$$\omega_n = \omega_{st} = \frac{\pi n_n}{30} = \frac{\pi \cdot 980}{30} = 102{,}5 \text{ rad/sec.} \tag{2.26}$$

Biorąc pod uwagę początkowy odcinek wykresu wolnego wybiegu określony następującymi przedziałami zmiennych t i ω:

$\Delta t = 5$ sec przedział (0—5),

$|\Delta n| = 150$ obr/min przedział (980—830),

$|\Delta\omega| = \frac{150\pi}{30} = 15{,}7$ rad/sec,

na podstawie (2.25) otrzymujemy na moment bezwładności I wartość

$$I = \frac{102 \cdot 0{,}56}{102{,}5} \cdot \frac{5}{15{,}7} = 0{,}178 \text{ kGm sec}^2. \tag{2.27}$$

Synchroniczna prędkość kątowa wynosi:

$$\omega_s = \frac{\pi n_s}{30} = \frac{\pi \cdot 1000}{30} = 104{,}5 \text{ rad/sec.} \tag{2.28}$$

Stała czasowa T_{AS} zgodnie z równaniem (1.18) wynosi:

$$T_{AS} = \frac{J\omega_n}{M_n} = \frac{0{,}178 \cdot 102{,}5}{18} = 1{,}01 \text{ sec.} \tag{2.29}$$

Stała γ zgodnie z równaniem (1.34) ma wartość:

$$\gamma = \frac{M_n R_w \frac{\pi}{2} \omega_s}{2M_{max} X_2 (\omega_s - \omega_n)} = \frac{18 \cdot 0{,}182 \frac{\pi}{2} 104{,}5}{2 \cdot 28{,}7 \cdot 2{,}84 (104{,}5 - 102{,}5)} = 1{,}65. \tag{2.30}$$

Stała δ ma na podstawie równania (1.35) wartość:

$$\delta = \frac{2M_{max} X_2 \alpha_n \omega_n}{R_w \frac{\pi}{2} \omega_s M_n} = \frac{2 \cdot 28{,}7 \cdot 2{,}84 \frac{\pi}{2} 102{,}5}{0{,}182 \frac{\pi}{2} 104{,}5 \cdot 18} = 48{,}8. \tag{2.31}$$

2.4. Prądniczka tachometryczna (miernik prędkości rzeczywistej)

Prądniczkę tachometryczną, której schemat elektryczny uwidoczniony jest na rys. 22, pracującą w laboratoryjnym układzie amplidynowego regulatora jazdy, stanowi obcowzbudny generator.

Dane znamionowe tachogeneratora są następujące:

Obwód wzbudzenia

Napięcie zasilania uzwojenia wzbudzenia $U_{wbTG} = 120$ V

Oporność czynna uzwojenia wzbudzenia $R_{TG} = 1800\ \Omega$

Ustalone natężenie prądu w obwodzie wzbudzenia $i_{wbTG} = 0{,}066$ A.

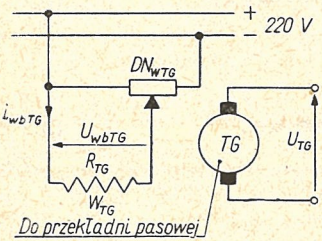
Obwód twornikowy

Obroty znamionowe tachogeneratora odpowiadające obrotom znamionowym silnika asynchronicznego $n_{nTG} = 3920$ obr/min

Napięcie wyjściowe odpowiadające obrotom znamionowym n_{nTG}

$U_w = U_{TG} = 160$ V

Zasilanie uzwojenia wzbudzenia prądniczki tachometrycznej zrealizowane jest za pomocą potencjometrycznego dzielnika napięcia DN_{WTG} 120/220 V — 500/920 Ω. Twornik tachogeneratora napędzany jest za pośrednictwem przekładni pasowej od wału asynchronicznego silnika wyciągowego. Wielkość przeniesienia określona jest stosunkiem



Rys. 22. Schemat elektryczny laboratoryjnego modelu prądniczki tachometrycznej

$$1 : 4\left(\frac{n_n}{n_{nTG}}\right).$$

Wartość współczynnika k_{TG} zdefiniowanego wzorem (1.41) wynosi:

$$k_{TG} = \frac{U_{TG}}{\omega_n} = \frac{160}{102{,}5} = 156 \text{ V sec/rad} \qquad (2.32)$$

[ω_n oznacza znamionową prędkość kątową asynchronicznego silnika wyciągowego, zob. wzór (2.26)].

2.5. Wzmacniacz lampowy typu push-pull

Wzmocnienie wypadkowej siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniach wtórnych transformatorów stabilizacyjnego i przyspieszeniowego Tr_1 i Tr_2 realizuje w laboratoryjnym układzie amplidynowego regulatora jazdy wzmacniacz lampowy W pracujący w układzie przeciwsobnym, w klasie A.

Schemat ideowy układu transformator stabilizacyjny-wzmacniacz lampowy zamieszczony jest na rys. 5.

Zastosowanie wzmacniacza lampowego umożliwia transformatorom stabilizacyjnemu i przyspieszeniowemu Tr_1 i Tr_2 pracę na biegu jałowym ($R_z = \infty$).

Charakterystykę $i_a = f(U_s)$ wzmacniacza lampowego typu push-pull przedstawia rys. 23.

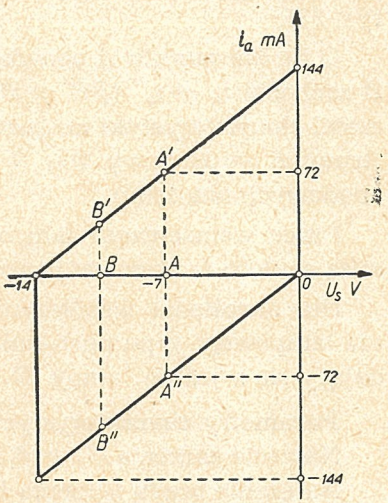
Wzmacniacz lampowy zbudowany jest na dwóch lampach pentodowych EL 12. Pełnemu wysterowaniu siatek wynoszącemu — 7 V odpowiada prąd anodowy ± 72 mA (pkt A, rys. 23).

Schemat połączenia wzmacniacza lampowego z uzwojeniami stabilizacyjnymi S_{3A} i S_{4A} amplidyny i uzwojeniami wtórnymi transformatorów Tr_1 i Tr_2 ilustruje rys. 24.

Z rysunku 24 widoczne jest, że sterowanie czynnych siatek obu lamp elektronowych dokonuje się napięciem (siłą elektromotoryczną) indukowanym w szeregowo połączonych (o zgodnym kierunku magnesowania) wtórnych uzwojeniach transformatorów Tr_1 i Tr_2.

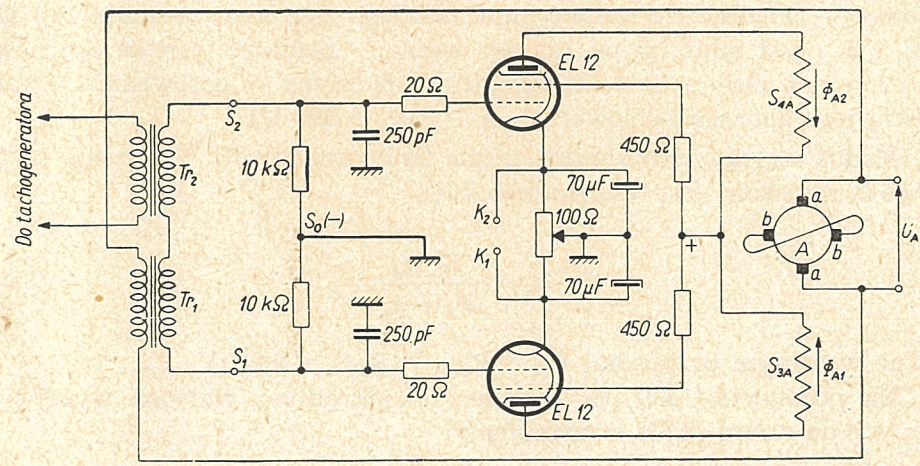
Punkt pracy A dobrany jest za pomocą oporników 10 kΩ (S_0 jest połączone z ziemią).

Dokładne wyregulowanie napięcia siatek sterujących względem katody umożliwia potencjometr 100 Ω. Połączene uzwojeń stabilizacyjnych amplidyny do anod obu lamp wzmacniacza jest tak zrealizowane, aby wytworzane w nich strumienie Φ_{A1} i Φ_{A2} były skierowane przeciwnie.



Rys. 23. Wyidealizowana charakterystyka $i_a = f(U_s)$ wzmacniacza lampowego typu push-pull

W momencie pojawienia się w obwodzie wtórnym transformatorów stabilizacyjnego i przyspieszeniowego siły elektromotorycznej potencjały



Rys. 24. Schemat połączenia wzmacniacza lampowego z uzwojeniami wtórnymi transformatorów Tr_1 i Tr_2 i stabilizacyjnymi S_{3A} i S_{4A} amplidyny A

siatek sterujących obu lamp względem katody przestają być jednakowe; potencjał jednej siatki wzrasta, drugiej natomiast maleje. Efektem tego jest ustalenie się nowego punktu pracy obu lamp, np. w punkcie B (zob. rys. 23).

O ile dla punktu A obowiązywało $i_a' = i_a''$ ($AA'' = AA'$), to dla punktu B zachodzi $i_a' \neq i_a''$ ($BB' \neq BB''$). Przy założeniu pracy na prostoliniowej części charakterystyki magnesowania uzwojeń stabilizacyjnych amplidyny strumień wypadkowy $\Phi_{A1} \hat{+} \Phi_{A2}$ jest proporcjonalny do różnicy prądów anodowych obu lamp.

Praca wzmacniacza lampowego w układzie przeciwsobnym zapewnia dużą czułość w sterowaniu uzwojeń stabilizacyjnych amplidyny.

Dla określenia współczynnika wzmocnienia napięciowego wzmacniacza lampowego typu push-pull wystarczy rozpatrzyć układ zastępczy składający się z jednej lampy EL 12.

Parametry charakterystyczne lampy EL 12 są następujące:
Napięcie żarzenia $U_ż = 6{,}3$ V
Natężenie prądu żarzenia $I_ż = 1{,}2$ A
Napięcie anodowe $U_a = 250$ V
Napięcie siatki sterującej $U_s = -7$ V
Natężenie prądu anodowego $i_a = 72$ mA
Nachylenie charakterystyki natężenia prądu anodowego $S_a = 15$ mA/V
Oporność wewnętrzna lampy $\varrho_a = 30$ kΩ
Współczynnik amplifikacji lampy $K_a = 300$.

Zakładając, że napięcie siatki zmienia się okresowo i że częstotliwość zmian nie przekracza $f = 5$ Hz (co jest praktycznie zupełnie uzasadnione), można — wiedząc, że indukcyjność każdego uzwojenia stabilizacyjnego S_{3A} i S_{4A} jest mniejsza od jednego henra — pominąć wartość oporności indukcyjnej uzwojenia stabilizacyjnego amplidyny w porównaniu z wartością jego oporności omowej ($R_{S3A} = R_{S4A} = 200$ Ω).

Moduł współczynnika wzmocnienia napięciowego dla obciążenia czynnego k_u określony jest wzorem [zob. 57]:

$$k_u = \frac{K_a R_A}{R_A + \varrho_a}, \tag{2.33}$$

gdzie w naszym przypadku $R_A = R_{S3A} = R_{S4A} = 200$ Ω.

Na podstawie (1.40) po wstawieniu konkretnych wartości wyżej podanych do wzoru (2.33) otrzymujemy:

$$k_w = \frac{K_a R_A}{R_A + \varrho_a} = \frac{300 \cdot 200}{30000 + 200} = 2. \tag{2.34}$$

2.6. Transformator stabilizacyjny (przyspieszeniowy)

W oparciu o obliczone i podane w poprzednich rozdziałach (2.1 ÷ 2.5) charakterystyczne wielkości elementów układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy można korzystając z reguły Neumarka [37] przystąpić do określenia strefy zmienności parametru stabilizacyjnego (stałej czasowej) transformatora stabilizacyjnego, przyspieszeniowego, w której układ laboratoryjny samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy jest stabilny.

Zgodnie ze wzorem (1.56) mianownik przepustowości operatorowej $G_R(p)$ układu automatycznej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy określony jest wzorem:

$$N(p) = \frac{1}{A}(1+pT_\Sigma)(1+pT_q)(1+pT_{SM})\left(p^2+\frac{1}{T_{SMm}}p+\frac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)\times$$
$$\times\left(1+p\frac{T_{AS}}{\delta}\right)(1+pT_I)+\frac{B}{A}pT_I(1+pT_{SM})\left(p^2+\frac{1}{T_{SMm}}p+\frac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)\times$$
$$\times\left(1+p\frac{T_{AS}}{\delta}\right)+k_{TG}[1+pT_I(1+k_w)]. \qquad (2.35)$$

Wartości współczynników A i B zgodnie ze wzorami (1.54) i (1.55) wynoszą:

$$A=\frac{\omega_n Z_1 k_q k_d k_{SM}}{\gamma\delta R_1 R_q k R_{SM} T_{SMm}}=\frac{102{,}5\cdot 1200\cdot 0{,}136\cdot 46\cdot 2}{1{,}65\cdot 48{,}8\cdot 200\cdot 4\cdot 0{,}32\cdot 39{,}5\cdot 0{,}042}=45; \qquad (2.36)$$

$$B=\frac{Z_1 k_w k_q k_d}{R_1 R_q}=\frac{1200\cdot 2\cdot 0{,}136\cdot 46}{200\cdot 4}=18{,}8. \qquad (2.37)$$

Wartości wszystkich stałych czasowych występujących we wzorze (2.35) oraz wartość δ zostały obliczone w rozdziałach 2.1 ÷ 2.5.

Przyrównując $N(p)$ do zera otrzymamy na T_I następujące wyrażenie:

$$T_I(p)=-\frac{\left[\frac{1}{A}(1+pT_\Sigma)(1+pT_q)(1+pT_{SM})\left(p^2+\frac{1}{T_{SMm}}p+\frac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)\times\left(1+p\frac{T_{AS}}{\delta}\right)+k_{TG}\right]}{\left[\frac{1}{A}p(1+pT_\Sigma)(1+pT_q)(1+pT_{SM})\left(p^2+\frac{1}{T_{TMm}}p+\frac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)\times\left(1+p\frac{T_{AS}}{\delta}\right)+\frac{B}{A}p(1+pT_{SM})\left(p^2+\frac{1}{T_{SMm}}p+\frac{1}{T_{SMm}T_{SMs}}\right)\times\left(1+p\frac{T_{AS}}{\delta}\right)+k_{TG}p(1+k_w)\right]} \qquad (2.38)$$

Wstawiając do wzoru (2.38) na stałe czasowe współczynniki A, B, δ, k_{TG} i k_w odpowiednie wartości i porządkując wg kolejnych potęg operatora p otrzymamy:

$$T_I(p) = -\frac{\left[\begin{array}{c} 5{,}13 \cdot 10^{-10} p^6 + 20{,}59 \cdot 10^{-8} p^5 + 28{,}81 \cdot 10^{-6} p^4 + 18{,}28 \cdot 10^{-4} p^3 + \\ + 5{,}453 \cdot 10^{-2} p^2 + 0{,}697\, p + 4{,}68 \end{array}\right]}{\left[\begin{array}{c} 5{,}13 \cdot 10^{-10} p^7 + 20{,}59 \cdot 10^{-8} p^6 + 74{,}31 \cdot 10^{-6} p^5 + \\ + 137{,}18 \cdot 10^{-4} p^4 + 73{,}549 \cdot 10^{-2} p^3 + 12{,}182\, p^2 + 67{,}10\, p \end{array}\right]}. \tag{2.39}$$

Podstawiając we wzorze (2.39) $p = j\omega$ otrzymujemy:

$$T_I(j\omega) = \frac{\left[\begin{array}{c} 5.13 \cdot 10^{-10} \omega^6 - 20{,}59 \cdot 10^{-8} j\omega^5 - 28{,}81 \cdot 10^{-6} \omega^4 + 18{,}28 \cdot 10^{-4} j\omega^3 + \\ + 5{,}453 \cdot 10^{-2} \omega^2 - 0{,}697\, j\omega - 4{,}68 \end{array}\right]}{\left[\begin{array}{c} - 5{,}13 \cdot 10^{-10} j\omega^7 - 20{,}59 \cdot 10^{-8} \omega^6 + 74{,}31 \cdot 10^{-6} j\omega^5 + \\ + 137{,}18 \cdot 10^{-4} \omega^4 - 73{,}549 \cdot 10^{-2} j\omega^3 - 12{,}182\, \omega^2 + 67{,}10\, j\omega \end{array}\right]}. \tag{2.40}$$

Na rysunku 25 zamieszczony jest wykres $T_I(j\omega)$ na płaszczyźnie zespolonej Gaussa.

Z wykresu tego w oparciu o wnioski płynące z reguły Neumarka wynika, że strefa właściwego doboru parametru stabilizacyjnego (stałej czasowej transformatora stabilizacyjnego przyspieszeniowego) rozciąga się w przedziale $(0, \infty)$ $Re\,[T_I(j\omega)]$. Innymi słowy kształt krzywej $T_I(j\omega)$ implikuje zupełną dowolność w wyborze stałej czasowej transformatora stabilizacyjnego przyspieszeniowego.

W celu zapewnienia układowi optymalnej stabilizacji najkorzystniejsza byłaby ciągła, automatyczna regulacja parametru stabilizacyjnego (stałej czasowej transformatora stabilizacyjnego, przyspieszeniowego) w zależności od wielkości aktualnych zaburzeń istniejących w obwodach stabilizacyjnych. Można by to osiągnąć przez samoczynną, ciągłą regulację wielkości oporności czynnej włączonej szeregowo w obwodach pierwotnych omawianych transformatorów, odpowiednio do istniejących zaburzeń.

W układzie laboratoryjnym wielkości stałych czasowych obu transformatorów są stałe.

Wykonanie laboratoryjne obu transformatorów (stabilizacyjnego i przyspieszeniowego) jest identyczne.

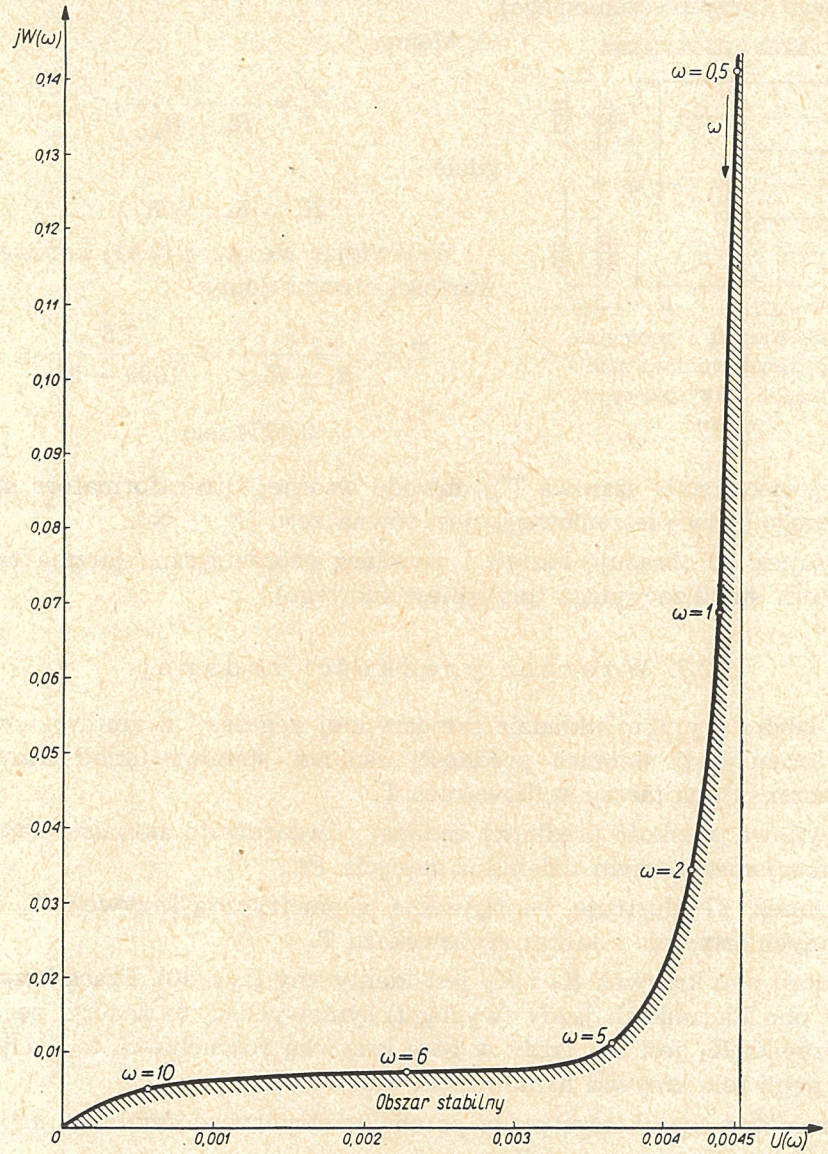
Dane charakterystyczne jednofazowego transformatora stabilizacyjnego (przyspieszeniowego) objęte są poniższym zestawieniem:

Przekładnia $p = 1$

Ilość zwojów $W_1 = W_2 = 2000$

Średnica miedzianego drutu nawojowego $\phi = 0{,}6$ mm

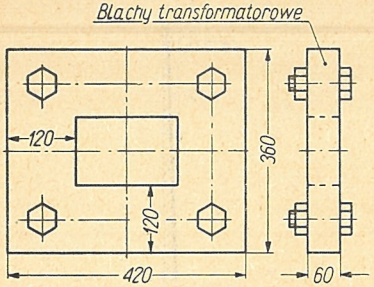
Oporność czynna uzwojenia pierwotnego (wtórnego) $R'_1 = R_2 = 55\ \Omega$
Indukcyjność uzwojenia pierwotnego (wtórnego) $L_1 = L_2 = 7{,}8$ H.



Rys. 25. Wykres funkcji $T_I(j\omega)$

Pracę na względnie niskich nasyceniach umożliwia połączona w szereg z uzwojeniem pierwotnym transformatora stabilizacyjnego (przyspieszeniowego) oporność czynna R_{Tr1} (R_{Tr2}). Wielkość tej oporności wynosi $R_{Tr1} = R_{Tr2} = 1000\ \Omega$.

W oparciu o wyżej wyszczególnione dane możemy określić stałą czasową całkowitego obwodu uzwojenia pierwotnego transformatora stabilizacyjnego (przyspieszeniowego).



Rys. 26. Kształt i geometria jarzma transformatora stabilizacyjnego (przyspieszeniowego)

Mamy:

$$T_I = \frac{L_1}{R_1' + R_{Tr1}}, \tag{2.41}$$

gdzie

$$R_1' + R_{Tr1} = R_1.$$

Wstawiając we wzór (2.41) konkretne wartości otrzymujemy:

$$T_I = \frac{L_1}{R_1' + R_{Tr1}} = \frac{7{,}8}{1000 + 55} =$$

$$= 0{,}0074 \text{ sec.} \tag{2.42}$$

Oczywiście stała czasowa T'_{II} obwodu wtórnego transformatora stabilizacyjnego (przyspieszeniowego) jest równa zeru ($R_z = \infty$).

Rysunek 26 obrazuje kształt i wymiary geometryczne jarzma transformatora stabilizacyjnego (przyspieszeniowego).

2.7. Wzorzec prędkości zadanej

W laboratoryjnym układzie samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy wzorzec prędkości zadanej stanowi układ krzywek umieszczonych na tarczy szybowskazu T.

Chwilową wielkość prędkości zadanej odwzorowuje aktualne napięcie na potencjometrycznym dzielniku napięcia Pt.

Rysunek 27 ilustruje konfigurację geometryczną krzywek K_1 i K_2 związanych sztywnie z tarczą szybowskazu T.

Kształt obu krzywek K_1 i K_2 jest identyczny (rys. 28). Praca krzywek jest w obu kierunkach jazdy (wyciągu) symetryczna, to znaczy, że o ile np. krzywka K_1 jest dla jazdy w górę krzywką rozruchową, to dla jazdy w dół pełni rolę krzywki hamowania i vice versa.

Parametry charakterystyczne potencjometrycznego dzielnika napięcia Pt przedstawiają się następująco:

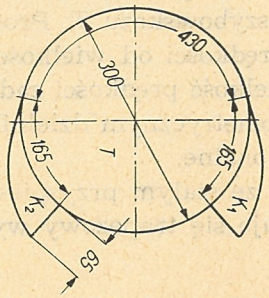
Napięcie zasilające potencjometr (maksymalne) $U_{Pt} = U_{dk} = 160$ V

Całkowita oporność czynna $R_{Pt} = 320\ \Omega$

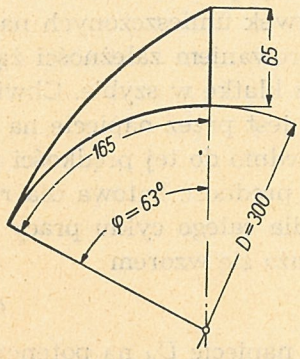
Średnica drutu oporowego (nikielina) $\phi = 0{,}5$ mm.

Kształt i wymiary potencjometrycznego dzielnika napięcia Pt zilustrowane są na rys. 29.

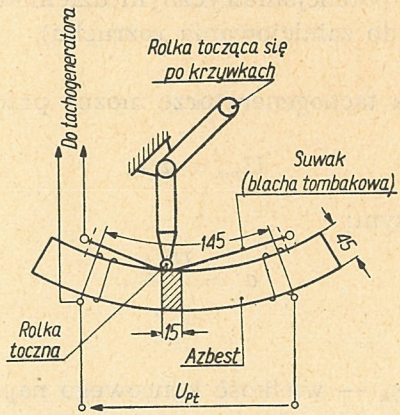
Rysunek 30 uwidacznia układ przenoszenia mechanicznego pomiędzy tarczą szybowskazu T (z umieszczonymi na niej krzywymi K_1 i K_2) a potencjometrycznym dzielnikiem napięcia Pt.



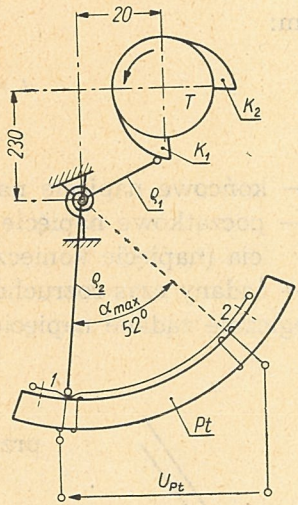
Rys. 27. Konfiguracja geometryczna krzywek K_1 i K_2 umieszczonych na tarczy szybowskazu T



Rys. 28. Profil krzywki $K_1(K_2)$ w skali 1 : 5



Rys. 29. Kształt i wymiary potencjometrycznego dzielnika napięcia — Pt



Rys. 30. Układ przenoszenia mechanicznego pomiędzy tarczą szybowskazu T a potencjometrycznym dzielnikiem napięcia Pt (rysunek poglądowy)
1, 2 oznaczają skrajne położenia dźwigni ϱ_2

Potencjometryczny dzielnik napięcia Pt zasilany jest ze źródłowego dzielnika napięcia DN_{Pt} 160/220 V, 300/500 Ω.

2.8. Określenie przebiegu teoretycznego prędkości rzeczywistej

Wiemy z poprzednich rozważań, że wzorzec prędkości zadanej stanowi układ krzywek umieszczonych na tarczy szybowskazu T. Profil krzywek jest odwzorowaniem zależności żądanej prędkości od wielkości przebytej drogi przez klatkę w szybie. Chwilowa wielkość prędkości zadanej reprezentowana jest przez napięcie na potencjometrycznym dzielniku napięcia Pt, odpowiednio do tej prędkości proporcjonalne.

Żądana prędkość kątowa dla rozruchu ze stałym przyspieszeniem kątowym ε (dla całego cyklu pracy przyjmuje się trapezowy wykres prędkości) wyraża się wzorem

$$\omega = \varepsilon t. \tag{2.43}$$

Żądane napięcie U_d na potencjometrycznym dzielniku napięcia można wyrazić z uwagi na (2.43) następująco:

$$U_d = U_{d0} + at, \tag{2.44}$$

przy czym:

$$a = \frac{U_{dk} - U_{d0}}{t_1}, \tag{2.45}$$

gdzie:

U_{dk} — końcowe napięcie na potencjometrycznym dzielniku napięcia,

U_{d0} — początkowe napięcie na potencjometrycznym dzielniku napięcia (napięcie konieczne do zainicjowania rozruchu),

t_1 — żądany czas rozruchu.

Analogicznie żądane napięcie na tachogeneratorze można przedstawić wzorem:

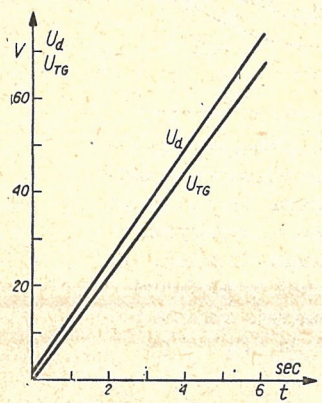
$$U_{TG} = a_i t, \tag{2.46}$$

przy czym:

$$a_i = \frac{U_{TGk}}{t_1}, \tag{2.47}$$

gdzie:

U_{TGk} — wielkość końcowego napięcia na tachogeneratorze.



Rys. 31. Wykresy żądanych napięć $U_d(t)$ i $U_{TG}(t)$

Rysunek 31 przedstawia w sposób poglądowy zależności U_d i U_{TG} od czasu.

Wielkość aktualnie (w czasie od 0 do t) przebytej drogi kątowej β w okresie rozruchu wynosi na mocy (2.43):

$$\beta = \int_0^t \omega(t)\,dt = \frac{1}{2}\varepsilon t^2, \tag{2.48}$$

stąd

$$t = \sqrt{\frac{2\beta}{\varepsilon}}. \tag{2.49}$$

Wstawiając (2.49) w (2.44) otrzymujemy zależność żądanego napięcia potencjometrycznego od drogi kątowej:

$$U_d = U_{d0} + a\sqrt{\frac{2\beta}{\varepsilon}}. \tag{2.50}$$

W laboratoryjnym wykonaniu przyjęto:

$$U_{d0} = 0{,}16\,U_{st\,max} = 0{,}16 \cdot 10 = 1{,}6\ \text{V}. \tag{2.51}$$

Przyjmując $t_1 = 14$ sec oraz wiedząc, że $\omega_n = 102{,}5$ sec, mamy zgodnie z (2.43):

$$\varepsilon = \frac{\omega_n}{t_1} = \frac{102{,}5}{14} = 7{,}32\ \frac{1}{\text{sec}^2}. \tag{2.52}$$

Na podstawie (2.45) i (2.51) otrzymujemy:

$$a = \frac{U_{dk} - U_{d0}}{t_j} = \frac{160 - 1{,}6}{14} = 11{,}32\ \text{V/sec}. \tag{2.53}$$

Wstawiając (2.51), (2.52) i (2.53) do (2.50) otrzymujemy:

$$U_d = 1{,}6 + 5{,}92\sqrt{\beta}. \tag{2.54}$$

Początkowy fragment (obrano większą skalę ze względu na lepszą czytelność) zależności (2.54) zilustrowany jest na rys. 32.

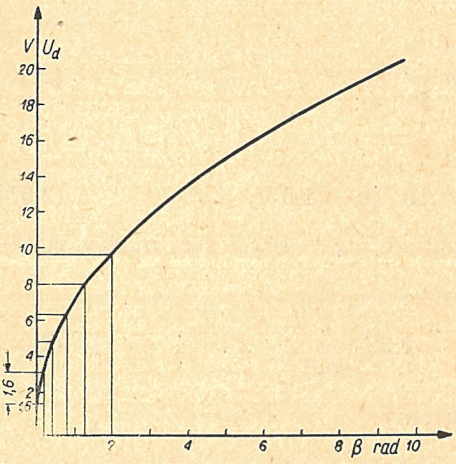
Wstawiając do wzoru (1.56) obliczone w rozdziałach 2.1 ÷ 2.6 wartości wszystkich stałych czasowych i współczynników A, B, δ, k_w, k_{TG} oraz porządkując wg kolejnych potęg operatora p, otrzymamy na przepustowość operatorową $G_R(p)$ układu regulacyjnego następujące wyrażenie:

$$G_R(p) = \frac{\omega(p)}{U_d(p)} = \frac{1 + 0{,}0074\,p}{\left[\begin{array}{c} 3{,}79 \cdot 10^{-12} p^7 + 19{,}5 \cdot 10^{-10} p^6 + 72{,}4 \cdot 10^{-8} p^5 + \\ +125{,}1 \cdot 10^{-6} p^4 + 67{,}3 \cdot 10^{-4} p^3 + 13{,}79 \cdot 10^{-2} p^2 + \\ + 2{,}11\,p + 4{,}68 \end{array}\right]}. \tag{2.55}$$

Dokładne określenie $\omega(t)$ (na podstawie wzorów Heaviside'a) z relacji (2.55) nie jest możliwe, gdyż U_d jest bezpośrednio pierwiastkową funkcją drogi kątowej β [zob. (2.54)], a nie czasu t.

W celu przybliżonego określenia $\omega(t)$ postępujemy w następujący sposób:

Dzielimy krzywą $U_d(\beta)$ na n równych części (rys. 32) (im n większe, tym wynik dokładniejszy) przyjmując w ten sposób stałą wielkość wymuszenia napięciowego $\frac{U_{d\,max}}{n}$ działającego w poszczególnych przedziałach krzywej. Przy takim założeniu możemy w oparciu o (2.55) określić przebieg krzywej $\Delta\omega(t)$ w poszczególnych przedziałach stałego i równego wymuszenia napięciowego.



Rys. 32. Początkowy fragment wykresu funkcji $U_d(\beta)$ w większej skali

Czas t_i, po jakim następuje przeskok na następny $(i+2)$ stopień dzielnika napięć Pt, można każdorazowo określić z zależności:

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} \Delta\omega_i(t)\,dt = \Delta\beta_i \qquad (2.56)$$

$$i = 1, 2, 3, \ldots, n,$$

gdzie: $\Delta\beta_i$ jest i-tym przyrostem drogi kątowej odpowiadającym $(i+1)$-mu stopniowi stałego wymuszenia napięcia (pierwszym stałym wymuszeniem napięciowym jest U_{d0}).

Wielkości $\Delta\beta_i$ odczytujemy kolejno z wykresu $U_d = f(\beta)$ (rys. 32).

Na podstawie wzoru (2.55) otrzymujemy dla pierwszego (czynnego, $\Delta\omega_1 > 0$) stopnia dzielnika napięcia Pt ($U_d = U_{d0} = 1{,}6$ V = const):

$$\Delta\omega_1(p) = \frac{1{,}6}{p} \cdot \frac{1 + 0{,}0074\,p}{\left[\begin{array}{c} 3{,}79\cdot 10^{-12}p^7 + 19{,}5\cdot 10^{-10}p^6 + 72{,}4\cdot 10^{-8}p^5 + 125{,}1\cdot 10^{-6}p^4 + \\ + 67{,}3\cdot 10^{-4}p^3 + 13{,}79\cdot 10^{-2}p^2 + 2{,}11\,p + 4{,}68 \end{array}\right]}. \qquad (2.57)$$

Pierwiastki mianownika prawej strony równania (2.57) obliczone przybliżoną metodą Graeffego-Łobaczewskiego (można też korzystać z prostej metody przytoczonej w [49] wynoszą:

$$p_1 = -2.55 \qquad p_5 = -191{,}4$$

$$p_{2,3} = -8{,}86 \pm j\,19{,}1 \qquad p_{6,7} = -135 \pm j\,305{,}1$$

$$p_4 = -54$$

Na podstawie (2.57) i wzoru Heaviside'a otrzymujemy po odpowiednich przeróbkach:

$$\Delta\omega_1(t)=1{,}6\left[\begin{array}{c} 0{,}214-0{,}248\,e^{-2{,}55t}+16\cdot10^{-4}\,e^{-54t}+8{,}2\cdot10^{-6}\,e^{-191{,}4t}+ \\ +0{,}035\,e^{-8{,}86t}\cos 19{,}1\,t-0{,}015\,e^{-8{,}86t}\sin 19{,}1\,t+ \\ +2{,}42\cdot10^{-7}\,e^{-135t}\cos 305{,}1\,t-1{,}68\cdot10^{-6}\,e^{-135t}\sin 305{,}1\,t \end{array}\right] \tag{2.58}$$

Człony:

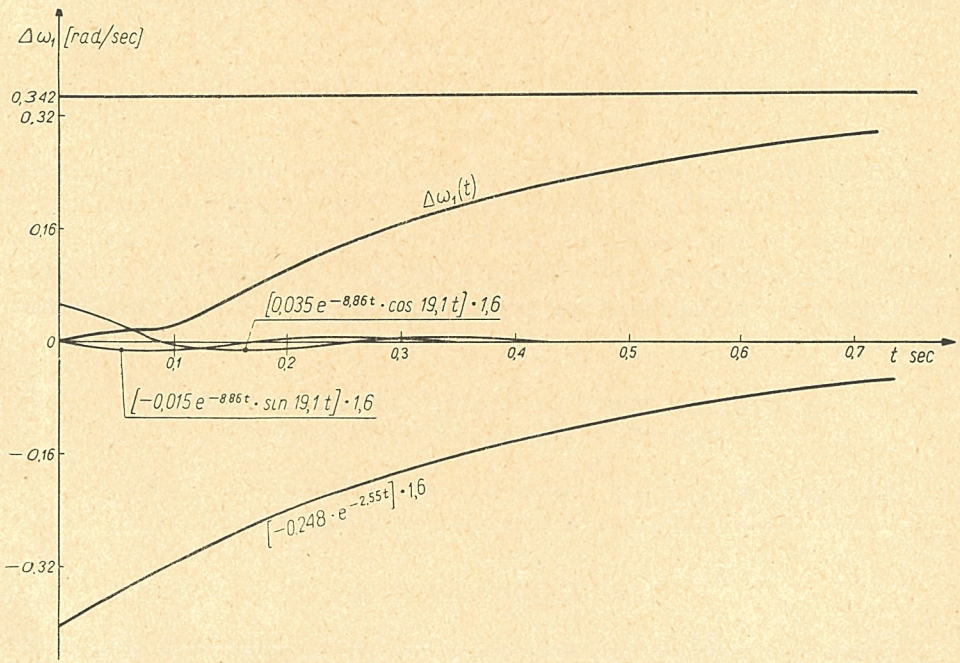
$$16\cdot10^{-4}\,e^{-54t}$$
$$8{,}2\cdot10^{-6}\,e^{-191{,}4t}$$
$$2{,}42\cdot10^{-7}\,e^{-135t}\cos 305{,}1\,t$$
$$1{,}68\cdot10^{-6}\,e^{-135t}\sin 305{,}1\,t$$

można jako znacznie mniejsze od pozostałych pominąć.

Wówczas zgodnie z (2.58) otrzymujemy:

$$\Delta\omega_1(t)=1{,}6\left[\begin{array}{c} 0{,}214-0{,}248\,e^{-2{,}55t}+0{,}035\,e^{-8{,}86t}\cos 19{,}1\,t+ \\ -0{,}015\,e^{-8{,}86t}\sin 19{,}1\,t \end{array}\right] \tag{2.59}$$

Zależność (2.59) ilustruje rysunek 33.



Rys. 33. Wykres funkcji $\Delta\omega_1$ (t) dla stałego napięcia wymuszającego 1,6 V

Dzieląc krzywą $U_d(\beta)$ np. na 100 części ($n = 100$) (łącznie z U_{d0}) będziemy mieli na każdym stopniu stałe wymuszenie napięciowe

$$\frac{U_{d\,max}}{n}=\frac{160}{100}=1{,}6\text{ V}.$$

Stosując odpowiednio w sposób rekurencyjny wzór (2.56) możemy otrzymać przybliżony kształt krzywej prędkości rzeczywistej dla stopniowanej prędkości zadanej. (Oczywiście każdy przebieg $\Delta\omega_i$ rozpoczyna się w miejscu, gdzie skończył się przebieg $\Delta\omega_{i-1}$).

Wyżej przytoczona analiza teoretyczna dotyczyła przypadku, kiedy oba transformatory stabilizacyjne zgodnie (pod względem magnetycznym) połączone działały w sposób opóźniający (tzn. strumienie magnetyczne pochodzące od głównego uzwojenia sterującego amplidyny oraz od jej uzwojeń stabilizacyjnych były skierowane przeciwsobnie); przypadek ten został zrealizowany w układzie laboratoryjnym.

W przypadku gdyby transformator przyspieszeniowy pracował jako element przyspieszający, mianownik przepustowości operatorowej układu regulacyjnego miałby postać:

$$N(p) = 3{,}79 \cdot 10^{-12} p^7 + 19{,}5 \cdot 10^{-10} p^6 + 72{,}4 \cdot 10^{-8} p^5 + \\ + 125{,}1 \cdot 10^{-6} p^4 + 67{,}3 \cdot 10^{-4} p^3 + 13{,}79 \cdot 10^{-2} p^2 + 2{,}065\, p + 4{,}68.$$

Pierwiastki równania $N(p) = 0$ są w przybliżeniu następujące:

$$p_1 = -2{,}63 \qquad p_5 = -190$$
$$p_{2,3} = 8{,}8 \pm j\,18{,}7 \qquad p_{6,7} = 135{,}5 \pm j\,304{,}8$$
$$p_4 = -54{,}5$$

Wartości obu grup pierwiastków są do siebie dość zbliżone. Po dokładniejszej analizie można wywnioskować, że w przypadku opóźniającego działania obu transformatorów proces ustalenia się przebiegu jest nieco dłuższy, natomiast oscylacje szybciej znikają; w przypadku przyspieszającego działania transformatora przyspieszeniowego sytuacja jest wręcz przeciwna.

3. ANALIZA PRACY I POMIARY OSCYLOGRAFICZNE DOKONANE W UKŁADZIE REGULACYJNYM

3.1. Szczegółowy opis pracy laboratoryjnego układu samoczynnej regulacji

3.1.1. Okres rozruchu

Podstawę szczegółowych rozważań dotyczących pracy laboratoryjnego układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy stanowi zamieszczony na rys. 34 schemat montażowy tego układu. Położenie elementów łączeniowych uwidocznionych na rys. 34 odpowiada stanowi beznapięciowemu.

Rozruch silnika asynchronicznego w chronologicznym ujęciu przedstawia się następująco (dla przykładu rozpatrzono poniżej jazdę „w prawo").

Po załączeniu odłącznika $Odł_1$ obwody: potencjometru Pt, uzwojenia wzbudzenia serwomotoru W_{SM} oraz twornika i uzwojenia wzbudzenia silnika napędowego amplidyny W_{SNA} (R_{wb}) zostają zasilone napięciem odpowiedniej wielkości. (Obwód potencjometru Pt zasilany jest przez opornościowy dzielnik napięcia DN_{Pt} napięciem 160 V, pozostałe obwody zasilane są wprost napięciem sieciowym 220 V).

Rozruch amplidyny do jej znamionowych obrotów 5000 obr/min realizujemy na drodze opornościowej przez sukcesywne zwieranie opornika umieszczonego w obwodzie twornika silnika napędowego amplidyny (od wartości $Rr_{tw} = 120\ \Omega$ do wartości $Rr_{tw} = 0$) oraz zwiększenie oporności Rr_{wb} (od 0 do 220 Ω) opornika znajdującego się w obwodzie uzwojenia wzbudzenia tego silnika.

Przez naciśnięcie łącznika „w prawo" cewka stycznika St_1 otrzymuje napięcie międzyfazowe 380 V (silnik pracuje w układzie gwiazdy). Pomocnicze styki *1/2, 1/3, 1/4* jako styki robocze zamykają się; natomiast styk *1/1* jako styk spoczynkowy otwiera się. Poprzez zamknięty styk *1/2* obwód cewki stycznika St_1 zostaje podtrzymany (po puszczeniu łącznika „w prawo"). W następstwie tego zostają trwale załączone główne styki robocze *I/1, I/2, I/3* stycznika St_1. Styki: spoczynkowy *1/1* i roboczy *1/2* stycznika St_1 współpracując ze stykami: roboczym *2/4* i spoczynkowym *2/3* stycznika St_2 umożliwiają wzajemną blokadę przeciw jednoczesnemu trwałemu załączeniu obu styczników (St_1 i St_2). W konsekwencji uzwojenie wzbudzenia W_{TG} prądniczki tachometrycznej TG zasilone zostaje poprzez potencjometryczny dzielnik napięcia DN_{WTG} i układ pomocniczych styków roboczych *1/3, 1/4* stycznika St_1 żądanym napięciem 120 V.

W celu umożliwienia rozpoczęcia rozruchu ustawiamy ramię ϱ_2 układu potencjometrycznego w pewnym ściśle określonym początkowym położeniu na potencjometrycznym dzielniku napięcia, odpowiadającym 10—16% maksymalnego napięcia sterującego amplidyny, to jest 1—1,6 V. Ze względu na fakt, że prądniczka tachometryczna połączona przeciwsobnie z potencjometrycznym dzielnikiem napięcia Pt żadnego napięcia wyjściowego jeszcze nie daje (asynchroniczny silnik roboczy AS pozostaje dotychczas w spoczynku), całe wstępne napięcie potencjometryczne (1—1,6 V) zasila uzwojenie sterujące S_{1A} amplidyny, pracujące w połączeniu szeregowym z wyżej wspomnianymi elementami (Pt, TG). W wyniku tego na zaciskach wyjściowych amplidyny zjawia się około dziesięciu razy zwielokrotnione napięcie początkowe, tj. wynoszące 10—16 V. Wartość taka wystarcza do zadziałania przekaźnika napięciowego prądu stałego P_1 przyłączonego poprzez układy żarówek Lp_1 i Lp_2 oraz prostownik Pr_1 do szczotek wyjściowych amplidyny. (Zespoły prostownikowo-przekaźnikowe pracują w układzie przeciwsobnym; do pracy niezaworowej w okresie rozruchu przewidziany jest zespół Pr_1, P_1, zaś do hamowania, czyli przy zmia-

nie biegunowości napięcia wyjściowego amplidyny w stosunku do biegunowości w okresie rozruchu, zespół Pr_2, P_2). W rezultacie zamyka się styk roboczy a_1 przekaźnika P_1, przy równoczesnym otwarciu styku spoczynkowego b_1 tegoż przekaźnika; cewka stycznika St_3 otrzymuje napięcie międzyprzewodowe U_{ST}. Podtrzymanie obwodu napięciowego cewki stycznika St_3 następuje za pośrednictwem pomocniczego styku roboczego *3/1*. Dzięki tym operacjom umożliwione zostało zamknięcie głównych styków roboczych *III/1, III/2, III/3* oraz pomocniczych styków roboczych *3/2* i *3/3* stycznika St_3.

Styki spoczynkowe b_1 i b_2 przekaźników P_1 i P_2 wespół z pomocniczymi stykami roboczymi *3/1* i *4/1* styczników St_3 i St_4 stanowią układ wzajemnej blokady przeciw jednoczesnemu załączeniu obu styczników St_3 i St_4.

W ten sposób poprzez zamknięty układ styków *3/2* i *3/3* stycznika St_3 doprowadzone zostaje napięcie wyjściowe amplidyny rzędu 10—16 V do uzwojeniu ramki (twornika) serwomotoru *SM*.

Wskutek działania początkowego momentu obrotowego następuje wstępne zanurzenie elektrod opornika płynowego w elektrolicie, umożliwiające asynchronicznemu silnikowi wyciągowemu zapoczątkowanie rozruchu. Z chwilą załączenia odłącznika $Odł_2$ do sieci trójfazowej następuje właściwy rozruch silnika roboczego.

Z uwagi na bezwładność mas ruchomych napięcie sterujące (uchyb) amplidyny, będące różnicą między aktualnym napięciem dzielnika potencjometrycznego *Pt* a aktualnym napięciem wyjściowym tachogeneratora *TG* (tj. wyrażające różnicę między prędkością zadaną a prędkością rzeczywistą), wzrasta w okresie całego rozruchu zachowując stałą biegunowość. W następstwie wzrostu napięcia wyjściowego amplidyny i momentu obrotowego serwomotoru elektrody opornika płynowego *Rp* zanurzają się coraz głębiej w elektrolicie aż do całkowitego zanurzenia się.

Kiedy napięcie wyjściowe prądniczki tachometrycznej osiągnie dostateczną wartość (ok. 155 V), wówczas zadziała przekaźnik napięciowy P_3 mający swój styk roboczy a_3 w obwodzie napięciowym cewki stycznika St_5. (Dla dokładnego wysterowania przekaźnika P_3 umieszczono szeregowo w obwodzie jego cewki opornik regulacyjny R_3. Nominalna wartość oporności opornika, odpowiadająca zadziałaniu przekaźnika przy napięciu wyjściowym prądniczki tachometrycznej równym ok. 155 V, wynosi $R_3 = 640\ \Omega$. Zgodnie z rys. 34 elementy: cewka przekaźnika P_3 i opornik R_3 tworzą obwód szeregowy zasilany napięciem wyjściowym tachogeneratora). Cewka stycznika St_5 otrzymuje napięcie międzyfazowe U_{ST}; elektrody opornika płynowego *Rp* zostają zwarte za pośrednictwem styków *V/1, V/2* i *V/3*. Następuje ostatnia faza wzrostu obrotów silnika asynchronicznego (a tym samym siły elektromotorycznej tachogeneratora) aż do

osiągnięcia obrotów znamionowych (n_n = 980 obr/min). Elektrody opornika płynowego stopniowo wynurzają się (dzięki zwrotnemu działaniu sprężyn S_1 i S_2), by przy obrotach n_n = 980 obr/min ($U_{TG} = U_{Pt}$ = 160 V) osiągnąć zerowe położenie wyjściowe. Okres rozruchu jest zakończony.

Rolę krzywki rozruchowej w okresie rozruchu pełni krzywka K_1, z której sukcesywnie zbiega rolka ramienia ϱ_1.

Prostownik selenowy Pr_1 (podobnie jak i prostownik Pr_2) składa się z dwu równoległych gałęzi płytek selenowych, po dwie płytki połączone szeregowo w każdej gałęzi. Geometria i charakterystyka elektryczna płytek selenowych są identyczne jak w przypadku prostowników Pr_3 i Pr_4. Równoległe połączenie gałęzi płytek prostownikowych podwyższa czułość działania przekaźnika P_1. Równoległe układy żarówek Lp_1 i Lp_2 (każdy układ składa się z dwu równolegle połączonych żarówek) ograniczają wielkość spadku napięcia na elementach prostownikowych i przekaźnikowych, co jest szczególnie istotne dla większych napięć wyjściowych amplidyny. Dane znamionowe żarówek, z których składają się układy Lp_1 i Lp_2, w niczym nie odbiegają od danych żarówek Lp_3 i Lp_4.

3.1.2. Okres jazdy z ustaloną prędkością

W okresie jazdy z ustaloną prędkością prędkość zadana jest równa prędkości rzeczywistej lub, co jest równoznaczne, napięcie na potencjometrycznym dzielniku napięcia jest równe napięciu wyjściowemu prądniczki tachometrycznej. W związku z tym napięcie sterujące amplidyny — innymi słowy wielkość uchybu — a tym samym napięcie wyjściowe wzmacniacza elektromaszynowego jest równe zeru; serwomotor nie daje żadnego momentu obrotowego, zaś elektrody opornika płynowego są całkwicie wynurzone, pozostając przez cały okres jazdy z ustaloną prędkością zwarte przez główne styki robocze *V/1*, *V/2* i *V/3* stycznika St_5. Oczywiście w okresie jazdy z ustaloną prędkością asynchroniczny silnik wyciągowy jest zasilany zmiennym napięciem trójfazowym za pośrednictwem $Odł_2$ oraz głównych styków roboczych styczników St_1 i St_3. Podtrzymanie obwodu napięciowego cewki stycznika St_3 realizowane jest przez pomocniczy styk roboczy *3/1* tegoż stycznika. Należy podkreślić, że w omawianym okresie jazdy z uwagi na beznapięciowy stan przekaźnika P_1 (napięcie wyjściowe amplidyny w okresie jazdy z ustaloną prędkością jest równe zeru) położenie styków a_1 i b_1 jest takie samo jak przed rozpoczęciem rozruchu (sytuację taką ilustruje rys. 34).

Okres jazdy z ustaloną prędkością trwa aż d ochwili, kiedy rolka ramienia ϱ_1 tocząca się dotychczas (tj. w okresie jazdy z ustaloną prędkością) po obwodzie tarczy szybowskazu T zacznie nabiegać na krzywkę hamowania K_2.

3.1.3. *Okres hamowania dynamicznego*

Od chwili wejścia rolki ramienia ϱ_1 na krzywkę hamowania K_2 aktualne napięcie na potencjometrycznym dzielniku napięcia Pt zaczyna obniżać swoją wartość. Bezwładność mechaniczna mas ruchomych stanowi powód, dla którego w całym okresie hamowania dynamicznego prędkość rzeczywista (także oczywiście sukcesywnie malejąca) jest większa od prędkości zadanej. Biegunowość napięcia sterującego amplidyny (a tym samym i napięcia wyjściowego), stanowiącego ilościowy wskaźnik aktualnego uchybu w układzie, jest z racji wyżej wymienionej przeciwna niż w okresie rozruchu; natomiast wartość bezwzględna błędu (napięcia sterującego) w okresie zwolnienia wzrasta w miarę upływu czasu.

Wobec zmiany biegunowości napięcia wyjściowego amplidyny czynną parę przeciwsobnego układu prostownikowo-przekaźnikowego stanowią w okresie hamowania dynamicznego prostownik Pr_2 i przekaźnik P_2. Rola układu żarówek Lp_1 i Lp_2 pozostaje w stosunku do okresu rozruchu niezmieniona.

W momencie kiedy napięcie wyjściowe amplidyny osiągnie wartość ok. 5—6 V, zadziała przekaźnik P_2; zamyka on swój styk roboczy a_2 otwierając równocześnie styk spoczynkowy b_2. Wskutek otwarcia się styku spoczynkowego b_2 podtrzymywanie obwodu napięciowego cewki stycznika St_3 (poprzez styki *3/1* i b_2) staje się niemożliwe; silnik zostaje odłączony od sieci zmiennego prądu trójfazowego.

Równocześnie zamyka się poprzez styk roboczy a_2 przekaźnika P_2 obwód cewki napięciowej stycznika St_4, powodując zamknięcie jego głównych (*IV/1, IV/2*) i pomocniczych (*4/1, 4/2, 4/3*) styków roboczych oraz otwarcie pomocniczego styku spoczynkowego *4/4*. Pomocniczy styk roboczy *4/1* służy do podtrzymania obwodu cewki napięciowej stycznika St_4 (ma to na celu ewentualne wyeliminowanie skutkowe przypadku ponownego otwarcia styku roboczego a_2 w okresie samego początku hamowania dynamicznego). Otwarcie pomocniczego styku *4/4* jest równoznaczne z przerwaniem obwodu napięciowego cewki stycznika St_5; tym samym otwierają się główne styki robocze *V/1, V/2, V/3* tegoż stycznika, zwierające w okresie jazdy z ustaloną prędkością elektrody opornika płynowego.

Zwrot momentu obrotowego ramki (twornika) serwomotoru napędzającego elektrody opornika płynowego musi być w okresie zwolnienia taki sam jak w kresie rozruchu (zarówno w jednym, jak i w drugim okresie pracy urządzenia wydobywczego elektrody opornika płynowego są w miarę upływu czasu pogrążane w elektrolicie). Wobec stałej kierunkowości strumienia uzwojenia wzbudzenia W_{SM} serwomotoru w ciągu całego cyklu pracy (uzwojenia wzbudzenia W_{SM} bezpośrednio załączonego do sieci prądu stałego 220 V nie przełącza się) zachodzi — mimo zmiany biegu-

nowości napięcia wyjściowego amplidyny — konieczność zasilenia uzwojenia ramki serwomotoru napięciem o takiej samej biegunowości jak w okresie rozruchu. Realizację tego postulatu umożliwia specjalne połączenie pomocniczych styków roboczych *3/2, 3/3* z *4/2, 4/3* styczników St_3 i St_4 (zaciski doprowadzające omawianych styków są połączone różnoimiennie — *3/2* z *4/3* i *3/3* z *4/2*, zaciski zaś odprowadzające równoimiennie — *3/2* z *4/2* i *3/3* z *4/3*, zob. rys. 34). Naturalnie w okresie hamowania dynamicznego obwód ramki serwomotoru zasila napięcie wyjściowe amplidyny poprzez układ pomocniczych styków roboczych *4/2* i *4/3* stycznika St_4.

Przepływ energii elektrycznej z sieci prądu stałego do uzwojeń stojana asynchronicznego silnika wyciągowego ma miejsce wówczas, gdy włączony jest odłącznik $Odł_3$ i zamknięte są główne styki robocze *IV/1* i *IV/2* stycznika St_4. Aby uniknąć strat mocy w opornościowym dzielniku napięcia DN_{hd} — bezpośrednio zasilającym uzwojenia stojana silnika asynchronicznego — w okresie rozruchu i jazdy z ustaloną prędkością, odłącznik $Odł_3$ włącza się w chwili, kiedy rolka ramienia ϱ_1 zaczyna nabiegać na krzywkę K_2.

Jak już wyżej zaznaczono uchyb (różnica między prędkością rzeczywistą a zadaną, czyli różnica między napięciem wyjściowym tachogeneratora *TG* a napięciem na potencjometrycznym dzielniku napięcia *Pt*) w układzie samoczynnej regulacji wzrasta od zera aż do maksymalnej wartości, co odpowiada sukcesywnemu pogrążaniu się elektrod opornika płynowego w elektrolicie aż do ich całkowitego zanurzenia się.

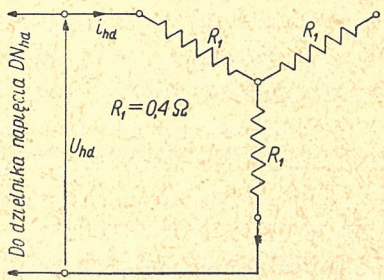
Chcąc uzyskać możliwie najkrótszy czas trwania całego cyklu pracy końcowy etap hamowania (0,075—0) v_{max} realizujemy na drodze mechanicznej za pomocą hamulca manewrowego.

Stałość momentu hamującego przy niezmiennej wielkości strumienia wzbudzającego wymaga, aby stosunek aktualnej prędkości silnika asynchronicznego do aktualnej oporności w obwodzie jego wirnika miał stałą wartość. Jak wynika z analizy krzywych oscylograficznych (por. rozdz. 3.2), hamowanie dynamiczne w laboratoryjnym układzie realizowane jest ze stałym momentem (przy stałym wzbudzeniu); stałość $\frac{\omega_{akt}}{R_{2\,akt}}$ jest więc dochowana.

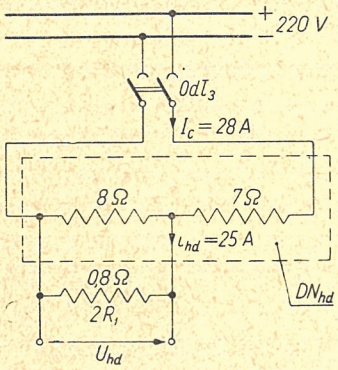
Schemat zasilania uzwojeń stojana silnika asynchronicznego prądem stałym przedstawiony jest na rys. 35.

Sytuacja opornościowo-prądowa w układzie: opornościowy dzielnik napięcia DN_{hd} — uzwojenia stojana silnika asynchronicznego, zilustrowana jest na rys. 36. (Zgodnie z rozdz. 2.3 oporność czynna szeregowo połączonych faz stojana wynosi 0,8 Ω).

Dla tak przyjętego układu (rysunki 35 i 36) stosunek natężenia prądu stałego płynącego przez dwie fazy stojana (okres hamowania) do natężenia prądu zmiennego magnesującego (okres jazdy z ustaloną prędkością) płynącego przez fazę stojana wynosi ok. $\frac{2}{3}$, zaś straty mocy wywiązujące się w uzwojeniach stojana silnika asynchronicznego w odniesieniu do jednej fazy są w przybliżeniu w okresie jazdy z ustaloną prędkością dwukrotnie większe niż w okresie hamowania dynamicznego.



Rys. 35. Schemat zasilania uzwojeń stojana silnika asynchronicznego prądem stałym



Rys. 36. Układ elektryczny zasilania uzwojeń stojana silnika asynchronicznego prądem stałym

Istotną zaletą hamowania dynamicznego jest jego ekonomia, wyrażająca się stosunkowo (w porównaniu z innymi rodzajami hamowania) niskimi stratami energetycznymi w elementach regulacyjno-opornościowych. Ta właśnie korzystna cecha hamowania dynamicznego wpłynęła w znacznej mierze na jego zastosowanie w układzie samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy.

3.1.4. Nawrót asynchronicznego silnika wyciągowego

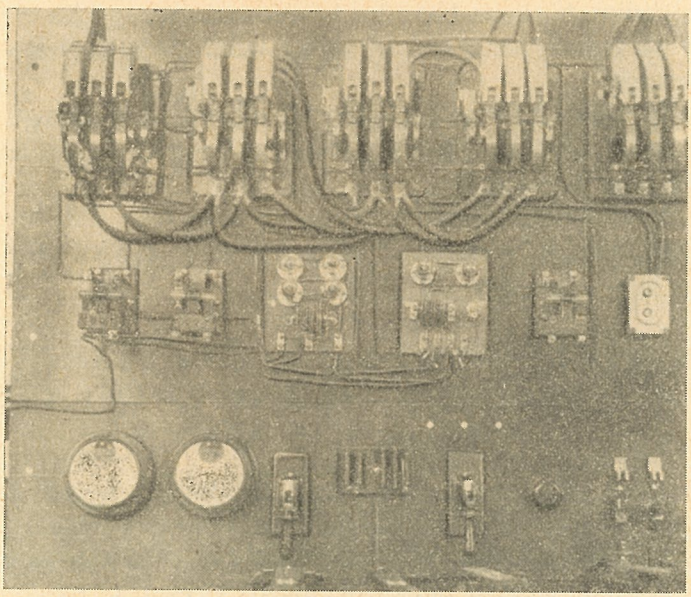
Jednakowy profil krzywek K_1 i K_2 umożliwia wykorzystanie każdej z nich bądź jako krzywki rozruchowej, bądź jako krzywki hamowania, w zależności od kierunku obrotów asynchronicznego silnika wyciągowego. I tak jeżeli dla jazdy „w prawo" krzywka K_1 pracowała jako krzywka rozruchowa, zaś krzywka K_2 jako krzywka hamowania, to dla jazdy „w lewo" role krzywek zmieniają się. (K_2 stanowi krzywkę rozruchową, K_1 natomiast jest krzywką hamowania).

Zmiana kierunku obrotów silnika wyciągowego implikuje — wobec potrzeby utrzymania takiej samej biegunowości napięcia wyjściowego ta-

chogeneratora TG dla obu kierunków obrotów — konieczność zmiany biegunowości napięcia zasilającego uzwojenie wzbudzenia W_{TG} prądniczki tachometrycznej. Zmianę biegunowości napięcia zasilającego (przy pracy silnika w przeciwnym kierunku) uzwojenie wzbudzenia prądniczki tachometrycznej umożliwia odpowiednie połączenie (widoczne na rys. 34) pomocniczych styków roboczych *1/3, 1/4* z *2/1, 2/2* styczników St_1 i St_2.

Oczywiście w celu uruchomienia asynchronicznego silnika wyciągowego w drugim kierunku należy nacisnąć przycisk „w lewo" powodujący zadziałanie stycznika St_2 pracującego identycznie jak stycznik St_1 dla kierunku obrotów „w prawo". Samo działanie układu i chronologia procesów łączeniowych przebiegających przy pracy silnika asynchronicznego w kierunku „w lewo" pozostają takie same jak wyżej opisane (w rozdziałach 3.1.1, 3.1.2. i 3.1.3) i obowiązujące dla kierunku „w prawo".

Sytuację pozycyjną elementów przekaźnikowych, stycznikowych i łączeniowych zmontowanych na pionowej tablicy konstrukcyjnej przedstawia rys. 37 (fotografia).



Rys. 37. Sytuacja pozycyjna elementów sterowniczych i łączeniowych

Działanie widocznych na rys. 34: układu do wygaszania remanentu napięciowego amplidyny oraz układu stabilizacyjnego zostało objaśnione w odpowiednich rozdziałach drugiej części niniejszej pracy (rozdziały 2.1, 2.5 i 2.6).

Podkreślić należy, iż laboratoryjny układ samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy w czasie przeprowadzanych zdjęć oscylograficznych (por. niżej — rozdz. 3.2) pracował na biegu jałowym.

3.1.5. Elementy zabezpieczające i obwód bezpieczeństwa w laboratoryjnym układzie maszyny wyciągowej z asynchronicznym silnikiem napędowym

Kierując się względami przejrzystości i pierwszoplanowości, na rys. 34 nie umieszczono układu elektrycznego obwodu bezpieczeństwa.

Elementy zabezpieczające i obwód bezpieczeństwa pracujące w laboratoryjnym układzie maszyny wyciągowej z asynchronicznym silnikiem napędowym w niczym nie różnią się od znanych klasycznych rozwiązań.

3.1.6. Układ hamulcowy w laboratoryjnym układzie maszyny wyciągowej z asynchronicznym silnikiem napędowym

Laboratoryjne wykonanie hamulca wzorowane jest na układzie hamulcowym firmy S.S.W. [66] (układ nowszy). W przypadku działania hamulca manewrowego wykorzystywana jest siła ciśnienia sprężonego powietrza, w przypadku działania hamulca bezpieczeństwa — siła ciężkości ciężarka (ciężarek ten w samej chwili wyzwolenia hamulca bezpieczeństwa nie opada wcale).

Najistotniejszym elementem układu hamulca manewrowego jest regulator ciśnienia. W laboratoryjnym układzie hamulcowym pracuje regulator ciśnienia typu Iversen [66].

Opis działania układów hamulcowych, wykraczający poza ramy niniejszej rozprawy, stanowi przedmiot osobnych rozważań w wielu publikacjach (np. w języku polskim [42], [66]).

3.2. Pomiary oscylograficzne dokonane w układzie samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy

Zamieszczona niżej analiza pomiarów oscylograficznych daje istotny pogląd na pracę laboratoryjnego układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy. W szczególności interesujące są dwa zagadnienia: 1) stabilność układu laboratoryjnego, 2) czułość układu laboratoryjnego.

Zdjęć oscylograficznych dokonywano na ośmiopętlicowym oscylografie produkcji radzieckiej.

Na rysunku 38 uwidoczniony jest oscylogram cyklu pracy (ze skróconym okresem jazdy z ustaloną prędkością) asynchronicznego silnika wyciągowego.

Linie odniesienia poszczególnych krzywych pokrywają się z ich początkowymi punktami.

Oznaczenia poszczególnych krzywych są następujące:

1) Sinusoida sieci (słabo widoczna)

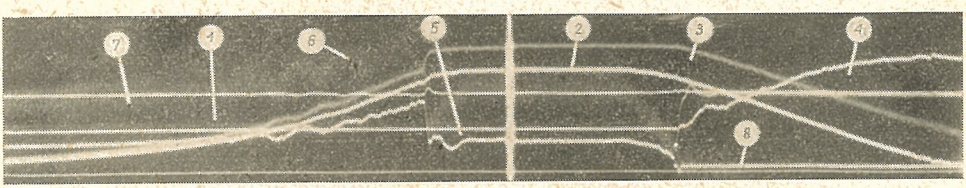
2) Napięcie na potencjometrycznym dzielniku napięcia Pt — U_{Pt}

3) Napięcie wyjściowe tachogeneratora TG — U_{TG} (obroty asynchronicznego silnika wyciągowego).

4) Natężenie prądu w ramce serwomotoru i_{SM} (aby zapewnić oscylogramowi — rys. 38 — pewną przejrzystość, pętliczkę zdejmującą przebieg $i_{SM}(t)$ uczulono w okresie hamowania dynamicznego dwukrotnie).

5) Linia odniesienia natężenia prądu stałego załączonego do stojana silnika asynchronicznego w okresie hamowania dynamicznego. Prosta reprezentująca właściwy przebieg natężenia prądu stałego (słabo widoczna) w okresie hamowania dynamicznego, pokrywa się niemal z krzywą odwzorowującą przebieg siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu pierwotnym transformatora stabilizacyjnego (por. pkt 7).

6) Napięcie sterujące amplidyny (słabo widoczna, nieco rozmazana krzywa) — błąd (uchyb) między aktualnym napięciem U_{Pt} a aktualnym napięciem U_{TG}.



Rys. 38. Oscylogram cyklu pracy (ze skróconym okresem jazdy z ustaloną prędkością) asynchronicznego silnika wyciągowego

7) Napięcie indukowane w obwodzie pierwotnym transformatora stabilizacyjnego Tr_1 pracującego w obwodzie wyjściowym amplidyny.

8) Linia odniesienia sinusoidy sieci (natężenia prądu w obwodzie stojana asynchronicznego silnika wyciągowego) w okresie hamowania dynamicznego.

Zdjęć oscylograficznych dokonywano przy prędkości posuwu filmu $v = 4$ mm/sec.

Rzeczywisty czas trwania poszczególnych okresów całego cyklu pracy asynchronicznego silnika wyciągowego wyraża się następującymi wielkościami:

1) Okres rozruchu — ca 14 sec

2) Okres jazdy z ustaloną prędkością — ca 23 sec

3) Okres hamowania dynamicznego — ca 13 sec.

Łącznie czas trwania całego cyklu pracy (bez postoju) wynosi ca 50 sec.

(Przyczyną bardzo nieznacznej różnicy ok. 1—1,5 sec czasokresów trwania rozruchu i zwolnienia — dla takich samych w przybliżeniu parabolicznych profilów krzywek K_1 i K_2 — są względy konstrukcyjne, które w warunkach istniejącego wskaźnika głębokości zmusiły autora do zachowania na bardzo krótkim początkowym odcinku krzywek stałej ich wysokości).

Wielkości charakterystyczne poszczególnych parametrów elektrycznych uwidocznionych na oscylogramie — rys. 38 — kształtują się jak niżej:

Natężenie prądu zmiennego w stojanie silnika asynchronicznego $I_{ln} = i_{zm} = 37{,}5$ A.

Początkowy impuls napięcia na potencjometrycznym dzielniku napięcia $U_{d0} = U_{Pt0} = 1{,}6$ V.

Maksymalne napięcie na potencjometrycznym dzielniku napięcia $U_{Pt\,max} = 160$ V.

Maksymalne napięcie wyjściowe tachogeneratora $U_{TG\,max} = 160$ V (użyte pętliczki do pomiarów oscylograficznych U_{Pt} i U_{TG} były niejednakowej czułości; stąd też na oscylogramie, rys. 38, krzywa U_{TG} wznosi się w okresie rozruchu nad krzywą U_{Pt}).

Maksymalne natężenie prądu serwomotoru $i_{SM\,max} = 1{,}5$ A.

Natężenie prądu stałego płynącego w uzwojeniach stojana silnika asynchronicznego (okres hamowania dynamicznego) $i_{hd} = 25$ A.

Maksymalne napięcie indukowane w uzwojeniu pierwotnym transformatora stabilizacyjnego Tr_1 — $U_{Tr1} < 1$ V.

W układzie laboratoryjnym stojan silnika asynchronicznego w okresie hamowania dynamicznego zasilano napięciem stałym pochodzącym z przetwornicy dwutwornikowej. Wielkość tego napięcia wyraża się (por. rozdział 2.3 i rozdział 3.1.3) wartością:

$$U_{hd} = 2R_1 i_{hd} = 2 \cdot 0{,}4 \cdot 25 = 20 \text{ V}. \tag{3.1}$$

Średnia wartość natężenia prądu indukowanego w wirniku silnika asynchronicznego w okresie hamowania dynamicznego ma wartość stałą wynoszącą ok. 20 A.

Rysunek 39 przedstawia niektóre krzywe opracowane na podstawie oscylogramu z rys. 38. Są to następujące przebiegi:

$$U_{Pt} = f(t), \qquad U_{TG} = f_1(t), \qquad \varepsilon(t) = [U_{Pt}(t) - U_{TG}(t)].$$

W oparciu o rys. 39 można pośrednio określić czułość amplidynowego regulatora jazdy przez wielkość δ_1 (przy czym im δ_1 jest mniejsze, tym czułość jest większa).

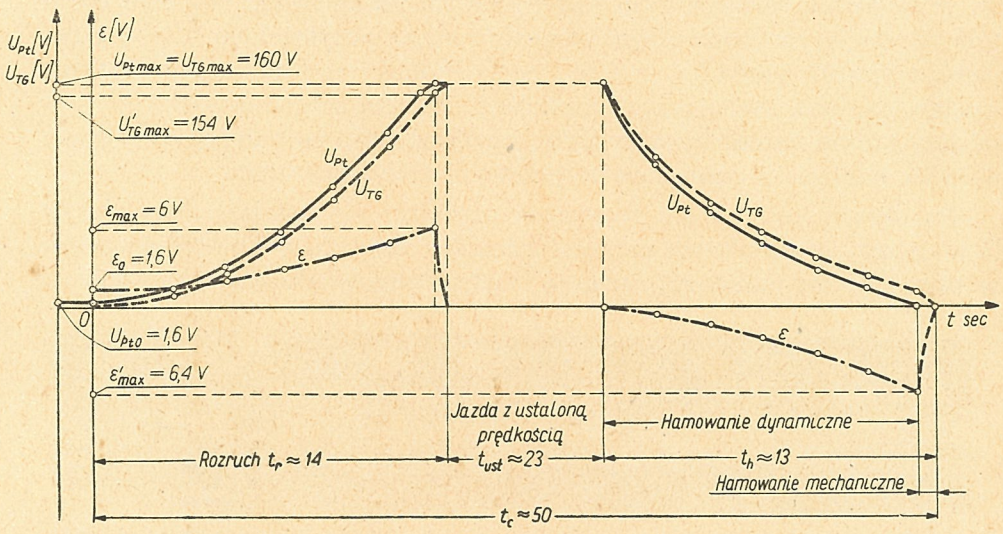
$$\delta_1 = \frac{\varepsilon_{max}}{U_{Pt\,max}} 100 = \frac{U_{Pt\,max} - U'_{TG\,max}}{U_{Pt\,max}} 100 = \frac{6}{160} 100 = 3{,}75\ \%, \tag{3.2}$$

gdzie:

ε_{max} — jest maksymalną wartością uchybu,

$U'_{TG\,max}$ — jest napięciem wyjściowym tachogeneratora odpowiadającym maksymalnemu zanurzeniu elektrod opornika płynowego ($U'_{TG\,max} = 154$ V).

Określona za pośrednictwem równania (3.2) czułość jest prawie identyczna dla okresu rozruchu i dla okresu hamowania dynamicznego (w okresie hamowania dynamicznego czułość jest nieco mniejsza niż w okresie rozruchu, ale $\delta_1 \leqslant 4\%$).



Rys. 39. Opracowane krzywe $U_{Pt}(t)$, $U_{TG}(t)$ i $\varepsilon(t)$ na podstawie oscylogramu z rysunku 38

Zamieszczony na rys. 40 oscylogram obrazuje odpowiedź (reakcję) układu na wymuszenie typu skok jednostkowy.

Układ pozycyjny poszczególnych krzywych jest następujący:

1) Linia odniesienia
2) Sinusoida sieci (prąd zmienny w fazie stojana) — słabo widoczna
3) Napięcie wyjściowe tachogeneratora U_{TG}
4) Natężenie prądu w ramce (tworniku) serwomotoru — i_{SM}
5) Napięcie na potencjometrycznym dzielniku napięcia — U_{Pt}. Usytuowanie prostej U_{Pt} jest w całym okresie poziome i odpowiada wielkości stałego wymuszenia napięciowego wynoszącego 6 V. (Linia ta w dalszym ciągu nie jest ostro zarysowana na oscylogramie i pokrywa się częściowo z krzywą odwzorowującą napięcie indukowane w uzwojeniu pierwotnym transformatora przyspieszeniowego Tr_2 [por. pkt 6]).

6) Napięcie indukowane w uzwojeniu pierwotnym transformatora przyspieszonego Tr_2.

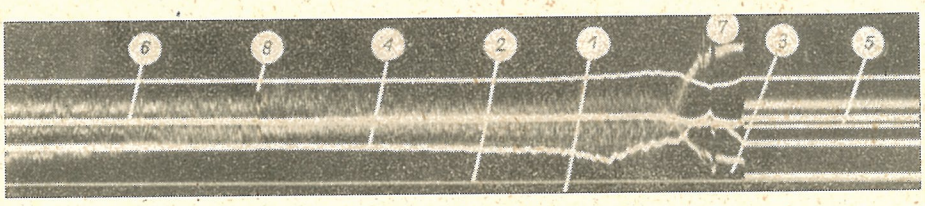
7) Napięcie sterujące amplidyny — uchyb między stałą wartością napięcia na potencjometrycznym dzielniku napięcia U_{Pt} a aktualnym napięciem wyjściowym tachogeneratora — U_{TG}

8) Napięcie indukowane w uzwojeniu pierwotnym transformatora stabilizacyjnego Tr_1.

Zdjęcia zostały dokonane przy prędkości posuwu filmu $v = 10$ mm/sec. Napięcie wymuszające $U_{Pt} = 6$ V = const.

Pewne „siodło" napięcia sterującego, a w konsekwencji i natężenia prądu w tworniku serwomotoru, jest wynikiem energicznego wzrostu obrotów silnika asynchronicznego spowodowanego przyłożeniem stałego napięcia wymuszającego $U_{Pt} = 6$ V, przy $n = 0$, a tym samym gwałtownego spadku napięcia sterującego amplidyny, wyrażającego aktualną różnicę między stałym napięciem wymuszenia przyłożonym na potencjometryczny dzielnik napięcia a napięciem wyjściowym tachogeneratora.

Po okresie ok. 3,5 sec wszystkie przebiegi się ustalają, tzn. obroty (a w dalszej konsekwencji napięcie sterujące amplidyny i natężenie prądu w tworniku serwomotoru) osiągają wartość odpowiadającą — zgodnie ze



Rys. 40. Oscylogram odpowiedzi (reakcji) czasowej niektórych parametrów układu na wymuszenie typu skok jednostkowy

statycznym charakterem regulatora — stałemu napięciu przyłożonemu na potencjometryczny dzielnik napięcia, to jest napięciu 6 V. Ustalona wielkość obrotów silnika asynchronicznego odpowiadająca temu napięciu wynosi ca 36 obr/min, zaś napięcie sterujące amplidyny i natężenie prądu w tworniku serwomotoru nie przekraczają odpowiednio 0,4 V i 0,1 A.

Z rysunku 40 widoczna jest od razu prawidłowość przyłączenia uzwojeń pierwotnych obu transformatorów (stabilizacyjnego i przyspieszeniowego) do zacisków wyjściowych amplidyny (transformator stabilizacyjny) i do zacisków wyjściowych tachogeneratora (transformator przyspieszeniowy).

Odpowiedź czasowa układu — w tym przypadku obroty $n = f(t)$ — na wymuszenie typu skok jednostkowy może stanowić podstawę przybliżonego określenia przepustowości operatorowej $G_R(p)$ całego układu regulacyjnego.

3.3. Wnioski i sugestie

W wyniku przeprowadzonych w poprzednim rozdziale rozważań dotyczących analizy pomiarów oscylograficznych nasuwają się jako istotne następujące wnioski:

1) Laboratoryjny układ samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy pracuje stabilnie. Podkreślić przy tym należy magnetyczną prawidłowość pracy obu transformatorów (stabilizacyjnego i przyspieszeniowego) pracujących w tym układzie. Na uwagę zasługuje fakt, iż przeprowadzone pomiary oscylograficzne miały miejsce dla biegu jałowego silnika asynchronicznego, a więc w trudniejszych warunkach osiągnięcia stabilnego charakteru pracy całego układu.

2) Czułość laboratoryjnego układu regulacji jest zadowalająca [1]). Zgodnie z relacją (3.2) podwyższenie czułości układu może nastąpić przez zwiększenie $U_{Ptmax} = U_{GTmax}$. Oczywiście należy pamiętać o tym, iż zbytnie uczulenie układu prowadzi do jego niestabilnej pracy.

3) Jak wykazuje analiza, przebiegi prędkości rzeczywistej (w pierwszej analizowanej fazie) osiągnięte na drodze teoretycznej i zbadane za pomocą pomiarów oscylograficznych są dość do siebie zbliżone. Różnice nie przekraczają 10%.

Wyszczególnione w punktach 1) i 2) wnioski mające ważne znaczenie w zakresie jakości regulacji omawianego układu stanowią bardzo istotne uzupełnienie dodatnich cech konstrukcyjno-ekonomicznych i eksploatacyjnych (por. rozdz. 1.1) laboratoryjnego modelu amplidynowego regulatora jazdy.

W warunkach przemysłowych mogą okazać się celowe (względnie konieczne) następujące innowacje w stosunku do układu laboratoryjnego [1]):

1) Zastosowanie, w warunkach niesymetrycznego — pod względem czasowym — rozruchu i hamowania, układu dwu par krzywek pracujących w dwu płaszczyznach.

2) Zastosowanie selsynowo-prostownikowego układu zadającego związanego mechanicznie z układem krzywek odwzorowujących prędkość zadaną.

3) Zasilanie stojana asynchronicznego silnika wyciągowego w okresie hamowania dynamicznego z prostownika rtęciowego.

---

[1]) W rozwiązaniu przemysłowym należy się liczyć z koniecznością podwyższenia czułości układu.

[1]) W oparciu o laboratoryjny układ samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy opracowywana jest w Katedrze Elektrotechniki Górniczej A.G.H. pod kierunkiem prof. dra inż. L. Szklarskiego dokumentacja prototypu amplidynowego regulatora jazdy dla jednej z kopalń polskich.

4) Samoczynna regulacja parametrów stabilizacyjnych dla osiągnięcia optymalnej stabilności układu ze względu na mogące powstać w nim zaburzenia.

Autor dziękuje prof. drowi inż. L. Szklarskiemu za cenne uwagi dotyczące problematyki niniejszej pracy.

Ponadto autor dziękuje mgrowi inż. R. Wojnickiemu i mgrowi inż. St. Kreczmerowi za okazaną pomoc przy montażu laboratoryjnego układu samoczynnej regulacji z amplidynowym regulatorem jazdy.

WYKAZ LITERATURY

A. Książki i periodyki

1. Aizerman M. A.: Tieorja awtomaticzeskowo riegulirowanja dwigatielej. — Gostiechizdat, 1952.
2. Automatic and Manual Control. Papers contributed to the conference at Cranfield, 1951. — Butterworths Scientific Publications, London, 1952.
3. Banach St.: Mechanika (w zakresie szkół akademickich). Tom I. Wydanie drugie niezmienione. — Spółdzielnia Wydawnicza „Czytelnik", 1947.
4. Błażkin A. T.: Elektromaszinnaja awtomatika w gornom elektropriwodie. — Ugletiechizdat, Moskwa, 1953.
5. Błoch Z. Sz.: Dinamika liniejnych sistiem awtomaticzeskowo riegulirowanja maszin. — Gostiechizdat, Moskwa, 1952.
6. Bonder W. A.: O wyborie optimalnych paramietrow riegulirujemych sistiem. — Oborongiz, 1953.
7. Broughton H. H.: Electric Winders. Second edition. — E. & F. N. Spon Ltd., London, 1948.
8. Brovn G. S., Campbell D. P.: Principles of Servomechanisms. — J. Wiley & Sons, New York, 1948.
9. Chesnut H., Mayer R. W.: Servomechanisms and Regulating System Design, Vol. I. — John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London, 1951.
10. Cypkin, Ja. Z.: Ustojcziwost sistiem awtomaticzeskowo riegulirowanja. — W.Z.E.I., 1953.
11. Doherty R. E., Keller E. G.: Mathematics of Modern Engineering. — John Wiley & Sons, New York, 1936.
12. Domański B. I.: Podstawy automatyki i telemechaniki (przekład z języka rosyjskiego). — P.W.T., Warszawa, 1954.
13. Dudek Wł. i inni: Laboratorium urządzeń elektrycznych w górnictwie (skrypt). — P.W.N., Kraków, 1952.
14. Fatiejew A. W.: Osnowy liniejnoj tieorji awtomaticzeskowo riegulirowanja. — Goseniergoizdat, Moskwa—Leningrad, 1954.
15. Flannigan J. B., Kirschbaum H. S.: The Writing of Closed-Loop System Transfer Function by Inspection. — A.I.E.E. Transactions, Vol. 71, part II, 1952, str. 90—94.
16. Garde A., Persson E.: Experimental Frequency Analysis of Servo-Elements. — ASEA — Journal, December 1950, Vol. 23, Nr 12, str. 163—166.
17. Gardner M. F., Barnes J. L.: Transients in Linear Systems. — J. Wiley & Sons, New York, 1950.

18. Gierasimow S. G.: Tieorieticzeskoje osnowy awtomaticzeskowo riegulirowanja. — Goseniergoizdat, 1949.
19. Gogolewski Z.: Napęd elektryczny. — P.W.T., Warszawa, 1952.
20. Graybeal T. D.: Block Diagram Network Transformation. — Electrical Engineering, Vol. 70, November 1951, str. 985—990.
21. Grief H. D.: Describing Function Method of Servomechanism Analysis Applied to Most Commonly Encountered Nonlinearities. — ASEA Transactions, September 1953, str. 243—248.
22. Hrusa J.: Regulator jazdy do maszyn wyciągowych z silnikiem asynchronicznym. — Przegląd Elektrot., październik 1952, str. 399—405.
23. Hurwitz A.: Über die Bedingungen unter welchen eine Gleichung nur Wurzeln mit negativen reellen Teilen besitzt. — Mathematische Annalen, t. 46, 1895, str. 273—284.
24. James Ch., Nicols N., Philips R.: Theory of servomechanisms — przekład rosyjski: Tieorja sledjaszczich sistiem. — Izdatielstwo inostrannoj litieratury, Moskwa 1951.
25. Josifian A. G., Kagan B. M.: Osnowy sledjaszczewo priwoda. — Gostiechizdat, Moskwa, 1954.
26. Kontorowicz M. I.: Opieracjonnoje isczislenje i niestacjonarne jawlenja w elektriczeskich ciepiach. — Wydanie II, — G.E.T., Moskwa, 1952.
27. Kopecki J.: Zastosowanie hamowania dynamicznego do maszyn wyciągowych z asynchronicznym silnikiem napędowym. — Przegl. Elektrot. nr 1, 1954, str. 18—22.
28. Lauer G., Lesnik S., Madson L.: Osnowy tieorji serwomiechanizmow. — G.E.I., 1948.
29. Liapunow A. M.: Obszczaja zadacza ob ustojcziwosti dwiżenja. — Gostiechizdat, 1950.
30. Łaniecki W.: Półprzewodniki — część II. — P.W.T., Warszawa, 1953.
31. Makswell P. K., Wyszniegradzkij I. A., Stodola A.: Tieorja awtomaticzeskowo riegulirowanja. — Izdatielstwo A. N. S.S.S.R., 1949.
32. Małkin L. G.: Tieorja ustojcziwosti dwiżenja. — Gostiechtieorizdat, Moskwa—Leningrad, 1952.
33. Marianowski P. I.: Ustojcziwost liniejnych sistiem awtomaticzeskowo riegulirowanja. — Elektriczestwo nr 9, 1946.
34. Mejerow M. W.: Osnowy awtomaticzeskowo riegulirowanja elektriczeskich maszin. — Goseniergoizdat, Moskwa 1952.
35. Mejerow M. W.: Wwiedienje w dinamiku awtomaticzeskowo riegulirowanja elektriczeskich maszin. — Izdatielstwo Akadiemi Nauk S.S.S.R., Moskwa 1956.
36. Michajłow A. W.: Mietod garmoniczeskowo analiza w tieorji riegulirowanja. — Awtomatika i Tielemiechanika nr 3, 1938.
37. Neumark J. I.: Ob opriedielenii znaczenii paramietrow, pri kotorych sistiema awtomaticzeskowo riegulirowanja ustojczywa. — Awtomatika i Tielemiechanika, Tom IX, nr 3, 1948.
38. Neumark J. I.: Ustojczywost' liniearizowanych sistiem. — L.K.W.W.I.A., 1949.
39. Nowacki P. J.: Automatyzacja procesów wytwórczych. — Przegl. Elektrot. nr 1, 1953, str. 2—5.
40. Nowacki P., Szklarski L., Górecki H.: Podstawy teorii układów regulacji automatycznej, tom I, PWN, Warszawa 1958.
41. Obrąpalski J.: Gospodarka energetyczna. — P.W.T., Warszawa, 1953.

42. Obrąpalski J.: Elektryczne maszyny wyciągowe. Wyd. II. — P.W.T., Stalinogród, 1954.
43. Oldenburg R., Sartorius G.: Dinamika awtomaticzeskowo riegulirowanja. (Przekład z języka niemieckiego). — Goseniergoizdat, Moskwa—Leningrad, 1949.
44. Oppelt W.: Stetige Regelvorgänge. — Wissenschaftliche Verlagsanstalt K. G., Hannover, 1949.
45. Osnowy awtomaticzeskowo riegulirowanja — Tieorja (pod redakcją W. W. Sołodownikowa). — Maszgiz, Moskwa, 1954.
46. Parton J. E.: A note on the Equal-area Stability Criterion. — The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. Part II, Wr-70, August 1952, Vol. 99, str. 409—412.
47. Pełczewski Wł.: Wzmacniacze elektromaszynowe. — P.W.T. Warszawa, 1954.
48. Pistor H.: Die Neuzeitliche Elektrische Fördermaschine. — Glückauf, Vol. 89, Heft 39/40, September 1953, str. 985—993.
49. Popow E. P.: Dinamika sistiem awtomaticzeskowo riegulirowanja. — Gostiechtieorizdat, Moskwa, 1954.
50. Popow W. K.: Elemienty elektroawtomatiki. — Maszgiz, 1947.
51. Popow W. K.: Osnowy elektropriwoda. — Goseniergoizdat, Moskwa 1951.
52. Popkow S. L.: Osnowy sledjaszczewo elektropriwoda. — Oborongiz, Moskwa, 1955.
53. Puchałka T., Wojnicki R.: Zagadnienia automatycznego sterowania maszyn węglowych. — Wiad. Elektrot., rok XIV, luty 1954, str. 26—29.
54. Puchałka T., Szklarski L., Wojnicki R.: Podstawy teoretyczne pracy elektrycznych regulatorów jazdy dla maszyn wyciągowych z asynchronicznym silnikiem wyciągowym. Rozdział 9/9 książki „Napędy elektryczne maszyn wyciągowych". Książka w opracowaniu redakcyjnym P.A.N. — P.W.N., Kraków, 1957.
55. Puchałka T.: Regulatory jazdy dla maszyn wyciągowych z asynchronicznym silnikiem napędowym, perspektywy rozwojowe. — Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Elektryka nr 1 — w druku.
56. Puchałka T.: Wpływ ujemnego sprzężenia zwrotnego na charakter procesów przejściowych w układach samoczynnej regulacji. — Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Elektryka nr 1 — w druku.
57. Smoliński A.: Zasady wzmacniania. Tom I, wydanie II poprawione. — P.W.T., Warszawa, 1950.
58. Sołodownikow W. W.: Ob urawnieniii riegulirowanja i obosnownoj zadacze tieorji riegulirowanja. — Biul. W.E.I. nr 5, 1941.
59. Sołowiew J. J.: Awtomatizacja eniergieticzeskich sistiem. — Goseniergoizdat, 1952.
60. Stout: A Block Diagram Approach to Network Analysis. — A.I.E.E. Transactions, Vol. 71, Part II, 1952, str. 255—260.
61. Szklarski L.: Tyratronowy regulator jazdy. — Praca doktorska.
62. Szklarski L.: Zasady napędu elektrycznego. — Skrypt, P.Z.W.S., 1951.
63. Szklarski L., Górecki H.: Podstawy teorii serwosystemów. — Skrypt, P.W.N., Kraków, 1954.
64. Szklarski L.: Zasady projektowania i analiza napędu Leonarda maszyn wyciągowych ze wzmacniaczami maszynowymi za pomocą układów blokowych. — Rozprawy Elektrot., Tom II, zeszyt 1, 1956.
65. Szlandin W. M.: Elementy awtomatiki i tielemiechaniki. — Oborongiz, Moskwa, 1954.

66. Sztwiertnia Wł.: Regulatory jazdy i urządzenia bezpieczeństwa dla elektrycznych maszyn wyciągowych. — Centralny Zarząd Przemysłu Węglowego, Biuro Wydawnictw Technicznych, Katowice, 1947.
67. Westcott J. H.: The minimum Moment of Error quart Criterion. — I.E.E. Proceedings, Vol. 101, nr 83, October 1954.
68. Węgrzyn St.: Rachunek operatorowy. — P.W.N., Warszawa, 1955.
69. Whiteley A. L.: Theory of Servo Systems with Particular Reference to Stabilization. — The Journal of the Institution of Electrical Engineers, Vol. 93, part II, nr 34, August 1946, str. 353—367.
70. Woronow A. A.: Elementy tieorji awtomaticzeskowo riegulirowanja. — Wojennoje Izdatielstwo Ministierstwa Oborony Sojuza SSR, Moskwa, 1954.
71. Wozniesienski I. N.: O principach i schiemach awtomaticzeskowo riegulirowanja. — Prikł. mat. i mech., — 1942, Tom VI, W. 1.
72. Żiwow Ł. G., Waricz M. S.: Awtomaticzeskaja podjomnaja ustanowka. — Gornyj Żurnał, nr 10, 1949, str. 38—39.

B. Katalogi

73. Röhren Taschenbuch — pod redakcją Beiera W. — Fachbuchverlag GMBH, Leipzig, 1953.

Т. ПУХАЛКА

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПОДЪЁМНОЙ МАШИНЫ С АСИНХРОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

Резюме

В начале настоящей работы изложено идею и краткое описание работы лабораторной модели регулятора езды с амплидином, применимого в системах подъёмных машин с асинхронным электроприводом.

Новый регулятор является статическим регулятором, работающим по схеме непреривного единичного и программного регулирования.

Основным заданием регулятора является управление всей системой электропривода по актуальным величинам ошибки. Благодаря автоматическому регулированию действительной скорости описыванный регулятор даёт возможность получить значительную жесткость механических характеристик асинхронного электропривода. Таким образом осуществлена возможность довольно точного выполнения заданной программы скорости (тахограммы), что следовательно ведёт к получению большей спусковой производительности. Возможность получения достаточно жёстких механических характеристик асинхронного привода при помощи регулятора езды с амплидином, создаёт в свою очередь возможность значительно шире применять асинхронный двигатель в качестве электропривода в системах подъёмных машин. Следует подчеркнуть значительную экономию которую даёт применение системы подъёмной машины с асихронным электроприводом по сравнению с дорогостоящей приводной системой Леонарда. Это обстоятельство становится ещё важнее из-за того, что всё производство в области систем подъёмных машин с асихронным электроприводом может быть основано на отечественной, промышленности: машиностроительной и электротехнической.

В работе подробно рассмотрена на базо параметров лабораторной модели проблема устойчивости системы автоматического регулирования с регулятором езды с амплидином. Для этого определены передаточные функции отдельных элементов системы, численные данные всех постоянных времени и значения постоянных коэфициентов. Передаточная функция нелинейной системы: асинхронный двигатель — жидкостное сопротивление, была выведена путём линеаризации системы при помощи последовательной апроксимаюии Тайлера с точностью до первого члена; апроксимаюия была выполнена вокруг ядра номинальной скорости асинхронного двигателя (найболее критические условия устойчивости работы системы).

Однозначное определение передаточных функций отдельных элементов а также определение численных данных системы дало достаточное основание чтобы на базе структурной схемы (блоксхемы) целой системы регулирования определить однозначно её передаточную функцию. Подробный анализ показывает, что степень многочлена выступающего в знаменателе передаточной функции системы регулирования равна семи.

Стабилизацию системы осуществлено при помощи двух одинаковых стабилизационных трансформаторов с обмоточным коэффициентом передачи равным 1:1, работающих на выходе амплидина и на выходе тахогенератора.

В дальнейшем проведены, на основании правила Неймарка, исследования соответствующей зоны подбора стабилизационных параметров (постоянных времени стабилизационных трансформаторов), в которой система автоматического регулирования устойчива. Подробные рассуждения привели к заключению, что зона соответствующего подбора стабилизационных параметров находится во всём интеграле $(0, \infty)$ $Re\ T_1(j\omega)$.

В следующем автор представил приближенный метод теоретического определения временного процесса действительной скорости на основании прямоугольной апроксимации задающей кривой (напряжения на потенциометрическом образце заданной величины в функции углового пути β пройденного приводным двигателем). Принимая по рекуррентному методу формулы Гивисайда для каждой степени управляющего напряжения можно в итоге определить приближенный вид теоретического процесса действительной скорости. В рассуждниях относительно определения величины приращения скорости $\Delta\omega$ в зависимости от времени упущены 4 экспоненциальные члены со значительными степенями, так как они очень близки по величине к нулю).

В заключении автор представил результаты осциллографических измерений, произведенных на лабораторной системе автоматического регулирования с регулятором езды с амплидином. Следует подчеркнуть значительную согласованность кривой действительной скорости полученной путём теоретического анализа и кривой действительной скорости снятой экспериментально при помощи осциллографа. Отклонения не превосходят 10%.

На основании проведенного в работе теоретического и экспериментального анализа, можно сделать следующие выводы:

1) Лабораторная ситема автоматического регулирования с регулятором езды с амплидином работает устойчиво. Следует за тем подчеркнуть магнитную закономерность работы обоих стабилизационных трансформаторов.

2) Чувствительность лабораторной системы является удовлетворительной. (В случае внедрения в производство системы регулятора езды с амплидином следует считаться с необходимостью некоторого повышения чувствительности работы системы).

В последних заключительных выводах автор предлагает несколько возможных конструктивно-эксплуатационных и рогулировочных изменений, какие могут стать целесообразными в промышленном варианте описываемой системы разработанной на основании лабораторной модели.

T. PUCHAŁKA

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE AUTOMATIC CONTROL SYSTEM OF THE MINE WINDER WITH ASYNCHRONOUS DRIVING MOTOR

Summary

The present article gives a conception and short description of the operation of the laboratory model of the regulator of riding with amplidyne intended for the work in mine winder with asynchronous a.c. driving motor.

The new regulator is of static type operated in a system of continuous, single, and program control.

The main purpose of the regulator is the control of the whole driving system depending on the amount of error. Owing to the automatic control of the real speed the regulator facilitates the achieving of considerable independance of mechanical characteristics of the asynchronous drive. Thus the accurate performance of the given speed program (tachogram) is possible to be reached, which in consequence leads to obtaining greater pit output. The possibility of making independent mechanical characteristics of the asynchronous drive by means of the amplidyne regulator of riding enables the much wider use of asynchronous motor as a drive in the mine winder systems. Great economy achieved in applying the mine winder with asynchronous driving motor as compared with the use of the expensive Leonard driving system should be stressed. It is all the more essential as the whole production of mine winders with asynchronous driving motor could be based on home machine and electrotechnical industries.

Basing on laboratory model parameters, the article gives a thorough analysis of the stability of the system of the automatic control with amplidyne regulator of riding. To this purpose the shape of transfer functions of particular elements operating in the system, the numerical data of all the time constants, and the constant values of coefficients have been defined. The transfer function of the nonlinear system: asynchronous motor — liquid resistance, has been deducted by linearising the system by means of Taylor series approximation with accuracy to the first figure. The approximation has been made around the nucleus of nominal speed of the asynchronous motor (the most critical stability conditions of the system operation).

The unequivocal defining of the transfer functions of particular elements and the defining of the numerical data of the system have made a sufficient basis to define unequivocally the transfer function of the whole control system, while basing on its structural (block) diagram. The thorough analysis shows that the order of the polynomial in the denominator of the transfer function of the regulation system equals 7.

The stabilization of the system has been achieved by means of two identical stabilizing transformers with spiral transmission 1 : 1, operating at the output of the amplidyne and at the output of tachogenerator.

Further to this, basing on the Neumark rule, it has been inverstigated what is the proper zone of stabilizing parameters selection (time constants of stabilizing transformers), in which the automatic control system is stabile. The thorough analysis has led to the conclusion that the zone of proper selection of stabilizing parameters extends in the whole interval $(0, \infty)$ Re $T_I(j\omega)$. Subsequently, the author discusses the approximate method of the theoretically defining the course of real speed, basing upon rectangular approximation of the given curve (voltages on the potentiometric model of given parameters in the function of the value of angular way β performed by the driving motor). Applying Heavyside's formulas by the recurrence method for each degree of voltage input, it is possible in a final result, to define the approximate form of real speed course. (In the discussion concerning the definition of the value of the speed accretion $\Delta\omega$ depending on time, four exponential members with important negative exponents as nearing 0, have been neglected)

In the end of the article the author quotes the results of oscillographic measurements, made in the laboratory system of automatic control with the amplidyne regulator of riding. The considerable convergence of the real speed curve, defined in the way of theoretical analysis, and real speed curve as measured experimentally by means of the oscillograph, should be stressed. The differences do not exceed 10%. Basing on the theoretical and experimental analysis stated in this article, the following conclusions may be drawn:

1. The laboratory system of automatic control with amplidyne regulator of riding works in a stabile manner. The magnetic regularity of work of both stabilizing transformers is to be stressed.

2. The sensitivity of laboratory system is satisfying. (In the industrial design of the amplidyne regulator of riding some increase in the sensitivity of system operation should be taken into account).

In the end of the article the author suggests some design, exploitation and regulation alterations, which would be necessary in the industrial design of the said system as compared with the laboratory solution.

621.34:622.66

ZBIGNIEW WĄSOWICZ

Wstęp do teorii układu Leonarda w napędach hutniczych o dużej częstości łączeń z uwzględnieniem obciążenia momentem mechanicznym

Rękopis dostarczono 14.3.1957

Artykuł nawiązuje do publikacji, która ukazała się w „Rozprawach Elektrotechnicznych" w 1956 r. [1].

Przeprowadzono porównanie właściwości prostego układu Leonarda obciążonego momentem mechanicznym z układem teoretycznym znajdującym się w analogicznych warunkach ruchowych i wyposażonym w samoczynne sterowanie przebiegami przejściowymi. System sterowania zapewnia osiągnięcie optymalnych warunków rozruchu i hamowania.

Ogólne równania czasu rozruchu i hamowania, drogi przebytej przez napęd oraz strat występujących w nim podczas stanów nieustalonych, przedstawiono w formie funkcji stosunku elektromechanicznej stałej czasu do elektromagnetycznej stałej czasu obwodu wzbudzenia prądnicy i zilustrowano wykresami. Wyciągnięto wnioski co do korzyści, jakie daje automatyczna ciągła regulacja przebiegów nieustalonych układu Leonarda. Stwierdzono, że korzyści te są większe dla układu obciążonego momentem mechanicznym niż dla układu znajdującego się na biegu jałowym.

Porównanie właściwości układu Leonarda nie obciążonego momentem mechanicznym i wyposażonego w teoretyczny system automatycznego sterowania z właściwościami prostego układu Leonarda biegnącego w identycznych warunkach, wypada na korzyść układu pierwszego [1].

Przy założeniu jednakowych szczytów prądu silnika dla obu przypadków można stwierdzić pewne zalety samoczynnego sterowania. Mianowicie w układach dużych o mocy rzędu tysiąca kilowatów uzyskuje się korzyści w postaci skrócenia czasu trwania przebiegu i przebytej drogi. Natomiast w napędach średniej mocy, rzędu kilkudziesięciu kilowatów, stosowanie systemu automatyki daje efekty mniej wyraźne [1].

W celu rozszerzenia przytoczonych wniosków rozpatrzono poniżej przebiegi w prostym i teoretycznym układzie Leonarda, przy czym oba układy pracują przy obciążeniu momentem mechanicznym o stałej wartości. Rozważania ograniczono do napędów dużych, dla których stosunek stałej elektromechanicznej B układu do stałej elektromagnetycznej T obwodu wzbudzenia prądnicy jest znacznie mniejszy od jedności. Wyciągnięto również wnioski co do korzyści, jakie może dać stosowanie samoczynnej ciągłej regulacji przebiegów nieustalonych układu Leonarda pracującego pod obciążeniem.

1. RÓWNANIA WYJŚCIOWE I OGÓLNE

Poniżej wyprowadzono zależności przy założeniach upraszczających, polegających na tym, że pominięto magnetyzm szczątkowy, indukcyjność obwodu głównego, nasycenie obwodu magnetycznego prądnicy oraz wpływ prądów wirowych [1].

Rozruch układu obciążonego momentem mechanicznym nastąpi po załączeniu wzbudzenia prądnicy w chwili, gdy prąd I obwodu głównego osiągnie wartość

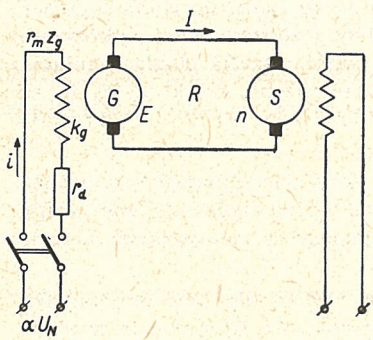
$$I_m = \frac{M_m}{c_m}.$$

Do tego czasu prąd I zmienia się tak jak prąd wzbudzenia, tj. według zależności

$$I = \alpha I_z \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right).$$

Prąd I_m zostanie osiągnięty po czasie

$$t_m = T \ln \frac{1}{1 - \frac{m}{\alpha}}, \tag{1}$$



Rys. 1. Ogólny schemat układu Leonarda

gdzie $m = \frac{I_m}{I_z} = \frac{\Delta n}{n_0}$

Wprowadzenie współczynnika m, jak się to pokaże w dalszych rozważaniach, jest bardzo celowe, gdyż operowanie stosunkiem $\frac{m}{\alpha}$ pozwala na dyskusję wyprowadzonych w dalszym ciągu wzorów w szerszym zakresie aniżeli np. operowanie stosunkiem $\frac{I_m}{I_N}$.

Dla prostego układu Leonarda (rys. 1) obciążonego momentem mechanicznym zależności pomiędzy napięciem αU_N przyłożonym do obwodu wzbudzenia prądnicy, prądem i wzbudzenia, prądem I obwodu głównego, napięciem E prądnicy oraz prędkością n silnika można określić następującymi równaniami wyrażonymi w formie operatorowej:

$$\alpha U_N = i(p)(r_m + r_d) + pLi(p) - pLi_a, \tag{2}$$

$$E(p) = k_g\, i(p), \tag{3}$$

$$E(p) = c_e\, n(p) + RI(p), \tag{4}$$

$$I(p) = \frac{Bc_e}{R}\, p\,(n(p) - n_a) + I_m. \tag{5}$$

Indeks a odnosi się do wartości początkowych. Przyjęto założenie upraszczające, że każdorazowy stan początkowy jest stanem ustalonym.

Zależnie od rozpatrywanego okresu pracy rozwiązanie zależności (2) ÷ (5) daje równanie prędkości i prądu w następującej postaci:

1. Okres rozruchu

$$n = \alpha n_0 - \Delta n - \frac{\alpha n_0 - \Delta n}{T - B}\left(Te^{-\frac{t}{T}} - Be^{-\frac{t}{B}}\right), \tag{6}$$

$$I = (\alpha I_z - I_m)\frac{B}{T - B}\left(e^{-\frac{t}{T}} - e^{-\frac{t}{B}}\right) + I_m; \tag{7}$$

dla przyjętych warunków początkowych:

$$\frac{k_g\, i_a}{R} = I_{za} = \frac{c_e\, n_a + I_a R}{R} = I_a = I_m, \text{ gdy } n_a = 0.$$

2. Okres hamowania przez swobodne wygasanie pola

$$n = \frac{n_0}{T - B}\left(Te^{-\frac{t}{T}} - Be^{-\frac{t}{B}}\right) - \Delta n, \tag{8}$$

$$I = -I_z\frac{B}{T - B}\left(e^{-\frac{t}{T}} - e^{-\frac{t}{B}}\right) + I_m; \tag{9}$$

dla przyjętych warunków początkowych:

$$\alpha = 0, \quad n_a = n_0 - \Delta n \quad \text{oraz} \quad I_{za} = I_z - I_m.$$

3. Okres hamowania przeciwwzbudzeniem

$$n = -(\beta n_0 + \Delta n) + \frac{(1 + \beta) n_0}{T - B}\left(Te^{-\frac{t}{T}} - Be^{-\frac{t}{B}}\right), \tag{10}$$

$$I = -I_z(1 + \beta)\frac{B}{T - B}\left(e^{-\frac{t}{T}} - e^{-\frac{t}{B}}\right) + I_m; \tag{11}$$

dla przyjętych warunków początkowych:
$i_a = i_N$; $n_a = n_0 - \Delta n$ oraz $I_{za} = I_z - I_m$. Przy hamowaniu $\alpha < 0$, oznaczono więc $\beta = -\alpha$, przy czym $\beta > 0$.

W równaniach (6) ÷ (11) czas jest liczony od chwili, gdy prąd obwodu głównego osiągnie wartość $I = I_m$.

Zakładając stałą wartość maksymalnie dopuszczalnego prądu dla silnika obciążonego momentem mechanicznym, otrzymano wyrażenie na

prąd szczytowy I_s oraz na prędkość n układu teoretycznego z idealnym sterowaniem przebiegów przejściowych.

W okresie rozruchu:

$$\left.\begin{aligned} I_s c_m &= \frac{Bc_e c_m}{R} \cdot \frac{dn}{dt} + I_m c_m, \\ n &= \frac{I_s - I_m}{Bc_e} Rt. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

W okresie hamowania:

$$\left.\begin{aligned} I_s c_m &= \frac{Bc_e c_m}{R} \cdot \frac{dn}{dt} - I_m c_m, \\ n &= n_a - \frac{I_s + I_m}{Bc_e} Rt, \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

gdzie $n_a = n_0 - \Delta n$.

2. MOMENT PRZECHODZENIA PRĄDU PRZEZ WARTOŚĆ SZCZYTOWĄ

Czas rozruchu układu obciążonego momentem mechanicznym będzie sumą czasu t_m — wzór (1) — oraz czasu t_s, w ciągu którego prąd wzrasta od wartości I_m do wartości I_s. Czas t_s wyznaczono biorąc pochodną prądu względem czasu z równania (7) i przyrównując ją do zera. Czas ten [1] wyraża się wzorem

$$t_s = B \frac{1}{1-b} \ln \frac{1}{b}, \tag{14}$$

gdzie $b = \frac{B}{T}$.

Ostatecznie od chwili załączenia wzbudzenia do chwili osiągnięcia przez prąd silnika wartości szczytowej I_s upływa czas

$$\left.\begin{aligned} {}_{sm} &= t_m + t_s = B\left(\frac{1}{b} \ln \frac{1}{1 - \frac{m}{a}} + \frac{1}{1-b} \ln \frac{1}{b}\right), \\ t_{sm} &= B(a_m + a_s) = Ba_{sm}; \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

dla $m = 0{,}1 \div 0{,}05$ oraz $a = 2 \div 5$ będzie

$$t_m = T(0{,}01 \div 0{,}05).$$

Współczynnik a_{sm} jest funkcją $b = \frac{B}{T}$; w dużym stopniu zależy on od wartości współczynnika obciążenia $\frac{m}{a}$. Czas upływający od chwili załączenia silnika obciążonego momentem mechanicznym do chwili pojawienia

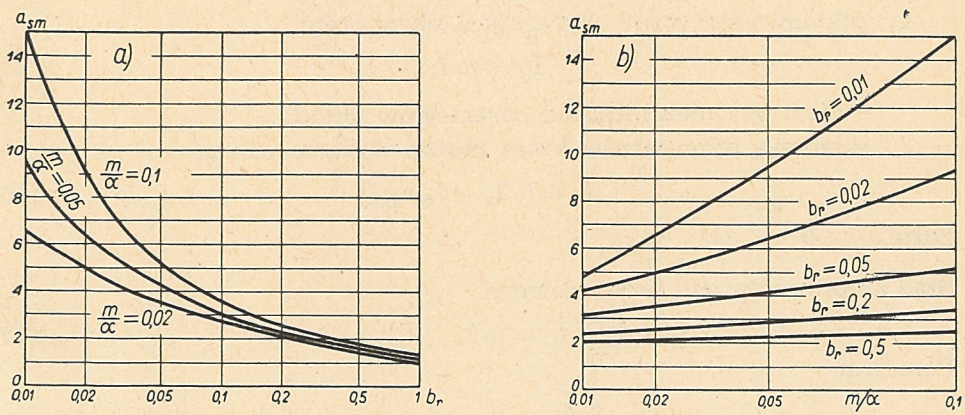
się szczytu prądu jest zatem funkcją parametrów układu oraz wielkości obciążenia i waha się w szerokich granicach. Pokazują to wykresy na rysunkach 2a i 2b. Dla maszyn dużych stała elektromechaniczna $B = (0{,}02 \div 0{,}05)$ sec

Tablica 1

$b \to 0$	$a_m \to \infty$	$a_s \to \infty$	$a_{sm} \to \infty$
$b \to 1$	$a_m \to \ln \frac{1}{1-\frac{m}{a}}$	$a_s \to 1$	$a_{sm} \to 1 + \ln \frac{1}{1-\frac{m}{a}}$
$b \to \infty$	$a_m \to 0$	$a_s \to 0$	$a_{sm} \to 0$

Tablica 2

b	$\frac{m}{a} = 0{,}02$	$\frac{m}{a} = 0{,}05$	$\frac{m}{a} = 0{,}1$
	a_{sm}	a_{sm}	a_{sm}
0	∞	∞	∞
0,01	6,63	9,53	15,09
0,02	4,98	6,43	9,17
0,05	3,55	4,13	5,23
0,1	2,63	2,92	3,47
0,2	2,11	2,25	2,53
0,5	1,42	1,48	1,59



Rys. 2. Współczynnik czasu szczytu prądu

a) $a_{sm} = f(b_r)$ dla $\frac{m}{a} = \text{const}$; b) $a_{sm} = f\left(\frac{m}{a}\right)$ dla $b_r = \text{const}$

oraz

$$t_{sm} \approx B(3{,}55 \div 15{,}1) \text{ sec},$$
$$t_{sm} \approx (0{,}07 \div 0{,}45) \text{ sec}.$$

Dla maszyn małych stała elektromechaniczna $B = (0{,}1 \div 0{,}2)$ sec oraz

$$t_{sm} \approx B(2{,}11 \div 5{,}23) \text{ sec},$$
$$t_{sm} \approx (0{,}21 \div 1{,}0) \text{ sec}.$$

Wiadomo [1], że dla $0{,}01 < b < 0{,}5$ przy $M_m = 0$, prąd silnika osiąga wartość szczytową I_s po czasie

$$t_s = (0{,}1 \div 0{,}25) \text{ sec}.$$

Czas wystąpienia maksimum prądu w układzie obciążonym momentem znamionowym waha się zatem w skrajnych przypadkach w granicach $(100 \div 400)\%$ czasu rozruchu dla układu uruchomionego bez obciążenia.

Z wykresu na rys. 2a widać, że wpływ współczynnika a_m na wartość a_{sm} zaznacza się silniej dla maszyn dużych (duża stała T), jednakże i dla maszyn małych wpływu jego nie można pominąć. Wpływ współczynnika a_m jest pomijalny jedynie dla maszyn o wartości $b \geqslant 0{,}5$. Dla okresu hamowania czas t_{sh} wyrazi się również wzorem (14), gdyż wyniki otrzymane z przyrównania do zera pochodnych równań (7), (9), (11) będą takie same.

3. AMPLITUDA PRĄDU PRZEJŚCIOWEGO

Z rozważań w rozdziale 2 wynika, że w okresie rozruchu amplituda prądu przejściowego silnika obciążonego momentem mechanicznym ma dwie składowe:

1. składową statyczną, wyrażającą się wzorem

$$I_m = m I_z$$

— jest ona niezależna od parametrów układu;

2. składową dynamiczną, którą można wyrazić wzorem

$$I_d = (a I_z - I_{za}) a_i, \tag{16}$$

gdzie $a_i = b^{\frac{1}{1-b}}$, [1].

Stąd amplituda prądu przejściowego

$$I_s = I_d + I_m = (a I_z - I_{za}) a_i + m I_z. \tag{17}$$

Ponieważ

$$I_{za} = \frac{c_e n_a}{R} + I_a = I_m, \text{ dla } n_a = 0,$$

równanie prądu przejściowego po prostych przekształceniach przyjmie postać:

$$\left.\begin{aligned} I_s &= a I_z \left[a_i + \frac{m}{a}(1 - a_i) \right], \\ I_s &= a I_z a_{im}. \end{aligned} \right\} \tag{18}$$

Biorąc pod uwagę napędy dużej mocy, w których z reguły stosowane jest silne forsowanie wzbudzenia, równanie (18) można zilustrować następującymi danymi liczbowymi:

$$\text{dla } \frac{1}{m} = \frac{I_z}{I_m} = 10 \div 20 \text{ oraz } a = 3$$

$$\frac{m}{a} = \frac{1}{3(10 \div 20)} = \frac{1}{30 \div 60} = 0{,}033 \div 0{,}0165.$$

Dla maszyn dużych:

$$b = 0{,}01 \div 0{,}05,$$
$$a_i = 0{,}01 \div 0{,}043, \text{ [1]}$$
$$\frac{m}{a} = 0{,}0166,$$
$$a_{im} = 0{,}026 \div 0{,}059,$$
$$I_s = I_z 3 (0{,}026 \div 0{,}059),$$
$$I_s \approx I_z (0{,}08 \div 0{,}18).$$

Natomiast dla maszyn małych:

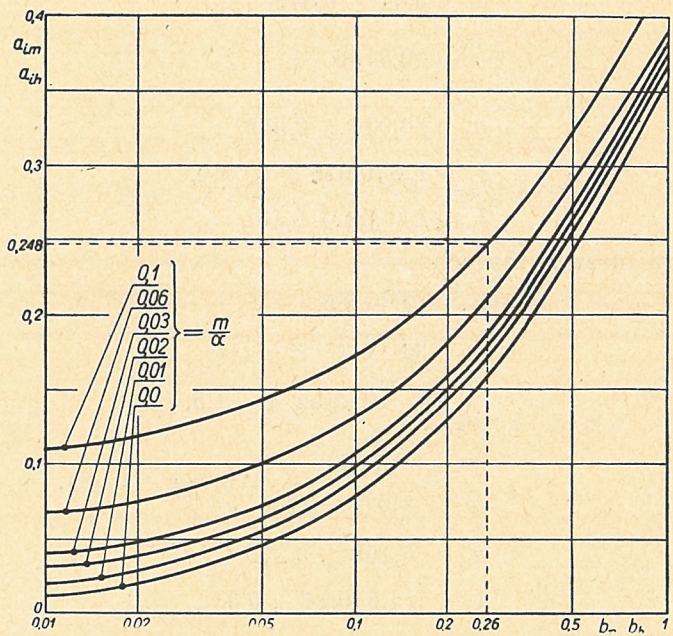
$$b = 0{,}1 \div 0{,}5,$$
$$a_i = 0{,}078 \div 0{,}25, \text{ [1]}$$
$$\frac{1}{m} 7 \div 10 \text{ oraz } a = 1{,}5,$$
$$\frac{m}{a} = \frac{1}{1{,}5(7 \div 10)} = 0{,}084 \div 0{,}067,$$
$$a_{im} = 0{,}108 \div 0{,}275,$$
$$I_s = I_z 1{,}5 (0{,}14 \div 0{,}33),$$
$$I_s \approx I_z (0{,}2 \div 0{,}5).$$

Na podstawie danych liczbowych zawartych w tablicy 3 oraz wykresu z rysunku 3 można wnioskować, że obciążenie statyczne ma większy wpływ na wartość amplitudy prądu przejściowego przy rozruchu w napędach dużych aniżeli w napędach małych. Tłumaczy się to tym, że w napędach dużych, którym odpowiadają małe wartości b, składowa dynamiczna prądu przejściowego odniesiona do prądu znamionowego osiąga nieduże wartości.

Wzór (18) wzraz z wykresem 3 pozwala określić dla silnika obciążonego momentem mechanicznym maksymalną wartość współczynnika forsowa-

Tablica 3

b	a_i	$\frac{m}{\alpha} = 0{,}01$	$\frac{m}{\alpha} = 0{,}02$	$\frac{m}{\alpha} = 0{,}03$	$\frac{m}{\alpha} = 0{,}06$	$\frac{m}{\alpha} = 0{,}1$
		a_{im}	a_{im}	a_{im}	a_{im}	a_{im}
0,01	0,01	0,02	0,03	0,04	0,067	0,109
0,02	0,018	0,028	0,038	0,048	0,075	0,116
0,05	0,043	0,053	0,062	0,072	0,099	0,139
0,1	0,078	0,087	0,097	0,106	0,132	0,170
0,2	0,133	0,142	0,150	0,159	0,183	0,220
0,5	0,250	0,257	0,265	0,273	0,293	0,325
1,0	0,368	0,374	0,38	0,387	0,404	0,431



Rys. 3. Współczynnik amplitudy prądu rozruchu $a_{im} = f(b_r)$ oraz prądu hamowania $a_{ih} = f(b_h)$, dla $\frac{m}{\alpha} = \text{const}$

nia, przy którym amplituda prądu przejściowego nie przekroczy wartości dopuszczalnej dla danego silnika. Przekształcając wzór (18) otrzymujemy:

$$\sigma = \frac{I_s - I_m(1 - a_i)}{I_z a_i}. \tag{19}$$

Dla okresu hamowania przez swobodne wygasanie pola wzór (18) dla $\alpha = 1$ przyjmie postać

$$\left.\begin{aligned} I_{sh} &= I_z [a_i + m(1 - a_i)], \\ I_{sh} &= I_z a_{ih}. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Do tej samej postaci można dojść ze wzoru (17) zakładając, że w okresie hamowania prąd I_m nie powoduje zmniejszenia amplitudy prądu hamowania I_{sh}. Przyjmuje się zatem, że $|I_{sh}| = I_s$. W tym przypadku należy wstawić do wzoru (17) $\alpha = 0$ oraz $I_{za} = I_z - I_m$.

Ponieważ dla wzoru (18) przy $\alpha = 1$ ważna jest równość $\frac{m}{\alpha} = m$, stąd współczynnik a_{ih} zmienia się tak samo jak a_{im} w zależności od b dla $m = \text{const}$. Dlatego też ze wzoru (18) można określić również wartość b_h potrzebną w okresie hamowania w celu utrzymania szczytu prądu w dopuszczalnych granicach, uwzględniając przy tym wpływ obciążenia silnika momentem mechanicznym na przebieg procesu hamowania.

4. CZAS ROZRUCHU I DROGA PRZEBYTA PRZY ROZRUCHU

Do obliczenia czasu rozruchu wzięto równanie (6) jako równanie wyjściowe. Uczyniono tu założenie, że dla małych wartości $\frac{B}{T}$ człon $e^{-\frac{t}{B}}$ jako szybko zanikający jest pomijalny. Przyjęto również, że po upływie czasu rozruchu t_r obroty silnika $n = n_0 - \Delta n$. Po prostych przekształceniach otrzymano:

$$\left.\begin{aligned} t_r &= T \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot \frac{1 - \frac{m}{\alpha}}{1 - b_r}, \\ t_r &= T \ln \delta_m. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Budowa wzoru wskazuje, że wpływ obciążenia na czas rozruchu maleje ze wzrostem współczynnika forsowania.
Droga przebyta w okresie rozruchu:

$$N_r = \frac{1}{60} \int_0^{tr} \left[\alpha n_0 - \Delta n - (\alpha n_0 - \Delta n) \frac{T_r}{T_r - B} \left(e^{-\frac{t}{T_r}} - \frac{B}{T_r} e^{-\frac{t}{B}} \right) \right] dt.$$

Po rozwiązaniu tego równania otrzymano:

$$N_r = (\alpha - m)\frac{n_0 T_r}{60}\left\{\ln\frac{\alpha}{\alpha-1}\cdot\frac{1-\frac{m}{\alpha}}{1-b_r} - (1+b_r) + \right.$$
$$\left. + \frac{\alpha-1}{\alpha-m}\left\{1 - b_r^2\left[\frac{\alpha-1}{\alpha-m}(1-b_r)\right]^{\frac{1-b_r}{b_r}}\right\}\right\}. \qquad (22)$$

Z przeliczeń wynika, że dla $b \leqslant 0{,}2$ człon w nawiasie prostokątnym można pominąć i wzór (22) uprościć do postaci

$$N_r = \frac{n_0 T_r}{60}(\alpha - m)\left[\ln\delta_m - \frac{1-m}{\alpha-m} - b_r\right] \qquad (22a)$$

dla $\alpha = 3;\quad b = 0{,}5 \quad N_r = \frac{0{,}56}{60} n_0 T_r;$

dla $\alpha = 3;\quad b = 0{,}01 \quad N_r = \frac{0{,}174}{60} n_0 T_r.$

W celu porównania otrzymanych wyników z wynikami dla układu teoretycznego należy je sprowadzić do tych samych wartości amplitud prądu. Uwzględniając, że w końcu rozruchu $n = n_0 - \Delta n$, z równania (12) otrzymano czas rozruchu układu teoretycznego

$$t_{rt} = \frac{I_z}{I_s - I_m} B(1-m). \qquad (23)$$

Stosunek czasów rozruchu

$$\tau_{rm} = \frac{t_{rt}}{t_r} = \frac{I_z}{I_s - I_m}\cdot\frac{B(1-m)}{T_r \ln\delta_m},$$

a po wprowadzeniu równania (18)

$$\tau_{rm} = \frac{(1-m)b_r}{(\alpha-m)a_i \ln\frac{\alpha}{\alpha-1}\cdot\frac{1-\frac{m}{\alpha}}{1-b_r}}. \qquad (24)$$

Tablica 4

b_r	$\alpha = 3; m = 0{,}1$	$\alpha = 3;\ m = 0{,}05$	$\alpha = 1{,}5; m = 0{,}05$
	τ_{rm}	τ_{rm}	τ_{rm}
0,01	0,81	0,81	0,62
0,02	0,85	0,87	0,60
0,05	0,86	0,85	0,58
0,1	0,84	0,835	0,56
0,2	0,81	0,87	0,52
0,5	0,58	0,595	0,37

Stosunek czasów rozruchu τ_{rm} zawiera się w dość wąskich granicach oraz praktycznie jest bardzo mało zależny od wartości obciążenia silnika momentem statycznym, a więc

$$\tau_{r_{m=0,1}} \approx \tau_{r_{m=0,05}} \approx \tau_{r_{m=0}}.$$

Równocześnie jednak zaznacza się silny wpływ współczynnika forsowania α na wartość τ_{mr}. Dla silników dużych (wartość b mała) czas rozruchu układu prostego jest bardziej zbliżony do czasu rozruchu układu teoretycznego; dla silników małych (wartość b duża, a wartość α mała) czas rozruchu układu rzeczywistego jest prawie dwukrotnie dłuższy niż czas rozruchu układu teoretycznego. Droga przebyta przy rozruchu układu teoretycznego obciążonego momentem mechanicznym

$$N_{tr} = \frac{1}{120} n t_{rt};$$

korzystając z równania (23), przy przyjęciu $n = n_0 - \Delta n$, otrzymano

$$N_{tr} = \frac{n_0}{120} \cdot \frac{I_z B (1-m)^2}{I_s - I_m}.$$

Podstawiając w powyższe równanie zależność (18) i po przekształceniach otrzymano

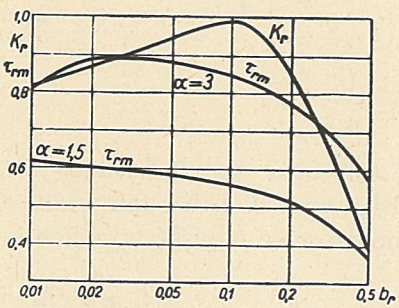
$$N_{tr} = \frac{n_0}{120} \cdot \frac{B(1-m)^2}{a_i(\alpha - m)}. \tag{25}$$

Stosunek dróg przebytych przy rozruchu układu teoretycznego i prostego wyrazi się wzorem

$$K_r = \frac{b_r (1-m)^2}{2a_i(\alpha - m)^2 \left[\ln \frac{\alpha - m}{(\alpha - 1)(1 - b_r)} - b_r - \frac{1-m}{\alpha - m} \right]}. \tag{26}$$

Tablica 5

$\alpha = 3$; $m = 0,1$	
b	K_r
0,01	0,82
0,02	0,88
0,05	0,95
0,1	0,99
0,2	0,84
0,5	0,38



Rys. 4. Zdolność rozruchu τ_{rm}. Współczynnik skuteczności rozruchu K_r

Z wykresu na rys. 4 można wnioskować, że układ teoretyczny obciążony takim samym momentem mechanicznym co układ prosty posiada czas rozruchu o około 20% mniejszy, natomiast droga rozruchu układu teoretycznego w tych warunkach jest o $(0 \div 20)\%$ krótsza. Dotyczy to silników o wartości $b_r \leqslant 0{,}2$. Dla $b_r > 0{,}2$ układ teoretyczny jest znacznie korzystniejszy. Wzory (21) oraz (22) względnie (22a) stanowią podstawę do projektowania układów, od których wymaga się najmniejszego czasu rozruchu oraz najkrótszej drogi przebywanej w okresach rozruchu.

5. CZAS I DROGA HAMOWANIA

Czas hamowania przez swobodne wygasanie pola prądnicy można obliczyć na drodze kolejnych przybliżeń, wychodząc z równania (8), w którym przyjęto, że $\alpha = 0$ oraz że po czasie hamowania t_h, $n = 0$. Tym sposobem otrzymano

$$t_h = T_h \ln \frac{n_0}{\Delta n} \cdot \frac{1}{1 - b_h} \left(1 - b_h e^{-\frac{t}{T}} \cdot \frac{1-b_h}{b_h}\right) \tag{27}$$

Dla wartości $b_h \ll 1$ drugi człon w nawiasie można pominąć. Wówczas pierwsze przybliżenie czasu hamowania będzie

$$t'_h = T_h \ln \frac{n_0}{\Delta n} \cdot \frac{1}{1-b_h}. \tag{28}$$

Wstawiając wartość t'_h do wzoru (27) otrzyma się następne przybliżenie

$$t''_h = T_h \ln \frac{n_0}{\Delta n} \cdot \frac{1}{1-b_h} \left\{1 - b_h \left[\frac{\Delta n}{n_0}(1-b_h)\right]^{\frac{1-b_h}{b_h}}\right\}. \tag{29}$$

Błąd względny między dwoma kolejnymi przybliżeniami będzie

$$\frac{t'_h - t''_h}{t'_h} = \frac{\ln\left\{1 - b_h [m(1-b_h)]^{\frac{1-b_h}{b_h}}\right\}}{\ln \frac{1}{m(1-b_h)}},$$

gdzie $m = \dfrac{\Delta n}{n_0}$.

Dla $m = 0{,}1$ oraz $b_h = 0{,}5$ błąd ten wynosi 8,5‰; dla $m = 0{,}05$ oraz $b_h = 0{,}5$ błąd wynosi 3,7‰. Jak widać, błąd ten może być pominięty. Ostatecznie można więc napisać wyrażenie dla czasu hamowania

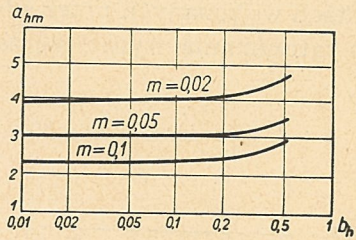
$$t_h \approx T_h \ln \frac{1}{m(1-b_h)},$$

$$t_h \approx T_h a_{hn}. \tag{30}$$

Dla wartości $m = 0$, tj. dla układu hamowanego bez obciążenia momentem mechanicznym [1], $a_{hm} = a_h$. Dla wartości $b_h \leqslant 0{,}5$ współczynnik a_{hm} zmienia się w bardzo wąskich granicach przy $m = \text{const}$, na co wskazuje jego płaski przebieg. Gdy wartość m rośnie, współczynnik a_{hm} przyjmuje coraz mniejsze wartości, czyli czas hamowania jest tym krótszy, im większe jest obciążenie statyczne.

Tablica 6

b	a_{hm} przy		
	$m = 0{,}02$	$m = 0{,}05$	$m = 0{,}1$
0,01	3,92	3,00	2,31
0,02	3,93	3,01	2,32
0,05	3,96	3,05	2,35
0,1	4,01	3,10	2,40
0,2	4,13	3,21	2,52
0,5	4,61	3,68	2,99



Rys. 5. Współczynnik czasu hamowania a_{hm}

Dla układu nie obciążonego umowny czas hamowania [1] zawiera się w granicach

$$t_h = (3{,}9 \div 4{,}6)\, T_h ,$$

przy czym przyjęte założenia odpowiadają wartości $m = 0{,}02$. Dla układu obciążonego czas hamowania będzie

$$\left.\begin{aligned} t_h &= (2{,}3 \div 2{,}99)\, T_h \quad \text{dla } m = 0{,}1 , \\ t_h &= (3{,}0 \div 3{,}7)\, T_h \quad \text{dla } m = 0{,}05 . \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Uwidacznia się tu wyraźnie wpływ obciążenia momentem mechanicznym na długość czasu hamowania.

Ze wzoru (13), określającego przebieg prędkości przy hamowaniu teoretycznego układu Leonarda, wyznaczono czas hamowania od prędkości początkowej $n_a = n_0 - \Delta n$ zakładając, że przy końcu czasu hamowania t_{ht}, $n = 0$

$$t_{ht} = \frac{Bc_e}{R} \cdot \frac{n_0 - \Delta n}{I_s - I_n} \cdot \frac{1 - m}{a_{ih} + m} B \cdot \tag{32}$$

Dla jednakowych szczytów prądu stosunek czasów hamowania układu teoretycznego i rzeczywistego, przy swobodnym wygasaniu pola, wg wzorów (30) i (32) będzie

$$\tau_{hn} = \frac{t_{nt}}{t_h} = \frac{1 - m}{a_{ih} + m} \cdot \frac{B}{T_h \cdot a_{hm}} \tag{33}$$

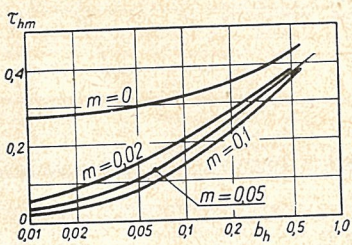
lub po przekształceniu

$$\tau_{hm} = \frac{1-m}{a_{ih}+m} \cdot \frac{b_h}{a_{hm}}. \tag{34}$$

Jak widać z przeliczeń, zdolność układu do hamowania maleje ze wzrostem obciążenia.

W okresie hamowania przez swobodne wygasanie pola prądnicy rzeczywistego układu Leonarda droga przebyta przez mechanizm, a liczona w obrotach wykonanych przez silnik, od rozpoczęcia hamowania do całkowitego zatrzymania wyrazi się zależnością:

$$N_h = \frac{1}{60}\int_0^{t_h} n\,dt.$$



Rys. 6. Zdolność hamowania τ_{hm}

Tablica 7

b	τ_{hm} przy		
	$m = 0{,}02$	$m = 0{,}05$	$m = 0{,}1$
0,01	0,050	0,028	0,018
0,02	0,087	0,054	0,036
0,05	0,150	0,110	0,080
0.1	0,210	0,175	0,136
0,2	0,280	0,260	0,220
0,5	0,375	0,380	0,360

Posługując się równaniem (8), dla $\alpha = 0$ oraz $n_s = n_0 - \Delta n$, droga hamowania

$$N_h = \frac{n_0 T_h}{60}\left\{m\left\{b_h^{\frac{1-b_h}{b_h}}[m(1-b_h)] - 1 - \ln\frac{1}{m(1-b_h)}\right\} + 1 + b_h\right\}. \tag{35}$$

Ponieważ pierwszy człon w nawiasie prostokątnym jest pomijalny dla $b \leqslant 0{,}5$ oraz $m = 0{,}1$, więc wzór (35) po uproszczeniu przyjmie postać

$$\left.\begin{aligned} N_h &\approx \frac{n_0 T_h}{60}\left\{1 + b_h - m\left[1 + \ln\frac{1}{m(1-b_h)}\right]\right\} \\ \text{lub też} \\ N_h &\approx \frac{n_0 T_h}{60}[1 + b_h - m(1 + a_{hm})]. \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

Korzystając ze wzoru (32) oraz zakładając jak poprzednio, że $n_a = n_0 - \Delta n$, drogę przebytą przy hamowaniu przez układ teoretyczny można wyrazić wzorem

$$N_{ht} = \frac{n_0 B}{120} \cdot \frac{(1-m)^2}{a_{ih}+m}. \tag{37}$$

Stosunek dróg hamowania układu teoretycznego i prostego nazwano skutecznością hamowania K_h;

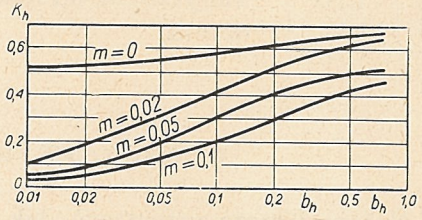
$$K_h \approx \frac{N_{ht}}{N_h} \approx \frac{b_h(1-m)^2}{2(a_{ih}+m)\left\{m\left\{b_h^2[m(1-b_h)]^{\frac{1-b_h}{b_h}} - 1 - \ln\frac{1}{m(1-b_h)}\right\} + 1 + b_h\right\}} \quad (38)$$

lub też podstawiając uproszczony wzór (36) zamiast wzoru (35)

$$K_h \approx \frac{b_h(1-m)^2}{2(a_{ih}+m)[1+b_h-m(1+a_{hm})]}. \quad (39)$$

Tablica 8

b	K_h przy		
	$m = 0{,}02$	$m = 0{,}05$	$m = 0{,}1$
0,01	0,106	0,051	0,029
0,02	0,185	0,095	0,055
0,05	0,308	0,187	0,119
0,1	0,413	0,288	0,198
0,2	0,514	0,403	0,30
0,5	0,607	0,490	0,43



Rys. 7. Współczynnik skuteczności hamowania K_h

Stosunek drogi przebytej przy hamowaniu stałą wartością prądu do drogi przebytej przy hamowaniu przez swobodne wygasanie pola dla napędu nie obciążonego momentem mechanicznym zawiera się w granicach

$$K_h = 0{,}5 \div 0{,}666,$$

natomiast dla napędu obciążonego K_h przyjmuje znacznie mniejsze wartości oraz waha się w granicach 0,03 ÷ 0,61. Jeżeli więc dopuści się jednakowe wielkości amplitud prądu hamowania, uzyskuje się w obciążonym układzie teoretycznym drogę hamowania krótszą o (95 ÷ 40) % od drogi przebytej przy hamowaniu w rzeczywistym układzie Leonarda. Dla układu nie obciążonego skrócenie tej drogi, zależnie od wielkości silnika, wynosi (50 ÷ ÷ 30) %.

Dla układu teoretycznego średnia prędkość

$$n_{śr_t} = 0{,}5\, n_a = 0{,}5\, n_0(1-m). \quad (40)$$

W prostym układzie Leonarda prędkość średnia

$$n_{śr} = 60\frac{N_h}{t_h} = \frac{n_0}{a_{hm}}[1+b_h-m(1+a_{hm})]. \quad (41)$$

Stosunek średnich prędkości układu hamowanego stałą wartością prądu i układu o swobodnie zanikającym polu prądnicy wyrazi się wzorem

$$K_n = \frac{0{,}5\, a_{hm}(1-m)}{1+b_h-m(1+a_{hm})}. \tag{42}$$

Z przeliczeń wynika, że średnia prędkość przy hamowaniu układu teoretycznego jest 1,5 ÷ 1,2-krotnie większa od średniej prędkości przy hamowaniu układu rzeczywistego. Dla powyższych dwu układów, lecz nie obciążonych momentem mechanicznym stosunek tych prędkości zawiera się w granicach 2,0 ÷ 1,5. Widać więc, że wartość K_n jest w dużym stopniu zależna od obciążenia m.

Tablica 9

b	$m = 0{,}1$ K_n
0,01	1,53
0,02	1,515
0,05	1,475
0,1	1,407
0,2	1,335
0,5	1,22

Wzory (30) i (35) względnie (36) stanowią podstawę do projektowania układu napędowego obciążonego momentem statycznym, od którego wymagane jest intensywne hamowanie.

6. HAMOWANIE PRZECIWWZBUDZENIEM

Należy jeszcze rozpatrzyć, jak będzie przebiegał proces hamowania układu Leonarda przy stosowaniu przeciwwzbudzenia. Przebieg prędkości i prądu dla tego przypadku wyraża się równaniami (10a) i (11a), do których dla współczynnika forsowania wstawiono zgodnie z fizykalnym sensem wartość $-\beta = \alpha$.

$$n = -(\beta n_0 + \Delta n) + \frac{(1+\beta)h_0}{T-B}\left(Te^{-\frac{t}{T}} - Be^{-\frac{t}{B}}\right); \tag{10a}$$

$$I = -I_z(1+\beta)\frac{B}{T-B}\left(e^{-\frac{t}{T}} - e^{-\frac{t}{B}}\right) + I_m. \tag{11a}$$

Na podstawie równania (17) przy $-\beta = \alpha$ oraz $I_{za} = I_z - I_m$ szczyt prądu w okresie hamowania

$$I_{sn} = I_z[(1+\beta)a_i + m(1-a_i)]. \tag{43}$$

Czas hamowania określono z równania (10a) przyjmując, że po czasie hamowania t_{hn} prędkość $n = 0$. Przyjęto tu również uproszczenie, że jeżeli $\frac{B}{T}e^{-\frac{t}{B}} \ll 1$, to drugi człon w nawiasie tego równania można pominąć.

$$t_{hn} = T_n \ln\frac{1+\beta}{(\beta+m)(1-b_n)} = T_n a_{nm}. \tag{44}$$

Drogę hamowania obliczono przez całkowanie równania (10a) w granicach od zera do t_{hn}. Otrzymano wyrażenie

$$N_{hn} = \frac{n_0 T_n}{60}\left[-(\beta + m)\, a_{nm} + \frac{1+\beta}{1-b_n}\left(1 - b_n^2 - e^{-a_{nm}} + b_n^2 e^{-\frac{a_{nm}}{b_n}}\right)\right]; \quad (45)$$

dla wartości $b_n \leqslant 0{,}2$ człon $b_n^2 e^{-\frac{a_{nm}}{b_n}}$ może być pominięty jako wartość mała, drugiego rzędu. Wówczas wzór (45) przyjmie postać

$$N_{hn} = \frac{n_0 T_n}{60}\left[\frac{1+\beta}{1-b_n}\left(1 - b_n - e^{-a_{nm}}\right) - a_{nm}(\beta + m)\right]; \quad (45a)$$

dla $\beta = 1$ i $b_n = 0{,}1$ oraz $m = 0{,}05$ będzie

$$N_{hn} = \frac{n_0 T_n}{60} 0{,}365 .$$

Dla teoretycznego układu Leonarda droga przebyta w okresie hamowania

$$N_{tn} = \frac{1}{120} n_a t_{hn} .$$

Korzystając ze wzoru (44) oraz zakładając $n_a = n_0 - \Delta n$ droga hamowania

$$N_{tn} = \frac{n_0 T_n}{120}(1 - m)\, a_{nm}; \quad (46)$$

dla $\beta = 1$ i $b_n = 0{,}1$ oraz $m = 0{,}1$

$$N_{tn} = \frac{n_0 T_n}{60} 0{,}316 .$$

W celu porównania wartości otrzymanych dla hamowania przeciwwzbudzeniem i przez wygasanie pola należy wziąć pod uwagę układy dające jednakowe szczyty prądu hamowania $I_{sh} = I_{sn}$. Wstawiając do równania (43) wartości $\beta = 1$, $b_n = 0{,}1$ oraz $m = 0{,}1$ otrzymano

$$I_{sn} = 0{,}248\, I_z .$$

Z wykresu na rys. 3 znaleziono, że taki sam szczyt prądu uzyska się przy hamowaniu z gaszeniem pola dla $b_h = 0{,}26$ ($m = 0{,}1$). Dla hamowania zatem z przeciwwzbudzeniem będzie:

$$T_h = T_n \frac{b_n}{b_h} 0{,}385\, T_n .$$

Z zależności tej wynika, że stała elektromagnetyczna T_n przy hamowaniu przeciwwzbudzeniem powinna być około 2,6-krotnie większa od stałej T_h przy hamowaniu przez gaszenie pola, jeśli dopuścić ten sam szczyt prądu.

Czas hamowania przez gaszenie pola wg wzoru (30) przy przyjęciu $b_h = 0{,}26$ oraz $m = 0{,}1$ będzie

$$t_h = 2{,}604\, T_h = 2{,}603 \cdot 0{,}385\, T_n = 1{,}005\, T_n .$$

Czas hamowania przez przeciwwzbudzenie wg wzoru (41) dla $b_n = 0{,}1$ i $m = 0{,}1$ oraz $\beta = 1$

$$t_{hn} = 0{,}702\, T_n .$$

Z porównania czasów hamowania t_h i t_{hn} wynika, że

$$t_h = 1{,}43\, t_{hn} .$$

Stąd wniosek, że przeciwwzbudzenie daje skrócenie czasu hamowania o około 43% w stosunku do hamowania przez wygasanie pola. Korzyść wynikająca ze skrócenia czasu hamowania jest jednakże dla układu obciążonego o około 40% mniejsza w porównaniu z korzyścią dla układu, którego moment obciążenia jest równy zeru [1].

Droga hamowania przy swobodnym wygasaniu pola wg wzoru (36) przy wartościach $b_h = 0{,}26$ i $m = 0{,}1$ będzie

$$N_h = \frac{n_0 T_h}{60} 0{,}345 .$$

Ta sama droga przy hamowaniu przeciwwzbudzeniem wg wzoru (46) oraz przy wartościach b_n i m jak poprzednio

$$N_{tn} = \frac{n_0 T_n}{60} 0{,}316 .$$

Ostatecznie

$$\frac{N_n}{N_{tn}} = = 1{,}10 .$$

Stosowanie przeciwwzbudzenia dla zatrzymania układu obciążonego momentem mechanicznym daje skrócenie drogi hamowania o około 10% w stosunku do drogi hamowania przy wygasaniu pola. Skrócenie drogi hamowania układu obciążonego jest około półtorakrotnie mniejsze niż układu nie obciążonego [1].

7. STRATY W OBWODZIE GŁÓWNYM

Omawiając straty przy rozruchu silnika obciążonego momentem mechanicznym należy rozróżnić trzy okresy, w których przebieg prądu obwodu głównego jako funkcja czasu daje się wyrazić odmiennymi równaniami.

W okresie pierwszym od chwili załączenia wzbudzenia prądnicy do chwili, w której silnik zaczyna wirować, prąd obwodu głównego wyraża się wzorem

$$I_I = \alpha I_z \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

i po czasie

$$t_m = T_r \ln \frac{1}{1 - \frac{m}{\alpha}} \tag{1a}$$

prąd osiąga wartość I_m odpowiadającą obciążeniu mechanicznemu silnika.

Okres drugi rozpoczyna się w chwili, gdy prędkość silnika $n > 0$. Przebieg prądu w tym okresie wyraża się równaniem (7a)

$$I_{II} = (\alpha I_z - I_m) \frac{B}{T_r - B} \left(e^{-\frac{t}{T_r}} - e^{-\frac{t}{B}}\right) + I_m . \tag{7a}$$

Gdy silnik osiągnie prędkość $n_0 - \Delta n$, forsowanie wzbudzenia zostaje wstrzymane. Nastąpi to po czasie wyznaczonym równaniem (21);

$$t_r = T_r \ln \delta_m . \tag{21a}$$

W tym czasie prąd w obwodzie osiąga wartość

$$I_{II1} = I_z b_r (\alpha - 1) + I_m . \tag{47}$$

(por. załącznik wzór I).

Okres trzeci trwa od chwili zniesienia forsowania wzbudzenia do ustalenia się przebiegów przejściowych. W tym okresie prąd obwodu głównego wyraża się równaniem

$$I_{III} = I_z \frac{(\alpha - 1) b_r}{1 - \alpha b_r} \left(e^{-\frac{\tau}{B}} - \alpha b_r e^{-\frac{\alpha\tau}{T_r}}\right) + I_m \tag{48}$$

(por. załącznik wzór XI). Czas τ liczony jest od chwili zakończenia forsowania wzbudzenia.

Całkowite straty powstające w okresie rozruchu układu obciążonego momentem statycznym będą sumą trzech całek, z których pierwsza i druga przedstawiają straty w okresie forsowania wzbudzenia, trzecia reprezentuje straty powstające w okresie, gdy prąd I_{III} dąży do ustalonej wartości I_m odpowiadającej momentowi obciążenia silnika (zob. rys. 10);

$$Q_r = Q_{rI} + Q_{rII} + Q_{rIII} = \int_0^{t_m} I^2 R_t \, dt + \int_0^{t_r} I_{II}^2 R_t \, dt + \int_0^{\tau} I_{III}^2 R_t \, dt . \tag{49}$$

Symbol R_t oznacza rzeczywistą wartość oporności czynnej obwodu twornika maszyny, której straty są badane, w odróżnieniu od uogólnionej oporności R całego obwodu prądowego układu, uwzględniającej również wpływ oddziaływania twornika prądnicy na pole główne [1].

Wartość τ — górna granica całki III członu — jest to czas liczony od momentu zniesienia forsowania. Czas ten zależny jest tylko od szybkości zaniku stanów przejściowych, a więc od stałej T_r prądnicy i współczynnika forsowania α (por. załącznik). Można przyjąć, że po czasie $\tau = 4T'_r = 4\dfrac{T_r}{\alpha}$ przebiegi nieustalone w trzecim okresie rozruchu zanikną.

Po podstawieniu wyprowadzonych powyżej zależności dla prądów $I_I \div I_{III}$ do poszczególnych członów równania (49) otrzymano dla poszczególnych okresów rozruchu następujące wyrażenia:

$$
\left.
\begin{aligned}
Q_{rI} &= \alpha^2 A_{k0}\frac{R_t}{R}\cdot\frac{2}{b_r}\left[\ln\frac{\alpha}{\alpha-m}-\frac{m}{\alpha}-\frac{1}{2}\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2\right],\\
Q_{rII} &= \alpha^2 A_{k0}\frac{R_t}{R}\left\{\frac{b_r}{1+b_r}\left(1-\frac{m}{\alpha}\right)^2\left\{1-\frac{1+b_r}{\left(1-\frac{m}{\alpha}\right)^2}\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^2\left[1+b_r(\gamma_m)^{2\frac{1-b_r}{b_r}}+\right.\right.\right.\\
&\quad\left.\left.\left.-\frac{4b_r}{1+b_r}(\gamma_m)^{\frac{1-b_r}{b_r}}\right]\right\}+2\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2\frac{1}{b_r}\ln\frac{1}{\gamma_m}+4\frac{m}{\alpha}\left\{\left(1-\frac{m}{\alpha}\right)+\right.\\
&\quad\left.-\frac{\alpha-1}{\alpha}\left[1-b_r(\gamma_m)^{\frac{1-b_r}{b_r}}\right]\right\}\right\},\\
Q_{rIII} &= \alpha^2 A_{k0}\frac{R_t}{R}\cdot\frac{b_r^2(\alpha-1)^2}{\alpha^2(1-\alpha b_r)^2}\left[1+\alpha b_r-\frac{4\alpha b_r}{1+\alpha b_r}\left(1-e^{-4\frac{1+\alpha b_r}{\alpha b_r}}\right)+\right.\\
&\quad-e^{-\frac{8}{\alpha b_r}}-3{,}35\cdot10^{-4}\cdot\alpha b_r+\frac{4m(1-\alpha b_r)}{b_r(\alpha-1)}0{,}018\left(1-e^{-4\frac{1-\alpha b_r}{\alpha b_r}}\right)+\\
&\quad\left.+\frac{8m^2(1-\alpha b_r)^2}{\alpha b_r^3(\alpha-1)^2}\right],
\end{aligned}
\right\} \quad (50)
$$

gdzie:

$$A_{k0} = \tfrac{1}{2}I_z^2 BR = \frac{GD^2 n_0}{729}\ [\mathrm{Wsec}]$$

przedstawia energię kinetyczną napędu na biegu jałowym [1] oraz

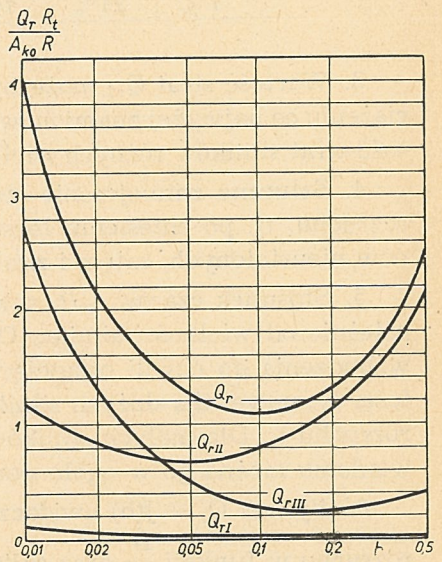
$$\frac{1}{\gamma_m} = \delta_m = \frac{\alpha-m}{(\alpha-1)(1-b)}.$$

Dla napędów dużych, gdy $b_r \leqslant 0{,}5$, oraz dla $a \geqslant 3$ i $m \leqslant 0{,}1$ niektóre człony w wyrażeniach (50) można pominąć jako małe, drugiego rzędu. Wówczas wzory na straty w poszczególnych okresach rozruchu ulegną uproszczeniu.

$$\left.\begin{aligned} Q_{rI} &= a^2 A_{k0} \frac{R_t}{R} \frac{1}{b_r}\left[\ln \frac{a}{a-m} - \frac{m}{a} - \frac{1}{2}\left(\frac{m}{a}\right)^2\right. \\ Q_{rII} &= a^2 A_{k0} \frac{R_t}{R}\left\{\frac{b_r}{1+b_r}\left(1-\frac{m}{a}\right)^2 - b_r\left(\frac{a-1}{a}\right)^2\left[1-\frac{4b_r}{1+b_r}(\gamma_m)^{\frac{1-b_r}{b_r}}\right] + \right. \\ &\quad \left.\left. + \frac{2}{b_r}\left(\frac{m}{a}\right)^2 \ln\frac{1}{\gamma_m} + 4\frac{m}{a}\left(\frac{1-m}{a}\right)\right\}, \right. \\ Q_{rIII} &= a^2 A_{k0} \frac{R_t}{R} \cdot \frac{b_r^2 (a-1)^2}{a^2 (1-ab_r)^2}\left[1 + ab_r - \frac{4ab_r}{1+ab_r} + \frac{8m^2 (1-ab_r)^2}{ab^3 (a-1)^2}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (50a)$$

Tablica 10

b	$a = 3$	$m = 0{,}1$		
	Q_{rI}	Q_{rII}	Q_{rIII}	Q_r
0,01	0,01	1,17	2,66	3,93
	0,3 %	29,7 %	70,0 %	100 %
0,05	0,002	0,73	0,53	1,26
	0,2 %	57,8 %	42,0 %	100 %
0,1	0,001	0,81	0,3	1,1
	—	73,0 %	27,0 %	100 %
0,2	0,0005	1,07	0,23	1,3
	—	82,3 %	17,7 %	100 %
0,5	0,0002	2,15	0,4	2,55
	—	84,3 %	15,7 %	100 %



Rys. 8. Współczynnik strat przy rozruchu $\frac{Q_r R_t}{A_{k0} R}$

Wyniki przeliczeń wartości strat w poszczególnych okresach rozruchu, wykonanych na podstawie wzorów (50a), zestawiono w tablicach 10 i 11 oraz uwidoczniono na wykresie z rys. 8. Aby otrzymać straty w watosekundach, należy wartość z wykresu na rys. 8 pomnożyć przez $A_{k0} \frac{R_t}{R}$.

Dane znajdujące się w tablicy 12 obliczono ze wzorów (1) i (21).

Z przeliczeń zamieszczonych w tablicach można wysnuć następujące wnioski:

1. Zwiększenie współczynnika forsowania wpływa istotnie na zmniejszenie całkowitych strat w okresie rozruchu.

2. Zwiększenie współczynnika forsowania wpływa na zmniejszenie strat Q_r poszczególnych okresów rozruchu.

Tablica 11

a	$b = 0{,}01$		$m = 0{,}1$	
	Q_{rI}	Q_{rII}	Q_{rIII}	Q_r
5	0,005	0,86	1,68	2,545
	0,2 %	33,8 %	66 %	100 %
3	0,01	1,17	2,66	3,93
	0,3 %	29,7 %	70 %	100 %
2	0,053	1,35	4,0	5,4
	1 %	25 %	74 %	100 %

Tablica 12

$a=3$; $m=0{,}1$	
b	$\frac{t_m}{t_r}$
0,01	0,095
0,05	0,081
0,1	0,073
0,2	0,063

3. Wartość strat Q_{rI} może być ogólnie biorąc pominięta, gdyż przy obciążeniu co najwyżej znamionowym ($m \leqslant 0{,}1$) ich wpływ na całkowitą wartość strat silników różnych wielkości jest bez znaczenia.

4. Sztuczne zmniejszenie stałej czasu T_r prądnicy w trzecim okresie rozruchu, tj. po zniesieniu forsowania, sprzyja szybszemu zanikaniu stanów nieustalonych, zatem i zmniejszaniu strat w tym okresie.

5. Stosunek czasów t_m/t_r zawiera się w bardzo wąskich granicach, niezależnie od wielkości silnika. Czas t_m, upływający od chwili załączenia wzbudzenia do chwili osiągnięcia przez prąd w obwodzie głównym wartości I_m, nawet dla dużych silników nie przekracza 10% właściwego czasu rozruchu t_r. Dla małych silników procentowy udział czasu t_m maleje i jak wiadomo można go w ogóle pominąć.

6. Wykres $Q_r = f(b)$ uwidacznia wartość strat poszczególnych okresów rozruchu w funkcji $\frac{B}{T_r}$ oraz całkowite straty rozruchu. Dla współczynnika forsowania $a = 3$ istnieje pewne minimum strat przypadające w zakresie $0{,}085 \leqslant b_r \leqslant 0{,}11$.

Wpływ współczynnika a oraz współczynnika m na wartość strat okresu rozruchu będzie przedmiotem osobnego opracowania.

Jeżeli zostaną pominięte straty pierwszego okresu ze względu na mały ich udział procentowy w całości strat rozruchu, można wówczas równanie (50a) napisać w formie nieco bardziej uproszczonej.

$$Q_r = A_{k0}\frac{R_t}{R}\left\{\frac{b_r}{1+b_r}(a-m)^{\cdot} - b_r(a-1)^{\cdot} + \frac{2}{b_r}m^2 \ln\frac{1}{\gamma_m} + 4m(1-m) + \right.$$

$$+\frac{b_r^2(\alpha-1)^2}{(1-\alpha b_r)^2}\left[1+\alpha b_r-\frac{4\alpha b_r}{1+\alpha b_r}+\frac{8m^2(1-\alpha b_r)^2}{\alpha b_r^3(\alpha-1)^2}\right]\Bigg\}. \tag{50b}$$

Wyniki otrzymane na podstawie wzoru (50b) dają błąd mniejszy od 10% Jest on dostatecznie dokładny dla $b \leqslant 0{,}5$, $m = 0{,}1$ oraz $\alpha \leqslant 5$.

Dla wartości $b \leqslant 0{,}05$ straty trzeciego okresu można określić z dużą dokładnością posługując się jedynie trzecim (ostatnim) członem w nawiasie prostokątnym. Dla tych wartości b straty trzeciego okresu wyrażają się prostym wzorem

$$Q_{r_{III}} = A_{k0}\frac{R_t}{R}\cdot\frac{8m^2}{\alpha b_r}.$$

Wzór wyrażający sumę strat całkowitego okresu rozruchu można napisać w postaci

$$Q_r = \alpha^2 A_{k0}\frac{R_t}{R}M, \tag{51}$$

gdzie M — wyrażenie zawarte w nawiasie wzoru (50b).

Ze wzoru (18) można określić dopuszczalną dla układu wartość współczynnika forsowania, mianowicie

$$\alpha \leqslant \frac{I_s}{I_z}a_{im}. \tag{52}$$

Stąd straty rzeczywistego układu

$$Q_r = A_{k0}\frac{R_t}{R}\left(\frac{I_s}{I_z\cdot a_{im}}\right)^2 M. \tag{53}$$

Dla układu teoretycznego straty przy rozruchu ze stałą wartością prądu I_s będą

$$Q_{rt} = I_s^2 R_t t_{rt}. \tag{54}$$

Czas rozruchu według równania (23)

$$t_{rt} = I_z\frac{1-m}{I_s-I_m}B.$$

Wstawiając tak wyrażony czas rozruchu do wzoru (54) po prostych przekształceniach otrzymano

$$Q_{rt} = 2A_{k0}\frac{R_t}{R}\cdot\frac{I_s^2(1-m)}{I_z(I_s-I_m)}. \tag{55}$$

Straty układu teoretycznego są proporcjonalne do prądu szczytowego I_s i do prądu zwarcia I_z w drugiej potędze.

Zakładając jednakowe szczyty prądu I_s układu rzeczywistego i teoretycznego, pracujących pod obciążeniem, otrzymano stosunek strat przy rozruchu:

$$K_{gr} = \frac{Q_{tr}}{Q_r} = \frac{2 I_z a^2_{im}}{M} \cdot \frac{1-m}{I_s - I_m}. \tag{56}$$

Stosunek strat jest zależny od stałych układu oraz współczynnika forsowania wzbudzenia. Podobnie jak dla układu nie obciążonego momentem mechanicznym stosunek ten może przyjmować wartości większe lub mniejsze od jedności.

W okresie hamowania wygaszaniem pola prądnicy prąd obwodu głównego przebiega wg równania (9)

$$I = -I_z \frac{B}{T-B}\left(e^{-\frac{t}{T_h}} - e^{-\frac{t}{B}}\right) + I_m. \tag{9a}$$

Straty w tym okresie wynoszą

$$Q_h = \int_0^{t_h} I^2 R_t \, dt.$$

Po wstawieniu pod znak całki równania (9a) oraz po wstawieniu jako górnej granicy całki wzoru (30), po scałkowaniu i pewnych przekształceniach otrzymano:

$$Q_h = A_{k0} \frac{R_t}{R}\left\{\frac{b_h}{1+b_h} - b_h m^2\left(1 + b_h Z^2 - \frac{4 b_h}{1+b_h} Z\right) + \right.$$
$$\left. - 4 m\left[1 - m(1 - b_h Z) + \frac{2 m^2}{b_h} \ln \frac{1}{m(1-b_h)}\right]\right\}, \tag{57}$$

gdzie $Z = [m(1-b_h)]^{\frac{1-b_h}{b_h}}$.

Dla wartości $b_h \leqslant 0{,}5$ człony z wyrażeniem Z można pominąć jako małe drugiego rzędu, wówczas wzór (57) upraszcza się do postaci:

$$Q_h = A_{k0} \frac{R_t}{R}\left[\frac{b_h}{1+b_h} - b_h m^2 - 4 m(1-m) + \frac{2 m^2}{b_h} \ln \frac{1}{m(1-b_h)}\right]. \tag{57a}$$

Wyniki przeliczeń wykonanych w oparciu o wzór (57a) ujęto w tablicy 13 oraz zilustrowano na wykresie z rys. 9. W celu otrzymania strat w watosekundach należy wartości z wykresu pomnożyć przez $A_{k0} \frac{R}{R_t}$.

Na podstawie dokonanych przeliczeń można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Straty przy hamowaniu szybko maleją ze wzrostem wskaźnika b_h i osiągają swoje minimum w zakresie wartości b_h zbliżonym do 0,1. Wzrost wskaźnika b_h powyżej wartości 0,3 daje zauważalny na wykresie wzrost strat przy hamowaniu.

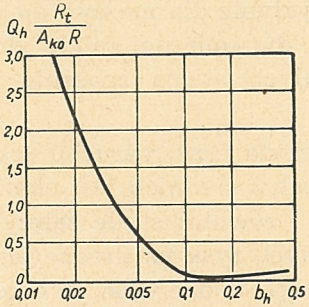
2. Dla dużych silników ($b_h = 0{,}01$) straty hamowania Q_h są wartością tego samego rzędu, co straty przy rozruchu Q_r.

3. Dla silników o wskaźniku $b_h \leqslant 0{,}05$ straty Q_h stanowią około połowy strat Q_r.

4. Dla silników o wskaźniku $b_h > 0{,}1$ straty przy hamowaniu Q_h praktycznie biorąc można już pominąć w stosunku do strat przy rozruchu Q_r.

Tablica 13

b_h	Q_h
0,01	4,43
0,02	2,156
0,05	0,627
0,1	0,022
0,2	0,060
0,4	0,100



Rys. 9. Współczynnik strat przy hamowaniu $\frac{Q_h R_t}{A_{k0} R}$

Dla układu teoretycznego straty hamowania

$$Q_{ht} = I_{sh}^2 R_t t_{ht}. \tag{58}$$

Wstawiając za I_{sh} wyrażenie z równania (20) oraz za t_{ht} wyrażenie z równania (32) otrzymano po przekształceniach:

$$Q_{th} = 2 A_{k0} \frac{R_t}{R} \cdot \frac{a_{ih}^2 (1 - m)}{a_{ih} + m}. \tag{59}$$

Stąd stosunek strat układu teoretycznego do rzeczywistego

$$K_{qh} = \frac{Q_{th}}{Q_h} = \frac{2(1 - m) a_{ih}^2}{(a_{ih} + m) N}, \tag{60}$$

gdzie N — wyrażenie w nawiasie wzoru (57a).

Współczynnik K_{qh} zmienia się w szerokich granicach. W zależności od wartości obciążenia (m) oraz współczynnika a_{ih} jak również b może on przyjmować wartości mniejsze lub większe od jedności.

8. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych rozważań można wyprowadzić następujące wnioski:

1. Układ dużej mocy sterowany samoczynnie w sposób teoretycznie optymalny posiada czas rozruchu nie wiele krótszy od czasu rozruchu prostego układu Leonarda, zarówno przy biegu jałowym, jak i przy obciążeniu. Zysk wynosi $(12 \div 40)\%$. Układ małej mocy, dla którego wartość współczynnika forsowania jest silnie ograniczona dopuszczalnym szczy-

tem prądu, w warunkach teoretycznie optymalnego sterowania może posiadać czas rozruchu nawet 3-krotnie krótszy od układu prostego (por. tablica i rys. 4).

2. Amplituda prądu przejściowego jest silnie zależna od wartości obciążenia silnika jedynie dla maszyn małych. Tłumaczy się to tym, że stosunek składowej dynamicznej prądu do wartości prądu znamionowego w napędach małych osiąga znacznie większe wartości niż w silnikach dużych.

3. Droga przebyta przy rozruchu przez układ teoretyczny w przypadku silników dużych i średnich jest około $(20 \div 10)$ % krótsza, aniżeli dla układu prostego i również silnie zależy od współczynnika forsowania α. Dla silników małych zysk na drodze jest znacznie większy i dochodzi do 2,5-krotnej wartości. Widać więc, że oszczędność na czasie i drodze rozruchu uzyskiwana w układach teoretycznych dużej mocy i obciążonych mechanicznie jest mała.

4. Czas hamowania ze stałą wartością prądu obciążonego układu teoretycznego jest 2,0—3,0-krotnie krótszy od czasu hamowania układu prostego przez wygasanie pola, z tą samą wartością amplitudy prądu. Droga przebyta przy hamowaniu przez układ teoretyczny jest około $10 \div 2$-krotnie krótsza aniżeli przez układ prosty. Stosunek tych dróg jest więc zawsze mniejszy od 1 oraz nieznacznie zależy od obciążenia. Stosunek średnich prędkości obu układów osiąga wartość 1,2—1,5. Dla układów pracujących bez obciążenia wynosi on 1,5—2.

Układ teoretyczny posiada więc przy hamowaniu wyraźne zalety w porównaniu z układem prostym.

5. Funkcja $Q_r = f(b)$ wyrażająca straty okresu rozruchu w zależności od stosunku $\frac{B}{T}$ dla danego $\alpha = \text{const}$ posiada swoje minimum. Dla przyjętych wartości $\alpha = 3$ oraz $m = 0{,}1$ straty okresu rozruchu są najmniejsze w zakresie $0{,}085 \leqslant b \leqslant 0{,}11$. Dla danych wartości α i m optymalna wartość b może wypaść w innym zakresie lub też extremum krzywej może zaniknąć.

Straty obwodu głównego od chwili załączenia wzbudzenia prądnicy do momentu, w którym prąd obwodu głównego osiągnie wartość odpowiadającą obciążeniu, stanowią około 2% strat całkowitych dla przypadku najniekorzystniejszego i mogą być w ogóle pominięte.

Straty okresu rozruchu silnie zależą od współczynnika forsowania wzbudzenia. Gdy wartość α rośnie od 2 do 5, straty maleją przeszło 2,2-krotnie. Dla dużego układu teoretycznego wartość strat okresu rozruchu wynosi (10—25) % wartości strat układu prostego, obciążonego takim samym momentem oraz równoważnego co do wielkości maszyn układowi teore-

tycznemu. Por. przykład liczbowy. Zależnie od wartości parametrów straty układu teoretycznego mogą być większe od strat układu prostego.

6. Straty hamowania są zależne w szerokich granicach od parametrów układu (b, a_{ih}) oraz od wartości obciążenia mechanicznego (m). Dlatego też stosunek strat układu teoretycznego do strat układu prostego może być mniejszy lub większy od jedności, podobnie jak przy biegu jałowym [1].

7. Konkludując można stwierdzić, że układ zautomatyzowany, zapewniający ciągłe sterowanie przebiegiem nieustalonym, daje pewne korzyści, ale różne dla układu obciążonego i nie obciążonego. Zastosowanie pełnej automatyki dla ciągłego sterowania przebiegami nieustalonymi w napędach średniej mocy pozwala na najbardziej wszechstronne wykorzystanie zalet tego sterowania. Można więc uzyskać pewne zmniejszenie czasów i dróg rozruchu oraz wartości strat dla tego okresu.

W okresie hamowania system ciągłego automatycznego sterowania nie zapewnia bynajmniej najmniejszych strat w układzie. Daje jednakże korzyści w postaci skrócenia czasu i drogi hamowania. Niejednokrotnie korzyści te są nie do pominięcia z punktu widzenia potrzeb procesu technologicznego.

Zautomatyzowanie układów dużych daje korzyści, których nie daje zautomatyzowanie układów małych. Należy również pamiętać, że korzyści te są również zależne od tego, czy stany przejściowe układu zachodzą przy pracy pod obciążeniem, czy też przy biegu luzem. Ogólnie można powiedzieć, że układ pracujący z dużym obciążeniem zapewnia większe efekty sterowania automatycznego niż układ pracujący bez obciążenia.

PRZYKŁAD LICZBOWY

Poniżej przeliczono układ Leonarda [1] przyjmując, że jest on obciążony momentem odpowiadającym prądowi znamionowemu $I_m = 820$ A. W celu ilościowego porównania wyników przyjęto, że moment zamachowy układu przy biegu jałowym i obciążeniu nie ulega zmianie; $GD^2 = 124$ kGm^2 [1].

1. Obliczyć dopuszczalną wartość współczynnika forsowania podczas rozruchu przy obciążeniu momentem znamionowym; wzór (18).

$$\frac{I_z}{I_s} = \frac{13600}{1640} = 8{,}3; \qquad m = \frac{I_m}{I_z} = \frac{820}{13600} = 0{,}06;$$

$$b_r = \frac{B}{T_r} = \frac{0{,}096}{1{,}26} = 0{,}0760; \qquad a_i = 0{,}062$$

$$a = \frac{1}{a_i}\left[\frac{I_s}{I_z} - m\,(1 - a_i)\right] = \frac{1}{0{,}062}\left[\frac{1}{8{,}3} - 0{,}06\,(1 - 0{,}062)\right] = 1{,}04.$$

2. Obliczyć czas rozruchu oraz drogę przebytą podczas rozruchu; wzory (21) i (22a)

$$t_r = T_r \ln\frac{a - m}{(a - 1)\,(1 - b_r)} = 1{,}26 \ln\frac{0{,}98}{0{,}04 \cdot 0{,}924} = 4{,}12 \text{ sec};$$

$$N_r = \frac{n_0 T_r}{60}(a-m)\left[\ln\frac{a-m}{(a-1)(1-b_r)} - \frac{1-m}{a-m} - b_r\right];$$

$$N_r = \frac{938 \cdot 1{,}26}{60}\,0{,}98\left(3{,}27 - \frac{0{,}96}{0{,}98} - 0{,}076\right) = 41 \text{ obr.}$$

3. Obliczyć optymalną wartość parametrów obwodu wzbudzenia przy hamowaniu wygasaniem pola; wzór (20) i wykres z rys. 3

$$a_{ih} = \frac{I_{sh}}{I_z} = \frac{1640}{13600} = 0{,}12$$

$$\text{dla } m = 0{,}06, \qquad b_h = 0{,}082;$$

$$T_h = \frac{B}{b_h} = \frac{0{,}096}{0{,}082} = 1{,}17 \text{ sec.}$$

Wartość dodatkowej oporności w obwodzie wzbudzenia [1]

$$r_b = r_m\left(\frac{T_r}{T_h} - 1\right) = r_m\left(\frac{1{,}26}{1{,}17} - 1\right) = 0{,}11\, r_m.$$

4. Obliczyć czas hamowania oraz drogę wybiegu; wzory (30) i (36)

$$t_h = T_h \ln\frac{1}{m(1-b_h)} = 1{,}17 \ln\frac{1}{0{,}06 \cdot 0{,}918} = 3{,}4 \text{ sec;}$$

$$N_h = \frac{n_0 T_h}{60}\left\{1 + b_h - m\left[1 + \ln\frac{1}{m(1-b_h)}\right]\right\};$$

$$N_h = \frac{938 \cdot 1{,}17}{60}\left[1{,}082 - 0{,}06\left(1 + \ln\frac{1}{0{,}06 \cdot 0{,}912}\right)\right] = 15{,}5 \text{ obr.}$$

5. Obliczyć straty w uzwojeniu silnika przy rozruchu i hamowaniu; wzory (50b) i (57).

Energia kinetyczna układu $A_{k0} = 150$ kW sec;

$$Q_r = A_{k0}\frac{R_t}{R}\left\{\frac{b_r}{1+b_r}(a-m)^2 - b(a-1)^2 + \frac{2m^2}{b_r}\ln\frac{a-m}{(a-1)(1-b_r)} + 4m(1-m) + \right.$$
$$\left. + \frac{b_r^2(a-1)^2}{(1-ab_r)^2}\left[1 + a b_r - \frac{4 a b_r}{1 + a b_r} + \frac{8 m^2 (1 - a b_r)^2}{a b^3 (a-1)^2}\right]\right\};$$

$$Q_r = \frac{150 \cdot 6{,}8}{16{,}6}\left\{\frac{0{,}076}{1{,}076}(1{,}04 - 0{,}062)^2 - 0{,}076 \cdot 0{,}04^2 + \frac{2 \cdot 0{,}06^2}{0{,}076}\,3{,}27 + 4 \cdot 0{,}06(1 - 0{,}06) + \right.$$
$$\left. + \frac{0{,}076^2 \cdot 0{,}04^2}{(1 - 1{,}04 \cdot 0{,}076)^2}\left[1 + 1{,}04 \cdot 0{,}076 - \frac{4 \cdot 1{,}04 \cdot 0{,}076}{1 + 1{,}04 \cdot 0{,}076^3} + \frac{8 \cdot 0{,}06^2 (1 - 1{,}04 \cdot 0{,}076)^2}{1{,}04 \cdot 0{,}076^3 \cdot 0{,}04^2}\right]\right\} =$$

$$= 58 \text{ kW sec;}$$

$$Q_h = A_{k0}\frac{R_t}{R}\left[\frac{b_h}{1+b_h} - b_h m^2 - 4m(1-m) + \frac{2m^2}{b_h}\ln\frac{1}{m(1-b_h)}\right];$$

$$Q_h = \frac{150 \cdot 6{,}8}{16{,}6}\left[\frac{0{,}082}{1{,}082} - 0{,}082 \cdot 0{,}06^2 - 0{,}24 \cdot 0{,}94 + \frac{2 \cdot 0{,}06^2}{0{,}082}\ln\frac{1}{0{,}06 \cdot 0{,}918}\right] = 6{,}8 \text{ kW sec;}$$

6. Teoretyczny czas rozruchu i hamowania; wzory (23) i (32)

$$t_{rt} = \frac{I_z(1-m)}{I_s - I_m} B = \frac{13600\,(1-0{,}06)}{1640-820}\,0{,}096 = 1{,}5 \text{ sec};$$

$$\tau_r = \frac{t_{rt}}{t_r} = \frac{1{,}5}{4{,}2} = 0{,}358;$$

$$t_{ht} = \frac{(1-m)B}{a_{ih}+m} = \frac{0{,}94 \cdot 0{,}096}{0{,}12+0{,}062} = 0{,}5;$$

$$\tau_{hm} = \frac{t_{ht}}{t_h} = \frac{0{,}5}{3{,}4} = 0{,}147.$$

Tablica 14

		Bieg jałowy	Obciążenie
Współczynnik obciążenia	$m = \frac{I_m}{I_z}$	0	0,06
Współczynnik forsowania	a	2	1,04
Stała elektromagnetyczna dla rozruchu	T_r	1,26 sec	1,26 sec
Czas rozruchu	t_r	0,97 sec	4,12 sec
Teoret. czas rozruchu	t_{rt}	0,798 sec	1,5 sec
Stosunek czasów rozruchu	$\tau_r = \frac{t_{rt}}{t_r}$	0,825	0,358
Droga rozruchu	N_r	7,65 obr	41,0 obr
Droga rozruchu ukł. teoret.	N_{rt}	6,22 obr	11,0 obr
Skuteczność rozruchu	$K_r = \frac{N_{rt}}{N_r}$	0,813	0,27
Straty przy rozruchu	Q_r	13,1 kWsec	58 kWsec
Straty ukł. teoret. przy rozruchu	Q_{rt}	14,6 kWsec	27,5 kWsec
Stosunek strat przy rozruchu	$K_{qr} = \frac{Q_{rt}}{Q_r}$	1,12	0,475
Stała elektromagnetyczna dla hamowania	T_h	0,5 sec	1,17 sec
Czas hamowania	t_h	2,26 sec	3.4 sec
Teoret. czas hamowania	t_{ht}	0,798 sec	0,5 sec
Zdolność hamowania	$\tau_{hm} = \frac{t_{ht}}{t_h}$	0,353	0,147
Droga przebyta przy wybiegu	N_h	10,3 obr	15,5 obr
Droga przebyta przy wybiegu układu teoretycznego	N_{ht}	6,22 obr	3,7 obr
Skuteczność hamowania	$K_h = \frac{N_{ht}}{N_h}$	0,602	0,24
Straty przy hamowaniu	Q_h	9,12 kWsec	6,8 kWsec
Straty przy hamowaniu układu teoretycznego	Q_{ht}	14,6 kWsec	9,15 kWsec
Stosunek strat przy hamowaniu	$K_{qh} = \frac{Q_{ht}}{Q_h}$	1,6	1,35

7. Droga przebyta przy rozruchu i przy hamowaniu; wzory (25) i (37)

$$N_{tr} = \frac{n_0 B (1-m)^2}{120\, a_i (a-m)} = \frac{938 \cdot 0{,}096 \cdot 0{,}94^2}{120 \cdot 0{,}062 \cdot 0{,}98} \approx 11 \text{ obr};$$

$$N_{th} = \frac{n_0 B (1-m)^2}{120\, (a_{ih}+m)} = \frac{938 \cdot 0{,}096 \cdot 0{,}94^2}{120\, (0{,}12+0{,}06)} = 3{,}7 \text{ obr}.$$

8. Skuteczność rozruchu i skuteczność hamowania

$$K_r = \frac{N_{tr}}{N_r} = \frac{11}{41} = 0{,}27; \qquad K_h = \frac{N_{th}}{N_h} = \frac{3{,}7}{15{,}5} = 0{,}24.$$

9. Straty teoretyczne przy rozruchu i przy hamowaniu; wzory (54), (56), (58) i (60)

$$Q_{rt} = I_s^2 R_t t_{ht} = 1640^2 \cdot 0{,}0068 \cdot 1{,}5 = 27{,}5 \text{ kW sec};$$

$$K_{qr} = \frac{Q_{rt}}{Q_r} = \frac{27{,}5}{58} = 0{,}475;$$

$$K_{qr} = \frac{2 I_z a_{im}^2}{M} \cdot \frac{1-m}{I_s - I_m} = \frac{2 \cdot 13600 \cdot 0{,}116^2 (1-0{,}06)}{0{,}80\, (1640-820)} = 0{,}225;$$

$$Q_{ht} = I_s^2 R_t t_{th} = 1640^2 \cdot 0{,}0068 \cdot 0{,}5 = 9{,}15 \text{ kW sec};$$

$$K_{qh} = \frac{Q_{th}}{Q_h} = \frac{9{,}15}{6{,}8} = 1{,}35;$$

$$K_{qh} = \frac{2 (1-m)\, a_{ih}^2}{(a_{ih}+m)\, N} = \frac{2 (1-0{,}06)\, 0{,}12^2}{(0{,}12-0{,}06)\, 0{,}11} = 1{,}37.$$

W tablicy 14 zestawiono wyniki przeliczeń wykonanych dla układu Leonarda z przykładu przy biegu jałowym oraz przy obciążeniu.

Załącznik

PRZEBIEG PRĄDU ROZRUCHOWEGO W UKŁADZIE LEONARDA PO ZAKOŃCZENIU FORSOWANIA WZBUDZENIA

W drugim okresie rozruchu prąd obwodu głównego zmienia się wg równania (4). Zakłada się, że gdy silnik osiągnie prędkość $n = n_0 - \Delta n$, forsowanie wzbudzenia zostaje zniesione. Wstrzymanie forsowania nastąpi po czasie wyznaczonym równaniem przybliżonym (18). Przez wstawianie równania (18) w równanie (4) wyznaczono wartość prądu obwodu głównego dla tej chwili.

$$I_{III} = I_z b_r (a-1) \left[1 - \left(\frac{a-1}{a} \cdot \frac{1-b_r}{1-\frac{m}{a}} \right)^{\frac{1-b_r}{b_r}} \right] + I_m. \qquad (I)$$

Dla wartości $b \leqslant 0{,}15$ człon w nawiasie prostokątnym może być pominięty, wówczas równanie (I) przyjmie postać

$$III = I_z b_r (a-1) + I_m. \qquad (II)$$

Forsowanie wzbudzenia zostaje wstrzymane po czasie $t_m + t_r = t_{mr}$. Na podstawie równań (12) i (18) można napisać, że czas

$$t_{mr} = T_r \ln \frac{a}{a-1} \cdot \frac{1}{1-b}. \tag{III}$$

Prąd w obwodzie wzbudzenia prądnicy zmienia się wg zależności

$$i = a\, i_N \left(1 - e^{-\frac{t}{T_r}}\right)$$

i po czasie t_{mr} jego wartość wyrazi się równaniem:

$$i_1 = L_N [1 + b_r (a-1)], \tag{IV}$$

a siła elektromotoryczna prądnicy:

$$E_{g1} = E_N [1 + b_r (a-1)]. \tag{V}$$

Po czasie t_{mr} do obwodu wzbudzenia prądnicy zostaje wprowadzona dodatkowa oporność r_f tak dobrana, aby prąd wzbudzenia malał do wartości znamionowej. Zmiana ta przebiega wg równania

$$i = i_N \left[1 + b_r (a-1)\, e^{-\frac{a\tau}{T_r}}\right] \tag{VI}$$

oraz dla siły elektromotorycznej prądnicy

$$E_g = E_N \left[1 + b_r (a-1)\, e^{-\frac{a\tau}{T_r}}\right]; \tag{VII}$$

czas $\tau = 0$ dla $t = t_{mr}$, dla $t > t_{mr}$ $\tau > 0$.

Równania (IV) i (V) oraz (VI) i (VII) są identyczne dla silnika biegnącego jałowo i pod obciążeniem [1]. Równanie prędkości silnika w trzecim okresie rozruchu wyznaczono z równań (2) ÷ (5) przyjmując następujące warunki początkowe

$$n_a = n_0 - \Delta n,$$

$$i_a = i_1 \text{ z równania (IV)},$$

$$E_a = E_{g1} \text{ z równania (V)},$$

$$T' = \frac{1}{a} T,$$

$$b_r' = \frac{B}{T'} = a\, b_r,$$

$$a' = 1.$$

Równanie prędkości przyjmuje wówczas postać:

$$n = n_0 \left[1 + \frac{b_r (a-1)}{1 - a\, b_r} \left(e^{-\frac{a\tau}{T}} - e^{-\frac{\tau}{B}}\right)\right] - \Delta n. \tag{VIII}$$

Prędkość silnika osiąga chwilowe maksimum po czasie

$$\tau_1 = \frac{B}{1 - a\,b_r} \ln \frac{1}{a\,b_r} \tag{IX}$$

równe

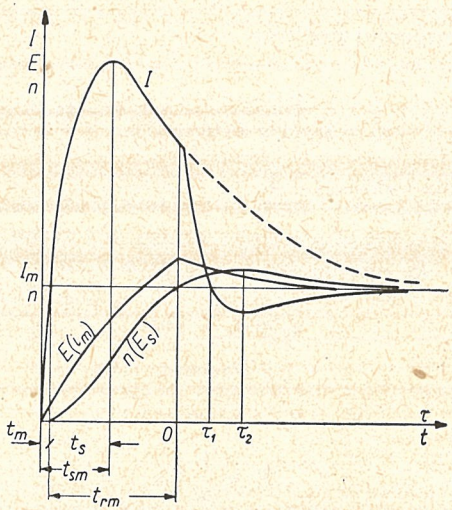
$$n_{max} = n_0 \left[1 + \frac{a-1}{a} (a\,b_r)^{\frac{1}{1-a b_r}} \right] - \Delta n . \tag{X}$$

Z relacji $I = \frac{Bc_e}{R} \cdot \frac{dn}{dt} + I_m$ oraz z równania (VIII) obliczono przebieg prądu po zakończeniu forsowania:

$$I_{III} = I_z \frac{b_r (a-1)}{1 - a\,b_r} \left(e^{-\frac{\tau}{B}} - a\,b_r\, e^{-\frac{a\tau}{T_r}} \right) + I_m . \tag{XI}$$

Równania (VIII) ÷ (XI) są analogiczne lub identyczne dla silnika biegnącego pod obciążeniem i nie obciążonego.

Dla $\tau = 0$, czyli $t = t_{mr}$, prąd obwodu głównego osiąga wartość I_{II} wyrażoną wzorem (II).



Rys. 10. Prąd (I), *s.em.* generatora (E_g) oraz prędkość (n) podczas rozruchu z forsowaniem wzbudzenia

Prąd I_{III} — równanie (XI) — przyjmuje wartość równą I_m dla czasu τ_1. Gdy prędkość silnika osiąga maksimum, prąd osiąga swoje chwilowe minimum po czasie

$$\tau_2 = \frac{2B}{1 - a\,b_r} \ln \frac{1}{a\,b_r} = 2\,\tau_1 , \tag{XII}$$

które określa się wzorem

$$I_{IIImin} = I_z \left[m - b_r (a - 1) (a\, b_r)^{\frac{1 + 2 a b_r}{1 - a b_r}} \right] \qquad \text{(XIII)}$$

Przebiegi siły elektromotorycznej, prądu wzbudzenia, składowej statycznej i dynamicznej prądu głównego oraz obrotów pokazano przykładowo na rys. 10.

Zakład Elektryfikacji Urządzeń Hutniczych A.G.H.
w Krakowie

WYKAZ LITERATURY

1. Manitius J.: Wstęp do teorii układu Leonarda w napędach hutniczych o dużej częstości łączeń. — Rozprawy Elektrotechniczne 1956, T. II, z. I, str. 21.
2. Błażkin A. T.: Elektromaszinnoje awtomaticzeskoje uprawlenje priwodami na mietałłurgiczeskich predprijatijach. Mietałłurgizdat 1954.
3. Czeliustkin A. W., Rozenman E. A.: Awtomaticzeskoje uprawlenje prokatnymi stanami. Mietałłurgizdat 1905.
4. Czelustkin A. W.: Elektroawtomatika prokatnych stanow. Mietałłurgizdat 1952.
5. Gogolewski Z.: Napęd elektryczny. PWT 1952.
6. Ilnickij B. P.: Elektrodwigatielnyj priwod w domiennom proizwodstwie. Mietałłurgizdat 1938.
7. Morozow D. P.: Osnowy Elektropriwoda. Goseniergoizdat 1950.
8. Morozow D. P.: Eniergietika pierechodnych procesow dwigatiela postojannowo toka. — Elektriczestwo 1950, Nr 7, str. 38.
9. Pełczewski W.: Wzmacniacze elektromaszynowe. PWT 1951.
10. Popow W. K.: Osnowy Elektropriwoda. Goseniergoizdat 1950.
11. Schuisky W.: Übergangsvorgänge bei der Leonardschaltung. — E.u.M. 1954, Nr 6, s. 125.

З. ВОНСОВИЧ

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ СИСТЕМЫ ЛЕОНАРДА ПРИМЕНЕННОЙ К МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИМ ЭЛЕКТРОПРИВОДАМ С БОЛЬШОЙ ЧАСТОТОЙ ВКЛЮЧЕНИЙ И УЧЁТОМ СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

Резюме

Настоящая статья ссылается на публикацию находящуюся в журнале „Rozprawy Elektrotechniczne" с 1956 г. (1).

Произведено сравнение свойств простой схемы Леонарда, работающей со статической нагрузкой, с теоретической схемой работающей в аналогических условиях и снабженной автоматической системой управления переходыми процессами.

Общие уравнения времени пуска и торможения пути проходимого механизмом во время пуска и торможения, а также уравнения потерь энергии в главной

цепи составлены в зависимости от отношения электромеханического постоянного времени системы к электромагнитной постоянной цепи возбуждения генератора и пояснены графиками и таблицами.

В заключении сделаны выводы относительно тех выгод, которые дает непрерывное управление переходными процессами привода. Доказано, что эти выгоды больше для нагруженной системы, чем для системы в режиме холостого хода.

Z. WĄSOWICZ

EINFÜHRUNG IN DIE THEORIE DER LEONARDSCHALTUNG IN HÜTTENMÄNNISCHEN ANTRIEBEN MIT GROSSER SCHALTHÄUFIGKEIT UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER MECHANISCHEN BELASTUNG

Zusammenfassung

Der Aufsatz bildet eine Erweiterung der in „Rozprawy Elektrotechniczne" 1956 erschienenen Veröffentlichung [1].

Es werden die Eigenschaften der mechanisch belasteten einfachen Leonardschaltung mit denen einer gleichartigen theoretischen Schaltung verglichen. Die theoretische Schaltung ist mit selbsttätiger Regelung der nichtstationeren Vorgänge ausgestattet. Die Steuerschaltung sichert optimale Anlauf- und Bremsbedingungen.

Die allgemeinen Gleichungen der Anlauf- und Bremszeit, des Anlauf- und des Bremsweges sowie der Läuferverluste sind in einer Funktion des Verhältnisses der elektromechanischen Zeitkonstante der Schaltung zu der elektromagnetischen Zeitkonstante des Generator-Erregerkreises dargestellt.

Man kommt zu dem Schluss, dass die stetige Regelung der nichtstationären Vorgänge bei einem mit mechanischem Moment belasteten Antrieb grössere Vorteile gibt als bei einem leerlaufenden.

536.51

STANISŁAW TOPIŃSKI

Termometry termistorowe z podziałką liniową

Rękopis dostarczono 15.9.1957

W artykule przeanalizowano prosty obwód szeregowy z termistorem i mostek zawierający w jednej gałęzi termistor oraz określono parametry, przy których prąd w obwodzie miernika w zależności od temperatury jest funkcją maksymalnie zbliżoną do liniowej. Następnie podano zasady projektowania układów do pomiaru temperatury oraz podano wyniki doświadczeń z termometrem termistorowym wykonanym w Zakładzie Elektrotechniki PAN.

1. WSTĘP

Termistory są obecnie coraz częściej spotykanymi elementami układów elektrycznych. Jednym z zastosowań termistorów są termometry oporowe, w których pracują one korzystniej od dotychczas stosowanych elementów zmiennooporowych.

W porównaniu z innymi oporami termometrycznymi termistory charakteryzują się:

1) ujemnym znakiem współczynnika temperaturowego oporności α,

2) znacznie większą wartością współczynnika α,

3) nieliniową charakterystyką oporności w funkcji temperatury (nawet dla stosunkowo małych zmian temperatury),

4) dużą opornością, co pozwala nie brać pod uwagę przewodów łączących,

5) małymi wymiarami i małą bezwładnością cieplną, co umożliwia szybkie i „punktowe" pomiary,

6) rozrzutem oporności elementów o takich samych wymiarach,

7) niższą maksymalną temperaturą pracy.

Termistory miały do niedawna jeszcze jedną właściwość — znaczną niestabilność oporności, co poważnie ograniczało zakres ich zastosowań. Postęp w technologii produkcji zmniejszył znacznie tę wadę. Niestabilność produkowanych obecnie termistorów jest w odniesieniu do wielu zastosowań na tyle mała, że może być pominięta.

Oporność termistora jest funkcją nieliniową względem temperatury. Komplikuje to znacznie projektowanie obwodu pomiarowego, a także jest powodem dużej wady tego typu termometrów wyrażającej się w nierównomiernej, zagęszczającej się przy krańcach podziałce temperatury. Ogranicza to często zakres zastosowań tego typu termometrów.

W niniejszej pracy podano metodę pozwalającą zmniejszyć do minimum powyższą wadę. Uzyskuje się to przez odpowiednie dobranie parametrów obwodu, zakresu pomiarowego i podziałki miernika przewidzianego do współpracy z termistorem. W rezultacie otrzymuje się praktycznie liniową podziałkę termometru.

W warunkach laboratoryjnych, gdy miernik (najczęściej mikroamperomierz) nie ma specjalnie przerobionej podziałki, podana metoda pozwala określić stałą przyrządu, dzięki czemu unika się konieczności korzystana z krzywych. Popełniony uchyb pomiaru, wynikający z przyjętej stałości współczynnika, charakteryzuje odchylenie od liniowości podziałki. Uchyb ten jest przedmiotem analizy w artykule. Zagadnieniem tym pierwszy zajmował się W. R. Beakley, którego teoria została tu częściowo wykorzystana.

W artykule przeanalizowano najprostszy układ szeregowy z termistorem (rozdz. 2) oraz układ mostkowy z termistorem w jednej gałęzi (rozdz. 3). Następnie podano metodę projektowania układu pomiarowego (rozdz. 4) oraz wyniki doświadczeń z termometrem termistorowym wykonanym w Zakładzie Elektrotechniki PAN.

2. TERMISTOR W OBWODZIE SZEREGOWYM

Rozważany najprostszy obwód (rys. 1) zawiera źródło o stałej sile elektromotorycznej E, oporność r oraz oporność termistora R_T.

Oporność termistora (rys. 2) zmienia się wraz z temperaturą absolutną T zgodnie ze wzorem

$$R_T = a \exp\left(\frac{b}{T}\right), \tag{1}$$

gdzie a i b dla danego termistora są wielkościami stałymi.

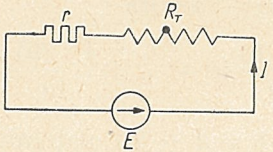
W rozważaniach przyjęto, że temperatura termistora równa jest mierzonej temperaturze otoczenia. Wynika stąd założenie, że prąd I przepływający przez element jest dostatecznie mały i nie powoduje nagrzewania termistora.

Prąd w obwodzie wynosi

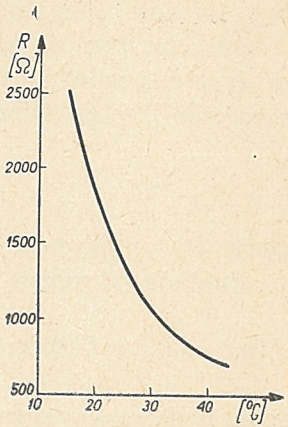
$$I = \frac{E}{r + a \exp\left(\frac{b}{T}\right)}. \tag{2}$$

Zależność $I(T)$ dla trzech różnych wartości parametru r przedstawiona jest na rys. 3.

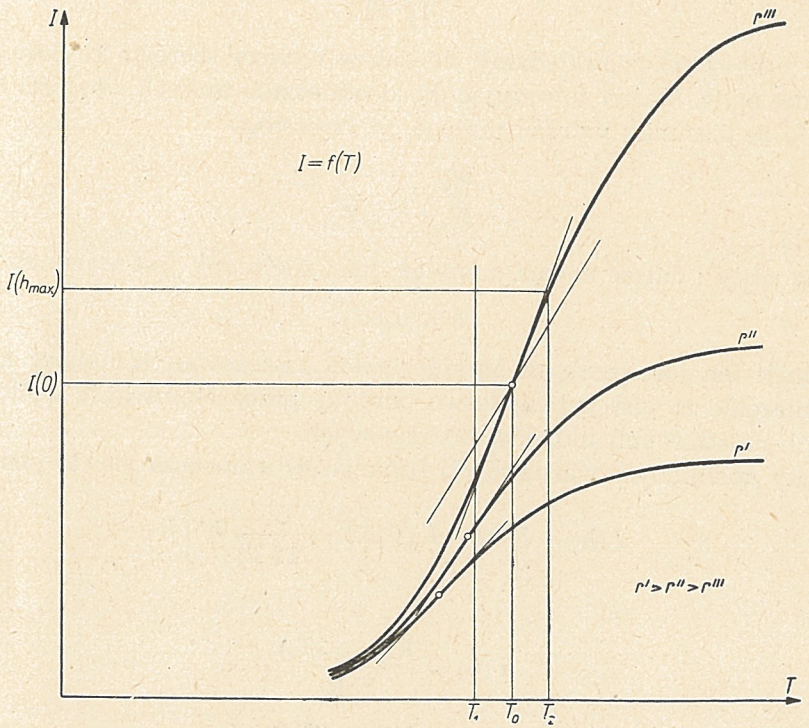
Z wykresu widać, że najkorzystniejsze warunki linearyzacji istnieją wtedy, gdy odcięta punktu przegięcia krzywej równa jest T_0, czyli połowie zakresu pomiarowego termometru. Na rysunku żądany warunek spełniony jest dla parametru $r = r'''$. Jeśli zakres pomiarowy jest mały, moż-



Rys. 1. Obwód szeregowy pracy termistora



Rys. 2. Przykład zależności oporności termistora od temperatury



Rys. 3. Prąd w obwodzie szeregowym w funkcji temperatury przy różnych wartościach r. Zakres pomiarowy termometru $T_1 — T_2$

na założyć, że krzywa jest symetryczna względem punktu przegięcia, dlatego też dalej rozpatrywana jest tylko jej prawa część.

Szukaną wartość oporności r otrzymuje się przez przyrównanie do zera drugiej pochodnej funkcji (2) względem temperatury i następnie podstawienie $T = T_0$. Otrzymujemy wtedy

$$r = \frac{b - 2T_0}{b + 2T_0} R_0, \tag{3}$$

gdzie: R_0 — oporność termistora w temperaturze T_0.

Funkcję (2) można rozłożyć na szereg Taylora

$$I(h) = I(0) + I'(0)h + \frac{I''(0)}{2!}h^2 + \frac{I'''(0)}{3!}h^3 + \ldots + \frac{I^{(n)}(0)}{n!}h^n + \ldots, \tag{4}$$

gdzie h oznacza przyrost temperatury, $h = T - T_0$, natomiast $I(0)$ — wartość prądu w temperaturze T_0. Trzeci kolejny wyraz szeregu przy spełnionym warunku (3) równy jest zeru. Czwarty wyraz po przekształceniach przyjmuje postać

$$W_4 = -\frac{h^3 b^2}{12\, T_0^4} I'(0). \tag{5}$$

W rozważaniach zakładamy, że dalsze wyrazy szeregu Taylora są pomijalnie małe. Można to przyjąć dla dostatecznie małych wartości h. Wynika to ze stosunku wyrazu piątego do czwartego

$$\frac{W_5}{W_4} = -\frac{h}{T_0}. \tag{6}$$

Wyraz piąty i dalsze można pominąć, jeśli spełniony jest warunek

$$h \leqslant 0{,}1\, T_0. \tag{7}$$

Warunek ten jest pewnym ograniczeniem zastosowań niniejszej analizy. Ograniczenie to jest jednak łatwo omijane przez stosowanie wielozakresowych mostkowych układów pomiarowych.

Przy spełnionym warunku (7) funkcja (4) upraszcza się do postaci

$$I(h) = I(0) + I'(0)\left[1 - \frac{b^2}{12\, T_0^4} h^2\right] h, \tag{8}$$

gdzie

$$I(0) = \frac{E(b + 2T_0)}{2bR_0}, \tag{9}$$

$$I'(0) = \frac{E(b + 2T_0)^2}{4bR_0 T_0^2}. \tag{10}$$

Na wykresie z rys. 3 narysowano dwie proste wyskalowania miernika, których równanie określone jest wzorem

$$I(\hbar) = I(0) + k\hbar\,, \tag{11}$$

w którym $\hbar$ jest temperaturą wskazywaną przez przyrząd o liniowej podziałce w temperaturze rzeczywistej h. Ze względu na dalszą dyskusję wzorów równanie (11) przedstawiamy w postaci równoważnej

$$I(\hbar) = I(0) + I'(0)\left[1 - \frac{b^2}{12\,T_0^4} h_v^2\right]\hbar\,, \tag{12}$$

a zatem współczynnik k wyrażamy wzorem

$$k = I'(0)\left[1 - \frac{b^2}{12\,T_0^4} h_v^2\right], \tag{13}$$

gdzie h_v jest temperaturą odpowiadającą punktowi przecięcia prostej wyskalowania z krzywą $I(T)$.

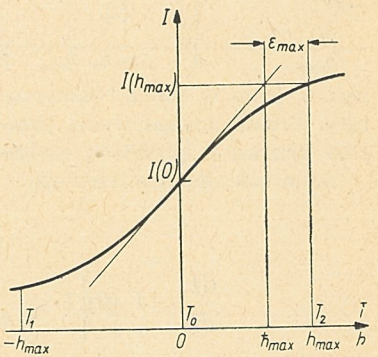
W dalszych rozważaniach podano trzy sposoby linearyzacji dające kolejno coraz lepsze wyniki, w których przyjęto:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{a)} & h_v = 0, \\ \text{b)} & h_v = h_{max}, \\ \text{c)} & h_v = h_{opt}. \end{array}\right\} \tag{14}$$

a) Zakładamy, że prosta wyskalowania miernika styczna jest do krzywej $I(T)$ w punkcie przegięcia ($h_v = 0$). Z równań (10) i (13) wynika, że współczynnik wyskalowania równy jest

$$k_1 = \frac{E(b+2\,T_0)^2}{4\,bR_0\,T_0^2}. \tag{15}$$

Z wykresu na rys. 4 widać, że wskazania termometru są prawidłowe tylko w temperaturze T_0. Uchyb ε będący różnicą między temperaturą rzeczywistą a wskazaną rośnie w miarę zbliżania się do krańców podziałki osiągając maksymalną wartość ε_{max}.



Rys. 4. Prąd w funkcji temperatury. Prosta wyskalowania styczna do krzywej

W temperaturze h_{max} (ekstremum zakresu pomiarowego) prąd przyjmuje wartość $I(h_{max})$ dając wychylenie miernika $\hbar_{max}$ Przyrównując do siebie wartości prądu w wyrażeniach (8) i (12) otrzymujemy

$$I(h_{max}) = I(0) + I'(0)\left[1 - \frac{b^2}{12\,T_0^4}\,h_{max}^2\right]h_{max} = I(0) + I'(0)\,\hbar_{max}, \quad (16)$$

stąd

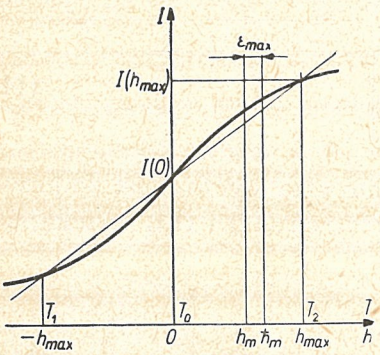
$$\hbar_{max} = \left(1 - \frac{b^2}{12\,T_0^4}\,h_{max}^2\right)h_{max}. \quad (17)$$

Maksymalny uchyb wynikający z linearyzacji podziałki wynosi więc:

$$\varepsilon_{max} = h_{max} - \hbar_{max} = \frac{h_{max}^3\,b^2}{12\,T_0^4}. \quad (18)$$

Jeśli przyjmiemy: $h_{max} = 10°C$, $b = 3000°K$, $T_0 = 300°K$, wtedy $\varepsilon_{max} = 0{,}093°C$.

b) Zakładamy, że prosta wyskalowania miernika przecina krzywą $I(T)$ w temperaturze h_{max}. Przyjmujemy więc, że $h_v = h_{max}$. Jak wynika z wykresu na rys. 5, uchyb równy jest zeru w temperaturze T_0 oraz w ekstremum zakresu pomiarowego h_{max}.



Rys. 5. Prąd w funkcji temperatury. Prosta wyskalowania przecina krzywą w punktach ekstremum zakresu pomiarowego

Z równań (10) i (13) wynika, że współczynnik wyskalowania równy jest w tym przypadku

$$k_2 = \frac{E\,(b + 2T_0)^2}{4\,bR_0\,T_0^2}\left(1 - \frac{b^2}{12\,T_0^4}\,h_{max}^2\right). \quad (19)$$

W celu znalezienia temperatury h_m, w której występuje maksymalny uchyb ε_{max}, znajdujemy pochodną $\frac{dI}{dh}$, a następnie przyrównujemy ją do współczynnika k_2.

$$\frac{dI}{dh} = I'(0)\left[1 - \frac{b^2}{4\,T_0^4}\,h^2\right] = I'(0)\left[1 - \frac{b^2}{12\,T_0^4}\,h_{max}^2\right], \quad (20)$$

$$h_m = \frac{h_{max}}{\sqrt{3}}. \quad (21)$$

Temperaturę wskazywaną przez miernik $\hbar_m$ (w temperaturze rzeczywistej h_m) znajdujemy z równości prądów

$$I(0)+I'(0)\left[1-\frac{b^2}{36T_0^4}h_{max}^2\right]\frac{h_{max}}{\sqrt{3}}=I(0)+I'(0)\left[1-\frac{b^2}{12T_0^4}h_{max}^2\right]\hbar_m, \quad (22)$$

stąd

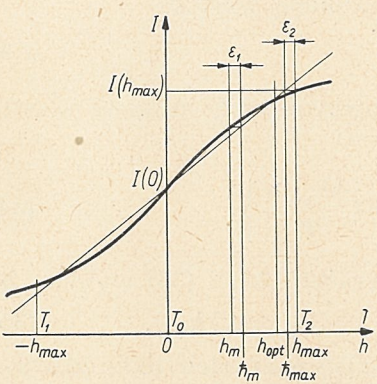
$$\hbar_m=\frac{h_{max}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{36T_0^4-h_{max}^2b^2}{36T_0^4-3h_{max}^2b^2}, \quad (23)$$

uchyb maksymalny

$$\varepsilon_{max}=h_m-\hbar_m=-0{,}032\frac{h_{max}^3b^2}{T_0^4}\cdot\frac{1}{1-\frac{h_{max}^2b^2}{12T_0^4}}. \quad (24)$$

Ułamek w mianowniku jest pomijalnie mały, można więc napisać

$$|\varepsilon_{max}|=0{,}032\frac{h_{max}^3b^2}{T_0^4}. \quad (25)$$



Rys. 6. Prąd w funkcji temperatury. Optymalny kąt pochylenia prostej wyskalowania

Jeśli przyjąć: $h_{max}=10°C$, $b=3000°K$, $T=300°K$, wtedy $\varepsilon_{max}=0{,}036°C$.

c) Dalsze zmniejszenie uchybu ε_{max} można uzyskać przyjmując taki punkt przecięcia się krzywej z prostą wyskalowania, aby $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ (rys. 6).

Z wyrażenia (13) wynika, że współczynnik wyskalowania wynosi

$$k_3=I'(0)\left[1-\frac{b^2}{12T_0^4}h_{opt}^2\right], \quad (26)$$

gdzie h_{opt} — nieznane.

Uchyb ε_1 znaleziony podobnie jak (25) równy jest

$$\varepsilon_1=\frac{2}{3\sqrt{3}}\cdot\frac{h_{opt}^3b^2}{12T_0^4}=0{,}032\frac{h_{opt}^3b^2}{T_0^4}, \quad (27$$

przy czym błąd ten występuje w temperaturze h_m [analogia ze wzorem (21)];

$$h_m=\frac{h_{opt}}{\sqrt{3}}. \quad (28)$$

W temperaturze h_{max} (ekstremum zakresu pomiarowego) prąd przyjmuje wartość $I(h_{max})$ dając wychylenie miernika $\hbar_{max}$.

Z przyrównania prądów (8) i (12) otrzymujemy

$$I(0)+I'(0)\left[1-\frac{b^2}{12\,T_0^4}h_{max}^2\right]h_{max}=I(0)+I'(0)\left[1-\frac{b^2}{12\,T_0^4}h_{opt}^2\right]\hbar_{max}, \tag{29}$$

stąd uchyb

$$\varepsilon_2=h_{max}-\hbar_{max}\approx\frac{h_{max}^3\,b^2}{12\,T_0^4}\left[1-\left(\frac{h_{opt}}{h_{max}}\right)^2\right]. \tag{30}$$

Wyrażenie (27) można przekształcić do postaci

$$\varepsilon_1=\frac{2}{3\sqrt{3}}\cdot\frac{h_{max}^3\,b^2}{12\,T_0^4}\left(\frac{h_{opt}}{h_{max}}\right)^3. \tag{31}$$

Z warunku $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ wynika równanie

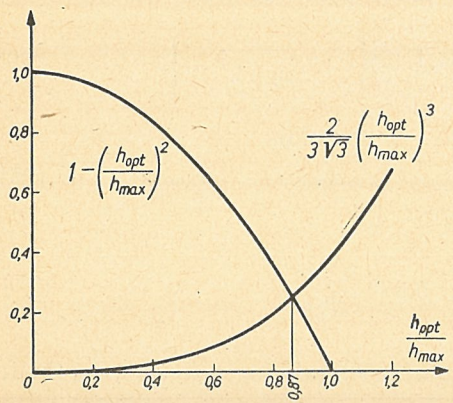
$$\frac{2}{3\sqrt{3}}\left(\frac{h_{opt}}{h_{max}}\right)^3=1-\left(\frac{h_{opt}}{h_{max}}\right)^2, \tag{32}$$

którego rozwiązanie graficzne (rys. 7) daje szukaną wartość

$$h_{opt}=0{,}87\,h_{max}. \tag{33}$$

Podstawiając znalezione h_{opt} do wzoru (13) otrzymujemy szukany współczynnik wyskalowania miernika

$$k_3=\frac{E(b+2T_0)^2}{4\,bR_0\,T_0^2}\left(1-0{,}063\frac{h_{max}^2\,b^2}{T_0^4}\right). \tag{34}$$



Rys. 7. Rozwiązanie graficzne równania (32)

Z wyrażeń (28) i (33) wynika, że

$$h_m\approx 0{,}5\,h_{max}. \tag{35}$$

Największe odchylenie od liniowości podziałki (maksymalny uchyb) istnieje więc w ekstremum zakresu pomiarowego h_{max} oraz w jego połowie (rys. 6). Podstawiając wzór (33) do (27) lub (30) otrzymujemy maksymalny uchyb

$$\varepsilon_{max}=\varepsilon_1=\varepsilon_2=0{,}02\frac{h_{max}^3\,b^2}{T_0^4}. \tag{36}$$

Jeśli założymy: $h_{max}=10°C$, $b=3000°K$, $T_0=300°K$, to $\varepsilon_{max}=0{,}022°C$.

Z porównania maksymalnego błędu ε_{max} we wszystkich trzech sposobach linearyzacji podziałki (omówionych w punktach a, b, c) wynika, że

wartości uchybów mają się do siebie jak 1 : 0,38 : 0,24. Ze stosunku tego jasno wynika, że najkorzystniejszym sposobem linearyzacji jest metoda ostatnia (c), gdyż daje najmniejsze odchylenie od liniowości.

3. TERMISTOR W OBWODZIE MOSTKOWYM

Wyniki analizy układu szeregowego podane w rozdziale poprzednim zostaną teraz przystosowane do mostka Wheatstone'a z termistorem w jednej gałęzi (rys. 8). Układ taki jest szeroko stosowany do pomiaru temperatury metodą odchyłową.

Jeśli założymy, że $r_w = 0$, wtedy wartość prądu przepływającego przez galwanometr można przedstawić wzorem

$$I_g = \frac{r_1 r_3 - r_2 R_T}{R_T(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 + r_2 r_g + r_3 r_g) + r_1(r_2 r_3 + r_2 r_g + r_3 r_g)} E. \quad (37)$$

Po podstawieniu

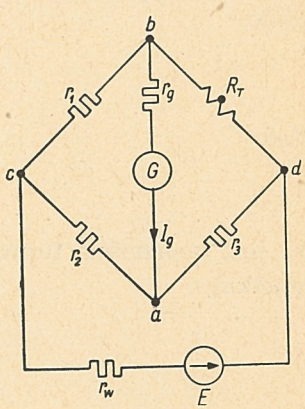
$$l = r_1 r_3, \quad (38)$$

$$p = r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 + r_2 r_g + r_3 r_g, \quad (39)$$

$$q = r_1(r_2 r_3 + r_2 r_g + r_3 r_g) \quad (40)$$

wzór (37) przyjmuje postać uproszczoną

$$I_g = \frac{l - r_2 R_T}{p R_T + q} E. \quad (41)$$



Rys. 8. Układ mostkowy z termistorem

Podstawiając do wyrażenia (41) wzór (1) oraz wprowadzając oznaczenia:

$$\frac{l}{p} + \frac{r_2 q}{p^2} = s, \quad (42)$$

$$\frac{q}{p} = r \quad (43)$$

otrzymujemy

$$I_g = \frac{Es}{r + a\exp\left(\frac{b}{T}\right)} - I_c, \quad (44)$$

gdzie I_c jest niezależne od temperatury;

$$I_c = \frac{Er_2}{p}. \tag{45}$$

Z porównania funkcji (2) i (44) widać, że posiadają one analogiczny kształt. Wypływa stąd wniosek, że wszystkie rozważania dotyczące warunków liniowości prądu w funkcji temperatury w obwodzie szeregowym są słuszne także dla prądu miernika w obwodzie mostkowym. Zgodnie z wyrażeniem (34) można więc od razu podać wzór na współczynnik wyskalowania miernika w układzie mostkowym.

$$k = \frac{Es(b + 2T_0)^2}{4bR_0T_0^2}\left(1 - 0{,}063\frac{h^2_{max}b^2}{T_0^4}\right). \tag{46}$$

Wzory (42) i (43) przekształcamy do postaci łatwiejszej w obliczeniach;

$$r = \frac{r_1 a}{r_1 + a}, \tag{47}$$

gdzie

$$a = r_g + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}, \tag{48}$$

stąd

$$s = \frac{r^2 + rR_0}{a(r_1 + R_0)}; \tag{49}$$

R_0 jest opornością termistora w temperaturze T_0 (w stanie równowagi mostka)

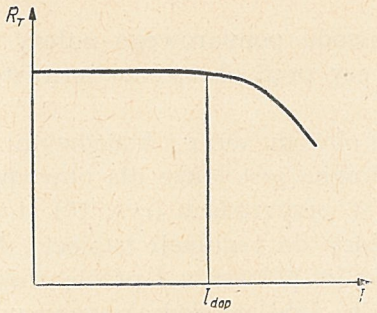
$$R_0 = \frac{r_1 r_3}{r_2}. \tag{50}$$

4. PROJEKTOWANIE OBWODU POMIAROWEGO

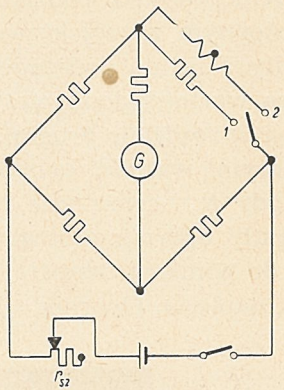
Podstawowymi założeniami projektu są: a) zakres pomiarowy, b) rodzaj ośrodka, którego temperatura ma być mierzona, c) żądana dokładność.

Jak już podano poprzednio, zakładamy, że jako miernik użyty zostanie przyrząd o liniowej podziałce. Jeśli układ jest zaprojektowany tak, że mostek równoważy się w temperaturze początkowej zakresu, wtedy $I(0) = 0$ i zgodnie ze wzorem (11) temperaturę otrzymujemy z ilorazu wartości prądu wskazywanego przez miernik i współczynnika k. Uchyby wynikające z linearyzacji podziałki można znacznie zmniejszyć stosując miernik z zerem pośrodku skali. Układ wówczas projektujemy tak, aby mostek równoważył się w połowie zakresu pomiarowego. Stosując tego rodzaju układ należy we wszystkich wzorach rozumieć h_{max} jako połowę pełnego zakresu pomiarowego termometru.

Jeśli termometr ma mieć specjalnie przystosowaną podziałkę (w stopniach Celsjusza), to wartość ε_{max} jest tylko wskaźnikiem odchylenia od liniowości skali.



Rys. 9. Oporność termistora w funkcji prądu. I_{dop} — dopuszczalny prąd obciążenia w temperaturze otoczenia T_{ot} = const



Rys. 10. Układ pomiarowy termometru

Przed przystąpieniem do właściwego projektowania obwodu pomiarowego należy określić podstawowe parametry termistora. W tym celu wyznaczamy doświadczalnie dopuszczalne obciążenie termistora (tzn. wartość prądu nie zmieniającą jeszcze jego oporności) w temperaturze T_0 oraz dla krańców skali. Sposób określenia dopuszczalnego obciążenia pokazany jest na rys. 9. Pomiary wykonujemy przy termistorze wbudowanym w sondę. Dopuszczalny prąd obciążenia zależy od rodzaju ośrodka, w którym zanurzona jest sonda. Jeśli termometr ma służyć np. do pomiaru temperatury wody oraz powietrza, to pomiary przeprowadzamy dla ośrodka o mniejszej przewodności cieplnej, a więc dla powietrza. Ośrodek w czasie pomiarów powinien być nieruchomy. Następnie wyznaczamy doświadczalnie charakterystykę oporności jako funkcję temperatury (rys. 2). Należy pamiętać, aby prąd płynący przez termistor w czasie pomiaru nie przekraczał poprzednio znalezionej wartości I_{dop}. Z charakterystyki $R_T = f(T)$ oblicza się wartość współczynnika b określającego własności termistora.

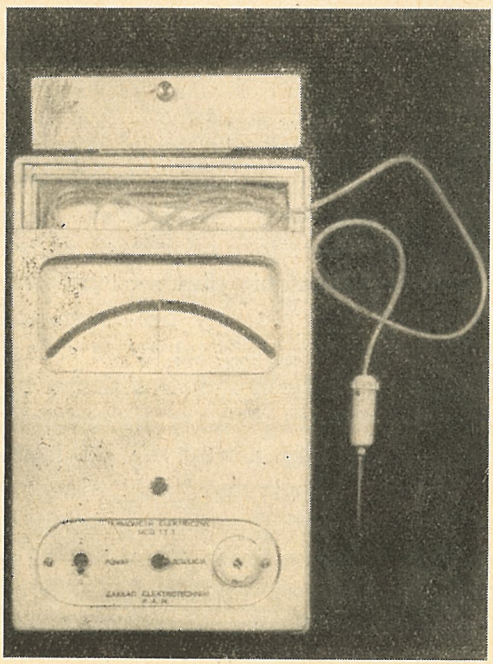
$$b = 2{,}303 \frac{\Delta \log R}{\Delta\left(\frac{1}{T}\right)}. \tag{51}$$

Dalej sprawdzamy wg wyrażenia (36), czy dla założonego zakresu pomiarowego termometru uchyb nie będzie przekraczać przyjętej wartości ε_{max}. Optymalną oporność r obliczamy ze wzoru (3), wartość r_1 zakładamy (często przyjmujemy $r_1 = R_0$), współczynnik α obliczamy z wyrażenia (47), s — z wyrażenia (49). Następnie zakładamy wartość E (najczęściej ok. 1 V)

i obliczamy współczynnik wyskalowania k ze wzoru (46). Dalej zakładamy wartość r_2, z wyrażenia (50) określamy r_3, ze wzoru (48) — oporność obwodu miernika r_g. Z iloczynu kh_{max} otrzymujemy zakres prądowy miernika z zerem pośrodku podziałki.

Po wstępnym zaprojektowaniu obwodu pomiarowego należy sprawdzić analitycznie lub doświadczalnie, czy prąd obciążenia termistora nie przekracza wartości dopuszczalnej.

Podana w rozdziale drugim analiza obwodu wraz z końcowymi wzorami podającymi wartości uchybów ε słuszna jest także dla obwodu mostkowego, gdy $E = \text{const}$ oraz $r_w = 0$. W przyrządach (rys. 10) stosowany jest z reguły opornik szeregowy służący do regulacji napięcia. Miernik służy tu do pomiaru temperatury oraz (w położeniu I przełącznika) jako wskaźnik napięcia. Opornik r_{sz} jest więc źródłem dodatkowych uchybów,

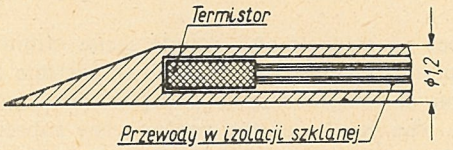


Rys. 11. Termometr termistorowy z czujnikiem w postaci igły

wywołuje on bowiem wahania napięcia zasilającego układ w zależności od przepływającego prądu, a więc od temperatury termistora. Błąd ten można pominąć, jeśli oporności dolnych gałęzi mostka (rys. 10) są małe w porównaniu z opornością gałęzi górnych. Wówczas prąd zasilający mostek ma wartość stałą, praktycznie niezależną od temperatury termistora. Do regulacji napięcia wystarcza wtedy mała wartość oporności r_{sz}.

Na rys. 11 przedstawiony jest termometr termistorowy przeznaczony do badań klinicznych. Czujnik w postaci zamkniętej igły pozwala mierzyć temperaturę wewnątrz tkanek lub arterii. Zakres pomiarowy termometru wynosi 18 do 42°C, przy czym jedna działka skali odpowiada 0,2°C.

Przekrój igły z zamkniętym termistorem pokazany jest na rys. 12. Średnica igły wynosi 1,2 mm, długość 70 mm. Przyrząd ustala tempera-



Rys. 12. Przekrój końca czujnika

turę w ciągu około 5 sek, jeśli koniec czujnika zanurzony jest we krwi (w komorze serca lub w tętnicy) i w ciągu około 15 sek, jeśli koniec sondy tkwi w mięśniu. Opisany termometr zbudowany został w Zakładzie Elektrotechniki Polskiej Akademii Nauk.

Zakład Elektrotechniki
Polskiej Akademii Nauk

LITERATURA

Beakley W. R.: The design of thermistor thermometers with linear calibration. — Journal of Scientific Instruments, t. 28, nr 6/51, str. 176—179.

С. ТОПИНЬСКИ

ТЕРМИСТОРНЫЕ ТЕРМОМЕТРЫ С ЛИНЕЙНОЙ ШКАЛОЙ

Резюме

Отрицательным свойством термометрических схем использующих термисторы является нелинейная зависимость тока од температуры, которая в итоге даёт неравномерную шкалу прибора. Это свойство в значительной степени ограничивает применение термометров указанного типа.

В работе проведён анализ простого последовательного контура с термистором и определены для этого случая оптимальные параметры, для которых зависимость тока от температуры максимально приближен к линейной. Результаты этого анализа приспособлены в следующем к применению в мостиковой схеме с термистором в одном из ответвлений. В дальнейшем изложены принципы проектирования измерительной схемы и результаты практических исследований проведенных с термометром произведства Отдела электротехники Польской Академии Наук.

S. TOPIŃSKI

THERMISTOR THERMOMETERS WITH LINEAR SCALE

Summary

Thermometric circuits with a thermistor have a disadvantageous feature, which is the nonlinear dependence of current upon temperature, giving in effect an uneven scale of the instrument. The above feature confines the applications of that type of thermometers.

In the present paper an analysis of a simple series circuit with a thermistor is carried out and optimum parameters are determined for this circuit, with which the current in the function of temperature is a dependence approached maximum to the linear dependence. The results of the analysis are subsequently applied to the bridge comprising a thermistor in one of its branches. Furthermore, principles of designing the measurement circuit are given, as well as the results of the experiments carried out on a thermometer made in the Electrotechnics Department of the Polish Academy of Sciences.

S. G. BROWN i D. P. CAMPBELL

ZASADY SERWOMECHNIZMÓW

Tłum. z jęz. angielskiego, Wyd. I. PWN 1957, str. 400, rys., zł 38,—

BOLESŁAW DUBICKI

MASZYNY ELEKTRYCZNE

TOM II — UZWOJENIA PRĄDU ZMIENNEGO

Wyd. I. PWN 1953, str. 311, rys., zł 23,80

(Tom I pracy B. Dubickiego — Maszyny elektryczne — prąd stały — ukazał się w 1949 r. — w bieżącym roku ukaże się nakładem PWN jego nowe wydanie)

STANISŁAW KOŃCZYKOWSKI

OBLICZANIE SIECI ELEKTROENERGETYCZNYCH

Tom I. Wyd. I. PWN 1953, str. 382, rys., zł 30,90

KAROL KRUG

PODSTAWY ELEKTROTECHNIKI

Tłum. z jęz. rosyjskiego. Cz. I. Wyd. I. PWN 1953, str. 571, zł 41,—

WŁODZIMIERZ KRUKOWSKI

LICZNIKI ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Tłum. z jęz. niemieckiego. Wyd. I. PWN 1955, str. 451, rys., zł 36,20

WŁADYSŁAW LATEK

BADANIE MASZYN ELEKTRYCZNYCH PRĄDU ZMIENNEGO

Wyd. I. PWN 1954, str. 303, zł 21,80

KONSTANTY MAJAKOWSKI

PODSTAWY TEORETYCZNE TECHNIKI OŚWIETLENIOWEJ

Wyd. I. PWN 1953, str. 315, zł 24,—

STANISŁAW KUHN

ZAGADNIENIA RUCHOWE W TELEFONII AUTOMATYCZNEJ

Wyd. I. PWN 1957, str. 384, tabl., zł 33,50

SILNIKI INDUKCYJNE ASYNCHRONICZNE

Praca zbiorowa

Wyd. I. PWN 1956, str. 420, zł 31,80

JAN ZIEMBICKI

ELEKTROKARDIOGRAFY

Wyd. I. PWN 1957, str. 355, ilustr. 250, zł 31,10

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM IV · ZESZYT 3

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1958

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI,
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN, PROF. STANISŁAW SZPOR

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny

PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz

JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 499+111	Oddano do składania 16.VI.58 r.
Ark. wyd. 11,75, druk. 10,5	Druk ukończono w październiku 1958 r.
Pap. druk. sat. kl. III, 80 g, 70×100	A-24
Zamówienie nr 1011/58	Cena zł 25.—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

621.318.42:621.3.08

ANDRZEJ JELLONEK

Pomiar pojemności własnej cewek indukcyjnych

Rękopis dostarczono 4.2.1958

Metody pomiaru pojemności własnej cewek indukcyjnych oparte są na przyjęciu uproszczonego układu zastępczego cewki. Układ taki ma postać obwodu złożonego z idealnej indukcyjności i pojemności własnej, załączonych równolegle. Indukcyjność jak i pojemność własna traktowane są przy tym jako wielkości skupione, o wartościach stałych w czasie i nie zmieniających się przy zmianach częstotliwości. W tych warunkach pojemność własną cewki wyznacza się co najmniej z dwu pomiarów pojemności dodatkowej, załączonej równolegle do końcówek badanej cewki, oraz z pulsacji, przy której układ taki wykazuje każdorazowo rezonans.

Stosowanie powyższej metody nasuwa jednak szereg wątpliwości. Przede wszystkim pojemność rzeczywistych cewek jest na pewno rozłożona wzdłuż poszczególnych zwojów, a nie skupiona na końcówkach cewki. Wobec tego wartość uzyskana z pomiaru i obliczenia opartego na powyższym założeniu zależy od częstotliwości. Poza tym spodziewana dokładność pomiaru małej pojemności własnej mierzonej przy pomocy dużej pojemności dodatkowej powinna być niewielka. W końcu na dokładność pomiaru wpływać muszą własności pozostałych elementów obwodu pomiarowego i wskaźnika rezonansu, co nie uwidacznia się bezpośrednio we wzorze, przy pomocy którego oblicza się wynik końcowy.

Artykuł, który ukazał się w 1956 r. w prasie technicznej angielskiej [4] i dyskusja, jaka rozwinęła się następnie [5], [6] na jego tle, zdają się świadczyć, że zastrzeżenia powyższe nie zostały dotychczas uwzględnione zadowalająco. Wobec tego przedyskutowano poprawność stosowanych dotychczas metod i uzyskiwaną przy ich pomocy dokładność wyników. Zaproponowano wprowadzenie zmian w dotychczasowych metodach, które pozwoliłyby na zmniejszenie prawdopodobnego uchybu wyniku pomiaru. Wykazano również, że wszystkie stosowane dotychczas metody można sprowadzić do jednej podstawowej (Rietza). Różnice występujące w dotychczasowych pracach wnoszą tylko uproszczenia manipulacji albo zwiększenie dokładności obserwacji pojemności lub pulsacji. Okazało się przy tym, że osiągnięcie lepszej dokładności przy pomocy metod dotychczas stosowanych jest możliwe tylko co do pulsacji; natomiast środki proponowane w celu zmniejszenia uchybu pomiaru pojemności były na ogół błędne. Jako wynik rozważań zaproponowano postępowanie umożliwiające otrzymanie możliwie dokładnego wyniku przy użyciu rynkowych przyrządów pomiaro-

wych, np. mierników dobroci. Podano również sposób obliczania wyniku najprawdopodobniejszego w przypadku wykonania znaczniejszej liczby pomiarów. Dokładność osiągana w tym ostatnim przypadku może być lepsza od nominalnej dokładności wzorca pojemności lub wzorca pulsacji.

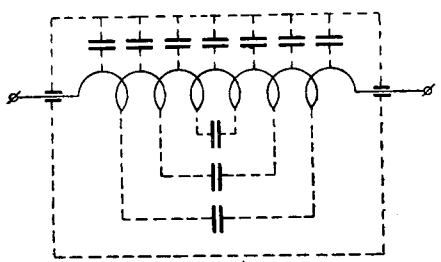
1. WSTĘP

Obliczanie pojemności własnej cewek indukcyjnych, jak również jej pomiar, jest jednym z najstarszych problemów radiotechniki. Już w 1902 r. Drude podał [1] metodę obliczania pojemności własnej cewek jednowarstwowych, a Rietz w 1913 r. [2] sposób jej mierzenia. Od tego czasu liczni autorzy zajmowali się tym problemem. Wydaje się jednak, że zagadnienie to nie zostało do dzisiaj rozwiązane zadowalająco. Tak przynajmniej wynika z ogłoszonej niedawno pracy teoretycznej [3] oraz z artykułu o pomiarze pojemności i z dyskusji, jaka rozwinęła się na jego temat [4], [5], [6].

Praca obecna ma na celu krytyczne omówienie dotychczasowych opracowań zagadnienia pomiaru pojemności własnej cewek indukcyjnych oraz uzupełnienie treści tych opracowań, głównie co do osiąganej dokładności i granic stosowalności poszczególnych metod.

2. ZAŁOŻENIA I ZASADY POMIARU POJEMNOŚCI WŁASNEJ CEWEK

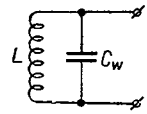
Pojemność własna cewki indukcyjnej nie jest wielkością niezmienną, raz na zawsze jednoznacznie zdefiniowaną. Obrazuje ona tylko własności uproszczonego schematu zastępczego, mającego odtworzyć w przybliżeniu zachowanie się cewki w określonym zakresie warunków zewnętrznych. W cewce, przez którą przepływa zmienny prąd elektryczny, istnieje różnica potencjałów tak pomiędzy poszczególnymi odcinkami przewodnika tworzącego zwoje, jak od każdego zwoju do otoczenia bądź też do ekranu (rys. 1).



Rys. 1. Przybliżony rozkład pojemności cewki jednowarstwowej w przypadku quasi-stacjonarnego rozkładu prądu

Stan taki odpowiada istnieniu pojemności o rozkładzie zależnym od konfiguracji geometrycznej przewodników tworzących cewkę i jej otoczenie, od własności dielektrycznych ośrodka oddzielającego poszczególne części przewodników, w końcu od wielkości i aktualnego rozkładu różnic potencjałów pomiędzy tymi częściami. Układ geometryczny można przyjąć jako mniej więcej stały, z wyjątkiem drobnych zmian spowodowanych np. zmianami temperatury. Natomiast

rozkład potencjału może zmieniać się znacznie w zależności od częstotliwości i zmian w rozpływie prądu przepływającego przez cewkę. Skrajne warunki zachodzą w przypadku cewki pracującej przy częstotliwości znacznie niższej od rezonanusu własnego; w tym przypadku rozkład prądu wzdłuż cewki można uważać za praktycznie stały, quasi-stacjonarny. Stan taki występuje z dużym przybliżeniem, jeżeli cewka tworzy obwód równoległy z pojemnością zewnętrzną, przy czym wartość tej dodatkowej pojemności jest duża w stosunku do pojemności własnej cewki. Drugi skrajny przypadek zachodzi wtedy, jeżeli cewka pracuje bez pojemności dodatkowej, a najwyższa spodziewana częstotliwość pracy może się zbliżyć lub nawet przekraczać wartość częstotliwości rezonansu własnego. Dla takiej



Rys. 2. Najprostszy schemat zastępczy cewki o indukcyjności L i pojemności własnej C_w skupionej na końcówkach cewki

cewki, pracującej jako dławik, rozkład prądu i rozkład potencjałów odbiega znacznie od quasi-stacjonarności, a częstotliwości rezonansowych jest zazwyczaj wiele [8], [9], [13]. Do obliczenia pojemności własnej konieczne jest jednak przyjęcie określonego rozkładu potencjału. Trudność ustalenia faktycznego rozkładu potencjału powoduje niewystarczającą zgodność wartości obliczonych i mierzonych. Prawdopodobnie dlatego też powstały tak liczne prace dążące do poprawy dokładności otrzymanych wzorów albo na drodze rozważań teoretycznych [11], [10], [3], albo na drodze posługiwania się metodą półempiryczną [13], [12]. Do celów pomiarowych przyjmuje się najczęściej pojemność zastępczą o wartości stałej, skupionej na końcówkach cewki. Taki układ zastępczy, złożony z cewki o indukcyjności L i oporności R, połączonej równolegle z pojemnością bezstratną C_w, wykazuje rezonans przy pulsacji ω takiej, że

$$\omega^2 = \frac{1}{LC_w} - \frac{R^2}{L^2} \quad \text{względnie} \quad \frac{1}{LC_w\omega^2} - \frac{1}{Q^2} = 1,$$

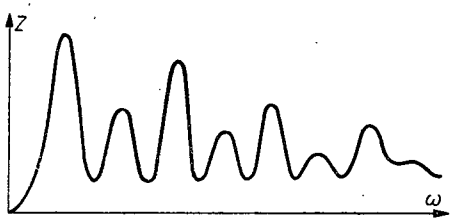
przy czym Q oznacza dobroć cewki. Ponieważ w praktyce stosuje się zwykle cewki o dobroci $Q \gg 1$, zatem z dobrym przybliżeniem można napisać

$$\omega^2 \approx \frac{1}{LC_w}.$$

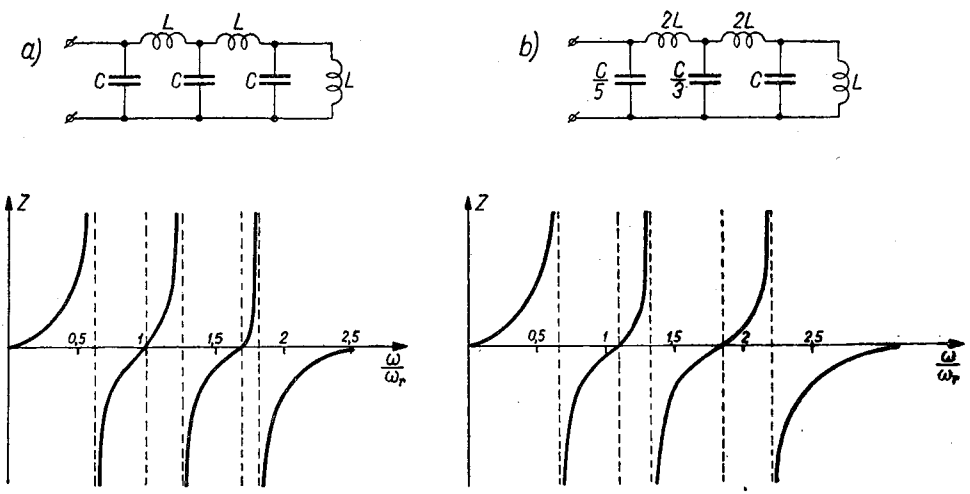
Ostatecznie więc najprostszy układ zastępczy cewki utworzony przez idealną indukcyjność L połączoną równolegle (rys. 2) z bezstratną pojemnością własną pozwala na wyznaczenie określonej w ten sposób pojemności przy pomocy pomiaru rezonansu układu. Jaki jest rzeczywisty rozkład pojemności wewnętrznych oraz który z wzorów teoretycznych jest słuszniej-

szy od innych (i w jakich warunkach), o tym mogą rozstrzygać tylko wyniki pomiaru pojemności rzeczywistych cewek i to pomiaru wykonanego dla szeregu częstotliwości.

Zjawiskiem, według którego można zorientować się o istnieniu pojemności własnej cewki, jest jej rezonans elektryczny. Istnienie rezonansu tylko przy jednej częstotliwości wzkazywałoby na istnienie jednej pojemności skupionej. Istnienie wielu rezonansów (rys. 3), przy tym najczęściej dla częstotliwości nieharmonicznych (zob. tablica), wskazuje na to, że cewkę należy traktować jako linię o pojemnościach i indukcyjnościach rozłożonych w sposób specyficzny dla danych warunków (rys. 4). Pojemność zastępcza, mierzona na końcówkach cewki, maleje zwykle dla częstotliwości pomiarowych bliskich rezonansu, zmienia się bowiem rozkład przepływu prądów, a tym samym i pojemność. Pomiar pojemności własnej daje więc wartość niezmienną tylko w obrębie częstotliwości odpowiednio niższych od rezonansowej. Dlatego obwód pomiarowy uzupełniony jest zwykle pojemnością dodatkową C_d, załączoną równolegle do pojemności własnej (rys. 5). Generator zasila układ siłą elektromotoryczną o możliwie stałej wartości przy dowolnie regulowa-



Rys. 3. Wyniki pomiaru oporności wejściowej cewki indukcyjnej pracującej jako dławik (wg [9])



Rys. 4. Schemat zastępczy cewki indukcyjnej przedstawionej jako linia długa o rozłożonych indukcyjnościach i pojemnościach oraz wartości oporności wejściowych linii wg schematów z rys. 4a (b)
(obliczył mgr inż. E. Bilski)

Zestawienie zmierzonych i obliczonych częstotliwości rezonansu własnego cewek indukcyjnych

(objaśnienia pod tablicą)

Numer cewki $\frac{f_n}{f_1}$	Obliczone wg	I		II		III	
		Wartość f_n/f_1	δ % w stosunku do 1	Wartość f_n/f_1	δ % w stosunku do 1	Wartość f_n/f_1	δ % w stosunku do 1
$\frac{f_2}{f_1}$	1	2,22	—	1,93	—	1,81	—
	2	2,26	+ 1,8	1,89	2,1	1,94	+ 7,2
	3	2,20	— 0,9	2,20	+14,0	2,20	+22, 0
	4	1,20	—45,5	1,20	—38,0	1,20	—34,0
	5	1,30	—40,5	1,30	—33,0	1,30	—28,0
	6	1,65	—25,7	1,65	—14,5	1,65	— 9,0
$\frac{f_3}{f_1}$	1	2,35	—	2,12	—	2,00	—
	2	2,42	+ 3,0	2,04	— 3,8	2,10	+ 5,0
	3	2,90	+23,4	2,90	+37,0	2,90	+45,0
	4	2,30	— 2,1	2,30	+ 8,5	2,30	+15,0
	5	2,02	—14,0	2,02	— 4,7	2,02	+ 1,0
	6	2,05	—14.0	2,02	— 4,7	2,02	+ 1,0
$\frac{f_4}{f_1}$	1	3,43	—	2,90	—	2,76	—
	2	3,57	+ 4,1	2,80	— 3,5	2,92	+ 5,8
	3	4,08	+19,0	4,08	+40,0	4,08	+48,0
	4	2,24	—35,0	2,24	—23,0	2,24	—19,0
	5	2,50	—27,0	2,50	—14,0	2,50	— 9,5
	6	2,85	—17,0	2,85	— 1,7	2,85	+ 3,3
$\frac{f_5}{f_1}$	1	3,56	—	3,05	—	2,99	—
	2	3,78	+ 6,2	3,03	— 0,7	3,13	+ 4,7
	3	4,42	+24,0	4,42	+45,0	4,42	+48,0
	4	2,80	—21,0	2,80	— 8,2	2,80	— 6,3
	5	3,40	— 4,5	3,40	+11,5	3,40	+13,0
	6	3,40	— 4,5	3,40	+11,5	3,40	+13,0
$\frac{f_6}{f_1}$	1	4,78	—	3,82	—	3,69	—
	2	4,92	+ 2,9	3,78	— 1,1	3,94	+ 6,8
	3	5,35	+12,0	5,35	+40,0	5,35	+45,0
	4	2,94	—38,5	2,94	—23,0	2,94	—20,0
	5	3,80	—20,0	3,80	— 0,5	3,80	+ 3,0
	6	—	—	—	—	—	—

Objaśnienia:

poz. 1. wyniki otrzymane z pomiaru,

poz. 2. wartości obliczone wg wzoru podanego przez Faina [13],

poz. 3. wartości obliczone przy przyjęciu schematu zastępczego z rys. 4a,

poz. 4. wartości obliczone przy zastosowaniu układu zastępczego z rys. 4a, przy założeniu: $C_1 = 0$; $C_2 = C_3 = C_4 = C$; $2L = \text{const}$,

poz. 5. wartości obliczone przy przyjęciu układu zastępczego wg rys. 4a przy założeniu: $C_1 = 0$; $C_2 = \frac{C}{5}$; $C_3 = \frac{C}{3}$; $2L = \text{const}$,

poz. 6. wartości obliczone przy przyjęciu układu zastępczego wg rys. 4b.

Wartości z rubryk oznaczonych I odpowiadają zachowaniu się cewki o danych: długość B = 8,89 cm, średnica A = 6,35 cm, ilość zwojów Z = 21.

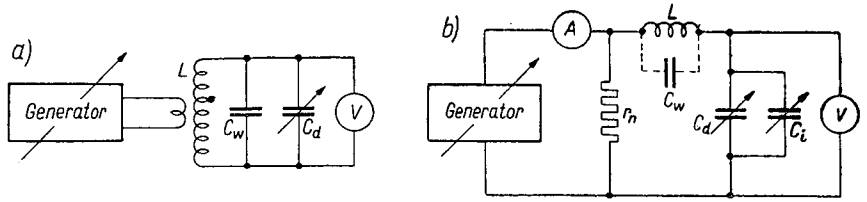
Wartości z rubryk oznaczonych II odpowiadają cewce o danych: długość B = 7,19 cm, średnica A = 1,59 cm, ilość zwojów Z = 48.

Wartości z rubryk oznaczonych III odpowiadają cewce o danych: długość B = 7,62 cm, średnica A = 2,54 cm, ilość zwojów Z = 48.

nej częstotliwości. Stan dostrojenia do rezonansu uwidacznia wskaźnik o małym poborze własnym. W tych warunkach wielkości obwodu związane są zależnością:

$$L\,(C_d + C_w)\,\omega^2 = 1,$$

przy czym L oznacza całkowitą indukcyjność obwodu. W powyższej zależności występują cztery wielkości: L, C_d, C_w, ω, z których najłatwiej mierzal-



Rys. 5. Układ do pomiaru pojemności własnej cewek indukcyjnych
a) zastosowanie miernika oporności i przewodności; b) zastosowanie miernika dobroci

nymi są: pojemność dodatkowa C_d i pulsacja ω lub częstotliwość $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

W celu uwolnienia się od stosunkowo kłopotliwego pomiaru indukcyjności wykonuje się obserwacje dwukrotnie zmieniając każdorazowo wartość pojemności dodatkowej i pulsacji rezonansowej. Z otrzymanych w ten sposób zależności

$$L\,(C_{d1} + C_w)\,\omega_1^2 = 1,$$
$$L\,(C_{d2} + C_w)\,\omega_2^2 = 1$$

można obliczyć pojemność własną:

$$C_w = \frac{C_{d2}\,\omega_2^2 - C_{d1}\,\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = \frac{C_{d2} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 C_{d1}}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1}.$$

Zakłada się przy tym milcząco, że wartości indukcyjności i pojemności własnej przy pulsacjach ω_1 i ω_2 pozostają niezmienne. Otrzymany w ten sposób wynik obciążony jest uchybami pochodzącymi między innymi z dwu źródeł: z niedokładności wzorców, a więc z niedokładności kondensatora, na którego podziałce odczytuje się pojemności odpowiadające rezonansowi (C_{d1}, C_{d2}), oraz z niedokładności wzorca częstotliwości, służącego do określenia pulsacji ω_1, ω_2. Granice uchybów popełnianych z powodu niedokład-

ności wzorców można określić z klasy tych przyrządów, o ile czułość układu i podziałki przyrządów dobrane są w ten sposób, że pozwalają na wyzyskanie ich dokładności. Tak np. odczyty wykonywane na podziałce kondensatora (C_{d1}, C_{d2}) powinny umożliwiać rozróżnialność działek kilkakrotnie lepszą niż gwarantowana dokładność. W takich warunkach użyte przyrządy wzorcowe wnoszą o b i e k t y w n ą część uchybu pomiarowego. Drugim źródłem uchybów jest niepewność w określaniu stanu rezonansu, a to ze względu na zaokrąglenie wierzchołka krzywej rezonansu i niedokładność wskaźnika napięcia lub wskaźnika prądu występujących w obwodzie. Ta s u b i e k t y w n a część uchybu pomiarowego zależy od doświadczenia obserwatora, od dobroci użytego obwodu, czułości i dokładności wskaźnika rezonansu. Ponieważ, jak już wspomniano, warunki pomiaru powinny być dobrane w ten sposób, aby uchyb subiektywny stanowił możliwie małą część uchybu wyniku pomiaru, należy oszacować maksymalne wartości obu składowych. Granice części uchybu pochodzącego od niedokładności przyrządów wzorcowych można policzyć różniczkując cząstkowo wzór na pojemność własną cewki (przypis 1[1]):

$$C_w = C_{d2}\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2-\omega_2^2} - C_{d1}\frac{\omega_1^2}{\omega_1^2-\omega_2^2},$$

a po zróżniczkowaniu:

$$\Delta C_w = \left[\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2-\omega_2^2}\Delta C_{d2} - \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2-\omega_2^2}\Delta C_{d1}\right] + \left[2\omega_1\frac{\omega_2^2}{(\omega_1^2-\omega_2^2)^2}C_{d2} + -2\omega_1\frac{\omega_2^2}{(\omega_1^2-\omega_2^2)^2}C_{d1}\right]\Delta\omega_1 + \left[2\omega^2\frac{\omega_1^2}{(\omega_1^2-\omega_2^2)^2}C_{d1} + -2\omega_2\frac{\omega_1^2}{(\omega_1^2-\omega_2^2)^2}C_{d2}\right]\Delta\omega_2$$

oraz

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{C_{d2}}{C_{d2}-C_{d1}}\left[1+\frac{C_{d1}}{C_w}\right]\frac{\Delta C_{d2}}{C_{d2}} \pm \frac{C_{d1}}{C_{d2}-C_{d1}}\left[1+\frac{C_{d2}}{C_w}\right]\frac{\Delta C_{d1}}{C_{d1}} + + 2\frac{\omega_r^2}{\omega_1^2-\omega_2^2}\left[\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} \pm \frac{\Delta\omega_2}{\omega_2}\right].$$

We wzorze ω_r oznacza pulsację rezonansu własnego cewki bez pojemności dodatkowej ($L\omega_r^2 C_w = 1$), a znaki $\pm$ przyjęto ze względu na możliwość wystąpienia — w najgorszym razie — uchybów o przeciwnych znakach. W wyrażeniach powyższych $\frac{\Delta C_d}{C_d}$ oraz $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ są uchybami względnymi użytych wzorców pojemności dodatkowej i pulsacji, względnie częstotli-

[1]) Przypisy są zamieszczone za tekstem artykułu.

wości. Największe możliwe wartości tych uchybów wynikają z klasy użytych przyrządów. W praktyce powyższe wzory upraszczają się znacznie ze względu na to, że kondensator wzorcowy ma najczęściej taki sam uchyb względny dla obu odczytów (C_{d1}, C_{d2}), tj. $\frac{\Delta C_{d1}}{C_{d1}} = \frac{\Delta C_{d2}}{C_{d2}} = \frac{\Delta C_d}{C_d}$, a pomiar częstotliwości jest o kilka rzędów dokładniejszy od pomiaru pojemności, można więc przyjąć: $\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} = \frac{\Delta\omega_2}{\omega_2} \approx 0$.

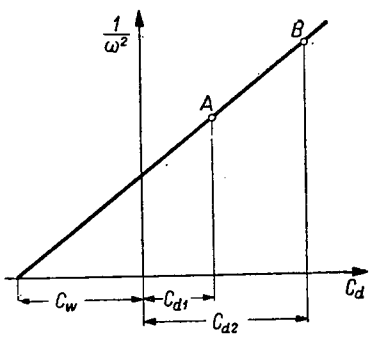
Ostatecznie jest więc:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} \approx \frac{\Delta C_d}{C_d}\left[\frac{C_{d2}}{C_{d2}-C_{d1}}\left(1+\frac{C_{d1}}{C_w}\right) \pm \frac{C_{d1}}{C_{d2}-C_{d1}}\left(1+\frac{C_{d2}}{C_w}\right)\right].$$

Uchyb względny wyniku $\left(\frac{\Delta C_w}{C_w}\right)$ spowodowany niedokładnościami wzorców jest zatem tym większy, im:

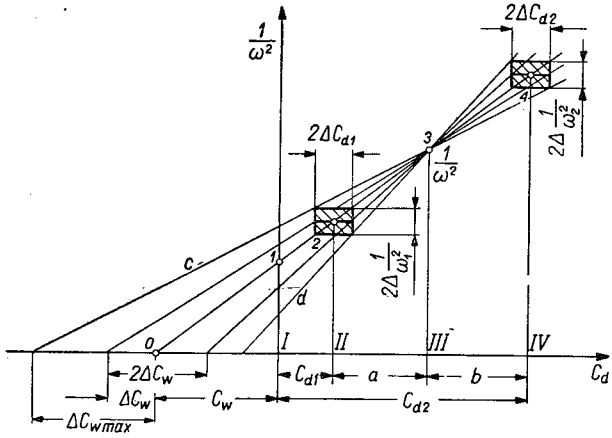
1. większe są pojemności dodatkowe względem pojemności własnej cewki,
2. mniejsza jest pulsacja częstotliwości pomiarowej względem pulsacji rezonansowej,
3. mniejsze są różnice pojemności dodatkowych względem tych pojemności,
4. mniejsze są różnice pulsacji pomiarowych,
5. większe są uchyby względne wzorca pojemności,
6. większe są uchyby względne wzorca częstotliwości.

Wyrażenia podające wartości pojemności własnej cewki oraz wartości uchybu względnego tej pojemności można zinterpretować geometrycznie. Pierwsze z tych wyrażeń przedstawia w układzie osi $C_d, \frac{1}{\omega^2}$ prostą, która przecina oś pojemności w punkcie $-C_d = C_w$. Prosta taka, zaproponowana już przez Rietza [2], stanowi zbiór punktów określonych współrzędnymi: $C_{dn}, \frac{1}{\omega_n^2}$. Metoda dwupunktowa znajdowania pojemności własnej oparta jest na fakcie, że prosta Rietza wyznaczona jest dwoma punktami, np. $A\left(C_{d1}, \frac{1}{\omega_1^2}\right)$ oraz $B\left(C_{d2}, \frac{1}{\omega_2^2}\right)$ (rys. 6.) Zobrazowanie uchybów obiektywnych można uzyskać na tym wykresie przyjmując, że zamiast punktów A, B ... otrzymuje się z pomiaru prostokąty o bo-



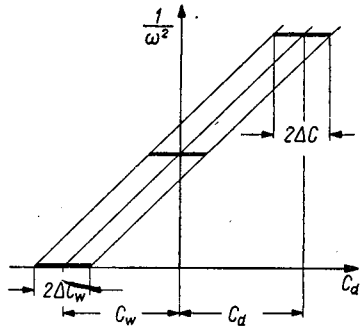
Rys. 6. Prosta Rietza

kach równych uchybom poszczególnych obserwacji. W tych warunkach wynik określony jest pękiem prostych (rys. 7), spośród których skrajne (a, b) przechodzą przez przeciwległe naroża prostokątów uchybów. Proste



Rys. 7. Graficzny sposób przedstawienia obiektywnych uchybów występujących w metodach pomiaru pojemności własnej cewek indukcyjnych

te odcinają na osi pojemności odcinek $2\Delta C_w$, który stanowi największy możliwy uchyb wyniku, jaki może powstać przy użyciu punktów pomiarowych (A, B). W praktyce pomiar częstotliwości może być wykonany tak dokładnie, że $\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx 0$. Wobec tego prostokąty uchybów redukują się do poziomych odcinków o długości $2\Delta C_d$ (rys. 8). Z powyższych wykresów można obliczyć pojemność własną, jak i uchyb jej pomiaru, przy czym otrzymuje się wzory identyczne z wyprowadzonymi analitycznie (przypis 2). Wykres uchybów ilustruje wyniki dyskusji podane poprzednio. Widać z niego, że uchyby wyniku pomiaru ΔC_w zależą od kąta, jaki tworzą skrajne proste pęku względem siebie, oraz od odległości ich punktu przecięcia od początku układu. Tym samym uchyb pomiaru rośnie, jeżeli:



Rys. 8. Konstrukcja z rysunku 7 w przypadku pominięcia uchybu względnego pulsacji

1. dłuższe są odcinki $\pm\Delta C_d$ warunkujące nachylenie prostych c, d,

2. punkty końcowe odcinków C_{d1}, C_{d2} leżą dalej od początku układu i ich długość jest większa od odcinka C_w,

3. punkty końcowe odcinków C_{d1} i C_{d2} leżą bliżej siebie w porównaniu z odległością każdego z nich od początku układu.

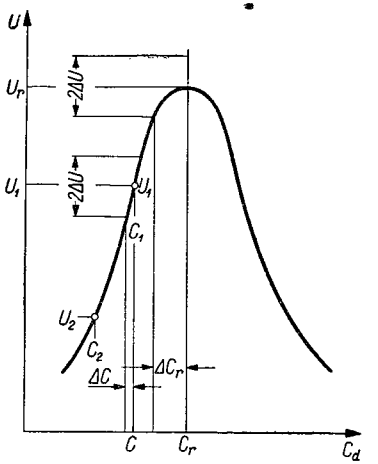
Wszystkie te wnioski zgadzają się z interpretacją wzorów wyprowadzonych analitycznie, obrazując kolejne człony uchybów cząstkowych

$$\frac{\Delta C_d}{C_d}; \quad \frac{C_d}{C_\omega} + 1; \quad \frac{C_{dn}}{C_{d2} - C_{d1}}.$$

Wykres wskazuje ponadto, że skrajne proste pęku określają w powyższy sposób uchyb wyniku pomiaru tylko w przypadku, gdy prostą wyznacza się z dwu pomiarów. Jeżeli natomiast wykonano znaczniejszą liczbę (n) pomiarów, jak to już proponował Rietz, wówczas uzyskuje się rozróżnienie poszczególnych naroży prostokątów uchybu, tak że skrajne proste pęku można przeprowadzić przez naroża jednostronne. Uzyskuje się w ten sposób mniejszy kąt pomiędzy skrajnymi prostymi pęku, a tym samym znacznie dokładniejszy wynik. Na takim wielopomiarowym wykresie można również wrysować prostą, która mogłaby odpowiadać najprawdopodobniejszemu położeniu. Wynik pomiaru wielopunktowego jest zatem obarczony uchybem o wartości co najwyżej $\pm \Delta C_d$. Przy odpowiednim przyjęciu prostej optymalnej pomiar może być znacznie dokładniejszy. Analityczne określenie położenia prostej optymalnej wymaga obliczenia parametrów tej prostej przy pomocy rachunku stosowanego w teorii pomiaru (porównaj rozdz. 4). Rezultat przybliżony można jednak uzyskać również wykreślnie wrysowując w pole punktów pomiarowych proste skrajne, wzajemnie równoległe i wprowadzając linię leżącą w równych od nich odległościach, jako prostą optymalną. Uzasadnienie algebraiczne takiego postępowania, jak również metody oceny odbiegania takiej prostej przyjętej „na oko" od prostej najprawdopodobniejszej podano w rozdz. 4.

Praktycznie biorąc wszystkie metody pomiaru pojemności własnej proponowane dotychczas w literaturze oparte są na rozumowaniach wynikających z pracy Rietza. Autorzy większości tych prac posługują się jednak metodą dwupunktową. Poszczególne metody różnią się natomiast dążeniem do uproszczenia manipulacji, względnie staraniem o poprawienie dokładności wyniku. Niektóre z opublikowanych metod opierają się na matematycznej przeróbce podanych już wcześniej wzorów i ogłoszenie ich należy traktować jako nieporozumienie [4]. Prawie wszyscy autorzy traktują swoje wyniki zbyt optymistycznie, przypisując im znacznie lepszą dokładność, niż to można przyjąć w rzeczywistości. Wszyscy też pomijają dyskusję uchybów subiektywnych, a większość i obiektywnych. Dla porównania tych metod i uzyskania oceny dokładności możliwej do otrzymania przy użyciu każdej z tych metod należy jeszcze oszacować część subiektywną możliwego uchybu wyniku pomiaru.

Największy uchyb przypadkowy, który można popełnić przy dostrajaniu do rezonansu, da się wyrazić przy pomocy niepewności odczytu pojemności dostrajającej jako funkcji klasy woltomierza wskazującego napięcie rezonansu. W ten sposób graniczna wartość uchybu przypadkowego zostaje zastąpiona przez obiektywny uchyb przyrządów, co pozwala na porównanie wartości obu składowych uchybu wyniku pomiaru. Krzywą rezonansu (rys. 9), obrazującą zmiany napięcia (U) występującego na kondensatorze dodatkowym (C_d), można przedstawić [15] wzorem:



Rys. 9. Krzywa rezonansu obwodu pomiarowego dostrajanego pojemnością

$$U = \frac{E\sqrt{1+\frac{1}{Q^2}}}{\sqrt{P^2+\left[1-\omega^2 LC\left(1+\frac{1}{Q^2}\right)\right]^2}},$$

gdzie E oznacza siłę elektromotoryczną zasilającą obwód, $P = \frac{1}{Q} + \frac{\omega L}{R}\left(1+\frac{1}{Q^2}\right)$ jest członem charakteryzującym wszystkie straty obwodu. $Q = \frac{\omega L}{r}$ oznacza dobroć cewki, natomiast $\frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega RC}$ dobroć kondensatora, r jest opornością szeregową obwodu, a R opornością równoległą do kondensatora. Przyjmując, że obwód jest na tyle bezstratny, że $\frac{1}{Q^2} \ll 1$, a ponadto, że przy rezonansie $U_{rez} = \frac{E}{P}$, oraz że w obwodzie dostrajanym do rezonansu pojemnością obowiązuje zależność $\omega^2 LC_r = 1$ i $1 - \omega^2 LC = 1 - \frac{C}{C_r}$ i oznaczając uchyby względne woltomierza $\frac{U_r - U}{U_r} = \frac{\Delta U}{U}$, uchyby względne kondensatora $\frac{C_r - C}{C_r} = \frac{\Delta C}{C}$, otrzymuje się (przypis 3) ostatecznie:

$$\frac{\Delta C}{C} \approx \sqrt{\frac{2\frac{\Delta U}{U}}{Q^2}}.$$

Niepewność odczytu na podziałce woltomierza powoduje powstanie uchybów w odczycie pojemności rezonansowej o wartości równej pierwiastkowi z ilorazu podwojonej wartości uchybu woltomierza podzielonej przez kwadrat dobroci obwodu. Jeżeli zatem uchyb subiektywny ma być pomijalny względem uchybu wnoszonego przez wzorce, to należy zastosować w pomiarze obwód o takiej dobroci, aby:

$$Q \geqslant \frac{\sqrt{2\frac{\Delta U}{U}}}{\frac{\Delta C}{C}},$$

a więc np.

$$Q \approx 10 \frac{\sqrt{2\frac{\Delta U}{U}}}{\frac{\Delta C}{C}}.$$

W układach rzeczywistych napięcie rezonansu jest mierzone woltomierzem lampowym, którego dokładność jest zwykle rzędu 2% do 3%, natomiast kondensator użyty w przeciętnym mierniku dobroci ma dokładność $\frac{\Delta C}{C} \approx 1\%$. Dobroć cewki użytej do pomiaru powinna więc być:

$$Q \approx 10 \frac{\sqrt{2 \cdot 0{,}02}}{0{,}01} = 200 \text{ V/V}.$$

Dokładność odczytu pojemności można poprawić wykonując odczyty na zboczach krzywej rezonansu po obu stronach wierzchołka i biorąc średnią z otrzymanych pojemności. Najmniejszą niepewność w odczycie pojemności (przy stałym uchybie woltomierza) uzyskuje się robiąc odczyty w punkcie największej stromości zbocza, tj. przy napięciu $U \approx \frac{1}{\sqrt{2}} U_r$. W tych warunkach (przypis 3) względny uchyb pomiaru pojemności jest:

$$\frac{\Delta C}{C} > \frac{2\frac{\Delta U}{U}}{Q} \quad \text{względnie} \quad Q \approx 10 \frac{2\frac{\Delta U}{U}}{\frac{\Delta C}{C}}.$$

Manipulacja taka wymaga jednak wykonania dwu odczytów i liczenia wartości średniej, a więc jest dość kłopotliwa. Jako przykład skuteczności tego

sposobu można obliczyć konieczną dobroć obwodu przyjmując uchyby woltomierza i kondensatora jak w poprzednim przykładzie:

$$Q \approx 20 \frac{0{,}02}{0{,}01} = 40 \text{ V/V}.$$

3. DYSKUSJA PROPONOWANYCH W LITERATURZE METOD POMIARU POJEMNOŚCI WŁASNEJ CEWEK

Jak już wspomniano, pierwsza propozycja pomiaru pojemności własnej cewek pochodzi od Rietza [2]. Autor ten przyjął, że pojemność własna cewki może być wyrażona przez zastępczą pojemność skupioną na jej zaciskach. Przyjęcie takie było uzasadnione ze względu na stosunkowo niewielką częstotliwość używaną w ówczesnych pomiarach. Obwód pomiarowy utworzony z badanej cewki o indukcyjności L, pojemności własnej C_w i pojemności dodatkowej C_d pobudzany był iskiernikiem do drgań przy częstotliwości rezonansowej, którą mierzono częstościomierzem absorpcyjnym. W tych warunkach:

$$L(C_w + C_d)\omega^2 = 1.$$

W prostokątnym układzie współrzędnych: $\frac{1}{\omega^2}$, C_d powyższe wyrażenie przedstawia prostą, która przecina oś pojemności przy wartości:

$$C_w = -C_d.$$

Metoda Rietza daje podstawę do rozumowania ogólnego, przytoczonego poprzednio. W rozumowaniu tym pojemność własna obliczana była z dwu par wartości C_{dn}, $\frac{1}{\omega_n^2}$, a więc z dwu punktów prostej Rietza. Wykonanie większej ilości pomiarów i znajomość kształtu funkcji, wiążącej obie niewiadome, umożliwiała osiągnięcie dużej dokładności wyniku, o ile uzyskano by odpowiednią dokładność pomiarów pulsacji i pojemności dodatkowej i zastosowano by metody obliczeniowe omówione poprzednio. Sam Rietz nie uzyskał dużej dokładności, a to przede wszystkim ze względu na niewielką w owym czasie dokładność pomiaru pulsacji i pojemności. Nie stosował on również rachunku pozwalającego na znalezienie optymalnej (pod względem dokładności) prostej. Tym niemniej metoda zaproponowana przez niego jest podstawą praktycznie wszystkich wprowadzonych później sposobów pomiaru pojemności własnej cewek. Różnice występujące w poszczególnych metodach obejmują tylko udoskonalenia mające na celu polepszenie dokładności pomiaru tej czy innej wielkości mierzonej,

przeważnie pulsacji, oraz zmniejszenie ilości punktów pomiarowych wymaganych do osiągnięcia żądanej dokładności. I tak Scroggie [16] jako pierwszy zaproponował metodę, w której poprawę dokładności wyniku osiągano przez zmniejszenie uchybów pomiaru pojemności dodatkowej i pulsacji. W metodzie tej przyjęto, za Batcherem [18], wykonywanie pomiaru przy dwu częstotliwościach: podstawowej (ω_2) i harmonicznej ($\omega_1 = 2\omega_2$). Ponieważ w tych warunkach: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$, więc

$$C_w = \frac{C_{d2} - C_{d1}\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1} = \frac{C_{d'} - 4C_{d1}}{3}.$$

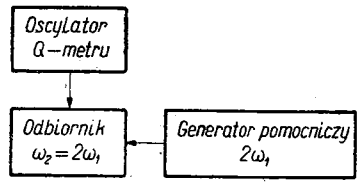
Metoda nie wymaga znajomości wartości bezwzględnej pulsacji, tylko wartości stosunku dwóch pulsacji, co jest bardzo łatwo określić z dużą dokładnością. W takim ujęciu można pominąć część uchybu wyniku pomiaru spowodowaną niedokładnością wzorca częstotliwości. W praktyce pewną trudność w stosowaniu tej metody stanowi znaczny rozstęp punktów pomiarowych pomiędzy ω_2 i ω_1, zwłaszcza jeżeli częstotliwość podstawowa jest duża. W takim przypadku częstotliwość pierwszej harmonicznej może być zbyt bliska rezonansu własnego cewki. Poza tym dostrojenie do rezonansu wymagałoby kondensatora dodatkowego o tak małej pojemności początkowej, jaka nie jest możliwa do zrealizowania w praktyce. Dalszą trudność może stanowić zbyt mała amplituda generatora zasilającego, występująca przy częstotliwości harmonicznej.

Dla usunięcia pierwszej z tych niedogodności zastosował Agricola [19], w oparciu o wcześniejszą pracę Schüttego i Weissa [20], generator zasilający o częstotliwości podstawowej f_0, znacznie niższej niż najmniejsza częstotliwość pomiarowa. Zastosowanie harmonicznych: m-tej ($f_1 = mf_0$) oraz n-tej ($f_2 = nf_0$) daje:

$$C_w = \frac{C_{d2} - C_{d1}\left[\frac{m}{n}\right]^2}{\left[\frac{m}{n}\right]^2 - 1}.$$

Dokładność stosunku częstotliwości pozostaje równie dobra, jak w metodzie poprzedniej, natomiast ilość możliwych punktów pomiarowych jest znacznie większa. Poprawia się również możliwość zbliżenia częstotliwości pomiarowej do częstotliwości własnej. Również kolejne amplitudy napięcia mają wartości bliższe siebie, jakkolwiek mogą one być niewielkie przy użyciu harmonicznych wysokiego rzędu.

Uniezależnienie się od wahań amplitud napięcia poszczególnych harmonicznych uzyskał O. Connor [7] układem zawierającym dodatkowy generator i odbiornik (rys. 10). W układzie tym cewka badana stanowi część obwodu miernika dobroci. Generator wewnętrzny tego przyrządu dostarcza napięć harmonicznych. Pomiar wykonuje się w ten sposób, że przy częstotliwości f_2 generatora wchodzącego w skład miernika dobroci wykonuje się pierwszy odczyt pojemności rezonansowej C_{d1}; równocześnie odbiornikiem wyszukuje się częstotliwość harmoniczną $f_1 = 2f_2$ i dostraja do niej generator pomocniczy. Z kolei przestraja się do tej nowej częstotliwości generator wewnętrzny miernika dobroci używając generatora pomocniczego jako wzorca i wykonuje się pomiar drugi. Stosunek częstotliwości $\frac{f_1}{f_2}$ znany jest w tych warunkach z uchybem nie większym niż podwójna wartość częstotliwości dudnień, co zwykle stanowi poprawkę do pominięcia w porównaniu do niedokładności wynikających z pomiaru pojemności. Natomiast amplitudy napięć o częstotliwości podstawowej i harmonicznej są dowolnie duże.

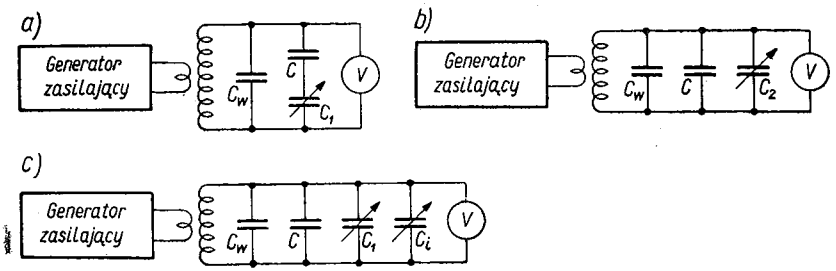


Rys. 10. Układ z generatorem pomocniczym, pozwalający na uzyskanie napięć o częstotliwościach harmonicznych i stałej amplitudzie

Gorzej przedstawia się sprawa możliwości zmniejszenia uchybu wnoszonego przez wzorzec pojemności. Polepszenie dokładności samego wzorca ponad wartość $\pm$ 1% jest trudne, zwłaszcza przy częstotliwości $f > 1$ MHz, mianowicie ze względu na konieczną wówczas dużą precyzję wykonania mechanicznego, trudną kompensację wpływu temperatury oraz ograniczenia wynikające z indukcyjności resztkowej kondensatora. Rzędu $\pm$ 1% jest też dokładność kondensatorów w miernikach dobroci, którymi najczęściej wykonuje się pomiary pojemności własnej cewek.

Proponowane dotychczas metody polepszenia dokładności pomiaru pojemności nie zawsze były słuszne. Tak np. Scroggie [17], [16] zaproponował użycie dwu kondensatorów do strojenia obwodu: jednego o pojemności stałej (C_1), drugiego o pojemności (C_r) regulowanej. Początkowo dobiera się $C_1 = C_r$; następnie łączy się oba kondensatory szeregowo (rys. 11) i dostraja do rezonansu obwód złożony z cewki badanej o indukcyjności L, pojemności własnej C_w i obu kondensatorów dodatkowych. Po dostrojeniu do rezonansu otrzymuje się:

$$L\omega^2\left(C_w + \frac{C_1 C_r}{C_1 + C_r}\right) = L\omega^2\left(C_w + \frac{1}{2}C_1\right) = 1.$$



Rys. 11. Układ pomiarowy przyjęty w metodzie Scroggiego
a) szeregowe połączenie dwu równych kondensatorów $C_1 = C$; b) równoległe połączenie dwu kondensatorów mniej więcej równych, $C_2 = C_1 + \Delta C$; zmiana pojemności ΔC odczytywana jest z podziałki kondensatora głównego; c) poprawiona metoda Scroggiego; zmiana pojemności ΔC odczytywana na podziałce kondensatora inkrementowego

Z kolei łączy się kondensatory równolegle, a obwód zasila się częstotliwością $f_2 = \frac{1}{2} f_1$. Dla dostrojenia do rezonansu należy jeszcze zmienić wartość pojemności z C_1 na C_2. Wyrażenie określające rezonans jest teraz:

$$L\left(\frac{1}{2}\omega\right)^2 (C_w + C_1 + C_2) = \frac{1}{4} L\omega^2 (C_w + C_1 + C_2) = 1,$$

Z porównania obu wyrażeń otrzymuje się: (przypis 4)

$$C_w = \frac{C_2 - C_1}{3}$$

oraz uchyb wyniku pomiaru:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{C_2}{C_2 - C_1} \cdot \frac{\Delta C_2}{C_2} \pm \frac{C_1}{C_2 - C_1} \cdot \frac{\Delta C_1}{C_1}.$$

Jeżeli założy się, że dokładność kondensatora miernika dobroci jest taka sama przy pojemnościach C_1 i C_2 oraz uwzględni się, że $C_2 - C_1 = 3C_w$, wówczas

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta C}{C} \cdot \frac{C_2 \pm C_1}{C_w}.$$

Uchyb określony powyższym wzorem ma wartość najmniejszą, jeżeli przyjmie się, że znaki uchybów ΔC_1 i ΔC_2 są identyczne. Uchyb wyniku pomiaru wynosi wówczas:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{\Delta C}{C}.$$

Jeżeli natomiast uchyby ΔC_1 i ΔC_2 mają znaki odwrotne, tj. jeżeli $\frac{\Delta C_1}{C_1} =$

$= -\frac{\Delta C_2}{C_2}$, wówczas uchyb wyniku pomiaru jest znacznie większy:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{\Delta C}{C} \cdot \frac{C_2 + C_1}{C_2 - C_1} \geqslant \frac{\Delta C}{C}.$$

Uchyb względny wyniku pomiaru nie jest zatem w tej metodzie nigdy mniejszy od uchybu użytego kondensatora wzorcowego, a najczęściej jest znacznie większy. Nie trudno uzasadnić zgodność powyższego wyniku ze zjawiskami zachodzącymi w czasie pomiaru. Aby określić zmianę pojemności $C_1 - C_2$, należy wykonać w najlepszym razie jeden odczyt pojemności na kondensatorze wzorcowym. Jeden odczyt wystarcza, jeżeli początkową wartość pojemności (C_1) kondensatora uważa się za dobrze znaną ze względu na wzorcowanie tej wartości kondensatorem stałym, którego uchyby mogą być znacznie mniejsze niż w przypadku kondensatora o regulowanej pojemności. Jeżeli natomiast uwzględni się możliwość wystąpienia uchybów o odwrotnych znakach ($+\Delta C_1$, $-\Delta C_2$), a tym samym przyjmie się, że pojemność mierzy się dwukrotnie błędnie, to dokładność wyniku maleje więcej niż dwukrotnie. Wobec tego wydaje się, że mylny jest wniosek Scroggiego [17], który reasumował wyniki swej metody w następujący sposób: „The required result is one-third of the difference between two readings on the standard, and the precision of readings is therefore actually three times higher than that of the standard"[1]).

Metodę Scroggiego można jednak zmodyfikować w ten sposób, że dokładność pomiaru pojemności obarczona będzie wielokrotnie mniejszym uchybem. W tym celu wystarczy warunki pomiaru dobrać tak, aby różnica pojemności $C_2 - C_1 = \Delta C$, potrzebna do powtórnego dostrojenia układu, nie przekraczała największej pojemności kondensatora inkrementowego w mierniku dobroci. Jeżeli całkowite przestrojenie odbywa się tylko na kondensatorze inkrementowym, a dokładność jego jest $\frac{\Delta C_i}{C_i}$, wówczas można napisać:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta C_i}{C_i} \cdot \frac{C_i}{C} \cdot \frac{C_2 + C_1}{C_w}.$$

Uchyb wyniku pomiaru zmniejsza się zatem proporcjonalnie do stosunku pojemności inkrementowej do pojemności głównej, natomiast zakres mierzalnych w ten sposób pojemności cewki zwęża się do wartości $C_w \leqslant \frac{1}{3} C_i$.

[1]) Jako wynik otrzymuje się jedną trzecią wartości odpowiadających różnicy dwu odczytów na skali kondensatora wzorcowego; tym samym dokładność odczytów jest trzy razy lepsza od dokładności wzorca.

Przykład. W przypadku użycia miernika dobroci o najmniejszej pojemności kondensatora głównego $C_{min} = 50$ pF i dokładności dla takiej pojemności $\frac{\Delta C}{C} = \pm 1\%$, i pojemności kondensatora inkrementowego $C_i = 3$ pF i jego dokładności $\frac{\Delta C_i}{C_i} = \pm 3\%$, oraz pojemności cewki $C_w = 1$ pF, otrzymuje się
według metody Scroggiego:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta C}{C} \cdot \frac{C_2 + C_1}{C_w} = \frac{1}{3} 0{,}01 \frac{50 + 50}{1} \approx 33\%;$$

według poprawionej metody Scroggiego:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta C_i}{C_i} \cdot \frac{C_i}{C} \cdot \frac{C_2 + C_1}{C_w} = \frac{1}{3} 0{,}03 \frac{3}{50} \cdot \frac{50 + 50}{1} = 6\%.$$

Polepszenie dokładności wyniku można uzyskać tylko wówczas, jeżeli dokładność porównania kondensatora stałego i zmiennego jest znacznie lepsza niż dokładność następnych pomiarów pojemności, jeżeli stałość raz naregulowanej wartości pojemności kondensatora regulowanego jest wystarczająca oraz jeżeli uchyb powstały przy dostrajaniu do rezonansu jest do pominięcia.

Metoda proponowana przez Newsome'a [4] miała również zapewnić lepszą dokładność wyniku. Autor zaproponował dodanie niewielkiej, stałej pojemności C_F równolegle do obwodu. Częstotliwość rezonansowa takiego układu jest f'_r. Obwód powyższy przestraja się następnie przez dodanie drugiej równoległej pojemności C'_T i zmianę częstotliwości na wartość f. Wynik ma postać:

$$C_w = C'_T \frac{f^2}{f^2 - f'^2_r}.$$

Łatwo zauważyć, że wynik Newsome'a otrzymuje się natychmiast z równania ogólnego, jeżeli nazwie się: $C_{d1} = C_F$, $C_{d2} = C_F + C'_T$, $f_1 = f'_r$, $f_2 = f$. Przy użyciu takiej nomenklatury:

$$C_w = \frac{C_{d2} f_2^2 - C_{d1} f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}$$

Metoda Newsome'a jest więc identyczna z klasyczną metodą dwupunktową. Ogłoszenie jej polegało prawdopodobnie na niedopatrzeniu, które wynikło z użycia przez autora skomplikowanej nomenklatury.

Odmienną metodę pomiaru pojemności zaproponował Meissner [21], według znacznie starszego pomysłu Starke'a [22]. Pojemność dodatkowego kondensatora zastępuje się w tej metodzie ośrodkiem o znanej przenikal-

ności dielektrycznej. Badaną cewkę zanurza się kolejno w dwu cieczach o znanych przenikalnościach ε_1 i ε_2. Jeżeli założy się, że otoczenie cewki nie zawiera żadnego innego dielektryku, a istniejący aktualnie wypełnia szczelnie otoczenie przewodnika tworzącego cewkę, to można napisać w przypadku dwukrotnego dostrojenia do rezonansu:

$$C_w = \frac{C_{d1} - C_{d2}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}.$$

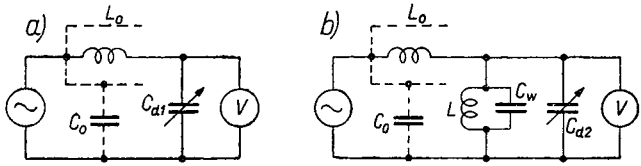
Metoda powyższa w postaci podanej przez autora nie przynosi poprawy dokładności wyniku, ponieważ wynik ten obarczony jest uchybami dwu odczytów pojemności C_{d1} *i* C_{d2}. Powiększenie dokładności można by natomiast osiągnąć stosując stałą pojemność dodatkową C i dostrajając układ do rezonansu albo zmianami pulsacji ω, albo zmianą przenikalności dielektrycznej jednego z ośrodków. W tym przypadku:

$$C_w = C \frac{\left[\frac{\omega_2}{\omega_1}\right]^2 - 1}{\varepsilon_1 - \left[\frac{\omega_2}{\omega_2}\right]^2 \varepsilon_2},$$

co przy dostrajaniu przez zmianę przenikalności ε i przyjęciu $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 2$ daje:

$$C_w = C \frac{3}{\varepsilon_2 - 4\varepsilon_2}.$$

W praktyce metoda Meissnera jest kłopotliwa i trudna do zastosowania do przeciętnie używanych cewek. Przy użyciu jej można wykonywać



Rys. 12. Układ połączeń w metodzie Lamsona
a) faza pierwsza pomiaru: układ z cewką pomocniczą, bez cewki badanej; b) układ z cewką pomocniczą i badaną

jedynie pomiary cewek nawiniętych z gołego przewodnika, bez zastosowania korpusu z ciała stałego.

Duże znaczenie praktyczne ma natomiast metoda Lamsona [6]. Istotną cechą tej metody jest umożliwienie wykonania pomiarów w bezpośrednim sąsiedztwie częstotliwości rezonansowej lub nawet powyżej tej częstotliwości mimo użycia do dostrajania kondensatora o znacznej pojemności początkowej. Metoda Lamsona polega na dołączeniu w szereg z obwodem

cewki badanej (L, C_w, C_d) dodatkowej cewki, dobrze ekranowanej o indukcyjności L_0 (rys. 12). Pojemność własna tej cewki ustalona jest przy pomocy ekranu. Po dołączeniu ekranu do odpowiedniej końcówki cewki pojemność ekranu zostaje załączona równolegle do źródła zasilania. Jeżeli źródło to ma znikomą i rzeczywistą oporność wewnętrzną, to pojemność ta jest praktycznie zwarta i w dostrajaniu układu do rezonansu nie bierze udziału. Przypadek taki zachodzi przy posługiwaniu się w pomiarach miernikiem dobroci o sprzężeniu oporowym. W dalszym ciągu pomiar wykonuje się w ten sposób, że najpierw dostraja się do rezonansu obwód złożony z cewki dodatkowej i kondensatora pomocniczego, a następnie dołącza się cewkę badaną równolegle do kondensatora dodatkowego i dostraja powtórnie układ. Z dwu warunków rezonansu otrzymuje się (przypis 5):

$$[C_{d2} - C_{d1} + C_w]\, 4\pi^2 L = [\Delta C_d + C_w]\, 4\pi^2 L = \left(\frac{1}{f}\right)^2,$$

gdzie

$$C_{d2} - C_{d1} = \Delta C_d .$$

Wyrażenie

$$\frac{1}{f^2} = \psi\,[\Delta C_d]$$

przedstawia prostą, która przecina oś pojemności w punkcie o współrzędnych: $\frac{1}{f^2} = 0$; $\Delta C_d = C_{d2} - C_{d1} = -C_w$.

Dobór indukcyjności cewki pomocniczej ustala się na podstawie warunku:

$$L_0 = \frac{\Delta C + C_w}{C_{d1}} L.$$

Chcąc, aby punkty pomiarowe leżały po ujemnej stronie osi odciętych, należy dobrać:

$$L_0 < L\,\frac{C_w}{C_{d1}}.$$

Przykład. W przypadku posługiwania się miernikiem dobroci o $C_{d\,\min} \approx$ $\approx$ 50 pF, chcąc zmierzyć pojemności własne rzędu C_w = 2 pF należy przyjąć:

$$L_0 < \frac{2}{50} L.$$

a więc cewka pomocnicza powinna mieć indukcyjność nie większą od 4% indukcyjności cewki mierzonej. Równocześnie pojemność potrzebna do dostrajania obwodu jest:

$$\Delta C_d = \frac{L_0}{L} C_{d1} - C_w = 0{,}04 \cdot 50 - 1 = 1 \text{ pF}.$$

Pojemnością dostrajającą może być zatem prawie zawsze pojemność kondensatora inkrementowego w mierniku dobroci, co pozwala na polepszenie dokładności wyniku. Istotą metody Lamsona jest możność dostrajania do rezonansu przy częstotliwościach wyższych od częstotliwości rezonansowej cewki badanej i pojemności dodatkowej. Formalnie pomiar przebiega jednak identycznie jak w metodzie dwupunktowej czy wielopunktowej Rietza. Podobną też ma postać wzór na pojemność własną, z tym jedynie, że pojemności dodatkowe C_{d1} i C_{d2} zastąpione są zmianami pojemności ΔC_1, ΔC_2.

$$C_w = \frac{\Delta C_1 \omega_1^2 - \Delta C_2 \omega_2^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2},$$

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{\Delta C_2}{\Delta C_2 - \Delta C_1}\left[\frac{\Delta C_1}{C_w} + 1\right]\frac{\delta C_{d2}}{C_{d2}} \pm \frac{\Delta C_1}{\Delta C_2 - \Delta C_1}\left[\frac{\Delta C_2}{C_w} + 1\right]\frac{\delta C_{d1}}{C_{d1}}.$$

Jeżeli jeszcze przyjmie się, że cała zmiana pojemności wykonywana jest kondensatorem inkrementowym, którego uchyb względny jest stały, wówczas:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \left\{\frac{\Delta C_2}{\Delta C_2 - \Delta C_1}\left[\frac{\Delta C_1}{C_w} + 1\right] \pm \frac{\Delta C_1}{\Delta C_2 - \Delta C_1}\left[\frac{\Delta C_2}{C_w} + 1\right]\right\}\frac{\delta C_i}{C_d}.$$

Porównanie członów powyższego wzoru z wyrazami wzoru ogólnej metody dwupunktowej daje:

$$\frac{\delta C_i}{C_d} < \frac{\Delta C_d}{C_d}; \quad \frac{\Delta C_1}{C_w} \ll \frac{C_d}{C_w}; \quad \frac{\Delta C_2}{\Delta C_2 - \Delta C_1} \geqslant \frac{C_{d2}}{C_{d2} - C_{d1}}.$$

Jak widać, dwa z członów wyrażenia na uchyby cząstkowe są mniejsze od odpowiednich członów wzoru ogólnego, natomiast człon trzeci zależy od odległości, w jakiej wykonuje się pomiary w stosunku do częstotliwości rezonansowej. Na ogół metoda Lamsona może dać wyniki dokładniejsze od ogólnej metody dwupunktowej, z tym jednakże zastrzeżeniem, że pojemność własna jest dostatecznie stała w zakresie częstotliwości zbliżonych do rezonansu własnego cewki. Wykonanie wielu pomiarów, zamiast dwu, zwiększa dodatkowo dokładność, przy czym polepszenie to jest identyczne z przypadkiem omówionym dla metody ogólnej.

4. METODA OBLICZANIA PARAMETRÓW OPTYMALNEJ PROSTEJ RIETZA

Metoda obliczania parametrów optymalnej prostej (Rietza) przedstawionej w postaci $y = a + bx$ może być zastosowana, jeżeli zostało wykonanych wiele (n) pomiarów. Z poszczególnych obserwacji otrzymuje się

pary wartości y_n i x_n określające położenie punktów, które (teoretycznie) powinny leżeć na powyższej prostej, w rzeczywistości jednak odbiegają od niej w kierunku pionowym i poziomym o odcinki δy_n i δx_n równoważne uchybom poszczególnych obserwacji. Prostą optymalną odpowiadającą najprawdopodobniejszym warunkom można znaleźć obliczając wartości stałych a i b w ten sposób, aby wyznaczona nimi prosta była miejscem geometrycznym punktów, względem których suma kwadratów odległości punktów pomiarowych wykazuje minimum. To zagadnienie, często spotykane w teoretycznym ujmowaniu uchybów pomiarowych, rozwiązuje się najprościej [23], jeżeli przyjmie się błędność tylko wielkości odpowiadającej współrzędnej Y (przypis 6). W warunkach zachodzących w pomiarach własnych pojemności cewek, obarczona jest uchybem najczęściej wartość pojemności dodatkowej, występująca w wyrażeniu jako stała niezależna. Po wykonaniu zamiany współrzędnych i obliczeniu stosunku a/b otrzymuje się:

$$C_w = \frac{a}{b} = \frac{\Sigma\left(\frac{1}{\omega_n^2}\right)\Sigma C_{dn} - \Sigma\left(\frac{1}{\omega_n^2}\right) C_{dn}}{n\,\Sigma\left(\frac{1}{\omega_n^2}\right)^2 - \left(\Sigma\frac{1}{\omega_n^2}\right)^2}.$$

Tę samą wartość pojemności własnej otrzymuje się zakładając, że $X_n = C_{dn}$ oraz $Y_n = \frac{1}{\omega_n^2}$ obarczone są uchybami. Wyszukując, jak poprzednio, wartości a i b w ten sposób, aby suma kwadratów odległości punktów o współrzędnych C_{dn}; $\frac{1}{\omega_n^2}$ od prostej określonej parametrami a i b była minimum, i zakładając, że prawdopodobieństwo wystąpienia uchybów w wartości $\frac{1}{\omega^2}$ jest znacznie mniejsze niż uchybów C_d, otrzymuje się wzór poprzedni.

Ostatnią możliwością jest przyjęcie prostej Rietza „na oko", jako przebiegającej pomiędzy punktami pomiarowymi i obliczenie prawdopodobnych uchybów współczynników a i b przyjętej prostej. Po bliższym zbadaniu zachowania się tych uchybów okazuje się (przypis 7), że uchyb wyniku pomiaru osiąga minimum dla średnich wartości zmiennych niezależnych, co stanowi uzasadnienie geometrycznego wrysowywania prostej Rietza jako mniej więcej średniej wartości pomiędzy punktami wynikającymi z pomiaru.

5. WNIOSKI

Dotychczasowe wyniki dyskusji metod pomiaru pojemności własnej cewek indukcyjnych i dokładności osiąganych w tych metodach można streścić jak następuje:

A. W przypadku obliczania wyniku z dwu pomiarów powinny być zachowane następujące warunki:

1. Pomiar częstotliwości musi mieć uchyb pomijalny, co można uzyskać mierząc częstotliwość wzorcem interferencyjnym, wzgl. dokładniej i szybciej pracując na napięciach harmonicznych wg metody Scroggiego lub Agricoli, z ewentualnym uzupełnieniem aparatury wg Connora dla utrzymania stałości napięcia przy częstotliwości podstawowej i harmonicznych.

2. Punkty pomiarowe muszą być obrane możliwie blisko osi rzędnych, tj. pojemności dodatkowe powinny być niewielkie w stosunku do pojemności własnej cewki. Metoda Lamsona jest pod tym względem najdogodniejsza.

3. Punkty pomiarowe powinny być dostatecznie dalekie od siebie, tak aby różnica pojemności dodatkowych nie była za mała w stosunku do każdej z tych pojemności.

4. Dokładność wzorca pojemności dodatkowej musi być dostatecznie duża. Warunek ten najłatwiej spełnić przy zastosowaniu kondensatora inkrementowego i użyciu jednego ze sposobów zaproponowanych w obecnym artykule jako uzupełnienie metody Scroggiego bądź Lamsona.

B. W przypadku wykonywania wielu pomiarów uzyskuje się wyniki dokładniejsze, jeśli tylko zachowa się następujące ostrożności:

1. Należy odrzucić punkty odbiegające znacznie od przeciętnych wartości, jako prawdopodobnie błędne.

2. Pozostałe punkty należy ująć w dwie proste równoległe biegnące w okolicy punktów skrajnych.

3. Przyjąć jako prostą optymalną średnią arytmetyczną odcinków równoległych do osi rzędnych o końcach leżących na poprzednio narysowanych prostych.

4. Dokładniejszym, ale i żmudniejszym sposobem określenia prostej optymalnej jest wyznaczenie jej stałych z rozumowania opartego na przesłankach teorii błędu.

5. Przy pomocy tej optymalnej prostej należy wyznaczyć graficznie lub algebraicznie pojemność własną cewki. Najdokładniejsze rezultaty dają i w tym przypadku metody Scroggiego i Lamsona, jeżeli tylko pojemność cewki jest dostatecznie stała w obszarze objętym pomiarami.

Pomiary tak w metodzie dwupunktowej jak i wielopunktowej najwygodniej jest wykonywać miernikiem dobroci po uzupełnieniu go kalibratorem kwarcowym dla poprawy dokładności pomiaru częstotliwości. Ogólnym zastrzeżeniem słuszności całej dyskusji jest stałość wartości pojemności własnej cewki i jej indukcyjności. Dlatego nie należy robić pomiarów w bezpośrednim sąsiedztwie rezonansu własnego cewki. Pojemność własna znaleziona dla częstotliwości niższej niż rezonansowa może być następnie użyta do obliczenia zachowania się cewki przy częstotliwości większej od rezonansowej, przede wszystkim do obliczania częstotliwości następnych rezonansów. Obliczenie takie można wykonać metodą Medhursta [12] lub Faina [13].

Na zakończenie trzeba raz jeszcze podkreślić, że zasadniczo istnieje jedna metoda pomiaru pojemności cewek indukcyjnych. Stosowane w praktyce warianty tej metody pozwalają jedynie na zmniejszenie tej lub innej części uchybów wyniku pomiaru, względnie służą do ułatwienia pomiaru. Większość tych odmian zajmuje się zmniejszaniem uchybu pomiaru pulsacji. Zadanie to można też uważać jako całkowicie rozwiązane. Natomiast nieliczne tylko metody wprowadzone zostały pod kątem widzenia zmniejszenia uchybu pomiaru pojemności. Z tych tylko metody Scroggiego i Lamsona dają pewną poprawę warunków pomiaru bez konieczności użycia dokładniejszego wzorca pojemności. Znaczną jednakże poprawę dokładności wyniku pomiaru można uzyskać przez zastosowanie wzorców o stałej, dostatecznie dużej pojemności, a regulowanej tylko niewielkiej pojemności inkrementowej, podobnie, jak to zaproponował po raz pierwszy Scroggie. Możliwości takie zostały omówione w dyskusji metod Scroggiego i Lamsona.

W żadnej z ogłoszonych dotychczas prac nie przedyskutowano udziału — w uchybie całkowitym — uchybu spowodowanego nieostrością krzywej rezonansu i klasą wskaźnika rezonansu. Tymczasem wszystkie środki zmierzające do zmniejszenia uchybów wnoszonych przez wzorce pojemności i częstotliwości mają sens tylko w tym przypadku, jeżeli uchyb pochodzący z obserwacji stanu rezonansu jest do pominięcia. Zagadnienie to zostało również przedyskutowane w niniejszym artykule. Istnieje również możliwość, dotychczas prawdopodobnie dokładnie nie rozpatrywana, zmniejszenia uchybów wyniku pomiaru poniżej uchybów wzorców. Metody takie, wynikające z przeliczenia wyniku wielu pomiarów, podano również w artykule.

W końcu warto zaznaczyć, że cała dotychczasowa dyskusja odnosi się jedynie do przypadku, w którym zachowanie się cewki indukcyjnej można scharakteryzować układem zastępczym złożonym ze stałej pojemności i stałej indukcyjności. Zmiany pojemności własnej zachodzące przy zbliżaniu

się do częstotliwości rezonansu oraz wpływ zmian indukcyjności zachodzących w miarę wzrostu częstotliwości należałoby dodatkowo przedyskutować i zbadać doświadczalnie.

Na zakończenie miło mi jest podziękować M. G. Scroggiemu, B. Sc., M. I. E. E. za przeprowadzoną listownie dyskusję co do wielkości uchybów wyników pomiarów pojemności własnej cewek, wynikających z niedokładności użytego wzorca pojemności, jak również co do możliwości zmniejszenia uchybów tego rodzaju poniżej wartości uchybów kondensatora wzorcowego.

Równocześnie dziękuję Docentowi mgrowi inż. M. Łapińskiemu, recenzentowi artykułu, za cenne uwagi.

Katedra Miernictwa Elektronowego Politechniki Wrocławskiej

Przypis 1

Pojemność własna cewki określona jest wzorem:

$$C_w = C_{d_2}\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2-\omega_2^2} - C_{d_1}\frac{\omega_1^2}{\omega_1^2-\omega_2^2}.$$

Zmiany tej pojemności (ΔC_w) spowodowane niewielkimi zmianami pojemności dodatkowej (ΔC_{d1}, ΔC_{d2}) można obliczyć różniczkując cząstkowo

$$\Delta C_{w_1} = \frac{\partial C_w}{\partial C_{d_1}}\Delta C_{d_1} - \frac{\partial C_w}{\partial C_{d_2}}\Delta C_{d_2}.$$

Obliczenie poszczególnych członów tego wyrażenia daje:

$$\Delta C_{w1} = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2-\omega_2^2}\Delta C_{d_2} - \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2-\omega_2^2}\Delta C_{d_1}.$$

Wyrażenie powyższe można uwolnić od pulsacji pamiętając, że:

$$L\,[C_{d1}+C_w]\,\omega_1^2 = 1; \qquad L\,[C_{d_2}+C_w]\,\omega_2^2 = 1; \qquad \left[\frac{\omega_1}{\omega_2}\right]^2 = \frac{C_{d_2}+C_w}{C_{d_1}+C_w};$$

$$\left[\frac{\omega_2}{\omega_1}\right]^2 = \frac{C_{d_1}+C_w}{C_{d_2}+C_w}.$$

Ostatecznie wyrażenie przybiera postać:

$$\Delta C_{w1} = \frac{C_{d_1}+C_w}{C_{d_2}-C_{d_1}}\Delta C_{d_2} - \frac{C_{d_2}+C_w}{C_{d_2}-C_{d_1}}\Delta C_{d_1}.$$

Jeżeli zamiast ΔC_{d1}, ΔC_{d2} wstawi się uchyby kondensatora dodatkowego, wówczas powyższe wyrażenie przedstawia bezwzględną wartość uchybu wyniku pomiaru. Ponieważ uchyby kondensatora dodatkowego mogą przybierać wartości dodatnie lub ujemne, należy między wyrazami wstawić znak $\pm$, a największą możliwą wartość wyniku liczyć uwzględniając znak „+".

Uchyb względny wyniku otrzymuje się dzieląc uchyb bezwzględny przez wartość funkcji; ostateczna postać tego wyrażenia jest:

$$\frac{\Delta C_{w1}}{C_w} = \frac{C_{d2}}{C_{d2} - C_{d1}}\left[\frac{C_{d1}}{C_w} + 1\right]\frac{\Delta C_{d2}}{C_{a2}} \pm \frac{C_{d1}}{C_{a2} - C_{d1}}\left[\frac{C_{d2}}{C_{d1}} + 1\right]\frac{\Delta C_{d1}}{C_{d1}}.$$

W ostatnim wyrażeniu wyrazy $\frac{\Delta C_{d1}}{C_{d1}}$ i $\frac{\Delta C_{d2}}{C_{d2}}$ oznaczają uchyby względne użytego w pomiarze kondensatora dodatkowego.

W podobny sposób można obliczyć uchyb wyniku spowodowany uchybami w pomiarach pulsacji:

$$\frac{\Delta C_{w2}}{C_w} = 2\,\omega_1^2\,\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \cdot \frac{C_{d2} - C_{d1}}{\omega_2^2 C_{d2} - \omega_1^2 C_{d1}}\left[\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} \pm \frac{\Delta\omega_2}{\omega_2}\right].$$

W wyrażeniu powyższym można zastąpić pojemności korzystając z zależności:

$$C_{d2} - C_{d1} = C_w\left[\frac{\omega_r^2}{\omega_2^2} - \frac{\omega_r^2}{\omega_1^2}\right],$$

przy czym $\omega_r^2 C_w L = 1$.
Ostatecznie otrzymuje się:

$$\frac{\Delta C_{w2}}{C_w} = 2\,\frac{\omega_r^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}\left[\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} \pm \frac{\Delta\omega_2}{\omega_2}\right].$$

Całkowity uchyb wyniku (wartości pojemności własnej) spowodowany uchybami użytych wzorców pojemności i częstotliwości ma wartość:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{\Delta C_{w1}}{C_w} \pm \frac{\Delta C_{w2}}{C_w}.$$

Przypis 2

Wyrażenie określające wartość pojemności własnej cewki przedstawia w układzie osi prostokątnych o współrzędnych C_d, $\frac{1}{\omega^2}$ prostą odcinającą na osi pojemności wartość pojemności własnej (rys. 6). Uchyby wzorców można przedstawić na powyższym wykresie w postaci prostokątów o bokach równych podwójnej wartości uchybów poszczególnych obserwacji (rys. 7). Wynik uwidoczniony jest na tym wykresie nie jako punkt przecięcia się pojedynczej prostej z osią pojemności dodatkowej, ale jako odcinek ΔC_w odcięty na tej osi przez proste przechodzące przez przeciwległe naroża prostokątów uchybów. Uchyb względny wyniku $\left(\frac{\Delta C_w}{C_w}\right)$ można obliczyć z zależności geometrycznych. Przyjmując oznaczenia jak na rys. 7 otrzymuje się:

$$\frac{\Delta C_{d1}}{\Delta C_w} = \frac{a}{a + C_{d1} + C_w}; \qquad \Delta C_w = \left[1 + \frac{C_{d1}}{a} + \frac{C_w}{a}\right]\Delta C_{d1}.$$

Na długość odcinków a i b istnieją dwa warunki:

$$a + b = C_{d2} - C_{d1}; \qquad \frac{a}{b} = \frac{\Delta C_{d1}}{\Delta C_{d2}}.$$

Ostatecznie:

$$\Delta C_w = \frac{C_{d2} + C_w}{C_{d2} - C_{d1}}\,\Delta C_{d1} + \frac{C_{d1} + C_w}{C_{d2} - C_{d1}}\,\Delta C_{d2}.$$

Otrzymane wyrażenie ma identyczną postać jak wyrażenie otrzymane przez różniczkowanie wyrażenia przedstawiającego pojemność własną. Przy jego wyprowadzeniu przyjęto od razu, że uchyb spowodowany niedokładnościami w pomiarze pulsacji jest do pominięcia. Dlatego prostokąty uchybów można zastąpić poziomymi odcinkami o długości równej podwójnej wartości uchybów pojemności dodatkowej.

Przypis 3

Niepewność w odczycie napięcia występującego przy rezonansie spowodowana możliwością uchybów woltomierza powoduje możliwości omyłek w odczycie pojemności rezonansowej. Uchyb ten działa podobnie jak uchyby we wzorcach pojemności, do których można go też doliczyć. Wartość tego uchybu można oszacować z kształtu krzywej rezonansu. Ogólnie krzywą rezonansu można przedstawić wyrażeniem:

$$U = \frac{E\sqrt{1+\frac{1}{Q^2}}}{\sqrt{P^2+\left[1-\omega^2 LC\left(1+\frac{1}{Q^2}\right)\right]^2}} \approx \frac{E}{\sqrt{P^2+[1-\omega LC]^2}},$$

przy czym oznaczenia są takie jak na rys. 9, a poza tym:

$$P = \frac{1}{Q}+\frac{\omega L}{R}\left(1+\frac{1}{Q^2}\right)\approx\frac{1}{Q}; \qquad Q=\frac{\omega L}{r};$$

R — oporność równoległa względem kondensatora, r — oporność szeregowa obwodu. Ponieważ $\omega^2 LC_{rez} = 1$, więc

$$1-\omega^2 LC = 1-\frac{C}{C_{rez}} = \frac{C_{rez}-C}{C_{rez}} = \frac{\Delta C_r}{C_r}.$$

Jeżeli za $\frac{U_r - U}{U_r}$ i $\frac{C_r - C}{C_r}$ przyjmie się uchyby względne woltomierza i odpowiadającą im niepewność w dobraniu pojemności rezonansowej, to:

$$\frac{\Delta C_r}{C_r} \approx \sqrt{\frac{2\frac{\Delta U_r}{U_r}}{\left(\frac{\Delta U_r}{U_r}+1\right)Q^2}} \approx \frac{1}{Q}\sqrt{2\frac{\Delta U_r}{U_r}}.$$

Nieco większą dokładność w odczycie pojemności rezonansowej można osiągnąć przy użyciu tych samych przyrządów, jeżeli odczyty napięcia wykonuje się na zboczu krzywej rezonansu zamiast na wierzchołku.

W takich warunkach:

$$\left[\frac{U_1}{U_2}\right]^2 = \frac{P^2+[1-\omega^2 LC_2]^2}{P^2+[1-\omega^2 LC_1]^2}.$$

Jeżeli w powyższym wyrażeniu przyjmie się za uchyb pomiaru napięcia warfość $\frac{U_1 - U_2}{U_2} = B(u)$ oraz $B(c)$ za uchyb pomiaru odpowiadającej pojemności oraz pominie się $B^2(u)$ względem $2B(u)$ oraz $B^2(u)$ względem 1, wówczas otrzymuje się przybliżone wyrażenie na zależność obu uchybów:

$$B(u) \approx \frac{2\frac{C_1}{C_r}B(c)\left(1-\frac{C_1}{C_r}\right)}{P^2+\left[1-\frac{C_1}{C_r}\right]^2} \approx 2B(c)\frac{\frac{C_1}{C_r}\left(1-\frac{C_1}{C_r}\right)}{\frac{1}{Q^2}+\left[1-\frac{C_1}{C_r}\right]^2}.$$

W okolicy największej stromości zbocza krzywej rezonansu, mniej więcej dla $\frac{U_r}{U}=\sqrt{2}$, odpowiadające rozstrojenie pojemnościowe wynosi $\frac{C_r-C_1}{C_r}\approx\frac{1}{Q}$. Wobec powyższego uchyb pomiaru pojemności $B(c)$ odpowiadający błędnemu wskazaniu woltomierza $B(u)$ osiąga wartość zbliżoną do minimum:

$$B(c) \approx \frac{C_r}{C_r-C_1}\cdot\frac{1}{Q^2}B(u) \approx \frac{1}{Q}B(u).$$

Ponieważ w przypadku odczytu na zboczu krzywej rezonansu należy wykonać dwa odczyty pojemności, po obu stronach wartości rezonansowej, i jako wynik wziąć średnią wartość, dlatego też wartość odpowiadającego uchybu należy pomnożyć przez dwa. Ostatecznie otrzymuje się:

$$B(c) \approx 2\frac{1}{Q}B(u).$$

Przypis 4

Warunki zachodzące w metodzie Scroggiego, przy użyciu kondensatora inkrementowego jako jedynej regulowanej pojemności obwodu, przedstawiają się następująco. Połączenie w szereg kondensatora stałego i zespołu dwu kondensatorów regulowanych połączonych wzajemnie równolegle powoduje wystąpienie rezonansu przy takiej pulsacji, że:

$$L\left[C_w+\frac{C(C_1+C_{i1})}{C+C_1+C_{i1}}\right]\omega^2=1.$$

Natomiast połączenie równoległe wszystkich kondensatorów daje:

$$L\left[C_w+C+C_1+C_{i2}\right]\left[\frac{\omega}{2}\right]^2=1.$$

Z porównania powyższych wyrażeń otrzymuje się wartość pojemności własnej cewki:

$$C_w=\frac{1}{3}\left[C_{i2}-C_{i1}\right]$$

oraz uchyb względny znalezionej w ten sposób pojemności:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w}=\frac{C_{i2}}{C_{i2}-C_{i1}}\cdot\frac{\Delta C_{i2}}{C_{i2}}\pm\frac{C_{i1}}{C_{i2}-C_{i1}}\cdot\frac{\Delta C_{i1}}{C_{i1}}.$$

Przypis 5

Wyprowadzenie zależności opisującej metodę Lamsona uzyskuje się z następującego rozumowania: układ złożony z cewki o indukcyjności L_0 oraz obwodu równoległego, zawierającego dodatkową pojemność wzorca i pojemność własną cewki i indukcyjność cewki badanej nastraja się do rezonansu, jeżeli kompensują się składowe urojone zawad obu tych podzespołów.

Zawada cewki dodatkowej jest:

$$Z_{L_0} = j L_0 \omega,$$

natomiast zawada obwodu równoległego ma wartość:

$$Z = j \frac{L \omega}{1 - [C_{d_2} + C_w] L \omega^2}.$$

Ponieważ początkowo był dostrajany do rezonansu obwód złożony tylko z cewki dodatkowej i kondensatora dodatkowego, zatem wartość indukcyjności pomocniczej jest:

$$L_0 C_{d_1} \omega^2 = 1; \qquad L_0 = \frac{1}{C_{d_1} \omega^2}.$$

Eliminując z obu wyrażeń wartość indukcyjności cewki pomocniczej otrzymuje się w końcu:

$$[C_{d_2} - C_{d_1} + C_w] 4\pi^2 L = \frac{1}{f^2}.$$

Wyrażenie powyższe przedstawia prostą, która przecina oś pojemności w punkcie o współrzędnych: $\frac{1}{f^2} = 0$; $C_{d2} - C_{d1} = - C_w$.

Z powyższych wyrażeń można również obliczyć wartość indukcyjności cewki pomocniczej potrzebną do dostrojenia obwodu:

$$L \omega^2 [C_{d_2} - C_{d_1} + C_w] = 1,$$
$$L_0 \omega^2 C_{d_1} = 1,$$
$$L_0 = \frac{C_{d_2} - C_{d_1} + C_w}{C_{d_1}} L.$$

Przypis 6

Metoda znalezienia „optymalnej prostej" przy pomocy punktów pomiarowych obarczonych błędami, a więc nie leżących na jednej prostej, przedstawia się następująco. Przyjmuje się, że prosta żądana określona jest równaniem:

$$y = a + bx.$$

Do skonstruowania tej prostej dane są tylko punkty pomiarowe o współrzędnych y_n oraz x_n, przy czym $x_n \neq x$, $y_n \neq y$. Zamiast punktów, które określałyby prostą, dane są zatem prostokąty o bokach Δx, Δy. Aby znaleźć położenie najprawdopodobniejszej prostej, przyjmuje się, że współrzędne poszczególnych punktów należy dobrać w ten sposób, aby suma kwadratów odchyłek Δx, Δy była minimum.

W przypadku, kiedy przyjmie się x jako prawdziwe, tj. mierzone ze znacznie mniejszym uchybem niż y, wówczas odchyłka pojedynczego pomiaru jest:

$$\delta y_n = y_n - (a + bx).$$

Kwadrat pojedynczej różnicy:

$$[\delta y_n]^2 = y_n^2 + a^2 + b^2 x_n^2 - 2 a y_n + 2 abx_n - 2 b x_n y_n.$$

Jeżeli ilość pomiarów jest K, to suma kwadratów wszystkich różnic jest:

$$\sum_{n=1}^{K} [\delta y_n]^2 = \sum_{n=1}^{K} y_n^2 + Ka^2 + b^2 \sum_{n=1}^{K} x_n^2 - 2a \sum_{n=1}^{K} (y_n - bx_n) - 2b \sum_{n=1}^{K} x_n y_n .$$

Aby suma kwadratów odchyłek była minimum, musi być spełnione równanie:

$$\frac{\partial \Sigma (\delta y_n)^2}{\partial a} = 0; \qquad \frac{\partial \Sigma (\delta y_n)^2}{\partial b} = 0 .$$

Po zróżniczkowaniu i przyrównaniu do zera otrzymanych wyrażeń można obliczyć współczynniki a oraz b:

$$a = \frac{\Sigma x_n^2 \Sigma y_n - \Sigma x_n \Sigma (x_n y_n)}{K \Sigma x_n^2 - (\Sigma x_n)^2}; \qquad b = \frac{K \Sigma (x_n y_n) - \Sigma x_n \Sigma y_n}{K \Sigma x_n^2 - (\Sigma x_n)^2} .$$

Ostatecznie:

$$C_w = \frac{a}{b} = \frac{\Sigma x_n^2 \Sigma y_n - \Sigma x_n \Sigma (x_n y_n)}{K \Sigma (x_n y_n) - \Sigma x_n \Sigma y_n} .$$

Jeżeli przyjmie się, że wykonano dwa pomiary, tj. $K = 2$, oraz pomiary dały dwie pary wartości: $\left[C_{d1}, \frac{1}{\omega_1^2}\right], \left[C_{d2}, \frac{1}{\omega_2^2}\right]$,

wówczas

$$\Sigma x_n = C_{d1}^2 + C_{d2}^2; \qquad \Sigma y_n = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}; \qquad \Sigma x_n = C_{d1} + C_{d2};$$

$$\Sigma (x_n y_n) = C_{d1} \frac{1}{\omega_1^2} + C_{d2} \frac{1}{\omega_2^2}$$

oraz ostatecznie:

$$C_w = \frac{C_{d2} \omega_2^2 - C_{d1} \omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} .$$

Otrzymane w ten sposób wyrażenie ma analogiczną postać jak wartość otrzymana inną drogą, w przypadku wykonania dwu pomiarów bezbłędnych.

Jeżeli przyjmie się przypadek ogólniejszy, tj. że tak y jak i x zmierzone zostały błędnie i zastosuje się podobną metodę liczenia, to warunki na a i b przyjmują postać:

$$a = \frac{1}{n} [\Sigma y_n - b \Sigma x_n],$$

$$b^2 + b \frac{\left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2 [(\Sigma x_n)^2 - n \Sigma x_n^2] - [(\Sigma y_n)^2 - n \Sigma y_n^2]}{\Sigma x_n \Sigma y_n - n \Sigma (x_n y_n)} - \frac{p_y}{p_x}^2 = 0,$$

przy czym n oznacza ilość punktów pomiarowych, a p_x i p_y odpowiednie uchyby prawdopodobne. Jeżeli dodatkowo założy się, że błędne były tylko pomiary współrzędnej $x = C_d$, wówczas $p_y = 0$, a pojemność własna cewki

$$C_w = \frac{a}{b} = \frac{\Sigma y_n^2 \Sigma x_n - \Sigma y_n \Sigma x_n y_n}{n \Sigma y_n^2 - (\Sigma y_n)^2} .$$

Otrzymuje się zatem wzór podobny jak przy poprzednim rozumowaniu.

WYKAZ LITERATURY

1. Drude P.: Annalen der Physik, 9, 1902, 293.
2. Rietz W.: Über die Kapazität von Spulen. — Jahrbuch der drahtlosen Telegr. und Teleph., 7, 1913, 535 oraz Annalen der Physik, 41, 1913, 543.
3. Mostafa A. E., Gokar M. K.: Determination of Volt, Current and Magnetic Field Distribution Together with Self Capacitance, Inductance and R. F. Resistance of Single Layer Coil. — PIRE, 41, 1953, 537.
4. Newsome J. P.: Measurements of the Self-Capacitance of an Inductor of High Frequency. — Electronic Eng., 28, 1956, 350.
5. Scroggie M. G.: Measurement of Self-Capacitance. — Electronic Eng., 28, 1956, 504.
6. Lamson H. W.: Electronic Eng., 28, 1956, 504.
7. Connor J. A.: Measuring Distributed Capacitance of Coils. — Electronics, Nov. 1951, 224.
8. Hamburger F., Miller C.: The Measurement of Coil Reactance in the 100 Mc Region.— PIRE, 28, 1940, 475.
9. Lee R.: A Study of R. F. Choke Coils.— Electronics, 7, 1934, 120.
10. Howe G. W. O.: Inaugural Adress to the Wireless Section.— JIEE, 60, 1922, 67.
11. Palermo A. J.: Distributed Capacity of Single Layer Coils.— PIRE, 22, 1934, 897.
12. Medhurst R. G.: H. F. Resistance and Distributed Capacity of Single Layer Solenoids.— Wireless Eng., 24, 1947, 35 i 80.
13. Fain W. W.: Multiple Resonance Frequencies.— Electronic and Radio Eng., 34, 1957, 68.
14. Terman F. E., Pettit J. M.: Electronic Measurements.— Mc Graw-Hill, New York 1952, str. 120.
15. Jellonek A.: Miernictwo radiotechniczne.— PWT, Warszawa 1952, str. 246.
16. Scroggie M. G.: Method of Measuring the Self-Capacitance of Coils.— Wireless Eng., 10, 1933, 477.
17. Scroggie M. G.: Radio Laboratory Handbook.— Illiffe and Sons, London 1955, str. 240.
18. Batcher R. R.: Rapid Determination of Distributed Capacity of Coils. PIRE, 9, 1921, 300.
19. Agricola A.: Ein Gerät zur Bestimmung von kleinem Verlustwinkeln bei H. F.— Hochfrequenz und Elektroakustik, 51, 1938, 77.
20. Schütte O., Weiss G.: Ein hochempfindliches Dämpfungsmessgerät.— Elektrische Nachrichtentechnik 12, 1935, 204.
21. Meissner A.: Über die Konstruktion von Spulen bei Hochfrequenztechnik und ihre Anwendung.— Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie, 3, 1909, 57.
22. Starke H.: Wiedemann Annalen, 60, 1897, 629.
23. Worthing A. G., Geffner J.: Treatment of Experimental Data.— J. Wiley & Sons, New York 1950, str. 239.
24. Beers Yardley: Introduction to the Theory of Error.— Addison-Wesley Publ. Co. Reading, Massachusetts 1956, str. 40.

А. ЕЛЛЕНЭК

ИЗМЕРЕНИЕ СОБСТВЕННОЙ ЁМКОСТИ ИНДУКТИВНЫХ КАТУШЕК

Резюме

Вопросы расчёта и измерения собственной ёмкости индуктивных катушек давно обсуждались в технической литературе. Также в последние годы появились работы [4], [5], [6] предличающие новые методы измерения собственной ёмкости катушек. Кажется однако, что все опубликованные до сих пор измерительные методы можно свести к одному основному изложенному в работе Рица [2]. Сущность этого метода состоит в том, чтобы привести к резонансу контур составленный из исследуемой катушки и дополнительного конденсатора с известной ёмкостью. На основании не менее двух измерений, произведённых при различных дополнительных ёмкостях и разных частотах, можно вычислить собственную ёмкость катушки, при чём её индуктивность может остаться неизвестной. Измерение очередного значения дополнительной ёмкости (C_d) а также частоты (f) или же пульсации (ω) позволяет вычислить собственную ёмкость (C_w) катушки. Для произведения расчёта необходимо однако принять эквивалентную схему. В качестве такой схемы принимался до настоящего времени контур составленный из индуктивности (L) и собственной ёмкости (C_w) катушки; обе эти величины считались сосредоточенными, соединёнными паралельно и не изменяющими своих значений в диапазоне измерительных частот.

Применяемые до сих пор методы можно разделить — с точки зрения получаемой точности — на две группы: на методы, по которым результат получается на основании двух измерений и на методы, по которым надо произвести возможно большое количество измерений.

Методы, принадлежащие к первой группе, по которым собственная ёмкость катушки определяется на основании двух измерений, дают результаты с погрешностями вызываемыми в большинстве случаев следующими причинами:

1. погрешностями образцов дополнительной ёмкости и частоты,
2. неуверенностью определения ёмкости соответствующей резонансу,
3. изменениями значений собственной ёмкости и индуктивности катушки, происходящими во-время изменений частоты,
4. необходимостью экстраполяции результатов наблюдений для расчёта собственной ёмкости катушки.

Погрешности вызванные неточностью применяемых образцов можно выразить в виде функций актуальных значений параметров образцов (C_d, ω) и их номинальных погрешностей $\left(\frac{\Delta C_d}{C_d}\,;\ \frac{\Delta\omega}{\omega}\right)$. Соответственная формула представляется следующим образом:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \Psi\left(\frac{\Delta C_d}{C_d},\ \frac{\Delta\omega}{\omega}\right) = \frac{C_{d2}}{C_{d2}-C_{d1}}\left[1+\frac{C_{d1}}{C_w}\right]\frac{\Delta C_{d2}}{C_{d2}} \pm$$

$$\pm\frac{C_{d1}}{C_{d2}-C_{d1}}\left[1+\frac{C_{d2}}{C_w}\right]\frac{\Delta C_{d1}}{C_{d1}} + 2\frac{\omega_7^2}{\omega_1^2-\omega_2^2}\left[\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1}\pm\frac{\Delta\omega_2}{\omega_2}\right].$$

В этой формуле выступают выражения указывающие на влияние погрешностей образцов на оконечный результат а также элементы содержащие соотно-

шения одного из актуальных значений образцового параметра к разности двух таких значений. Эти последние выражения показывают зависимость точности результата от взаимного положения измерительных точек и их расстояния от начала системы. Погрешность $\left(\frac{\Delta C_r}{C_r}\right)$ происходящую из неуверенности определения резонансного состояния, или же из значения добавочной ёмкости соответствующей этому состоянию, можно выразить в виде погрешности отсчёта ёмкости на шкале образцового конденсатора и прибавить её к погрешности образца. Значение этой части полной погрешности зависит от добротности (Q) контура и от погрешности $\left(\frac{\Delta U}{U}\right)$ применённого указателя резонанса. Соответственная формула представляется следующим образом:

$$\frac{\Delta C_r}{C_r} = \varphi\left[\frac{\Delta U}{U};\ Q\right] \approx \sqrt{\frac{2\frac{\Delta U}{U}}{Q^2}}.$$

Нестабильность индуктивности и собственной ёмкости катушки можно на практике устранить производя измерения при пульсации (ω) значительно ниже от пульсации собственного резонанса катушки (ω_r). Такой способ действия обоснован тогда, когда исследуемая катушка должна в дальнейшем работать тоже при $\omega \ll \omega_r$, или же, если возможно теоретически связать поведение катушки при приближенных или превосходящих значение собственного резонанса частотах с собственной ёмкостью измеренной для соответственно более низких частот. В настоящей работе приведены примеры такой связи а также результаты измерений проверяющих правильность формул такого рода .

В рзультате анализа погрешностей происходящих при измерениях собственной ёмкости катушек можно заключить, что двухточный метод в таком виде, в каком он до сих пор применяется, даёт всегда погрешности результаты измерений больше чем номинальная погрешность наименее точного из числа применяемых образцов. Точности результатов опубликованные разными авторами наверно слишком оптимистичны в этом вопросе. До сих пор применяемые методы дают возможность только лишь значительного уменьшения влияния погрешности измерения частоты, но предложения касающиеся уменьшения погрешностей измерения ёмкости в общем неверны. Уменьшение ёмкостной погрешности при измерениях по двухточечному методу может быть получено только лишь путём разделения добавочной ёмкости на две части, из которых одна постоянная и значительно больше второй может быть известна со значительно большей точностью чем остальная небольшая регулируемая ёмкость.

Вторая группа методов, по которым производится значительное количество измерений для определения собственной ёмкости катушек, даёт возможность понижения погрешностей результата измерений ниже значения получаемого применяя методы первой группы, а даже ниже точности применённых образцов Такой результат можно получить вычисляя по методу применяемому в теории измерений, наиболее вероятные коэффициенты (a, b) прямой: $y = a + bx$ представляющей зависимость: $C_w = \Psi(C_d, \omega)$ при резонансе. Условием получения оптимальной прямой является такой подбор значений a, b, чтобы сумма квадратов расстояний измерительных точек от предлагаемой прямой была минимальной.

Вычисление коэффициентов a, b, даёт возможность также получения такого значения собственной ёмкости, которое можно выразить следующим образом:

$$C_w = \frac{a}{b}.$$

Для получения возможно самой малой погрешности результата можно также принять сначала приближенное положение оптимальной прямой и рассчитать вероятные погрешности для коэффициентов (a, b) этой прямой. Оказывается при этом, что минимум этих погрешностей получается, если определить оптимальную прямую в виде геометрического места средних значений координат точек полученных в результате измерений. На этом примечании основывается метод практического определения прямой Рица с расположением приближенным к оптимальному. Такая прямая определяется графическим путём, в виде приближенной средней между точками полученными в результате измерений, при чём усреднение производится в направлении координат определённых с ошибками. В предлагаемом многими авторами образе действия, в котором погрешностью измерения пульсации можно практически пренебречь, усреднение производится вдоль оси ёмкости.

A. JELLONEK

THE ACCURACY IN THE MEASUREMENT OF SELF-CAPACITY OF COILS

Summary

The following paper is devoted to the comparison of various measurement methods of self-capacity of coils and to the discussion of the accuracy achieved. It is believed, that all the methods published up to now can be deduced from the idea suggested by Rietz (Annalen der Physik 41 1913 543). In this method a circuit composed of the coil under test and of an additional condenser (C_d) resonates with the help of the added condenser. The reading of the resonance frequency and suitable capacity enables the calculation of coil self-capacity (C_w). Two such measurements at two different frequencies allow to eliminate the inductance from the calculation. But the calculation is impossible without introducing an equivalent circuit. Such a circuit can be composed of ideal inductance (L) switched in parallel to capacity ($C_w + C_d$), concentrated on the terminals of the coil. These values are treated as constants, unchangeable in the frequency range used in the measurement. The most convenient measurement methods may be divided from the point of view of accuracy into two groups: methods in which the result is calculated from two observations and methods in which much more than two observations are performed. There are four principal reasons of the inaccuracy resulting from the methods of the first group:

1. The inaccuracy of the frequency measuring equipment and of the standard condenser.
2. The uncertainty of resonance determination.
3. The errors due to the process of extrapolation.

4. The changes in the inductance and capacity value due to the increase in frequency.

The error connected with the inaccuracy of the standards can be expressed as a function of the actual value of capacity C_d and frequency $f = \frac{\omega}{2\pi}$ and of the nominal error of these standards: $\frac{\Delta C_d}{C_d}$, $\frac{\Delta \omega}{\omega}$. The corresponding equation is:

$$\frac{\Delta C_w}{C_w} = \frac{C_{d2}}{C_{d2} - C_{d1}} \cdot \left[1 + \frac{C_{d1}}{C_w}\right] \cdot \frac{\Delta C_{d2}}{C_{d2}} \pm \frac{C_{d1}}{C_{d2} - C_{d1}} \left[1 + \frac{C_{d2}}{C_w}\right] +$$

$$+ 2 \frac{\omega_r^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \left[\frac{\Delta \omega_1}{\omega_1} \pm \frac{\Delta \omega_2}{\omega_2}\right].$$

The instability of the self-capacity and inductance can be minimized when performing measurements of coils in the frequency range much lower than the first self-resonant frequency of the coil. But the self-capacity found this way is correct for low frequencies only. It is also possible to express all the resonance frequencies of the coil in one equation as a function of self-capacity found at much lower frequencies.

The uncertainty of the determination of the capacity at resonance $\frac{\Delta C_r}{C_r}$ can be expressed as a function of the error of the voltmeter used, and of the storage factor (Q) of the circuit. This value can be added to the error of the standard condenser. If the resonance is determined from the top of the resonance curve the corresponding expression will be:

$$\frac{\Delta C_r}{C_r} \approx \sqrt{2 \frac{\frac{\Delta U}{U}}{Q^2}}.$$

The error will be smaller if the resonance is determined not from the top but from the slope of the resonance curve. Then:

$$\frac{\Delta C_r}{C_r} \approx \frac{2 \frac{\Delta U}{U}}{Q}.$$

The extrapolation error is a function of the distance between two measured points of Rietz's straight line $\frac{C_{dn}}{C_{dn} - C_{d(n-1)}}$. This error depends also on the ratio of capacity added to self-capacity $\left(\frac{C_d}{C_w}\right)$. The discussion of errors proves that the two measurement methods cannot give more accurate results than the warranted accuracy of the worst standard used. Usually the error is many times higher. The methods hitherto proposed permit to neglect the frequency error. The remedies proposed for correcting the capacity error are not so efficatious. It is however possible to instroduce some supplements to the known methods, thus minimizing that part of error. It is only necessary to divide the resonance capacity into two parts: a fixed capacity and a small regulated incremental capacity. If the fixed condenser has a good stability the results can be quite accurate.

In contrast to the above procedure, methods in which much more than two observations are performed can give much more exact results. The errors involved can be, in some circumstances, smaller than the standard condenser error. Such a result is attained if the error smoothing method is used in analytical or graphical calculations to introduce the Rietz's straight line, and afterwards to calculate the standard error.

It can be readily demonstrated that the most probable line is the average one between the measurement points. The practical method of graphical construction of the most probable position of the straight line of Rietz is based on this observation.

621.3.013:621.317.4

PAWEŁ JAN NOWACKI, MACIEJ NAŁĘCZ, JAN KULIKOWSKI

Pomiar małych stałych pól magnetycznych czujnikiem magnetycznym

Rękopis dostarczono 1.7.1957

W artykule omówiono pomiary małych stałych pól magnetycznych przy użyciu czujników magnetycznych (nasyceniowych). Przedstawiono zasadę działania czujników jednordzeniowych i dwurdzeniowych przy sinusoidalnym zasilaniu napięciowym lub prądowym. Rozpatrzono niektóre specjalne wykonania czujników jednordzeniowych o tzw. polach prostopadłych i zmianie oporności pozornej. Omówiono następnie kilka rozwiązań czujników w układach mostkowych. W zakończeniu podano pierwsze doświadczenia Zakładu Elektrotechniki PAN nad wymienionym zagadnieniem.

Zagadnienie pomiaru małych natężeń stałych pól magnetycznych do 10^{-6} Oe wiąże się ściśle z pomiarami geofizycznymi, gdyż pomiar jest zawsze wykonywany w otoczeniu pola ziemskiego, którego natężenie waha się od ok. 0,24 Oe do ok. 0,73 Oe, można zatem dokonać nie tylko dokładnego pomiaru poszczególnych składowych pola, lecz również wahań ziemskiego pola magnetycznego w czasie. Istotnym zastosowaniem pomiarów tego typu są poszukiwania geologiczne. Wówczas czujnik, ulokowany np. w samolocie, rejestruje zmiany pola ziemskiego, wynikające z obecności pokładów geologicznych, w pobliżu których pole ziemskie jest zniekształcone.

Istnieje wiele metod pomiaru natężenia małego pola magnetycznego, które można podzielić na trzy zasadnicze grupy:

1) siły mechanicznej, z jaką oddziałuje pole magnetyczne na magnes lub na prąd elektryczny,

2) siły elektromotorycznej wywoływanej przez względny ruch pola magnetycznego i przewodnika elektrycznego,

3) zależności funkcjonalnej, jaka istnieje między natężeniem pola magnetycznego i niektórymi właściwościami fizycznymi, np. przenikalnością lub opornością właściwą materiału.

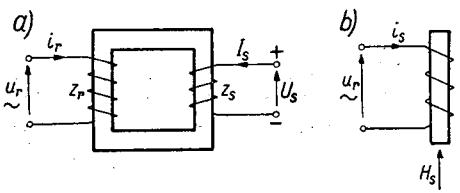
Czujnik nasyceniowy jest przykładem zastosowania trzeciej z wymienionych metod. W czujniku nasyceniowym wykorzystujemy zmianę przenikalności magnetycznej rdzenia w zależności od natężenia pola wywołanego w nim przez pole zewnętrzne. Metoda ta, znana od dawna, została zastosowana praktycznie dopiero ok. 1936 r. i bardzo rozwinęła się w latach wojny. Wielką zaletą tej metody, zwanej również metodą nasyceniową lub transduktorową jest ta jej cecha, że pole magnetyczne może być wykryte i zmierzone jedynie na drodze elektrycznej, bez użycia jakichkolwiek części ruchomych w czujniku.

Przedmiotem niniejszego artykułu jest omówienie zasady działania i konstrukcji niektórych typowych rozwiązań czujników nasyceniowych, a mianowicie:

1) czujników jednordzeniowych,
2) czujników dwurdzeniowych,
3) czujników mostkowych.

1. CZUJNIK JEDNORDZENIOWY

Najprostszy dławik nasycany prądem stałym (jednordzeniowy) przedstawia sobą rdzeń (rys. 1a) z materiału ferromagnetycznego, na którym znajdują się dwa uzwojenia: uzwojenie robocze z_r oraz uzwojenie sterujące z_s. Przez uzwojenie robocze przepływa prąd zmienny i_r, powodujący powstawanie siły magnetomotorycznej roboczej, która magnesuje okresowo rdzeń do nasycenia. Uzwojenie sterujące zasilane jest prądem stałym I_s, wytwarzającym siłę magnetomotoryczną sterującą, która przesuwa punkt pracy dławika na charakterystyce magnesowania.



Rys. 1. Dławiki nasycane prądem stałym
a) „zamknięty" obwód magnetyczny; b) „otwarty" obwód magnetyczny (czujnik jednordzeniowy)

Na rys. 1b przedstawiono ten sam dławik, lecz o obwodzie magnetycznym „otwartym", tzn. że część drogi strumienia roboczego stanowi powietrze. Siła magnetomotoryczna sterująca wywołana jest tutaj przez pole magnetyczne zewnętrzne, skierowane równolegle do osi rdzenia. Materiał magnetyczny, z którego zrobiony jest rdzeń dławika, powinien mieć w przybliżeniu prostokątną charakterystykę magnesowania, tzn. dużą przenikalność magnetyczną przy niewielkich natężeniach pola magnetycznego, a następnie przy większych natężeniach opadającą niemal do zera. Na rys. 2 jest pokazana prostokątna charakterystyka magnesowania. Obserwujemy tu ostre przejście z części charakterystyki o bardzo dużej przenikalności

do części o przenikalności różniczkowej równej zeru. Charakterystyki magnesowania zbliżone do prostokątnej mają między innymi takie materiały magnetyczne, jak permenorm 5000-Z, czy orthonol.

U podstaw obliczeń analitycznych dławika leży ujęcie matematyczne charakterystyki magnesowania. Charakterystykę magnesowania można wyrazić m. in. przy użyciu następujących zależności matematycznych:

$$\Sigma(iz) = \frac{\alpha \Phi}{\beta - \Phi}, \tag{1}$$

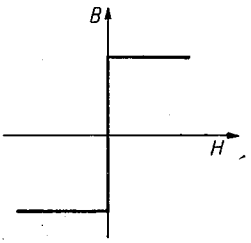
$$\Sigma(iz) = \alpha\Phi + \beta\Phi^3 + \gamma\Phi^5 + \ldots + \nu\Phi^n, \tag{2}$$

$$\Sigma(iz) = \alpha \operatorname{tg} \beta\Phi, \tag{3}$$

$$\Sigma(iz) = \operatorname{arc\,tgh}\, \beta\Phi, \tag{4}$$

$$\Sigma(iz) = \alpha(e^{j\beta\Phi} - 1), \tag{5}$$

$$\Sigma(iz) = \alpha \sin \mathrm{h}\, \beta\Phi, \tag{6}$$



Rys. 2. Prostokątna charakterystyka magnesowania

gdzie α, β...ν są współczynnikami charakterystycznymi dla danego dławika.

Ważnym zagadnieniem rozważania teorii dławika jest sposób zasilania uzwojenia roboczego. Możliwe jest zasilanie napięciem sinusoidalnie zmiennym albo prądem sinusoidalnie zmiennym. Pierwszy sposób zasilania (przy zaniedbaniu rozproszenia i spadku napięcia na opornościach) prowadzi do założenia sinusoidalnego przebiegu strumienia roboczego Φ_r w rdzeniu dławika. Zasilanie prądem sinusoidalnie zmiennym oznacza założenie sinusoidalnego przebiegu siły magnetomotorycznej (*s. mm.*) roboczej $i_r z_r$ (albo sinusoidalnego przebiegu natężenia pola wewnątrz rdzenia).

Przy zasilaniu dławika (rys. 1a) napięciem sinusoidalnym i przyjęciu aproksymacji (6) krzywej magnesowania, otrzymamy następujący wzór określający *s. mm.*-ą roboczą [1]:

$$i_r z_r = -2 \sqrt{\left(\frac{R_{\mu 0}}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{I_s z_s}{I_0(\beta\Phi_{rm})}\right)^2} [I_1(\beta\Phi_{rm}) \cos \omega t +$$

$$+ I_3(\beta\Phi_{rm}) \cos 3\omega t + \ldots] + \frac{2 I_s z_s}{I_0(\beta\Phi_{rm})} [I_2(\beta\Phi_{rm}) \cos 2\omega t +$$

$$+ I_4(\beta\Phi_{rm}) \cos 4\omega t + \ldots], \tag{7}$$

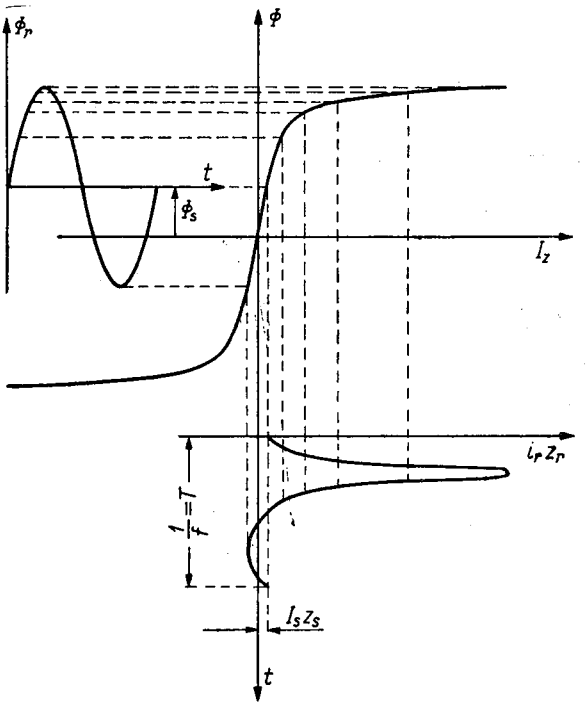
gdzie:

R_{μ_0} — oporność magnetyczna początkowa rdzenia,
β — współczynnik nasycenia,

I_0, I_1, I_2, I_3, I_4 $(\beta\Phi_{rm})$ — zmodyfikowane funkcje Bessela pierwszego rodzaju, rzędu zerowego i rzędów wyższych,

Φ_{rm} — wartość maksymalna strumienia roboczego.

We wzorze (7) występują wyraźnie dwa człony: człon zawierający podstawową i nieparzyste harmoniczne *s. mm.*-ej roboczej oraz człon stanowiący szereg parzystych harmonicznych, wśród których największa jest druga harmoniczna. Widać, że druga harmoniczna (a także inne harmoniczne parzyste *s.mm.*-ej roboczej) jest dla danego dławika proporcjonalna do *s. mm.*-ej sterującej. Druga harmoniczna zmienia fazę o 180° wraz ze zmianą zwrotu *s.mm*-ej sterującej. Tę drugą harmoniczną *s.mm*-ej roboczej



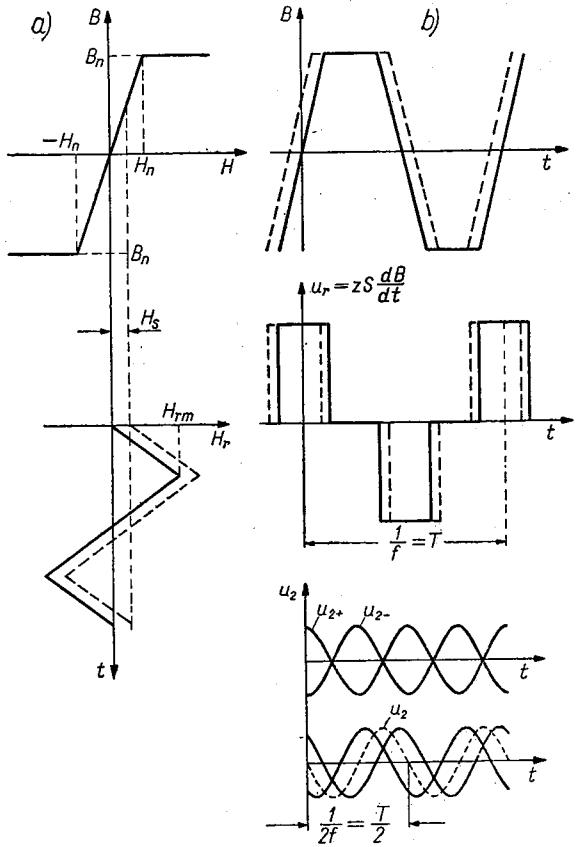
Rys. 3. Wykres przebiegu *s.mm*-ej roboczej przy zasilaniu napięciowym

(a więc prądu roboczego) należy odfiltrować i zmierzyć jej wielkość, która jest funkcją *s.mm.*-ej sterującej, a więc natężenia pola magnetycznego sterującego H_s.

Ilustrację powyższych rozważań stanowi rys. 3, który pokazuje kształt *s.mm.*-ej roboczej w przypadku przesunięcia punktu pracy na charakterystyce magnesowania wskutek istnienia *s.mm.*-ej sterującej ($I_s z_s$).

Artykuł [2] omawia równania dla dławika nasycanego prądem stałym w oparciu o aproksymację (5) krzywej magnesowania. Wielu autorów roz-

waża przypadek zasilania obwodu roboczego dławika prądem sinusoidalnie zmiennym. Poniżej podamy w oparciu o artykuł Williamsa i Noble'a [3] rozważania przy założeniach innych niż przyjęte w rozważaniach przy napięciu sinusoidalnym, gdyż tutaj krzywą magnesowania aproksymujemy do linii łamanej trójodcinkowej. W artykule tym autorzy przeprowadzili najpierw analizę przypadku uproszczonego, gdy prąd roboczy ma przebieg trójkątny.



Rys. 4. Wykresy przebiegów indukcji, napięcia roboczego i drugiej harmonicznej napięcia przy zasilaniu prądem o przebiegu trójkątnym

Na rys. 4a przedstawiono charakterystykę magnesowania rdzenia; nasycenie zaczyna się w punktach o współrzędnych (B_n, H_n), $(-B_n, -H_n)$.

Jeśli przez uzwojenie robocze z_r (rys. 1a) popłynie prąd o przebiegu trójkątnym, to spowoduje on powstanie wewnątrz rdzenia pola magnetycznego, którego natężenie zmienia się identycznie, tj. przebieg jest trójkątny (wartość maksymalną tego pola oznaczonego H_{rm} na rys. 4a). Wskutek tego

w rdzeniu powstanie indukcja magentyczna o przebiegu trapezowym (rys. 4b). Napięcie na zaciskach uzwojenia roboczego będzie miało kształt prostokątów. Dopóki natężenie pola magnetycznego sterującego (rys. 1b) wynosi zero, parzyste harmoniczne napięcia u_r równoważą się. Jeśli jednak punkt pracy na charakterystyce magnesowania zostanie przesunięty skutkiem istnienia pola H_s, to przebieg indukcji w rdzeniu zmieni się (krzywa kreskowana na rys. 4). Wynika stąd, że parzyste harmoniczne (tu rozważona zostanie tylko druga harmoniczna) pochodzące od impulsów dodatnich i ujemnych będą obecnie przesunięte względem siebie, co spowoduje pojawienie się w napięciu u_r wypadkowych tych składowych. Można zatem stosując filtr zmierzyć drugą harmoniczną napięcia roboczego. Należy dodać, że faza drugiej harmonicznej napięcia roboczego zmieni się o 180° wraz ze zmianą zwrotu sterującego pola magnetycznego H_s. Druga harmoniczna napięcia roboczego u_2 jest miarą natężenia sterującego pola magnetycznego H_s, a zatem także natężenia prądu sterującego I_s. Zależność matematyczną podaje wzór [3]:

$$u_2 = u_w = -10^{-8} z_r S \cdot 8 \mu f H_s \sin \frac{H_n}{H_{rm}} \sin 2\omega t, \tag{8}$$

gdzie:

u_w — wartość chwilowa napięcia wyjściowego (w tym przypadku napięcia drugiej harmonicznej) w woltach,
S — przekrój rdzenia w cm^2,
f — częstotliwość prądu zasilającego w Hz,
μ — przenikalność magnetyczna rdzenia.

Williams i Noble podali następnie wzór przy zasilaniu prądem sinusoidalnym, mianowicie:

$$u_2 = u_w = -10^{-8} z_r S \cdot 8 \mu f H_s \frac{2H_n}{H_{rm}} \sqrt{1 - \left(\frac{H_n}{H_{rm}}\right)^2} \sin 2\omega t. \tag{9}$$

Jak widać, różnica pomiędzy wzorami w przypadku zasilania prądem trójkątowym (8) oraz sinusoidalnym (9) polega na odmiennej postaci członu określającego zależność od stosunku H_{rm}/H_n. Człon ten oznaczany jest często jako współczynnik, a jego zmienność wraz ze zmianą stosunku H_{rm}/H_n jest pokazywana wykreślnie.

W przypadku jednordzeniowego czujnika nasyceniowego, służącego do pomiaru natężenia zewnętrznego pola magnetycznego H_s (rys. 1b), pole to spełnia rolę obwodu sterującego. Czujnikiem jest w tym przypadku dławik mający rdzeń w kształcie pręta. Jak wiadomo, w przypadku „otwartego" obwodu magnetycznego istnieje tzw. odmagnesowujące działanie końców rdzenia. Powoduje to zmianę charakterystyki magnesowania takiego obwodu magnetycznego. Zarówno dla strumienia roboczego, jak i sterującego

część drogi stanowi rdzeń, a część powietrze. Wzory (8) i (9) można stosować pod warunkiem podstawienia za μ wartości średniej przenikalności magnetycznej obwodu magnetycznego, złożonego z rdzenia oraz z powietrza. Oczywiście odmagnesowujące działanie końców maleje wraz ze wzrostem smukłości rdzenia, która wynosi $p = \frac{l}{d}$, gdzie l jest długością rdzenia, zaś d średnicą rdzenia.

Kühne [4] podaje wzór na wartość skuteczną drugiej harmonicznej napięcia w zależności od natężenia mierzonego pola magnetycznego H_s:

$$u_2 = u_w = 4{,}4 \cdot 10^{-8} z_r S \mu f k H_s, \tag{10}$$

gdzie k jest współczynnikiem określającym zależność od stosunku H_{rm}/H_n. Do podobnego wzoru dochodzi Gans [5].

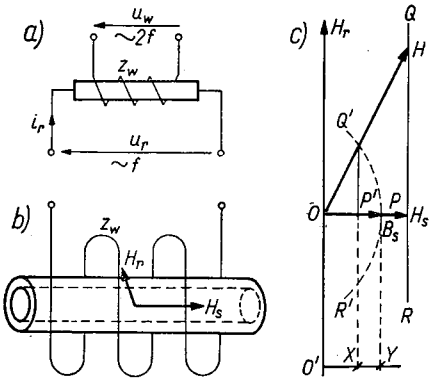
Poza wymienionymi pracami zagadnienie czujników jednordzeniowych jest opisane w szeregu innych artykułów [6], [7], [8].

Na podstawie rozważenia dwóch sposobów zasilania (napięciowego i prądowego) można stwierdzić, co następuje:

a. Jeśli napięcie robocze ma przebieg sinusoidalny, to wtedy wraz z pojawieniem się *s.mm.*-ej sterującej zjawia się w prądzie roboczym druga harmoniczna, proporcjonalna do *s.mm.*-ej sterującej.

b. Jeśli prąd roboczy jest sinusoidalny, to wtedy w przebiegu napięcia na uzwojeniu roboczym u_r pojawia się druga harmoniczna proporcjonalna do *s.mm.*-ej sterującej.

c. Zarówno w przypadku a, jak i b druga harmoniczna zmienia fazę o 180° wraz ze zmianą zwrotu *s.mm.*-ej sterującej.



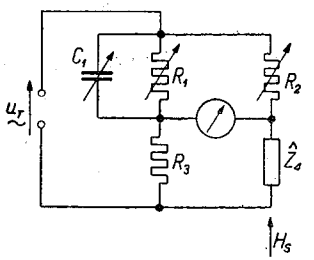
Rys. 5. Czujnik jednordzeniowy o polach prostopadłych
a) układ czujnika; b) przebieg pól magnetycznych w rdzeniu; c) wykres wektorowy natężeń pól magnetycznych

Inny rodzaj jednordzeniowego czujnika nasyceniowego został opracowany przez uczonych radzieckich, którzy wykorzystali zjawisko współdziałania dwóch pól magnetycznych wzajemnie prostopadłych. Z publikacji [9], [10], [11] dowiadujemy się, że na podstawie prac Gorelika [12] został skonstruowany przez Bernsztejna [13] czujnik opisany w dalszym ciągu. Zagadnienie to zostało również opisane przez Palmera [14].

We wspomnianym układzie przez rdzeń ferromagnetyczny przepuszczany jest prąd zmienny (rys. 5a). Wewnątrz rdzenia powstaje kołowe pole magnetyczne H_r zmieniające się sinusoidalnie, którego wartość chwilową

określa wektor $\hat{H}_r$ (rys. 5b). Na rdzeniu nawinięte jest uzwojenie (o liczbie zwojów z_w). Płaszczyzna zwojów tego uzwojenia leży w płaszczyźnie pola magnetycznego H_r. Dlatego też w uzwojeniu z_w nie indukuje się siła elektromotoryczna. Jeśli jednak taki rdzeń wprowadzimy w stałe pole magnetyczne, prostopadłe do pola kołowego o natężeniu wzdłuż osi rdzenia H_s, to w uzwojeniu z_w powstanie siła elektromotoryczna o częstotliwości podwójnej w stosunku do częstotliwości prądu roboczego i_r. Można to wyjaśnić w następujący sposób.

W wyniku dodania wektora natężenia pola magnetycznego $\hat{H}_s$ do wektora natężenia pola magnetycznego kołowego $\hat{H}_r$, otrzymuje się wektor $\hat{H}$, którego koniec porusza się po prostej QPR, a początek pokrywa się z punktem O (rys. 5c). Wektor wypadkowy indukcji magnetycznej B w rdzeniu posiada również początek w punkcie O; jego kierunek w każdej chwili pokrywa się z kierunkiem $\hat{H}$, jeśli pominie się straty w żelazie. Koniec wektora B porusza się jednak nie po linii prostej, lecz po pewnej krzywej $Q'P'R'$, gdyż zależność $B = f(H)$ jest nieliniowa. Wynika stąd, że składowa indukcji magnetycznej wzdłuż osi rdzenia (B_s) będzie zmieniać się w czasie od wartości $O'X$ do $O'Y$, przy sinusoidalnej zmianie natężenia pola magnetycznego H_r. Zmiana indukcji magnetycznej B_s powoduje powstanie siły elektromotrycznej w uzwojeniu z_w.



Rys. 6. Czujnik mostkowy o zmiennej oporności pozornej

Na zasadzie wzajemnego oddziaływania pól magnetycznych prostopadłych względem siebie pracuje czujnik o zmiennej oporności pozornej $\hat{Z}$ (rys. 6). Jeżeli przez rdzeń w postaci na przykład pręta z materiału o dużej przenikalności magnetycznej przepuścimy bezpośrednio zmienny prąd elektryczny, to przy określonej wartości tego prądu, danym przekroju i częstotliwości, zazwyczaj większej od 1000 Hz, wystąpi w rdzeniu zjawisko naskórkowości.

Współczynnik zwiększenia oporności skutkiem zjawiska naskórkowości zależy od $\sqrt{\gamma\mu f}$,

gdzie:

μ — przenikalność magnetyczna rdzenia,

f — częstotliwość prądu,

γ — przewodność właściwa materiału rdzenia.

Jeśli rdzeń wstawimy w zewnętrzne stałe pole magnetyczne (H_s) o kierunku zgodnym z osią rdzenia, spowoduje ono zmianę wartości przenikalności magnetycznej μ, a co za tym idzie wpłynie na zjawisko naskórkowo-

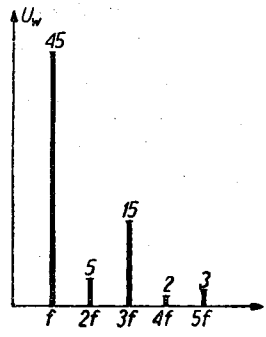
ści. Ponieważ oporność pozorna $\hat{Z}$ rdzenia jest funkcją współczynnika naskórkowości, zatem mierząc na mostku wartość $\hat{Z}$ (rys. 6) można określić wartość mierzonego pola magnetycznego H_s.

Przy konstruowaniu czujnika [10], [15] napotyka się na duże trudności związane z koniecznością eliminacji uchybów pomiaru spowodowanych wpływem zmienności częstotliwości bądź natężenia prądu przepływającego przez rdzeń oraz wpływem temperatury. Przy zastosowaniu specjalnych układów kompensujących wpływy te udało się wyeliminować i wykonywać pomiary z dokładnością 10^{-5} Oe.

Pewnego rodzaju odmianę metody pomiaru pola magnetycznego przy użyciu czujnika jednordzeniowego stanowi metoda oscylograficzna opisana przez Kelly'ego [16], stosuje się ją jednak do pomiaru natężeń pól magnetycznych rzędu tysięcy Oe.

2. CZUJNIKI DWURDZENIOWE

W czujniku jednordzeniowym stosuje się odfiltrowanie drugiej harmonicznej (napięcia lub prądu), która jest miarą natężenia sterującego pola magnetycznego H_s. Oczywiście filtr musi mieć dużą selektywność, gdyż nieparzyste harmoniczne są znacznie większe od drugiej, jak to widać z podanej przykładowo charakterystyki widmowej [5] zrobionej przy $f =$ $= 3000$ Hz i $H_s = 500$ mOe (rys. 7) dla czujnika jednordzeniowego. Stosunek wielkości pierwszej i drugiej harmonicznej jest jak 9 : 1. Przy mniejszych natężeniach pola sterującego stosunek ten będzie bardziej niekorzystny.



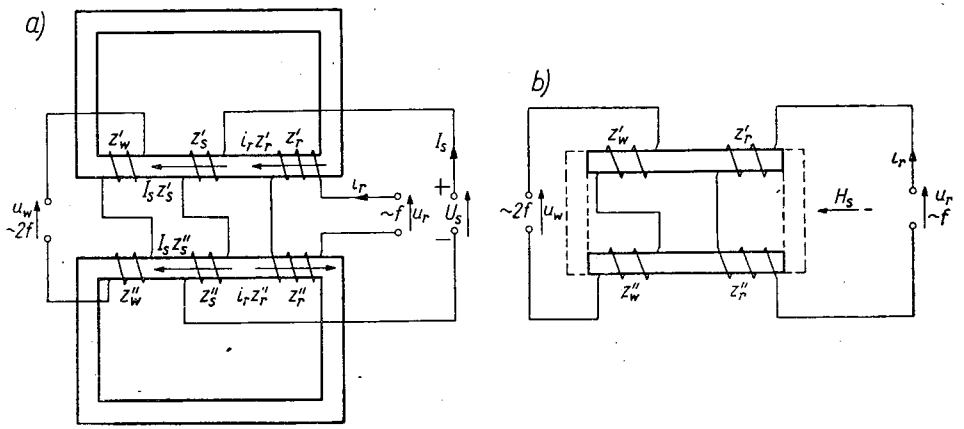
Rys. 7. Charakterystyka widmowa napięcia wyjściowego dla czujnika jednordzeniowego

W przeciwieństwie do czujników jednordzeniowych w uzwojeniu wyjściowym czujników dwurdzeniowych następuje eliminacja harmonicznych nieparzystych.

Układ dwóch dławików nasycanych prądem stałym, zwany transduktorem dwurdzeniowym (rys. 8a), posiada trzy rodzaje uzwojeń: uzwojenia sterujące z_s', z_s'' zasilane ze źródła napięcia stałego U_s, uzwojenia robocze z_r', z_r'' zasilane ze źródła napięcia (lub prądu) zmiennego u_r o częstotliwości f oraz uzwojenia wyjściowe z_w', z_w'' — na zaciskach których pojawia się napięcie wyjściowe u_w o częstotliwości $2f$.

Na rys. 8b przedstawiono ten sam transduktor dwurdzeniowy, lecz o obwodzie magnetycznym „otwartym". W tym przypadku *s. mm.*-a sterująca wywołana jest przez stałe pole magnetyczne zewnętrzne o natężeniu H_s.

Uzwojenia robocze są nawinięte i połączone w taki sposób, aby *s.mm.*-a robocza była zgodna z *s.mm*-ą sterującą w górnym rdzeniu, a przeciwna w dolnym rdzeniu, zgodnie z przyjętym w danej chwili obiegiem dodatnim. Wskutek takiego połączenia przy braku napięcia (lub natężenia pola magnetycznego) sterującego napięcie wyjściowe będzie również zerowe, gdyż nieparzyste harmoniczne zrównoważą się. Zrównoważenie nieparzystych harmonicznych może nastąpić wtedy, gdy rdzenie zrobione są z materiału o tych samych właściwościach magnetycznych, mają te same wymiary, są położone względem siebie równolegle, a uzwojenia mają tę samą liczbę zwojów. Transduktory takie opisano w wielu publikacjach [1], [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25].

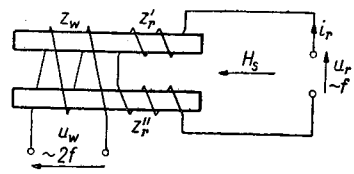


Rys. 8. Transduktor dwurdzeniowy drugiej harmonicznej
a) „zamknięty" obwód magnetyczny; b) „otwarty" obwód magnetyczny (czujnik dwurdzeniowy)

Ze względu na obszerność zagadnienia w rozdziale tym przeprowadzimy od razu — pomijając rozważania dla transduktora dwurdzeniowego — rozważania dla czujnika dwurdzeniowego (rys. 8b). Czujnik ten składa się z dwóch rdzeni prętowych, na każdym z rdzeni znajduje się uzwojenie robocze i wyjściowe, sprzęgnięte transformacyjnie. Wydaje się, że czujnik taki można by potraktować jako układ dwóch czujników jednordzeniowych. Przy takim potraktowaniu zagadnienia wzór na napięcie wyjściowe (drugiej harmonicznej) uzyskalibyśmy mnożąc przez dwa wzór (9) lub (10). Należy jednak zdać sobie sprawę z tego, że dwóch rdzeni wchodzących w skład czujnika różnicowego nie można traktować jako oddzielnych czujników, gdyż zwykle znajdują się blisko i oddziałują na siebie. Strumienie robocze zamykają się przez oba rdzenie, zatem średnia przenikalność magnetyczna ich drogi jest większa niż dla pola magnetycznego H_s. Popełnia się więc nieścisłość stosując wzory (9) i (10), w których występuje wartość przenikalności magnetycznej dla rdzenia pojedynczego.

Łatwo można zauważyć, że konstrukcja czujnika z rys. 8b może być uproszczona, gdy damy jedno wspólne uzwojenie wyjściowe (rys. 9).

W celu zmniejszenia oporności magnetycznej obwodu roboczego stosuje się czasem zwory (linie kreskowane na rys. 8b), wskutek czego strumień magnetyczny roboczy przebiega stale w żelazie. Czujnik ma wtedy obwód magnetyczny zamknięty dla roboczego strumienia magnetycznego. Stosowanie wzoru (9) lub (10) jest wtedy dużym błędem.



Rys. 9. Czujnik dwurdzeniowy z jednym uzwojeniem wyjściowym

Na wstępie rozpatrzymy w sposób graficzny mechanizm powstawania parzystych harmonicznych. Podobne ujęcie spotykamy w literaturze [1], [21], [24], [26].

Rysunek 10 pokazuje wykresy zrobione dla przypadku zasilania czujnika dwurdzeniowego napięciem sinusoidalnym. Wielkością wejściową (mierzoną) tego czujnika jest natężenie pola magnetycznego zewnętrznego H_s, a wielkością wyjściową napięcie wyindukowane w obwodzie wyjściowym u_w.

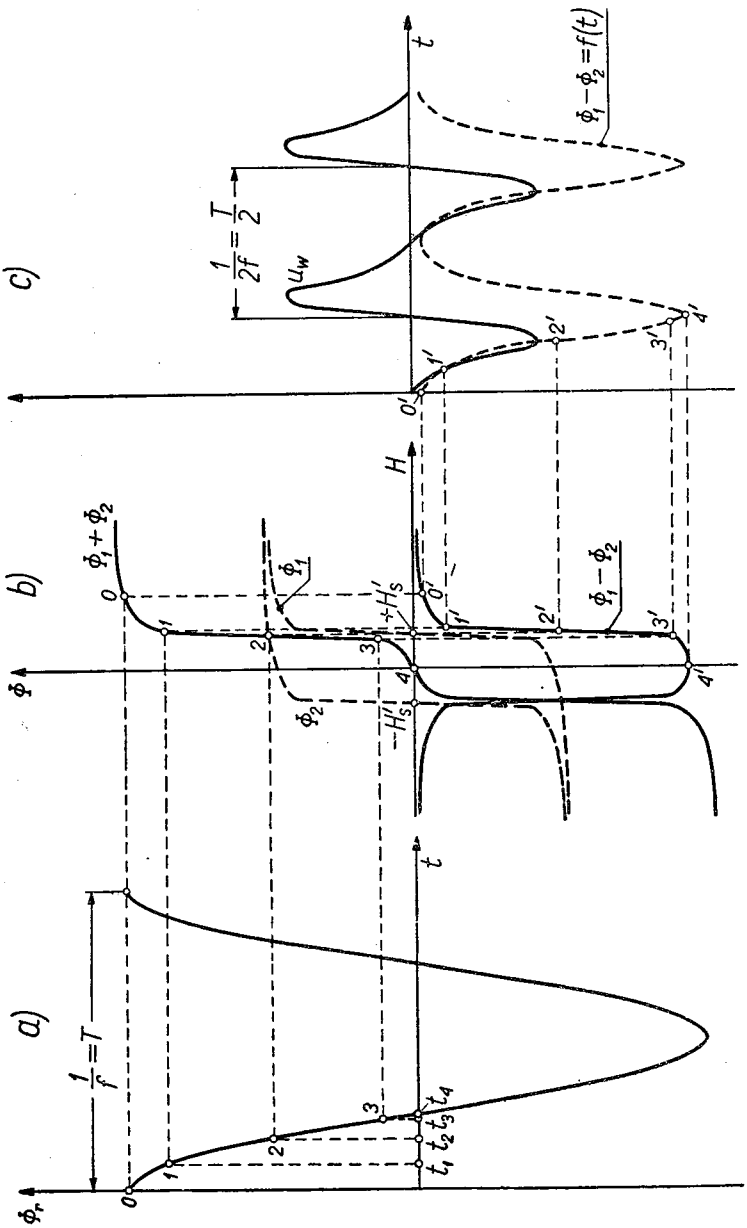
Przy pominięciu strat w żelazie pętle histerezy są zastąpione charakterystykami magnesowania obu rdzeni: $\Phi_1 = f(H)$ oraz $\Phi_2 = f(H)$. Strumień magnetyczny roboczy przebiega przez oba rdzenie czujnika (rys. 8b); wypadkową charakterystykę magnesowania tych dwóch rdzeni $\Phi_1 + \Phi_2 = f(H)$ otrzymujemy dodając dla tych samych odciętych (H) wartości rzędnych (Φ).

Jeżeli czujnik znajduje się w stałym polu magnetycznym o natężeniu H_s, wówczas wewnątrz rdzeni powstaje pole magnetyczne o natężeniu H_s', które spowoduje przesunięcie charakterystyki magnesowania podmagnesowanego w ten sposób rdzenia (rys. 10b). Wypadkowa charakterystyka magnesowania obu rdzeni $(\Phi_1 + \Phi_2) = f(H)$ będzie się zmieniała wraz ze zmianą wielkości natężenia pola H_s' (rys. 10b).

Zgodnie z rys. 9 uzwojenie wyjściowe jest skojarzone z różnicą strumieni magnetycznych roboczych w obu rdzeniach. Rysujemy charakterystykę dla uzwojenia wyjściowego $(\Phi_1 - \Phi_2) = f(H)$ odejmując wartości strumieni magnetycznych charakterystyk magnesowania obu rdzeni dla tych samych natężeń pola magnetycznego H (rys. 10b).

Ze względu na zasilanie czujnika napięciem roboczym sinusoidalnie zmiennym przebieg strumienia roboczego Φ_r w czasie będzie też sinusoidalny (pomija się przy tym spadki napięcia).

Przebieg czasowy strumienia magnetycznego skojarzonego z uzwojeniem wyjściowym $(\Phi_1 - \Phi_2) = f(t)$ znajdujemy graficznie (rys. 10a,b,c).



Rys. 10. Graficzny sposób znalezienia przebiegu napięcia wyjściowego dla czujnika dwurdzeniowego przy zasilaniu napięciowym

Wartości strumienia roboczego Φ_r dla odpowiednich czasów t_0, t_1, t_2, t_3, t_4 (rys. 10a) rzutujemy na charakterystykę $(\Phi_1 + \Phi_2) = f(H)$ i odpowiednie punkty oznaczamy *0, 1, 2, 3, 4*. Z kolei rzutujemy punkty *0, 1, 2, 3, 4* na charakterystykę $(\Phi_1 - \Phi_2) = f(H)$ i otrzymujemy punkty *0′, 1′, 2′, 3′ 4′*. Rzędne tych punktów są wartościami strumienia magnetycznego skojarzonego z uzwojeniem wyjściowym dla odpowiednich czasów t_0, t_1, t_2, t_3, t_4 (rys. 10c). Można więc wykreślić przebieg $(\Phi_1 - \Phi_2) = f(t)$.

Napięcie wyjściowe jest pochodną strumienia skojarzonego z uzwojeniem wyjściowym:

$$u_w = z_w \frac{d(\Phi_1 - \Phi_2)}{dt}. \tag{11}$$

Przebieg tego napięcia w czasie pokazuje również rys. 10c. Częstotliwość napięcia wyjściowego jest dwukrotnie większa od częstotliwości napięcia roboczego f. Z kolei przebieg u_w jest odkształcony i zawiera wyższe harmoniczne, których częstotliwości stanowią parzyste wielokrotności częstotliwości f.

Wielkość napięcia wyjściowego u_w zależy od natężenia pola sterującego H_s i ma wartość równą zeru, gdy $H_s = 0$. W ten sposób wyeliminowane zostały nieparzyste harmoniczne, których obecność jest uciążliwa.

Rozpatrzymy następnie przypadek zasilania czujnika dwurdzeniowego prądem sinusoidalnie zmiennym (rys. 11); przebieg natężenia pola magnetycznego roboczego jest więc także sinusoidalny. Jak to widać z rys. 11, przypadek zasilania prądem sinusoidalnym prowadzi do jakościowo tych samych wyników co przypadek zasilania napięciem sinusoidalnym. Odpowiednie punkty przebiegu natężenia pola magnetycznego roboczego H_r rzutuje się na charakterystykę $\Phi_1 - \Phi_2 = f(H)$ i otrzymuje się przebieg strumienia $\Phi_1 - \Phi_2 = f(t)$, a następnie po zróżniczkowaniu przebieg napięcia wyjściowego u_w.

Czujniki dwurdzeniowe zostały opisane w publikacjach [5], [6], [7], [10], [11], [17], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [35], [36]. Omówimy tutaj sposób obliczania czujnika podany w książce Czistiakowa [27]. Sposób ten różni się od dotychczas podanych metod obliczeniowych dla czujników jednordzeniowych zasadniczo tym, że obliczenie opiera się na rzeczywistej charakterystyce magnesowania (zdjętej przy prądzie zmiennym), a nie na matematycznej aproksymacji.

Jak wiadomo, natężenie pola magnetycznego H_s' w rdzeniu ferromagnetycznym o kształcie pręta jest mniejsze od natężenia pola magnetycznego zewnętrznego H_s o wielkość odpowiadającą odmagnesowującemu działaniu końców rdzenia:

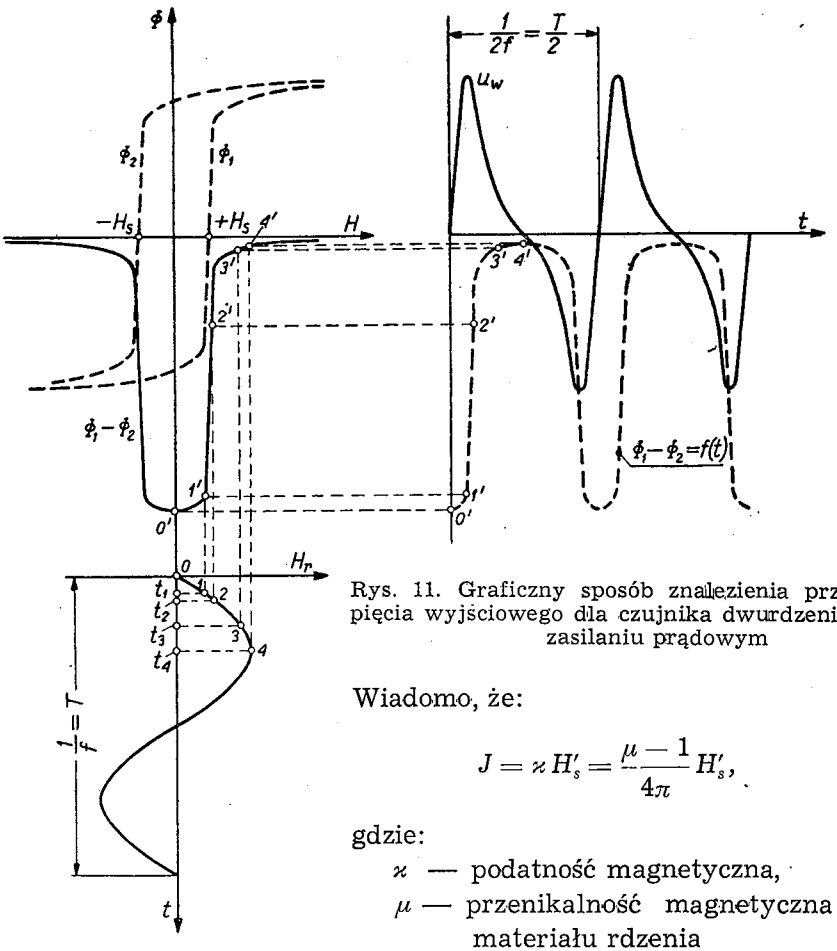
$$H_s' = H_s - NJ, \tag{12}$$

gdzie:

N — współczynnik odmagnesowania,

J — natężenie magnetyzacji.

Równanie to napisane dla obwodu sterującego czujnika określa wielkość natężenia pola H_s' wewnątrz rdzenia.



Rys. 11. Graficzny sposób znalezienia przebiegu napięcia wyjściowego dla czujnika dwurdzeniowego przy zasilaniu prądowym

Wiadomo, że:

$$J = \varkappa H_s' = \frac{\mu - 1}{4\pi} H_s', \tag{13}$$

gdzie:

$\varkappa$ — podatność magnetyczna,

μ — przenikalność magnetyczna względna materiału rdzenia

oraz

$$\Phi = \mu H_s' S, \tag{14}$$

gdzie:

Φ — strumień magnetyczny wytworzony w rdzeniu przez pole sterujące,

S — przekrój rdzenia.

Po podstawieniu (13) do (12) i uwzględnieniu (14) otrzymujemy:

$$\Phi = \mu H_s' S = H_s S \frac{\mu}{1 + N\frac{\mu - 1}{4\pi}}. \tag{15}$$

Należy zaznaczyć, że strumień ten jest zmienny w czasie, gdy zmienia się przenikalność magnetyczna rdzenia. Ma to miejsce w przypadku zasilania uzwojeń roboczych czujnika zmiennym w czasie napięciem roboczym (lub prądem roboczym).

Wskutek sinusoidalnej zmiany strumienia magnetycznego roboczego, którego amplituda wchodzi w część nasyceniową krzywej magnesowania, zmienia się okresowo przenikalność magnetyczna μ od wartości maksymalnej do wartości minimalnej (przy nasyceniu). Wartość μ przechodzi przez maksimum dwa razy w ciągu jednego okresu. Jeśli czujnik umieścimy w polu magnetycznym, którego składowa wzdłuż osi czujnika będzie miała natężenie H_s, to strumień magnetyczny skojarzony z uzwojeniem wyjściowym z_w wyznacza wzór (15). Napięcie na zaciskach wyjściowych jest pochodną tego strumienia (zgodnie ze wzorem 11):

$$u_w = z_w \frac{d\Phi}{dt}. \tag{11a}$$

Po zróżniczkowaniu otrzymujemy zależność:

$$u_w = z_w H_s S \frac{\frac{d\mu}{dt}\left(1 - \frac{N}{4\pi}\right)}{\left(1 - \frac{N}{4\pi} + \mu\frac{N}{4\pi}\right)^2}, \tag{16}$$

która z uwagi na $N \ll 1$ upraszcza się, mianowicie

$$u_w = z_w H_s S \frac{\frac{d\mu}{dt}}{\left(1 + \mu\frac{N}{4\pi}\right)^2}. \tag{16a}$$

Współczynnik odmagnesowania określa wzór:

$$N = \frac{c}{p^2}. \tag{17}$$

We wzorze tym p oznacza smukłość rdzenia, $p = \frac{l}{d}$, gdzie l jest długością pręta, wykonanego zazwyczaj z permalloyu, a d jest średnicą rdzenia. Współczynnik c jest funkcją smukłości i przybiera wartość $c \approx 45$ dla $p > 100$.

Ponieważ przekrój rdzenia $S = \frac{\pi d^2}{4}$, więc niewygodna wielkość [ułamek w mianowniku wzoru (16a)] może być usunięta

$$\frac{N}{4\pi} = \frac{C}{\pi^2 l^2} S. \tag{18}$$

Wprowadzamy nowy współczynnik:

$$m = \frac{C}{\pi^2 l^2}, \tag{19}$$

który dla rdzeni o smukłości $p > 100$ wynosi:

$$m = \frac{45}{\pi^2 l^2} = \frac{4{,}56}{l^2}$$

Po uwzględnieniu zależności (18) i (19) otrzymamy wzór:

$$u_w = \frac{z_w H_s}{m} \cdot \frac{d\mu}{dt} \cdot \frac{mS}{(1+\mu mS)^2}. \tag{20}$$

W przypadku zasilania czujnika napięciem roboczym sinusoidalnie zmiennym można pochodną przenikalności wyrazić następująco:

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{d\mu}{dB_r} \cdot \frac{dB_r}{dt}. \tag{21}$$

Ponieważ przebieg indukcji magnetycznej roboczej jest:

$$B_r = B_{rm} \sin \omega t,$$

gdzie: ω — pulsacja napięcia roboczego,
więc

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{d\mu}{dB_r} B_{rm} \omega \cos \omega t$$

albo

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{d\mu}{dB_r} B_{rm} \omega \sqrt{1 - \left(\frac{B_r}{B_{rm}}\right)^2}. \tag{22}$$

Podstawiając (22) do (20) otrzymujemy:

$$u_w = \frac{z_w H_s \omega}{m} B_{rm} \sqrt{1 - \left(\frac{B_r}{B_{rm}}\right)^2} \frac{d\mu}{dB_r} \cdot \frac{mS}{(1+\mu mS)^2}. \tag{23}$$

Wzór ten określa zależność między wartością chwilową napięcia wyjściowego a natężeniem mierzonego pola magnetycznego H_s. Pełny przebieg u_w uzyskuje się podstawiając kolejno wartości B_r oraz uzyskane z wykresu

wartości $\frac{d\mu}{dB_r}$ odpowiadające kolejnym wartościom czasu. Widać wyraźnie, że czułość czujnika jest tym większa, im ostrzejsze jest zagięcie krzywej magnesowania przy przejściu do nasycenia. Poza tym na czułość wpływają inne czynniki:

a. Ze wzrostem częstotliwości wzrasta u_w, należy jednak pamiętać, że rosną także straty z prądów wirowych i pojawia się zjawisko naskórkowości magnetycznej, co powoduje nierównomierne magnesowanie rdzenia.

b. Napięcie wyjściowe jest proporcjonalne do liczby zwojów z_w uzwojenia (lub uzwojeń) wyjściowego. Na ogół jednak przy bardzo dużej liczbie zwojów ze zwojami położonymi dalej od rdzenia skojarzony jest mniejszy strumień magnetyczny niż ze zwojami położonymi bliżej rdzenia, prosta proporcjonalność $u_w = f(z_w)$ nie ma więc miejsca.

c. Napięcie wyjściowe jest proporcjonalne do pochodnej przenikalności magnetycznej, która jest tym większa, im bardziej krzywa magnesowania rdzenia zbliża się do charakterystyki prostokątnej (rys. 2). Jeśli zatem obwód mangetyczny czujnika jest „otwarty" (rys. 9 — linie ciągłe), to wskutek odmagnesowującego działania końców rdzeni charakterystyka magnesowania będzie bardziej płaska (mniejsza krzywizna), co spowoduje zmniejszenie czułości czujnika.

Czistiakow [27] przeprowadził także dyskusje nad czułością sondy w funkcji smukłości rdzeni. Wyniki ujmuje wykreślnie, pokazując szereg przebiegów napięcia wyjściowego; parametrem jest mS.

Rozpatrzymy teraz drugi przypadek: zasilanie czujnika prądem roboczym sinusoidalnym. W tym przypadku przebieg natężenia pola magnetycznego roboczego będzie również sinusoidalny:

$$H_r = H_{rm} \sin \omega t.$$

Musimy zatem skorygować zależność analityczną, obecnie

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{d\mu}{dH_r} \cdot \frac{dH_r}{dt}, \tag{24}$$

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{d\mu}{dH_r} H_{rm} \cos \omega t,$$

albo

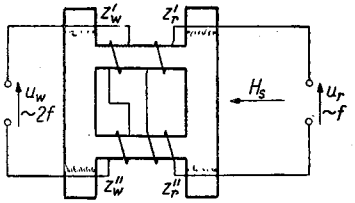
$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{d\mu}{dH_r} H_{rm}\, \omega \sqrt{1 - \left(\frac{H_r}{H_{rm}}\right)^2}. \tag{25}$$

Podstawiając (25) do (20) otrzymujemy:

$$u_w = \frac{z_w\, \omega\, H_s}{m} H_{rm} \sqrt{1 - \left(\frac{H_r}{H_{rm}}\right)^2} \frac{d\mu}{dH_r} \cdot \frac{mS}{(1 + mS\mu)^2}. \tag{26}$$

Zasadnicze wnioski odnośnie do czułości sondy wyciągnięte przy rozważaniu wzoru (23) dotyczą także zależności (26).

Istnieje wiele rozwiązań konstrukcyjnych rdzeni omawianych czujników, prowadzących do zwiększenia czułości sondy magnetycznej. Wiadomo, że rdzenie prętowe („otwarty" obwód magnetyczny) magnesowane są nierównomiernie na całej swej długości. Szczególnie mocno zaznacza się to w pobliżu ich końców. Aby tę wadę wyeliminować, Mielich [4] proponuje rdzenie w kształcie elipsoid obrotowych (wydłużonych). Jego zdaniem pozwala to znacznie zwiększyć czułość czujnika. Oczywiście taka konstrukcja jest trudna do wykonania.



Rys. 12. Czujnik o specjalnym kształcie rdzenia

W publikacjach [37], [38] znajduje się wzmianka o ciekawym z punktu widzenia konstrukcyjnego rozwiązaniu rdzenia, które podał Harada [39]. Konstrukcja rdzenia tam opisana i pokazana na rys. 12 ma powodować zwiększenie czułości czujnika.

Ogólnie biorąc wykonanie dwurdzeniowe czujnika ma następujące zalety:

a) stosunkowo mały pobór mocy przez uzwojenia robocze w porównaniu z wykonaniem jednordzeniowym (rys. 1b),

b) oddzielenie elektryczne obwodu wyjściowego od roboczego, co jest ważne szczególnie przy współpracy czujnika ze wzmacniaczem elektronowym,

c) przy starannym wykonaniu dużą czułość i niski poziom zakłóceń.

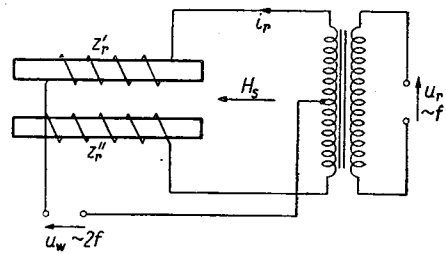
Niedogodnością wykonania dwurdzeniowego jest konieczność dobrania rdzeni podłużnych o tych samych własnościach magnetycznych i jednakowych wymiarach. Jak się okazuje w praktyce, postulat ten trudno jest zrealizować i dobrać rdzenie o identycznych charakterystykach magnesowania. Nierównomierność krzywych magnesowania pociąga za sobą pojawienie się na zaciskach wyjściowych napięcia resztkowego, istniejącego wówczas, gdy $H_s = 0$. Na napięcie to składają się przede wszystkim niezrównoważone nieparzyste harmoniczne. W takim przypadku należy odfiltrować drugą harmoniczną z napięcia wyjściowego.

3. CZUJNIKI MOSTKOWE

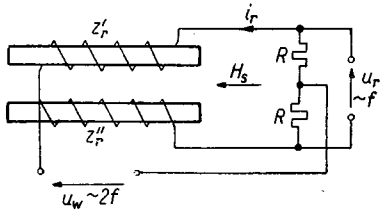
Pod nazwą czujników mostkowych można podciągnąć bardzo obszerną grupę czujników opisanych w szeregu publikacji [5], [10], [17], [28], [40], [41]. Niektóre wnioski ogólne odnośnie konstrukcji czujnika dwurdzenio-

wego dotyczą także czujników mostkowych, które (z wyjątkiem tzw. mostka magnetycznego) są zbudowane podobnie jak opisane poprzednio.

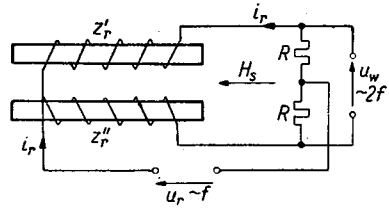
Najprostszy czujnik mostkowy pokazuje rys. 13. Jak widać, gałęziami mostka są uzwojenia robocze czujnika z_r', z_r'' oraz obie połówki uzwojenia transformatora zasilającego Tr. Brak tu uzwojenia wyjściowego, dlatego też wzór (23) nie jest w tym przypadku słuszny. Na zaciskach wyjściowych powstaje napięcie drugiej harmonicznej, jeśli istnieje zewnętrzne pole magnetyczne H_s. Nieparzyste harmoniczne mogą być wyeliminowane, jeśli mostek będzie w równowadze. Czułość układu zależy od wielkości oporności pozornych stanowiących gałęzie mostka i jest tym większa, im mniejsze impedancje mają te gałęzie. W tym przypadku konieczny jest transformator zasilający z dostępnym punktem środkowym uzwojenia wtórnego. Transformator taki może być zastąpiony przez inny układ (rys. 14). W układzie tym oporności pozorne obu połówek uzwojeń zostały zastąpione opornościami rzeczywistymi R.



Rys. 13. Czujnik mostkowy zasilany przez transformator z dostępnym punktem środkowym



Rys. 14. Czujnik mostkowy z gałęziami oporowymi



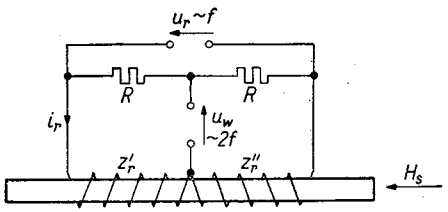
Rys. 15. Czujnik mostkowy z gałęziami oporowymi ze zmianą punktów zasilania

Inną konstrukcję czujnika-sondy opartą na zasadzie mostkowej pokazuje rys. 15.

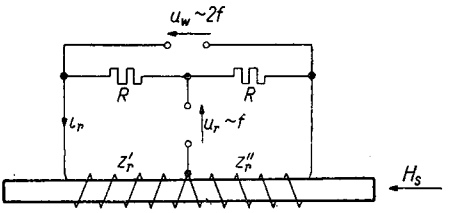
W porównaniu z poprzednim wykonaniem w tym przypadku nastąpiła zamiana miejsc źródła napięcia zasilającego u_r oraz zacisków pomiarowych. Równocześnie zmieniono kierunek skrętu jednego z uzwojeń roboczych (z_r''), gdyż prąd roboczy musi wytwarzać w obu częściach rdzenia $s.mm.$-e o zwrotach wzajemnie przeciwnych względem osi czujnika. Sonda, jak wspomniano wyżej, mierzy składową natężenia pola H_s wzdłuż swojej osi.

Istnieje również możliwość umieszczenia obu uzwojeń roboczych na rdzeniu prętowym (rys. 16). Czujnik z rysunku 16 odpowiada czujnikowi

z rys. 14. Można wyobrazić sobie, że w czujniku z rys. 14 górną część rdzenia ustawiamy obok części dolnej. Oczywiście kierunek skrętu uzwojenia roboczego z_r'' musi ulec zmianie, gdyż — jak wspomniano wyżej — prąd roboczy i_r musi w obu częściach rdzenia wytwarzać *s.mm.*-e wzajemnie przeciwne. W tym wykonaniu czujnik ma smukłość dwa razy większą niż



Rys. 16. Czujnik mostkowy jednordzeniowy



Rys. 17. Czujnik mostkowy jednordzeniowy ze zmianą punktów zasilania

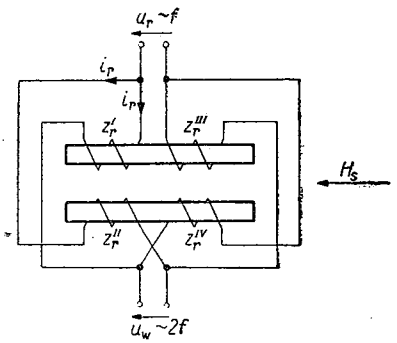
w poprzednim (rys. 14), gdyż oba rdzenie prętowe dociśnięte są do siebie i tworzą dla mierzonego pola magnetycznego jedną całość. Oczywiście lepiej jest, gdy oba uzwojenia robocze nawinięte są na jednym rdzeniu prętowym.

Odpowiednikiem czujnika z rys. 15 jest urządzenie pokazane na rys. 17.

Zalety wyżej omówionych czujników mostkowych można podsumować w następujący sposób (porównując je z czujnikami dwurdzeniowymi):

a) czujniki mostkowe mają mniej uzwojeń (2),

b) istnieje możliwość zrównoważenia dla podstawowej harmonicznej w przypadku różnych własności magnetycznych obu rdzeni poprzez regulację jednym z oporników R.



Rys. 18. Czujnik mostkowy czterouzwojeniowy

Do wad należy zaliczyć:

a) istnienie dodatkowej straty mocy na opornikach R,

b) połączenie elektryczne obwodu wyjściowego i roboczego.

Wadę układu spowodowaną przez stratę mocy czynnej na oporniku R można wyeliminować stosując czujnik czterouzwojeniowy (rys. 18). W skład wszystkich czterech gałęzi mostka wchodzą uzwojenia robocze czujnika $z_r, z_r'', z_r''', z_r^{IV}$.

Zalety czujnika czterouzwojeniowego:

a) mały pobór mocy,

b) możliwość uzyskania większej czułości w porównaniu np. z czuj-

nikiem z rys. 13 w związku z faktem wytwarzania parzystnych harmonicznych przez wszystkie gałęzie mostka.

Wady tego czujnika (z rys. 18):

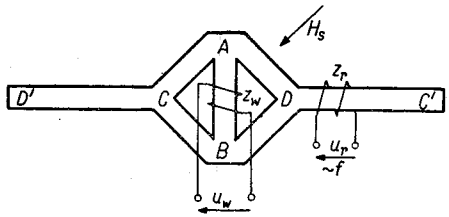
a) brak możliwości zrównoważenia czujnika dla podstawowej harmonicznej,

b) stosunkowo skomplikowana budowa — cztery identyczne uzwojenia,

c) połączenie elektryczne obwodu roboczego i wyjściowego.

Oprócz opisanego przypadku możliwe są jeszcze konstrukcje czujników mostkowych czterouzwojeniowych jako kombinacje układów z rysunków 14, 15, 16, 18, nie wnoszą one jednak nic nowego.

Ciekawą odmianę czujników mostkowych stanowi układ (rys. 19) będący mostkiem magnetycznym. Wzmianka o tym mostku znajduje się w książce [28], gdzie podany jest artykuł [41].



Rys. 19. Mostek magnetyczny

Odcinki rdzenia CD' i $C'D$ są w rzeczywistości zagięte i szczelnie złączone, tak że tworzą drugą przekątną mostka. Na tej przekątnej nawinięte jest uzwojenie robocze z_r zasilane napięciem zmiennym. Na przekątnej AB mostka nawinięte jest uzwojenie wyjściowe z_w. Jeśli czujnik znajduje się w polu magnetycznym, którego kierunek jest równoległy do ramion mostka, to na zaciskach wyjściowych pojawi się napięcie proporcjonalne do natężenia tego pola.

Przy konstruowaniu tego czujnika wymagana jest duża jednorodność materiału magnetycznego, z którego zrobiony jest rdzeń.

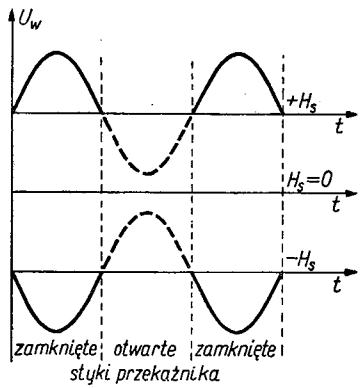
5. WYKONANIE PRZYRZĄDU

Omówiono wyżej różne czujniki, będące częściami składowymi przyrządów nazywanych czasem Oerstedomierzami. Jak już zaznaczono, wielkością wejściową (którą czujnik mierzy) jest stałe natężenie pola magnetycznego H_s, wielkością wyjściową napięcie U_w (lub prąd i) zmieniające się z częstotliwością dwa razy większą od częstotliwości źródła zasilania.

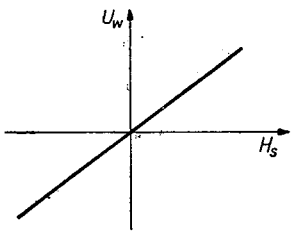
Napięcie wyjściowe jest proporcjonalne do natężenia mierzonego pola magnetycznego H_s i zmienia fazę o 180°, gdy zmieni się zwrot H_s. Tę własność czujnika można wykorzystać do uzyskania charakterystyki spolaryzowanej (dwukierunkowej) przyrządu. W tym celu stosuje się tzw. prostowanie fazoczułe, polegające na tym, że okres przepuszczania pro-

stownika może być regulowany. Najprostszym prostownikiem fazoczułym jest przekaźnik spolaryzowany zasilany napięciem sinusoidalnie zmiennym, którego fazę można regulować. W rozpatrywanym przypadku przekaźnik ten powinien być wzbudzony napięciem o częstotliwości $2f$, to znaczy równej częstotliwości napięcia wyjściowego. Napięcie takie uzyskujemy ze specjalnego podwajacza częstotliwości.

Jeśli założymy sinusoidalny przebieg w czasie napięcia wyjściowego czujnika, to przebieg napięcia po wyprostowaniu fazoczułym będzie taki jak pokazano na rys. 20.



Rys. 20. Działanie prostownika fazoczułego



Rys. 21. Charakterystyka czujnika magnetycznego

Można stwierdzić, że wartość średnia napięcia wyjściowego U_w po wyprostowaniu fazoczułym zmienia zwrot wraz ze zmianą zwrotu natężenia pola magnetycznego H_s. Jeśli do pomiaru napięcia wyjściowego użyty zostanie przyrząd magnetoelektryczny, to jego wychylenie będzie miarą H_s co do wartości i zwrotu.

Rysunek 21 pokazuje charakterystykę sondy magnetycznej przy założeniu, że napięcie wyjściowe U_w jest wprost proporcjonalne do natężenia mierzonego pola magnetycznego H_s.

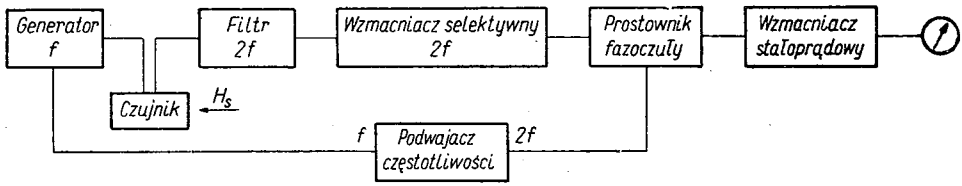
W praktyce przebieg napięcia wyjściowego w czasie w przypadku czujników dwurdzeniowych i mostkowych nie jest sinusoidalny (istnieją oprócz drugiej inne parzyste harmoniczne, jak 4, 6 itp.), a w dodatku nakłada się na nie tzw. napięcie resztkowe (nieparzyste harmoniczne niezrównoważone wskutek nierównych własności magnetycznych obu rdzeni). Konieczne jest zatem zastosowanie filtru na drugą harmoniczną (ewentualnie na parzyste harmoniczne). Warunki odnośnie selektywności filtru są łagodniejsze niż w przypadku czujnika jednordzeniowego.

W najprostszym przypadku rolę filtru parzystych harmonicznych może spełniać sam przekaźnik spolaryzowany. Fazę napięcia wzbudzającego ten przekaźnik ustala się w taki sposób, by przy $H_s = 0$ także $U_w = 0$.

Sonda magnetyczna może też być oparta na zasadzie kompensacji. Cały czujnik umieszczony jest wtedy w cewce, przez którą przepuszcza się

prąd stały o znanej wartości. Wewnątrz tej cewki wytworzone jest pole stałe, które kompensuje oddziaływanie na czujnik sondy mierzonego pola magnetycznego. W ten sposób przyrząd na wyjściu sondy magnetycznej jest wskaźnikiem zera. Można wtedy obejść się bez prostownika fazoczułego, stosując filtr dla drugiej harmonicznej i zmiennoprądowy wskaźnik zera na wyjściu sondy. Polaryzacja charakterystyki sondy spowodowana jest wtedy przez biegunowość cewki kompensującej.

Przy pomiarach zniekształceń pola magnetycznego ziemskiego, wywołanych na przykład obecnością dużych mas ferromagnetycznych, stosuje się kompensację pola ziemskiego, charakterystyczną dla danej szerokości geograficznej, i mierzy się same zniekształcenia. Kompensację składowej



Rys. 22. Schemat blokowy przyrządu do pomiaru małych pól magnetycznych

stałej stosuje się przez umieszczenie czujnika w cewce długiej lub w tzw. cewkach Helmholtza, przez które płynie prąd stały. Oczywiście oś cewki kompensującej musi być zgodna z osią czujnika, który mierzy zawsze składową natężenia pola magnetycznego równoległą do osi.

Jeśli dążymy do uzyskania czujnika o małych rozmiarach, to konieczne jest zastosowanie układu elektronowego. Schemat blokowy takiego urządzenia pokazuje rys. 22. Czujnik zasilany jest wtedy napięciem roboczym z generatora o częstotliwości akustycznej (1 ÷ 20 kHz).

Z zacisków wyjściowych czujnika druga harmoniczna zostaje odfiltrowana i wzmocniona przez wzmacniacz selektywny współpracujący z filtrem. Następnie po wyprostowaniu fazoczułym i wzmocnieniu przebiegu we wzmacniaczu stałoprądowym otrzymujemy wychylenie przyrządu proporcjonalne do natężenia pola magnetycznego H_s.

Własności układu można poprawić stosując tzw. ujemne sprzężenie zwrotne między wyjściem wzmacniacza stałoprądowego a czujnikiem: prąd wyjściowy wzmacniacza stałoprądowego przepuszczony zostaje przez dodatkową cewkę kompensującą.

Można tak dobrać liczbę zwojów cewki kompensującej, że prąd przez nią przepływający wytworzy pola magnetyczne o natężeniu prawie tak wielkim, jak natężenie mierzonego pola magnetycznego H_s (współczynnik sprzężenia zwrotnego bliski jedności). Przyrząd na wyjściu wzmacniacza stałoprądowego spełniałby wtedy rolę wskaźnika zerowego w układzie

z automatyczną kompensacją (jest zatem zbędny). Miarą natężenia pola magnetycznego H_s jest w tym układzie wskazanie przyrządu włączonego w gałąź ujemnego sprzężenia zwrotnego. Ujemne sprzężenie zwrotne powoduje uniezależnienie się od wpływu parametrów układu na dokładność pomiaru.

Niniejszy artykuł napisany został zarówno w oparciu o literaturę, jak i na podstawie badań przeprwadzonych w Zakładzie Elektrotechniki Polskiej Akademii Nauk. Zbadano większość z opisanych konstrukcji czujników dwurdzeniowych i mostkowych (a w szczególności rozwiązania podane na rys. 9 i 16) przy zasilaniu napięciem o częstotliwości $f = 50$ Hz. Jako prostownik fazoczuły zastosowano przekaźnik spolaryzowany Siemensa, zasilany napięciem pomocniczym o częstotliwości 100 Hz. Napięcie to uzyskano ze specjalnych podwajaczy częstotliwości. Pomiar oparto na zasadzie odchyłowej. Już pierwszy przyrząd z czujnikiem mostkowym [42] pozwalał na uzyskanie stałej 1 mOe/działkę. Lepsze rezutaty uzyskano zasilając czujnik napięciem o częstotliwości 2000 Hz.

W Instytucie Metalurgii A. Stryk [43] wykonał przyrząd, którego czujnik zasilany jest z generatora o częstotliwości 8000 Hz. Przyrządem tym można mierzyć pola magnetyczne o natężeniu rzędu 10^{-5} Oe.

W artykule J. Kuryłowicza [44] został omówiony podobny przyrząd do pomiaru małych pól magnetycznych wykonany w Politechnice Wrocławskiej oraz zostały podane możliwości obszernego zastosowania tego typu przyrządów do badania ferromagnetyków.

W permeametrze zbudowanym w Zakładzie Materiałoznawstwa Instytutu Elektrotechniki znalazł również zastosowanie czujnik nasyceniowy opisany w referacie Z. Matheisela i R. Sroczyńskiego [45]. Zagadnienie badania materiałów ferromagnetycznych przy użyciu czujników nasyceniowych rozpatrzone jest ponadto w szeregu artykułów F. Förstera, m. in. [46], [47], [48], [49].

Zakład Elektrotechniki Polskiej Akademii Nauk

WYKAZ LITERATURY

1. Ł a d z i ń s k i R.: Zarys teorii transduktora. — Elektryka„ Warszawa, 1953, nr 1, str. 21.
2. Ł a d z i ń s k i R.: Analiza pracy dławika z magnetyzacją wstępną prądem stałym. — Elektryka, Warszawa 1955, nr 8, str. 87 — 100.
3. W i l l i a m s F., N o b l e S.: The Fundamental Limitations of the Second Harmonic Type of Magnetic Modulator as Applied to the Amplification of Small D. C. Signals. — Proceeding of the Inst. of El. Eng. 1950, Vol. 97, II, str. 445 — 459.
4. K ü h n e R.: Magnetfeldmessung mit Eisenkern-Magnetometer nach dem Oberwellenverfahren. — ATM 1952, V.—392 — 1, Nr 199, str. 175 — 178.

5. G a n s F.: Fonctionnement et applications des sondes électromagnetiques. — La Recherche aéronautique 1948, nr 1, str. 29 — 39.
6. R u m b a u g h L., A l l d r e d g e L.: Airborne Equipment for Geomagnetic Measurements. — Transactions of the American Geophysical Union 1949, Vol. w0, no 6, str. 836 — 848.
7. F e l c h E. i inni: Air-borne Magnetometers. — Electrical Engineering, 1947, Vol. 66, str. 680 — 685.
8. G r e g g E.: An Alternating-Current Probe for Measurement of Magnetic Fields. — Review of Scientific Inst. 1947, Vol. 18, str. 77 — 80.
9. R o z e n b ł a t M.: Żelezonasiszczennyje magnitnyje zondy. — Awtomatika i Telemiechanika 1949, t. X, str. 299 — 314.
10. F i l i p o w i c z B.: Sowriemiennyje pribory dla izmierjenija słabych magnitnych polej. — Elektriczestwo 1948, nr 5, str. 85 — 87.
11. S o t s k o w B.: Elementy urządzeń automatyki i telemechaniki. — Warszawa 1955, str. 300 — 309.
12. G o r e l i k G.: O niekotorych nieliniejnych jawlenijach proizchodiaszczich pri supierpozicji wzaimno pierpiendikuljarnych magnitnych polej. — Izw. AN SSSR, sier. fiz. 1944, t. 8, str. 172—188.
13. B i e r n s z t i e j n I.: Ob odnom nowom tipie magnitomietra. — Izw. AN SSSR, sier. fiz. 1944, t. 8, str.189 — 193.
14. P a l m e r T.: A Small Sensitive Magnetometer. — Proceedings of the Inst. of El. Eng. 1953, Vol. II, str. 545 — 550.
15. B u t t e r w o r t h A.: A Sensitive Recording Magnetometer. — Journal of the Inst. of El. Eng. 1947, vol 94 II, str. 325 — 332.
16. K e l l y J.: Magnetic Field Measurements with Peaking Strips. — Review of Scientific Instr. 1951 str. 256 — 258.
17. G e y g e r W.: Magnetic-amplifier Circuits. New York 1954.
18. S a y N.: Magnetic Amplifiers and Saturable Reactors. — London 1954.
19. S t o r m H.: Magnetic amplifiers. New York 1955.
20. R o z e n b ł a t M.: Magnitnyje usilitieli. Moskwa 1949.
21. K r u g K.: Osnowy elektrotiechniki. Moskwa 1952, str. 225 — 226.
22. M a n l e y J.: Some General Properties of Magnetic Aplifiers. — Proceedings of the Institute of Radio Engineers 1951, Vol. 39, str. 242 — 251.
23. N i e g n i e w i c k i j I., L i p m a n D.: K tieorii idiealnowo drossielnowo magnitnowo usilitiela. — Elektriczestwo 1956, nr 1, str. 8 — 16.
24. F e i n b e r g E.: The Magnetic Modulator. — Wireless Engineer 1951, Vol. 28, str. 281 — 286.
25. W e n n e r b e r g G.: A Simple Magnetic Modulator for Conversion of Millivolt D-C Signals. — Electrical Eng. 1951, str. 144 — 147.
26. T r n k a Z.: Mereni intensity magnetického pole a magnitického potencialu.— Elektrotechnicky Obzor 1950, str. 127—130.
27. C z i s t i a k o w N.: Elektriczeskije awiacjonnyje pribory. Moskwa 1950, str. 446—456.
28. K i f i e r K., Pantiuszin W.: Ispytanje fierromagnitnych matierjałow. Moskwa, 1955, str. 98—99.
29. A s c h e n b r e n n e r H., G r o u b e a u G.: Eine Anordnung zur Registrierung rascher magnetischer Störungen.— Hochfrequenztechnik und Elektroakustik 1936, vol. 47, str. 177—181.

30. Wurm M.: Beiträge zur Theorie und Praxis des Feldstärkedifferenzmessers für magnetische Felder nach Förster.— Zeitschrift für Angewandte Physik 1950, vol. 2, str. 210—219.
31 Gerard V.: A simple, sensitive, saturated-core recording magnetometer. — Journal of Scientific Instruments 1955, Vol. 32, str. 164—166.
32. Mc Nish A.: An Induction Magnetometer. — Transactions of the American Geophysical Union 1946, Vol. 27, str. 49—51.
33. Hine A.: The Inductor Compass.— Proceedings of the Inst. of El. Eng. 1951, Vol. 98, II, str. 485—498.
34. Broż J.: Základy Magnetickich Mereni.— Praha 1953, str. 163.
35. Jellinghaus W.: Magnetische Messungen an ferromagnetischen Stoffen.— Berlin 1952, str. 48.
36. Gorbaczew F., Miełkobrodow E.: Podstawy fizyczne budowy i działania lotniczych przyrządów pokładowych (tłum.). Warszawa 1956, str. 403—408.
37. Feinberg R.: A Review of Transductor Principles and Applications. — Proceeding of the Inst. of El. Eng. 1950, Vol. II.
38. Gabler M., Haskovec J., Tománek E.: Magnetické zesilowace. Praha 1956, str. 236.
39. Harada K.: Investigations and Applications of Magnetic Amplifiers. U.S.Naval Technical Mission to Japan: Magnetic Development in Japan during World War II Report No B.I.O.S. (J.A.O) P.R./1283 of British Intelligence Objectives Sub Committee (London: H. M. Stationary Office 1946).
40. Vanquier V., Simons R., Hull A.: A Magnetic Airborne Detector Employing Magnetically Controlled Gyroscopic Stabilization.— Review of Scientific Instr. 1947, Vol. 18 (str. 483—487).
41. Goldin O.: Magnitnyj mostik.— Awtomatika i Tielemiechanika, 1950, t. XI, nr 5.
42. Kulikowski J.: Transduktor jako czujnik do pomiaru małych pól magnetycznych. Praca magisterska, Politechnika Warszawska, Wydział Elektryczny, 1956.
43. Stryk A.: Sonda magnetyczna i jej zastosowanie do badania ferromagnetyków. Referat na konferencję naukowo-techniczną na temat blach elektrotechnicznych. Katowice, luty 1957.
44. Kuryłowicz J.: Sonda permalloyowa w zastosowaniu do badań materiałów magnetycznych. Pomiar, Automatyka i Kontrola 1957, nr 1 str. 2—5.
45. Matheisel Z., Sroczyński R.: Metody badań blach elektrotechnicznych. Referat na Konferencję Naukowo-Techniczną na temat blach elektrotechnicznych, Katowice, luty 1957.
46. Förster F., Ziselmann G.: Die schnelle zerstörungsfreie Bestimmung der Blechanisotropie mit dem Restpunktpolverfahren.— Zeitschrift für Metallkunde 1954, Heft 4, str. 245—249.
47. Förster F.: Ein Betriebsgerät zur schenellen und genauen Messung der Koerzitivität sowie ihrer Temperaturabhängigkeit.— Zeitschrift für Metallkunde 1955, Heft, 4, str. 297—302.
48. Förster F.: Ein Verahren zur Messung von magnetischen Gleichfeldern und Gleichfelddifferenzen und seine Anwendung in der Metallforschung und Technik.— Zeitschrift für Metallkunde 1955, Heft 5, str. 358—370.
49. Förster R.: Die schnelle und genaue Messung der Koerzitivkraft I ATM 1957 J. 66 — 6 Nr 254, str. 65—66.

П. Я. НОВАЦКИ, М. НАЛЭНЧ, Я. КУЛИКОВСКИ

ИЗМЕРЕНИЕ МАЛЫХ СТАЦИОНАРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ МАГНИТНЫМ ДАТЧИКОМ

Резюме

В статье описаны измерения слабых стационарных магнитных полей магнитными датчиками. Изложен принцип действия магнитных датчиков с одним и с двумя сердечниками при питании синусоидальным напряжением или синусоидальным током. Рассмотрены некоторые специальные датчики с поперечным возбуждением и с изменяющимся сопротивлением. Описано несколько конструкций датчиков мостового типа.

В заключении изложен приобретенный до сих пор опыт Отдела электротехники Польской академии наук по вышеуказанному вопросу.

P. J. NOWACKI, M. NAŁĘCZ, J. KULIKOWSKI

MEASUREMENTS OF SMALL DIRECT MAGNETIC FIELDS WITH FLUX-GATE MAGNETOMETERS

Summary

This paper describes measurements of small direct magnetic fields by using flux-gate magnetometers.

It is explained what are the operating conditions of single-core magnetometers, when the arrangements are supplied from a sinusoidal voltage source or from a sinusoidal current source.

Some special kinds of single-core magnetometers are considered: magnetometers with perpendicular fields and magnetometers with a variable impedance. Bridge type magnetometers are also described. At the end of this paper the first experiences of the Electric Institution of Polish Academy of Science are shown.

535.215:621.38

JERZY WOJCIECHOWSKI

Zastosowanie zjawiska elektroluminescencji do wzmacniania obrazu

Rękopis dostarczono 10.2.1958

W artykule scharakteryzowano na wstępie zjawisko elektroluminescencji w ciałach stałych, zaobserwowane po raz pierwszy przez Destriau w r. 1936 i polegające na świeceniu pod wpływem pola elektrycznego przyłożonego do okładzin kondensatora płaskiego specjalnego rodzaju luminoforów umieszczonych w dielektryku tego kondensatora.

W dalszym ciągu opisano własności wzmacniaczy obrazu: wzmacniacza jednowarstwowego i dwuwarstwowego. We wzmacniaczu jednowarstwowym wykorzystuje się zjawisko fotoelektroluminescencji, a mianowicie świecenie elektroluminescencyjne luminoforu jest powodowane i sterowane promieniowaniem padającym na luminofor, np. promieniowaniem ultrafioletowym. Wzmacniacz dwuwarstwowy składa się z dwóch zasadniczych warstw: elektroluminoforu i opornika fotoelektrycznego, a sterowanie świecenia odbywa się poprzez zmianę oporności skrośnej opornika fotoelektrycznego pod wpływem zmiany naświetlenia tego opornika.

Opisano konstrukcję kilku rodzajów wzmacniaczy warstwowych opracowanych w USA i omówiono zagadnienia technologiczne występujące podczas budowy wzmacniaczy. Wskazano również na możliwości różnych zastosowań wzmacniaczy obrazu do celów telewizji, noktowizji, przetwarzania i wzmacniania obrazu promieniowania rentgenowskiego itp.

1. WSTĘP

Zjawisko luminescencji [1] jest to zjawisko przekształcania energii pewnego rodzaju (np. energii kwantów świetlnych, energii kinetycznej cząstek itp.) w energię promieniowania świetlnego. Ciała stałe wykazujące właściwości luminescencyjne nazywane są luminoforami. W zależności od rodzaju energii pobudzającej rozróżnia się kilka rodzajów luminescencji, z których większość znajduje zastosowanie w budowie elektrycznych źródeł światła i różnych przyrządów elektronowych.

Elektronoluminescencja (zwana niekiedy w literaturze katodoluminescencją), gdzie czynnikiem pobudzającym luminofor jest strumień elektro-

nów, ma miejsce w lampach oscyloskopowych [2], mikroskopach elektronowych itp. Zjawisko *fotoluminescencji*, czyli otrzymywanie promieniowania widzialnego z luminoforu przez pobudzanie go fotonami (np. promieniowaniem ultrafioletowym, promieniami X), występuje w lampach oświetleniowych — świetlówkach [3], ekranach rentgenowskich, ekranach dwuwarstwowych lamp oscyloskopowych itp. Innym rodzajem luminescencji jest zjawisko *elektroluminescencji*, w której świecenie powstaje kosztem energii pola elektrycznego, a ośrodkiem świecącym jest gaz rozrzedzony. To świecenie gazów rozrzedzonych pod wpływem wysokich napięć znajduje zastosowanie w technice oświetleniowej w postaci np. reklam neonowych, lamp jarzeniowych lub też — w połączeniu z fotoluminescencją — świetlówek.

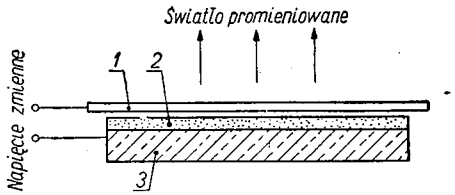
Osobnym rodzajem luminescencji jest *chemiluminescencja*. Jest to świecenie, którego energia powstaje w wyniku procesów chemicznych; przykładem jest tu świecenie fosforu. Chemiluminescencja nie znalazła dotychczas zastosowania praktycznego.

Luminofory są to ogólnie biorąc związki nieorganiczne o strukturze krystalicznej (rozmiary kryształów rzędu $1 \div 100\mu$), najczęściej siarczki, tlenki, fosforany lub krzemiany różnych metali, np. Zn, Cd, Be, Ca, Mg, ze specjalnie wprowadzonymi domieszkami, tzw. aktywatorami. Aktywatorami są głównie Cu, Mn, Ag, Th, Cr itp., przy czym dodaje się je do luminoforu w ilości najczęściej około $0{,}01 \div 1\%$. Dodanie aktywatorów do luminoforu ma na celu otrzymanie żądanych własności luminescencyjnych, w szczególności barwy, wydajności świetlnej, czasu poświaty itp.

Nowym rodzajem luminescencji jest zjawisko *elektroluminescencji w ciałach stałych*, poznane niedawno i dopiero w ostatnich latach znajdujące zastosowanie w przemyśle elektronowym. W r. 1920 Gudden i Pohl [4] stwierdzili, że na zanik luminescencji siarczku cynku aktywowanego miedzią (ZnS : Cu), pobudzonego ultrafioletem, można wpływać przy pomocy stałego pola elektrycznego. W r. 1936 G. Destriau zaobserwował, że można uzyskać promieniowanie świetlne z niepobudzonego uprzednio luminoforu, jeśli przyłoży się napięcie zmienne do okładzin kondensatora, którego dielektryk zawiera w całej swej objętości równomiernie umieszczone kryształy luminoforu. Zjawisko to było badane przez Destriau w urządzeniu przedstawionym na rys. 1. Jako luminoforu użył on kryształów siarczku cynku aktywowanego miedzią, do którego wprowadził przed krystalizacją termiczną tlenek cynku. Dielektrykiem był olej rycynowy. Jedną z okładzin stanowiła płytka miedziana, drugą przezroczysta warstwa miki pokryta na zewnątrz roztworem soli przewodzącym elektrycznie. Przyłożenie napięcia zmiennego do okładzin powodowało luminescencję luminoforu, jednak o bardzo małej jaskrawości. Urządzenie to nie miało praktycznego znacze-

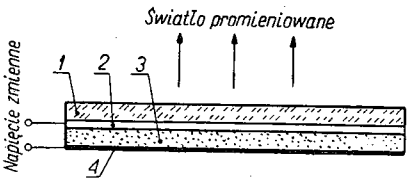
nia jako źródło światła. Prace Destriau opisane zostały szczegółowo w serii artykułów w r. 1947 [5].

Dalsze prace nad elektroluminescencją ciał stałych posunęły znacznie naprzód to zagadnienie. Prace te miały na celu zwiększenie wydajności



Rys. 1. Urządzenie Destriau do badania elektroluminescencji (schematycznie)

1 — mika pokryta warstwą przewodzącą elektrycznie, *2* — luminofor w oleju rycynowym, *3* — płytka miedziana

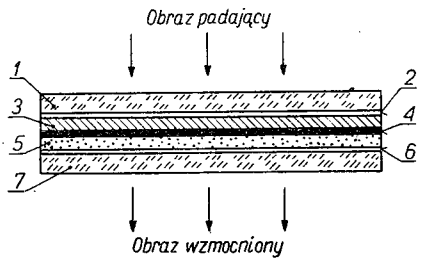


Rys. 2. Elektroluminescencyjne źródło światła

1 — szkło, *2* — przezroczysta warstwa przewodząca elektrycznie (tlenek cyny), *3* — luminofor w dielektryku, *4* — warstwa napylonego aluminium

świetlnej luminoforu oraz ulepszenie konstrukcji urządzenia pobudzającego. W r. 1950 Payne, Mayer i Jerome [6] wykazali możliwość praktycznego zastosowania elektroluminescencji jako źródła światła. W ostatnich latach przystąpiono już w USA do produkcji tego rodzaju źródeł światła w formie płyt o dużych rozmiarach. Przekrój płyty przedstawia w sposób uproszczony rys. 2. Wydajność świetlna elektroluminescencyjnego źródła światła wzrasta wraz ze wzrostem przyłożonego napięcia i jego częstotliwości. Przy napięciach i częstotliwościach stosowanych obecnie w sieci oświetleniowej wydajność jest bardzo mała i źródło w jego dotychczasowym wykonaniu nie nadaje się do oświetlenia mieszkań, a jedynie jako słabe źródło światła o dużej powierzchni, np. jako światło bezpieczeństwa.

Połączenie elektroluminescencyjnego źródła światła szeregowo z opornikiem fotoelektrycznym takim jak siarczek kadmu CdS umożliwiło oddziaływanie fotonami na jaskrawość źródła [7]. Na tej zasadzie opracowana została konstrukcja wzmacniacza warstwowego, dającego wielokrotne wzmocnienie jaskrawości obrazu rzucanego na wzmacniacz. Prostą konstrukcję wzmacniacza warstwowego przedstawia w przekroju rys. 3. Obraz jest rzucany od strony warstwy opornika fotoelektrycznego, która zmienia miejscowo swą oporność w zależności od naświetlenia. Obraz zostaje odwzorowany w sposób wzmocniony w warstwie elektroluminoforu,



Rys. 3. Warstwowy wzmacniacz obrazu (schematycznie)

1, 7 — szkło, *2, 6* — przezroczysta warstwa przewodząca, *3* — opornik fotoelektryczny, *4* — warstwa nieprzezroczysta, *5* — luminofor w dielektryku

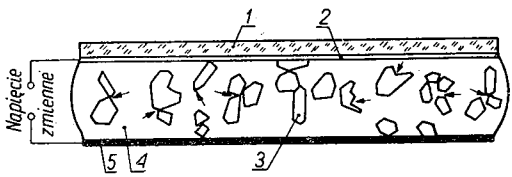
przy czym różnice jaskrawości obrazu odpowiadają różnicom oporności poszczególnych punktów warstwy CdS.

W toku prac wykonano rozmaite konstrukcje wzmacniaczy warstwowych [8]. Uzyskiwane wzmocnienie jest rzędu 5 ÷ 24. Dąży się przy tym do polepszenia zdolności rozdzielczej obrazu, która dla prostych konstrukcji jest niewystarczająca. Prace nad wzmacniaczem warstwowym nie wyszły jeszcze poza zakres prac laboratoryjnych, choć już obecnie przewiduje się zastosowanie wzmacniaczy w telewizji, diagnostyce rentgenowskiej, przetwornikach obrazu itp.

2. ELEKTROLUMINESCENCJA

2.1. Charakterystyka zjawiska

Zjawisko odkryte przez Destriau i nazwane elektroluminescencją można zdefiniować ogólnie jako przekształcenie energii elektrycznej w światło w ciałach stałych, bez współdziałania ciepła. Właściwości tego zjawiska najlepiej badać w urządzeniu podobnym do elektroluminescencyjnego źródła światła, w którym specjalnie sporządzony luminofor jest rozprowadzony w przezroczystym dielektryku o własnościach termoplastycznych, zawar-



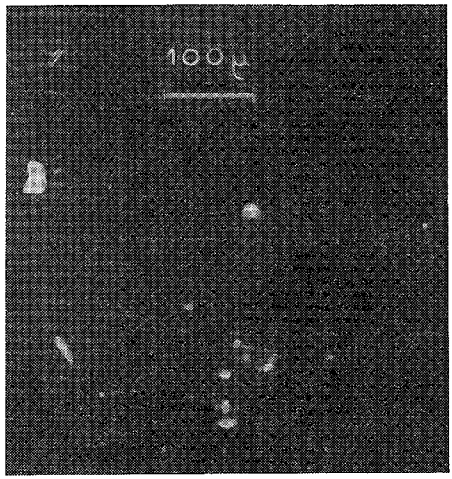
Rys. 4. Typowy układ do badania elektroluminescencji

1 — szkło, *2* — przezroczysta warstwa przewodząca, *3* — kryształy luminoforu, *4* — dielektryk, *5* — warstwa metalu. Strzałkami oznaczono przykładowo miejsca, w których występuje świecenie kryształów

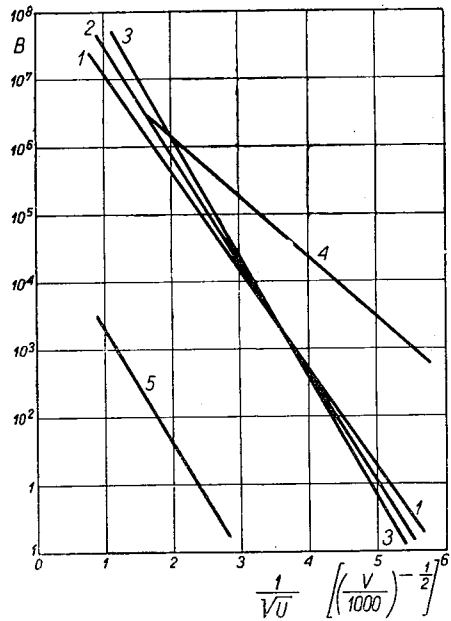
tym między dwiema okładkami kondensatora płaskiego. Okładki wykonane są z płytek szklanych z nałożonymi cienkimi warstwami przezroczystymi przewodzącymi elektrycznie.

Po przyłożeniu napięcia sinusoidalnie zmiennego do okładzin kondensatora, już przy natężeniach pola rzędu 3000 ÷ 4000 V/cm (natężenie pola rozumiane jako wartość średnia natężenia panującego w kondensatorze, czyli jako iloraz napięcia przyłożonego i odległości między płytkami) luminofor zaczyna świecić. Uważna obserwacja pola świecenia w ciemni pozwala stwierdzić, że na świecenie składa się wiele krótkich, ostrych błysków światła w wielu punktach pola świecenia. Świecą niektóre punkty na powierzchni kryształów, mianowicie punkty styku pomiędzy kryształami

luminoforu, ostrza lub miejsca deformacji kryształów (rys. 4), nie świeci natomiast wnętrze kryształów. Wiele kryształów pozostaje całkowicie ciemnych. Rysunek 5 podaje mikrofotografię poszczególnych cząstek proszku elektroluminescencyjnego w czasie pobudzania polem elektrycznym o częstotliwości 10 kHz [9]. Widoczne jest pobudzanie światła w postaci małych plam i smug. Kierunki smug świetlnych nie są zgodne z kierunkiem pola elektrycznego.



Rys. 5. Świecenie cząstek elektroluminoforu pobudzanego zmiennym polem elektrycznym o częstotliwości 10 kHz (mikrofotografia) [9]



Rys. 6. Zależność jaskrawości B (jednostki względne) od przyłożonego napięcia U dla różnych luminoforów typu ZnS [13]

1 — ZnS:Cu, Al — 50 Hz, *2* — ZnS:Cu, Al — 500 Hz, *3* — ZnS:Cu, Mn — 1500 Hz, *4* — ZnS:Cu, Cl — 250 Hz, *5* — ZnS+Li_2S:Mn — prąd stały

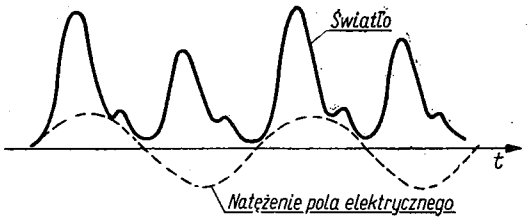
Przy podwyższaniu przyłożonego napięcia średnia jaskrawość świecenia wzrasta wykładniczo. Dla celów praktycznych zmiana jaskrawości w funkcji przyłożonego napięcia może być wyrażona wzorem:

$$B = aU^n,$$

gdzie a i n są stałymi, przy czym n zawiera się między 3 i 4 (rys. 6). Zależność ta jest słuszna tylko dla niskich napięć. Omawiana zależność daje się dokładniej wyrazić wzorem:

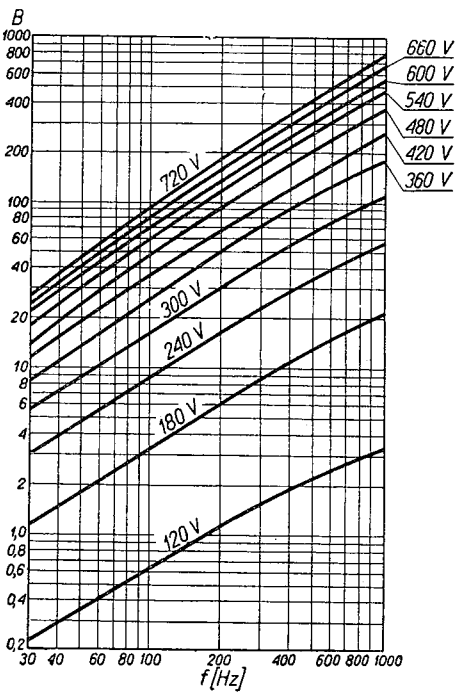
$$B = aU^n \exp\left(-\frac{b}{U}\right),$$

gdzie a, b i n są stałymi, przy czym n zawiera się między 1 i 3, w zależności



Rys. 7. Świecenie elektroluminoforu ZnS:Cu, Pb,Al pobudzanego zmiennym polem elektrycznym (10^4 V/cm, 200 Hz) — przebieg dla chwilowych wartości pola [10]

od zastosowanego luminoforu, a — zwykle równa się około 2. Ograniczeniem wielkości napięcia przyłożonego jest wytrzymałość na przebicie zastosowanego dielektryku.



Rys. 8. Zależność jaskrawości B (jednostki względne) od częstotliwości f dla różnych napięć przyłożonych. Elektroluminofor ZnS:Cu,Al [13]

Badania stroboskopowe wykazują, że przebieg jaskrawości w czasie jednego okresu zmiany pola elektrycznego ma cztery albo dwa maksima w zależności od użytego luminoforu (rys. 7). Pomiędzy maksimami jaskrawości i natężenia pola występują przesunięcia fazy.

Wraz ze wzrostem częstotliwości przyłożonego napięcia wzrasta średnia jaskrawość źródła. Ponieważ wzrost częstotliwości powoduje wzrost liczby impulsów światła w jednostce czasu bez zmniejszenia wysokości impulsu, zależność ta jest liniowa. Przy większych częstotliwościach występuje zjawisko nasycenia, przy czym dużo mniejszej częstotliwości dla luminoforu zielonego niż dla niebieskiego. Stąd badanie luminoforu o podwójnej aktywacji (zielonej i niebieskiej) daje w wyniku zmianę barwy luminoforu w funkcji częstotliwości z zielonej na niebieską. Rysunek 8 przedstawia rodzinę charakterystyk zależności pomiędzy jaskrawością a przyłożonym napięciem i jego częstotliwością.

2.2. Materiały elektroluminescencyjne

Materiały wykazujące właściwości elektroluminescencyjne, czyli tzw. elektroluminofory, różnią się tym od normalnie stosowanych luminoforów elektronoluminescencyjnych czy fotoluminescencyjnych, że zawierają zwiększoną ilość substancji przewodzących elektrycznie, przy czym musi być ona w bezpośrednim kontakcie z kryształami luminoforu. Tymi substancjami mogą być różne metale, np. Cu, Mn, Pb, Al, siarczki miedzi, srebra i złota, uwodnione siarczki metali alkalicznych i metali ziem rzadkich, ZnO itp. Elektroluminofory zawierają również kontrolowane ilości jonów chloru.

Głównym składnikiem elektroluminoforu jest zwykle siarczek cynku ZnS. Przegląd różnych metod otrzymywania elektroluminoforów podaje artykuł H. Wierzby [12]. Ogólnie biorąc metody te polegają na dodaniu do oczyszczonego i przygotowanego ZnS odpowiednich ilości dodatkowych

Tablica 1

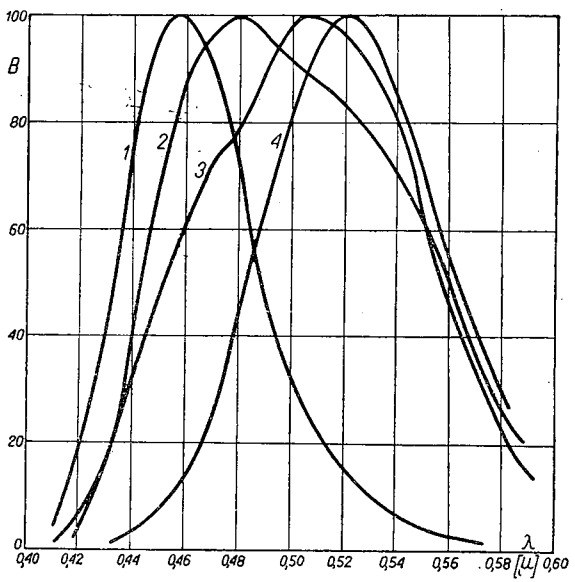
Elektroluminescencja różnych luminoforów ZnS : Cu wypalanych w atmosferze H_2S/HCl [13]

% HCl w H_2S / % CU	1	5	13	20	30	50
0,001	brak elektroluminescencji	brak elektroluminescencji				
0,002	brak elektroluminescencji					
0,005	b. słaba zielona	brak elektroluminescencji				
0,01	niebieska	słaba niebieska	b. słaba niebieska	brak elektroluminescencji		
0,04	niebieska + słaba czerwona	silna niebieska	silna niebieska	silna niebieska + słaba zielona	silna niebieska + słaba zielona	
0,10	średnia pomarańczowoczerwona	silna niebieska	silna niebieska	silna niebieska	silna niebieska + słaba zielona	zielona + niebieska

substancji. Całość po wymieszaniu wypala się w temperaturze 800 ÷ 1300°C, w atmosferze przeważnie siarkowodoru.

Podstawowe własności luminoforu, a mianowicie barwa świecenia, wydajność i inne, zależą od czystości i struktury siarczku cynku, od rodzaju i ilości wprowadzonych substancji dodatkowych oraz od czasu, temperatury i atmosfery wypalania. Dla zilustrowania wpływu różnych warunków wykonania elektroluminoforu podano w tablicy 1 (wg Zalma [13]) wyniki prób dla ZnS aktywowanego miedzią i chlorem.

Na podstawie różnych podawanych przez literaturę metod otrzymywania elektroluminoforów trudno ustalić regułę, która by pozwoliła na przewidywanie wyników. Wydaje się, że wpływ dodawanych substancji jest dwojaki. Niektóre z nich dodawane w małych ilościach (np. Cu w postaci $CuSO_4$) mają na celu wprowadzenie do siatki krystalicznej ZnS odpowiednich aktywatorów, podobnie jak to ma miejsce w katodoluminoforach. Ro-



Rys. 9. Charakterystyka widmowa jaskrawości B (jednostki względne) elektroluminoforu ZnS:Cu, Cl dla różnych zawartości Cl. Zawartość Cu — 0,3% [14]. Luminofory: *1* — 0,01% Cl, *2* — 0,05% Cl, *3* — 0,07% Cl, *4* — 0,12% Cl

dzaj aktywatora wpływa głównie na barwę świecenia. Wynika to np. z tablicy 1, gdzie w zależności od zawartości miedzi barwa świecenia zmienia się od niebieskiej do czerwonej. Podobne wyniki otrzymał Tomlinson [14] (rys. 9) badając elektroluminescencję ZnS:Cu,Cl przy zmianie zawartości Cl od 0,01% do 0,12% dla stałej zawartości Cu — 0,3%. Jednocześnie dodaje

się do ZnS większe ilości substancji przewodzących elektrycznie lepiej niż ZnS, które — jak stwierdzono — poprawiają właściwości elektroluminescencyjne głównie przez zwiększenie wydajności świecenia.

Ciekawe światło na wyjaśnienie zjawiska elektroluminescencji rzucają wyniki badań Lehmanna [15] nad tzw. elektroluminescencją kontaktową. W doświadczeniach tych sproszkowane luminofory elektronolumi-

Tablica 2

Fotoluminescencja i elektroluminescencja różnych luminoforów [15]

Pobudzanie / Luminofor	Fotoluminescencja		Elektroluminescencja	
	2537 Å	3650 Å	luminofor czysty	luminofor zmieszany z proszkiem metalicznym
ZnS : Cu (0,01%)	silna zielona	silna zielona	—	średnia zielona
ZnS : Cu (0,03%)	silna zielona	silna zielona	—	średnia niebieska
ZnS : Cu (0,1%)	silna niebieskozielona	silna niebieskozielona	średnia niebieska	silna niebieska
ZnS : Ag (0,03%)	silna niebieska	silna niebieska	—	silna niebieska
ZnS :Mn (1%)	średnia żółta	silna żółta	—	silna żółta
(ZnCd) S : Cu	silna żółta	silna żółta	—	słaba zielona
(ZnCd) S : Ag	silna żółta	silna żółta	—	silna żółtozielona

nescencyjne lub fotoluminescencyjne, lecz nie posiadające własności elektroluminescencyjnych, były mieszane mechanicznie w stosunku od 4 : 1 do 1 : 1 (wagowo) z proszkami metalicznymi. Te mieszaniny badano w normalnym układzie do badania elektroluminescencji. Po przyłożeniu napięcia zmiennego występowało świecenie. Barwa świecenia pewnych luminoforów była różna, lecz większości taka sama jak świecenia przy fotoluminescencji (tabl. 2). Nie można było znaleźć bezpośredniego związku pomiędzy rodzajem i budową luminoforu a jego podatnością do pobudzania elektroluminescencji kontaktowej. Stwierdzono jedynie wpływ budowy krystalicznej, koncentracji aktywatora itp. Obserwując emisję światła jako sumę punktowych błysków stwierdzono, że luminują te cząstki, które są w bezpośrednim kontakcie z cząstkami metalicznymi. Stwierdzono przy tym, że dodany metal musi mieć cząstki o ostrych krawędziach. Stosowano różne metale, jak Mn, Fe, Al, Cu itp.

Również niektóre związki niemetaliczne, jak Cu_2S, Ag_2S i wypalony ZnO dawały wynik analogiczny. Próby wykazały, że cząstki substancji kontaktowej oddziałują głównie przez stworzenie obszarów wysokiego natężenia pola w okolicy ich ostrych krawędzi. Do tego celu konieczny jest

tylko odpowiedni kształt i wielkość cząstek oraz pewna przewodność elektryczna, inne własności są mniej ważne. Charakterystyki jaskrawości w funkcji napięcia i częstotliwości były analogiczne jak dla zwykłej elektroluminescencji.

Na podstawie tych doświadczeń autor dowodzi, że emisja normalnego elektroluminescencyjnego ZnS jest również wywołana a przynajmniej ułatwia obecnością odpowiedniej drugiej substancji jako substancji kontaktowej. Kryształy różnych substancji, a więc i ZnS, nie są wolne od defektów. W jamach, przesunięciach i podobnych odkształceniach kryształów ZnS gromadzą się większe lub mniejsze ilości nierozpuszczalnego ZnO, który zwykle dodaje się w ilości ok. 25% przed krystalizacją termiczną luminoforu. Podobnie przy dodawaniu zamiast ZnO znacznych ilości miedzi (ok. 0,5 ÷ 1%) można przypuszczać, że po krystalizacji termicznej i przemyciu pozostanie w luminoforze siarczek miedzi. Oba te związki są o znacznie większej przewodności niż ZnS, tak że praktycznie każda cząstka ZnS jest otoczona np. przez ZnO i oddziaływanie pola zewnętrznego na ZnS jest zwielokrotnione. Z przybliżonych obliczeń wynika, że wzrost natężenia pola jest rzędu $10 \div 10^3$, przy czym największy dla miejsc w pobliżu ostrych krawędzi substancji kontaktowych. Przy średnim stosowanym natężeniu pola rzędu 10^3 V/cm otrzymać można w niektórych punktach natężenia rzędu 10^6 V/cm.

Szczegółowy mechanizm przekształcania energii elektrycznej w fotony świetlne zachodzący w kryształach elektroluminoforu nie jest jeszcze całkowicie wyjaśniony. Wydaje się jednak, że ostatnie wyniki osiągnięte przy badaniu zjawisk elektroluminescencji i fotoprzewodnictwa pozwoliły na zastosowanie nowych metod badania stanów elektronowych w ciele stałym [16]. Dla wyjaśnienia mechanizmu elektroluminescencji różni autorzy przedstawili szereg często sprzecznych ze sobą teorii [13], [15], [17]. Przegląd tych teorii jak również omówienie zjawisk elektroluminescencji i elektrofotoluminescencji podaje świeżo wydana książka Franka Matossi [18]. W języku polskim zjawisku elektroluminescencji poświęcone są prace K. Morkowskiej [19] i P. Jaszczyn [20], drukowane w Postępach Fizyki.

Ciekawe ujęcie teorii elektroluminescencji omawiające szczególnie od strony fizycznej przypuszczalny mechanizm zjawiska, dają prace Pipera i Williamsa [21] oraz Fischera [10]. Fischer np. dyskutuje rozmaite możliwości pobudzania elektroluminescencji przez działanie pola elektrycznego na kryształy. W silnym polu elektrycznym centra aktywatorów mogą przejść bezpośrednio w stan pobudzania i jonizacji, przy czym przybliżone obliczenia podają, że konieczne są natężenia pola rzędu $10^6 \div 10^7$ V/cm. Wolne elektrony mogą przy tym przechodzić na drodze efektu tunelowego do pasma przewodzenia z poziomów aktywatora jak również z pasma war-

tościowości. Natężenie pola elektrycznego konieczne do zjonizowania centrów jest rzędu natężenia przebicia siatki krystalicznej ZnS. Bezpośrednia jonizacja aktywatora jest więc możliwa, gdy obszar dużego natężenia pola jest tak skoncentrowany w sąsiedztwie atomu aktywatora, że nie dopuszcza do przebicia siatki. Z omawianej wyżej pracy Lehmanna wynika, że w niektórych punktach luminoforu można otrzymać natężenie pola rzędu 10^6 V/cm. Ten rodzaj jonizacji daje w sinusoidalnie zmiennym polu elektrycznym dwa impulsy światła na jeden okres zmiany pola. Istnieje również możliwość uzyskania przez elektrony wprowadzone do pasma przewodzenia pod wpływem silnego pola elektrycznego, rzędu 10^5 V/cm, tak dużej energii, że mogą one drogą zderzeń nieelastycznych pobudzić i jonizować centra aktywatorów, a nawet mogłyby przez jonizację podstawowej siatki krystalicznej uzyskiwać pary wolnych elektronów i dziur. Podobnie, jak się to dzieje w gazach, powstaje wtedy w szczytach natężenia pola chwilowa jonizacja lawinowa. Świecenie przy rekombinacji powstawałoby przy przechodzeniu natężenia pola przez zero. W ten sposób powstałyby cztery impulsy światła w jednym okresie zmiany pola. Fischer wymienia jeszcze inne możliwości pobudzania elektroluminescencji, ale wyniki badań nad kryształami ZnS wskazują, że główne znaczenie ma opisany powyżej mechanizm bezpośredniej jonizacji i jonizacji przez zderzenia.

3. WZMACNIACZ OBRAZU

3.1. Zasadnicze własności wzmacniacza

Zasadniczymi własnościami wzmacniacza światła opartego na zjawisku elektroluminescencji są:

1) wysyłanie promieniowania świetlnego pod wpływem przyłożonego pola elektrycznego, przy czym chwilowa jaskrawość całej powierzchni świecącej jest jednakowa;

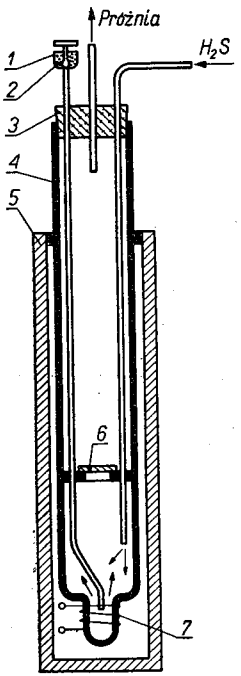
2) możność oddziaływania w czasie na jaskrawość wysyłanego promieniowania zgodnie ze zmianą natężenia światła padającego.

Wzmacniacz obrazu o różnej jaskrawości poszczególnych punktów powierzchni jest właściwie sumą dużej ilości wzmacniaczy światła, gdyż może być traktowany jako zbiór elementów powierzchni wzmacniających każdy element obrazu oddzielnie.

Wymienione własności wzmacniacza obrazu posiada wzmacniacz warstwowy złożony z dwóch zasadniczych warstw elektroluminescencyjnej i opornika fotoelektrycznego. Istnieje jednak również możliwość otrzymania efektu wzmacniania obrazu w warstwie wykonanej z jednego materiału przez wykorzystanie nie tyle zjawiska elektroluminescencji, co właściwie fotoelektroluminescencji.

3.2. Wzmacniacz jednowarstwowy

Warstwą opracowaną przez D. A. Cusano [22] jest bardzo cienka (o grubości ok. 10 ÷ 60μ) warstwa ZnS : Mn, Cl, powstała na drodze syntezy na gorącej powierzchni szkła (ok. 500 ÷ 600°C) przez naparowanie cynku z małą zawartością $ZnCl_2$ i $MnCl_2$ w atmosferze H_2S. Urządzenie do wytwarzania warstwy, stosowane przez Williamsa i Cusano [24] przedstawia rys. 10.



Rys. 10. Urządzenie do nakładania warstwy fotoelektroluminescencyjnej [24]
1 — zbiornik proszku, *2* — mieszanina pyłu Zn i aktywatora, *3* — korek kauczukowy, *4* — rura kwarcowa, *5* — piec zewnętrzny, *6* — płytka szklana, *7* — grzejnik elektryczny

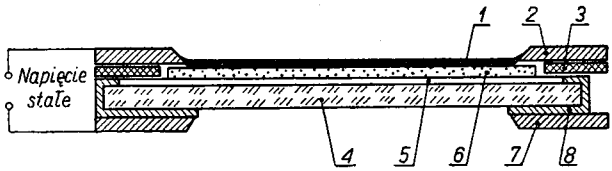
W wyniku tej reakcji powstaje na szkle warstwa luminoforu o strukturze spoistej i bardzo drobnokrystalicznej (praktycznie bezpostaciowej), przylegająca ściśle do powierzchni szkła. Własności fotoelektroluminescencyjne warstwy zbadać można nakładając ją na szkło pokryte przezroczystą warstwą przewodzącą (TiO_2) i metalizując powierzchniowo.

Przyłożenie napięcia zmiennego lub stałego do okładzin przewodzących powoduje nieznaczne świecenie luminoforu. Warstwa wykazuje własności luminescencyjne (barwa świecenia żółta) pod wpływem promieniowania ultrafioletowego i promieni Rentgena. Świecenie wzrasta przy przyłożeniu do okładzin napięcia stałego. Na przykład przy średnim natężeniu pola 10^5 V/cm i pobudzaniu promieniowaniem o długości fali 3650 Å stosunek jaskrawości przy przyłożeniu napięcia do jaskrawości otrzymanej jedynie przy pobudzaniu ultrafioletem wynosi kilkadziesiąt dla małych natężeń promieniowania (rzędu kilku $\mu W/cm^2$). W tych warunkach otrzymuje się do 10 fotonów światła widzialnego na każdy foton promieniowania o długości 3650 Å. Jednak opóźnienie powstawania obrazu jest znaczne, zależnie od wielkości pobudzania (od 0,01 sekundy przy silnym pobudzaniu do kilku sekund przy słabym).

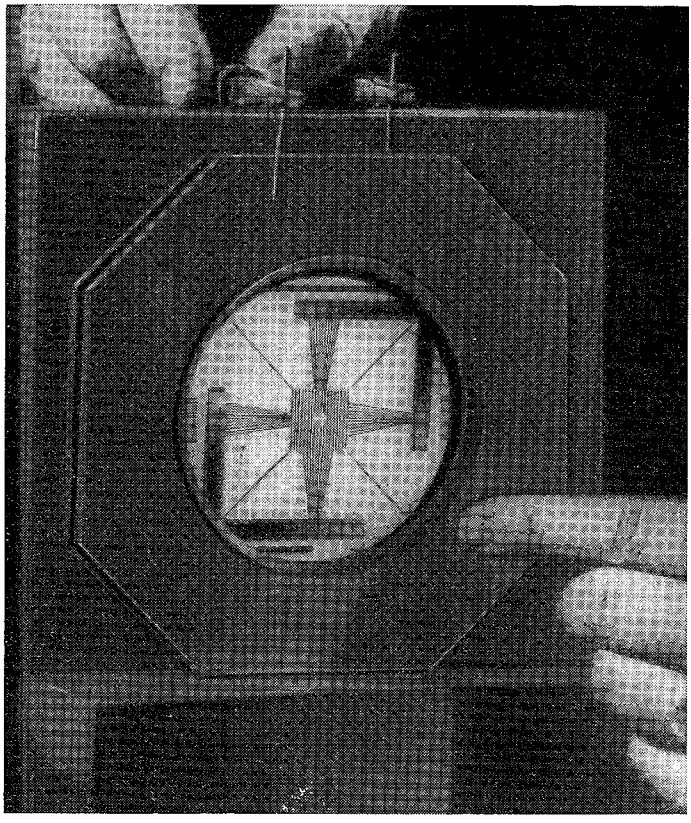
Wzmacniacz obrazu zbudowany w oparciu o jedną warstwę czynną, zastosowany do wzmacniania promieniowania ultrafioletowego, przedstawia rys. 11 [23].

Wzmacniacz jednowarstwowy może znaleźć zastosowanie w diagnostyce rentgenowskiej, gdyż uzyskiwane wzmocnienie umożliwiłoby stosowanie słabszych promieni, co zapewni większe bezpieczeństwo pacjenta; można by również ewentualnie obserwować obraz rentgenowski przy świe-

tle dziennym zamiast w ciemni. Słaba absorpcja promieni Rentgena w tak cienkiej warstwie powoduje jednak zmniejszenie uzyskiwanego wzmocnienia obrazu. Innym rodzajem zastosowania może być użycie warstwy jako



Rys. 11a. Wzmacniacz jednowarstwowy [23] — przekrój
1 — przewodząca warstwa metaliczna, *2* — elektroda metalowa, *3* — przekładka mikowa, *4* — płytka szklana, *5* — przewodząca warstwa przezroczysta, *6* — warstwa luminoforu ZnS, *7* — elektroda metalowa, *8* — pasta przewodząca



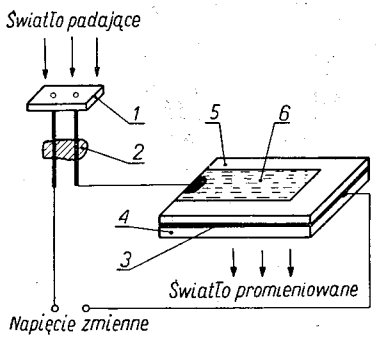
Rys. 11b. Wzmacniacz jednowarstwowy [23] — fotografia

ekranu luminescencyjnego w lampach oscyloskopowych. Jednak przy pobudzaniu do świecenia warstwy fotoelektroluminescencyjnej elektronami uzyskuje się mniejsze wzmocnienia niż przy pobudzaniu ultrafioletem.

Natomiast ze względu na stosowanie luminoforu syntetyzowanego o subtelnej strukturze zamiast luminoforu normalnego o strukturze drobnokrystalicznej można by uzyskać lepszą ostrość i kontrastowość obrazu. Zastosowanie wzmacniacza jednowarstwowego zamiast normalnego ekranu w lampie oscyloskopowej mogłoby zastąpić stosowanie dodatkowego przyspieszania promienia elektronowego.

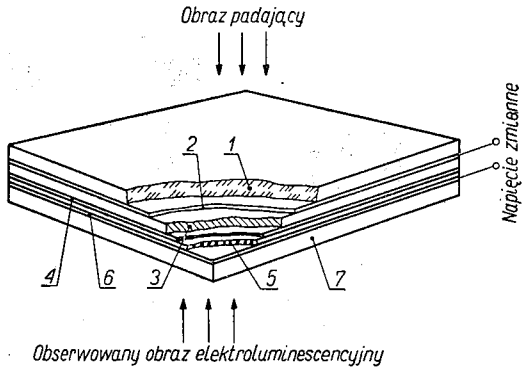
3.3. Wzmacniacz dwuwarstwowy

Pierwowzorem dwuwarstwowego wzmacniacza obrazu było urządzenie składające się z elektroluminescencyjnego źródła światła i opornika fotoelektrycznego [8] (rys. 12). Oba układy były optycznie izolowane między



Rys. 12. Elementarny wzmacniacz światła [8]

1 — kryształ CdS, *2* — perła szklana, *3* — przezroczysta warstwa przewodząca, *4* — szkło, *5* — warstwa luminoforu elektroluminescencyjnego, *6* — warstwa srebra



Rys. 13. Wzmacniacz dwuwarstwowy typu płaskiego [8]

1, 7 — płytka szklana, *2, 6* — przezroczysta warstwa przewodząca, *3* — opornik fotoelektryczny, *4* — warstwa nieprzezroczysta, *5* — warstwa elektroluminoforu

sobą, lecz elektrycznie połączone szeregowo. Nie dawało to możliwości przenoszenia obrazu, lecz pozwalało badać warunki modulowania promieniowania elektroluminescencyjnego poprzez zmiany oporności opornika fotoelektrycznego pod wpływem zmian oświetlenia. Jako opornika fotoelektrycznego użyto krystalicznego siarczku kadmu CdS. Przy braku oświetlenia duża oporność kryształu CdS dawała mały spadek napięcia na warstwie elektroluminescencyjnej. Przy wzroście oświetlenia spadek napięcia na luminoforze wzrastał i następowało świecenie warstwy. Przy zastosowaniu równych powierzchni obu warstw otrzymano wzmocnienie strumienia świetlnego rzędu do 50 razy.

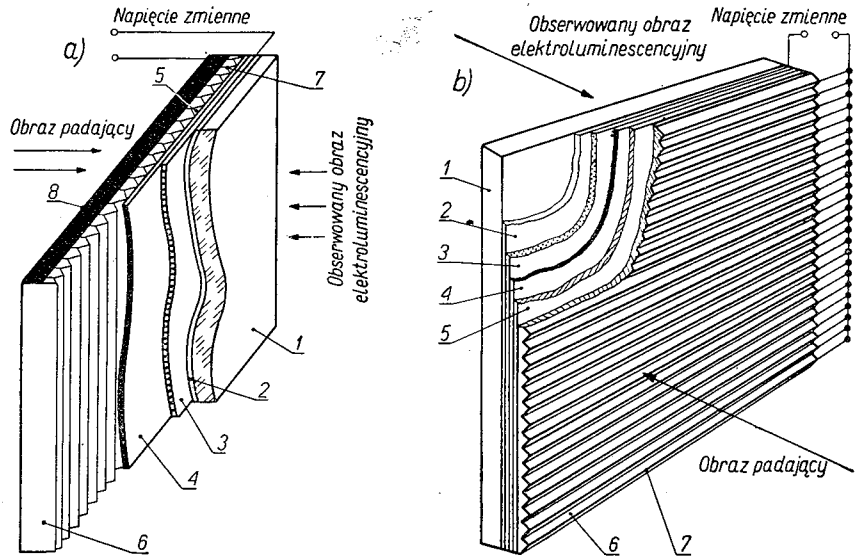
Opracowanie metody otrzymywania opornika fotoelektrycznego w postaci proszku CdS i zastosowanie go przez Nicolla i Kazana [26] do budowy fotoogniw o bardzo dużej powierzchni pozwoliło na wykonanie cienkiego

wzmacniacza dwuwarstwowego umożliwiającego wzmacnianie obrazu [8]. Prostą konstrukcję wzmacniacza pokazano na rys. 13. Wzmacniacz składa się z dwóch okładzin szklanych pokrytych od wewnątrz warstwami przezroczystymi przewodzącymi elektrycznie. Wewnątrz nich znajdują się dwie warstwy — opornika fotoelektrycznego i elektroluminescencyjna — przedzielone warstwą przewodzącą nieprzezroczystą. Napięcie zmienne przykładane jest do warstw przewodzących znajdujących się na szkle. Obraz świetlny jest rzucany na wzmacniacz od strony warstwy opornika fotoelektrycznego. Przy braku oświetlenia oporność tej warstwy powoduje taki rozkład napięcia na obu warstwach, że napięcie na luminoforze jest niewystarczające do wywołania elektroluminescencji. Przy oświetleniu oporność warstwy fotoczułej spada tak, że prawie całe napięcie występuje na luminoforze, powodując jego świecenie. Jaskrawość poszczególnych punktów luminoforu zależy od oświetlenia odpowiednich miejsc warstwy opornika fotoelektrycznego. Zadaniem warstwy nieprzezroczystej jest głównie nieprzepuszczanie światła od luminoforu wstecz w kierunku opornika fotoelektrycznego. Przy braku tej warstwy powstałoby świetlne sprzężenie zwrotne, które powodowałoby zniekształcenie obrazu przez osłabienie kontrastowości.

Konstrukcja wzmacniacza przedstawiona na rys. 13 obarczona jest poważną wadą, mianowicie znaczna grubość warstwy CdS powoduje tłumienie i rozpraszanie się padającego strumienia świetlnego.

Opracowano szereg konstrukcji ulepszonych [8] mających na celu wydajniejsze oświetlenie warstwy CdS. Poniżej opisano dwie konstrukcje wzmacniaczy, w których warstwa opornika fotoelektrycznego składała się z szeregu pasemek dla lepszego ich naświetlenia. Jedną z konstrukcji przedstawia np. rys. 14a. Płytka, wykonana z przezroczystego tworzywa sztucznego typu Lucytu (polimetakrylan metylu) miała szereg naciętych równoległych rowków o przekroju „V". Na dnie rowków naniesiono cienkie paski z przewodzącej pasty srebrnej. Rowki były wypełnione proszkiem CdS o własnościach opornika fotoelektrycznego. Na to nałożono warstwę nieprzezroczystą przewodzącą prąd (z pewnej odmiany CdS), następnie warstwę elektroluminoforu i płytkę szklaną z nałożoną od wewnątrz przezroczystą powłoką przewodzącą. Pasma opornika fotoelektrycznego tworzyły drogi przewodzenia prądu fotoelektrycznego od elektrod na dnie rowków do warstwy przewodzącej CdS. Najlepiej naświetlone i dzięki temu posiadające najmniejszą oporność były płaszczyzny boczne rowków. Dodatkowa warstwa przewodząca powodowała, że prądy nie dochodziły do warstwy luminoforu tylko przy krawędziach rowków, lecz rozpraszały się lekko na większym obszarze. Ponieważ pole tego rozproszenia równało się w przybliżeniu szerokości pojedynczego rowka, więc luminofor nie świecił od-

dzielnymi pasmami, lecz mógł zostać pobudzony dość równomiernie na całej powierzchni. Zdolność rozdzielcza układu, zależna głównie od odległości pomiędzy rowkami, nie ulegała dzięki temu specjalnej zmianie. Opisany układ zapewniał wydajne oświetlenie warstwy opornika fotoelektrycznego oraz wykorzystanie całej powierzchni luminoforu. Wykonywano wzmacniacze o wymiarach do 300 × 300 mm.



Rys. 14. Przykłady ulepszonych konstrukcji wzmacniacza dwuwarstwowego [8]
a) wzmacniacz z rowkowaną płytką nośną — zasilanie 1 kV/400 Hz: *1* — płytka szklana, *2* — przezroczysta warstwa przewodząca, *3* — warstwa elektroluminoforu, *4* — warstwa nieprzezroczysta, *5* — opornik fotoelektryczny (proszek wypełniający rowki), *6* — płytka rowkowana wykonana z lucytu, *7* — paski przewodzące, *8* — metalizacja łącząca paski przewodzące; b) wzmacniacz z rowkowanym opornikiem fotoelektrycznym: *1* — płytka szklana, *2* — przezroczysta warstwa przewodząca, *3* — warstwa elektroluminoforu, *4* — warstwa nieprzezroczysta, *5* — warstwa przewodząca prąd, *6* — rowkowana warstwa opornika fotoelektrycznego, *7* — paski przewodzące na grzbietach rowków

Użyta warstwa przewodząca prąd była wykonana ze specjalnie przygotowanego proszku CdS i nie miała własności opornika fotoelektrycznego. Jako warstwa nieprzezroczysta przeciwdziałana ona również świetlnemu sprzężeniu zwrotnemu.

Inny wzmacniacz warstwowy o strukturze rowkowej przedstawia rys. 14b. Na płytkę szklaną nałożona była warstwa przezroczysta przewodząca elektrycznie, następnie zaś była natryskana warstwa luminoforu o grubości ok. 25 μ. Na to nałożono warstwę nieprzezroczystą, składającą się z mieszaniny specjalnej sadzy i aralditu, grubości poniżej 25 μ. Następną warstwą była gruba warstwa odmiany przewodzącej proszku CdS, wiązanego aralditem. Nakładano ją przez natryskanie na grubość około 0,5 mm,

a następnie wyrównano mechanicznie do grubości 0,25 mm. Z kolei następowała natryskana warstwa proszku CdS o własnościach opornika fotoelektrycznego (z araldite m jako lepiszczem) o grubości około 0,5 mm i wyrównana mechanicznie do grubości 0,35 mm. Po pokryciu tej ostatniej warstwy warstwą wysychającej na powietrzu pasty srebrnej, w warstwach wycinano podłużne rowki kształtu litery V. Rowki te miały rozmiary: kąt 60°, głębokość 0,375 mm, rozstawienie 0,625 mm. Dno rowków sięgało aż do warstwy przewodzącej CdS, a na wierzchach rowków pozostawały cienkie paski pasty srebrnej o szerokości ok. 100 μ, które łączono do wspólnej końcówki i traktowano jako jedną z elektrod. Światło padające na rowkowaną warstwę opornika fotoelektrycznego powodowało jakby powierzchniowy przepływ prądu aż do dna rowków. Taka konstrukcja mogłaby jednak powodować pobudzenie do świecenia warstwy elektroluminescencyjnej tylko w postaci wąskich pasków. Podobnie jak w konstrukcji poprzedniej zapobiegała temu warstwa przewodząca CdS. Wzmacniacze warstwowe typu rowkowego były wykonywane również o wymiarach 300 × 300 mm. Wzmocnienie i zdolność rozdzielcza była taka sama, jak dla konstrukcji opisanej poprzednio. Zdolność rozdzielcza otrzymanego obrazu wzmocnionego była tego samego rzędu co dla normalnie obserwowanych obrazów w telewizji. Na rysunku 15 pokazano fotografię obrazu otrzymanego przy pomocy jednego z pierwszych wzmacniaczy typu rowkowego o wymiarach 300 × 300 mm. Małe ciemne plamy na obrazie są spowodowane przez niedostateczne związanie warstw CdS. Ciemne wąskie linie pochodzą od nie połączonych pasków pasty srebrnej.

Rys. 15. Fotografia obrazu wzmocnionego, otrzymanego przy pomocy wzmacniacza dwuwarstwowego z rowkowanym opornikiem fotoelektrycznym [8]

3.4. Technologia wzmacniacza dwuwarstwowego

Z punktu widzenia technologii można we wzmacniaczu wyróżnić następujące charakterystyczne części składowe ukształtowane w postaci warstw:

1. przezroczysta warstwa przewodząca,
2. warstwa opornika fotoelektrycznego,
3. warstwa elektroluminescencyjna,
4. warstwa nieprzezroczysta.

Dla lepszego wyjaśnienią budowy i warunków współpracy warstw we wzmacniaczu omówione będą poniżej właściwości i metody otrzymywania tych warstw.

3.4.1. Przezroczysta warstwa przewodząca

W elektroluminescencyjnym wzmacniaczu obrazu jedna lub obie okładziny zewnętrzne wykonane są w postaci płytek szklanych pokrytych od strony wewnętrznej przezroczystą warstwą o dobrej przewodności elektrycznej. Warstwa powinna mieć ogólnie biorąc następujące właściwości: dobrą przewodność elektryczną w celu zapewnienia równomiernego rozkładu potencjału na całej powierzchni i niewydzielania nadmiernej mocy w warstwie; dobrą przepuszczalność promieniowania w zakresie widzialnym (ewentualnie w podczerwieni czy ultrafiolecie, w zależności od zastosowania wzmacniacza), znaczną przyczepność nałożonej warstwy do szkła, odporność na ścieranie mechaniczne itp.; odporność na wpływy chemiczne — niereagowanie z nałożonymi warstwami sąsiednimi i z atmosferą.

Próby otrzymania warstw przewodzących o podobnych własnościach były prowadzone uprzednio w innych celach, np. w celu otrzymania warstw ochronnnych zabezpieczających przed zamarzaniem szyby w pojazdach mechanicznych i samolotach. Warstwy te wykonywano przez napylenie, głównie techniką napylania katodowego, aby uzyskać większą przyczepność warstw, a następnie zabezpieczano warstwą lakieru [27]. Warstwy napylane, mimo dobrych własności przewodzących (szczególnie warstwy złożone: złoto + tlenek bizmutu), nie są wytrzymałe mechanicznie. Zamiast nich stosuje się do celów elektroluminescencji warstwy tlenków metali takich, jak SnO_2, TiO_2, CdO i In_2O_3. Najczęściej stosowana jest warstwa tlenku cynowego SnO_2, która może być wytwarzana na szkle przy użyciu różnych metod, dających na powierzchni płytki szklanej rozgrzanej uprzednio do temperatury bliskiej temperaturze mięknięcia szkła — ogólnie biorąc — tlenek cynowy z chlorku cynowego $SnCl_4$. Warstwa ta ma oporność rzędu 200 ÷ 1000 Ω[1]) i przepuszczalność 70 ÷ ÷ 90%. Mocno przylega ona do szkła, tak że jest odporna na ścieranie, na działanie kwasów takich, jak kwas azotowy, oraz na działanie wysokiej temperatury.

Wielu autorów [11], [28], [29], [30], [31] podaje różne szczegółowe przepisy wykonania warstwy SnO_2. Produktem wyjściowym jest tu czysty chlorek cynowy $SnCl_4$ lub jego kryształy uwodnione $SnCl_4 \cdot 3H_2O$, $SnCl_4 \cdot$

[1]) Oporność cienkiej warstwy przewodzącej wyrażana jest jako oporność warstwy nałożonej na polu w kształcie kwadratu, mierzona między przeciwległymi bokami próbki.

· $5H_2O$, ewentualnie uwodniony chlorek cynawy $SnCl_2 \cdot 2H_2O$ [29]. Warstwy nakłada się przez naparowanie lub zanurzanie płytki szklanej w odpowiednim roztworze.

Dążąc do zmniejszenia oporności elektrycznej warstwy badano wpływ różnych domieszek dodawanych do nakładanej warstwy na jej oporność. Fischer [28] np. otrzymał spadek oporności warstwy z 200 do 20 Ω dodając do roztworu chlorku cynowego 1% chlorku antymonu $SbCl_3$ w stosunku molowym. Oporność ta odpowiadała oporności właściwej warstwy $\varrho = 8 \cdot 10^{-4}$ Ωcm i była już zbliżona do oporności właściwej przewodników metalicznych (np. dla czystej cyny $\varrho = 0{,}12 \cdot 10^{-4}$ Ωcm). Jednocześnie dodanie domieszek powodowało lepszą powtarzalność wyników.

Mechanizm przewodzenia warstwy tlenku nie jest całkowicie jasny; próbowano go wyjaśnić w różny sposób. Aitchison [32] np. badał przewodność warstwy SnO_2 i stwierdził wpływ na tę przewodność dodatku tlenku indu i tlenku antymonu, zgodnie z tablicą 3.

Tablica 3

Wpływ domieszek na oporność warstwy SnO_2 [32]

Materiał	Grubość (Å)	Oporność (Ω)
SnO_2	2300	770
	3660	490
$SnO_2 + InO_3$	2025	3830
	3625	2130
$SnO_2 + Sb_2O_3$	2105	235
	3760	75

Wyniki zestawione w tabl. 3 interpretuje on następująco: w zredukowanym tlenku cynowym powstaje pewien niedobór jonów O^{2-}, czyli nadmiar jonów Sn^{4+}, a więc otrzymuje się przewodnictwo półprzewodnikowe typu nadmiarowego. Dodatek jonów o wartościowości większej niż 4 (np. jonów Sb^{5+}) działa w tym samym kierunku i powoduje dalszy wzrost przewodności. Natomiast dodatek tlenku metalu trójwartościowego (np. In_2O_3) daje efekt przeciwny, gdyż jony indu In^{3+} neutralizują efekt niedoboru jonów tlenu.

Przewodzące warstwy tlenku cynowego na szkle znajdują zastosowanie jako przezroczyste okładziny przewodzące elektrycznie w elektroluminescencyjnych źródłach światła, jak również jako pokrycie szkła zapobiegające gromadzeniu się na nim ładunków elektrycznych, jako elementy grzejne itp. Technologia wykonywania warstw przewodzących na szkle

jest opanowana, czego dowodem jest fakt, że płyty szklane o oporności powierzchniowej 20 ÷ 50 Ω i przepuszczalności światła 85 ÷ 90% są produkowane i znajdują się w sprzedaży w USA (między innymi pod nazwą patentową N. E. S. A.) i krajach zachodnio-europejskich.

3.4.2. Warstwa opornika fotoelektrycznego

Warstwa opornika fotoelektrycznego ma za zadanie przetworzenie padającego na nią obrazu optycznego na zespół punktów o przewodności elektrycznej zależnej od naświetlenia poszczególnych elementów obrazu. Warstwa ta powinna odpowiadać następującym wymaganiom: oporność skrośna warstwy powinna być mała w miejscach oświetlonych, natomiast duża w miejscach ciemnych (mały prąd „ciemny" warstwy), bez pogarszania zdolności rozdzielczej obrazu, tj. zmniejszania oporności powierzchniowej w sąsiedztwie miejsc oświetlonych; bezwładność występowania zmian oporności warstwy spowodowanych zmianami oświetlenia powinna być możliwie mała (krótki czas działania); charakterystyka widmowa czułości użytego opornika fotoelektrycznego powinna być taka, aby długości fali dla maksimum czułości i maksimum promieniowania padającego były zbliżone do siebie.

Spośród znanych oporników fotoelektrycznych we wzmacniaczach obrazu promieniowania widzialnego stosowany jest głównie opornik z siarczku kadmu CdS aktywowanego miedzią lub innymi metalami [9], [26], [33]. Materiał ten jest stosowany w postaci proszku o wielkości ziaren ok. 50 μ, wiązanego lepiszczem izolacyjnym o dobrej przezroczystości, np. celulozą lub polistyrenem. Proszek CdS wraz z lepiszczem jest w praktyce rozprowadzany w odpowiednim rozpuszczalniku. Po nałożeniu warstwa wysycha i lepiszcze tworzy błonę pokrywającą całość ziaren CdS, które przez to wchodzą między sobą w ściślejszy kontakt. Powoduje to około 10-krotny wzrost czułości fotoelektrycznej. Jeśli zastosuje się za dużą koncentrację lepiszcza, wchodzi on między poszczególne cząstki i izoluje je między sobą, czułość warstwy wówczas zanika. Warstwę nakłada się różnymi metodami: przez natryskiwanie, malowanie, nasiewanie, ewentualnie przez naparowanie w próżni. W tym ostatnim przypadku stwierdzono [34] że CdS naparowany na zimne powierzchnie zawiera znaczne ilości zanieczyszczeń przewodzących, powiększających prąd „ciemny", natomiast dla CdS destylowanego frakcjonalnie i naparowanego na powierzchnie gorące uzyskano mały prąd „ciemny", przy czułości porównywalnej z czułością kryształów otrzymanych metodami normalnymi. W USA próbowano również nakładania na szkło proszku CdS rozmieszczonego w lepiszczu, a następnie wygrzewania całości w temperaturze do 600°C [11]. Powoduje to spiekanie się warstwy CdS ze szkłem.

Poważną trudnością przy nakładaniu warstwy opornika fotoelektrycznego jest wybór optymalnej grubości warstwy. Dla uzyskania wzrostu przewodności skrośnej warstwy w miejscu oświetlonym jest konieczne, aby światło dotarło do spodu warstwy, w przeciwnym przypadku znajdujące się tam cząstki pozostaną nieprzewodzące. Cząstki CdS są mało przezroczyste dla promieniowania widzialnego, więc grubość warstwy powinna być możliwie mała (CdS o strukturze drobnokrystalicznej). Z drugiej strony wzrasta niebezpieczeństwo przebicia warstwy oraz następuje przepływ bocznikującego prądu zmiennego poprzez pojemność warstwy. Powoduje to osłabienie kontrastowości obrazu i uniemożliwia odwzorowanie miejsc ciemnych. Stosowana grubość warstwy fotoprzewodzącej wynosi ok. 0,25 ÷ 0,5 mm, przy czym wykonano również bez trudności warstwy o grubości 0,05 mm ograniczonej wielkością cząstek CdS. Przy wzroście grubości warstwy następuje przesunięcie charakterystyki widmowej w kierunku czerwieni z powodu własności absorpcyjnych siarczku kadmu [26]. Dla zmniejszenia tłumienia światła przez warstwy CdS stosuje się różne konstrukcje wzmacniaczy, jak np. wielopalcowe, rowkowe itp.

Dla danego natężenia oświetlenia zmiana prądu w funkcji przyłożonego napięcia zachodzi wg wzoru [9]:

$$I_f = k \cdot f(E)\, U^n + I_c,$$

gdzie:

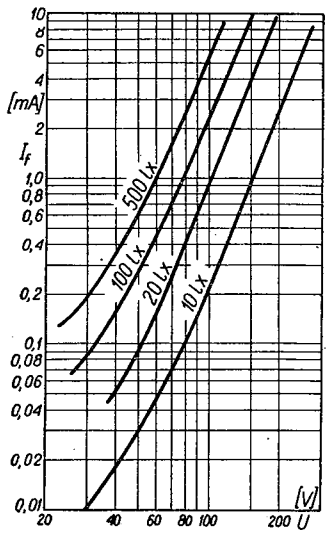
k — współczynnik zależny od właściwości materiału,
E — natężenie oświetlenia,
U — napięcie przyłożone,
I_c — prąd „ciemny".

Dla proszków normalnie stosowanych wykładnik potęgi n ma wartość około 4 (rys. 16). Dla proszków spiekanych n przyjmuje wartości mniejsze, a dla poszczególnych kryształów $n = 1$. Zależność prądu „ciemnego" od napięcia ma charakter podobny.

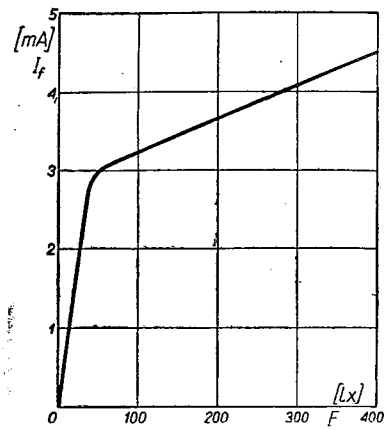
Wielkość zmian oporności proszku CdS w zależności od oświetlenia zależy od technologii wykonania proszku. Oczywiście uzyskanie proszku o większych zmianach oporności połączone jest z większymi trudnościami. Nicoll i Kazan [26] stwierdzili, że oporność właściwa dla najlepszych uzyskanych oporników fotoelektrycznych nienaświetlonych jest rzędu 10^{10} do 10^{12} Ωcm, a przy oświetleniu 100 lx około 10^4 Ωcm. Stosunek prądu fotoelektronowego do prądu „ciemnego" wynosi co najmniej 10^6. Liczby te odnoszą się do warstw CdS oświetlanych bezpośrednio.

Oporność fotoelektryczna warstwy wzrasta nieznacznie wraz z częstotliwością napięcia zasilania w zakresie 0 ÷ 20 kHz; pojemność warstwy jest w przybliżeniu niezależna od natężenia oświetlenia. Prąd nie jest

liniową funkcją oświetlenia, lecz wzrasta szybko przy małych wartościach oświetlenia, a wykazuje tendencje do nasycenia przy dużych (rys. 17). Przy silnym oświetleniu następuje również wzrost temperatury warstwy



Rys. 16. Zależność prądu fotoelektrycznego I_f od przyłożonego napięcia U dla warstwy aktywowanego proszku CdS przy różnych oświetleniach [9]



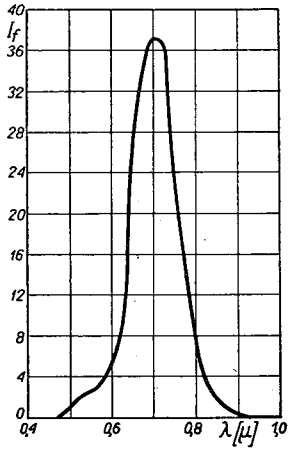
Rys. 17. Zależność prądu fotoelektrycznego I_f od oświetlenia E dla warstwy aktywowanego proszku CdS [9]

na skutek mocy traconej wewnątrz warstwy, co może wpływać na wielkość prądu, a nawet doprowadzić do zniszczenia warstwy. Ogranicza to w znacznym stopniu wzmocnienie obrazu.

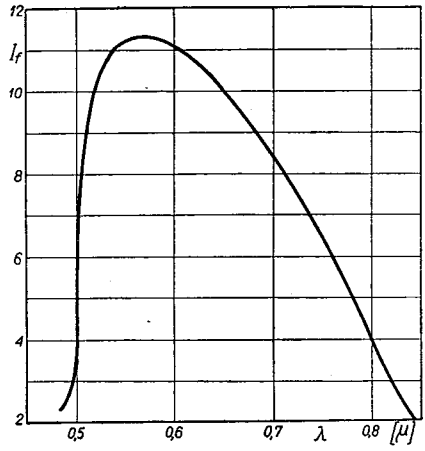
Charakterystyka widmowa czułości warstwy zależy od sposobu przygotowania siarczku, od rodzaju użytego aktywatora i grubości warstwy. Charakterystyka widmowa zwykle stosowanego CdS : Cu,Cl jest przedstawiona na rys. 18. Maksimum charakterystyki wypada w bliskiej podczerwieni w okolicy 7000 Å. Dla celów przekaźnikowych opracowano opornik fotoelektryczny CdS : Ag, Br o charakterystyce przesuniętej w kierunku czerwieni (rys. 19), jednak o mniejszej czułości fotoelektrycznej. Te charakterystyki widmowe materiałów proszkowych są z kolei przesunięte względem charakterystyki pojedynczych kryształów CdS, gdzie maksimum wypada w okolicy 5000 Å.

Zasadniczą wadą warstwy opornika fotoelektrycznego w zastosowaniu do wielu celów jest znaczny jej czas zadziałania (czas narastania oraz zaniku przewodności) przy zmianach oświetlenia wynoszący od ok. 0,1 do kilku

sekund. Proszek CdS stosowany np. przez Nicolla i Kazana [26] miał czas zaniku przewodności rzędu kilku dziesiątych sekundy przy uprzednim zastosowaniu oświetlenia kilkudziesięciu luksów. Czas narastania był



Rys. 18. Charakterystyka widmowa prądu fotoelektrycznego I_f (jednostki względne) dla warstwy proszku CdS:Cu, Cl [9]



Rys. 19. Charakterystyka widmowa prądu fotoelektrycznego I_f (jednostki względne) dla warstwy proszku CdS:Ag, Br [9]

w przybliżeniu równy czasowi zaniku. Ogólnie czas zadziałania wzrasta ze wzrostem oświetlenia i jest w pewnym stopniu zależny od przyłożonego napięcia. Duże wartości czasu narastania i zaniku uniemożliwiają np. zastosowanie warstwy w jej obecnym wykonaniu do przenoszenia obrazów ruchomych.

Nicoll i Kazan badając otrzymane drobnokrystaliczne proszki CdS wykonali również oporniki fotoelektryczne warstwowe o dużej powierzchni, dochodzącej do 225 cm^2. Były to komórki z warstwą CdS nałożoną na przewodzącą powierzchnię szkła i pokrytą warstwą metaliczną, np. farbą srebrną. Oświetlenie odbywało się poprzez szkło. Grubość warstwy wynosiła 0,05 ÷ 0,25 mm. Przy pracy przy napięciu z sieci 110 V/50 Hz odległość elektrod (grubość warstwy) ok. 0,125 mm zapewniała dostatecznie dużą czułość i zabezpieczała przed przebiciem. Gęstość prądu wynosiła ok. 10 mA/cm^2 przy natężeniu oświetlenia ok. 10 lx, co przy największych opornikach fotoelektrycznych dawało prąd całkowity rzędu 2 A. Dalszy wzrost prądu był ograniczony jedynie ciepłem wydzielanym na skutek mocy traconej w warstwie CdS. Wzrost natężenia pola był ograniczony napięciem przebicia warstwy.

3.4.3. *Warstwa elektroluminoforu*

Elektroluminofor zastosowany we wzmacniaczu obrazu ma za zadanie promieniować światło widzialne pod wpływem przyłożonego napięcia zmiennego, przy czym to promieniowanie jest kontrolowane miejscowo za pomocą warstwy opornika fotoelektrycznego. Elektroluminofor powinien mieć pożądaną charakterystykę widmową promieniowania, dużą wydajność świetlną, oraz powinien tworzyć warstwę odporną na wpływy fizyczne i chemiczne towarzyszące wykonaniu i eksploatacji. Zależy to w znacznym stopniu od sposobu nałożenia warstwy. Warstwa elektroluminoforu jest wykonywana w postaci warstwy proszku luminoforowego rozmieszczonego w stałym dielektryku, który służy jednocześnie jako lepiszcze. Warstwa ta jest nakładana na przewodzącą powierzchnię szkła. Użyty dielektryk powinien charakteryzować się dużą stałą dielektryczną, wytrzymałością na napięcie zmienne, dużą opornością właściwą. Powinien on równomiernie rozmieszczać cząstki luminoforu, nie reagować z nim i być trwały w czasie pod względem chemicznym i fizycznym.

Jako dielektryk stosuje się różne żywice, np. żywicę alkydową, z dodatkiem żywicy melamino-formaldehydowej lub mocznikowo-formaldehydowej [9]. Mieszaninę proszku luminoforowego z taką żywicą oraz dodatkiem rozpuszczalnika natryskuje się na przygotowaną powierzchnię i suszy w niewysokiej temperaturze. Warstwa ma grubość ok. 25 ÷ 50 μ.

Głównie stosowanym luminoforem jest siarczek cynku ZnS aktywowany miedzią; używa się również koaktywatorów: Cl i Al; dodanie śladów Pb jest również korzystne. Aktywator miedziowy daje barwę świecenia niebieską lub zieloną. W elektroluminoforze ZnS : Cu, Cl względna jaskrawość tych barw zależy w pewnym stopniu od koncentracji jonów chloru oraz od temperatury krystalizacji. Dodanie Mn powoduje elektroluminescencję o barwie pomarańczowej. Światło białe można otrzymać przez odpowiednie zmieszanie luminoforu zielonego, niebieskiego i pomarańczowego.

Pod względem elektrycznym warstwa luminoforu o grubości 25 μ działa jak dobry kondensator o pojemności rzędu 200 pF/cm^2. Przy częstotliwościach akustycznych straty są do pominięcia i pojemność jest praktycznie niezależna od jaskrawości luminoforu.

3.4.4. *Warstwa nieprzezroczysta*

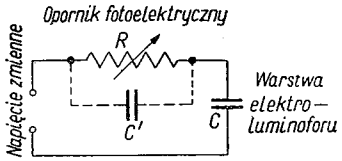
Warstwa nieprzezroczysta rozdzielająca warstwy opornika fotoelektrycznego i elektroluminoforu spełnia ważne zadanie. Warstwa powinna być nieprzezroczysta dla światła, w przeciwnym wypadku występowałyby sprzężenia zwrotne polegające na wstecznym oświetleniu CdS przez lumi-

nofor, co z kolei powodowałoby dodatkowy spadek oporności opornika fotoelektrycznego i wzrost świecenia luminforu. Oczywiście przenoszony obraz zostałby zamazany. Warstwa powinna również dobrze przewodzić elektrycznie w kierunku skrośnym, aby występował na niej mały spadek napięcia od prądu skrośnego płynącego przez wzmacniacz. Natomiast powinna wykazywać dużą oporność wzdłuż warstwy, aby nie powodować pogarszania zdolności rozdzielczej obrazu.

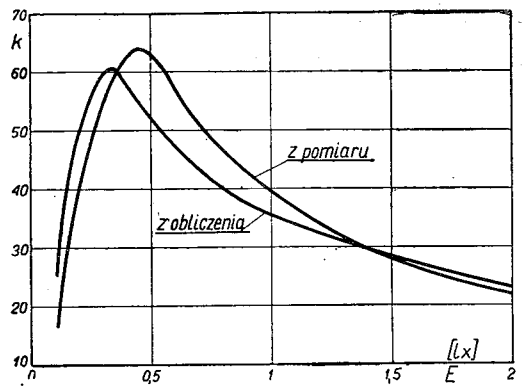
Warstwa nieprzezroczysta wykonana jest z mieszaniny specjalnej sadzy z żywicą typu aralditu. Warstwy nanosi się na przygotowaną uprzednio warstwę opornika fotoelektrycznego przez natryskiwanie. Po wysuszeniu grubość warstwy wynosi zwykle ok. 25 μ.

3.5. Charakterystyki wzmacniaczy dwuwarstwowych

Parametry wzmacniacza dwuwarstwowego, takie jak czas zadziałania i wygaszania oraz zdolność rozdzielcza, zależą głównie od własności poszczególnych warstw wzmiacniacza, przy czym zostały one już omówione powyżej. Obecnie omówione zostaną charakterystyki wzmocnienia obrazu przez wzmacniacz.



Rys. 20. Układ zastępczy wzmacniacza dwuwarstwowego



Rys. 21. Wzmocnienie k teoretyczne i pomierzone doświadczalnie w funkcji oświetlenia wejściowego E dla wzmacniacza dwuwarstwowego [8]

Układ zastępczy wzmacniacza można przedstawić jak na rys. 20. Oporność R opornika fotoelektrycznego zmienia się pod wpływem oświetlenia. Pojemność C warstwy elektroluminescencyjnej pozostaje stała. Analiza matematyczna układu wzmacniacza pozwala na obliczenie charakterystyk wzmocnienia [8], [25]. Obliczenia te są obarczone dużym błędem, gdyż własności poszczególnych warstw zależą znacznie od metody wykonania. Przykładowo rys. 21 przedstawia obliczoną teoretycznie charakterystykę wzmocnienia wzmacniacza obrazu w funkcji oświetlenia wejściowego. Przy małych oświetleniach wzmocnienie jest małe z powodu wykładniczego kształ-

tu charakterystyki świecenia elektroluminoforu (rys. 6). Przy dużym oświetleniu wzmocnienie również maleje z powodu nasycenia prądu w warstwie opornika fotoelektrycznego. W zakresie średniego poziomu oświetlenia wzmocnienie jest kilkudziesięciokrotne.

Na rysunku 21 pokazano również charakterystykę wzmocnienia wzmacniacza pomierzoną doświadczalnie. Pomiaru dokonano oświetlając wzmacniacz przy pomocy źródła światła w postaci żarówki z żarnikiem wolframowym o temperaturze barwy 2870°K. Żarówka taka daje znaczne promieniowanie w podczerwieni. Na promieniowanie to jest częściowo czuła warstwa opornika fotoelektrycznego, co powoduje wzrost jaskrawości elektroluminoforu, natomiast jest nieczuły światłomierz użyty do pomiaru natężenia oświetlenia. Stąd wartości wzmocnienia obliczone na podstawie pomiarów natężenia oświetlenia i jaskrawości wyjściowej wzmacniacza są znacznie przecenione. Przy badaniu wzmacniacza pobudzanego światłem ze źródła o charakterystyce widmowej identycznej z charakterystyką świecenia elektroluminoforu otrzymano wzmocnienie rzędu 14 razy. Jeżeli uwzględni się przy tym przesunięcie charakterystyk widmowych opornika fotoelektrycznego i luminoforu, to można by przyjąć, że maksymalne wzmocnienie dochodzić może do 30-krotnego.

Wraz ze wzrostem częstotliwości dla danego oświetlenia wzmocnienie maleje z powodu zmniejszenia się oporności urojonej kondensatora C i zmiany rozkładu napięcia na obu warstwach wzmacniacza. Jednak całkowita jaskrawość wyjściowa jest większa, gdyż wzrasta ona ze wzrostem częstotliwości.

Przy dużym prądzie „ciemnym" warstwy opornika fotoelektrycznego trudno jest wygasić całkowicie światło na wyjściu luminoforu. Efekt ten jest większy przy mniejszych częstotliwościach, przy których oporność X_C jest duża. Jeżeli dla ułatwienia penetracji światła do wnętrza warstwy CdS zmniejszy się jej grubość, zacznie przybierać na znaczeniu dodatkowa pojemność warstwy C', która również uniemożliwi całkowite wygaszenie światła przy małych wartościach oświetlenia. Niecałkowite wygaszenie światła na wyjściu wzmacniacza stanowi jedną z głównych trudności wykorzystania go do wzmacniania obrazu.

We wzmacniaczach o złożonej budowie pokonuje się częściowo te trudności przez przedzielenie warstwy „czynnej" warstwą nieprzezroczystą, która przeciwdziała powstaniu optycznego sprzężenia zwrotnego. Jeśli nie ma tej warstwy, powstałe sprzężenie może być pomocne w zwiększaniu wzmocnienia układu, lecz nie jest to korzystne, gdyż zatracają się odcienie. Wielkość sprzężenia będzie zależna od stopnia zachodzenia na siebie charakterystyk widmowych obu warstw. Dla użytych warstw CdS : Cu, Cl i elektroluminoforu zielonego charakterystyki są dostatecznie rozsunięte,

tak że tylko przy silnym oświetleniu może nastąpić wzbudzenie układu. Wtedy świecenie wzmacniacza może się samo podtrzymywać na maksymalnej wartości po usunięciu oświetlenia wejściowego. Przerwać je można przez odpowiednie zmniejszenie napięcia. Opisana właściwość wzmacniacza podobna do działania tyratronu może być użyteczna w układach przekaźnikowych [9]. Dla uzyskania maksymalnego sprzężenia zwrotnego należy jednak zbliżyć maksima charakterystyk widmowych CdS i luminoforu przez zastosowanie luminoforu czerwonego lub opornika fotoelektrycznego typu CdS : Ag, Br.

4. ZASTOSOWANIE WZMACNIACZA OBRAZU

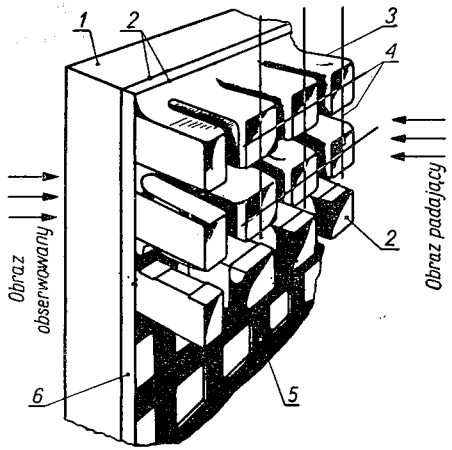
Prace nad wzmacniaczami obrazu nie wyszły jeszcze w zasadzie poza stadium prac laboratoryjnych. Niemniej jednak tempo prac jest intensywne, a ich zakres bardzo szeroki i już obecnie można przewidywać konkretne zastosowania wzmacniacza w wielu dziedzinach.

Ilustracją postępu prac nad półprzewodnikowymi wzmacniaczami obrazu są szczególnie ostatnie publikacje dotyczące osiągnięć w tej dziedzinie firmy amerykańskiej Sylvania Electric Products [35], [36], która prowadzi, jak się wydaje, szczególnie intensywne prace w zakresie zastosowań elektroluminescencji. Opisano trzy rodzaje urządzeń elektroluminescencyjnych służących do przekazywania i wzmacniania obrazów, w tym również w sposób zadowalający obrazów ruchomych. W urządzeniach tych zastosowano materiały ceramiczne lub szkło jako dielektyk, w którym rozmieszczono proszek elektroluminoforowy. Taka warstwa elektroluminoforu w dielektryku ceramicznym ma szereg zalet w porównaniu z warstwami w dielektrykach z tworzyw sztucznych, mianowicie jest bardziej odporna na działanie wilgoci oraz wytrzymuje krótkotrwałe nagrzanie do temperatury powyżej 500°C, co ułatwia nakładanie następnych warstw wzmacniacza.

Opisano następujące rodzaje urządzeń wzmacniaczy.

Typ pierwszy wzmacniacza składał się z płytki szklanej lub metalowej z naniesionymi równoległymi poziomymi paskami przewodzącymi. Warstwa elektroluminoforu pokrywała te paski, a na to były nałożone znowu paski przewodzące, tym razem pionowe. Pod wpływem napięcia zmiennego przyłożonego między jeden z pasków poziomych i jeden z pionowych powstawało w miejscu przecięcia się pasków świecenie luminoforu. Opisane urządzenie miało powierzchnię ok. 13 cm^2 i przy rozstawieniu pasków wynoszącym ok. 1,6 mm zawierało 1024 punkty, które można indywidualnie pobudzać do świecenia.

Typ drugi wzmacniacza służył do magazynowania obrazu. Jego konstrukcję przedstawia rys. 22 [36]. Płytka szkła z warstwą przewodzącą była pokryta warstwą elektroluminoforu. Na niej umieszczono „mozaikę" składającą się z wielkiej ilości prostopadłościanów, każdy o podstawie ok. 0,2 cm^2, powleczonych warstwą opornika fotoelektrycznego. Konstrukcję wzmocniono czarną emalią szklaną, służącą jednocześnie jako warstwa nieprzezroczysta izolująca optycznie między sobą oporniki fotoelektryczne. Każdy z prostopadłościanów pokryty był na wierzchu i pod spodem warstwą przewodzącą elektrycznie, przy czym warstwy wierzchnie były połączone razem siatką metalową. Po przyłożeniu napięcia zmiennego pomiędzy zewnętrzne warstwy przewodzące, oświetlenie któregokolwiek opornika fotoelektrycznego powodowało zaświecenie elektroluminoforu znajdującego się nad nim. Skutkiem optycznego sprzężenia zwrotnego świecenie podtrzymuje się również po usunięciu oświetlenia pierwotnego.



Rys. 22. Konstrukcja wzmacniacza dwuwarstwowego o własnościach magazynowania obrazu [36]

1 — płytka szklana, *2* — warstwa przewodząca, *3* — opornik fotoelektryczny, *4* — siatka łącząca wierzchołki, *5* — warstwa nieprzezroczysta, *6* — warstwa elektroluminoforu

Typ trzeci wzmacniacza składał się z trzech warstw nałożonych na szkle pokrytym warstwą przewodzącą. Były to warstwy: elektroluminescencyjna, opornika fotoelektrycznego i przewodząca elektrycznie. Budowa i działanie tego wzmacniacza były analogiczne do opisanych poprzednio konstrukcji wzmacniaczy dwuwarstwowych.

Możliwe są również różne warianty konstrukcji trzech wymienionych typów wzmacniaczy; np. wg firmy Sylvania „kombinacja typu pierwszego i trzeciego daje wzmacniacz, który może wzmacniać elektronicznie obrazy ruchome". Wzmacniacze takie wykonywano o powierzchni do 25 cm^2. Obraz musiał być obserwowany w pomieszczeniu zaciemnionym. Obrazy były jednobarwne. Przewiduje się różne zastosowania specjalne opisanych wzmacniaczy: we wskaźnikach radiolokatorów, urządzeniach do kontroli ruchu samolotów, wskaźnikach przebiegów chwilowych, urządzeniach pamięciowych maszyn liczących itp.

Opis powyższy nie dotyczył innych możliwych zastosowań wzmacniaczy obrazu, np. w telewizji czy noktowizji. Jednak rozwinięcie konstrukcji

pierwszej wzmacniacza może doprowadzić do opracowania płaskiego ekranu telewizyjnego. Zagadnienie „telewizji na ścianie" jest również opracowywane przez firmę Sylvania, lecz według wypowiedzi przedstawicieli tej firmy trzeba by przynajmniej pięciu lat na zrealizowanie tego projektu przy znacznych wysiłkach naukowych i finansowych. Możliwe byłoby również wykonanie ekranu do telewizji kolorowej przez zastosowanie poziomych pasków z luminoforów różnobarwnych i odpowiednie wybieranie żądanej barwy. Rozwiązanie zagadnienia „telewizji na ścianie" wiąże się oczywiście z koniecznością opracowania systemu wybierania poszczególnych punktów obrazu i innych skomplikowanych zagadnień układowych.

Wydaje się również możliwe zastosowanie półprzewodnikowego wzmacniacza obrazu do celów noktowizji, czyli przetwarzania obrazu niewidzialnego podczerwonego na obraz widzialny. Zasadniczą trudnością jest tu otrzymanie opornika fotoelektrycznego o odpowiednio przesuniętej w kierunku podczerwieni charakterystyce czułości widmowej i dostatecznie małym progu czułości w podczerwieni, charakteryzującym minimalny strumień promieniowania padającego, wywołujący dostrzegalną zmianę jaskrawości elektroluminoforu. Dodatkowo konieczne jest zmniejszenie czasów zadziałania wzmacniacza i zaniku obrazu do wartości umożliwiających wzmacnianie obrazów przedmiotów szybko poruszających się. Specjalnie wykonane oporniki fotoelektryczne typu CdS wykazują czułości w zakresie bliskiej podczerwieni, maksymalnie do ok. 0,8 μ, przy czym nie nadają się one do przenoszenia obrazów ruchomych. Należy zastosować innego rodzaju oporniki fotoelektryczne (prawdopodobnie CdSe, CdTe [9]) o czułości przesuniętej bardziej w podczerwień i o szybszym czasie reagowania. Na temat progu czułości oporników fotoelektrycznych w zakresie podczerwieni brak jest bliższych danych i nie wiadomo, czy mała czułość tych oporników nie będzie czynnikiem uniemożliwiającym praktyczne skonstruowanie przetwornika noktowizyjnego. Ogólnie biorąc ze względu na zastosowanie przetwornika noktowizyjnego do celów wojskowych brak jest w literaturze zagranicznej publikacji na ten temat.

Następną dziedziną zastosowania wzmacniacza może być przetwarzanie na światło widzialne i wzmacnianie obrazu promieniowania rentgenowskiego. Przeprowadzono takie próby przy pomocy wzmacniacza jednowarstwowego i dwuwarstwowego przy bezpośrednim pobudzaniu promieniami X. Można również wzmacniać obraz widzialny otrzymany na ekranie aparatu Rentgena przez przyłożenie wzmacniacza do ekranu. Barwa świecenia, charakterystyka wzmocnienia i czas zadziałania nie stanowią tu istotnych trudności.

Innym polem zastosowania wzmacniacza może być budowa przekaźników elektrooptycznych [9]. Sprzężenie optyczne obwodów umożliwia cał-

kowite odizolowanie elektryczne tych obwodów, dzięki czemu istnieje możliwość zastosowania nowych układów przekaźnikowych.

Zakład Radiotechniki Politechniki Warszawskiej

WYKAZ LITERATURY

1. Szczeniowski S.: Fizyka doświadczalna, cz. IV Optyka. 1951, s. 179 i dalsze.
2. Paszkowski B., Hennel J.: Lampy elektronowe. Warszawa 1953, s. 246 i dalsze.
3. Iwanow A.: Elektryczne źródła światła. Lampy wyładowcze. Tłum. z rosyjskiego. Warszawa 1953.
4. Gudden B., Pohl R.: Über Ausleuchtung der Phosphoreszenz durch elektrische Felder.— Z. Phys., 1920, t. 2, s. 192—6.
5. Destriau G.: The New Phenomena of Electro-Photoluminescence and its Possibilities for the Investigation of Crystal Lattice.— Phil. Mag., 1947, t. 38, s. 700—739, 774—793, 880—888.
6. Payne E., Mayer, Jerome: Electroluminescence — A New Method of Producing Light.— Illum. Eng., 1950, t. 45, s. 688—693.
7. Orthuber R. K., Ullery L. R.: A Solid — State Image Intensifier.— J. Opt. Soc. Am., 1954, t. 44, s. 297—9; Electric. Comm., 1954, t. 31, s. 198—201.
8. Kazan B., Nicoll F.: An Electroluminescent Light-Amplifying Picture Panel.— P.I.R.E., 1955, t. 43, s. 1888—1897.
9. Tomlinson T. B.: Principles of the Light-Amplifier and Allied Devices.— J. of B.I.R.E., 1957, t. 17, Nr 3, s. 141—154.
10. Fischer A.: Elektrolumineszenz.— Z. angew. Phys., 1955, t. 7, nr 5, s. 258—263.
11. Rudkin A. C. F.: The Light-Amplifier.— Brit. Comm. and Electronics, 1957, t. 41, nr 5, s. 288—291.
12. Wierzba H.: Metody otrzymywania elektroluminescencyjnego siarczku cynku (Publikacja wewnętrzna Zakładu Radiotechniki P. W.).
13. Zalm P.: The Electroluminescence of ZnS Type Phosphors.— Phil. Res. Rep., 1956, t. 11, nr 5, s. 353—399, nr 6 s. 417—451.
14. Tomlinson T. B.: Luminescence in ZnS : Cu, Cl Phosphors at High Cu Concentration.— J. of Electronics, 1956, t. 2, nr 2, s. 166—178.
15. Lehman W.: Contact-Electroluminescence.— J. Electrochem. Soc., 1957, t. 104, nr 1, s. 45—50.
16. Sosnowski L.: Przejścia optyczne w półprzewodnikach.— Postępy Fizyki, 1957, t. 8, nr 2, s. 131—138.
17. Piper W. W., Williams F. E.: The Mechanism of Electroluminescence in Zinc Sulfide.— Brit. J. of appl. Phys., 1954, supplement Nr 4, s. 39—44.
18. Matossi F.: Elektrolumineszenz und Elektrophotolumineszenz. F. Vieweg u. S., Braunschweig 1957.
19. Morkowska K.: Elektroluminescencja kryształów.— Postępy Fizyki, 1954, t. 5, nr 3, s. 293—304.
20. Jaszczyn P.: Niektóre zagadnienia elektroluminescencji fosforów krystalicznych.— Postępy Fizyki, 1957, t. 8, nr 2, s. 139—146.

21. Piper W. W., Williams F. E.: Theory of Electroluminescence.— Phys. Rev., 1955, t. 98, nr 6, s. 1809—13.
22. Cusano D. A.: Radiation-Controlled Elektroluminescence and Light Amplification in Phosphor Filters. — Phys. Rev., 1955, t. 98, nr 2, s. 546—7.
23. J. appl. Phys., 1955, t. 26, nr 3, s. 358.
24. Williams F. E., Cusano D. A.: Photoelectroluminescence — electroluminescence controlée par les radiations.— J. phys. Radium, 1956, t. 17, s. 742—47.
25. Diemer G., Klasens H. A., van Santen J. G.: Solid — State Image Intensifiers.— Phil. Res. Rep., 1955, t. 10, nr 6, s. 401—424.
26. Nicoll F., Kazan B.: Large-Area High-Current Photoconductive Cells Using CdS Powder.— J. opt. Soc. Am., 1955, t. 45, nr 8, s. 647—50.
27. Holland L., Siddall G.: The Properties of Some Reactively Sputtered Metal Oxide Films.— Vacuum, 1953, t. 3, nr 4, s. 375—91.
28. Fischer A.: Dünne Halbleiterschichten auf Glas.— Z. Naturforsch., 1954, t. 9a, s. 508—14.
29. Gomer R.: Preparation and Some Properties of Conducting Transparent Glas.— R.S.I., 1953, t. 24, s. 993.
30. Holland L.: Vacuum Deposition of Thin Films. London 1956, s. 493 i dalsze.
31. Wojciechowski J.: Otrzymywanie przezroczystych warstw półprzewodnikowych na szkle metodą hydrolizy aktywowanego $SnCl_4$.— Archiwum Elektrotechniki, 1958, t. 7, zesz. 3.
32. Aitchison R. E.: Transparent Semiconducting Oxide Films.— Austr. J. appl. Sci., 1954, t. 5, s. 10—17.
33. Thomsen S. M., Bube R. H.: High-Sensitivity Photoconductor Layers.— R.S.I., 1955, t. 26, nr 7, s. 664—5.
34. Bramley A.: Properties of CdS Films Deposited in Vacuo.— Phys. Rev., 1955, t. 98, s. 246.
35. Pictures on a Flat Panel.— Radio et T. V. News, 1957, t. 58, nr 3, s. 55 i 103.
36. Butler K. H., Koury F.: The Sylvatron, a New Application of Electroluminescence.— Sylvania Technol., 1957, t. 10, nr 4, s. 98—101.

E. ВОЙЦЕХОВСКИ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ ДЛЯ УСИЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Резюме

В статье описано сначала явление электролюминесценции в твёрдых веществах, замеченное впервые Дестрио в 1936 г., которое состоит в свечении специального рода люминофоров помещенных в диэлектрике плоского конденсатора, вызванном электическим полем между пластинами конденсатора.

В дальнейшем описаны свойства усилителей изображения: однослойного и двухслойного. В однослойном усилителе используется явление фотоэлектролюминесценции, то есть электролюминесцентное свечение люминофора вызывается и управляется излучением падающим на люминофор, на пример ультрафиолетовым излучением. Двухслойный усилитель состоит из двух основных слоев: элек-

тролюминофора и фотосопротивления, а управление свечением происходит с помощью изменения величины сквозного сопротивления фотосопротивления вызванного в свою очередь изменением светового потока падающего на фотосопротивление.

Описана конструкция нескольких типов слоевых усилителей разработанных в США и изложены технологические вопросы выступающие в процессе изготовления усилителей.

Указаны также возможности различных применений усилителей изображения в телевидении, ноктовидении, для преобразования и усиления изображения рентгеновского излучения и т. п.

J. WOJCIECHOWSKI

APPLICATION OF THE ELECTROLUMINESCENCE PHENOMENON TO AMPLIFYING THE IMAGE

Summary

The electroluminescence phenomenon in solids is characterized in the beginning of the paper. This phenomenon, observed for the first time by Destriau in 1936, consists in the luminescence of special kind of phosphors by the application of an alternating field to the phosphor suspended in the dielectric of a capacitor.

Subsequently, the properties of image amplifiers are described, i. e. those with a single electroluminescence layer and a double electroluminescence layer. In a single-layer amplifier the photo electroluminescence phenomenon is utilized, i. e. the electroluminescence of the phosphor is caused and controlled by the incident light, e. g. ultraviolet radiation. The double-layer amplifier consists of two principle layers: the phosphor and photoconductor, and the luminescence is controlled through the change of the photoconductor resistance under the influence of the change of illumination of this conductor.

The construction of a few types of layer amplifiers, designed in USA, is given and technological problems arising during the construction of amplifiers are discussed. Possibilities of different applications of image amplifiers to television, noctovision, transforming and amplifying the image of X-ray radiation, etc. are shown.

ZBIGNIEW KOWALSKI

621.3.09

Oporności i schematy zastępcze napowietrznych linii średnich napięć typu „cztery przewody-ziemia"

Rękopis dostarczono 22.8.1957

Na wstępie sprecyzowano cel pracy, potem zaś podano ogólne własności układu przesyłowego typu „cztery przewody — ziemia" oraz wymieniono niektóre zalety tego układu i jego wady. W drugiej części pracy podano metody obliczeń zastępczych oporności własnych, wzajemnych i roboczych linii typu „cztery przewody — ziemia" (CPZ) oraz schematy zastępcze układu przesyłowego i linii typu CPZ w warunkach normalnej pracy.

W dalszym ciągu podano zasadnicze zależności dla składowych symetrycznych dwufazowych, a następnie równania podstawowe dla składowych symetrycznych grupowych napięcia i prądu. W części czwartej podano metody obliczeń oporności linii typu CPZ dla składowych symetrycznych grupowych w przypadku ogólnym i przy założeniu, że linia tego typu jest symetryczna. Dla tego ostatniego wariantu przedstawiono praktyczne wzory na oporności zastępcze oraz schematy zastępcze linii typu CPZ dla składowych symetrycznych grupowych.

W dalszej części pracy rozważono wpływ początkowo jednego przewodu odgromowego, a następnie dwóch przewodów na oporności zastępcze linii typu CPZ i podano zależności na oporność dla składowej symetrycznej grupowej kolejności 00 linii CPZ o jednym i dwu przewodach odgromowych.

1. WSTĘP

Sposób pracy linii w układzie CPZ został podany w 1952 r. przez Andriejewa [1] i Filsztinskiego [5]. W pracach [1], [4], [5], [8] i [11] omówione są ogólne właściwości linii typu CPZ, próba ich obliczeń [4], a nawet rozważone są problemy konstrukcyjne linii tego typu [11]. Podane przez Ebina [4] podstawy elektrycznych obliczeń linii typu CPZ przy pomocy składowych symetrycznych grupowych nie mogą być uważane za wyczerpujące.

Celem niniejszej pracy jest podanie przede wszystkim metod obliczeń zastępczych oporności napowietrznych linii typu CPZ w warunkach normalnej pracy (oporności roboczych) i oporności dla składowych symetrycznych grupowych, podanie praktycznych wzorów na ich obliczanie, jak rów-

nież zapoznanie z ogólnymi zasadami składowych symetrycznych grupowych.

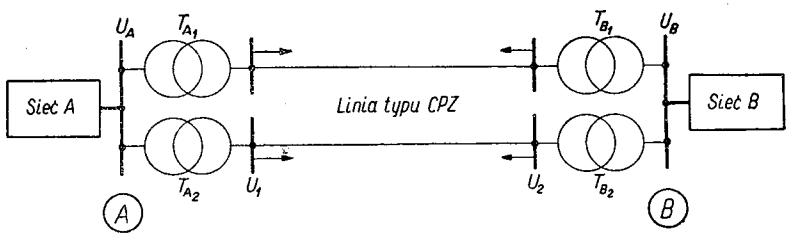
Rozważone tu będą napowietrzne linie typu CPZ średnich napięć, tj. takie linie, których zastępczy schemat opornościowy będzie składał się z oporności podłużnych. Uwzględniony będzie również wpływ przewodów odgromowych na oporności zastępcze linii dla składowych symetrycznych grupowych.

W obliczeniach linii bardzo wysokich napięć uwzględnia się oprócz oporności podłużnych także przewodności linii. W odniesieniu do takich linii, które by mogły ewentualnie pracować w układzie typu CPZ, podane tu metody mają zastosowanie do obliczeń ich zastępczych oporności podłużnych.

Zawarte w pracy zależności i wnioski mogą być podstawą do obliczeń linii, układów przesyłowych i sieci typu CPZ w warunkach normalnych i awaryjnych. Zagadnienia te mogą być tematem oddzielnych prac.

2. OGÓLNE WŁASNOŚCI LINII TYPU CPZ

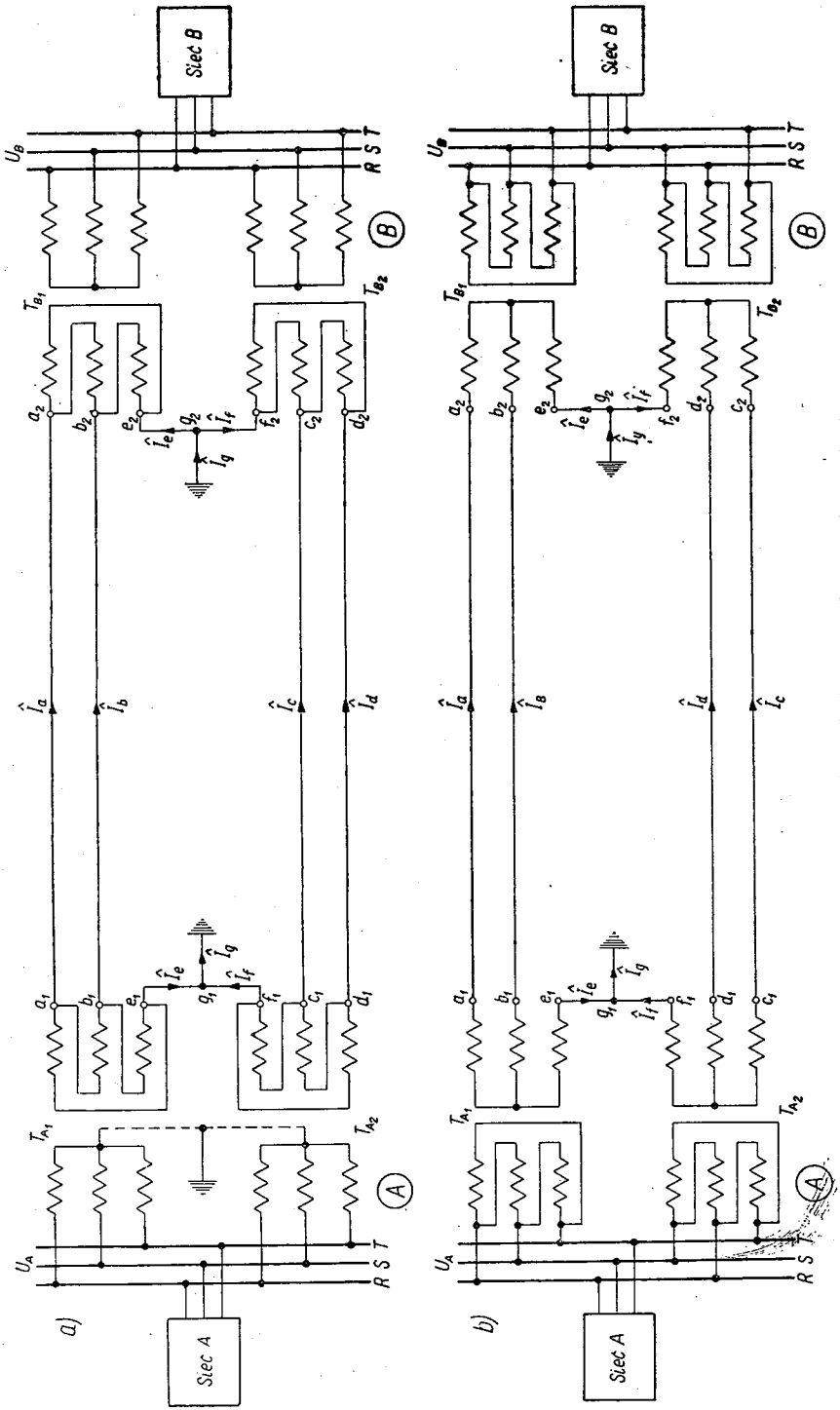
Na rys. 1 podano fragment sieci, w której pracuje napowietrzna linia średniego napięcia, np. 30 kV, typu „cztery przewody—ziemia" (w skrócie: CPZ).



Rys. 1. Fragment sieci z linią typu „cztery przewody — ziemia" (CPZ)

Jednym z warunków koniecznych właściwej pracy linii typu CPZ jest co najmniej jedna para transformatorów na stacji zasilającej linię (stacja *A* na rys. 1) oraz co najmniej jedna na stacji zasilanej z linii (stacja *B*). Na rys. 2 przedstawiono trójfazowe schematy sieci z rys. 1, przy czym na rys. 2a transformatory na stacji *A* mają układ połączeń *Yd*, a na stacji *B* — układ *Dy*, zaś na rys. 2b transformatory na stacji *A* wykonane są w układzie *Dy*, a na stacji *B* — w układzie *Yd*.

Cechą charakterystyczną i poważną zaletą linii przesyłowej typu CPZ jest to, że w czasie normalnej pracy i przy symetrycznym obciążeniu prądowym linii przez ziemię prąd nie płynie. Cztery przewody i ziemia mogą



Rys. 2. Schematy układu przesyłowego typu CPZ
a) transformatory w układzie połączeń Yd (T_A) i Dy (T_B); b) transformatory w układzie połączeń Dy (T_A) i Yd (T_B)

zastępować linię normalną (trójfazową trójprzewdową) dwutorową, o sześciu przewodach. Tak więc ziemia spełnia rolę dwóch przewodów fazowych linii 6-przewodowej, przynależnych do dwóch różnych części linii, z tym jednak, że prądy wpływające do ziemi na początku linii i odpływające z ziemi na jej końcu znoszą się. To znoszenie się prądów faz uziemionych układu typu CPZ w warunkach symetrii prądowej uzyskuje się przez odpowiedni wybór grupy połączeń transformatorów na początku i na końcu linii.

Oznaczmy przez I_a, I_b i I_e[1]) — prądy wpływające do linii CPZ z zacisków transformatora T_{A1}, zaś przez I_c, I_d i I_f — prądy wpływające do linii z zacisków transformatora T_{A2} (rys. 2). Załóżmy, że prądy płynące w poszczególnych fazach sieci A i B tworzą symetryczny układ trójfazowy. Obciążenie obu transformatorów na stacji B lub A będzie identyczne, ponieważ ich dane znamionowe — poza grupą połączeń — są takie same.

W odniesieniu do prądów wypływających z transformatorów na stacji A (analogicznie na stacji B) spełnione są więc równania ogólne:

$$\left.\begin{aligned} I_a + I_b + I_e &= 0\,, \\ I_c + I_d + I_f &= 0\,. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

oraz zgodnie z założeniem:

i

$$\left.\begin{aligned} I_b &= a^2 I_a\,, \quad I_e = a I_a\,, \\ I_d &= a^2 I_c\,, \quad I_f = a I_c\,, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

gdzie a — operator charakterystyczny składowych symetrycznych trójfazowych.

Jeżeli oznaczymy przez I_R, I_S, I_T prądy wpływające do obu transformatorów z szyn napięcia U_A na stacji A, wówczas — zakładając przekładnię ww. transformatorów równą ϑ_T i pomijając ich prąd magnesujący — otrzymamy następujące zależności dla prądów wypływających z zacisków transformatora T_{A1}:

$$\left.\begin{aligned} I_a &= \vartheta_T \frac{I_R}{2}\, e^{-jH_1 30^\circ}\,, \\ I_b &= \vartheta_T \frac{I_S}{2}\, e^{-jH_1 30^\circ}\,, \\ I_e &= \vartheta_T \frac{I_T}{2}\, e^{-jH_1 30^\circ}\,, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

[1]) Podane w nin. pracy oznaczenia prądów (I), napięć i strat napięć (U) i (ΔU) oraz oporności pozornych (Z) są wielkościami zespolonymi.

i dla prądów wypływających z zacisków transformatora T_{A2}:

$$\left.\begin{aligned} I_c &= \vartheta_T \frac{I_R}{2} e^{-jH_2 30^\circ}, \\ I_d &= \vartheta_T \frac{I_S}{2} e^{-jH_2 30^\circ}, \\ I_f &= \vartheta_T \frac{I_T}{2} e^{-jH_2 30^\circ}, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

gdzie:

H_1 — liczba oznaczająca grupę połączeń (w godzinach umownych) transformatora T_{A1},

H_2 — jak wyżej, lecz transformatora T_{A2}.

Prąd wpływający do ziemi (I_g) w punkcie połączenia przewodów uziemiających jednakoimiennych faz obu transformatorów (punkt g_1 na rys. 2), jako prąd dwóch faz linii zastąpionej ziemią, będzie równy zeru, jeżeli zostanie spełnione następujące równanie:

$$I_g = I_e + I_f = \vartheta_T \frac{I_T}{2} e^{-jH_1 30^\circ} + \vartheta_T \frac{I_T}{2} e^{-jH_2 30^\circ} = 0. \tag{5}$$

Z warunku (5) wynika:

$$e^{-jH_1 30^\circ} = -e^{-jH_2 30^\circ}, \tag{6}$$

a stąd równanie:

$$H_1 30^\circ = \pm 180^\circ + H_2 30^\circ. \tag{6a}$$

Z równania (6a) otrzymuje się dwie równoważne zależności, a mianowicie:

$$\begin{aligned} H_2' &= H_1 + 6 \\ H_2'' &= H_1 - 6^1). \end{aligned} \tag{7}$$

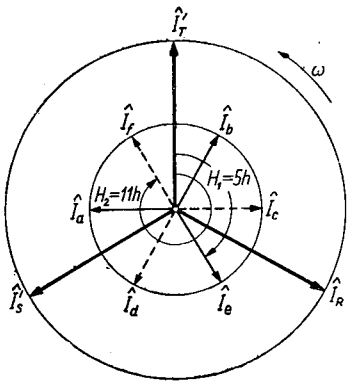
Na rys. 3 podano wykresy wskazowe prądów w układzie CPZ na podstawie równania (7), zakładając $H_1 = 5$ h.

W oparciu o równanie (7) podano w tabl. 1 zestawienie typowych układów i grup połączeń transformatorów, które mogą pracować w systemie „cztery przewody—ziemia" nie powodując w przypadku symetrii prądowej przepływu prądu przez ziemię pod linią CPZ i które po stronie linii CPZ mają uziemione fazy jednakoimienne.

Jak widać z tabl. 1 otrzymuje się 2 × 8 możliwych wariantów pracy transformatorów w układzie CPZ, jeżeli operować układem połączeń gwiazda-gwiazda", „gwiazda-trójkąt", „trójkąt-gwiazda" i „trójkąt-trój-

[1]) (−)6 godzin w układzie przesunięć godzinowych na wykresach wskazowych jest równoważne (+)6 godzinom.

kąt", zakładając uziemienie np. fazy T transformatorów T_{A1} i T_{A2} jak na rys. 2. Ponieważ każda z faz transformatorów po stronie linii może być odpowiednio uziemiona, liczba wariantów pracy transformatorów w układzie przesyłowym CPZ wzrasta do $3 \times 2 \times 8$.



Rys. 3. Wykres wskazowy prądów w układzie przesyłowym typu CPZ

Tablica 1

Zestawienie układów i grup połączeń transformatorów pracujących w systemie „cztery przewody-ziemia"

Lp.	Transformatory	
	1	2
1	*Yy* 0	*Yy* 6
2	*Yy* 6	*Yy* 0
3	*Yd* 1	*Yd* 7
4	*Yd* 7	*Yd* 1
5	*Yd* 5	*Yd* 11
6	*Yd* 11	*Yd* 5
7	*Dd* 0	*Dd* 6
8	*Dd* 6	*Dd* 0
9	*Dd* 2	*Dd* 8
10	*Dd* 8	*Dd* 2
11	*Dd* 4	*Dd* 10
12	*Dd* 10	*Dd* 4
13	*Dy* 1	*Dy* 7
14	*Dy* 7	*Dy* 1
15	*Dy* 5	*Dy* 11
16	*Dy* 11	*Dy* 5

Oczywiście wybór układu i grupy połączeń transformatorów przeznaczonych do pracy w sieciach typu CPZ nie może być dowolny. Warunki techniczne pracy sieci, względy na konstrukcję transformatorów i aspekty ekonomiczne decydują o właściwym wyborze zarówno układu, jak i grupy połączeń takich transformatorów.

Układ przesyłowy typu CPZ jest z zasady układem niesymetrycznym. Stąd wynika, iż mimo symetryczności innych elementów sieci, w której pracują linie CPZ, przez ziemię pod linią CPZ może płynąć pewien prąd, którego wartość można obliczyć z zależności:

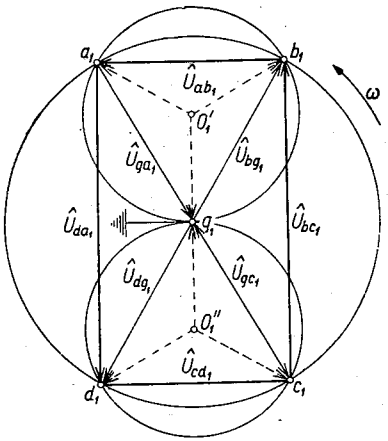
$$I_g = -(I_a + I_b + I_c + I_d), \tag{8}$$

gdzie I_a, I_b, I_c, I_d — prądy w odpowiednich przewodach linii CPZ.

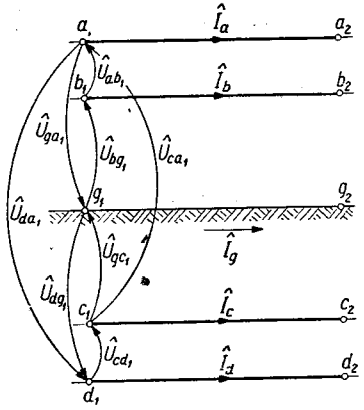
Na rys. 4 podano wykres wskazowy napięć na początku linii CPZ, zaś na rys. 5 — uproszczony schemat linii typu CPZ z zaznaczeniem napięć podanych na tym wykresie wskazowym. Wykres ten został wyko-

nany przy założeniu symetrycznego układu napięć na zaciskach transformatorów zasilających linię. Podobny wykres można sporządzić dla napięć na końcu linii i w dowolnym jej punkcie.

Na wykresie wskazowym (rys. 4) zaznaczono również napięcia fazowe (nie w stosunku do ziemi): umyślone — w przypadku gdy transformatory od strony linii CPZ połączone są w trójkąt (rys. 2a), i rzeczywiste — występujące na uzwojeniach fazowych transformatorów posiadających od strony linii uzwojenia połączone w gwiazdę (rys. 2b).



Rys. 4. Wykres wskazowy napięć linii typu CPZ



Rys. 5. Napięcia w linii typu CPZ

Oznaczmy przez U_n napięcie znamionowe (międzyprzewodowe) normalne sieci, w której pracuje linia CPZ, i załóżmy, że napięcie to jest równe napięciu znamionowemu uzwojeń transformatorów od strony linii CPZ i jest równe rzeczywistemu napięciu występującemu na zaciskach transformatorów od strony linii.

Opierając się na wykresie wskazowym (rys. 4) i pomijając indeksy „1" oznaczające napięcie na początku linii, można napisać następujące związki między napięciami międzyprzewodowymi linii CPZ i napięciem znamionowym U_n:

$$\left.\begin{aligned} U_{ab} &= U_{ag} = U_{bg} = U_n, \\ U_{cd} &= U_{cg} = U_{dg} = U_n, \\ U_{ad} &= U_{bc} = \sqrt{3}\,U_n, \\ U_{ac} &= U_{bd} = 2U_n. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Zależności (9) są podstawą wyboru izolacji CPZ i urządzeń wysokiego napięcia w stacjach powiązanych z linią CPZ.

Przesył energii elektrycznej liniami typu CPZ średnich napięć daje stosunkowo duże korzyści w porównaniu z niektórymi liniami i sieciami

normalnymi (trójfazowymi trójprzewodowymi). Sieci typu CPZ mają również pewne wady ograniczające zakres ich stosowania.

W pracach [1], [5] i [8] kwestie wad i zalet linii i sieci CPZ są względnie szeroko przedyskutowane w oparciu o warunki energetyczne w Związku Radzieckim.

W pracy niniejszej ograniczymy się do podania istotnych wad i zalet sieci typu CPZ w porównaniu z sieciami normalnymi na tle cytowanych prac radzieckich i wg zdania autora z pewnym uwzględnieniem warunków polskich. To porównanie nie jest tu celem samym w sobie i z konieczności musi się ograniczyć do przesłanek ogólnikowych.

Izolacja linii CPZ i wszystkich urządzeń wysokiego napięcia pracujących w systemie CPZ w stosunku do ziemi w warunkach normalnej pracy musi być projektowana na napięcie międzyprzewodowe. Sieci normalne o izolowanym lub skompensowanym punkcie zerowym, a więc w większości krajów, w tym także i w Polsce, mają izolację w stosunku do ziemi przystosowaną do pracy w warunkach normalnych pod napięciem międzyprzewodowym. Urządzenia te mogą zatem pracować w sieci typu CPZ o tym samym napięciu znamionowym U_n[1]).

Sieci rejonowe w wielu krajach, a także w Polsce, budowane są na napięcia 10(15) ÷ 30(40) kV. Stacje elektryczne w tych sieciach są w większości przypadków stacjami co najmniej i na ogół dwutransformatorowymi. Jeżeli sieci rejonowe będą budowane w systemie CPZ, wtedy otrzyma się przy ich stosowaniu korzyści wymienione poniżej.

1. W porównaniu z napowietrznymi liniami normalnymi dwutorowymi przy przesyłaniu tej samej mocy:

a) zmniejszenie materiału przewodowego i osprzętu sieciowego przez zastosowanie czterech zamiast sześciu przewodów,

b) zmniejszenie strat mocy czynnej o około 33%,

c) zmniejszenie kosztów konstrukcji wsporczych linii i kosztów eksploatacyjnych.

2. W porównaniu z napowietrznymi liniami normalnymi jednotorowymi:

a) kosztem podwieszenia jednego (czwartego) przewodu przy założeniu tego samego przekroju w obu typach linii, linią typu CPZ można przesłać moc dwa razy większą aniżeli linią normalną,

b) przy przesyłaniu tej samej mocy linią normalną i linią typu CPZ i przy zachowaniu tej samej gęstości prądu w przewodach obu typów linii,

---

[1]) Za napięcie znamionowe linii lub sieci typu CPZ można uważać napięcie znamionowe każdej charakterystycznej części linii lub sieci CPZ, czyli napięcie znamionowe linii DPZ, z których właściwie składają się linie typu CPZ.

tj. przy zmniejszeniu o połowę przekroju przewodów linii CPZ, straty mocy w linii CPZ maleją o około 33% oraz o tyleż zmniejsza się ilość materiału przewodowego.

3. W porównaniu z liniami kablowymi:

a) linia kablowa 4-żyłowa pracująca w sieci typu CPZ może zastąpić linię kablową dwutorową o kablach 3-żyłowych i o tych samych przekrojach żył w obu przypadkach, przy czym wydaje się, że koszt kabla 4-żyłowego będzie mniejszy od kosztu dwóch kabli 3-żyłowych,

b) linią kablową 4-żyłową pracującą w systemie CPZ można przesłać dwukrotnie większą moc aniżeli linią kablową o kablu 3-żyłowym o tych samych przekrojach.

Zastosowanie sieci CPZ zamiast sieci normalnej w przypadku sieci rejonowych ma również ujemne strony, a mianowicie następujące.

1. Stacje elektryczne w sieci CPZ nie mogą być budowane jako stacje uniwersalne. Z rozdzielni stacyjnych w sieci CPZ nie można wyprowadzać linii normalnych (trójfazowych trójprzewodowych) przy wykorzystaniu wszystkich transformatorów w stacji. Z rozdzielni tych mogą być wyprowadzone tylko linie typu CPZ, DPZ i linie trójfazowe trójprzewodowe o fazie normalnie uziemionej.

2. W stacjach pracujących w sieciach typu CPZ, jeżeli sieć sprzęgnięta z nimi nie jest siecią pracującą o skutecznie uziemionym punkcie zerowym, może zajść potrzeba zmniejszenia oporności uziemień ze względu na bezpieczeństwo pracy przy tych urządzeniach podczas zwarcia w sieci CPZ.

3. W liniach typu CPZ może wyniknąć potrzeba zwiększenia odstępów między niektórymi przewodami linii CPZ ze względu na wytrzymałość elektryczną, co wynika ze wzorów (9).

Układ przesyłowy typu CPZ jest źródłem asymetrii napięć i prądów w sieci, co jest również pewną jego wadą. Wada ta nie odgrywa istotnej roli w praktyce, bowiem — jak wykazały obliczenia przeprowadzone przez autora — asymetria ta nie przekracza w sieciach średnich napięć typu CPZ średnio 2 ÷ 3% i jest na ogół mniejsza od 5% bez stosowania specjalnych środków do jej zmniejszenia.

Należy tu jeszcze dodać, że w przypadku wyłączenia jednego z przewodów linii CPZ, linia może pracować po przełączeniu jako linia normalna jednotorowa, co jest dość istotną zaletą eksploatacyjną linii CPZ w porównaniu z linią normalną jednotorową.

W sieci CPZ nie ma potrzeby stosowania środków do kompensacji pojemnościowych prądów zwarcia z ziemią jak w niektórych sieciach o nieuziemionym skutecznie punkcie zerowym.

Sieci typu CPZ mogą również w licznych przypadkach konkurować z sieciami okręgowymi na wyższe napięcie znamionowe. Na przykład w wie-

lu krajach słabo zelektryfikowanych można rozważyć w niektórych okręgach możliwość zastąpienia sieci 110 kV o liniach jednotorowych sieciami typu CPZ o napięciu znamionowym 30—60 kV. Za tą koncepcją mogą przemawiać: mniejszy koszt transformacji i wszystkich urządzeń wysokiego napięcia, względy eksploatacyjne, o których wspomniano wyżej, i być może mniejsze koszty inwestycyjne linii przesyłowych. Są w praktyce ekonomicznie uzasadnione przypadki budowy sieci o napięciach znamionowych o wartościach pośrednich między napięciami znamionowymi znormalizowanymi, np. między 30 i 110 kV. W takich przypadkach zastosowanie sieci typu CPZ 30 (60) kV zamiast sieci 110 kV może okazać się rozwiązaniem najwłaściwszym ekonomicznie.

Sieci typu CPZ mogą również być projektowane na napięcia bardzo wysokie. Jednak w miarę wzrostu napięcia znamionowego udział kosztów izolacji urządzeń i linii jest coraz większy. Jest więc wątpliwa opłacalność budowy stacji i linii typu CPZ o napięciu znamionowym od 110 (220) kV wzwyż, zważywszy, że napięcie faz nieuziemionych w stosunku do ziemi w systemie CPZ jest równe napięciu międzyprzewodowemu.

Przy wyborze wariantów układów przesyłowych sieci o różnych napięciach — normalnych i typu CPZ — poza względami technicznymi decydują oczywiście wskaźniki ekonomiczne, jak koszt budowy jednego km linii na jednostkę mocy przesyłanej, koszty eksploatacyjne itd., a poza tym warunki eksploatacyjne linii. Należy zaznaczyć, że do tej pory brak jest jakichkolwiek wyników eksploatacyjnych linii typu CPZ.

W Polsce — zdaniem autora — budowanie sieci typu CPZ może być opłacalne przede wszystkim w zakresie sieci rejonowych 15 ÷ 30 (60) kV i to raczej w okręgach jeszcze słabo zelektryfikowanych (głównie w Okręgu Energetycznym Wschodnim), gdzie sieci tego typu mogą być budowane oddzielnie bez potrzeby powiązania ich z sieciami już istniejącymi. Jeżeli linie trójfazowe trójprzewodowe średnich napięć mogłyby pracować z fazą normalnie uziemioną, co wymaga potwierdzenia takiej pracy w eksploatacji, wtedy sieci typu CPZ średnich napięć mogą znaleźć szersze zastosowanie w polskim systemie elektroenergetycznym.

3. OPORNOŚCI ZASTĘPCZE PODŁUŻNE LINII TYPU CPZ — WŁASNE, WZAJEMNE I ROBOCZE

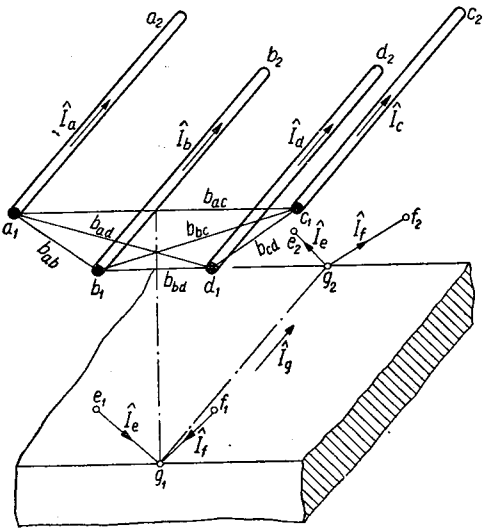
Między napięciami fazowymi (faz nieuziemnionych w stosunku do ziemi, patrz pkt 3) na początku linii CPZ (U_{a1} i U_{b1} oraz U_{c1} i U_{d1}) i na jej końcu (U_{a2} i U_{b2} oraz U_{c2} i U_{d2}) zachodzą następujące oczywiste związki:

$$\left.\begin{aligned} U_{a_1} - U_{a_2} &= \Delta U_a, \\ U_{b_1} - U_{b_2} &= \Delta U_b, \\ U_{c_1} - U_{c_2} &= \Delta U_c, \\ U_{d_1} - U_{d_2} &= \Delta U_d, \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

gdzie:

ΔU_a — strata napięcia w pętli „przewód a -ziemia" (pętla: a_1-a_2-g_2-g_1),
ΔU_b — „ „ „ „ „przewód b -ziemia" (pętla: b_1-b_2-g_2-g_1),
ΔU_c — „ „ „ „ „przewód c -ziemia" (pętla: c_1-c_2-g_2-g_1),
ΔU_d — „ „ „ „ „przewód d -ziemia" (pętla: d_1-d_2-g_2-g_1).

Zakładamy na początku, że oporności uziemień roboczych na stacjach A i B (rysunki 1 i 2) są równe zeru. Oporności te są ściśle związane z systemem CPZ a ich wartość wpływa na napięcia dotykowe i krokowe, które mogą być niebezpieczne dla obsługi przede wszystkim przy zwarciach doziemnych w linii CPZ.



Rys. 6. Przestrzenny uproszczony rysunek linii typu CPZ

Jeżeli znane są straty napięcia w wyżej wymienionych pętlach ziemiopowrotnych „przewód-ziemia", wówczas występujące straty napięcia w odpowiednich pętlach „przewód-przewód" mogą być określone w sposób jednoznaczny z prawa Kirchhoffa, tak np. strata napięcia w pętli, przewód a — przewód b $\Delta U_{ab} = U_{ab1} - U_{ab2} = \Delta U_a - \Delta U_b$. Na rysunku 6 podany jest przestrzenny uproszczony rysunek linii typu CPZ, na którym podano oznaczenia niektórych wielkości użytych w pracy.

Z ogólnego równania (8) wynika, że ziemia jest drogą powrotną dla prądów przewodowych w linii CPZ. Oznacza to, że układ „cztery przewody -ziemia" można zastąpić czterema pętlami ziemnopowrotnymi, między któ-

rymi istnieją sprzężenia magnetyczne. Strata napięcia w każdej pętli „przewód-ziemia" będzie zależeć od prądu płynącego w tej pętli oraz od prądów płynących przez pozostałe pętle, które za pośrednictwem strumieni przez siebie wytworzonych indukują odpowiednie siły elektromotoryczne w pętli rozważonej. Możemy zatem napisać:

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_a &= I_a Z_{aa_g} + I_b Z_{ba_g} + I_c Z_{ca_g} + I_d Z_{da_g}, \\ \Delta U_b &= I_a Z_{ab_g} + I_b Z_{bb_g} + I_c Z_{cb_g} + I_d Z_{db_g}, \\ \Delta U_c &= I_a Z_{ac_g} + I_b Z_{bc_g} + I_c Z_{cc_g} + I_d Z_{dc_g}, \\ \Delta U_d &= I_a Z_{ad_g} + I_b Z_{bd_g} + I_c Z_{cd_g} + I_d Z_{dd_g}, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

lub w postaci równania macierzowego:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_a \\ \Delta U_b \\ \Delta U_c \\ \Delta U_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa_g}, & Z_{ba_g}, & Z_{ca_g}, & Z_{da_g} \\ Z_{ab_g}, & Z_{bb_g}, & Z_{cb_g}, & Z_{db_g} \\ Z_{ac_g}, & Z_{bc_g}, & Z_{cc_g}, & Z_{dc_g} \\ Z_{ad_g}, & Z_{bd_d}, & Z_{cd_g}, & Z_{dd_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} \tag{11a}$$

Podane oporności we wzorach (11) oznaczają:

Z_{aa_g}, Z_{bb_g}, Z_{cc_g}, Z_{dd_g} — oporności własne odpowiednich pętli ziemnopowrotnych;

Z_{ba_g}, Z_{ca_g}, Z_{da_g} — odpowiednie oporności wzajemne, uwzględniające wpływ prądów w pętlach odpowiednio (bg), (cg) i (dg) na stratę napięcia w pętli (ag);

Z_{ab_g}, Z_{cb_g}, Z_{db_g} — jak wyżej, lecz uwzględniające wpływ prądów w pętlach odpowiednio (ag), (cg) i (dg) na stratę napięcia w pętli (bg);

Z_{ac_g}, Z_{bc_g}, Z_{dc_g} — jak wyżej, lecz uwzględniające wpływ prądów w pętlach odpowiednio (ag), (bg) i (dg) na stratę napięcia w pętli (cg);

Z_{ad_g}, Z_{bd_g}, Z_{cd_g} — jak wyżej, lecz uwzględniające wpływ prądów w pętlach odpowiednio (ag), (bg) i (cg) na stratę napięcia w pętli (dg).

Sposób obliczania oporności własnych i wzajemnych pętli ziemnopowrotnych jest znany od dość dawna (1925—1926). Nie będziemy tu przytaczać żmudnych i względnie trudnych wywodów związanych z zagadnieniem przepływu prądu przez ziemię, a ograniczymy się tylko do podania końcowych wzorów na oporności własne i wzajemne pętli ziemnopowrotnych. Wzory te znajdują również zastosowanie do obliczeń oporności linii CPZ dla odpowiednich składowych grupowych, o czym dalej w rozdz. 4.

Zależności na oporności własne pętli ziemnopowrotnych podane przez różnych autorów różnią się między sobą; dotyczy to również oporności

wzajemnych. Wynika to z założeń poczynionych przez tych autorów przy ich obliczaniu. Do czołowych badaczy, którzy zajmowali się zagadnieniami przepływu prądu zmiennego przez ziemię, zaliczyć można przede wszystkim (chronologicznie) Mayra [10], Rüdenberga [12], Haberlanda [6] i Carsona [2]. Mayr założył, że ziemia przewodzi tylko w nieskończenie cienkiej warstwie na swej powierzchni, co jest założeniem bardzo uproszczonym, dlatego jego wzory na oporności pętli ziemnopowrotnych dość zasadniczo odbiegają od wzorów podanych przez pozostałych wymienionych autorów i nie będą tu podane. Do najnowszych osiągnięć z dziedziny teorii przepływu prądu zmiennego przez ziemię należą badania teoretyczne Krakowskiego [7], wyniki których będą opublikowane w najbliższym czasie. W tabl. 2 zestawiono wzory obliczeniowe (pierwsze przybliżenie) na oporności własne i wzajemne pętli ziemnopowrotnych dla częstotliwości technicznej prądu. Wzory podane przez poszczególnych autorów posiadają taką samą budowę; różnią się jedynie odpowiednimi współczynnikami liczbowymi.

Zarówno oporności jednostkowe własne, jak i wzajemne posiadają składniki czynny i bierny. Oporności te możemy wyrazić następującymi wzorami ogólnymi:

Oporność własna

$$Z_{aa_{go}} = R_{aa_{go}} + jX_{aa_{go}} = (R_o + R_{go}) + jX_{aa_{go}},$$

oporność wzajemna

$$Z_{ab_{go}} = R_{ab_{go}} + jX_{ab_{go}} = R_{go} + jX_{ab_{go}}, \qquad (12)$$

gdzie:

R_{go} — jednostkowa oporność czynna przewodu w Ω/km

($R_o = \dfrac{1000}{\gamma s}$, przy czym γ — przewodność materiału przewodowego w $\dfrac{\text{m}}{\Omega\text{mm}^2}$, s — rzeczywisty lub obliczeniowy przekrój przewodu w mm²),

R_{go} — jednostkowa oporność czynna wywołana przepływem prądu przez ziemię w Ω/km,

$X_{aa_{go}}$ — jednostkowa oporność bierna własna pętli „przewód-ziemia" w Ω/km,

$X_{ab_{go}}$ — jednostkowa oporność bierna wzajemna między dwoma pętlami ziemnopowrotnymi w Ω/km.

Dla częstotliwości 50 Hz oporność R_{go} wg Rüdenberga, Haberlanda i Carsona ma taką samą wartość, tj. $R_{go} = 0{,}0493 \approx 0{,}05$ Ω/km. Krakowski wprowadził do wymienionej wartości pewną poprawkę, która w tabl. 2 scharakteryzowana jest przez współczynnik k. Współczynnik ten waha się

w granicach około 1 ÷ 1,4; średnio wg Krakowskiego można przyjąć $R_{go} = 0{,}06\ \Omega/\text{km}$.

W oparciu o wzory podane w tabl. 2 można napisać dla $f = 50\text{Hz}$ następujące praktyczne zależności liczbowe na jednostkowe oporności bierne — własną i wzajemną — pętli ziemnopowrotnych:

$$\left.\begin{aligned} X_{aa_{go}} &= 0{,}145\ \lg\frac{D_g}{r_e}\ , \\ X_{ab_{go}} &= 0{,}145\ \lg\frac{D_g}{b}\ . \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

We wzorach (13) oznaczają:

D_g — wielkość obliczeniowa w cm, wyrażająca się według ww. autorów następującymi wzorami:

$$\left.\begin{aligned} &\text{wg Rüdenberga} && D_g = 800\sqrt{\varrho}\ , \\ &\text{„ Haberlanda} && D_g = 1070\sqrt{\varrho}\ , \\ &\text{„ Carsona} && D_g = 930\sqrt{\varrho}\ , \\ &\text{„ Krakowskiego} && D_g = 930\sqrt{\varrho}\ . \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

przy czym:

ϱ — oporność właściwa gruntu w Ωcm;

r_e — zastępczy promień przewodu w cm, dla linek stalowo-aluminiowych $r_e = 0{,}95\ r$, gdzie r — rzeczywisty promień przewodu w cm;

b — odstęp między przewodami należącymi do dwóch rozpatrywanych pętli ziemnopowrotnych w cm.

Dla praktycznych obliczeń oporności biernych $X_{aa_{go}}$ i $X_{ab_{go}}$ można zalecić wzory Carsona — Krakowskiego.

Jak wynika z podanych wyżej praktycznych wzorów na oporność własną i wzajemną pętli ziemnopowrotnych, oporności te nie zależą od wysokości zawieszenia przewodów. Wzory dokładne, których tu nie przytaczamy, uwzględniają także wpływ tych wysokości na wartość wymienionych oporności. Wpływ ten jest najczęściej do pominięcia w obliczeniach praktycznych.

Z powyższego wynikają następujące związki w odniesieniu do oporności pętli ziemnopowrotnych w linii CPZ:

$$\left.\begin{aligned} &Z_{aa_g} = Z_{bb_g} = Z_{cc_g} = Z_{dd_g} = Z_s\ ^{1)}, \\ &Z_{ab_g} = Z_{ba_g}\ , && Z_{bc_g} = Z_{cb_g}\ , \\ &Z_{ac_g} = Z_{ca_g}\ , && Z_{bd} = Z_{db_g}\ , \\ &Z_{ad_g} = Z_{da_g}\ , && Z_{cd_g} = Z_{dc_g}\ . \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

[1]) Zakłada się dodatkowo, że wszystkie przewody linii CPZ są takie same.

Tablica 2

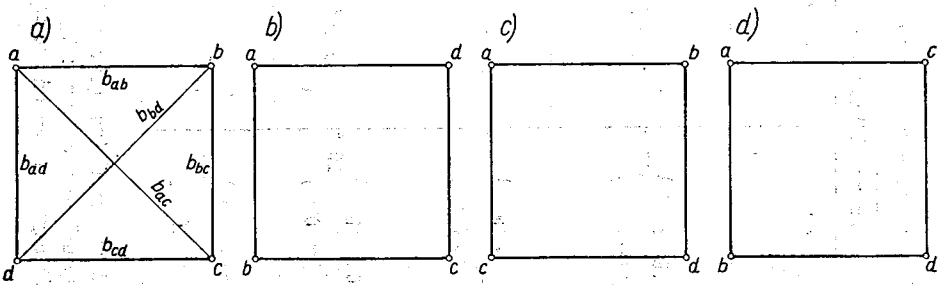
Zestawienie praktycznych wzorów na oporności własne i wzajemne pętli ziemnopowrotnych

L. p.	Metoda	Zasadnicze założenia przyjęte przez autorów	Wzory obliczeniowe	
			Oporność własna pętli $Z_{aa_{go}}$ (Ω/km)	Oporność wzajemna dwóch pętli $Z_{ab_{go}}$ (Ω/km)
1	Rüdenberga	Przewód umieszczony jest na poziomie powierzchni ziemi w niecce nieprzewodzącej wyżłobionej w ziemi. Ziemia przewodzi jednakowo na całej głębokości	$R_o + \left(\pi^2 f + j\omega 2 \ln \frac{0{,}178 \cdot 10^{-2}}{r_e \sqrt{f \gamma 10^{-9}}}\right) 10^{-4}$	$\left(\pi^2 f + j\omega 2 \ln \frac{0{,}178 \cdot 10^{-2}}{b \sqrt{f \gamma 10^{-9}}}\right) 10^{-4}$
2	Haberlanda	Ziemia dobrze przewodzi w cienkiej warstwie pod powierzchnią, a o wiele gorzej na całej swej głębokości	$R_o + \left(\pi^2 f + j\omega 2 \ln \frac{0{,}240 \cdot 10^{-2}}{r_e \sqrt{f \gamma 10^{-9}}}\right) 10^{-4}$	$\left(\pi^2 f + j\omega 2 \ln \frac{0{,}240 \cdot 10^{-2}}{b \sqrt{f \gamma 10^{-9}}}\right) 10^{-4}$
3	Carsona	Ziemia przewodzi jednakowo na całej głębokości	$R_o + \left(\pi^2 f + j\omega 2 \ln \frac{0{,}208 \cdot 10^{-2}}{r_e \sqrt{f \gamma 10^{-9}}}\right) 10^{-4}$	$\left(\pi^2 f + j\omega 2 \ln \frac{0{,}208 \cdot 10^{-2}}{b \sqrt{f \gamma 10^{-9}}}\right) 10^{-4}$
4	Krakowskiego	Ziemia przewodzi tylko na głębokości kilkuset metrów pod powierzchnią. Średnie warunki gruntowe	$R_o + \left(k\pi^2 f + j\omega 2 \ln \frac{0{,}208 \cdot 10^{-2}}{r_e \sqrt{f \gamma 10^{-9}}}\right) 10^{-4}$	$\left(k\pi^2 f + j\omega 2 \ln \frac{0{,}208 \cdot 10^{-2}}{b \sqrt{f \gamma 10^{-9}}}\right) 10^{-4}$

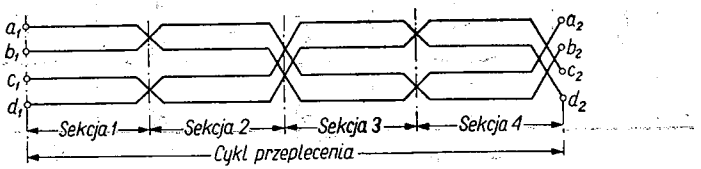
f — częstotliwość prądu w Hz,
r_e — promień zastępczy przewodu w cm.
b — odstęp między przewodami w cm,
γ — przewodność właściwa gruntu S/cm,
k — współczynnik poprawkowy: $k_{śr} = 1{,}2$,
R_o — oporność czynna przewodu w Ω/km.

Jeżeli przewody linii typu CPZ są odpowiednio przeplecione na całej swej długości, tak aby każdy przewód wzdłuż trasy linii znajdował się w tych samych warunkach magnetycznych (rys. 8), lub jeżeli przewody linii CPZ umieszczone są w wierzchołkach kwadratu (rys. 7), wówczas wszystkie wymienione we wzorach (15) oporności wzajemne są sobie równe i wynoszą X_m.

Wróćmy do równań (11). W oparciu o nie i o równania (12) ÷ (15) wyznaczymy oporności własne i wzajemne poszczególnych faz linii CPZ dla



Rys. 7. Symetryczny układ przewodów linii typu CPZ
a) i b) układy przewodów o następstwie faz (a — b — c — d); c) i d) układy przewodów o następstwie faz (a — b — d — c)



Rys. 8. Przeplecenie linii typu CPZ

stanu normalnego pracy linii, zakładając symetryczne obciążenie prądowe linii, któremu odpowiadają zależności:

$$I_a = I_a, \qquad I_c = -I_a,$$
$$I_b = a^2 I_a, \qquad I_d = a^2 I_c = -a^2 I_e.$$

W tym szczególnym przypadku równania (11) przybiorą postać:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta U_a &= I_a (Z_{aa_g} + a^2 Z_{ba_g} - Z_{ca_g} - a^2 Z_{da_g}) = I_a \{Z_{aa_g} - [Z_{ca_g} + a^2 (Z_{da_g} - Z_{ba_g})]\},\\
\Delta U_b &= I_b (Z_{bb_g} + a Z_{ab_g} - a Z_{cb_g} - Z_{db_g}) = I_b \{Z_{bb_g} - [Z_{db_g} + a (Z_{cb_g} - Z_{ab_g})]\},\\
\Delta U_c &= I_c (Z_{cc_g} - Z_{ac_g} - a^2 Z_{bc_g} + a^2 Z_{dc_g}) = I_c \{Z_{cc_g} - [Z_{ac_g} + a^2 (Z_{bc_g} - Z_{dc_g})]\},\\
\Delta U_d &= I_d (Z_{dd_g} - a Z_{ad_g} - Z_{bd_g} + a Z_{cd_g}) = I_d \{Z_{dd_g} - [Z_{bd_g} + a (Z_{ad_g} - Z_{cd_g})]\}.
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Równania (16) możemy napisać w następujący sposób:

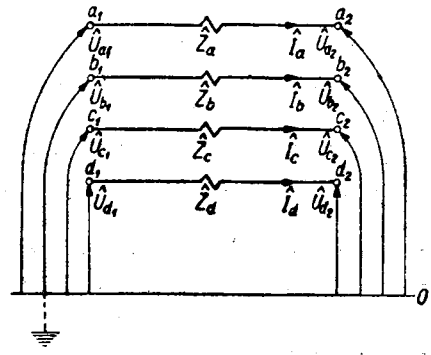
$$\left.\begin{aligned} \Delta U_a &= I_a (Z_{s_a} - Z_{m_a}) = I_a Z_a, \\ \Delta U_b &= I_b (Z_{s_b} - Z_{m_b}) = I_b Z_b, \\ \Delta U_c &= I_c (Z_{s_c} - Z_{m_c}) = I_c Z_c, \\ \Delta U_d &= I_d (Z_{s_d} - Z_{m_d}) = I_d Z_d, \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Analogicznie jak w odniesieniu do linii trójfazowych trójprzewodowych wprowadzimy następujące nazwy oporności we wzorach (17):

Z_a, Z_b, Z_c i Z_d — zastępcze oporności odpowiednich faz nieuziemionych linii CPZ (oporności robocze linii CPZ),

Z_{s_a} Z_{s_b}, Z_{s_c}, Z_{s_d} — oporności własne odpowiednich faz nieuziemionych linii CPZ,

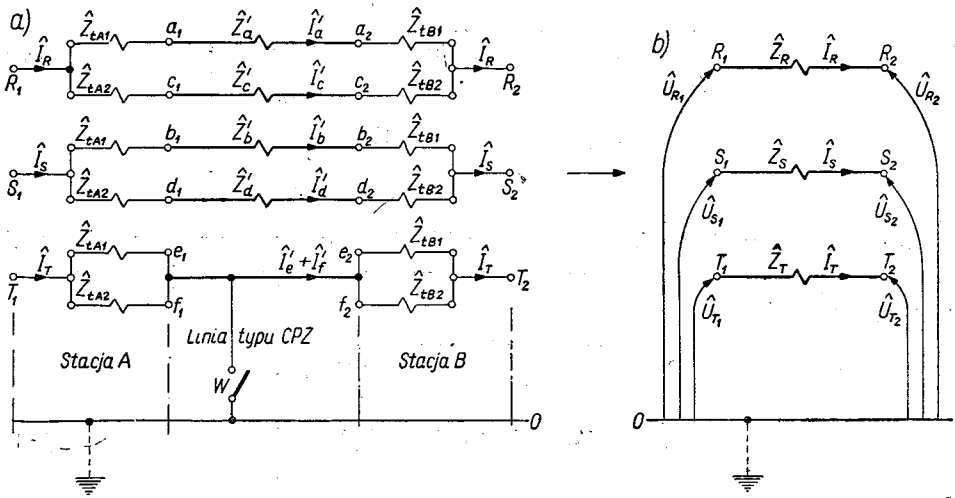
$Z_{m_a}, Z_{m_b}, Z_{m_c}$, Z_{m_d} — oporności „wzajemne" odpowiednich faz nieuziemionych linii CPZ.



Rys. 9. Schemat zastępczy linii typu CPZ (O — układ odniesienia napięć fazowych linii)

Z równań (17) wynika schemat zastępczy oporności linii podany na rys. 9.

Na rysunku 10 podano trójfazowy schemat zastępczy oporności układu przesyłowego typu CPZ, odpowiadający schematowi sieci na rys. 1 między



Rys. 10. Schematy układu przesyłowego typu CPZ
a) pełny schemat trójfazowy; b) schemat zastępczy

szynami napięcia U_A na stacji A i szynami napięcia U_B na stacji B, przy założeniu, że układ prądów po stronie sieci normalnych jest układem symetrycznym. Poszczególne fazy transformatorów na obu stacjach pracujących w układzie CPZ zastąpiono opornością pozorną podłużną Z_T. Prąd magnesujący transformatorów pominięto. Schemat na rys. 10a można uprościć otrzymując schemat zastępczy układu przesyłowego typu CPZ, podany na rys. 10b.

Oporności i prądy podane na rys. 10a i 10b sprowadzone są do trójfazowej sieci układu przesyłowego (do poziomu napięcia U_A lub U_B, patrz rys. 1.).

Układem odniesienia napięć w systemie przesyłowym typu CPZ może być np. ziemia pod linią CPZ (rys. 10a, łącznik „w" zamknięty) lub dowolny punkt neutralny w sieci, bądź ziemia neutralna (rys. 10a, łącznik „w" otwarty). Napięcia faz wszystkich elementów układu elektroenergetycznego w odniesieniu do każdego z tych układów odniesienia są określone jednoznacznie.

Przez ziemię neutralną rozumie się ziemię w obszarze nie należącym do linii CPZ, tzn. w obszarze, w którym nie płyną prądy wpływające z ziemi do transformatorów pracujących w układzie CPZ i odwrotnie oraz prądy indukowane w ziemi przez strumień wytworzony przez prądy w przewodach linii CPZ.

Zastępcze oporności fazowe układu przesyłowego typu CPZ (rys. 10) w zależności od oporności zastępczych transformatorów i linii tegoż układu, jak to bezpośrednio wynika ze schematu na rys. 10, wyrażają się w tym przypadku wzorami:

$$\left.\begin{aligned} Z_R &= \frac{(Z_{t_{A1}} + Z'_a + Z_{t_{B1}})\,(Z_{t_{A2}} + Z'_c + Z_{t_{B2}})}{Z_{t_{A1}} + Z_{t_{A2}} + Z'_a + Z'_c + Z_{t_{B1}} + Z_{t_{B2}}}\,, \\ Z_S &= \frac{(Z_{t_{A1}} + Z'_b + Z_{t_{B1}})\,(Z_{t_{A2}} + Z'_d + Z_{t_{B2}})}{Z_{t_{A1}} + Z_{t_{A2}} + Z'_b + Z'_d + Z_{t_{B1}} + Z_{t_{B2}}}\,, \\ Z_T &= \frac{Z_{t_{A1}}\,Z_{t_{A2}}}{Z_{t_{A1}} + Z_{t_{A2}}} + \frac{Z_{t_{B1}}\,Z_{t_{B2}}}{Z_{t_{B1}} + Z_{t_{B2}}}\,. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Jeżeli na obu stacjach znajdują się identyczne transformatory, których zastępcza oporność fazowa wynosi Z_t, wówczas wzory (18) znacznie się uproszczą, i tak:

$$\left.\begin{aligned} Z_R &= \frac{(2Z_t + Z'_a)\,(2Z_t + Z'_c)}{4Z_t + Z'_a + Z'_c}\,, \\ Z_S &= \frac{(2Z_t + Z'_b)\,(2Z_t + Z_d)}{4Z_t + Z'_b + Z'_d}\,, \\ Z_T &= Z_t\,. \end{aligned}\right\} \tag{18a}$$