POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

KWARTALNIK

SPIS TREŚCI TOMÓW I—III (1955—1957)

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1958

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI,
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN, PROF. STANISŁAW SZPOR

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny

PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz

JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

TOM I — 1955

SPIS TREŚCI

M. Jabłoński: Obliczanie oporności indukcyjnej zwarcia transformatora z niesymetrycznymi uzwojeniami cylindrycznymi 255

M. Kozłowski: Niektóre zagadnienia z teorii strat dodatkowych w uzwojeniach transformatorów 209

J. Kulikowski: Osiowe siły zwarciowe w transformatorach z uzwojeniami cylindrycznymi 275

Z. Majewski: Fizyczne podstawy elektroniki półprzewodników . . . 31

Z. Majewski: Prostowniki półprzewodnikowe 61

W. Nowicki: Kompensacja skupiona sprzężeń w telekomunikacyjnych liniach kablowych o torach symetrycznych 127

W. Rosiński: Tranzystory 303

J. Srzednicki: Detektor fazy jako wskaźnik równowagi w pomiarach mostkowych prądu zmiennego 3

СОДЕРЖАНИЕ

М. Козловски: Некоторые проблемы по теории добавочных потерь в обмотках трансформаторов 209

И. Куликовски: Осевые силы короткого замыкания в трансформаторах с цилиндрическими обмотками 275

З. Маевски: Физические основы электроники полупроводников . . . 31

З. Маевски: Полупроводниковые выпрямители 61

В. Новицки: Концентрированное симметрирование в симметрических кабельных линиях связи 127

В. Росиньски: Транзисторы 303

Я. Сшедницки: Фазовый детектор в качестве балансного индикатора при измерениях с помощью мостов переменного тока 3

М. Яблоньски: Расчёт индуктивного сопротивления короткого замыкания трансформатора с несимметричными цилиндрическими обмотками 255

TABLE OF CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES

M. Jabłoński: The Evaluation of the Short Circuit Reactance of a Transformer with Asymmetrical Cylindrical Windings 255

M. Kozłowski: Some Problems of the Theory of Additional Losses in the Transformer Windings 209

J. Kulikowski: The Axial Electromagnetic Forces in Concentric Transformer Windings 275

Z. Majewski: The Physical Foundations of Semiconductor Electronics . 31
Z. Majewski: The Semiconductor Rectifiers 61
W. Nowicki: Equilibrage par réseaux concentrés de lignes en câbles à pàires symétriques 127
W. Rosiński: Transistors 303
J. Srzednicki: A Phase Detector as Balance Indicator in Alternating Current Bridge Measurements 3

TOM II — 1956

SPIS TREŚCI

J. Chabłowski: Metody seperacji impulsów w odbiornikach telewizyjnych 199
A. Filipkowski, Z. Gniewiński: Projektowanie wzmacniaczy selektywnych *RC* ze sprzężeniem zwrotnym 177
W. Findeisen: Synteza i projektowanie zamkniętych układów sterowania 419
W. Gabryś: Ścisły wykres kołowy schematu zastępczego silnika asynchronicznego 287
Z. Godziński: Rozchodzenie się fal elektromagnetycznych nad terenem niejednorodnym 471
Z. Gogolewski: Wykreślne wyznaczanie wpływu różnych parametrów na zachowanie się silnika asynchronicznego 269
W. Golde, A. Smoliński: Metody projektowania wzmacniaczy szerokopasmowych i impulsowych 373
R. Kulikowski, J. Kulikowski: Linearyzacja podstawy czasu przy pomocy elementów nieliniowych 159
J. Manitius: Wstęp do teorii układu Leonarda w napędach hutniczych o dużej częstości łączeń 21
T. Pietruszyński: Wyrównywanie obciążeń jednofazowych w sieciach trójfazowych trójprzewodowych przy pomocy statycznych układów cewek i kondensatorów 317
S. Pogorzelski: Problemy syntezy charakterystyk antenowych . . . 351
Z. Siciński: Własności dielektryczne układu izolacyjnego papierowo-olejowego 3
W. Skulimowski: Systemy automatycznej regulacji fazy generatorów odchylania linii w odbiornikach telewizyjnych 241
L. Szklarski: Zasady projektowania i analiza napędu Leonarda maszyn wyciągowych ze wzmacniaczami maszynowymi za pomocą układów blokowych 59

СОДЕРЖАНИЕ

В. Габрысь: Точная круговая диаграмма эквивалентной схемы трехфазного асинхронного двигателя 287
З. Гоголевски: Графическое определение влияния разных параметров на поведение асинхронного двигателя 269

В. Гольде, А. Смолиньски: Методы проектировки широкополосных и импульсных усилителей 373
З. Годзиньски: Распространение радиоволн над неоднородной землей . 471
Р. Куликовски, Ю. Куликовски: Коррекция искажений развёртки при помощи нелинейных элементов 159
Я. Манитиус: Введение в теорию системы Леонарда примененной к металлургическим электроприводам с большой частотой включений . . 21
Т. Петрушиньски: Уравнивание однофазных нагрузок в трёхфазных трёхпроводных сетях при помощи статических катишечных и конденсаторных систем 317
С. Погожельски: Вопросы синтеза диаграмм направленности антенн 351
З. Сициньски: Диэлектрические свойства бумажно-масляной изоляции 3
В. Скулимовски: Системы автоматической регулировки фазы генераторов отклонения линии в телевизорах 241
А. Филипковски, З. Гневиньски: Проектирование избирательных селективных усилителей *RC* с обратной связью 177
В. Финдейзен: Синтез и проектирование замкнутых систем управления 419
Е. Хабловски: Методы сепарации импульсов в телевизорах 199
Л. Шклярски: Основы проектировки и анализ привода по системе Леонарда подъёмных машин с электромашинными усилителями при помощи блок-схем 59

TABLE OF CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES

J. Chabłowski: Les méthodes de séparation des signaux de synchronisation dans les téléviseurs 199
A. Filipkowski, Z. Gniewiński: Projets d'amplificateurs sélectifs *RC* à réaction 177
W. Findeisen: Synthesis and Design of Feed-Back Control Systems . . 419
W. Gabryś: An Exact Circle Diagram of the Equivalent Three-Phase Induction Motor Circuit 287
Z. Godziński: Propagation of Radio Waves over Inhomogeneous Earth . 471
Z. Gogolewski: Graphical Method of Determining the Influence of Different Parameters on the Behaviour of the Induction Motor 269
W. Golde, A. Smoliński: Methods of Wide-Band and Pulse Amplifiers Design 373
R. Kulikowski, J. Kulikowski: Straightening of the Time Base with the Help of Nonlinear Elements 159
J. Manitius: Introduction to the Theory of the Ward Leonard System in Steel Work Drives of a Large Switching Frequency 21
T. Pietruszyński: The Equalization of Single-Phase Loads in Three-Phase Lines with the Aid of Inductive and Capacitive Networks . . . 317
S. Pogorzelski: Problems of Antenna Pattern Synthesis 351
Z. Siciński: The Dielectric Properties of the Paper-Oil Insulating System 3
W. Skulimowski: Les méthodes de réglage automatique de phase dans les systèmes de synchronisation de ligne pour les téléviseurs 241
L. Szklarski: Principles of Design and Analysis of Ward Leonard Driven Mine Winders with Amplifying Exciters by Means of Block Diagrams . . 59

TOM III — 1957

SPIS TREŚCI

F. Andrzejewski: Stany nieustalone amplidyny w przypadku zasilania uzwojenia wzbudzenia generatora oraz uzwojenia twornika silnika . . . 343
S. Bellert: Teoria i projektowanie układów regulacji impulsowej . . . 459
J. Czyż: Impedancje wzajemne w płaskich układach antenowych . . . 139
W. Fijałkowski: Przegląd podstawowych pojęć transmisji telegraficznej 253
J. Goliński, W. Lech, S. Żołędziowski: Jonizacja w transformatorach i maszynach elektrycznych 403
J. Grygołajtys: Zastosowanie sondy elektrycznej Langmuira do wyznaczania parametrów plazmy wyładowania elektrycznego 3
J. Helsztyński: Metody syntezy częstotliwościowej biernych dwójników liniowych 299
J. L. Jakubowski: Układy zastępcze stosowane przy obliczaniu napięcia wierzchołka słupa linii energetycznej trafionego przez piorun 231
J. Kacprowski: Analiza możliwości odtworzenia akustycznej oporności zespolonej ucha naturalnego za pomocą układu zastępczego 39
T. Lipowiecki: Pasmowa teoria przewodnictwa elektrycznego ciała stałego 171
M. Nałęcz: Niektóre metody wytwarzania jednorodnych małych pól magnetycznych 329
A. Straszak: Charakterystyki częstotliwościowe we współrzędnych liniowych w zastosowaniu do analizy liniowych układów automatycznej regulacji 213
J. Zieliński: Obliczanie piorunowego poziomu izolacji linii napowietrznych wysokiego napięcia 531

СОДЕРЖАНИЕ

Ф. Анджеевски: Переходные процессы в амплидине с питанием обмотки возбуждения генератора и обмотки якоря двигателя 343
С. Беллерт: Теория и проектирование систем импульсного регулирования 459
Г. Гельштыньски: Методы частотного синтеза пассивных линейных двухполюсников 299
Я. Голиньски, В. Лех, С. Жолэндзёвски: Ионизация в трансформаторах и электрических машинах 403
Я. Грыголайтыс: Применение электрического зонда Лэнгмюра для определения параметров плазмы электрического разряда 3
Е. Зелиньский: Расчёт импульсного уровня изоляции воздушных линий электропередачи 531
Я. Кацпровски: Анализ возможности применения искусственной системы для воспроизведения комплексного акустического сопротивления естественного уха 39
Т. Липовецки: Зонная теория электрической проводимости твёрдого тела 1

М. Налэнч: Некоторые методы производства небольших однородных магнитных полей 329
А. Страшак: Применение частотных характеристик для анализа линейных систем автоматического регулирования 213
В. Фиялковски: Обзор основных понятий телеграфной передачи . . 253
Г. Чиж: Взаимные импедансы в плоских антенных системах 139
Я. Л. Якубовски: Заместительные схемы применяемые для расчёта напряжения относительно земли вершины столба энергетической линии пораженного молнией 231

TABLE OF CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES

F. Andrzejewski: Régimes transitoires de l'amplidyne pour le cas d'alimentation de l'enroulement excitateur de la génératrice ainsi que de l'enroulement d'induit du moteur 343
S. Bellert: The Theory and Design of Sampled Data Control Systems . . 459
J. Czyż: Mutual Impedances in Plane Aerial Arrays 139
W. Fijałkowski: Revue des termes essentiels de la transmission télégraphique 253
J. Goliński, W. Lech, S. Żołędziowski: Ionisation in Transformers and Electrical Machines 403
J. Grygołajtys: Application of Langmuir's Electrical Probe to Determination of Plasma Parameters in Electrical Discharge 3
J. Helsztyński: Methods for Frequency Synthesis of Passive Linear Two-Terminal Networks 299
J. L. Jakubowski: Equivalent Circuits for Calculating the Voltage to Earth of the Top of a Power-Line Tower Stricken by Lightning 231
J. Kacprowski: Analysis of the Possibility of Reproducing the Acoustic Impedance of the Human Ear by Means of an Equivalent Circuit 39
T. Lipowiecki: The Level Theory for Electrical Conductivity of a Solid Body 171
M. Nałęcz: Some Methods for Generating Homogeneous Weak Magnetic Fields 329
A. Straszak: Frequency Response Plots to Linear Co-ordinates as Applied to Feedback Control System Analysis 213
J. Zieliński: Calculation of the Insulation Impulse Level of High-Voltage Power Lines 531

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM IV · ZESZYT 1

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1958

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN, PROF. STANISŁAW SZPOR

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny
PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz
JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Krakowskie Przedmieście 79

Nakład 712 (613+99)	Oddano do składania 15.XI.57
Ark. wyd. 11, druk. 10,5	Druk ukończono w kwietniu 1958
Pap. rotograw. kl. III, 80 g, 70 × 100	A-12
Zamówienie nr 2102/57	Cena zł 25.—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

621.317.733

ANDRZEJ JELLONEK

Możliwości pomiaru bardzo małych kątów stratności kondensatorów przy pomocy mostka prądu zmiennego typu Scheringa

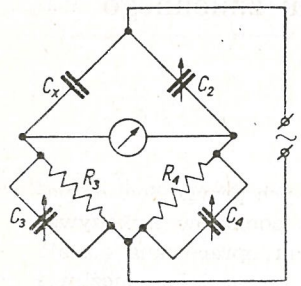
Rękopis dostarczono 11.3.1957

Mostek Scheringa jest jednym z najczęściej używanych przyrządów do pomiaru pojemności i kąta stratności kondensatorów. Do pomiarów wykonywanych przy małej częstotliwości i przy niskim napięciu opracowana została przez Giebego i Zicknera odmiana tego rodzaju mostka, zapewniająca możliwie szeroki zakres wielkości mierzonej oraz dużą dokładność w pomiarach tak pojemności, jak i stratności. Pomiar bardzo małych stratności ograniczony jest jednak w tym układzie dokładnością kondensatora fazującego. Najmniejsza mierzalna wartość nie przekracza $\operatorname{tg}\delta \geqslant 10^{-4}$ dla pojemności $C \leqslant 1000$ pF. Poza tym do obliczenia ścisłego wyniku konieczna jest znajomość stratności kondensatora wzorcowego. Stratność ta jest na ogół nieznana, układ nie pozwala zatem na zmierzenie bezwzględnej wartości stratności, a stratności małe, rzędu $1 \cdot 10^{-4}$, mierzy ze znacznym i trudnym do oszacowania błędem.

Aby rozszerzyć zakres użyteczności mostka poza powyższe granice, zaproponowano wprowadzenie w szereg z badanym kondensatorem znanej oporności. Średniowanie wyników pomiaru stratności przy pomocy prostej obrazującej funkcję stratności w zależności od wartości oporności dodatkowej pozwala na znalezienie stratności kondensatora badanego drogą ekstrapolacji powyższej prostej do przecięcia się z osią odciętych. W artykule prócz podania zasad powyższej metody przedyskutowano również warunki, w których metoda taka pozwala na uzyskanie dokładności większej niż w przypadku mostka pracującego w sposób normalny. Ponadto zaproponowano metodę pomiaru bezwzględnej wartości stratności kondensatorów pomimo użycia kondensatora wzorcowego o nieznanej stratności. Metoda ta, wymagająca dwu kondensatorów identycznych lub doprowadzonych do identycznej stratności, o znikomych stratach w częściach metalowych, okazała się przy bliższym rozpatrzeniu odmianą metody wprowadzonej w podobnym celu przez NBS (USA). W pewnych warunkach, przytoczonych w artykule, odmiana podana przez autora jest wygodniejsza od metody NBS'u.

Mostki czteroramienne są najczęściej używanymi przyrządami do pomiaru pojemności C i kąta stratności δ kondensatorów, zwłaszcza w zakresie częstotliwości $f < 1$ MHz. Spośród przyrządów tego rodzaju stoso-

wanych przy częstotliwości akustycznej w pomiarach własności kondensatorów wysokiej klasy, a więc o małym kącie stratności oraz dużej dokładności i stałości pojemności, jednym z najpopularniejszych jest mostek opracowany przez Giebego i Zicknera w Phys. techn. Reichsanstalt [1], [2]. Jest to w zasadzie mostek Scheringa [3], [4] dostosowany do pomiarów o dużej dokładności, przy niskim napięciu. Różnicę w stosunku do mostka Scheringa stanowi użycie wzorców pojemnościowych o regulowanej wartości do zrównoważenia obu składowych mierzonej oporności zespolonej. W układzie tym (rys. 1) pojemność C_X kodensatora badanego jest porównywana z wzorcową, praktycznie bezstratną pojemnością C_2 kondensatora wzorcowego. Natomiast zrównoważenie faz uzyskuje się przez regulowanie pojemności C_3, C_4 załączonych równolegle do oporności R_3, R_4 ramion stosunkowych. W tych warunkach równanie modułów oporności pozwala na obliczenie nieznanej pojemności C_X, której wartość jest:



Rys. 1. Schemat mostka według E. Giebego i G. Zicknera [1]

$$C_X = C_2 \frac{R_4}{R_3} .$$

Porównanie zaś faz daje wartość kąta stratności δ_X równą:

$$\delta_X = \omega (R_4 C_4 - R_3 C_3) + \delta_2 + \varphi_3 - \varphi_4 ,$$

przy czym δ_2 oznacza kąt stratności kondensatora wzorcowego C_2, natomiast φ_3 i φ_4 kąty fazowe oporników R_3 i R_4, w końcu $\omega = 2\pi f$ — pulsację napięcia zasilającego, a f jego częstotliwość.

Wartości uchybów względnych związanych z uchybami kondensatorów i oporników wzorcowych oraz z budową mostka i zastosowaną metodą porównania własności kondensatora badanego z wzorcami umieszczonymi w innych ramionach niż wzorzec są:

$$\frac{\Delta C_X}{C_X} = \frac{\Delta C_2}{C_2} + \left(\frac{\Delta R_4}{R_4} - \frac{\Delta R_3}{R_3} \right)$$

dla kąta stratności:

$$\frac{\Delta \delta_X}{\delta_X} = \frac{R_4 C_4 \omega}{\delta_X} \left[\frac{\Delta R_4}{R_4} + \frac{\Delta C_4}{C_4} + \frac{\Delta \omega}{\omega} \right] - \frac{R_3 C_3 \omega}{\delta_X} \left[\frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta C_3}{C_3} + \frac{\Delta \omega}{\omega} \right] +$$
$$+ \frac{\delta_2}{\delta_X} \cdot \frac{\Delta \delta_2}{\delta_2} + \frac{\varphi_3}{\delta_X} \cdot \frac{\Delta \varphi_3}{\varphi_3} - \frac{\varphi_4}{\delta_X} \cdot \frac{\Delta \varphi_4}{\varphi_4} .$$

Uchyb w pomiarze pojemności osiąga dużą wartość, jeżeli pojemność mierzona jest niewielka, ponieważ wówczas uchyb wzorca pojemności

jest znaczny. Uchyb ten składa się bowiem z dwu części; pierwsza z nich $\frac{\Delta C_2}{C_2}$ jest niezależna od pojemności, natomiast druga $\frac{\text{const}}{C_2}$, spowodowana czynnikami mechanicznymi, jak luzy napędu skali, skończone grubości kresek skali i znaczników itp., wzrasta w miarę zmniejszania pojemności wzorca. Uchyb powyższy rośnie również wraz ze wzrostem częstotliwości, przeważnie na skutek zmiany w wartościach nominalnych oporników R_3 i R_4. Dlatego mostek pracujący w takim układzie nadaje się przede wszystkim do pomiaru pojemności $C_X \geqslant 100$ pF i częstotliwości $f < 100$ kHZ.

Najlepsze warunki pracy uzyskuje się w przypadku użycia mostka równoramiennego, tj. dla $R_3 = R_4$, oraz wzorca pojemności o możliwie małych stratach, tj. $\delta_2 \approx 0$. Identyczne wykonanie oporników R_3 i R_4 pozwala nie tylko na wyrównanie oporności $R_3 = R_4 = R$, ale również na zrównanie ich kątów fazowych $\varphi_3 = \varphi_4$, przy czym każdy z nich z osobna może być różny od zera. W przypadku ściśle jednakowego wykonania obu oporników zachodzi duże prawdopodobieństwo, że i uchyby względne oporników i kondensatorów są jednakowe, tj. że

$$\frac{\Delta R_3}{R_3} = \frac{\Delta R_4}{R_4} = \frac{\Delta R}{R} \quad \text{oraz} \quad \frac{\Delta C_3}{C_3} = \frac{\Delta C_4}{C_4} = \frac{\Delta C}{C} \quad \text{oraz} \quad \frac{\Delta \varphi_3}{\varphi_3} = \frac{\Delta \varphi_4}{\varphi_4}.$$

W takim razie maksymalne uchyby wyniku redukują się do wartości:

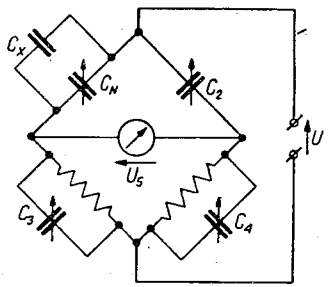
$$\frac{\Delta \delta_X}{\delta_X} \approx \frac{R\omega}{\delta_X}(C_4 - C_3)\left(\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta \omega}{\omega}\right) + \frac{\delta_2}{\delta_X} \cdot \frac{\Delta \delta_2}{\delta_2}.$$

Jeżeli dodatkowo $\frac{\Delta \delta_2}{\delta_2}$ jest bardzo mały, wówczas:

$$\frac{\Delta \delta_X}{\delta_X} \approx \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta \omega}{\omega}.$$

Dlatego w pomiarach dokładnych bądź też wykonywanych przy częstotliwościach przekraczających 100 kHz mostki powyższe używane są prawie wyłącznie jako równoramienne, dzięki czemu ich zakres nominalny znacznie maleje. Warunki symetrii mostka $\varphi_3 = \varphi_4$, $R_3 = R_4$ oraz żądanie co do bezstratności wzorca pojemności $\delta_2 \approx 0$ jest tym trudniej spełnić, im większa jest założona dokładność i im wyższa jest częstotliwość pomiaru. Oba wymagania można jednak częściowo ominąć, bez uszczerbku dla dokładności pomiaru, przez zastosowanie p o d s t a w i e n i a wzorca zamiast kondensatora badanego w jednym i tym samym ramieniu mostka (rys. 2) i dwukrotne zrównoważenie układu, a mianowicie bez konden-

satora badanego i po jego dołączeniu. W układzie takim pojemność C_X kondensatora mierzonego równa się różnicy dwu kolejno ustawionych wartości pojemności wzorca podstawionego zamiast kondensatora badanego; pierwszą z tych wartości jest pojemność C_{N1} odczytana na skali kondensatora wzorcowego po zrównoważeniu mostka, jeżeli w ramieniu mostka znajduje się tylko kondensator wzorcowy; druga wartość C_{N2} odpowiada odczytowi na skali tego samego kondensatora wzorcowego po dołączeniu kondensatora badanego równolegle do wzorcowego. Ostatecznie pojemność kondensatora badanego $C_X = C_{N1} - C_{N2}$ oraz największa wartość uchybu względnego:



Rys. 2. Schemat mostka z rys. 1, przystosowanego do pomiaru wykonywanego metodą podstawienia

$$\frac{\Delta C_X}{C_X} = \frac{\Delta C_{N1}}{C_{N1}} + \frac{\Delta C_{N2}}{C_{N2}} \approx 2\,\frac{\Delta C_N}{C_N}\,.$$

Kąt stratności ramienia, w którym załączony jest kondensator badany, odpowiada w obu przypadkach stratności dwu kondensatorów załączonych równolegle. W przypadku pierwszym, tj. przy dołączonym kondensatorze badanym i pojemności wzorca równej C_{N2} oraz jego kącie strat δ_{N2}, wypadkowy kąt strat układu zastępczego jest:

$$\delta_{w1} = \frac{C_X\delta_X + C_Z\delta_Z}{C_X + C_Z} = \frac{C_X}{C_X + C_Z}\,\delta_X + \frac{C_X}{C_X + C_Z}\,\delta_Z\,,$$

przy czym C_Z jest częścią pojemności, która występuje w ramieniu mostka przy dołączeniu kondensatora badanego poza jego pojemnością. Pojemność C_Z składa się z pojemności początkowej wzorca C_{N2} oraz pojemności przewodów łączących C_p, tak że: $C_Z = C_{N2} + C_p$. Podobnie δ_Z jest kątem stratności kondensatora C_Z. Po odłączeniu kondensatora badanego i ponownym zrównoważeniu mostka przy pomocy zmian pojemności wzorca C_{N1} otrzymuje się:

$$\delta_{w2} = \frac{(C_{N1} - C_{N2})\,\delta_N + C_Z\delta_Z}{(C_{N1} - C_{N2}) + C_Z} = \frac{C_X}{C_X + C_Z}\,\delta_N + \frac{C_Z}{C_X + C_Z}\,\delta_Z\,.$$

Ogólne równanie faz dla mostka daje:

$$\delta_{w1} - \delta_2 = \omega R_4 C_{41} - \varphi_4 - \omega R_3 C_{31} + \varphi_3 \frac{C_X}{C_X + C_Z}\,\delta_X + \frac{C_Z}{C_X + C_Z}\,\delta_Z - \delta_2\,,$$

$$\delta_{w2} - \delta_2 = \omega R_4 C_{42} - \varphi_4 - \omega R_3 C_{32} + \varphi_3 = \frac{C_X}{C_X + C_Z}\,\delta_N + \frac{C_Z}{C_Z + C_X}\,\delta_Z - \delta_2\,;$$

ostatecznie:

$$\omega R_4 (C_{41} - C_{42}) + \omega R_3 (C_{32} - C_{31}) = \frac{C_X}{C_X + C_N} (\delta_X - \delta_N)$$

oraz

$$\delta_X = \omega [R_4(C_{41} - C_{42}) + R_3 (C_{32} - C_{31})] \left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right) + \delta_N .$$

Ponieważ zmiany pojemności kondensatora C_4 działają podobnie, z wyjątkiem znaku, jak zmiany pojemności kondensatora C_3, wobec tego ograniczając zakres pomiaru można przyjąć $C_{32} - C_{31} = 0$ oraz nazwać $C_{41} - C_{42} = \Delta C_4$; w ten sposób dochodzi się do postaci określającej wartość kąta stratności podawanej przeważnie w literaturze dotyczącej mostków [1], [5]:

$$\delta_X = \omega R_4 \Delta C_4 \left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right) + \delta_N .$$

Użycie mostka i zastosowanie metody podstawienia pozwala na uwolnienie się od wpływu kątów fazowych oporników nawet w przypadku ich nierównych wartości; również zmniejsza się znacznie kąt stratności wzorca występujący w równaniu jako poprawka wartości mierzonej, dlatego mianowicie, że kąt δ_N odpowiada jedynie z m i a n i e pojemności $C_{N1} - C_{N2}$, tj. tej części wzorcowego kondensatora, która ma zwykle wyłącznie izolację powietrzną. Na wartość tę składają się zatem straty dielektryczne powietrza, z reguły znikome, oraz straty wywołane przepływem prądu przez elektrody i doprowadzenia. Ta część strat zachodzących w częściach metalicznych jest do pominięcia przy m. cz. w stosunku do strat dielektrycznych zachodzących w izolatorach podtrzymujących elektrody, które to straty ujęte były w wartości kąta stratności δ_Z i, jako stałe przy obu dostrojeniach, wyeliminowane zostały z równania końcowego.

Warunkiem poprawności całego rozumowania jest tylko zachowanie ścisłej stałości wartości $\frac{R_3}{R_4}$, δ_Z, $\varphi_3 - \varphi_4$, δ_2, C_p, δ_p na czas wykonywania obu zrównoważeń mostka. Dla zachowania dużej stałości oporniki R_3 i R_4 wykonane są możliwie jednakowo, aby ewentualne zmiany wartości jednej z oporności były kompensowane podobnymi zmianami wartości opornika drugiego. Poza tym musi być zachowana stałość pojemności C_p i stratności δ_p przewodów łączących oba kondensatory C_X i C_N z mostkiem; w końcu czułość wskaźnika musi być dostatecznie duża, aby układ reagował na zmiany pojemności ΔC_4 oraz ΔC_N mniejsze, niż to odpowiada gwarantowanej dokładności kondensatorów C_4 bądź C_N.

Uchyb względny kąta stratności mierzonego kondensatora w tych samych warunkach można przedstawić w postaci:

$$\frac{\Delta\delta_X}{\delta_X} = \frac{R_4(C_{41}-C_{42})\omega\left(1+\frac{C_Z}{C_X}\right)}{\delta_X}\left[\frac{\Delta R_4}{R_4}+\frac{\Delta(C_{41}-C_{42})}{C_{41}-C_{42}}+\frac{\Delta\omega}{\omega}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{1+\frac{C_X}{C_Z}}\left(\frac{\Delta C_Z}{C_Z}-\frac{\Delta C_X}{C_X}\right)\right]+\frac{\Delta\delta_N}{\delta_N}\cdot\frac{\delta_N}{\delta_X}.$$

Jeżeli $\delta_N \ll \delta_X$, wówczas

$$\frac{\Delta\delta_X}{\delta_X} \approx \frac{\Delta R_4}{R_4}+\frac{\Delta(C_{41}-C_{42})}{C_{41}-C_{42}}+\frac{\Delta\omega}{\omega}+\frac{1}{1+\frac{C_X}{C_Z}}\left(\frac{\Delta C_Z}{C_Z}-\frac{\Delta C_X}{C_X}\right).$$

W równaniu powyższym można na pewno pominąć uchyb pulsacji $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ jako mierzalnej znacznie dokładniej od pozostałych wielkości. Poza tym

$$\frac{\Delta(C_{41}-C_{42})}{C_{41}-C_{42}} \approx 2\,\frac{\Delta C_4}{C_{41}-C_{42}},$$

przy czym ΔC_4 jest rzędu wielkości ΔC_Z i ΔC_X, natomiast $C_{41}-C_{42} \ll C_Z$; $C_{41}-C_{42} \ll C_X$, jeżeli kąt stratności δ_X jest niewielki. W końcu dla częstotliwości małych $\frac{\Delta R_4}{R_4} \ll \frac{2\Delta C_4}{C_{41}-C_{42}}$, tak że ostatecznie w pomiarach kondensatorów dobrej klasy uchyb w pomiarze kąta stratności jest

$$\frac{\Delta\delta_X}{\delta_X} \approx 2\,\frac{\Delta C_4}{C_{41}-C_{42}}.$$

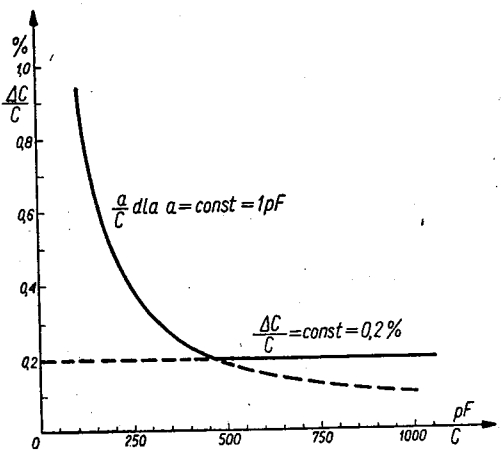
Jak już wspomniano, uchyb bezwzględny ΔC każdego kondensatora wzorcowego składa się z dwu części, różnie zależnych od pojemności; pierwsza z nich określona jest warunkiem stałości uchybu względnego: $\frac{\Delta C_1}{C} = \text{const}$ oraz $\Delta C_1 = \text{const}\cdot C$; druga, odpowiadająca przeważnie niedokładnościom napędu podziałki i skali, ma wartość niezależną od pojemności: $\Delta C_2 = a$. Całkowity uchyb (rys. 3) względny jest zatem

$$\frac{\Delta C}{C}=\frac{\Delta C_1}{C_1}+\frac{a}{C_1} \quad \text{względnie} \quad \frac{\Delta C}{C}\approx\frac{\Delta C_1}{C} \quad \text{dla} \quad \frac{\Delta C_1}{C}\geqslant\frac{a}{C}$$

$$\text{lub} \quad \frac{\Delta C}{C}\approx\frac{a}{C} \quad \text{dla} \quad \frac{a}{C}\geqslant\frac{\Delta C_1}{C}.$$

W rozważanym przypadku uchyb kondensatora warunkowany jest przeważnie najmniejszą wartością a dającą się poprawnie odczytać na skali. W rynkowym wykonaniu omawianego mostka $\frac{\Delta C}{C_1} = 0{,}2\% = 2 \cdot 10^{-3}$; natomiast wartość a można ustalić przyjmując, że zmiana pojemności kondensatora C_4 jest $(C_{41} - C_{42})_{max} \approx 1000$ pF; zmiana ta odpowiada 160 działkom skali, przy czym z pomocą dołączonego noniusza można odczytać w najlepszym razie $\frac{1}{1600} \cdot 1000 = 0{,}62$ pF. Wobec tego dla $C_{41} - C_{42} \ll \frac{0{,}62}{2 \cdot 10^{-3}} \approx 310$ pF należy przyjmować, że uchyb względny ma wartość:

$$\frac{\Delta (C_{41} - C_{42})}{C_{41} - C_{42}} \approx \frac{a}{C_{41} - C_{42}} \approx \frac{0{,}62}{C_{41} - C_{42}}.$$



Rys. 3. Zależność dokładności względnej kondensatora powietrznego o regulowanej pojemności od wartości tej pojemności

Wartość uchybu rośnie zatem szybko w miarę zmniejszania się pojemności $C_{41} - C_{42}$ i dla wartości $C_{41} - C_{42} = a$ pomiar traci w ogóle sens, ponieważ pojemność a może przybierać tylko wartości 0, a lub $2a$, kąt stratności δ_X może zmieniać się od $\delta_{X1} = 0$ do $\delta_{X2} = \frac{2a}{C_{41} - C_{42}}$. Tymczasem dla kondensatorów wzorcowych dobrej klasy otrzymuje się najczęściej wartości odczytów odpowiadające właśnie bardzo niewielkim różnicom $C_{41} - C_{42}$. Poprawę tego niepożądanego stanu rzeczy można uzyskać przez zmniejszenie części przypadkowej uchybu. Sposób ten wymaga wielokrotnego powtórzenia pomiarów ze względu na to, żeby zmniejszyć prawdopodobieństwo uchybów ze strony obserwatora, wykonania kilku odczytów, o ile możności dla różnych C_{41}, aby usunąć uchyby systematyczne kondensatora wzorcowego i poza tym zastosowania rachunku wyrównawczego.

W ten sposób dla uzyskania wyniku należy wykonać kilkanaście pomiarów i to w możliwie krótkim czasie, by wielkości wzorcowe i mierzone nie zmieniły swych wartości pod wpływem czynników zewnętrznych. Metoda ta jest jednak słuszna tylko tak długo, jak długo $\Delta(C_{41} - C_{42}) > a$; jeżeli $\Delta (C_{41} - C_{42}) \approx a$, wówczas z obserwacji możemy uzyskać tylko

dyskretne wartości: 0, a, $2a$; zatem rachunek wyrównawczy nie może dać rozrzutów mniejszych niż $\pm a$.

Drugą możliwością jest sztuczne przesunięcie odczytów pojemności ku wartościom większym, umożliwiającym zastosowanie rachunku wyrównawczego, dalej znalezienie w tych warunkach wartości prawdopodobnej i określenie kształtu funkcji przedstawiającej wynik, w zależności od czynnika zwiększającego różnice $C_{41} - C_{42}$, w końcu ekstrapolowanie tej funkcji do obszaru małych $C_{41} - C_{42}$ i wyznaczenie wartości granicznej, zachodzącej dla zerowej wartości czynnika użytego do sztucznego zwiększenia obserwowanej pojemności. W konkretnym przypadku pomiaru kąta stratności δ_X zwiększenie pojemności $C_{41} - C_{42}$ można uzyskać przez dodanie znanej oporności r_d w szereg z kondensatorem badanym. Z równania na kąt stratności

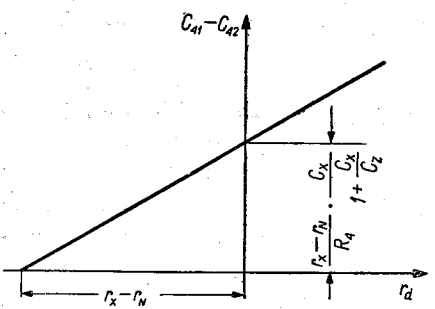
$$\delta = (C_{41} - C_{42}) R_4 \omega \left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right) + \delta_N .$$

Przy założeniu $\delta = \omega C_X (r_X + r_d)$; $\delta_N = \omega r_N C_X$

otrzymuje się: $r_X - r_N = \dfrac{C_{41} \quad C_{42}}{C_X} R_4 \left(1 + \dfrac{C_Z}{C_X}\right) - r_d .$

Równanie $r_X - r_N = \Psi (C_{41} - C_{42})$ przedstawia prostą (rys. 4) odcinającą na osi oporności dla $C_{41} - C_{42} = 0$ odcinek $r_X - r_N = -r_d$. Jeżeli dodatkowo oporność strat (r_N) kondensatora wzorcowego jest znacznie mniejsza od oporności (r_X) kondensatora badanego, tj. dla $r_N \ll r_X$, to wówczas otrzymuje się:

$$r_X \approx - r_d .$$



Rys. 4. Obraz zależności $C_{41} - C_{42} = \Psi (r_d)$

Dokładność uzyskanego wyniku można oszacować na podstawie prostego rozważania geometrycznego. W przypadku niewielkich $C_{41} - C_{42}$ punkty pomiarowe mogą odbiegać od teoretycznej prostej (rys. 5) w kierunku pionowym o wartość $\pm a$; natomiast w kierunku poziomym o bezwzględną wartość uchybu oporności dodatkowej r_d, tj. o $\pm \Delta r_d$. Całkowity uchyb oporności mierzonej można obliczyć z podobieństwa trójkątów, jako:

$$\frac{a}{\Delta r_X} = \frac{C_{40} - C_{42}}{r_X} = \frac{C_{41} - C_{42}}{r_X + r_d} ,$$

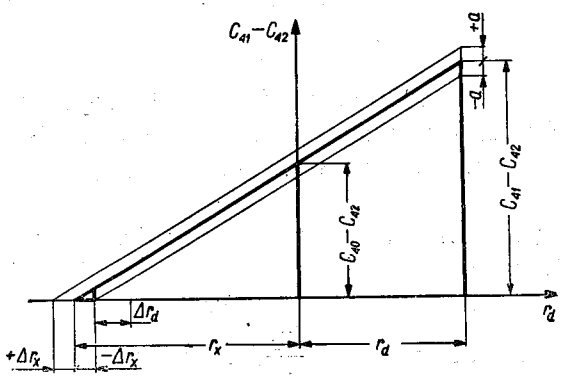
skąd:

$$\frac{\Delta r_X}{r_X} = \frac{a}{C_{40} - C_{42}} = \frac{a}{C_{41} - C_{42}} \cdot \frac{r_X + r_d}{r_X}.$$

Uchyby względne oporności mierzonej mają stałą wartość niezależnie od wartości r_d, o ile tylko $a = \text{const}$, oraz opornik dodatkowy ma pomijalny uchyb $\frac{\Delta r_d}{r_d} \approx 0$. Jeżeli tego uchybu nie można pominąć, to uchyb oporności mierzonej jest:

$$\frac{\Delta r_X}{r_X} = \frac{a_1}{C_{41} - C_{42}} \cdot \frac{r_X + r_d}{r_X} + \frac{\Delta r_d}{r_d} \cdot \frac{r_d}{r_X},$$

czyli uchyb oporności mierzonej przy zastosowaniu metody oporności dodatkowej i zachowaniu stałego uchybu a pojemności jest zawsze większy od uchybu bez stosowania oporności dodatkowej.



Rys. 5. Uchyby metody oporu dodatkowego spowodowane niedokładnością użytych przyrządów

Jeżeli omawiana metoda ma pozwolić na zmniejszenie uchybów, to wprowadzenie prostej $C_{41} - C_{42} = f(r_d)$ powinno na tyle zmniejszyć wartość uchybu pojemności, aby pozostały uchyb a_1 spełniał zależność:

$$\frac{a}{C_{40} - C_{42}} > \frac{a_1}{C_{41} - C_{42}} \cdot \frac{r_X + r_d}{r_X} + \frac{\Delta r_d}{r_d} \cdot \frac{r_d}{r_X}.$$

Pamiętając, że

$$\frac{C_{40} - C_{42}}{C_{41} - C_{42}} \approx \frac{r_X}{r_X + r_d},$$

otrzymuje się:

$$\frac{r_d}{r_X} < \frac{a - a_1}{C_{40} - C_{42}} \cdot \frac{1}{\frac{\Delta r_d}{r_d}}$$

oraz ostatecznie:

$$a_1 < a\left(1 - \frac{\frac{\Delta r_d}{r_d}}{\frac{\Delta r_X}{r_X}} \cdot \frac{r_d}{r_X}\right).$$

Z równań powyższych wynika, że w miarę zwiększania oporności r_d opornika dodatkowego należy w tym samym stosunku zmniejszyć uchyb tej oporności albo poprawić dokładność pomiaru pojemności a_1, aby zachować nie zmienioną dokładność oporności mierzonej $\frac{\Delta r_X}{r_X}$. Ponieważ obie strony nierówności muszą mieć ten sam znak, zatem pomiar ma sens tylko wtedy, gdy $1 > \frac{\Delta r_d}{\Delta r_X}$, skąd: $\Delta r_X > \Delta r_d$ oraz ostatecznie

$$\frac{\Delta r_X}{r_X} > \frac{\Delta r_d}{r_d} \cdot \frac{r_d}{r_X}.$$

Znaczy to, że uchyb względny oporności dodatkowej musi być tylokrotnie mniejszy od uchybu, który można dopuścić dla wielkości badanej, ile razy wartość oporności dodatkowej obierze się większą od oporności mierzonej.

W praktyce poprawne wykonanie pomiarów przy pomocy metody oporności dodatkowych wymaga takiej konstrukcji i takiego załączenia oporników, aby nie zmieniała się wartość oporności z częstotliwością więcej, niż dopuszcza założony uchyb $\frac{\Delta r_d}{r_d}$, oraz aby pojemność tych oporników nie wpływała na wynik pomiaru. Pierwszy warunek nietrudno spełnić dla częstotliwości $f < 100$ kHz po zastosowaniu odpowiedniej konstrukcji oporników i dostatecznie cienkiego przewodnika manganinowego [1]); dla wyeliminowania wpływu pojemności opornika należy go ekranować, jeden jego koniec połączyć z ekranem i ten sam punkt dołączyć do naroża mostka od strony wskaźnika. W ten sposób pojemność opornika wpływa jedynie na początkowe zrównoważenie mostka, a nie na różnicę pojemności $C_{41} - C_{42}$, która musi być uwzględniona przy obliczaniu wyniku. Dla uzyskania całkowitego wyrównania pojemności po załączeniu opornika dodatkowego i bez niego zastosowano zwieracze o identycznej budowie jak oporniki; zwieracze te włącza się w obwód, jeżeli oporność dodatkowa ma być równa zeru. Poza tym dla umożliwienia wykonania pomiarów przy użyciu możliwie małej ilości oporników dodatkowych zastosowano łączenie parami wartości: 10 Ω + 0 Ω, 20 Ω +

[1]) Oporniki konstruowała i wykonywała mgr inż. H. Sobańska.

+ 0Ω, 20 Ω + 10 Ω, 40 Ω + 0 Ω, 40 Ω + 10 Ω, itd., tak że każda dekada wymagała użycia pięciu oporników o stosunkach oporności: 1 : 2 : 4 : 6 : 8.

Wyzyskanie całkowite dokładności kondensatorów wzorcowych wymagało użycia odpowiednio czułego wskaźnika. Wartość napięcia na przekątni wskaźnika dla mostka z rys. 2 można przedstawić wzorem: $\hat{U}_5 = \hat{U}\left(\frac{\hat{Z}_1}{\hat{Z}_1+\hat{Z}_3} - \frac{\hat{Z}_2}{\hat{Z}_2+\hat{Z}_4}\right)$, przy czym $\hat{Z}_n$ oznacza oporność zespoloną ramion, natomiast $\hat{U}$ jest wartością napięcia zasilania mostka, a $\hat{U}_5$ napięciem na przekątni wskaźnika. Jeżeli oporność wskaźnika $\hat{Z}_5$ jest bardzo duża, tj. $\hat{Z}_5 \gg \hat{Z}_1, \hat{Z}_2$, najmniejsze zauważalne względne zmiany oporności $\hat{Z}_1$ można przedstawić wzorem:

$$\left(\frac{\Delta Z_1}{Z_1}\right)_{min} \approx \frac{U_{5\,(min)}}{U}\left(1+\frac{Z_3}{Z_1}\right),$$

przy czym $U_{5\,(min)}$ oznacza najmniejsze napięcie zauważalne na wskaźniku i odróżniające się wyraźnie od szumów. Dla uzyskania możliwie dużej czułości wskaźnika i możliwie małego tła szumów zastosowano jako wskaźnik selektywny woltomierz lampowy [1]) o dużej oporności wejściowej i czułości: $U_{5\,(min)} \approx 20\ \mu V$.

W tych warunkach i przy napięciu zasilania $U = 100$ V najmniejsze zauważalne zmiany pojemności $\frac{\Delta C}{C} \approx 2 \cdot 10^{-7}\left(1+\frac{Z_3}{Z_1}\right)$, czyli w najgorszym razie zmiana pojemności zauważalna na skali wskaźnika była $\Delta C \approx 10^{-6} \cdot C$. Natomiast najmniejsze zauważalne zmiany na skali kondensatora o pojemności końcowej 1000 pF, o 180 podziałkach skali i po zastosowaniu noniusza są: $\frac{\Delta C}{C} = \frac{1}{180 \cdot 10} \approx 0{,}5 \cdot 10^{-3}$.

W przypadku pomiaru pojemności czułość układu przekracza wymaganą dokładność o dwa do trzech rzędów. W pomiarze kąta stratności warunki są znacznie gorsze. Zmiany pojemności C_3 lub C_4 zmieniają oporność wypadkową $\hat{Z}_3$ lub $\hat{Z}_4$ stosunkowo niewiele; jeżeli przyjmie się oznaczenia, jak podane na rys. 1, wówczas oporność zastępcza:

$$\hat{Z} = \frac{R}{\omega^2 C^2 R^2 + 1} - j\,\frac{\omega C R^2}{\omega^2 C^2 R^2 + 1}.$$

W warunkach pracy omawianego mostka, tj. dla $R^2\omega^2C^2 \ll 1$, otrzymuje się wartość modułu:

$$|Z| \approx \sqrt{R_4^2\,(1 + R_4^2\omega^2 C_4^2)} \approx R_4\left(1 + \frac{1}{2} R_4^2\omega^2 C_4^2\right).$$

[1]) Konstruktor mgr inż. Zb. Kędryna.

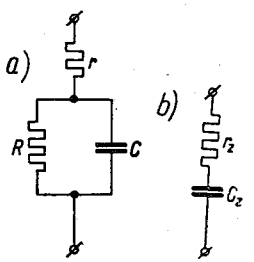
Zauważenie zmian pojemności C_3 względnie C_4 o wartości $\frac{\Delta C_4}{C_4} \approx$ $\approx 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ wymaga uzyskania czułości $\frac{(\Delta U_5)_{min}}{U}$ rzędu 10^{-8}; wartość taką można otrzymać jedynie przez zwiększenie czułości do granic szumów, tzn. do kilku mikrowoltów, oraz przez podwyższenie napięcia zasilania do kilkuset woltów i odczyt na wskaźniku zredukowany do części działki. Trudności w osiągnięciu tak dużej czułości układu są powodem niestosowania ani zbyt małych oporów stosunkowych R_3, R_4, ani kondensatorów C_3, C_4 wyrównujących fazę o małej zmianie pojemności, co — na pierwszy rzut oka — powinno być najłatwiejszym środkiem do umożliwienia pomiaru małych kątów stratności.

Ostateczną granicę w pomiarze małych kątów stratności wykonywanym przy zastosowaniu omawianego mostka osiąga się, jeżeli wartość mierzona i kąt stratności wzorca są tego samego rzędu. Wyniki uzyskane z pomiaru zawierają zawsze — jako poprawkę — kąt stratności δ_N kondensatora wzorcowego. Jeżeli pomiar przeprowadza się b e z użycia oporności dodatkowej, wówczas:

$$\delta_X - \delta_N = \omega R_4 (C_{40} - C_{42}) \left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right).$$

Podobnie w przypadku użycia oporności dodatkowej o wartości r_d otrzymuje się: $r_X - r_N = -r_d$. Wynik jest zatem poprawny jedynie wtedy, jeżeli $\delta_X \gg \delta_N$ lub też jeżeli $r_X \gg r_N$.

Jak już poprzednio uzasadniono, δ_N jest kątem stratności tylko części regulowanej kondensatora wzorcowego, ma więc rzeczywiście wartość znikomą. Jeżeli jednak wykonuje się pomiar własności kondensatora wzorcowego o możliwie bezstratnej konstrukcji, nie można założyć a priori, że stratność wzorca jest pomijalna względem strat kondensatora mierzonego. Dlatego przeprowadzono analizę strat kondensatora wzorcowego i wskazano warunki, w obrębie których kąt stratności jest pomijalny; równocześnie zaproponowano metodę, która pozwala na wykonanie pomiaru z możliwym wyeliminowaniem wpływu strat wzorca na wynik.



Rys. 6. Układy zastępcze kondensatora

a) Układ funkcyjny obrazujący straty w doprowadzeniach i okładkach r oraz w izolatorach R; b) Układ formalny, uproszczony

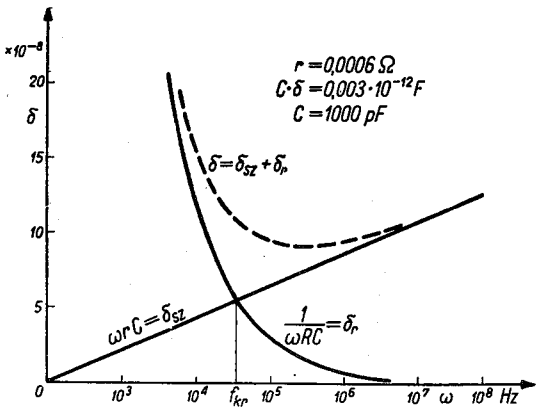
Zachowanie się kondensatora wzorcowego można zobrazować układem (rys. 6a) zastępczym, odzwierciedlającym jego podstawowe własności: gromadzenie energii w idealnej pojemności C i rozpraszanie jej w oporności szeregowej r doprowadzeń i elektrod oraz w oporności rów-

noległej R wyobrażającej straty dielektryczne i przewodność izolatorów. Ten zastępczy układ funkcyjny można zastąpić dla celów obliczeniowych prostszym schematem zastępczym (rys. 6b) złożonym z pojedynczej oporności szeregowej r_Z i pojemności C_Z. Z porównania oporności obu układów otrzymuje się:

$$r_Z \approx r + \frac{1}{R\omega^2 C^2} \quad \text{oraz} \quad r_Z \omega C_Z \approx r\omega C + \frac{1}{R\omega C},$$

tj. $\delta_Z = \delta_{szereg} + \delta_{równol}$, przy czym $\delta_{szereg} = r\omega C$; $\delta_{równol} = \frac{1}{R\omega C}$.

Jeżeli straty dielektryczne i upływności są większe od strat w metalicznych opornościach szeregowych, wówczas $r\omega C \ll \frac{1}{R\omega C}$ oraz $\delta_Z C \approx \frac{1}{R\omega} = A$, przy czym A ma wartość niezależną od zmian pojemności. Podobnie, jeżeli $r\omega C \gg \frac{1}{R\omega C}$, wówczas $\frac{\delta_Z}{C} \approx r\omega = B$, przy czym B nie zależy od zmian pojemności. Straty w częściach metalicznych i w izolatorach są równe albo dla pojemności $C_{kr} = \frac{1}{\omega\sqrt{Rr}}$, albo dla częstotliwości $f_{kr} = \frac{1}{2\pi C\sqrt{Rr}}$ (rys. 7a i 7b).

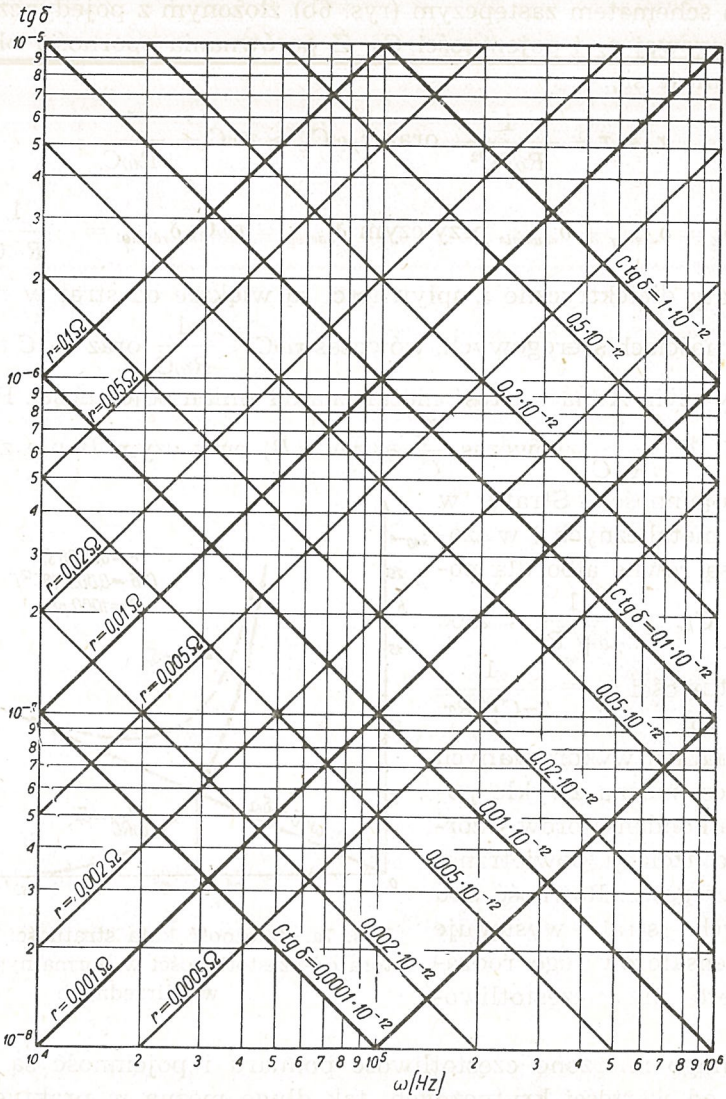


Rys. 7a. Zależność kąta stratności kondensatora od częstotliwości w normalnym układzie współrzędnych

W pomiarach wykonywanych przy m. cz. można zwykle pominąć dla kondensatorów wzorcowych o izolacji powietrznej straty szeregowe. Równość obu składowych strat występuje dla kondensatorów tego rodzaju dopiero przy częstotliwości f_{kr}.

Jak długo mierzone częstotliwość pomiaru i pojemność są znacznie mniejsze od wartości krytycznych, tak długo można w praktyce przyjmować, że w badanym kondensatorze istnieją tylko straty dielektryczne i upływności oraz że $C\delta = \text{const}$. Dla omawianego mostka straty występujące w izolatorach zawarte są wyłącznie w pojemności początkowej C_Z. Tymczasem w metodzie podstawienia kąt strat δ_Z tej pojemności eliminuje się z wzoru końcowego, jako stała wartość występująca w obu dostrojeniach. Występujący we wzorze kąt stratności wzorca δ_N odpowiada zatem wyłącznie różnicy strat szeregowych przy pojemnościach C_{N2} i C_{N1}.

Ponieważ straty szeregowe dla częstotliwości znacznie mniejszej od wartości krytycznej są do pominięcia, więc w pomiarach wykonywanych przy



Rys. 7b. Zależność kąta stratności kondensatora od częstotliwości w układzie współrzędnych logarytmicznych. Wykres $\operatorname{tg}\delta = \Psi(\omega)$. Parametry: $r = \text{const}$, $C\delta = \text{const}$, $C = 1000$ pF (porównać tabl. 1 — dane dla kondensatora Gen. Radio)

częstotliwości akustycznej można prawie zawsze opuścić kąt stratności wzorca δ_N, nawet jeżeli wzorzec ma niezbyt dobrą izolację. Dla sprawdzenia tego ostatniego wniosku przecechowano kąt stratności wzorca

Tablica 1

Własności kondensatorów używanych jako wzorce w układach mostkowych

Rodzaj kondensatora	Izolacja elektrod	Pojemność		Stratność		Pojemność krytyczna C_{kr}		Częstotliw. krytyczna f_{kr}
		min	max	r [1]	$C \cdot \delta$ [2]	dla $f = 1$ kHz	dla $f = 1$ MHz	dla $C = 1000$ pF
		pF	pF	Ω	pF	pF	pF	kHz
Gen. Radio typ. 722 M	ceramiczna	100	1100	0,02	0,04	$3 \cdot 10^4$	60	41
Gen. Radio typ 722 M	kwarcowa	100	1100	0,02	0,003	$1{,}25 \cdot 10^4$	25	11

[1]) dla 1 MHz; [2]) dla 1 kHz

Uwaga. Oporność r zmienia się proporcjonalnie do pierwiastka z częstotliwości dla $f > 100$ kHz; dla $f = 1$ kHz $r \approx 0{,}0006$ Ω.

stratności $\delta \approx 5 \cdot 10^{-3}$ [1]) przy pomocy kondensatora wzorcowego o stratności $\delta_N \leqslant 1 \cdot 10^{-5}$, następnie zwiększono sztucznie stratność kondensatora do wartości $\delta_{N1} = 10 \cdot 10^{-3}$ przy pomocy dołączenia odpowiedniego opornika równoległego i wykonano pomiar powtórnie. Oba pomiary dały identyczny wynik (tabl. 2).

Tablica 2

Kąt stratności kondensatora firmy Ulrich zmierzony wzorcem C_X o pogorszonym sztucznie kącie stratności, w zależności od oporności równoległej R_N względnie szeregowej r_N

C_X	R_N	r_N	δ_X
pF	MΩ	kΩ	$\times 10^{-4}$
124,6	∞	0	48,3
124,6	260	0	48,3
124,6	∞	10	48,4

Tak więc przy użyciu omawianego mostka i metody podstawienia eliminowanie lub uwzględnianie stratności wzorca δ_N jest konieczne jedynie w przypadku pomiaru takich kondensatorów, dla których całkowity kąt strat jest rzędu szeregowej składowej strat wzorca. Warunki takie występują przy m. cz. tylko w stosunku do kondensatorów najwyższej klasy; natomiast po przekroczeniu częstotliwości krytycznej uwzględnienie stratności szeregowej wzorca może być konieczne również w przypadku pomiaru kondensatorów klasy ruchowej, nie wzorcowej.

Całkowita eliminacja wpływu stratności wzorca na wynik pomiaru jest możliwa zawsze, jeżeli w kondensatorze badanym przeważają wyraźnie

[1]) Konstrukcja wzorca stratności wg [11].

albo straty równoległe, albo szeregowe. W zakresie częstotliwości małych najczęstszym przypadkiem jest przewaga strat dielektrycznych. Metoda pomiaru w takim przypadku polega na dwukrotnym wyznaczeniu strat: raz dla kondensatora badanego o pojemności $C_X = C$ oraz stratności $\delta_X = \delta$, drugi raz dla dwu identycznych, równolegle połączonych kondensatorów, z których jednym jest kondensator mierzony poprzednio.

Pojemność łączną obu kondensatorów dobiera się tak, aby była ona równa poprzedniej pojemności. Jeżeli pierwszy z użytych kondensatorów ma pojemność $C_{X1} = \frac{C}{n}$, wówczas drugi musi mieć $C_{X2} = C\left(1 - \frac{1}{n}\right)$, tak aby $C_{X1} + C_{X2} = C$. Jeżeli w obu kondensatorach straty szeregowe są do pominięcia względem równoległych, to $C\delta = \text{const}$ dla $\omega = \text{const}$ oraz $\delta_{X1} = n\delta$; $\delta_{X2} = \frac{n}{n-1}\delta$. Wartość wypadkowego kąta stratności dla obu kondensatorów połączonych równolegle jest:

$$\delta_w = \frac{C_{X1}\delta_{X1} + C_{X2}\delta_{X2}}{C_{X1} + C_{X2}} = 2\delta_X.$$

Kolejne pomiary własności jednego kondensatora ($C_X\delta_X$) oraz dwu kondensatorów połączonych równolegle ($C_{X1}\delta_{X1}$; $C_{X2}\delta_{X2}$) dają:

$$\delta_1 = \delta_X = (C_{42} - C_{41})\,\omega R_4\left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right) + \delta_N,$$

$$\delta_2 = 2\delta_X = (C'_{42} - C'_{41})\,\omega R_4\left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right) + \delta_N,$$

a po odjęciu stronami:

$$\delta_2 - \delta_1 = \delta_X = \omega R_4\left[(C'_{42} - C'_{41}) - (C_{42} - C_{41})\right]\left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right).$$

Najlepsze warunki pomiaru są dla

$$C_{X1} = C_{X2} = \frac{C}{2}; \qquad \delta_{X1} = \delta_{X2} = \delta_2 = \delta_X.$$

Jeżeli druga wartość otrzymana na kąt stratności nie jest dokładnie dwa razy większa od pierwszej, to kondensator badany ma straty szeregowe porównywalne z równoległymi; miarą tych strat jest różnica $\delta_2 - 2\,\delta_1 = \Delta$. Dla zapewnienia identyczności obu kondensatorów należy zmierzyć ich kąty stratności wraz z nieznaną poprawką na stratność wzorca $\delta_X - \delta_N$, a następnie zwiększyć straty kondensatora lepszego do wartości strat kondensatora gorszego.

Konieczność użycia dwu identycznych kondensatorów nie jest dużą wadą. Pomiar o dużej dokładności przeprowadzany jest zwykle albo przez wytwórcę kondensatorów wzorcowych, albo przez użytkownika nasta-

wionego na wykonywanie pomiarów precyzyjnych, a więc najprawdopodobniej rozporządzającego większą ilością identycznych wzorców.

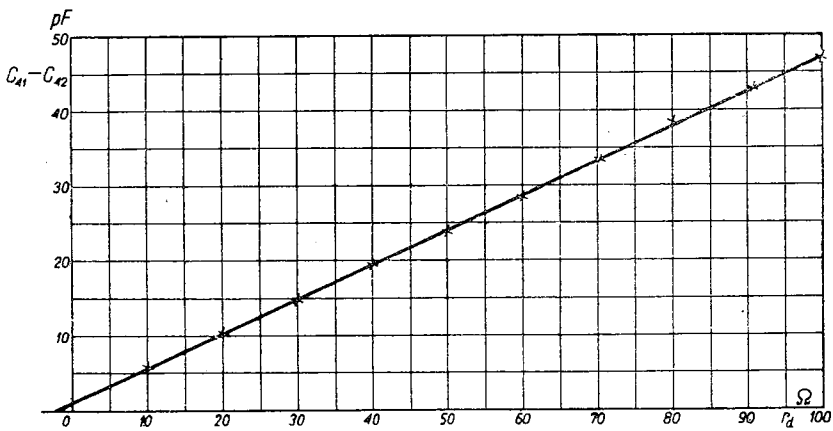
Pomiar powyższy można przeprowadzić również dla jednego kondensatora nieco żmudniejszą, lecz ogólniejszą metodą [8], [9]. Przy zastosowaniu tej metody wyznacza się różnicę stratności pomiędzy kondensatorem badanym i dwoma kondensatorami o nieznanych stratach. Jeżeli różnica stratności kondensatora badanego o pojemności C i stratności δ_{X1} i kondensatora pomocniczego o pojemności takiej samej C i nieznanej stratności δ_1 wynosi $\Delta_1 = \delta_{X1} - \delta_1$, jeżeli następnie podobna wartość dla kondensatora drugiego jest $\Delta_2 = \delta_{X2} - \delta_2$, jeżeli w końcu różnica stratności kandensatora badanego, ale o pojemności zmienionej na $C_2 = 2\,C$ i stratności δ_{X2}, i obu kondensatorami pomocniczymi połączonymi równolegle, a więc mającymi pojemność $2\,C$ i stratność $\delta_w = \dfrac{C\delta_1 + C\delta_2}{C + C} = \dfrac{\delta_1 + \delta_2}{2}$, wynosi:

$$\Delta_3 = \delta_{X2} - \frac{\delta_1 + \delta_2}{2},$$

to:

$$\delta_{X1} - \delta_{X2} = \Delta_3 - \frac{1}{2}(\Delta_1 + \Delta_2).$$

Jako ilustracje zastosowania metod poprzednio podanych mogą służyć wyniki (rysunki 8, 9 i 10) pomiarów kąta stratności kondensatorów wzorcowych produkowanych przez firmę Ulrich według modelu Phys. techn. Reichsanstalt oraz kondensatorów precyzyjnych firmy Muirhead. Pomiar



Rys. 8. Kondensator firmy Ulrich o pojemności maksymalnej 1100 pF. Izolacja kwarcowa

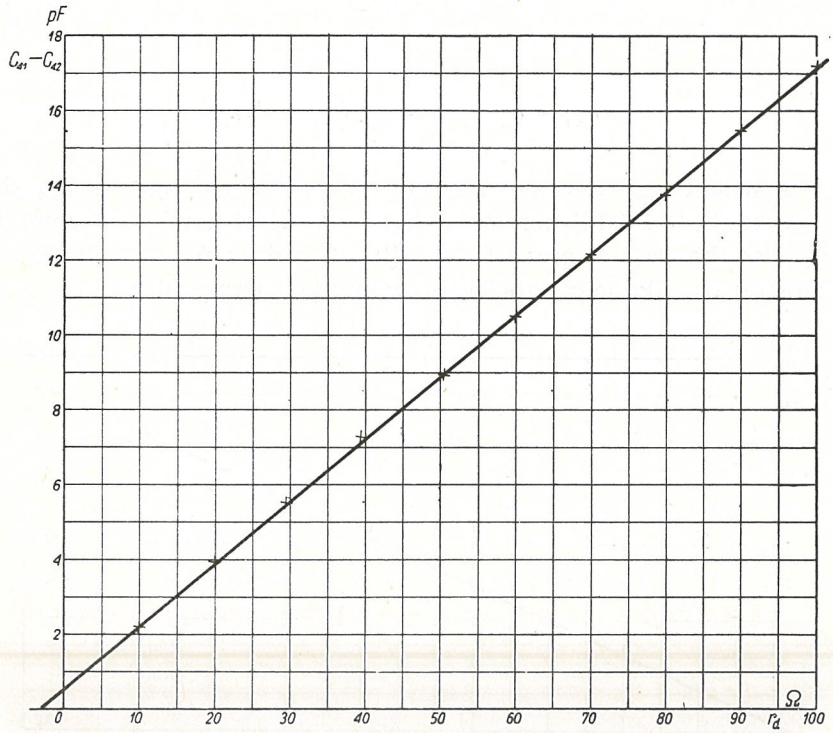
wykonano przy częstotliwości $f = 1000$ Hz. Kondensatory mają izolację kwarcową, wobec czego można pominąć straty szeregowe i przyjąć, że $C\delta = \text{const}$.

Tablica 3

Kondensator firmy Muirhead o pojemności maksymalnej $C_X = 1100$ pF. Izolacja kwarcowa

C_X	$C_X\ \delta_X$	δ_X
pF	$\times 10^{-14}$	$\times 10^{-4}$
100	1,70	1,70
200	1,76	0,88
400	1,87	0,48
1000	1,90	0,19

Obie omówione metody: dodatkowej oporności i ekstrapolacji prostej $r_X - r_N = \Psi(r_d)$ oraz eliminowania stratności wzorca uzupełniają się



Rys. 9. Kondensator firmy Muirhead o pojemności maksymalnej $C_X = 1100$ pF. Wyznaczenie kąta stratności $\delta_X - \delta_N$ przy pomocy kondensatora firmy Ulrich

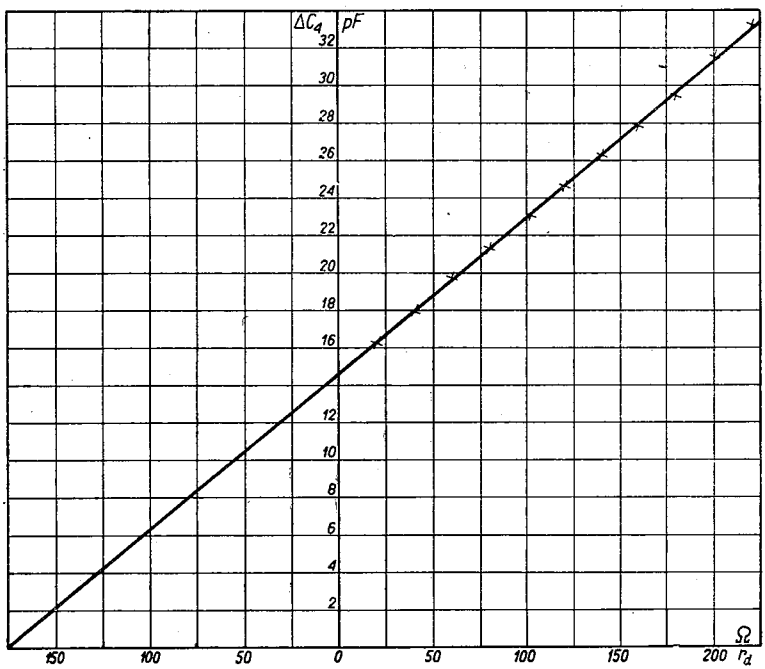
nawzajem. Pierwsza z nich pozwala na zmierzenie małych kątów stratności w przypadku, gdy stratność szeregowa kondensatora wzorcowego jest pomijalna względem stratności całkowitej szeregowej i równoległej. Przypadek taki zachodzi przy pomiarze większości kondensatorów przy

Tablica 4

Kondensatory firmy Ulrich o pojemności maksymalnej C_{max} = 140 pF. Izolacja kwarcowa [1])

C_X	δ_X całkowite	δ_X szereg.	Uwagi
pF	$\times 10^{-4}$	$\times 10^{-4}$	
125 62,5	$0{,}4_0$ $0{,}9_0$	$\sim 0{,}1_1$	Pomiary wykonano w temp. $t = 20^0$C przy wilgotności wzgl. $W = 35\%$
100 50	$0{,}5_0$ $1{,}1_1$	$\sim 0{,}1$	
125 62,5	$0{,}8_0$ $1{,}7_5$	$\sim 0{,}1_5$	temp. 22°C wilg. 65%

[1]) Pomiar wykonano metodą eliminacji kąta stratności wzorca, określając każdą z wartości przy pomocy metody ekstrapolacji prostej



Rys. 10. Kondensator mikowy firmy Muirhead; wyznaczenie kąta stratności pierwszego skoku dekady 10 × 0,001 μF

częstotliwości akustycznej. Jeżeli natomiast kondensator badany ma wyjątkowo małe straty, tak że są one porównywalne ze składową szeregową stratności wzorca, wówczas metoda eliminowania stratności wzorca pozwala na znalezienie różnicy stratności kondensatora badanego, przy czym stratności te odpowiadają dwu pojemnościom kondensatora badanego. Analiza wyniku oparta na dyskusji układu zastępczego kondensatora pozwala również na oszacowanie udziału strat szeregowych i równoległych w stratności ogólnej.

Na zakończenie miło mi podziękować drowi G. Zicknerowi, dyrektorowi Phys. Technische Bundesanstalt, który już po oddaniu artykułu do druku zwrócił mi uwagę na artykuł Wirka [18], poprzednio nie zamieszczony w spisie literatury. Praca powyższa omawia zagadnienie możliwości pomiaru wartości bezwzględnej kąta stratności kondensatorów, co było również przedmiotem rozważań w drugiej części mojego artykułu. Wyniki rozważań Wirka objęte są wnioskami późniejszej, ogólniejszej pracy Astina [9] i na podstawie tej pracy uwzględnione zostały w niniejszym referacie.

Katedra Miernictwa Elektronowego
Politechniki Wrocławskiej

WYKAZ LITERATURY

1. Giebe E., Zickner G.: Verlustmessungen an Kondensatoren. — Archiv für Elektrotechnik, 11, 1922, 109.
2. Giebe E., Zickner G.: Über die Kapazitätsnormale der Phys. techn. Reichsanstalt. — Zeit. für Instrumentenkunde, 53, 1933, 49, 97.
3. Schering H.: Tätigkeit der Phys. techn. Reichsanstalt. — Zeit. für Instrumentenkunde, 40, 1920, 124.
4. Semm A.: Verlustmessungen bei Hochspannung. — Archiv für Elektrotechnik, 9, 1921, 30.
5. Hague B.: Alternating current bridge methods. — I. Pitman & Sons Ltd., London 1946.
6. Astin A. V.: Nature of energy losses in air capacitors at low frequencies. — J. of Res. Nat. Bur. of Standards, 22, 1939, 673.
7. Kędryna Z.: Wskaźnik selektywny do mostków prądu zmiennego. — Zeszyty Naukowe Polit. Wrocławskiej (w druku).
8. Garton C. G.: A variable air capacitor of zero loss angle. — Muirhead Technique, 2, No 4, 1948, 28.
9. Astin A. V.: Measurements of relative and true power factors of air capacitors. — Bur. of Stand. J. of Research, 21, 1938, 425.
10. Hoyer H.: Verlustwinkelnormale und Verlustwinkelvariatoren. — Zeit. für angew. Physik, 41, 1954, 347.
11. Jellonek A.: Wzorce stratności dielektrycznej w zastosowaniu do sprawdzania mostków prądu zmiennego. — Zeszyty Naukowe Polit. Wrocławskiej Nr 7, Elektryka (5), 1955, 135.
12. Zickner G.: Über Kondensatoren und ihre Eichung. — Hochmeister & Thal, Leipzig 1928.
13. Zickner G.: Neue Drehkondensatoren ohne Anfangskapazität. — Zeit. für angew. Physik, 8, 1956, 187.

14. Webb J. K., Wood H. B.: The precise measurement of capacitance. — Proc. I. E. E., V. 102 P. C., No 1, 1955, 3.
15. Ford L. H., Astbury N. F.: The precision measurement of capacitance. — Proc. Phys. Soc., 51, 1939, 37.
16. Garton C. G.: The characteristics and error of capacitors used for measurement purposes. — J. I. E. E., 93, P. II, 1946, 397.
17. Reyner G. H.: The calibration of capacitors at the NPL. — J. I. E. E., 95, P. II, 1948, 312.
18. Wirk A.: Verlustfaktorbestimmung bei der dielektrischen Werkstoffprüfung. — Z. f. techn. Physik, 15, 1934, 487.

А. ЕЛЛЁНЭК

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ УГЛОВ ПОТЕРЬ КОНДЕНСАТОРОВ МОСТИКОМ GIEBE UND ZICKNER

Резюме

Мостик типа Шеринга, приспособленный к точным измерениям Гибэм и Цикнером в Физ. Техн. Рейхсанштальт, является одним из чаще всего применяемых приборов для измерения ёмкости C и угла потерь δ или же $\operatorname{tg}\delta$. Для получения возможно большей точности применяется равноплечий мостик и метод подстановки. Значение угла потерь расчитывается тогда по формуле

$$\delta_X = (C_{41} - C_{42})\, R_4\, \omega \left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right) + \delta_N .$$

В этих условиях погрешность $\frac{\Delta C_X}{C_X}$ измерения ёмкости зависит только лишь от погрешности эталонного конденсатора, формула $\frac{\Delta C_X}{C_X} \approx 2\frac{\Delta C_N}{C_N}$, а погрешность $\frac{\Delta \delta_X}{\delta_X}$ в изменении угла потерь δ_X является функцией суммы погрешностей изменения ёмкости конденсатора выравнивающего фазу $\frac{\Delta(C_{41} - C_{42})}{C_{41} - C_{42}}$, сопротивления относительных плеч $\frac{\Delta R_4}{R_4}$, и угла потерь $\frac{\Delta \delta_N}{\delta_N}$ изменения эталонной ёмкости между значением необходимым для коррекции нуля мостика при отключении и включении исследуемого конденсатора. Это изменение ёмкости соответствует — в случае применения вращательного эталонного конденсатора — части этого конденсатора с воздушной изоляцией. Потери такого конденсатора и погрешность этих потерь следовательно весьма малы и чаще всего могут быть упущены. Ограничение для измерения малых углов потерь является погрешность изменений ёмкости $\Delta(C_{41} - C_{42})$ фазирующего конденсатора. Если измеряемый угол потерь имеет такое малое значение, что соответствующие ему изменения ёмкости фазирующего конденсатора соизмеримы с величиной возможной погрешности „a" этого конденсатора: $a \approx (C_{41} - C_{42})$, тогда погрешности измерения быстро растут; результат становится неопределённым если вышеуказанное изменение ёмкости равно погрешности фазирующего конденсатора.

Чтобы дать возможность измерения потерь конденсаторов, с весьма малыми потерями, мостиком Giebe und Zickner, предложен метод сущность которого состоит в том, что к исследуемому кондерсатору присоединяется добавочное сопротивление r_d передвигающее результаты наблюдения в направлении больших изменений

ёмкости фазирующего конденсатора. Знание математического вида функции $\Delta C_N = \Psi(r_d)$ позволяет применить интерполирование между значениями полученными в процессе измерения и экстраполирование полученной кривой к величине $C_{41} - C_{42} = 0$, что даёт возможность графического определения значения сопротивления конденсаторов исследуемого и эталонного: $r_X - r_N = -r_d$ для $C_{41} - C_{42} = 0$. Для того чтобы полученный таким образом результат обладал меньшей погрешностью чем величина полученная в итоге непосредственного измерения должны быть наложены соответствующие условия так относительно метода интерполяции как и величины и относительной погрешности применяемого добавочного сопротивления; в статье проведена дискуссия этих зависимостей и получено в результате неравенство:

$$a_1 < a \left[1 = \frac{\frac{\Delta r_d}{r_d}}{\frac{\Delta r_X}{r_X}} \cdot \frac{r_d}{r_X} \right],$$

причём a_1 является погрешностью измерения ёмкости C_{41}—C_{42} после интерполирования значений полученных наблюдением прямой. Расширение диапазона измерений в направлении малых углов потерь вызывает необходимость анализа опускаемого до сих пор влияния угла потерь $\frac{\Delta \delta_N}{\delta_N}$ эталонного конденсатора. Выступающий в измерении угол потерь соответствует воздушной части эталонного конденсатора как это было выше указано; обнятые ним потери соответствуют энергии потерянной в соединениях и электродах и таким образом могут быть выражены в виде сопротивления r присоединённого последовательно к идеальной ёмкости C эталонного конденсатора. Эта частота потерь растёт по закону квадратного корня частоты; в практическом исполнении для акустической частоты можно её упустить по отношению к диэлектрическим потерям выраженным в виде сопротивления R присоединённого параллельно к идеальной ёмкости. Упущение последовательных потерь равнозначно с тем, что в случае конденсатора с регулированной ёмкостью, произведение угла потерь и ёмкости не зависит от ёмкости:

$$C\,\delta = \text{const}.$$

Эта зависимость позволяет выполнять измерение угла потерь независимо от потерь δ_N эталонного конденсатора. Для этого хватит измерить потери исследуемого конденсатора в случае его максимальной ёмкости, подобрать вспомагательный конденсатор обладающий аналогичной ёмкостью и потерями; в дальнейшем измерить угол потерь обоих конденсаторов после редукции их ёмкости в половине максимального значения и после параллельного включения для сохранения первичной ёмкости в схеме. Результат этит измерений даёт возможность также разделить обе составляющие потерь; в случае появления исключительно диэлектрических потерь результат обоих измерений должен дать соотношение $\delta_1 : \delta_2 = 1 : 2$; излишек потерь выше этого соотношения соответствует потерям в металлическим частях отображённых в виде последовательного сопротивления r. Когда имеются обе составляющие потерь существует критическая частота при наличии которой потери равны, когда же измерение проводится с постоянной частотой выступает критическая ёмкость, которая разделяет область перевеса диэлектрических потерь над металлическими и наоборот.

В работе приведен график дающий возможность быстрого отыскания критической частоты и следовательно выбора метода измерения. Для иллюстрации при-

меняемости вышеуказанных методов проведены измерения угла потерь эталонных конденсаторов постоянных и с регулированной ёмкостью производства фирмы Мюрхэд и Ульрих. В случае конденсаторов с регулированной ёмкостью было проверено постоянство произведения $\delta \cdot C = \text{const}$, а также, в одном случае, измерен угол остаточных потерь выступающих в соединениях и электродах. В заключении проведена дискуссия тех условий, в которых более целесообразно применять тот или иной из описанных выше измерительных методов.

A. JELLONEK

EINE MESSMETHODE FÜR KLEINE VERLUSTWINKEL VON KONDENSATOREN MIT HILFE DER MESSBRÜCKE VON GIEBE UND ZICKNER

Zussammenfassung

Sehr häufig wird zur Messung der Kapazität C und des Verlustwinkels δ von Kondensatoren die Messbrücke nach Schering benutzt, die für genaue Messungen bei niedrigen Spannungen durch Giebe und Zickner eingeführt wurde. Um eine möglichst grosse Genauigkeit zu erzielen, wird die Brücke mit gleichen Verhältnissen der Widerstände in beiden Zweigen ausgeführt und die Messung im Substitutionsverfahren durchgeführt. Unter diesen Bedingungen ist die gemessene Kapazität durch

$$C_X = C'_N - C''_N$$

gegeben, wobei die Symbole gemäss Abbildung 1 und [1] zu verstehen sind.

Der Verlustwinkel beträgt

$$\delta_X = (C_{41} - C_{42})\, R_4 \omega \left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right) + \delta_N ,$$

wobei der Fehler $\frac{\Delta C_X}{C_X}$ der Kapazitätsmessung bzw. $\frac{\Delta \delta_X}{\delta_X}$ der Verlustwinkelmessung sich wie folgt darstellt:

$$\frac{\Delta C_X}{C_X} \approx 2 \frac{\Delta C_N}{C_N}$$

$$\frac{\Delta \delta_X}{\delta_X} \approx \frac{\Delta R_4}{R_4} + \frac{\Delta (C_{41} - C_{42})}{C_{41} - C_{42}} + \frac{\Delta \omega}{\omega} + \frac{1}{1 + \frac{C_X}{C_Z}} \left(\frac{\Delta C_Z}{C_Z} - \frac{\Delta C_X}{C_X}\right) + \frac{\Delta \delta_N}{\delta_N} \cdot \frac{\delta_N}{\delta_X} .$$

Unter gewöhnlichen Bedingungen wird der Fehler $\frac{\Delta C_X}{C_X}$ der Kapazitätsmessung allein durch die Unsicherheit $\frac{\Delta C_N}{C_N}$ der Normalkapazität bedingt. Dagegen ist der Fehler $\frac{\Delta \delta_X}{\delta_X}$ der Verlustwinkelmessung eine Funktion der Summe folgender Messfehler: Des Kapazitätsunterschiedes des Phasenausgleichskondensators $\frac{\Delta (C_{41} - C_{42})}{C_{41} - C_{42}}$, der Widerstandsänderung der Brückenzweige und der Verlustwinkeländerung $\frac{\Delta \delta_N}{\delta_N}$

infolge der Änderung der Normalkapazität in den beiden Gleichgewichtszuständen der Brücke bei zu- und abgeschaltetem Messkondensator. Dieser Teil der Normalkapazität entspricht — falls man einen Drehkondensator als Messnormal benutzt — dem Luftanteil der Kapazität dieses Kondensators. Die Verluste eines solchen Kondensators sind meistens verschwindend klein [3] und den Fehler $\frac{\Delta\delta_N}{\delta_N}$ kann man somit vernachlässigen. Ähnlich kann der Fehler $\frac{\Delta R_4}{R_4}$ des Widerstandes und $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ der Frequenz durch entsprechende Konstruktionsmassnahmen auf vernachlässigbare Werte herabgedrückt werden. Den grössten Einfluss auf das Messergebnis hat dagegen der Fehler $\frac{\Delta\,(C_{41}-C_{42})}{C_{41}-C_{42}}$ der Kapazitätsänderung des Phasenausgleichskondensators. Falls der Fehler des Phasenausgleichskondensators in der Form $\Delta C_4 = a + \text{const}\ C_4$ bzw. $\Delta C_4 \leqslant C$ für $C \leqslant C_0$; $\Delta C_4 \leqslant \text{const} \cdot C_4$ für $C > C_0$ dargestellt werden kann, so kann für so kleine Verlustwinkel, für die a die Grössenordnung von $C_{41} - C_{42}$ hat, das Messergebnis mit einem ungeheuren Fehler belastet sein: für $a \geqslant C_{41} - C_{42}$ wird das Ergebnis überhaupt unbestimmt, weil in diesem Bereich die Kapazität $C_{41} - C_{42}$ nur die diskreten Werte annehmen kann $C_{41} - C_{42} = 0$ oder $C_{41} - C_{42} = a$.

Um eine Messung der Verluste zu ermöglichen die diesem Bereich der Phasenausgleichskapazität entsprechen, wird eine Messmethode vorgeschlagen, die auf der Zuschaltung eines zusätzlichen Widerstandes r_d in Reihe zum untersuchten Kondensator beruht. So eine Schaltung bedingt eine Verschiebung der beobachteten Kapazitätsänderung in Richtung grösserer Werte. Die Tatsache, dass die Funktion $C_{41} - C_{42} = \Psi(r_d)$ eine Gerade darstellt, ermöglicht die Anwendung graphischer Interpolation zwischen den Messwerten und erlaubt eine Extrapolation dieser Geraden bis zum Wert $C_{41} - C_{42} = 0$. Auf diese Weise kann man die Werte der Widerstände $r_X - r_N = -r_d$ für $C_{41} - C_{42} = 0$ und die Werte des Verlustwinkels $\delta_X \approx \approx r_X\,\omega C_X$ für $r_N \ll r_X$ berechnen. Soll das auf diese Weise erhaltene Ergebnis einen kleineren Fehler aufweisen, als es dem aus der unmittelbaren Messung berechneten Wert entspricht, dh. für den Nullwert des Zusatzwiderstandes, so müssen entsprechende Bedingungen erfüllt sein in Bezug auf eine grössere Genauigkeit der Kapazität als Folge der Interpolation und ebenso für die Werte des Fehlers $\frac{\Delta r_d}{r_d}$ des Zusatzwiderstandes. Eine Diskussion dieser Beziehungen führt zu folgender Formel für die zu fordernden Werte des Fehlers a, der Phasenausgleichskapazität nach der Durchführung der Interpolation in Abhängigkeit vom Fehler a vor ihrer Durchführung:

$$a_1 < a\left(1 - \frac{\frac{\Delta r_d}{r_d}}{\frac{\Delta r_X}{r_X}} \cdot \frac{r_d}{r_X}\right).$$

Eine Erweiterung des Messbereiches auf sehr kleine Verlustwinkel erfordert zusätzlich eine Untersuchung des Einflusses des bisher vernachlässigten Verlustwinkels δ_N des Normalkondensators. Wie schon festgestellt wurde, entspricht dieser Verlustwinkel dem Luftanteil des Normalkondensators, dh. praktisch den Verlusten, die in den Zuleitungen und in den Elektroden auftreten. Man kann annehmen, dass

dieser Teil der Verluste in einem zur verlustlosen Kapazität C_N in Reihe geschaltenem Widerstand r_N stattfindet. Da aber die gesamten Verluste eines Kondensators als Summe der Verluste im Dielektrikum mit dem Paralellwiderstand R_N und der Verluste in seinen Metallteilen mit dem Reihenwiderstand r_N dargestellt werden können, so ist die bisher gebräuchliche Bedingung $r_N = 0$ mit der Voraussetzung gleichbedeutend, dass $C_N\delta_N = \text{const}$, unabhängig vom Wert der Kapazität ist. Die letzte Beziehung erlaubt eine Messung des Verlustwinkels δ_X unter Eliminierung des Verlustwinkels des Normalkondensators. Dazu genügt es, den Verlustwinkel des untersuchten Kondensators bei nahezu maximaler Kapazität zu messen, anschliessend einen Hilfskondensator mit möglichst identischer Kapazität und Verlusten zu wählen und schliesslich den Verlustwinkel beider paralell geschalteter Kondensatoren mit je zur Hälfte verminderter Kapazität zu messen. Beiderseitige Subtraktion der in beiden Fällen das Gleichgewicht der Brücke bestimmenden Gleichungen ergibt

$$\delta_X + \Delta_X = \omega R_4[(C'_{41} - C'_{42}) - (C_{41} - C_{42})]\left(1 + \frac{C_Z}{C_X}\right),$$

wobei δ_X den Verlustwinkel des Dielektrikums und Δ_X den Verlustwinkel der Metallteile, schliesslich C'_{41} C'_{42} die Kapazitäten des Phasenausgleichskondensators im Falle $C_X = \frac{C}{2}$ und C_{41} C_{42} die entsprechenden Werte für $C_X = C$ bedeuten. Wenn das Ergebnis beider Messungen von δ_{X1}, δ_{X_2} zu $\delta_{X1} = \frac{1}{2}\delta_{X2}$ führt, dann hat der Kondensator nur dielektrische Verluste; wenn jedoch $\delta_{X1} \neq \frac{1}{2}\delta_{X2}$ bzw. $\delta_{X_2} + \Delta_X = \frac{1}{2}\delta_{X_2}$ ist, dann stellt Δ_X den dem Reihenwiderstand und den Verlusten in den Metallteilen entsprechenden Verlustwinkel dar.

In Normalkondensatoren überwiegen im Allgemeinen die dielektrischen Verluste bei Niederfrequenz und bei kleinem Nennwert der Kapazität, bei Hochfrequenz dagegen die Reihenverluste. Im Falle der Gleichheit beider Anteile besteht eine kritische Frequenz bzw. eine kritische Kapazität, die die Gebiete trennt, in denen die dielektrischen Verluste bzw. die metallischen überwiegen (Abb. 2), und die zugleich den Anwendungsbereich der verschiedenen Messmethoden bestimmt. Als Beispiel der Anwendung der obigen Methoden wurden die Verlustwinkel von Normalkondensatoren der Firma Muirhead, Typ A-411-B (Abb. 9), Typ B-21-F (Abb. 10) und der Firma Ulrich, Modell PTR Typ 210 (Abb. 8), durchgeführt. Für Kondensatoren mit veränderlicher Kapazität wurde ebenfalls die Konstanz des Produktes $C\cdot\delta$ (Tab. 1) geprüft. Abschliessend wurden die Bedingungen diskutiert, unter denen jede der angegebenen Methoden vorteilhaft ist.

621.317.733

JAN SRZEDNICKI

Odchyłowe pomiary współczynnika strat kondensatorów metodą mostkową

Rękopis dostarczono 15.2.1957

Przeanalizowano możliwości pomiarowe przyrządów mostkowych z detektorami fazy jako wskaźnikami wyjściowego napięcia mostka, przeznaczonych do odchyłowych pomiarów współczynnika strat kondensatorów.

Napięcie wyjściowe mostka o dowolnym stosunku gałęzi wyrażono jako funkcję różnicy między współczynnikami strat kondensatorów: badanego i wzorcowego oraz różnicy względnej między pojemnością badanego kondensatora a jego pojemnością znamionową.

Omówiono uchyby pomiaru spowodowane niezrównoważeniem mostka i sposoby ich zmniejszenia. Opisano układy z automatyczną elektronową kompensacją składowej rzeczywistej wyjściowego napięcia mostkowego.

Przedyskutowano korzyści, jakie można osiągnąć po zastosowaniu gałęzi pomocniczej Wagnera.

Podano kilka uwag o praktycznym wykonaniu przyrządów do odchyłowych, mostkowych pomiarów tg δ i opisano przyrząd do równoczesnego pomiaru stratności i bardzo małych zmian pojemności kondensatorów, w którym zastosowano automatyczną kompensację składowej rzeczywistej napięcia mostkowego.

1. WSTĘP

Szybki rozwój radiotechniki i pokrewnych jej dziedzin stawia wytwórniom sprzętu radiowego wiele nowych wymagań. Zwraca się obecnie szczególną uwagę na masowe badania takich wielkości elektrycznych, które dawniej sprawdzano tylko w laboratoriach. Do wielkości takich należy zaliczyć m. in. współczynnik strat kondensatorów, wyrażany za pomocą tangensa kąta strat dielektrycznych — δ. Współczynnik strat dielektryków jest wielkością ważną nie tylko w urządzeniach radiowych. Przykładowo można tu wspomnieć chociażby o pomiarach tg δ w przemyśle ceramicznym, gdzie na podstawie znajomości tg δ określa się skład chemiczny i własności szkła, porcelany itp. materiałów. Niewątpliwie pomiary tg δ mogłyby okazać się celowe w wielu dalszych przypadkach,

gdzie obecnie nie są stosowane, ale często nie przeprowadza się ich ze względu na trudności pomiarowe. W porównaniu z pomiarami innych wielkości elektrycznych pomiary tg δ są bowiem trudniejsze i mniej dokładne.

W większości przypadków pomiary tg δ wykonuje się metodami rezonansowymi [1], posługując się zwykle miernikiem dobroci. Pomiary takie mają szereg wad. Przede wszystkim trwają długo, gdyż najczęściej wymagają przeprowadzenia dwóch odczytów, z których dopiero wylicza się tg δ. Oczywiście są tu możliwe pewne uproszczenia pomiarowe, ale nie spotyka się w metodach rezonansowych rozwiązań umożliwiających pomiar bez dokładnego wyrównania pojemności, co ma decydujący wpływ na czas pomiaru. Ta ostatnia ujemna cecha zmniejsza przydatność takich pomiarów w przemyśle, a zupełnie wyklucza tam, gdzie np. konieczna jesct rejestracja ciągła tg δ, gdyż zmiany pojemności są zwykle w tych przypadkach nieuniknione.

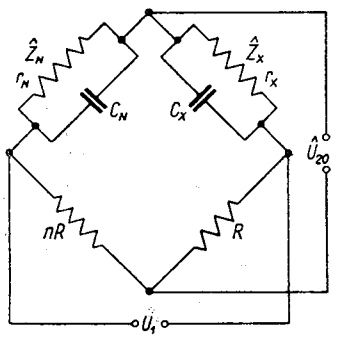
Do metod pomiarowych, które w pewnych warunkach nie wymagają wyrównywania pojemności w dostatecznie szerokich granicach, należy zaliczyć metodę pomiaru zmian prądu anodowego generatora oraz metody mostkowe. Pierwsza wykorzystuje zjawisko zależności prądu anodowego lampy generatora od strat obwodu drgającego. Przyrządy wykorzystujące tę metodę pomiaru produkowane są od kilkunastu lat przez firmę Rohde & Schwarz, a ostatnio także w Związku Radzieckim. Podczas gdy przyrządy pracujące według wymienionej metody wykonywane są dla wielkich częstotliwości pomiarowych, przy częstotliwościach małych dokładniejsze pomiary i szerszy zakres osiąga się przez zastosowanie metod mostkowych.

W pracy [6] przedyskutowano zależności występujące w mostkach o dwóch jednakowych gałęziach stosunkowych i wykazano, że posługując się detektorami fazy można układów tego typu używać do bezpośrednich, odchyłowych pomiarów stratności, bez potrzeby wyrównywania pojemności w szerokich granicach. Zwrócono jednak uwagę na trudności, jakie powstają przy praktycznym realizowaniu takich przyrządów. Trudności te wynikają z dużego zwykle stosunku składowej rzeczywistej do składowej urojonej wyjściowego napięcia mostkowego. Poniżej uogólniono poprzednią pracę podając wzory dla dowolnego stosunku gałęzi mostka i omówiono sposoby zmniejszenia lub usunięcia uchybów w układach do pomiarów współczynnika strat. Jako ilustrację praktycznego zrealizowania przeprowadzonych rozważań podano opis przyrządu do odchyłowych pomiarów współczynnika strat, a także i pojemności, w którym zastosowano automatyczną, elektronową kompensację składowej rzeczywistej wyjściowego napięcia mostkowego.

2. NAPIĘCIE WYJŚCIOWE I CZUŁOŚĆ UKŁADU MOSTKOWEGO DO ODCHYŁOWYCH POMIARÓW WSPÓŁCZYNNIKA STRAT

Stosunek oporności gałęzi stosunkowych mostka $n = 1$ może okazać się w pewnych przypadkach niewygodny. Ma to np. miejsce przy pomiarach bardzo dużych lub bardzo małych pojemności, gdyż najczęściej wzorce o dużej dokładności wykonywane są dla pojemności średnich.

Jednak szczególnie niekorzystne warunki występują często przy pomiarach $\operatorname{tg}\delta$ kondensatorów o dużej pojemności. Detektor fazy podaje różnicę między $\operatorname{tg}\delta$ kondensatora badanego i wzorcowego, a więc $\operatorname{tg}\delta$ kondensatora wzorcowego musi być znany lub też bardzo mały. Z tych dwu możliwości należy raczej wybrać drugą, gdyż stałość stratności kondensatora wzorcowego może nie być dostatecznie duża. Wykonanie kondensatorów o bardzo małych stratnościach i o dużej zmiennej pojemności jest trudnym problemem technicznym. W rachubę wchodzą tu kondensatory dekadowe o dielektryku mikowym lub polistyrolowym. Wytwórnie gwarantują $\operatorname{tg}\delta$ takich kondensatorów zwykle nie lepszy od wartości $5 \cdot 10^{-4}$. W niektórych przypadkach może okazać się to niewystarczające i najlepiej byłoby zastosować kondensator powietrzny. Jednak, jak wiadomo, kondensatory powietrzne tylko w specjalnych wykonaniach mają pojemność 10000 pF, a zwykle jest ona znacznie mniejsza. Wynika stąd, że przy pomiarach stratności kondensatorów o pojemności powyżej 10000 pF, a nawet 1000 pF, jest pożądany stosunek pojemności kondensatora badanego do wzorcowego większy od 1. Mostek do tych pomiarów przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Mostek do odchyłowych pomiarów tolerancji pojemności i stratności kondensatorów; r_x i r_N są zastępczymi opornościami strat

Przyjmujemy, że kondensator badany ma wtedy pojemność znamionową, gdy jest ona n razy większa od pojemności wzorcowej C_N. Jeśli dalej przez p oznaczymy względną różnicę wyrażoną w procentach między pojemnością znamionową nC_N a pojemnością badaną C_X, to otrzymamy:

$$C_X = nC_N\left(1 + \frac{p}{100}\right). \tag{1}$$

Napięcie wyjściowe $\hat{U}_{20}$ mostka według rys. 1, jeśli nie uwzględni się wpływu obciążenia wyjścia mostka, wyniesie:

$$\hat{U}_{20} = U_1 \frac{n\hat{Z}_X - \hat{Z}_N}{(n+1)(\hat{Z}_N + Z_X)}. \tag{2}$$

We wzorze tym przyjmujemy, że napięcie zasilające mostek $\hat{U}_1 = U_1 e^{j0} = U_1$.

Dla równoległego zastępczego układu kondensatora ze stratami

$$\operatorname{tg} \delta_N = \frac{1}{r_N C_N \omega}$$

oraz

$$\operatorname{tg} \delta_X = \frac{1}{r_X C_X \omega} = \frac{1}{r_X n C_N \left(1 + \frac{p}{100}\right) \omega} . \tag{3a}$$

Korzystając ze wzorów (3) i (3a) otrzymujemy:

$$\hat{Z}_N = \frac{1}{C_N \omega (j + \operatorname{tg} \delta_N)}, \tag{4}$$

$$\hat{Z}_X = \frac{1}{n C_N \omega (j + \operatorname{tg} \delta_X) \left(1 + \frac{p}{100}\right)} . \tag{4a}$$

Wstawiając wartości oporności pozornych ze wzorów (4) i (4a) do wzoru (2) otrzymamy po przekształceniach napięcie wyjściowe $\hat{U}_{20}$:

$$\hat{U}_{20} = U_1 \frac{n}{n+1} \times$$

$$\times \frac{\left[\frac{-p}{100} \left[1 + n\left(1 + \frac{p}{100}\right)\right] + \operatorname{tg}^2 \delta_N - n\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \delta_X + (n-1)\left(1 + \frac{p}{100}\right) \operatorname{tg} \delta_X \operatorname{tg} \delta_N \right]}{\left[\operatorname{tg} \delta_N + n\left(1 + \frac{p}{100}\right) \operatorname{tg} \delta_X\right]^2 + \left[1 + n\left(1 + \frac{p}{100}\right)\right]^2} +$$

$$+ jU_1 \frac{n(\operatorname{tg} \delta_X - \operatorname{tg} \delta_N)\left(1 + \frac{p}{100}\right)}{\left[\operatorname{tg} \delta_N + n\left(1 + \frac{p}{100}\right) \operatorname{tg} \delta_X\right]^2 + \left[1 + n\left(1 + \frac{p}{100}\right)\right]^2} . \tag{5}$$

Dla najczęściej w praktyce spotykanych współczynników strat kondensatorów wyrażenie

$$\operatorname{tg}^2 \delta_N - n\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \delta_X + (n-1)\left(1 + \frac{p}{100}\right) \operatorname{tg} \delta_X \operatorname{tg} \delta_N$$

jest bardzo małe, a

$$\left[\operatorname{tg} \delta_N + n\left(1 + \frac{p}{100}\right) \operatorname{tg} \delta_X\right]^2 \ll \left[1 + n\left(1 + \frac{p}{100}\right)\right]^2 .$$

Równanie (5) można zatem uprościć do postaci:

$$\hat{U}_{20} \approx U_1 \frac{-np}{(n+1)[100+n(100+p)]} + \\ + jU_1 \frac{100n(100+p)(\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N)}{[100+n(100+p)]^2}. \tag{6}$$

Przy pomiarach różnic współczynników strat $\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N$ wskaźnik napięcia wyjściowego mostka — detektor fazy — jest czuły tylko na składową urojoną wyjściowego napięcia mostka. Widać przy tym, że czułość

$$\frac{d\,\mathcal{J}m\{\hat{U}_{20}\}}{d(\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N)}$$

jest zależna zarówno od stosunku n, jak i od tolerancji pojemności p:

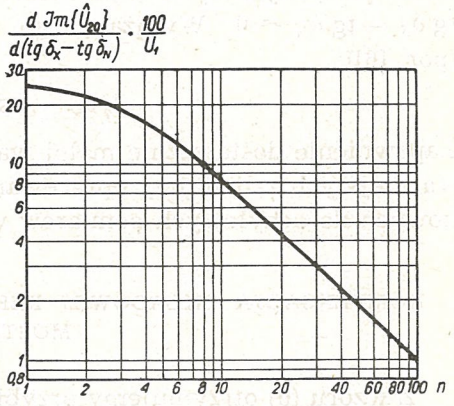
$$\frac{d\,\mathcal{J}m\{\hat{U}_{20}\}}{d(\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N)} = U_1 \frac{100n(100+p)}{[100+n(100+p)]^2}. \tag{7}$$

Dla danego układu mostkowego w pomiarach odchyłowych n pozostaje nie zmienione, natomiast p zmienia się zależnie od pojemności badanego kondensatora. Jeśli pojemność ta nie jest znana, co zwykle ma miejsce, to zmiany czułości spowodowane zmianami p powodują uchyby pomiaru. Zakładamy zatem, że przyrząd został wycechowany dla czułości przy $p = 0$ (czułość tę podaje wykres na rys. 2), a wtedy uchyb pomiaru Δ_3 (przyjęto oznaczenia, jak w pracy [6]) w procentach różnicy współczynnika strat wyniesie:

$$\Delta_3 = \frac{100p[100 - n^2(100+p)]}{[100+n(100+p)]}. \tag{8}$$

W pracy [6] wykazano, że dla $n = 1$

$$\Delta_3 = -\left(\frac{10p}{200+p}\right)^2 \tag{8a}$$



Rys. 2. Wykres do wyznaczenia czułości układu mostkowego przy $p = 0$ w zależności od stosunku gałęzi n

i dla p od -20% do $+30\%$ uchyb ten nie przekracza -2%. Przy pomiarach współczynnika strat jest to zupełnie wystarczające. Widać jednak, że dla $n \gg 1$

$$\Delta_3 \approx -\frac{100p}{100+p}, \tag{8b}$$

a dla $n \ll 1$

$$\Delta_3 \approx p. \tag{8c}$$

Uchyb pomiaru Δ_3 dla $n \neq 1$ jest więc znaczny i układ mógłby być wykorzystany do odchyłowych pomiarów współczynnika strat kondensatorów o tolerancjach pojemności nie przekraczających $\pm 5\%$. Przy większych wartościach p konieczna jest kompensacja zmian czułości.

Uwzględnienie uchybów wynikających z pominięcia w mianowniku równania (5) członu $\left[\operatorname{tg}\delta_N + n\left(1 + \frac{p}{100}\right)\operatorname{tg}\delta_X\right]^2$ jest celowe dopiero przy pomiarach bardzo dużych współczynników strat, rzędu 0,1.

Przyjęliśmy założenie, że wskaźnik jest czuły tylko na składową urojoną wyjściowego napięcia mostkowego. Jest to tylko wtedy słuszne, gdy składowa urojona wyjściowego napięcia mostkowego, po wzmocnieniu, tj. na wejściu detektora fazy, i napięcie przełączające detektor fazy są przesunięte względem siebie o 90°. Jeśli więc np. kąt fazowy wzmocnienia wzmacniacza wynosi φ lub też napięcie przełączające detektor fazy nie jest przesunięte względem napięcia zasilającego mostek o kąt 90°, lecz o kąt $90 - \varphi$, to otrzymamy uchyb pomiaru Δ_7 (por. [6]). Jest to uchyb wskazania zera, tzn. nie zależy on od wartości różnic współczynników strat porównywanych kondensatorów i może występować także, gdy $\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N = 0$. Wyrażając go w różnicy $\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N$ otrzymamy (por. [6]):

$$\Delta_7 \approx -p \sin\varphi \cdot 10^{-2}. \tag{9}$$

Zapewnienie dostatecznie małej wartości tego uchybu jest jednym z najważniejszych zadań przy opracowaniu konstrukcyjnym przyrządów mostkowych do ochyłowych pomiarów współczynnika strat.

3. KOMPENSACJA SKŁADOWEJ RZECZYWISTEJ WYJŚCIOWEGO NAPIĘCIA MOSTKOWEGO

Z wzoru (6) otrzymujemy przybliżony stosunek składowej rzeczywistej do składowej urojonej wyjściowego napięcia mostkowego:

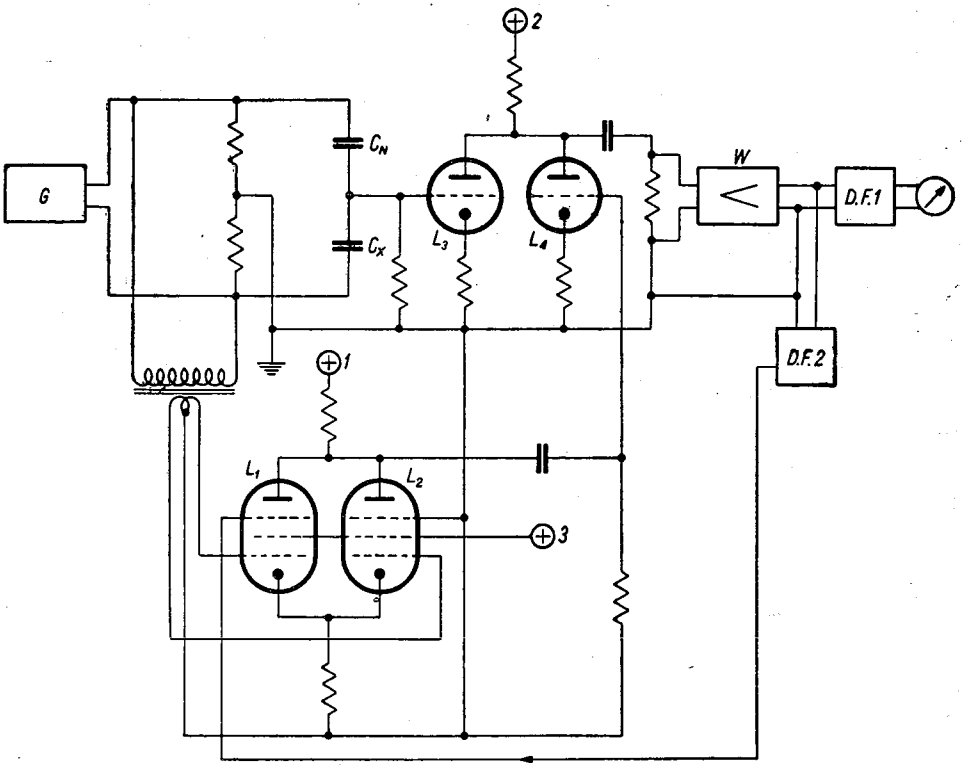
$$\frac{\mathcal{R}e\{\hat{U}_{20}\}}{\mathcal{I}m\{\hat{U}_{20}\}} \approx \frac{-p}{(\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N)\,100}. \tag{10}$$

Wartości p, jakie spotykamy w praktyce, wynoszą zwykle nie więcej od 20%, natomiast zakres pomiarowy różnicy $\operatorname{tg}\delta$ może wynosić 10^{-3} i mniej. Wynika stąd, że napięcie, jakie musiałby przenosić bez zniekształceń wzmacniacz i detektor fazy, byłoby w wielu przypadkach aż 200 razy większe od największej wartości składowej urojonej, wyznaczonej przez

dany zakres pomiarowy. Praktyczne zrealizowanie takiego wmacniacza i detektora fazy byłoby bardzo trudne i nie dałoby się zabezpieczyć wskaźnika przed przeciążeniem. Ponadto bardzo nieznaczne zniekształcenia fazowe wzmacniacza powodowałyby bardzo duże uchyby pomiaru, jak to podaje wzór (9). Z tego powodu w układach do odchyłowych pomiarów współczynnika strat stosuje się kompensację składowej rzeczywistej wyjściowego napięcia mostkowego. W najprostszym przypadku kompensacja ta może odbywać się przez równoważenie mostka dla składowej rzeczywistej za pomocą regulacji oporności jednej z gałęzi stosunkowych mostka. Regulacja ta może odbywać się ręcznie lub też elektromechanicznie [3]. Sposób ten nie zapewnia jednak dużej szybkości pomiaru.

Rysunek 3 przedstawia uproszczony schemat urządzenia elektronowego do automatycznej kompensacji składowej rzeczywistej, w którym czas kompensowania jest dostatecznie krótki.

Do układu sumującego złożonego z lamp *L3* i *L4* dostarczane są: wyjściowe napięcie mostka i napięcie kompensacyjne, odbierane z anod lamp *L1* i *L2*. Suma tych napięć jest wzmacniana przez wzmacniacz *W*, którego



Rys. 3. Układ do kompensacji składowej rzeczywistej wyjściowego napięcia mostka

wyjście połączone jest z detektorami fazy *DF1* i *DF2*. Detektor fazy *DF2* jest czuły tylko na składową zgodną w fazie z napięciem zasilającym mostek, a otrzymane z niego napięcie dostaje się na siatkę trzecią lampy *L1*. Lampy *L1* i *L2* pracują na wspólną oporność anodową i są sterowane dwoma napięciami o jednakowych amplitudach, lecz przeciwnych fazach, odbieranymi z generatora zasilającego mostek. Wskutek tego przy jednakowych nachyleniach charakterystyk prądu anodowego obu lamp napięcie kompensacyjne jest równe zeru. Jeśli jednak sk.adowa rzeczywista wyjściowego napięcia mostkowego ma taki znak, że napięcie dostarczane przez detektor fazy *DF2* jest ujemne, to nachylenie charakterystyki prądu anodowego lampy *L1* jest mniejsze od nachylenia charakterystyki lampy *L2*. Wtedy na anodach lamp *L1* i *L2* otrzymujemy napięcie kompensujące o fazie przeciwnej niż składowa rzeczywista wyjściowego napięcia mostkowego. Napięcie to dodaje się w układzie sumującym do wyjściowego napięcia mostkowego, zmniejszając niemal do zera składową wzmacnianego napięcia zgodną w fazie z napięciem zasilającym mostek. Podobnie przy składowej rzeczywistej wyjściowego napięcia mostkowego o przeciwnej fazie detektor fazy dostarcza napięcia dodatniego i wzmocnienie lampy *L1* jest większe od wzmocnienia lampy *L2*. Wskutek tego również napięcie kompensujące ma przeciwną fazę.

Detektor fazy *DF1* jest czuły tylko na składową urojoną napięcia pochodzącego z wyjścia mostka, a jego wskaźnik podaje różnicę $\operatorname{tg} \delta_X - \operatorname{tg} \delta_N$.

Układ lamp *L1* i *L2* wprowadza dodatkowo parzyste harmoniczne, ale detektor fazy nie jest na nie czuły [2], [6]. Jednak zmienne napięcia siatkowe lamp *L1* i *L2* muszą być dostatecznie małe, aby harmonicznie (głównie druga) nie przesterowywały wzmacniacza.

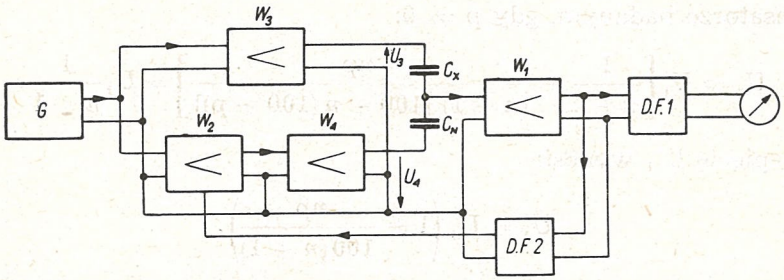
Dzięki takiej kompensacji eliminuje się w znacznym stopniu uchyby spowodowane fazowymi zniekształceniami wzmacniacza. Natomiast kąty fazowe wzmocnienia obu kanałów od mostka aż do układu sumującego muszą być dokładnie jednakowe.

4. KOMPENSACJA ZMIAN CZUŁOŚCI W UKŁADACH MOSTKOWYCH O DUŻYM STOSUNKU POJEMNOŚCI BADANEJ DO WZORCOWEJ

Jak wykazano, układy mostkowe o $n \neq 1$ powinny posiadać dodatkową kompensację zmian czułości spowodowanych różnicami między pojemnością badanych kondensatorów a pojemnością znamionową. Ze wzoru (7) wynika, że da się to przeprowadzić przez zmianę napięcia U_1 zasilającego mostek. W tym celu należy uzależnić napięcie U_1 od p w taki sposób, aby przy wartościach p, jakie spotykamy w praktyce, czułość według wzoru (7) była stała, a uchyb Δ_3 [wzory (8) i (8b)] mały. Najlepszą wydaje się tu taka

regulacja napięcia U_1, która równocześnie powodowałaby kompensację składowej rzeczywistej wyjściowego napięcia mostkowego, wzmacnianego przez wzmacniacz.

Urządzenie takie jest przedstawione na rys. 4. Napięcie zasilające mostek U_1 i gałęzie stosunkowe zostały zastąpione przez dwa napięcia, U_3 i U_4, odbierane z wyjść wzmacniaczy *W3* i *W4*, posiadających bardzo małe oporności wyjściowe. Napięcie z generatora *G* jest doprowadzone do wejść wzmacniaczy *W2* i *W3*. Wzmacniacz *W2* posiada wzmocnienie regulowane,



Rys. 4. Układ do kompensacji składowej rzeczywistej wyjściowego napięcia mostka i zmian czułości przy $n \neq 1$

zależne od napięcia dostarczanego z detektora fazy *DF2*. Detektor fazy *DF2* jest przyłączony do wyjścia wzmacniacza *W1* wyjściowego napięcia mostkowego i jest czuły tylko na składową rzeczywistą tego napięcia. Wskutek tego wzmocnienie układu wzmacniaczy *W2*, *W4*, a także napięcie U_4, jest zmienne i zależne od składowej rzeczywistej wyjściowego napięcia mostkowego, natomiast napięcie U_3 jest stałe.

Jeśli np. przy danym stosunku n pojemność C_X jest większa od znamionowej (tzn. p jest dodatnie), to równocześnie zmiana napięcia dostarczanego z detektora fazy *DF2* ma również znak dodatni i wzmocnienie wzmacniacza *W2* wzrasta. Wskutek tego napięcie U_4 staje się większe, a składowa rzeczywista wyjściowego napięcia mostkowego maleje. Zatem układ kompensuje automatycznie składową rzeczywistą na wyjściu mostka. Przy pojemności badanej C_X równej pojemności znamionowej składowa rzeczywista napięcia na kondensatorze wzorcowym wynosi:

$$U_4 = U_1 \frac{n}{n+1}, \tag{11}$$

a na kondensatorze badanym

$$U_3 = U_1 \frac{1}{n+1}, \tag{12}$$

przy czym $U_3 + U_4 = U_1$.

Przy $p \neq 0$ napięcie U_3 pozostało nie zmienione, natomiast napięcie U_4 zmieniło wartość na U'_4. Napięcia te odpowiadają wprost składowym rzeczywistym napięć na kondensatorach badanym i wzorcowym, gdyż składowa rzeczywista wyjściowego napięcia mostkowego po kompensacji jest w przybliżeniu równa zeru.

Całkowite napięcie na obu kondensatorach wynosi teraz:

$$U'_1 = U_3 + U'_4. \tag{13}$$

Korzystając ze wzoru (6) otrzymujemy składową rzeczywistą napięcia na kondensatorze badanym, gdy $p \neq 0$:

$$U_3 = U'_1\left[\frac{1}{n+1} - \frac{np}{(n+1)\,[100 + n\,(100 + p)]}\right] = U_1\frac{1}{n+1}. \tag{14}$$

Stąd napięcie U'_1 wynosi:

$$U'_1 = U_1\left(1 + \frac{np}{100\,(n+1)}\right). \tag{15}$$

Jeśli teraz we wzorach (6) i (7) podstawimy w miejsce napięcia U_1 napięcie U'_1, to stwierdzimy, że uchyb Δ_{3k} spowodowany zmianami czułości w układzie z kompensacją wyniesie:

$$\Delta_{3k} = \frac{100\,p}{100 + n\,(100 + p)}. \tag{16}$$

Zamieszczona obok tablica podaje teoretyczne uchyby pomiaru Δ_3 dla $n = 1$, 10 i 100 oraz Δ_{3k} dla $n = 10$ i 100 przy różnych wartościach p.

Teoretyczne uchyby pomiaru spowodowane zmianami czułości w układzie mostkowym bez kompensacji (Δ_3) i z kompensacją (Δ_{3k}), wyrażone w %% wskazań różnicy tg δ_X — tg δ_N

	p	− 20 %	− 10%	− 5 %	+ 5 %	+ 10 %	+ 20 %
Bez kompensacji Δ_3	$n = 1$	− 1,23	− 0,28	− 0,06	− 0,06	− 0,23	− 0,83
	$n = 10$	+ 19,5	+ 8,9	+ 4,3	− 3,9	− 7,6	− 14,1
	$n = 100$	+ 24,5	+ 10,9	+ 5,2	− 4,7	− 8,9	− 16.5
Z kompensacją Δ_{3k}	$n = 10$	− 2,2	− 1,0	− 0,48	+ 0,43	+ 0,83	+ 1,54
	$n = 100$	− 0,25	− 0,11	− 0,05	+ 0,05	+ 0.09	+ 0.17

Jak widać, dla układu z kompensacją czułości uchyby pomiaru są przy $n = 10$ około 10-krotnie mniejsze, a przy $n = 100$ około 100-krotnie mniejsze i mają znak przeciwny niż w układach bez kompensacji zmian czułości.

5. WPŁYW OBCIĄŻENIA I ZWIĘKSZENIE OPORNOŚCI POZORNEJ WYJŚCIA MOSTKA

Wpływ obciążenia mostka o stosunku gałęzi n uwzględniamy przeprowadzając podobne rozważania jak w pracy [6]. Przyjmujemy więc, że p jest małe, tzn. $C_X \approx nC_N$, pomijamy oporności R i nR, małe wobec oporności obciążenia R_W i $\frac{1}{jC_W\omega}$, oraz zakładamy, że oporność wewnętrzna generatora jest równa zeru.

Po przyłączeniu obciążenia $\hat{Z}_W = R_W \frac{1 - jR_WC_W\omega}{1 + (R_WC_W\omega)^2}$ do wyjścia mostka napięcie wyjściowe zmienia wartość z $\hat{U}_{20}$ na $\hat{U}_2$. Napięcie $\hat{U}_2$ wyznaczamy wnioskując z twierdzenia Thevenina, że:

$$\frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_{20}} = \frac{\hat{Z}_W}{\hat{Z}_W + \frac{\hat{Z}_N\hat{Z}_X}{\hat{Z}_N + \hat{Z}_X}}. \tag{17}$$

Pomijamy wpływ współczynnika strat na wartości oporności $\hat{Z}_N$ i $\hat{Z}_N$ i stąd otrzymujemy:

$$\hat{U}_2 = \hat{U}_{20} \frac{a\frac{C_N}{C_W}(n+1)\left\{j + \left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]a\right\}}{\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]^2 a^2 + 1}. \tag{18}$$

We wzorze tym

$$a = R_WC_W\omega. \tag{19}$$

Podstawiając za $\hat{U}_{20}$ wartość ze wzoru (6) dostaniemy składową urojoną napięcia $\hat{U}_2$, na którą czuły jest detektor fazy przy pomiarach współczynnika strat:

$$\mathcal{J}m\{U_2\} = -U_1 \frac{a\frac{C_N}{C_W} \cdot \frac{np}{100 + n(100+p)}}{\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]^2 a^2 + 1} +$$

$$+ U_1 \frac{a^2\frac{C_N}{C_W}(n+1)\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]\frac{100\,n\,(100+p)(\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N)}{[100 + n(100+p)]^2}}{\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]^2 a^2 + 1}. \tag{20}$$

Z drugiego członu równania (20) określamy czułość względną S przy pomiarach współczynnika strat (por. także [6]):

$$S = \frac{a^2 \frac{C_N}{C_W}(n+1)\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]}{\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]^2 a^2 + 1}. \tag{21}$$

Uchyb wskazania zera Δ_5 spowodowany obciążeniem wyjścia mostka podaje pierwszy człon równania (20). Uchyb ten dla małych wartości p wynosi:

$$\Delta_5 = -\frac{p \cdot 10^{-2}}{\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right] a}. \tag{22}$$

Uchyb Δ_5 musi być mały, a więc a musi być duże. W każdym razie zawsze $a \geqslant 10$. Dla takich wartości a czułość S można wyrazić w prostszej postaci:

$$S \approx \frac{C_N(n+1)}{C_N(n+1)+C_W} \approx \frac{C_X(n+1)}{C_X(n+1)+nC_W}. \tag{23}$$

Ze wzoru (23) wyliczamy pojemność wyjściową mostka:

$$C_W \approx C_N(n+1)\frac{1-S}{S} = C_X \frac{(n+1)(1-S)}{nS}. \tag{24}$$

Jeśli przyjmiemy największy dopuszczalny uchyb pomiaru Δ_{5max} i najmniejszą czułość S_{min} przy najmniejszej badanej pojemności C_{Xmin}, to na podstawie wzorów (19), (22) i (24) otrzymamy warunek:

$$R_W \geqslant \frac{pnS_{\min} \cdot 10^{-2}}{(n+1)C_{X\,\min}\omega \Delta_{5\max}}. \tag{25}$$

Na przykład dla $p = 20\%$, $n = 1$, $S_{min} = 0{,}8$, $C_{Xmin} = 100$ pF, $\omega = 6280$ i $\Delta_{5max} = 10^{-4}$ $R_W \geqslant 1270$ MΩ.

Z warunku (25) można wyliczyć także najmniejszą dopuszczalną częstotliwość pomiaru przy największej, praktycznie osiągalnej oporności czynnej wyjściowej mostka R_W.

Duża oporność wyjściowa mostka, jaka wynika z warunku (25), jest niepożądana dla napięć o częstotliwości sieci i jej harmonicznych. Napięcia o tej częstotliwości mogą wtedy łatwo dostawać się na wejście wzmacniacza. Wskutek dużego wzmocnienia wzmacniacza takie napięcia zakłócające mogą przesterowywać cały układ wskaźnikowy. Ponadto prąd siatkowy pierwszej lampy wzmacniacza ogranicza wartość oporności wyjściowej mostka dla prądu stałego. Należy więc tak wykonać wejście wzmacniacza, aby oporność wyjściowa mostka dla częstotliwości pomia-

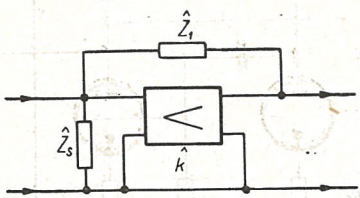
rowej była bardzo duża, natomiast dla prądu stałego i dla częstotliwości sieci — mała.

Zwiększenie wejściowej oporności pozornej wzmacniacza (która jest równocześnie wyjściową opornością pozorną mostka) osiąga się przez zastosowanie sprzężenia zwrotnego.

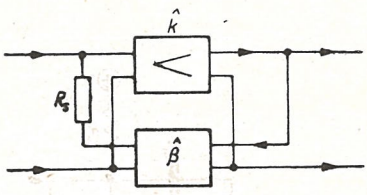
Dla układu ze sprzężeniem zwrotnym równoległym (rys. 5) — przyjmując, że oporność pozorna $\hat{Z}_1$ jest dużo większa od oporności wyjściowej wzmacniacza — otrzymamy według znanych z teorii sprzężenia zwrotnego wzorów (por. np. [4]) wypadkową oporność wejściową wzmacniacza:

$$\hat{Z}_W = \frac{\hat{Z}_S \cdot \hat{Z}_1}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_S(1-\hat{k})}, \tag{26}$$

gdzie $\hat{k}$ jest wzmocnieniem wzmacniacza. Na przykład przy $\hat{k} = k = 2$ otrzymujemy $\hat{Z}_W = \infty$ dla $\hat{Z}_S = \hat{Z}_1$.



Rys. 5. Układ blokowy wzmacniacza ze sprzężeniem zwrotnym równoległym napięciowym, zwiększającym wejściową oporność pozorną



Rys. 6. Układ blokowy wzmacniacza ze sprzężeniem zwrotnym szeregowym napięciowym, zwiększającym wejściową oporność czynną

W szeregowym układzie sprzężenia zwrotnego wg rys. 6 opornik siatkowy R_S jest przyłączony do czwórnika sprzężenia zwrotnego. $\hat{\beta}$ jest współczynnikiem sprzężenia zwrotnego. Otrzymana oporność wypadkowa $\hat{R}_W$ (por. np. [4]) wynosi:

$$\hat{R}_W = \frac{R_S}{1-\hat{\beta}\,\hat{k}}. \tag{27}$$

Zwiększenie oporności wejściowej dla częstotliwości sieci można osiągnąć przez zastosowanie sprzężenia zwrotnego uzależnionego od częstotliwości. Jedno z możliwych rozwiązań wejścia wzmacniacza dla częstotliwości mostkowej dużo większej od częstotliwości sieci przedstawia rys. 7. Dla częstotliwości mostkowej oporność $\frac{1}{C\omega}$ jest bardzo mała w porównaniu z opornościami R i R_1. Przyjmujemy ponadto, że dla rozpatrywanych

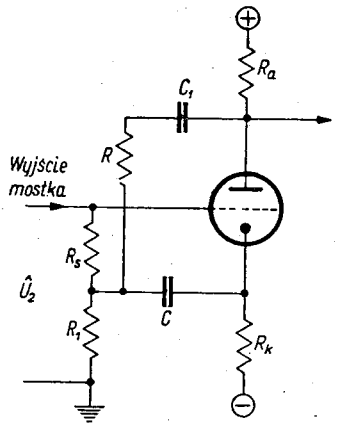
częstotliwości $\frac{1}{C_1\omega} \ll R$. Przy tych założeniach wyliczamy czynną oporność wejściową wzmacniacza ze wzoru (27):

$$R_W \approx \frac{R_S}{1-k_1}. \tag{28}$$

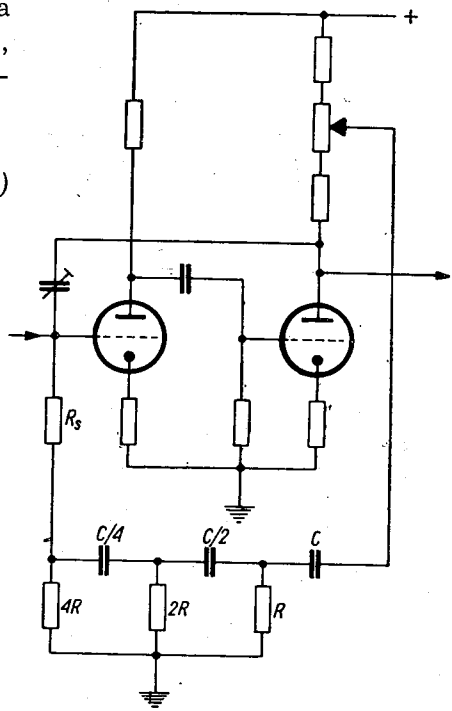
Zwykle $k_1 = 0{,}85$ do $0{,}95$, więc $R_W = 7R_S$ do $20R_S$.

Natomiast dla częstotliwości sieci $\frac{1}{C\omega} \gg R$. Ponieważ napięcie anodowe jest k_2 razy większe od napięcia siatkowego i ma fazę przeciwną, więc oporność wejściowa dla częstotliwości sieci wynosi:

$$R_{WS} \approx \frac{R_S}{1+k_2}. \tag{29}$$



Rys. 7. Wejście wzmacniacza o dużej oporności czynnej dla częstotliwości pomiarowej, a małej dla częstotliwości sieci



Rys. 8. Wejście wzmacniacza o bardzo dużej oporności pozornej dla częstotliwości pomiarowej, a małej dla częstotliwości sieci

Inny układ przedsatwia rys. 8. Człon sprzężenia zwrotnego jest drabinkowym filtrem RC. Z charakterystyki częstotliwościowo-fazowej wynika, że dla częstotliwości mostkowej dużo większej od częstotliwości rezonansowej filtru

$$f_r = \frac{0{,}0772}{RC} \tag{30}$$

stosunek napięcia na wyjściu do napięcia na wejściu filtru jest w przybliżeniu równy jedności. Przy zmniejszaniu częstotliwości napięcie wyjściowe filtru zmienia wartość i fazę tak, że przy $f \approx 2f_r$ oporność $|\hat{R}_W|$ według wzoru (27) ma wartość najmniejszą.

Pojemność wejściowa może być neutralizowana w układzie równoległym (rys. 5). Do tego celu konieczny jest dwustopniowy wzmacniacz o wzmocnieniu większym od 1.

6. ZASTOSOWANIE GAŁĘZI POMOCNICZEJ WAGNERA PRZY POMIARACH NIEZRÓWNOWAŻONYM MOSTKIEM PRĄDU ZMIENNEGO

Jednym ze źródeł uchybów w pomiarach mostkowych mogą być oporności i pojemności równolegle do gałęzi stosunkowych. Występują one np. przy przyłączeniu do układu według rys. 1 kondensatora badanego lub wzorcowego, który względem ziemi posiada pojemność C_Z i oporność R_Z. Wpływ wszystkich innych stałych pojemności i oporności bocznikujących gałęzie stosunkowe mostka usuwa się przez równoważenie gałęzi stosunkowych przy wykonywaniu przyrządu. Jeśli pojemność C_Z i oporność R_Z jest włączona równolegle do gałęzi oporowej R (rys. 1), przy czym $R \ll \frac{1}{C_Z \omega}$ oraz $R \ll R_Z$, to równowaga mostka zostaje zmieniona w taki sposób, jakby kondensator badany zmienił pojemność o:

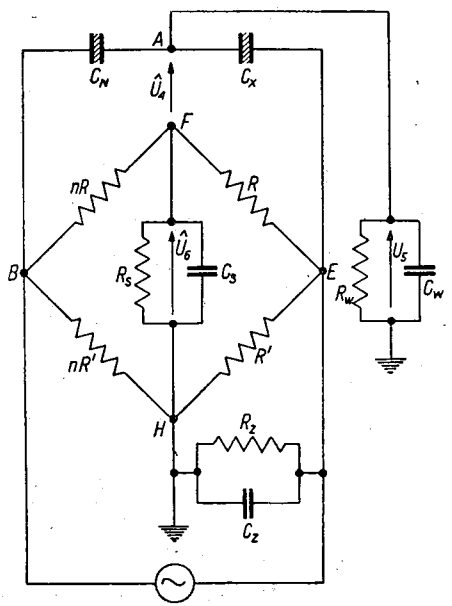
$$\Delta_8 \approx -\frac{R}{R_Z} 100\ \% \qquad (31)$$

oraz tg δ o:

$$\Delta_9 \approx RC_Z\omega\ . \qquad (32)$$

Dodatkowe napięcie $\hat{U}_3$ otrzymane przy tym na wyjściu mostka na podstawie wzoru (6):

$$\hat{U}_3 \approx U_1 \frac{n}{(n+1)^2}\left(\frac{R}{R_Z} + jRC_Z\omega\right). \qquad (33)$$



Rys. 9. Mostek z gałęzią pomocniczą Wagnera

Uchyby pomiaru Δ_8 i Δ_9 mogą być w pewnych przypadkach usunięte w układach mostkowych z gałęzią pomocniczą Wagnera. Układ taki jest przedstawiony na rys. 9. Wzmacniacz napięcia wyjściowego mostka

wzmacnia tylko napięcie $\hat{U}_4$, natomiast nie jest czuły na napięcia $\hat{U}_5$ i $\hat{U}_6$. Widać, że

$$\hat{U}_4 = \hat{U}_5 - \hat{U}_6. \tag{34}$$

Przyjmujemy dla uproszczenia, że oporność $\hat{Z}_S = R_S - j\frac{1}{C_S\omega}$ nie obciąża układu mostkowego, tj. po przyłączeniu $\hat{Z}_S$ napięcie $\hat{U}_6$ pozostaje nie zmienione. Założenie takie jest prawie zawsze spełnione, gdyż oporności R i R' są zwykle bardzo małe w porównaniu z opornością $|\hat{Z}_S|$. A więc napięcie $\hat{U}_6$, podobnie jak napięcie $\hat{U}_3$, wyniesie:

$$\hat{U}_6 \approx U_1 \frac{n}{(n+1)^2}\left(\frac{R'}{R_Z} + jR'C_Z\omega\right). \tag{35}$$

Bez obciążenia opornością $\hat{Z}_W$ napięcie $\hat{U}_4$ jest równe napięciu $\hat{U}_{20}$ według wzoru (6), a napięcie $\hat{U}_5$ — napięciu $\hat{U}_{50}$, które wynosi:

$$\hat{U}_{50} = \hat{U}_{20} + \hat{U}_6. \tag{36}$$

Oporność R' jest tego samego rzędu co oporność R. Zatem korzystając z założeń, na podstawie których wyprowadzono wzór (18), możemy wywnioskować, że

$$\hat{U}_5 = U_{50}\frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_{20}}. \tag{37}$$

Stosunek $\frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_{20}}$ podaje wzór (18).

Podstawiając do wzoru (34) wartości $\hat{U}_5$, a następnie $\hat{U}_{50}$ z równania (36), otrzymamy napięcie $\hat{U}_4$:

$$\hat{U}_4 = \hat{U}_2 + \hat{U}_6\left(\frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_{20}} - 1\right). \tag{38}$$

Oznaczamy dodatkowe napięcie w układzie mostkowym z gałęzią pomocniczą Wagnera wzmacniane przez wzmacniacz:

$$\hat{U}_7 = \hat{U}_6\left(\frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_{20}} - 1\right). \tag{39}$$

Zgodnie z przeprowadzonymi rozważaniami powinno być $a \geqslant 10$, a wtedy równanie (18) można napisać w prostszej postaci:

$$\frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_{20}} \approx \frac{\frac{C_N}{C_W}(n+1)\left\{j + \left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]a\right\}}{a\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]^2}. \tag{40}$$

Po podstawieniu tej zależności do wzoru (39) otrzymamy

$$\hat{U}_7 = \hat{U}_6 \left(\frac{-C_W}{C_N(n+1)+C_W} + j \frac{C_N(n+1)C_W}{a[C_N(n+1)+C_W]^2} \right). \tag{41}$$

Stąd, korzystając z równania (35), otrzymuje się składową rzeczywistą $\mathcal{R}e\{\hat{U}_7\}$ napięcia $\hat{U}_7$:

$$\mathcal{R}e\{\hat{U}_7\} \approx U_1 \frac{n}{(n+1)^2} R'C_W \left(\frac{-1}{R_Z[C_N(n+1)+C_W]} - \frac{\omega C_Z C_N(n+1)}{a[C_N(n+1)+C_W]} \right) \tag{42}$$

oraz składową urojoną:

$$\mathcal{I}m\{\hat{U}_7\} \approx U_1 \frac{n}{(n+1)^2} R'C_W \left(\frac{+C_N(n+1)}{a[C_N(n+1)+C_W]^2 R_Z} - \frac{C_Z \omega}{C_N(n+1)+C_W} \right). \tag{43}$$

Uchyby, jakie powstają wskutek pojawienia się na wyjściu mostka oprócz napięcia $\hat{U}_2$ napięcia $\hat{U}_7$, obliczymy uwzględniając czułość układu według wzoru (23). Uchyb Δ_{8W} odczytu względnej procentowej różnicy pojemności w układzie z gałęzią pomocniczą Wagnera wynosi:

$$\Delta_{8W} = \mathcal{R}e\{\hat{U}_7\} \frac{-(n+1)^2 \cdot 10^2}{U_1 n \cdot s} =$$

$$= \left(\frac{R'}{R_Z} \cdot \frac{C_W}{C_N(n+1)} + R'C_Z\omega \frac{1}{a\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]} \right) \cdot 10^2. \tag{44}$$

Uchyb Δ_{9W} odczytu różnic współczynnika strat, obliczony w podobny sposób, podaje następujący wzór:

$$\Delta_{9W} = \frac{R'}{R_Z} \cdot \frac{1}{a\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]} - R'C_Z\omega \frac{C_W}{C_N(n+1)}. \tag{45}$$

Jeśli przyjmiemy, że $R' = R$ i podstawimy wartości $\frac{R}{R_Z}$ i $RC_Z\omega$ otrzymane z wzorów (31) i (32), to dostaniemy:

$$\Delta_{9W} = -\frac{\Delta_8 \cdot 10^{-2}}{a\left[\frac{C_N}{C_W}(n+1)+1\right]} - \Delta_9 \frac{C_W}{C_N(n+1)}. \tag{46}$$

Pierwszy człon wzoru (46) jest uchybem Δ_5 według wzoru (22), wynikłym ze zmiany równowagi gałęzi pomocniczej Wagnera po przyłączeniu oporności R_Z.

Porównując wzory (44), (45) i (46) ze wzorami (31) i (32) widzimy, że przy opornościach $R = R'$ gałąź pomocnicza Wagnera może zmniejszyć uchyby spowodowane pojemnością C_Z i opornością R_Z, gdy

$$C_W < C_N(n+1) \approx C_X \frac{n+1}{n}. \tag{47}$$

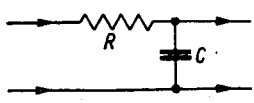
Przy dużych pojemnościach badanych wpływ oporności R_Z i pojemności C_Z jest praktycznie zupełnie wyeliminowany. Gdy pojemności C_X są małe, pojemność wejściowa musi być neutralizowana.

Wpływ oporności R_Z i pojemności C_Z może być także wyeliminowany w mostku z transformatorem różnicowym. Jednak jeśli przyrząd ma służyć do równoczesnego pomiaru tg δ i tolerancji pojemności, to mostek z gałęzią pomocniczą Wagnera jest korzystniejszy, gdyż stosunek n oporowych gałęzi można dobrać z większą dokładnością niż stosunek ilości zwojów transformatora różnicowego.

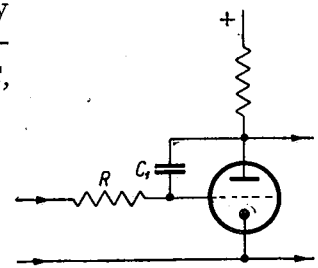
7. PRZEŁĄCZANIE DETEKTORA FAZY I CECHOWANIE W PRZYRZĄDACH MOSTKOWYCH DO ODCHYŁOWYCH POMIARÓW tg δ

Jeśli wskaźnik ma być czuły tylko na składową urojoną wyjściowego napięcia mostkowego, to przy założeniu, że wzmacniacz nie wprowadza zniekształceń fazy, napięcie przełączające detektor fazy musi być dokładnie przesunięte o kąt $\Psi = 90°$ względem napięcia zasilającego mostek. Przesunięcie to musi być stałe, niezależne od zmian częstotliwości generatora itp.; w przeciwnym przypadku mogłyby powstawać znaczne uchyby pomiaru [por. wzór (9)].

Warunek $\frac{d\Psi}{d\omega} \longrightarrow 0$ spełnia człon całkujący RC według rys. 10, dla $RC\omega \gg 1$. Wadą takiego przesuwnika fazy jest małe napięcie wyjściowe, które dlatego właśnie musi być wzmocnione. Cz.on całkujący RC i lampę wzmacniającą lepiej jest zastąpić układem całkującym Millera (rys. 11). Dla podobnych warunków przesuwania fazy pojemność C_1 w układzie Millera jest w przybliżeniu tyle razy mniejsza od pojemności C, ile wynosi wzmocnienie lampy.



Rys. 10. Człon całkujący RC



Rys. 11. Układ całkujący Millera

Napięcie doprowadzane do przesuwnika fazy powinno być pobierane wprost z węzłów mostka, aby uniknąć dodatkowych przesunięć fazy, spowodowanych spadkami napięcia na doprowadzeniach do węzłów.

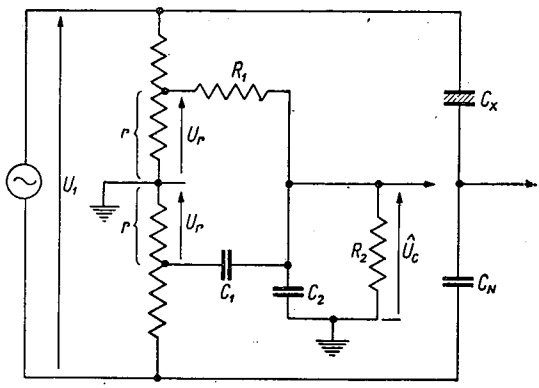
Wartość napięcia potrzebnego do przełączania datektora fazy i inne problemy z tym związane omawiają prace [2] i [6].

Innym zagadnieniem nie mniej ważnym jest kontrola wskazań przyrządu. Do tego celu służy napięcie cechujące $\hat{U}_C$, włączane na wejście wzmacniacza zamiast napięcia wyjściowego mostka. Napięcie $\hat{U}_C$ powinno

być proporcjonalne do napięcia U_1 (tj. do napięcia zasilającego mostek) i przesunięte względem niego o kąt 90°. Wartość napięcia cechującego można obliczyć ze wzoru (6).

Człon przesuwający fazę musi posiadać tutaj inne własności niż układy całkujące: wraz z częstotliwością może zmieniać się faza napięcia cechującego, ale wartość składowej urojonej (przyjmujemy napięcie zasilające jako rzeczywiste) napięcia $\hat{U}_C$ powinna być nie zmieniona, tzn. $\frac{d\,\mathcal{F}m\,\{\hat{U}_C\}}{d\,\omega} \to 0$. Własność taką posiada znany przesuwnik fazy typu *RC*. Praktyczny układ takiego przesuwnika służącego do uzyskania napięcia cechującego przedstawia rys. 12. W układzie tym przyjmując, że $r \ll R_1$,

$$R_1 = \frac{1}{C_1 \omega}. \tag{48}$$



Rys. 12. Mostek z przesuwnikiem fazy służącym do uzyskania napięcia cechującego

Przy obciążeniu przesuwnika opornością R_2 i pojemnością C_2 musi być spełniony warunek

$$C_1 R_1 = C_2 R_2. \tag{49}$$

Napięcie cechujące wynosi wtedy:

$$\hat{U}_C = j \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_r. \tag{50}$$

Mniejsze napięcia cechujące, odpowiednie do zakresów pomiaru, można odbierać z zaczepów na oporniku R_2.

8. PRZYRZĄD DO ODCHYŁOWYCH POMIARÓW TOLERANCJI I MAŁYCH ZMIAN POJEMNOŚCI ORAZ WSPÓŁCZYNNIKA STRAT KONDENSATORÓW

Przeprowadzone rozważania wykorzystano przy konstrukcji przyrządu do odchyłowych, dokładnych pomiarów własności elektrycznych kondensatorów przy częstotliwości 1000 Hz. Jego uproszczony schemat z rys. 13 przedstawia bardziej szczegółowo tylko część ważniejszych elementów układu. W przyrządach tego typu, tzw. komparatorach, wzorzec, podobnie jak kondensator badany, przyłącza się na zewnątrz przyrządu. Dwa wskaźniki podają: pierwszy — względną różnicę ΔC % między pojemnością badaną C_X a pojemnością kondensatora wzorcowego C_N pomnożoną przez stosunek gałęzi n, a drugi — różnicę między współczynnikami strat $\Delta \operatorname{tg} \delta$ obu kondensatorów. Cechowanie i skale przyrządu wykonane są dla stosunku gałęzi $n = 1$; można jednak przełączać gałęzie dla $n = 0{,}1$ i $n = 10$.

Dla różnic pojemności ΔC % (przy $n = 1$) przyrząd posiada 5 zakresów pomiaru, z których najczulszy wynosi od $-0{,}25$% do $+0{,}25$%. Cztery zakresy pomiaru różnic współczynników strat $\Delta \operatorname{tg} \delta$ przełącza się niezależnie od zakresów ΔC %. Najczulszy zakres $\Delta \operatorname{tg} \delta$ wynosi $-25\,10^{-4}$ do $+25\,10^{-4}$.

Mostek posiada gałąź pomocniczą Wagnera i dodatkowe gałęzie służące do odbierania napięcia dla cechowania wskazań ΔC % i $\Delta \operatorname{tg} \delta$. Wskazania przyrządu sprawdza się naciskając przyciski „0", „ΔC %" i „$\Delta \operatorname{tg} \delta$". Napięcie zasilające mostek wynosi około 6 V. Generator ma małą oporność wewnętrzną, uzyskaną dzięki ujemnemu sprzężeniu zwrotnemu, i stabilizację amplitudy.

Wejściowa lampa 6SN8 wzmacniacza ma na celu zwiększenie oporności pozornej wyjścia mostka i pracuje w układzie jak na rys. 8. Z anod drugiej lampy — 6SL7 — odbiera się sumę napięć: napięcie anodowe pierwszej triody lampy 6SN8 i napięcie między węzłem łączącym gałęzie stosunkowe mostka i ziemią. Ponieważ trioda lampy 6SN8 obraca o kąt 180° fazę napięcia między węzłem łączącym badane kondensatory a ziemią, więc na wyjściu układu sumującego dostajemy — po odpowiednim dobraniu oporności katodowych lampy 6SL7 — napięcie przekątni mostka. Napięcie to doprowadza się do kanału „ΔC%" i do drugiego członu sumującego (lampa 6SL7). Wraz z dwoma lampami 6SJ7 jest to układ do kompensacji składowej rzeczywistej wyjściowego napięcia mostka opisany w rozdziale 3. Wyjście drugiego układu sumującego jest połączone przez filtr dla częstotliwości 50 Hz z kanałem „$\Delta \operatorname{tg} \delta$".

Wzmacniacze obu kanałów: „ΔC%" i „$\Delta \operatorname{tg} \delta$" są wykonane podobnie. Składają się one kolejno z następujących członów: wzmacniacz 6SJ7, ogranicznik amplitudy 6H6, filtr RC, wzmacniacz 6SJ7 i wzmacniacz

symetryczny 6SN8. Filtr RC dla kanału „$\Delta C^0/_0$" jest wykonany dla częstotliwości 50 Hz, a dla kanału „Δ tg δ" dla 100 Hz. Stopnie wzmacniaczy pracują z indywidualnymi, prądowymi sprzężeniami zwrotnymi. Należy dodać, że wzmacniacz powinien przenosić bez zniekształceń fazy tylko częstotliwość około 1000 Hz (trzeba uwzględnić ewentualne zmiany częstotliwości generatora) i korzystniej jest, gdy napięcia o innych częstotliwościach nie będą przenoszone. Dlatego też sprzężenia zwrotne spłaszczające charakterystykę częstotliwościową wzmacniaczy nie są pożądane. Ogranicznik amplitudy ma na celu zapobiegnięcie ujemnym skutkom przesterowania (por. [6] str. 19).

Wyjścia obu wzmacniaczy połączone są z detektorami fazy ([5], [6]). Ponadto napięcie wyjściowe wzmacniacza „Δ tg δ" jest doprowadzone do dodatkowego stopnia (lampa 6SN8) wzmacniającego i ograniczającego amplitudę, sterującego detektor fazy układu kompensującego.

Napięcie do przełączania detektora fazy dla wskazań „$\Delta C^0/_0$" odbierane jest z wyjścia różnicowego wzmacniacza, wykonanego na lampach 6SL7 i 6SN8. Do wejścia tego wzmacniacza doprowadzone jest napięcie zasilające mostek. Detektor fazy dla wskazań „Δ tg δ" jest przełączany w podobny sposób, ale wejściowe napięcie wzmacniacza różnicowego jest napięciem zasilającym mostek obróconym niemal o kąt 90° przez symetryczny układ całkujący Millera.

Czułość obu układów wskaźnikowych reguluje się przez zmianę wzmocnienia wzmacniaczy.

Przy konstruowaniu chodziło przede wszystkim o możliwie największą dokładność, prostotę obsługi i stabilność pracy przyrządu; natomiast ilość lamp miała drugorzędne znaczenie. Dlatego istnieje możliwość uproszczenia opisanego układu, szczególnie członów przełączających detektor fazy.

Dokładność przyrządu dla wskazań „$\Delta C^0/_0$" jest bardzo duża. Dla najczulszego zakresu $-0{,}25^0/_0$ do $+0{,}25^0/_0$ i $n = 1$ uchyb w pobliżu zera (równowagi) nie przekracza wartości $\pm 0{,}005^0/_0$, o ile wartość Δ tg δ jest mniejsza od $20\,10^{-4}$. Przez zamianę wzorca z kondensatorem badanym można łatwo sprawdzić wskazania. Dzięki dużej oporności pozornej wyjścia mostka, pojemności mierzonych kondensatorów mogą być małe. Przyrządu można używać jeszcze do odchyłowych pomiarów tolerancji przy pojemnościach 10 pF, chociaż przy tak małych pojemnościach uchyby pomiaru (tj. uchyb wskazania równowagi i uchyb wskazania odchylenia od równowagi) są znacznie większe. Największe porównywane pojemności mogą wynosić 10 μF.

Duża oporność czynna wejściowa mostka i układ kompensacyjny umożliwiają odchyłowe pomiary tg δ kondensatorów o pojemności powyżej

1000 pF (powyżej tej pojemności tg δ kondensatorów sprawdza się najczęściej przy małej częstotliwości) i tolerancji $\pm 20\%$. Dokładność pomiaru wynosi około $\pm 5\%$ wartości odpowiadającej pełnemu odchyleniu wskaźnika. Przy mniejszych pojemnościach od 100 do 1000 pF uchyb pomiaru przy tolerancjach pojemności $\pm 20\%$ jest większy. Dla wartości mniejszych od 100 pF należy w przybliżeniu zrównoważyć mostek dla pojemności.

Dzięki wyeliminowaniu równoważenia mostka obsługa przyrządu jest bardzo prosta. Czas jednego pomiaru przy sprawdzaniu większej ilości kondensatorów o podobnej pojemności może wynosić mniej niż 2 sek. Zalety te okazały się również bardzo pożądane w laboratorium badawczym, gdzie powyższy przyrząd wykorzystano do dokładnych pomiarów pojemności, tolerancji pojemności, tg δ, cieplnego współczynnika pojemności i cieplnego współczynnika tg δ.

W czasie 1,5-rocznej eksploatacji przyrząd wykazywał dużą stabilność pracy.

9. WNIOSKI

Najmniejsza częstotliwość pomiarowa i najmniejsza pojemność kondensatorów, których tg δ może być sprawdzany metodą odchyłową, wynika z warunku (24). Również zbyt duża częstotliwość nie jest pożądana, a to ze względu na pojemności szkodliwe gałęzi mostka oraz zniekształcenia fazowe wzmacniacza. Poza tym istnieje znacznie dogodniejsza metoda odchyłowego pomiaru tg δ przy wysokiej częstotliwości. Należy przyjąć, że metoda mostka odchyłowego nadaje się do sprawdzania kondensatorów o pojemności powyżej 1000 pF przy częstotliwości nie przekraczającej 100 kHz.

Oprócz pomiarów odchyłowych, eliminujących manipulacje związane z równoważeniem mostka, możliwa jest zupełna automatyzacja stanowiska kontroli współczynnika strat kondensatorów. W układach takich można usunąć uchyby odchylenia. W tym celu powiększa się współczynnik strat kondensatora wzorcowego [można też włączyć pojemność równolegle do oporowej gałęzi stosunkowej, por. wzór (32)] tak, aby tg δ_N był nieznacznie większy, zależnie od czułości układu wskaźnikowego, od dopuszczalnego tg δ_X. Jeśli współczynnik strat kondensatora badanego przewyższa wartość określoną warunkami technicznymi, to zmienia się znak odchylenia od równowagi dla składowej urojonej i przekaźnik automatu zostaje uruchomiony. Układy tego typu posiadają dużą zaletę — stabilność pracy, gdyż równowaga układu mostkowego nie zależy od napięć zasilających itp.; wymagana jest tylko dostatecznie duża czułość wzmacniacza napięcia wyjściowego mostka.

Uchyby pomiaru, jakie występują w odchyłowych mostkowych pomiarach tg δ, mogą posiadać dość znaczne wartości, lecz mogą być zmniejszone za pomocą omówionych środków. Na ogół dla kondensatorów o pojemności powyżej 1000 pF i tolerancji $\pm 20\%$, przy częstotliwości ok. 1000 Hz, można uzyskać uchyb wskazania zera różnicy $\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N$ (tj. wskazanie miernika przy $\operatorname{tg}\delta_X - \operatorname{tg}\delta_N = 0$) nie przekraczający wartości $\pm 10^{-4}$, a uchyb odchylenia $\pm 5\%$.

Zakłady Wytwórcze Podzespołów Telekomunikacyjnych w Krakowie

WYKAZ LITERATURY

1. Jellonek A.: Miernictwo radiotechniczne. Warszawa 1952, s. 293—391.
2. Łapiński M.: Detektor fazy i jego zastosowanie w miernictwie. — Prace Instytutu Łączności, I, z. 1, 1954.
3. Polecк H.: Mechanisiertes Abgleichverfahren für Wechselstrom-Messbrücken bei Verwendung phasenabhängiger Nullindikatoren. — Arch. f. Elektr. 28, 1934, s. 492.
4. Rotkiewicz W.: Technika odbioru radiowego, t. II. Warszawa 1954, s. 246—273.
5. Srzednicki J.: Patent PRL 37312.
6. Srzednicki J.: Detektor fazy jako wskaźnik równowagi w pomiarach mostkowych prądu zmiennego. — Rozprawy Elektr., t. I, z. 1, 1955.
7. Srzednicki J.: Zastosowanie lampy oscyloskopowej w odchyłowych pomiarach mostkowych. — Przegl. Telekom., 1956, s. 100.

Я. СШЭДНИЦКИ

ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОТЕРЬ КОНДЕНСАТОРОВ СТРЕЛОЧНЫМИ ПРИБОРАМИ ПО МЕТОДУ МОСТИКА

Резюме

Проведён анализ измерительных возможностей мостиковых стрелочных приборов с фазовыми детекторами в качестве индикаторов выходного напряжения мостика применяемых для измерений коэффициента потерь конденсаторов.

Выходное напряжение мостика с любым соотношением плеч выражено в виде функции разности коэффициентов потерь исследуемого и эталонного конденсаторов, а также относительной разности ёмкости исследуемого конденсатора и его номинальной ёмкости.

Описаны измерительные ошибки вызваны отсутствием точного баланса мостика и способы их уменьшения. Описаны схемы с автоматической электронной компенсацией активной составляющей выходного напряжения мостика. Проведена дискуссия результатов, которые достигаются при введении вспомогательной цепи — „земли Вагнера".

Приведены некоторые замечания относительно практического выполнения приборов со стрелочным индикатором для измерений tg δ методом мостика, а также описан прибор для одновремённого измерения потерь и весьма малых изменений ёмкости конденсаторов с автоматической компенсацией постоянной составляющей мостикового напряжения.

J. SRZEDNICKI

DEFLECTION MEASUREMENTS OF THE POWER FACTOR OF CAPACITORS BY BRIDGE METHODS

Summary

The measuring ability of bridge instruments, with phase detectors as indicators of the bridge output voltage, destined for deflection measurements of the power factor in capacitors, is analysed in the paper.

The output voltage of the bridge with any chosen ratio of the bridge branches is expressed as the difference between power factors of the capacitor tested and a standard capacitor, and as the relative difference between the capacitance of the capacitor tested and its rated capacitance.

Measurement errors caused by the bridge unbalance and methods of their reduction are discussed. Systems for an automatic, electronic compensation of the effective component of the bridge output voltage are described. Advantages to be obtained by the use of an auxiliary Wagner branch are considered.

Some practical remarks on the construction of instruments for deflection bridge measurement of tg δ are presented. An instrument for simultaneous measurements of the power factor and of very small variations of the capacitor capacitance is described, the instrument possessing an automatic compensation device of the effective component of the bridge voltage.

621.352.6

PAWEŁ NOWACKI, ANDRZEJ GÓRSKI, MACIEJ NAŁĘCZ

Ogniwa paliwowe

Rękopis dostarczono 18.1.1957

Omówiono działanie ogniw paliwowych z punktu widzenia odbywających się w nich procesów utleniania i redukcji. Na podstawie ogólnych przesłanek dokonano podziału ogniw paliwowych, a następnie omówiono znane typy ogniw i wskazano na możliwości realizacji nie opracowanych jeszcze, a wymienionych w przeprowadzonej klasyfikacji typów ogniw.

1. RYS HISTORYCZNY

Energię elektryczną z paliw otrzymuje się w dość złożony sposób. Energię chemiczną reakcji spalania paliwa, uzyskaną w postaci energii cieplnej, zamienia się na energię mechaniczną, a tę ostatnią dopiero na energię elektryczną

en. chemiczna → en. cieplna → en. mechaniczna → en. elektryczna.

Temu szeregowi przemian towarzyszą stosunkowo duże straty. W najlepszym przypadku można w ten sposób 35% energii chemicznej paliwa przemienić na energię elektryczną.

Od dawna znany jest sposób bezpośredniej zamiany energii chemicznej na elektryczną przez przeprowadzenie reakcji chemicznej w ogniwie

en. chemiczna → en. elektryczna.

Przemiana taka odbywa się z dużą wydajnością, tak że 90% i więcej energii chemicznej zamienia się w elektryczną.

Do ostatnich jednak czasów nie udało się skonstruować ogniwa, które by działało na zasadzie reakcji spalania paliw takich, jak węgiel, ropa, gaz ziemny, gaz generatorowy, gaz świetlny, biogaz i inne.

Samo zagadnienie budowy takiego ogniwa paliwowego zostało postawione w pierwszej połowie XIX w. przez Davy'ego. Myśl ta była następnie rozwijana przez Ostwalda i jego szkołę i przez innych badaczy w początku XX w. Szereg przeprowadzonych badań doświadczalnych nad ogniwami paliwowymi, mimo pewnych osiągnięć Grovy'ego (1839), Monda

i Langera (1890), nie doprowadził do zbudowania ogniwa, które mogłoby rokować nadzieję zastosowania technicznego. Dopiero w latach trzydziestych ponowiono energiczniejsze badania w tym kierunku; badania te doprowadziły w ciągu dziesięciu lat do opracowania kilku typów ogniw na paliwo gazowe. W obecnej chwili w najlepszych modelach ogniw przy zastosowaniu jako paliwa czystego tlenu i wodoru uzyskuje się przy napięciu 0,8 V gęstość prądu rzędu 1 A/cm^2.

2. ELEKTROCHEMICZNE UJĘCIE REAKCJI UTLENIANIA I REDUKCJI

Utlenianie zgodnie z obecnym poglądem polega na oddawaniu elektronów, redukcja zaś — jako akt przeciwny — polega na przyłączaniu elektronów.

Z tego punktu widzenia procesy zachodzące na elektrodach w czasie elektrolizy czy też na elektrodach w pracującym ogniwie są procesami utleniania w otoczeniu jednej elektrody i jednoczesnej redukcji w otoczeniu drugiej elektrody. W cynkowo-miedziowym np. ogniwie Daniela odbywają się następujące procesy utleniania i redukcji:

$$\text{na katodzie } Zn^0 \rightarrow Zn^{+2} + 2e \text{ utlenianie,} \quad (1)$$

$$\text{na anodzie } Cu^{+2} + 2e \rightarrow Cu^0 \text{ redukcja.} \quad (2)$$

Ogniwo zawdzięcza zatem swą siłę elektromotoryczną reakcji utleniania i redukcji będącej sumą reakcji katodowej i anodowej:

$$Zn^0 + Cu^{+2} \longrightarrow Zn^{+2} + Cu^0 \quad (3)$$

$$2\,e$$

Dwa elektrony przeszły (poprzez obwód zewnętrzny) od każdego utlenianego elektrycznie obojętnego atomu cynku do dwudodatniego kationu miedziowego.

W ogniwie cynowo-żelazowym siła elektromotoryczna powstaje dzięki reakcji utleniania i redukcji

$$Sn^{+2} + 2\,Fe^{+3} \longrightarrow Sn^{+4} + 2\,Fe^{+2}. \quad (4)$$

$$2\,e$$

Reakcje spalania paliw należą do tego samego typu przemian:

$$C^0 + O_2^0 \longrightarrow C^{(+4)}\,O^{(-2)}, \quad (5)$$

$$4\,e$$

$$2\,C^{0} + O_2^{0} \xrightarrow{2\,e} 2\,C^{(+2)}\,O^{(-2)}, \tag{6}$$

$$C^{(+2)}\,O^{(-2)} + 1/2\,O_2^{0} \xrightarrow{2\,e} C^{(+4)}\,O_2^{(-2)}, \tag{7}$$

$$C^{(-4)}\,H_4^{(+1)} + 2\,O_2^{0} \xrightarrow{8\,e} C^{(+4)}\,O_2^{(-2)} + 2\,H_2^{(+1)}\,O^{(-2)}, \tag{8}$$

$$H_2^{0} + O_2^{0} \xrightarrow{2\,e} H_2^{(+1)}\,O_2^{(-1)} \tag{9a}$$

$$H_2^{0} + H_2^{(+1)}\,O_2^{(-1)} \xrightarrow{2\,e} H_2^{(+1)}\,O^{(-2)} \tag{9b}$$

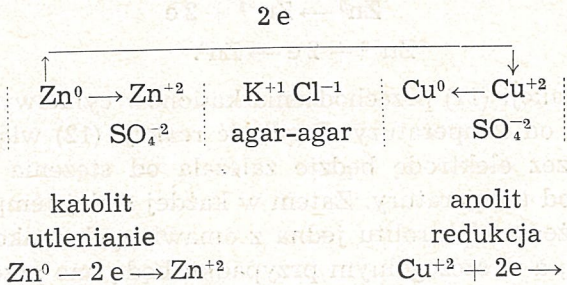
$$2\,H_2^{0} + O_2^{0} \xrightarrow{4\,e} 2\,H_2^{(+1)}\,O^{(-2)}. \tag{9}$$

Reakcję utleniania i redukcji można przeprowadzić umożliwiając bezpośrednie przejście elektronów od atomu do atomu. Zanurzając np. cynk metaliczny Zn^0 do roztworu wodnego siarczanu miedzi przedstawiającego sobą mieszaninę jonów: $Cu^{+2} + SO_4^{-2}$ powodujemy bezpośrednie przejście elektronów od atomów Zn^0 do kationów Cu^{+2}, skutkiem czego przebiegnie reakcja

$$Zn^0 + Cu^{+2} + SO_4^{-2} \xrightarrow{2\,e} Zn^{+2} + Cu^0 + SO_4^{-2}. \tag{10}$$

W wyniku reakcji pozostał siarczan cynku $Zn^{+2} + SO_4^{-2}$ i metaliczna miedź Cu^0.

Reakcję utleniania i redukcji można też przeprowadzić tak, że atomy reagujące nie mają możliwości bezpośredniego zetknięcia się z sobą, a przekazują sobie elektrony poprzez elektrody zanurzone do ich roztworów i poprzez łączący je przewodnik metaliczny



Warunki te uzyskuje się przez oddzielenie od siebie substratów przy pomocy przewodzącej przepony, którą może stanowić agar-agar wysycony wodnym roztworem chlorku potasowego. Dzięki temu w elektrolicie otaczającym katodę — katolicie — odbywa się tylko proces utleniania, z którego zebrane przez katodę elektrony wędrują do anody i w anolicie (elektrolicie otaczającym anodę) umożliwiają proces redukcji.

Każda reakcja utleniania i redukcji może być przeprowadzona w ten sposób i może dostarczyć pracy elektrycznej. Ogniwo elektryczne zawdzięcza zatem swoją siłę elektromotoryczną reakcji utleniania i redukcji. W katolicie odbywa się zawsze reakcja utleniania, a w oddzielonym od niego przeponą anolicie — reakcja redukcji. Elektrony z utleniania zostają zebrane przez katodę i następnie przez przewodnik metaliczny dochodzą do anody, gdzie stanowią źródło elektronów dla reakcji redukcji.

3. PROCESY ELEKTRODOWE

W najprostszym przypadku, gdy elektrodą jest metal zanurzony do roztworu własnej soli, możemy przeprowadzić następujące rozumowanie.

Z chwilą zanurzenia elektrody metalicznej, np. cynkowej, do roztworu wodnego soli, np. siarczanu cynku, rozpoczyna się proces prowadzący do powstania pewnej, ściśle określonej dla danych warunków, różnicy potencjałów między roztworem a elektrodą metaliczną. Istotę tego procesu można dopatrywać się w reakcji wymiany kationów pomiędzy elektrolitem a metalem. W fazie metalicznej ładunek kationów cynkowych Zn^{+2} jest zobojętniony elektronami e^- gazu elektronowego spełniającego rolę czynnika wiążącego w metalu. W roztworze natomiast ładunek kationów cynkowych Zn^{+2} jest zobojętniony ujemnym ładunkiem anionów SO_4^{-2}. Kationy cynkowe fazy metalicznej są silnie związane z elektronami, a zatem możemy je traktować jako elektrycznie obojętne atomy Zn^0. Kationy cynkowe fazy ciekłej istnieją zaś niezależnie od anionów siarczanowych i dlatego będziemy je traktować jako kationy Zn^{+2}.

Wymiana kationów cynkowych pomiędzy elektrodą a roztworem przebiegać będzie w myśl poniższych reakcji utleniania i redukcji

$$Zn^0 \longrightarrow Zn^{+2} + 2\,e \tag{11}$$

$$Zn^{+2} + 2\,e \longrightarrow Zn^0. \tag{12}$$

Prędkość reakcji (11) przechodzenia kationów cynkowych do roztworu będzie zależała od temperatury. Prędkość reakcji (12) wiązania kationów cynkowych przez elektrodę będzie zależała od stężenia tych kationów w roztworze i od temperatury. Zatem w każdej stałej temperaturze w zależności od stężenia elektrolitu jedna z omawianych reakcji będzie przebiegać szybciej, a w szczególnym przypadku będą one przebiegać z pręd-

kością jednakową. Gdy początkowo przeważać będzie prędkość reakcji (11), wówczas na elektrodzie będzie wzrastał ładunek ujemny, a w roztworze ją otaczającym ładunek dodatni, co spowoduje zmniejszanie się prędkości reakcji (11), a zwiększanie się prędkości reakcji (12) aż do zrównania prędkości tych procesów. Gdy początkowo przeważać będzie prędkość reakcji (12), wówczas na elektrodzie będzie wzrastał ładunek dodatni, a w elektrolicie ładunek ujemny, co spowoduje zmniejszenie prędkości reakcji (12), a wzrost prędkości reakcji (11) aż do zrównania się prędkości obydwu przeciwnych sobie procesów.

W obydwu przypadkach zatem na granicy faz tworzy się podwójna warstwa elektryczna związana z wystąpieniem różnicy potencjałów pomiędzy metalem a elektrolitem. Ta różnica potencjałów po zrównaniu się prędkości reakcji (11) i (12), a zatem po dojściu do stanu równowagi, ma pewną dla danych warunków określoną wartość.

Normalnym potencjałem metalu nazywamy równowagową różnicę potencjałów pomiędzy tym metalem a jednomolowym roztworem jego soli (tzn. roztworem, w którym w objętości jednego litra jest zawarty jeden mol tej soli), zmierzoną w stosunku do wzorcowej, tzn. normalnej elektrody wodorowej, której potencjał jest przyjęty za równy zeru.

Proces elektrodowy, któremu zawdzięcza się powstanie potencjału elektrycznego, jest spowodowany reakcją utleniania i redukcji. Dla omawianej elektrody cynkowej na przykład mamy

$$\underset{\text{postać zredukowana (}red\text{)}}{Zn^0} \underset{\text{redukcja}}{\overset{\text{utlenianie}}{\rightleftharpoons}} \underset{\text{postać utleniona (}oks\text{)}}{Zn^{+2} + 2e} \qquad (13)$$

Poniżej zestawiono potencjały normalne ważniejszych metali:

red	*oks*	ne⁻	E_0 woltów
Al^0	Al^{+3}	$3e^-$	— 1,69
Zn^0	Zn^{+2}	$2e^-$	— 0,76
Fe^0	Fe^{+2}	2e	— 0,44
Sn^0	Sn^{+2}	2e	— 0,16
Pb^0	Pb^{+2}	2e	— 0,13
H_2^0	$2\,H^{+1}$	2e	± 0,00
Cu^0	Cu^{+2}	2e	+ 0,35
Ag^0	Ag^{+1}	1e	+ 0,81
Pt^0	Pt^{+1}	2e	+ 1,60

W zestawieniu powyższym znak $\rightleftarrows$ oznacza stan równowagi pomiędzy zredukowanym metalem a jego jonem.

Niekoniecznie jednak postać zredukowana w procesie elektrodowym musi być wolnym metalem i stanowić jednocześnie materiał elektrody. Proces elektrodowy może być oparty na każdej reakcji utleniania i redukcji, nawet takiej, która odbywa się całkowicie w roztworze, byleby tylko do roztworu wprowadzić nieczynną (najczęściej platynową) elektrodę, która w zależności od warunków spełnia rolę źródła albo zbieracza elektronów.

I tak, jeśli zanurzymy elektrodę platynową do roztworu mieszaniny soli: chlorku żelazawego $FeCl_2$ i chlorku żelazowego $FeCl_3$, zawierającego zatem kationy Fe^{+2} i Fe^{+3}, to pomiędzy elektrodą a roztworem powstanie pewna różnica potencjałów. Przy pewnym potencjale uzyskanym przez elektrodę metaliczną dochodzi do dynamicznej równowagi, polegającej na zrównaniu się szybkości reakcji:

$$Fe^{+2} \longrightarrow Fe^{+3} + e^- \qquad (14)$$

z reakcją:

$$Fe^{+3} + e^- \longrightarrow Fe^{+2}. \qquad (15)$$

Obie te reakcje odbywają się na powierzchni platyny czerpiąc z niej i oddając jej elektrony.

Poniżej zestawiono potencjały normalne przemian utleniania i redukcji dotyczących reakcji pośrednich przy spalaniu wodoru oraz kilku innych, które mają pewne znaczenie w ogniwach paliwowych.

red $\rightleftarrows$	*oks* $+ ne^-$	E_0 woltów
Sn^{+2}	$Sn^{+4} + 2e^-$	$+ 0{,}13$
Fe^{+2}	$Fe^{+3} + 1e^-$	$+ 0{,}75$
$3\,Br^{-1}$	$Br_3^{-1} + 2e^-$	$+ 1{,}05$
$2\,Br^{-1}$	$Br_2 + 2e$	$+ 1{,}07$
$2\,OH^{-1} + CH_4$	$CH_3OH + H_2O + 2e$	$- 0{,}25$
H_2O_2	$O_2 + 4H^{+1} + 2e^-$	$+ 0{,}68$
$2\,H_2O$	$O_2 + 4H^{+1} + 4e^-$	$+ 1{,}23$
$2H_2O$	$H_2O_2 + 2H^{+1} + 2e^-$	$+ 1{,}77$
$O_2 + H_2O$	$O_3 + 2H^{+1} + 2e^-$	$+ 2{,}07$
H_2O	$OH + H^{+1} + e^-$	$+ 2{,}2$
H_2O	$O + 2H^{+1} + 2e$	$+ 2{,}42$
$H_2 + 2\,OH^{-1}$	$2H_2O + 2e$	$- 0{,}82$
$OH^{-1} + HO_2^{-1}$	$O_2 + H_2O + 2e$	$- 0{,}076$

red	$\rightleftarrows$	*oks* + ne^-	E_0 woltów
$4\,OH^{-1}$		$O_2 + 2H_2O + 4e$	+ 0,42
$3\,OH^{-1}$		$H_2O^{-1} + H_2O + 2e$	+ 0,88
$2\,OH^{-1} + O_2$		$O_3 + H_2O + 2e$	+ 1,24
OH^{-1}		$OH + e$	+ 1,4

Potencjał elektrody redoksonowej wyraża się wzorem

$$\pi = \pi_0 - \frac{RT}{zF} \ln \frac{a_{red}}{a_{oks}}, \tag{I}$$

gdzie:

π — potencjał elektrody,
π_0 — potencjał normalny elektrody,
R — stała gazowa,
T — temperatura bezwzględna,
F — stała Faradaya,
z — liczba elektronów biorących udział w jednostkowej przemianie elektrodowej,
a — aktywność stężeniowa; $a = c \cdot f$, gdzie c — stężenie, f — współczynnik aktywności.

W przypadku elektrody, w której postać utleniona jest wolnym pierwiastkiem o aktywności

$$a_{oks} = 1,$$

mamy

$$\pi = \pi_0 - \frac{RT}{zF} \ln a_{red}. \tag{II}$$

W przypadku elektrody, w której postać zredukowana jest wolnym pierwiastkiem o aktywności

$$a_{red} = 1,$$

mamy

$$\pi = \pi_0 - \frac{RT}{zF} \ln \frac{1}{a_{oks}}. \tag{III}$$

4. OGNIWA

Ogniwo jest układem dwóch elektrod o jednakowych lub zwartych przez przeponę różnych elektrolitach. Jeśli poza potencjałami elektrod nie występują w ogniwie żadne inne różnice potencjałów, to wówczas siła elektromotoryczna jest różnicą potencjałów elektrod

$$E = \pi_1 - \pi_2. \tag{IV}$$

Zwarcie elektrod przewodnikiem metalicznym spowoduje przepływ elektronów od elektrody o niższym potencjale do elektrody o wyższym potencjale (odwrotnie do kierunku prądu elektrycznego), co z kolei zakłóci równowagę pomiędzy elektrodami a elektrolitem. Odpływ elektronów z elektrody spowoduje takie zakłócenie równowagi, że elektrony będą dostarczane na elektrodę, a więc w elektrolicie będzie zachodziło utlenianie. Elektrony przepływające na drugą elektrodę będą tam z kolei zakłócały równowagę w przeciwnym kierunku, tak że elektrony będą pobierane przez jony elektrolitu, w którym będzie zachodziła redukcja. W sumie przepływ prądu w obwodzie zewnętrznym będzie się odbywał dzięki reakcji utleniania i redukcji, zachodzących jednocześnie na katodzie i na anodzie.

5. OGNIWA PALIWOWE

Ogniwa paliwowe są to ogniwa, w których siła elektromotoryczna pochodzi z reakcji utleniania i redukcji przeprowadzanych w przemyśle w celu uzyskania energii. Może to być więc reakcja spalania węgla, reakcja spalania tlenku węgla, wodoru, metanu. Poza tym ogniwa te w zasadzie nie różnią się od innych ogniw, w których siła elektromotoryczna powstaje dzięki reakcji utleniania i redukcji.

Ogniwa paliwowe można podzielić na dwie zasadnicze klasy, mianowicie na ogniwa bezpośrednie i pośrednie. W pierwszych reakcją ogniwa jest bezpośrednio reakcja spalania paliwa. W ogniwie tlenowowodorowym np. na elektrodzie ujemnej odbywa się proces utleniania

$$H_2 + 2\,OH^{-1} \longrightarrow H_2O + 2e\,, \tag{16}$$

a na elektrodzie dodatniej odbywa się proces redukcji

$$O + H_2O + 2e \longrightarrow 2\,OH^{-1}. \tag{17}$$

Sumarycznie reakcja ogniwa polega na utlenianiu wodoru i redukcji tlenu w myśl równania

$$H_2 + 1/2\,O_2 \longrightarrow H_2O\,. \tag{18}$$

Drugim typem ogniw paliwowych będą ogniwa pośrednie, w których paliwo, np. tlen i wodór, są zużywane jedynie do regeneracji wyczerpujących się składników ogniwa pracującego na zasadzie innej reakcji utleniania i redukcji. W ogniwie cynowo-bromowym na przykład, na elektrodzie ujemnej odbywa się proces

$$Sn^{+2} \longrightarrow Sn^{+4} + 2e\,. \tag{19}$$

W czasie pracy ogniwa kationy cynawe Sn^{+2} przechodzą w kationy cynowe Sn^{+4}. Ogniwo będzie działać zatem tak długo, dopóki zapas kationów cynawych nie zostanie wyczerpany, co oczywiście następuje stosunkowo szybko. Aby utrzymać ogniwo w działaniu, należy elektrolit redukować tak, żeby kationy cynowe Sn^{+4} z powrotem przechodziły w cynawe Sn^{+2}. Do takiej redukcji można stosować wodór, który będzie reagował w myśl równania

$$Sn^{+4} + 2\,H^0 \longrightarrow Sn^{+2} + 2\,H^{+1}. \tag{20}$$

Jeśli ten proces będziemy prowadzili w roztworze, do którego jest zanurzona elektroda, to elektrolit będzie stale regenerowany, przy czym bilansowo zużywać się będzie wodór przechodząc ze stanu wolnego w stan jonowy

$$H^0 \longrightarrow H^{+1}. \tag{21}$$

Drugą elektrodą w takim ogniwie może być elektroda bromowa, której działanie opiera się na reakcji

$$Br_2 + 2e \longrightarrow 2\,Br^{-1}. \tag{22}$$

Elektroda ta pracuje dzięki tworzeniu się z wolnego bromu Br^0 jednoujemnych anionów bromkowych i jeśli poddawać by ją podobnie jak elektrodę cynową ciągłej regeneracji tlenem w myśl reakcji

$$2\,Br^{-1} + 1/2\,O_2 \longrightarrow Br_2{}^0 + O^{-2}, \tag{23}$$

to wówczas zużyciu będzie ulegał jedynie tlen, zgodnie z reakcją

$$1/2\,O_2{}^0 \longrightarrow O^{-2}. \tag{24}$$

W rezultacie reakcje regeneracji katolitu i anolitu łączą się z sobą w jedną reakcję utleniania i redukcji, której ogniwo zawdzięcza ciągłość swego działania.

Reakcja ta przebiega według równania

$$H_2 + 1/2\,O_2 \longrightarrow \underbrace{2\,H^{+1} + O^{-2}}_{H_2O}. \tag{25}$$

Największe trudności w konstrukcji ogniw paliwowych polegają na tym, że najtańsze paliwo, jakim jest węgiel, nie tworzy jonów. Inne paliwa pochodne węgla (otrzymywane przez jego zgazowanie), jak tlenek węgla CO i wodór H_2 również dość trudno przechodzą w stan jonowy.

6. PODZIAŁ OGNIW PALIWOWYCH

Typ ogniwa i jego budowa wynikają przede wszystkim z następujących zasadniczych założeń:

— źródło siły elektromotorycznej (bezpośrednio z paliwa albo przez reakcję pośrednią),

— typ elektrolitu (roztwór w cieczy, roztwór w skroplonym gazie, roztwór w stopionej soli),

— stan skupienia paliwa (stały, ciekły, gazowy),

— dobór ciśnienia i temperatury (w dużej mierze określony poprzednimi założeniami).

Jeśli pod uwagę weźmiemy jedynie możliwość zastosowania węgla jako paliwa i gazów palnych pochodzących ze zgazowania węgla, to wówczas dojdziemy do następujących zasadniczych typów ogniw paliwowych:

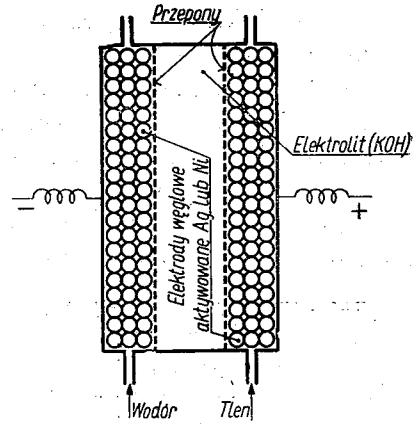
1. Ogniwa bezpośrednie
   - 1.1. Ogniwa z wodnym roztworem elektrolitu
     - 1.1.1. Ogniwa gazowe
     - 1.1.2. Ogniwa na paliwo stałe
   - 1.2. Ogniwa z niewodnym roztworem elektrolitu
     - 1.2.1. Ogniwa gazowe
     - 1.2.2. Ogniwa na paliwo stałe
   - 1.3. Ogniwa ze stopionym elektrolitem
     - 1.3.1. Ogniwa gazowe
     - 1.3.2. Ogniwa na paliwo stałe
2. Ogniwa pośrednie
   - 2.1. Ogniwa z wodnym roztworem nieorganicznego układu red-oks
     - 2.1.1. Ogniwa gazowe
     - 2.1.2. Ogniwa na paliwo stałe
   - 2.2. Ogniwa z roztworem organicznego układu red-oks
     - 2.2.1. Ogniwa gazowe
     - 2.2.2. Ogniwa na paliwo stałe
   - 2.3. Ogniwa w hydropodobnym roztworze układu red-oks, jak np. w ciekłym amoniaku
     - 2.3.1. Ogniwa gazowe
     - 2.3.2. Ogniwa na paliwo stałe.

Spośród wymienionych typów ogniw, które w zasadzie wyczerpują wszystkie ważniejsze możliwości, dokładnie zbadano i pozytywne wyniki osiągnięto jedynie dla typu wymienionego w punkcie 1.1.1.

Pewne powodzenie osiągnięto z ogniwami typu podanego pod 1.3.1. Przeprowadzono próby wstępne z ogniwami wymienionymi pod 1.3.2., 2.1.1., 2.1.2.

7. OMÓWIENIE WYNIKÓW BADAŃ NAD OGNIWAMI WEDŁUG WPROWADZONEGO PODZIAŁU

Ad 1.1.1. Najlepiej opracowanymi do tej pory ogniwami są ogniwa, których siła elektromotoryczna pochodzi bezpośrednio z reakcji spalania paliwa gazowego w wodnym roztworze elektrolitu. Niskociśnieniowe ogniwo tego typu zostało po raz pierwszy dokładniej badane przez Monda i Langera w roku 1889 i stało się podstawą do prac Daftjana, który w roku 1947 skonstruował udany prototyp ogniwa tlenowo-wodorowego. Schemat ogniwa Daftjana przedstawiono na rys. 1. Wodór jest doprowadzony do elektrody węglowej nasyconej srebrem w stosunku 10 : 1. Tlen jest doprowadzony do elektrody nasyconej niklem w stosunku 10 : 1.



Rys. 1. Schemat niskociśnieniowego tlenowo-wodorowego ogniwa Daftjana

Aby otrzymać takie katalityczne elektrody, należy najpierw wprowadzić do węgla roztwór soli ciężkiego metalu (niklu albo srebra), najlepiej w postaci azotanu, który później rozkłada się do tlenku przez ogrzewanie w temperaturze 350÷400 °C. Otrzymane na powierzchni węgla tlenki redukuje się bardzo powoli wodorem gazowym. Pomiędzy tak sporządzonymi elektrodami znajduje się elektrolit, którym jest 35-procentowy roztwór wodorotlenku sodowego. Elektrolit jest oddzielony od anody i od katody błonami półprzepuszczalnymi lub cieniutką warstewką parafiny. Teoretyczna siła elektromotoryczna tego ogniwa wynosząca 1,23 V nie została osiągnięta i w najlepszym przypadku osiągała 1,12 V. Przy gęstości prądu 35 mA/cm^2 napięcie spadało do 0,75 V.

Bliższe badania nad ogniwem typu Daftjana przeprowadził Adams wskazując, że ogniwo takie nie będzie zbyt długotrwałe. Obecność dwutlenku węgla czy w wodorze, czy w tlenie będzie wyczerpywać alkaliczny elektrolit. Katalitycznie działające elektrody będą ulegały zatruciu pod wpływem działania różnych substancji, a z biegiem czasu będą tracić swą aktywność katalityczną skutkiem rekrystalizacji. Adams stwierdził, że ogniwo typu Daftjana może pracować w ciągu 100 dni. Przez pierwsze 30 godzin od uruchomienia ogniwa obserwuje się wzrost napięcia, które przy gęstości prądu 0,5 mA/cm^2 osiąga wartość około 0,7 V. Po 100 dniach obserwowano powolny, a po 118 dniach raptowny spadek napięcia. Po 121 dniach ogniwo przestawało działać.

Siła elektromotoryczna ogniwa tlenowo-wodorowego w założeniu, że na elektrodzie tlenowej odbywa się reakcja

$$O_2 + 2H_2O + 4e \longrightarrow 4OH^{-1},$$

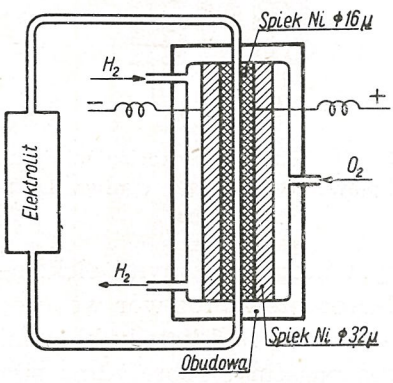
wynosi 1,23 V. Gdyby jednak założyć, że na elektrodzie tlenowej przebiega proces

$$O_2 + H_2O + 2e \longrightarrow H_2O^{-1} + OH^{-1},$$

wówczas siła elektromotoryczna tego ogniwa wyniesie 0,87 V. Otrzymana więc siła elektromotoryczna w ogniwie Daftjana byłaby bliska teoretycznej.

Działanie węglowych elektrod katalitycznych nasycanych różnymi metalami i tlenkami badali Kordesch i Marko. Doszli oni do wniosku, że można będzie otrzymać elektrody dużo bardziej wydajne od stosowanych przez Daftjana.

Ogniwem należącym w zasadzie do tego samego typu jest wysokociśnieniowe ogniwo tlenowo-wodorowe Bacona, którego schemat przedstawiono na rys. 2. Elektrody są zbudowane z porowatego spieku niklowego o średnicy porów 30 μ. Elektrody są aktywowane przez nasycenie azotanem niklu, który po termicznym rozkładzie jest redukowany wodorem. Pomiędzy elektrodami znajduje się roztwór wodny elektrolitu (27-procentowy KOH), do którego elektrody zwrócone są drobnoporowatą warstewką niklu. Wodór i tlen doprowadza się pod ciśnieniem 42÷52 at, a całość utrzymuje się w temperaturze 140÷240 °C. Siła elektromotoryczna tego ogniwa wynosi 1,05 V, a więc jest bliska wartości teoretycznej. Ogniwo to daje pokaźne gęstości prądu, które wynoszą:



Rys. 2. Schemat ogniwa tlenowo-wodorowego Bacona

A/cm²	V	A/cm²	V
1,08	0,6	0,41	0,8
0,72	0,7	0,16	0,9

Opór wewnętrzny ogniwa Bacona jest mniejszy od 0,5 Ω/cm².

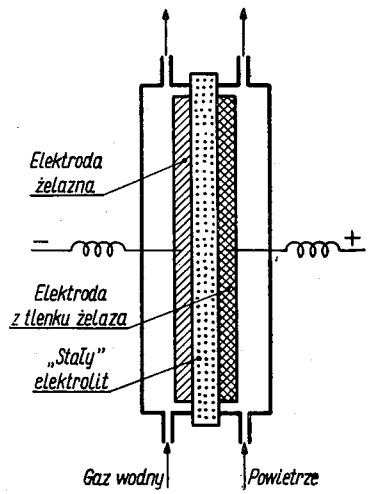
Siła elektromotoryczna ogniwa Bacona maleje w czasie wskutek utleniania się powierzchni elektrody tlenowej. Stanowi to podstawową wadę tego ogniwa.

Szersze zastosowanie opisanych ogniw w tej chwili jest ograniczone wysoką ceną czystego, sprężonego wodoru i czystego tlenu. Obliczono, że

jedna kilowatogodzina wyprodukowana w ogniwie paliwowym z wodoru otrzymanego z węgla przez zgazowanie parą wodną będzie kosztowała co najmniej dziesięciokrotnie więcej niż jedna kilowatogodzina otrzymana z węgla dotychczasowym sposobem.

Ad 1.1.2. Nie wydaje się możliwe zbudowanie bezpośredniego ogniwa na paliwo stałe w roztworze wodnym, ponieważ węgiel nie przechodzi w stan jonowy.

Ad 1.2. Dziedzina ogniw z niewodnym roztworem elektrolitu jest zupełnie nie zbadana. Można by tu brać pod uwagę możliwości zastosowania polarnych rozpuszczalników organicznych, które mogą dać pewne rezultaty w ogniwach gazowych (nie należy spodziewać się możliwości ich zastosowania do ogniw na paliwo stałe z powodów omówionych w p. 1.1.2). Zupełnie nowe możliwości natomiast mogą powstać z zastosowania roztworów elektrolitów w skroplonych gazach, takich jak NH_3 i SO_2. Stwierdzone fakty dysocjacji na jony w ciekłym amoniaku acetylenu i szeregu innych związków organicznych, rozpuszczania się metali alkalicznych i inne, pozwalają spodziewać się bardzo wiele po zastosowaniu ciekłego amoniaku jako środowiska dla elektrolitu.



Rys. 3. Schemat ogniwa gazowego Daftjana ze stopionym elektrolitem

Ad 1.3.1. Ogniwo gazowe ze stopionym elektrolitem było przedmiotem zainteresowań wielu badaczy. Zasadnicze trudności jednak pokonał dopiero Daftjan, który opracował ogniwo przedstawione schematycznie na rys. 3. Pomiędzy elektrodą żelazną dla paliwa gazowego a elektrodą z tlenku żelaza dla powietrza znajduje się stopiony węglan sodowy z domieszką szkła. Najlepsze wyniki osiągnięto w temperaturze 700 °C. Siła elektromotoryczna wynosi w tych warunkach 0,85 V dla ogniwa na gaz wodny ($H_2 + CO$), a gęstość prądu 32 mA/cm^2 przy napięciu 0,75 V. Ogniwo to jednak po 20 godzinach przestaje działać. Trudno było ustalić, czy spadek siły elektromotorycznej był spowodowany zmianami w elektrolicie, czy też zmianami elektrod metalicznych.

Gorin ulepszył ogniwo Daftjana łącząc je z fluidyzacyjnym generatorem gazu wodnego, którym jest napędzane ogniwo. Największa trudność w zbudowaniu ogniwa gazowego ze stopionym elektrolitem polega na dobraniu odpowiednich materiałów zarówno na elektrody, jak i na obudowę, by nie ulegały one niszczeniu pod wpływem stopionej soli. Poważną trud-

ność stanowią też zmiany zachodzące w samej soli pod wpływem wysokiej temperatury.

Ad 2.1.1. Ogniwa pośrednie z wodnym roztworem nieorganicznego układu red-oks na paliwo gazowe są w tej chwili przedmiotem ożywionych badań w wielu pracowniach. Nie opublikowano jednak jeszcze dotąd żadnych wyników.

Ad 2.1.2. Ogniwa pośrednie na paliwo stałe z wodnym roztworem nieorganicznego układu red-oks zdają się rokować pewne nadzieje, zwłaszcza od czasu gdy stwierdzono, że Br^0 dość łatwo redukuje się węglem do Br^{-1}, co stwarza możliwości regeneracji katolitu paliwem stałym. Zbadanie pod tym względem innych układów red-oks może przynieść zupełnie nieoczekiwane wyniki.

Ad 2.2. Ogniwa pośrednie z organicznym układem red-oks są zupełnie nie zbadane i wymagają dokładnego przestudiowania nie tylko w środowisku wodnym, lecz i w rozpuszczalnikach organicznych.

Ad 2.3. Ogniwa pośrednie w hydropodobnych środowiskach skroplonych gazów, takich jak amoniak i dwutlenek siarki stanowią zagadnienie zupełnie otwarte. Omawiane w punkcie 1.2. właściwości takich środowisk wskazują na istnienie tu zupełnie nowych możliwości.

8. WNIOSKI

Najlepiej dotąd opracowane ogniwo Bacona na wodór i tlen może znaleźć zastosowanie dopiero po odpowiednim przedłużeniu jego żywotności i po zmodyfikowaniu go w kierunku zastosowania jako paliwa nie oczyszczonego gazu wodnego; w obecnym stanie możliwość taka będzie trudna do zrealizowania ze względu na katalityczny charakter elektrod.

Wieloletnie tradycje dorobku naukowego Daftjana i Bacona w dziedzinie bezpośrednich ogniw gazowych i ogrom pracy włożony w to zagadnienie doprowadziły w rezultacie do poważniejszych osiągnięć na tym odcinku ogniw paliwowych.

Wielokrotnie ponawiane próby konstrukcji ogniw paliwowych ze stopionym elektrolitem mimo ich fragmentaryczności wykazały jednak istnienie takich trudnych zagadnień, których możliwości rozwiązania są niewielkie.

Badania należałoby skierować w podjętej już dziedzinie ogniw pośrednich, a zwłaszcza w dziedzinie niewodnych elektrolitów i organicznych układów redoksonowych.

Na zbadanie zasługują również ogniwa z amoniakalnym roztworem elektrolitu.

Zakład Elektrotechniki Polskiej Akademii Nauk

WYKAZ LITERATURY

1. Adams A. M.: Journal J. E. E. 1, 7, 1956.
2. Adams A. M.: Archiv f. En. Wirtsch. A. E. G., Zeitungsdienst 442, 1955; Archiv f. En. Wirtsch. A. E. G. Zeitungsdienst 402, 1955.
3. Bacon F. T.: Beama Journal 61, 6, 1954.
4. Materiały z piątej światowej konferencji energetycznej. Wiedeń 1956.
5. Glastone S.: Wstęp do elektrochemii. P. W. N., Warszawa 1956.

П. НОВАЦКИ, А. ГУРСКИ, М. НАЛЭНЧ

ТОПЛИВНЫЕ ГАЛЬВАНИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Резюме

Описано действие топливных элементов из точки зрения происходящих внутри них процессов окисления и восстановления. На основании общих предпосылок проведена классификация топливных элементов, описаны известные типы элементов и указаны возможности осуществления неразработанных ещё типов элементов результирующих из произведенной классификации.

P. NOWACKI, A. GÓRSKI, M. NAŁĘCZ

FUEL CELLS

Summary

The operation of fuel cells is discussed from the point ov view of reduction and oxidation processes occurring in these cells. The fuel cells are classified on the basis of general premisses; the known types of cells are discussed and the possibility of constructing new types of cells resulting from this classification, and not elaborated up till now, is considered.

621. 314. 21

ZBIGNIEW KOWALSKI

Schematy i oporności zastępcze transformatorów pracujących w układzie przesyłowym typu „cztery przewody – ziemia" dla składowych symetrycznych grupowych

Rękopis dostarczono 18.4.1957

Po sprecyzowaniu celu pracy podano ogólne równania napięć i prądów w układzie składowych symetrycznych grupowych w odniesieniu do linii napowietrznej typu „cztery przewody — ziemia" (CPZ). W oparciu o te równania i na podstawie ogólnych równań transformatora wyprowadzono zależności podstawowe dla składowych grupowych strat napięcia w transformatorach dwu- i trójuzwojeniowych, pracujących w układzie przesyłowym typu CPZ. Zależności te są podstawą wyznaczania schematów zastępczych i obliczania oporności zastępczych transformatorów dla składowych symetrycznych grupowych napięcia i prądu poszczególnych kolejności. W pracy podano zarówno te schematy, jak i wzory na wymienione oporności w zależności od oporności zwarcia transformatorów. Rozważono przypadek ogólny, gdy w stacji transformatorowej od strony linii typu CPZ znajdują się urządzenia (np. dławiki) do kompensacji asymetrii napięć w układzie przesyłowym wymienionego typu. Podano również zależności na składowe grupowe prądów w fazach sieci normalnej połączonej z układem typu CPZ dla różnych grup i układów połączeń transformatorów.

1. WSTĘP — CEL PRACY

Obliczanie niesymetrycznych linii typu „cztery przewody — ziemia" (w skrócie: CPZ), szczególnie w stanach awaryjnych (zwarcia, przerwy w przewodach), lub sieci, w których pracują linie tego typu, znacznie się upraszcza, jeżeli obliczenia przeprowadzić matodą składowych symetrycznych grupowych.

Składowe symetryczne grupowe prądów przepływają przez różne elementy sieci, przy czym w ogólnym przypadku wszystkie z nich płyną przez przewody linii CPZ i przez uzwojenia transformatorów połączonych z linią CPZ, a składowe kolejności 01 i 11 płyną także w części trójfazowej sieci. Obliczanie układów przesyłowych typu CPZ metodą składowych symetrycznych grupowych wymaga znajomości metod obliczeń

oporności zastępczych wszystkich elementów sieci, przez które przepływają składowe symetryczne grupowe prądów.

Celem niniejszej pracy jest podanie zasad obliczeń oporności zastępczych transformatorów pracujących w systemie CPZ oraz podanie ich schematów zastępczych dla składowych symetrycznych grupowych.

2. OGÓLNE RÓWNANIA NAPIĘĆ I PRĄDÓW W UKŁADZIE SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH GRUPOWYCH W ODNIESIENIU DO LINII TYPU CPZ

Sposób przesyłu energii w układzie typu CPZ został podany przez Andriejewa [1] i Filsztinskiego [3].

Na rys. 1 podany jest schemat układu przesyłowego typu CPZ. Układ ten składa się z dwóch par transformatorów na początku i końcu linii oraz z czterech przewodów. Jedna z faz transformatorów po stronie linii jest uziemiona. Uzwojenia każdej pary transformatorów na obu końcach układu przesyłowego od strony sieci normalnej (trójfazowej trój- lub dwuprzewodowej) połączone są równolegle. Cechą charakterystyczną i zaletą układu typu CPZ jest to, że w przypadku symetrii prądowej w linii CPZ przez ziemię pod tą linią prąd nie płynie. Taki stan uzyskuje się dzięki wyborowi odpowiedniej grupy połączeń transformatorów odpowiednio na obu końcach linii. Jeżeli przez H_1 oznaczymy grupę połączeń (w godzinach umownych) jednego transformatora, zaś przez H_2 drugiego takiego samego transformatora odpowiednio na początku i końcu układu przesyłowego, wówczas aby w warunkach symetrii prądowej nie płynął prąd przez ziemię, musi być spełniony warunek

$$H_2 = H_1 + 6\,.$$

W układzie typu CPZ spełnione są następujące równania:

$$\left.\begin{aligned} I_a + I_b + I_e^{1}) &= 0,\\ I_c + I_d + I_f &= 0,\\ I_a + I_b + I_c + I_d + I_g &= 0,\\ I_g &= I_e + I_f\,. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Prądy we wzorach (1) oznaczone są na rys. 1.

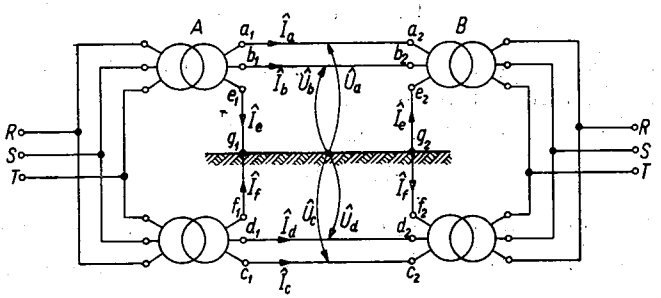
W warunkach symetrii prądowej słuszne są następujące zależności:

$$\left.\begin{aligned} &I_a = I_a, \quad I_b = a^2 I_a, \quad I_e = a I_a,\\ &I_c = I_c, \quad I_d = a^2 I_c, \quad I_f = a I_c,\\ \text{oraz}\quad &I_c = -I_a, \quad I_d = -I_b, \quad I_f = -I_e\\ \text{i}\quad &I_g = 0, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

[1]) Wszystkie wielkości prądów (I), napięć (U) i oporności pozornych (Z) w pracy są wielkościami zespolonymi.

gdzie a — operator charakterystyczny składowych symetrycznych trójfazowych.

Prądy i napięcia fazowe w linii typu CPZ można rozłożyć na składowe symetryczne grupowe kolejności 01, 00, 11 i 10 [2].



Rys. 1. Schemat układu przesyłowego typu „cztery przewody — ziemia"

Jeżeli przez A, B, C i D oznaczymy odpowiednie napięcia fazowe lub prądy w fazach linii CPZ, zaś przez A_{01}, A_{00}, A_{11}, A_{10} — ich składowe symetryczne grupowe przyporządkowane fazie podstawowej „a", wówczas możemy napisać następujące równanie macierzowe:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & 1, & -1, & -1 \\ -1, & 1, & -1, & 1 \\ -1, & 1, & 1, & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{01} \\ A_{00} \\ A_{11} \\ A_{10} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Macierz

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 1, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & 1, & -1, & -1 \\ -1, & 1, & -1, & 1 \\ -1, & 1, & 1, & -1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

nazywa się macierzą operatorową składowych symetrycznych grupowych. Podobnie za pomocą równania macierzowego można przedstawić zależność składowych symetrycznych grupowych fazy podstawowej w funkcji wielkości fazowych A, B, C i D:

$$\begin{bmatrix} A_{01} \\ A_{00} \\ A_{11} \\ A_{10} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1, & 1, & -1, & -1 \\ 1, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & -1, & -1, & 1 \\ 1, & -1, & 1, & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \tag{5}$$

Macierz

$$\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} 1, & 1, & -1, & -1 \\ 1, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & -1, & -1, & 1 \\ 1, & -1, & 1, & -1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

powstaje z macierzy $\mathbf{S}_1$ przez przestawienie drugiego wiersza z pierwszym i drugiej kolumny z pierwszą.

Oczywiście jest słuszne równanie

$$\mathbf{S}_2 = 4\mathbf{S}_1^{-1} \tag{7}$$

Składowe symetryczne grupowe prądów poszczególnych kolejności w poszczególnych fazach linii CPZ spełniają następujące zależności:

$$\left.\begin{array}{llll} I_{a_{01}} = I_{a_{01}}, & I_{a_{00}} = I_{a_{00}}, & I_{a_{11}} = I_{a_{11}}, & I_{a_{10}} = I_{a_{10}} \\ I_{b_{01}} = I_{a_{01}}, & I_{b_{00}} = I_{a_{00}}, & I_{b_{11}} = -I_{a_{11}}, & I_{b_{10}} = -I_{a_{10}} \\ I_{c_{01}} = -I_{a_{01}}, & I_{c_{00}} = I_{a_{00}}, & I_{c_{11}} = -I_{a_{11}}, & I_{c_{10}} = I_{a_{10}} \\ I_{d_{01}} = -I_{a_{01}}, & I_{d_{00}} = I_{e_{00}}, & I_{d_{11}} = I_{a_{11}}, & I_{d_{10}} = -I_{a_{10}} \end{array}\right\} \tag{8}$$

Oczywiście analogiczne zależności można napisać w odniesieniu do składowych symetrycznych grupowych napięć fazowych linii CPZ poszczególnych kolejności.

Jeżeli znane są prądy fazowe oraz napięcia fazowe w linii typu CPZ, pozostałe wielkości: prąd w ziemi i napięcia międzyprzewodowe w linii można określić w sposób elementarny.

Podane wyżej związki są podstawą teorii błędów w układzie przesyłowym typu CPZ. Obliczanie oporności zastępczych transformatorów pracujących w tym układzie jest fragmentem tej teorii.

3. OPORNOŚCI I SCHEMATY ZASTĘPCZE TRANSFORMATORÓW DLA SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH GRUPOWYCH

3.1. Uwagi ogólne. Założenia

Składowe symetryczne grupowe prądów przepływając przez uzwojenia transformatorów pracujących w układzie przesyłowym typu CPZ wywołują w nich odpowiednie straty napięcia.

Oznaczmy przez: $U_{a_{mn}}$, $U_{b_{mn}}$, $U_{c_{mn}}$, $U_{d_{mn}}$ — składowe symetryczne grupowe kolejności mn ($m = 0$ i 1, $n = 0$ i 1) strat napięcia w transformatorach, wywołane przepływem przez nie prądów składowych symetrycznych grupowych kolejności mn ($I_{a_{mn}}, I_{b_{mn}}, I_{c_{mn}}, I_{d_{mn}}$), przyporządkowanych odpowiednim fazom układu CPZ.

Oporności transformatora dla składowych symetrycznych grupowych napięcia i prądu określimy z zależności:

$$\left.\begin{aligned} Z_{a_{mn}} &= \frac{U_{a_{mn}}}{I_{a_{mn}}}, \\ Z_{b_{mn}} &= \frac{U_{b_{mn}}}{I_{b_{mn}}}, \\ Z_{c_{mn}} &= \frac{U_{c_{mn}}}{I_{c_{mn}}}, \\ Z_{d_{mn}} &= \frac{U_{d_{mn}}}{I_{d_{mn}}}. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Na podstawie równań (8) dotyczących prądów i podobnych równań w odniesieniu do napięć otrzymuje się:

$$Z_{a_{mn}} = Z_{b_{mn}} = Z_{c_{mn}} = Z_{d_{mn}} = Z_{mn} \tag{10}$$

Z zależności (10) wynika, że w celu obliczenia oporności zastępczych transformatorów pracujących w układzie przesyłowym typu CPZ dla składowych symetrycznych grupowych napięcia i prądu danej kolejności wystarczy rozważyć stosunek składowej grupowej strat napięcia i składowej grupowej prądów tej kolejnśoci w fazie podstawowej (faza „a").

Składowe grupowe prądów poszczególnych kolejności dopływające z linii CPZ do transformatorów lub odwrotnie spełniają następujące oczywiste zależności:

$$\left.\begin{aligned} I_{a_{mn}} + I_{b_{mn}} + I_{e_{mn}} &= 0, \\ I_{c_{mn}} + I_{d_{mn}} + I_{f_{mn}} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Równania (11) pozwalają stwierdzić, że niezależnie od typu transformatorów (rdzeniowe, płaszczowe, transformatory trójfazowe, zespoły trójfazowe złożone z trzech transformatorów jednofazowych, pięcio- i czterokolumnowe, dwuuzwojeniowe, trój- i czterouzwojeniowe) i niezależnie od ich układu połączeń — strumień główny w transformatorze każdej kolejności będzie zamykał się przez żelazo jarzma lub jarzma i kolumn. Amperozwoje stron pierwotnej i wtórej będą skompensowane. Konsekwencją tego jest stosunkowo duża oporność magnesująca $X_{\mu_{mn}}$ i stosunkowo mały prąd magnesujący $I_{\mu_{mn}}$. Oporność $X_{\mu_{mn}}$ jest co najmniej kilkadziesiąt razy większa od oporności zwarcia transformatora i może być pominięta w obliczeniach oporności zastępczych dla składowych symetrycznych grupo-

wych. Podobnie można pominąć w obliczeniach prąd magnesujący $I_{u_{mn}}$ lub ogólnie prąd biegu jałowego $I_{0_{mn}}$, którego wartość wynosi kilka procent prądu znamionowego transformatora.

Do dalszych rozważań przyjmiemy następujące oznaczenia i założenia:

$\vartheta = \frac{z_1}{z_1}$ — przekładnia zwojowa transformatora dwuuzwojeniowego.

Składowe symetryczne prądów w uzwojeniach połączonych z linią CPZ oznaczać będziemy indeksem „1", w pozostałych uzwojeniach od strony sieci trójfazowej — indeksem „2" (transformator dwuuzwojeniowy) lub „2" i „3" (transformator trójuzwojeniowy). Znaczkiem „prim" oznaczać będziemy wielkości sprowadzone na jedną stronę transformatora (stronę „1"; zakładamy tu, że strona „1" jest stroną pierwotną transformatora z wyjątkiem układu na rys. 5). Znak prądów stron „2" lub „2" i „3" sprowadzonych do strony „1" przyjmujemy taki sam jak znak prądu strony „1" (przy założeniu grupy połączeń o przesunięciu $H = 0$ h). Kierunek składowych grupowych prądów każdej kolejności w fazie podstawowej jest zgodny z kierunkiem przepływu energii w linii. Przedmiotem rozważań będą transformatory, do których energia dopływa z linii. Wnioski wynikające z tego założenia są słuszne niezależnie od przyjętego kierunku przepływu energii. Składowe grupowe prądów wypływających z zacisków transformatora po stronie sieci normalnej onzaczać będziemy indeksami odpowiednio A, B i E oraz C, D i F, zaś składowe prądów w sieci normalnej — odpowiednio R, S i T.

Układy połączeń transformatorów oznaczać będziemy zgodnie z obowiązującymi przepisami [4]. Symbole Y lub D odnosić się będą do strony pierwotnej transformatorów, zaś symbole y lub d — do strony wtórnej transformatora dwuuzwojeniowego lub do stron wtórnych transformatora trójuzwojeniowego, przy czym w tym ostatnim przypadku symbole y lub d podane będą z indeksami „2" lub „3" w celu odróżnienia stron wtórnych. Wyjątek stanowią oznaczenia na rys. 5, gdzie przykładowo uzwojenie połączone z linią CPZ nie jest uzwojeniem pierwotnym.

Zakładamy, że fazy uziemione transformatorów połączone są z uziemieniem roboczym poprzez urządzenie kompensujące asymetrię napięć w linii CPZ (np. dławik), którego oporność wynosi Z_D.

Transformatory pracujące w układzie przesyłowym typu CPZ na każdym końcu linii CPZ posiadają grupy połączeń różniące się między sobą o sześć godzin umownych ($H = 6$ h).

Inne wielkości i oznaczenia podane są bądź na odpowiednich rysunkach, bądź niżej w tekscie.

W pracy rozpatrzono schematy zastępcze transformatorów o uzwojeniach połączonych w gwiazdę i trójkąt; nie rozważono natomiast trans-

formatorów o uzwojeniach połączonych w zygzak, bowiem układ ten stosuje się w nielicznych przypadkach po stronie niskiego napięcia i w transformatorach o małej mocy (wg polskich norm do 250 kVA). Z tego powodu nie przewiduje się, aby transformatory takie pracowały w układzie przesyłowym typu CPZ.

Ze względu na specyficzne własności zostaną tu rozważone po kolei: transformatory dwuuzwojeniowe o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę i trójkąt, a następnie transformatory trójuzwojeniowe o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę i trójkąt. Jak się okaże, sposób połączenia uzwojeń po stronach „2" lub „2" i „3" wpływa tylko na wartości składowych symetrycznych grupowych prądów kolejności 01 i 11 płynących w fazach sieci normalnej.

3.2. Transformatory dwuuzwojeniowe

Rozważmy początkowo transformatory dwuuzwojeniowe, których uzwojenia od strony linii CPZ połączone są w gwiazdę (rys. 2), zaś od strony sieci normalnej — w gwiazdę (rys. 2a) lub w trójkąt (rys. 2b). Na rys. 2 i innych pominięto indeks „mn" obok symboli napięć i prądów oznaczający ogólnie kolejność składowych grupowych napięcia i prądów.

Mając na uwadze rys. 2 możemy napisać następujące ogólne zależności na stratę napięcia w transformatorze w fazie podstawowej dowolnej kolejności *mn*:

$$U_{a_{mn}} = I_{a_{1_{mn}}} Z_1 + jX_{\mu a_{mn}} I_{\mu a_{mn}} - \left(I_{e_{1_{mn}}} Z_1 + jX_{\mu e_{mn}} I_{\mu e_{mn}}\right) - I_{e_{mn}} Z_D \qquad (12)$$

oraz

$$\left.\begin{aligned} jX_{\mu a_{mn}} I_{\mu a_{mn}} &= U_{A_{mn}} + I'_{a_{2_{mn}}} Z'_2 \\ jX_{\mu e_{mn}} I_{\mu e_{mn}} &= U_{E_{mn}} = I'_{e_{2_{mn}}} Z'_2 \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Zakładamy, że napięcia fazowe po stronie „2" transformatorów w stosunku do układu odniesienia napięć, przyjętego dla napięć w części liniowej układu CPZ (np. ziemia neutralna) są równe zeru. Założenie to nie wpływa na końcowe rezultaty rozważań, a upraszcza zagadnienie o tyle, że składowe grupowe napięć U_{mn} od strony linii CPZ są równe składowym grupowym strat napięcia w transformatorze. Zatem $U_{A_{mn}} = 0$ i $U_{E_{mn}} = 0$.

Oczywiście $I'_{a_{2_{mn}}} \approx I_{a_{1_{mn}}} = I_{a_{mn}}$.

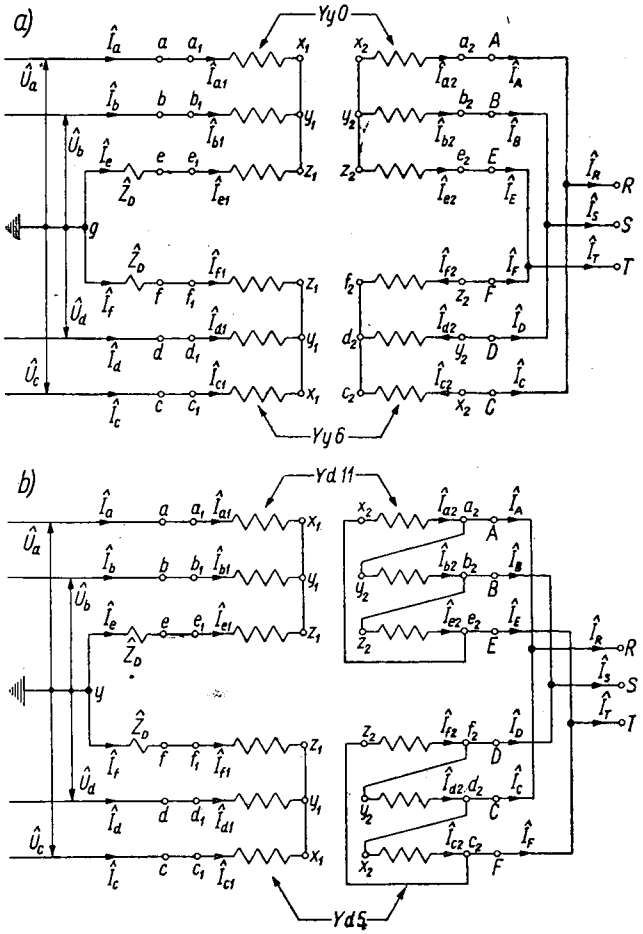
Podstawiając równanie (13) do równania (12) po uwzględnieniu powyższych zależności otrzymuje się:

$$U_{a_{mn}} \approx I_{a_{mn}}(Z_1 + Z'_2) - I_{e_{mn}}(Z_1 + Z'_2) - I_{e_{mn}} Z_D. \qquad (14a)$$

Suma $Z_1 + Z'_2$ przedstawia oporność zastępczą (roboczą) transformatora równą jego oporności zwarcia Z_z, przy czym

$$Z_z = Z_{12} = Z_1 + Z'_2 = (R_1 + R_2\vartheta^2) + j(X_1 + X_2\vartheta^2),$$

gdzie oporności R_1 i R_2 są to oporności czynne, zaś X_1 i X_2 — oporności bierne (rozproszenia) odpowiednich uzwojeń transformatora. Równania



Rys. 2. Układy połączeń transformatorów dwuuzwojeniowych o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę

a) układy Yy b) układy Yd

(14a) można więc napisać w następującej postaci zastępując znak „≈" znakiem „=" wobec założenia $I_{\mu_{mn}} = 0$:

$$U_{a_{mn}} = I_{a_{mn}} Z_{12} - I_{e_{mn}} Z_{12} - I_{e_{mn}} Z_D. \tag{14b}$$

Zastępcze oporności transformatora dla składowych symetrycznych grupowych napięcia i prądu danej kolejności znajdziemy z równania (14b) korzystając z równań (11) i (8).

Schemat zastępczy transformatorów pracujących w układzie przesyłowym dla składowych symetrycznych grupowych napięcia i prądu odpowiedniej kolejności wynika z równania (14b) lub ogólnie z równań (12) i (13) oraz zależy od tego, czy składowe symetryczne prądów danej kolejności płyną tylko w uzwojeniach transformatorów, czy także poza tym w fazach sieci normalnej (trójfazowej), połączonej z tymi transformatorami.

Składowe symetryczne grupowe prądów w poszczególnych fazach sieci normalnej sprowadzone na stronę linii CPZ wyrażają się ogólnie wzorami:

$$\left.\begin{aligned} I'_{R_{mn}} &= I'_{A_{mn}} + I'_{C_{mn}},\\ I'_{S_{mn}} &= I'_{B_{mn}} + I'_{D_{mn}},\\ I'_{T_{mn}} &= I'_{E_{mn}} + I'_{F_{mn}}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

W przypadku połączenia uzwojeń strony „2" w gwiazdę (rys. 2a):

$$\left.\begin{aligned} I'_{A_{mn}} &= I'_{a_{2_{mn}}} = I_{a_{1_{mn}}}; & I'_{C_{mn}} &= -I'_{c_{2_{mn}}} = -I_{c_{1_{mn}}};\\ I'_{B_{mn}} &= I'_{b_{2_{mn}}} = I_{b_{1_{mn}}}; & I'_{D_{mn}} &= -I'_{d_{2_{mn}}} = -I_{d_{1_{mn}}};\\ I'_{E_{mn}} &= I'_{e_{2_{mn}}} = I_{e_{1_{mn}}}; & I'_{F_{mn}} &= -I'_{f_{2_{mn}}} = -I_{f_{1_{mn}}}. \end{aligned}\right\} \tag{16a}$$

Jeżeli transformatory posiadają układ połączeń $Yd11$ i $Yd5$ (rys. 2b), wówczas:

$$\left.\begin{aligned} I'_{A_{mn}} &= I'_{a_{2_{mn}}} - I'_{b_{2_{mn}}}; & I'_{C_{mn}} &= I'_{d_{2_{mn}}} - I'_{c_{2_{mn}}};\\ I'_{B_{mn}} &= I'_{b_{2_{mn}}} - I'_{e_{2_{mn}}}; & I'_{D_{mn}} &= I'_{f_{2_{mn}}} - I'_{d_{2_{mn}}};\\ I'_{E_{mn}} &= I'_{e_{2_{mn}}} - I'_{a_{2_{mn}}}; & I'_{F_{mn}} &= I'_{c_{2_{mn}}} - I'_{f_{2_{mn}}}; \end{aligned}\right\} \tag{16b}$$

w przypadku zaś transformatorów o układzie $Yd1$ i $Yd7$:

$$\left.\begin{aligned} I'_{A_{mn}} &= I'_{a_{2_{mn}}} - I'_{e_{2_{mn}}}; & I'_{C_{mn}} &= I'_{f_{2_{mn}}} - I'_{c_{2_{mn}}};\\ I'_{B_{mn}} &= I'_{b_{2_{mn}}} - I'_{a_{2_{mn}}}; & I'_{D_{mn}} &= I'_{c_{2_{mn}}} - I'_{d_{2_{mn}}};\\ I'_{E_{mn}} &= I'_{e_{2_{mn}}} - I'_{b_{2_{mn}}}; & I'_{F_{mn}} &= I'_{d_{2_{mn}}} - I'_{f_{2_{mn}}}. \end{aligned}\right\} \tag{16c}$$

Uwzględniając powyższe zależności oraz równania (8) i (11) otrzymuje się następujące wzory na składowe grupowe prądów w fazach sieci normalnej poszczególnych kolejności, zestawione w tabl. 1.

Tablica 1

Składowe grupowe prądów w fazach sieci normalnej zasilanej z transformatorów dwuuzwojeniowych o uzwojeniach od strony linii typu CPZ połączonych w gwiazdę

Układ	Yy 0 i Yy 6			Yd 11 i Yd 5			Yd 1 i Yd 7		
Kolejność (mn)	$\hat{I}_{R_{mn}}$	$\hat{I}_{S_{mn}}$	$\hat{I}_{T_{mn}}$	$\hat{I}_{R_{mn}}$	$\hat{I}_{S_{mn}}$	$\hat{I}_{T_{mn}}$	$\hat{I}_{R_{mn}}$	$\hat{I}_{S_{mn}}$	$\hat{I}_{T_{mn}}$
01	$2\hat{I}_{a_{01}}$	$2\hat{I}_{a_{01}}$	$-4\hat{I}_{a_{01}}$	0	$6\hat{I}_{a_{01}}$	$-6\hat{I}_{a_{01}}$	$6\hat{I}_{a_{01}}$	0	$-6\hat{I}_{a_{01}}$
00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	$2I_{a_{11}}$	$-2\hat{I}_{a_{11}}$	0	$4\hat{I}_{a_{11}}$	$-2\hat{I}_{a_{11}}$	$-2\hat{I}_{a_{11}}$	$2\hat{I}_{a_{11}}$	$-4\hat{I}_{a_{11}}$	$2\hat{I}_{a_{11}}$
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Z zależności podanych w tabl. 1 wynika, że w sieci normalnej nie płyną składowe grupowe prądów kolejności 00 i 10 niezależnie od sposobu połączeń uzwojeń transformatorów od strony tej sieci. Składowe prądów kolejności 00 i 10 płyną przez uzwojenia transformatorów i poprzez szyny zbiorcze łączące transformatory.

W tabl. 2 zestawiono pełne schematy zastępcze oraz wzory na oporności zastępcze transformatorów dla składowych symetrycznych grupowych, przy czym zależności na oporności zastępcze określono z równania (14b), tzn. pominięto w schemacie zastępczym oporność $Z_{\mu_{mn}}$. Na przykład dla składowej kolejności 01 otrzymuje się:

$$U_{a_{01}} = I_{a_{01}} Z_{12} - I_{e_{01}} Z_{12} - I_{e_{01}} Z_D;$$

$$I_{e_{01}} = -(I_{a_{01}} + I_{b_{01}}) = -2I_{a_{01}},$$

a zatem

$$U_{a_{01}} = I_{a_{01}} (3Z_{12} + 2Z_D),$$

a stąd oporność zastępcza transformatora dla składowej kolejności 01 napięcia i prądu wynosi

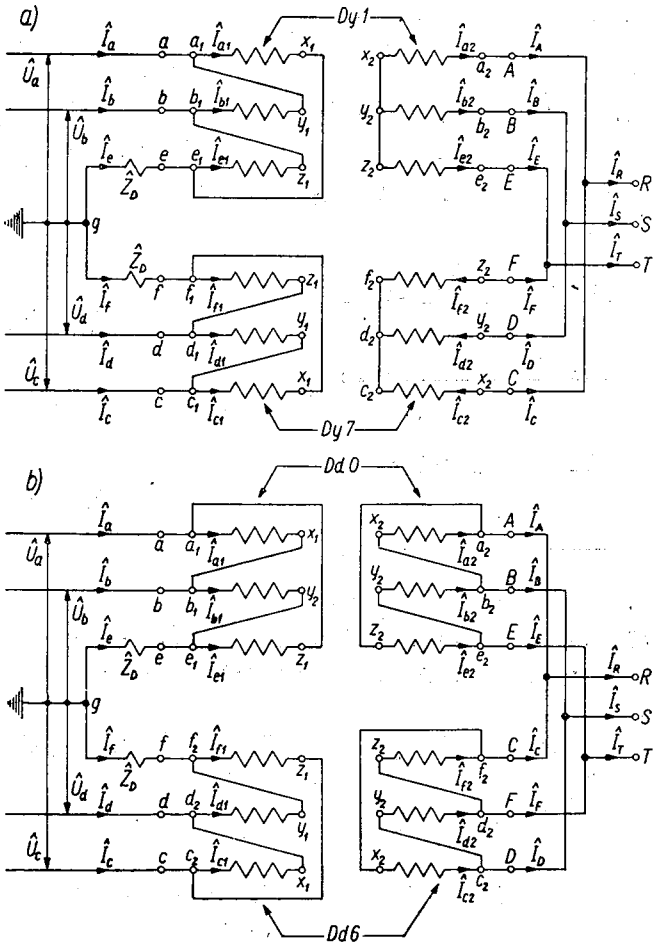
$$Z_{a_{01}} = Z_{01} = \frac{U_{a_{01}}}{I_{a_{01}}} = 3Z_{12} + 2Z_D.$$

Rozpatrzmy następnie przypadek, gdy transformatory dwuuzwojeniowe posiadają od linii CPZ uzwojenia połączone w trójkąt, zaś po stronie sieci normalnej — w gwiazdę (rys. 3a) lub trójkąt (rys. 3b).

Jak wynika z rys. 3a, spełnione są następujące zależności między składowymi symetrycznymi grupowymi prądów w uzwojeniach fazowych

transformatorów od strony linii CPZ i składowymi symetrycznymi grupowymi prądów dopływających do transformatorów z linii:

$$\left.\begin{aligned} I_{a_{1mn}} &= I_{a_{mn}} + I_{b_{1mn}}; & I_{c_{1mn}} &= I_{c_{mn}} + I_{d_{1mn}};\\ I_{b_{1mn}} &= I_{b_{mn}} + I_{e_{1mn}}; & I_{d_{1mn}} &= I_{d_{mn}} + I_{f_{1mn}};\\ I_{e_{1mn}} &= I_{e_{mn}} + I_{a_{1mn}}; & I_{f_{1mn}} &= I_{f_{mn}} + I_{c_{1mn}}. \end{aligned}\right\} \qquad (17a)$$

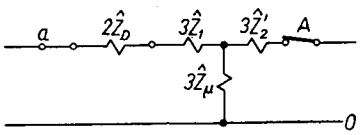
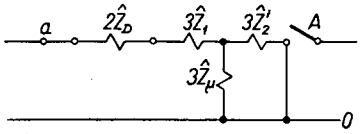
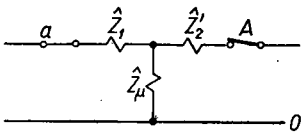
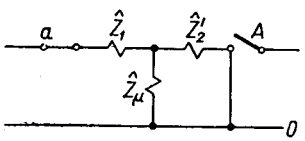


Rys. 3. Układy połączeń transformatorów dwuuzwojeniowych o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w trójkąt

a) układy *Dy*, b) układy *Dd*

Tablica 2

Schematy i oporności zastępcze transformatorów dwuuzwojeniowych pracujących w układzie przesyłowym typu CPZ o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę dla składowych symetrycznych grupowych

Kolejność (*mn*)	Pełny schemat zastępczy	Oporność zastępcza
01		$\hat{Z}_{01} = 3\hat{Z}_{12} + 2\hat{Z}_D$
00		$\hat{Z}_{00} = 3\hat{Z}_{12} + 2\hat{Z}_D$
11		$\hat{Z}_{11} = \hat{Z}_{12}$
10		$\hat{Z}_{10} = \hat{Z}_{12}$

Z równań (17a) po uwzględnieniu faktu, że suma prądów w uzwojeniach każdego transformatora jest równa zeru, otrzymuje się:

$$\left.\begin{aligned} I_{a_{1mn}} &= \frac{1}{3}\left(2I_{a_{mn}} + I_{b_{mn}}\right); & I_{c_{2mn}} &= \frac{1}{3}\left(2I_{c_{mn}} + I_{d_{mn}}\right);\\ I_{b_{1mn}} &= \frac{1}{3}\left(I_{b_{mn}} - I_{a_{mn}}\right); & I_{d_{2mn}} &= \frac{1}{3}\left(I_{d_{mn}} - I_{c_{mn}}\right);\\ I_{e_{1mn}} &= -\frac{1}{3}\left(2I_{b_{mn}} + I_{a_{mn}}\right); & I_{f_{2mn}} &= -\frac{1}{3}\left(2I_{d_{mn}} + I_{c_{mn}}\right). \end{aligned}\right\} \quad (17b)$$

Na rys. 3b podano drugi sposób połączenia uzwojeń transformatorów w trójkąt. W odniesieniu do tego przypadku możemy napisać odpowiednie równania dla składowych prądów fazowych transformatorów i składowych prądów liniowych, podobnie jak równania (17a).

Z zależności tych, których tu nie podajemy, wynikają wzory:

$$I_{a_{1mn}} = \frac{1}{3}\left(I_{a_{mn}} - I_{b_{mn}}\right); \qquad I_{c_{1mn}} = \frac{1}{3}\left(I_{c_{mn}} - I_{d_{mn}}\right);$$

$$I_{b_{1mn}} = \frac{1}{3}\left(2I_{b_{mn}} + I_{a_{mn}}\right); \qquad I_{d_{1mn}} = \frac{1}{3}\left(2I_{d_{mn}} + I_{c_{mn}}\right); \tag{18}$$

$$I_{e_{1mn}} = -\frac{1}{3}\left(2I_{a_{mn}} + I_{b_{mn}}\right); \qquad I_{f_{1mn}} = -\frac{1}{3}\left(2I_{c_{mn}} + I_{d_{mn}}\right).$$

W przypadku jak na rys. 3a, spełnione jest następujące równanie na składową grupową strat napięcia w transformatorze w fazie podstawowej:

$$U_{a_{mn}} = I_{a_{1mn}} Z_1 + jX_{\mu a_{mn}} I_{\mu a_{mn}} - I_{e_{mn}} Z_D, \tag{19}$$

jak również słuszne są zależności:

$$jX_{\mu a_{mn}} I_{\mu a_{mn}} = I'_{a_{2mn}} Z'_2 \approx I_{a_{1mn}} Z'_2. \tag{20}$$

Po podstawieniu wzoru (19) do równania (18), uwzględnieniu odpowiedniej zależności we wzorach (17b) i oznaczeniu $Z_{12} = Z_1 + Z'_2$ otrzymamy:

$$U_{a_{mn}} = \frac{1}{3}\left(2I_{a_{mn}} + I_{b_{mn}}\right) Z_{12} - I_{e_{mn}} Z_D. \tag{21}$$

Podobnie postępując dla układu połączeń jak na rys. 3b otrzymamy:

$$U_{a_{mn}} = -\left(I_{e_{1mn}} Z_1 + jX_{\mu e_{mn}} I_{\mu e_{mn}}\right) - I_{e_{mn}} Z_D, \tag{22}$$

$$jX_{\mu e_{mn}} I_{\mu e_{mn}} = I'_{e_{2mn}} Z'_2 \approx I_{e_{1mn}} Z'_2 \tag{23}$$

i

$$U_{a_{mn}} = \frac{1}{3}\left(2I_{a_{mn}} + I_{b_{mn}}\right) Z_{12} - I_{ema} Z_D. \tag{24}$$

Wzory (21) i (24) są identyczne. Z tego wynika, że schemat zastępczy i zależności na oporności zastępcze transformatorów o uzwojeniach połączonych w trójkąt od strony linii CPZ nie zależą od sposobu połączeń tych uzwojeń.

Uzwojenia transformatorów od strony sieci normalnej mogą być połączone w gwiazdę lub trójkąt.

W tablicy 3 zestawiono zależności na składowe prądów w fazach sieci normalnej poszczególnych kolejności dla różnych układów i grup połączeń rozważanych transformatorów. Zależności te otrzymano z ogólnych równań dla prądów w uzwojeniach transformatorów i prądów wypływających z transformatorów do sieci normalnej po uwzględnieniu wzorów odpowiednio (17b) i (18) oraz zależności ogólnych (8) i (11) — podobnie

Tablica 3

Składowe grupowe prądów w fazach sieci normalnej zasilanej z transformatorów dwuuzwojeniowych o uzwojeniach od strony linii typu CPZ połączonych w trójkąt

Układ	*Dy* 1 i *Dy* 7			*Dy* 11 i *Dy* 5			*Dd* 0 i *Dd* 6			*Dd* 2 i *Dd* 8			*Dd* 10 i *Dd* 4		
Kolejność (*mn*)	$\hat{I}_{R_{mn}}$	$\hat{I}_{S_{mn}}$	$\hat{I}_{T_{mn}}$	$\hat{I}_{R_{mn}}$	$\hat{I}_{S_{mn}}$	$\hat{I}_{T_{mn}}$	$\hat{I}_{R_{mn}}$	$\hat{I}_{S_{mn}}$	$\hat{I}_{T_{mn}}$	$\hat{I}_{R_{mn}}$	$\hat{I}_{S_{mn}}$	$\hat{I}_{T_{mn}}$	$\hat{I}_{R_{mn}}$	$\hat{I}_{S_{mn}}$	$\hat{I}_{T_{mn}}$
01	$2\hat{I}_{a_{01}}$	0	$-2\hat{I}_{a_{01}}$	0	$2\hat{I}_{a_{01}}$	$-2\hat{I}_{a_{01}}$	$2\hat{I}_{a_{01}}$	$2\hat{I}_{a_{01}}$	$-4\hat{I}_{a_{01}}$	$4\hat{I}_{a_{01}}$	$-2\hat{I}_{a_{01}}$	$-2\hat{I}_{a_{01}}$	$-2\hat{I}_{a_{01}}$	$4\hat{I}_{a_{01}}$	$-2\hat{I}_{a_{01}}$
00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	$\frac{2}{3}\hat{I}_{a_{11}}$	$-\frac{4}{3}\hat{I}_{a_{11}}$	$\frac{2}{3}\hat{I}_{a_{11}}$	$\frac{4}{3}\hat{I}_{a_{11}}$	$-\frac{2}{3}\hat{I}_{a_{11}}$	$-\frac{2}{3}\hat{I}_{a_{11}}$	$2\hat{I}_{a_{11}}$	$-2\hat{I}_{a_{11}}$	0	0	$-2\hat{I}_{a_{11}}$	$2\hat{I}_{a_{11}}$	$2\hat{I}_{a_{11}}$	0	$-2\hat{I}_{a_{11}}$
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

jak w przypadku transformatorów dwuuzwojeniowych o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę.

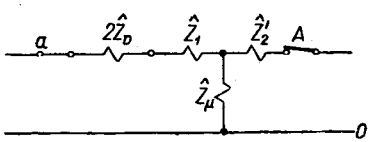
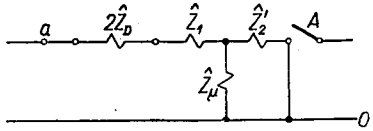
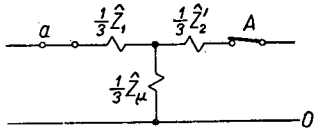
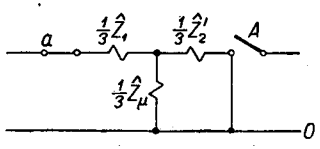
Jak widać z zestawienia w tabl. 3, składowe grupowe prądów kolejności 00 i 10 nie płyną w sieci normalnej.

Z równań (19 i (20) oraz z powyższego stwierdzenia wynikają schematy zastępcze transformatorów o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w trójkąt, podane w tabl. 4, w której zestawiono również wzory na oporności zastępcze transformatorów przy pominięciu ich prądu biegu jałowego, tj. przy założeniu $Z_{\mu a} = \infty$.

Na podstawie powyższych wyników rozważań można stwierdzić ogólnie, że oporności i schematy zastępcze transformatorów dwuuzwojeniowych dla składowych symetrycznych grupowych zależą od układu połączeń uzwojeń transformatorów od strony linii CPZ. Sposób połączenia uzwojeń transformatorów od strony sieci normalnej wpływa na wartości prądów płynących w szynach łączących transformatory danej grupy i prą-

Tablica 4

Schematy i oporności zastępcze transformatorów dwuuzwojeniowych pracujących w układzie przesyłowym typu CPZ o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w trókąt dla składowych symetrycznych grupowych

Kolejność (mn)	Pełny schemat zastępczy	Oporność zastępcza
01		$\hat{Z}_{01} = \hat{Z}_{12} + 2\hat{Z}_D$
00		$\hat{Z}_{00} = \hat{Z}_{12} + 2\hat{Z}_D$
11		$\hat{Z}_{11} = \frac{1}{3}\hat{Z}_{12}$
10		$\hat{Z}_{10} = \frac{1}{3}\hat{Z}_{12}$

dów w fazach sieci normalnej. To stwierdzenie jest ważne ze względu na oporności zastępcze elementów sieci normalnej dla składowych symetrycznych grupowych napięcia i prądu. W ogólnym przypadku składowe grupowe prądów kolejności 00 i 10 nie płyną w sieci normalnej. Składowe tych kolejności nie płyną również w linii CPZ w przypadku, gdy prądy w przewodach linii CPZ są symetryczne, tj. $I_b = a^2 I_a$, $I_c = -I_a$ i $I_d = -a^2 I_a$, co wynika bezpośrednio z równań ogólnych (5). Składowe grupowe prądów kolejności 00 i 10 pojawiają się w układzie przesyłowym typu CPZ w przypadku niesymetrii prądowej, a więc przede wszystkim przy zwarciach i przerwach w przewodach. Źródłem tych składowych są składowe grupowe napięć w miejscu błędu kolejności odpowiednio 00 i 10.

Prądy w fazach sieci normalnej można obliczyć z następujących ogólnych zależności:

$$\left.\begin{aligned} I_R &= \vartheta I'_R = \vartheta\left(I'_{R_{01}} + I'_{R_{00}} + I'_{R_{11}} + I'_{R_{10}}\right) = \vartheta\left(I'_{R_{01}} + I'_{R_{11}}\right), \\ I_S &= \vartheta I'_S = \vartheta\left(I'_{S_{01}} + I'_{S_{00}} + I'_{S_{11}} + I'_{S_{10}}\right) = \vartheta\left(I'_{S_{01}} + I'_{S}\right), \\ I_T &= \vartheta I'_T = \vartheta\left(I'_{T_{01}} + I'_{T_{00}} + I'_{T_{11}} + I'_{T_{10}}\right) = \vartheta\left(I'_{T_{01}} + I'_{T_{11}}\right), \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

przy czym składowe prądów w fazach sieci normalnej kolejności 01 i 11 (I_{01} i I_{11}) są funkcją składowych symetrycznych grupowych prądów fazy podstawowej w układzie przesyłowym typu CPZ i zależą od układu połączeń transformatorów pracujących w tym układzie. Łatwo udowodnić, że suma składowych grupowych każdej kolejności w poszczególnych uzwojeniach transformatorów od strony sieci normalnej jest równa zeru. Z tego wynika, że sposób pracy punktu zerowego transformatorów, których uzwojenia od strony sieci normalnej połączone są w gwiazdę (punkt zerowy izolowany lub uziemiony), nie wpływa na schemat i oporności zastępcze transformatorów dla składowych symetrycznych grupowych.

3.3. Transformatory trójuzwojeniowe

Podobnie jak transformatory dwuuzwojeniowe, tak samo transformatory trójuzwojeniowe ze względu na charakterystyczne własności dla składowych symetrycznych grupowych możemy podzielić na dwie zasadnicze grupy: transformatory o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę i w trójkąt.

Założymy, że strony wtórne transformatorów połączone są poprzez szyny zbiorcze z elementami sieci normalnej. Uwzględnimy również przypadek, w którym trzecie uzwojenie transformatora, połączone w trójkąt, spełnia rolę tylko uzwojenia kompensacyjnego.

Rozważmy transformatory trójuzwojeniowe o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę (rys. 4). Od strony sieci normalnej transformatory mogą być połączone w gwiazdę lub trójkąt, a więc mogą to być układy: Yy_2y_3, Yy_2d_3, Yd_2y_3 i Yd_2d_3.

Opierając się na rysunku 4 i ogólnych własnościach transformatora trójuzwojeniowego możemy napisać następującą ogólną zależność na stratę napięcia w fazie podstawowej kolejności *mn:*

$$U_{a_{mn}} = I_{a_{1mn}} Z_1 + j X_{\mu a_{mn}} I_{\mu a_{mn}} - \left(I_{e_{1mn}} Z_1 + j X_{\mu e_{mn}} I_{\mu e_{mn}}\right) - I_{e_{mn}} Z_D, \qquad (26)$$

gdzie

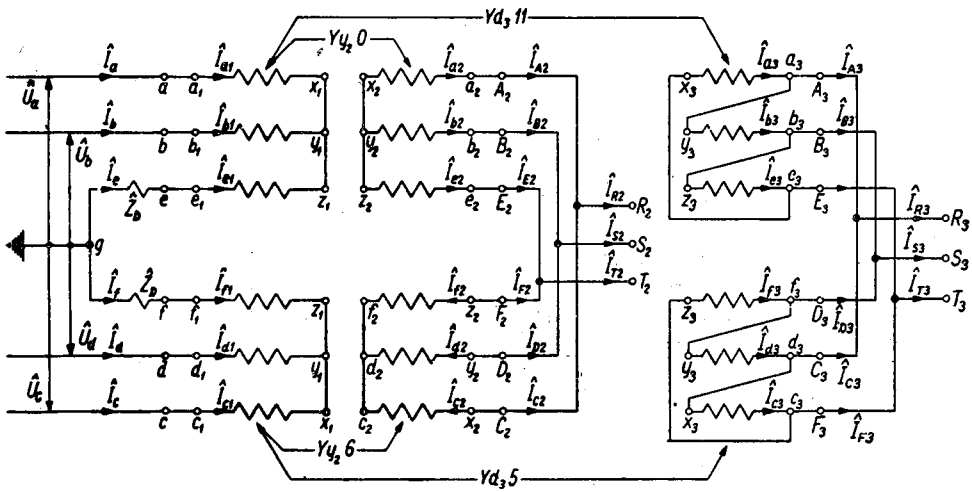
oraz

$$\left.\begin{aligned} j X_{\mu a_{mn}} I_{\mu e_{mn}} &= U'_{A_{2mn}} + I'_{a_{2mn}} Z'_2 \\ j X_{\mu e_{mn}} I_{\mu a_{mn}} &= U'_{A_{3mn}} + I'_{a_{3mn}} Z'_3; \end{aligned}\right\} \qquad (27a)$$

podobnie

i

$$\left.\begin{aligned} j X_{\mu e_{mn}} I_{\mu e_{mn}} &= U'_{E_{2mn}} + I'_{e_{2mn}} Z'_2 \\ j X_{\mu e_{mn}} I_{\mu e_{mn}} &= U'_{E_{3mn}} + I'_{e_{3mn}} Z'_3. \end{aligned}\right\} \qquad (27b)$$



Rys. 4. Układy połączeń transformatora trójuzwojeniowego o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę

Zakładamy, podobnie jak w odniesieniu do transformatora dwuuzwojeniowego,

$$U'_{A_{2mn}} = 0, \quad U'_{A_{3mn}} = 0, \quad U'_{E_{2mn}} = 0 \quad \text{i} \quad U'_{E_{3mn}} = 0.$$

Z powyższych zależności wynikają następujące równania:

$$\left.\begin{aligned} U_{a_{(12)mn}} &= I_{a_{1mn}} Z_1 + I'_{a_{2mn}} Z'_2 - (I_{e_{1mn}} Z_1 + I'_{e_{2mn}} Z'_2) - I_{e_{mn}} Z_D , \\ U_{a_{(13)mn}} &= I_{a_{1mn}} Z_1 + I'_{a_{3mn}} Z'_3 - (I_{e_{1mn}} Z_1 + I'_{e_{3mn}} Z'_3) - I_{e_{mn}} Z_D . \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

Poza tym słuszne są równania:

$$\left.\begin{aligned} I_{a_{1mn}} &= I'_{a_{2mn}} + I'_{a_{3mn}} + I_{\mu a_{mn}} , \\ I_{e_{1mn}} &= I'_{e_{2mn}} + I'_{e_{3mn}} + I_{\mu e_{mn}} \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

oraz

$$\left.\begin{aligned} Z_{z_{12}} &= Z_{12} = Z_1 + Z'_2 , \\ Z_{z_{13}} &= Z_{13} = Z_1 + Z_3 , \\ Z_{z_{23}} &= Z_{23} = Z'_2 + Z'_3 . \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

W równaniach (30) oznaczają:

Z_{12}, Z_{13} i Z_{23} — oporności zwarcia odpowiednich par uzwojeń transformatora sprowadzone do uzwojenia „1" (pierwszego),

Z_1, Z'_2, Z'_3 — zastępcze oporności odpowiednich uzwojeń transformatora sprowadzone do uzwojenia „1".

Zakłada się, że rozdział prądów poszczególnych kolejności na poszczególne uzwojenia transformatora od strony sieci normalnej będzie taki, że:

$$\left.\begin{aligned} &I'_{a_{2mn}} = k_{mn} I_{a_{1mn}} \\ &I'_{a_{3mn}} \approx I_{a_{1mn}} - I'_{a_{2mn}} = (1 - k_{mn}) I_{a_{1mn}} \\ &I'_{e_{2mn}} = k_{mn} I_{e_{1mn}} \\ &I'_{e_{3mn}} \approx (1 - k_{mn}) I_{e_{1mn}} . \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

i

oraz

i

Współczynnik $k_{mn} \leqslant 1$ zależy od stosunku oporności zastępczych dla składowych symetrycznych grupowych kolejności *mn*, jakie przedstawiają odpowiednio sieć normalna zasilana z uzwojenia „2" i sieć zasilana z uzwojenia „3" — włącznie z opornościami zastępczymi uzwojeń transformatora stron odpowiednio „2" i „3". Podstawiając zależności (31) do wzorów (28) oraz uwzględniając, że $I_{a_{1mn}} = I_{a_{mn}}$ i $I_{e_{1mn}} = I_{e_{mn}}$, otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} U_{a_{(12)mn}} &= I_{a_{mn}} (Z_1 + k_{mn} Z'_2) - I_{e_{mn}} (Z_1 + k_{mn} Z'_2) - I_{e_{mn}} Z_D , \\ U_{a_{(13)mn}} &= I_{a_{mn}} [Z_1 + (1 - k_{mn}) Z'_3] - I_{e_{mn}} [Z_1 + (1 - k_{mn}) Z'_3] - I_{e_{mn}} Z_D . \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

Równania (28) lub (32) [przy uwzględnieniu zależności (11) i (8)] są podstawą wykonania schematów zastępczych transformatorów trójuzwojeniowych o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę dla składowych symetrycznych grupowych, jak również obliczania oporności zastępczych transformatorów dla tych składowych.

Składowe prądów kolejności 00 i 01 nie płyną w sieciach normalnych zasilanych z uzwojeń stron „2" i „3". Natomiast rozpływ składowych prądów kolejności 01 i 11 w poszczególnych fazach tych sieci zależy od układów i grup połączeń uzwojeń stron „2" i „3". W odniesieniu do sieci normalnej zasilanej ze strony „2" (o uzwojeniach połączonych w gwiazdę lub trójkąt) są słuszne zależności podane w tablicy 1 dla transformatorów dwuuzwojeniowych o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę, przy czym podane wzory w tablicy 1 należy pomnożyć przez współczynnik k_{mn}. Natomiast w przypadku sieci zasilanej ze strony „3" (o uzwojeniach połączonych w gwiazdę lub trójkąt) podane wzory w tabl. 1 na składowe prądów w fazach tej sieci należy pomnożyć przez współczynnik $(1 - k_{mn})$.

Zatem ogólnie:

$$\left.\begin{aligned} I'_{R_{2mn}} &= k_{mn} I'_{R_{mn}}, \\ I'_{S_{2mn}} &= k_{mn} I'_{S_{mn}}, \\ I'_{T_{2mn}} &= k_{mn} I'_{T_{mn}} \end{aligned}\right\} \tag{33a}$$

i

$$\left.\begin{aligned} I'_{R_{3mn}} &= (1 - k_{mn}) I'_{R_{mn}}, \\ I'_{S_{3mn}} &= (1 - k_{mn}) I'_{S_{mn}}, \\ I'_{T_{3mn}} &= (1 - k_{mn}) I'_{T_{mn}}. \end{aligned}\right\} \tag{33b}$$

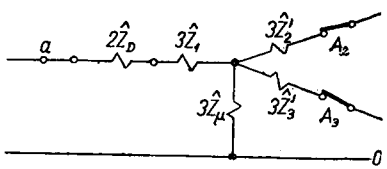
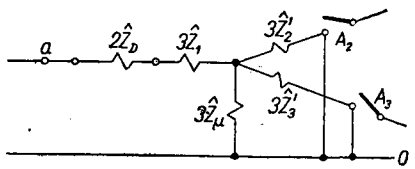
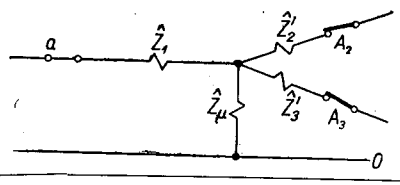
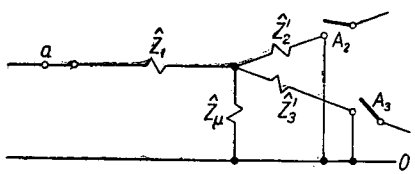
Zależności na składowe prądów $I'_{R_{mn}}$, $I'_{S_{mn}}$ i $I'_{T_{mn}}$ zestawione są w tabl. 1 dla różnych układów i grup połączeń uzwojeń od strony sieci normalnej.

Wzory (33) są oczywiste, bowiem równania dla składowych grupowych prądów w uzwojeniach wtórnych transformatorów trójuzwojeniowych i dla składowych grupowych prądów wypływających z zacisków transformatora do szyn zbiorczych i z szyn do faz sieci normalnej mają taką samą postać jak dla transformatorów dwuuzwojeniowych, przy czym w odniesieniu do strony „2" wszystkie składowe prądów są k_{mn} razy większe, zaś w odniesieniu do strony „3" — $(1 - k_{mn})$ razy większe.

Na podstawie wzorów (28) i (29), zależności (11) i (8) oraz powyższych uwag wykonano schematy zastępcze transformatorów trójuzwojeniowych o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę dla składowych symetrycznych grupowych. Założono przy tym, że strony wtórne „2" i „3" zasilają sieci normalne. W oparciu zaś o równania (32), tj. przy pominięciu prądu magnesującego ($Z_\mu = \infty$), podano wzory na zastępcze oporności transformatorów trójuzwojeniowych dla składowych symetrycznych grupowych kolejności 01 i 11. Schematy i wzory zestawiono w tablicy 5a. Dla składowych kolejności 00 i 10 nie można podać zależności na oporność zastępczą transformatora; w tym przypadku bowiem oporności zastępcze poszczególnych uzwojeń są składowymi schematów oporności zastępczych

Tablica 5a

Schematy i oporności zastępcze transformatorów trójuzwojeniowych pracujących w układzie przesyłowym typu CPZ o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę dla składowych symetrycznych grupowych
Wariant ogólny (rys. 4)

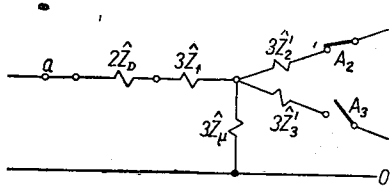
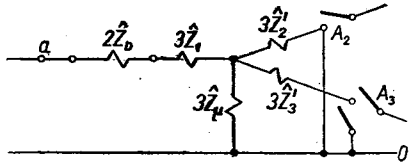
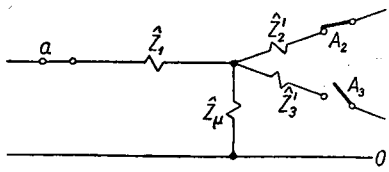
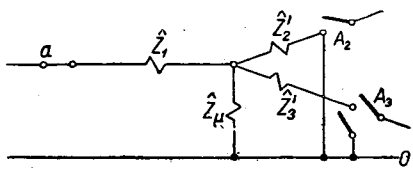
Kolejność (*mn*)	Pełny schemat zastępczy	Oporność zastępcza
01		Oporność określona w schemacie zastępczych oporności sieci dla składowej kolejności 01
00		$\hat{Z}_{00} = 3\left(\hat{Z}_1 + \frac{\hat{Z}'_2\hat{Z}'_3}{\hat{Z}_{23}}\right) + 2\,\hat{Z}_D$
11		Oporność określona w schemacie zastępczych oporności sieci dla składowej kolejności 11
10		$\hat{Z}_{10} = \hat{Z}_1 + \frac{\hat{Z}'_2\hat{Z}'_3}{\hat{Z}_{23}}$

sieci normalnych i linii CPZ, przy czym w ogólnym przypadku oporności zastępcze uzwojeń transformatora są ze sobą połączone tylko w jednym punkcie.

Rozważmy następnie przypadek, gdy transformatory trójuzwojeniowe o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę posiadają trzecie uzwojenie połączone w trójkąt i spełniające rolę tylko uzwojenia kompensacyjnego. Uzwojenie „2" może być połączone w gwiazdę lub — teoretycznie biorąc — także w trójkąt. W tym przypadku w fazach uzwojenia

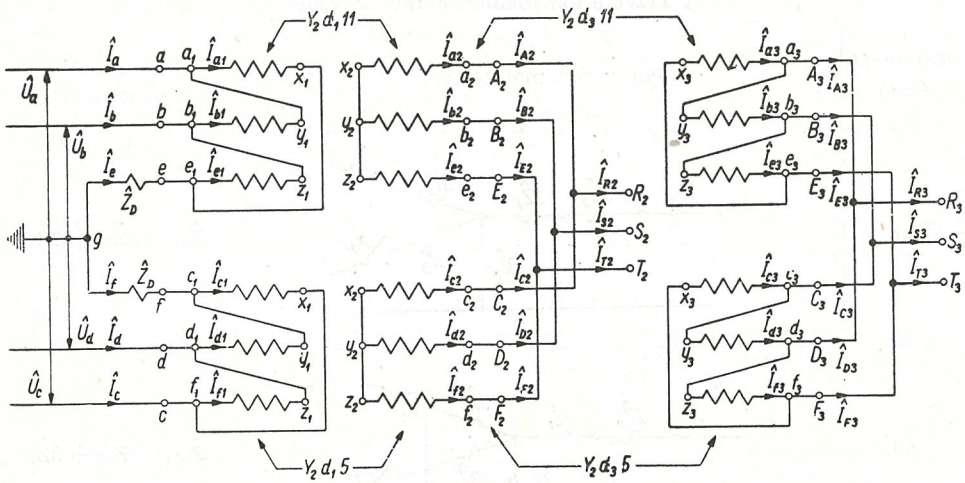
Tablica 5b

Schematy i oporności zastępcze transformatorów trójuzwojeniowych pracujących w układzie przesyłowym typu CPZ o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę dla składowych symetrycznych grupowych
Trzecie uzwojenie kompensacyjne

Kolejność (*mn*)	Pełny schemat zastępczy	Oporność zastępcza
01		$\hat{Z}_{01} = 3\hat{Z}_{12} + 2\hat{Z}_D$
00		$\hat{Z}_{00} = 3\hat{Z}_{12} + 2\hat{Z}_D$
11		$\hat{Z}_{11} = \hat{Z}_{12}$
10		$\hat{Z}_{10} = \hat{Z}_{12}$

kompensacyjnego nie płyną prądy żadnej kolejności ($k_{mn} = 0$), bowiem suma sił elektromotorycznych działających w uzwojeniach poszczególnych faz, stanowiących zamknięty obwód, jest równa zeru. Amperozwoje w uzwojeniach strony pierwotnej są tu skompensowane przez amperozwoje strony wtórnej („2") połączonej z siecią normalną. Stwierdzenie pierwsze wynika także z równań (16b) i (16c) w zastosowaniu do strony „3" transformatora trójuzwojeniowego i przy założeniu, że składowe grupowe prądów wypływających z zacisków uzwojenia kompensacyjnego transformatora są równe zeru.

Mając powyższe na uwadze podano w tabl. 5b schematy i zależności na oporności zastępcze transformatorów trójuzwojeniowych o uzwojeniu kompensacyjnym dla składowych symetrycznych grupowych.



Rys. 5. Układy połączeń transformatora trójuzwojeniowego o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w trójkąt

Rozważmy z kolei transformatory trójuzwojeniowe pracujące w układzie przesyłowym typu CPZ o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w trójkąt (rys. 5). Uzwojenia po stronach „2" i „3" mogą być połączone w gwiazdę lub w trójkąt. W tym przypadku równania na straty napięcia w uzwojeniach transformatorów w odniesieniu do składowych grupowych w fazie podstawowej przybiorą postać:

$$\left.\begin{aligned} U_{a_{(12)mn}} &= I_{a_{1mn}} Z_1 + I'_{a_{2mn}} Z'_2 - I_{e_{mn}} Z_D, \\ U_{a_{(13)mn}} &= I_{a_{1mn}} Z_1 + I'_{a_{3mn}} Z'_3 - I_{e_{mn}} Z_D. \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

Oznaczając jak poprzednio $I'_{a_{2mn}} = k_{mn} I_{a_{1mn}}$ i $I'_{a_{3mn}} = (1 - k_{mn}) I_{a_{1mn}}$

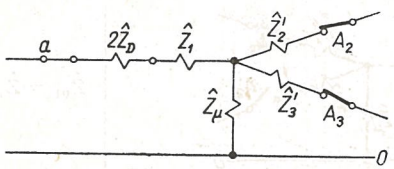
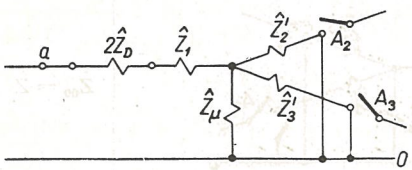
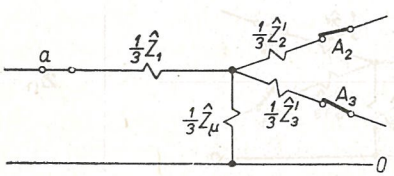
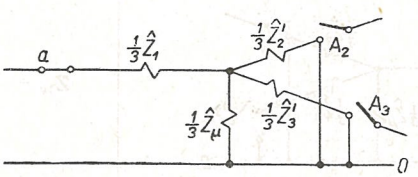
oraz wykorzystując zależności (17) lub (18) otrzymamy

$$\left.\begin{aligned} U_{a_{(12)mn}} &= \frac{1}{3}\left(2I_{a_{mn}} + I_{b_{mn}}\right)\left(Z_1 + k_{mn}Z_2'\right) - I'_{e_{mn}}Z_D, \\ U_{a_{(13)mn}} &= \frac{1}{3}\left(2I_{a_{mn}} + I_{b_{mn}}\right)\left[Z_1 + (1-k_{mn})Z_3'\right] - I'_{e_{mn}}Z_D. \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

Na podstawie równań (35) oraz zależności (8) i (11), a także w oparciu o dotychczasowe rezultaty rozważań, wykonano schematy zastępcze trans-

Tablica 6a

Schematy i oporności zastępcze transformatorów trójuzwojeniowych pracujących w układzie przesyłowym typu CPZ o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w trójkąt dla składowych symetrycznych grupowych
Wariant ogólny (rys. 5)

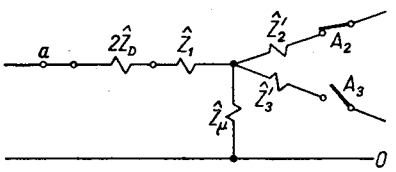
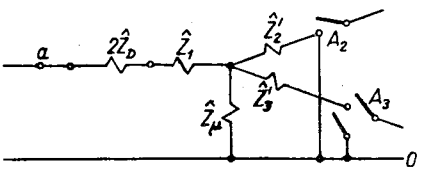
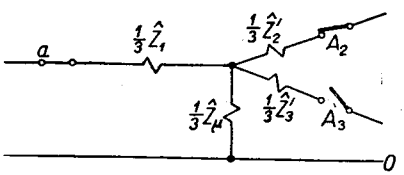
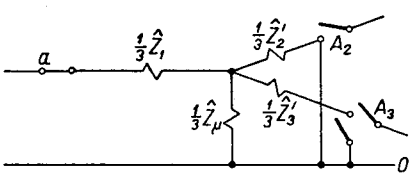
Kolejność (*mn*)	Pełny schemat zastępczy	Oporność zastępcza
01		Oporność określona w schemacie zastępczych oporności sieci dla składowych kolejności 01
00		$\hat{Z}_{00} = \hat{Z}_1 + \frac{\hat{Z}'_2\hat{Z}'_3}{\hat{Z}_{23}} + 2\hat{Z}_D$
11		Oporność określona w schemacie zastępczych oporności sieci dla składowych kolejności 11
10		$\hat{Z}_{10} = \frac{1}{3}\left(\hat{Z}_1 + \frac{\hat{Z}'_2\hat{Z}'_3}{\hat{Z}_{23}}\right)$

formatorów trójuzwojeniowych o uzwojeniach od strony linii połączonych w trójkąt oraz podano niektóre zależności na oporności zastępcze tych transformatorów dla składowych symetrycznych grupowych (tabl. 6a). Schematy i oporności zastępcze zestawione w tabl. 6a dotyczą przypadku, gdy obie strony wtórne transformatorów zasilają sieci normalne.

W tablicy 6b podano schematy i oporności zastępcze dla składowych symetrycznych grupowych transformatorów trójuzwojeniowych o trzecim uzwojeniu trójkątowym, spełniającym rolę tylko uzwojenia kompensacyjnego.

Tablica 6b

Schematy i oporności zastępcze transformatorów trójuzwojeniowych pracujących w układzie przesyłowym typu CPZ o uzwojeniach od strony linii CPZ połączonych w gwiazdę dla składowych symetrycznych grupowych
Trzecie uzwojenie kompensacyjne

Kolejność (mn)	Pełny schemat zastępczy	Oporność zastępcza
01		$\hat{Z}_{01} = \hat{Z}_{12} + 2\hat{Z}_D$
00		$\hat{Z}_{00} = \hat{Z}_{12} + 2\hat{Z}_D$
11		$\hat{Z}_{11} = \frac{1}{3}\hat{Z}_{12}$
10		$\hat{Z}_{10} = \frac{1}{3}\hat{Z}_{12}$

W rozpatrzonym przypadku składowe grupowe prądów w fazach sieci normalnych zależą od układu i grupy połączeń uzwojeń transformatorów od strony tych sieci i spełniają odpowiednie zależności podane w tabl. 3, pomnożone odpowiednio przez k_{mn} lub $(1 - k_{mn})$, w zależności od tego, czy sieć zasilana jest z zacisków strony „2", czy strony „3" transformatorów.

Jak wynika z treści tekstu oraz z tablic 5b i 6b, transformatory trójuzwojeniowe pracujące w układzie przesyłowym typu CPZ o trzecim uzwojeniu połączonym w trójkąt i spełniającym rolę tylko uzwojenia kompensacyjnego posiadają schematy zastępcze dla składowych symetrycznych grupowych takie same, jak transformatory dwuuzwojeniowe.

4. ZAKOŃCZENIE

Jak wynika z pracy, schematy zastępcze transformatorów pracujących w układzie przesyłowym typu „cztery przewody — ziemia" dla poszczególnych składowych symetrycznych grupowych nie zależą od układu i grupy połączeń uzwojeń transformatorów. Natomiast oporności zastępcze transformatorów dla poszczególnych składowych symetrycznych grupowych zależą od układu połączeń transformatorów od strony linii typu CPZ, nie zależą zaś od grupy połączeń transformatorów.

Jeżeli uzwojenia transformatorów od strony linii CPZ połączone są w trójkąt, to ich oporności zastępcze dla składowych grupowych (bez urządzeń kompensujących asymetrię napięć) są trzy razy mniejsze od tychże oporności w przypadku gdy transformatory posiadają uzwojenia połączone w gwiazdę. Grupa połączeń transformatorów wpływa jedynie na rozpływ prądów kolejności 01 i 11 w fazach sieci normalnej. Prądy kolejności 10 i 00 nie płyną w fazach sieci normalnej.

W przypadku gdy nie stosuje się dławików lub innych urządzeń do kompensacji asymetrii napięć w układzie przesyłowym typu CPZ, wówczas schematy zastępcze i wzory na oporności zastępcze transformatorów dla składowych symetrycznych grupowych, podane w pracy, są słuszne przy założeniu $Z_D = 0$.

Oporności zastępcze transformatorów dwuuzwojeniowych dla składowych grupowych kolejności 01 i 00 są sobie równe; podobnie są sobie równe oporności transformatorów dwuuzwojeniowych dla składowych grupowych kolejności 11 i 10, przy czym w tym ostatnim przypadku oporności te nie zależą od oporności Z_D.

W pracy podano schematy i oporności zastępcze dla składowych symetrycznych grupowych transformatorów dwuuzwojeniowych i trójuzwojeniowych. Przedstawione metody wyznaczania wymienionych schema-

tów i oporności zastępczych mogą być odpowiednio stosowane do innych przypadków transformatorów, jak np. w odniesieniu do autotransformatorów i transformatorów czterouzwojeniowych lub pięciouzwojeniowych, jeśli będą one instalowane w układach przesyłowych typu CPZ.

Schematy i oporności zastępcze dla składowych symetrycznych grupowych transformatorów pracujących w układzie przesyłowym typu „cztery przewody — ziemia" mają zastosowanie w teorii błędów w sieciach tego typu.

Zakład Elektroenergetyki
Politechniki Łódzkiej

WYKAZ LITERATURY

1. Andriejew W. W.: Czetyriochfaznaja schiema elektropieriedaczi s triochfaznymi transformatorami. — Elektriczestwo, 1952, nr 1.
2. Ebin L. E.: Ekonomicznyje schiemy elektropieriedaczi i mietody ich rasczota. — Elektriczestwo, 1952, nr 1.
3. Filsztinskij A. A.: Czetyriochprowodnaja elektropieriedacza kak sredstwo powyszenja ekonomicznosti i nadieżnosti wysokowoltnych sietiej. — Elektriczestwo, 1952, nr 1.
4. Jezierski E.: Transformatory — Podstawy teoretyczne. Wyd. P.W.T., Warszawa, 1956.

З. КОВАЛЬСКИ

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ И СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРАНСФОРМАТОРОВ РАБОТАЮЩИХ В СИСТЕМЕ ПЕРЕДАЧИ „ЧЕТЫРЕ ПРОВОДА — ЗЕМЛЯ", ДЛЯ ГРУППОВЫХ СИММЕТРИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Резюме

1. Введение. Цель работы

Расчёт несимметричных линий типа „четыре провода — земля" (сокращённо ЧПЗ) особенно в процессе аварийной работы (короткие замыкания, разрывы в проводах) можно проводить методом групповых симметричных составляющих. Целью этой работы является изложение методов расчёта чквивалентных сопротивлений трансформаторов работающих в системе передачи типа ЧПЗ, а также изложение их эквивалентных схем для групповых симметричных составляющих.

2. Общие уравнения напряжений и токов в схеме групповых симметричных составляющих по отношению к линии типа ЧПЗ

Описан кратким образом метод передачи электрической энергии в системе типа ЧПЗ и приведены некоторые свойства этой системы. Характеристическим

свойством системы ЧПЗ является между прочим то, что во время нормальной работы, при сохранении симметрии по току, ток не проходит через землю.

Напряжения и фазовые токи на линии типа ЧПЗ можно разложить на групповые симметричные составляющие по следующему уравнению:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & 1, & -1, & -1 \\ -1, & 1, & -1, & 1 \\ -1, & 1, & 1, & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{01} \\ A_{00} \\ A_{11} \\ A_{10} \end{bmatrix}$$

Наоборот

$$\begin{bmatrix} A_{01} \\ A_{00} \\ A_{11} \\ A_{10} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1, & 1, & -1, & -1 \\ 1, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & -1, & -1, & 1 \\ 1, & -1, & 1, & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

В выше приведенных формулах A, B, C и D обозначают фазовые величины (напряжения или же токи) на линии типа ЧПЗ, а A_{01}, A_{00}, A_{11} и A_{10} — их групповые симметричные составляющие имеющие соответственно очередности 01, 00, 11 и 10 в основной фазе („a").

3. Эквивалентные сопротивления и схемы трансформаторов для групповых симметричных составляющих

3.1. Общие замечания. Предпосылки

Групповые симметричные составляющие токов отдельных очередностей приплывающие по линии ЧПЗ к трансформаторам или же в обратном направлении составляют следующие соотношения:

$$I_{a_{mn}} + I_{b_{mn}} + I_{e_{mn}} = 0$$
$$I_{c_{mn}} + I_{d_{mn}} + I_{f_{mn}} = 0.$$

Из этих уравнений следует, что независимо от типа трансформаторов и их схемы соединений главный поток каждой групповой составляющей в трансформаторе будет замыкаться через железо ярма или же ярма и колонн. Из этого следует наличие значительного намагничивающего сопротивления $X_{\mu_{mn}}$ и соответственно весьма малого намагничивающего тока $I_{\mu_{mn}}$. В практических расчётах можно следовательно принимать $X_{\mu_{mn}} = \infty$ и $I_{\mu_{mn}} = 0$ таким же образом как для трёхфазных симметричных составляющих прямой и обратной очередности.

В работе обсуждаются двухобмоточные и трёхобмоточные трансформаторы с обмотками соединёнными в звезду и треугольник чаще всего встречаемые на практике.

3.2. Двухобмоточные трансформаторы

Метод соединения обмоток трансформаторов со стороны линии типа ЧПЗ влияет на эквивалентные сопротивления трансформаторов для групповых симметричных составляющих.

Исключая намагничивающий ток получены следующие зависимости для эквивалентных сопротивлений трансформаторов в случае отдельных групповых симметричных составляющих напряжения и тока:

а) обмотки трансформаторов со стороны линии ЧПЗ соединены в звезду —

$$Z_{01} = Z_{00} = 3\,Z_{12} + 2\,Z_D\,,$$
$$Z_{11} = Z_{10} = Z_{12}\,,$$

б) обмотки трансформаторов со стороны линии ЧПЗ соединены в треугольник —

$$Z_{01} = Z_{00} = Z_{12} + 2\,Z_D\,,$$
$$Z_{11} = Z_{10} = \frac{1}{3}\,Z_{12}\,,$$

где:

Z_{12} — сопротивление короткого замыкания трансформатора,

Z_D — сопротивление устройства компенсирующего несимметрию напряжений, включённого между рабочее заземление линии и зажим трансформатора заземлённой фазы.

Независимо от способа соединений обмоток трансформаторов со стороны линии ЧПЗ, в нормальной сети (трёхфазной, трёхпроводной или двухпроводной), соединённой с системой передачи типа ЧПЗ, не плывут токи групповых составляющих очередности 00 и 10. Эти токи плывут в обмотках трансформаторов и через сборные шины со стороны нормальной сети.

Метод соединения обмоток трансформаторов со стороны нормальной сети влияет на распределение токов составляющих очередности 01 и 11 в фазах этой сети. В работе даны зависимости для составляющих токов в фазах нормальной сети в случае разных групп соединений трансформаторов.

3.3. Трёхобмоточные трансформаторы

Следуя такому же методу действия, как при исследовании двухобмоточных трансформаторов даны эквивалентные схемы трёхобмоточных трансформаторов для групповых симметричных составляющих.

а) Обмотки трансформаторов со стороны линии ЧПЗ соединены в звезду.

Эквивалентные сопротивления:

$$Z_{00} = 3\left(Z_1 + \frac{Z_2\,Z_3}{Z_{23}}\right) + 2\,Z_D\,,$$

$$Z_{10} = Z_1 + \frac{Z_2\,Z_3}{Z_{23}}\,.$$

При наличии групповых составляющих очередности 01 и 11 эквивалентной схемой трёхобмоточного трансформатора является звезда со следующими эквивалентными сопротивлениями:

для составляющей очередности 01:

$$Z_{1_{01}} = 3\,Z_1 + 2\,Z_D\,,$$
$$Z_{2_{01}} = 3\,Z_2\,,$$
$$Z_{3_{01}} = 3\,Z_3\,,$$

для составляющей очередности 11:

$$Z_{1_{11}} = Z_1\,,$$
$$Z_{2_{11}} = Z_2\,,$$
$$Z_{3_{11}} = Z_3$$

Если одна из обмоток со стороны нормальной сети соединена в треугольник и действует только лишь в качестве компенсирующей обмотки, тогда

$$Z_{01} = Z_{00} = 3\,Z_{12} + 2\,Z_D,$$
$$Z_{11} = Z_{10} = Z_{12}.$$

б) Обмотки трансформаторов со стороны линии ЧПЗ соединены в треугольник: Эквивалентные сопротивления:

$$Z_{00} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_{23}} + 2\,Z_D,$$

$$Z_{10} = \frac{1}{3}\left(Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_{23}}\right).$$

Для групповых составляющих очередности 01 и 11 эквивалентной схемой трёхобмоточных трансформаторов является звезда с эквивалентными сопротивлениями в отдельных ветвях звезды соответственно равных:
для составляющей очередности 01:

$$Z_{1_{01}} = Z_1 + 2\,Z_D,$$
$$Z_{2_{01}} = Z_2,$$
$$Z_{3_{01}} = Z_2,$$

а для составляющей очередности 11:

$$Z_{1_{11}} = \frac{1}{3} Z_1,$$

$$Z_{2_{11}} = \frac{1}{3} Z_2,$$

$$Z_{3_{11}} = \frac{1}{3} Z_3,$$

при чём Z_1, Z_2 и Z_3 являются эквивалентными сопротивлениями в ветвях звезды рассчитанные по соответственным напряжениям короткого замыкания трансформатора, приведенным к обмотке трансформатора со стороны линии ЧПЗ. В том случае когда обмотка со стороны нормальной сети, соединённая в треугольник, действует в качестве только лишь компенсирующей обмотки, тогда

$$Z_{01} = Z_{00} = Z_{12} + 2\,Z_D,$$

$$Z_{11} = Z_{10} = \frac{1}{3} Z_{12}.$$

Метод соединения обмоток со стороны нормальной сети трёхобмоточных трансформаторов работающих в системе ЧПЗ влияет на значения составляющих токов в фазах этой сети, подобным образом как в случае двухобмоточных трансформаторов.

4. Заключение

В заключении сформулированы общие свойства трансформаторов работающих в системе ЧПЗ для групповых симметричных составляющих. В работе изложены расчётные методы и зависимости относящиеся к эквивалентным сопротивлениям

двухсбмсточных и трёхобмоточных трансформаторов для групповых симметричных составляющих; на основании этих методов и зависимостей можно определять эквивалентные схемы и рассчитывать эквивалентные сопротивления других типов трансформаторов таких, как например автотрансформаторов или же четырёхобмоточных и пятиобмоточных трансформаторов.

Z. KOWALSKI

EQUIVALENT DIAGRAMS AND IMPEDANCES OF TRANSFORMERS WORKING IN TRANSMISSION SYSTEMS OF THE „FOUR WIRE-GROUND" TYPE FOR GROUP SYMMETRICAL COMPONENTS

Summary

1. Introduction. Scope of work

The calculations of asymmetric lines of the „four wire-ground" type (abr. CPZ) especially during fault conditions (short circuits, conductor breaking) can be carried out by the method of group symmetrical components. The aim of this paper is to present methods for calculating equivalent impedances of transformers working in the CPZ transmission systems and to give their equivalent diagrams for group symmetrical components.

2. General equations of voltages and currents in the system of group symmetrical components in reference to the CPZ type lines

The method of electric energy transmission in systems of the CPZ type and some properties of these systems are shortly described. A characteristic feature of the CPZ system is that no current flows through the ground during normal service, if the current symmetry is preserved.

Phase voltages and currents in a CPZ system can be decomposed to group symmetrical components according to the equations:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & 1, & -1, & -1 \\ -1, & 1, & -1, & 1 \\ -1, & 1, & 1, & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{01} \\ A_{00} \\ A_{11} \\ A_{10} \end{bmatrix}$$

Reversely:

$$\begin{bmatrix} A_{01} \\ A_{00} \\ A_{11} \\ A_{10} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1, & 1, & -1, & -1 \\ 1, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & -1, & -1, & 1 \\ 1, & -1, & 1, & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

In these equations A, B, C, D express the phase magnitudes (voltages and currents) in the CPZ line, and A_{01}, A_{00}, A_{11} and A_{10} their group symmetrical components in the sequence 01, 00, 11 and 10 in the basic phase („a").

3. Equivalent diagrams and impedances of transformers for the group symmetrical components

3.1. General remarks. Assumptions

Group symmetrical current components of particular sequences flowing from the CPZ line to the transformer, or in the opposite direction, are in conformity with the formulas:

$$I_{a_{mn}} + I_{b_{mn}} + I_{e_{mn}} = 0,$$
$$I_{c_{mn}} + I_{d_{mn}} + I_{f_{mn}} = 0.$$

As results from these equations the principal flux of each group component in a transformer passes through the iron of the yoke or of the yoke and leg independently of the transformer types and of their connection system. In consequence the magnetising impedance $X_{\mu_{mn}}$ is high and the magnetising current $I_{\mu_{mn}}$ is relatively small; that is why in practical calculations $X_{\mu_{mn}} = \infty$ and $I_{\mu_{mn}} = 0$ may be accepted as for the case of three-phase symmetrical components of positive and negative sequences.

The transformers discucssed in this work are two- and three-winding, delta- and star-connected transformers which are most commonly met in practice.

3.2. Two-winding transformers

The connection systems of transformer windings on the CPZ line side influence equivalent impedances of the transformer for group symmetrical components.

Omitting the magnetising current, the following formulas for transformer equivalent impedances can be obtained for group symmetrical components of voltage and current:

a) Star connection of the transformer winding on the CPZ line side:

$$Z_{01} = Z_{00} = 3\,Z_{12} + 2\,Z_D,$$
$$Z_{11} = Z_{10} = Z_{12};$$

b) Delta connection of the transformer winding on the CPZ line side:

$$Z_{01} = Z_{00} = Z_{12} + 2\,Z_D,$$
$$Z_{11} = Z_{10} = \frac{1}{3} Z_{12},$$

where:

Z_{12} — short circuit impedance of the transformer,

Z_D — impedance of the compensating device of voltage asymmetry, connected between the service line earthing and the clamp of the grounded transformer phase.

Independently of the connection system of transformer windings on the CPZ line side in normal networks (3-phase, three- or two-wire type) connected to a CPZ transmission system, current group symmetrical components of the 00 and 10 sequences do not flow. These currents flow in the transformer windings and through bus-bars on the side of the normal network.

The connection system of transformer windings on the side of the normal network influences the distribution of current components of the 01 and 11 sequences

in the phases of this network. The formulas for current components in the phases of the normal network for various transformer connections are presented in this paper.

3.3. Three-winding transformers

Proceeding similarly as in the case of two-winding transformers, the equivalent diagrams of three-winding transformers for group symmetrical components are presented.

a) Star connection of transformer windings on the CPZ line side:

Equivalent impedances:

$$Z_{00} = 3\left(Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_{23}}\right) + 2\,Z_D,$$

$$Z_{10} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_{23}}.$$

The equivalent diagram of a three-winding transformer for group components of the 01 and 11 sequences is a star with the following equivalent impedances:
for 01 sequence components:

$$Z_{1_{01}} = 3\,Z_1 + 2\,Z_D,$$
$$Z_{2_{01}} = 3\,Z_2,$$
$$Z_{3_{01}} = 3\,Z_3;$$

for 11 sequence components:

$$Z_{1_{11}} = Z_1,$$
$$Z_{2_{11}} = Z_2.$$
$$Z_{3_{11}} = Z_3.$$

If one of the windings on the side of the normal network is delta connected and plays only the role of a compensating winding, then:

$$Z_{01} = Z_{00} = 3\,Z_{12} + 2\,Z_D,$$
$$Z_{11} = Z_{10} = Z_{12}.$$

b) Delta connection of the transformer winding on the CPZ line side:
Equivalent impedances:

$$Z_{00} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_{23}}\,2\,Z_D,$$

$$Z_{10} = \frac{1}{3}\left(Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_{23}}\right).$$

The equivalent diagram of a three-winding transformer for group components of the 01 and 11 sequences is a star with the following equivalent impedances of particular star branches:
for 01 sequence components:

$$Z_{1_{01}} = Z_1 + 2\,Z_D,$$
$$Z_{2_{01}} = Z_2,$$
$$Z_{3_{01}} = Z_3,$$

for 11 sequence components:

$$Z_{1_{11}} = \frac{1}{3} Z_1,$$

$$Z_{2_{11}} = \frac{1}{3} Z_2,$$

$$Z_{3_{11}} = \frac{1}{3} Z_3,$$

Z_1, Z_2 and Z_3 being equivalent impedances of the star branches calculated from corresponding short circuit impedance voltages of the transformer, reduced to the transformer winding on the CPZ line side. If the winding on the side of the normal network is delta connected and plays only the role of a compensating winding, then:

$$Z_{01} = Z_{00} = Z_{12} + 2 Z_D,$$

$$Z_{11} = Z_{10} = \frac{1}{3} Z_{12}.$$

The connection system of winding on the side of the normal network for three--winding transformers working in a CPZ system, influences the values of current components in the phases of this network, similarly as in the case with two-winding transformers.

4. Conclusions

In conclusion general properties of transformers working in CPZ systems in relation to group symmetrical components are formulated. The calculation methods and relations of equivalent impedances for group symmetrical components of two- and three-winding transformers presented in this paper can be accepted as a basis for the determination of equivalent diagrams and for the calculation of equivalent impedances for other types of transformers, e. g. autotransformers and four- or five--winding transformers.

621.396.677

GRZEGORZ GULCZ

Anteny spiralne

Rękopis dostarczono 15.4.1957

Rozróżniamy anteny spiralne (spirale) promieniujące normalnie (prostopadle do osi spirali) i osiowo (wzdłuż osi i zgodnie z przepływem energii w. cz.). Spirala promieniuje normalnie, gdy jej całkowita długość jest znacznie mniejsza od długości fali, osiowo zaś wówczas, gdy wzdłuż jednego zwoju spirali rozłoży się w przybliżeniu całkowita długość fali. Spirala promieniująca normalnie jest anteną selektywną, przy czym oporność promieniowania takiej spirali jest o 50% większa niż zwykłej anteny prostej o wysokości równej długości osi spirali. W ogólnym przypadku spirale promieniujące normalnie i osiowo emitują falę spolaryzowaną eliptycznie, przy czym tak można dobrać wymiary geometryczne spiral, aby promieniowały one falę o polaryzacji kołowej. Zarówno spirale o promieniowaniu normalnym, jak i spirale o promieniowaniu osiowym użyte jako anteny odbiorcze umieszczone w polu elektrycznym o polaryzacji kołowej oraz przy spełnieniu każdorazowo przez spirale (promieniujące normalnie bądź osiowo) warunków polaryzacji kołowej, mogą zaindukować w sobie wypadkową siłę elektromotoryczną równą zeru lub *s.em.*-ną dwa razy większą od *s.em.*-nej zaindukowanej w danej antenie tylko pod wpływem polaryzacji liniowej. Zależy to od kierunku nawinięcia zwojów spirali w stosunku do kierunku wirowania wektora pola elektrycznego.

Ilość całkowitych długości fal rozłożonych wzdłuż jednego zwoju spirali określa rząd promieniowania osiowego energii w. cz. przez spiralę. Gdy wzdłuż jednego zwoju rozłoży się jedna długość fali, mamy wówczas promieniowanie osiowe rzędu pierwszego. Rząd promieniowania jest funkcją wymiarów geometrycznych spirali. Spirala dla podstawowego promieniowania osiowego (pierwszego rzędu) jest anteną szerokopasmową, tzn. że jej parametry elektryczne w pewnym pasmie częstotliwości są prawie stałe ($f_{max} : f_{min} = 1{,}67$ dla $\alpha_{opt} = 14°$). W części empirycznej podano przebieg parametrów elektrycznych dla spirali przy promieniowaniu podstawowym. Podano także układy wzbudzania spiral emitujących energię w. cz. normalnie i osiowo oraz przytoczono szereg wzorów empirycznych do obliczania poszczególnych parametrów spirali pracującej w obszarze podstawowego promieniowania osiowego.

Specyficzne własności spiral w obszarze podstawowego promieniowania osiowego są wynikiem charakterystycznego przebiegu współczynnika prędkości fazowej, który dla promieniowania normalnego równa się jedności, natomiast dla podstawowego promieniowania osiowego i dla promieniowań wyższych rzędów jest funkcją wymiarów geometrycznych spirali.

W części teoretycznej omówiono w krótkim zarysie wpływ ziemi na charakterystyki promieniowania normalnego oraz promieniowania osiowego.

1. WSTĘP

Celem pracy jest teoretyczne opracowanie całokształtu zagadnień związanych z tzw. antenami spiralnymi oraz skonfrontowanie niektórych podstawowych wzorów z zakresu tych zagadnień z wynikami doświadczalnymi. W Polsce tego rodzaju anteny nie są dotąd znane oraz nie mają swej literatury.

Własności elektryczne anten spiralnych zależą głównie od wymiarów geometrycznych spirali. Istotny wpływ na parametry elektryczne spirali mają jej wymiary względne, tzn. wymiary odniesione do długości fali, jaka rozkłada się wzdłuż spirali. Długość fali, jaka rozkłada się wzdłuż spirali, nie jest równa długości fali istniejącej w próżni, gdyż prędkości fazowe w próżni i w określonym ośrodku są różne.

W zależności od charakterystyki promieniowania spirali rozróżniamy anteny spiralne o promieniowaniu normalnym, tzn. że maksimum promieniowania zachodzi w kierunku normalnym do osi spirali, oraz anteny spiralne o promieniowaniu osiowym, tzn. że maksimum promieniowania zachodzi w kierunku osi spirali. Z prawa wzajemności anten wynika, że zarówno anteny promieniujące (nadawcze), jak i odbiorcze będą miały te same własności elektryczne. W pierwszym przybliżeniu można powiedzieć, że rodzaj promieniowania anteny spiralnej zależy od rozkładu prądu wzdłuż spirali.

Spirala jest wtedy anteną promieniującą normalnie, gdy całkowita długość spirali jest znacznie mniejsza od długości fali. Anteny spiralne promieniujące normalnie są antenami selektywnymi. Oporność promieniowania takich spiral jest o około 50% większa niż zwykłych anten pionowych o tych samych wysokościach. Taka „krótka" spirala promieniuje w ogólnym przypadku falę spolaryzowaną eliptycznie. Przy odpowiednim dobraniu parametrów geometrycznych spirala powyższa emituje falę spolaryzowaną kołowo. Wypadkowa siła elektromotoryczna zaindukowana w dowolnej antenie spiralnej (w przypadku, gdy odbierane pole będzie spolaryzowane eliptycznie) będzie sumą lub różnicą algebraiczną z poszczególnych *s.em.*-nych zaindukowanych pod wpływem poszczególnych składowych pola elektrycznego (składowej poziomej i składowej pionowej polaryzacji). Jeżeli odbierane pole elektryczne będzie spolaryzowane kołowo i jeżeli antena będzie spełniała warunki polaryzacji kołowej, wypadkowa *s.em.*-na będzie równa zeru lub będzie dwa razy większa niż *s.em.*-na zaindukowana tylko pod wpływem jednej ze składowych pola elektrycznego. Ta własność powyższych anten zależy od kierunku nawinięcia spirali w stosunku do kierunku wirowania wypadkowego pola elektrycznego.

Pojedyncza spirala jest anteną promieniującą osiowo (tylko w jednym kierunku!) wtedy, gdy wzdłuż długości jednego zwoju rozłoży się mniej więcej jedna długość fali (dla promieniowania tzw. pierwszego rzędu). Własności kierunkowe wykazuje już pojedynczy zwój spirali. Jak się okazuje, powyższa antena spiralna jest anteną szerokopasmową, przy czym jej kształt charakterystyki promieniowania w roboczym zakresie częstotliwości jest prawie stały. W tym samym zakresie impedancja jest również mniej więcej stała i ma charakter prawie oporności rzeczywistej; wynika z tego, że w roboczym zakresie częstotliwości prąd wzdłuż spirali rozkłada się w przybliżeniu w postaci fali bieżącej.

Zarówno antena promieniująca normalnie, jak i antena promieniująca osiowo emitują w ogólnym przypadku falę spolaryzowaną eliptycznie. Jak się okazuje, jeżeli antena spiralna promieniująca osiowo ma więcej niż trzy zwoje, to emituje falę spolaryzowaną kołowo. Taka spirala (promieniująca osiowo) pozwala w prosty sposób na uzyskanie stosunkowo ostrej charakterystyki promieniowania i stosunkowo dużego zysku energetycznego.

Część teoretyczna zagadnienia jest przedstawiona we własnej interpretacji autora.

Literaturą autor posługiwał się jedynie jako sprawdzianem wzorów końcowych (tok wyprowadzania wzorów jest podany w przypisach) [1]).

W części empirycznej autor starał się przytoczyć jedynie dane z literatury uważając, że dokonał za małej ilości systematycznych pomiarów anten spiralnych, aby na ich podstawie można było wysnuć ogólne wnioski w postaci wykresów i wzorów [2]).

---

[1]) Szereg wzorów autor podał w postaci ogólniejszej, aniżeli to jest spotykane w literaturze. Wzory (7a) i (7b) są spotykane w literaturze w postaci uwzględniającej tylko przebieg samej amplitudy w funkcji azymutu Φ i wymiarów geometrycznych spirali. Natomiast wzory te wyprowadzone przez autora uwzględniają dodatkowo przebieg fazy poszczególnych składowych w funkcji wymienionych zmiennych. Prócz tego w podanym przez autora wzorze (7b) przebieg amplitudy jest podany w postaci prostszej, niż jest to spotykane w literaturze, gdyż pewne czynniki zawarte w tym wzorze dają się w łatwy sposób uprościć. Podobnie jest ze wzorami (18), (18a) i (20), które autor wyprowadził dla tzw. dowolnego rzędu promieniowania energii w. cz. przez spiralę. Wspomniane wzory są spotykane w literaturze tylko dla tzw. promieniowania pierwszego rzędu. Wzory (6) oraz wzory (20a), (20b), a wreszcie (21a) i (21b) w literaturze nie są w ogóle spotykane.

[2]) Warto jednak dodać, że pomiary charakterystyk kierunkowych promieniowania spiral i pomiary impedancji wejściowej (dla spiral promieniujących osiowo) autor otrzymał identyczne z podawanymi w literaturze.

2. TEORIA I ZASADA DZIAŁANIA ANTEN SPIRALNYCH

2.1. Oznaczenia stosowane w pracy

Będziemy rozpatrywali antenę w kształcie spirali o kołowym przekroju poprzecznym, nawiniętą na walcu tak, jak to jest pokazane na rys. 1. Poszczególne oznaczenia, którymi będziemy się posługiwali, wyrażają:

c — prędkość fal elektromagnetycznych w próżni,
d — średnicę przewodnika spirali,
$e = 2{,}718$ — podstawę logarytmów naturalnych,
f — częstotliwość,
g — bok kwadratu, którego powierzchnia jest równa powierzchni ograniczonej poprzecznym kołowym przekrojem spirali,
$j = \sqrt{-1}$,
l — dowolną długość, mierzoną wzdłuż spirali,
l_π — długość spirali, wzdłuż której przesunięcie fazy wynosi 180° (π),
m — rząd promieniowania (co odpowiada m długościom całkowitych fal rozłożonych wzdłuż jednego zwoju spirali),
n — ilość zwojów spirali,
p — współczynnik prędkości fazowej,
r — odległość od spirali punktu, w którym określamy wartość natężenia pola elektrycznego pochodzącego od spirali,
r_0 — promień spirali,
t — czas,
v — prędkość fal elektromagnetycznych w danym ośrodku,
x, y, z — osie układu współrzędnych prostokątnych przestrzennych,
$A' = nS$ — długość osi spirali, współczynnik,
A — powierzchnię ograniczoną poprzecznym przekrojem kołowym spirali, współczynnik,
D — średnicę spirali,
E_Φ, E_Θ — poszczególne składowe natężenia pola elektrycznego,
$E_{\Phi T}, E_{\Theta T}$ — poszczególne składowe natężenia pola elektrycznego pochodzące od jednego zwoju spirali,
E_x, E_y — składowe natężena pola elektrycznego wzdłuż osi x i y,
G — średnicę reflektora kołowego,
I_0 — prąd w spirali,
L — długość jednego zwoju spirali,
M — współczynnik osiowy,
P — odległy punkt, w którym określamy poszczególne składowe natężenia pola elektrycznego,
Q — dowolny punkt położony na spirali,
R — oporność promieniowania (składowa rzeczywista) w punktach zasilania anteny,

S — skok jednego zwoju spirali,

$s.em._{\Phi}$, $s.em._{\Theta}$ — poszczególne składowe sił elektromotorycznych wyindukowanych w antenie spiralnej pod wpływem natężeń pól elektrycznych,

$s.em._x$, $s.em._y$ — poszczególne składowe sił elektromotorycznych wyindukowanych w antenie spiralnej przy ustawieniu tej anteny w kierunku maksymalnego odbioru,

α — kąt wzniesienia linii spiralnej,

λ — długość fali w próżni,

λ_p — długość fali wzdłuż przewodnika spirali,

$\pi = 3{,}14$,

$\omega = 2\pi f$ — pulsację,

Φ — kąt azymutalny,

Θ — kąt elewacyjny,

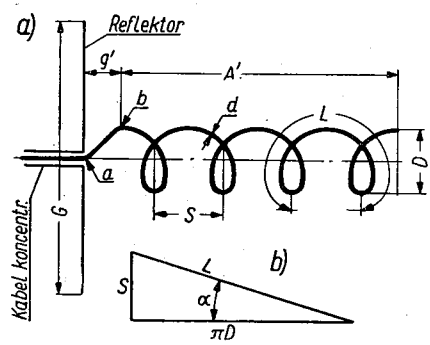
Ψ — funkcję wymiarów geometrycznych spirali oraz azymutu Φ.

Pozostałe, nie podane tu oznaczenia będą objaśnione w dalszym ciągu w tekście, gdyż odpowiadające im pojęcia będą lepiej zrozumiałe w konkretnych przypadkach.

Wszystkie oznaczenia dotyczące wymiarów geometrycznych spirali z indeksem λ wyrażają wielkości zredukowane, czyli mierzone w długości fali istniejącej w próżni.

Współczynnik prędkości fazowej p oznacza stosunek prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w danym ośrodku do prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w próżni, czyli oznacza stosunek długości fali w danym ośrodku do długości fali w próżni, tzn.:

$$p = \frac{v}{c} = \frac{\lambda_p}{\lambda}.$$



Rys. 1. Antena spiralna i jej parametry

Na podstawie rys. 1 możemy napisać:

$$\left.\begin{aligned} L^2 &= S^2 + \pi^2 D^2, \\ L_\lambda^2 &= S_\lambda^2 + \pi^2 D_\lambda^2, \\ \alpha &= \operatorname{arc\,tg}\frac{S}{\pi D} = \operatorname{arc\,sin}\frac{S}{L} = \operatorname{arc\,cos}\frac{\pi D}{L}, \\ S_\lambda &= L_\lambda \sin\alpha, \\ D_\lambda &= \frac{L_\lambda}{\pi}\cos\alpha. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Zgodnie z rys. 1 początek spirali znajduje się w punkcie b, natomiast koniec linii zasilającej (fideru) znajduje się w punkcie a. A więc spirala jest połączona z linią zasilającą poprzez odcinek ab. Odcinek g' jest rzutem odcinka ab na oś spirali. W praktyce:

$$g' \approx \frac{1}{2} S .$$

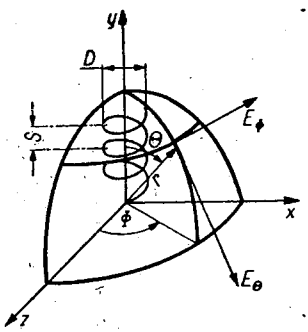
2.2. Antena spiralna promieniująca normalnie (Antena spiralna krótka)

2.2.1. Charakterystyka kierunkowa spirali promieniującej normalnie

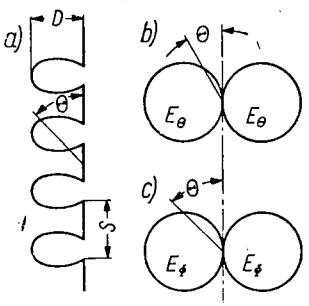
Z analizy i pomiarów wynika, że promieniowanie normalne spirali zachodzi wówczas, gdy całkowita długość spirali jest znacznie mniejsza od długości fali, tzn.:

$$nL \ll \lambda . \qquad (2$$

Na rys. 2 jest pokazana antena spiralna w układzie współrzędnych prostokątnych przestrzennych wraz z poszczególnymi oznaczeniami. Należy założyć, że interesuje nas natężenie pola elektrycznego w dużej odległości od anteny, tzn. w odległości znacznie większej od długości fali, a tym samym w odległości znacznie większej od wymiarów geometrycznych spirali.



Rys. 2. Krótka antena spiralna w układzie współrzędnych prostokątnych przestrzennych oraz poszczególne składowe natężenia pola elektrycznego



Rys. 3. Równoważny układ zastępczy krótkiej anteny spiralnej wraz z charakterystykami kierunkowymi składowych polaryzacji E_Φ i E_Θ w funkcji kąta elewacji Θ

Można udowodnić, że dla warunku (2) antenę spiralną przedstawioną na rys. 2 można zastąpić anteną pokazaną na rys. 3a, tzn. że każdy zwój anteny spiralnej da się zastąpić układem równoważnym, składającym się z krótkiego dipola, który jest równoległy do osi spirali i równy jest sko-

kowi spirali S, oraz z małej anteny ramowej o przekroju kołowym, której średnica wynosi D [1]). W układzie zastępczym antena ramowa nie jest już spiralą, lecz stanowi obwód koła, które znajduje się w płaszczyźnie prostopadłej do osi spirali.

Na podstawie warunku (2) można przyjąć, że faza prądu w każdym punkcie spirali jest ta sama, gdyż przesunięcie fazy na długości $nL \ll \lambda$ jest do pominięcia. Inaczej można powiedzieć, że poszczególne zwoje spirali będą zasilane synfazowo. Przyjąć należy także, że prąd w poszczególnym zwoju (wzdłuż długości jednego zwoju) jest stały. W zależności od sposobu zasilenia i zakończenia takiej anteny prąd w poszczególnych zwojach może być prawie ten sam lub może się zmieniać liniowo.

W celu wyznaczenia charakterystyki kierunkowej omawianej anteny spiralnej należy wyznaczyć charakterystykę kierunkową jednego zwoju, czyli charakterystykę kierunkową pochodzącą od jednego krótkiego dipola o długości S i od jednej małej anteny ramowej o przekroju kołowym, której średnica wynosi D. Jest oczywiste, że ilość zwojów spirali dla wypadku (2) nie ma wpływu na kształt charakterystyki promieniowania, mianowicie dlatego, że w dowolnym i odległym punkcie P natężenia pól elektrycznych od poszczególnych dipoli i anten ramowych będą dodawały się arytmetycznie, co wynika z warunku (2). Oznacza to, zgodnie z warunkiem (2), że rozstawienie tych elementów w przestrzeni jest do pominięcia w porównaniu z długością fali i dlatego nie ma tu przesunięcia fazowego wynikającego z różnicy dróg od poszczególnych elementów do odległego punktu P.

Antenę ramową o przekroju kołowym zastępujemy równoważną anteną o przekroju kwadratowym, którego bok wynosi g, w ten sposób, aby powierzchnia ograniczona kołem i kwadratem była jedna i ta sama:

$$g = \frac{D}{2}\sqrt{\pi}\,. \tag{1a}$$

W ten sposób każdy zwój spirali można zastąpić pięcioma krótkimi dipolami, do których to dipoli można już zastosować wzór dla elementarnego, promieniującego dipola. Biorąc pod uwagę to, co dotąd powiedziano, oraz uwzględniając odpowiednio rozstawienie w przestrzeni zastępczego układu pięciu dipoli (i stosując do nich wzory na natężenie pola elektrycznego dla elementarnego dipola) otrzymamy dla jednego zwoju krótkiej anteny spiralnej następujące wyrażenia na natężenia pola elektrycznego w odległym punkcie P:

$$E_\Phi = -\frac{120\,\pi^2\,[I_0]\,\sin\Theta}{r}\cdot\frac{A}{\lambda^2}, \tag{3a}$$ [2])

[1]) Udowodnione to zostało przez Wheelera (USA).

[2]) Zob. przypis 1.

$$E_\Theta = j \frac{60\pi[I_0] \sin\Theta}{r} \cdot \frac{S}{\lambda}, \tag{3b}$$[1]

gdzie:

$$A = g^2 = \frac{\pi D^2}{4},$$

$$[I_0] = I_0 \cdot e^{j\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)}.$$

Z równań (3a) i (3b) widać, że otrzymaliśmy wyrażenia na polaryzację eliptyczną. A więc antena spiralna spełniająca warunek (2) daje nam w ogólnym przypadku polaryzację eliptyczną. Poza tym z równań tych widać, że charakterystyki promieniowania poszczególnych składowych polaryzacji są podobne do siebie, gdyż obie są proporcjonalne do wielkości $\sin\Theta$, przy czym maksimum promieniowania zachodzi w kierunku normalnym do osi spirali. Graficznie jest to pokazane na rys. 3b i 3c. Taki kształt charakterystyki jest oczywisty, gdy weźmiemy pod uwagę charakterystykę kierunkową jednego dipola prostego i jednej anteny ramowej. Możemy więc powiedzieć, że powyższa antena spiralna posiada charakterystykę dookólną w płaszczyźnie prostopadłej do osi spirali.

Stosunek poszczególnych składowych polaryzacji, czyli współczynnik osiowy, charakteryzuje nam wypadkowe natężenie pola elektrycznego. Współczynnik ten wyraża się następująco:

$$M = \left|\frac{E_\Theta}{E_\Phi}\right| = \frac{2S\lambda}{\pi^2 D^2}. \tag{4}$$

W ogólnym przypadku obydwie składowe E_Φ i E_Θ mają określone wartości i wówczas to wypadkowe pole elektryczne jest spolaryzowane eliptycznie. W zależności, która ze składowych będzie większa, otrzymamy polaryzację eliptyczną, której większa oś będzie ustawiona poziomo lub pionowo względem przyjętego układu współrzędnych. Jeżeli teraz przyjmiemy jeden przypadek graniczny, np. $\alpha = 90°$, to wtedy otrzymamy tylko jeden prosty dipol pionowy, a zniknie nam antena ramowa, zgodnie z równaniem (1). Wtedy to otrzymamy powszechnie znany nam przypadek prostej anteny pionowej, której własności są już oczywiście znane. Dla tego przypadku z wyrażeń (1) i (1a) wynika, że:

$$A = 0;$$

podstawiając tę wartość do równań (3a) i (4) otrzymamy:

$$E_\Phi = 0,$$

$$M = \infty,$$

[1]) Zob. przypis 1.

co oznacza, że wówczas polaryzacja eliptyczna przechodzi w pionową polaryzację linową. Polaryzację tę otrzymamy we wszystkich kierunkach, z wyjątkiem $\Theta = 0°$, gdyż wtedy także $E_\Theta = 0$, zgodnie z równaniem (3b). Drugi przypadek graniczny otrzymamy, gdy $\alpha = 0°$. Dla tego przypadku, zgodnie z równaniem (1), otrzymamy małą antenę ramową, a zniknie nam dipol pionowy. Analogicznie jak poprzednio otrzymamy:

$$\begin{aligned} S &= 0, \\ E_\Theta &= 0, \\ M &= 0, \end{aligned}$$

a polaryzacja eliptyczna przejdzie w poziomą polaryzację liniową. Polaryzację taką otrzymamy we wszystkich kierunkach z wyjątkiem $\Theta = 0°$, gdyż wtedy także $E_\Phi = 0$, zgodnie z równaniem (3a). Jeden i drugi przypadek są szczególnymi przypadkami polaryzacji eliptycznej.

Z tego co dotychczas powiedziano wynika, że antena spiralna jest ogólnym przypadkiem anteny zarówno promieniującej, jak i odbiorczej. Własności anteny spiralnej będą zatem ogólnymi własnościami anten.

Jednym z następnych przypadków szczególnych będzie taki przypadek, gdy tak dobierzemy parametry spirali, aby:

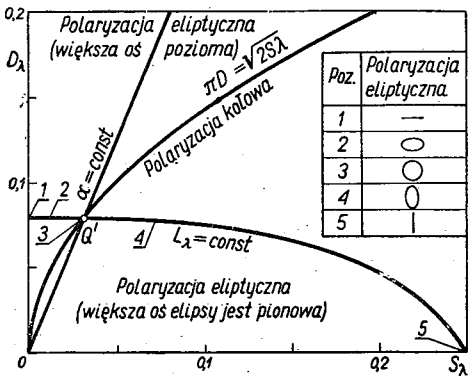
dla tego przypadku:

$$\left.\begin{aligned} M &= 1; \\ \pi D &= \sqrt{2S\lambda}, \\ \pi D_\lambda &= \sqrt{2S_\lambda}. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Fizycznie równanie (5) oznacza polaryzację kołową. Poza tym równanie (5) pozwala nam na obliczenie parametrów spirali, dla których będzie spełniony warunek polaryzacji kołowej. Polaryzację kołową, zgodnie z równaniem (3), otrzymamy nie tylko w płaszczyźnie x—z, ale także we wszystkich kierunkach, z wyjątkiem kierunku pokrywającego się z osią spirali, gdyż wtedy obydwie składowe polaryzacji są równe zeru.

Na podstawie równania (5) można sporządzić krzywą odpowiadającą temu równaniu, jak to pokazano na rys. 4. Krzywa ta jest miejscem geometrycznym wymiarów spirali, które spełniają warunek polaryzacji kołowej. Jeżeli teraz dobierzemy wymiary geometryczne spirali w ten sposób, że znajdziemy się powyżej tej krzywej, to otrzymamy polaryzację eliptyczną, przy czym większa oś elipsy będzie ustawiona poziomo w stosunku do przyjętego układu współrzędnych i płaszczyzny ziemi. Jeżeli natomiast dobierzemy wymiary geometryczne spirali w ten sposób, że znajdziemy się poniżej tej krzywej, to otrzymamy polaryzację eliptyczną, ale większa oś elipsy będzie ustawiona pionowo względem płaszczyzny

ziemi. Jeżeli teraz założymy, że długość jednego zwoju jest wielkością stałą (L_λ = const), a zmienia się jedynie kąt wzniesienia linii spiralnej α (tak, iż przy $\alpha = 0^\circ$ spirala zamieni się w koło, a przy $\alpha = 90^\circ$ spirala zamieni się w prosty dipol), to otrzymamy następne wykresy, przedstawione na rys. 4. Prócz tego na rys. 4 znajduje się prosta dla α = const.



Rys. 4. Zależność średnicy spirali od skoku spirali dla warunku polaryzacji kołowej (krótkiej anteny spiralnej)

Ostatnie dwa wykresy są sporządzone na podstawie równania (1). Jeżeli założymy, że będziemy tak zmieniali S_λ i D_λ, aby L_λ = const, to będziemy poruszali się po krzywej L = const. W zależności od tego, w którym miejscu będziemy znajdowali się na krzywej L_λ = = const, otrzymamy różne polaryzacje eliptyczne. Jest to przedstawione na rys. 4 w postaci poglądowej tabelki dla pięciu różnych położeń na krzywej L_λ = = const. Z rysunku tego widać, że dla L_λ = const polaryzację kołową otrzymujemy tylko dla jednej częstotliwości, a mianowicie wtedy, gdy krzywa L_λ = const przetnie się z krzywą $M = 1$. Przez punkt Q' przechodzi tylko jedna prosta dla α = const. Znając punkt przecięcia się tych krzywych można określić kąt α, dla którego zajdzie polaryzacja kołowa. Odwrotnie, jeżeli będziemy mieli zadaną częstotliwość i kąt wzniesienia linii spiralnej α, to wyznaczymy punkt Q' jako przecięcie się krzywej $M = 1$ z prostą α = const. Dla tego punktu Q' określimy S_λ i D_λ, a znając nadto częstotliwość możemy określić S_λ i D_λ. Na rys. 4 można także wykreślić krzywą M = const $\neq 1$. Wtedy będziemy mogli metodą wykreślną przeliczyć krótką antenę spiralną dla dowolnego przypadku. Również będziemy mogli zrobić to analitycznie, na podstawie poprzednio podanych wzorów dla tego przypadku anteny. Wykresy na rys. 4 są wykonane w małych obszarach D_λ i S_λ, tak aby był spełniony warunek (2).

2.2.2. *Krótka spiralna antena odbiorcza*

Rozumując analogicznie jak uprzednio w przypadku anteny promieniującej, dojdziemy do podobnych wyrażeń w przypadku anteny odbiorczej. Jako wynik końcowy otrzymamy dla krótkiej anteny spiralnej następujące wyrażenia na poszczególne *s.em.*-ne indukowane w tej antenie:

$$\left.\begin{aligned} s.em._{\Theta} &= j[E_{\Theta}]\, S \sin\Theta, \\ s.em._{\Phi} &= -[E_{\Phi}]\,\frac{2\pi A}{\lambda}\sin\Theta, \end{aligned}\right\} \qquad (6)^{1)}$$

gdzie:

$$[E_{\Theta}] = E_{\Theta}\cdot e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)},$$

$$[E_{\Phi}] = E_{\Phi}\cdot e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}.$$

A więc charakterystyka kierunkowa anteny odbiorczej jest taka sama jak anteny promieniującej i jest odniesiona tylko do jednego zwoju. Z równań (6) widać, że *s.em.*-ne indukowane w krótkiej antenie spiralnej są przesunięte względem siebie o kąt 90° w czasie, w przypadku przychodzącej fali spolaryzowanej liniowo. Jeżeli teraz fala przychodząca będzie spolaryzowana eliptycznie, to *s.em.*-ne indukowane w takiej antenie będą dodawały się algebraicznie. Gdy przychodząca fala będzie spolaryzowana kołowo i antena odbiorcza będzie spełniała także warunek polaryzacji kołowej (5), to wypadkowa *s.em.*-na będzie dwa razy większa (jeżeli składowa E_{Θ} będzie wyprzedzać składową E o kąt 90° w czasie) lub będzie równa zeru (jeżeli składowa E_{Φ} będzie wyprzedzać składową E_{Θ} o kąt 90° w czasie), co wynika z równań (6) i dotyczy kierunku nawinięcia spirali zgodnego z rys. 3. Łatwo więc można wysnuć wniosek, że wspomniana i ciekawa własność krótkiej spiralnej anteny odbiorczej zależy od kierunku wirowania pola elektrycznego względem kierunku nawinięcia spirali.

Należy pamiętać, że zarówno natężenie pola elektrycznego pochodzące od promieniującej krótkiej anteny spiralnej, jak i *s.em.*-na indukowana w takiej antenie są proporcjonalne do ilości zwojów spirali, ale nie oznacza to, że natężenie pola elektrycznego, względnie indukowana *s.em.*-na, jest tyle razy większa, ile zwojów ma antena, w stosunku do natężenia pola elektrycznego pochodzącego od jednego zwoju bądź do *s.em.*-nej indukowanej w jednym zwoju, a to z tego względu, że zależy to od rozkładu prądu wzdłuż spirali, który może, ale nie musi być równomierny wzdłuż długości spirali.

2.2.3. Oporność promieniowania i wpływ ziemi krótkiej anteny spiralnej

Na jeszcze jedną rzecz należy zwrócić uwagę odnośnie anteny spiralnej krótkiej, a mianowicie na wielkość oporu promieniowania. Jeżeli założymy, że antena taka nie posiada pojemności końcowej (liniowy rozkład prądu wzdłuż spirali oraz prąd na końcu spirali jest równy zeru), oraz

[1]) Zob. przypis 2.

pominiemy efekt zbliżenia zwojów i uwzględnimy wpływ ziemi idealnej, to okaże się, że oporność promieniowania jest o około 50% większa niż oporność promieniowania zwykłego dipola pionowego o wysokości równej długości osi spirali. Jest to szczególnie ważne, gdy ze względów od nas niezależnych nie jesteśmy w stanie zbudować dowolnie wysokiej zwykłej anteny pionowej. Poza tym wpływa to także na polepszenie sprawności energetycznej anteny.

Antena spiralna promieniująca normalnie posiada także składową urojoną impedancji wejściowej, którą można wyliczyć analogicznie jak dla zwykłego przewodnika prostego. Oporność promieniowania i składowa urojona tej anteny stanowią impedancję wejściową anteny spiralnej. Krótka antena spiralna (o promieniowaniu normalnym) posiada charakter selektywny, to znaczy, że przy małych zmianach częstotliwości następują duże zmiany impedancji wejściowej. Dla takiego wypadku trzeba by antenę przy zmianie częstotliwości każdorazowo dostrajać i dopasowywać do źródła zasilającego.

Nie będziemy tu dokładnie analizowali ani wpływu ziemi na charakterystykę promieniowania anteny, ani sprawności anteny ze względu na straty w izolatorze i przewodniku, gdyż nie są to zagadnienia charakterystyczne dla anten spiralnych, a wpływ tych wielkości jest tu tego samego rodzaju co dla innych anten. Powiemy sobie jednak tutaj ogólnie o tych zagadnieniach, ale już jednocześnie dla obu przypadków, tzn. dla przypadku anteny spiralnej promieniującej normalnie oraz dla przypadku anteny promieniującej osiowo. Ogólnie można powiedzieć, że sprawność anten spiralnych ze względu na straty w przewodniku anteny i w izolatorze jest większa niż dla anten prostych, i to zarówno w przypadku anten spiralnych promieniujących normalnie, jak i promieniujących osiowo, przy czym sprawność ta jest większa dla anten spiralnych promieniujących osiowo. Przy pomocy współczynników wpływu ziemi [1]) dla fal spolaryzowanych pionowo i poziomo można także wysnuć wnioski odnośnie do wpływu ziemi na charakterystykę promieniowania. Dla anteny spiralnej promieniującej normalnie, na skutek oddziaływania ziemi rzeczywistej (nie przewodzącej idealnie) charakterystyka kierunkowa dla składowej polaryzacji pionowej ulegnie tylko pewnemu zwężeniu, przy czym maksimum promieniowania dla tej składowej wzrośnie w odpowiednim stosunku, a charakterystyka kierunkowa składowej polaryzacji poziomej ulegnie także pewnemu zwężeniu, przy czym maksimum promieniowania dla tej składowej zmaleje oraz zajdzie pod pewnym kątem w stosunku do płaszczyzny ziemi. Natomiast dla anteny spiralnej promieniującej osiowo wpływ ziemi rzeczywistej będzie tego rodzaju, że charakterystyka kierun-

[1]) Zob. przypis 16.

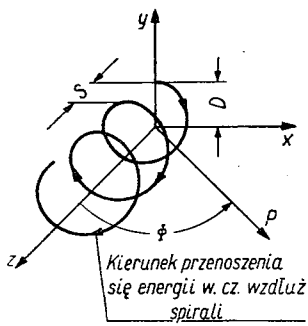
kowa dla składowej polaryzacji pionowej ulegnie tylko pewnemu minimalnemu zwężeniu, a charakterystyka kierunkowa dla składowej polaryzacji poziomej ulegnie także minimalnemu zwężeniu oraz maksimum promieniowania dla tej składowej zajdzie pod bardzo małym kątem w stosunku do płaszczyzny ziemi. Praktycznie wpływ ziemi rzeczywistej na charakterystykę kierunkową anteny spiralnej promieniującej osiowo jest do pominięcia i wpływu tego nie uwzględnia się.

W przypadku anten spiralnych promieniujących normalnie przyjmujemy stale, że współczynnik prędkości fazowej równa się jedności ($p = 1$), co potwierdzają pomiary, które zostaną podane w dalszym ciągu.

2.3. Antena spiralna promieniująca osiowo (Antena spiralna długa)

2.3.1. Charakterystyka kierunkowa spirali promieniującej osiowo

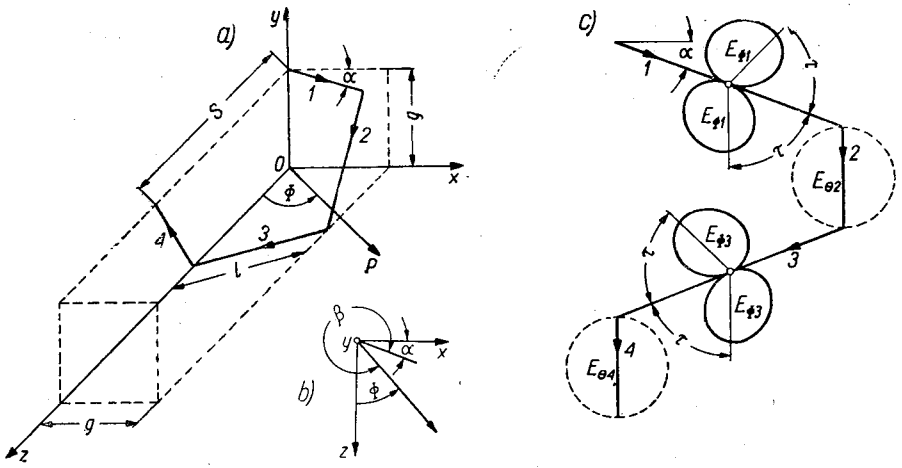
Jak wynika z analizy i pomiarów, promieniowanie osiowe anteny spiralnej występuje wówczas, gdy wzdłuż jednego zwoju spirali rozłoży się mniej więcej jedna całkowita długość fali (co odpowiada pierwszemu rzędowi promieniowania). W celu przeprowadzenia analizy należy przyjąć szereg założeń i uproszczeń. Zakładamy mianowicie, że rozkład prądu wzdłuż spirali ma charakter fali bieżącej o stałej amplitudzie w funkcji długości spirali. Analiza powyższej anteny będzie miała charakter przybliżony, ale jak się później okaże dostatecznie dokładny, jeżeli antena będzie miała pewną minimalną liczbę zwojów ($n \geqslant 3$).



Rys. 5. Antena spiralna promieniująca osiowo wrysowana w układ współrzędnych prostokątnych; rysunek pomocniczy, służący do analizy charakterystyki kierunkowej spirali

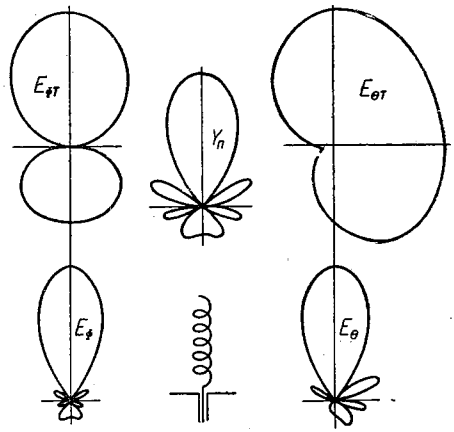
Antenę spiralną pokazaną na rys. 5 zastępujemy równoważną anteną spiralną, nawiniętą na przekroju kwadratowym o boku g i o tym samym skosku S oraz o tym samym kącie wzniesienia linii spiralnej α, tak jak to pokazano na rys. 6. Zakładamy, że wartość g spełnia równanie (1a). Zamiana zwoju o przekroju kołowym na zwój o przekroju kwadratowym pozwala poglądowo wyjaśnić wpływ kąta α na charakterystykę kierunkową jednego zwoju. Jak wiadomo, w przewodniku prostym z falą bieżącą maksimum promieniowania występuje pod pewnym kątem τ do osi przewodu. Kąt τ zależy od stosunku długości tego przewodu do długości fali. Jeżeli teraz zajdzie wypadek, że $\alpha = \tau$, i jeżeli weźmiemy pod uwagę wszystkie cztery przewody zastępczego zwoju, to

otrzymamy charakterystyki kierunkowe w płaszczyźnie x—z dla poszczególnych przewodów, jak to pokazano na rys. 6c. Charakterystyki kierunkowe na rys. 6c pochodzące od przewodów *1* i *3* są całkiem oczywiste. W płaszczyźnie x—z przewody *1* i *3* dają tylko składową polaryzacji poziomej o charakterystyce kierunkowej w funkcji kąta Φ, tak jak to jest pokazane na rys. 6c. Przewody *2* i *4* dają składową polaryzacji pionowej i poziomej w płaszczyźnie x—z w funkcji kąta Φ. Charakterystyka kierunkowa w płaszczyźnie x—z w funkcji kąta Φ dla składowej polaryzacji pionowej pochodzącej od przewodów *2* i *4* będzie charakterystyką dookólną. Natomiast składowe poziome polaryzacji od przewodów *2* i *4* w płaszczyźnie x—z i w funkcji kąta Φ pomijamy dlatego, żeby łatwiej było nam zorientować się w przebiegu poszczególnych charakterystyk. Pomijając wspomniane wielkości nie popełniamy dużego błędu, gdyż w praktyce kąty wzniesienia linii spiralnej α są nieduże, w związku z czym również wielkości, które pomijamy, są w rzeczywistości małe, w stosunku do składowych polaryzacji poziomej pochodzącej od przewodów *1* i *3* i wobec tego możliwe do pominięcia. Należy jeszcze uwzględnić przesunięcie fazy wszystkich składowych natężeń pól elektrycznych pochodzących od tych czterech przewodów, wynikające z rozmieszczenia poszczególnych przewodów w przestrzeni i ze zmiany fazy prądu wzdłuż spirali. Biorąc to wszystko pod uwagę, co powiedzieliśmy, otrzymamy charakterystyki kierunkowe dla poszczególnych składowych $E_{\Phi T}$ i $E_{\Theta T}$ spirali jednozwojowej takie, jak to pokazano na rys. 7.



Rys. 6. Zastępczy układ spirali z rysunku 5 nawiniętej na równoważnym przekroju kwadratowym oraz jej parametry. Pokazanie wpływu kąta α na charakterystykę kierunkową promieniowania

Tak wyglądają zjawiska od strony fizycznej. Obecnie więc zjawiska, jakie zachodzą w antenie spiralnej z falą bieżącą, należy rozwiązać analitycznie w ten sposób, aby jako wynik końcowy otrzymać wyrażenie na przebieg charakterystyk kierunkowych będących funkcją wymiarów geometrycznych spirali i azymutu Φ. Charakterystyka kierunkowa jednego zwoju jest charakterystyką wypadkową pochodzącą od czterech zastępczych przewodów prostych z falą bieżącą. Składowe natężenia pola elektrycznego w funkcji kąta Φ określamy tylko w płaszczyźnie x—z, gdyż określenie tych składowych w powyższej płaszczyźnie charakteryzuje nam w sposób wystarczający charakterystykę kierunkową. Analizując dipole z falą bieżącą o stałej amplitudzie wzdłuż ich długości, w których współczynnik prędkości fazowej wynosi p, umieszczonych w układzie współrzędnych prostokątnych przestrzennych tak, jak to pokazano na rys. 6, i po uporządkowaniu poszczególnych wyrazów otrzymamy następujące wyrażenia na składowe natężenia pola elektrycznego:



Rys. 7. Charakterystyka kierunkowa jednego zwoju spirali, współczynnik kierunkowości anten punktowych i wypadkowa charakterystyka kierunkowa spirali o danych: $\alpha = 12°$, $n = 7$, $S_\lambda = 0{,}225$, $p = 0{,}83$

$$E'_{\Phi T} = \left\{ \frac{\sin\beta}{A} [\sin(BA)]\, e^{-jBA} + \right.$$

$$+ \frac{\sin\beta'}{A'} [\sin(BA')]\, e^{j\left[-BA' + \pi\left(S_\lambda \cos\Phi + \pi^{\frac{1}{2}} D_\lambda \sin\Phi\right) - 2\pi^{\frac{1}{2}} B\right]} +$$

$$\left. + (\operatorname{tg}\alpha)(\sin\Phi) E'_{\Theta T} \right\} e^{j\omega t}, \qquad (7a)^{1)}$$

$$E'_{\Theta T} = \left\{ -2j \frac{\sin(BA'')}{A''} [\cos\alpha] \sin\frac{1}{2} \left[\pi\left(S_\lambda \cos\Phi - \pi^{\frac{1}{2}} D_\lambda \sin\Phi\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. - 2\pi^{\frac{1}{2}} B \right] e^{j\frac{1}{2}\left[2BA'' + \pi\left(S_\lambda \cos\Phi - \pi^{\frac{1}{2}} D_\lambda \sin\Phi\right) - 4\pi^{\frac{1}{2}} B\right]} \right\} e^{j\omega t}, \qquad (7b)^{1)}$$

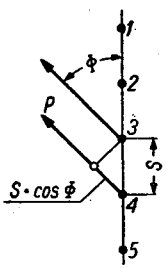
gdzie:

---

1) Zob. przypis 3.

$$\left.\begin{aligned} \beta &= \frac{3}{2}\pi + \alpha + \Phi, \\ \beta' &= \frac{1}{2}\pi - \alpha + \Phi, \\ \beta'' &= \arccos[(\sin\alpha)(\cos\Phi)], \end{aligned}\right| \qquad \left.\begin{aligned} A &= 1 - p\cos\beta, \\ A' &= 1 - p\cos\beta', \\ A'' &= 1 - p\cos\beta'', \\ B &= \frac{\pi g}{p\lambda\cos\alpha} = \frac{\pi^{\frac{3}{2}} D_\lambda}{2p\cos\alpha}. \end{aligned}\right| \tag{7c}$$

Bardzo często pomijamy drugi człon w równaniu (7a). Pomijając ten człon nie popełniamy dużego błędu, o ile tego dokonujemy w małych obszarach kątów α i Φ. Wzory (7) określają nam jednoznacznie charakterystykę kierunkową jednego zwoju, gdyż charakterystyka ta jest uzależniona tylko od azymutu Φ i zredukowanych wymiarów geometrycznych zwoju spirali oraz od współczynnika prędkości fazowej p, który — jak się później okaże — jest funkcją parametrów spirali (p jest funkcją D_λ i S_λ). Ogólna dyskusja wzorów (7) jest dość żmudna, gdyż funkcje te są bardzo skomplikowane. Zakładając pewne wielkości w tym wzorze można dla poszczególnych wypadków rozwiązać, a następnie wykreślić równania tych krzywych. Jest to wykonane na rys. 7 dla jednego zwoju spirali o danych: $\alpha = 12°$, $S_\lambda = 0{,}225$, $p = 0{,}83$. Jak widać z tego rysunku, składowa $E_{\Phi T}$ ma dwa symetrycznie położone listki względem osi spirali, których maksima promieniowania są różne, ale pokrywają się z osią spirali, przy czym większe maksimum jest zgodne z kierunkiem dopływu energii w. cz. do spirali. Charakterystyka ta jest zatem zbliżona do charakterystyki „ósemki". Składowa $E_{\Theta T}$ ma przebieg zbliżony do kardioidy z minimum w kierunku prostopadłym do osi spirali, ale krzywa ta nie ma żadnej osi symetrii, natomiast maksimum promieniowania dla tej składowej pokrywa się z osią spirali i jest także skierowane w kierunku dopływu energii w. cz. do spirali. Najistotniejsze dla obu charakterystyk jest mianowicie to, że już pojedyncze zwoje spirali mają charakterystyki promieniowania kierunkowe i że maksima tego promieniowania są skierowane zgodnie z dopływem energii w. cz. do spirali.



Rys. 8. Liniowy układ anten punktowych

Chcąc otrzymać charakterystykę kierunkową promieniowania pochodzącą od wszystkich zwojów należy poszczególne zwoje spirali potraktować jako źródła punktowe o charakterystykach promieniowania określonych wzorami (7), osobno dla każdego zwoju. Następnie należy uważać, że źródła te są umieszczone na osi spirali w odległościach S każde od siebie, tak jak to jest pokazane na rys. 8. Charakterystyka promieniowania układu n źródeł punktowych umieszczonych na linii prostej jest określona, jak wiadomo, przy pomocy współczynnika kierunkowości wymienionego układu, który wyraża się następująco:

$$Y = \left| \frac{\sin\left[\frac{n\Psi}{2}\right]}{\sin\left[\frac{\Psi}{2}\right]} \right|.$$

Dla dalszych celów wygodniejsze będzie wyrażenie:

$$Y_n = \frac{1}{n} \cdot \left| \frac{\sin\left[\frac{n\Psi}{2}\right]}{\sin\left[\frac{\Psi}{2}\right]} \right|, \tag{8a}$$

gdzie:

$$\Psi = 2\pi\left(S_\lambda \cos\Phi - \frac{L_\lambda}{p}\right). \tag{8b}$$

Kąt Ψ wyraża przesunięcie fazy w dowolnym punkcie przestrzeni, istniejące pomiędzy dwoma polami pochodzącymi od dwóch sąsiednich źródeł punktowych. Y_n jest jakby charakterystyką kierunkową n źródeł punktowych omawianego układu, odniesioną do jednego zwoju, czyli — mówiąc inaczej — charakterystyka wypadkowa tego układu będzie charakterystyką odniesioną do jednego zwoju (8a), pomnożoną przez ilość zwojów n.

Jak wynika z prawa mnożenia charakterystyk, wypadkowa charakterystyka anteny spiralnej będzie wyrażona iloczynem równań (7) przez równania (8):

$$E_\Phi = E_{\Phi T}\, Y_n, \tag{9a}$$

$$E_\Theta = E_{\Theta T}\, Y_n. \tag{9b}$$

Funkcja określona równaniami (8) jest graficznie przedstawiona na rys. 9 we współrzędnych prostokątnych, gdzie parametrem jest liczba zwojów n ($n = 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11$).

Jak łatwo można zauważyć, dla $n = 1$ $Y_n = 1 = \text{const}$, co jest całkiem oczywiste, gdyż charakterystyka kierunkowa anteny jednozwojowej jest określona tylko równaniami (7). Nadto widać z rys. 9, że im więcej zwojów będzie miała antena spiralna, tym jej charakter będzie bardziej kierunkowy. Przy odpowiedniej liczbie zwojów Y_n może osiągnąć swe maksimum tylko w jednym kierunku, przy dostatecznie małym poziomie listków bocznych. Należy podkreślić to, że maksimum funkcji Y_n pokrywa się z kierunkiem zasilania anteny energią w. cz., czyli z maksimum

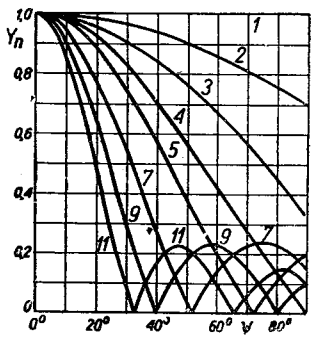
[1]) Zob. przypis 15.
[2]) Zob. przypis 4.

poszczególnych składowych natężeń pól elektrycznych, określonych równaniami (7). Dzięki temu zwiększa się, jakby podwójnie, efekt kierunkowości takiej anteny. Fakt, że już pojedynczy zwój posiada własności kierunkowe, powoduje, że nawet przy niedużej liczbie zwojów będzie można uzyskać dostatecznie wąską charakterystykę promieniowania takiej anteny. Jest to jedną z cennych zalet anten spiralnych.

Jeżeli weźmiemy dla przykładu antenę spiralną o następujących danych:

$$p = 0{,}83, \quad \alpha = 12^0, \quad S_\lambda = 0{,}225, \quad d = 1{,}27 \text{ cm},$$
$$f = 450 \text{ MHz}, \quad D = 22{,}5 \text{ cm}, \quad n = 7,$$

to dla tych danych otrzymamy wykres we współrzędnych biegunowych funkcji Y_n taki, jaki jest pokazany także na rys. 7. Poza tym na rysunku 7 przedstawione są charakterystyki E_Φ i E_Θ, które otrzymujemy jako wynik pomnożenia równań (7) przez równania (8) bądź też (co nam będzie łatwiej wykonać) przez graficzne wymnożenie (dla poszczególnych azymutów Φ) graficznych przebiegów $E_{\Phi T}$ i $E_{\Theta T}$ przez Y_n. Jak wynika z tego wykresu, składowa E_Φ ma węższą charakterystykę niż E_Θ, co oczywiście wynika z przebiegów $E_{\Phi T}$ i $E_{\Theta T}$. W praktyce dla pewnych częstotliwości może wyjść odwrotnie, tzn., że składowa E_Θ będzie miała węższą charakterystykę niż E_Φ, jednak będzie to różnica nieznaczna, która będzie wynikiem wpływu ziemi na poszczególne polaryzacje. Rozbieżności, jakie występują dla częstotliwości różniących się zbytnio od tych częstotliwości, dla których charakterystyki kierunkowe są zbliżone do pokazanych na rys. 7, nie uwzględniamy, gdyż wtedy charakterystyki będą bardzo odbiegały od kierunkowych i w praktyce nie będziemy ich wcale wykorzystywać. Najistotniejsze jest jednak z całości to, iż wykazaliśmy, że antena spiralna w pewnych warunkach będzie posiadała charakterystykę jednokierunkową, przy czym maksimum to pokrywa się z osią spirali i jest zgodnie skierowane z kierunkiem zasilania anteny energią w. cz. Pmiary potwierdzają zgodność charakterystyki rzeczywistej z teoretyczną. Jest faktem, że występują pewne nieznaczne rozbieżności między charakterystyką teoretyczną a rzeczywistą, ale nie zmieniają one istotnego przebiegu charakterystyki kierunkowej anteny spiralnej i są zawsze do pominięcia. Jednokierunkowe własności ma antena spiralna w pewnym pasmie częstotliwości, zwanym obszarem promieniowania osiowego. Obszar

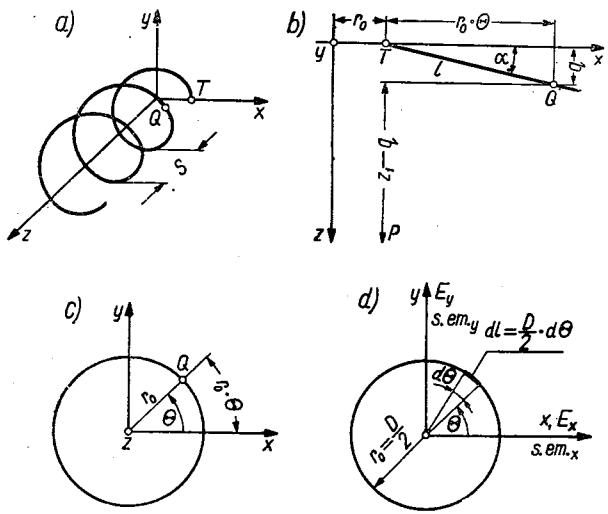


Rys. 9. Współczynnik kierunkowości liniowego układu anten punktowych w funkcji kąta Ψ przy liczbie anten punktowych równych parametrowi n

ten jest zadany przebiegiem charakterystyk biegunowych $E_{\Theta T}$ $E_{\Phi T}$ i Y_n w funkcji częstotliwości. Wszystkie te wielkości są funkcją S_λ, D_λ i p. Analizując te przebiegi możemy dowieść, że geometryczne wymiary spirali jednoznacznie wyznaczą nam obszar promieniowania osiowego. Jednakże nawet i w obszarze promieniowania osiowego dla różnych częstotliwości otrzymamy różne charakterystyki kierunkowe dla poszczególnych polaryzacji. Charakterystyki te nawet dla jednej częstotliwości nie muszą być równe sobie. Wynika to z wyprowadzonych wzorów, z minimalnego wpływu ziemi na charakterystyki oraz z rozkładu prądu wzdłuż spirali, średnicy drutu spirali itd. Rozbieżności te będą zawsze do pominięcia w obszarze promieniowania osiowego i będą zbliżone do przebiegów teoretycznych. Charakterystyki kierunkowe anten spiralnych poza obszarem promieniowania osiowego będą miały szereg odkształconych listków bocznych. Należy jeszcze podkreślić to, że inny jest obszar promieniowania osiowego dla polaryzacji pionowej i poziomej, ale obszary te są bardzo zbliżone do siebie.

2.3.2. Składowe natężenia pola elektrycznego w kierunku maksymalnego promieniowania

Obecnie zajmiemy się wyznaczeniem poszczególnych składowych poloryzacji w kierunku maksymalnego promieniowania (w kierunku osi z). W tym celu posłużymy się rysunkiem 10, na którym jest przedstawiona spirala w układzie współrzędnych prostokątnych przestrzennych. Będzie-



Rys. 10. Antena spiralna promieniująca osiowo w układzie współrzędnych prostokątnych; rysunek pomocniczy, służący do analizy spirali w kierunku maksymalnego promieniowania

my starali się wyznaczyć natężenie pola elektrycznego w punkcie P, który jest odległy o wielkość z_1 od początku układu. Odcinek oz_1, łączący początek układu współrzędnych z punktem P, jest równoległy do osi spirali i do osi z. Spirala ta jest rozwinięta na rys. 10b. Punkt Q jest umieszczony na spirali w odległości l od punktu T (początku spirali). Na rys. 10c podano położenie punktu Q w układzie współrzędnych biegunowych; umiejscowienie tego punktu jest określone kątem Θ. Na podstawie geometrycznych własności spirali możemy napisać (na podstawie rys. 10):

$$\left.\begin{aligned} &q = l \sin \alpha, \\ &z_1 - q = z_1 - l \sin \alpha, \\ &\alpha = \operatorname{arc\,tg}\left[\frac{S}{\pi D}\right] = \operatorname{arc\,cos}\left[\frac{r_0 \Theta}{l}\right], \\ &r_0 \Theta = l \cos \alpha, \\ &l = TQ, \\ &dl = \frac{D}{2} d\Theta. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Następnie na podstawie elementarnych pojęć z anten i zakładając, że wzdłuż spirali prąd rozkłada się w postaci fali bieżącej o stałej amplitudzie oraz że antena posiada n zwojów, możemy napisać, że:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= E_0 \int_0^{2\pi n} \sin \Theta \cdot e^{j\left[\omega\left(t - \frac{z_1}{c} + \frac{l \sin \alpha}{c} - \frac{l}{pc}\right)\right]} \cdot d\Theta, \\ E_y &= E_0 \int_0^{2\pi n} \cos \Theta \cdot e^{j\left[\omega\left(t - \frac{z_1}{c} + \frac{l \sin \alpha}{c} - \frac{l}{pc}\right)\right]} \cdot d\Theta, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

[1]

Po wykonaniu działań matematycznych otrzymamy:

$$E_x = \frac{E_1}{k^2 - 1}\left[e^{j 2\pi nk} - 1\right], \tag{11a}$$

$$E_y = \frac{kE_1}{j(k^2 - 1)}\left[e^{j 2\pi nk} - 1\right], \tag{11b}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= E_0 \cdot e^{j(\omega t - \beta_0 z_1)}, & \beta_0 &= \frac{2\pi}{\lambda}, \\ k &= L_\lambda\left(\sin \alpha - \frac{1}{p}\right), & E_0 &= \frac{30 \pi D_\lambda I_0}{z_1}. \end{aligned}\right\} \tag{11c}$$

[1]) Zob. przypis 5.

Z równań (11) można obliczyć poszczególne składowe pola w kierunku maksymalnego promieniowania. We wzorach tych mamy ujęte wszystkie wielkości, które są nam potrzebne do określenia tych składowych. Z równań tych widać nadto, że antena spiralna promieniująca osiowo w ogólnym przypadku emituje falę spolaryzowaną eliptycznie. Obecnie postaramy się wyznaczyć warunki polaryzacji kołowej (pozostałe przypadki graniczne można wyznaczyć analogicznie do wyznaczonych w poprzednim rozdziale). A więc, dla polaryzacji kołowej będzie musiał być spełniony warunek:

$$\frac{E_x}{E_y} = \pm j . \tag{12a}$$

Z podzielenia równania (11a) przez równanie (11b) wynika, że:

$$\frac{E_x}{E_y} = \frac{j}{k} . \tag{12b}$$

Zatem, aby był spełniony warunek polaryzacji kołowej, warunkiem koniecznym i wystarczającym jest, aby:

$$k = -1 , \tag{12c}$$

co po przekształceniu sprowadza się do postaci:

$$p = \frac{L_\lambda}{1 + S_\lambda} . \tag{12}$$

Warunek (12) jest warunkiem pożądanym. W rzeczywistości współczynnik prędkości fazowej p powinien ulegać takim zmianom w funkcji częstotliwości, aby był spełniony warunek (12). Równania w postaci (11) nie nadają się właściwie do dyskusji. Jeżeli założymy, że antena nie ma pełnej liczby zwojów, to otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} E_x &= E_0 \int_0^{\Theta_1} \sin\Theta \cdot e^{j\omega\left(t - \frac{z_1}{c} + \frac{l\sin\alpha}{c} - \frac{l}{pc}\right)} \cdot d\Theta , \\ E_y &= E_0 \int_0^{\Theta_1} \cos\Theta \cdot e^{j\omega\left(t - \frac{z_1}{c} + \frac{l\sin\alpha}{c} - \frac{l}{pc}\right)} \cdot d\Theta , \end{aligned}\right\} \tag{13}^{1)}$$

gdzie:

$$\Theta_1 \neq 2\pi n ,$$
$$\Theta_1 = 2\pi \times \text{liczba zwojów} .$$

Jeżeli teraz założymy, że:

$$k \approx -1 \tag{13a}$$

oraz że antena posiada więcej niż trzy zwoje, tzn.:

$$\Theta_1 > 6\pi \gg 1 , \tag{13b}$$

[1]) Zob. odnośnik na mast. stronie.

to będziemy mogli poczynić pewne uproszczenia w wyrażeniach na E_x i E_y i wtedy otrzymamy jako wynik końcowy następujące wyrażenia:

$$E_x \approx -j\frac{E_1 \Theta_1}{2}, \tag{14a}^{1)}$$

$$E_y \approx \frac{E_1 \Theta_1}{2}. \tag{14b}^{1)}$$

Nasuwa to następujący wniosek: warunkiem wystarczającym, aby antena spiralna emitująca energię w. cz. osiowo promieniowała falę spolaryzowaną kołowo jest to, aby antena taka posiadała więcej niż trzy zwoje i aby:

$$k \approx -1.$$

Warunek (13a) sprowadza się do postaci:

$$p \approx \frac{L_\lambda}{1 + S_\lambda}. \tag{15}^{2)}$$

Z otrzymanych wyników jest oczywiste, że warunek polaryzacji kołowej dla anteny spiralnej promieniującej osiowo [(15) i (13b)] jest zupełnie inny niż warunek polaryzacji kołowej dla anteny promieniującej normalnie (5).

2.3.3. Zmiana fazy wzdłuż spirali

Z kolei rozważymy zmiany fazy wzdłuż spirali. Ze zmianą fazy wzdłuż spirali jest związane rozłożenie się odpowiedniej długości fali wzdłuż zwoju. W dotychczasowych rozważaniach zajmowaliśmy się tylko takimi antenami spiralnymi, wzdłuż których rozkładała się mniej więcej jedna długość fali (wzdłuż jednego zwoju), co odpowiadało zmianie fazy (wzdłuż jednego zwoju) mniej więcej o kąt 2π. Temu stanowi rzeczy odpowiada obszar podstawowy, czyli pierwszy rząd promieniowania kierunkowego (osiowego). W zależności od ilości całkowitych długości fal rozłożonych wzdłuż jednego zwoju otrzymujemy odpowiedni rząd promieniowania kierunkowego, który oznaczymy przez m. W związku z tym przesunięcie fazy wzdłuż jednego zwoju wyniesie $2\pi m$. Zgodnie z równaniem (8) można przewidzieć, że Y_n osiąga maksimum, gdy:

$$\left.\begin{aligned} \Psi &= -2\pi m; \\ \Phi &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

prócz tego powinien być spełniony warunek:

---

[1]) Zob. przypis 6 (Θ_1 odpowiada liczbie zwojów większej od trzech, przy czym może odpowiadać także liczbie zwojów równej liczbie niecałkowitej).

[2]) Zob. przypis 7.

gdyż wypadkowa charakterystyka promieniowania powinna osiągnąć swe maksimum dla azymutu $\Phi = 0$. Fizycznie warunek (16) oznacza synfazowe pola promieniowane w kierunku osiowym. Po rozwiązaniu równań (8b) i (16) otrzymamy:

$$\frac{L_\lambda}{p} = m + S_\lambda \,. \tag{17}$$[1]

Warunek (17) jest zarazem warunkiem polaryzacji kołowej dla dowolnego rzędu promieniowania kierunkowego. Inaczej mówiąc: równania (12) i (15) są szczególnymi przypadkami równania (17) i dotyczą tylko promieniowania podstawowego. Warunek (17) nie jest warunkiem maksymalnej kierunkowości. Warunek maksymalnej kierunkowości wyraża się następująco:

$$\frac{L_\lambda}{p} = m + \frac{1}{2n} + S_\lambda \,. \tag{18}$$[2]

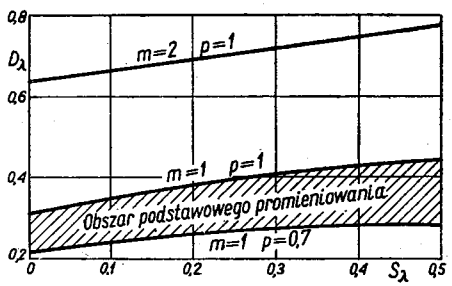
Biorąc pod uwagę równania (17) i (18) oraz odnosząc ich sens i znaczenie fizyczne do innych znanych nam anten (układów anten kierunkowych) łatwo jest zauważyć, że jest to jakby wyjątek w teorii anten; charakterystyczne wyrażenie występujące w obu wzorach, tzn. rząd promieniowania (m), nie jest spotykane w innych układach anten kierunkowych. Zatem równania (17) i (18) są bardzo specyficznymi równaniami nie tylko w teorii anten spiralnych, ale w ogóle w całej teorii anten. Łatwo jest nadto zauważyć, że równanie (18) zdąża do równania (17), gdy ilość zwojów spirali i rząd promieniowania (m) rosną. Wstawiając równanie (17) do równania (1) po uporządkowaniu otrzymamy:

$$D_\lambda = \frac{1}{\pi}\sqrt{p^2(m+S_\lambda)^2 - S_\lambda^2} \,. \tag{18a}$$[3]

Na podstawie równania (18a) można określić obszar promieniowania dla dowolnego rzędu promieniowania kierunkowego, o ile tylko będziemy znali przedział zmienności współczynnika prędkości fazowej. Przy pomocy tego równania możemy określić wymiary geometryczne spirali zapewniające promieniowanie danego rzędu. Dla każdego rzędu promieniowania współczynnik $p_{max} = 1$, natomiast dla podstawowego promieniowania $p_{min} \approx 0{,}65$, a dla promieniowania wyższych rzędów p_{min} jest tego samego rzędu, co dla promieniowania podstawowego, a nawet może być mniejszy. Na rys. 11 są przedstawione krzywe odpowiadające równaniu (18a); do-

[1]) Zob. przypis 8.
[2]) Zob. przypis 9.
[3]) Zob. przypis 10.

tyczą one promieniowania podstawowego w przedziałach zmienności współczynnika prędkości fazowej $p = 0{,}7 \div 1$ i promieniowania drugiego rzędu dla $p = 1$. Równanie (18a) jest jednym z podstawowych równań służących do projektowania anten spiralnych.



Rys. 11. Zależność pomiędzy średnicą a skokiem spirali dla obszaru podstawowego promieniowania osiowego

2.3.4. *Przebieg współczynnika prędkości fazowej*

Przy dotychczasowych rozważaniach otrzymywaliśmy pewne pożądane wyrażenia na współczynnik prędkości fazowej, zależne od rodzaju narzucanych warunków, jakie miała spełnić antena spiralna. Obecne rozważania rozciągniemy na dowolny rząd promieniowania. Celowa więc wydaje się znajomość rzeczywistego przebiegu tego współczynnika. Musimy zatem współczynnik ten pomierzyć i uzyskane wyniki porównać z przebiegiem teoretycznym. Pomiaru tego można dokonać bezpośrednio i pośrednio.

Metoda bezpośrednia polega na bezpośrednim pomiarze przesunięcia fazy wzdłuż spirali. Jeżeli określimy długość odcinka spirali, na którym przesunięcie fazy wynosi π, to będziemy znali i długość fali, jaka rozkłada się wzdłuż spirali. Z prostej zależności wyliczymy współczynnik prędkości fazowej:

$$p = \frac{2\,l\pi}{\lambda} \,. \tag{19}$$

Metoda pośrednia polega na określeniu na podstawie pomierzonej charakterystyki promieniowania takiej wartości azymutu Φ_0, dla którego charakterystyka kierunkowa przyjmuje pierwszą wartość zerową (względnie minimalną) i określeniu kąta Ψ_0, dla którego równanie (8a) przyjmuje także pierwszą wartość zerową, oraz rozwiązaniu dla tych wartości równania (8b). Jako wynik ostateczny dla dowolnego rzędu promieniowania otrzymamy:

$$p = \frac{L_\lambda}{S_\lambda \cos \Phi_0 + m + \dfrac{\Psi_0}{2\,\pi}} \tag{20}^{1)}$$

[1]) Zob. przypis 11.

Wszystkie otrzymane wyniki są zestawione w poniższej tablicy [1]).

Warunki	Pożądany współczynnik prędkości fazowej
1, polaryzacja kołowa 2. pola synfazowe	$p = \dfrac{L_\lambda}{m + S_\lambda} = \dfrac{1}{\dfrac{m\cos\alpha}{\pi D_\lambda} + \sin\alpha}$
3. kierunkowość maksymalna	$p = \dfrac{L_\lambda}{S_\lambda + m + \dfrac{1}{2n}} = \dfrac{1}{\sin\alpha + \dfrac{2mn+1}{2n} \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\pi D_\lambda}}$
4. pomierzony współczynnik prędkości fazowej metodą pierwszego zera	$p = \dfrac{L_\lambda}{S_\lambda \cos\Phi_0 + m + \dfrac{\Psi_0}{2\pi}}$

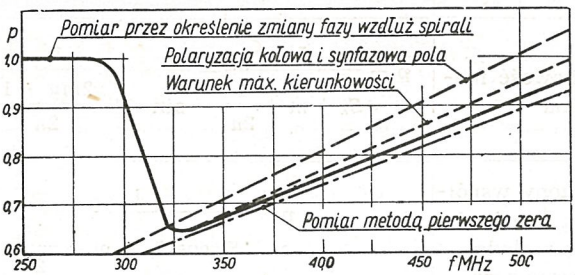
Na podstawie zestawionych w powyższej tablicy wyrażeń na poszczególne współczynniki prędkości fazowej oraz na podstawie wzoru (19) sporządzono wykres, który jest podany na rys. 12, dla obszaru podstawowego promieniowania, dotyczący anteny spiralnej o danych:

$$n = 7;\ \alpha = 12^0;\ D = 22{,}5\ \text{cm};\ S = 15\ \text{cm};\ d = 1{,}27\ \text{cm}.$$

Jak widać z tego rysunku, teoretyczny przebieg współczynnika p dla warunku na maksimum kierunkowości jest najwięcej zbliżony do przebiegu rzeczywistego. Systematyczne pomiary wykazują, że jest to zasada ogólna, gdyż potwierdza się dla dowolnej spirali promieniującej osiowo. Jak widać, wspomniany współczynnik jest zawarty w granicach $p = 0{,}65 \div 1$. Nadto wzory podane w wymienionej tablicy potwierdzają poprzednią wzmiankę, że dla promieniowania wyższego rzędu p_{min} może być mniejsze niż dla promieniowania podstawowego. Fizycznie oznaczałoby to większy obszar promieniowania kierunkowego. Inaczej mówiąc, dla promieniowań wyższych rzędów antena spiralna wykazywałaby swoje charakterystyczne właściwości w szerszym pasmie częstotliwości. Jednak, jak dotychczas, praktyczne zastosowania znalazły anteny spiralne w obszarze promieniowania podstawowego, a ich rzeczywiste własności nie są jeszcze zbadane w obszarach wyższych rzędów. Wyniki teoretyczne (wzo-

[1]) Warunki (1) i (2) w załączonej tablicy wynikają z prostego przekształcenia równania (17), natomiast warunek (3) wynika z analogicznego przekształcenia równania (18). Wspomniane warunki są podane w dwóch postaciach. Pierwsza postać wynika z bezpośredniego przekształcenia równania (17) i (18) Druga postać wynika ze wstawienia równania (1) do równania (17) i (18) oraz z dalszego, prostego już, przekształcenia.

ry zestawiono w tabl. na str. 127) pozwalają jednak sądzić, że anteny spiralne w wyższych obszarach promieniowań będą także posiadały ciekawe własności. Przy tym sądzić należy, że promieniowania wyższych rzędów będą dzieliły się na dwie zasadnicze grupy. Jedna z tych grup będzie odpowiadała promieniowaniu nieparzystych rzędów, druga będzie odpowiadała promieniowaniu parzystych rzędów.



Rys. 12. Przebieg współczynnika prędkości fazowej p pomierzonego oraz przebieg tego współczynnika dla kilku warunków w funkcji częstotliwości, dla spirali o danych: $\alpha = 12°$, $n = 7$, $D = 22{,}5$ cm, $S = 15$ cm

Przy projektowaniu anten spiralnych promieniujących w obszarze podstawowym potrzebna jest znajomość współczynnika p. Współczynnik ten należy obliczać z warunku (18). Wymiary geometryczne spirali musimy tak dobrać, aby współczynnik p zawierał się w granicach $0{,}65 \div 1$ w pożądanym zakresie roboczym częstotliwości. Za miarodajny współczynnik będziemy uważali tylko ten, który jest zawarty w granicach $0{,}65 \div 1$ i w tym zakresie częstotliwości, w którym wraz z jej wzrostem wzrasta także współczynnik p.

Fakt, że ze wzrostem częstotliwości w pewnym pasmie wzrasta także współczynnik p, powoduje to, że w tym pasmie długość fali, jaka rozkłada się wzdłuż spirali, jest prawie stała. Wiadomo, że parametry elektryczne anteny (charakterystyki promieniowania, impedancja wejściowa itd.) zależą od długości fali rozłożonej wzdłuż anteny. Skoro więc długość fali rozłożonej wzdłuż anteny jest prawie stała w pewnym pasmie częstotliwości, to i te parametry są prawie stałe w tym samym pasmie częstotliwości. A więc wszystkie parametry elektryczne anten spiralnych promieniujących osiowo wynikają z tego specyficznego przebiegu współczynnika p. W tym współczynniku p jest ukryty szerokopasmowy charakter anten spiralnych. Pomiary potwierdzają ten szerokopasmowy charakter anten spiralnych promieniujących osiowo. Jak dalej widać z wykresu na rys. 12, w zakresie małych częstotliwości (co jest równoznaczne z małymi parametrami spirali D_λ i S_λ) współczynnik prędkości fazowej $p = 1$.

Dlatego też przyjęliśmy, że dla anten spiralnych promieniujących normalnie $p = 1$.

Jeżeli chodzi o impedancję wejściową spirali promieniującej osiowo, to ograniczamy się jedynie do wykonania pomiarów rzeczywistych anten spiralnych i do ustalenia wzorów empirycznych na podstawie tych pomiarów. Teoretyczne wyprowadzenie tych wzorów jest bardzo uciążliwe ze względu na skomplikowane wzory (7) i (8), a gdybyśmy nawet dokonali pewnych uproszczeń, to wynik końcowy dałby nadal bardzo zawiły wzór obciążony dużym błędem wynikłym z powyższych uproszczeń.

2.3.5. *Spiralna antena odbiorcza odpowiadająca spirali promieniującej osiowo*

Dla spiralnej anteny odbiorczej otrzymamy następujące wyrażenia na *s.em.*-ne indukowane w tej antenie:

$$s.\,em._x = \frac{E_x}{k^2-1} \cdot \frac{D}{2}\left[e^{j2\pi nk} - 1\right], \tag{20a}^{1}$$

$$s.\,em._y = \frac{kE_y}{j(k^2-1)} \cdot \frac{D}{2}\left[e^{j2\pi nk} - 1\right]. \tag{20b}^{1}$$

Jeżeli antena będzie spełniała warunki (13), to otrzymamy:

$$s.\,em._x \approx -jE_x \frac{\Theta_1 D}{4}, \tag{21a}^{1}$$

$$s.\,em._y \approx E_y \frac{\Theta_1 D}{4}. \tag{21b}^{1}$$

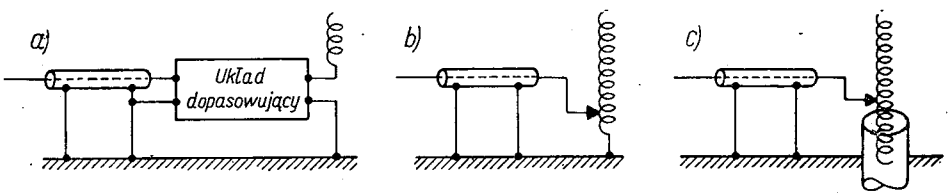
Wielkości $\frac{\Theta_1 D}{4}$ w równaniach (21) odpowiadają wysokości skutecznej anteny spiralnej promieniującej osiowo. Spiralna antena odbiorcza posiada te same parametry co i antena promieniująca. Należy tutaj zwrócić uwagę mianowicie na to, że jeżeli fala przychodząca będzie spolaryzowana liniowo, to maksymalne *s.em.*-ne zaindukowane w tej antenie wystąpią wówczas, gdy antena będzie zwrócona w kierunku przychodzenia fali, wykazując własności kierunkowe określone wzorami (7) i (8). Gdy natomiast fala przychodząca będzie spolaryzowana w ten sposób, że składowa natężenia pola elektrycznego E_x będzie wyprzedzała składową E_y o kąt 90° w czasie, to dla polaryzacji eliptycznej wypadkowa *s.em.*-na będzie sumą arytmetyczną poszczególnych *s.em.*-nych, a dla polaryzacji kołowej będzie dwa razy większa od *s.em.*-nej, jaka zaindukowałaby się w tej antenie, gdyby istniała tylko polaryzacja liniowa. Jeżeli teraz składowa E_y wyprzedza o kąt 90° składową E_x, to dla polaryzacji eliptycznej

[1]) Zob. przypis 12.

wypadkowa *s.em.*-na będzie różnicą algebraiczną poszczególnych *s.em.*-nych zaindukowanych w tej antenie, a dla polaryzacji kołowej będzie równa zeru. Dotyczy to anteny ustawionej w kierunku maksymalnego odbioru oraz kierunku nawinięcia spirali zgodnego z rys. 10 i wynika z równań (21). Stąd wniosek, że wspomniana ciekawa własność długiej spirali odbiorczej zależy od kierunku wirowania pola elektrycznego względem kierunku nawinięcia spirali (analogicznie było w przypadku krótkiej spirali odbiorczej). Te ostatnie własności anteny spiralnej mogą być wykorzystane między innymi do pomiaru składowych polaryzacji fali.

3. UKŁADY ANTEN SPIRALNYCH I METODY ICH ZASILANIA ENERGIĄ W. CZ.

Na rys. 13 są podane układy zasilania anten spiralnych promieniujących normalnie. Wszystkie te układy są układami niesymetrycznymi. Układ na rys. 13a jest układem konwencjonalnym. Dopasowanie i dostrojenie anteny do linii zasilającej odbywa się przez dowolny czwórnik, np.

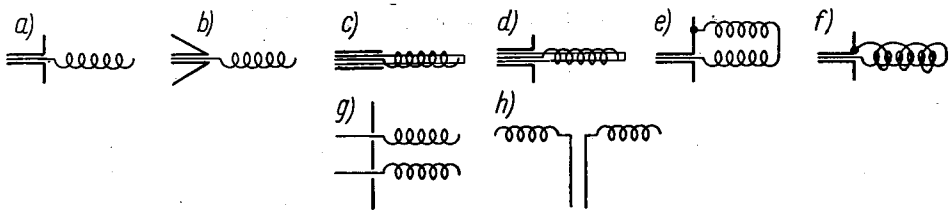


Rys. 13. Układy zasilania krótkich anten spiralnych

w układzie T, π, transformator itd. Na rys. 13b antena jest zasilana bocznikowo (autotransformatorowo), co pozwala na łatwe dopasowanie do linii zasilającej. Pominięto tu wszędzie na rysunkach kompensację składowej urojonej. Układ na rys. 13c jest podobny do układu z rys. 13b z tym, że spirala jest dodatkowo sprzężona z obwodem zwartym, przy pomocy którego kompensujemy składową urojoną. Układ ma tę wadę, iż część zwojów zostaje zasłonięta i dlatego nie bierze czynnego udziału w promieniowaniu.

Na rysunku 14 podano układy wzbudzania anten spiralnych promieniujących osiowo. Układ z rys. 14a jest normalnym układem z reflektorem, który jak gdyby „odbija" tę część energii, która na swej drodze napotyka „przeszkodę" w postaci reflektora i która po „odbiciu" jest skierowana w kierunku osiowego promieniowania. Układ z rys. 14b posiada reflektor w kształcie stożka. Reflektor stożkowy stosujemy w tym celu, aby „odbite" od niego listki, które obecnie zostaną jakby rozproszone, nie zniekształcały nam listka głównego. Układ z rys. 14c zapewnia w łatwy sposób konstrukcję spirali na osi. Układ ten odpowiada układowi z rys. 14a

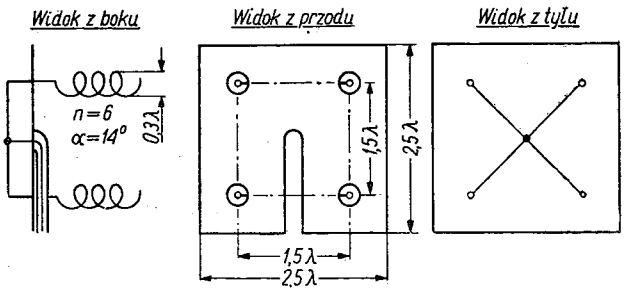
z tą różnicą, że układ z rys. 14a posiada dodatkowo reflektor. Układ z rys. 14e posiada dwie spirale połączone szeregowo. Analogicznie jest na rys. 14f różniącym się tym od poprzedniego, że w tym wypadku jedna spirala znajduje się wewnątrz drugiej. Te dwa ostatnie układy muszą być tak za-



Rys. 14. Układy zasilania anten spiralnych promieniujących osiowo

projektowane, aby obie spirale promieniowały osiowo pola synfazowe. Na rys. 14g jest przedstawiony układ dwóch anten promieniujących w jednym kierunku, zasilonych symetrycznie. W tym przypadku obie spirale posiadają te same wymiary geometryczne, lecz są nawinięte przeciwnie. Takie nawinięcie spiral jest podyktowane promieniowaniem pól synfazowych i wynika z równań (14) i (21). Na rys. 14h jest przedstawiony układ spiral zasilonych symetrycznie, które promieniują w dwu kierunkach.

W celu uzyskania wąskiego listka głównego (dużego zysku energetycznego) spirala musiałaby posiadać dużą liczbę zwojów, co napotykałoby na trudności konstrukcyjne. Problem ten rozwiązuje się przez zastosowanie układu pokazanego na rys. 15; w układzie tym na reflektorze kwadrato-



Rys. 15. Sposób zasilania i geometryczne rozstawienie układu czterech spiral, każdej o danych: $\alpha = 14°$, $n = 6$, $D_\lambda = 0{,}3$

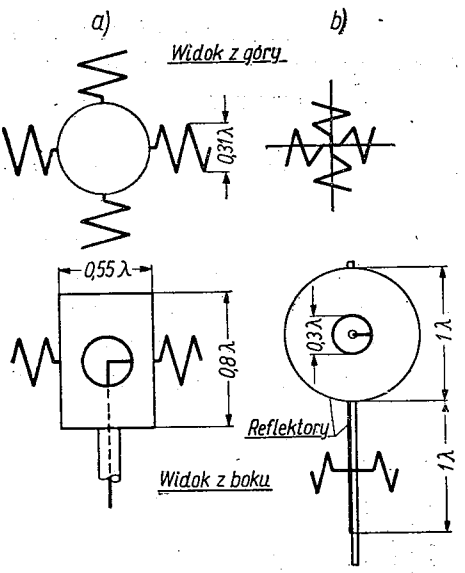
wym o boku 2,5 λ umieszczono cztery spirale w rogach kwadratu o boku 1,5 λ, zasilone synfazowo. Przewody łączące punkty zasilania poszczególnych anten z punktem, w którym jest dołączona linia zasilająca, stanowią transformator, pozwalający w łatwy sposób dopasować się do kabla nisko-

omowego. Okazuje się, że najkorzystniejszy przebieg charakterystyk otrzymamy wtedy, gdy anteny są rozstawione na kwadracie o boku 1,5 λ.

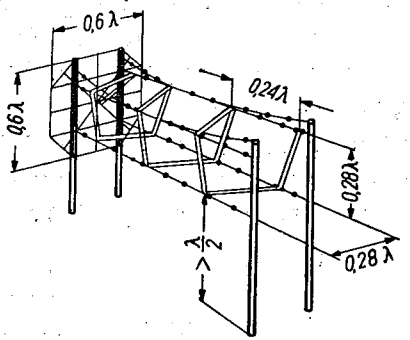
Praktycznie anteny spiralne przedstawione na rys. 14a, b, c, d, e, g, h, oraz na rys. 15 posiadają następujące parametry geometryczne:

$$\alpha = 12^0 \div 18^0; \quad n = 6 \div 8; \quad D_\lambda = 0{,}3\,.$$

Parametry anteny wymienione na rys. 14f są dla zewnętrznej spirali takie same, jak dla poprzednich, natomiast spirala wewnętrzna posiada mniejszą średnicę, przy czym długość jednego zwoju spirali zewnętrznej i wewnętrznej powinna być prawie taka sama. Reflektory w przypadku układu na rys. 14 są w praktyce w kształcie koła, stożka lub kwadratu, o średnicy koła lub boku kwadratu w granicach $G_\lambda = 0{,}6 \div 2$. Stosuje się układy składające się nawet z więcej niż czterech spiral, dające tym samym duże zyski energetyczne. Reflektor w takich przypadkach powinien mieć



Rys. 16. Układy anten spiralnych o wypadkowej charakterystyce dookólnej; każdy z układów składa się z czterech spiral półfalowych



Rys. 17. Antena spiralna o przekroju kwadratowym promieniująca osiowo, stosowana w praktyce dla częstotliwości około 20 MHz, zawieszona na czterech masztach na wysokości 15,25 m

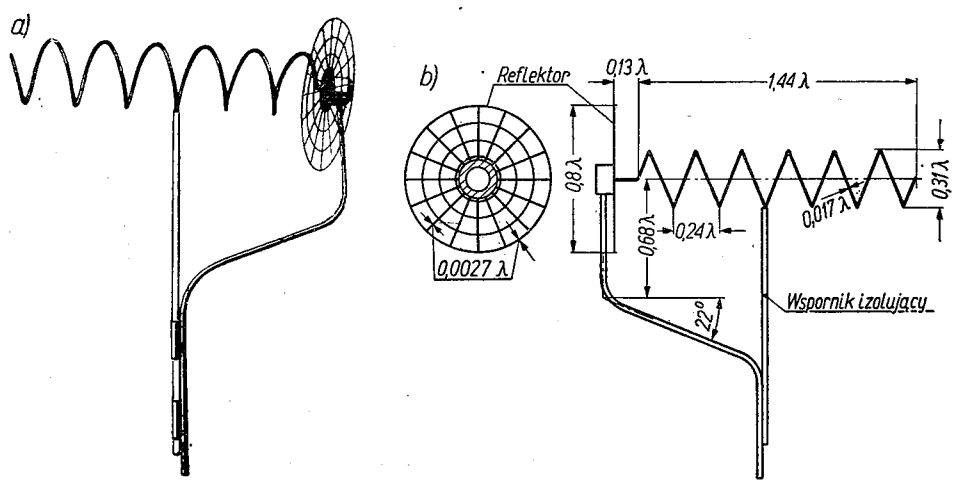
takie wymiary, aby odległość anten znajdujących się najbliżej krawędzi była równa 0,5 λ. Odległość między sąsiednimi spiralami powinna wynosić 1,5 λ.

Za przykład może służyć ściana antenowa zbudowana w Ohio dla celów radioastronomicznych. Układ ten składa się z 48 anten spiralnych ustawionych w dwóch rzędach po 24 spirale w każdym. Reflektor stanowi płyta stalowa o wymiarach 49 m $\times$ 3,65 m. Każda ze spiral posiada następujące parametry geometryczne: $n = 10$; $D = 36$ cm; $A' = nS \approx 3$ m. Układ pra-

cuje w pasmie częstotliwości 200 do 300 MHz. Szerokość listka głównego w poszczególnych płaszczyznach spiral wynosi 1,2° oraz 17°.

Prócz tych przypadków stosuje się układy spiral dających wypadkową charakterystykę dookólną, przy czym każda ze spiral ma wymiary geometryczne spełniające warunek promieniowania osiowego. Układy takie są przedstawione na rys. 16. W pierwszym przypadku spirale są umieszczone na obwodzie metalowego cylindra o średnicy 0,55 λ i zasilone są synfazowo. Długość cylindra wynosi 0,8 λ, a średnica spirali 0,31 λ. W celu poszerzenia charakterystyki kierunkowej każda ze spiral posiada tylko 1,5 zwoju. W drugim przypadku spirale umieszczono parami z obu stron dwóch reflektorów kołowych, których średnica wynosi 1 λ, a średnica spiral 0,3 λ. W tym wypadku każda spirala posiada także tylko 1,5 zwoju. Charakterystyki kierunkowe tych układów są w funkcji kąta Θ prawie bezkierunkowe. Nierównomierność charakterystyk wynosi $\pm$ 3 dB dla każdej ze składowych polaryzacji, natomiast maksymalna nierównomierność (z uwzględnieniem charakterystyki polaryzacji) wynosi $\pm$ 5 dB. Układy te są stosowane bardzo często jako anteny odbiorcze.

Pewną modyfikacją anteny spiralnej jest antena nawinięta na przekroju kwadratowym, tak jak to pokazano na rys. 17. Antena taka jest nawiinęta na czterech linkach nośnych, które z kolei są umocowane na czterech masztach. Antena taka powinna być wykonana w ten sposób, aby jej najbliższe elementy były na wysokości większej od 0,5 λ od ziemi. Skok takiej spirali wynosi 0,24 λ, a bok kwadratu, na którym jest nawinięta spirala, wynosi 0,28 λ. Antena posiada 3 zwoje i jest nawinięta drutem miedzianym o średnicy $d = 0{,}01\ \lambda$. Reflektor jest wykonany z układu przewo-



Rys. 18. Optymalna antena spiralna promieniująca osiowo wraz z reflektorem, o danych: $\alpha = 14°$, $n = 6$, $D = 23$ cm, $G = 60$ cm, $f_0 = 400$ MHz

dów i ma kształt zbliżony do kwadratu, którego bok wynosi 0,6 λ. Taka antena dla pracy w zakresie $\lambda \approx 15$ m jest zawieszona na czterech masztach pionowych na wysokości około 15,25 m. Reflektory wykonane z układu przewodów stosuje się także dla poprzednich przypadków anten.

Na rys. 18 przedstawiono tzw. optymalną antenę spiralną ($\alpha_{opt} = 14°$) wraz z odpowiednią konstrukcją wsporczą i reflektorem kołowym, wykonanym w postaci układu szeregu przewodów rozmieszczonych radialnie oraz szeregu przewodów rozmieszczonych kołowo i współosiowo. Dane tego układu dla pojedynczej spirali są następujące:

$$D_\lambda = 0{,}31\,; \quad S_\lambda = 0{,}24\,; \quad \alpha = 14°\,; \quad n = 6\,; \quad G_\lambda = 0{,}8\,; \quad g'_\lambda = 0{,}13.$$

Oprócz zastosowań konwencjonalnych anteny spiralne promieniujące osiowo bardzo często mają zastosowanie (w zakresie mikrofal) do naświetlania anten kierunkowych, między innymi do naświelania anteny parabolicznej i rożkowej.

4. POMIARY ANTEN SPIRALNYCH [1])

Na rys. 19 podano charakterystyki promieniowania spirali, która jest przedstawiona na rys. 18. Dane tej anteny są nstępujące:

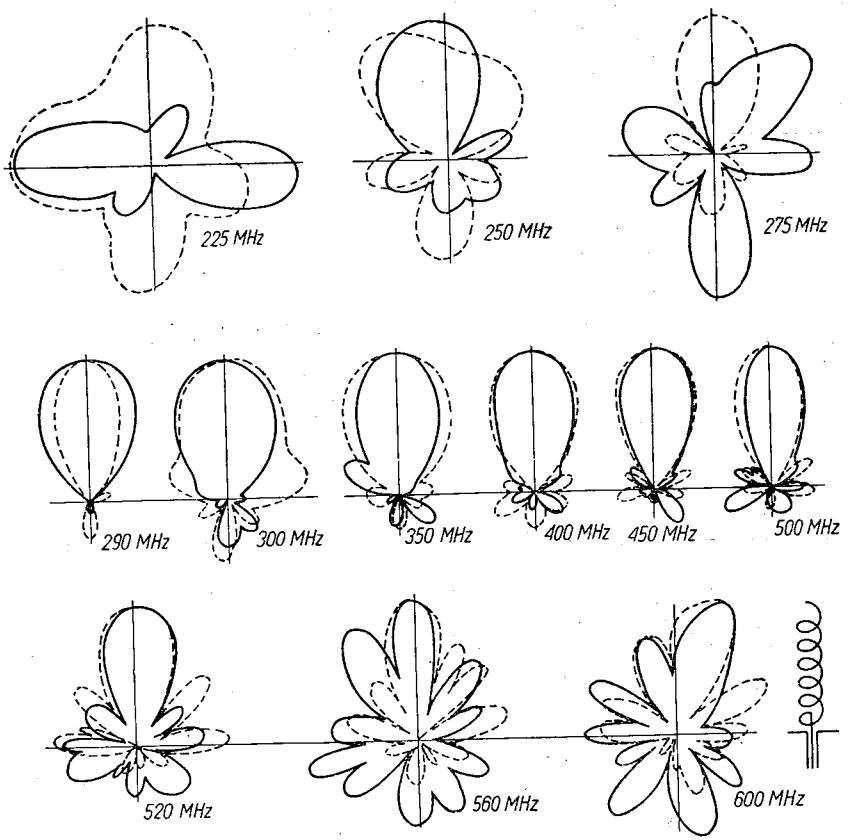
$$D = 23{,}25 \text{ cm}; \quad S = 18 \text{ cm}; \quad \alpha = 14°; \quad n = 6; \quad G = 60 \text{ cm}.$$

Z wykresu na rys. 19 widać, że wspomniana antena pracuje w zakresie 290 ÷ 500 MHz. Poza tym obszarem charakterystyki kierunkowe spirali bardzo odbiegają od promieniowania osiowego. Można tu także zauważyć, że ze wzrostem częstotliwości maleje szerokość listka głównego. Nadto widać, że nawet w obszarze promieniowania osiowego przebieg charakterystyk kierunkowych dla poszczególnych polaryzacji nie jest identyczny. Poza tym widać, że obszar promieniowania osiowego dla poszczególnych polaryzacji jest różny, ale obszary te są bardzo zbliżone do siebie.

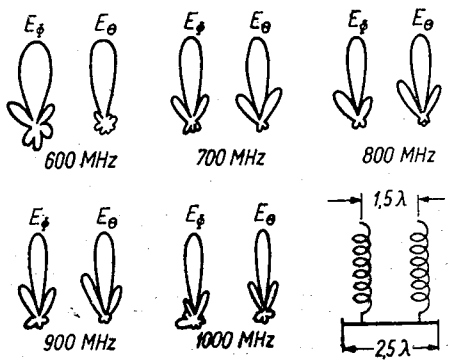
Na rys. 20 podano charakterystyki kierunkowe układu czterech anten, które były przedstawione na rys. 15. Zakres roboczy tego układu jest zawarty w granicach 600 ÷ 1000 MHz. Z wykresów na rys. 20 widać, że powyższy układ daje stosunkowo bardzo wąską charakterystykę promieniowania (duży zysk energetyczny), ale poziom listków bocznych jest większy niż dla pojedynczej spirali.

Na rys. 21 są przedstawione rezultaty systematycznych pomiarów charakterystyk promieniowania anten spiralnych. Pomiary tych charakterystyk są wykonane dla spiral o kącie $\alpha = 6°; 12°; 18°; 24°$, przy czym długość spirali $A' = nS = 123$ cm, a średnica spirali $D = 22{,}5$ cm. Spirala

[1]) Główna część tych pomiarów została oparta na wynikach uzyskanych przez Johna D. Krausa i Ottona J. Glassera.

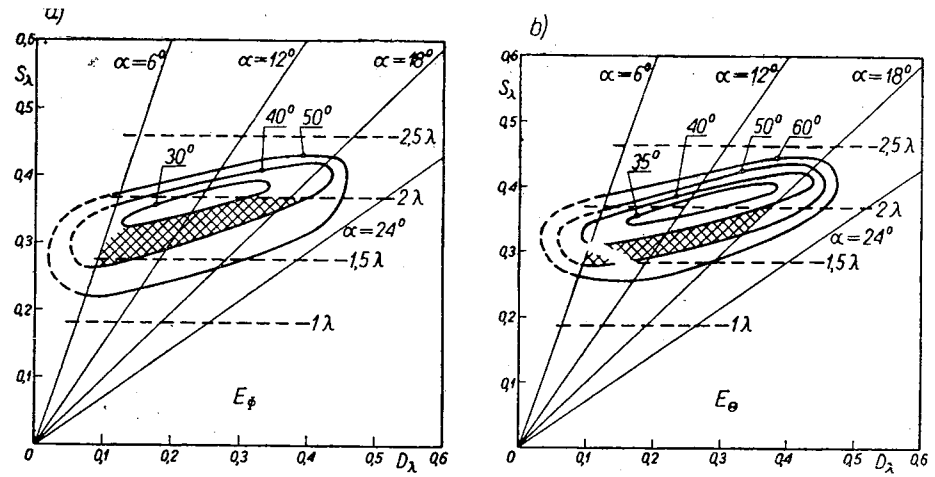


Rys. 19. Pomierzone charakterystyki kierunkowe spiral o danych jak na rys. 18. Linia ciągła oznacza charakterystyki kierunkowe dla składowej polaryzacji poziomej, linia przerywana dla składowej polaryzacji pionowej. W zakresie 290 ÷ 500 MHz spirala ta promieniuje osiowo



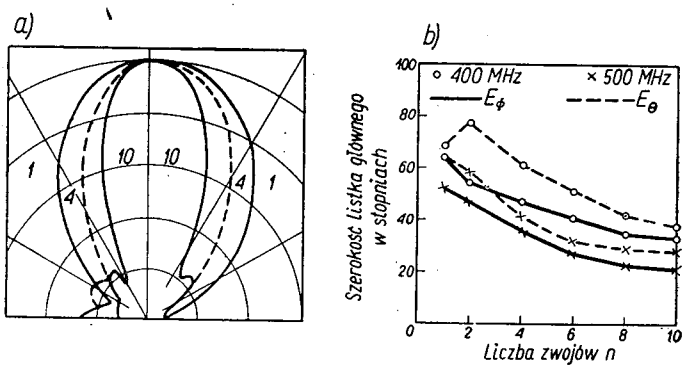
Rys. 20. Pomierzona charkterystyka kierunkowa układu czterech spiral o danych jak na rys. 15

jest nawinięta drutem miedzianym o średnicy $d = 1{,}27$ cm. Rysunek 21 odpowiada w zasadzie poprzednio podanemu rysunkowi 11, różni się jednak od niego tym, że jest sporządzony na podstawie pomiarów. Charakte-



Rys. 21. Przebieg szerokości listka głównego charakterystyki promieniowania jako funkcja od S_λ i D_λ. Szerokość listka głównego równa się parametrowi (30°, 35°, 40°, 50°, 60°). Rysunek a) odnosi się do składowej E_ϕ, rys. b) do składowej E Obszar osiowego promieniowania oznaczono powierzchnią zakreskowaną

rystyki na rys. 21 odnoszą się do szerokości listka głównego oraz są przedstawione jako funkcja od S_λ i D_λ i są miejscem geometrycznym punktów,



Rys. 22. Przebieg charakterystyki kierunkowej w zależności od liczby zwojów (rysunek a) dla składowej E_ϕ anteny spiralnej, której $\alpha = 12°$. Szerokość listka głównego w funkcji liczby zwojów spirali (rysunek b) dla obydwu składowych E_ϕ i E_θ dla 400 i 500 MHz

dla których szerokość listka głównego jest stała. Z rysunku tego widać, że szerokość listka głównego jest zawarta w granicach 30° ÷ 50° dla skła-

dowej E_φ i w granicach 35° ÷ 60° dla składowej E_Θ. Obszar, w którym poziom listków bocznych jest mały, przedstawiono na rys. 21 w postaci zakreskowanego pola. Poza tym obszarem listki boczne rosną, tak że dla kąta około 50° kończy się obszar promieniowania osiowego.

Analogicznie (na podstawie systematycznych pomiarów) sporządzono rysunek 22, który przedstawia wpływ liczby zwojów na szerokość listka głównego oraz dotyczy spirali o danych $\alpha = 12°$ i $D = 22{,}5$ cm. Na podstawie tego wykresu można zauważyć, że szerokość listka głównego jest prawie odwrotnie proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z liczby zwojów oraz jest prawie odwrotnie proporcjonalna do częstotliwości w potędze trzech drugich.

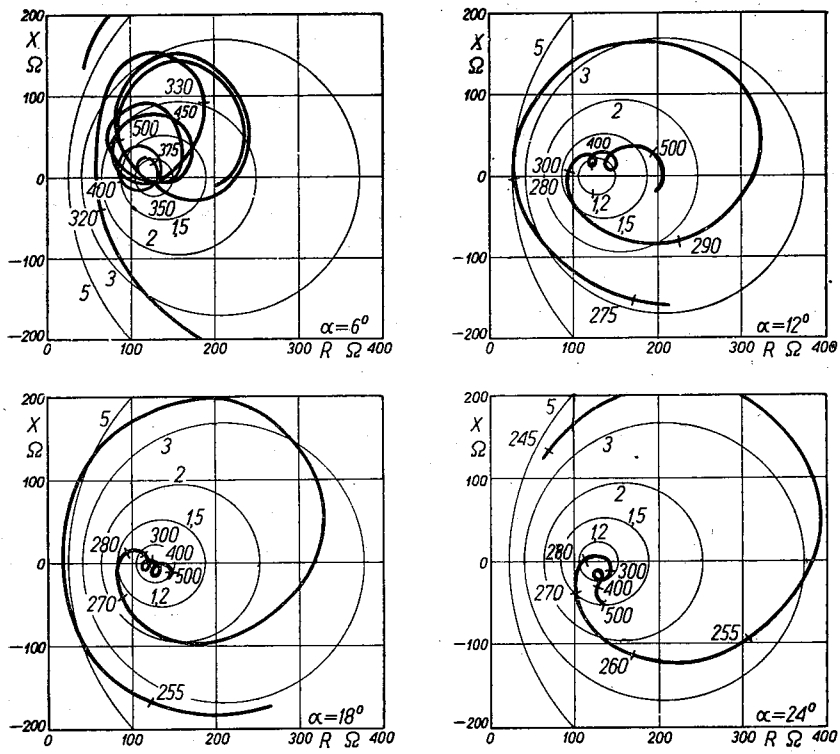
Na rysunkach 23 i 24 podano przebieg impedancji wejściowej anteny spiralnej promieniującej osiowo [1]). Impedancja ta jest przedstawiona każdorazowo jako funkcja częstotliwości, przy czym:

1. dla rys. 23 długość osi spirali jest stała, a parametrem jest kąt α,
2. dla rys. 24 kąt α jest stały, a parametrem jest liczba zwojów n.

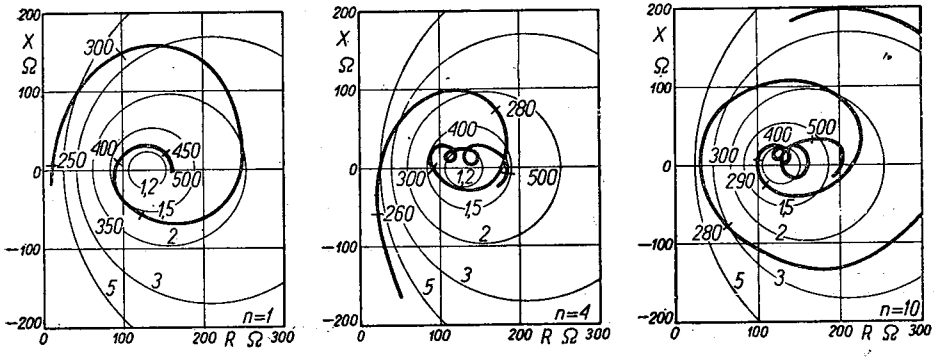
Rysunek 23 dotyczy spiral o danych $D = 22{,}5$ cm, $nS = 123$ cm. Na wykresie częstotliwość jest oznoczona przy pomocy kresek, a liczby znajdujące się przy tych kreskach oznaczają częstotliwość w MHz. Koła wyrysowane na tych wykresach oznaczają współczynnik fali stojącej, jaki powstanie na linii zasilającej o oporności falowej 125 Ω. Na rys. 23 przedstawiono wpływ kąta α na przebieg impedancji wejściowej w funkcji częstotliwości. Wykresy wykonano dla spiral o kątach $\alpha = 6°; 12°; 18°; 24°$, co odpowiada liczbie zwojów $n = 15; 8; 5; 3{,}9$ (przy $nS = \text{const}$). Na rys. 24 przedstawiono wpływ liczby zwojów spirali na przebieg impedancji wejściowej w funkcji częstotliwości. W przypadku z rys. 24 $\alpha = 12° = \text{const}$, $n = 1; 4$ i 10. Rysunki 23 i 24 dotyczą spirali wykonanej z drutu miedzianego, którego średnica wynosi $d = 1{,}27$ cm. Z wykresów na rys. 23 widać, że w zakresie promieniowania osiowego impedancja wejściowa zmienia się bardzo mało w funkcji częstotliwości (z wyjątkiem spirali, której $\alpha = 6°$), natomiast poza tym obszarem impedancja wejściowa różni się bardzo znacznie od impedancji, jaką spirala posiada w tym obszarze oraz ulega dużym zmianom przy małych zmianach częstotliwości. Z wykresów tych widać, że dla spiral, których $\alpha = 12°$ i 18° promieniowanie osiowe jest zawarte w granicach 300 ÷ 500 MHz, a dla spirali o $\alpha = 6°$ w granicach 350 ÷ 450 MHz. Mała zmiana impedancji wejściowej w zakresie promieniowania osiowego oznacza, że fala odbita od otwartego końca i biegnąca

[1]) Punkt położony na charakterystyce impedancji zmienia swe położenie o 360° dla częstotliwości zmieniającej się w przybliżeniu o wartość:

$$\Delta F_{[\mathrm{Hz}]} = \frac{C_{[\mathrm{m/sec}]}}{2nL_{[\mathrm{m}]}}.$$



Rys. 23. Zależność impedancji wejściowej anteny spiralnej promieniującej osiowo od kąta α w funkcji częstotliwości (w MHz) przy stałej długości osi spirali. Koła stałego współczynnika fali stojącej są odniesoine do oporności falowej linii zasilającej, równej 125 Ω

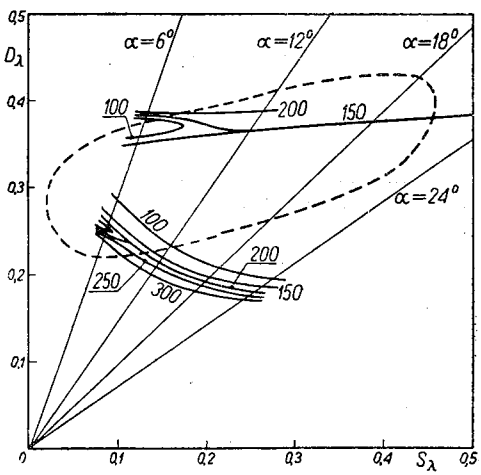


Rys. 24. Zależność impedancji wejściowej anteny spiralnej promieniującej osiowo od liczby zwojów w funkcji częstotliwości (w MHz)

do początku spirali jest bardzo mała, co w rezultacie daje promieniowanie jednokierunkowe o polaryzacji prawie kołowej. Zmiany impedancji wejściowej spirali, której $n = 5$, są zawarte w granicach $105 \div 145\ \Omega$ dla składowej rzeczywistej oraz w granicach $0 \div \pm 15\ \Omega$ dla składowej urojonej.

Z wykresu na rys. 23 widać, że zasadniczy wpływ na impedancję wejściową spirali promieniującej osiowo ma kąt α. Średnia geometryczna oporności rzeczywistej jest zawarta w granicach 130 Ω. Z wykresu na rys. 24 widać, że jeżeli antena ma więcej niż trzy zwoje, to wpływ liczby zwojów na przebieg impedancji wejściowej jest bardzo mały. Średnia geometryczna oporności rzeczywistej dla spirali o $\alpha = 12°$ (zarówno dla anteny czterozwojowej, jak i dziesięciozwojowej) jest około 127 Ω w granicach 350 ÷ 500 MHz.

Na rysunku 25 przedstawiono zależność modułu impedancji wejściowej od średnicy i skoku spirali. Charakterystyki na rys. 25 są miejscem geometrycznym punktów, dla których moduł impedancji wejściowej jest stały. Z rysunku widać, że zależność modułu impedancji wejściowej spirali w granicach 100 ÷ 150 Ω od średnicy i skoku nie jest krytyczna. Linia przerywana na tym rysunku odpowiada szerokości listka głównego równej 50° ÷ 60° i granica ta jest granicą obszaru osiowego promieniowania spirali.



Rys. 25. Przebieg modułu impedancji wejściowej spirali w zależności od S_λ i D_λ Linią przerywaną oznaczono obszar promieniowania osiowego spirali

Można także zauważyć, że optymalny kąt α (ze względu na jak najszersze pasmo pracy częstotliwości) wynosi 14°. Dla tego kąta mamy zależność:

$$\frac{f_{max}}{f_{min}} = 1{,}67. \tag{22}$$

Średnia arytmetyczna tych dwóch częstotliwości daje nam średnią częstotliwość zakresu:

$$f_0 = \frac{f_{max} + f_{min}}{2}. \tag{23}$$

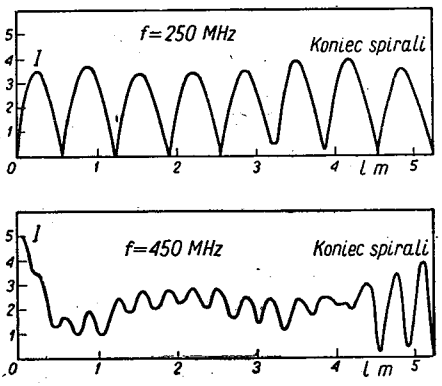
Średnica drutu (o ile nie jest większa od 0,02 λ), wielkość i kształt reflektora oraz struktura dielektryczna części wsporczych ma pewien mi-

nimalny wpływ na impedancję wejściową spirali. Wpływ ten jest mały i na ogół można go pominąć.

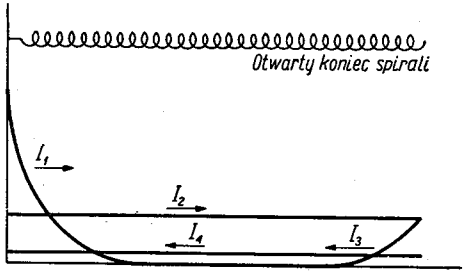
Pomiary wykazują, że w obszarze promieniowania osiowego rozkład prądu wzdłuż spirali ma w przybliżeniu charakter fali bieżącej. W rzeczywistości część energii zostanie odbita od otwartego końca spirali i będzie podążała ku początkowi. Na rys. 26 jest pokazany rozkład prądu wzdłuż spirali o danych:

$$n = 7; \quad \alpha = 12^0; \quad D = 22{,}5 \text{ cm}; \quad S = 15 \text{ cm}.$$

Rysunek górny jest typowy dla częstotliwości mniejszych od 300 MHz. Rozkład prądu dla tego przypadku posiada charakter fali stojącej przy całkowitym odbiciu od końca spirali. Rysunek dolny jest typowy dla częstotliwości większych od 300 MHz i jest charakterystyczny dla promieniowania



Rys. 26. Rozkład prądu wzdłuż spirali dla częstotliwości 250 i 450 MHz. Spirala o danych: $\alpha = 12°$, $n = 7$, $D = 22{,}5$ cm, $S = 15$ cm



Rys. 27. Schematyczne przedstawienie rozkładu prądu wzdłuż spirali jako suma czterech fal: I_1 — tłumionej, biegnącej od początku ku otwartemu końcowi spirali; I_2 — nietłumionej, biegnącej od początku ku otwartemu końcowi spirali; I_3 — tłumionej, biegnącej od otwartego końca ku początkowi spirali; I_4 — nietłumionej, biegnącej od otwartego końca ku początkowi spirali

osiowego. Dla tego przypadku rozkład prądu w środkowej części spirali jest prawie stały. Na krańcach spirali równomierny rozkład prądu jest zachwiany. Taki rozkład prądu można uważać za wynik istnienia w spirali czterech fal (rys. 27), z których dwie (I_1 i I_2) są falami biegnącymi od źródła ku otwartemu końcowi spirali, a następne dwie (I_3 i I_4) są falami odbitymi od otwartego końca spirali i biegnącymi ku początkowi spirali. Fale I_1 i I_3 są tłumione, tak że szybko maleją ku środkowi spirali. Schematycznie jest to przedstawione na rys. 27. Jeżeli pominiemy fale I_1 i I_3, to współczynnik fali stojącej w spirali wyrazi się następująco:

$$\textit{współczynnik fali stojącej} = \frac{I_2 + I_4}{I_2 - I_4}. \tag{24}$$

Fala odbita od końca spirali (I_4) będzie wpływała na kształt charakterystyki promieniowania i polaryzacji.

Analogicznie otrzymamy współczynnik równomierności wypadkowego natężenia pola elektrycznego:

$$\textit{współczynnik równomierności} = \frac{E_2 + k'E_4}{E_2 - k'E_4} = \frac{I_2 + k'I_4}{I_2 - k'I_4}, \tag{25}$$

gdzie:

k' — współczynnik określający wpływ wymiarów reflektora na odbicie od niego odpowiedniej składowej natężenia pola elektrycznego,

E_2 — składowa natężenia pola elektrycznego pochodząca od fali I_2 i poruszająca się w kierunku osiowym,

E_4 — składowa natężenia pola elektrycznego pochodząca od fali I_4 i poruszająca się w kierunku reflektora,

$k'E_4$ — składowa natężenia pola elektrycznego E_4 odbita od reflektora i poruszająca się w kierunku osiowym.

W obszarze promieniowania osiowego współczynnik fali stojącej $wfs = 1$ (dlatego też często spirale promieniujące osiowo nazywamy antenami z falą bieżącą), a poza tym obszarem współczynnik ten jest bardzo duży.

Na podstawie systematycznych pomiarów ustalono następujące wzory empiryczne:

1. Średnia szerokość listka głównego (średnia pomiędzy E a E_Θ):

$$2\Phi_0 = \frac{52}{L_\lambda \sqrt{nS_\lambda}} \ [1°]. \tag{26}$$

2. Średnia szerokość listka głównego, mierzona pomiędzy zerowymi wartościami charakterystyki kierunkowej:

$$2\delta_0 = \frac{115}{L_\lambda \sqrt{nS_\lambda}} \ [1°]. \tag{27}$$

3. Zysk energetyczny:

$$\left.\begin{aligned} G &= 15\,(L_\lambda)^2\, nS_\lambda\,, \\ G &= 11{,}8 + 10\,\log\,(L_\lambda^2 nS_\lambda)\ [\mathrm{dB}]. \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

4. Oporność promieniowania:

$$R = 140\,L_\lambda \ [\Omega]. \tag{29}$$

Ostatnie cztery wzory odnoszą się do spirali o kącie $\alpha = 12° \div 16°$. W tych bowiem przedziałach zmienności kąta α charakterystyka kierun-

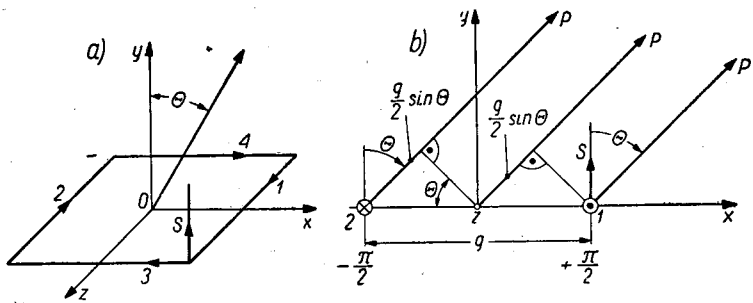
kowa spirali (przy stałej długości osi spirali) ulega małym zmianom. Jeśli kąt α maleje, to maleje także poziom listków bocznych oraz zwęża się nieco listek główny. Natomiast przy wzroście kąta α impedancja wejściowa wykazuje mniejsze zmiany w zakresie częstotliwości pracy (w zakresie promieniowania osiowego).

Praca niniejsza została wykonana pod kierunkiem docenta St. Kielana. Za pomoc i wskazówki w czasie jej pisania autor składa Mu tą drogą serdeczne podziękowanie. Również autor serdecznie dziękuje prof. S. Manczarskiemu za krytyczne uwagi o już napisanej pracy; wpłynęły one na wprowadzenie do niej szeregu uzupełnień, pozwalających na lepsze i bardziej pełne ujęcie tematu.

PRZYPISY [1])

Przypis 1 dotyczący równań (3a) i (3b)

Rysunek P1 przedstawia zastępczy układ jednego zwoju; składa się on z pięciu równoważnych przewodów. Układ ten należy zawsze rozumieć w ten sposób, że przewody *3* i *4* są równoległe względem siebie i równoległe do dowolnego kierunku wyznaczonego przez kąt Φ. Wskutek tego oraz uwzględniając fakt, że prądy w tych przewodach są przesunięte o kąt 180° w czasie (zgodnie z rys. P1) [2]), równoważne pole elektryczne pochodzące od tych dwóch przewodów jest równe zeru. Wobec tego pole elektryczne będzie pochodziło tylko od trzech elementów, tzn. od przewodów *1* i *2*, oraz od elementu *S*.



Rys. P1. Równoważny układ jednego zwoju krótkiej anteny spiralnej składający się z pięciu zastępczych dipoli

[1]) Symbol „r" oznacza każdorazowo odległość odległego punktu P w przestrzeni od miejsca położenia spirali. W przypisach wspomniana odległość jest oznaczana także symbolem z_1 i dotyczy kierunku maksymalnego promieniowania osiowego, tzn. równoległego do osi z (w celu odróżnienia od wszystkich pozostałych kierunków). Nadto zakładamy, że punkt P leży w b. dużej odległości od spirali, czyli że do punktu P przychodzi fala w postaci wiązki równoległej.

[2]) Rozpatrujemy tu przypadek spełniający nierówność (2).

Na podstawie rys. P1b i wzoru na promieniujący elementarny dipol (patrz przypis 5) piszemy:

$$E_1 = \frac{60\pi I_0 g}{r\lambda} e^{j\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\left(r - \frac{g}{2}\sin\theta\right) + \frac{\pi}{2}\right]} =$$

$$= \frac{60\pi I_0 g}{r\lambda} e^{j\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)} \cdot e^{+j\left(\frac{\pi g \sin\theta}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)};$$

oznaczając

$$I_0 \cdot e^{j\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)} = [I_0]$$

piszemy:

$$E_1 = \frac{60\pi g}{r\lambda}[I_0] e^{+j\left(\frac{\pi g \sin\theta}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)}, \tag{3.1}$$

$$E_2 = \frac{60\pi I_0 g}{r\lambda} e^{j\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\left(r + \frac{g\sin\theta}{2}\right) - \frac{\pi}{2}\right]} =$$

$$= \frac{60\pi I_0 g}{r\lambda} e^{j\omega\left[\left(t - \frac{r}{c}\right) \cdot e^{-j\left(\frac{\pi g \sin\theta}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)}\right.},$$

$$E_2 = \frac{60\pi g}{r\lambda}[I_0] e^{-j\left(\frac{\pi g \sin\theta}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)}. \tag{3.2}$$

Z rys. P1a widać, że:

$$E_\Phi = E_1 + E_2. \tag{3.3}$$

Wstawiając równania (3.1) i (3.2) do równania (3.3) otrzymujemy:

$$E_\Phi = \frac{60\pi [I_0] g}{r\lambda}\left[e^{j\left(\frac{\pi g \sin\theta}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)} + e^{-j\left(\frac{\pi g \sin\theta}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)}\right]. \tag{3.4}$$

Z prostych zależności trygonometrycznych wiadomo, że:

$$e^{ja_1} + e^{-ja_1} = 2\cos a_1. \tag{3.5}$$

Wstawiając równanie (3.5) do równania (3.4) możemy napisać:

$$E_\Phi = \frac{120\pi g [I_0]}{r\lambda} \cdot \cos\left(\frac{\pi g \sin\theta}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= -\frac{120\,\pi\, g\,[I_0]}{r\lambda}\cdot \sin\left[\frac{\pi\, g \sin\theta}{2}\right],$$

$$E_\Phi = -\frac{120\,\pi g\,[I_0]}{r\lambda}\cdot \sin\left(\frac{\pi\, g \sin\theta}{\lambda}\right). \tag{3.6}$$

Z rysunków P1a i P1b widać, że:

$$E_S = E_\theta = \frac{60\,\pi\, I_0\, S \sin\theta}{r\lambda}\, e^{\,j\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\left(r - \frac{g}{2}\sin\theta\right) + \frac{\pi}{2}\right]},$$

gdzie E_S — *s.em.* wyindukowana w elemencie S,

$$E_\theta = \frac{60\,\pi\,[I_0]\, S \sin\theta}{r\lambda}\, e^{\,j\left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi\, g \sin\theta}{\lambda}\right]}. \tag{3.7}$$

Skoro jest spełniony warunek:

$$nL \ll \lambda,$$

to wtedy:

$$\sin\left(\frac{\pi\, g \sin\theta}{\lambda}\right) \approx \frac{\pi\, g\, \mathrm{si}\ \theta}{\lambda}, \tag{3.8}$$

natomiast:

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi\, g \sin\theta}{\lambda} \approx \frac{\pi}{2}. \tag{3.9}$$

Wstawiając zależność (3.8) do równania (3.6), a zależność (3.9) do równania (3.7) otrzymamy:

$$E_\Phi \approx -\frac{120\,\pi^2\, g^2 \sin\theta}{r\lambda^2}\,[I_0].$$

Oznaczając:

$$g^2 = \frac{\pi D^2}{4} = A \tag{3.10}$$

otrzymujemy:

$$E_\Phi \approx -\frac{120\,\pi^2\,[I_0] \sin\theta}{r}\cdot\frac{A}{\lambda^2}, \tag{3a}$$

$$E_\theta \approx \frac{60\,\pi\, S\,[I_0] \sin\theta}{r\lambda}\, e^{\,j\frac{\pi}{2}} = j\,\frac{60\,\pi\, S\,[I_0] \sin\theta}{r\lambda},$$

$$E_\theta \approx j\,\frac{60\,\pi\,[I_0] \sin\theta}{r}\cdot\frac{S}{\lambda}. \tag{3b}$$

Przypis 2 dotyczący równań (6)

Rozumując analogicznie, jak to czyniliśmy w przypadku wyprowadzania wzorów (3a) i (3b), oraz wprowadzając analogiczne oznaczenia piszemy:

$$\left.\begin{aligned} s.em._1 &= [E_\Phi]\, g \cdot e^{j\left[\frac{\pi g \sin\theta}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right]}, \\ s.em._2 &= [E_\Phi]\, g \cdot e^{-j\left[\frac{\pi g \sin\theta}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right]}, \\ s.em._S &= s.em._\theta = [E_\theta]\, S \cdot e^{j\left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi g \sin\theta}{\lambda}\right]}, \end{aligned}\right\} \qquad (6.1)$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned} [E_\Phi] &= E_\Phi \cdot e^{j\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)}, \\ [E_\Phi] &= E_\theta \cdot e^{j\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)}. \end{aligned}\right\}$$

Zakładając zależność (2) będziemy mogli do równań (6.1) wstawić równania (3.8) i (3.9). Nadto jest oczywiste, że:

$$s.em._\Phi = s.em._1 + s.em._2. \qquad (6.2)$$

Uwzględniając to wszystko w równaniach (6.1) w łatwy już sposób dojdziemy do poniższych wyników:

$$\left.\begin{aligned} s.em._\theta &= j\,[E_\theta]\, S \sin\Theta, \\ s.em._\Phi &= -\,[E_\Phi]\frac{2\pi A}{\lambda}\sin\Theta. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Przypis 3 dotyczący równań (7)

Charakterystyka kierunkowa przewodu z falą bieżącą, którego długość wynosi l (rys. P2) i wzdłuż którego współczynnik prędkości fazowej wynosi p, określona jest równaniem:

$$\left.\begin{aligned} E' &= \frac{\sin\Theta}{1 - p\cos\Theta}\sin\left[\frac{\pi l}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)\right] e^{j\left[\omega t - \frac{\pi l}{p\lambda}(1 - p\cos\theta)\right]}, \\ E &= \frac{60\, p\, I_0}{r} E'. \end{aligned}\right\} \qquad (7.1)^{1)}$$

Jak widać z rys. 6a, od przewodów *1* i *3* powstanie tylko składowa polaryzacji poziomej w płaszczyźnie *oxz*.

W równaniu (7.1) przekształcimy pewne wyrażenie i określimy je przy pomocy pewnego współczynnika [korzystając z równania (1a) i rys. 6a]:

$$\frac{\pi l}{p\lambda} = \frac{\pi}{p\lambda}\cdot\frac{g}{\cos\alpha} = \frac{\pi}{p\lambda\cos\alpha}\cdot\frac{\pi^{\frac{1}{2}} D}{2} = \frac{\pi^{\frac{3}{2}} D_\lambda}{2p\cos\alpha} = B.$$

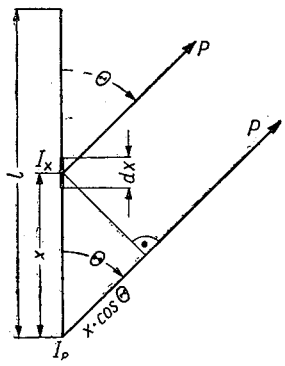
[1]) Zob. przypis 14.

$$B = \frac{\pi l}{p\lambda} = \frac{\pi}{2p\cos\alpha}\cdot\frac{3}{2}D_\lambda \tag{7.2}$$

Przy określaniu charakterystyki kierunkowej pochodzącej od prądu w przewodzie *1* miarodajny jest kąt β, który jak widać z rys. P3 wynosi:

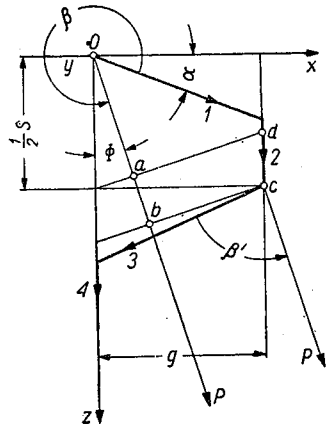
$$\beta = \frac{3}{2}\pi + \alpha + \Phi . \tag{7.3}$$

β jest kątem zawartym pomiędzy kierunkiem przepływu energii w.cz. w przewodzie *1* a kierunkiem rozchodzenia się fali.



Rys. P2. Przewód z falą bieżącą

$$x = I_p \cdot e^{j\left(\omega t - \frac{2\pi x}{p\lambda}\right)}$$



Rys. P3. Rzut zastępczego zwoju spiral na płaszczyznę *oxz*. Rysunek pomocniczy do ułożenia równań (7.2), (7.3), (7.6) i (7.8)

Wprowadźmy nadto oznaczenie pewnego współczynnika:

$$A = 1 - p\cos\beta . \tag{7.4}$$

Wstawiając równania (7.2), (7.3) i (7.4) do równania (7.1) otrzymamy następujące wyrażenie na składową natężenia pola elektrycznego w płaszczyźnie *oxz*, pochodzącego od prądu w przewodzie *1*:

$$E_1' = \frac{\sin\beta}{A}\sin(BA)\, e^{j(\omega t - BA)}. \tag{7.5}$$

Dla charakterystyki kierunkowej pochodzącej od prądu w przewodzie *3* miarodajny jest kąt β', który, jak widać z rys. P3, wynosi:

$$\beta' = \frac{1}{2}\pi - \alpha + \Phi . \tag{7.6}$$

β' jest kątem zawartym pomiędzy kierunkiem przepływu energii w.cz. w przewodzie *3* a kierunkiem rozchodzenia się fali.

Musimy nadto uwzględnić przesunięcie fazy, które wynika z różnicy odległości pomiędzy przewodami *1* i *3* w przestrzeni (jak widać z rys. P3 wspomniana różnica

odległości jest równa odcinkowi *ob* w dowolnym kierunku rozchodzenia się fali pola elektrycznego w płaszczyźnie *oxz*) oraz z przesunięcia fazy pomiędzy prądem w przewodzie *1* a prądem w przewodzie *3* (przesunięcie fazy pomiędzy tymi dwoma prądami odpowiada zmianie fazy prądu wzdłuż połowy długości jednego zwoju. Biorąc to wszystko, co powiedzieliśmy, pod uwagę otrzymamy następujące równanie na charakterystykę kierunkową w płaszczyźnie *oxz*, pochodzącą od prądu w przewodzie *3*:

$$E_3' = \frac{\sin\beta'}{1 - p\cos\beta'} \sin\left[B(1 - p\cos\beta')\right] \cdot e^{j\left[\omega t - B(1 - p\cos\beta') + 2\pi\frac{ob}{\lambda} - 2\pi\frac{1}{2}\left(\frac{L}{p\lambda}\right)\right]}. \tag{7.7}$$

Z rysunku P3 oraz z równań (1a), (1) i (7.2) widać, że:

$$\left.\begin{aligned} \frac{ob}{\lambda} &= \frac{S\cos\Phi}{2}\cdot\frac{1}{\lambda} + \frac{g\sin\Phi}{\lambda} = \frac{S\lambda\cos\Phi}{2} + \frac{\pi^{\frac{1}{2}} D\lambda\sin\Phi}{2}, \\ \frac{\pi L}{p\lambda} &= \frac{\pi^2 D\lambda}{p\cos\alpha} = 2\pi^{\frac{1}{2}} B. \end{aligned}\right\} \tag{7.8}$$

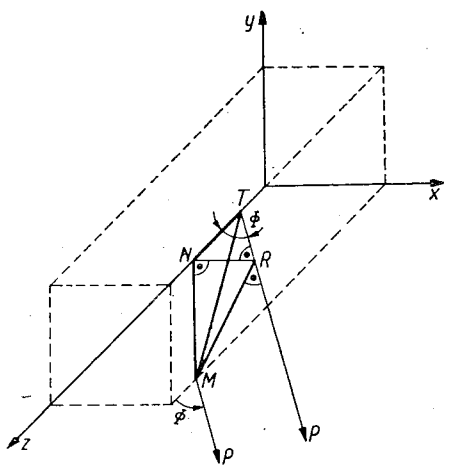
Wprowadzamy nadto oznaczenie:

$$A' = 1 - p\cos\beta'. \tag{7.9}$$

Wstawiając równania (7.8) i (7.9) do równania (7.7) otrzymamy:

$$E_3' = \frac{\sin\beta'}{A'}\sin(BA')\cdot e^{j\left[\omega t - BA' + \pi\left(S_\lambda\cos\Phi + \pi^{\frac{1}{2}} D_\lambda\sin\Phi\right) - 2\pi^{\frac{1}{2}}B\right]}. \tag{7.10}$$

W celu wyznaczenia charakterystyki kierunkowej pochodzącej od prądów w przewodzie *2* i *4* posłużmy się rysunkiem P4. Na podstawie tego rysunku wprowadzamy następujące oznaczenia:



Rys. P4. Rysunek pomocniczy do ułożenia równań (7.11)

$$
\left.
\begin{aligned}
&\alpha = \sphericalangle NTM, && MT = l,\\
&\Phi = \sphericalangle NTR, && MN = g = l\cos\alpha,\\
&\gamma = \sphericalangle NMR, && NT = l\sin\alpha,\\
&\beta'' = \sphericalangle MTR, && TR = l\,(\sin\alpha)\,(\cos\Phi),\\
&&& \sphericalangle TRN = \frac{\pi}{2},\\
&&& MR = l\sqrt{1-\sin^2\alpha\cos^2\Phi},\\
&&& NR = l\,(\sin\alpha)\,(\sin\Phi).
\end{aligned}
\right\} \tag{7.11}
$$

$$\beta'' = \arccos\frac{TR}{MT} = \arccos\left[(\sin\alpha)\,(\cos\Phi)\right],$$

$$\gamma = \arccos\frac{MN}{MR} = \arccos\left[\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha\cos^2\Phi}}\right],$$

$$\gamma = \arcsin\frac{NR}{MR} = \arcsin\left[\frac{(\sin\alpha)\,(\sin\Phi)}{\sqrt{1-\sin^2\alpha\cos^2\Phi}}\right].$$

β'' jest kątem zawartym pomiędzy kierunkiem przepływu energii w.cz. w przewodzie *2* a kierunkiem rozchodzenia się fali.

Wprowadzamy nadto oznaczenie:

$$A'' = 1 - p\cos\beta''. \tag{7.12}$$

Wstawiając równania (7.11) i (7.12) do równania (7.1) oraz uwzględniając przesunięcie fazy pomiędzy prądem w przewodzie *1* a prądem w przewodzie *2* (przesunięcie to odpowiada zmianie fazy prądu wzdłuż jednej czwartej długości zwoju) otrzymamy równanie na charakterystykę kierunkową pochodzącą od prądu w przewodzie *2* w płaszczyźnie *oxz:*

$$E_2' = \frac{\sin\beta''}{A''}\sin(BA'')\cdot e^{j\left[\omega t - BA'' - 2\pi\frac{1}{4}\left(\frac{L}{p\lambda}\right)\right]},$$

ale:

$$\frac{\pi L}{2p\lambda} = \frac{\pi^2 D\lambda}{2p\cos\alpha} = \pi^{\frac{1}{2}}B,$$

stąd:

$$E_2' = \frac{\sin\beta''}{A''}\sin(BA'')\cdot e^{j\left[\omega t - (BA'') - \pi^{\frac{1}{2}}B\right]}. \tag{7.13}$$

Wektor natężenia pola elektrycznego, określony równaniem (7.13), jest równoległy, jak widać z rys. P4, do prostej *MR*.

Chcąc określić równanie charakterystyki kierunkowej w płaszczyźnie *oxz*, pochodzącej od prądu w przewodzie *4*, musimy uwzględnić przesunięcie fazy pomiędzy prądem w przewodzie *1* a prądem w przewodzie *4* (przesunięcie to odpowiada zmianie fazy prądu wzdłuż trzech czwartych długości jednego zwoju) oraz wziąć pod uwagę dodatkowe przesunięcie fazy prądu w przewodzie *4* względem fazy prądu w przewodzie *2* o kąt 180° w czasie (co wynika z rozmieszczenia tych przewodów w przestrzeni i odpowiedniego przepływu energii wzdłuż tych przewodów). Poza tym należy uw-

względnić przesunięcie fazy, które wynika z różnicy odległości pomiędzy przewodami 2 i 4 w przestrzeni (jak widać z rys. P5, wspomniana różnica odległości jest równa odcinkowi ac' w dowolnym kierunku rozchodzenia się fali pola elektrycznego w płaszczyźnie oxz). Biorąc to wszystko pod uwagę piszemy:

$$E_4' = \frac{\sin\beta''}{A''} \sin(BA'') \cdot e^{j\left[\omega t - \pi - BA'' + 2\pi\frac{ac'}{\lambda} - 2\pi\frac{3}{4}\left(\frac{L}{p\lambda}\right)\right]} \qquad (7.14)^{1)}$$

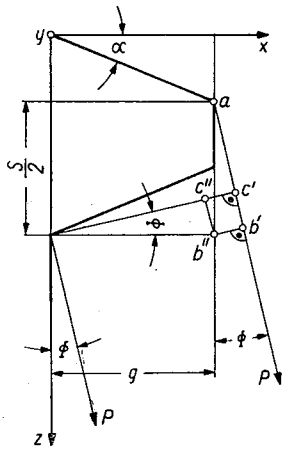
Z rysunku P5 widać, że:

$$ac' = ab' - b'c',$$

$$ab' = \frac{1}{2} S\cos\Phi, \qquad b'c' = b''c'' = g\sin\Phi = \frac{1}{2}\pi^{\frac{1}{2}} D\sin\Phi,$$

$$ac' = \frac{1}{2}\left[S\cos\Phi - \pi^{\frac{1}{2}} D\sin\Phi\right], \qquad (7.15)$$

$$\frac{3}{2}\pi\frac{L}{p\lambda} = 3\frac{\pi^2 D\lambda}{2p\cos\alpha} = 3\pi^{\frac{1}{2}} B. \qquad (7.16)$$



Rys. P5. Rzut zastępczego zwoju spirali na płaszczyznę oxz. Rysunek pomocniczy do ułożenia równań (7.13), (7.15), (7.16) i (7.17)

Wstawiając równania (7.15) i (7.16) do równania (7.14) otrzymamy:

$$E_4' = \frac{\sin\beta''}{A''} \sin(BA'') \cdot e^{j\left[\omega t - \pi - BA'' + \pi\left(S_\lambda\cos\Phi - \pi^{\frac{1}{2}} D_\lambda\sin\Phi\right) - 3\pi^{\frac{1}{2}} B\right]}. \qquad (7.17)$$

Wektor natężenia pola elektrycznego, określony równaniem (7.17) jest zatem równoległy do wektora E_2'.

---

[1]) Analizując promieniowanie przewodu 4 musielibyśmy postąpić analogicznie jak w przypadku przewodu 2, tzn. że przewód 4 zostałby przedstawiony podobnie, jak to miało miejsce z przewodem 2 na rys. P4. Z rysunku tego otrzymamy w bardzo prosty już sposób wyrażenia na kąty β''' i γ', które mają ten sam sens fizyczny co analogiczne wyrażenia w przypadku poprzednim. Analiza promieniowania przewodów 2 i 4 sprowadza się do identycznych operacji matematycznych, z których wynika, że $\beta''' = \beta''$ oraz $\gamma' = \gamma$.

Poza tym składowa E_4' jest opóźniona w czasie względem składowej E'_2 o kąt π Wynika to z następującego rozumowania. Rzuty kierunków przepływów energii w.cz. w przewodzie 2 i 4 na płaszczyzny prostopadłe do płaszczyzny oxz są skierowane przeciwnie względem siebie (patrz rys. 6a). Na podstawie powyższego oraz przyjmując wspomniany kierunek w przewodzie 2 za dodatni, analogiczny kierunek w przewodzie 4 będzie ujemny i stąd wyniknie przesunięcie fazy o kąt $(-\pi)$ wektora E_4' względem wetkora E_2'.

Oczywiste jest, że wektor natężenia pola elektrycznego pochodzący od prądu w przewodzie 2 lub od prądu w przewodzie 4 można rozłożyć na dwa składowe wektory. Jeden z tych składowych wektorów jest równoległy do osi y, natomiast drugi z tych składowych wektorów leży w płaszczyźnie oxz. Biorąc pod uwagę równania (7.13) i (7.17) oraz rysunek P4 obliczamy poszczególne składowe natężeń pól elektrycznych pochodzących od przewodów 2 i 4:

$$\left.\begin{aligned} E'_{2y} &= E'_2 \cos\gamma\,, \\ E'_{4y} &= E'_4 \cos\gamma\,, \\ E'_{2oxz} &= E'_2 \sin\gamma\,, \\ E'_{4oxz} &= E'_4 \sin\gamma\,. \end{aligned}\right\} \tag{7.18}$$

Wstawiając równania (7.11) oraz (7.13) i (7.17) do równania (7.18), a poza tym uwzględniając, że:

$$\frac{\sin\beta''}{\sqrt{1-\sin^2\alpha\cos^2\Phi}} = \frac{\sin\beta''}{\sqrt{1-\cos^2\beta''}} = 1\,,$$

piszemy:

$$E'_{2y} = \frac{\sin(BA'')}{A''}\cos\alpha\cdot e^{j\left[\omega t - BA'' - \pi^{\frac{1}{2}}B\right]}, \tag{7.19}$$

$$E'_{4y} = \frac{\sin(BA'')}{A''}\cos\alpha\cdot e^{j\left[\omega t - \pi - BA'' + \pi\left(S_\lambda\cos\Phi - \pi^{\frac{1}{2}}D_\lambda\sin\Phi\right) - 3\pi^{\frac{1}{2}}B\right]}, \tag{7.20}$$

$$E'_{2oxz} = \frac{\sin(BA'')}{A''}\sin\alpha\sin\Phi\cdot e^{j\left[\omega t - BA'' - \pi^{\frac{1}{2}}B\right]}, \tag{7.21}$$

$$E'_{4oxz} = \frac{\sin(BA'')}{A''}(\sin\alpha)(\sin\Phi)\cdot e^{j\left[\omega t - \pi - BA'' + \pi\left(S_\lambda\cos\Phi - \pi^{\frac{1}{2}}D_\lambda\sin\Phi\right) - 3\pi^{\frac{1}{2}}B\right]} \tag{7.22}$$

Z rysunku 6 widać, że:

$$E'_{\Theta T} = E'_{2y} + E'_{4y}\,, \tag{7.23}$$

$$E'_{\Phi T} = E'_1 + E'_3 + E'_{2oxz} + E'_{4oxz} \tag{7.24}$$

Wstawiając do równania (7.23) równania (7.19) i (7.20), natomiast do równania (7.24) wstawiając równania (7.5), (7.10), (7.21) i (7.22) oraz korzystając z poniższej prostej zależności trygonometrycznej:

$$e^{j\alpha_1} + e^{j\alpha_2} = 2\cos\left(\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2}\right)\cdot e^{j\frac{\alpha_2+\alpha_1}{2}}$$

otrzymamy:

$$E'_{\Theta T} = \left\{-2j\frac{\sin(BA'')}{A''}[\cos\alpha]\sin\frac{1}{2}\left[\pi\left(S\lambda\cos\Phi - \pi^{\frac{1}{2}}D\lambda\sin\Phi\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. - 2\pi^{\frac{1}{2}}B\right]e^{j\frac{1}{2}\left[2BA'' + \pi\left(S_\lambda\cos\Phi - \pi^{\frac{1}{2}}D_\lambda\sin\Phi\right) - 4\pi^{\frac{1}{2}}B\right]}\right\}\cdot e^{j\omega t}, \tag{7b}$$

$$E'_{\Phi T} = \left\{ \frac{\sin\beta}{A} [\sin(BA)] \cdot e^{-jBA} + \right.$$

$$+ \frac{\sin\beta'}{A'} [\sin(BA')] \cdot e^{j\left[-BA' + \pi\left(S_\lambda \cos\Phi + \pi^{\frac{1}{2}} D_\lambda \sin\Phi\right) - 2\pi^{\frac{1}{2}} B\right]} +$$

$$\left. + (\operatorname{tg}\alpha)(\sin\Phi) E'_{\Theta T} \right\} \cdot e^{j\omega t}. \tag{7a}$$

Przypis 4 dotyczący równania (8b)

Przesunięcie fazy pomiędzy dwoma polami elektrycznymi pochodzącymi od dwóch sąsiednich anten punktowych jest wyznaczone:

1. odległością pomiędzy dwoma sąsiednimi antenami, która wynosi S (skok spirali); odległość ta w interesującym nas punkcie przestrzeni powoduje zmianę fazy, zgodnie z rys. 8:

$$+ 2\pi \frac{S}{\lambda} \cos\Phi ;$$

2. zmianą fazy pomiędzy prądami w dwóch sąsiednich antenach punktowych (pomiędzy dwoma sąsiednimi zwojami spirali); zmiana powyższej fazy odpowiada zmianie fazy prądu wzdłuż długości jednego zwoju spirali i wynosi (z uwzględnieniem kierunku przepływu energii wzdłuż spirali):

$$- 2\pi \left(\frac{L}{p\lambda} \right).$$

Przypis 5 dotyczący równania (11), (11a) i (11b)

Funkcje podcałkowe we wzorach (11) są wyrażeniami na natężenie pola elektrycznego pochodzącego od prądu w elementarnym dipolu promieniującym. Jak wiadomo, wzór dla elementarnego promieniującego dipola ma postać następującą (zgodnie z rys. P6):

$$dE = \frac{60\pi I_0 \, dl \sin\Theta}{z_1 \lambda} e^{j\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)}, \tag{11.1}^{1)}$$

gdzie: $z_1 = r$.
Zgodnie z równaniem (10) i z rys. 10:

$$dl = \frac{D}{2} d\Theta .$$

Wstawiając powyższe wyrażenie do równania (11.1) oraz wprowadzając oznaczenie

$$E_0 = \frac{30\pi D I_0}{z_1 \lambda} = \frac{30\pi D\lambda I_0}{z_1}$$

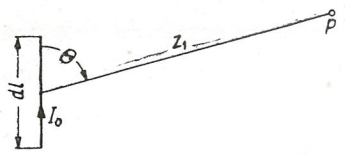
otrzymamy:

---

[1]) Zob. przypis 13.

$$dE = E_0 \sin\Theta\, d\Theta \cdot e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}. \qquad (11.2)^{1)}$$

Chcąc otrzymać wyrażenia na obydwie składowe natężenia pola elektrycznego pochodzące od elementarnego dipola należy go obecnie potraktować jako elementarny odcinek spirali, który zgodnie z rys. 10 znajduje się w punkcie Q na spirali. Na podstawie tego rysunku łatwo jest wyznaczyć amplitudę [2]) i zmianę fazy pola elektrycznego. Wypadkowa zmiana fazy będzie wynikała z różnicy odległości pomiędzy punktem Q leżącym na spirali a dowolnym punktem P leżącym na przedłużeniu osi spirali. Prócz tego należy uwzględnić zmianę fazy prądu na długości będącej długością mierzoną wzdłuż spirali od początku spirali w punkcie T do punktu Q. Biorąc to wszystko pod uwagę i wstawiając powyższe zmiany fazy i amplitudy poszczególnych składowych pola elektrycznego zgodnie z rys. 10 do równania (11.2) piszemy:



Rys. P6. Rysunek odnoszący się do równań (11.1) i (11.2)

$$\left.\begin{aligned} dE_x &= E_0 \sin\Theta\left[e^{j\omega\left(t-\frac{z_1-q}{c}-\frac{l}{p}\right)}\right]_{d\Theta}, \\ dE_y &= E_0 \cos\Theta\left[e^{j\omega\left(t-\frac{z_1-q}{c}-\frac{l}{pc}\right)}\right]_{d\Theta}. \end{aligned}\right\} \qquad (11.3)^{2)}$$

Wstawiając równania (10) do równań (11.3) otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} &\varphi_\Theta = \frac{\omega l}{c}\left(\sin\alpha - \frac{1}{p}\right), \\ &\frac{\omega}{c} l = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{L\Theta}{2\pi} = L_\lambda\Theta, \\ &\varphi_\Theta = L_\lambda\left(\sin\alpha - \frac{1}{p}\right)\Theta = k\Theta, \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} dE_x &= E_0 \sin\Theta\left[e^{j\omega\left(t-\frac{z_1}{c}+\frac{l\sin\alpha}{c}-\frac{l}{pc}\right)}\right]_{d\Theta}, \\ dE_y &= E_0 \cos\Theta\left[e^{j\omega\left(t-\frac{z_1}{c}+\frac{l\sin\alpha}{c}-\frac{l}{pc}\right)}\right]_{d\Theta}. \end{aligned}\right\} \qquad (11.4)$$

Wyrażenie na wypadkowe pole elektryczne pochodzące od całej długości spirali otrzymamy całkując równania (11.4) w granicach od zera do odpowiedniego kąta, odpowiadającego danej liczbie zwojów. Po scałkowaniu równań (11.4) w podanych powyżej granicach otrzymamy równania (11a) i (11b).

Przypis 6 dotyczący równań (13) i (14)

Wzory (13) oznaczają całkowanie wzorów (11.4) w granicach od $\Theta = 0$ do $\Theta = \Theta_1 \neq 2\pi n$ (Θ_1 odpowiada danej liczbie zwojów, przy czym liczba zwojów nie musi być liczbą całkowitą). Po wykonaniu kilku prostych działań matematycznych wzory (13) przyjmą postać:

[1]) Elementarne natężenie pola elektrycznego dE określone równaniem (11.2) jest równoległe do osi x (tutaj dE jest proporcjonalne do $\sin\Theta$). Natomiast elementarne natężenie pola elektrycznego równoległe do osi y będzie proporcjonalne do $\cos\Theta$. Wynika to z prostej zależności, którą otrzymujemy na podstawie rysunku 10d.

[2]) $x = r_0 \cos\Theta$, $\quad dl_x = -dx = r_0 \sin\Theta\, d\Theta$,

$y = r_0 \sin\Theta$, $\quad dl_y = dy = r_0 \cos\Theta\, d\Theta$.

$$\left.\begin{aligned} \sin\Theta &= \frac{1}{2j}\left(e^{j\Theta} - e^{-j\Theta}\right), \\ \cos\Theta &= \frac{1}{2}\left(e^{j\Theta} + e^{-j\Theta}\right), \end{aligned}\right| \qquad \left.\begin{aligned} E_x &= \frac{E_1}{2j}\int_0^{\Theta_1}\left[e^{j(k+1)\Theta} - e^{j(k-1)\Theta}\right]d\Theta, \\ E_y &= \frac{E_1}{2}\int_0^{\Theta_1}\left[e^{j(k+1)\Theta} + e^{j(k-1)\Theta}\right]d\Theta. \end{aligned}\right| \tag{13.2}$$

(Oznaczenia podane są w równaniu 11c).

Jeżeli teraz będzie spełniony warunek:

$$k \approx -1, \tag{13a}$$

to wtedy:

$$e^{j(k+1)} \approx e^{j0} = 1,$$

a równania (13.2) przyjmą postać:

$$\left.\begin{aligned} E_x &\approx \frac{E_1}{2j}\int_0^{\Theta_1}\left[1 - e^{j(k-1)\Theta}\right]d\Theta, \\ E_y &\approx \frac{E_1}{2}\int_0^{\Theta_1}\left[1 + e^{j(k-1)\Theta}\right]d\Theta. \end{aligned}\right| \tag{13.3}$$

Po scałkowaniu równań (13.3) w przedziałach od 0 do Θ_1, otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} E_x &\approx -\frac{E_1}{2}\left[j\Theta_1 - \frac{e^{j(k-1)\Theta_1} - 1}{k-1}\right], \\ E_y &\approx \frac{E_1}{2j}\left[j\Theta_1 + \frac{e^{j(k-1)\Theta_1} - 1}{k-1}\right]. \end{aligned}\right| \tag{13.4}$$

Wstawiając równanie (13a) do równania (13.4) otrzymujemy:

$$\left.\begin{aligned} E_x &\approx -\frac{E_1}{2}\left[j\Theta_1 + \frac{e^{-j2\Theta_1} - 1}{2}\right], \\ E_y &\approx \frac{E_1}{2j}\left[j\Theta_1 - \frac{e^{-j2\Theta_1} - 1}{2}\right]. \end{aligned}\right| \tag{13.5}$$

Jak widać z równań (13.5), skoro tylko dobierzemy taką wartość na Θ_1, aby był spełniony warunek:

$$\Theta_1 \gg 1, \tag{13.6}$$

to będzie spełniona zależność

$$\Theta_1 \gg \left|\frac{e^{-j2\Theta_1} - 1}{2}\right|$$

i wtedy równania (13.5) przyjmą postać:

$$E_x \approx -j\frac{E_1 \Theta_1}{2}, \tag{14a}$$

$$E_y \approx \frac{E_1 \Theta_1}{2}. \tag{14b}$$

W równaniach (14a) i (14b) należy zwrócić uwagę na to, że o ile tylko będzie spełniony warunek (13.6), to równania te będą ważne zarówno wtedy, gdy spirala będzie posiadała ilość zwojów nierówną liczbie całkowitej ($n \neq 1,2,3\ldots$), jak i wtedy, gdy spirala będzie posiadała całkowitą liczbę zwojów ($n = 1, 2\ldots$). Warunek (13.6) będzie spełniony wtedy, gdy:

$$n > 3, \tag{13,7}$$

gdyż wtedy

$$\Theta_1 > 6\pi \gg 1. \tag{13b}$$

Przypis 7 dotyczący równań (12) i (15)

Wstawiając równanie (12c) lub (13a) do równania (11c) piszemy:

$$L\lambda\left(\sin\alpha - \frac{1}{p}\right) = -1,$$

$$L\lambda\left(\sin\alpha - \frac{1}{p}\right) \approx -1,$$

stąd:

$$p = \frac{1}{\sin\alpha + \frac{1}{L_\lambda}} = \frac{L_\lambda}{L_\lambda \cdot \sin\alpha + 1} = \frac{L_\lambda}{S_\lambda + 1}, \tag{12}$$

$$p \approx \frac{1}{\sin\alpha + \frac{1}{L_\lambda}} = \frac{L_\lambda}{S_\lambda + 1}. \tag{15}$$

Przypis 8 dotyczący równania (17)

Wstawiając równanie (16) do równania (8b) piszemy:

$$-2\pi m = 2\pi\left(S_\lambda - \frac{L_\lambda}{p}\right),$$

stąd:

$$\frac{L_\lambda}{p} = m + S_\lambda. \tag{17}$$

Przypis 9 dotyczący równania (18)

Na podstawie teorii anten izotropowych umieszczonych na linii prostej oraz wyznaczając najkorzystniejszą zmianę fazy prądu w dwóch sąsiednich antenach (w dwóch sąsiednich zwojach spirali) ze względu na maksimum kierunkowości tego

układu anten, otrzymamy równanie (18). Zgodnie z równaniem (16) maksimum funkcji Y_n, tzn. równania (8), zachodzi dla azymutu:

$$\Phi = 0. \tag{18.1}$$

Nadto wiadomo, że warunek na maksymalną kierunkowość układu anten izotropowych (umieszczonych na linii prostej) w postaci ogólnej brzmi:

$$\Psi_{opt} = -\frac{\pi}{n} - 2\pi m. \tag{18.2}$$

Wstawiając równania (18.1) i (18.2) do równania (8b) piszemy

$$-\frac{\pi}{n} - 2\pi m = 2\pi\left(S_\lambda - \frac{L_\lambda}{p}\right),$$

stąd otrzymamy jako wynik końcowy:

$$\frac{L_\lambda}{p} = m + S_\lambda + \frac{1}{2n}. \tag{18}$$

Przypis 10 dotyczący równania (18a)

Z równania (1) otrzymujemy:

$$D_\lambda = \frac{\sqrt{L_\lambda^2 - S_\lambda^2}}{\pi}. \tag{18a1}$$

Jeżeli do równania (18a1) wstawimy równanie (17), to otrzymamy:

$$D_\lambda = \frac{1}{\pi}\sqrt{p^2(m + S_\lambda)^2 - S_\lambda^2}. \tag{18a}$$

Przypis 11 dotyczący równania (20)

Korzystając z własności funkcji trygonometrycznych przewidujemy, że minimum funkcji Y_n, tj. funkcji określonej równaniami (8), zajdzie dla argumentu określonego poniższą zależnością:

$$\Psi = -(\Psi_0 + 2\pi m). \tag{20.1}$$

Wstawiając równanie (20.1) do równania (8b) piszemy:

$$-(\Psi_0 + 2\pi m) = 2\pi\left(S_\lambda \cos\Phi_0 - \frac{L_\lambda}{p}\right),$$

gdzie:

Φ_0 — azymut, dla którego zachodzi pierwsze minimum funkcji Y_n,

Ψ_0 — argument, dla którego funkcja Y_n powinna osiągnąć pierwsze minimum (pierwszą wartość zerową).

Po rozwiązaniu powyższego równania otrzymamy:

$$p = \frac{L_\lambda}{S_\lambda \cos\Phi_0 + m + \frac{\Psi_0}{2\pi}}. \tag{20}$$

Przypis 12 dotyczący równań (20a), (20b), (21a) i (21b)

Korzystamy z podstawowego wzoru na wyrażenie *s.em.*-nej zaindukowanej w antenie pod wpływem natężenia pola elektrycznego:

$$s.em. = \int_0^l E\, dl \cos\xi, \tag{20.3}$$

gdzie ξ jest kątem zawartym pomiędzy wektorem natężenia pola elektrycznego E a elementarną długością spirali (elementarnym dipolem) dl. Z rys. 10d widać, że

$$dl = \frac{D}{2} d\Theta. \tag{20.4}$$

Wstawiając równanie (20.4) do równania (20.3) oraz biorąc pod uwagę rys. 10d (przy uwzględnieniu nowych granic całkowania) będziemy mogli napisać:

$$\left.\begin{aligned} s.em._x &= \frac{D}{2}\int_0^{2\pi n} E_x \sin\Theta \cdot d\Theta, \\ s.em._y &= \frac{D}{2}\int_0^{2\pi n} E_y \cos\Theta \cdot d\Theta. \end{aligned}\right\} \tag{20.5}$$

W dalszym ciągu musielibyśmy uwzględnić te same wielkości i wykonać te same działania matematyczne co w przypadku wyprowadzenia wzorów (11a), (11b), (14a) i (14b). Stąd jest oczywiste, że już w prosty sposób otrzymamy jako wynik końcowy wzory (20a), (20b), (21a) i (21b).

Przypis 13 dotyczący równania (11.1)

W artykule występuje wyrażenie na natężenie pola elektrycznego dla elementarnego promieniującego dipola. Należy więc wyprowadzić zależność, jaka zachodzi pomiędzy tym polem a prądem płynącym w dipolu, pod wpływem którego powstaje ww. pole. Zagadnienie należałoby rozwiązać stosując równania Maxwella. Wektory pola elektromagnetycznego będą wówczas funkcją prądu płynącego w tym dipolu oraz funkcją wymiarów określających położenie punktu P, w którym interesuje nas to pole.

W naszym przypadku zagadnienie powyższe zostanie rozwiązane sposobem uproszczonym (rozwiązanie szczególne) przy skorzystaniu z prawa Biot-Savarta. Korzystając z prawa Biot-Savarta otrzymamy:

1. składową pola promieniowania,
2. składową pola indukcji magnetycznej.

Nie otrzymamy natomiast składowej indukcji elektrostatycznej. Trzecią składową otrzymalibyśmy wówczas, gdybyśmy posługiwali się równaniami Maxwella (w artykule posługujemy się tylko składową pola promieniowania, a więc dlatego wystarczy dla naszego przypadku wspomniane rozwiązanie szczególne, tzn. wynikające z prawa Biot-Savarta).

Z prawa Biot-Savarta wynika następujące wyrażenie na chwilową elementarną wartość potencjału wektorowego pola magnetycznego $d\Psi$ (zgodnie z rys. P6):

$$d\Psi = \frac{\mu_0 i\, dl \sin\Theta}{4\pi r} e^{j\varphi_1}, \tag{11.1.1}$$

gdzie:

φ_1 — przesunięcie fazy pomiędzy chwilową elementarną wartością potencjału wektorowego pola magnetycznego $d\Psi$ w punkcie P a prądem i płynącym w elementarnej długości dl,

μ_0 — przenikalność magnetyczna (chwilowa).

Potencjał wektorowy pola magnetycznego odgrywa tu taką samą funkcję co potencjał skalarny w elektrostatyce.

Załóżmy, że chwilowa wartość prądu i jest przebiegiem sinusoidalnym i w postaci symbolicznej ma postać następującą:

$$\left.\begin{aligned} i &= I_0 e^{j\omega t}, \\ \varphi_1 &= -\frac{\omega r}{c}. \end{aligned}\right\} \tag{11.1.2}$$

Wtedy, jak wiadomo z podstaw elektrotechniki,

Wstawiając równanie (11.1.2) do (11.1.1) otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} d\Psi &= \frac{\mu_0 I_0\, dl \sin\Theta}{4\pi r} e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}, \\ dl &\ll \lambda. \end{aligned}\right\} \tag{11.1.3}$$

przy czym

Z podstaw elektrotechniki wiadomo, że chwilowy elementarny przyrost indukcji magnetycznej jest pochodną chwilowego elementarnego przyrostu potencjału wektorowego pola magnetycznego względem drogi r, to znaczy:

$$\left.\begin{aligned} dB &= \frac{\partial(d\Psi)}{\partial r}, \\ dH &= \frac{dB}{\mu_0}, \end{aligned}\right\} \tag{11.1.4}$$

nadto znana jest zależność

gdzie dH — elementarny przyrost natężenia pola magnetycznego.

Wstawiając równanie (11.1.4) do (11.1.3) otrzymujemy

$$dH = \frac{\partial\left[\frac{I_0\, dl \sin\Theta}{4\pi r} e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}\right]}{\partial r}. \tag{11.1.5}$$

Po wykonaniu działań matematycznych w równaniu (11.1.5) otrzymujemy:

$$dH = -\left[\frac{I_0\, dl \sin\Theta}{4\pi r^2} + j\frac{I_0\, dl \sin\Theta}{4\pi r}\cdot\frac{\omega}{c}\right] e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)};$$

wiadomo, że

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda},$$

stąd

$$dH = -\left[\frac{I_0\, dl \sin\Theta}{4\pi r^2} + j\frac{I_0\, dl \sin\Theta}{2r\lambda}\right] e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)},$$

czyli

$$dH = dH_1 + dH_2,$$

gdzie

$$dH_1 = -j\frac{I_0\, dl \sin\Theta}{2r\lambda}\, e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)},$$

$$dH_2 = -\frac{I_0\, dl \sin\Theta}{4\pi r^2}\, e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}, \qquad (11.1.6)$$

przy czym

dH_1 — składowa pola promieniowania,

dH_2 — składowa pola indukcji magnetycznej.

Z równań (11.1.6) widać, że składowa pola promieniowania jest opóźniona w czasie o kąt 90°, a składowa pola indukcji magnetycznej opóźnia się o kąt 180° w czasie względem prądu (pomijając oczywiście zmianę fazy wzdłuż drogi r).

Na pewnej odległości r' obydwa pola (dH_1 i dH_2) będą sobie równe. Przyrównując te pola do siebie, tzn.

$$|dH_1| = |dH_2|,$$

otrzymamy

$$r' = \frac{\lambda}{2\pi}. \qquad (11.1.7)$$

Dla odległości $r \gg r'$ składowa dH_2 szybko maleje, tak że praktycznie istnieje tylko składowa dH_1. Możemy to zapisać następująco:

jeżeli

$$r \gg r' = \frac{\lambda}{2\pi},$$

to

$$dH \approx dH_1 = -j\frac{I_0\, dl \sin\Theta}{2r\lambda}\, e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}. \qquad (11.1.8)$$

Nas będzie interesował tyko przypadek określony równaniem (11.1.8); przypadek ten po większej części w praktyce będzie spełniony.

Wygodniej jest określać własności promieniowania dipola przy pomocy wyrażenia na natężenie pola elektrycznego zamiast przy pomocy podanego powyżej wyrażenia na natężenie pola magnetycznego. Znany nam jest podstawowy związek pomiędzy natężeniem pola magnetycznego H, natężeniem pola elektrycznego E, a opornością falową wolnej przestrzeni Z_0, który posiada następującą postać:

$$Z_0 = \frac{E}{H} = 120\pi. \qquad (11.1.9)$$

Wstawiając równanie (11.1.9) do równania (11.1.8) otrzymujemy:

$$\left.\begin{aligned} &dE = -j\frac{60\,\pi\,I_0\,dl\sin\Theta}{r\,\lambda}e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)};\\ &\text{gdy}\\ &r = z_1,\\ &\text{to}\\ &dE = -j\frac{60\,\pi\,I_0\,dl\sin\Theta}{z_1\,\lambda}e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}. \end{aligned}\right\} \qquad (11.1.10)$$

W celu kontynuowania dalszych rozważań nic nie stoi na przeszkodzie, aby pominąć przesunięcie fazy pomiędzy natężeniem pola elektrycznego a prądem (nie mamy tu na myśli oczywiście przesunięcia fazy na drodze r) o kąt ($-90°$), tzn. o kąt ($-j$). Uwzględniając to piszemy

$$\left.\begin{aligned} &dE = \frac{60\,\pi\,I_0\,dl\sin\Theta}{r\,\lambda}e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)};\\ &\text{gdy}\\ &r = z_1\\ &\text{to}\\ &dE = \frac{60\,\pi\,I_0\,dl\sin\Theta}{z_1\,\lambda}e^{j\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)}. \end{aligned}\right\} \qquad (11.1)$$

Przypis 14 dotyczący równania (7.1)

W celu uzyskania wzoru (7.1) będzie nam pomocny rysunek P2.

Zakładamy (dla uproszczenia), że przewód l jest bez strat. Jest to tylko uproszczenie, gdyż gdybyśmy nawet pominęli straty omowe tego przewodu, wynikające z jego skończonej przewodności elektrycznej, to jak wiadomo promieniowanie energii w.cz. w postaci fali elektromagnetycznej przez ten przewód jest równoważne z wtrąceniem pewnej tłumienności do wymienionego przewodu.

Dalej zakładamy, że prąd wzdłuż przewodu l rozkłada się w postaci fali bieżącej, tzn. o stałej amplitudzie, przy jednoczesnej liniowej zmianie fazy wzdłuż tej samej długości l [1]).

Prócz tego załóżmy, że prąd na początku przewodu l oraz prędkość fazowa w tym przewodzie są określone następująco:

$$\left.\begin{aligned} &I_p = I_0 \cdot e^{j\omega t},\\ &V = pc. \end{aligned}\right\} \qquad (7.1.1)$$

Dla elementarnego odcinka dx znajdującego się na przewodzie l w odległości x od jego początku (oznaczając $dl = dx$) obowiązuje równanie (11.1.10).

Należy jeszcze określić różnicę fazy (jaka istnieje w odległym punkcie P) pomiędzy polem elektrycznym pochodzącym od prądu w elemencie dx (znadującego się w odległości x od początku przewodu l) oraz polem pochodzącym od prądu, który

[1]) Pomijamy tu zmianę fazy na drodze r (co w tym przypadku nie będzie żadnym błędem) w celu uzyskania odpowiedniego wyniku końcowego, a zarazem, aby w pewnym stopniu ułatwić sobie rozważania.

płynie na początku przewodu. Prąd I_x (płynący w elemencie dx) jest przesunięty w czasie względem prądu I_p (płynącego na początku przewodu) o kąt

$$-\frac{\omega x}{V} = -\frac{2\pi f x}{pc} = -\frac{2\pi x}{p\lambda}. \tag{7.1.2}$$

Element dx (prąd płynący w tym elemencie) jest bliżej względem początku przewodu (prądu płynącego na początku przewodu) od odległego punktu P o odcinek $x \cdot \cos\Theta$, co odpowiada zmianie fazy o kąt:

$$\frac{\omega x \cos\Theta}{c} = \frac{2\pi x \cos\Theta}{\lambda}. \tag{7.1.3}$$

Wstawiając równania (7.1.1), (7.1.2) i (7.1.3) do równania (11.1.10) otrzymamy

$$dE = \left\{ -j\frac{60\pi I_0 \sin\Theta}{r\lambda} e^{j\left[\omega t - \frac{2\pi x}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)\right]} \right\} dx, \tag{7.1.4}$$

gdzie $dl = dx$.

Równanie (7.1.4) określa nam więc elementarną wartość natężenia pola elektrycznego pochodzącą od elementu dx (element ten znajduje się na przewodzie l, w którym płynie prąd w postaci fali bieżącej) w odległym punkcie P. Chcąc otrzymać natężenie pola elektrycznego pochodzące od całej długości przewodu l należy równanie (7.1.4) scałkować w granicach od 0 do l. Wówczas otrzymamy:

$$E = \int_0^l \left\{ -j\frac{60\pi I_0 \sin\Theta}{r\lambda} e^{j\left[\omega t - \frac{2\pi x}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)\right]} \right\} dx. \tag{7.1.5}$$

Po scałkowaniu w podanych granicach równanie (7.1.5) przyjmie postać

$$E = -j\frac{30 p I_0}{r} \cdot \frac{\sin\Theta}{1 - p\cos\Theta} \left[1 - e^{-j\frac{2\pi l}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)} \right] e^{j\omega t}. \tag{7.1.6}$$

Z prostej zależności trygonometrycznej wiadomo, że (co jest łatwo wykazać graficznie)

$$1 - e^{-j\alpha_1} = 2\left(\sin\frac{\alpha_1}{2}\right) e^{j\frac{\pi - \alpha_1}{2}}. \tag{7.1.7}$$

Wstawiając równanie (7.1.7) do równania (7.1.6) piszemy:

$$E = -j\frac{30 p I_0}{r} \cdot \frac{\sin\Theta}{1 - p\cos\Theta} 2 \left\{ \sin\left[\frac{\pi l}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)\right] \right\} \left\{ e^{j\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi l}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)\right]} \right\} e^{j\omega t}.$$

Nadto wiadomo, że

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = j.$$

Stąd

$$E = \frac{60 p I_0}{r} \cdot \frac{\sin\Theta}{1 - p\cos\Theta} \left\{ \sin\left[\frac{\pi l}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)\right] \right\} \left\{ e^{j\left[\omega t - \frac{\pi l}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)\right]} \right\}.$$

W końcu otrzymujemy

$$E' = \frac{\sin\Theta}{1 - p\cos\Theta}\left\{\sin\left[\frac{\pi l}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)\right]\right\} e^{j\left[\omega t - \frac{\pi l}{p\lambda}(1 - p\cos\Theta)\right]},$$

gdzie:

$$E = \frac{60\, p\, I_0}{r} E'. \qquad (7.1)$$

Ze wzoru (7.1) widać, że charakterystyka kierunkowa dipola z falą bieżącą odbiega znacznie od analogicznej charakterystyki elementarnego dipola. Jak widać ze wzoru (7.1) i z rys. P2, kąt Θ jest kątem odniesionym do kierunku przepływu energii w.cz. w przewodzie l (jest to kąt zawarty pomiędzy kierunkiem przepływu energii w.cz. w przewodzie l a kierunkiem rozchodzenia się fali). Z podanego wzoru wynika, że maksimum promieniowania dla przewodu z falą bieżącą zachodzi pod pewnym kątem τ w stosunku do kierunku przepływu energii w.cz. w przewodzie l, przy czym maksimum to jest skierowane zgodnie z tym przepływem. Jest nadto oczywiste, że im większy jest stosunek $\frac{l}{\lambda}$, tym mniejszy będzie kąt τ. Poza tym łatwo jest zauważyć, że wymienione charakterystyki są bryłami obrotowymi powstałymi przez obrót pojedynczej charakterystyki (wyznaczonej w granicach od $\Theta = 0$ do $\Theta = \pi$) dookoła osi przewodu.

Przypis 15 dotyczący równania 8a

Weźmy pod uwagę rys. 8. Każdy z elementów posiada jedną i tę samą charakterystykę kierunkową amplitudy (w odróżnieniu od charakterystyki fazy) w funkcji kąta azymutalnego Φ. Charakterystykę tę oznaczymy następująco:

$$\varphi(\Phi).$$

Elementy te są rozmieszczone na linii prostej w równej odległości jeden od drugiego, nadto przesunięcie fazy prądu w każdych dwóch sąsiednich elementach jest stałe i jak wiadomo wynosi:

$$-\frac{2\pi L_\lambda}{p}.$$

W wyniku tego (jak łatwo zauważyć z rys. 8) przesunięcie fazy pomiędzy dwoma polami pochodzącymi od dwóch sąsiednich elementów w odległym punkcie P wynosi Ψ i określone jest równaniem 8b. Pole wypadkowe pochodzące od wszystkich elementów jest sumą geometryczną z pól poszczególnych w punkcie P. Oznaczmy wypadkowe pole przez:

$$F(\Phi).$$

Zgodnie z tym, co było dotąd powiedziane, i biorąc pod uwagę rys. 8 piszemy:

$$F(\Phi) = \varphi(\Phi)\left|1 + e^{j\Psi} + e^{j2\Psi} + e^{j3\Psi} + \ldots + e^{j(n-1)\Psi}\right|,$$

stąd

$$Y = \frac{F(\Phi)}{\varphi(\Phi)} = \left|1 + e^{j\Psi} + e^{j2\Psi} + e^{j3\Psi} + \ldots + e^{j(n-1)\Psi}\right|.$$

Korzystając ze znanych zależności trygonometrycznych piszemy

$$\left|1 + e^{j\Psi} + e^{j2\Psi} + e^{j3\Psi} + \ldots + e^{j(n-1)\Psi}\right| =$$

$$= \frac{\left| e^{jn\Psi} - 1 \right|}{\left| e^{j\Psi} - 1 \right|} = \frac{\left| e^{j\frac{1}{2}n\psi} - e^{-j\frac{1}{2}n\Psi} \right|}{\left| e^{j\frac{1}{2}\psi} - e^{-j\frac{1}{2}\Psi} \right|} = \frac{\left| \sin\left[\frac{n\Psi}{2}\right] \right|}{\left| \sin\left[\frac{\Psi}{2}\right] \right|},$$

$$Y_n = \frac{Y}{n} = \frac{\left| \sin\left[\frac{n\Psi}{2}\right] \right|}{\left| \sin\left[\frac{\Psi}{2}\right] \right|} \cdot \frac{1}{n}. \tag{8a}$$

Y_n jest współczynnikiem kierunkowości układu anten umieszczonych na linii prostej.

Przypis 16 dotyczący rozdziału 2.2.3

Nie będziemy wyprowadzali i analizowali odpowiednich wzorów. Ograniczymy się jedynie do rzeczy najistotniejszych.

W literaturze omawiającej teorię anten łatwo jest znaleźć wyrażenia (ich teorię i analizę) na tzw. współczynniki wpływu ziemi na charakterystyki kierunkowe anten. Współczynniki te są funkcją kąta elewacji Θ i stosunku wysokości umieszczenia anteny nad ziemią (idealnie przewodzącą) do długości fali $\left(\frac{h}{\lambda}\right)$.

Dla wektora polaryzacji pionowej współczynnik ten wynosi

$$f(\Theta)_{pion} = 2\cos\left[\frac{2\pi h}{\lambda}\cos\Theta\right],$$

gdzie h jest wysokością umieszczenia anteny nad ziemią.

Natomiast dla wektora polaryzacji poziomej współczynnik ten wynosi

$$f(\Theta)_{poz} = 2\sin\left[\frac{2\pi h}{\lambda}\cos\Theta\right].$$

Chcąc uzyskać wypadkową charakterystykę kierunkową promieniowania anteny dla poszczególnej składowej polaryzacji (z uwzględnieniem wpływu ziemi) należy charakterystykę kierunkową danej polaryzacji pomnożyć przez odpowiedni współczynnik podany powyżej (wynika to z prawa mnożenia charakterystyk kierunkowych anten).

W literaturze są podane przebiegi graficzne tych współczynników w funkcji kąta elewacji Θ, gdzie parametrem jest $\left(\frac{h}{\lambda}\right)$. Mając to na uwadze i zakładając, że mamy zawsze do czynienia z ziemią o skończonej przewodności, łatwo jest wysnuć wnioski, które zostały podane w rozdziale 2.2.3 przy omawianiu wpływu ziemi rzeczywistej na kształt charakterystyk kierunkowych spiral o promieniowaniu normalnym i osiowym.

WYKAZ LITERATURY

1. Ann. Tel., sierpień-wrzesień 1948, str. 291—299.
2. Bagby C. K.: A theoretical investigation of electromagnetic wave propagation on the helical beam antenna. — M. S. Thesis, Ohio State University, 1948 [nie publikowane].

3. Chatterjee J. S.: Radiations field of conical helix. — J. Appl. Phys. (USA), maj 1953, 24, nr 5, str. 550—559.
4. Cruft: Electromagnetic wave propagation on helical structures. — Lab. Rep., nr 88, sierpień 1949.
5. Glasser O. J., Kraus J. D.: Measured impedances of helical beam antennas. — J. Appl. Phys. (U.S.A.), luty 1948, 19, nr 2, str. 193—197.
6. Harris E. F.: Helical — beam antennas performance. — Communic. Engng. (U.S.A.), lipiec-sierpień 1953, 13, nr 9, str. 19—20.
7. Kandoian A. G., Sichak W.: Wide frequency — range tuned helical antennas and circuites. — Conv. Rec. Inst. Radio Engrs. (U.S.A.), 1953, Part 2: Antenn. Communic., str. 42—47.
8. Kogan S. Kh.: Propagacja fal wzdłuż nieskończenie długiej spirali. — Comt. R. Acad. Sci., U.R.S.S., czerwiec 1949, tom 66, str. 867.
9. Kornhauser E. T.: Electromagnetic wave propagation on helical structures. D. Sc. Thesis, Harvard University, czerwiec 1949.
10. Kornhauser E. T.: Radiations field of helical antennas with sinusoidal current. — J. Appl. Phys. (U.S.A.), lipiec 1951, 22, nr 7, str. 887—891.
11. Kraus J. D.: Helical beam antenna. — Electronics (U.S.A.), kwiecień 1947, 20, nr 4, str. 109—111.
12. Kraus J. D., Williamson J. C.: Characteristics of helical antennas radiating in the axial mode. — J. Appl. Phys. (U.S.A.), styczeń 1948, 19, nr 1, str. 87—96.
13. Kraus J. D.: Helical beam antennas for wide band applications. — P.I.R.E. (U.S.A.), październik 1948, 36, nr 10, str. 1236—1242.
14. Kraus J. D.: The helical antenna. — P.I.R.E. (U.S.A.), marzec 1949, 37, nr 3, str. 263—272.
15. Kraus J. D., Książek Edward: New techniques in radio astronomy. — Electronics (U.S.A.), wrzesień 1953, 26, nr 9, str. 148—152. (Opis radioteleskopu zbudowanego w Ohio, składającego się z 48 anten spiralnych; szerokość listka głównego 1,2°, f = (200—300)MHz).
16. Kraus J. D.: Measured phase velocities on helical conductors (w druku).
17. Kundsen H. L.: Radiation field of a square, helical beam antenna. — J. Appl. Phys. (U.S.A.), kwiecień 1952, 23, nr 4, str. 483—491.
18. Marsh J. A.: Current distributions on helical antennas. — P.I.R.E. (U.S.A), czerwiec 1951, 39 nr 6, str. 668—675.
19. Marston: The current modes and associated radiation fields of helical antennas. — U.R.S.I. Recueil des travaux de l'Assemblée générale tenue à Zurich du 11 au 12 sept. 1950, V.1. VIII, Part 2, str. 443—448.
20. Phillips R. S.: The electromagnetic field produced by a helix. — Quart Appl. Math., tom 8, październik 1950, str. 229—246.
21. Roubine: Study of electromagnetic waves guided by helical circuits. — Ann des Telecomm., tom 7, maj 1952, str. 206; czerwiec 1952, str. 262; lipiec-sierpień 1952.
22. Sensiper S.: Electromagnetic waves on helical conductors. — Sc. D. Thesis, Dept. of Elec. Engng., M.I.T. 1951, M.I.T. nr 194.
23. Sensiper S.: Electromagnetic wave propagations on helical structures. — P.I.R.E. (U.S.A.), luty 1955, 43, nr 2, str. 149—161.
24. Sollfrey W.: Wave propagation along a helical wire. — J. Appl. Phys. 22, lipiec 1951, str. 905—910.

25. Volpian V. G.: Antenne solenoide à enroulement non uniforme. — Bull. Ac. Sc. U.R.S.S., 1946, nr 9, str. 12327—12341.
26. Wheeler H. A.: A helical antenna for circular polarization. — P.I.R.E. (U.S.A.), grudzień 1947, 35, nr 12, str. 1484—1488.

Г. ГУЛЬЧ

СПИРАЛЬНЫЕ АНТЕННЫ

Резюме

Мы различаем два основных типа спиральных антенн: антенны излучающие в нормальном направлении (перпендикулярно к оси спирали) и антенны излучающие в осевом направлении (вдоль оси спирали и согласно с направлением потока В. Ч. энергии вдоль спирали). Наиболее широкое применение в практике имеют спирали с осевым излучением благодаря своим специальным свойствам; они применяются главным образом в ультракоротковолновом диапазоне.

Нормальное излучение получим в том случае, если полная длина спирали (измеряемая вдоль провода спирали) значительно меньше длины волны. Спирали излучающие нормально являются селективными антеннами. Сопротивление излучения спирали излучающей в нормальном направлении является на приблизительно 50% больше от сопротивления излучения прямой антенны с высотой равной длине оси спирали. Характеристики направленности излучения этой спирали определены по уравнению (3). Говоря общим образом такая спираль излучает поляризованную элиптическую волну. Если эту спираль будем применять в качестве приёмной антенны [и положим, что результирующее электрическое поле в точке установки спирали имеет круговую поляризацию, а также что спираль подчиняется условию круговой поляризации — условие (5)], то результирующая электродвижущая сила наведённыя в спирали может равняться нулю ,или же может быть в два раза больше чем эдс наведённыя в спирали под влиянием линейной поляризации (принимая ,что вектор линейной поляризации равен модулю вектора круговой поляризации) — уравнения (6) и (5). Это зависит от направления обмотки витков спирали в зависимости от направления вращения вектора электрического поля.

Осевое излучение получается тогда, когда длине одного витка спирали равна приблизительно длине волны. Это и есть так называемое излучение первого разряда. В зависимости от количества полных длин волны расположенных вдоль одного витка спирали получаем данный разряд осевого излучения спирали. Характеристики направленности осевого излучения определяются по уравнению (7), (8) и (9). В направлении максимального осевого излучения спираль излучает в общем случае эллиптически поляризованную волну, которая определяется по (11 a) (11 b) уравнениям; если выполняются условия круговой поляризации, т. е. условия (12), или практически условия (13 a) и (13 b), тогда такая спираль излучает вч энергию с круговой поляризацией — уравнения (14). На основании соответствующих уравнений, приведенных в статье, можно таким образом проектировать геометрические размеры спирали, чтобы они излучали вч энергию любого разряда.

Если будем применять спираль (выполняющую условия осевого излучения с круговой поляризацией) в качестве приёмной спирали находящейся в электри-

ческом поле с круговой поляризацией), то результирующая эдс наведенная в этой спирали может быть равна нулю или же в два раза больше чем эдс наведенная линейной поляризацией. Это зависит от направления намотки витков спирали относительно направления вращения вектора электрического поля — уравнения (21), (20 a) и (20 b).

По теоретическим соображениям и на основании измерений следует, что спирали излучающие по осевому направлению являются широкополосными антеннами $f_{max} : f_{min} = 1{,}67$ для $\alpha_{opt} = 14^0$).

В эмпирической части статьи показаны изменения отдельных параметров определяющих свойства спирали излучающей в осевом направлении. Даны тоже схемы питания антенн излучающих в нормальном и осевом направлениях (одиночной спирали и системы спиралей излучающих по осевому направлению) а также приведён ряд эмпирических формул для расчёта отдельных электрических параметров одиночной спирали излучающей по осевому направлению.

Все электрические параметры одиночной спирали излучающей по осевому направлению являются функцией геометрических параметров спирали измеряемых длинами волны в вакууме. Свойства винтовых антенн в области осевого излучения определены специфическим ходом измерений коэффициента фазовой скорости p (p это отношение скорости распространения волны вдоль спирали к скорости распространения волны в вакууме). Коэффициент фазовой скорости в случае спиралей излучающих в нормальном направлении равен единице, а в случае спиралей излучающих в осевом направлении является функцией геометрических параметров спиралей измеряемых длинами волны в вакууме.

В теоретической части статьи описано влияние земли на форму характеристики спиралей излучающих в ноямальном или же в осевом направлении.

G. GULCZ

HELIX ANTENNAS

Summary

Two kinds of helix antennas are distinguished: radiating in the normal mode (perpendicularly to the axis of helix) and radiating in the axial mode (along the axis of the helix and according to the flow of the high frequency energy along the helix). Helix antennas radiating axially have the greatest application in practice owing to their specific properties; they are used mainly in the uhf sphere.

The normal radiation is obtained when the whole length of the helix (measured along the wire of helix) is much smaller than the length of the wave. Helices radiating normally are selective antennas. The radiating resistance of the normally radiating helix is about 50% greater than that of the fundamental antenna the height of which being equal to the helix axis. The direction characteristics of the above helix are determined by equations (3). Generally such helix emits eliptically polarised waves. Should the above antenna be used as the receiving aerial [assuming that the resulting electric field in the point of placing the helix is polarised in a circular wave and that the helix fulfills the condition of circular polarisation — condition (5)], the resultant electromotive force induced in the helix may be null or may be twice as big as the electromotive force induced in the helix under the influence of the linear polarisation [(assuming that the linear polarisation vector is aqual to the mo-

dule of the circuralr polarisation vector) — equations (6) and (5)]. This is dependent on the direction of the coil winding of the helix in connection with the whirling direction of the vector of the electric field.

The axial radiation will be received when the length of one helix coil is approximately equal to the wave length. This is a so called first range radiation. A certain range of axial radiation of helix is received depending on quantity of total wave lengths placed along one helix coil. Directional characteristics of the axial radiation are determined by equations (7), (8) and (9). In the direction of maximum axial radiation the helix emits in a general case a wave eliptically polarised, determined by equations (11a) and (11b); whereas satisfying conditions of circular polarisation, i.e. the condition (12), or considering the question practically, i.e. fulfilling the conditions (13a) and (13b), such a helix emits high frequency energy of circular polarisation — equations (14). According to adequate equations given in the paper, it is possible to design geometrical dimensions of the helix so that it would radiate the high frequency energy of any desired range.

Should the helix (satisfying the conditions of axial radiation of circular polarisation) be used as a receiving helix antenna (placed in the electric field polarised circularly), the resultant electromotive force induced in this helix may be null or may be twice as big as the electromotive force induced under the influence of linear polarisation. This depends on the direction of winding of coils in respect to the direction of whirling of the electric field vector — equations (21), (20a) and (20b).

In result of the theory as well as of the measurements, the helix antennas axially radiating are wide-band antennas ($f_{max}: f_{min} = 1{,}67$ for $\alpha_{opt} = 14°$).

The diagrams of respective parameters determining the properties of axially radiating helix antennas are discussed in the empirical part of the paper. The feeding systems of helix antennas radiating normally and axially (of a single helix and of a helix system axially radiating) are given as well as a number of empirical formulas for calculatoin of respective electric parameters of an axially radiating helix.

All the electric parameters of a single helix radiating axially are fuctions of geometrical parameters of the helix, the latter being measured by the wave lengths in the vacuum. The property of helix antennas concerning axial radiation is comprised in the specific plotting of the coefficient of the phase velocity p (p being the ratia between the velocity of dispersion of the wave along the helix and the velocity of dispersion of the wave in the vacuum). In the case of helix antennas radiating in the normal mode, the coefficient of phase velocity is equal to unity and in the case of helix antennas, radiating axially, is a function of geometrical parameters of the helix measured by wave lengths in vacuum.

In the theoretical part the earth influence on the shape of the characteristic of helix antennas radiating in the normal and axial mode is discussed.

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie następujących warunków:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z interlinią (co drugi wiersz), z marginesem 3 cm z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w dwóch egzemplarzach.
2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskaźniki niżej liter i wykładniki potęg pisać należy szczególnie dokładnie i wyraźnie.
3. Każda praca powinna być zaopatrzona w krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim do 25 wierszy maszynopisu oraz obszerniejsze streszczenie (do 20% objętości artykułu) w języku rosyjskim oraz angielskim, francuskim lub niemieckim. W razie niemożności nadesłania streszczenia w języku obcym autor dostarcza odpowiednie streszczenie w języku polskim w trzech egz. z jednoczesnym wpisaniem terminologii w języku rosyjskim oraz w innym języku obcym.
4. Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.
5. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie używać określeń, jak figura, szkic fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach — na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy i nazwisko autora.
6. Wszystkie tablice (unikać zbyt dużych) podobnie jak rysunki należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis) objaśniający.
7. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, pełny tytuł dzieła lub artykułu, tytuł czasopism, tom, numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje powinny być ponumerowane w kolejności alfabetycznej autorów lub zestawione chronologicznie; w tekście — powołania na numer pozycji w nawiasie kwadratowym, np. [3].
8. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egzemplarzy odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze autor może zamówić w redakcji na własny koszt przy przesyłaniu korekty swej pracy.

U w a g a: Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem: Redakcja „Rozpraw Elektrotechnicznych", Warszawa, Plac Jedności Robotniczej 1, Politechnika, Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki.

Warunki prenumeraty: rocznie zł 100.—, półrocznie zł 50.—

Zamówienia i wpłaty przyjmują: 1) Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, Miodowa 10, Konto PKO Nr 1-6-100.214; 2) Centrala Kolportażu „Ruch", Warszawa, Srebrna 12, Konto PKO Nr 1-6-100.020; 3) Oddziały i Delegatury „Ruchu"; 4) Urzędy Pocztowe.

Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę — rocznie zł 140.—. Zamówienia dla zagranicy przyjmuje Przedsiębiorstwo Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch", Warszawa, Wilcza 46, Konto PKO Nr 1-6-100.024.

Bieżące numery do nabycia w księgarniach naukowych „Domu Książki" i we wzorcowni PWN, Warszawa, Miodowa 10.

Informacji w sprawie sprzedaży egzemplarzy z poprzednich okresów udziela PWN, Dział Czasopism, Warszawa, Miodowa 10.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM IV · ZESZYT 2

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1958

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN, PROF. STANISŁAW SZPOR

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny
PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz
JULIUSZ MIERZEJEWSKI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Krakowskie Przedmieście 79

Nakład 487+123	Oddano do składania 6.III.58
Ark. wyd. 11, druk. 7,5	Druk ukończono we wrześniu 1958
Pap. sat. kl. III, 80 g, 70×100	A-29
Zamówienie nr 445/58	Cena zł 25.—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

TADEUSZ PUCHAŁKA

621.316.7:622.66

Swoim Rodzicom
pracę tę poświęcam

Analiza teoretyczna i doświadczalna układu automatycznej regulacji maszyny wyciągowej z asynchronicznym silnikiem napędowym

Rękopis dostarczono 10.5.1957

Autor podaje na wstępie koncepcję i krótki opis pracy laboratoryjnego modelu amplidynowego regulatora jazdy, przewidzianego do pracy w układach maszyn wyciągowych z asynchronicznym silnikiem napędowym.

Szczegółowo rozpatrzono — bazując na parametrach laboratoryjnego modelu — zagadnienie stabilności układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy. W tym celu określono analityczne postaci przepustowości operatorowych poszczególnych elementów pracujących w układzie, dane liczbowe wszystkich stałych czasowych oraz wartości stałych współczynników. Przepustowość operatorową układu nieliniowego: silnik asynchroniczny — opornik płynowy wyprowadzono linearyzując układ za pomocą szeregowej aproksymacji Taylora z dokładnością do pierwszego wyrazu; aproksymacji dokonano wokół jądra prędkości nominalnej silnika asynchronicznego (najkrytyczniejsze warunki stabilności pracy całego układu).

W dalszym ciągu w oparciu o regułę Neumarka zbadano, jaka jest właściwa strefa doboru parametrów stabilizacyjnych (stałych czasowych transformatorów stabilizacyjnych), w której układ samoczynnej regulacji jest stabilny. Z kolei autor omówił przybliżony sposób teoretycznego określania przebiegu prędkości rzeczywistej opierając się na prostokątnej aproksymacji krzywej zadającej (napięcia na potencjometrycznym wzorcu wielkości zadanej w funkcji wielkości drogi kątowej wykonanej przez silnik napędowy).

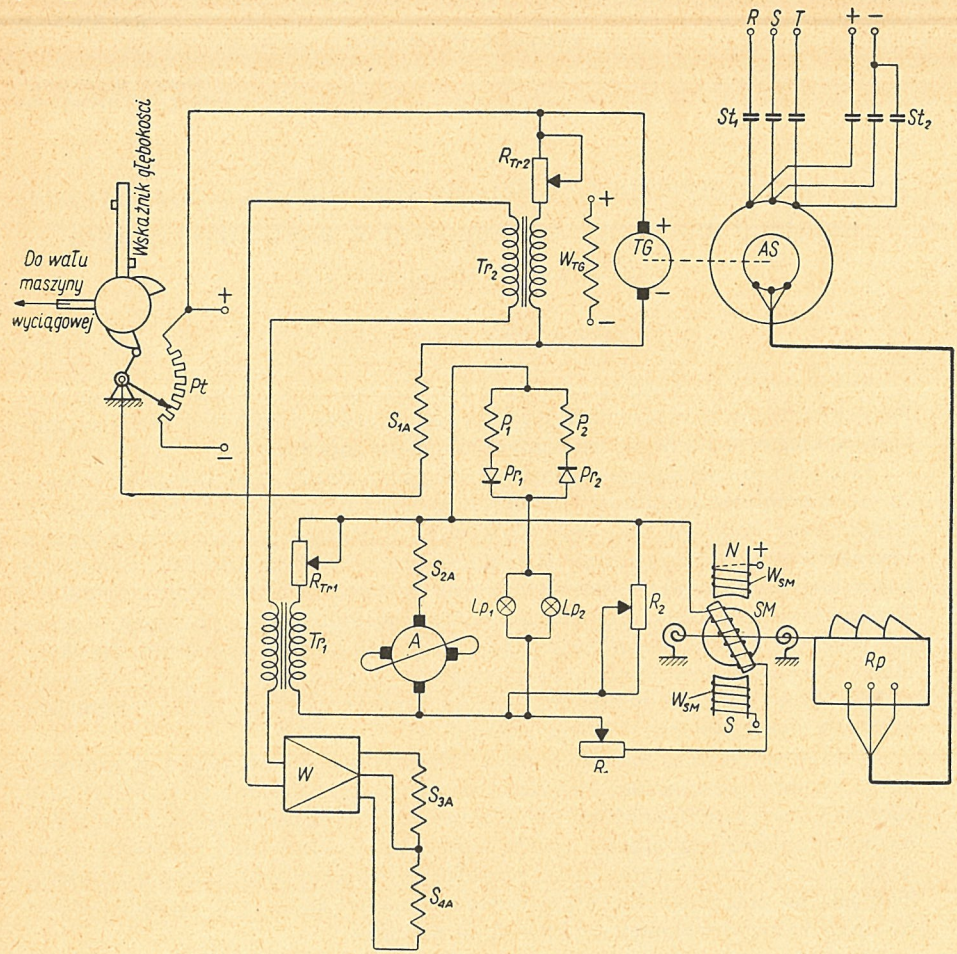
W zakończeniu autor przytoczył wyniki pomiarów oscylograficznych dokonanych w laboratoryjnym układzie samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy.

1. ANALIZA TEORETYCZNA PRACY UKŁADU AUTOMATYCZNEJ REGULACJI MASZYNY WYCIĄGOWEJ Z ASYNCHRONICZNYM SILNIKIEM NAPĘDOWYM STEROWANYM ZA POMOCĄ AMPLIDYNOWEGO REGULATORA JAZDY

1.1. Wstępny opis działania amplidynowego regulatora jazdy

Na rysunku 1 podany jest schemat ideowy działania amplidynowego regulatora jazdy. Jest to elektryczny regulator jazdy typu statycznego

przewidziany do pracy w układach regulacji prostej, pojedynczej i ciągłej. Omawiany regulator jazdy pracuje w programowym układzie samoczynnej regulacji.



Rys. 1. Schemat ideowy działania amplidynowego regulatora jazdy

T — tarcza szybowskazu, Pt — potencjometryczny dzielnik napięcia, TG — prądniczka tachometryczna, W_{TG} — uzwojenie wzbudzenia prądniczki tachometrycznej, A — wzmacniacz elektromaszynowy typu amplidyna, S_1A — uzwojenie sterujące amplidyny, S_2A — uzwojenie kompensacyjne amplidyny, S_3A, S_4A — uzwojenia stabilizacyjne amplidyny, Tr_1 — transformator stabilizacyjny, Tr_2 — transformator przyspieszeniowy, R_{Tr_1}, R_{Tr_2} — oporniki regulacyjne w obwodach pierwotnych transformatorów Tr_1 i Tr_2, W — wzmacniacz lampowy typu push-pull, P_1, P_2 przekaźniki napięciowe prądu stałego, Pr_1, Pr_2 — prostowniki w obwodzie wyjściowym amplidyny, Lp_1, Lp_2 — układy żarówek, SM — serwomotor elektryczny, W_{SM} — uzwojenie wzbudzenia serwomotoru, R_1 — opornik regulacyjny w obwodzie twornika serwomotoru, R_2 — opornik bocznikujący twornik serwomotoru, AS — asynchroniczny silnik wyciągowy, Rp — opornik płynowy w obwodzie wirnika asynchronicznego silnika wyciągowego, St_1 — styczniki sieciowe do załączania trójfazowego prądu zmiennego, St_2 — styczniki do załączania napięcia prądu stałego dla hamowania dynamicznego

Zasada działania amplidynowego regulatora jazdy jest następująca. Jak we wszelkich regulatorach jazdy [55], do sterowania asynchro-

nicznego silnika wyciągowego w układzie samoczynnej regulacji wykorzystujemy aktualną różnicę pomiędzy prędkością zadaną (programową) a prędkością rzeczywistą. Wzorcem prędkości zadanej jest układ krzywek umieszczonych na tarczy szybowskazu T; wielkość prędkości zadanej odwzorowuje aktualne napięcie pobierane z potencjometrycznego dzielnika napięcia. Ścisłą proporcjonalność pomiędzy wysokością krzywek (prędkością programową) a wielkością skoku suwaka potencjometrycznego dzielnika napięcia gwarantuje odpowiednio skonstruowany układ dźwigniowy. Miarą prędkości rzeczywistej jest napięcie wyjściowe prądniczki tachometrycznej TG sprzężonej mechanicznie z wałem silnika asynchronicznego AS. Znikomo małe obciążenie tachogeneratora pozwala na utrzymanie ściśle liniowej zależności między obrotami silnika asynchronicznego AS a napięciem wyjściowym prądniczki tachometrycznej TG (przy stałej wielkości wzbudzenia uzwojenia W_{TG}). Porównanie obu prędkości uzyskujemy dzięki wprowadzeniu sprzężenia zwrotnego, czyli przeciwsobnemu połączeniu obu napięć. Rolę detektora uchybu pełni uzwojenie sterujące S_{1A} amplidyny A. Innymi słowy, wielkość napięcia sterującego amplidyny jest miarą błędu w wykonywaniu przez silnik asynchroniczny AS narzuconego mu programu prędkości. We wzmacniaczu elektromaszynowym typu amplidyny następuje wielokrotne wzmocnienie mocy sterującej. Do zacisków wyjściowych amplidyny przyłączony jest twornik (ramka) serwomotoru SM napędzającego z kolei elektrody opornika płynowego Rp sprzężone mechanicznie z ramką serwomotoru. Oczywiście wielkość napięcia zasilającego uzwojenie wzbudzenia serwomotoru — W_{SM}, jest stała.

Opornik płynowy Rp należy traktować jako nastawnik (stawidło), natomiast serwomotor SM (zbudowany na zasadzie działania przyrządu Deprez-d'Arsonvala) jako element napędzający nastawnik.

Amplidynowy regulator jazdy (inaczej amplidynowy układ regulujący) tworzą następujące człony: 1) wzorzec prędkości zadanej — układ krzywek na tarczy T z potencjometrycznym dzielnikiem napięcia, 2) miernik prędkości rzeczywistej — prądniczka tachometryczna, 3) elementy sprzężenia zwrotnego — transformator stabilizacyjny, transformator przyspieszeniowy i wzmacniacz lampowy, 4) wzmacniacz elektromaszynowy — amplidyna (której uzwojenie sterujące pełni rolę detektora uchybu), 5) element napędzający nastawnik — serwomotor.

Układ regulowany składa się natomiast: 1) z nastawnika — opornika płynowego, 2) z przedmiotu regulowanego — asynchronicznego silnika wyciągowego.

W okresie rozruchu — wskutek wpływu bezwładności mas ruchomych przy jednoczesnym istnieniu stałych czasowych obwodów elektrycznych — prędkość zadana jest większa od prędkości rzeczywistej. Wielkość błędu (uchybu) narasta aż do maksymalnej wartości, przy której w końcu okresu

rozruchu następuje zwarcie (osobnym do tego celu przewidzianym stycznikiem, nie uwidocznionym na rysunku 4) elektrod opornika płynowego *Rp*.

Rozpoczęcie okresu rozruchu umożliwia odpowiednie początkowe położenie suwaka potencjometrycznego dzielnika napięcia *Pt*, gwarantujące częściowe zanurzenie elektrod, wystarczające do ruszenia silnika z miejsca. Wielkość tego impulsu początkowego nie przekracza 10—16% maksymalnego napięcia sterującego. Napięcie sterujące amplidyny określające wielkość uchybu posiada zatem w okresie rozruchu stałą biegunowość. Samo włączenie silnika asynchronicznego w początku okresu rozruchu do sieci trójfazowego prądu zmiennego odbywa się za pośrednictwem przekaźnika napięciowego prądu stałego — P_1 włączonego poprzez prostownik Pr_1 i układy żarówek Lp_1 i Lp_2 na zaciski wyjściowe amplidyny. Jeśli więc początkowy impuls napięciowy realizowany na dzielniku potencjometrycznym *Pt* jest dostatecznie duży, wówczas na zaciskach wyjściowych amplidyny pojawi się odpowiednia wielkość napięcia, wystarczająca do zadziałania przekaźnika P_1, a tym samym zamknięcia głównych styków roboczych stycznika St_1. Zadanie układów żarówek Lp_1 i Lp_2 sprowadza się do ograniczenia wielkości spadku napięcia na prostownikach Pr_1 i Pr_2 do ściśle określonej dla nich wartości nominalnej. Tak więc w rezultacie danej wielkości uchybu (błędu) przyporządkowana jest odpowiednia wartość napięcia wyjściowego amplidyny, wyrażająca się z kolei ściśle określoną głębokością zanurzenia elektrod opornika płynowego *Rp* lub — co jest równoznaczne — odpowiednimi obrotami silnika asynchronicznego *AS*.

W końcu okresu rozruchu — z chwilą uzyskania przez silnik *AS* 95% obrotów nominalnych — elektrody opornika płynowego *Rp* zostają zwarte i wynurzone do góry (błąd gwałtownie maleje do zera) siłą zwrotną sprężyn umieszczonych na wale serwomotoru *SM*; następuje przejście do okresu jazdy z ustaloną prędkością. W okresie tym obie prędkości, programowa i rzeczywista, są równe; błąd zatem jest równy zeru.

Jazda z prędkością ustaloną trwa aż do momentu nabiegnięcia rolki na krzywkę hamowania umieszczoną podobnie jak krzywka rozruchu na tarczy szybowskazu *T*. Zaczyna się ruch powrotny suwaka dzielnika potencjometrycznego *Pt* aż do położenia zajmowanego w początku okresu rozruchu. Prędkość programowa w okresie zwolnienia jest z tych samych powodów, które wyszczególniono dla okresu rozruchu, mniejsza od prędkości rzeczywistej silnika *AS*. Jest to przyczyna, dla której zmienia się znak błędu (czyli biegunowość napięcia sterującego amplidyny) w stosunku do uchybu, jaki miał miejsce w okresie przyspieszania. Zaraz w początku okresu zwolnienia pojawia się na zaciskach wyjściowych amplidyny napięcie odpowiedniej wielkości i biegunowości umożliwiające za

pośrednictwem prostownika Pr_2 i przekaźnika P_2 załączenie silnika asynchronicznego AS, poprzez stycznik St_2 do sieci prądu stałego (przy jednoczesnym odłączeniu od sieci trójfazowej prądu zmiennego) i rozpoczęcie hamowania dynamicznego.

Prostowniki Pr_1 i Pr_2 pracują w układzie przeciwsobnym; jeden z nich pracuje w okresie rozruchu — Pr_1, drugi w okresie hamowania — Pr_2. Wielkość uchybu w okresie hamowania wzrasta aż do całkowitego pogrążenia się elektrod opornika płynowego w elektrolicie. Końcowy etap hamowania (od momentu całkowitego zanurzenia elektrod) realizujemy na drodze mechanicznej. Hamowanie dynamiczne odbywa się ze stałym momentem hamującym. Jednoczesne włączenie styczników St_1 i St_2 jest uniemożliwione ich wzajemną blokadą.

Widoczne na rys. 1 uzwojenie kompensacyjne S_{2A} amplidyny ma za zadanie utrzymanie niezależności (sztywności) napięcia wyjściowego amplidyny od jej obciążenia.

Stabilizacji układu samoczynnej regulacji dokonujemy za pomocą dwóch transformatorów: stabilizacyjnego Tr_1 i przyspieszeniowego Tr_2. Oba uzwojenia wtórne transformatorów łącznie ze stroną wejściową wzmacniacza lampowego W (pracującego w układzie przeciwsobnym push-pull) są połączone w obwodzie szeregowym. Do zacisków wyjściowych wzmacniacza lampowego przyłączone są uzwojenia stabilizacyjne S_{3A}, S_{4A} amplidyny A.

Podkreślić należy istotne zalety amplidynowego regulatora jazdy:

1) stosunkowo małe bezwładności mechaniczne mas ruchomych,
2) małe stałe czasowe obwodów elektrycznych,
3) prostą konstrukcję,
4) możność oparcia produkcji o krajowe przemysły: maszynowy i elektrotechniczny.

Ponadto w układzie samoczynnej regulacji, w której pracuje amplidynowy regulator jazdy, uchyb (różnica między prędkością zadaną a rzeczywistą) oddziałuje za pośrednictwem wzmacniacza elektromaszynowego (amplidyny), serwomotoru i nastawnika (opornika płynowego) na wielkość regulowaną (obroty silnika AS), a nie wprost na hamulcowy regulator ciśnienia, jak to ma zazwyczaj miejsce w innych rozwiązaniach konstrukcyjnych regulatorów jazdy [55].

1.2. Schemat blokowy układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy

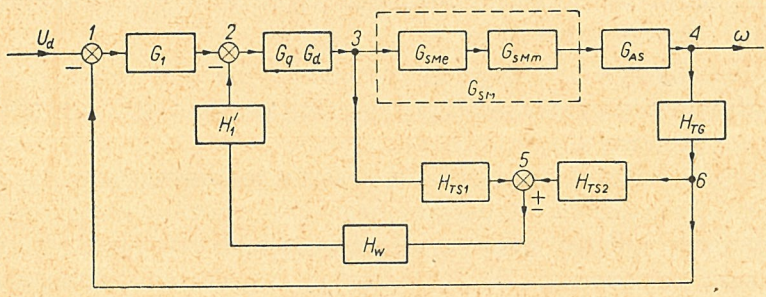
Na rysunku 2 pokazany jest schemat blokowy układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy.

Węzły oznaczone na rys. 2 cyframi *1*, *2* i *5* są węzłami sumowymi; węzły *3*, *4* i *6* są natomiast węzłami zaczepowymi.

1.3. Sprzężenia zwrotne w układzie samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy

Rysunek 2 unaocznia, iż w układzie z amplidynowym regulatorem jazdy istnieją następujące sprzężenia zwrotne:

1) zasadnicze (sztywne) sprzężenie zwrotne od węzła zaczepowego *4* do węzła sumowego *1* (obroty prądniczki tachometrycznej — detektor uchybu);



Rys. 2. Schemat blokowy układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy

U_d — aktualne napięcie wejściowe na potencjometrycznym dzielniku napięcia Pt, ω — prędkość kątowa silnika asynchronicznego (tachogeneratora), Uw — napięcie prądniczki tachometrycznej TG, G_1 — przepustowość operatorowa uzwojenia sterującego amplidyny A (oznaczenie formalne), G_q — przepustowość operatorowa uzwojenia poprzecznego amplidyny A, G_d — przepustowość operatorowa obwodu wyjściowego amplidyny A, G_{SMe} — przepustowość operatorowa obwodu elektrycznego serwomotoru SM, G_{SMm} — przepustowość operatorowa obwodu mechanicznego serwomotoru SM, G_{SM} — całkowita przepustowość operatorowa serwomotoru SM, G_{AS} — przepustowość operatorowa nieliniowego układu opornik płynowy — silnik asynchroniczny, G_{TG} — przepustowość operatorowa prądniczki tachometrycznej, H_{TS_1} — przepustowość operatorowa transformatora stabilizacyjnego, H_{TS_2} — przepustowość operatorowa transformatora przyspieszeniowego, H_w — przepustowość operatorowa wzmacniacza lampowego, H_1' — przepustowość operatorowa uzwojenia stabilizacyjnego amplidyny; *1*, *2*, *5* — węzły sumowe, *3*, *4*, *6* — węzły zaczepowe

2) dodatkowe (elastyczne, stabilizacyjne) sprzężenia zwrotne:

a) od węzła zaczepowego *3* poprzez węzeł sumowy *5* do węzła sumowego *2* (napięcie wyjściowe amplidyny — transformator stabilizacyjny — wzmacniacz lampowy — uzwojenie stabilizacyjne amplidyny),

b) od węzła zaczepowego *4* poprzez węzeł zaczepowy *6*, węzeł sumowy *5* do węzła sumowego *2* (obroty prądniczki tachometrycznej — tachogenerator — transformator przyspieszeniowy — wzmacniacz lampowy — uzwojenie stabilizacyjne amplidyny).

Obecność zasadniczego sprzężenia zwrotnego sprawia, iż układ regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy jest układem zamkniętym.

1.4. Zagadnienie stabilizacji układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy

Zagadnienie stabilizacji należy do podstawowych w teorii układów samoczynnej regulacji. Poważny wzrost mocy — znamienna cecha współcześnie rozwijającej się techniki — komplikuje nieco stabilizację tych układów. Przy napędach dużej mocy mamy na ogół do czynienia z dużymi współczynnikami mocy i znacznymi stałymi czasowymi elektromechanicznymi powodującymi rozsuw fazowy pomiędzy czasowymi przebiegami poszczególnych obwodów. Stanowi to przyczynę przepływu znacznych mocy w układzie i powstanie drgań oscylacyjnych w przypadku niedostatecznego tłumienia. Niestabilność układu samoczynnej regulacji — fizykalnie rzecz traktując — ma miejsce wówczas, jeżeli do detektora uchybu poprzez sprzężenie zwrotne wraca sygnał wyjściowy o zgodnej fazie z fazą sygnału wejściowego (może to być sygnał sinusoidalny) i amplitudzie większej od amplitudy sygnału wejściowego.

Stabilizacja zamkniętego układu regulacyjnego sprowadza się więc do zmniejszenia amplitudy sygnału wyjściowego i osiągnięcia rozsuwu fazowego pomiędzy aktualnymi wektorami obu sygnałów (wejściowego i wyjściowego). Stabilizację układów automatycznej regulacji możemy osiągnąć rozmaitymi metodami. Tak więc m. in. można wyróżnić stabilizację przez:

1) zmniejszenie współczynnika wzmocnienia wzmacniacza,
2) zmianę stałych czasowych poszczególnych obwodów układów,
3) wprowadzenie dodatkowych sprzężeń zwrotnych.

Sposób pierwszy jest niepożądany z technologicznego punktu widzenia. Zmiana stałych czasowych jest częstokroć niewykonalna.

Najczęściej uciekamy się do trzeciej metody stosując dodatkowe sprzężenia zwrotne. W praktyce przeważnie stosujemy sprzężenia zwrotne wyposażone w elementy różniczkujące, jak np. transformator stabilizacyjny (napędy o dużej mocy) lub układ RC.

W układzie samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy pracują dwa transformatory (rys. 1) stabilizujące układ: transformator stabilizacyjny Tr_1 i transformator przyspieszeniowy Tr_2. Uzwojenie strony pierwotnej transformatora Tr_1 przyłączone jest (poprzez opornik regulacyjny R_{Tr1}) do zacisków wyjściowych amplidyny A; natomiast uzwojenie strony pierwotnej transformatora Tr_2 zasilane jest poprzez opornik regulacyjny R_{Tr2} napięciem wyjściowym prądniczki tachometrycznej TG. Strony wtórne obu transformatorów połączone są w szereg ze stroną wejściową wzmacniacza lampowego W pracującego w układzie przeciwsobnym. Wyjścia anodowe wzmacniacza lampowego mają połączenie z uzwojeniami stabilizacyjnymi S_{3A} i S_{4A} amplidyny A. Transformatory stabi-

lizacyjny i przyspieszeniowy — przy odpowiednim włączeniu strony wtórnej — działają „opóźniająco" na prędkości zmian parametrów elementów, do których są przyłączone. Tak np. transformator Tr_1 powoduje zwolnienie prędkości zmian napięcia wyjściowego amplidyny A. Uzwojenia stron wtórnych transformatorów Tr_1 i Tr_2 powinny być tak przyłączone (poprzez wzmacniacz lampowy W) do uzwojeń stabilizacyjnych amplidyny, aby siły elektromotoryczne — pochodzące od składowych zmiennych obwodów pierwotnych transformatorów stabilizacyjnych — indukowane w obwodach wtórnych tychże transformatorów przeciwdziałały tym składowym zmiennym. Jeżeli więc np. siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniu wtórnym transformatora maleje, to uzwojenie stabilizacyjne amplidyny powinno działać domagnesowująco.

Dzięki obecności wzmacniacza lampowego W praca uzwojeń wtórnych transformatorów Tr_1 i Tr_2 odbywa się na biegu jałowym. Ma to podwójnie korzystny aspekt: 1) pozwala na wyzyskanie maksymalnej indukcyjności, 2) redukuje stałą czasową obwodu wtórnego praktycznie do zera.

Aby umożliwić pracę transformatorów Tr_1 i Tr_2 na prostoliniowej części charakterystyki magnesowania i możliwie niskich nasyceniach, do obwodów pierwotnych omawianych transformatorów włączone są oporniki regulacyjne R_{Tr1} i R_{Tr2}.

Działanie stabilizacyjne transformatora Tr_2 jest mniej intensywne niż transformatora Tr_1 z uwagi na wcześniejsze stłumienie impulsów zaburzeniowych dochodzących do transformatora Tr_2. Transformator przyspieszeniowy Tr_2 jest elementem pośrednio ograniczającym wielkość przyspieszenia rzeczywistego do wartości programowych. Jeżeli założymy trapezowy wykres prędkości rzeczywistej w czasie, to w okresach rozruchu i hamowania w obwodzie wtórnym transformatora przyspieszeniowego indukują się siły elektromotoryczne o stałych wartościach i przeciwnych biegunowościach. Przyłączenie strony wtórnej transformatora Tr_2 poprzez wzmacniacz lampowy W do uzwojeń stabilizacyjnych amplidyny odpowiada (podobnie jak i transformatora Tr_1), jak już wyżej podkreślono, zasadzie przeciwdziałania magnetycznego. Z tego wynika, że w przypadku wzrostu przyspieszenia rzeczywistego ponad pewną stałą wartość działanie uzwojeń stabilizacyjnych S_{3A} i S_{4A} będzie rozmagnesowujące.

Przekładnia transformatorów Tr_1 i Tr_2 wynosi 1.

1.5. Przepustowości operatorowe poszczególnych elementów układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy

Do oceny stabilności układu automatycznej regulacji nieodzowna jest znajomość przepustowości operatorowej owego układu. To narzuca ko-

nieczność określenia przepustowości operatorowych poszczególnych elementów zamkniętego układu regulacji.

Rozważania niniejszego rozdziału są poświęcone właśnie szczegółowym analitycznym określeniom przepustowości operatorowych elementów układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy.

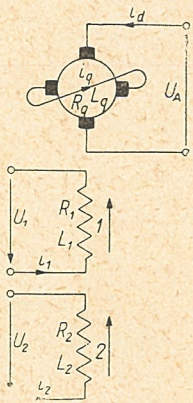
1.5.1. *Amplidyna*

Na rysunku 3 podany jest schemat ideowy amplidyny. Uwidoczniona na rysunku amplidyna posiada dwa uzwojenia sterujące (nota bene jedno uzwojenie może być właściwym uzwojeniem sterującym, drugie natomiast może stanowić uzwojenie stabilizacyjne).

Zgodnie z [4] i [64] przepustowość operatorowa amplidyny sterowanej za pomocą uzwojenia sterującego *1* wyraża się zależnością (przy założeniu zerowych warunków początkowych):

$$G_A(p) = G_{q1}(p)\,G_d(p) = G_1(p)\,G_q\,G_d(p) =$$

$$= \frac{Z_1}{R_1} \cdot \frac{k_q k_d}{R_q} \cdot \frac{1}{(1 + pT_\Sigma)(1 + pT_q)}. \qquad (1.1)$$



Rys. 3. Schemat ideowy amplidyny

We wzorze (1.1) oznaczają:

$G_{q1}(p)$ — przepustowość operatorową pierwszego stopnia wzmocnienia amplidyny (w odniesieniu do uzwojenia sterującego *1*),

$G_d(p)$ — przepustowość operatorową drugiego stopnia wzmocnienia amplidyny,

Z_1 — ilość zwojów uzwojenia sterującego *1*,

R_1 — oporność czynną uzwojenia sterującego *1*,

k_q, k_d — współczynniki proporcjonalności,

R_q — oporność czynną obwodu poprzecznego,

$T_\Sigma = T_1 + T_2$ — sumę stałych czasowych obwodów sterujących *1* i *2*,

T_q — stałą czasową obwodu poprzecznego.

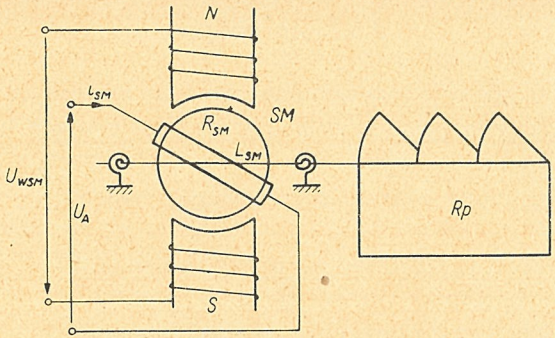
Wzór (1.1) obowiązuje także mutatis mutandis [$G_{q1}(p)$ zastępujemy przez $G_{q2}(p)$] dla uzwojenia sterującego *2*.

1.5.2. *Serwomotor*

Rysunek 4 przedstawia schemat ideowy układu serwomotor-opornik płynowy.

Budowa serwomotoru elektrycznego oparta jest na zasadzie działania przyrządu typu Deprez-d'Arsonvala. Określenie przepustowości opera-

torowej ułatwi potraktowanie serwomotoru jako układu składającego się z dwu członów: elektrycznego i mechanicznego. W takim ujęciu przepustowość operatorowa serwomotoru jako całości jest iloczynem przepustowości operatorowej członu elektrycznego i przepustowości operatorowej członu mechanicznego.



Rys. 4. Schemat ideowy układu serwomotor-opornik płynowy

a. Człon elektryczny (obwód elektryczny ramki serwomotoru)
Równanie koła napięć członu elektrycznego ma postać:

$$U_A(t) - i_{SM}(t) R_{SM} - L_{SM} \frac{di_{SM}}{dt} = 0, \tag{1.2}$$

gdzie:

U_A — napięcie wyjściowe amplidyny,
i_{SM} — natężenie prądu płynącego w ramce serwomotoru,
R_{SM} — oporność czynna ramki serwomotoru,
L_{SM} — indukcyjność ramki serwomotoru.

Postać operatorowa równania (1.2) jest następująca:

$$U_A(p) - i_{SM}(p) R_{SM} - pL_{SM} i_{SM}(p) + L_{SM} i_{SM0} = 0; \tag{1.3}$$

i_{SM0} oznacza natężenie prądu i_{SM} w chwili $t = 0$.

Na mocy (1.3) i podstawienia $T_{SM} = \frac{L_{SM}}{R_{SM}}$ otrzymujemy:

$$i_{SM}(p) = \frac{U_A(p) + L_{SM} i_{SM0}}{R_{SM}(1 + pT_{SM})}. \tag{1.4}$$

Uogólniona przepustowość operatorowa członu elektrycznego serwomotoru określona stosunkiem $\frac{i_{SM}(p)}{U_A(p)}$ wyraża się wzorem:

$$G_{SMeu} = \frac{i_{SM}(p)}{U_A(p)} = \frac{1}{R_{SM}(1 + pT_{SM})} \left[1 + \frac{L_{SM} i_{MS0}}{U_A(p)}\right]. \tag{1.5}$$

Przyrównując do zera warunki początkowe ($i_{SM0} = 0$) na przepustowość operatorową członu elektrycznego serwomotoru otrzymamy wzór:

$$G_{SMe} = \frac{1}{R_{SM}(1 + pT_{SM})}. \tag{1.6}$$

b. Człon mechaniczny

Zakładamy, że układ mechaniczny: twornik (ramka) serwomotoru-elektrody opornika płynowego jest dokładnie wyważony pod względem statycznym.

Równanie dynamicznej równowagi członu mechanicznego serwomotoru brzmi:

$$I_{SM}\frac{d^2\alpha}{dt^2} + k\frac{d\alpha}{dt} + f\alpha(t) = k_{SM} i_{SM}, \tag{1.7}$$

gdzie:

I_{SM} — moment bezwładności ramki serwomotoru łącznie z elektrodami opornika płynowego — kGm sec^2/rad,

k — współczynnik tłumienia — kGm sec/rad,

f — jednostkowy moment zwrotny układu sprężyn serwomotoru kGm/rad,

k_{SM} — współczynnik proporcjonalności między momentem obrotowym twornika serwomotoru a natężeniem prądu przepływającego przez twornik — kGm/A,

α — aktualny kąt wychylenia ramki serwomotoru (zanurzenia elektrod opornika płynowego) — rad.

Równanie (1.7) w formie operatorowej przybiera następującą postać:

$$I_{SM}p^2\alpha(p) + kp\alpha(p) + f\alpha(p) - pI_{SM}\alpha(0) + \\ - I_{SM}\left|\frac{d\alpha}{dt}\right|_0 - k\alpha(0) = k_{SM} i_{SM}(p). \tag{1.8}$$

Na mocy (1.8) uogólniona przepustowość operatorowa członu mechanicznego serwomotoru określona jako stosunek $\frac{\alpha(p)}{i_{SM}(p)}$ wynosi

$$G_{SMmu}(p) = \frac{\alpha(p)}{i_{SM}(p)} = \frac{k_{SM}}{I_{SM}p^2 + kp + f}\left[1 + \frac{\alpha(0)(pI_{SM} + k) + I_{SM}\left|\frac{d\alpha}{dt}\right|_0}{k_{SM} i_{SM}(p)}\right]$$

Oznaczmy:

$$T_{SMm} = \frac{I_{SM}}{k}\,[\text{sec}], \tag{1.9}$$

$$T_{SMs} = \frac{k}{f}\,[\text{sec}].$$

Równanie (1.9) możemy wówczas wprowadzając powyższe oznaczenia przepisać w postaci:

$$G_{SMmu}(p) = \frac{k_{SM}\dfrac{1}{kT_{SMm}}}{p^2 + \dfrac{1}{T_{SMm}}p + \dfrac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}}\left[1 + \frac{\alpha(0)(pI_{SM} + k) + I_{SM}\left|\dfrac{d\alpha}{dt}\right|_0}{k_{SM}i_{SM}(p)}\right] \tag{1.10}$$

Przepustowość operatorowa serwomotoru G_{SM} przy założeniu zerowych warunków początkowych (tj. dla $t = 0$)

$$i_{SM0} = 0, \qquad \alpha(0) = 0, \qquad \left|\frac{d\alpha}{dt}\right|_0 = 0$$

ma postać:

$$G_{SM} = G_{SMe}G_{SMm} = \frac{k_{SM}\dfrac{1}{R_{SM}T_{SMm}k}}{(1 + pT_{SM})\left(p^2 + \dfrac{1}{T_{SMm}}p + \dfrac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)}. \tag{1.11}$$

1.5.3. *Transformatory: stabilizacyjny i przyspieszeniowy*

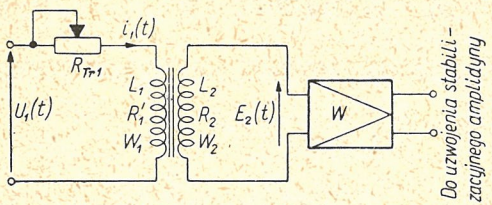
Na rysunku 5 przedstawiony jest schemat ideowy transformatora stabilizacyjnego (przyspieszeniowego).

Zakładając, że:

1) indukcyjności rozproszenia uzwojeń transformatora można pominąć,

2) transformator pracuje w stanie nienasyconym,

możemy przepustowość operatorową transformatora stabilizacyjnego (przyspieszeniowego) pracującego na biegu jałowym określić zgodnie z [54] i [64] zależnością:



Rys. 5. Schemat ideowy transformatora stabilizacyjnego (przyspieszeniowego)

$$H_{TS}(p) = \frac{\dfrac{W_2}{W_1}T_I p}{1 + pT_I}. \tag{1.12}$$

Oznaczenia we wzorze (1.12) są następujące:

W_1 — ilość zwojów uzwojenia pierwotnego transformatora stabilizacyjnego,

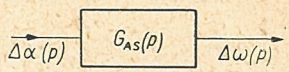
W_2 — ilość zwojów uzwojenia wtórnego transformatora stabilizacyjnego,

T_I — stała czasowa obwodu pierwotnego transformatora stabilizacyjnego [z uwzględnieniem oporności czynnej R_{Tr1} (lub R_{Tr2}) włączonej do obwodu pierwotnego].

1.5.4. Układ nieliniowy: opornik płynowy-asynchroniczny silnik wyciągowy

Zmienność trzech parametrów: oporności w obwodzie wirnika, momentu oraz prędkości kątowej (obrotów) silnika asynchronicznego jest źródłem pewnych trudności w efektywnym określeniu jego przepustowości operatorowej.

Uwzględniając fakt, iż obliczenie przepustowości operatorowej opornika płynowego (nastawnika) o z góry założonym kształcie elektrod może napotkać na poważne trudności, zrezygnowano z określenia przepustowości operatorowej każdego z obu elementów (opornika płynowego i silnika asynchronicznego) z osobna na korzyść ustalenia przepustowości operatorowej układu opornik płynowy-silnik asynchroniczny (rys. 6). Uproszczenie to z uwagi na szeregowe połączenie opornika płynowego, silnika asynchronicznego i innych elementów regulatora jazdy widoczne na schemacie blokowym układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy (rys. 2) — w niczym nie uszczupla ogólności rozważań.



Rys. 6. Elementarny schemat blokowy układu opornik płynowy-silnik asynchroniczny

Przybliżonego określenia przepustowości operatorowej układu opornik płynowy-silnik asynchroniczny można by dokonać rozmaitymi drogami, np. metodą fazowej powierzchni, metodą kolejnej iteracji, metodą bilansu harmonicznego, metodą Liapunowa, podanymi w odpowiedniej literaturze [2], [35].

Poniższe rozważania oparte są o linearyzację równania momentowego dynamicznej równowagi silnika asynchronicznego, osiągniętą na drodze rozwinięcia funkcji w szereg Taylora.

Załóżmy, że:

1) Silnik asynchroniczny jest elementem liniowym, tzn. pracuje jedynie na prostoliniowej części charakterystyki $n = f(M)$.

2) Układ opornik płynowy-silnik asynchroniczny pracuje w okresie rozruchu.

3) Odpowiednia geometria elektrod opornika płynowego zapewnia zmianę oporności włączonej do obwodu wirnika (z uwzględnieniem oporności własnej wirnika) silnika asynchronicznego w zależności od kąta zanurzenia elektrod opornika, zgodnie ze z góry założoną relacją.

Równanie dynamicznej równowagi momentów dla okresu rozruchu jest:

$$M(\omega,\alpha) = M_{st} + J\frac{d\omega}{dt}, \tag{1.13}$$

gdzie: α aktualny kąt zanurzenia elektrod opornika płynowego.

Załóżmy:

$$\omega = \omega_n + \Delta\omega, \tag{1.14}$$

$$\alpha = \alpha_n + \Delta\alpha, \tag{1.15}$$

gdzie α_n jest znamionowym kątem zanurzenia elektrod opornika płynowego odpowiadającym znamionowej prędkości kątowej ω_n.

Rozwijając wyrażenie (1.13) w szereg Taylora i pomijając w rozwinięciu człony rzędów wyższych od drugiego włącznie (oraz resztę R) otrzymamy:

$$J\frac{d(\Delta\omega)}{dt} - \left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_{\substack{\omega_n \\ \alpha_n}} \cdot \Delta\omega - \left(\frac{\partial M}{\partial \alpha}\right)_{\substack{\omega_n \\ \alpha_n}} \cdot \Delta\alpha = 0; \tag{1.16}$$

zakładamy przy tym, iż $M_n = M_{st}$.

Mnożąc obie strony równania (1.16) przez $\frac{\omega_n}{\omega_n M_n}$ otrzymamy:

$$\frac{J\omega_n}{M_n\omega_n}\cdot\frac{d(\Delta\omega)}{dt} - \left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_{\substack{\omega_n \\ \alpha_n}} \cdot \frac{\omega_n}{M_n}\cdot\frac{\Delta\omega}{\omega_n} - \left(\frac{\partial M}{\partial \alpha}\right)_{\substack{\omega_n \\ \alpha_n}} \cdot \frac{\Delta\alpha}{M_n} = 0. \tag{1.17}$$

Wprowadźmy oznaczenia:

$$T_{AS} = \frac{J\omega_n}{M_n}, \tag{1.18}$$

$$\gamma = \frac{M_n}{\left(\frac{\partial M}{\partial \alpha}\right)_{\substack{\omega_n \\ \alpha_n}}}, \tag{1.19}$$

$$\delta = -\left(\frac{\partial M}{\partial \omega}\right)_{\substack{\omega_n \\ \alpha_n}} \cdot \frac{\omega_n}{M_n}. \tag{1.20}$$

Podstawiając (1.18), (1.19) i (1.20) do (1.17) i przechodząc do postaci operatorowej otrzymujemy [$(\Delta\omega)_0 = 0$]:

$$\frac{\delta}{\omega_n}\Delta\omega(p) + \frac{T_{AS}}{\omega_n}p\cdot\Delta\omega(p) = \frac{1}{\gamma}\Delta\alpha(p). \tag{1.21}$$

Definiując przepustowość operatorową układu: silnik asynchroniczny--opornik płynowy jako stosunek $\frac{\Delta\omega(p)}{\Delta\alpha(p)}$ mamy:

$$G_{AS}(p) = \frac{\Delta\omega(p)}{\Delta\alpha(p)} = \frac{\omega_n}{\gamma\delta\left(1 + p\frac{T_{AS}}{\delta}\right)}. \tag{1.22}$$

Zgodnie ze wzorem Klossa mamy:

$$M = \frac{2 M_{max}}{\frac{\sigma}{\sigma_u} + \frac{\sigma_u}{\sigma}}, \tag{1.23}$$

gdzie σ_u jest poślizgiem utyku.

Zgodnie z pierwszym założeniem wyrażającym się nierównością $\sigma \ll \sigma_u$ mamy w oparciu o (1.23)

$$M = 2 \frac{M_{max} \sigma}{\sigma_u}. \tag{1.24}$$

Załóżmy, że aktualna oporność R_2 włączona w obwód wirnika silnika asynchronicznego (łącznie z opornością własną wirnika) zmienia się w zależności od kąta zanurzenia α elektrod opornika płynowego zgodnie ze wzorem:

$$R_2 = \frac{k R_{20}}{\alpha R_{20} + k}, \tag{1.25}$$

gdzie: R_{20} — oporność własna wirnika + oporność całkowicie wynurzonych elektrod opornika (teoretycznie oporność ta jest nieskończenie wielka dla $\alpha = 0$).

Współczynnik k występujący we wzorze (1.25) określony jest następującą równością:

$$k = \frac{R_{20} R_w \frac{\pi}{2}}{R_{20} - R_w}, \tag{1.26}$$

gdzie R_w jest opornością własną wirnika silnika asynchronicznego.

Na podstawie wzorów (1.25) i (1.26) wnosimy, że dla

$$\alpha = 0 \qquad R_2 = R_{20}, \tag{1.27a}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \qquad R_2 = R_w. \tag{1.27b}$$

Ponieważ na ogół $R_w \ll R_{20}$, więc na podstawie (1.26) i (1.25) mamy:

$$k = R_w \frac{\pi}{2} \tag{1.28}$$

oraz

$$R_2 = \frac{R_w \frac{\pi}{2}}{\alpha} \tag{1.29}$$

$\left(\text{przy założeniu } \frac{R_w \pi}{R_{20} 2} \to 0\right)$.

Z ogólnej teorii silnika asynchronicznego znane są następujące zależności:

$$\sigma = 1 - \frac{\omega}{\omega_s}, \tag{1.30}$$

gdzie: ω_s jest synchroniczną prędkością kątową
oraz

$$\sigma_u = \frac{cR_2'}{X_1 + cX_2'}, \tag{1.31}$$

przy czym:

$$c = 1 + \frac{\hat{Z}_1}{\hat{Z}_0}, \tag{1.31a}$$

gdzie:

Z_1 — oporność pozorna fazy stojana,

Z_0 — oporność pozorna fazy dla prądu jałowego.

Zakładając: $Z_0 \gg Z_1$ oraz $X_1 \ll X_2'$ (co w przypadku silnika pracującego w rozważanym laboratoryjnym układzie automatycznej regulacji jest zupełnie uzasadnione) mamy na podstawie (1.31) i (1.31a):

$$\sigma_u = \frac{R_2'}{X_2'} = \frac{R_2}{X_2}. \tag{1.32}$$

Wstawiając (1.30) i (1.32) w (1.24) i uwzględniając (1.29) otrzymamy:

$$M = \frac{2M_{max}}{\sigma_u}\sigma = 2M_{max}\frac{X_2 a}{R_w \frac{\pi}{2}}\left[1 - \frac{\omega}{\omega_s}\right]. \tag{1.33}$$

Na podstawie (1.19) i (1.33) otrzymujemy:

$$\gamma = \frac{M_n}{\left(\frac{\partial M}{\partial a}\right)_{\substack{\omega_n \\ a_n}}} = \frac{M_n R_w \frac{\pi}{2}\omega_s}{2M_{max} X_2 (\omega_s - \omega_n)}. \tag{1.34}$$

W oparciu o (1.20) i (1.33) mamy:

$$\delta = -\left(\frac{\partial M}{\omega}\right)_{\substack{\omega_n \\ a_n}} \cdot \frac{\omega_n}{M_n} = \frac{2M_{max} X_2 a_n \omega_n}{R_w \frac{\pi}{2}\omega_s M_n}. \tag{1.35}$$

Rozważania dotyczące określenia przepustowości operatorowej układu opornik płynowy-silnik asynchroniczny dla okresu hamowania dynamicznego są zupełnie analogiczne do wyżej przytoczonych.

Załóżmy, że:

1) realizujemy podnoszenie nadwagi (przypadek najczęstszy), wówczas równanie równowagi dynamicznej ma postać:

$$M_h + M_{st} = I\frac{d\omega}{dt}; \tag{1.36}$$

M_h oznacza moment hamujący.

2) zmiana aktualnej oporności R_2 włączonej w obwód wirnika silnika asynchronicznego odbywa się zgodnie z relacją (1.25), tj.

$$R_2 = \frac{kR_{20}}{\alpha R_{20} + k}. \tag{1.37}$$

Z teorii napędu silnika asynchronicznego wiemy, że dla hamowania dynamicznego (prądem stałym) realizowanego stałą wartością wzbudzenia obowiązuje przybliżona zależność:

$$M_h = c\frac{\omega}{R_2}, \tag{1.38}$$

gdzie c — const.

Warunki graniczne mają inną postać niż dla okresu rozruchu. I tak dla okresu hamowania warunki graniczne są:

$R_2 = R_{20}$, $\omega = \omega_n$ (warunek początkowy),

$R_2 = R_w$, $\omega = 0$ (warunek końcowy).

Na podstawie relacji (1.36), (1.37), (1.38) i znajomości warunków granicznych możemy korzystając z metody wyżej przytoczonej dla rozruchu określić przepustowość operatorową układu opornik płynowy-silnik asynchroniczny dla okresu hamowania dynamicznego.

Przepustowość operatorową rozważanego układu definiujemy analogicznie jak poprzednio jako stosunek $\frac{\Delta\omega(p)}{\Delta\alpha(p)}$, przy czym:

$$\Delta\omega = \omega_n - \omega, \tag{1.39}$$

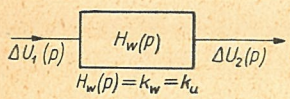
gdzie ω jest aktualną prędkością okresu hamowania dynamicznego.

Przepustowości operatorowe wszystkich pozostałych elementów właściwego regulatora jazdy (tj. z wyłączeniem układu opornik płynowy-silnik asynchroniczny) mają tę samą postać w okresie całego cyklu pracy urządzenia wydobywczego.

1.5.5. Wzmacniacz lampowy typu push-pull

Rysunek 7 przedstawia elementarny schemat blokowy wzmacniacza lampowego.

Do zacisków wejściowych wzmacniacza doprowadzone jest napięcie $\Delta U_1(p)$ będące superpozycją sił elektromotorycznych indukowanych we wtórnych uzwojeniach transformatorów stabilizacyjnego i przyspieszeniowego. (W dalszych rozważaniach przyjęto zgodność biegunowości obu sił elektromotorycznych). Napięcie wyjściowe $\Delta U_2(p)$ zasila uzwojenie stabilizacyjne amplidyny. (Dokładne omówienie pracy wzmacniacza znajduje się w rozdziale 2.5. W rozważaniach tych korzystamy z zastępczego układu wzmacniacza).



Rys. 7. Elementarny schemat blokowy wzmacniacza lampowego

Przepustowość operatorową $H_w(p)$ wzmacniacza lampowego o bardzo małej bezwładności określa bezpośrednio jego współczynnik wzmocnienia napięciowego k_u, czyli:

$$H_w(p) = k_w = k_u = \frac{\Delta U_2(p)}{\Delta U_1(p)} = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_s}, \tag{1.40}$$

gdzie:

$\Delta U_2 = \Delta U_a$ — przyrost napięcia anodowego,
$\Delta U_1 = \Delta U_s$ — przyrost napięcia siatkowego,
k_u — współczynnik wzmocnienia napięciowego.

1.5.6. *Prądniczka tachometryczna*

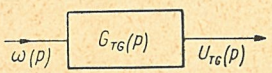
Elementarny schemat blokowy prądniczki tachometrycznej zamieszczony jest na rys. 8.

Tachogenerator ten pracuje jako obcowzbudna prądniczka bocznikowa prądu stałego.

Zakładając, że:

1) tachogenerator pracuje na biegu jałowym ($i = 0$) (jest to istota jego działania),

2) strumień wzbudzenia tachogeneratora bocznikowego jest stały ($\Phi_w = \text{const}$),



Rys. 8. Elementarny schemat blokowy prądniczki tachometrycznej

możemy przepustowość operatorową tachogeneratora zgodnie z [54] określić wzorem:

$$H_{TG}(p) = \frac{U_{TG}(p)}{\omega(p)} = k_{TG}. \tag{1.41}$$

We wzorze (1.41) oznaczają:

U_{TG} — napięcie wyjściowe tachogeneratora,
ω — prędkość kątową silnika asynchronicznego.

1.6. Przepustowość operatorowa układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy

Korzystając ze schematu blokowego (rys. 2) oraz z wyprowadzanych i podanych w niniejszym rozdziale (podrozdziały 1 — 6) przepustowości operatorowych poszczególnych elementów układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy, można przystąpić do określenia przepustowości operatorowej całego układu.

Poniżej określona jest przepustowość operatorowa układu regulacyjnego przy następujących założeniach:

1. Warunki początkowe — wszystkich elementów układu — mają wartości zerowe.

2. Układ wydobywczy podnosi nadwagę w okresie rozruchu.

3. Połączenie szeregowe uzwojeń wtórnych transformatorów stabilizacyjnego i przyspieszeniowego jest zgodne pod względem magnetycznym (strumienie się dodają).

4. Przyłączenie uzwojeń wtórnych transformatorów stabilizacyjnego i przyspieszeniowego — poprzez wzmacniacz lampowy — do uzwojeń stabilizacyjnych amplidyny odpowiada zasadzie przeciwdziałania magnetycznego (wzrostowi wypadkowego strumienia magnetycznego obu transformatorów towarzyszy zmniejszenie wypadkowego strumienia magnetycznego pochodzącego od uzwojeń: sterującego i stabilizacyjnych amplidyny).

Zgodnie ze schematem blokowym układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy (rys. 2) możemy — opuszczając dla prostoty wskaźnik operatorowy p — napisać następujące równania:

$$\varepsilon_1 = U_d - \omega H_{TG}, \tag{1.42}$$

$$\varepsilon_2 = G_1 \varepsilon_1 - \omega H_1' H_w \left[\frac{H_{TS1}}{G_{SM} G_{AS}} + H_{TS2} H_{TG} \right], \tag{1.43}$$

gdzie: $H'_1(p) = G_2(p) = \dfrac{Z_2}{R_2}$, przy czym Z_2 i R_2 oznaczają odpowiednio:

ilość zwojów i oporność czynną uzwojenia stabilizacyjnego amplidyny, znaki „—" i „+" uwzględniono na mocy czwartego i trzeciego wyżej wyszczególnionych założeń.

Z drugiej strony mamy (rys. 2):

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega}{G_q G_d G_{SM} G_{AS}}. \tag{1.44}$$

Na mocy (1.42), (1.43), (1.44) otrzymujemy:

$$\frac{\omega}{G_q G_d G_{SM} G_{AS}} = G_1 (U_d - \omega H_{TG}) - \omega H_1' H_w \left[\frac{H_{TS1}}{G_{SM} G_{AS}} + H_{TS2} H_{TG} \right]. \tag{1.45}$$

Na podstawie równania (1.45) możemy łatwo określić przepustowość operatorową całego układu regulacyjnego, zdefiniowaną jako stosunek

$$\frac{\omega(p)}{U_d(p)}.$$

Zgodnie z równaniem (1.45) otrzymujemy na przepustowość operatorową układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy następującą zależność:

$$G_R(p) = \frac{\omega(p)}{U_d(p)} =$$

$$= \frac{G_1(p) G_q(p) G_d(p) G_{SM}(p) G_{AS}(p)}{\left[\begin{array}{c} 1 + G_1(p) G_q(p) G_d(p) G_{SM}(p) G_{AS}(p) H_{TG}(p) + \\ + H_1'(p) H_w(p) G_q(p) G_d(p) [H_{TS1}(p) + H_{TS2}(p) G_{SM}(p) G_{AS}(p) H_{TG}(p)] \end{array} \right]}. \tag{1.46}$$

Oznaczając:

$$H_1'(p) = G_2(p) = \frac{Z_2}{R_2} \quad \text{(zob. str. 185)}, \tag{1.47}$$

$$H_{TS1}(p) = \frac{\frac{W_2'}{W_1'} p T_I'}{1 + p T_I'} \quad \text{(zob. wzór 1.12)}, \tag{1.48}$$

gdzie:

W_1 — ilość zwojów strony pierwotnej transformatora stabilizacyjnego,

W_2' — ilość zwojów strony wtórnej transformatora stabilizacyjnego,

T_I' — stała czasowa całkowitego obwodu pierwotnego transformatora stabilizacyjnego

oraz:

$$H_{TS2}(p) = \frac{W_2''}{W_1''} \cdot \frac{p T_I''}{1 + p T_I''} \text{ (zob. wzór. 1.12).} \tag{1.49}$$

Oznaczenia we wzorze (1.49) są takie same jak we wzorze (1.48); indeks bis (") przyporządkowany jest parametrom transformatora przyspieszeniowego.

Podstawiając do wzoru (1.46) przepustowości operatorowe poszczególnych elementów układu regulacyjnego (określone w poprzednim rozdziale) i uwzględniając wzory (1.47) ÷ (1.49) otrzymamy dla wyszczególnionych wyżej założeń 1 ÷ 4 na przepustowość operatorową całego układu regulacyjnego następującą relację:

$$G_R(p) = \frac{\dfrac{Z_1 k_q k_d k_{SM} \dfrac{\omega_n}{k R_{SM} T_{SMm}}}{\left[\gamma\delta R_1 R_q (1+pT_\Sigma)(1+pT_q)(1+pT_{SM})\left(p^2+\dfrac{1}{T_{SMm}}p+\dfrac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)\left(1+p\dfrac{T_{AS}}{\delta}\right)\right]}}{\left[1+\dfrac{k_{TG} Z_1 k_q k_d k_{SM} \dfrac{\omega_n}{k R_{SM} T_{SMm}\gamma\delta}}{R_1 R_q (1+pT_\Sigma)(1+pT_q)(1+pT_{SM})\left(p^2+\dfrac{1}{T_{SMm}}p+\dfrac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)\left(1+p\dfrac{T_{AS}}{\delta}\right)}+\right.}$$

$$+\frac{Z_2 k_w k_q k_d}{R_2 R_q (1+pT_\Sigma)(1+pT_q)}\left[\frac{\dfrac{W_2'}{W_1'}pT_I'}{1+pT_I'}+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\dfrac{W_2''}{W_I'}pT_I'\dfrac{\omega_n k_{SM} k_{TG}}{k R_{SM} T_{SMm}\gamma\delta}}{(1+pT_1'')(1+pT_{SM})\left(p^2+\dfrac{1}{T_{SMm}}p+\dfrac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)\left(1+p\dfrac{T_{AS}}{\delta}\right)}\right]\right] \tag{1.50}$$

$$G_R(p) = \frac{\dfrac{\omega_n Z_1 k_q k_d k_{SM}}{R_1 R_q k R_{SM} T_{SMm}\gamma\delta}}{\left[(1+pT_\Sigma)(1+pT_q)(1+pT_{SM})\left(1+p\dfrac{T_{AS}}{\delta}\right)\left(p^2+\dfrac{1}{T_{SMm}}p+\right.\right.}\cdot$$

$$\left.+\frac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)+\frac{\omega_n Z_1 k_q k_d k_{SM} k_{TG}}{R_1 R_q k R_{SM} T_{SMm}\gamma\delta}+$$

$$+\frac{Z_2 k_w k_q k_d}{R_2 R_q}\left[\frac{W_2'}{W_1'}\cdot\frac{pT_I'}{1+pT_I'}(1+pT_{SM})\left(1+p\frac{T_{AS}}{\delta}\right)\left(p^2+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{p}{T_{SMm}}+\frac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)+\frac{W_2''}{W_1''}\cdot\frac{pT_I''}{1+pT_I''}\cdot\frac{\omega_n k_{SM} k_{TG}}{k R_{SM} T_{SMm}\gamma\delta}\right] \tag{1.51}$$

Wzór (1.51) otrzymujemy po przekształceniach wzoru (1.50).

Załóżmy, że:

1) transformatory stabilizacyjny i przypieszeniowy mają jednakowe wykonanie oraz przekładnię równą 1, czyli:

$$\frac{W_2'}{W_1'} = \frac{W''}{W_2''} = 1 \tag{1.52}$$

oraz

$$T_I' = T_I'' = T_I; \tag{1.52a}$$

2) dla uzwojeń sterującego i stabilizacyjnego amplidyny zachodzi zależność:

$$\frac{Z_1}{R_1} = \frac{Z_2}{R_2}. \tag{1.53}$$

Podstawmy:

$$\frac{\omega_n Z_1 k_q k_d k_{SM}}{\gamma \delta R_1 R_q k R_{SM} T_{SMm}} = A \tag{1.54}$$

oraz

$$\frac{Z_1 k_w k_q k_d}{R_1 R_q} = B. \tag{1.55}$$

Na podstawie (1.51), (1.52), (1.52a), (1.53), (1.54) i (1.55) otrzymujemy:

$$G_R(p) = \frac{1 + pT_I}{\left[\frac{1}{A}(1+pT_\Sigma)(1+pT_q)(1+pT_{SM})\left(p^2 + \frac{p}{T_{SMm}} + \frac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right) \times \left(1 + p\frac{T_{AS}}{\delta}\right) + (1+pT_I) + \frac{B}{A} pT_I(1+pT_{SM})\left(p^2 + \frac{1}{T_{SMm}} p + \frac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)\left(1 + p\frac{T_{AS}}{\delta}\right) + k_{TG}[1 + pT_I(1+k_w)]\right]}. \tag{1.56}$$

1.7. Dobroć układu

(określenie aktualnego błędu w układzie samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy)

Ilościowe określenie błędu w układzie automatycznej regulacji stanowi jedną z przesłanek, na których można oprzeć ocenę prawidłowości pracy tego układu.

Na mocy zależności (1.42) i (1.46) możemy dla układu samoczynej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy napisać:

$$\varepsilon_1(p) = U_d(p)[1 - G_R(p) H_{TG}(p)]. \tag{1.57}$$

W myśl wzoru (1.57) znajomość wymuszenia operatorowego (operatorowego sygnału wejściowego) $U_d(p)$ oraz przepustowości operatorowej całego układu regulacji $G_R(p)$ stanowi podstawę określenia błędu $\varepsilon_1(p)$. Przejście z formy operatorowej $\varepsilon_1(p)$ na formę czasową $\varepsilon_1(t)$ umożliwiają nam wzory Heaviside'a, ewentualnie rozwiązanie całki Laplace'a-Bromwicha.

Na podstawie znanego twierdzenia z rachunku operatorowego, mianowicie[1]):

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} pF(p) \tag{1.58}$$

oraz wzoru (1.57) możemy określić wartość graniczną błędu $\varepsilon_1(t)$ dla $t \to \infty$.

Na mocy (1.57) i (1.58) mamy:

$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon_1(t) = \lim_{p\to 0} p\left[U_d(p)(1 - G_R(p) H_{TG}(p)\right]. \tag{1.59}$$

2. DANE CHARAKTERYSTYCZNE I OBLICZENIOWE ELEMENTÓW LABORATORYJNEGO UKŁADU SAMOCZYNNEJ REGULACJI Z AMPLIDYNOWYM REGULATOREM JAZDY

2.1. Amplidyna

Do pracy w laboratoryjnym układzie amplidynowego regulatora jazdy zaangażowano czterobiegunową amplidynę o biegunach jawnych. Amplidynę napędza silnik bocznikowy prądu stałego.

Dane znamionowe amplidyny są następujące:
maksymalny prąd sterujący $i_{st\,max} = 50$ mA
maksymalne napięcie sterujące $U_{st\,max} = 10$ A,
maksymalna moc sterująca (wejściowa) $P_{we\,max} = i_{st\,max} U_{st\,max} = 0{,}5$ W,
maksymalne napięcie wyjściowe $U_{wy\,max} = 110$ V,
maksymalny prąd obciążenia $i_{wy\,max} = 4{,}5$ A,
maksymalna moc wyjściowa $P_{wy\,max} = i_{wy\,max} U_{wy\,max} = 500$ W,
statyczny (w stanie ustalonym) współczynnik wzmocnienia:

$$k = \frac{P_{wy\,max}}{P_{we\,max}} = \frac{500}{0{,}5} = 1000. \tag{2.1}$$

Chłodzenie własne, zwykłe, zrealizowano za pomocą wentylatora umieszczonego na wale amplidyny.

---

[1]) Założenia tego twierdzenia są następujące:
1) funkcja $f(t)$ i jej pochodna są przekształcalne wg Laplace'a,
2) $f(t) \triangleq F(p)$,
3) $F(p)$ jest funkcją analityczną w prawej półpłaszczyźnie i na osi urojonej.

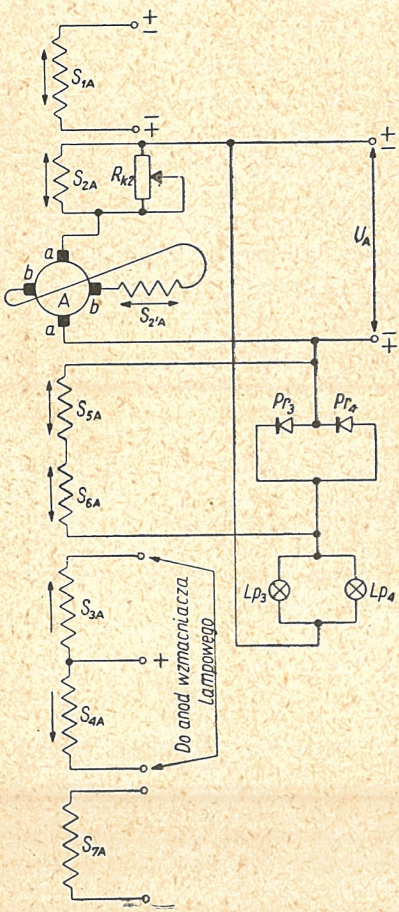
Rysunek 9 unaocznia schemat ideowy amplidyny pracującej w laboratoryjnym układzie regulatora jazdy.

Oznaczenia poszczególnych uzwojeń amplidyny są następujące (rys. 9):

S_{1A} — uzwojenie sterujące,
S_{2A} — uzwojenie kompensacyjne,
$S_{2'A}$ — uzwojenie w osi poprzecznej,
S_{3A} i S_{4A} — uzwojenia stabilizacyjne,
S_{5A} i S_{6A} — uzwojenia przeciwsprzężenia do usuwania napięcia remanentowego amplidyny,
S_{7A} — uzwojenie dodatkowe.

Uzwojenia stojana amplidyny rozmieszczone są na czterech pieńkach biegunowych i połączone tak, że powstające układy są dwubiegunowe.

Z rysunku 9 jest widoczne, że uzwojenia przeciwsprzężenia do usuwania napięcia remanentowego amplidyny — S_{5A} i S_{6A} przyłączone są do zacisków wyjściowych amplidyny przez układ żarówek Lp_3 i Lp_4 równolegle połączonych; ponadto wspomniane uzwojenia zbocznikowane są układem prostowników Pr_3 i Pr_4 pracujących przeciwsobnie.



Rys. 9. Schemat ideowy laboratoryjnego modelu amplidyny

Jeżeli więc napięcie wyjściowe amplidyny, np. po odłączeniu napięcia sterującego, osiągnie wartość rzędu kilku procent maksymalnego napięcia wyjściowego (to jest wartość około kilku woltów), wówczas na skutek znacznej oporności prostowników Pr_3 i Pr_4 przy małych spadkach napięcia przez uzwojenia S_{5A} i S_{6A} popłynie niemal całkowity prąd wytwarzający strumień magnetyczny (przeciwnie skierowany niż strumień sterujący), który indukuje na wyjściu amplidyny napięcie o przeciwnej biegunowości, znoszące napięcie remanentu.

W czasie normalnej pracy amplidyny prąd przepływa głównie przez układ płytek prostownikowych (natężenie prądu płynącego przez uzwojenia przeciwsprzężenia wskutek znacznej ich oporności w stosunku do oporności przewodowej prostowników dla odpowiednio wyższych napięć jest znikomo małe).

Układ żarówek Lp_3 i Lp_4 służy do ograniczenia spadku napięcia na prostownikach Pr_3 i Pr_4 w czasie normalnej pracy amplidyny. Prostowniki Pr_3 lub Pr_4 pracują w zależności od biegunowości napięcia wyjściowego amplidyny.

Każdy z prostowników Pr_3 i Pr_4 składa się z czterech elementów — płytek żalazowo-selenowych — połączonych szeregowo. Przekrój takiej płytki będącej małym prostowniczkiem stykowym uwidoczniony jest na rys. 10.

Charakterystyka elementarnego selenowego prostownika stykowego jest następująca:

— dopuszczalne napięcie zmienne ze względu na przebicie 14 — 18 V,

— dopuszczalne obciążenie — ca 0,1 A/cm^2.

Dane znamionowe układu żarówek Lp_3 i Lp_4 oraz opornika regulacyjnego R_{k2} są następujące:

— układ żarówek Lp_3, Lp_4

napięcie znamionowe — 110 V,

moc — 15 W,

— opornik regulacyjny R_{k2}

całkowita oporność opornika — 10Ω.

Elementy takie, jak prostowniki Pr_3 i Pr_4, żarówki Lp_3 i Lp_4 oraz opornik regulacyjny R_k są zmontowane razem na osobnej podstawce bakelitowej.

Sposób przyłączenia układu prostownikowo-opornikowego („stacyjki") do tabliczki zaciskowej amplidyny uwidoczniony jest na rys. 11.

Na rysunku 12 zamieszczone są oscylogramy natężenia prądu sterującego (krzywa dolna) i napięcia wyjściowego (krzywa górna) amplidyny. Przebiegi te zostały zdjęte przy włączeniu stałego wymuszenia napięciowego, równego maksymalnej wartości napięcia sterującego (10 V) i po jego odłączeniu. Na podstawie rysunku 12 można wnosić, że stała czasowa uzwojenia sterującego wynosi ok. 0,004 sec.

Rysunek 13 przedstawia przebiegi oscylograficzne niektórych parametrów elektrycznych amplidyny, powstałe po odłączeniu napięcia sterującego amplidyny.

Oznaczenia poszczególnych krzywych są następujące:

1) napięcie sterujące amplidyny (przed jego odłączeniem),
2) natężenie prądu obciążenia amplidyny,
3) natężenie prądu płynącego w obwodzie poprzecznym amplidyny,
4) napięcie wyjściowe amplidyny,
5) sinusoida podstawowa.

Linia odniesienia pokrywa się z linią zerową napięcia sterującego amplidyny. Zdjęcie wykonano przy prędkości posuwu filmu $v = 25$ mm/s.

Wielkości maksymalne (na zdjęciu) poszczególnych parametrów są następujące:

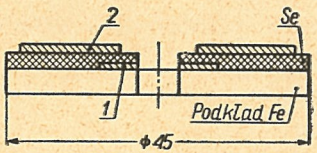
I_{max} obciążenia = 3,5 A,

U_{max} wyjściowe = 70 V,

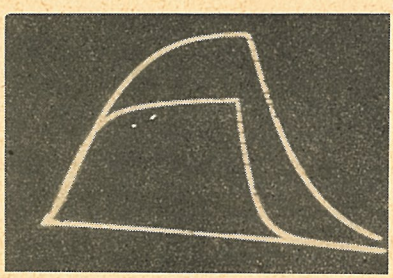
I_{max} obowodu poprzecznego = 1,7 A,

U_{max} sterujące = 8 V.

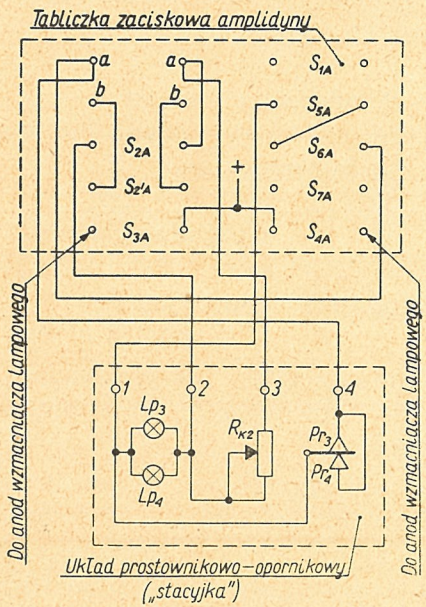
Obwód wyjściowy amplidyny obciążono opornością czynną o wartości R_{wy} = 18Ω.



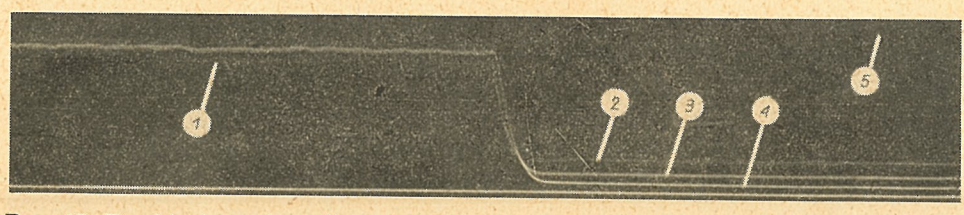
Rys. 10. Przekrój płytki prostowniczej selenowej z wkładką izolacyjną
1 — wkładka izolacyjna, 2 — elektroda natryskowa



Rys. 12. Oscylogramy natężenia prądu sterującego (krzywa dolna) i napięcia wyjściowego amplidyny (krzywa górna)



Rys. 11. Sposób przyłączenia układu prostownikowo-opornikowego do tabliczki zaciskowej amplidyny



Rys. 13. Przebiegi oscylograficzne niektórych parametrów elektrycznych amplidyny (po odłączeniu napięcia sterującego amplidyny)

Analizując oscylogramy z rys. 13 można stwierdzić, że czasokres trwania przebiegów nieustalonych wszystkich czterech parametrów jest dość

krótki i wynosi ok. 0,25 sec. Ustalone napięcie remanentu (krzywa 4) jest praktycznie równe zeru. Opierając się na tym można wyciągnąć wniosek, że skuteczność działania uzwojeń przeciwsprzężenia do usuwania remanentu napięciowego — S_{5A} i S_{6A} — jest dość znaczna.

Obliczenie współczynników k_q i k_d.

Nominalna siła elektromotoryczna wyindukowana w wirniku amplidyny w obwodzie szczotek zwartych przez strumień sterujący Φ_{ster} wynosi:

$$e_{q1} = 8{,}2 \text{ V}.$$

Natężenie prądu znamionowego płynącego w obwodzie szczotek zwartych wyraża się wielkością

$$i_q = 2{,}4 \text{ A}.$$

Całkowita oporność czynna w obwodzie szczotek zwartych jest równa:

$$R_q = 4\ \Omega.$$

Współczynnik k_q ma wartość:

$$k_q = \frac{e_{q1}}{i_{ster\ max} Z_1} = \frac{8{,}2}{0{,}05 \cdot 1200} = 0{,}136\ \Omega/\text{zwój}, \tag{2.2}$$

gdzie Z_1 jest całkowitą ilością zwojów uzwojenia sterującego S_{1A}.

Współczynnik k_d, określony wzorem jak poniżej, wynosi:

$$k_d = \frac{e_d}{i_q} \approx \frac{U_{wy\ max}}{i_q} = \frac{110}{2{,}4} = 46\ \Omega \tag{2.3}$$

(zakładamy, że w przybliżeniu $e_d \approx U_{wy\ max}$).

Wielkości stałych czasowych T_Σ i T_q określono na podstawie technicznej metody pomiaru oporności pozornej. Wynoszą one odpowiednio:

$$T_\Sigma = T_1 + 2T_1' = 3T_1 = 3 \cdot 0{,}00394 = 0{,}01182 \text{ sec}. \tag{2.4}$$

(Dwa uzwojenia stabilizacyjne amplidyny oraz uzwojenie sterujące amplidyny są identyczne).

$$T_q = 0{,}018 \text{ sec}. \tag{2.5}$$

2.1.1. Silnik napędzający amplidynę

Napęd amplidyny zrealizowano za pomocą silnika bocznikowego prądu stałego z dozwojeniem szeregowym. Jego schemat elektryczny uwidoczniony jest na rys. 14.

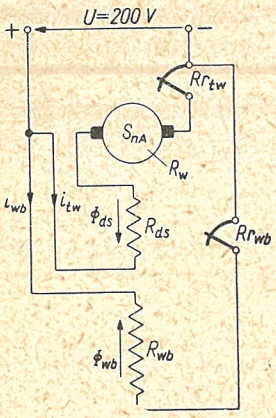
Dane znamionowe silnika przedstawiają się następująco:

Napięcie zasilania $U = 220$ V

Obroty znamionowe $n_n = 5000$ obr/min

Znamionowe natężenie prądu w wirniku $i_{twn} = 2{,}5$ A

Oporność czynna uzwojenia wzbudzenia $R_{wb} = 2000\ \Omega$
Znamionowe natężenie prądu wzbudzenia $i_{wbn} = 0{,}1$ A



Rys. 14. Schemat elektryczny silnika napędzającego amplidynę

Całkowita oporność rozruchowa w obwodzie twornika ($t = 0$) $Rr_{tw} = 120\ \Omega$

Oporność dozwojenia szeregowego $R_{ds} = 2\ \Omega$

Oporność wirnika $R_w = 1{,}2\ \Omega$.

Dla osiągnięcia znamionowej liczby obrotów (5000 obr/min) silnika — oprócz całkowitego zwarcia opornika Rr_{tw} — zwiększono oporność opornika regulacyjnego umieszczonego w obwodzie wzbudzenia silnika od wartości 0 do $Rr_{wb} = 220\ \Omega$.

Zadaniem dozwojenia szeregowego w obwodzie wirnika jest umożliwienie osiągnięcia przez silnik niemal zupełnej sztywności charakterystyki $n = f(i_{tw})$.

2.2. Układ serwomotor — opornik płynowy

Serwomotor działający na zasadzie przyrządu Deprez-d'Arsonvala stanowi napęd dla opornika płynowego, którego elektrody są sprzężone na jednym wale z twornikiem (ramką) serwomotoru (por. rys. 4). O wielkości wychylenia ramki serwomotoru, a tym samym głębokości zanurzenia elektrod, decyduje wartość napięcia obwodu wyjściowego amplidyny, do którego przyłączona jest ramka serwomotoru. Dla zmniejszenia oporności magnetycznej strumienia wzbudzenia w środku ramki umieszczony jest nieruchomy walec z materiału ferromagnetycznego.

2.2.1. Serwomotor

Dla większej przejrzystości dane charakterystyczne i obliczeniowe serwomotoru zestawione są wg parametrów elektrycznych i mechanicznych.

a. Parametry elektryczne

Ideowy schemat elektryczny serwomotoru zilustrowany jest na rys. 15.

Obwód wzbudzenia

Znamionowe napięcie zasilające $U_{wb} = 220$ V
Oporność czynna uzwojenia wzbudzenia $R_{wb} = 220\ \Omega$
Ustalone natężenie prądu obwodu wzbudzenia $i_{wb} = 1$ A

Obwód ramki serwomotoru

Oporność czynna uzwojenia ramki $R_{Rs} = 9{,}5\ \Omega$
Indukcyjność uzwojenia ramki $L_{Rs} = 0{,}21$ H

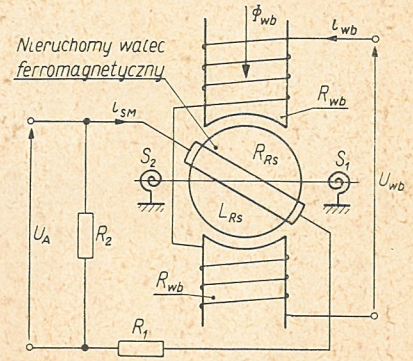
Oporność czynna połączona w szereg z uzwojeniem ramki serwomotoru (dla ograniczenia maksymalnego natężenia prądu ramki) $R_1 = 30\ \Omega$

Całkowita oporność czynna ramki serwomotoru $R_{SM} = R_{Rs} + R_1 = 39{,}5\ \Omega$

Natężenie prądu płynącego w uzwojeniu ramki, odpowiadające całkowitemu pogrążeniu elektrod opornika płynowego ($\alpha_n = \frac{\pi}{2}$), $i_{SMn} = 1{,}5$ A

Oporność czynna bocznikująca uzwojenie ramki, przewidziana do celów tłumienia elektrycznego, $R_2 = 60\ \Omega$

Stała czasowa całkowitego obwodu ramki serwomotoru:



Rys. 15. Ideowy schemat elektryczny laboratoryjnego modelu serwomotoru

$$T_{SM} = \frac{L_{Rs}}{R_1 + R_{Rs}} = \frac{0{,}21}{9{,}5 + 30} = 0{,}0053\ \text{sec.} \tag{2.6}$$

Współczynnik momentowy k_{SM} obliczony z warunku równowagi momentowej (momentu obrotowego ramki i momentu zwrotnego sprężyn), odpowiadający całkowitemu pogrążeniu elektrod opornika.

$$k_{SM} = \frac{M_{SMn}}{i_{SMn}} = \frac{M_{zw}}{i_{SMn}} = \frac{3}{1{,}5} = 2\ \text{kGm/A.} \tag{2.7}$$

b. Parametry mechaniczne

Maksymalny kąt zanurzenia elektrod opornika płynowego $\alpha_n = \frac{\pi}{2}$

Maksymalny moment zwrotny sprężyn S_1 i S_2 odpowiadający całkowitemu pogrążeniu elektrod — $M_{zw} = 3$ kGm

Jednostkowy moment zwrotny sprężyn

$$f = \frac{M_{zw}}{\alpha_n} = \frac{3}{\frac{\pi}{2}} = 1{,}9\ \text{kGm/rad} \tag{2.8}$$

Sprężyny S_1 i S_2 są zrealizowane jako płaskie sprężyny pięciozwojowe o przekroju 45×1 mm.

Do przybliżonego obliczenia momentu bezwładności ramki serwomotoru względem jej osi przyjęto, iż ramka składa się z dwu litych części nałożonych na siebie: miedzianej, którą reprezentuje uzwojenie ramki, oraz aluminiowej (właściwej ramki, w której umieszczone jest uzwojenie).

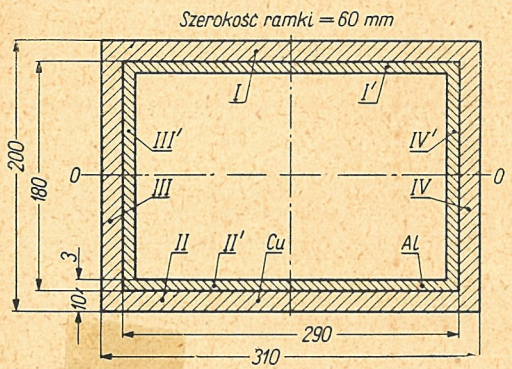
Wyidealizowany kształt ramki oraz jej wymiary uwidocznione są na rys. 16.

W wyniku szczegółowo przeprowadzonych obliczeń (w oparciu o rys. 16) wielkość momentu bezwładności całej ramki serwomotoru wynosi:

$$I_{1SM} = 377{,}3\ \mathrm{G\,cm\,sec^2}. \tag{2.9}$$

Moment bezwładności elektrod opornika płynowego łącznie z ciężarkami wyrównawczymi ma względem osi O—O wartość (zob. wzór 2.19):

$$I_{2SM} = 0{,}0097\ \mathrm{kGm\,sec^2}. \tag{2.10}$$



Rys. 16. Ramka serwomotoru — model uproszczony

Zgodnie z (2.9) i (2.10) całkowity moment bezwładności (z pominięciem momentu bezwładności płaskich sprężyn S_1 i S_2 jako bardzo małego) układu: serwomotor-opornik płynowy ma względem osi O—O wartość:

$$I_{SM} = I_{1SM} + I_{2SM} = 0{,}003773 + 0{,}0097 = 0{,}013473\ \mathrm{kGm\,sec^2/rad}. \tag{2.11}$$

Warunkiem, aby tłumienie w obwodzie mechaniczno-hydraulicznym (I_{SM}, k, f) układu serwomotor-opornik płynowy było typu krytycznego[1]), jest równość pierwiastków równania charakterystycznego następującego jednorodnego równania różniczkowego:

$$I_{SM}\frac{d^2\alpha}{dt^2} + k\frac{d\alpha}{dt} + f\alpha = 0. \tag{2.12}$$

Równanie charakterystyczne równania (2.12) ma postać:

$$I_{SM}r^2 + kr + f = 0. \tag{2.13}$$

Z warunku równości pierwiastków r_1 i r_2 ($\Delta = 0$) otrzymujemy:

$$k^2 - 4I_{SM}f = 0, \tag{2.14}$$

czyli

$$k = 2\sqrt{I_{SM}f}. \tag{2.15}$$

Na mocy (2.8), (2.11) i (2.15) mamy:

$$k = 2\sqrt{1{,}9 \cdot 0{,}013473} = 0{,}32\ \mathrm{kGm\,sec/rad}. \tag{2.16}$$

[1]) W układzie laboratoryjnym takie tłumienie jest zrealizowane.

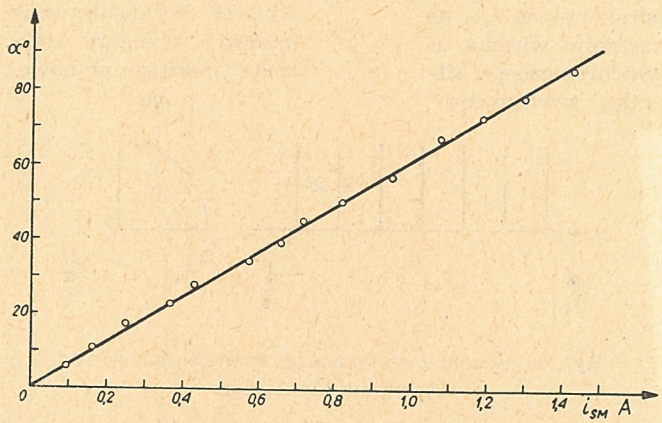
Stała T_{SMm} wynosi:

$$T_{SMm} = \frac{I_{SM}}{k} = \frac{0{,}013473}{0{,}32} = 0{,}042\,\text{sec.} \tag{2.17}$$

Stała T_{SMs} ma wartość:

$$T_{SMs} = \frac{k}{f} = \frac{0{,}32}{1{,}9} = 0{,}168\,\text{sec.} \tag{2.18}$$

Na rysunku 17 przedstawiona jest charakterystyka $\alpha = f(i_{SM})$ serwomotoru. Odczytów poszczególnych wielkości pomiarowych dokonywano oczywiście dla stanów ustalonych serwomotoru. Jak widać z rys. 17, postulat liniowości serwomotoru jako elementu układu samoczynnej regulacji jest spełniony.



Rys. 17. Charakterystyka $\alpha = f(i_{SM})$ serwomotoru

2.2.2. Opornik płynowy

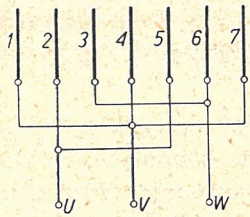
W laboratoryjnym modelu układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy pracuje siedmioelektrodowy opornik płynowy. Sposób przyłączenia elektrod opornika do zacisków wirnika silnika asynchronicznego uwidoczniony jest na rys. 18.

Elektrolit stanowi wodny roztwór sody Na_2CO_3 o stężeniu 4%. (Oporność właściwa elektrolitu o takim stężeniu — 4% i temperaturze 40 °C wyraża się liczbą $2{,}7 \cdot 10^5\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$). Wymiary geometryczne jednej elektrody (o wyidealizowanym kształcie) opornika płynowego unaocznia rys. 19.

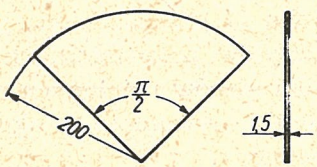
Układ elektrod opornika płynowego jest wyważony pod względem statycznym. Równowagę statyczną elektrod zapewniają umieszczone w odpowiedniej odległości od osi O—O dwa jednakowe ciężarki G_1 i G_2 — rys. 20. Ciężar jednego ciężarka wynosi 1 kG.

Sumaryczny moment bezwładności układu elektrod opornika płynowego i ciężarków wyrównawczych G_1 i G_2 względem osi O—O ma wartość (nie zamieszcza się tutaj elementarnych obliczeń):

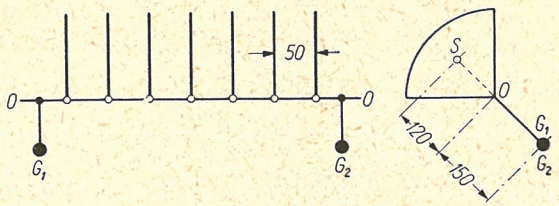
$$I_{2SM} = I_{be} + I_{G1+G2} = 0{,}0097 \text{ kGm sec}^2. \tag{2.19}$$



Rys. 18. Sposób przyłączania elektrod opornika płynowego do zacisków wirnika asynchronicznego silnika wyciągowego



Rys. 19. Wyidealizowany kształt i wymiary elektrody opornika płynowego



Rys. 20. Schemat statycznego wyważenia elektrod opornika płynowego

Obliczenia zostały dokonane w oparciu o założenie, że promień elektrody opornika płynowego jest stały. Ogólnie rzecz biorąc aktualna oporność opornika płynowego — R_2 odpowiadająca kątowi zanurzenia elektrod α dla dowolnego kształtu elektrody określona jest wzorem:

$$R_2 = \frac{l_p}{\gamma \frac{1}{2} \int_0^{\alpha} r^2(\alpha)\, d\alpha}, \tag{2.20}$$

gdzie:

r — promień elektrody odpowiadający kątowi zanurzenia α,

γ — przewodność elektrolitu,

l_p — długość przewodzenia (odległość między elektrodami załączonymi do dwu faz wirnika).

(Wyrażenie $\frac{1}{2} \int_0^{\alpha} r^2(\alpha)\, d\alpha$ — reprezentuje aktualną powierzchnię zanurzenia).

Jeżeli chcemy, aby oporność R_2 zmieniała się według wzoru (1.25), to funkcja $r = f(\alpha)$ określająca kształt elektrod opornika płynowego musi spełniać równanie:

$$\frac{kR_{20}}{\alpha R_{20} + k} = \frac{l_p}{\frac{1}{2}\gamma \int_0^{\alpha} r^2(\alpha)\, d\alpha}. \tag{2.21}$$

Jest to równanie całkowe, w którym funkcja nieznana $r(\alpha)$ występuje w kwadracie.

Rezygnując z przybliżonego rozwiązania równania całkowego (2.21) przyjęto w obliczeniach, iż promień elektrody jest stały (założenie to nie odbiega bardzo od rozwiązania teoretycznego).

W praktyce elektrody zaopatrzone są w ostrza („nosy") nie wynurzające się z elektrolitu przy wyłączaniu rozrusznika (dla $\alpha = 0$ $R_2 = R_{20}$). Rysunek 19 przedstawia właśnie wyidealizowany kształt (ze względu na prostotę obliczeń) elektrody opornika płynowego mający postać wycinka kołowego.

2.3. Asynchroniczny silnik wyciągowy

Dane znamionowe silnika wyciągowego pracującego w laboratoryjnym układzie samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy przedstawiają się następująco:

Moc znamionowa $P_n = 18$ kW

Napięcie zasilania $U_n = 380/220$ V (silnik pracujący w układzie gwiazdy)

Obroty znamionowe $n_n = 980$ obr/min

Znamionowe natężenie prądu w stojanie $I_{1n} = 37{,}5/65$ A人/Δ

Napięcie wirnika ($\sigma = 1$) $U_{2n} = 180$ V

Natężenie prądu w wirniku $I_{2n} = 60$ A

Oporność czynna fazy stojana $R_1 = 0{,}4$ Ω/fazę

Oporność czynna fazy wirnika $R_2 = 0{,}182$ Ω/fazę

Moment znamionowy silnika $M_n = 18$ kGm

Obroty synchroniczne $n_s = 1000$ obr/min

Poślizg znamionowy $\sigma_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = 0{,}02$

Moment maksymalny $M_{max} = 28{,}7$ kGm

Znamionowy poślizg utyku (dla oporności własnej wirnika) $\sigma_{un} = 0{,}064$

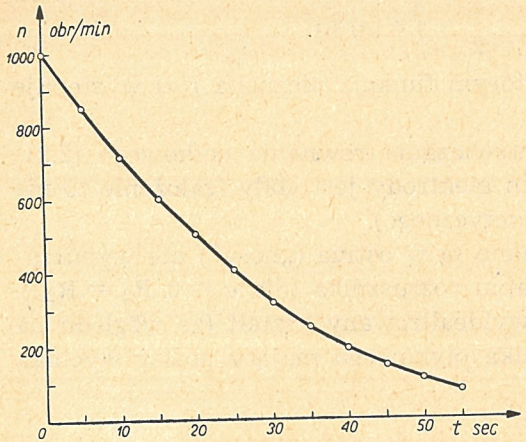
Oporność indukcyjna rozproszenia wirnika (zob. 1.32)

$$X_2 = \frac{R_2}{\sigma_{un}} \quad \frac{0{,}182}{0{,}064} = 2{,}84\ \Omega.$$

Do wyznaczenia momentu bezwładności wirnika silnika asynchronicznego oraz wszystkich elementów zaklinowanych na jego wale (np. tarcza

hamulcowa) posłużymy się wykresem wolnego wybiegu silnika asynchronicznego.

Wykres wolnego wybiegu asynchronicznego silnika wyciągowego zamieszczony jest na rys. 21.



Rys. 21. Wykres wolnego wybiegu asynchronicznego silnika wyciągowego

Równanie równowagi dynamicznej dla okresu wolnego wybiegu ma postać ($M_e \simeq 0$):

$$-M_{st} = I\frac{d\omega}{dt}, \qquad (2.22)$$

gdzie:

I — moment bezwładności kGm sec^2,

M_{st} — moment oporów statycznych kGm.

Niech P_{st} oznacza moc (w kW) na wale silnika zużywaną na pokonanie oporów statycznych M_{st}. Moc ta równa jest mocy, jaką silnik pobiera z sieci, pomniejszonej o elektryczne straty mocy w jego stojanie i w wirniku.

Możemy napisać:

$$M_{st} = \frac{102\,P_{st}}{\omega_{st}}, \qquad (2.23)$$

gdzie ω_{st} jest ustaloną prędkością kątową odpowiadającą obciążeniu M_{st}.

Zakładając na pewnym krótkim odcinku (zwykle w górnej części) wykresu wolnego wybiegu, iż:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}, \qquad (2.24)$$

otrzymamy w oparciu o (2.22), (2.23) i (2.24):

$$I = \frac{102\,P_{st}}{\omega_{st}}\left|\frac{\Delta t}{\Delta\omega}\right|. \qquad (2.25)$$

Moc statyczna P_{st} biegu jałowego na podstawie pomiarów (po uwzględnieniu strat mocy w stojanie i wirniku) wynosi:

$$P_{st} = 0{,}56\ \text{kW}.$$

Ze względu na równość przybliżoną: $\omega_{st} \approx \omega_n$, otrzymujemy na ω_{st} wartość: