniki PAN

WYKAZ LITERATURY

1. Helmholtz v. H.: Vortrag in der Sitzung v. 16.3.1849 der Berliner Physikalischen Gesellschaft.
2. Maxwell J. C.: Lehrbuch der Elektrizität und Magnetismus, 2 Bd., Berlin 1883.
3. Brož J.: Základy Magnetických Měření, str. 22, Praha 1953.
4. Kifier I. I. i Pantiuszin W. S.: Ispytanja fierromagnitnych matieriałow, str. 92, Moskwa 1955.
5. Fanselau G.: Die Erzeugung weitgehend homogener Magnetfelder durch Kreisströme. — Zeitschrift f. Physik, t. 54, str. 260, 1929.
6. Braunbek W.: Die Erzeugung weitgehend homogener Magnetfelder durch Kreisströme. — Zeitschrift f. Physik, t. 88, str. 399, 1929.
7. Mc Keehan L. W.: Combinations of Circular Currents for Producing Uniform Magnetic Fields. — Review of Scientific Instruments, t. 7, str. 150, 1936.

8. Berger W. i Butterweck H. J.: Die Berechnung von Spulen zur Erzeugung homogener Magnetfelder und Konstanter Feldgradienten. — Archiv für Elektrotechnik, str. 216, zeszyt 4, 1956.
9. Brož J.: Základy Magnetických Měřeni, str. 26, Praha 1953.
10. Konorski B.: Podstawy elektrotechniki, t. I, str. 313, Warszawa 1950.
11. Hak J.: Eisenlose Zylinderspulen mit ungleichmässiger Windungsditchte zur Erzeugung von homogenen Feldern. — Archiv für Elektrotechnik, t. 30, str. 736, 1936.
12. Rubens S. M.:Review of Scientific Instruments, str. 243, 1945.
13. Barker J. R.: An Improved Three-Coil System for Producing a Uniform Magnetic Field. — Journal of Scientific Instruments, str. 197, 1950.

М. НАЛЭНЧ

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ ПРОИЗВОДСТВА НЕБОЛЬШИХ ОДНОРОДНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Резюме

В статье описаны некоторые типовые методы производства однородных магнитных полей и опыты Электротехнического отдела Польской Академии Наук при конструкции катушек Гельмгольца.

M. NAŁĘCZ

SOME METHODS FOR GENERATING HOMOGENEOUS WEAK MAGNETIC FIELDS

Summary

Some typical methods for generating homogeneous magnetic fields are discussed in this paper as well as the experiments performed in the Electrotechnical Institute of the Polish Academy of Sciences on the construction of Helmholtz coils.

621.3.015.3:621.313.226.3

FELIKS ANDRZEJEWSKI

Stany nieustalone amplidyny w przypadku zasilania uzwojenia wzbudzenia generatora oraz uzwojenia twornika silnika

Rękopis dostarczono 12.10.1956

Wyprowadzone zależności, określające wpływy sprzężeń wewnętrznych amplidyny w stanach ustalonych i nieustalonych na parametry wzmacniacza, ujęte są w postaci współczynników, co pozwala w prosty sposób określać wpływy poszczególnych sprzężeń oraz upraszcza układanie i rozwiązywanie równań różniczkowych układów. Podane są ogólne kryteria analizy pośredniej stanów nieustalonych. Przeprowadzona jest analiza przebiegów nieustalonych metodą Wyszniegradzkiego przy różnych stopniach kompensacji, w przypadku gdy całkowita stała czasowa wzmacniacza zmienia się ze zmianą stopnia kompensacji (przypadek rzeczywisty) oraz w przypadku, gdy przyjmujemy, że ta stała czasowa nie zmienia się (przypadek uproszczony). Wykazano wpływ, jaki mają wielkości poszczególnych stałych czasowych układu na przebiegi nieustalone.

1. WSTĘP

W każdym układzie regulacyjnym poszczególne stany pracy ustalonej są poprzedzone stanami nieustalonymi, których przebieg jest niezmiernie ważny, gdyż od niego zależy poprawna praca układu. Przede wszystkim wymaga się od układu regulacyjnego, aby był stateczny, to znaczy, gdy zostanie wyprowadzony ze stanu ustalonego i pozostawiony samemu sobie, ażeby wracał sam do poprzedniego lub do jakiegoś nowego stanu równowagi, czyli układ jest wtedy stateczny, gdy stany nieustalone zanikają. Jednakże samo stwierdzenie zanikania przebiegów nieustalonych jest niewystarczające dla określenia poprawności pracy układu, gdyż ważny jest jeszcze czas trwania i kształt krzywej przebiegu stanu nieustalonego. Zanikanie bowiem takiego przebiegu może odbywać się szybko lub powoli, z dużymi lub z małymi odchyleniami od regulowanej wielkości; sam zaś przebieg może być aperiodyczny lub periodyczny. Wszystkie więc te czynniki muszą być brane pod uwagę i ogólnie określa się je „jakością" przebiegu stanu nieustalonego.

Przy rozwiązywaniu przebiegów nieustalonych musi być znane równanie różniczkowe wiążące wielkość wejściową układu z wielkością wyjściową, którą może być napięcie, prąd, kąt położenia lub szybkość wirowania silnika. Ponieważ takie równanie, uwzględniające sprzężenia wewnętrzne wzmacniacza w postaci indukcyjności wzajemnych, jest bardzo skomplikowane i trudne do rozwiązania, więc w pracy tej, sprzężenia wewnętrzne zostały określone przez odpowiednie współczynniki; wykazano również, jak poszczególne sprzężenia wpływają na parametry układu i na współczynniki w równaniu różniczkowym. W takim ujęciu z równań różniczkowych idealnego wzmacniacza (bez uwzględnienia sprzężeń wewnętrznych) w bardzo prosty sposób przechodzi się do równań układu rzeczywistego; oprócz tego, rozwiązanie tych równań jest łatwe i nie wymaga uproszczeń.

Rozpatrzony został wpływ wielkości stałych czasowych poszczególnych obwodów na charakter przebiegów stanów nieustalonych przy różnych stopniach kompensacji. Te zależności zostały wyprowadzone dla warunków rzeczywistych, tzn. gdy wypadkowa stała czasowa wzmacniacza zmienia się wraz ze zmianą kompensacji, oraz dla przypadku uproszczonego, w którym przyjęto, że ta wypadkowa stała czasowa pozostaje stała. Analiza otrzymanych wyników pozwoliła na wyciągnięcie pewnych wniosków ogólnych.

W pracy podane są niektóre wielkości liczbowe uzyskane z pomiarów, uzupełniające dane podawane w literaturze, a tyczące głównie współczynników określających sprzężenia wewnętrzne.

Podany jest sposób kompensacji oddziaływania twornika od prądu obwodu zwartego przez zastosowanie dodatkowego uzwojenia kompensacyjnego.

Badanie przebiegów nieustalonych przeprowadzone jest przy pomocy metody I. A. Wyszniegradzkiego, która pozwala analitycznie oraz graficznie w sposób prosty i dokładny analizować przebiegi stanów nieustalonych.

2. ZASADNICZE ZALEŻNOŚCI PARAMETRÓW WZMACNIACZA W POSZCZEGÓLNYCH OBWODACH [1], [6]

Do badania stanów nieustalonych układu regulacyjnego konieczna jest znajomość zależności funkcjonalnej wielkości wyjściowej od wejściowej. Takimi zależnościami są równania różniczkowe liniowe, których rząd zależy od ilości i charakteru poszczególnych ogniw wchodzących w skład takiego układu.

Równania poszczególnych obwodów wzmacniacza będą wyprowadzone najpierw bez uwzględnienia sprzężeń wewnętrznych, a następnie, po

ustaleniu podstawowych zależności między poszczególnymi parametrami, zostaną wprowadzone związki uwzględniające te sprzężenia. Ten sposób postępowania ułatwi nie tylko ułożenie i rozwiązanie równania, ale pozwoli w sposób prosty określić wpływ poszczególnych sprzężeń na przebiegi stanów nieustalonych.

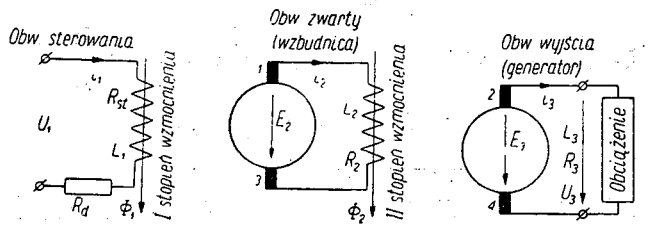
Pierwszym ogniwem układu jest obwód sterowania wzmacniacza przedstawiony na rysunku 1, dla którego mamy równanie

$$L_1 p\, i_1 + R_1 i_1 = U_1, \tag{1}$$

gdzie:

U_1, i_1, L_1, R_{st}, R_d — odpowiednio: napięcie, prąd, indukcyjność, oporność uzwojenia i dodatkowa obwodu sterowania;

$R_1 = R_{st} + R_d$ — całkowita oporność obwodu sterowania.



Rys. 1. Układ zastępczy wzmacniacza

Φ_1, Φ_2 — strumień sterowania i obwodu poprzecznego; U_1 — napięcie sterowania; E_2, E_3 — sem obwodu zwartego i obwodu wyjściowego; U_3 — napięcie wyjściowe: i_1, i_2, i_3 — prąd sterowania, obwodu zwartego i obciążenia

Dla obwodu zwartego mamy równanie następujące:

$$L_2 p\, i_2 + R_2 i_2 = E_2, \tag{2}$$

gdzie:

E_2, i_2, L_2, R_2 — odpowiednio: sem, prąd, indukcyjność oraz całkowita oporność obwodu zwartego.

Ponieważ cały obwód magnetyczny wzmacniacza nie jest nasycony, więc między prądem magnesującym w każdym stopniu a napięciem istnieją zależności liniowe, które można przedstawić w postaci

$$\left.\begin{aligned} E_2 &= k_1 i_1, \\ E_3 &= k_2 i_2, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

gdzie:

E_3 — sem obwodu wyjściowego wzmacniacza,

k_1, k_2 — współczynniki proporcjonalności.

Po określeniu z równań (3) prądów oraz ich pochodnych i podstawieniu do równań (1) i (2) otrzymamy

$$\frac{L_1}{k_1} p E_2 + \frac{R_1}{k_1} E_2 = U_1,$$

$$\frac{L_2}{k_2} p E_3 + \frac{R_2}{k_2} E_3 = E_2.$$

Po podstawieniu stałych czasowych obu obwodów $T_1 = \frac{L_1}{R_1}$ i $T_2 = \frac{L_2}{R_2}$ równania powyższe przyjmą postać

$$U_1 = \frac{R_1}{k_1}\left(E_2 + T_1 p E_2\right),$$

$$E_2 = \frac{R_2}{k_2}\left(E_3 + T_2 p E_3\right);$$

wprowadzając jeszcze oznaczenia $m_1 = \frac{k_1}{R_1}$ i $m_2 = \frac{k_2}{R_2}$ otrzymamy

$$\left.\begin{aligned} m_1 U_1 &= (1 + pT_1) E_2, \\ m_2 E_2 &= (1 + pT_2) E_3. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Z zależności (4) określamy współczynnik wzmocnienia napięć dla obu stopni wzmacniacza

$$\left.\begin{aligned} \frac{E_2}{U_1} &= \frac{m_1}{1 + pT_1}, \\ \frac{E_3}{E_2} &= \frac{m_2}{1 + pT_2}. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Rugując z wyrażeń (4) sem E_2 otrzymamy całkowity współczynnik wzmocnienia

$$\frac{E_3}{U_1} = \frac{m_1 m_2}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}. \tag{6}$$

Jak wynika z zależności (6), całkowity współczynnik wzmocnienia jest iloczynem współczynników obu stopni. W stanie ustalonym, tzn. gdy $p = 0$, całkowity współczynnik wzmocnienia napięć przyjmuje postać

$$\frac{E_3}{U_1} = m_1 m_2. \tag{6'}$$

Z porównania wyrażeń (6)i (6') widać, że współczynnik wzmocnienia w stanie nieustalonym jest tym mniejszy w porównaniu ze współ-

czynnikiem wzmocnienia w stanie ustalonym, im częstotliwość zmian stanów nieustalonych jest większa. Ponieważ wyjściową wielkością pierwszego stopnia wzmocnienia jest sem E_2 indukowana strumieniem sterowania Φ_1, więc między nimi istnieje zależność

$$E_2 = \frac{pn}{60} \cdot \frac{N}{a} \Phi_1 \cdot 10^{-8}.$$

Uwzględniając, że

$$\Phi_1 = \frac{L_1}{\sigma_1 Z_1} i_1 \cdot 10^8,$$

otrzymamy

$$E_2 = 4f \cdot Z_a \frac{L_1}{\sigma_1 Z_1} i_1, \tag{7}$$

gdzie:

Z_1 — liczba zwojów uzwojenia sterującego,

$Z_a = \frac{N}{4a}$ — liczba szeregowo połączonych zwojów w każdej gałęzi równoległej uzwojenia twornika,

σ_1 — współczynnik rozproszenia uzwojenia sterowania.

Z wyrażeń (3) i (7) otrzymamy

$$k_1 i_1 = \frac{4f}{\sigma_1} \cdot \frac{Z_a}{Z_1} L_1 \cdot i_1,$$

a ponieważ $m_1 = \frac{k_1}{R_1}$, więc otrzymamy

$$m_1 = \frac{4f}{\sigma_1} \cdot \frac{Z_a}{Z_1} T_1.$$

Wyjściową wielkością wzmacniacza jest sem E_3 indukowana strumieniem Φ_2, a więc

$$E_3 = 4f Z_a \Phi_2 \cdot 10^{-8}.$$

Uwzględniając zależność

$$\Phi_2 = \frac{L_2}{\sigma_2 Z_a} i_2 \cdot 10^8$$

otrzymamy

$$E_3 = \frac{4f}{\sigma_2} L_2 i_2, \tag{8}$$

gdzie σ_2 — współczynnik rozproszenia uzwojenia twornika. Z zależności (3) i (8) otrzymamy

$$k_2 = \frac{4f}{\sigma_2} L_2$$

i ostatecznie

$$m_2 = \frac{k_2}{R_2} = \frac{4f}{\sigma_2} T_2.$$

3. SPRZĘŻENIA WEWNĘTRZNE I ICH WPŁYW NA PARAMETRY WZMACNIACZA

We wzmacniaczu maszynowym ze względu na bardzo słabe pole sterujące oraz na mały opór obwodu zwartego istotny wpływ na pracę maszyny ma oddziaływanie prądu obwodu zwartego na obwód sterowania i prądu obwodu wyjściowego na obwód zwarty i obwód sterowania.

A. Oddziaływanie prądu obwodu zwartego i_2 na obwód sterowania

I. Przepływ wywołany prądami wirowymi w żelazie twornika [3], [6]

Przy wirowaniu twornika w poprzecznym strumieniu Φ_2 powstają w żelazie twornika straty na prądy wirowe ΔP_{Fe}. Prądy wirowe określone tymi stratami dają własny strumień Φ_{Fe}, mający tę samą oś przestrzenną co strumień sterowania, lecz przeciwnie skierowany, skutkiem czego zostaje osłabione pole sterowania.

Przepływ wywołany oddziaływaniem żelaza twornika określa zależność

$$\Theta_{Fe} = \frac{\Delta P_{Fe}}{E_3} Z_a \varepsilon_{Fe},$$

gdzie:

ΔP_{Fe} — straty w żelazie twornika [W],

E_3 — sem obwodu wyjściowego [V],

ε_{Fe} — współczynnik uwzględniający rozkład strumienia w żelazie twornika, wynoszący od 0,5÷0,7 (wg danych radzieckich [6]).

II. Przepływ wywołany dodatkowymi prądami zwolnionej komutacji w poprzecznej osi maszyny [6], [7]

Przy zwolnionej komutacji, jaka ma miejsce w poprzecznej osi ze względu na brak biegunów dodatkowych powstają dodatkowe prądy komutacyjne w cewkach zwartych przez szczotki obwodu poprzecznego. Prądy te dają strumień Φ_k, przeciwdziałający strumieniowi sterowania Φ_1.

Przepływ wytworzony prądami komutacyjnymi wynosi na parę biegunów

$$\Theta_k = \nu \frac{Z e}{3 R},$$

gdzie:

Z — zwojność cewek twornika,

R — opór przejścia,

$e = e_a + e_s$ — wypadkowa sem indukowana w cewkach zwartych,

e_s — sem samoindukcji,

e_a — sem indukowana polem twornika.

Wielkość ν zależy od liczby wycinków pokrytych przez szczotkę; gdy pokrycie to wynosi jeden wycinek, wtedy $\nu = 1$, dla dwóch wycinków już $\nu = 5$, a dla trzech $\nu = 15$. Najskuteczniej można więc zmniejszyć przepływ Θ_k przez stosowanie szczotek wąskich w stosunku do szerokości wycinka i o dużym oporze przejścia; zwojność cewek twornika powinna być również możliwie mała.

III. Przepływ wywołany przesunięciem szczotek w poprzecznej osi [3], [6]

Przy przesunięciu szczotek zwartych ze strefy neutralnej w kierunku wirowania twornika powstaje w podłużnej osi maszyny przepływ Θ_a, przeciwdziałający przepływowi sterowania. Wielkość tego przepływu określa zależność

$$\Theta_a = \frac{2\alpha}{\pi} i_2 Z_a.$$

Zatem całkowity przepływ wywołany prądem i_2, przeciwdziałający przepływowi sterowania, wynosi

$$\Theta_p = \Theta_{Fe} + \Theta_k + \Theta_a.$$

Jeżeli przepływ uzwojenia sterowania potrzebny do pokonania oporu magnetycznego obwodu wynosi Θ_δ, to po uwzględnieniu Θ_p wyniesie

$$\Theta_1 = \Theta_\delta + \Theta_p.$$

Przepływ Θ_p zmniejsza więc współczynnik wzmocnienia maszyny w stosunku

$$k = \frac{\Theta_1}{\Theta_\delta} = \frac{\Theta_\delta + \Theta_p}{\Theta_\delta}.$$

Przyjmując, że przewodności magnetyczne dla strumieni Φ_δ i Φ_p są jednakowe, otrzymamy

$$k = \frac{\Phi_p + \Phi_\delta}{\Phi_p} = \frac{E_p + E_2}{E_2},$$

a stąd

$$E_p = (k-1)\,E_2 = \frac{k-1}{m_2}\,E_3. \tag{9}$$

Rozmagnesowujące działanie przepływu Θ_p można więc przedstawić w ten sposób, że strumień Φ_p, wytworzony tym przepływem, indukuje w poprzecznym obwodzie sem E_p, przeciwnie skierowaną do sem E_2, wobec tego równanie (4) przyjmie teraz postać

$$m_2 (E_2 - E_p) = (1 + pT_2)\,E_3.$$

Po uwzględnieniu zależności (9) i uporządkowaniu otrzymamy

$$\frac{m_2}{k}\,E_2 = \left(1 + p\,\frac{T_2}{k}\right) E_3. \tag{10}$$

Jak widać z równania (10), oddziaływanie prądu i_2 zmniejsza współczynnik wzmocnienia napięć drugiego stopnia i jednocześnie zmniejsza w tym samym stosunku stałą czasową tego obwodu. Niezależnie od podanego wyżej działania strumień Φ_p w stanach nieustalonych indukuje w uzwojeniu sterującym sem transformacji

$$E_{pt} = Z_1\,p\,\Phi_p \cdot 10^{-8}. \tag{11}$$

Określając wartość Φ_p z wyrażenia

$$E_p = 4f\,Z_a\,\Phi_p \cdot 10^{-8}$$

i podstawiając do (11) otrzymamy

$$E_{pt} = Z_1\,p\,\frac{E_p}{4f\,Z_a} = \frac{Z_1 T_1}{4f\,Z_a T_2}\,pE_p = \frac{T_1}{m_1}\,p\,\frac{k-1}{m_2}\,E_3 = \frac{k-1}{m_1\,m_2}\,T_1\,p\,E_3. \tag{12}$$

Uwzględniając zależność (12) wyrażenie (4) przyjmie teraz postać

$$m_1 (U_1 + E_{pt}) = m_1 \left(U_1 + \frac{k-1}{m_2} T_1 p E_3 \right) = (1 + p T_1) E_2,$$

a po uporządkowaniu

$$m_1 U_1 = (1 + p T_1) E_2 - \frac{k-1}{m_2} T_1 p E_3. \tag{13}$$

Z równań (10) i (13) otrzymamy zależność

$$\frac{m_1 m_2}{k} U_1 = \left(1 + p \frac{T_1 + T_2}{k} + p^2 \frac{T_1 T_2}{k} \right) E_3. \tag{14}$$

Wyrażenie (14) przedstawia całkowity współczynnik wzmocnienia napięć z uwzględnieniem oddziaływania prądu i_2.

Porównując jeszcze wyrażenia (11) i (12) otrzymamy napięcie transformacji przyłożone do wejścia wzmacniacza w postaci

$$\frac{k-1}{m_1 m_2} E_3 = \frac{Z_1 \Phi_p}{T_1} 10^{-8}. \tag{15}$$

B. Wpływ prądu obciążenia i_3 na parametry wzmacniacza [1])

I. Strumień niezupełnej kompensacji (rys. 2) [6]

W przypadku niepełnej kompensacji oddziaływania twornika od prądu i_3 otrzymamy pewien strumień wypadkowy

$$\Phi_w = \Phi_r - \Phi_k,$$

gdzie Φ_r, Φ_k — strumień oddziaływania twornika i kompensacji.

Stopień niepełnej kompensacji można określić stosunkiem

$$\mp \varphi_w = \frac{\Phi_w}{\Phi_r} = \frac{\Phi_r - \Phi_k}{\Phi_r},$$

który ma znak minus w przypadku kompensacji nadmiernej, a plus w przypadku niedokompensacji.

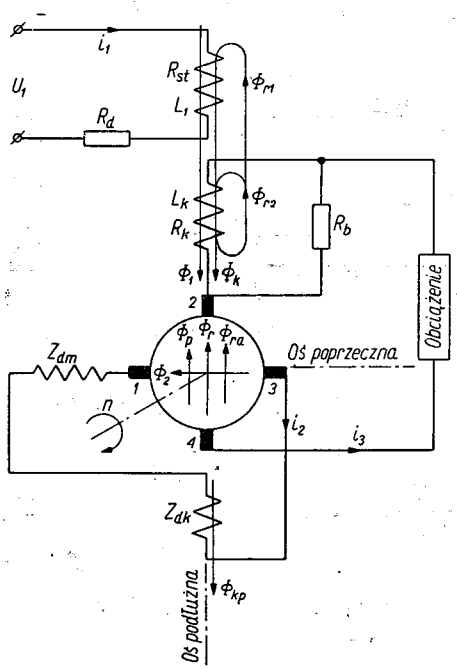
Określając z prawa przepływu strumień oddziaływania twornika

$$\Phi_r = 0{,}4 \pi Z_a \lambda i_3$$

[1]) We wzorach podanych w punkcie B współczynnik uzwojenia wynikający z redukcji uzwojenia twornika do liczby zwojów Z_a jest zawarty w przewodności λ.

otrzymamy strumień wypadkowy w postaci

$$\Phi_w = \mp \varphi_w \Phi_r = \mp 0{,}4\,\pi\,\varphi_w Z_a \lambda i_3 .$$



Ponieważ strumień wypadkowy Φ_w zachowuje się tak samo jak strumień Φ_p, więc można jego działanie zastąpić przyłożonym do wejścia wzmacniacza napięciem, analogicznie do wyrażenia (15)

Rys. 2. Schemat uzwojeń wzmacniacza oraz rozkład strumieni

Φ_1, Φ_2, Φ_k — strumień sterowania, poprzeczny i strumień kompensacji; Φ_{r1}, Φ_{r2} — strumienie rozproszenia uzwojenia kompensacyjnego; Φ_r — strumień oddziaływania twornika od prądu i_3; Φ_{ra} — strumień oddziaływania połączeń czołowych twornika od prądu i_3; Φ_p — strumień oddziaływania twornika od prądu i_2; Φ_{kp} — strumień kompensacji wytworzony dodatkowym uzwojeniem Z_{dk}, który znosi strumień Φ_p; R_b — opór bocznikujący uzwojenie kompensacyjne; R_d — opór dodatkowy w uzwojeniu sterowania

$$U_w = \frac{Z_1}{T_1} \Phi_w 10^{-8} = \mp \frac{0{,}4\,\pi\,\varphi_w Z_a Z_1 \lambda i_3}{T_1} 10^{-8}. \qquad (16)$$

II. Strumienie rozproszenia uzwojenia kompensacyjnego [6]

a. Strumień rozproszenia Φ_{r1} skojarzony z uzwojeniem sterującym (rys. 2)

Jeżeli przyjąć, że $\Phi_r \approx \Phi_k$, to strumień Φ_{r1} stanowi pewną część φ_{r1} strumienia Φ_r. Ten strumień rozproszenia $\Phi_{r1} = \varphi_{r1}\Phi_r$ indukuje w stanach nieustalonych w uzwojeniu sterującym sem transformacji

$$E_{r1} = Z_1 p \Phi_{r1} 10^{-8} = 0{,}4\,\pi\,\varphi_{r1} Z_a Z_1 \lambda p i_3 10^{-8}. \qquad (17)$$

b. Strumień rozproszenia Φ_{r2} skojarzony z uzwojeniem kompensacyjnym (rys. 2)

Strumień rozproszenia Φ_{r2} w stanach nieustalonych indukuje sem

$$E_{r2} = Z_k p \Phi_{r2} \cdot 10^{-8}.$$

Jeżeli przyjąć, że $Z_k \approx \frac{Z_a}{2}$, $\Phi_k \approx \Phi_r$ oraz $\Phi_{r2} = \varphi_{r2}\Phi_r$, to otrzymamy

$$E_{r2} = 0{,}4\,\pi\,\varphi_{r2}\,\frac{Z_a^2}{4}\,\lambda\,p\,i_3 \cdot 10^{-8}.$$

Jeżeli R_k jest opornością uzwojenia kompensacyjnego, to oporność ta, sprowadzona do liczby zwojów Z_1 uzwojenia sterowania, wynosi R'_k, zaś sem E_{r2}, sprowadzona do liczby zwojów Z_1, wynosi

$$E'_{r2} = E_{r2}\,\frac{2Z_1}{Z_a}.$$

Tę sem można zamienić napięciem przyłożonym do wejścia wzmacniacza

$$E''_{r2} = E'_{r2}\,\frac{R_1}{R'_k} = E_{r2}\,\frac{2Z_1}{Z_a} \cdot \frac{R_1}{R'_k}.$$

Wobec tego działanie strumieni rozproszenia uzwojenia kompensacyjnego można przedstawić w postaci napięcia przyłożonego do obwodu sterowania

$$U_{rk} = E_{r1} + E''_{r2} = E_{r1} + E_{r2}\,\frac{2Z_1}{Z_a} \cdot \frac{R_1}{R'_k} =$$

$$= 0{,}4\,\pi\,Z_a\,Z_1\,\lambda\left(\varphi_{r1} + \varphi_{r2}\,\frac{R_1}{2R'_k}\right) p\,i_3 \cdot 10^{-8}. \tag{18}$$

III. Strumień rozproszenia połączeń czołowych uzwojenia twornika Φ_{ra} (rys. 2) [6]

Strumień Φ_{ra} jest proporcjonalny do prądu obciążenia i_3 i stanowi część φ_{ra} strumienia Φ_r

$$\Phi_{ra} = \varphi_{ra}\,\Phi_r.$$

Ponieważ ten strumień jest stały w przestrzeni i jego położenie pokrywa się z osią podłużną maszyny, więc indukuje on w obwodzie zwartym sem wirowania

$$E_{ra} = 4f\,Z_a\,\Phi_{ra} \cdot 10^{-8} = 4f\,Z_a\,\varphi_{ra} \cdot 0{,}4\,\pi\,Z_a\,\lambda\,i_3 \cdot 10^{-8}. \tag{19}$$

Zamiast sem E_{ra}, działającej w obwodzie zwartym, można przyłożyć do wejścia wzmacniacza napięcie

$$U_{ra} = E_{ra}\,\frac{1 + pT_1}{m_1}. \tag{20}$$

Podstawiając wyrażenie (19) do (20) oraz uwzględniając zależność

$$m_1 = \frac{4f}{\sigma_1} \cdot \frac{Z_a}{Z_1} T_1$$

otrzymamy

$$U_{ra} = 0{,}4\,\pi\,\varphi_{ra}\,\sigma_1\,Z_a\,Z_1\,\lambda\,\frac{i_3}{T_1}\,10^{-8} + 0{,}4\,\pi\,\varphi_{ra}\,\sigma_1\,Z_a\,Z_1\,\lambda\,p\,i_3\,10^{-8}. \tag{21}$$

Całkowite więc napięcie zależne od prądu obciążenia i przyłożone do wejścia wzmacniacza wynosi

$$U = U_w + U_{rk} + U_{ra} = 0{,}4\,\pi\,Z_1\,Z_a\,\frac{\lambda}{T_1}\,10^{-8}\,(\pm\,\varphi_w + \sigma_1\,\varphi_{ra})\,i_3 +$$

$$+ 0{,}4\,\pi\,Z_1\,Z_a\,\lambda\,10^{-8}\left(\varphi_{r1} + \varphi_{r2}\,\frac{R_1}{2R_k'} + \sigma_1\,\varphi_{ra}\right)p\,i_3. \tag{22}$$

Uwzględniając zależność (22) równanie (14) przyjmie teraz postać

$$\frac{m_1\,m_2}{k}\,(U_1 + U) = \left(1 + p\,\frac{T_1 + T_2}{k} + p^2\,\frac{T_1\,T_2}{k}\right)E_3 \tag{23}$$

lub

$$\frac{m_1\,m_2}{k}\,U_1 = \left(1 + p\,\frac{T_1 + T_2}{k} + p^2\,\frac{T_1\,T_2}{k}\right)E_3 - \frac{m_1\,m_2}{k}\,U. \tag{24}$$

Przekształcając wyrażenie $\frac{m_1\,m_2}{k}\,U$ otrzymamy

$$\frac{m_1\,m_2}{k}\,U = \frac{m_1\,m_2}{k}\,0{,}4\,\pi\,Z_a\,Z_1\,\lambda\,i_3\,\frac{10^{-8}}{T_1}\,(\sigma_1\,\varphi_{ra} \pm \varphi_w) +$$

$$+ \frac{m_1\,m_2}{k}\,0{,}4\,\pi\,Z_a\,Z_1\,\lambda\,(\sigma_1\,\varphi_{ra} + \varphi_{rk})\,p\,i_3 \cdot 10^{-8}, \tag{25}$$

gdzie:

$$\varphi_{rk} = \varphi_{r1} + \varphi_{r2}\,\frac{R_1}{2R_k'}.$$

Uwzględniając, że $0{,}4\,\pi\,Z_a\,\lambda \cdot 10^{-8} = \frac{L_2}{Z_a} \cdot \frac{R_2}{R_2} = \frac{T_2}{Z_a}\,R_2$ oraz $i_3 R_3 = E_3$, wyrażenie (25) można przekształcić w sposób następujący:

$$\frac{m_1\,m_2}{k}\,U = \frac{m_1\,m_2}{k} \cdot \frac{Z_1}{Z_a} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{R_2}{R_3}\,(\sigma_1\,\varphi_{ra} \pm \varphi_w)\,E_3 +$$

$$+ \frac{m_1\,m_2}{k} \cdot \frac{Z_1}{Z_a}\,T_2\,\frac{R_2}{R_3}\,(\sigma_1\,\varphi_{ra} + \varphi_{rk})\,p\,E_3.$$

Wprowadzając jeszcze oznaczenia

$$\left.\begin{aligned} \pm a &= \frac{m_1 m_2}{k} \cdot \frac{Z_1}{Z_a} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{R_2}{R_3} (\sigma_1 \varphi_{ra} \pm \varphi_w) = \\ &= \frac{16 f^2}{\sigma_1 \sigma_2} T_2^2 \frac{R_2}{k R_3} (\sigma_1 \varphi_{ra} \pm \varphi_w), \\ b &= \frac{m_1 m_2}{k} \cdot \frac{Z_1}{Z_a} T_2 \frac{R_2}{R_3} (\sigma_1 \varphi_{ra} + \varphi_{rk}) = \frac{16 f^2}{\sigma_1 \sigma_2} T_1 T_2^2 \frac{R_2}{k R_3} (\sigma_1 \varphi_{ra} + \varphi_{rk}) \end{aligned}\right\} \quad (25')$$

otrzymamy równanie (24) w postaci

$$\frac{m_1 m_2}{k (1 \pm a)} U_1 = \left[1 + p \frac{T_1 + T_2 + kb}{k (1 \pm a)} + p^2 \frac{T_1 T_2}{k (1 \pm a)}\right] E_3. \quad (26)$$

Całkowity więc współczynnik wzmocnienia napięć z uwzględnieniem sprzężeń wewnętrznych ma postać

$$\frac{E_3}{U_1} = \frac{m_1 m_2}{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2 + kb) p + k (1 \pm a)} = \frac{m_1 m_2}{T_1 T_2 p^2 + T_\Sigma p + N}, \quad (27)$$

gdzie

$$T_\Sigma = T_1 + T_2 + kb, \quad N = k (1 \pm a).$$

Z wyrażenia (27) otrzymamy wypadkowy współczynnik wzmocnienia napięć w stanie ustalonym przy $p = 0$

$$\frac{E_3}{U_1} = \frac{m_1 m_2}{k (1 \pm a)}.$$

Współczynnik ten jest największy przy biegu luzem maszyny

$$\frac{E_3}{U_1} = \frac{m_1 m_2}{k}$$

i maleje ze wzrostem obciążenia.

Jak wynika z porównania wyrażeń (6) i (26), wewnętrzne sprzężenia wzmacniacza można ująć w dwa współczynniki $k\,b$ oraz $k(1 \pm a)$, z których pierwszy dodaje się do sumy stałych czasowych, występującej przy p, drugi zaś zmniejsza całkowity współczynnik wzmocnienia napięć w stanie ustalonym i jednocześnie zmniejsza tak samo współczynniki przy p^2 i p. Korzystając z takich zależności można przez wprowadzenie do równania (6) obwodu idealnego współczynników kb i $k(1 \pm a)$ przejść od razu do zależności (26) układu rzeczywistego. W ten sposób unika

się skomplikowanych równań różniczkowych zawierających dużą liczbę indukcyjności wzajemnych, a przez to trudnych do rozwiązania i jednocześnie nie dających obrazu wpływów jednych parametrów na inne. Obydwa te współczynniki można przyjmować szacunkowo na podstawie danych praktycznych lub też obliczać na podstawie podanych wzorów.

W celu określenia współczynników k, a, b są przytoczone niektóre wielkości liczbowe parametrów otrzymane z pomiarów dwukilowatowego wzmacniacza a także zaczerpnięte z literatury.

Wartość liczbową współczynnika rozproszenia uzwojenia sterowania można przyjąć

$$\sigma_1 = \frac{\Phi_{1s} + \Phi_1}{\Phi_1} = 1{,}05 \div 1{,}15.$$

Uzwojeniem magnesującym drugiego stopnia wzmocnienią jest uzwojenie twornika łącznie z dodatkowym uzwojeniem magnesującym (uzwojenie Z_{dm} na rys. 2) [3]; tutaj dla współczynnika rozproszenia można przyjąć wartości

$$\sigma_2 = \frac{\Phi_{2s} + \Phi_2}{\Phi_2} = 1{,}2 \div 1{,}35.$$

Strumień rozproszenia jest tu duży ze względu na rozłożone w żłobkach uzwojenie magnesujące (uzwojenie twornika).

Na podstawie pomiarów oraz na podstawie danych z literatury dla współczynnika φ_{r2} można przyjąć wartości

$$\varphi_{r2} = \frac{\Phi_{r2}}{\Phi_r} = 0{,}01 \div 0{,}035;$$

wyższe wartości odnoszą się do uzwojenia kompensacyjnego rozłożonego w żłobkach, a niższe do uzwojeń skupionych.

Wielkość strumienia rozproszenia uzwojenia kompensacyjnego sprzężanego z uzwojeniem sterującym zależy od tego, czy obydwa te uzwojenia są rozłożone w żłobkach, czy też są skupione. Ogólnie można przyjąć, że z uzwojeniem sterującym jest sprzężona część strumienia wynosząca (0,2÷0,8) całego strumienia rozproszenia, a więc

$$\varphi_{r1} = 0{,}002 \div 0{,}03.$$

Współczynnik wyrażający strumień rozproszenia połączeń czołowych twornika ma wartość

$$\varphi_{ra} = 0{,}005 \div 0{,}01.$$

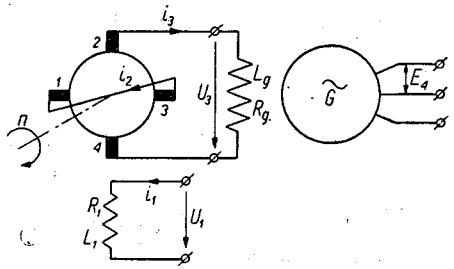
Współczynnik k, określający podłużne oddziaływanie twornika od prądu i_2 można przyjąć $k = 2 \div 6$ (wyższe wartości ze źródeł radzieckich [6]). Wartość tego współczynnika jest tym większa, im wyższe są obroty maszyny, im grubsza i gorsza jest blacha twornika oraz im bardziej miękkie i szersze w stosunku do wycinka są szczotki. Skompensować wpływ tego współczynnika można przez przesunięcie szczotek poprzecznych w kierunku przeciwnym do wirowania twornika lub przez zastosowanie dodatkowego uzwojenia kompensacyjnego; w pierwszym przypadku stopień kompensacji jest związany z poprawnością komutacji w poprzecznej osi. Dokładną kompensację niezależnie od komutacji można osiągnąć przez zastosowanie dodatkowego uzwojenia kompensacyjnego włączonego w obwód zwarty i umieszczonego w podłużnej osi maszyny (uzwojenie Z_{dk}, rys. 2) [3]. Przez zastosowanie takiego uzwojenia we wzmacniaczu o mocy 2 kW uzyskano $k = 1$.

4. ZASADNICZE ZALEŻNOŚCI UKŁADU WZMACNIACZA ZASILAJĄCEGO UZWOJENIE WZBUDZENIA [3], [6]

Trzecim stopniem układu wzmacniacza zasilającego uzwojenie wzbudzenia (rys. 3) jest obwód wzbudzenia generatora prądu stałego lub zmiennego. Wejściową wielkością tego obwodu jest sem E_3 wzmacnacza, a wyjściową sem generatora E_4; w stanie nieustalonym mamy następujące równanie dla tego ogniwa

$$L_3 p i_3 + R_3 i_3 = E_3, \qquad (28)$$

gdzie R_3 — całkowita oporność obwodu (oporność wewnętrzna wzmacniacza łącznie z opornością uzwojenia wzbudzenia).



Rys. 3. Schemat układu wzmacniacza zasilającego uzwojenie wzbudzenia generatora

Współczynnik wzmocnienia napięć w stanie ustalonym dla tego obwodu wyraża zależność

$$m_3 = \frac{E_4}{E_3} = \frac{E_4}{i_3 R_3}. \qquad (29)$$

Po określeniu prądu i_3 oraz jego pochodnej z wyrażenia (29) i po podstawieniu do równania (28) otrzymamy równanie następujące:

$$m_3 E_3 = (1 + p T_3) E_4. \qquad (30)$$

Indukcyjność L_3 jest sumą indukcyjności wewnętrznej wzmacniacza L_w i indukcyjności wzbudzenia generatora L_g.

Na indukcyjność L_w składa się indukcyjność szczeliny i rozproszenia. Indukcyjność szczeliny pochodzi z nieskompensowanych pól poprzecznego oddziaływania twornika od prądu i_3. Wielkość tych pól, a więc i indukcyjność, zależy od rodzaju uzwojenia kompensacyjnego.

W przypadku uzwojenia kompensacyjnego skupionego indukcyjność jest największa, gdy zaś mamy uzwojenie rozłożone — jest znacznie mniejsza, a przy uzwojeniu kombinowanym (uzwojenie skupione i równomiernie rozłożone) może być równa zeru i wtedy pozostanie tylko indukcyjność rozproszenia uzwojenia twornika i uzwojenia kompensacyjnego, która jest niewielka.

Indukcyjność szczeliny generatora jest wywołana roboczym strumieniem maszyny, a więc jest duża.

Stała czasowa trzeciego stopnia określona jest zależnością

$$T_3 = \frac{L_w + L_g}{R_3} = T_w + T_g.$$

W przypadku całkowitej kompensacji oddziaływania twornika stała czasowa T_w jest mała i wtedy można przyjąć, że

$$T_3 \approx T_g.$$

Po określeniu sem E_3 z zależności (30) i po wstawieniu do równania (26) otrzymamy następującą zależność sem generatora E_4 od napięcia sterowania U_1.

$$T_1T_2T_3\,p^3E_4 + (T_1T_2 + T_\Sigma T_3)\,p^2E_4 + (T_\Sigma + T_3N)\,p\,E_4 + NE_4 = \\ = m_1m_2m_3\,U_1. \tag{31}$$

W stanie ustalonym ($p = 0$) otrzymamy całkowity współczynnik wzmocnienia w postaci

$$\frac{E_4}{U_1} = \frac{m_1m_2m_3}{k\,(1 \pm a)}. \tag{31'}$$

Równanie charakterystyczne równania różniczkowego (31) ma postać

$$T_1T_2T_3\,p^3 + (T_1T_2 + T_\Sigma T_3)\,p^2 + (T_\Sigma + T_3N)\,p + N = 0,$$

a po wprowadzeniu oznaczeń

$$a_1 = \frac{T_1T_2 + T_\Sigma T_3}{T_1T_2T_3}, \qquad a_2 = \frac{T_\Sigma + T_3N}{T_1T_2T_3}, \qquad a_3 = \frac{N}{T_1T_2T_3}$$

równanie to otrzymamy w postaci następującej:

$$p_3 + a_1p^2 + a_2p + a_3 = 0. \tag{32}$$

5. ZASADNICZE ZALEŻNOŚCI UKŁADU WZMACNIACZA ZASILAJĄCEGO UZWOJENIE TWORNIKA SILNIKA [6]

Gdy wzmacniacz zasila uzwojenie twornika silnika (rys. 4), to twornik silnika i twornik wzmacniacza tworzą trzecie ogniwo układu. Wejściową wielkością tego ogniwa jest sem E_3 wzmacniacza, a wyjściową — szybkość wirowania twornika silnika ω; równanie różniczkowe ma tu postać

$$L_3 p i_3 + (E_s + i_3 R_3) = E_3, \tag{33}$$

gdzie:

E_s — sem silnika wykonawczego,

L_3 — całkowita indukcyjność obwodu,

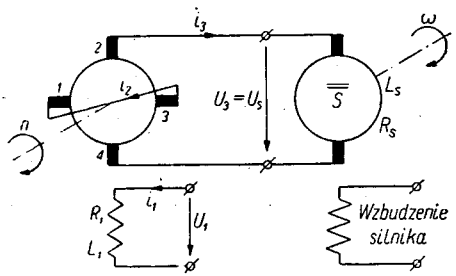
R_3 — całkowita oporność układu.

Równanie równowagi momentów układu wyraża się zależnością

$$\frac{E_s i_3}{\omega} = M + Jp\omega.$$

Ponieważ moment statyczny M nie ma wpływu na przebiegi stanów nieustalonych, więc w naszych rozważaniach można go pominąć i wobec tego będziemy mieli

$$\frac{E_s i_3}{\omega} \approx Jp\omega, \tag{34}$$



Rys. 4. Schemat układu wzmacniacza zasilającego uzwojenie twornika silnika wykonawczego

gdzie:

J — moment bezwładności twornika silnika i związanych z nim mas wirujących,

ω — szybkość kątowa twornika.

Szybkość narastania prędkości kątowej wirnika silnika jest scharakteryzowana mechaniczną stałą czasową T_m, którą można wyrazić w sposób następujący

$$T_m = JR_3 \left(\frac{\omega}{E_s}\right)^2 = \frac{JR_3}{q^2}, \tag{35}$$

gdzie $q = \frac{E_s}{\omega}$.

Z wyrażeń (34) i (35) określamy prąd obciążenia w postaci

$$i_3 = \frac{T_m}{R_3} q p \omega$$

i po podstawieniu do równania (33) otrzymamy

$$T_3 T_m q p^2 \omega + T_m q p \omega + q \omega = E_3 .$$

Określoną powyższym równaniem sem E_3 podstawiamy do równania (26) i otrzymujemy zależność między szybkością wirowania silnika ω a napięciem sterowania wzmacniacza U_1 w postaci

$$T_1 T_2 T_3 T_m p^4 \omega + (T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_m) p^3 \omega + (T_1 T_2 + T_\Sigma T_m + T_3 T_m N) p^2 \omega +$$

$$+ (T_\Sigma + T_m N) p \omega + N \omega = \frac{m_1 m_2}{q} U_1 .$$

W tym przypadku, tak samo jak w punkcie 4, całkowita indukcyjność tego obwodu jest sumą indukcyjności wewnętrznej wzmacniacza L_w oraz indukcyjności silnika L_s. Ponieważ L_s jest w tym przypadku indukcyjnością pola oddziaływania twornika (a nie pola głównego, jak poprzednio), więc stała czasowa określona zależnością

$$T_3 = \frac{L_w + L_s}{R_s} = T_w + T_s$$

jest znacznie mniejsza niż dla układu wzmacniacz-uzwojenie wzbudzenia. Ponieważ moc silnika jest tu równa mocy wzmacniacza, a więc jest stosunkowo niewielka (kilka do kilkunastu kW), dlatego silnik ma znaczną liczbę obrotów i wobec tego mechaniczna stała czasowa T_m jest znaczna [zależność (35)]. Jeżeli wziąć pod uwagę, że stałe czasowe T_1 i T_2 są małe (rzędu kilkunastu i kilku setnych sek), przeto ich iloczyn w równaniu układu można pominąć. Również stała czasowa T_3 jest mała (rzędu kilku do kilkunastu setnych sek), zatem iloczyn $T_1 T_2 T_3 T_m$, jako bardzo mały, może być bez uszczerbku dla dokładności wyników pominięty. Wobec tego ogólne równanie różniczkowe układu uprości się i przyjmie teraz postać

$$(T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_m) p^3 \omega + (T_\Sigma T_m + T_3 T_m N) p^2 \omega +$$

$$+ (T_\Sigma + T_m N) p \omega + N \omega = \frac{m_1 m_2}{q} U_1 . \qquad (36)$$

Dla stanu ustalonego ($p = 0$) otrzymamy współczynnik wzmocnienia

$$\left.\begin{aligned} \frac{\omega}{U_1} &= \frac{m_1 m_2}{k q (1 \pm a)} \\ \text{lub} \\ \frac{E_s}{U_1} &= \frac{m_1 m_2}{k (1 \pm a)}. \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Jeżeli przyjąć, że $E_s \approx E_3$, to z porównania wzorów (31') i (37) wynika, że wypadkowy współczynnik napięć w stanie ustalonym układu wzmacniacz-generator jest większy niż układu wzmacniacz-silnik. Wyjątek stanowi przypadek, gdy $E_3 = E_4$, tzn. gdy napięcie wyjściowe wzmacniacza jest równe napięciu generatora (może to mieć miejsce w generatorach prądu stałego), wtedy bowiem $m_3 = 1$ i współczynniki wzmocnienia w obu przypadkach są jednakowe.

Równanie charakterystyczne ogólnego równania (36) ma postać

$$(T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_m) p^3 + (T_\Sigma T_m + T_3 T_m N) p^2 + (T_\Sigma + T_m N) p + N = 0.$$

Wprowadzając jeszcze oznaczenia

$$b_1 = \frac{T_\Sigma T_m + T_3 T_m N}{T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_m}, \qquad b_2 = \frac{T_\Sigma + T_m N}{T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_m},$$

$$b_3 = \frac{N}{T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_n}$$

otrzymamy to równanie w następującej postaci

$$p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3 = 0. \tag{38}$$

6. ANALIZA JAKOŚCI STANÓW NIEUSTALONYCH [2], [4], [5], [8], [9], [10]

Aby układ regulacyjny spełniał swoje zadanie, musi być przede wszystkim stateczny, co jest równoznaczne z warunkiem zanikania stanów nieustalonych. Oprócz spełnienia warunku stateczności dla poprawnej pracy układu ważny jest jeszcze sposób, w jaki ten stan przejściowy zanika.

Jeżeli mamy układ regulacyjny, którego stan nieustalony jest określony jednorodnym równaniem n-tego rzędu

$$\frac{d^{(n)} Z}{dt^{(n)}} + C_1 \frac{d^{(n-1)} Z}{dt^{(n-1)}} + \ldots + C_{(n-1)} Z + C_n = 0,$$

to rozwiązanie tego równania ma postać

$$Z = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \ldots + A_n e^{p_n t}, \tag{39}$$

gdzie A_1, A_2 ... A_n, p_1, p_2 ... p_n — stałe całkowania i pierwiastki równania charakterystycznego

$$p^{(n)} + C_1 p^{(n-1)} + \ldots C_{(n-1)} p + C_n = 0. \tag{39'}$$

Z rozwiązania równania (39) wynika, że przebieg stanów nieustalonych jest określony charakterem pierwiastków równania charakterystycznego (39'), a więc badanie jakości przebiegów sprowadza się do analizy pierwiastków p_1, p_2 ... p_n.

1. Jeżeli wszystkie pierwiastki równania (39') są rzeczywiste, nierówne sobie i ujemne, to każdy ze składników wyrażenia (39) będzie zanikał, a więc układ będzie stateczny.

2. Gdy równanie (39') posiada parę urojonych pierwiastków typu

$$p_k = +j\beta \quad \text{i} \quad p_{k+1} = -j\beta,$$

to przedstawiają one w stanach nieustalonych składową w postaci niezanikających sinusoidalnych przebiegów i gdyby jeszcze choć jeden pierwiastek był $p_n > 0$, to stan nieustalony miałby przebieg o rosnącej amplitudzie.

3. W przypadku gdy równanie (39') ma pierwiastki zespolone sprzężone

$$p_k = \alpha + j\beta \quad \text{i} \quad p_{k+1} = \alpha - j\beta,$$

to przebieg wyrażony przez te pierwiastki będzie zanikający, gdy ich rzeczywiste części będą ujemne.

W konkluzji można powiedzieć, że układ regulacyjny jest wtedy stateczny, jeżeli wszystkie pierwiastki rzeczywiste oraz rzeczywiste części pierwiastków zespolonych są ujemne.

Graficznie można przedstawić pierwiastki równania (39') na płaszczyźnie we współrzędnych prostokątnych, gdzie jedna oś przedstawia liczby urojone, a druga rzeczywiste; położenie pierwiastków w stosunku do obu osi pozwala określić charakter przebiegów nieustalonych.

Na rysunku 5a podany jest rozkład pierwiastków równania szóstego stopnia. Ponieważ wszystkie pierwiastki leżą z lewej strony osi j, więc pierwiastki rzeczywiste i rzeczywiste części pierwiastków zespolonych są ujemne, a zatem układ określony tymi pierwiastkami jest stateczny. Przykład układu niestatecznego podany jest na rysunku 5b, gdzie trzy pierwiastki położone są w prawej półpłaszczyźnie. Oś liczb urojonych jest granicą stateczności i pierwiastki na niej leżące są czysto urojone.

Normalnie do badania przebiegów nieustalonych stosuje się pośrednie metody analizy, w których nie potrzeba określać pierwiastków

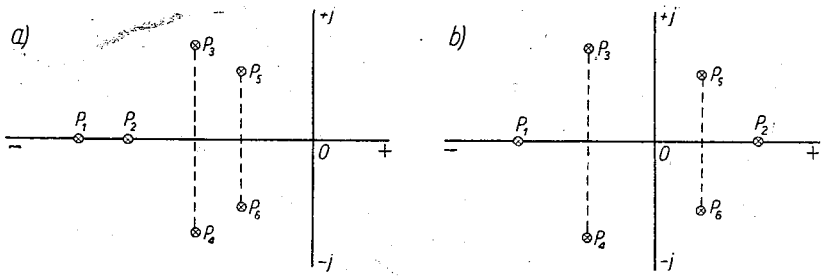
równania. W pracy tej badanie stanów nieustalonych układów wyrażonych przez równania (32) i (38) jest przeprowadzone metodą Wyszniegradzkiego.

Mamy równanie charakterystyczne trzeciego stopnia w postaci

$$p^3 + C_1 p^2 + C_2 p + C_3 = 0; \tag{40}$$

gdy bliżej osi liczb urojonych znajdują się pierwiastki zespolone, których bezwzględne wartości części rzeczywistych są równe α, to jeżeli o tę wartość przesuniemy oś liczb urojonych w lewo, wtedy równanie (40) będzie mieć jeden pierwiastek w lewej półpłaszczyźnie, a dwa na osi liczb urojonych. Ten warunek zostanie spełniony, gdy podstawimy do równania (40) $p = j\omega$, wtedy będzie

$$-j\omega^3 - C_1\omega^2 + jC_2\omega + C_3 = 0.$$



Rys. 5. Rozkład pierwiastków równania charakterystycznego w płaszczyźnie liczb zespolonych

a) wszystkie rzeczywiste pierwiastki i rzeczywiste części zespolonych pierwiastków są ujemne, więc układ regulacyjny jest stateczny; b) jeden pierwiastek rzeczywisty jest dodatni (P_2) i jeden zespolony (P_5 i P_6) z dodatnimi rzeczywistymi częściami, a zatem układ jest niestateczny

Z porównania części rzeczywistych i urojonych otrzymamy zależności

$$-\omega^2 + C_2 = 0 \quad \text{oraz} \quad -C_1\omega^2 + C_3 = 0,$$

z których po wyrugowaniu ω otrzymamy równanie

$$C_1 C_2 - C_3 = 0. \tag{41}$$

Jeżeli wprowadzimy do równania (41) parametry Wyszniegradzkiego określone w sposób następujący

$$X = \frac{C_1}{\sqrt[3]{C_3}}, \qquad Y = \frac{C_2}{\sqrt[3]{C_3^2}}, \tag{42}$$

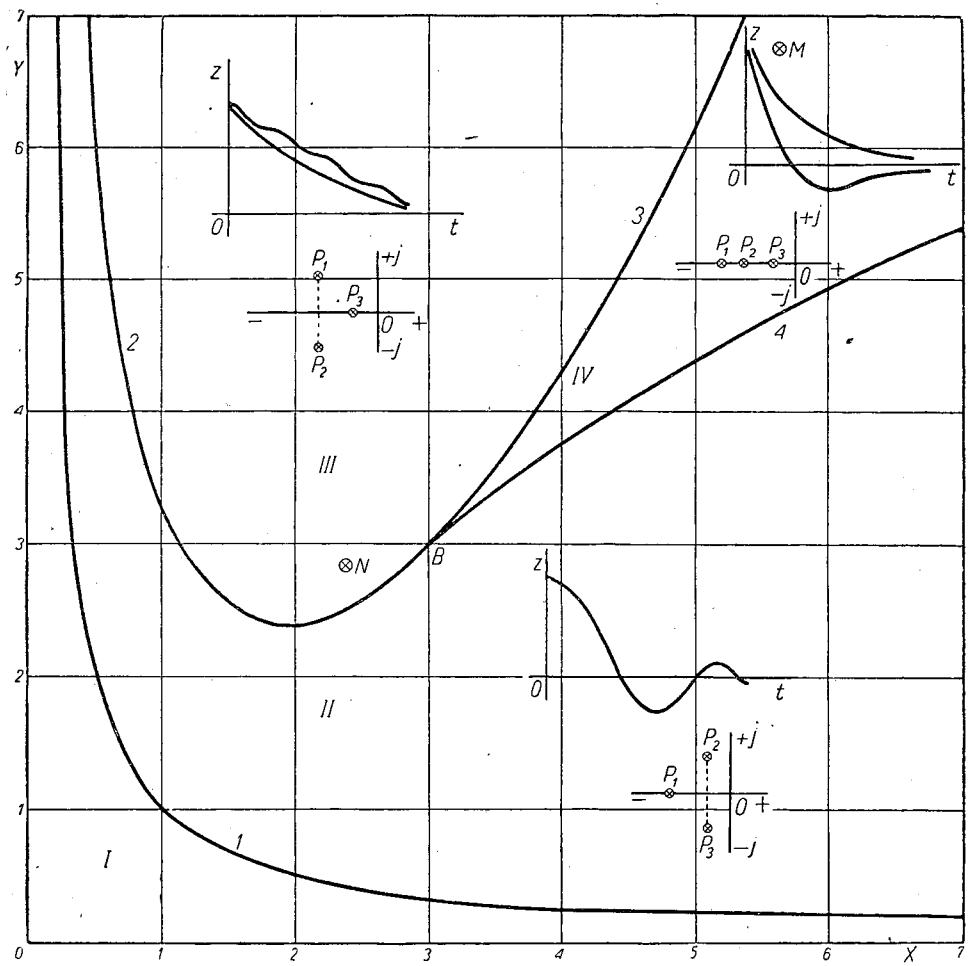
to wtedy przyjmie ono postać hiperboli równobocznej

$$XY = 1, \tag{43}$$

która jest granicą rozdzielającą obszar stateczności od obszaru niestateczności.

Wszystkie pierwiastki równania (40) będą miały ujemne rzeczywiste pierwiastki lub ujemne rzeczywiste części zespolonych pierwiastków, gdy będzie spełniona nierówność

$$XY > 1, \tag{44}$$



Rys. 6. Krzywe określające poszczególne obszary przebiegów nieustalonych

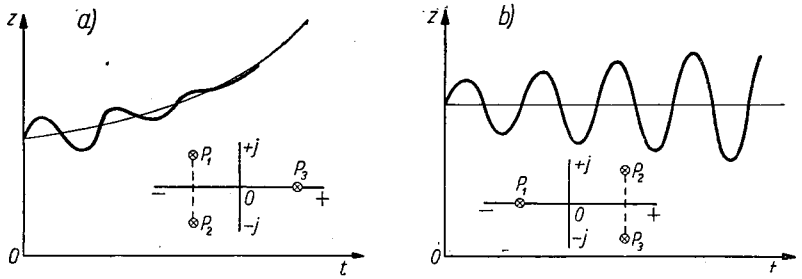
Krzywa *1* o równaniu $XY = 1$ ogranicza obszar *I* stanów nieustalonych (rys. 7); obszar *III* przebiegów monotonicznych określony przez krzywe *2* i *3* o równaniu $2X^3 - 9XY + 27 = 0$; obszar *IV* przebiegów aperiodycznych zanikających ograniczony krzywymi *3* i *4* o równaniu $4(X^3 + Y^3) - X^2Y^2 - 18XY + 27 = 0$; obszar *II* przebiegów periodycznych tłumionych; punkt *M* odpowiada $X = 5{,}66$, $Y = 6{,}72$ (przykład 1); punkt *N* odpowiada $X = 2{,}39$, $Y = 2{,}85$ (przykład 2)

tzn. że przy spełnieniu warunku (44) układ będzie stateczny, gdy zaś parametry układu będą spełniały nierówność

$$XY < 1 \tag{45}$$

wtędy układ będzie niestateczny, tzn. że stany nieustalone nie będą zanikać.

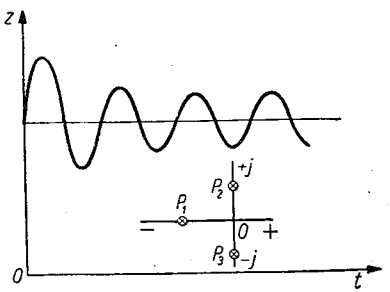
Jeżeli na płaszczyźnie we współrzędnych prostokątnych X i Y naniesiemy hiperbolę (43) (krzywa *1* na rysunku 6), to rozdzieli ona cały obszar zawarty między tymi współrzędnymi na obszar *I* pracy nie-



Rys. 7. Przebieg stanów nieustalonych oraz rozkład pierwiastków równania charakterystycznego w płaszczyźnie liczb zespolonych dla przypadku, gdy punkty określone przez parametry X i Y leżą wewnątrz obszaru *I* z rysunku 6

a) przebieg aperiodyczny niezanikający z nakładającą się składową periodyczną zanikającą; b) przebieg periodyczny o rosnącej amplitudzie

stacznej, gdzie spełniana jest nierówność (45), i obszar *II* pracy statecznej, gdzie spełniana jest nierówność (44). Przebiegi stanów nieustalonych dla układu niestatecznego podane są na rysunku 7. W tym



Rys. 8. Przebieg krzywej stanu nieustalonego oraz rozkład pierwiastków równania charakterystycznego w przypadku, gdy punkty określone przez parametry X i Y leżą na krzywej *1* z rysunku 6

przypadku, gdy pierwiastki równania (40) są urojone, będą one leżeć na krzywej *1* określonej zależnością (43) i przebieg stanu nieustalonego (rys. 8) będzie sinusoidalny nietłumiony po czasie, gdy zaniknie składowa wyrażona pierwiastkiem rzeczywistym ujemnym.

Rozpatrzmy znowu graniczny przypadek, gdy pierwiastki równania (40) są zespolone sprzężone i przechodzą w rzeczywiste. Jeżeli rzeczy-

wista część zespolonego pierwiastka jest $-\alpha$, a część urojona jest równa zeru, to równanie (40) podzieli się bez reszty przez $(p+\alpha)^2$ i wtedy równanie to można rozłożyć na następujący iloczyn

$$p^3 + C_1 p^2 + C_2 p + C_3 = (p+\alpha)^2 (p+p_3) = \\ = p^3 + (2\alpha + p_3) p^2 + (\alpha^2 + 2\alpha p_3) p + \alpha^2 p_3 = 0, \tag{46}$$

gdzie p_3 — rzeczywisty pierwiastek równania (40). Porównując teraz współczynniki stojące przy jednakowych stopniach parametru p, otrzymamy zależności

$$C_1 = 2\alpha + p_3, \qquad C_2 = 2\alpha p_3 + \alpha^2, \qquad C_3 = \alpha^2 p_3. \tag{47}$$

Po wyrugowaniu z tych równań parametrów p_3 i α otrzymamy

$$4(C_2^3 + C_3 C_1^2) - C_1^2 C_2^2 - 18 C_1 C_2 C_3 + 27 C_3^2 = 0. \tag{48}$$

Wprowadzając parametry (42) zależność (48) przekształci się w równanie następujące

$$4(X^3 + Y^3) - X^2 Y^2 - 18 XY + 27 = 0, \tag{49}$$

które jest funkcją tylko dwóch zmiennych.

Gdy pierwiastki równania (40) będą zespolone sprzężone, wtedy będzie spełniana nierówność

$$4(X^3 + Y^3) - X^2 Y^2 - 18 XY + 27 > 0, \tag{50}$$

natomiast gdy pierwiastki będą rzeczywiste, wtedy będzie spełniona zależność następująca

$$4(X^3 + Y^3) - X^2 Y^2 - 18 XY + 27 \leqslant 0. \tag{51}$$

Graficznym obrazem równania (49) są krzywe *3* i *4* na rysunku 6, wydzielające obszar *IV*, wewnątrz którego spełniania jest nierówność (51), tzn. że dla tych wartości parametrów przebieg stanów nieustalonych ma charakter aperiodyczny tłumiony. Dla tego warunku wszystkie trzy pierwiastki równania (40) są rzeczywiste ujemne.

W granicznym przypadku, gdy parametry X i Y określają punkty leżące na krzywych *3* i *4*, odpowiednie dwa pierwiastki równania (40) są sobie równe (rys. 9a i 9b).

W dalszym ciągu rozpatrzymy jeszcze przypadek, gdy $p_1 = \alpha$. Podstawiając więc $-\alpha$ do równania (40) otrzymamy

$$\alpha^3 - C_1 \alpha^2 + C_2 \alpha - C_3 = 0,$$

a ponieważ przy $p_1 = \alpha$ z zależności (47) mamy, że $C_1 = 3\alpha$, więc uwzględniając to otrzymamy równanie

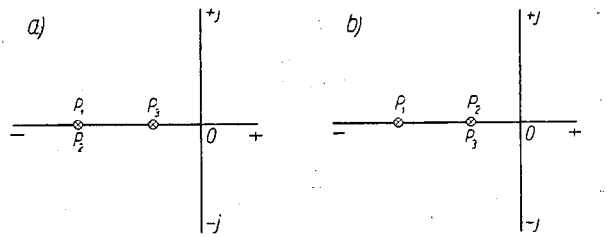
$$2C_1^3 - 9 C_1 C_2 + 27 C_3 = 0,$$

które po wprowadzeniu parametrów (42) przyjmie postać

$$2X^3 - 9XY + 27 = 0. \tag{52}$$

Koniecznym i wystarczającym warunkiem, aby przebieg stanów nieustalonych był monotoniczny przy istnieniu dwóch zespolonych sprzężonych pierwiastów jest zachowanie warunku $p_1 \leqq \alpha$ lub odpowiadającej mu nierówności

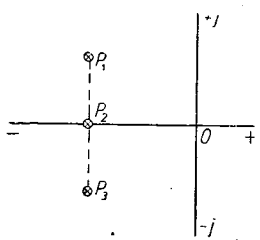
$$2X^3 - 9XY + 27 \leqslant 0. \tag{53}$$



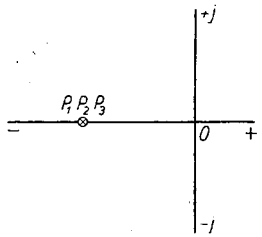
Rys. 9. Rozkład pierwiastków równania charakterystycznego trzeciego stopnia w płaszczyźnie liczb zespolonych

a) przypadek, gdy punkty określone przez parametry X i Y leżą na krzywej 3;
b) przypadek, gdy punkty określone przez parametry X i Y leżą na krzywej 4 z rysunku 6

Równanie (52) naniesione na tę samą płaszczyznę daje krzywą *2* (rys. 6), która łącznie z krzywą *3* wyodrębnia obszar *III*, wewnątrz którego jest spełniana nierówność (53), tzn. że w obszarze tym przebieg stanów nieustalonych jest monotoniczny. Punkty leżące na krzywej *2* przedstawiają pierwiastki równania (40) w tym przypadku, gdy rzeczywiste części pierwiastków zespolonych są równe pierwiastkowi rzeczywistemu (rys. 10). W punkcie *B* (rys. 6) wszystkie pierwiastki równania (40) są sobie równe (rys. 11).



Rys. 10. Rozkład pierwiastków równania charakterystycznego trzeciego stopnia w płaszczyźnie liczb zespolonych, gdy punkty określone przez parametry *X* i *Y* leżą na krzywej *2* z rysunku 6



Rys. 11. Rozkład pierwiastków równania charakterystycznego trzeciego stopnia w płaszczyźnie liczb zespolonych, gdy parametry *X* i *Y* określają punkt *B* z rysunku 6

W obszarze *II* jest spełniona nierówność (50), czemu odpowiada periodyczny tłumiony przebieg stanów nieustalonych.

Przykład 1. Rozpatrzymy przebieg stanu nieustalonego dla przypadku, gdy wzmacniacz zasila uzwojenie generatora w przypadku pełnej kompensacji ($N = 1$); stałe czasowe poszczególnych obwodów mają następujące wartości liczbowe $T_1 = 0{,}17$ sek, $T_2 = 0{,}07$ sek, $kb = 0{,}01$ sek, $T_3 = 1{,}5$ sek. Poszczególne współczynniki w równaniu (32) mają wartości

$$a_1 = \frac{T_1T_2 + T_2T_3}{T_1T_2T_3} = \frac{0{,}17 \cdot 0{,}07 + 0{,}25 \cdot 1{,}5}{0{,}17 \cdot 0{,}07 \cdot 1{,}5} = 22,$$

$$a_2 = \frac{T_\Sigma + T_3}{T_1T_2T_3} = \frac{0{,}25 + 1{,}5}{0{,}17 \cdot 0{,}07 \cdot 1{,}5} = 98,$$

$$a_3 = \frac{1}{T_1T_2T_3} = \frac{1}{0{,}17 \cdot 0{,}07 \cdot 1{,}5} = 56.$$

Równanie (32) będzie miało postać

$$p^3 + 22\,p^2 + 98\,p + 56 = 0.$$

Wartości liczbowe parametrów (42) będą

$$X = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_3}} = \frac{22}{3{,}83} = 5{,}66;$$

$$Y = \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_3^2}} = \frac{98}{14{,}6} = 6{,}72.$$

Warunek stateczności układu

$$XY = 5{,}66 \cdot 6{,}72 = 38 > 1$$

jest spełniony, a zatem układ jest stateczny.

Sprawdzimy rodzaj przebiegu stanu nieustalonego

$$4(X^3 + Y^3) - Y^2Y^2 - 18\,XY + 27 = 4(5{,}66^3 + 6{,}72^3) +$$

$$- 5{,}66^2 \cdot 6{,}72^2 - 18 \cdot 5{,}66 \cdot 6{,}72 + 27 = -173 < 0,$$

a więc zgodnie z warunkiem (51) przebieg stanu nieustalonego jest aperiodyczny tłumiony, tzn. że wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego są rzeczywiste ujemne.

Lepiej jest nanieść wartości X i Y na wykres z rysunku 6, gdyż wtedy widać położenie punktu określonego tymi parametrami w stosunku do krzywych określających poszczególne obszary. Obliczonym wartościom X i Y odpowiada punkt M na rysunku 6.

Przykład 2. Określić przebieg stanu nieustalonego układu, gdy wzmacniacz zasila uzwojenie twornika silnika w przypadku pełnej kompensacji, dla następujących wartości stałych czasowych $T_1 = 0{,}17$ sek, $T_2 = 0{,}07$ sek, $kb = 0{,}01$ sek, $T_m = 0{,}28$ sek, $T_3 = 0{,}044$ sek.

Współczynniki równania (38) mają następujące wartości

$$b_1 = \frac{T_\Sigma T_m + T_3 T_m}{T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_m} = \frac{0{,}25 \cdot 0{,}28 + 0{,}044 \cdot 0{,}28}{0{,}17 \cdot 0.07 \cdot 0{,}28 + 0{,}25 \cdot 0{,}044 \cdot 0{,}28} = 12{,}85,$$

$$b_2 = \frac{T_\Sigma + T_m}{T_1 T_2 T_m + P T_\Sigma T_3 T_m} = \frac{0{,}25 + 0{,}28}{0{,}00641} + 82{,}7,$$

$$b_3 = \frac{\cdot\ 1}{T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_m} = \frac{1}{0{,}00641} = 156.$$

Parametry (42) wynoszą

$$X = \frac{b_1}{\sqrt[3]{b_3}} = \frac{12{,}85}{5{,}38} = 2{,}39,$$

$$Y = \frac{b_2}{\sqrt[3]{b_3^2}} = \frac{82{,}7}{29} = 2{,}85.$$

Warunek stateczności układu

$$XY = 2{,}39 \cdot 2{,}85 = 6{,}8 > 1,$$

jest spełniony, czyli układ jest stateczny.

Rodzaj przebiegu stanu nieustalonego określimy z warunku

$$4(X^3 + Y^3) - X^2Y^2 - 18\,XY + 27 =$$

$$= 4(2{,}39^3 + 2{,}85^3) - 2{,}39^2 \cdot 2{,}85^2 - 18 \cdot 2{,}39 \cdot 2{,}85 + 27 =$$

$$= 147{,}6 - 46{,}6 - 122{,}5 + 27 = 7{,}5 > 0,$$

a więc na podstawie zależności (50) mamy tu przebieg periodyczny tłumiony; aby określić dokładniej ten przebieg sprawdzimy jeszcze warunek (53)

$$2X^3 - 9XY + 27 = 2 \cdot 2{,}39^3 - 9 \cdot 2{,}39 \cdot 2{,}85 + 27 =$$

$$= 27{,}5 - 61{,}3 + 27 = -6{,}8 < 0,$$

z którego wynika, że przebieg stanu nieustalonego jest monotoniczny, tzn. że dwa pierwiastki równania charakterystycznego są zespolone sprzężone z ujemną częścią rzeczywistą i jeden pierwiastek jest rzeczywisty ujemny. Na rysunku 6 wartościom $X = 2{,}39$ i $Y = 2{,}85$ odpowiada punkt N.

6.1. Analiza stanów nieustalonych układu wzmacniacza zasilającego uzwojenie wzbudzenia generatora

Stała czasowa wzmacniacza T_Σ jest funkcją stopnia kompensacji N ($T_\Sigma = F(N)$) i przy niedokompensacji ($N > 1$) maleje, zaś przy kompensacji nadmiernej ($N < 1$) rośnie w stosunku do wartości, jaką ma przy $N = 1$. Wobec tego i współczynniki w równaniu (32) są funkcjami kompensacji.

Oznaczając wartości stałych czasowych dla dowolnego stopnia kompensacji przez T_1', T_2' i T_Σ' otrzymamy parametr X określony wzorem (42) w postaci

$$X_N = \frac{T_1'T_2' + T_\Sigma' T_3}{\sqrt[3]{N} \cdot \sqrt[3]{(T_1' \cdot T_2' \cdot T_3)^2}} \approx \frac{T_\Sigma' T_3}{\sqrt[3]{N} \cdot \sqrt[3]{(T \cdot T_2' \cdot T_3)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{N}} v',$$

zaś dla kompensacji zupełnej ($N = 1$) stałe czasowe są T_1, T_2 i T_Σ i parametr X ma postać

$$X_1 = \frac{T_1T_2 + T_\Sigma T_3}{\sqrt[3]{(T_1T_2T_3)^2}} \approx \frac{T_\Sigma T_3}{\sqrt[3]{(T_1T_2T_3)^2}} = v.$$

Wprowadzając stosunek wartości X_N i X_1 otrzymamy

$$\frac{X_N}{X_1} = \frac{v'}{v} \frac{1}{\sqrt[3]{N}}.$$

Oznaczając jeszcze

$$\frac{v'}{v} = \sqrt[3]{\left(\frac{T_1T_2}{T_1'T_2'}\right)^2} \frac{T_\Sigma'}{T_\Sigma} = \gamma$$

otrzymamy

$$\frac{X_N}{X_1} = \gamma \frac{1}{\sqrt[3]{N}}. \tag{54}$$

Jeżeli przyjąć, że stałe czasowe wzmacniacza nie zależą od stopnia kompensacji $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$, wtedy $\gamma = 1$ i zależność (54) przyjmie postać

$$\frac{X_N}{X_1} = \frac{1}{\sqrt[3]{N}}. \tag{55}$$

Dla parametru Y przy dowolnym stopniu kompensacji mamy zależność

$$Y_N = \frac{T_\Sigma' + T_3 N}{\sqrt[3]{N^2} \cdot \sqrt[3]{T_1'T_2'T_3}} = \frac{1 + \frac{T_3}{T_\Sigma'} N}{\sqrt[3]{N^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1'T_2'T_3}{(T_\Sigma')^2}}}$$

oraz przy pełnej kompensacji ($N = 1$)

$$Y_1 = \frac{T_\Sigma + T_3}{\sqrt[3]{T_1 T_2 T_3}} = \frac{1 + \frac{T_3}{T_\Sigma}}{\sqrt[3]{\frac{T_1 T_2 T_3}{T_\Sigma^2}}}.$$

Wprowadzając oznaczenia

$$n' = \frac{T_3}{T'_\Sigma}, \quad n = \frac{T_3}{T_\Sigma}, \quad n'_1 = \sqrt[3]{\frac{T'_1 T'_2 T_3}{(T'_\Sigma)^3}}, \quad n_1 = \sqrt[3]{\frac{T_1 T_2 T_3}{(T_\Sigma)^3}}$$

powyższe zależności przyjmą następujące postaci

$$Y_N = \frac{1 + n'N}{n'_1 \cdot \sqrt[3]{N^2}}, \qquad Y_1 = \frac{1 + n}{n_1},$$

zaś stosunek obu parametrów będzie określony wyrażeniem

$$\frac{Y_N}{Y_1} = \frac{n_1}{n'_1} \frac{1 + n'N}{(1 + n)\sqrt[3]{N^2}}.$$

Oznaczając jeszcze

$$\frac{n_1}{n'_1} = \sqrt[3]{\frac{T_1 T_2}{T'_1 T'_2}} \cdot \frac{T'_\Sigma}{T_\Sigma} = \delta \qquad \text{oraz} \qquad \frac{n'}{n} = \frac{T_\Sigma}{T'_\Sigma} = \alpha$$

otrzymamy powyższy stosunek w postaci

$$\frac{Y_N}{Y_1} = \delta \frac{1 + \alpha n N}{(1 + n)\sqrt[3]{N^2}}. \tag{56}$$

Parametr $n = \frac{T_3}{T_\Sigma}$ przedstawia stosunek stałej czasowej generatora łącznie ze stałą czasową obwodu wyjściowego wzmacniacza do wypadkowej stałej czasowej wzmacniacza przy pełnej kompensacji ($N = 1$) i jest znacznie większy od jedności.

Dla przypadku uproszczonego, gdy przyjąć, że $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$, $\alpha = 1$, $\delta = 1$ i zależność (56) przyjmie postać

$$\frac{Y_N}{Y_1} = \frac{1 + nN}{(1 + n)\sqrt[3]{N^2}} \tag{57}$$

Ponieważ cały obwód magnetyczny wzmacniacza nie jest nasycony, więc można przyjąć liniową zależność zmian T_Σ od N i na tej podstawie, znając wartości T_Σ dla $N = 1$ oraz dla jakiejś innej wartości, można określić T_Σ dla dowolnych wartości N.

Przy określaniu liczbowych wartości parametrów γ i δ przyjmujemy jeszcze, że wartości obu stałych czasowych T_1 i T_2 zmieniają się jednakowo przy zmianie N, co jednak nie jest słuszne; przy takim założeniu rosną nieco ($\sim 1\%$) wartości stosunków $\frac{X_N}{X_1}$ i $\frac{Y_N}{Y_1}$, co oczywiście nie ma wpływu na dokładność wyników, a upraszcza znacznie obliczenia.

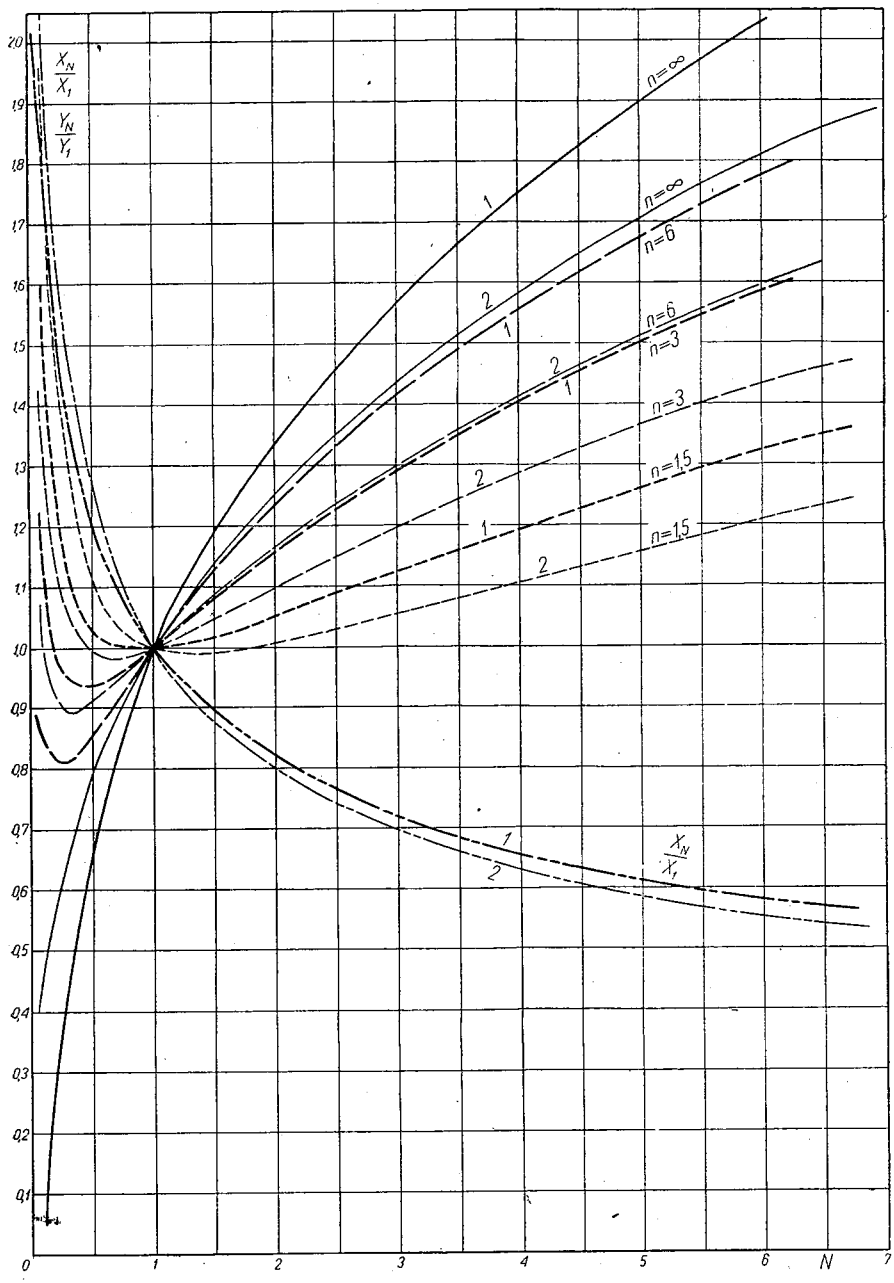
Uwzględniając powyższe założenia i przyjmując, że przy $N = 6$ stała czasowa T_Σ maleje o 15% w stosunku do swej wartości przy $N = 1$, określamy wartości liczbowe współczynników α, γ, δ, a następnie wartości $\frac{X_N}{X_1}$ i $\frac{Y_N}{Y_1}$ dla różnych wartości N [1]). Przebiegi krzywych $\frac{X_N}{X_1}$ i $\frac{Y_N}{Y_1}$ w zależności od stopnia kompensacji N dla różnych wartości parametru $n = \frac{T_3}{T_\Sigma}$, zawartych w granicach $1{,}5 \leqslant n \leq \infty$ są przedstawione na rysunku 12. Krzywe *1* odpowiadają przypadkowi, gdy $T_\Sigma = F(N)$, zaś krzywe *2* przypadkowi uproszczonemu, gdy przyjmujemy, że $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$.

Z przebiegu krzywych widać, że im zmiany stałej czasowej T_Σ od zmian N są większe, tym wyższe są wartości parametrów $\frac{X_N}{X_1}$ i $\frac{Y_N}{Y_1}$ w przypadku niedokompensacji ($N > 1$). Z rysunku 12 widać również, że im mniejsza jest wartość parametru n, tym mniejszy jest wpływ zmian $T_\Sigma = F(N)$ na wartości funkcji $\frac{Y_N}{Y_1} = \varphi(N)$, tzn. tym mniejsze są różnice rzędnych między krzywymi *1* i *2* przy tych samych wartościach N i dla krańcowej wartości $n = 0$ różnica ta jest najmniejsza (kilka %).

Porównując krzywe *1* dla $n = \infty$ i $n = 6$ widać, że różnice rzędnych maleją ze wzrostem n i już przy $n \approx 15$ są tak małe, że powyżej tej wartości można przyjmować z dostatecznie dużą dokładnością $n = \infty$.

---

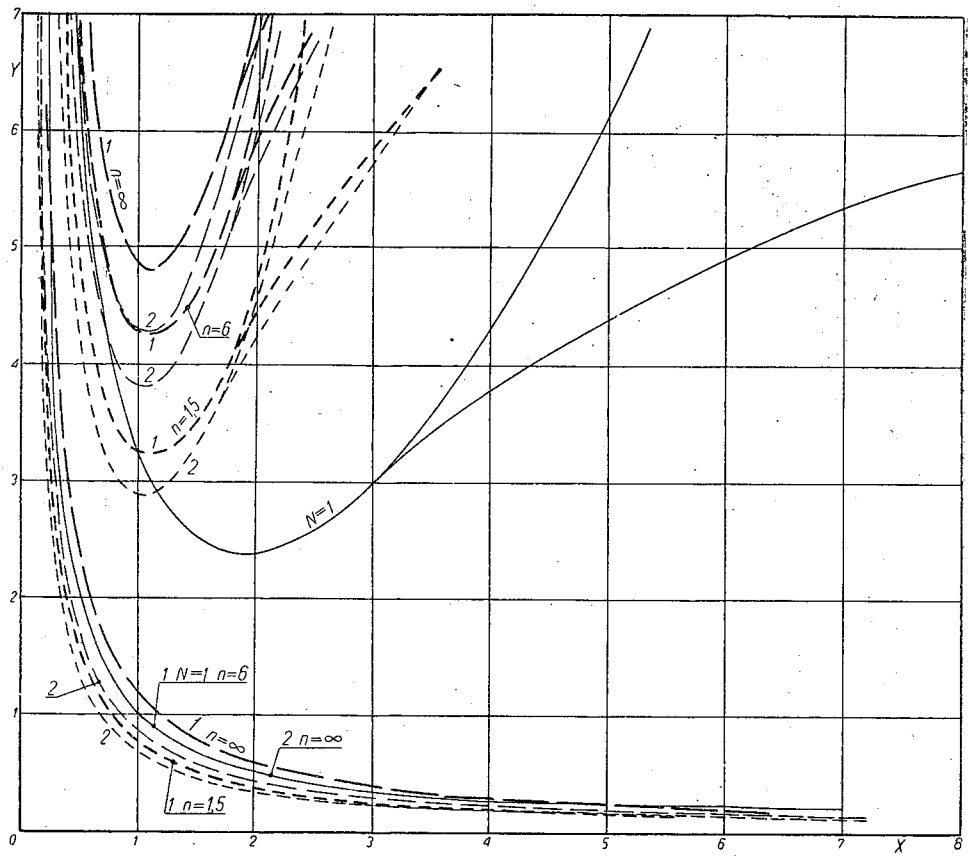
[1]) Przyjęta wartość 15-procentowego zmniejszenia T_Σ przy $N = 6$ jest największą wartością, jaką uzyskano z przeliczeń wzmacniaczy 4,5-kilowatowego i 4-kilowatowego oraz z pomiarów wzmacniaczy 2-kilowatowego i 10-kilowatowego; poszczególne wyniki różnią się od siebie o kilka procentów.



Rys. 12. Zależności $\frac{Y_N}{Y_1} = f(N)$ i $\frac{X_N}{X_1} = \varphi(N)$ przy $n = \text{const}$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$

Na wielkość parametru $\frac{X_N}{X_1}$ zmiana $T_\Sigma = F(N)$ niewiele wpływa nawet przy dużych wartościach N.

Przy kompensacji nadmiernej ($N < 1$) rośnie stała czasowa T_Σ, co powoduje zmniejszenie wartości $\frac{X_N}{X_1}$ i $\frac{Y_N}{Y_1}$ w porównaniu z wartościami określonymi przez krzywe *2*. W przypadku kompensacji nadmiernej, ze wzrostem parametru n — przeciwnie, niż gdy $N > 1$ — maleją wartości $\frac{X_N}{X_1}$ i $\frac{Y_N}{Y_1}$ dla tych samych N. Obszary odpowiednich przebiegów stanów nieustalonych przy niedokompensacji $N = 6$ dla wartości parametru $n = \infty$; 6; 1,5 są przedstawione na rysunku 13; krzywe *1* są obliczone dla przypadku, gdy $T_\Sigma = F(N)$, zaś krzywe *2* dla przypadku, gdy $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$.



Rys. 13. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 6$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$

Jak widać z przebiegu charakterystyk *1*, wielkość obszaru niestateczności określonego hiperbolą

$$X_N Y_N = \text{const}$$

zależy od wartości parametru n. Ze wzrostem n obszar ten rośnie i osiąga wartość największą dla $n = \infty$, a wtedy równanie hiperboli ma postać $X_6 Y_6 = 1{,}175$. Dla $n = 6$ obszar ten osiąga już taką samą wielkość jak przy $N = 1$, a dla $n = 1{,}5$—$X_6 Y_6 = 0{,}77$ — jest więc mniejszy niż przy pełnej kompensacji ($X_1 Y_1 = 1$).

Z porównania krzywych *1* zawartych w granicach $1{,}5 \leqslant n \leqslant \infty$ widać, że zarówno wzrost, jak i zmniejszenie obszaru są bardzo małe i można praktycznie przyjmować, że obszar ten nie ulega zmianie i jest równy obszarowi przy $N = 1$. Obszary niestateczności dla przypadku $T_\Sigma \Psi(N) = \text{const}$ (krzywe *2*) są nieco mniejsze niż dla przypadku poprzedniego dla dużych i średnich wartości n.

Z porównania obszarów niestateczności określonych przez krzywe *1* i *2* wynika, że różnice w wielkości w zakresie $1{,}5 \leqslant n \leqslant \infty$ są niewielkie i można z wystarczającą dokładnością przyjmować, że zmiana $T_\Sigma = F(N)$ nawet dla dużych niedokompensacji nie ma wpływu na wielkość obszaru niestateczności.

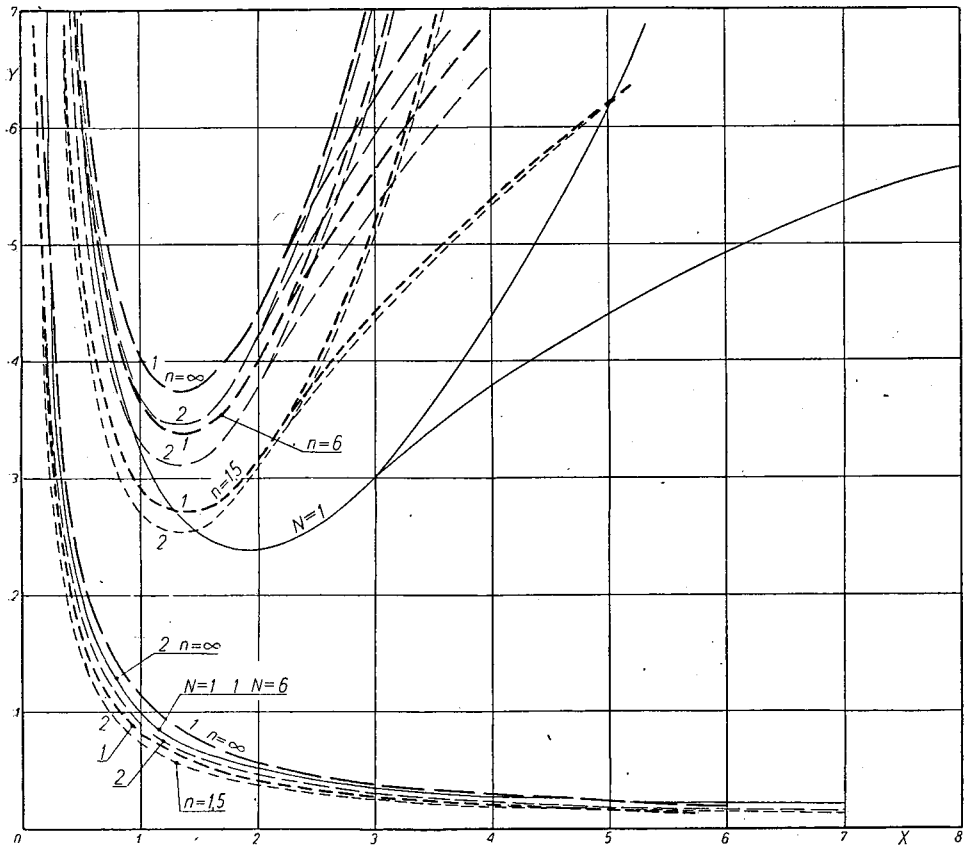
Rozpatrując obszary przebiegów monotonicznych (obszary *III*), ograniczonych krzywymi *1*, widać, że przy $N = \text{const}$ obszary te są tym mniejsze, im wyższa jest wartość parametru n; najmniejszy obszar jest dla $n = \infty$. Z rysunku wynika, że przy zmianie n od ∞ do 6 zmieniają się one bardzo mało. Obszary przebiegów monotonicznych ograniczonych krzywymi *2*, $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$, są tych samych wielkości co rozpatrzone poprzednio, tylko wierzchołki krzywych przesunięte są w kierunku niższych wartości Y. Różnice obszarów ograniczonych krzywymi *1* i *2* są największe dla dużych wartości parametru n i maleją przy jego zmniejszaniu.

Obszary przebiegów aperiodycznych tłumionych (obszary *IV*) są bardzo małe dla dużych wartości n i szybko rosną począwszy od $n = 6$ dla malejących wartości. Z porównania obszarów *IV*, ograniczonych krzywymi *1* i *2*, wynika, że są one tej samej wielkości dla tych samych wartości n. Obszary przebiegów periodycznych tłumionych (obszary *II*) są tu duże zarówno dla przypadku $T_\Sigma = F(N)$, jak i dla przypadku, gdy $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$, z uwagi na małe obszary *III* i *IV* przy nie zmieniających się obszarach *I*.

Na rysunku 14 przedstawione są te same obszary co poprzednio, lecz dla niedokompensacji $N = 3$. Wpływ wielkości parametru n na wielkość obszaru niestateczności jest taki sam jak dla $N = 6$, z tym, że występują tu zmiany ilościowe, sprowadzające się do zmniejszenia

pasma zawartego między krzywymi granicznymi dla $n = \infty$ i $n = 1{,}5$, czyli że obie krzywe zbliżają się do krzywej $XY = 1$. Zupełnie takie same zmiany zachodzą i dla obszarów ograniczonych krzywymi *2*.

Obszary przebiegów monotonicznych są tu znacznie większe niż przy $N = 6$, jak również mniejsze są różnice między obszarami dla różnych wartości n. Tak samo wpływa zmniejszenie stopnia niedokom-



Rys. 14. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 3$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$

pensacji na obszary ograniczone krzywymi *2*. Różnice między obszarami określonymi przez krzywe *1* i *2* są bardzo małe i tu można już pominąć wpływ zmian $T_\Sigma = F(N)$ na wielkość parametrów $\frac{X_N}{X_1}$ oraz $\frac{Y_N}{Y_1}$ i przyjmować, że $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$.

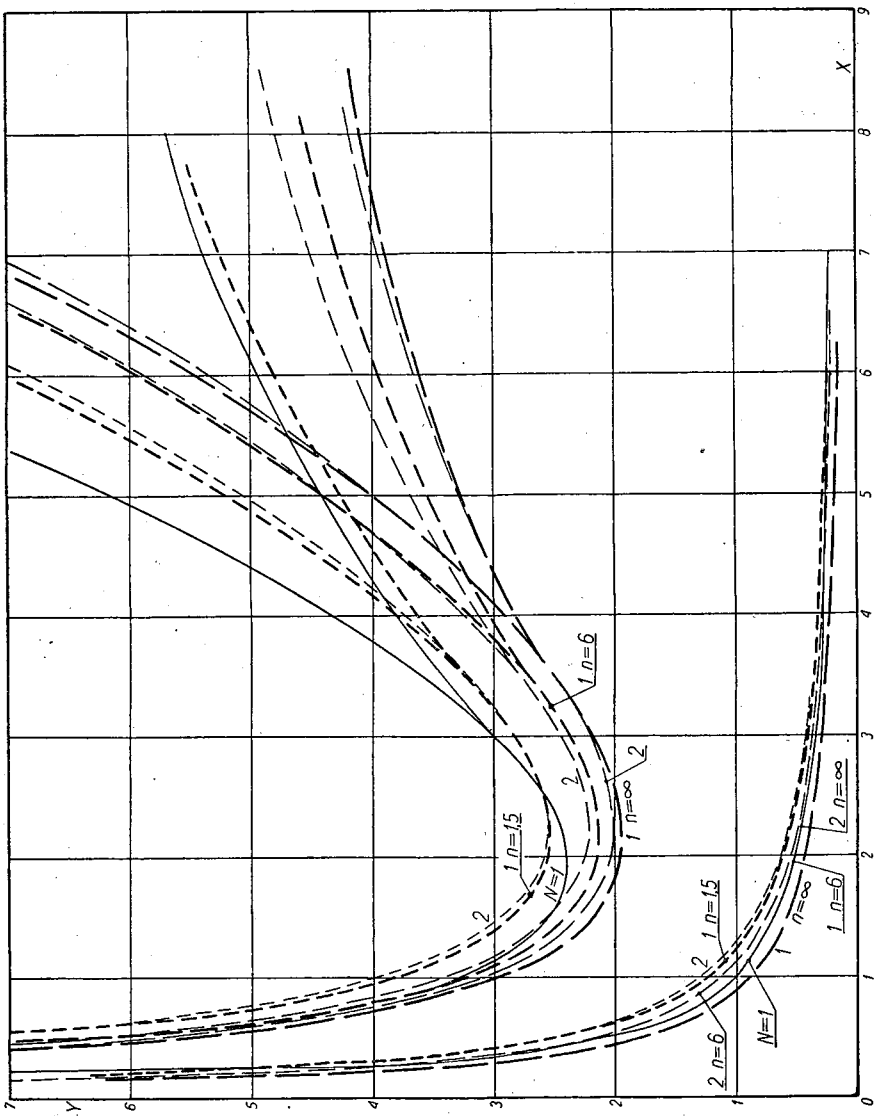
Obszary przebiegów aperiodycznych tłumionych ograniczonych krzywymi *1* i *2* są tej samej wielkości i tak samo usytuowane względem osi

X i Y. Obszary te dla dużych n są znacznie większe niż przy $N = 6$ i rosną szybko ze zmniejszeniem wielkości n.

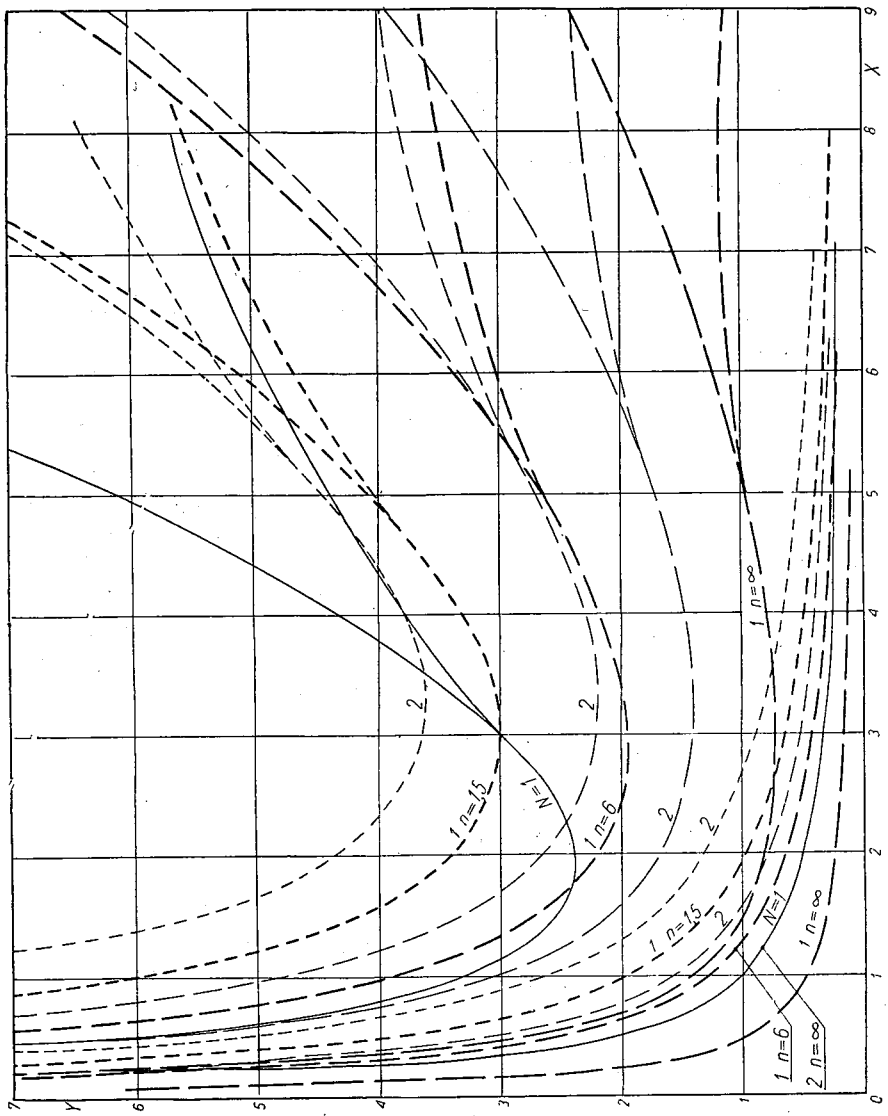
Przy kompensacji nadmiernej $N = 0{,}6$ odpowiednie obszary przedstawione są na rysunku 15. Tutaj, przeciwnie niż przy niedokompensacji ($N > 1$), zwiększenie obszarów niestateczności następuje dla małych wartości n. Dla $n < 6$ obszar niestateczności określony krzywymi *1* jest większy niż przy $N = 1$, dla $n = 6$ jest taki sam jak przy $N = 1$, a dla $n > 6$ jest mniejszy. Jak widać z rysunku 15, obszary niestateczności określone krzywymi *1* i *2* są większe niż przy $N = 1$, szczególnie dla małych n; dla $n = \infty$ obszar niestateczności jest tej samej wielkości co przy $N = 1$. Obszary określone krzywymi *1* i *2* różnią się między sobą bardzo mało i można przyjąć, że zmiana T_Σ w zależności od N nie wpływa na wielkość obszarów niestateczności. Z dalszego porównania wynika jeszcze, że w obu przypadkach różnice obszarów dla wartości parametru n w granicach $1{,}5 \leqslant n \leqslant \infty$ nie wpływają na wielkość obszarów niestateczności i że wielkość tego obszaru można przyjmować jak przy $N = 1$. A więc dla kompensacji nadmiernej od $N = 1$ do $N = 0{,}6$ na wielkość obszaru niestateczności nie ma praktycznie wpływu zmiana n od 1,5 do ∞ oraz zmiana T_Σ spowodowana zmianą N od 1 do 0,6. Obszary przebiegów monotonicznych rosną tu ze wzrostem wartości n przeciwnie, niż to było przy niedokompensacji ($N > 1$), i nawet dla $n = 1{,}5$ są większe niż przy $N = 1$. Wielkości obszarów dla $n = 6$ i $n = \infty$ różnią się tak mało, że właściwie można przyjąć ich równość, niewielka jest również różnica obszarów dla $n = 1{,}5$ i $n = 6$.

Porównując obszary przebiegów monotonicznych określone krzywymi *1* i *2* widać, że są one prawie identyczne, tzn. że zmiana T_Σ w zależności od N nie ma wpływu na wielkość tych obszarów i dla $N = 0{,}6$ można przyjmować, że $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$. Obszary przebiegów aperiodycznych tłumionych, określone przez krzywe *1* i *2*, są duże, dla $n = 1{,}5$ są równe obszarom dla $N = 1$ i ze wzrostem n do ∞ nieznacznie rosną.

Odpowiednie obszary dla kompensacji nadmiernej $N = 0{,}2$ przedstawione są na rysunku 16. Tutaj widać już znacznie większy wzrost obszaru niestateczności dla $n = 1{,}5$ i znaczne zmniejszenie tego obszaru dla $n = \infty$ w stosunku do obszaru przy $N = 1$; natomiast mały jest wzrost dla $n = 6$. Obszary określone krzywymi *2* wykazują większy wzrost niż określone krzywymi *1*, szczególnie dla małych wartości n. Dla $n = 6$ obszar ten wzrasta niewiele, a dla $n = \infty$ jest tej samej wielkości co przy $N = 1$. Z tego widać, że wpływ zmian $T_\Sigma = F(N)$ na obszar niestateczności jest najmniejszy przy $n \approx 6$ i że dla tej wartości obszar niestateczności niewiele się różni od obszaru przy $N = 1$.



Rys. 15. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 0{,}6$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$



Rys. 16. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 0{,}2$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$

Obszary przebiegów monotonicznych są duże nawet dla małych n i rosną silnie ze wzrostem n. Dla $n = \infty$ obszar ten jest tak duży, że obszar przebiegów periodycznych tłumionych praktycznie nie istnieje.

Różnice między odpowiednimi obszarami określonymi krzywymi *1* i *2* są tu duże dla małych i dużych wartości n, zaś dla $n = 6$ obszary te prawie nie różnią się.

Obszary przebiegów aperiodycznych tłumionych określonych krzywymi *1* są duże już przy małych n i rosną ze wzrostem n do $n = 6$ i przy dalszym wzroście n maleją; podobnie zachowują się obszary określone krzywymi *2*.

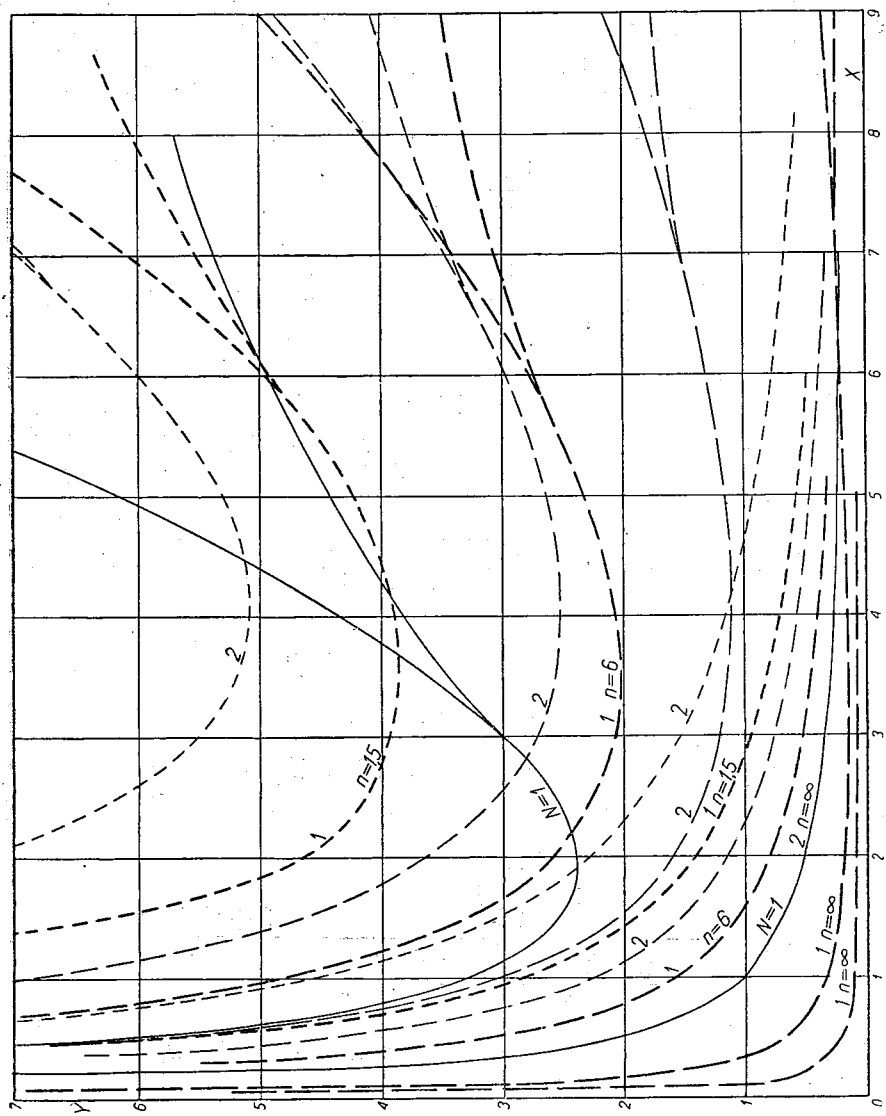
Na rysunku 17 podane są przebieg krzywych dla $N = 0{,}1$. Obszar niestateczności określony krzywymi *1* wzrasta tu bardzo znacznie dla małych wartości n; dla $n = 6$ jest już tylko niewiele większy niż przy $N = 1$, a w granicznym przypadku, gdy $n = \infty$, jest tak mały, że praktycznie nie istnieje.

Wielkości obszarów niestateczności, określonych krzywymi *1* i *2*, różnią się znacznie od siebie; w drugim przypadku obszar ten rośnie ze zmniejszeniem n od wielkości, jaką ma dla $n = \infty$ (która jest równa wielkości przy $N = 1$).

Jeżeli chodzi o obszary przebiegów monotonicznych, to rosną one zarówno przy wzroście n, jak i przy jego zmniejszaniu, z tym tylko, że przy wzroście kompensacji nadmiernej obszary dla małych n przesuwają się do góry, zaś dla dużych n przesuwają się w dół w stosunku do krzywej przy $n = 6$, której wierzchołek leży na tej samej wysokości ($Y = 2$) przy zmianach N w szerokich granicach (od $\sim 0{,}7$ do $0{,}1$). W granicznym przypadku, gdy $n = \infty$, obszar niestateczności oraz obszary przebiegów aperiodycznych tłumionych i periodycznych tłumionych są tak znikomo małe, że faktycznie mamy tylko obszar przebiegów monotonicznych. Obszary przebiegów monotonicznych określonych krzywymi *2* leżą znacznie wyżej niż podane poprzednio. Stosunkowo najmniejsze jeszcze różnice występują dla krzywych *1* i *2* przy $n = 6$.

Obszary przebiegów aperiodycznych tłumionych dla małych wartości n są takie jak przy $N = 1$ i dopiero począwszy od $n \approx 6$ zaczynają maleć, osiągając wartość bardzo małą przy $n = \infty$; podany przebieg mają obszary określone krzywymi *2*.

Z powyższej analizy wynika, że wpływ na wielkość poszczególnych obszarów i ich usytuowanie oprócz stopnia kompensacji N ma wielkość parametru $n = \frac{T_3}{T_\Sigma}$ oraz wielkość zmian T_Σ w zależności od N.



Rys. 17. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 0{,}1$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$

Ogólnie biorąc, przy niedokompensacji maleją obszary przebiegów monotonicznych i to tym bardziej, im wyższe są wartości n oraz im stopień niedokompensacji jest większy. Obszary niestateczności w bardzo szerokich granicach, bo od $N \approx 7$ do $N \approx 0{,}5$, praktycznie pozostają stałe i tej wielkości co przy $N = 1$ i to zarówno dla przypadku $T_\Sigma = F(N)$, jak i dla przypadku $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$. Ze względu na to największym obszarem jest obszar przebiegów periodycznych tłumionych. Dla kompensacji nadmiernej do wartości $N = 0{,}6$ obszar niestateczności nie zmienia się prawie i można przyjąć, że jest tej wielkości co przy $N = 1$, tak dla krzywych *1* jak i *2*. Zmniejszając N do wartości $N = 0{,}1$ obszar niestateczności silnie maleje dla dużych i silnie wzrasta dla małych n.

Obszary przebiegów monotonicznych i aperiodycznych aż do wartości $N = 0{,}6$ są duże i nieco większe niż przy $N = 1$ dla $n \geqslant 1{,}5$; obszary określone krzywymi *1* i *2* nie różnią się od siebie.

Dla wartości $N < 0{,}6$ obszary przebiegów monotonicznych bardzo silnie wzrastają i przesuwają się w kierunku niższych wartości Y, gdy wartości n rosną, dla małych zaś n obszary są mniejsze i przesunięte w kierunku wyższych wartości Y. Dla dużej kompensacji nadmiernej wpływ zwiększenia stałej czasowej wzmacniacza T_Σ przejawia się zwiększeniem obszarów przebiegów monotonicznych i zmniejszeniem obszarów niestateczności; wpływ ten jest większy dla dużych n.

6.2. Analiza stanów nieustalonych układu wzmacniacza zasilającego uzwojenie twornika silnika

Oznaczając jak poprzednio przez T_1', T_2' i T_Σ' stałe czasowe przy dowolnym stopniu kompensacji N, otrzymamy parametr X określony zależnością (42) w postaci

$$X_N = \frac{1 + \dfrac{T_3}{T_\Sigma'} N}{\sqrt[3]{\dfrac{(T_1'T_2'T_m + T_\Sigma'T_3T_m)^2}{(T_\Sigma'T_m)^3}} \cdot \sqrt[3]{N}} = \frac{1 + s'N}{s_1' \sqrt[3]{N}},$$

a dla kompensacji zupełnej $N = 1$ stałe czasowe są T_1, T_2 i T_Σ i parametr X ma postać następującą

$$X_1 = \frac{1 + \dfrac{T_3}{T_\Sigma}}{\sqrt[3]{\dfrac{(T_1T_2T_m + T_\Sigma T_3T_m)^2}{(T_\Sigma T_m)^3}}} = \frac{1 + s}{s_1}.$$

Jeżeli przyjąć, że $T_1'T_2' \approx 0$ i $T_1T_2 \approx 0$, to otrzymamy następujące wyrażenia

$$s_1' \approx \sqrt[3]{\frac{T_3^2}{T_\Sigma' \cdot T_m}} \quad \text{i} \quad s_1 \approx \sqrt[3]{\frac{T_3^2}{T_\Sigma \cdot T_m}}.$$

Wprowadzając stosunek wartości X_N i X_1 otrzymamy

$$\frac{X_N}{X_1} = \frac{s_1}{s_1'} \cdot \frac{1 + s'N}{(1+s) \cdot \sqrt[3]{N}}.$$

Oznaczając jeszcze stosunki

$$\frac{s_1}{s_1'} = \sqrt[3]{\frac{T_\Sigma'}{T_\Sigma}} = \beta \quad \text{i} \quad \frac{s'}{s} = \frac{T_\Sigma}{T_\Sigma'} = \alpha$$

otrzymamy ostatecznie

$$\frac{X_N}{X_1} = \beta \frac{1 + \alpha s N}{(1+s) \cdot \sqrt[3]{N}}. \tag{58}$$

Parametr s przedstawia stosunek stałej czasowej obwodu twornika silnika łącznie ze stałą czasową obwodu wyjściowego wzmacniacza do wypadkowej stałej czasowej wzmacniacza

$$s = \frac{T_3}{T_\Sigma},$$

a jego wartość liczbowa jest mniejsza od jedności.

Jeżeli przyjąć, że stałe czasowe wzmacniacza nie zależą od stopnia kompensacji N, wtedy $\beta = 1$ i $\alpha = 1$ i wyrażenie (58) przyjmie postać

$$\frac{X_N}{X_1} = \frac{1 + sN}{(1+s) \cdot \sqrt[3]{N}}. \tag{59}$$

Parametr Y dla dowolnego stopnia kompensacji N wyraża zależność

$$Y_N = \frac{1 + \frac{T_m}{T_\Sigma} N}{\sqrt[3]{\frac{T_1'T_2'T_m + T_\Sigma' T_3 T_m}{(T_\Sigma')^3} \cdot \sqrt[3]{N^2}}} = \frac{1 + r' \cdot N}{r_1' \cdot \sqrt[3]{N^2}},$$

dla całkowitej zaś kompensacji ($N = 1$) zależność następująca

$$Y_1 = \frac{1 + \frac{T_m}{T_\Sigma}}{\sqrt[3]{\frac{T_1 T_2 T_m + T_\Sigma \cdot T_3 T_m}{T_\Sigma^3}}} = \frac{1 + r}{r_1}.$$

Ponieważ można przyjąć, że $T_1'T_2' \approx 0$ oraz $T_1T_2 \approx 0$, więc będzie

$$r_1' \approx \sqrt[3]{\frac{T_3 T_m}{(T_\Sigma')^2}} \quad \text{oraz} \quad r_1 \approx \sqrt[3]{\frac{T_3 T_m}{(T_\Sigma)^2}}.$$

Stosunek Y_N i Y_1 wyrazi się wzorem

$$\frac{Y_N}{Y_1} = \frac{r_1}{r_1'} \cdot \frac{1 + r'N}{(1+r)\cdot\sqrt[3]{N^2}}.$$

Oznaczając jeszcze

$$\frac{r_1}{r_1'} = \sqrt[3]{\left(\frac{T_\Sigma'}{T_\Sigma}\right)^2} = \beta^2 \quad \text{i} \quad \frac{r'}{r} = \frac{T_\Sigma}{T_\Sigma'} = \alpha$$

otrzymamy ostatecznie

$$\frac{Y_N}{Y_1} = \beta^2 \frac{1 + \alpha r N}{(1+r)\cdot\sqrt[3]{N^2}}. \tag{60}$$

Parametr r przedstawia stosunek mechanicznej stałej czasowej silnika do całkowitej stałej czasowej wzmacniacza

$$r = \frac{T_m}{T_\Sigma}.$$

Wartość liczbowa tego parametru jest większa od jedności, jednak dla bardzo małych mocy może ona być mniejsza.

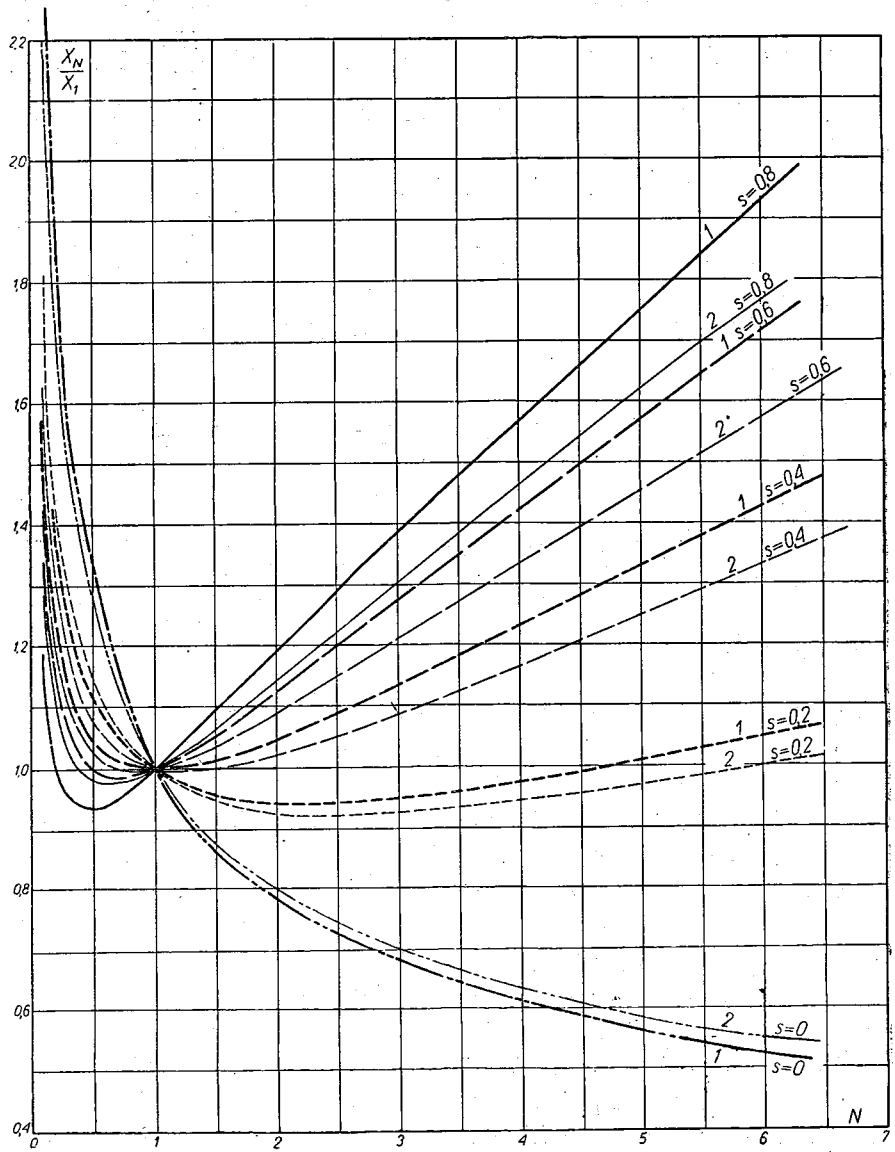
Jeżeli przyjąć, że $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$, to $\alpha = 1$ i $\beta = 1$, wówczas zależność (60) przyjmie postać następującą

$$\frac{Y_N}{Y_1} = \frac{1 + rN}{(1+r)\cdot\sqrt[3]{N^2}}. \tag{61}$$

Tutaj tak samo jak w rozdziale 6.1. przyjmujemy 15-procentowe zmniejszenie wartości stałej czasowej T przy $N = 6$ oraz liniową zależność $T_\Sigma = F(N)$, założenie zaś jednakowej zmiany obu stałych czasowych T_1 i T_2 przy zmianie N tutaj nie jest potrzebne. W taki sam też sposób określamy współczynniki α, β i β^2 oraz $\frac{X_N}{X_1}$ i $\frac{Y_N}{Y_1}$ w funkcji stopnia kompensacji N.

Przebiegi funkcji $\frac{X_N}{X_1} = f(N)$ dla wartości $0 \leqslant s \leqslant 0{,}8$ są podane na rysunku 18, przy czym w przypadku gdy $T_\Sigma = F(N)$ przebiegi te charakteryzują krzywe *1*, w przypadku zaś gdy $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ — krzywe. *2*. Różnice rzędnych między krzywymi *1* i *2* są tym większe, im N bardziej różni się od jedności; przy $N > 1$ krzywe *1* przebiegają

wyżej od krzywych *2*, zaś przy $N<1$ — odwrotnie. Wpływ na różnice rzędnych krzywych *1* i *2* ma również jeszcze parametr *s;* im jego wartość jest mniejsza przy $N = \text{const}$, tym różnice te są mniejsze i już przy $s \approx 0{,}2$ są bardzo małe, a przy $s \approx 0{,}07$ zanikają zupełnie. Dla



Rys. 18. Zależności $\frac{X_N}{X_1} = \varphi(N)$ przy $s = \text{const}$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$

wartości $s < 0{,}07$ występuje zjawisko odwrotne, tzn. że krzywe *2* leżą powyżej krzywych *1* przy $N > 1$, a poniżej przy $N < 1$.

Zależności $\frac{Y_N}{X_1} = \varphi(N)$ dla $0 \leqslant r \leqslant \infty$, gdy $T_\Sigma = F(N)$ (krzywe *1*) oraz $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ (krzywe *2*), są podane na rysunku 19. Z porównania krzywych *1* i *2* wynika, że wpływ zmian stałej czasowej T_Σ w zależności od N ma taki sam charakter jak dla $\frac{X_N}{X_1}$, lecz że jest on tu znacznie mniejszy; dla wartości $r \approx 0{,}8$ różnice między krzywymi *1* i *2* są bardzo małe, a dla $r \approx 0{,}6$ zanikają zupełnie.

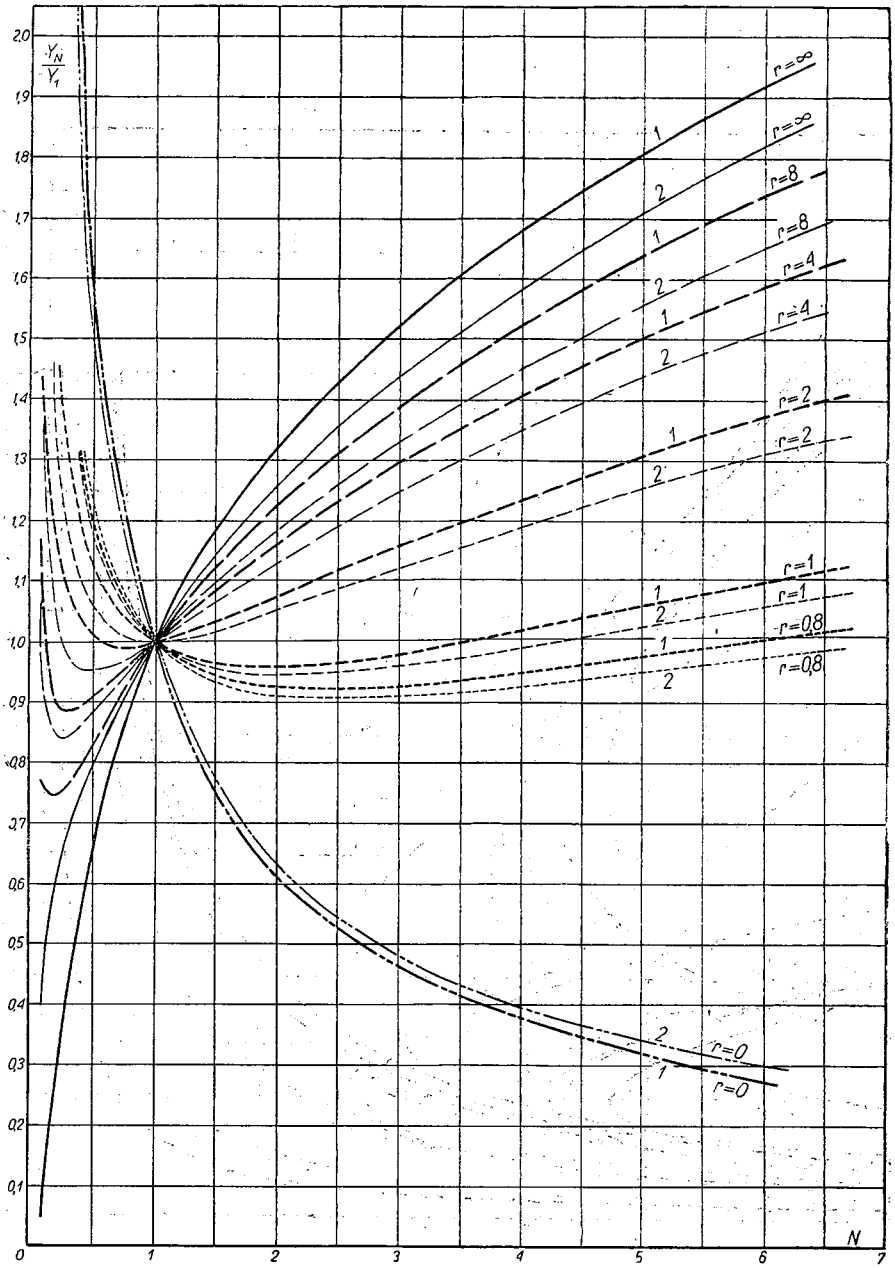
Rozpatrując rodzinę krzywych *1* lub krzywych *2* widać, że dla dużych wartości r różnice między poszczególnymi krzywymi w każdej rodzinie są małe; największe różnice występują dla $r \approx 0{,}8$ i znowu dla $r < 0{,}8$ maleją.

Na rysunku 20 przedstawione są obszary poszczególnych przebiegów stanów nieustalonych przy niedokompensacji $N = 6$ dla wartości parametrów $r = 1$; 8; ∞ i $s = 0$; 0,8 i tak samo jak poprzednio — dla przypadku, gdy $T_\Sigma = F(N)$ i gdy $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$.

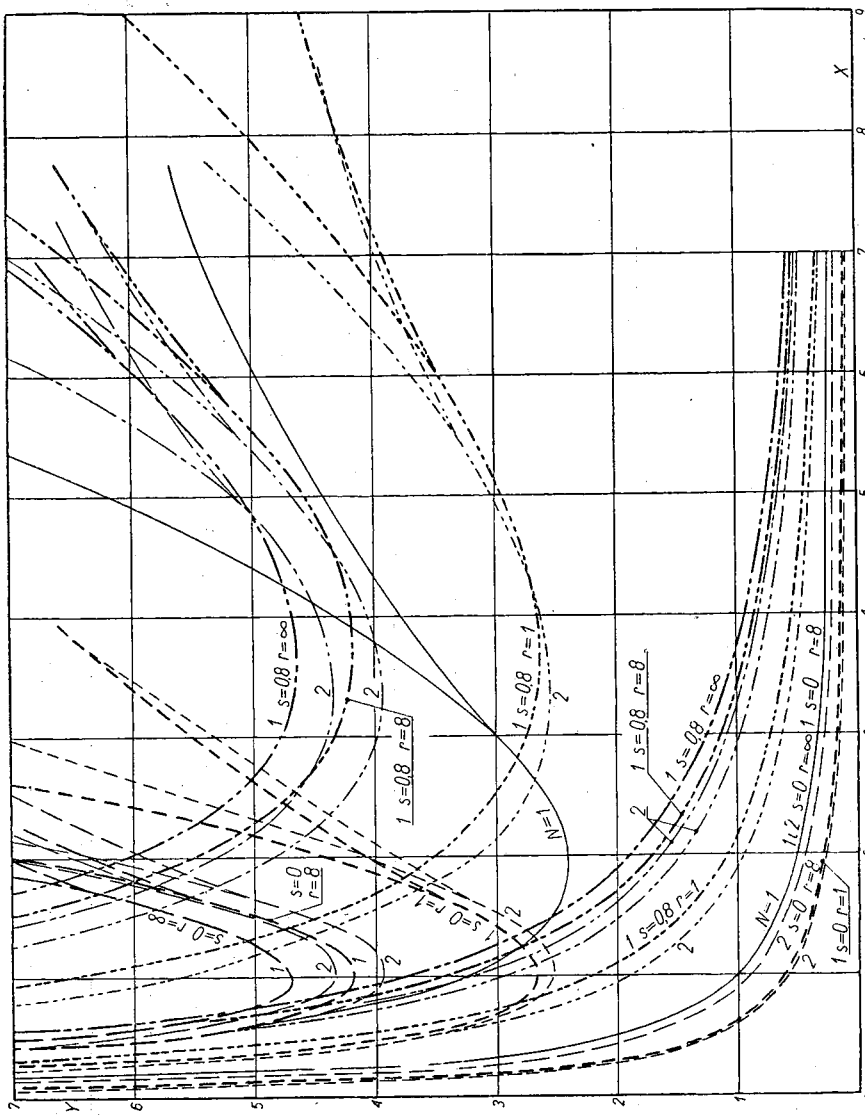
Obszar niestateczności przy $T_\Sigma = F(N)$ dla wartości parametru $s = 0$ i $r = 8$ jest określony krzywą $X_6Y_6 = 0{,}915$, a dla $r = \infty$ — $X_6Y_6 = 1{,}01$, a więc są tej samej wielkości co przy $N = 1$; dla niższych wartości ($r < 8$) obszar ten maleje. Jednakże wielkości obszarów przy zmianie r w granicach $1 \leqslant r \leqslant \infty$ tak mało odbiegają od wielkości, jaką mają przy $N = 1$, że praktycznie biorąc obszar ten można uważać za stały, niezależny od r.

Inaczej sprawa przedstawia się gdy $s > 0$, wtedy bowiem obszar niestateczności rośnie ze wzrostem s lub przy $s = \text{const}$ rośnie ze wzrostem wartości r. Z porównania charakterystyk widać, że większy wpływ na powiększenie obszaru niestateczności ma parametr s niż r; różnice obszarów dla $r = 8$ i $r = \infty$ są bardzo małe. Obszary określone przez krzywe *2* są nieco mniejsze od określonych przez krzywe *1* dla odpowiednich wartości parametrów r i s, lecz różnice te są bardzo małe i można przyjąć, że $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$.

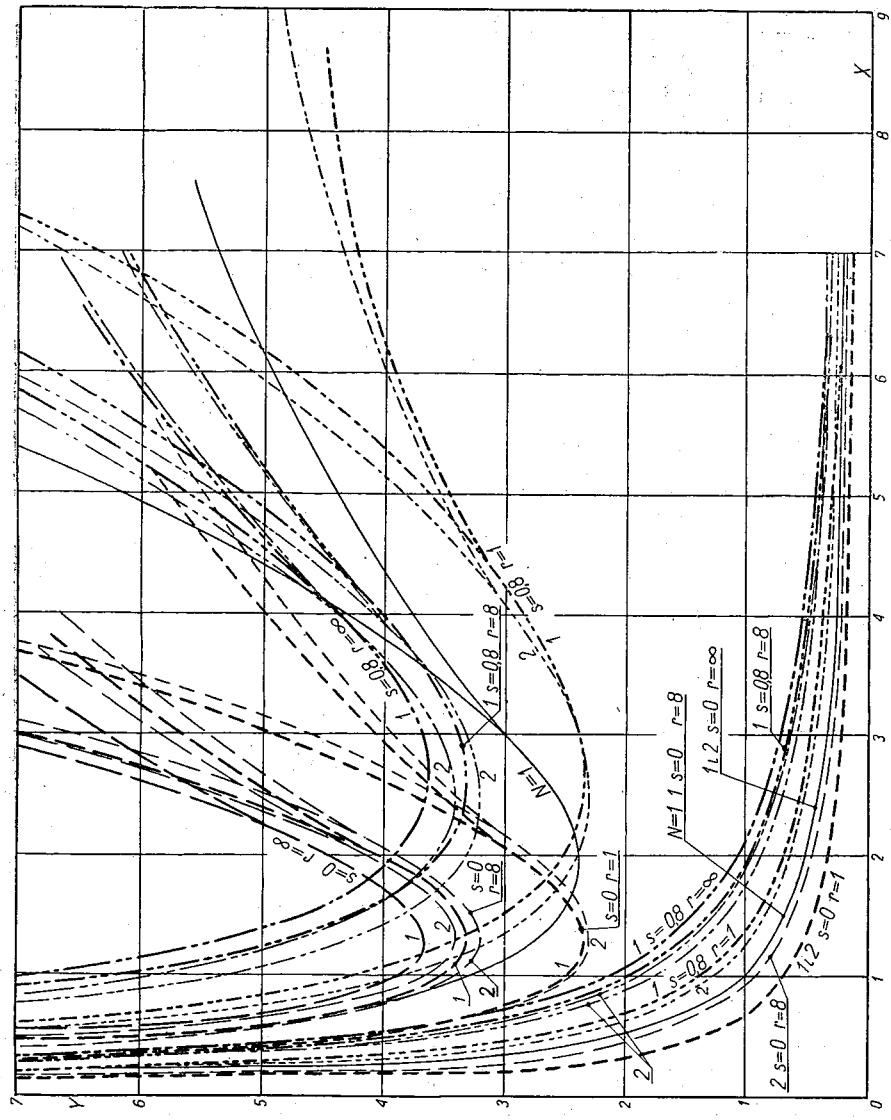
Obszary przebiegów monotonicznych dla $s = 0$ są w ogóle małe. Przy zmianie wartości r od 1 do ∞ obszary te maleją i przesuwają się w kierunku wyższych wartości Y. Ze wzrostem wartości s obszary dla odpowiednich r rosną silnie i ich wierzchołki przesuwają się równolegle w kierunku wyższych X. Wielkości obszarów dla $r > 8$ wzrastają bardzo nieznacznie. Obszary określone przez krzywe *1* i *2* dla $s \geqslant 0$ różnią się nieznacznie; stosunkowo największe różnice występują dla dużych wartości r i maleją wraz ze zmniejszaniem tych wartości.



Rys. 19. Zależności $\frac{Y_N}{Y_1} = f(N)$ przy $r = \text{const}$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$



Rys. 20. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 6$. Krzywe *1* dla $T_{\Sigma} = F(N)$; krzywe *2* dla $T_{\Sigma} = \Psi(N) = \text{const}$



Rys. 21. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 3$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$

Jednakże różnice te nie są duże i można je pominąć, przyjmując $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$.

Obszary przebiegów aperiodycznych są bardzo małe dla dużych r ($r > 8$) i rosną gdy r maleje; obszary określone przez krzywe *2* są tej samej wielkości i tak samo usytuowane.

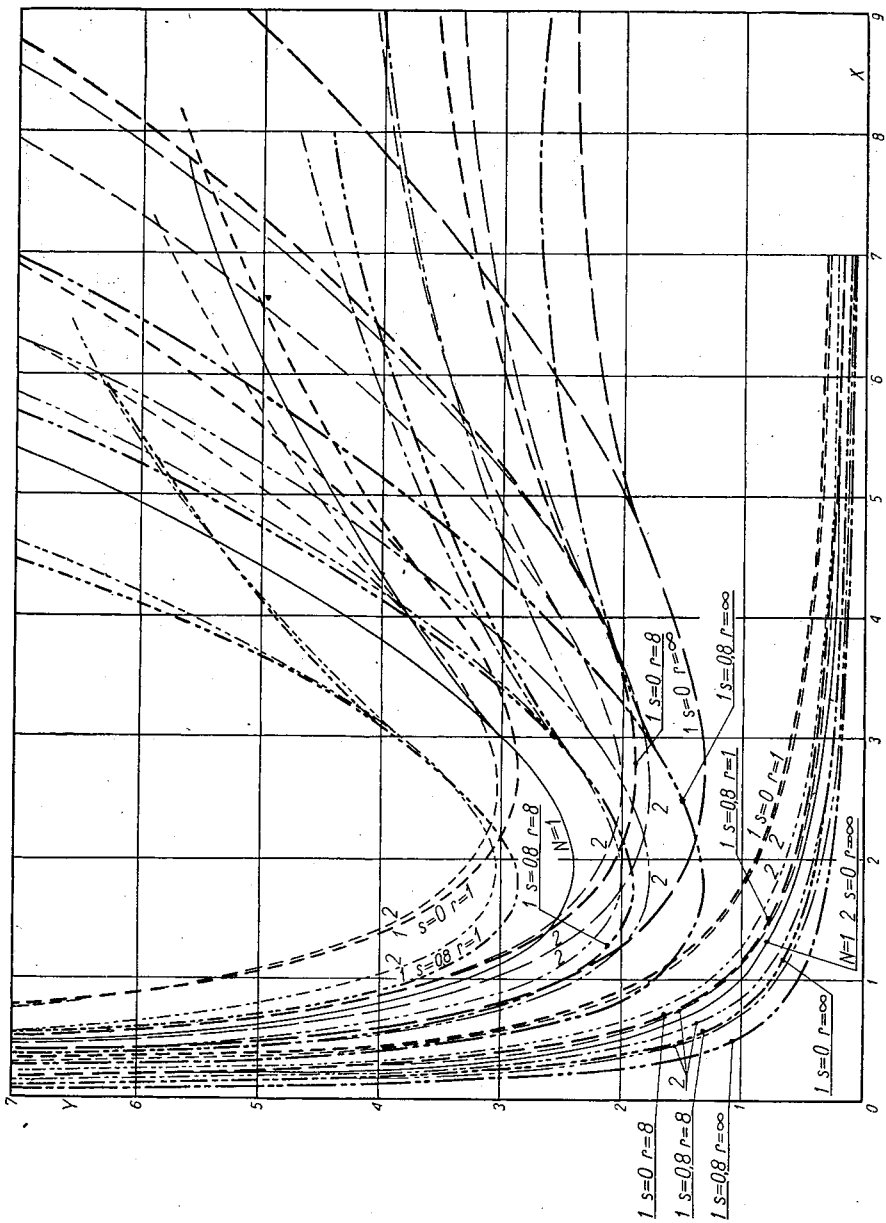
Poszczególne obszary dla niedokompensacji $N = 3$ są przedstawione na rysunku 21. Z porównania obszarów niestateczności podanych na rysunku 20 dla $N = 6$ wynika, że nastąpiło tu silne zmniejszenie tych obszarów dla dużych wartości s, zaś dla $s = 0$ obszary te pozostały bez zmian, niezależnie od wielkości r. Różnice wielkości obszarów niestateczności, określonych krzywymi *1* i *2*, są bardzo małe dla dużych s i zanikają zupełnie dla małych wartości.

Obszary przebiegów monotonicznych ze zmniejszaniem stopnia niedokompensacji przy $s = 0$ rosną, a dla $s > 0$ maleją; w obu zaś przypadkach wpływ wielkości r zanika i wszystkie obszary dążą do wspólnej granicy, jaką jest obszar przy $N = 1$. Przy $N = 3$ obszary odpowiednich przebiegów monotonicznych określone krzywymi *1* i *2* tak mało się różnią, że można przyjąć $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$.

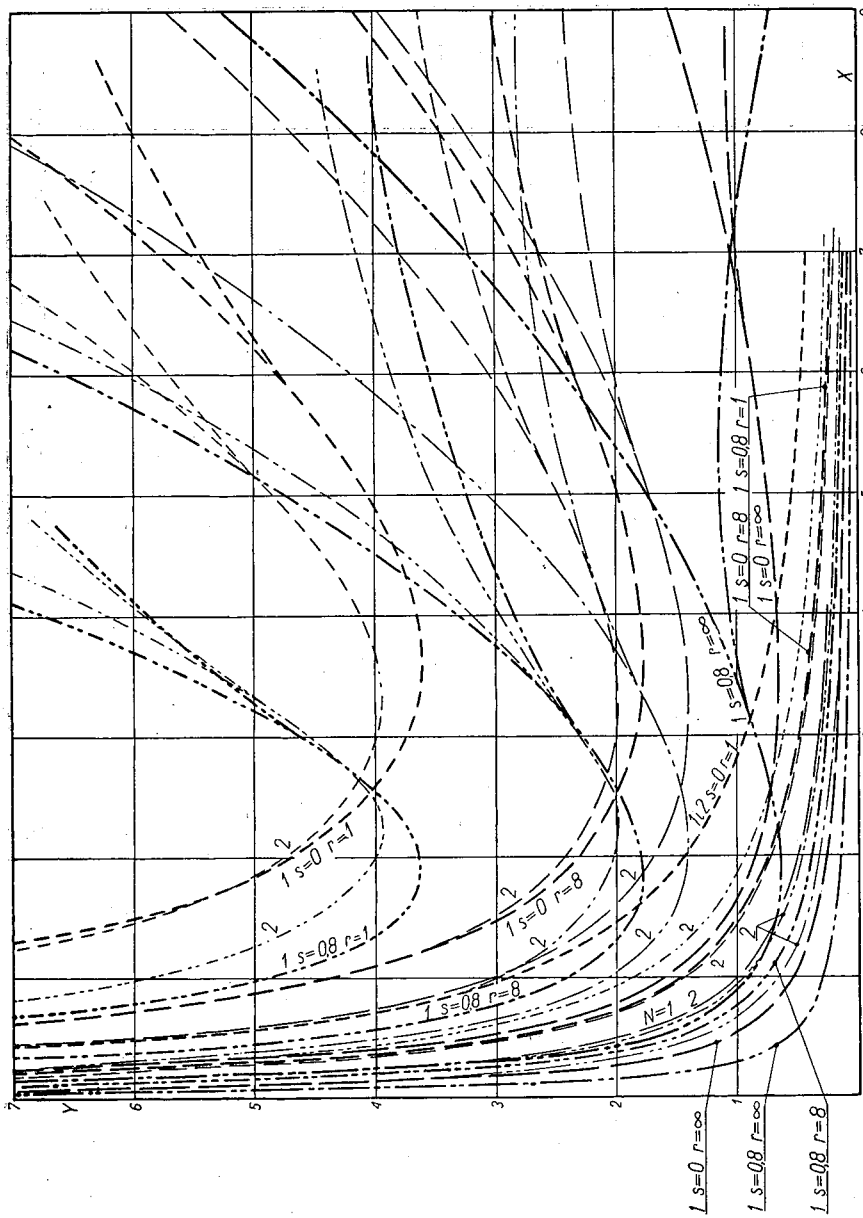
Wpływ kompensacji nadmiernej $N = 0{,}4$ na poszczególne obszary stanów nieustalonych jest pokazany na rysunku 22. Dla małych wartości s obszar niestateczności rośnie tym bardziej, im mniejsza jest wartość r, a maleje w stosunku do wielkości przy $N = 1$ dla dużych s i to tym silniej, im r jest większe. Występują tu więc zależności odwrotne, niż to miało miejsce w przypadku niedokompensacji. Obszary niestateczności określone krzywymi *1* i *2* są tej samej wielkości przy $s = 0$, a przy $s > 0$ występują niewielkie różnice.

Obszary przebiegów monotonicznych, również odwrotnie niż przy niedokompensacji, są tym większe, im wyższe są wartości r, a niższe wartości s. W krańcowym przypadku największy obszar występuje przy $s = 0$ i $r = \infty$. Biorąc ogólnie obszary przebiegów monotonicznych są tu znacznie większe niż przy $N = 1$, z wyjątkiem obszarów dla bardzo małych r, które są nieco mniejsze. Obszary ograniczone krzywymi *1* i *2* różnią się bardzo niewiele dla wartości $r < 8$, zaś dla $r > 8$ różnice te rosną. Obszary przebiegów aperiodycznych są duże dla dużych wartości s i ze wzrostem r rosną (dla $r = 8$ znacznie przewyższają wielkość przy $N = 1$); dla $s = 0$ obszary te również rosną ze wzrostem wartości r, lecz nie tak silnie jak przy dużych wartościach s.

Dla kompensacji nadmiernej $N = 0{,}2$ odpowiednie obszary są przedstawione na rysunku 23. Pasmo niestateczności zawarte między granicznymi krzywymi $r = 1$ i $r = \infty$ przy $s = 0$, które przy $N = 0{,}4$ było wąskie i leżało powyżej obszaru dla $N = 1$, tu rozszerza się znacznie,



Rys. 22. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 0{,}4$, Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$



Rys. 23. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 0{,}2$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$; krzywe dla $N = 1$ nie są podane

tak że dla małych r następuje duże zwiększenie, a dla dużych wartości (powyżej $r \approx 20$) znaczne zmniejszenie w stosunku do obszaru przy $N = 1$. Tak samo i dla $s = 0{,}8$ pasmo to rozszerza się znacznie w porównaniu z $N = 0{,}4$ w ten sposób, że dla małych r następuje niewielkie zwiększenie, a dla dużych — znaczne zmniejszenie obszaru niestateczności; obszar przy $s = 0{,}8$ i $r = 8$ jest tej samej wielkości co przy $N = 1$.

Ogólnie biorąc — dla dużych wartości s następuje znacznie mniejszy wzrost obszarów niż dla małych wartości, przy tych samych wartościach r; obszary dla $s = 0{,}8$ i $r = 1$ oraz $s = 0$ i $r = 8$ są sobie równe. Obszary w przypadku $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ są prawie tej samej wielkości co omówione poprzednio dla $T_\Sigma = F(N)$ przy odpowiednich parametrach r oraz s; stosunkowo największe różnice występują dla bardzo dużych wartości r.

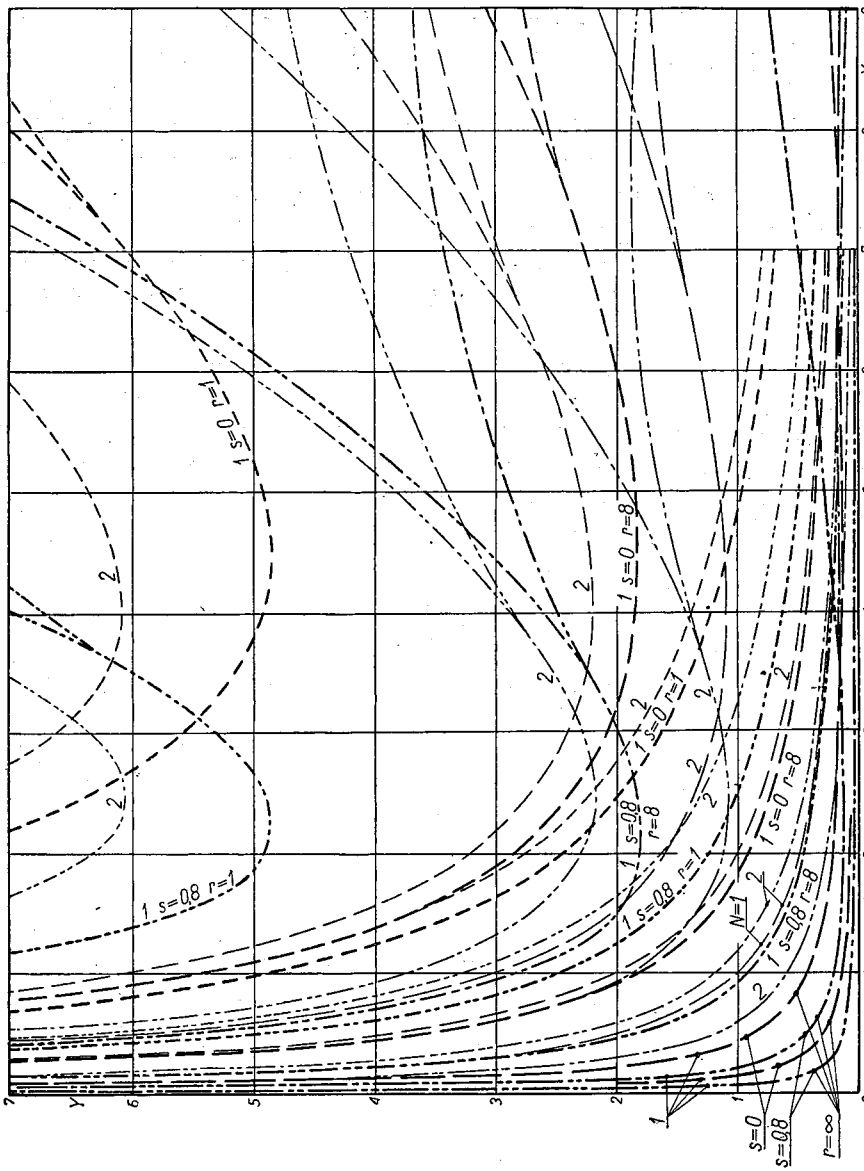
Obszary przebiegów monotonicznych rosną zarówno dla małych, jak i dla dużych s niezależnie od wartości r, z tym zastrzeżeniem, że obszary dla $r < 8$ przesuwają się w kierunku wyższych wartości Y. W przypadku $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ odpowiednie obszary leżą wyżej, niż gdy $T_\Sigma = F(N)$; znaczne różnice występują dla dużych r, które nieco maleją dla małych wartości, szczególnie przy $s = 0$.

Obszary przebiegów aperiodycznych, gdy $T_\Sigma = F(N)$ przy $s = 0$, rosną silnie ze wzrostem r; inaczej jest przy $s = 0{,}8$, gdyż tu ze wzrostem r obszary rosną bardzo nieznacznie i począwszy od $r \approx 8$ do $r = 8$ maleją. W przypadku $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ obszary te różnią się znacznie wielkością i usytuowaniem od omówionych poprzednio.

Silny wzrost obszarów aperiodycznych i monotonicznych, określonych krzywymi *1*, szczególnie dla dużych wartości r i s powoduje, że obszary przebiegów periodycznych tłumionych są bardzo małe.

Na rysunku 24 podane są obszary przebiegów nieustalonych dla $N = 0{,}1$. W porównaniu z rysunkiem 23 obszary niestateczności określone krzywymi *1* przy $s = 0$ rosną tu silnie wraz ze zmniejszaniem wartości r, a wraz ze wzrostem tych wartości maleją wydatnie w porównaniu do obszaru przy $N = 1$; to samo zachodzi przy $s = 0{,}8$ z tym, że wzrost jest znacznie mniejszy, a zmniejszenie nieco większe niż dla $s = 0$. Obszary niestateczności określone krzywymi *2* są znacznie większe niż dla krzywych *1*, szczególnie dla dużych r; różnice między poszczególnymi obszarami (określonymi krzywymi *1* i *2*) maleją ze zmniejszaniem wartości r i s.

Obszary przebiegów monotoniczynch, gdy $T_\Sigma = F(N)$ przy $s \geqslant 0$, dla dużych r rosną tak silnie, że w krańcowym przypadku, gdy $r = \infty$, praktycznie biorąc zanikają obszary niestateczności, obszary przebiegów



Rys. 24. Obszary przebiegów nieustalonych przy $N = 0{,}1$. Krzywe *1* dla $T_\Sigma = F(N)$; krzywe *2* dla $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$; krzywe dla $N = 1$ nie są podane

periodycznych i obszary przebiegów aperiodycznych. Dla małych r obszary przebiegów monotonicznych zachowują prawie tę samą wielkość, co przy niższych stopniach kompensacji nadmiernej, tylko przesuwają się w kierunku wyższych wartości Y. Wierzchołki krzywych *1*, ograniczających obszary przebiegów monotonicznych, gdy $r \approx 8$, zarówno dla małych, jak i dużych wartości s znajdują się na tej samej wysokości ($Y \approx 1{,}75$) w bardzo szerokich granicach kompensacji nadmiernej ($N \approx 0{,}6 \div 0{,}1$) oraz wielkości tych obszarów zmieniają się niewiele, szczególnie dla małych wartości s. Krzywe *2*, określające obszary monotoniczne, leżą wyżej od krzywych *1;* największe różnice wielkości poszczególnych obszarów występują dla małych i dużych r, a najmniejsze dla $r \approx 8$.

Obszar przebiegów aperiodycznych (określony krzywymi *1*) jest największy dla $r = 8$ oraz dla dużych wartości s i maleje silnie zarówno ze wzrostem, jak i ze zmniejszaniem r; dla $s = 0$ obszary te występują dopiero dla dużych wartości X i Y.

Z podanej analizy widać, jaki wpływ na wielkość i położenie poszczególnych obszarów ma stopień kompensacji N, wielkość parametrów r i s oraz zmiana wypadkowej stałej czasowej wzmacniacza T_Σ w zależności od stopnia kompensacji N. W przypadku zasilania przez amplidynę uzwojenia twornika silnika duży wpływ na wielkość i położenie (w stosunku do osi X i Y) poszczególnych obszarów ma stała czasowa T_3.

Ogólnie biorąc przy niedokompensacji w granicach $1 < N \leqslant 7$ dla $s = 0$ obszary niestateczności, szczególnie dla wartości $8 < r < \infty$, różnią się niewiele od obszaru przy $N = 1$, można więc przyjąć, że w tych granicach kompensacji są one stałe i tej samej wielkości co przy $N = 1$. Tak samo w podanych granicach N na wielkość tych obszarów nie ma wpływu $T_\Sigma = F(N)$ i można przyjmować, że $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$. Inaczej wpływa niedokompensacja na wielkość obszarów niestateczności, gdy $s > 0$, wtedy obszary te rosną znacznie i tym więcej, im wyższa jest wartość r; a więc mimo znacznej niedokompensacji może tu wystąpić duży obszar niestateczności dla dużych wartości r, jeżeli s będzie również duże. Poszczególne obszary niestateczności określone krzywymi *1* i *2*, gdy $s > 0$, różnią się nieznacznie od siebie, tak że i tu różnice te można pominąć i można przyjmować $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ w granicach $1 < N \leqslant 7$.

Im wyższy jest stopień niedokompensacji, tym bardziej maleją obszary przebiegów monotonicznych dla $s = 0$, a rosną dla $s > 0$, z tym, że dla dużych r obszary te przesuwają się w kierunku wyższych wartości Y. Ponieważ wpływ zmian $T_\Sigma = F(N)$ na obszary przebiegów mo-

notonicznych jest niewielki, szczególnie dla średnich i małych r, można więc przyjąć $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ dla $1 \leqslant N \leqslant 7$.

W miarę zwiększania stopnia kompensacji nadmiernej, obszary niestateczności rosną silnie przy $s \geqslant 0$ dla małych wartości, a maleją wydatnie dla dużych r, czyli zachodzi tu zjawisko odwrotne niż w przypadku niedokompensacji.

Obszary przebiegów monotonicznych rosną ze wzrostem kompensacji nadmiernej dla $s \geqslant 0$, jednakże dla dużych r przesuwają się one w kierunku małych wartości Y, a dla małych r — w kierunku dużych Y od granicznych obszarów dla $r = 8$ i $s \geqslant 0$, które ulegają bardzo małym zmianom. Wpływ zmian $T_\Sigma = F(N)$ na wielkość obszarów przebiegów monotonicznych w granicach $0{,}4 \leqslant N < 1$ jest bardzo mały i rośnie dla $r \leqslant 8$ przy $N < 0{,}4$.

Politechnika Wrocławska
Katedra Maszyn Elektrycznych

WYKAZ LITERATURY

1. Adkins B.: Amplidyne Regulating Systems. — Journal of the Institution of Electrical Engineers, 1947.
2. Ajzerman M. A.: Tieorja awtomaticzeskowo regulirowanja dwigatielej. Gostiechizdat, 1952.
3. Andrzejewski F.: Oddziaływanie twornika we wzmacniaczach maszynowych typu amplidyny i jego kompensacja. — Przegląd Elektrotechniczny nr 7, 1956.
4. Błoch Z.: Dinamika liniejnych sistiem awtomaticzeskowo regulirowanja maszin. Gosizdat. Tiechniko-Tieoreticzeskoj Litieratury, 1952.
5. Fatiejew A. W.: Osnowy liniejnoj tieorji awtomaticzeskowo regulirowanja. Goseniergoizdat, 1954.
6. Jakimienko N. M.: Elektromaszinnyj usilitiel kak eliement regulirujuszczej sistiemy. — Elektriczestwo nr 9, 1948.
7. Michajłow-Mikulinskij M. S.: Rieakcja dobawocznowo toka kommutacji na gławnoje polie masziny postojannowo toka .— Wiestnik Elektropromyszliennosti nr 7, 1949.
8. Popow E. P.: Dinamika sistiem awtomaticzeskowo regulirowanja. Gosizdat. Tiechniko-Tieoreticzeskoj Litieratury, 1954.
9. Woronow A. A.: Eliementy tieorji awtomaticzeskowo regulirowanja. Wojenizdat, 1954.
10. Wyszniegradzki I. A.: O reguljatorach prjamowo diejstwja. Sb. Tieorja awtomaticzeskowo regulirowanja. Izd. AN SSSR, 1949.

Ф. АНДЖЕЕВСКИ

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В АМПЛИДИНЕ С ПИТАНИЕМ ОБМОТКИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ГЕНЕРАТОРА И ОБМОТКИ ЯКОРЯ ДВИГАТЕЛЯ

Р е з ю м е

1. Введение

В статье представлены переходные процессы и проведён анализ устойчивости цепей амплидина в том случае, когда машинный усилитель является источником питания обмотки возбуждения генератора (рис. 3) и обмотки якоря двигателя (рис. 4). Рассмотрены действительные условия работы т. е. тот случай, когда постоянные времени усилителя изменяются в зависимости от степени компенсации, а также рассмотрен упрощённый случай, когда постоянные времени не изменяются с изменением степени компенсации.

Анализ устойчивости цепей был произведён по методу Вышнеградского.

2. Основные взаимоотношения параметров усилителя и уравнения переходных процессов в цепях

Эквивалентная схема усилителя представлена на рис. 1, а теоретическая на рис. 2. Не принимая во внимание внутренние связи, можно на основании (4) и (5) получить следующее дифференциальное уравнение, представляющее зависимость выходного напряжения от управляющего напряжения усилителя:

$$\frac{E_3}{U_1} = \frac{m_1 m_2}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)} \tag{6}$$

Внутренние связи в усилителе возникают в результате воздействия тока короткозамкнутой цепи и выходной цепи на поле управления: эти связи выражены уравнениями (9), (12), (16), (18) и (20), на основании которых и вводя обозначения принятые в (25′) можно уравнение (6) преобразить следующим образом:

$$\frac{E_3}{U_1} = \frac{m_1 m_2}{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2 + kb)\, p + k(1 \pm a)} = \frac{m_1 m_2}{T_1 T_2 p^2 + T_\Sigma p + N}. \tag{27}$$

Если усилитель питает обмотку возбуждения генератора, то этот контур возбуждения является третьим звеном схемы (рис. 3), описанным формулой (30), которая в сочетании с формулой (27) дает уравнение:

$$T_1 T_2 T_3 p^3 E_4 + (T_1 T_2 + T_\Sigma T_3)\, p^2 E_4 + (T_\Sigma + T_3 N)\, p E_4 + N E_4 = m_1 m_2 m_3 U_1 \tag{31}$$

и следующим характеристическим уравнением:

$$p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0. \tag{32}$$

Если усилитель питает обмотку якоря двигателя (рис. 4), то якорь двигателя и якорь усилителя образуют третье звено схемы, описанное уравнениями (33), (34) и (35); эти уравнения вместе с (27) дают:

$$(T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_m)\, p^3 \omega + (T_\Sigma T_m + T_3 T_m N)\, p^2 \omega + (T_\Sigma + T_m N)\, p\omega + N\omega = \frac{m_1 m_2}{q} U_1 \tag{36}$$

со следующим характеристическим уравнением:

$$p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3 = 0. \tag{38}$$

3. Анализ переходных процессов системы усилитель-обмотка возбуждения

Параметры Вышнеградского [уравнения (42)] применяемые в уравнении (32) выражены в виде отношений этих параметров при произвольной степени компенсации к параметрам при полной компенсации при $T_\Sigma = F(N)$ [уравнения (54) и (56)] и при $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ [уравнения (55) и (57)].

Ход изменения $\frac{X_N}{X_1}$ и $\frac{Y_N}{Y_1}$ в зависимости от изменения степени компенсации N при разных величинах параметра $n = \frac{T_3}{T_\Sigma}$ (в пределах $1{,}5 \leqslant n < \infty$) представлен на рис. 12, где кривые *1* соответствуют случаю $T_\Sigma = F(N)$, а кривые *2* соответствуют случаю $T_\Sigma\ \Psi(N) = \text{const}$.

На рис. 13 и 14 представлены области отдельных типов переходных процессов при неполной компенсации ($N = 6 \div 3$) и на рис. 15, 16 и 17 при перекомпенсации ($N = 0{,}6 \div 0{,}2 \div 0{,}1$); эти области определены при значениях параметра $n = \infty; 6;\ 1{,}5$, когда $T_\Sigma = F(N)$ и когда $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ (кривые *1* и *2*).

В общем, при неполной компенсации, области монотонных процессов уменьшаются тем сильнее, чем больше величины n и чем больше степень неполной компенсации. Области неустойчивости практически остаются постоянными в очень широких пределах т. е. от $N \approx 7$ до $N \approx 0{,}5$ и сохраняют такую же величину, как и при полной компенсации ($N = 1$); так в случае $T_\Sigma = F(N)$, как и в случае $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$. Поэтому самой обширной является область периодических затухающих процессов.

При перекомпенсации от $N \approx 0{,}5$ до $N = 0{,}1$ область неустойчивости сильно уменьшается в случае больших величин n и наоборот сильно увеличивается в случае малых величин n. Области монотонных и апериодических процессов до $N = 0{,}6$ несколько больше чем при $N = 1$, когда $n \geqslant 1{,}5$; области определённые кривыми *1* и *2* не отличаются друг от друга.

При $N < 0{,}6$ области монотонных процессов очень сильно возрастают и предвигаются в сторону небольших значений $У$, тогда когда величина n растёт и наоборот когда величина n невелика эти области становятся меньше и предвигаются в сторону больших значений $У$. При сильной перекомпенсации влияние роста постоянной времени усилителя T_Σ проявляется в увеличении областей монотонных процессов и в уменьшении областей неустойчивости; это влияние тем сильнее, чем больше величина n.

4. Анализ переходных процессов в системе усилитель-обмотка якоря двигателя

Кривые представляющие зависимость относительных значений параметров Вышнеградского (определённых согласно предыдущему) от степени компенсации N по уравнению (38) представлены на рис. 18 и 19 для значений $0 \leqslant \frac{T_3}{T_\Sigma} \leqslant 0{,}8$ и $0 \leqslant \frac{T_m}{T_\Sigma} \leqslant \infty$ при $T_\Sigma = F(N)$.

[уравнения (58), (60)] и при $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ [уравнения (59), (61)] (кривые *1* и *2*).

На рис. 20 и 21 даны кривые ограничивающие области переходных процессов при неполной компенсации для $N = 6 \div 3$, а на рис. 22, 23 и 24 соответствующие области при перекомпенсации $N = 0{,}4 \div 0{,}2 \div 0{,}1$ для означения отношения $\frac{T_з}{T_\Sigma}$ в пределах $0 \leqslant \frac{T_з}{T_\Sigma} < 0{,}8$ и $\frac{T_m}{T_\Sigma} = \infty;\ 6;\ 1.$

Для неполной компенсации в пределах $1 < N \leqslant 7$ при $s = \frac{T_з}{T_\Sigma} = 0$ области неустойчивости, особенно когда $8 < r = \frac{T_m}{T_\Sigma} < \infty$ лишь незначительно отличаются по величине от области для $N = 1$ и поэтому можно принять, что в этих пределах компенсации области не изменяются и сохраняют величину соответствующую $N = 1$. Подобным образом в данных пределах N на величину этих областей не влияет $T_\Sigma = F(N)$ и можно принять, что $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$.

Иначе влияет неполная компенсация на величину областей неустойчивости когда $s > 0$; тогда области эти значительно возрастают и рост их тем больше, чем больше величина параметра r; поэтому несмотря на значительный недостаток компенсации здесь может возникнуть область неустойчивости, когда величина r велика и когда величина параметра s тоже соответственно возрастёт. Отдельные области неустойчивости определённые кривыми *1* и *2* незначительно отличаются друг от друга когда $s > 0$, так что разностью и здесь можно пренебречь и принять $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ в пределах $1 < N \leqslant 7$.

Чем больше степень недостаточной компенсации, тем сильнее уменьшаются области монотонных процессов при $s = 0$ и растут при $s > 0$; причём для больших значений r эти области предвигаются в сторону больших значений Y. Так как влияние изменений $T\Sigma = F(N)$ на области монотонных процессов невелико, особенно при средних и небольших значениях r, то можно принять, что $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ в пределах $N - 1 < N \leqslant 7$.

По мере увеличения степени перекомпенсации, области неустойчивости сильно растут при $s \geqslant 0$ и при небольших r, но сильно уменьшаются при больших r; т. е. наблюдается явление обратное случаю недостаточной компенсации.

Области монотонных процессов растут с увеличением перекомпенсации при $s \geqslant 0$, однако при больших r они предвигаются в сторону небольших значений $У$, а при небольших r в сторону больших значений $У$; от предельных областей при $r = 8$ и $s \geqslant 0$ изменяющихся очень мало. Влияние изменений $T_\Sigma = F(N)$ на величину областей монотонных процессов в пределах $N - 0{,}4 \leqslant N < 1$ является незначительным и растёт когда $r \geqslant 8$ при $N < 0{,}4$.

F. ANDRZEJEWSKI

RÉGIMES TRANSITOIRES DE L'AMPLIDYNE POUR LE CAS D'ALIMENTATION DE L'ENROULEMENT EXCITATEUR DE LA GÉNÉRATRICE AINSI QUE DE L'ENROULEMENT D'INDUIT DU MOTEUR

Résumé

1. Introduction

L'auteur présente les régimes transitoires ainsi que l'analyse de la stabilité des systèmes, lorsqu'un amplificateur électrique alimente l'enroulement excitateur d'une génératrice (fig. 3) et lorsqu'il alimente l'enroulement d'induit d'un moteur (fig. 4) en fonction du degré de compensation et de la valeur des constantes de temps des circuits particuliers. Nos considérations se rapportent à un cas réel, c'est-à-dire lorsque les valeurs des constantes de temps de l'amplificateur changent avec le degré de compensation et en cas simplifié lorsque nous supposons que les valeurs des constantes de temps restent constantes indépendamment du degré de compensation.

L'analyse de la stabilité des systèmes est exécutée à l'aide de la méthode de Wyszniegradski.

2. Dépendances principales des paramètres de l'amplificateur et équations des régimes transitoires des systèmes

Le système équivalent de l'amplificateur est représenté sur la fig. 1 et le schéma théorique sur la fig. 2. Sans tenir compte des couplages internes nous obtenons pour l'amplificateur — d'après les dépendances (4) et (5) — l'équation différentielle qui établit le rapport entre la tension de sortie et la tension de commande

$$\frac{E_3}{U_1} = \frac{m_1 m_2}{(1 + pT_1)\,(1 + pT_2)}. \tag{6}$$

Les couplages internes de l'amplificateur sont causés par la réaction du courant du circuit court-circuité et du circuit de sortie sur le champ de commande et sont exprimés par les relations (9), (12), (16), (18) et (20); compte tenu de ces dépendances et en portant les désignations exprimées par les dépendances (25') dans la formule(6), celle-ci prendra la forme:

$$\frac{E_3}{U_1} = \frac{m_1 m_2}{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2 kb)\,p + k\,(1 \pm a)} = \frac{m_1 m_2}{T_1 T_2 p^2 + T_\Sigma p + N}. \tag{27}$$

Si l'amplificateur alimente l'enroulement excitateur de la génératrice, cet enroulement forme alors le troisième élément du système (fig. 3) exprimé par la dépendance (30), qui donne avec la dépendance (27) l'équation

$$T_1 T_2 T_3 p^3 E_4 + (T_1 T_2 + T_\Sigma T_3)\,p^2 E_4 + (T_\Sigma + T_3 N)\,pE_4 + NE_4 = m_1 m_2 m_3\,U_1, \tag{31}$$

dont l'équation caractéristique a la forme

$$p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0. \tag{32}$$

Si l'amplificateur alimente l'enroulement d'induit du moteur (fig. 4) alors ce dernier et l'induit de l'amplificateur forment le troisième élément du système expri-