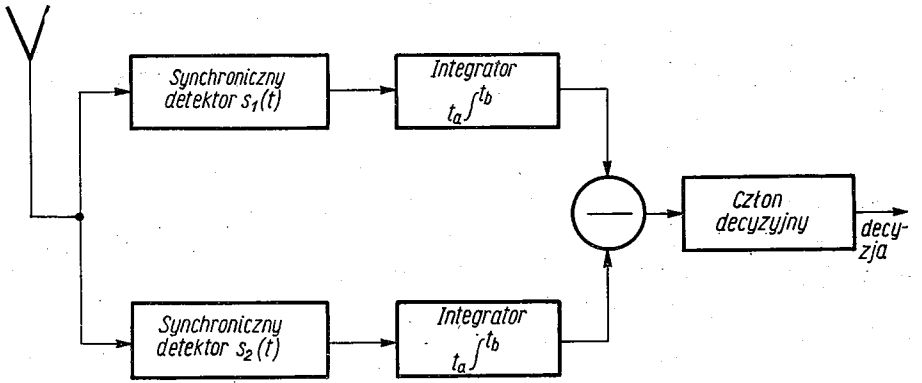
W przypadku *MC* jakość decyzji zależeć będzie od wartości różnicy pulsacji $(\omega_1 - \omega_2)$. Można pokazać, że jeśli zachodzi:

$$|\omega_1 - \omega_2|(t_b - t_a) \leqslant 1,$$

wówczas stosunek sygnał/szum — ϱ_0, więc także i jakość decyzji rośnie ze wzrostem $|\omega_1 - \omega_2|$. Jednakże dla dużych wartości $|\omega_1 - \omega_2|$, gdy



Rys. 4. Optymalne urządzenie odbiorcze dla zdeterminowanych sygnałów *MC*

sygnały $s_1(t)$ i $s_2(t)$ stają się ortogonalne, dalsze zwiększanie tej różnicy nie wpływa już na jakość decyzji. W przypadku kiedy:

$$|\omega_1 - \omega_2|(t_b - t_a) \gg 1$$

(co na ogół ma miejsce w praktyce), parametr ϱ_0 nie zależy od dewiacji pulsacji i wynosi:

$$\varrho_0 = \sqrt{2}\,\bar{\varrho}. \tag{11}$$

Mówiliśmy wyżej, że parametr ϱ_0 określa jakość decyzji optymalnych. Porównując wzór (11) ze wzorem (8) — określającym wartość parametru ϱ_0 dla *MA* — widzimy, że w przypadku kiedy sygnały *MC* są ortogonalne (przy tych samych średnich energiach odbieranych sygnałów), jakość decyzji optymalnych urządzeń *MA* i *MC* jest identyczna.

2.1.3. Odbiór sygnałów z manipulacją fazy (MF)

Sygnały zdeterminowane z manipulacją fazy mają postać:

$$\begin{aligned}
\text{„impuls''} \quad s_1(t) &= \begin{cases} A(t)\cos\omega_0 t & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a,\ t > t_b \end{cases} \\
\text{„przerwa''} \quad s_2(t) &= \begin{cases} A(t)\cos(\omega_0 t + \varphi) & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a,\ t > t_b \end{cases}
\end{aligned} \tag{12}$$

W tym przypadku odbiornik realizujący optymalną regułę decyzyjną może mieć schemat jak pokazany na rysunku 4, przy czym optymalny próg jest i tutaj równy zeru. Podobnie jak poprzednio, średnie prawdopodobieństwo błędu decyzji dane jest wzorem (9). W przypadku *MF* jakość decyzji zależy od wartości φ — różnicy faz przekazywanych sygnałów. Jak się okazuje (por. np. Seidler [19]) średnie prawdopodobieństwo błędu P jest najmniejsze jeżeli:

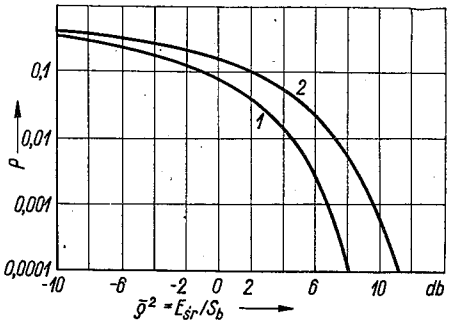
$$\varphi = \pi .$$

(Jest to warunek dość oczywisty). Dla tego typu sygnałów parametr ϱ_0 określający jakość decyzji równy jest:

$$\varrho_0 = 2\bar{\varrho}, \tag{13}$$

co łatwo pokazać wychodząc z definicji (5) i (6).

Porównując ten wynik ze wzorami (11) i (8) widzimy, że przy takiej samej ilości decyzji jak w systemach z manipulacją amplitudy i częstotliwości — optymalny system manipulacji fazy wymaga średniej energii sygnału o połowę mniejszej niż w tamtych. Zarazem jest to najmniejsza możliwa wymagana energia średnia (por. [19]). Innymi słowy oznacza to, że synchroniczny system z manipulacją fazy pozwala uzyskać najlepszą, możliwą przy danej wartości stosunku sygnał/szum, jakość odbioru.



Rys. 5. Przebiegi zmienności średniego prawdopodobieństwa błędu optymalnych decyzji w zależności od stosunku sygnału do szumów, dla zdeterminowanych sygnałów *MA*, *MC* i *MF*; *1* — *MF*, *2* — *MA* i *MC*

Na rysunku 5 pokazany jest przebieg zależności $P = f(\bar{\varrho})$ dla systemu *MF*. Dla porównania przytoczono odpowiednie krzywe dla synchronicznych systemów *MA* i *MC*.

2.2. Urządzenia optymalne w przypadku sygnałów o nieznanej fazie

W tej części pracy omówione będą optymalne metody odbioru sygnałów radiotelegraficznych o nieznanej fazie częstotliwości nośnej.

Jest to więc przypadek sygnałów z jednym parametrem biernym — fazą. Oznaczymy ten parametr symbolem ϑ_1. Traktować go będziemy jako zmienną losową o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa:

$$p(\vartheta_1) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{dla } 0 \leqslant \vartheta_1 \leqslant 2\pi \\ 0 & \text{dla } 0 > \vartheta_1 > 2\pi \end{cases}$$

gdzie: $p(\vartheta_1)$ — gęstość prawdopodobieństwa zmiennej ϑ_1.

Omówione będą systemy z manipulacją amplitudy i częstotliwości. Systemu manipulacji fazy omawiać nie będziemy, gdyż w praktyce nie jest celowe kluczowanie parametru, który silnie zależy od czynników przypadkowych.

Jeżeli odbierany jest nie pojedynczy sygnał binarny, lecz ciągi takich sygnałów, trudności opisywanych można uniknąć poprzez przejście do systemu względnej manipulacji fazy. Problemy z tym związane będą omówione szerzej w części trzeciej niniejszej pracy.

2.2.1. Odbiór sygnałów o nieznanej fazie z manipulacją amplitudy (MA)

W tym przypadku sygnały przesyłane mają postać

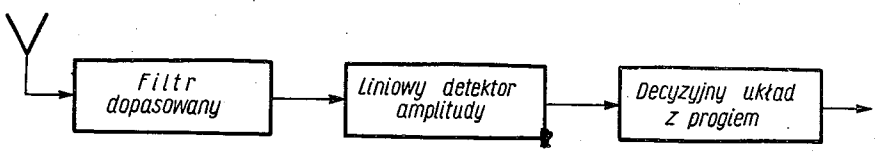
$$\text{„impuls''} - s_1(t, \vartheta_1) = \begin{cases} A(t)\cos(\omega_0 t + \vartheta_1) & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a,\ t > t_b \end{cases} \qquad (14)$$

„przerwa'' — $s_2(t) = 0$.

Dla takich sygnałów optymalną regułą decyzyjną można realizować przy pomocy liniowego detektora amplitudy poprzedzonego *filtrem dopasowanym* — por. Seidler [20]. (Inne metody realizacji optymalnego urządzenia odbiorczego dla sygnałów o nieznanej fazie podane są w pracy [20] a także w pracy Gutkina [9]). Odbiornik z filtrem dopasowanym pokazany jest na rysunku 6. Pod pojęciem filtr dopasowany rozumie się tu czwórnik liniowy o funkcji przejścia danej wzorem:

$$k(\tau) = \begin{cases} \text{const } A(t_b - \tau)\cos\omega_0 t & \text{dla } 0 \leqslant \tau \leqslant (t_b - t_a) \\ 0 & \text{dla } \tau < 0 \text{ oraz } \tau > (t_b - t_a) \end{cases}$$

W opisywanym urządzeniu sygnał odebrany po przejściu przez filtr dopasowany zostaje zdemodulowany w detektorze amplitudy. Napięcie



Rys. 6. Odbiornik MA z filtrem dopasowanym — optymalne urządzenie odbiorcze dla sygnałów *MA* o nieznanej fazie

otrzymane na wyjściu detektora podawane jest na decyzyjny układ z progiem. Działanie tego układu sprowadza się do tego, że odczytuje on wartości napięcia na wyjściu detektora w momencie $t = t_b$ i porównuje je z poziomem progu, podejmując decyzję „impuls", gdy to napięcie przekracza próg, decyzję „przerwa", gdy jest ono od progu mniejsze. Błędy decyzji powstają, jeśli napięcie na wyjściu detektora jest mniejsze od progu przy odbiorze „impulsu" i większe przy odbiorze „przerwy".

Jak się podaje w pracach Seidlera [20] i Tiepłowa [22], średnie prawdopodobieństwo błędu decyzji wynosi dla takiego odbiornika:

$$P = \frac{1}{2}\left\{\int_{U_p}^{\infty} \frac{u}{S_b} \exp\left(-\frac{u^2}{2S_b}\right) du + \int_{0}^{U_p} \frac{u}{S_b} \exp\left(-\frac{u^2 + 4E_{śr}}{2S_b}\right) I_0\left(\frac{2u\sqrt{E_{śr}}}{S_b}\right) du\right\}, \tag{15}$$

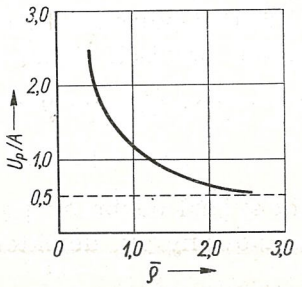
gdzie:
I_0 — funkcja Bessela zerowego rzędu urojonego argumentu,
U_p — optymalny próg, którego wartość oblicza się z równania

$$\frac{2E_{śr}}{S_b} = \log I_0\left(\frac{2U_p\sqrt{E_{śr}}}{S_b}\right) \tag{16}$$

Rozwiązanie równania (16) w formie zależności $\frac{U_p}{A} = f(\bar{\varrho})$ jest pokazane na rysunku 7. Jak widać z rysunku, dla dużych stosunków sygnał/szum mamy w przybliżeniu:

$$U_p = \frac{1}{2} A,$$

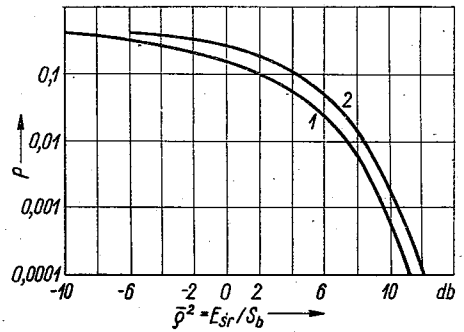
co często jest wykorzystywane w praktyce.



Rys. 7. Przebieg zmienności optymalnego progu decyzyjnego w zależności od stosunku sygnału do szumów

Przebieg prawdopodobieństwa błędu P obliczony wg zależności (15) i (16) został pokazany na rysunku 8. Dla porównania pokazana jest tam także odpowiednia krzywa dla systemu synchronicznego — bez-

względnie optymalnego. Jak widać, dla małych stosunków sygnał/szum nieznajomość fazy jest równoważna zmniejszeniu energii średniej sygnału rzędu 3 dB. Dla dużych stosunków sygnał/szum różnica ta maleje. Jest to zgodne z tym, o czym już mówiliśmy, że wtedy nieznajomość parametrów biernych w mniejszym stopniu oddziałuje na jakość odbioru.



Rys. 8. Porównanie przebiegów zależności $P = f(\rho)$ optymalnych decyzji dla zdeterminowanych sygnałów *MA* i sygnałów *MA* o nieznanej fazie; *1* — *MA*, odbiór synchroniczny; *2* — *MA*, faza nieznana

Powiedzieliśmy wyżej, że filtr użyty w układzie na rysunku 6 jest filtrem dopasowanym. W szczególności dla sygnałów z manipulacją amplitudy — jak wynika ze wzoru (14), będzie to kluczowany nietłumiony obwód rezonansowy. Realizacja takiego układu w praktyce nastręczałaby poważne trudności, przeto stosowane są z zasady obwody kluczowane o skończonej dobroci i obwody niekluczowane. Aby to uwzględnić, wprowadza się pojęcie sprawności decyzji (por. np. Kotielnikow [12]) zdefiniowanej jako stosunek:

$$\eta = \frac{W_r(P)}{W_0(P)},$$

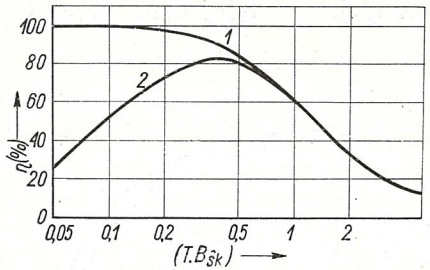
gdzie:

$W_r(P)$ — energia średnia sygnału nadawanego, potrzebna do tego, aby w układzie z filtrem realizowalnym w praktyce średnie prawdopodobieństwo błędu było P,

$W_0(P)$ — analogicznie określona energia sygnału nadawanego dla układu z filtrem dopasowanym.

Na rysunku 9 jest pokazany przebieg sprawności decyzji dla obwodu kluczowanego o skończonej dobroci i obwodu niekluczowego (por. Reiger [18] lub Seidler [19]). Jak widać, sprawność decyzji przy optymalnym doborze pasma filtru na wyjściu jest bardzo wysoka. Dla ob-

wodu niekluczowanego wynosi ona wtedy 83%. Jest to równoważne zmniejszeniu mocy nadawanego sygnału o 0,8 dB. Dlatego też w praktyce niejednokrotnie pomija się wpływ niedopasowania filtru wejściowego.



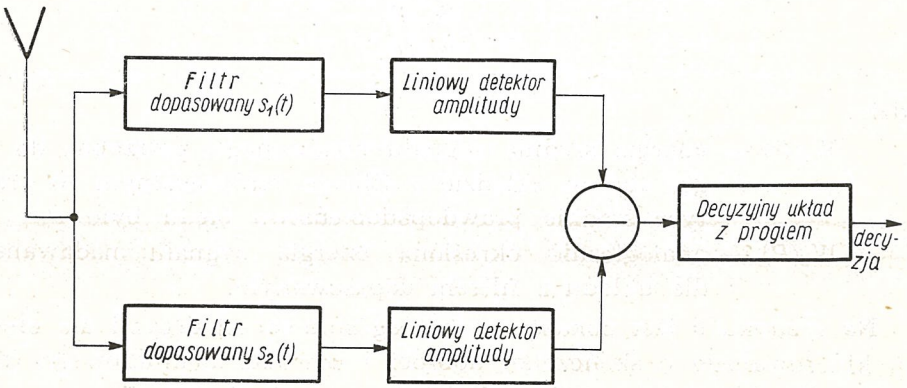
Rys. 9. Zmienność sprawności decyzji kluczowanego (1) i niekluczowanego (2) obwodu *LC* w zależności od parametrów obwodu i czasu trwania impulsu; T — czas trwania impulsu, B_{sk} — skuteczne pasmo obwodu

2.2.2. *Odbiór sygnałów o nieznanej fazie z manipulacją częstotliwości (MC)*

Sygnał radiotelegraficzny o nieznanej fazie z manipulacją częstotliwości ma postać:

$$\begin{aligned} \text{„impuls''} - s_1(t, \vartheta_1) &= \begin{cases} A(t)\cos[\omega_1 t + \vartheta_1(\omega_1)] & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a,\ t > t_b \end{cases} \\ \text{„przerwa''} - s_2(t, \vartheta_1) &= \begin{cases} A(t)\cos[\omega_2 t + \vartheta_1(\omega_2)] & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a,\ t > t_b \end{cases} \end{aligned} \tag{17}$$

Optymalną regułę decyzyjną dla takich sygnałów można realizować przy pomocy urządzenia, którego schemat jest pokazany na ry-



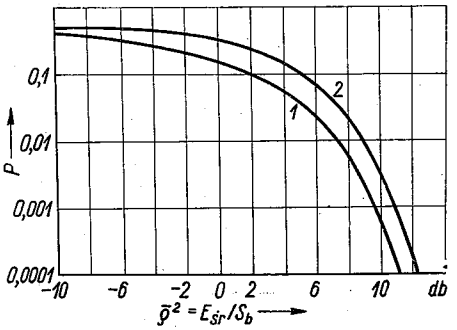
Rys. 10. Optymalne urządzenie odbiorcze dla sygnałów o nieznanej fazie z manipulacją *MC*

sunku 10. Inne metody realizacji reguły decyzyjnej optymalnej — zob. np. Seidler [20]. Urządzenie to składa się z dwóch kanałów, z których każdy analogicznie jak dla sygnałów *MA* zawiera filtr dopasowany [odpowiednio dla sygnałów $s_1(t)$ i $s_2(t)$] oraz linowy detektor amplitudy. Sygnały otrzymywane z detektorów amplitudy są podawane na układ odejmujący i następnie na decyzyjny układ z progiem. W przypadku rozważanym optymalny próg jest równy zeru. Zatem błędy przy podejmowaniu decyzji występują tu w przypadkach, kiedy wartość obwiedni szumu na wyjściu tego z filtrów dopasowanych, przez który sygnał w danym momencie nie przechodzi, przewyższy wartość obwiedni sygnału i szumu na wyjściu tego filtru, przez który przechodzi sygnał.

Teoretyczną analizę jakości decyzji, dla opisywanego układu, przeprowadzono w pracach Reigera [18] i Seidlera [20]. Jak się okazuje — por. np. Reiger [18] — średnie prawdopodobieństwo błędu P wynosi tutaj:

$$P = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{1}{2}\bar{\varrho}^2\right), \tag{18}$$

gdzie $\bar{\varrho}$ — tak jak poprzednio średni stosunek sygnał/szum. Przebieg zależności (18) jest pokazany na rys. 11. Dla porównania zamieszczono tam odpowiednią krzywą dla bezwzględnego optymalnego układu syn-



Rys. 11. Porównanie przebiegów zależności $P = f(\bar{\varrho})$ optymalnych decyzji dla zdeterminowanych sygnałów *MC* i sygnałów *MC* o nieznanej fazie; *1* — *MC*, odbiór synchroniczny; *2* — *MC*, faza nieznana

chronicznego. Jak widać, wskutek nieznajomości fazy, dla małych stosunków sygnał/szum obserwuje się pogorszenie jakości decyzji odpowiadające więcej niż dwukrotnemu zmniejszeniu energii nadawanego sygnału. Dla dużych stosunków sygnał/szum różnica ta maleje. Jest to podobne zjawisko jak to, które już omawialiśmy w przypadku *MA* (zob. rozdz. poprzedni).

2.3. Układy optymalne w przypadku sygnałów o nieznanej amplitudzie

Z kolei zajmiemy się optymalnymi układami do odbioru sygnałów, których amplitudę trzeba traktować jako parametr bierny. W ten sposób można opisać zarówno efekt nieznajomości amplitudy, jak i efekt zaników, odgrywający zasadniczą rolę przy łączności na falach krótkich.

W pierwszym etapie rozważań przyjmiemy, że znane są pozostałe parametry określające kształt sygnału, w szczególności jego fazę ϑ_1. Założymy w tym celu, iż sygnały nadawane mają postać:

$$s_l(t, \vartheta_2) = \vartheta_2 A_l(t) \cos \omega_l t, \quad l = 1, 2$$

gdzie ϑ_2 — przypadkowy parametr bierny, mający sens tłumienia, określający wartość amplitudy sygnału.

Ponieważ interesuje nas tutaj przede wszystkim wpływ zaników na jakość optymalnych decyzji, założymy że rozkład prawdopodobieństwa zmiennej ϑ_2 dany jest wzorem Rayleigha, tj.

$$p(\vartheta_2) = \begin{cases} \dfrac{\vartheta_2}{\sigma^2} \exp\left(-\dfrac{\vartheta_2^2}{2\sigma^2}\right) & \text{dla } \vartheta_2 \geqslant 0 \\ 0 & \text{dla } \vartheta_2 < 0 \end{cases}$$

gdzie $\sigma^2 = \varepsilon \vartheta_2^2$ średniokwadratowa wartość tłumienia. Jak bowiem wynika z danych doświadczalnych — zob. np. Andronow [3] — rozkład Rayleigha dość wiernie odpowiada własnościom zaników sygnałów radiotelegraficznych. Zakładać będziemy ponadto, iż zaniki są na tyle „powolne", że tłumienie ϑ_2 można traktować jako stałe w obrębie pojedynczego sygnału binarnego. Również i to założenie jest w praktyce na ogół dostatecznie dokładnie spełnione — por. Fink [8].

2.3.1. Odbiór sygnałów o nieznanej amplitudzie z manipulacją amplitudy (MA)

W przypadku rozważanym sygnały *MA* mają postać:

$$\begin{aligned} &\text{„impuls"} \quad s_1(t, \vartheta_2) = \begin{cases} \vartheta_2 A(t) \cos \omega_0 t & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a, t > t_b \end{cases} \\ &\text{„przerwa"} \quad s_2(t) = 0. \end{aligned} \tag{19}$$

Jeśli spełnione są założenia, o których jest mowa wyżej, wówczas można pokazać — zob. np. Boguś [5], że optymalną regułę decyzyjną realizuje odbiornik jak na rys. 1, z tą tylko różnicą, że zmieniona bę-

dzie tam wartość progu U_p. Średnie prawdopodobieństwo błędu wynosi tutaj:

$$P = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\bar{\varrho}}{\sqrt{1+\bar{\varrho}^2}} \exp\left(-\frac{U_p^2}{2+\bar{\varrho}^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{\frac{U_p\bar{\varrho}}{\sqrt{2+\bar{\varrho}^2}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du\right], \quad (20)$$

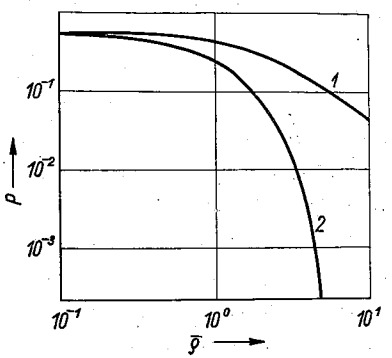
gdzie optymalny próg U_p oblicza się z równania:

$$\frac{U_p\bar{\varrho}}{\sqrt{2+\bar{\varrho}^2}} \exp\left[\frac{1}{2}\left(\frac{U_p\bar{\varrho}}{\sqrt{2+\bar{\varrho}^2}}\right)^2 \int\limits_{\frac{U_p\bar{\varrho}}{\sqrt{2+\bar{\varrho}^2}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du\right] = \frac{\bar{\varrho}^2}{2}. \quad (21)$$

Symbolem $\bar{\varrho}$ oznaczono tak jak poprzednio średni stosunek sygnału do szumu. W rozważanym przypadku jego wartość oblicza się ze wzoru (por. Seidler [19])

$$\bar{\varrho} = \sqrt{\frac{2\sigma^2 E_{śr}}{S_b}}. \quad (22)$$

Przebieg zależności (20) pokazany jest na rysunku 12. Dla porównania przytoczono tam także odpowiednią krzywą systemu synchronicznego. Łatwo ocenić stratę, jaką się ponosi wskutek nieznajomości amplitudy sygnału.



Rys. 12. Porównanie przebiegów zależności $P = f(\bar{\varrho})$ optymalnych decyzji dla zdeterminowanych sygnałów *MA* i sygnałów *MA* o nieznanej amplitudzie: *1* — *MA*, amplituda nieznana; *2* — *MA*, odbiór synchroniczny

2.3.2. Odbiór sygnałów o nieznanej amplitudzie z manipulacją częstotliwości (MC)

W przypadku manipulacji częstotliwości, wiadomości binarne „impuls" i „przerwa" przesyłane są przy pomocy dwóch sygnałów o różnych częstotliwościach. Ponieważ przebieg zaników zależy od często-

tliwości przesyłanego sygnału, dla podkreślenia tego przyjmiemy obecnie następujący model sygnałów *MC*:

$$\begin{aligned} \text{„impuls''} - s_1[t, \vartheta_2(\omega_1)] &= \begin{cases} \vartheta_2(\omega_1)\, A(t) \cos \omega_1 t & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a,\ t > t_b \end{cases} \\ \text{„przerwa''} - s_2[t, \vartheta_2(\omega_2)] &= \begin{cases} \vartheta_2(\omega_2)\, A(t) \cos \omega_2 t & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a,\ t > t_b \end{cases} \end{aligned} \tag{23}$$

gdzie $\vartheta_2(\omega)$ — przypadkowe tłumienie sygnału na pulsacji ω. Zakładać będziemy, że zmienne $\vartheta_2(\omega_1)$ i $\vartheta_2(\omega_2)$ mają jednakowe rozkłady prawdopodobieństwa dane wzorem Rayleigha, przy czym zachodzi równość:

$$\varepsilon[\vartheta_2(\omega_1)]^2 = \varepsilon[\vartheta_2(\omega_2)]^2 = \sigma^2,$$

tzn. średniokwadratowe wartości tłumienia są sobie równe przy obydwu częstotliwościach roboczych.

Zmienne $\vartheta_2(\omega_1)$ i $\vartheta_2(\omega_2)$ będą na ogół korelowane — zob. np. Thomas [21]. Współczynnik korelacji skrośniej tych zmiennych, będący miernikiem współzależności zaników na pulsacjach ω_1 i ω_2, może w zależności od warunków rozchodzenia przyjmować różne wartości i zwykle nie jest znany po stronie odbiorczej — zob. także [21]. Dlatego też ograniczymy się tutaj do rozważenia dwóch przypadków skrajnych:

a) zaniki są korelowane — przyjmować będziemy, że w tym przypadku współczynnik korelacji skrośnej zmiennych $\vartheta_2(\omega_1)$ i $\vartheta_2(\omega_2)$ jest równy jedności,

b) zaniki są niekorelowane — współczynnik korelacji skrośnej zmiennych $\vartheta_2(\omega_1)$ i $\vartheta_2(\omega_2)$ jest równy zeru.

Rozważymy najpierw przypadek pierwszy. W tym przypadku, o ile spełnione są sformułowane wyżej założenia, optymalną regułę decyzyjną można realizować przy pomocy urządzenia identycznego jak dla sygnałów zdeterminowanych — zob. Fink [8]. Będzie to więc układ podobny jak odbiornik *MA* pokazany na rysunku 1. Natomiast średnie prawdopodobieństwo błędu znajdziemy tutaj uśredniając prawdopodobieństwo dane wzorem (9) na wszystkie możliwe wartości $\vartheta_2(\omega_1)$ i $\vartheta_2(\omega_2)$.

W ten sposób otrzymujemy:

$$P = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4}{\varrho^2}}}\right), \tag{24}$$

gdzie tak jak wyżej:

$$\varrho = \sqrt{\frac{2\sigma^2 E_{śr}}{S_b}}.$$

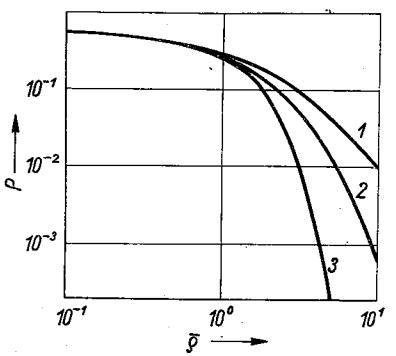
Dla dużych $\bar{\varrho}$ wzór (24) można zastąpić przybliżoną formułą:

$$P \approx \frac{1}{\bar{\varrho}^2}.$$

Z kolei weźmiemy pod uwagę drugi przypadek skrajny, kiedy zaniki na częstotliwościach ω_1 i ω_2 są niekorelowane. Przypadek ten był analizowany w pracy Finka [8]. Jak się tam dowodzi, optymalna reguła decyzyjna pozostaje w tym przypadku taka sama jak w przypadku rozważanym poprzednio, i co za tym idzie, optymalnym urządzeniem odbiorczym może tu być znowu układ podobny jak odbiornik na rysunku 4. Natomiast średnie prawdopodobieństwo błędu wynosi teraz:

$$P = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{4}{\bar{\varrho}^2}}} \cdot \frac{\bar{\varrho}^2+6}{\bar{\varrho}^2+4}\right). \tag{25}$$

Porównując ten wzór ze wzorem określającym prawdopodobieństwo błędu dla przypadku zaników korelowanych widzimy, że w przypadku zaników niekorelowanych jakość decyzji jest znacznie lepsza. Przebieg zależności danych wzorami (24) i (25) pokazany został na rysunku 13.



Rys. 13. Porównanie przebiegów zależności $P = f(\bar{\varrho})$ optymalnych decyzji dla zdeterminowanych sygnałów *MC* i sygnałów *MC* o nieznanej amplitudzie; *1* — *MC*, amplituda nieznana, $r = 1$; *2* — *MC*, amplituda nieznana, $r = 0$; *3* — *MC*, odbiór synchroniczny

Oznaczono tam symbolem r — współczynnik korelacji skrośnej. Tak więc przypadek $r = 1$ odpowiada zanikom korelowanym, zaś przypadek $r = 0$ zanikom niekorelowanym. Dla porównania pokazano także na rysunku 13 odpowiednią krzywą dla przypadku sygnałów zdeterminowanych.

2.3.3. Odbiór sygnałów o nieznanej amplitudzie z manipulacją fazy (MF)

Na zakończenie tej części rozważań zajmiemy się odbiorem sygnałów z manipulacją fazy, podlegających zanikom.

Sygnały tego typu można zapisać wzorami:

$$\text{„impuls''} - s_1(t, \vartheta_2) = \begin{cases} \vartheta_2 A(t) \cos \omega_0 t & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a, t > t_b \end{cases}$$

$$\text{„przerwa''} - s_2(t, \vartheta_2) = \begin{cases} \vartheta_2 A(t) \cos(\omega_0 t + \pi) & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a, t > t_b \end{cases} \tag{26}$$

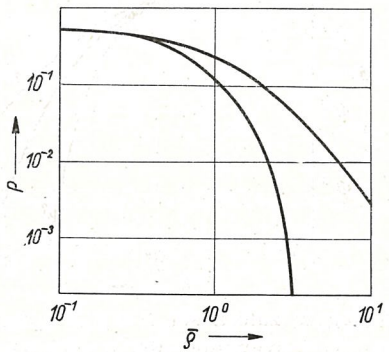
Przy założeniu, że znaki są na tyle „powolne", iż amplituda odbieranego sygnału pozostaje stała w obrębie pojedynczego sygnału elementarnego, optymalnym urządzeniem odbiorczym może być znowu odbiornik jak na rysunku 4.

Średnie prawdopodobieństwo błędu P wynosi tutaj (zob. Andronow [4]):

$$P = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\varrho}^2}{\bar{\varrho}^2 + 1}}\right), \tag{27}$$

gdzie $\bar{\varrho}$ — ma sens jak wyżej [por. wzór (22)].

Przebieg zależności (27) i odpowiednią krzywą dla synchronicznego systemu *MF* pokazano na rysunku 14.



Rys. 14. Porównanie przebiegów zależności $P = f(\bar{\varrho})$ optymalnych decyzji dla zdeterminowanych sygnałów *MF* i sygnałów *MF* o nieznanej amplitudzie; *MF*, amplituda nieznana (krzywa górna); *MF*, odbiór synchroniczny (krzywa dolna)

2.4. Układy optymalne w przypadku sygnałów o nieznanej fazie i amplitudzie

Rozważając wpływ nieznajomości amplitudy na jakość optymalnych decyzji zakładaliśmy, że po stronie odbiorczej systemu telekomunikacyjnego znane są wszystkie pozostałe parametry określające kształt sygnału — w szczególności jego faza. Realizacja takich systemów wymaga odtwarzania w urządzeniu odbiorczym fazy sygnału nośnego, co związane jest z poważnymi trudnościami konstrukcyjnymi. W prak-

tyce stosowane są przeto najczęściej urządzenia, które nie reagują na fazę odbieranego sygnału. W oparciu o wyniki z części poprzedniej rozważymy teraz odbiór sygnałów przy pomocy tego typu urządzeń. Będzie to przypadek sygnałów, których faza posiada pewną nieokreśloność i które podlegają zanikom, tj. sygnałów o dwóch parametrach biernych ϑ_1 i ϑ_2.

Założymy, że zmienne losowe ϑ_1 oraz ϑ_2 są niezależne i że nie zależą od wiadomości nadanej; założenie to w praktyce jest dość wiernie spełnione.

Omówione tu będą sygnały z manipulacją amplitudy i manipulacją częstotliwości. Manipulacji fazy omawiać nie będziemy z przyczyn, które już wyjaśniliśmy wyżej (por. rozdz. 2.2.).

2.4.1. *Odbiór sygnałów o nieznanej fazie i amplitudzie z manipulacją amplitudy (MA)*

W tym przypadku sygnały przesyłane mają postać:

$$\text{„impuls''} - s_1(t, \vartheta_1, \vartheta_2) = \begin{cases} \vartheta_2 A(t) \cos(\omega_0 t + \vartheta_1) & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a,\ t > t_b \end{cases} \tag{28}$$

„przerwa'' $- s_2(t) = 0$.

W rozdziale 2.2.1, rozważając odbiór sygnałów *MA* o nieznanej fazie pokazaliśmy, że optymalnym urządzeniem odbiorczym jest dla tego typu sygnałów liniowy detektor amplitudy poprzedzony filtrem dopasowanym. Ten sam odbiornik będzie optymalny również i w przypadku rozważanym obecnie. Wynika to stąd, że filtr dopasowany wchodzący w skład odbiornika optymalnego jest układem liniowym, którego parametry nie zależą od amplitudy sygnału; przy założeniu liniowej detekcji amplitudy wystarczy więc, aby odpowiednio dobrać wartość progu (zob. Gutkin [9]).

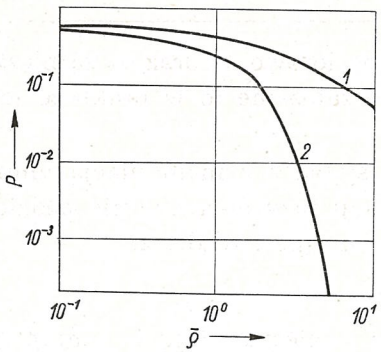
W pracy Bogusia [5] pokazano, że w rozważanym przypadku średnie prawdopodobieństwo błędu P wynosi:

$$P = \frac{1}{2}\left[\left(1 + \frac{\overline{\varrho}^2}{2}\right)^{-\left(1+\frac{2}{\overline{\varrho}^2}\right)} + 1 - \left(1 + \frac{\overline{\varrho}^2}{2}\right)^{-\frac{2}{\overline{\varrho}^2}}\right], \tag{29}$$

gdzie optymalny próg U_p oblicza się ze wzoru:

$$U_p = \frac{\sigma^2}{S_b^2}(2 + \overline{\varrho}^2) \ln\left(1 + \frac{\overline{\varrho}^2}{2}\right). \tag{30}$$

Przebieg zależności (29) jest pokazany na rysunku 15. Dla porównania jest pokazana również odpowiednia krzywa dla systemu synchronicznego. Jak widać, występowanie dwóch parametrów biernych sygnału powoduje znaczne pogorszenie jakości systemu.



Rys. 15. Porównanie przebiegów zależności $P = f(\bar{\varrho})$ optymalnych decyzji dla zdeterminowanych sygnałów *MA* i sygnałów *MA* o nieznanej amplitudzie i fazie; *1* — *MA*, faza i amplituda nieznana; *2* — *MA*, odbiór synchroniczny

2.4.2. Odbiór sygnałów o nieznanej amplitudzie i fazie z manipulacją częstotliwości (MC)

Zajmiemy się teraz odbiorem sygnałów z manipulacją częstotliwości, których amplitudę i fazę trzeba traktować jako parametry bierne. W takim przypadku sygnały przesyłane mają postać:

$$\text{„impuls''} - s_1[t, \vartheta_1, \vartheta_2, (\omega_1)] = \begin{cases} \vartheta_2(\omega_1)\, A(t) \cos[\omega_1 t + \vartheta_1(\omega_1)] & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a, t > t_b \end{cases}$$

$$\text{„przerwa''} - s_2[t, \vartheta_1, \vartheta_2(\omega_2)] = \begin{cases} \vartheta_2(\omega_2)\, A(t) \cos[\omega_2 t + \vartheta_1(\omega_2)] & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a, t > t_b \end{cases} \tag{31}$$

O zmiennych $\vartheta_2(\omega_1)$ i $\vartheta_2(\omega_2)$ przyjmiemy, że spełniają one założenia takie jak w rozdz. 2.3.2.

Rozważymy najpierw przypadek, gdy zaniki na pulsacjach ω_1 i ω_2 są skorelowane, tj. współczynnik korelacji skrośnej zmiennych $\vartheta_2(\omega_1)$ i $\vartheta_2(\omega_2)$ jest równy jedności. Można pokazać (zob. np. Andronow [3]), że w tym przypadku optymalnym urządzeniem odbiorczym jest odbiornik jak na rysunku 10. W szczególności, podobnie jak to miało miejsce w przypadku, gdy tylko faza jest parametrem biernym, tak i tutaj,

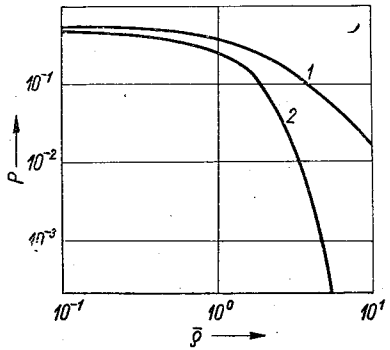
optymalny próg jest równy zeru. Średnie prawdopodobieństwo błędu wynosi — por. [3] — w tym przypadku:

$$P = \frac{1}{2 + \frac{\bar{\varrho}^2}{2}}, \tag{32}$$

gdzie znowu

$$\bar{\varrho} = \frac{2\sigma^2 E_{śr}}{S_b}.$$

Przebieg zależności (32) jest pokazany na rysunku 16. Na rysunku tym pokazana jest także odpowiednia krzywa dla synchronicznego systemu



Rys. 16. Porównanie przebiegów zależności $P = f(\bar{\varrho})$ optymalnych decyzji dla zdeterminowanych sygnałów *MC* i sygnałów *MC* o nieznanej fazie z zanikami korelowanymi; *1* — *MC*, faza i amplituda nieznana, $r = 1$; *2* — *MC*, odbiór synchroniczny

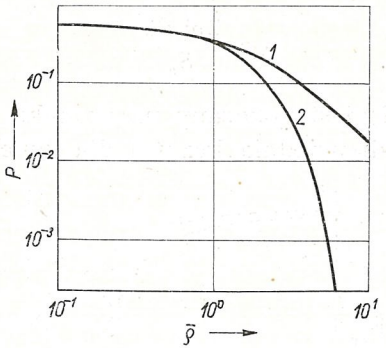
MC. Jak widać, jakość decyzji optymalnych dla sygnałów o nieznanej fazie i amplitudzie jest znacznie gorsza niż w przypadku zdeterminowanych sygnałów *MC*.

Weźmy teraz pod uwagę drugi przypadek skrajny: zaniki na pulsacjach ω_1 i ω_2 są niekorelowane — można więc przyjąć, że współczynnik korelacji zmiennych $\vartheta_2(\omega_1)$ i $\vartheta_2(\omega_2)$ jest równy zeru. Przypadek ten był także przedmiotem rozważań w pracy Andronowa [3]. W szczególności dowodzi się tam, że struktura optymalnego urządzenia odbiorczego pozostaje taka sama jak w przypadku, gdy zaniki są skorelowane, natomiast zmienia się znacznie wartość średniego prawdopodobieństwa błędu. Wynosi ono teraz:

$$P = \frac{8}{\left(\frac{\bar{\varrho}^2}{2} + 4\right)^2}. \tag{33}$$

Przebieg zależności (33) został pokazany na rysunku 17. Dla porównania pokazano tam także odpowiednią krzywą dla przypadku. kiedy współ-

czynnik korelacji r jest równy jedności. Jak widać, jakość optymalnych decyzji jest znacznie lepsza wówczas, kiedy zaniki są niekorelowane. Aczkolwiek przypadek taki na ogół nie występuje w praktyce, niemniej jednak przytoczone tu rezultaty są interesujące, gdyż pozwalają ocenić wpływ korelacji pomiędzy zanikami na pulsacjach „impulsu" i „przerwy".



Rys. 17. Porównanie przebiegów zależności $P = f(\bar{\varrho})$ optymalnych decyzji dla sygnałów *MC* o nieznanej fazie, w przypadkach korelowanych i niekorelowanych zaników; *1* — $r = 1$; *2* — $r = 0$

W następnym rozdziale, gdy mówić będziemy o stosowanych w praktyce metodach odbioru, powiemy także o metodzie, która pozwala wykorzystać potencjalne możliwości poprawy jakości decyzji występujące w przypadku, kiedy zaniki można uznać za niekorelowane.

3. STOSOWANE W PRAKTYCE METODY ODBIORU I ICH PORÓWNANIE. METODY REALIZACJI UKŁADÓW SYNCHRONIZOWANYCH

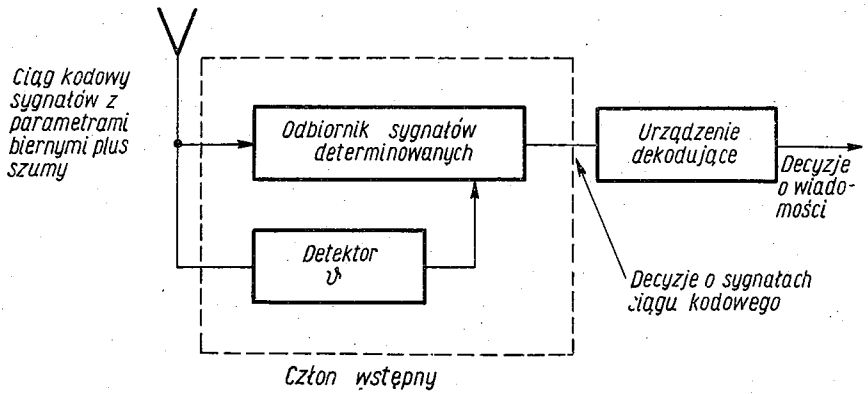
Opierając się na wynikach, jakie uzyskaliśmy w części poprzedniej, przeprowadzimy teraz ocenę jakości urządzeń, które są najczęściej stosowane w praktyce i na ogół różne od optymalnych. W szczególności należą tu takie konwencjonalne urządzenia, jak detektor amplitudy czy też dyskryminator częstotliwości chwilowej.

Jak pokażemy niżej, o ile dla dużych stosunków sygnał/szum jakość decyzji w tych urządzeniach jest zbliżona do jakości urządzeń odbiorczych optymalnych, o tyle w zakresie słabych sygnałów stosowanie ich jest związane ze znacznym pogorszeniem jakości decyzji.

Drugą grupę zagadnień, jakimi zajmiemy się w tym rozdziale, stanowią możliwości wykorzystania dodatkowych danych o parametrach biernych, które to możliwości pojawiają się przy odbiorze *ciągów kodowych*. Mianowicie w praktyce nie przesyła się pojedynczych sygnałów binarnych, lecz ciągi tych sygnałów, zwane ciągami kodowymi, w określony sposób przyporządkowane nadawanej wiadomości. Wówczas urządzenie odbiorcze składa się z dwóch członów. Pierwszy człon,

który nazywany jest *członem wstępnym*, podejmuje decyzje binarne o każdym z osobna sygnale elementarnym. Na wyjściu członu wstępnego otrzymuje się ciąg sygnałów jednoznacznie przyporządkowanych decyzjom binarnym, które to sygnały podawane są następnie na wejście członu drugiego. Człon drugi, pełniący funkcję *urządzenia dekodującego* (dekoder), na podstawie odebranego ciągu podejmuje decyzje o wiadomości.

W obrębie danego ciągu kodowego parametry bierne można na ogół traktować jako stałe. Jest więc możliwe, aby na podstawie dostatecznej liczby początkowych sygnałów elementarnych odtworzyć wartości parametrów biernych za pomocą odpowiednich detektorów. Można wówczas stosować opisane wyżej optymalne urządzenia do odbioru sygnałów zdeterminowanych z tym, że w urządzeniach tych generatory lokalne będą synchronizowane sygnałami z detektorów parametrów biernych, tak aby przebiegi przez nie wytwarzane odpowiadały dokładnie wytwarzanym w nadajniku. Schemat blokowy takiego odbiornika jest pokazany na rysunku 18, na którym detektor ϑ — detektor odtwa-



Rys. 18. Odbiornik z detektorem parametrów biernych

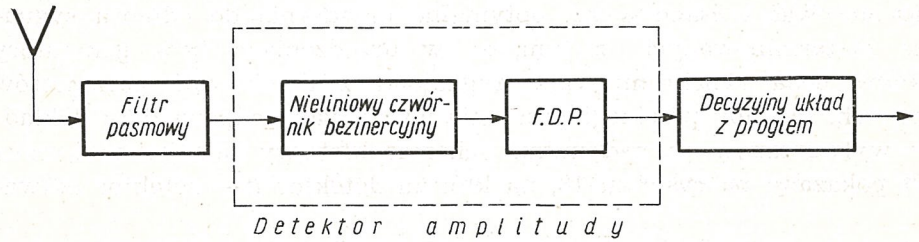
rzający wartości parametrów biernych. Jest to więc koncepcja stosowania układów adaptujących się. Opisany tu układ odbiorczy jest zaliczany do klasy układów adaptujących się bez pętli sprzężenia zwrotnego — zob. np. Chang [30].

W następujących niżej rozważaniach przeprowadzimy porównanie optymalnych i konwencjonalnych urządzeń odbiorczych oraz pokażemy niektóre metody realizacji urządzeń synchronizowanych. W odróżnieniu od części poprzedniej, gdzie rozważania prowadziliśmy porównując optymalne urządzenia odbiorcze dla określonego rodzaju sygnałów, obecnie jako podstawę porównywania przyjmiemy system manipulacji. Zaczniemy rozważania od sygnałów z manipulacją amplitudy.

3.1. Urządzenia do odbioru sygnałów z manipulacją amplitudy

3.1.1. Konwencjonalny odbiornik MA

Najczęściej stosowanym w praktyce urządzeniem do odbioru sygnałów z *MA* jest konwencjonalny odbiornik filtr pasmowy-detektor-filtr dolnoprzepustowy, pokazany na rysunku 19. Jest to odbiornik nieczuły na zmiany fazy i częstotliwości środkowej, można więc go stosować, gdy parametry te mają charakter parametrów biernych sygnału. W od-



Rys. 19. Konwencjonalny odbiornik sygnałów *MA*

biorniku takim decyzje są podejmowane na podstawie napięcia na wyjściu filtru dolnoprzepustowego. Układem decyzyjnym jest tu znowu układ odczytujący wartość napięcia na wyjściu filtru dolnoprzepustowego i porównujący tę wartość z poziomem progu. Decyzje takie są podejmowane każdorazowo w momentach odpowiadających końcowi trwania danego sygnału elementarnego. Wcześniejsze podejmowanie decyzji oznaczałoby niewykorzystanie pełnej energii sygnału, poźniejsze — zwiększyłoby oddziaływanie szumów. Błędy decyzji powstają, jeżeli napięcie na wyjściu *FDP* jest mniejsze od progu przy odbiorze „impulsu" i większe — przy odbiorze „przerwy".

Przyjmiemy, że sygnały odbierane mają postać:

$$s_1(t) = \begin{cases} A\cos[(\omega_0 + \vartheta_3)t + \vartheta_1] & \text{dla } t_a \leqslant t \leqslant t_b \\ 0 & \text{dla } t < t_a, t > t_b \end{cases} \qquad (34)$$

$$s_2(t) = 0,$$

gdzie:

ϑ_3 — nieznana przypadkowa odchyłka częstotliwości,

ϑ_1 — faza początkowa sygnału.

Dla takich sygnałów odbieranych pasmo filtru pasmowego (δf) należy dobierać w ten sposób, aby obejmowało ono widmo sygnału nawet przy największej odchyłce częstotliwości środkowej; pasmo filtru dolnoprze-

pustowego (δF) bierze się w przybliżeniu równe odwrotności czasu trwania impulsu ($t_b - t_a$). Stosunek

$$\varkappa \overset{\mathrm{df}}{=} \frac{(\delta f)}{(\delta F)}$$

jest wówczas rosnącą funkcją stosunku zakresu przypadkowych zmian częstotliwości środkowej do pasma zajętego przez sygnał. Można się nim posługiwać jako miernikiem zakresu zmian parametru biernego.

Badanie jakości decyzji podejmowanych w odbiorniku jak na rysunku 19 związane jest z poważnymi trudnościami, które głównie wynikają stąd, iż wskutek stanów przejściowych w filtrze pasmowym proces na wyjściu nie jest procesem stacjonarnym. Jeśli czas trwania sygnałów jest znacznie dłuższy niż czas trwania stanów przejściowych w filtrze pasmowym, można przyjąć upraszczające założenie stacjonarności przebiegów na wyjściu. W praktyce sytuacja taka występuje w większości przypadków, gdyż na ogół stosunek $\delta f/\delta F$ jest znacznie większy od jedności. W przypadku filtru dolnoprzepustowego, którego pasmo jest rzędu odwrotności czasu trwania sygnału, stanów nieustalonych w czasie trwania sygnału zaniedbać nie można. Założyliśmy jednak, że decyzje podejmowane są po zakończeniu sygnału w chwili $t = t_b$. Stan układu jest wówczas zbliżony do ustalonego.

Oznaczmy symbolem $W(t_b, y)$ napięcie na wyjściu omawianego odbiornika w momencie $t = t_b$. Niech $W(t_b, \mathbf{Y}_1)$ oznacza napięcie na wyjściu, gdy odbierany jest „impuls", zaś $W(t_b, \mathbf{Y}_2)$ — to samo napięcie, gdy odbierana jest „przerwa". (Symbolem $\mathbf{Y}$ oznacza się przypadkowy sygnał odebrany).

Wprowadza się — zob. Seidler [19], jako umowną ocenę jakości decyzji, stosunek wartości średnich zmiennych $w(t_b, \mathbf{Y}_1)$ i $w(t_b, \mathbf{Y}_2)$ do dyspersji zmiennej $w(t_b, \mathbf{Y}_1)$, tj. stosunek:

$$\varrho_w \overset{\mathrm{df}}{=} \frac{\varepsilon\,[w\,(t_b\,, \mathbf{Y}_1)] - \varepsilon\,[w\,(t_b\,, \mathbf{Y}_2)]}{\sigma\,[w\,(t_b\,, \mathbf{Y}_1)]}. \tag{35}$$

Zakładając, że obydwa filtry w odbiorniku na rysunku 19 mają charakterystykę dzwonową, a użyty tam detektor jest kwadratowym detektorem amplitudy, można w oparciu o metodę podaną przez Lewina (zob. poz. [13]) obliczyć wartość ϱ_w. Otrzymuje się wtedy — por. Seidler [19] — zależność następującą:

$$\frac{1}{\varrho_w^2} = \frac{2}{\varrho_0^2}\left(\frac{\varkappa^2}{1+\varkappa^2}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\varrho_0^4}\varkappa\left(\frac{2\varkappa^2}{1+2\varkappa^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{36}$$

Dla $\varkappa \gg 1$ obydwa wyrażenia w nawiasach są rzędu jedności. Wówczas ze wzoru (36) wynikają interesujące wnioski.

Jeżeli $\varrho_0 \gg 1$, można pominąć drugi składnik — otrzymuje się przy tym:

$$\varrho_w \approx \frac{\varrho_0}{\sqrt{2}}.$$

Tak więc jakość decyzji [w sensie definicji (35)] przestaje wtedy zależeć od parametru biernego.

Jeżeli $\varrho_0 \ll 1$, można pominąć pierwszy składnik. Wówczas ϱ_w wynosi:

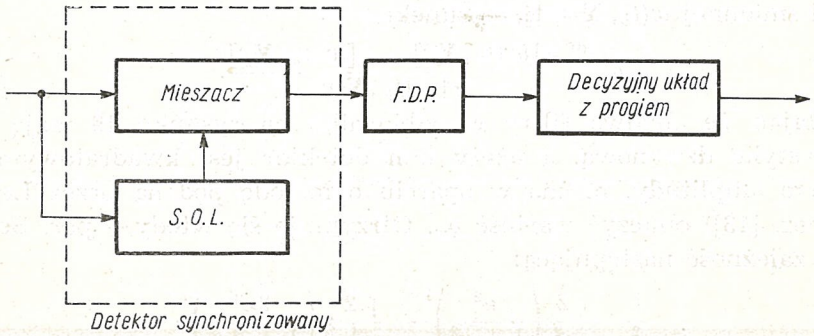
$$\varrho_w \approx \frac{\varrho_0^2}{\sqrt[4]{2}\sqrt{\varkappa}} \tag{37}$$

Wzór (37) pokazuje, że dla małych stosunków sygnał/szum jakość decyzji zależy od kwadratu ϱ_0 oraz maleje ze wzrostem zakresu zmian parametru biernego (ze wzrostem $\varkappa$). Jest to efekt, o którym już wspominaliśmy.

Na ogół parametr ϱ_w nie określa jednoznacznie prawdopodobieństwa błędu P. Jednakże przy założeniu $\varkappa \gg 1$, zmienne $w\,(t_b, \mathbf{Y}_L)_{L=1,2}$ mają rozkłady w przybliżeniu gaussowskie (por. Lewin [13]); wówczas parametr ϱ_w określa jednoznacznie prawdopodobieństwo błędów. Oblicza się je wtedy ze wzoru (4) podstawiając ϱ_w w miejsce ϱ_0 (por. Seidler [19]). Porównując wyniki uzyskane w ten sposób z rezultatami dla systemu synchronicznego — zob. wzór (9) — widzimy, że o ile dla dużych stosunków sygnał/szum jakość obydwu systemów jest porównywalna, o tyle w przypadkach słabych sygnałów różnią się one bardzo znacznie.

3.1.2. Odbiór sygnałów MA za pomocą układów synchronizowanych

W przypadku kiedy częstotliwość środkowa jest parametrem biernym sygnału i przy tym nie zmienia się w sposób znaczący w obrębie kilku następujących po sobie sygnałów elementarnych ciągu kodowego (co na ogół ma miejsce w praktyce), istnieje możliwość stosowania

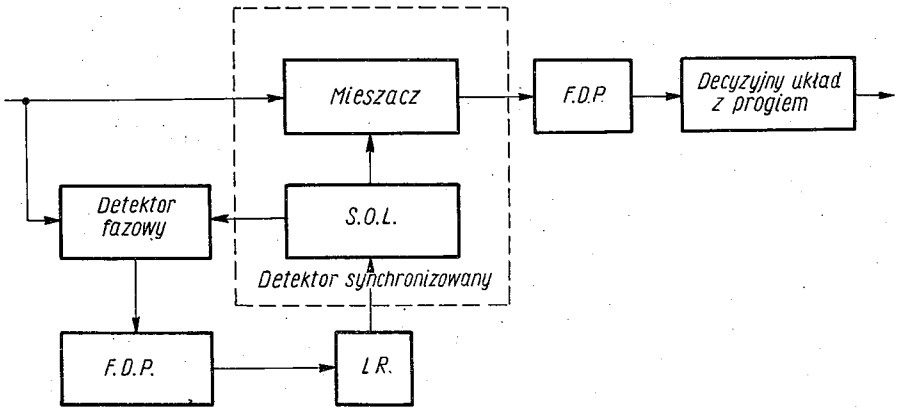


Rys. 20. Pierwszy typ synchronizowanego odbiornika MA — odbiornik „synchrodynowy"; *S.O.L.* — synchronizowany oscylator lokalny

urządzeń synchronizowanych. Znane są dwa typy takich urządzeń, dające się sprowadzić do schematu blokowego pokazanego na rysunku 18. W pierwszym synchronizację przeprowadza się na zasadzie wykorzystania zjawisk nieliniowych w oscylatorze, w drugim wykorzystuje się

do tego metodę fazowej automatycznej regulacji częstotliwości. Na rysunkach 20 i 21 są pokazane układy odbiorników, w których wykorzystuje się wymienione metody.

W literaturze technicznej urządzenia odbiorcze typu jak na rysunku 20 są znane pod nazwą odbiorników „synchrodynowych" — zob. np. Tucker [23]. W urządzeniach tych sygnał synchronizujący jest przyłożony bezpośrednio do oscylatora lokalnego, który jednocześnie pełni



Rys. 21. Drugi typ synchronizowanego odbiornika MA; *L.R.* — lampa reaktancyjna

funkcję „detektora δ_3". W określonych warunkach (warunki synchronizacji — zob. np. praca autora [16]) oscylator automatycznie dostraja się do częstotliwości odbieranego sygnału. W urządzeniach należących do grupy II „detektorem δ_3" jest dyskryminator fazy, w którym jest porównywana faza drgań wytwarzanych w oscylatorze lokalnym z fazą sygnału odbieranego (synchronizującego). Sygnał błędu steruje poprzez lampę reaktancyjną częstotliwością oscylatora lokalnego, tak że w rezultacie następuje zrównanie się częstotliwości obu tych sygnałów.

Obie pokazane metody synchronizacji prowadzą do podobnego rezultatu. Jeżeli szumu nie ma, z oscylatora lokalnego otrzymuje się sygnał o tej samej częstotliwości jak sygnał nadawany, różniący się co do fazy o stałą wartość $(\delta_1)_s$, która — gdy synchronizacja jest utrzymywana — nie wykracza poza przedział $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ — zob. Tucker [23], Jaffe [10]. Jeśli jest odbierany sygnał wraz z szumem, wówczas odchyłka fazy podlega fluktuacyjnym zmianom. O ile zmiany te i w tym przypadku nie przekraczają przedziału $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, synchronizacja będzie utrzymywana; jest jednak oczywiste, że jakość decyzji w takim urządzeniu będzie zawsze gorsza niż dla urządzenia optymalnego w systemie synchronicznym.

Przy założeniu, że częstotliwość środkowa pozostaje stała lub nie zmienia się w sposób znaczny w obrębie kilku następujących po sobie

sygnałów elementarnych ciągu, można zmniejszyć fluktuacje fazy stosując układy synchronizowane o dużej pojemności pamięci. Trzeba mieć jednak na uwadze, iż układ musi się synchronizować w odpowiednio szerokim zakresie, odpowiadającym zakresowi zmian częstotliwości środkowej odbieranego sygnału. Można pokazać, że te dwa wymagania nie mogą być spełnione jednakowo dobrze w urządzeniach synchrodynowych, ponieważ pojemność pamięci stosowanych tam układów synchronizacji jest odwrotnie proporcjonalna do zakresu synchronizacji — por. Chołchow [7]. Tak więc, w warunkach, kiedy jest wymagany szeroki zakres synchronizacji (tj. gdy szeroki jest zakres zmienności parametru ϑ_3), ta metoda nie pozwala zrealizować układu o dużej pojemności pamięci. Natomiast możliwości takie istnieją w urządzeniach należących do II grupy, gdzie obwód synchronizacji jest wydzielony z podstawowego układu odbiornika. W urządzeniach takich, w pewnym zakresie można w sposób niezależny zmieniać pojemność pamięci i zakres synchronizacji (por. Tucker [23], Jaffe [10], Weaver [26]). Z tego też względu właśnie te układy znalazły szerokie rozpowszechnienie przy realizacji synchronizowanych odbiorników *MA*.

Pozostaje teraz problem oceny jakości decyzji w urządzeniach synchronizowanych. Powiedzieliśmy wyżej, iż w procesie synchronizacji otrzymuje się sygnały o tej samej częstotliwości jak sygnał nadawany, różniące się co do fazy o wartość $(\vartheta_1)_s$, która — gdy odbiór odbywa się w obecności szumów — będzie podlegać fluktuacyjnym zmianom.

Wprowadzając, tak jak postępowaliśmy w rozdz. 3.1.1, jako ocenę jakości decyzji w urządzeniu synchronizowanym parametr ϱ_w [zob. wzór (35)], można pokazać — por. Tucker [24], że jego wartość wynosi tutaj:

$$\varrho_w \approx \varrho_0 \cos (\overline{\vartheta_1})_s,$$

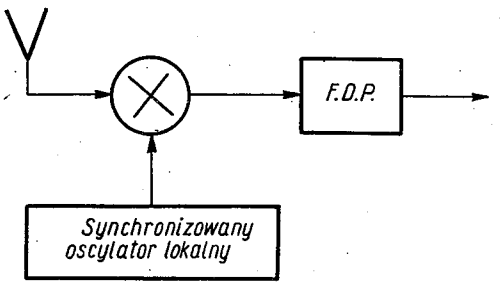
gdzie $(\overline{\vartheta_1})_s$ — średni błąd fazy.

Można drogą właściwego doboru parametrów obwodu synchronizacji minimalizować średni błąd fazy $(\overline{\vartheta_1})_s$. Wówczas jakość decyzji urządzenia synchronizowanego będzie zbliżona do jakości bezwzględnie optymalnego urządzenia dla sygnałów zdeterminowanych. Wiąże się z tym, o czym powiedzieliśmy, ogólny problem optymalizacji układów synchronizowanych — nie będziemy się nim zajmowali w niniejszej pracy, odwołamy się tylko do obszernej literatury źródłowej, mianowicie: [10], [11], [15], [23] i [26].

Wnioski tu sformułowane potwierdza doświadczenie. Jak wynika bowiem z badań eksperymentalnych (zob. praca autora [15]), urządzenia synchronizowane, aczkolwiek gorsze od układów optymalnych, zapewniają w zakresie małych stosunków sygnał/szum znaczną poprawę jakości decyzji w stosunku do klasycznego układu filtr-detektor-filtr.

3.1.3. Zalety eksploatacyjne urządzeń synchronizowanych. Niektóre wskazówki odnośnie do projektowania układów synchronizacji

Wróćmy raz jeszcze do podstawowego schematu odbiornika synchronizowanego. Urządzenie to posiada cały szereg zalet eksploatacyjnych; w szczególności najważniejszą z tych zalet jest możliwość zrealizowania wysokiej selektywności odbiornika poprzez użycie prostego w konstrukcji filtru dolnoprzepustowego, który następuje za detektorem synchronizowanym. Wiążę się z tym także możliwość łatwej regulacji



Rys. 22. Uproszczony schemat blokowy odbiornika synchronizowanego

selektywności poprzez zwykłe przełączanie układu filtrów. W odbiorniku tym nie stosuje się stopni przemiany częstotliwości, a przeto odpada cały związany z tym problem „odbić lustrzanych".

Ponieważ wzmocnienie odbiornika określa wzmacniacz m.cz. (następujący zwykle za filtrem dolnoprzepustowym), istnieje możliwość szerokiego stosowania układów tranzystorowych i łatwej regulacji szerokości pasma.

Omówimy obecnie niektóre zasady konstruowania układów synchronizacji.

Aby urządzenie typu jak na rysunku 22 pracowało w sposób zadowalający, konieczne jest przede wszystkim użycie stopnia przemiany (układ mnożący) o wysokiej liniowości charakterystyk. Wynika to stąd, iż jakiekolwiek nieliniowości charakterystyk tego układu wywołują w konsekwencji na wyjściu zakłócenia pochodzące od sąsiednich kanałów. Z tego też względu często stosuje się obecnie w urządzeniach synchronizowanych stopnie przemiany, których zasada działania jest oparta na wykorzystaniu efektu Halla. Odznaczają się one wysoką liniowością charakterystyk (opr. Korobow [11]).

Drugim, podstawowym obok stopnia przemiany, elementem określającym jakość odbiornika jest synchronizowany generator lokalny. Od generatora lokalnego wymagamy, aby wytwarzane przezeń drgania były synchroniczne z sygnałami odbieranymi. Stwarza to szczególnie ostre wymagania odnośnie projektowania kanału synchronizacji. Zwrócimy tu przede wszystkim uwagę na jeden moment, mający szczególne zna-

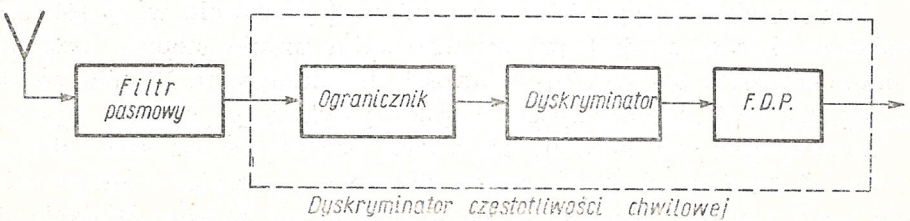
czenie w odbiornikach sygnałów z manipulacją *MA*. Ponieważ synałem synchronizującym *S.O.L.* jest sygnał odbierany z anteny, sygnał ten znika przy odbieraniu „przerwy". Przy dłuższych „przerwach" *S.O.L.* wypada z synchronizmu, wskutek czego przy kolejnym pojawieniu się sygnału („impuls") w czasie ustalania się synchronizacji mogą wystąpić znaczne zniekształcenia. Aby tego uniknąć, przesyła się zwykle w „przerwach" odpowiednio stłumiony sygnał nośny, który służy jako sygnał synchronizujący (por. Korobow [11]).

Jak już powiedzieliśmy uprzednio, szczególne warunki, w jakich jest odbierany sygnał radiotelegraficzny, wymagają, aby odbiornik miał możliwie duże pasmo synchronizacji oraz aby w kanale synchronizacji szumy były maksymalnie stłumione. W przypadku kiedy odchyłki częstotliwości nośnej osiągają duże wartości, nie wystarcza stosowanie w obwodzie synchronizacji prostej fazowej regulacji częstotliwości. W takich przypadkach stosuje się równoczesną automatyczną regulację fazy i częstotliwości (zob. Wood [25]). W szczególności postępuje się zawsze w ten sposób, kiedy odbiornik jest konstruowany do pracy w zakresie fal ultrakrótkich.

3.2. Urządzenia do odbioru sygnałów z manipulacją częstotliwości

3.2.1. Konwencjonalny odbiornik MC

Do odbioru sygnałów z manipulacją częstotliwości najczęściej bywa stosowany konwencjonalny odbiornik typu „ogranicznik-dyskryminator". Na rysunku 23 jest pokazany schemat blokowy takiego odbiornika. Odbiornik ten jest nieczuły na stałe przesuwy fazy, umożliwia zatem od-



Rys. 23. Konwencjonalny odbiornik sygnałów *MC*

biór sygnałów z fazą będącą parametrem biernym. Co więcej, jeżeli stosunek sygnał/szum na wejściu ogranicznika jest dostatecznie duży, powyżej progu *MC* (zob. Middleton [14]), odbiornik nie reaguje na zmiany amplitudy sygnału. Decyzje są podejmowane na podstawie napięcia na wyjściu filtru dolnoprzepustowego. Ścisłe obliczenie jakości takich decyzji nie było dotychczas podane. Przyjmując jako miarę jakoś-

ci decyzji parametr ϱ_w — zdefiniowany tak jak w rozdz. 3.1.1 [zob. wzór (35)] — można, w oparciu o wzory podane w monografii Middletona [14], obliczyć tę wartość dla przypadku, kiedy stosunek sygnał/szum jest znacznie większy od jedności.

Podajemy tutaj tylko końcowy rezultat obliczeń przeprowadzonych przy założeniu prostokątnego kształtu funkcji przenoszenia obu filtrów. Parametr ϱ_w wynosi wówczas:

$$\varrho_w \approx \left(\frac{\Delta f}{\delta F}\right) \varkappa^{-\frac{3}{2}} \varrho_0, \tag{38}$$

gdzie:

Δf — różnica częstotliwości „impulsu" i „przerwy",

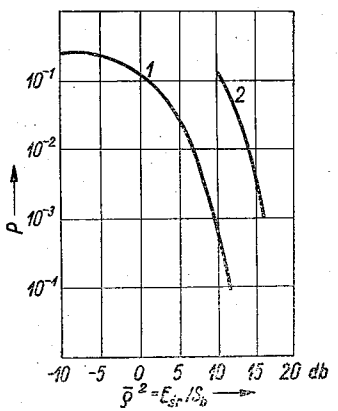
δF — pasmo filtru dolnoprzepustowego,

$\varkappa$ — stosunek $\left(\frac{\delta f}{\delta F}\right)$ pasma filtru pasmowego do pasma filtru dolnoprzepustowego.

Z zależności (38) wynikają interesujące wnioski.

W przypadku gdy $\Delta f < \delta F$ (czyli dla małych różnic częstotliwości), $\varkappa$ jest rzędu jedności. Wówczas powiększenie różnicy częstotliwości Δf powodując wzrost ϱ_w wpływa na poprawę jakości decyzji.

W przypadku gdy $\Delta f > \delta F$, powiększanie różnicy częstotliwości nie tylko nie wpływa na poprawę jakości decyzji, lecz powoduje zmniejszanie się wartości ϱ_w. Wynika to stąd, iż w tym przypadku poziom szumów na wyjściu dyskryminatora wzrasta szybciej niż sygnał — por.



Rys. 24. Porównanie przebiegów zależności $P = f(\bar{\varrho})$ optymalnych decyzji dla zdeterminowanych sygnałów *MC* i decyzji realizowanych w urządzeniu typu „ogranicznik-dyskryminator"; *1* — odbiór synchroniczny, *2* — dyskryminator konwencjonalny

Middleton [14] lub Seidler [20]. Rozwiązania powyższe dotyczą tylko małych szumów. W przypadku dużych szumów problem znacznie się komplikuje i, jak już podkreśliliśmy, dla tego przypadku nie jest dotychczas znane ścisłe obliczenie jakości decyzji.

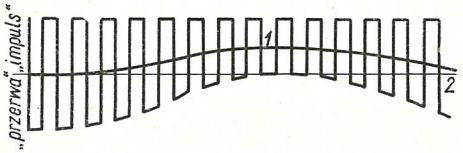
Dla oceny jakości omawianego odbiornika w zakresie niezbyt dużych stosunków sygnał/szum zostały przeprowadzone odpowiednie pomiary, na podstawie których znaleziono przebieg zależności $P = f(\varrho)$. Pomiary przeprowadzono przyjmując typowe parametry szybkiej telegrafii: szybkość telegrafowania 100 bodów, różnica częstotliwości $\Delta f = (f_1 - f_2) = 500$ Hz.

Na rysunku 24 podajemy krzywą ilustrującą wyniki pomiarów; przytoczono tam również dla porównania odpowiednią krzywą dla urządzenia bezwzględnie optymalnego.

Jak wynika z rysunku, konwencjonalny odbiornik typu ogranicznik-dyskryminator, w zakresie niezbyt dużych stosunków sygnału do szumów, daje rezultaty gorsze o około 8 dB niż odbiornik optymalny. Istnieje przeto konieczność poszukiwania urządzeń innego typu, których jakość byłaby zbliżona do jakości urządzeń odbiorczych optymalnych.

3.2.2. Odbiornik dwukanałowy z samooptymalizującym się progiem

W rozdziale 2.4.2, mówiąc o odbiorze sygnałów MC o nieznanej fazie i amplitudzie, powiedzieliśmy, że dla tego typu sygnałów optymalnym urządzeniem odbiorczym jest dwukanałowy układ pokazany na rysunku 10, przy tym jakość optymalnych decyzji, gdy zaniki na częstotliwościach „impulsu" i „przerwy" są niekorelowane, jest lepsza niż wtedy, kiedy przyjąć trzeba pełną korelację zaników. W przypadku, kiedy odbierany jest ciąg sygnałów binarnych, można, poprzez pewną modyfikację opisanego w rozdz. 2.4.2 urządzenia, wykorzystać tę istniejącą wtedy możliwość poprawy jakości decyzji. Załóżmy mianowicie, że odbierany jest taki ciąg oraz, że w czasie transmisji występują „powolne" zaniki niekorelowane. W przypadku szczególnym, kiedy zaniki



Rys. 25. Idealizowany przebieg napięcia na wyjściu układu odejmującego w odbiorniku MC (zob. rys. 10), gdy odbierany ciąg sygnałów binarnych podlega zanikom niekorelowanym; *1* — zmienny „samooptymalizujący się" próg, *2* — stały próg zerowy

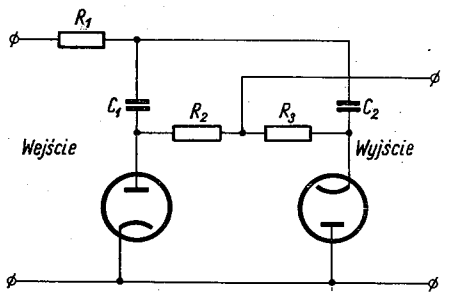
występują tylko na częstotliwości „przerwy", zaś sygnał „impuls" nie jest tłumiony, napięcie na wyjściu układu odejmującego, w urządzeniu odbiorczym pokazanym na rysunku 10, będzie miało przebieg jak niżej.

Jak to widać z rysunku, wskutek tłumienia wywołanego zanikami niekorelowanymi, amplitudy impulsów na wyjściu odpowiadających

odebranemu sygnałowi „przerwy" stopniowo maleją do zera, podczas gdy w tym samym czasie nie zmienia się wartość amplitudy impulsów odpowiadających drugiemu z odbieranych sygnałów binarnych. W takiej sytuacji, gdyby próg decyzyjny pozostawał równy zeru, odbiornik pracowałby z dużymi błędami decyzji.

Natomiast jest intuicyjnie oczywistym, że jeśli próg decyzyjny będzie utrzymywany stale na poziomie odpowiadającym wartości średniej sygnału na wyjściu układu odejmującego (zob. rysunek 25), błędy, o których mowa, będą znacznie zmniejszone. Zauważmy, że gdy wymaganie to będzie spełnione, układ odbiorczy staje się układem samooptymalizującym. Zrealizowanie w praktyce takiego układu nie nastręcza specjalnych trudności, o ile występujące na częstotliwościach „impulsu" i „przerwy" zaniki niekorelowane są dostatecznie „powolne" (co na ogół ma miejsce w praktyce).

Przytoczymy tu schemat układu pełniącego funkcję automatycznego ustalania progu decyzyjnego, jaki został opisany przez Alnatta w pracy [1]. Układ ten nosi nazwę „przystawki — aksesora". Schemat ten podajemy na rysunku 26. Nie będziemy tu zamieszczali szczegółowego opisu tego układu — znaleźć go można także w pracy [1].



Rys. 26. Schemat „przystawki-aksesora"

Zasada działania „przystawki — aksesora" sprowadza się do tego, że niezależnie od niekorelowanych zaników sygnału na wejściu, sygnał na wyjściu tego układu waha się wokół pewnej wartości średniej. Ta wartość średnia jest przyjmowana w urządzeniu odbiorczym jako próg decyzyjny.

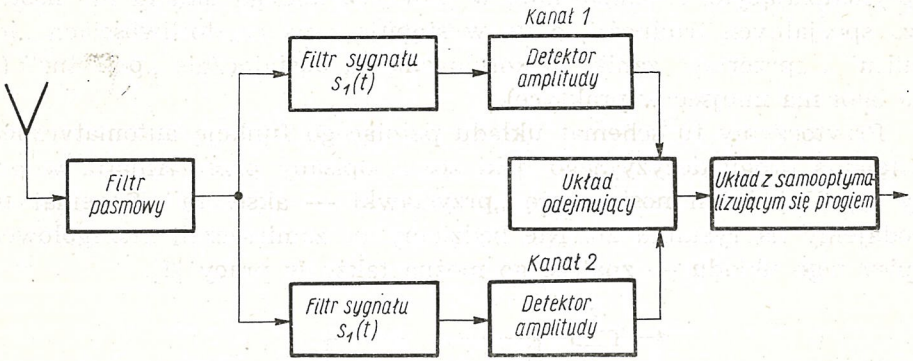
Zastanówmy się tutaj nad warunkami, jakie muszą być spełnione, aby układ taki należycie wypełniał swoje funkcje. Przede wszystkim stałe czasowe w układzie „przystawki — aksesora" powinny być tak dobrane, aby układ reagował bez opóźnień na zmiany amplitudy odbieranego sygnału. W szczególności powinny być spełnione następujące założenia:

1) Czas ustalania napięcia na wyjściu „przystawki — aksesora" przy pojawieniu się sygnału odbieranego na wejściu powinien być mniejszy niż długość elementarnego sygnału.

2) Szybkość zmian progu powinna być nie mniejsza niż szybkość zmian amplitudy sygnału odbieranego wywoływanych zanikami.

W pracy Andronowa [3] przeprowadzono szczegółową analizę stanów przejściowych w układzie „przystawki — aksesora". W szczególności zostały tam podane warunki, jakie wypełniać muszą stałe czasowe w układzie, żeby założenia sformułowane wyżej były spełnione. W oparciu o te warunki można przeprowadzić obliczenia elementów układu.

Na rysunku 27 jest pokazany schemat blokowy odbiornika MC wykorzystującego opisywany tu układ.



Rys. 27. Schemat blokowy odbiornika sygnałów *MC* z samooptymalizującym się progiem

W pracy Thomasa [21] podane zostały wyniki badań eksperymentalnych, które przeprowadzono celem oceny jakości decyzji realizowanych w takim urządzeniu odbiorczym. Jak się okazuje (zob. [21]), odbiór z samooptymalizującym się progiem, w warunkach, kiedy zaniki są niekorelowane, pozwala znacznie obniżyć średnie prawdopodobieństwo błędu decyzji.

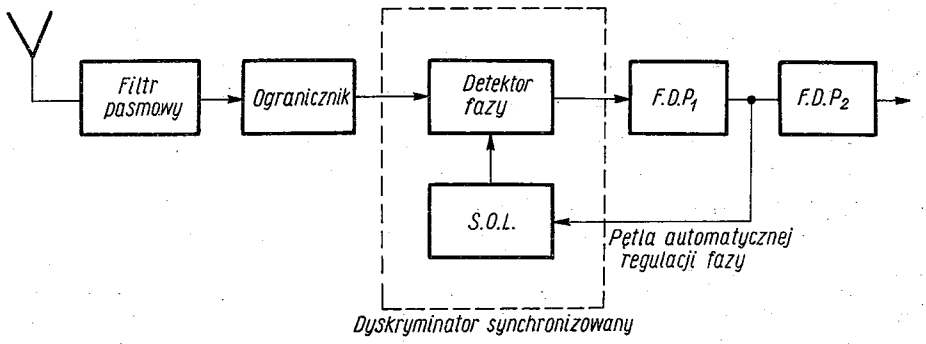
Należy sądzić, że metoda, której opis tu przytoczyliśmy, znajdzie szerokie zastosowania w praktyce. Wskazują na to liczne publikacje, na przykład [1], [3], [21]. Wydaje się ona szczególnie przydatna w systemach „diversity" (zob. także [1]).

3.2.3. Dyskryminator synchronizowany

Jeszcze inną możliwość poprawy jakości odbioru sygnałów *MC* daje zastosowanie dyskryminatora synchronizowanego — zob. Martin [28] lub Sanders [29].

Odbiornik wykorzystujący tę zasadę pokazany jest na rysunku 28. Urządzenie to różni się tym od konwencjonalnego odbiornika na rysunku 23, że funkcję dyskryminatora pełni tu obwód fazowej automatycznej regulacji częstotliwości.

Zasada działania opisywanego urządzenia jest następująca. W odbiorniku tym oscylator lokalny jest nastrojony wstępnie na częstotliwość środkową (nośną) odbieranego sygnału. Jeśli odpowiednio dobrane będą stałe czasowe obwodu synchronizacji, wówczas gdy na wejściu odbiornika pojawi się sygnał z manipulacją *MC* — częstotliwość oscylatora lokalnego będzie się zmieniać w takt manipulacji. Zmiany częstotliwości oscylatora lokalnego będą funkcją napięcia podawanego na siatkę lampy reaktancyjnej. W pasmie przepuszczania filtru FDP_1 napięcie to nie różni się od napięcia na wyjściu detektora fazy, tzn. zmienia się tak, jak faza sygnału *MC*.



Rys. 28. Odbiornik MC z dyskryminatorem synchronizowanym

Jeżeli na wyjściu odbiornika włączony jest układ całkujący (filtr FDP_2), wówczas napięcie wyjściowe jest proporcjonalne do zmian częstotliwości sygnału wejściowego — odbiornik pracuje jako dyskryminator częstotliwości chwilowej.

Z rozważań przeprowadzonych w pracach Sandersa [29] i Martina [28] wynika, że zastosowanie tego typu dyskryminatora, aczkolwiek tylko nieznacznie poprawia jakość decyzji w stosunku do dyskryminatora konwencjonalnego, umożliwia jednak odbiór sygnałów w zakresie niższych stosunków sygnał/szum, niż to miało tam miejsce.

Należy tu zwrócić uwagę, że omawiany odbiornik jest układem śledzącym, w którym obwód automatycznej regulacji częstotliwości pełni funkcję detektora ϑ_3, tzn. śledzi za zmianami częstotliwości środkowej sygnału. Z tego też względu odbiornik taki jest szczególnie przydatny w tych warunkach, gdzie częstotliwość środkowa odbieranego sygnału zmienia się bardzo znacznie (np. efekty dopplerowskie na zakresie UKF). Ponieważ każdorazowo nastraja się on do chwilowej częstotliwości odbieranego sygnału, zmiany częstotliwości środkowej nie mają tu większego znaczenia.

Ograniczone ramy niniejszej pracy nie pozwalają na bliższe zajęcie się omawianym typem odbiornika *MC*, aczkolwiek wydaje się, iż układ ten rokuje duże nadzieje.

Wiele szczegółów tyczących dyskryminatorów synchronizowanych można znaleźć w cytowanych już pracach [28] i [29], a także w pracach [10] i [26].

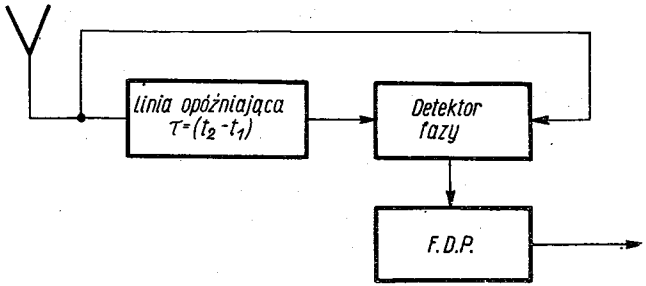
3.3. Urządzenia do odbioru sygnałów z manipulacją fazy. System względnej manipulacji fazy

Jak pokazaliśmy poprzednio, telegrafia z manipulacją fazy sygnału nośnego jest optymalną metodą przekazywania sygnałów binarnych i pozwala osiągnąć maksymalną odporność na przypadkowe zakłócenia. Jednakże dotychczas ta metoda nie znalazła szerszego rozpowszechnienia ze względu na trudności w budowie odpowiednich urządzeń odbiorczych. Aby zrealizować w praktyce optymalny odbiornik dla sygnałów z *MF*, należałoby wytworzyć w urządzeniu odbiorczym sygnał odniesienia o takiej samej częstotliwości, jaką posiada sygnał odbierany i o znanej i stałej fazie, dokładnie zgodnej lub przesuniętej o 180°, w zależności od przychodzącego sygnału — wykorzystując w tym celu sygnał odebrany. Taki odbiornik *MF* mógłby mieć schemat jak układ pokazany na rysunku 18. Podstawowym zadaniem detektora ϑ byłoby wtedy odtworzenie fazy sygnału nośnego. Zrealizowanie podobnego urządzenia napotyka jednak na poważne trudności. Wynikają one w szczególności stąd, iż sygnał odebrany przenosząc informację zmienia swoją fazę, a nawet zanika wskutek zakłóceń, utrudniając w pierwszym przypadku jednoznaczne ustalenie fazy sygnału odniesienia lub uniemożliwiając dokonanie tego w ogóle w drugim przypadku. Tak więc w systemie takim istniałaby konieczność regulacji urządzeń odbiorczych przy nawiązywaniu łączności i w czasie przerw — w celu ustalenia prawidłowej polaryzacji przesyłanych sygnałów. Trudności tych można uniknąć przechodząc do systemu względnej manipulacji fazy, w którym z zasady problem dwuznaczności fazy nie występuje. W systemie tym manipulacja sygnału nośnego odbywa się w ten sposób: przy przekazywaniu sygnału „impuls" faza sygnału nośnego pozostaje taka sama jak dla poprzedniego sygnału elementarnego, przy przekazywaniu „przerwy" zmienia się o 180°. Odbiór sygnałów jest możliwy tylko drogą porównywania w urządzeniu odbiorczym sąsiednich sygnałów elementarnych. Dlatego też przy nawiązywaniu łączności przesyła się tam zawsze pewien ciąg kodowy, który umożliwia odbiór pierwszego z sygnałów elementarnych.

Znane są dwie metody odbioru sygnałów względnej manipulacji fazy: metoda porównywania faz i metoda porównywania znaków (zob. Pietrowicz [17]).

Odbiornik działający wg pierwszej zasady pokazany jest na rysunku 29. Zasada działania tego urządzenia polega na tym, że sygnał przycho-

dzący na wejście zostaje przesunięty za pomocą linii opóźniającej o czas τ równy długości elementarnego sygnału. Sygnał opóźniony porównuje się następnie w detektorze fazy z kolejnym przychodzącym na wejście odbiornika.

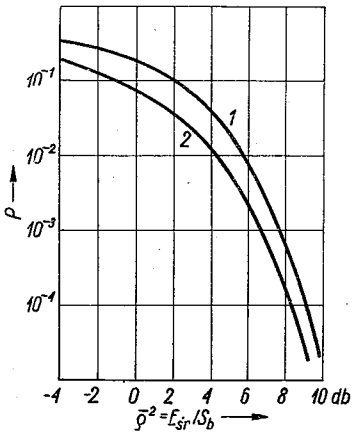


Rys. 29. Odbiornik sygnałów względnej manipulacji fazy działający wg zasady porównywania faz

Jak się należy spodziewać, jakość tego odbiornika będzie gorsza niż w układzie synchronicznym. W szczególności wynika to stąd, iż napięcie odniesienia (sygnał przesunięty) jest tu tak samo zniekształcone szumami, jak sygnał odbierany. W pracy Cahna [6] podana została analiza teoretyczna jakości decyzji relizowanych w takim odbiorniku. Jak się okazuje średnie prawdopodobieństwo błędu wynosi tutaj

$$P = \frac{1}{2} e^{-\bar{\varrho}^2},$$

gdzie: $\bar{\varrho}$ — średni stosunek sygnał/szum.

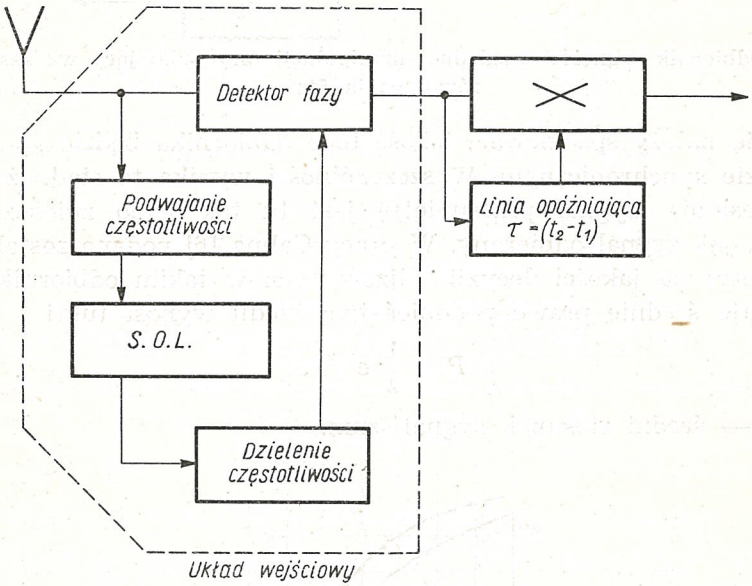


Rys. 30. Porównanie przebiegów zależności $P=f(\bar{\varrho})$ decyzji optymalnych dla zdeterminowanych sygnałów *MF* i decyzji realizowanych w odbiorniku na rys. 29; *1* — metoda porównania faz, *2* — układ odbiorczy optymalny

Na rysunku 30 pokazana jest krzywa ilustrująca przebieg zależności prawdopodobieństwa błędu w odbiorniku optymalnym (rys. 4) i w odbiorniku działającym wg zasady porównywania faz. Jak widać, dla du-

żych stosunków sygnał/szum różnica między nimi jest niewielka — rzędu 1 dB. Tak więc w tych warunkach, odbiornik działający wg zasady porównywania faz może być stosowany z powodzeniem. Natomiast jeśli stosunek sygnał/szum na wejściu odbiornika spada poniżej 3 dB, układ z porównywaniem faz jest wtedy znacznie gorszy.

Odbiornik działający w myśl drugiej zasady porównywania znaków jest pokazany na rysunku 31. Urządzenie to składa się z dwóch części. W pierwszej części, którą stanowi reagujący na zmiany fazy układ wejściowy, określa się znak napięcia reprezentującego dany elementarny sygnał ciągu kodowego. W części drugiej następuje porównanie znaków sąsiednich sygnałów elementarnych.



Rys. 31. Odbiornik sygnałów względnej manipulacji fazy działający wg zasady porównywania znaków

W układzie wejściowym obwód: podwajacz częstotliwości — synchronizowany oscylator lokalny — dzielnik częstotliwości — formuje z przychodzącego sygnału sygnał odniesienia. Synchronizowany oscylator lokalny jest tam użyty jako samonastrajający się filtr wąskowstęgowy. W ten sposób unika się dodatkowych zniekształceń związanych z niestabilnością częstotliwości sygnału wejściowego.

Zwróćmy uwagę na to, że wpływ szumów w obwodzie formowania sygnału odniesienia można znacznie zmniejszyć biorąc:

$$\frac{\delta f}{\delta F_{ef}} \gg 1,$$

gdzie:

δf — pasmo filtru na wejściu,

δF_{ef} — skuteczne pasmo synchronizowanego oscylatora lokalnego.

Podobnie jak w systemie poprzednim tak i tutaj dla odbioru pierwszego sygnału konieczne jest przesłanie pewnego ciągu kodowego. W ten sposób bowiem unika się wieloznaczności fazy, którą wprowadza w układzie wejściowym dzielnik częstotliwości. Jak wynika z rozważań zamieszczonych w pracy Pietrowicza [17], jakość decyzji pokazanego odbiornika jest zbliżona do jakości urządzenia optymalnego. Bliższe szczegóły na temat obu wymienionych metod — zob. Cahn [6] i Pietrowicz [17].

Autor pragnie złożyć podziękowanie profesorowi Jerzemu Seidlerowi za szereg cennych wskazówek, a także za udostępnienie rękopisu Jego monografii „Statystyczna teoria odbioru sygnałów".

Politechnika Gdańska
Katedra Podstaw Telekomunikacji

WYKAZ LITERATURY

1. Alnatt J. W., Jones E. D., Law H. B.: The Detectability of Fading Radiotelegraph Signals in Noise. — PJEE, p. B, vol. 104, Nr 14 (1957), str. 130—140.
2. Alnatt J. W., Jones E. D. Law H. B.: Frequency Diversity in the Reception of Selectively Fading Binary Frequency — Modulated Signals. — PJEE, p. B, vol. 104, Nr 14 (1957), str. 98—107.
3. Andronow J. S.: Potiencialnaja pomiechoustojczиwość i usłowija riealizacji mietoda razdielnogo prijoma signałow czastnogo tielegrafirowanija. — Elektroswiaź, Nr 6 (1961), str. 3—10.
4. Andronow J. S.: Potiencialnaja pomiechoustojczиwość niekotorych sistiem fazowej manipuliacii pri zamiranijach signała. — Elektroswjaź, Nr 9 (1961), str. 3—8.
5. Boguś Z.: Integracyjne metody odbioru. Materiały Konferencji „Transmisja Danych", Warszawa 1962. Zeszyt 15, str. 1—35.
6. Cahn C. R.: Performance of Digital Phase Modulation Communication Systems. — JRE Trans. on Comm. Systems, Vol. CS-7, Nr 1 (1959), str. 3—7.
7. Chołchow A.: Method of Analysis in the Theory of Sinusoidal Self-Oscillations. — IRE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-7, Nr 4 (1960), str. 388—413.
8. Fink Ł. M.: O potiencialnoj pomiechoustojczиwosti pri zamiranijach signała. — Radiotiechnika, t. 14, Nr 9 (1959), str. 3—13.
9. Gutkin: Tieorija optimalnych mietodow radioprijoma pri fluktuacionnych pomiechach. — Goseniergoizdat, Moskwa 1941.
10. Jaffe R., Rechtin E.: Design and Performance of Phase Locked Circuits Capable of Near Optimum Performance over a Wide Range of input Signal and Noise Levels. — IRE Trans. on Inf. Theory, vol. IT-1, Nr 3(1955), str. 66—76.
11. Korobow Ju. F.: Niekotoryje sistiemy sinchronizacii sinchronnych prijomnikow priamogo usilenija. — Elektroswiaź, Nr 6 (1961), str. 15—22.
12. Kotielnikow W. A.: Tieorija potiencialnoj pomiechoustojczиwosci. Goseniergoizdat, Moskwa 1956.
13. Levin B. R.: Tieorija słuczajnych processow i jejo primienienije w radiotiechnikie. — „Sowietskoje Radio", Moskwa 1960.

14. Middleton D.: An Introduction to Statistical Communication Theory, MC Graw-Hill Book Co., New York 1960.
15. Nowakowski J.: Możliwości wykorzystania synchronizowanych generatorów w układach przeznaczonych do odbioru słabych sygnałów. — Biuletyn ZTŁ IPPT PAN (w druku).
16. Nowakowski J.: Możliwości wykorzystania oscylatorów synchronizowanych jako układów selektywnych. — Zeszyty Naukowe Pol. Gd., Nr 24, „Łączność", Zeszyt IV (1962), str. 143—167.
17. Pietrowicz N. T.: Pieriedacza signałow po mietodu srawnienija elemientarnych posyłok. — Radiotiechnika, t. 16, Nr 1 (1961), str. 3—10.
18. Reiger S.: Error Prababilities of Binary Data Transmission Systems in Presence of Random Noise. — IRE Convention Record, pt. 8 (1953), str. 72—79.
19. Seidler J.: Metody odbioru sygnałów progowych. — Prace PIT, Vol. XI, Nr 32/33 (1961), str. 1—52.
20. Seidler J.: Statystyczna teoria odbioru sygnałów. Rękopis monografii znajdującej się w druku.
21. Thomas E.: An Improved Decision Technique for Frequency — Shift Communication Systems. — PIRE, vol. 48, nr 12 (1960), str. 1998—2002.
22. Tiepłow N. T.: Maksimalnaja pomiechoustojczіwość radioprijoma signałow s amplitudnoj, czastotnoj i fazowoj manipuliaciej. — Elektroswiaź, Nr 1 (1959), str. 28—38.
23. Tucker D. G.: The Synchrodyne: Refinements and Extensions. — El. Engin, Vol. 20, Nr 240 (1948), str. 49—55.
24. Tucker D. G.: The Synchrodyne and Coherent Detectors. — Wireless Engineer, Vol. 29, Nr 2 (1952), str. 184—188.
25. Wood R. H., Whyland W. P.: A Synchronous Communication Receiver for the Military. — UHF Band, Vol. CS-7, Nr 2 (1959), str. 129—133.
26. Weaver C. S.: Treshold and Tracking Ranges in Phase — Locked Loops. — IRE Trans. on Space Electronics and Telemetry, Vol. SET-7, Nr 3 (1961), str 60—71.
27. Inżenierno-Tiechniczeskij Sprawocznik po Elektroswiazi, t. VIII-Radioswiaź. Gos. Izd. Litieratury po Woprosam Swiazi i Radio. Moskwa 1958.
28. Martin B. D.: Treshold Improvement in an FM Subcarrier System. — IRE Trans. on Space Elekctronics and Telemetry, Vol. SET-6, Nr 1 (1960), str. 25—34.
29. Sanders R. W.: Communication Efficiency Comparison of Several Communication Systems. — PJRE, Vol. 48, Nr 4 (1960), str. 575—589.
30. Chang S.S.L.: Synthesis of Optimum Control Systems. Mc Graw-Hill Book Company, New York 1961.

J. NOWAKOWSKI

A COMPARISON OF THE QUALITY OF OPTIMAL AND SUBOPTIMAL RADIOTELEGRAPHIC RECEIVERS

Summary

In the paper the optimal, in the sense of statistical communication theory, receivers for radiotelegraphic signals are compared with the receivers usually applied in practice.

The transmission of single binary messages as well as series of binary messages by means of signals keyed in amplitude or frequency or phase is considered. The average probability of error is introduced as the criterion of quality of decisions done by the receiver.

In the first part of the paper the methods of realization of optimum synchronous (in the general sense) and nonsynchronous receivers are described. In particular, attention is paid to the influence of unknown parameters on which the transmitted signal or noise may depend. The results obtained permit to estimate the worsening of quality of optimum decisions due to the lack of synchronization.

In the second part of the paper, the quality of the nonoptimum receivers usually applied in practice is compared with the quality of optimal receivers calculated in part I. The conclusions about the possibilities of improving of existing systems and advantages which may be achieved in this way are given.

In the second part, the problem of the quality of decisions if a series of binary signals is sent is also considered. It is proved, that in some cases it is possible to obtain the quality of decisions not much worse than in the synchronous case, by means of adaptive receivers.

J. NOWAKOWSKI

COMPARAISON DE LA QUALITÉ DES RÉCEPTEURS RADIOTÉLÉGRAPHIQUES OPTIMAUX ET NONOPTIMAUX

Résumé

Dans l'article présent on a fait une comparaison d'un récepteur radiotélégraphique optimal dans le sens de la théorie de communication avec les récepteurs nonoptimaux le plus souvent utilisés en pratique. On a consideré la transmission des informations binaires ou des suites des informations binaires à l'aide des signaux à manipulation d'amplitude, de fréquence et de phase. Comme un critère de qualité des decisions réalisées dans le récepteur on a choisi la probabilité moyenne de l'erreur.

Dans la première partie du travail on a présenté les méthodes de la réalisation et on a déterminé la qualité de la décision des récepteurs optimaux dans les systèmes synchrones (dans le sens généralisé) ainsi que dans les systèmes asynchrones, avec une considération speciale des paramètres réactifs, apparaissant dans le système asynchrone. On a obtenu les résultats, qui permettent d'évaluer l'empirement de la qualité des décisions optimales causè par le manque de la synchronisation.

Les résultats de la première partie constituent la base de l'évaluation, faite dans la deuxième partie, de la qualité de la décision des dispositifs nonoptimaux le plus souvent appliqués en pratique; ces résultats donnent aussi la possibilité de faire les conclusions sur le perfectionnement futur des systèmes radiotélégraphiques présents et sur le profit, qu'on peut attendre de ce perfectionnement.

Dans la deuxième partie on a présenté aussi un problème important du perfectionnement de la décision dans le cas, ou les suites des informations binaires sont reçues. On a justifié, qu'en appliquant les dispositifs avec réglage automatique, la construction de lesquels n'apporte pas en principe des difficultés, on peut obtenir les décisions la qualité de lesquelles sera proche à la qualité des décisions absolument optimales dans les systèmes synchrones.

J. NOWAKOWSKI

EIN VERGLEICH DER OPTIMALEN UND NICHTOPTIMALEN EMPFÄNGER FÜR TELEGRAPHISCHE SIGNALE

Zusammenfassung

Im Sinne der statistischen Kommunikationstheorie werden die optimalen Empfänger mit den Empfängern verglichen, die gewöhnlich in der Praxis angewandt werden.

Hier wird die Übertragung binärer Nachrichten bezw. die Sequenzen solcher Nachrichten mit Hilfe von Signalen besprochen, deren Amplitude, Frequenz oder Phase moduliert werden.

Als Qualitätskriterium der Entscheidungen wird die mittlere Fehlerwhrscheinlichkeit im Empfänger eingeführt.

Im ersten Teil der Arbeit sind die Methoden der Verwirklichung optimaler Entscheidungsregeln und deren Qualität beschrieben.

Berücksichtigt wird besonders der Einfulss der unbekannten Parameter gesandter Signale im nichtsynchronen System. Die erhaltenen Resultate erlauben Verluste zu ermitteln, welche das Fehlen der Synchronisation zur Folge hat.

Im zweiten Teil der Arbeit wird die Qualität der in der Praxis überwiegend angewandten Empfänger verglichen. Die erhaltenen Ergebnisse gelten als Richtlinien zur Verbesserung von bestehenden Empfängern und erlauben die daraus sich ergebenden Vorzüge zu bestimmen. Im zweiten Teil wird auch das wichtige Problem der Qualitätsverbesserung des Empfängers in solchem Falle, wo die Sequenzen der binären Nachrichten gesandt werden, betrachtet. Es wird gezeigt, dass durch die Anwendung der sebstregelnden Einrichtungen die Möglichkeit gegeben ist, die Qualität der Entscheidungen zu erreichen, welche der Qualität optimaler Entscheidungen im Falle voller Synchronisierung fast gleich kommt.

Я. НОВАКОВСКИ

СРАВНЕНИЕ КАЧЕСТВА ОПТИМАЛЬНЫХ И НЕОПТИМАЛЬНЫХ ПРИЁМНИКОВ РАДИОТЕЛЕГРАФНЫХ СИГНАЛОВ

Резюме

В работе производится сравнение, с точки зрения статистической теории связи, оптимальных приёмников радиотелеграфных сигналов с, чаще всего применяемыми в практике, неоптимальными приёмниками.

Обсуждается передача бинарных сообщений или последовательности бинарных сообщений при помощи сигналов с манипуляцией амплитуды частоты или фазы.

Средняя вероятность ошибки принята критерием качества решений, осуществлённых в приёмнике.

В первой части работы даются методы осуществления и определяется качество решений оптимальных приёмников в синхронных, в общем смысле, системах, а также в несинхронных со специальным учетом выступающих в несинхронных системах неизвестных параметров. Полученные результаты позволяют

оценить ухудшение качества оптимальных решений вследствие отсутствия синхронизации.

Результаты первой части являются основанием, проведенной во второй части, оценки качества решений, чаще всего употребляемых в практике неоптимальных приёмников и позволяют сделать вывод о возможности усовершенствования существующих радиотелеграфных систем и тех выгодах, которые можно ожидать после применениям этих устройств.

Во второй части описывается тоже очень важный вопрос методе улучшения качества решения в случае приема последовательностей бинарных сообщений. Доказывается, что путём применения самонастраивающихся приёмников, конструкция которых не представляет в принципе больших трудностей, можно получить решения, качество которых будет приближаться к качеству абсолютно оптимальных решений в синхронных системах.

534.86:621.3.08

JANUSZ KACPROWSKI

Synteza polskich spółgłosek nosowych w rezonansowych układach formantowych

Rękopis dostarczono 4.2.1963

Przedmiotem pracy jest analiza teoretyczna i sprawdzenie eksperymentalne procesu syntezy polskich spółgłosek nosowych w rezonansowych układach formantowych o stałych skupionych.

Uproszczony model akustyczny efektorów artykulacyjnych naturalnego organu mowy przy wymawianiu spółgłosek nosowych przedstawiono w postaci elektrycznego układu zastępczego i zbadano jego funkcję transmitancji $H(s)$ stosując metodę analizy graficznej wykresu admitancji. Rozkład biegunów i zer funkcji transmitancji na płaszczyźnie częstotliwości zespolonej $s = \sigma + j\omega$ wyznacza formantowo-antyformantową strukturę rozpatrywanych spółgłosek nosowych i pozwala określić ich akustyczne cechy dystynktywne. Wyniki analizy teoretycznej porównano z wynikami badań eksperymentalnych, prowadzonych w innych ośrodkach przy użyciu różnych metod.

Uproszczoną postać funkcji transmitancji $H(s)$ odtworzono w układzie kaskadowo połączonych k filtrów formantowych, z których każdy jest określony przez parę biegunów sprzężonych s_i, $s_i^* \mid_{i=1}^{i=k}$, oraz jednego filtru antyformantowego, określonego przez parę zer sprzężonych s_0, s_0^*. Omówiono kilka wariantów realizacji technicznej omawianego syntetyzatora i podano wyniki wstępnej syntezy kilku polskich spółgłosek nosowych w układach eksperymentalnych.

1. WSTĘP

Wstępna synteza polskich samogłosek w rezonansowych układach formantowych dała wyniki zadowalające. W opublikowanej poprzednio pracy przedstawiono teoretyczne podstawy syntezy samogłosek w układach formantowych o stałych skupionych, zwracając uwagę na możliwości ich zastosowań w systemach transmisyjnych o zwężonym pasmie częstotliwości i zwiększonej przepustowości informacyjnej kanału, pracującym na zasadzie ciągłej analizy-syntezy [1]. Podano również opis doświadczalnego syntetyzatora formantowego samogłosek polskich oraz przytoczono wyniki syntezy samogłosek i grup samogłosek polskich w opisanym układzie [2], [3].

Kontynuując prace badawcze nad syntezą dźwięków mowy polskiej podjęto pierwsze próby syntezy spółgłosek, których mechanizm wy-

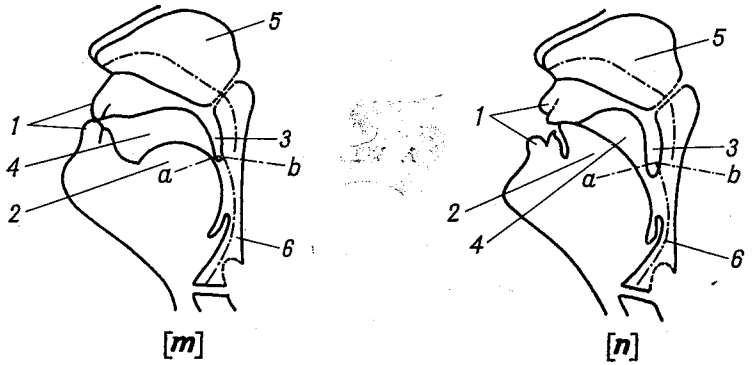
twarzania i struktura akustyczna są znacznie bardziej skomplikowane i mniej znane niż w przypadku stosunkowo prostych dźwięków samogłoskowych. Przedmiotem niniejszej pracy jest teoretyczna i eksperymentalna analiza możliwości syntezy nielicznej grupy polskich spółgłosek nosowych w rezonansowych układach formantowych o stałych skupionych. Wybór materiału fonetycznego podlegającego syntezie nie był przypadkowy, lecz podyktowany został istnieniem pewnych analogii, jakie zachodzą między procesem wytwarzania i strukturą akustyczną spółgłosek nosowych i samogłosek. Analogie te są tak daleko idące, że pozwalają na bezpośrednie wykorzystanie doświadczenia nabytego przy syntezie samogłosek i zastosowanie zbliżonych metod teoretycznego ujęcia procesu syntezy, a nawet podobnych układów eksperymentalnych.

Punktem wyjścia do dalszych rozważań będzie analiza teoretyczna funkcji transmitancji efektorów artykulacyjnych naturalnego organu mowy przy wymawianiu spółgłosek nosowych.

2. ANALIZA TEORETYCZNA FUNKCJI TRANSMITANCJI EFEKTORÓW ARTYKULACYJNYCH PRZY WYMAWIANIU SPÓŁGŁOSEK NOSOWYCH

2.1. Mechanizm wytwarzania spółgłosek nosowych

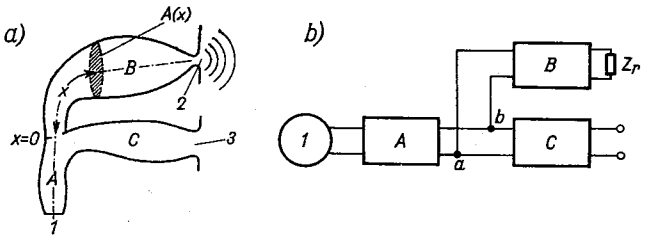
Podstawowe cechy akustyczne spółgłosek nosowych można przewidzieć z góry, analizując mechanizm ich wytwarzania. Anatomiczny przekrój organu mowy przy wymawianiu spółgłosek [m] i [n] podano



Rys. 1. Anatomiczny przekrój organu mowy przy wymawianiu spółgłosek nosowych [m] i [n] (według [6])
1 — Wargi, *2* — Język, *3* — Języczek tylny, *4* — Wnęka jamy ustnej, *5* — Kanał nosowy, *6* — Krtań

na rys. 1. Podobnie jak w przypadku samogłosek, źródłem energii są struny głosowe, pobudzone do drgań strumieniem powietrza wypływającego z płuc. Inny jest jednak układ biernych efektorów artykulacyj-

nych utworzonych przez wnęki jamy krtaniowej, ustnej i nosowej. Przy wymawianiu samogłosek wnęka nosowa jest oddzielona języczkiem tak, że przepływ energii odbywa się wyłącznie przez krtań i jamę ustną, a wypromieniowanie energii akustycznej na zewnątrz następuje tylko za pośrednictwem otworu wylotowego ust. Natomiast w przypadku spółgłosek nosowych główny tor przepływu energii jest utworzony przez krtań i wnęki jamy nosowej, zakończone otworami nosa, które są jedynym elementem wypromieniowującym energię na zewnątrz. Wnęka (lub wnęki) jamy ustnej tworzą w rozpatrywanym przypadku zamknięty układ akustycznych, bocznikujący główny układ przesyłowy, utworzony przez tylną część wnęk krtani i kanał nosowy. Uproszczony akustyczny schemat organu mowy przy wymiawianu spółgłosek nosowych podano na rys. 2a, a jego elektryczny układ zastępczy na rys. 2b.



Rys. 2. Uproszczony schemat akustyczny organu mowy przy wymawianiu spółgłosek nosowych (a) i jego elektryczny układ zastępczy (b)

A — Kanał krtani, *B* — Kanał nosowy, *C* — Wnęki jamy ustnej; *1* — Źródło tonu krtaniowego, *2* — Otwory wylotowe nosa, *3* — Otwór wylotowy ust

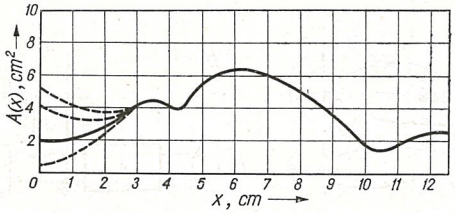
Konfiguracja geometryczna i wynikająca z niej struktura akustyczna układu efektorów arykulacyjnych z rys. 2a jest jeszcze stosunkowo mało znana; informacje na ten temat, uzyskane na podstawie badań anatomicznych i zdjęć rentgenowskich, pozwalają jednak na stworzenie uproszczonego modelu akustycznego, który z dostateczną dokładnością aproksymuje właściwości transmisyjne układu naturalnego (anatomicznego), a jednocześnie podlega ogólnym regułom analizy biernych linearnych układów akustycznych lub elektrycznych.

2.2. Struktura akustyczna efektorów artykulacyjnych przy wymawianiu spółgłosek nosowych

Z akustycznego punktu widzenia wnęki jamy nosowej można traktować jako rurę o długości około 12,5 cm o przekroju niejednostajnym, określonym funkcją powierzchni przekroju $A(x)$, gdzie x jest współrzędną bieżącą, oznaczającą odległość rozpatrywanej płaszczyzny przekroju od wlotu rury, tj. od punktu, w którym łączy się ona z wnęką jamy ustnej (rys. 2a)). Na końcu, tj. w punkcie o współrzędnej $x =$

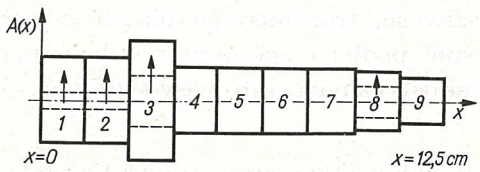
= 12,5 cm, rura jest otwarta i obciążona impedancją promieniowania otworów wylotowych nosa.

Istotną cechą rozpatrywanego układu jest to, iż jego kształt i rozmiary geometryczne są w przybliżeniu stałe i niezależne od chwilowej konfiguracji geometrycznej pozostałych układów organu mowy, określającej akustyczne i fonetyczne cechy wymawianego dźwięku. Jedynym parametrem zmiennym jest powierzchnia otworu wlotowego $A(x = 0)$, wprowadzająca sprzężenie akustyczne kanału nosowego z wnęką jamy ustnej i określona aktualnym położeniem języczka (velum). W zależności od położenia języczka powierzchnia otworu $A(x = 0)$ może zmieniać się od zera (wnęka jamy ustnej oddzielona, brak sprzężenia) do wartości około 5 cm² (pełne sprzężenie wnęk jamy ustnej i nosowej).



Rys. 3. Funkcja powierzchni przekroju $A(x)$ kanału nosowego

Funkcja powierzchni przekroju $A(x)$ kanału nosowego ma kształt stosunkowo prosty (rys. 3) i da się aproksymować za pomocą kilku (w praktyce nie więcej niż 9) odcinków rur cylindrycznych o danych przekrojach $A_i \Big|_{i=1}^{i=9}$ i o jednakowych długościach $l_i = 1{,}5$ cm = const. Przybliżenie to, słuszne do częstotliwości rzędu 4000 Hz, czyli gdy $l_i < \frac{1}{8}\lambda$, pozwala na zastąpienie układu o stałych rozłożonych układem o stałych skupionych. Taka metoda jest z powodzeniem stosowana przy



Rys. 4. Uproszczony model analogowy kanału nosowego (według [4]).

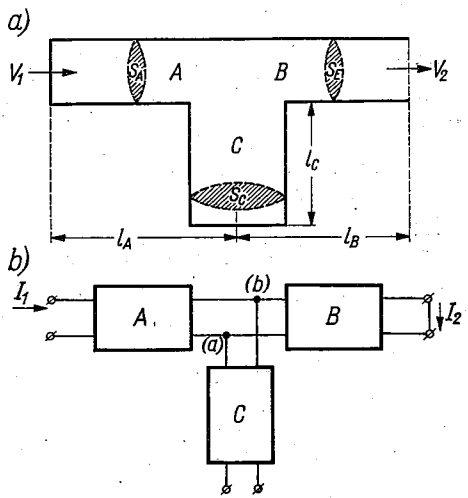
syntezie spółgłosek nosowych w układach analogowych [4], [5]. Na rys. 4 podano jako przykład uproszczony model akustyczny dziewięciosekcyjnego układu analogowego, stosowanego przy dynamicznej syntezie spółgłosek nosowych w Research Laboratory of Electronics, M.I.T. [4].

Układy analogowe są jednak zbyt skomplikowane, aby mogły być stosowane do celów syntezy w systemach transmisyjnych o zwiększonej

przepustowości informacyjnej. Należy zatem sprawdzić, czy i w jakim stopniu funkcję transmitancji naturalnych efektorów artykulacyjnych przy wymawianiu spółgłosek nosowych można aproksymować w prostym układzie rezonansowego syntetyzatora formantowego o stałych skupionych, podobnym do tego, który jest stosowany do syntezy samogłosek [2], [3].

2.3. Uproszczona metoda graficzna wyznaczania funkcji transmitancji

Do celów analizy teoretycznej uproszczony model anatomiczny efektorów artykulacyjnych organu mowy z rys. 2a dogodnie jest przedstawić w postaci układu akustycznego podanego na rys. 5a. W układzie tym główny tor przepływu energii akustycznej, utworzony przez wnęki krtani A oraz kanał nosowy B, przedstawiono jako łańcuchowe po-



Rys. 5. Model akustyczny organu mowy przy wymawianiu spółgłosek nosowych (a) i jego elektryczny układ zastępczy (b)

łączenie dwóch falowodów akustycznych (rur) o przekrojach S_A i S_B i o długościach l_A i l_B. W miejscu połączenia obu falowodów do układu dołączone są wnęki jamy ustnej, które przedstawiono w postaci falowodu C o długości l_C i przekroju S_C. Zgodnie z mechanizmem wytwarzania spółgłosek nosowych falowód symbolizujący wnęki jamy ustnej jest zamknięty na końcu i z punktu widzenia całości układu akustycznego stanowi element bocznikujący tor główny. O stopniu akustycznego sprzężenia falowodów A, B, i C decyduje chwilowe położenie języczka, który — w zależności od charakteru wymawianej spółgłoski — odpowiednio zmniejsza lub zwiększa powierzchnie wlotów falowodów B i C.

Elektrycznym analogonem układu akustycznego z rys. 5a jest układ na rys 5b, na którym symbolami A, B i C oznaczono jednorodne tory elektryczne, odpowiadające falowodom akustycznym A, B i C z rys. 5a.

Zadanie sprowadza się do wyznaczenia transmitancji prądowej $K_i(s) = \frac{I_2(s)}{I_1(s)}$ układu elektrycznego, która w I (klasycznym) systemie analogii elektroakustycznych odpowiada funkcji transmitancji efektorów artykulacyjnych

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}, \tag{2.1}$$

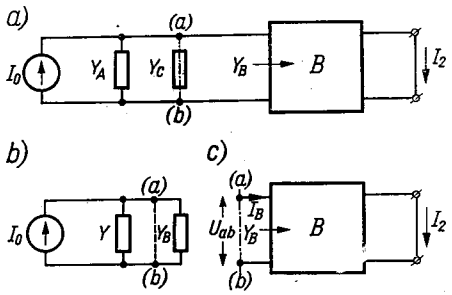
zdefiniowanej jako stosunek operatorowy prędkości objętościowej $V_2(s)$ w otworach wylotowych nosa prędkości objętościowej $V_1(s)$ w szczelinie strun głosowych, traktujących jako źródło prądowe o nieskończenie dużej impedancji wewnętrznej ($\varrho = \infty$).

Ponieważ w rozpatrywanym przypadku interesuje nas przede wszystkim orientacyjny rozkład częstotliwości rezonansowych (formant) i antyrezonansowych (antyformant) układu, które odpowiadają składowym urojonym częstotliwości zespolonych $s_i = \sigma_i + j\omega_i$ określających bieguny i zera funkcji transmitancji, można wprowadzić dalsze uproszczenia, ułatwiające jakościową analizę układu. Uproszczenia te polegają na:

a) traktowaniu falowodów akustycznych (lub odpowiadających im torów elektrycznych) jako bezstratnych,

b) nieuwzględnieniu impedancji promieniowania otworów wylotowych nosa ($Z_{pr} = 0$) i rozpatrywaniu toru elektrycznego B jako pracującego w stanie zwarcia zacisków wyjściowych ($U_2 = 0$).

Przy tych założeniach przybliżoną analizę funkcji transmitancji (2.1) układu akustycznego (rys. 5a) lub transmitancji prądowej układu elek-



Rys. 6. Zmodyfikowany elektryczny układ zastępczy organu mowy przy wymawianiu spółgłosek nosowych

trycznego (rys. 5b) można sprowadzić do analizy funkcji impedancji (lub admitancji) układu w dowolnym jego punkcie. Metoda postępowania jest następująca.

Układ przesyłowy z rys. 5b można przedstawić w postaci jak na rys. 6a, opierając się na teoremie Nortona i wprowadzając zastępcze

źródło o stałej wydajności prądowej I_0 i o admitancji wewnętrznej $Y = Y_A + Y_C$ równej sumie admitancji wejściowych układów A i C, „widzialnych" od strony zacisków a-b układu. W tym przypadku prąd I_0 jest prądem, jaki płynąłby przez zwarte zaciski a-b układu z rys. 5b, a więc jest wyjściowym prądem zwarcia czwórnika A zasilanego prądem wejściowym I_1, przy czym zgodnie z ogólną teorią czwórników

$$I_0 = \frac{I_1}{\cosh \Gamma_A} \approx \frac{I_1}{\cos \beta l_A}. \tag{22}$$

Admitancje Y_A i Y_C przedstawiają sobą widziane od strony zacisków a-b admitancje wejściowe torów elektrycznych A i C, bezstratnych i znajdujących się w stanie otwarcia zacisków wyjściowych:

$$Y_A = \frac{1}{Z_{OA}} \operatorname{tgh} \Gamma_A \approx j \frac{S_A}{\varrho_0 \cdot c} \operatorname{tg} \beta l_A, \tag{2.3a}$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_{OC}} \operatorname{tgh} \Gamma_C \approx j \frac{S_C}{\varrho_0 \cdot c} \operatorname{tg} \beta l_C. \tag{2.3b}$$

Symbolem Y_B na rys. 6 oznaczono admitancję wejściową toru B, znajdującego się w stanie zwarcia zacisków wyjściowych:

$$Y_B = \frac{1}{Z_{OB}} \operatorname{cotgh} \Gamma_B \approx -j \frac{S_B}{\varrho_0 \cdot c} \operatorname{ctg} \beta l_B. \tag{2.3c}$$

Przy tych założeniach układ z rys. 6a sprowadza się do postaci jak na rys. 6b, przy czym

$$U_{ab} = I_0 \frac{1}{Y + Y_B} = \frac{1}{Y_A + Y_B + Y_C} I_0 \tag{2.4}$$

jest napięciem wejściowym czwórnika B pracującego w stanie zwarcia zacisków wyjściowych, dla którego obowiązuje zależność:

$$I_2 = -j U_{ab} \frac{S_B}{\varrho_0 \cdot c} \cdot \frac{1}{\sin \beta l_B}. \tag{2.5}$$

Uwzględniając zależności (2.2) i (2.5) otrzymuje się ostatecznie:

$$K_i = \frac{I_2}{I_1} = -j \frac{S_B}{\varrho_0 \cdot c} \cdot \frac{1}{(Y_A + Y_B + Y_C)} \cdot \frac{1}{\cos \beta l_A \cdot \sin \beta l_B}. \tag{2.6}$$

Podstawowym czynnikiem we wzorze (2.6) jest czynnik $(Y_A + Y_B + Y_C)^{-1}$, który określa bieguny funkcji transmitancji odpowiadające częstotliwościom drgań własnych (swobodnych) układu, wyznaczanych z warunku

$$Y_A + Y_B + Y_C = 0. \tag{2.7}$$

Warunek ten ma charakter ogólny i może być zastosowany do wyznaczania częstotliwości własnych dowolnego linearnego, biernego i bezstratnego układu transmisyjnego przez jego przecięcie poprzeczne w dowolnym miejscu i przyrównanie do zera sumy admitancji, „widzianych" od linii podziału odpowiednio w lewo (ku źródłu) i w prawo (ku odbiornikowi), oczywiście przy uwzględnieniu admitancji źródła i odbiornika. Ta metoda postępowania jest szczególnie przydatna w rozpatrywanym tu przypadku wyznaczania funkcji transmitancji efektorów artykulacyjnych z rys. 2 i 5, gdyż przy zastosowaniu pewnych uproszczeń da się sprowadzić do analizy graficznej admitancji układu.

Niech y_A oznacza znormalizowaną admitancję wejściową wnęk krtani (A) pomierzoną lub obliczoną w punkcie rozgałęzienia (a-b) układu:

$$y_A = \frac{Y_A}{j S_A/\varrho_0 c} = \operatorname{tg} \beta l_A . \tag{2.8}$$

Podobnie y_B jest znormalizowaną admitancją wejściową kanału nosowego (B), pomierzoną lub obliczoną w tym samym punkcie:

$$y_B = \frac{Y_B}{j S_B/\varrho_0 c} = -\operatorname{ctg} \beta l_B . \tag{2.9}$$

Wykres funkcji: $y_A + y_B = y(f)$ na rys. 7 przedstawia sumę admitancji części układu A i B, „widzianych" z punktu rozgałęzienia (a-b), w którym dołączona jest wnęka jamy ustnej C. Wykres przedstawiono jako funkcję częstotliwości, przyjmując, że długości obu falowodów A i B są jednakowe: $l_A = l_B = 12{,}5$ cm, i że prędkość dźwięku w powietrzu $c = 353$ m/s (przy temperaturze ciała ludzkiego, $t = 37°$C). Odpowiednie przeliczenia podano w tablicy 1.

Tablica 1

Wartości funkcji $y_A = \operatorname{tg}(\beta l) = \operatorname{tg}(2\pi f l/c)$ **oraz** $y_B = -\operatorname{ctg}(\beta l) = -\operatorname{ctg}(2\pi f l/c)$ **dla** $l = 12{,}5$ cm i $c = 353$ m/s

f	Hz	0	117	234	352	470	586	705
βl	°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$y_A = \operatorname{tg} \beta l$	—	0	0,268	0,577	1,0	1,730	3,730	∞
$y_B = -\operatorname{ctg} \beta l$	—	$-\infty$	— 3,730	— 1,730	— 1,0	— 0,577	— 0,268	0
$y = y_A + y_B$	—	$-\infty$	— 3,462	— 1,153	0	+ 1,153	+ 3,462	∞

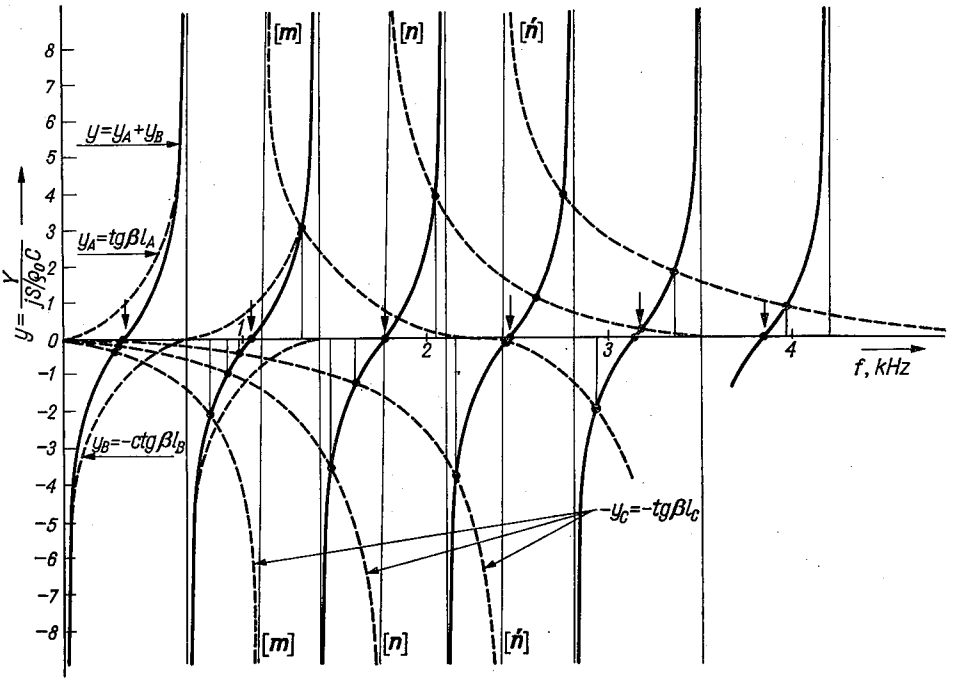
Podobnie w tablicy 2 podano zestawienie wartości funkcji $-y_C = -\frac{Y_C}{jS_C/\varrho_0 c} = -\operatorname{tg} \beta l_C$ dla trzech różnych wartości parametru l_C ($l_C = 3{,}7$ cm, 5 cm, 8 cm, odpowiadających różnym długościom efektywnym wnęki jamy ustnej C, bocznikującej główny tor przepływu energii $(A + B)$ w miejscu połączenia części A i B, tj. w punktach a-b.

Tablica 2

Wartości funkcji $-y_C = -\frac{Y_C}{jS/\varrho_0 c} = -\operatorname{tg} \beta l_C$ **dla** $c = 353$ m/s **oraz** $l_C = 3{,}7$ cm; 5 cm; 8 cm

$l'_C = 3{,}7$ cm	f	Hz	0	394	787	1180	1575	2000	2360
	$\beta l'_C$	°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
	$-\operatorname{tg} \beta l'_C$	—	−0	−0,268	−0,577	−1,0	−1,730	−3,730	$-\infty$
$l''_C = 5$ cm	f	Hz	0	292	583	875	1168	1458	1750
	$\beta l''_C$	°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
	$-\operatorname{tg} \beta l''_C$	—	−0	−0,268	−0,577	−1,0	−1,730	−3,730	$-\infty$
$l'''_C = 8$ cm	f	Hz	0	183	365	547	730	910	1095
	$\beta l'''_C$	°	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
	$-\operatorname{tg} \beta l'''_C$	—	−0	−0,268	−0,577	−1,0	−1,730	−3,730	$-\infty$

Wykresy funkcji $y = y_A + y_B$ (linie ciągłe) oraz $-y_C$ (linie przerywane) podane są na rys. 7. Punkty przecięcia się krzywej $y = y_A + y_B$ z osią odciętych wyznaczają częstotliwości biegunów funkcji transmitancji układu złożonego z wnęk krtani A oraz kanału nosowego B w przypadku, gdy wnęka jamy ustnej C jest całkowicie odłączona przez zamknięcie jej języczkiem w punkcie rozgałęzienia a-b, czemu odpowiada warunek $y_C = 0$, czyli $y_A + y_B = 0$ według (2.7). Natomiast odcięte punktów przecięcia się charakterystyki $y(f) = y_A + y_B$ z charakterystyką $-y_C(f)$ wyznaczają częstotliwości biegunów funkcji transmitancji efektorów artykulacyjnych przy dołączonej wnęce jamy ustnej, której efektywną długość określa parametr l_C równy odpowiednio 3,7 cm, 5 cm lub 8 cm. Częstotliwość, przy której funkcja $y_C = \pm\infty$, odpowiada zeru funkcji transmitancji. Występowanie zera spowodowane jest bocznikującym działaniem wnęki jamy ustnej C, która przy rezonansie zwiera tor główny $A + B$ w punkcie rozgałęzienia (a-b).



Rys. 7. Wykres admitancji zastosowany do wyznaczania rozkładu biegunów i zer funkcji transmitancji efektorów artykulacyjnych przy wymawianiu spółgłosek nosowych

[m]	[n]	[ń]	[ŋ]
F1 = 300 Hz	*F1* = 320 Hz	*F1* = 340 Hz	*F1* = 350 Hz
F2 = 850 Hz	*F2* = 900 Hz	*F2* = 1000 Hz	*F2* = 1050 Hz
F0 = 1100 Hz	*F3* = 1500 Hz	*F3* = 1650 Hz	*F3* = 1800 Hz
F3 = 1300 Hz	*F0* = 1750 Hz	*F4* = 2180 Hz	*F4* = 2450 Hz
F4 = 1850 Hz	*F4* = 2050 Hz	*F0* = 2400 Hz	*F5* = 3150 Hz
F5 = 2450 Hz	*F5* = 2600 Hz	*F5* = 2700 Hz	*F6* = 3850 Hz

3. AKUSTYCZNE CECHY DYSTYNKTYWNE POLSKICH SPÓŁGŁOSEK NOSOWYCH

3.1. Interpretacja fizyczna wykresu admitancji

Graficzna metoda wyznaczania biegunów i zer funkcji transmitancji efektorów artykulacyjnych naturalnego organu mowy, omówiona w rozdziale poprzednim, oparta jest na szeregu uproszczeń i przybliżeń, których wprowadzenie było niezbędne zarówno ze względu na skomplikowaną strukturę akustyczną organu mowy przy wymawianiu spółgłosek nosowych, jak i ze względu na niedostateczną znajomość para-

metrów akustycznych rozpatrywanego układu. Tym niemniej jednak analiza wykresu admitancji z rys. 7 pozwala na orientacyjne przynajmniej wyznaczenie akustycznych cech dystynktywnych spółgłosek nosowych przez określenie rozkładu częstotliwości biegunów i zer funkcji transmitancji.

Jako punkt wyjścia można przyjąć przypadek najprostszy, kiedy wnęka jamy ustnej jest oddzielona języczkiem od głównego układu przesyłowego utworzonego przez kaskadowe połączenie wnęk krtani i kanału nosowego. Przypadek ten na wykresie admitancji odpowiada parametrowi $y_C = 0$. Częstotliwości rezonansowe układu wyznaczone są przez punkty przecięcia się charakterystyki $y = y_A + y_B$ z osią odciętych i wynoszą: $F_1 = 350$ Hz, $F_2 = 1050$ Hz, $F_3 = 1800$ Hz, $F_4 = 2450$ Hz itd. Układ nie ma w tym przypadku antyrezonansów (zer), gdyż nie występuje widoczny wpływ bocznikujący wnęki jamy ustnej, przynajmniej w rozpatrywanym zakresie częstotliwości do 4000 Hz. Z fonetycznego punktu widzenia stan ten odpowiada spółgłosce nosowo-krtaniowej [ŋ], która jest charakterystyczna dla języka angielskiego (np. go**ing**, writ**ing**), natomiast w języku polskim występuje stosunkowo rzadko, zazwyczaj w słowach pochodzenia obcego (np. w**in**kiel, kl**in**kier itd.). Funkcja transmintacji efektorów artykulacyjnych przy wymawianiu spółgłoski [ŋ] ma charakter zbliżony do funkcji transmitancji charakteryzującej dźwięki samogłoskowe. Różnice są jedynie natury ilościowej; samogłoski mają w zakresie do 2000 Hz zazwyczaj dwie formanty: *F1* i *F2*, natomiast spółgłoska [ŋ] ma trzy formanty, rozłożone mniej więcej równomiernie co 700 Hz. To zagęszczenie biegunów funkcji transmitancji w skali częstotliwości, a więc zbliżenie do siebie trzech pierwszych formant fonemu [ŋ] przypisać należy temu, iż długość kanału nosowego l_B jest większa od długości wnęki jamy ustnej l_C, która przy wymawianiu samogłosek tworzy główny układ przesyłowy. Częstotliwości formant spółgłoski [ŋ] zaznaczone są na wykresie admitancji (rys. 7) strzałkami pionowymi (↓). Na uwagę zasługuje mała częstotliwość pierwszej formanty ($F1 = 350$ Hz), co pozwala przypuszczać, że główna część energii dźwięku spółgłoski [ŋ], podobnie zresztą jak i pozostałych spółgłosek nosowych, zawarta jest w dolnej części widma. Ponadto należy spodziewać się, że ze względu na liczne przewężenia, jakie występują w kanale nosowym, oraz właściwości tłumiące jego ścianek, szerokości pasm zakresów formantowych ΔF będą znacznie większe niż w przypadku samogłosek.

Pozostałe spółgłoski nosowe [n], [m] charakteryzują się tym, iż przy ich wymawianiu wnęka jamy ustnej C jest dołączona do głównego układu przesyłowego, tworząc gałąź bocznikującą o admitancji wejściowej y_C. Wpływ bocznikujący wnęki jest określony wielkością admitancji y_C, która z kolei zależy od konfiguracji geometrycznej i rozmiarów, a przede wszystkim — od efektywnej długości l_C wnęki. Długość

l_C wnęki jamy ustnej przy wymawianiu spółgłosek nosowych można ocenić orientacyjnie na podstawie zdjęć rentgenowskich [6], otrzymując wartości: $l_C = 3{,}7$ cm w przypadku spółgłoski [ń] (*n* miękkie, podniebienne), $l_C = 5$ cm w przypadku [n] (*n* zębowe) oraz $l_C = 8$ cm w przypadku spółgłoski nosowej dwuwargowej [m].

Analiza wykresu admitancji na rys. 7 pozwala na wyciągnięcie pewnych wniosków dotyczących akustycznej struktury spółgłosek nosowych, określonej rozkładem biegunów i zer funkcji transmitancji $H(s)$. Dołączenie wnęki jamy ustnej C o admitancji wejściowej y_C bocznikującej tor główny powoduje występowanie zera funkcji transmitancji przy częstotliwości, przy której $y_C = \pm\infty$. Zero funkcji transmitancji objawia się występowaniem „antyformanty", czyli wyraźnego obniżenia poziomu obwiedni widma przy częstotliwości *F0*, która przybiera wartości zestawione w tablicy 3.

Bocznikujące działanie wnęki jamy ustnej C wpływa równocześnie na zmianę częstotliwości rezonansowych (biegunów) układu, powodując obniżenie częstotliwości trzech pierwszych formant w stosunku do częstotliwości formant *F1*, *F2* i *F3* spółgłoski [ŋ] oraz pojawienie się nowych częstotliwości rezonansowych (biegunów), które w przypadku spółgłoski [ŋ] nie występowały. Przesunięcie formanty *F1* jest niewielkie i nie ma istotnego znaczenia w przypadku wszystkich trzech rozpatrywanych spółgłosek. natomiast obniżenie częstotliwości formant *F2* i *F3* jest wy-

Tablica 3

Częstotliwości antyformant *F0* spółgłosek nosowych [ń], [n] i [m]

Spółgłoska	Częstotliwość antyformanty *F0*
[ń]	2360 Hz
[n]	1750 Hz
[m]	1095 Hz

Tablica 4

Częstotliwości trzech pierwszych formant *F1*, *F2*, *F3* spółgłosek nosowych [ŋ], [ń], [n] oraz [m]

	F1	*F2*	*F3*
[ŋ]	350 Hz	1050 Hz	1800 Hz
[ń]	340 Hz	1000 Hz	1650 Hz
[n]	320 Hz	900 Hz	1500 Hz
[m]	300 Hz	850 Hz	1300 Hz

raźne i może stanowić istotne cechy dystynktywne, różniące te spółgłoski między sobą, co wynika z następującego zestawienia podanego w tablicy 4. Formanty *F4* rozpatrywanych spółgłosek zgrupowane są w zakresie częstotliwości od około 1900 Hz ([m]) do 2450 Hz ([ŋ]), a formanty *F5* — w zakresie od 2450 Hz ([m]) do 3150 Hz ([ŋ]).

Pełne zestawienie rozkładu biegunów i zer funkcji transmitancji $H(s)$ efektorów artykulacyjnych przy wymawianiu spółgłosek nosowych, otrzymane na podstawie wykresu admitancji, podano w tablicy 5.

Tablica 5

Rozkład biegunów i zer funkcji przenoszenia efektorów artykulacyjnych przy wymawianiu spółgłosek nosowych, otrzymany na podstawie analizy graficznej wykresu admitancji

		[ŋ]	[ń]	[n]	[m]
F1	Hz	350	340	320	300
F2	Hz	1050	1000	900	850
F0	Hz	—	—	—	1100
F3	Hz	1800	1650	1500	1300
F0	Hz	—	—	1750	—
F4	Hz	2450	2180	2050	1860
F0	Hz	—	2360	—	—
F5	Hz	3150	2700	2600	2450

3.2. Porównanie wyników analizy graficznej z wynikami badań eksperymentalnych

Teoretyczny rozkład biegunów i zer funkcji transmitancji naturalnego organu mowy, przeprowadzony metodą analizy graficznej wykresu admitancji i wyznaczający częstotliwości formant i antyformant spółgłosek nosowych daje wyniki, które są w znacznej mierze porównywalne z wynikami badań eksperymentalnych przeprowadzonych w innych ośrodkach. W ciągu ostatnich pięciu lat zagadnieniem określania akustycznych cech dystynktywnych spółgłosek nosowych interesowało się wielu badaczy, stosując do tego celu różne metody. A. S. House i K. N. Stevens [5], [7] prowadzili badania w elektrycznym układzie analogowym, który odtwarzał konfigurację geometryczną i rzeczywiste rozmiary uproszczonego modelu efektorów artykulacyjnych w stanie statycznym przy dołączonym kanale nosowym. Badania kontynuowane były przez M. H. L. Heckera, który posługiwał się dynamicznym syntezatorem analogowym DAVO stosowanym uprzednio do syntezy samogłosek [8], lecz wyposażonym w dynamiczny układ analogowy kanału nosowego DANA o parametrach przestrajanych elektrycznie [4]. Zagadnieniem syntezy spółgłosek nosowych w rezonansowym syntezatorze formantowym o stałych skupionych zajmował się K. Nakata [9], starając się wyznaczyć optymalne z punktu widzenia naturalności ich brzmienia parametry formantowe. Dużo cennych informacji dotyczących akustycznej struktury spółgłosek nosowych zawierają wreszcie

prace O. Fujimury [10], [11], obejmujące częściowe wyniki badań eksperymentalnych prowadzonych metodą „analizy przez syntezę" [12].

W tablicy 6 podano zestawienie typowego rozkładu formant i antyformant angielskich spółgłosek nosowych [η], [n] i [m], uzyskane na podstawie analizy wyników cytowanych prac [10], [11]. Zgodność tych danych z wynikami analizy graficznej (zob. tablica 5) potwierdza słuszność zastosowanych w niniejszej pracy rozważań i uproszczeń.

Tablica 6

Typowy rozkład formant i antyformant angielskich spółgłosek nosowych [ŋ], [n] i [m], występujących w układzie: samogłoska-spółgłoska-samogłoska (według [10], [11])

		[η]	[n]	[m]
F1	Hz	250 ÷ 300	250 ÷ 300	250 ÷ 300
F2	Hz	1050	1000	800 ÷ 1000
F0	Hz	—	—	900 ÷ 1200
F3	Hz	1900	1500	1200 ÷ 1300
F0	Hz	—	1600 ÷ 1700	—
F4	Hz	2750	1900 ÷ 2100	1900 ÷ 2000
F5	Hz	brak danych	2700 ÷ 2800	brak danych

Podsumowując wyniki analizy graficznej wykresu admitancji i przytoczonych poprzednio prac eksperymentalnych, można sformułować następujące wnioski ogólne, dotyczące akustycznej struktury spółgłosek nosowych:

1. Cechą charakterystyczną spółgłosek [$\acute{n}$], [n] i [m] jest to, iż w zakresie częstotliwości do 2500 Hz występują cztery formanty $F1 \div F4$ oraz jedna antyformanta *F0*, której częstotliwość przybiera wartości zestawione w tablicy 3. W przypadku spółgłoski [ŋ] nie stwierdza się istnienia antyformanty, przynajmniej w zakresie częstotliwości do 3000 Hz.

2. Pierwsza formanta *F1* wszystkich spółgłosek nosowych jest położona w dolnej części widma, w zakresie 200 ÷ 350 Hz, przy czym $F1[\eta] > F1[n] > F1[m]$.

3. Formantowo-antyformantowa struktura spółgłosek nosowych różni je w sposób zasadniczy od samogłosek, których funkcja transmitancji $H(s)$ nie ma zer i które w zakresie do 2500 Hz wykazują zwykle jedynie dwie formanty: *F1* i *F2* [3], [6].

4. Cechy odrębności w stosunku do pozostałej grupy spółgłosek nosowych wykazuje spółgłoska [ŋ], która jest pozbawiona antyformanty i której cztery pierwsze formanty $F1 \div F4$ rozłożone są w skali częstotliwości mniej więcej równomiernie, co 700 Hz. To zagęszczenie częstotliwości formantowych spółgłoski [ŋ] w porównaniu z samogłoską neutralną ㅓ ($F1 = 500$ Hz, $F2 = 1500$ Hz, $F3 = 2500$ Hz, $F4 = 3500$ Hz itd.) spowodowane jest tym, iż długość kanału nosowego l_B jest znacznie większa od długości wnęki jamy ustnej l_C, która przy wymawianiu samogłosek stanowi główny tor przepływu energii.

5. Wydaje się, że istotnych cech dystynktywnych, różniących poszczególne spółgłoski nosowe między sobą, należy szukać nie w rozkładzie częstotliwości trzech pierwszych formant (*F1, F2, F3* — zob. tablica 4) ani bezwzględnej wartości częstotliwości antyformanty (*F0* — zob. tablica 3), lecz w charakterystycznym kształcie obwiedni w środkowej części widma, określonej wzajemnym usytuowaniem dwóch formant oraz znajdującej się między nimi antyformanty.

6. Antyformanta spółgłoski dwuwargowej [m] ($F0 = 1100$ Hz) leży nieco powyżej drugiej formanty($F2 = 850$ Hz), a poniżej blisko niej położonej trzeciej formanty ($F3 = 1300$ Hz). Zespół: *F2 — F0 — F3* jest charakterystyczny dla spółgłoski [m] i w skali częstotliwości odpowiada drugiej formancie ($F2 = 1050$ Hz) spółgłoski [ŋ].

7. Spółgłoskę zębową [n] charakteryzuje zespół: *F3 — F0 — F4*, obejmujący zakres częstotliwości od 1500 Hz do 2050 Hz i odpowiadający trzeciej formancie ($F3 = 1800$ Hz) spógłoski [ŋ].

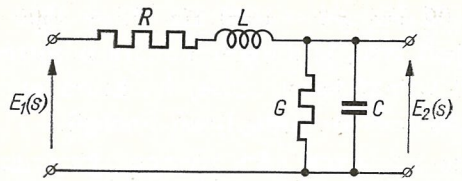
8. Podobnie charakterystyczny dla spółgłoski nosowej miękkiej (podniebiennej) [ń] jest zespół *F4 — F0 — F5*, obejmujący zakres częstotliwości od około 2200 Hz do 2700 Hz i odpowiadający formancie $F4 = 2450$ Hz spółgłoski [ŋ].

3.3. Analityczna postać funkcji transmitancji $H(s)$ efektorów artykulacyjnych przy wymawianiu spółgłosek nosowych

Wnioski, sformułowane w rozdz. 3.2, pozwalają przypuszczać, że stosunkowo prostą formantowo-antyformantową strukturę spółgłosek nosowych można odtworzyć w elektrycznym układzie zastępczym, którego funkcja transmitancji $H(s)$ odpowiadałaby w pewnym przybliżeniu funkcji przenoszenia efektorów artykulacyjnych naturalnego organu mowy. Wiadomo [1], że kształt obwiedni widma samogłosek w zakresie dowolnej formanty można odtworzyć z dostateczną dokładnością w szeregowym obwodzie rezonansowym *RLCG* (rys. 8) o właściwościach filtru

dolnoprzepustowego. Funkcja transmitancji tego obwodu, wyrażona jego transmitancją napięciowo-napięciową, ma postać [1]:

$$H_i(s) = E_2(s)/E_1(s) = \frac{s_i \cdot s_i^*}{(s - s_i)(s - s_i^*)} \tag{3.1}$$



Rys. 8. Prosty szeregowy obwód rezonansowy *RLCG* o właściwościach filtru dolnoprzepustowego

i określona jest na płaszczyźnie częstotliwości zespolonej parą biegunów sprzężonych

$$s_i, s_i^* = -\frac{1}{2}\left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C}\right) \pm j\sqrt{\frac{GR+1}{LC} - \frac{1}{4}\left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C}\right)^2} = \sigma_i \pm j\omega_i, \tag{3.2}$$

gdzie:

$$\sigma_i = -\frac{1}{2}\left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C}\right),$$

$$\omega_i = \sqrt{\frac{GR+1}{LC} - \frac{1}{4}\left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C}\right)^2} = \sqrt{\omega_{0i}^2 - \sigma_i^2},$$

$$\omega_{0i} = \sqrt{\frac{GR+1}{LC}} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Częstotliwość środkowa rozpatrywanego zakresu formantowego, czyli częstotliwość i-tej formanty F_i, oraz szerokość pasma ΔF_i zakresu formantowego na wysokości 3 dB poniżej wierzchołka, związane są z parametrami *RLCG* za pomocą zależności:

$$F_i = \frac{\omega_i}{2\pi}, \tag{3.3a}$$

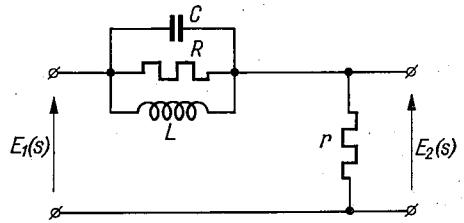
$$F_i = -\frac{\sigma_i}{\pi}. \tag{3.3b}$$

Zespół k formant fonemu podlegającego syntezie można odtworzyć w układzie stanowiącym kaskadowe połączenie k niezależnych elementarnych filtrów formantowych, z których każdy jest określony funkcją

transmitancji typu (3.1). Funkcja transmitancji zespołu filtrów ma wówczas postać

$$H(s) = \prod_{i=1}^{k} H_i(s) = \frac{\prod_{i=1}^{k} s_i \cdot s_i^*}{\prod_{i=1}^{k} (s - s_i)(s - s_i^*)}. \tag{3.4}$$

Wiadomo również, że w rozpatrywanym tu układzie kaskadowym położenie każdej pary biegunów s_i, s_i^* na płaszczyźnie częstotliwości zespolonej określa nie tylko częstotliwość danej formanty F_i, ale i względne wysokości wierzchołków pozostałych zakresów formantowych (zob. np. [1] s. 185—186). Zjawisko to jest wykorzystywane z powodzeniem przy syntezie samogłosek i pozwala ograniczyć ilość funkcji parametrycznych do k funkcji formantowych, co jest szczególnie ważne z punktu widzenia wykorzystania przepustowości informacyjnej w systemach teletransmisyjnych.



Rys. 9. Obwód rezonansowy *RLC* o właściwościach filtru środkowo-zaporowego

Podobnie, kształt obwiedni widma antyformanty *F0* można odtworzyć w obwodzie rezonansowym o właściwościach filtru środkowo-zaporowego, np. o postaci podanej na rys. 9. Funkcja transmitancji tego filtru ma postać:

$$H_0(s) = r\frac{CRLs^2 + Ls + R}{RLs} = rC\frac{s^2 + s/CR + 1/LC}{s} =$$

$$= \text{const}\frac{(s - s_0)(s - s_0^*)}{s}, \tag{3.5}$$

gdzie:

$$s_0, s_0^* = -\frac{1}{2CR} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2CR}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = \sigma_0 \pm j\omega_0,$$

$$\sigma_0 = -\frac{1}{2CR} = -\Delta F_0 \pi,$$

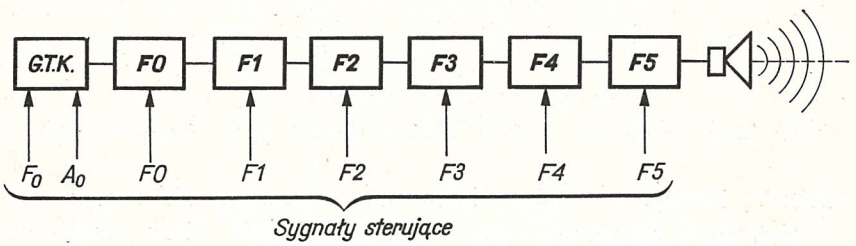
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{1}{2CR}\right)^2} = 2\pi F_0.$$

Łącząc łańcuchowo filtr antyformantowy z rys. 9 z zespołem k filtrów formantowych jak na rys. 8, określonym funkcją transmitancji (3. 4), otrzymuje się układ o wypadkowej transmitancji napięciowo-napięciowej

$$H_w(s) = H(s) \cdot H_0(s) = \text{const} \frac{(s - s_0)(s - s_0^*) \prod_{i=1}^{k} s_i \cdot s_i^*}{s \prod_{i=1}^{k} (s - s_i)(s - s_i^*)}, \tag{3.6}$$

która ma k par biegunów sprzężonych s_i, $s_i^*|_{i=1}^{k}$ oraz parę zer sprzężonych s_0, s_0^*, a więc zawiera w sobie istotne cechy dystynktywne spółgłosek nosowych. Rozkład par biegunów i zer na płaszczyźnie częstotliwości zespolonej określa indywidualne cechy dystynktywne rozpatrywanej spółgłoski.

Funkcję transmitancji (3.6) można odtworzyć w układzie podanym na rys. 10, przy czym parametry $F0$ oraz $F1 \div F5$ muszą przybierać wartości odpowiadające częstotliwościom formant i antyformant według zestawienia w tablicy 5. Układ taki byłby jednak bardzo nieekono-



Rys. 10. Schemat blokowy eksperymentalnego syntetyzatora spółgłosek nosowych *G. T. K.* — generator tonu krtaniowego, *F0* — filtr antyformantowy, *F1÷F5* — filtry formantowe

miczny z punktu widzenia efektywności przesyłania informacji, gdyż wymagałby stosowania aż 6 sterujących sygnałów parametrycznych, nie licząc parametrów F_0 i A_0 określających funkcję źródła tonu krtaniowego i kryjących w sobie indywidualne cechy głosu mówcy. Zachodzi pytanie, czy układu tego nie można by uprościć stosując racjonalny kompromis między wyrazistością spółgłoski podlegającej syntezie a rozbudową techniczną układu.

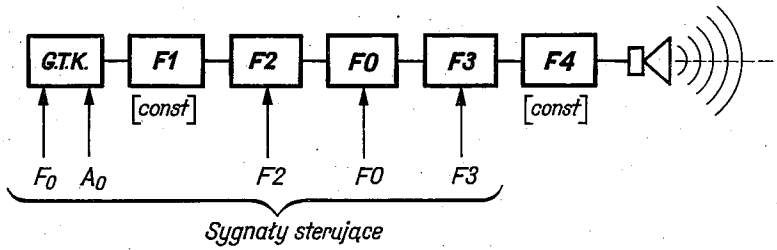
Opierając się na wnioskach sformułowanych w rozdz. 3.2. i zakładając, że podstawowe cechy dystynktywne spółgłosek nosowych są określone położeniem zespołu: formanta-antyformanta-formanta w skali częstotliwości, można wyobrazić sobie inny schemat ideowy uproszczonego syntetyzatora spółgłosek nosowych, podany na rys. 11. Zastoso-

wane uproszczenia polegają na tym, iż zrezygnowano z drugorzędnych cech dystynktywnych określonych przez:

a. kształt obwiedni widma w zakresie dolnych częstotliwości, tj. w zakresie formanty *F1*,

b. kształt obwiedni w zakresie górnych częstotliwości, tj. powyżej zakresu objętego zespołem: formanta-antyformanta-formanta,

ograniczając tym samym ilość zmiennych parametrów formantowych do trzech: *F2-F0-F3*. System taki zastosował Fant w syntetyzatorze OVE II



Rys. 11. Schemat blokowy uproszczonego syntetyzatora spółgłosek nosowych
G. T. K. — generator tonu krtaniowego, *F0* — filtr antyformantowy, *F1÷F5* — filtry formantowe

[13], przypisując np. spółgłoskom angielskim [m] i [n] jednakowe częstotliwości pierwszej, czwartej i piątej formanty: *F1* = 225 Hz, *F4* = = 2200 ÷ 2500 Hz, *F5* = 2700 Hz. Optymalną identyfikację tych spółgłosek otrzymano przy następujących wartościach zespołu parametrów: *F2-F0-F3*:

[m] : *F2* = 700 Hz, *F0* = 800 Hz, *F3* = 1200 Hz,
[n] : *F2* = 1100 Hz, *F0* = 1500 Hz, *F3* = 2100 Hz.

Dalszym uproszczeniem układu syntezy byłoby zastąpienie zespołu charakterystycznego *F2-F0-F3* jedną formantą *F2,3* o odpowiednio dużej

Tablica 7

Parametry formantowe spółgłosek nosowych [ŋ], [n] i [m] według [9]

		[ŋ]	[n]	[m]
F1	Hz	*F1* = 200 Hz = constans		
ΔF1	Hz	*ΔF1* = 300 Hz = constans		
F2	Hz	2300	1700	1100
ΔF2	Hz	*ΔF2* = 200 Hz = constans		
F3	Hz	*F3* = 2500 Hz = constans		
Rozpoznawalność	%	90 %	80 %	70 %

szerokości pasma. System taki miałby szereg zalet, polegających na ograniczeniu ilości parametrów formantowych użytych do sterowania syntetyzatora oraz na wyeliminowaniu filtru antyformantowego. K. Nakata [9] przeprowadził wstępną syntezę spółgłosek [m], [n] i [η] w syntetyzatorze formantowym o stałych skupionych, stosując wartości parametrów podane w tablicy 7.

4. WYNIKI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH I WNIOSKI

Celem przeprowadzonych badań eksperymentalnych było sprawdzenie słuszności rozważań teoretycznych dotyczących akustycznej struktury spółgłosek nosowych oraz wyznaczenie ich parametrów formantowych, optymalnych z punktu widzenia rozpoznawalności i naturalności brzemienia dźwięków mowy syntetycznej. W dalszym etapie badania eksperymentalne miały na celu określenie maksymalnych uproszczeń, jakie można wprowadzić w przypadku syntezy polskich spółgłosek nosowych w układzie technicznym bez wyraźnego wpływu na zdolność rozpoznawania ich charakteru fonetycznego. Badania przeprowadzono w dwóch seriach.

Seria pierwsza obejmowała ocenę subiektywną naturalności brzmienia i rozpoznawalności izolowanych spółgłosek nosowych, wytwarzanych w układzie doświadczalnego syntetyzatora formantowego, stosowanego poprzednio do syntezy samogłosek [2], [3]. Opisany układ rozbudowano przez dodanie obwodu antyformantowego s_0, s_0^* o regulowanej w szerokich granicach częstotliwości antyformanty $F0$ i szerokości jej pasma $\Delta F0$. Układ był na tyle uniwersalny, że pozwalał na odtworzenie wartości parametrów formantowych uzyskanych w wyniku analizy graficznej wykresu admitancji (zob. rozdz. 3.1) oraz przytoczonych przez autorów cytowanych poprzednio prac eksperymentalnych [4], [5], [9], [10], [11].

W każdym realizowanym doświadczalnie przypadku spółgłoska podlegająca syntezie była zapisana na taśmie magnetycznej w postaci izolowanego dźwięku o czasie trwania rzędu 800 ms w stanie ustalonym. Przebiegi narastania i zanikania realizowano przez liniowe zwiększanie lub zmniejszanie amplitudy tonu krtaniowego o 30 dB w czasie 100 ms. W rezultacie przebieg czasowy zmian amplitudy tonu krtaniowego A_0 miał kształt trapezowy.

Celem pierwszej serii badań było przede wszystkim stwierdzenie, czy otrzymane dźwięki syntetyczne mają charakter dźwięków *spółgłoskowych* i *nosowych*. Badania przeprowadzono przy udziale ekipy pomiarowej złożonej z ludzi o wykształceniu technicznym, którzy mieli już pewne doświadczenie w zagadnieniach związanych z subiektywną oceną jakości brzmienia dźwięków mowy naturalnej i syntetycznej. Zadanie członków ekipy polegało na wypowiedzeniu się, czy dany dźwięk

jest *samogłoską* czy *spółgłoską*, i czy posiada cechy *dźwięku nosowego*. Badania wykazały, że oceniane w ten sposób dźwięki mowy syntetycznej bez trudu i wahania były uznawane za spółgłoski nosowe, i że w sposób zasadniczy różnią się pod względem fonetycznym od porównywanych z nimi samogłosek syntetycznych.

Natomiast druga część omawianej serii badań, której celem było stwierdzenie możliwości rozpoznawania znaczenia fonetycznego izolowanych dźwięków mowy syntetycznej, zakończyła się niepowodzeniem. Stwierdzono, że rozpoznawanie fonetycznego znaczenia izolowanej spółgłoski nosowej w stanie ustalonym jest bardzo trudne, jeżeli w ogóle możliwe, zwłaszcza w przypadku spółgłosek [m] i [n]. Okazało się, że jedynie izolowana spółgłoska syntetyczna [ń] wykazuje w stanie ustalonym pewne cechy dystynktywne, różniące ją w sposób dostrzegalny od [m] i [n].

Wyniki te są zgodne z przewidywaniami. Z badań innych autorów wynika [5], że charakter fonetyczny spółgłoski nosowej jest związany w sposób zasadniczy z charakterem samogłoski poprzedzającej ją lub następującej po niej i że o rozpoznawalności spółgłoski nosowej można mówić jedynie w kontekście: samogłoska-spółgłoska lub spółgłoska-samogłoska Tym niemniej jednak na podstawie wyników pierwszej serii badań można było osiągnąć cel ważny z punktu widzenia zastosowań technicznych syntezy. Stwierdzono mianowicie, że sformułowana w rozdz. 3.3 hipoteza, dotycząca możliwości uproszczenia funkcji tran-

Tablica 8

Optymalne wartości parametrów formantowych polskich spółgłosek nosowych [m], [n] i [ń], wyznaczone w układzie syntetyzatora doświadczalnego

		[m]	[n]	[ń]
F1	Hz	200 Hz	200 Hz	200 Hz
ΔF1	Hz	300 Hz	300 Hz	300 Hz
F2	Hz	1100 Hz	1700 Hz	2300 Hz
ΔF2	Hz	200 Hz	200 Hz	200 Hz
F3	Hz	2500 Hz	2800 Hz	2800 Hz
ΔF3	Hz	200 Hz	200 Hz	200 Hz

smitancji układu syntetyzatora przy syntezie spółgłosek nosowych jest całkowicie uzasadniona. Usuwając z układu filtr antyformantowy i ograniczając ilość formant do trzech, przy jednoczesnym przypisaniu drugiej formancie (*F2*) podstawowych cech dystynktywnych, nie zmienio-

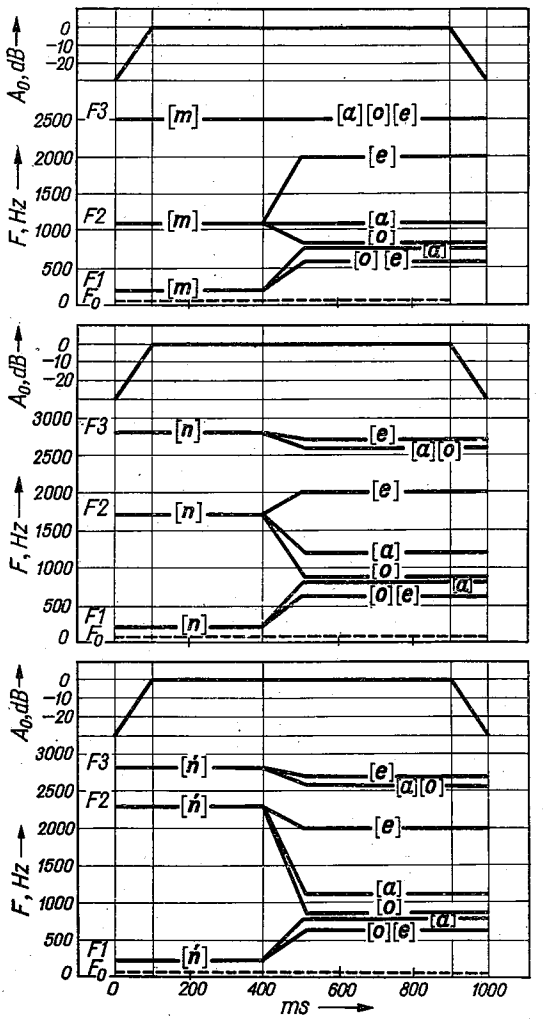
no w sposób zasadniczy nosowo-spółgłoskowego charakteru dźwięku syntetycznego. Ustalono również doświadczalnie optymalne wartości parametrów formantowych polskich spółgłosek nosowych [m], [n] i [ń], podane w tablicy 8. Wyniki wykazują, daleko idącą zgodność z wynikami badań K. Nakaty [9], zestawionymi w tablicy 7, a jednocześnie potwierdzają słuszność postawionej w niniejszej pracy hipotezy, dotyczącej możliwości zastąpienia zespołu: formanta-antyformanta-formanta, charakterystycznego dla spółgłosek nosowych, jednym zakresem formantowym o odpowiednio dużej szerokości pasma. Interesujący jest przy tym fakt, że optymalne brzmienie polskich spółgłosek nosowych uzyskano przy częstotliwości pierwszej formanty $F1 = 200$ Hz, a więc przy wartości mniejszej, niż to wynikało z rozważań teoretycznych. Koncentracja energii akustycznej w dolnej części widma nadaje dźwiękom syntetycznym cechy dźwięków nosowych.

Celem *drugiej serii* badań odsłuchowych była ocena rozpoznawalności polskich spółgłosek nosowych w kontekście: spółgłoska-samogłoska. Proces syntezy sylab realizowano w syntetyzatorze formantowym przestrajanym elektrycznie przy użyciu pięciu generatorów funkcji parametrycznych, kontrolujących odpowiednio następujące parametry układu: amplitudę A_0 i częstotliwość F_0 tonu krtaniowego oraz formanty *F1, F2* i *F3*. Biorąc pod uwagę wyniki pierwszej serii badań oraz dążąc do maksymalnego uproszczenia układu syntezy celowo zrezygnowano z wprowadzenia obwodu antyformantowego i zastosowano parametry formantowe spółgłosek [m], [n] i [ń] podane w tablicy 8. Podobnie, dźwięki samogłoskowe [a], [o] i [e] określono jedynie trzema pierwszymi formantami *F1, F2* i *F3*.

Wstępne próby syntezy sylab w układzie: spółgłoska nosowa — samogłoska wykazały, że ich rozpoznawalność zależy nie tylko od bezwzględnej wartości parametrów formantowych, określających odpowiednio część spółgłoskową i samogłoskową sylaby, lecz także od przebiegu czasowego funkcji kształtujących zmiany czasowe parametrów formantowych. Ze względu na niedoskonałość techniczną stosowanych generatorów funkcji parametrycznych [2], [3] ograniczono się do liniowych (trapezowych) funkcji czasu. W wyniku oceny subiektywnej stwierdzono, że optymalną rozpoznawalność sylab o strukturze: spółgłoska nosowa — samogłoska osiąga się przy wartościach i zmianach czasowych parametrów formantowych podanych na rysunku 12 odpowiednio dla sylab: [m-a], [m-o], [m-e], [n-a], [n-o], [n-e] oraz [ń-a], [ń-o], [ń-e].

Badania wykazały, że mimo daleko idących uproszczeń układu syntezy rozpoznawalność polskich spółgłosek nosowych w kontekście: spółgłoska-samogłoska jest zupełnie dostateczna i wyraża się wyrazistością dźwięków rządu 70 ÷ 75%, a wyrazistością sylab rzędu 80%.

Otrzymane wyniki pozwalają przypuszczać, że zastosowane uproszczenia układu przy syntezie polskich spółgłosek nosowych będą mogły być wykorzystane w przyszłości przy projektowaniu układów transmisyjnych o zmniejszonej szerokości pasma i zwiększonej przepustowości informacyjnej, pracujących na zasadzie ciągłej analizy-syntezy sygnału mowy.



Rys. 12. Przebiegi czasowe parametrów formantowych przy syntezie sylab o strukturze: spółgłoska nosowa — samogłoska. Rzędne wykresów są proporcjonalne do napięć wyjściowych poszczególnych generatorów funkcji parametrycznych

Część eksperymentalna niniejszej pracy została wykonana przy wydatnym współudziale mgra inż. Władysława Mikiela, który był odpowiedzialny za realizację techniczną układów syntezy, zajmował się eksperymentalnym dobieraniem parametrów formantowych oraz rejestrował uzyskany materiał fonetyczny na taśmie magnetycznej.

Autor pragnie również wyrazić podziękowanie doc. drowi Stanisławowi Bellertowi za cenne rady dotyczące metodyki analitycznego badania funkcji transmitancji układów zastępczych naturalnego organu mowy.

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Zakład Badania Drgań
Pracownia Elektroakustyki

WYKAZ LITERATURY

1. Kacprowski J.: Teoretyczne podstawy syntezy samogłosek polskich w rezonansowych układach formantowych. — Rozprawy Elektrotechniczne, t. VIII, z. 1 (1962), s. 127—203.
2. Kacprowski J.: Preliminary Synthesis of Polish Vowels by Means of Recurrently Impulsed Formant Filters. — Proc. of Vibr. Problems, t. 4, Nr 1 (1963).
3. Kacprowski J.: Preliminary Synthesis of Polish Vowels by Means of the „Terminal-Analog" Speech Synthesizer. — Referat Nr G 55, Proc. of the IV International Congress on Acoustics, Kopenhaga, 21÷28.VIII. 1962.
4. Hecker M. H. L.: Studies of Nasal Consonants with an Articulatory Speech Synthesizer. — Jour. Acoust. Soc. Amer., t. 34, Nr 2 (1962), s. 179—188.
5. House A. S.: Analog Studies of Nasal Consonants. — Jour. of Speech and Hearing Disorders, t. 22, Nr 2 (1957), s. 190—204.
6. Fant G.: Acoustic Theory of Speech Production. — Mouton and Co., s-Gravenhage, 1960.
7. House A. S., Stevens K. N.: Analog Studies of the Nasalization of Vowels. — Jour. of Speech and Hearing Disorders, t. 21, Nr 2 (1956), s. 218—232.
8. Rosen G.: Dynamic Analog Speech Synthesizer. — Techn. Rept. Nr 353, Research Lab. of Electronics, M. I. T., Cambridge, Mass.
9. Nakata K.: Synthesis and Perception of Nasal Consonants. — Jour. Acoust. Soc. Amer., t. 31, Nr 6 (1959), s. 661—666.
10. Fujimura O.: Analysis of Nasal Consonants. — Quarterly Progress Report Nr 60, January 15 (1961), s. 184—188. Research Lab. of Electronics, M.I.T. Cambridge, Mass.
11. Fujimura O.: Formant-Antiformant Structure of Nasal Marmurs. — Proc. of the Speech Communication Seminar. Royal Inst. of Technology, Speech Transmission Laboratory, Stockholm 1962.
12. Stevens K. N.: Toward a Model of Speech Recognition. — Jour Acoust. Soc. Amer., t. 32, Nr 1 (1960), s. 47—55.
13. Fant G.: Speech Analysis and Synthesis. Part VI: Speech Synthesis. Rept. No 26, June 4, 1962. Royal Inst. of Technology, Speech Transmission Laboratory, Stockholm.

J. KACPROWSKI

SYNTHESIS OF POLISH NASAL CONSONANTS BY MEANS OF "TERMINAL-ANALOG" SPEECH SYNTHESIZER

Summary

The subject of this paper is the theoretical investigation as well as the experimental verification of the synthesis of Polish nasal consonants with "termi-

nal-analog" formant synthesizer. A simplified acoustic model of the human organ of speech at the production of nasal consonants has been considered and its electrical equivalent circuit has been designed. The latter consists of three electrical linear passive four-poles which simulate the larynx tract, the nasal tract and the mouth cavity, respectively.

The investigation of the transfer function of zhe larynx-mouth-nasal tract has been based on the graphical analysis of the admittance characteristics of the equivalent circuit. It has been proved, that the poles and the zeros of the transfer function $H(s)$ correspond to the formants and to the antiformants of the sounds being investigated, and that the distincitve features of nasal consonants consist in their formant-antiformant structure. The results of theoretical investigations have been compared with the results of experiments carried on in other laboratories with different methods.

The simplified analytical form of the transfer function $H(s)$ has been derived and in this connection a few schemes of "terminal-analog" synthesizer for the synthesis of nasal consonants have been discussed. The synthesizer consists in cascade connection of k formant filters, each being described by a pair of conjugated poles $s_i, s_i^*|_{i=1}^{i=k}$, and of one antiformant filter introducing a conjugated zero s_0, s_0^*. In the last chapter the results of the preliminary synthesis of a few Polish nasal consonants in the described circuits have been given.

J. KACPROWSKI

LA SYNTHÈSE DES CONSONNES NASALES POLONAISES AVEC UN SYNTHÉSATEUR À RÉSONANCE DES FORMANTES

Résumé

Le travail contient les considérations théoriques ainsi que les résultats des recherches expérimentales du procédé de la synthèse des consonnes nasales Polonaises avec un synthésateur à résonance des formantes, similaire à celui a été appliqué pour la synthèse des vocales.

On a creé um modèle simplifié acoustique d'organe de la voix humaine pendant l'articulation des consonnes nasales. Ce modèle a été présenté sous la forme d'un système éléctrique équivalent. En éxaminant la fonction de transmission $H(s)$ de ce système on s'est servi de la méthode d'analyse graphique qui nous semble la plus simple et utile dans ce cas. La distribution des pôles et des zéros de cette fonction dans le plan de la fréquence complexe $s = \sigma + jw$ détermine la structure acoustique des consonnes nasales étant éxaminées et nous permet de definir leurs signes distinctifs acoustiques. On a comparé les résultats de l'analyse théorique avec ceux des recherches expérimentales qui ont été conduites dans d'autres centres scientifiques.

La forme simplifiée de la fonction de transmission $H(s)$ a tété réalisée dans un système chainé des quelques filtres des formantes, dont chacun est detérminé analytiquement par une paire des pôles complexes $s_i, s_i^*|_{i=1}^{i=k}$. L'anti-formante, caractéristique en cas des consonnes nasales, a été réalisée par un autre filtre, détérminé par une paire des zéros complexes s_0, s_0^*. On a discuté quelques systèmes de la réalisation technique d'un synthésateur éiéctrique des consonnes nasales.

Ensuite on a présenté les résulats de la synthèse préliminaire des quelques consonnes nasales Polonaises avec un synthésateur expérimental.

J. KACPROWSKI

DIE SYNTHESE DER POLNISCHEN NASALKONSONANTEN IN EINER ANALOG-VIERPOLKETTENSCHALTUNG

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit ist die analytische und experimentale Untersuchung der Synthese der Polnischen Nasalkonsonanten in einer Analog-Vierpolkettenschaltung mit zusammengesetzten elektrischen Parametern.

Das vereinfactte akustische Modell des natürlichen menschlichen Sprachorgans beim Aussprechen der Nasalkonsonanten ist in der Form einer elektrischen Ersatzschaltung dargestellt und analytisch untersucht. worden. Die Ersatzschaltung besteht aus einer Kettenschaltung der drei passiven elektrischen Vierpole, welche die einzelnen anatomischen Teile des menschlichen Sprachorgans, d.h. die Kehlkopf- und Mundhöhle und den Nasenkanal, repräsentieren.

Die Übertragungsfunktion der äquivalenten Ersatzschaltung wurde mit Hilfe der graphischen Analyse des Admittanzdiagramms theoretisch umtersucht. Die Pol- und Nullpukte dieser Funktion entsprechen den Eigenfrequenzen des Sprachorgans und bezeichnen die Formant- und Antiformantstruktur der hier betrachteten Konsonanten. Auf diese Weise war es möglich die wichtigsten akustischen Merkmale der Nasalkonsonanten kennenzulernen und analytisch zu beschreiben. Die Resultate der Analyse wurden mit den Ergebnissen experimentaler Untersuchungen anderer Verfasser verglichen.

Die vereinfachte analytische Form der Übertragungsfunktion $H(s)$ des Sprachorgans beim Aussprechen der Nasalkonsonanten wurde in einer elektrischen Schaltung realisiert. Die Schaltung besteht aus k Tiefpass-Formantfiltern, von denen jeder durch ein Paar der konjugierten imaginären Pole $s_i, s_i^*|_{i=1}^{i=k}$ bezeichnet ist, und aus einem Antiformantfilter s_0, s_0^*.

Zum Schluss wurden einige Möglichkeiten der technischen Realisierung des Systems und seine weiteren Vereinfachungen diskutiert, als auch die Ergebnisse der experimentalen Synthese einiger Polnischen Nasalkonsonanten angegeben.

Я. КАЦПРОВСКИ

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

СИНТЕЗ ПОЛЬСКИХ НОСОВЫХ СОГЛАСНЫХ В РЕЗОНАНСНЫХ ФОРМАНТОВЫХ СХЕМАХ

Резюме

Предметом работы является теоретический анализ и экспериментальная проверка польских носовых согласных в резонансных формантовых схемах с сосредоточнными постоянными.

Рассмотрена упрощённая акустическая модель артикуляционных эффекторов природного органа речи при произношении носовых согласных и создана его электрическая эквивалентная схема, в которых внадины гортани, полости рта и носового канала представлены в виде прёх реактивных линеарных элек-

трических четырёхполюсников с соответственно подобранными параметрами. Исследуя частотную характеристику эквивалентной схемы по методу графического анализа диаграммы адмиттанса определены полюсы и нули, соответствующие формантом и антиформантом рассматриваемых носовых согласных и на основании этого получены их отличающие акустические свойства. Результаты теоретического анализа сравнены с результатами экспериментальных исследований проводимых в других центрах с применением разных методов.

Получен упрощённый вид аналитической функции $H(s)$ синтетизатора носовых согласных, в котором их формантово-антиформантовая структура воспроизводится схемой соединённых последовательно $\varkappa$ формантовых фильтров, определённых парами сопряжённых полюсов s_i, $s_i^*|_{i=1}^{i=k}$, а также одного антиформантового фильтра определённого парой сопряжённых нулей s_0, s_0^*. Описано несколько вариантов технического осуществления синтетизатора и приведены результаты вступительного синтеза нескольких польских носовых согласных в экспериментальных схемах.

TREŚĆ

A. Czajkowski: Charakterystyki mechaniczne i przebiegi czasowe napięcia i prądu twornika w silniku obcowzbudnym prądu stałego, zasilanym z jednofazowego mostka prostowniczego 235
A. Czajkowski: O niektórych zagadnieniach pracy wzmacniacza magnetycznego zasilającego obcowzbudny silnik prądu stałego 265
L. Szklarski, K. Pawluk, M. Komarzewska: Stany nieustalone silnika synchronicznego jawnobiegunowego pracującego w układach napędów górniczych 295
J. Wojciechowski: Optoelektronika półprzewodnikowa 311
A. Smoliński: Wzmacniacze o małych szumach 343
W. Żochowski: Rozwinięcie teorii przetwornika magnetostrykcyjnego . 373
J. Nowakoski: Porównanie jakości optymalnych i nieoptymalnych urządzeń odbiorczych dla sygnałów radiotelegraficznych 395
J. Kacprowski: Synteza polskich spółgłosek nosowych w rezonansowych układach formantowych 439

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRS — INHALT

A. Czajkowski: Speed-Torque Characteristics and Armature Current and Voltage Time-Characteristics of D.C. Motor Driven by Bridge-Type Metallic Rectifier 262
Les courbes caractéristiques couple-vitesse et les variations dans le temps de la tension et du courant d'induit d'un moteur à courant continu à excitation separée alimenté de redresseurs secs montés en pont 262
Drehzahl-Drehmoment Kennlinien und zeitliche Verläufe des Ankerstromes und der Ankerspannung des durch Halbleiter-Gleichrichter ankergespeisten, fremderregten Gleichstrommotors 262
A. Czajkowski: Some Problems of Self-Saturating Magnetic Amplifier Operation with D.C. Motor Load 291
Les certains problèmes de comportement d'un amplificateur magnétique alimentant un moteur à courant continu à excitation separée . . . 292
Einige Probleme des Verhaltens von Magnetverstärkern bei Motorbelastung 292
L. Szklarski, K. Pawluk, M. Komarzewska: Transients in the Synchronous Motor 308
Régimes transitoires dans un moteur synchrone à pôles saillants applique dans les systèmes de commande minière 309
Regelvorgänge des Synchronmotors 309
J. Wojciechowski: Solid-State Optoelectronics 339
Optoélectronique à semiconducteurs 340
Halbleiter-Optoelektronik 340
A. Smoliński: Low Noise Amplifiers 369
Amplificateurs à bruit très faible 369
W. Żochowski: Development of Dynamic Transducer Theory . . . 393
Developpement de la théorie du transformateur magnétostrictif . . . 393
Entwickelung der Theorie des magnetostriktiven Umformers . . . 394
J. Nowakowski: A Comparison of the Quality of Optimal and Suboptimal Radiotelegraphic Receivers 434
Comparaison de la qualité des récepteurs radiotélégraphiques optimaux et nonoptimaux 435
Ein Vergleich der optimalen und nichtoptimalen Empfänger für telegraphische Signale 436

J. Kacprowski: Synthesis of Polish Nasal Consonants by Means of „Terminal-Analog" Speech Synthesizer 462
La synthèse des consonnes nasales Polonaises avec un synthésateur à resonance des formantes 463
Die Synthese der Polnischen Nasalkonsonanten in einer Analog-Vierpolkettenschaltung 464

СОДЕРЖАНИЕ

А. Чайковски: Механические характеристики и кривые тока и напряжения якоря двигателя постоянного тока с независимым возбуждением, питаемого от однофазного выпрямительного моста 263
А. Чайковски: О некоторых проблемах работы магнитного тока усилителя питающего привод постоянного тока с двигателем независимого возбуждения 293
Л. Шклярски, К. Павлюк, М. Комажевска: Нестационарные режимы синхронного двигателя 310
Е. Войцеховски: Полупроводниковая оптоэлектроника 341
А. Смолински: Усилители с малыми шумами 370
В. Жоховски: Развитие теории магнитострикционного преобразователя 394
Я. Новаковски: Сравнение качества оптимальных и неоптимальных прёмников радиотелеграфных сигналов 436
Я. Кацпровски: Синтез польских носовых согласных в резонансных формантовых схемах 464

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM IX · ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1963

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny
PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz
JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 710 (586+124)	Oddano do składania 13.VIII.1963 r.
Ark. wyd. 18,25 ark. druk. 18,25	Podpisano do druku w listopadzie 1963 r.
Papier druk. sat. kl. III, 80 g, 70 + 100	Druk ukończono w listopadzie 1963 r.
Zamówienie nr 1103/68	Cena zł 25,— L-84

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

621.315.624

LESZEK MARTINI

Stateczność kinematyczna trójrzędowego, płaskiego łańcucha izolatorów, jednopunktowo przymocowanego do słupa[1])

Rękopis dostarczono 1.6.1962

W pracy wyprowadzono zależności geometryczne, jakie powinien spełniać łańcuch trójrzędowy, aby posiadał równowagę stałą. Otrzymane wyniki teoretyczne wykazują niestateczność kinematyczną niektórych rozwiązań krajowych i zagranicznych (por. Salvi Ifi Milano [1]). Niestateczność tę zaobserwowano również w czasie montażu wymienionych łańcuchów, lecz nie potrafiono jej dotychczas wytłumaczyć. Starano się jej zaradzić w sposób sztuczny przez dodanie cięgien ustalających lub elementów tarciowych.

Na podstawie niniejszej pracy okazuje się, że właściwy dobór wymiarów łańcuchów trójrzędowych radykalnie poprawia ich własności bez potrzeby stosowania elementów dodatkowych, których istnienie podważa zasadę działania łańcucha trójrzędowego.

W pracy podano definicję oraz wyprowadzono wzory na stopień stateczności łańcuchów dwu- i trójrzędowych. Rozpatrzono zachowanie się łańcucha w przypadku zerwania jednego rzędu izolatorów.

1. WSTĘP

Stosowanie trójrzędowych łańcuchów odciągowych podyktowane jest dwoma względami, a to:

1) wymaganą wytrzymałością łańcucha na rozwiązanie,

2) zwiększeniem bezpieczeństwa zawieszenia odciągowego przez dopuszczenie możliwości zniszczenia jednego z rzędów izolatorów na skutek czynników nieprzewidzianych.

Względowi pierwszemu możemy uczynić zadość przez zastosowanie izolatorów o odpowiednio dużej wytrzymałości na rozciąganie. Wzgląd drugi można spełnić natomiast jedynie przez odpowiednie powiększenie ilości rzędów łańcucha odciągowego. Tak np. PN-58/E-05100 (punkt 1.3.36 oraz tablica 14, lp. 18) wyraźnie określa, że w przęsłach z obostrzeniem drugiego stopnia, a więc w przęsłach projektowanych o większym bezpieczeństwie, liczba rzędów łańcucha odciągowego ma być o jeden większa

---

[1]) Referat zgłoszony na obrady Komitetu nr 6 CIGRÉ w maju 1962 r. w Paryżu (CSC-6-62-16).

niż w przęsłach bez obostrzenia. Wymienione wymagania są powodem stosowania niekiedy trójrzędowych łańcuchów odciągowych.

Trójrzędowy łańcuch izolatorów poza warunkami natury elektrycznej, powinien spełniać szereg warunków mechanicznych. Zasadniczymi warunkami mechanicznymi są:

1) wytrzymałość każdego z elementów,

2) równomierny rozkład siły naciągu przewodu na każdy z rzędów pracujących i to niezależnie od ilości rzędów pracujących jak i ich długości (w granicach przewidzianych tolerancją wykonania izolatorów),

3) stateczność układu, to znaczy zdolność przyjmowania położenia środkowego bez dodatkowych urządzeń tarciowych lub cięgieł wyrównawczych,

4) dodatkowym warunkiem jest punktowe przeniesienie siły naciągu każdego z przewodów (bądź każdej wiązki przewodów) na słup.

Jak łatwo zauważyć, warunki 2 i 3 są wzajemnie przeciwstawne, gdyż stateczność układu wymaga występowania sił zwrotnych sprowadzających układ do położenia środkowego. Dlatego też różnica długości rzędów wywołuje nierównomierność obciążenia poszczególnych rzędów. Problem musi być zatem rozwiązany kompromisowo, tak aby rzędy krótsze nie były zbyt przeciążone, a rzędy dłuższe zbyt niedociążone.

Warunek 4 jest podyktowany ułatwieniem montażu przewodu przez uniezależnienie sposobu zamocowania przewodu na słupie odporowym i odporno-narożnym od kąta załomu linii. Punktowe przeniesienie siły naciągu na słup jest korzystne z uwagi na obciążenie słupa, jak również na równomierność obciążenia poszczególnych rzędów łańcucha przy wychylaniu się przewodu na skutek parcia wiatru.

Rozróżniamy dwa zasadnicze układy odciągowych łańcuchów trójrzędowych, mianowicie układ przestrzenny i płaski. W układzie przestrzennym końce każdego z rzędów są przytwierdzone odpowiednio do wierzchołków dwóch przeciwległych trójkątów równobocznych (jarzm) o płaszczyznach prostopadłych do osi łańcucha. Wypadkowa naciągu przewodu przechodzi przez środek ciężkości każdego z trójkątów. W celu uzyskania równowagi stałej obie siły wypadkowe zaczepiają na niewielkim mimośrodzie (punkt przyłożenia wypadkowej jest oddalony od płaszczyzny każdego z trójkątów o pewną stałą odległość zwaną mimośrodem).

Płaski łańcuch trójrzędowy polega na płaskim ułożeniu wszystkich trzech rzędów. Na każdym końcu takiego łańcucha (w niektórych rozwiązaniach tylko na jednym) umieszcza się po dwa „orczyki" połączone ze sobą przegubowo oraz łączące się z punktem zaczepienia siły wypadkowej dwoma cięgnami (razem cztery elementy na jednym końcu łańcucha, tworzące tzw. komplet odciągowy; por. [3]).

Każdy z wyżej omówionych układów łańcuchów ma po dwa stopnie swobody. Łańcuch przestrzenny ma dwa możliwe kierunki obrotów jarz-

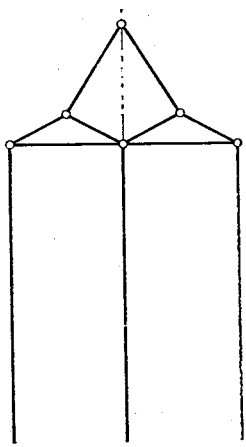
ma trójkątnego, dokoła dwóch osi wzajemnie prostopadłych, leżących w płaszczyźnie jarzma (trójkąta). Wychylenie jednego jarzma powoduje równoczesne wychylenie jarzma przeciwległego. Również układ łańcucha odciągowego płaskiego ma, jak dalej zobaczymy, dwa stopnie swobody (w przypadku jednopunktowego zawieszenia na słupie).

Układ łańcucha płaskiego jest znacznie korzystniejszy od układu przestrzennego, zarówno ze względów mechanicznych, jak i elektrycznych. Kinematyka tego układu nie jest tak prosta jak układu przestrzennego i w praktyce zdarzają się częste przypadki niewłaściwego doboru wymiarów geometrycznych, co prowadzi do niestateczności układu.

Niniejszy artykuł ma za zadanie sprecyzować warunki geometryczne, jakie powinien spełniać płaski łańcuch trójrzędowy, odznaczający się równowagą stałą.

2. ZALEŻNOŚCI GEOMETRYCZNE, JAKIE POWINIEN SPEŁNIAĆ TRÓJRZĘDOWY ŁAŃCUCH PŁASKI Z UWAGI NA RÓWNOMIERNE OBCIĄŻENIE RZĘDÓW

Pomińmy na razie sprawę stateczności układu trójrzędowego łańcucha odciągowego zakładając, że znajduje się on w położeniu środkowym (rys. 1) i postarajmy się określić warunki geometryczne, które muszą spełniać poszczególne elementy układu orczykowo-cięgłowego, ażeby siły w każdym z rzędów były tej samej wielkości. Załóżmy dodatkowo, że długości łańcuchów są równe. Symetria układu pozwoli ograniczyć się nam tylko do



Rys. 1.

jednego zestawu orczyków i cięgieł (rys. 2). W przypadku zerwania jednego z łańcuchów skrajnych każdy z pozostałych łańcuchów powinien przenosić połowę naciągu przewodu. Warunek ten narzuca równoramienny kształt każdego z orczyków. Długość każdego orczyka oznaczamy przez

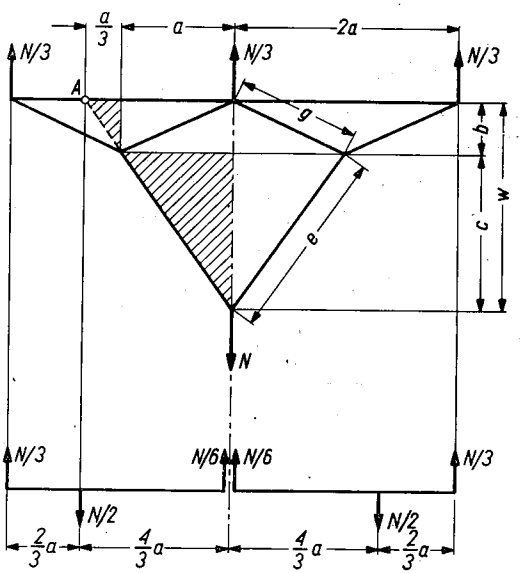
$2a$, zaś jego mimośród (wysokość) przez b. Długość każdego z dwóch różnych boków orczyka oznaczamy przez g. Możemy wyliczyć ją ze wzoru

$$g = \sqrt{a^2 + b^2}. \tag{1}$$

Długość e każdego z prętów rozciąganych możemy wyliczyć ze wzoru

$$e = \sqrt{a^2 + c^2}, \tag{2}$$

gdzie c jest rzutem długości pręta na oś łańcucha w położeniu środkowym (nie wychylonym). Długość e każdego z tych prętów nie jest dowolna, lecz taka, by każdy z rzędów był obciążony siłą tej samej wielkości, tj. równą $\frac{N}{3}$, gdzie N — naciąg przewodu. Jak widać z rys. 2, warunek ten będzie spełniony, gdy przedłużenie osi każdego z prętów przetnie się z podstawą odpowiedniego orczyka w punkcie A dzieląc tę ostatnią w stosunku 1 : 2. Każdy z orczyków należy myślowo traktować jako oddzielną belkę zginaną składową normalną równą $\frac{N}{2}$, pochodzącą od oddziaływania cięgna. Składowa ta zaczepiona jest w punkcie A. Zgodnie z warun-



Rys. 2.

kami równowagi każdej z tych belek otrzymamy w każdym z rzędów siłę $\frac{N}{3}$ (por. rys. 2 u dołu).

Z podobieństwa trójkątów zakreskowanych na rys. 2 biorąc stosunek odpowiednich ich boków otrzymamy

$$\frac{a}{3} : b = a : c,$$

skąd

$$c = 3b. \tag{3}$$

Jeśli łączną długość układu orczykowo-prętowego w położeniu środkowym oznaczymy przez w, czyli

$$w = b + c, \tag{4}$$

to na podstawie wzoru (3) otrzymujemy, że

$$w = 4b. \tag{5}$$

Jest to zasadnicza zależność, jaką powinien spełniać układ orczykowo-prętowy łańcucha trójrzędowego przy założeniu jednakowego obciążenia każdego z rzędów w położeniu środkowym. Oczywiście wzór ten nic nam jeszcze nie mówi o tym, czy położenie to jest położeniem równowagi stałej, chwiejnej, czy obojętnej.

3. ZALEŻNOŚCI GEOMETRYCZNE, JAKIE POWINIEN SPEŁNIAĆ TRÓJRZĘDOWY ŁAŃCUCH PŁASKI, ABY W POŁOŻENIU ŚRODKOWYM ZNAJDOWAŁ SIĘ W RÓWNOWADZE STAŁEJ (OBOJĘTNEJ LUB CHWIEJNEJ)

Jak już wspomnieliśmy na początku pracy, łańcuch trójrzędowy płaski posiada dwa stopnie swobody. Przyjmując bowiem, że każdy z rzędów jest prętem sztywnym (z uwagi na występujące w nim siły rozciągające), otrzymujemy schemat kinematyczny jak na rys. 1.
Liczbę stopni swobody n można wyliczyć ze wzoru

$$n = 2w - p - 3, \tag{6}$$

gdzie w jest to liczba węzłów, zaś p — liczba prętów.
W naszym przypadku, jak widać na rys. 1,

$$\left.\begin{aligned} w &= 12, \\ p &= 19, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

czyli na podstawie (6) mamy

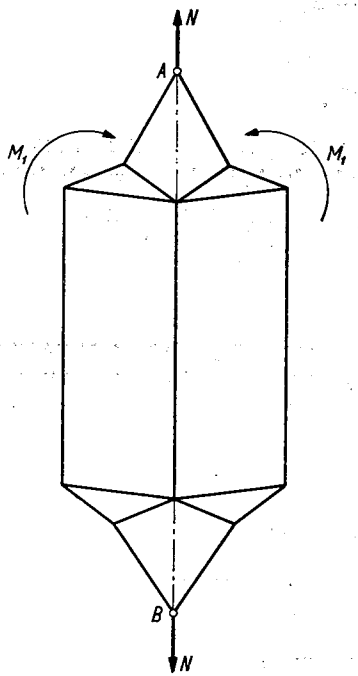
$$n = 2. \tag{8}$$

Za pierwszy stopień swobody przyjmijmy możliwość przesuwania się rzędu środkowego względem rzędów skrajnych (rys. 3). Ruch ten może być wywoływany np. działaniem dwóch równych i przeciwnie skierowanych momentów M_1 działających na dwa sąsiednie orczyki.

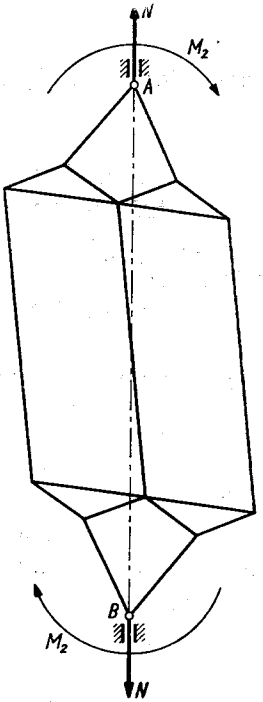
Drugi stopień swobody może pozwalać np. na ruchy i wychylenia pokazane na rys. 4. Tym stopniem swobody zajmować się na razie nie będziemy, gdyż sprowadza się on do kinematyki łańcucha dwurzędowego, przy czym rolę orczyków takiego łańcucha spełniają oba układy orczykowo-prętowe, których poszczególne elementy pozostają wzajemnie nieruchome. Mimośrodem każdego z tych orczyków zastępczych będzie odcinek

w (rys. 4). Każde wychylenie łańcucha trójrzędowego można uważać za sumę dwóch wymienionych wychyleń składowych.

Obecnie zajmiemy się statecznością łańcucha trójrzędowego z uwagi na pierwszy stopień swobody (rys. 3).



Rys. 3.



Rys. 4.

Jak wiadomo, rozróżniamy równowagę stałą, obojętną i chwiejną. Każdą z tych postaci równowagi możemy przedstawić poglądowo wyobrażając sobie ciężką kulkę spoczywającą na płycie: a) wklęsłej, b) płaskiej, c) wypukłej (por. rys. 5).

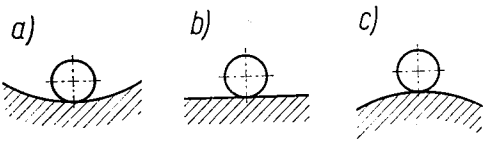
Ażeby określić, z jakiego rodzaju równowagą mamy do czynienia, nie możemy się ograniczać jedynie do położenia środkowego i badać w nim stan równowagi, lecz musimy rozpatrzyć układ wychylony z położenia środkowego.

Istnieją dwa kryteria pozwalające na określenie tego, czy równowaga jest stała, obojętna, czy niestała (chwiejna).

P i e r w s z e k r y t e r i u m, energetyczne, polega na określeniu energii potencjalnej układu. Jeżeli, aby wychylić kulkę ze stanu równowagi, musimy wykonać pewną pracę zwiększając energię potencjalną układu, to wówczas równowaga jest stała. W stanie równowagi mamy do czynienia z minimum energii potencjalnej układu (kryterium Mindinga-Dirichleta). Również trójrzędowy łańcuch odciągowy będzie miał w swym poło-

żeniu środkowym równowagę stałą, jeżeli energia potencjalna dla położenia środkowego będzie najmniejsza.

Łączna długość łańcucha mierzona od punktu A do B (rys. 3) ulega w czasie jego wychylenia pewnym zmianom, jeżeli zatem łańcuch trójrzędowy w położeniu środkowym będzie miał długość największą, a w każdym położeniu wychylonym długość mniejszą, to położenie środkowe będzie położeniem równowagi stałej. Oczywiście energia potencjalna łańcucha krótszego jest większa niż łańcucha dłuższego, gdyż skracając łańcuch musimy wykonać pracę pokonując działanie siły rozciągającej N.



Rys. 5.

Energia potencjalna układów w równowadze obojętnej (rys. 5b) nie ulega zmianom przy wychyleniu. Taką równowagę będzie miał łańcuch trójrzędowy, który przy wychyleniu z położenia środkowego nie będzie zmieniał swej długości AB (rys. 3).

Jeżeli energia potencjalna układu w pewnym punkcie przyjmuje wartość maksymalną, to punkt ten jest punktem równowagi niestałej (rys. 5c). Taka właśnie równowaga cechuje łańcuch trójrzędowy, który w położeniu środkowym ma długość najmniejszą. W położeniu tym ma on największą energię potencjalną i wystarczy niewielki impuls, by wychlił się do jednego z dwóch położeń krańcowych oddając część energii potencjalnej w postaci nagłego zwiększenia zwisu przewodu w przęśle.

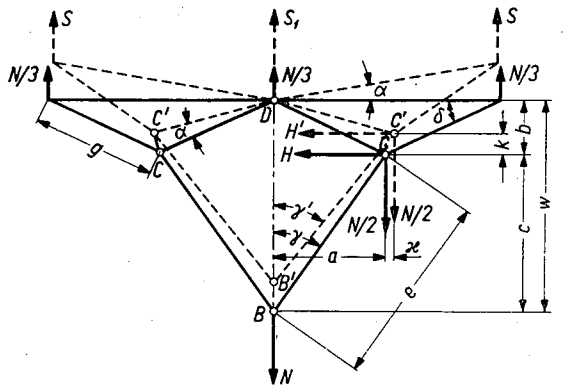
Drugie kryterium określenia rodzaju równowagi układu polega na wyznaczeniu siły potrzebnej do wychylenia układu ze stanu równowagi i utrzymania go w położeniu wychylonym. Jeżeli do utrzymania tego wychylenia potrzebna jest siła o kierunku zgodnym z kierunkiem wychylenia, to mamy do czynienia z równowagą stałą (rys. 5a).

Jeżeli do utrzymania wychylenia układu z punktu środkowego równowagi nie potrzebna jest żadna siła, to mamy do czynienia z równowagą obojętną (rys. 5b). Jeżeli natomiast do utrzymania układu w stanie wychylonym z punktu równowagi potrzebna jest siła o zwrocie przeciwnym do wychylenia, to mówimy, że układ posiada w punkcie środkowym równowagę niestałą (chwiejną).

W przypadku układu statecznego można jeszcze rozważyć wielkość siły wychylającej, potrzebnej do wychylenia jednostkowego. Wielkość ta będzie miarą (stopniem) stateczności układu. O ile chodzi o konstrukcję płaskiego łańcucha trójrzędowego, to będą miarodajne jedynie rozwiązania o równowadze stałej o określonym stopniu stateczności. Układy o zbyt dużym stopniu stateczności są niekorzystne ze względu na duży wpływ

różnicy długości i poszczególnych rzędów na nierównomierność obciążenia rzędów.

Posłużmy się obecnie drugim z omówionych kryteriów stateczności w odniesieniu do łańcucha trójrzędowego. Ułóżmy warunki równowagi dla zespołu dwóch orczyków i dwóch cięgien przy założeniu, że obydwa orczyki wychyliły się symetrycznie z położenia środkowego o kąt α, np.



Rys. 6.

przez przesunięcie ku dołowi środkowego rzędu łańcucha w stosunku do rzędów skrajnych (rys. 6). Ten sam efekt oczywiście można otrzymać, gdy rząd środkowy będzie dłuższy od rzędów skrajnych o odcinek

$$4a \sin \alpha , \tag{9}$$

Oznaczenia wielkości na rys. 6 przyjęliśmy zgodne z oznaczeniami rysunku 2. Przy czym przez S oznaczyliśmy zmienioną przy wychyleniu orczyków wartość sił działających w miejscu zaczepienia skrajnych rzędów.

Siła w miejscu zaczepienia rzędu środkowego będzie wynosiła

$$S_1 = N - 2S, \tag{10}$$

co wynika z warunku rzutów sił na oś łańcucha.

Przemieszczenia składowe punktów C przy obrocie każdego z orczyków o kąt α obliczymy zakładając, że α jest małe, czyli

$$\left.\begin{aligned} \sin \alpha &= \alpha, \\ \cos \alpha &= 1, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

oraz uwzględniając, że

$$\left.\begin{aligned} \sin \delta &= \frac{b}{g}, \\ \cos \delta &= \frac{a}{g}; \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

otrzymamy wówczas:

$$\left.\begin{aligned} \varkappa &= g[\cos(\delta-\alpha)-\cos\delta] = g(\cos\delta\cos\alpha+\sin\delta\sin\alpha-\cos\delta) \approx b\alpha,\\ k &= g[\sin\delta-\sin(\delta-\alpha)] = g(\sin\delta-\sin\delta\cos\alpha+\cos\delta\sin\alpha) \approx a\alpha. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Jak widać z rys. 6,

$$\sin\gamma' = \frac{a+\varkappa}{e},$$

zatem

$$\operatorname{tg}\gamma' = \frac{a+\varkappa}{\sqrt{e^2-(a+\varkappa)^2}} = \frac{a+\varkappa}{\sqrt{9b^2-2a\varkappa-\varkappa^2}}, \tag{14}$$

gdyż

$$e^2 = a^2+c^2 = a^2+9b^2$$

wobec (2) i (3).

Składową poziomą oddziaływania cięgna $C'B'$ na orczyk znajdujemy uwzględniając (14)
ze wzoru

$$H' = \frac{N}{2}\operatorname{tg}\gamma' = \frac{N(a+\varkappa)}{2\sqrt{9b^2-2a\varkappa-\varkappa^2}}. \tag{15}$$

Siłę S obliczymy z warunku równowagi momentów sił względem punktu D działających na prawy orczyk.
Otrzymamy

$$S = \frac{N(a+\varkappa)}{4a\cos\alpha} + \frac{H'(b-k)}{2a\cos\alpha},$$

zaś po uwzględnieniu (15) oraz ograniczając się do małych wychyleń zgodnie ze wzorami (11) i (13) otrzymamy

$$S = \frac{N}{4a}\left[a+b\alpha+\frac{ab+(b^2-a^2)\alpha-ab\alpha^2}{\sqrt{9b^2-2ab\alpha-b^2\alpha^2}}\right]. \tag{16}$$

Uważając a, b i N za stałe możemy obliczyć pochodną siły S względem kąta α. Otrzymamy

$$\frac{dS}{d\alpha} = \frac{N}{4a}\left\{b^2+\frac{(b^2-a^2-2ab\alpha)(9b^2-2ab\alpha-b^2\alpha^2)}{(9b^2-2ab\alpha-b^2\alpha^2)^{3/2}}+\right.$$
$$\left.+\frac{[ab+(b^2-a^2)\alpha-ab\alpha^2](ab+b^2\alpha)}{(9b^2-2ab\alpha-b^2\alpha^2)^{3/2}}\right\} \tag{17}$$

Ponieważ α jest małe, możemy ograniczyć się do wyrazów nie zawiera-

jących wyższych stopni zmiennej α niż pierwszy. Wzory (16) i (17) przyjmą postać

$$S = \frac{N}{4a}\left[a + b\alpha + \frac{ab + (b^2 - a^2)\alpha}{\sqrt{9b^2 - 2ab\alpha}}\right] \tag{18}$$

oraz

$$\frac{dS}{d\alpha} = \frac{N}{4a}\left[b + \frac{b^2(9b^2 - 8a^2) + ab(a^2 - 18b^2)\alpha}{(9b^2 - 2ab\alpha)^{3/2}}\right]. \tag{19}$$

Wielkość pochodnej (19) dla położenia środkowego łańcucha, tj. przy nie wychylonych orczykach, otrzymamy kładąc $\alpha = 0$. Otrzymamy:

$$\left[\frac{dS}{d\alpha}\right]_{\alpha=0} = \frac{N}{3}\left(\frac{b}{a} - \frac{2}{9}\frac{a}{b}\right). \tag{20}$$

W przypadku gdy pochodna (20) jest dodatnia, otrzymujemy zgodność siły wychylającej z wychyleniem i położenie środkowe łańcucha trójrzędowego jest położeniem równowagi stałej. Jeżeli pochodna (20) równa się zeru, mamy równowagę obojętną, natomiast gdy pochodna (20) jest ujemna, położenie środkowe łańcucha trójrzędowego jest położeniem równowagi nietrwałej (chwiejnej).

Warunek zerowania się pochodnej (20) pozwoli określić stosunek stałych a i b rozgraniczający przypadki, dla których zachodzi równowaga stała, od przypadków, dla których zachodzi równowaga niestała, a tym samym pozwoli rozgraniczyć rozwiązanie poprawne od rozwiązań wadliwych łańcucha trójrzędowego.

Przyrównując więc (20) do zera otrzymamy:

$$\frac{b}{a} - \frac{2}{9}\frac{a}{b} = 0,$$

czyli

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0{,}4714. \tag{21}$$

Poprawne rozwiązania konstrukcji łańcucha trójrzędowego będą te, dla których

$$\frac{b}{a} - \frac{2}{9}\frac{a}{b} > 0,$$

czyli dla których

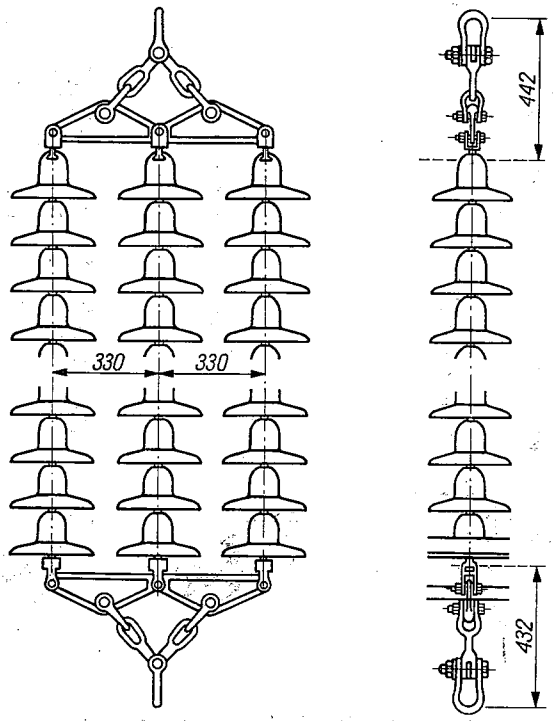
$$\frac{b}{a} > \frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0{,}4714. \tag{22}$$

Łatwo się zorientować, że istniejące rozwiązanie krajowe, jak i większość rozwiązań zagranicznych (por. [1] i [2]) łańcucha trójrzędowego nie spełniają warunku (22).

Na rys. 7 pokazano rozwiązanie Salvi Ifi Milano, dla którego stosunek

$$\frac{b}{a} = \frac{60}{165} = 0{,}364 < \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Rozwiązanie to należy więc uznać za błędne, zaś utrzymanie położenia środkowego dla tego łańcucha, pokazane na rys. 8c, należy traktować jako nierealne. Również rozwiązanie Hoffmanna [2] układu orczykowo-cięgło-



Rys. 7. Rysunek z katalogu osprzętu sieciowego firmy SALVI IFI MILANO, wyd. angielskie „Fittings for high voltage transmission lines", Catalogue 10, section 2, styczeń 1955, str. 70, nr katalogowy 4330 L/6

wego (por. rys. 9) nie nadaje się do zastosowania dla łańcuchów trójrzędowych realizujących punktowe przeniesienie naciągu przewodu na słup, gdyż stosunek

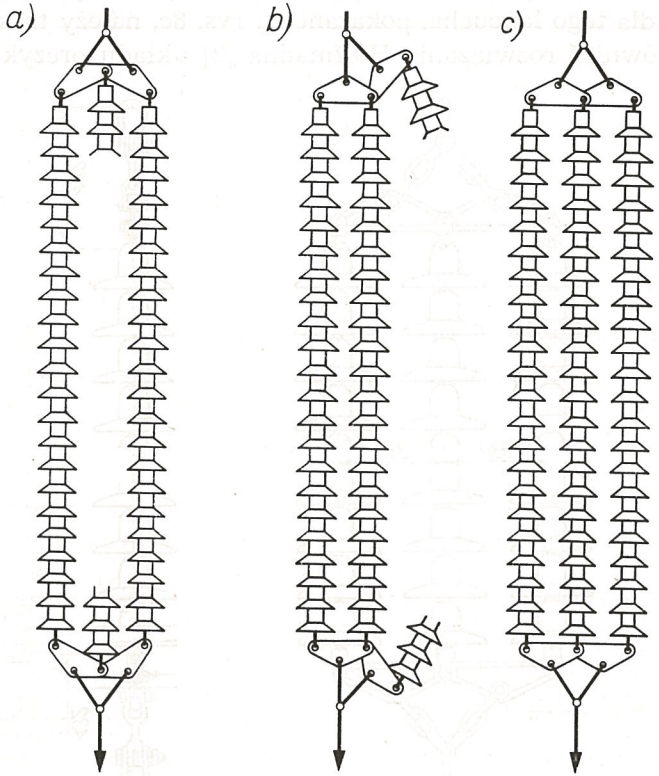
$$\frac{b}{a} = \frac{w}{4a} = \frac{340}{1000} = 0{,}340 \qquad \text{dla Nr 224556,}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{w}{4a} = \frac{410}{1200} = 0{,}342 \qquad \text{dla Nr 234566,}$$

gdzie w jest określone wzorem (5).

Rozwiązania te, jak widać, nie spełniają warunku (22). Nie przeszkadza to oczywiście w stosowaniu wymienionych kompletów odciągowych (rys. 9)

w rozwiązaniach, w których naciąg wiązki przenosi się trójpunktowo na słup, co ma właśnie miejsce w rozwiązaniach niemieckich (por. rys. 11). W tym ostatnim przypadku wskazane jest jednak stosowanie kompletów, dla których stosunek a/b spełnia warunek (21) cechujący równowagę obo-



Rys. 8. Rysunek z katalogu osprzętu sieciowego firmy SALVI IFI MILANO, wyd. angielskie „Fittings for high voltage transmission lines", Catalogue 10, section 2, styczeń 1955, str. 71

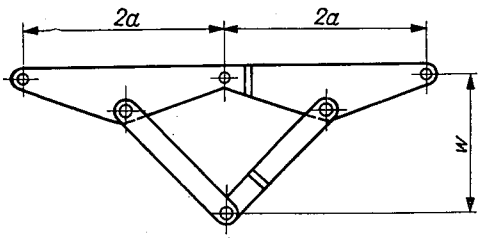
Nr	Nazwa	Wymiary (mm)		Obciążenie niszczące (kG)
		$2a$	w	
224556	Komplet odciągowy	500	340	18000
234566		600	410	26000

jętną łańcucha pokazanego na rys. 1. Wówczas bowiem rozkład sił w poszczególnych rzędach łańcucha trójpunktowo-zawieszonego na słupie jest praktycznie niezależny od odchyłek długości rzędu środkowego w stosunku do rzędów skrajnych.

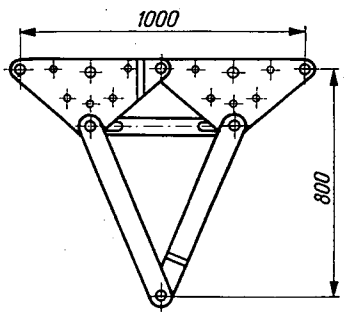
W uzupełnieniu katalogu [3] wydanym przez VEB—Hochspannungs—Armaturenwerk Radebeul zamieszczono komplet odciągowy (rys. 10) dla potrójnego łańcucha odciągowego o stosunku

$$\frac{b}{a} = \frac{w}{4a} = \frac{800}{1000} = 0{,}800.$$

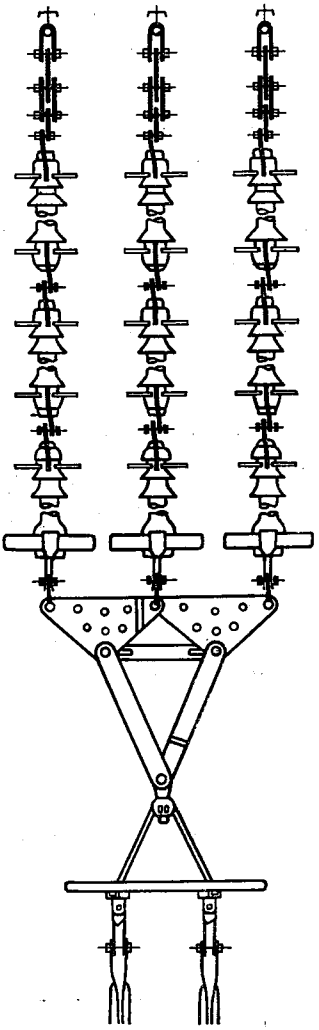
Warunek (22) jest spełniony i komplet odciągowy (rys. 10) mógłby być użyty do konstrukcji łańcucha trójrzędowego umożliwiającego punktowe przeniesienie naciągu na słup. Układ taki cechuje równowaga stała, ale o zbyt dużej stateczności, na skutek czego niewielkie nawet odchyłki



Rys. 9. Rysunek z katalogu osprzętu liniowego VEB Hochspannungs-Armaturenwerk Radebeul, grudzień 1952, arkusz 4.2.4 pt. Abspanngarnituren für Dreifach--Abspannketten



Rys. 10. Rysunek z katalogu osprzętu sieciowego VEB Hochspannugs-Armaturenwerk Radebeul „Ergänzungsliste zum Katalog Hochspannungs-Armaturen, Ausgabe 1952", październik 1959, arkusz 452/2



Rys. 11. Rysunek z katalogu osprzętu sieciowego VEB Hochspannungs-Armaturenwerk Radebeul „Ergänzungsliste zum Katalog Hochspannungs-Armaturen, Ausgabe 1952", październik 1959, arkusz 402/5

długości poszczególnych rzędów izolatorów wywołają znaczną nierównomierność obciążenia tych rzędów. Tym bardziej nieuzasadnione jest stosowanie kompletu odciągowego (rys. 10) do zawieszenia trójpunktowego

na słupie (rys. 11), gdzie — jak już wspomnieliśmy — komplet powinien spełniać warunek (21). Przeskok z jednej skrajności w drugą w rozwiązaniach VEB—Hochspannungs—Armaturenwerk Radebeul (por. rys. 9 i 10) świadczy o nierozpatrzeniu przez konstruktorów zalet i wad zbyt dużego ustatecznienia układu łańcucha trójrzędowego.

Powyższe przykłady uwidoczniają konieczność ustalenia stopnia stateczności łańcucha trójrzędowego dla zawieszenia jednopunktowego na słupie.

4. OKREŚLENIE STOPNIA STATECZNOŚCI POPRAWNIE ROZWIĄZANEGO ŁAŃCUCHA TRÓJRZĘDOWEGO

Jak już wspomnieliśmy w rozdz. 3, za rozwiązanie poprawne łańcucha trójrzędowego należy uznać tylko takie, które jest kinematycznie samostateczne, czyli o równowadze stałej układu. Powstaje zatem problem określenia stopnia stateczności. Im stateczność układu będzie większa, tym mniejsze różnice w długościach rzędów izolatorów wywołają większe różnice sił rozciągających w poszczególnych rzędach. W celu dobrania odpowiedniego stopnia stateczności układu łańcucha trójrzędowego określimy wpierw stopień stateczności łańcucha dwurzędowego. Postarajmy się zdefiniować „stopień stateczności" łańcucha dwurzędowego. Załóżmy, że jeden z dwóch rzędów izolatorów w dwurzędowym łańcuchu jest krótszy od drugiego o długość Δl. W rzędzie tym wystąpi wobec tego siła większa o ΔS od siły $S = \frac{N}{2}$, jaka występowałaby w obydwu wzajemnie równych rzędach izolatorów. Przy zastosowaniu geometrycznie podobnych orczyków wielkość ΔS będzie zależała od wielkości siły S jak również od Δl oraz od długości orczyków 2a. Oznaczmy względny przyrost siły ΔS do S przez δS, tj.

$$\delta S = \frac{\Delta S}{S}, \tag{23}$$

zaś stosunek Δl do długości orczyka 2a przez δl, tj.

$$\delta l = \frac{\Delta l}{2a}. \tag{24}$$

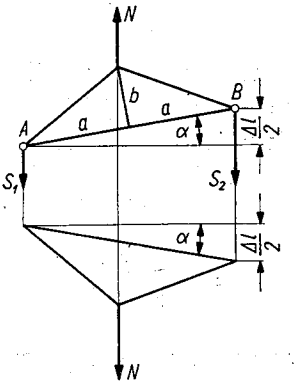
Za stopień stateczności s łańcucha dwurzędowego (por. rys. 12) będziemy uważali iloraz

$$s = \frac{\delta S}{\delta l}.$$

Z warunku równowagi momentów sił działających na orczyk górny otrzymamy wzory

$$S_1 = \frac{N}{2}\left(1 + \frac{b}{a}\operatorname{tg}\alpha\right),$$

$$S_2 = \frac{N}{2}\left(1 - \frac{b}{a}\operatorname{tg}\alpha\right),$$



Rys. 12.

które przy założeniu, że kąt α jest mały przyjmą postać

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= \frac{N}{2}\left(1 + \frac{b}{a}\alpha\right), \\ S_2 &= \frac{N}{2}\left(1 - \frac{b}{a}\alpha\right). \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Dalej otrzymamy

$$\Delta S = S_1 - \frac{N}{2} = \frac{Nb}{2a}\alpha,$$

$$\delta S = \frac{\Delta S}{S} = \frac{2\Delta S}{N} = \frac{b}{a}\alpha.$$

Natomiast

$$\Delta l = 4a\sin\alpha \approx 4a\alpha,$$

zaś

$$\delta l = \frac{\Delta l}{2a} = \frac{4a\alpha}{2a} = 2\alpha.$$

Ostatecznie stopień stateczności s łańcucha dwurzędowego będzie

$$s = \frac{\delta S}{\delta l} = \frac{b}{2a}. \tag{26}$$

Jak widać z powyższego wzoru, stopień stateczności łańcucha dwurzędowego wyraża się stosunkiem mimośrodu b orczyka do jego długości $2a$. Ten sam wynik otrzymamy definiując stopień stateczności jeszcze inaczej.

Oznaczmy stosunek siły S_1 występującej w nieco krótszym rzędzie izolatorów do siły S, jaka pojawiłaby się w każdym z dwóch równej długości rzędów izolatorów, przez σ

$$\sigma = \frac{S_1}{S}. \tag{27}$$

Stosunek ten możemy nazwać względną siłą wewnętrzną w łańcuchu izolatorów. Następnie oznaczmy kąt, o jaki się obróci każdy z przeciwległych orczyków na skutek różnej długości łańcuchów izolatorów przez α. Wówczas stopień stateczności układu łańcucha odciągowego można zdefiniować jako połowę pochodnej σ podług kąta α, czyli

$$s = \frac{1}{2}\frac{d\sigma}{d\alpha}. \tag{28}$$

W przypadku łańcucha dwurzędowego otrzymamy

$$\sigma = \frac{S_1}{S} = 1 + \frac{b}{a}\alpha, \tag{29}$$

zaś zgodnie z (28)

$$s = \frac{b}{2a}, \tag{30}$$

co pokrywa się z (26).

Opierając się na wymiarach istniejących orczyków, stosowanych do łańcuchów dwurzędowych, można stwierdzić, że współczynnik s zmienia się w granicach

$$s = 0{,}15 \div 0{,}25. \tag{31}$$

(Por. np. normę resortową RN-58/MGE-0074 „Elektryczne linie napowietrzne — Osprzęt").

Zadaniem naszym będzie obecnie zaprojektowanie łańcucha trójrzędowego o stopniu stateczności (31). W tym celu znajdziemy wzór na stopień stateczności łańcucha trójrzędowego opierając się na definicji (28) w odniesieniu do rzędu środkowego (rys. 6), którego zwiększenie długości powoduje obrót orczyków o kąt α.

Siła w każdym z rzędów o jednakowej długości wynosi $\frac{N}{3}$.

Siła w łańcuchu środkowym zgodnie ze wzorem (10) jest

$$S_1 = N - 2S,$$

przy czym S jest określone wzorem (18). Na σ ze wzoru (27) otrzymamy w odniesieniu do łańcucha środkowego wzór:

$$\sigma = \frac{S_1}{S} = \frac{N - 2S}{N/3} = 3 - 6\frac{S}{N}. \tag{32}$$

Stosując wzór (28) mamy

$$S = -\frac{1}{2}\frac{d\sigma}{d\alpha} = \frac{3}{N}\frac{dS}{da}. \tag{33}$$

Znak minus z uwagi na to, że ze wzrostem kąta α (wzrostem długości rzędu środkowego) siła S_1 maleje.

Wstawiając za $\frac{dS}{da}$ jej wartość dla $\alpha = 0$ (20) mamy

$$s = \frac{b}{a} - \frac{2}{9}\frac{a}{b}. \tag{34}$$

Wzór ten określa stopień stateczności łańcucha trójrzędowego.

Oznaczając szukany stosunek $\frac{b}{a} = x$, otrzymamy na x równanie

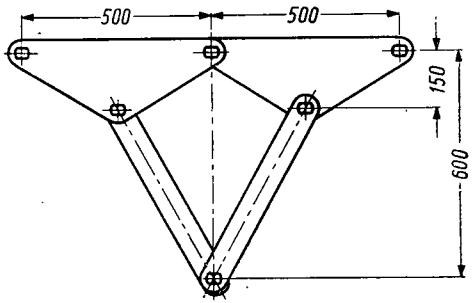
$$x^2 - sx - \frac{2}{9} = 0. \tag{35}$$

Rozwiązując równanie (35) otrzymamy

$$x = \frac{b}{a} = \frac{1}{2}\left(s + \sqrt{s^2 + \frac{8}{9}}\right). \tag{36}$$

Przyjmując zgodnie z (31) $s = 0{,}15 \div 0{,}25$ otrzymamy ze wzoru (36) ogólnie, że

$$\frac{b}{a} = 0.55 - 0{,}61,$$



Rys. 13.

co dla $a = 250$ mm daje nam przy $\frac{b}{a} = 0{,}6$,

$$b = 150 \text{ mm}$$

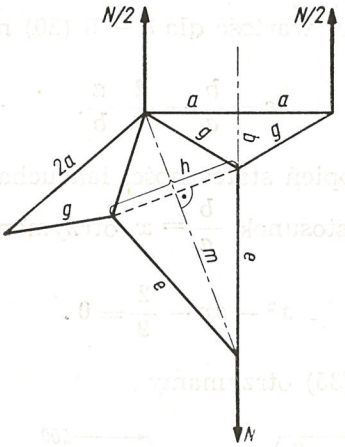
Na podstawie (5) wymiar

$$w = 4b = 600 \text{ mm}.$$

Takie właśnie wymiary przyjęto w nowym opracowaniu konstrukcyjnym trójrzędowego łańcucha odciągowego dla pierwszej polskiej linii o napięciu 400 kV (rys. 13).

5. ZALEŻNOŚCI GEOMETRYCZNE, JAKIE POWINIEN SPEŁNIAĆ ŁAŃCUCH TRÓJRZĘDOWY W PRZYPADKU ZERWANIA JEDNEGO Z RZĘDÓW

W celu ograniczenia przyrostu długości łańcucha trójrzędowego oraz w celu zapobiegnięcia nagłemu zbliżeniu się rzędów skrajnych przy zerwaniu rzędu środkowego, stosuje się z powodzeniem luźno założony ogranicznik prętowy (por. rys. 10). Ogranicznik podlega sprawdzeniu na siłę rozciągającą wynikłą przy zerwaniu rzędu środkowego. Jego długość maksymalną można wyznaczyć przez określenie górnej odchyłki długości rzędu środkowego w stosunku do rzędów skrajnych. W projekcie łańcucha trójrzędowego dla linii 400 kV przyjęto wyżej wspomnianą odchyłkę równą 100 mm.



Rys. 14.

Długość minimalną h ogranicznika należy przyjąć (por. rys. 14) z warunku swobody wzajemnego wychyłu orczyków przy zerwaniu łańcucha skrajnego

$$h \leqslant \frac{2e\,a}{m},$$

gdzie

$$m = \sqrt{(b+e)^2 + a^2},$$

zaś

$$e = \sqrt{9b^2 + a^2}$$

zgodnie z (2) i (3).

WYKAZ LITERATURY

1. Katalog firmy SALVI IFI MILANO „Fittings for High Voltage Transmission Lines", Catalogue 10, section 2, styczeń 1955.

2. Katalog firmy VEB Hochspannungs-Armaturenwerk Radebeul „Katalog Hochspannungs-Armaturen", grudzień 1952.
3. Katalog firmy VEB Hochspannungs-Armaturenwerk Radebeul „Ergänzungsliste zum Katalog Hochspannungs-Armaturen, Ausgabe 1952", październik 1959.

L. MARTINI

THE KINEMATICAL STABILITY OF TRIPLE INSULATOR STRING WITH SINGLE POINT ATTACHEMENT TO THE TOWER

Summary

The paper deals with geometrical conditions to be observed for securing the stability of triple flat strain insulator string.

The triple string is composed of row of parallel strings situated in one plane and on both ends joined by yokes.

The theoretical considerations, as well as practice, prove that any constructions of triple flat strings, in this country and abroad when erected in overhead line, are in instable state of equilibrium. The reason of this remained till yet unexplained.

The arisen instability was sometimes removed by the use of additional stiffening rods or frictional elements.

Author proves that right dimensions of strings elements as yokes and tie-rods permit to achieve the stability without any supplementary accesories.

The definitions and formulae for determining the degree of stability of triple flat string are given.

The case of breaking of one parallel component string is also considered.

L. MARTINI

STABILITÉ CINÉMATIQUE D'UNE CHAÎNE PLANE D'ISOLATEURS DISPOSÉS SUR TROIS RANGS ACCROCHÉE AU POTEAU D'UN SEUL POINT

Résumé

Les dépendances géometriques, dont une chaîne à trois rangs doit accomplir pour avoir un équilibre stable, sont déduites. Les résultats obtenus théorétiquement montrent l'instabilité cinématique de quelques solutions polonaises ainsi qu'étrangères (comp. Salvi Ifi Milano [1]).

Cette instabilité était considérée aussi en cours de montage des chaînes mentionnée ci- dessus, mais on ne pouvait pas jusqu'à présent l'expliquer. On tâchait remédier à cette instabilité de minière artificielle en ajoutant des tirants stabilisants ou des éléments de frottement.

En vertu du travail présent on constate, que le choix propre des dimensions de la chaîne à trois rangs fait améliorer radicalement leur qualités sans nécessité d'introduire les éléments additionnels, la présence des lesquels atteint le principe même de l'action de la chaîne.

On a donné la définition et on a déduit les formules du degré de stabilité des chaînes à deux et à trois rangs. On a considéré la tenue de la chaîne dans le cas de la rupture d'un rang d'isolateurs.

L. MARTINI

DIE KINEMATISCHE STABILITÄT EINER FLACHEN, DREIREIHIGEN ISOLATORENKETTE, WELCHE EINPUNKTIG AM MAST BEFESTIGT ITS

Zusammenfassung

In diesem Aufsatz wurden geometrische Abhängigkeiten eingeführt, welche eine dreireihige Kette erfüllen soll, um ein stabiles Gleichgewicht zu erhalten.

Die hierbei erzielten theoretischen Ergebnisse zeigen die kinematische Unstabilität einiger inländischer und ausländischer Lösungen (vergl. Salvi Ifi Milano [1]). Diese Unstabilität wurde ebenfalls während der Montage o.e. Isolatorenketten beobachtet, jedoch konnte man sie bisher nicht klären. Man bemühte sich auf künstliche Weise durch Zusetzung von festigenden bezw. Reibelementen dem abzuhelfen.

Auf Grund dieses Aufsatzes zeigte es sich, dass eine treffende Wahl von Dimensionen der Isolatorenketten, radikal ihre Eigenschaften bessert ohne eine Anwendung von Zusatzelementen notwendig zu machen, deren Vorhandensein die Funktionsgrundlagen der dreireihigen Kette in Frage stellt.

In diesem Aufsatz wurde eine Definition angegeben und Formeln zur Errechnung des Stabilitätsgrades für zwei- und dreireihige Isolatorenketten entwickelt. Ausserdem wurde das Verhalten der Kette im Falle ihres Zerreissens betrachtet.

Л. МАРТИНИ

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТРЁХРЯДНОЙ, ПЛОСКОЙ ЦЕПИ ИЗОЛЯТОРОВ, ПРИКРЕПЛЕННОЙ К ОПОРЕ В ОДНОЙ ТОЧКЕ

Резюме

В работе выведены геометрические зависимости, которые должна соблюдать трёхрядная цепь, чтобы иметь устойчивое равновесие. Полученные теоретические результаты доказывают кинематическую неустойчивость некоторых отечественных и зарубежных решений (см. Сальви Ифи Миляно [1]).

Эта неустойчивость наблюдалась также во время монтажа вышеуказанных цепей, но до сих пор не удавалось её выяснить. Были старания предотвратить это явление исскуственным образом путём добавления стабилизирующих оттяжек или же фрикционных элементов.

На основании настоящей работы оказывается, что правильный подбор размеров трёхрядных цепей главным образом улучшает их свойства без необходимости применения добавочных элементов, которых наличие нарушает принцип действия трёхрядной цепи.

В работе приведено определение, а также выведено формулы степени устойчивости двух- и трёхрядных цепей. Рассмотрено поведение цепи в случае срыва одного ряда изоляторов.

621.315.17.003.2

LESZEK MARTINI

Ekonomiczna rozpiętość przęseł linii elektroenergetycznych napowietrznych[1)]

Rękopis dostarczono 18.6.1962

Przedmiotem pracy jest określenie ekonomicznego rozstawu słupów linii napowietrznej. Ograniczono się do dwóch typów słupów, tj. przelotowego i odporowego o własnościach określonych w [4].

Oryginalność pracy polega na niezależnym traktowaniu rozpiętości przęseł słupów odporowych i przelotowych.

Rozważono różne możliwości rozmieszczenia słupów odporowych na linii. Zbadano wpływ zmniejszenia naprężenia przewodów w przęsłach skrzyżowania, ograniczonych słupami odporowymi, na rozpiętość ekonomiczną. W rezultacie otrzymano metodę określania rozpiętości przęseł odporowych w zależności od rozpiętości przęseł przelotowych. Przykład liczbowy potwierdza intuicyjne przypuszczenie, że celowe jest pod względem ekonomicznym stosowanie krótszych przęseł odporowych od przelotowych. W rozważaniach oparto się na poprzedniej pracy autora [1].

Opisana metoda powstała w wyniku prac związanych z projektem pierwszej polskiej linii 400 kV.

1. WSTĘP

Zasadniczymi czynnikami decydującymi o koszcie napowietrznych linii elektroenergetycznych są:

1) napięcie linii, od którego zależy rodzaj i wymiary izolatorów, jak również gabaryt słupów, tj. wzajemne usytuowanie przewodów,

2) przewody robocze i ich naprężenie,

3) ochrona odgromowa linii (przewód ochronny, jego naprężenie, kąt ochrony i uziemienia),

4) rodzaj konstrukcji wsporczych oraz sposób ich posadowienia w gruncie,

5) rozpiętość przęseł, tj. wzajemna odległość sąsiednich słupów.

Większość z wymienionych czynników jest narzucona z góry przeznaczeniem linii, a w szczególności planowaną mocą przesyłową, odległością przesyłu oraz pewnością przesyłu, jak również istniejącymi normami i przepisami. Pozostałe czynniki są określone ekonomią linii.

Jednym z tych czynników jest rozpiętość przęseł. Ze wzrostem rozpię-

---

[1)] Referat zgłoszony na obrady Komitetu nr 6 CIGRÉ (Przewody gołe i obliczenia mechaniczne linii napowietrznych) w maju 1962 r. w Paryżu (CSC-6-62-17).

tości przęseł zmniejsza się ilość słupów, lecz rośnie ich waga. Rośnie bowiem ich wysokość i obciążenia. Powstaje więc problem wyznaczenia takiej rozpiętości przęseł, przy której koszt linii jest najmniejszy. Rozpiętość tę będziemy nazywali rozpiętością ekonomiczną. Zagadnienie wyznaczenia rozpiętości ekonomicznej było przedmiotem kilku prac [2], [3], jednak w pracach tych ograniczono się do analizy linii na słupach jednego typu. W obecnym artykule uproszczenia tego robić nie będziemy. Polskie przepisy [4] rozróżniają kilka typów słupów w zależności od roli, jaką słupy te spełniają.

Ograniczając rozważania do linii o nieznacznych załomach (do 5°), niewielkiej różnicy rozpiętości przęseł oraz niewielkiej pochyłości terenu, należy wyróżnić dwa zasadnicze typy słupów: słup przelotowy i słup odporowy.

Słupy przelotowe [4] mają za zadanie przenieść na grunt siły wynikłe od obciążeń działających na przewody w warunkach normalnych (ciężar przewodów i parcie wiatru lub ciężar przewodów i ciężar sadzi normalnej).

Słupy odporowe [4] przenoszą na grunt obciążenia zakłóceniowe (wynikłe np. przy zerwaniu przewodów należących do jednej fazy lub powstałe w czasie montażu linii) bądź też różnicę naciągów, jaka występuje w sąsiedztwie przęsła o zmniejszonym naprężeniu na skrzyżowaniu z obostrzeniem drugiego stopnia.

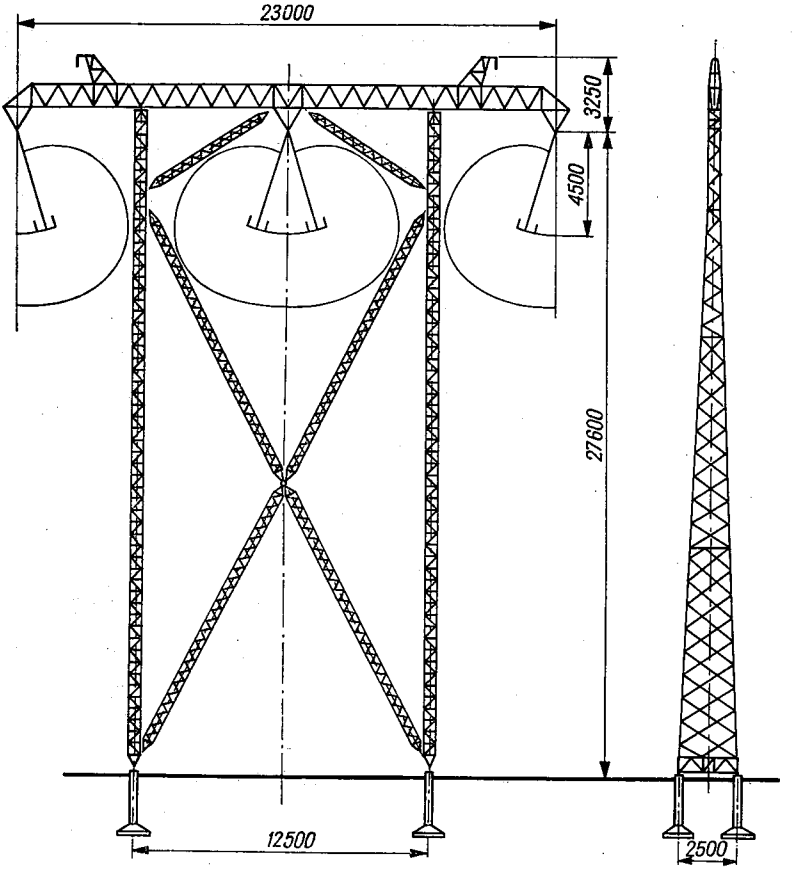
Dla linii o pojedynczych przewodach fazowych aktualny byłby jeszcze trzeci typ słupów, tzw. przelotowych skrzyżowaniowych, obliczonych na zerwanie jednego przewodu i przeznaczonych dla skrzyżowań z obostrzeniem pierwszego i drugiego stopnia [4].

Przy rozważaniu linii z przewodami wiązkowymi (czemu poświęcony jest obecny artykuł) słupy te można pominąć, gdyż zerwanie jednego przewodu w wiązce nie wywołuje poważniejszych obciążeń słupa w przypadku wiszących łańcuchów izolatorów.

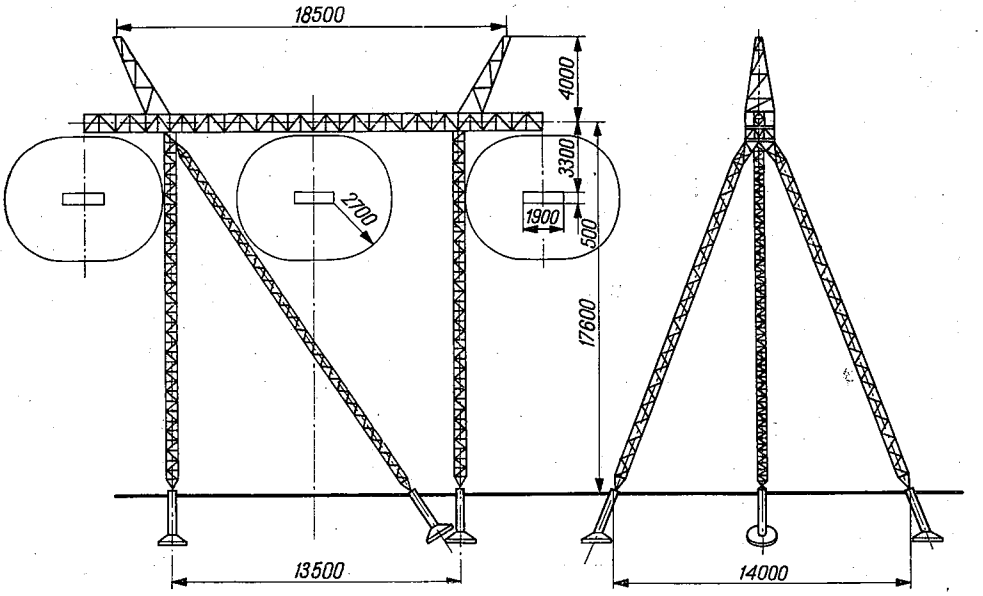
Z uwagi na to, że każdy z dwóch wymienionych, zasadniczych typów słupów posiada inny charakter (por. rys. 1, 2), nie czynimy w niniejszym artykule założenia, że przęsła przelotowe i odporowe są równe. Traktujemy rozpiętości tych przęseł jako dwie zmienne niezależne i przy ich pomocy wyznaczymy koszt linii. Rozpiętości przęseł określają wysokość słupów, przy czym miarodajnym do jej obliczenia jest tzw. [4] maksymalny normalny zwis odpowiadający temperaturze 40 °C.

W celu uproszczenia rozważań przyjęto do obliczenia maksymalnego normalnego zwisu przewodów tzw. średnie naprężenie zastępcze σ_s (stałe dla wszelkich rozpiętości przęseł [1]). Uproszczenie takie jest ogólnie przy-

[1]) Naprężenie przewodu w temperaturze +40 °C, miarodajne do określenia maksymalnego zwisu, zależy od rozpiętości przęsła. W celu uproszczenia zagadnienia wygodniej jest przy obliczaniu maksymalnych zwisów posługiwać się pewnym nie zmieniającym się z rozpiętością przęsła średnim naprężeniem zastępczym (por. rys. 3). Okazuje się, że błąd popełniony w ten sposób jest niewielki.


23000
3250
4500
27600
12500
2500

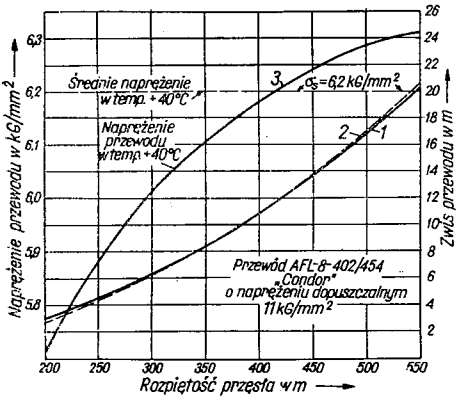
Rys. 1.


18500
4000
3300
2700
1900
500
17600
13500
14000

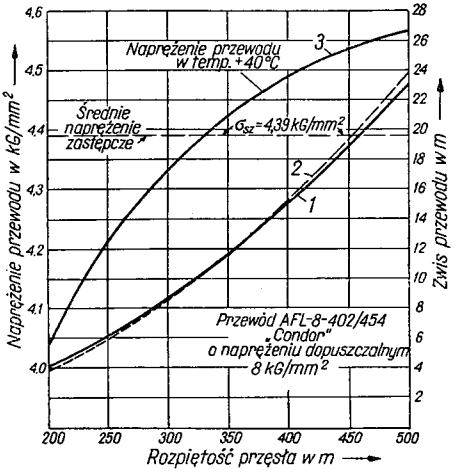
Rys. 2.

jęte przy projektowaniu linii, gdzie do wykreślenia jej profilu posługujemy się zazwyczaj jedną krzywką, niezależnie od tego, że jedne przęsła są dłuższe, a inne krótsze, co wiąże się z ukształtowaniem terenu.

Dwie zmienne niezależne, za które przyjęliśmy rozpiętość przęsła przelotowego oraz odporowego, pozwolą określić nie tylko wysokość słupów, lecz również ich obciążenia, co w oparciu o wyniki otrzymane w pracy [1] umożliwia znalezienie ciężaru, a więc i kosztu słupów.



Rys. 3. *1* — zwis faktyczny, *2* — zwis zastępczy



Rys. 4. *1* — zwis faktyczny, *2* — zwis zastępczy

Gabaryt słupów przy rozważanym napięciu linii 400 kV nie zależy od rozpiętości przęseł i jest określony długością i wychyłem izolatorów oraz zbliżeniem przewodów do konstrukcji. Po przedstawieniu łącznego kosztu linii jako funkcji dwóch zmiennych można problem ekonomicznych rozpiętości przęsła przelotowego i odporowego sprowadzić do badania ekstremum funkcji dwóch zmiennych.

Rozważono trzy typowe przypadki linii na słupach przelotowych i odporowych, przy czym te ostatnie a) dzielą linię na równej długości sekcje odporowe, b) występują parami obok siebie, c) występują parami obok siebie, lecz naprężenie przewodów w przęsłach pomiędzy słupami odporowymi jest zmniejszone. Rozważania ogólne poparto równolegle przykładem liczbowym jednotorowej linii 400 kV z przewodem wiązkowym 2 × AFL-8-402/454 „Condor" o zastosowanym naprężeniu dopuszczalnym 11 kG/mm² i zmniejszonym 8 kG/mm² (przypadek c) oraz z przewodem ochronnym stalowym o przekroju 70 mm² i naprężeniu dopuszczalnym 32 kG/mm². Wybór przewodów i naprężenia dopuszczalnego nie jest tematem niniejszego artykułu.

Zwisy maksymalne obliczono w oparciu o średnie naprężenie zastępcze $\sigma_s = 6{,}2$ kG/mm². Dla naprężenia dopuszczalnego zmniejszonego, rów-

nego 8 kG/mm² (przypadek c) zwisy maksymalne obliczono w oparciu o średnie naprężenie zastępcze $\sigma_{sz} = 4{,}39$ kG/mm².

Przykład liczbowy wiąże się ściśle z przykładem określenia ciężaru słupów podanym w pracy [1].

2. OZNACZENIA I DEFINICJE

s — średnia długość sekcji odporowej w kilometrach (odcinek linii przypadający na jeden słup odporowy).

c — najmniejsza dopuszczalna odległość przewodów od ziemi w metrach, określona wg [4] wzorem

$$c = 6 + \frac{U}{150},$$

gdzie U jest napięciem przewodów w kV.

W naszym przykładzie $U = 400$ kV, wobec czego

$$c \approx 8{,}70 \text{ m}.$$

l — długość łańcucha izolatorów w metrach.

W naszym przykładzie $l = 4{,}5$ m.

a — rozpiętość średniego przęsła przelotowego w metrach,

a_1 — rozpiętość średniego przęsła odporowego w metrach,
Definiuje się ją jako rozpiętość przęseł linii rozpiętej na samych tylko słupach odporowych.

a_2 — rozpiętość średniego przęsła odporowego w metrach przy zmniejszonym naprężeniu dopuszczalnym.

σ_s — średnie naprężenie zastępcze przewodu w kG/mm², odpowiadające temp. +40°C, potrzebne dla wyznaczenia maksymalnych zwisów. W naszym przykładzie $\sigma_s = 6{,}2$ kG/mm².

σ_{sz} — średnie naprężenie zastępcze przewodu w kG/mm², odpowiadające temp. +40°C, potrzebne dla wyznaczenia maks. zwisów przewodów o napr. dopuszczalnym zmniejszonym. W naszym przykładzie $\sigma_{sz} = 4{,}39$ kG/mm².

K — koszt odcinka linii o długości s.

k_p — koszt jednego słupa przelotowego wraz z izolacją, posadowieniem (fundamentem), montażem (transportem), uziemieniem i pomalowaniem.

$\bar{k}_o$ — koszt jednego słupa odporowego wraz z montażem i pomalowaniem (bez izolacji, fundamentu i uziemienia).

$\bar{\bar{k}}_o$ — koszt posadowienia (fundamentu, izolacji i uziemienia jednego słupa odporowego.

$k_o = \bar{k}_o + \bar{\bar{k}}_o$ — koszt jednego słupa odporowego wraz z izolacją, posadowieniem, montażem, uziemieniem i pomalowaniem.

k — koszt jednego kilometra przewodów wraz ze zmontowaniem.

n — ilość słupów przelotowych na odcinku linii o długości s.

p — parcie wiatru na metr bieżący linii (wszystkich przewodów) w kG/m. W naszym przykładzie

$$p = 9{,}10 \text{ kG/m}.$$

h_p — wysokość słupa przelotowego w metrach od powierzchni terenu do punktów zawieszenia łańcuchów izolatorów.

h_o — wysokość słupa odporowego w metrach od powierzchni terenu do punktów łańcuchów odciągowych.

H — średnia wysokość zaczepienia sił skupionych w metrach, pochodzących od oddziaływania przewodów.

Q — siła poprzeczna w kilogramach, działająca na słup na wysokości terenu.

Q_k — parcie wiatru na konstrukcję w kG.

Q_i — parcie wiatru na izolację w kG.

M — moment zginający w słupie na wysokości terenu w kGm.

M_k — moment zginający w słupie na wysokości terenu w kGm, pochodzący od parcia wiatru na konstrukcję.

γ — ciężar przewodu przypadający na jeden metr bieżący i 1 mm² przekroju poprzecznego. W naszym przykładzie

$$\gamma = 3{,}37 \cdot 10^{-3} \text{ kG/m mm}^2.$$

3. LINIA NA SŁUPACH PRZELOTOWYCH I ODPOROWYCH ODOSOBNIONYCH

Jest to szczególny przypadek linii, która nie ma skrzyżowań z obostrzeniem trzeciego stopnia, lecz jedynie skrzyżowanie z obostrzeniem pierwszego i drugiego stopnia. Dla takiej linii są przewidziane na skrzyżowaniach słupy przelotowe skrzyżowaniowe, które w niniejszych rozważaniach pomijamy zgodnie z uwagami rozdziału 1. Rozważana linia może również być przykładem linii przechodzącej przez pustkowie, gdzie nie istnieją żadne skrzyżowania. Słupy odporowe tej linii stosowane są jako odosobnione i dzielą linię na sekcje odporowe o narzuconej przepisami długości. Średnia sekcja odporowa równa jest średniej odległości dwóch najbliższych słupów odporowych. Oznaczmy ją symbolem s. Przyjmując oznaczenia podane w rozdz. 2 oraz założenia podane w rozdz. 1 odnośnie do obliczania największego zwisu, możemy naszą linię przedstawić jak na rys. 5.

Liczba słupów przelotowych dla średniej sekcji odporowej długości s wynosi

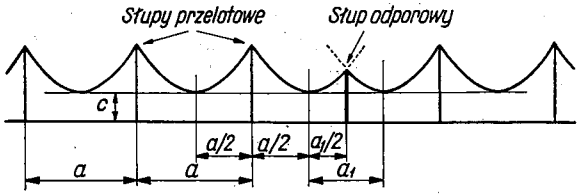
$$n = \frac{s - a_1}{a}. \tag{1}$$

Jak widać n jest funkcją zmiennych a i a_1, przy czym s uważamy za wielkość stałą.

Z kolei ciężar słupów (przelotowych lub odporowych), a więc ich koszt, jest funkcją rozpiętości przęseł (a bądź a_1). Mając bowiem zadaną rozpiętość przęsła przelotowego a możemy łatwo obliczyć wysokość zawieszenia przewodów roboczych na słupie przelotowym h_p ze wzoru

$$h_p = c + l + \frac{\gamma a^2}{8\,\sigma_s}, \tag{2}$$

przy czym przyjęto oznaczenia rozdz. 2.



Rys. 5.

W przypadku płaskiego układu przewodów wiązkowych wysokość h_p jest bliska średniej wysokości zawieszenia wszystkich przewodów (sił skupionych), czyli możemy napisać

$$H = h_p. \tag{3}$$

Siłę Q oraz moment M dla słupa przelotowego obliczymy przyjmując oznaczenia rozdz. 2;

$$Q = pa + Q_i + Q_k, \tag{4}$$

$$M = (pa + Q_i)\,H + M_k. \tag{5}$$

W przypadku przyjętej konstrukcji słupów omawianego przykładu wielkości Q_k oraz M_k można w pewnym przybliżeniu przedstawić wzorami

$$Q_k = 62{,}2\,H; \qquad M_k = 31{,}1\,H^2. \tag{6}$$

Mając wyznaczone wielkości H, Q i M dla słupa przelotowego ze wzorów (3) ,(4) i (5) możemy obliczyć ciężar słupa przelotowego ze wzoru L. Martiniego (por. [1]):

$$G = k\,H\,(Q\,M)^{2/7}, \tag{7}$$

gdzie stałą $k = 0{,}43$ wyznaczono w oparciu o obliczenia statyczne słupów typu pokazanego na rys. 1 [1]. Tak więc przy pomocy wzorów (2), (3), (4), (5), (6) i (7) ciężar słupa przelotowego można przedstawić jako funkcję rozpiętości przęsła a.

Dysponując obliczonym ciężarem G słupa można łatwo określić jego koszt mnożąc ciężar przez koszt jednostkowy gotowej konstrukcji.

W zupełnie analogiczny sposób postępujemy w celu obliczenia ciężaru i kosztu słupa odporowego. Dla zadanej rozpiętości przęsła odporowego

[1] Por. wzór 38 w [1].

a_1 możemy łatwo obliczyć wysokość słupa odporowego h mierzoną od powierzchni terenu do punktu zamocowania łańcuchów odciągowych ze wzoru

$$h_o = c + \frac{\gamma a_1^2}{8 \sigma_s}, \tag{8}$$

gdzie oznaczenia przyjęto zgodnie z rozdz. 2. W naszym przykładzie linii naciągi przewodów fazowych (wiązek) są znacznie większe od naciągu przewodów ochronnych i możemy dla uproszczenia, podobnie jak dla słupa przelotowego, założyć, że średnia wysokość zawieszenia wszystkich przewodów jest równa wysokości zawieszenia przewodów roboczych, czyli

$$H = h_o. \tag{9}$$

Ciężar słupa odporowego w postaci portalu rozkracznego o pięciu nogach (rys. 2) można określić zgodnie z [1] wzorem

$$G = k H^{3\delta} \; Q^{1-\delta}, \tag{10}$$

gdzie k i δ są to dwie stałe, które w naszym przykładzie wyznaczono na podstawie ciężarów dwóch słupów odporowych o różnych wysokościach. Po wstawieniu za Q oraz za stałe k i δ odpowiednich wartości liczbowych otrzymamy podobnie jak w przykładzie zawartym w pracy [1] wzór [1]

$$G = 243 \, H^{1{,}077}. \tag{11}$$

Jak widzimy, również ciężar słupa odporowego, a zatem i jego koszt możemy przedstawić przy pomocy wzorów (11), (9) i (8) jako funkcję rozpiętości przęsła a_1.

Znając obciążenie Q i M słupa jako funkcje rozpiętości a oraz a_1, możemy łatwo wyliczyć siły działające na fundament, co pozwoli nam określić ciężar i koszt fundamentu.

Należy nadmienić, że w rozpatrywanym przykładzie wielkość, a więc i koszt fundamentu stopowego dla słupa odporowego nie zależy od rozpiętości przęsła a_1. Wiąże się to z przyjęciem stałego kąta „rozkroku" słupów odporowych i stałą wymiarującą słup siłą poprzeczną Q (por. [1]). Dlatego też, zgodnie z oznaczeniami rozdz. 2, koszt słupa odporowego możemy rozbić na dwa składniki

$$k_o = \bar{k}_o + \bar{\bar{k}}_o, \tag{12}$$

z czego pierwszy zależy, drugi zaś nie zależy od rozpiętości przęsła a_1.

Ogólny koszt odcinka linii o długości s można przedstawić następującym wzorem, pamiętając, że na odcinku s równym długości średniej

[1] Por. wzór (47) w [1].

sekcji odporowej, występuje jeden słup odporowy oraz n słupów przelotowych.

$$K = k_o + nk_p + ks;$$

uwzględniając (1) i (12) otrzymamy

$$K = \overline{k}_o + \overline{\overline{k}}_o + s\frac{k_p}{a} - a_1\frac{k_p}{a} + ks. \tag{13}$$

Wielkość K (13) zależy od dwóch zmiennych: a i a_1. Pierwszy wyraz prawej strony (13) zależy jedynie od a_1, trzeci od a, czwarty od obu zmiennych, zaś drugi i piąty nie zależy od żadnej zmiennej.

Wyznaczenie optymalnych wartości a i a_1 sprowadza się do badania ekstremum funkcji K dwóch zmiennych. W tym celu znajdziemy obie cząstkowe pochodne kosztu K (13) linii o długości s podług obu zmiennych a i a_1.

$$\frac{\partial K}{\partial a} = (s - a_1)\frac{d}{da}\left(\frac{k_p}{a}\right), \tag{14}$$

$$\frac{\partial K}{\partial a_1} = \frac{d}{da_1}\overline{k}_o - \frac{k_p}{a}. \tag{15}$$

Przyrównując pierwszą z cząstkowych pochodnych (14) do zera otrzymamy warunek na określenie ekonomicznej rozpiętości przęsła przelotowego a, mianowicie:

$$\frac{d}{da}\left(\frac{k_p}{a}\right) = 0. \tag{16}$$

Oznaczmy ekonomiczną rozpiętość przęsła przelotowego, określoną z tego warunku, przez a^*, oraz odpowiadający jej koszt słupa przelotowego k_p^*. Uwzględniając nowe oznaczenia i przyrównując drugą z pochodnych cząstkowych (15) do zera otrzymany warunek wyznaczania ekonomicznej rozpiętości przęsła odporowego.

$$\frac{d}{da_1}\overline{k}_o = \frac{k_p^*}{a^*}. \tag{17}$$

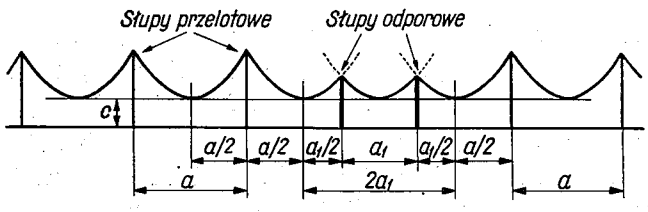
W ten sposób otrzymujemy dwie zależności (16) i (17), z których pierwsza pozwoli wyznaczyć ekonomiczną rozpiętość przęsła przelotowego, zaś druga — ekonomiczną rozpiętość przęsła odporowego.

Jak łatwo zauważyć, rozwiązanie równania (16) sprowadza się do wyznaczenia minimum funkcji $\frac{k_p}{a}$, czyli minimum jednostkowego kosztu linii zbudowanej na samych tylko słupach przelotowych, natomiast rozwiązanie równania (17) sprowadza się do znalezienia punktu, w którym

styczna do wykresu funkcji kosztu słupa odporowego $\bar{k}_o$ tworzy z osią zmiennej niezależnej a_1 kąt α, dla którego:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{k_p^*}{a^*}. \tag{18}$$

Pozostaje jeszcze zbadanie, czy rzeczywiście w naszym przypadku istnieje minimum kosztu K (13) odcinka linii o długości s. W tym celu musimy



Rys. 6.

obliczyć wszystkie drugie pochodne cząstkowe wyrażenia K (13). Otrzymamy

$$A = \frac{\partial^2 K}{\partial a^2} = (s - a_1)\frac{d^2}{da^2}\left(\frac{k_p}{a}\right), \tag{19}$$

$$B = \frac{\partial^2 K}{\partial a\, \partial a_1} = -\frac{d}{da}\left(\frac{k_p}{a}\right), \tag{20}$$

$$C = \frac{\partial^2 K}{\partial a_1^2} = \frac{d^2}{da_1^2}\bar{k}_o. \tag{21}$$

Warunkiem istnienia minimum funkcji K (13) dwu zmiennych a i a_1 w punkcie a^*, a_1^* określonym równaniami (16) i (17) jest, ażeby wyróżnik

$$\Delta = \begin{vmatrix} A, & B \\ B, & C \end{vmatrix} = AC - B^2 \tag{22}$$

był większy od zera, tj. $\Delta > 0$, oraz by $A > 0$ i $C > 0$. Ponieważ w naszym przypadku wobec (16)

$$B = 0, \tag{23}$$

wystarczy by

$$\frac{d^2}{da^2}\left(\frac{k_p}{a}\right) > 0 \tag{24}$$

oraz

$$\frac{d^2}{da_1^2}\bar{k}_o > 0 \tag{25}$$

w punkcie a^* i a_1^*.

Warunek (24) razem z warunkiem (16) powiada, że w punkcie a^* powinno mieć miejsce minimum jednostkowego kosztu linii zbudowanej na samych słupach przelotowych. Istnienie tego minimum jest oczywiste (por. [2] i [3]). Dotychczasowe prace dotyczące ekonomicznej rozpiętości przęseł sprowadzały się jedynie do wyznaczenia wyżej wspomnianego minimum.

Warunek (25) powiada, że wykres kosztu słupa odporowego $\overline{k}_o$ (a więc i jego ciężaru) powinien w okolicy punktu a_1^* być krzywą wklęsłą. Warunek (25), po uwzględnieniu wzorów (8), (9) oraz (11), w którym występujący wykładnik potęgowy możemy dla ogólności oznaczyć przez

$$\varepsilon = 1{,}077, \tag{26}$$

sprowadza się, po wykonaniu odpowiednich różniczkowań, do następującej nierówności

$$1 - 2\varepsilon < c\frac{8\sigma_s}{\gamma a_1^2}. \tag{27}$$

Prawa strona nierówności (27) jest dodatnia dla wszelkich rozpiętości przęseł a_1. Nierówność (27) jest spełniona, gdy

$$\varepsilon > \frac{1}{2}, \tag{28}$$

co w rozpatrywanym przykładzie zachodzi wobec (26). Badanie ekstremum kosztu odcinka linii o długości sekcji odporowej s pozwala wyciągnąć następujące wnioski.

Ekonomiczna rozpiętość przęsła przelotowego a^* nie zależy od długości sekcji s ani od kosztu słupa odporowego lub też rozpiętości przęsła odporowego a_1 i daje się określić z równania (16).

Ekonomiczna rozpiętość przęsła odporowego a_1^* nie zależy od długości sekcji odporowej, ale zależy od kosztu słupa przelotowego i rozpiętości ekonomicznej przęsła przelotowego a^*. Można ją wyznaczyć z równania (17).

4. LINIA, W KTÓREJ SŁUPY ODPOROWE WYSTĘPUJĄ PARAMI OBOK SIEBIE

Jest to przypadek linii, dla której przęsła skrzyżowania są przęsłami odporowymi. Liczba skrzyżowań, a więc i liczba słupów odporowych jest narzucona warunkami terenowymi. Na razie rozpatrzymy alternatywę, gdy dopuszczalne naprężenie przewodu w przęśle ograniczonym słupami odporowymi jest takie samo jak w innych przęsłach. Iloraz całkowitej długości linii i liczby słupów odporowych jest stały, podobnie jak to

miało miejsce w rozdz. 3. Oznaczmy go symbolem s. Wówczas średnia odległość dwóch sąsiednich par słupów odporowych wyniesie $2s$. Na odcinku linii o długości s występuje jeden słup odporowy oraz

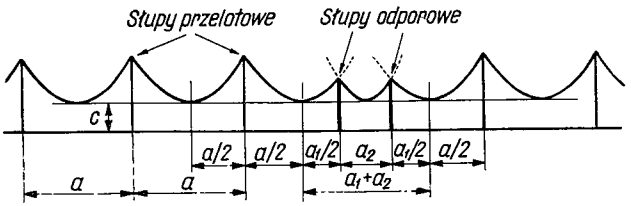
$$n = \frac{s - a_1}{a} \tag{29}$$

słupów przelotowych.

Jak widzimy, problem niniejszego rozdziału sprowadza się do problemu rozdziału poprzedniego. Wszystkie bez wyjątku wzory i rezultaty rozdziału 3 są słuszne dla przypadku linii, w której słupy odporowe występują parami obok siebie.

5. LINIA O SŁUPACH ODPOROWYCH WYSTĘPUJĄCYCH PARAMI OBOK SIEBIE ORAZ O ZMNIEJSZONYM NAPRĘŻENIU PRZEWODU W PRZĘSŁACH OGRANICZONYCH TYMI SŁUPAMI

Jest to przypadek linii, która posiada poza skrzyżowaniami z obostrzeniem pierwszego i drugiego stopnia również skrzyżowania z obostrzeniem trzeciego stopnia. Naprężenie przewodu w przęsłach ograniczonych słupami odporowymi jest zmniejszone. Zmniejszenie naprężenia przewodu w przęsłach skrzyżowania jest warunkiem obostrzenia trzeciego stopnia (por. [4]).



Rys. 7.

Jak widać z rys. 7, mamy obecnie do czynienia z trzema różnymi rozpiętościami przęseł: a, a_1 i a_2, tj. rozpiętością przęsła przelotowego, rozpiętością przęsła odporowego z naprężeniem nie zmniejszonym w przewodach oraz z rozpiętością przęsła odporowego z naprężeniem zmniejszonym w przewodach. Za zmienne niezależne uważać będziemy a oraz a_1.

Przyjmujemy oznaczenia rozdz. 2 oraz założenia rozdziału 1 odnośnie do przyjęcia średniego naprężenia zastępczego σ_s oraz średniego naprężenia zastępczego zmniejszonego σ_{sz}, potrzebnych do wyznaczenia zwisów maksymalnych.

Rozpiętość a_2 można wyrazić za pośrednictwem rozpiętości a_1 z warunku równości zwisów maksymalnych.

$$\frac{\gamma a_1^2}{8\sigma_s} = \frac{\gamma a_2^2}{8\sigma_{sz}},$$

skąd

$$a_2 = \varkappa a_1, \tag{30}$$

gdzie $\varkappa = \sqrt{\frac{\sigma_s}{\sigma_{sz}}}$.

W naszym przykładzie liczbowym

$$\varkappa = \sqrt{\frac{4{,}39}{6{,}20}} = 0{,}824. \tag{31}$$

Na odcinku linii o długości s, przypadającym na jeden słup odporowy, występuje

$$n = \frac{2s - (a_1 + a_2)}{2a} = \frac{2s - (1 + \varkappa) a_1}{2a} \tag{32}$$

słupów przelotowych (por. rys. 7).

Ciężary, a zatem koszt słupów przelotowych jest funkcją rozpiętości a, zaś koszt słupów odporowych funkcją rozpiętości a_1. Funkcje te są określone wzorami rozdziału 3 [od (2) do (11)].

Ogólny koszt odcinka linii o długości s można przedstawić następująco:

$$K = k_o + \frac{2s - (1 + \varkappa) a_1}{2a} k_p + ks$$

lub

$$K = \overline{k}_o + \overline{\overline{k}}_o + s\frac{k_p}{a} - \frac{1 + \varkappa}{2} a_1 \frac{k_p}{a} + ks. \tag{33}$$

W celu obliczenia ekonomicznej rozpiętości a^* oraz a_1^* postępujemy identycznie jak w rozdz. 3. Na ich określenie otrzymamy dwa równania. Na określenie ekonomicznej rozpiętości przęseł przelotowych mamy równanie

$$\frac{d}{da}\left(\frac{k_p}{a}\right) = 0, \tag{34}$$

które pokrywa się z równaniem (16). Na określenia ekonomicznej rozpiętości przęseł odporowych mamy równanie

$$\frac{d}{da_1}\overline{k}_o = \frac{1 + \varkappa}{2}\frac{k_p^*}{a^*}. \tag{35}$$

Jak już podaliśmy poprzednio, rozwiązanie równania (34) sprowadza się do wyznaczenia minimum funkcji $\frac{k_p}{a}$, czyli minimum jednostkowego kosztu linii zbudowanej na samych tylko słupach przelotowych, natomiast rozwiązanie równania (35) sprowadza się do znalezienia punktu, w któ-

rym styczna do wykresu funkcji kosztu słupa odporowego $\overline{k}_o$ tworzy z osią zmiennej niezależnej a_1 kąt α, dla którego

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1+\varkappa}{2}\,\frac{k_p^*}{a^*}. \tag{36}$$

Dowód istnienia minimum funkcji (33) dwóch zmiennych a i a_1 jest taki sam jak dowód przeprowadzony w rozdz. 3, powtarzać go więc nie będziemy.

Badanie ekstremum kosztu odcinka linii o długości s (33) pozwala również i w tym przypadku na wyciągnięcie podobnych wniosków co w rozdz. 3.

Ekonomiczna rozpiętość przęseł odporowych a_1^* zależy od kosztu i rozpiętości przęsła przelotowego a^*. Można ją wyznaczyć z równania (35).

Zmniejszenie naprężenia dopuszczalnego przewodów w przęśle ograniczonym słupami odporowymi (zmniejszenie $\varkappa$) pociąga za sobą zmniejszenie rozpiętości ekonomicznej a_1^*. Wynika to z kształtu funkcji kosztu słupa odporowego $\overline{k}_o$ jak również tego, że styczna do wykresu kosztu słupa odporowego $\overline{k}_o$ zawiera obecnie z osią zmiennej a_1 kąt, którego tangens jest pomnożony przez współczynnik

$$\frac{1+\varkappa}{2} < 1. \tag{36}$$

Ekonomiczną rozpiętość a_2^* przęsła ograniczonego słupami odporowymi obliczymy ze wzoru (30), czyli

$$a_2^* = \varkappa a_1^*, \tag{37}$$

przy czym wzajemna odległość słupa odporowego i przelotowego będzie równa

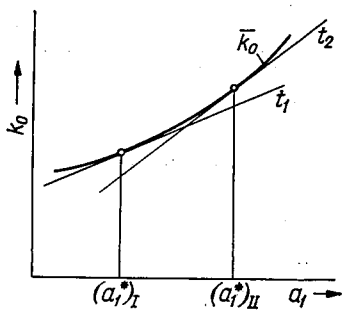
$$\frac{a^*}{2} + \frac{a_1^*}{2}. \tag{38}$$

Linia o ekonomicznych rozpiętościach przęseł a^*, a_1^* oraz a_2^* będzie się charakteryzowała minimalnym kosztem.

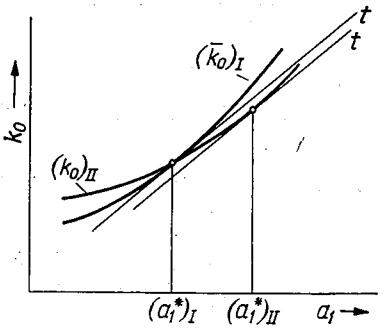
6. DYSKUSJA OTRZYMANYCH WYNIKÓW. ROZWIĄZANIE PRZYKŁADU LICZBOWEGO DOTYCZĄCEGO PROJEKTU LINII 400 kV

Jak już stwierdziliśmy poprzednio, rozpiętość ekonomiczna przęsła przelotowego nie zależy od kosztu słupa odporowego $\overline{k}_o$. Natomiast rozpiętość ekonomiczna przęsła odporowego a_1^* zwiększa się ze wzrostem jednostkowego kosztu linii na słupach przelotowych. Jeżeli bowiem zwiększy się pochylenie $\frac{k_p^*}{a^*}$ stycznej t (rys. 8), to punkt styczności przesunie się w prawo. Zależność taka wydaje się uzasadniona.

Znaczna część linii wspiera się na słupach przelotowych, które służą właśnie do tego celu, druga zaś, mniejsza część wspiera się na słupach odporowych, które — jak wiemy — pełnią jeszcze inną rolę, do której są głównie przeznaczone (por. rozdz. 1). Stosowanie droższych słupów odporowych jedynie w celu podtrzymania linii byłoby nieekonomiczne. W przypadku jednak gdy jednostkowy koszt słupów przelotowych wzrasta w stosunku do kosztu słupów odporowych, okazuje się korzystnie pod względem ekonomicznym stosować wyższe słupy odporowe (dłuższe przęsła odporowe), aby dodatkowo je wykorzystać do podtrzymania linii. To samo zjawisko otrzymalibyśmy w przypadku nie zmienionego kosztu jednostkowego linii na słupach przelotowych, ale gdyby udało się nam zaprojektować typ słupa odporowego, dla którego wykres $F = \overline{k}_o \ (a_1)$



Rys. 8.



Rys. 9.

byłby mniej stromy, tj. gdyby ciężar słupów odporowych wzrastał wolniej z rozpiętością przęsła a_1 (rys. 9).

Łatwo możemy również wytłumaczyć zmniejszanie się rozpiętości przęsła odporowego a przy zmniejszeniu naprężenia dopuszczalnego przewodów w przęsłach ograniczonych słupami odporowymi. Dodatkowa rola słupów odporowych polegająca na podtrzymaniu linii w tym przypadku jest znacznie ograniczona. Względy ekonomiczne przemawiają wówczas za zmniejszeniem ciężaru słupów odporowych, a więc dalszym skróceniem przęsła odporowego a_2^*. W praktyce jednak dalsze zmniejszenie rozpiętości przęseł odporowych (wysokości słupów odporowych) jest ograniczone wysokością obiektów krzyżowanych. Wysokości tej w naszych rozważaniach teoretycznych nie uwzględnialiśmy.

Na zakończenie podajemy wyniki przeliczeń liczbowych dotyczących omawianego przykładu linii 400 kV (por. tabl. 1 i 2 oraz rys. 10, 11 i 12).

Na rys. 10 przedstawiono funkcję $\frac{k_p}{a}$. Z wykresu tego znajdujemy, że

$$a^* = 350 \text{ m},$$

Tablica 1

Dane liczbowe dotyczące kosztów słupów przelotowych linii 400 kV

Rozpiętość przęsła a [m]	Wysokość słupa H [m]	Ciężar w [kG]		Koszt w [tys. zł]				$\frac{k_p}{a}$ [zł/m]
		słupa	fundamentu	słupa	fundamentu	izolacji i uziemienia	Razem k_p	
200	15,9	1395	1650	20,2	4,0	14,6	38,8	194
250	17,4	1735	1770	25,2	4,2	14,6	44,0	176
300	19,3	2160	1940	31,6	4,6	14,6	50,8	169
350	21,5	2660	2270	38,6	5,4	14,6	58,6	167
400	24,1	3330	2630	48,3	6,3	14,6	69,2	173
450	27,0	4120	3200	59,8	7,7	14,6	82,1	182
500	30,2	5050	4050	73,2	9,7	14,6	97,5	195
550	33,8	6150	5050	89,0	12,1	14,6	115,7	210

Tablica 2

Dane liczbowe kosztów konstrukcji słupów odporowych linii 400 kV

Rozpiętość przęsła a_1 [m]	Wysokość słupa H [m]	Ciężar konstrukcji słupa [kG]	$\overline{k_o}$ [tys. zł]
200	11,42	3350	48,5
250	12,95	3840	55,6
300	14,82	4430	64,1
350	17,03	5150	74,7
400	19,59	5960	86,4
450	22,48	6950	100,7
500	25,70	8040	116,5

a stąd uwzględniając dane z tabl. 1 obliczymy pochylenie stycznej t_1

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{58{,}6}{350} \frac{\text{tys. zł}}{\text{m}} = 167 \text{ zł/m}.$$

Punkt styczności stycznej t_1 do krzywej $\overline{k_o}$ określa nam rozpiętość ekonomicznego przęsła odporowego (por. rys. 12)

$$a_1^* = 275 \text{ m}.$$

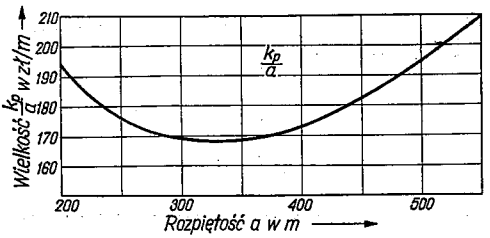
W rzeczywistości, w celu zmniejszenia ilości stanowisk słupów oraz ilości izolatorów, linię 400 kV zaprojektowano przyjmując nominalną rozpiętość przęsła przelotowego równą 450 m (zamiast 350 m). Założenie po-

wyższe należy usprawiedliwić stosunkowo płaskim przebiegiem funkcji $\frac{k_p}{a}$ w okolicy jej minimum. Przyjmując więc

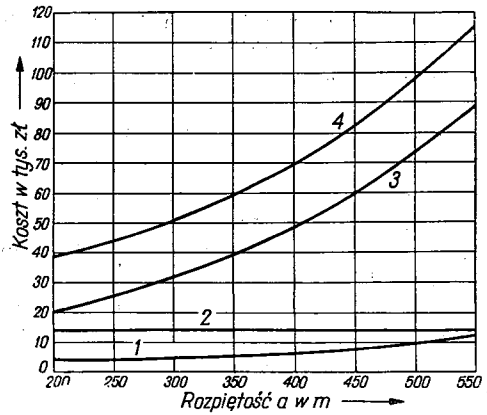
$$a' = 450 \text{ m},$$

otrzymamy na pochylenie stycznej t_2 w oparciu o dane tablicy 1

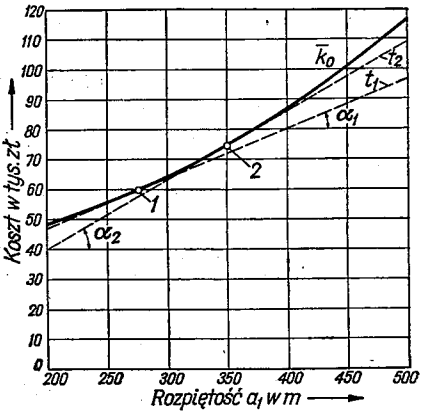
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{82{,}1}{450} \frac{\text{tys. zł}}{\text{m}} = 182 \text{ zł/m}.$$



Rys. 10. Zależność funkcji $\frac{k_p}{a}$ od rozpiętości przęsła a



Rys. 11. Zależność kosztu słupa przelotowego k_p od rozpiętości przęsła a. *1* — koszt fundamentu, *2* — koszt izolacji i uziemienia, *3* — koszt konstrukcji, *4* — całkowity koszt słupa przelotowego k_p



Rys. 12. Zależność kosztu konstrukcji $\bar{k}_o$ słupa odporowego od rozpiętości przęsła a_1

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{58{,}6}{350}, \qquad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{82{,}1}{450};$$

1 — punkt styczności stycznej t_1,
2 — punkt styczności stycznej t_2

Punkt styczności stycznej t_2 do krzywej $\bar{k}_o$ (rys. 12) określa nam rozpiętość odpowiadającego ekonomicznego przęsła odporowego

$$a_1' = 350 \text{ m}$$

Odległość słupa przelotowego od odporowego obliczymy ze wzoru (38).

$$\frac{a' + a_1'}{2} = \frac{450 + 350}{2} = 400 \text{ m}.$$

WYKAZ LITERATURY

1. Martini L.: Determination of Lattice Towers Weight on Ground of Basic Shape and Load Parameters (ref. CIGRÉ, CSC-7-61 i CSC-6-62-18). Wyznaczanie ciężaru słupów kratowych na podstawie parametrów kształtu i obciążenia. Rozprawy Inżynierskie, 2/1963.
2. Peterson W. S.: A Formula for Estimating Tower Weights and its Application to the Economics of Transmission Line Design (CIGRÉ, 1950, ref. 218).
3. Ryle P. J.: Steel Tower Economics (Journal IEE, London, 1946, t. 93, cz. II, z. 33).
4. PN-58/E-05100 — Elektroenergetyczne linie napowietrzne. Ogólne przepisy budowy. Wydawnictwa Normalizacyjne, Warszawa.

L. MARTINI

THE ECONOMIC SPAN OF OVERHEAD TRANSMISSION LINES

Summary

The subject of this paper is to determine the economic span i.e. the right distance between successive towers of overhead transmission line.

There are considered only two types of towers i.e. suspension type and strain type towers; their features were defined in [4].

Rather peculiar character of this work is based on consideration of suspension and strain spans as two independent variables.

There were further considered the various positions of strain towers in the line, as well as the influence of the decrease of conductor stress in crossing spans, consisting of two successive strain towers, upon the length of the economic span. As a result of these considerations the method for determining the strain tower span length in dependence of the intermediate tower span length has been worked out.

The numerical example which has been presented confirms an anticipated assumption, that it will be for economical reasons more useful to design shorter spans for tension as for suspension towers.

The considerations in this report are based on the previous work of the author [1].

The described method was worked out during the studies and designing of the first 400 kV line in Poland.

L. MARTINI

PORTÉE ÉCONOMIQUE DES LIGNES AÉRIENNES DE TRANSPORT D'ÉNERGIE

Résumé

Le sujet du travail present consiste dans la détermination de l'espacement économique des poteaux de la ligne électrique aérienne. On s'est borné à deux types des poteaux, c'est à dire au poteau intermédiaire et au poteau d'arrêt ayant des qualités déterminées dans [4].

L'originalité du travail présent consiste dans le traitement independant de la longueur des portées intermédiaires et des portées d'arrêt.

On a consideré des possibilités différentes de la disposition des poteaux d'arrêt le long de la ligne. On a étudié l'influence de la diminution de la tension des conducteurs dans les portées de croisement limitées par les poteaux d'arrêt, sur l'espacement économique. En effet on a obtenu une méthode de déterminer la longueur des portées d'arrêt en dépendance de la longueur des portées intermédiaires. Un exemple numérique confirme une supposition intuitive, qu'il est convenable, du point de vue économique, d'appliquer les portées d'arrêt plus courtes, que celles intermédiaires. Dans les consisidérations on s'est basé sur le travail précédent de l'auteur [1].

La méthode présentée ci-dessus tire son origine des travaux liés avec le projet de la prémière ligne polonaise à 400 kV.

L. MARTINI

ÖKONOMISCHE SPANNWEITEN VON TRAGGERÜSTEN ELEKTROENERGETISCHER FREILEITUNGEN

Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit ist die Ermittlung der ökonomischen Spannweiten von Freileitungstraggerüsten.

Man beschränkte sich dabei auf zwei Typen von Traggerüsten, und zwar auf Tragmasten als solche und auf Abspannmasten, unter Berücksichtigung der unter [4] angegebenen Eigenschaften.

Die Originalität dieser Arbeit beruht auf der von einander unabhängigen Behandlung der Abspann- und Traggerüste.

Hierbei wurden verschiedene Möglichkeiten der Unterteilung von Abspanngerüsten erwogen, und der Einfluss der Spannkraftverminderung von Leitungen an Kreuzungsgerüsten, welche durch Abspannmasten begrenzt sind, auf die Ökonomie ihrer Spannweiten Überprüft. Als Ergebnis erhielt man eine Methode zur Ermittlung der Spannweiten von Abspanngerüsten in Abhängigkeit von den Spannweiten der Traggerüste. Ein Rechnungsbeispiel bestätigt diese eingegebene Vermutung, dass eine Anwendung von kürzeren Abspannweiten im Vergleich zu den Tragweiten ökonomischer ist. Bei diesen Betrachtungen stützte man sich auf den vorhergehenden Aufsatz des Autors [1].

Diese geschilderte Methode ergab sich aus den Projektarbeiten für die erste polnische 400 kV Freileitunglinie.

Л. МАРТИНИ

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ДЛИНА ПРОЛЁТОВ ВОЗДУШНЫХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЛИНИЙ

Резюме

Предметом работы является определение экономического пролёта между опорами воздушной линии. Рассмотрено два типа опор, то есть промежуточную и анкерную со свойствами определёнными в [4].

Оригинальность работы состоит в независимой трактовке длины анкерных пролётов и промежуточных.

Рассмотрено разные возможности размещения анкерных опор на линии. Исследовано влияние уменьшения напряжённости проводов в пролётах скрещения, ограниченных анкерными опорами, на экономическую длину пролёта. В результате получено метод определения длины анкерных пролётов в зависимости от длины промежуточных пролётов. Числовой пример подтверждает интуитивное предположение, что целесообразно, из экономической точки зрения, применение более коротких анкерных пролётов, чем промежуточных. Рассуждения базировались на предыдущей работе автора [1].

Описанный метод создан в результате работ, связанных с проектом первой польской 400 кв линии.

621.3.018.6:621.313

JERZY OWCZAREK

Dopuszczalne drgania zmontowanych maszyn elektrycznych

Rękopis dostarczono 20.11.1962

Artykuł zawiera rozważania stanowiące teoretyczną podstawę założeń projektu normy opracowanej przez Autora na międzynarodową konferencję Komitetów Normalizacyjnych w ramach RWPG [7]. Uzasadniono proponowaną metodę pomiaru drgań zmontowanych maszyn elektrycznych, wybór mierzonego parametru, określającego te drgania, i wartości dopuszczalnych drgań w poszczególnych klasach spokojności biegu maszyny.

1. WSTĘP

Zagadnienia wyważania wirników i zagadnienia drgań mechanicznych maszyn wirujących — mimo ścisłego związku między nimi — powinny być traktowane oddzielnie. Spowodowane jest to tym, że drgania zmontowanej maszyny są wywoływane nie tylko resztkowym niewyważeniem jej wirnika, lecz kilkoma jeszcze przyczynami, o których mowa dalej. Nawet idealne wyważenie wirnika nie gwarantuje na ogół bezdrganiowej pracy maszyny. Ponadto w miarę doskonalenia wyważania wirnika drgania montowanej z nim maszyny nie maleją proporcjonalnie, a ponieważ to doskonalenie jest czasochłonne i drogie, nie warto go doprowadzać do przesadnej jakości wobec wpływu innych przyczyn. Jakość wyważenia wirnika może i powinna być sprawdzana podczas produkowania maszyny elektrycznej w zakładzie wytwórczym. Natomiast drgania zmontowanej maszyny — spokojność jej biegu — są kryterium przydatności do poszczególnych dziedzin zastosowania i, jako takie, interesują odbiorcę maszyny.

Z powyższego wynikła potrzeba wykonania dwojakiego rodzaju opracowań: wytycznych co do wyważania wirników do celowych granic niewyważenia resztkowego oraz wytycznych co do oceny spokojności biegu zmontowanych silników na podstawie pomiaru wszystkich rodzajów występujących w nich drgań. Pierwsze z tych opracowań zostało wykonane jako [11]. Wykonanie drugiego rozpoczęto pracą [6], która ujmowała rozważania tylko jednego rodzaju drgań. Zakończenie opracowania tego drugiego zagadnienia podano w [7] i omówiono w niniejszej pracy. Rozpatrywane są w niej drgania zmontowanej maszyny pochodzące z różnych przyczyn, a więc drgania podstawowe wywołane niewyważeniem resztkowym wirników i ich harmoniczne, drgania natury elektromagnetycznej,

drgania wywoływane pracą łożysk kulkowych, niedokładnościami obróbki i montażu elementów maszyny, rezonansami mechanicznymi oraz inne, jak również drgania aperiodyczne. Przy ocenie spokojności biegu maszyny miarodajne jest wypadkowe działanie tych wszystkich drgań, a nie wyodrębnianie drgań składowych, potrzebne tylko w przypadku analizowania przyczyn ich powstawania podczas korekt projektu prototypu maszyny lub procesu technologicznego jej wytwarzania.

W niniejszym opracowaniu uwzględniono propozycje projektu normy [11], a to w ten sposób, że warunkiem koniecznym dla uzyskania I (II) klasy spokojności biegu zmontowanego silnika jest wyważenie jego wirnika w I (II) klasie dokładności według [11]; konieczny warunek wyważenia nie jest jednak warunkiem wystarczającym do uzyskania danej klasy spokojności biegu zmontowanego silnika.

Kryteriami oceny spokojności biegu mogą być dopuszczalne naprężenia zmienne materiałów i elementów maszyny, które nie mogą być przekroczone bez szkody dla niej; warunek, że jakość pracy maszyn roboczych nie może pogarszać się na skutek drgań napędowego silnika i względy fizjologiczne odczuwania drgań przez człowieka. Wytyczne, które by uwzględniały teoretycznie wszystkie te warunki, byłyby zbyt skomplikowane i dlatego w praktyce nieużyteczne. Z tego względu po wyczerpujących badaniach jako podstawę oceny spokojności biegu maszyn przyjęto jedną wielkość pomiarową, dającą się łatwo wyznaczyć i pozwalającą, w większości praktycznych przypadków, na właściwą ocenę drgań maszyny.

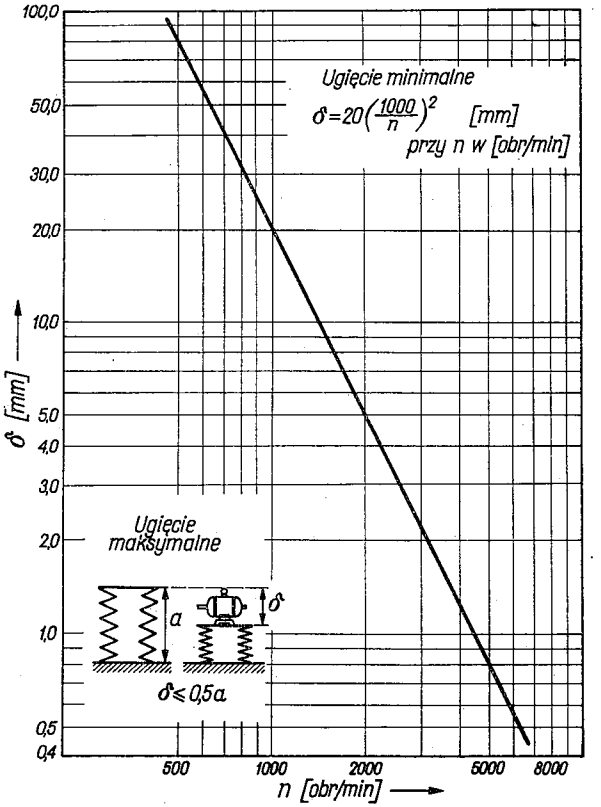
2. USTAWIENIE BADANEJ MASZYNY

Sposób ustawienia i zamocowania maszyny podczas pomiarów jej drgań był przedmiotem wielu badań w różnych ośrodkach kilku krajów. Podczas opracowywania wytycznych zawartych w proponowanym projekcie normy [7] uwzględniono: wyniki tych badań publikowane w poszczególnych pozycjach literatury, spośród których można wymienić na przykład [5] i [9] z ZSRR, [4] z NRF, [6] i [13] z PRL; postanowienia odpowiednich norm, na przykład NEMA — USA, VDI — NRF; wyniki otrzymane w ramach badań przeprowadzonych w Instytucie Elektrotechniki w Warszawie w 1959 r.; odpowiedzi na ankiety rozesłane do krajów-uczestników RWPG i inne.

Wszystkie wspomniane, niezależnie prowadzone badania doprowadzały do jednego i tego samego wniosku, że jednoznaczność i powtarzalność wyników pomiaru drgań zmontowanego silnika można uzyskać jedynie przy jego elastycznym umocowaniu podczas badań. Dokładna analiza zagadnienia z uzasadnieniem i dyskusją jest podana w poprzednim opracowaniu autora [6]. Sprawie wyboru jednego lub kilku z wielu możliwych sposobów elastycznego umocowania badanej na drgania maszyny była

poświęcona dyskusja na jednym z posiedzeń Polskiego Komitetu Normalizacyjnego w 1960 r. W wyniku tej dyskusji ustalono, że należy przyjąć niskonastrojone umocowanie, to znaczy, że częstotliwość jego drgań własnych we wszystkich kierunkach przestrzeni powinna wynosić co najwyżej 0,25 częstotliwości drgań podstawowych badanej maszyny (drgań o najniższej częstotliwości, f_n, spowodowanych resztkowym niewyważeniem wirnika maszyny i zależnych od jej prędkości obrotowej n wg wzoru $f_n = \frac{n}{60}$).

Niskonastrojone elastyczne umocowanie badanej maszyny może być zrealizowane dwoma sposobami.



Rys. 1

Pierwszym podstawowym sposobem jest zastosowanie sprężystej podstawy, na przykład z gumy mikroporowatej, lub miękkich sprężyn. Niskie nastrojenie podstawy jest zapewnione przy spełnieniu wymagań dotyczących granic jej ugięcia pod naciskiem badanej maszyny wraz z urządzeniem do zamocowania. Minimalne ugięcie zależy od znamionowej liczby obrotów badanej maszyny według wykresu podanego na rys. 1.

Przy wartościach ugięcia odczytanych z wykresu częstotliwość drgań własnych podstawy jest mniejsza od 0,25 częstotliwości podstawowych drgań badanej maszyny. Ugięcie może być większe — wtedy częstotliwość drgań własnych stanowi mniejszy ułamek częstotliwości podstawowej, co jest korzystne. Granicę zwiększania ugięcia (maksymalne ugięcie) stanowi warunek, że jego wartość nie może przekroczyć połowy grubości początkowej nie obciążonej podstawy, czyli zgodnie z rys. 1: $b \leqslant 0{,}5a$. Oczywistym warunkiem koniecznym, który powinna spełniać podstawa, jest brak trwałych odkształceń podstawy po jej wykorzystaniu, czyli nieprzekroczenie granicy odkształcenia sprężystego materiału, z którego wykonano podstawę.

Drugim zastępczym sposobem, równoważnym pierwszemu, a jednocześnie łatwiejszym do zrealizowania szczególnie w przypadku lżejszych maszyn, jest zastosowanie sprężystego zawieszenia badanego silnika, na przykład na linie gumowej lub miękkiej sprężynie. Wymagania co do sprężystości zawieszenia są identyczne z podanymi dla elastycznej podstawy (łącznie z warunkiem nieprzekroczenia granic odkształcenia sprężystego zawieszenia), z tym, że zamiast „ugięcie" należy czytać „wydłużenie".

Urządzenie do zamocowania maszyny powinno zapewniać zachowanie podczas badań takiego położenia, jakie zajmuje ona podczas pracy znamionowej. Powinno być ono sztywne mechanicznie i może mieć masę wynoszącą maksimum 0,1 masy badanego silnika.

3. WYBÓR MIERZONEGO PARAMETRU DRGAŃ W ZALEŻNOŚCI OD PRZEZNACZENIA POMIARU

Drgania można scharakteryzować przez pomiar trzech następujących parametrów: amplitudy drgań (przesunięcia), prędkości drgań lub przyspieszenia drgań.

W miarę rozwoju nauki o drganiach rozważono zalety pomiarów każdego z tych parametrów. Systematyczne badania czułości człowieka i urządzeń technicznych na drgania, przeprowadzane kolejno w latach 31, 57 i 60 w ZSRR, USA, Niemczech i Polsce wykazały, że najwłaściwszą ocenę drgań otrzymuje się przy pomiarach prędkości drgań.

Jeżeli przyjąć za wielkość charakterystyczną amplitudę drgań (przesunięcie), to — jak wynika z rozważań podanych w [11] i innych opracowaniach — należy ją uzależnić od częstotliwości drgań. W wąskim zakresie częstotliwości drgań powodowanych jedną określoną przyczyną takie postępowanie daje zadowalające wyniki. Jednakże przy uwzględnianiu drgań o dużych różnicach częstotliwości, wywołanych przez różne przyczyny (np. podstawowe, elektromagnetyczne, od łożysk kulkowych itd.) okaże się, że drgania o wyższych częstotliwościach nie byłyby dostatecznie uwzględnione.

Jeżeli za wielkość charakterystyczną przyjąć przyspieszenie — miarodajne dla naprężeń siłowych — z kolei drgania podstawowe od resztkowego niewyważenia nie byłyby dostatecznie uwzględnione, podczas gdy drgania o wyższych częstotliwościach zostałyby podkreślone zbyt silnie.

Ostatnio specjalna grupa badań drgań przy VDI w NRF na podstawie kilkuletnich wyczerpujących badań własnych przy uwzględnieniu wyników obcych badań po długich i wszechstronnych dyskusjach ustaliła jako wielkość charakterystyczną dla pomiaru drgań, ujmującą w sposób równoważny wszystkie przyczyny drgań —

prędkość drgań v mm/sek

jako wielkość niezależną od ich częstotliwości, a więc umożliwiającą porównanie i sumowanie oddziaływania wszystkich występujących w danej maszynie drgań o różnych częstotliwościach. Ta wielkość, proporcjonalna do iloczynu amplitudy przesunięcia drgania przez częstotliwość, odpowiada również prawu podobieństwa znanemu z mechaniki. Mówi ono, że dla dwóch geometrycznie podobnych ciał o różnej wielkości obciążenie łożysk wywołane siłami odśrodkowymi, ewentualnie fizjologiczne odczuwanie drgań przez człowieka, będzie jednakowe, gdy iloczyn amplitudy przesunięcia drgania przez jego częstotliwość będzie stały.

Dla drgań harmonicznych $v = V \cos \omega t$ — *amplituda prędkości* drgań jest bezpośrednią miarą badanych drgań.

W rzeczywistości drgania maszyn nie są sinusoidalne, lecz stanowią mieszaninę drgań harmonicznych o różnych częstotliwościach, a nawet zawierają niekiedy drgania aperiodyczne.

Możliwe są następujące sposoby określania drgań mechanicznych nieharmonicznych:

a) wyznaczenie średniej arytmetycznej V_a (wartość średnia po wyprostowaniu),

b) wyznaczenie średniej kwadratowej V_{skut} (wartość skuteczna),

c) wyznaczenie wartości szczytowej V_s,

d) analiza częstotliwościowa (podanie amplitud przesunięcia A_n lub prędkości drgań V_n dla całego widma częstotliwości).

Zbadanie tych sposobów doprowadziło do wniosku, że tylko wówczas można jednoznacznie ocenić złożone drgania, gdy wielkością pomiarową przy drganiach zawierających składowe o różnych częstotliwościach będzie

$$\sqrt{2} \times \textit{kwadratowa wartość średnia prędkości drgań,}$$

co przy drganiach harmonicznych jest równoważne z amplitudą prędkości.

Ta zastępcza wartość amplitudy V_{zast} może być bezpośrednio zmierzona elektrycznym przyrządem pomiarowym jako $\sqrt{2}$ -krotna wartość skuteczna:

$$V_{zast} = \sqrt{2} \cdot V_{skut}.$$

Z tego wynika, że dla drgań nieharmonicznych periodycznych lub aperiodycznych o przebiegu prędkości drgań w czasie $v(t)$ zastępcza wartość amplitudy prędkości wyniesie:

$$V_{zast} = \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt}.$$

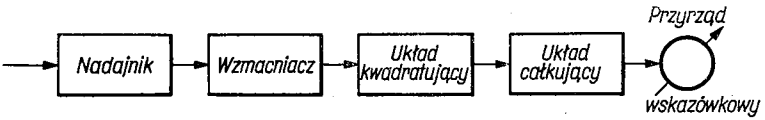
Przy analizie drgań złożonych

o częstotliwościach — $\omega_1, \omega_2 \ldots \omega_n$
amplitudach przesunięć — $A_1, A_2 \ldots A_n$
amplitudach prędkości — $V_1, V_2 \ldots V_n$

otrzymamy miarodajną zastępczą wartość amplitudy prędkości ze wzoru

$$V_{zast} = \sqrt{A_1^2\omega_1^2 + A_2^2\omega_2^2 \ldots A_n^2\omega_n^2} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + \ldots V_n^2}.$$

Łatwo zauważyć, że znalezioną wielkość można bez trudu zmierzyć przy pomocy czujników elektrodynamicznych reagujących na prędkość drgań, współpracujących z przyrządem elektronicznym o schemacie blokowym podanym na rys. 2. Uwidoczniony na nim przyrząd wskazówkowy wyskalowany jest bezpośrednio w mm/sek zastępczej prędkości drgań.



Rys. 2

Ze wszystkich licznych przeprowadzonych badań wynika, że tylko metoda wartości skutecznych amplitud prędkości zastępczych drgań daje możliwości porównywania drgań czysto harmonicznych z drganiami nieharmonicznymi i jednoznacznej właściwej oceny spokojności biegu maszyn wirujących.

Pomiar mający na celu zaliczenie maszyny do odpowiedniej klasy spokojności biegu zaleca się przeprowadzać przyrządem o omówionej konstrukcji (rys. 2), zakresie pomiarowym od 0,1 do 5,0 mm/sek i uchybie maksimum 10%. Pomiar, jako łatwy, szybki, jednoznaczny i dokładny jest zalecany do badań przemysłowych w produkcji seryjnej i masowej.

Analiza przyczyn wywołujących drgania maszyny powinna odbywać się natomiast na podstawie wykresu widma amplitud przesunięć lub prędkości drgań w funkcji częstotliwości. Na podstawie stosunków wielkości i miejsca występowania tych amplitud określa się przyczyny wywołujące składowe drgania metodami znanymi z literatury. Zdjęcie widma drgań w funkcji częstotliwości przeprowadza się za pomocą dowolnego przyrządu do zdejmowania takiego widma o zakresach pomiarowych i czułości zależ-

nej od przeznaczenia badań. Metoda analizy widmowej daje bezsprzecznie najbardziej wyczerpujące wiadomości o badanej maszynie, jednak jako skomplikowana, droga i czasochłonna może być zalecana tylko do badań laboratoryjnych przy opracowywaniu nowych typów maszyn, przeznaczonych do spełnienia szczególnie ostrych wymagań.

4. MIEJSCE I KIERUNEK PRZYŁOŻENIA CZUJNIKÓW POMIAROWYCH

Parametry badanego ruchu drgającego maszyny mierzone są za pomocą odpowiednich czujników, na przykład elektrodynamicznych (cewka drgająca w polu magnesu trwałego).

Czujniki powinny być przykładane do badanego drgającego układu co najmniej w dwóch odległych od siebie punktach w celu wyeliminowania przypadku przyłożenia czujnika w centrum drgań składowych o określonej częstotliwości, kiedy to drgania o tej częstotliwości nie zostaną zarejestrowane przez czujnik.

Przy pomiarze prędkości drgań — podstawy kwalifikowania maszyny do określonej klasy spokojności biegu — wynik pomiaru nie zależy od odległości umieszczenia czujnika od centrum drgań. Z tego względu miejsca przyłożenia czujników są w zasadzie obojętne, byle była zachowana jak największa odległość między nimi. Dlatego można przykładać czujniki zarówno do najodleglejszych punktów badanej maszyny, jak i do urządzenia do jej zamocowania, pod warunkiem, że tworzą one ze sobą mechanicznie sztywny układ drgający.

Przy zdejmowaniu widma amplitud w funkcji częstotliwości — podstawy do analizy przyczyn drgań maszyny — oceniane są nie bezwzględne wartości amplitud, zależne od odległości przyłożenia czujnika do centrum drgań, lecz stosunki wartości tych amplitud; dlatego najkorzystniejsze jest umieszczenie czujników jak najdalej od centrum drgań danej częstotliwości, a więc wobec nieznajomości położenia tych centrów możliwie blisko przeciwległych krańców sztywnego układu maszyna + urządzenie do jej zamocowania.

W ten sposób wskazania co do wyboru miejsca przyłożenia czujników przy obydwu rodzajach pomiarów pokrywają się.

Dla wyeliminowania ewentualnych niejednorodności właściwości sprężystych zamocowania badanej maszyny pomiary przeprowadza się w trzech wzajemnie prostopadłych w przestrzeni kierunkach, z których jeden jest równoległy do osi obrotu wirnika badanej maszyny.

Jeżeli zachodzi przypuszczenie, że badana maszyna nie stanowi sztywnego układu drgającego (na przykład wzdłuż obwodu przekroju poprzecznego stojana silnika pod wpływem działania sił elektromagnetycznych powstaje fala stojąca drgań [10]) należy umieścić dodatkowe czujniki w miejscach przypuszczalnego występowania maksymalnych amplitud lokalnych drgań.

5. KLASY SPOKOJNOŚCI BIEGU ZMONTOWANYCH MASZYN ELEKTRYCZNYCH

Jako podstawę oceny spokojności biegu zmontowanych maszyn potraktowano klasyfikację stopnia wibracji wysuniętą dla wszystkich maszyn przez Rathbone'a [8], potwierdzoną dla maszyn elektrycznych przez Federna [3], a następnie przyjętą ogólnie, o czym świadczą wypowiedzi w literaturze wszystkich krajów, w których omawiany jest problem drgań.

Ze względu na to, że prawidłową ocenę drgań o różnej częstotliwości można przeprowadzić, jak stwierdzono w rozdziale 3 na podstawie pomiaru prędkości drgań, wartości wspomnianej ogólnie przyjętej klasyfikacji stopnia wibracji przeliczono na zależność amplitudy prędkości drgań. Otrzymano uniwersalne liczby określające te prędkości niezależnie od częstotliwości drgań.

Podobnie określone stopniowanie spokojności biegu, dotyczące dowolnych maszyn, można znaleźć w [15]. Wycinek układu tego stopniowania dotyczący maszyn elektrycznych podaje załączona tablica.

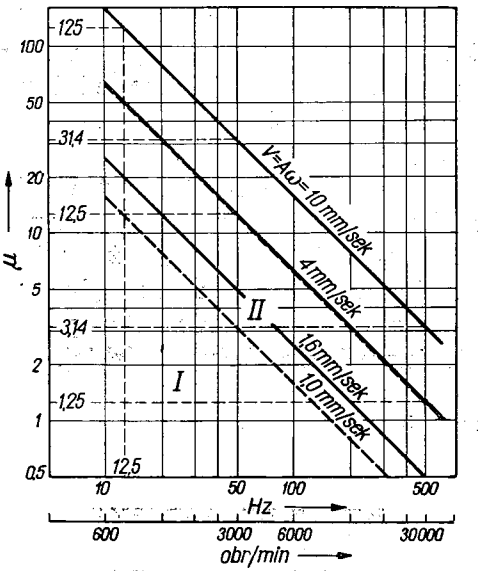
Stopień drgań	Zakres amplitudy prędkości V, wzgl. V_{zast} w mm/sek		Największa amplituda przesunięcia przy 50 Hz w μ	Ocena spokojności biegu
	powyżej	włącznie do		
0,25	0,16	0,25	0,8	bardzo dobra do dobra
0,4	0,25	0,4	1,25	
0,63	0,4	0,63	2,0	
1,0	0,63	1,0	3,15	
1,6	1,0	1,6	5,0	
2,5	1,6	2,5	8,0	dopuszczalna
4,0	2,5	4,0	12,5	
6,3	4,0	6,3	20,0	poprawa pożądana do konieczna
10,0	6,3	10,0	31,5	
16,0	10,0	16,0	50,0	drgania niedopuszczalne
25,0	16,0	25,0	80,0	

Wartości podane w tablicy rozpoczynają się od 0,16 mm/sek, gdyż takiej wartości odpowiada przeciętnie próg wyczuwalności drgań przez człowieka. Zawarte w tablicy wartości graniczne prędkości V można przedstawić na wykresie amplitudy przesunięć drgań w funkcji często-

tliwości. W podwójnej skali logarytmicznej zależność przyjmuje postać rodziny prostych o parametrze $A\omega$ (rys. 3).

Uwzględniając obecne, nie ujednolicone zalecenia obowiązujące w różnych krajach, rozważania podawane w literaturze i wyniki dyskusji na posiedzeniach grupy roboczej RWPG uznano niecelowość podziału silników na większą liczbę rozdrobnionych klas spokojności biegu i zatrzymano się na dwóch, których granice określają następujące wartości amplitud prędkości drgań:

I klasa — amplitudy prędkości drgań od 0,16 do 1,0 mm/sek włącznie
II klasa — amplitudy prędkości drgań od 1,0 do 4,0 mm/sek włącznie



Rys. 3

W przypadku występowania wartości większych od 4 mm/sek, badana maszyna powinna być skierowana do poprawy.

Wartości amplitud prędkości drgań ograniczające klasy spokojności biegu oznaczono na tablicy i rysunku 3 kropkowanymi liniami. Stanowią one logiczne uzupełnienie wartości przyjmowanych w poprzednich pracach z tym, że potwierdzając je są bardziej ogólne: poza podstawowymi uwzględniają również drgania o innych częstotliwościach sprowadzone do równoważnego pod względem działania mierzonego parametru.

Podstawą do zakwalifikowania maszyny do danej klasy spokojności biegu jest największa wartość amplitudy prędkości drgań spośród wszystkich otrzymanych podczas jej badania przy niskonastrojonym elastycznym zamocowaniu na czujnikach umieszczonych zgodnie z omówionymi zaleceniami.

6. ZASTOSOWANIE MASZYN ELEKTRYCZNYCH POSZCZEGÓLNYCH KLAS SPOKOJNOŚCI BIEGU

Silniki I klasy zaleca się stosować w napędach wymagających szczególnie spokojnego — bezwibracyjnego — biegu silnika. Są to przede wszystkim napędy precyzyjnych obrabiarek, przy których drgania zespołu napędowego mogą ujemnie wpływać na jakość obróbki wyrobu (np. precyzyjne szlifierki itp.). Następnie napędy przyrządów pomiarowych i urządzeń sterujących, przy których drgania silnika mogą wywołać uchyby w określeniu wskazań lub działaniu (np. żyroskopowe urządzenia wskazań kierunku lub automatycznego jego utrzymania itp.). Napędy urządzeń i maszyny pracujące w bezpośrednim sąsiedztwie z precyzyjną aparaturą pomiarowo-badawczą, elektroniczną lub foto-optyczną oraz napędy specjalne, których spokojność biegu jest warunkiem poprawności pracy narzuconym przez wymagania techniczne lub technologiczne.

Silniki II klasy powinny być stosowane do wszystkich pozostałych rodzajów napędów.

Silniki, których amplituda prędkości drgań przekracza wartość graniczną 4 mm/sek podaną dla II klasy, nie powinny być dopuszczane do stosowania dla żadnego rodzaju napędu, gdyż wartość tych drgań może stanowić niebezpieczeństwo zarówno ze względów wytrzymałościowych dla zespołów samego silnika lub współpracującego z nim urządzenia, jak i ze względów fizjologicznych dla obsługi ludzkiej.

Politechnika Warszawska
Katedra Maszyn Elektrycznych

WYKAZ LITERATURY [1]

1. Becker: Über die Unwuchttoleranzen. — Feinwerktechnik, 11/1959.
2. Ennis E. S., Jackson R. S.: „Measuring Roughness in Electric Motors". — Engineering, 4940/1960.
3. Federn K.: Unwuchttoleranzen rotierender Körper. — Werkstatt und Betrieb, 5/1953.
4. Federn K.: Erfahrungen Richtlinien und Gütemasstäbe für die Beurteilung von Maschinenschwingungen. — Konstruktion 8/1958.
5. Kolesnik N. W.: Ustranienje wibracij maszin. Maszgiz 1960.
6. Owczarek J.: Projekt metodyki badań i normy na dopuszczalne drgania silników elektrycznych asynchronicznych o mocy 0,6—100 kW. Referat na konferencję RWPG w Warszawie 1959 r.
7. Owczarek J.: Referat i projekt normy na metody pomiarowe i ocenę dopuszczalnych drgań zmontowanych maszyn elektrycznych opracowane na konferencję Komitetów Normalizacyjnych w ramach RWPG w Berlinie 1962 r.
8. Rathbone T. G.: Vibration Tolerance. — Pover Plant Engineering, 43/1939.
9. Ryłow Ju. P.: Wibracji asinchronnych elektrodwigatielej jedinoj serii. — Wiestnik elektropromyszlennosti, 6/1957.

[1] Podano literaturę wykorzystaną.

10. Sacharow: O wynużdiennych kolebanjach statorow elektriczeskich maszin. — Izw. ANSSSR, 11/1957.

11. Staniszewski R., Owczarek J.: Drgania mechaniczne silników asynchronicznych o mocy 0,6—100 kW wywołane niewyważeniem wirników. Referat na konferencję RWPG w Pradze 1957 r.

12. Staniszewski R.: Opiniowanie projektu normy metodyki badań drgań silników elektrycznych asynchronicznych o mocy 0,6—100 kW. Warszawa 1959.

13. Staniszewski R.: Uzupełnienie koreferatu dotyczącego drgań mechanicznych. Warszawa, styczeń 1960.

14. Wasiliew W. S. i inni: Stanki i pribory dla dinamiczeskoj bałansirowki. Maszgiz 1959 r.

15. VDI — Richtlinien — 2056. 1958.

J. OWCZAREK

PERMISSIBLE VIBRATIONS OF ELECTRICAL MACHINES

Summary

The paper contains considerations which form the theoretical basis of the project of the standard prepared for the international conference of Standard Committee within the Council for Mutual Economic Aid (COMECON) [7]. It deals with the vibrations produced as well by geometrical and physical assymetry of the rotor as of some other factors. The author explains the proposed method of vibration measurement, the choice of the introduced parameter and the value of permissible vibrations in the proposed two classes of the smooth operation.

J. OWCZAREK

ZULÄSSIGE SCHWINGUNGEN DER ELEKTRISCHEN MASCHINEN

Zusammenfassung

Dieser Artikel enthält Betrachtungen, die als theoretische Grundlage für die Einführung in den Normen entwurf dienen; der entwurf wurde vom Verfasser für die internationale Konferenz der Normenausschüsse im Rahmen des Rates für gegenseitige Wirtschaftshilfe [7] ausgearbeitet. Er betrifft Schwingungen, die nicht nur allein durch Restunwucht des Läufers beursacht wurden, aber auch durch alle anderen Ursachen, welche an der montierten elektrischen Maschine auftreten, hervorgerufen werden.

Es wurde eine Messungsmethode für Schwingungen vorgeschlagen, die die Wahl des sie bestimmenden Parameters sowie die Werte der zulässigen Schwingungen, die im Bereiche der zwei vorgeschlagenen laufruheklassen liegen, ermittelt.

Е. ОВЧАРЕК

ДОПУСТИМЫЕ ВИБРАЦИИ СОБРАННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Резюме

В статье обсужден доклад и проект стандарта представленного автором на международную конференцию Комитетов Стандаризации стран участниц СЭВ [7]. Обсуждены вибрации вызванные не только дисбалансом ротора, но также и всеми остальными причинами реально выступающими в собранной электрической машине. Обоснованы: предлагаемый метод измерения вибраций, избрание определяющего их параметра и значения допустимых вибраций в зависимости от класса уровня вибрации.

621.316.717

STANISŁAW TOPIŃSKI

Rozruszniki termistrowe w obwodach silników prądu stałego

Rękopis dostarczono 8.12.1962

Tematem pracy jest analiza przebiegu rozruchu silników prądu stałego z rozrusznikiem termistorowym oraz metody obliczania stanu nieustalonego układu. Wykonane doświadczenia i obliczenia oraz przeprowadzona analiza dotyczy przede wszystkim układu napędowego z silnikiem obcowzbudnym. Dla układów z silnikiem bocznikowym i szeregowym podano równania oraz metody rozwiązania. Opisano sposób wyznaczania parametrów równań. Podano wyniki doświadczalne uzyskane przy badaniu układu z silnikiem obcowzbudnym o mocy 0,75 kW. Dla układu doświadczalnego zamieszczono równania rozruchu oraz wyniki ich rozwiązania. Rozwiązanie uzyskano za pomocą metody numerycznej oraz przy użyciu maszyny analogowej. Wykonane dodatkowo obliczenia umożliwiły otrzymanie przykładowego przebiegu hamowania dynamicznego z opornikiem termistorowym.

Zamieszczona w pracy analiza jakościowa dynamiki układu rozruchowego umożliwia kontrolę wyników obliczeń. W ramach analizy podano metody określania punktu osobliwego układu a także sposób wyznaczania toru fazowego w pobliżu punktu osobliwego.

W rozdziale ostatnim przeanalizowano stan nieustalony układu występujący po zwarciu rozrusznika.

1. WSTĘP

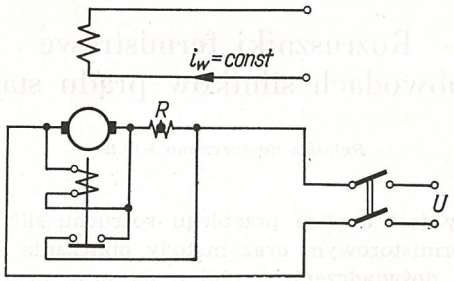
Termistory cechuje ujemny współczynnik temperaturowy oporności. Dzięki tej własności, termistory mogą być zastosowane jako oporniki rozruchowe w obwodach silników prądu stałego i zmiennego.

Literatura na ten temat jest bardzo szczupła i mało wyczerpująca, mimo że sama idea nie jest nowa. Autorami pierwszych publikacji byli G. W. Müller [8] i P. C. van der Willingen [11]. W kraju problemem tym zajmował się A. Jabłoński [6]. W publikacjach nie podano metod obliczenia stanu nieustalonego układu, co utrudniało praktyczne stosowanie rozruszników termistorowych. Celem niniejszej pracy jest uzupełnienie pod tym względem dotychczasowych publikacji w zakresie rozruchu silników prądu stałego.

2. OBWÓD ELEKTRYCZNY

Najprostszy układ połączeń silnika obcowzbudnego prądu stałego z rozrusznikiem termistorowym podaje rys. 1.

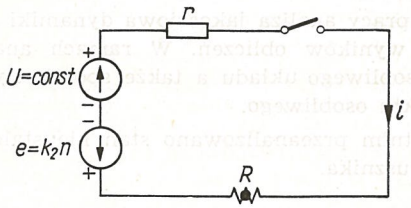
Rozruch silnika w podanym układzie przebiega w następujący sposób. W pierwszej chwili po włączeniu obwodu temperatura termistora jest równa temperaturze otoczenia. Prąd stopniowo nagrzewa termistor, opor-



Rys. 1. Układ silnika obcowzbudnego z rozrusznikiem termistorowym i stycznikiem

ność jego zmniejsza się powodując narastanie prądu i łagodny rozruch silnika. Przy odpowiednio wysokich obrotach wirnika stycznik zwiera termistor umożliwiając jego ochłodzenie, a w konsekwencji — następny rozruch.

Uproszczony obwód wirnika z rozrusznikiem podaje rys. 2.



Rys. 2. Uproszczony obwód wirnika silnika z rozrusznikiem termistorowym

Obwód szeregowy zawiera źródło zasilające układ o stałym napięciu [1] U, źródło o s.em. przeciwnie skierowanej i wartości e proporcjonalnej do prędkości obrotowej n, oporność wirnika r oraz rozrusznik termistorowy o oporności R zależnej od temperatury Θ wg wzoru empirycznego

$$R = A \exp\left(\frac{B}{\theta + 273}\right), \tag{1}$$

gdzie A i B są wielkościami stałymi dla danego termistora. Przy założeniu stałej temperatury otoczenia, oporność termistora jest funkcją mocy rozpraszanej P.

[1] Założono, że napięcie U uwzględnia spadek napięcia na szczotkach wirnika.

3. RÓWNANIA OPISUJĄCE STAN NIEUSTALONY UKŁADU

3.1. Równanie bilansu mocy termistora

Wymianę ciepła między termistorem a otoczeniem opisuje równanie bilansu mocy, które w najprostszej postaci można napisać

$$N = i^2 R(\theta) = K[\theta - \theta_o] + h\frac{d\theta}{dt}, \tag{2}$$

gdzie:

N — moc dostarczona do termistora,
θ — temperatura termistora,
θ_0 — temperatura otoczenia,
K — współczynnik strat,
h — pojemność cieplna.

Równanie jest słuszne wówczas, gdy można przyjąć stałość wartości współczynników K i h oraz jednakową temperaturę w całym elemencie. Drugie założenie upraszczające jest jednoznaczne z przyjęciem nieskończenie wielkiej cieplnej przewodności termistora.

Cieplna stała czasowa termistora jest równa

$$T = \frac{h}{K}. \tag{3}$$

Uwzględniając zależność od temperatury współczynników K i h, równanie (2) można przepisać w formie

$$N = K(\theta) \cdot [\theta - \theta_o] + h(\theta)\frac{d\theta}{dt}. \tag{4}$$

Pierwszy wyraz prawej strony równania (4), określający moc rozpraszaną oznaczamy symbolem P

$$P = K(\theta)[\theta - \theta_o]. \tag{5}$$

Różniczkując moc P względem czasu otrzymuje się

$$\frac{dP}{dt} = \left\{\frac{dK}{d\theta}[\theta - \theta_o] + K(\theta)\right\}\frac{d\theta}{dt} = \frac{dP}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}. \tag{6}$$

Pojemność cieplna h zmienia się nieznacznie wraz z temperaturą. Zakładając $h = \text{const}$ otrzymuje się z równań (4), (5) i (6) nowe wyrażenie

$$N = P + \frac{h}{\frac{dK}{d\theta}[\theta - \theta_o] + K(\theta)}\cdot\frac{dP}{dt}$$

oraz ostatecznie

$$N = i^2 R(P) = P + T(P)\frac{dP}{dt}, \tag{7}$$

gdzie

$$T(P) = \frac{h}{k}. \tag{8}$$

Współczynnik rozpraszania ciepła k jest równy pochodnej mocy P względem temperatury

$$k = \frac{dP}{d\theta}. \tag{9}$$

3.2. Równanie spadków napięć

Dla obwodu szeregowego (rys. 2) słuszne jest równanie spadków napięć

$$U = i[r + R(P)] + k_2 n, \tag{10}$$

gdzie $R(P)$ — oporność termistorów w funkcji mocy rozpraszanej.

Z równania powyższego wynika, że przyjęto pewne uproszczenia. Pominięto indukcyjność obwodu a także wpływ oddziaływania wirnika. W ostatniej fazie rozruchu, następującej po zwarciu rozrusznika, indukcyjność spełnia istotną rolę w przebiegu stanu nieustalonego i wówczas jest uwzględniana w obliczeniach (rozdz. 10).

3.3. Równanie momentów

Moment napędowy jest równy w każdej chwili sumie momentu oporowego i dynamicznego. Przyjmując liniową zależność wewnętrznego momentu napędowego silnika od prądu, a więc stałość strumienia magnetycznego, słuszne jest równanie

$$k_1 i = M_{op}(n) + \frac{GD^2}{375} \cdot \frac{dn}{dt}, \tag{11}$$

gdzie:

$M_{op}(n)$ — oznacza moment oporowy układu napędowego łącznie z momentem strat silnika w funkcji prędkości obrotowej,

GD^2 — wypadkowy moment zamachowy układu.

Oznaczając

$$\frac{GD^2}{375} = J^* \tag{12}$$

otrzymuje się ostatecznie równanie momentów w postaci

$$k_1 i = M_{op}(n) + J^* \frac{dn}{dt}. \tag{13}$$

Przez podstawienie wyrażenia określającego prąd z równania (10) do równań (7) i (13), można otrzymać dwa równania różniczkowe, nieliniowe,

pierwszego rzędu, które opisują stan nieustalony układu. Dla uproszczenia formy zapisu będą jednak dalej stosowane w pracy trzy równania.

Rozwiązanie układu równań wymaga podziału stanu nieustalonego rozruchu na dwa okresy. W pierwszym okresie silnik jest nieruchomy ($n = 0$). Warunki początkowe: $n_0 = 0$; $P_0 = 0$. W drugim okresie następuje właściwy rozruch silnika ($n > 0$). Warunki początkowe: $n_0 = 0$, moc P_{01} — jest określona z rozwiązania równań okresu pierwszego. Początkowy moment oporowy jest równy momentowi suchego tarcia ruchowego $M_{s.t.r.}$ (rys. 4).

4. METODY WYZNACZANIA PARAMETRÓW UKŁADU

W trzech równaniach: bilansu mocy termistorów (7), spadków napięć (10) i momentów (13) występują trzy funkcje $R(P)$, $T(P)$, $M_{op}(n)$ oraz sześć parametrów k_1, k_2, r, J^*, U, GD^2. Siódmy parametr L (indukcyjność) jest uwzględniony w ostatniej fazie rozruchu, po zwarciu rozrusznika.

Oporność termistora w funkcji mocy rozpraszanej $R(P)$ wyznacza się dla określonej temperatury otoczenia z charakterystyki statycznej $U(i)$.

Cieplną stałą czasową w funkcji mocy rozpraszanej $T(P)$ określić można z charakterystyk $R(P)$ i $R(\Theta)$ oraz ze znanej wartości pojemności cieplnej elementu. Z charakterystyk wynika zależność mocy rozpraszanej przez termistor w funkcji przyrostu temperatury, a stąd i krzywa współczynnika rozpraszania ciepła k w funkcji przyrostu temperatury. Z pomiaru ciepła właściwego metodą kalorymetryczną oraz z masy termistora można obliczyć pojemność cieplną. Iloraz pojemności cieplnej i współczynnika rozpraszania określa stałą czasową (8). Jest ona funkcją przyrostu temperatury, względnie mocy rozpraszanej (dla $\Theta_o = \text{const}$).

Moment zamachowy części wirujących układu określa się metodą wahadła bądź też z krzywej wybiegu. W obliczeniach należy przyjąć wypadkowy moment zamachowy układu napędowego.

Indukcyjność L wirnika można zmierzyć przy znamionowym wzbudzeniu silnika lub obliczyć wg wzoru Umańsky'ego [9].

$$L = \frac{U_z \cdot 60 \cdot 0{,}6}{I_z \cdot 2n \cdot p}\,[H], \tag{14}$$

gdzie:

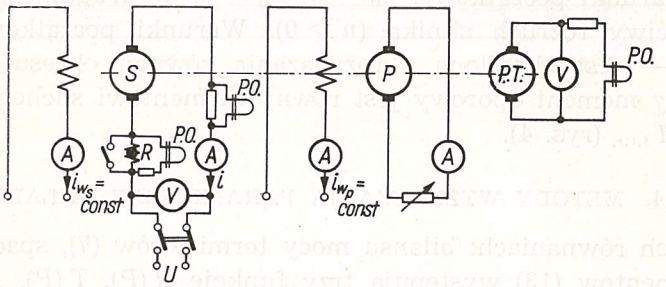
U_z oraz I_z oznacza znamionowe wartości napięcia i prądu silnika,
n — obroty znamionowe,
p — liczbę par biegunów.

Wzór (14) odnosi się do silników z biegunami komutacyjnymi, bez uzwojeń kompensacyjnych. Silnik tego typu został użyty do doświadczeń.

5. BADANIA DOŚWIADCZALNE

Dla zbadania przebiegu rozruchu z termistorami wykonano szereg prób z silnikiem obcowzbudnym o danych znamionowych: 0.75 kW, 220 V,

4 A, 2000 obr/min. Silnik został sprzęgnięty mechanicznie z prądnicą bocznikową o mocy znamionowej 0,5 kW oraz z małą prądniczką tachometryczną. Prostoliniową charakterystykę momentu oporowego w funkcji obrotów uzyskano przez obciążenie prądnicy stałym oporem. Wartość

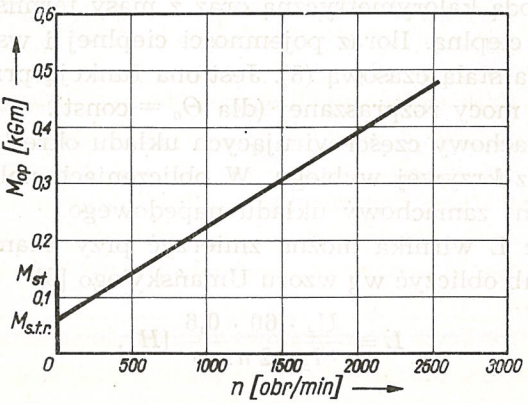


Rys. 3. Układ połączeń

S — silnik, *P* — prądnica, *P.T.* — prądnica tachometryczna, *R.* — termistory, *P.O.* — pętlica oscylografu

oporności dobrano w ten sposób, aby przy znamionowym napięciu zasilania prąd obciążenia silnika osiągał wartość znamionową. Układ połączeń podaje rys. 3.

Charakterystykę momentu oporowego układu (łącznie z momentem strat silnika) w funkcji prędkości obrotowej podaje rys. 4.

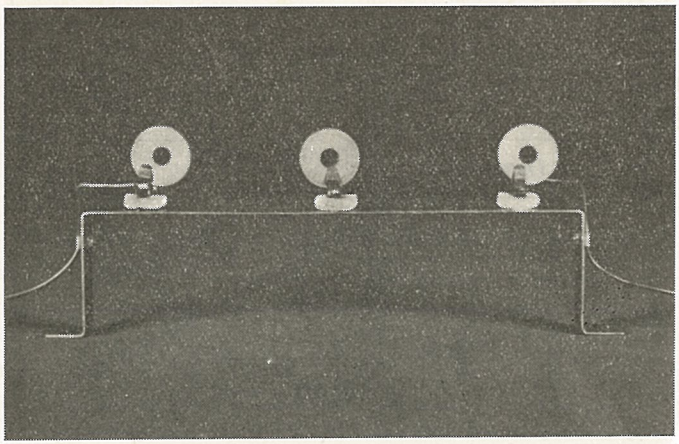


Rys. 4. Moment oporowy w funkcji prędkości obrotowej

Na wykresie oznaczono moment statyczny M_{st} oraz moment suchego tarcia ruchowego $M_{s.t.r.}$

Zmierzone lub obliczone parametry układu doświadczalnego wynoszą: $r = 5\ \Omega$ (silnik nagrzany); $k_1 = 0{,}0975\ \frac{\text{kGm}}{\text{A}}$; $k_2 = 0{,}1\ \frac{V}{\text{obr/min}}$, $GD^2 = 0{,}4$ kGm^2; $L = 0{,}2$ H; $h = 10{,}8\ \frac{\text{W sek}}{^\circ\text{C}}$.

Do doświadczeń zastosowano termistory [1] wykonane w Instytucie Elektrotechniki. Termistory posiadały kształt krążków o średnicy 30 mm. Do prób laboratoryjnych wybrano elementy o bardzo podobnych własnościach elektrycznych i cieplnych. W temperaturze 20 °C oporność każdego z termistorów wynosiła 190 Ω. Konstrukcja modelowego rozrusznika jest pokazana na fotografii (rys. 5).



Rys. 5. Rozrusznik termistorowy

W celu określenia elektrycznych i cieplnych własności termistorów przeprowadzono szereg pomiarów, których wyniki podane są poniżej w postaci krzywych. Zależność oporności termistorów od temperatury wskazuje rys. 6.

Oporność termistorów połączonych szeregowo jest w całym zakresie pomiarowym prawie ściśle 3 razy większa od oporności jednego elementu. Z wykresu (rys. 6) wynika, że podwyższenie temperatury termistorów z 20 °C do temperatury dopuszczalnej 200 °C powoduje ok. 114-krotne obniżenie oporności [2]. Wartość stałej materiałowej wynosi $B = 3660$ °K.

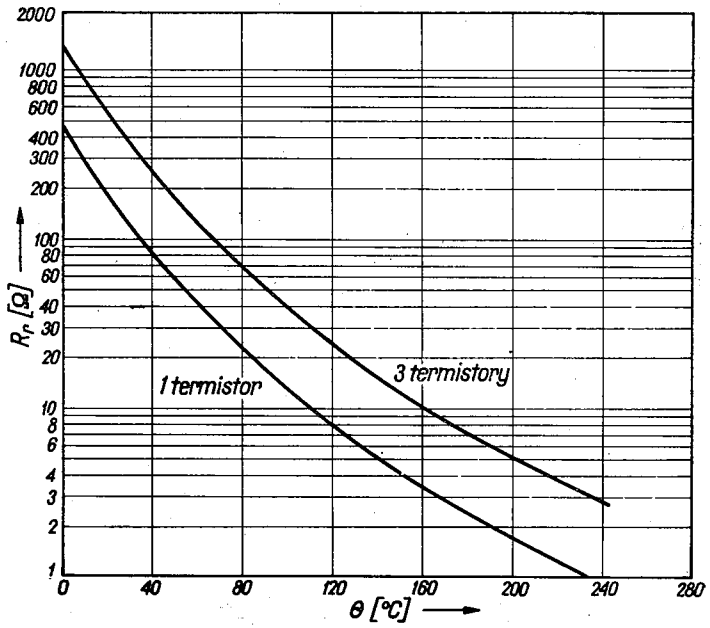
Na wykresie (rys. 7) podano charakterystykę statyczną prądowo-napięciową termistorów.

Charakterystyka $U(i)$ wraz z uprzednio znalezioną zależnością oporności od temperatury umożliwiła wyznaczenie krzywej mocy rozpraszanej, współczynnika strat a także współczynnika rozpraszania w funkcji przyrostu temperatury (rys. 8). Z wykresu wynika, że zależność mocy rozpraszanej od przyrostu temperatury jest dla badanych termistorów liniowa jedynie w małym zakresie mocy. Krzywa P odchylając się od prostej wywołuje szybki wzrost współczynników K i k.

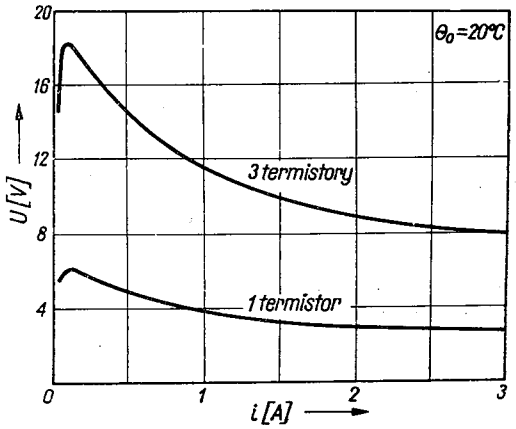
---

[1] Termistory były otrzymane w procesie spiekania mieszaniny tlenków: manganu, niklu i kobaltu [6].

[2] Z niezamieszczonej w pracy krzywej chłodzenia wynika, że (przy $\Theta_o = 20$ °C) temperatura termistorów obniża się z 200 °C do 40 °C w czasie ok. 5 minut.



Rys. 6. Oporność termistorów w funkcji temperatury

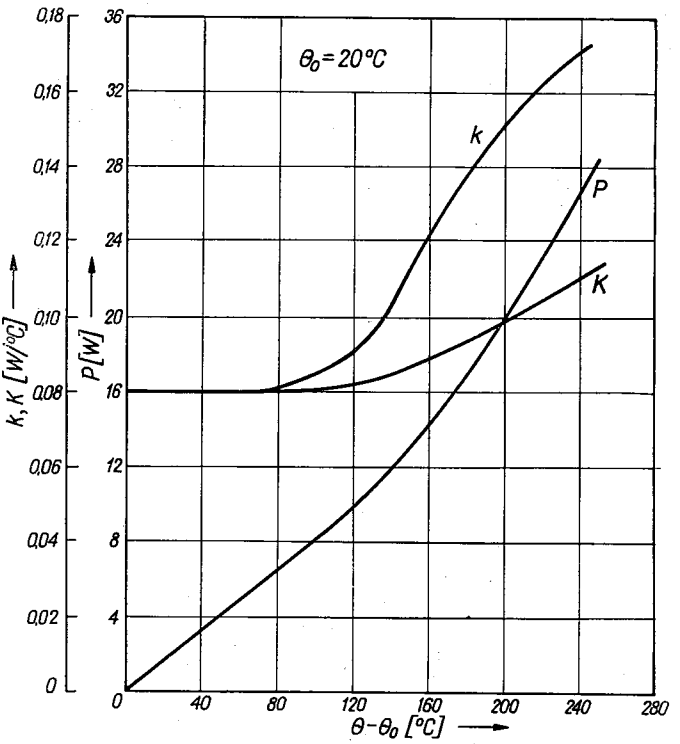


Rys. 7. Charakterystyka prądowo-napięciowa termistorów

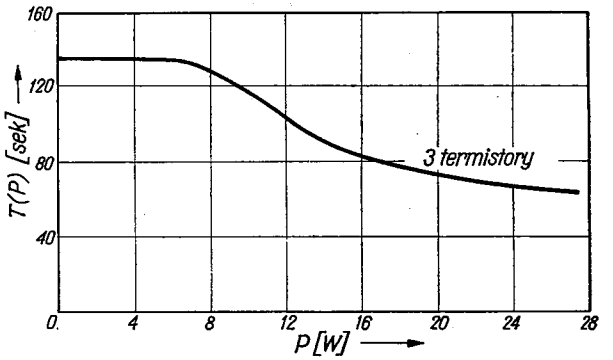
Charakterystyki zamieszczone na rys. 8 wraz ze zmierzoną pojemnością cieplną h pozwoliły wyznaczyć krzywą cieplnej stałej czasowej jako funkcję mocy rozpraszanej (rys. 9).

Inną potrzebną do obliczeń krzywą podaje rys. 10, gdzie wykreślono zależność oporności termistorów od mocy rozpraszanej.

Przyjmując za podstawowe do obliczeń charakterystyki pojedynczego termistora, konstrukcja rozrusznika powinna być taka, aby wymiana cieplna między poszczególnymi elementami była możliwie mała. Tylko wtedy



Rys. 8. Moc rozpraszana P, współczynnik strat K i współczynnik rozpraszania ciepła k w funkcji przyrostu temperatury



Rys. 9. Stała czasowa w funkcji mocy rozpraszanej

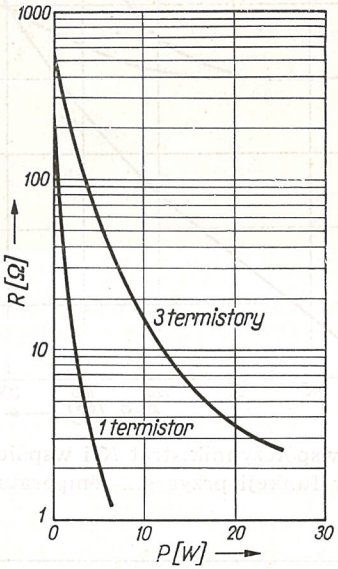
charakterystyki poszczególnych termistorów nie ulegają zmianie mimo różnej ilości włączonych w obwód elementów.

Projektując rozrusznik o dużej liczbie elementów należy — zdaniem autora — przyjąć do obliczeń jako zespół jednostkowy kilka termistorów zmontowanych na wspólnej osi. Poszczególne zespoły powinny być w ten sposób ustawione w rozruszniku, aby nie były ze sobą cieplnie sprzężone.

Wtedy do obliczeń jako podstawowe należy przyjąć charakterystyki jednostkowego zespołu.

Dobranie rozrusznika do warunków rozruchu wymaga zwykle rozwiązania równań w kilku wariantach, przy założeniu różnej ilości włączonych w obwód termistorów. Dla uniknięcia konieczności powtarzania pomiarów wystarcza proste przeliczenie charakterystyk.

Połączenie szeregowo-równoległe, konieczne przy obciążeniach przekraczających dopuszczalną wartość dla jednego elementu, powoduje szereg trudności. Równomierne obciążenie poszczególnych gałęzi równole-



Rys. 10. Oporność termistorów w funkcji mocy rozpraszanej

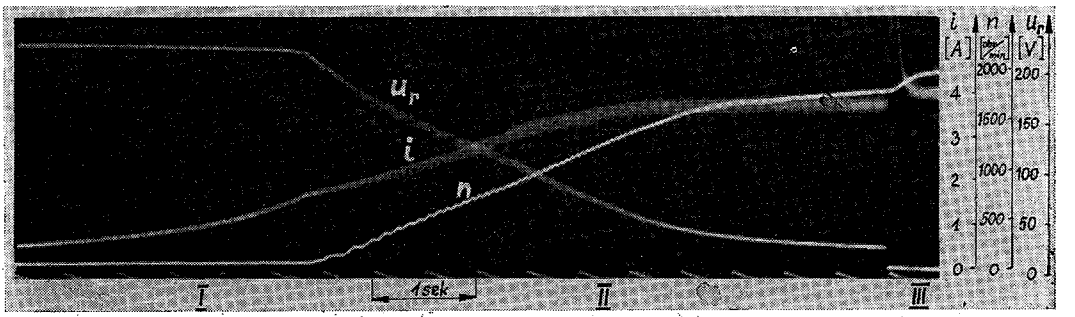
głych praktycznie jest nieosiągalne. Fakt ten spowodowany jest małymi nawet różnicami w charakterystykach termistorów oraz niejednakową temperaturą początkową elementów. W wyniku niestatecznej pracy równoległej następuje zwykle zniszczenie części termistorów. Jedynym przeciwdziałaniem jest zastosowanie oporników szeregowych w każdej gałęzi rozrusznika [6]. Oporniki wyrównują rozpływ prądu w gałęziach rozrusznika. Dla zmniejszenia liczby gałęzi równoległych należy stosować elementy o dużym obciążeniu dopuszczalnym.

Na układzie (rys. 3) przeprowadzono szereg prób rozruchu silnika. Do pomiarów użyto oscylografu pętlicowego rejestrującego prąd w obwodzie wirnika, spadek napięcia na termistorach oraz prędkość obrotową silnika. Pomiary przeprowadzono z rozrusznikiem złożonym z trzech szeregowo połączonych termistorów. Temperatura otoczenia wynosiła 20 °C.

Pierwszy oscylogram przebiegu rozruchu przedstawiony jest na rys. 11.

Przebieg rozruchu doświadczalnego można podzielić na trzy części. W części pierwszej wirnik silnika jest nieruchomy. Prąd rośnie aż do

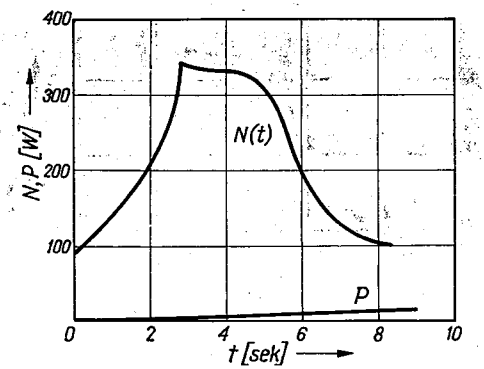
wartości, przy której moment napędowy przekroczy moment statyczny. W części drugiej następuje właściwy rozbieg silnika (z opóźnieniem 2,8 sek), przy dalej rosnącym prądzie. Część trzecia rozruchu następuje po zwarciu termistorów. Odpowiada to wyłączeniu jednego oporu w zwykłym, wielostopniowym rozruszniku. Część ta jest związana z dynamicznym obciążeniem urządzenia napędzanego. Z przeliczeń na podstawie oscylogramu (rys. 11) wynika, że w chwili zwarcia rozrusznika oporność



Rys. 11. Oscylogram przebiegu rozruchu
i – prąd, u_r — spadek napięcia na termistorach, n — prędkość obrotowa, *I, II, III* — części okresu rozruchu

termistorów wynosiła 7,7 Ω, moc rozpraszana 13,7 W, a temperatura termistorów 175 °C.

Na podstawie oscylogramu wykonano dwa wykresy. Wykres pierwszy (rys. 12) podaje moc całkowitą termistorów N oraz moc rozpraszaną P; wykres drugi (rys. 13) — oporność R_T oraz temperaturę termistorów Θ w funkcji czasu.

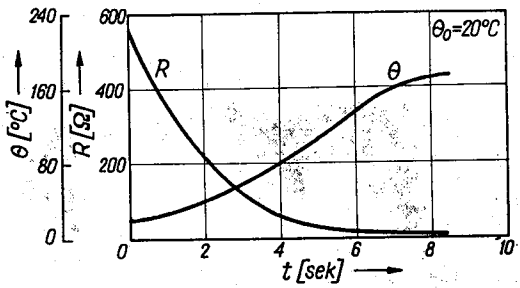


Rys. 12. Moc całkowita N termistorów i moc rozpraszana P wyznaczona według oscylogramu rozruchu

Przebieg mocy P oraz temperatury Θ wyznaczono z oscylogramu rozruchu i charakterystyk statycznych $R(P)$ oraz $R(\Theta)$. Określone w ten sposób krzywe $P(t)$ i $\Theta(t)$ są przybliżone. Wynika to z przyjętego założenia nieskończenie wielkiej przewodności cieplnej elementów oraz jed-

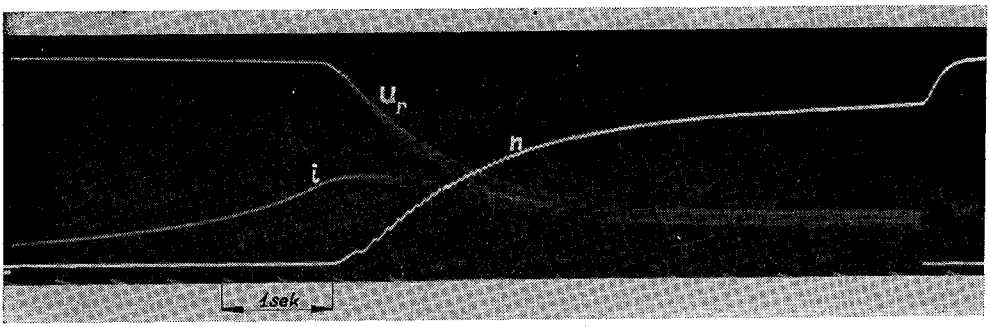
nakowych warunków wymiany ciepła (dla określonej temperatury), w stanie ustalonym i przebiegu dynamicznym.

Szybko rosnąca w pierwszej części rozruchu (rys. 12) moc całkowita N osiąga maksimum (340 W) w momencie, gdy wirnik zaczyna obracać się. Moc rozpraszana P wynosi wówczas zaledwie 3 W. W następnej części rozruchu moc N zmniejsza swą wartość, zbliżając się do krzywej mocy P.



Rys. 13. Oporność R i temperatura Θ termistorów wyznaczona według oscylogramu rozruchu

Maksimum mocy N zależy od momentu statystycznego. Wykonana seria doświadczeń wykazała, że po kilkunastu rozruchach na bocznej powierzchni termistorów występowało przejściowe wyładowanie ślizgowe. Wyładowanie to następowało w chwili, gdy moc N osiągała wartość zbliżoną do maksymalnej. Zjawisko to wskazuje, że nie jest wystarczające do zabezpieczenia termistorów przed uszkodzeniem, aby moc rozpraszana (względnie temperatura) nie przewyższała mocy dopuszczalnej dla pojedynczego elementu. W czasie rozruchu maksymalna wartość mocy całkowitej N, przypadającej na element także nie może przekraczać określonej wartości.



Rys. 14. Oscylogram przebiegu rozruchu silnika z nieobciążoną prądnicą

Oscylogram następny (rys. 14) podaje rozruch silnika z nieobciążoną prądnicą. Część pierwsza rozruchu jest identyczna. Część druga wykazuje natomiast znacznie mniejsze nagrzanie termistorów, co powoduje większy skok prądu po zwarciu rozrusznika. Oporność termistorów w chwili zwarcia wynosi 44 Ω, co odpowiada mocy rozpraszanej 5,7 W oraz temperaturze 96 °C.

6. ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ STANU NIEUSTALONEGO ZA POMOCĄ METODY NUMERYCZNEJ

Projektowanie rozrusznika konwencjonalnego wymaga przyjęcia dwóch wartości prądu: maksymalnego i przełączania. Liczby te są wystarczające do obliczenia poszczególnych stopni rozrusznika.

Dobór odpowiedniego rozrusznika termistorowego do układu jest bardziej pracochłonny. Znalezienie przebiegu prądu, prędkości obrotowej silnika i mocy rozpraszanej przez termistory w okresie rozruchu wymaga rozwiązania trzech równań (7), (10), (13) podanych w rozdziale 3.

W rozdziale niniejszym przedstawiono sposób rozwiązania równań za pomocą metody numerycznej [1]. Przy dostatecznie małym odcinku czasowym Δt można przyjąć zamiast pochodnych stosunek przyrostów skończonych

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\Delta n}{\Delta t}; \quad \frac{dP}{dt} = \frac{\Delta P}{\Delta t}. \tag{15}$$

Trzy równania: bilansu cieplnego (7), momentów (13) i spadków napięć (10) można wobec tego przepisać w formie dwóch równań różnicowych

$$\Delta P_{j+1} = \frac{i_j^2 R(P_j) - P_j}{T(P_j)} \Delta t, \tag{16}$$

$$\Delta n_{j+1} = \frac{k_1 i_j - M(n_j)}{J^*} \Delta t, \tag{17}$$

oraz zależności

$$i_j = \frac{U - k_2 n_j}{r + R(P_j)}, \tag{18}$$

gdzie wskaźnik j oznacza kolejny odcinek czasowy (0, 1, 2, 3...).

Jak wynika z podanych równań, przyrosty mocy rozpraszanej oraz prędkości obrotowej są obliczane z wartości w poprzednim odcinku czasowym. Moc rozpraszana i prędkość obrotowa silnika w danej chwili t_j jest obliczana z sumowania przyrostów.

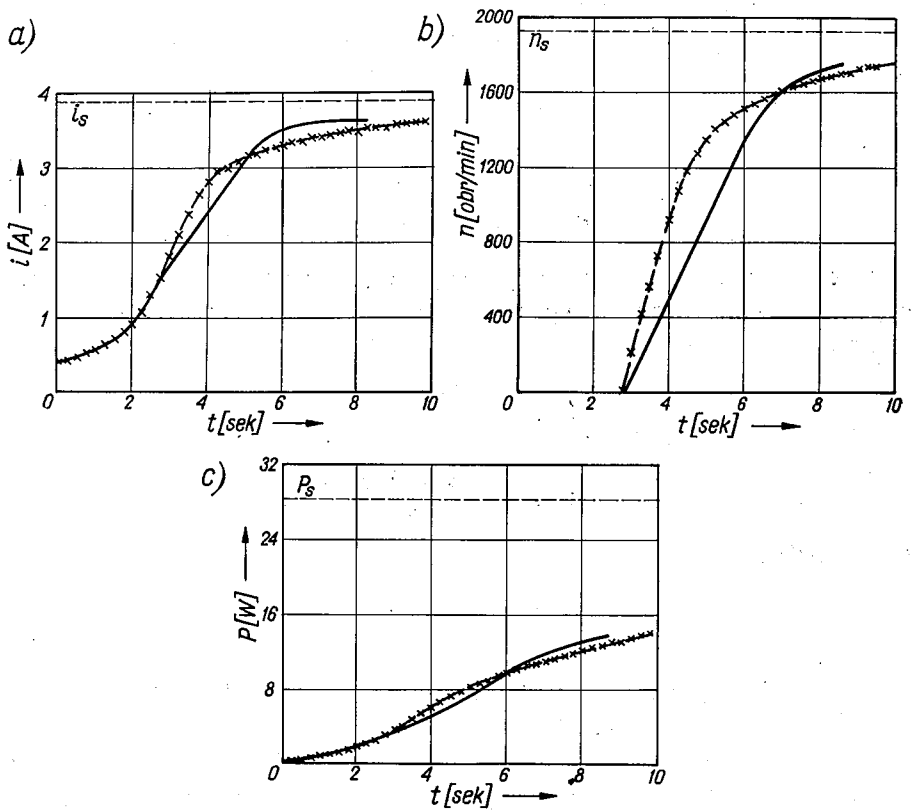
$$P_j = \sum_0^j \Delta P \qquad n_j = \sum_0^j \Delta n. \tag{19}$$

Moment oporowy układu, stała czasowa i oporność termistorów jest odczytywana z wykresów (rys. 4), (rys. 9) i (rys. 10). Stosując omawianą

[1] W obliczeniach metodą numeryczną wygodniej jest stosować zamiast równania (7), równanie (4), w którym zakłada się $h = \text{const}$. W pracy przyjęto równanie (7), aby otrzymane za pomocą metody numerycznej wyniki obliczeń można było porównać z wynikami otrzymanymi za pomocą maszyny analogowej.

metodę unika się aproksymowania krzywych doświadczalnych funkcjami analitycznymi.

Dla parametrów układu podanych w rozdziale 5, wykonano obliczenia, zakładając odcinek czasowy $\Delta t = 0{,}25$ sek. Wyniki w postaci krzywych zamieszczono na wykresach (rys. 15 a, b, c). Dla porównania na rysunkach podano także krzywe otrzymane doświadczalnie. Z wykresów wynika, że największe odchylenie krzywych wyznaczonych metodą numeryczną od krzywych otrzymanych doświadczalnie wykazuje przebieg prędkości obrotowej (rys. 15 b).



Rys. 15. Wyniki rozwiązania równań rozruchu za pomocą metody przybliżonej (numerycznej) zestawione porównawczo z wynikami otrzymanymi doświadczalnie. Założenia: 3 termistory połączone szeregowo, temperatura otoczenia 20 °C
a) przebieg prądu, b) przebieg prędkości obrotowej silnika, c) przebieg mocy rozpraszanej termistorów; - - - metoda numeryczna —— doświadczenie

Zamieszczony układ równań (16), (17), (18), opisujący przebieg rozruchu, odnosi się w zasadzie tylko do silnika obcowzbudnego. Zakłada się bowiem, że włączenie napięcia do obwodu następuje przy ustalonym już prądzie wzbudzenia. Z podanych oscylogramów i wyników obliczeń widać, że przebieg rozruchu byłby identyczny, gdyby badany silnik pracował jako bocznikowy. Wynika to ze stosunkowo długiego czasu narastania

prądu w obwodzie nieruchomego jeszcze wirnika. W ogólnym przypadku w silniku bocznikowym należy uwzględnić wpływ stanu nieustalonego w obwodzie wzbudzenia. Przebieg prądu wzbudzenia w funkcji czasu określa równanie

$$i_{wzb} = \frac{U}{R_{wzb}}\left[1 - \exp\left(-\frac{R_{wzb}}{L_{wzb}}t\right)\right], \tag{20}$$

gdzie:

R_{wzb} — oporność obwodu wzbudzenia silnika,

L_{wzb} — indukcyjność obwodu wzbudzenia silnika.

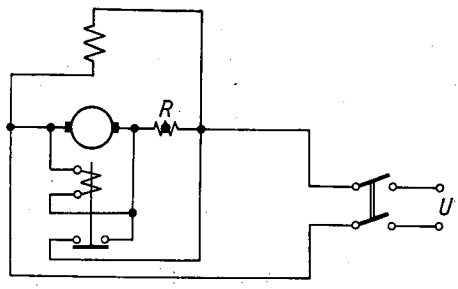
Zależność $i_{wzb}(t)$ najłatwiej jest wyznaczyć oscylograficznie. Należy także doświadczalnie określić zależność współczynnika k_1 oraz k_2 od prądu wzbudzenia. Tą drogą oba współczynniki uzależnia się od czasu. Równania różnicowe dla silnika bocznikowego można wówczas napisać w następującej postaci.

$$\Delta P_{j+1} = \frac{i_j^2 R(P_j) - P_j}{T(P_j)}\Delta t, \tag{21}$$

$$\Delta n_{j+1} = \frac{k_1(t_j) i_j - M_{op}(n_j)}{J^*}\Delta t, \tag{22}$$

gdzie:

$$i_j = \frac{U - k_2(t_j) n_j}{r + R(P_j)}. \tag{23}$$



Rys. 16. Układ silnika bocznikowego z rozrusznikiem termistorowym i stycznikiem

Rozrusznik termistorowy może być także zastosowany do silnika szeregowego. Przebieg rozruchu opisują wówczas równania:

$$i^2 R(P) = P + T(P)\frac{dP}{dt}, \tag{24}$$

$$k_1(i) \cdot i = M_{op}(n) + J^*\frac{dn}{dt}, \tag{25}$$

$$U = i[r_c + R(P)] + k_2(i) \cdot n, \tag{26}$$

gdzie r_c — oznacza sumę oporności wirnika oraz uzwojenia wzbudzenia.

Zastępując pochodne przyrostami skończonymi otrzymuje się równania różnicowe

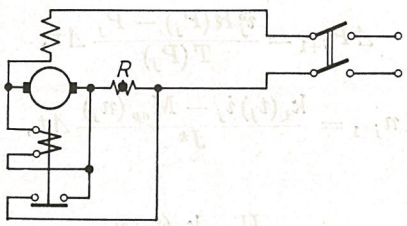
$$\Delta P_{j+1} = \frac{i_j^2 R(P_j) - P_j}{T(P_j)} \Delta t, \tag{27}$$

$$\Delta n_{j+1} = \frac{k_1(i_j) \cdot i_j - M_{op}(n_j)}{J^*} \Delta t, \tag{28}$$

gdzie:

$$i_j = \frac{U - k_2(i_j) \cdot n_j}{r + R(P_j)}. \tag{29}$$

Wyznaczenie stanu nieustalonego jest w tym przypadku bardziej skomplikowane, gdyż wymaga stosowania konstrukcji graficznych.



Rys. 17. Układ silnika szeregowego z rozrusznikiem termistorowym i stycznikiem

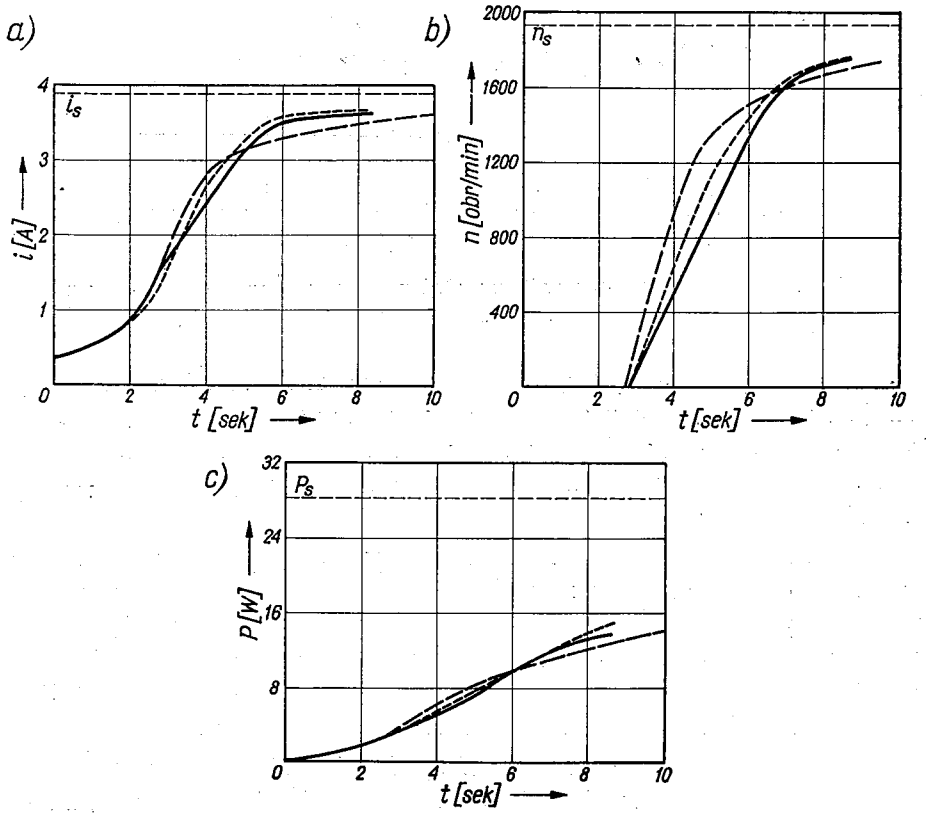
Podane równania opisują stan nieustalony układu z silnikiem szeregowym a także z silnikiem obcowzbudnym, w którym uwzględniono wpływ oddziaływania wirnika.

7. WYNIKI ROZWIĄZANIA UKŁADU RÓWNAŃ STANU NIEUSTALONEGO ZA POMOCĄ MASZYNY ANALOGOWEJ

Dobór rozrusznika termistorowego odpowiedniego do danego układu wymaga zwykle wielokrotnego rozwiązywania układu równań dla różnych parametrów i charakterystyk. Rozwiązywanie jest powtarzane dla uzyskania przebiegu rozruchu zgodnego z założeniami. Założenia te mogą określać wartość prądu maksymalnego, przyspieszenia obrotów a także czasu opóźnienia rozruchu. Dodatkowe warunki, którym powinien odpowiadać przebieg rozruchu, wynikają z konieczności zabezpieczenia termistorów przed uszkodzeniem. Maksymalna moc rozpraszana oraz moc całkowita termistorów nie mogą przekraczać wartości dopuszczalnej. Sposób powyższy doboru termistorów wskazuje, że maszyna analogowa umożliwiająca szybkie rozwiązywanie równań dla różnych parametrów skraca znacznie czas projektowania.

Układ trzech równań opisujący przebieg rozruchu rozwiązany został na maszynie analogowej „Solartron — Space 30". Dwa przetworniki nieliniowe maszyny umożliwiały aproksymację 12-odcinkową krzywych. Rejestrację wyników przeprowadzano za pomocą przyrządu samopiszącego ze wzmacniaczem lampowym. Przebieg rozwiązywania w maszynie można było w każdym momencie zatrzymać i odczytać wynik na woltomierzu cyfrowym. Sposób powyższy otrzymania rozwiązania umożliwiał wyeliminowanie wpływu przyrządu rejestrującego na wynik.

Charakterystyka oporności termistorów w funkcji mocy rozpraszanej $R(P)$ może być źródłem poważnych błędów rozwiązania równań. Błędy pochodzić mogą z niekorzystnego dla pracy maszyny kształtu krzywej. Dla maksymalnej mocy rozpraszanej oporność termistorów stosowanych w doświadczeniach wynosi zaledwie około 0,4% wartości początkowej. Uchyb względny przetwornika odtwarzającego funkcje $R(P)$ może wtedy osiągać znaczne wartości i zniekształcać wyniki obliczeń.

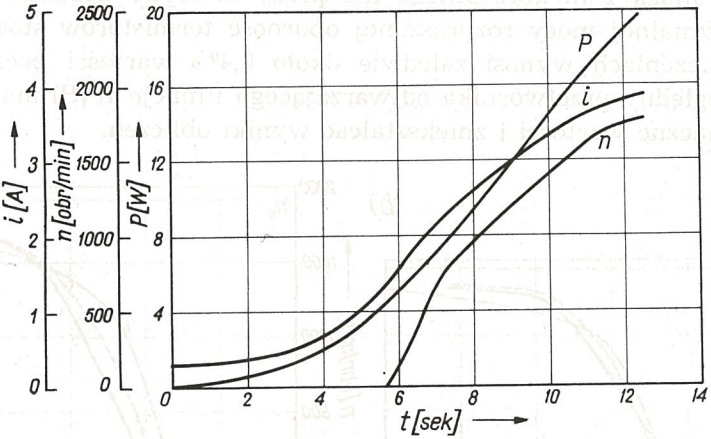


Rys. 18. Wyniki rozwiązania równań rozruchu za pomocą maszyny analogowej zestawione porównawczo z wynikami doświadczalnymi i uzyskanymi metodą numeryczną. Założenia: 3 termistory połączone szeregowo, temperatura otoczenia 20 °C
a) przebieg prądu, b) przebieg prędkości obrotowej, c) przebieg mocy rozpraszanej termistorów; - - - metoda numeryczna, — doświadczenie, ... maszyna analogowa

Na maszynie analogowej rozwiązano równania rozruchu w kilku wariantach.

Wykresy zamieszczone na rys. 18 a, b, c podają wyniki rozwiązania przy założeniu trzech termistorów szeregowo połączonych w rozruszniku. Przyjęto, że temperatura otoczenia wynosi 20 °C. Na wykresach zestawiono porównawczo także wyniki doświadczalne oraz wyniki otrzymane metodą numeryczną.

Na następnym wykresie (rys. 19) podano wyniki rozwiązania równań rozruchu w przypadku rozrusznika złożonego z czterech szeregowo połączonych termistorów.



Rys. 19. Rozruch układu z rozrusznikiem złożonym z czterech termistorów połączonych szeregowo

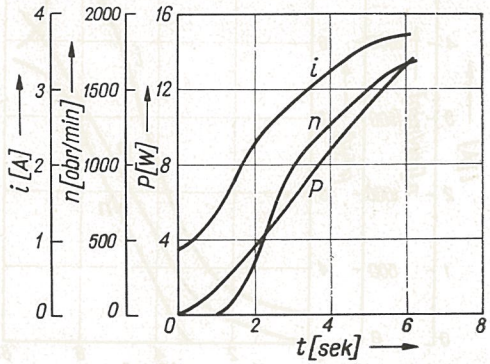
Z wykresu powyższego wynika, że zwiększenie ilości termistorów powoduje ok. dwukrotne przedłużenie części pierwszej rozruchu (gdy $n = 0$). Podobnie jak na poprzednich wykresach krzywa $P(t)$ podaje sumę mocy rozpraszanej przez rozrusznik, a więc w omawianym przypadku — przez 4 termistory.

Dla wszechstronnego zbadania układu rozruchowego przeprowadzono dodatkowe obliczenia przy założeniu, że rozrusznik składa się z trzech szeregowo połączonych termistorów. Niżej (rys. 20) przedstawione są krzywe rozruchu obliczone dla temperatury otoczenia 40 °C. Obliczenia przeprowadzono przy założeniu wyznaczonych w temperaturze 40 °C charakterystyk $T(P)$ oraz $R(P)$ nie zamieszczonych w pracy.

Z porównania wykresów wynika, że podwyższenie temperatury z 20 °C do 40 °C powoduje ok. trzykrotne skrócenie opóźnienia rozbiegu silnika — z ok. 2,8 sek. — do od 1,0 sek.

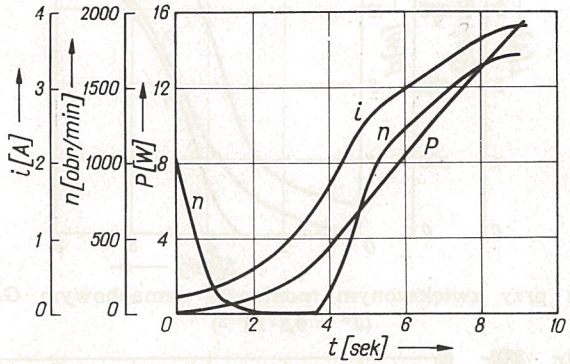
Wykres następny (rys. 21) obrazuje stan nieustalony po włączeniu obwodu w momencie, gdy twornik silnika jeszcze wiruje z prędkością obrotową 1000 obr/min.

Z ostatniego rysunku wynika, że mimo włączonego napięcia silnik zmniejsza prędkość obrotową wskutek ograniczenia prądu przez nie nagrzane termistory i w chwili $t = 2{,}5$ sek zatrzymuje się. Ponowny rozbieg silnika następuje po upływie 3,5 sek od momentu włączenia napięcia.



Rys. 20. Rozruch układu z rozrusznikiem złożonym z trzech termistorów połączonych szeregowo. Temperatura otoczenia 40 °C

Dwa następne wykresy podają przebieg rozruchu przy zwiększonej bezwładność układu w stosunku do poprzednio przyjętej wartości $GD^2 = 0{,}04$ kGm^2.

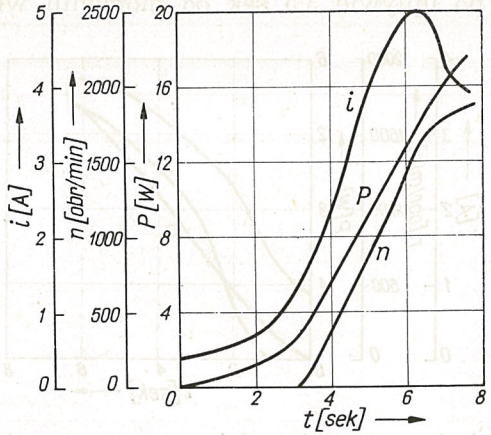


Rys. 21. Przebieg nieustalony po włączeniu obwodu, gdy $n_0 = 1000$ obr/min. Temperatura otoczenia 20 °C

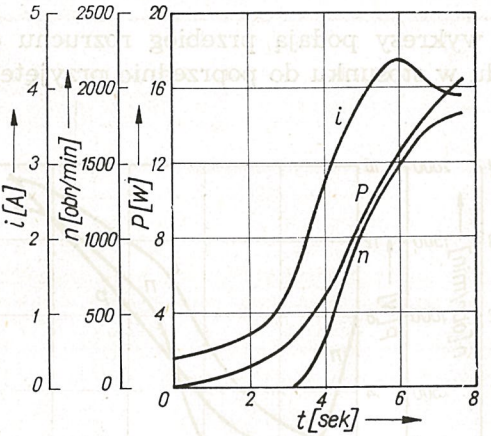
Niżej zamieszczony wykres obrazuje rozruch przy obniżonym napięciu zasilania układu do 180 V.

Otrzymane z maszyny analogowej rozwiązania równań w postaci zamieszczonych wykresów pozwalają ocenić wpływ zmian parametrów układu na przebieg stanu nieustalonego. Zwiększenie momentu bezwładności powoduje podwyższenie wartości prądu maksymalnego. Podwyższenie temperatury otoczenia daje skrócenie czasu rozruchu. Podobny wpływ na czas rozruchu ma temperatura początkowa termistorów (rozwiązania

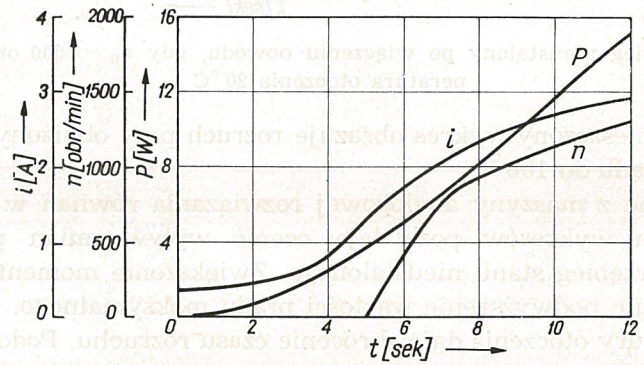
nie zamieszczono). Obniżenie napięcia zasilania układu oraz zwiększenie ilości szeregowo połączonych termistorów powoduje zwolnienie przebiegu rozruchu.



Rys. 22. Rozruch przy zwiększonym momencie zamachowym $GD^2 = 0{,}094$ kGm² ($J^* = 0{,}25 \cdot 10^{-3}$)



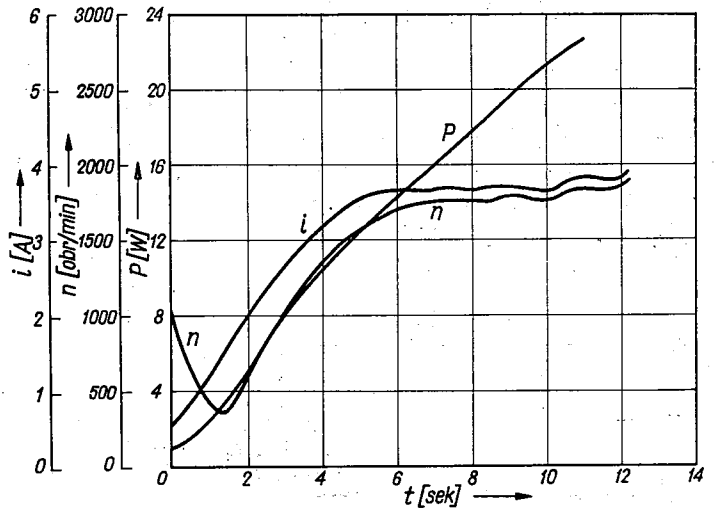
Rys. 23. Rozruch przy zwiększonym momencie zamachowym $GD^2 = 0{,}113$ kGm² ($J^* = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$)



Rys. 24. Rozruch układu przy napięciu $U = 180$ V

8. ANALIZA JAKOŚCIOWA DYNAMIKI UKŁADU ROZRUCHOWEGO

Otrzymywane z maszyny analogowej wyniki rozwiązania równań stanu nieustalonego układu budzą często wątpliwości. Przykładowe rozwiązanie jest podane na rys. 25, na którym są widoczne wahania prądu i prędkości obrotowej.



Rys. 25. Stan nieustalony, gdy $n_0 = 1000$ obr/min, $P_0 = 2{,}3$ W. Widoczne nieregularne drgania

Rozważania podane dalej pozwolą określić stan ustalony układu a także dadzą odpowiedź na pytanie, czy zarejestrowane przez maszynę analogową drgania mogą powstać w rzeczywistym układzie rozruchowym o założonych parametrach.

8.1. Określenie stanu ustalonego układu (punktu osobliwego)

Stan ustalony układu napędowego z rozrusznikiem termistorowym można określić z rozwiązania dwóch nieliniowych równań (30) i (31), otrzymanych z wyrażeń (7), (10) i (13).

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\left[\frac{U - k_2 n}{r + R(P)}\right]^2 R(P) - P}{T(P)} = 0, \tag{30}$$

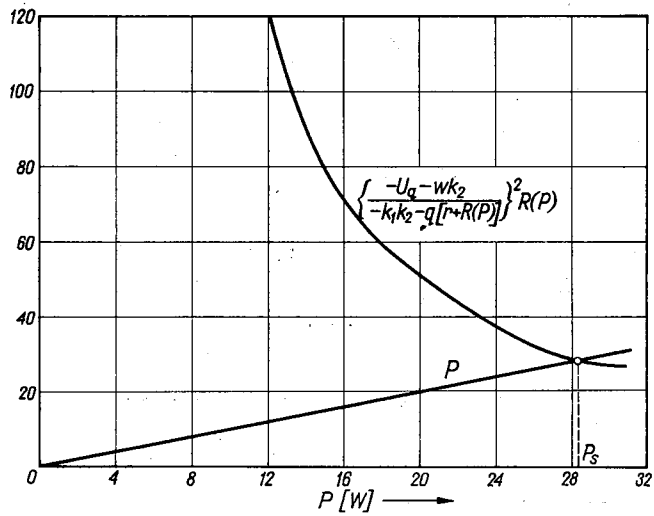
$$\frac{dn}{dt} = \frac{\left[\frac{U - k_2 n}{r + R(P)}\right] k_1 - M_{op}(n)}{J^*} = 0. \tag{31}$$

Przyjmując moment oporowy równy $M_{op} = w + qn$ otrzymuje się z równań (30), (31) wyrażenia określające ustaloną moc rozpraszaną P_s oraz ustaloną prędkość obrotową n_s

$$P_s = \left\{\frac{-Uq - wk_2}{-k_1k_2 - q[r + R(P)]}\right\}^2 \cdot R(P), \tag{32}$$

$$n_s = \frac{w[r + R(P)] - Uk_1}{-k_1k_2 - q[r + R(P)]}. \tag{33}$$

Wartość liczbowa P_s wynika z rozwiązania graficznego pierwszego równania (32) dla konkretnych parametrów układu. Rys. 26 podaje przykład rozwiązania dla układu badanego doświadczalnie. Na podstawie zamieszczonego wykresu otrzymano wartość ustalonej mocy rozpraszanej $P_s = 28{,}3$ W. Wartość ta podstawiona do równania (33) daje w rezultacie ustaloną prędkość obrotową $n_s = 1933$ obr/min.



Rys. 26. Rozwiązanie graficzne równania (32) dla przykładowego układu napędowego

Z podstawienia znalezionych wartości P_s i n_s do równania (34) otrzymano prąd ustalony $i_s = 3{,}89$ A.

$$i_s = \frac{U - k_2 n_s}{r + R(P_s)}. \tag{34}$$

W innym układzie napędowym, dla którego przyjęto stały moment oporowy $M_{op} = w$, ustalone wartości mocy P_s oraz prędkości obrotowej n_s określają równania (35) i (36) otrzymane z wyrażeń (32) i (33).

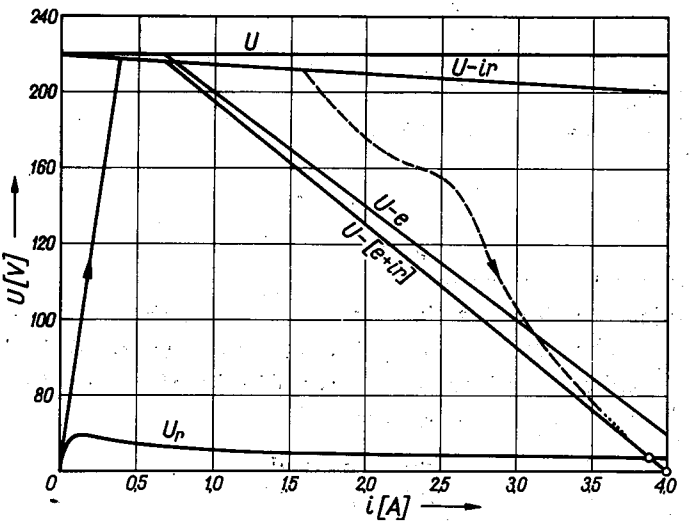
$$P_s = \left[\frac{w}{k_1}\right]^2 R(P), \tag{35}$$

$$n_s = \frac{-w[r + R(P_s)] + k_1 U}{k_1 k_2}. \tag{36}$$

Wykres zamieszczony na rys. 27 obrazuje drugą metodę graficzną, umożliwiającą określenie parametrów stanu ustalonego.

Na wykresie o współrzędnych U, i, naniesiono charakterystykę statyczną termistorów, spadek napięcia na oporze wirnika oraz s.em. w funkcji prądu. Punkt pracy ustalonej otrzymano z przecięcia charakterystyki statycznej z funkcją $u = U - [ir + k_2 n(i)]$.

Otrzymany wykreślnie punkt pracy ustalonej posiada współrzędne: $i_s = 3{,}89$ A oraz $U_{Ts} = 7{,}28$ V. Obliczono na ich podstawie dalsze wielkości: $P_s = 28{,}3$ W oraz $n_s = 1933$ obr/min.



Rys. 27. Graficzne wyznaczenie ustalonej wartości prądu i spadku napięcia na termistorach dla przykładowego układu napędowego

Z porównania wyników widać, że podane dwie metody określania stanu ustalonego są równoważne. Z wykresu (rys. 27) otrzymano także drugi punkt pracy ustalonej ($i = 4$ A, $U_T = 0$) po zwarciu termistorów. Krzywa przerywana podaje przebieg dynamiczny spadku napięcia na termistorach w funkcji prądu w czasie rozruchu, znaleziony metodą numeryczną.

8.2. Tor fazowy w pobliżu punktu osobliwego

Stan rozruchu układu w dowolnym momencie jest określony przez prędkość obrotową n oraz moc rozpraszaną P. W związku z tym płaszczyzna o współrzędnych n, P jest nazywana dalej płaszczyzną fazową, a tor punktu opisującego — torem fazowym.

Oznaczając odpowiednio do wzorów (30) i (31) pochodne

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\left[\frac{U - k_2 n}{r + R(P)}\right]^2 R(P) - P}{T(P)} = Q(n, P), \tag{37}$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\left[\frac{U - k_2 n}{r + R(P)}\right] k_1 - M_{op}(n)}{J^*} = S(n, P) \tag{38}$$

równanie różniczkowe toru fazowego można napisać w postaci

$$\frac{dP}{dn} = \frac{Q(n, P)}{S(n, P)}. \tag{39}$$

W punkcie ustalonym są spełnione dwa warunki

$$\frac{dP}{dt} = 0; \quad \frac{dn}{dt} = 0. \tag{40}$$

Punkt pracy ustalonej układu jest więc punktem osobliwym, gdyż może się w nim zbiegać wiele torów fazowych.

W pobliżu punktu osobliwego można zbadać równanie toru fazowego podstawiając

$$\begin{aligned} n &= n_s + u, \\ P &= P_s + v, \end{aligned} \tag{41}$$

gdzie u, v oznacza nowe zmienne przyrostowe.

Rozkładając funkcje $Q(n_s + u, P_s + v) - Q(n_s, P_s)$ oraz $S(n_s + u, P_s + v) - S(n_s, P_s)$ na szereg Taylora, przy uwzględnieniu warunku (40), można napisać w pierwszym przybliżeniu równanie toru fazowego w pobliżu punktu osobliwego w postaci

$$\frac{dv}{du} = \frac{cu + dv}{au + bv}. \tag{42}$$

Współczynniki a, b, c, d oznaczają wartości pochodnych cząstkowych funkcji $Q(n, P)$, $S(n, P)$ w punkcie osobliwym

$$\begin{aligned} a &= \left[\frac{\partial S(n, P)}{\partial n}\right]_{\substack{n=n_s \\ P=P_s}}, \qquad b = \left[\frac{\partial S(n, P)}{\partial P}\right]_{\substack{n=n_s \\ P=P_s}}, \\ c &= \left[\frac{\partial Q(n, P)}{\partial n}\right]_{\substack{n=n_s \\ P=P_s}}, \qquad d = \left[\frac{\partial Q(n, P)}{\partial P}\right]_{\substack{n=n_s \\ P=P_s}}. \end{aligned} \tag{43}$$

Dzięki dowodom Lapunowa analiza równania liniowego (42) pozwala określić rodzaj stabilności układu nieliniowego w punkcie osobliwym, a także kształt rodziny torów fazowych w pobliżu punktu osobliwego.

Poniżej podano analizę dla badanego układu napędowego. Postać pochodnych cząstkowych (43) jest zależna od trzech funkcji: $M_{op}(n)$, $R(P)$ oraz $T(P)$. Pochylenie krzywej $R(P)$ oraz $T(P)$ w punkcie P_s oznaczono symbolami

$$\begin{aligned} \beta &= \left|\frac{dR}{dP}\right|_{P_s}, \\ \delta &= \left|\frac{dT}{dP}\right|_{P_s}. \end{aligned} \tag{44}$$

Wyniki analizy dotyczą rzeczywistego przebiegu rozruchu, a także rozwiązania równań na maszynie analogowej. Analiza dotyczy wyników otrzymanych z maszyny, jeśli linearyzacja krzywych $R(P)$ oraz $T(P)$ jest przeprowadzona w ten sposób, że jeden z odcinków aproksymujących jest styczny do krzywych w punkcie P_s.

Wartości liczbowe współczynników równania toru fazowego w pobliżu punktu osobliwego (dla układu doświadczalnego) można obliczyć z wyrażeń:

$$a = -\frac{k_1 k_2}{J^*[r + R(P_s)]} - \frac{q}{J}, \tag{45}$$

$$b = \frac{-\beta k_1 [U - k_2 n_s]}{J^*[r + R(P_s)]^2}, \tag{46}$$

$$c = -\frac{2k_2[U - k_2 n_s] R(P_s)}{T(P_s)[r + R(P_s)]^2}, \tag{48}$$

$$d = \frac{1}{T^2(P_s)}\left\{[U - k_2 n_s]^2 \cdot \frac{[r + R(P_s)][\beta T(P_s) - R(P_s)\delta] - 2R(P_s)\beta T(P_s)}{[r + R(R_s)]^3} - T(P_s) + P_s\delta\right\}. \tag{48}$$

W równaniach $R(P_s)$ oraz $T(P_s)$ oznacza wartość oporności termistorów oraz stałej czasowej dla mocy rozpraszanej P_s. Założono, że moment oporowy jest funkcją prędkości obrotowej $M_{op} = w + qn$.

W przypadku innej zależności momentu oporowego od prędkości obrotowej, zmianie ulega wyłącznie współczynnik a.

Dla badanego układu napędowego otrzymano następujące wartości współczynników: $a = -14{,}85$; $b = 105$; $c = -0{,}00343$; $d = -0{,}0387$.

Pierwiastki równania charakterystycznego $\lambda^2 - [a + d]\lambda + [ad - bc] = 0$ obliczone z wyrażenia

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}\left\{[a + d] \pm \sqrt{[a + d]^2 + 4[bc - ad]}\right\}, \tag{49}$$

są równe: $\lambda_1 = -0{,}0631$; $\lambda_2 = -14{,}83$.

Części rzeczywiste pierwiastków charakterystycznych są ujemne, a części urojone równe zeru. W konsekwencji układ nieliniowy jest stabilny. Tor fazowy w pobliżu punktu osobliwego przedstawia tak zwany węzeł stabilny o asymptotach, których współczynniki kątowe określone wyrażeniami

dla $t \to \infty$

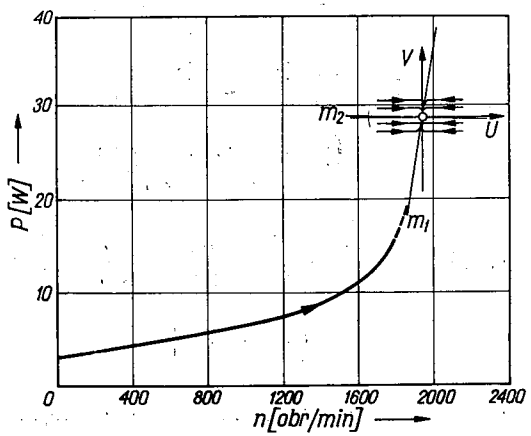
$$m_1 = \frac{\lambda_1 - a}{b}, \tag{50}$$

dla $t \to -\infty$

$$m_2 = \frac{\lambda_2 - a}{b} \tag{51}$$

są równe: $m_1 = 0{,}14; \quad m_2 = 23{,}3 \cdot 10^{-5}$.

Wobec dużej różnicy wartości pierwiastków λ_1 i λ_2 tory fazowe w pobliżu punktu osobliwego są zgodne z asymptotami [2].
Wykres (rys. 28) podaje tor fazowy na płaszczyźnie n, P wyznaczony metodą numeryczną, a także punkt osobliwy z rodziną torów fazowych.



Rys. 28. Przebieg rozruchu na płaszczyźnie fazowej wyznaczony metodą numeryczną oraz punkt osobliwy z rodziną torów fazowych

Na wykresie uwidoczniono drogę punktu opisującego w czasie rozruchu oraz po wytrąceniu układu z punktu równowagi.

Szukając odpowiedzi na pytanie, czy w układzie możliwy jest ruch oscylacyjny wokół punktu osobliwego założono, że moment bezwładności J^* może być zmieniany w szerokich granicach. Drgania tłumione powstaną wówczas, gdy pierwiastki charakterystyczne występują w postaci liczby zespolonej sprzężonej z ujemną częścią rzeczywistą. Założenie powyższe jest uzależnione od spełnienia warunków

$$-[a(J^*) + d]^2 > 4[b(J^*)c - ad], \tag{52}$$

$$a(J^*) + d < 0, \tag{53}$$

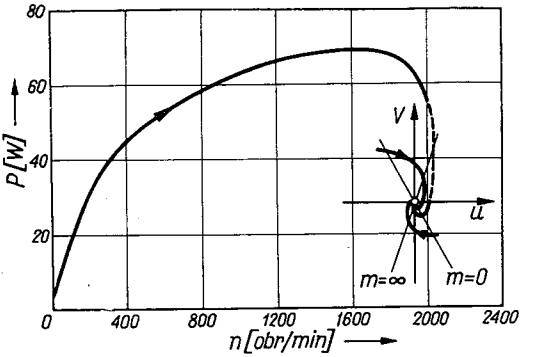
gdzie: $a(J^*)$ oraz $b(J^*)$ są podane w wyrażeniach (45), (46).
Przy założeniu, że wszystkie inne parametry układu pozostają niezmienione, otrzymuje się w wyniku warunek

$$0{,}00934 < J^* < 0{,}17566.$$

Wykres (rys. 29) podaje przebieg rozruchu na płaszczyźnie fazowej, przy zwiększonym momencie bezwładności ($J^* = 0{,}01$) oraz rodzinę torów fazowych w pobliżu punktu osobliwego. Znaleziony za pomocą metody

numerycznej tor punktu opisującego na płaszczyźnie fazowej ma charakter przybliżony z uwagi na konieczność ekstrapolacji funkcji $R(P)$ i $T(P)$. Z wykresu wynika, że zwiększenie momentu bezwładności układu spowodowałoby przegrzanie termistorów w czasie rozruchu.

Rozważania wykazały, że dla pewnych parametrów układu możliwe jest otrzymanie oscylacji tłumionych w pobliżu stanu ustalonego. Tor fazowy tworzy wtedy tzw. ognisko stabilne. Oscylacje prądu i prędkości



Rys. 29. Przebieg rozruchu przy zwiększonym momencie bezwładności

obrotowej mają (dla układu o założonych parametrach) bardzo małą amplitudę. Drgania występują w pobliżu stanu ustalonego po długim czasie od chwili włączenia napięcia. Nieregularne oscylacje otrzymane z maszyny analogowej (rys. 25) są więc wynikiem błędnej pracy maszyny. Błędy występują wtedy, gdy moc rozpraszana przez termistory osiąga znaczną wartość odpowiadającą bardzo niskiej (w stosunku do wartości początkowej) oporności termistorów. Wskazuje to, że błędy rozwiązania pochodzą przede wszystkim z przetwornika nieliniowego maszyny odtwarzającego charakterystykę $R(P)$.

9. HAMOWANIE DYNAMICZNE SILNIKA Z UŻYCIEM OPORNIKA TERMISTOROWEGO

Hamowanie dynamiczne odpowiada pracy prądnicowej silnika obciążonego opornikiem. Opornik, którym jest rozrusznik silnika, jest zwykle zwierany ręcznie, stopniowo, w miarę zmniejszania się prędkości obrotowej silnika. Zmniejszanie się oporności termistorów na skutek nagrzewania prądem obciążenia może być wykorzystane do celów hamowania dynamicznego.

Do zbadania przebiegu hamowania z opornikiem termistorowym wykonano obliczenia metodą numeryczną. W miejsce opornika przyjęto uprzednio opisany rozrusznik termistorowy. Założono moment bezwładności $J = 0{,}001$, $M_{op} = 0{,}06 = \text{const}$. Wartości pozostałych parametrów układu nie zmieniano.

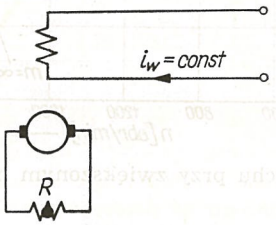
Równania różnicowe opisujące przebieg hamowania otrzymano z równań stanu nieustalonego (16), (17), (18) uwzględniając, że napięcie źródła jest równe zeru.

$$\Delta P_{j+1} = \frac{i_j^2 R(P_j) - P_j}{T(P_j)} \Delta t, \tag{54}$$

$$\Delta n_{j+1} = -\frac{k_1 i_j + M_{op}(n_j)}{J^*} \Delta t, \tag{55}$$

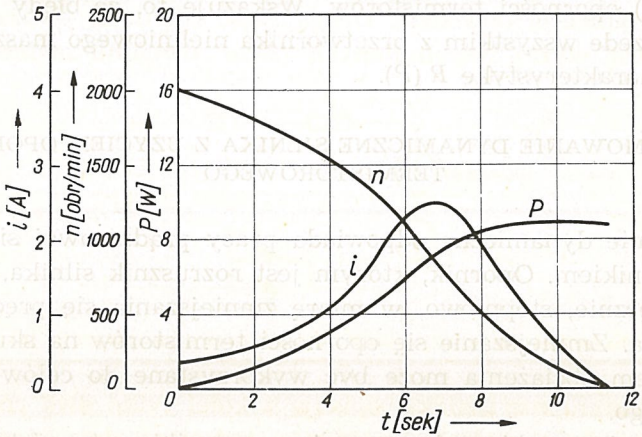
$$i_j = \frac{-k_2 n_j}{r + R(P_j)}. \tag{56}$$

W chwili początkowej ($t = 0$) prędkość obrotowa jest równa n_0, moc rozpraszana $P_0 = 0$.



Rys. 30. Układ połączeń hamowania dynamicznego z wykorzystaniem opornika termistorowego

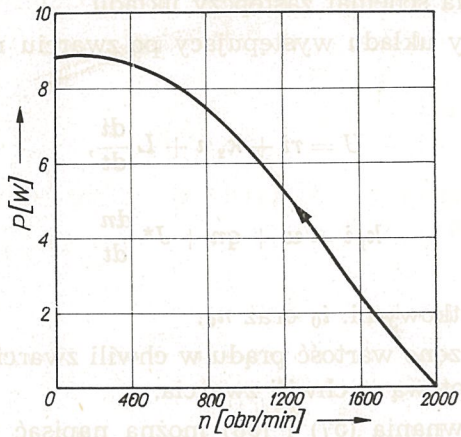
W przykładowym obliczeniu założono: $n_0 = 2000$ obr/min, $P_0 = 0$. Wyniki obliczeń uzyskane za pomocą metody numerycznej przedstawiono na wykresie (rys. 31).



Rys. 31. Hamowanie dynamiczne z opornikiem termistorowym

Wykres zamieszczony na rys. 31 podaje przebieg czasowy prądu, prędkości obrotowej i mocy rozpraszanej przez termistory; wykres następny (rys. 32) — tor punktu opisującego na płaszczyźnie fazowej. Z powyż-

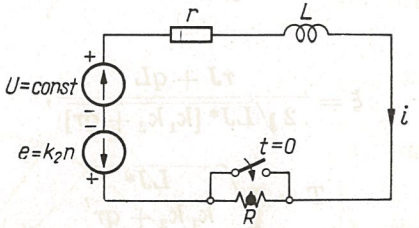
szych wykresów wynika, że opornik termistorowy nie jest właściwie dobrany do założonego układu napędowego. Prąd, a więc i moment hamujący zmienia się w szerokich granicach, czas hamowania trwa długo. Przykładowe obliczenie wykazało jednak, że zastosowanie termistorów do hamowania dynamicznego jest w zasadzie możliwe.



Rys. 32. Hamowanie dynamiczne silnika z opornikiem termistorowym. Tor punktu opisującego na płaszczyźnie fazowej

10. STAN NIEUSTALONY UKŁADU PO ZWARCIU ROZRUSZNIKA

Z dotychczasowych rozważań wiadomo, że okres rozruchu silnika można podzielić na trzy części. Pierwszą część rozruchu, gdy wirnik jest nieruchomy, opisują dwa równania: równanie bilansu mocy termistorów i spadków napięć w obwodzie. Drugą część rozruchu — trzy równania, w tym oprócz wyżej wspomnianych także równanie momentu. Trzecią



Rys. 33. Schemat zastępczy stanu nieustalonego po zwarciu termistorów

część, po zwarciu rozrusznika, opisują z kolei tylko dwa równania: momentów i spadków napięć. Uprzednio omówione dwa pierwsze okresy stanu przejściowego rozruchu można przewidzieć stosując metodę numeryczną lub wykorzystując maszynę analogową. Równania okresu trzeciego można rozwiązać także analitycznie. Rozwiązanie to jest przedmiotem rozważań niniejszego rozdziału. Podana poniżej analiza równań od-

nosi się także do stanu przejściowego występującego po zwarciu jednego stopnia rozrusznika konwencjonalnego.

Opisano dalej sposób wyznaczania przebiegu stanu nieustalonego przy założeniu, że moment oporowy układu jest równy $M_{op} = w + qn$ oraz, że indukcyjność L wirnika jest stała i niezależna od prądu. Niżej podany rysunek przedstawia schemat zastępczy układu.

Stan nieustalony układu występujący po zwarciu rozrusznika opisują dwa równania

$$U = ri + k_2 n + L\frac{di}{dt}, \tag{57}$$

$$k_1 i = w + qn + J^* \frac{dn}{dt} \tag{58}$$

z warunkami początkowymi: i_0 oraz n_0.

Symbolem i_0 oznaczono wartość prądu w chwili zwarcia opornika ($t = 0$), n_0 — prędkość obrotową w chwili zwarcia.

Wymienione równania (57) i (58) można napisać w formie operatorowej

$$\frac{U - Li_0 s}{s} = [r + Ls]\, I(s) + k_2 N(s), \tag{59}$$

$$\frac{-w + J^* n_0 s}{s} = -k_1 I(s) + [q + J^* s]\, N(s). \tag{60}$$

Transformata prędkości obrotowej w postaci znormalizowanej jest równa

$$N(s) = n_u \frac{T_1^2 s^2 + 2\xi_1 T_1 s + 1}{s[T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}, \tag{61}$$

gdzie:

$$\xi = \frac{rJ + qL}{2\sqrt{LJ^*[k_1 k_2 + qr]}}, \tag{62}$$

$$T = \sqrt{\frac{LJ^*}{k_1 k_2 + qr}}, \tag{63}$$

$$n_u = \frac{Uk_1 - wr}{k_1 k_2 + qr}, \tag{64}$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{LJ^* n_0}{Uk_1 - wr}}, \tag{65}$$

$$\xi_1 = \frac{rJ^* n_0 - wL + Li_0 k_1}{2\sqrt{LJ^* n_0 [Uk_1 - wr]}}. \tag{66}$$

Dokonując przekształcenia odwrotnego otrzymuje się szukaną funkcję prędkości obrotowej. Rozwiązanie może przybierać różną postać w zależności od wartości stopnia tłumienia ξ.
Jeśli $\xi > 1$,

$$n(t) = n_u\left\{1 - \exp\left(-\frac{\xi}{T}t\right)\left[\frac{\xi(T_1^2 + T^2) - 2\xi_1 T_1 T}{T^2\sqrt{\xi^2 - 1}}\sinh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T}t\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \left[1 - \left(\frac{T_1}{T}\right)^2\right]\cosh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T}t\right)\right]\right\}; \tag{67}$$

jeśli $\xi < 1$,

$$n(t) = n_u\left\{1 - \exp\left(-\frac{\xi}{T}t\right)\left[\frac{\xi(T_1^2 + T^2) - 2\xi_1 T_1 T}{T^2\sqrt{1 - \xi^2}}\sin\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T}t\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \left[1 - \left(\frac{T_1}{T}\right)^2\right]\cos\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T}t\right)\right]\right\}; \tag{68}$$

jeśli $\xi = 1$,

$$n(t) = n_u\left\{1 - \exp\left(-\frac{\xi}{T}t\right)\left[\frac{\xi(T_1^2 + T^2) - 2\xi_1 T_1 T}{T^3}t + 1 - \left(\frac{T_1}{T}\right)^2\right]\right\}. \tag{69}$$

Transformata prądu jest równa

$$I(s) = i_u\frac{T_2^2 s^2 + 2\xi_2 T_2 s + 1}{s[T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}, \tag{70}$$

gdzie:

$$T_2 = \sqrt{\frac{LJ^* i_0}{qU + wk_2}}, \tag{71}$$

$$\xi_2 = \frac{UJ^* + qLi_0 - J^* n_0 k_2}{2\sqrt{LJ^* i_0[qU + wk_2]}}, \tag{72}$$

$$I_u = \frac{qU + wk_2}{k_1 k_2 + qr}. \tag{73}$$

Współczynniki występujące w mianowniku transformat (61) i (70) są identyczne.

Prąd w funkcji czasu ma postać analogiczną do prędkości obrotowej Jeśli $\xi > 1$,

$$i(t) = i_u\left\{1 - \exp\left(-\frac{\xi}{T}t\right)\left[\frac{\xi(T_2^2 + T^2) - 2\xi_2 T_2 T}{T^2\sqrt{\xi^2 - 1}}\sinh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T}t\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \left[1 - \left(\frac{T_2^2}{T}\right)^2\right]\cosh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{T}t\right)\right]\right\}; \tag{74}$$

jeśli $\xi < 1$,

$$i(t) = i_u \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\xi}{T} t \right) \left[\frac{\xi (T_2^2 + T^2) - 2\xi_2 T_2 T}{T^2 \sqrt{1 - \xi^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T} t \right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \left[1 - \left(\frac{T_2}{T} \right)^2 \right] \cos\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T} t \right) \right] \right\}; \tag{75}$$

jeśli $\xi = 1$,

$$i(t) = i_u \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\xi}{T} t \right) \left[\frac{\xi (T_2^2 + T^2) - 2\xi_2 T_2 T}{T^3} \cdot t + 1 - \left(\frac{T_2}{T} \right)^2 \right] \right\}. \tag{76}$$

Podane funkcje czasowe wskazują, że zależnie od parametrów układu przebieg prądu jak i prędkości obrotowej silnika po zwarciu rozrusznika może mieć charakter aperiodyczny lub oscylacji tłumionych.

ZAKOŃCZENIE

Rozważania, obliczenia i wyniki badań doświadczalnych zawarte w pracy pozwalają ocenić zakres zastosowań termistorów do rozruchu silników prądu stałego.

Rozruszniki termistorowe mogą być stosowane przy zachowaniu trzech głównych warunków: a) odstęp czasu między poszczególnymi rozruchami nie może być krótszy od minimalnego, potrzebnego do ochłodzenia termistorów, b) moment obciążenia silnika w każdym cyklu pracy powinien być jednakowy oraz c) temperatura otoczenia nie może ulegać większym zmianom.

Zaletą opornika termistorowego jest płynny, bez przeciążeń przebieg rozruchu oraz łatwość sterowania zdalnego.

Projektowanie rozrusznika jest pracochłonne, gdyż wymaga kilkakrotnych obliczeń stanu nieustalonego w celu dobrania odpowiednich parametrów rozrusznika.

Mimo poważnych zalet zakres zastosowania rozruszników termistorowych ogranicza się do przypadków specjalnych. Zdaniem autora rozruch silników asynchronicznych powinien być dalszym rozszerzeniem tematu.

Autor składa podziękowania prof. drowi P. Nowackiemu za umożliwienie wykonania pracy, doc. drowi R. Ładzińskiemu za sugestie dotyczące analizy jakościowej oraz mgrowi inż. A. Krzyckiemu za wykonanie obliczeń na maszynie analogowej.

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

WYKAZ LITERATURY

1. Björk N., Davidson R.: Small Signal Behaviour of Directly Heated Thermistors. A Study of Thermistors Circuits. 2. Acta Polyt. 1955, nr 186.
2. Cunningham W. J.: Introduction to Nonlinear Analysis. New York 1958, s. 85—120.
3. Ekelöf S., Björk N., Davidson R.: Large Signal Behaviour of Directly Heated Thermistors. A Study of Thermistors Circuits. 3. Acta Polyt. 1957, nr 216.
4. Ekelöf S., Kihlberg G.: Theory of the Thermistor as an Electric Circuit Element. A Study of Thermistors Circuit. 1.
5. Feldbaum A. A.: Układy elektryczne regulacji automatycznej. Warszawa 1958, s. 455.
6. Jabłoński A.: Rozruszniki termistorowe. — Prace Inst. Elektr. R. 3., 1954, z. 1 (9), s. 51—60.
7. Meyer-Hartwig E., Federspiel H.: Über den Aufbau, die Regelwirkung und die Anwendung von Heissleitern. — Bull. Schweiz. Elektrotechn. Ver. Bd. 42 (1951), nr 5, s. 135—142.
8. Müller G. W.: Ausgleichwiderstände aus Urandioxyd zum Anlassen von Motoren und zur Unterdrückung von Einschalt-Überströmen. — AEG-Mitteilungen. 1934, heft 8, s. 267—270.
9. Schuisky W.: Elektromotoren. Wien 1951, s. 150—151.
10. Smith O. J. M.: Thermistors. Part 1. Static Characteristics. Part 2. Dynamic Characteristics. — Rev. Scient. Instr. 1950, vol. 21, nr 4, s. 344—350; 351—356.
11. Willingen P. C. van der: Selbsttätige Anlasswiderstände (Starto-Röhren). — Philips Techn. Rundschau. Jahr. 1: 1936, heft 7, s. 205—210.

S. TOPIŃSKI

THERMISTOR STARTERS IN CIRCUITS OF D.C. MOTORS

Summary

The paper deals with an analysis of starting d.c. motors with a thermistor starter in the circuit, and presente the methods of computing transient states of the system. The performed experiments and computations and the analysis carried out concerns, above all, the driving system with a separately excited motor. For systems with a shunt and series motor, equations and methods of solution were given. The way of determining the equation parameters of the transient state was described, and experimental results obtained when examining the system of a 0.75 kW separately excited motor. For the experimental set up, equations of starting and solutions were given. The solution was obtained by means of a numerical method and an analogue computer. Additionally performed computations permitted to obtain an exemplary process of dynamic braking with a thermistor.

The included in the paper qualitative analysis of dynamics of a starting system enables to check the results. The methods of determining the singular point were presented in the analysis, and also the way of determining the phase trajectory in the neighborhood of the singular point.

In the final chapter, the transient state of the system following short circuiting of the starter was analysed.

Considerations, computations, and results of experimental investigations allow to appreciate the range of applications of thermistors for starting d.c. motors.

Thermistor starters may be applied when three main conditions are satisfied: a) the interval between successive startings cannot be shorter than the minimum, required to cool the thermistors, b) load moment of the motor in each working cycle should be the same, and c) the temperature of environment cannot undergo any considerable changes.

The advantage of the thermistor consists in a fluent, with no overload starting, and the facility of remote control. In spite of considerable advantages, however, the range of application of thermistor starters in d.c. motors is limited to special cases.

621.365.23

FRANCISZEK SONDIJ

Wyznaczanie podstawowych wielkości elektrycznych i wymiarów pieców redukcyjnych oporowo-łukowych

Rękopis dostarczono 30.11.1962

Praca zawiera analizę porównawczą trzech metod obliczania podstawowych wielkości i wymiarów pieców redukcyjnych oporowo-łukowych. Przeanalizowano metodę stałych współczynników obliczeniowych, metodę stałości iloczynu oporności wsadu przez średnicę elektrody oraz metodę podobieństwa geometrycznego. Wzory znamienne dla każdej z wymienionych metod sprowadzono do postaci porównywalnych. Przy pomocy uzyskanych wzorów wykonano porównawcze przeliczenia podstawowych wielkości elektrycznych i wymiarów pieców karbidowych o mocach od 2 MW do 10 MW.

1. WSTĘP

Piece redukcyjne są stosowane w redukcyjnych procesach technologicznych, w wyniku których otrzymuje się m. in. karbid oraz żelazo-stopy. Charakteryzują się one tym, że ich elektrody podczas pracy pieca są stale zanurzone we wsadzie. Piece te są nazywane piecami oporowo-łukowymi ze względu na to, że ciepło jest w nich wydzielane zarówno przez łuk, jak i na skutek przepływu prądu przez składniki wsadu, tworzące na drodze prądu opór elektryczny.

Piece oporowo-łukowe są budowane zarówno jako piece jednofazowe, jak również jako piece trójfazowe. Kadzie robocze pieców trójfazowych są konstruowane w postaci bądź to okrągłej, bądź też podłużnej eliptycznej lub prostokątnej. W piecach o kadziach prostokątnych stosuje się elektrody o przekrojach prostokątnych. Moce pieców oporowo-łukowych sięgają kilkudziesięciu MW. Szczególnie wielkie moce występują w piecach karbidowych.

Praca niniejsza jest poświęcona metodom wyznaczania podstawowych wielkości i wymiarów elektrycznych pieców oporowo-łukowych.

Wymienione metody będą omówione w odniesieniu do pieców o kadziach okrągłych.

Można obecnie wyodrębnić trzy różne metody obliczeniowe pieców oporowo-łukowych:

a) metodę stałych współczynników obliczeniowych,

b) metodę stałości iloczynu oporności wsadu przez średnicę elektrody,
c) metodę podobieństwa geometrycznego.
Wymienione metody obliczeniowe będą omówione kolejno.

2. METODA STAŁYCH WSPÓŁCZYNNIKÓW OBLICZENIOWYCH

Metoda stałych współczynników obliczeniowych jest metodą stosowaną dość powszechnie przy projektowaniu i obliczaniu różnego rodzaju urządzeń. W metodzie tej przyjmuje się dopuszczalne wartości obciążeń poszczególnych elementów projektowanego urządzenia umożliwiające jego zwymiarowanie.

Przy projektowaniu pieca redukcyjnego tą metodą stosuje się następujące współczynniki obliczeniowe:

i_k — gęstość powierzchniowa prądu pod elektrodą na dnie „strefy reakcji" pieca,
i_e — gęstość powierzchniowa prądu w elektrodzie,
p_k — gęstość objętościowa mocy w „strefie reakcji",
S_g — powierzchnia przypadająca na jednostkę mocy warunkująca wydzielanie się gazów z kadzi pieca,
S_e — powierzchnia walcowa przypadająca na jednostkę prądu.

M. Gros [1] podał wartości wymienionych współczynników. Pewne zmiany w tych wartościach wprowadził L. Stasi [2]. Przyjął on dla pieca karbidowego następujące wartości współczynników obliczeniowych:

$i_k = 1$ [A/cm²]
$i_e = 6$ [A/cm²] dla elektrod Soederberga
$i_e = 8$ [A/cm²] dla elektrod węglowych
$p_k = 270$ [W/dcm³]
$S_g = 1{,}25$ [m²/1000 kW]
$S_e = 1{,}30$ [cm²/A]

Poza tym L. Stasi przyjmuje, że wysokość h „strefy reakcji" jest równa jej średnicy d, a więc $h = d$.

Przyjmując jako wielkość wyjściową przypadającą na jedną fazę moc P wydzielaną w kadzi pieca, wyznacza się, w oparciu o podane współczynniki, podstawowe wielkości elektryczne i wymiary dla układu jednofazowego.

W rozpatrywanym przypadku zostaną wyznaczone: średnica „strefy reakcji", średnica elektrody, natężenie prądu, napięcie w kadzi i napięcie fazowe transformatora. Wzory umożliwiające wyliczenie wymienionych wielkości będą przedstawione w funkcji wielkości wejściowej, a więc w funkcji mocy P wydzielanej w kadzi.

a) Średnica „strefy reakcji" d

Wielkość tę otrzymuje się na podstawie współczynnika p_k przy założeniu, że wysokość „strefy reakcji" jest równa jej średnicy. Ze związku

$$\frac{\pi d^3}{4} = \frac{P}{p_k}$$

otrzymuje się

$$d = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}\frac{1}{p_k}} P^{\frac{1}{3}}. \tag{1}$$

b) Natężenie prądu I

Wielkość tę oblicza się na podstawie wyznaczonej już średnicy „strefy reakcji" i współczynnika i_k. Ze związku

$$I = \frac{\pi d^2}{4} i_k$$

przy uwzględnieniu zależności (1) otrzymuje się

$$I = \sqrt[3]{\frac{\pi}{4} i_k^3 \frac{1}{p_k^2}} P^{\frac{2}{3}}. \tag{2}$$

c) Napięcie w kadzi U

Wielkość tę wyznacza się ze związku

$$U = \frac{P}{I},$$

przy czym przy uwzględnieniu zależności (2) otrzymuje się

$$U = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}\frac{1}{i_k^3} p_k^2} P^{\frac{1}{3}}. \tag{3}$$

d) Średnica elektrody d_e

Z zależności

$$I = \frac{\pi d_e^2}{4} i_e,$$

w której i_e jest znanym współczynnikiem obliczeniowym, otrzymuje się przy uwzględnieniu (2) średnicę elektrody. Wyznacza ją związek

$$d_e = \sqrt[6]{\frac{\pi^2}{4^2}\left(\frac{i_k}{i_e}\right)^2 \frac{1}{p_k^2}} P^{\frac{1}{3}} \tag{4}$$

e) Napięcie fazowe transformatora U_T

Napięcie fazowe transformatora wyznacza się na podstawie napięcia w kadzi pieca przy założeniu określonego współczynnika mocy $\cos\varphi$ oraz sprawności elektrycznej pieca η. Napięcie to wyznacza się ze związku

$$U_T = \frac{U}{\eta \cos\varphi}$$

Uwzględniając zależność (3) otrzymuje się

$$U_T = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}\frac{1}{i_k^3}p_k^2\frac{1}{\eta^3}\frac{P^{\frac{1}{3}}}{\cos\varphi}}. \tag{5}$$

Może być również pożyteczne wyrażenie napięcia U_T w funkcji mocy transformatora P_T. Wprowadzenie do wzoru mocy transformatora zamiast mocy wydzielanej w kadzi pieca nie nastręcza trudności. Z uwagi na związek

$$P = \eta P_T$$

otrzymuje się

$$U_T = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}\frac{1}{i_k^3}p_k^2\frac{1}{\eta^2}\frac{P_T^{\frac{1}{3}}}{\cos\varphi}}. \tag{5a}$$

Wyznaczone wzory mają charakter ogólny. Przy znanych współczynnikach obliczeniowych pieca przeznaczonego do określonego procesu technologicznego umożliwiają one wyliczenie podstawowych wielkości i wymiarów pieca.

Przykładowo we wzorach (1), (2), (3), (4), (5) wprowadzamy w miejsce współczynników obliczeniowych wyrażonych liczbami ogólnymi ich dopuszczalne wartości [2] stosowane dla pieców karbidowych. Przyjmujemy również, że sprawność elektryczna pieca $\eta = 0{,}85$.

Dla przypadku tego otrzymujemy

$$d = 1{,}68\,P^{\frac{1}{3}}\ [\mathrm{cm}], \tag{1a}$$

$$I = 2{,}20\,P^{\frac{2}{3}}\ [\mathrm{A}], \tag{2a}$$

$$U = 0{,}45\,P^{\frac{1}{3}}\ [\mathrm{V}], \tag{3a}$$

$$d_e = 0{,}70\,P^{\frac{1}{3}}\ [\mathrm{cm}], \tag{4a}$$

$$U_T = 0{,}50\,\frac{1}{\cos\varphi}P^{\frac{1}{3}}\ [\mathrm{V}]. \tag{5a}$$

Powyższe związki wyrażają wartości d, I, U, d_e, U_T, jakie należy przyjąć przy projektowaniu pieca karbidowego o elektrodzie Soederberga, jeśli moc wydzielana w kadzi pieca ma wynosić P [W].

Przyjęte w obliczeniach współczynniki obliczeniowe są liczbami dyktowanymi przez praktykę. Współczynniki te warunkują właściwe zwymiarowanie pieca oraz dobór właściwej wartości prądu i napięcia.

3. METODA STAŁOŚCI ILOCZYNU OPORNOŚCI WSADU PRZEZ ŚREDNICĘ ELEKTRODY

Podstawą wymienionej metody obliczeniowej jest stwierdzona empirycznie przez F. V. Andreae [3] zależność między opornością wsadu i średnicą elektrody.

Doświadczenie wykazuje, że w piecach redukcyjnych jednakowego typu, w których odbywa się jednakowy proces technologiczny, przy zastosowaniu jednakowych surowców, iloczyn oporności pomiędzy czołem elektrody i dnem kadzi przez średnicę elektrody jest wielkością stałą. Zależność tę zapisuje się w postaci

$$K = \pi d_e \frac{U}{I}, \tag{6}$$

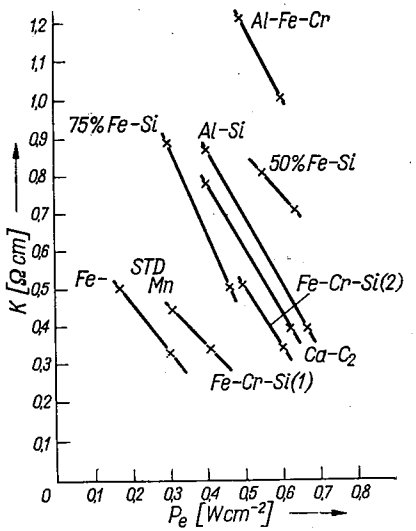
przy czym

d_e [cm] oznacza średnicę elektrody,

U [V] oznacza napięcie w kadzi,

I [A] oznacza natężenie prądu w elektrodzie.

Wielkość K mierzy się, jak widać, w [Ω cm]. Wielkość ta ma zatem charakter oporności właściwej. Zależność (6) można również uzyskać na drodze analitycznej przy wyznaczaniu spadku napięcia pomiędzy powierzch-



Rys. 1

nią czołową elektrody i dnem kadzi. Zakłada się przy tym, że powierzchnia czołowa elektrody stykająca się ze wsadem jest kulista, że powierzchnie ekwipotencjalne w kadzi są również kuliste i koncentryczne z powierzchnią czołową elektrody i poza tym, że odległość powierzchni czoła elektrody od dna kadzi jest znaczna w stosunku do promienia kulistej powierzchni czołowej elektrody. Założenie ostatnie umożliwia wprowadzenie w obliczeniach uproszczenia i osiągnięcie zależności (6).

Liczbę K w funkcji gęstości powierzchniowej p_e mocy w przekroju elektrody wyznaczył doświadczalnie dla pieców różnych wielkości, przeznaczonych do różnych procesów technologicznych M. W. M. Kelly [4]. Wyniki uzyskane przez Kelly'ego podano na wykresie na rys. 1.

W przypadku obliczania pieca karbidowego o elektrodzie ciągłej liczbę K podaną na wykresie należy przyjmować w granicach 0,475—0,550.

Podane na wykresie przebiegi liczby K dla poszczególnych procesów technologicznych charakteryzują pracę pieca przy różnych obciążeniach elektrycznych elektrody. Elektrody powinny być wykorzystane pod względem elektrycznym maksymalnie. Miarą elektrycznego wykorzystania elektrody jest gęstość przepływającego przez nią natężenia prądu. Gęstość ta jest ograniczona dopuszczalnym nagrzewaniem się elektrody.

Dla pieców o elektrodach węglowych dopuszczalną gęstość prądu w elektrodzie określa związek

$$i_e = \frac{61{,}7574}{\sqrt{d_e}} \text{ [A/cm}^2\text{]}.$$

Związek ten można wyprowadzić ze stanu równowagi cieplnej elektrody, w czasie którego ciepło wytworzone w elektrodzie jest równe ciepłu oddanemu z jej powierzchni do otoczenia.

Dla elektrod Soederberga Paschkis [5] zaleca przyjmowanie gęstości prądu w elektrodzie niezależnie od jej średnicy. Zaleca on

$$i_e = 4 \div 5 \text{ [A/cm}^2\text{]}$$

dla elektrod w płaszczu z blachy żelaznej oraz

$$i_e = \text{do ok. } 10 \text{ [A/cm}^2\text{]}$$

dla elektrod w płaszczu z blachy aluminiowej.

Gęstość prądu w elektrodzie, z uwagi na to, że warunkuje ona właściwe wykorzystanie elektrody, jest — poza zależnością (6) — drugim czynnikiem mającym wpływ na obliczanie wielkości elektrycznych i wymiarowanie pieca przy zastosowaniu rozpatrywanej metody.

Przy pomocy omawianej metody kolejno wyznaczymy wzory ogólne, umożliwiające obliczenie średnicy elektrody, napięcia w kadzi pieca, natężenia prądu i napięcia fazowego.

Liczbowymi wielkościami obliczeniowymi wyjściowymi są: moc P wydzielana w kadzi pieca i właściwa dla danego procesu technologicznego liczba K oraz odpowiadająca tej liczbie gęstość powierzchniowa p_e mocy w przekroju elektrody.

Otrzymujemy kolejno:

a) Średnica elektrody d_e

Ze związku

$$P = \frac{\pi d_e^2}{4} p_e$$

otrzymuje się

$$d_e = \sqrt{\frac{4}{\pi p_e}} P^{-\frac{1}{2}}. \tag{7}$$

b) Napięcie w kadzi pieca U

Ze wzoru (6) z uwzględnieniem zależności (7) otrzymuje się oporność między powierzchnią czołową elektrody i dnem kadzi pieca. Oporność ta wyraża się zależnością

$$R = \frac{U}{I} = \frac{K}{\pi d_e} = \sqrt{\frac{K^2 p_e}{4\pi}}\, P^{-\frac{1}{2}}. \tag{8}$$

Z kolei ze związku

$$P = \frac{U^2}{R}$$

z uwzględnieniem zależności (8) otrzymuje się wzór na napięcie w kadzi pieca. Wzór ten ma postać

$$U = \sqrt[4]{\frac{K^2 p_e}{4\pi}}\, P^{\frac{1}{4}}. \tag{9}$$

c) Natężenie prądu w kadzi pieca I.

Wielkość tę wyznaczono ze związku

$$I = \frac{U}{R}.$$

Uwzględniając zależności (8) i (9) otrzymuje się z kolei

$$I = \sqrt[4]{\frac{4\pi}{K^2 p_e}}\, P^{\frac{3}{4}}. \tag{10}$$

d) Napięcie fazowe transformatora U_T

Ze znanych wartości napięcia w kadzi (9), współczynnika mocy $\cos\varphi$ i sprawności elektrycznej η, otrzymuje się podobnie jak w metodzie stałych współczynników obliczeniowych

$$U_T = \sqrt[4]{\frac{K^2 p_e}{4\pi\eta^3}}\, \frac{P^{\frac{1}{4}}}{\cos\varphi} \tag{11}$$

lub też po wprowadzeniu do powyższego wzoru mocy transformatora P_T zamiast mocy P wydzielanej w kadzi pieca

$$U_T = \sqrt[4]{\frac{K^2 p_e}{4\pi\eta^4}}\, \frac{P_T^{\frac{1}{4}}}{\cos\varphi}. \tag{11a}$$

e) Gęstość prądu w elektrodzie i_e

Na podstawie wyznaczonych wielkości I oraz d_e sprawdza się z kolei gęstość i_e prądu w elektrodzie. Gęstość ta powinna spełniać następujące warunki:

dla elektrod węglowych powinno zachodzić

$$\frac{UI}{\pi d_e^2} \leqslant \frac{61{,}7574}{\sqrt{d_e}}, \tag{12}$$

natomiast dla elektrod Soederberga

$$\frac{4I}{\pi d_e^2} \leqslant i_e, \tag{13}$$

przy czym wartość i_e dobiera się w zależności od rodzaju blach obejmujących elektrody.

Wyznaczenie wielkości elektrycznych i wymiarów pieca redukcyjnego przy zastosowaniu metody stałości iloczynu oporności wsadu przez średnicę elektrody, a więc metody $Rd_e = \text{const}$, jest operacją wymagającą w zasadzie wielokrotnego powtarzania rachunków. Konieczne jest wyznaczenie szukanych wielkości elektrycznych i wymiarów dla kilku odpowiadających sobie par liczb K oraz p_e i w końcu przyjęcie tych wielkości elektrycznych i wymiarów, dla których zostaje spełniona zależność (12), jeśli projektowany piec ma elektrody węglowe, lub też (13), jeśli projektuje się piec o elektrodach Soederberga.

Jeśli w podanych nierównościach, określających górne dopuszczalne gęstości prądu, wprowadzimy w miejsce prądu I oraz średnicy elektrody d_e ich odpowiedniki wyrażone zależnościami (10) i (7), to otrzymamy dla elektrod węglowych

$$\frac{p_e}{K} \leqslant 0{,}9535, \tag{14}$$

natomiast dla elektrod Soederberga

$$P \geqslant 4\pi \frac{p_e^3}{i_e^4 K^2}. \tag{15}$$

Zależność (14) dzięki temu, że podaje optymalną wartość stosunku p_e do K, umożliwia szybkie przeprowadzenie rachunków przy projektowaniu pieca redukcyjnego o elektrodach węglowych.

Zależność (15) wyznacza dolną granicę mocy P, na którą piec o elektrodach Soederberga może być wymiarowany przy zastosowaniu omawianej metody obliczeniowej. Przy mocach niższych od wyznaczonych zależnością (15) gęstość prądu w elektrodach przekroczy dopuszczalną granicę.

Wszystkie podane wzory na obliczanie poszczególnych wielkości elektrycznych i wymiarów są wzorami ogólnymi, mogą one być stosowane przy projektowaniu pieców redukcyjnych przeznaczonych do różnych procesów technologicznych. Przy stosowaniu wymienionych wzorów konieczna jest znajomość liczb K oraz p_e, charakterystycznych dla danego procesu technologicznego.

W celu porównania wyników, jakie uzyskuje się przy stosowaniu omawianej metody obliczeniowej z wynikami uzyskiwanymi przy zastosowaniu metody stałych współczynników, wprowadzimy we wzorach (7), (9), (10) i (11) w miejsce liczb ogólnych K, p_e oraz i_e graniczne wartości szczegółowe tych liczb. Przyjmijmy również, ze względów po-

równawczych, że wyznaczane wielkości odnoszą się do pieca karbidowego o elektrodach Soederberga oraz że sprawność elektryczna pieca wynosi $\eta = 0{,}85$.

Otrzymujemy kolejno:

$$F = (5{,}5 - 5{,}3)\,10^{-1} P^{\frac{3}{4}} \quad [\mathrm{A}], \tag{10a}$$

$$U = (1{,}82 - 1{,}92)\,P^{\frac{1}{4}} \quad [\mathrm{V}], \tag{9a}$$

$$d_e = (4{,}6 - 4{,}8)\,10^{-2} P^{\frac{1}{2}} \quad [\mathrm{cm}], \tag{7a}$$

$$U_T = (2{,}06 - 2{,}17)\,10^{-1} \frac{1}{\cos\varphi} P^{\frac{1}{4}} \quad [\mathrm{V}]. \tag{11a}$$

Uzyskane formuły obliczeniowe (2a), (3a), (4a) — dla metody stałych współczynników, oraz wzory (10a), (9a) i (7a), (11a) — dla metody stałości iloczynu Rd_e, umożliwiają porównanie obu metod pod względem uzyskiwanych wyników.

Porównanie przeprowadzimy dla zakresu mocy od 2 do 10 MW. Przy wyznaczaniu wartości I, U, d_e metodą stałej wartości iloczynu Rd_e uwzględniamy dla uproszczenia wartości średnie, jakie można uzyskać z podanych powyżej formuł obliczeniowych. Otrzymane wyniki zestawiono w postaci tabelarycznej.

Zestawienie porównawcze podstawowych wielkości i wymiarów obliczonych przykładowo dla pieca karbidowego

P [MW]	Wielkości otrzymane metodą stałych współczynników			Wielkości otrzymane metodą stałości iloczynu Rd_e		d_e cm
	I [kA]	U [V]	d_e [cm]	I [kA]	[U V]	
2	35,0	56,7	88	28,7	74,0	67
4	55,6	71,5	116	48,2	88,0	94
6	72,6	81,4	127	66,7	98,3	115
8	88,0	90,0	140	81,3	104,5	133
10	101,8	96,7	150	96,8	111,0	149

Z podanych w powyższej tabeli liczb wynika, że wymiarowanie pieca przeprowadzone w oparciu o metodę stałości iloczynu Rd_e jest nieco oszczędniejsze, ponieważ uzyskuje się mniejsze wymiary elektrody i piec może pracować przy niższych prądach, co z kolei wpływa na dobór transformatora i na wymiarowanie toru wielkoprądowego.

4. METODA PODOBIEŃSTWA GEOMETRYCZNEGO

Metoda wymiarowania pieców na podstawie podobieństwa geometrycznego [5] umożliwia, w oparciu o znane charakterystyczne wielkości pieca

przyjętego za wzorzec, wyznaczenie analogicznych wielkości pieca projektowanego. Podstawowymi wielkościami w metodzie przyjmującej za podstawę wymiarowania podobieństwo geometryczne są liczby stosunkowe charakterystycznych wielkości pieca przyjętego za wzorzec i pieca projektowanego. Można przyjąć w przybliżeniu, że przelotności pieców mają się tak do siebie, jak ich moce wydzielane w kadziach.

Oznaczając wielkości pieca przyjętego za wzorzec wskaźnikiem 1, a pieca projektowanego wskaźnikiem 2 i przyjmując, że stosunek przelotności n obu pieców jest równy stosunkowi mocy P wydzielanych w kadziach, mamy

$$n = \frac{P_2}{P_1}. \tag{16}$$

W zależności od tej liczby będą wyrażone kolejno stosunki innych podstawowych charakterystycznych wielkości pieca.

a) Średnice elektrod d_e

Przyjmujemy jednakowe wykorzystanie elektrod pieców modelowego i projektowanego, pod względem gęstości powierzchniowej mocy w przekrojach elektrod. Zatem z przyjętego założenia

$$\frac{4P_2}{\pi d_{e2}^2} = \frac{4P_1}{\pi d_{e1}^2}$$

otrzymuje się

$$\frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{17}$$

b) Napięcie w kadziach pieców U

Moce dostarczone przez elektrody pieców modelowego i projektowanego wynoszą

$$U_1 I_1 = P_1,$$
$$U_2 I_2 = P_2.$$

Jeśli się przyjmie również, że elektrody pieców mają być optymalnie wykorzystane pod względem termicznym i że w takim przypadku dopuszczalne prądy, wynikające ze stanu równowagi cieplnej elektrod, wynoszą

$$I_1 = \alpha \sqrt{d_{e1}^3}$$

oraz

$$I_2 = \alpha \sqrt{d_{e2}^3}$$

to z powyższych zależności przy uwzględnieniu (18) otrzymuje się

$$\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{4}}. \tag{18}$$

c) Natężenie prądu I

Natężenia prądów określone są związkami

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1}$$

oraz

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2}.$$

Ze związków tych przy uwzględnieniu (18) otrzymuje się

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{3}{4}}. \tag{19}$$

d) Oporność wsadu R

Z zależności

$$P_2 = I_2^2 R_2$$

oraz

$$P_1 = I_1^2 R_1$$

przy uwzględnieniu (19) otrzymuje się

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-\frac{1}{2}}. \tag{20}$$

e) Oporność czynna toru wielkoprądowego r

Oporności te wyznacza się wychodząc z założenia, że elektryczne sprawności pieców mają być jednakowe. W takim przypadku zachodzi

$$\frac{P_2}{P_2 + I_2^2 r_2} = \frac{P_1}{P_1 + I_1^2 r_1},$$

a przy uwzględnieniu (19) otrzymuje się

$$\frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-\frac{1}{2}}. \tag{21}$$

f) Moc strat cieplnych W

Straty cieplne z powierzchni kadzi wyznacza się przy założeniu, że izolacje cieplne pieców utrzymują na ich ścianach jednakowe temperatury. W przypadku takim stosunek mocy strat cieplnych jest proporcjonalny do stosunku powierzchni, z których ciepło jest przekazywane do otoczenia. Ponieważ powierzchnie zewnętrzne kadzi są proporcjonalne do kwadratów ich średnic, a te z kolei są w pewnym stosunku stałym do średnic elektrod, można więc przyjąć, że moce strat cieplnych są proporcjonalne do kwadratów średnic elektrod. Uwzględniając dodatkowo zależność (17) otrzymujemy

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{P_2}{P_1}. \tag{22}$$

Z otrzymanych związków (17), (18), (19), (20), (21) i (22) jest widoczne, że na podstawie znanych wielkości d_{e1}, U_1, I_1, R_1, r_1, W_1 pieca o mocy P_1 przyjętego za model można wyznaczyć analogiczne wielkości d_{e2}, U_2, I_2, R_2, r_2, W_2 pieca projektowanego o mocy P_2, podobnego geometrycznie do pieca przyjętego za model.

Z przedstawionych metod obliczeniowych dwie pierwsze umożliwiają wyznaczenie podstawowych wielkości elektrycznych pieca i wymiarów elektrody na podstawie charakterystycznych wskaźników pieca właściwych dla danej metody obliczeniowej. Wyniki uzyskiwane przy posługiwaniu się metodą stałości iloczynu $R\,d_e$ różnią się nieco od wyników uzyskiwanych przy posługiwaniu się metodą stałych współczynników obliczeniowych, jak to jest widoczne z porównawczego zestawienia, obliczonych przy zastosowaniu obu metod, podstawowych wielkości i wymiarów pieca karbidowego.

Metoda podobieństwa geometrycznego umożliwia projektowanie pieca na podstawie istniejącego modelu przyjętego za wzorzec.

Metoda podobieństwa geometrycznego potwierdza w pewnym stopniu metodę stałości iloczynu $R\,d_e$. Wielkości obliczane zarówno metodą stałości iloczynu $R\,d_e$, jak i metodą podobieństwa geometrycznego są wyrażane w funkcji mocy. We wzorach uzyskanych na podstawie obu wymienionych metod występują moce w jednakowych potęgach.

Ze wzorów uzyskanych przy stosowaniu metody podobieństwa geometrycznego wynika również stałość iloczynu $R\,d_e$.

Oceniając przedstawione metody obliczeniowe pieców oporowo-łukowych pod względem uzyskiwanych wyników i ich operatywności można uznać metodę stałych współczynników obliczeniowych i metodę stałości iloczynu $R\,d_e$ za równoważne sobie pod względem uzyskiwanych wyników, natomiast metodę podobieństwa geometrycznego można by uznać za metodę uzupełniającą metody poprzednie. Można również przyjąć, że wszystkie omówione metody są w równym stopniu operatywne.

Politechnika Warszawska
Katedra Grzejnictwa Elektrycznego

WYKAZ LITERATURY

1. Gros M. G.: Étude sur les fours à carbure de calcium. — Journal du Four Électrique, 1946.
2. Stasi L.: Dimensionnement des fours à carbure de calcium et à ferro-alliages. III-ème Congrès International de l'Électrothermie, Section 5 Nr 502.
3. Andreae F. V.: Design and Control of Ferroalloy Furnaces. — 1 Trans. A.I.E.E., 1950.
4. Kelly M. W. M.: Calcul et construction du four arc submerge. — Journal du Four Électrique, 1959.
5. Paschkis V., Persson J.: Industrial Electric Furnaces and Appliances. 1960.

F. SONDIJ

DETERMINATION OF FUNDAMENTAL ELECTRICAL MAGNITUDES AND DIMENSIONS OF OXIDE-REDUCING SUBMERGED-ARC FURNACES

Summary

The paper contains a comparative analysis of three methods for computing fundamental magnitudes and dimensions of oxide-reducing submerged-arc furnaces. The methods of constant analytic parameters, stability of the product of resistance charge medium and electrode diameter, and the method of model relationship were discussed and analyzed.

Relevant formulas for each of the mentioned methods were reduced to the comparable form. By means of the obtained formulas comparative computations of fundamental electrical magnitudes and dimensions of 2—10 MW carbide furnaces were made.

F. SONDIJ

DÉTERMINATION DES GRANDEURS FONDAMENTALES ÉLECTRIQUES ET DES DIMENSIONS DES FOURS DE RÉDUCTION À ARC-RÉSISTANCE

Résumé

L'article contient l'analyse comparative des trois méthodes d'évaluation des grandeurs fondamentales et des dimensions des fours de réduction à arc-résistance. On a analysé la méthode des coefficients constants de calcul, la méthode de constance du produit de la résistance de charge et du diamètre d'électrode ainsi que la méthode d'analogie géométrique. Les formules caractéristiques de chacume des méthodes ci-dessue sont réduites à la forme comparable. A l'aide des formules obtenues on a calculé, pour faire la comparaison, les grandeurs fondamentales électriques et les dimensions des fours à carbure de puissance 2 MW jusqu'au 10 MW.

F. SONDIJ

DIE ERMITTLUNG GRUNDSÄTZLICHER ELEKTRISCHER GRÖSSEN UND DIMENSIONIERUNG VON WIEDERSTANDS-LICHTBOGEN-REDUKTIONSÖFEN

Zusammenfassung

Dieser Aufsatz enthält eine Vergleichsanalyse von drei Berechnungsmethoden grundsätzlicher Grössen sowie der Dimensionen von Wiederstands-Lichtbogen-Reduktionsöfen. Hierbei wurde die Methode der konstanten Berechnungskoeffizienten, die Methode der Beständigkeit des Produktes aus dem Wiederstand des Schmelzgutes und dem Durchmesser der Elektrode, sowie die Methode der geometrischen Ähnlichkeit analysiert. Die nominalen Formeln für jede der o.e. Methoden

wurden zu Vergleichsformeln reduziert. Mit Hilfe dieser erzielten Formeln wurden Vergleichsberechnungen der grundsätzlichen elektrischen Grössen und der Dimensionen von Karbidöfen für Leistungen von 2 bis 10 MW durchgeführt.

Ф. СОНДИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН И РАЗМЕРОВ ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ ДУГОВЫХ ПЕЧЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Резюме

Работа содержит сравнительный анализ трёх методов расчёта основных величин и размеров восстановительных дуговых печей сопротивления. Проанализирован метод постоянных расчётных коэффициентов, метод постоянства произведения сопротивления шихты на диаметр электрода, а также метод геометрического подобия. Формулы характеристические для каждого из вышеуказанных методов приведено к сравнительному виду. При помощи полученных формул произведены сравнительные расчёты основных электрических величин и размеров карбидных печей с мощностями от 2 мгвт до 10 мгвт.

666.3:621.317:621.3.082.4

JANUSZ KACPROWSKI, JAN RYLL-NARDZEWSKI

Akustyczna metoda wykrywania wad produkcyjnych w ceramicznych płytkach okładzinowych

Rękopis dostarczono 27.3.1963

Praca zawiera opis akustycznej metody pomiarowej oraz elektroakustycznej aparatury pomiarowo-kontrolnej przeznaczonej do automatycznej kontroli jakości produkcji ceramicznych płytek okładzinowych stosowanych w budownictwie. Zastosowana metoda jest oparta na wykrytych zależnościach między drganiowymi (akustycznymi) parametrami płytki pobudzonej do drgań mechanicznych a jej właściwościami strukturalnymi i materiałowymi, decydującymi o jej jakości.

W wyniku badań statystycznych stwierdzono, że cechą dystynktywną różniącą płytki dobre od płytek posiadających wady strukturalne jest stosunek częstotliwości wybranych charakterystycznych rezonansów własnych płytek i że stosunek ten może być przyjęty jako jedno z kryteriów jakości badanego egzemplarza. Drugim kryterium służącym do wykrywania płytek o niewidocznych wadach materiałowych (tzw. niedopałów) jest bezwzględna wartość częstotliwości wybranego rezonansu mechanicznego płytki.

W oparciu o przeprowadzoną analizę teoretyczną i wyniki pomiarów laboratoryjnych zaprojektowano i zbudowano doświadczalną aparaturę pomiarową, której działanie sprawdzono następnie na dużej ilości egzemplarzy płytek, reprezentujących przekrój produkcji wybranego zakładu wytwórczego. Wyniki pomiarów pozwoliły na wyciągnięcie szeregu krytycznych wniosków, które zostały wykorzystane przy projektowaniu i konstrukcji drugiego, ulepszonego układu doświadczalnego. Układ ten zostanie poddany badaniom eksploatacyjnym w normalnych warunkach produkcyjnych w zakładzie wytwórczym.

1. WSTĘP

Produkcja ceramicznych płytek okładzinowych, stosowanych w budownictwie, jest dość skomplikowanym procesem technologicznym, którego wynik zależy w dużym stopniu zarówno od stałych materiałowych użytych surowców, jak i od przebiegu poszczególnych etapów obróbki mechanicznej (formowanie, prasowanie) i cieplnej (suszenie, wypalanie). Przypadkowe zmiany procentowego składu tworzywa oraz trudne do kontrolowania zmiany parametrów fizycznych określających przebieg procesów technologicznych, jak np. ciśnienie prasowania, temperatura suszenia i wypalania, sprawiają, że w wyniku produkcji występuje obok płytek dobrych, tj. spełniających założone z góry warunki techniczne, pewna ilość płytek wadliwych, tj. posiadających widoczne lub ukryte

wady materiałowe lub strukturalne, dyskwalifikujące je z punktu widzenia właściwych zastosowań użytkowych. Zasadniczym celem procesu wstępnej kontroli jakości produkcji jest wyselekcjonowanie płytek wadliwych, które ze względów ekonomicznych nie powinny być poddawane obróbce wykończeniowej, np. pokrywaniu glazurą.

Pierwsza selekcja płytek odbywa się po ich wypaleniu w piecu w temperaturze około 1300 °C i polega na:

a) wykrywaniu widocznych wad strukturalnych i materiałowych (ubytki, pęknięcia widoczne, chropowatość powierzchni, zwichrowania itd.) na drodze oględzin płytki,
b) wykrywaniu niewidocznych wad strukturalnych i materiałowych, dokonywanym metodą akustycznej oceny subiektywnej.

Doświadczony kontroler na podstawie oceny jakości brzmienia dźwięku płytki, pobudzonej do drgań mechanicznych, potrafi wykryć większość ukrytych wad, które uszły ocenie wzrokowej i dotykowej.

Jest rzeczą oczywistą, że akustyczna kontrola jakości płytek, przeprowadzana przez wykwalifikowanych ekspertów metodą oceny subiektywnej, jest czynnością niesłychanie żmudną i pracochłonną, a ponadto obarczona jest poważnymi błędami wskutek zmęczenia organu słuchu kontrolera po dłuższym okresie pracy i zależy w dużym stopniu od jego chwilowego stanu fizycznego i psychicznego. Postęp techniczny w dziedzinie produkcji płytek ceramicznych wymaga usprawnienia i częściowej przynajmniej automatyzacji kontroli ich jakości, przez zastąpienie akustycznych metod subiektywnych metodami obiektywnymi, przewyższającymi je pod względem wydajności i pewności uzyskiwanych wyników.

Przedmiotem niniejszej pracy jest opis metody i aparatury pomiarowo-kontrolnej opracowanej do celów akustycznej kontroli jakości produkcji ceramicznych płytek okładzinowych. Zgodnie z założeniami, metoda i aparatura pomiarowa powinny:

a) pozwalać odróżniać w sposób możliwie bezbłędny płytkę dobrą od płytki posiadającej wady strukturalne lub materiałowe,
b) być oparte na obiektywnym pomiarze łatwo wyznaczalnych parametrów fizycznych.

Poszukiwanie takich parametrów, które kryłyby w sobie akustyczne cechy dystynktywne różniące płytkę wadliwą od płytki dobrej, wymagało przeprowadzenia badań statystycznych opartych na dużym materiale doświadczalnym.

2. FIZYCZNE WŁAŚCIWOŚCI BADANYCH PŁYTEK

2.1. Właściwości mechaniczne

Badane płytki ceramiczne miały kształt kwadratowy o nominalnych wymiarach geometrycznych 150 × 150 × 6 mm. Tworzywo ich jest mie-

szaniną kilku składników, która zostaje sprasowana pod dużym ciśnieniem i następnie wypalona w temperaturze rzędu 1300 °C.

Rozrzut parametrów mechanicznych charakteryzujących badane płytki jest dość duży. Badając całokształt produkcji stwierdzono istnienie następujących tolerancji parametrów mechanicznych:

długość krawędzi płytki:	$\pm 1\%$,
grubość płytki:	$\pm 4\%$,
masa płytki:	$\pm 5\%$.

Przypadkowe zmiany procentowego składu tworzywa oraz zmiany w przebiegu procesów technologicznych powodują znaczne rozrzuty stałych materiałowych: modułu Younga E i stałej Poissona σ. Stałe E i σ wyznaczono na podstawie pomiaru prędkości fal podłużnych c_l i poprzecznych c_t w materiale tworzywa, korzystając z następujących zależności [1]:

$$E = \varrho \cdot c_t \frac{3c_l^2 - 4c_t^2}{c_l^2 - c_t^2}, \tag{2.1}$$

$$\sigma = \frac{c_l^2 - 2c_t^2}{2(c_l^2 - c_t^2)}, \tag{2.2}$$

gdzie ϱ jest gęstością ośrodka.

Badając duży asortyment płytek, reprezentujących przekrój produkcji, stwierdzono rozrzut parametru c_t w granicach $\pm 20\%$. Odpowiednio duże rozrzuty wykazują stałe materiałowe E i σ.

2.2. Rodzaje występujących wad

W wyniku procesu produkcyjnego obok płytek dobrych otrzymuje się pewną ilość płytek wadliwych. Wady płytek można podzielić na dwie zasadnicze klasy:

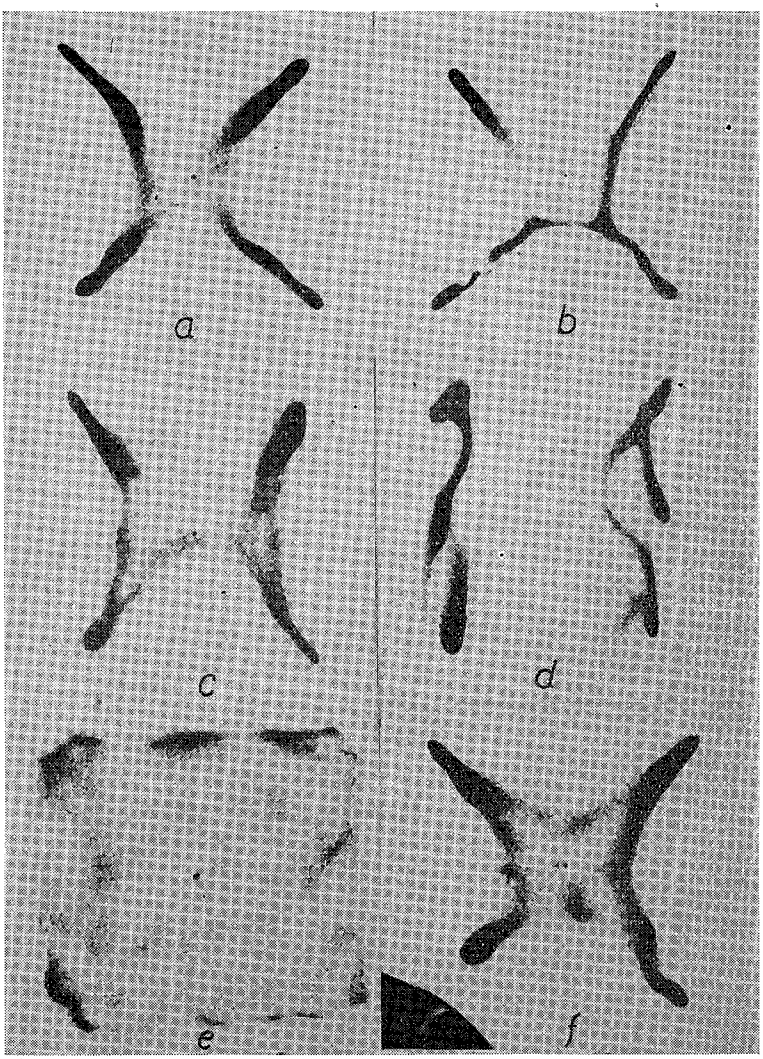
a) wady materiałowe,

b) wady strukturalne.

Wady pierwszego rodzaju powstają wskutek niewłaściwej technologii produkcji. Zbyt niska temperatura wypalania daje tzw. *niedopały*; płytki te mają złe właściwości wytrzymałościowe. Zbyt wysoka temperatura wypalania natomiast jest przyczyną powstawania tzw. *przepałów*, tj. płytek, których tworzywo uległo zeszkliwieniu. Płytki te ulegają w wielu wypadkach trwałym odkształceniom. Do drugiego rodzaju wad należy zaliczyć uszkodzenia mechaniczne w postaci ubytków, pęknięć szerokich, pęknięć włoskowatych oraz wewnętrznych pęcherzy powietrznych (tzw. płytki puste).

Należy z góry stwierdzić, że ze względu na duży rozrzut wartości parametrów mechanicznych badanego asortymentu płytek pojęcia płytki dobrej oraz płytki wadliwej nie są łatwe do zdefiniowania w oparciu

o stałe materiałowe. Ustalenie ścisłej granicy między płytką dobrą i płytką wadliwą staje się niekiedy trudne; np. ustalenie granicy między płytką dobrą a przepałem lub niedopałem jest w pewnym sensie kwestią umowną i nie może być oparte na ścisłych kryteriach mechanicznych.



Rys. 1. Obrazy linii węzłowych płytek ceramicznych. Płytki podparte w środku, pobudzone w środku
a) płytka dobra, b) płytka pusta, c) płytka niedopalona, d) płytka z pęknięciem szerokim, e) płytka z pęknięciem włoskowatym, f) płytka uszkodzona mechanicznie

Ze względu na niewykrywalność niektórych wad stosuje się przy kontroli jakości wybranych egzemplarzy płytek obok metody podstawowej, tj. *akustycznej*, również inne metody uzupełniające. Jedna z metod polega na obserwowaniu procesu wsiąkania wodnej zawiesiny aniliny

w płytkę. Woda wsiąkająca w płytkę daje obraz wewnętrznych pęknięć; niektóre, pozornie niewidoczne wady, można wykryć w wyniku dokładnej obserwacji powierzchni płytki.

Niektóre wady wewnętrzne można uwidocznić, posypując powierzchnię płytki drobnym proszkiem korundowym i następnie pobudzając płytkę do drgań mechanicznych. Widoczne zniekształcenia klasycznych postaci figur Chlandiego wywołane są istnieniem ukrytych wad wewnętrznych. Kilka przykładów podano na rys. 1. Wspomniane wyżej metody badania płytek, jakkolwiek dające na ogół dobre rezultaty, nie mogą być stosowane przy bieżącej kontroli produkcji masowej. W tym przypadku najlepszą okazała się metoda akustyczna, oparta na badaniu właściwości drganiowych płytki.

2.3. Właściwości drganiowe płytek ceramicznych

Swobodnie drgająca płytka ceramiczna promieniuje szerokie widmo częstotliwości. Na rys. 2 podano kilka przykładów widm poszczególnych egzemplarzy reprezentujących odpowiednie płytki dobre oraz płytki posiadające różnego rodzaju wady strukturalne i materiałowe.

Wyniki uzyskane w drodze analizy spektralnej traktować należy jako orientacyjne, ilustrujące zjawiska w sposób jakościowy.

W celu uzyskania informacji bardziej dokładnych zastosowano specjalny układ pomiarowy, pozwalający na pomiar częstotliwości poszczególnych rezonansów płytki z dokładnością do ± 1 Hz. Układ ten oraz metoda pomiaru zostały opisane w rozdz. 3.1.

Analiza rozkładu częstotliwości drgań własnych dużego asortymentu płytek, poparta analizą ich widm częstotliwościowych, pozwoliła na wyciągnięcie pozytywnych wniosków co do możliwości wykrywania wad obiektywną metodą akustyczną.

Z punktu widzenia mechaniki teoretycznej drgania badanych płytek ceramicznych można traktować z pewnym przybliżeniem jako drgania cienkiej kwadratowej płytki bezstratnej [2]. Równanie ruchu takiej płytki ma postać:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} + \frac{q}{gD} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} = 0, \tag{2.3}$$

gdzie:

$\omega = 2\pi f$ — pulsacja drgań,
q — ciężar płyty na jednostkę powierzchni,
g — stała grawitacji,
D — sztywność płyty na zginanie,

przy czym

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\sigma)^2}, \tag{2.4}$$

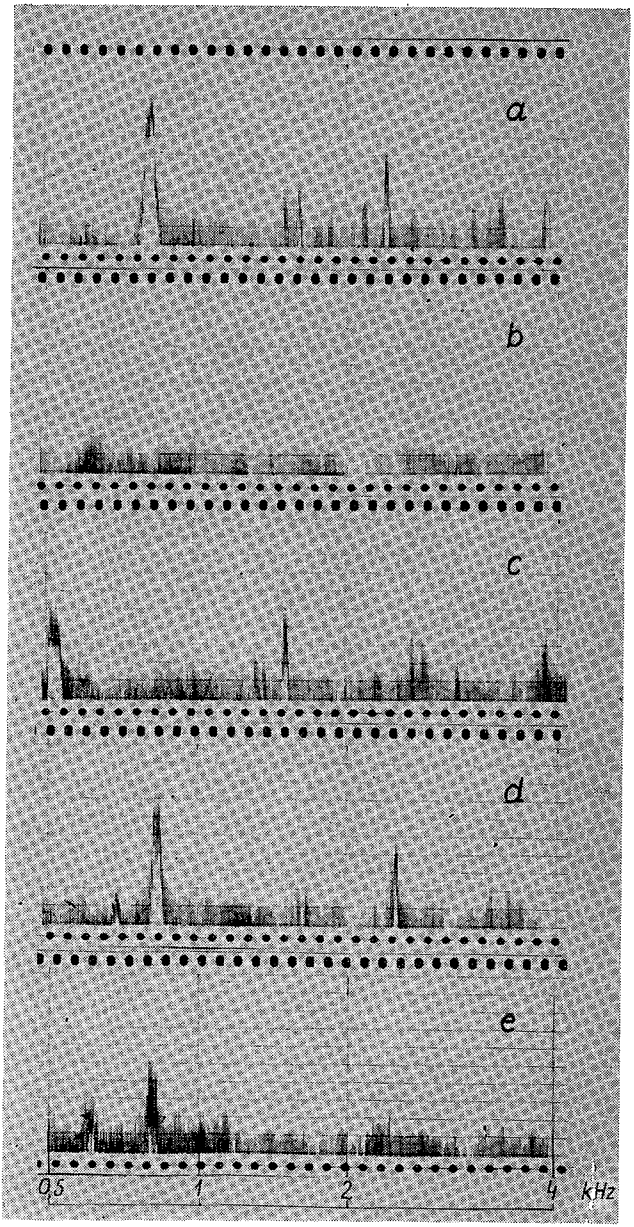
gdzie:

E — moduł Younga,

σ — stała Poissona,

h — grubość płytki.

Posługiwanie się równaniem (2.3) do celów obliczeń praktycznych jest uciążliwe, toteż wyznaczanie częstotliwości drgań własnych płyty przepro-



Rys. 2. Widma częstotliwościowe płytek ceramicznych
a) płytka dobra, b) płytka pusta, c) płytka niedopalona, d) płytka z pęknięciem szerokim, e) płytka z pęknięciem włoskowatym

wadza się zazwyczaj metodą Ritza — rozwijania na szeregi [2]. Wynik obliczeń ma postać następującą:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{gD}{a^4 q}} \cdot \beta_n, \tag{2.5}$$

gdzie:

a — jest długością krawędzi kwadratowej płytki,

β_n — jest bezwymiarowym współczynnikiem odpowiadającym n-temu rezonansowi płytki o pulsacji ω_n.

Ze wzoru (2.5) wynika, że częstotliwości drgań własnych płytki są określone jej wymiarami geometrycznymi oraz właściwościami materiałowymi tworzywa. Pozwala to przypuszczać, że częstotliwości drgań własnych płytki można przyjąć jako akustyczne cechy dystynktywne różniące płytki dobre od płytek posiadających wady. Płytki dobre oraz płytki posiadające jedynie wady materiałowe (niedopały lub przepały) można traktować jako układy drgające o częstotliwościach rezonansowych określonych wzorem (2.5), dla których jest spełniona równość

$$\frac{\omega_n}{\omega_m} = \frac{\beta_n}{\beta_m} = k_{nm} = \text{const.} \tag{2.6}$$

Ze względu na nieuniknione rozrzuty parametrów mechanicznych poszczególnych egzemplarzy płytek stałość współczynnika k_{nm} dla określonego asortymentu płytek dobrych jest spełniona w praktyce z dokładnością do $\pm 1\%$. Natomiast płytki obarczone wadami strukturalnymi różnego rodzaju należy traktować z punktu widzenia mechaniki teoretycznej jako układy drgające o innych właściwościach drganiowych, dla których równania (2.5) i (2.6) będą miały odmienną postać, zależną od indywidualnego charakteru występującej wady. Częstotliwości drgań poszczególnych rezonansów oraz ich wzajemne stosunki określone wielkością współczynnika k_{nm} będą w zasadzie inne niż dla płytek dobrych określonych równaniem (2.5). Oczywiście, w zależności od wielkości i rodzaju występującej wady oraz jej lokalizacji w płytce, zniekształcenie normalnego rozkładu drgań może być mniej lub bardziej wyraźne. Z rozkładu linii węzłowych na płytce z odbitym rogiem (rys. 1f) wynika na przykład, że zasadniczy charakter jej drgań nie uległ zmianie, mimo że ubytek w tym przypadku jest dość duży. Dźwięk takiej płytki, określony jej widmem częstotliwościowym, nieznacznie tylko różni się od dźwięku płytki dobrej. Natomiast wady umiejscowione w bardziej aktywnym obszarze płytki, zwłaszcza pęknięcia włoskowate lub rozwarstwienia wewnętrzne występujące w płytkach tzw. pustych, w bardzo dużym stopniu wpływają na jej widmo dźwięku (zob. rys. 1b, 2b).

W ten sposób kryterium oparte na stałości stosunku $k_{nm} = \frac{\omega_n}{\omega_m}$ częstotliwości kolejnych rezonansów płytki, pobudzonej do drgań mecha-

nicznych, pozwala na wydzielenie płytek posiadających wady strukturalne od pozostałych płytek, tj. dobrych i obarozonych wadami materiałowymi. Natomiast oddzielenie płytek z wadami materiałowymi, tj. niedopałów i przepałów, od płytek dobrych musi odbywać się na zasadzie odrębnego kryterium, gdyż obie te grupy płytek spełniają warunek (2.6).

Płytki z wadami materiałowymi mają właściwości tworzywa w znacznym stopniu różne od właściwości tworzywa płytek dobrych. W szczególności dokładne badania wykazały, że prędkość rozchodzenia się fal podłużnych w niedopałach jest znacznie mniejsza ($c_l \approx 1800 \div 2400$ m/s) niż w płytkach dobrych ($c_l \approx 2500 \div 3500$ m/s). W związku z tym częstotliwości poszczególnych rezonansów f_n niedopałów są proporcjonalnie mniejsze od częstotliwości odpowiednich rezonansów płytek dobrych.

Ogólnie biorąc, jeżeli częstotliwość f_n n-tego rezonansu płytki jest mniejsza od pewnej wartości granicznej f_{no}, tj. gdy

$$f_n < f_{no}, \tag{2.7}$$

płytka jest niedopałem. W ten sposób, mierząc bezwzględną wartość częstotliwości f_n określonego rezonansu, można odróżnić niedopały od płytek dobrych.

Stosując jednocześnie oba kryteria: stosunku częstotliwości wybranych rezonansów (2.6) oraz bezwzględnej wartości częstotliwości określonego rezonansu (2.7), można wydzielić z całokształtu produkcji odpowiednio płytki dobre, płytki z wadami strukturalnymi oraz niedopały. Ten sposób selekcji pozwala wydzielić niedopały jako osobną grupę, która może być ewentualnie wykorzystana do dalszej produkcji po ponownym, uzupełniającym wypaleniu.

Co się tyczy przepałów, to stosowanie odrębnego kryterium, do ich wydzielania w praktyce okazuje się zbędne przede wszystkim dlatego, że w normalnych warunkach produkcyjnych występują one bardzo rzadko, a poza tym są łatwo wykrywalne, gdyż charakteryzują się zazwyczaj łatwo widocznymi odkształceniami mechanicznymi, mianowicie zwichrowaniem płaszczyzny symetrii.

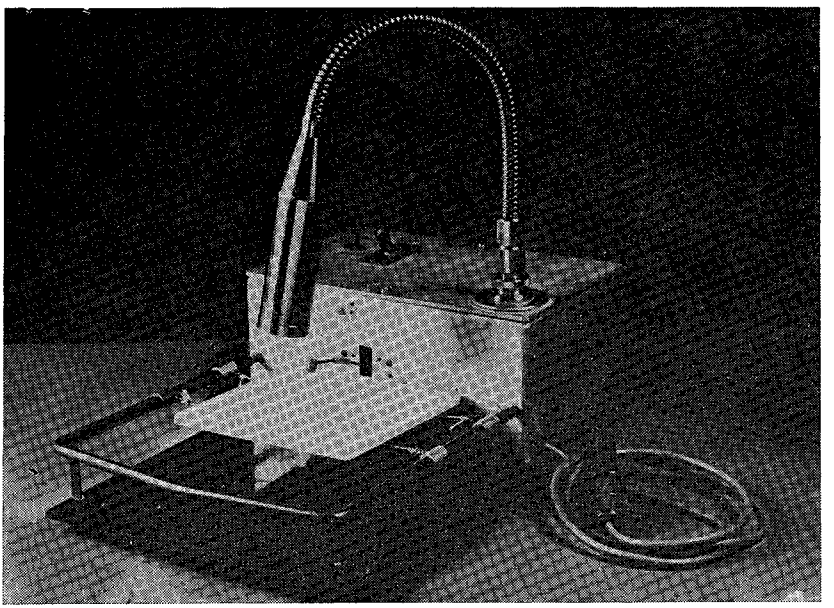
3. ANALIZA ROZKŁADU CZĘSTOTLIWOŚCI REZONANSOWYCH

3.1. Metodyka badań eksperymentalnych

Celem badań akustycznych była analiza rozkładu częstotliwości rezonansowych wybranego asortymentu płytek ceramicznych produkcji określonego zakładu wytwórczego oraz eksperymentalna weryfikacja słuszności rozważań teoretycznych. Przy pomiarach badane płytki układano na dwóch cienkich, silnie napiętych niciach nylonowych w celu uzyskania

możliwie małego tłumienia drgań własnych. Należy podkreślić, że ten sposób zawieszenia stosuje się w praktyce produkcyjnej przy pokrywaniu płytek glazurą.

Płytkę pobudzano do drgań za pomocą mechanizmu wyzwalającego młoteczek uderzający w środek płytki z częstotliwością powtarzania około 1 Hz. Wypromieniowany sygnał akustyczny odbierano za pomocą mikrofonu pojemnościowego wysokiej jakości, który nie wprowadzał zniekształceń linearnych i nielinearnych w całym badanym zakresie częstotliwości i natężeń dźwięku. W celu uzyskania powtarzalności wyników, położenie membrany mikrofonu względem badanej płytki było ściśle określone. Układ pobudzania przedstawiono na rys. 3.

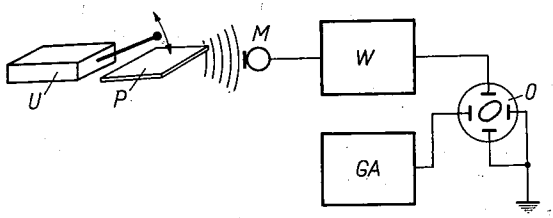


Rys. 3. Widok ogólny urządzenia do pobudzania płytek do drgań

Przeprowadzone przy tej okazji pomiary czasu zanikania drgań własnych płytek oraz obliczona na tej podstawie wartość średnia logarytmicznego dekrementu tłumienia $\delta \approx 0{,}006$ pozwoliły stwierdzić, że tłumienie drgań zarówno płytek dobrych, jak i posiadających wady, jest na tyle małe, że płytki z dostateczną do celów praktyki dokładnością można traktować jako układy bezstratne, określone równaniem ruchu typu (2.3).

Jednocześnie stwierdzono jednak, że nie ma określonego związku między istnieniem wody w płytce a tłumieniem drgań, wyrażonym wielkością logarytmicznego dekrementu tłumienia δ. Wniosek ten wykluczył możliwość stosowania kryterium jakości płytki opartego na pomiarze tłumienia, jak to było początkowo zamierzone.

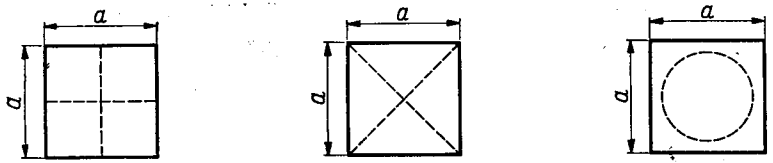
Pomiar częstotliwości rezonansowych płytek przeprowadzono w układzie przedstawionym na rys. 4. Zastosowana metoda pomiaru pozwalała na wyznaczenie częstotliwości rezonansowej f_n z dokładnością lepszą niż 1 Hz.



Rys. 4. Układ do analizy widma częstotliwościowego płytek
U — mechaniczny układ pobudzający płytkę do drgań, P — badana płytka, M — mikrofon, W — wzmacniacz selektywny $\Delta f/f = 6\%$, GA — generator akustyczny wzorcowy o dokładności ± 1 Hz, O — oscyloskop

3.2. Wybór częstotliwości mierzonych rezonansów

Jako częstotliwości rezonansowe określające jakość badanych płytek przyjęto częstotliwość $f_1 \approx 1000$ Hz, $f_2 \approx 2600$ Hz, oraz $f_3 \approx 4700$ Hz, gdyż wyróżniają się one stosunkowo dużymi wartościami amplitud ciśnienia akustycznego promieniowanego przez badaną płytkę. Stwierdzono, na podstawie obserwacji figur Chladniego utworzonych na płytce posypanej proszkiem korundowym, że rezonans przy częstotliwości $f_1 \approx 1000$ Hz jest



Rys. 5. Rozkłady linii węzłowych trzech kolejnych rezonansów płytki

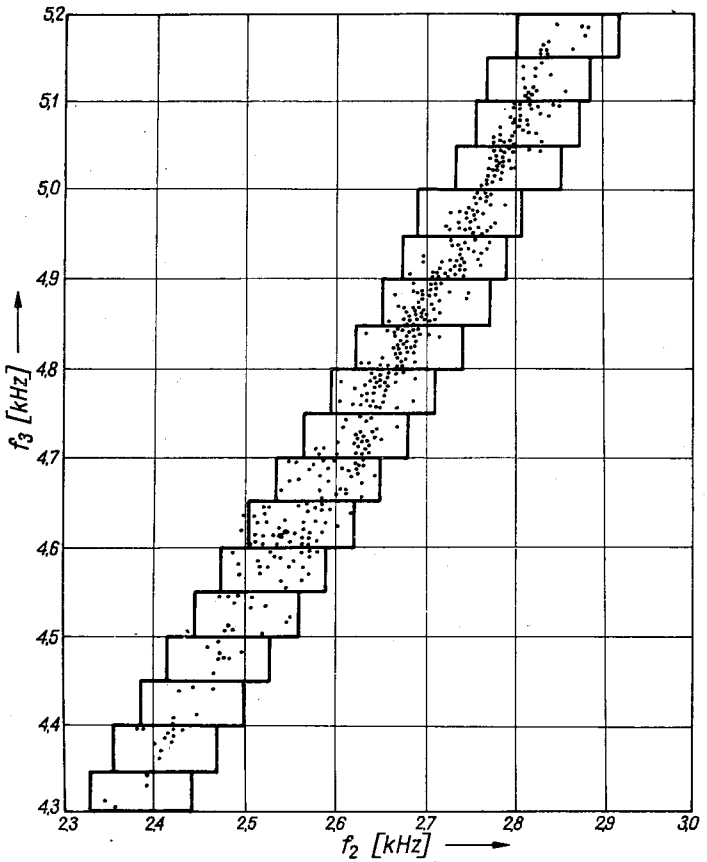
$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
$\beta = 14{,}10$	$\beta = 20{,}56$	$\beta = 23{,}31$
$f_1 \approx 600$ Hz	$f_2 \approx 850$ Hz	$f_3 \approx 1000$ Hz
$\lambda = 57$ cm	$\lambda = 40$ cm	$\lambda = 34$ cm

trzecim rezonansem ($n = 3$) własnym badanych płytek (zob. rys. 5). Rezonanse niższe ($n = 1$, $n = 2$) są mało widoczne na tle widma szumów ze względu na niekorzystne warunki wypromieniowania energii akustycznej przez płytkę w tym zakresie częstotliwości, gdzie jej wymiary geometryczne ($a = 15$ cm) są znacznie mniejsze od długości fali dźwiękowej λ w powietrzu.

3.3. Analiza wyników pomiarów

Ze względu na wspomniany poprzednio rozrzut parametrów fizycznych poszczególnych egzemplarzy badanego asortymentu płytek, częstotliwości trzech rozpatrywanych rezonansów są zawarte w określonych przedziałach, których granice na podstawie przeprowadzonych pomiarów około 500 przypadkowo wybranych egzemplarzy płytek dobrych wynoszą:

$$800\ \text{Hz} < f_1 < 1100\ \text{Hz},$$
$$2350\ \text{Hz} < f_2 < 2900\ \text{Hz},$$
$$4300\ \text{Hz} < f_3 < 5200\ \text{Hz}.$$



Rys. 6. Rozmieszczenie rezonansów f_2, f_3 płytek dobrych

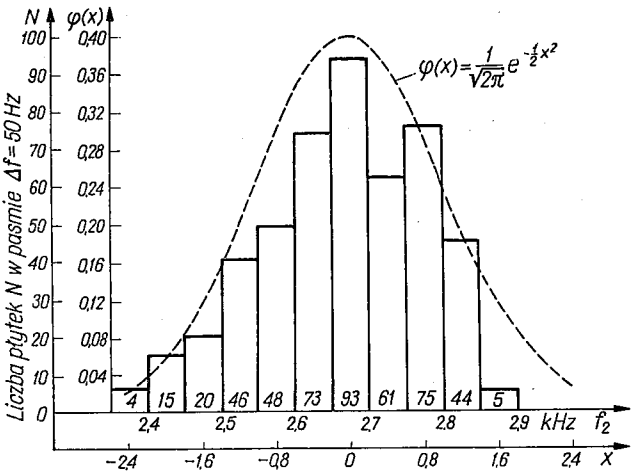
Na rys. 6 przedstawiono w układzie współrzędnych prostokątnych f_2, f_3 częstotliwości rezonansowe zbadanych 500 płytek dobrych, tj. pozbawionych wad strukturalnych i materiałowych. Z rysunku widać, że istnieje daleko idąca zgodność rozmieszczenia punktów (f_2, f_3) z zależnością teoretyczną (2.6).

Obszar, na którym położone są wszystkie punkty (f_2, f_3) odpowiadające płytkom dobrym, pokryto 18 prostokątami o jednakowych powierzchniach $s_i\,|_{i=1}^{i=18} = \Delta f_2 \cdot \Delta f_3$, zakładając w wyniku analizy graficznej $\Delta f_2 = 115$ Hz = const oraz $\Delta f_3 = 50$ Hz = const. Każdemu z 18 elementarnych prostokątów może odpowiadać w układzie technicznym zespół dwóch filtrów środkowoprzepustowych o pasmach przepuszczania równych odpowiednio Δf_2 i Δf_3. Zestaw 18 par takich filtrów, przyporządkowanych 18 elementarnym polom prostokątnym, pokrywałby cały obszar $\sum_{i=1}^{18} s_i = \sum_{i=1}^{18} \Delta f_{2(i)} \cdot \Delta f_{3(i)}$, w którym zawarte są akustyczne parametry dystynktywne płytek dobrych.

Należy jedynie stwierdzić, czy:

a) zbadana ilość egzemplarzy płytek dobrych, stanowiąca podstawę do wykresu na rys 6, jest dostatecznie duża na to, aby statystycznie reprezentować badany asortyment płytek,

b) granice elementarnych prostokątów na wykresie rys. 6 wzdłuż osi f_2 zostały wybrane w sposób właściwy.



Rys. 7. Rozkład ilości płytek dobrych w funkcji częstotliwości rezonansu f_2

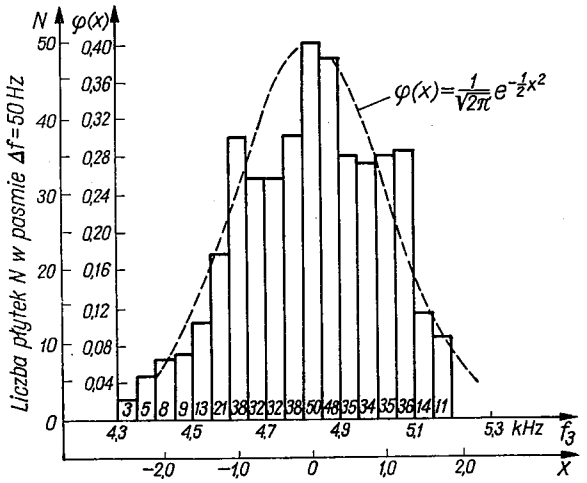
W tym celu zakres zmienności rzędnej f_2 od $f_2 = 2350$ Hz do $f_2 = 2900$ Hz podzielono na 11 odcinków odpowiadających kolejnym pasmom częstotliwości o szerokości 50 Hz, a następnie obliczono ilości punktów (f_2) w każdym z nich. Wynik obliczeń ujęty w formę graficzną przedstawiono na rys. 7.

Podobnie, na rys. 8 przedstawiono wykres obrazujący rozmieszczenie ilości płytek dobrych w kolejnych 18 pasmach elementarnych o szerokości $\Delta f_3 = 50$ Hz, pokrywających cały zakres zmienności rzędnej f_3 od $f_3 = 4300$ Hz do $f_3 = 5200$ Hz. Jak widać, oba wykazy przedstawiają

z pewnym przybliżeniem wartości zmiennej losowej x o rozkładzie normalnym, określonym równaniem:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}. \tag{3.1}$$

Zakresowi częstotliwości od $f_2 = 2350$ Hz do $f_2 = 2900$ Hz na rys. 7, pokrytemu przez 11 pasm o szerokości 50 Hz, odpowiada zakres zmiennej



Rys. 8. Rozkład ilości płytek dobrych w funkcji częstotliwości rezonansu f_3

losowej x od $x = -2{,}4$ do $x = +1{,}6$. Wartość dystrybuanty zmiennej losowej x o rozkładzie normalnym (3.1) wyraża się wzorem:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{y^2}{2}} dy. \tag{3.2}$$

Znajdując z tablic [3] wartości $\varphi(x)$ dla danych wartości x:

$$\Phi(2, 4) = 0{,}99,$$
$$\Phi(1, 6) = 0{,}95,$$

można wyznaczyć wartość dystrybuanty jako równą

$$\Phi = \frac{0{,}99 + 0{,}95}{2} = 0{,}97. \tag{3.3}$$

Wynik ten oznacza, że w zakresie zmienności częstotliwości f_2 od 2350 Hz do 2900 Hz pokrytym przez 18 filtrów Δf_2, powinno znajdować się 97% płytek dobrych z badanego asortymentu. Rozszerzając górną granicę całkowania we wzorze (3.2) do wartości $x = 2{,}4$ uzyskuje się wartość dystrybuanty $\Phi = 0{,}99$. W tym przypadku aż 99% płytek dobrych znalazłoby się w zakresie zmian częstotliwości f_2. Rozszerzenie zakresu całko-

wania odpowiada zwiększeniu o 3 ilości filtrów Δf_2, tj. rozszerzeniu zakresu pomiarowego do $f_2 = 3000$ Hz.

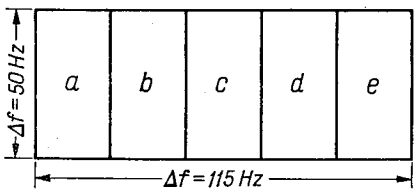
Podobnie, zakresowi częstotliwości f_3 od 4300 Hz do 5200 Hz, odpowiadającemu 18 pasmom elementarnym $\Delta f_3 = 50$ Hz, odpowiada zakres zmiennej losowej x od $x = -2{,}50$ do $x = +1{,}75$. Wyznaczając z tablic [3] $\Phi(1{,}75) = 0{,}96$, $\Phi(2{,}50) = 0{,}99$, otrzymujemy

$$\Phi = \frac{\Phi(1{,}75) + \Phi(2{,}50)}{2} = 0{,}975. \tag{3.4}$$

Wynika stąd, że w zakresie zmian częstotliwości f_3 od $f_3 = 4300$ Hz do $f_3 = 5200$ Hz, pokrytym przez 18 filtrów Δf_3, powinno znajdować się 97,5% całego asortymentu płytek dobrych. Rozszerzenie górnej granicy całkowania do $x = 2{,}5$ zwiększa wartość dystrybuanty do $\Phi = 0{,}99$, co odpowiada 99% płytek dobrych w analizowanym obszarze płaszczyzny częstotliwości (f_2, f_3), wymaga jednak rozszerzenia zwiększenia ilości filtrów Δf_3 do 21, czyli rozszerzenia zakresu częstotliwości analizowanych do $f_3 = 5350$ Hz.

Otrzymane wyniki analizy dowodzą, że zbadane płytki dobre reprezentują statystycznie wybrany asortyment produkcji.

Należy z kolei sprawdzić, czy granice elementarnych prostokątów o bokach Δf_2, Δf_3, na rys. 6 wzdłuż osi f_2 zostały wybrane w sposób właściwy. W tym celu każdy z prostokątów podzielono na 5 równych części a, b, c, d, e, jak to pokazano na rys. 9. Obliczono ilość punktów

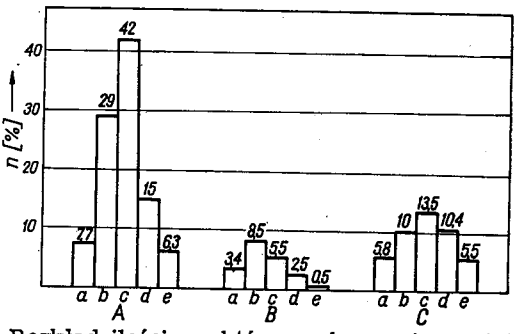


Rys. 9. Podział elementarnego prostokąta na podobszary

(f_2, f_3) położonych w poszczególnych częściach każdego z 18 prostokątów, a następnie wyznaczono sumę wszystkich punktów pól $\sum_1^{18} a$, $\sum_1^{18} b \ldots \sum_1^{18} e$. Wynik przedstawiono w postaci graficznej na rys. 10A. Otrzymany rozkład ma również charakter rozkładu normalnego, z czego wynika, że rozmieszczenie prostokątów $\Delta f_2 \cdot \Delta f_3$ w przestrzeni określonej współrzędnymi częstotliwości rezonansowych f_2, f_3 zostało przeprowadzone poprawnie.

Z założeń teoretycznych metody wynikało, że wszystkie płytki wadliwe powinny znaleźć się poza obszarem f_2, f_3, pokrytym przez 18 elementarnych prostokątów $\Delta f_2 \cdot \Delta f_3$. Szczegółowe badania statystyczne jednak wykazały, że w polu 18 prostokątów $\Delta f_2 \cdot \Delta f_3$ znajduje się również pewna ilość płytek wadliwych. Nie uwzględniając w rozważaniach płytek z wa-

dami materiałowymi (tzn. niedopałów), do wykrywania których musi stosowane być odrębne kryterium (zob. rozdz. 4.1.2), stwierdzono doświadczalnie, na dużej ilości egzemplarzy, że w polu prostokątów $\Delta f_2 \cdot \Delta f_3$ znajduje się około 21% płytek z pęknięciami włoskowatymi oraz około 45% płytek z pęknięciami grubymi. Występowanie płytek wadliwych w obszarze płaszczyzny f_2, f_3 odpowiadającym płytkom dobrym spowodowane jest dwiema przyczynami:



Rys. 10. Rozkład ilości punktów w obszarach prostokątnych
A — płytki dobre, B — płytki z pęknięciami włoskowatymi, C — płytki z pęknięciami szerokimi

a) indywidualny charakter wady może być tego rodzaju, że nie zmienia on w sposób istotny stosunku częstotliwości rezonansowych f_2/f_3, wpływając ewentualnie na zmianę rozkładu innych częstotliwości rezonansowych,

b) może się zdarzyć, że w obszarze f_2, f_3 przypadkowo znaleźć się może para innych częstotliwości rezonansowych f_m, f_n, gdzie $m \neq 2$, $n \neq 3$.

Odpowiednie zestawienie ilościowe z rozbiciem na podobszary *a*, *b*, *c*, *d*, *e* podano na rys. 10B i 10C.

Na podstawie tych danych można ocenić orientacyjnie przewidywaną dokładność metody pomiarowej. Praktyka produkcyjna wykazała, że ilość płytek wadliwych po procesie wypalania jest rzędu 15%. Stwierdzono, że trzy główne rodzaje wad, tj. niedopały, pęknięcia włoskowate i pęknięcia szerokie, występują mniej więcej w jednakowych ilościach, czyli że na każdą partię płytek opuszczających piec przypada 5% niedopałów, 5% płytek z pęknięciami włoskowatymi oraz 5% płytek z pęknięciami szerokimi. Zakładając, że aparatura wykryje bezbłędnie wszystkie niedopały (zob. rozdz. 4.1.2), można się spodziewać, że spośród pozostałych 10% płytek wadliwych jedynie 21% płytek z pęknięciami włoskowatymi oraz 45% płytek z pęknięciami szerokimi uznanych zostanie niesłusznie za dobre. Błąd pomiarowy wynikający z samej metody pomiaru wyniesie zatem około 3,25%. Ponieważ pewna część wad, jak np. ubytki widoczne (odtrącenia rogów czy krawędzi, pęknięcia grube), jest łatwo wykrywalna na drodze kontroli mechanicznej lub wzrokowej, przeto w praktyce dokładność metody powinna być jeszcze lepsza.

4. OPIS UKŁADÓW POMIAROWO-KONTROLNYCH

4.1. Pierwszy układ doświadczalny

4.1.1. Założenia ogólne

W oparciu o analizę wyników badań eksperymentalnych, podaną w rozdz. 3, zaprojektowano i wykonano pierwszy model laboratoryjny układu pomiarowo-kontrolnego do akustycznej kontroli jakości produkcji ceramicznych płytek okładzinowych.

Zgodnie z założeniami układ miał za zadanie klasyfikować badane płytki na następujące trzy grupy:

a) płytki z wadami materiałowymi (niedopały),

b) płytki z wadami strukturalnymi,

c) płytki dobre.

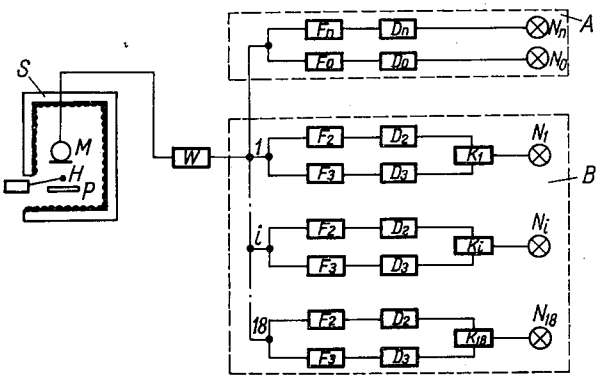
W tym celu układ pomiarowy został zbudowany z dwóch podukładów, których role funkcjonalne były następujące:

Podukład A — miał za zadanie wydzielenie z całego asortymentu badanych płytek niedopałów (a), które zgodnie z doświadczeniami praktyki produkcyjnej reprezentują przeważającą większość płytek obarczonych wadami materiałowymi.

Podukład B — miał za zadanie podzielenie pozostałej grupy płytek, tj. tych, które nie zostały wykryte przez podukład A, na dwie klasy: płytki obarczone wadami strukturalnymi (b) oraz płytki dobre (c).

4.1.2. Schemat ideowy pierwszego układu doświadczalnego

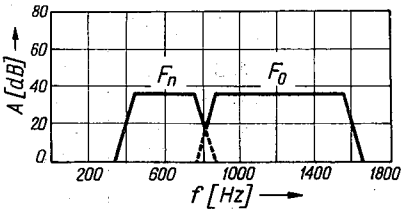
Schemat ideowy pierwszego układu doświadczalnego przedstawiono na rys. 11. Sygnał akustyczny, wypromieniowany przez płytkę P umieszczoną w akustycznie wytłumionej skrzyni S i pobudzoną do drgań własnych przez uderzenie młoteczkiem H, jest odebrany przez mikrofon M



Rys. 11. Schemat ideowy I układu doświadczalnego

i po wzmocnieniu we wzmacniaczu linearnym W skierowany do równolegle połączonych podukładów analizujących A i B.

Podukład A, którego zadaniem jest wydzielenie niedopałów, składa się z dwóch równolegle połączonych filtrów środkowoprzepustowych F_n i F_o, których pasma przepuszczania podano na rys. 12. Pasmo przepuszczania



Rys. 12. Pasma przepustowe filtrów F_n i F_o

filtru F_o obejmuje cały zakres częstotliwości, w którym znaleźć się mogą częstotliwości podstawowego rezonansu płytek pozbawionych wad materiałowych, tj. zakres

$$800\ \text{Hz} = F_{o(min)} < F_o < F_{o(max)} = 1600\ \text{Hz}. \tag{4.1}$$

Podobnie, pasmo przepuszczania filtru F_n obejmuje zakres częstotliwości

$$400\ \text{Hz} < F_n < 800\ \text{Hz}, \tag{4.2}$$

w którym położone są częstotliwości podstawowego rezonansu płytek z wadami materiałowymi, tj. niedopałów. Pojawienie się sygnału elektrycznego o odpowiednio dużej amplitudzie na wyjściu filtru F_n lub F_o oznacza zatem, że badana płytka jest odpowiednio niedopałem lub że jest pozbawiona istotnych wad materiałowych.

Podukład B składa się z równoległego połączenia zestawu 18 par filtrów środkowoprzepustowych F_2, F_3, których pasma przepuszczania odpowiadają 18 polom elementarnych prostokątów Δf_2, Δf_3 na rys. 6 i w sumie pokrywają cały obszar powierzchni $\sum_{i=1}^{18} s_i$ na płaszczyźnie f_2 i f_3, w którym położone są częstotliwości f_2 i f_3 płytek dobrych. Pasma przepuszczania 18 par filtrów pasmowych F_2, F_3 podane są w tablicy 1.

Sprawdzianem, że dana płytka jest dobra, tzn. że pozbawiona jest wad strukturalnych, jest jednoczesne pojawienie się sygnałów elektrycznych o odpowiednio dużych amplitudach na wyjściu obu filtrów F_2 i F_3 dowolnej z 18 par F_2, F_3. Z zasady działania układu wynika konieczność zastosowania dwóch dodatkowych typów członów funkcjonalnych, a mianowicie:

a) dyskryminatorów amplitudy,

b) układów koincydencyjnych.

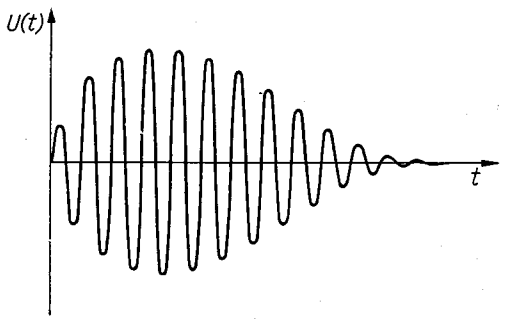
Przy pobudzaniu płytki do drgań pojedynczym impulsem mechanicznym na wyjściu każdego filtru pasmowego pojawia się sygnał o kształcie

Tablica 1

Pasma przepustowe filtrów F_2, F_3

Nr kolejny pary filtrów F_2, F_3	F_2 [Hz]	F_3 [Hz]
1	2337 — 2430	4300 — 4350
2	2363 — 2460	4350 — 4400
3	2395 — 2489	4400 — 4450
4	2425 — 2518	4450 — 4500
5	2456 — 2550	4500 — 4550
6	2486 — 2579	4550 — 4600
7	2515 — 2611	4600 — 4650
8	2545 — 2640	4650 — 4700
9	2575 — 2670	4700 — 4750
10	2606 — 2700	4750 — 4800
11	2633 — 2729	4800 — 4850
12	2662 — 2760	4850 — 4900
13	2684 — 2779	4900 — 4950
14	2701 — 2798	4950 — 5000
15	2742 — 2840	5000 — 5050
16	2765 — 2862	5050 — 5100
17	2776 — 2872	5100 — 5150
18	2810 — 2907	5150 — 5200

jak na rys. 13. Zadaniem *dyskryminatorów* jest zróżnicowanie sygnałów wyjściowych pod względem amplitudy: układ działa jedynie w tym przypadku, kiedy amplituda sygnału przekroczy określoną wartość progową, odpowiadającą minimalnemu poziomowi widma dźwięku w danym za-

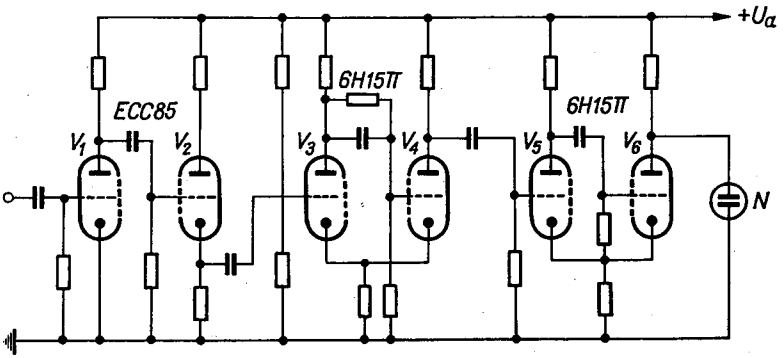


Rys. 13. Kształt impulsów na wyjściu filtrów pasmowych

kresie częstotliwości. Układ dyskryminatora amplitudy obejmuje dwustopniowy wzmacniacz napięciowy V_1V_2, przerzutnik Schmidta V_3V_4 oraz przerzutnik monostabilny V_5V_6 (rys. 14). Czas trwania sygnału wyjściowego dyskryminatora jest rzędu 0,5 sekundy.

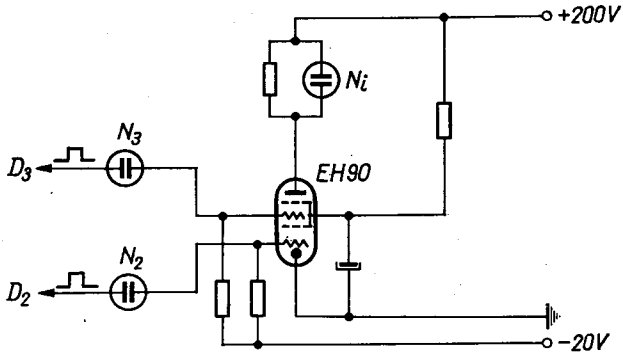
Zadaniem *układu koincydencyjnego*, który dołączony jest do wyjść dyskryminatorów amplitudy każdej pary filtrów pasmowych F_2, F_3, jest

zadziałanie tylko w tym przypadku, gdy na wyjściach obu filtrów danej pary F_2, F_3 pojawią się *jednocześnie* sygnały o dostatecznie dużej amplitudzie, przekraczającej wartość progową dyskryminatora. Schemat ideowy układu koincydencyjnego przedstawiono na rys. 15. Punkt pracy heksody



Rys. 14. Schemat ideowy dyskryminatora amplitudy

(EH90) jest tak dobrany, że w normalnych warunkach pracuje ona poniżej punktu obcięcia prądu anodowego, a zaczyna przewodzić jedynie wtedy, gdy do siatek sterujących G_2 i G_3 *jednocześnie* zostaną doprowadzone impulsy wyjściowe dyskryminatorów amplitudy filtrów pasmowych F_2 i F_3. W tym momencie lampa zaczyna przewodzić i neonówka N_i umieszczona w obwodzie anodowym zapala się na czas trwania impulsów.



Rys. 15. Schemat ideowy układu koincydencyjnego

W pierwszym układzie doświadczalnym, który był — zgodnie z założeniami — traktowany jako układ próbny, zastosowano uproszczony system sygnalizacji optycznej. Rolę wskaźników pełniły neonówki N_n, N_o i $N_i\big|_{i=1}^{i=18}$, umieszczone odpowiednio na wyjściu dyskryminatora amplitudy D_n filtru F_n, dyskryminatora amplitudy D_o filtru F_o oraz 18 układów koincydencyjnych każdej pary filtrów F_2, F_3. Jeżeli badana płytka jest *niedopałem*, sygnał wyjściowy pojawia się jedynie na wyjściu dyskryminatora amplitudy D_n i zapala się neonówka N_n. Pozostałe układy dyskry-

minatorów, tj. D_o oraz $D_i|_{i=1}^{i=18}$, są w tym przypadku nieczynne i neonówki N_o oraz $N_i|_{i=1}^{i=18}$ nie zapalają się.

Jeżeli badana płytka jest *płytką dobrą*, działa jeden z 18 układów koincydencyjnych $K_i|_{i=1}^{i=18}$ odpowiadający tej parze filtrów F_2, F_3, w których obszarze położone są częstotliwości rezonansowe F_2 i F_3 danego egzemplarza. Stan ten jest sygnalizowany przez zapalenie się jednej z 18 neonówek $N_i|_{i=1}^{i=18}$. Dodatkową informację stanowi zapalenie się neonówki N_o.

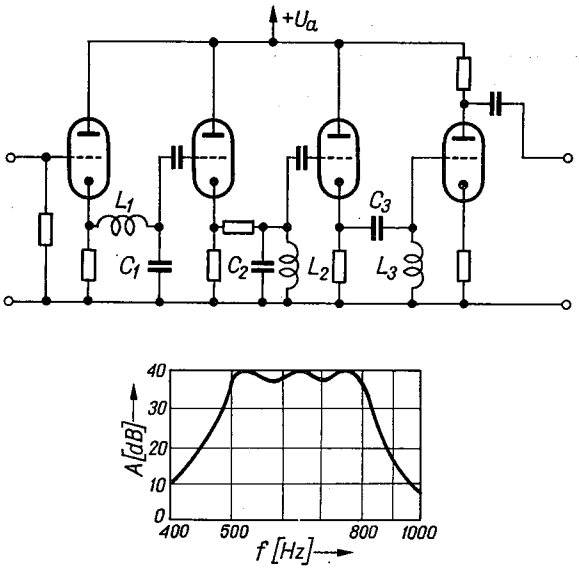
Płytkom wadliwym odpowiadają w opisanym układzie sygnalizacyjnym wszelkie inne kombinacje zapalania sie neonówek.

4.1.3. Konstrukcja układów analizujących

Projektując i konstruując układy analizujące starano się spełnić następujące warunki techniczne:

a) kształt charakterystyki częstotliwościowej zbliżony do trapezowego,

b) możliwość przestrajania zarówno częstotliwości środkowej F_i pasma przepuszczania, jak i dobroci Q_i,



Rys. 16. Schemat ideowy oraz charakterystyka tłumienia filtru F_n

c) możliwie prosta konstrukcja,

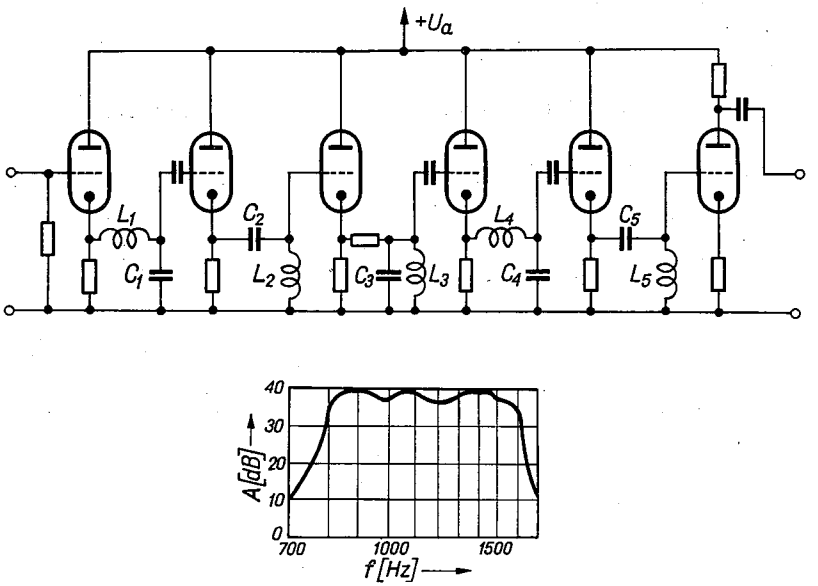
d) stabilność pracy i niezależność od wpływu czynników zewnętrznych (napięcia zasilające, temperatura, wstrząsy mechaniczne itp.).

Szczególnie ważny jest warunek (b) uzasadniony koniecznością możliwości dostosowywania aparatury do różnych warunków produkcyjnych (zmiana tworzywa płytek, zmiany technologii itp.). Wszystkie filtry zrea-

lizowano w postaci odpowiednio zestawionych niezależnych półogniw typu *LRC*, separowanych wzajemnie wtórnikami katodowymi.

Filtr F_n jest filtrem środkowoprzepustowym o pasmie przepuszczania od 500 Hz do 800 Hz, zrealizowanym w postaci 3 półogniw, pełniących odpowiednio role członu dolnoprzepustowego (L_1C_1), środkowoprzepustowego (L_2C_2) i górnoprzepustowego (L_3C_3). Schemat ideowy oraz charakterystykę tłumienia filtru F_n podano na rys. 16.

Filtr F_o jest filtrem środkowoprzepustowym o pasmie przepuszczania od 800 Hz do 1500 Hz. Zbudowany jest z 5 półogniw *LC*, pełniących odpowiednio role członów dolno- (L_1C_1), górno- (L_2C_2 i L_5C_5) oraz środkowoprzepustowego (L_3C_3). Schemat ideowy i charakterystykę tłumienia podano na rys. 17.

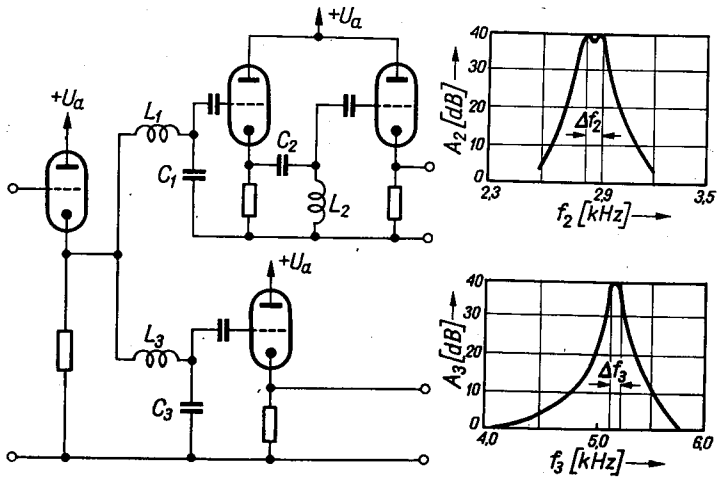


Rys. 17. Schemat ideowy oraz charakterystyka tłumienia filtru F_o

Każda para filtrów $(F_{2(i)}, F_{3(i)})\Big|_{i=1}^{i=18}$ tworzy zespół dwóch równolegle połączonych filtrów środkowoprzepustowych o pasmach przepuszczania $\Delta f_{2(i)}$ i $\Delta f_{3(i)}$ odpowiadających poszczególnym zakresom częstotliwości, zestawionym w tablicy 1.

Filtr F_2 składa się z dwóch półogniw *LC*: dolnoprzepustowego (L_1C_1) i górnoprzepustowego (L_2C_2).

Filtr F_3 składa się z jednego półogniwa (L_3C_3) typu dolnoprzepustowego, które w okolicach częstotliwości rezonansowej ma właściwości filtru środkowoprzepustowego o szerokości pasma 50 Hz i dobroci $Q = 100$. Schemat ideowy zespołu filtrów F_2, F_3 oraz ich charakterystyki tłumienia podano na rys. 18.



Rys. 18. Schemat ideowy oraz charakterystyki tłumienia filtrów F_2 i F_3

4.1.4. Ocena działania pierwszego układu doświadczalnego

Zgodnie z założeniami podanymi w rozdz. 3.1, wybór parametrów elektrycznych pierwszego układu doświadczalnego (ilość zastosowanych filtrów pasmowych F_2, F_3, szerokości ich pasm przepuszczania Δf_2 i Δf_3 oraz ich rozmieszczenie w widmie częstotliwości) był oparty na wynikach badania partii około 500 płytek, pochodzących z jednoczesnego wypału i reprezentujących ściśle określone, chwilowe warunki produkcji. W celu sprawdzenia działania aparatury w normalnych warunkach produkcji wielkoseryjnej przeprowadzono następnie badania płytek bezpośrednio w zakładzie wytwórczym, stosując tym razem jako materiał eksperymentalny partię ponad 1000 egzemplarzy płytek, wybranych w sposób losowy z różnych wypałów i różnych okresów produkcji, a więc reprezentujących cały zakres zmienności parametrów produkcyjnych i technologicznych. Skład jakościowy badanej partii płytek, ustalony na podstawie oceny wykwalifikowanych ekspertów, podano w tablicy 2. Wybrane płytki zbadano następnie w układzie doświadczalnym aparatury pomiarowej, uzyskując wyniki zestawione w tablicy 3. Z płytek wadliwych badaniom akustycznym poddano jedynie płytki z wadami niewidocznymi oraz niedopały, wychodząc z założenia, że zgodnie z przyjętą praktyką produkcyjną płytki posiadające wyraźnie widoczne uszkodzenia mechaniczne (ubytki, pęknięcia szerokie, utrącone naroża itp.) zostają wyselekcjonowane bezpośrednio przy ich wyjmowaniu z pieca.

Zgodnie z przewidywaniami, błąd wskazań aparatury pomiarowej był bardzo duży. Jedynie niedopały zostały wykryte bezbłędnie, natomiast 54% płytek dobrych aparatura oceniła jako złe, zaś 42% płytek z niewidocznymi wadami strukturalnymi uznała za dobre. Stwierdzono, że główne przyczyny tego stanu rzeczy są następujące:

Tablica 2

Skład jakościowy badanej partii płytek

Lp.	Cechy jakościowe płytek	Ilość (sztuk)	%
1	Płytki dobre	643	57,4
2	Płytki wadliwe — uszkodzenia mechaniczne widoczne	248	22,1
3	Płytki wadliwe — uszkodzenia wewnętrzne niewidoczne	202	18,1
4	Niedopały	27	2,4
	Razem	1120	100,0

Tablica 3

Wynik pomiarów przeprowadzonych za pomocą I układu doświadczalnego

Płytki uznane przez ekspertów jako:	Aparatura ocenia jako:		Błąd wskazań %
	dobre	złe	
Płytki dobre (643 szt.)	417 sztuk	226 sztuk	54
Płytki wadliwe z uszkodzeniami niewidocznymi (202 szt.)	85 „	117 „	42
Niedopały (27 szt.)	0 „	27 „	0

a) Rozkład statystyczny częstotliwości rezonansowych f_2, f_3 płytek z produkcji wielkoseryjnej wykracza znacznie poza zakres częstotliwości objęty polami prostokątów $\Delta f_2 \cdot \Delta f_3$ na rys. 6, który dotyczył małej, przypadkowo wybranej grupy egzemplarzy pochodzących z jednego wypału; w szczególności okazało się, że wartości graniczne częstotliwości f_3, określone poprzednio na podstawie badań wstępnych jako równe

$$f_{3\,min} = 4300\ \text{Hz}, \tag{4.3-a}$$

$$f_{3\,max} = 5200\ \text{Hz}, \tag{4.3-b}$$

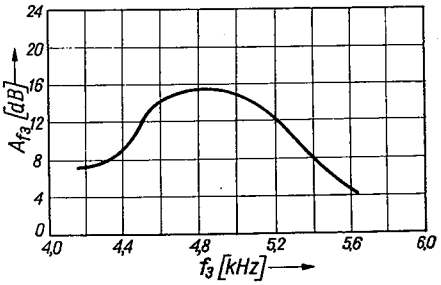
w rzeczywistości, tj. przy produkcji wielkoseryjnej, wynoszą

$$f_{3\,min} = 4100\ \text{Hz}, \tag{4.4-a}$$

$$f_{3\,max} = 5550\ \text{Hz}. \tag{4.4-b}$$

Z tego względu wiele egzemplarzy płytek dobrych o parametrach: $f_3 < 4300$ Hz, $f_3 > 5200$ Hz, uznanych zostało przez aparaturę za wadliwe, gdyż ich częstotliwości rezonansowe nie znalazły się w pasmach przepuszczania filtrów wstęgowych. Podobne zjawisko stwierdzono również w przypadku częstotliwości rezonansowych f_2.

b) Projektując aparaturę doświadczalną założono dla uproszczenia, że poziom widma w zakresie poszczególnych częstotliwości rezonansowych, tj. f_2 lub f_3, jest jednakowy, i że w związku z tym poziom wierzchołków



Rys. 19. Zależność amplitudy trzeciego rezonansu A_{f3} płytek ceramicznych od częstotliwości rezonansowej f_3

pasm przepuszczania filtrów pasmowych F_2 i F_3 może być niezależny od ich częstotliwości środkowej. W wyniku szczegółowych badań stwierdzono jednak, że założenie to jest niesłuszne; przykład zależności amplitudy A_{f3} trzeciego rezonansu od częstotliwości f_3 podano na rys. 19 w postaci charakterystyki $A_{f3} = \varphi(f_3)$. W rezultacie wiele egzemplarzy płytek dobrych, których częstotliwości rezonansowe f_2, f_3 znalazły się w polu prostokątów $\Delta f_2 \cdot \Delta f_3$ na rys. 6, aparatura oceniła jako wadliwe tylko wskutek niezadziałania dyskryminatorów amplitudy.

c) Może się zdarzyć, że płytka wadliwa, której charakterystyczne częstotliwości rezonansowe f_2, f_3 nie znajdują się w polu żadnego z 18 prostokątów $s_i = \Delta f_{2(i)} \cdot \Delta f_{3(i)}$ (rys. 6), ze względu na indywidualny charakter występującej wady posiada taki kształt obwiedni widma, iż w polu i-tego prostokąta odpowiadającego zespołowi filtrów $F_{2(i)}$, $F_{3(i)}$ pojawi się para przypadkowych częstotliwości rezonansowych f_m, f_n, gdzie $m \neq 2$, $n \neq 3$. Jeżeli amplitudy tych rezonansów (A_m, A_n) będą na tyle duże, że spowodują zadziałanie dyskryminatorów amplitudy D_2 i D_3, to płytka taka niesłusznie uznana zostanie przez aparaturę za płytkę dobrą.

Wyniki przeprowadzonych badań pozwoliły na wyciągnięcie konkretnych wniosków dotyczących przystosowania aparatury pomiarowej do kontroli produkcji wielkoseryjnej. Wnioski te można sformułować w sposób następujący:

a) Należy uwzględnić zależność amplitudy poszczególnych rezonansów od ich częstotliwości przez wprowadzenie indywidualnej regulacji progów czułości działania dyskryminatorów amplitudy w poszczególnych pasmach

częstotliwości zgodnie z eksperymentalnie ustalonymi charakterystykami $A_{f2} = \varphi(f_2)$ oraz $A_{f3} = \varphi(f_3)$.

b) Niezbędne jest rozszerzenie zakresu analizowanych częstotliwości tak, aby pokrył on cały zakres zmienności parametrów f_2, f_3 pełnego asortymentu płytek produkowanych przez dany zakład wytwórczy. W rozpatrywanym przypadku wymagałoby to zastosowania co najmniej czterech dodatkowych filtrów o szerokości $\Delta f_3 = 50$ Hz, pokrywających zakres częstotliwości od 4300 Hz do 4100 Hz, oraz siedmiu filtrów o szerokości $\Delta f_3 = 50$ Hz na zakres od 5200 Hz do 5550 Hz. W ten sposób ilość zespołów filtrów pasmowych F_2, F_3 wzrosłaby co najmniej z 18 na 29.

c) W celu zwiększenia dokładności metody, a w szczególności — wyeliminowania błędów polegających na kwalifikowaniu płytek wadliwych jako płytki dobre, pożądane jest oparcie decyzji: „płytka dobra" lub „płytka wadliwa" na większej ilości informacji, dostarczanych przez analizę widma. W praktyce oznaczałoby to zwiększenie ilości analizowanych częstotliwości rezonansowych z dwóch (f_2, f_3) do trzech (f_i, f_j, f_k) lub czterech (f_i, f_j, f_k, f_l). Traktując dyskryminator amplitudy jako układ monostabilny, dostarczający dwa możliwe rodzaje informacji: „nie" (0) lub „tak" (1), można zwiększyć ilość informacji dostarczaną przez analizę widma z $J_2 = 2^2 = 4$ [bit] w przypadku dwóch filtrów pasmowych, do wartości $J_3 = 2^3 = 8$ [bit] przy trzech filtrach, $J_4 = 2^4 = 16$ [bit] przy czterech filtrach itd., zwiększając tym samym dokładność metody i zmniejszając ilość „przekłamań" aparatury.

Wnioski, wyciągnięte z badania pierwszego układu doświadczalnego, zostały wykorzystane przy projektowaniu i konstrukcji drugiego układu doświadczalnego, przeznaczonego do kontroli produkcji w zakładzie wytwórczym.

4.2. Drugi układ doświadczalny

Zasada działania drugiego układu doświadczalnego jest taka sama jak układu pierwszego, a jedyne różnice natury konstrukcyjno-technicznej są konsekwencją wprowadzonych zmian parametrów elektrycznych w celu przystosowania układu do badania pełnego asortymentu produkcyjnego płytek.

Schemat blokowy układu podano na rys. 20.

Podukład A do wykrywania niedopałów nie został zmieniony, gdyż jak stwierdzono poprzednio (tabl. 3) spełniał on swą rolę funkcjonalną w sposób właściwy.

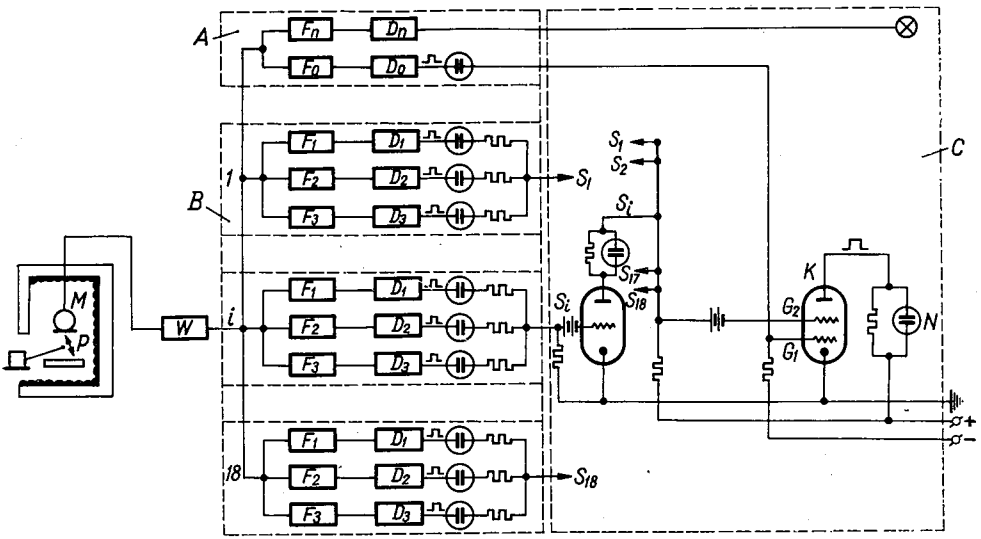
Podukład B natomiast został przekonstruowany i rozbudowany zgodnie z wytycznymi sformułowanymi w rozdziale 4.1.4. Wprowadzone zmiany polegają na:

a) zastosowaniu indywidualnej regulacji progów czułości dyskryminatorów amplitudy poszczególnych filtrów pasmowych w celu aproksymowania charakterystyki amplitudowej rezonansów $A_f = \varphi(f)$,

b) rozszerzeniu zakresu analizowanych częstotliwości,

c) zwiększeniu liczby analizowanych rezonansów do trzech.

Rozszerzenie zakresu analizowanych częstotliwości osiągnięto przez odpowiednie rozrzedzenie pasm przepuszczania $\Delta f_i \big|_{i=1}^{i=3}$ poszczególnych filtrów $F_i \big|_{i=1}^{i=3}$, bez zwiększania ich liczby. Metoda ta okazała się bardziej ekonomiczna niż proponowane poprzednio zwiększenie liczby filtrów pasmowych z 18 na 29 przy zachowaniu niezmienionej szerokości pasma przepuszczania Δf_i. Badania wykazały, że zmniejszenie dokładności wskazań aparatury, wywołane rozszerzeniem pasm przepuszczania filtrów analizujących, jest całkowicie skompensowane przez jednoczesne zastosowanie analizy *trzech* częstotliwości rezonansowych f_1, f_2, f_3 i zwiększenie w ten sposób ilości elementów informacyjnych, dostarczanych przez proces analizy widma (zob. rozdz. 4.1.4).



Rys. 20. Schemat ideowy II układu doświadczalnego

Dokładniejszego omówienia wymaga układ sygnalizacyjny C zastosowany w drugim modelu doświadczalnym aparatury pomiarowej (rys. 20). Ponieważ aparatura ta przeznaczona jest do pracy w normalnych warunkach produkcyjnych, zastosowany system sygnalizacji powinien być możliwie prosty i dawać jednoznaczne wskazania w postaci sygnałów optycznych: „płytka dobra" (+) lub „płytka wadliwa" (−), łatwo zrozumiałych dla personelu obsługującego.

Zasada działania układu sygnalizacyjnego C (rys. 20) jest następująca. Wyjścia dyskryminatorów amplitudy $D_{1(i)}$, $D_{2(i)}$, $D_{3(i)}$, każdego z 18 zespołów trzech filtrów analizujących $F_{1(i)}$, $F_{2(i)}$, $F_{3(i)}$ dołączone są rów-

nolegle do wejścia układu sumującego S_i, który działa jedynie w tym przypadku, gdy na wyjściach wszystkich trzech dyskryminatorów $D_{1(i)}$, $D_{2(i)}$, $D_{3(i)}$ i-tego zespołu filtrów *jednocześnie* pojawią się sygnały wyjściowe w postaci impulsów dodatnich. Wyjścia 18 układów sumujących $S_i\,|_{i=1}^{i=18}$ dołączone są równolegle do siatki sterującej G_2 heksody wspólnego układu koincydencyjnego K, która jest spolaryzowana ujemnie ($U_{so} < 0$). Pierwsza siatka sterująca G_1 heksody układu koincydencyjnego K natomiast połączona jest wyjściem dyskryminatora amplitudy D_o filtru F_o w podukładzie A do selekcji niedopałów. Warunkiem zadziałania układu koincydencyjnego K jest jednoczesne pojawienie się impulsów dodatnich na siatkach G_1 i G_2. Stan ten może powstać jedynie wtedy, gdy:

a) częstotliwości rezonansowe f_1, f_2, f_3 badanej płytki położone są w zakresie pasm przepuszczania trzech filtrów analizujących tego samego zespołu analizującego $F_{1(i)}$, $F_{2(i)}$, $F_{3(i)}$, a więc gdy badana płytka pozbawiona jest wad strukturalnych,

b) na wyjściu filtru F_o podukładu A do wykrywania niedopałów pojawi się impuls dodatni, co oznacza, że badana płytka nie jest niedopałem. Konieczność jednoczesnego spełnienia warunków (a) i (b) do zadziałania układu koincydencyjnego zwiększa pewność działania aparatury pomiarowej, a tym samym — dokładność metody kontroli. Zadziałanie układu koincydencyjnego objawia się zaświeceniem neonówki N — „płytka dobra". Brak sygnału (neonówka N nie świeci) oznacza, że badana płytka jest płytką wadliwą.

Zadziałanie układu koincydencyjnego i pojawienie się na jego wyjściu sygnału elektrycznego może być wykorzystane do automatycznego skierowania badanej płytki z taśmy produkcyjnej do grupy płytek dobrych. Zagadnienie to wychodzi jednak poza ramy niniejszej pracy i wkracza w dziedzinę automatyzacji procesu kontroli produkcji.

ZAKOŃCZENIE

Referowana praca, obejmująca opracowanie koncepcyjne akustycznej metody kontroli jakości produkcji okładzinowych płytek ceramicznych oraz wykonanie i zbadanie doświadczalnego modelu aparatury pomiarowo-kontrolnej, została podjęta z inicjatywy i dla potrzeb Zjednoczenia Przemysłu Ceramicznego. Ostateczne oszacowanie dokładności metody będzie przeprowadzone po analizie statystycznej wyników pomiarów, uzyskanych w okresie próbnej pracy aparatury, zainstalowanej w tym celu w jednym z zakładów wytwórczych.

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN
Zakład Badań Drgań

WYKAZ LITERATURY

1. Wehr J.: Analiza dokładności wyznaczania stałych sprężystości ciał stałych metodami ultradźwiękowymi. — Pomiary — Automatyka — Kontrola, tom V, nr 8 (1959), s. 326—331.
2. Timoshenko S.: Vibration Problems in Engineering. D. Van Nostrand Company, Inc., Toronto, New York, London, 1955.
3. Feller W.: Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1960.

J. KACPROWSKI, J. RYLL-NARDZEWSKI

AN ACOUSTICAL METHOD OF FAULT-DETECTION IN CERAMIC LINING PLATES

Summary

The paper contains a general description of an acoustical measuring method as well as of an electroacoustic measuring apparatus designed for production tests of the performance of ceramic lining plates being used in the building industry. The method is based on the physical relations which exist between the acoustical parameters of the plate excited to mechanical vibrations, and its structural and mechanical properties determining the quality of the product under consideration.

As a result of statistical investigations it has been found, that the main distinctive feature, which may be used to distinguish the good plates from those having some structural faults, is the frequency ratio of certain characteristic resonances corresponding to given modes of mechanical vibrations. In this way the above mentioned frequency ratio may be used as a criterion of the quality of the plate being tested. Another criterion, which may be used for detecting ceramic plates having inviseable material faults (e.g. the socalled „underfired" plates, that is those which had been burnt at a lower temperature), is the absolute value of the resonance frequency of a selected mode of vibrations.

In the consequence of the theoretical considerations which had been checked experimentally, a preliminary measuring equipment was designed, constructed and investigated when using a big quantity of different ceramic plates representing a general cross-section of the production of a given manufactory. The results of these investigations had led to some practical conclusions which were used at the design as well as at the technical development of the improved model of the measuring and control apparatus. This measuring equipment will be put to detailed exploitation tests under normal production conditions in the factory.

J. KACPROWSKI, J. RYLL-NARDZEWSKI

UNE MÉTHODE ACOUSTIQUE DE LA DÉTECTION DES DÉFAUTS INVISIBLES DANS LES PLAQUES CÉRAMIQUES

Resumé

Le travail contient la description générale d'une méthode acoustique de mesure ainsi que d'un appareillage éléctroacoustique destiné au contrôle de qualité des plaques céramiques utilisées comme couverture des murs intérieurs dans les

bâtiments. Cette méthode tire son origine de la rélation qui existe entre les characteristique acoustiques d'une plaque, excitée aux vibrations libres, et ses propriétés mécaniques desquelles dépend la qualité du produit consideré.

En conséquence des recherches acoustiques on a constaté que les rapports des certaines fréquences de résonance de la bonne plaque vibrante librement peuvent être considerés comme un signe distinctif qui la discerne des autres, ayant des défauts mécaniques visibles ou intérieurs. C'est pourquoi ces rapports des fréquences peuvent être reconnus comme un critère fondamental de la qualité du produit examiné. Un autre critère, qui sert à la détection des plaques avec des défauts de la structure intérieure (par exemple de ces qui ne sont pas bien cuites), est la valeur absolue de la fréquence d'un de résonances mécaniques propres de la plaque.

En conséquence des considerations théoriques ainsi que des résultats de recherches expérimentaux on a projeté et construit un appareillage de mesure l'action duquel a été examinée avec un grand nombre de plaques céramiques représentant la production moyenne d'une usine. Les résultats de ces mesures nous ont permis de tirer quelques conclusions pratiques qui ont été utilisées pour projeter et pour construire un appareillage nouveau et amélioré, qui sera examiné en train des essais d'exploitation dans les conditions d'une production normale à l'usine.

J. KACPROWSKI, J. RYLL-NARDZEWSKI

EINE AKUSTISCHE MESSMETHODE ZUR KONTROLLPRÜFUNG DER KERAMISCHEN BAUPLATTEN

Zusammenfassung

Die Arbeit enthält eine allgemeine Beschreibung der akustischen Messmethode und der ihr entsprechenden elektroakustischen Messeinrichtung zur automatischen Produktionsprüfung der keramischen Bauplatten. Die hier angewandte Messmethode folgt aus der entdeckten Abhängigkeit der akustischen Parameter der zu mechanischen Schwingungen angeregten keramischen Platte von ihren strukturalen und mechanischen Eigenschaften, und besonders — von verschiedenen Produktionsfehlern, welche im Falle der keramischen Platten auftreten.

In der Folge der akustischen Forschungen wurde festgestellt, dass das Verhältnis einiger ausgewählten charakteristischen Eigenfrequenzen der Platte für das distinktive Zeichen, welches die fehlerlosen Platten von den fehlerhaften Platten unterscheidet, gehalten werden kann. Das obenerwähnte Frequenzverhältnis wurde als Messparameter bei der Selektion der Platten mit unsichtbaren strukturalen Fehlern angenommen. Der nächste Parameter, welcher zur Selektion der Platten mit unsichtbaren Stoff-Fehlern (z.B. der nicht genug gebrannten Platten) angewandt wurde, ist der absolute Wert einer ausgewählten Resonanzfrequenz der untersuchten Platte.

Die in der Arbeit angeführten theoretischen Überlegungen als auch die Ergebnisse der experimentalen Untersuchungen wurden beim Entwurf und Bau einer laboratorischen Messeinrichtung ausgenutzt. Die Wirkung und die allgemeinen Messeigenschaften der Apparatur wurden mit Hilfe einer Menge der keramischen Platten, welche den Durchschnitt der Serienproduktion eines gewählten Fabrik repräsentierten, systematisch geprüft. Die Ergebnisse dieser Messungen führten zu manchen kritischen Schlüssen, welche ferner beim Entwurf und Bau der nächsten verbesserten Messeinrichtung ausgenutzt wurden. Die Wirkung und besonders die Messgenauigkeit der neuen Apparatur werden erst nach den Exploitationsprüfungen unter normalen Produktionsbedingungen in der Fabrik beurteilt werden.

Я. КАЦПРОВСКИ, Я. РЫЛЛЬ-НАРДЗЕВСКИ

АКУСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОБНАРУЖЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ БРАКОВ В КЕРАМИЧЕСКИХ ОБЛОЖЕЧНЫХ ПЛАСТИНКАХ

Резюме

Работа содержит описание измерительного метода, а также электроакустической измерительно-контрольной аппаратуры, предназначенной для автоматического контроля качества производства керамических обложечных пластинок, применяемых в строительстве. Применённый метод основан на найденных зависимостях между колебательными (акустическими) параметрами пластинки возбуждённой к механическим колебаниям, и, решающими о её качестве, структурными и материальными свойствами.

В результате статистических исследований получено, что отличительной чертой, разделяющей хорошие пластинки от пластинок имеющих структурные изъяны, является отношение частот избранных характеристических собственных резонансов пластинок, и, что это сотношение может быть принято в качестве одного из критериев надёжности испытуемого экземпляра. Вторым критерием, служащим для обнаружения пластинок со скрытыми материальными браками (так назыв. недожжённых), является абсолютное значение частоты избранного механического резонанса пластинки.

На основании проведенного теоретического анализа и результатов лабораторных измерений запроектировано и построено экспериментальную измерительную аппаратуру, которой работу проверено в последствии на большом количестве образцов пластинок, отображающих производство избранного предприятия. Результаты измерений позволили сделать ряд критических выводов, которые были использованы при проектировании и конструировании второй улучшенной экспериментальной системы. Эта система будет подвергнута эксплуатационным испытаниям в нормальных производственных условиях предприятия.