

mé par les dépendances (33), (34) et (35); ces dernières conjointement avec la formule (27) donnent l'équation

$$(T_1 T_2 T_m + T_\Sigma T_3 T_m) p^2 \omega + (T_\Sigma T_m + T_3 T_m N) p^2 \omega + (T_\Sigma + T_m N) p \omega + N \omega = \frac{m_1 m_2}{q} U_1, \quad (36)$$

dont l'équation caractéristique a la forme

$$p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3 = 0. \quad (38)$$

3. Analyse des régimes transitoires du système amplificateur — enroulement exciteur

Les paramètres de Wyszniegradski — dépendances (42) — sont exprimés pour l'équation (32) comme relations entre les valeurs de ces paramètres pour un degré arbitraire de compensation et la valeur atteinte pour une compensation totale, lorsque $T_\Sigma = F(N)$ [dépendances (54) et (56)], ainsi que $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const.}$ [dépendances (55) et (57)].

Les trajectoires $\frac{X_N}{X_1}$ et $\frac{Y_N}{Y_1}$, en dépendance du degré de compensation N et

pour diverses valeurs du paramètre $n = \frac{T_3}{T_\Sigma}$ (pour $1,5 \leq n \leq \infty$) sont représentées sur la fig. 12, où les courbes 1 correspondent au cas $T_\Sigma = F(N)$ et les courbes 2 — au cas $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const.}$

Les figures 13 et 14 représentent la région des genres particuliers des régimes transitoires pour sous-compensation $N = 6 \div 3$, et les figures 15, 16 et 17 — la région des genres particuliers des régimes transitoires pour surcompensation $N = 0,6 \div 0,2 \div 0,1$; ces régions tout déterminées pour les valeurs de $n = \infty$; 6; 1,5; — pour $T_\Sigma = F(N)$ et pour $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const.}$ (courbes 1 et 2).

Les régions des régimes monotones diminuent en général pour une sous-compensation et c'est d'autant plus que grandissent les valeurs de n et que le degré de sous-compensation est plus grand.

Les régions d'astaticité restent pratiquement constantes dans de très larges limites — entre $N \approx 7$ et $N \approx 0,5$ et elles ont la même grandeur que pour une compensation totale ($N = 1$), aussi bien pour le cas $T_\Sigma = F(N)$ que pour le cas $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const.}$ C'est pourquoi que la région des régimes périodiques amortis est la plus vaste.

Pour une surcompensation excessive, entre $N \approx 0,5$ et $N = 0,1$, la région d'astaticité diminue pour les grandes valeurs de n et grandit considérablement pour des petites valeurs de n . Les régions des régimes monotones et apériodiques, jusqu'à $N = 0,6$, sont un peu plus grandes que pour $N = 1$ et $n \geq 1,5$; les régions déterminées par les courbes 1 et 2 ne diffèrent pas l'une de l'autre.

Pour les valeurs de $N < 0,6$ les régions des régimes monotones grandissent très considérablement et elles se déplacent dans le sens des plus petites valeurs de Y , lorsque la valeur de n augmente, tandis que pour les petites valeurs de n les régions sont moindres et déplacées dans le sens des plus grandes valeurs de Y . Pour une surcompensation considérable l'influence de l'augmentation de la constante de temps de l'amplificateur T_Σ se traduit par une augmentation des régions monotones et par une diminution des régions d'astaticité; cette influence est plus grande pour les valeurs élevées de n .

4. Analyse des régimes transitoires du système amplificateur — enroulement d'induit du moteur

Les courbes qui représentent les dépendances des grandeurs relatives des paramètres de Wyszniegradski, déterminées comme ci-dessus, en dépendance du degré de compensation N pour l'équation (38) sont représentées sur les figures 18 et 19 pour les valeurs $0 \leq \frac{T_3}{T_\Sigma} \leq 0,8$, et pour $0 \leq \frac{T_3}{T_\Sigma} \leq \infty$ pour $T_\Sigma = F(N)$ [dépendances (58), (60)] ainsi que pour $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ [dépendances (59), (61) — courbes 1 et 2]

Les figures 20 et 21 représentent les courbes délimitant les régions des régimes transitoires pour une sous-compensation $N = 6 \div 3$, et les figures 22, 23 et 24 — les régions respectives pour une surcompensation $N = 0,4 \div 0,2 \div 0,1$ pour une valeur du rapport $\frac{T_3}{T_\Sigma}$ entre 0 et 0,8 et $\frac{T_m}{T_\Sigma} = \infty$; 6; 1.

Pour une sous-compensation N — entre 1 et 7 pour $s = \frac{T_3}{T_\Sigma} = 0$ les régions d'astaticité particulièrement pour les valeurs $8 < r = \frac{T_m}{T_\Sigma} < \infty$, ne diffèrent pas beaucoup de la région pour $N = 1$, on peut donc admettre que les régions ne changent pas dans ces limites de compensation et sont de la même grandeur que pour $N = 1$. Dans les limites mentionnées de N les grandeurs de ces régions ne sont pas influencées par $T_\Sigma = F(N)$ et nous pouvons admettre que $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$.

Une sous-compensation influe d'une autre façon sur la grandeur des régions d'astaticité, lorsque $s > 0$; ces régions augmentent alors considérablement et d'autant plus que la valeur r est plus grande et malgré une forte sous-compensation une grande région d'astaticité peut donc se produire pour des valeurs considérables de r , si la valeur de s est en même temps considérable. Les régions d'astaticité particulières déterminées par les courbes 1 et 2, pour $s > 0$, diffèrent peu l'une de l'autre, c'est pourquoi on peut omettre ces différences et admettre que $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ dans les limites $1 < N \leq 7$.

Plus le degré de sous-compensation est élevé, plus les régions des régimes monotones diminuent pour $s = 0$ et croissent pour $s > 0$, tout en se déplaçant dans le sens des plus grandes valeurs de Y .

Comme l'influence des changements de $T_\Sigma = F(N)$ sur les régions des régimes monotones n'est pas grande, surtout pour les valeurs moyennes et petites de r , nous pouvons donc admettre que $T_\Sigma = \Psi(N) = \text{const}$ pour $1 < N \leq 7$.

Au fur et à mesure de l'agrandissement du degré de surcompensation — pour $s \geq 0$ — les régions d'astaticité grandissent fortement pour les petites valeurs de r et diminuent considérablement pour les grandes valeurs de r , nous observons donc un phénomène inverse à celui qui a lieu pour une sous-compensation.

Les régions des régimes monotones grandissent quand la surcompensation augmente pour $s \geq 0$, cependant pour les grandes valeurs de r elles se déplacent dans le sens des petites valeurs de Y , et pour les petites valeurs de r , — dans le sens des grandes valeurs de Y , à partir des régions limites pour $r = 8$ et $s \geq 0$, qui ne changent que très peu.

L'influence des changements de $T_\Sigma = F(N)$ sur la grandeur des régimes monotones dans les limites $0,4 \leq N < 1$ est très petite et elle augmente pour $r \geq 8$ et $N < 0,4$.

537.52:621.313/314

JACEK GOLIŃSKI, WŁADYSŁAW LECH, STANISŁAW ŻOŁĘDZIOWSKI

Jonizacja w transformatorach i maszynach elektrycznych

Rękopis dostarczono 23.11.1956

Artykuł stanowi monografię zagadnień związanych z wyładowaniami niezupełnymi w maszynach elektrycznych i transformatorach. Omówiono w nim zagadnienia związane z mechanizmem wyładowań niezupełnych w dielektrykach gazowych, ciekłych i stałych, metody pomiaru jonizacji zarówno przy napięciu okresowo zmiennym, jak i udarowym, układy pomiarowe oraz szkodliwość działania jonizacji na izolację urządzeń elektrycznych. W ostatnim rozdziale omówiono najważniejsze problemy związane z wyładowaniami niezupełnymi, które wymagają dalszych badań.

Artykuł opiera się na materiałach z literatury zagranicznej i krajowej oraz na pracach własnych autorów.

1. WSTĘP

Jednym z podstawowych wymagań stawianych urządzeniom elektrycznym jest to, aby ich izolacja wytrzymywała długotrwale napięcie robocze oraz wszelkiego rodzaju przepięcia, jakie mogą wystąpić w czasie ich eksploatacji. Przyczyną przebieć izolacji mogą być błędy konstrukcyjne lub technologiczne. Przebiecia izolacji mogą mieć charakter cieplny, elektryczny, jonizacyjny lub elektrochemiczny [90]. Próby napięciowe, a szczególnie próby udarowe, sprawdzają przede wszystkim wytrzymałość izolacji urządzeń na przebiecia elektryczne. Odpowiednia technologia, kontrola materiałów wejściowych oraz próby profilaktyczne wykluczają na ogół możliwość występowania przebieć cieplnych izolacji. Najmniej opracowane jest zagadnienie przebieć izolacji wywołanych jonizacją, chociaż z doświadczeń eksploatacyjnych wynika, że intensywna jonizacja łatwo może doprowadzić do zniszczenia izolacji. Wskutek tego szczególnie ważnym zagadnieniem jest wyeliminowanie lub ograniczenie występowania jonizacji w urządzeniach nowych. Jednakże nawet w konstrukcjach, w których zagadnienie to zostało prawidłowo rozwiązane, jonizacja może wystąpić po dłuższym okresie pracy. Dla-

tego ważnym zagadnieniem jest opracowanie metod wykrywania jonizacji, aby przez odpowiednią konserwację i remonty zapewnić ciągłość pracy urządzenia. Zagadnienie jonizacji jest ważne zwłaszcza dla urządzeń wysokiego napięcia z izolacją organiczną, jak transformatory, maszyny wirujące, izolatory, kable, kondensatory.

Badaniem zjawisk jonizacji zaczęto zajmować się od ok. 1890 r. Jednakże dopiero z chwilą zastosowania izolacji warstwowej olejowo-papierowej w kablach, zagadnienie występowania jonizacji nabrało większego znaczenia. Rozpoczęto badania nad sposobami wykrywania i pomiaru intensywności jonizacji. Technika pomiarów została znacznie ulepszona z chwilą opracowania metod opartych na pomiarze drgań wysokiej częstotliwości wywołanych w obwodzie probierczym przez zjawiska jonizacji [27]. W ostatnim dwudziestolecu opracowano teorię przebicia jonizacyjnego kabli o izolacji papierowej impregnowanej [30] i izolacji polietylenowej [80], [86], [109]. Badania zjawiska jonizacji w innych urządzeniach były przeprowadzone w mniejszym zakresie. Prace dotyczące transformatorów mają dotychczas charakter badań wstępnych, prace w dziedzinie generatorów posunięte są nieco dalej. W kraju prace nad jonizacją w urządzeniach elektroenergetycznych są dotychczas w stadium początkowym i dotyczą głównie prób eksploatacyjnych maszyn wirujących i izolatorów liniowych, metod wykrywania jonizacji oraz wpływu jonizacji na izolację.

Niniejszy artykuł zawiera przegląd dotychczasowych osiągnięć w dziedzinie jonizacji oparty przede wszystkim na literaturze technicznej oraz w pewnym stopniu na wynikach własnych prac autorów. Ostatni rozdział omawia ważniejsze problemy, wymagające, zdaniem autorów, szybkiego opracowania ze względu na ich znaczenie naukowe lub gospodarcze.

2. ZJAWISKO JONIZACJI W UKŁADACH IZOLACYJNYCH

Terminem „jonizacja” określa się zjawisko rozszczepienia cząsteczek atomów elektrycznie obojętnych na elektrony i jony dodatnie. W literaturze obok terminu „jonizacja” spotyka się często termin „wyładowania niezupełne” lub „wyładowania częściowe”. W dalszym ciągu pracy będą używane alternatywnie obydwa terminy. Jonizacja ośrodka izolacyjnego może powstać wskutek różnych przyczyn, na przykład wskutek zderzeń cząsteczek lub elektronów i cząsteczek (jonizacja zderzeniowa), wskutek wysokiej temperatury (jonizacja termiczna), wskutek naświetlania promieniami ultrafioletowymi lub twardszymi (fotojonizacja).

2.1. Mechanizm jonizacji w jednorodnym ośrodku gazowym lub ciekłym

Jeżeli w polu elektrycznym pojawi się elektron lub jon dodatni, wywołany przez zewnętrzne źródło jonizacji, to pod działaniem pola zaczyna on przesuwać się wzdłuż linii pola dając zjawisko prądu elektrycznego. Przy dostatecznym zwiększeniu natężenia pola elektrony i jony osiągają wystarczającą energię kinetyczną, aby przy zderzeniu z cząstkami obojętnymi wywołać ich jonizację. Jest to jonizacja zderzeniowa, którą cechuje znaczny wzrost prądu w ośrodku izolacyjnym. Do tego stadium prąd ma charakter niesamoistny — przestałby on płynąć, gdyby znikła jonizacja wywołana przez obce źródło. Przy dalszym zwiększaniu natężenia pola elektrycznego jonizacja zderzeniowa przyjmuje charakter jonizacji lawinowej; tu również elektrony i jony wytworzone przy zderzeniach mogą uzyskać energię kinetyczną dostateczną dla dalszej jonizacji ośrodka. Prąd przy jonizacji lawinowej gwałtownie wzrasta; ma on już charakter samoistny — jonizacja obca nie jest potrzebna dla jego utrzymania. W jednostajnym polu elektrycznym (w układach izolacyjnych zbliżonych do układu płaskiego) nieznaczne zwiększenie natężenia pola prowadzi do przeskoku iskry między elektrodami. Jest to wyładowanie zupełne w ośrodku izolacyjnym. Stadia jonizacji poprzedzające przeskok iskry noszą nazwę wyładowań niezupełnych. W niejednostajnym polu elektrycznym (w układach izolacyjnych zbliżonych do układu ostrze-ostrze lub ostrze-płyta) potrzeba jest często znacznego zwiększenia natężenia pola do wywołania przeskoku iskry między elektrodami. W układach ostrzowych, o dużym odstępie elektrod, przed przeskokiem iskry pojawiają się wyładowania niezupełne w postaci snopu cienkich słabo świecących isker (strimerów) wychodzących z ostrza i nie dochodzących do drugiej elektrody.

Napięcie przyłożone do elektrod układu izolacyjnego, które wywołuje powstanie jonizacji zderzeniowej, nosi nazwę napięcia jonizacji, napięcie, przy którym występuje jonizacja lawinowa, nazywa się napięciem początkowym, napięcie przeskoku iskry nosi nazwę napięcia przeskoku (względnie przebicia). Napięcie przebicia określa wytrzymałość układu izolacyjnego na przebicie. Nie jest dotychczas ściśle zdefiniowane, jakie napięcie ma określać wytrzymałość izolacji na wyładowanie niezupełne. Zagadnienie to będzie mogło być rozwiązane po określeniu napięcia jonizacji szkodliwej. W literaturze technicznej dotyczącej jonizacji spotyka się termin „napięcie progu jonizacji”, nie jest przy tym wyjaśnione, czy dla pojedynczego wyładowania termin ten odpowiada jonizacji zderzeniowej, czy lawinowej. Wydaje się, że

śluszne byłoby używać tego terminu dla określenia napięcia jonizacji lawinowej.

W układach zbliżonych do układu ostrze-płyta duży wpływ na wartość napięcia początkowego i napięcia przebicia ma biegunowość przyłożonego do elektrod napięcia. Wskutek obecności dodatniego ładunku przestrzennego w pobliżu ostrza, to znaczy w obszarze o dużym natężeniu pola, przy ostrzu ujemnym wzrasta natężenie pola między ostrzem i ładunkiem przestrzennym, a maleje między ładunkiem przestrzennym i płytą; przy ostrzu dodatnim jest odwrotnie. Wskutek tego przy ostrzu ujemnym mniejsze jest napięcie, przy którym wystąpią wyładowania niezupełne, a większe jest napięcie przebicia niż przy ostrzu dodatnim.

Zarówno napięcie, przy którym powstają wyładowania niezupełne, jak i napięcie przebicia są znacznie niższe w układzie izolacyjnym o polu niejednostajnym niż w układzie o polu zbliżonym do jednostajnego. Obecność w polu niejednostajnym obszarów o dużym natężeniu pola ułatwia powstanie wyładowań niezupełnych, a w konsekwencji i przebicia izolacji.

2.2. Mechanizm wyładowań w oleju i w powietrzu przy napięciu udarowym w układzie ostrze-płyta z przegrodą izolacyjną

Badania wykazały, że przy napięciu udarowym przebicie oleju znajdującego się w polu niejednostajnym ma charakter strimerowy [75] i [106]. Przy ujemnym ostrzu mechanizm wyładowania wykazuje duże podobieństwo do mechanizmu wyładowania powstającego z ujemnej chmury. W układzie ostrze-płyta przy odległości elektrod ok. 7,5 cm wyładowanie ma następujący przebieg. Zaczyna się ono na ostrzu w postaci strimera i w czasie ok. 1 μ s dociera w przybliżeniu do połowy przerwy iskrowej. Po pierwszym strimerze następują dalsze w odstępach od siebie wynoszących od 1 do 5 μ s. Gdy jeden ze strimerów dotrze do elektrody płaskiej, następuje przebicie. Jeżeli na elektrodzie płaskiej znajduje się płytka izolacyjna, następuje analogicznie jak przy piorunach wielokrotnych jedno lub kilka przebić odwrotnych, zaczynających się od płytki. Czas między kolejnymi przebiciami odwrotnymi wynosi 10 do 15 μ s. Większa intensywność światła przy płycie w czasie przebić odwrotnych świadczy o jonizacji na płytce. Nie jest jeszcze wyjaśnione, jaka jest przyczyna występowania przebić odwrotnych. Wydaje się prawdopodobna hipoteza, że gdy strimer dotrze do płyty izolacyjnej, elektrony napływające z ostrza wywołują na niej wysoki potencjał ujemny. W czasie trwania grzbietu fali udaro-

wej ujemny potencjał ostrza zmniejsza się, wskutek czego kierunek pola zmienia się na przeciwny i może powstać przebicie odwrotne. Wydaje się, że można by zbadać to zagadnienie doprowadzając do ostrza udary o długim grzbiecie. Jeżeli ta hipoteza jest słuszna, przebicie odwrotne powinny albo w ogóle nie wystąpić, albo wystąpić po dłuższym czasie.

Czas trwania wyładowania wynosi ok. 30 μ s, szybkość przesuwania się strimeru ok. 10 cm/ μ s, a szybkość przesuwania się czoła wyładowania ok. 0,25 cm/ μ s.

Wyładowania w powietrzu mają przebieg zbliżony do wyładowań w oleju, jednakże szybkość przesuwania się wyładowania jest inna.

2.3. Mechanizm wyładowań niezupełnych w jednorodnym dielektryku stałym [90]

Mechanizm wyładowań w dielektrykach stałych ma podobny charakter jak w gazach i cieczach, jest tylko znacznie bardziej skomplikowany. W dielektryku stałym są zawsze wolne elektrony, wywołane zjawiskami termicznymi, działaniem silnego pola elektrycznego lub promieniowania. W silnym polu elektrycznym elektrony są przyspieszane i zderzają się z atomami wywołując ich jonizację. Przy dostatecznie dużym natężeniu pola jonizacja przyjmuje charakter lawinowy. Jeżeli natężenie pola jest dostatecznie duże na całej odległości między elektrodami, następuje przebicie dielektryka stałego. Przebicie może nastąpić również w przypadku, gdy tylko część odstępów między elektrodami jest pod wpływem pola o natężeniu wystarczającym do powstania lawiny, jeśli tylko natężenie pola przed czołem lawiny na odcinku nie mniejszym niż 10^{-4} cm przekracza naprężenie przebicia dielektryka i przewodność zjonizowanego kanału jest dostatecznie duża. Jeżeli te warunki nie są spełnione, wyładowanie nie rozszerza się na obszar o małym natężeniu pola; jest to więc wyładowanie niezupełne. Warunkiem powstawania wyładowań niezupełnych może być jedno lub kilka z następujących zjawisk:

- 1) niewystarczająca przewodność zjonizowanego kanału, wskutek czego zbyt mała ilość energii dopływa do czoła lawiny,

- 2) niewystarczająca energia źródła,

- 3) zbyt krótki czas trwania napięcia,

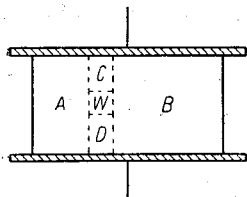
- 4) zniekształcenie pola przez ładunek przestrzenny pozostawiony przez lawinę,

- 5) zbyt małe natężenie przed czołem lawiny,

- 6) niekorzystna dla rozwijania się lawiny orientacja kryształów przed czołem lawiny w dielektrykach krystalicznych albo niekorzystna orientacja łańcuchów cząsteczek w dielektrykach bezpostaciowych.

2.4. Mechanizm wyładowań we wtrącinach powietrznych w dielektryku stałym

Oprócz badań mechanizmu wyładowań niezupełnych w ośrodkach jednorodnych przeprowadzono liczne badania mechanizmu wyładowań we wtrącinach powietrznych w dielektryku stałym [37].



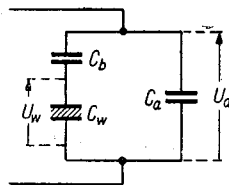
Rys. 1. Uproszczony rysunek badanej próbki dielektryku z wtrąciną powietrzną

Uproszczony rysunek próbki dielektryka pokazuje rys. 1, a uproszczony schemat pojemności próbki rys. 2. Przyjmując, że napięcie przyłożone do próbki wynosi U_a , część napięcia przypadająca na wtrącinę U_w , napięcie przy którym zachodzi wyładowanie we wtrącinie U_z , napięcie gaśnięcia wyładowania U_g oraz zakładając, że wartości U_g i U_z są takie same dla dodatniego i ujemnego okresu napięcia U_a doprowadzonego do próbki, otrzymuje się uproszczony przebieg kolejnych wyładowań podany na rys. 3. Liczba wyładowań w ciągu

jednego półokresu zależy od wartości napięcia doprowadzonego i rośnie ze wzrostem wartości tego napięcia.

Rys. 2. Uproszczony schemat pojemności próbki z rys. 1.

C_a — pojemności połączonych równolegle części próbki A + B,
 C_b — pojemność połączonych szeregowo części próbki C i D,
 C_w — pojemność wtrąciny powietrznej, U_a — napięcie przyłożone do próbki, U_w — napięcie panujące na wtrącinie

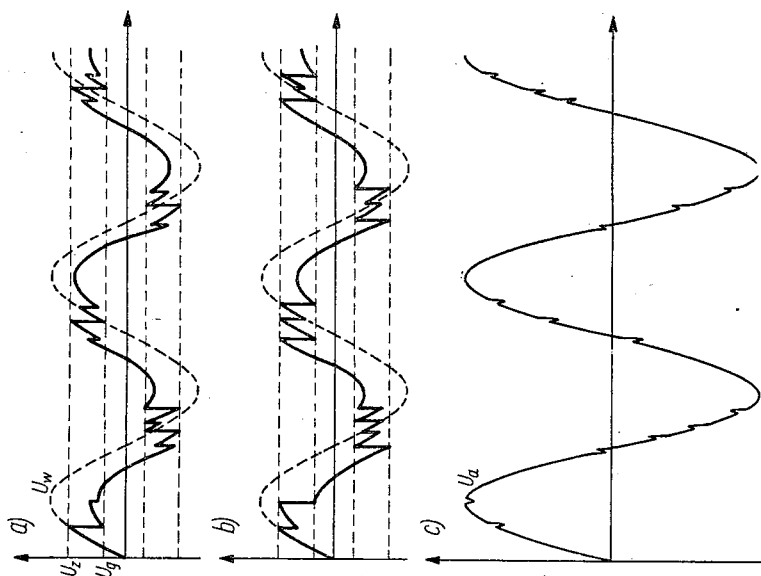


Przedstawiona kolejność wyładowań wystąpiłaby w przypadku umieszczenia zamiast wtrąciny kondensatora powietrznego. W rzeczywistej wtrącinie podczas jednego wyładowania nie rozładowuje się cała powierzchnia wtrąciny, lecz niewielka jej część. Do tej części spływa poprzez upływność powierzchniową ładunek od innych nierozładowanych części powierzchni, wskutek czego zmienia się na nich napięcie.

Podobnie zmienia się napięcie w rozpatrywanym miejscu wtrąciny w chwili, gdy wyładowanie zajdzie w jej sąsiedztwie. Napięcie na próbce będzie wtedy miało kształt podany na rys. 4. Rysunek 5 przedstawia przebiegi zarejestrowane przy pomocy oscylografu w układzie modelowym odpowiadającym schematowi z rys. 2.

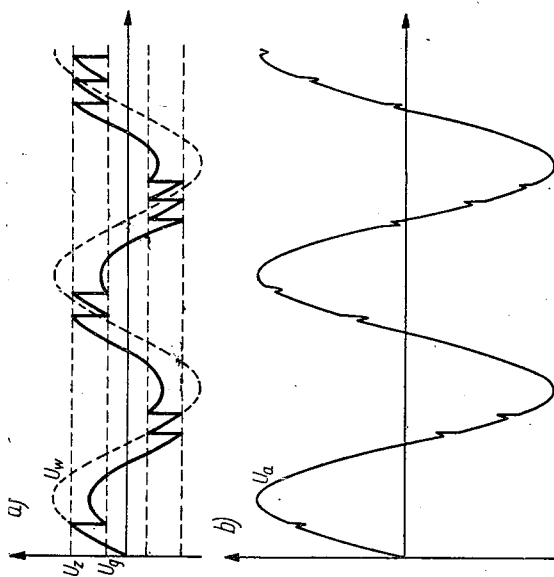
Fotografie miejsc wyładowań zdjęte na filmie fotograficznym umieszczonym we wtrącinie i oscylogramy napięcia doprowadzonego do próbki potwierdzają podaną kolejność wyładowań [86].

Przy napięciu stałym na wtrącinie i dielektryku powstaje oporociowy rozkład napięcia. Jeżeli napięcie na wtrącinie przekroczy wartość napięcia przebicia, powstają wyładowania. Częstość tych wyładowań



Rys. 4. Przebiegi napięcia na próbce i na wierzchniowej powierzchni przy uwzględnieniu wpływu upływności powierzchniowej

a) napięcie w miejscu wtrącin, w którym występują wyładowania, b) napięcie w sąsiednim miejscu wtrącin, w którym również występują wyładowania, c) napięcie przyłożone do próbki

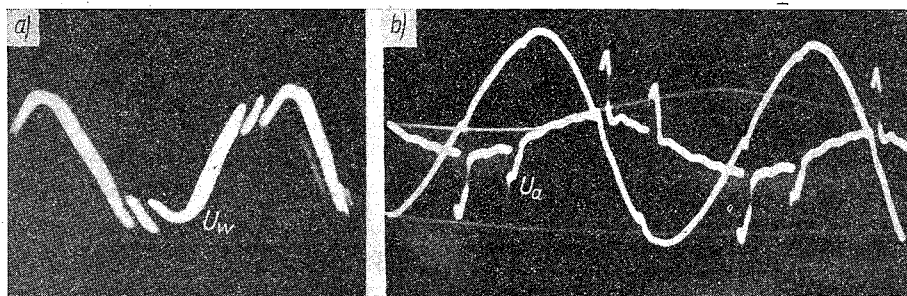


Rys. 3. Przebieg napięcia na wtrącinie (a) i na próbce (b) przy pominięciu wpływu upływności powierzchniowej

U_a i U_w — jak na rys. 2, U_z — napięcie powstania wyładowań na wtrącinie, U_g — napięcie gaśnięcia wyładowań na wtrącinie

zależy od stałej czasu ładowania obwodu, którego pojemność stanowi wtrącina. Przy napięciu stałym liczba wyładowań jest znacznie mniejsza niż przy napięciu zmiennym.

Typowy przebieg rozwijania się wyładowań niezupełnych badany we wtrącinach powietrznych próbki polietylenu [86] jest następujący. Przy początkowym napięciu jonizacji intensywność wyładowań niezupełnych rośnie z czasem i po ok. 2 minutach osiąga wartość maksymalną. Podczas następnych 10 minut wyładowania stają się nieregularne i przerywane i po ok. 15 minutach często znikają. Przyczyną tego może być wzrost ciśnienia gazu we wtrącinach wywołany wzrostem temperatury lub wydzielaniem się gazu przy chemicznym rozkładzie izolacji.



Rys. 5. Oscylogramy przebiegu napięć i prądów w układzie modelowym z rys. 2

a) napięcie (U_w) na wtrącinie, b) napięcie (U_a) na próbce oraz prąd (I_a) (sinusoida) dopływający do próbki

Przy wyższych napięciach częstość wyładowań jest większa, ale wielkość pojedynczego wyładowania pozostaje bez zmiany. Jeżeli utrzymuje się napięcie wynoszące np. ok. 125% początkowego napięcia jonizacji w ciągu ok. 1 godz, wyładowania stają się mniejsze. Być może przyczyną tego jest zwęglenie się części kanalików tworzących się w izolacji, co często wskutek zwierania szczeliny powietrznej prowadzi do wygaśnięcia wyładowania. Napięcie gaśnięcia staje się ok. 10% większe od początkowego napięcia jonizacji. Ponowny pomiar początkowego napięcia jonizacji wskazuje, że jest ono większe niż przy pierwszym pomiarze. Po paru godzinach przerwy wyładowania niezupełne w izolacji wzrastają i częstość ich nieco rośnie; wskazuje to, że w stanie wtrąciny nastąpiła trwała zmiana. Dla wtrącin umieszczonych między elektrodą i polietylenem odgrywa dużą rolę biegunowość przyłożonego napięcia. Przy elektrodzie dodatniej występuje kilka małych wyładowań, przy elektrodzie ujemnej występuje jedno silne wyładowanie. Początkowe napięcie jonizacji jest o ok. 10–20% mniejsze od napięcia przebicia, gdy wtrącina jest wewnątrz polietylenu, a o ok. 25% mniejsze, gdy wtrącina jest między polietylenem i elektrodą.

2.5. Mechanizm wyładowań powierzchniowych [90]

Wyładowania powierzchniowe mogą występować zarówno przy napięciach niskich, jak i przy napięciach wysokich.

Warunkiem występowania wyładowań powierzchniowych przy napięciu niskim jest obecność dróg przewodzących na powierzchni dielektryka, które mogą być wywołane różnego rodzaju zabrudzeniami, np. zabrudzeniami pyłem węglowym lub osadem solnym, oraz dyfuzją na powierzchnię dielektryka substancji elektrolitycznych. Przewodnictwo tych dróg jest spowodowane elektrolitycznym działaniem pola. Działanie to jest silniejsze przy napięciu stałym, chociaż objawia się i przy napięciu zmiennym wskutek nieodwracalności reakcji elektrochemicznych. Reakcje elektrochemiczne mogą wywoływać zwęglenie powierzchni dielektryka i przesuwanie się dróg przewodzących w kierunku wzrostu natężenia pola doprowadzając do połączenia elektrod. Drogi te mogą przyjmować kształt rozgałęziony.

Przy wysokim napięciu wyładowania powierzchniowe rozpoczynają się od bombardowania przez elektrony (albo jony) powierzchni dielektryka powodując miejscowe zwęglenie. Zwęglenia te są szczególnie silne przy dielektrykach organicznych. Oporność zwęglonych dróg posiada ujemny współczynnik cieplny, wskutek czego może wystąpić termiczna niestabilność dróg przewodzących i przesuwanie się tych dróg w kierunku wzrastającego pola. Prąd, który wywołuje tę niestabilność, zależy od współczynnika rozpraszania ciepła, temperatury (która dla powstania zjawiska niestabilności nie może być dużo mniejsza od 200°C) i od szerokości drogi przewodzącej (minimum 0,1 mm) i wynosi ok. 50—150 μA . Ponieważ przy pojedynczym wyładowaniu rozładowuje się pojemność około 3 pF, co przy napięciu około 1000 V daje prąd 0,6 μA , to — aby uzyskać wymagany prąd — należy albo powiększyć częstotliwość doprowadzonego napięcia do około 10 kHz, albo tak podnieść wartość tego napięcia, aby występowało około 200 wyładowań na 1 okres. Wskutek nieregularności powierzchni dielektryka i zanieczyszczeń ślady zwęglenia posiadają często kształt rozgałęzionych dróg (figury Lichtenberga).

2.6. Mechanizm wyładowań niezupełnych w transformatorach i maszynach elektrycznych

W transformatorach i maszynach wirujących występują zarówno układy, w których pole elektryczne zbliżone jest do pola jednostajnego (np. w transformatorach układ izolacji głównej między uzwojeniem górnego i dolnego napięcia w pobliżu środka wysokości uzwojeń, w ge-

neratorach układ izolacyjny pręta wewnątrz żłobka), jak i układy o polu bardzo niejednostajnym, sprzyjającym powstaniu wyładowań niezupełnych (np. w transformatorach układ izolacji głównej między uzwojeniem górnego i dolnego napięcia na końcach uzwojenia, w generatorach układ izolacyjny pręta u wyjścia ze żłobka). Powstanie jonizacji ułatwione jest również w układach izolacyjnych zbliżonych nawet do układu płaskiego, ale o izolacji warstwowej, np. w transformatorach w izolacji olejowo-papierowej, w generatorach w szczelinach powietrznych izolacji mikanitowej. Duże natężenie pola powstaje wtedy w izolacji o mniejszej stałej dielektrycznej (np. w oleju lub w powietrzu) i może doprowadzić do przebieć tej izolacji bez przebicia całego układu izolacyjnego. Jest to więc też pewna forma wyładowań niezupełnych. Często miejscami, w których łatwo powstaje jonizacja, są krawędzie cewek. Na przykład w przypadku transformatorów jonizacja jest ułatwiona, jeśli między krawędzią cewki a cylindrem izolacyjnym istnieje stosunkowo duża wolna przestrzeń olejowa. Aby zapobiec powstawaniu jonizacji na krawędziach cewek, zaczęto stosować konstrukcje, w których uzwojenie leży bezpośrednio na cylindrze izolacyjnym. Badania wykazują jednak [18], że w takich układach mogą stosunkowo łatwo powstawać wyładowania niezupełne po powierzchni cylindra izolacyjnego, prowadzące w skutku do wyładowania ślizgowego. Wyładowania niezupełne, powstające w różnych układach izolacyjnych maszyn i transformatorów, uszkadzają izolację, ułatwiając następnie jej przebicie. Dotyczy to szczególnie wyładowań niezupełnych w izolacji stałej i w izolacji mieszanej (np. izolacji olejowej z przegrodami) oraz wyładowań po powierzchni dielektryku. Szkodliwa również jest jonizacja w samym tylko oleju, ponieważ wywołuje rozkład chemiczny oleju i w konsekwencji jego starzenie.

Zagadnienie wpływu kształtu układów izolacyjnych na powstawanie wyładowań niezupełnych jest dotychczas mało opracowane i wymaga dalszych badań.

3. METODY BADAŃ WYŁADOWAŃ NIEZUPEŁNYCH

3.1. Metody badań mechanizmu wyładowań niezupełnych

Oprócz badań mających na celu opracowanie coraz lepszych metod pomiaru intensywności wyładowań niezupełnych prowadzone są prace, których celem jest wyjaśnienie samego mechanizmu powstawania i przebiegu procesu wyładowania. Badania wykonywane były przeważnie w układzie ostrze-płyta w powietrzu [69] lub w oleju [93]. W celu

otrzymania pojedynczych przebiegów wyładowań stosowano do badań przeważnie napięcie uderowe. Badanie wyładowań przy udarze dodatnim i ujemnym pozwoliło na określenie wpływu biegunowości ostrza na mechanizm wyładowania. Oprócz badań w powietrzu i oleju prowadzone też były prace mające na celu wyjaśnienie mechanizmu wyładowań niezupełnych we wtrącinach powietrznych w dielektryku stałym [56].

Powszechne stosowanie układu ostrze-płyta do badania mechanizmu wyładowań niezupełnych tłumaczy się tym, że układ taki jest prosty i wymaga użycia dużo niższych napięć nawet przy znacznym odstepie elektrod niż układ płaski. Układ ostrze-płyta odtwarza ponadto lepiej układy izolacyjne w urządzeniach rzeczywistych niż układy o polu jednostajnym. Zresztą nawet w układach rzeczywistych o rozkładzie pola zbliżonym do jednostajnego pierwszy strimer wyładowania czyni pole niejednostajnym.

Stosowane dotychczas metody badań mechanizmu wyładowań niezupełnych polegają przeważnie na fotografowaniu zjawiska wyładowania przy pomocy normalnych aparatów fotograficznych oraz przy pomocy kamer wirujących, rejestracji przy pomocy fotokomórek natężenia światła emitowanego przez różne części kanału wyładowania, zapisie figur Lichtenberga na światłoczułym filmie umieszczonym na płaskiej elektrodzie i rejestracji przebiegu prądu w obwodzie probierczym przy pomocy oscylografu.

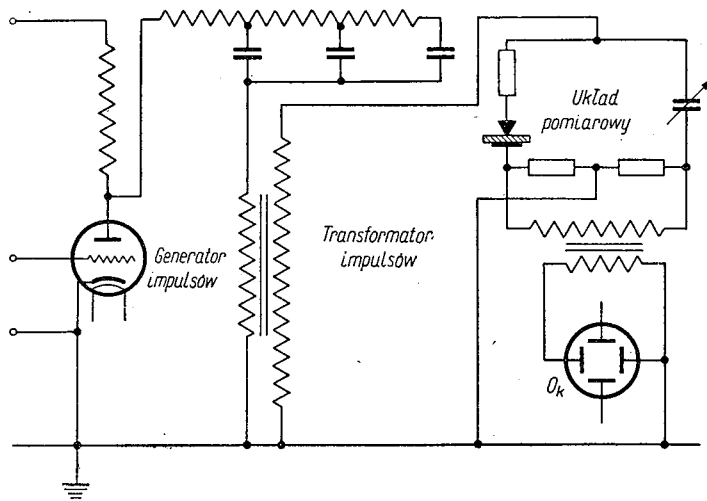
Liao i Anderson [108] stosowali do badań wyładowania trzy aparaty fotograficzne umieszczone z dwóch boków i z góry przerwy iskrowej, kamerę wirującą o szybkości przesuwania się filmu ok. 400 m/s, dwie fotokomórki tak ekranowane, aby jedna z nich otrzymała tylko strumień światła z obszaru ostrza, a druga z obszaru elektrody płaskiej, oraz układ do rejestracji prądu wyładowania. Fotokomórki poprzez wzmacniacze były połączone z oscylografami szybkopiszącymi.

Wykonywano również zdjęcie figur Lichtenberga przez umieszczenie czułego filmu na płycie izolacyjnej położonej na płaskiej elektrodzie. Porównanie figur Lichtenberga powstających przy wyładowaniu, gdy ostrze znajdowało się ponad filmem, z figurami powstającymi przy ostrzu bezpośrednio stykającym się z filmem leżącym na płycie izolacyjnej pozwalało na określenie potencjału płytki podczas wyładowania.

Inni badacze [72] i [69] stosowali na ogół metody zbliżone do opisanej. I. H. Mason [86] badał mechanizm wyładowań niezupełnych w sztucznej wtrącinie powietrznej wydrążonej w cienkiej płytce polietylenowej stosując płytę fotograficzną umieszczoną wewnątrz wtrąciny. Z obrazów wyładowań utrwalonych na płycie fotograficznej oraz z przebiegu krzywej prądu wyładowań zarejestrowanego przy pomocy oscylografu można

określić miejsca we wtrącinie, w których koncentrują się wyładowania, intensywność poszczególnych wyładowań i wpływ ładunków rozłożonych na powierzchni wtrąciny na częstość wyładowań.

Odmienną metodę badań stosowali D. B. Moore i W. N. English [69]. Do układu ostrze-płyta przykładali oni impulsy kształtu prostokątnego o czasie trwania 1 lub 2 μ s i częstotliwości powtarzania się regulowanej w granicach od 50 do 2000 na sekundę. Generator wytwarzał impulsy o wartości szczytowej do 12000 V. Stosowany przez wymienionych badaczy układ pomiarowy pokazuje schemat z rys. 6. Przez zastosowanie



Rys. 6. Układ do badania wyładowań niezupełnych przy powtarzających się uderzeniach

powtarzających się impulsów można na ekranie lampy oscylograficznej otrzymać nieruchomy obraz badanego przebiegu, co w dużym stopniu ułatwia jego analizę. Ułatwione jest również fotografowanie wyładowań, ponieważ czas ekspozycji może być dowolnie długi. Generator impulsów umożliwia poza tym wygodne badanie wpływu liczby impulsów na uszkodzenie izolacji.

3.2. Metody i układy do wykrywania i pomiaru wyładowań niezupełnych

Pomiary wyładowań niezupełnych można oprzeć na różnych zjawiskach fizycznych towarzyszących jonizacji. Istnieją metody oparte na zjawiskach świetlnych, akustycznych, elektromagnetycznych oraz metody oparte na pomiarze strat energii i zmian pojemności. Z poszczególnymi metodami związane są różne układy pomiarowe. Poniżej zostaną omówione poszczególne metody, przy czym szczegółowiej zostanie omó-

wiona metoda oparta na pomiarze zmian pojemności, ponieważ metoda ta najlepiej pozwala wnikać w mechanizm wyładowań niezupełnych.

3.2.1. Metody oparte na zjawiskach świetlnych

Najstarsza metoda wykrywania obecności wyładowań niezupełnych w izolacji przezroczystej polegała na obserwacji wzrokowej. Metoda ta w dalszym ciągu ma duże zastosowanie do wykrywania zjawisk ulotowych. Zaletą metody jest jej prostota, możliwość lokalizacji wyładowania, niezależność czułości od pojemności obiektu, a wadą — brak możliwości oceny ilościowej. Czułość metody równa jest co najmniej czułości opartej na zjawisku strat energii mierzonych zmianą wartości $\tan \delta$. Austen [56] podaje, że metodą tą wykrywał wyładowania o mocy 10^{-5} W.

Dalszym ulepszeniem metody było zastosowanie do pomiarów odczynników chemicznych. Ciekawe wyniki uzyskał Mason [86], [109] stosując do pomiarów zjawisk występujących w szczelinach papiery fotograficzne o dużej czułości. Do prób specjalnych stosowane były też komórki fotoelektryczne. Przy stosowaniu odczynników chemicznych i fotokomórek możliwa jest również ocena ilościowa zjawiska jonizacji.

3.2.2. Metody oparte na zjawiskach akustycznych

Metody oparte na zjawiskach akustycznych były stosowane od tak dawna jak metody optyczne. W formie najprostszej słucha się wyładowania bezpośrednio lub stosując rurkę izolacyjną przyłożoną do obiektu badań. Tę metodę stosuje się jeszcze obecnie w wytwórniach izolatorów przepustowych kondensatorowych. Metoda ta tak stosowana jest prosta, umożliwia niekiedy lokalizację wyładowań, jej czułość jest niezależna od pojemności obiektu, ale tak jak i poprzednia nie daje oceny ilościowej wyładowań. Czułością obie metody są sobie w przybliżeniu równe. Austen podaje [56], że tą metodą wykrywał wyładowania o mocy $1,5 \cdot 10^{-5}$ W. Ulepszenie metody akustycznej osiągnięto stosując do wykrywania wyładowań mikrofony i wzmacniacze.

3.2.3. Metody oparte na emisji fal elektromagnetycznych.

W wielu krajach wykonano obszerne badania dotyczące emisji fal elektromagnetycznych przy wyładowaniach niezupełnych. Głównym celem tych badań było usunięcie zjawisk ulotowych na liniach elektroenergetycznych w celu zmniejszenia zakłóceń radiowych. Przyrządy do pomiarów zostały znormalizowane, określone zostały poziomy dopuszczalnych zakłóceń [41].

Badania oparte na tej metodzie, mające na celu określenie jakości izolacji i zjawisk w niej zachodzących, rozpoczęto niespełna 20 lat temu.

Miernik Koskego [85] jest pierwszym przyrządem wykonanym z tym przeznaczeniem. Jest to w zasadzie radioodbiornik z trzystopniowym wzmacniaczem, pracujący na częstotliwości 2,7 MHz. Na wejściu umieszczona jest antena ramowa, na wyjściu przyrząd odchyłowy i głośnik. Miarą intensywności jonizacji jest natężenie pola elektromagnetycznego (wyrażone w mikrowoltach na metr).

Przyrząd Koskego był zbudowany do wykrywania uszkodzonych izolatorów liniowych bez wchodzenia na słupy i bez wyłączania linii z ruchu. Przyrząd ten można również zastosować w rozdzielniach do wykrywania urządzeń wykazujących intensywniejsze wyładowania w czasie pracy. Nadaje się on również do badań laboratoryjnych. Stosowane są również — oparte o tę samą metodę — przyrządy z częstotliwością regulowaną w szerokich zakresach. W kraju przyrząd tego rodzaju został wykonany przez prof. P. J. Nowackiego. Omawiana metoda może być również stosowana do lokalizacji wyładowań niezupełnych przy zastosowaniu anteny jako sondy.

Wadą opisywanej metody jest to, iż mierzone wartości intensywności wyładowań zależą od odległości przyrządu od źródła zakłócenia.

3.2.4. Metody oparte na zjawisku strat energii w dielektryku przy wyładowaniach niezupełnych

Najstarsza metoda pomiaru intensywności wyładowań niezupełnych polegała na pomiarze mocy traconej w dielektryku w funkcji napięcia. Moc traconą na wyładowania niezupełne określano z różnicy strat dielektrycznych w funkcji napięcia, wyznaczonych teoretycznie w układzie bez wyładowań niezupełnych oraz zmierzonych w układzie rzeczywistym.

Stosowana obecnie powszechnie metoda pomiaru $\operatorname{tg} \delta$ w funkcji napięcia oparta jest na tej samej zasadzie.

Metoda pomiaru przyrostu $\operatorname{tg} \delta$ jest dotychczas najlepszą metodą techniczną określania ilościowego intensywności wyładowań niezupełnych. Dowodem tego jest przyjęcie tej metody w wielu normach i instrukcjach zarówno krajowych, jak i zagranicznych. Przepisy te określają dopuszczalny przyrost $\operatorname{tg} \delta = f(U)$ dla wielu urządzeń nowych i urządzeń będących w eksploatacji. Nie obejmują one jeszcze jednak wszystkich urządzeń, które prób tych wymagają.

Omawiana metoda mimo swego rozpowszechnienia posiada jednak szereg wad. Największą z nich jest trudność w określeniu właściwego progu jonizacji. Dla praktycznych układów izolacyjnych nagle zakrzywienie w górę charakterystyki $\operatorname{tg} \delta = f(U)$ uzyskuje się dość rzadko, a przeważnie charakterystyka powoli podnosi się w górę osiągając co raz to większą stromość. Nagłe zakrzywienie charakterystyki definiujące

dość ściśle próg jonizacji uzyskuje się jedynie wtedy, gdy jonizacja w większości wtrącin znajdujących się w izolacji zaczyna się przy tej samej wartości napięcia. Warunek ten nie jest na ogół spełniony wskutek różnych wymiarów wtrącin, a więc i różnych naprężeń przebicia. Ponadto w izolacji niejednorodnej zmiany $\tan \delta$ wraz z napięciem mogą wynikać z innych przyczyn niż wyładowania niezupełne. Wśród tych przyczyn należy wymienić zmiany temperatury izolacji wywołane zmianą przyłożonego napięcia oraz obecność w układzie izolacyjnym elementów o nieliniowych charakterystykach $\tan \delta = f(U)$ (np. wilgoć, grafit). Zmiany te, aczkolwiek liczbowo małe w stosunku do zmian $\tan \delta$ wywołanych intensywnymi wyładowaniami niezupełnymi, utrudniają wykrycie wyładowań o małej intensywności. Na czułym mostku Scheringa można zmierzyć przyrost $\tan \delta = 0,0001$, lecz stwierdzenie takiego przyrostu nie upoważnia jeszcze do wniosku, że jest on wywołany zjawieniem się wyładowań niezupełnych [56].

Pomiar $\Delta \tan \delta$ nie wykrywa ponadto wyładowań o małej intensywności, które już są szkodliwe dla izolacji niektórych organicznych materiałów (np. dla polietylenu).

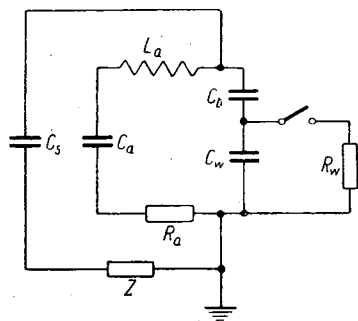
3.2.5. Metody oparte na pomiarze impulsów napięciowych wywołanych nagłą zmianą pojemności

Przy powstawaniu wyładowań niezupełnych w dielektryku pojemność układu nieco wzrasta, co może być miarą intensywności jonizacji. Można mierzyć zmiany pojemności statystycznie (np. przy pomocy mostka Scheringa) lub też mierzyć impulsy napięcia wywołane w obwodzie probierczym zmianami pojemności pochodzącymi od poszczególnych wyładowań. Ostatnia metoda ze względu na jej szczególne znaczenie przy badaniu zjawisk wyładowań niezupełnych będzie omówiona szczegółowo.

Układ pomiarowy wraz z obiektem, w którym znajdują się wtrąciny powietrzne, przedstawiony jest schematycznie na rys. 7. Przy rozważaniu przebiegów szybkich można pominąć okresową zmienność napięcia o częstotliwości 50 Hz i uważać, iż pojemności C_s i C_a znajdują się pod potencjałami stałymi. Obwodu

Rys. 7. Układ zastępczy obwodu pomiarowego z obiektem z wtrąciną powietrzną

C_a, C_b, C_w — oznaczenia jak na rys. 2, C_s — pojemność sprzęgająca, Z — oporność pozorną wejściową przyrządu pomiarowego, L_a, R_a — indukcyjność i oporność okładzin pojemności C_a , R_w — oporność wtrąciny w czasie wyładowania



transformatora probierczego nie uwzględnia się, gdyż stała czasu tego obwodu jest znacznie większa od stałej czasu obwodu pomiarowego przedstawionego na rys. 7. Pojedyncze wyładowanie niezupełne można zastąpić zwarcie pojemności C_w przez opór R_w . Czas trwania wyładowania wynosi $10^{-8} + 10^{-9}$ sek [56]. W czasie wyładowania układ traci ładunek

$$\Delta q_w = \Delta U_w C_w, \quad (1)$$

gdzie ΔU_w jest zmianą napięcia na wtrącinie wywołaną wyładowaniem niezupełnym. Pojemność C_a znajduje się wtedy na potencjale o ΔU_w wyższym od potencjału pojemności C_b .

Rozpoczynają się z kolei drgania w obwodzie, który posiada najmniejszą stałą czasu. W większości spotykanych przypadków będą to drgania w obwodzie obiektu badań; na obwód ten składają się pojemności obiektu C_a i C_b oraz indukcyjność L_a i oporności R_a i R_w . W wyniku tych drgań napięcia na pojemnościach C_a i C_b wyrównują się, a z pojemności C_a dopływa do pojemności C_b ładunek

$$\Delta q_a = \Delta U_w C_b \quad (2)$$

(przyjmuje się, że $C_a \gg C_b$, $C_a \gg C_w$).

Odływ ładunku Δq_a z pojemności C_a powoduje na niej zmianę napięcia

$$\Delta U_a = \frac{\Delta q_a}{C_a} = \frac{\Delta U_w C_b}{C_a} \quad (3)$$

Czas trwania drgań w obwodzie obiektu badań zależy od wartości stałych tego obwodu C_a , C_b , L_a , R_a , R_w , lecz można przyjąć, że zmiana napięcia ΔU_a dla takich obiektów, jak kondensatory i izolatory ustala się w przeciągu 10^{-6} sek. Częstotliwość obwodu pomiarowego C_s , C_a , Z jest przeważnie znacznie mniejsza od 1 MHz. Impulsem pobudzającym obwód ten do drgań jest więc zmiana napięcia ΔU_a na pojemności C_a .

Z kolei następuje wyrównanie się napięć między pojemnością C_s a pojemnością C_a . Przepływający prąd z pojemności C_s do pojemności C_a powoduje spadek napięcia na impedancji Z , którego pomiar jest wskaźnikiem jonizacji.

Gdy Z jest opornością czynną ($Z = R$), napięcie mierzone wyniesie

$$U_R(t) = \Delta U_a e^{-\frac{t}{RC'}}, \quad (4)$$

gdy Z jest opornością pozorną ($Z = R + j\omega L$), napięcie mierzone wyniesie

$$U_z(t) = \Delta U_a \cos \omega t e^{-\frac{t}{RC'}}, \quad (5)$$

gdzie:

$$C' \approx \frac{C_s C_a}{C_s + C_a} \quad (C_a \gg C_b, \quad C_a \gg C_w),$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C'}}.$$

Jeżeli impedancja Z posiada pojemność własną C_z , to wpływa to na zmniejszenie amplitudy mierzonej

$$U_L(t) = \eta \Delta U_a \cos \omega t e^{-\frac{t}{RC''}}, \quad (6)$$

gdzie:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{C_z}{C_a} + \frac{C_z}{C_s}},$$

$$C'' = C' + C_z.$$

Należy podkreślić, że tylko pomiar impulsów napięcia ΔU_a daje wartości związane bezpośrednio z intensywnością jonizacji. W przypadku gdy mierzy się spadek napięcia na impedancji Z , amplituda impulsu prądu mierzonego w obwodzie C_a , C_s , Z zależna jest od wartości oporu Z , a kształt impulsu prądu od stałej czasu obwodu.

W rzeczywistym układzie izolacyjnym, posiadającym dużo wtrącin o różnych wymiarach, przy wyładowaniach powstaje wiele impulsów ΔU_a o różnych amplitudach powtarzających się z różną częstością. Przy pomocy przyrządów do pomiaru wyładowań niezupełnych mierzy się albo wartość szczytową impulsu o największej amplitudzie (który prawdopodobnie odpowiada wyładowaniu najbardziej szkodliwemu dla izolacji), albo wartości będące funkcją sumy amplitud wszystkich impulsów. Z takich pomiarów, znając stałe obwodu, można jednakże obliczyć wartości prądu proporcjonalne do intensywności jonizacji [116].

Mierzona nagle zmiana napięcia ΔU_a związana jest z innymi wielkościami określającymi intensywność wyładowań niezupełnych wg. niżej podanych zależności:

pozorny ładunek tracony przez obiekt

$$\Delta q_a = \Delta U_a C_a = \Delta U_w C_b, \quad (7)$$

pozorny prąd jonizacji

$$i_a = 2f \Delta U_a C_a = 2f \Delta q_a, \quad (8)$$

strata energii we wtrącinie

$$\Delta e = \frac{1}{2} U \Delta U_a C_a, \quad (9)$$

strata mocy we wtrącinie

$$p = f \Delta U_a U C_a, \quad (10)$$

gdzie:

f — częstotliwość napięcia doprowadzonego,

U — wartość napięcia doprowadzonego, przy której występuje wyładowanie.

Intensywność jonizacji określona przez napięcie ΔU_a wyraża się niekiedy w kulombach na farad $\left(\Delta U_a = \frac{\Delta q_a}{C_a} \right)$ lub w amperach na farad $\left(2f \cdot \Delta U_a = \frac{i_a}{C_a} \right)$.

Należy podkreślić, że rzeczywisty ładunek tracony przez obiekt

$$\Delta q_w = \Delta U_w C_w = \Delta q_a \frac{C_w}{C_b} \quad (11)$$

nie może być określony metodą pomiarową. Wynika to z nieznanomości stosunku pojemności $\frac{C_w}{C_b}$.

Wzory powyższe zostały wyprowadzone dla jonizacji, przy której występuje jedno wyładowanie na każdy półokres napięcia doprowadzonego. Przy pomiarze wartości szczytowej największego impulsu według wzorów powyższych oblicza się pewne wielkości umowne, które prawdopodobnie odpowiadają wyładowaniu najbardziej szkodliwemu dla izolacji. Przy metodach, w których mierzy się wartości będące funkcją sumy amplitud wszystkich impulsów, oblicza się pewne wartości związane z działaniem wszystkich impulsów jonizacji.

Wykonane przyrządy pomiarowe różnią się sposobem eliminacji zakłóceń zewnętrznych, eliminacji wysokiego napięcia z obwodu pomiarowego, sposobem cechowania i rejestracji impulsów, czułością itp. Powoduje to duże różnice w konstrukcjach poszczególnych przyrządów, aczkolwiek wartości mierzone pozostają teoretycznie te same.

Zagadnienie czułości przyrządów pomiarowych nie jest istotne przy badaniu układów o małych pojemnościach. Na przykład przy pomia-

rach na obiekcie o pojemności 100 pF zmiana napięcia ΔU_a występująca przy najmniejszej lawinie w powietrzu wynosi [101]

$$\Delta U_a = \frac{\Delta q_w}{C_a} \cdot \frac{C_w}{C_b} = \frac{1,5 \cdot 10^{-11}}{100 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{C_w}{C_b} = 150 \cdot \frac{C_w}{C_b} \text{ [mV]}, \quad (12)$$

a przy najmniejszej lawinie w oleju

$$\Delta U_a = \frac{10^{-13}}{100 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{C_w}{C_b} = \frac{C_w}{C_b} \text{ [mV]}. \quad (13)$$

W powyższych wzorach za najmniejszy ładunek jonizacji lawinowej w powietrzu przyjęto $1,5 \cdot 10^{-11}$ kulomba, a w oleju 10^{-13} kulomba [101].

Przy mierzeniu jonizacji na obiektach o dużej pojemności czułość przyrządu powinna być możliwie duża.

Należy podkreślić, że pomiary na rzeczywistych układach izolacyjnych dokonywane przy pomocy dwóch różnych przyrządów często nie dają porównywalnych wyników [9]. Zagadnienie pomiarów wyładowań niezupełnych wymaga więc dalszego opracowania.

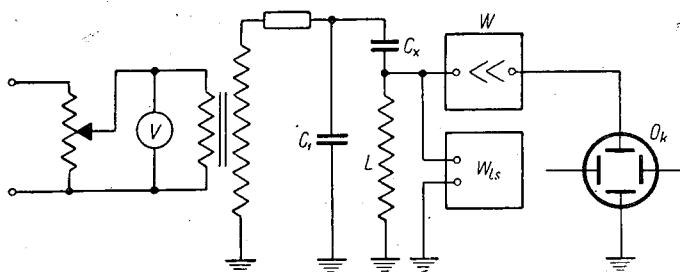
W dalszej części niniejszego rozdziału opisane są typowe przyrządy pomiarowe stosowane przy metodzie opartej na pomiarze impulsów napięcia wywołanych przez wyładowania niezupełne.

Rysunek 8 podaje podstawowy układ do pomiaru wyładowań niezupełnych. W układzie tym impedancją wejściową jest indukcyjność, wobec czego wartość mierzonych impulsów napięcia wyraża się wzorem (5). Woltomierz lampowy mierzy szczytową wartość największego impulsu¹⁾. Oscylograf wskazuje również przede wszystkim wartość szczytową największego impulsu. Wskutek nakładania się na siebie drgań wywołanych przez poszczególne impulsy nie jest możliwy dokładny pomiar ani liczby impulsów, ani wartości szczytowych poszczególnych impulsów.

Amplituda napięcia o częstotliwości 50 Hz mierzona przez woltomierz i oscylograf jest niewielka wskutek małych wartości indukcyjności L . Jeśli jonizacja występuje w transformatorze probierczym lub w przewodach łączących, jest ona również mierzona. Wpływ jonizacji pasywniejszej można zmniejszyć przez umieszczenie między transformatorem probierczym a obiektem badanym opornika lub dławika. W układzie tym można również odróżnić na oscylogramie impulsy pochodzące od jonizacji w transformatorze probierczym od impulsów jonizacji w obiek-

¹⁾ W przypadku zbyt dużego odstępu między poszczególnymi impulsami lub zbyt małego czasu trwania pojedynczego impulsu woltomierz wskazuje wartość mniejszą od maksymalnej (6).

cie badanym przez pomiar jonizacji przy dołączonej i odłączonej pojemności C_1 . W pierwszym przypadku impulsy jonizacji pochodzące z obwodu transformatora probierczego są na oscylogramie bardzo słabe, ponieważ zamykają się głównie przez pojemność C_1 , natomiast stosunkowo silne są impulsy jonizacji pochodzące od obiektu badanego, ponieważ powstają w obwodzie z pojemnością C_1 , która dla tych impulsów stanowi małą oporność. W drugim przypadku sytuacja jest odwrotna i na oscylogramie uwydatniają się głównie impulsy pochodzące z obwodu transformatora [44]. Układ posiada prostą konstrukcję i może być łatwo zbudowany w każdym laboratorium. Nadaje się on do pomiaru jonizacji zarówno na obiektach izolowanych, jak i na obiektach z jednym biegunem uziemionym. Wadą układu jest to, że wskutek szerokiego pasma częstotliwości stosowanego tu wzmacniacza, przy dużym wzmocnieniu (przy czułości oscylografu ok. 0,5 mm/mV) możliwe są zakłócenia wyników pomiarów przez fale elektromagnetyczne pochodzące z zewnątrz układu.



Rys. 8. Podstawowy układ do pomiaru wyładowań niezupełnych

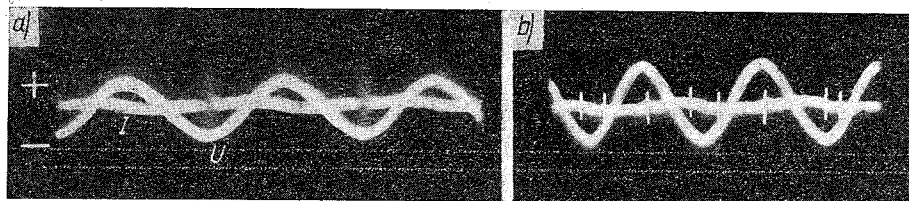
C_x — obiekt badany, C_1 — pojemność bez wyładowań, L — indukcyjność pomiarowa, W — wzmacniacz, W_{ls} — woltomierz lampowy szczytowy, O_k — oscylograf katodowy

Omawiany układ był badany przez autorów i wykazał szereg zalet. Okazało się, że analiza oscylogramów prądu jonizacji zdjętych w tym układzie pozwala na:

- odróżnienie wyładowań ulotowych od występujących wewnątrz izolacji,
- odróżnienie wyładowań ulotowych z elektrod pod wysokim napięciem od wyładowań z elektrod uziemionych,
- określenie, czy liczba szczelin jonizujących jest duża,
- odróżnienie wyładowań w powietrzu od wyładowań w oleju.

Poszczególne rodzaje wyładowań mogą różnić się między sobą kształtem drgań oraz miejscem występowania na sinusoidzie napięcia zasilającego (rys. 9).

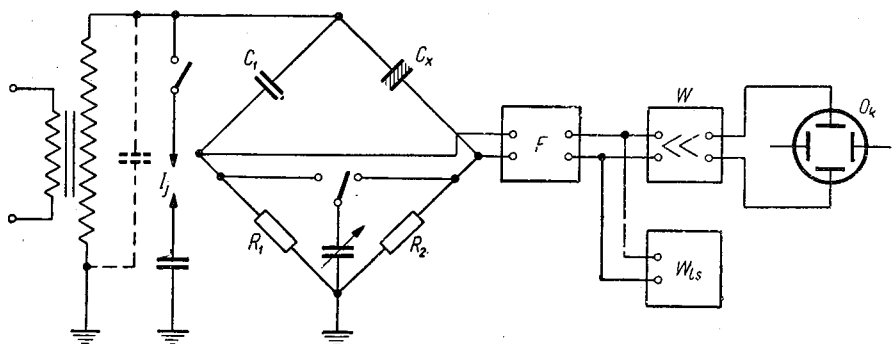
Układ, którego schemat podaje rys. 10, pozwala na pomiar na oscylografie wartości szczytowej poszczególnych impulsów oraz na określenie ich liczby¹⁾. Woltomierz, podobnie jak i w układzie poprzednim, mierzy wartość szczytową maksymalnego impulsu. Układ jest nieczuły na jonizację pochodzącą z transformatora probierczego lub przewodu



Rys. 9. Oscylogramy prądu jonizacji przy wyładowaniach w układzie ostrze-
płyta (uziemia)
a) w powietrzu, b) w oleju

łączącego transformator z mostkiem. Wpływ jonizacji pasożytniczej eliminuje się przez wytworzenie jonizacji na iskierniku I_j i zrównoważenie mostka tak, aby przyrządy wskazały najmniejsze odchylenia. Filtrowód przepustowy F odcina wyższe harmoniczne napięcia 50 Hz, które nie zostaną wyeliminowane w układzie mostkowym.

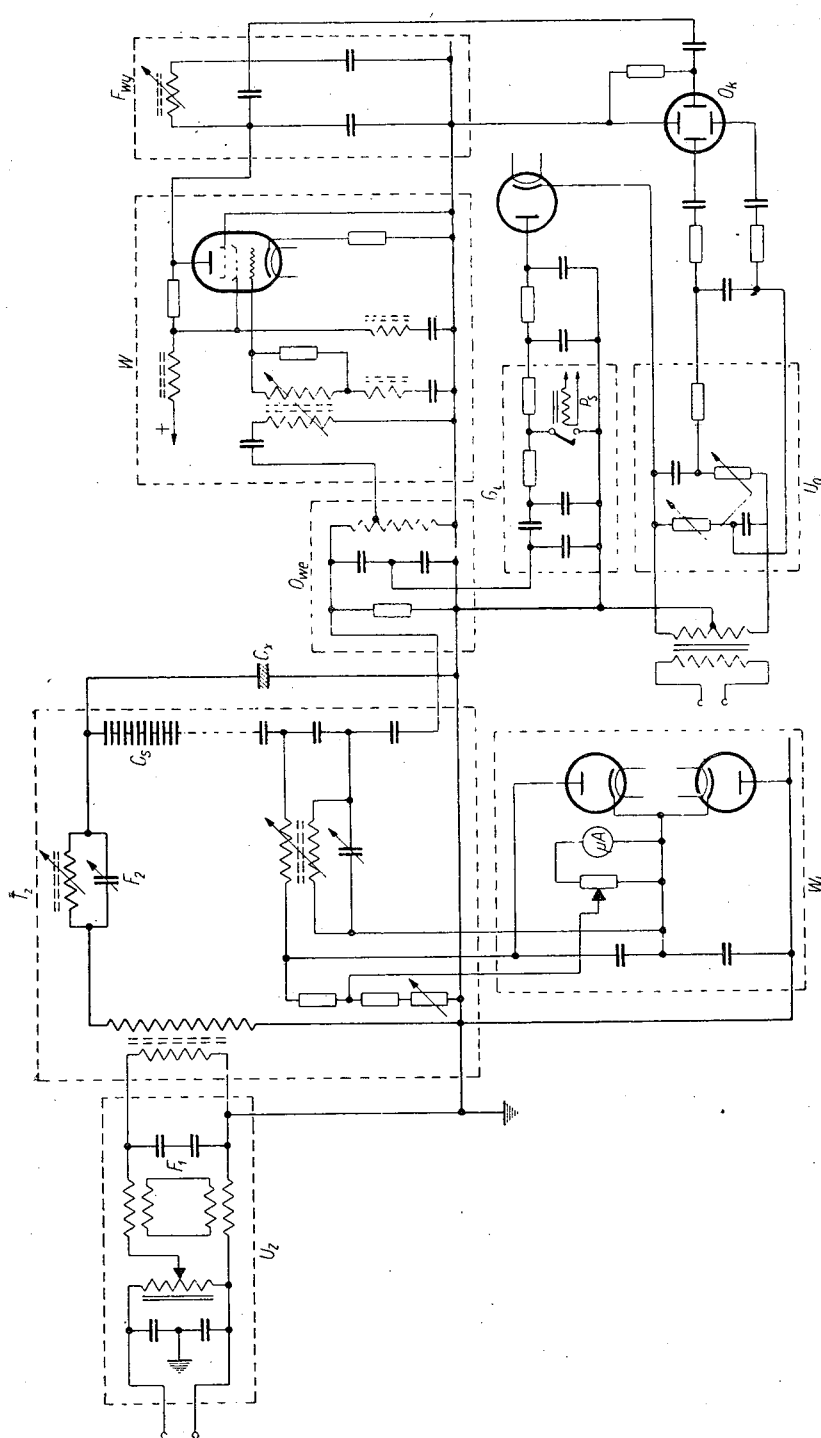
Układ nie nadaje się do pomiaru jonizacji na obiektach z jednym biegunem uziemionym.



Rys. 10. Układ mostkowy do pomiaru wyładowań niezupełnych
 C_x , C_1 , W , W_s , O_k — oznaczenia jak na rys. 8, F — filtr górnoprzepustowy,
 I_j — iskiernik do wywoływania jonizacji na zewnątrz mostka

Rysunek 11 podaje schemat przyrządu opracowanego przez ERA [116]. Przyrząd ten służy do pomiaru pozornego ładunku traconego przez obiekt przy pojedynczym wyładowaniu. Z wyników pomiarów można obliczyć energię wg wzoru (9).

¹⁾ O ile liczba impulsów w ciągu jednego okresu napięcia 50 Hz nie jest zbyt duża.



Rys. 11. Uproszczony schemat układu do badania wyładowań niezupełnych przy pomocy przyrządu ERA

T_2 — transformator próbnikowy wraz z kondensatorami sprzęgającymi C_s , O_{we} — obwód wejściowy, W — wzmacniacz, F_{wy} — filtr wyjściowy, W_l — woltomierz lampowy, G_1 — generator impulsów wzorcowych, P_s — przełącznik spolaryzowany, F_1 — filtr dolnoprzepustowy NN, F_2 — filtr dolnoprzepustowy NN, F_3 — układ do przesuwania fazy napięć przyłożonych do płyt oscylografu, U_2 — układ zasilający wraz z filtrem, O_k — oscylograf katodowy, U_0 — układ do przesuwania fazy napięć przyłożonych do płyt oscylografu, U_2 — obiekt badany

Charakterystycznymi właściwościami przyrządu ERA są:

- a) eliminacja zakłóceń radiofonicznych przez zastosowanie filtru F_1 po stronie zasilania transformatora probierczego,
- b) eliminacja zakłóceń wywołanych przez jonizację w transformatorze probierczym przy pomocy filtru F_2 ,
- c) zastosowanie wzmacniacza wstępnego o częstotliwości średniej 100 kHz i szerokości pasma 10 kHz,
- d) rozdzielanie impulsów leżących bardzo blisko siebie; rozdział taki umożliwia pomiar poszczególnych impulsów w obiekcie, w którym występuje do 35 wyładowań w czasie jednego półokresu napięcia zasilającego,
- e) możliwość cechowania wskazań przyrządu przy pomocy napięciowych impulsów wzorcowych,
- f) nakładanie mierzonych impulsów napięcia na elipsę wytworzoną na ekranie oscylografu przez przyłożenie do jego płyt napięcia zasilającego oraz napięcia przesuniętego w fazie o 90° .

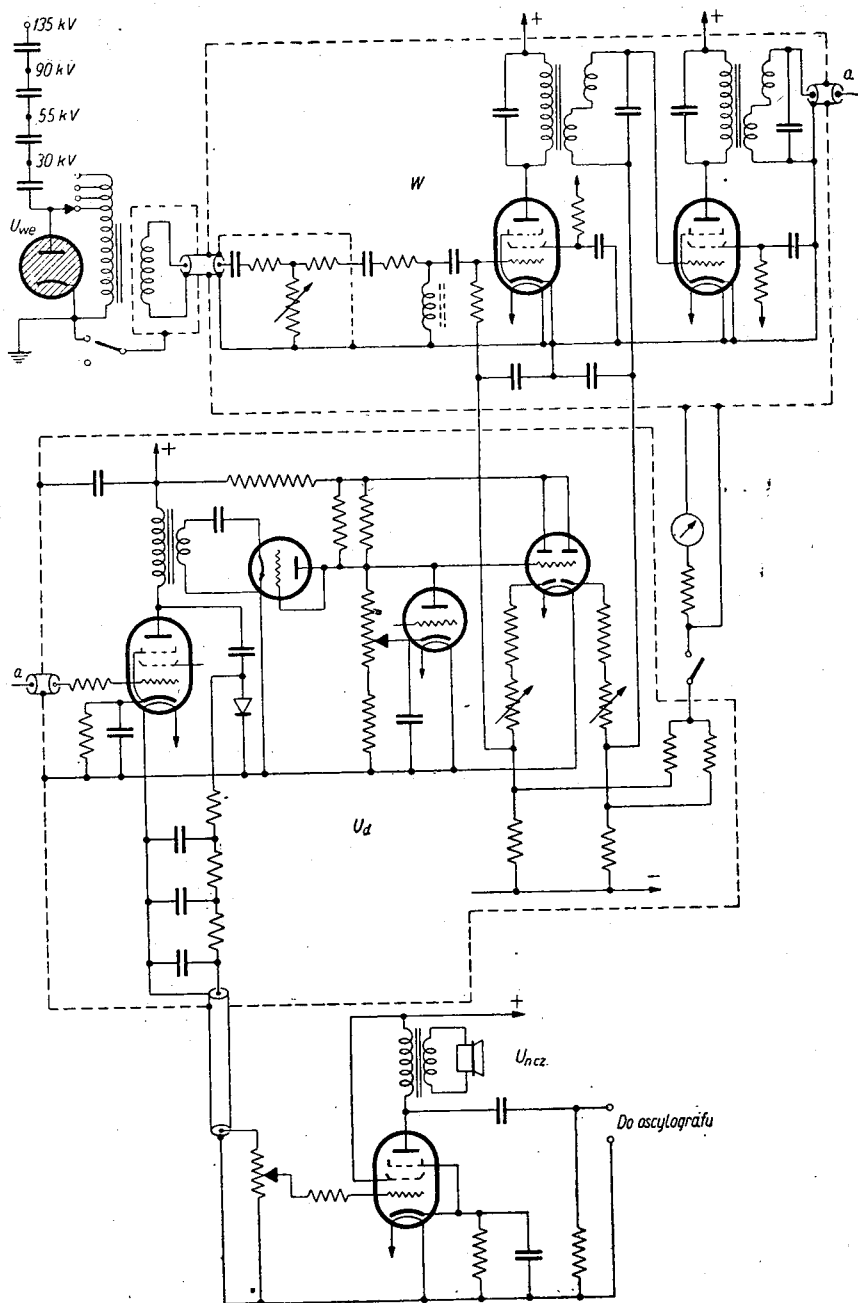
Rozpatrywanym przyrządem można badać pojemności w zakresie od 8 pF do 0,25 μ F. Czułość przyrządu w optymalnych warunkach ograniczona jest jedynie poziomem szumów na wejściu wzmacniacza.

Grupa badaczy francuskich stosuje przyrząd zbudowany na nieco odmiennych zasadach (rys. 12) [116]. Jest to również wzmacniacz nastrojony na częstotliwość 130 kHz. Przyrząd umożliwia pomiar wartości szczytowej największego impulsu oraz wyznaczenie wartości skutecznej prądu jonizacji.

Impulsy prądu zjawiające się w obwodzie pomiarowym przy wyładowaniach niezupełnych zostały zastosowane do żarzenia diody. W obwodzie anodowym diody płynie prąd proporcjonalny do wartości skutecznej tych impulsów. Woltomierz mierzy napięcie proporcjonalne do prądu płynącego w obwodzie anodowym diody. Z wartości tego napięcia można obliczyć wartość skuteczną pozornego prądu jonizacji stosując wzór, który uwzględnia wpływ stałych obwodu pomiarowego na wartość mierzonych impulsów prądu.

3.3. Układy do wykrywania wyładowań niezupełnych przy napięciu udarowym

Badania wyładowań niezupełnych przy uderzeniach były dotychczas prowadzone w bardzo szczupłym zakresie, wskutek czego technika pomiarowa tych wyładowań jest mało opracowana. Schemat układu pomiarowego dla wykrywania i pomiaru jonizacji na modelach układów izolacyjnych opracowany przez Hagengutha i Liao [93] podaje rys. 13.

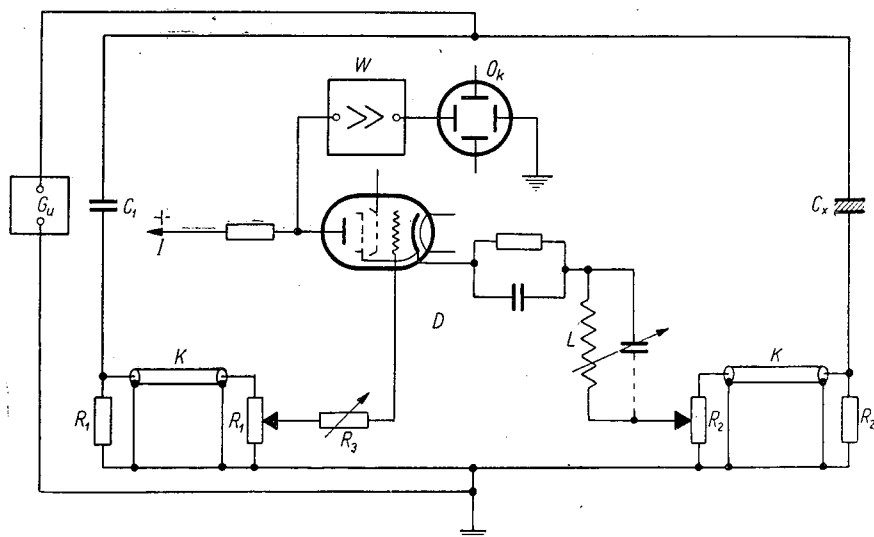


Rys. 12. Schemat układu do badania wyładowań niezupełnych wykonanego przez Renaudina

U_{we} — układ wejściowy, W — wzmacniacz, U_d — układ detekcyjny, U_{acz} — układ niskiej częstotliwości

W celu wyeliminowania udarowego napięcia zasilającego autor stosuje układ mostkowy. Użycie regulowanej indukcyjności L i regulowanej oporności R_3 ma ułatwiać taką eliminację. Kable opóźniające K_1 i K_2 mają za zadanie opóźnienie zapisu badanego procesu względem sygnału wyzwalającego ruch promienia oscylografu wzdłuż osi czasowej.

Wskutek dużych trudności nie ekranuje się generatora udarów oraz doprowadzeń wysokiego napięcia. Istnieją więc sprzężenia pojemnościowe między układem wysokiego i niskiego napięcia, które nie pozwalają na

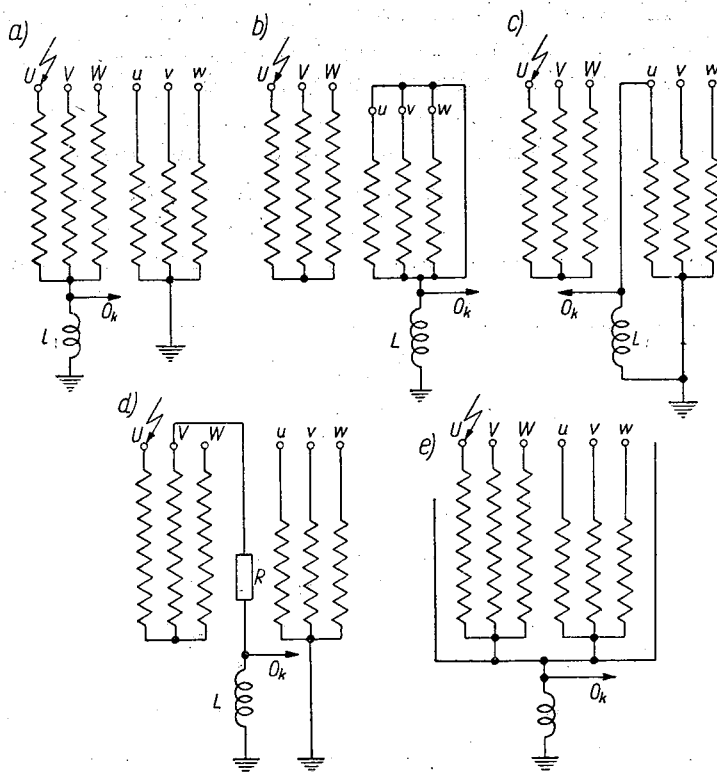


Rys. 13. Układ do pomiaru intensywności jonizacji przy napięciu udarowym
 G_u — generator udarowy, W — wzmacniacz, O_k — oscylograf katodowy, C_x — obiekt badany, C_1 — pojemność bez wyładowań, R_1 , R_2 — oporniki mostka, D — detektor z obwodem wejściowym strojonym L , K — kabel koncentryczny

zrównoważenie mostka. Brak równowagi objawia się wystąpieniem na oscylogramie „zábka” w miejscu odpowiadającym czołu udaru. Ponieważ impulsy wyładowań niezupełnych występują zwykle na szczycie udaru lub później, „zábek” nie przeszkadza, lecz przeciwnie może być użyty jako wskaźnik początku udaru. Jeżeli wyładowania niezupełne występują na czołe, można je rozpoznać po zmianie kształtu „zábka”.

Autor podaje, że układ jego nie nadaje się do badania wyładowań niezupełnych na gotowych transformatorach.

Badanie wyładowań niezupełnych w gotowych transformatorach można przeprowadzać na układach pomiarowych stosowanych przy próbach udarowych transformatorów do detekcji uszkodzeń. Czułość tych metod musi być jednakże znacznie zwiększona. Autorzy stosowali do badania jonizacji układy podane na rys. 14.



Rys. 14. Układy do wykrywania wylądowań niezupełnych powstających w czasie próby udarowej transformatora

a) układ przy pomiarze „prądu zerowego”, b) układ do rejestracji prądu pojemnościowego płynącego między badanym uzwojeniem a zwartym uzwojeniem wtórnym, c) układ do pomiaru prądu wtórnego, d) układ do pomiaru napięcia indukowanego na nie badanej fazie, e) układ do pomiaru „prądu fazowego”

4. BADANIA TRANSFORMATORÓW I MASZYN ELEKTRYCZNYCH

4.1. Pomiary wylądowań niezupełnych w transformatorach przy napięciu 50 Hz

Pomiary wylądowań niezupełnych są utrudnione z tego powodu, że transformatora nie można uważać za obiekt o stałych skupionych. Dla celów obliczeniowych transformator można przedstawić w postaci układu zastępczego składającego się z kilku pojemności. Indukcyjności można pominąć, ponieważ prądy jonizacji zamykają się prawie wyłącznie pojemnościowo. Mierzona intensywność jonizacji zależy od miejsca jej

występowania w układzie izolacyjnym transformatora oraz od układu połączeń obwodu pomiarowego.

Rysunki 15 i 16 [116] podają schematy różnych układów połączeń przy pomiarze wyładowań niezupełnych w transformatorze. Wzory (14)÷(18) podają sposoby obliczenia intensywności tych wyładowań w zależności od miejsca ich wystąpienia:

Dla rys. 15b obowiązuje zależność

$$u_R(t) = \Delta U_w \frac{C_b}{105} e^{-\frac{t}{R 52}}. \quad (14)$$

Dla rys. 15c obowiązuje zależność

$$u_R(t) = \Delta U_w \frac{C_b}{105} e^{-\frac{t}{R 10}}. \quad (15)$$

Dla rys. 15d obowiązuje zależność

$$u_R(t) = \Delta U_w \frac{C_b}{92000} e^{-\frac{t}{R 105}}. \quad (16)$$

Dla rys. 16b obowiązuje zależność

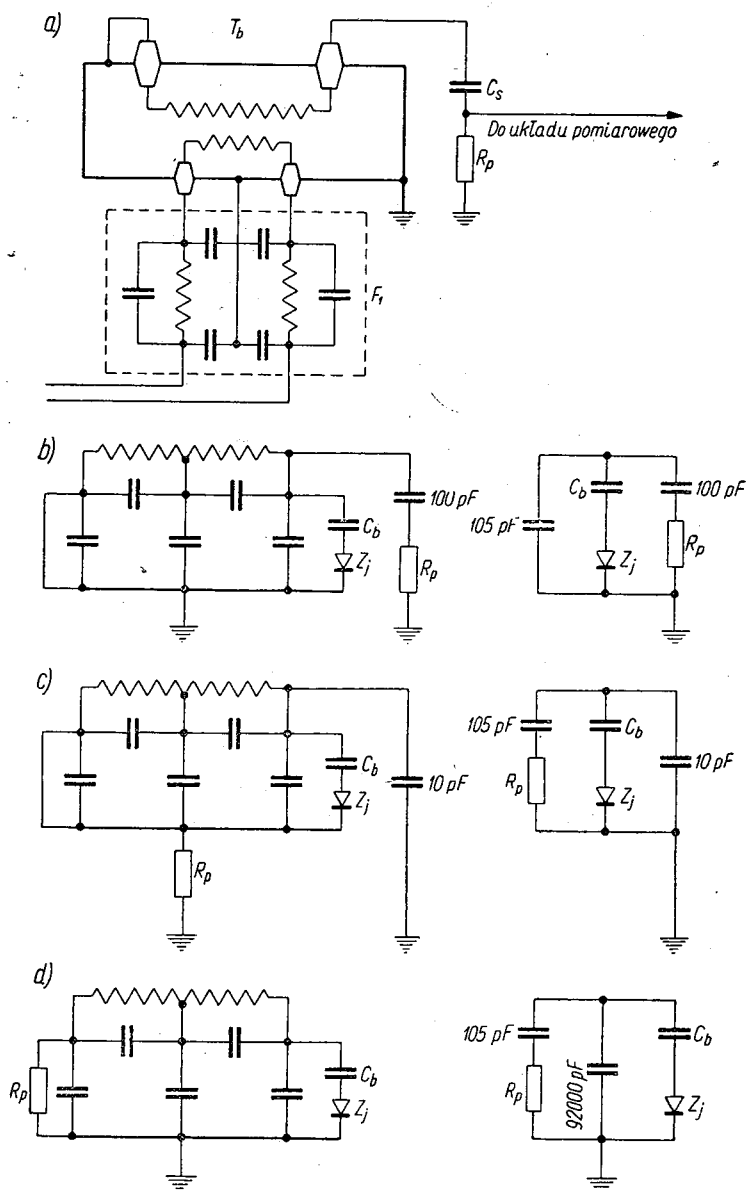
$$u_R(t) = \Delta U_w \frac{C_b}{105} e^{-\frac{t}{R 52}}. \quad (17)$$

Dla rys. 16c obowiązuje zależność

$$u_R(t) = \Delta U_w \frac{C_b}{92000} e^{-\frac{t}{R 52}}. \quad (18)$$

Z przytoczonych wzorów wynika, że jeżeli przy próbie napięciem indukowanym nie można izolować kadzi transformatora, należy stosować układ podany na rys. 15b, w którym opór pomiarowy włączony jest poza pojemnością sprzęgającą.

W przypadku stosowania układu z rys. 15d amplituda impulsu mierzonego na zaciskach transformatora może być nawet 1000-krotnie mniejsza od amplitudy w pobliżu źródła jonizacji, jak to wynika z porównania wzorów (14) i (16). Wskutek tego w takim układzie połączeń przy zastosowaniu przyrządów o mniejszej czułości nie daje się wykryć wyraźnego progu jonizacji w transformatorach o dużej pojemności. Przyczynia się do tego również fakt, że najmniejszy ładunek jonizacji lawinowej w oleju jest około 150 razy mniejszy niż w powietrzu. Czułość układów pomiarowych stosowanych do wykrywania wyładowań niezupełnych w transformatorach musi być więc większa niż w innych przypadkach.



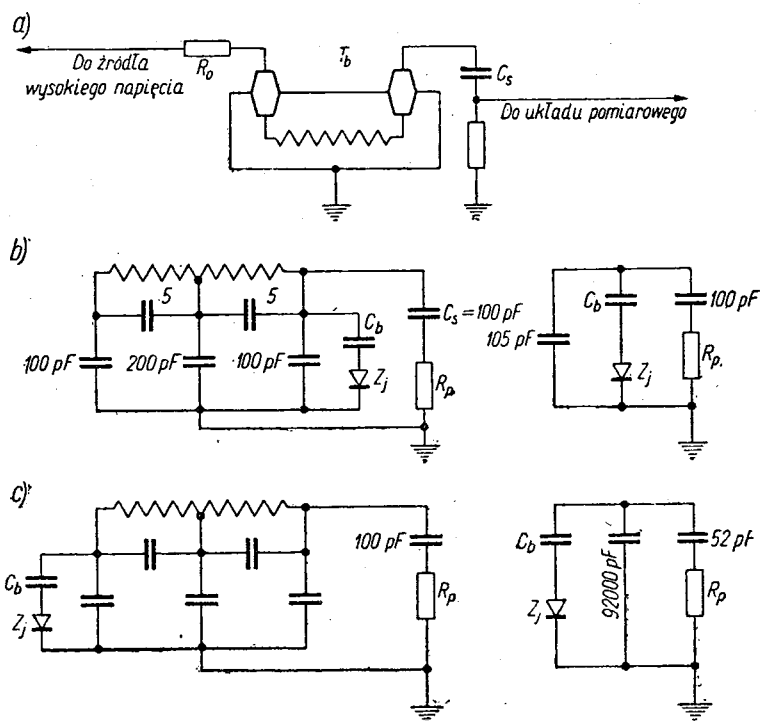
Rys. 15. Pomiary jonizacji w izolacji transformatora przy próbie napięciem indukowanym

a) schemat układu probierczego, b) pełny oraz zwinięty schemat zastępczy dla przypadku jonizacji przy zacisku połączonym z kondensatorem sprzęgającym, c) pełny oraz zwinięty schemat dla układu bez kondensatora sprzęgającego: 10 pF — pojemność nie uziemionego izolatora przepustowego; opór pomiarowy R_p włączony między kadrą i ziemią; punkt zerowy połączony z kadrą, d) pełny oraz zwinięty schemat jak dla przypadku c) z tym, że opór pomiarowy jest włączony między punktem zerowym i uziemioną kadrą; T_b — transformator badany, C_s — kondensator sprzęgający, R_p — opornik pomiarowy, Z_j — miejsce jonizacji, C_b — część pojemności doziemnej badanego uzwojenia połączona szeregowo z obszarem, w którym występuje jonizacja, F_1 — filtr dolnoprzepustowy

W przypadku możliwości izolowania kadzi transformatora opór należy włączyć między każdą i ziemię (układ z rys. 15c).

Wzory (14)÷(18) określają tylko przypadki jonizacji w izolacji głównej, dla jonizacji w izolacji podłużnej należałoby wyprowadzić analogiczne wzory i sprawdzić je eksperymentalnie.

Tłumienie, jakiemu podlega impuls napięcia jonizacji, umożliwia dla uzwojeń cewkowych przybliżoną lokalizację wyładowań niezupełnych.



Rys. 16. Pomiary jonizacji w izolacji transformatora przy próbie napięciem z obcego źródła

a) schemat układu probierczego, b) pełny oraz zwinięty schemat zastępczy dla przypadku jonizacji przy zacisku połączonym z kondensatorem sprzęgającym, c) pełny oraz zwinięty schemat zastępczy dla przypadku jonizacji przy zacisku położonym na przeciwnym końcu uzwojenia niż w przypadku b), R_0 — opornik ograniczający; pozostałe oznaczenia jak na rys. 15

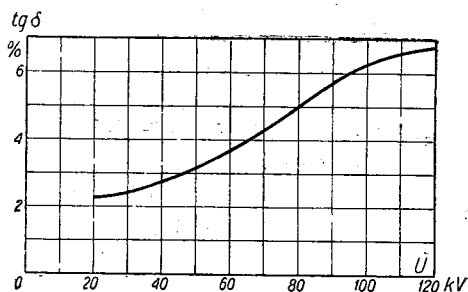
Ponieważ tłumienie jest zależne od długości uzwojenia, miejsce wystąpienia wyładowania niezupełnego można określić z pomiaru intensywności wyładowań na obu końcach uzwojenia tej samej fazy. Dla wyznaczenia dekrementu tłumienia przeprowadza się pomiary intensywności jonizacji na obu końcach przy sztucznej jonizacji wytworzonej na jednym końcu. Lokalizowanie miejsc jonizacji możliwe jest jedynie w przy-

padku, gdy w uzwojeniu jest tylko jedno źródło wyładowań niezupełnych [65].

Z wyników pomiarów można ponadto poznać, czy wyładowania zachodzą w oleju, czy w powietrzu. Dla wyładowań w oleju napięcie progu jonizacji przy podwyższaniu napięcia jest znacznie wyższe niż napięcie gaśnięcia jonizacji przy obniżaniu napięcia przyłożonego. Dla wyładowań w powietrzu wartości te mało się różnią [50].

Autorzy wykonali pomiary jonizacji przy napięciu 50 Hz na kilku transformatorach i przekładnikach napięciowych. W transformatorach stosowano pomiar $\tan \delta$ w funkcji napięcia przyłożonego oraz pomiar progu jonizacji przy pomocy układu podanego na rys. 8.

W przekładnikach napięciowych wyznaczono jonizację rejestrując spadek napięcia na cewce o małej indukcyjności włączonej między bada-



Rys. 17. Wykres $\tan \delta = f(U)$ izolacji uzwojenia 110 kV dla transformatora 110/30/15 kV 16 MVA produkcji krajowej

ne uzwojenie i ziemię; przekładnik był zasilany od strony niskiego napięcia [124]. Wykres na rys. 17 przedstawia przebieg $\tan \delta$ w funkcji napięcia zmierzony na transformatorze 110 kV 16 MVA produkcji krajowej. Na podstawie zgięcia krzywej można wnioskować, że jonizacja wystąpiła już poniżej napięcia roboczego. Należy jednak zaznaczyć, że pomiar $\tan \delta$ wykonuje się przy napięciu doprowadzonym z obcego źródła, a więc rozkład potencja-

łów na poszczególnych elementach transformatora jest inny niż przy normalnej pracy transformatora.

Pomiary jonizacji na przekładnikach napięciowych produkcji krajowej 110 kV i 30 kV z izolacją papierowo-olejową typu małoolejowego wykazały, że na ogół w nowych konstrukcjach próg jonizacji leży powyżej napięcia roboczego, jednakże znacznie niżej od napięcia probierczego.

Należy zwrócić uwagę, że wyniki pomiarów jonizacji na transformatorach przy próbie napięciem przyłożonym prowadzą nieraz do fałszywych wniosków. Jako przykład można podać, że napięcie progu jonizacji zmierzone podczas takiej próby w eksploatacji na kilku transformatorach wynosiło około 15% napięcia znamionowego. Po bliższym zbadaniu okazało się, że przyczyną tego była jonizacja między jarzmem a konstrukcją wsporczą. W czasie normalnej pracy transformatora potencjały obu tych elementów są równe i nie występują tam wyładowania niezupełne.

4.2. Pomiary wyładowań niezupełnych przy napięciu 50 Hz w maszynach elektrycznych wysokiego napięcia

Przy badaniu wyładowań niezupełnych maszynę elektryczną, podobnie jak transformator, należy traktować jako układ o stałych rozłożonych. Wynikające stąd trudności w ocenie ilościowej wyładowań niezupełnych można usunąć postępując w sposób podobny jak w przypadku transformatora [128].

Pomiary wyładowań niezupełnych można przeprowadzić bądź zasilając układ napięciem z obcego źródła, bądź w przypadku maszyn synchronicznych używając napięcia indukowanego.

Często, aby nie przerywać pracy generatorów, pomiary w eksploatacji przeprowadza się w czasie ruchu. Dotychczasowe wyniki prób są raczej ujemne ze względu na zbyt wysoki poziom zakłóceń pochodzących od wyładowań niezupełnych występujących w sieci [84]. Były też próby instalowania stałych urządzeń do pomiaru $\text{tg } \delta$ izolacji. Metoda ta nie przyjęła się ze względu na stosunkowo skomplikowane układy pomiarowe.

Tłumienie impulsu napięciowego powstającego w uzwojeniu przy wyładowaniu niezupełnym umożliwia lokalizację źródła wyładowania. Inna metoda lokalizacji wyładowań polega na wykrywaniu źródła emisji fal elektromagnetycznych przy pomocy sondy [83].

W literaturze technicznej można znaleźć publikacje dotyczące techniki pomiaru wyładowań żłobkowych. Wyładowania żłobkowe generatora można odróżnić od innych na podstawie pomiaru wyładowań niezupełnych w funkcji częstotliwości własnej obwodu pomiarowego. Większa intensywność jonizacji przy niższych częstotliwościach pomiarowych oznacza obecność wyładowań żłobkowych [83].

W literaturze mało jest danych dotyczących dopuszczalnej intensywności wyładowań niezupełnych. Langlois-Berthelot [116] na podstawie pomiarów na trzystu maszynach stwierdza, iż średni przyrost $\text{tg } \delta$ wynosi 0,01 dla generatorów w zakresie napięć od $0,2 U_{zn}$ do $\frac{1,2}{\sqrt{3}} U_{zn}$. Jeżeli natomiast przyrost $\text{tg } \delta$ wynosi 3%, a zakrzywienie charakterystyki $\text{tg } \delta = f(U)$ leży poniżej napięcia pracy, to maszyny te często ulegają przebieciom. Radziecka instrukcja fabrykacyjna dopuszcza dla izolacji prętów generatorów (o mocy powyżej 4 MW) przyrost $\text{tg } \delta$ od 3% do 5% (w zależności od mocy) w zakresie napięć od $0,2 U_{zn}$ do $1,5 U_{zn}$. W publikacji [128] podano jako dopuszczalną wartość natężenie jonizacji w izolacji generatorów przy napięciu roboczym 250—300 A/F (zmierzone przy pomocy przyrządu Renaudina opisanego w referacie [116]).

W kraju pomiary związane z jonizacją w generatorach są prowadzone w katedrach maszyn elektrycznych politechnik Gliwickiej, Warszawskiej i Wrocławskiej, w Instytucie Energetyki, w Instytucie Elektrotechniki oraz w zarządach energetycznych okręgów Zachodniego i Dolnośląskiego.

Z przeprowadzonych pomiarów można wyciągnąć wnioski, że w większości badanych generatorów jonizacja występuje poniżej napięcia roboczego, jednak nie jest ona szkodliwa, o ile jej intensywność jest mała. Generatory z osłabioną izolacją wykazują dużą intensywność jonizacji oraz duże różnice w natężeniach jonizacji mierzonych na poszczególnych fazach. W publikacji [131] podano warunki, przy spełnianiu których jonizacja jest dopuszczalna w generatorach, a mianowicie: próg jonizacji powinien leżeć powyżej 0,9 napięcia roboczego oraz intensywności jonizacji w poszczególnych fazach nie powinny wykazywać znacznych różnic.

Badania autorów przeprowadzone na kilkudziesięciu generatorach i silnikach prowadzą do następujących wniosków.

1. Wartość dopuszczalnej intensywności jonizacji w starych silnikach z uzwojeniami wsypywanymi (w których istnieje dużo wtrącin powietrznych i izolacja międzyzwojowa jest organiczna) powinna być mniejsza niż w generatorach z izolacją mikanitową.

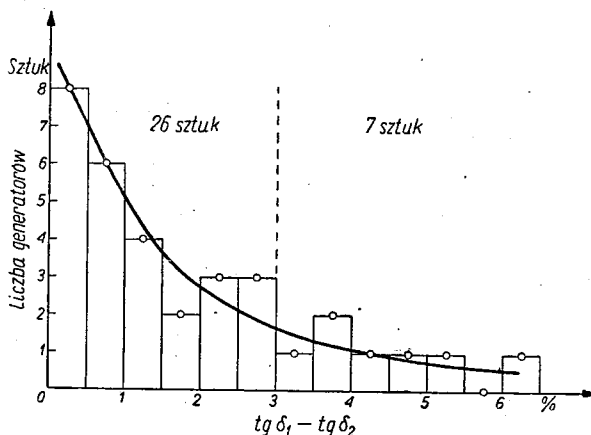
2. Nie ma określonej zależności między wartościami otrzymywanymi z krzywej $\text{tg } \delta = f(U)$ oraz wartościami uzyskanymi z pomiaru bezpośredniego natężenia wyładowań niezupełnych. Najmniejsza wartość napięcia, przy której można zauważyć jonizację, zależy od czułości zastosowanego układu pomiarowego. Zakrzywienie $\text{tg } \delta = f(U)$ pokrywa się zawsze ze znacznym wzrostem natężenia wyładowań, lecz przy zwiększeniu czułości układu pomiarowego można również wykryć wyładowania przy napięciach leżących poniżej zagięcia krzywej $\text{tg } \delta = f(U)$.

3. Wyniki pomiarów jonizacji można porównać tylko dla takich samych maszyn i tylko przy przeprowadzaniu pomiarów przy pomocy takich samych układów pomiarowych.

4. Natężenie wyładowań niezupełnych maleje znacznie, jeżeli obiekt badany przez dłuższy czas (kilka godzin) był pod napięciem. Jednocześnie występuje wzrost początkowej wartości $\text{tg } \delta$ i mniejszy przyrost $\text{tg } \delta$ w funkcji napięcia oraz zmniejszenie oporności izolacji. Dopiero po kilkudniowym przebywaniu w stanie beznapięciowym izolacja odzyskuje swoje pierwotne własności. Należy przypuszczać, iż jonizacja powoduje wzrost ciśnienia w szczelinach gazowych oraz wydzielanie się w nich wody. To przypuszczenie, że w szczelinach wydziela się woda, opiera się na stwierdzeniu podobnych zmian w przebiegu zależności $\text{tg } \delta$ od

napięcia do tych, jakie obserwuje się przy zawilgoceniu izolacji mika-nitowej. Nie należy więc w eksploatacji przeprowadzać pomiarów joni-zacji na generatorach, które przez dłuższy czas stały bez napięcia, gdyż otrzymany wynik będzie zbyt niekorzystny.

Wartości przyrostów $\text{tg } \delta$ w badanych przez autorów generatorach podaje rys. 18.



Rys. 18. Liczby generatorów uszeregowane w funkcji przyrostu $(\text{tg } \delta_2 - \text{tg } \delta_1)$ współczynnika strat dielektrycznych, $\text{tg } \delta_1$ — mierzony przy $0,5 \frac{U_{zn}}{\sqrt{3}}$,

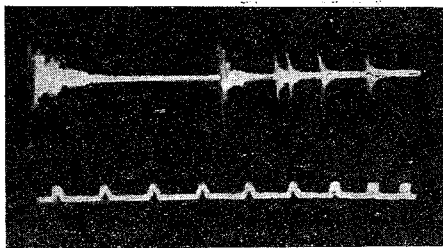
$\text{tg } \delta_2$ — mierzony przy $1,2 \frac{U_{zn}}{\sqrt{3}}$

4.3. Pomiary wyładowań niezupełnych w transformatorach i maszynach elektrycznych przy napięciu udarowym

Podczas wyładowań atmosferycznych mogą wystąpić na układach izolacyjnych transformatorów i generatorów przepięcia przewyższające wielokrotnie wartości napięć, jakie na tych układach panują przy napięciu roboczym. Przy tak wysokich przepięciach na wielu układach izolacyjnych mogą wystąpić wyładowania niezupełne. Badania szkodliwości tych wyładowań są dopiero w stadium początkowym. Krótki czas trwania przepięć udarowych zmniejsza możliwość uszkodzenia izolacji wskutek wyładowań niezupełnych, natomiast duża wartość napięcia udarowego możliwość tę zwiększa. Rozwiązanie zagadnienia szkodliwości wyładowań niezupełnych przy przepięciach atmosferycznych należało więc oprzeć na pomiarach, pomiary zaś przeprowadzać na modelach układów izolacyjnych oraz na gotowych urządzeniach.

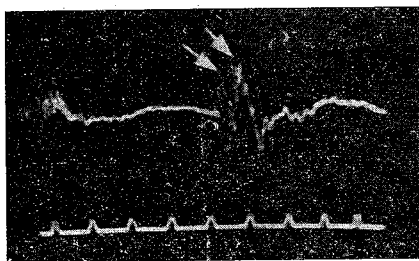
Z prac przeprowadzonych w tej dziedzinie należałoby wymienić prace Chevaliera [77] i Helmchena [129]. Do wykrywania jonizacji stosują oni metody analogiczne do tych, jakie stosuje się do detekcji uszkodzeń przy próbach udarowych. Na podstawie przeprowadzonych pomiarów obydwaj wspomniani autorzy doszli do wniosku, że można i należy budować transformatory, przy których jonizacja nie wystąpi nawet przy udarowym napięciu probierczym. Stosowali oni jednak metody, przy pomocy których mogli wykryć tylko stosunkowo silne impulsy jonizacji. Nie jest więc pewne, czy pomiary wykonane przy pomocy układów znacznie czulszych (ze wzmacnianiem impulsów) doprowadziłyby do podobnych wniosków.

W literaturze zagranicznej nie znaleziono żadnych wzmianek o badaniach jonizacji przy napięciu udarowym w maszynach elektrycznych.



Rys. 19. Oscylogram prądu jonizacji zarejestrowany wg układu z rys. 14a.

Skalowanie osi czasu co $10 \mu s$



Rys. 20. Oscylogram prądu jonizacji zarejestrowany w celu określenia miejsc, w których wystąpiła jonizacja

W kraju badania nad zjawiskami jonizacji w transformatrach przy napięciu udarowym prowadzone były przez autorów niniejszego artykułu w Zakładzie Elektrotechniki PAN oraz w Zakładzie Wysokich Napięć Instytutu Elektrotechniki. Zajmowano się głównie metodami wykrywania jonizacji (metodami detekcji), metodami wyznaczania miejsc w uzwojeniu, w którym wystąpiła jonizacja (metodami lokalizacji), oraz badaniem szkodliwości wpływu jonizacji na izolację transformatorów. Stwierdzono, że do wykrywania jonizacji w transformatrach nadają się te same metody, jakie stosuje się w czasie próby udarowej do wykrywania uszkodzeń, lecz czułość tych metod należy powiększyć. Osiągnąć to można przez dobór najwłaściwszej dla badanego typu transformatora metody, a następnie przez odfiltrowanie impulsów jonizacji od pozostałego przebiegu napięcia i ich wzmocnienie. Prostym filtrem może być cewka o małej indukcyjności (około $5 \mu H$). Spadek napięcia na tej cewce od prądu udaru jest stosunkowo mały, a od prądu jonizacji (wskutek bardzo wysokiej częstotliwości impulsów jonizacyjnych) stosunkowo

duży (rys. 19). Okazało się, że dla transformatorów o dużej pojemności doziemnej najwłaściwszą metodą detekcji jest metoda rejestracji oscylograficznej prądu pojemnościowego płynącego między badanym uzwojeniem a zwartym uzwojeniem wtórnym (patrz rys. 14b), dla transformatorów o dużej pojemności szeregowej — metoda prądu zerowego, dla transformatorów nawijanych cienkim drutem — metoda pomiaru prądu wtórnego lub napięcia wtórnego (patrz rys. 14c).

Metody lokalizacji jonizacji są podobne do metod lokalizacji uszkodzeń powstałych przy próbie udarowej. Wyniki pomiarów wykazały, że dobra lokalizacja impulsów jonizacyjnych jest możliwa w uzwojeniach takich transformatorów, w których impulsy przenoszą się zarówno poprzez pojemność szeregową (lub doziemną) uzwojenia, jak i drogą falową po przewodzie uzwojenia. Temu samemu impulsowi jonizacji w uzwojeniu odpowiadają na oscylogramie prądu dwa impulsy, których odległość wyrażona w mikrosekundach jest równa czasowi przebiegu impulsu od miejsca, w którym powstał, do końca uzwojenia (rys. 20). W innych transformatorach możliwa jest tylko lokalizacja bardzo przybliżona.

5. SKUTKI JONIZACJI

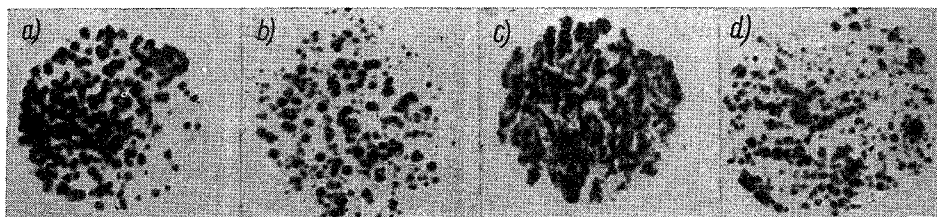
Trwałość urządzeń elektrycznych zależy w dużej mierze od szybkości starzenia izolacji. Obok wysokiej temperatury i chemicznego rozkładu jednym z ważniejszych czynników wywołujących starzenie izolacji jest jonizacja. Izolacja organiczna wskutek jonizacji ulega rozkładowi chemicznemu (pod wpływem oddziaływania składników wytworzonych przez jonizację), rozkładowi termicznemu (pod wpływem temperatury w obszarze zjonizowanym) oraz niszczeniu pod wpływem dużego natężenia pola elektrycznego wytworzonego w kanałach wyładowań niezupełnych.

Jonizacja o stosunkowo małej intensywności w materiałach izolacyjnych zawierających wtrąciny powietrzne (np. w izolacji maszyn wirujących) wywołuje przede wszystkim starzenie o charakterze chemicznym. Jonizacja powietrza znajdującego się we wtrącinie powoduje powstawanie ozonu i tlenków azotu. Ozon atakuje składniki organiczne izolacji bezpośrednio; natomiast tlenki azotu łączą się z wilgocią obecną we wtrącinach lub wytworzoną w wyniku rozpadu chemicznego izolacji tworząc kwas azotowy i azotawy: $2\text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O} = \text{HNO}_2 + \text{HNO}_3$. Oba kwasy atakują nie tylko materiały organiczne, ale i metale¹⁾.

¹⁾ Zdarzały się przypadki, że wskutek korozji wywołanej przez jonizację nastąpiło lokalne zmniejszenie przewodności przewodów maszyn elektrycznych nawet do połowy.

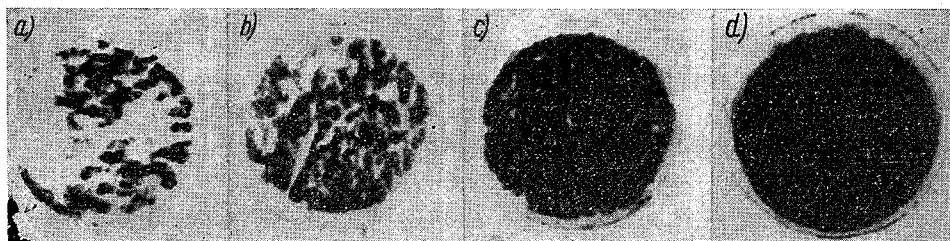
W przypadku nieobecności we wtrącinach tlenu wywołany jonizacją proces starzenia chemicznego przebiega wolniej.

Badania starzenia chemicznego wywołanego jonizacją dotyczyły głównie organicznej izolacji impregnowanej. Jako miarę zestarzenia przy badaniach na próbkach przyjmowano między innymi: obniżenie wytrzymałości elektrycznej, wzrost współczynnika strat dielektrycznych, stopień zakwaszenia, wzrost przewodności, zmiany wagi próbki, zmiany



Rys. 21. Ślady działania jonizacji na porowatych materiałach izolacyjnych. a, b — papier przy napięciu stałym, c — papier przy napięciu zmiennym, d — guma przy napięciu zmiennym

w wyglądzie zewnętrznym. Wygląd próbek poddanych długotrwałej jonizacji ilustrują rysunki 21 i 22. Stwierdzono przy tym, że stosunkowo krótkie działanie jonizacji wywołuje powierzchniowe odbarwienie celulozy [93]. Zwiększenie czasu działania jonizacji prowadzi do głębszego zniszczenia materiału przez utworzenie oksycelulozy w formie białego proszku [124]. Wykryto, że w wyniku rozpadu żywicy wydzielają się wodór i acetylen [116]. Stwierdzono również, że napięcie zmienne szybciej niszczy izolację niż napięcie stałe (rys. 22). W przypadku izolacji mi-



Rys. 22. Ślady działania jonizacji na dwóch warstwach papieru fotograficznego przy napięciu stałym, równym: a) 550 V, b) 620 V, c) 720 V, d) 1150 V

kowej generatorów uszkodzenie wywołane jonizacją zaczyna się przy powierzchni przewodu, który pokrywa się cienką warstwą zielonego proszku. Przy bardziej intensywnej jonizacji zniszczenie izolacji wywołane jest głównie przez silne pole elektryczne wytworzone w kanałach wyładowań niezupełnych i przez wysoką temperaturę w tych kanałach. W izolacji mikanitowej wskutek bombardowania przez jony

o dużej energii wytwarza się żółtawy proszek. Proszek ten jest lekko przewodzący wskutek obecności w nim cząstek żelaza; może to spowodować zmniejszenie intensywności jonizacji [128].

Mechanizm tworzenia się kanałów wyładowań niezupełnych badany był przez I. Masona [86] na próbkach z polietylenu. Dielektryk ten nadaje się dobrze do badań, ponieważ posiada małą stratność dielektryczną, dużą wytrzymałość dielektryczną i prostą budowę. W celu przyspieszenia starzenia izolacji próby były przeprowadzone przy częstotliwości 150 kHz. Zastosowanie tej częstotliwości skróciło czas prób ok. 3000 razy bez wprowadzania innego mechanizmu przebicia niż jonizacyjny. Badania przeprowadzono na wtrącinach gazowych przylegających do elektrody oraz na wtrącinach umieszczonych całkowicie wewnątrz izolacji. Proces starzenia przebiegał szybciej we wtrącinach przylegających do elektrody. Stwierdzono również, że szybkość starzenia wzrastała gwałtownie z chwilą przekroczenia progu jonizacji.

Pierwszy okres starzenia cechuje zwykle równomierna erozja obu powierzchni wtrąciny, polegająca na powstaniu dużej liczby wgłębień o średnicy około 0,003 cm. Obliczenia wskazują, że dla przypadku dwóch wgłębień o tej samej długości napięcie przebicia jest mniejsze we wgłębieniu o większej średnicy, a natężenie pola jest większe we wgłębieniu o mniejszej średnicy. Wskutek tego wyładowania drażą równomiernie całą powierzchnię wtrąciny. Średnica powierzchni wtrąciny ulegającej rozładowaniom w czasie jednego impulsu jonizacji leży w granicach od 0,02 cm do 0,3 cm. Obliczenie wykazuje, że każde wyładowanie prowadzi do zniszczenia około 10^{-15} cm³ polietylenu. Zniszczenie to wywołane jest rozkładem termicznym izolacji wskutek nagrzewania polietylenu do temperatury przewyższającej niekiedy 1000°C w czasie około 0,1 μsek. Niektóre z wgłębień ulegają zwęgleniu. Zwęglenia te wypełniają dolną część wgłębień. Większość wgłębień nie ulega zwęgleniu, mimo że w trakcie działania jonizacji ulega erozji wywołującej zwiększenie ich głębokości.

Po upływie pewnego czasu wyładowania skupiają się w pobliżu obwodu wtrąciny i w tym obszarze powodują dalsze drażnienie materiału.

Należy przypuszczać, że koncentracja wyładowań przy brzegach wtrąciny wynika z niższej wartości naprężenia przeskoku przy powierzchni dielektryka niż w środku wtrąciny. Przyłożenie od początku napięcia znacznie przekraczającego próg jonizacji prowadzi do szybkiego tworzenia wgłębień bez erozji całej powierzchni wtrąciny.

Mechanizm drażenia kanałów przebić częściowych zmienia swój charakter z chwilą, gdy wgłębienia osiągną odpowiednią długość przy danej średnicy. W dolnej części wgłębienia zjawia się kanał zwęglony o średnicy znacznie mniejszej od średnicy wgłębienia. Ma on często kształt

zbliżony do stożka o średnicy na końcu dochodzącej do ok. 4 mikronów. Mason stwierdza, że mechanizm ten wywołany jest wystąpieniem na końcach wgłębień, na odcinkach o długości 10^{-4} cm, bardzo silnych naprężeń, równych wytrzymałości dielektrycznej materiału, powodujących częściowe przebicie izolacji. Proces ten powtarza się za każdym wyładowaniem prowadząc do przedłużenia kanału przebicia częściowego, przy czym starzenie izolacji ulega w dalszej fazie znacznemu przyspieszeniu, ponieważ energia wyładowań wzrasta znacznie z długością kanału.

W publikacji podane zostały metody obliczania naprężeń występujących na końcach kanałów zjonizowanych dla różnych wymiarów kanałów i ich rozmieszczenia w różnych punktach układu izolacyjnego. Naprężenia te maleją znacznie ze zwiększeniem promienia krzywizny końca kanału i wzrastają z długością kanału. Dla kanału o długości 0,07 cm i promieniu na końcu 2 mikrony, obliczone naprężenie na końcu wynosi $16 \cdot 10^6$ V/cm.

W przypadku zwęglenia długość kanału liczyć należy z pominięciem części zwęglonej; naprężenia więc maleją i przebicia częściowe mogą wystąpić tylko wtedy, gdy wytworzony kanał ma na końcu tak mały promień, że mimo zmniejszenia długości wartości naprężeń równają się wytrzymałości dielektrycznej izolacji.

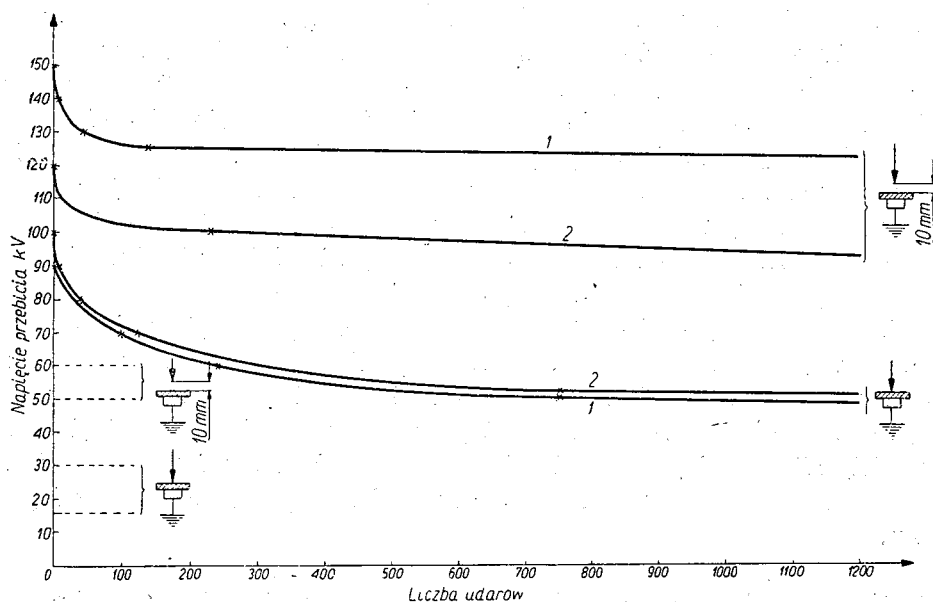
Wytlumaczenie tego mechanizmu jest ważne, gdyż przypuszczalnie podobny mechanizm występuje przy przebiciach izolacji urządzeń elektrycznych w czasie prób napięciowych jednonminutowych. Ze względu na krótki czas trwania próby istniejące wyładowania niezupełne nie wywołują żadnych widocznych zmian w izolacji, a izolacja ulega przebiciu później, w eksploatacji, przy napięciu znacznie niższym od przewidywanego.

We wgłębieniach, które nie są zwęglone i na końcach których występują naprężenia mniejsze od wytrzymałości elektrycznej materiału, może postępować dalej mechanizm starzenia cieplnego, ponieważ podwyższenie temperatury polietylenu obniża jego wytrzymałość elektryczną. Ponadto lokalne obniżenie wytrzymałości elektrycznej polietylenu na końcach kanałów może być wywołane działaniem ultrakrótkich promieni świetlnych emitowanych przez wyładowanie w kanale.

W artykule [130] podano wyniki pomiaru wpływu liczby uderów na wytrzymałość dielektryczną izolacji mikanitowej generatorów wysokonapięciowych. Z krzywych przytoczonych w artykule wynika, że wytrzymałość udarowa izolacji generatorów przy dużej liczbie uderów (kilkanaście tysięcy) może zmaleć nawet poniżej 60% wartości wytrzymałości udarowej przy próbie pojedynczym udarem. Stwierdzono rów-

niez, że przy dużej liczbie uderów o amplitudzie równej 50% wartości napięcia przebicia przy pojedynczym udarze nie obniżała się wprawdzie wytrzymałość udarowa, ale obniżała się w pewnym stopniu (o ok. 5%) wytrzymałość przy napięciu 50 Hz.

Prace autorów w tej dziedzinie obejmowały badania wpływu jonizacji przy uderach na wytrzymałość dielektryczną izolacji. Badania wykonane na wielu próbkach i modelach układów izolacyjnych pozwoliły stwierdzić, że wpływ jonizacji zależy przede wszystkim od rodzaju materiału izolacyjnego, od układu izolacyjnego, od kształtu i biegunowości udaru oraz od stopnia nierównomierności pola elektrycznego. A więc — dla preszpanu słabo zaimpregnowanego wpływ szkodliwości jest duży i obniżenie wytrzymałości przy przyłożeniu ponad 1000 uderów może dochodzić do 50% wytrzymałości przy próbie jednym udarem (rys. 23); dla preszpanu dobrze zaimpregnowanego obniżenie wy-



Rys. 23. Krzywe zależności napięć przebicia od liczby przyłożonych uderów $1/5 \mu s$ dla płytki preszpanowej grubości 3 mm w układzie ostrze-płyta
 - - - - - napięcie progu jonizacji, 1 — przy udarze ujemnym, 2 — przy udarze dodatnim

trzymałości przy dużej liczbie uderów wynosi około 15—20%; dla układu izolacyjnego utworzonego przez dwa owinięte papierem druty metalowe obniżenie wytrzymałości ze wzrostem liczby uderów jest mniejsze niż dla przypadku, gdy jeden z drutów jest odizolowany.

Przy próbach udarami o kształcie $1/5$, $1/50$ i $1/250 \mu s$ stwierdzono największe obniżenie wytrzymałości przy udarze $1/5 \mu s$, najmniejsze

przy udarze $1/250 \mu s$. Większy wpływ jonizacji stwierdzono dla udaru dodatniego.

Stwierdzono, że do przebić w układzie ostrze ponad płytką preszpanową występowanie wyładowań strimerowych jest konieczne, aby po pewnej liczbie udarów nastąpiło przebicie płytki. Strimery mogą występować niekiedy dopiero po większej liczbie przyłożnych udarów. Aż do przebicia strimery mogą nie występować przy każdym udarze.

6. NIEKTÓRE WAŻNIEJSZE PROBLEMY ZWIĄZANE ZE ZJAWISKIEM JONIZACJI W TRANSFORMATORACH I MASZYNACH ELEKTRYCZNYCH

Niektóre dotychczas nie rozwiązane problemy dotyczące zjawiska jonizacji w transformatorach i maszynach elektrycznych zostały już omówione w rozdziałach poprzednich. W niniejszym rozdziale zostaną omówione niektóre inne problemy, które autorzy uważają za ważne z punktu widzenia naukowego lub gospodarczego.

Należy zaznaczyć, że laboratoria badawcze w kraju nie są jeszcze dostatecznie wyposażone do rozpoczęcia od razu badań każdego z omawianych problemów. Wydaje się jednakże, że osiągnięcie odpowiedniego wyposażenia jest możliwe przy stosunkowo niewielkich nakładach inwestycyjnych. Zasadnicze elementy układów pomiarowych, jak generatory udarowe, transformatory probiercze, oscylografy wysokonapięciowe i niskonapięciowe oraz kamery wirujące istnieją w kraju. Niektóre z krajowych ośrodków posiadają również przyrządy do pomiaru jonizacji. Konieczna jest jednak budowa dalszych przyrządów do wykrywania i pomiaru wyładowań niezupełnych zarówno przy napięciu okresowo zmiennym, jak i udarowym. Do badań starzenia przy napięciu zmiennym należy zbudować generatory wysokiego napięcia (kilkanaście kV) i dużej częstotliwości, a do badań starzenia przy napięciu udarowym generatory 'powtarzalnych udarów w połączeniu z oscylogramami.

6.1. Zagadnienia pomiaru wyładowań niezupełnych

Zagadnienie pomiaru wyładowań niezupełnych, zagadnienie jednostek pomiarowych jak również przyrządów pomiarowych opartych na pomiarze impulsów napięciowych mimo pozornego opracowania i osiągnięć w tej dziedzinie nie zostało rozwiązane w sposób zadowalający.

Przy pomiarach stosuje się różne wielkości związane ze zjawiskiem wyładowań niezupełnych, lecz z wielkości tych jedynie energia wyzwalamą we wtrącinie związana jest bezpośrednio ze szkodliwością jonizacji. Nie ma dotąd metody, która pozwalałaby na określenie energii wyzwalamą na jednostkę powierzchni wtrąciny zjonizowanej, tj. wiel-

kości, która najlepiej ilustrowałaby szkodliwe działanie jonizacji w danym układzie izolacyjnym. Określenie takiej wielkości nie jest możliwe w oparciu o metody polegające na pomiarach impulsów napięciowych. Wydaje się, że określanie tej wielkości jest możliwe na podstawie analizy krzywych zmian $\tan \delta$ oraz pojemności obiektu w funkcji napięcia przyłożonego do obiektu. Należy sądzić, iż dla tego samego przyrostu $\tan \delta$ i dla podobnego układu izolacyjnego wyładowania są groźniejsze tam, gdzie przyrost pojemności jest mniejszy.

Wyniki pomiarów impulsów napięciowych wykonane przyrządami różnych konstrukcji często różnią się znacznie między sobą, mimo że wielkości mierzone są teoretycznie te same. Wydaje się celowe, aby w kraju opracować chociażby prostą metodę pomiarową pozwalającą na pomiar powtarzalny i wiarygodny. Rozwiązać to zagadnienie można stosując cechowanie mierników przy pomocy odpowiednio zaprojektowanego „wzorca jonizacji”. Wzorzec taki w postaci źródła sztucznej jonizacji pozwalałby na wyznaczenie wpływu układu probierczego na impulsy jonizacji oraz na cechowanie różnego typu przyrządów do pomiaru jonizacji.

Opracowane dotychczas metody pomiarów dotyczą głównie prób przy niższych napięciach (6—30 kV). Pomiary przy napięciach wyższych, gdzie zjawiska wyładowań niezupełnych nabierają dopiero pełnego znaczenia, są na ogół opisywane ogólnikowo. Duże trudności przy takich pomiarach sprawia zagadnienie wyeliminowania z pomiarów wpływu ulotu z części urządzeń znajdujących się w powietrzu. Zagadnienie to wymaga dalszego opracowania.

6.2. Pomiary jonizacji w transformatorach i generatorach

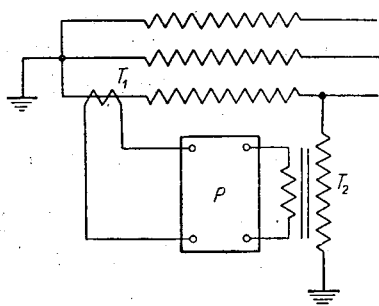
Z punktu widzenia zastosowań przemysłowych pomiary wyładowań niezupełnych powinny być wykonywane zarówno przy eksploatacyjnych próbach maszyn elektrycznych i transformatorów, jak i przy próbach fabrycznych. Wynika to z niemożliwości uznania próby napięciowej za metodę kwalifikowania izolacji do pracy długotrwałej.

Aczkolwiek pomiary wyładowań niezupełnych w generatorach i transformatorach były już wielokrotnie przeprowadzane w kraju i za granicą, wiele spraw związanych z techniką pomiarową wymaga jeszcze opracowania naukowego.

Rozwiązania wymagają przede wszystkim zagadnienia wymienione poniżej:

1. Ustalenie właściwego układu połączeń przy pomiarze wyładowań niezupełnych.

2. Zbadanie wpływu temperatury, zawilgocenia oraz czasu przyłożenia napięcia na intensywność wyładowań. Interpretacja wyników pomiarów wykonanych na maszynach i transformatorach jako układach ze stałymi rozłożonymi.



Rys. 24. Proponowany schemat połączeń do pomiaru $\operatorname{tg} \delta = f(U)$ izolacji uzwojeń stojana generatora przy napięciu indukowanym

T_1 — przekładnik prądowy,
 T_2 — przekładnik napięciowy,
 P — miernik $\operatorname{tg} \delta$ (np. fazomierz)

3. Opracowanie metody odróżniania poszczególnych typów wyładowań (np. w generatorach wyładowań w żłóbkach od wyładowań na połączeniach, w transformatorach wyładowań w izolacji stałej od wyładowań w oleju).

4. Opracowanie prostej metody pomiaru natężenia jonizacji lub przyrostu współczynnika strat dielektrycznych izolacji generatorów i transformatorów przy napięciu indukowanym. Dla generatorów autorzy proponują opracowanie układu pomiarowego wg schematu podanego na rys. 24.

5. Opracowanie metody lokalizacji miejsca wyładowań w żłóbkach i na prętach generatorów przy pomocy sondy.

6.3. Określenie intensywności jonizacji szkodliwej oraz jonizacji dopuszczalnej przy napięciu roboczym i przy próbach napięciowych

Rozwiązanie tego problemu pozwoli rozstrzygnąć zagadnienie, czy przy napięciu roboczym dopuszczalna jest w ogóle jonizacja, a jeżeli tak, to o jakiej intensywności. Wyniki badań mogą stanowić cenne wytyczne dla konstruktorów i technologów.

Na podstawie zarówno badań, jak i doświadczeń eksploatacyjnych wydaje się, iż zagadnienie szkodliwości jonizacji występuje znacznie ostrzej w transformatorach niż w generatorach. Istnieją generatory, które długotrwale pracują w eksploatacji, mimo iż próg jonizacji leży poniżej napięcia pracy. Najwłaściwsza droga ustalenia dopuszczalnej jonizacji prowadzi przez określenie czasu do chwili przebicia izolacji, w zależności od intensywności wyładowań (dla czasów porównywalnych z ekonomicznie uzasadnioną długością życia izolacji).

Próby takie należy przeprowadzać na modelach układów izolacyjnych przy przyspieszeniu procesu starzenia izolacji pod wpływem wyładowań przez stosowanie podwyższonej częstotliwości. W niektórych

przypadkach takie przyspieszenie starzenia nie jest możliwe, ponieważ zwiększenie częstotliwości doprowadzić może do przebicia termicznego (na skutek dużej stratności dielektrycznej), a nie jonizacyjnego. W takich przypadkach należy przyspieszać proces starzenia przez zwiększanie napięcia. Do badania procesu starzenia izolacji można również wykorzystywać transformatory i generatory, które w eksploatacji uległy częściowemu uszkodzeniu (np. w jednej fazie) i są przeznaczone do przezwojenia.

Przy określaniu dopuszczalnych intensywności jonizacji należy się oprzeć również na wynikach eksploatacji urządzeń, w których jonizacja występuje poniżej napięcia roboczego. Niezależnie od tego należy przeprowadzić badania nad zagadnieniem, jaka intensywność jonizacji jest dopuszczalna przy próbach napięciem jednominutowym i napięciem udarowym. Badania tego rodzaju należy oprzeć na statystyce przebiegów wolnozmennych, łączeniowych i atmosferycznych występujących w eksploatacji i to zarówno pod względem ich wartości szczytowej, jak i czasu trwania półszczytu. Badania takie mogą wykazać, czy obecnie stosowana metodyka prób napięciowych jest słuszną i w jakim kierunku powinny pójść ewentualne jej zmiany.

6.4. Próby dielektryczne transformatorów i maszyn elektrycznych napięciem wolnozmiennym

Dla sprawdzenia wytrzymałości izolacji na przebicie przeprowadza się próby napięciowe. W przypadku transformatorów i generatorów próby te obejmują próbę napięciem indukowanym oraz próbę napięciem z obcego źródła. Czas trwania każdej z prób wynosi jedną minutę. Wymienione próby mają za zadanie sprawdzenie, czy izolacja urządzenia wytrzyma napięcie robocze w ciągu dowolnie długiego czasu oraz wszelkie przebiegi wolnozienne i łączeniowe mogące wystąpić w eksploatacji. Powstaje zagadnienie, czy próby te spełniają postawione zadania.

W odniesieniu do urządzeń, w których jonizacja nie występuje aż do wartości napięcia probierczego, próby te spełniają swoje zadania¹⁾. W urządzeniach, w których jonizacja występuje poniżej napięcia probierczego próby te mogą nie spełnić swego zadania. W przypadku przebicia izolacji przy próbie nie wiadomo jest, czy badany obiekt nie uległ uszkodzeniu wskutek intensywnych wyładowań niezupełnych, które przy napięciu roboczym mogły nie występować. Znane są przypadki, że w czasie prób generatorów i transformatorów przebicie następowało

¹⁾ O ile wartość napięcia probierczego dobrana jest właściwie.

po kilkudziesięciu sekundach przyłożenia napięcia, co świadczy o przebicju wskutek działania wyładowań niezupełnych.

W przypadku, jeśli urządzenie wytrzyma próbę jednogminutową, a jonizacja występuje bądź przy napięciu roboczym, bądź przy przepięciach, nie można na pewno twierdzić, że urządzenie nie uszkodzi się przy długotrwałym napięciu roboczym lub przy przepięciach występujących w eksploatacji. Prócz tego w tym przypadku sama próba napięciowa może spowodować częściowe przebicia izolacji, które mogą być przyczyną późniejszej awarii.

Powyższe rozważania wykazują, że próby jednogminutowe nie dają wystarczającej oceny jakości układu izolacyjnego urządzenia, a w pewnych przypadkach mogą być nawet szkodliwe. Wydaje się, że należałoby je zastąpić próbami, które by z jednej strony sprawdzały wytrzymałość urządzenia na przebicie o charakterze tylko elektrycznym, z drugiej strony dawały informacje o intensywności jonizacji. Taką próbą mogłaby być na przykład możliwie krótkotrwała próba napięciem 50 Hz (o czasie trwania jednej sekundy lub mniej) włącznie z pomiarem proggu jonizacji.

Niektóre zagraniczne firmy przy próbach napięciowych generatorów stosują napięcie stałe przyłożone w ciągu kilku sekund. Napięcie stałe stosowane jest dlatego, ponieważ intensywność wyładowań niezupełnych jest przy nich znacznie mniejsza. Czas próby jest ograniczony w celu uniknięcia niekorzystnego rozkładu opornościowego napięcia na połączeniach czołowych uzwojeń maszyny, jakie ustala się przy dłuższym czasie przyłożenia napięcia. Wydaje się, że próbę taką można by uznać za właściwą, jeżeli rozkład napięć na izolacji jest zbliżony do rozkładu panującego przy częstotliwości roboczej urządzenia.

Jak wynika z powyższych rozważań, zagadnienie prób napięciowych wymaga dalszego opracowania.

6.5. Próby udarowe transformatorów

Wydaje się, że przy próbach udarowych transformatorów jonizacja jest mniej szkodliwa niż przy próbach napięciem wolnozmiennym. Wprawdzie napięcie przy próbach udarowych jest w przybliżeniu dwukrotnie większe od napięcia probierczego wolnozmiennego, jednakże czas działania napięcia jest wielokrotnie (około miliona razy) mniejszy. Dotychczas nie jest rozstrzygnięte zagadnienie, czy w transformatorach dopuszczalne jest występowanie jonizacji poniżej udarowego napięcia probierczego. Opinie na ten temat są podzielone. Niektórzy autorzy utrzymują, że próg jonizacji powinien leżeć przynajmniej o 15% po-

wyżej napięcia probierczego [77] i [129]. Wydaje się, że takie wymaganie jest zbyt ostre i może okazać się nieuzasadnione z ekonomicznego punktu widzenia.

Zagadnienie prób udarowych transformatorów wymaga dalszego opracowania.

*Zakład Elektrotechniki PAN
Zakład Wysokich Napięć IEL*

WYKAZ LITERATURY

1. Bennett E.: An oscillograph study of corona. — Tr. AIEE, 1913, s. 1787.
2. Dubsky F.: The dielectric strength of air films entrapped in solid insulation and a practical application of the problem for alternator coils and cables. — Tr. AIEE, 1919, s. 537.
3. Whitehead J. B.: Gaseous ionisation in built-up insulation. — Tr. AIEE, 1923, s. 921.
4. Whitehead J. B.: Gaseous ionisation in built-up insulation. — Tr. AIEE, 1924, s. 116.
5. Crago A. C., Hodnette I. K.: Corona in oil. — Tr. AIEE, 1925, s. 211.
6. Dawes C. L., Hoover P. L.: Ionisation studies in paper-insulated cables. — Tr. AIEE, 1926, s. 141.
7. Dunsheath P.: Dielectric problems in high-voltage cables. — J. IEE, 1926, t. 64, s. 974.
8. Farmer F. M.: Tests of paper-insulated high-tension cable. — Tr. AIEE, 1926, s. 553.
9. Loyd W. L., Star E. C.: Methods used in investigating corona loss measurement by means of the cathode-ray oscilloscope. — Tr. AIEE, 1927, s. 997.
10. Hill C. F.: Improvements in insulation for high-voltage a.c. generators. — Tr. AIEE, 1928, s. 845.
11. Torok I. I.: Surge impulse breakdown of air. — Tr. AIEE, 1928, s. 349.
12. Whitehead J. B., Hamburger F.: Residual air and moisture in impregnated paper insulation. — Tr. AIEE, 1928, s. 314.
13. Whitehead J. B., Hamburger F.: Residual air and moisture in impregnated paper insulation. — Tr. AIEE, 1928, s. 827.
14. Dawes C. L., Reichard H. H., Humphries P. H.: Ionisation studies in paper insulated cables. — Tr. AIEE, 1929, s. 382.
15. Lusignan I. T.: A Study of high-voltage flashovers. — Tr. AIEE, 1929, s. 246.
16. Peek F. W.: Dielectric phenomena in high-voltage engineering. New York, 1929.
17. Dawes C. L., Humphries P. H.: Ionisation studies in paper-insulated cables. — Tr. AIEE, 1930, s. 766.
18. Inge I., Walther: Teildurchschlag von festen Isolatoren. — Archiv für El. 1930, t. 24, s. 259.
19. Jost R.: Über die Durchschlagsfestigkeit einiger fester Isolierstoffe bei Beanspruchungen von langer bis zu ganz kurzer Dauer. — Arch. f. El., 1930, t. XXIII, s. 305.

20. Torok I. I., Fielder F. D.: Ionisation currents and the breakdown of insulation. — Tr. AIEE, 1930, s. 352.
21. Gemant A.: Elektrophotographie von Isolierstoffen, Z. d. Techn. Physik, 1931, s. 250.
22. Inge I. i Wul B.: Randdurchschlag und Randentladungen. — Arch. f. El., 1931, t. 25, s. 597.
23. Rogowski W.: Townsends Theorie, Gasentladung und Durchschlag, A. f. E., 1931, 25 t., s. 551.
24. Whitehead J. B., Hamburger F.: Residual air and moisture in impregnated paper insulation. — Tr. AIEE, 1931, s. 1430.
25. Gemant A., Philipoff W.: Die Funkenstrecke mit Vorkondensator Z. d. Techn. Physik, vol. 13, 1932, s. 225.
26. Whitehead J. B., Greenfield E. W.: Capillary action in impregnated paper insulation. — Physics, t. 3, Nr 6, 1932.
27. Tykociner, Brown H., Pain E.: Discharge detection bridge for cable ionisation measurements. — University of Illinois engineering experiment station — Bulletin — 259 i 260, 1933.
28. Whitehead J. B.: The life of impregnated paper. — Tr. AIEE, 1933, s. 1004.
29. Brazier L. G.: The breakdown of cables by thermal instability. — J. IEE, vol. 77, lip. 1935, s. 104.
30. Robinson D. M.: The breakdown mechanism of impregnated paper cables. — J. IEE, 1935, s. 90.
31. Arman A. N., Starr A. T.: Measurements of discharge in dielectrics. — J. IEE, vol. 79, lip. 1936, str. 67.
32. Race H.: Tests on oil-impregnated paper. — Tr. AIEE, 1936, s. 590.
33. Whitehead S.: Some aspects of the electric strength of dielectrics. — ERA, Rep. L/T 82, 1936.
34. Race H.: Tests on oil-impregnated paper, Effects of gas pressure. — Tr. AIEE, 1937, s. 845.
35. Race H.: Tests on oil-impregnated paper. Fluid flow. — Tr. AIEE, 1938, s. 573.
36. Vogel. F.: Corona voltage of typical transformer insulations under oil. — Tr. AIEE, 1938, I — s. 34, II — s. 531.
37. Austen A. E. W., Whitehead S.: Currents in thin dielectric under unidirectional stresses up to breakdown. — ERA I/T 96, 1939.
38. Garton C. G.: Phenomena of dielectric loss in thin liquid films. — ERA, Rep. L/T 108, 1939.
39. Hunter P. W., Dunsheath P., Brazier I. G.: Facteurs intervenant dans la conception des cables à remplissage gazeux pour hautes tensions. — CIGRÉ, 1939, rap. 204.
40. Thornton W. M.: The electric strength of gases in alternating current corona discharge. — ERA rep. L/T 99, 1939.
41. Aggers C. V., Foster D. E., Young C. S.: Instruments and methods of measuring radio noise. — Tr. AIEE, 1940, str. 178—87.
42. Dawes C. L., Humphries P. H.: Characteristics of restricted ionization and its relation to voids in insulating materials. — Tr. AIEE, 1940, s. 70.
43. Pain E. B., Brown H. A.: Corona discharge on rubber-insulated cables. — Tr. AIEE, 1940, s. 709.

44. Quinn G. E.: A method for detecting the ionization point of electrical apparatus. — Tr. AIEE, t. 59, 1940, s. 680—682.
45. Whitehead J. B.: The dielectric strength and life of impregnated-paper insulation. — Tr. AIEE, 1940, I — s. 715.
46. Whitehead J. B.: The dielectric strength and life of impregnated-paper insulation. — Tr. AIEE, 1940, II-s. 660. — The influence of the thickness of the paper.
47. Austen A. E. W., Whitehead S.: Discharges in insulations under AC stresses. — J. IEE 88, 1941, cz. III, str. 18, cz. II, str. 88.
48. Field R. F.: The basis of the nondestructive testing of insulation. — Tr. AIEE, 1941, s. 890.
49. Race H.: Tests on oil-impregnated paper, Mechanism of breakdown, 1940, s. 721.
50. Whitehead J. B., Shaw M. R.: The detection of initial failures in H. V. insulation. — Tr. AIEE, t. 60, 1941, s. 267—272.
51. Field testing of generator insulation. IEE subject committee on generator insulation and testing. — Tr. AIEE, 1941, s. 1009.
52. Austen A. E. W.: Some observations of discharges in insulation under a. c. stress. — ERA Rep. I/T 141, 1943.
53. Hackett W.: Internal discharges in capacitors: their significance in relation to service performance. — ERA, Rep. L/T 130, 1943.
54. Strigel R.: Die Aufnahme von Potentialfeldern im elektrolytischen Trog. — Arch. tech. Mess., 1943, V312—1.
55. Proposed specification of method of tests for the determination of discharges voltages in capacitors. — ERA, L/S 7, 1943.
56. Austen A. E. W., Hackett W.: Internal discharges in dielectrics, their observations and analyses. — I. IEE, cz. I, 1944, str. 298, lub ERA Rep. L/T 145, 1944, s. 22.
57. Thomas A. M.: The effect of corona on solid insulating materials. — J. IEE, cz. II, 1944, s. 549.
58. Depackh D.: Corona-initiation measurements on polystyrene and rubber cables. — Tr. AIEE, t. 64, 1945, s. 939—940.
59. Dosse I., Mierdel G.: Der elektrische Strom im Hochvakuum und in Gasen, II wyd., 1945, S. Hirzel, Leipzig.
60. Moses G. L., Harter E. F.: Winding-fault detection and location by surge-comparison testing. — Tr. AIEE, 1945, s. 499.
61. Whitehead J. B., Kopper: The dielectric strength and life of impregnated-paper insulation. — Tr. AIEE, 1945, s. 171.
62. Davis R., Austen A. E. W., Jackson W.: The voltage characteristic of polythene cables. — J. IEE, 94, cz. III, 1947, s. 154.
63. Greenfield E. W.: Internal corona discharges in insulated cables. — Tr. AIEE, t. 66, 1947, s. 591, 600.
64. Graham R. C., Duffy E. K., Foster W. P.: The measurement and investigation of ionisation level of rubber-insulated cables. — Tr. AIEE, II, 1948, s. 1107.
65. Hurd T. D.: Mechanism of dielectric breakdown. — Gen. El. Rev., XII, 1948, s. 26.
66. Membry: An electronic instrument for high voltage testing. — Electronic Engineering 20, 1948, s. 390.

67. Kalitwianiński: Izolacja elektrycznych maszyn. Moskwa, 1948.
68. Wagner K. W.: Der elektrische Durchschlag von festen Isolatoren. — Arch. f. Elektr., 1948, t. XXXIX, s. 215.
69. Moore D. B., English W. N.: Point — to-plane impulse corona — J. A. Ph. (N. Y.), 1949, s. 370.
70. Popkow W. I.: K teoriji unipolarnoj korony postajonnowo toka. — Elektricitetstwo, 1949, 1/33—48.
71. Böcker H.: Über die Minimalspannung und der Entladungsvorgang beim Überschlag mit Wechselspannung in feuchter Druckluft-Arch. f. Elektr., 1950, t. XI, s. 37.
72. English W. N.: Photon pulses from point-to-plane corona. — Physical Review (N. Y.), 1950, s. 850.
73. Gross: Static charges on dielectrics. — Br. J. of Ap. Ph., 1, 1950, s. 259.
74. Langlois-Berthelot R., Neuve-Eglise, Kohn i Renaudin D.: An experimental contribution to the study of transformer insulation. — CIGRE, 1950, Rap. 144.
75. Loeb L.: Osnownyje procesy elektrycznych razriadow w gazach. Moskwa, 1950.
76. Kapcow: Elektryczskie jawlenje w gazach w wakuumie. Moskwa 1950, s. 835.
77. Chevalier H. B., Pierson M.: Seuil d'ionisation et niveau d'essai aux ondes de choc des transformateurs. — Revue ACEC — Charleroi, 1951, Nr 4.
78. Church H.: Factors affecting the life of impregnated paper capacitors. — P. IEE, 98, cz. I, 1951, s. 113.
79. Hopkins R. J., Walter T. R., Scolville M. E.: Development of corona measurements and their relation to the dielectric strength of capacitors. — AIEE, Paper Nr 51—306, vol. 70, 1951, s. 1643.
80. Howard P. R.: The effect of electric stress on the life of cables incorporating a polythene dielectric. — P. IEE, cz. II, 98, 1951, s. 365.
81. Hurrle K.: Untersuchungen über den Entladungsseinsatz an Spulenkanten von Hochspannungs wicklungen unter Öl — Arch. f. El., 1951, s. 75.
82. Johnson J. S.: A maintenance inspection program for large rotating machines. — Tr. AIEE, 1951, cz. I, s. 749.
83. Johnson J. S.: Slot discharge detection between coil surfaces and core of high-voltage stator windings. — Tr. AIEE, 1951-II, s. 1993.
84. Johnson J. S., Warren H.: Detection of slot discharges in high voltage stator windings during operation. — Tr. AIEE, 1951, s. 1998.
85. Koske B.: Prüfung der Isolation von Hochspannungsfreileitungen und Schaltanlagen im Betrieb, II wydanie poprawione. W. Girardot, Essen, 1951.
86. Mason I. H.: The deterioration and breakdown of dielectrics resulting from internal discharges. — P. IEE, cz. I, 98, s. 44. 1951.
87. Moses G. L.: Alternating and direct voltage endurance studies on mica insulation for electric machinery. — Transactions, 1951, cz. I, s. 763.
88. Thomas A. M.: Heat developed and „powder” Lichtenberg figures and the ionisation of dielectric surfaces produced by electric discharges. — British J. of App. Ph. 2, 1951, s. 98.
89. Warder S. B., Friedlander E., Arman A. N.: The influence of rectifier harmonics in a railway system on the dielectric stability of a 33 kV cable. — P. IEE, 98, cz. II, 1951, s. 399.

90. Whitehead S.: Dielectric breakdown of solids. Oxford, Clarendon Press, 1951.
91. Blanchardie R., Aptalion R.: Étude du seuil d'ionisation dans les transformateurs. — R. G. E., 1952, s. 485.
92. Cameron A. W. W.: Diagnoses of a-c generator insulation condition by nondestructive tests. — Tr. AIEE, 1952, cz. III, s. 263.
93. Hagenguth I. H., Liao T. W.: Impulse corona — detection, measurement of intensity and damage produced. — Tr. AIEE, 1952, cz. III, s. 461.
94. Heller B., Veverka A.: Methody indikace ionizačních pochodů v izolantech. — Elektrotechnický Obzor, 1952, s. 153.
95. Heller B., Veverka A.: Detekce ionizačních pochodů v transformátorech. — Elektrotechnický Obzor, 1952, s. 17.
96. Hulls, Mackenzie: An electronic high-voltage insulation tester. — Electronic Eng. 24, 1952, s. 500.
97. Langlois-Berthelot R.: Comment utiliser la mesure des phénomènes d'ionisation pour connaître la fatigue des isolants. — CIGRÉ, 1952, rap. 132.
98. Marcroft H. C.: Field studies of generator windings. — Tr. AIEE, 1952, cz. III, s. 823.
99. Mason I. H.: Discharges in dielectrics at H. V. in the presence of harmonics. — ERA L/T 271, 1952.
100. Mole G.: Design and performance of a portable A-C discharge detector. — ERA rap. ref. V/T 115, 1952.
101. Renaudin D.: Caractère et mesure de l'ionisation aigrette dans les diélectriques. — Bull. Soc. Franc. Electr., 1952, s. 431.
102. Wagner L.: Korona-entladungen an der Spitze-Platte-Funkenstrecke. — Arch. Elektr., 1952, t. XI, s. 331.
103. Guides for short-time 60 cycle overvoltage operation of power capacitors. — AIEE Com. Rep. — Tr. AIEE, 1952, cz. III, s. 493.
104. Church H.: Some mechanism of insulation failure. — Proc. IEE, 1953, cz. IIA, Nr 3, t. 100.
105. Friedlander E., Reed: Electrical discharges in air gaps facing solid insulation in H. V. equipment. — IEE Symposium, 1953, (M 1464).
106. Harries: The electrical breakdown of air between insulators. — IEE Symposium 1953 (M 1424).
107. Hill G. L.: Testing electrical insulation of rotating machinery with high-voltage direct-current. — Tr. AIEE, 1953, s. 159.
108. Liao T. W., Anderson J. G.: Propagation mechanism of impulse corona and breakdown in oil. — Tr. AIEE 1953, cz. I, str. 641.
109. Mason I. H.: Breakdown of insulation by discharges. — Proc. IEE, t. 100, cz. IIA, Nr 3, 1953.
110. Mole G.: Improved methods of test for the insulation of electrical equipment. — Pr. IEE, t. 100, cz. IIA, Nr 3, 1953.
111. Nye I. E., Wilson W. R.: Physical concepts of corona in capacitors. — Tr. AIEE, 1953, cz. III, s. 781.
112. Papen H.: Zur Bestimmung der Glimmenfangsspannungs. — AEG-Mitt., 1953, Nr 9/10, s. 305.
113. Boulloud M. A.: Ionisation d'une lame d'air comprimée soumise à un champ électrique alternatif entre plateaux recouverts d'isolant. — Rev. Gen. d. l'Electr., 1954, s. 223.

114. Fallou B.: Les phénomènes précurseurs de la rupture diélectrique dans les micas. — R. G. É. 1954, s. 643.
115. Gogolewski Z., Hagel R.: Wykrywanie jonizacji w uzwojeniach maszyn elektrycznych wysokiego napięcia. — Energetyka, 1954, Nr 1, s. 14.
116. Langlois-Berthelot R.: La fatigue diélectrique des isolants et la maintenance des appareils électriques (notamment des transformateurs) — CIGRÉ, 1954, rap. 105.
117. Liao T. W., Kresgue I. S.: Detection of corona in oil at very high voltage. — Tr. AIEE, 1954, cz. III, b. s. 1389.
118. Kozyrew N. A.: Dlitel'naja elektriceskaja procznost' glawnoj izolacii elektriceskich maszin. — Elektr. St., 1954, Nr 3, s. 24.
119. Kuczyński G. S.: Wlijanje tołszcziny dielektryka na rabocziye napriazhenosti elektriceskowo pola w kondensatornoj izolacii. — Wiest. Elektroprom., 1954, Nr. 2., s. 7—11.
120. Sommerman G. M. L., Butle C. J., Larson E. L. C.: Impulse ionisation and breakdown in liquid dielectrics. — Tr. AIEE, 1954, cz. II, s. 147.
121. Viale M. F.: Detection et étude de l'ionisation dans les diélectriques industriels. — Electricité et Mécanique, 1954.
122. Zwiedzkin W. N., Izraeli G. B.: K woprosu ob ispytanji izolacii krupnych elektriceskich maszin. — Elektricesstwo, 1954, Nr 2, s. 64.
123. More facts about insulation and new fields for thermoplastics insulation. — Westing. Engin., 1954, s. 12.
124. Goliński J.: Pomiar y jonizacji i udarowego rozkładu napięć w przekładnikach napięciowych. — Przegląd Elektrotechniczny, 1955, Nr 23, s. 259.
125. Liao T. W., Nye J. R., Brustle H. H., Anderson J. G.: Corona Studies in relation to insulation. — Tr. AIEE, 1955, cz. III, str. 1046.
126. Wasilenko E.: Badania profilaktyczne transformatorów mierniczych. — Przegląd Elektrotechniczny, 1955, Nr 2/3, s. 266.
127. Burnier P.: Étude de l'ionisation des couches gazeuses ou liquides insérées dans isolations solides des grosses machines ou des transformateurs. — Bull. S. F. É. 1956, Nr 72, s. 767.
128. Fabre J., Larg G., Laverlochere J., Lercy G., Narcy J.: Research work on the insulation of large synchronous machines. — CIGRÉ, 1956 r., 137.
129. Helmchen G.: Fortschritte auf dem Gebiet der Stopprufung von Transformatoren. — ETZ-A, 1956, Nr 7., str. 193.
130. Lech W., Goliński J., Radziwiłł J.: Impulse ionisation in transformer windings. — CIGRÉ, 1956, ref. 116.
131. Lechowski Z.: Możliwości oceny stanu uzwojeń wysokiego napięcia generatorów i określenie kolejności kapitalnych remontów na podstawie badań profilaktycznych. — Energetyka Nr 2, s. 64, 1956.
132. Lechowski Z.: Charakterystyczne warunki badania wyładowań niezupełnych w izolacji maszyn wirujących. — Energetyka, 1956, Nr. 6, s. 288.
133. Kozyrew N. A., Litwinow E. L.: Ob elektriceskoj procznosti witkowoj izolacii wysokowoltnych elektriceskich maszin. — Elektricesstwo Nr 8, s. 68, 1956 r.
134. Tomiyana J., Uenosonoc, Hoki S., Iheda G.: Dielectric verification of generator windings. — CIGRÉ, 1956, re. 113.

Я. ГОЛИНСКИ, В. ЛЕХ, С. ЖОЛЭНДЭЙВСКИ

ИОНИЗАЦИЯ В ТРАНСФОРМАТОРАХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
МАШИНАХ

Резюме

Наличие ионизации в высоковольтной аппаратуре часто приводит к постепенному разрушению изоляции и наконец к пробое. Поэтому при изготовлении аппаратуры высокого напряжения очень важно применять так разработанные конструкции и такую технологию производства, чтобы избежать интенсивной ионизации вредной для изоляции аппаратуры.

Это относится особенно к аппаратуре с органической изоляцией, которая легко подвергается вредному влиянию ионизационных разрядов.

В технической литературе появилось до сих пор значительное количество публикаций насчёт явления ионизации, но всё же этот вопрос далеко не решён. Имеются ещё большие трудности при обнаружении ионизации в электрических устройствах и при измерениях её насильствия и отсутствуют критерии вредного воздействия ионизации на изоляцию разного рода. Поэтому необходима ещё напряжённая исследовательская работа по этому вопросу.

Настоящая статья является монографией по вопросам связанным с частичными разрядами в электрических машинах и трансформаторах. В первой части описан механизм частичных разрядов в цепях однородных газовых, жидких и твёрдых диэлектриков, и в воздушных включениях (пузырьках) находящихся в твёрдых диэлектриках. В дальнейшем описаны методы исследования механизма частичных разрядов при помощи вращающихся камер, фотоэлементов и регистрации разрядов на светочувствительной бумаге.

Особенное внимание посвящено методам обнаруживания частичных разрядов внутри изоляции. Описаны оптические методы, акустические методы и методы измерения энергетических потерь и импульсов напряжения. При рассмотрении метода измерения импульсов напряжения даны соотношения между измеряемыми величинами и величинами связанными непосредственно с частичными разрядами полученными на основании собственных опытов. Проведена оценка основных схем и приборов позволяющих определить насильствие ионизации в несложных изоляционных цепях. Представлена техника измерений частичных разрядов в обмотках трансформаторов и генераторов при напряжении с частотой в 50 гц.

На основании собственных работ предложены методы обнаружения и локализации частичных разрядов при ударном напряжении. Описан механизм старения бумажно-масляной, полиеновой и слюдяной изоляции. В заключении перечислены более важные вопросы требующие дальнейшей разработки: измерение частичных разрядов, определение допустимого и вредного насильствия ионизации при рабочем напряжении и при высоковольтных испытаниях. Монография пополнена списком литературы содержащим 134 позиции по всем вопросам связанным с частичными разрядами внутри изоляции высоковольтных аппаратов.

J. GOLIŃSKI, W. LECH, S. ŻOŁĘDZIOWSKI

IONISATION IN TRANSFORMERS AND ELECTRICAL MACHINES

Summary

Ionisation phenomena in high-voltage equipment often cause a gradual deterioration and finally a complete breakdown of the insulation. On account of this effect, it is most important in the production of high-voltage equipment to apply such designs and such a technology that would not permit the appearance of an intense ionisation, which is destructive for the insulation. This problem concerns especially high-voltage equipment with an organic insulation which does not tolerate partial discharges.

Although many papers on ionisation phenomena have been published, the problem is as yet far from being solved. Great difficulties arise in the detection of ionisation in electrical equipment and in the measuring of the ionisation intensity. No data are also available as to the destructive action of ionisation in various kinds of insulation. That is why further research in this field is necessary.

The presented paper is a monography of all the problems related with corona phenomena in transformers and electrical machines. In the first part of this paper the mechanism of corona phenomena appearing in homogeneous gaseous fluid and solid dielectrics as well as in gaseous voids in solid insulation, is discussed. Subsequently the authors describe measurement methods for determining corona mechanism by means of a revolving camera, of photo-cells and of recording partial discharges on photographic paper. Detection methods of internal ionisation in insulation are especially discussed. The following detection methods are presented: optic methods, acoustic methods, energy-loss measurement methods and voltage impulses measurement methods. Discussing the voltage impulses measurement methods the authors included their own research results.

They gave the relation between the measured magnitudes and the magnitudes related directly with partial discharges. Basic circuits and measuring apparatus for determining the ionisation intensity in simple insulation systems are compared. The measurement technique of corona phenomena in transformer and generator windings at 50 c/s voltages as well as the authors' research works on detection and localisation of surge voltage corona are presented. The mechanism of ageing of oil-impregnated paper and of polythene and mica insulation is described.

In the last part of the paper more important problems requiring further research work are pointed out, especially ionisation measurement methods and the determination of permissible and destructive ionisation intensity at working voltages and during high-voltage tests.

The paper includes a complete bibliography containing 134 items dealing with all the problems related with corona phenomena in high-voltage power equipment.

ZAGADNIENIE TECHNIKI FAL ULTRAKRÓTKICH

Wydawnictwo Instytutu Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk publikuje prace o charakterze monograficznym, których zadaniem jest zapoznanie czytelników z postępami i nowoczesnymi metodami techniki fal ultrakrótkich.

Tom pierwszy

ZASADY RADIOLOKACJI

- Zeszyt I — J. Auerbach: *Zasady namiarów radiolokacyjnych*
1956, s. 58, ilustr., zł 5,20
- Zeszyt IV — I. Grzenkowicz: *Wskaźniki*
1956, s. 91, ilustr., zł 12,50
- Zeszyt VI — F. Wiśniewski: *Odbiorniki*
1956, s. 128, ilustr., zł 20,—
- Zeszyt VII — T. Gawron: *Linie przesyłowe i rezonansowe*
1957, s. 142, ilustr., zł 27,—
- Zeszyt IX — J. Kroszczyński: *Generatory mikrofalowe*
1957, s. 137, ilustr., zł 31,50

Tom drugi

STANISŁAW SCHMIDT

CZUŁOŚĆ ODBIORNIKA RADIOLOKACYJNEGO

Cz. 1. 1956, s. 137, ilustr., zł 10,—

ZAPOWIEDZI WYDAWNICZE

W. GOLDE, S. PASZKOWSKI, C. NOREK

TEORIA APROKSYMACJI I JEJ ZASTOSOWANIA W ELEKTROTECHNICE

Obj. 20 ark. wyd., zł 40,—

R. KULIKOWSKI

WSTĘP DO SYNTEZY LINIOWYCH UKŁADÓW ELEKTRYCZNYCH

Obj. 27 ark. wyd., zł 61,—

A. S. KASATKIN, M. A. PIERKALIN

ELEKTROTECHNIKA

Przekład z rosyjskiego. Obj. 38 ark. wyd., zł 49,—

W. LATEK

BADANIE MASZYN ELEKTRYCZNYCH

T. I — Prąd stały

Obj. 24 ark. wyd., zł 32,—

M. SZKLARSKI

NAPĘDY ELEKTRYCZNE MASZYN

Obj. 56 ark. wyd., zł 168.—

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM III · ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1957

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN, PROF. STANISŁAW SZPOR

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny
PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz
JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

*Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki*

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Krakowskie Przedmieście 79

Nakład 800 (710 + 90)	Oddano do składania I.VIII.57
Amk. wyd. 8,25, druk. 7,5	Druk ukończono w styczniu 1958
Pap. fotograw. kl. III, 80 g, 70 × 100	B-13
Zamówienie nr 1560C/57	Cena zł 25.—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

STANISŁAW BELLERT

Teoria i projektowanie układów regulacji impulsowej

Rękopis dostarczono 24.1.1957

W pracy podane są podstawy teorii i zasady projektowania układów regulacji działających na zasadzie impulsowej. Praca składa się z trzech części. W pierwszej części pracy podane są podstawowe wiadomości z metody matematycznej, na której oparta jest analiza układów impulsowych. W części drugiej przedstawione są zasady teorii układów impulsowych nie zawierających sprzężeń zwrotnych. W części trzeciej podany jest zarys teorii i zasady projektowania układów regulacji impulsowej.

WSTĘP

Możemy wyróżnić trzy zasadnicze etapy rozwoju teorii układów regulacji działających na zasadzie impulsowej.

W pierwszym etapie układy regulacji impulsowej badano metodą analityczno-wykreślną. Metoda ta polegała na analitycznym wyznaczaniu elementarnych przebiegów czasowych odpowiadających pojedynczym impulsom prostokątnym i następnie — na wykreślnym sumowaniu tych przebiegów.

W drugim etapie do badania układów regulacji impulsowej stosowano metodę „klasyczną”, korzystającą z teorii równań różnicowych. Metoda ta opierała się na stwierdzeniu, że przebieg regulacji w układzie regulacji impulsowej można określić za pomocą liniowych równań różnicowych o stałych współczynnikach.

W trzecim — ostatnim — etapie do badania układów regulacji impulsowej zastosowano metodę operatorową, korzystającą z tzw. „dyskretnego”, czyli sumacyjnego przekształcenia Laplace'a [1], [2], [3], [4].

Metoda ta, która została w ostatnich latach opracowana i rozwinięta przez autora radzieckiego J.Z. Cypkina, stworzyła podstawy dla szerokiego rozwoju teorii układów regulacji impulsowej. Główna zaleta tej metody polega na tym, że umożliwia ona rozpatrywanie dużej klasy układów regulacji impulsowej w oparciu o te same podstawy teoretyczne. Metoda ta ma również i tę zaletę, że dzięki niej można w teorii ukła-

dów impulsowych korzystać z całego szeregu pojęć (jak np. z pojęcia charakterystyk czasowych, charakterystyk częstotliwościowych, przepustowości operatorowej i widmowej itp.) dobrze znanych w teorii układów dynamicznych. Mimo wyżej wymienionych zalet metoda Cypkina posiada również poważną i zasadniczą wadę. Wadą tej metody jest mianowicie oparcie jej na specjalnym, w innych zagadnieniach nie stosowanym i przez to nieznanym przez szersze grono techników aparacie matematycznym, jakim jest sumacyjne przekształcenie Laplace'a.

Należy również zauważyć, że sumacyjne przekształcenie Laplace'a narzuca istotne ograniczenia na klasę rozpatrywanych funkcji, a tym samym zwęża zakres zastosowań omawianej metody.

Z powyższych względów oparcie teorii układów impulsowych na metodzie sumacyjnego przekształcenia Laplace'a jest — zdaniem autora niniejszej pracy — pod względem metodologicznym nieuzasadnione.

Dlatego właśnie przedstawiona w niniejszej pracy teoria układów regulacji impulsowej jest oparta na metodzie całkowego przekształcenia Laplace'a, które jest powszechnie stosowane w teorii układów dynamicznych. W pracy zwrócono baczną uwagę na to, aby możliwie jak najbardziej upodobnić teorię układów regulacji impulsowej do teorii układów regulacji o działaniu ciągłym.

CZĘŚĆ PIERWSZA

Operacje na funkcjach schodkowych

1. POJĘCIE FUNKCJI SCHODKOWEJ

Funkcją schodkową będziemy nazywali funkcję rzeczywistą $f(t)$ zmiennej rzeczywistej t , stałą w każdym przedziale $[nT, (n+1)T]$, gdzie n jest liczbą całkowitą, a T — stałą większą od zera (rys. 1). Stałą T nazywamy „parametrem funkcji schodkowej”. Funkcję schodkową oznacza się zazwyczaj symbolem $\lfloor f(t)$, jednak znakowanie to nie jest wygodne w praktyce. W niniejszej pracy funkcję tę będziemy zapisywali w prostszy sposób, a mianowicie symbolem $f[t]$.

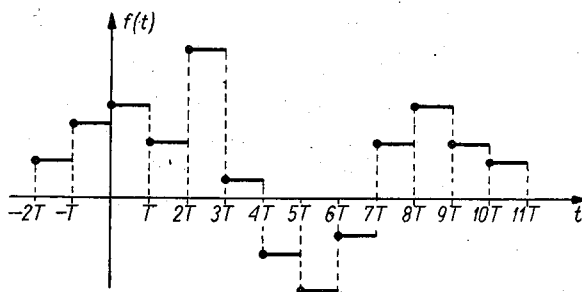
Umawiamy się, że wartościami funkcji schodkowej w punktach nieciągłości są jej prawostronne granice w tych punktach, tzn., że

$$f[nT] = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} f[nT + \epsilon] = f[nT + 0]; \epsilon \geq 0. \quad (1)$$

Można zauważyć, że przez proste podstawienie

$$\bar{t} = \frac{t}{T}, \quad (2)$$

funkcję schodkową można sprowadzić do funkcji stałej w przedziałach jednostkowych $[n, n + 1]$, a więc do funkcji schodkowej $f[\bar{t}]$, której parametrem jest liczba $T = 1$.



Rys. 1. Przykład funkcji schodkowej

W dalszych rozważaniach dla prostoty ograniczymy się do badania wyłącznie funkcji schodkowych $f[\bar{t}]$ o jednostkowym parametrze. Ograniczenie to oczywiście nie pociąga za sobą zmniejszenia ogólności rozważań, gdyż po wykonaniu dowolnych działań na funkcjach $f[\bar{t}]$ wynik, przez podstawienie (2), zawsze możemy transponować na funkcje $f[t]$ o dowolnym parametrze T . Funkcja schodkowa $f[\bar{t}]$ może być zawsze jednoznacznie określona za pomocą ciągu $f(n)$ utworzonego z jej wartości. Można zauważyć, że cztery działania arytmetyczne wykonane na funkcjach $f[\bar{t}]$ odpowiadają (są izomorficzne) czterem analogicznym działaniom wykonywanym na ciągach $f(n)$. Własność ta obowiązuje również przy wszelkich operacjach różnicowych (przesunięcie, różnicowanie, sumowanie). Dzięki tej własności funkcję schodkową będziemy często po prostu zapisywali stosując zamiast symbolu $f[\bar{t}]$ symbol $f(n)$.

2. OPERACJE PRZESUNIĘCIA, RÓŻNICOWANIA I SUMOWANIA

Na zbiorze funkcji schodkowych $f[\bar{t}]$ określa się pewne operacje, a mianowicie: przesunięcie, różnicowanie i sumowanie.

Przesunięciem nazywamy operację przyporządkowującą funkcji schodkowej $f[\bar{t}]$ funkcję $f[\bar{t} + k]$, gdzie k jest dowolną liczbą całkowitą. Jeśli więc operację przesunięcia oznaczmy np. symbolem $T^k f[\bar{t}]$, to otrzymamy wzór

$$T^k f[\bar{t}] = f[\bar{t} + k]. \quad (3)$$

Różnicowaniem nazywamy operację przyporządkowującą funkcji $f[\bar{t}]$ funkcję w postaci różnicy $f[\bar{t} + 1] - f[\bar{t}]$. Operację tę zwykle

oznacza się symbolem $\Delta f[\bar{t}]$; korzystając z tego oznaczenia różnicowanie zapiszemy wzorem

$$\Delta f[\bar{t}] = f[\bar{t} + 1] - f[\bar{t}]. \quad (4)$$

Wynik powyższej operacji, a więc funkcję $\Delta f[\bar{t}]$ nazywamy „różnicą pierwszego rzędu” funkcji $f[\bar{t}]$.

Operację różnicowania można wykonać wielokrotnie, np. dwukrotnie lub trzykrotnie. Wynik k -krotnej operacji różnicowania oznaczamy symbolem $\Delta^k f[\bar{t}]$ i nazywamy „różnicą k -tego rzędu” funkcji $f[\bar{t}]$. Operację tę określamy następującym wzorem rekurencyjnym:

$$\Delta^k f[\bar{t}] = \Delta^{k-1} f[\bar{t} + 1] - \Delta^{k-1} f[\bar{t}]. \quad (5)$$

Tak więc np. różnicą drugiego rzędu funkcji $f[\bar{t}]$ jest następująca funkcja schodkowa $\Delta^2 f[\bar{t}]$:

$$\Delta^2 f[\bar{t}] = \Delta f[\bar{t} + 1] - \Delta f[\bar{t}] = f[\bar{t} + 2] - 2f[\bar{t} + 1] + f[\bar{t}]. \quad (6)$$

Łatwo zauważyć, że zgodnie z określeniem (5) różnicę $\Delta^k f[\bar{t}]$ zawsze można przedstawić w postaci liniowej kombinacji operacji $T^k f[\bar{t}]$. Można mianowicie drogą indukcji wyprowadzić następujący wzór

$$\Delta^k f[\bar{t}] = \sum_{\nu=0}^k (-1)^\nu \frac{k!}{\nu! (k-\nu)!} T^{k-\nu} f[\bar{t}], \quad (7)$$

gdzie, wobec (3):

$$T^{k-\nu} f[\bar{t}] = f[\bar{t} + k - \nu].$$

W związku z powyższym operacja różnicowania nie wnosi w zasadzie żadnych nowych konsekwencji analitycznych w stosunku do przedstawionej uprzednio operacji przesunięcia. Operację tę można bowiem zawsze ostatecznie sprowadzić do operacji przesunięcia.

Sumowaniem nazywamy operację przyporządkowującą funkcji schodkowej $f[\bar{t}]$ funkcję $\sum_{m=0}^{\bar{t}} f(m)$, gdzie symbolem $[\bar{t}]$ oznaczono funkcję „całość z $\bar{t}$ ”. Jeżeli np. operację sumowania oznaczymy symbolem $\sigma f[\bar{t}]$, to otrzymamy wzór

$$\sigma f[\bar{t}] = \sum_{m=0}^{[\bar{t}]} f(m). \quad (8)$$

Sumowanie w dziedzinie funkcji schodkowych odgrywa rolę podobną do całkowania w analizie funkcji ciągłych, różnicowanie zaś — rolę podobną do różniczkowania.

Można zauważyć, że przytoczone powyżej operacje przesunięcia, różnicowania i sumowania są addytywne i jednorodne, tzn., że spełniają następujące związki

$$\begin{aligned}\Phi\{f_1[t] + f_2[t]\} &= \Phi f_1[t] + \Phi f_2[t], \\ \Phi\{C f[t]\} &= C \Phi f[t],\end{aligned}\tag{9}$$

gdzie Φ jest symbolem operacji, a C — stałą dowolną.

Związek między funkcją schodkową $f[\bar{t}]$ i jej różnicami $\Delta f[\bar{t}]$, $\Delta^2 f[\bar{t}]$, ..., $\Delta^k f[\bar{t}]$ nazywamy równaniem różnicowym. Szczególnie ważne dla zastosowań jest liniowe równanie różnicowe o stałych współczynnikach. Równanie to posiada następującą postać:

$$a_0 \Delta^k f[\bar{t}] + a_1 \Delta^{k-1} f[\bar{t}] + \dots + a_k f[\bar{t}] = \varphi[\bar{t}],\tag{10a}$$

gdzie $a_0, a_1, \dots, a_k$ są liczbami zespolonymi i $\varphi[\bar{t}]$ jest z góry zadana funkcją schodkową. Korzystając z zależności (7) każde równanie różnicowe można również zapisać w postaci poniższej, bardziej dogodnej w zastosowaniach

$$b_0 f[\bar{t} + k] + b_1 f[\bar{t} + k - 1] + \dots + b_k f[\bar{t}] = \varphi[\bar{t}].\tag{10b}$$

Metoda klasyczna rozwiązywania równań różnicowych jest bardzo zbliżona do klasycznej metody rozwiązywania równań różniczkowych. Z metodami tymi można zapoznać się w literaturze, np. w pracach [1] lub [2].

Również terminologia dotycząca równań różnicowych jest bardzo zbliżona do terminologii stosowanej w zagadnieniach równań różniczkowych. Tak np. równanie (10b), w którym $\varphi[\bar{t}] \neq 0$ oraz $b_0 \neq 0$ i $b_k \neq 0$, nazywamy „równaniem różnicowym niejednorodnym rzędu k ”. W przypadku, gdy $\varphi[\bar{t}] = 0$ — równanie powyższe nazywamy równaniem jednorodnym.

Warto zaznaczyć, że rząd równania różnicowego nie zawsze jest równy rzędowi najwyższej różnicy $\Delta^k f[\bar{t}]$ w przypadku zapisu równania w postaci (10a). Natomiast zapis (10b) nie posiada tej niedogodności.

Zagadnieniom operacji przeprowadzanych na funkcjach schodkowych, a w szczególności zagadnieniu równań różnicowych poświęcony jest specjalny dział matematyki, który nazywamy „rachunkiem różnicowym”.

Poniżej podane są proste przykłady objaśniające sposób wyznaczania różnic i sum funkcji schodkowych.

Przykład 1. Obliczmy różnicę funkcji schodkowej

$$f(n) = n.$$

Według (4) różnica pierwszego rzędu funkcji $f(n) = n$ równa jest jedności, mamy bowiem

$$\Delta f(n) = n + 1 - n = 1.$$

Różnice wyższych rzędów są równe zeru:

$$\Delta^2 f(n) = \Delta^3 f(n) = \dots = 0.$$

Przykład 2. Obliczmy różnicę funkcji schodkowej

$$f(n) = e^n.$$

Dla różnicy pierwszego rzędu otrzymamy wzór:

$$\Delta f(n) = e^{n+1} - e^n = e^n(e - 1),$$

a dla różnic wyższych rzędów:

$$\Delta^2 f(n) = \Delta f(n + 1) - \Delta f(n) = (e - 1)^2 e^n,$$

$$\Delta^k f(n) = (e - 1)^k e^n.$$

Przykład 3. Obliczmy sumę funkcji schodkowej

$$f(n) = a^n.$$

Otrzymamy

$$\sigma f(n) = \sum_{m=0}^n a^m = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}.$$

3. TRANSFORMACJA LAPLACE'OWSKA FUNKCJI SCHODKOWYCH

Przekształceniem Laplace'a nazywamy (jak wiadomo) następującą odpowiedniość

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt, \quad (11)$$

przyporządkowującą funkcji $f(t)$ zmiennej rzeczywistej t funkcję zespoloną $F(s)$ zmiennej zespolonej s . O funkcji $f(t)$ zakłada się, że zapewnia bezwzględną zbieżność całki niewłaściwej (11) w półpłaszczyźnie $\operatorname{Re} s > c$, gdzie c jest liczbą dobraną do $f(t)$. Zakłada się zatem istnienie granicy

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T |f(t)| e^{-\sigma t} dt, \quad (12)$$

gdzie $\sigma > c$.

Przekształcenie Laplace'a notujemy w skrócie symbolem

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}. \quad (13)$$

Założmy, że dana jest funkcja schodkowa $f[\bar{t}]$ określona dla $t \geq 0$ i obliczmy jej przekształcenie Laplace'a. Według (11) mamy

$$\begin{aligned} F(s) &= \int_0^\infty f[\bar{t}] e^{-s\bar{t}} d\bar{t} = \sum_{n=0}^\infty \int_n^{n+1} f[\bar{t}] e^{-s\bar{t}} d\bar{t} = \sum_{n=0}^\infty f(n) \int_n^{n+1} e^{-s\bar{t}} d\bar{t} = \\ &= \sum_{n=0}^\infty f(n) e^{-sn} \frac{1}{s} (1 - e^{-s}) \end{aligned}$$

oraz, po wprowadzeniu oznaczenia

$$\eta = \frac{1}{s} (1 - e^{-s}), \quad (14)$$

$$F(s) = \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\} = \eta \sum_{n=0}^\infty f(n) e^{-sn}. \quad (15)$$

Szereg (15) przy $\operatorname{Re} s > c$ jest oczywiście bezwzględnie zbieżny dla każdej funkcji $f[t]$ spełniającej warunek (12). Liczbę c będziemy nazywali „odciętą zbieżności” szeregu (15).

Można zauważyć, że iloraz $\frac{\mathcal{L}\{f[\bar{t}]\}}{\eta}$ jest zależny od zmiennej zespolonej s jedynie poprzez funkcje wykładnicze e^{-sn} , mamy bowiem

$$\frac{F(s)}{\eta} = \frac{\mathcal{L}\{f[\bar{t}]\}}{\eta} = \sum_{n=0}^\infty f(n) e^{-sn}. \quad (16)$$

Jeżeli więc wprowadzimy nową zmienną z

$$z = e^s \quad (17)$$

i jeżeli ponadto oznaczymy

$$F^*(z) = \frac{\mathcal{L}\{f[\bar{t}]\}}{\eta}, \quad (18)$$

to funkcja $F^*(z)$ będzie sumą szeregu następującego

$$F^*(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n) z^{-n}. \quad (19)$$

Warto nadmienić, że wzór (19), określający przyporządkowanie funkcji schodkowej $f(n)$ funkcji $F^*(z)$, można formalnie rozważać jako nowe przekształcenie funkcjonalne. Również wzór (16) można by przyjąć za definicję pewnego przekształcenia określonego na zbiorze funkcji schodkowych. J. Z. Cypkin nazywa to przekształcenie: „dyskretnym przekształceniem Laplace’a” i oznacza je symbolem $D\{f(n)\}$ [1].

Korzystając ze wzoru (16) możemy wyznaczyć przekształcenie Laplace’owskie funkcji schodkowych bez konieczności obliczania całki (11).

Poniżej podane są proste przykłady obliczania funkcji $F^*(z)$ i $F(s)$ dla niektórych funkcji schodkowych.

Przykład 1. Załóżmy, że dana jest funkcja $f[\bar{t}] = 1(t)$; według (19) mamy dla $|z| > 1$:

$$F^*(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} = \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z}{z - 1}$$

oraz, wobec (16) i (17),

$$F(s) = \mathcal{L}\{1\} = \frac{e^s}{e^s - 1} \eta; \operatorname{Re} s > 0.$$

Przykład 2. Załóżmy, że dana jest funkcja schodkowa $f[\bar{t}] = e^{an}$. Mamy:

$$F^*(z) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{an} z^{-n} = \frac{z}{z - e^a}; \quad |z| > |e^a|.$$

Zatem

$$F(s) = \mathcal{L}\{e^{an}\} = \frac{e^s}{e^s - e^a} \eta; \operatorname{Re} s > a.$$

4. NIEKTÓRE WŁASNOŚCI PRZEKSZTAŁCENIA LAPLACE’A

Uzasadnimy obecnie niektóre ważniejsze własności przekształcenia Laplace’a dotyczące transformacji funkcji schodkowych. Znajomość tych własności będzie nam potrzebna przy korzystaniu z metody przekształcenia Laplace’a w zagadnieniach teorii układów impulsowych.

Własność 1. Jeśli $f[\bar{t}]$ jest transformowalną funkcją schodkową, to

$$\mathcal{L}\{f[\bar{t} + k]\} = e^{sk} \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\} - \eta e^{sk} \sum_{n=0}^{k-1} f(n) e^{-sn}, \quad (20)$$

gdzie k jest liczbą naturalną oraz $\eta = \frac{1}{s}(1 - e^{-s})$.

Dowód. Według (16) mamy

$$\frac{\mathcal{L}\{f[\bar{t} + k]\}}{\eta} = \sum_{n=0}^{\infty} f(n+k) e^{-sn}.$$

Jeżeli więc wprowadzimy nową zmienną sumowania $n_1 = n + k$, to otrzymamy

$$\frac{\mathcal{L}\{f[\bar{t} + k]\}}{\eta} = \sum_{n_1=k}^{\infty} f(n_1) e^{-s(n_1-k)} = e^{sk} \sum_{n_1=0}^{\infty} f(n_1) e^{-sn_1} - e^{sk} \sum_{n_1=0}^{k-1} f(n_1) e^{-sn_1}.$$

Ponieważ zaś wynik sumowania nie zależy od sposobu oznaczenia zmiennej, więc

$$\mathcal{L}\{f[\bar{t} + k]\} = e^{sk} \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\} - \eta e^{sk} \sum_{n=0}^{k-1} f(n) e^{-sn}.$$

Oznaczając $e^s = z$ wzór (20) możemy również zapisać w następującej postaci:

$$\mathcal{L}\{f[\bar{t} + k]\} = z^k \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\} - \eta z^k \sum_{n=0}^{k-1} f(n) z^{-n}. \quad (20a)$$

W przypadku szczególnym, gdy

$$f(0) = f(1) = \dots = f(k-1) = 0,$$

co oznacza, że funkcja schodkowa $f[\bar{t}]$ jest tożsamościowo równa zeru w przedziale $0 \leq \bar{t} < k$, otrzymamy

$$\mathcal{L}\{f[\bar{t} + k]\} = z^k \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\}. \quad (21)$$

Własność 2. Jeśli $f[\bar{t}]$ jest transformowalną funkcją schodkową, to

$$\mathcal{L}\{\Delta^k f[\bar{t}]\} = (z-1)^k \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\} - \eta z \sum_{n=0}^{k-1} \Delta^n f[0] (z-1)^{k-1-n}, \quad (22)$$

gdzie k jest liczbą naturalną, $z = e^s$ oraz $\eta = \frac{1}{s}(1 - e^{-s})$.

Dowód. Załóżmy najpierw, że $k = 1$. Wówczas, zgodnie z określeniem różnicy $\Delta f[\bar{t}]$, mamy

$$\mathcal{L}\{\Delta f[\bar{t}]\} = \mathcal{L}\{f[\bar{t} + 1]\} - \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\}$$

oraz, z uwagi na wzór (20a)

$$\mathcal{L}\{\Delta f[\bar{t}]\} = z \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\} - \eta z f[0] - \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\} = (z - 1) \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\} - \eta z f[0]. \quad (22a)$$

Zakładając z kolei $k = 2$ i uwzględniając, że

$$\Delta^2 f[\bar{t}] = \Delta f[\bar{t} + 1] - \Delta f[\bar{t}],$$

otrzymamy po przeprowadzeniu prostych obliczeń

$$\mathcal{L}\{\Delta^2 f[\bar{t}]\} = (z - 1)^2 \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\} - \eta z(z - 1) f[0] - \eta z \Delta f[0]. \quad (22b)$$

W ten sposób uzasadniliśmy wzór (22) dla przypadku $k = 1$ i $k = 2$. Prawdziwość wzoru (22) można następnie udowodnić drogą indukcji.

Własność 3. Jeśli $f_1[\bar{t}]$ i $f_2[\bar{t}]$ są dwiema transformowalnymi funkcjami schodkowymi, to

$$\frac{\mathcal{L}\{f_1[\bar{t}]\} \mathcal{L}\{f_2[\bar{t}]\}}{\eta} = \mathcal{L}\left\{\sum_{m=0}^{\infty} f_1[m] f_2[\bar{t} - m]\right\}, \quad (23)$$

gdzie $\eta = \frac{1}{s} (1 - e^{-s})$.

Dowód. Wobec wzoru (16) mamy

$$\frac{\mathcal{L}\{f_1[\bar{t}]\} \mathcal{L}\{f_2[\bar{t}]\}}{\eta} = \eta \sum_{n=0}^{\infty} f_1(n) z^{-n} \sum_{n=0}^{\infty} f_2(n) z^{-n},$$

gdzie $z = e^s$.

Jeżeli więc obliczymy iloczyn szeregów według wzoru Cauchy'ego

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sum_{n=0}^{\infty} b_n = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n a_m b_{n-m},$$

wówczas otrzymamy

$$\begin{aligned} \eta \sum_{n=0}^{\infty} f_1(n) z^{-n} \sum_{n=0}^{\infty} f_2(n) z^{-n} &= \eta \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} \sum_{m=0}^n f_1(m) f_2(n - m) = \\ &= \eta \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} \sum_{m=0}^{\infty} f_1(m) f_2[\bar{t} - m] \end{aligned}$$

oraz z uwagi na wzór (16):

$$\frac{\mathcal{L}\{f_1[\bar{t}]\} \mathcal{L}\{f_2[\bar{t}]\}}{\eta} = \mathcal{L}\left\{\sum_{m=0}^{\infty} f_1(m) f_2[\bar{t} - m]\right\}.$$

Własność 4. Jeżeli $f[\bar{t}]$ jest transformowalną funkcją schodkową i $F(s) = \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\}$, to

$$\mathcal{L}\{n^k f[\bar{t}]\} = (-1)^k \eta \frac{d^k}{ds^k} \left[\frac{F(s)}{\eta} \right], \quad (24)$$

gdzie $\eta = \frac{1}{s}(1 - e^{-s})$ i k jest liczbą naturalną.

Dowód. Istotnie, ponieważ

$$\frac{F(s)}{\eta} = \sum_{n=0}^{\infty} f(n) e^{-sn},$$

więc

$$\frac{d^k}{ds^k} \left[\frac{F(s)}{\eta} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} (-n)^k f(n) e^{-sn} = (-1)^k \frac{1}{\eta} \mathcal{L}\{n^k f[\bar{t}]\},$$

a stąd już natychmiast wynika (24).

Wyrażając związek (24) za pomocą funkcji $F^*(e^s)$, określonej zależnością (19), otrzymamy wzór prostszy, następujący:

$$\frac{\mathcal{L}\{n^k f[\bar{t}]\}}{\eta} = (-1)^k \frac{d^k}{ds^k} F^*(e^s). \quad (24a)$$

Własność 5. Jeśli $f[\bar{t}]$ jest transformowalną funkcją schodkową oraz $F(s) = \mathcal{L}\{f[\bar{t}]\}$, to

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{F(s)}{\eta} = \sum_{n=0}^{\infty} f(n), \quad (25)$$

gdzie $\eta = \frac{1}{s}(1 - e^{-s})$.

Dowód. Istotnie, ponieważ

$$\frac{F(s)}{\eta} = \sum_{n=0}^{\infty} f(n) e^{-sn},$$

więc

$$\lim_{s \rightarrow 0} \sum_{n=0}^{\infty} f(n) e^{-sn} = \sum_{n=0}^{\infty} f(n).$$

Związek (25) można również wyrazić za pomocą funkcji $F^*(e^s)$ określonej wzorem (19). Wówczas otrzymamy

$$\lim_{s \rightarrow 0} F^*(e^s) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n).$$

Można zauważyć, że szereg stojący po prawej stronie równań (25) i (25a) określa pole zawarte między wykresem funkcji schodkowej a osią odciętych. Szereg ten jest oczywiście zbieżny tylko w tym przypadku, gdy pole to jest ograniczone, co z kolei ma miejsce wówczas, gdy odcięta zbieżność c szeregu (16) jest liczbą ujemną.

5. ZWIĄZEK OBRAZU FUNKCJI SCHODKOWYH Z SZEREGAMI FOURIERA

Załóżmy, że odcięta zbieżności c funkcji schodkowej $f[\bar{t}]$ jest liczbą ujemną. Oznacza to, że funkcja $f[\bar{t}]$ przy wzroście zmiennej $\bar{t}$ asymptotycznie dąży do zera, a więc, że spełnia następujący warunek:

$$\lim_{\bar{t} \rightarrow \infty} f[\bar{t}] = 0.$$

W tym przypadku we wzorze (19), określającym funkcję

$$F^*(e^s) = \frac{F(s)}{\eta} = \frac{\mathcal{L}\{f[\bar{t}]\}}{\eta},$$

można założyć $s = j\omega$. Wówczas funkcja $F^*(e^{j\omega})$ będzie sumą następującego szeregu

$$F^*(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{\infty} f(n) \cos \omega n - j \sum_{n=0}^{\infty} f(n) \sin \omega n. \quad (26)$$

Godne uwagi jest stwierdzenie, że prawa strona wzoru (26) jest po prostu szeregiem Fouriera o współczynnikach rzeczywistych $f(n)$. Płyną stąd od razu następujące interesujące wnioski.

Przed wszystkim ze wzoru (26) wynika, że funkcja $F^*(e^{j\omega})$ jest okresową funkcją zmiennej ω . Ponadto od razu stwierdzamy, że wartości $f(n)$ funkcji schodkowej, jako współczynniki szeregu Fouriera, są związane z funkcją $F^*(e^{j\omega})$ za pomocą następującego wzoru:

$$f(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F^*(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega. \quad (27)$$

Wyrażenie $F^*(e^{j\omega})$, jako funkcję zespoloną, można oczywiście zapisać w postaci sumy składowych: rzeczywistej i urojonej. Jeśli więc składową rzeczywistą funkcji $F^*(e^{j\omega})$ oznaczymy przez $A^*(\omega)$, a składową urojoną przez $jB^*(\omega)$, to

$$F^*(e^{j\omega}) = A^*(\omega) + jB^*(\omega)$$

oraz, wobec (26),

$$A^*(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n) \cos \omega n, \quad (28)$$

$$B^*(\omega) = - \sum_{n=0}^{\infty} f(n) \sin \omega n.$$

Rozważmy obecnie wzór (27). Podstawiając w tym wzorze $e^{j\omega n} = \cos \omega n + j \sin \omega n$ oraz $F^*(e^{j\omega}) = A^*(\omega) + jB^*(\omega)$ otrzymamy

$$\begin{aligned} f(n) = & \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [A^*(\omega) \cos \omega n - B^*(\omega) \sin \omega n] d\omega + \\ & + j \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [A^*(\omega) \sin \omega n + B^*(\omega) \cos \omega n] d\omega. \end{aligned}$$

Ponieważ A^* , jako funkcja $\cos \omega$, jest funkcją parzystą, a B^* , jako funkcja $\sin \omega$, funkcją nieparzystą, to podcałkowe wyrażenie w pierwszej całce jest parzystą funkcją ω , w drugiej zaś nieparzystą funkcją ω . Wartość drugiej całki jest więc równa zeru i wobec powyższego

$$\begin{aligned} f(n) = & \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [A^*(\omega) \cos \omega n - B^*(\omega) \sin \omega n] d\omega = \\ = & \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} [A^*(\omega) \cos \omega n - B^*(\omega) \sin \omega n] d\omega. \end{aligned} \quad (29)$$

Jeżeli $f(n) = 0$ dla $n < 0$, wzór (29) upraszcza się dalej i otrzymujemy

$$\left. \begin{aligned} f(n) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} A^*(\omega) \cos \omega n d\omega, \\ f(n) &= -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} B^*(\omega) \sin \omega n d\omega. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Istotnie, kładąc na miejsce n we wzorze (29) $-n$, otrzymamy

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} [A^*(\omega) \cos \omega n + B^*(\omega) \sin \omega n] d\omega = 0, \quad (31)$$

a stąd, po uwzględnieniu (31) w (29), wynikają już natychmiast wzory (30).

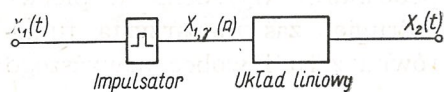
CZĘŚĆ DRUGA

Zarys teorii układów impulsowych

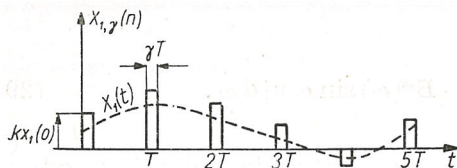
1. POJĘCIE UKŁADU IMPULSOWEGO

Układem impulsowym nazywać będziemy układ składający się z dwu członów w połączeniu szeregowym, a mianowicie z tzw. „impulsatora” i z liniowego układu dynamicznego (rys. 2).

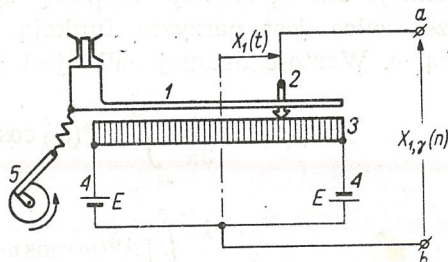
Zadaniem impulsatora jest wykonanie przekształcenia sygnału wejściowego $x_1(t)$, reprezentującego zazwyczaj funkcję ciągłą, na sygnał $x_1(n)$ w postaci ciągu impulsów prostokątnych. Będziemy zakładali, że impulsy generowane przez impulsator są w momentach pojawiania się proporcjonalne do funkcji sygnału wejściowego $x_1(t)$. Inaczej mówiąc założymy, że wysokości impulsów $x_1(n)$ są modulowane funkcją $x_1(t)$. Przyjmiemy ponadto, że okres występowania impulsów i szerokości impulsów są wielkościami stałymi, niezmiennymi w czasie (rys. 3).



Rys. 2. Układ impulsowy



Rys. 3. Przykład sygnału impulsowego generowanego przez impulsator



Rys. 4. Zasada działania impulsatora mechanicznego pierwszego typu

1 — drążek, 2 — wskazówka galvanometru, 3 — uzwojenie opornika, 4 — baterie o napięciu E , 5 — mechanizm napędowy

Impulsator wykonujący powyższe przekształcenie sygnału można będzie więc scharakteryzować trzema niezależnymi parametrami, a mianowicie: wzmacnieniem k , okresem generowanych impulsów T i szerokością impulsów γT ; $\gamma \leq 1$. Powyższe trzy parametry w zupełności charakteryzują własności impulsatora.

Konstrukcja impulsatorów może być bardzo różnorodna. Impulsatorem może być np. klucz, przekaźnik elektromechaniczny, przekaźnik elektronowy itp. W układach regulacji najczęściej stosowany jest impulsator elektromechaniczny o konstrukcji wskazanej na rys. 4. Działanie tego impulsatora jest następujące. Drążek 1 wprawiany jest za pomocą specjalnego mechanizmu 5 w periodyczny ruch drgający (w górę i w dół), dzięki czemu dociska w pewnych określonych odstępach czasu

wskazówkę 2 galvanometru do uzwojenia opornika 3. Do zacisków tego opornika załączone są dwie baterie o napięciu E . Sygnałem wejściowym $x_1(t)$ impulsatora jest odchylenie wskazówki 2 od środkowego punktu opornika 3. Wyjściowym sygnałem jest natomiast napięcie $x_1(n)$ mierzone na zaciskach a , b . Jeżeli opornik jest nawinięty równomiernie, to wysokości impulsów sygnału $x_1(n)$ są proporcjonalne do odchylenia wskazówki 2 od środkowego punktu opornika, a więc wysokości impulsów są tym samym proporcjonalne do sygnału $x_1(t)$.

Tak skonstruowany impulsator jest oczywiście jednocześnie wzmacniaczem. Energia sygnału wyjściowego $x_1(n)$ może bowiem znacznie przewyższać energię sygnału wejściowego $x_1(n)$.

Każdy układ dynamiczny znajdujący się pod działaniem sygnału w postaci ciągu impulsów, mimo że nie posiada impulsatora, można oczywiście również zaliczyć do kategorii układów impulsowych i rozważać go w oparciu o podaną w niniejszej pracy teorię. Można bowiem zawsze sygnał w postaci impulsów traktować jako sygnał wyjściowy pewnego fikcyjnego impulsatora. Sygnał wejściowy tego impulsatora może mieć dowolną postać, byleby był w momentach pojawiania się impulsów proporcjonalny do wysokości impulsów.

Warto zaznaczyć, że układy impulsowe posiadają liczne zastosowania również poza techniką regulacji. Spotykamy je mianowicie np. w radiotechnice, w radiolokacji i w telewizji.

2. RÓWNANIA UKŁADU IMPULSOWEGO

Człon liniowy układu impulsowego może być dowolnym liniowym układem dynamicznym. W szczególnym przypadku członem liniowym może być czwórnik elektryczny, układ mechaniczny, układ elektromechaniczny itp. W swoich rozważaniach nie będziemy wnikali w istotę i strukturę członu liniowego, lecz będziemy badać jego własności w oparciu o znane, ogólne prawa rządzące liniowymi układami dynamicznymi. Ograniczymy się przy tym do badania układów, których własności dynamiczne można opisać za pomocą równań różniczkowych zwyczajnych, a więc do układów zbudowanych z elementów skupionych. Z teorii układów dynamicznych wiemy, że własności transmisyjne, a więc „zdolności do przekazywania sygnałów” układu dynamicznego można jednoznacznie określić ze znajomości pewnej funkcji wymiernej

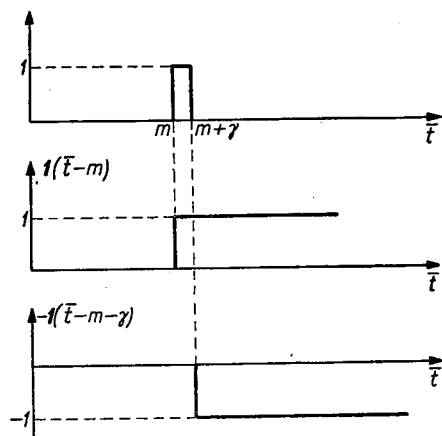
$$K(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}, \quad (32)$$

która jest stosunkiem przekształceń Laplace'a sygnału wyjściowego do sygnału wejściowego. Funkcję tę nazywamy przepustowością układu.

Przepustowość $K(s)$ można w prosty sposób wyznaczyć znanymi metodami, np. można ją obliczyć z równań różniczkowych układu zastępując w nich symbol różniczkowania $\frac{d^k}{dt^k}$ zmienną zespoloną s^k . Można wykazać, że dla każdego realnego układu dynamicznego stopień wielomianu $P(s)$ nie może przewyższać stopnia wielomianu $Q(s)$ przepustowości $K(s)$.

Własności transmisyjne układu dynamicznego można również określić za pomocą tzw. „odpowiedzi jednostkowej” układu, tj. za pomocą funkcji sygnału wyjściowego wywołanego wymuszeniem wejściowym w postaci funkcji jednostkowej. Odpowiedź jednostkową zwykle oznaczamy symbolem $h(t)$. Jest ona związana z przepustowością $K(s)$ układu następującą relacją

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K(s)}{s} \right\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{K(s)}{s} e^{st} ds. \quad (33)$$



Rys. 5. Przedstawienie impulsu prostokątnego za pomocą różnicy dwóch przesuniętych funkcji jednostkowych

Jeżeli znamy funkcję $h(t)$, a więc również funkcję $h(\bar{t}) = h\left(\frac{t}{T}\right)$, to łatwo już możemy wyznaczyć odpowiedź układu na wymuszenie o kształcie impulsu prostokątnego. Biorąc mianowicie pod uwagę, że impuls prostokątny o wysokości jednostkowej i o czasie trwania od $\bar{t}_1 = m$ do $\bar{t}_2 = m + \gamma$ można rozważać jako różnicę dwóch przesuniętych funkcji jednostkowych (rys. 5), łatwo znajdziemy, że odpowiedź układu na taki impuls będzie równa

$$\begin{aligned} h(\bar{t} - m), \text{ przy } m \leq \bar{t} < m + \gamma; \\ h_\gamma(\bar{t} - m) = h(\bar{t} - m) - h(\bar{t} - m - \gamma), \text{ przy } \bar{t} \geq m + \gamma. \end{aligned} \quad (34)$$

Pierwsze wyrażenie określa zatem odpowiedź układu na impuls prostokątny w czasie trwania impulsu, drugie zaś — poza okresem trwania impulsu.

Założmy teraz, że na układ działa sygnał w postaci ciągu impulsów prostokątnych o identycznych szerokościach i o wysokościach zmieniających się według prawa $kx_1(m)$, (rys. 6). Sygnał wyjściowy układu bę-

dzie wówczas sumą wszystkich elementarnych odpowiedzi układu na każdy z impulsów o wysokościach $kx_1(m)$ i o szerokościach γ . W związku z powyższym rozważając przedział czasu $n \leq \bar{t} < n + 1$ otrzymamy

$$\left. \begin{aligned} x_2(\bar{t}) &= k \sum_{m=0}^{n-1} x_1(m) h_\gamma(\bar{t} - m) + k x_1(n) h(\bar{t} - n) \\ \text{dla } n \leq \bar{t} < n + \gamma \\ \text{oraz} \\ x_2(\bar{t}) &= k \sum_{m=0}^n x_1(m) h_\gamma(\bar{t} - m) \\ \text{dla } n + \gamma \leq \bar{t} < n + 1. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Funkcja sygnału wyjściowego $x_2(t)$ jest więc określona dwoma niezależnymi wzorami analitycznymi, przy czym pierwszy ze wzorów (35) określa przebieg sygnału $x_2(t)$ w przedziałach czasowych odpowiadających okresom czasu trwania impulsów wymuszających.

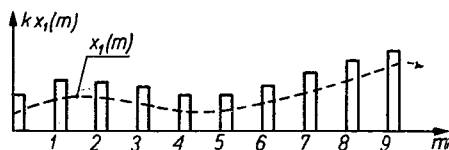
Warto podkreślić, że fakt istnienia dwóch niezależnych wzorów określających sygnał wyjściowy $x_2(\bar{t})$ jest charakterystyczną cechą każdego układu impulsowego. Fakt ten, jak później zobaczymy, pociąga za sobą konieczność wprowadzenia również dwóch niezależnych charakterystyk częstotliwościowych układu impulsowego.

Wzory (35) możemy również zapisać w nieco odmiennej postaci. Wprowadzając mianowicie oznaczenie

$$\bar{t} = \frac{t}{T} = n + \frac{\Delta t}{T} = n + \varepsilon,$$

otrzymamy

$$\left. \begin{aligned} x_2(n + \varepsilon) &= k \sum_{m=0}^{n-1} x_1(m) h_\gamma(n + \varepsilon - m) + k x_1(n) h(\varepsilon) \\ \text{dla } n \leq n + \varepsilon < n + \gamma \\ \text{oraz} \\ x_2(n + s) &= k \sum_{m=0}^n x_1(m) h_\gamma(n + \varepsilon - m) \\ \text{dla } n + \gamma \leq n + \varepsilon < n + 1. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$



Rys. 6. Przebieg na wejściu członu liniowego układu impulsowego

Otrzymane w ten sposób wyrażenia (36) określają — przy zadanym ε — związki między wartościami $x_2(\bar{t})$ w równoodległych od siebie momentach czasu: $\bar{t} = \varepsilon$, $\bar{t} = 1 + \varepsilon$, $\bar{t} = 2 + \varepsilon$, ... Wartości funkcji $x_2(\bar{t})$ odpowiadające zadanemu ε można zatem zastąpić funkcją schodkową $x_2(n, \varepsilon)$, zależną od parametru ε . Biorąc również pod uwagę, że $h_\gamma(\bar{t}) = 0$ dla $\bar{t} < 0$, a więc dla $n > m$, granice sumowania można przesunąć z n_i do ∞ .

W związku z powyższym wzory (36) zapiszemy następująco:

$$\left. \begin{aligned} x_2(n, \varepsilon) &= k \sum_{m=0}^{\infty} x_1(m) h_\gamma(n-m, \varepsilon) & 0 \leq \varepsilon < \gamma, \\ x_2(n, \varepsilon) &= k \sum_{m=0}^{\infty} x_1(m) h_\gamma(n-m, \varepsilon) & \gamma \leq \varepsilon < 1, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

gdzie przecinek przy znaku sumy w pierwszym ze wzorów (37) oznacza, że dla $n = m$ wyrażenie $h_\gamma(n-m, \varepsilon) = h_\gamma(0, \varepsilon)$ należy zastąpić przez $h(0, \varepsilon)$.

Przekształcając według Laplace'a wzory (37) otrzymamy na mocy własności 3 (wzór 23):

$$\mathcal{L}\{x[n, \varepsilon]\} = \frac{\mathcal{L}\{k h_\gamma[n, \varepsilon]\} \mathcal{L}\{x_1[n]\}}{\eta}$$

oraz

$$\frac{\mathcal{L}\{x[n, \varepsilon]\}}{\eta} = \frac{\mathcal{L}\{k h_\gamma[n, \varepsilon]\}}{\eta} \cdot \frac{\mathcal{L}\{x_1[n]\}}{\eta} \quad (38)$$

Zatem, po wprowadzeniu następujących oznaczeń:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathcal{L}\{x[n, \varepsilon]\}}{\eta} &= X_2^*(z, \varepsilon); & \frac{\mathcal{L}\{x_1[n]\}}{\eta} &= X_1^*(z); & z &= e^s; \\ \frac{\mathcal{L}\{k h_\gamma[n, \varepsilon]\}}{\eta} &= K_I^*(z, \varepsilon), & \text{w przedziale } 0 \leq \varepsilon < \gamma & \text{ i przy za-} \\ & & \text{łożeniu } h_\gamma(0, \varepsilon) &= h(0, \varepsilon); \\ \frac{\mathcal{L}\{k h_\gamma[n, \varepsilon]\}}{\eta} &= K_{II}^*(z, \varepsilon), & \text{w przedziale } \gamma \leq \varepsilon < 1, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

dostaniemy

$$\left. \begin{aligned} X_2^*(z, \varepsilon) &= K_I^*(z, \varepsilon) X_1^*(z); & 0 \leq \varepsilon < \gamma, \\ X_2^*(z, \varepsilon) &= K_{II}^*(z, \varepsilon) X_1^*(z); & \gamma \leq \varepsilon < 1. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Wzory (40) nazywamy „równaniem układu impulsowego”, a wyrażenia $K_I^*(z, \varepsilon)$ i $K_{II}^*(z, \varepsilon)$ — „przepustowościami impulsowymi” lub „funkcjami charakterystycznymi” układów impulsowych.

Charakterystyczną cechą układów impulsowych jest — w przeciwieństwie do „zwykłych” układów dynamicznych — istnienie dwóch niezależnych równań opisujących ich własności. Pierwsze z nich, a więc równanie zawierające wyrażenie $K_I^*(z, \varepsilon)$, obowiązuje dla $0 \leq \varepsilon < \gamma$, a więc w przedziałach czasowych, w których występują impulsy wymuszające. Drugie zaś równanie — zawierające wyrażenie $K_{II}^*(z, \varepsilon)$ — obowiązuje poza przedziałami występowania impulsów.

Inną charakterystyczną cechą układów impulsowych jest zależność przepustowości K_I i K_{II} od parametru ε , a więc od czasu.

Równania układu impulsowego dogodnie jest również zapisywać krótko, za pomocą jednego wzoru, a mianowicie

$$X_i^*(z, \varepsilon) = K_i^*(z, \varepsilon) X_1^*(z), \quad (40a)$$

gdzie $i = I$ dla $0 \leq \varepsilon < \gamma$ oraz $i = II$ dla $\gamma \leq \varepsilon < 1$.

3. PRZEPUSTOWOŚCI IMPULSOWE

Ze wzorów (39) i (40) wynika, że przepustowość impulsowa $K_i^*(z, \varepsilon)$ jest stosunkiem przekształceń Laplace'owskich sygnału wyjściowego i wejściowego

$$K_i^*(z, \varepsilon) = \frac{\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\}}{\mathcal{L}\{x_1[n]\}}. \quad (41)$$

Istnieje więc widoczna analogia z określeniem przepustowości zwykłych, nie impulsowych, układów dynamicznych.

Według wzoru (39) przepustowości impulsowe można wyrazić za pomocą następujących wzorów

$$\left. \begin{aligned} K_I^*(z, \varepsilon) &= kh(0, \varepsilon) + k \sum_{n=1}^{\infty} h_\gamma(n, \varepsilon) z^{-n}; & 0 \leq \varepsilon < \gamma, \\ K_{II}^*(z, \varepsilon) &= k \sum_{n=0}^{\infty} h_\gamma(n, \varepsilon) z^{-n}; & \gamma \leq \varepsilon < 1. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Z drugiej strony funkcja $h_\gamma(n, \varepsilon) = h_\gamma(\bar{t}) = h_\gamma\left(\frac{t}{T}\right)$, jako odpowiedź układu na impuls prostokątny o wysokości 1 i o szerokości γ , może być w prosty sposób obliczona ze znajomości przepustowości operatorowej układu

$$K(s) = \frac{\mathcal{L}\{x_2(t)\}}{\mathcal{L}\{x_1(t)\}} = \frac{P(s)}{Q(s)}. \quad (43)$$

Sposób obliczania przepustowości impulsowych $K_I^*(z, \varepsilon)$ i $K_{II}^*(z, \varepsilon)$ w przypadku układów zbudowanych z elementów skupionych sprowa-

dza się do wyznaczenia odpowiedzi jednostkowej układu, np. w oparciu o wzór

$$h(t) = \frac{P(0)}{Q(0)} + \sum_{\nu=1}^l \frac{P(s_\nu)}{Q(s_\nu)} e^{s_\nu t}, \quad {}^1) \quad (44)$$

następnie — do wyznaczenia funkcji $h\left(\frac{t}{T}\right) = h(n + \varepsilon)$ oraz $h_\gamma(n, \varepsilon) = h(n + \varepsilon) - h(n + \varepsilon - \gamma)$, i — na koniec — do obliczenia sum szeregów (42).

Postępując w ten sposób można dla dowolnej realizowalnej funkcji $K(s)$ obliczyć odpowiadającą jej funkcję $K^*(z, \varepsilon)$ i $K_H^*(z, \varepsilon)$. Wyniki tych obliczeń zestawione są w tablicach podanych w Dodatku za tekstem artykułu. W tablicach tych podana jest również funkcja $K_\delta^*(z, \varepsilon)$, odpowiadająca przypadkowi bardzo wąskich impulsów ($\gamma \ll 1$).

Z uwagi na wzór (41) przepustowości impulsowe $K_i^*(z, \varepsilon)$ w zupełności określają zdolności układu do przekazywania sygnałów impulsowych. Znając bowiem $K_i^*(z, \varepsilon)$ oraz $x_1(n)$ zawsze możemy obliczyć przebieg sygnału $x_2(n, \varepsilon)$ ze wzoru

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = K_i^*(z, \varepsilon) \mathcal{L}\{x_1[n]\}. \quad (45)$$

Pomocą w obliczeniach są tablice Laplace'owskich transformacji funkcji schodkowych, które podane są w Dodatku, w tabl. 1.

4. CHARAKTERYSTYKI UKŁADU IMPULSOWEGO

4.1. Charakterystyka czasowa

Własności układów impulsowych (podobnie jak i układów dynamicznych nieimpulsowych) można wyrazić za pomocą charakterystyki czasowej lub charakterystyki częstotliwościowej.

Charakterystykę czasową układu impulsowego określa odpowiedź układu impulsowego na wymuszenie jednostkowe. Charakterystykę częstotliwościową układu impulsowego określa natomiast składowa ustalona odpowiedzi układu na wymuszenie za pomocą funkcji sinusoidalnej.

Pierwszą z powyższych charakterystyk traktuje się jako funkcję czasu, drugą zaś jako funkcję częstotliwości.

Charakterystykę czasową będziemy oznaczali symbolem $b[n, \varepsilon]$. Można ją wyznaczyć bezpośrednio z równań układu impulsowego

¹⁾ Wzór ten słuszny jest dla przypadku, gdy równanie $Q(s) = 0$ ma jedynie pierwiastki pojedyncze.

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = K_i^*(z, \varepsilon) \mathcal{L}\{x_1[n]\}, \quad (46)$$

zakładając

$$\mathcal{L}\{x_1[n]\} = \mathcal{L}\{1[n]\} = \frac{z}{z-1} \eta.$$

Mamy mianowicie

$$\mathcal{L}\{b[n, \varepsilon]\} = K_i^*(z, \varepsilon) \frac{z}{z-1} \eta.$$

Wykażemy, że charakterystyka czasowa $b[n, \varepsilon]$ określa w sposób jednoznaczny własności transmisyjne układu impulsowego, tzn. że ze znajomości charakterystyki $b[n, \varepsilon]$ zawsze można określić sygnał wyjściowy $x_2[n, \varepsilon]$ w przypadku wymuszenia $x_1[n]$.

Założmy, że sygnałem wejściowym układu impulsowego jest funkcja $x_1(t)$. Wówczas na wyjściu impulsatora otrzymamy sygnał w postaci ciągu impulsów prostokątnych. Odpowiedzi układu na poszczególne impulsy podają następujące wzory:

$$\begin{aligned} x_1[0] [b[n, \varepsilon] - b[n-1, \varepsilon]] &= x_1[0] \Delta b[n-1, \varepsilon], \\ x_1[1] \Delta b[n-2, \varepsilon], \\ x_1[2] \Delta b[n-3, \varepsilon], \\ &\dots \dots \dots \\ x_1[n] [b[0, \varepsilon] - 0] &= x_1[n] b[0, \varepsilon]. \end{aligned}$$

Sumując powyższe wzory otrzymamy sygnał wyjściowy $x_2[n, \varepsilon]$:

$$x_2[n, \varepsilon] = x_1[n] b[0, \varepsilon] + \sum_{m=1}^n x_1[m-1] \Delta b[n-m, \varepsilon]. \quad (47)$$

Wzór (47) jest analogiczny do znanego w rachunku operatorowym wzoru

$$x_2(t) = x_1(t) h(0) + \int_0^t x_1(\tau) h'(t-\tau) d\tau \quad (48)$$

określającego sygnał wyjściowy $x_2(t)$ układu dynamicznego w oparciu o zadaną odpowiedź jednostkową $h(t)$.

W wyniku prostych przekształceń wzór (47) możemy również zapisać w następującej równoważnej postaci

$$x_2[n, \varepsilon] = x_1[0] b[n, \varepsilon] + \sum_{m=1}^n \Delta x_1[m-1] b[n-m, \varepsilon]. \quad (49)$$

4. 2. Charakterystyka częstotliwościowa

Oznaczmy symbolem $\bar{\omega}$ tzw. „pulsację bezwymiarową”:

$$\bar{\omega} = \omega T, \quad (50)$$

gdzie T jest okresem występowania impulsów prostokątnych.

Charakterystyką częstotliwościową układu impulsowego będziemy nazywali następującą funkcję $M(j\bar{\omega}, \varepsilon)$:

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = \frac{\mathcal{L}\{x_1[\bar{t}, \varepsilon]\}}{\mathcal{L}\{x_1[\bar{t}]\}} \bigg|_{s = j\bar{\omega}} \quad (51)$$

Z uwagi na tę definicję i wobec wzoru (41) otrzymamy

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = K_i^*(e^{j\bar{\omega}}, \varepsilon). \quad (52)$$

Charakterystykę częstotliwościową układu impulsowego otrzymujemy więc z przepustowości impulsowej $K_i^*(e^s, \varepsilon)$ układu przez podstawienie na miejsce zmiennej zespolonej s zmiennej $j\bar{\omega} = j\omega T$.

Wykażemy, że charakterystyka częstotliwościowa $M(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ stabilnego układu impulsowego równa jest stosunkowi składowej ustalonej $x_{2ust}[n, \varepsilon]$ odpowiedzi układu na wymuszenie harmoniczne do sygnału wejściowego $x_1[n]$, a więc, że spełniona jest równość

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = \frac{x_{2ust}[n, \varepsilon]}{x_1[n]}, \quad (53)$$

gdzie

$$x_1[n] = e^{j\bar{\omega}n}.$$

Rozważmy mianowicie równanie

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = K_i^*(e^s, \varepsilon) \mathcal{L}\{e^{j\bar{\omega}n}\} \quad (54)$$

określające odpowiedź układu impulsowego na wymuszenie harmoniczne.

Uwzględniając w równaniu (54)

$$\mathcal{L}\{e^{j\bar{\omega}n}\} = \frac{e^s}{e^s - e^{j\bar{\omega}}} \eta \quad (55)$$

otrzymamy

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = K_i^*(e^s, \varepsilon) \frac{e^s}{e^s - e^{j\bar{\omega}}} \eta = \frac{P_i^*(e^s, \varepsilon)}{Q^*(e^s)} \cdot \frac{e^s}{e^s - e^{j\bar{\omega}}} \eta, \quad (56)$$

gdzie

$$K_i^*(e^s, \varepsilon) = \frac{P_i^*(e^s, \varepsilon)}{Q^*(e^s)},$$

a funkcje $P_i^*(e^s, \varepsilon)$ i $Q^*(e^s)$ są wielomianami od e^s .

Rozkładając na ułamki proste funkcję wymierną stojącą po prawej stronie równania (56) otrzymamy w przypadku biegunów pojedynczych):

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = A_0(\varepsilon) \frac{e^s}{e^s - e^{j\omega}} \eta + \sum_{\nu=1}^l A_\nu(\varepsilon) \frac{e^s}{e^s - e^{s_\nu}} \eta, \quad (57)$$

gdzie e^{s_ν} są zerami wielomianu $Q^*(e^s)$, a l — stopniem wielomianu $Q^*(e^s)$.

Biorąc teraz pod uwagę następującą oczywistą równość

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^s}{e^s - e^a} \eta\right\} = e^{an} \quad (58)$$

znajdziemy

$$x_2[n, \varepsilon] = A_0(\varepsilon) e^{j\omega n} + \sum_{\nu=1}^l A_\nu(\varepsilon) e^{s_\nu n}. \quad (59)$$

Jeśli układ impulsowy jest układem stabilnym (co ma miejsce zawsze, gdy jest stabilny człon liniowy układu), wówczas wszystkie liczby s_ν — jako bieguny przepustowości $K(s)$ członu liniowego — będą posiadały ujemne części rzeczywiste

$$\operatorname{Re} s_\nu < 0. \quad (60)$$

Stąd wynika, że drugi wyraz stojący po prawej stronie wzoru (59) reprezentuje funkcję „zanikającą”, tzn. spełniającą warunek

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{\nu=1}^l A_\nu(\varepsilon) e^{s_\nu n} = 0. \quad (61)$$

W przypadku gdy przepustowość impulsowa

$$K_i^*(e^s, \varepsilon) = \frac{P_i^*(e^s, \varepsilon)}{Q^*(e^s)}$$

posiada bieguny wielokrotne, wówczas drugi wyraz wzoru (59) zawiera składniki postaci

$$\frac{n(n-1) \dots (n-\mu+1)}{\mu!} e^{s_\nu(n-\mu)},$$

które przy $\operatorname{Re} s_v < 0$ również oczywiście reprezentują funkcje zanikające. Wobec powyższego składową ustaloną sygnału wyjściowego $x_2[n, \varepsilon]$ — niezależnie od tego, czy przepustowość impulsowa $K_i(e^s, \varepsilon)$ ma bieguny pojedyncze, czy też wielokrotne — jest funkcja $A_0(\varepsilon) e^{j\bar{\omega}n}$

$$x_{2ust}[n, \varepsilon] = A_0(\varepsilon) e^{j\bar{\omega}n}. \quad (62)$$

$A_0(\varepsilon)$, jako współczynnik rozłożenia funkcji wymiernej na ułamki proste, stojący przy ułamku o biegunie pojedynczym, obliczamy następująco

$$A_0(\varepsilon) = \lim_{s \rightarrow j\bar{\omega}} \frac{K_i^*(e^s, \varepsilon)}{e^s - e^{j\bar{\omega}}} (e^s - e^{j\bar{\omega}}) = K_i^*(e^{j\bar{\omega}}, \varepsilon) = M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon). \quad (63)$$

Ponieważ sygnałem wejściowym jest przebieg reprezentowany funkcją

$$x_1[n] = e^{j\bar{\omega}n},$$

zatem ze wzorów (62) i (63) wynika związek (53):

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) \frac{x_{2ust}[n, \varepsilon]}{x_1[n]},$$

gdzie $x_1[n] = e^{j\bar{\omega}n}$.

Nadając wyrażeniu (53) interpretację fizyczną można uważać, że charakterystyka częstotliwościowa $M(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ określa zdolność układu do przekazywania „amplitudy” i „fazy” sygnału sinusoidalnego. Istotnie, w przypadku przyłożenia na wejście układu wymuszenia

$$x_1[n] = \operatorname{Re} e^{j\bar{\omega}n},$$

za impulsatorem otrzymamy sygnał w postaci ciągu impulsów prostokątnych. Impulsy te w wyniku przejścia przez układ zostaną odkształcone i otrzymamy na wyjściu układu przebieg okresowy $x_2[n, \varepsilon]$ o częstotliwości sygnału wymuszającego $x_1[n] = \operatorname{Re} e^{j\bar{\omega}n}$, będący na ogół funkcją ciągłą. Ustalając wartości parametru ε , a więc zakładając np. $\varepsilon = \varepsilon_0$, otrzymamy jako ustalony składnik sygnału $x_2[n, \varepsilon]$ funkcję $x_{2ust}[n, \varepsilon_0]$, stanowiącą ciąg sinusoidalny

$$x_{2ust}[n, \varepsilon_0] = M_0^*(\varepsilon_0) \sin[\omega n + \varphi^*(\varepsilon_0)],$$

o amplitudzie $M_0^*(\varepsilon_0)$ i fazie $\varphi^*(\varepsilon_0)$.

Każdej wartości parametru ε odpowiada więc (w stanie ustalonym) pewien ciąg o kształcie sinusoidy, charakteryzujący się amplitudą $M_0^*(\varepsilon)$ i fazą $\varphi^*(\varepsilon)$. Charakterystyka częstotliwościowa $M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ określa włas-

nie powyższe amplitudy i fazy, które są oczywiście funkcjami częstotliwości $\bar{\omega}$ sygnału wymuszającego $x_1[n]$.

Charakterystyka częstotliwościowa

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = K_i^*(e^{j\bar{\omega}}, \varepsilon),$$

jako funkcja od $e^{j\bar{\omega}}$, jest okresową funkcją częstotliwości, tzn. że

$$M^*[j(\bar{\omega} + 2k\pi), \varepsilon] = M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon); \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (64)$$

Oznacza to, że dla dwu dowolnych częstotliwości $\bar{\omega}_1$ i $\bar{\omega}_2$, różniących się o wielkość $2\pi k$ (gdzie k jest liczbą całkowitą), charakterystyka częstotliwościowa układu impulsowego ma tę samą wartość. Stąd wynika, że dla całkowitego określenia charakterystyki częstotliwościowej układu impulsowego wystarczy znać jej przebieg w przedziale o długości 2π , a więc np. w przedziale $-\pi \leq \bar{\omega} < \pi$.

Osobliwością charakterystyki częstotliwościowej układu impulsowego jest jej zależność od parametru ε . Różnym wartościom ε odpowiadają na ogół różne charakterystyki.

Jako funkcję zespoloną charakterystykę $M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ można oczywiście wyrazić w postaci sumy składowych — rzeczywistej i urojonej:

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = A^*(\bar{\omega}, \varepsilon) + jB^*(\bar{\omega}, \varepsilon) \quad (65)$$

lub w postaci wykładniczej

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = |M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)| e^{j\varphi^*(\bar{\omega}, \varepsilon)}. \quad (66)$$

Funkcję $|M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)|$ nazywamy charakterystyką amplitudową, a funkcję $\varphi^*(\bar{\omega}, \varepsilon)$ — charakterystyką fazową układu impulsowego.

Ze wzorów (65) i (66) wynikają od razu następujące oczywiste związki

$$\begin{aligned} |M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)| &= \sqrt{A^{*2}(\bar{\omega}, \varepsilon) + B^{*2}(\bar{\omega}, \varepsilon)}, \\ \varphi^*(\bar{\omega}, \varepsilon) &= \arctg \frac{B^*(\bar{\omega}, \varepsilon)}{A^*(\bar{\omega}, \varepsilon)}, \end{aligned} \quad (67)$$

oraz

$$\begin{aligned} A^*(\bar{\omega}, \varepsilon) &= |M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)| \cos \varphi^*(\bar{\omega}, \varepsilon), \\ B^*(\bar{\omega}, \varepsilon) &= |M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)| \sin \varphi^*(\bar{\omega}, \varepsilon). \end{aligned} \quad (68)$$

Charakterystyka częstotliwościowa $M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ pozostaje w jednoznacznym związku z charakterystyką czasową $b[n, \varepsilon]$. Związek ten możemy wyznaczyć np. w oparciu o równanie układu impulsowego

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = K_i^*(e^s, \varepsilon) \mathcal{L}\{x_1[n]\}. \quad (69)$$

Podstawiając w równaniu (69)

$$\mathcal{L}\{x_1[n]\} = \mathcal{L}\{1\} = \frac{e^s}{e^s - 1} \eta$$

oraz

$$b[n, \varepsilon] = x_2[n, \varepsilon]$$

znajdziemy

$$(1 - e^{-s}) \mathcal{L}\{b[n, \varepsilon]\} = K_i^*(e^s, \varepsilon) \eta,$$

skąd

$$\frac{1}{\eta} \mathcal{L}\{\Delta b[n-1, \varepsilon]\} = K_i^*(e^s, \varepsilon).$$

Zatem, wobec (27),

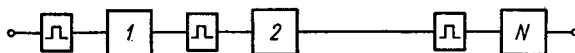
$$\Delta b[n-1, \varepsilon] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K_i^*(e^{j\bar{\omega}}, \varepsilon) d\bar{\omega}. \quad (70)$$

W oparciu o wzory (30) można również od razu ustalić związek funkcji $b[n, \varepsilon]$ ze składowymi $A^*(\bar{\omega}, \varepsilon)$ i $B^*(\bar{\omega}, \varepsilon)$ charakterystyki częstotliwościowej; mamy mianowicie

$$\left. \begin{aligned} \Delta b[n-1, \varepsilon] &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} A^*(\bar{\omega}, \varepsilon) \cos \bar{\omega} n d\bar{\omega}, \\ \Delta b[n-1, \varepsilon] &= -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} B^*(\bar{\omega}, \varepsilon) \sin \bar{\omega} n d\bar{\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (70a)$$

5. ŁĄCZENIE UKŁADÓW IMPULSOWYCH

Układy impulsowe można łączyć ze sobą zupełnie identycznie jak „zwykłe” nieimpulsowe układy dynamiczne. Możliwe jest więc między innymi łączenie: szeregowo, równoległe i łączenie w układzie sprzężenia zwrotnego. Poniżej rozważone jest łączenie szeregowo i równoległe układów impulsowych.



Rys. 7. Łączenie szeregowo układów impulsowych

Połączeniem szeregowym układów impulsowych nazywamy połączenie według schematu wskazanego na rysunku 7. Założmy, że impulsatory wszystkich układów wspólnie połączonych pracują synchronicznie i generują impulsy o identycznych szerokościach γT i o tym samym okresie T .

Dla szeregowego połączenia dwóch układów impulsowych możemy napisać następujące równania

$$\left. \begin{aligned} X_{wy_1}^*(z, \varepsilon) &= K_{i_1}^*(z, \varepsilon) X_{we}^*(z), \\ X_{wy_2}^*(z, \varepsilon) &= \frac{1}{k_2} K_{i_2}^*(z, \varepsilon) X_{we_2}^*(z), \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

gdzie k_2 jest wzmocnieniem impulsatora drugiego układu.

Ponieważ w momentach pojawiania się impulsów, a więc dla $\varepsilon = 0$, sygnały po stronie pierwotnej i po stronie wtórnej impulsatora są proporcjonalne, mamy więc również związek następujący

$$X_{we_2}^*(z) = k_2 X_{wy_1}^*(z, 0). \quad (72)$$

Uwzględniając powyższy związek w drugim równaniu (71) otrzymamy

$$X_{wy_2}^*(z, \varepsilon) = K_i^*(z, \varepsilon) X_{wy_1}^*(z, 0),$$

a stąd, wykorzystując pierwsze równanie (71):

$$X_{wy_2}^*(z, \varepsilon) = K_{i_2}^*(z, \varepsilon) K_I^*(z, 0) X_{we}^*(z). \quad (73)$$

Wobec powyższego przepustowość impulsowa dwóch szeregowo połączonych układów impulsowych będzie określona wzorem

$$K_i^*(z, \varepsilon) = \frac{X_{wy_2}^*(z, \varepsilon)}{X_{we}^*(z)} = K_{i_2}^*(z, \varepsilon) K_{I_1}^*(z, 0). \quad (74)$$

Drogą prostej indukcji wzór (74) możemy uogólnić na przypadek szeregowego połączenia N układów impulsowych, a wówczas otrzymamy

$$K_i^*(z, \varepsilon) = K_{i_N}^*(z, \varepsilon) \prod_{v=1}^{N-1} K_{I_v}^*(z, 0). \quad (75)$$

Trzeba podkreślić, że uzyskany wzór mimo dużego podobieństwa do znanego wzoru określającego przepustowość szeregowego połączenia „zwykłych” (tzn. nieimpulsowych) układów dynamicznych różni się od niego w sposób bardzo istotny. W przypadku szeregowego połączenia nieimpulsowych układów dynamicznych przepustowość „szeregu”

równa się — jak wiadomo — iloczynowi przepustowości poszczególnych układów

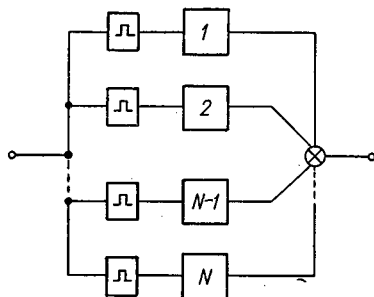
$$K(s) = \prod_{v=1}^N K_v(s). \quad (76)$$

Zależność (76) jest jednak niesłuszna dla układów impulsowych, ponieważ układy te w połączeniu szeregowym oddziałują na siebie jedynie w momentach pojawiania się impulsów (przy $\varepsilon = 0$).

Dlatego też wzór określający przepustowość szeregu układów impulsowych zawiera tylko iloczyn wielkości $K_{Iv}(z, 0)$, a więc przepustowości odpowiadających momentom pojawiania się impulsów generowanych przez synchronicznie pracujące impulsatory.

Rozważmy również równoległe połączenie układów impulsowych. Połączenie to wskazane jest na rysunku 8. Możemy napisać następujące równania:

$$\left. \begin{aligned} X_{we_1}^*(z) &= X_{we_2}^*(z) = \dots = X_{we_N}^*(z), \\ X_{wy_1}^*(z, \varepsilon) + X_{wy_2}^*(z, \varepsilon) + \dots + X_{wy_N}^*(z, \varepsilon) &= X_{wy}^*(z, \varepsilon). \end{aligned} \right\} \quad (77)$$



Rys. 8. Łączenie równoległe układów impulsowych

Ponadto, dla poszczególnych układów impulsowych mamy równanie

$$X_{wy_p}^*(z, \varepsilon) = K_{i_p}^*(z, \varepsilon) X_{we_p}^*(z). \quad (78)$$

Zatem

$$X_{wy}^*(z, \varepsilon) + [K_{i_1}^*(z, \varepsilon) + K_{i_2}^*(z, \varepsilon) + \dots + K_{i_N}^*(z, \varepsilon)] X_{we}^*(z).$$

Przepustowość impulsowa równoległego połączenia układów impulsowych jest więc sumą przepustowości impulsowych poszczególnych układów:

$$K_i^*(z, \varepsilon) = \sum_{\nu=1}^N K_{i\nu}^*(z, \varepsilon). \quad (79)$$

Można zauważyć, że wzór (79) ma postać analogiczną do wzoru określającego przepustowość równoległego połączenia „zwykłych”, tj. nie-impulsowych układów dynamicznych.

6. PRZYKŁADY BADANIA UKŁADÓW IMPULSOWYCH

Poniżej podane są przykłady badania prostych układów impulsowych.

Przykład 1. Dany jest układ impulsowy, którego człon liniowy jest członem inercyjnym pierwszego rzędu. Należy wyznaczyć funkcję sygnału wyjściowego $x_2(t) = x_2(n, \varepsilon)$ w założeniu, że na wejście układu nadano sygnał o postaci funkcji jednostkowej $x_1(t) = 1(t)$.

Rozwiązanie. Sygnał wyjściowy $x_2(n, \varepsilon)$ wyznaczamy korzystając z równania układu impulsowego

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = K_i^*(z, \varepsilon) \mathcal{L}\{x_1[n]\}.$$

Ponieważ na wejście układu przyłożono wymuszenie jednostkowe $x_1(t) = 1(t)$, więc z uwagi na wzór:

$$\mathcal{L}\{x_1[n]\} = \mathcal{L}\{1\} = \frac{z}{z-1} \eta; \quad z = e^s$$

mamy

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = K_i^*(z, \varepsilon) \frac{z}{z-1} \eta, \quad (80)$$

gdzie $i = I$ dla $0 \leq \varepsilon < \gamma$ oraz $i = II$ dla $\gamma \leq \varepsilon < 1$.

Wobec założenia, że człon liniowy układu impulsowego jest członem inercyjnym pierwszego rzędu, mamy

$$K(s) = \frac{1}{1 - sT_1}$$

i w konsekwencji (patrz Dodatek, tablica 2):

$$K_i^*(z, \varepsilon) = k \left[1 - \frac{z - e^{-\beta(1-\gamma)}}{z - e^{-\beta}} e^{-\beta\varepsilon} \right]; \quad 0 \leq \varepsilon < \gamma \quad (81a)$$

$$K_{II}^*(z, \varepsilon) = -k \frac{(1 - e^{\beta\gamma})z}{z - e^{-\beta}} e^{-\beta\varepsilon}; \quad \gamma \leq \varepsilon < 1, \quad (81b)$$

$$\text{gdzie } \beta = \frac{T}{T_1}.$$

Uwzględniając powyższe wzory w równaniu (80), otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} &= k \left[\frac{z}{z-1} - \frac{z - e^{-\beta(1-\gamma)}}{z - e^{-\beta}} \cdot \frac{z}{z-1} e^{-\beta\varepsilon} \right] \eta; \\ &0 \leq \varepsilon < \gamma \\ \mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} &= -k \frac{1 - e^{\beta\gamma}}{z - e^{-\beta}} \cdot \frac{z^2}{z-1} e^{-\beta\varepsilon} \eta; \quad \gamma \leq \varepsilon < 1. \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

Dla wyznaczenia funkcji $x_2(n, \varepsilon)$ należy jeszcze obliczyć przekształcenie odwrotne wyrażeń (82). Korzystając mianowicie z tablicy Laplace'owskich przekształceń funkcji schodkowych (Dodatek, tabl. 1) znajdujemy:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{z}{z-1} \eta\right\} &= \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} = 1, \\ \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{z^2}{(z - e^{-\beta})(z-1)} \delta\right\} &= \frac{1}{1 - e^{-\beta}} (1 - e^{-\beta(n-1)}), \\ \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{z}{(z - e^{-\beta})(z-1)} \delta\right\} &= \frac{1}{1 - e^{-\beta}} (1 - e^{-\beta n}). \end{aligned}$$

Zatem

$$x_2(n, \varepsilon) = k \left[1 - \frac{1 - e^{-\beta(1-\gamma)}}{1 - e^{-\beta}} e^{-\beta\varepsilon} + \frac{1 - e^{\beta\gamma}}{1 - e^{-\beta}} e^{-\beta(n+1+\varepsilon)} \right];$$

$$0 \leq \varepsilon < \gamma$$

$$x_2(n, \varepsilon) = -k \frac{e^{\beta\gamma} - 1}{1 - e^{-\beta}} (1 - e^{-\beta(n+1)}) e^{-\beta\varepsilon}; \quad \gamma \leq \varepsilon < 1.$$

W trakcie rozwiązywania powyższego zagadnienia dwukrotnie posługiwaliśmy się tablicami, a mianowicie przy wyznaczaniu przepustowości impulsowych $K_i^*(z, \varepsilon)$ oraz przy wyznaczaniu transformacji odwrotnej $\mathcal{L}^{-1}$. Jest rzeczą oczywistą, że tablice nie mogą objąć wszystkich w praktyce spotykanych funkcji. W związku z tym w razie braku odpowiednich wyników w tablicach zarówno wyrażenia $K_i^*(z, \varepsilon)$, jak i transformację odwrotną $\mathcal{L}^{-1}$ należy wyznaczyć na drodze rachunkowej.

Obliczenie funkcji $K_i^*(z, \varepsilon)$ dla członu inercyjnego pierwszego rzędu przebiega w następujący sposób.

Ponieważ przepustowość członu inercyjnego wyraża wzór

$$K(s) = \frac{1}{1 + sT_1},$$

więc

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K(s)}{s} \right\} = 1 - e^{-\frac{t}{T_1}}.$$

Podstawiając $t = \bar{t} \cdot T$ i $\beta = \frac{T}{T_1}$ znajdujemy

$$h[0, \varepsilon] = 1 - e^{-\beta\varepsilon}$$

oraz

$$h_\gamma[n, \varepsilon] = h[\bar{t}] - h[\bar{t} - \gamma] = (e^{\beta\gamma} - 1) e^{-\beta n} \cdot e^{-\beta\varepsilon}.$$

Wobec powyższego, zgodnie z (42),

$$K_I^*(z, \varepsilon) = k \left[1 - \frac{z - e^{-\beta(1-\gamma)}}{z - e^{-\beta}} e^{-\beta\varepsilon} \right]; \quad 0 \leq \varepsilon < \gamma, \quad (83)$$

$$K_{II}^*(z, \varepsilon) = -k \frac{1 - e^{\beta\gamma}}{z - e^{-\beta}} z e^{-\beta\varepsilon}; \quad \gamma \leq \varepsilon < 1.$$

Transformację odwrotną we wzorach (83) oblicza się przez rozłożenie funkcji wymiernych na ułamki proste.

Przykład 2. Wyznaczyć funkcję sygnału wyjściowego $x_2(t)$ dla układu z przykładu 1 w założeniu, że sygnałem wejściowym jest $x_1(t) = 1(t)$ oraz że szerokość γT generowanych impulsów jest znacznie mniejsza od okresu T występowania impulsów ($\gamma \ll 1$).

Rozwiązanie. Poszukiwaną funkcję sygnału wyjściowego $x_2(\bar{t}) = x_2(n, \varepsilon)$ wyznaczamy w oparciu o równanie układu impulsowego

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = K_\delta^*(z, \varepsilon) \frac{z}{z-1} \eta, \quad (84)$$

gdzie $K_\delta^*(z, \varepsilon)$ jest przepustowością impulsową odpowiadającą przypadkowi bardzo wąskich impulsów ($\gamma \ll 1$).

Ponieważ dla $\gamma \ll 1$ można skorzystać z przybliżenia

$$1 - e^{\beta\gamma} \approx -\beta\gamma,$$

więc, uwzględniając powyższe przybliżenie we wzorze (81b), wyznaczamy $K_\delta^*(z, \varepsilon)$:

$$K_\delta^*(z, \varepsilon) = k\beta\gamma \frac{z}{z - e^{-\beta}} e^{-\beta\varepsilon}; \quad 0 < \varepsilon < 1. \quad (85)$$

Funkcja $K_{\beta}^*(z, \varepsilon)$ dla członu inercyjnego pierwszego rzędu podana jest w Dodatku, tabl. 1.

Uwzględniając funkcję (85) w równaniu (84), mamy

$$\mathcal{L}\{x_2[n, \varepsilon]\} = k\beta\gamma \frac{z^2}{(z-1)(z-e^{-\beta})} \eta e^{-\beta\varepsilon},$$

Zatem, wobec związku

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{z^2}{(z-1)(z-e^{-\beta})} \eta\right\} = \frac{1}{1-e^{-\beta}} [1 e^{-\beta(n+1)}],$$

otrzymamy ostatecznie

$$x_2(n, \varepsilon) = \frac{k\beta\gamma}{1-e^{-\beta}} [1 - e^{-\beta(n+1)}]; \quad 0 < \varepsilon < 1.$$

CZĘŚĆ TRZECIA

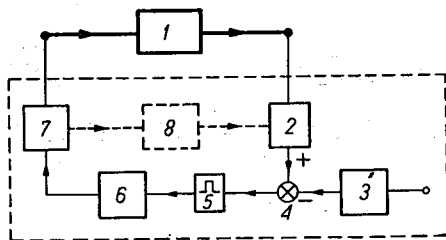
Zarys teorii i zasady projektowania układów regulacji impulsowej

1. PRZEGLĄD WAŻNIEJSZYCH TYPÓW UKŁADÓW REGULACJI IMPULSOWEJ

Układy regulacji działające na zasadzie impulsowej są obecnie często stosowane w różnych dziedzinach automatyki. Układy te są szczególnie chętnie stosowane w zagadnieniach regulacji wolnozmiennych procesów, np. ciśnienia i temperatury w kotłach, temperatury w piecach przemysłowych itp., gdyż prócz uproszczenia aparatury dają również możliwość uzyskania bardziej korzystnego przebiegu procesu regulacji. Z drugiej strony układy regulacji impulsowej znajdują szerokie zastosowanie w radiolokacji, telemetrii i telesterowaniu.

Pełny schemat blokowy układu regulacji impulsowej przedstawiony jest na rysunku 9.

Charakterystyczną cechą układu regulacji impulsowej jest obecność w gałęzi sprzężenia zwrotnego impulsatora przekształcającego sygnał stanowiący zazwyczaj funkcję ciągłą na sygnał w postaci ciągu impulsów prostokątnych.



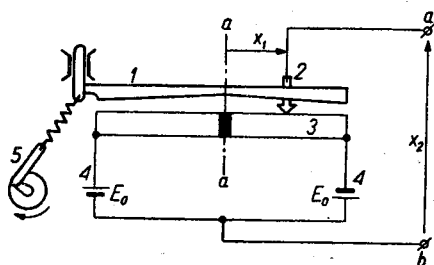
Rys. 9. Schemat blokowy układu regulacji impulsowej.

- 1 — obiekt regulacji, 2 — człon pomiarowy,
3 — człon zadający, 4 — węzeł sumujący,
5 — impulsator, 6 — człon korekcyjny, 7 —
człon wykonawczy, 8 — człon pomocniczego
sprzężenia zwrotnego

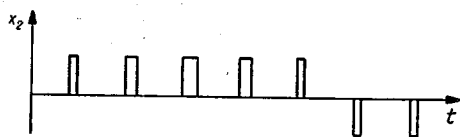
W zależności od konstrukcji impulsatora rozróżniamy trzy zasadnicze typy układów regulacji impulsowej.

Do pierwszego typu zaliczamy układy z impulsatorami przekształcającymi sygnał wejściowy na sygnał w postaci ciągu impulsów prostokątnych o wysokościach proporcjonalnych w momentach pojawiania się impulsów do wartości sygnału wejściowego. Okres T i szerokość γT impulsów generowanych przez impulsatory są dla tych układów wielkościami stałymi. Zasada działania takiego impulsatora była omówiona poprzednio; jego schemat ideowy wskazuje rysunek 4.

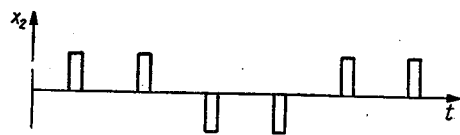
Do drugiego typu układów regulacji impulsowej zaliczamy układy regulacji z impulsatorami przekształcającymi sygnał wejściowy na sygnał o postaci ciągu impulsów prostokątnych, których szerokości są proporcjonalne do wartości sygnału wejściowego w momentach pojawiania się impulsów. Wysokości impulsów w tego rodzaju układach są stałe, a więc nie zależą od sygnału wejściowego. Zasadę działania impulsatora układu drugiego typu objaśnia rysunek 10. Drażek 1, wprowadzony



Rys. 10. Zasada działania impulsatora mechanicznego drugiego typu
1 — drażek, 2 — wskazówka galvanometru, 3 — powierzchnia przewodząca, 4 — baterie o napięciu E_0 , 5 — mechanizm napędowy



Rys. 11. Przykład sygnału impulsowego generowanego przez impulsator drugiego typu



Rys. 12. Przykład sygnału impulsowego generowanego przez impulsator trzeciego typu

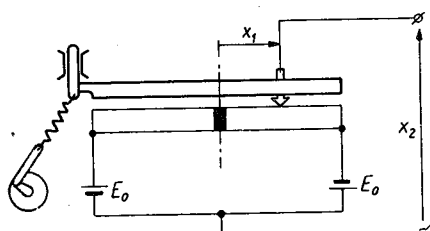
w ruch periodyczny za pomocą specjalnego mechanizmu 5 dociska wskazówkę 2 do powierzchni przewodzącej 3, przeciętej i izolowanej w przekroju „a — a”. Do powierzchni przewodzących dołączone są dwie baterie 4 o siłach elektromotorycznych E_0 . Podobnie jak w przypadku impulsatorów pierwszego typu sygnałem wejściowym $x_1(t)$ impulsatora jest odchylenie wskazówki 2 od położenia środkowego. Sygnałem wyjściowym $x_2(t)$ jest natomiast napięcie panujące na zaciskach a, b. Sygnał posiada postać impulsów prostokątnych o stałych wysokościach, lecz — dzięki „klinowemu” kształtowi drażka 1 — różniących się szerokością i znakiem, które są zależne od sygnału wejściowego $x_1(t)$ (rys. 11).

Do trzeciego typu układów regulacji impulsowej zaliczamy układy

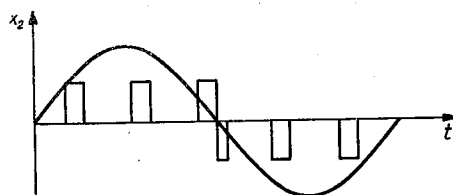
regulacji z impulsatorami przekształcającymi sygnał wejściowy na sygnał w postaci impulsów prostokątnych, które posiadają stałe wysokości i stałe szerokości, lecz różnią się znakiem, zależnym od znaku sygnału wejściowego (rys. 12).

Zasadę działania tego rodzaju impulsatorów objaśnia rysunek 13. Impulsator ten różni się od poprzednio omówionego jedynie kształtem drążka, który w tym przypadku jest prostokątny.

Układy regulacji pierwszego i drugiego typu można zaliczyć do kategorii układów liniowych, gdyż w ich przypadku niektóre parametry (wysokość lub szerokość impulsów) sygnału korygującego wielkość regulowaną są proporcjonalne do wartości sygnału sterującego. Układy trzeciego typu zaliczamy natomiast do kategorii układów nieliniowych. Można zauważyć duże podobieństwo tego rodzaju układów do układów regulacji przekątnikowej. Jeżeli mianowicie układ regulacji przekątnikowej zaopatrzymy w klucz przerywający, to układ taki ze względu na sposób pracy będzie różnił się od układu regulacji impulsowej trzeciego rodzaju jedynie tym, że w trakcie trwania impulsu może w nim następować zmiana znaku impulsu (na skutek zmiany znaku sygnału wejściowego) (rys. 14).



Rys. 13. Zasada działania impulsatora trzeciego typu



Rys. 14. Sygnał impulsowy w przypadku układu przekątnikowego z kluczem

W dalszych rozważaniach ograniczymy się do badania jedynie liniowych układów regulacji impulsowej, a więc do układów pierwszego i drugiego typu.

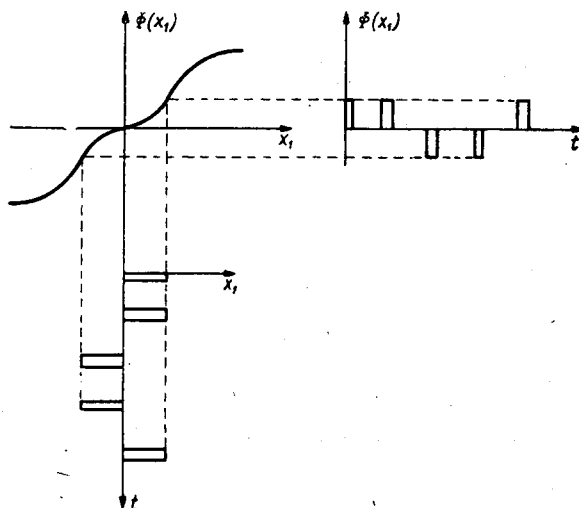
Należy zauważyć, że układy pierwszego typu stosowane są najczęściej w technice radiolokacyjnej i w teledetekcji, natomiast w automatyce przemysłowej, a mianowicie przy regulacji wolnozmiennych procesów, jak np. temperatury, koncentracji, ciśnienia, chętniej stosowane są układy drugiego rodzaju, a więc układy o zmiennej szerokości impulsów.

Poważną zaletą układów regulacji impulsowej drugiego typu jest pełne wykorzystanie mocy członu wykonawczego, a więc na przykład serwowołu, który w tym przypadku pracuje ze stałą prędkością kątową. W układach pierwszego typu pełne wykorzystanie mocy serwowołu może mieć natomiast miejsce jedynie w momentach największych wartości sygnału sterującego. Szybkość obrotu serwowołu (lub inna od-

powiednia wielkość) jest bowiem proporcjonalna do wysokości impulsów prostokątnych wytwarzanych przez impulsator.

Inną zaletą układu regulacji impulsowej drugiego typu jest usuwanie przez impulsator tego układu efektu nieliniowości elementu nieliniowego. Ma to miejsce wówczas, gdy element nieliniowy, na który pracuje impulsator, posiada symetryczną charakterystykę (rys. 15).

W drugiej części niniejszej pracy została omówiona metoda badania układów impulsowych pierwszego typu. Obecnie wykazemy, że przy



Rys. 15. Wyjaśnienie eliminowania przez impulsator drugiego typu efektu nieliniowości

odpowiednich założeniach metodę tę można stosować również do badania układów impulsowych drugiego typu, a więc układów zaopatrzonych w impulsatory wytwarzające impulsy o zmiennej szerokości. Przeprowadźmy mianowicie następujące rozumowanie.

Zauważmy, że dla układu impulsowego drugiego typu sygnał na wyjściu impulsatora jest ciągiem impulsów prostokątnych o stałych wysokościach, równych

$$k \operatorname{sign} x_1(n)$$

i o szerokościach $\gamma(n)$, proporcjonalnych do bezwzględnej wartości funkcji $x_1(n)$:

$$\gamma(n) = \kappa |x_1(n)|. \quad (86)$$

Jeżeli więc symbolem $h(\tilde{t})$ oznaczmy odpowiedź członu dynamicznego na wymuszenie jednostkowe, to w przedziale $n + \gamma \leq \tilde{t} < n + 1$ sygnał wyjściowy $x_2(t)$ układu impulsowego drugiego typu określony będzie przez wzór

$$x_2(\bar{t}) = \sum_{m=0}^{\infty} k \operatorname{sign} x_1(n) [h(\bar{t}-m) - h(\bar{t}-m-\gamma)].$$

Przyjmując następnie założenie

$$\max \gamma(n) \ll 1, \quad (87)$$

które spełnione jest w przypadku małych wartości zmiennej wejściowej $x_1(n)$, można skorzystać z przybliżenia

$$h(\bar{t}-m-\gamma) \approx h(\bar{t}-m) - \gamma h'(\bar{t}-m). \quad (88)$$

Wobec powyższego

$$\begin{aligned} x_1(\bar{t}) &\approx \sum_{m=0}^{\infty} k \operatorname{sign} x_1(m) \gamma(m) h'(\bar{t}-m) = \\ &= k \kappa \sum_{m=0}^{\infty} |x_1(m)| \operatorname{sign} x_1(m) h'(\bar{t}-m) \end{aligned}$$

oraz, dzięki oczywistej równości

$$|x_1(m)| \operatorname{sign} x_1(m) = x_1(m),$$

$$x_2(\bar{t}) \approx l \sum_{m=0}^{\infty} x_1(m) h'(\bar{t}-m); \quad n < \bar{t} < n+1,$$

gdzie $l = k\kappa$.

Zatem po wyrażeniu powyższego wzoru za pomocą funkcji schodkowych zależnych od parametru ε i po zastosowaniu przekształcenia Laplace'a znajdziemy

$$\mathcal{L}\{x_2[\bar{t}, \varepsilon]\} \approx K_{\gamma}^*(z, \varepsilon) \mathcal{L}\{x_1[\bar{t}]\}; \quad 0 < \varepsilon < 1, \quad (89)$$

gdzie

$$K_{\gamma}^*(z, \varepsilon) = \frac{\mathcal{L}\{k\kappa h'[\bar{t}, \varepsilon]\}}{\eta}.$$

Tak więc dzięki przybliżeniu (88) własności układu impulsowego drugiego typu można wyrazić za pomocą funkcji

$$K_{\gamma}^*(z, \varepsilon) = K_{\gamma}^*(e^s, \varepsilon) = \frac{\mathcal{L}\{k\kappa h'[\bar{t}, \varepsilon]\}}{\eta},$$

którą, tak jak i poprzednio, nazywamy „przepustowością impulsową” układów impulsowych drugiego typu.

Funkcje $K_{\gamma}^*(z, \varepsilon)$ dla ważniejszych układów dynamicznych są podane w tablicy, w Dodatku zamieszczonym za tekstem.

Z uwagi na wzór (89) przy rozpatrywaniu układów impulsowych drugiego typu możemy w całej rozciągłości korzystać z metody podanej

w drugiej części niniejszej pracy. Należy na koniec zauważyć, że przybliżenie (88), warunkujące stosowanie tej metody, jest praktycznie dopuszczalne — o ile tylko układ regulacji charakteryzuje się dostatecznie dużą czułością.

2. RÓWNANIA UKŁADU REGULACJI IMPULSOWEJ

Każdy układ regulacji, a więc w szczególności również układ regulacji impulsowej, stanowi z uwagi na swoją strukturę układ z ujemnym sprzężeniem zwrotnym. W układzie regulacji zawsze możemy wyróżnić dwa zasadnicze człony, a mianowicie: obiekt regulacji i regulator. W skład regulatora najprostszego układu regulacji impulsowej wchodzi człon pomiarowy, impulsator i człon wykonawczy, a więc np. serwomotor (rys. 16).

Jeżeli przepustowość impulsową układu pierwszego typu, otwartego przed impulsatorem (a więc w punkcie „a”), oznaczymy symbolem $K_i^*(z, \varepsilon)$, to dla zamkniętego układu otrzymamy następujący wzór:

$$X_{wy}^*(z, \varepsilon) = \frac{K_i^*(z, \varepsilon)}{1 + K_i^*(z, 0)} X_0^*(z, 0). \quad (90)$$

Wzór (90) nazywamy „równaniem układu z impulsowym sprzężeniem zwrotnym”. Wyrażenie zaś

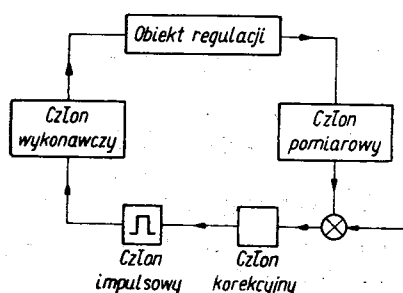
$$K_{si}^*(z, \varepsilon) = \frac{K_i^*(z, \varepsilon)}{1 + K_i^*(z, 0)} \quad (91)$$

nazywamy „przepustowością” lub „funkcją charakterystyczną” układu z impulsowym sprzężeniem zwrotnym.

W przypadku bardzo wąskich impulsów musimy oczywiście we wzorze (91) na miejsce $K_i^*(z, \varepsilon)$ i $K_i^*(z, 0)$ podstawić funkcję $K_\delta^*(z, \varepsilon)$ i $K_\delta^*(z, 0)$; wówczas wzór (91) przyjmie postać następującą:

$$K_{s,\delta}^*(z, \varepsilon) = \frac{K_\delta^*(z, \varepsilon)}{1 + K_\delta^*(z, 0)}. \quad (91a)$$

Dla układów impulsowych drugiego typu na miejsce $K_i^*(z, \varepsilon)$ i $K_i^*(z, 0)$ podstawiamy natomiast funkcje $K_\gamma^*(z, \varepsilon)$ i $K_\gamma^*(z, 0)$; zatem:



Rys. 16. Przykład prostego układu regulacji impulsowej

$$K_{s,\gamma}^*(z, \varepsilon) = \frac{K_{\gamma}^*(z, \varepsilon)}{1 + K_{\gamma}^*(z, 0)}. \quad (91b)$$

Wzór (91) [i również wzory (91a) i (91b)] różni się od analogicznego wzoru określającego przepustowość układu ze „zwykłym” (tzn. nieimpulsowym) sprzężeniem zwrotnym przede wszystkim tym, że zawiera w mianowniku funkcję $K^*(z, 0)$ odpowiadającą momentom $\varepsilon = 0$. Fakt powyższy jest zupełnie oczywistą konsekwencją obecności w gałęzi sprzężenia zwrotnego impulsatora. Dzięki niemu gałąź sprzężenia zwrotnego jest zamknięta tylko w momentach $\varepsilon = 0$ i właśnie dlatego we wzorze (91) zamiast $K_i^*(z, \varepsilon)$ występuje funkcja $K_i^*(z, 0)$, a we wzorach (91a) i (91b) funkcje $K_o^*(z, 0)$ względnie $K_{\gamma}^*(z, 0)$.

3. STABILNOŚĆ UKŁADU REGULACJI IMPULSOWEJ

3.1. Częstotliwościowe kryteria stabilności

Podstawowym warunkiem prawidłowej pracy układów regulacji, a więc i w szczególności układów regulacji impulsowej, jest ich stabilność. Stabilnością układu dynamicznego nazywamy, jak wiadomo, własność polegającą na tym, że jego odpowiedź impulsowa (sygnał wyjściowy wywołany wymuszeniem za pomocą funkcji Diraca) jest funkcją zanikającą, a więc spełnia warunek

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k(t) = 0.$$

Z teorii układów dynamicznych wiemy, że na to, by układ dynamiczny liniowy o działaniu ciągłym był stabilny, potrzeba i wystarcza, by bieguny s , przepustowości $K(s)$ układu miały części rzeczywiste ujemne

$$\operatorname{Re} s_v < 0,$$

a więc by bieguny s , leżały w lewej półpłaszczyźnie płaszczyzny zmiennej zespolonej s .

Jest rzeczą oczywistą, że każdy układ impulsowy nie zawierający sprzężeń zwrotnych jest stabilny wówczas, gdy stabilny jest jego człon liniowy. Badanie stabilności układów impulsowych nie zawierających sprzężeń zwrotnych sprowadza się do zagadnienia badania stabilności jego części liniowej — a więc nie przedstawia większych trudności. Badanie natomiast stabilności układów z impulsowym sprzężeniem zwrotnym wymaga stosowania specjalnych metod.

Weźmy pod uwagę przepustowość układu z impulsowym sprzężeniem zwrotnym

$$K_{s,i}^*(e^s, \varepsilon) = \frac{P_i^*(e^s, \varepsilon)}{Q^*(e^s)} = \frac{K_i^*(e^s, \varepsilon)}{1 + K_I^*(e^s, 0)}.$$

Jest rzeczą oczywistą, że układ impulsowy jest stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy bieguny funkcji $K_{s,i}^*(e^s, \varepsilon)$ leżą w półpłaszczyźnie

$\operatorname{Re} s < 0$. Funkcję wymierną $K_{s,i}^*(e^s, \varepsilon) = \frac{\mathcal{L}\{x_2[t, \varepsilon]\}}{\mathcal{L}\{x_0[t]\}}$ zawsze można bowiem rozłożyć na ułamki proste postaci

$$\frac{e^s}{(e^s - e^{s\nu})^\mu},$$

które jako obrazy Laplace'owskie funkcji schodkowych reprezentują następujące funkcje $f_\nu[n]$:

$$f_\nu[n] = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{e^s}{(e^s - e^{s\nu})^\mu} \eta \right\} = \frac{n(n-1) \dots (n-\mu+2)}{(\mu-1)!} e^{s\nu(n-\mu+1)}.$$

Ale funkcje $f_\nu(n)$ spełniają warunek

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_\nu[n] = 0$$

wtedy i tylko wtedy, gdy $\operatorname{Re} s_\nu < 0$, a więc wówczas, gdy bieguny przepustowości $K_{s,i}^*(e^s, \varepsilon)$ leżą w lewej półpłaszczyźnie płaszczyzny zmiennej zespolonej s .

Bezpośrednie obliczenie biegunów s_ν w celu stwierdzenia, czy spełniają one warunek $\operatorname{Re} s_\nu < 0$, jest bardzo kłopotliwe i w ogólnym przypadku [przy wysokim stopniu wielomianu $Q^*(e^s)$] możliwe jedynie w sposób przybliżony. Dlatego też w praktyce dla określenia stabilności układu regulacji impulsowej korzystamy z metod nie wymagających znajomości biegunów funkcji $K_{s,i}^*(e^s, \varepsilon)$. Jedną z takich metod jest właśnie metoda oparta na charakterystykach częstotliwościowych i stanowiąca adaptację w teorii układów impulsowych kryterium stabilności Nyquista. Metoda ta jest przedstawiona poniżej.

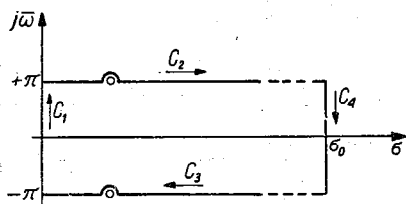
Rozważmy funkcję

$$\varphi^*(e^s) = 1 + K_I^*(e^s, 0) \quad (92)$$

stanowiącą mianownik przepustowości $K_{s,i}^*(e^s, \varepsilon)$ z impulsowym sprzężeniem zwrotnym.

Zera funkcji $\varphi^*(e^s)$ są oczywiście biegunami przepustowości $K_{s,i}^*(e^s, \varepsilon)$, a bieguny funkcji $\varphi^*(e^s)$ — biegunami $K_I^*(e^s, 0)$. Ponieważ $K_I^*(e^s, 0)$ jest

przepustowością „otwartego” układu impulsowego, wynika więc stąd, że w przypadku, gdy układ otwarty jest stabilny, bieguny funkcji $\varphi^*(e^s)$ leżą w lewej półpłaszczyźnie płaszczyzny zmiennej zespolonej s .



Rys. 17. Kontur C , za pomocą którego określamy stabilność układu regulacji impulsowej

Obierzmy na płaszczyźnie s kontur C o kształcie prostokąta, przebiegający zgodnie z rysunkiem 17 i założmy, że odcięta odcinka C_4 konturu C zwiększa się do nieskończoności:

$$\sigma_0 \rightarrow \infty.$$

Jeśli założymy, że na konturze C funkcja $\varphi^*(e^s)$ nie ma zer i biegunów, to według twierdzenia o przyroście argumentu otrzymamy dla jednorazowego

obiegnięcia konturu C w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara:

$$\Delta_c \arg \varphi^*(e^s) = 2\pi(M - N), \quad (93)$$

gdzie M jest liczbą biegunów, a N — liczbą zer funkcji $\varphi^*(e^s)$, leżących w obszarze ograniczonym konturem C .

Jeśli rozważany układ jest przy otwartej gałęzi sprzężenia zwrotnego stabilny, to — zgodnie z uczynioną uwagą — $M = 0$ oraz

$$\Delta_c \arg \varphi^*(e^s) = -2\pi N.$$

Zauważmy obecnie, że w przypadku stwierdzenia $N = 0$, dzięki okresowości funkcji $\varphi^*(e^s)$, funkcja ta nie zawiera zer nie tylko w rozważanym obszarze, lecz również w całej półpłaszczyźnie $\operatorname{Re} s \geq 0$. Zatem warunek stabilności układu z impulsowym sprzężeniem zwrotnym wyraża wzór

$$\Delta_c \arg \varphi^*(e^s) = 0. \quad (94)$$

Ponieważ zachodzi oczywista równość

$$\varphi^*(e^{-j\pi}) = \varphi^*(e^{j\pi}),$$

więc przy zmianie zmiennej s wzdłuż osi urojonej $j\omega$ od $-j\pi$ do $j\pi$ funkcja $\varphi^*(e^s)$ opisze pewną zamkniętą krzywą

$$\varphi^*(e^{j\bar{\omega}}) = 1 + K_l^*(e^{j\bar{\omega}}, 0).$$

Krzywa ta, narysowana na płaszczyźnie o współrzędnych prostokątnych $\operatorname{Re} \varphi^*(e^{j\bar{\omega}})$, $\operatorname{Im} \varphi^*(e^{j\bar{\omega}})$ przecina oś rzeczywistą co najmniej dwukrotnie, a mianowicie w punktach $\bar{\omega} = 0$ i $\bar{\omega} = \pm \pi$. Własność powyższa wynika natychmiast z następujących oczywistych równości:

$$e^{j0} = 1 \text{ i } e^{\pm j\pi} = -1,$$

dzięki którym wyrażenia

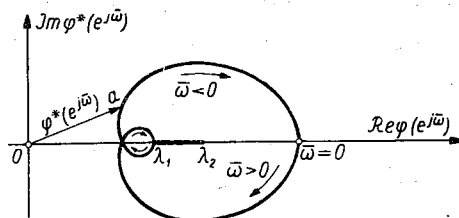
$$K_I^*(e^{j0}, 0) \text{ i } K_I^*(e^{j\pi}, 0)$$

są w tych punktach liczbami rzeczywistymi.

Przy zmianie zmiennej s wzdłuż prostej C_2 od $\sigma = 0$ do $\sigma = \infty$ funkcja $\varphi^*(e^s)$ pozostanie stałą wielkością rzeczywistą (rys. 18), a więc będzie zmieniać się wzdłuż osi rzeczywistej na przykład

$$\text{od } \varphi^*(e^{j\pi}) = \lambda_1 \text{ do } \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \varphi^*(e^{\sigma+j\pi}) = \lambda_2.$$

Dalej, przy zmianie s wzdłuż prostej C_2 i w założeniu $\sigma \rightarrow \infty$, funkcja $\varphi^*(e^s)$ nie zmieni swojej wartości. Przy zmianie zaś zmiennej s wzdłuż prostej C_3 od $\sigma = \infty$ do $\sigma = 0$ funkcja $\varphi^*(e^s)$ będzie zmieniać się ponownie wzdłuż osi rzeczywistej od λ_2 do λ_1 , mamy bowiem



Rys. 18. Wykres funkcji $\varphi^*(e^s)$

$$\varphi^*(e^{\sigma-j\pi}) = \varphi^*(e^{\sigma+j\pi}).$$

Reasumując powyższe stwierdzamy, że przyrost argumentu funkcji $\varphi^*(e^s)$ wzdłuż zamkniętego konturu C jest całkowicie określony krzywą odpowiadającą zmianie zmiennej s wzdłuż osi urojonej od $\bar{\omega}_1 = -\pi$ do $\bar{\omega}_2 = \pi$, mamy bowiem

$$\Delta_c \arg \varphi^*(e^s) = \Delta \arg \varphi^*(e^{j\bar{\omega}}) \quad (95)$$

$\bar{\omega} \in [-\pi, \pi]$

Można zauważyć, że sumaryczny przyrost argumentu funkcji $\varphi^*(e^s)$

wzdłuż konturu C określa liczba obrotów wektora $\vec{Oa} = \varphi^*(e^{j\bar{\omega}})$ przy zmianie częstotliwości od $-\pi$ do π (rys. 18). Przyrost argumentu funkcji $\varphi^*(e^s)$ wzdłuż konturu C jest zatem równy zeru tylko w tym przypadku, gdy wykres krzywej $\varphi^*(e^{j\bar{\omega}})$ nie obejmuje początku układu współrzędnych.

Weźmy obecnie pod uwagę funkcję

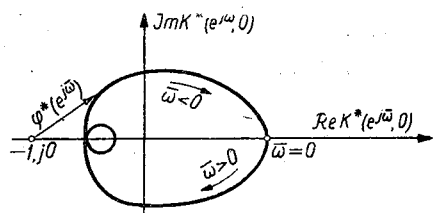
$$K_I^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) = |K_I^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)| e^{j\theta(\bar{\omega}, 0)},$$

która przedstawia charakterystykę częstotliwościową (przy $\varepsilon = 0$) o t w a r t e g o układu z impulsowym sprzężeniem zwrotnym. Wykres funkcji $K_I^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ otrzymujemy z wykresu $\varphi^*(e^{j\bar{\omega}})$ przez przesunięcie początku układu współrzędnych „w prawo” o wielkość 1 (rys. 19). Funkcję $\varphi^*(e^{j\bar{\omega}})$ na rysunku 19 reprezentuje więc wektor o początku w punkcie $-1, j0$

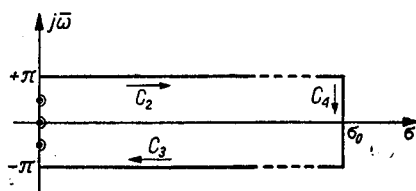
i wobec tego stabilność układu z impulsowym sprzężeniem zwrotnym wyraża następująco:

Twierdzenie 1. Do tego, by układ z impulsowym sprzężeniem zwrotnym był układem stabilnym, potrzeba i wystarcza, by charakterystyka amplitudowo-fazowa $K_I^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ stabilnego otwartego układu impulsowego przy zmianie częstotliwości od $-\pi$ do π nie obejmowała punktu $-1, j0$.

Dzięki symetrii (w stosunku do osi rzeczywistej) charakterystyki $K_I^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ dla $0 \leq \bar{\omega} < \pi$ i $-\pi \leq \bar{\omega} < 0$ przy wyznaczaniu charakterystyki amplitudowo-fazowej można oczywiście dla uproszczenia nie uwzględniać gałęzi krzywej odpowiadającej $0 \leq \bar{\omega} < \pi$.



Rys. 19. Charakterystyka amplitudowo-fazowa otwartego układu regulacji impulsowej



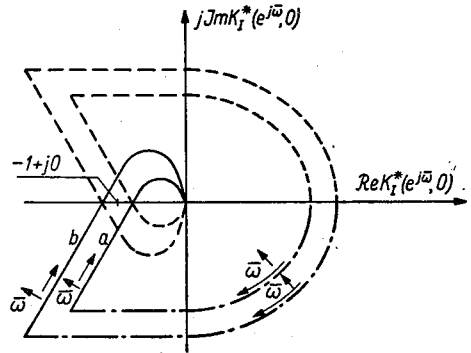
Rys. 20. Kontur C w przypadku biegunów leżących na osi urojonej

W uzasadnieniu twierdzenia 1 założyliśmy, że układ po otwarciu gałęzi sprzężenia zwrotnego jest układem stabilnym. W praktyce jednak często stosowane są układy regulacji nie spełniające powyższego warunku. Takimi są np. tzw. „układy astatyczne”, a więc układy zawierające człony całkujące. Konieczne jest więc rozszerzenie częstotliwościowego kryterium stabilności również na przypadek układów astatycznych. W związku z powyższym przeprowadzimy następujące rozumowanie.

Założmy, że funkcja $\varphi^*(e^{j\bar{\omega}})$ posiada bieguny na osi urojonej. W biegunach funkcji $\varphi^*(e^{j\bar{\omega}})$ charakterystyka $K_I^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ przyjmuje oczywiście wartość nieskończenie wielką. Rozważając zamknięty kontur C' na płaszczyźnie zmiennej zespolonej s (rys. 20), różniący się od konturu C z rysunku 17 tym, że okrąża półokręgami o „nieskończenie małych” promieniach bieguny leżące na osi urojonej, dla układów o rozważanej charakterystyce otrzymamy — z uwagi na twierdzenie o przyroście argumentu — kryterium stabilności analogiczne do podanego powyżej. W rozważanym przypadku przy zmianie s wzdłuż „nieskończenie małych” półokręgów wektor $\varphi^*(e^{j\bar{\omega}})$, a więc również $K_I^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ będą zmieniać się wzdłuż łuków o promieniach dążących do nieskończoności i o kącie równym πr , gdzie r jest rzędem biegunu.

Dla układów astatycznych pierwszego rzędu, które są najczęściej stosowane w praktyce, funkcja $\varphi^*(e)$ posiada biegun pierwszego rzędu w początku układu współrzędnych. Przy badaniu stabilności takich układów możemy więc korzystać z podanego powyżej twierdzenia z tym jedynie zastrzeżeniem, że charakterystykę amplitudowo-fazową $K_I^*(e^{j\omega}, 0)$ „otwartego” układu należy uzupełnić łukiem o promieniu $R \rightarrow \infty$. Zwrot powyższego łuku musi być przeciwny do zwrotu odpowiadającego kierunkowi okrążenia bieguna; musi więc być zgodny z kierunkiem ruchu wskazówek zegara.

Na rysunku 21 podane są charakterystyki (a) stabilnego i (b) niestabilnego astatycznego układu regulacji impulsowej.



Rys. 21. Charakterystyki amplitudowo-fazowe

a — astatycznego stabilnego układu regulacji impulsowej, b — astatycznego niestabilnego układu regulacji impulsowej

Korzystając z częstotliwościowego kryterium stabilności można określić graniczne wartości parametrów układu, np. największe wynikowe wzmocnienie w pętli sprzężenia zwrotnego lub największą dopuszczalną szerokość impulsów, przy których układ znajduje się na granicy stabilności. Zagadnienie to objaśnia następujący przykład.

Przykład. Pierwsza przepustowość impulsowa układu pierwszego typu z otwartą gałęzią sprzężenia zwrotnego dana jest przez wzór

$$K_I^*(z, \varepsilon) = k \left[1 - \frac{z - e^{-\beta(1-\gamma)}}{z - e^{-\beta}} e^{-\beta\varepsilon} \right]; \quad 0 \leq \varepsilon < \gamma. \quad (96)$$

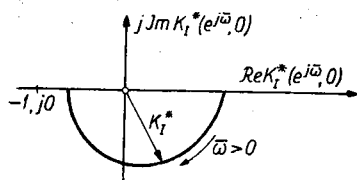
Należy wyznaczyć największe dopuszczalne wzmocnienie k , zapewniające stabilną pracę układu po zamknięciu gałęzi sprzężenia zwrotnego.

Rozwiązanie. O stabilności układu z impulsowym sprzężeniem zwrotnym decyduje charakterystyka częstotliwościowa $K_I^*(e^{j\omega}, 0)$. Według (96) mamy

$$K_I^*(e^{j\omega}, 0) = k \left[1 - \frac{e^{j\omega} - e^{-\beta(1-\gamma)}}{e^{j\omega} - e^{-\beta}} \right].$$

Wykres powyższej charakterystyki dla przedziału $0 \leq \omega < \pi$ — narysowany na płaszczyźnie o współrzędnych $\operatorname{Re} K_I^*(e^{j\omega}, 0)$, $\operatorname{Im} K_I^*(e^{j\omega}, 0)$ — podaje rysunek 22.

Według twierdzenia 1 układ z zamkniętą pętlą sprzężenia zwrotnego jest stabilny wówczas, gdy charakterystyka ta nie obejmuje punktu $-1, j0$, tzn. wówczas, gdy spełniona jest nierówność



Rys. 22. Charakterystyka amplitudowo-fazowa prostego układu impulsowego

$$K_I^*(e^{j\pi}, 0) > -1.$$

Ponieważ jednak wobec wzoru (96):

$$K_I^*(e^{j\pi}, 0) = -k(e^{\beta\gamma} - 1) \frac{e^{-\beta}}{1 + e^{-\beta}},$$

więc układ będzie stabilny dla

$$k < k_{gr} = \frac{1 + e^{-\beta}}{e^{-\beta(1-\gamma)} - e^{-\beta}}, \quad (97)$$

Korzystając z zależności (97) można przy zadanych parametrach β i γ określić największe dopuszczalne wzmocnienie k w pętli sprzężenia zwrotnego.

3.2. Czasowe kryteria stabilności

3.2.1. Wstęp

Rozważone w poprzednim rozdziale metody badania stabilności układów regulacji impulsowej oparte są na tzw. częstotliwościowych charakterystykach układu impulsowego. Metody te, aczkolwiek cenne przy projektowaniu, posiadają pewną niedogodność praktyczną. Ponieważ mianowicie eksperymentalne wyznaczenie częstotliwościowych charakterystyk układów impulsowych jest rzeczą niemal niemożliwą, więc powyższe metody są praktycznie nieprzydatne w tych przypadkach, w których analiza układu musi być oparta na danych uzyskanych z pomiarów.

Poniżej podana jest metoda pozwalająca na określenie stabilności układu regulacji impulsowej wprost ze znajomości charakterystyki czasowej „układu otwartego”. Ponadto przeprowadzona jest analiza typowych charakterystyk czasowych, w wyniku której uzyskano wykresy określające „strefy stabilności” rozważanych układów regulacji impulsowej. Uzyskane wyniki pozwalają w niektórych przypadkach przeprowadzić badanie stabilności prawie natychmiast ze znajomości przebiegu charakterystyki czasowej (odpowiedzi na wymuszenie jednostkowe) otwartego układu regulacji, która może być stosunkowo łatwo wyznaczona doświadczalnie. Należy zauważyć, że taki sposób postępowania jest przez niektórych autorów stosowany w przypadku układów regulacji o działaniu ciągłym.

Autorowi — ze względu na sposób przeprowadzonej analizy — dogodnie jest rozróżniać tzw. układy „statyczne” i „astatyczne”. Stosowanie takiego podziału układów regulacji nie jest oczywiście rzeczą konieczną.

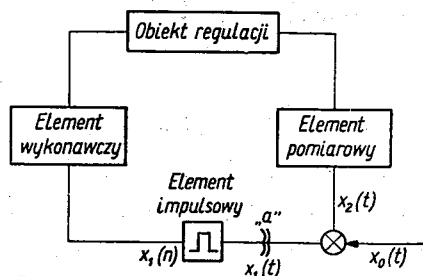
3.2.2. Określenie stabilności układu regulacji impulsowej ze znajomości charakterystyki czasowej układu otwartego

Rozważmy układ z impulsowym sprzężeniem zwrotnym (rys. 23). Jeżeli obwód sprzężenia zwrotnego przerwiemy przed elementem impulsowym (w punkcie *a*), to wówczas otrzymamy zwyczajny układ impulsowy, którego teoria została podana w części drugiej.

Napiszmy równanie układu otwartego w punkcie (*a*):

$$\mathcal{L}\{x_2(n, \varepsilon)\} = K_i^*(z, \varepsilon) \mathcal{L}\{x_1(n)\}. \quad (98)$$

Założmy następnie, że na jego wejście, a więc w punkcie (*a*), zostało przyłożone wymuszenie w postaci funkcji jednostkowej. Wówczas na wyjściu elementu impulsowego pojawi się ciąg impulsów prostokątnych o identycznych i jednostkowych wysokościach; będzie więc



Rys. 23. Schemat blokowy układu regulacji impulsowej

$$\mathcal{L}\{x_1(n)\} = \mathcal{L}\{1\} = \frac{z}{z-1} \eta, \quad (99)$$

zatem sygnał $x_2(t)$ można będzie określić wzorem

$$\mathcal{L}\{x_2(n, \varepsilon)\} = K_i^*(p, \varepsilon) \frac{z}{z-1} \eta. \quad (100)$$

Ponieważ obraz funkcji schodkowej można przedstawić w postaci następującego szeregu potęgowego:

$$\mathcal{L}\{f(\bar{t})\} = \sum_{n=0}^{\infty} f(n) z^{-n} \eta, \quad (101)$$

przeto otrzymamy

$$K_i^*(z, \varepsilon) = \frac{z-1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} x_2(n, \varepsilon) z^{-n} = (1-z^{-1}) \sum_{n=0}^{\infty} x_2(n, \varepsilon) z^{-n} =$$

$$= x_2(0, \varepsilon) + \sum_{n=0}^{\infty} [x_2(n, \varepsilon) - x_2(n-1, \varepsilon)] z^{-n}. \quad (102)$$

Ze wzoru (102) można wyznaczyć tzw. charakterystykę częstotliwościową układu impulsowego. Jeżeli mianowicie zgodnie z poprzednimi rozważaniami charakterystykę częstotliwościową $M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ układu impulsowego określimy wzorem

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = \frac{x_{2\text{ust}}(n, \varepsilon)}{x_1(n)} = \frac{x_{2\text{ust}}(n, \varepsilon)}{c e^{j\bar{\omega}n}}, \quad (103)$$

gdzie $x_{2\text{ust}}(n, \varepsilon)$ jest składową ustaloną sygnału wyjściowego $x_2(n, \varepsilon)$ oraz

$$x_1(n) = c e^{j\bar{\omega}n} \quad (104)$$

jest sygnałem wymuszającym, to łatwo można uzasadnić następującą

Własność. Charakterystyka częstotliwościowa $M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ układu impulsowego równa jest wyrażeniu $K_i^*(e^{j\bar{\omega}}, \varepsilon)$, otrzymanemu przez podstawienie w przepustowości impulsowej $K_i^*(z, \varepsilon)$ układu na miejsce operatora przesunięcia z funkcji $e^{j\bar{\omega}}$:

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = K_i^*(e^{j\bar{\omega}}, \varepsilon). \quad (105)$$

Własność powyższą można uzasadnić w oparciu o równanie układu impulsowego zakładając $x_1(n) = c e^{j\bar{\omega}n}$. Po dokonaniu elementarnych przekształceń otrzymujemy (103).

Według (103) charakterystykę częstotliwościową układu impulsowego można więc określić ze znajomości $x_2(n, \varepsilon)$:

$$M^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = K_i^*(e^{j\bar{\omega}}, \varepsilon) = x_2(0, \varepsilon) + \sum_{n=1}^{\infty} [x_2(n, \varepsilon) - x_2(n-1, \varepsilon)] e^{-j\bar{\omega}n},$$

gdzie $x_2(n, \varepsilon)$ jest funkcją sygnału wyjściowego wywołanego wymuszeniem jednostkowym

$$x_1(t) = 1(t).$$

Jeżeli z kolei założymy, że rozważany (otwarty) układ impulsowy jest stabilny, dzięki czemu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [x_2(n, \varepsilon) - x_2(n-1, \varepsilon)] = 0^1, \quad (106)$$

¹⁾ Wzór powyższy jest koniecznym, ale niedostatecznym warunkiem stabilności układu impulsowego.

to we wzorze (102) można będzie pominąć wszystkie wyrazy o wskaźnikach dostatecznie dużych ($n > N$), dla których

$$|x_2(n, \varepsilon) - x_2(n-1, \varepsilon)| < \delta, \quad (107)$$

gdzie za δ możemy w praktyce przyjąć np. $0,1 k$ lub $0,05 k$, przy czym k jest „wynikowym” wzmocnieniem w pętli sprzężenia zwrotnego. Wówczas otrzymamy wzór przybliżony:

$$K_i^*(e^{j\bar{\omega}}, \varepsilon) \approx x_2(0, \varepsilon) + \sum_{n=1}^N [x_2(n, \varepsilon) - x_2(n-1, \varepsilon)] e^{-j\bar{\omega}n}, \quad (108)$$

dostatecznie dokładny dla określenia stabilności zamkniętego układu regulacji impulsowej.

Zgodnie z wynikami uzyskanymi w poprzednim rozdziale stabilność układu określamy z następującego

Twierdzenia. Układ z impulsowym sprzężeniem zwrotnym jest stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy charakterystyka amplitudowo-fazowa $K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ układu otwartego przy zmianie $\bar{\omega}$ od $-\pi$ do $+\pi$ nie obejmuje punktu $-1, j0$.

Wobec powyższego metoda badania stabilności układu regulacji impulsowej w oparciu o charakterystykę czasową $x_2(n, \varepsilon)$ układu otwartego sprowadza się:

1° do wyznaczenia na podstawie wzoru (108) funkcji $K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ ze znajomości przebiegu charakterystyki czasowej $x_2(n, \varepsilon)$ układu otwartego;

2° do wykreślenia charakterystyki amplitudowo-fazowej. Stabilność układu określamy następnie korzystając z przytoczonego twierdzenia.

Charakterystykę amplitudowo-fazową $K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ najłatwiej można wyznaczyć obliczając jej składowe:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) &= x_2(0, 0) + \sum_{n=1}^N [x_2(n, 0) - x_2(n-1, 0)] \cos n \bar{\omega}, \\ \operatorname{Im} K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) &= - \sum_{n=1}^N [x_2(n, 0) - x_2(n-1, 0)] \sin n \bar{\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (109)$$

Z przeprowadzonych rozważań możemy wysnuć interesujący wniosek, że o stabilności układu regulacji impulsowej decyduje tylko i wyłącznie przebieg charakterystyki czasowej $x_2(\bar{t})$ w momentach $\bar{t} = \frac{t}{T} = n$ ($n = 0; 1; 2; \dots$), a więc przebieg $x_2(n, 0)$. Zachowanie charakterystyki $x_2(\bar{t})$ między momentami $\bar{t} = n$ nie ma absolutnie żadnego wpływu na

stabilność układu. Fakt powyższy staje się jasny, jeśli zważymy, że dzięki obecności w gałęzi sprzężenia zwrotnego elementu impulsowego obwód regulacji jest zamknięty jedynie w momentach $\bar{t} = n$.

Przebieg charakterystyki czasowej $x_2(n, \varepsilon)$ może być oczywiście wyznaczony na drodze doświadczalnej lub ewentualnie może być obliczony metodą analityczną. Należy podkreślić, że przedstawiona powyżej metoda nadaje się tylko do badania układów, które są stabilne po otwarciu gałęzi sprzężenia zwrotnego, a więc do badania układów nie zawierających np. członów o tzw. charakterystyce astatycznej.

Poniżej wykazemy, że ograniczenia tego można uniknąć w sposób stosunkowo prosty. Zauważmy mianowicie, że dla (otwartego) układu impulsowego o charakterystyce astatycznej i zawierającego tylko jeden człon całkujący zawsze musi być spełniony związek:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta^2 x_2(n-1, \varepsilon) = 0; \quad 0 \leq \varepsilon < 1, \quad (110)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \Delta^2 x_2(n-1, \varepsilon) &= \Delta [x_2(n, \varepsilon) - x_2(n-1, \varepsilon)] = \\ &= x_2(n+1, \varepsilon) - 2x_2(n, \varepsilon) + x_2(n-1, \varepsilon), \end{aligned} \quad (111)$$

zaś $x_2(n, \varepsilon)$ jest odpowiedzią rozważanego układu impulsowego na wymuszenie jednostkowe.

Jeśli więc wzór określający $K_i^*(e^{j\omega}, 0)$ przekształcimy w ten sposób, by pod znakiem sumy otrzymać wyrazy postaci $\Delta^2 x_2(n-1, 0) e^{j\omega n}$, można będzie podobnie jak poprzednio we wzorze przybliżonym ograniczyć się do skończonej liczby składników szeregu. Przeprowadźmy mianowicie następujące rozumowanie.

Pomnożmy obie strony wzoru (102) przez $z-1$; otrzymamy

$$\begin{aligned} (z-1)K_i^*(z, \varepsilon) &= (z-1)x_2(0, \varepsilon) + \\ &+ (z-1) \sum_{n=1}^{\infty} [x_2(n, \varepsilon) - x_2(n-1, \varepsilon)] z^{-n}, \end{aligned} \quad (112)$$

skąd, po elementarnych przekształceniach,

$$\begin{aligned} (z-1)K_i^*(z, \varepsilon) &= (z-1)x_2(0, \varepsilon) + \Delta x_2(0, \varepsilon) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \Delta [x_2(n, \varepsilon) - x_2(n-1, \varepsilon)] z^{-n}, \end{aligned}$$

czyli

$$\begin{aligned} (z-1)K_i^*(z, \varepsilon) &= (z-1)x_2(0, \varepsilon) + \Delta x_2(0, \varepsilon) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \Delta^2 x_2(n-1, \varepsilon) z^{-n}, \end{aligned} \quad (113)$$

gdzie

$$\begin{aligned}\Delta^2 x_2(n-1, \varepsilon) &= \Delta [x_2(n, \varepsilon) - x_2(n-1, \varepsilon)] = \\ &= x_2(n+1, \varepsilon) - 2x_2(n, \varepsilon) + x_2(n-1, \varepsilon)\end{aligned}\quad (114)$$

oraz

$$\Delta x_2(0, \varepsilon) = x_2(1, \varepsilon) - x_2(0, \varepsilon). \quad (115)$$

Charakterystykę częstotliwościową $K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ „otwartego” układu impulsowego będzie można zatem wyrazić wzorem

$$\begin{aligned}K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) &= \frac{1}{e^{j\bar{\omega}} - 1} \sum_{n=1}^{\infty} \Delta^2 x_2(n-1, 0) e^{-j\bar{\omega}n} + \\ &+ x_2(0, 0) + \frac{\Delta x_2(0, 0)}{e^{j\bar{\omega}} - 1}.\end{aligned}\quad (116)$$

Następnie korzystając ze związku (110), słusznego dla układu o charakterystyce astatycznej, możemy we wzorze powyższym opuścić wszystkie wyrazy o wskaźnikach $n > N$. Wówczas otrzymamy wzór przybliżony

$$\begin{aligned}K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) &\approx \frac{1}{e^{j\bar{\omega}} - 1} \sum_{n=1}^N \Delta^2 x_2(n-1, 0) e^{-j\bar{\omega}n} + \\ &+ x_2(0, 0) + \frac{\Delta x_2(0, 0)}{e^{j\bar{\omega}} - 1}.\end{aligned}\quad (117)$$

Można również wyprowadzić wzory określające składowe funkcji zespolonej $K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$. Biorąc mianowicie pod uwagę oczywiste związki

$$\operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{e^{j\bar{\omega}} - 1} \right\} = -\frac{1}{2}; \quad \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{e^{j\bar{\omega}} - 1} \right\} = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\bar{\omega}}{2} \quad (118)$$

oraz wykorzystując wzory określające składowe iloczynu liczb zespolonych otrzymamy

$$\begin{aligned}\operatorname{Re} K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) &\approx x_2(0, 0) - \frac{1}{2} \Delta x_2(0, 0) + \\ &- \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \Delta^2 x_2(n-1, 0) \cos \bar{\omega} n + \\ &- \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\bar{\omega}}{2} \sum_{n=1}^N \Delta^2 x_2(n-1, 0) \sin \bar{\omega} n,\end{aligned}\quad (119)$$

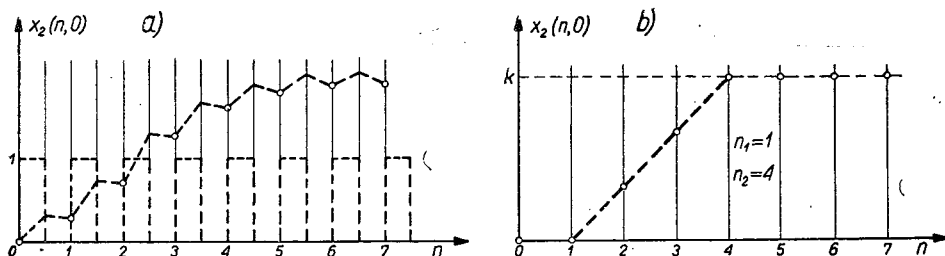
$$\begin{aligned} \mathcal{I}m K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) &\approx \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \Delta^2 x_2(n-1, 0) \sin \bar{\omega} n + \\ &- \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\bar{\omega}}{2} \sum_{n=1}^N \Delta^2 x_2(n-1, 0) \cos \bar{\omega} n + \\ &- \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\bar{\omega}}{2} \Delta x_2(0, 0). \end{aligned} \quad (120)$$

W oparciu o uzyskane wzory określające $\operatorname{Re} K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ i $\mathcal{I}m K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ można ze znajomości charakterystyki czasowej $x_2(n, 0)$ wyznaczyć przebieg charakterystyki amplitudowo-fazowej otwartego układu regulacji impulsowej, zawierającego człon całkujący (np. serwowmotor). Znając przebieg tej charakterystyki w przedziale $\omega \in [-\pi, \pi]$ możemy określić stabilność układu regulacji.

Na zakończenie rozważania powyższego zagadnienia warto jeszcze zauważyć, że znajomość wykresu charakterystyki amplitudowo-fazowej $K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ może być nie tylko przydatna do określenia stabilności układu regulacji. Z przebiegu funkcji $K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ możemy mianowicie wnioskować o stopniu stabilności i możemy również przewidzieć, jakie człony korekcyjne należy zastosować dla polepszenia jakości procesu regulacji.

3.2.3. Warunki stabilności statycznego układu regulacji impulsowej o typowej charakterystyce

Podana w poprzednim rozdziale metoda może być stosowana w przypadku dowolnego statycznego lub astatycznego układu regulacji impulsowej. Mimo swej uniwersalności metoda ta posiada jednak pewną niedogodność, gdyż dla zbadania stabilności układu wymaga przeprowadzenia wstępnych obliczeń. Poniżej wykazuje się, że w przypadku gdy charakterystyka czasowa $x_2(n, 0)$ otwartego układu regulacji impulsowej



Rys. 24. Typowa charakterystyka czasowa otwartego statycznego układu regulacji impulsowej

posiada charakter typowy, wskazany na rysunku 24a, stabilność układu można określić bezpośrednio z przebiegu $x_2(n, 0)$, bez konieczności wyznaczania charakterystyki amplitudowo-fazowej $K^*(e^{j\omega}, 0)$. Rozumowanie opiera się na zastąpieniu charakterystyki z rysunku 24a charakterystykę uproszczoną o kształcie „linii łamanej” (rys. 24b).

Charakterystykę uproszczoną możemy zapisać analitycznie w sposób następujący

$$x_2(n, 0) = \begin{cases} 0; & n < n_1 \\ \frac{k}{n_2 - n_1} (n - n_1); & n_1 \leq n < n_2 \\ k; & n \geq n_2 \end{cases} \quad (121)$$

Ponieważ sygnał wyjściowy $x_2(t)$ jest wywołany wymuszeniem jednostkowym $1(t)$, więc zgodnie z podanym wzorem współczynnik k jest równy „wynikowemu” wzmocnieniu w pętli sprzężenia zwrotnego.

Korzystając z metody przekształcenia Laplace’a uproszczoną charakterystykę $x_2(n, 0)$ można wyrazić wzorem

$$\mathcal{L}\{x_2(n, 0)\} = \frac{k}{n_2 - n_1} \cdot \frac{z}{(z-1)^2} \left[z^{-n_1} - z^{-n_2} \right] \eta, \quad (122)$$

gdzie $z = e^s$ jest operatorem przesunięcia.

Ponieważ założyliśmy, że na wejście układu załączone zostało wymuszenie jednostkowe, tzn. że

$$\mathcal{L}\{x_1(n)\} = \mathcal{L}\{1\} = \frac{z}{z-1} \eta, \quad (123)$$

więc

$$K^*(z, 0) = \frac{\mathcal{L}\{x_2(n, 0)\}}{\mathcal{L}\{x_1(n, 0)\}} = \frac{k}{n_2 - n_1} \cdot \frac{z^{-n_1} - z^{-n_2}}{z-1} \quad (124)$$

Podstawiając w powyższym wzorze na miejsce operatora przesunięcia z funkcję $e^{j\omega}$ otrzymamy wyrażenie $K^*(e^{j\omega}, 0)$, określające charakterystykę częstotliwościową otwartego układu regulacji:

$$K^*(e^{j\omega}, 0) = \frac{k}{n_2 - n_1} \cdot \frac{e^{-j\omega n_1} - e^{-j\omega n_2}}{e^{j\omega} - 1}. \quad (125)$$

Zgodnie z twierdzeniem przytoczonym w poprzednim rozdziale granicę stabilności układu wyznaczamy z warunków

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } \Re K^*(e^{j\omega}, 0) &= -1, \\ \text{b) } \Im K^*(e^{j\omega}, 0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

W tym celu zbadamy pierwiastki równania

$$K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) + 1 = 0. \quad (127)$$

Uwzględniając w powyższym równaniu wyrażenie (125) otrzymamy

$$k(e^{-j\bar{\omega}n_1} - e^{-j\bar{\omega}n_2}) + (n_2 - n_1)(e^{j\bar{\omega}} - 1) = 0, \quad (128)$$

a stąd, po dokonaniu całego szeregu elementarnych przekształceń trygonometrycznych otrzymamy następujące związki c) i d):

$$\left. \begin{aligned} \text{c) } 2k \sin \bar{\omega} \alpha \sin \bar{\omega} \beta - (n_2 - n_1)(\cos \bar{\omega} - 1) &= 0, \\ \text{d) } 2k \cos \bar{\omega} \alpha \sin \bar{\omega} \beta - (n_2 - n_1) \sin \bar{\omega} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (129)$$

$$\text{gdzie } \alpha = \frac{n_1 + n_2}{2}, \quad \beta = \frac{n_1 - n_2}{2}.$$

Związki powyższe będziemy traktowali jako układ dwu równań z dwiema niewiadomymi: $\bar{\omega}$ i k . Dzieląc równania c) i d) wyznaczymy niewiadomą $\bar{\omega}$:

$$\operatorname{tg} \bar{\omega} \alpha = \frac{\cos \bar{\omega} - 1}{\sin \bar{\omega}} = -\operatorname{tg} \frac{\bar{\omega}}{2}, \quad (130)$$

skąd

$$\bar{\omega} \alpha = -\frac{\bar{\omega}}{2} + (\nu + 1)\pi; \quad \nu = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$$

i

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_\nu = \frac{(\nu + 1)2\pi}{1 + n_1 + n_2}. \quad (131)$$

Następnie, na przykład z równania d), wyznaczymy niewiadomą k :

$$\begin{aligned} k &= k_\nu = (n_2 - n_1) \frac{\sin \bar{\omega}_\nu}{2 \cos \bar{\omega}_\nu \alpha \sin \bar{\omega}_\nu \beta} = \\ &= (n_2 - n_1) \frac{\sin \frac{(\nu + 1)2\pi}{1 + n_1 + n_2}}{2 \cos \frac{n_1 + n_2}{1 + n_1 + n_2} (\nu + 1)\pi \sin \frac{n_1 - n_2}{1 + n_1 + n_2} (\nu + 1)\pi} \cdot (132) \end{aligned}$$

Wzór powyższy można uprościć. Jeżeli mianowicie uwzględnimy oczywisty związek

$$\frac{n_1 + n_2}{1 + n_1 + n_2} = 1 - \frac{1}{1 + n_1 + n_2}, \quad (133)$$

skąd

$$\cos \frac{n_1 + n_2}{1 + n_1 + n_2} (\nu + 1) \pi = (-1)^{\nu+1} \cos \frac{(\nu + 1) \pi}{1 + n_1 + n_2}, \quad (134)$$

i dalej, jeśli wprowadzimy przekształcenie

$$\sin \frac{(\nu + 1) 2 \pi}{1 + n_1 + n_2} = 2 \sin \frac{(\nu + 1) \pi}{1 + n_1 + n_2} \cos \frac{(\nu + 1) \pi}{1 + n_1 + n_2}, \quad (135)$$

to otrzymamy prostszy wzór określający k_ν :

$$k_\nu = (-1)^\nu (n_2 - n_1) \frac{\sin \frac{(\nu + 1) \pi}{1 + n_1 + n_2}}{\sin \frac{n_2 - n_1}{1 + n_1 + n_2} (\nu + 1) \pi}. \quad (136)$$

Wzór powyższy jest wieloznaczny i określa warunki stabilności poszczególnych składowych procesu regulacji. Ponieważ rozważamy układ z ujemnym sprzężeniem zwrotnym, więc w uzyskanym wzorze interesują nas jedynie te wartości liczby ν , które przy założonym n_1 i n_2 dają dodatnie wartości współczynnika k_ν . Tak np. nie należy brać pod uwagę tych wartości ν , dla których wyrażenie

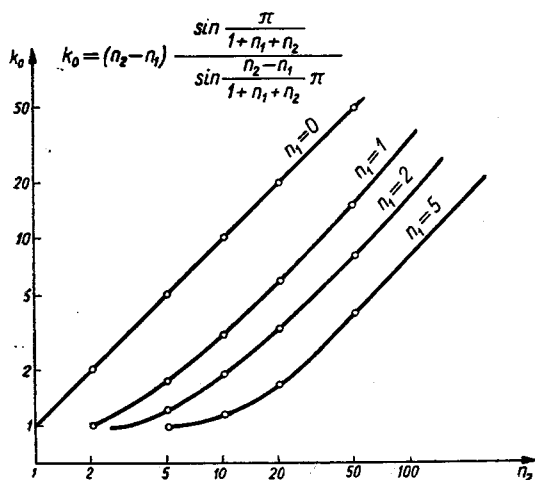
$$\frac{\nu + 1}{1 + n_1 + n_2} \quad (137)$$

jest liczbą całkowitą. Można bowiem sprawdzić, że wówczas $k_\nu = -1$.

Dla składowej podstawowej k_0 otrzymamy następujący wzór

$$k_0 = (n_2 - n_1) \frac{\sin \frac{\pi}{1 + n_1 + n_2}}{\sin \frac{n_2 - n_1}{1 + n_1 + n_2} \pi}. \quad (138)$$

Można wykazać, że wzór powyższy daje najmniejszą wartość współczynnika $k_\nu > 0$. Wobec tego wzór (138) określa największe dopuszczalne wzmocnienie w pętli sprzężenia zwrotnego. Dla wzmocnienia $k > k_0$ układ jest niestabilny. Na rysunku 25 podane są wykresy funkcji



Rys. 25. Wykresy funkcji $k_0 = f(n_1, n_2)$

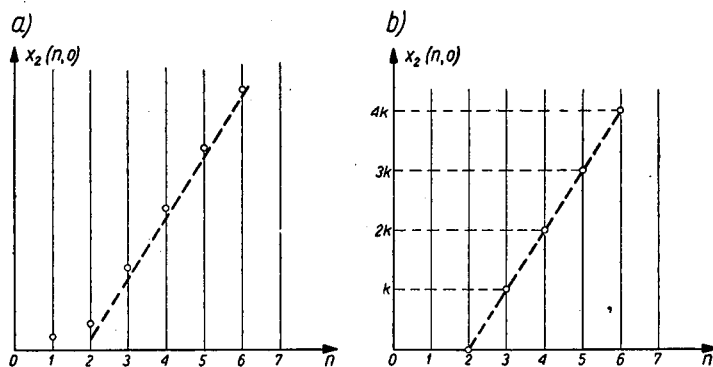
$$k_0 = f(n_1, n_2), \quad (139)$$

przy czym n_1 traktowane jest jako parametr, a n_2 — jako zmienna niezależna. Korzystając z powyższych wykresów można szybko określić stabilność statycznego układu regulacji impulsowej ze znajomości charakterystyki czasowej $x_2(n, 0)$ układu otwartego. Można zauważyć, że k_0 nie jest funkcją stosunku czasu „opóźnienia” do czasu „ustalenia” $\frac{n_1}{n_2}$ przebiegu charakterystyki czasowej, lecz stanowi funkcję dwóch zmiennych n_1 i n_2 . Z przebiegu funkcji $k_0 = f(n_1, n_2)$ wynika, że przy założonym n_1 można zastosować tym większe wzmocnienie, im większe jest n_2 , a więc im wolniej „narasta” charakterystyka czasowa otwartego układu. Oczywiście na szybkość narastania charakterystyki czasowej $x_2(n, 0)$ możemy wpływać przez zmianę szerokości γ impulsów prostokątnych generowanych przez element impulsowy.

Przedstawiona metoda określenia stabilności nie wymaga przeprowadzenia wstępnych obliczeń.

3.2.4. Warunki stabilności astatycznego układu regulacji impulsowej o typowej charakterystyce

Poniżej rozważone jest zagadnienie stabilności astatycznego układu regulacji impulsowej. Przeprowadzona analiza opiera się na założeniu, że przebieg charakterystyki czasowej $x_2(n, 0)$ (odpowiedzi na wymuszenie jednostkowe) posiada charakter wskazany na rysunku 26a. Charak-



Rys. 26. Typowa charakterystyka czasowa otwartego astatycznego układu regulacji impulsowej (a) oraz charakterystyka uproszczona (b)

terystyka ta może być uzyskana na drodze eksperymentalnej lub może być w prosty sposób wyznaczona metodą analityczno-wykreslną.

Należy zauważyć, że podobnie jak dla układów statycznych, o stabilności układu decyduje jedynie przebieg charakterystyki $x_2(n, \varepsilon)$ w momentach $n = 0; 1; 2; \dots$ i $\varepsilon = 0$, a więc przebieg charakterystyki $x_2(n, 0)$. Zachowanie się charakterystyki $x_2(n, \varepsilon)$ między punktami $n = 0; 1; 2; \dots$ nie ma natomiast absolutnie żadnego wpływu na stabilność układu. Stąd też przedstawiona metoda może być stosowana dla stosunkowo szerokiej klasy spotykanych w praktyce astatycznych układów regulacji impulsowej.

W rozważaniach zastąpimy charakterystykę $x_2(n, 0)$ (rys. 26a) charakterystyką uproszczoną o kształcie linii prostej (rys. 26b); przyjmujemy więc

$$x_2(n, 0) = \begin{cases} 0; & n < n_0 \\ k(n - n_0); & n \geq n_0. \end{cases} \quad (140)$$

Ponieważ mamy

$$\mathcal{L}\{n\} = \frac{z}{(z-1)^2} \eta, \quad (141)$$

będzie więc

$$\mathcal{L}\{x_2(n, 0)\} = k \frac{z}{(z-1)^2} z^{-n_0} \eta$$

oraz

$$K^*(z, 0) = \frac{z-1}{z\eta} \mathcal{L}\{x_2(n, 0)\} = k \frac{z^{-n_0}}{z-1}. \quad (142)$$

Charakterystykę częstotliwościową otwartego układu regulacji (odpowiadającą momentom $\varepsilon = 0$) otrzymamy podstawiając na miejsce operatora przesunięcia z funkcję $e^{j\bar{\omega}}$

$$K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) = k \frac{e^{-j\bar{\omega}n_0}}{e^{j\bar{\omega}} - 1}. \quad (143)$$

Podobnie jak w poprzednim rozdziale granicę stabilności określimy z warunków

$$\begin{aligned} \text{a) } \Re K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) &= -1, \\ \text{b) } \Im K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) &= 0. \end{aligned} \quad (144)$$

Uwzględniając wzór (143) otrzymamy

$$\Re K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) = \Re \left\{ k \frac{e^{-j\bar{\omega}n_0}}{e^{j\bar{\omega}} - 1} \right\} =$$

$$= \frac{k}{(\cos \bar{\omega} - 1)^2 + \sin^2 \bar{\omega}} [\cos \bar{\omega} n_0 (\cos \bar{\omega} - 1) - \sin \bar{\omega} n_0 \sin \bar{\omega}],$$

$$\mathcal{F}_m K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) = \mathcal{F}_m \left\{ k \frac{e^{-j\bar{\omega} n_0}}{e^{j\bar{\omega}} - 1} \right\} =$$

$$= - \frac{k}{(\cos \bar{\omega} - 1)^2 + \sin^2 \bar{\omega}} [\cos \bar{\omega} n_0 \sin \bar{\omega} + \sin \bar{\omega} n_0 (\cos \bar{\omega} - 1)].$$

Warunki a) i b) prowadzą zatem do następujących równości c) i d):

$$c) k [\sin \bar{\omega} \sin \bar{\omega} n_0 - (\cos \bar{\omega} - 1) \cos \bar{\omega} n_0] = (\cos \bar{\omega} - 1)^2 + \sin^2 \bar{\omega}; \quad (145)$$

$$d) \sin \bar{\omega} \cos \bar{\omega} n_0 + (\cos \bar{\omega} - 1) \sin \bar{\omega} n_0 = 0.$$

Po dokonaniu całego szeregu elementarnych przekształceń trygonometrycznych otrzymamy równania prostsze:

$$c') k \sin \left(\bar{\omega} n_0 + \frac{\bar{\omega}}{2} \right) = 2 \sin \frac{\bar{\omega}}{2},$$

$$d') \cos \left(\bar{\omega} n_0 + \frac{\bar{\omega}}{2} \right) = 0. \quad (146)$$

Równania powyższe rozwiążemy ze względu na niewiadome $\bar{\omega}$ i k . Z równania d') wynika natychmiast, że

$$\bar{\omega} n_0 + \frac{\bar{\omega}}{2} = \frac{\pi}{2} + \nu \pi,$$

gdzie ν jest dowolną liczbą całkowitą. Zatem

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_\nu = \frac{1 + 2\nu}{1 + 2n_0} \pi.$$

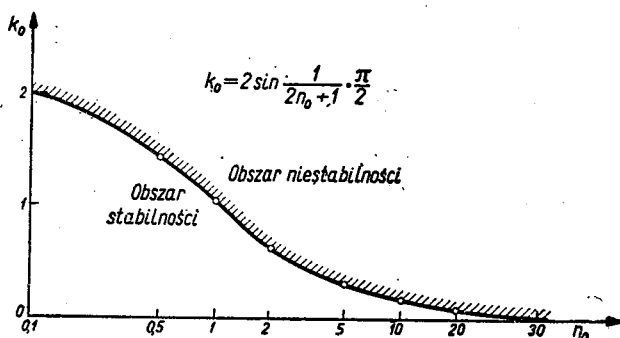
Podstawiając $\bar{\omega}_\nu$ do równania c') wyznaczymy następnie niewiadomą k

$$k = k_\nu = \frac{2 \sin \frac{\bar{\omega}}{2}}{\sin \left(\bar{\omega} n_0 + \frac{\bar{\omega}}{2} \right)} = (-1)^\nu 2 \sin \frac{1 + 2\nu}{1 + 2n_0} \cdot \frac{\pi}{2}. \quad (147)$$

Można łatwo wykazać, że i w tym przypadku najmniejszą nieujemną wartość k_ν otrzymamy dla podstawowej składowej procesu regulacji, a więc dla $\nu = 0$. Największym dopuszczalnym nachyleniem charakterystyki czasowej $x_2(n, 0)$ otwartego układu regulacji jest zatem k_0

$$k_0 = 2 \sin \frac{1}{1 + 2n_0} \cdot \frac{\pi}{2}. \quad (148)$$

Na rysunku 27 podana jest właśnie funkcja $k_0 = f(n_0)$. Z przebiegu tej funkcji wnioskujemy, że największe dopuszczalne nachylenie charakterystyki czasowej otwartego układu regulacji impulsowej maleje ze wzrostem n_0 , a więc ze wzrostem opóźnienia wnoszonego przez układ.



Rys. 27. Wykres funkcji $k_0 = f(n_0)$, określającej największe dopuszczalne wzmocnienie w pętli sprzężenia zwrotnego astatycznego układu regulacji impulsowej

Przedstawiona wyżej metoda określenia stabilności jest dogodna przede wszystkim wówczas, gdy charakterystyka czasowa $x_2(n, 0)$ „otwartego” układu regulacji jest wyznaczona na drodze eksperymentalnej. W przypadku gdy z tych czy innych względów eksperymentalne wyznaczenie powyższej charakterystyki jest niemożliwe, można ją obliczyć analitycznie, na przykład metodą przedstawioną w części 2. Korzystamy wówczas z równania układu impulsowego

$$\mathcal{L}\{x_2(n, 0)\} = K_I(z, 0) \mathcal{L}\{x_1(n)\}$$

i zakładamy

$$\mathcal{L}\{x_1(n)\} = \mathcal{L}\{1\} = \frac{z}{z-1} \eta.$$

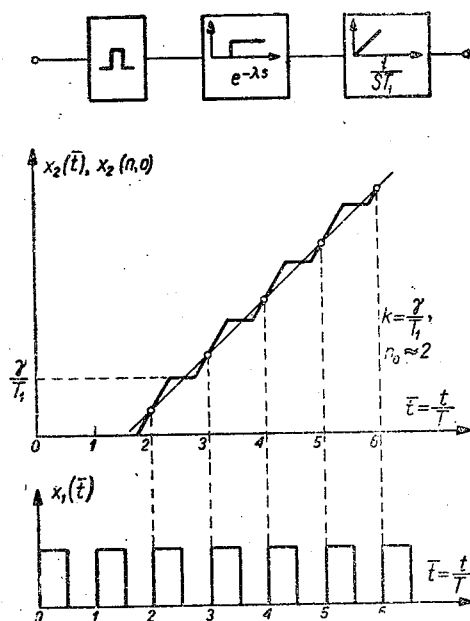
Charakterystykę $x_2(n, 0)$ otwartego układu regulacji impulsowej można również wyznaczyć metodą wykreślno-analityczną, wykreślnie dodając przesunięte względem siebie o okres T odpowiedzi $h_\gamma(t) = h(t) + -h(t - \gamma T)$ części liniowej układu na impulsy prostokątne o szerokości γT .

Jest oczywiste, że na nachylenie charakterystyki $x_2(n, 0)$ możemy wpływać przez zmianę szerokości impulsów prostokątnych, a więc przez zmianę parametru γ . Łatwo przy tym zauważyć, że nachylenie $x_2(n, 0)$ maleje ze zmniejszaniem parametru γ .

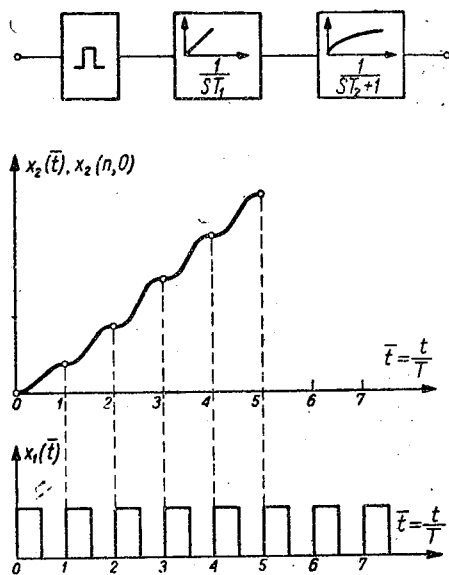
Na rysunkach 28 i 29 przedstawione są proste układy astatyczne i ich charakterystyki czasowe $x_2(\bar{t})$, $x_2(n, 0)$.

Można zauważyć, że w przypadku układu z rysunku 28 między nachyleniem k_0 charakterystyki $x_2(n, 0)$ a szerokością impulsów zachodzi prosty związek

$$k_0 = \frac{\gamma}{T_1}.$$



Rys. 28. Charakterystyka czasowa układu astatycznego zawierającego człon opóźniający



Rys. 29. Charakterystyka czasowa układu astatycznego zawierającego człon inercyjny

Korzystając z powyższego wzoru, można wyznaczyć największą dopuszczalną szerokość impulsów dla układu o charakterystyce wskazanej na rys. 28. Przykładem układu o takiej charakterystyce może być układ regulacji ciśnienia gazu [4]. Przykładem układu o charakterystyce wskazanej na rys. 29 może być układ regulacji temperatury [1].

4. KRYTERIA OCENY JAKOŚCI PROCESU REGULACJI IMPULSOWEJ

4.1 Warunki skończonego przebiegu przejściowego

Interesującą właściwością układów impulsowych ze sprzężeniem zwrotnym jest możliwość uzyskania skończonego czasu ustalania się

charakterystyki czasowej układu. Właściwości tej — jak wiadomo — nie posiadają układy liniowe o działaniu ciągłym. Dla wyjaśnienia powyższego zagadnienia weźmy pod uwagę przepustowość impulsową układu ze sprzężeniem zwrotnym

$$K_{s,l}^*(e^s, \varepsilon) = \frac{K_l^*(e^s, \varepsilon)}{1 + K_l^*(e^s, 0)} = \frac{K_l^*(e^s, \varepsilon)}{\varphi^*(e^s)},$$

gdzie K_l^* jest przepustowością układu z otwartą pętlą sprzężenia.

Jeżeli założymy, że układ zawiera jedynie elementy skupione, wówczas K_l^* będzie funkcją wymierną, tzn.

$$K_l^*(e^s, 0) = \frac{M^*(e^s)}{D^*(e^s)},$$

gdzie M^* i D^* są wielomianami od e^s .

Funkcja φ^* będzie więc również funkcją wymierną, mamy bowiem

$$\varphi^*(e^s) = 1 + \frac{M^*(e^s)}{D^*(e^s)} = \frac{D^*(e^s) + M^*(e^s)}{D^*(e^s)} = \frac{G^*(e^s)}{D^*(e^s)}.$$

O stabilności układu ze sprzężeniem zwrotnym decydują oczywiście pierwiastki równania

$$G^*(e^s) = D^*(e^s) + M^*(e^s) = 0.$$

Jeżeli rozważany układ jest układem stabilnym, wtedy wszystkie pierwiastki s_ν powyższego równania mają ujemne części rzeczywiste. Oznaczmy

$$\xi = \min |\operatorname{Re} s_\nu|. \quad (149)$$

Liczbę ξ nazywamy stopniem stabilności układu. Okazuje się, że w przypadku układów impulsowych można uzyskać nieskończony stopień stabilności, tzn. można przy odpowiednich założeniach zrealizować układ impulsowy, dla którego $\xi = \infty$.

Istotnie, jeśli założymy, że funkcja $G^*(e^s)$ jest wielomianem rzędu l , tzn. że

$$G^*(e^s) = a_l e^{sl} + a_{l-1} e^{s(l-1)} + \dots + a_0,$$

to dla przypadku

$$a_0 = a_1 = \dots = a_{l-1} = 0; a_l \neq 0 \quad (150)$$

otrzymamy

$$G^*(e^s) = D^*(e^s) + M^*(e^s) = a_l e^{sl}$$

oraz

$$\xi = |\operatorname{Re} s_\nu| = \infty.$$

Ponieważ przepustowość K^* otwartego układu regulacji jest ilorazem wielomianów M^* i D^* , tzn.

$$K^* = \frac{M^*}{D^*} = \frac{b'_0 + b'_1 e^s + \dots + b'_{l_1} e^{s l_1}}{a'_0 + a'_1 e^s + \dots + a'_{l_1} e^{s l_1}}; l_1 \leq l,$$

więc warunek (150) narzuca następujące warunki na współczynniki przepustowości K^* otwartego układu regulacji

$$\left. \begin{aligned} \text{oraz} \quad & a'_0 = -b'_0; a'_1 = -b'_1; \dots a'_{l-1} = -b'_{l-1} \\ & a'_l \neq b'_l. \end{aligned} \right\} \quad (151)$$

Przy spełnieniu tych warunków otrzymamy

$$G^* = M^* + D^* = (a'_l + b'_l) e^{s l},$$

a więc istotnie w tym przypadku

$$\xi = \min |\Re s_v| = \infty.$$

Uzasadnimy obecnie następującą

Własność. W przypadku nieskończonego stopnia stabilności charakterystyka czasowa zamkniętego układu regulacji impulsowej posiada skończony okres przejściowy.

Dowód. Istotnie, ponieważ przepustowość impulsowa zamkniętego układu regulacji jest funkcją postaci

$$K_{s,l}^*(e^s, \varepsilon) = \frac{b_0(\varepsilon) + b_1(\varepsilon) e^s + \dots + b_k(\varepsilon) e^{s k}}{a_0 + a_1 e^s + \dots + a_l e^{s l}}; l \geq k,$$

to przy założeniu

$$a_0 = a_1 = \dots = a_{l-1} = 0; a_l \neq 0$$

otrzymamy

$$\begin{aligned} K_{s,l}^*(e^s, \varepsilon) &= \frac{1}{a_l} e^{-s l} [b_0(\varepsilon) + b_1(\varepsilon) e^s + \dots + b_k(\varepsilon) e^{s k}] = \\ &= \frac{1}{a_l} [b_0(\varepsilon) e^{-s l} + b_1(\varepsilon) e^{-(l-1)s} + \dots + b_k(\varepsilon) e^{-s(l-k)}]; l - k \geq 0, \end{aligned}$$

oraz

$$x_2[\bar{t}, \varepsilon] = \mathcal{L}^{-1} \left\{ K_{s,l}^*(e^s, \varepsilon) \frac{1}{s} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{b_0(\varepsilon)}{a_l} \cdot \frac{e^{-s l}}{s} + \dots + \frac{b_k(\varepsilon)}{a_l} \cdot \frac{e^{-(l-k)s}}{s} \right\}.$$

Ponieważ zaś mamy ogólnie

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{e^{-\lambda s}}{s} \right\} = \begin{cases} 0; & \bar{t} < \lambda \\ 1; & \bar{t} > \lambda \end{cases}$$

więc funkcja $x_2[\bar{t}, \varepsilon]$ dla $\bar{t} \geq l$ jest funkcją ustaloną, a to właśnie należało udowodnić.

4.2. Analogie do kryteriów całkowych

Dobranie parametrów układu impulsowego w ten sposób, by proces regulacji miał skończony okres trwania nie zawsze jest możliwe do urzeczywistnienia. Spełnienie tego warunku wymaga najczęściej stosowania specjalnych układów korekcyjnych lub członów różniczkujących, które są trudne do realizacji, podnoszą koszt urządzenia i ponadto nie zawsze są w układzie pożądane. W wielu przypadkach stosowanie tych specjalnych układów korekcyjnych, a zatem komplikowanie struktury układu dla uzyskania skończonego procesu regulacji, nie byłoby rzeczą usprawiedliwioną. W związku z powyższym często stawiamy pytanie, jakie powinny być parametry układu o z góry założonej strukturze, by można było uzyskać „najlepszy” proces regulacji.

Jest rzeczą oczywistą, że korzystanie z terminu „najlepszy” nie miałoby sensu bez ścisłego określenia tego terminu. W związku z powyższym posługujemy się odpowiednio zdefiniowanymi kryteriami jakości procesu regulacji. Kryteria te są analogiczne do kryteriów całkowych stosowanych w zagadnieniach regulacji ciągłej. Korzystamy mianowicie z następujących wyrażen

$$I_1 = \sum_{n=0}^{\infty} |x_2(n) - x_2(\infty)|, \quad (152a)$$

$$I_{1,n} = \sum_{n=0}^{\infty} n |x_2(n) - x_2(\infty)|, \quad (152b)$$

$$I_2 = \sum_{n=0}^{\infty} [x_2(n) - x_2(\infty)]^2, \quad (152c)$$

gdzie $x_2(n)$ jest ciągiem utworzonym z funkcji sygnału wyjściowego układu.

Warto zaznaczyć, że wyrażenie (152a), a więc wielkość I_1 , jest miarą pola zawartego między funkcją schodkową określoną ciągiem $x_2(n)$ a wartością ustaloną $x_2(\infty)$ funkcji x_2 .

Stosowanie wyrażen I_1 oraz $I_{1,n}$ jest dogodnie w praktyce rachunkowej jedynie wówczas, gdy wszystkie wyrazy ciągu

$$x_2(n) - x_2(\infty)$$

są tego samego znaku. W tym przypadku zachodzi bowiem związek

$$|x_2(n) - x_2(\infty)| = \pm (x_2(n) - x_2(\infty))$$

oraz we wzorach definicyjnych (152a) i (152b) możemy opuścić znak modułu. Gdy natomiast $x_2(n)$ na przykład w sposób oscylacyjny przybliża się do wartości asymptotycznej $x_2(\infty)$, znaku modułu nie możemy pominąć i dlatego obliczenie wyrażeń I_1 oraz $I_{1,n}$ w tym przypadku znacznie komplikuje się. Z tych względów lepiej jest wówczas korzystać z wyrażenia I_2 .

Wielkość I_1 , $I_{1,n}$ oraz I_2 obliczamy bezpośrednio z przepustowości impulsowej $K^*(e^s, 0)$ układu zamkniętego. Biorąc mianowicie pod uwagę następującą zależność

$$\mathcal{L}\{x_2[\bar{t}] - x_2[\infty]\} = [K^*(e^s, 0) - K^*(1, 0)] \frac{e^s}{e^s - 1} \eta$$

i uwzględniając wzór (25) otrzymamy dla wielkości I_1 następujące wyrażenie:

$$I_1 = \lim_{s \rightarrow 0} [K^*(e^s, 0) - K^*(1, 0)] \frac{e^s}{e^s - 1} \quad (153)$$

W podobny sposób (korzystając ze wzoru 24) otrzymamy

$$I_{1,n} = - \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{de^s} [K^*(e^s, 0) - K^*(1, 0)] \frac{e^s}{e^s - 1}. \quad (154)$$

Wielkość I_2 również można obliczać bezpośrednio znając przepustowość układu impulsowego z zamkniętą pętlą sprzężenia zwrotnego. Wyprowadzenie odpowiedniego wzoru wiążącego wielkość I_2 z przepustowością układu napotyka jednak w tym przypadku już na nieco poważniejsze trudności. W przypadku szczególnym, gdy

$$[K^*(e^s, 0) - K^*(1, 0)] \frac{e^s}{e^s - 1} = \frac{d_2 e^{2s} + d_1 e^s}{a_2 e^{2s} + a_1 e^s + a_0},$$

wielkości I_2 określamy z następującego wzoru

$$I_2 = \frac{(d_2^2 + d_1^2)(a_2 + a_0) - 2d_1 d_2 a_1}{(a_2 - a_0)[(a_2 + a_0)^2 - a_1^2]}. \quad (155)$$

W przypadku zaś gdy

$$[K^*(e^s, 0) - K^*(1, 0)] \frac{e^s}{e^s - 1} = \frac{d_1 e^s}{a_1 e^s + a_0},$$

korzystamy ze wzoru prostszego

$$I_2 = \frac{d_1^2}{a_1^2 - a_0^2} \quad (155a)$$

Wyprowadzenie powyższych wzorów znajdzie czytelnik w pracy [1].

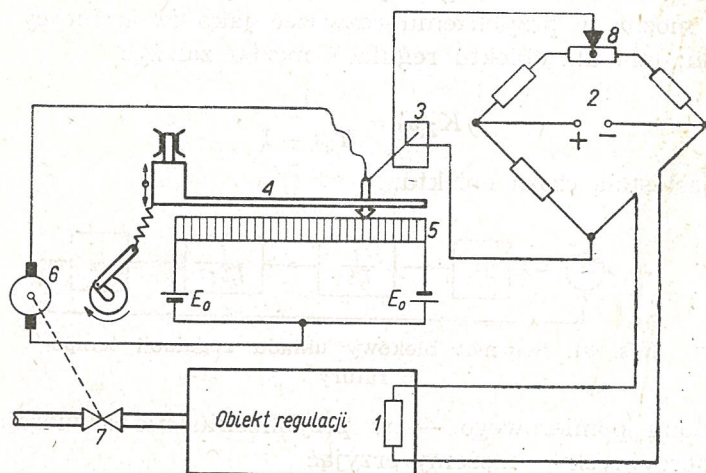
5. PRZYKŁAD PROJEKTOWANIA UKŁADU REGULACJI IMPULSOWEJ

Dla zaprojektowania układu regulacji impulsowej należy wykonać cały szereg czynności, a mianowicie należy:

1. „przetłumaczyć” układ rzeczywisty na zastępczy schemat blokowy, przyjąć odpowiednią strukturę regulatora i określić przepustowości $K(s)$ poszczególnych członów układu regulacji;
2. określić przepustowości impulsowe $K_i^*(e^s, \epsilon)$ otwartego układu regulacji;
3. przeprowadzić badanie stabilności układu;
4. określić optymalne parametry regulatora;
5. wyznaczyć charakterystykę czasową zamkniętego układu regulacji.

Sposób projektowania układu impulsowej regulacji objaśnimy na następującym przykładzie.

Przykład. Na rys. 30 jest przedstawiony schemat typowego układu regulacji temperatury pracującego na zasadzie impulsowej. Układ ten oprócz obiektu regulacji zawiera człon impulsowy, człon wykonawczy i człon pomiarowy. Członem wykonawczym jest serwomotor zmieniający



Rys. 30. Przykład typowego układu impulsowej regulacji temperatury

1 — element pomiarowy, 2 — mostek pomiarowy, 3 — ramka galwanometru, 4 — pałak impulsatora, 5 — opornik impulsatora, 6 — serwomotor, 7 — zawór regulacyjny, 8 — nastawnik temperatury

dopływ ciepła przez zmianę położenia zaworu 7. Członem pomiarowym jest element oporowy 1, którego opór zależy od temperatury i który stanowi jedno z ramion mostka pomiarowego 2. Żadana temperaturę ustawia się przy pomocy potencjometru 8 umieszczonego w obwodzie mostka.

Napięcie wyjściowe mostka, które jest oczywiście proporcjonalne do uchybu, a więc do różnicy między temperaturą zadaną a temperaturą podlegającą regulacji, jest mierzone za pomocą galwanometru 3.

Dzięki obecności w układzie członu impulsowego serwowomotor, a więc i zawór regulujący dopływ ciepła, pracuje w sposób nieciągły. Człon impulsowy — oprócz działania impulsowego — jednocześnie gra rolę członu wzmacniającego.

Przejdźmy obecnie do wykonania pierwszej z podanych wyżej czynności związanych z projektowaniem układu regulacji impulsowej.

1. Określenie schematu blokowego i wyznaczenie przepustowości poszczególnych członów układu regulacji

Dynamikę układu można określić za pomocą przepustowości operatorów poszczególnych członów. Serwowomotor można — jak wiadomo — w przybliżeniu rozważać jako człon całkujący; tzn. przepustowość serwowomotoru można określić wzorem

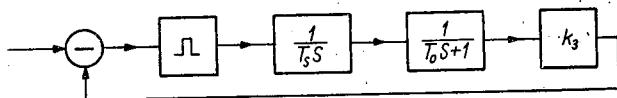
$$K_1(s) = \frac{1}{T_s s},$$

gdzie T_s jest stałą serwowomotoru.

Przepustowość obiektu regulacji, którym jest na przykład piec lub termostat, można w przybliżeniu rozważać jako człon inercyjny pierwszego rzędu; tzn. dla obiektu regulacji można założyć

$$K_2(s) = \frac{1}{T_0 s + 1},$$

gdzie T_0 jest stałą czasu obiektu.



Rys. 31. Schemat blokowy układu regulacji temperatury

Dla członu pomiarowego — w przybliżeniu nie zawierającego elementów inercyjnych — możemy przyjąć

$$K_3(s) = k_3,$$

Schemat blokowy, zgodnie z powyższymi rozważaniami, posiada postać jak na rys. 31.

2. Określenie przepustowości impulsowej otwartego układu regulacji

Przepustowość $K(s)$ części liniowej otwartego układu regulacji, a więc układu stanowiącego szeregowe połączenie członów K_1 , K_2 i K_3 , jest iloczynem

$$K(s) = K_1(s) K_2(s) K_3(s) = \frac{k_3}{T_s s(T_0 s + 1)}. \quad (156)$$

Część liniowa otwartego układu regulacji jest więc członem całkowo-inercyjnym. Korzystając z tablicy 1 (patrz Dodatek) natychmiast znajdujemy przepustowości impulsowe odpowiadające wyrażeniu (156). Mamy mianowicie

$$K_I^*(e^s, \varepsilon) = -k_0 \frac{\beta_s}{\beta} + k_0 \beta_s \left(\varepsilon + \frac{\gamma}{e^s - 1} + k_0 \frac{\beta_s}{\beta} \cdot \frac{e^s - e^{-\beta(1-\gamma)}}{e^s - e^{-\beta}} e^{-\beta\varepsilon} \right) \quad (157a)$$

$$\text{dla } 0 \leq \varepsilon < \gamma;$$

$$K_{II}^*(e^s, \varepsilon) = k_0 \beta_s \gamma \frac{e^s}{e^s - 1} - k_0 \frac{\beta_s}{\beta} (e^{\beta\gamma} - 1) \frac{e^s}{e^s - e^{-\beta}} e^{-\beta\varepsilon} \quad (157b)$$

$$\text{dla } \gamma \leq \varepsilon < 1;$$

gdzie

$k_0 = k \cdot k_3$, przy czym k jest wzmocnieniem impulsatora,

$$\beta = \frac{T}{T_0}, \quad \beta_s = \frac{T}{T_s}, \quad \text{przy czym } T \text{ jest okresem generowanych}$$

przez impulsator impulsów prostokątnych.

3. Badanie stabilności układu

Badanie stabilności układu przeprowadzimy w oparciu o kryteria częstotliwościowe. Ponieważ o stabilności układu całkowicie decyduje zachowanie się układu w momentach $\varepsilon = 0$, zatem dla przeprowadzenia badania stabilności wyznaczmy ze wzoru (157a) wielkość $K_I^*(e^s, 0)$. Mamy

$$K_I^*(e^s, 0) = -k_0 \frac{\beta_s}{\beta} + k_0 \beta_s \frac{\gamma}{e^s - 1} + k_0 \frac{\beta_s}{\beta} \cdot \frac{e^s - e^{-\beta(1-\gamma)}}{e^s - e^{-\beta}}. \quad (158)$$

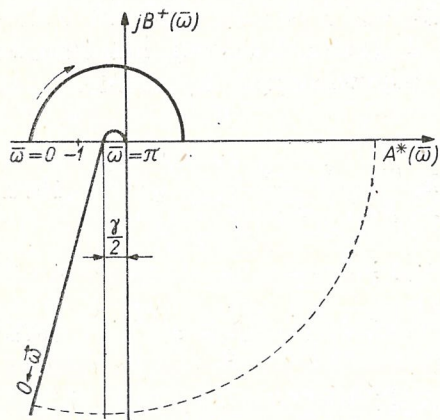
Impulsowa charakterystyka częstotliwościowa odpowiadająca przypadkowi $\varepsilon = 0$ posiada więc postać następującą:

$$K_I^*(e^{j\omega}, 0) = k_0 \beta_s \left[-\frac{e^{\beta\gamma} - 1}{\beta} \cdot \frac{e^{-\beta}}{e^{j\omega} - e^{-\beta}} + \frac{\gamma}{e^{j\omega} - 1} \right]. \quad (159)$$

Można zauważyć, że pierwszy wyraz w nawiasie wzoru (159), a więc wyrażenie

$$-\frac{e^{\beta\gamma}-1}{\beta} \cdot \frac{e^{-\beta}}{e^{j\bar{\omega}}-e^{-\beta}}$$

stanowi przy $0 \leq \bar{\omega} \leq \pi$ równanie półokręgu położonego w górnej półpłaszczyźnie (rys. 32). Drugi natomiast



Rys. 32. Charakterystyka amplitudowo-fazowa $K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0) = M^*(j\bar{\omega}, 0) = A^*(j\bar{\omega}) + jB^*(\bar{\omega})$ otwartego układu regulacji impulsowej

wyraz, a więc $\frac{\gamma}{e^{j\bar{\omega}}-1}$,

reprezentuje przy $0 \leq \bar{\omega} \leq \pi$ półprostą równoległą do osi urojonej i przechodzącą przez punkt $(-\frac{\gamma}{2} + j0)$. Wa-

runkiem koniecznym i wystarczającym do tego, by rozważany układ po zamknięciu pętli sprzężenia zwrotnego był układem stabilnym, jest warunek, by charakterystyka amplitudowo-fazowa $K^*(e^{j\bar{\omega}}, 0)$ nie obejmowała punktu $(-1 + j0)$.

4. Określenie optymalnych parametrów regulatora

W celu określenia optymalnych parametrów regulatora skorzystamy ze wzoru

$$I_2 = \sum_{n=0}^{\infty} [x_2(n) - x_2(\infty)]^2,$$

gdzie x_2 jest odpowiedzią jednostkową zamkniętego układu regulacji. Rozważania przeprowadzimy dla przypadku $\gamma \ll 1$. Ponieważ

$$\mathcal{L}\{x_2[t, \varepsilon]\} = K_s^*(e^s, 0) \frac{e^s}{e^s - 1} \eta = \frac{K^*}{1 + K^*} \cdot \frac{e^s}{e^s - 1} \eta$$

oraz

$$\mathcal{L}\{x_2[t, 0] - x_2[\infty]\} = [K_s^*(e^s, 0) - K_s^*(1, 0)] \frac{e^s}{e^s - 1} \eta =$$

$$= - \frac{e^{2s} - e^{-\beta} e^s}{e^{2s} - [(1 + e^{-\beta}) - k_0 \beta \gamma (1 - e^{-\beta})] e^s + e^{-\beta}} \eta,$$

zatem według (155)

$$I_2 = \frac{(1 + e^{-2\beta})(1 + e^{-\beta}) - e^{-\beta} [1 + e^{-\beta} - k_0 \beta \gamma (1 - e^{-\beta})]}{(1 - e^{-\beta}) \{ (1 + e^{-\beta})^2 - [k_0 \beta \gamma (1 - e^{-\beta}) - (1 + e^{-\beta})]^2 \}}.$$

Po wprowadzeniu zaś oznaczeń

$$a = 2 \frac{1 + e^{-\beta}}{1 - e^{-\beta}} = 2 \coth \frac{\beta}{2}; \quad b = k_0 \beta \gamma,$$

wyrażenie określające I_2 zapiszemy następująco:

$$I_2 = \frac{4(a - b) + a^2 b}{8(a - b)b} = \frac{1}{2b} + \frac{a^2}{8(a - b)}.$$

Obliczając zerową wartość pochodnej I_2 względem parametru b

$$\frac{\partial I_2}{\partial b} = 0$$

możemy następnie wyznaczyć optymalną wielkość iloczynu $k_0 \beta \gamma$, dla którego odchylenie przebiegu regulacji od funkcji jednostkowej osiąga wartość najmniejszą w sensie kryterium kwadratu błędu. Po przeprowadzeniu elementarnych obliczeń otrzymamy

$$(k_0 \beta \gamma)_{opt} = 1 + e^{-\beta}.$$

5. Wyznaczenie charakterystyki czasowej zamkniętego układu regulacji

Charakterystykę czasową zamkniętego układu regulacji wyznaczamy na podstawie równania

$$\mathcal{L}\{x_2[\bar{t}, \varepsilon]\} = K_{s,i}^*(e^s, \varepsilon) \mathcal{L}\{x_0[\bar{t}]\}.$$

Jeżeli mianowicie założymy

$$x_0[\bar{t}] = 1(t),$$

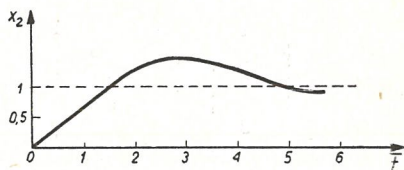
wówczas

$$\mathcal{L}\{x_0[\bar{t}]\} = \frac{e^s}{e^s - 1} \eta,$$

oraz

$$\mathcal{L}\{x_2[\bar{t}, \varepsilon]\} = K_{s,i}^*(e^s, \varepsilon) \frac{e^s}{e^s - 1} \eta = \frac{P^*(e^s, \varepsilon)}{Q^*(e^s)} \cdot \frac{e^s}{e^s - 1} \eta,$$

gdzie funkcje P^* i Q^* są wielomianami zmiennej e^s .



Rys. 33. Charakterystyka czasowa układu automatycznej regulacji temperatury dla przypadku $\beta = 0,5$ i $k_0 \beta \gamma = 1,61$

Przez rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste i odczytując z tabeli wyniki poszczególnych operacji otrzymamy funkcję $x_2[t, \varepsilon]$ określającą charakterystykę czasową zamkniętego układu regulacji. Wykres funkcji $x_2[t, \varepsilon]$ dla przypadku $\beta = 0,5$ i $k_0\beta_s\gamma = 1,61$ jest podany na rys. 33.

WYKAZ LITERATURY

1. Cypkin J. Z.: Pieriechodnyje i ustanowisziesia processy w impulsnych cieplach. Gosenergoizdat, Moskwa-Leningrad, 1951.
2. Cypkin J. Z.: Teorja prieriwistowo regulirowanja, I. — Awtomatika i telemekhanika, nr 3, t. 10, 1949, s. 189.
3. Cypkin J. Z.: Teorja prieriwistowo regulirowanja, II. — Awtomatika i telemekhanika, nr 5, t. 10, 1949, s. 342.
4. Oldenburg P., Sartorius G.: Dinamika awtomatyczeskowo regulirowanja. Gosenergoizdat, 1949.

Dodatek

Tablica 1

Przekształcenie Laplace'owskie funkcji schodkowych

Lp.	$f[n]; n \geq 0$	$\frac{F^*(e^s)}{\eta} = \frac{\mathcal{L}\{f[n]\}}{\eta}$
1	1	$\frac{e^s}{e^s - 1}$
2	n	$\frac{e^s}{(e^s - 1)^2}$
3	n^2	$\frac{e^s}{(e^s - 1)^3} (e^s + 1)$
4	n^3	$\frac{e^s}{(e^s - 1)^4} (e^{2s} + 4e^s + 1)$
5	$\frac{n(n-1)}{2!}$	$\frac{e^s}{(e^s - 1)^3}$

Ciąg dalszy tablicy 1

Lp.	$f[n]; n \geq 0$	$\frac{F^*(e^s)}{\eta} = \frac{\mathcal{L}\{f[n]\}}{\eta}$
6	$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$	$\frac{e^s}{(e^s-1)^4}$
7	$c^{\alpha n}$	$\frac{e^s}{e^s - c^\alpha}$
8	$(-c)^{\alpha n}$	$\frac{e^s}{e^s + c^\alpha}$
9	$e^{\alpha n}$	$\frac{e^s}{e^s - e^\alpha}$
10	$ne^{\alpha(n-1)}; n \geq 1$	$\frac{e^s}{(e^s - e^\alpha)^2}$
11	$n^2 e^{\alpha(n-1)}; n \geq 1$	$\frac{e^s}{(e^s - e^\alpha)^3} (e^s + e^\alpha)$
12	$\frac{n(n-1)}{2!} e^{\alpha(n-2)}; n \geq 2$	$\frac{e^s}{(e^s - e^\alpha)^3}$
13	$\frac{1}{1-e^\alpha} (1-e^{\alpha n})$	$\frac{e^s}{(e^s - e^\alpha)(e^s - 1)}$
14	$\frac{1}{1-e^\alpha} (1-e^{\alpha(n+1)})$	$\frac{e^s}{(e^s - e^\alpha)(e^s - 1)} e^s$
15	$\frac{1}{1-e^\alpha} (1-e^{\alpha(n-1)}); n \geq 1$	$\frac{1}{(e^s - e^\alpha)(e^s - 1)}$
16	$\frac{1}{e^\alpha - e^\beta} (e^{\alpha n} - e^{\beta n})$	$\frac{e^s}{(e^s - e^\beta)(e^s - e^\alpha)}$
17	$\frac{n}{1-e^\alpha} - \frac{1-e^{\alpha n}}{(1-e^\alpha)^2}$	$\frac{e^s}{(e^s - e^\alpha)(e^s - 1)^2}$
18	$\cos x n$	$\frac{e^s(e^s - \cos x)}{e^{2s} - 2e^s \cos x + 1}$

Ciąg dalszy tablicy 1

Lp.	$f[n]; n \geq 0$	$\frac{F^*(e^s)}{\eta} = \frac{\mathcal{L}\{f[n]\}}{\eta}$
19	$\sin x n$	$\frac{e^s \sin x}{e^{2s} - 2e^s \cos x + 1}$
20	$e^{\alpha n} \cos x n$	$\frac{e^s(e^s - e^\alpha \cos x)}{e^{2s} - 2e^s e^\alpha \cos x + e^{2\alpha}}$
21	$e^{\alpha n} \sin x n$	$\frac{e^s e^\alpha \sin x}{e^{2s} - 2e^s e^\alpha \cos x + e^{2\alpha}}$
22	$\cosh x n$	$\frac{e^s(e^s - \cosh x)}{e^{2s} - 2e^s \cosh x + 1}$
23	$\sin x n$	$\frac{e^s \sinh x}{e^{2s} - 2e^s \cosh x + 1}$
24	$e^{\alpha n} \cosh x n$	$\frac{e^s(e^s - e^\alpha \cosh x)}{e^{2s} - 2e^s e^\alpha \cosh x + e^{2\alpha}}$
25	$e^{\alpha n} \sinh x n$	$\frac{e^s e^\alpha \sinh x}{e^{2s} - 2e^s e^\alpha \cosh x + e^{2\alpha}}$
26	$\frac{\cos x n}{n!}$	$e \frac{\cos x}{e^s} \cdot \sin\left(\frac{\sin x}{e^s}\right)$
27	$\frac{\sin x n}{n!}$	$e \frac{\cos x}{e^s} \cdot \cos\left(\frac{\sin x}{e^s}\right)$
28	$\frac{\sin x n}{n}$	$\arctg \frac{\sin x}{e^s - \cos x}$
29	$\frac{1}{n!}$	$\frac{1}{e e^s}$
30	$\frac{n+1}{n!}$	$\left(\frac{e^s+1}{e^s}\right) e^{\frac{1}{e^s}}$
31	$\cos \pi n = (-1)^n$	$\frac{e^s}{e^s+1}$
32	$n \cos \pi n = n(-1)^n$	$\frac{e^{2s}}{(e^s+1)^2}$

С. ВЕЛЛЕРТ

ТЕОРИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СИСТЕМ ИМПУЛЬСНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Резюме

В работе представлены основы теории импульсных систем регулирования. Изложенная теория является предложением метода разработанного Я. З. Цыпкиным [1], [2], [3]. Эта теория отличается от изложенной в работах [1], [2], [3] между прочим тем, что она базируется не на „дискретном“ а на интегральном преобразовании Лапласа, которое известно широкому кругу специалистов работающих в области автоматики. Применение интегрального преобразования Лапласа к анализу систем импульсного регулирования имеет ещё следующее достоинство: теория этих систем становится более похожей к теории систем непрерывного действия. В приведенной теории использован ряд понятий хорошо известных из теории систем непрерывного действия таких как нпр. понятие операторного и спектрального коэффициента передачи, понятие частотной характеристики, временной характеристики и т. п. Эта теория даёт возможность исследования на базе общих теоретических основ и в связи с этим она не требует применения индивидуального подхода в конкретных частных случаях.

Коэффициент передачи $K_i^*(e, \varepsilon)$ импульсной системы определяется формулой

$$K_i^*(e, \varepsilon) = \frac{\mathcal{L}\{x_2[\bar{t}, \varepsilon]\}}{\mathcal{L}\{x_1[\bar{t}]\}}; 0 \leq \varepsilon < 1,$$

где $x_2[\bar{t}, \varepsilon]$ представляет собой ступеньчатую функцию зависящую от действительного параметра ε , определяющую выходной сигнал импульсной системы $x_1[\bar{t}]$ представляет собой ступеньчатую функцию составленную из функции $x_1(t)$ входного сигнала.

Частотная характеристика $M^*(j\bar{\omega})$ импульсной системы определяется формулой

$$M^*(j\bar{\omega}) = \frac{\mathcal{L}\{x_2[\bar{t}, \varepsilon]\}}{\mathcal{L}\{x_1[\bar{t}]\}} \Big|_{s=j\bar{\omega}}; \bar{\omega} = \omega T$$

где $\bar{\omega}$ представляет собой так называемую „безразмерную частоту“, отнесённую к периоду T генерирования прямоугольных импульсов.

S. BELLERT

THE THEORY AND DESIGN OF SAMPLED DATA CONTROL SYSTEMS

Summary

The fundamentals of the theory of feed-back control systems working on sampled data are given in this paper. The presented theory is a continuation of the method given by J. Z. Tsypkin [1], [2], [3]. The present theory is not based on the „discrete“, as in the papers [1], [2], [3], but on the integral Laplace transformation, which is well known to wide circles of engineers working on control prob-

lems. The introduction of integral Laplace transformation to the studies on sampled data control systems is advantageous by making this theory similar to the theory of systems working continuously. A number of concepts well known from the theory of systems working continuously is utilized in this theory, i. e. the concept of the transfer function, frequency response, time response etc. This theory enables to study a wide class of sampled data control systems on the basis of a common theory and this way it does not require an individual treatment of particular cases.

The transfer function $K_i^*(e^s, \varepsilon)$ of the sampled data control system is expressed by

$$K_i^*(e^s, \varepsilon) = \frac{\mathcal{L}\{x_2[\bar{t}, \varepsilon]\}}{\mathcal{L}\{x_1[\bar{t}]\}}; \quad 0 \leq \varepsilon < 1$$

where $x_2[\bar{t}, \varepsilon]$ is a step function dependent on a real parameter ε , determining the output signal of the system, $x_1[\bar{t}]$ is a step function formed from the function $x_1(t)$ of the input signal.

The frequency response $M^*(j\bar{\omega})$ of the sampled data system is expressed by

$$M^*(j\bar{\omega}) = \left. \frac{\mathcal{L}\{x_2[\bar{t}, \varepsilon]\}}{\mathcal{L}\{x_1[\bar{t}]\}} \right|_{s=j\bar{\omega}}; \quad \bar{\omega} = \omega T,$$

where $\bar{\omega}$ is a dimensionless angular frequency, referred to the period T of rectangular pulses.

JERZY ZIELIŃSKI

Obliczanie piorunowego poziomu izolacji linii napowietrznych wysokiego napięcia

Rękopis dostarczono 18.12.1956

Autor rozpatruje wpływ szeregu czynników, jak kształt udaru, rozpięty prądów, spadki napięć na słupie i uziemieniu, sprzężenia między przewodami, na wartość napięcia na izolacji linii w przypadku uderzeń pioruna w słup. Następnie autor podaje zasady określania wytrzymałości udarowej tej izolacji w warunkach zbliżonych do występujących podczas burzy. Wynikiem rozważań jest wzór wyrażający zależność między zwarciovym prądem pioruna, określającym piorunowy poziom izolacji, a wytrzymałością izolacji linii. W zakończeniu podano uwagi o celowości i kierunkach dalszych badań nad odpornością burzową linii.

1. WSTĘP

Wyznaczanie wartości piorunowego poziomu izolacji linii daje podstawę do określenia odporności burzowej tej linii lub prawdopodobnej liczby wyłączeń w ciągu roku, powstałych na skutek wyładowań atmosferycznych. Obliczenia takie są prowadzone na ogół przy projektowaniu ważniejszych linii, szczególnie przy opracowywaniu projektów typowych linii najwyższych napięć z przewodami odgromowymi oraz przy ocenie pracy linii już istniejących (analiza awaryjności linii, wybór drogi do właściwej modernizacji linii).

W literaturze znajdują się opracowania szeregu metod obliczeń piorunowego poziomu izolacji linii [1], [2], z których najbardziej znane są metody amerykańskie (Montheitha [6], Hardera i Whiteheada [14], [10]) oraz radzieckie — odrębne metody Kostienki [5] i Sirotinskiego [7] — wraz z odmianą tej ostatniej, adaptowaną — przypuszczalnie przez Dołginowa — do przepisów radzieckich [3], [11]. Przy wyborze odpowiedniej dla warunków krajowych metody obliczeń należy kierować się następującymi kryteriami:

a) metoda krajowa musi opierać się na założeniach zgodnych z teorią i wynikami badań eksperymentalnych, przeprowadzonych w warunkach

zbliżonych do występujących w kraju; uproszczenie założeń do celów obliczeniowych nie może wypaczać sensu fizycznego zjawiska;

b) obliczenia powinny być dokonywane bądź przy pomocy wzorów ścisłych teoretycznie, bądź przy pomocy empirycznych wzorów, możliwie zgodnych z wynikami badań doświadczalnych lub bardziej wnikliwych obliczeń teoretycznych; w związku z tym wyniki obliczeń dla spotykanych w krajowej praktyce parametrów linii nie powinny znacznie odbiegać od rzeczywistości;

c) postać matematyczna metody nie może nastroczać szczególnych trudności inżynierowi-projektantowi bądź inżynierowi-energetykowi kierującemu eksploatacją linii, a czas pracy potrzebny do wykonania obliczeń powinien być jak najkrótszy; wynikające stąd dążenie do uproszczenia metody stoi w pewnej kolizji z punktami a) i b), toteż cechą dobrej metody obliczeń powinien być właściwy wybór „złotego środka” między jej dokładnością i prostotą;

d) przy doborze danych koniecznych do przeprowadzenia obliczeń należy uwzględnić dostępną w kraju bazę wyposażenia technicznego i możliwość uzyskania tych danych w praktyce (dotyczy to np. pomiarów udarowej oporności uziemienia, badań przebiegów falowych metodami analogowymi itp.);

e) celowe jest takie sformułowanie toku obliczeń, aby było możliwe dokonywanie usprawnień poszczególnych ogniw obliczeń (lub dostosowywanie do odbiegających od przeciętnych konkretnych danych) oraz analiza wpływu poszczególnych parametrów, bez konieczności przerabiania całej metody; dlatego nie wydaje się właściwe zastąpienie wzorów podstawowych metody przez syntetyczne krzywe, co cechuje np. metody amerykańskie.

W niniejszej pracy przedstawiono rozważania nad uwzględnieniem w obliczeniach piorunowego poziomu izolacji różnych czynników wpływających na wartości przepięć udarowych na izolacji linii trafionej przez piorun i na możliwość powstania przeskoku. Wydaje się, że rozważania te mogą dać materiał do opracowania poprawnej metody obliczeń, a co najmniej wywołać dyskusję nad poprawnością wniosków autora oraz wniosków wynikających z innych metod obliczeń.

Pewien zarys metody obliczeń, lecz jeszcze w bardzo niedoskonałej formie, został udostępniony w r. 1955 Ministerstwu Energetyki w celu wykorzystania jej w opracowywanych „Wskazówkach ochrony odgromowej”. Należy zaznaczyć, że niektóre wnioski artykułu są niezgodne ze wspomnianym zarysem metody i wydaje się, że idą one w kierunku poprawienia pewnych nieścisłości.

Zakres pracy dotyczy obliczeń piorunowego poziomu izolacji jedynie dla przypadku uderzenia pioruna w słup linii z przewodami odgromo-

wymi lub w przewód odgromowy w pobliżu słupa. Materiał jest usystematyzowany zagadnieniami; ze względu na ograniczone ramy artykułu tylko niektóre zagadnienia zostały potraktowane głębiej, inne z konieczności bardziej powierzchownie.

2. ANALIZA KSZTAŁTU UDARU PRĄDOWEGO

Podstawowym założeniem do obliczeń piorunowego poziomu izolacji linii jest przyjęcie kształtu udaru prądowego odtwarzającego przebieg zwarciovego prądu pioruna w czasie.

Przy doborze kształtu udaru:

1. zachowano warunek, aby zgodność przyjętego kształtu udaru z danymi rejestrowanymi przy rzeczywistych wyładowaniach piorunowych [6], [21] była jak największa;

2. założono możliwie duże uproszczenia, które by stworzyły łatwość zastosowania przyjętego kształtu jako funkcji $i = f(t)$ do obliczeń.

W literaturze spotyka się następujące rodzaje przyjmowanych do obliczeń kształtów udarów (por. rys. 1):

a) Udar prostokątny:

$$i = I \text{ dla } t > 0, \quad \frac{di}{dt} = 0 \text{ dla } t > 0;$$

punkt nieciągłości dla $t = 0$, w punkcie tym $\frac{di}{dt} \rightarrow \infty$.

b) Udar ukośny:

$$i = kt; \quad \frac{di}{dt} = k = \text{const}, \quad i \rightarrow \infty \text{ dla } t \rightarrow \infty.$$

c) Udar trapezowy:

$$\left. \begin{array}{l} i = kt \\ \frac{di}{dt} = k \end{array} \right\} \text{ dla } 0 \leq t \leq T_1 \quad \text{oraz} \quad \left. \begin{array}{l} i = I = kT_1 \\ \frac{di}{dt} = 0 \end{array} \right\} \text{ dla } t \geq T_1;$$

punkt nieciągłości dla $t = T_1$.

d) Udar dwuukośny:

$$\left. \begin{array}{l} i = k_1 t \\ \frac{di}{dt} = k_1 \end{array} \right\} \text{ dla } 0 \leq t \leq T_1 \quad \text{oraz} \quad \left. \begin{array}{l} i = k_1 T_1 - k_2 (t - T_1) \\ \frac{di}{dt} = -k_2 \end{array} \right\} \text{ dla } t > T_1;$$

$k_2 < k_1$; punkt nieciągłości dla $t = T_1$.

e) Udar dwuwykładniczy:

$$i = I (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}), \text{ gdzie } \frac{di}{dt} = I (\beta e^{-\beta t} - \alpha e^{-\alpha t});$$

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} = (\beta - \alpha) I \text{ dla } t = 0; I_{\max} = i_{(t_m)} < I \text{ dla } t_m = \frac{\ln \beta - \ln \alpha}{\beta - \alpha}.$$

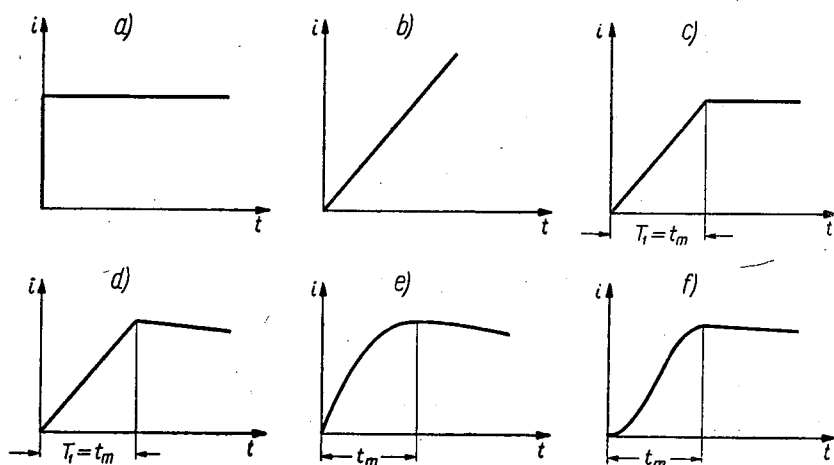
f) Udar o czole kosinusoidalnym:

$$\frac{di}{dt} = \frac{I \omega}{2} \sin \omega t; \quad i = I \frac{1 - \cos \omega t}{2} \text{ dla } t < t_m = \frac{\pi}{\omega};$$

grzbiet udaru jak w udarze dwuukośnym

$$i_{\max} = I \text{ dla } t = \frac{\pi}{\omega} = t_m, \quad \left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} = \frac{I \omega}{2} \text{ dla } t = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{t_m}{2}.$$

Na rysunku 1 przedstawiono jednocześnie przebieg prądu udarowego oraz przebieg napięcia udarowego w przypadku uderzenia pioruna w obiekt o oporności rzeczywistej (bez indukcyjności). W przypadku uderzenia pioruna w słup linii charakter przebiegu napięcia jest podobny (jak to zostanie wykazane w następnych rozdziałach) do przebiegu przy trafieniu udaru w układ szeregowy RL. Przykładowe przebiegi napięcia na takim układzie dla różnych przyjętych kształtów udaru przedstawiono na rys. 2. Milcząco założono tu nieskończoną oporność źródła napięcia (wartości i kształt prądu niezależny od układu RL).



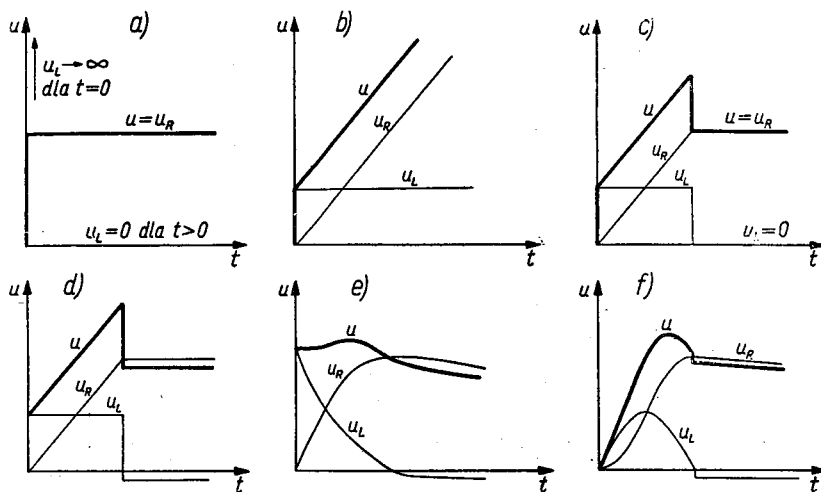
Rys. 1. Porównanie przyjmowanych kształtów udaru prądu pioruna

Rysunek 2 został wykonany w tej samej skali dla wszystkich kształtów udaru przy następujących założeniach:

1. czas do wartości szczytowej udaru prądowego (t_m) dla kształtów udaru c), d), e) i f) jest równy, a stromość czoła dla b) jest taka sama jak dla c);

2. czas do półszczytu udaru (T_2) w przypadku d), e) i f) jest 10 razy większy od czasu t_m ;

3. Stosunek stałej czasu układu RL : $\tau = \frac{L}{R}$ do czasu t_m wynosi $1/2$.



Rys. 2. Porównanie przebiegów napięcia w układzie RL dla różnych kształtów udaru prądowego:

$u = u_R + u_L$ — napięcie na układzie RL , u_R — na oporności czynnej, u_L — na indukcyjności

Poniżej zostaną omówione wady i zalety poszczególnych kształtów udarów.

a) Najbardziej uproszczony kształt udaru. Nadaje się on do obliczeń orientacyjnych typu $I = \frac{\text{wytrzymałość izolacji}}{\text{oporność uziemienia}}$, w których w zasadzie

kształt udaru jest obojętny; ponadto jest wygodny przy ocenie jakościowej przebiegów falowych (odbicia od sąsiednich słupów itp.). Uwzględnianie indukcyjności słupa jest tu niemożliwe, a uwzględnianie odbić falowych zmienia wyniki w sposób nieprawidłowy. Kształt udaru znacznie odbiega od obserwowanych w rzeczywistości.

b) Kształt udaru wygodny do obliczeń, stosowany głównie przez autorów amerykańskich. Znaczne nieprawidłowości występują dopiero przy dłuższych czasach przy uwzględnieniu odbić od sąsiednich słupów. Również uwzględnienie indukcyjności może prowadzić do nieścisłości (zna-

czny skok napięcia na początku przebiegu). W związku z tym metody oparte na kształcie udaru b) nadają się do obliczeń piorunowego poziomu izolacji w liniach najwyższych napięć (np. 220 kV, 287 kV, 380 kV) prowadzonych na słupach stalowych, w których długie przesła (rzędu 500 m) oraz stosunkowo nieznaczna indukcyjność słupów ograniczają wpływ wspomnianych nieściśłości. Jako metody uniwersalne, odniesione do wszystkich typów linii z przewodami odgromowymi, dają one zbyt niekorzystne warunki dla napięć znamionowych niższych w porównaniu z napięciami wyższymi.

c) i d) W zakresie początkowym przebiegi są analogiczne z przebiegiem dla udaru o kształcie b). We wszystkich tych przebiegach maksymalna stromość udaru występuje jednocześnie z wartością szczytową udaru, co nie jest zgodne z wynikami badań eksperymentalnych nad piorunem. Przez arytmetyczne dodawanie się spadków napięć na indukcyjności i na oporności rzeczywistej otrzymuje się sztuczne zwiększenie przepięcia oraz wnioskuje o większym niż w rzeczywistości wpływie indukcyjności słupa. Warto również zaznaczyć, że nie jest możliwa ewentualna analiza przepięć po przekroczeniu wartości szczytowej udaru (np. badanie wpływu kształtu przepięcia na wytrzymałość izolacji) wskutek znacznej nieciągłości przebiegu. Powyższe kształty udarów występują w metodach uproszczonych u Sirotńskiego i Kostienki [5], [7].

e) Kształt udaru stosowany między innymi przy obliczeniach zwołów przez Stiekolnikowa [8] (wchodzą tu w grę znacznie mniejsze długości pręseł przewodów odgromowych niż w przypadku linii). Zaletą takiego kształtu jest odstępianie od zbieżności maksymalnej stromości czoła z wartością szczytową udaru. Wadą — występowanie maksymalnej stromości na początku udaru (co nie znajduje potwierdzenia w rzeczywistości) i szybkie zmniejszanie stromości w miarę wzrostu prądu; wynikiem tego jest znaczny skok napięcia w chwili $t = 0$ (kształt udaru napięcia bliski prostokątnemu) oraz zbyt mały wpływ indukcyjności na wartość szczytową przepięć. Ponadto wadą dwuwykładniczego kształtu udaru jest utrudniająca obliczenie postać matematyczna. Stosowanie bowiem do obliczeń piorunowego poziomu izolacji rachunku operatorowego uważa się za niewłaściwe wobec praktycznego charakteru obliczeń.

f) Jedyne kształt udaru, który nie prowadzi do skoku napięcia w chwili początkowej, gdyż dla $t = 0$ wartości natężenia prądu i stromości czoła udaru prądowego są równe zeru, a następnie wzrastają w sposób ciągły. Występowanie najwyższej stromości w połowie czasu trwania czoła i przy połowie wartości szczytowej udaru prądowego, jak się wydaje, nie odbiega znacznie od rzeczywistości i prowadzi w konsekwencji do prawidłowych wniosków o wpływie oporności i indukcyjności i odbić falowych na wartość przepięcia na słupie. Nieciągłość na

szczytacie udaru nie ma praktycznie wpływu na wartość i kształt przebiegu, gdyż w punkcie tym z lewej strony $\frac{di}{dt} = 0$, z prawej zaś stromość grzbietu jest o rząd wielkości mniejsza od średniej stromości czoła. Pewną zaletą kosinusoidalnego kształtu czoła udaru jest możliwość stosowania przy obliczaniu piorunowego poziomu izolacji powszechnie znanych wzorów dla napięcia sinusoidalnie zmiennego. Kosinusoidalny kształt czoła udaru jest stosowany do obliczeń piorunowego poziomu izolacji przez szereg autorów [7], [9], [11].

Wnioski:

1. Udar o czole kosinusoidalnym jako jedyny z rozpatrywanych nie wprowadza istotnych nieciągłości na początku przebiegu ani przy wartości szczytowej. Kształt udaru nie odbiega znacznie od kształtu udarów rejestrowanych w rzeczywistości.

2. Postać matematyczna przebiegu kosinusoidalnego nie stwarza szczególnych trudności w obliczeniach wobec możliwości zastosowania wzorów dla przebiegów sinusoidalnych zmiennych.

3. Przyjęcie kosinusoidalnego kształtu czoła do dalszych rozważań nad obliczaniem piorunowego poziomu izolacji uznano za najbardziej odpowiednie.

3. DANE LICZBOWE UDARU PRZYJĘTEGO DO OBLICZEŃ

Dla zdefiniowania używanego do obliczeń udaru prądowego konieczne są następujące dane: wartość szczytowa, ogólna postać kształtu udaru, stromość i czas trwania czoła oraz czas do półszczytu. Wartość szczytowa jest zazwyczaj w obliczeniach wartością szukaną bądź też wartością określoną, jako żądany piorunowy poziom izolacji linii. Zgodnie z rozdz. 2 przyjęto kształt udaru o czole kosinusoidalnym, a grzbiecie prostoliniowym. Czas do półszczytu jest tu parametrem najmniej ważnym i wydaje się, że przyjęcie wartości $T_2 = 50 \mu s$, bliskiej znanej z literatury [4], [6], [12], [13] przeciętnej, można uznać za właściwe.

Pozostaje wybór maksymalnej stromości i czasu trwania czoła. Pomijając na razie zagadnienie umowności czasu trwania czoła, zostaną omówione zależności między maksymalną stromością $\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}$ a czasem do wartości szczytowej t_m , czyli rzeczywistym czasem trwania czoła. Dla czoła kosinusoidalnego zależności te mają następującą postać:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} = \frac{I \omega}{2},$$

gdzie pulsacja przebiegu kosinusoidalnego $\omega = \frac{\pi}{t_m}$,

stąd

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} = \frac{I}{t_m} \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{lub} \quad t_m = \frac{I}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}} \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Przed doбором wartości liczbowych należy rozpatrzyć dwa warianty zależności powyższych parametrów od wartości szczytowej prądu:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} = \text{const}, \quad t_m \sim I; \\ \text{b)} \quad & t_m = \text{const}, \quad \left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} \sim I. \end{aligned}$$

Pierwszy wariant jest zalecany przez radzieckie „Wskazówki ochronny od przepięć” [11], gdzie $\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} = 50 \text{ kA}/\mu\text{s}$. Jest to wartość bliska najwyższej spotykanej w praktyce i stosowanie jej dla różnych wartości prądu prowadziłoby do znacznego zwiększenia udziału spadku napięcia na indukcyjności słupa przy mniejszych prądach $\left[L\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} = \text{const dla } RJ = \text{var}\right]$. Ponadto stała stromość wiążąc się ze zmiennym czasem trwania czoła powoduje duże trudności w ogólnym określaniu wytrzymałości izolacji linii przy przepięciach atmosferycznych (każdej wartości prądu odpowiada udar o innym kształcie i przepięcie o różnym czasie trwania). Z uwagi na te niedogodności „Wskazówki” ujęły zagadnienie kompromisowo: dla wyższych wartości prądu $\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max} = 50 \text{ kA}/\mu\text{s}$, a proporcjonalne są I i t_m , dla niższych $t_m = \text{const}$, a proporcjonalne są I i $\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}$; również przy określaniu składowej magnetycznej napięcia indukowanego przyjęto tam jako założenie, że stromość czoła jest zależna od wartości szczytowej udaru.

Z powyższych względów autor proponuje przyjęcie do dalszych obliczeń wariantu b), tzn. stromości proporcjonalnej do wartości szczytowej, a stałego czasu t_m . Jako najbardziej prawdopodobny proponuje się przyjąć czas t_m wynikający z porównania funkcji rozkładu wartości szczytowych i maksymalnych stromości czoła prądu pioruna. Krzywe tych

funkcji uzyskane na drodze doświadczalnej (p. rys. 3) są zamieszczone w szeregu publikacji [6], [8], przy czym wykazują one stosunkowo niewielkie odchylenia między wynikami podanymi przez różnych badaczy. Wyniki Mc Eachrona można uznać za nietypowe dla warunków krajowych, gdyż dotyczą bardzo wysokich budowli. Za postać matematyczną średniej z pozostałych krzywych można przyjąć z dużą dokładnością:

$$P = e^{-\frac{2,3}{64} I} \quad \text{lub} \quad \log P = -\frac{I}{64};$$

$$Q = e^{-\frac{2,3}{20} \left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}} \quad \text{lub} \quad \log Q = -\frac{\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}}{20};$$

gdzie:

P — prawdopodobieństwo wystąpienia prądu większego od I (kA),

Q — prawdopod. wystąpienia stromości większej od $\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}$ (kA/ μ s).

Są to więc krzywe całkowite gęstości rozkładu prawdopodobieństwa, a właściwie dopełnienia tych krzywych do 1.

Wyznaczony z krzywych (lub wzorów) stosunek między wartością maksymalnej stromości a wartością szczytową o tym samym prawdopodobieństwie jest jak 1 : 3,2. Wydaje się więc, że najbardziej prawdopodobny czas do wartości szczytowej dla czoła kosinusoidalnego wynosi:

$$t_n = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{I}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}} = \frac{\pi}{2} \cdot 3,2 = 5,026 \mu\text{s} \approx 5 \mu\text{s}.$$

Wartość tę określono zakładając pewien regularny dobór stromości i wartości szczytowej (przy większym prądzie większa stromość). Jednak dobór ten może być bądź zupełnie przypadkowy (dla danej wartości szczytowej każda stromość jednakowo prawdopodobna), bądź może nawet wykazywać szczególną skłonność do większego lub mniejszego zakresu

$$\frac{I}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}}.$$

W związku z tym postanowiono obliczyć, jaki byłby przypadkowy rozkład t_m [jako funkcja znanych rozkładów I oraz $\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}$], i porównać

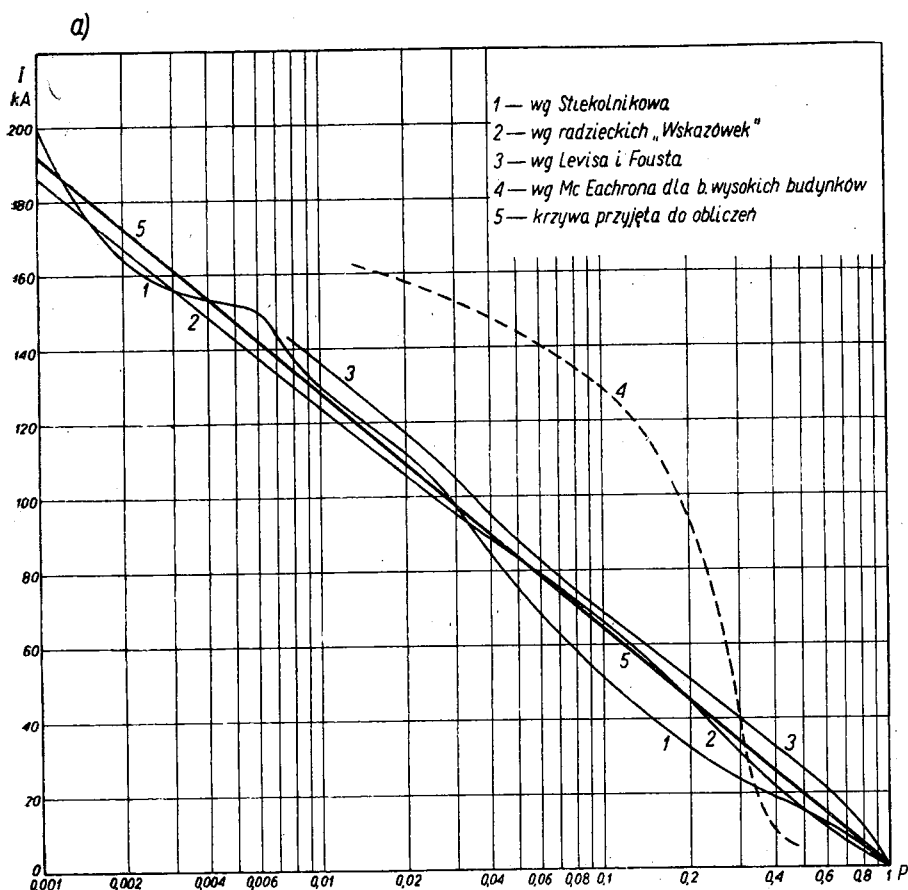
ze znanymi z literatury rozkładami czasu trwania czoła [4], [5]. Wzór na funkcję rozkładu przypadkowego ilorazu $x = \frac{y}{z}$ w zakresie $x > 0$ ma postać:

$$F(x) = \int_0^{\infty} F_1(y) f_2(z) dz = \int_0^{\infty} F_1(xz) f_2(z) dz.$$

Przyjęto:

$$y = I, \quad z = \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max}, \quad x = \frac{2}{\pi} t_n;$$

$$F_1(y) = P(y) = e^{-\frac{2,3}{64} y}; \quad F_1(xz) = e^{-\frac{2,3}{64} xz};$$



Rys. 3. Krzywe funkcji rozkładu wartości szczytowych i maksymalnych ströwej wyżej od podanej na osi odciętych. b) Prawdopodobieństwo

$$f_2(z) = \frac{dF_2(z)}{dz} = \frac{d}{dz} [1 - Q(z)] = \frac{2,3}{20} e^{-\frac{2,3}{20}z}$$

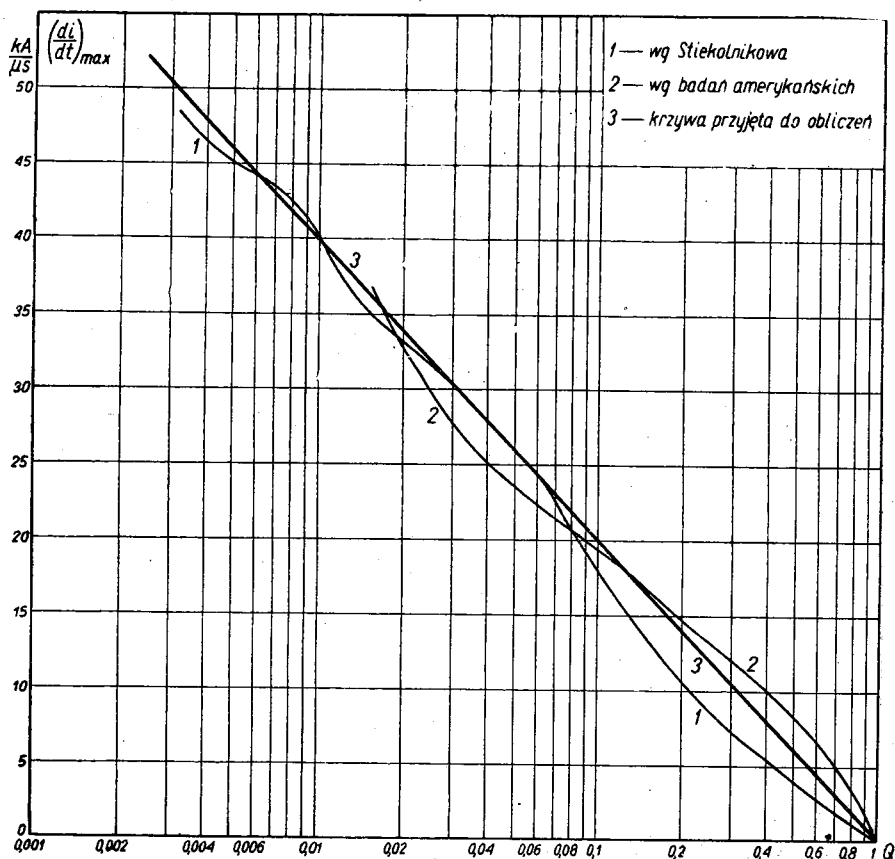
(pochodna funkcji rozkładu jest gęstością rozkładu prawdopodobieństwa).

Stąd:

$$F(x) = \int_0^{\infty} e^{-\frac{2,3}{64}xz} \cdot \frac{2,3}{20} e^{-\frac{2,3}{20}z} dz = \frac{2,3}{20} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2,3}{64}(x+3,2)z} dz =$$

$$= \frac{2,3}{20} \left(-\frac{64}{2,3} \right) \frac{1}{x+3,2} \Big|_0^{\infty} = \frac{3,2}{x+3,2}$$

b)

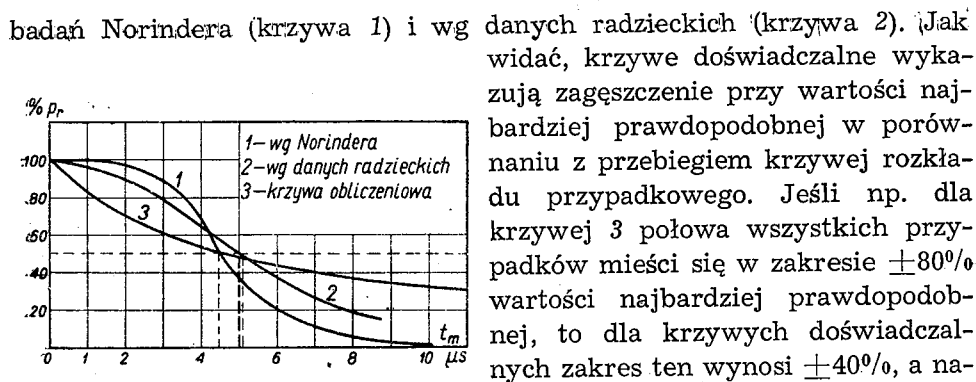


mości prądu pioruna. a) Prawdopodobieństwo wystąpienia wartości szczyto-wystąpienia maksymalnej stromości większej od podanej na odciętej

Jak łatwo można zauważyć, w przypadku ogólnym najbardziej prawdopodobnego stosunku $\frac{I}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}} = N$, funkcja rozkładu

$$F(x) = \frac{N}{x + N}.$$

Na rysunku 4 przedstawiono wykres funkcji rozkładu występowania rzeczywistego czasu trwania czoła (po pomnożeniu x przez czynnik stały $\frac{\pi}{2}$) (krzywa 3) i porównano z krzywą prawdopodobieństwa wg



Rys. 4. Krzywe funkcji rozkładu rzeczywistego czasu trwania czoła udaru prądu pioruna. Prawdopodobieństwo (w %) wystąpienia czoła dłuższego od czasu podanego na osi rzędnych -

danych radzieckich (krzywa 2). Jak widać, krzywe doświadczalne wykazują zagęszczenie przy wartości najbardziej prawdopodobnej w porównaniu z przebiegiem krzywej rozkładu przypadkowego. Jeśli np. dla krzywej 3 połowa wszystkich przypadków mieści się w zakresie $\pm 80\%$ wartości najbardziej prawdopodobnej, to dla krzywych doświadczalnych zakres ten wynosi $\pm 40\%$, a nawet $\pm 20\%$. Wydaje się, że wartość $5\mu s$ jest dobrze dobrana w porównaniu z danymi doświadczalnymi, tym bardziej, że wyraża ona rzeczywisty, a nie umowny (krótszy od t_m) czas trwania czoła.

Pojęcie umownego czasu trwania czoła udaru T_1 , przyjętego w szeregu przepisów dotyczących badań udarowych [12], [13], jest bardzo wygodne szczególnie przy określaniu kształtu przebiegów wywołanych przez prąd pioruna (lepiej niż t_m oddaje wpływ czasu trwania czoła na znaczenie obniżających przebiegi odbić falowych od sąsiednich słupów oraz na wartość wytrzymałości izolacji linii). Czas ten dla kosinusoidalnego kształtu czoła udaru wynosi $T_1 = 0,74 t_m$.

Poniżej zestawiono wartości liczbowe charakterystycznych parametrów przyjętego do obliczeń kształtu udaru prądowego:

Wzór podstawowy $i = I \frac{1 - \cos \omega t}{2}$

Czas do wartości szczytowej $t_m = 5 \cdot \mu s$

Czas trwania czoła (umowny) $T_1 = 3,7 \mu s$

Czas do półszczytu $T_2 = 50 \mu s$

Czas do maksymalnej stromości $t \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} = \frac{1}{2} t_m = 2,5 \mu s$

Maksymalna stromość czoła $\left(\frac{di}{dt} \right)_{\max} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{I}{t_m} = 0,1\pi I = 0,314 I \text{ kA}/\mu s$

Stromość grzbietu $\left(\frac{di}{dt} \right)_{t > t_m} = \frac{-\frac{1}{2} I}{T_2 - t_m} = -0,011 I \text{ kA}/\mu s$

Pulsacja czoła udaru $\omega = \frac{\pi}{t_m} = 0,2\pi \text{ 1}/\mu s = 0,628 \text{ 1}/\mu s$

Częstotliwość zastępcza czoła udaru $f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,1 \text{ MHz}$.

Wniosek:

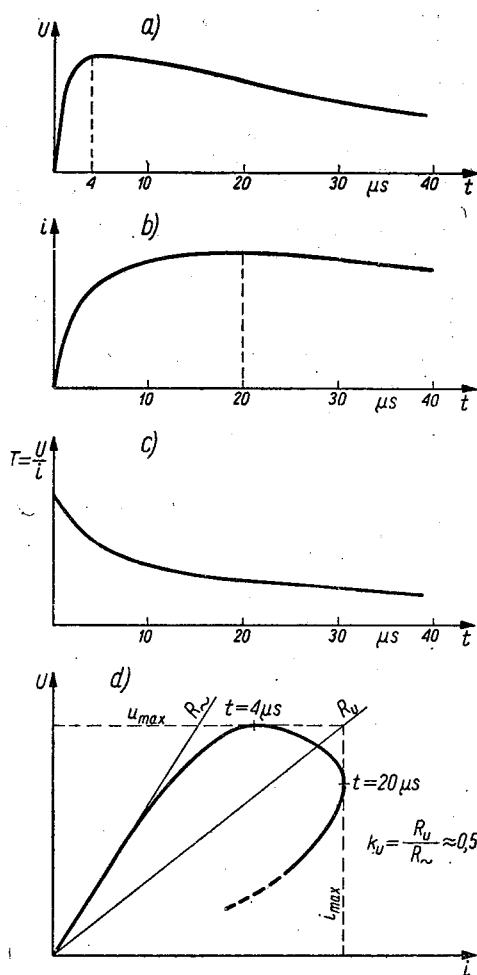
1. Przyjęto stały czas trwania czoła udaru prądu pioruna przy stromości proporcjonalnej do wartości szczytowej, jako rozwiązanie lepsze niż stała stromość (bliska górnej granicy prawdopodobnych stromości), a czas trwania czoła proporcjonalny do wartości szczytowej.

2. Przyjęta wartość czasu do wartości szczytowej $5 \mu s$ i umownego czasu trwania czoła $3,7 \mu s$ odpowiada najbardziej prawdopodobnym, jak wynika z zagranicznych badań, wartościom dla udaru prądu pioruna.

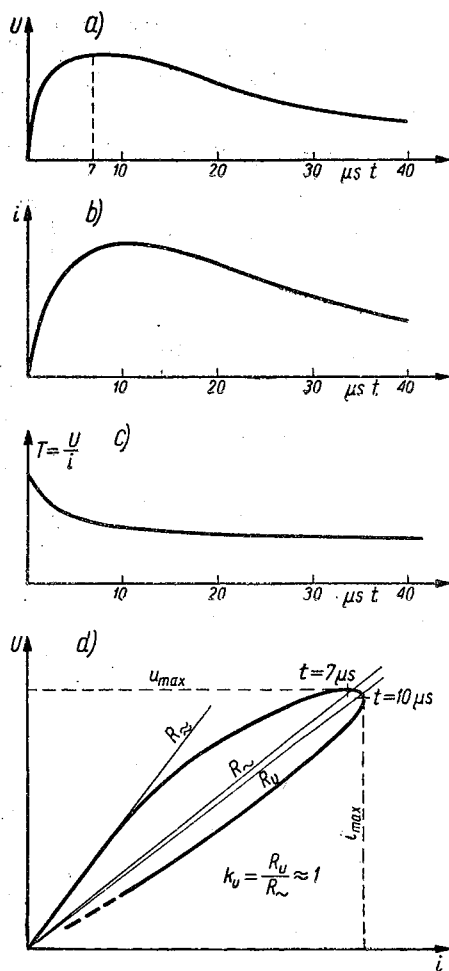
4. ZAGADNIENIE OPORNOŚCI UZIEMIENIA SŁUPA

Oporność uziemienia ma zasadniczy wpływ na wartość przepięcia na słupie, a zatem i na wyniki obliczeń piorunowego poziomu izolacji linii.

Stosowana na ogół do obliczeń udarowa oporność uziemienia, oznaczona R_u , jest właściwie raczej wartością umowną niż wielkością fizyczną. Określa się ją zwykle jako stosunek wartości szczytowej udaru napięcia względem ziemi, pojawiającego się na zacisku probierczym uziemienia przy przepływie prądu udarowego pochodzenia piorunowego, do wartości szczytowej tego prądu. Jak wiadomo, oporność uziemienia, przez które przepływa prąd udarowy, zmienia się, czego wynikiem jest nieliniowa zależność przebiegu napięcia od prądu. Przykładowe przebiegi tych zależności przedstawiają rys. 5 i 6. Rysunek 5 dotyczy uziemienia skupionego (np. rurowego) o stosunkowo małej powierzchni i dużej gęstości prądu spływającego z metalu do ziemi, przy czym induk-



Rys. 5. Przebiegi w czasie napięcia (a), prądu (b) i oporności (c) uziomu skupionego przy przepływie prądów pochodzenia piorunowego; (d) — charakterystyka napięciowo-prądowa uziomu



Rys. 6. Przebiegi w czasie napięcia (a), prądu (b) i oporności (c) uziomu przestrzennego o istotnym wpływie indukcyjności połączeń, przy przepływie prądów pochodzenia piorunowego; (d) — charakterystyka napięciowo-prądowa uziomu

cyjność połączeń wobec małych ich wymiarów nie gra istotnej roli. Rysunek 6 natomiast dotyczy długiego uziomu taśmowego ze znacznym wpływem indukcyjności, a nawet przebiegów falowych: gęstość prądu wskutek dużej powierzchni uziomu jest tu stosunkowo niewielka i zjawisko wyładowań iskrowych w ziemi występuje w małym stopniu.

Wobec trudności przeprowadzania pomiarów wielkim prądem o szybkim przebiegu na każdym badanym uziemiu, postępowanie przy określa-

niu udarowej oporności uziemienia jest zwykle następujące: wykonuje się pomiar statycznej oporności uziemienia $R_{\sim}$ (przy małym prądzie niskiej częstotliwości), a następnie mnoży przez przyjęty z tablic dla danego typu uziomu udarowy współczynnik uziemienia K_u . Współczynnik ten wyznaczany bywa jako stosunek umownej wartości udarowej oporności uziemienia R_u do $R_{\sim}$ w warunkach zbliżonych do rzeczywistych (duży prąd udarowy), bądź na modelu o zmniejszonej proporcjonalnie wartości prądu i powierzchni uziomu.

Pomimo że jest to na razie jedyna dostępna metoda w warunkach krajowych, należy zdać sobie sprawę z nieścisłości określenia w ten sposób R_u dla celów obliczania piorunowego poziomu izolacji linii. Współczynniki K_u wyznacza się na ogół przy uderzeniach o czasie trwania czoła i czasach do półszczytu znacznie większych od odpowiednich parametrów prądu i napięcia w przypadku uderzenia pioruna w słup. Wskutek tego oporność uziemienia nie zdąża zmaleć, z pętli napięciowo-prądowej, np.

z rys. 5d, pozostaje tylko jej lewa część i oporność $R_u = \frac{U_{\max}}{i_{\max}}$ jest

znacznie wyższa, niż wynika to z obliczenia. Zmiany te są szczególnie istotne w przypadku dużego nasilenia wyładowań iskrowych w ziemi, a małego wpływu indukcyjności połączeń; R_u dąży wówczas do wartości oporności przy napięciu zmiennym małej częstotliwości $R_{\sim}$. Dla uziomu, którego charakterystyki przedstawione są na rys. 6, wartość R_u będzie dążyć przy skracaniu udaru nie do $R_{\sim}$, lecz do oporności przy napięciu wielkiej częstotliwości $R_{\approx}$. Warto zaznaczyć, że wprowadzony obecnie miernik oporności uziemienia słupa bez odpinania przewodu odgromowego (opracowanie mgra Starzyńskiego i mgra Kolmasa) mierzy raczej oporność przy wielkiej, niż przy małej częstotliwości, a więc praktycznie bliską stycznej do przebiegu $u = f(i)$, niezależnie od typu uziomu.

Nieliniowość oporności uziemienia jak również wpływ indukcyjności połączeń sprawiają, że napięcie na uziemieniu wyprzedza prąd płynący przez uziom, co powoduje pewne spiętrzenie fali napięcia na słupie. Jak wyniknie z dalszych rozważań, w tym samym kierunku idzie wpływ indukcyjności słupa; superpozycja tych czynników może spowodować występowanie większych przepięć od normalnie przyjmowanych dla oporności liniowej. Warto dodać, że badanie takiej spiętrzonej fali napięcia może prowadzić do błędnych wniosków o wyjątkowo dużej stromości prądu pioruna.

Z innych metod określania udarowej oporności uziemienia należy wymienić dwie metody traktujące zagadnienia najbardziej odmiennie. Pierwsza [2] identyfikuje uziom badany z punktowym i uwzględnia jedynie wpływ wyładowań iskrowych w ziemi na wartość oporności uziemienia.

Zastępuje się tu wartość umownej oporności uziemienia R_u funkcją wartości szczytowej udaru prądowego (I występuje w potęgze $^{1/2}$), gdzie parametrami stałymi są: oporność właściwa gruntu (przy małym prądzie i niskiej częstotliwości) oraz naprężenie krytyczne wyładowań iskrowych w ziemi (zwykle 2 do 4 kV/cm). Zależności te można byłoby adaptować do określania oporności uziomów skupionych, to znaczy dla przypadku promieniowego rozptyłu prądu z uziomu o pomijalnej indukcyjności, natomiast dla uziomów przestrzennych metoda ta nie daje się zastosować.

Druga metoda [22], [23] przeznaczona jest raczej dla uziomów z taśm o dużej długości i powierzchni oraz małej gęstości prądu, co wyklucza powstanie w ziemi wyładowań iskrowych. Metoda ta traktuje uziom jako układ $RLCA$ poddany działaniu napięcia wielkiej częstotliwości. Pojemność działa tu w kierunku zmniejszenia oporności uziemienia, indukcyjność — w kierunku jej zwiększenia. Obliczenia są żmudne, a wyniki wątpliwe wskutek trudności ścisłego określenia stałych uziomu (głównie L i C). Ponadto w praktyce krajowej, wobec niestosowania przeciwwagi, praktycznie we wszystkich uziemieniach liniowych występują pomijane tu zjawiska wyładowań iskrowych przy przepływie prądu udarowego.

Wnioski:

1. Brak odpowiedniej uniwersalnej metody obliczeń udarowej oporności uziemień liniowych oraz brak wyposażenia do jej bezpośredniego pomierzenia zmusza do korzystania z udarowych współczynników uziemienia opartych na badaniach zagranicznych.

2. W obecnym ujęciu udarowy współczynnik uziemienia i udarowa oporność uziemienia mają charakter umowny; wartość ich zależy nie tylko od rodzaju uziomu i wartości szczytowej udaru prądowego, ale i od czasu trwania tego udaru.

3. Nieliniowy charakter oporności uziemienia powoduje spiętrzenia czoła udaru napięcia przy sztywnym kształcie udaru prądowego, co może mieć wpływ na wartość przepięcia i na wytrzymałość izolacji linii.

5. OKREŚLANIE NAPIĘCIA UDAROWEGO NA SŁUPIE UDERZONYM PRZEZ PIORUN. — WPLYW INDUKCYJNOŚCI

Przede wszystkim zostaną rozpatrzone wywołane uderzeniem pioruna przepięcia na słupie, bez uwzględnienia wpływu przyłączonych do słupa przewodów odgromowych (zastąpienie słupem samotnym układu słup-przewody). Zgodnie z założeniem z poprzedniego rozdziału oporność uziemienia słupa przy udarach traktuje się jako oporność rzeczywistą o wartości stałej R_u . Słup stalowy natomiast lub stalowe przewody uzie-

miające na słupie drewnianym stanowią linię długą o oporności falowej Z_s . Z porównania rzędu wielkości czasu przebiegu fali wzdłuż słupa ($0,1 \mu s$) z czasem trwania czoła udaru wynika, że zanim nastąpi istotny wzrost prądu i napięcia udarowego fala wzdłuż słupa dokona szeregu odbić od obydwu końców linii falowej. Jak wynika z szeregu analiz zamieszczonych w literaturze [15], [16], wpływ odbić jest tego rodzaju, że pozwala zastąpić oporność falową słupa Z_s przez indukcyjność $L = Z_s \cdot t_s$, gdzie t_s — czas przebiegu fali wzdłuż słupa.

Należy zaznaczyć, że w rzeczywistości zarówno wartość Z_s , jak i wartość $L' = \frac{L}{h}$ (h — wysokość słupa) nie jest stała, lecz zwiększa się wzdłuż wysokości słupa. W ogóle wyznaczanie indukcyjności własnej samotnego przewodu ustawionego pionowo nie jest łatwe wobec trudności określenia odległości „przewodu powrotnego” (dla przewodu poziomego jest nią odległość od zwierciadlanego odbicia przewodu w ziemi). Jak wiadomo, wzór na indukcyjność właściwą (na 1 m przewodu) ma postać

$$L' = 0,2 \ln \frac{a}{r} \quad (\mu H/m).$$

Odległość przewodu powrotnego a w rozpatrywanym przypadku nie jest większa od odległości sąsiedniego słupa. Wydaje się, że przyjęcie stałej dla całej długości słupa wartości a rzędu kilkudziesięciu metrów, np. około $2h$, pozwoli uzyskać wyniki zbliżone do spotykanych w literaturze [9], [11].

Dla słupa traktowanego jako układ n jednakowych przewodów indukcyjność oblicza się ze wzoru

$$L = \frac{L_c + (n-1)L_w}{n},$$

gdzie:

L_c — indukcyjność cząstkowa własna, $L_c = 0,2 \ln \frac{2h}{r}$;

L_w — indukcyjność cząstkowa wzajemna, $L_w = 0,2 \ln \frac{2h^1}{a}$;

a — średnia odległość między przewodami.

Dla słupa o dużej ilości elementów metalowych (np. słup kratowy) można w przybliżeniu wyznaczać indukcyjność jak dla cylindra metalowego o średnicy $2r$, równej wartości średniej boku przekroju poziomego.

¹⁾ Ścisłej zamiast $2h$ powinno być $\sqrt{a^2 + (2h)^2}$, co wobec $a \ll 2h$ nie wpływa na wynik.

Obliczone w podany wyżej sposób wartości indukcyjności dla typowych słupów zestawiono w tablicy 1.

Tablica 1

Indukcyjność słupów

Typ słupa	$\frac{L'}{\mu\text{H/m}}$
Słup drewniany z 1 przewodem uziemiającym	1,5
Słup drewniany bramowy z 2 przewodami uziemiającymi	1,0
Słup drewniany bramowy z 4 przewodami uziemiającymi	0,7
Słup kratowy o boku przekroju poziomego 1 m	0,6
„ „ „ „ „ 2 m	0,5
„ „ „ „ „ 3 m	0,4
„ „ „ „ „ 4 ÷ 6 m	0,3

W oparciu o określone poprzednio indukcyjność L i oporność R_u oraz przyjęty kształt udaru prądowego można przystąpić do obliczania napięcia na słupie traktowanym jako układ RL .

$$u = R_u i + L \frac{di}{dt} = u_R + u_L;$$

$$u_R = \frac{IR - IR_u \cos 0,2 \pi t}{2}; \quad u_L = 0,1 \pi IL \sin 0,2 \pi t.$$

W celu uproszczenia przebiegu obliczeń i oceny wpływu indukcyjności na wartość przepięcia wprowadza się pojęcie stałej czasu układu RL :

$$\tau = \frac{L}{R_u}.$$

Wówczas

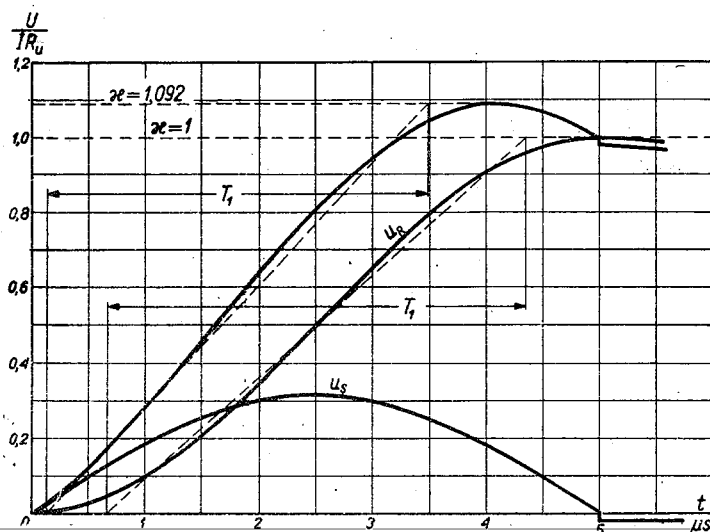
$$u = IR_u \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 0,2 \pi t + \frac{1}{2} 0,2 \pi \tau \sin 0,2 \pi t \right).$$

Przykładowe przebiegi napięcia na wierzchołku słupa dla $\tau = 0$ i $\tau = 1$ przedstawiono na rys. 7. Dla $\tau = 0$ ($L = 0$) kształt udaru napięcia jest identyczny z kształtem udaru prądu. Dla $\tau > 0$ daje się zauważyć wzrost napięcia na wierzchołku słupa pod wpływem składowej indukcyjnej oraz zmiana kształtu udaru w kierunku skrócenia czoła. Wartość czasu do wartości szczytowej udaru napięcia t_m wyznacza

się z warunku $\left(\frac{du}{dt} \right)_{t_m} = 0$.

Wówczas

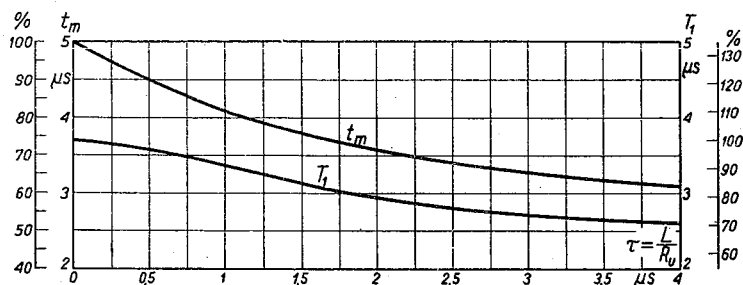
$$t_m = \frac{5}{\pi} \arctg(-0,2 \pi \tau).$$



Rys. 7. Przebiegi napięcia udarowego na wierzchołku słupa. Porównanie krzywych dla indukcyjności słupa równej zero i większej od zera. Krzywe wykonano w wartościach względnych dla $\frac{U}{IR_u}$

$$\text{nych dla } \frac{U}{IR_u}$$

Jednak o ile indukcyjność wpływa poważnie na zmniejszenie t_m , to umowny czas trwania czoła T_1 zmienia się znacznie wolniej. Wartość t_m i T_1 w zależności od stałej czasu τ podano w tablicy 2 i na rys. 8. Dla porównania zmiany czasu w procentach przyjęto za 100% wartości t_m i T_1 udaru prądowego.



Rys. 8. Zależność czasu do wartości szczytowej i umownego czasu trwania czoła udaru napięcia na wierzchołku słupa od stałej czasu układu słup-uziemia

Wartość szczytową udaru napięcia, a więc maksymalne przepięcie na wierzchołku słupa, określa się wzorem wyznaczonym przez proste przekształcenia:

$$U = IR_u \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + (0,2 \pi \tau)^2} \right) = IR_u \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 0,394 \tau^2} \right).$$

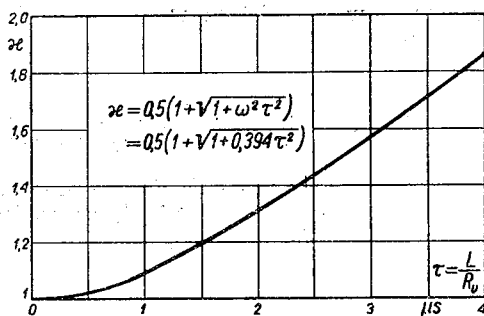
Czynnik zawarty w nawiasie określa powiększenie się napięcia na wierzchołku słupa w stosunku do napięcia na oporności uziemienia wynikłe wskutek wpływu indukcyjności słupa. Jeśli oznaczyć ten czynnik przez κ , wówczas

$$U = I \kappa R_u.$$

Wykres zależności

$$\kappa = f(\tau) = \frac{1 + \sqrt{1 + 0,394 \tau^2}}{2}$$

przedstawiono na rys. 9. Z wykresu wynika, że dla indukcyjności słupa w μH liczbowo mniejszej od oporności uziemienia w Ω zwiększenie napięcia jest nieznaczne i nie przekracza 10%. Natomiast dla słupów o dużej indukcyjności lub o małej oporności uziemienia pominięcie wpływu indukcyjności, co zalecają niektóre metody [11], prowadziłoby do błędów rzędu kilkudziesięciu procent.



Rys. 9. Zależność współczynnika κ (powiększenie napięcia na słupie na skutek spadku napięcia na indukcyjności słupa) od stałej czasu układu RL (słup-uziemienie)

Tablica 2

Umowny i rzeczywisty czas trwania czoła udaru w układzie RL

τ	t_m		T_1	
	μs	%	μs	%
0	5	100	3,70	100
0,2	4,80	96	3,66	99
0,5	4,52	90	3,56	96
1	4,10	82	3,36	91
2	3,57	71	2,92	80
3	3,27	65	2,72	74
4	3,10	62	2,58	70
∞	2,5	50	2,03	55

Wnioski:

1. Określenie indukcyjności słupa ma charakter przybliżony ze względu na umowność obwodu elektrycznego, którego elementem jest słup.
2. Spadek napięcia na indukcyjności słupa zmienia kształt udaru napięcia, przy czym zmniejszenie umownego czasu trwania czoła T_1 jest znacznie łagodniejsze niż czasu t_m i w praktycznych granicach wartości stałej czasu układu RL nie powinno wpływać na wartość napięcia przeskoku izolacji linii.

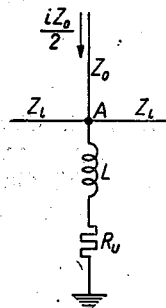
3. Powiększenie wartości szczytowej uderu napięcia na wierzchołku słupa wskutek istnienia indukcyjności słupa można wyrazić prostym wzorem, zależnym tylko od stałej czasu τ układu RL ; powiększenia tego nie wolno zaniedbywać już dla $\tau = \frac{L}{R_u}$, rzędu 1 μs .

6. WPŁYW PRZEWODÓW ODGROMOWYCH I SĄSIEDNICH SŁUPÓW NA WARTOŚĆ NAPIĘCIA NA WIERZCHOŁKU SŁUPA PORĄŻONEGO PRZEZ PIORUN

A. W przypadku uderzenia pioruna w słup większość prądu spływa poprzez uziemienie, część jednak rozplywa się przyłączonymi do słupa przewodami odgromowymi. To zmniejszenie wartości prądu prowadzi do odpowiedniego zmniejszenia wartości napięcia na wierzchołku słupa.

Dla określenia przebiegów fal uderowych na wierzchołku słupa przyjęto układ jak na rys. 10. W układzie tym założono, że kanał pioruna wyobraża linię długą o stałej oporności falowej $Z_0 \gg R_u$ (do obliczeń przyjęto $Z_0 = 300 \Omega$) oraz o dostatecznie dużej długości, aby odbicia falowe od początku tej linii nie wpływały na przebiegi na słupie. Założenie to jest zgodne z przyjętymi przez większość autorów ([2], [4], [5] i in.). Stosowanie innego modelu kanału pioruna nie jest przy obecnym poziomie wiedzy celowe, wobec małej ilości danych eksperymentalnych dotyczących parametrów kanału pioruna; największe zastrzeżenia budzi jak dotychczas stałość oporności falowej wzdłuż kanału. W wyrażeniu na falę napięcia w kanale pioruna występuje nie prąd $i = f(t)$, lecz połowa tego prądu. Wartość prądu i , tzw. zwarciovowy prąd pioruna, wystąpi bowiem zgodnie z jego definicją dopiero wówczas, gdy fala trafi na oporność równą zero i nastąpi podwojenie wartości prądu w linii Z_0 (kanale pioruna). Stosowanie do obliczeń zwarciovowego prądu pioruna, a nie np. prądu w słupie, jak chcą niektóre źródła niemieckie [24], uwzględnia wpływ parametrów linii na wartość prądu płynącego przez uziemienie.

Dla wyznaczenia rozplywu prądów na wierzchołku słupa (w węźle A na rys. 10) w pierwszym przybliżeniu pominięto indukcyjność L . Układ zastępczy dla tego przypadku przedstawia rys. 11. Jeśli stąd obliczyć napięcie występujące na układzie $R_u \parallel \frac{1}{2} Z_1$ (napięcie na wierzchołku słupa A):



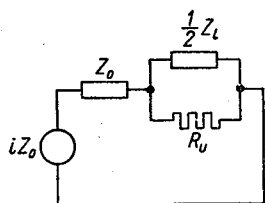
Rys. 10 Układ oporności w przypadku uderzenia pioruna w słup (tzw. układ jednostkowy)

$$u_A = \frac{i}{\frac{1}{R_u} + \frac{1}{Z_0} + \frac{2}{Z_l}} \quad 1)$$

wówczas prąd w słupie

$$i_s = \frac{U_A}{R_u} = i \left(\frac{1}{R_u} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_u} + \frac{1}{Z_0} + \frac{2}{Z_l}} \right).$$

Czynnik w nawiasie, który nazwiemy α_1 , wyraża stosunek prądu w słupie do zwarciovego prądu pioruna. Dla $R_u \rightarrow 0$ $i_s \rightarrow i$ (zgodnie z definicją zwarciovego prądu pioruna). Współczynnik α_1 jest równy połowie współczynnika załamania fali prądowej na wierzchołku słupa (współczynnik załamania określa stosunek i_s nie do prądu zwarciovego, a do mniejszego dwukrotnie prądu fali nadchodzącej z kanału pioruna $\frac{i}{2}$).



Rys. 11. Obwód zastępczy (tzw. Peter-senowski) dla układu z rys. 10

Przyjęto dla uproszczenia oporność zastępczą Z_z linii długich wg związku

$$\frac{1}{Z_z} = \frac{1}{Z_0} + \frac{2}{Z_l}, \quad Z_z = \frac{Z_l Z_0}{Z_l + 2 Z_0}.$$

Wówczas

$$\alpha_1 = \frac{1}{R_u} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_u} + \frac{1}{Z_0} + \frac{2}{Z_l}} = \frac{1}{R_u} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_u} + \frac{1}{Z_z}} = \frac{Z_z}{Z_z + R_u} = \frac{1}{1 + \frac{R_u}{Z_z}}.$$

Wzory na wartości chwilowe prądu w słupie i napięcia na wierzchołku słupa

$$i_s = \alpha_1 i; \quad u_A = \alpha_1 i R_u$$

można (przy założeniu $L = 0$) wyrazić w wartościach maksymalnych:

$$U = \alpha_1 I R_u.$$

Trzeba chwilę zatrzymać się nad wartościami liczbowymi przyjętych parametrów. Z dostateczną dokładnością można przyjąć dla linii z jednym przewodem odgromowym oporność falową $Z_l = 400\Omega$, dla linii z

1) Przebieg obliczeń jako banalny pominięto.

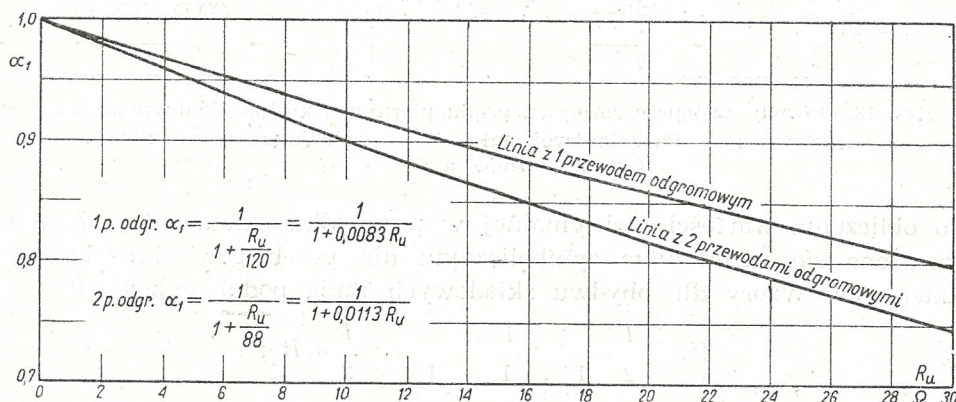
dwoma przewodami odgromowymi — $Z_l = 250 \, \Omega$ (por. z wynikami rozdziału 7). Przyjmując $Z_0 = 300 \, \Omega$, otrzymujemy dla linii z jednym przewodem odgromowym

$$Z_s = \frac{400 \cdot 300}{400 + 2 \cdot 300} = 120 \, \Omega; \quad a_1 = \frac{1}{1 + \frac{R_u}{120}} = \frac{1}{1 + 0,0083 R_u},$$

dla linii z dwoma przewodami odgromowymi

$$Z_s = \frac{250 \cdot 300}{250 + 2 \cdot 300} = 88 \, \Omega; \quad a_1 = \frac{1}{1 + \frac{R_u}{88}} = \frac{1}{1 + 0,0113 R_u}.$$

Krzywe zależności a_1 od oporności uziemienia R_u przedstawiono na rys. 12.



Rys. 12. Współczynnik rozplywu prądu a_1 na wierzchołku słupa porażonego, w zależności od oporności uziemienia słupa

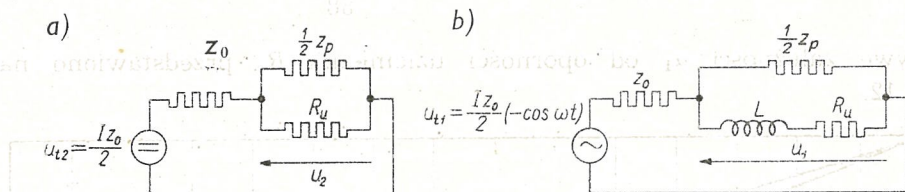
B. Z rozważań zawartych w rozdz. 5 i 6 wynikły wzory na współczynniki uwzględniające osobno dwie różne przyczyny odchylenia napięcia na wierzchołku słupa od wartości IR_u . Byłoby jednak rzeczą wygodną dla uproszczenia metody obliczeń uwzględnić superpozycję działania obydwu przyczyn przez pomnożenie współczynników:

$$U = a_1 I \cdot \kappa R_u.$$

W przypadku ogólnym, współczynnik określający jednocześnie wpływ indukcyjności słupa oraz wpływ przewodów odgromowych na wartość napięcia na wierzchołku słupa nie jest identyczny z iloczynem współczynników a_1 i κ . Przyczyny tego należy szukać w „przesunięciu fazowym” spadku napięcia na uziemieniu i na indukcyjności słupa. Należy jednak

sprawdzić, czy i w jakim zakresie wartości parametrów stosowanie przybliżenia $a_1 \cdot z$ jest dopuszczalne.

W celu przeprowadzenia obliczeń rzeczywistego napięcia na wierzchołku słupa rozłożono falę prądową w kanale pioruna $\frac{i}{2} = \frac{1}{2} \cdot I \frac{1 - \cos \omega t}{2}$ na dwie składowe: stałą $\frac{1}{4} I$ oraz zmienną $\frac{I}{4} (-\cos \omega t)$. Dla każdej składowej (podobnie jak dla całego prądu $\frac{i}{2}$ — rys. 10) przyjęto układy zastępcze na rys. 13a i 13b. Następnie dokonano obliczeń napięć u_1 i u_2 , wytworzonych na wierzchołkach słupa przez poszczególne składowe.



Rys. 13. Obwody zastępcze rozplywu prądu pioruna o kosinusoidalnym kształcie czola: a — dla składowej stałej, b — dla składowej zmiennej
Napięcie na słupie $u = u_1 + u_2$

Do obliczenia wartości maksymalnej w przypadku składowej zmiennej posłużono się rachunkiem symbolicznym dla przebiegów sinusoidalnie zmiennych. Wzory dla obydwu składowych mają podobne postaci:

$$U_1 = \frac{I}{2} \frac{1}{\frac{1}{R_u} + \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_l}} = \frac{I}{2} a_1 R_u,$$

$$U_2 = \frac{I}{2} \frac{1}{\frac{1}{R_u + j\omega L} + \frac{1}{Z_0} + \frac{2}{Z_l}}.$$

Napięcie U_1 przybiera wartość stałą przez cały czas trwania czola, zatem dla wyznaczenia wartości maksymalnej napięcia na słupie można niezależnie obliczyć wartość maksymalną składowej zmiennej.

$$U_2 = \frac{I}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_u + j\omega L} + \frac{1}{Z_0} + \frac{2}{Z_l}} = \frac{I R_u a_1}{2} \frac{1 + j\omega \tau}{1 + j\omega \tau (1 - a_1)} =$$

$$= \frac{I R_u a_1}{2} \frac{\sqrt{[1 + \omega^2 \tau^2 (1 - a_1)]^2 + \omega^2 \tau^2 a_1^2}}{1 + \omega^2 \tau^2 (1 - a_1)^2}.$$

Wówczas napięcie na słupie, jako suma składowych

$$U = U_2 + U_1 = \frac{IR_u}{2} \left(a_1 + a_1 \cdot \frac{\sqrt{[1 + \omega^2 \tau^2 (1 - a_1)]^2 + \omega^2 \tau^2 a_1^2}}{1 + \omega^2 \tau^2 (1 - a_1)^2} \right) =$$

$$= a_1 I \cdot R_u \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{[1 + \omega^2 \tau^2 (1 - a_1)]^2 + \omega^2 \tau^2 a_1^2}}{1 + \omega^2 \tau^2 (1 - a_1)^2} \right) = a_1 I \cdot R_u \cdot \kappa_{popr.}$$

Czynnik w nawiasie stanowi poprawioną postać współczynnika $\kappa_{popr.}$, który obliczony poprzednio metodą uproszczoną wynosił:

$$\kappa = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}.$$

Widzimy, że dla $a_1 \rightarrow 1$ $\kappa \rightarrow \kappa_{popr.}$, natomiast dla $\tau \rightarrow 0$ $\kappa \rightarrow 1$ i $\kappa_{popr.} \rightarrow 1$.

W tablicy 3 zestawiono porównanie współczynnika κ z jego wartością poprawioną dla szeregu τ i a_1 .

Tablica 3
Porównanie współczynników κ i κ_{popr}

τ	κ_{popr} dla wartości a_1 równej					κ dla dowolnej wartości a_1
	1	0,95	0,9	0,85	0,8	
0,2	1,004	1,004	1,004	1,004	1,004	1,004
0,5	1,024	1,024	1,024	1,024	1,023	1,024
1	1,092	1,092	1,091	1,090	1,088	1,092
2	1,306	1,305	1,300	1,293	1,288	1,306
4	1,860	1,850	1,820	1,773	1,713	1,860

Tablicę podzielono tłustą linią na 3 strefy, w których błąd przyjęcia wartości uproszczonej κ zamiast κ_{popr} wynosi odpowiednio $\Delta\kappa < 0,1\%$; $0,1\% < \Delta\kappa < 1\%$; $\Delta\kappa > 1\%$. Ilustrację do tej tablicy z wyraźnym podziałem na strefy dokładności podano na rys. 14.

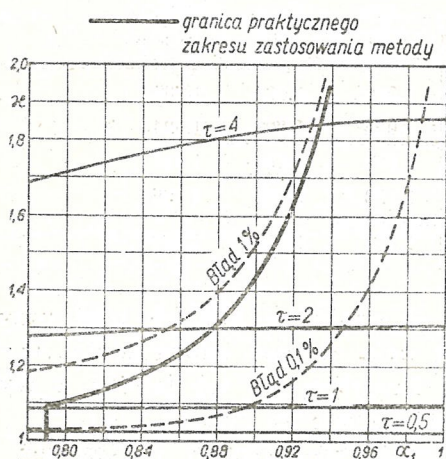
Należy teraz wspomnieć o praktycznie spotykanych wartościach τ i a_1 . Przyjęto jako graniczne dla pracujących w kraju linii wysokich i najwyższych napięć wartości $R_u = 25 \Omega$ i $L = 25 \mu\text{H}$. Wartość indukcyjności mogłaby być przekroczona w odniesieniu do słupa kratowego o wysokości ponad 100 m lub drewnianego o wysokości ponad 25 m, co można uznać za wysokości niespotykane w kraju. Wartość dopuszczalnej przez przepisy oporności uziemienia jest mniejsza od 25Ω i wynosi 10 lub 20Ω [25]. Wartości τ dla różnych a_1 , przy których przekraczana jest granica praktyczna R_u lub L , przedstawiono w tablicy 4.

Tablica 4
Granice praktyczne wartości α_1 i τ

α_1	$\tau \text{ } \mu\text{s}$	
	dla linii z dwoma przewodami odgromowymi	dla linii z jednym przewodem odgromowym
0,78	1,0 ¹⁾	—
0,8	1,1	—
0,83	1,35	1,0 ¹⁾
0,85	1,55	1,15
0,88	2,1	1,5
0,9	2,5	1,85
0,92	3,15	2,4
0,95	5,0	3,9
0,98	12,5	9,6
1	∞	∞

Granice praktycznego zakresu dla linii z dwoma przewodami odgromowymi (dla jednego przewodu zakres jeszcze mniejszy) naniesiono na rys. 14. Z rysunku tego wynika, że dla każdego praktycznego obliczenia

piorunowego poziomu izolacji przyjęcie wartości uproszczonej κ zamiast κ_{poopr} jest dostatecznie dokładne, gdyż błąd nawet w przypadkach granicznych jest mniejszy od 1%.



Rys. 14. Zakresy dokładności określania współczynnika κ metodą uproszczoną (jako niezależnego od α_1)

C. Dotychczasowe wzory i obliczenia przeprowadzono w założeniu, że odbicia fal wędrownych od sąsiednich słupów nie wystąpią lub też jeśli wystąpią, nie będą mieć wpływu na wartość napięcia na wierzchołku słupa porażonego. Teoretycznie fala odbita wraca do węzła A z rys. 10 po

czasie $t_l = \frac{2l}{v}$, gdzie l — długość przęsła, v — prędkość fali.

Warto zaznaczyć, że na ogół większość autorów przyjmuje do obliczeń $v = c = 300 \text{ m}/\mu\text{s}$ (prędkość światła), gdy tymczasem zjawisko ulotu z przewodów powoduje zmniejszenie prędkości fali o ok. 10—20%.

¹⁾ Dolna granica α_1 , niezależnie od wartości τ .

Długość l powinna być raczej przyjmowana nie jako odległość wierzchołków słupów, lecz raczej jako odległość wierzchołka porażonego słupa od uziemienia słupa sąsiedniego (wzdłuż drogi elektrycznej). W celu określenia liczbowego wpływu obniżenia napięcia na słupie przez fale odbite od sąsiednich słupów należałoby wykonać obliczenia przebiegów co najmniej kilkudziesięciu fal dla każdego przypadku, co jest bardzo uciążliwe i nie nadaje się do zalecenia w praktycznej metodzie. Z literatury [16] wiadomo, że pod wpływem odbić falowych odcinek linii między słupami traci własności linii długiej o oporności falowej Z_1 , a nabiera charakteru indukcyjności $L_1 = \frac{Z_1 l}{v}$. Pierwsze przybliżenie,

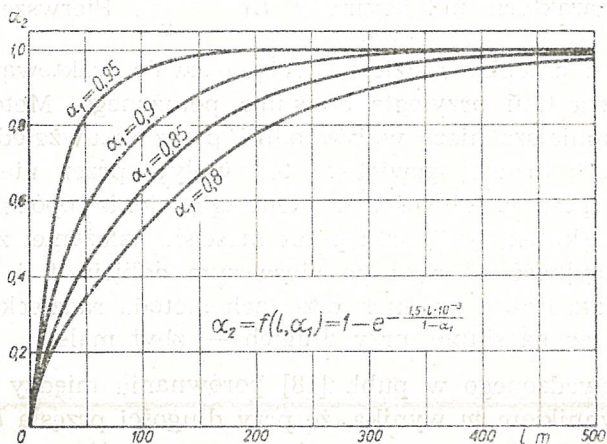
zalecane przez przepisy radzieckie [11], pozwala traktować jako indukcyjność przesła linii przyległe do słupa porażonego. Metoda ta z jednej strony zmniejsza nieco wpływ odbić przez nieuwzględnienie sąsiednich przesł, z drugiej powiększa ten wpływ przez nieuwzględnienie wysokości słupów w długości l , nieuwzględnienie opóźnienia fal wędrownych na skutek ulotu oraz przez nieściśle założenie, że linia przedstawia indukcyjność od razu po pierwszym odbiciu fali. Należy przypuszczać, że dla linii o krótkich przesłach metoda radziecka określi zbyt wielkie napięcie na słupie, przy długich — zbyt małe.

Z przeprowadzonego w publ. [18] porównania między α_1 a radzieckim współczynnikiem m wynika, że przy długości przesła $l \geq 300$ m odbicia falowe nie mają znacznego wpływu na wartość napięcia na słupie¹⁾ (teoretycznie dla czoła $T_1 = 3 \div 4 \mu s$ dopiero przy ok. 450—500 m); natomiast przy zmniejszeniu długości przesła wpływ ten zwiększa się i jest na ogół większy przy dużej oporności uziemienia niż przy małej. Jak z tego wynika, dla większości krajowych sieci z przewodami odgromowymi (wszystkie linie 220 kV, większość typowych linii 110 kV na słupach stalowych) celowość badania odbić falowych stoi pod znakiem zapytania. W związku z tym i wobec żmudności obliczeń fal wędrownych (żadna ze znanych metod nie podaje wyników obliczeń współczynnika α_1 z uwzględnieniem odbić falowych; nawet metody amerykańskie o najbardziej pracochłonnym przygotowaniu wyznaczają ten współczynnik drogą pomiarów analogowych), postanowiono podać wzór empiryczny na obniżenie napięcia na skutek odbić falowych. Wzór ten ma postać

$$\alpha_2 = f(l, \alpha_1) = 1 - e^{-\frac{1,5 l \cdot 10^{-3}}{1 - \alpha_1}}$$

¹⁾ Porównanie to zostało przeprowadzone przy nieco innych założeniach niż przyjęte w niniejszej pracy.

Krzywe dla kilku wartości α_1 przedstawiono na rys. 15. Wartości wynikające z tych krzywych porównane z danymi radzieckimi i amerykańskimi [11], [14] wykazują zadowalającą zgodność. Postać matematyczną wzoru można interpretować w sposób następujący: czynnik 1 — α_1 wskazuje, że przebiegi falowe są związane tylko z tą częścią prądu, która nie płynie przez słup porażony; charakter wykładniczy krzywej traktuje uziemienia sąsiednich słupów jak przewodności poprzeczne linii o pewnej gęstości rozłożenia. Należy jednak zaznaczyć, że wzór ten w żadnym wypadku nie może być traktowany inaczej jak tylko jako wzór empiryczny.



Rys. 15. Współczynnik α_2 , uwzględniający wpływ odbić falowych na obniżenie napięcia na wierzchołku słupa porażonego

Wnioski:

1. Napięcie na słupie porażonym jest proporcjonalne do współczynnika rozprywu prądu udarowego α_1 , zależnego od wartości oporności uziemienia słupa.
2. W zakresie praktycznie spotykanych wartości można superponować wpływ indukcyjności słupa i rozprywu prądów na wierzchołku słupa na wartość napięcia przez mnożenie odpowiednich współczynników.
3. Wpływ odbić falowych, pomijalny dla linii najwyższych napięć, nie może być w sposób prosty wyznaczony dla linii średnich napięć, o krótszych przesłach. Proponowany wzór empiryczny pozwoli uwzględnić ten wpływ z niewielkim błędem.
4. Wzór na wartość wywołanego bezpośrednim uderzeniem pioruna napięcia na wierzchołku słupa ma postać

$$U = \alpha_1 \alpha_2 I \approx R_u.$$

7. SPRZĘŻENIA MIĘDZY PRZEWODAMI. — WPLYW ULOTU

Obliczona poprzednio wartość napięcia na wierzchołku słupa odpowiadałaby napięciu na izolacji linii tylko w tym przypadku, gdyby przewody robocze posiadały potencjał równy zeru. Przewody te znajdują się jednak w polu elektromagnetycznym przewodów odgromowych i w związku z tym indukuje się w nich pewne napięcie. Jeśli napięcie to oznaczyć $k_s U$, wówczas napięcie na izolacji będzie wynosić $U_{iz} = (1 + k_s) U$. W warunkach beznapięciowych lub przy występowaniu na przewodzie odgromowym napięć niższych od napięcia ulotu, współczynnik k_s jest tzw. geometrycznym współczynnikiem sprzężenia między przewodami, określonym następującymi znanymi wzorami:

dla układu jeden przewód odgromowy — przewód roboczy

$$k_s = \frac{Z_w}{Z_c},$$

dla układu dwa przewody odgromowe — przewód roboczy

$$k_s = \frac{Z_{w1} + Z_{w2}}{Z_c + Z_{w0}},$$

w których:

Z_c — oporność falowa cząstkowa własna,

$Z_{w(1,2)}$ — oporność falowa wzajemna między przewodem odgromowym a roboczym,

Z_{w0} — oporność falowa wzajemna między przewodami odgromowymi.

Oporności te wyznacza się ze wzorów

$$Z_c = 60 \ln \frac{2h}{r}$$

$$Z_w = 60 \ln \frac{\sqrt{4h^2 + a^2}}{a} \approx 60 \ln \frac{2h}{a},$$

gdzie:

h — średnia wysokość zawieszenia przewodu nad ziemią,

r — promień przewodu,

a — odstęp między przewodami.

Jak wynika z powyższych wzorów, współczynnik sprzężenia dla linii z dwoma przewodami odgromowymi jest na ogół większy niż dla linii z jednym przewodem odgromowym. Spośród przewodów roboczych najbardziej zagrożony przeskokiem jest ten, który znajduje się najdalej od przewodów odgromowych (największa odległość a , najmniejsza oporność wzajemna Z_w , najmniejszy współczynnik k_s — stąd największe U_{iz}).

W większości przypadków uderzenia pioruna w linię napięcie na przewodzie odgromowym znacznie przekracza wartość napięcia ulotu. Wówczas oporności falowe (a w szczególności Z_c) ulegają zmianie w stosunku do wartości wynikających z warunków geometrycznych i współczynnik sprzężenia zwiększa się. To zwiększenie sprzężenia bywa uwzględnione w obliczeniach piorunowego poziomu izolacji w różny sposób. W niektórych metodach stosuje się nowy współczynnik powiększający wartość k_s [5], w innych uwzględnia się zmiany stałych linii (C , Z) pod wpływem ulotu [9].

Jak wiadomo, oporność falowa Z_c zależy w następujący sposób od stałych linii

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1/\sqrt{0,2 \ln \frac{2h}{r}}}{\sqrt{\frac{10^{-3}}{18 \ln \frac{2h}{r}}}},$$

skąd po uproszczeniu wynika podany uprzednio wzór. Pod wpływem ulotu obszar powietrza wokół przewodu ulega zjonizowaniu i z punktu widzenia pola elektrostatycznego może być zastąpiony przewodem fikcyjnym o promieniu większym od r . Jeśli przyjąć, że promień przewodu fikcyjnego r_1 jest taki, jak promień występowania naprężeń większych od krytycznego (ok. 30 kV/cm), wówczas dla napięcia U na przewodzie odgromowym występuje związek: $U = 30r_1 \ln \frac{2h}{r_1}$, a zmierzona pojemność

przewodu wyniesie

$$C_1 = \frac{1,67 r_1}{U} 10^{-3}$$

(C w $\mu\text{F/m}$, U w kV, r_1 w cm).

Wzór ten, jak widać, wiąże się ze stałą gęstością ładunku na powierzchni

przewodu fikcyjnego $\left(\frac{UC_1}{2\pi r_1} = \text{const}\right)$. Zależność promienia fik-

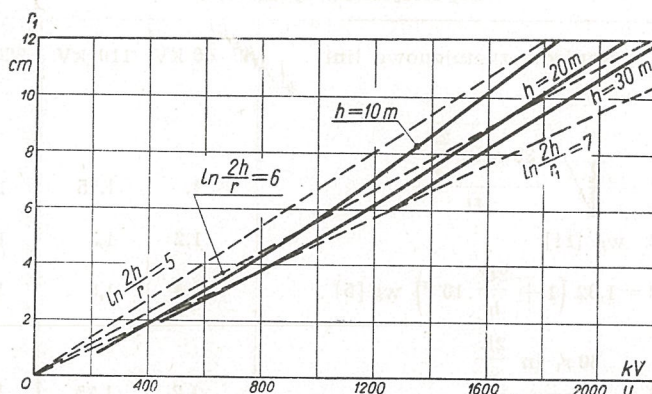
cyjnego przewodu od napięcia oraz wysokości zawieszenia przedstawia rys. 16. Jeśli przyjąć, że zamiana r na r_1 zwiększa odpowiednio pojemność własną przewodu nie zmieniając jednocześnie indukcyjności (gęstość prądu w kierunku poosiowym przewodu w obszarze zjonizowanego powietrza praktycznie równa zero) ani odstępów między przewodami, wówczas:

$$a) Z_c = 60 \sqrt{\ln \frac{2h}{r} \cdot \ln \frac{2h}{r_1}} = 10,96 \sqrt{\frac{U}{r_1} \ln \frac{2h}{r}},$$

b) Z_w nie ulega zmianie,

c) prędkość fali wzdłuż przewodów $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ zmniejsza się w stosunku zmiany $\sqrt{C}$,

d) współczynnik $k_s = \frac{Z_w^{11}}{Z_c}$ zwiększa się proporcjonalnie do zmniejszenia Z_c .



Rys. 16. Zależność ulotowego promienia przewodu od gromowego r_1 od napięcia U i wysokości zawieszenia h

W niektórych metodach obliczeń, opartych na szerokiej bazie doświadczalnej, przyjęto dla różnych typów linii konkretne współczynniki zwiększające wartość k_s [5], w innych starano się na drodze teoretycznej uwzględnić zmianę stałych linii, a następnie obliczyć współczynnik sprzężenia w warunkach ulotu [9]. Należy zaznaczyć, że wyniki badań doświadczalnych dowodzą na ogół większego wpływu ulotu na współczynnik sprzężenia niż obliczenia teoretyczne. Poniżej zostanie przeprowadzone porównanie osiąganych w ten sposób wyników. W rozważaniach tych przyjęto warunki ostrzejsze, występujące przy uderzeniach ujemnych (a więc w znacznej większości przypadków); przy bieguności dodatniej bowiem wpływ ulotu jest jeszcze większy.

Jeśli przez λ wyrazimy stosunek współczynnika sprzężenia przy ulocie do geometrycznego współczynnika sprzężenia, wówczas przy podanych wyżej założeniach

¹¹⁾ Dla uproszczenia rozpatruje się przypadek jednego przewodu odgromowego.

$$\lambda = \sqrt{\frac{30 r_1 \ln \frac{2h}{r}}{U}}$$

W tablicy 5 porównano tak określone wartości λ z wartościami przyjętymi dla typowych linii wysokich i najwyższych napięć przez przepisy radzieckie [11] i przy zastosowaniu metody opartej na danych eksperymentalnych [5].

Tablica 5

Współczynniki korekcyjne uwzględniające wpływ ulotu na wartość współczynnika sprężenia

Lp.	Napięcie znamionowe linii	30–40 kV	110 kV	220 kV
1	$\lambda = \sqrt{\frac{30 r_1 \ln \frac{2h}{r}}{U}}$	<1,	1,15	1,2
2	λ wg [11]	1,2	1,3	1,4
3	$\lambda = 1,32 \left(1 + \frac{2U}{h} 10^{-3}\right)$ wg [5]	1,4	1,5	1,6
4	$\lambda = \frac{30 r_1 \ln \frac{2h}{r}}{U}$	1,2	1,35	1,45

Jak wynika z tablicy, współczynnik obliczony wg założeń zmiany promienia przewodu (poz. 1) jest znacznie mniejszy od podawanych w literaturze (poz. 2 i 3). Również porównanie zmian prędkości fali np. z wynikami badaczy amerykańskich wskazywałoby, że metoda obliczeniowa nie docenia wpływu ulotu. Natomiast można zauważyć, że współczynnik będący kwadratem λ z poz. 1 przybiera wartości zgodne z przytoczonymi tu danymi z literatury, jak również z niektórymi innymi. Współczynnik λ z poz. 4 (jako kwadrat współczynnika z poz. 1) odpowiada przyjęciu założenia, że oporność falowa zmienia się tak, jak gdyby zarówno indukcyjność L , jak i pojemność C były funkcją r_1 . Jest to naturalnie założenie niesłuszne teoretycznie, ale wobec prostoty obliczenia (wówczas $Z_c = \frac{2U}{r_1}$), zgodności wyników oraz braku danych umo-

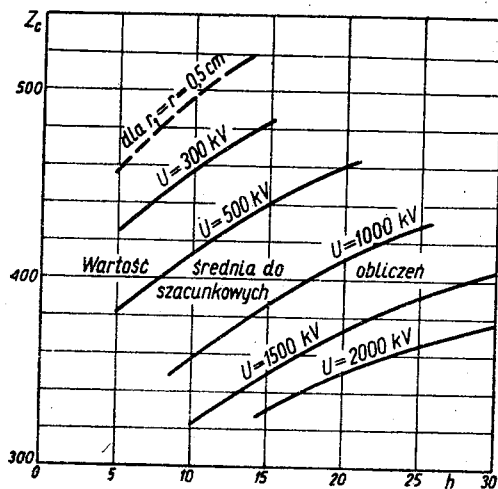
żliwiających przyjęcie do obliczeń innego założenia zmiany stałych linii na skutek wpływu ładunku przestrzennego wokół przewodu wydaje się, że założenie to nie przeszkadza traktować wzoru z poz. 4 jako wzoru

półempirycznego. Wykresy wartości $Z_c = \frac{2U}{r_1}$ (gdzie U jest napięciem na słupie, a nie na izolacji) przedstawiono na rys. 17.

Wnioski:

1. Współczynnik sprzężenia między przewodami przy ulocie jest większy od niskonapięciowego (geometrycznego) współczynnika sprzężenia.

2. Obliczanie ulotowego współczynnika sprzężenia przy pomocy zastępczego promienia przewodu równego promieniowi obszaru naprężeń wyższych od krytycznego daje wyniki niższe od eksperymentalnych. Zmusza to do przyjęcia przy obliczaniu sprzężenia wzoru półempirycznego.



Rys. 17. Wartość oporności falowych Z_c z uwzględnieniem wpływu ulotu

8. OKREŚLENIE WYTRZYMAŁOŚCI UDAROWEJ IZOLACJI LINII

Przede wszystkim będzie analizowana wytrzymałość udarowa takich najczęściej stosowanych układów izolacyjnych, w których przeskok zachodzi z reguły w powietrzu atmosferycznym, jako dielektryku mniej wytrzymałym od użytego stałego materiału izolacyjnego (jak np. porcelana lub szkło). Przypadki układów izolacyjnych, w których wyładowanie całkowicie lub częściowo przebiega wewnątrz stałego materiału izolacyjnego, mniej wytrzymałego od powietrza (np. mokre drewno), zostaną omówione w następnym rozdziale.

Dla ścisłego obliczenia piorunowego poziomu izolacji linii należałoby przyjmować wartość wytrzymałości izolacji badanej w warunkach jak najbardziej zbliżonych do rzeczywistych, co oznacza m.in.:

a. Kształt udaru zgodny z przebiegiem napięcia udarowego na izolacji, w rozpatrywanym przypadku uderzenia pioruna.

b. Odpowiednio dobraną biegunowość udaru; może to być biegunowość napięcia przeważającej liczby wyładowań piorunowych bądź też biegunowość, przy której wytrzymałość izolacji jest mniejsza.

c. Stan mokry izolacji; jak wynika ze statystyki awarii burzowych w kraju [27], jedynie przy ok. 3% burz nie występują opady atmosferyczne i izolacja znajduje się w warunkach zbliżonych do warunków próby udarowej na sucho; przy ok. 85% burz izolacja jest zroszona

deszczem; w pozostałych przypadkach śnieg lub grad, łatwo rozpuszczając się na izolacji, zbliżają jej stan do stanu zroszenia deszczem.

Najwyższe wartości przepięć na izolacji linii na słupie pojawiają się, jak wynika z poprzednich rozważań, po upływie ok. 3—5 μ s od początku udaru. Grzbiet udaru opada szybko na skutek działania wielokrotnych odbić falowych. Tak więc kształt przebiegu napięcia udarowego na izolacji przeważnie odbiega znacznie od udaru 1/50 μ s uznanego za normalny [12], [13] i osiąga kształt bliski do 3/5 μ s — 3/10 μ s.

Układy izolacyjne linii napowietrznych wysokich napięć mają przeważnie charakter ostrzowy pod względem rozkładu pola i wartości wytrzymałości udarowej, a zatem wykazują znaczną zależność napięcia przeskoku od kształtu udaru oraz od czasu do przeskoku. Z powyższych względów może się wydawać, że błędne byłoby przyjęcie w metodzie obliczeń najprostszego do określenia 50-procentowego udarowego napięcia przeskoku na sucho jako wytrzymałości izolacji przy uderzeniu pioruna. Warto to zagadnienie przedyskutować.

Niektóre ośrodki naukowe prowadzą badania wytrzymałości izolacji przy uderzeniach odkształconych [26] lub określają ją na drodze obliczeń [28]. Wydaje się jednak, że zarówno pracochłonność takich badań, konieczność każdorazowego określania kształtu, a nie tylko wartości szczytowej napięcia na izolacji linii, jak również jeszcze pewna niedojrzałość metod (szczególnie dla udarów ujemnych), odstręcza od wyznaczania na tej drodze wytrzymałości piorunowego poziomu izolacji dla celów uproszczonych obliczeń.

Pewnym przybliżeniem byłoby przyjęcie jako wytrzymałości izolacji napięcia przeskoku wyższego od 50-procentowego udarowego napięcia przeskoku, np. przeskoku przy czasie, w którym napięcie na izolacji linii zaczyna gwałtownie obniżać się. Wartość czasu do przeskoku $t_p = 4 - 5 \mu$ s będzie zbliżona do występującego w rzeczywistości.

Dla znacznej większości układów izolacyjnych w liniach wysokich napięć stosunek średniej wartości napięcia przeskoku przy 4—5 μ s do 50-procentowego udarowego napięcia przeskoku na sucho wynosi ok. 1,15—1,2 (wg publ. [6] oraz wg wyników badań prowadzonych w Instytucie Elektrotechniki). Z drugiej strony wytrzymałość udarowa izolacji zroszonej deszczem (dla deszczu uznanego za normalny — o opadzie 3 mm/min, oporności właściwej wody $9 - 11 \cdot 10^4 \Omega$ cm i kącie padania $40 - 50^\circ$) jest ok. 5—15% niższa od wytrzymałości tej samej izolacji na sucho (wg publ. [29] i wyników prac Instytutu Elektrotechniki). Należy dodać ponadto, że „wytrzymałość izolacji” według rozumienia odpowiednich norm [12], [13] odpowiada wartości niższej niż średnie napięcie przeskoku. Wchodzi tu w grę przypadkowy rozrzut napięcia przeskoku, na uwzględnienie którego konieczne jest przyjęcie obniżenia

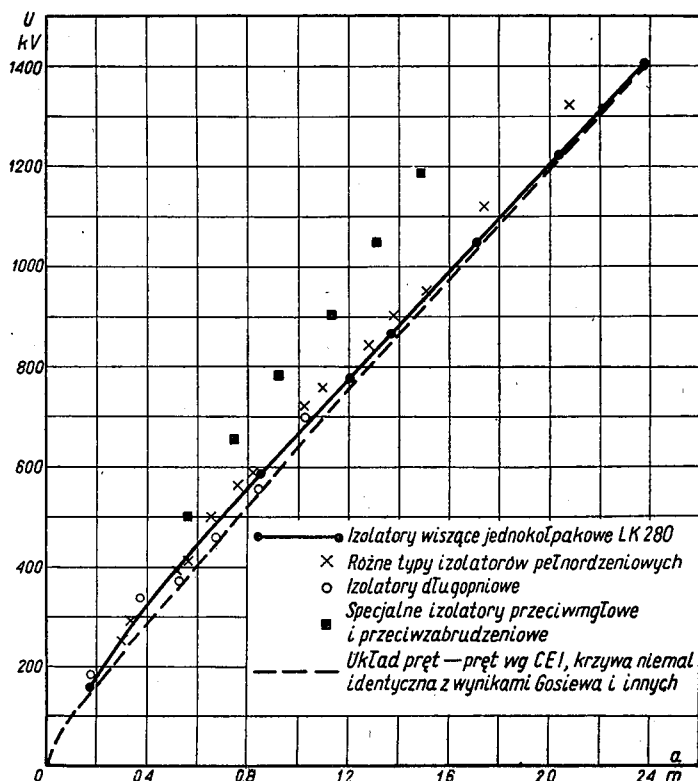
napięcia przeskoku o ok. 5 — 10%. Tak więc dochodzi się do wniosku, że poszukiwana wytrzymałość udarowa izolacji linii podczas burzy jest bardzo bliska (w granicach błędu pomiaru) wartości 50-procentowego udarowego napięcia przeskoku. Przyjęcie tego napięcia przeskoku nie wprowadza do metody obliczeń dodatkowych błędów, a jest niezwykle wygodne ze względu na dostępność danych praktycznie dla wszystkich typów izolatorów liniowych.

Warto zaznaczyć, że do podobnych wniosków, choć przy niezbyt poprawnych założeniach, doprowadzono w publ. [30]. Nie uwzględniono tam bowiem wpływu deszczu na zmiany wytrzymałości izolacji, a różnicę między napięciem przeskoku przy czasie $t_p = 2 - 4 \mu s$ i 50-procentowym napięciem przeskoku równoważono zapasem bezpieczeństwa na wypadek pracy łańcuchów izolatorowych z przebitymi niektórymi ogniwami. Krajowe i zagraniczne przepisy eksploatacji dopuszczają wprowadzić pracę linii bez natychmiastowej wymiany łańcucha o przebitych niektórych ogniwach. Wydaje się jednak, że obliczenia piorunowego poziomu izolacji, a w dalszej konsekwencji obliczenia odporności burzowej linii, powinny być prowadzone dla stanu zgodnego z projektem linii, nie w warunkach powstałych w linii uszkodzeń. Różnica między wartościami obliczonymi a wynikami eksploatacji może właśnie świadczyć o pogorszeniu się własności izolacyjnych oraz o poziomie eksploatacji linii. Ponadto rozumowanie z publ. [30] nie daje się adaptować do linii z izolatorami długopniowymi, wówczas gdy w omawianej metodzie obliczeń dąży się do zastosowań jak najbardziej uniwersalnych, niezależnych od typu linii lub rodzaju izolacji.

Pozostaje do wyjaśnienia zagadnienie biegunowości przyjętego do obliczeń udaru. Jak wiadomo, większość wyładowań piorunowych charakteryzuje się ujemną biegunowością [46], [21]. Dla przypadku uderzenia w słup lub w przewód odgromowy naprężenia na izolacji są takie, jak przy udarze dodatnim doprowadzonym do przewodu roboczego. Dla układów izolacyjnych symetrycznych elektrycznie napięcia przeskoku są przy obu biegunowościach praktycznie równe, a dla układów niesymetrycznych niższa jest przeważnie wytrzymałość przy biegunowości dodatniej, licząc od przewodu roboczego. Wobec zgodności obu przyjętych na wstępie kryteriów dotyczących doboru biegunowości nic nie stoi na przeszkodzie, aby przyjmować do obliczeń mniejszą z dwu wartości 50-procentowego napięcia przeskoku przy biegunowości dodatniej i ujemnej.

Jak powiedziano uprzednio, 50-procentowe napięcie przeskoku izolacji jest wprawdzie na ogół znane, można jednak również zastosować tę metodę obliczeń do układów o nieznaney wytrzymałości (łańcuchy izolatorów z armaturami ochronnymi, izolatory nietypowe). Wówczas moż-

na stosować przeliczenie nieznanego układu izolacyjnego na łańcuchach znanych ogniów izolatorowych (np. LK 280, tj. dawniej K3) w stosunku długości przerwy iskrowej. Poprawność przeliczania ilustruje rys. 18. Zestawiono tu wartości 50-procentowego napięcia przeskoku przy uderzeniach dodatnich o kształcie $1/50 \mu s$ dla różnych typów łańcuchów izolatorowych w zależności od długości przerwy iskrowej i porównano z na-



Rys. 18. Porównanie zależności wytrzymałości udarowej różnych typów izolatorów liniowych od długości przerwy iskrowej

pięciem przeskoku dla układu ostrze-ostrze uziemione. Rysunek potwierdza dużą zgodność wytrzymałości, z wyjątkiem specjalnych izolatorów przeciwbрудzeniowych; izolatory te jednak jako pracujące w ciężkich warunkach klimatycznych mają w eksploatacji szczególnie obniżoną wytrzymałość, która wówczas przypuszczalnie nie odbiega od wytrzymałości innych izolatorów nie poddanych silnym zabrudzeniom.

Wnioski:

1. Zamiast trudnej do określenia wytrzymałości izolacji linii podczas uderzenia pioruna, można bez znacznych błędów przyjmować 50-procentowe napięcie przeskoku na sucho przy uderzeniach dodatnich.

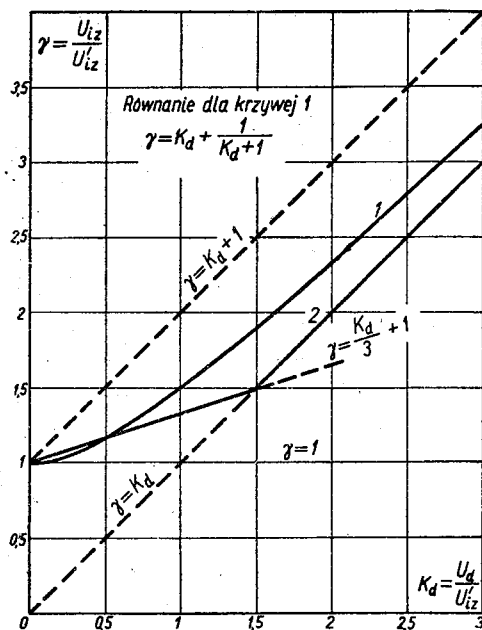
2. Wytrzymałość izolacji nieznanymi układów można porównywać ze znaną wytrzymałością łańcuchów izolatorów wiszących (np. LK 280), przeliczoną w stosunku długości przerwy iskrowej.

9. WPŁYW WYKORZYSTANIA DREWNA NA WYTRZYMAŁOŚĆ UDAROWĄ IZOLACJI LINII

Drewno w kraju do budowy słupów linii napowietrznych wysokiego napięcia (przeważnie drewno sosnowe) jest dla napięć udarowych dość dobrym materiałem izolacyjnym. O ile przy napięciu zmiennym małej częstotliwości drewno, szczególnie wilgotne, ma znaczną przewodność i nie może być uważane za dielektryk, to przy napięciu udarowym wytrzymałość drewna suchego jest rzędu 500 kV/m, drewna mokrego (pod wpływem długotrwałego deszczu) — rzędu 300 kV/m. Charakter wytrzymałości udarowej i wyładowań w drewnie został szerzej omówiony w publ. [31]. Ze względu na jednoczesność występowania deszczu i wyładowań piorunowych, należy zgodnie z rozważaniami zawartymi w rozdz. 8 przyjmować mokry stan drewna do wyznaczania wytrzymałości izolacji. Wytrzymałość drewna mokrego jest mniejsza od wytrzymałości powietrza (ok. 3 kV/m w porównaniu z 5—6 kV/cm) i wyładowanie udarowe przebiega raczej wewnątrz izolacji drewna lub po jego powierzchni. Możliwość wykorzystania długich odcinków drewna (np. dla linii 110 kV 3—4 m drewna w porównaniu z ok. 1 m długości łańcucha izolatorów), jako dodatkowych elementów izolacji linii, ma jednak duże zalety i znacznie zwiększa odporność burzową linii. Nie należy sądzić, że wytrzymałość udarowa układu izolatory ceramiczne-drewno odpowiada sumie wytrzymałości drewna i izolatorów badanych oddzielnie. Z przyczyn, które nie będą tu bliżej rozpatrywane (por. [19], [31]), wytrzymałość tego układu jest mniejsza od sumy wytrzymałości wszystkich składowych, ale większa od wytrzymałości każdego elementu składowego. Jeżeli oznaczyć wytrzymałość izolatorów ceramicznych U'_{iz} , a wytrzymałość izolacji drewna U_d , wówczas wytrzymałość układu izolacyjnego $U_{iz} = \gamma U'_{iz}$ będzie mniejsza od $U_d + U'_{iz} = (K_d + 1) U'_{iz}$, gdzie $K_d = \frac{U_d}{U'_{iz}}$, lecz większa zarówno od $U_d = k_d U'_{iz}$, jak i od U'_{iz} . Proponowaną za publ. [31] krzywą zależności $\gamma = f(K_d)$ przedstawiono na rys. 19 (krzywa 1). Krzywa ta została wykonana dla ostrożnie przyjętej wartości wytrzymałości drewna 300 kV/m ($U_d = 300 l_d$, gdzie l_d — długość wykorzystywanej izolacji drewna w metrach) i może być przedstawiona w postaci wzoru empirycznego:

$$\gamma = K_d + \frac{1}{K_d + 1}.$$

Dla porównania przedstawiono również krzywą łamaną (krzywa 2 na rys. 19), zalecaną przez publ. [19]. Wydaje się, że krzywa pierwsza jest bardziej zgodna z wynikami obliczeń oraz danymi eksperymentalnymi dotyczącymi wytrzymałości udarowej układów izolacyjnych linii na słupach drewnianych.



Rys. 19. Wpływ wykorzystania izolacji drewna na powiększenie wytrzymałości izolacji linii

Należy również wspomnieć o przypadkach, gdy wykorzystywana w liniach izolacja drewna jest zbocznikowana przerwą powietrzną o znacznie mniejszej długości (np. odległość od przewodu uziemiającego). Można tu przyjmować za równoważne długości przerw powietrznych równe połowie długości izolacji drewna i w obliczeniach uwzględniać wytrzymałość słabszego z równolegle połączonych elementów izolacyjnych drewno-powietrze.

Wnioski:

1. Wytrzymałość izolacji mieszanej izolatory ceramiczne-drewno jest mniejsza od sumy wytrzymałości poszczególnych składników.
2. Prosty wzór (lub krzywa) pozwala ująć liczbowo stopień powiększenia wytrzymałości izolacji na skutek wykorzystania własności izolacyjnych drewna.

10. WYNIKI I WNIOŚKI KOŃCOWE

Wyniki powyższych rozważań dają się ująć we wzór

$$U = \frac{U_{iz}}{1 - k_s} = a_1 a_2 I \kappa R_u + \sigma h I = I (a_1 a_2 \kappa R_u + \sigma h).$$

We wzorze poza omówionymi poprzednio czynnikami znajduje się dodatkowy wyraz $\sigma h I$. Uwzględnia on (zgodnie z interpretacją podaną

w publ. [3]) wpływ składowej magnetycznej napięcia indukowanego w przewodach przez prąd kanału pioruna. Wobec pewnych niezgodności takiej interpretacji z innymi publikacjami i braku danych doświadczalnych autor nie zamierza zająć stanowiska wobec słuszności tak określonego czynnika ohI , a podaje tylko jego wartość liczbową dla przyjętego kształtu udaru. oI odpowiada wartości średniej stromości czoła prądu w kanale pioruna; przy prądzie w kanale mniejszym od I , czasie do wartości szczytowej $t_m = 5 \mu s$ i przy przyjęciu za h średniej wysokości zawieszenia przewodów odgromowych nad ziemią wartość współczynnika σ powinna wynosić ok. 0,18—0,20. Ze względu na większą dogodność posługiwania się wysokością zawieszenia przewodów na słupie, w przybliżeniu równą wysokości słupa, przyjęto h — wysokość słupa i $\sigma = 0,15$.

Wzór na zależność piorunowego poziomu izolacji od wytrzymałości izolacji linii, oporności uziemienia słupa i innych czynników został więc doprowadzony do postaci końcowej, umożliwiającej przeprowadzenie obliczeń. Jako dane niezbędne do wykonania rachunku potrzebne są poza danymi geometrycznymi linii jedynie 50-procentowe napięcie przeskoku izolatorów oraz oporność uziemienia słupa. Wydaje się ponadto, że obliczenia przy zastosowaniu podanego wzoru dla występujących w kraju typów linii dają wyniki zgodne z rzeczywistością.

Autor zdaje sobie jednak sprawę, że wzór końcowy oraz ujęta tym wzorem metoda obliczeń są dalekie od doskonałości i posiadają jeszcze znaczne luki, które na razie nie mogą być uzupełniane wskutek niedostatku danych doświadczalnych bądź wobec trudności znalezienia innej, prostszej, a równie dokładnej drogi rozwiązania zagadnienia. W niektórych sprawach celowo, dla zachowania prostoty, odstąpiono od teoretycznej ścisłości. Wydaje się jednak, że w przyszłości dalsze opracowania powinny iść w kierunku zapełnienia tych luk i usunięcia słabych punktów. Dotyczy to w szczególności tych czterech czynników, które powodują, że w rzeczywistości zależność między zwarciovym prądem pioruna a napięciem na izolacji linii ma charakter nieliniowy. Należą do nich:

a. Nieliniowa oporność uziemienia słupa. Celowe byłoby znalezienie prostego sposobu uwzględnienia we wzorze wpływu indukcyjności i falowości uziomu oraz wyładowań iskrowych w ziemi. Wzór taki musiałby być oparty na wynikach badań wielkoprądowych, przeprowadzonych dla kształtu udaru prądowego, analogicznego do kształtu prądu w słupie. Powinien on mieć charakter uniwersalny, dotyczyć uziomów skupionych i przestrzennych.

b. Wpływ odbić falowych na przebieg napięcia na słupie. Wydaje się, że prace mające na celu udoskonalenie wzo-

ru powinny iść tu w dwu kierunkach. Po pierwsze należy na podstawie pomiarów analogowych (niskonapięciowych) określić wpływ fal odbitych dla dużego zakresu parametrów linii. Po drugie należy na drodze obliczeniowej (ewentualnie również na daleko trudniejszej drodze pomiarowej) określić wpływ zmian prędkości fal wędrownych oraz odkształcenia przez ulot fal odbitych na zmiany napięcia na słupie porażonym.

c. Wpływ ulotu na sprzężenie między przewodami. Zagadnienie to od strony teoretycznej ma dużo wspólnego z drugą częścią punktu b). Wydaje się, że możliwe jest również poparcie wyników obliczeń na drodze pomiarowej.

d. Nieliniowość wytrzymałości udarowej drewna. Znaczna przewodność drewna sprawia, że — szczególnie przy dużej wilgotności — działanie cieplne prądu zmienia w sposób zasadniczy wytrzymałość izolacji. W związku z tym do obliczeń przyjmuje się na ogół wartości zaniżone, odpowiadające najgorszym warunkom pracy izolacji, co w niektórych przypadkach może nie być słuszne. Nie jest również wyjaśniony wpływ stosowanych w kraju impregnatów na wytrzymałość udarową drewna.

Głębszego opracowania wymaga również w przyszłości sprawa wpływu pola magnetycznego prądu w kanale pioruna na powstanie dodatkowych przepięć na przewodach linii.

Należy tu zwrócić uwagę, że nie uwzględniono we wzorze napięcia roboczego. Wpływu tego napięcia jednak nie można zbyt upraszczać przyjmując, że chwilowa lub maksymalna wartość napięcia na przewo-

dzie roboczym $\left(\text{np. } 1,15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} U_n \right)$ dodając lub odejmując się od napięcia

na przewodzie odgromowym zmienia proporcjonalnie wytrzymałość izolacji. Zmiana wytrzymałości udarowej izolacji powietrznej poddanej działaniu długotrwałego stałego lub zmiennego „napięcia wzbudzającego” ma charakter bardziej złożony i dotychczas nie doczekała się opracowania dla przerw iskrowych spotykanych w liniach. Również wpływ napięcia roboczego na zmieniający wartość współczynnika sprzężenia rozkład ładunku przestrzennego przy ulocie nie może być przypuszczalnie pominięty.

*

Pragnę na koniec podziękować p. prof. J.L. Jakubowskiemu za udostępnienie szeregu materiałów i przejrzenie pracy, p. prof. R. Hampłowi za konsultacje w sprawie postaci matematycznej obliczeń prawdopodobieństwa w rozdz. 3 oraz Kolegom z Instytutu Elektrotechniki za pomoc w zebraniu materiałów.

WYKAZ LITERATURY

1. Jirku J.: Atmosferické přepěti na vedeních vn. — El. Obzor 1952/12/564¹⁾.
2. Jirku J.: Odolnost vedení proti atmosférickým poruchám. — El. Obzor 1954/10/526¹⁾.
3. Dolginow A. I.: Grozozaszczita elektricheskikh ustanowok. 1954.
4. Jakubowski J. L.: Technika wysokich napięć 1951.
5. Kostienko M. W.: Atmosfiernyje pierienapraženja. 1947.
6. Przesył i rozdział energii elektrycznej, cz. I. Wyładowania piorunowe i ochrona przepięciowa. Warszawa 1951, PWT (tłumaczenie z angielskiego).
7. Sirotinskij L. J.: Tiechnika vysokich napraženij, cz. III. 1945.
8. Stiekolnikow I. S.: Grozozaszczita. 1951.
9. Szpor St.: Ochrona odgromowa, t. I. 1951.
10. AIEE Comm. Rep. A method of estimating lightning performance of transmission lines. — Tr. AIEE 1950/1187.
11. Rukowodiaszczije ukazanja po zaszcztie ot pierienapraženij elektrotechnicheskikh ustanowok pieriemiennowo toka 3-220 kV. 1954.
12. CEI 36 — Spécifications pour les essais au moyen de tension de choc. Projekt normy międzynarodowej z r. 1953.
13. PN/E 04601 Próby napięciem udarowym. 1956.
14. Harder E. L., Whitehead E. R.: Méthode pour evaluer le comportement aux coups de foudre des lignes de transmission. CIGRE, 1952, R. 309.
15. Jakubowski J. L.: Kryteria eliminacji oporności falowej przy odbiciach wielokrotnych. — Arch. El. t. III, 1954, s. 69.
16. Jakubowski J. L.: Eliminacja oporności falowej przy uderzeniu pioruna w słup linii energetycznej. — Arch. El. 1957.
17. Jakubowski J. L.: Układy zastępcze stosowane przy obliczaniu napięcia wierzchołka słupa linii energetycznej trafionego przez piorun. — Rozpr. Elektr. 1957, tom III, zesz. 2.
18. Jakubowski J. L.: Na marginesie nowej redakcji „Wskazówek ochrony odgromowej”. — Przegl. Elektr. 1957.
19. Rathsmann B. G., Sandström U.: Principes fondamentaux de l'isolation des lignes de transport d'énergie. CIGRE, 1956, R. 222.
20. Berger K.: Le comportement des prises de terre sous courants de choc de grande intensité. CIGRE, 1946, R. 215.
21. Berger K.: Resultate der Blitzmessungen der Jahre 1947-54. — Bull. SEV 1955/9/405.
22. Bulla W.: Über den Wert von HF-Messungen an Blitzschutzterdern. — EuM 1952, s. 140.
23. Fritsch V.: Über HF-Messungen an Blitzschutzterdern. — EuM 1952, s. 422.
24. Roth A.: Hochspannungstechnik. 1951.
25. Przepisy o budowie urządzeń elektrycznych, cz. I, 1956.
26. Akopian A. A., Łarionow W. P., Torosjan A. S.: Sur les tensions de decharge par choc a travers un isolement à haute tension en fonction de

¹⁾ Powyższe artykuły zawierają ok. 150 poz. bibliograficznych, obejmujących praktycznie całość zagadnienia do r. 1952. Pozostała literatura dotyczy tylko niektórych publikacji późniejszych bądź podstawowych podręczników z tej dziedziny. Poza literaturą podaną w niniejszym wykazie wykorzystano nadto szereg materiałów i dokumentacji Zakładu Wysokich Napięć Instytutu Elektrotechniki.

- la forme de l'onde de tension. CIGRE, 1954, R. 411. Również komentarz tych samych autorów: Elektryczestwo 1956, Nr 5.
27. Jaczewski M., Zieliński J.: Awaryjność burzowa krajowych sieci elektrycznych wysokiego napięcia. — Energetyka 1956, Nr 4.
28. Jones A. R.: Evaluation of the integration method for analysis of nonstandard surge voltages. — Tr. AIEE 1954, s. 984.
29. Böckman M.: L'influence de la pluie sur les essais de choc. CIGRE, 1954, R. 405.
30. Sirotinskij L. J.: Technika vysokich naprjaženij, tom II. 1953.
31. Zieliński J.: Rozważania nad wpływem wykorzystania izolacji drewna na wytrzymałość uderową linii. — Prace Instytutu Elektrotechniki 1957, Nr 3.
32. Wagner C. F., Lloyd B. L.: Effects of corona on travelling waves. — Tr. AIEE III, 1955, s. 858.

Е. ЗЕЛИНСКИ

РАСЧЁТ ИМПУЛЬСНОГО УРОВНЯ ИЗОЛЯЦИИ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ

Резюме

В начале статьи автор рассматривает целесообразность подготовки простого метода расчёта импульсного уровня изоляции линии и применение этого метода для определения грозозащиты высоковольтной линии. Анализ пригодного для расчётов упрощения формы тока молнии приводит к выбору удара с косинусоидальным фронтом и крутизной пропорциональной максимальному значению импульсного тока. В дальнейшем автор рассматривает влияние ряда факторов таких, как распределение токов на верхушке столба, падение напряжения на сопротивлении заземления и индуктивности столба, волновые отражения в линии, связь между проводами с учётом короны и других на значение напряжения на изоляции линии в случае удара молнии в столб, а также приводит предлагаемые значения или же функциональные зависимости коэффициентов учитывающих влияние выше указанных факторов. Автор доказывает также возможность независимого определения влияния индуктивности столба и распределения токов на столбе в диапазоне практически встречаемых сопротивлений и индуктивностей. В дальнейшем изложены принципы определения импульсной прочности изоляций линии в условиях приближенных к действительным грозовым условиям, особенно в случае смешанной изоляции или же изоляции с неизвестным напряжением перекрытия, а также обоснована закономерность выбора для расчётов критического импульсного напряжения перекрытия изоляции в сухом состоянии.

В результате анализа предложена расчётная формула, выражающая зависимость между током молнии, определяющим импульсный уровень изоляции и прочностью изоляции линии. Для произведения расчёта требуется иметь помимо геометрических размеров линии только лишь значение сопротивления заземления и величину критического импульсного напряжения перекрытия изоляции. В целой статье, а особенно в выводах подчеркнуты трудности связанные с практическим учётом влияния таких факторов, которые при точном учёте

могут ввести нелинейные соотношения в формулы. Принадлежат к ним прежде всего: нелинейность вольтамперной характеристики заземления из за искровых разрядов и волновых процессов в заземлениях; влияние короны на связь между проводами, влияние волновых отражений на распределение напряжения на столбе и наконец нелинейность сопротивления и нелинейность импульсной прочности изоляции дерева.

J. ZIELIŃSKI

CALCULATION OF THE INSULATION IMPULSE LEVEL OF HIGH-VOLTAGE POWER LINES

Summary

The author first discusses the significance and purpose of working out a simple method of calculating the impulse level of line insulation and of applying it to determining impulse resistance of power lines. Consideration on the simplification of the lightning current form most suitable for calculations, leads to the acceptance of a surge with a cosinusoidal front and a steepness proportional to the amplitude. Further the author discusses the influence of several factors, as the current distribution on the pole top, the voltage fall on the earthing and the tower reactance, wave reflections in the line, the coupling between the line conductors taking into account the corona effect and other factors, on the value of voltage applied to the line insulation in the case of lightning striking a line tower. The suggested values and functions of coefficients, which take into account the influence of these factors, are given.

The author demonstrates the possibility of independently determining the effect of the tower reactance and the current distribution in the tower in a range of resistance and reactance values generally occurring in field conditions.

Subsequently the author presents principles of determining the line-insulation impulse strength in conditions approximate to those occurring during storms, and especially the strength of mixed insulation or of insulation of unknown breakdown voltage. The correctness of accepting for calculations the 50% breakdown impulse voltage of dry insulation is motivated.

In conclusion a formula for calculations is suggested, expressing the dependence of the lightning shortcircuit current, which determines the insulation impulse level, on the strength of the line insulation. The geometrical dimensions of the line, the value of the earthing resistance and the 50% insulation breakdown voltage are sufficient for carrying out these calculations. This paper and especially the conclusions stress the difficulty of taking into consideration the effect of factors the introduction of which would cause nonlinear dependences in formulae. The following factors are foremost concerned: the non-linear voltage-current characteristic of the earthing because of spark-discharges and wave effects of the earthing; the corona influence on the coupling of line conductors, the influence of wave reflections on the voltage course on the tower; the non-linearity of the resistance and insulation impulse strength of wood.

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie następujących warunków:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z interlinią (co drugi wiersz), z marginesem 3 cm z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w dwóch egzemplarzach.
2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskaźniki niżej liter i wykładniki potęg pisać należy szczególnie dokładnie i wyraźnie.
3. Każda praca powinna być zaopatrzona w krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim do 25 wierszy maszynopisu oraz obszerniejsze streszczenia (do 20% objętości artykułu) w języku rosyjskim oraz angielskim, francuskim lub niemieckim. W razie niemożności nadesłania streszczenia w języku obcym autor dostarcza odpowiednie streszczenie w języku polskim w trzech egz. z jednoczesnym wpisaniem terminologii w języku rosyjskim oraz w innym języku obcym.
4. Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odpowiadający numer rysunku. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.
5. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie używać określeń, jak figura, szkic fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach — na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy i nazwisko autora.
6. Wszystkie tablice (unikać zbyt dużych) podobnie jak rysunki należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis) objaśniający.
7. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, pełny tytuł dzieła lub artykułu, tytuł czasopisma, tom, numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje powinny być ponumerowane w kolejności alfabetycznej autorów lub zestawione chronologicznie; w tekście — powołania na numer pozycji w nawiasie kwadratowym, np. [3].
8. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egzemplarzy odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze autor może zamówić w redakcji na własny koszt przy przesyłaniu korekty swej pracy.

U w a g a: Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem: Redakcja „Rozpraw Elektrotechnicznych”, Warszawa, Plac Jedności Robotniczej 1, Politechnika, Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki.

