Zatem dla błędu wzorów (59) i (61) otrzymamy następujące oszacowanie:

$$|\delta z| = \frac{b_1}{\pi}\left|\int_{-1}^{w} z_2(\varrho)\, R_n(\varrho)\, d\varrho\right| \leqslant \frac{b_1}{\pi}\varepsilon(K,\alpha)\int_{-1}^{w}|z_2(\varrho)|\, dl \leqslant \frac{b_1}{\pi}\varepsilon(K,\alpha)\, Ml, \quad (87)$$

gdzie:

M — kres górny funkcji $|z_2(w)|$ na krzywej całkowania,

l — długość krzywej całkowania.

Otrzymany wzór zastosujemy obecnie do poszczególnych odcinków brzegu.

a) Odcinek 3—2″ [wzór (65)]. Całkujemy po osi rzeczywistej i $u < -1$ (rys. 8).

$$|z_2(u)| = \frac{\sqrt{-1-u}}{-u\sqrt{-p-u}},$$

czyli

$$|\delta z| \leqslant \varepsilon\frac{b_1}{\pi}\int_{u}^{-1}\frac{\sqrt{-1-x}}{-x\sqrt{-p-x}}\,dx = \frac{\varepsilon b_1}{\pi}\int_{1}^{-u}\frac{\sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-p}}\,dx.$$

Całka ta może być elementarnie obliczona, a ponieważ krzywa całkowania leży w obszarze $|w| \geqslant 1$, więc przyjmiemy $K = 1$. Podstawiając jeszcze $-u = \alpha \operatorname{ch}\xi$ otrzymamy ostatecznie:

$$|\delta x| \leqslant \frac{b_1}{\pi}\frac{a_{n+1}\alpha^{2n+2}}{1-\alpha^2}\left[\operatorname{Arch}\frac{2\alpha\operatorname{ch}\xi-(p+1)}{1-p} + \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\sqrt{p}}\operatorname{Arch}\frac{p+1-2p(\alpha\operatorname{ch}\xi)^{-1}}{1-p}\right] \quad (88)$$

Mniej dokładne oszacowanie otrzymamy podstawiając $l = -1 - u$ i $M = \dfrac{\sqrt{-u-1}}{\sqrt{1-p}}$:

$$|\delta x| \leqslant \frac{a_{n+1}\alpha^{2n+2}b_1(\alpha\operatorname{ch}\xi-1)^{3/2}}{\pi(1-\alpha^2)(1-p)^{1/2}}. \quad (89)$$

b) Odcinek 1 — 2′ [wzór (66)]. W tym przypadku wygodnie będzie całkować po krzywej złożonej z odcinka l i półokręgu m (rys. 8) i oddzielnie szacować całkę we wzorze (87) na każdej z tych części:

$$I = \left|\int_{-1}^{w} z_2(\varrho)\, R_n(\varrho)\, d\varrho\right| \leqslant \left|\int_{l} z_2 R_n\, d\varrho\right| + \left|\int_{m} z_2 R_n\, d\varrho\right| \overset{\text{ozn}}{=} I_l + I_m$$

Dalej

$$I_l \leqslant \varepsilon\left|_{K=1}\frac{\sqrt{c-1}}{\sqrt{1-p}}(c-1),\right. \qquad I_m \leqslant \varepsilon\left|_{K=c}\frac{\sqrt{c+1}}{c\sqrt{c-p}}\cdot\pi c\right.$$

oraz $c = -a\mathrm{ch}(\xi + i\pi) = a\mathrm{ch}\xi$ co, po podstawieniu do wzoru (87), daje:

$$|\delta\bar{x}| \leqslant \frac{a_{n+1}b_1}{\pi}\left[\frac{\pi(a/c)^{2n+2}(c+1)^{1/2}}{(1-a^2/c^2)(c-p)^{1/2}} + \frac{a^{2n+2}(c-1)^{3/2}}{(1-a^2)(1-p)^{1/2}}\right] \quad (c = a\,\mathrm{ch}\,\xi) \quad (90)$$

c) Odcinek 3—44. Całkując po odcinku $-1 \leqslant u \leqslant -p$, $v = 0$, otrzymamy: $|\delta y_4| \leqslant \frac{b_1}{\pi}\varepsilon\Big|_{K=p}\int_{-1}^{-p}\frac{\sqrt{x+1}}{-x\sqrt{-x-p}}\,dx$. Otrzymaną całkę oblicza się elementarnie, co prowadzi do wzoru:

$$|\delta y_4| \leqslant \frac{a_{n+1}\left(\frac{a}{p}\right)^{2n+2}b_1\left(\frac{1}{\sqrt{p}}-1\right)}{1-(a/p)^2}. \quad (91)$$

3.4. Oszacowanie błędu wzoru (78)

Jeśli krzywa całkowania leży całkowicie w obszarze $|w| \geqslant K > a$, wówczas ze wzorów (76) i (86) otrzymamy:

$$|\delta z| = \frac{b}{\pi}\left|\int_p^w z_3(\varrho)\,R_n(\varrho)\,d\varrho\right| \leqslant \frac{b}{\pi}\varepsilon(K,a)\int_p^w |z_3(\varrho)|\,dl, \quad (92)$$

gdzie ε — jest określone wzorem (86). Całka w (92) jest niewłaściwa, bo

$$z_3(w) = \frac{\sqrt{w-1}}{w\sqrt{w-p}}.$$

a) Odcinek 4 — 5′ [wzór (81)]. Całkujemy po odcinku osi rzeczywistej $u > p$; $v = 0$.

Ze wzoru (92) $|\delta x| \leqslant \varepsilon\Big|_{K=p}\frac{b}{\pi}\int_p^u\frac{\sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-p}}\,dx$, gdzie $u = a\,\mathrm{ch}\,\xi$. Po elementarnym scałkowaniu otrzymujemy ostatecznie:

$$|\delta x| \leqslant \frac{b}{\pi}\frac{a_{n+1}(a/p)^{2n+2}}{1-(a/p)^2}\left[\mathrm{Arch}\frac{2a\,\mathrm{ch}\,\xi-(p+1)}{p-1} + \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\sqrt{p}}\,\mathrm{Arch}\frac{p+1-2p\,(a\,\mathrm{ch}\,\xi)^{-1}}{p-1}\right]. \quad (93)$$

b) Odcinek 1 — 5″. Całkujemy po krzywej, złożonej z odcinka l i półokręgu m, gdzie $c = a\mathrm{ch}\xi$ (rys. 9). Rozbijając pierwszą z całek na 2 części

i oddzielnie szacując błąd stwierdzimy, że na odcinku m będzie on szacowany wzorem (93), a dodatkowy układ od półokręgu K wyniesie:

$$(c = a \operatorname{ch} \xi;\ |\delta \bar{x}| \leqslant |\delta x| + |\partial \bar{x}|_K)$$

$$|\delta \bar{x}|_K \leqslant \frac{b}{\pi} \frac{\sqrt{c+1}}{c\sqrt{c-p}} \varepsilon \Big|_{K=c} \cdot \pi c = \frac{a_{n+1} \left(\frac{a}{c}\right)^{2n+2} b \sqrt{c+1}}{(1-\alpha^2) c^2 \sqrt{c-p}}. \tag{94}$$

c) Odcinek 3—4. Całkując po odcinku osi rzeczywistej $1 \leqslant u \leqslant p$; $v = 0$ otrzymamy: $|\delta y_3| \leqslant \frac{b}{\pi} \varepsilon \Big|_{K=1} \int_1^p \frac{\sqrt{u-1}}{u\sqrt{p-u}} du$. Po elementarnych rachunkach otrzymamy ostatecznie:

$$|\delta y_3| \leqslant \frac{a_{n+1} \alpha^{2n+2} b \left(1 - \frac{1}{\sqrt{p}}\right)}{1-\alpha^2}. \tag{95}$$

WYKAZ LITERATURY

1. Heuman C.: — Tables of Complete Elliptic Integrals. Journal of Mathematics and Physics. Volume 20. 1941 MIT p. 127.
2. Weber E.: — Electromagnetic Fields. Theory and Applications. Volume 1. Mapping of Fields. 1950. New York.
3. Канторович Л. В., Крылов В. И.: — Приближенные методы высшего анализа. 1950. Москва.
4. Каценеленбаум Б. З.: — Волноводы с неидеальными стенками. Доклады Академии Наук СССР. 1953. Том 88.
5. Byrd P. F., Friedman M. D.: — Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Physicists. 1954. Berlin.
6. Fuks B. A., Szabat B. W.: — Funkcje zmiennej zespolonej i niektóre ich zastosowania (tłumaczenie z rosyjskiego) 1954. Warszawa.
7. Вайнштейн Л. А.: — Электромагнитные волны. 1957. Москва.
8. Leja F.: — Teoria funkcji analitycznych. 1957. Warszawa.

A. SKORUPSKI

APPLICATION OF CONFORMAL MAPPINGS TO RIDGE WAVE-GUIDES ANALYSIS

Summary

In this paper the method of conformal mapping is applied to determine such parameters of ridge wave-guide as: cut off wavelengths, characteristic impedance, disruptive strength and field attenuation. A numerical example is given to illustrate an appropriate course for numerical calculations. In chapter 1 the basic formuale of uniform wave-guide theory are derived and presented in a form

convenient for further discussion. In particular an expression is derived for the slope of the attenuation (due to the wall losses) vs. frequency curve at the cut off. Chapter 2 deals with the transformation of the formulae of chapter 1 when the ridge wave-guide cross -section is conformally mapped into a rectangle (Fig. 4). In section 2.3.1. of chapter 2 the simplest approximation of a mapping function is derived; higher approximations are considered in section 2.3.2. The error of approximate mappings is estimated.

A. SKORUPSKI

APPLICATION DES TRANSFORMATIONS CONFORMES DANS L'ANALYSE DES GUIDES D'ONDES

Résumé

On a appliqué la methode de la transformation conforme pour déterminer les caractéristiques du guide d'ondes à saillie intèrieure nommées ci-dessous: longueur d'onde de coupure, impedance caractéristique, puissance disruptive ainsi qu'atténuation du champ. Les considérations sont illustrées par un exemple numerique, suggérant le parcours propre des calculs numériques. Dans le chapitre 1 on a obtenu les formules fondamentales de la théorie des guides d'ondes uniformes et on les a présentées sous la forme commode pour les considérations sulvantes; on a obtenu aussi la formule de la vitesse du changement de l'atténuation du champ causée par des pertes dans les paroix en présence de la fréquence de coupure. Dans le chapitre 2 on a donnée la transformation des formules du chapitre 1 dans le cas de la transformation conforme de la section transversale du guide d'ondes à saillie intérieure à un rectangle (fig. 4). Dans le paragraphe 2.3.1 on a consideré l'approximation la plus simple de la fonction de transformation; les approximations suivantes ont été considerées dans le paragraphe 2.3.3. On a aussi estimé les erreurs des transformations approximatives.

A. SKORUPSKI

ANWENDUNG KONFORMER ABBILDUNGEN ZUR ANALYSE VON HOHLLEITERN

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde die Methode der konformen Abbildung zur Bestimmung der Parameter eines Hohlleiters mit Längssteg angewandt, und zwar: Grenzwellenlängen, Feldwiderstand einer Hohlleiterwelle, Durchschlag- und Felddämpfungsleistung. Die theoretischen Betrachtungen wurden durch ein Rechenexempel illustriert, das auf den richtigen Verlauf der numerianischen Rechnungen hinweist. Im ersten Teil wurden die grundlegenden Muster aus der Theorie der homogenen Hohlleiter abgeleitet und in einer für die weiteren Betrachtungen günstigen Form dargestellt. Abgeleitet wurde auch ein Muster für die Schnelligkeit des Dämpfungswechsels, der bei Grenzfrequenz durch Verluste in den Wandungen hervorgerufen wird. In Teil 2 wurde eine Abwandlung der Muster aus Teil 1 dargestellt bei konformer Abbildung des Quarzschnitts eines Hohlleiters mit Längssteg in ein Rechteck (Abb. 4). In Paragraph 2.3.1 wurde die einfachste Benaderung der Abbildungsfunktion betrachtet, während deren weitere Benaderung im § 2.3.2 diskutiert wurde. Es wurden glechfalls die Fehler benaderter Abbildungen abgeschätzt.

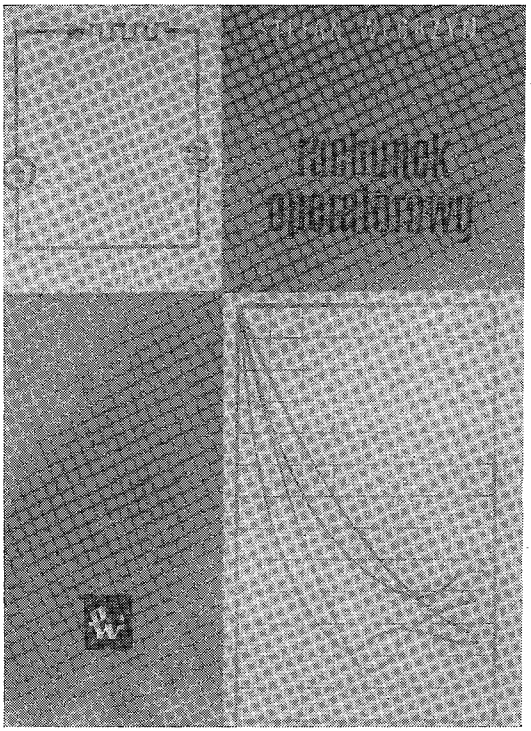
А. СКОРУПСКИ

ПРИМЕНЕНИЕ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ВОЛНОВОДОВ

Резюме

В статье применен метод конформного отображения для определения следующих параметров П-волновода: критические длины волн, импеданс, прочность на пробой и затухание поля. Рассуждения иллюстрированы численным примером представляющим правильный ход вычислений.

В первой главе выведены основные формулы из теории однородных волноводов и они представлены в удобном для дальнейших рассуждений виде; выведена также формула для скорости изменения затухания, вызванного потерями в стенках при критической частоте. Во второй главе приведено преобразование формул из первой главы при конформном отображении поперечного сечения волновода на прямоугольник (рис. 4). В параграфе 2.3.1 рассмотрено простейшее приближение отображающей функции, а дальнейшие приближения проанализированы в параграфе 2.3.2. Оценены также погрешности приближенных отображений.



Księgarnia Domu Książki zobowiązana jest przyjąć zamówienie na wszystkie nie wyczerpane wydawnictwa PWN

621.318.435.3

JAN KULIKOWSKI

Transduktory parzystych harmonicznych

Rękopis dostarczono 20.9.1961

Transduktory parzystych harmonicznych są czułymi elementami przydatnymi specjalnie do wzmacniania małych sygnałów prądu stałego oraz pomiaru małych natężeń stałych pól magnetycznych. W artykule podano analizę ogólną tych transduktorów. Pierwsza część analizy przeprowadzona jest w oparciu o linearyzację odcinkową charakterystyki magnesowania rdzeni transduktora, a druga część na aproksymacji tej charakterystyki przez funkcję $B = \alpha \operatorname{arctg} \beta H$. Wyniki tych dwóch metod analitycznych porównane są ze sobą, a następnie porównane z wynikami doświadczalnymi. Na tej podstawie wyprowadzono schematy zastępcze i blokowe transduktorów parzystych harmonicznych. Przy końcu podano przykładowo niektóre układy zawierające transduktory parzystych harmonicznych.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

B_{nas} indukcja magnetyczna, odpowiadająca zagięciu charakterystyki magnesowania,
C_U stała napięcia wyjściowego (stosunek oporności),
G_{Um} stała napięcia modulującego.
d średnica rdzenia czujnika magnetycznego,
f częstotliwość,
F symbol funkcji,
F^{-1} symbol funkcji odwrotnej względem F,
F_r funkcja okresowo zmienna o okresie 2π,
H_c natężenie pola koercji,
H_{nas} natężenie pola magnetycznego, odpowiadające zagięciu charakterystyki magnesowania,
h_r wartość chwilowa natężenia pola magnetycznego roboczego,
H_{rm} wartość maksymalna natężenia pola magnetycznego roboczego przy zasilaniu prądowym,
$H_{rm}^{(n)}$ amplituda pola magnetycznego roboczego przy zasilaniu napięciowym, gdy oba rdzenie są nasycone,
$H_{rm}^{(o)}$ jak wyżej, gdy oba rdzenie są odsycone,
H_s natężenie pola magnetycznego sterującego,
h_w wartość chwilowa natężenia pola magnetycznego wytworzonego przez prąd wyjściowy,
i_o wartość chwilowa prądu obciążenia,
I_o wartość średnia prądu obciążenia,

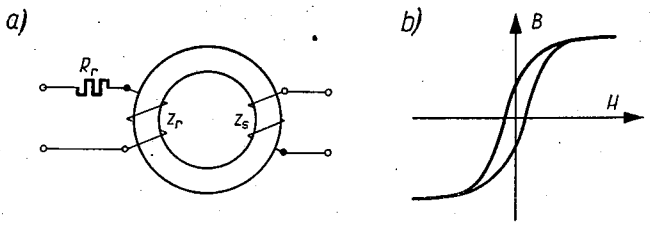
i_r wartość chwilowa prądu roboczego,
I_{rm} wartość maksymalna prądu roboczego przy zasilaniu prądowym,
$I_{rm}^{(n)}$ amplituda prądu roboczego przy zasilaniu napięciowym, gdy oba rdzenie są nasycone,
$I_{rm}^{(o)}$ jak wyżej, gdy oba rdzenie są odsycone,
i_s składowa zmienna prądu w obwodzie sterującym,
I_s prądu sterujący,
i_w wartość chwilowa prądu wyjściowego,
I_w wartość średnia prądu wyjściowego (wyprostowanego)
K_I współczynnik wzmocnienia prądowego,
K_{IC} współczynnik wzmocnienia prądowego wzmacniacza z kondensatorem na wyjściu,
K_N współczynnik wzmocnienia *SMM*-ej,
K_{NC} współczynnik wzmocnienia *SMM*-ej wzmacniacza z kondensatorem na wyjściu,
K_P współczynnik wzmocnienia mocy,
K_{Popt} optymalny współczynnik wzmocnienia mocy,
K_{PCopt} optymalny współczynnik wzmocnienia mocy wzmacniacza z kondensatorem na wyjściu,
k_r współczynnik oporności obciążenia,
k_{sp} współczynnik sprzężenia zwrotnego parzystych harmonicznych,
k_{spC} współczynnik sprzężenia zwrotnego parzystych harmonicznych wzmacniacza z kondensatorem na wyjściu,
K_U współczynnik wzmocnienia napięcia,
K_{UC} współczynnik wzmocnienia napięcia wzmacniacza z kondensatorem na wyjściu,
K_{UCopt} optymalny współczynnik wzmocnienia napięcia wzmacniacza z kondensatorem na wyjściu,
K_{Um} współczynnik wzmocnienia napięcia modulującego,
K_{Uopt} optymalny współczynnik wzmocnienia napięcia,
K_{Uw} wypadkowy współczynnik wzmocnienia napięcia wzmacniacza prądu stałego z modulatorem magetycznym,
l_c długość rdzenia czujnika magnetycznego,
l_m średnia długość obwodu magnetycznego rdzenia transduktora,
l_w długość uzwojenia wyjściowego,
L_r indukcyjność uzwojenia roboczego,
L_s indukcyjność uzwojenia sterującego,
L_{sd} indukcyjność dławika dodatkowego,
L_w indukcyjność uzwojenia wyjściowego,
P_o moc na obciążeniu,
P_{oCmax} maksymalna moc na obciążeniu zbocznikowanym przez kondensator,

P_{oCrz} rzeczywista moc na obciążeniu zbocznikowanym przez kondensator,
P_{omax} maksymalna moc na obciążeniu,
P_{orz} rzeczywista moc na obciążeniu,
P_s moc sterująca,
R_o oporność obciążenia,
R_{opt} optymalna oporność obciążenia,
r_p oporność przewodzenia prostownika,
R_r oporność czynna obwodu roboczego,
r_s oporność czynna uzwojenia sterującego,
r_{sd} oporność czynna uzwojenia dławika, dodatkowego,
R_s całkowita oporność czynna obwodu sterującego,
r_w oporność czynna uzwojenia wyjściowego,
R_w oporność czynna obwodu wyjściowego,
R'_w oporność czynna obwodu wyjściowego z prostownikiem,
R_{ws} oporność wsteczna prostownika,
R_1, R_2 oporność dzielnika napięcia w układzie z ujemnym sprzężeniem zwrotnym,
S przekrój poprzeczny rdzenia transduktora,
t czas,
U_o wartość średnia napięcia na obciążeniu,
U_{oC} wartość średnia napięcia na obciążeniu zbocznikowanym przez kondensator,
u_r wartość chwilowa napięcia roboczego,
U_{rm} amplituda napięcia roboczego,
U_s napięcie sterujące,
u_w wartość chwilowa napięcia wyjściowego,
U_w wartość średnia napięcia wyjściowego (wyprostowanego),
U_{wm} największa możliwa wartość maksymalna napięcia wyjściowego,
U_{2n} amplituda $2n$-ej harmonicznej w napięciu wyjściowym,
U_{2na}, U_{2nb} amplitudy składowych $2n$-ej harmonicznej,
U_{2nr} wartość średnia $2n$-ej harmonicznej,
x zmienna,
X_r oporność indukcyjna uzwojenia roboczego,
X_{Tj} oporność indukcyjna transformatora w stanie jałowym (bez obciążenia),
X_w oporność indukcyjna uzwojenia wyjściowego,
X'_{wz} oporność zastępcza obwodu wyjściowego otrzymana w przypadku linearyzacji krzywej magnesowania,
X''_{wz} oporność zastępcza obwodu wyjściowego otrzymana w przypadku założenia aproksymacji (17),
X_{2n} oporność zastępcza obwodu wyjściowego dla $2n$-ej harmonicznej,

y zmienna,
z_r liczba zwojów uzwojenia roboczego,
z_s liczba zwojów uzwojenia sterującego,
z_w liczba zwojów uzwojenia wyjściowego,
α,β współczynniki stałe dla danej aproksymacji,
ΔB różnica indukcji magnetycznej w obu rdzeniach,
$\Delta\sigma_U$, $\Delta\sigma_{2n}$ odchylenie od liniowości,
μ różniczkowa przenikalność magnetyczna materiału rdzenia (H/m),
μ_k przenikalność magnetyczna kształtu,
μ_{nas} różniczkowa przenikalność magnetyczna w zakresie nasycenia,
σ_{0max} maksymalna początkowa czułość napięciowa transduktora o wyjściu selektywnym,
σ_{0tmax} maksymalna początkowa czułość napięciowa dla parzystych harmonicznych uzyskana przy założeniu aproksymacji (17),
σ_{02n} początkowa czułość napięciowa dla $2n$-ej harmonicznej,
σ_{0U} początkowa czułość napięciowa transduktora o wyjściu impulsowym,
σ_{02na},σ_{02nb} początkowa czułość napięciowa dla składowych $2na$, $2nb$,
σ_U czułość napięciowa transduktora o wyjściu impulsowym,
σ_{Umax} maksymalna czułość napięciowa transduktora o wyjściu impulsowym,
σ_{Upr} praktyczna wartość czułości napięciowej transduktora o wyjściu impulsowym,
σ_{2n} czułość napięciowa dla $2n$-ej harmonicznej,
σ_{2npr} praktyczna wartość czułości napięciowej dla $2n$-ej harmonicznej,
τ_s stała czasowa obwodu sterującego,
φ opóźnienie fazowe spowodowane przez histerezę,
φ_{2n} opóźnienie fazowe spowodowane histerezą dla $2n$-ej harmonicznej,
ω pulsacja.

1. WPROWADZENIE

Podstawowym elementem układów omówionych w niniejszej pracy jest dławik z rdzeniem o nieliniowej charakterystyce magnesowania (rys. 1), zdjętej przy zasilaniu uzwojenia z_r prądem zmiennym o częstotliwości f. Łatwo stwierdzić, że tę nieliniowość cechuje symetria biegunowa względem początku układu współrzędnych. Jeśli przez uzwojenie robocze z_r płynie prąd roboczy okresowo zmienny w czasie, który wytwarza w rdzeniu natężenie pola magnetycznego $h_r(\omega t)$ o przebiegu okresowym (rys. 2, linia ciągła), to przebieg indukcji magnetycznej



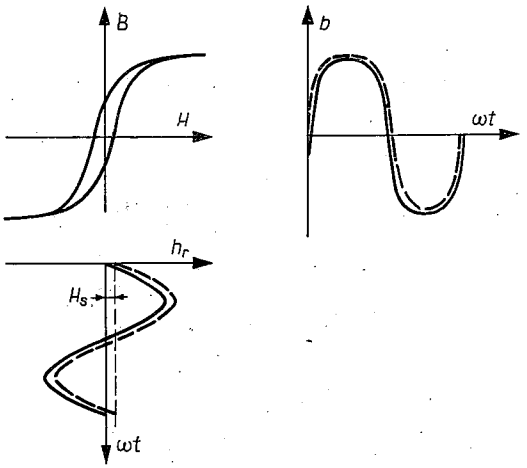
Rys. 1. Dławik (a) i charakterystyka magnesowania jego rdzenia (b)

w rdzeniu jest odkształcony. Każdą funkcję okresową (o okresie 2π), spełniającą warunki Dirichleta, można rozłożyć na szereg Fouriera

$$F(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \ldots a_n \cos nx + \beta_1 \sin x +$$

$$+ \beta_2 \sin 2x + \ldots \beta_n \sin nx, \tag{1}$$

w którym współczynniki $a_0 \ldots a_n$ i $\beta_1 \ldots \beta_n$ oznaczają amplitudy składowych harmonicznych.



Rys. 2. Wykreślenie przebiegu indukcji magnetycznej

Jak wiadomo, funkcje spełniające warunek:

$$F(x) = -F(x + \pi), \tag{2}$$

nie zawierają parzystych harmonicznych, czyli $a_{2n} = \beta_{2n} = 0$.

W dalszym ciągu rozpatrywane będą przebiegi h_r (ωt), spełniające warunek (2).

Ponieważ charakterystyka magnesowania jest symetryczna, co można wyrazić wzorem

$$B(H) = -B(-H),$$

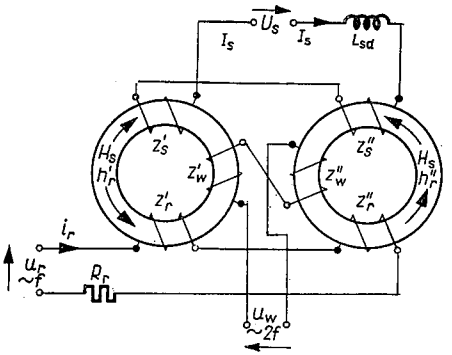
przebieg czasowy indukcji magnetycznej $b(\omega t)$ spełnia również warunek (2), a więc nie zawiera parzystych harmonicznych, gdyż

$$b[h_r(\omega t)] = -b[h_r(\omega t + \pi)].$$

Przebieg ten pokazany jest na rys. 2 (linia ciągła).

Jeśli jednak przez uzwojenie sterujące z_s popłynie prąd stały I_s, który wytworzy w rdzeniu pole magnetyczne o natężeniu H_s, to przebieg indukcji magnetycznej ulegnie zmianie (rys. 2 — linia przerywana) i nie będzie spełniać warunku (2). Oznacza to, że w przebiegu $b = F(\omega t)$ pojawiły się parzyste harmoniczne, które, jak można wykazać, są funkcją składowej stałej pola magnetycznego H_s. Ponieważ napięcie indukowane w uzwojeniu z_s, nazywane dalej napięciem wyjściowym, jest proporcjonalne do pochodnej indukcji magnetycznej, istnieje możliwość określenia H_s (a więc również prądu I_s) na podstawie wielkości parzystych harmonicznych tego napięcia, których amplitudy są w pewnych warunkach proporcjonalne do H_s.

Jak wykazał Biessonow [1], zjawisko wyżej opisane jest odwracalne: równoczesność magnesowania rdzenia polami magnetycznymi o częstotliwościach f i $2f$ prowadzi w pewnych warunkach do powstania składowej stałej indukcji magnetycznej w rdzeniu. Oba zjawiska są szczególnymi przypadkami magnesowania dławika przez pola magnetyczne o dwóch różnych częstotliwościach [3, § 2.7]. W pracy tej omówione zostanie tylko zjawisko pierwsze.



Rys. 3. Transduktor parzystych harmonicznych

Analiza przebiegów $b = F(\omega t)$ (rys. 2) prowadzi do wniosku, że w przebiegu indukcji magnetycznej, a więc również w napięciu wyjściowym, dominują nieparzyste harmoniczne, z których największa jest pierwsza. Tę niedogodność można usunąć stosując układ dwóch dławików (rys. 3), w którym uzwojenia robocze z'_r, z''_r połączone są przeciwnie niż uzwojenia sterujące z'_s, z''_s i dodatkowe uzwojenia wyjściowe z'_w, z''_w.

To oddzielenie obwodu wyjściowego od obwodu sterującego jest czasem korzystne. Ze względu na przeciwne połączenie uzwojeń roboczych na zaciskach uzwojeń wyjściowych nie ma napięcia, gdy $H_s = 0$, natomiast gdy $H_s \neq 0$, pojawia się napięcie wyjściowe u_w, którego składowymi są parzyste harmoniczne, co omówiono w dalszych rozdziałach. W praktyce jednak z uwagi na trudność dobrania dwóch jednakowych dławików, nieparzyste harmoniczne nie są wyeliminowane całkowicie i występują jako przebieg resztkowy w napięciu wyjściowym. Opisany układ (rys. 3) nazywany jest transduktorem typu parzystych harmonicznych. Transduktory te posiadają dwie podstawowe zalety:

1. Parzyste harmoniczne w napięciu wyjściowym są w pewnych granicach wprost proporcjonalne do wielkości sygnału sterującego.
2. Stabilność zera jest duża, a poziom szumów mały.

W zależności od ostrości wymagań odnośnie dokładności działania rozróżnić można trzy grupy zastosowań:

I. Wzmacnianie małych sygnałów prądu stałego (modulatory i wzmacniacze magnetyczne) oraz pomiar małych natężeń stałych pól magnetycznych (czujniki magnetyczne). W urządzeniach tej grupy wykorzystane są obie z wymienionych zalet.

II. Pomiar napięć i prądów stałych (przekładniki), działanie tych urządzeń jest możliwe dzięki pierwszej zalecie.

III. Zastosowania, w których wykorzystane są różne inne własności transduktorów parzystych harmonicznych, np. podwojenie częstotliwości (podwajacze).

W niniejszej pracy przeprowadzono rozważania przede wszystkim dla pierwszej grupy zastosowań.

Jak wiadomo, wzmacnianie małych sygnałów prądu stałego przy użyciu układów elektronowych jest trudne, gdyż urządzenia te mają małą stabilność zera i dość duży poziom szumów. Dlatego też transduktory parzystych harmonicznych są szczególnie przydatne do tego celu, przy czym możliwe są zasadniczo dwa rozwiązania:

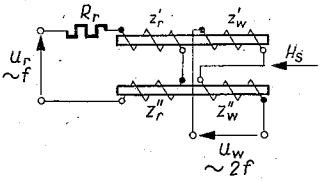
1. Układy z wykorzystaniem jednej parzystej harmonicznej w napięciu wyjściowym, czyli o wyjściu selektywnym.
2. Układy z wykorzystaniem wszystkich parzystych harmonicznych, czyli o wyjściu impulsowym, taki jest bowiem kształt napięcia wyjściowego.

W pierwszym przypadku transduktor współpracuje ze wzmacniaczem selektywnym i odgrywa rolę modulatora (lub przekształtnika) sygnału prądu stałego. W drugim przypadku transduktor pracuje najczęściej jako przedwzmacniacz w kaskadzie wzmacniaczy magnetycznych (wtedy posiada prostownik w obwodzie wyjściowym), chociaż może również współpracować z układem elektronowym jako modulator.

W przeciwieństwie do wzmacniaczy magnetycznych czujniki magnetyczne posiadają otwarty obwód magnetyczny złożony z rdzeni w posta-

ci prętów lub pasków i wielkością sterującą jest bezpośrednio natężenie pola magnetycznego H_s, a uzwojeń sterujących nie ma (rys. 4).

Czujniki magnetyczne mogą również pracować w układach o wyjściu selektywnym lub impulsowym.



Rys. 4. Transduktorowy czujnik magnetyczny

W modulatorach magnetycznych poziom szumów wyznaczony jest przez szumy Barkhausena. Szumy te, związane z procesem magnesowania i obliczane w jednostkach mocy wejściowej, wynoszą ok. $10.^{-19}$ W (dla materiałów o dużej początkowej przenikalności magnetycznej jak supermalloy, mumetal itp.). W praktyce jednak minimalny poziom sygnałów wzmacnianych ograniczony jest nie przez szumy Barkhausena, lecz przez niestabilność zera, którą ocenia się na ok. 10^{-17} W. Źródła niestabilności zera można podzielić na:

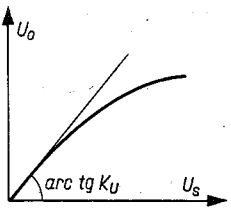
1. Zewnętrzne, których przyczyną są:
   a) parzyste harmoniczne w prądzie roboczym,
   b) postronne pola magnetyczne,
   c) napięcia termoelektryczne.
2. Wewnętrzne, spowodowane przez:
   a) magnetyzm szczątkowy rdzeni po silnym sygnale lub wskutek udaru prądu magnesującego w chwili po załączeniu,
   b) prądy stałe płynące w rdzeniu.

Aby ograniczyć niestabilność zera, należy starannie projektować aparaturę, a w szczególności generator zasilający powinien mieć małą zawartość parzystych harmonicznych ($< 0{,}0005$ %), rdzenie modulatora powinny być ekranowane, a wszelkie połączenia lutowane bardzo dokładnie. Obwód roboczy modulatora powinien zawierać znaczną oporność czynną, która zapobiega udarowi prądu magnesującego. Należy również przewidzieć specjalne uzwojenie do odmagnesowania rdzeni po silnym przeciążeniu.

We wzmacniaczach magnetycznych stabilność zera zależy głównie od zakłóceń spowodowanych przez prostownik w obwodzie wyjściowym, które przewyższają znacznie zakłócenia wymienione poprzednio i wynoszą ok. 10^{-13} W. Dlatego też w układach tych można stosować znacznie prostszą i tańszą aparaturę pomocniczą.

2. RODZAJE CHARAKTERYSTYK I METODY ANALIZY

Właściwości statyczne wzmacniaczy magnetycznych scharakteryzowane są przez współczynnik wzmocnienia mocy K_P oraz współczynnik wzmocnienia napięcia K_U. Dla modulatorów magnetycznych charakterystyczny jest przede wszystkim współczynnik wzmocnienia napięcia modulującego K_{Um}. Analiza powinna określić, przy jakich parametrach uzyskuje się optymalne współczynniki wzmocnienia oraz w jakim zakresie sygnałów sterujących współczynniki te można traktować jako wielkości stałe. Właściwości dynamiczne zarówno wzmacniaczy, jak i modulatorów magnetycznych określone są głównie przez stałą czasową obwodu sterującego.



Rys. 5. Napięciowa charakterystyka sterowania

Współczynnik wzmocnienia napięcia określamy jako nachylenie napięciowej charakterystyki sterowonia[1]) (rys. 5).

$$K_u = \frac{dU_o}{dU_s}. \tag{3}$$

Początkowa część tej charakterystyki dla transduktorów parzystych harmonicznych jest prawie liniowa, dlatego współczynnik wzmocnienia można określić w przybliżeniu jako stosunek napięcia wyprostowanego na obciążeniu (U_o) do napięcia sterującego (U_s).

$$K_U \approx \frac{U_o}{U_s}. \tag{3a}$$

Współczynnik wzmocnienia mocy określamy poprzez współczynnik wzmocnienia napięcia

$$K_P = K_U^2 \frac{R_s}{R_o}, \tag{4}$$

gdzie R_o = oporność obciążenia.
Wartość średnia napięcia na obciążeniu (U_o) jest proporcjonalna do wartości średniej napięcia wyjściowego (U_w)

$$U_o = C_U U_w. \tag{5}$$

[1]) Za wielkość podstawową przyjęto różniczkowy współczynnik wzmocnienia.

W układach bez sprzężenia zwrotnego oporność wejściowa R_s składa się z oporności czynnej uzwojeń sterujących (r_s) oraz oporności czynnej dławika dodatkowego r_{sd}, można więc napisać dla stanu ustalonego

$$U_s = R_s I_s = (2r_s + r_{sd}) I_s. \tag{6}$$

Prąd sterujący I_s oraz natężenie pola magnetycznego H_s związane są zależnością

$$I_s = \frac{l_m}{z_s} H_s. \tag{7}$$

Po podstawieniu (5), (6) i (7) do (3), otrzymuje się

$$K_U = \frac{z_s C_U}{l_m R_s} \cdot \frac{dU_w}{dH_s} = \frac{z_s C_U}{l_m R_s} \sigma_U. \tag{8}$$

We wzorze powyższym występuje część stała dla danej konstrukcji wzmacniacza oraz czułość napięciowa.

W podobny sposób wyprowadza się wzór na współczynnik wzmocnienia napięcia modulującego (modulatorów), przy wykorzystaniu $2n$-ej harmonicznej

$$K_{Um} = \frac{z_s C_{Um}}{l_m R_s} \frac{dU_{2n}}{dH_s} = \frac{z_s C_{Um}}{l_m R_s} \sigma_{2n}, \tag{9}$$

gdzie: σ_{2n} = czułość napięciowa dla $2n$-ej harmonicznej.

Z przedstawionych wyżej zależności wynika, że w celu określenia współczynników wzmocnienia napięcia (8), (9) oraz mocy (4) należy przeanalizować czułość napięciową, która jest zarówno wielkością charakterystyczną jak i bezpośrednio użyteczną dla czujników magnetycznych. Rozróżnia się czułość napięciową transduktora o wyjściu impulsowym:

$$\sigma_U = \frac{dU_w}{dH_s} \tag{10}$$

oraz czułość napięciową transduktora o wyjściu selektywnym:

$$\sigma_{2n} = \frac{dU_{2n}}{dH_s}. \tag{11}$$

gdzie: U_{2n} = amplituda $2n$-ej harmonicznej w napięciu wyjściowym. Jak wyniknie z dalszych rozważań, czułość napięciowa zarówno w układzie o wyjściu impulsowym, jak i selektywnym, zależy od wielu parametrów oraz maleje wraz ze wzrostem sygnału sterującego i ze wzrostem obciążenia. Uwzględnienie wszystkich tych czynników równocześnie prowadzi do znacznych komplikacji matematycznych. Dlatego też wygodnie jest rozpatrzyć trzy rodzaje charakterystyk czułości napięciowej:

1. Czułość napięciowa jako funkcja parametrów układu dla małych sygnałów ($H_s \approx 0$) i przy braku obciążenia ($R_o \to \infty$), określa się stąd czułość maksymalną.

2. Czułość napięciowa jako funkcja sygnału H_s, przy braku obciążenia ($R_o \to \infty$), określa się stąd zakres liniowości charakterystyki sterowania.

3. Czułość napięciowa jako funkcja oporności obciążenia R_o dla małych sygnałów ($H_s \approx 0$), określa się stąd optymalną oporność obciążenia, przy której wzmocnienie mocy jest maksymalne. Rozpatrywanie charakterystyk dla małych sygnałów oznacza w praktyce ograniczenie rozważań do zakresu liniowości charakterystyk sterowania, czyli do najważniejszego w praktyce stanu pracy.

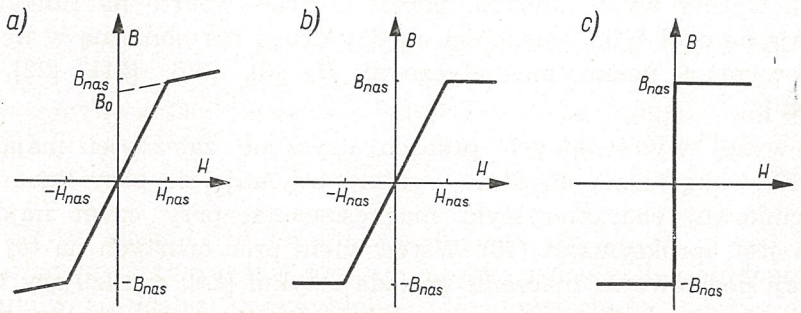
Znajomość wyżej wymienionych charakterystyk czułości napięciowej jest wystarczająca do określenia współczynników wzmocnienia napięcia i mocy. Oprócz tego w celach porównawczych można wprowadzić dodatkowe wielkości: współczynnik wzmocnienia prądu K_I oraz współczynnik wzmocnienia *SMM*-ej, określone przez wzory:

$$K_I = \frac{dI_o}{dI_s} \approx \frac{I_o}{I_s}, \tag{12}$$

$$K_N = \frac{d(z_w I_o)}{d(z_s I_s)} \approx \frac{z_w I_o}{z_s I_s}, \tag{13}$$

gdzie: I_o — wartość średnia prądu obciążenia.

Punktem wyjścia analizy transduktorów typu parzystych harmonicznych, podobnie jak konwencjonalnych, jest ujęcie matematyczne charakterystyki magnesowania. Istnieje wiele aproksymacji tej charakterystyki [2], wśród których ważniejsze są:



Rys. 6. Rodzaje linearyzacji trójodcinkowej

1) metody linearyzacji trójodcinkowej (rys. 6)

$$\left.\begin{aligned} B &= \alpha H && \text{dla} \quad |H| \leqslant H_{nas} \\ B &\pm B_o + \beta H && \text{dla} \quad |H| \geqslant H_{nas} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned} B &= \alpha H && \text{dla} \quad |H| \leqslant H_{nas} \\ B &= \pm B_{nas} && \text{dla} \quad |H| \geqslant H_{nas} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$\left.\begin{aligned} -B_{nas} < B < B_{nas} \quad &\text{dla} \quad H = 0 \\ B = \pm B_{nas} \quad &\text{dla} \quad H \neq 0 \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

2) metody funkcji zastępczej

$$B = \alpha \operatorname{arctg} \beta H, \tag{17}$$

$$B = \alpha \operatorname{arsinh} \beta H, \tag{18}$$

$$B = \alpha H - \beta H^3, \tag{19}$$

$$H = \alpha B + \beta B^3, \tag{20}$$

$$H = \alpha B^n, \tag{21}$$

gdzie α, β są współczynnikami stałymi, charakterystycznymi dla danej krzywej magnesowania.

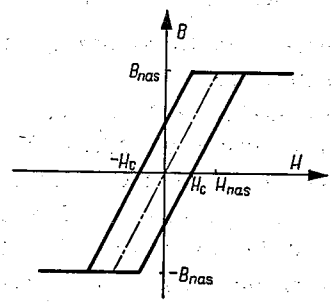
Metody linearyzacji oraz aproksymacji (17) są podstawą analizy wzmacniaczy, modulatorów i czujników magnetycznych. Spośród licznej literatury na ten temat wymienić należy przede wszystkim książki [3], [4], oraz inne [5] ... [16], w których znajdują się wzmianki odnośnie modulatorów wzmacniaczy czy czujników magnetycznych.

Analiza transduktorów parzystych harmonicznych przy użyciu funkcji (17) podana została po raz pierwszy w 1914 r. [17]. Na aproksymacji (17) oparte zostały dalsze prace, a w szczególności artykuł [18], podający ogólny związek między parzystymi harmonicznymi w napięciu wyjściowym a polem magnetycznym stałym H_s o dowolnym natężeniu, oraz inny [19], w którym wyprowadzono tę zależność dla małych natężeń H_s. Oprócz wymienionych, pozostałe prace oparte na funkcji (17) analizują na ogół tylko zależności między drugą harmoniczną w napięciu wyjściowym a polem magnetycznym H_s [3], [20], [21], [22], [23], [45], [46].

W wyżej wymienionych pracach uzyskane zależności mają dość skomplikowaną formę. Prostsze wyniki otrzymuje się przy linearyzacji trójodcinkowej charakterystyki magnesowania, przy czym najdogodniejsza jest aproksymacja (15). Wśród wielu prac opartych na tej aproksymacji podstawowe znaczenie posiada artykuł [24], analizujący współczynnik wzmocnienia napięcia modulującego oraz minimalny poziom sygnałów wzmacnianych przy użyciu modulatorów magnetycznych.

Istnieje możliwość porównania wyników uzyskanych przy aproksymacjach (14), (15), (16) i wyciągnięcie wniosków odnośnie wpływu nachylenia poszczególnych odcinków charakterystyki magnesowania. Łatwo również ocenić wpływ pętli histerezy [25], [26] przyjmując charakterystykę jak na rys. 7. Z innych prac opartych na aproksymacji (15) można wymienić [27], [28], a w odniesieniu do czujników magnetycznych [47], [48], [49], [50]. Jak wynika z artykułów [29], [51], wprowa-

dzenie aproksymacji (14) tylko nieznacznie uogólnia rozważania prowadzone w oparciu o zależność (15), a wprowadza dodatkowe komplikacje. Natomiast aproksymacja (16) nie nadaje się do ogólnego ujęcia transduktorów parzystych harmonicznych, gdyż nachylenie krzywej



Rys. 7. Linearyzacja pętli histerezy

magnesowania wpływa istotnie na zakres liniowości charakterystyki sterowania [30], [51]. Przeprowadzenie rozważań przy użyciu tej aproksymacji jest możliwe w przypadku obciążonego obwodu wyjściowego [31], [32], [33] i — jak można wykazać — tylko wtedy, gdy R_o spełnia dodatkowy warunek. Dlatego też dalsze rozważania matematyczne oparte są na linearyzacji (15) oraz dla porównania, na funkcji (17).

Artykuły [34] ... [43] poświęcone są zastosowaniu wzmacniaczy i modulatorów magnetycznych, a w [52] ... [74] omówione są czujniki magnetyczne.

3. METODA LINEARYZACJI TRÓJODCINKOWEJ

Założono charakterystykę magnesowania rdzeni jak na rys. 6b, która określona jest przez wzory

$$\left.\begin{aligned} B &= \mu H \quad \text{dla} \quad |H| \leqslant H_{nas}, \\ B &= \pm B_{nas} \quad \text{dla} \quad |H| \geqslant H_{nas}; \end{aligned}\right\} \tag{15 a}$$

indukcyjności uzwojeń: roboczego, sterującego i wyjściowego wynoszą odpowiednio

$$L_r = z_r^2 \frac{\mu S}{l_m}, \tag{22 a}$$

$$L_s = z_s^2 \frac{\mu S}{l_m}, \tag{22 b}$$

$$L_w = z_w^2 \frac{\mu S}{l_m}, \tag{22 c}$$

gdy rdzenie są nienasycone. W przypadku nasycenia rdzenia indukcyjności wszystkich uzwojeń są równe zeru, przy pominięciu rozproszeń, ponieważ $\mu = 0$. Obwód roboczy transduktora zasilany jest napięciem sinusoidalnie zmiennym

$$u_r = U_{rm} \sin \omega t. \tag{23}$$

Wypadkowa oporność bierna obwodu roboczego ΣX_r zmienia się w zależności od stanu pracy transduktora.

Stan 1: Oba rdzenie są nasycone $\Sigma X_r = 0$.

Stan 2: Jeden rdzeń jest odsycony $\Sigma X_r = X_r = \omega L_r$.

Stan 3: Oba rdzenie są odsycone $\Sigma X_r = 2X_r$,

Stan 4: Jeden rdzeń zostaje nasycony $\Sigma X_r = X_r$.

Stan 5: Drugi rdzeń zostaje nasycony $\Sigma X_r = 0$.

W rozdziale tym rozpatrzone będą dwa rodzaje zasilania obwodu roboczego transduktora:

1. Oporność czynna obwodu roboczego R_r jest większa od oporności biernej obu dławików nienasyconych

$$R_r > 2 X_r, \tag{24}$$

2. Oporność czynna obwodu roboczego jest znacznie mniejsza od oporności biernej

$$R_r \ll 2 X_r. \tag{25}$$

W pierwszym przypadku wypadkowa oporność pozorna obwodu roboczego zmienia się wskutek nasycania dławików w niewielkich granicach, można więc powiedzieć, że jest to zasilanie prądowe, chociaż prąd roboczy może być przebiegiem niesinusoidalnym (w praktyce zaostrzonym i zbliżonym do trójkąta). Zasilanie takie jest konieczne w układach o bardzo dużej stabilności zera (o wyjściu selektywnym), gdyż — jak wspomniano — zapobiega udarowi prądu magnesującego.

W transduktorach o wyjściu impulsowym zachodzi najczęściej przypadek drugi — zasilanie napięciowe, przy którym sprawność jest większa, gdyż straty na oporności R_r są mniejsze.

3.1. Przypadek zasilania prądowego

Zakładamy, że prąd roboczy jest przebiegiem okresowo zmiennym w czasie

$$i_r = I_{rm} F_r(\omega t), \tag{26}$$

gdzie:

I_{rm} = wartość maksymalna prądu roboczego,

$F_r(\omega t)$ = funkcja okresowa, spełniająca warunek

$$F_r(\omega t) = -F_r(\omega t + \pi). \tag{2 a}$$

oraz posiadająca tylko jedno extremum w każdym półokresie. Wskutek przepływu prądu roboczego powstaje w obu rdzeniach pole magnetyczne robocze o natężeniu

$$h_r = H_{rm} F_r(\omega t), \tag{27}$$

przy czym wartość maksymalna tego przebiegu określona jest przez wzór

$$H_{rm} = \frac{z_r I_{rm}}{l_m}. \tag{28}$$

Przez uzwojenia sterujące płynie prąd sterujący, który wytwarza w rdzeniach natężenie pola magnetycznego

$$H_s = \frac{z_s I_s}{l_m}. \tag{7 a}$$

Ze względu na przeciwne połączenie uzwojeń roboczych wartości H_s w jednym rdzeniu dodaje się do chwilowej wartości h_r, a w drugim odejmuje się, zatem charakterystyki magnesowania obu rdzeni (rys. 8) są przesunięte względem początku układu współrzędnych o wartości $\pm H_s$. Z uzwojeniami wyjściowymi jest skojarzona różnica strumieni w obu rdzeniach, dlatego też dla obwodu wyjściowego należy wykreślić (rys. 8b) charakterystykę różnicową B_1—$B_2 = F(H)$. Przebieg różnicy indukcji magnetycznej w czasie otrzymuje się rzutując h_r (rys. 8c) na charakterystykę $B_1 - B_2 = F(H)$, charakterystyczne są przy tym punkty, które oznaczają momenty odsycania $(-\omega t_1)$, $(-\omega t_2)$ i nasycania rdzeni $(+\omega t_3)$, $(+\omega t_4)$. W rozważaniach dotyczących tego przypadku można korzystając z zależności (2a) rozpatrzyć przebiegi w przedziale od 0 do π zamiast od $-\pi/2$ do $+\pi/2$. W celu uogólnienia rozważań założymy najpierw, że funkcja $F_r(\omega t)$ w przedziale $0 \div \pi$ może być wyrażona przez dwie funkcje

$$F_{r1}(\omega t) \quad \text{dla} \quad \frac{dF_r}{d\omega t} > 0,$$

$$F_{r2}(\omega t) \quad \text{dla} \quad \frac{dF_r}{d\omega t} < 0.$$

Punkty charakterystyczne określone są przez zależności:

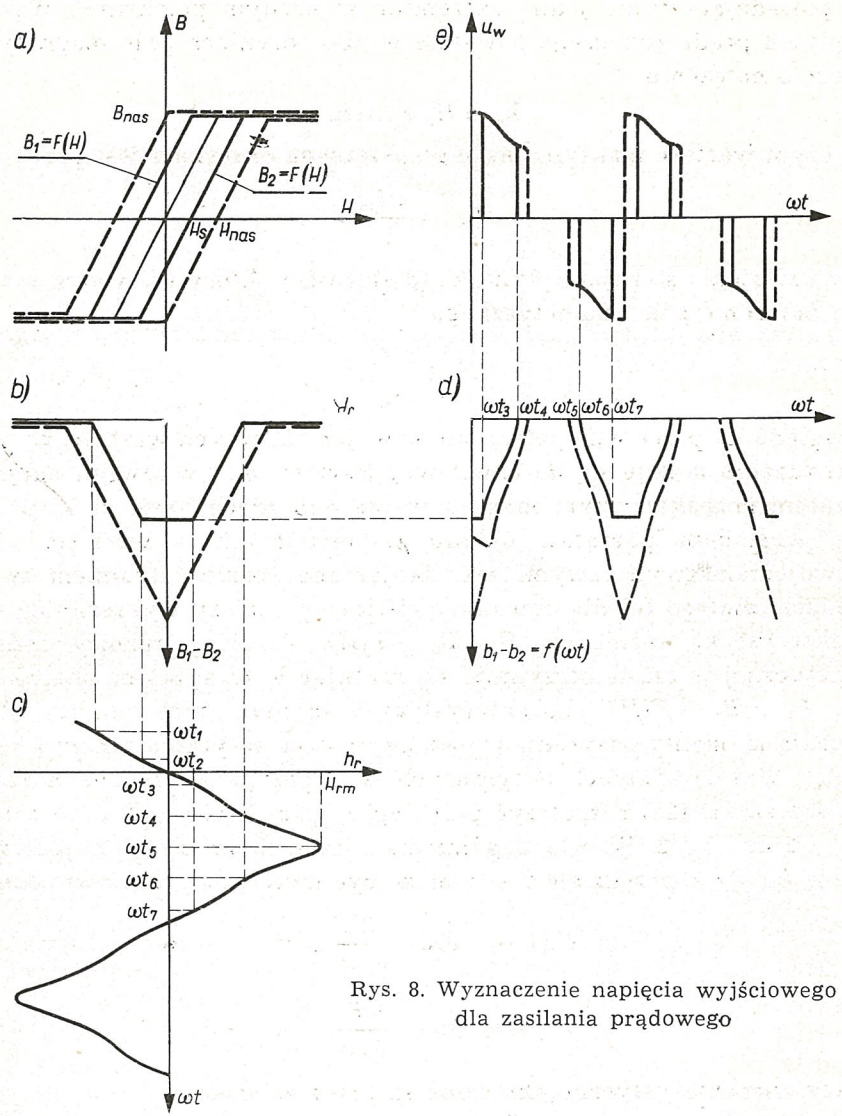
$$\omega t_1 = -F_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right), \tag{29}$$

$$\omega t_2 = -F_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_s}{H_{rm}}\right), \tag{30}$$

$$\omega t_3 = F_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_s}{H_{rm}}\right), \tag{31}$$

$$\omega t_4 = F_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right), \tag{32}$$

gdzie F_r^{-1} = funkcja odwrotna względem F_r.



Rys. 8. Wyznaczenie napięcia wyjściowego dla zasilania prądowego

Zależności (29) ... (32) słuszne są pod warunkiem

$$H_{rm} \geqslant H_{nas} + H_s. \tag{33}$$

Przebieg różnicy indukcji magnetycznej w czasie jest następujący: w przedziałach $0 \div \omega t_3$, $(\pi - \omega t_2) \div \pi$

$$b_1 - b_2 = -2\mu H_s, \tag{34 a}$$

w przedziale $\omega t_3 \div \omega t_4$

$$b_1 - b_2 = -2\mu H_s + \mu H_{rm} F_{r1}(\omega t), \tag{34 b}$$

w przedziale $\omega t_4 \div (\pi - \omega t_1)$

$$b_1 - b_2 = 0. \tag{34 c}$$

Przebieg napięcia wyjściowego w czasie określony jest przez wzór

$$u_w = \omega z_w S \frac{d(b_1 - b_2)}{d\omega t} = u_{w1} - u_{w2}. \tag{35}$$

W wyniku podstawienia (34) do (35) otrzymuje się
w przedziale $\omega t_3 \div \omega t_4$

$$u_w = \omega z_w S H_{rm} \mu \frac{dF_{r1}(\omega t)}{d\omega t} = U_{wm} \frac{dF_{r1}(\omega t)}{d\omega t}; \tag{36}$$

w przedziale $(\pi - \omega t_1) \div (\pi - \omega t_2)$

$$u_w = \omega z_w S H_{rm} \mu \frac{dF_{r2}(\omega t)}{d\omega t} = U_{wm} \frac{dF_{r2}(\omega t)}{d\omega t}, \tag{37}$$

a w pozostałych przedziałach $u_w = 0$.

$$U_{wm} = \omega z_w S H_{rm} \mu = 2\pi f z_w S H_{rm} \mu \tag{38}$$

oznacza największą możliwą wartość maksymalną u_w.

Jak widać z rys. 8c, napięcie wyjściowe ma przebieg impulsowy, jego częstotliwość jest dwukrotnie większa od częstotliwości prądu roboczego. Napięcie wyjściowe zmienia znak na przeciwny przy zmianie biegunowości H_s.

Należy podkreślić, że podczas każdego półokresu prądu roboczego $(-\pi/2 \div +\pi/2)$ indukcja w każdym rdzeniu zmienia się od $-B_{nas}$ do $+B_{nas}$, zatem

$$\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} u_{w1} d\omega t = 2 z_w S B_{nas}, \tag{39 a}$$

$$\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} u_{w2} d\omega t = 2 z_w S B_{nas}, \tag{39b}$$

a stąd wynika, że

$$\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} u_w d\omega t = 0. \tag{40}$$

Oznacza to, że przebieg napięcia wyjściowego nie zawiera składowej stałej, a więc powierzchnia impulsów nasycania (36) jest równa powierzchni impulsów odsycania (37).

Z zależności (40) wynika jeszcze jeden ważny wniosek: każdy półokres $-\pi/2 \div +\pi/2$ stanowi odrębną całość; wartość napięcia wyjściowego zależy od wartości H_s w chwili odsycenia pierwszego z rdzeni. Tak więc transduktory parzystych harmonicznych w istocie działania są układami szybkodziałającymi (czas odpowiedzi wynosi pół okresu). Jednak stwierdzenie to dotyczy tylko czujników magnetycznych, które mierzą H_s.

W modulatorach i wzmacniaczach magnetycznych czas odpowiedzi zależy od stałej czasu obwodu sterującego, która ogranicza szybkość narastania prądu sterującego.
Wartość średnia napięcia wyjściowego wynosi:

$$U_w = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2} u_w \, d\omega t = \frac{2\omega z_w S}{\pi}\left[b_1 - b_2\right]_0^{\pi/2}, \tag{41}$$

czyli

$$U_w = \frac{2}{\pi}\int_{\omega t_3}^{\omega t_4} u_w \, d\omega t = 4 f z_w S H_{rm} \mu \left[F_{r1}(\omega t)\right]_{\omega t_3}^{\omega t_4} \tag{42}$$

i po dokonaniu przekształceń

$$U_w = 8 f z_w S \mu H_s = 4 f z_w S \Delta B. \tag{43}$$

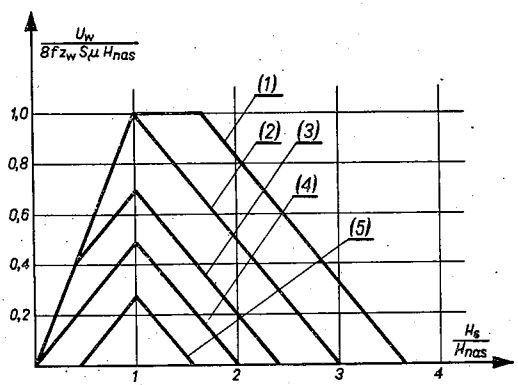
Z zależności tej wynikają następujące wnioski:

1. Wartość średnia napięcia wyjściowego jest wprost proporcjonalna do H_s dla $0 \leqslant H_s \leqslant H_{nas}$, jeśli spełniony jest warunek

$$H_{rm} \geqslant 2 H_{nas}. \tag{33 a}$$

2. Wartość średnia u_w nie zależy od kształtu prądu roboczego.

Przebieg zależności $U_w = F(H_s)$ dla różnych wartości H_{rm} pokazany jest na rys. 9. Widoczne jest, że najbardziej korzystny przebieg ma ta



Rys. 9. Wartość średnia napięcia wyjściowego jako funkcja H_s/H_{nas}. (1) — $H_{rm}/H_{nas} > 2$; (2) — $H_{rm}/H_{nas} = 2$; (3) — $1 < H_{rm}/H_{nas} < 2$; (4) — $H_{rm}/H_{nas} = 1$; (5) — $H_{rm}/H_{nas} < 1$

charakterystyka, dla której spełniony jest warunek (33a), niesłuszne jest zatem wyróżnianie charakterystyki dla $H_{rm} = H_{nas}$, spotykane czasem w literaturze [29].

W przypadku, gdy spełniony jest warunek (33a) czułość napięciowa jest stała w zakresie $0 \leqslant H_s \leqslant H_{nas}$ i wynosi

$$\sigma_{Umax} = \frac{dU_w}{dH_s} = 8 f z_w S \mu = 4 f z_w S \frac{d\Delta B}{dH_s}. \tag{44}$$

Napięcie wyjściowe można rozłożyć na szereg Fouriera o postaci

$$u_w = U_{2a} \cos 2\omega t + U_{4a} \cos 4\omega t + \ldots U_{2na} \cos 2n\omega t + U_{2b} \sin 2\omega t + \\ + U_{4b} \sin 4\omega t + \ldots U_{2nb} \sin 2n\omega t = U_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + U_4 \sin(4\omega t + \varphi_4) + \\ + \ldots U_{2n} \sin(2n\omega t + \varphi_{2n}). \tag{45}$$

Amplitudy poszczególnych składowych oblicza się ze wzorów

$$U_{2na} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u_w \cos 2n\omega t \, d\omega t, \tag{46}$$

$$U_{2nb} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u_w \sin 2n\omega t \, d\omega t. \tag{47}$$

Określamy czułość napięciową dla $2na$-ej składowej jako pochodną

$$\sigma_{2na} = \frac{dU_{2na}}{dH_s} \tag{48}$$

i w podobny sposób dla $2nb$-ej składowej

$$\sigma_{2nb} = \frac{dU_{2nb}}{dH_s}. \tag{49}$$

Po przeprowadzonych obliczeniach (Dodatek 1) otrzymuje się

$$\sigma_{2na} = \frac{2U_{wm}}{\pi H_{rm}} \left\{ \cos\left[2n F_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \cos\left[2n F_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \right. \\ \left. - \cos\left[2n F_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right)\right] - \cos\left[2n F_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_s}{H_{rm}}\right)\right] \right\}, \tag{50}$$

$$\sigma_{2nb} = \frac{2U_{wm}}{\pi H_{rm}} \left\{ \sin\left[2n F_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \sin\left[2n F_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \right. \\ \left. + \sin\left[2n F_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \sin\left[2n F_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_s}{H_{rm}}\right)\right] \right\}. \tag{51}$$

Podstawiając do wzorów (50), (51) $H_s = 0$ uzyskuje się wyrażenie zwane początkową czułością dla poszczególnych składowych

$$\sigma_{02na} = \frac{4U_{wm}}{\pi H_{rm}}\left\{\cos\left[2nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right] - \cos\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right]\right\} =$$

$$= -16fz_wS\mu\sin\left[nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right) + nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right]\sin\left[nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right) + \right.$$

$$\left. - nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right], \tag{52}$$

$$\sigma_{02nb} = \frac{4U_{wm}}{\pi H_{rm}}\left\{\sin\left[2nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right] + \sin\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right]\right\} =$$

$$= 16fz_wS\mu\sin\left[nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right) + nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right]\cos\left[nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right) + \right.$$

$$\left. - nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right]. \tag{53}$$

Początkową czułość napięciową dla $2n$-ej harmonicznej można obliczyć z zależności

$$\sigma_{02n} = \sqrt{\sigma_{02na}^2 + \sigma_{02nb}^2} = 16fz_wS\mu\sin\left[nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right) + nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right]. \tag{54}$$

Jak widać, początkowa czułość napięciowa może osiągnąć wartość maksymalną

$$\sigma_{0max} = 16fz_wS\mu, \tag{55}$$

która jest taka sama dla wszystkich parzystych harmonicznych.

W transduktorach o wyjściu selektywnym przebieg prądu roboczego w czasie spełnia warunek

$$F_r(\omega t) = F_r(\pi - \omega t), \tag{56}$$

czyli

$$F_{r1}(\omega t) = F_{r2}(\pi - \omega t), \tag{56 a}$$

a zatem odpadają składowe cosinusoidalne w napięciu wyjściowym

$$\sigma_{2na} = \sigma_{02na} = 0, \tag{57}$$

a z wyrażeń (49), (51) otrzymuje się po przekształceniach

$$\frac{\sigma_{2n}}{\sigma_{0\,max}} = \sin\left[nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right) + nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right]\cos\left[nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right) + \right.$$

$$\left. - nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right], \tag{58}$$

$$\frac{\sigma_{02n}}{\sigma_{0max}} = \sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right]. \tag{59}$$

W przypadku tym napięcie wyjściowe składa się z impulsów nasycania i odsycania o identycznym kształcie (rys. 8e). Należy określić extrema i punkty zerowe funkcji (59). Analiza wzoru (59) prowadzi do stwierdzenia, że początkowa czułość napięciowa ma punkty charakterystyczne, gdy

$$\frac{H_{rm}}{H_{nas}} = \frac{1}{F_r\left(\frac{\pi_p}{4n}\right)}, \tag{60}$$

przy czym dla $p = 1, 3, 5 \ldots (2n\text{-}1)$ posiada extrema na przemian dodatnie i ujemne, o bezwzględnej wartości σ_{0max}, a dla $p = 2, 4, 6 \ldots 2n$ ma punkty zerowe. Wynika stąd, że początkowa czułość napięciowa dla $2n$-ej harmonicznej jako funkcja H_{rm}/H_{nas} posiada n extremów. Jak stwierdzono [51], znaczenie praktyczne mają jednak tylko części charakterystyk dla

$$\frac{H_{rm}}{H_{nas}} > \frac{1}{F_r\left(\frac{\pi}{2n}\right)}, \tag{61}$$

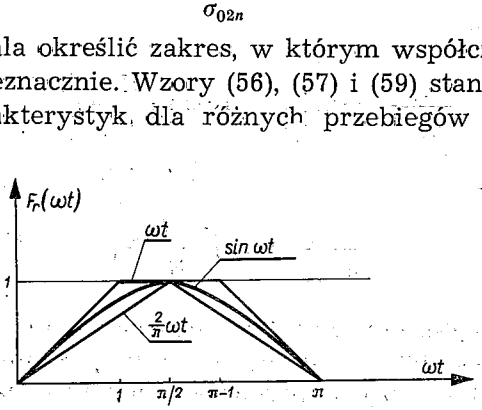
a w tych częściach maxima przypadają dla

$$\frac{H_{rm}}{H_{nas}} = \frac{1}{F_r\left(\frac{\pi}{4n}\right)}. \tag{62}$$

Ze wzoru (58) widać, że czułość napięciowa dla parzystych harmonicznych nie jest wielkością stałą i maleje wraz ze wzrostem H_s. Z tego względu początkowa czułość napięciowa nie charakteryzuje wystarczająco współczynnika wzmocnienia napięcia modulującego. Drugą wielkością charakterystyczną jest odchylenie od liniowości, określone jako

$$\Delta\sigma_{2n} = \frac{\sigma_{02n} - \sigma_{2n}}{\sigma_{02n}} \cdot 100\ \%. \tag{63}$$

Wielkość ta pozwala określić zakres, w którym współczynnik wzmocnienia zmienia się nieznacznie. Wzory (56), (57) i (59) stanowią podstawę do wykreślenia charakterystyk dla różnych przebiegów prądu roboczego.



Rys. 10. Przebiegi funkcji F_r w czasie

Rozpatrzone zostaną trzy przebiegi prądu roboczego (rys. 10):

1) trapezowy,
2) sinusoidalny,
3) trójkątny.

Przypadek pierwszy (trapez opisany na sinusoidzie) odwzorowuje prąd roboczy o przebiegu spłaszczonym, a przypadek trzeci (trójkąt wpisany w sinusoidę) — przebieg zaostrzony. W tablicy 1 zestawiono wzory określające w pierwszej ćwiartce okresu przebieg funkcji $F_r(\omega t)$ oraz funkcji $F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)$.

Podstawiając odpowiednie wartości z tablicy 1 do (59) otrzymuje się wzory:

Tablica 1

Przebiegi prądu roboczego

Kształt prądu roboczego	$F_r(\omega t)$	$F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)$	Uwagi
Trapez	ωt 1	$\frac{H_{nas}}{H_{rm}}$	dla $0 \leqslant \omega t \leqslant 1$ dla $1 \leqslant \omega t \leqslant \pi - 1$
Sinusoida	$\sin \omega t$	$\arcsin \frac{H_{nas}}{H_{rm}}$	
Trójkąt	$\frac{2}{\pi} \omega t$	$\frac{\pi}{2} \frac{H_{nas}}{H_{rm}}$	dla $0 \leqslant \omega t \leqslant \pi/2$

1) dla trapezu

$$\frac{\sigma_{02n}}{\sigma_{0max}} = \sin\left(\frac{2nH_{nas}}{H_{rm}}\right), \tag{64}$$

2) dla sinusoidy

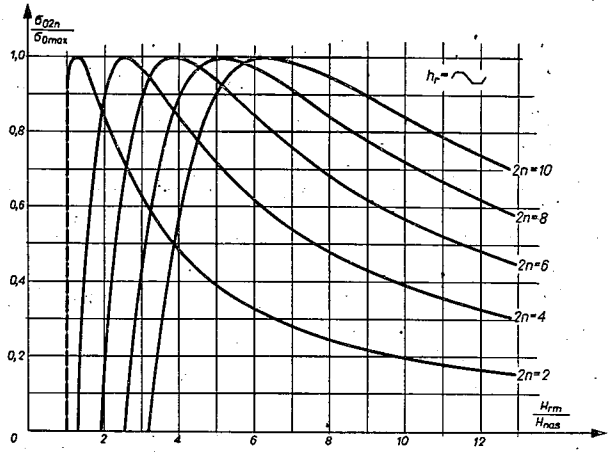
$$\frac{\sigma_{02n}}{\sigma_{0max}} = \sin\left[2n \arcsin\left(\frac{H_{nas}}{H_{rm}}\right)\right], \tag{65}$$

3) dla trójkąta

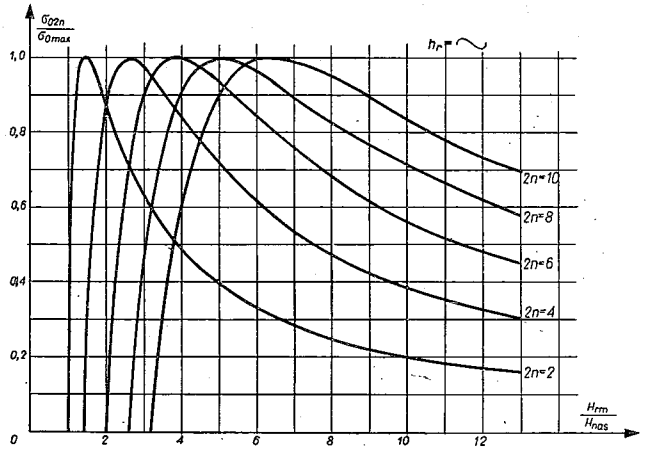
$$\frac{\sigma_{02n}}{\sigma_{0max}} = \sin\left(\frac{\pi n H_{nas}}{H_{rm}}\right). \tag{66}$$

Charakterystyki początkowej czułości napięciowej dla przypadków pierwszego (64) i trzeciego (66) można wykreślić bezpośrednio, natomiast funkcję (65) lepiej jest wyrazić w postaci wielomianów, jak to uczynił autor w innej pracy [51, wzory (23)].

W tablicy 2 na str. 458 zestawiono wartości H_{mr}/H_{nas}, dla których początkowa czułość napięciowa przyjmuje wartości zerowe oraz wartości ekstremalne. Na rys. 11, 12, 13 pokazane są charakterystyki początkowej czułości napięciowej. Ograniczono się przy tym do pokazania części charakterystyk o znaczeniu praktycznym, dla H_{rm}/H_{nas} określonych przez nierówność (61). Pełny przebieg charakterystyk dla harmonicznych



Rys. 11. Początkowa czułość napięciowa dla parzystych harmonicznych przy zasilaniu trapezowym prądem roboczym

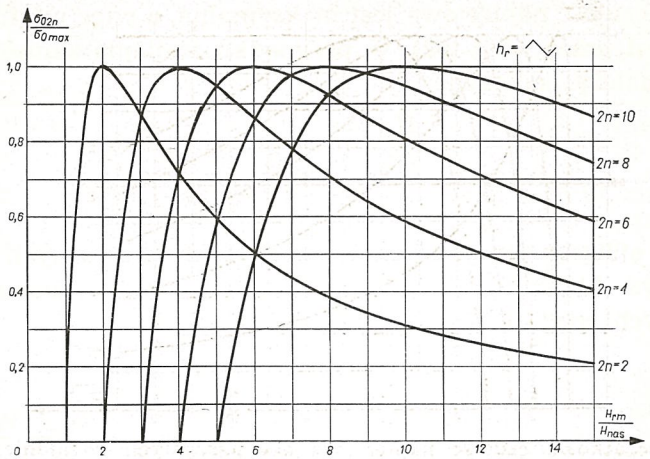


Rys. 12. Początkowa czułość napięciowa dla parzystych harmonicznych przy zasilaniu sinusoidalnym prądem roboczym

od 2-ej do 10-ej w przypadku sinusoidalnego prądu roboczego pokazany jest w innej pracy [51, rys. 5, 6, 7, 8, 9].

Porównanie rysunków 11, 12, 13 prowadzi do wniosku, że charakterystyki dla prądu trapezowego różnią się nieznacznie od krzywych dla prądu

sinusoidalnie zmiennego. Oznacza to, że spłaszczenie prądu roboczego nie ma wielkiego wpływu na charakterystyki, dlatego też przypadek ten nie będzie dalej rozpatrywany, tym bardziej, że na ogół nie występuje. Zaostrzony przebieg prądu roboczego powoduje przesunięcie wierzchoł-



Rys. 13. Początkowa czułość napięciowa dla parzystych harmonicznych przy zasilaniu trójkątnym prądem roboczym

ków maximów charakterystyk w kierunku większych wartości H_{rm}/H_{nas}. W praktyce bardzo często przebieg prądu roboczego nie jest sinusoidalny, lecz odkształcony jak na rys. 8c, jednak na ogół zaostrzenie nie jest większe, niż w przebiegu trójkątnym. Dlatego też krzywe pokazane na rys. 13 można uważać, w pewnym sensie, za charakterystyki graniczne.

Drugim rodzajem charakterystyk są krzywe czułości napięciowej (58) oraz odchylenie od liniowości (63) w funkcji wielkości sygnału, której miarą jest H_s/H_{nas}. Dla sinusoidalnego prądu roboczego czułość napięciowa wyraża się wzorem

$$\frac{\sigma_{2n}}{\sigma_{0max}} = \sin\left[n \arcsin\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right) + n \arcsin\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right] \cos\left[n \arcsin\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right) + n \arcsin\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right]. \tag{67}$$

Przekształcając ten wzór otrzymuje się dla poszczególnych harmonicznych różne wielomiany, z których można obliczyć charakterystyki [51, wzory (24)]. W przypadku, gdy prąd roboczy ma kształt trójkątny, wzór na czułość napięciową przyjmuje postać

$$\frac{\sigma_{2n}}{\sigma_{0max}} = \sin\left(\frac{\pi n H_{nas}}{H_{rm}}\right) \cos\left(\frac{\pi n H_{nas}}{H_{rm}} \cdot \frac{H_s}{H_{nas}}\right), \tag{68}$$

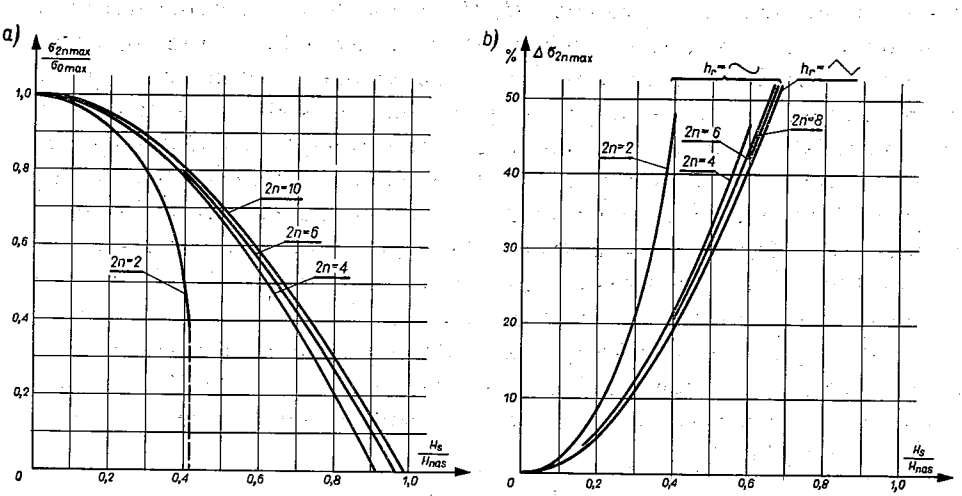
albo

$$\frac{\sigma_{2n}}{\sigma_{02n}} = \cos\left(\frac{\pi n H_{nas}}{H_{rm}} \cdot \frac{H_s}{H_{nas}}\right). \tag{69}$$

Pierwsza grupa charakterystyk wykreślona jest dla przypadku, gdy początkowa czułość napięciowa jest maksymalna, a więc wartość H_{rm}/H_{nas} określona jest przez wzór (62). W przypadku zasilania sinusoidalnego do wzoru (67) należy podstawić

$$\frac{H_{rm}}{H_{nas}} = \frac{1}{\sin\dfrac{\pi}{4n}}, \tag{70}$$

a w wyniku obliczeń otrzymuje się różne krzywe dla różnych harmonicznych. Na rys. 14 wykreślono charakterystyki czułości napięciowej dla harmonicznych od 2-ej do 10-ej.



Rys. 14. Maksymalna czułość napięciowa (a) i odchylenie od liniowości (b) dla parzystych harmonicznych

Dla prądu roboczego o przebiegu trójkątnym po podstawieniu do (68)

$$\frac{H_{rm}}{H_{nas}} = 2n \tag{71}$$

otrzymuje się

$$\frac{\sigma_{2n\,max}}{\sigma_{0\,max}} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{H_s}{H_{nas}}\right). \tag{72}$$

Jest to zależność jednakowa dla wszystkich parzystych harmonicznych, jej wykres pokrywa się niemal z krzywymi dla 8-ej i 10-ej harmonicznej przy zasilaniu sinusoidalnym i dlatego na rys. 14a nie został zaznaczony.

Charakterystyki odchylenia od liniowości (rys. 14b) w przypadku maksymalnej czułości początkowej są dopełnionymi do 1 krzywymi czułości napięciowej, co wynika ze wzoru

$$\Delta\sigma_{2n\,max} = \frac{\sigma_{0max} - \sigma_{2nmax}}{\sigma_{0max}} \cdot 100\ \%. \tag{73}$$

Na rys. 14a wykreślono charakterystyki dla harmonicznych od 2-ej do 10-ej przy sinusoidalnym prądzie roboczym oraz na rys. 14b również krzywą dla prądu trójkątnego. Porównując krzywe odchylenia od liniowości dla parzystych harmonicznych przy zasilaniu sinusoidalnym można stwierdzić, że druga harmoniczna ma charakterystykę wyraźnie niekorzystną. Już poprzednio [51] zwrócono uwagę, że maximum czułości napięciowej dla 2-ej harmonicznej występuje dla $H_{rm}/H_{nas} = \sqrt{2}$, czyli dla wartości mniejszej niż 2, a więc warunek (33) jest spełniony tylko w zakresie $H_s/H_{nas} \leqslant \sqrt{2}-1$. Powoduje to, że przebieg odchylenia od liniowości jako funkcji wielkości sygnału (H_s/H_{nas}) dla 2-ej harmonicznej w tych warunkach jest wyjątkowo niekorzystny. Kiedy jednak prąd roboczy ma przebieg trójkątny, charakterystyka odchylenia od liniowości dla 2-ej harmonicznej ma ten sam przebieg, co dla pozostałych harmonicznych. W przypadku zasilania sinusoidalnego charakterystyki odchylenia od liniowości dla harmonicznych od 4-ej do 10 stają się coraz bardziej korzystne, jednak różnią się niewiele między sobą i można zauważyć, że dla harmonicznych od 6-ej wzwyż krzywe niemal pokrywają się z sobą oraz z charakterystyką dla trójkątnego prądu roboczego. Ta ostatnia jest w pewnym sensie charakterystyką graniczną.

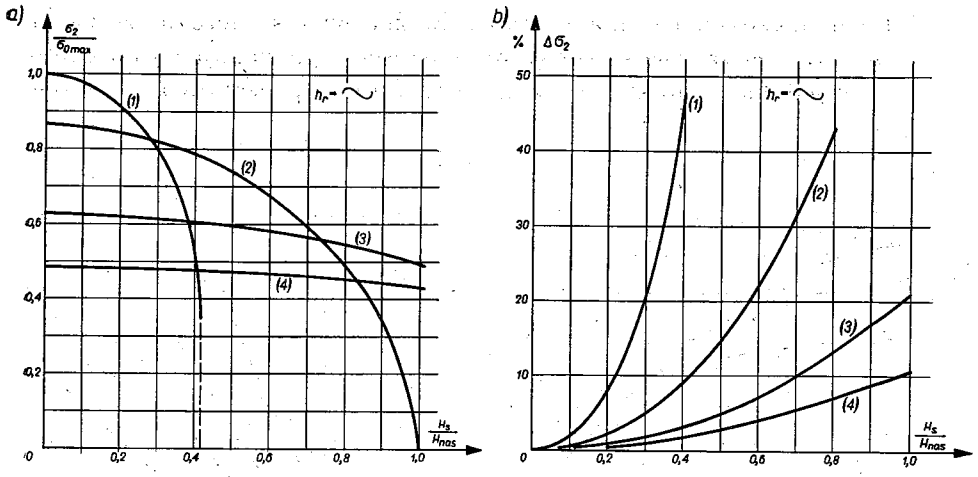
Następną grupę charakterystyk czułości napięciowej oraz odchylenia od liniowości w funkcji H_s/H_{nas} wykreśla się dla wartości H_{rm}/H_{nas} większych niż te, przy których początkowa czułość napięciowa jest maksymalna, czyli dla

$$\frac{H_{rm}}{H_{nas}} > \frac{1}{F_r\left(\frac{\pi}{4n}\right)} \tag{62 a}$$

Gdy prąd roboczy jest sinusoidalnie zmienny, podstawiając różne wartości H_{rm}/H_{nas} otrzymuje się ze wzoru (67) różne charakterystyki dla różnych harmonicznych [51]. Wykreślone zostały krzywe dla harmonicznych: 2-ej (rys. 15), 4-ej (rys. 16) i 6-ej (rys. 17). W przypadku prądu roboczego trójkątnego maxima dla parzystych harmonicznych określone są przez wzór (71), a ponieważ obecnie wartość H_{rm}/H_{nas} jest większa, można ją wyrazić przez wzór

$$\frac{H_{rm}}{H_{nas}} = 2nm, \tag{74}$$

gdzie $m \geqslant 1$.



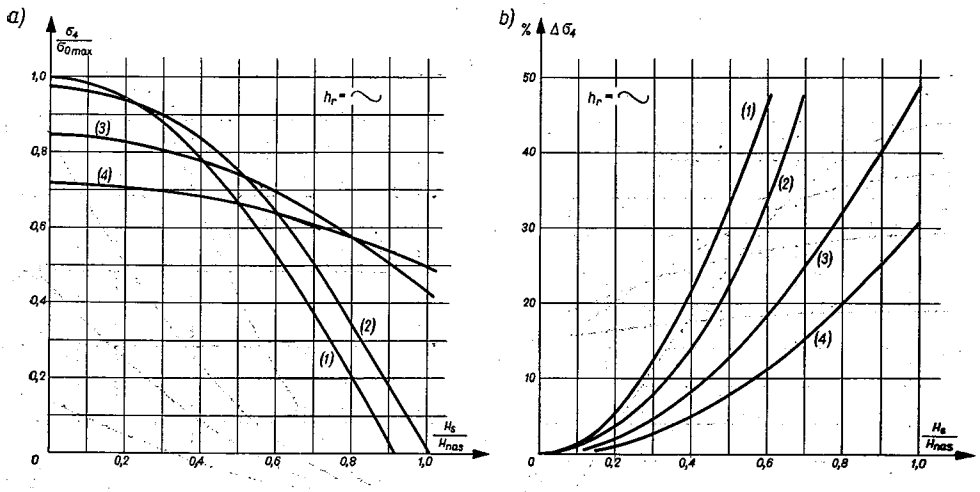
Rys. 15. Czułość napięciowa (a) i odchylenie od liniowości (b) dla 2-ej harmonicznej przy zasilaniu sinusoidalnym prądem roboczym.

(1) — $H_{rm}/H_{nas} = 1{,}414$; (2) — $H_{rm}/H_{nas} = 2$; (3) — $H_{rm}/H_{nas} = 3$; (4) — $H_{rm}/H_{nas} = 4$

Podstawiając (74) do (68) otrzymuje się zależność

$$\frac{\sigma_{2n}}{\sigma_{0max}} = \sin\frac{\pi}{2m}\cos\left(\frac{\pi}{2m}\cdot\frac{H_s}{H_{nas}}\right), \tag{75}$$

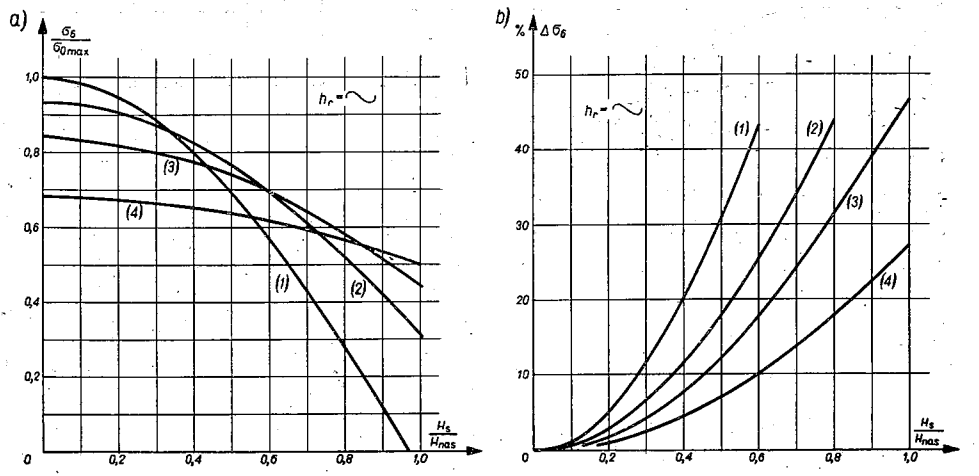
która określa jedną rodzinę charakterystyk dla wszystkich parzystych harmonicznych. Parametrem tych krzywych jest m, czyli wielokrotność wartości H_{rm}/H_{nas}, przy której początkowa czułość napięciowa dla parzy-



Rys. 16. Czułość napięciowa (a) i odchylenie od liniowości (b) dla 4-ej harmonicznej przy zasilaniu sinusoidalnym prądem roboczym

(1) — $H_{rm}/H_{nas} = 2{,}618$; (2) — $H_{rm}/H_{nas} = 3$; (3) — $H_{rm}/H_{nas} = 4$; (4) — $H_{rm}/H_{nas} = 5$

stych harmonicznych jest maksymalna. Można więc stwierdzić, że zwiększenie H_{rm}/H_{nas} m razy w stosunku do wartości odpowiadającej maximum czułości w jednakowym stopniu zmniejsza czułość początkową i odchyle-

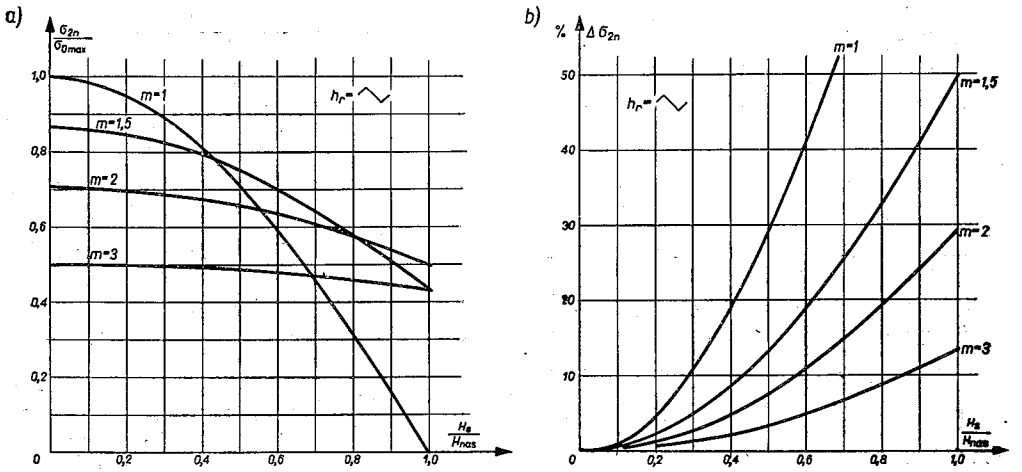


Rys. 17. Czułość napięciowa (a) i odchylenie od liniowości (b) dla 6-ej harmonicznej przy zasilaniu sinusoidalnym prądem roboczym

(1) — $H_{rm}/H_{nas} = 3{,}864$; (2) — $H_{rm}/H_{nas} = 5$; (3) — $H_{rm}/H_{nas} = 6$; (4) — $H_{rm}/H_{nas} = 8$

nie od liniowości dla wszystkich parzystych harmonicznych. Reguła ta obowiązuje z pewnym przybliżeniem również w odniesieniu do charakterystyk wykreślonych dla zasilania sinusoidalnego.

Na rys. 18a,b pokazane są krzywe wykreślone dla różnych wartości m. Widać wyraźnie, że zwiększenie wartości H_{rm}/H_{nas} powoduje zmniej-



Rys. 18. Czułość napięciowa (a) i odchylenie od liniowości (b) dla parzystych harmonicznych przy zasilaniu trójkątnym prądem roboczym

szenie czułości początkowej, ale odchylenie od liniowości jest również mniejsze. Obserwując charakterystyki dla 4-ej i 6-ej harmonicznej przy zasilaniu sinusoidalnym można znaleźć odpowiedniki krzywych dla trójkątnego prądu roboczego. Krzywe *3* i *4* z rys. 16 i 17 odpowiadają wyraźnie krzywym dla $m = 1{,}5$ oraz $m = 2$ z rys. 18, co pozwala twierdzić, że reguła sformułowana powyżej ma charakter ogólny. Nawet w charakterystykach dla 2-ej harmonicznej przy prądzie sinusoidalnym, które odpowiadają specyficznym warunkom pracy, można doszukać się krzywych o przebiegu podobnym jak na rys. 18.

Wybór odpowiedniej charakterystyki może być dokonany ze względu na:

1) maksymalną czułość początkową — rozpatruje się wtedy charakterystyki z rys. 14,

2) najszerszy przedział zależności liniowej $U_{2n} = F(H_s)$, czyli minimalne odchylenie od liniowości — dobiera się wtedy charakterystyki o dużym m,

3) największą średnią czułość napięciową — jak wynika z rys. 18 najkorzystniejsza jest charakterystyka dla $m = 2$.

3.2. Wpływ pętli histerezy

Jeśli założy się dynamiczną charakterystykę magnesowania dławika w postaci pętli histerezy (rys. 7), to wykresy najważniejszych przebiegów można skonstruować jak na rys. 19. Przebieg napięcia wyjściowego określa się w analogiczny sposób jak poprzednio (34), (35), w przedziałach $\omega t_3 \div \omega t_4$, $\pi - \omega t_1 \div \pi - \omega t_2$

$$u_w = \omega z_w S H_{rm} \mu \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} = U_{wm} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t}. \tag{76}$$

Jak widać na rys. 19e, impulsy nasycania mają inny kształt niż impulsy odsycania, mimo, że $F_r(\omega t)$ spełnia warunek (56). Punkty charakterystyczne wyznaczone są przez zależności

$$\omega t_1 = -F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c + H_s}{H_{rm}}\right), \tag{77}$$

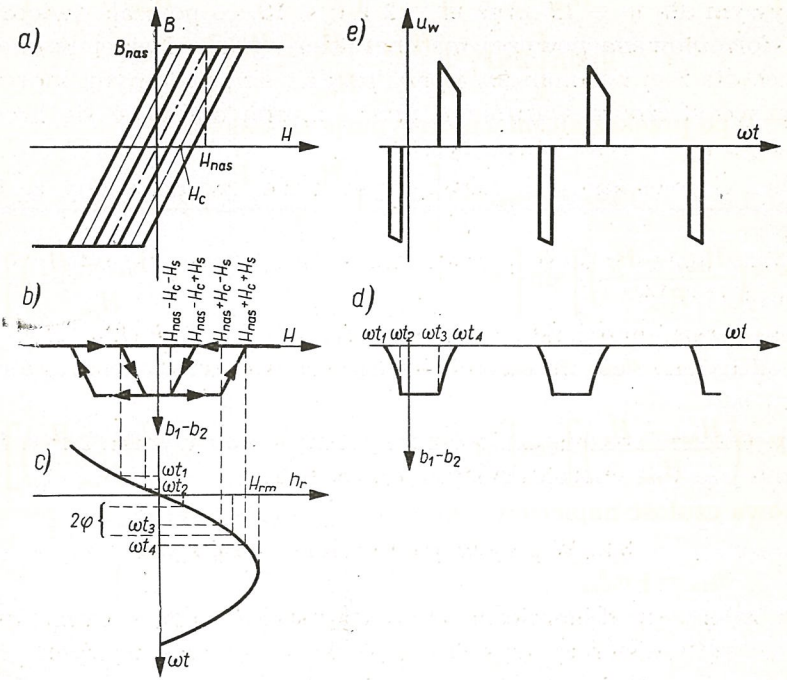
$$\omega t_2 = -F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c - H_s}{H_{rm}}\right), \tag{78}$$

$$\omega t_3 = F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_c - H_s}{H_{rm}}\right), \tag{79}$$

$$\omega t_4 = F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_c + H_s}{H_{rm}}\right), \tag{80}$$

przy czym warunek słuszności tych wzorów jest ostrzejszy niż w poprzednim przypadku (33), a mianowicie

$$H_{rm} \geqslant H_{nas} + H_c + H_s. \tag{81}$$



Rys. 19. Wyznaczanie napięcia wyjściowego dla zasilania prądowego i przy uwzględnieniu pętli histerezy

Wartość średnia napięcia wyjściowego wynosi

$$U_w = \frac{2}{\pi}\int_{\omega t_3}^{\omega t_4} u_w \, d\omega t = 4 f z_w S H_{rm} \mu \left[F_r(\omega t)\right]_{\omega t_3}^{\omega t_4} = 8 f z_w S \mu H_s. \tag{82}$$

Jak widać, szerokość pętli histerezy nie wpływa na wartość średnią napięcia wyjściowego.

Napięcie wyjściowe można przedstawić jako sumę składowych harmonicznych (45), przy czym czułość napięciowa dla poszczególnych składowych wynosi (Dodatek 2):

$$\sigma_{2na} = \frac{2 U_{wm}}{\pi H_{rm}} \left\{ \cos\left[2 n E_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c+H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \right.$$
$$+ \cos\left[2 n F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c-H_s}{H_{rm}}\right)\right] - \cos\left[2 n F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c-H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \tag{83}$$
$$\left. - \cos\left[2 n F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c+H_s}{H_{rm}}\right)\right]\right\},$$

$$\sigma_{2nb} = \frac{2U_{wm}}{\pi H_{rm}}\left\{\sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c+H_s}{H_{rm}}\right)\right]+\right.$$
$$+\sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c-H_s}{H_{rm}}\right)\right]+\sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c-H_s}{H_{rm}}\right)\right]+ \quad (84)$$
$$\left.+\sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c+H_s}{H_{rm}}\right)\right]\right\}.$$

Dla $H_s = 0$ po przekształceniach otrzymuje się zależności

$$\sigma_{02na} = \sigma_{0max}\sin\left[nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c}{H_{rm}}\right)+\right.$$
$$\left.+nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c}{H_{rm}}\right)\right]\sin\left[nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c}{H_{rm}}\right)-nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c}{H_{rm}}\right)\right], \quad (85)$$

$$\sigma_{02nb} = \sigma_{0max}\sin\left[nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c}{H_{rm}}\right)+\right.$$
$$\left.+nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c}{H_{rm}}\right)\right]\cos\left[nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right)-nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c}{H_{rm}}\right)\right]. \quad (86)$$

Początkowa czułość napięciowa dla $2n$-ej harmonicznej

$$\sigma_{02n} = \sqrt{\sigma_{02na}^2+\sigma_{02nb}^2} = \sigma_{0max}\sin\left[nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c}{H_{rm}}\right)+\right.$$
$$\left.+nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c}{H_{rm}}\right)\right]. \quad (87)$$

Jak widać, wartość H_c nie wpływa na zmniejszenie początkowej czułości napięciowej, ale powoduje, że impulsy nasycania mają inny kształt niż impulsy odsycania, nawet gdy $F_r(\omega t)$ spełnia warunek (56). Wskutek tego pojawiają się składowe cosinusoidalne w napięciu wyjściowym, a to jest równoważne powstaniu przesunięcia fazowego(45), które wynosi

$$\operatorname{tg}\varphi_{2n} = \frac{\sigma_{02na}}{\sigma_{02nb}} = -\operatorname{tg}\left[nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c}{H_{rm}}\right)-nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c}{H_{rm}}\right)\right]. \quad (88)$$

$$\varphi_{2n} = n\left[F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c}{H_{rm}}\right)-F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c}{H_{rm}}\right)\right]. \quad (89)$$

Wzór (45) można przedstawić jako

$$u_w = U_2\sin[2(\omega t+\varphi)]+U_4\sin[4(\omega t+\varphi)]+\ldots U_2\sin[2n(\omega t+\varphi)], \quad (45a)$$

gdzie

$$\varphi = \frac{1}{2}\left[F_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c}{H_{rm}}\right)-F_r^{-1}\frac{H_{nas}+H_c}{H_{rm}}\right]. \quad (90)$$

Interpretacja graficzna przesunięcia fazowego jest podana na rys. 19c. Jak widać, przesunięcie fazowe rośnie wraz ze wzrostem H_c.

3.3. Przypadek zasilania napięciowego

Napięcie zasilające obwód roboczy ma przebieg sinusoidalny

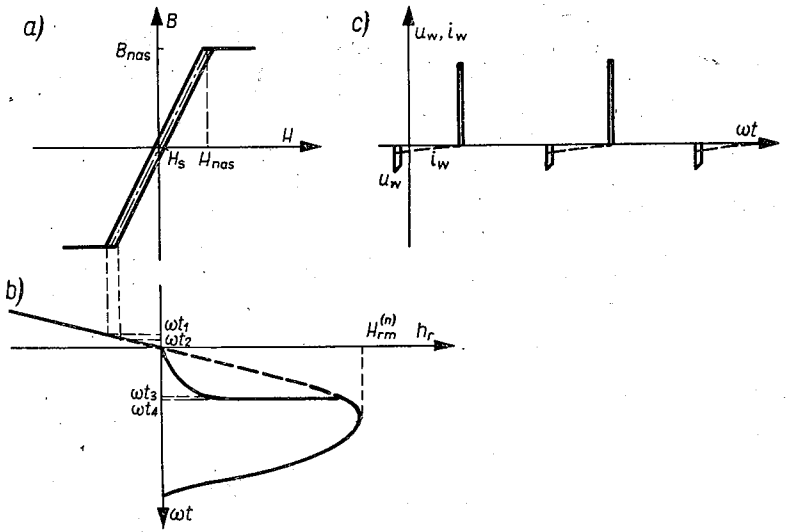
$$u_r = U_{rm} \sin \omega t. \tag{23}$$

Gdy oba rdzenie transduktora (rys. 3) są nienasycone i pomija się wpływ rozproszeń, równanie dla obwodu roboczego można napisać w postaci

$$u_r = R_r i_r + \omega z_r S \frac{d(b_1 + b_2)}{d\omega t}. \tag{92}$$

Oznacza to, że wypadkowa oporność pozorna obwodu roboczego zmienia się w szerokich granicach w zależności od tego, czy rdzenie są nasycone, czy nienasycone. Gdy oba rdzenie są nasycone (stan 1), prąd wyjściowy jest równy zeru, a prąd w obwodzie roboczym (rys. 20) jest ograniczony tylko przez oporność czynną i wynosi

$$i_r = \frac{U_{rm}}{R_r} \sin \omega t = I_{rm}^{(n)} \sin \omega t. \tag{93}$$



Rys. 20. Wyznaczanie napięcia wyjściowego dla zasilania napięciowego

Rdzeń 2 zostaje odsycony w momencie ωt_1 zależnym od wartości h_r i H_s.

$$\omega t_1 = -\arcsin \frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}^{(n)}}, \tag{94}$$

gdzie:

$$H_{rm}^{(n)} = \frac{z_r}{l_m} I_{rm}^{(n)}. \tag{95}$$

Równanie (92) przyjmuje postać

$$u_r = \omega z_r S \frac{db_2}{d\omega t} = \frac{z_r}{z_w} u_{w2}, \tag{96}$$

zatem

$$u_w = \frac{z_w}{z_r} u_r = -\frac{z_w}{z_r} U_{rm} \sin \omega t. \tag{97}$$

Na wstępie zostanie rozpatrzony przypadek, gdy $R_w \to \infty$ i $L_{sd} \to \infty$, co oznacza, że prąd w obwodzie wyjściowym nie płynie, ani nie płynie składowa zmienna prądu w obwodzie sterującym.

W momencie ωt_1 prąd roboczy jest prądem magnesującym

$$i_r = \frac{l_m}{z_r \mu} b_2 = \frac{l_m}{\omega z_w z_r S \mu} \int_{\omega t_1}^{\omega t} u_w \, d\omega t. \tag{98}$$

Stan 2 kończy się w momencie ωt_2, gdy rdzeń 1 zostaje odsycony i napięcie wyjściowe $u_w = 0$. W przedziale $\omega t_1 \div \omega t_2$ natężenie pola magnetycznego musi zmienić się o wartość $2H_s$, co wynika z przesunięcia charakterystyk magnesowania obu rdzeni o tę wartość (rys. 20). Uwzględniając związek między prądem i natężeniem pola magnetycznego można napisać

$$2H_s = \frac{1}{\omega z_w S \mu} \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} u_w \, d\omega t. \tag{99}$$

Bezwzględna wartość średnia napięcia wyjściowego wynosi

$$U_w = \frac{2}{\pi} \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} u_w \, d\omega t = 8 f z_w S \mu H_s. \tag{100}$$

Wynik powyższy jest identyczny jak (43), analogicznie czułość napięciowa

$$\sigma_{U\,max} = 8 f z_w S \mu. \tag{101}$$

Jako drugi zostanie rozpatrzony przypadek, gdy $R_w \to \infty$, natomiast indukcyjność L_{sd} ma wartość skończoną.

Jeśli pominie się oporność czynną obwodu sterującego, to składowa zmienna prądu w tym obwodzie

$$i_s = \frac{1}{\omega L_{sd}} \int_{\omega t_1}^{\omega t} \frac{z_s}{z_w} u_w \, d\omega t. \tag{102}$$

Prąd roboczy składa się z prądu magnesującego i składowej zmiennej i'_s odniesionej do obwodu roboczego

$$i_r = \left[\frac{l_m}{\omega z_w z_r S \mu} + \frac{z_s^2}{z_r z_w \omega L_{sd}}\right] \int_{\omega t_1}^{\omega t} u_w \, d\omega t. \tag{103}$$

Odsycenie rdzenia 1 nastąpi w momencie ωt_2, gdy natężenie pola magnetycznego w obu rdzeniach, wytworzone przez sumę prądów roboczego i składowej zmiennej w obwodzie sterującym zmieni się o $2H_s$

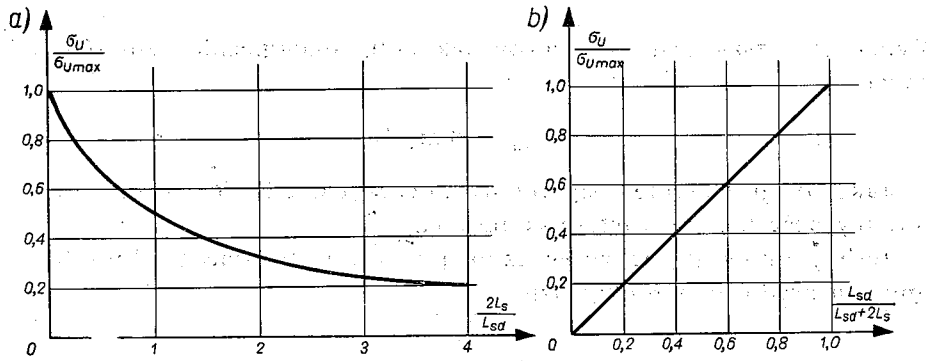
$$2H_s = \frac{z_r}{l_m}\left(i_r + \frac{z_s}{z_r} i_s\right) = \left[\frac{1}{\omega z_w S \mu} + \frac{2z_s^2}{l_m z_w \omega L_{sd}}\right] \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} u_w \, d\omega t,$$

$$2H_s = \frac{1}{\omega z_w S \mu}\left[1 + \frac{2L_s}{L_{sd}}\right] \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} u_w \, d\omega t. \tag{104}$$

W analogiczny sposób, jak poprzednio, uwzględniając (100) otrzymuje się

$$\sigma_U = \frac{\sigma_{U\,max}}{1 + \dfrac{2L_s}{L_{sd}}} = \sigma_{Umax} \frac{L_{sd}}{L_{sd} + 2L_s}. \tag{105}$$

Na rys. 21 pokazano wykresy czułości napięciowej. Należy zaznaczyć, że w momencie ωt_2 prąd i_s nie przestaje płynąć (rys. 20c). Jednak z uwagi na dużą stałą czasową obwodu sterującego prąd ten zanika powoli, zatem spadek napięcia wywołany na indukcyjności L_{sd} jest pomijalny.



Rys. 21. Czułość napięciowa jako funkcja indukcyjności dodatkowej w obwodzie sterującym

Trzeci przypadek można wyodrębnić zakładając, że oporność czynna w obwodzie wyjściowym R_w ma wartość skończoną, natomiast $L_{sd} \to \infty$. Prąd wyjściowy wynosi

$$i_w = \frac{u_w}{R_w}. \tag{106}$$

W tym przypadku prąd roboczy składa się z prądu magnesującego i wyjściowego

$$i_r = \frac{l_m}{\omega z_w z_r S \mu} \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} u_w \, d\omega t + \frac{z_w}{z_r} \frac{u_w}{R_w}. \tag{107}$$

Rdzeń 1 ulegnie odsyceniu w momencie ωt_2, gdy natężenie pola magnetycznego wytworzone przez sumę prądów roboczego i wyjściowego zmieni się o $2H_s$.

$$2H_s = \frac{z_r}{l_m}\left(i_r + \frac{z_w}{z_r} i_w\right) = \frac{1}{\omega z_w S \mu} \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} u_w \, d\omega t + \frac{2 z_w}{l_m} \frac{u_r}{R_w}. \tag{108}$$

Po uwzględnieniu (95)

$$2H_s = \frac{U_{rm}}{\omega z_r S \mu}(\cos\omega t_2 - \cos\omega t_1) - \frac{2 z_w^2}{z_r l_m} \frac{U_{rm}}{R_w} \sin\omega t_2. \tag{109}$$

Różnica indukcji magnetycznej w obu rdzeniach ustalona w czasie trwania stanu 2

$$\Delta B' = \frac{U_{rm}}{\omega z_r S}(\cos\omega t_2 - \cos\omega t_1) = \frac{U_{rm}}{\omega z_r S}\left[\cos\omega t_2 + \right.$$
$$\left. - \sqrt{1 - \left(\frac{H_{nas} - H_s}{H_{rm}^{(n)}}\right)^2}\right]. \tag{110}$$

Jak wynika z obliczeń przeprowadzonych w dodatku 3, $\Delta B'$ jest skomplikowaną funkcją H_s. W celu określenia początkowej czułości napięciowej należy określić pochodną $\frac{d\Delta B'}{dH_s}$ dla $H_s = 0$. Z obliczeń (dodatek 4) wynika, że wartość ta jest równa zeru.

W momencie ωt_2 rdzeń 1 zostaje odsycony i napięcie robocze rozkłada się symetrycznie na oba dławiki. Jednak obwód wyjściowy w stanie 3 zawiera dużą indukcyjność $2L_w$, dlatego też prąd wyjściowy zanika wykładniczo

$$i_w = -\frac{z_w}{z_r} \frac{U_{rm}}{R_w} \sin\omega t_2 \, e^{-\frac{R_w}{2\omega L_w}(\omega t - \omega t_2)}. \tag{111}$$

Prąd ten płynie aż do momentu nasycenia rdzenia 2 (ωt_3) i wytwarza spadek napięcia na oporności czynnej w obwodzie wyjściowym R_w. Po-

nieważ prąd ma ten sam znak co poprzednio (ujemny), wartość średnia impulsu odsycenia ulegnie zwiększeniu i zwiększy się także różnica indukcji magnetycznej o wartość

$$\Delta B'' = -\frac{U_{rm}}{\omega z_r S}\sin\omega t_2 \int_{\omega t_2}^{\omega t_3} e^{-\frac{R_w}{2X_w}(\omega t-\omega t_2)}\, d\omega t = \tag{112}$$

$$= -\frac{U_{rm}}{\omega z_r S}\frac{2X_w}{R_w}\sin\omega t_2\left[1 - e^{-\frac{R_w}{2X_w}(\omega t_3-\omega t_2)}\right].$$

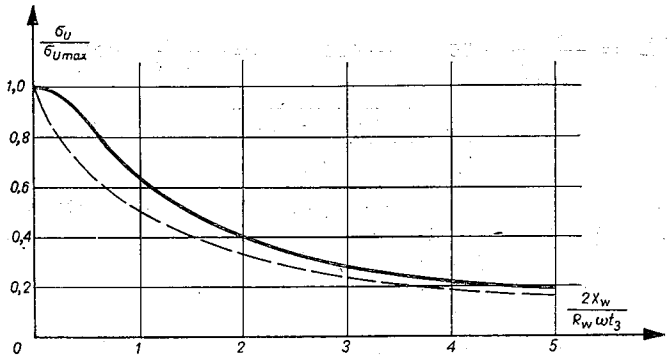
Jak wynika z obliczeń (dodatek 5)

$$\left[\frac{d\Delta B''}{dH_s}\right]_{H_s=0} = 2\mu\left[1 - e^{-\frac{R_w}{2X_w}\omega t_3}\right]. \tag{113}$$

Początkowa czułość napięciowa wynosi

$$\sigma_{0U} = 4fz_w S\left[\frac{d\Delta B'}{dH_s} + \frac{d\Delta B''}{dH_s}\right]_{H_s=0} = \sigma_{U\,max}\left[1 - e^{-\frac{R_w}{2X_w}\omega t_3}\right]. \tag{114}$$

Wykres tej funkcji podany jest na rys. 22 (linia ciągła). We wzorze (114) należy określić ωt_3. W momencie odsycenia rdzenia 1 ωt_2 prąd roboczy



Rys. 22. Czułość napięciowa jako funkcja oporności w obwodzie wyjściowym: ——— wg wzoru (114); — — — wg wzoru (119)

ma przebieg analogiczny jak w przypadku załączenia napięcia sinusoidalnego (23) na zaciski dwóch dławików o oporności indukcyjnej $2X_r$ i pomijalnie małej oporności czynnej.

$$i_r = \frac{U_{rm}}{2X_r}(1 - \cos\omega t) = I_{rm}^{(0)}(1 - \cos\omega t). \tag{115}$$

Natężenie pola magnetycznego h_r jest proporcjonalne do prądu roboczego.

$$h_r = H_{rm}^{(0)}(1 - \cos \omega t), \tag{116}$$

gdzie

$$H_{rm}^{(0)} = \frac{z_r}{l_m} I_{rm}^{(0)}. \tag{117}$$

Ponieważ założono $H_s = 0$, moment nasycenia rdzenia 2 określony jest przez wzór

$$\omega t_3 = \arccos\left(1 - \frac{H_{nas}}{H_{rm}^{(0)}}\right). \tag{118}$$

Moment ten oznacza zaniknięcie impulsu odsycania i jednocześnie pojawienie się impulsu nasycania o tej samej powierzchni, gdyż obowiązuje zależność (40).

W przeciwieństwie do stanu 1, w którym prąd roboczy jest bardzo duży i można założyć $H_{nas}/H_{rm}^{(n)} = 0$, w stanie 3 najczęściej ustala się $H_{nas}/H_{rm}^{(0)} = 0{,}5$, co odpowiada $\omega t_3 \approx 1$. Rdzeń 1 zostaje nasycony w momencie ωt_4 i impuls nasycania zanika.

W praktyce charakterystyka początkowej czułości napięciowej w funkcji oporności R_w odbiega od określonej przez wzór (114). Jak wykazuje doświadczenie, lepsze przybliżenie daje wzór

$$\frac{\sigma_{0U}}{\sigma_{Umax}} = \frac{1}{\dfrac{2X_w}{R_w \omega t_3} + 1}, \tag{119}$$

który określa zmniejszenie czułości w taki sposób, jak gdyby opornością zastępczą obwodu wyjściowego była oporność czynna o wartości $\dfrac{2X_w}{\omega t_3}$ (rys. 22, linia przerywana).

Ze wzoru (114) można określić wartość średnią napięcia wyjściowego, dla małych wartości

$$U_w = 8 f z_w S \mu H_s \left[1 - e^{-\frac{Rw}{2X_w}\omega t_3}\right]. \tag{120}$$

Wartość średnia prądu wyjściowego wynosi

$$I_w = \frac{U_w}{R_w} = \frac{8 f z_w S \mu H_s}{R_w}\left[1 - e^{-\frac{R_w}{2X_w}\omega t_3}\right]. \tag{121}$$

Jeśli $R_w \to 0$, to po zastosowaniu reguły de l'Hospitala otrzymuje się

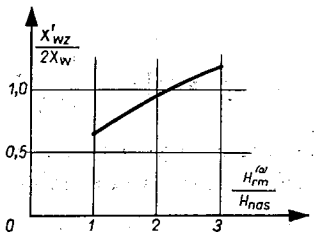
$$I_w = \frac{U_w}{2X_w}\omega t_3 \tag{122}$$

Jak widać, rolę oporności zastępczej odgrywa wielkość zależna od $^{u}H_{as}/H_{rm}^{(0)}$ (rys. 23)

$$X'_{wz} = \frac{2X_w}{\omega t_3}. \tag{123}$$

W praktyce można przyjąć

$$X'_{wz} \simeq 2X_w \tag{124}$$



Rys. 23. Charakterystyka oporności zastępczej dla aproksymacji (15)

Po uwzględnieniu (100), (22c) i (7) otrzymuje się

$$I_w = \frac{z_s}{z_w} I_s \frac{2}{\pi} \omega t_3. \tag{125}$$

Z zależności tej można określić współczynniki wzmocnienia prądowego oraz *SMM*-ej (gdyż $I_o = I_w$)

$$K_I = \frac{dI_w}{dI_s} = \frac{z_s}{z_w} \frac{2}{\pi} \omega t_3, \tag{126}$$

$$K_N = \frac{d(z_w I_w)}{d(z_s I_s)} = \frac{2}{\pi} \omega t_3 \leqslant 1. \tag{127}$$

Współczynnik wzmocnienia *SMM*-ej jest równy jedności tylko dla $H_{nas}/H_{rm}^{(0)} = 1$, gdyż wtedy $\omega t_3 = \pi/2$. Wynika stąd, że opisany stan pracy nie zapewnia użytecznego wzmocnienia mocy.

Należy nadmienić, że do powyższych wyników można dojść stosując aproksymację (16), w której zakłada się $\mu \to \infty$. Podstawiając do wzoru (121) $\mu \to \infty$ i stosując regułę de l'Hospitala dochodzi się również do wzoru (125), tylko jego słuszność nie jest ograniczona do małych wartości R_w. Ponieważ jednak materiały magnetyczne mają ograniczoną przenikalność magnetyczną, należy podkreślić, że analiza oparta na aproksymacji (16) słuszna jest tylko dla

$$R_w \ll 2X_w. \tag{128}$$

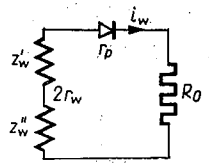
W przypadku, gdy warunek ten jest spełniony, przyjęcie charakterystyki magnesowania jak na rys. 6b prowadzi do znacznego uproszczenia obliczeń [31], jeśli jednak nie jest spełniony, to analiza może prowadzić do błędnych wyników [32].

Wzór (127), określający współczynnik wzmocnienia *SMM*-ej, słuszny jest tylko dla małych wartości $z_s I_s$. Dla większych sygnałów zależność $I_w = F(I_s)$ jest nieliniowa [30, rys. 4]), [75, rys. 11]. Ważną zaletą jest niezależność współczynnika wzmocnienia *SMM*-ej od częstotliwości oraz od oporności R_w, przy założeniu (128). Jest to wykorzystywane w przypadku zastosowania transduktora parzystych harmonicznych jako przekładnika pomiarowego [76] ... [80].

Należy dodać, że analiza w oparciu o aproksymację paraboliczną (21) prowadzi do wniosku, że współczynnik wzmocnienia *SMM*-ej dąży do jedności wraz ze wzrostem wykładnika potęgowego n [78, tablica 4].

3.4. Wpływ prostownika w obwodzie wyjściowym

Jak wynika z przeprowadzonych rozważań, w czasie odsycania rdzeni (stan 2 i 3) ustala się różnica indukcji, do której proporcjonalna jest czułość napięciowa. Wpływ oporności czynnej obwodu wyjściowego na czułość napięciową jest znaczny i w związku z tym moc wyjściowa niewielka. Jeśli jednak w obwodzie wyjściowym umieści się prostow-



Rys. 24. Obwód wyjściowy z prostownikiem

nik (rys. 24) w taki sposób, że impulsy odsycania są zablokowane, to równanie obwodu dla impulsów nasycania (stan 4) jest następujące:

$$u_w - R'_w i_w = 0, \tag{129}$$

gdzie $R'_w = 2r_w + r_p + R_o$ jest całkowitą opornością czynną obwodu wyjściowego, czyli sumą oporności czynnej uzwojeń wyjściowych ($2r_w$), oporności prostownika w okresie przewodzenia (r_p) i oporności obciążenia (R_o).

Uwzględniając fakt, że napięcie wyjściowe jest prostowane jednopołówkowo i posługując się wzorem (5) można określić wartość średnią napięcia na oporność R_o

$$U_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_o}{2r_w + r_p + R_o} U_w. \tag{130}$$

Wynika stąd, że dzięki zablokowaniu impulsów odsycania zwiększyła się znacznie moc na wyjściu, gdyż oporność dopasowania musi być

równa oporności czynnej uzwojeń i prostownika $(2r_w + r_p)$, a nie oporności indukcyjnej $2X_w$. W przypadku dopasowania

$$R_{opt} = 2r_w + r_p, \tag{131}$$

moc maksymalna na wyjściu

$$P_{omax} = \frac{U_o^2}{R_{opt}} = \frac{1}{16} \cdot \frac{U_w^2}{2r_w + r_p}. \tag{132}$$

Jak można wykazać [74], w przypadku zastosowania prostownika w obwodzie wyjściowym zależność $U_o = F(H_s)$ jest liniowa dla $H_s \leqslant H_{nas}$.

Wartość średnia prądu wyjściowego

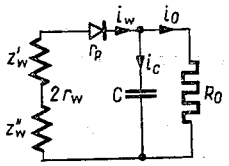
$$I_w = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_w}{R'_w} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8fz_w S \mu H_s}{R'_w} = \frac{z_s}{z_w} \cdot \frac{2}{\pi} I_s \frac{X_w}{R'_w}. \tag{133}$$

Z ostatniej zależności można określić współczynniki wzmocnienia prądowego i *SMM*-ej

$$K_I = \frac{z_s}{z_w} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{X_w}{2r_w + r_p + R_o}, \tag{134}$$

$$K_N = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{X_w}{2r_w + r_p + R_o}. \tag{135}$$

Współczynnik wzmocnienia *SMM*-ej w tym układzie osiąga wartość kilkunastu do kilkudziesięciu.



Rys. 25. Obwód wyjściowy z prostownikiem i kondensatorem

W pracach [4], [27] podano, że dalsze zwiększenie mocy na wyjściu uzyskuje się przez zbocznikowanie oporności obciążenia kondensatorem (rys 25). Jak wynika z obliczeń (Dodatek 6), napięcie na oporności R_o wynosi

$$U_{oC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_o}{2r_w + r_p} U_w = \frac{1}{2} k_r U_w, \tag{136}$$

gdzie

$$k_r = \frac{R_o}{2r_w + r_p}. \tag{137}$$

Wartość k_r należy dobierać rzędu $5 \div 10$.

Moc na wyjściu oraz odpowiednie współczynniki wzmocnienia można wyrazić następującymi wzorami

$$P_{oCmax} = \frac{U_{oC}^2}{R_o} = \frac{k_r}{R_o} \frac{U_w^2}{2r_w + r_p}, \tag{138}$$

$$K_{IC} = \frac{z_s}{z_w} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{X_w}{2r_w + r_p}, \tag{139}$$

$$K_{NC} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{X_w}{2r_w + r_p}. \tag{140}$$

Należy podkreślić, że w przeciwieństwie do poprzedniego przypadku, zależność $U_{oC} = F(H_s)$ nie jest liniowa i wyprowadzone wzory są słuszne dla niewielkich sygnałów.

Rozważania powyższe, dotyczące wpływu prostownika, były przeprowadzone przy założeniu, że spełnione są dwa warunki:

1) $R_{ws} \gg 2X_w$, (141a

gdzie R_{ws} = oporność wsteczna prostownika,

2) $L_{sd} \gg 2L_s$. (141b)

Pierwszy warunek jest zwykle spełniony, w przeciwnym przypadku należy wprowadzić do wzorów poprawkę uwzględniającą zmniejszenie czułości (rys. 22).

Drugi warunek spełniony jest automatycznie dla czujników magnetycznych, gdyż nie mają one obwodu sterującego. Natomiast we wzmacniaczach magnetycznych warunek (141b) nigdy nie jest spełniony, gdyż oznaczałby włączenie w obwód sterujący dużej indukcyjności, a więc pogorszenie własności dynamicznych. W rzeczywistości napięcie na oporności obciążenia U_o należy pomnożyć przez $L_{sd}/(L_{sd} + 2L_s)$ zgodnie ze (105), zatem rzeczywista moc na wyjściu wynosi odpowiednio dla obciążenia R_{opt} bez i z kondensatorem

$$P_{orz} = \frac{1}{16} \left(\frac{L_{sd}}{L_{sd} + 2L_s} \right)^2 \cdot \frac{U_w^2}{2r_w + r_p}, \tag{142}$$

$$P_{oCrz} = \frac{k_r}{4} \left(\frac{L_{sd}}{L_{sd} + 2L_s} \right)^2 \cdot \frac{U_w^2}{2r_w + r_p}. \tag{143}$$

Współczynnik wzmocnienia mocy jako funkcja indukcyjności dodatkowej wynosi

$$K_P = \text{Const} \left(\frac{L_{sd}}{L_{sd} + 2L_s} \right)^2. \tag{144}$$

Wskaźnikiem dobroci wzmacniacza jest stosunek współczynnika wzmocnienia mocy do stałej czasowej, która w przypadku wzmacniaczy magnetycznych typu parzystych harmonicznych jest stałą czasową obwodu sterującego. Można założyć, że stała czasowa obwodu sterującego wynosi

$$\tau_s = \frac{L_{sd} + 2L_s}{R_s}. \tag{145}$$

W literaturze [4], [27] wyrażony jest pogląd, że stała czasowa τ_s zależy tylko od indukcyjności L_{sd}, gdyż w znacznej części okresu oba rdzenie transduktora są nasycone. Wydaje się jednak, że wzór (145) jest słuszniejszy.

Uwzględniając zależności (144) i (145) otrzymuje się

$$\frac{K_P}{\tau_s} = \text{Const} \cdot \frac{L_{sd}^2}{(L_{sd} + 2L_s)^3}. \tag{146}$$

Jak wynika z obliczeń przeprowadzonych w dodatku 7, iloraz (146) osiąga wartość maksymalną dla $L_{sd}/2L_s = 2$. W literaturze [4] podano na podstawie doświadczeń, że stosunek ten powinien być większy, a mianowicie $L_{sd}/2L_s = 3$. Należy sądzić, że rozbieżność ta występuje wskutek trudności dokładnego określenia indukcyjności zarówno L_{sd}, jak i L_s. W szczególności często określa się wielokrotność $L_{sd}/2L_s$ na podstawie kwadratu stosunku liczby zwojów dławika dodatkowego (wykonanego identycznie jak dany transduktor, o przekroju równym przekrojowi obu rdzeni transduktora) do liczby zwojów z_s. W takim przypadku indukcyjność dławika dodatkowego zależy od punktu pracy na charakterystyce magnesowania i jest w rzeczywistości mniejsza niż obliczona.

4. METODA FUNKCJI ZASTĘPCZEJ

Metodę tę zastosowano w celu porównania wzorów określających wielkości charakterystyczne z wzorami wyprowadzonymi poprzednio, w oparciu o linearyzację trójodcinkową krzywej magnesowania. Obecnie krzywa ta wyrażona jest przez wzór

$$B = \alpha \operatorname{arctg} \beta H. \tag{17}$$

Podobnie jak w poprzednim rozdziale, określona zostanie czułość napięciowa oraz przeanalizowany wpływ obciążenia. Rozważania przeprowadzone będą tylko dla przypadku zasilania prądowego, gdyż założenie zasilania napięciowego prowadzi do znacznych komplikacji matematycznych.

4.1. Czułość napięciowa

Prąd roboczy wytwarza w obu rdzeniach natężenie pola magnetycznego o przebiegu określonym poprzednio i spełniającym warunek (56)

$$h_r = H_{rm} F_r(\omega t). \tag{26a}$$

W przypadku, gdy prąd sterujący wynosi zero, a więc składowa stała natężenia pola magnetycznego $H_s = 0$, przebieg indukcji magnetycznej w obu rdzeniach wynosi

$$b = a \operatorname{arc\,tg} \beta H_{rm} F_r(\omega t). \tag{147}$$

Pochodna indukcji względem natężenia pola magnetycznego określa przenikalność magnetyczną różniczkową, która zmienia się wraz ze zmianą h_r

$$\mu(h_r) = \frac{db}{dh_r} = \frac{a\beta}{1 + [\beta H_{rm} F_r(\omega t)]^2}. \tag{148}$$

Łatwo stwierdzić, że przenikalność ta osiąga wartość maksymalną dla $\omega t = 0$

$$\left[\mu(h_r)\right]_{max} = a\beta = \mu \tag{149}$$

oraz wartość najmniejsza dla $\omega t = \pi/2$

$$\left[\mu(h_r)\right]_{min} = \frac{a\beta}{1 + [\beta H_{rm}]^2} = \frac{\mu}{1 + [\beta H_{rm}]^2} = \mu_{nas}. \tag{150}$$

Wartość ta dąży do zera dla rosnących wartości H_{rm}.

Jeśli pojawia się sygnał sterujący, to przebiegi indukcji magnetycznej w obu urządzeniach transduktora wynoszą

$$b_1 = a \operatorname{arc\,tg} \beta [H_{rm} F_r(\omega t) - H_s], \tag{151}$$

$$b_2 = a \operatorname{arc\,tg} \beta [H_{rm} F_r(\omega t) + H_s]. \tag{152}$$

Przebieg napięcia wyjściowego w czasie określa się ze wzoru

$$u_w = \omega z_w S \frac{d(b_1 - b_2)}{d\omega t}, \tag{153}$$

a wartość średnia napięcia wyjściowego

$$U_w = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} U_w \, d\omega t = \frac{2\omega z_w S}{\pi} \left[b_1 - b_2\right]_0^{\pi/2}. \tag{154}$$

Po wykonaniu obliczeń (Dodatek 8) otrzymuje się

$$U_w = 4 f z_w S a \operatorname{arc\,tg} \frac{2\beta^3 H_s H_{rm}^2}{(1 + \beta^2 H_s^2)^2 + \beta^2 H_{rm}^2 (1 - \beta^2 H_s^2)}, \tag{155}$$

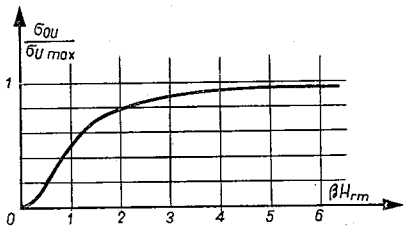
Posługując się wzorem (10) można określić czułość napięciową (Dodatek 9), która wynosi

$$\sigma_U = \sigma_{Umax} \frac{\beta^2 H_{rm}^2 (1 + \beta^2 H_{rm}^2 - 3\beta^2 H_s^2)}{(1 + \beta^2 H_s^2)[(1 + \beta^2 H_{rm}^2 - \beta^2 H_s^2)^2 + 4\beta^2 H_s^2]}. \tag{156}$$

Początkową czułość napięciową określa się jako

$$\sigma_{0U} = \left[\sigma_U\right]_{H_s=0} = \sigma_{Umax} \frac{\beta^2 H_{rm}^2}{1 + \beta^2 H_{rm}^2}, \tag{157}$$

wykres tej zależności pokazany jest na rys. 26. Jak widać, dla rosnących wartości H_{rm} początkowa czułość napięciowa dąży do wartości maksymalnej określonej przez wzór (44)



Rys. 26. Początkowa czułość napięciowa

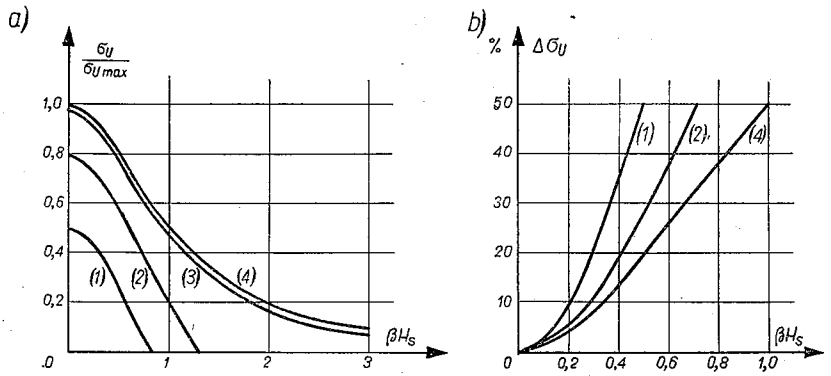
$$\left[\sigma_{0U}\right]_{H_{rm}\to\infty} = \sigma_{Umax}. \tag{158}$$

Należy podkreślić, że czułość początkowa (157) jest proporcjonalna do różnicy przenikalności magnetycznych maksymalnej i minimalnej

$$\mu - \mu_{nas} = \mu \frac{\beta^2 H_{rm}^2}{1 + \beta^2 H_{rm}^2}, \tag{159}$$

a więc zależy od zmiany przenikalności magnetycznej.

W oparciu o wzór (156) można wykreślić charakterystyki czułości napięciowej w funkcji H_s dla różnych wartości H_{rm} (rys. 27). Charakterystykę graniczną można określić zakładając, że we wzorze (156) $H_{rm} \to \infty$.



Rys. 27. Czułość napięciowa (a) i odchylenie od liniowości (b) w funkcji βH_{rm}; [(1) — $\beta H_{rm} = 1$; (2) — $\beta H_{rm} = 2$; (3) — $\beta H_{rm} = 7$; (4) — $\beta H_{rm} \to \infty$

Po zastosowaniu reguły de l'Hospitala otrzymuje się

$$\sigma_{U\infty} = \left[\sigma_U\right]_{H_{rm}\to\infty} = \sigma_{Umax}\frac{1}{1+\beta^2 H_s^2}. \tag{160}$$

Należy podkreślić, że wielkość ta jest proporcjonalna do przenikalności magnetycznej w punkcie $H = H_s$ na charakterystyce magnesowania

$$\mu[H_s] = \frac{\mu}{1+\beta^2 H_s^2}. \tag{161}$$

We wzorze (160) nie występuje przenikalność minimalna, gdyż $\mu_{nas} \to 0$, wskutek założenia $H_{rm} \to \infty$.

Drugą grupę charakterystyk — krzywe odchylenia od liniowości — otrzymuje się stosując wzór

$$\Delta\sigma_U = \frac{\sigma_{0U} - \sigma_U}{\sigma_{0U}} \cdot 100\ \%. \tag{162}$$

Charakterystyki te pokazane są na rys. 27b.

Z pokazanych charakterystyk wynika, że czułość napięciowa obliczona w oparciu o aproksymację (17) nie jest wielkością stałą jak w przypadku założenia linearyzacji trójodcinkowej. Przyczyną tego jest zmieniająca się różnica przenikalności magnetycznej.

Czułość napięciową dla poszczególnych harmonicznych oblicza się ze wzoru (11). Po wykonaniu obliczeń (Dodatek 10) otrzymuje się

$$\sigma_{2n} = 16 f z_w S \mu \frac{\pi n}{\beta H_{rm}} Re\left\{\frac{e^{j2nF_r^{-1}\left(\frac{j+\beta H_s}{\beta H_{rm}}\right)}}{F_r'\left[F_r^{-1}\left(\frac{j+\beta H_s}{\beta H_{rm}}\right)\right]}\right\}. \tag{163}$$

We wzorze tym występuje współczynnik, który zdefiniowany został poprzednio jako maksymalna początkowa czułość napięciowa (55). Początkową czułość napięciową otrzymuje się podstawiając do (163) $H_s = 0$ i uwzględniając (55)

$$\sigma_{02n} = \sigma_{0max} \cdot \frac{\pi n}{\beta H_{rm}} Re\left\{\frac{e^{j2nF_r^{-1}\left(\frac{j}{\beta H_{rm}}\right)}}{F_r'\left[F_r^{-1}\left(\frac{j}{\beta H_{rm}}\right)\right]}\right\}. \tag{164}$$

Zakładając zasilanie prądem o przebiegu trójkątnym (tablica 1) otrzymuje się

$$\sigma_{02n} = \sigma_{0max}\frac{\pi^2 \tau}{2\beta H_{rm}} e^{-\frac{\pi n}{\beta H_{rm}}} \tag{165}$$

Czułość początkowa jako funkcja βH_{rm} osiąga wartość maksymalną dla

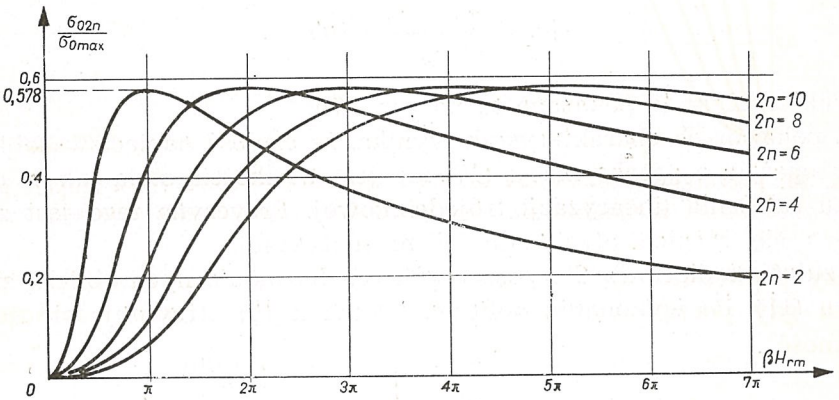
$$\beta H_{rm} = \pi n. \tag{166}$$

Podstawiając (166) do (165) można stwierdzić, że maksymalna wartość początkowej czułości napięciowej przy zasilaniu prądem trójkątnym jest jednakowa dla wszystkich parzystych harmonicznych i wynosi

$$\sigma_{0tmax} = \sigma_{0max} \cdot \frac{\pi}{2e} \approx 0{,}578\, \sigma_{0max}, \tag{167}$$

czyli mniej niż przy założeniu linearyzacji trójodcinkowej.

Charakterystyki początkowej czułości napięciowej w funkcji βH_{rm} pokazane są na rys. 28.



Rys. 28. Początkowa czułość napięciowa dla parzystych harmonicznych przy zasilaniu trójkątnym prądem roboczym

W przypadku zasilania prądem sinusoidalnym wzór na początkową czułość napięciową przyjmuje postać

$$\sigma_{02n} = \sigma_{0max}\, \pi n \frac{e^{-2n \operatorname{arsinh} \frac{1}{\beta H_{rm}}}}{\sqrt{1 + \beta^2 H_{rm}^2}}. \tag{168}$$

Obliczenia wykazują, że funkcja ta osiąga wartości maksymalne dla

$$\beta H_{rm} = \sqrt{2n^2 + 2n\sqrt{n^2 + 1}}, \tag{169}$$

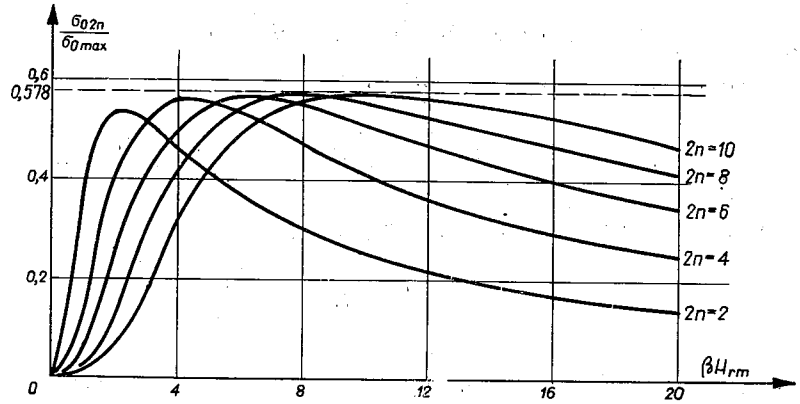
ale są to wartości różne dla poszczególnych harmonicznych i mniejsze od σ_{0tmax} (rys. 29, tablica 3).

Charakterystyki określające malenie czułości wraz ze wzrostem sygnału, w przypadku zasilania prądem trójkątnym określone są przez zależność

$$\sigma_{2n} = \sigma_{0max} \frac{\pi^2 n}{\beta H_{rm}} e^{-\frac{\pi n}{\beta H_{rm}}} \cos\left(\pi n \frac{\beta H_s}{\beta H_{rm}}\right), \tag{170}$$

czyli

$$\frac{\sigma_{2n}}{\sigma_{02n}} = \cos\left(\pi n \frac{\beta H_s}{\beta H_{rm}}\right). \tag{171}$$



Rys. 29. Początkowa czułość napięciowa dla parzystych harmonicznych przy zasilaniu sinusoidalnym prądem roboczym

Należy podkreślić, że zależności (171) i (69) są identyczne. W przypadku gdy początkowa czułość jest maksymalna (166) otrzymuje się zależność

$$\frac{\sigma_{2n\,max}}{\sigma_{0t\,max}} = \cos(\beta H_s). \tag{172}$$

Jak widać, wzory powyższe określają charakterystyki identycznie jak w przypadku zastosowania linearyzacji trójodcinkowej.

Analiza czułości napięciowej jako funkcji wielkości sygnału dla zasilania prądem sinusoidalnym nie wydaje się celowa. Otrzymane zależności mają bardzo skomplikowaną formę [18], [20], a poza tym wskutek różnych wartości maksymalnych czułości początkowej dla poszczególnych harmonicznych (rys. 29) nie ma analogii z charakterystykami uzyskanymi w oparciu o linearyzację trójodcinkową (rys. 12).

4.2. Wpływ obciążenia

Obwód wyjściowy obciążony jest opornością R_w, przez którą płynie prąd

$$i_w = \frac{u_w}{R_w}, \tag{173}$$

wytwarzający pole magnetyczne o natężeniu

$$h_w = \frac{z_w i_w}{l_m}. \tag{174}$$

Ograniczymy się do rozpatrzenia przypadku zasilania prądem sinusoidalnym, jako szczególnie ważnego w konkretnym zastosowaniu. Przebiegi indukcji magnetycznej w obu rdzeniach określone są przez wzory

$$b_1 = a \operatorname{arc\,tg} \beta [H_{rm} \sin \omega t - (H_s + h_w)], \tag{175}$$

$$b_2 = a \operatorname{arc\,tg} \beta [H_{rm} \sin \omega t + (H_s + h_w)]. \tag{176}$$

Przebiegi te można rozłożyć na szereg Taylora

$$F(a + y) = F(a) + \frac{y}{1!} F'(a) + \frac{y^2}{2!} F''(a) + \frac{y^3}{3!} F'''(a) + \ldots \tag{177}$$

i po podstawieniu (175) i (176) do (177) otrzymuje się

$$b_1 - b_2 = -2\left[(H_s + h_w)\frac{db}{dh_r} + (H_s + h_w)^3 \frac{d^3b}{dh_r^3} + \ldots\right]. \tag{178}$$

We wzorze powyższym występuje suma $H_s + h_w$, przy czym h_w jest funkcją zmienną w czasie oraz zależną od H_s.

Jeśli założy się, że sygnały H_s są małe, to w szeregu (177) można pominąć wyrażenia o wyższych potęgach niż 1

$$b_1 - b_2 = -2(H_s + h_w)\frac{db}{dh_r}, \tag{179}$$

czyli w danym przypadku

$$b_1 - b_2 = -2\frac{H_s + h_w}{1 + (\beta H_{rm} \sin \omega t)^2}. \tag{180}$$

Podstawiając (180) do wzoru na napięcie wyjściowe (153) otrzymuje się

$$u_w = -2\omega z_w S \mu \frac{h_w'[1 + (\beta H_{rm} \sin \omega t)^2] - (H_s + h_w)(\beta H_{rm})^2 \sin 2\omega t}{[1 + (\beta H_{rm} \sin \omega t)^2]^2} \tag{181}$$

po uwzględnieniu związków (174), (173), i wykonaniu przekształceń uzyskuje się równanie różniczkowe obwodu wyjściowego

$$\frac{du_w}{d\omega t}\frac{2X_w}{R_w}[1 + (\beta H_{rm} \sin \omega t)^2] + u_w\left\{[1 + (\beta H_{rm} \sin \omega t)^2]^2 + \right.$$

$$\left. - \frac{2X_w}{R_w}(\beta H_{rm})^2 \sin 2\omega t\right\} = 2\omega z_w S \mu H_s (\beta H_{rm})^2 \sin 2\omega t. \tag{182}$$

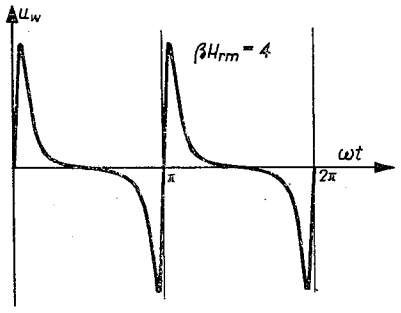
Równanie to można rozwiązać dla dwóch przypadków

1) $R_w \to \infty$;
2) $R_w = 0$.

W pierwszym przypadku napięcie wyjściowe wynosi

$$u_w = \frac{2\omega z_w S\mu(\beta H_{rm})^2 \sin 2\omega t}{[1+(\beta H_{rm}\sin\omega t)^2]^2} \cdot H_s \tag{183}$$

i ma przebieg odkształcony o podstawowej częstotliwości $2f$ (rys. 30). Wartość średnia napięcia wyjściowego wynika ze wzoru (157)



Rys. 30. Przebieg napięcia wyjściowego

$$U_w = \sigma_{0U} H_s = \sigma_{Umax} \cdot \frac{(\beta H_{rm})^2}{1+\beta^2 H_{rm}^2} \cdot H_s. \tag{184}$$

W drugim przypadku otrzymuje się następujące równanie różniczkowe dla prądu wyjściowego

$$\frac{di_w}{d\omega t}[1+(\beta H_{rm}\sin\omega t)^2] - i_w(\beta H_{rm})^2 \sin 2\omega t = \frac{l_m}{z_w} H_s(\beta H_{rm})^2 \sin 2\omega t. \tag{185}$$

Rozwiązaniem tego równania jest (Dodatek 11):

$$i_w = -\frac{(\beta H_{rm})^2}{2+(\beta H_{rm})^2} \cdot \frac{l_m}{z_w} H_s \cos 2\omega t. \tag{186}$$

Jak widać, w przypadku obciążenia małą opornością (w praktyce wystarczy warunek $R_w \ll 2X_w$) przebieg prądu wyjściowego zawiera tylko 2-gą harmoniczną. Jest to bardzo ważne przy zastosowaniu transduktora parzystych harmonicznych jako podwajacza częstotliwości. Należy podkreślić, że przy zasilaniu prądem roboczym trójkątnym prąd wyjściowy zawiera również wyższe parzyste harmoniczne, co jest niekorzystne.

Wartość średnia prądu wyjściowego wynosi

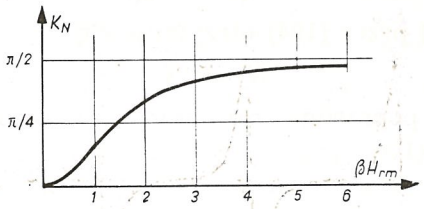
$$I_w = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(\beta H_{rm})^2}{2+(\beta H_{rm})^2} \cdot \frac{l_m}{z_w} H_s. \tag{187}$$

Po uwzględnieniu (7) otrzymuje się wzory na współczynniki wzmocnienia prądowego i *SMM*-ej

$$K_I = \frac{z_s}{z_w} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{(\beta H_{rm})^2}{2+(\beta H_{rm})^2}, \tag{188}$$

$$K_N = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(\beta H_{rm})^2}{2 + (\beta H_{rm})^2}. \tag{189}$$

Wykres współczynnika wzmocnienia *SMM*-ej jako funkcji H_{rm} pokazany jest na rys. 31. Jak widać, wartość $K_N \to \pi/2$ dla rosnących wartości H_{rm}.



Rys. 31. Charakterystyka współczynnika wzmocnienia *SMM*-ej

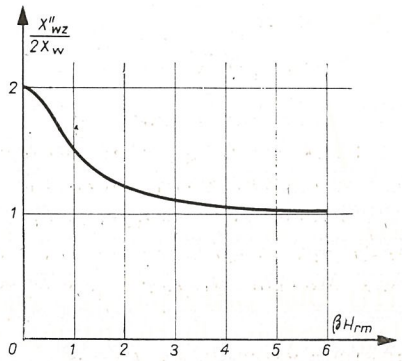
Podobnie jak w rozdziale 3.3 można wprowadzić oporność zastępczą obwodu wyjściowego (123). Dzieląc (184) przez (187) otrzymuje się

$$X''_{wz} = 2 X_w \frac{2 + (\beta H_{rm})^2}{1 + (\beta H_{rm})^2}. \tag{190}$$

Oporność ta maleje wraz ze wzrostem H_{rm} (rys. 32) i dąży do wartości $2X_w$. W praktyce można przyjąć

$$X''_{wz} \approx 2 X_w, \tag{191}$$

co jest zgodne ze (124).



Rys. 32. Charakterystyka oporności zastępczej dla aproksymacji (17)

Można również wprowadzić pojęcie oporności zastępczej dla 2-ej harmonicznej. Amplituda 2-ej harmonicznej dla $\beta H_{rm} \approx 2{,}195$ wynosi zgodnie z obliczeniami (tablica 3)

$$U_2 = 0{,}54\, \sigma_{0max} H_s, \tag{192}$$

a wartość średnia

$$U_{2śr} = \frac{2}{\pi} U_2. \tag{193}$$

Wartość średnia prądu wyjściowego dla $\beta H_{rm} = 2{,}195$ wynosi

$$I_w = \frac{2}{\pi} 0{,}707 \frac{l_m}{z_w} H_s. \tag{194}$$

Po podzieleniu (193) przez (194) otrzymuje się

$$X_2 \approx 2X_w, \tag{195}$$

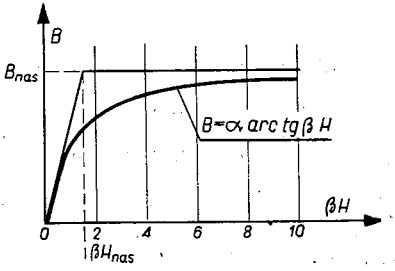
czyli to samo co w poprzednio rozważanych przypadkach.

Jak wynika ze (186), prąd wyjściowy dla małych wartości R_w nie zawiera wyższych parzystych harmonicznych, nie można więc określić dla nich oporności zastępczej. Jednak doświadczenia wykazują, że dla $R_w \geqslant 2X_w$ oporność zastępcza dla $2n$-ej harmonicznej w przybliżeniu wynosi

$$X_{2n} \approx 2n X_w. \tag{196}$$

5. PORÓWNANIE WYNIKÓW UZYSKANYCH PRZY APROKSYMACJACH (15) i (17)

Na wstępie należy porównać aproksymacje charakterystyki magnesowania (15) i (17). Na rys. 33 pokazane są wykresy obu tych funkcji, przy czym półproste poziome charakterystyki zlinearyzowanej są



Rys. 33. Porównanie aproksymacji krzywej magnesowania

asymptotami funkcji (17). Obie charakterystyki mają jednakowe nachylenie w początku układu współrzędnych. Istnieją więc następujące zależności:

$$\alpha = \frac{2 B_{nas}}{\pi} = \frac{2 \mu H_{nas}}{\pi}, \tag{197}$$

$$\alpha\beta = \mu, \tag{198}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2 H_{nas}}. \tag{199}$$

Porównanie wzorów i charakterystyk otrzymanych przy obu aproksymacjach prowadzi do następujących wniosków:

1) Czułość napięciowa σ_{Umax} (44) jest granicą wyrażenia (157), gdy $H_{rm} \to \infty$. Jak widać, czułość ta nie zależy od ostrości zagięcia krzywej magnesowania, ale jest proporcjonalna do maksymalnej różnicy przenikalności μ-μ_{nas}.

2) W przypadku linearyzacji krzywej magnesowania otrzymuje się stałą czułość napięciową w funkcji wielkości sygnału (dla $H_s \leqslant H_{nas}$), a czułość napięciowa otrzymana w wyniku analizy opartej na (17) maleje wraz ze wzrostem sygnału (rys. 27a).

3) W obu przypadkach maxima charakterystyk początkowej czułości napięciowej dla poszczególnych harmonicznych występują dokładnie dla tych samych wartości H_{rm} przy założeniu prądu roboczego o przebiegu trójkątnym (71), (166), a przy sinusoidalnym prądzie roboczym maxima występują dla wartości H_{rm} równych w przybliżeniu (tablice 2 i 3). Oczywiście przy porównaniach należy stosować wzór (199).

Tablica 2

Extrema oraz punkty zerowe funkcji

Kształt prądu roboczego i_r	Parzyste harmoniczne $2n$	Przybliżone wartości H_{rm}/H_{nas}									
		Extrema					Punkty zerowe				
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Trapez	2	1,272					1				
	4	—	2,545				1	1,272			
	6	—	1,272	3,82			1	—	1,91		
	8	—	1,02	1,68	5,09		1	—	1,1272	2,545	
	10	—	—	1,272	2,12	6,36	1	—	1,06	1,59	3,18
Sinusoida	2	1,414	—				1				
	4	1,083	2,618				1	1,414			
	6	1,035	1,414	3,864			1	1,154	2		
	8	1,02	1,202	1,801	5,12		1	1,083	1,414	2,618	
	10	1,015	1,122	1,414	2,203	6,393	1	1,051	1,236	1,703	3,236
Trójkąt	2	2					1				
	4	4,33					1	2			
	6	1,2	2	6			1	1,5	3		
	8	1,14	1,6	2,67	8		1	1,33	2	4	
	10	1,11	1,43	2	3,33	10	1	1,25	1,67	2,5	5

4) Wartości maksymalne początkowej czułości napięciowej przy aproksymacji (17) są niemal dwukrotnie mniejsze niż wartość uzyskana w przypadku linearyzacji trójodcinkowej [wzór (167), tablica 3].

Tablica 3

Maxima funkcji $\sigma_{02nmax}/\sigma_{0max}$ określonej przez wzór (168)

Parzyste harmoniczne $2n$	Wartości H_{rm}		$\frac{\sigma_{02n\ max}}{\sigma_{0\ max}}$
	Dokładne	Przybliżone	
2	$\sqrt{2+2\sqrt{2}}$	2,195	0,537
4	$\sqrt{8+4\sqrt{5}}$	4,116	0,566
6	$\sqrt{18+6\sqrt{10}}$	6,08	0,57
8	$\sqrt{32+8\sqrt{17}}$	8,06	0,575
10	$\sqrt{50+10\sqrt{26}}$	10,05	0,575

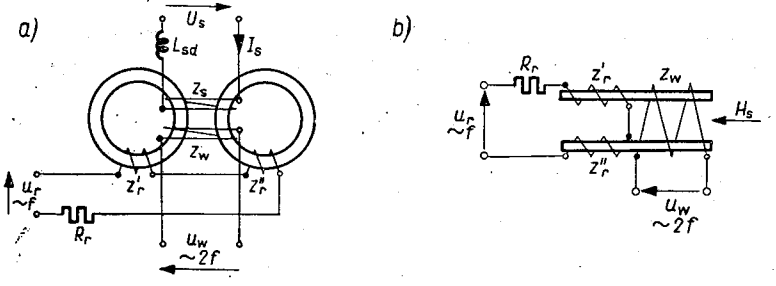
5) W przypadku zasilania trójkątnym prądem roboczym charakterystyki malenia czułości napięciowej wraz ze wzrostem H_s są identyczne (69), (171).

6) Obie metody obliczeń prowadzą do stwierdzenia, że opornością zastępczą obwodu wyjściowego jest w przybliżeniu oporność $2X_w$.

6. WYNIKI DOŚWIADCZALNE

6.1. Badane modele

Wzory i charakterystyki wyprowadzone poprzednio zostały sprawdzone na modelach wzmacniaczy, modulatorów i czujników magnetycznych. W szczególności należy wymienić dwa rodzaje układów: modulator i wzmacniacz magnetyczny na rdzeniach toroidalnych (rys. 34a) oraz



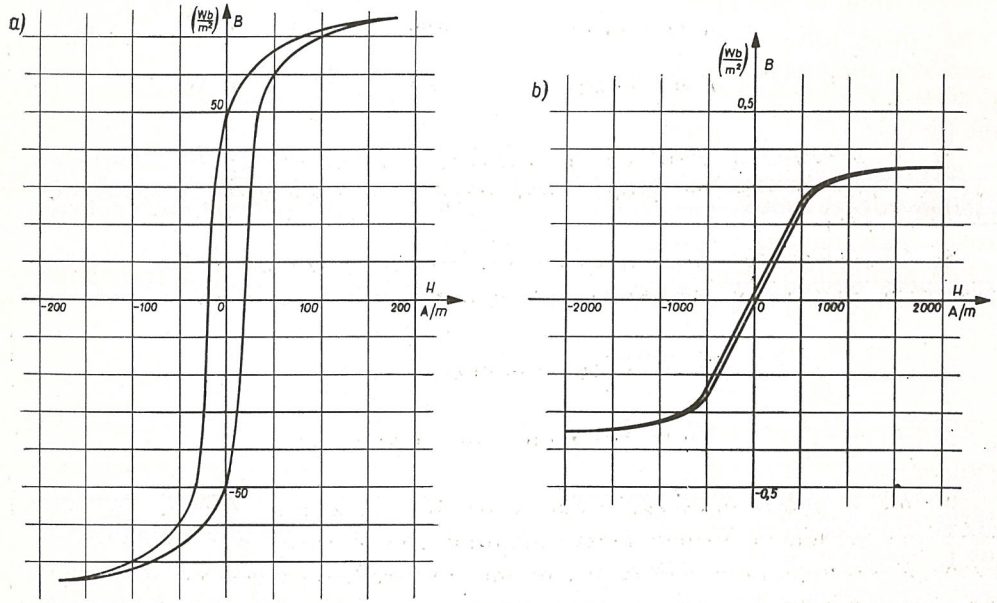
Rys. 34. Schematy badanych transduktorów: modulatora i wzmacniacza (a) oraz czujnika (b)

czujnik magnetyczny z rdzeniami w postaci pręcików (rys. 34b). Układy te mają pojedyncze uzwojenia wyjściowe, obejmujące oba rdzenie. Należy pamiętać więc, że indukcyjność tego uzwojenia wynosi $2L_w$.

Dane modulatora: rdzenie z permalloyu C,
$l_m = 69$ mm; $S = 1{,}5$ mm^2; uzwojenia: $z'_r = z''_r = 400$ zwojów DNE ϕ 0,17; $z_s = 500$ zwojów DNE ϕ 0,14; $z_w = 600$ zwojów DNE ϕ 0,14.

Dane wzmacniacza: rdzenie z permalloyu C,
$l_m = 75$ mm; $S = 16{,}4$ mm^2; uzwojenia : $z'_r = z''_r = 180$ zwojów DNE ϕ ϕ 0,25; $z_s = z_w = 1000$ zwojów DNE ϕ 0,14.

Dane czujnika: rdzenie ze stopu 1040;
$l_c = 11$ mm; $d = 0{,}25$ mm; uzwojenia $z'_r = z''_r = 1000$ zwojów DNE ϕ ϕ 0,1; $z_w = 2000$ zwojów DNE ϕ 0,08.



Rys. 35. Charakterystyka magnesowania rdzeni: modulatora (a) i czujnika (b)

Charakterystyki magnesowania obwodów magnetycznych modulatora i czujnika pokazane są na rys. 35a,b. Jak widać na rys. 35b, charakterystyka otwartego obwodu magnetycznego czujnika posiada następujące cechy:

1) Szerokość pętli histerezy jest pomijalna, gdyż

$$H_c \ll H_{nas}. \tag{200}$$

2) Przenikalność magnetyczna w zakresie początkowym jest prawie stała i określona głównie przez przenikalność kształtu [50], [83], która zależy od wymiarów geometrycznych rdzeni:

$$\mu_k = \frac{\pi(l_c^2 - 0{,}28 l_w^2)}{4S\left(\ln 1{,}2\frac{l_c}{d} - 1\right)}, \tag{201}$$

gdzie:

l_c = długość rdzenia czujnika,

l_w = długość uzwojenia wyjściowego,

d = średnica rdzenia czujnika.

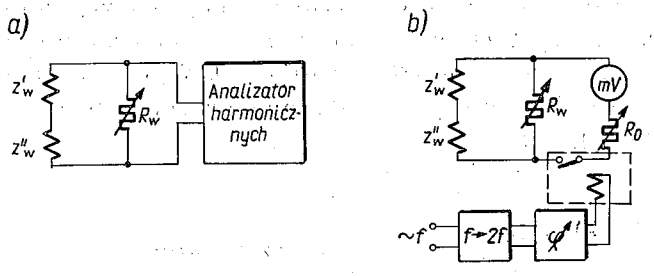
3) W zakresie nasycenia charakterystyka przebiega niemal poziomo.

Z wymienionych względów linearyzacja trójodcinkowa stanowi dobrą aproksymację charakterystyki magnesowania otwartego obwodu magnetycznego. Na marginesie należy zaznaczyć, że stosunkowo mała wartość indukcji nasycenia krzywej z rys. 35b spowodowana jest zmniejszeniem się indukcji magnetycznej w pobliżu końców rdzeni [82], [83]. Uwzględnia to również licznik wzoru (201): w przypadku, gdy $l_w = l_c$, występuje tam współczynnik 0,72, określający zmniejszenie średniej indukcji magnetycznej wzdłuż rdzenia.

6.2. Układy pomiarowe

Do zdejmowania charakterystyk używane były dwa układy pomiarowe załączone na wyjściu transduktora:

1) analizator harmonicznych „Radiometer" — do badania transduktorów o wyjściu selektywnym (rys. 36a),



Rys. 36. Układy pomiarowe

2) układ złożony z prostownika fazowego i miliwoltomierza magnetoelektrycznego — do badania transduktorów o wyjściu impulsowym (rys. 36b).

Działanie układu pierwszego jest oczywiste, drugi wymaga dodatkowych objaśnień. Jak wiadomo, w transduktorach o wyjściu impulsowym wielkością charakterystyczną jest wartość średnia napięcia wyjściowego. Do pomiaru tej wielkości służy przyrząd magnetoelektryczny z prostownikiem. Aby uniezależnić się od wpływu charakterystyki prostownika, należy zastosować przekaźnik spolaryzowany, w którym opor-

ność przewodzenia $r_p = 0$, a oporność wsteczna $R_{ws} \to \infty$. Ponieważ napięcie wyjściowe u_w jest przebiegiem o częstotliwości podstawowej dwukrotnie większej niż częstotliwość prądu roboczego, należy pobudzać przekaźnik napięciem odniesienia o częstotliwości $2f$, uzyskanym z oddzielnego podwajacza częstotliwości. W układzie tym musi być również przesuwnik fazowy, umożliwiający regulację fazy prostowania. Układ z prostownikiem fazowym posiada następujące zalety:

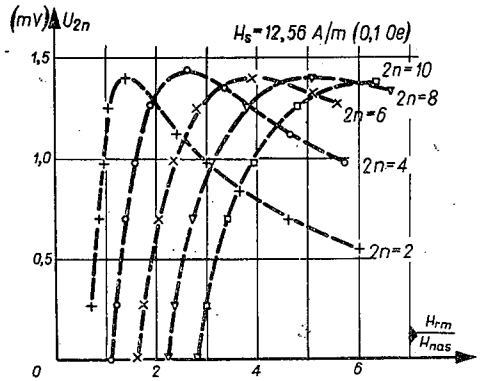
1) zmiana znaku napięcia na wejściu prostownika powoduje zmianę znaku przebiegu wyprostowanego,

2) nieparzyste harmoniczne nie wpływają na wskazania przyrządu.

Wymienione zalety są bardzo cenne, gdyż napięcie wyjściowe u_w zmienia swój znak wraz ze zmianą znaku napięcia sterującego, zatem naturalna cecha transduktora — rewersyjność — nie zostaje wyeliminowana przez prostownik. Ważne jest również to, że napięcie resztkowe na wyjściu transduktora, złożone z nieparzystych harmonicznych nie wpływa na wskazania. Należy podkreślić, że umieszczenie w obwodzie wyjściowym zwykłego prostownika, który prostuje również napięcie resztkowe podwyższa wielokrotnie minimalny poziom sygnałów wzmacnianych.

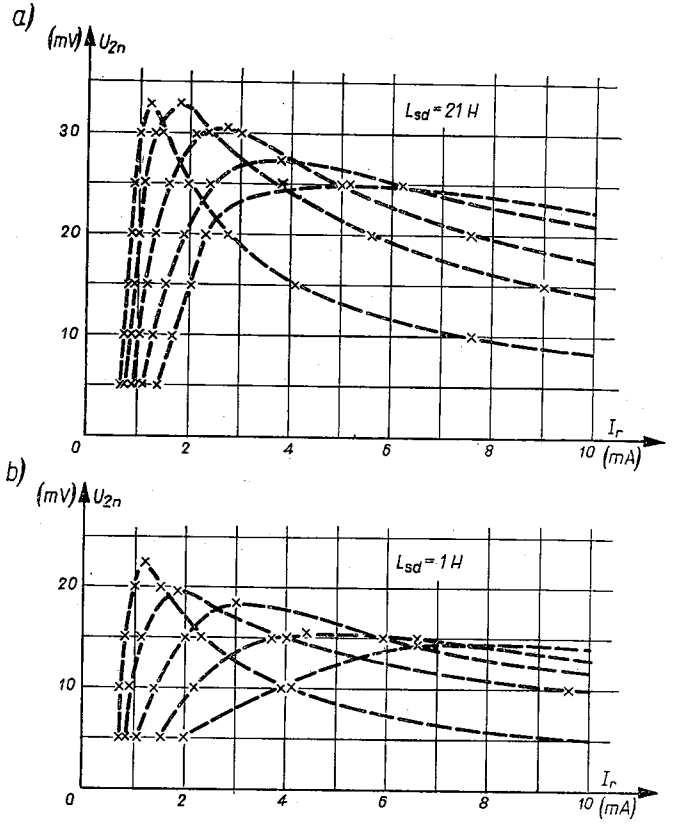
6.3. Charakterystyki czułości napięciowej i obciążenia transduktorów o wyjściu selektywnym

Charakterystyki początkowej czułości napięciowej zdejmowano poprzez pomiar parzystych harmonicznych w napięciu wyjściowym przy stosunkowo małym sygnale ($H_s < 0{,}01\ H_{nas}$). Wyniki podane poniżej dotyczą przypadku zasilania sinusoidalnym prądem roboczym o częstotliwości $f = 430$ Hz.



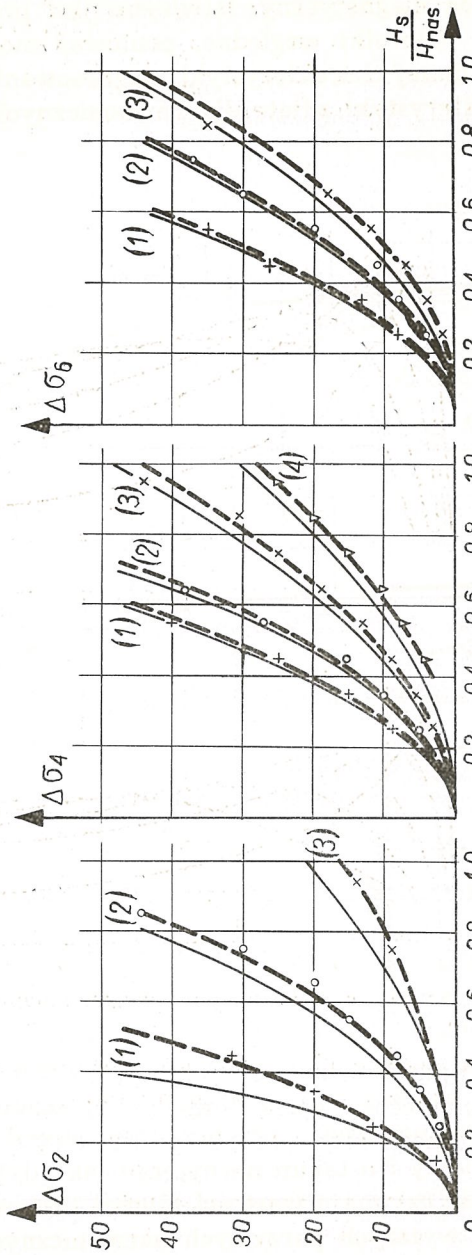
Rys. 37. Parzyste harmoniczne w napięciu wyjściowym czujnika magnetycznego

Na rys. 37 pokazane są charakterystyki dla czujnika magnetycznego. Jak widać, maxima dla poszczególnych harmonicznych mają prawie równe wartości, a charakterystyki dla harmonicznych od 4-ej wzwyż przecinają oś odciętych. Porównanie rys. 37 i 12 wykazuje podobieństwo krzywych zdjętych doświadczalnie z krzywymi obliczonymi przy lineryzacji charakterystyki magnesowania.



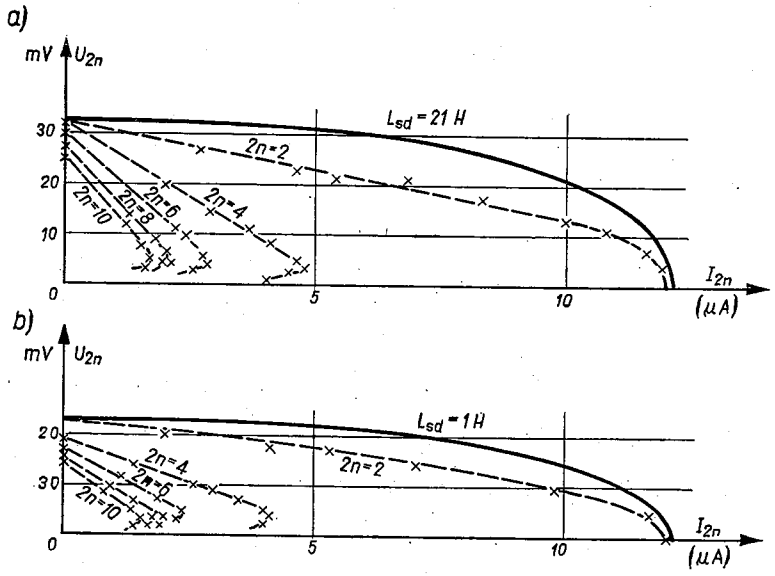
Rys. 38. Parzyste harmoniczne w napięciu wyjściowym modulatora magnetycznego

Na rys. 38a,b przedstawiono charakterystyki różnych parzystych harmonicznych w napięciu wyjściowym modulatora magnetycznego jako funkcji sinusoidalnego prądu roboczego dla małego prądu sterującego $I_s \mp 10$ μA. Charakterystyki te odpowiadają krzywym na rys. 29, jednak maxima dla wyższych harmonicznych są coraz mniejsze. Malenie to widać jeszcze wyraźniej, gdy indukcyjność dodatkowa L_{sd} jest współmierna z $2L_s$ ($L_{sd}/2L_s \approx 2$). Jak wiadomo, obwód sterujący stanowi zawsze pewne obciążenie wstępne modulatora, dlatego też wyższe, parzyste harmoniczne tłumione są silniej niż 2-ga. Tak więc wyprowadzone analitycznie charakterystyki zgadzają się tylko w przybliżeniu z krzywymi doświadczalnymi.



Rys. 39. Charakterystyki odchylenia od liniowości: – – – – doświadczalne, —— teoretyczne (wg rysunków 15, 16, 17)

Zdejmowanie charakterystyk odchylenia od liniowości jest dość trudne, gdyż wymaga dużej dokładności pomiarów. Dla czujników, które mają otwarty obwód magnetyczny, łatwiejsze jest przeliczenie uzyskanych wyników na jednostki względne, ponieważ można określić dość dokładnie H_{nas} dla danej charakterystyki magnesowania. Na rys. 39a,b,c pokazane są charakterystyki zdjęte dla harmonicznych od 2-ej do 6-ej.

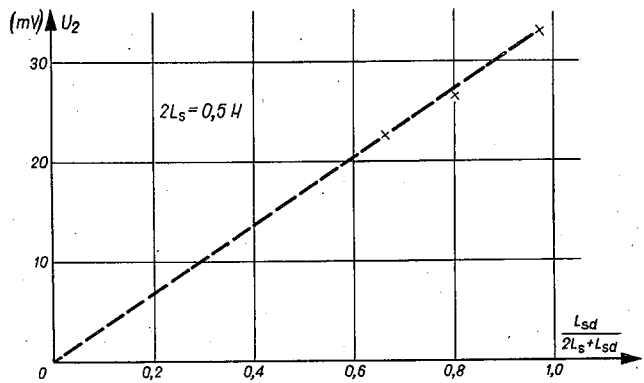


Rys. 40. Charakterystyki obciążenia modulatora magnetycznego zdjęte doświadczalnie

Widać, że przebieg ich jest podobny jak krzywych obliczonych w oparciu o linearyzację trójodcinkową charakterystyki magnesowania.

Wpływ oporności czynnej w obwodzie wyjściowym R_w najlepiej jest zbadać zdejmując charakterystyki obciążenia $U_{2n} = F(I_w)$ dla modulatorów, w których oporność bierna uzwojenia wyjściowego jest znacznie większa niż oporność czynna. Na rys. 40 pokazane są krzywe zdjęte dla opisanego modulatora magnetycznego. Jak widać, charakterystyka obciążenia dla 2-ej harmonicznej odbiega od spodziewanego przebiegu eliptycznego. W znacznej części przebieg tej charakterystyki można uważać za prostoliniowy i o takim nachyleniu jak gdyby opornością zastępczą była oporność czynna o wartości równej liczbowo $2X_w$. Również charakterystyki dla wyższych parzystych harmonicznych mają przebieg niemal prostoliniowy w zakresie niewielkich wartości prądu wyjściowego. W zakresie tym nachylenie charakterystyk odpowiada oporności zastępczej o wartości bezwzględnej $2nX_w$. Należy jednak zwrócić uwagę, że krzywe dla harmonicznych od 4-ej wzwyż wyraźnie zaginają się przy bardzo małych wartościach oporności wyjściowej. Zagięcia te ozna-

czają gwałtowne zmniejszenie się zawartości wyższych harmonicznych. Zjawisko to potwierdza wniosek, jaki wyniknął z rozważań analitycznych (rozdział 4.2), a mianowicie, że prąd wyjściowy dla przypadku $R_w = 0$ ma przebieg cosinusoidalny (tylko 2-ga harmoniczna).

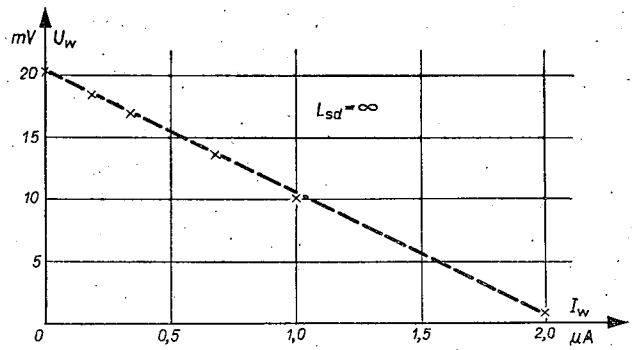


Rys. 41. Zależność 2-ej harmonicznej w napięciu wyjściowym od indukcyjności dodatkowej L_{sd}

Na rys. 41 pokazany jest wykres zależności 2-ej harmonicznej w napięciu wyjściowym od indukcyjności dodatkowej w obwodzie sterującym. Wykres ten jest identyczny z pokazanym na rys. 21, zatem wzór (105) jest słuszny również w odniesieniu do transduktorów o wyjściu selektywnym.

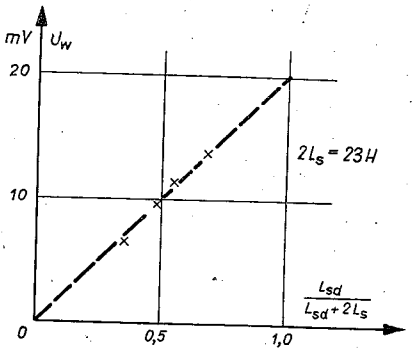
6.4. Charakterystyki obciążenia transduktorów o wyjściu impulsowym

Na rys. 42 jest pokazana charakterystyka obciążenia zdjęta dla wzmacniacza magnetycznego zasilanego napięciem roboczym o częstotliwości 50 Hz. Prąd sterujący $I_s = 5\mu A$. Jak widać, charakterystyka



Rys. 42. Charakterystyka obciążenia wzmacniacza magnetycznego

ta ma przebieg w przybliżeniu prostoliniowy, jak gdyby oporność zastępcza obwodu wyjściowego była opornością czynną. Nachylenie prostej odpowiada oporności nieco większej niż $2X_w$ (ok, 1,3 razy).



Rys. 43. Zależność napięcia wyjściowego od indukcyjności dodatkowej L_{sd}

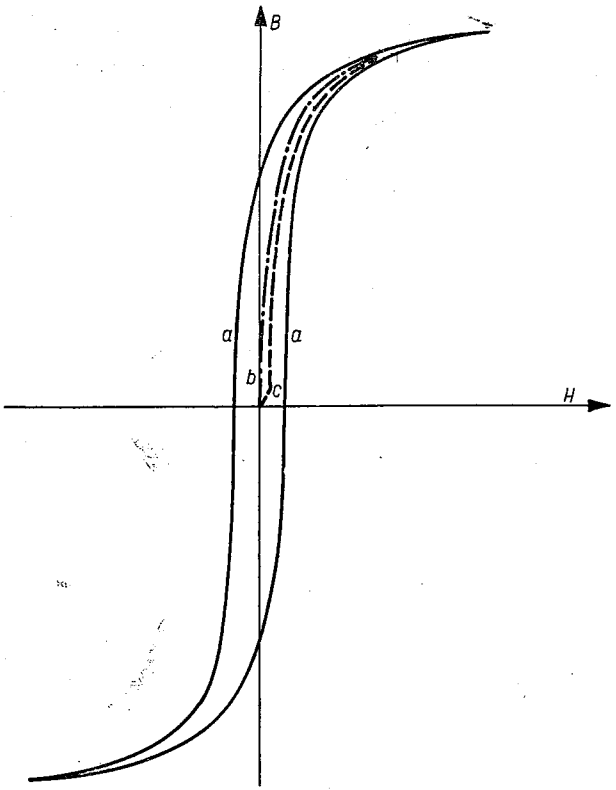
Zależność wartości średniej napięcia wyjściowego od indukcyjności dodatkowej w obwodzie sterującym jest pokazana na rys. 43. Podobnie jak w poprzednim przypadku (rys. 41), z charakterystyki tej można obliczyć wartość $2L_s$, która zgadza się z wartością obliczoną na podstawie własności magnetycznych rdzenia.

7. WNIOSKI DOTYCZĄCE PRZEBIEGU CHARAKTERYSTYK

7.1. Wytyczne odnośnie do aproksymacji charakterystyki magnesowania i doboru materiałów

Zarówno zależności wyprowadzone teoretycznie, jak i wyniki doświadczeń wskazują, że szerokość pętli histerezy praktycznie nie wpływa na charakterystyki transduktora. Dlatego też w rozważaniach analitycznych pętla histerezy może być zastąpiona przez bezhisterezową krzywą magnesowania, która nazywana jest niekiedy krzywą idealną. Krzywa ta położona jest symetrycznie między dwiema częściami pętli histerezy (rys. 44, krzywa *b*).

Wyznaczenie pomiarowe krzywej bezhisterezowej jest kłopotliwe [16, str. 15], dlatego też wyznacza się ją graficznie dla znanej pętli histerezy. Najprostszym jednak rozwiązaniem jest przyjęcie w dalszych rozważaniach podstawowej krzywej magnesowania (która jest miejscem geometrycznym wierzchołków pętel histerezy) bez zagięcia w pobliżu początku układu współrzędnych (rys. 44, krzywa *c*). Tak określona charakterystyka magnesowania może być linearyzowana trzema odcinkami w następujący sposób (rys. 45):



Rys. 44. Charakterystyki magnesowania

1) nachylenie odcinka o dużej stromości musi być równe nachyleniu charakterystyki magnesowania w początku układu współrzędnych,

2) odcinki odpowiadające nasyceniu powinny być styczne do charakterystyki w punktach określonych przez największą wartość natężenia pola magnetycznego H_{rm}.

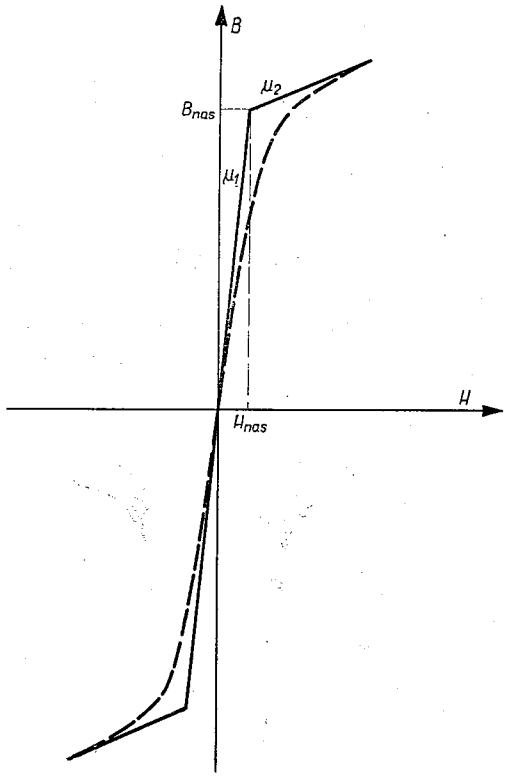
Nachylenie odcinka środkowego jest proporcjonalne do maksymalnej przenikalności magnetycznej μ_1, a nachylenie pozostałych odcinków jest proporcjonalne do przenikalności w zakresie nasycenia μ_2.

Jak stwierdzono poprzednio, istotna jest różnica przenikalności, dlatego też do wzorów wyprowadzonych w rozdziale 3 należy podstawić:

$$\mu = \mu_1 - \mu_2 \tag{202}$$

Oznacza to odrzucenie składowej liniowej w charakterystyce magnesowania.

Fakt, że szerokość pętli histerezy nie wpływa zasadniczo na przebieg charakterystyk transduktora nie oznacza, że można stosować materiały o dowolnie szerokiej pętli histerezy. Wraz ze wzrostem szerokości pętli histerezy zwiększa się niestabilność zera, która ogranicza minimalny



Rys. 45. Linearyzacja krzywej magnesowania

poziom sygnałów sterujących. Odnosi się to przede wszystkim do modulatorów magnetycznych, w których sygnały sterujące są rzędu 10^{-17}W [3]. Rdzenie modulatorów należy wykonywać w postaci toroidów z materiałów spełniających następujące wymagania:

1) małe natężenie pola koercji H_c,

2) duża przenikalność magnetyczna maksymalna oraz mała przenikalność w zakresie nasycenia.

Można by sądzić, że na rdzenie modulatorów najbardziej nadają się stopy żelazoniklowe o zawartości niklu ok. 50% i 65%, które posiadają prostokątną pętlę histerezy. Jednak poziom szumów Barkhausena dla tych materiałów jest stosunkowo wysoki [3, tablica 11.1], dlatego też najlepszymi materiałami są stopy żelazoniklowe o zawartości niklu ok. 70—80%, dla których początkowa przenikalność magnetyczna jest stosunkowo duża. Spośród tych stopów należy wymienić przede wszystkim supermalloy oraz inne, jak permalloy C, permalloy molibdenowy, stop 1040, mumetal itp.

Oprócz wymienionych stopów używane są materiały o zawartości Al, Si, Fe o podobnych własnościach. Do nich należy sendust, produkowany w Japonii. Jeśli chodzi o ferryty, to wydaje się, że w obecnych wykona-

niach nie nadają się na rdzenie modulatorów, gdyż mają gorsze właściwości magnetyczne niż opisane materiały metaliczne. Jednak w materiałach metalicznych powstają prądy wirowe, które zwiększają powierzchnię dynamicznej pętli histerezy. Dlatego też rdzenie powinny być wykonane z taśm o grubości 5 do 50 μ.

Wymagania odnośnie do materiałów na rdzenie wzmacniaczy magnetycznych są mniej ostre, gdyż w układach tych wzmacniane są sygnały rzędu 10^{-12} W. Jak wynika z porównania wzorów uzyskanych przy użyciu aproksymacji (15) i (17), czułość napięciowa σ_{Umax} nie zależy od ostrości zagięcia charakterystyki magnesowania. Dlatego również w tych układach nie wymaga się stosowania materiałów o prostokątnej pętli histerezy.

7.2. Schematy zastępcze transduktorów parzystych harmonicznych

Na podstawie przeprowadzonych rozważań oraz doświadczeń można podać uproszczone schematy zastępcze transduktorów. W schematach tych występują źródła napięcia: dla układu o wyjściu selektywnym U_{2n}, dla układu o wyjściu impulsowym U_w. Napięcia te określa się ze wzorów na czułość napięciową, wyprowadzonych przy użyciu linearyzacji trójodcinkowej krzywej magnesowania (44), (55). W rzeczywistości czułość napięciowa jest mniejsza zarówno w układzie o wyjściu selektywnym, jak i impulsowym z następujących powodów:

1) przenikalność magnetyczna w zakresie nasycenia ma wartość skończoną ($\mu_{nas} > 0$),

2) w rozważaniach analitycznych pominięto wpływ rozproszeń.

Oprócz tego w układzie o wyjściu selektywnym na zmniejszenie czułości napięciowej wpływa łagodne zagięcie charakterystyki magnesowania, co wynika z wzorów wyprowadzonych w oparciu o aproksymację (17).

Uwzględniając wszystkie te czynniki można podać następujące wzory praktyczne

$$\sigma_{2n\,pr} = 0{,}5\sigma_{0max}, \tag{203}$$

$$\sigma_{Upr} = 0{,}85\,\sigma_{Umax}, \tag{204}$$

z których określa się napięcia

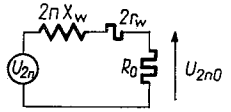
$$U_{2n} = \sigma_{2n\,pr} \cdot H_s, \tag{205}$$

$$U_w = \sigma_{U\,pr} \cdot H_s. \tag{206}$$

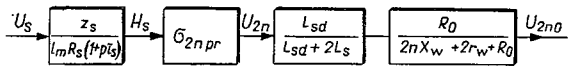
Jak stwierdzono poprzednio, opornością zastępczą obwodu wyjściowego transduktora o wyjściu selektywnym jest praktycznie wielkość $2nX_w$ przy założeniu

$$R_w > 2\,X_w \tag{207}$$

Oporność czynna uzwojeń roboczych $2r_w$ jest znacznie mniejsza. Dla tego przypadku można podać schemat zastępczy obwodu wyjściowego jak na rys. 46. Transduktory o wyjściu selektywnym pracują jako modulatory magnetyczne, bardzo często bez obciążenia. Dla takiego stanu pra-



Rys. 46. Schemat zastępczy obwodu wyjściowego transduktora o wyjściu selektywnym



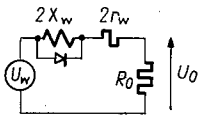
Rys. 47. Schemat blokowy transduktora o wyjściu selektywnym

cy współczynnik wzmocnienia napięcia modulowanego otrzymuje się podstawiając (203) do (9) i uwzględniając wpływ obwodu sterującego

$$K_{Um} = \frac{z_s}{l_m R_s} 0{,}5 \cdot 16 f z_w S \mu \frac{L_{sd}}{L_{sd} + 2L_s} = \frac{z_s}{z_w} \frac{2}{\pi} \frac{2X_w}{R_s} \frac{L_{sd}}{L_{sd} + 2L_s}. \quad (208)$$

Pełny schemat blokowy modulatora magnetycznego pokazany jest na rys. 47.

W podobny sposób można określić schemat zastępczy dla obwodu wyjściowego transduktora o wyjściu impulsowym (rys. 48), przy czym za oporność zastępczą można uważać $2X_w$, wobec znacznie mniejszej



Rys. 48. Schemat zastępczy obwodu wyjściowego transduktora o wyjściu impulsowym

oporności $2r_w$. Jeśli jednak w obwodzie wyjściowym znajduje się prostownik, to opornością zastępczą jest $2r_w$. Schemat zastępczy obwodu wyjściowego zmienia się więc zasadniczo, co można zaznaczyć symbolicznie jako zwarcie oporności $2X_w$ przez prostownik (rys. 48). Dla tych przypadków zawartość średnia napięcia na obciążeniu wynosi

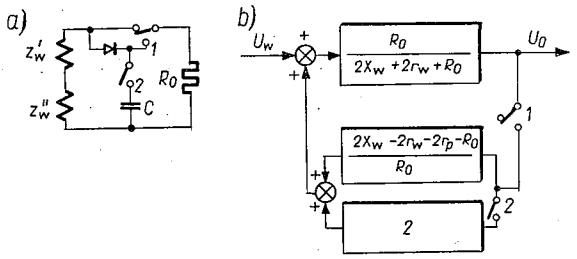
$$U_0 = \frac{R_0}{2X_w + 2r_w + R_0} U_w, \quad (209)$$

$$U_0 = \frac{1}{2} \frac{R_0}{2r_w + r_p + R_0} U_w. \quad (210)$$

Oprócz tego należy uwzględnić trzeci przypadek: zbocznikowanie oporności obciążenia przez kondensator. Napięcie na obciążeniu wynosi wtedy

$$U_{0C} = \frac{1}{2} \frac{R_0}{2r_w + r_p} U_w. \quad (211)$$

W oparciu o wzory (209), (210), (211) można określić schemat blokowy dla danego układu połączeń w obwodzie wyjściowym (rys. 49). Jak widać, włączenie prostownika równoważne jest dodatniemu sprzężeniu



Rys. 49. Obwód wyjściowy (a) i odpowiadający mu schemat blokowy (b) dla transduktora o wyjściu impulsowym

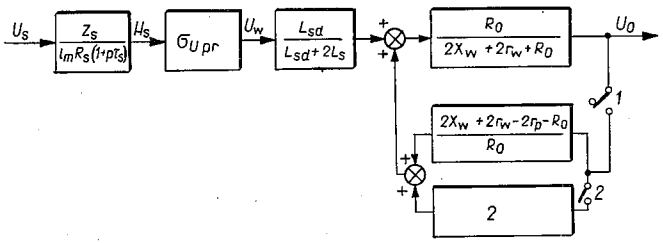
zwrotnemu, które w literaturze [7] nazywane jest sprzężeniem zwrotnym parzystych harmonicznych. Współczynnik sprzężenia zwrotnego parzystych harmonicznych wynosi

$$k_{sp} = \frac{2X_w - 2r_w - 2r_p - R_0}{R_0} \gg 1, \tag{212}$$

a w przypadku załączenia kondensatora ulega zwiększeniu

$$k_{spC} = \frac{2X_w - 2r_w - 2r_p + R_0}{R_0}. \tag{213}$$

Po uwzględnieniu wpływu obwodu sterującego można określić pełny schemat blokowy transduktora parzystych harmonicznych o wyjściu



Rys. 50. Schemat blokowy transduktora o wyjściu impulsowym

impulsowym (rys. 50). Z przedstawionego schematu wynika, że

1) transduktor jest elementem inercyjnym pierwszego rzędu, co spowodowane jest przez indukcyjność obwodu sterującego,

2) sprzężenie zwrotne parzystych harmonicznych wpływa tylko na właściwości statyczne transduktora, m.in. powoduje zwiększenie współczynnika wzmocnienia mocy.

Dzięki zastosowaniu sprzężenia zwrotnego parzystych harmonicznych transduktory o wyjściu impulsowym mogą pracować jako wzmacniacze mocy. Wzory praktyczne na współczynnik wzmocnienia napięcia (8) otrzymuje się po uwzględnieniu (204), (105), (44)

$$K_U = \frac{z_s}{l_m R_s} 0{,}85 \cdot 8 f z_w S \mu \frac{1}{2} \cdot \frac{R_0}{2r_w + r_p + R_0} \cdot \frac{L_{sd}}{L_{sd} + 2L_s} =$$

$$= \frac{z_s}{z_w} \frac{0{,}85}{\pi} \cdot \frac{2X_w}{R_s} \cdot \frac{R_0}{2r_w + r_p + R_0} \cdot \frac{L_{sd}}{L_{sd} + 2L_s}. \tag{214}$$

Optymalne warunki pracy osiąga się dla

$$R_0 = 2r_w + r_p, \tag{214}$$

$$L_{sd} = 2(2L_s), \tag{216}$$

zatem optymalny współczynnik wzmocnienia napięcia wynosi

$$K_U = \frac{z_s}{z_w} \cdot \frac{0{,}85}{3\pi} \cdot \frac{2X_w}{R_s}. \tag{217}$$

Korzystając ze wzoru (4) oblicza się optymalny współczynnik wzmocnienia mocy

$$K_P = \left(\frac{z_s}{z_w} \cdot \frac{0{,}85}{3\pi} 2X_w\right)^2 \cdot \frac{1}{R_s(2r_w + r_p)}. \tag{218}$$

W przypadku gdy oporność obciążenia zbocznikowana jest przez kondensator, wzory na współczynniki wzmocnienia są następujące:

$$K_{UC} = \frac{z_s}{z_w} \cdot \frac{0{,}85}{\pi} \cdot \frac{2X_w}{R_s} \cdot \frac{R_0}{2r_w + r_p} \cdot \frac{L_{sd}}{L_{sd} + 2L_s}, \tag{219}$$

a dla warunków optymalnych (216) oraz po uwzględnieniu, że

$$R_0 = k_r(2r_w + r_p), \tag{220}$$

otrzymuje się

$$K_{UC\,opt} = \frac{z_s}{z_w} \cdot \frac{0{,}85}{3\pi} \cdot \frac{2X_w}{R_s} 2k_r, \tag{221}$$

$$K_{PCopt} = \left(\frac{z_s}{z_w} \frac{0{,}85}{3\pi} 2X_w\right)^2 \frac{4k_r}{R_s(2r_w + r_p)}. \tag{222}$$

8. UKŁADY TRANSDUKTORÓW PARZYSTYCH HARMONICZNYCH

8.1. Przegląd zastosowań

Zasadniczy podział transduktorów parzystych harmonicznych na grupy zastosowań dokonany został w rozdziale 1. Interesujące jest porównanie współczynników wzmocnienia *SMM*-ej dla poszczególnych typów transduktorów w jednakowych warunkach pracy.

Ponieważ wymagania odnośnie do wielkości oporności wypadkowej w obwodzie sterującym są odmienne dla różnych zastosowań, ograniczymy się do porównania K_N przy założeniu $L_{sd}/2L_s \to \infty$ (tablica 4). Jak widać, współczynniki wzmocnienia *SMM*-ej charakteryzują możliwości wzmocnienia mocy. Przeprowadzenie porównania współczynników wzmocnienia napięcia i mocy jest trudniejsze, gdyż podawane są one dla konkretnych układów o różnych warunkach pracy.

Tablica 4

Porównanie współczynników wzmocnienia SMM-ej

Nr	Rodzaj zastosowania	Grupa zastosowań	K_N	Uwagi
1	Modulator magnetyczny	I	~ 0	Wyjście selektywne
2	Podwajacz częstotliwości	III	$\leqslant \frac{2}{\pi}$	Napięcie wyjściowe powinno zawierać tylko 2-gą harmoniczną
3	Przekładnik	II	$\leqslant 1$	
4	Wzmacniacz z prostownikiem w obwodzie wyjściowym	I	$\frac{2}{\pi}\frac{X_w}{2r_w+r_p+R_0} \gg 1$	
5	Wzmacniacz jw. z kondensatorem bocznikującym	I	$\frac{2}{\pi}\frac{X_w}{2r_w+r_p} \gg 1$	

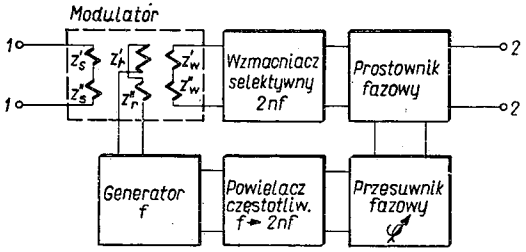
W dalszym ciągu, zgodnie z założeniem pracy podane zostaną układy I grupy zastosowań.

8.2. Współpraca transduktora o wyjściu selektywnym z układem elektronowym

Transduktory parzystych harmonicznych o wyjściu selektywnym są najbardziej czułymi elementami spośród transduktorów. Stosowane są jako modulatory i czujniki magnetyczne. Ponieważ czujnik magnetyczny jest właściwie uproszczonym transduktorem (bez uzwojeń sterujących), w dalszym ciągu omówiony zostanie układ z modulatorem magnetycznym.

Modulator magnetyczny jest elementem przetwarzającym sygnał prądu stałego na napięcie zmienne, wzmocnione następnie przez wzmacniacz selektywny. Podobnymi elementami są przetworniki elektromechaniczne (stykowe, węglowe, kondensatorowe) i magnetoelektryczne, jednak niewątpliwą wadą tych urządzeń są części ruchome. Przetwarza-

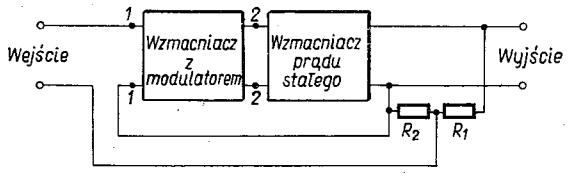
nie sygnału prądu stałego jest korzystne, ponieważ elektronowe wzmacniacze prądu stałego mają małą stabilność zera. Schemat blokowy wzmacniacza prądu stałego z modulatorem magnetycznym pokazany jest na rys. 51.



Rys. 51. Wzmacniacz prądu stałego (magnetyczno-elektronowy)

Wzmacniacz selektywny może być dostrojony na dowolną parzystą harmoniczną w napięciu wyjściowym modulatora, w praktyce jednak wchodzą w grę tylko harmoniczne 2-ga, 4-ta i 6-ta. Napięciem pomocniczym o takiej samej częstotliwości musi być zasilany prostownik fazowy. Źródłem napięcia pomocniczego jest powielacz częstotliwości, możliwa jest również regulacja fazy (przesuwnik fazowy). Dzięki zastosowaniu prostownika fazowego (którego działanie opisane zostało w rozdziale 6.2) możliwe jest odróżnienie znaku sygnałów wzmacnianych. Podany układ jest wzmacniaczem prądu stałego.

W celu uniezależnienia się od zmian parametrów układu można zastosować ujemne sprzężenie zwrotne. W układzie takim napięcie z wyjścia prostownika fazowego, wzmacniane przez dodatkowy wzmacniacz prądu stałego, podawane jest przez odpowiedni układ oporników na wejście modulatora.



Rys. 52. Wzmacniacz prądu stałego z ujemnym sprzężeniem zwrotnym

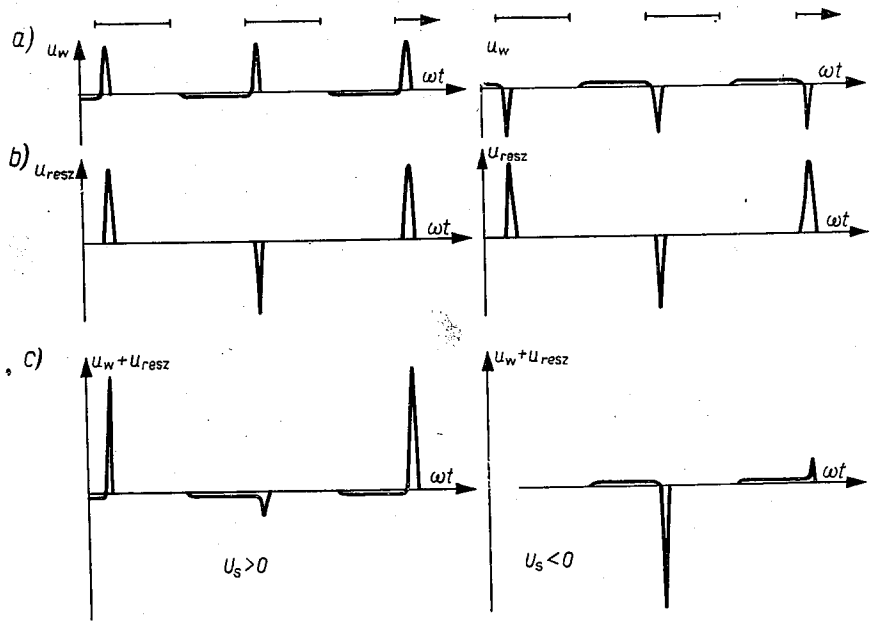
Na rys. 52 pokazany jest przykładowo jeden z możliwych układów ujemnego sprzężenia zwrotnego. Wypadkowy współczynnik wzmocnienia napięcia całego układu może być wyrażony w następujący sposób [3, wzór 11. 17]

$$K_{Uw} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}, \tag{223}$$

a więc jest niezależny od współczynników wzmocnienia poszczególnych stopni.

8.3. Rodzaje prostowników fazowych w transduktorach o wyjściu impulsowym

Transduktory parzystych harmonicznych o wyjściu impulsowym zawierające prostownik w obwodzie wyjściowym mogą być zastosowane jako wzmacniacze magnetyczne. Układ taki (rys. 24) może wzmacniać sygnały określonego znaku, jest to więc wzmacniacz nierewersyjny. Ponieważ bardzo często potrzebne są wzmacniacze rewersyjne, zamiast zwykłego prostownika stosuje się prostownik fazowy. Jak wspomniano, dodatkową zaletą prostownika fazowego jest wyeliminowanie wpływu

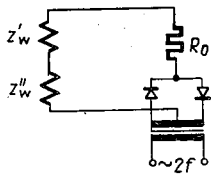


Rys. 53. Przebieg napięcia wyjściowego (a), resztkowego (b) i wypadkowego (c)

napięcia resztkowego. Na rys. 53a pokazane są orientacyjne przebiegi impulsowe napięcia wyjściowego w przypadku dodatniego i ujemnego sygnału U_s. Równocześnie zaznaczono chwile, w których prostownik fazowy przewodzi. Jak widać, napięcie resztkowe (rys. 53b), złożone z nieparzystych harmonicznych, po wyprostowaniu przez prostownik fazowy nie daje składowej stałej.

Opisany w rozdziale 6.2 układ prostownika fazowego z przekaźnikiem spolaryzowanym używany jest jako układ pomiarowy. W układach wzmacniaczy magnetycznych unika się elementów z częściami ruchomymi, dlatego też w praktyce stosuje się układ jak na rys. 54. Prostownik fazowy powinien być zasilany napięciem odniesienia o przebiegu sinusoidalnym, napięcie takie można uzyskać z transduktorowego podwajacza częstotliwości.

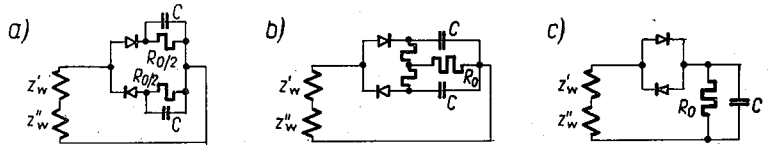
Prostowniki fazowe z napięciem odniesienia są układami dość skomplikowanymi.



Rys. 54. Prostownik fazowy z napięciem odniesienia

Znacznie mniej elementów zawierają układy podane na rys. 55. Momenty przewodzenia takich prostowników fazowych nie są wyznaczone przez napięcie odniesienia, lecz przez impuls napięcia wyjściowego. Podobnie jak w poprzednim przypadku, napięcie resztkowe nie daje składowej stałej.

W układach pokazanych na rys. 55 bocznikuje się oporności obciążenia przez kondensatory. Działanie takiego układu jest podobne jak w przypadku przeanalizowanym w rozdziale 3.4, jednak wzmocnienie mocy wzmacniacza rewersyjnego jest mniejsze niż nierewersyjnego, co



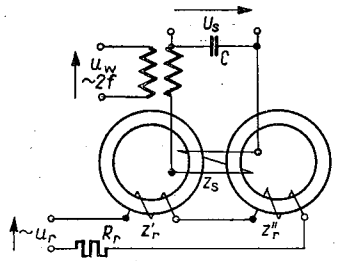
Rys. 55. Prostowniki fazowe

spowodowane jest wzajemnym oddziaływaniem obu prostowników. Należy dodać, że w układzie zawierającym prostownik fazowy z napięciem odniesienia, zbocznikowanie obciążenia przez kondensator jest mało skuteczne. Prostownik taki przewodzi nie tylko w momencie pojawienia się impulsu napięcia wyjściowego, ale w całym półokresie napięcia odniesienia. Wynika stąd, że kondensator naładowany impulsem napięcia wyjściowego rozładowuje się nie tylko przez oporność obciążenia, ale również przez oporność uzwojeń wyjściowych. Powoduje to znaczne zmniejszenie mocy w porównaniu z przypadkiem rozpatrzonym teoretycznie.

8.4. Transduktory o zredukowanej liczbie uzwojeń

Transduktor parzystych harmonicznych posiada uzwojenia robocze, sterujące i wyjściowe. Uzwojenia robocze służą do przemagnesowywania rdzeni transduktora i powinny zajmować możliwie najmniejszą przestrzeń. Uzwojenia sterujące i wyjściowe są zazwyczaj pojedyncze, obej-

mujące oba rdzenie (rys. 34a). Ponieważ uzwojenia sterujące i wyjściowe są sprzężone ze sobą, istnieje możliwość umieszczenia jednego wspólnego uzwojenia w układzie jak na rys. 56. W układzie tym wykorzystana jest lepiej przestrzeń przeznaczona na uzwojenia, ale z drugiej strony należy pamiętać, że transformator dodatkowy stanowi obciążenie w cią-

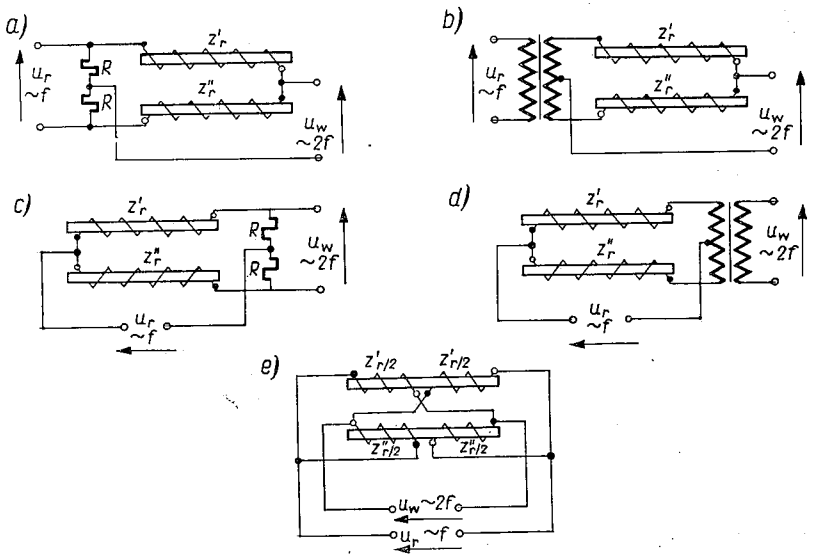


Rys. 56. Transduktor ze wspólnym uzwojeniem sterującym i wyjściowym

gu całego okresu. Jest to niekorzystne dla wzmacniaczy magnetycznych, gdyż sprzężenie zwrotne parzystych harmonicznych ulega osłabieniu. Aby temu zapobiec, należy dobrać transduktor o oporności pozornej w stanie jałowym

$$X_{Tj} > 2X_w. \tag{224}$$

Czujniki magnetyczne nie mają uzwojeń sterujących (rys. 4). Ponieważ rdzenie czujnika stanowią otwarty obwód magnetyczny, wartość H_{nas} jest znacznie większa niż dla zamkniętego obwodu magnetycznego (rys. 35a i b). Wynika stąd, że wartość *SMM*-ej roboczej potrzebnej do

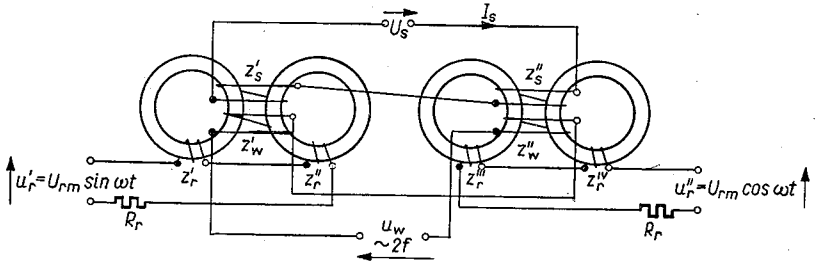


Rys. 57. Mostkowe czujniki magnetyczne

przemagnesowania rdzeni jest duża, zatem uzwojenia robocze zajmują proporcjonalnie znacznie większą przestrzeń niż w modulatorach i wzmacniaczach magnetycznych. Z tego względu stosuje się czasem układy mostkowe, w których uzwojenia robocze spełniają równocześnie rolę uzwojeń wyjściowych [74]. Na rys. 57 zestawiono różne typy mostkowych czujników magnetycznych o wyjściu impulsowym. Analiza schematów zastępczych [74] prowadzi do wniosku, że wszystkie te rozwiązania są mniej więcej równoważne jeśli chodzi o wartość mocy na wyjściu.

8.5. Modulatory złożone z dwóch transduktorów

Zasadniczą wadą modulatorów i wzmacniaczy magnetycznych dotychczas omawianych jest zależność czułości napięciowej od oporności wypadkowej w obwodzie sterującym. Aby ograniczyć składową zmienną prądu, w obwodzie sterującym umieszcza się indukcyjność dodatkową, która powoduje jednak zwiększenie stałej czasu. Innym rozwiązaniem, stosowanym tylko w modulatorach (o wyjściu selektywnym) jest umieszczenie w obwodzie sterującym filtru środkowo-zaporowego nastrojonego na 2-gą harmoniczną.

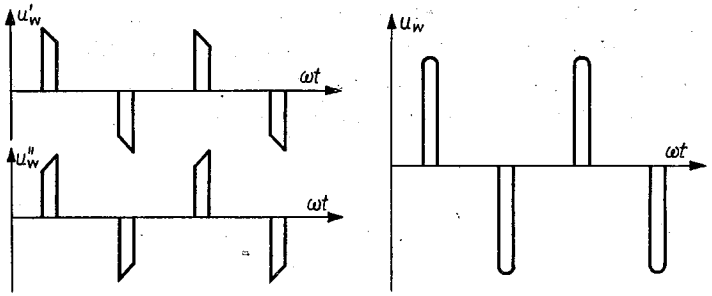


Rys. 58. Modulator dwutransduktorowy

Układ, w którym oporność obwodu sterującego nie wpływa praktycznie na czułość napięciową, podany w artykule [81], składa się z dwóch transduktorów zasilanych prądami roboczymi przesuniętymi w fazie o 90°(rys. 58). Uzwojenie sterujące jednego z transduktorów stanowi indukcyjność dodatkową dla drugiego i na odwrót, a uzwojenia wyjściowe połączone są w taki sposób, że wypadkowe napięcie wyjściowe składa się z harmonicznych 2-ej, 6-ej, 10-ej itp. (rys. 59). Układ taki stosowany jest jako modulator 2-ej harmonicznej [28].

Należy podkreślić, że stosowanie przesuwnika fazowego jest kłopotliwe, gdyż ma on zwykle charakterystykę zależną od częstotliwości. Dlatego też w artykule [43] podano układ, w którym zastosowano zasilanie

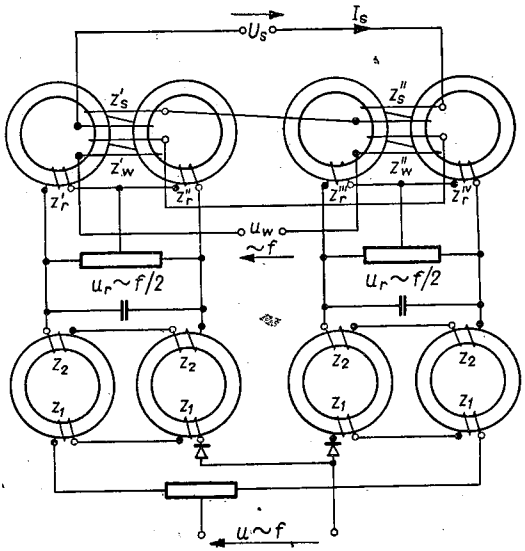
z dzielnika częstotliwości, a więc przesunięcie w fazie o 180° przed dzielnikiem równoważne jest żądanemu przesunięciu 90° za dzielnikiem (rys. 60). Dodatkową zaletą tego układu jest wyeliminowanie podwaja-



Rys. 59. Napięcie wyjściowe modulatora dwutransduktorowego

cza częstotliwości, ponieważ 2-ga harmoniczna w napięciu wyjściowym ma tę samą częstotliwość co źródło zasilania.

W omawianych układach wypadkowe napięcie wyjściowe składa się z impulsów, z których każdy jest sumą impulsu nasycania jednego i impulsu odsycania drugiego transduktora. Nie można zatem zablokować



Rys. 60. Modulator dwutransduktorowy zasilany z dzielnika częstotliwości

impulsów odsycania i oporność zastępcza uzwojeń wyjściowych wynosi $4X_w$, a więc niemożliwe jest uzyskanie odpowiedniego wzmocnienia mocy.

9. ZAKOŃCZENIE

W niniejszej pracy przeanalizowano właściwości transduktorów parzystych harmonicznych w oparciu o aproksymację charakterystyki magnesowania wyrażoną przez wzory (15) i (17). Te dwie metody analizy doprowadziły do wyników zgodnych jakościowo, a jednocześnie różnice ilościowe ukazują wpływ ostrości zagięcia charakterystyki magnesowania.

Czułość napięciowa transduktorów o wyjściu impulsowym wyrażona jest przez te same wzory (44), (101), (158), niezależnie od:

1) rodzaju zasilania (napięciowego czy prądowego),

2) niewielkich wahań napięcia zasilającego, gdy $H_{rm} > 2H_{nas}$,

3) ostrości zagięcia krzywej magnesowania (dla małych sygnałów),

4) szerokości pętli histerezy.

Czułość napięciowa maleje wraz ze wzrostem sygnału, gdy krzywa magnesowania wyrażona jest przez (17) — rys. 27a. W transduktorach o wyjściu impulsowym możliwe jest zrealizowanie dodatniego sprzężenia zwrotnego parzystych harmonicznych, które powoduje znaczne zwiększenie mocy na wyjściu. Wynika stąd, że transduktory o wyjściu impulsowym mogą być stosowane jako proste elementy (czujniki, wzmacniacze magnetyczne), które nie wymagają skomplikowanej aparatury pomocniczej.

Analiza czułości transduktorów o wyjściu selektywnym prowadzi do następujących wniosków:

1) maksymalna czułość napięciowa jest taka sama dla wszystkich parzystych harmonicznych,

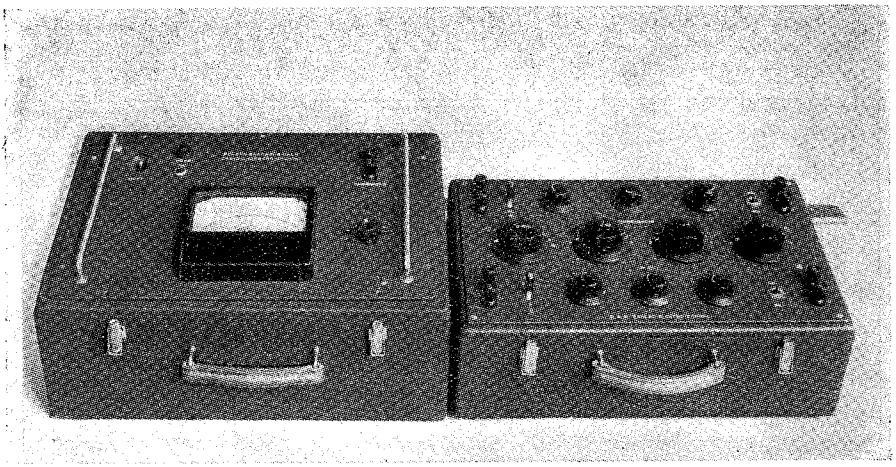
2) wartość maksymalnej czułości napięciowej określona jest przez (55), jednak dla materiałów o łagodnie zagiętej krzywej magnesowania wartość ta jest mniejsza (167),

3) czułość napięciowa zależy od natężenia pola magnetycznego roboczego (H_{rm}) i maleje wraz ze wzrostem sygnału sterującego.

Istnieje możliwość wykorzystania dowolnej parzystej harmonicznej (praktycznie 2-ej, 4-ej, 6-ej) w napięciu wyjściowym. Zakłócenia ograniczone są w zasadzie do pasma częstotliwości wzmacnianej. Dlatego też napięcie zasilające transduktor nie powinno zawierać harmonicznej wykorzystanej, gdyż stnowiłaby ona fałszywy sygnał. W praktyce okazuje się, że napięcie z generatorów lampowych jest zniekształcone i zawiera również parzyste harmoniczne, obserwuje się jednak mniejszą zawartość wyższych parzystych harmonicznych. Z tego względu lepiej wykorzystywać wyższe parzyste harmoniczne niż 2-ga w napięciu wyjściowym transduktora, tym bardziej, że maxima czułości dla nich wypadają dla większych wartości H_{rm}/H_{nas}, a więc rdzenie są lepiej przemagnesowane i mniejszy jest wpływ magnetyzmu szczątkowego.

Na podstawie analizy i doświadczeń wyprowadzone zostały schematy blokowe, które objaśniają w sposób prosty właściwości transduktorów o wyjściu impulsowym i selektywnym, umożliwiają więc projektowanie tych układów.

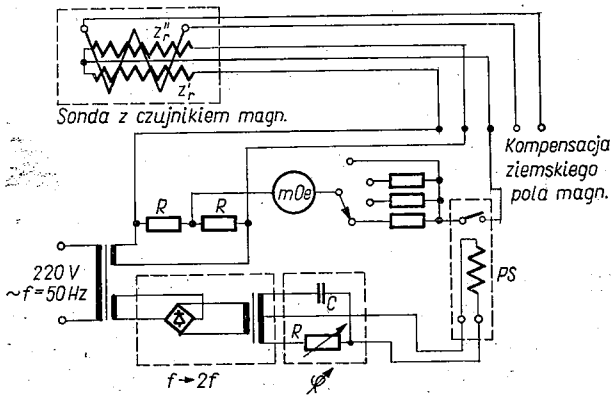
Jak wspomniano, układy z transduktorami o wyjściu impulsowym cechują się dużą prostotą. Na rys. 61 pokazany jest magnetometr z transduktorowym czujnikiem magnetycznym, służący do pomiaru małych



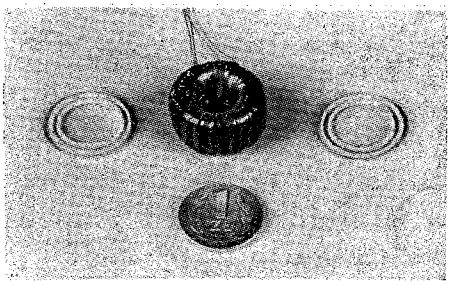
Rys. 61. Magnetometr bezlampowy

pól magnetycznych, używany jako przyrząd polowy. Czułość maksymalna wynosi 0,5 mOe/działkę. Schemat tego magnetometru pokazany jest na rys. 62.

Układy z transduktorami o wyjściu selektywnym pokazane są na rys. 63, 64, 65. Rys. 63 przedstawia modulator magnetyczny wykonany

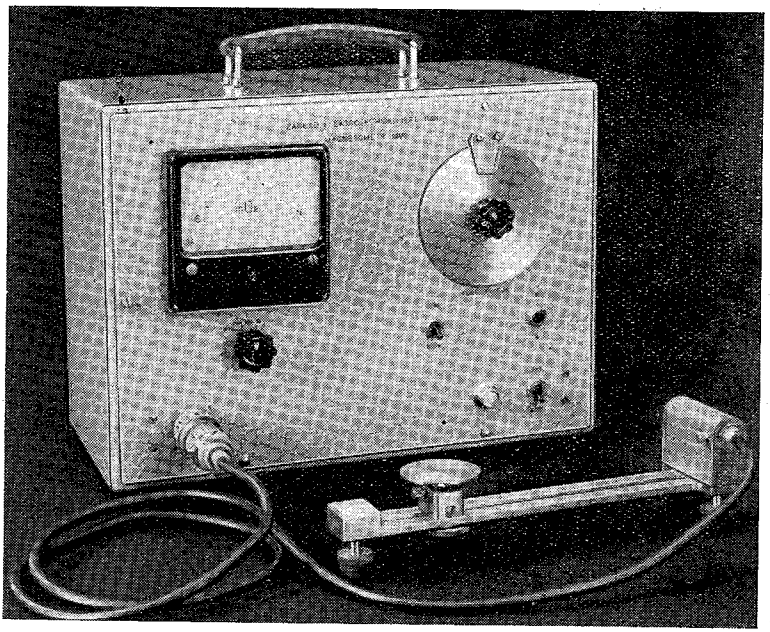


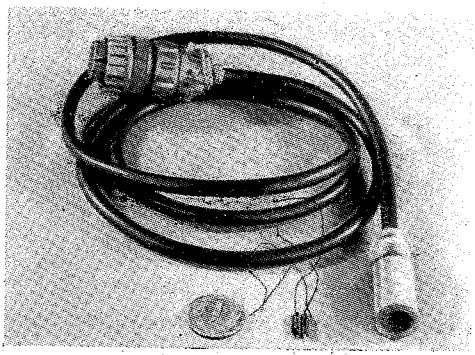
Rys. 62. Schemat magnetometru bezlampowego



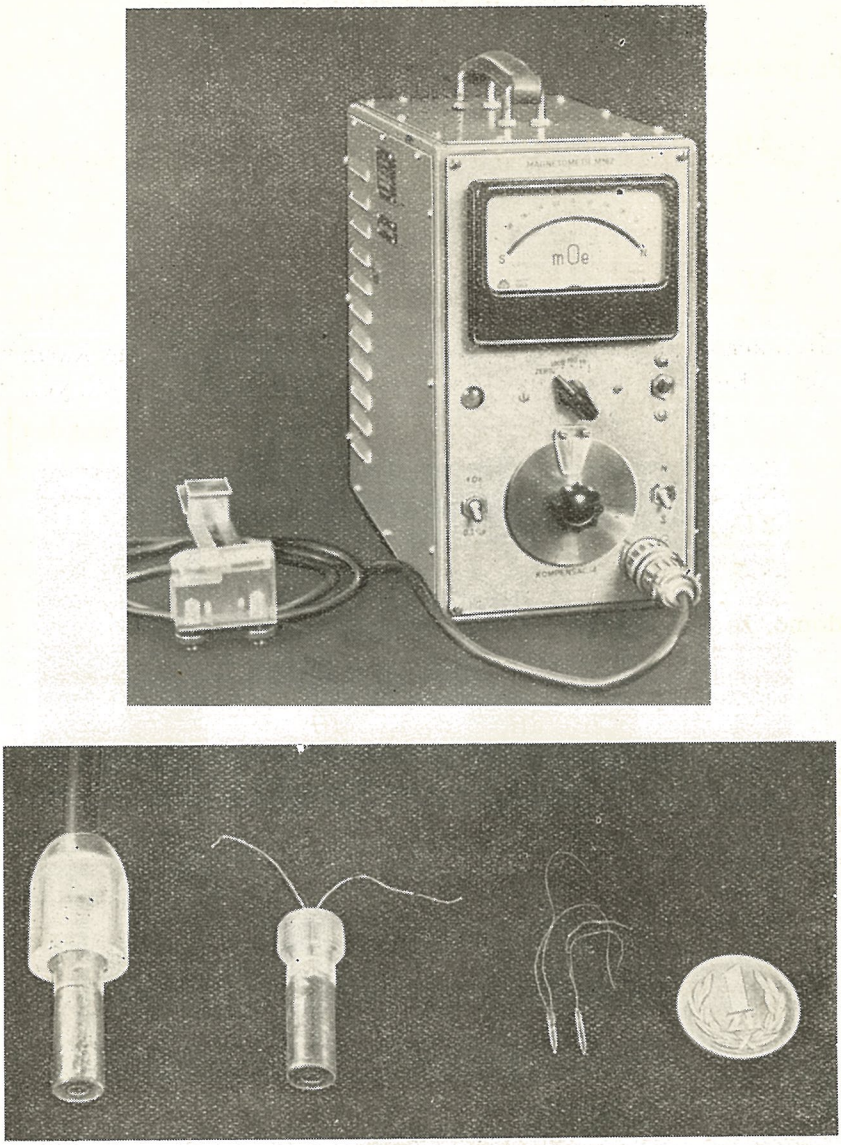
Rys. 63. Modulator magnetyczny

na rdzeniach z permalloyu C, chronionych przez specjalne karkasy ceramiczne. Element ten służy do przetwarzania prądów stałych rzędu 10^{-8} A na napięcie zmienne.





Rys. 64. Magnetometr MM1 (zdjęcie górne) oraz sonda z czujnikiem magnetycznym (zdjęcie dolne)



Rys. 65. Magnetometr MM2 (zdjęcie górne) oraz sonda z czujnikiem magnetycznym (zdjęcie dolne)

Na rys. 64, 65 pokazane są magnetometry z miniaturowymi czujnikami magnetycznymi. W pierwszym z nich, w magnetometrze MM1 wykorzystano 2-gą harmoniczną, czułość maksymalna wynosi $5 \cdot 10^{-5}$ Oe/działkę. Na rys. 64 u góry jest widoczny cały przyrząd, a na dole czujnik pomiarowy. W następnym prototypie MM2 (rys. 65 zdjęcie górne) wykorzystano 4-tą harmoniczną w napięciu wyjściowym czujnika; jest on pokazany na rys. 65 (zdjęcie dolne). Czułość maksymalna wynosi $2 \cdot 10^{-5}$ Oe/działkę.

DODATEK 1

Po podstawieniu (36) i (37) do (46) otrzymuje się

$$U_{2na} = \frac{2U_{wm}}{\pi}\left[\int_{\omega t_3}^{\omega t_4}\frac{dF_{r1}(\omega t)}{d\omega t}\cos 2n\omega t\, d\omega t + \int_{\pi-\omega t_1}^{\pi-\omega t_2}\frac{dF_{r2}(\omega t)}{d\omega t}\cos 2n\omega t\, d\omega t\right] =$$

$$= \frac{2U_{wm}}{\pi}\left[\int_{0}^{\pi t_4}\frac{dF_{r1}(\omega t)}{d\omega t}\cos 2n\omega t\, d\omega t - \int_{0}^{\omega t_3}\frac{dF_{r1}(\omega t)}{d\omega t}\cos 2n\omega t\, d\omega t + \right.$$

$$\left. + \int_{0}^{\pi-\omega t_2}\frac{dF_{r2}(\omega t)}{d\omega t}\cos 2n\omega t\, d\omega t - \int_{0}^{\pi-\omega t_1}\frac{dF_{r2}(\omega t)}{d\omega t}\cos 2n\omega t\, d\omega t\right] =$$

$$= \frac{2U_{wm}}{\pi}(Y_1 + Y_2 + Y_3 - Y_4).$$

Wiadomo, że

$$\frac{dY_1}{dH_s} = \frac{dY_1}{d\omega t_4}\cdot\frac{d\omega t_4}{dH_s}.$$

Korzystając z twierdzenia o pochodnej całki jako funkcji granicy górnej otrzymuje się

$$\frac{dY_1}{d\omega t_4} = \cos 2n\omega t_4 \cdot \frac{dF_{r1}(\omega t_4)}{d\omega t_4},$$

$$\frac{dY_1}{dH_s} = \cos 2n\omega t_4 \cdot \frac{dF_{r1}(\omega t_4)}{d\omega t_4}\cdot\frac{d\omega t_4}{dH_s} = \cos 2n\omega t_4 \frac{dF_{r1}(\omega t_4)}{dH_s} =$$

$$= \frac{1}{H_{rm}}\cos\left[2nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right)\right].$$

W podobny sposób otrzymuje się

$$\frac{dY_2}{dH_s} = -\frac{1}{H_{rm}}\cos\left[2nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_3}{dH_s} = -\frac{1}{H_{rm}}\cos\left[2n\pi - 2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right] = +$$

$$-\frac{1}{H_{rm}}\cos\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_4}{dH_s} = \frac{1}{H_{rm}} \cos\left[2n\pi - 2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{H_{rm}} \cos\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right)\right].$$

Podstawiając ostatnie zależności do wzoru (48) otrzymuje się

$$\sigma_{2na} = \frac{2U_{wm}}{\pi H_{rm}}\left\{\cos\left[2nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \cos\left[2nF_{r1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \right.$$

$$\left. - \cos\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right] - \cos\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right)\right]\right\}.$$

Amplitudy pozostałych składowych oblicza się podstawiając (36) i (37) do (47)

$$U_{2nb} = \frac{2U_{wm}}{\pi}\left[\int_{\omega t_3}^{\omega t_4} \frac{dF_{r1}(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t + \int_{\pi-\omega t_1}^{\pi-\omega t_2} \frac{dF_{r2}(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t\right] =$$

$$= \frac{2U_{wm}}{\pi}\left[\int_0^{\omega t_2} \frac{dF_{r1}(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t - \int_0^{\omega t_3} \frac{dF_{r1}(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t + \right.$$

$$\left. + \int_0^{\pi-\omega t_2} \frac{dF_{r2}(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t - \int_0^{\pi-\omega t_1} \frac{dF_{r2}(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t\right] =$$

$$= \frac{2U_{wm}}{\pi}(Y_5 - Y_6 + Y_7 - Y_8).$$

Obliczenie tych składowych przebiega analogicznie jak w poprzednim przypadku

$$\frac{dY_5}{dH_s} = \frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_6}{dH_s} = -\frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_7}{dH_s} = -\frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2n\pi - 2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_8}{dH_s} = \frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2n\pi - 2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_s}{H_{rm}}\right)\right] = +$$

$$- \frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\sigma_{2nb} = \frac{2U_{wm}}{\pi H_{rm}}\left\{\sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \sin\left[2nF_{r1}^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right)\right] +\right.$$

$$\left. + \sin\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \sin\left[2nF_{r2}^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_s}{H_{rm}}\right)\right]\right\}.$$

DODATEK 2

Po podstawieniu (76) do (46) otrzymuje się

$$U_{2na} = \frac{2U_{wm}}{\pi}\left[\int_{\omega t_3}^{\omega t_4} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \cos 2n\omega t\, d\omega t + \int_{\pi-\omega t_1}^{\pi-\omega t_2} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \cos 2n\omega t\, d\omega t\right] =$$

$$= \frac{2U_{wm}}{\pi}\left[\int_0^{\omega t_4} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \cos 2n\omega t\, d\omega t - \int_0^{\omega t_3} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \cos 2n\omega t\, d\omega t +\right.$$

$$\left. + \int_0^{\pi-\omega t_2} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \cos 2n\omega t\, d\omega t - \int_0^{\pi-\omega t_1} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \cos 2n\omega t\, d\omega t\right] =$$

$$= \frac{2U_{wm}}{\pi}(Y_9 - Y_{10} + Y_{11} - Y_{12}).$$

Analogicznie jak poprzednio

$$\frac{dY_9}{dH_s} = \frac{1}{H_{rm}} \cos\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_c + H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_{10}}{dH_s} = -\frac{1}{H_{rm}} \cos\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_c - H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_{11}}{dH_s} = -\frac{1}{H_{rm}} \cos\left[2n\pi - 2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c - H_s}{H_{rm}}\right)\right] = +$$

$$= \frac{1}{H_{rm}} \cos\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c - H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_{12}}{dH_s} = \frac{1}{H_{rm}} \cos\left[2n\pi - 2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c - H_s}{H_{rm}}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{H_{rm}} \cos\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c + H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\sigma_{2na} = \frac{2U_{wm}}{\pi H_{rm}}\left\{\cos\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_c + H_s}{H_{rm}}\right)\right] + \right.$$

$$+ \cos\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_c - H_s}{H_{rm}}\right)\right] +$$

$$- \cos\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c - H_s}{H_{rm}}\right)\right] +$$

$$\left. - \cos\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c + H_s}{H_{rm}}\right)\right]\right\}.$$

Po podstawieniu (76) do (47) otrzymuje się

$$U_{2nb} = \frac{2U_{wm}}{\pi}\left[\int_0^{\omega t_4} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t - \int_0^{\omega t_3} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t + \right.$$

$$\left. + \int_0^{\pi - \omega t_2} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t - \int_0^{\pi - \omega t_1} \frac{dF_r(\omega t)}{d\omega t} \sin 2n\omega t\, d\omega t\right] =$$

$$= \frac{2U_{wm}}{\pi}(Y_{13} - Y_{14} + Y_{15} - Y_{16}),$$

$$\frac{dY_{13}}{dH_s} = \frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_c + H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_{14}}{dH_s} = -\frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} + H_c - H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_{15}}{dH_s} = -\frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2n\pi - 2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c - H_s}{H_{rm}}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c - H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\frac{dY_{16}}{dH_s} = \frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2n\pi - 2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c + H_s}{H_{rm}}\right)\right] = +$$

$$- \frac{1}{H_{rm}} \sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas} - H_c + H_s}{H_{rm}}\right)\right],$$

$$\sigma_{2nb} = \frac{2U_{wm}}{\pi H_{rm}}\left\{\sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c+H_s}{H_{rm}}\right)\right]+\right.$$

$$+\sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}+H_c-H_s}{H_{rm}}\right)\right]+$$

$$+\sin\left[2hF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c-H_s}{H_{rm}}\right)\right]+$$

$$\left.+\sin\left[2nF_r^{-1}\left(\frac{H_{nas}-H_c+H_s}{H_{rm}}\right)\right]\right\}.$$

DODATEK 3

Równanie (109) można zapisać w postaci

$$2H_s = C(\cos\omega t_2 - \sqrt{1-x^2} - D\sqrt{1-\cos^2\omega t},$$

gdzie

$$C = \frac{U_{rm}}{\omega z_r S\mu}, \qquad D = \frac{2z_w^2}{z_r l_m}\cdot\frac{U_{rm}}{R_w}, \qquad x = \frac{H_{nas}-H_s}{H_{rm}^{(n)}}.$$

Po przekształceniach otrzymuje się

$$(C^2+D^2)\cos^2\omega t_2 - 2(2H_sC + C^2\sqrt{1-x^2})\cos\omega t_2 + 4H_s^2 + C(1-x^2) +$$

$$+4H_sC\sqrt{1-x^2} - D^2 = 0.$$

Po obliczeniu cos ωt_2 i podstawieniu do (110)

$$\Delta B' = \frac{U_{rm}}{\omega z_r S}\frac{1}{C^2+D^2}(2H_sC - D^2\sqrt{1-x^2} +$$

$$+D\sqrt{C^2x^2+D^2-4H_s^2-4H_sC\sqrt{1-x^2}}).$$

DODATEK 4

$$\left[\frac{d\Delta B'}{dH_s}\right]_{H_s=0} = \frac{U_{rm}}{\omega z_r S}\cdot\frac{1}{C^2+D^2}\left(2C - \frac{D^2y}{H_{rm}^{(n)}\sqrt{1-y^2}} +\right.$$

$$\left.-\frac{2H_{rm}^{(n)}CD\sqrt{1-y^2}+C^2Dy}{H_{rm}^{(n)}\sqrt{C^2y^2+D^2}}\right),$$

gdzie:

$$y = \frac{H_{nas}}{H_{rm}^{(n)}}.$$

Ponieważ założono, że oporność czynna R_r jest bardzo mała, można przyjąć, że $y \to 0$, a wtedy

$$\left[\frac{d\Delta B'}{dH_s}\right]_{H_s=0} \to 0 .$$

Rezultat ten wynika z założenia $y \to 0$, które jest równoznaczne z założeniem nieskończenie krótkiego czasu trwania impulsu odsycania.

DODATEK 5

Stosując oznaczenia jak w dodatku 3 i 4, równanie (109) można zapisać w postaci

$$2H_s = C(\sqrt{1-\sin^2\omega t_2} - \sqrt{1-x^2})\, D \sin\omega t_2 .$$

Po przekształceniach otrzymuje się

$$(C^2+D^2)\sin^2\omega t_2 + 2(2H_sD + CD\sqrt{1-x^2})\sin\omega t_2 + 4H_s^2 - C^2x^2 + 4H_sC\sqrt{1-x^2} = 0$$

$$\sin\omega t_2 = \frac{-2H_sD - CD\sqrt{1-x^2} + C\sqrt{C^2x^2 + D^2 - 4H_s^2 - 4H_sC\sqrt{1-x^2}}}{C^2+D^2}$$

$$\left[\frac{d\sin\omega t_2}{dH_s}\right]_{H_s=0} = \frac{-1}{C^2+D^2}\left(2D + \frac{CDy}{H_{rm}^{(n)}\sqrt{1-y^2}} + \frac{2H_{rm}^{(n)}C^2\sqrt{1-y^2} + C^3y}{H_{rm}^{(n)}\sqrt{C^2y^2+D^2}}\right).$$

Jeśli założyć, że $y \to 0$, to

$$\left[\frac{d\sin\omega t_2}{dH_s}\right]_{H_s=0} \to -\frac{1}{D}.$$

Ponieważ zachodzą związki

$$\frac{2X_w}{R_w} = \frac{D}{C}, \qquad \frac{U_{rm}}{\omega z_r SC} = \mu ,$$

oraz dla $H_s = 0$, $\sin\omega t_2 = 0$, czyli $\omega t_2 = 0$, równanie (112) przyjmuje postać

$$\left[\frac{d\Delta B'}{dH_s}\right]_{H_s=0} = 2\mu\left(1 - e^{-\frac{R_w}{2X_w}\omega t_s}\right).$$

DODATEK 6

Stosując oznaczenia jak na rys. 25 można napisać [4]

$$i_w = i_o + i_C ,$$

$$u_w = R_o i_o + (2r_w + r_p) i_w .$$

Równanie to można scałkować

$$\int_{\omega t_3}^{\omega t_4} u_w \, d\omega t = R_o \int_{\omega t_3}^{\omega t_4} i_o \, d\omega t + (2r_w + r_p) \int_{\omega t_3}^{\omega t_4} i_w \, d\omega t .$$

W momencie pojawienia się impulsu nasycania (ωt_3) prostownik zaczyna przewodzić i płynie prąd i_w, którego składowa i_C ładuje kondensator. Gdy impuls napięcia wyjściowego znika (ωt_4) kondensator rozładowuje się przez oporność obciążenia. Uwzględniając fakt, że prąd wyjściowy płynie tylko pod wpływem impulsów nasycenia można napisać

$$\frac{\pi}{2} U_w = R_o I_o (\omega t_4 - \omega t_3) + \pi (2r_w + r_p) I_w .$$

W stanie ustalonym $I_o = I_w$, zatem

$$I_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_w}{2r_w + r_p + R_o \dfrac{\omega t_4 - \omega t_3}{\pi}} .$$

Jeśli $H_s \to 0$, to również $\omega t_4 - \omega t_3 \to 0$ i wzory określające prąd i napięcie na oporności obciążenia, zbocznikowanej przez kondensator, mają postać uproszczoną

$$I_{oC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_w}{2r_w + r_p},$$

$$U_{oC} = R_o I_{oC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_o}{2r_w + r_p} U_w .$$

DODATEK 7

Wyrażenie (146) można zapisać w formie

$$\frac{K_P}{\tau_s} = \text{Const} \cdot \frac{s^2}{(s+1)^3} = \text{Const} \cdot s ,$$

gdzie $s = L_{sd}/PL_s$.

$$\frac{dy}{ds} = \frac{2s(s+1)^3 - 3s^2(s+1)^2}{(s+1)^6} = 0 .$$

W wyniku przekształceń otrzymuje się równanie, określające extrema

$$s^4 - 3s^2 - 2s = 0 .$$

Rozwiązaniem dodatnim tego równania jest $s = 2$.

DODATEK 8

Odejmując (152) od (151) otrzymuje się

$$b_1 - b_2 = \alpha \operatorname{arc\,tg} \frac{-2h_s}{1 - h_s^2 + h_m^2 \sin^2 \omega t},$$

gdzie: $h_s = \beta H_s$,

$h_m = \beta H_{rm}$,

$$[b_1 - b_2]_0^{\pi/2} = \alpha \left[\operatorname{arc\,tg} \frac{-2h_s}{1 - h_s^2 + h_m^2} - \operatorname{arc\,tg} \frac{-2h_s}{1 - h_s^2} \right] =$$

$$= \alpha \operatorname{arc\,tg} \frac{h_s h_m^2}{(1 + h_s^2) + h_m^2 (1 - h_s^2)}.$$

DODATEK 9

Stosując oznaczenia jak w dodatku 8, można napisać

$$\sigma_U = \frac{d U_w}{d H_s} = \beta \frac{d U_w}{d h_s}.$$

Po uwzględnieniu (149) i (42) otrzymuje się

$$\sigma_U = \sigma_{Umax} \frac{1}{1 + \dfrac{4 h_s^2 h_m^2}{[(1 + h_s^2)^2 + h_m^2 (1 - h_s^2)]^2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{2 h_m^2 (1 + 2 h_s^2 + h_s^4 + h_m^2 - h_s^2 h_m^2) - 2 h_s h_m^2 (4 h_s + 4 h_s^3 - 2 h_s h_m)}{[(+ h_s^2)^2 + h_m^2 (1 - h_s^2)^2}$$

$$\sigma_U = \sigma_{Umax} \frac{h_m^2 (1 + h_m^2 - 3 h_s^2)}{(1 + h_s^2) [(1 + h_m^2 - h_s^2)^2 + 4 h_s^2]}.$$

DODATEK 10

Współczynniki szeregu Fouriera, na który można rozłożyć napięcie wyjściowe u_w, określone są przez wzór

$$\hat{U}_{2n} = U_{2na} + jU_{2nb} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u_w e^{j2n\omega t} \, d\omega t.$$

Uwzględniając (153) można napisać

$$\hat{U}_{2n} = 4 f z_w S \frac{d}{d\omega t} \left[\int_0^{\pi} (b_1 - b_2) e^{j2n\omega t} \, d\omega t \right].$$

$$\hat{\sigma}_{2n} = \sigma_{2na} + j\,\sigma_{2nb} = \frac{d\,U_{2na}}{d\,H_s} + j\,\frac{d\,U_{2nb}}{d\,H_s} =$$

$$= 4\,f z_w S \frac{d}{d\,\omega t}\left[\int_0^{\pi} \frac{d\,(b_1 - b_2)}{d\,H_s}\, e^{j2n\omega t}\, d\,\omega\, t\right].$$

Wyrażenie w nawiasie kwadratowym oznaczamy przez $\hat{G}_{2n}$; uwzględniając (151), (152) otrzymuje się

$$\hat{G}_{2n} = -\alpha\beta \int_0^{\pi} \left\{\frac{1}{1 + [h_m F_r(\omega\, t) - h_s]} + \frac{1}{1 + [h_m F_r(\omega\, t) + h_s]}\right\} e^{j2n\omega t}\, d\,\omega\, t =$$

$$= -\mu\,(\hat{G}'_{2n} + \hat{G}''_{2n}).$$

Całkę tę można obliczyć korzystając z twierdzenia o pozostałościach. Pierwszy składnik posiada bieguny, które można obliczyć w następujący sposób:

$$h_m F_r(\omega t) - h_s = \pm j,$$

$$F_r(\omega\, t) = \frac{\pm j + h_s}{h_m},$$

$$\omega\, t = F_r^{-1}\left(\frac{\pm j + h_s}{h_m}\right) + k\,\pi$$

Możliwe jest całkowanie po konturze $0 + j\,\infty$, $0, \pi$, $\pi + j\,\infty$, gdyż wartość całki dąży do zera dla $\omega t \to x + j\,\infty$ (rys. D10a).

Wewnątrz tego konturu znajduje się biegun $\omega\, t_1 = F_r^{-1}\left(\frac{j + h_s}{h_m}\right)$

$$\hat{G}'_{2n} = -\mu\, 2\pi\, j\, \Sigma\, \mathrm{res},$$

$$\mathrm{res} = \frac{e^{j2n\,F_r^{-1}\left(\frac{j+h_s}{h_m}\right)}}{2\,j h_m F'_r(\omega\, t_1)},$$

$$\hat{G}'_{2n} = -\frac{\mu\,\pi\, e^{j2n\,F_r^{-1}\left(\frac{j+h_s}{h_m}\right)}}{h_m F'_r(\omega\, t_1)}.$$

Bieguny drugiego składnika oblicza się podobnie

$$\omega\, t = F_r^{-1}\left(\frac{\pm j - h_s}{h_m}\right) + k\,\pi.$$

Wewnątrz rozpatrywanego konturu (rys. D10b) znajduje się biegun

$$\omega\, t_2 = F_r^{-1}\left(\frac{j - h_s}{h_m}\right) + \pi.$$

Podobnie jak poprzednio

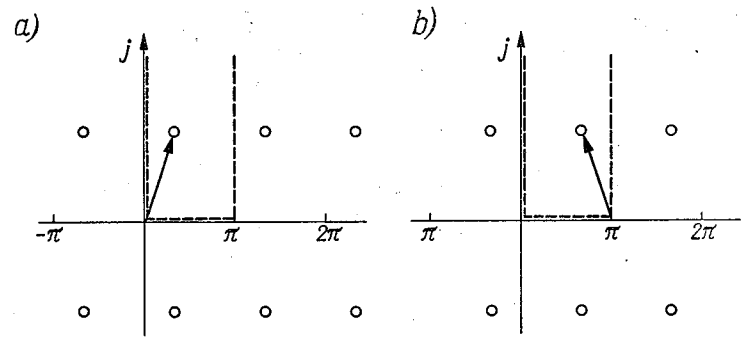
$$\hat{G}''_{2n} = -\frac{\mu \pi e^{j2n F_r^{-1}\left(\frac{j-h_s}{h_m}\right)}}{h_m F'_r(\omega t_2)},$$

$$\hat{G}_{2n} = -\frac{\mu\pi}{h_m}\left[\frac{e^{j2n F_r^{-1}\left(\frac{j+h_s}{h_m}\right)}}{F'_r(\omega t_1)} + \frac{e^{j2n F_r^{-1}\left(\frac{j-h_s}{h_m}\right)}}{F'_r(\omega t_2)}\right].$$

Ponieważ funkcja F_r spełnia warunek (56), wyrażenie powyższe jest sumą liczb zespolonych sprzężonych, która równa się podwojonej części rzeczywistej

$$\hat{G}_{2n} = G_{2n} = G_{2na} = -\frac{\mu 2\pi}{h_m} Re\left[\frac{e^{j2n F_r^{-1}\left(\frac{j+h_s}{h_m}\right)}}{F'_r(\omega t)}\right].$$

Wynika stąd, że funkcja G_{2n} zawiera tylko składowe cosinusoidalne, a zatem w napięciu wyjściowym są tylko składowe sinusoidalne. Czułość napięciowa wynosi więc



$$\sigma_{2n} = \frac{8\omega z_w S_n}{h_m} Re\left[\frac{e^{j2n F_r^{-1}\left(\frac{j+h_s}{h_m}\right)}}{F'_r(\omega t_1)}\right].$$

DODATEK 11

Stosując oznaczenia jak w dodatku 7, równanie (185) można napisać w formie

$$i'_w[1 + (h_m \sin \omega t)^2] - i_w h_m^2 \sin 2\omega t = \frac{l_m}{z_w} H_s h_m^2 \sin 2\omega t,$$

$$\frac{i'_w}{i_w + \frac{l_m}{z_w} H_s} = \frac{h_m^2 \sin 2\omega t}{1 + h_m^2 \sin^2 \omega t}.$$

Wprowadzamy oznaczenie : $w = h_m^2 \sin^2 \omega t,$

$$dw = h_m^2 \sin 2\omega t \, d\omega t,$$

$$\int \frac{di_w}{i_w + \frac{l_m}{z_w} H_s} = \int \frac{dw}{1 + w},$$

$$\ln \left(i_w + \frac{l_m}{z_w} H_s \right) = \ln (1 + w) + \ln \text{Const} = \ln \text{Const}. (1 + w).$$

Przebieg prądu wyjściowego nie może zawierać składowej stałej, otrzymuje się więc

$$i_w = -\frac{1}{2} \text{Const} \, h_m^2 \cos 2\omega t + \text{Const} \frac{2 + h_m^2}{2} - \frac{l_m}{z_w} H_s,$$

gdzie:

$$\text{Const} \frac{2 + h_m}{2} - \frac{l_m}{z_w} H_s = 0,$$

$$\text{Const} = \frac{2}{2 + h_m} \frac{l_m}{z_w} H_s.$$

Zakład Elektrotechniki PAN

WYKAZ LITERATURY

I. PUBLIKACJE KSIĄZKOWE:

1. Biessonow L. A.: Awtokolebanija w elektriczeskich cepiach so staliu. Moskwa 1958, § 8.
2. Nowacki P. J.: Obliczanie nieliniowych obwodów elektrycznych i magnetycznych. Warszawa 1959, § 1.
3. Rozenbłat M. A.: Magnitnyje usilitieli. Moskwa 1956, § 5.6, § 10, § 11.
4. Frost-Smith E. H.: The Theory and Design of Magnetic Amplifiers. London 1958, § 11, § 12.
5. Milnes A. G.: Transductors and Magnetic Amplifiers. London 1957, 11.2—3, str. 235—240.
6. Say N.: Magnetic Amplifiers and Saturable Reactors. New York 1954, § 5.
7. Gabler M., Haškovec J., Tománek E.: Wzmacniacze magnetyczne. Tłum. Warszawa 1959, str. 354—360, 401—403.
8. Storm R.: Magnitnyje usilitieli. Tłum. Moskwa 1957, str. 486—490.
9. Geyger W. A.: Schiemy magnitnych usilitielej. Tłum. Moskwa 1959, § 16, str. 286—301.
10. Sotskow B. S.: Elementy urządzeń automatyki i telemechaniki. Tłum. Warszawa 1955, str. 300—309.
11. Czistiakow N.: Elektriczeskije awiacjonnyje pribory. Moskwa 1950. str. 446—454.

12. Gorbaczew F., Miełkoborodow E.: Podstawy fizyczne budowy i działania lotniczych przyrządów pokładowych. Tłum. Warszawa 1956, str. 403—408.
13. Janowski B. M.: Magnetyzm ziemski. Tłum. Warszawa 1958, str. 542—552.
14. Jellinghaus W.: Magnetische Messungen an ferromagnetischen Stoffen. Berlin 1952, str. 48.
15. Broz J.: Zaklady Magnetickich Meřeni. Praha 1953, str. 163.
16. Kifier K., Pantiuszin W.: Ispytanija fierromagnitnych matieriałow. Moskwa 1955, str. 98—99.

II. ARTYKUŁY O MODULATORACH I WZMACNIACZACH MAGNETYCZNYCH:

17. Dreyfus L.: Die analitische Theorie des statischen Frequenzverdopplers bei Leerlauf. — Archiv für Elektrotechnik, Vol. 2, 1914, str. 343—371.
18. Goldfarg L. S., Gercenberg G. R.: Opriedielenije garmonik toka i napriażenija w elektriczeskich ciepiach. — Elektriczestwo, 1939, No. 1, str. 64—68.
19. Krumhansl I. A., Beyer R. T.: Barkhausen Noise and Magnetic Amplifiers I. — Journal of Applied Physics, Vol, 20, 1949, str. 432—436.
20. Spektor J. I.: O charakteristikie prieobrazowanija magnitnych usilitielej (zondow) tipa wtoroj garmoniki w reżimie chołostogo choda. — Awtomaticzeskij kontrol i izmieritielnaja tiechnika, wyp. 2., Kijew 1958, str. 99—108.
21. Manley J. M.: Some General Properties of Magnetic Amplifiers. — Proc. I.R.E., Vol. 39, 1951, str. 242—251.
22. Rozenbłat M. A.: Tieorija u rasczot magnitnogo modulatora diejstwujuszczego po principu udwojenija czastoty. — Radiotiechnika, t. 11, 1956, No. 8, str. 36—51.
23. Michajłowskij W. N., Spektor J. I.: K woprosu sogłasowanija magnitnych usilitielej tipa wtoroj garmoniki. — Awtomatika i tielemiechanika, t. XVIII, 1957, No. 6, str. 551—559.
24. Williams F. C., Noble S. W.: The Fundamental Limitations of the Second Harmonic Type as Applied to the Amplification of Small D. C. Signals. — Proc. I.E.E., Vol. 97, Pt II, 1950, str. 445—459, str. 474—483.
25. Michajłowskij W. N., Spektor J. I.: Niekotoryje woprosy tieorii magnitnych usilitielej i magnitomodulacjonnych zondow tipa wtoroj garmoniki. Awtomatika i tielemiechanika, t. XVIII, 1957, No 8, str. 716—723.
26. Malanowski K., Kulikowski J.: Charakterystyki obciążenia wzmacniaczy magnetycznych typu parzystych harmonicznych. — Archiwum Automatyki i Telemechaniki, t. VI, 1961, z. 4, str. 473—492.
27. Frost-Smith E. H.: The Study of a Magnetic Inverter for Amplification of Low-Input-Power D. C. Signals. — Proc. I.E.E., Vol. 109, Pt. II, 1953, str. 362—375.
28. Kletzky E. J.: Design Criteria for Low-Level Second Harmonic Magnetic Modulators. — Trans. A.I.E.E., Vol. 77, Pt I, 1958, str. 1013—1019.
29. Feinberg R.: The Magnetic Modulator. — Wireless Engineer, Vol. 28, 1951, str. 281—286.
30. Finzi L. A.: Introducing Young Engineers to Magnetic Amplifier Problems. — Trans. A.I.E.E., Vol. 77, Pt I, 1958, str. 119—126.
31. Jalbert B. W.: An Analysis of the Operation of the Magnetic Modulator. — Trans. A.I.E.E., Vol. 79, Pt I, 1960, str. 268—272.
32. Szwaja Z.: Współpraca wzmacniaczy magnetycznych z termoelementami. Praca doktorska.

33. Feth G. C.: Core-Reset Functions in Magnetic Amplifier Analysis. — Trans. A.I.E.E., Vol. 77, Pt I, 1958, str. 503—519.

34. Sack H. S., Beyer R. T., Miller G. M., Trischka J. W.: Special Magnetic Amplifiers and Their Use in Computing Circuits. — Proc. I.R.E., Vol. 35, 1947, str. 1375—1382.

35. Noble S. W., Baxandall P. J.: The Design of a Practical D. C. Amplifier Based on the Second-Harmonic Type of Magnetic Modulator. — Proc. I.E.E., Vol. 97, Pt. II, 1950, str. 327—348.

36. Felch E., Legg V., Merrill F.: Magnetic Modulators. — Electronics, Vol. 25, 1952, No 2, str. 113—117.

37. Rote W. A.: Magnetic-Converter D. C. Amplifier. — Electronics, Vol. 26, 1953, No 12, str. 170—173.

38. Konopiński T.: Zastosowanie wzmacniaczy magnetycznych do wzmacniania prądów i napięć stałych oraz przebiegów wolnozmiennych. — Przegląd Telekomunikacyjny, 1955, Nr 12, str. 396—405.

39. Rozenbłat M. A.: Osnowy postrojenija magnitnych usilitielej s nizkim porogom czuwstwitielnosti. — Awtomatika i tielemiechanika, t. XVII, 1956, No 1, str. 66—77.

40. Atkinson P. O., Hemingway A. N.: An Even-Harmonic Magnetic Amplifier and some Applications to Measurement and Control. — Electronic Engineering, Vol. 26, 1954, No 321, str. 482—485.

41. Hill F., Fingerett J. A.: Fast Response Magnetic Servo-Amplifier. — Electronics, Vol. 27, 1954, No 10, str. 420—423.

42. Coales J. F.: Discussion. — Proc. I.E.E., Vol. 96, Pt I, 1949, str. 116—117.

43. Rakow M. A., Sinickij Ł. A.: Magnitnyj modulator wtoroj garmoniki s pitanijem ot schiemy kwadraturnogo sdwiga. — Awtomatika i tielemiechanika, t. XXII, 1961, No 2, str. 238—242.

III. ARTYKUŁY O CZUJNIKACH MAGNETYCZNYCH:

44. Aschenbrenner H., Goubeau G.: Eine Anordnung zur Registrierung rascher magnetischer Störungen. — Hochfrequenztechnik und Elektroakustik, Vol. 47, 1936, str. 177—181.

45. Agiejew M. D.: Priblizennaja tieorija magnitomodulacjonnych datczikow. — Awtomatika i tielemiechanika, t. XVII, 1956, No 8, str. 746—758.

46. Greiner I.: Feldmessungen nach dem Oberwellen-verfahren — Theoretische Betrachtungen. — Nachrichtentechnik 9, 1959, str. 173—180.

47. Felch E. P., Means W. J., Slonczewski T., Parrat L. G., Rumbaugh L. H., Tickner A. J.: Air-Borne Magnetometers for Search and Survey. — Trans. A.I.E.E., Vol. 66, 1947, str. 641—651.

48. Gans F.: Fonctionnement et applications des sondes electromagnetiques. — La Recherche aéronautique, 1948, Nr 1, str. 29—39.

49. Wurm M.: Beiträge zur Theorie und Praxis des Feldstärkedifferenzen essers für magnetische Felder nach Förster. — Zeitschrift für Angewandte Physik, Vol. 2, 1950, No 5, str. 210—219.

50. Rozenbłat M. A.: K rasczotu magnitomodulacjonnych datczikow napriażennosti magnitnogo pola. — Elektriczestwo 1957, No 7, str. 24—31.

51. Kulikowski J.: Czułość napięciowa transduktorowych czujników magnetycznych. — Archiwum Automatyki i Telemechaniki, t. V, 1960, z. 3, str. 329—354.

52. Mc Nish A.: An Induction Magnetometer. — Trans. American Geophysical Union, Vol. 27, 1946, str. 49—51.
53. Vanguier V., Simons R., Hull A.: A Magnetic Airborne Detector Employing Magnetically Controlled Gyroscopic Stabilization. — Review Sc. Instruments, Vol. 18, 1947, No 7, str. 483—487.
54. Tolles W.: Application of the Saturable Core Magnetometer. — Proc. N.E.C., Vol. 3, 1947, str. 504.
55. Filipowicz B.: Sowremiennyje pribory dla izmierenija słabych magnitnych polej. — Elektriczestwo, 1948, Nr 5, str. 85—87.
56. Rozenbłat M. A.: Żelezonasyszczennyje magnitnyje zondy. — Awtomatika i tielemiechanika, t. X, 1949, str. 299—314.
57. Rumbaugh L., Alldredge L.: Airborne Equipment for Geomagnetic Measurements. — Trans. American Geophysical Union, Vol. 60, 1949, No 6, str. 836—848.
58. Feinberg R.: A Review of Transductor Principles and Applications. — Proc. I.E.E., Vol. II, 1950.
59. Harada K.: Investigations and Applications of Magnetic Amplifiers. — U.S. Naval Technical Mission to Japan: Magnetic Development in Japan during world war II, Report No B.I.O.S. (J.A.O./P.R.) 1283 of British Intelligence Objectives Sub-Committee (London: H. M. Stationary Office, 1946).
60. Trnka Z.: Meřeni intensity magnetickeho pole a magnetickeho potencialu. — Elektrotechnický Obzor, 1950, str. 127—130.
61. Hine A.: The Inductor Compass. — Proc. I.E.E., Vol. 98, Pt II, 1951, str. 485—498.
62. Kühne R.: Magnetfeldmessung mit Eisenkern-Magnetometer nach dem Oberwellenverfahren. — A.T.M., Blatt V, 392—1, 1952, str. 175—178.
63. Mee C. D., Street R.: An Improved Precision Permeatneter. — Proc. I.E., Vol. 101, Pt. II, 1954, str. 639—642.
64. Förster F.: Ein Verfahren zur Messung von magnetischen Gleichfeldern und Gleichfelddifferenzen und seine Anwendung in der Metallforschung und Technik. — Zeit. Metallkunde Bd. 46, 1955, H. 5, str. 358—370.
65. Gerard V.: A Simple Sensitive Saturated-Core Recording Magnetometer. — Journal Sc. Instruments, Vol. 32, 1955, str. 164—166.
66. Isaacs J., Grey G.: Testing Hardness with Flux-Gate Magnetometer. — Electronics, Vol. 29, 1956, No 4, str. 142—143.
67. Kuryłowicz J.: Sonda permalloyowa w zastosowaniu do badań materiałów magnetycznych. — Pomiary, Automatyka i Kontrola, 1957, Nr 1, str. 2—5.
68. Stryk A.: Sonda magnetyczna i jej zastosowanie do badania ferromagnetyków. — Hutnik, 1957, Nr 7/8, str. 328—332.
69. Geyger W. A.: Self-Balancing Flux-Gate Magnetometers. — Trans. A.I.E.E., Vol. 77, PtI, 1958, str. 213—216.
70. Nowacki P. J., Nałęcz M., Kulikowski J.: Pomiar małych stałych pól magnetycznych czujnikiem magnetycznym. — Rozprawy Elektrotechniczne, t. IV, 1958, z. 3, str. 323—349.
71. Awtomaticzeskij kontrol i izmieritielnaja tiechnika, wyp. 3, Kijew 1959. 1) Michajłowskij W. i inni: Magnitometry na magnitomodulacjonnych datczikach tipa wtoroj garmoniki; 2) Berkman R., Michajłowskij W.: Mietod izmierenija napriażennosti słabych pieremiennych magnitnych polej; 3) Michajłowskij W., Spektor J.: Primienienije magnitomodulacjonnych datczikow dla kontrola magnitnych paramietrow obrazcow.

72. Berkman R. J.: O nowom wariantie magnitomodulacjonnogo datczika dla izmierenija gradientow napriażennosti magnitnych polej. — Automaticzeskij kontrol i izmieritielnaja tiechnika, wyp. 4, Kijew 1960, str. 157—162.

73. Kulikowski J., Nałęcz M.: Podstawowe właściwości transduktorowych czujników magnetycznych o wyjściu impulsowym. — Rozprawy Elektrotechniczne, t. VI, 1960, z. 4, str. 475—491.

74. Kulikowski J., Nałęcz M.: Schematy zastępcze transduktorowych czujników magnetycznych o wyjściu impulsowym. — Rozprawy Elektrotechniczne, t. VII, 1961, z. 2.

IV. INNE PUBLIKACJE:

75. Niegniewickij I. B., Lipman D. A.: K tieorii idealnogo drossielnogo magnitnogo usilitiela. — Elektriczestwo, 1956, No 1, str. 8—16.

76. Zajcew J. A., Kalajew A. W.: Izmieritielnyj transformator postojannogo toka. — Elektriczestwo, 1954, No 2.

77. Kalajew A. W.: Izmieritielnyj transformator postojannogo napriażenija. — Elektriczestwo, 1956, No 10, str. 24—28.

78. Domosławski S., Gutenbaum J.: Budowa przekładników transduktorowych dla trakcji elektrycznej. — Prace Instytutu Elektrotechniki, VII, 1958, z. 21, str. 1—41.

79. Rajuszkin W. A.: Rasczet reżima chołostogo choda udwoitiela czastoty. — Elektriczestwo, 1959, No 5, str. 66—67.

80. Domasłowski S.: Przekładniki transduktorowe. — Warszawa 1960, § 4.

81. Krämer W.: Ein neuer Schweisstransformator mit Frequenzwandlung. — E.T.Z. 71, 1950, H. 8/9, str. 185—188.

82. Bozorth R., Chapin D.: Demagnetizing Factors of Rods. — Journal App. Physics. Vol. 13, 1942, str. 320—326.

83. Rozenbłat M. A.: Koeficijenty razmagniczivanija stierżniej wysokoj pronicajemosti. — Żurnał tiechniczeskoj fizyki, t. XXIV, 1954, wyp. 4, str. 637—661.

J. KULIKOWSKI

DIE TRANSDUKTOREN DER GERADEZAHLIGEN OBERWELLEN

Zusammenfassung

Die Transduktoren der geradezahligen Oberwellen sind sehr empfindliche Elemente, die zur Verstärkerung schwacher Gleichstromsignale und zu Messungen von schwachen konstanten magnetischen Feldern Verwendung finden. Im Artikel werden theoretische Betrachtungen angestellt. Im ersten Teil wird die Magnetisierungskurve des Transduktorkernes durch Streckenzug analysiert. Im zweiten Teil wird das magnetische Verhalten des Stoffes durch den Arcustangens wiedergegeben. Die theoretischen Ergebnisse werden zunächst miteinander und danach mit den Ergebnissen der Untersuchung verglichen. Auf dieser Grundlage werden die Block- und Ersatzschema der Transduktoren der geradezahligen Oberwellen vorgeführt. Die Arbeit schliesst mit der Angabe einiger Netzwerke der betrachteten Transduktoren.

Я. КУЛИКОВСКИ

МАГНИТНЫЕ УСИЛИТЕЛИ С ВЫХОДОМ НА УДВОЕННОЙ ЧАСТОТЕ

Резюме

Магнитные усилители с выходом на удвоенной частоте являются чувствительными элементами особенно пригодными для усиления небольших сигналов постоянного тока и для измерения небольших напряжений магнитного поля. Магнитные усилители этого рода можно разделить на системы с пиковым выходом, с использованием всех четных гармоник и системы с селективным выходом. В качестве основных параметров усилителей рассматриваются коэффициенты усиления напряжения (3) и мощности (4). Эти величины могут быть определены на основании чувствительности по напряжению (10, 11) и эквивалентного сопротивления выходного контура магнитного усилителя.

В статье представлен общий анализ магнитных усилителей с выходом на удвоенной частоте. Первая часть анализа проведена на основании кусочно-линейной аппроксимации (рис. 66) магнитной характеристики сердечников магнитного усилителя. Чувствительность по напряжению ненагруженных магнитных усилителей с пиковым выходом является постоянной величиной (44), в то время как чувствительность для любой четной гармоники является функцией величины сигнала, формы и величины питающего тока (50, 51). Характеристики чувствительности различны для различных четных гармоник, но максимальная чувствительность, которую можно определить с помощью формулы (55) одинакова для всех четных гармоник. Петля гистерезиса не влияет на чувствительность, но является причиной фазового сдвига (90), (рис. 19).

Магнитные усилители с селективным выходом в большинстве случаев применяются в качестве модуляторов. Магнитные усилители с пиковым выходом работают обычно в режиме усиления. Весьма эффективное усиление мощности можно получить при включении в выходной контур однополупериодного выпрямителя. Однако, если обратное сопротивление этого выпрямителя имеет конечную величину, чувствительность по напряжению уменьшается, теоретически по формуле (114), практически по формуле (119). На основании этих зависимостей можно получить эквивалентное сопротивление выходного контура, которое теоретически определяется по формуле (123), а практически по формуле (124). Когда в контуре имеется идеальный однополупериодный выпрямитель, это сопротивление значительно меньше чем в предыдущем случае и равняется сумме сопротивления выпрямителя в проводящем направлении и сопротивлений выходных обмоток (131). Этот эффект вызван обратной связью четных гармоник. Влияние добавочной индуктивности выходного контура на чувствительность по напряжению можно определить с помощью формулы (104). Эту индуктивность следует подобрать с точки зрения максимального динамического усиления (146).

Вторая част анализа проведена с помощью аппроксимации $B = \alpha \operatorname{arctg} \beta H$. Для этого случая, даже для систем с пиковым выходом, чувствительность по напряжению не является постоянной величиной, но зависит от питающего тока и величины сигнала (рис. 26 и 27). Выведена общая формула для определения чувствительности по напряжению магнитных усилителей с селективным выходом (163). Характеристики для начальной чувствительности представленные на рис. 28 и 29 напоминают характеристики на рис. 12 и 13, несмотря на то, что максимальные величины меньше. Формулы для определения зависимости чувствительности от величины сигнала для питающего тока треугольной формулы

(171) и для предыдущего случая (69) — одинаковы. Эквивалентное сопротивление выходного контура можно теоретически определить с помощью формулы (190), а практически с помощью формулы (191).

Выводы, полученные путем применения представленных двух теоретических методов, сравнены с экспериментальными исследованиями. Это было принято в качестве основания для определения общих эквивалентных (рис. 46 и 48) и структурных схем (рис. 47 и 50). На схемах видна обратная связь четных гармоник. В последней части статьи представлены примеры схем магнитных усилителей на удвоенной частоте.

J. KULIKOWSKI

LES TRANSDUCTEURS À HARMONIQUES PAIRES

Resumé

Les transducteurs à harmoniques paires ce sont des appareils servant surtout à l'amplification des petits signaux à courant continu, ainsi qu'à la mesure des petits champs magnetiques continus. Dans l'article une analyse générale est donnée. La première partie de l'analyse est basée sur une linéarisation de la courbe de magnétisation des noyaux du transducteur. La seconde partie est basée sur l'approximation de cette courbe par la fonction $B = \alpha \operatorname{arctg} \beta H$. Les résultats obtenus sont comparés entre eux ainsi qu'avec les résultats empiriques. En ce basant sur cette analyse les circuits equivalents et les schémas en bloc des transducteurs à harmoniques paires sont présentés. Enfin les exemples des certains circuits contenant des transducteurs à harmoniques paires sont donnés.

J. KULIKOWSKI

EVEN HARMONIC TRANSDUCTORS

Summary

Even harmonic transductors are very sensitive devices suitable specially for amplifying small d.c. signals and measuring weak magnetic fields. They may be divided into two groups: a) with all even harmonic output and b) with a single even harmonic output. Voltage and power gain coefficients (Eqs. 3 and 4) are considered as basic parameters. These quantities may be found when a voltage sensitivity (Eqs. 10 and 11) and an equivalent output impedance of the transductor is known.

A general analysis of even harmonic transductors is given in the paper. The first part of the analysis is based on a piece-wise linear approximation (Fig. 6b) of a magnetization curve of transductor cores. For the transductor with all even harmonic output operating in no load conditions the voltage sensitivity is constant (Eq. 44) while for the second type — the sensitivity is a function of a signal and the shape and value of supplying current (Eqs. 50 and 51). Sensitivity characteristics are different for various even harmonics but their maximum values are equal and are given by (Eq. 55). Histeresis loop has no influence on the voltage sensitivity but it causes a phase shift given by (Eq. 90).

The transductors with one even harmonic output are specially applied as modulators. The others — with all even harmonic output operate usually as amplifiers. The useful power gain can only be achieved if a half-wave rectifier is connected in the output circuit. For the rectifier with a finite leakage resistance, the voltage sensitivity is given by (114), in practice by (119).

From these relations the equivalent impedance of the output circuit with no rectifier can be defined exactly by Eq. (123), and approximately by (124). When the ideal half-wave rectifier is connected, the equivalent impedance is much smaller than previously and is equal to the sum of the rectifier forward resistance and the resistance of output windings (Eq. 131). This effect is called an even harmonic feedback. The influence of an additional inductance in the signal circuit on the voltage sensitivity is given by the formula (104). The inductance must be chosen for maximum of the figure of merit (Eq. 146).

The second part of the analysis is based on the approximation $B = \alpha \operatorname{arctg} \beta H$. In this case the voltage sensitivity (Eq. 156) is not constant even for all even harmonic output, but depends on supplying current and signal value (Figs. 26, 27). A general formula on the voltage sensitivity of transductors with one even harmonic output is carried out (Eq. 163). The initial sensitivity characteristics shown in Figs. 82 and 29 are similar to those in Figs. 12 and 13, except their maximum values. Formula on the sensitivity as a function of the signal for the triangular supplying current (171) is identical as that in preceding case (Eq. 69). An equivalent output impedance is given exactly by Eq. (190) and approximately by (191).

The results of the two analytical methods are discussed and compared with experimental data. On this basis the general equivalent circuits (Figs. 46 and 48) and block diagrams (Figs. 47 and 50) are carried out. The effect of the even harmonic feedback is evident. Finally examples of even harmonic transductor circuits are given.

STANISŁAW JUDYCKI

Kodowanie w układzie liczbowym trójkowym

Rękopis dostarczono 12.2.1962

Omówiono kody samokorygujące się układu liczbowego trójkowego w zastosowaniu do potrzeb przesyłania informacji, umożliwiające wykrywanie błędów, określanie rodzaju błędu, ustalanie miejsca błędu w szeregu symboli każdej grupy oraz korygowanie błędu.

Na wstępie omówiono układ liczbowy trójkowy. Podano wzory zależności, zapisy liczb, zamianę liczb z układu dziesiętnego na układ trójkowy oraz porównanie zapisów różnych układów. W dalszej części omówiono charakterystyczne wzory i zależności z teorii informacji, jak ilość informacji, strumień informacji i entropię. Następnie omówiono ogólną zasadę kodowania sygnału, zasadę tworzenia kodu z kontrolą błędu, kod typu Holly-Hamminga dla układu liczbowego dwójkowego oraz opracowane przez autora kody samokorygujące się dla układu liczbowego trójkowego. Dla układu liczbowego trójkowego rozpatrzono różne możliwości zajścia błędów, zarówno co do ilości, jak i miejsca w szeregu symboli grupy. Podano wnioski odnośnie do zastosowania opisanej metody dla samokorygowania powstających błędów.

1. WSTĘP

Każda wiadomość może być przekazana jako informacja przy pomocy symboli tworzących sygnał. Symbole te są dobrane do warunków pracy, charakterystyki kanału łączności i zastosowanego układu roboczego. Zbiór zastosowanych symboli stanowi alfabet sygnału. Wysłanie wiadomości o pewnym zdarzeniu dokonuje się przez wybór określonego symbolu lub grupy symboli ze zbioru możliwych symboli zastosowanego alfabetu sygnału. Przy zastosowaniu alfabetu cyfrowego każda przekazywana wiadomość może być wyrażona przez liczbę lub grupę liczb zapisanych w określonym układzie liczbowym w postaci szeregu symboli cyfrowych, rozmieszczonych na określonych pozycjach.

Przy przesyłaniu informacji zachodzi często potrzeba przekształcania sygnału z jednego alfabetu na drugi, z możliwością ewentualnej zmiany liczby elementów zbioru symboli. Przekształcanie sygnału z jednego alfabetu na drugi nazywa się kodowaniem. Jedno z zasadniczych zagadnień teorii informacji — to wybór prawidłowego i ekonomicznego kodowania.

Przy kodowaniu ważnym również zagadnieniem jest stworzenie takiego układu kodowania, który by umożliwiał wykrywanie błędu, ustalał miejsce błędu w grupie i rodzaj błędu oraz korygował powyższy błąd.

Niniejsza publikacja omawia powyższe zagadnienie pod kątem potrzeb alfabetu cyfrowego o układzie liczbowym trójkowym.

W cz. 2 artykułu został omówiony układ liczbowy trójkowy oraz zostały podane charakterystyczne wzory i zależności dla tego układu. Zależności te mogą być wykorzystane w dodatkowych układach kontroli kodowania.

W następnych częściach artykułu omówiono charakterystyczne wzory i zależności z teorii informacji, zasady ogólne kodowania oraz kodowanie w układzie liczbowym trójkowym.

Ze względu na brak w literaturze omówień układów liczbowych trójkowych w dodatku umieszczonym na końcu artykułu jest podane elementarne działanie na liczbach układu trójkowego.

2. UKŁADY LICZBOWE

W każdym układzie liczbowym dowolna liczba N może być przedstawiona w postaci sumy iloczynów różnych potęg liczby podstawowej p układu i współczynników k_i określających ilość cyfr danej liczby w przyjętym układzie liczbowym. Ogólny wzór tej zależności będzie

$$N_{(p)} = \sum_{i=0}^{i=n-1} k_i p^i , \tag{1}$$

gdzie:

N — dowolna liczba,
n — ilość cyfr danej liczby,
k_i — wartość współczynników,
p — liczba podstawowa układu.

2.1. Układ liczbowy trójkowy

Skonstruowanie maszyny cyfrowej o układzie liczbowym trójkowym wymaga zastosowania elementów o trzech stanach realizacji. Najprostszym rozwiązaniem dla zrealizowania trzech stanów byłoby:

stan pierwszy — brak prądu,
stan drugi — prąd dodatni,
stan trzeci — prąd ujemny,

czyli zastosowanie elementów spolaryzowanych, reagujących na różne kierunki prądu.

Dla układu liczbowego trójkowego podany wzór ogólny (1) przyjmie postać

$$N_{(3)} = \sum_{i=0}^{i=n-1} k_i \cdot 3^i. \tag{2}$$

Dla układu liczbowego trójkowego współczynniki k_i mogą przyjmować trzy wartości

$$k_i = 0, 1, 2.$$

I tak np. liczba 35 może być przedstawiona w postaci

$$1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0,$$

gdzie:

$$k_0 = 2,\ k_1 = 2,\ k_2 = 0,\ k_3 = 1.$$

Dla uproszczenia zapisu liczby podaje się tylko wartości współczynników k_i, szeregując je od lewej strony do prawej według zmniejszających się wykładników potęg przy liczbie podstawowej trzy, czyli dla układu liczbowego trójkowego dokonuje się zapisu liczby 35 w postaci

1 0 2 2.

Przy zamianie liczby o układzie dziesiętnym na liczbę o układzie trójkowym możemy posługiwać się następującą metodą. Należy wypisać daną liczbę w układzie dziesiętnym i kolejno dokonywać dzielenia przez trzy wpisując wyniki (ilorazy) w kolumnie pod sobą. W przypadku liczby niepodzielnej przez trzy należy iloraz zaokrąglać w dół.
Naprzeciw każdej liczby podzielnej przez trzy należy wpisać zero, liczby dzielonej przez trzy z resztą jeden — wpisać jeden oraz liczby dzielonej przez trzy z resztą dwa — wpisać dwa. Wynik odczytany od dołu do góry należy zapisać poziomo, od lewej strony ku prawej.
Na przykład:

35	3	2
11	3	2
3	3	0
1	3	1

1 0 2 2

2.2. Porównanie układów liczbowych i wzory zależności

Dla porównania układów w tablicy 1 podane są zapisy liczb o układzie liczbowym dwójkowym i trójkowym.

Z zapisu liczb o układzie liczbowym dwójkowym, z pominięciem zapisu liczby zero, wynika, że jest jedna liczba jednocyfrowa, dwie liczby dwucyfrowe, cztery liczby trójcyfrowe, osiem liczb czterocyfrowych

itd., czyli ciąg kolejny cyfr w liczbach jest zachowany jak w postępie geometrycznym o współczynniku równym liczbie dwa, tj. równym liczbie podstawowej układu i wyrazie początkowym równym jedności ($p = 2$, $a_1 = 1$).

Tablica 1

Zapis liczb o układzie liczbowym dwójkowym i trójkowym

Układy:			Układy:		
dziesiętny	dwójkowy	trójkowy	dziesiętny	dwójkowy	trójkowy
0	0	0	19	10011	201
1	1	1	20	10100	202
2	10	2	21	10101	210
3	11	10	22	10110	211
4	100	11	23	10111	212
5	101	12	24	11000	220
6	110	20	25	11001	221
7	111	21	26	11010	222
8	1000	22	27	11011	1000
9	1001	100	28	11100	1001
10	1010	101	29	11101	1002
11	1011	102	30	11110	1010
12	1100	110	31	11111	1011
13	1101	111	50	110010	1212
14	1110	112	100	1100100	10201
15	1111	120	1000	1111101000	1101001
16	10000	121	10000	10011100010000	111201101
17	10001	122	100000	11000011010100000	12002112201
18	10010	200			

Z zapisu liczb o układzie liczbowym trójkowym, z pominięciem zapisu liczby zero, wynika, że są dwie liczby jednocyfrowe, sześć liczb dwucyfrowych, osiemnaście liczb trójcyfrowych, pięćdziesiąt cztery liczby czterocyfrowe itd., czyli ciąg kolejny cyfr w liczbach jest zachowany jak w postępie geometrycznym o współczynniku równym liczbie podstawowej układu ($p = 3$) i wyrazie początkowym równym liczbie dwa ($a_1 = 2$).

Dla obu układów mogą być zastosowane wszystkie wzory i zależności postępu geometrycznego, przy pomocy których można dla dowolnej liczby układu dziesiętnego szybko określić ilość cyfr w układzie przeliczeniowym dwójkowym lub trójkowym, wielkość grupy przeliczeniowej n-cyfrowej. Może to być wykorzystane jako jeden z wariantów kontroli odbioru przekazywanej grupy symboli z aparatury nadawczej do odbiorczej, jak np. w przypadku wystąpienia błędu braku (zagubienia) jednego symbolu.

Omówienie wzorów i zależności przeprowadzono tylko dla układu liczbowego trójkowego.

Dla układu liczbowego trójkowego otrzymamy postęp geometryczny rosnący, o współczynniku $p = 3$ i ciągu liczb

2 6 18 54 162 486 1458 .....

Numer kolejny wyrazu „n" ciągu określa ilość cyfr liczby przeliczanej w układzie trójkowym, a kolejne wartości cyfr „a_n" ciągu postępu geometrycznego określają ilość liczb w grupie o tej samej ilości cyfr w układzie trójkowym.

Korzystając ze wzorów postępu geometrycznego można określić dla omawianego układu ilość liczb „N" o tej samej ilości cyfr w układzie trójkowym, oraz określić pierwszą liczbę „L_p" i ostatnią „L_s" w układzie dziesiętnym każdej n-cyfrowej grupy układu trójkowego.

$$N = a_n = a_1 \cdot p^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1} \tag{3}$$

$$L_p = p^{n-1} = 3^{n-1} \tag{4}$$

$$L_s = S_n = \frac{a_1(p^n - 1)}{p - 1} = \frac{2 \cdot (3^n - 1)}{3 - 1} = 3^n - 1, \tag{5}$$

gdzie:

$a_1 = 2$ — pierwszy wyraz postępu geometrycznego,
$p = 3$ — współczynnik równy liczbie podstawowej układu,
n — kolejny wyraz postępu, ilość cyfr przeliczonej liczby,
a_n — n-ty wyraz postępu geometrycznego.

Na przykład dla grupy liczb czterocyfrowych w układzie trójkowym

$$n = 4,\ N = 2 \cdot 3^{n-1} = 2 \cdot 3^{4-1} = 54,$$

$$L_p = 3^{n-1} = 3^3 = 27,\ L_s = 3^n - 1 = 3^4 - 1 = 80.$$

Z powyższego obliczenia wynika, że liczba 27 po przeliczeniu na układ trójkowy będzie pierwszą liczbą czterocyfrowej grupy, a liczba 80 ostatnią liczbą tej grupy.

Z przekształconego wzoru (5) dla dowolnej liczby układu dziesiętnego można określić ilu cyfrowa będzie liczba przeliczona po przeliczeniu w układzie trójkowym

$$L = 3^n - 1 \quad L + 1 = 3^n,$$

a po zlogarytmowaniu

$$\log(L + 1) = n \cdot \log 3 \quad n = \frac{\log(L + 1)}{\log 3} = 2{,}1 \log(L + 1), \tag{6}$$

gdzie:

L — przeliczana liczba układu dziesiętnego,
n — ilość cyfr przeliczonej liczby w układzie trójkowym.

Np. $L = 81 \quad n = 2{,}1 \cdot \log(81 + 1) = 2{,}1 \cdot 1{,}91381 \approx 5,$

$L = 242 \quad n = 2{,}1 \cdot \log(242 + 1) = 2{,}1 \cdot 2{,}38561 \approx 5.$

Uwaga. Wynik należy zaokrąglać w górę.

W tablicy 2 podano zestawienie wyników dla ciągu liczb w układzie dziesiętnym od 1 do 59048, przeliczanych na liczby w układzie trójkowym.

Tablica 2

Zestawienie wyników ciągu liczb w układzie dziesiętnym od 1 do 59048, przeliczanych na liczby w układzie trójkowym, tworzących dziesięć grup liczb 1—10-cyfrowych, o ilości liczb w każdej grupie wzrastającej według ciągu postępu geometrycznego (ostatnia kolumna pozioma)

Pierwsza liczba w ukł. dziesiętnym $L_p = 3^{n-1}$	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683
Ostatnia liczba w ukł. dziesiętnym $L_s = 3^n - 1$	2	8	26	80	242	728	2186	6560	19682	59048
Numer kolejny grupy w ukł. trójkowym n — ilość cyfr liczby, $n = 2{,}1 \cdot \log(L + 1)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ilość liczb w grupie w ukł. trójkowym $N = a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$	2	6	18	54	162	486	1458	4374	13122	39366

Jak wynika z zestawienia, przy zastosowaniu układu trójkowego przy pomocy symboli 1—10-cyfrowych ulokowanych w dziesięciu grupach (jak podano w tabl. 2) można przeliczyć liczby układu dziesiętnego od 1 do 59048, natomiast przy układzie dwójkowym liczby od 1 do 1011.

3. CHARAKTERYSTYCZNE WZORY I ZALEŻNOŚCI Z TEORII INFORMACJI

Wysłanie wiadomości o pewnym zdarzeniu jest dokonywane przez przekazanie informacji przy pomocy określonych symboli alfabetu sygnału.

Każdy sygnał może być scharakteryzowany przy pomocy trzech podstawowych parametrów, a mianowicie: natężenia sygnału (dynamiki), szerokości pasma (wstęgi częstotliwości) i czasu trwania sygnału.

Natężenie sygnału (dynamika) jest określone poziomem w stosunku do występujących zakłóceń. Średni poziom sygnału przy niskim poziomie zakłóceń jest określony logarytmem stosunku mocy sygnału do mocy zakłóceń

$$D_{sr} = \log \frac{P_s}{P_z}, \tag{7}$$

gdzie: P_s — moc sygnału

P_z — moc zakłóceń.

Przy dużym poziomie zakłóceń średni poziom sygnału jest określony stosunkiem napięć

$$D_{śr} = 2 \cdot \log\left(1 + \frac{U_s}{U_z}\right), \tag{8}$$

gdzie:

U_s — napięcie sygnału,
U_z — napięcie zakłóceń.

Szerokość pasma (wstęgi częstotliwości) stanowi różnicę między częstotliwością maksymalną i minimalną zawartą w widmie pasma

$$F = f_{max} - f_{min}, \tag{9}$$

gdzie:

f_{max} — częstotliwość maksymalna wstęgi,
f_{min} — częstotliwość minimalna wstęgi.

Czas trwania sygnału stanowi różnicę między początkiem a zakończeniem sygnału

$$T = t_k - t_z, \tag{10}$$

gdzie:

t_k — czas rozpoczęcia sygnału,
t_z — czas zakończenia sygnału.

Przy uwzględnieniu wszystkich trzech omówionych parametrów sygnał można przedstawić geometrycznie jako objętość prostopadłościanu o wymiarach $D_{śr}$, F, T. Wielkość ta nosi nazwę objętości sygnału

$$V_s = D_{śr} \cdot F \cdot T. \tag{11}$$

Analogicznymi parametrami jak dla sygnału można scharakteryzować również kanał. Pojemność kanału można określić iloczynem[1])

$$V_k = D_k \cdot F_k \cdot T_k, \tag{12}$$

gdzie:

D_k — dopuszczalny zakres zmiany natężenia sygnału w kanale,
F_k — szerokość pasma częstotliwości przechodzącej przez kanał,
T_k — czas zajętości kanału.

Aby kanał zapewnił przesłanie danego sygnału, musi zachodzić zależność $V_k > V_s$, to znaczy, że objętość sygnału powinna mieścić się w pojemności kanału. Pojemność czynna kanału jest zwykle znacznie większa od objętości przesyłanych sygnałów. Chcąc zwiększyć stopień wykorzystania kanału należy stosować odpowiednie metody przekształcania sygnału.

---

[1]) [1] str. 31.

Sygnały są tylko formą umożliwiającą przesłanie informacji.

Dla określenia ilości informacji przyjęto tzw. dwójkową jednostkę informacji, tj. ilość informacji w wyniku wyboru jednej z dwóch prawdopodobnych możliwości. Na podstawie powyższego ilość informacji przy zajściu jednego z n zdarzeń jednakowo prawdopodobnych będzie równa logarytmowi o podstawie dwa z liczby tych zdarzeń

$$I = \log_2 \cdot n, \tag{13}$$

gdzie: I — ilość informacji,
n — ilość zdarzeń.

Źródło informacji dostarcza nam wiadomości przekazanych w postaci sygnałów — symboli stanowiących wybór z pewnego skończonego zbioru, przy czym elementy wybrane z tego zbioru nie są niezależne, jak również nie wykazują równego prawdopodobieństwa. Poszczególne symbole występujące w tekście informacji, zależnie od rodzaju informacji, są podporządkowane pewnym prawidłowym zależnościom.

Istnieje zależność pomiędzy kolejnymi symbolami, jak również wynikająca z charakteru tekstu informacji częstość pojawiania się poszczególnych symboli w tekście, która jest równoznaczna prawdopodobieństwu.

I tak np. przy pomocy alfabetu złożonego z n liter można teoretycznie ułożyć n^N tekstów, z których każdy zawiera N liter. Ze względu na wspomnianą prawidłowość język tworzy M tekstów, przy czym $M < n^N$.

Każdy z tekstów wymaga do przekazania przy pomocy układu liczbowego dwójkowego liczby jednostek dwójkowych równej $\log_2 M$.

Wymagana przez źródło informacji ilość jednostek dwójkowych na symbol będzie entropią źródła informacji.

$$H = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \log_2 M, \tag{14}$$

Jest to miara wydajności źródła.

Normalnie przy przesyłaniu informacji dostarczane przez źródła wiadomości mają różny stopień prawdopodobieństwa i są niezależne od siebie. Ilość informacji zawartej średnio w jednej wiadomości danego zbioru zdarzeń będzie scharakteryzowana określonym rozkładem prawdopodobieństwa i określona wzorem (funkcja C. E. Shannon)[1])

$$H = -(p_1 \log_2 p_1 + p_2 \log_2 p_2 \ \ldots + p_n \log_2 p_n) = -\sum_{i=1}^{i=n} p_i \log_2 p_i, \tag{15}$$

gdzie $p_i = p_1, p_2, \ldots p_n$ — określa prawdopodobieństwo występowania poszczególnych zdarzeń.

---

[1]) [2], [3] str. 81.

Na podstawie powyższego można powiedzieć, że prawdopodobieństwo p pewnego zdarzenia a wyraża się stosunkiem ilości interesujących nas zdarzeń do ogólnej ilości wszystkich zdarzeń

$$p_a = \frac{n_a}{n}, \tag{16}$$

gdzie:

n_a — ilość zdarzeń interesujących nas,
n — całkowita ilość zdarzeń.

Entropię źródła wiadomości można mierzyć albo w odniesieniu do symbolu, albo też jednostki czasu. Pomiędzy tymi entropiami będzie następująca zależność

$$H_t = H_s \cdot n_t, \tag{17}$$

gdzie:

H_t — entropia na jednostkę czasu,
H_s — entropia na symbol,
n_t — ilość symboli w jednostce czasu.

Powyższe rozważania odnoszą się do informacji dyskretnej. Każda informacja ciągła może być przedstawiona jako dyskretna. Wynika to z analizy sygnału ciągłego. W praktycznych systemach komunikacji przyjmujemy sygnał ciągły o skończonej wstędze częstotliwości F. Taki sygnał może przybierać $2F$ niezależnych wartości na sekundę.

Z powyższego wynika, że sygnał o skończonej wstędze F może być jednoznacznie określony przez

$$S = 2 \cdot F \cdot T, \tag{18}$$

gdzie:

F — wstęga częstotliwości,
T — czas trwania.

Zamiast przesyłać sygnał w postaci ciągłej funkcji wystarczy przesłać ciąg impulsów w odstępach $1/2F$ i wartościach odpowiadających chwilowym wartościom w tych czasach.

Przyjmując jako miarę ilości informacji jednostkę dwójkową określoną jako $\log_2 m$, zakładając podział dynamiki sygnału na m poziomów, określamy ilość informacji zawartej w sygnale przez

$$I = 2 \cdot F \cdot T \cdot \log_2 m, \tag{19}$$

gdzie m — poziom sygnału.

Iloczyn trzech parametrów występujących w powyższym wzorze przyjęto oznaczać jako objętość informacji. Objętość informacji w odniesieniu do jednostki czasu określa się jako strumień informacji

$$\Phi = \frac{I}{T} = 2 \cdot F \cdot \log_2 m, \tag{20}$$

gdzie:

Φ — strumień informacji,
T — czas,
$\log_2 m$ — jednostka dwójkowa.

Miarą strumienia informacji będzie jednostka dwójkowa na sekundę.

Na podstawie teorii przedstawienia informacji ciągłej w postaci informacji dyskretnej opracowano praktyczne metody kwantowania sygnału.

4. OGÓLNA ZASADA KODOWANIA SYGNAŁU

Przy przesyłaniu informacji jednym z podstawowych zagadnień jest opracowanie najwłaściwszego sposobu przekształcania wiadomości dostarczanych przez źródło, zapewniającego największe wykorzystanie przepustowości kanału. To przekształcenie przekazywanej wiadomości w postaci sygnału z jednego alfabetu na drugi jest kodowaniem sygnału.

Każdy alfabet jest zbiorem symboli i przy kodowaniu może zajść zmiana liczby elementów zbioru symboli, a tym samym zmiana rozkładu prawdopodobieństwa i entropii na symbol.

Przy kodowaniu można przyporządkować jednemu symbolowi jednego alfabetu grupę symboli drugiego alfabetu i odwrotnie.

Najekonomiczniejszy kod będzie taki, który ma największą entropię na symbol wiadomości oraz najmniejszą ilość symboli na daną ilość informacji.

Maksymalna entropia danego alfabetu jest osiągana przy równości prawdopodobieństw wszystkich symboli danego alfabetu. Kod o entropii maksymalnej jest określany jako kod optymalny.

Z punktu widzenia ekonomiczności każdy konkretny kod może być mniej lub bardziej zbliżony do kodu optymalnego. Stopień zbliżenia jest określony przez entropię względną h

$$h = \frac{H}{H_{max}}, \tag{21}$$

gdzie:

h — entropia względna,
H — entropia dowolnego kodu,
H_{max} — entropia maksymalna kodu optymalnego.

Przy $H = H_{max}$ entropia względna $h = \frac{H}{H_{max}} = \frac{1}{1} = 1 = h_{max}$.

Różnica pomiędzy wartością entropii względnej maksymalnej a wartością entropii danego kodu jest miarą ilości zbędnych symboli przy przesyłaniu informacji i jest określana jako nadmiar kodu — r

$$r = \Delta h = h_{max} - h = \frac{H_{max} - H}{H_{max}}. \tag{22}$$

Dla kodu optymalnego nadmiar r jest równy zeru. Nadmiar r języków europejskich wynosi 0,68 ÷ 0,75, to znaczy, że w dowolnym tekście 25 ÷ 32% liter wynika z sensu zdań, a pozostałe litery są konsekwencją zasad ortograficznych i gramatycznych. Przy posługiwaniu się w rozmowach kodem optymalnym można byłoby wyrażać się 3 ÷ 4 krotnie bardziej lakonicznie (treściwie). Stosowany nadmiar w językach jest właściwie pożyteczny, gdyż zbędne symbole bez trudu pozwalają poprawiać błędy.

Najkorzystniejsze warunki kodowania uzyskamy przy pomocy kodowania sygnału z uwzględnieniem jego danych statystycznych. Jest to raczej niemożliwe do uzyskania przy pomocy opracowywanych układów technicznych, lecz staramy się jak najbardziej zbliżyć się do tego. Dla tego wypadku kod powinien być zbudowany tak, aby długość grup symboli była proporcjonalna do prawdopodobieństwa symboli, które tworzą grupę.

Procesy kodowania statystycznego wymagają stosowania pamięci elektrycznej oraz układów o zmiennym opóźnieniu czasowym zarówno w nadajniku, jak i w odbiorniku, gdyż czas przesyłania wiadomości o tej samej długości może być różny.

Dopasowanie źródła informacji do kanału do granic praktycznych możliwości, określonych entropią źródła, jest bardzo trudne. Najkorzystniejsze wyniki osiągnięto przy przekształcaniu sygnału telewizyjnego (entropia 3—3,8 jedn. dw. na punkt, entropia maksymalna — 6 jedn. dw. na punkt), w systemach telefonii modulacji kodowo-impulsowej oraz modulacji delta.

5. KODY SAMOKORYGUJĄCE SIĘ DLA UKŁADU LICZBOWEGO TRÓJKOWEGO

Nadmiar kodu, przy spełnieniu pewnych warunków, może być wykorzystany do kontroli i korekcji odbieranej informacji. W tym celu przesyła się z aparatury nadawczej do aparatury odbiorczej poza symbolami przekazującymi treść informacji dodatkowe symbole kontrolne sygnalizujące powstanie błędu (przekłamanie) w treści informacji oraz dodatkowe symbole potrzebne do korekty błędów. Te dodatkowe symbole mogą być nadane łącznie z treścią informacji, bądź też mogą być przekazane jako wydzielony kod korygujący.

5.1. Zasada tworzenia kodu z kontrolą błędu

Przesyłanie treści informacji w postaci kolejno nadawanych sygnałów uzyskuje się przy pomocy symboli przyjętego alfabetu. Symbole przesyła się grupami, przy czym w zależności od przyjętego alfabetu, treści informacji i systemu kodu ilość symboli w grupie może się wahać w dosyć dużych granicach (od kilku do kilkudziesięciu symboli w grupie).

Przy kodowaniu informacji przy pomocy alfabetu cyfrowego o układzie cyfrowym trójkowym w każdej nadawanej grupie N symboli mogą występować symbole trojakiego rodzaju — symbol 0, symbol 1 i symbol 2. Ilość poszczególnych wymienionych symboli w grupie może być parzysta lub nieparzysta.

Prawdopodobieństwo pojawienia się w grupie więcej niż jednego błędu jest mało prawdopodobne. Przyjmujemy, że w grupie może pojawić się jeden błąd, a mianowicie odbiór symbolu zero zamiast symbolu jeden lub odwrotnie, symbolu zero zamiast symbolu dwa lub odwrotnie, albo symbolu jeden zamiast symbolu dwa lub odwrotnie. Dobieramy i wprowadzamy symbole kontrolne tak, aby przy sumowaniu wchodzących w skład grupy dwu rodzajów symboli, np. jedynek lub dwójek, otrzymywać liczby parzyste. Jeśli w grupie N symboli będzie nieparzysta ilość symboli, jedynek i dwójek, to należy grupę uzupełnić dwoma symbolami kontrolnymi „1, 2".

Jeśli w grupie N symboli będzie parzysta ilość symboli „1, 2", to symbole kontrolne będą zbędne. Dla pośrednich wypadków należy grupę uzupełnić jednym symbolem kontrolnym.

Np.	a)	symbole	inform.	1	0	1	2	0	1	0	symb.	kontr.	uzupełn.	—	1	2
	b)	„	„	1	0	0	2	1	2		„	„	„	—	—	—
	c)	„	„	1	1	0	1	2			„	„	„	—	1	2
	d)	„	„	1	0	1	2	1	2		„	„	„	0	1	—
	e)	„	„	1	0	1	0	2	1	2	„	„	„	—	1	—

Całkowita ilość symboli w grupie będzie równa

$$N = N_n + N_k, \tag{23}$$

gdzie:

N_n — ilość symboli informacyjnych w grupie,
N_k — „ „ kontrolnych uzupełn. w grupie.

W układzie odbiorczym sprawdza się „parzystość" sumy symboli „1, 2" w grupie i ta grupa, w której zmieniono jeden symbol, będzie rozpoznana jako błędna. W takiej grupie zachodzi zamiana jednego symbolu na drugi, czyli sumy kontrolne wykażą nieparzystą ilość dwóch rodzajów symboli.

Rozpoznanie w układzie odbiorczym grupy błędnej z dwoma błędami będzie możliwe jedynie w tym przypadku, jeśli drugi błąd nie skompensuje powstałej nieparzystości symboli od pierwszego błędu.

Rozpatrzmy poszczególne przypadki zajścia błędu na przykładzie. Nadawana grupa symboli informacyjnych w układzie

1 1 0 2 0 2 1 2 uzupełniona symbolami kontrolnymi 1 2

będzie przekazana jako

symbole inform. 1 1 0 2 0 2 1 2, symb. kontr. uzupełn. — 1 2.

a) Odbiór z jednym błędem (zamiana na drugim miejscu symbolu „1" na symbol „0")

symbole inform. 1 **0** 0 2 0 2 1 2, symb. kontr. uzupełn. — 1 2.

Będzie sygnalizowany błąd (1, 0), tj. zamiany symbolu „1" na „0" lub odwrotnie bez lokalizacji miejsca.

b) Odbiór z dwoma błędami (zamiana na drugim miejscu symbolu „1" na „0" oraz na czwartym miejscu symbolu „2" na „1")

symbole inform. 1 **0** 0 **1** 0 2 1 2, symb. kontr. uzupełn. — 1 2.

Będzie sygnalizowany błąd (0,2), a w rzeczywistości powstały dwa błędy, przy czym drugi błąd skompensował powstałą nieparzystość dla jednego z symboli spowodowaną pierwszym błędem.

c) Odbiór z dwoma błędami (zamiana na drugim miejscu symbolu „1" na „0" oraz na piątym miejscu symbolu „0" na „1")

symbole inform. 1 **0** 0 2 **1** 2 1 2, symb. kontr. uzupełn. — 1 2.

W rozpatrzonym przypadku c) błąd nie będzie sygnalizowany, gdyż powstałe dwa błędy skompensowały nawzajem wynikłe różnice „parzystości".

Z powyższego omówienia wynika, że przy zastosowaniu w kodzie dla każdej nadawanej grupy symboli informacyjnych dodatkowych symboli kontrolnych uzupełniających „parzystość" dwu rodzajów poszczególnych symboli, otrzymamy, że w układzie odbiorczym każda grupa z jednym błędem będzie rozpoznana jako błędna, natomiast z dwoma lub z trzema błędami może być rozpoznana jako błędna lub też nie będzie rozpoznana jako błędna. Zarówno w jednym, jak i w drugim wypadku brak stwierdzenia, ile występuje błędów jak również, na którym są miejscu.

Przyjmując, że powstanie w grupie więcej niż jednego błędu jest mało prawdopodobne, można przyjąć, że zastosowany układ kontroli wykrywa błąd bez ustalenia miejsca, czyli bez możliwości automatycznej korekty. W celu ustalenia miejsca błędu, jak i określenia rodzaju błędu muszą być wprowadzone dodatkowe kryteria, które będą omówione w dalszym ciągu niniejszej pracy.

5.2. Kod typu Holly-Hamminga dla układu dwójkowego

W układach liczbowych dwójkowych są stosowane kody typu Holly-Hamminga[1]), samokorygujące treść informacji w przypadku powstania błędów. W kodach tego typu do każdej grupy N symboli dopisuje się dodatkowo symbole kontrolne „0, 1", przy czym ilość dodatkowych symboli kontrolnych jest uzależniona od ilości symboli informacyjnych N w grupie.

Dla potrzeb kontroli i korygowania błędu sporządza się pomocnicze sumy z symboli przekazywanych informacyjnych i do każdej z nich wchodzi, w zależności od wielkości grupy, jeden, dwa lub więcej symboli kontrolnych dobranych tak, aby w pomocniczych sumach były parzyste ilości symboli zero i jeden.

W punkcie odbiorczym kontroluje się sumy pomocnicze i te, które mają zachowany warunek parzystości symboli „0, 1", są oznaczane przez zero, a gdzie jest brak tego warunku, są oznaczane przez jeden.

Powstała liczba oznaczeń odczytana w odwrotnej kolejności podanych sum pomocniczych stanowi zapisany w układzie dwójkowym kolejny numer błędnie przekazanego symbolu w danej grupie.

Ilość cyfr tej liczby będzie równa ilości sporządzonych pomocniczych sum, a ilość sporządzonych pomocniczych sum uzależniona będzie od łącznej ilości symboli w grupie. Uzyskana liczba wskaże miejsce-numer błędnie przekazanego symbolu w grupie.

I tak np., jeśli łączna ilość symboli w grupie (symbole informacyjne i kontrolne) będzie równa 29, to zapis liczby 29 w układzie dwójkowym będzie 1 1 1 0 1, czyli będzie to liczba 5-cyfrowa, a więc należy sporządzić pięć pomocniczych sum kontrolnych.

Przykład.

Nadawana grupa symboli informacyjnych 1 0 1 0. Dla takiej grupy muszą być wprowadzone do kodu trzy symbole kontrolne. Kolejność poszczególnych symboli oraz rodzaj symboli kontrolnych wynika z układu kodu i zestawienia pomocniczych sum kontrolnych.

Układ nadawczy — kolejność symboli w grupie:

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ & & 1 & 0 & 1 & 0 & \\ k & k & n & k & n & n & n, \end{array}$$

gdzie:

$x_1 \ldots x_7$ — kolejność symboli w grupie,
k — symbole kontrolne,
n — symbole informacyjne.

---

[1]) [3] str. 97.

Równania pomocniczych sum kontrolnych

$$x_3 + x_5 + x_7 + x_1 = 1 + 0 + 0 + x_1 \rightarrow \gamma; \qquad \gamma = 0 \text{ dla } x_1 = 1:$$
$$x_3 + x_6 + x_7 + x_2 = 1 + 1 + 0 + x_2 \rightarrow \beta; \qquad \beta = 0 \text{ dla } x_2 = 0;$$
$$x_5 + x_6 + x_7 + x_4 = 0 + 1 + 0 + x_4 \rightarrow \alpha; \qquad \alpha = 0 \text{ dla } x_4 = 1.$$

Pełny tekst grupy nadawanej będzie następujący:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1	0	1	1	0	1	0
k	k	n	k	n	n	n.

Przy odbiorze tekstu bez błędu, w aparaturze odbiorczej zestawienie równań pomocniczych sum kontrolnych będzie takie samo jak w aparaturze nadawczej, czyli liczba kontrolna $\alpha\beta\gamma = 0\ 0\ 0$ wykaże brak błędu.

Odbiór z jednym błędem na szóstym miejscu (zamiast symbolu „1" odebrano symbol „0").

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1	0	1	1	0	**0**	0
k	k	n	k	n	n	n.

Zestawienie równań pomocniczych sum kontrolnych w układzie odbiorczym:

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 = 1 + 1 + 0 + 0 \rightarrow \gamma; \qquad \gamma = 0;$$
$$x_2 + x_3 + x_6 + x_7 = 0 + 1 + 0 + 0 \rightarrow \beta; \qquad \beta = 1;$$
$$x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 1 + 0 + 0 + 0 \rightarrow \alpha; \qquad \alpha = 1.$$

Liczba kontrolna $\alpha\beta\gamma = 1\ 1\ 0$.

Liczba 110 układu dwójkowego odpowiada liczbie 6 w układzie dziesiętnym. Z powyższego wynika, że błąd jest na szóstym miejscu, czyli na szóstym miejscu powinien być symbol „1" zamiast symbolu „0".

Układ kodu Holly-Hamminga umożliwia samokorygowanie błędu w grupie w przypadku, jeśli powstaje tylko jeden błąd w grupie. W założeniu, że powstanie w grupie więcej niż jednego błędu jest mało prawdopodobne, układ kodu typu Holly-Hamminga dla alfabetu cyfrowego o układzie liczbowym dwójkowym spełnia stawiane wymagania.

5.3. Kod samokorygujący się dla układu liczbowego trójkowego

W układzie liczbowym trójkowym kod typu Holly-Hamminga nie może być zastosowany, gdyż w tym układzie występują trzy symbole „0,1,2" i inne będą kryteria i wymagania ustalenia miejsca błędu i rodzaju błędu, gdyż np. może być błędnie odebrany symbol „0" zamiast symbolu „1", jak również zamiast symbolu „2".

W układzie liczbowym trójkowym może być zastosowany kod o następującej zasadzie pracy.

Przekazywana grupa symboli informacyjnych jest uzupełniana dwoma dodatkowymi symbolami kontrolnymi z wybranych symboli „0, 1, 2" dla uzyskania warunku parzystych sum wybranych symboli danej grupy, jak było omówione w rozdziale 5.1, pt. „Zasada tworzenia kodu z kontrolą błędu".

Niezależnie od wysyłanej grupy symboli informacyjnych wysyła się z aparatury nadawczej do aparatury odbiorczej dodatkową grupę kontrolną, stanowiącą uzupełnienie kolejnych symboli grupy informacyjnej do symbolu cyfry 2.

Np. grupa symb. inform.	1	0	2	2	1	0	0	2,	symb. kontr. uzupełn.				0 — 2
„ „ kontr.	1	2	0	0	1	2	2	0	„	„	„		2 — 0
kontrola uzupełn. do 2	2	2	2	2	2	2	2	2					2 — 2.

W układzie aparatury odbiorczej otrzymane symbole grupy zasadniczej i grupy kontrolnej są w kolejności miejsc sumowane i błąd będzie na tym miejscu, gdzie wynik nie będzie równy dwom. Korekta symboli będzie polegać na wyrównaniu sumy do dwóch. Ponieważ błąd może wystąpić również w grupie symboli kontrolnych, to uzupełnienie symboli do wartości cyfry dwa musi być również wykonane dla symboli kontrolujących „parzystość" — jak podano w rozważanym przykładzie.

Proponowany układ samokorygujący się kodu zawsze wykrywa i koryguje pojedynczy błąd w grupie oraz — przy pewnych zachowanych warunkach — dwa błędy, a nawet trzy błędy.

Wystąpienie więcej niż jednego błędu w grupie jest w zasadzie mało prawdopodobne, czyli proponowany układ korekcji może mieć zastosowanie przy kodowaniu w układzie liczbowym trójkowym.

W opisanym poniżej przykładzie będą rozpatrzone i omówione wypadki z jednym błędem i dwoma błędami w grupie zasadniczej i grupie kontrolnej symboli.

Przykład

Rozpatrzono przykład wysłania grupy 13 symboli informacyjnych uzupełnionej jednym dodatkowym symbolem kontrolnym „parzystości" oraz grupy kontrolnej o 13 plus 1 symbolach. Pełny tekst obu grup nadawanych z aparatury nadawczej będzie:

grupa symb. inform.	1	1	1	0	2	0	2	0	0	1	2	1	1, symb. kontr. — — 2
„ „ kontr.	1	1	1	2	0	2	0	2	2	1	0	1	1 „ „ — — 0
wynik kontr. sumow.	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2 — — 2.

a) O d b i ó r z j e d n y m b ł ę d e m w g r u p i e s y m b o l i i n f o r m a c y j n y c h (błąd na trzecim miejscu, zamiast symbolu „1" odebrano symbol „2"). Pełny tekst obu grup będzie:

grupa symb. inform.	1	1	**2**	0	2	0	2	0	0	1	2	1	1,	symb. kontr.	—— 2
„ „ kontr.	1	1	1	2	0	2	0	2	2	1	0	1	1	„ „	—— 0
wynik kontr. sumow.	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		—— 2.

Kontrola „parzystości" przy pomocy symboli kontrolnych wykazuje w grupie symboli informacyjnych zmianę w symbolach „1, 2", czyli powstał błąd (1,2), tzn. że został zamieniony symbol „1" na symbol „2" lub odwrotnie.

Kontrola „parzystości" w grupie kontrolnej nie wykazuje błędu. Wynik sumowania symboli grupy informacyjnej i grupy kontrolnej wskazuje niezgodność na trzecim miejscu, a ponieważ w grupie kontrolnej nie ma błądu, więc na trzecim miejscu w grupie zasadniczej jest błąd i należy zamienić symbol „2" na symbol „1".

Dla zastosowanego układu kontroli pojedynczy błąd w grupie symboli informacyjnych jest zawsze wykrywany i korygowany niezależnie od rodzaju zamiany symboli. Kontrolne jednostki uzupełniające wykrywają błąd, a grupa kontrolna symboli ustala miejsce i koryguje błąd.

b) O d b i ó r i n f o r m a c j i z t r z e m a b ł ę d a m i w g r u p i e s y m b o l i i n f o r m a c y j n y c h (błąd na trzecim, czwartym i ósmym miejscu). Pełny tekst obu grup będzie:

grupa symb. inform.	1	1	**0**	**2**	2	0	2	**1**	0	1	2	1	1,	symb. kontr.	—— 2
„ „ kontr.	1	1	1	2	0	2	0	2	2	1	0	1	1	„ „	—— 0
wynik kontr. sumow.	2	2	1	4	2	2	2	3	2	2	2	2	2		—— 2.

Kontrola „parzystości" w grupie zasadniczej symboli „0, 1, 2" wykazuje zmianę w symbolach „0, 2", na podstawie czego można wnioskować, że powstał błąd zamiany symbolu „0" na symbol „2" lub odwrotnie. W rzeczywistości zaszły zmiany trzech symboli (na trzecim miejscu zamiana symbolu „1" na „0", na czwartym miejscu zamiana symbolu „0" na „2" oraz na ósmym miejscu zamiana symbolu „0" na „1").

Zamiana na trzecim i ósmym miejscu nawzajem kompensuje naruszenie równowagi „parzystości" i dlatego kontrola parzystości wykazuje tylko zamianę na czwartym miejscu. Gdyby w rozważanym przypadku wystąpił błąd tylko na trzecim i ósmym miejscu, to zgodnie z powyższym omówieniem błąd nie byłby sygnalizowany na podstawie kryterium kontroli parzystości poszczególnych rodzajów symboli.

Jak wykazuje powyższe rozważanie, przy powstaniu więcej niż jednego błędu w grupie symboli informacyjnych kontrola parzystości symboli może wykazać lub też nie wykazać powstania błędów w grupie. Powstanie przypadku kompensacji jest mało prawdopodobne, czyli w zasadzie kontrola powinna wykazać powstanie błędów.

W założeniu, że w grupie kontrolnej symboli nie ma błędów, wynik sumowania symboli grupy zasadniczej i grupy kontrolnej wykaże błędy w grupie zasadniczej na trzecim, czwartym i ósmym miejscu.

Korekta będzie polegała na uzupełnieniu do „2" symboli grupy kontrolnej, czyli zamiany w grupie zasadniczej na trzecim miejscu symbolu „0" na „1", na czwartym miejscu symbolu „2" na „0" i na ósmym miejscu symbolu „1" na „0".

Z powyższego rozważania wynika, że powstawanie w grupie zasadniczej dowolnej ilości błędów będzie zawsze korygowane przy założeniu, że grupa symboli kontrolnych jest przekazana bezbłędnie.

c) Odbiór informacji z jednym błędem w grupie zasadniczej i jednym błędem w grupie kontrolnej. Błędy są w różnych miejscach, a mianowicie w grupie zasadniczej na drugim miejscu i w grupie kontrolnej na czwartym miejscu. Pełny tekst obu grup będzie:

grupa symb. inform.	1 **0** 1 0 2 0 2 0 0 1 2 1 1,	symb. kontr.	— — 2
„ „ kontr.	1 1 1 **0** 0 2 0 2 2 1 0 1 1	„ „	— — 0
wynik kontr. sumow.	2 **1** 2 **0** 2 2 2 2 2 2 2 2 2		— — 2.

Kontrola parzystości symboli „0, 1, 2" w grupie zasadniczej wykazuje zmianę w symbolach „0, 1", oraz w grupie kontrolnej zmianę w symbolach „0, 2".

Wynik sumowania symboli grupy zasadniczej i kontrolnej wykazuje błędy na drugim i czwartym miejscu. Korekta będzie polegała na uzupełnieniu do dwóch symboli grupy zasadniczej i kontrolnej, a mianowicie zamiany na drugim miejscu w grupie zasadniczej symbolu „0" na „1", gdyż błąd jest „0, 1" i zamiany na czwartym miejscu w grupie kontrolnej symbolu „0" na „2", gdyż błąd jest „0, 2".

Prawdopodobieństwo zajścia takiego wypadku jest możliwe i, jak wynika z powyższego rozważania, błędy będą wykrywane i korygowane.

d) Odbiór informacji z jednym błędem w grupie zasadniczej i jednym błędem w grupie kontrolnej, przy czym oba błędy są na tym samym miejscu.

Dla rozpatrywanego przykładu

grupa symb. inform. 1 1 1 0 2 0 2 0 0 1 2 1 1, symb. kontr. — — 2
„ „ kontr. 1 1 1 2 0 2 0 2 2 1 0 1 1 „ „ — — 0

wynik kontr. sumow. 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 — — 2.

na 1, 2, 3, 10, 12 i 13 miejscu jest w obu grupach układ symboli

grupa symb. inform. ..... 1 .....
„ „ kontr. ..... 1 .....

wynik kontr. sumow. ..... 2 .....

Powstanie błędu na tym samym miejscu w grupie zasadniczej i kontrolnej może być w następującej relacji:

grupa symb. inform. .... 0 .... 0 .... 2 ....
„ „ kontr. .... 0 .... 2 .... 0 ....

wynik kontr. sumow. .... 0 .... 2 .... 2 ....

Dla pierwszego wariantu błędu, dającego wynik sumowania równy zeru, błąd jest wyznaczalny i korygowany, gdyż jednostki kontrolne w obu grupach sygnalizują błąd „0, 1", a wynik sumowania wskazuje miejsce błędu.

Dla drugiego i trzeciego wariantu dającego wynik sumowania równy dwom błąd w zasadzie, zarówno dla grupy zasadniczej, jak i dla grupy kontrolnej jest wykrywalny, a mianowicie dla grupy zasadniczej błąd „0, 1" lub „0, 2" oraz dla grupy kontrolnej błąd „0, 2" lub „0, 1". Ponieważ jednak wynik sumowania daje wartość dwa, brak jest rozpoznania miejsca błędu.

Dla tych wariantów błąd jest zasadniczo nieusuwalny, chyba, że — jak np. dla wariantu drugiego — w grupie zasadniczej występuje jeden symbol „0", a w grupie kontrolnej jeden symbol „2", co jest mało prawdopodobne.

W omawianym przykładzie na 4, 6, 8 i 9 miejscu jest nadawany układ symboli

grupa symb. inform. ..... 0 .....
„ „ kontr. ..... 2 .....

wynik kontr. sumow. ..... 2 .....

Powstanie błędu na tym samym miejscu w grupie zasadniczej i kontrolnej może być w następującej relacji:

grupa symb. inform. .... 1 .... 2 .... 1 .... 2 ....
„ „ kontr. .... 0 .... 1 .... 1 .... 0 ....

wynik kontr. sumow. .... 1 .... 3 .... 2 .... 2 ....

Dla pierwszego wariantu błąd jest wyznaczalny i korygowany, gdyż dla grupy zasadniczej błąd jest wyznaczalny jako „0, 1" i dla grupy kontrolnej jako „0, 2", a wynik sumowania „1" wskaże miejsce błędu.

Dla drugiego wariantu błąd jest również wyznaczalny i korygowany, gdyż dla grupy zasadniczej błąd jest wyznaczalny jako „0, 2" i dla grupy kontrolnej jako „1, 2", a wynik sumowania „3" wskaże miejsce błędu.

Dla trzeciego i czwartego wariantu błąd jest w zasadzie sygnalizowany, lecz będzie nieusuwalny, gdyż wynik kontrolny sumowania daje wartość dwa, jako wartość kontrolną bezbłędną, chyba że występuje w grupie jeden taki symbol, co w zasadzie jest mało prawdopodobne.

Powstanie błędu na tym samym miejscu w grupie zasadniczej i kontrolnej jest mało prawdopodobne, a nawet przy zajściu takiego przypadku, jak wynika z opisanych rozważań dla połowy rozpatrzonych wariantów, błąd będzie wyznaczalny i usuwalny. Podana zatem metoda samokorygowania kodów alfabetu układu liczbowego trójkowego spełnia swoje zadanie.

Powstanie kilku błędów w grupie zasadniczej i kontrolnej, o ile błędy nie występują na tym samym miejscu, sprowadzi się w zasadzie do rozważań omówionych w punktach b) i c). Błędy będą wyznaczalne i korygowane. Jeśli błędy wystąpią dla obu grup na tym samym miejscu, to rozważania sprowadzą się do rozpatrzonego przypadku d).

Najczęstszym przypadkiem błędu jest zamiana symbolu „2" na „0" lub symbolu „1" na „0". Zagadnienie uprości się, gdyż wystąpi korygowanie symbolu „0", ale w zasadzie sprowadzi się do przypadków rozpatrzonych.

Politechnika Warszawska
Wydział Łączności

WYKAZ LITERATURY

1. Krajzmer L. P.: Tiechniczeskaja kibiernietika. Goseniergoizdat., Moskwa 1958.
2. Shannon C.: Maszyny grające w gry. J. Franklin Institute, 1955. v. 260, Nr. 6.
3. Poletajew J. A:; Signał. O niekotorych poniatiach kibiernietiki. Moskwa 1958.

DODATEK

Wykonywanie działań arytmetycznych w układzie trójkowym

Wykonywanie działań arytmetycznych w układzie trójkowym jest nieco odmienne niż w układzie dwójkowym, gdyż występują tu trzy symbole: 0, 1, 2.

1. Dodawanie

Przy dodawaniu liczb w układzie trójkowym należy stosować następującą zasadę:

$$0+0=0 \qquad 0+1=1 \qquad 0+2=2$$
$$1+1=2 \qquad 1+2=10 \qquad 2+2=11.$$

Wyjaśnią to następujące przykłady:

ukł. dzies.	ukł. trójk.	ukł. dzies.	ukł. trójk.	ukł. dzies.	ukł. trójk.
6	20	9	100	7	21
+ 5	+ 12	+ 10	+ 101	+ 8	+ 22
11	102	19	201	15	120

2. Odejmowanie

Przy odejmowaniu liczb w układzie trójkowym należy stosować następującą zasadę:

$0 - 0 = 0$ $\quad 1 - 0 = 1$ $\quad 2 - 0 = 2$ $\quad 1 - 1 = 0$ $\quad 2 - 1 = 1$

$2 - 2 = 0$ $\quad 10 - 1 = 2$ $\quad 10 - 2 = 1$ $\quad 11 - 2 = 2$

Wyjaśnią to następujące przykłady:

ukł. dzies.	ukł. trójk.	ukł. dzies.	ukł. trójk.	ukł. dzies.	ukł. trójk.
15	120	25	221	27	1000
− 6	− 20	− 22	− 211	− 13	− 111
9	100	3	10	14	112

3. Mnożenie

Przy mnożeniu liczb w układzie trójkowym należy stosować następującą zasadę:

$0 \times 0 = 0$ $\quad 1 \times 0 = 0$ $\quad 2 \times 0 = 0$

$1 \times 1 = 1$ $\quad 2 \times 1 = 2$ $\quad 2 \times 2 = 11$

Wyjaśnią to następujące przykłady:

ukł. dzies.	ukł. trójk.	ukł. dzies.	ukł. trójk.	ukł. dzies.	ukł. trójk.
7	21	10	101	7	21
× 3	× 10	× 5	× 12	× 5	× 12
	00		202		112
	21		101		21
21	210	50	1212	35	1022

4. Dzielenie

Przy dzieleniu liczb w układzie trójkowym należy stosować następującą zasadę:

$0 : 0 = 0$ $\quad 0 : 1 = 0$ $\quad 0 : 2 = 0$

$1 : 1 = 0$ $\quad 2 : 2 = 1$ $\quad 2 : 1 = 2$ $\quad 11 : 2 = 2$

Wyjaśnią to następujące przykłady:

ukł. dzies.	ukł. trójkowy	ukł. dzies.	ukł. trójkowy
$50 : 5 = 10$	$1212 : 12 = 101$	$35 : 7 = 5$	$1022 : 21 = 12$
	12		21
	12		112
			112

S. JUDYCKI

ETABLISSEMENT D'UN CODE POUR LE SYSTÈME À TROIS CHIFFRES

Résumé

Dans la publication cè-dessous furent présentés des codes auto-correcteurs élaboré conçus par l'auteur relatifs au système à trois chiffres et permettant dè déceler la faute, d'établir sa place et de la corriger.

Au début on exposa le système même de trois chiffres, on indiqua les formules des dépendancés l'enregistrement des chiffres à l'aide du système examiné et la confrontation de celui-ci avec les autres systèmes.

Par la suite on présenta les formules et les dépendances de la théorie d'information relevant du sujet de la publication notamment la quantité d'information, sa continuité, le phénomène d'entropie.

Ensuite fut examiné le principe général de l'inscription du signal, la codification (comprenant) avec contrôle de la faute, le code du type Holly-Hamming pour le système à deux chiffres et les codes auto-correcteurs élaborés par l'auteur pour le système à trois chiffres.

On étudia toutes les circonstances dans lesquelle les fautes peuvent se produire, la quantité la place et la nature de celles-ci.

S. JUDYCKI

TERNARY SELF-CHECKING CODES

Summary

The paper presents ternary self-checking codes are discussed. These codes, as proposed by the author, permit us to detect the position of errors and to find the correct values of erroneous digits.

In the first part of the paper, the ternary digital coding, is compared with other digital coding systems. Some information theory problems and equations pertinent to the main ideas of the paper are discussed.

The second part of the paper concerns general methods of continuous signal coding, the error cerrecting coding and the Holly-Hamming binary self-checking codes. The self-checking ternary codes, are proposed by the author. Examples of different erroneous events in these codes are discussed.

S. JUDYCKI

KODIERUNG IM DREIZAHLENSYSTEM

Zusammenfassung

In dem Artikel wurden die vom Verfasser bearbeiteten selbstkorrigierenden Koden für das Dreizahlensystem orörtert. Die Koden ermöglichen die Feststellung von Fehlern, die Fehlerortung, sowie die Korrektion des Fehlers.

Einleitend wurde das Dreizahlensystem beschrieben; Abhängigkeitsformeln, Darstellung der Zahlen im Dreizahlensystem, Umgestaltung der Zahlen vom Zehner — auf das Dreizahlensystem wurden angegeben, sowie Vergleichungen der Darstellung verschiedener Systeme angeführt.

Im weiteren wurden die mit dem bearbeiteten Gegenstand verbundenen Formeln und Beziehungen der Informationstheorie, wie die Informationsquantität, der Informationsstrom und Entropie beschrieben.

Weiterhin wurde das allgemeine Prinzip der Signalkodierung, das Prinzip der Kodebildung mit Fehlerkontrolle, die Holly-Hamming-Kode für das Dualsystem, sowie vom Verfasser bearbeitete selbstkorrigierende Koden für das Dreizahlensystem behandelt. Überdies wurden diverse Möglichkeiten der Entstehung von Fehlern in Bezug auf ihre Anzahl, Ort und Art untersucht.

С. ЮДЫЦКИ

КОДИРОВАНИЕ В ТРОИЧНОЙ ЧИСЛОВОЙ СИСТЕМЕ

Резюме

В статье описываются, разработанные автором, самокорректирующие коды троичной числовой системы, позволяющие: обнаруживать ошибки, определять место ошибки, а также исправлять эту ошибку.

Во вступлении обсуждается троичная числовая система. Подаются формулы, зависимости, запись чисел в троичной системе, а также сравнение записи чисел в различных системах.

В следующей части обсуждаются связанные с темой работы формулы и зависимости теорий информации, как количество информаций, поток информаций, энтропия.

После этого обсуждается общий принцип кодирования сигнала, принцип образования кода с контролем ошибок, код типа Холли-Хэминга двоичной числовой системы, а также разработанные автором самокорректирующие коды троичной системы.

Рассмотрены различные возможности появления ошибок, как относительно количества места, так и рода ошибок.

Zapowiedzi Wydawnicze PWN

J. GROSZKOWSKI

Częstotliwość drgań elektrycznych

J. SEIDLER

Teoria i technika odbioru słabych sygnałów radiolokacyjnych

R. KURDZIEL

Obwody magnetyczne

621.34

LUDGER SZKLARSKI, JERZY KOLENDOWSKI

Ogólne zagadnienia statyki i dynamiki napędów elektrycznych

Rękopis dostarczono 21.7.1961

We wstępie omówiono genezę tendencji stosowania w napędach elektrycznych:

1) metody energetycznej rozważania statyki i dynamiki napędów elektrycznych,

2) układów zastępczych, elektrycznych i mechanicznych, dla tych napędów.

Obydwie wymienione metody rozpatrywania własności napędu elektrycznego wynikają z dążenia do syntezy układów elektromechanicznych.

W pierwszej części pracy porównano tradycyjne sposoby rozpatrywania statyki i dynamiki napędów elektrycznych z metodą energetycznego ujmowania wszelkich zjawisk. Ta ostatnia oparta jest na zasadach rachunku wariacyjnego. W związku z tym następnie omawia się niektóre problemy rachunku wariacyjnego i zasady Hamiltona, prowadzącej do równań Eulera-Lagrange'a. Problemy te wybrano z punktu widzenia ich przydatności dla zagadnień statyki i dynamiki napędu elektrycznego. Zwrócono też uwagę na problem doboru współrzędnej uogólnionej układu elektromechanicznego oraz na dogodność operowania pojęciem energii i koenergii. Poza podaniem krótkiego przykładu użycia metody energetycznej do opisania dynamiki napędu omówiono ogólne warunki, przy których stosowanie tej metody jest szczególnie korzystne.

W drugiej części pracy omówiono zagadnienia zastępczych układów elektrycznych i mechanicznych napędów prądu stałego. Podano tu analizę wymiarową szeregu wielkości i parametrów układów elektromechanicznych. Na podstawie schematu zastępczego rozstrzygnięto problem możliwości posługiwania się charakterystyką statyczną silnika obcowzbudnego z uwzględnioną indukcyjnością twornika. Następnie zwrócono uwagę na to, że z energetycznego punktu widzenia charakterystyki zewnętrzne napędu mają znaczenie drugorzędne. Wprowadzono pojęcie energetycznie równoważnych układów zastępczych. Pojęcie to wykorzystano zarówno przy ustalaniu strat rozruchowych, jak i przy klasyfikowaniu elementów napędu na elementy o zmiennym przeniesieniu lub zmiennym parametrze. Niektóre zagadnienia energetyczne równoważnych układów zastępczych omówiono na przykładzie silnika szeregowego i układu Leonarda.

Wnioski końcowe zawierają omówienie korzyści płynących ze stosowania układów zastępczych.

WSTĘP

Elektromechaniczny tor przesyłowy energii, jakim jest napęd elektryczny, zawiera elementy i obwody elektryczne oraz mechaniczne. Statyczne i dynamiczne zjawiska w układach napędowych zwykle są rozpatrywane na podstawie równań ułożonych osobno dla obwodów elektrycznych i mechanicznych.

Jednolite traktowanie układów elektromechanicznych jest możliwe przy energetycznym rozważaniu ich statyki i dynamiki lub przy stosowaniu dla nich zastępczych układów elektrycznych oraz mechanicznych.

Obydwa sposoby rozpatrywania zjawisk zachodzących w napędzie elektrycznym wynikają z dążenia do syntezy układów elektromechanicznych. Związanym z nią i wymienionym tu problemom poświęcony był referat wygłoszony na posiedzeniu naukowym Komitetu Elektrotechniki PAN w dniu 25.II.1961 r. Jego główne problemy i tezy stanowią treść niniejszej pracy.

1. ZASADA HAMILTONA W ZASTOSOWANIU DO DYNAMIKI UKŁADÓW ELEKTROMECHANICZNYCH

1.1. Układ napędowy jako układ elektromechaniczny

Elektromechaniczne układy napędowe służą do przetwarzania energii elektrycznej na energię mechaniczną.

W postaci ogólnej każdy układ napędowy zawiera trzy człony podstawowe o charakterze czwórników:

1) elektryczny,
2) mechaniczny,
3) sprzęgający oba poprzednie, czyli przetwornik[1]).

Przetwornik dokonuje przekształcenia energii elektrycznej na mechaniczną (względnie w kierunku przeciwnym). Przetwornik może działać na zasadzie pól elektromagnetycznych, lub też pól elektrycznych, w pierwszym przypadku będzie to przetwornik magnetyczny (indukcyjny), w drugim zaś elektryczny (pojemnościowy). Jako przykład przetwornika magnetycznego można podać wirujący silnik elektryczny, elektromagnes z ruchomym rdzeniem, młotek elektryczny, momentowy serwomotor elektromagnetyczny (z zahamowanym wirnikiem), sprzęgło elektromagnetyczne (por. [4] i [6]). Jako przykład przetwornika pojemnościowego można podać silnik elektryczny pojemnościowy (por. [4]), sprzęgło pojemnościowe itp.

---

[1]) Według terminologii niektórych autorów, por. np. [1].

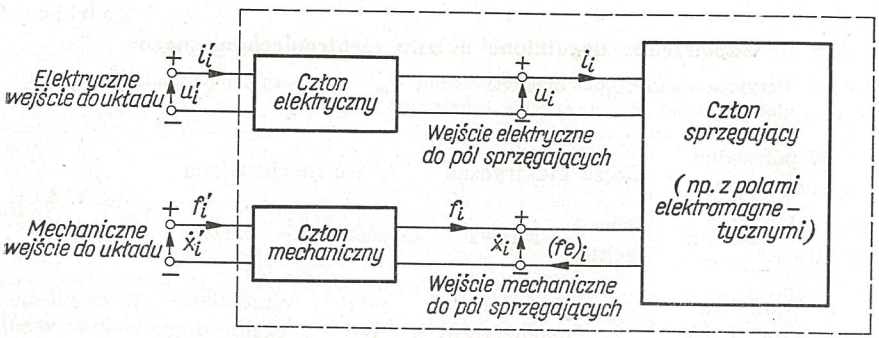
Analizę układów napędowych wykonuje się za pomocą rozwiązania równań różniczkowych opisujących stany dynamiczne i quasistatyczne tego rodzaju układów.

Równania te mogą być otrzymywane bądź za pomocą metody opartej na zasadzie d'Alemberta dla części mechanicznej układu oraz na prawach Kirchhoffa i Faraday'a dla części elektrycznej, bądź też na zasadzie metody jednolitej, pozwalającej na uzyskanie od razu równania lub równań opartych na pewnym wspólnym wzorcu. Ta ostatnia metoda opiera się na zasadzie wariacyjnej Hamiltona prowadzącej do równań Eulera-Lagrange'a.

W przypadku stosowania zasady d'Alemberta oraz praw Kirchhoffa i Faraday'a otrzymuje się system równań, których rozwiązanie jest bardzo żmudne, szczególnie w przypadkach układów skomplikowanych.

Przy zastosowaniu metody wariacyjnej wyznacza się funkcje energii układu jako całości przy zastosowaniu uogólnionych współrzędnych całego układu, zawierającego część elektryczną, mechaniczną, przetwornik, źródło energii oraz straty. Co prawda, metoda wariacyjna nie ułatwia rozwiązywania równań nieliniowych opisujących układy napędowe z nieliniowościami.

Ponieważ zasada Hamiltona jest całkowicie zgodna z prawami Newtona (z których wyprowadza się zasadę d'Alemberta) chociaż jest od nich niezależna, ostateczna postać równań ruchu układu otrzymywana z obu metod jest identyczna, lecz droga do ich uzyskania jest znacznie krótsza przy stosowaniu metody wariacyjnej.



1.1. Uproszczony schemat układu elektromechanicznego

u'_i, i'_i, u_i, i_i — zmienne na wejściu i wyjściu członu elektrycznego,
$\dot{x}'_i$, f'_i, $\dot{x}_i$, f_i — zmienne na wejściu i wyjściu członu mechanicznego,
$(f_e)_i$ — siła mechaniczna pochodzenia elektrycznego

Uproszczony schemat blokowy dowolnego układu napędowego w postaci najbardziej uogólnionej przedstawia rysunek 1.1. Schemat podany uwzględnia ewentualność doprowadzenia również energii ze źródła mechanicznego (np. przy hamowaniu elektrycznym), prócz energii elek-

trycznej. Na rys. 1.1 u_i', i_i' oznaczają napięcie i prąd doprowadzone do wejścia członu elektrycznego, u_i i i_i są to napięcie i prąd na wyjściu tegoż członu. Indeksy „i" oznaczają, że układ jako całość może zawierać i członów (czwórników) elektrycznych, tyleż mechanicznych i przetworników. Zmiennymi członu mechanicznego są: siły f_i' i f_i oraz prędkości $\dot{x}_i'$ i $\dot{x}_i$; $(f_e)_i$ jest siłą mechaniczną spowodowaną działaniem pól sprzęgających przetwornika (np. moment elektromagnetyczny silnika).

1.2. Zasada Hamiltona

Zasada Hamiltona opiera się na funkcjach opisujących stany energetyczne dowolnych układów dynamicznych. W metodzie tej szuka się ekstremu funkcji energii reprezentującej przebiegi układu, co odpowiada rzeczywistym przebiegom występującym w przyrodzie.

Przy stosowaniu tej zasady wychodzi się z energii kinetycznej T i energii potencjalnej V układu jako całości. Przy tym energia kinetyczna jest funkcją współrzędnych układu oraz ich pochodnych; energia potencjalna jest funkcją współrzędnych. Znając obie te funkcje energii, pisze się funkcję Lagrange'a L:

$$L = T - V. \tag{1.1}$$

Stosując wariację niezależną od czasu dla układów konserwatywnych, znajduje się wzór Eulera-Lagrange'a w postaci:

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) = 0, \tag{1.2}$$

Tablica 1.1

Współrzędne uogólnione układu elektromechanicznego

Uwaga. Przyjęto energię pola magnetycznego W_m za energię potencjalną ($W_m = V$), zaś energię pola elektrycznego W_e za energię kinetyczną ($W_e = T$).

Lp.	Współrzędne uogólnione		Część elektryczna		Część mechaniczna		UWAGI
	Oznaczenie	Nazwa	Oznaczenie	Nazwa	Oznaczenie	Nazwa	
1	q_i	zmienna niezależna, współrzędna	ψ_i	strumień magnetyczny skojarzony	x_i (φ_i)	przemieszczenie (droga kątowa)	W nawiasach podano wielkości dla ruchu obrotowego
2	$\dot{q}_i$	prędkość uogólniona	u_i	napięcie elektryczne	$\dot{x}_i$, v_i $(\dot{\varphi}_i, \omega_i)$	prędkość (prędkość kątowa)	
3	f_i	siły zależne tylko od położenia	$-i_i$	ujemne prądy elektryczne	$f_i = -K_i x_i$ $(M_i = -K_i' \varphi_i)$	siły mechaniczne (momenty)	K_i K_i' — stałe
4	p_i	pędy	$\tilde{q}_i$	ładunki elektryczne	$p_i = m_i \dot{x}_i$ $(P\varphi_i = J_i \dot{\varphi}_i)$	pędy mechaniczne (momenty pędu)	

gdzie q_k są współrzędnymi uogólnionymi układu, zaś $\dot{q}_k$ — ich pochodnymi.

Współrzędne uogólnione stosowane do układów mieszanych, tj. zawierających część mechaniczną i elektryczną, zwykle są obierane w postaci podanej w tablicy 1.1.

Tablica 1.1 dotyczy przypadku, gdy energią potencjalną w przetworniku będzie energia pola magnetycznego, zaś energią kinetyczną jest energia pola elektrycznego. Jeżeli przetwornik działa tylko na zasadzie pól magnetycznych, to energię pola elektrycznego należy pominąć. Ma się rozumieć, można przyjąć energię pola magnetycznego za energię kinetyczną przetwornika, zaś energię pól elektrycznych — za energię potencjalną. Jednak w przypadku przetwornika magnetycznego najdogodniej przyjmować energię pola magnetycznego za energię potencjalną, co właśnie podaje tablica 1.1.

Tablica 1.2

Współrzędne uogólnione części elektrycznej układu

Uwaga. Energia pola elektrycznego W_e przyjęta za energię potencjalną ($W_e = V$), zaś energia pola magnetycznego — za energię kinetyczną ($W_m = T$).

Lp.	Nazwa	Oznaczenie	
		uogólnione	szczególne dla alternatywy I
1	Współrzędne elektryczne (ładunki elektryczne)	q_i	$\tilde{q}_i$; $i = 1, 2, 3, \ldots, n$
2	Prędkości elektryczne (prądy elektryczne)	$\dot{q}_i$	i_i; $i = 1, 2, 3, \ldots, n$
3	Siły elektryczne (ujemne napięcia elektryczne)	f_i	$-u_i$; $i = 1, 2, 3, \ldots, n$
4	Pędy elektryczne (skojarzony strumień magnetyczny)	p_i	ψ_i; $i = 1, 2, 3, \ldots, n$

Inna alternatywa (tylko dla części elektrycznej układu) jest przedstawiona w tablicy 1.2. Założono w niej, że energia pola elektrycznego jest energią potencjalną, zaś energia pola magnetycznego będzie energią kinetyczną.

W ogóle dzięki stosowaniu współrzędnych uogólnionych zamieniając współrzędne można zamienić postaci energii, tak energia magnetyczna obwodu i-tego wyraża się:

$$W_{mi} = \int_0^{\Psi_i} i_i' \, d\Psi_i', \tag{1.3}$$

gdzie wartości z kreską u góry (') oznaczają zmienne, zaś bez kresek — wartości krańcowe tychże zmiennych.

Przyjmując ładunki elektryczne za współrzędną elektryczną (za zmienną niezależną), zgodnie z tablicą 1.2, tj. gdy $\tilde{q}_i = q_i$; otrzymamy $\dot{q}_i = i_i$, zaś pędy elektryczne $p_i = \Psi_i$, wtedy wzór 1.3 otrzyma postać:

$$W_{mi} = \int_0^{p_i} q_i \cdot dp_i = k_i \frac{\dot{q}_i^2}{2} = L_{ii} \frac{i_i^2}{2}. \tag{1.4}$$

Jest to postać energii kinetycznej.

Natomiast przyjmując za zmienną niezależną q_i strumień skojarzony Ψ_i (zgodnie z tablicą 1.1), skąd siła uogólniona $f_i = -i_i$, otrzymamy:

$$W_{mi} = -\int_0^{q_i} f_i \, dq_i'. \tag{1.5}$$

Jest to postać energii potencjalnej (patrz tablica 1.3). Dla układów mechanicznych, przy stałej masie, wzory (1.4) i (1.5) odpowiednio dadzą:

$$W_{1i} = \frac{m_i \cdot v_i^2}{2} \tag{1.6}$$

oraz

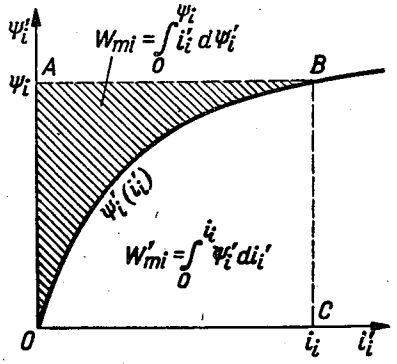
$$W_{2i} = -\frac{K_i \cdot x_i^2}{2}. \tag{1.7}$$

Tablica 1.3

Elementarne postacie energii i koenergii

Energia		Koenergia		Zależności między energią a koenergią	
Nazwa funkcji	Wzór	Nazwa funkcji	Wzór	Nazwa funkcji	Wzór
Energia potencjalna	$V = -\int f dq$	Koenergia potencjalna	$V' = -\int q df$	—	—
Energia kinetyczna	$T = \int \dot{q} dp$	Koenergia kinetyczna	$T' = \int p d\dot{q}$	—	—
Lagrangean	$L = T - V$	ko-Lagrangean	$L' = T' - V'$	ko-Lagrangean	$L' = T - V'$ (dla układów liniowych)
Hamiltonian	$H = T + V$	ko-Hamiltonian	$H' = T' + V'$	Lagrangean	$L = T' - V$

Tablica 1.3. podaje elementarne postacie wzorów na różnego rodzaju funkcje energii. W tablicy tej znajdują się również wzory na tzw. koenergię, w tym na ko-Lagrangean i ko-Hamiltonian. Pojęcie koenergii jest raczej formalne, lecz często przy stosowaniu tych funkcji można uzyskać znaczne uproszczenia rachunków. Pojęcie koenergii można wy-



1.2. Rysunek pomocniczy do wyprowadzenia pojęcia koenergii

jaśnić na przykładzie energii magnetycznej układu (rys. 1.2). Charakterystyka magnesowania przedstawiona graficznie na tym rysunku jest podana wzorem

$$\psi_i' = \psi_i'(i_i'). \tag{1.8}$$

Na rys. 1.2 [i wzorze (1.8)] jak i poprzednio, kreski u góry (') oznaczają zmienne wartości. Pole zakreskowane przedstawia energię W_m magazynowaną w polu magnetycznym, zaś pole niezakreskowane przedstawia koenergię magnetyczną W_m. Całkowite pole prostokąta $OABC$ równa się sumie energii i koenergii, tj.

$$\text{pole } OABC = W_m + W_m' = i_i \psi_i',$$

stąd dla energii magnetycznej koenergia wyrazi się:

$$W_m' = i_i \psi_i - W_m. \tag{1.9}$$

Dla układów liniowych (tj. bez nasycenia) funkcja Ψ_i' będzie linią prostą łączącą punkty O i B, czyli wtedy:

$$W_m' = W_m \frac{i_i \cdot \psi_i}{2}. \tag{1.10}$$

Wzory na koenergię wyprowadza się z transformacji Legendre'a [7].

W przypadku układów niekonserwatywnych wzór Eulera-Lagrange'a przybiera postać następującą:

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) = \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = Q_k, \tag{1.11}$$

gdzie F jest funkcją strat Rayleigh'a, zaś Q_k jest wymuszeniem przyłożonym do układu.

Funkcja Rayleigh'a wyraża się w postaci pewnej mocy F wzorem:

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{i=k}^{N} r_i (\dot{q}_i)^2, \tag{1.12}$$

gdzie: r_i — jest współczynnikiem strat.

Dla układów mechanicznych r jest współczynnikiem tarcia lepkiego; dla układów elektrycznych funkcja F wyrazi się:

$$F = \frac{1}{2} r i^2. \tag{1.13}$$

Wprowadzenie współczynnika $\frac{1}{2}$ jest sztuczne i zostało dokonane tylko dla uzyskania symetrii pomiędzy siłami.

Stosując transformację Legendre'a z funkcji Lagrange'a można otrzymać nową funkcję energetyczną — funkcję Hamiltona (czyli Hamiltonian). Przy przyjętym sposobie przedstawiania funkcji Lagrange'a [wzór (1.1)], funkcja Hamiltona H przybierze postać:

$$H = T + V. \tag{1.14}$$

Z funkcji Hamiltona można otrzymać kanoniczne Hamiltona równania ruchu:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial p_i} &= \dot{q}_i, \\ \frac{\partial H}{\partial q_i} &= -\frac{\partial L}{\partial q_i} = -\dot{p}_i. \end{aligned}\right\} \tag{1.15}$$

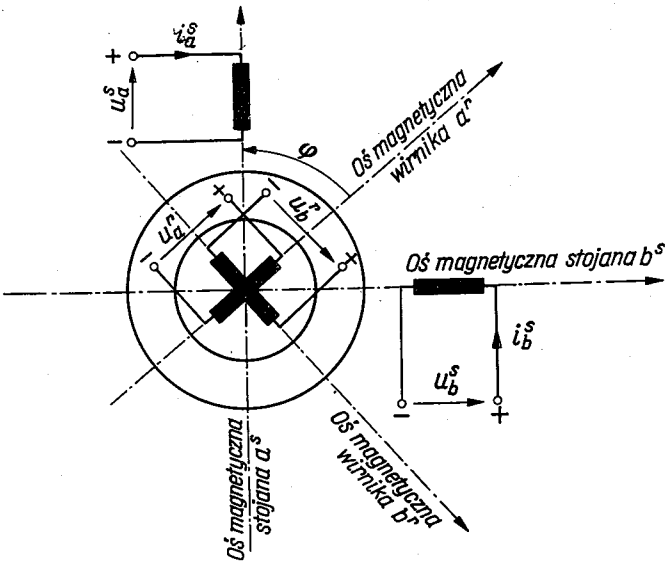
Tablica 1.4

Zestawienie zmiennych dla układu napędowego

Lp.	Oznaczenia zmiennych	Część elektryczna				Część mechaniczna związana z wirnikiem	Uwagi
		stojan		wirnik			
		$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	
	Część konserwatywna						
1	q_k	—	—	—	—		
2		i_a^s	i_b^s	i_a^r	i_b^r		
3	$\dot{q}_k$	ψ_a^s	ψ_b^s	ψ_a^r	ψ_b^r		
4	p_k	—	—	—	—	M_{st}	czynny moment oporów statycznych
	f_k						
	Część niekonserwatywna wymuszenie						
	Q_k	u_a^s	u_b^s	u_a^r	u_b^r		

Tablica 1.4 podaje przykładowe zestawienie współrzędnych uogólnionych układu napędowego dla części mechanicznej i elektrycznej (przy przyjętym magnetycznym przetworniku energii, którym jest sil-

nik elektryczny). Przy tym założono, że część mechaniczna zawiera zmienny moment bezwładności zależny od kąta obrotu. Silnik przyjęto w postaci najbardziej ogólnej, z rozkładem strumieni magnetycznych stojana i wirnika na składowe a i b.



1.3. Schemat ideowy silnika elektrycznego

u_a^s, u_b^s, u_a^r, u_b^r — napięcia przyłożone do uzwojeń stojana i wirnika,
i_a^s, i_b^s, i_a^r, i_b^r — prądy w tych uzwojeniach

Składowe a i b tworzą dwa układy prostopadłych do siebie osi pól magnetycznych w stojanie i wirniku (rys. 1.3). Przy tym układ osi a i b wirnika wiruje razem z wirnikiem (por. [6] i [8]).

Wartości i parametry związane ze stojanem mają indeks „s" u góry, zaś związane z wirnikiem mają indeks „r". Indeksy dolne są a i b, zależnie od przynależności danej zmiennej do osi a, lub b.

Po sporządzeniu tablicy obranych zmiennych należy napisać równania energii układu, tj. funkcję Lagrange'a.

Niech moment statyczny napędu jest czynny typu odpowiadającego podnoszonemu ciężarowi.

Funkcję Lagrange'a napiszemy w postaci:

$$L = T' - V \tag{1.16}$$

(por. tablicę 1.3).

Koenergia kinetyczna części elektrycznej układu

$$T' = \int_{0\cdots\cdots,0}^{i_a^s,\ i_b^s,\ i_a^r,\ i_b^r,} \sum_{j=1}^{4} \psi_j'(\varphi, i_1, i_2, i_3, i_4)\, di_j'. \quad .$$

Koenergia kinetyczna części mechanicznej:

$$T' = \int_0^{\dot{\varphi}} J(\varphi; \dot{\varphi}; t)\, \dot{\varphi}' d\dot{\varphi}'.$$

Energia potencjalna części elektrycznej = 0, zaś dla części mechanicznej ma postać:

$$V = \int_0^{\varphi} K_1 \varphi'\, d\varphi'.$$

Podstawiając powyższe wartości na energię potencjalną i koenergię kinetyczną do wzoru (1.16), zaś otrzymaną funkcję Lagrange'a — do wzoru Eulera-Lagrange'a (1.11) i uwzględniając wymuszenia podane w tablicy 1.4 otrzymamy, po rozwiązaniu wzoru Eulera-Lagrange'a układ równań. Identyczne równania można otrzymać z zasady d'Alemberta, wzorów Kirchhoffa i Faraday'a z tym, że jeżeli można ograniczyć się do niezbyt dokładnej analizy układu, to ostatni sposób jest prostszy; np. gdy możemy przyjąć, że charakterystyka silnika bocznikowego (jeżeli ten silnik napędza układ) jest prostoliniowa. Gdy natomiast chcemy uwzględnić stany nieustalone wewnątrz silnika, oddziaływanie twornika itp., to zastosowanie metody wariacyjnej (Hamiltona) pozwala na osiągnięcie ostatecznych wzorów prostszą drogą.

2. SCHEMATY ZASTĘPCZE UKŁADU NAPĘDOWEGO

2.1. Elektryczny i mechaniczny schematy zastępcze

Określenie układ lub schemat zastępczy jest homonimem nawet w wąskim zakresie zagadnień napędowych. Można mu jednak przyporządkować tylko jedno znaczenie. A więc układ zastępczy jest to fizykalnie jednorodny układ służący do odwzorowywania układu podstawowego — oryginału — fizykalnie niejednorodnego. W przypadku elektromechanicznego układu napędowego skonstruowanie schematu zastępczego jest to albo przedstawienie elektrycznych elementów napędu jako mechanicznych i uzyskanie jednorodnego mechanicznego schematu zastępczego, albo jest to przedstawienie mechanicznych elementów napędu jako elektrycznych i uzyskanie jednorodnego elektrycznego schematu zastępczego. Przy przejściu od niejednorodnego oryginału do jednorodnego schematu zastępczego obowiązuje zasada zamiany „element za element".

Elektryczne lub mechaniczne obwody schematów zastępczych skonstruowanych dla napędów z silnikami prądu stałego zasilane są ze źródła napięcia lub prędkości. Po przyjęciu zasady traktowania napędu ja-

Tablica 2.1

Analiza wymiarowa parametrów i wielkości układów elektromechanicznych (obwody mechaniczne zawierają elementy w ruchu obrotowym) — Jednostki MKGA

Wielkości, parametry, energie	Wielkości, parametry, energie — elektryczne Wymiar I		Wymiar I	Przekształcenie	Wymiar II	Wielkości, parametry, energie — mechaniczne Wymiar II	
Wielkości	napięcie	u	$m^2 kg^1 s^{-3} A^{-1}$	$\frac{u}{k_e} = \omega$	$m^\circ kg^\circ s^{-1} A^\circ$	prędkość kątowa	ω
	prąd	i	$m^\circ kg^\circ s^\circ A^1$	$i \cdot k_m = m$	$m^2 kg^1 s^{-2} A^\circ$	moment mechaniczny	m
	ładunek	q	$m^\circ kg^\circ s^{-1} A^1$	$q \cdot k_m = \int k_m \cdot i_C \, dt = \int m_J \, dt = J\omega$	$m^2 kg^1 s^{-1} A^\circ$	kręt (spin)	$J\omega$
	Spadek napięcia na indukcyjności $u_L = L\frac{di_L}{dt}$		$m^2 kg^1 s^{-3} A^{-1}$	$\frac{u_L}{k_e} = \frac{1}{k_e} L \frac{di_L}{dt} = \frac{L}{k_e k_m} \cdot \frac{d(k_m \cdot i_L)}{dt} = \frac{1}{W} \frac{dm_W}{dt} = \Delta\omega_W$	$m^\circ kg^\circ s^{-1} A^\circ$	prędkość kątowa względna dwóch końców skręcanej sprężyny	$\Delta\omega_W$
	Spadek napięcia na pojemności $u_C = \frac{1}{C}\int i_C \, dt$			$\frac{u_C}{k_e} = \frac{1}{k_e}\frac{1}{C}\int i_C dt = \frac{1}{C \cdot k_e \cdot k_m}\int k_m \cdot i_C \, dt = \frac{1}{J}\int m_J \, dt = \omega_J$		wirującej masy	ω_J
	Spadek napięcia na oporności $u_R = i_R \cdot R$			$\frac{u_R}{k_e} = \frac{1}{k_e} i_R \cdot R = k_m i_R \frac{R}{k_e k_m} = m_K \cdot K^{-1} = \Delta\omega_K$		względna dwóch powierzchni łączonych tarciem lepkim	$\Delta\omega_k$

C.d. tablicy 2.1

Wielkości, parametry, energie	Wielkości, parametry, energie — elektryczne Wymiar I		Wymiar I	Przekształcenie	Wymiar II	Wielkości, parametry, energie — mechaniczne Wymiar II	
Wielkości	Spadek napięcia	na elemencie dysypatywnym F odwzorowującym moment oporów ruchu $M(\omega^2)$ $u_F = \sqrt{\frac{i_F}{F}}$	$m^2 kg^1 s^{-3} A^{-1}$	$\frac{u_F}{k_e} = \frac{1}{k_e}\sqrt{\frac{i_F}{F}} = \frac{1}{k_e}\sqrt{\frac{k_m \cdot i_F}{k_m \cdot F}} = \sqrt{\frac{k_m \cdot i_F}{k_e^2 \cdot k_m \cdot F}} = \sqrt{\frac{m_B}{B}} = \Delta\omega_B$	$m^\circ kg^\circ s^{-1} A^\circ$	prędkość kątowa	względna dwóch powierzchni łączonych momentem proporcjonalnym do kwadratu prędkości względnej $\Delta\omega_B$
		na elemencie dysypatywnym G odwzorowującym moment oporów ruchu $M(\alpha)$ $u_G = \frac{1}{G}\frac{di_G}{dt}$		$\frac{u_G}{k_e} = \frac{1}{k_e}\cdot\frac{1}{G}\cdot\frac{di_G}{dt} = \frac{1}{k_e k_m G}\frac{d(k_m \cdot i_G)}{dt} = \frac{1}{D}\cdot\frac{dm_D}{dt} = \Delta\omega_D$			względna dwóch powierzchni łączonych momentem proporcjonalnym do względnego kąta skręcenia (element dysypatywny) $\Delta\omega_D$

Wielkości, parametry, energie	Wielkości, parametry, energie — elektryczne Wymiar I	Wymiar I	Przekształcenie	Wymiar II	Wielkości, parametry, energie — mechaniczne Wymiar II
Wielkości — Prąd płynący	przez indukcyjność $i_L = \frac{1}{L}\int u_L\,dt$	$m^{\circ}\,kg^{\circ}\,s^{\circ}\,A^{1}$	$k_m \cdot i_L = \frac{k_e k_m}{L}\int \frac{L}{k_m \cdot k_e}\,d(k_m \cdot i_L) = W\int \frac{1}{W}\,dm_W = W \cdot d_W = m_W$	$m^{2}\,kg^{1}\,s^{-2}\,A^{\circ}$	Moment — przy skręcaniu sprężyny m_W
	przez pojemność $i_C = C\frac{du_C}{dt}$		$k_m \cdot i_C = k_e k_m C \frac{a}{dt}\left(\frac{1}{k_e}u_C\right) = J\frac{d\omega}{dt} = m_J$		wynikający ze zmian prędkości wirującej masy m_J
	przez oporność $i_R = \frac{u_R}{R}$		$k_m \cdot i_R = \frac{u_R}{k_e} \cdot \frac{k_e k_m}{R} = \Delta\omega_K \cdot K = m_K$		przenoszony między dwoma powierzchniami łączonymi tarciem lepkim m_K

C.d. tablicy 2.1

Wielkości, parametry, energie	Wielkości, parametry, energie — elektryczne Wymiar I	Wymiar I	Przekształcenie	Wymiar II	Wielkości, parametry, energie — mechaniczne Wymiar II	
Wielkości	Prąd płynący	przez element dysypatywny F $i_F = \pm u_F^2$	$m^0 kg^0 s^0 A^1$	$k_m \cdot i_F = k_m \frac{u_F^2}{k_e^2} F \cdot k_e^2 = \Delta\omega_B^2 \cdot B = m_B$	$m^2 kg^1 s^{-2} A^0$	Moment	przenoszony między dwoma powierzchniami, proporcjonalny do kwadratu prędkości względnej m_B
		przez element dysypatywny G $i_G = G \int u_G \, dt$		$k_m \cdot i_G = k_e k_m G \int \frac{1}{G \cdot k_e \cdot k_m} d(k_m i_G) = D \int \frac{1}{D} dm_D = D \cdot a_D = m_d$			przenoszony między dwoma powierzchniami, proporcjonalny do względnego kąta skręcenia m_D

C.d. tablicy 2.1

Wielkości, parametry, energie	Wielkości, parametry, energie — elektryczne Wymiar I	Wymiar I	Przekształcenie	Wymiar II	Wielkości, parametry, energie — mechaniczne Wymiar II
Całka spadku napięcia	na indukcyjności $\triangleq$ skojarzony strumień magnetyczny $\beta_L = \int u_L\,dt$	$m^2\,kg^1\,s^{-2}\,A^{-1}$	$\frac{1}{k_e}\int u_L\,dt = \int \frac{L}{k_e k_m}\,d(k_m \cdot i_L) = \frac{1}{W}\int dm_W = a_W$	$m^0\,kg^0\,s^0\,A^0$	Kąt obrotu: względny dwóch końców skręconej sprężyny a_W
	na pojemności $\beta_C = \int u_C\,dt$		$\frac{1}{k_e}\int u_C\,dt = \int \frac{u_C}{k_e}\,dt = \int \omega_J\,dt = a_J$		wirującej masy a_J
	na oporności $\beta_R = \int u_R\,dt$		$\frac{1}{k_e}\int u_R\,dt = \int i_R\,k_m \frac{R}{k_e k_m}\,dt = \int K^{-1}\,m_K\,dt = a_K$		względny dwóch powierzchni łączonych tarciem lepkim a_K
	na elemencie dysypatywnym F $\beta_F = \int u_F\,dt$		$\frac{1}{k_e}\int u_F\,dt = \frac{1}{k_e}\int \sqrt{\frac{i_F}{F}}\,dt = \int \sqrt{\frac{k_m \cdot i_F}{k_e^2 \cdot k_m \cdot F}}\,dt = \int \sqrt{\frac{m_B}{B}}\,dt = a_B$		względny dwóch powierzchni łączonych momentem proporcjonalnym do kwadratu prędkości względnej a_B

c.d. tablicy 2.1

Wielkości, parametry, energie		Wielkości parametry, energie — elektryczne Wymiar I	Wymiar I	Przekształcenie	Wymiar II	Wielkości, parametry, energie — mechaniczne Wymiar II	
	Całka spadku napięcia	na elemncie dysypatywnym G $\beta_G = \int u_G\,dt$	$m^2\,kg^1\,s^{-2}\,A^{-1}$	$\frac{1}{k_e}\int u_G\,dt = \int \frac{G}{k_e \cdot k_m}\,d(k_m \cdot i_G) = \frac{1}{D}\int dm_D = a_D$	$m^0\,kg^0\,s^0\,A^0$	Kąt obrotu	względny dwóch powierzchni łączonych momentem do niego proporcjonalnym α_D
Parametry elementów	Konserwatywnych	indukcyjność L	$m^2\,kg^1\,s^{-2}\,A^{-2}$	$\frac{k_e \cdot k_m}{L} = W$	$m^2\,kg^1\,s^{-2}\,A^0$	Konserwatywnych	współczynnik sztywności sprężyny W
		pojemność C	$m^{-2}\,kg^{-1}\,s^4\,A^2$	$k_e\,k_m\,C = J$	$m^2\,kg^1\,s^0\,A^0$		moment bezwładności J
	Dysypatywnych	oporność R	$m^2\,kg^1\,s^{-3}\,A^{-2}$	$\frac{k_e \cdot k_m}{R} = K$	$m^2\,kg^1\,s^{-1}\,A^0$	Dysypatywnych	współczynnik tarcia lepkiego K

c.d. tablicy 2.1

Wielkości, parametry, energie	Wielkości, parametry, energie — elektryczne Wymiar I	Wymiar I	Przekształcenie	Wymiar II	Wielkości, parametry, energie — mechaniczne Wymiar II
Parametry elementów Dysypatywnych	parametr elementu dysypatywnego F odwzorowującego moment oporów ruchu $M(\omega^2)$ F	$m^{-4} kg^{-2} s^6 A^3$	$k_e^2 \cdot k_m \cdot F = B$	$m^2 kg^1 s^0 A^0$	Dysypatywnych parametr elementu dysypatywnego powodującego powstanie oporów ruchu proporcjonalnych do kwadratu prędkości względnej B
	parametr elementu dysypatywnego G odwzorowującego moment oporów ruchu $M(\alpha)$ G	$m^{-2} kg^{-1} s^2 A^2$	$k_e \cdot k_m \cdot G = D$	$m^2 kg^1 s^{-2} A^0$	parametr elementu dysypatywnego powodującego powstanie oporów ruchu proporcjonalnych do względnego kąta skręcenia

c.d. tablicy 2.1

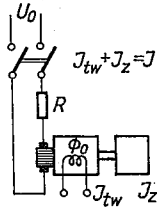
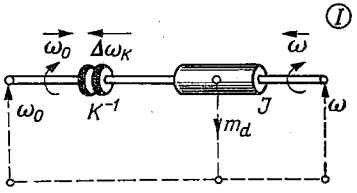
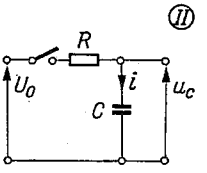
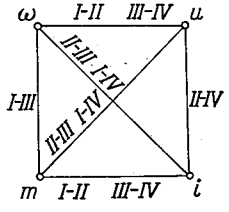
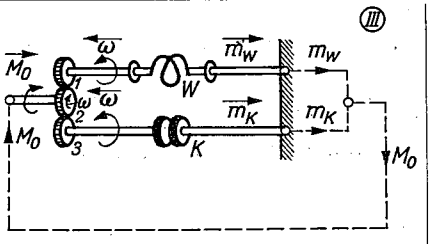
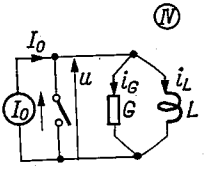
Wielkości, parametry, energie		Wielkości parametry, energie — elektryczne Wymiar I	Wymiar I	Przekształcenie	Wymiar II	Wielkości, parametry energie — mechaniczne Wymiar II	
Energia	nagromadzona	w cewce z indukcyjnością L $\frac{1}{2} L i^2$	$m^2 kg^1 s^{-2} A^0$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{L}{k_e \cdot k_m} (k_m \cdot i_L)^2 = \frac{1}{2} W \cdot a_W^2$	$m^2 kg^1 s^{-2} A^0$	nagromadzona	w skręconej sprężynie $\frac{1}{2} W a^2$
		w pojemności C $\frac{1}{2} C u^2$		$\frac{1}{2} C k_e \cdot k_m \left(\frac{u_C}{k_e}\right)^2 = \frac{1}{2} J \omega_J^2$			w wirującej masie $\frac{1}{2} J \omega^2$
	rozproszona	w oporności R $\int i_R \cdot u_R \, dt$		$\int \frac{R}{k_e \cdot k_m} (k_m \cdot i_R)^2 \, dt = \int K^{-1} m_K \, dt$		rozproszona	przy poślizgu powierzchni łączonych tarciem lepkim $\int m_K \cdot \Delta \omega_K \, dt$
		w elemencie dysypatywnym F $\int u_F \cdot i_F \, dt = \int u_F^3 F \, dt$		$\int u_F \cdot i_F \, dt = \int \Delta \omega_B \cdot m_B \, dt$			w elemencie dysypatywnym B $\int \Delta \omega_B \cdot m_B \, dt$
		w elemencie dysypatywnym G $\int u_G \cdot i_G \, dt$		$\int u_G \cdot i_G \, dt = \int \Delta \omega_D \cdot m_D dt$			w elemencie dysypatywnym D $\int \omega_D \cdot m_D \, dt$

ko układu ze źródłem napięcia lub prędkości można przeprowadzić analizę wymiarową wielkości i parametrów w nim występujących. Przykłady analizy wymiarowej w jednostkach MKSA podaje tablica 2.1.

Przyjęcie zasady traktowania napędu jako układu ze źródłem napięcia lub prędkości nie wyklucza rozpatrywania go jako układu ze źródłem prądu lub momentu (tabl. 2.2).

Tablica 2.2

Silnik obcowzbudny $M_{st} = 0$, $L = 0$: schematy zastępcze i ich duale

Elektromechaniczny oryginał	Schemat zastępczy	
	mechaniczny	elektryczny
		
$U_0 = i \cdot R + k_e \omega$	$\omega_0 = JK^{-1}\frac{d\omega}{dt} + \omega$	$U_0 = CR\frac{du_c}{dt} + u_c$
$k_m i = J\frac{d\omega}{dt}$	$\omega_0 = m_d \cdot K^{-1} + \frac{1}{J}\int m_d\, dt$	$U_0 = i \cdot R + \frac{1}{C}\int i dt$
Schemat zamienności	Dual schematu zastępczego	
	mechanicznego	elektrycznego
		
	$M_0 = \frac{1}{W}K\frac{dm_w}{dt} + m_K$	$I_0 = LG\frac{di_L}{dt} + i_G$
	$M_0 = \omega K + W\int \omega\, dt$	$I_0 = uG + \frac{1}{L}\int u\, dt$

Uwaga: *1, 2, 3,* — koła zębate

Przy rozpatrywaniu układu elektromechanicznego z silnikiem prądu stałego stosuje się drugie prawo Kirchhoffa oraz zasadę d'Alemberta.

$$\sum_{i=1}^{s} e_{k_i} = 0, \tag{2.1}$$

$$\sum_{i=1}^{r} (\dot{p}_{k_i} - m_{k_i}) = 0, \tag{2.2}$$

gdzie e_k = i-te napięcie w k-tym oczku sieci,

$$\dot{p}_{k_i} = \frac{dp_{k_i}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(J_{k_i} \cdot \dot{\omega}_{k_i}\right) = i\text{-ty moment dynamiczny w } k\text{-tym węźle obwodu mechanicznego,}$$

m_{k_i}=i-ty moment mechaniczny przyłożony do k-tego węzła obwodu mechanicznego.

Pierwsze równanie zwykle jest wykorzystywane tylko dla jednego oczka tworzonego przez elementy *RLC* silnika. Drugie równanie obejmuje cały obwód mechaniczny.

Dla elektrycznego schematu zastępczego używa się obu praw Kirchhoffa

$$\sum_{i=1}^{s} e_{k_i} = 0 \qquad \text{oraz} \qquad \sum_{i=1}^{r} i_{k_i} = 0, \tag{2.3}$$

gdzie i_{k_i} = i-ty prąd spływający do k-tego węzła obwodu elektrycznego.

Dla mechanicznego schematu zastępczego wykorzystuje się zasadę d'Alemberta oraz założenie, że suma wszystkich prędkości w zamkniętym obwodzie mechanicznym równa się zeru. Obydwa związki można nazwać prawami Kirchhoffa dla obwodów mechanicznych:

1) suma momentów w węźle jest równa zeru,

2) suma prędkości źródeł i spadków prędkości w obwodzie zamkniętym jest równa zeru.

Podobnie jak i dla elektrycznego schematu w schemacie mechanicznym obowiązują następujące związki:

$$\sum_{i=1}^{s} \omega_{k_i} = 0 \qquad \text{oraz} \qquad \sum_{i=1}^{r} m_{k_i} = 0 \tag{2.4}$$

gdzie:

ω_{k_i} = i-ta prędkość w k-tym oczku obwodu mechanicznego,

m_{k_i} = i-ty moment mechaniczny przyłożony do k-tego węzła obwodu mechanicznego nie wyłączając momentów dynamicznych $\dot{p}_{k_i}$

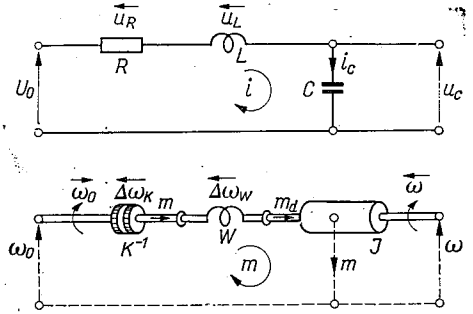
Odwzorowanie napędu przez schemat zastępczy upraszcza ułożenie dynamicznych równań ruchu. Na przykład w prostym przypadku silnika obcowzbudnego nie obciążonego momentem statycznym oporów

ruchu przy uwzględnieniu indukcyjności twornika zamiast równań dla układu elektromechanicznego

$$U_o = i \cdot R + L\frac{di}{dt} + k_e\omega, \tag{2.5}$$

$$k_m \cdot i = J\frac{d\omega}{dt}; \tag{2.6}$$

przechodząc do schematu zastępczego elektrycznego lub mechanicznego dysponuje się równaniem (rys. 2.1)



$$U_0 = iR + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt, \quad i = i_C = C\frac{du_C}{dt};$$

$$\omega_0 = m \cdot K^{-1} + \frac{1}{W}\cdot\frac{dm}{dt} + \frac{1}{J}\int m dt; \quad m = m_d = J\frac{d\omega}{dt}$$

Rys. 2.1. Elektryczny i mechaniczny schemat zastępczy silnika obcowzbudnego

$$U_o = i \cdot R + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt \tag{2.7}$$

lub

$$\omega_o = m \cdot K^{-1} + \frac{1}{W}\frac{dm}{dt} + \frac{1}{J}\int m\,dt. \tag{2.8}$$

Zatem związek (2.6) podany dla układu elektromechanicznego z punktu widzenia np. obwodu elektrycznego informuje jedynie o tym, że

$$i_c = C\frac{du_c}{dt}.$$

Informacji tej w obwodzie mechanicznym odpowiada stwierdzenie, że:

$$m_d = J\frac{d\omega}{dt}.$$

Stosowanie schematów zastępczych nie napotyka na trudności, jeżeli chodzi o schematy elektryczne. W elektrotechnice powszechnie spotyka się układy ze źródłem napięcia. Uciążliwe co prawda może być modelowe odwzorowanie takich mechanicznych własności, jak stały lub zmienny np. w funkcji drogi moment statyczny. Możliwe jest jednak analityczne rozpatrzenie wszelkich przebiegów na podstawie elektrycznego schematu zastępczego. Natomiast w mechanice nie jest rozpowszechnione rozważanie układów ze źródłami prędkości. Typowym źródłem energii jest źródło siły lub momentu.

Z zagadnieniem tym wiąże się między innymi rozpatrywanie przebiegów nieustalonych w napędzie z uwzględnioną indukcyjnością twornika. Pominięcie indukcyjności pozwala na użycie charakterystyki statycznej silnika dla wyrażenia przebiegów zachodzących w napędzie, do którego części mechanicznej przyłożony jest moment statyczny silnika $M_{SS}(\omega)$ będący funkcją prędkości

$$M_{SS(\omega)} = M[\alpha^{(n)},\alpha^{(n-1)}\ldots t], \tag{2.9}$$

gdzie α = kąt obrotu wału silnika.
Uwzględnienie indukcyjności twornika na podstawie równania napięć i momentów

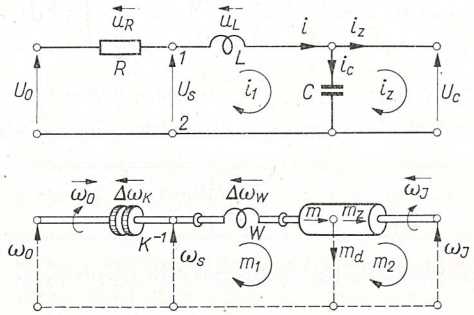
$$U_o = i \cdot R + L\frac{di}{dt} + k_e\omega, \tag{2.10}$$

$$k_m \cdot i = M[\alpha^{(n)},\alpha^{(n-1)}\ldots t] \tag{2.11}$$

doprowadza do następującej postaci równania napięć układu elektromechanicznego

$$U_o = RM[\alpha^{(n)},\alpha^{(n-1)}\ldots t] + L\frac{d}{dt}M[\alpha^{(n)},\alpha^{(n-1)}\ldots t] + k_e\omega. \tag{2.12}$$

Zatem przy uwzględnieniu indukcyjności twornika dla rozpatrzenia przebiegów w napędzie nie wystarcza charakterystyka statyczna silnika. Wnosi ona tylko informację o sumie momentów w pierwszym węźle mo-



Rys. 2.2. Ilustracja oceny stosowalności charakterystyki statycznej dla opisania przebiegów nieustalonych w napędzie z silnikiem obcowzbudnym

mentów układu elektromechanicznego. Przy użyciu elektrycznego schematu zastępczego odpowiada to rozważeniu przebiegów nieustalonych w układzie z rysunku 2.2 przy zaangażowaniu charakterystyki statycznej.

$$U_s = U_c + L\frac{di}{dt}, \tag{2.13}$$

$$i = \frac{U_o - U_s}{R} = i_c + i_z, \tag{2.14}$$

przy czym $U_{s(i)}$ jest to charakterystyka statyczna zdjęta przez pomiar prądu i oraz napięcia U_s mierzonego w stanach ustalonych lub nieustalonych między zaciskami *1* i *2*.

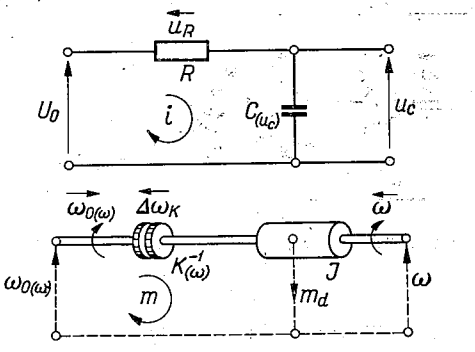
Podobnie dla mechanicznego schematu zastępczego

$$\omega_s = \omega_J + \frac{1}{W}\frac{dm}{dt}, \tag{2.15}$$

$$m = \frac{\omega_o - \omega_s}{K^{-1}} = M_m\left(1 - \frac{\omega}{\omega_o}\right) = m_d + m_z. \tag{2.16}$$

Zastosowanie najprostszego (w sensie ustalonych metod) sposobu obliczania przebiegów nieustalonych w napędzie z uwzględnioną indukcyjnością twornika jest oczywiste przy posługiwaniu się zastępczym schematem elektrycznym lub mechanicznym, dla których obowiązują zależności (2.3) lub (2.4).

Zastępcze schematy można stosować i dla napędów zawierających elementy nieliniowe poza ich obwodami mechanicznymi. Między innymi takim jest napęd z silnikiem szeregowym prądu stałego. W przypadku



Rys. 2.3. Elektryczny i mechaniczny schemat zastępczy silnika szeregowego

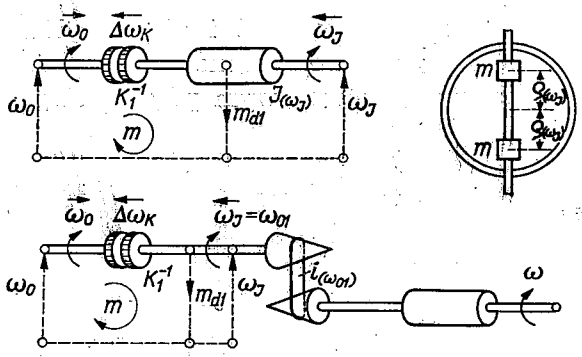
silnika nie obciążonego momentem statycznym i przy pominięciu indukcyjności elektryczny oraz mechaniczny schemat zastępczy podane są na rysunku 2.3. Mimo że obydwa schematy odwzorowują jeden układ, różnią się one swymi właściwościami (tabl. 2.3). Równocześnie wartości

Tablica 2.3

Zestawienie właściwości schematów zastępczych silnika szeregowego

Wielkości Parametry Charakterystyka		Schemat zastępczy		oryginał
		elektryczny	mechaniczny	
Wymuszenie		U_0 const	$\omega_{0(\omega)}$ var	U_0 const
Parametr elementu	dysypatywnego	R const	K_ω^{-1} var	R const
	konserwatywnego	$C_{(u_C)}$ var	J const	J const
Charakterystyka statyczna		liniowa	nieliniowa	nieliniowa

energii dostarczonej ze źródła, rozproszonej i nagromadzonej od czasu $t = 0$, odpowiadającego załączeniu silnika do sieci, do każdego dowolnego czasu t są jednakowe dla obu schematów zastępczych oraz oryginału. Wprowadza się tu więc pojęcie energetycznie równoważnych schematów zastępczych. Dalszych informacji o właściwościach obydwu schematów dostarcza analog mechaniczny skonstruowany dla elektrycznego schematu zastępczego (rys. 2.4). Zmienność C od-



Rys. 2.4. Analog mechaniczny elektrycznego schematu zastępczego silnika szeregowego

powiada zmienności J wynikającej ze zmian promienia bezwładności obu mas m w prowadnicach. Ta sama zmienność J może być skutkiem użycia przekładni ze zmiennym przeniesieniem będącym funkcją prędkości kątowej. Charakterystyka statyczna ostatniego układu zdjęta przed przekładnią jest charakterystyką liniową. Fizykalnie jest to układ z silnikiem obcowzbudnym prądu stałego napędzającym masy ze stałym momentem bezwładności poprzez przekładnię np. PIV. W przebiegach

za przekładnią nie zajdą zmiany, gdy parametr elementu dysypatywnego zostanie zredukowany na wtórną stronę przekładni. Przekładnia $i_{(\omega 01)} \triangleq k_{e(\omega)}$, a ponieważ moce tracone w elemencie dysypatywnym umieszczonym przed lub za przekładnią muszą być równe, zatem

$$P = m_1^2 \cdot K_1^{-1} = m^2 \cdot K^{-1},$$

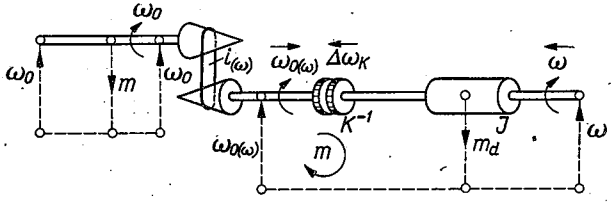
skąd

$$K^{-1} = K_1^{-1} \left(\frac{m_1}{m}\right)^2,$$

przy czym

$$\frac{m_1}{m} = \frac{1}{i_{(\omega 01)}}, \qquad \text{więc} \quad K = K_1 \cdot i_{(\omega 01)}^2. \tag{2.17}$$

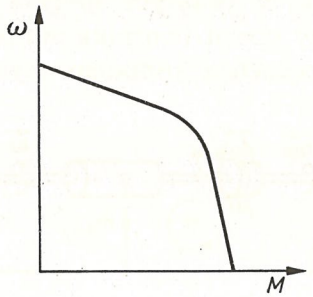
Po zredukowaniu elementu dysypatywnego na wtórną stronę przekładni powstaje układ z rysunku 2.5. Jego część znajdująca się za przekładnią jest mechanicznym schematem zastępczym silnika szeregowego.



Rys. 2.5. Pełny, zawierający przekładnię ze zmiennym przeniesieniem, mechaniczny schemat zastępczy silnika szeregowego

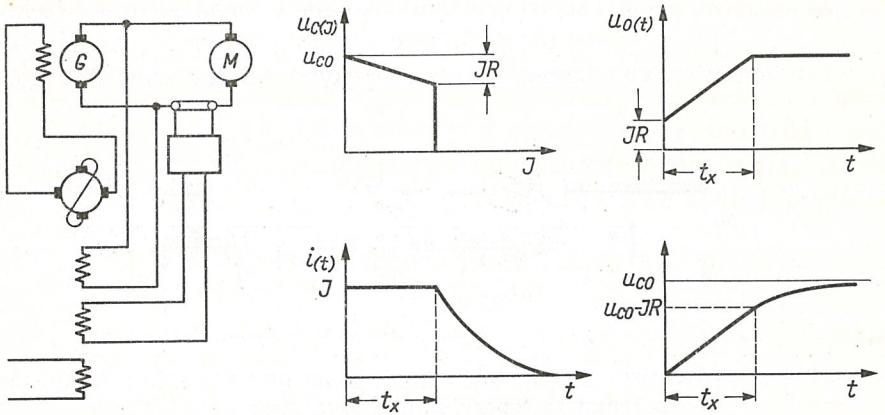
Metoda rozpatrywania własności napędów z silnikiem szeregowym może być stosowana i dla innych napędów. Należy przy tym podkreślić znaczenie energetycznej równoważności różnych schematów zastępczych jako ich cechy pierwszorzędnej. Z energetycznego punktu widzenia charakterystyki zewnętrzne układu mają znaczenie drugorzędne. Przyjęcie własności energetycznych za cechę pierwszorzędną animuje do stosowania oprócz schematów zastępczych również i energetycznych analogów i modeli oraz do wprowadzenia energetycznego podobieństwa do arsenału środków badania i oceny napędów.

Z problemem energetycznej równoważności wiąże się między innymi problem wielkości strat rozruchowych przy rozruchu na biegu luzem. Dla uzyskania określonej żądanej charakterystyki mechanicznej napędu można użyć kilku układów o różnych energetycznych własnościach. Na przykład charakterystykę koparkową (rys. 2.6) realizuje się albo w układzie Leonarda wyposażonym w odpowiednie sprzężenia zwrotne

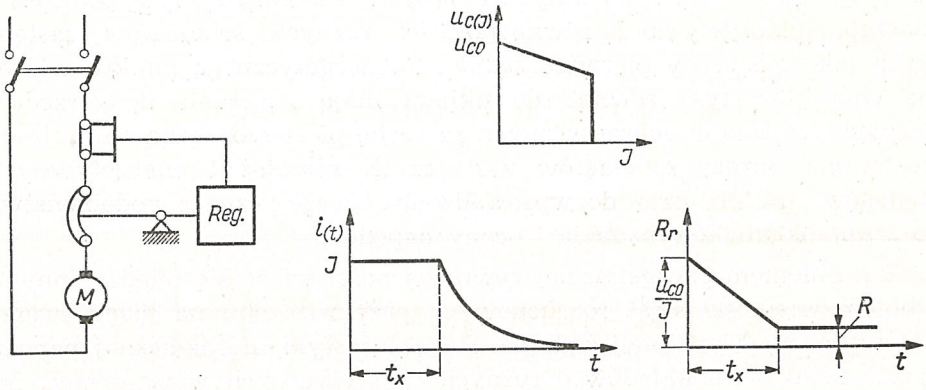


Rys. 2.6. Koparkowa charakterystyka mechaniczna

(rys. 2.7), albo można by ją uzyskać przez użycie silnika obcowzbudnego załączonego na stałe napięcie zasilania przy odpowiednim zmienianiu oporu w obwodzie twornika (rys. 2.8) lub przez zastosowanie sprzęgła

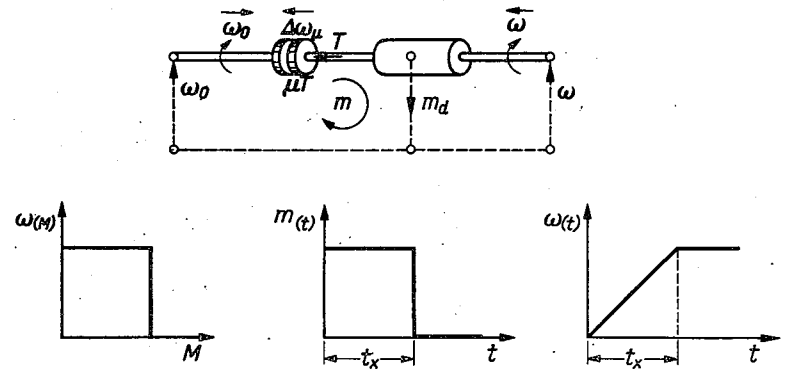


Rys. 2.7. Otrzymywanie charakterystyki koparkowej w układzie z regulacją wymuszeniową



Rys. 2.8. Otrzymywanie charakterystyki koparkowej w układzie z regulacją parametryczną — element dysypatywny

regulowanego (rys. 2.9). W praktyce spotyka się sposób pierwszy lub trzeci, natomiast zmiany oporu twornika silnika zasilanego ze sztywnej sieci stosuje się w napędach z silnikiem asynchronicznym pierścienio-



Rys. 2.9. Otrzymywanie charakterystyki koparkowej w układzie z odpowiednio dobranym elementem dysypatywnym

wym z dławikami bocznikującymi opory czynne w wirniku. Dla układów i charakterystyk kolejno z rysunków 2.7, 2.8 i 2.9 straty rozruchowe A_s są podane następującymi związkami.

— dla układu z rys. 2.7:

$$A_s = J^2 R t_x + \frac{1}{2} C (U_0^2 - u_{\omega x})^2 = \frac{1}{2} C U_0^2 \left(\frac{2}{\varphi} - \frac{1}{\varphi^2}\right), \tag{2.18}$$

gdzie

$$t_x = \frac{U_0 - J \cdot R}{J} C;\ u_{\omega x} = u_{co} - J \cdot R,$$

$$\varphi = \frac{U_0}{JR};$$

— dla układu z rys. 2.8:

$$A_s = \int_0^{tx} J^2 R_{r(t)}\, dt + \frac{1}{2} C (U_0 - u_{\omega x})^2 = \frac{1}{2} C U_0^2, \tag{2.19}$$

gdzie t_x jak dla układu z rys. 2.7;

— dla układu z rys. 2.9:

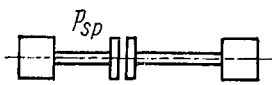
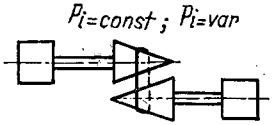
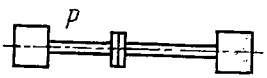
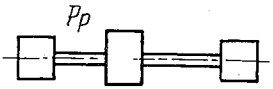
$$A_s = \int_0^{tx} (\omega_0 - \omega) M\, dt = \left(\omega_0 M t - \frac{1}{2} \frac{M^2}{J} t^2\right)\Bigg|_0^{tx} = \frac{1}{2} J \omega_0^2, \tag{2.20}$$

gdzie $t_x = \dfrac{J \cdot \omega_0}{M}$.

Na podstawie tu podanych oraz szeregu innych przypadków można sformułować wniosek o zależności strat rozruchowych od wyznaczanego układowi poziomu energetycznego równego iloczynowi $J\omega_0^2$, gdzie J jest wartością zredukowanego momentu bezwładności stałego lub zmiennego w czasie, a ω_0 jest prędkością źródła energii. Podobnie dla schematu elektrycznego wyznaczany poziom energetyczny jest równy CU_0^2. W jednym napędzie o pewnym wyznaczanym poziomie energetycznym jego wartość może zależeć od zmian J lub ω_0. I tak na przykład straty rozruchowe w silniku szeregowym powstają albo w układzie $\omega_0 = \text{const}$, $J = \text{var}$, lub w układzie $\omega_0 = \text{var}$, $J = \text{const}$. W obu przypadkach identyczność strat wynika z istnienia jednakowych wyznaczanych przy rozruchu poziomów energetycznych. Jeżeli straty rozruchowe zależą tylko od wyznaczanego poziomu energetycznego, to nie zależą one od parametru elementu dysypatywnego. Stwierdzono to dla układów z rysunków 2.7 do 2.9, przy czym na podkreślenie zasługuje fakt, że element dysypatywny może mieć charakter tarcia wiskotycznego zarówno ze stałym, jak i ze zmiennym parametrem, lub tarcia suchego.

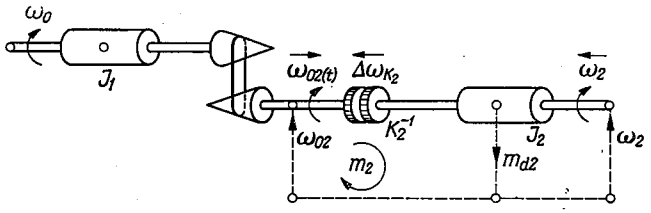
W układach z rysunków 2.7, 2.8 i 2.9 uzyskano koparkowe charakterystyki mechaniczne przy stosowaniu regulacji wymuszeniowej oraz parametrycznej lub przez dobór elementu dysypatywnego ze stałym para-

Tablica 2.4

Silnik Sieć | Elementy łączące | Organ roboczy	Rodzaje elementów łączących
	wały, sprzęgła nieregulowane, przewody
	Przekładnie $i = \text{const}$, chyżozmiany, mechanizmy ze zmiennym przeniesieniem, przekładnie hydrauliczne, silnik szeregowy prądu stałego, silnik komutatorowy prądu zmiennego, układ Leonarda
	sprzęgła regulowane, opornice w obwodzie głównym
	regulowane elementy elastyczne, dławiki podsycane

metrem o odpowiednich własnościach. Sprowadzenie wszelkich układów elektromechanicznych do jednorodnych mechanicznych schematów zastępczych pozwala na włączenie elementów elektromechanicznych do klasyfikacji elementów rzeczywiście mechanicznych. Między innymi tak mogą być rozważane układy z rysunków 2.7 do 2.9. Klasyfikację mechanicznych elementów i zarazem mechanicznych własności elementów elektromechanicznych podaje tablica 2.4.

Elementy typu przekładni $P_{i=\text{var}}$ traktowane są często jako elementy służące do zmiany wymuszenia. Na przykład zespół Leonarda rozpatrywany od miejsca powstawania regulowanej siły elektromotorycznej jest układem z regulowanym wymuszeniem. Zmiany wymuszenia wynikające ze zmian siły elektromotorycznej prądnicy sterującej w układzie mechanicznym odpowiadają zmianom prędkości wymuszającej uzyskanym przez zastosowanie mechanicznej przekładni ze zmiennym przeniesieniem. W prostym przypadku załączenia uzwojenia wzbudzenia prądnicy sterującej skokiem na pełne napięcie wzbudzenia oba ujęcia można interpretować analitycznie.



Rys. 2.10. Mechaniczny schemat zastępczy układu Leonarda
J_1 — moment bezwładności twornika prądnicy, J_2 — moment bezwładności twornika silnika roboczego

Układ elektromechaniczny $e_{gs\,(t)} = E_{gs}\left(1 - e^{-\frac{t}{T_w}}\right)$,

$$\omega_{(t)} = \frac{E_{gs}}{k_e}\left[1 - \frac{1}{T_w - T_m}\left(T_w \cdot e^{-\frac{t}{T_w}} - T_m \cdot e^{-\frac{t}{T_m}}\right)\right].$$

Układ zastępczy mechaniczny przy pominięciu indukcyjności twornikow (rys. 2.10)

$$\omega_{02\,(t)} = \frac{\omega_0}{i_{(t)}}, \tag{2.21}$$

przy czym przeniesienie przekładni $i = \text{var}$ jest funkcją czasu

$$i_{(t)} = \frac{\omega_0}{\omega_{OM}} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\frac{t}{T_w}}}, \tag{2.22}$$

gdzie $\omega_{OM} = \dfrac{E_{gs}}{k_e}$.

Równanie prędkości obwodu mechanicznego oryginału i obwodu za przekładnią układu zastępczego

$$\omega_{02(t)} = \Delta\omega_{2(t)} + \omega_{2(t)}, \tag{2.23}$$

$$\omega_{02(t)} = m_{2(t)} \cdot K_2^{-1} + \omega_{2(t)}. \tag{2.24}$$

Ponieważ moment przenoszony przez sprzęgło z tarciem lepkim

$$m_{2(t)} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}, \tag{2.25}$$

więc

$$\omega_{02(t)} = \omega_{2(t)} + J_2 \cdot K_2^{-1} \frac{d\omega_2}{dt}. \tag{2.26}$$

Po podstawieniu za $\omega_{02(t)}$ ze wzoru (2.21)

$$\frac{\omega_0}{i_{(t)}} = \omega_{2(t)} + J_2 \cdot K_2^{-1} \frac{d\omega_2}{dt}. \tag{2.27}$$

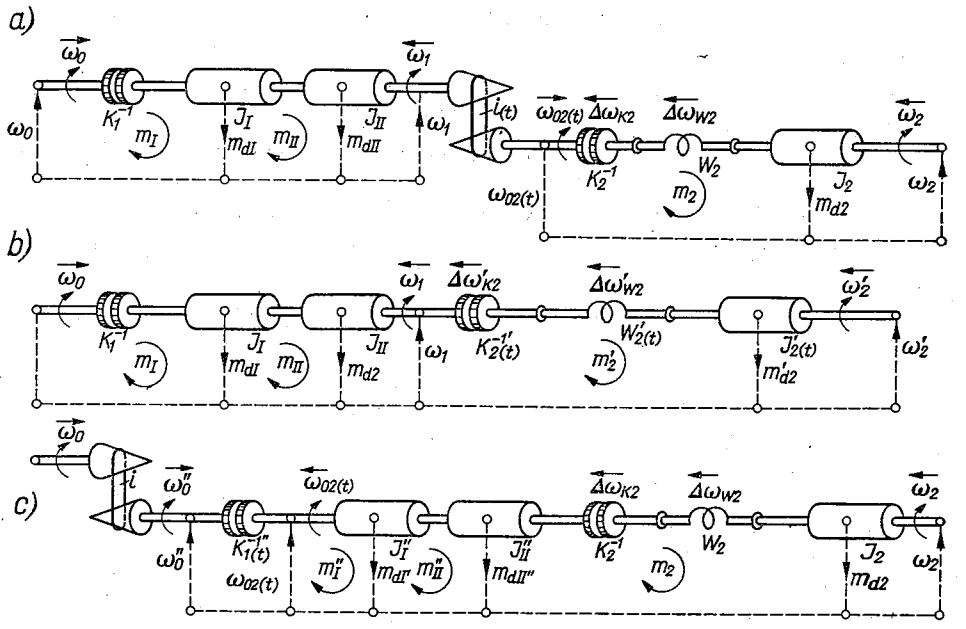
Oznaczając $J_2 \cdot K_2^{-1} = T_{m2}$, prędkość kątowa mas z momentem bezwładności J_2 w postaci operatorowej

$$\Omega_{2(p)} = \frac{\Omega_{OM}}{p(1 + pT_w)(1 + pT_m)} \tag{2.28}$$

i czasowej

$$\omega_{2(t)} = \omega_{OM}\left[1 - \frac{1}{T_w - T_m}\left(T_w e^{-\frac{t}{T_w}} - T_m e^{-\frac{t}{T_m}}\right)\right]. \tag{2.29}$$

Zatem w sensie mechanicznym układ Leonarda w napędowym torze przesyłowym energii stanowi przekładnię ze zmiennym przeniesieniem. Wszelkie parametry i wielkości układu po stronie wtórnej przekładni mogą być zredukowane na jej pierwotną stronę (por. rys. 2.11). Ten ostatni układ mógłby być zaliczony do układów z regulowanymi parametrami. Jednakże układy typu przekształconego zespołu Leonarda nie należą do grupy napędów z regulowanymi parametrami. W odróżnieniu od układów z przekładniami, w których są lub mogą być redukowane wszelkie parametry i wielkości, regulację parametryczną cechuje zmienność pojedynczych wydzielonych parametrów elementów konserwatywnych lub dysypatywnych. Najprostszym przykładem zmian parametru elementu dysypatywnego jest regulowana opornica w obwodzie wirnika silnika obcowzbudnego lub asynchronicznego pierścieniowego oraz wszelkie sprzęgła regulowane. Zmiany parametru elementu konserwatywnego mają miejsce w silniku obcowzbudnym zasilanym z sieci prądu zmiennego poprzez prostowniki i dławiki podsycane. Zmiany prądu podsycającego zmieniają zdolność dławików do magazynowania energii.



Rys. 2.11. Mechaniczne schematy zastępcze układu Leonarda
a) proste odwzorowanie oryginału, b) redukcja parametrów i wielkości na pierwotną stronę przekładni, c) redukcja parametrów i wielkości na wtórną stronę przekładni; J_I, J_{II} — moment bezwładności twornika silnika napędzającego prądnicę i twornika prądnicy, K_1 — element dysypatywny odwzorowujący statyczne właściwości silnika asynchronicznego napędzającego prądnicę i pracującego na prostoliniowej części charakterystyki

2.2 Wnioski końcowe

Schematy zastępcze ujawniają strukturę niejednorodnego układu elektromechanicznego. Jednorodny schemat zastępczy ułatwia układanie równań opisujących statykę i dynamikę napędu elektrycznego. Ze stosowaniem schematów zastępczych związane jest pojęcie energetycznie równoważnych układów. Jest ono środkiem poznania szeregu właściwości napędu, między innymi wielkości strat rozruchowych zależnych od wyznaczanego poziomu energetycznego. Wspomniane powyżej ujawnienie struktury układu elektromechanicznego ułatwia klasyfikację elementów napędu i rodzajów dokonywanych w nim regulacji na wymuszeniową oraz parametryczną. Ponadto schematy mechaniczne animują do stosowania rozważań energetycznych stwarzających możliwości jednolitego traktowania wszelkich zjawisk związanych z wymianą energii.

Akademia Górniczo-Hutnicza
Katedra Elektrotechniki Górniczej

WYKAZ LITERATURY

do rozdziału 1

1. Kacprowski J.: Czwórnikowa teoria biernych linearnych przetworników elektromechanicznych, PWN, Warszawa 1958.
2. Grawe D. O.: Teoretyczna mechanika na osnowi tiechniky, wyd. II, Charków 1932.
3. Huber M. T.: Kinematyka i dynamika, PWT, Warszawa 1950.
4. Kaplianskij A. R.: Wwiedenje w obszczuju tieoriu elektriczeskich maszin. Moskwa 1941.
5. Poincaré H.: Sur quelques théorèmes généraux relatifs à l'électrotechnique. L'éclairage électrique, Nr. 9, 1907.
6. White D. C., Woodson H.: Electromechanical Energy Conversion, John Wiley & Sons, New York — London 1959.
7. International Dictionary of Physics and Electronics. D. Van Nostrand Co, inc. New York 1956.
8. Adkins B.: The General Theory of Electric Machines. Wyd. Chapman & Hall, London 1959.

do rozdziału 2

1. Hecht Heinrich: Schaltschemata und Differentialgleichungen elektrischer und mechanischer Schwingungsgebilde. Johann Ambrosius Verlag, Leipzig 1959.
2. Nahrgang S.: Elektromagnetisch-mechanische Energiewandler. — Archiv für Elektrotechnik, XLV Band, 1960, Heft 4.
3. Kolendowski J.: Zastępcze schematy elektryczne liniowych układów elektromechanicznych (napęd z silnikiem obcowzbudnym prądu stałego). — Zeszyty Naukowe Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie, Elektryfikacja Górnictwa i Hutnictwa, zeszyt 5, s. 135—195.
4. Kolendowski J.: Straty energii przy ładowaniu pojemności dynamicznej liniowego układu zastępczego silnika obcowzbudnego. — Zeszyty Naukowe Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie, Elektryfikacja Górnictwa i Hutnictwa, zeszyt 6, s. 69—116.

L. SZKLARSKI, J. KOLENDOWSKI

GENERAL PROBLEMS OF STEADY STATE PERFORMANCE AND DYNAMICS OF ELECTRIC DRIVE

Summary

The authors consider the origin of two possible ways of approach to the problems of electric driving system performance:

1) based on the system energy, and
2) based on the equivalent systems.

The application of both methods is due to the endeavour of attaining the electromechanical system synthesis.

In the first part of the article the conventional methods of analysis of the steady state and dynamics of the electric driving system, and the method based on the energy functions are compared. The latter method is based on the variational principle. For this reason some principles of the variational method and

Hamilton's principle are considered which ultimately bring to the Euler-Lagrange equations. The above problems are discussed from the stand point of their efficiency in treating the electric drive system behaviour.

The problem of the proper choice of a generalized coordinate of the electromechanical system (i. e. of the electric driving system) and the advantages of application of the concept of energy and coenergy are also taken into consideration.

Finally the brief example of application of the variational principle to the discussion of the performance of the electric drive is given and general conditions of application of the method are discussed.

In the second part of the article the problems of mechanical and electrical equivalent systems of the d. c. electric drive are considered. In accordance with this the dimensional analysis of some of the system parameters and values is carried out.

On the basis of equivalent schemes of electric drive the solution of the problem of the application of the static characteristics of a d. c. motor of separate excitation type (with the armature induction taken into consideration) is obtained. Next it is stated that from the stand point of energy the external characteristics of the electric drive are of less importance.

The concept of systems equivalent from the stand point of energy to the original electromechanical system is introduced. This concept is used for the determination of starting losses and for the classifications of the electric driving system elements as elements of variable gear ratio and variable parameters.

Some of the problems of the system equivalent substituting the original systems from the stand point of energy are also discussed with the d. c. series wound driving motor and the Ward-Leonard drive as illustrations.

In the ultimate conclusions the advantages of application of equivalent systems are discussed.

L. SZKLARSKI, J. KOLENDOWSKI

PROBLÈMES GÉNÉRAUX DE LA STATIQUE ET DE LA DYNAMIQUE DES COMMANDES ÉLECTRIQUES

Résumé

L'article contient un fondement court de l'opportunité d'appliquer des méthodes énergétiques et des schèmes équivalents pour évaluer des proprietés statiques et dynamiques des commandes électriques.

Dans la prémière partie on a fait l'analyse de quelques problèmes liès avec la méthode énergétique tels que: élements du calcul des variations, principe de Hamilton, équation d'Euler-Lagrange. On a présenté les opportunités générales résultant de l'application de la méthode mentionnée, ainsi qu'un exemple de l'utilisation.

Dans la deuxième partie on présente une analyse numérique des grandeures et des caractéristiques des systèmes électromécaniques, ainsi que les principes de construction des schèmes équivalents homogènes énergétiquement et on a divisé les élements des commandes aux élements de variable transfert ou d'une caractéristique variable.

L. SZKLARSKI, J. KOLENDOWSKI

ALLGEMEINE PROBLEME DER STATIK UND DYNAMIK VON ELEKTRISCHEN ANTRIEBEN

Zusammenfassung

Es wird zunächst die Entstehung der Tendenz der Anwendung bei elektrischen Antrieben besprochen, und zwar:

1) die Methode der energetischen Betrachtungsweise für Statik und Dynamik der Antriebe,

2) die Methode von elektrischen und mechanischen Ersatzschaltungen.

Die beiden Methoden, die die Eigenschaften des elektrischen Antriebs betrachten, streben nach einer Synthese der elektromechanischen Systeme.

Im ersten Teil der Arbeit wurden die üblichen Betrachtungsmethoden der Statik und Dynamik bei elektrischen Antrieben mit der Methode der energetischen Betrachtungsweise der Erscheinungen verglichen. Die letztere beruht auf dem Grundsatz der Variationsrechnung. Im Zusammenhang damit werden darauf einige Probleme der Variationserechnung und der Hamilton-Prinzip besprochen, der zu den Gleichungen von Euler-Lagrange führt. Diese Probleme wurden im Anbetracht ihrer Auswertung für die Statik und Dynamik der elektrischen Antriebe gewählt. Es wurde auch auf das Problem der richtigen Wahl der allgemeine Koordinate des elektromechanischen System hingewiesen sowie auf dem Vorteil der Anwendung des Begriffs von Energie und Koenergie. Ferner wurde ein Beispiel für die Anwendung der energetischen Methode zur Beschreibung der Antriebsdynamik angegeben und die allgemeinen Bedingungen besprochen, für welche die Anwendung dieser Methode besonders günstig ist.

Im zweiten Teil der Arbeit werden die Probleme der elektrischen und mechanischen Ersatzsysteme für den Gleichstromantrieb besprochen. Es wurde dann eine Dimensionalanalyse einer Grössen- und Parameterreihe der elektromechanischen System angeführt. Auf Grund der Ersatzschaltung wurde die Möglichkeit der Anwendung der statischen Kurve des fremderregten Gleichstrommotors entscheidet (wobei die Induktion des Ankers in Frage kam). Ferner wurde darauf hingewiesen, dass vom Standpunkt der energetischen Betrachtungsweise aus die äusseren Kurven nur eine unterordnete Bedeutung für den Antrieb haben. Es wurde ferner der Begriff von Ersatzschaltungen, die vom energetischen Standpunkt aus gleichwertig sind, eingeführt. Dieser Begriff wurde ausgenutzt sowohl für die Feststellung von Anlaufverlusten wie auch für die Einteilung der üblichen Antriebselemente in Elemente mit veränderlicher Übertragung oder veränderlichem Parameter. Einige Probleme der Ersatzschaltungen, die vom energetischen Standpunkt aus gleichwertig sind wurden am Beispiel des Reihenschlussmotors und der Leonard-Schaltung besprochen.

Zum Schluss wurden die Vorteile besprochen, die sich aus der Anwendung von Ersatzschaltungen ergeben.

Л. ШКЛЯРСКИ, Е. КОЛЕНДОВСКИ

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ СТАТИКИ И ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Резюме

Во введении обсуждается происхождение тенденции применения двух метод анализа электропривода:

1) метод энергетический, и

2) метод схем замещения (электрических и механических).

Оба эти метода анализа поведения электропривода происходят от стремления к синтезу электромеханических систем.

В первой части статьи сравниваются общепринятые методы анализа статики и динамики электропривода с методом энергетического подхода к явлениям. Последний метод базируется на принципе вариационного исчисления. В связи с этим в дальшей части статьи обсуждаются некоторые проблемы вариационного исчисления и принципа Гамильтона, который ведёт к уравнениям Эйлера-Лагранжа.

Проблемы эти выбрано с точки зрения их применимости к вопросам статики и динамики электропривода.

В статье также обращено внимание на вопрос выбора обобщенной координаты электромеханической системы и на удобство оперирования понятием энергии и коэнергии.

Кроме рассмотрения краткого примера применения энергетического метода для анализа динамики электропривода, обсуждаются также общие условия, при которых применение этого метода специально удобно.

Во второй части статьи обсуждаются вопрос электрических и механических схем замещения электропривода с двигателем постоянного тока. При этом приведен мерный анализ ряда величин и параметров электромеханической системы. На основании схемы замещения решён вопрос возможности использования статических характеристик двигателя с независимым возбуждением, с принятой во внимание индуктивностью якоря. Далее обращено внимание на то обстоятельство, что с энергетической точки зрения внешние характеристики электропривода имеют второстепенное значение.

Введено понятие энергетически эквивалентных схем замещения. Понятие это использовано как при определении пусковых потерь, так и при классификации элементов электропривода на элементы с переменным передаточным числом и элементы с переменным параметром.

Некоторые вопросы энергетически эквивалентных схем замещения обсуждены на примере сериесного двигателя и системы Леонарда.

Заключительная часть содержит обсуждение преимуществ возникающих из применения схем замещения.

U W A G A

Kolportażem czasopism PWN zajmuje się „Ruch". Zamówienia i wpłaty na prenumeratę przyjmują: oddziały i delegatury „Ruchu", urzędy pocztowe, listonosze, księgarnie Domu Książki, Centrala Kolportażu „Ruch", Warszawa, ul. Srebrna 12, konto PKO nr 1-6-100.020.

Zamówienia i wpłaty krajowe na prenumeratę czasopism PWN ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuuje Przedsiębiorstwo Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch", Warszawa, ul. Wilcza 46, konto PKO nr 1-6-100.024.

Cena prenumeraty zagranicznej jest o 40% wyższa od ceny obowiązującej w kraju.

621.3.017 : 621.314.222.6

JANUSZ TUROWSKI

Metody obliczania strat dodatkowych wywołanych polem rozproszenia w transformatorze

Rękopis dostarczono 19.3.1962

Dodatkowe straty rozproszeniowe w nieaktywnych częściach transformatorów i maszyn elektrycznych w małych i średnich jednostkach są niewielkie i mają drugorzędne znaczenie. Natomiast w dużych transformatorach o mocach rzędu kilkudziesięciu, a zwłaszcza kilkuset MVA, ze względu na silne pola rozproszenia, osiągają one znaczne wartości, rzędu strat podstawowych w miedzi. Z wymienionych względów zagadnienie to nabrało znaczenia w ostatnich latach i dotychczasowy dorobek literatury światowej w tej dziedzinie jest jeszcze dość skromny. Istnieje kilka fragmentarycznych lub mało dokładnych, a nawet sprzecznych wzorów, na ogół mało przydatnych dla praktyki konstrukcyjnej. W pracy, po krytycznym omówieniu aktualnego stanu zagadnienia, podano dokładniejszą, zdaniem autora, metodę obliczania strat w masywnych częściach stalowych, uwzględniającą zmienność przenikalności stali w funkcji natężenia pola magnetycznego. Wychodząc z podstawowych równań Maxwella wyprowadzono konkretne wzory na obliczanie strat w płytach stalowych umieszczonych w polu rozproszenia transformatora. Wzory te sprawdzono doświadczalnie uzyskując dostateczną dla praktyki zgodność wyników. Podano ponadto drogę prowadzącą do obliczenia strat w kadzi transformatora oraz pewne wnioski odnośnie przeliczania „na gorąco" wyników próby zwarcia i stanu jałowego wielkich transformatorów z uwzględnieniem specyfiki dodatkowych strat rozproszeniowych. Obliczenia zilustrowano przykładami liczbowymi.

1. AKTUALNY STAN ZAGADNIENIA

Sprawa dodatkowych strat rozproszeniowych w nieaktywnych częściach transformatorów i maszyn elektrycznych wciąż jeszcze oczekuje pełnego naukowego zbadania prowadzącego do wiarygodnych wzorów obliczeniowych i jednoznacznych zaleceń konstrukcyjnych. Problem dodatkowych strat rozproszeniowych w masywnych częściach konstrukcyjnych, który przez wiele lat leżał na peryferiach zainteresowań konstruktorów, zaczął występować ostro z chwilą kiedy rozpoczęto budowę wielkich jednostek transformatorowych o mocach rzędu kilkudziesięciu, a zwłaszcza powyżej 100 MVA. Także i w krajowych transformatorach o mocy ponad 25 MVA straty dodatkowe, wyznaczane przy próbie zwarcia, znacznie przekraczały straty dodatkowe w uzwojeniach obliczone me-

todami klasycznymi. Nawet najdokładniej przeprowadzone obliczenia strat dodatkowych w uzwojeniach za pomocą metod obliczeniowych, które można uważać za dostatecznie dokładne, wskazywały na to, że w uzwojeniach powstaje zaledwie mała część całkowitych strat dodatkowych w transformatorze. Stąd wniosek, że straty te, sięgające kilkudziesięciu, a nawet 100% strat podstawowych w miedzi, wydzielane są poza uzwojeniem, a więc w kadzi, w czołowych powierzchniach rdzeni i w pozostałych częściach konstrukcyjnych transformatora. Problem tych strat jest ważny zarówno dla użytkownika, ze względu na duże straty energii, jak i dla konstruktora, ze względu na możliwość szybkiego uszkodzenia transformatora wskutek lokalnych przegrzań, spowodowanych koncentracją strat.

Dotychczasowa droga większości badaczy do rozwiązania problemu strat rozproszeniowych prowadzi poprzez badania teoretyczne i doświadczalne poszczególnych elementów konstrukcji (ekrany, pokrywy, pierścienie prasujące, kadzie itd.) lub wyidealizowanych uproszczonych układów. Do ostatnich prac tego typu należą badania wykonane w Laboratorium General Electric Co. [7], [3]. Obie prace dotyczą strat w nieskończenie rozległej płycie stalowej umieszczonej w polu pojedynczego przewodu z prądem i nie pozbawione są sprzeczności, które autorzy tłumaczą, między innymi, dużym udziałem w stratach rozproszeniowych niedostatecznie jeszcze zbadanych strat z anomalii magnetycznej. To z kolei nie znajduje potwierdzenia w innych pracach z tej dziedziny — między innymi wykonanych przez autora [10] — wskazujących, że główną część strat w stalowych częściach konstrukcyjnych stanowią straty od prądów wirowych. Wymienieni badacze nie uwzględnili natomiast zmienności przenikalności stali w funkcji natężenia pola magnetycznego. Spośród innych czynników komplikujących obliczenie strat w układach z masywnym żelazem należy wymienić jeszcze takie niedostatecznie wyjaśnione zjawiska, jak odbicie prądu zmiennego w masywnych ciałach metalowych, anizotropia magnetyczna, wpływ zblachowania w poprzek strumienia i wreszcie złożoność obrazu pól na powierzchni badanego ciała.

Przodujące wytwórnie transformatorów walczą ze stratami rozproszeniowymi stosując metodę odpowiedniego „sterowania" strumieni rozproszenia przy pomocy boczników i ekranów, drogą stosowania elementów z metali nieferromagnetycznych lub tworzyw niemetalowych, wreszcie drogą eliminowania powierzchni zblachowanych w poprzek strumienia rozproszenia (np. promieniowe blachowanie kolumn). Jednakże niedostatecznie sprawdzone stosowanie tych środków może nie dać pożądanych efektów, a nawet doprowadzić do wręcz odwrotnych skutków w stosunku do zamierzonych. Zarówno Pietrow ([6] s. 289), jak i późniejsze doświadczenia wykonane w MTZ stwierdzają, że „...walka ze stratami dodatkowymi od poprzecznego pola magnetycznego drogą umieszczania

na wewnętrznej ścianie kadzi miedzianych osłon tej lub innej konstrukcji daje znikomy efekt, gdyż straty prawie nie zmniejszają się i ze ścianek kadzi przechodzą do osłon; znacznie większy efekt można osiągnąć umieszczając przy wewnętrznej powierzchni kadzi zblachowane pakiety, podobne do używanych w aparacie Epsteina. Jednakże najbardziej radykalną metodą walki ze stratami dodatkowymi jest prawidłowe konstruowanie uzwojeń, przy którym straty od poprzecznego pola rozproszenia zmniejszają się do minimum". Wydaje się, że o ile wnioski odnośnie boczników magnetycznych i konstrukcji uzwojeń są słuszne, o tyle dyskwalifikacja ekranowania kadzi i innych części stalowych miedzią budzi zastrzeżenia i wymaga sprawdzenia. Osłona, aby spełniała swoje zadanie, musi być ekranem całkowicie zamkniętym dla pola rozproszenia [14]. Luźne, nie połączone ze sobą blachy miedziane lub aluminiowe, zawieszone na ścianach kadzi, choćby najgrubsze, nie będą spełniały swego zadania, gdyż prądy wirowe będą zawsze przepływały po obu powierzchniach blach, wypierając wnikający w nie strumień i wytwarzając na powierzchni stali praktycznie takie same pole, jakie istotniałoby tam, gdyby ekranów nie było w ogóle.

Do obliczania strat dodatkowych poza uzwojeniami używane są zwykle empiryczne lub półempiryczne wzory stanowiące tajemnicę firmową i dotyczące przeważnie konkretnej własnej konstrukcji. W tej chwili jedynym, bodajże, powszechnie dostępnym wzorem na ogólne straty dodatkowe w kadzi i częściach konstrukcyjnych transformatora jest wzór empiryczny pochodzący ze starych źródeł amerykańskich, stosowany także z doraźnymi modyfikacjami w ZSRR [8]:

$$\Delta P = k \frac{U^2 \Phi^2 H^3 \left(\frac{f}{50}\right) \cdot 10^{-12}}{p\,[H + 2\,(R - R_{12})]^2} \quad [\mathrm{W}],^* \tag{1}$$

gdzie:

k — współczynnik, który dla transformatorów trójfazowych wynosi 2,2 przy $u_x < 10{,}5\%$ oraz 1,5 przy $u_x > 10{,}5\%$.
Φ — strumień jednej kolumny w Mx;
f — częstotliwość w Hz,
H — wysokość uzwojenia w cm;
p — obwód gładkiej kadzi w cm,
R — średni promień owalnej kadzi w cm, $R = \frac{A + B - 2C}{4}$
A i B — długość i szerokość kadzi, C — odległość osi sąsiednich kolumn;
R_{12} — średni promień szczeliny rozproszenia w cm;
u_x — składowa bierna napięcia zwarcia w %;
U — napięcie znamionowe międzyprzewodowe w V.

*) Nieco zmienioną postać tego wzoru podał ostatnio D. N. Morozow — „Energ. za Rubieżom'. Transformatory. Wypusk 8. Moskwa. Goseniergoizdat 1962.

Wzór ten przez samych użytkowników uważany jest za wątpliwy i przestarzały, nie wyjaśnia wielu problemów i daje wyniki znacznie różniące się od wyników prób. Nie określa on miejsca występowania największych strat, bez czego nie można ustalić stopnia ich szkodliwości i podjąć z nimi walki. Formalnie według wzoru (1) straty rozproszeniowe w transformatorze bez kadzi powinny być równe zeru, tymczasem, jak wykazuje praktyka krajowa, jak również doświadczenia wykonane w ZSRR straty dodatkowe niewiele (o 5...15%) zmniejszają się po wyjęciu transformatora z kadzi. Ciekawe to zjawisko można wytłumaczyć albo tym, że większość strat dodatkowych występuje w wewnętrznych częściach konstrukcyjnych transformatora i w czołowych powierzchniach rdzenia, do których linie sił strumienia rozproszenia wchodzą praktycznie prostopadle, bądź też przegrupowaniem strat w transformatorze spowodowanym tym, że strumień rozproszenia zamykający się normalnie przez kadź, po usunięciu kadzi zostaje skierowany ku rdzeniowi. To ostatnie wyjaśnienie jest bardziej prawdopodobne, zwłaszcza jeśli się weźmie pod uwagę, że w obu przypadkach całkowity strumień rozproszenia jest praktycznie jednakowy, gdyż główną oporność na jego drodze stanowi szczelina rozproszeniowa.

W Niemczech jeszcze w 1929 r. Heiles [4] wyprowadził, uważane dziś czasem za klasyczne, wzory na straty w kadzi wywołane przez strumień rozproszenia spowodowany asymetrią osiową amperozwojów:

$$\Delta P = C \frac{0{,}13\, k_m}{\varrho} \left[\frac{r_m}{r_a} \cdot \frac{1}{\delta} \quad \frac{A_1}{100} \left(\frac{H}{10} \right)^2 \frac{f}{100} \right]^2 H \cdot b \cdot d \cdot \Lambda \quad [\mathrm{W}], \qquad (2)$$

gdzie:

$C = \frac{5}{8}$ — dla zwojów wyłączonych w środku, $C = 5$ — dla zwojów wyłączonych na końcu uzwojenia;

$k_m = \frac{3}{kd} \cdot \frac{\operatorname{sh} kd - \sin kd}{\operatorname{ch} kd - \cos kd}$ — współczynnik wypierania prądów wirowych w blasze;

A_1 — wartość skuteczna obciążenia liniowego nieprzerwanego uzwojenia w A/cm;

H — długość uzwojenia jednej kolumny w cm;

f — częstotliwość w Hz,

d — grubość blachy w cm;

M — długość przerwy w uzwojeniu w cm;

r_i — promień rdzenia w cm;

r_a — odstęp ściany kadzi od środka rdzenia w cm;

$r_m = \frac{r_i + r_a}{2}$;

$m = \frac{M}{H}$; $\Lambda = \frac{1}{5} m^2 + \frac{2}{5} m^3 - \frac{1}{15} m^4$; $\delta = r_a - r_i$;

b — szerokość ściany kadzi, na której wnika w nią pole (dla transformatorów trójfazowych Heiles radzi brać $b = 70\%$ obwodu kadzi);

ϱ — oporność właściwa blachy stalowej w $\frac{\Omega\,\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$ (wg Heilesa 0,13).

W USA ten sam problem co Heiles badali Bewley [1] z Gen. El. Co. oraz Vogel i Adolphson [16] z Allis-Chalmers Man. Co. Ci ostatni, posługując się metodą Rosenberga podali żmudną (punkt po punkcie) i mało dokładną metodę oszacowania strat jednostkowych i temperatury w najgorętszym miejscu kadzi, jak również całkowitych strat w kadzi, wskutek asymetrii amperozwojów. Według nich straty w dowolnym punkcie w masywnym materiale magnetycznym wynoszą:

$$\Delta P = 1{,}19 \cdot 10^{-4} \sqrt{\varrho f N^3 B} \quad [\mathrm{W/cm^2}], \tag{3}$$

gdzie:

ϱ — oporność właściwa w omach na 1 cm³;
f — częstotliwość w Hz;
N — amperozwoje magnesujące na cm, wzdłuż powierzchni żelaza (natężenie pola magnetycznego;
B — indukcja w gausach.

Potrzebne do wzoru natężenie pola magnetycznego N w danym punkcie kadzi znajdujemy z przybliżonego równania:

$$\Phi_{całk} = 1{,}26\, Nd + 391 \sqrt{N}$$

(dla niskokrzemowej stali, nasyconej powyżej 16 kGs $\gamma = 6{,}7 \cdot 10^4 \frac{1}{\Omega \cdot \mathrm{cm}}$ i $f =$ = 50 Hz),

gdzie:

d — odległość uzwojenia WN od kadzi;

$\Phi_{całk}$ — całkowity poprzeczny strumień rozproszenia (płynący w kadzi i w powietrzu, równolegle do kadzi).

$\Phi_{całk}$ — znajdujemy metodą całkowania graficznego składowej normalnej indukcji na powierzchni kadzi. Wykres tej indukcji wzdłuż wysokości kadzi znajdujemy uprzednio, wyznaczając indukcję w danym punkcie powierzchni kadzi na zasadzie prawa Biot-Savart'a, ze wzoru: $B = 0{,}2\, N \ln \frac{a}{b}$ [zob. wzór (35)], gdzie N — amperozwoje na cm długości rozpatrywanej części uzwojenia, zaś a i b — odległości końców tej części uzwojenia od punktu na powierzchni kadzi. Wszystkie części uzwojenia uwzględniamy na zasadzie superpozycji.

Największym bodajże błędem tej metody jest założenie stałego i w dodatku maksymalnego nasycenia żelaza w całym obszarze strat.

W ZSRR, w latach trzydziestych, straty w kadzi i belkach prasujących obliczał i badał Markwardt [5]. Podał on najpełniejszą, jak dotąd, analizę pola magnetycznego i strat w kadzi oraz belkach prasujących. Wychodząc z założenia okresowego rozkładu amperozwojów w kierunku osiowym i wzdłuż obwodu kadzi oraz z równań Maxwella dla stałej i rzeczywistej przenikalności, wyprowadził on wzory:

— na straty w kadzi jednofazowych i trójfazowych transformatorów, wywołane symetrycznym uzwojeniem ciągłym:

$$\Delta P = 0{,}25\, f^{1{,}5} (I z \delta)^2 \frac{L}{H} \left(0{,}06 + \frac{\operatorname{sh} \pi \frac{l_0}{H}}{\operatorname{sh} \frac{l}{H}} \right)^2 \cdot 10^{-10}, \tag{4}$$

— na uzupełniające straty w kadzi, wywołane wyłączeniem zwojów w środku lub na końcach uzwojenia:

$$\Delta P = 0{,}4 f^{1{,}5} L \cdot H (Iz)^2 \frac{\operatorname{ch}^2 2\pi \frac{l_1}{H}}{\operatorname{sh}^2 2\pi \frac{l}{H}} \left(\sum_{k=1}^{p-1} \gamma_k \sin \pi x_k \right)^2 \cdot 10^{-12}, \tag{5}$$

— na straty w belkach prasujących:

$$\Delta P = 7{,}5 \cdot 10^{-12} \cdot f^{1{,}5} \left(\frac{Iz\,\delta}{H} \right)^2 \frac{g^2}{k_1^2} (D_z^2 - D^2), \tag{6}$$

gdzie:
ΔP — straty w W;
Iz — amperozwoje skuteczne na jednej kolumnie; f — częstotliwość w Hz, L i H — obwód i wysokość kadzi; δ — szczelina między osiami przekrojów uzwojeń;
l — odległość od rdzenia do kadzi;
l_0 — odległość od rdzenia do środka szczeliny;
l_1 — odległość od rdzenia do środka przekroju niesymetrycznego uzwojenia;
x_k — względna długość k-tej strefy niesymetrii uzwojenia licząc od brzegu;
γ_k — różnica względnych obciążeń liniowych k-tej i następnej strefy uzwojenia;
p — liczba stref uzwojenia o różnych obciążeniach liniowych;
g — pełny promieniowy wymiar grupy uzwojeń razem ze szczeliną rozproszeniową;
D_z — średnia średnica zewnętrznego uzwojenia;
D — średnica rdzenia;
k_1 — sprowadzona odległość od belki do uzwojenia.
(Wszystkie wymiary liniowe w cm).

Trudności teoretyczne piętrzące się przed radzieckim badaczem przy próbach uwzględnienia wszystkich stron tego złożonego zjawiska, zmusiły Markwardta do rezygnacji z pełnego teoretycznego obliczenia strat i do otrzymanych wzorów teoretycznych wprowadził on znaczne empiryczne współczynniki liczbowe, które wg niego należy każdorazowo dobierać na podstawie doświadczenia. Wzory Markwardta, mimo to, nie znalazły zastosowania, gdyż dają zbyt duże rozbieżności z praktyką. Prawdopodobnie przyczyną tego były zbyt grube uproszczenia, do których przede wszystkim zaliczyć trzeba przyjęcie stałości stosunku $\frac{\gamma}{\mu}$. Nieuwzględnianie zmienności przenikalności stali wobec dużej zmienności rozkładu pola na powierzchni blachy prowadzić może do znacznych błędów nie tylko we współczynnikach liczbowych, ale i w przebiegu krzywych strat w funkcji podstawowych parametrów. Błąd ten (a raczej zamierzone uproszczenie) popełniali wszyscy cytowani autorzy.

Na podstawie swoich obliczeń i doświadczeń Markwardt stwierdził, że w dużych transformatorach, o niesymetrii amperozwojów nie przekraczającej 5...10%, straty w kadzi określone są przede wszystkim sy-

metrycznym, ciągłym układem uzwojeń. Tymczasem z wyjątkiem Markwardta i częściowo Bewleya nikt nie obliczał strat w kadzi przy braku asymetrii osiowej, to znaczy strat powstających w wyniku naturalnego zakrzywiania się linii sił i prostopadłego wnikania ich do kadzi. Ponadto Bewley przyjmował, że prawie cały strumień rozproszenia wnika do kadzi, pomijając bardzo istotny wpływ rdzenia i belek jarzmowych na rozpływ strumienia rozproszenia. Wojna i śmierć Markwardta przerwała jego wiele obiecujące badania.

Jednym z najważniejszych problemów teorii pola elektromagnetycznego i strat w częściach metalowych transformatora jest sprawa rozkładu pola elektromagnetycznego i prądów wirowych we wnętrzu blach kadzi. Już Markwardt stwierdził, że klasyczne wzory Bewleya [1] i Heilesa [4] są błędne, ponieważ autorzy ci zakładali symetryczny rozkład prądów wirowych w blasze kadzi względem centralnej płaszczyzny, podczas gdy z badań Markwardta wynika, że na powierzchnię zewnętrzną kadzi nie przenika praktycznie żadne pole elektromagnetyczne i nie płyną tam żadne prądy wirowe. Przeprowadzone przez autora badania pola elektromagnetycznego we wnętrzu ekranów [14] wskazują, że w przypadku praktycznym, gdy kadź stanowi całkowicie zamknięty ekran, słuszność jest po stronie Markwardta. W przypadku zaś, gdy ekran nie jest zamknięty, t. zn. istnieje chociażby jedna szczelina osiowa sprawiająca, że prądy wirowe przedostają się na zewnątrz kadzi — rację mają Bewley i Heiles. Oczywiście ostatni przypadek nie występuje w kadziach olejowych, natomiast z łatwością może wystąpić w przypadku obudowy blaszanej transformatora suchego, lub modeli kadzi, składających się z dzielonych blach. Na takim właśnie modelu kadzi wykonano w Politechnice Łódzkiej badania doświadczalne, które ze wspomnianych względów z grubsza wykazały zgodność z wzorami Heilesa.

Na rozkład pola w żelazie i straty duży wpływ ma zmienność przenikalności w głąb metalu. Pełne rozwiązanie tego zagadnienia prowadzi do złożonych równań różniczkowych drugiego rzędu, które prawdopodobnie zostaną wkrótce rozwiązane przy pomocy matematycznych maszyn cyfrowych. Na razie dysponujemy jedynie mniej lub więcej dokładnymi metodami przybliżonymi, z których do najbardziej rozpowszechnionych, ze względu na swoją prostotę, należą metoda E. Rosenbrga z 1923 r., zastosowana przez Vogela i Adolphsona [16] i metoda L. Neimana z 1949 r., stosowana przez autora z pewnymi uzupełnieniami [9...15]. Inni cytowani badacze w ogóle nie uwzględniali tego zjawiska, co prowadzi do zaniżenia obliczonych strat o około 30...40%, nawet przy doborze właściwej przenikalności na powierzchni. Stwierdzaną przez tych autorów zgodność ich wzorów z pojedynczymi doświadczeniami można tłumaczyć dowolnym doborem przenikalności, występującej w tych wzorach, lub współczynników poprawkowych. Większość badaczy chcąc uniknąć konieczności analizowania pola w żelazie i uwzględ-

niania zmian jego przenikalności stara się wyprowadzić wzory uzależniające straty od całkowitego strumienia rozproszenia występującego w szczelinie między uzwojeniowej. Niestety, jest to tylko pozorne obejście trudności, gdyż odbicie pola w żelazie jest funkcją oporności falowej żelaza, bezpośrednio i silnie zależnej od zjawisk zachodzących we wnętrzu metalu. Całkowity zaś strumień „szczelinowy" jest sumą geometryczną rozmaicie poprzesuwanych w fazie składników, występujących w żelazie lub w pobliżu jego powierzchni.

Do nie rozwiązanych dotychczas dostatecznie zagadnień ogólnych teorii zmiennego pola elektromagnetycznego w ciałach metalowych, a zwłaszcza w żelazie, należą obliczenia poszczególnych składowych pola i strat w metalu przy prostopadłym wnikaniu linii sił zmiennego pola magnetycznego do powierzchni ciała. Problem ten występuje zarówno w maszynach i aparatach elektrycznych, jak i w technice nagrzewania indukcyjnego. Wiadomo, że fala płaska padająca pod dowolnym kątem (z wyjątkiem 90° i bardzo do niego bliskiego) na powierzchnię metalu rozchodzi się w nim praktycznie prostopadle do powierzchni, ze względu na duży współczynnik załamania (rzędu 10^9), ale wiadomo także, że linie sił pola magnetycznego nawet przy dość dużej częstotliwości wnikają do żelaza praktycznie prostopadle. Wynika stąd konieczność zbadania takiego pola w żelazie, zarówno masywnym, jak i zblachowanym.

Wreszcie należy dodać, że żaden ze wspomnianych badaczy nie uwzględniał strat w czołowej powierzchni rdzenia, na której linie sił strumienia rozproszenia wnikają prostopadle do płaszczyzny blach powodując tam także straty, i to tym groźniejsze, że stanowią one bezpośrednie niebezpieczeństwo dla rdzenia.

Poza wymienionymi problemami ogólnymi praktyka konstrukcyjna oczekuje wyjaśnienia szeregu szczegółowych zagadnień, jak podział strat między powierzchnię rdzenia i kadzi, rozkład strat dodatkowych wzdłuż wysokości kadzi i rdzenia, zależność strat od odległości między uzwojeniami i między uzwojeniami a rdzeniem lub kadzią transformatora, związek między stratami a rozkładem pola na powierzchni blach rdzenia, kadzi i belek jarzmowych, głębokość wnikania strumieni poprzecznych do rdzenia i rozkład strat na głębokości, wpływ na straty szerokości, grubości i materiału zewnętrznych blach rdzenia, wpływ na straty ilości schodków w przekroju rdzenia, wpływ ekranów lub pakietów bocznikujących na straty od pola poprzecznego, wpływ wymiarów i materiału nakładek prasujących rdzeń, wpływ ekranowania belek jarzmowych, itd.

Praca niniejsza ma na celu wyjaśnienie przynajmniej części przedstawionych w tym wstępie problemów oraz podania dróg ich opanowania, inne będą przedmiotem dalszych badań teoretycznych i doświadczalnych. Oddzielnym ważnym zagadnieniem jest sprawa opracowania metod przewidywania i sprawdzania możliwości lokalnych prze-

grzań części konstrukcyjnych transformatorów, narażonych na skoncentrowane działanie silnego pola magnetycznego. Zagadnienie to zostało już częściowo opracowane przez autora [12; 13].

2. POLE ELEKTROMAGNETYCZNE NA POWIERZCHNI METALU

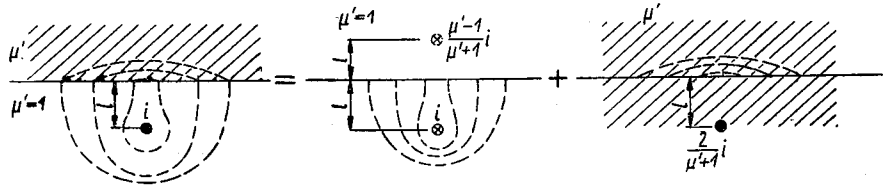
Zgodnie z metodą odbicia zwierciadlanego prądu przepływającego w powietrzu w pobliżu powierzchni ośrodka o przenikalności względnej μ' (rys. 1) [11], pole w powietrzu jest określone przez prąd rzeczywisty (i) oraz jego fikcyjne odbicie (i_p), gdzie

$$i_p = \frac{\mu' - 1}{\mu' + 1} i, \tag{7}$$

zaś pole w żelazie określone jest przez fikcyjny prąd o wartości:

$$i_z = \frac{2}{\mu' + 1} i. \tag{8}$$

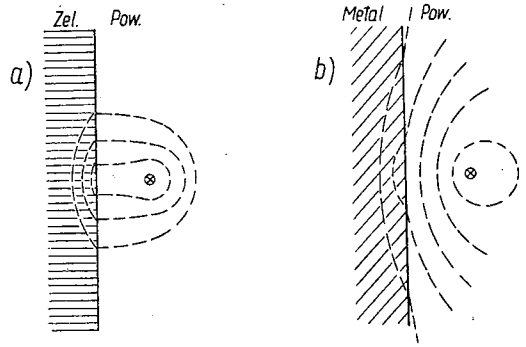
Wzory (7) i (8) dotyczą zasadniczo prądu stałego, jednakże można z nich wyciągnąć pewne wnioski także odnośnie prądu zmiennego przepływającego w pobliżu różnych powierzchni metalowych. Gdy rdzeń że-



Rys. 1. Wyznaczanie pola w pobliżu powierzchni metalu metodą odbicia zwierciadlanego

lazny, w pobliżu którego przepływa prąd zmienny jest tak zblachowany, że nie mogą w nim swobodnie powstawać prądy wirowe (rys. 2a), obraz pola jest taki sam jak dla prądu stałego. W obu tych przypadkach $\mu' \gg 1$ i prąd odbity i_p praktycznie jest równy prądowi rzeczywistemu $(i_p \approx i)$, zaś prąd fikcyjny $i_z \ll i$. Gdy prąd zmienny przepływa w pobliżu powierzchni masywnego ciała metalowego lub rdzenia zblachowanego równolegle do osi prądu, obraz pola zależy od przewodności właściwej metalu, przenikalności i częstotliwości. Prądy wirowe rozwijające się swobodnie w powierzchni metalu powodują jak gdyby zmniejszenie jego przenikalności, zmieniając odpowiednio charakter i rolę prądów odbitych (7) i (8). Przy dużych częstotliwościach i przewodnościach właściwych, a zwłaszcza w przypadku metali kolorowych ($\mu' = 1$), materiał może uzyskać własności diamagnetyczne ($\mu' < 1$) i prąd odbity (i_p) będzie

ujemny, dając obraz pola pokazany na rys. 2b. W rzeczywistości prądy odbite będą w różny sposób poprzesuwane w fazie w zależności od własności fizycznych metalu i geometrii układu, dając pole wypadkowe odbiegające nieco od opisanego uproszczonego obrazu. W przypadku powierzchni miedzianych zjawisko to można zaobserwować doświadczalnie w postaci odpychania (przy dużych prądach) luźno zawieszonego



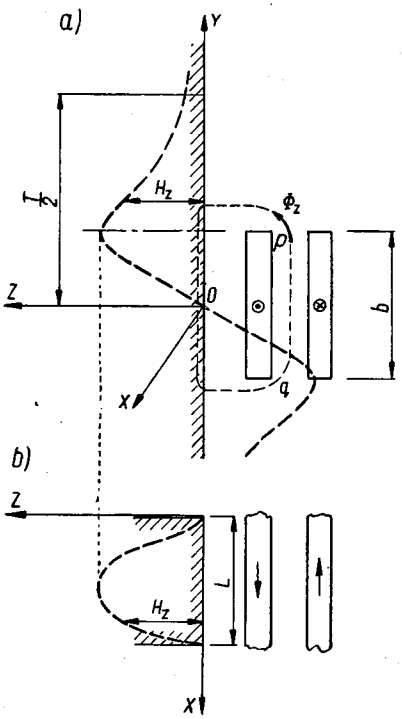
Rys. 2. Odbicie prądu zmiennego w rdzeniu zblachowanym (a) oraz w masywnym ciele metalowym (b)

w pobliżu blachy przewodu z prądem. W przypadku masywnych ciał stalowych wyraźne zmniejszenie przenikalności występuje dopiero przy wysokich częstotliwościach. Jak wynikło z obrazu linii sił pola magnetycznego zdjętego doświadczalnie przy pomocy opiłków żelaznych, linie te jeszcze przy częstotliwości ok. 200 Hz wnikają praktycznie prostopadle do powierzchni stalowej (jak na rys. 1 i 2a). Pomiary zaś natężenia pola magnetycznego wykazały, że pole na powierzchni stali jest nieco słabsze niż przy pełnym odbiciu jednoimiennym, tak jakby prąd odbity i_p (7) wynosił 0,7 do 0,8 prądu rzeczywistego. Tak więc pole magnetyczne w pobliżu masywnej powierzchni stalowej, przy prądzie zmiennym można wyznaczać podobnie jak przy prądzie stałym, zmniejszając nieco prąd odbity.

3. TRÓJWYMIAROWE POLE ELEKTROMAGNETYCZNE W ŻELAZIE

Linie sił pola magnetycznego prawie natychmiast po przejściu przez powierzchnię stali zakrzywiają się pod kątem prostym przebiegając dalej stycznie do powierzchni. Dzięki temu nasycenie stali w kierunku osi stycznej Y (rys. 3) jest większe niż w kierunku prostopadłym (Z), oraz ewentualnie w kierunku osi X, jeśli cały strumień jest skierowany wzdłuż osi Y. Zjawisko to weźmiemy pod uwagę przy wyprowadzaniu podstawowych równań, wprowadzając składowe przenikalności μ_x, μ_y, i μ_z.

Sprawa określenia wzajemnej zależności między tymi składowymi wkracza w dziedzinę fizycznych badań nad ferromagnetyzmem, dość dalekich jeszcze od zakończenia. Na podstawie danych Bozortha ([2] rys. 526) odnośnie superpozycji wzajemnie prostopadłych pól w żelazie można wnioskować, że magnesowanie żelaza w jednym kierunku powoduje zmniejszenie przenikalności w kierunku prostopadłym i to tym większe, im silniejsze jest pole. Poza tym przebieg krzywej magnesowania w osi poprzecznej jest podobny jak w osi podłużnej. W miejscach, gdzie przeważa jeden kierunek linii sił, można zatem mówić o różnych składowych przenikalności. Przyjmując zgodnie z teorią magnesowania stali ([2] str. 383), że obszary Weissa są namagnesowane do nasycenia w kierunku krawędzi sześcianów siatki krystalograficznej i że w miarę magnesowania żelaza do nasycenia oś magnetyczna domeny obraca się w kierunku osi pola zewnętrznego, można przypuszczać, że gdy strumień przepływa tylko w jednym kierunku, przenikalność w kierunku do niego prostopadłym będzie mniej więcej o tyle mniejsza, o ile w monokryształach stali przenikalność poprzeczna jest mniejsza od przenikalności w uprzywilejowanym kierunku, a więc rzędu połowy ([2] rys. 12). Założenie to znajduje potwierdzenie w wynikach tej pracy.



Rys. 3. Rozmieszczenie uzwojeń transformatora względem powierzchni płyty stalowej

W metalu możemy pominąć prądy przesunięcia. Przyjmując ponadto, że natężenie pola magnetycznego H i elektrycznego K zmieniają się sinusoidalnie, możemy napisać równania Maxwella w postaci rozwiniętej,

Mnożnik czasowy $e^{j\omega t}$ w równaniach tych redukuje się, tak że są one słuszne również dla przebiegów okresowo zmiennych[1]).

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} = \gamma_x \dot{K}_x \qquad (9)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = \gamma_y \dot{K}_y \qquad (10)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} = \gamma_z \dot{K}_z \qquad (11)$$

$$\frac{\partial \dot{K}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{K}_y}{\partial z} = -j\omega\mu_x \dot{H}_x \qquad (12)$$

$$\frac{\partial \dot{K}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{K}_z}{\partial x} = -j\omega\mu_y \dot{H}_y \qquad (13)$$

$$\frac{\partial \dot{K}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{K}_x}{\partial y} = -j\omega\mu_z \dot{H}_z \qquad (14)$$

Z warunku bezźródłowości pola mamy poza tym:

$$\operatorname{div} \dot{B} = \mu_x \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial z} = 0, \qquad (15)$$

$$\operatorname{div} \dot{K} = \frac{\partial \dot{K}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{K}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{K}_z}{\partial z} = 0. \qquad (16)$$

W równaniach (12...15) przenikalność jest funkcją $\dot{H}$, tzn. $\mu = f(x, y, z, t)$. Uwzględnienie tej zmienności komplikuje niezwykle obliczenia, uniemożliwiając praktycznie ich przeprowadzenie normalnymi metodami. Dlatego równania (9...16) rozwiążemy przy wstępnym założeniu $\mu = \text{const}$ i dopiero w końcowych wynikach wprowadzimy zmienną przenikalność. Jest sposób dość sztuczny, jednakże często stosowany i znajdujący potwierdzenie w praktyce. Otrzymane tą drogą rozwiązania dają się skorygować przez wprowadzenie stałych współczynników znalezionych na drodze oddzielnej analizy rzeczywistych przebiegów w żelazie [9].

Podstawiając do równania (14) odpowiednio zróżniczkowane równania (9), (10) oraz (15) otrzymamy równania różniczkowe cząstkowe 2-go rzędu:

$$\left(1 - \frac{\gamma_x}{\gamma_y}\frac{\mu_y}{\mu_x}\right)\frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial y\,\partial z} - \frac{\gamma_x}{\gamma_y}\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} - \frac{\gamma_x}{\gamma_y}\frac{\mu_z}{\mu_x}\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial z^2} = -j\omega\mu_z\gamma_x \dot{H}_z. \qquad (17)$$

W przypadku jednorodnego ośrodka możemy przyjąć $\gamma_x = \gamma_y = \gamma$, co w praktyce ma pełne uzasadnienie. Przyjmiemy tutaj ponadto założenie upraszczające, że $\mu_x \approx \mu_y$, co w świetle podanych na początku uwag nie jest zupełnie ścisłe[2]). Pozwoli to jednak uprościć równanie (17) do postaci:

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + \frac{\mu_z}{\mu_x}\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial z^2} \approx \dot{a}_z^2 \dot{H}_z, \qquad \dot{a}_z^2 = j\omega\mu_z\gamma. \qquad (18)$$

Posługując się metodą Fouriera szukamy rozwiązania szczególnego równania (18) w postaci iloczynu trzech funkcji zależnych odpowiednio tylko od jednej zmiennej x, y lub z:

---

[1]) W tych i następnych wzorach H_x, H_y, H_z i K_x, K_y, K_z są wektorami odpowiednich natężeń pól.

[2]) Niedokładność ta będzie skorygowana dalej (str. 581) w oparciu o wyniki doświadczalne.

$$\dot{H}_z(x, y, z) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z). \tag{19}$$

Po zróżniczkowaniu tego wyrażenia i podstawieniu do równania (18) otrzymamy

$$X'' \cdot Y \cdot Z + X \cdot Y'' \cdot Z + \frac{\mu_z}{\mu_x} X \cdot Y \cdot Z'' = \dot{\alpha}_z^2 X \cdot Y \cdot Z$$

lub

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{\frac{\mu_z}{\mu_x} Z'' - \dot{\alpha}_z^2 Z}{Z} = 0.$$

Ponieważ każdy ze składników jest związany z inną zmienną niezależną, obie strony niżej napisanych wyrażeń będą sobie równe tylko wtedy, kiedy będą one niezależne od zmiennych x, y, z — a więc stałe:

$$\begin{aligned}
\frac{X''}{X} &= -\frac{Y''}{Y} - \frac{\frac{\mu_z}{\mu_x} Z'' - \dot{\alpha}_z^2 Z}{Z} = -\beta^2, \\
\frac{Y''}{Y} &= -\frac{X''}{X} - \frac{\frac{\mu_z}{\mu_x} Z'' - \dot{\alpha}_z^2 Z}{Z} = -\eta^2, \\
\frac{\frac{\mu_z}{\mu_x} Z'' - \dot{\alpha}_z^2 Z}{Z} &= \beta^2 + \eta^2.
\end{aligned} \tag{20}$$

W ten sposób otrzymamy 3 uproszczone równania różniczkowe liniowe 2-go rzędu, o współczynnikach stałych:

$$\begin{aligned}
X''(x) + \beta^2 X(x) &= 0, \\
Y''(y) + \eta^2 Y(y) &= 0, \\
\frac{\mu_z}{\mu_x} Z''(z) - (\dot{\alpha}_z^2 + \beta^2 + \eta^2) Z(z) &= 0,
\end{aligned} \tag{21}$$

których rozwiązania ogólne mają postać:

$$\begin{aligned}
X(x) &= C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x, \\
Y(y) &= C_3 \cos \eta y + C_4 \sin \eta y, \\
Z(z) &= C_5 \cdot \exp\left[-\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_z}(\dot{\alpha}_z^2 + \beta^2 + \eta^2)} \cdot z \right] + \\
&\quad + C_6 \cdot \exp\left[\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_z}(\dot{\alpha}_z^2 + \beta^2 + \eta^2)} \cdot z \right].
\end{aligned} \tag{22}$$

Od razu możemy przyjąć $C_6 = 0$, gdyż w przeciwnym razie w miarę oddalania się wzdłuż osi Z natężenie pola rosłoby do nieskończoności, co jest absurdem. Pozostałe stałe należy wyznaczyć z warunków granicznych na powierzchni metalu. Jeśli rozkład natężenia pola na powierzchni jest funkcją parzystą względem osi Z (kosinusoidy), to znikają stałe C_2 i C_4, a jeśli nieparzystą (sinusoidy), to znikają C_1 i C_3. Jeśli początek układu współrzędnych umieścimy tak, jak na rys. 3, to $C_1 = C_3 = C_6 = 0$.

W punktach węzłowych $(x, 0, 0)$ i $(L, y, 0)$ funkcja (19) musi przybierać wartości zerowe, to znaczy $X(L) = 0$ i $Y\left(\frac{T}{2}\right) = 0$, czyli

$$\sin \beta L = 0 \quad \text{i} \quad \sin \eta \frac{T}{2} = 0. \tag{23}$$

Z równań (23) wynika, że β i η mają nieskończoną liczbę wartości:

$$\beta_m = m \frac{\pi}{L} \quad \text{i} \quad \eta_n = n \frac{2\pi}{T}, \tag{24}$$

gdzie $m = 1, 2, 3,...$ i $n = 1, 2, 3,...$
Mamy więc nieskończoną liczbę rozwiązań równania (18):

$$\dot{H}_{zm,n} = C_{mn} \sin m \frac{\pi}{L} x \cdot \sin n \frac{2\pi}{T} y \cdot e^{-\sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_z}\left(\dot{\alpha}_z^2 + m^2 \frac{\pi^2}{L^2} + n^2 \frac{4\pi^2}{T^2}\right)} \cdot z} \tag{25}$$

$(m = 1, 2, 3,...;\ n = 1, 2, 3,...)$.
Równanie (18) będzie spełniać także suma wszystkich możliwych wyrażeń (25), która będzie rozwiązaniem ogólnym tego równania:

$$\dot{H}_z(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \cdot \sin m \frac{\pi}{L} x \cdot \sin n \frac{2\pi}{T} y \cdot e^{-\sqrt{\dot{\alpha}_x^2 + \frac{\mu_x}{\mu_z}\left[\left(m\frac{\pi}{L}\right)^2 + \left(n\frac{2\pi}{T}\right)^2\right]} \cdot z}$$

$$(\dot{\alpha}_x^2 = j\omega\mu_x\gamma). \tag{26}$$

Rozwiązanie (26) nie przedstawia w istocie nic innego jak rozkład funkcji $\dot{H}_z = f(x, y, z)$ na podwójny szereg Fouriera. Poszczególne składniki tej sumy przedstawiają poszczególne harmoniczne przestrzenne rozkładu pola w płaszczyźnie X, Y oraz ich wygasanie w miarę wnikania w głąb metalu, wzdłuż osi Z. Przy $z = 0$

$$\dot{H}_z = \dot{H}_{zp} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin m \frac{\pi}{L} x \cdot \sin n \frac{2\pi}{T} y. \tag{27}$$

Równanie (27) przedstawia rozkład na podwójny szereg Fouriera funkcji przedstawiającej rozkład natężenia pola magnetycznego na powierzchni metalu. Funkcję tę znajdujemy znając geometryczny układ uzwojeń i powierzchni żelaza z uwzględnieniem wszystkich odbić. Postać (26) szczególnie dobrze nadaje się do obliczeń przy pomocy matematycznych maszyn cyfrowych. Pozostałe składowe pola znajdujemy z równań (9...16) mając zadane warunki graniczne. Taki konkretny przypadek rozpatrzymy w następnym rozdziale.

4. STRATY ROZPROSZENIOWE W NIESKOŃCZENIE ROZLEGŁEJ PŁYCIE STALOWEJ

W przypadku gdy układ przedstawiony na rys. 3 jest nieskończenie rozległy w kierunku osi X ($L \to \infty$), składowa H_z nie zależy od zmiennej x ($\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = 0$) i wyrażenie (26) dla $L \to \infty$ przyjmie postać:

$$\dot{H}_z = \sum_{n=1}^{\infty} S_n \sin n \frac{2\pi}{T} y \cdot e^{-\sqrt{\dot{\alpha}_x^2 + \frac{\mu_x}{\mu_z}\left(n\frac{2\pi}{T}\right)^2} \cdot z}. \tag{28}$$

Z warunków granicznych na powierzchni stali ($H_{zI}\,\mu_z = H_{zII}\,\mu_0$) mamy dla $z = 0$:

$$\dot{H}_{z=0} = \sum_{n=1}^{\infty} S_n \sin n \frac{2\pi}{T} y = \frac{\mu_0}{\mu_z} \dot{H}_{z0}. \tag{29}$$

Stałe S_n ogólnie można znaleźć rozkładając na szereg Fouriera funkcję $H_{z0} = f(y)$ przedstawiającą rozkład natężenia pola w powietrzu, na powierzchni metalu. Jednakże ze względu na złożoną postać tego wyrażenia, całkowanie go napotyka zbyt wielkie trudności.

Można łatwo wykazać, że dla harmonicznych niskich rzędów np. dla $n = 1...5$:

$$\dot{\alpha}_x^2 \geqslant \frac{\mu_x}{\mu_z}\left(n\frac{2\pi}{T}\right)^2. \tag{30}$$

Przykład 1.

Dla żelaza $|\dot{\alpha}^2| = \omega\mu\gamma = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{sek}} (500 \ldots 1000)\, 4\pi 10^{-9} \frac{\text{Vs}}{\text{A}\cdot\text{cm}}\, 7 \cdot 10^4 \frac{1}{\Omega \cdot \text{cm}} = (140 \ldots 280)\frac{1}{\text{cm}^2}$, podczas gdy przy $\mu_x \approx \mu_z$, $\frac{T}{2} \approx b = 20$ cm, $n = 3$, $\frac{\mu_x}{\mu_z}\left(n\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \left(3\frac{\pi}{20}\right)^2 = 0{,}2\frac{1}{\text{cm}^2}$.

W praktyce wysokości uzwojeń są znacznie większe niż w przykładzie 1 i nierówność (30) jest jeszcze bardziej słuszna. Ponadto z charakteru rozkładu pola na powierzchni (rys. 3) wynika, że przeważają w nim harmoniczne niskich rzędów i harmoniczne wysokich rzędów można pominąć. A nawet gdyby one występowały, to tym bardziej zmniejszałyby swój wpływ na rozkład pola, gdyż powodowałyby zwiększenie wykładnika potęgi we wzorze (28). Wreszcie dodawanie geometryczne składników pod pierwiastkiem jeszcze bardziej zmniejsza błąd. Dzięki temu z dużą dokładnością można przyjąć, że

$$\sqrt{\dot{\alpha}_x^2 + \frac{\mu_x}{\mu_z}\left(n\frac{2\pi}{T}\right)^2} \approx \alpha_x.$$

Wtedy ze wzorów (28) i (29) otrzymamy:

$$\dot{H}_z = e^{-\dot{\alpha}xz} \sum_{n=1}^{\infty} S_n \sin n \frac{2\pi}{T} y = \frac{\mu_o}{\mu_z} \dot{H}_{z0} e^{-\dot{\alpha}xz} . \tag{31}$$

Pozostałe składowe wyznaczymy z równań (9...14). Ze względu na jednorodność układu w kierunku osi X, strumień w tym kierunku nie może płynąć, stąd $\dot{H}_x = \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = 0$. Z równania (10) wynika więc, że w kierunku osi Y nie płynie żaden prąd ($\dot{K}_y = 0$), a zkolei z równania (12) mamy $\dot{K}_z = 0$, to znaczy, że prądy wirowe płyną tylko w płaszczyźnie X, Y i tylko w kierunku osi X. Tak więc istnieją jedynie składowe $\dot{H}_z$, $\dot{H}_y$, $\dot{K}_x$. Z powyższych warunków i ze wzoru (14):

$$\dot{K}_x = j\omega \mu_z \int \dot{H}_z dy + C = -j\omega \mu_0 e^{-\dot{\alpha}xz} \left(- \int \dot{H}_{z0} dy + C \right) \tag{32}$$

i z kolei ze wzoru (13) mamy:

$$\dot{H}_y = \frac{1}{-j\omega \mu_y} \frac{\partial \dot{K}_x}{\partial z} = - \frac{\mu_0}{\mu_y} \alpha_x \cdot e^{-\dot{\alpha}xz} \left(- \int \dot{H}_{z0} dy + C \right) \tag{33}$$

Zespolony wektor Poyntinga, określający gęstość mocy przepływającej w kierunku osi Z:

$$\dot{S}_z = \frac{1}{2} [\dot{K}_x \dot{H}_y] = - \frac{1}{2} j\omega \mu_0 \frac{\mu_y}{\mu_0 \tilde{\alpha}_x} \tilde{H}_y \cdot \dot{H}_y = \frac{1-j}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{\omega\gamma}} \omega \frac{\mu_y}{\sqrt{\mu_x}} \tilde{H}_y \cdot \dot{H}_y . \tag{34}$$

Natężenie pola magnetycznego na powierzchni stali wyznaczymy zakładając jednoimienne odbicie amperozwojów w żelazie (rys. 4). Na rys. 4 linią przerywaną zaznaczono rzeczywiste wymiary uzwojeń, linią ciągłą zaś skupiony na jednej linii przepływ każdego z uzwojeń. Z prawej strony rysunku przedstawiono prądy rzeczywiste, a z lewej — odbite i_p.

Jak widać z rysunku 4, przy $i_p \approx i$ składowa styczna natężenia pola magnetycznego praktycznie nie istnieje.

Z prawa przepływu dla uzwojenia leżącego bliżej powierzchni żelaza:

$$dH = \frac{\sqrt{2} \cdot Iz}{b} \cdot dl \frac{\cos \alpha}{2\pi \sqrt{c_1^2 + (y-l)^2}} +$$

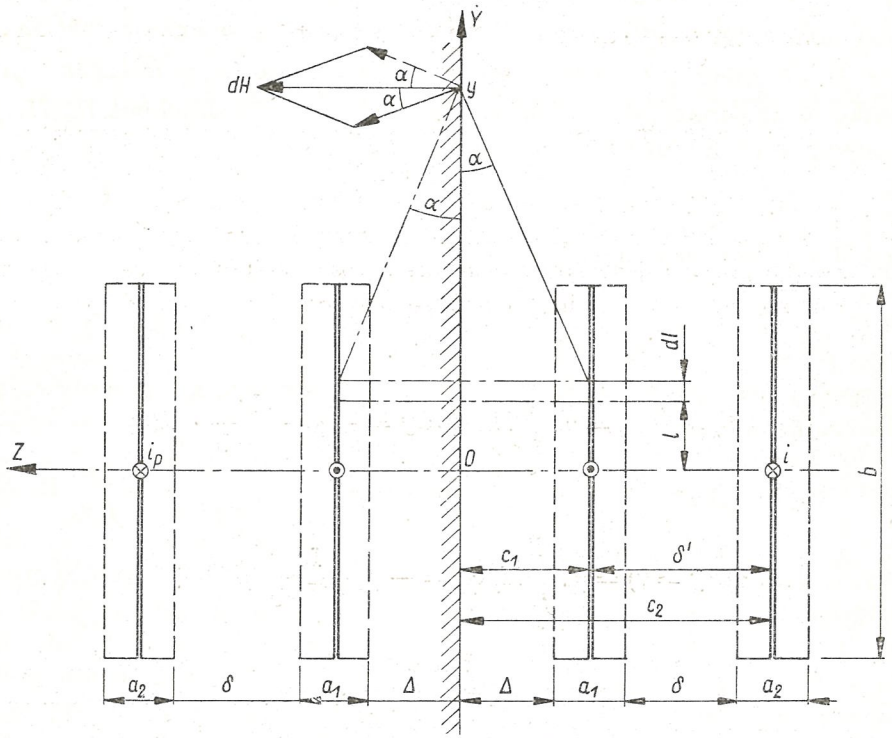
$$+ \frac{\sqrt{2} I_p z}{b} dl \frac{\cos \alpha}{2\pi \sqrt{c_1^2 + (y-l)^2}} = \frac{\sqrt{2}(I + I_p) z \cdot dl}{2\pi b} \cdot \frac{y-l}{c_1^2 + (y-l)^2},$$

$$H = \frac{\eta \sqrt{2} Iz}{\pi b} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{y-l}{c_1^2 + (y-l)^2} dl = \eta \frac{\sqrt{2} Iz}{2\pi b} \ln \frac{c_1^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2}{c_1^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2},$$

gdzie $\eta = \dfrac{1+\dfrac{i_p}{i}}{2}$ — współczynnik zmniejszający prąd wskutek niepełnego odbicia oraz wskutek przesunięcia fazowego prądów odbitych.

Dla pary uzwojeń:

$$H_{z0} = \eta \frac{\sqrt{2}\, Iz}{2\pi b}\left[\ln\frac{c_1^2+(y+b/2)^2}{c_1^2+(y-b/2)^2} - \ln\frac{c_2^2+(y+b/2)^2}{c_2^2+(y-b/2)^2}\right]. \tag{35}$$



Rys. 4. Obliczanie natężenia pola magnetycznego na powierzchni stali przy jednoimiennym odbiciu

Podstawiając (35) do (31) ÷ (33) otrzymamy:

$$\dot{H}_z = \frac{\mu_0}{\mu_z} e^{-\dot{\alpha}xz}\, \eta \frac{Iz}{\sqrt{2}\pi b}\left[\ln\frac{c_1^2+(y+b/2)^2}{c_1^2+(y-b/2)^2} - \ln\frac{c_2^2+(y+b/2)^2}{c_2^2+(y-b/2)^2}\right] \tag{36}$$

$$\dot{K}_x = -j\omega\mu_0 \cdot \eta \frac{Iz}{\sqrt{2}\pi b} F \cdot e^{-\dot{\alpha}xz}, \tag{37}$$

$$\dot{H}_y = -\frac{\mu_0}{\mu_y} \cdot \dot{\alpha}_x \cdot \eta \frac{Iz}{\sqrt{2}\pi b} \cdot F \cdot e^{-\dot{\alpha}xz} =$$

$$= -(1+j)\mu_0\sqrt{\omega\gamma} \cdot \frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}\frac{\eta Iz}{2\pi b} \cdot F \cdot e^{-\dot{\alpha}xz}, \tag{38}$$

gdzie

$$F = \int \left[\ln \frac{c_2^2 + (y + b/2)^2}{c_2^2 + (y - b/2)^2} - \ln \frac{c_1^2 + (y + b/2)^2}{c_1^2 + (y - b/2)^2} \right] dy + C =$$

$$= \left(y - \frac{b}{2}\right) \ln \frac{c_1^2 + (y - b/2)^2}{c_2^2 + (y - b/2)^2} - \left(y + \frac{b}{2}\right) \ln \frac{c_1^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2}{c_2^2 + (y + b/2)^2} +$$

$$+ 2c_2 \left(\operatorname{arctg} \frac{y + \frac{b}{2}}{c_2} - \operatorname{arctg} \frac{y - \frac{b}{2}}{c_2} \right) - 2c_1 \left(\operatorname{arctg} \frac{y + \frac{b}{2}}{c_1} - \operatorname{arctg} \frac{y - \frac{b}{2}}{c_1} \right). \tag{39}$$

Stosując regułę do L'Hospitala z łatwością stwierdzimy, że część wyrażenia (39) zależna od y dąży do zera przy $y \to \infty$. Jednocześnie zauważymy, że przy $y \to \infty$ natężenie pola K_x musi dążyć do zera, stąd wniosek, że stała C we wzorze (39) równa się zeru. Łatwo jest przekonać się, że przyjęcie $C = 0$ jest równoznaczne z przyjęciem, że cały strumień rozproszenia Φ_r zamyka się po drodze $p0q$ na rys. 3, gdyż rozwiązując całki:

$$\dot{\Phi}_r = \dot{\Phi}_{z=0} = \mu_0 \int_0^\infty \dot{H}_{z0}(y)\, dy = -\mu_0 \frac{Iz}{\sqrt{2}\pi b} \cdot F(0)$$

i

$$\dot{\Phi}_y (y = 0) = \mu_y \int_0^\infty \dot{H}_y\, dz = -\mu_0 \frac{Iz}{\sqrt{2}\pi b} [F(0) + C]$$

stwierdzimy, że są one równe, jeżeli $C = 0$. W ten sposób unika się błędu popełnionego przez Markwardta ([5] str. 121), który przyjął idealnie okresowy nieskończony rozkład strumienia wzdłuż osi Y, zmniejszając w ten sposób straty obliczone.

W celu zastosowania aproksymacji przenikalności we wzorach (34) i (38) krzywą magnesowania stali przeliczymy do postaci pozwalającej na wyeliminowanie przenikalności z tych wzorów:

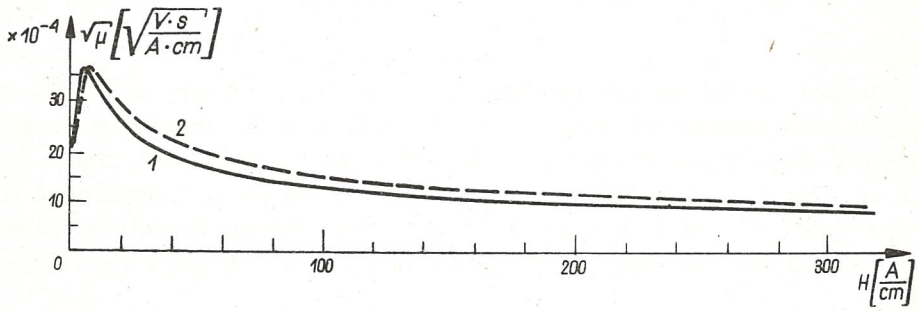
$$\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y} = f\left(\frac{|\dot{H}|}{\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}} \right). \tag{40}$$

Jak widać z wykresu na rys. 6, rzeczywista krzywa magnesowania przeliczona na postaci (40) ma przebieg dający się aproksymować linią prostą:

$$\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y} = C_1 + C_2 \frac{\mu_y}{\sqrt{\mu_x}} \cdot |\dot{H}|, \tag{41}$$

gdzie $C_1 = 140 \sqrt{\frac{A \cdot cm}{V \cdot s}}$ i $C_2 = 1300 \frac{cm^2}{V \cdot s}$ — stałe wyznaczone z rys. 6 zgodnie z przyjętym na początku założeniem, że $\mu_x \approx \frac{1}{2} \mu_y$.

Na rys. 5 przedstawiono krzywą przenikalności dla stali $\sqrt{\mu} = f(H)$ — krzywa *1* — oraz krzywą przenikalności *2*, odpowiadającą wartości skutecznej natężenia pola, zakładając, że pierwsza krzywa odpowiada wartości maksymalnej, to zn. odcięte każdego punktu krzywej *1* pomnożono przez $\sqrt{2}$ otrzymując stąd krzywą *2*.



Rys. 5. Krzywa przenikalności dla stali *(1)* i znaleziona z niej krzywa *(2)* dla wartości skutecznych natężenia pola magnetycznego

Na rys. 6 przedstawiono zależność (40) wyliczoną odpowiednio dla krzywych *1* i *2* z rys. 5, przy założeniu $\mu_x = \mu_y$ oraz $\mu_x = 0{,}5\,\mu_y$. Na tym samym rysunku pokazano prostą aproksymującą *3*, przyjętą do dalszych obliczeń.

Jak widać z rys. 6, funkcja (40) będzie miała zawsze przebieg prostoliniowy, niezależnie od wielkości stosunku $\frac{\mu_x}{\mu_y}$ byle był on mniej więcej stały. Wszystkie proste na tym rysunku wychodzą praktycznie z tego samego punktu $C_1 = 140 \sqrt{\frac{A \cdot cm}{V \cdot s}}$, dlatego zagadnienie aproksymacji sprowadza się tu jedynie do właściwego doboru stałej C_2.

Największą zgodność z doświadczeniem uzyskuje się stosując do obliczeń dolną z krzywych *2* na rys. 6. Dlatego właśnie wg tej krzywej przeprowadzono aproksymację krzywej magnesowania. Wniosek ten jest zgodny ze spostrzeżeniami L. Neimana, który zaleca stosowanie do obliczeń przenikalności wyznaczonej dla wartości skutecznej natężenia pola magnetycznego na powierzchni metalu[1]).

Przez podstawienie wyrażenia (41) do równania (38) i (34) wyeliminujemy z nich przenikalność $\left(\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}\right)$, która stanowiła najbardziej nieokreś-

[1]) Nie jest to jednak dowodem słuszności metody Neimana wyznaczania przenikalności na powierzchni stali, gdyż może to być spowodowane mniejszym od 0,5 stosunkiem μ_x/μ_y, który przyjęto szacunkowo [14].

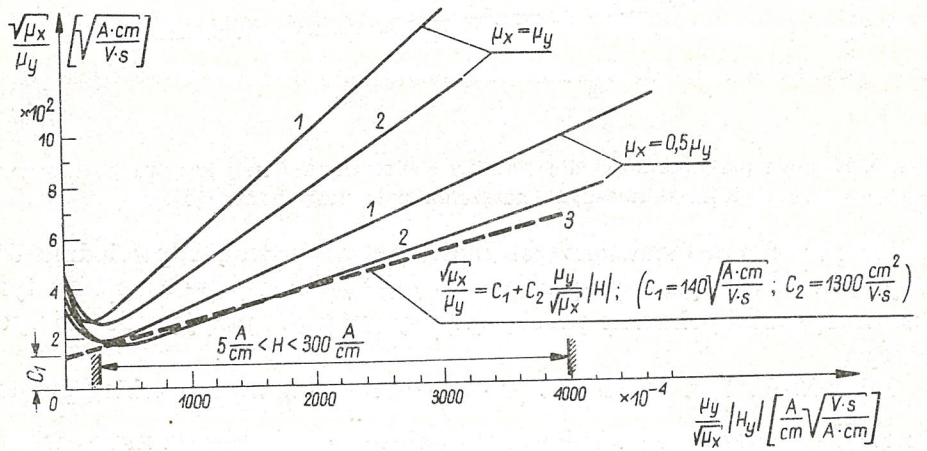
lony i silnie zmieniający się czynnik we wzorach wymienionych we wstępie badaczy. Możemy to zapisać w następujący sposób:

$$\dot{H}_y = \frac{\dot{H}_y}{\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}} \cdot \frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y} = \frac{\dot{H}_y}{\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}} \left(C_1 + C_2 \frac{|\dot{H}_y|}{\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}} \right) =$$

$$= -C_1(1+j)\mu_0^2\sqrt{2} \cdot \frac{\eta I z}{2\pi b} F e^{-\dot{\alpha}_x z} +$$

$$- C_2\sqrt{2}\,(1+j)\mu_0^2\omega\gamma \left(\frac{\eta I z}{2\pi b}\right)^2 \cdot F^2 \cdot e^{-(\dot{\alpha}_x + k_x)z} =$$

$$= -(1+j)e^{-\dot{\alpha}_x z}\mu_0\sqrt{\omega\gamma}\frac{\eta I z}{2\pi b} F \left(C_1 + \sqrt{2}\, C_2 \mu_0 \sqrt{\omega\gamma}\, \frac{\eta I z}{2\pi b} F e^{-\sqrt{\frac{\omega\mu_x\gamma}{2}} z} \right). \quad (42)$$



Rys. 6. Aproksymacja przeliczonej krzywej magnesowania staliwa: *1* — krzywe odpowiadające przenikalności wyznaczonej dla H_{max}, *2* — krzywe odpowiadające przenikalności wyznaczonej dla H_{sk}, *3* — użyta do obliczeń prosta aproksymująca

Na powierzchni stali ($z = 0$):

$$\dot{H}_y = -(1+j)\mu_0\sqrt{\omega\gamma}\frac{\eta I z}{2\pi b} F \left(C_1 + \sqrt{2}\, C_2 \mu_0 \sqrt{\omega\gamma}\, \frac{\eta I z}{2\pi b} F \right). \quad (43)$$

Zaś wektor Poyntinga:

$$\dot{S}_z = \frac{1-j}{2\sqrt{2\omega\gamma}}\,\omega\,\frac{\tilde{H}_y}{\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}} \cdot \frac{\dot{H}_y}{\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}} \left(C_1 + C_2 \frac{|\dot{H}_y|}{\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}} \right) =$$

$$= \frac{1-j}{2}\sqrt{\frac{\omega}{2\gamma}} \cdot \frac{|\dot{H}_y|^2}{\frac{\mu_x}{\mu_y^2}} \left(C_1 + C_2 \frac{|\dot{H}_y|}{\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}} \right). \quad (44)$$

Po podstawieniu (38) do (44):

$$\dot{S}_z = (1-j)\frac{\mu_0^2\omega\sqrt{\omega\gamma}}{4\sqrt{2}\pi^2 b^2}\eta^2 I^2 z^2\left(C_1F^2 + \right.$$

$$\left. + C_2\frac{\sqrt{2}\mu_0\sqrt{\omega\gamma}}{2\pi b}\eta I z|F^3| e^{-z\sqrt{\frac{\omega\mu_x\gamma}{2}}}\right) e^{-z\sqrt{\frac{\omega\mu_x\gamma}{2}}} \tag{45}$$

Wektor Poyntinga na powierzchni ($z = 0$), obrazujący rozkład strat w płaszczyźnie XOY, wyniesie:

$$\dot{S}_z = (1-j)\frac{\mu_0^2\omega\sqrt{\omega\gamma}}{4\sqrt{2}\pi^2 b^2}\eta^2 I^2 z^2\left(C_1F^2 + C_2\frac{\mu_0\sqrt{\omega\gamma}}{\sqrt{2}\pi b}\eta I z F^3\right), \tag{46}$$

gdzie $F = f(y)$ — funkcja miejsca i geometrycznego układu amperozwojów, wyrażona wzorem (39).

W celu znalezienia całkowitych strat należy wyrażenie (46) scałkować po dy w granicach od $-\infty$ do $+\infty$ (lub dzięki symetrii od 0 do $+\infty$). Zadanie to jest bardzo trudne do wykonania ze względu na złożoność funkcji podcałkowej, w dodatku zawierającej szereg zmiennych parametrów. Dlatego posłużono się tu metodą graficzną.
Funkcję (39) można łatwo przekształcić do postaci:

$$F = C_1\left[f\left(\zeta - \frac{b}{c_1}\right) - f\left(\zeta\right)\right], \tag{47}$$

gdzie

$$f(\zeta) = \zeta\ln\frac{1+\zeta^2}{\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2+\zeta^2} + 2\operatorname{arctg}\zeta - 2\frac{c_2}{c_1}\operatorname{arctg}\frac{c_1}{c_2}\zeta\,; \qquad \left(\zeta = \frac{y+\frac{b}{2}}{c_1}\right).$$

Granice występujących w tym wzorze parametrów określono w oparciu o proporcje normalnych dużych transformatorów oraz użytych modeli:

Autotransformator
3 faz. 120 MVA, 220/120 kV $\quad \frac{c_2}{c_1} = \frac{470}{90} = 5{,}35\,; \quad \frac{b}{c_1} = \frac{2200}{90} = 2{,}45\,;$

Transformator 3 faz. 3 uzwoj.
16 MVA, 110/33/16 kV

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{130 \div 250}{46} = 2{,}8 \div 5{,}5\,; \quad \frac{b}{c_1} = \frac{640 \div 750}{46} = 14 \div 16{,}3\,;$$

Model ozn. X351 $\quad \frac{c_2}{c_1} = \frac{83}{18} = 4{,}5\,; \quad \frac{b}{c_1} = \frac{99}{18} = 5{,}5\,;$

Model ozn. X352 $\quad \frac{c_2}{c_1} = \frac{92{,}5}{27{,}5} = 3{,}4\,; \quad \frac{b}{c_1} = \frac{99}{27{,}5} = 3{,}6\,;$

Model ozn. X253 $\quad \frac{c_2}{c_1} = \frac{102{,}5}{37{,}5} = 2{,}7\,; \quad \frac{b}{c_1} = \frac{66}{37{,}5} = 1{,}76\,;$

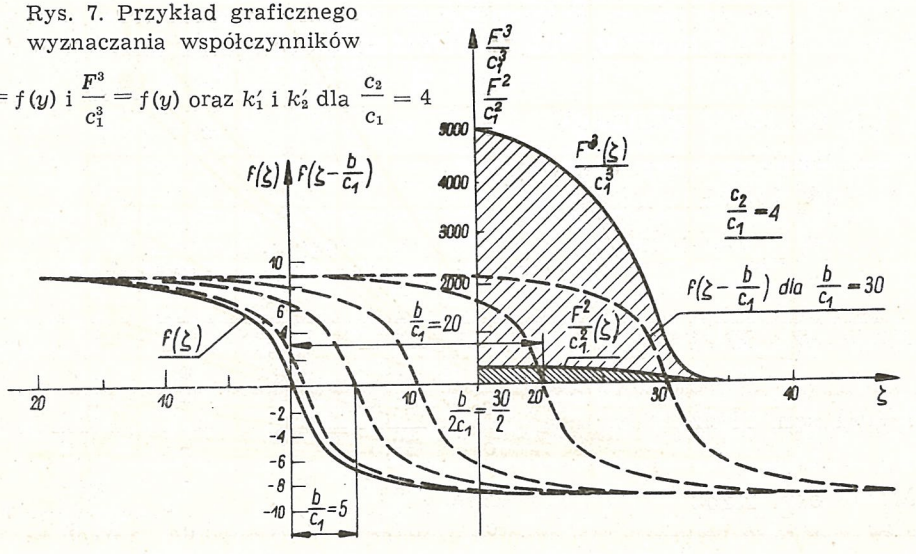
Na podstawie tych danych do obliczeń przyjęto następujące granice parametrów $\frac{c_2}{c_1} = 1...6$ oraz $\frac{b}{c_1} = 1...30$. Dla $y = 0$, $\zeta = \frac{b}{2c_1}$ i dla $y \to \infty$, $\zeta \to \infty$.

Na rys. 7 przedstawiono wykresy funkcji $f(\zeta)$ i $f\left(\zeta - \frac{b}{c_1}\right)$ dla $\frac{c_2}{c_1} = 4$ oraz dla różnych parametrów $\frac{b}{c_1} = 1, 5, 10, 20, 30$. Obszar zawarty pomiędzy tymi krzywymi przedstawia funkcję $\frac{F}{c_1} = f\left(\zeta - \frac{b}{c_1}\right) - f(\zeta)$. Podnosząc do kwadratu i do trzeciej potęgi rzędne tej różnicy otrzymano wykresy $\frac{F^2}{c_1^2} = f(\zeta)$ i $\frac{F^3}{c_1^3} = f(\zeta)$, które także przykładowo pokazano na rys. 7 dla jednego przypadku $\frac{b}{c_1} = 30$. Początek układu współrzędnych ($y = 0$), dla każdego parametru $\frac{b}{c_1}$ leży w punkcie $\zeta_0 = \frac{b}{2c_1}$. Wykresy funkcji, $\frac{F^2}{c_1^2}$ i $\frac{F^3}{c_1^3}$ w pewien sposób ilustrują rozkład strat wzdłuż wysokości uzwojenia. Z rys. 7 nietrudno zauważyć, że rozkład ten jest tym bardziej równomierny, im większa jest wysokość uzwojenia (większe $\frac{b}{c_1}$). Aby znaleźć straty całkowite ze wzoru (46), należy rozwiązać całki:

$$2\int_0^\infty F^2(y)\,dy \quad \text{i} \quad 2\int_0^\infty F^3(y)\,dy$$

przez zamianę zmiennych: $\zeta = \frac{y + \frac{b}{2}}{c_1}$; $dy = c_1 d\zeta$; $\zeta_{y=0} = \frac{b}{2c_1}$ i $\zeta_{y=\infty} = \infty$

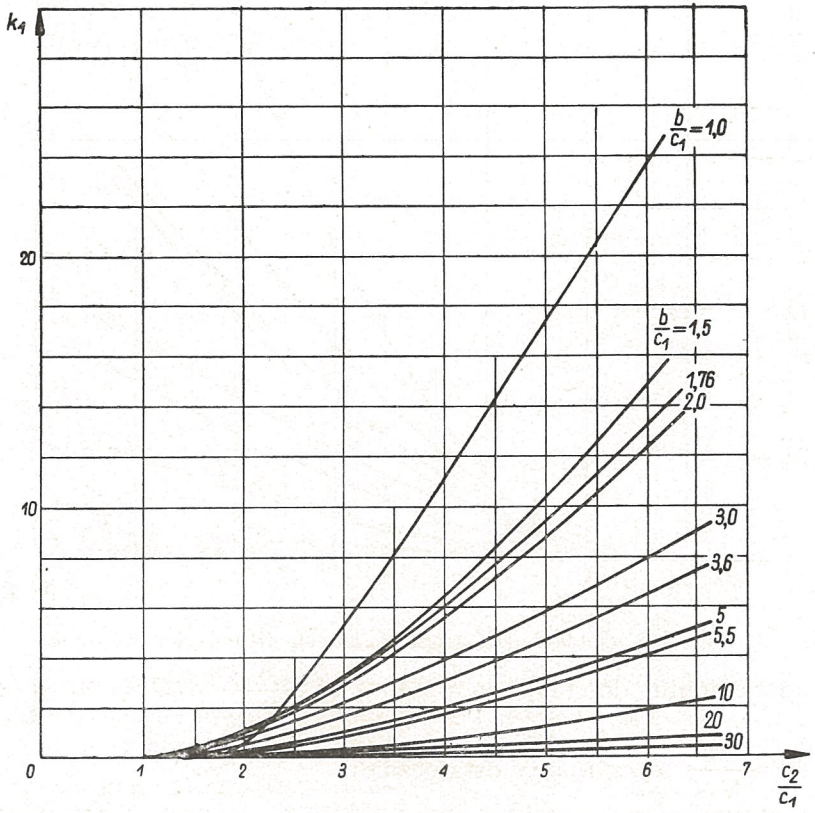
Rys. 7. Przykład graficznego wyznaczania współczynników $\frac{F^2}{c_1^2} = f(y)$ i $\frac{F^3}{c_1^3} = f(y)$ oraz k_1' i k_2' dla $\frac{c_2}{c_1} = 4$



otrzymano:

$$\left.\begin{aligned} 2\int_0^{\infty} F^2(y)\,dy &= 2c_1 \int_{\frac{b}{2c_1}}^{\infty} F^2(\zeta)\,d\zeta = 2c_1^3 k_1', \quad \text{gdzie} \quad k_1' = \int_{\frac{b}{2c_1}}^{\infty} \frac{F^2(\zeta)}{c_1^2}\,d\zeta ; \\ 2\int_0^{\infty} F^3(y)\,dy &= 2c_1 \int_{\frac{b}{2c_1}}^{\infty} F^3(\zeta)\,d\zeta = 2c_1^4 k_2', \quad \text{gdzie} \quad k_2' = \int_{\frac{b}{2c_1}}^{\infty} \frac{F^3(\zeta)}{c_1^3}\,d\zeta ; \end{aligned}\right\} \quad (48)$$

Tak więc współczynniki k_1' i k_2' znajdujemy planimetrując powierzchnie ograniczone krzywymi $\frac{F^2(\zeta)}{c_1^2}$ i $\frac{F^3(\zeta)}{c_1^3}$ oraz osiami współrzędnych wychodzącymi z punktu $\left(0, \frac{b}{2c_1}\right)$ — pole zakreskowane na rys. 7. Powtarzając wyżej opisane czynności kilkakrotnie dla różnych wartości $\frac{c_2}{c_1}$ i $\frac{b}{c_1}$ wyznaczono współczynniki k_1' i k_2' w postaci tabeli.



Rys. 8. Wykres współczynnika geometrycznych proporcji uzwojeń k_1

Zgodnie z (46) i (48) całkowite straty mocy pozornej wyniosą:

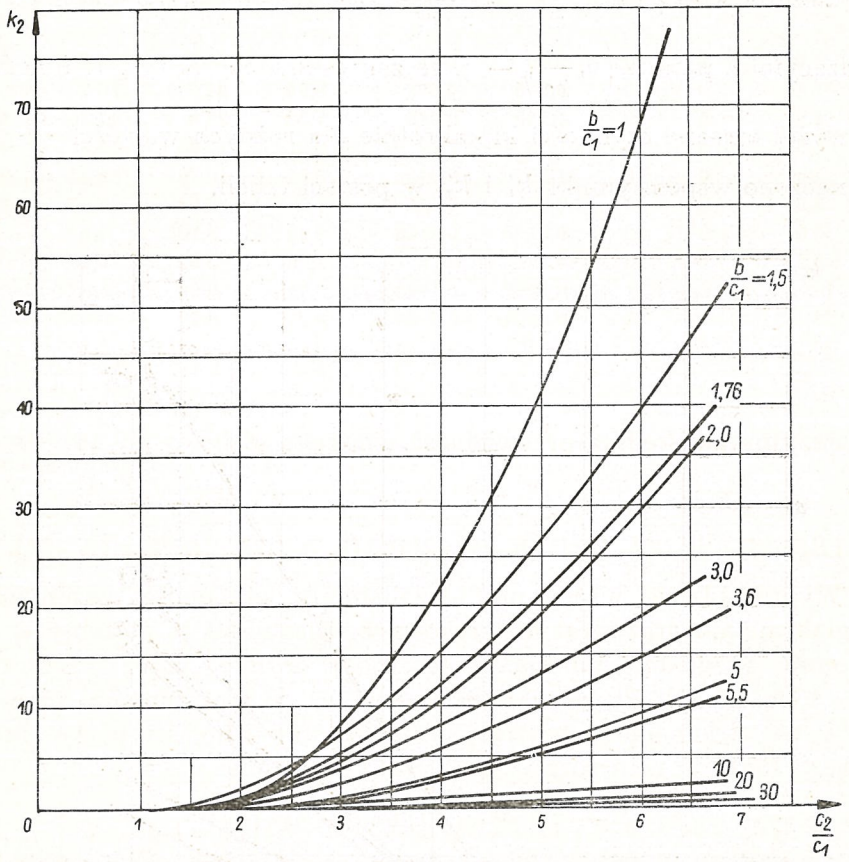
$$\Delta \dot{S}_z = (1-j)\frac{\mu_0^2 \omega \sqrt{\omega\gamma}}{4\sqrt{2}\cdot\pi^2 b^2}\eta^2 I^2 z^2\left(C_1 \cdot 2c_1^3 k_1' + C_2 \cdot \frac{\mu_0\sqrt{\omega\gamma}}{\sqrt{2}\pi b}\eta I z \cdot 2c_1^4 k_2'\right) =$$

$$= (1-j)\frac{\mu_0^2 \omega \sqrt{\omega\gamma}}{2\sqrt{2}\cdot\pi^2} b\eta^2 I^2 z^2\left(C_1 k_1 + C_2 \frac{\mu_0\sqrt{\omega\gamma}}{\sqrt{2}\pi}\eta I z k_2\right); \quad (49)$$

gdzie

$$k_1 = \frac{k_1'}{\left(\frac{b}{c_1}\right)^3} \quad \text{i} \quad k_2 = \frac{k_2'}{\left(\frac{b}{c_1}\right)^4}. \quad (50)$$

Współczynniki k_1 i k_2 obliczone w opisany sposób podano w tablicy 1 i na rysunkach 8 i 9.



9. Wykres współczynnika geometrycznych proporcji uzwojeń k_2

Po podstawieniu do (49) $\mu_0 = 0{,}4\pi \cdot 10^{-8}\frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}\cdot\text{cm}}$, $C_1 = 140\sqrt{\frac{\text{A cm}}{\text{V}\cdot\text{s}}}$;

$C_2 = 1300\frac{\text{cm}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}$ otrzymamy ostatecznie:

$$\Delta \dot{S}_z = (1-j)\cdot 1{,}25\cdot 10^{-14}\cdot b\cdot f\sqrt{f\gamma}\,\eta^2 I^2 z^2\left(k_1 + 6{,}6\cdot 10^{-8} k_2\sqrt{f\gamma}\cdot\eta I z\right); \quad (51)$$

gdzie Iz — amperozwoje skuteczne jednego z uzwojeń, f — częstotliwość w Hz, b — wysokość uzwojenia w cm, γ — przewodność właściwa stali w 1/om.cm, k_1 i k_2 — współczynniki z tabl. 1 lub rys. 8 i 9.

Tablica 1

Współczynniki geometrycznej proporcji uzwojeń k_1 i k_2

$\frac{b}{c_1}$ \ $\frac{c_2}{c_1}$	1		2		4		6	
—	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
1,0	0	0	0,49	0,48	11,2	24,2	23,8	68,0
1,1	0	0	0,745	0,685	8,95	24,0	18,7	61,6
1,2	0	0	1,155	0,965	7,52	20,8	17,35	53,0
1,5	0	0	1,18	1,19	6,21	15,83	14,8	39,6
2,0	0	0	1,007	0,942	5,64	10,76	12,32	29,8
3,0	0	0	0,63	0,431	4,0	8,65	7,95	19,15
5,0	0	0	0,31	0,2145	2,04	3,10	4,5	9,45
5,5	0	0	0,271	0,18	1,78	2,62	4,16	8,2
10	0	0	0,1106	0,0495	0,718	0,98	1,828	1,99
20	0	0	0,0359	0,00965	0,276	0,20	0,675	0,705
30	0	0	0,0165	0,0030	0,14	0,0713	0,355	0,282

Przyjmując średnią przewodność właściwą stali $\gamma = 7 \cdot 10^4 \frac{1}{\Omega\,\mathrm{cm}}$ mamy:

$$\Delta \dot{S}_z = (1 - j) \cdot 3{,}3 \cdot 10^{-12} \cdot b \cdot f^{1{,}5} \cdot \eta^2 I^2 z^2 \left(k_1 + 1{,}75 \cdot 10^{-5} k_2 \sqrt{f} \cdot \eta Iz\right). \quad (52)$$

Wyprowadzone wzory nie uwzględniały zmienności przenikalności w głąb metalu oraz strat histerezowych. Zjawiska te możemy w przybliżeniu uwzględnić mnożąc straty mocy czynnej przez współczynnik $N = 1{,}35...1{,}4$ [9]. Przyjmując poza tym $\eta = 0{,}8$ otrzymamy ostateczny wzór na straty mocy czynnej na jednostkę długości płyty stalowej umieszczonej w polu rozproszenia transformatora:

$$\Delta P_1 = 1{,}12 \cdot 10^{-14} \cdot b \cdot f \sqrt{f\gamma}\, I^2 z^2 \left(k_1 + 5{,}3 \cdot 10^{-8} k_2 \sqrt{f\gamma} \cdot Iz\right) \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{cm}}\right] \quad (53)$$

(oznaczenia jak przy wzorze 51).

Przykład 2.

Model nieskończenie rozległego układu z rys. 12, oznaczony symbolem X351 o danych: $b = 9{,}9$ cm, $c_1 = 1{,}8$ cm, $c_2 = 8{,}3$ cm, $\gamma = 7 \cdot 10^4 \frac{1}{\Omega\,\mathrm{cm}}$, $f = 50$ Hz, $z = 144$ zwoje, $I = 49$ A, $Iz = 7050$ A.

Dla $\frac{c_2}{c_1} = \frac{8,3}{1,8} = 4,6$; $\frac{b}{c_1} = \frac{9,9}{1,8} = 5,5$; z rys. 8 i 9 znajdujemy $k_1 = 2,35$ i $k_2 = 4,0$.

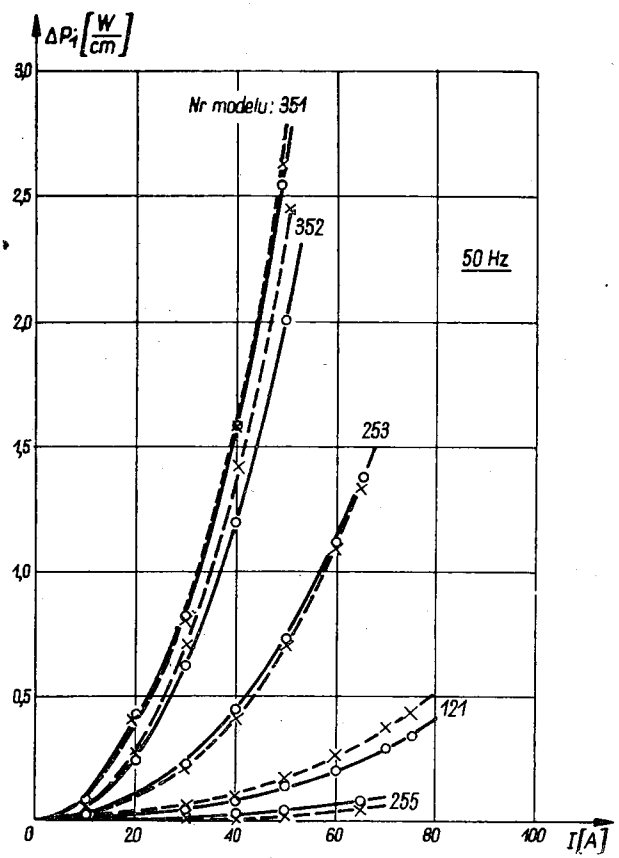
Straty obliczamy wg wzoru (53):

$$\Delta P_1 = 1,12 \cdot 10^{-14} \cdot 9,9 \cdot 50 \sqrt{50 \cdot 7 \cdot 10^4} \cdot 49^2 \cdot 144^2 \cdot (2,35 +$$

$$+ 5,3 \cdot 10^{-8} \cdot 4 \cdot \sqrt{50 \cdot 7 \cdot 10^4} \cdot 49 \cdot 144) = 0,515\,(2,35 + 2,8) = 2,65 \ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{cm}}.$$

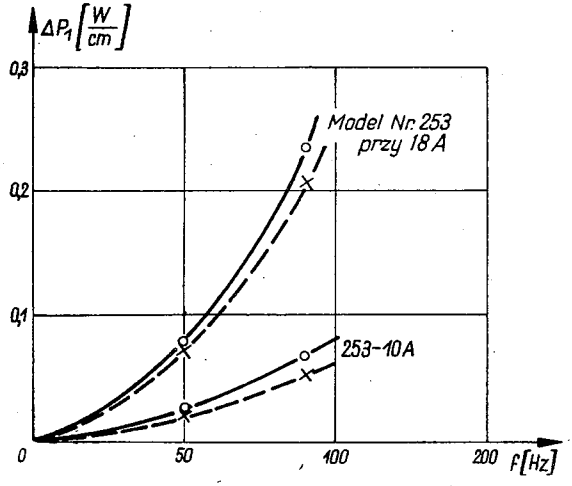
Z pomiarów na tym modelu dla 49 A otrzymano $\Delta P_1 = 2,55 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{cm}}$.

Na rys. 10 i 11 podano wyniki sprawdzenia doświadczalnego wyprowadzonych wzorów teoretycznych na straty jednostkowe w płytach stalowych od strumienia rozproszenia transformatora. Podane krzywe obejmują zakresy natężeń pól spotykanych w normalnych dużych transformatorach $\left(\text{do } H_{yMax} = 100 \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}}\right)$, są więc dostatecznie dokładne. W tego



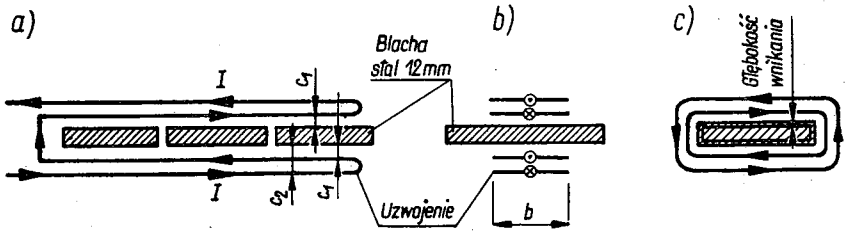
Rys. 10. Doświadczalne sprawdzenie wzorów na straty: linia ciągła — straty zmierzone; linia przerywana — straty obliczone wzorem (53)

rodzaju obliczeniach nie opłaca się dążyć do uzyskania większej dokładności kosztem zwiększonego nakładu pracy, gdyż i tak wyniki obliczeń zależą od przypadkowych i zmiennych czynników, takich jak przenikalność, stratność i przewodność właściwa użytej stali konstrukcyjnej, która normalnie nigdy nie jest badana od strony własności magnetycznych



Rys. 11. Doświadczalne sprawdzenie wzoru (53): linia ciągła — z pomiaru; linia przerywana — straty obliczone

i elektrycznych. Do celów przeliczeniowych wygodniej byłoby, gdyby we wzorze (53) prąd i częstotliwość występowały w postaci potęgowej. Przebieg krzywych na rys. 10 i 11 wskazuje, że straty dodatkowe w kadzi zależą przeciętnie od prądu w potędze 2,4—2,6, od częstotliwości w potędze 1,5—1,8 i od przewodności właściwej w potędze 0,5—0,8 [15].



Symbol modelu	X 121	X 253	X 255	X 351	X 352	
b =	3,3	6,6	6,6	9,9	9,9	cm
c_1 =	1,75	3,75	5,75	1,8	2,75	cm
c_2 =	5,25	10,25	12,25	8,3	9,25	cm

Rys. 12. Schemat ideowy i podstawowe dane modeli

Na rys. 12 podano ideowy schemat i wymiary modeli. Ze względu na to, że głębokość wnikania fali do żelaza jest znacznie mniejsza od grubości użytej blachy, można ją traktować jak wydrążoną ściankę lub płaską rurę, równoważną nieskończenie rozległemu układowi w kierunku osi X i Z (por. rys. 12c z rys. 12a). Zjawiska krawędziowe wyeliminowano mierząc straty tylko w środkowej blasze na rys. 12a. Szczegółowy

opis badań i inne dodatkowe dane modeli zamieszczone są w oddzielnej pracy]15].

Wyniki niniejszego rozdziału dowodzą, że istnieje realna możliwość uzyskania na drodze zasadniczo czysto teoretycznej dostatecznie dokładnych wzorów na straty w kadzi i innych masywnych częściach konstrukcyjnych. Następny etap obliczeń powinien uwzględniać zmienność rozkładu pola wzdłuż obwodu kadzi oraz odbicia zwierciadlane amperozwojów w rdzeniu i belkach prasujących.

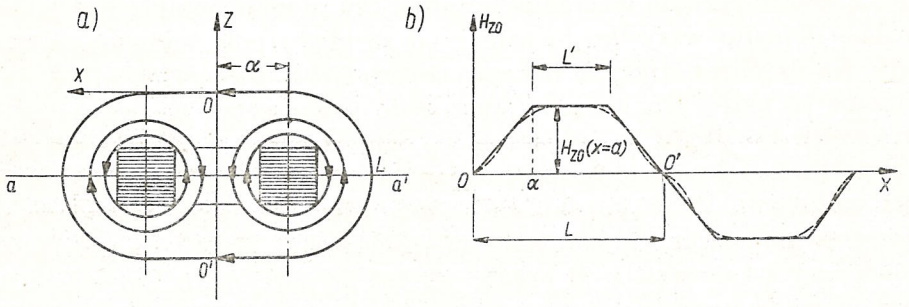
5. ZMIENNOŚĆ NATĘŻENIA POLA MAGNETYCZNEGO WZDŁUŻ OBWODU KADZI

W transformatorze jednofazowym dwukolumnowym (rys. 13) strumień rozproszenia wnikający do kadzi jest rozłożony okresowo wzdłuż obwodu kadzi, przyjmując wartości zerowe w punktach O i O' i maksymalne w punktach a i a'. Okres tej zmienności równa się obwodowi kadzi ($2L$). Dzięki symetrii układu względem osi aa' i OO' oraz odcinkom stałego odstępu uzwojeń od kadzi, rozkład pola wzdłuż osi X będzie miał kształt zbliżony do trapezoidalnego (rys. 13b), dający się łatwo przedstawić w postaci szeregu:

$$H_{z0}(x) = \frac{4}{\pi}\frac{H_{z0}(x=a)}{a}\left(\sin a \sin x + \frac{1}{3^2}\sin 3a \sin 3x + \frac{1}{5^2}\sin 5a \sin 5x + \ldots\right), \tag{54}$$

który jest dodatkowym warunkiem granicznym dla rozwiązania układu przestrzennego wynikającego z równania (26).

W transformatorze trójfazowym obraz pola rozproszenia jest bardziej skomplikowany. Ze względu na przesunięcia fazowe prądów poszczególnych kolumn mamy coś w rodzaju pola wirującego eliptycznego o złożonym kształcie i ruchu. Z teorii pola wirującego w maszynach elektrycznych z masywnym wirnikiem wynika, że straty wytwarzane przez pole wirujące są dwa razy większe od strat powodowanych przez stojące pole pulsujące o tym samym kształcie i wielkości[1]).



Rys. 13. Rozkład amperozwojów wzdłuż obwodu kadzi w transformatorze jednofazowym

[1]) Zagadnienie to zbadano w następnej pracy autora [14].

6. UWAGI ODNOŚNIE DO PRÓB ODBIORCZYCH WIELKICH TRANSFORMATORÓW

a) Próba zwarcia

Powszechnie przyjęła się zasada, że straty obciążeniowe transformatorów można mierzyć przy obniżonym prądzie i przy temperaturze otoczenia, a następnie przeliczać je na prąd znamionowy proporcjonalnie do kwadratu prądu oraz na temperaturę 75°C, mnożąc straty podstawowe przez $\frac{235+75^\circ}{235+t_{ot}}$, zaś straty dodatkowe przez odwrotność tego stosunku. O ile sposób ten był słuszny w odniesieniu do małych i średnich transformatorów, gdzie dodatkowe straty w stalowych częściach konstrukcyjnych były znacznie mniejsze od strat dodatkowych w miedzi, o tyle w przypadku wielkich transformatorów, w których dodatkowe straty rozproszeniowe są rzędu strat podstawowych w miedzi, sprawa przeliczenia wyników próby zwarcia nieco się komplikuje. Wprawdzie we wzorach (1, 2, 4, 5 i 6) prąd występuje w kwadracie, ale ich autorzy nie uwzględniali zmienności przenikalności stali. Badania dokładniejsze, zarówno teoretyczne (rozdz. 4), jak i doświadczalne [15] wskazują na to, że straty w kadzi są proporcjonalne do prądu w potędze większej od 2 (2,4...2,6). W związku z tym straty obciążeniowe dużych transformatorów powinno się mierzyć zasadniczo przy prądzie znamionowym.

Największe rozbieżności w różnych wzorach występują w stosunku do zależności strat rozproszeniowych od oporności właściwej i częstotliwości. Jest to spowodowane tym, że w przypadku np. cienkich uzwojeń miedzianych lub blach transf. rozkład pola we wnętrzu metalu jest równomierny, natomiast w masywnych ciałach o rozkładzie pola i o stratach decyduje głębokość wnikania fali, która z kolei sama zależy silnie od przewodności właściwej i przenikalności. Przenikalność zaś zależy od natężenia pola magnetycznego, które także zależy od przewodności właściwej. Tak więc stopień dokładności, z jakim uwzględniono wszystkie te wzajemne związki, decyduje o tym, czy przewodność właściwa znajdzie się w ostatecznym wzorze w liczniku, czy w mianowniku, i w jakiej potędze. Ponadto wszystko to zależy od rozkładu pola wytwarzającego straty. Na przykład straty w pokrywach transformatorów [10], które wytwarzane są przez typowe pole styczne do powierzchni blachy, są proporcjonalne do prądu w potędze nieco mniejszej od 2, do pierwiastka z częstotliwości i odwrotnie proporcjonalne do pierwiastka z przewodności właściwej. W przypadku zaś kadzi, gdzie straty są powodowane przez pole skierowane prostopadle do powierzchni blachy, są one, poza omówioną już zależnością od prądu, wprost proporcjonalne do częstotliwości w potędze rzędu 1,7 oraz do przewodności właściwej w potędze ułamkowej. Niezależnie od zastosowanej metody i otrzymanych wyników wszyscy inni badacze [z wyjątkiem problematycznego wzoru Heilesa

(2)], są zgodni co do tego, że przewodność właściwa występuje pod pierwiastkiem. Jeżeli ponadto weźmiemy pod uwagę, że prawidłowo zaprojektowane części konstrukcyjne nagrzewają się mniej niż samo uzwojenie, to przyjdziemy do wniosku, że dodatkowe straty rozproszeniowe w częściach konstrukcyjnych bardzo mało zależą od temperatury uzwojeń obciążonego transformatora. W związku z tym strat tych nie należy przeliczać na temperaturę 75°C. Tak więc w przypadku, gdy nie ma możliwości wyznaczenia strat obciążeniowych przy prądzie znamionowym i uzwojeniach nagrzanych do temperatury 75°C, straty na zimnym transformatorze należy wyznaczać przy prądzie jak najbardziej zbliżonym do znamionowego, tak aby przeliczenie strat proporcjonalnie do kwadratu prądu było obarczone jak najmniejszym błędem. Następnie od strat obciążeniowych zmierzonych „na zimno" przy prądzie znamionowym odejmujemy straty podstawowe (mI^2R) i straty dodatkowe w uzwojeniach obliczone („na zimno") normalnymi metodami podczas projektowania transformatora. Jedne i drugie przeliczamy jak zwykle (wg PNE) na temperaturę 75°C, zaś pozostałe straty traktujemy jako straty rozproszeniowe w częściach konstrukcyjnych i tych strat nie przeliczamy „na gorąco". W ten sposób wyznaczone straty obciążeniowe będą większe od strat wyznaczonych metodą tradycyjną. Różnica ta będzie tym większa, im większy jest udział dodatkowych strat rozproszeniowych w całkowitych stratach obciążeniowych.

Powyższe uwagi w jeszcze większym stopniu dotyczą przeliczenia strat na gorąco dla celów próby nagrzewania transformatora.

Sprawa doświadczalnego rozdziału strat rozproszeniowych od strat dodatkowych w miedzi, ze względu na małe różnice wykładników potęg w odpowiednich wzorach na straty, pozostaje nadal otwarta.

b) Próba stanu jałowego

Wzrost strat zwarcia „na gorąco" równoważy częściowo zmalenie strat w żelazie, wynikające z właściwości teksturowanej blachy zimnowalcowanej, prawie wyłącznie stosowanej do budowy dużych transformatorów. W tych gatunkach blachy udział strat od prądów wirowych sięga w niektórych przypadkach 50 i więcej procent całkowitych strat w żelazie. Straty w żelazie od prądów wirowych są odwrotnie proporcjonalne do oporności właściwej metalu. Przy blachach gorącowalcowanych pomijano zależność tych strat od temperatury ze względu na ich mały udział (15...20%). Wydaje się, że w transformatorach o rdzeniach z blachy zimnowalcowanej należało by przeliczać na gorąco także straty w żelazie od prądów wirowych, dokonując podziału strat chociażby w oparciu o wyniki badań blachy na aparatach Epsteina. W tym przypadku straty w żelazie „na gorąco" wypadałyby mniejsze niż przy pomiarze tradycyjnym.

Praktyka powinna dać odpowiedź, od jakiej mocy poczynając należało by stosować omówione w rozdz. 6 poprawki przeliczeniowe, gdyż

wielokość błędu wskutek stosowania metod tradycyjnych zależy od konstrukcji i użytych materiałów. Poniższy przykład wyjaśnia, o jakie wielkości chodzi.

Przykład 3.

Przypuśćmy, że autotransformator jednofazowy trójzwojeniowy $\frac{420}{\sqrt{3}}/\frac{242}{\sqrt{3}}/11\,\mathrm{kV}$ o mocy przechodniej 167/167/50 MVA posiada straty obciążeniowe przy 75°C, wyznaczone metodą tradycyjną: podstawowe (GN—SN) 210 kW, dodatkowe w uzwojeniach 24 kW, rozproszeniowe w częściach konstrukcyjnych i kadzi 200 kW (tj. 96% strat podstawowych). Straty w żelazie wyznaczone metodą tradycyjną wynoszą 330 kW.

Współczynnik wzrostu oporności miedzi: $\frac{235+75}{235+15}=1{,}24$

Współczynnik wzrostu oporności żelaza: $\frac{172+75}{172+15}=1{,}32.$

Gdyby strat rozproszeniowych nie przeliczano na gorąco, to wyniosłyby one $200 \cdot 1{,}24 = 248$ kW (119%), tj. o 48 kW więcej. Gdyby straty w żelazie przeliczono na 75°C, zakładając, że straty od prądów wirowych wynoszą 50% strat w żelazie, to otrzymalibyśmy $\frac{330}{2 \cdot 1{,}32}+\frac{330}{2}=290$ kW, to znaczy o 40 kW mniej.

Dalsze obszerne rozwinięcie tematu podano w pracy autora [14].

Politechnika Łódzka
Katedra Maszyn Elektrycznych i Transformatorów

WYKAZ LITERATURY

1. Bowley L.: Stray loss in tank walls. „G.E.C. Raport 27029".
2. Bozorth R. M.: Ferromagnetism. Moskwa 1956 (tłum. z ang.).
3. Deuring W. G.: Induced Losses in Steel Plates in the Presence of an Alternating Current. — Trans. AIEE, 1957, str. 166—173.
4. Heiles F.: Ueber zusatzliche Verluste in Transformatoren. VDE Fachberichte 1929, str. 71—74 i ETZ 1932 str. 883—885.
5. Markwardt J. G.: Elektromagnitnyje rasczioty transformatorow. Moskwa 1938, str. 91—136.
6. Pietrow G. N.: Transformatory. Moskwa 1934, str. 289.
7. Poritsky H., Jerrard R. P.: Eddy-Current Losses in a Semi-Infinite Solid Due to a Nearby Alternating Current. — Trans. AIEE, vol. 73. P. I, maj 1954, str. 97—106.
8. Tichomirow P. M.: Rascziot transformatorow. Moskwa 1953.
9. Turowski J.: Pole elektromagnetyczne i straty w obudowie transformatora. — Zesz. Nauk. P. Ł. „Elektryka", Nr 3, 1957, str. 47—65.
10. Turowski J.: Straty w pokrywach transformatorów jedno- i trójfazowych. — Rozpr. Elektr. 1959, Nr 1, str. 87—119.
11. Turowski J.: Straty w pokrywach transformatorów przy zastosowaniu różnych metod ich ograniczania. — Arch. El. 1959, Nr 4, str. 529—556.
12. Turowski J.: Miestnyje pieriegriewy w transformatorach. Izw. Wys. Ucz. Zaw. ZSRR. „Eliektromiechanika" 1961, Nr 2, str. 53—62.
13. Turowski J.: Granice obciążenia magnetycznego części konstrukcyjnych wielkich transformatorów. Komunikat. Zesz. Nauk. P. Ł. „Elektryka" 1962, Nr 9.
14. Turowski J.: Straty i lokalne przegrzania wywołane strumieniami rozproszenia. — „Elektryka" nr 11, Polit. Łódzka, 1963 (w druku).

15. Turowski J.: Pawłowski J., Pinkiewicz I.: Modelowanie strat rozproszeniowych w transformatorach. — Zesz. Nauk. P. Ł. „Elektryka", nr 12, 1963 (w druku).
16. Vogel F. J., Adolphson E. J.: A Stray Loss Problem in Transformer Tanks. — Trans. AIEE, 1954, v. 73, P. IIIA., str. 760—764.

Я. ТУРОВСКИ

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ДОБАВОЧНЫХ ПОТЕРЬ ОТ ПОЛЯ РАССЕЯНИЯ В ТРАНСФОРМАТОРЕ

Резюме

Добавочные потери от рассеяния в неактивных элементах трансформаторов и электрических машин в малых и средних единицах являются небольшими и имеют второстепенное значение. В то время как в больших трансформаторах мощностью порядка нескольких десятков и в особенности сотен мва, в виду сильных полей рассеяния, потери эти достигают больших значений, порядка основных потерь в обмотке (mI^2R). По упомянутым причинам вопрос этот приобрёл значение в последних годах и достижения мировой литературы в этой области являются еще довольно скромными. Существует несколько частичных или же недостаточно точных формул, в основном мало пригодных для конструкторской практики.

В 1 главе работы приводится критический обзор актуального состояния вопроса а также факторов и явлений влияющих на точность расчетных методов. Общедоступная формула (1) на общие потери в баке и конструкционных элементах трансформатора самими её потребителями считается неточной и не отдающей действительного распределения потерь от рассеяния в трансформаторе. Из формулы (1) следует, что после удаления бака добавочные потери в неактивных элементах трансформатора исчезают. Тогда как практика указывает, что в действительности эти потери не много (5...15%) меньше потерь в комплектном трансформаторе. Формулы (2) Гайлеса [4] и [3] Фогеля и Адольфсона [16] относятся к потерям в баке вызванным пространственной асиметрией ампервитков. Такого рода потери по Марквардту [5] являются значительно меньшими потерь вызванных симметричной составляющей распределения ампервитков в пространстве. Кроме того формула (2) не учитывает изменений проницаемости а также исходит из ошибочного представления относительно распределения вихревых токов в сменке бака. Наиболее полный, до сих пор, образ явлений дал Марквардт [5] (формулы 4, 5 и 6), который однако же тоже не учитывал изменений проницаемости стали, и повидимому из за этой причины его формулы дают расхождение с результатами экспериментов. В некоторых из приведенных формул замечаются противоречия относительно зависимости потерь от удельного сопротивления стали и от частоты.

В главе 2 обсуждается принцип приближенного определения напряжения магнитного поля на поверхности металлического тела методом зеркальных изображений. В шихтованных стальных сердечниках, как на рис. 2а, и в массивных стальных телах при ниских частотах, до около 200 Hz, переменный ток изображается подобно постоянному току в железе (рис. 1), с тем, что ток изображенный в массивной стали несколько меньше из за кажущегося уменьшения проницаемости и фазового сдвига отраженного поля. При высоких частотах и неферромагнитных металлах массивное тело, ввиду вытесняющего действия вихревых токов приобретает диамагнитные свойства ($\mu' < 1$) и отраженный ток

i_p (формула 7) имеет отрицательный знак, как на рис. 2 b. В главе 3, исходя из основных уравнений электромагнитного поля (9 до 16) и принимая первоначально постоянную проницаемость стали выведено дифференциальное уравнение (17) для нормальной составляющей H_z трехмерного магнитного поля в массивной стали с учетом различных составляющих проницаемости. После упрощения этого уравнения к виду (18), оно было решено по методу Фурье, откуда получен был результат в виде двойного ряда Фурье (26). Экспоненциальный множитель в формуле (26) может быть, в большинстве случаев, вынесен перед двойную сумму ряда, так как в показателе степени слагаемые содержащие переменные m и n обычно на много меньше α_x. Благодаря этому вместо развертки $H_{z0} = f(x, y)$ на поверхности металла в ряд Фурье (27) можно сразу вставить её в формулу (26) в первичном виде, найденном по праву Биот-Саварта на основании известного геометрического распределения обмоток и поверхностей стали, с учетом одноимённых изображений в стали. Остальные составляющие трёхмерного поля можно найти из уравнений (9 до 16).

В главе 4 дано практическое применение теории 3 главы и расчету потерь рассеяния в бесконечно распространенной стальной плите помещенной в двухмерном поле рассеяния трансформатора. В случае двухмерного поля выражение (26) приобретает вид (28). Вынося перед сумму експоненциальный множитель, получаем формулу (31), где H_{z0} — нормальная составляющая напряжения магнитного поля (35) полученная на основании рис. 4. Остальные составляющие поля, также как и вектор Поинтинга, выражаются формулами (32 до 34) и затемь после преобразований — (36 до 38). Выступающая в этих формулах проницаемость в виде $\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}$ была учтена введением прямолинейной сопроксимации (41) соответственно пересчитанной кривой намагничивания конструкционной стали (рис. 6). При этом было принято, что при намагничивании стали только в одном направлении Y, проницаемость в перпендикулярном направлении (X) приблизительно 2 раза меньше ($\mu_x \approx 0{,}5\mu_y$). Кроме этого проницаемость принималась для эффективного значения магнитного поля на поверхности (пунктирная линия на рис. 5). Эти приемы находят косвенное подтверждение в согласии расчетов с экспериментом. Формула (46) представляет распределение потерь кажущейся мощности в стальной плите, вдоль оси Y. Общие потери на единицу длины провода можно расчитать интегрируя выражение (46) по dy. В виду технических трудностей интегрирование это было выполнено графическим методом (формулы 47 и 48). Рис. 7 представляет пример такого интегрирования для одного случая расстояния обмоток от стали $\frac{c_2}{c_1} = 4$ (рис. 4). Таблица 1 и рисунки 8 и 9 представляют определенные таким методом коэффициенты геометрических пропорций обмоток k_1 и k_2, необходимые для окончательных формул (51), (52) и (53). Влияние переменности проницаемости вглубь металла, а также потери от гистерезиса учитывались приближенным методом умножая потери активной мощности через постоянный коэффициент $N = 1.35...1{,}4$ [9], неполное же отражение тока в стали — путём введения уменьшающего коэффициента $\eta = 0{,}8$. Таким путем была получена окончательная формула на потери активной мощности (53). На рис. 10 и 11 показано результаты экспериментальной проверки формулы (53). Непрерывная линия представляет потери измеренные на моделях, которые схематически показаны на рис. 12, пунктирная линия представляет потери расчитанные формулой (53).

В главе 5 обсуждалось распределение напряжения магнитного поля вдоль периметра бака при однофазных и трехфазных трансформаторах. Распреде-

ление это является добавочным граничным условием для решения трехмерной задачи вытекающей из уравнения (26).

В главе 6 даны выводы относительно испытаний короткого замыкания и холостого хода мощных трансформаторов. В виду большого участья потерь рассеяния в общих потерях короткого замыкания, а также учитывая, что эти потери зависят от тока в степени отличной от 2, потери короткого замыкания следует измерять при токе как можно блиском номинальному. С другой стороны ввиду дробьной степени удельной проводимости в формуле (53), потери от рассеяния мало зависят от температуры, в связи с чем не следует уменьшать этих потерь при пересчетах общих потерь короткого замыкания на температуру 75°C. Вызванный этим прирост общих потерь короткого замыкания в горячем состоянии в некоторой степени уравновешивается уменьшением потерь в стали от вихревых токов, так как они составляют, в холоднокатанной стали, значительную часть потерь холостого хода.

Расчеты иллюстрировались числовыми примерами.

Дальнейшее развитие вопроса дано в следующей работе автора [14].

J. TUROWSKI

METHODS OF CALCULATION OF STRAY—LOSSES IN TRANSFORMERS

Summary

The problem mentioned in the titel attracted in least years a great attention because of the heigh increase of ampere-turns value in big transformers and generators.

The paper contains a critical revue of existing methods concerning the stray--loss calculation, showing their approximations and mistakes. A more exact method has been proposed, which permits the calculation of stray-losses in solid steel plates, taking into account the variation of magnetic permeability versus the magnetomotive force. On the basis of Maxwell equations has been derived formulas for calculation of stray-losses in solid steel plates, placed on the way of leakage flux. The author veryfied his formulas with experiment and obtained the agriment satisfying for practical purposes. The way is given to the solution of stray — losses in transformer tanks as well as conclusions concerning the convertion on 75°C of short-circuit losses and no-load losses in big transformers taking into account the specific character of stray losses in steel.

Some numerical examples illustrated the theoretical consideration.

J. TUROWSKI

LES MÉTHODES DE CALCUL DES PERTES SUPPLÉMENTAIRES DUES AN CHAMP DES FUITES DANS LES TRANSFORMATEURS

Resumé

Le problème mentionné dans le titre a attiré recemment une grande attention à cause de le l'augmentation du nombre d'ampère-tours dans les transformateurs et générateurs de grande puissance.

L'article contient une révue critique d'existantes méthodes de calcul en montrant leurs avantages, désavantages et fautes. L'auteur propose une méthode, selon lui beaucoup plus précise, permettant à calculer les pertes dans l'acier massif en égard à la variation de la perméabilité magnétique due à la force magnétomotorice alternative. Sortant des équations de Maxwell l'auteur a déduit les formules pour le calcul des pertes dans l'acier sumis au champ des fuites magnétiques. L'auteur confirme ses formules par l'expériment, les resultats de calcul et de mesure étant pratiquement identique. On a montré aussi la diréction au calcul des pertes dans la cuve de transformateur et les conclusions concérnantes la conversion des pertes à vide et à courtcircuit d'état froid à l'état chand en tenant compte aux traits spécifiques des pertes supplémentaires dans le fer.

Le calcul fut illustré par quelques exemples numériques.

J. TUROWSKI

DIE BERECHNUNGSMETHODEN VON DEM STREUFELD IN EINEM TRANSFORMATOR AUSRUFENDEN ZUSATZVERLUSTE

Zusammenfassung

Die Zusatzstreuverluste in den unaktiven Teilen der Transformatoren und elektrischer Maschinen sind in kleinen und mittleren Einheiten klein und haben keine grössere Bedeutung. Dagegen in grossen Transformatoren, des starke Streufelde wegen, erreichen sie die erhebliche Werte, die vergleichbar mit Kupfergrundverluste (mI^2R) sind. Vom obenerwähnten Grunde hat dieses Problem erst in den letzten Jahren eine grosse Bedeutung angenommen und bisheriger Weltliteraturerwerb auf diesem Gebiet ist noch ziemlich klein. Es gibt einige fragmentarische oder wenig genaue Formeln, im allgemainem wenig brauchbare für konstruktorische Praxis.

Im 1. Abschnitt dieser Arbeit ist eine kritische Besprechung des aktuellen Zustandes des Problems und der Erscheinungen, welche den Einfluss auf die Genauigkeit der Berechnungsmethoden haben, gegeben. Die allgemein zugängliche Formel 1 für die gemeinsame Verluste in dem Kessel und konstruktiven Teilen des Transformators ist selbst von den Benutzer als ungenaue und irrtümlich behandelt. Aus der Formel 1 ergibt es, dass nach der Entfernung des Kessels die Zusatzverluste in unaktiven Teilen des Transformators verschwinden. Die Praxis zeigt vorläufig, dass in der Wirklichkeit diese Verluste nicht viel kleiner (5...15%) von den Verlusten im ganzen Transformator (mit dem Kessel) sind. Die Formeln 2 nach Heiles [4] und 3 nach Vogel und Adolphson [16] bettrefen der Verlusten im Kessel, welche von räumlicher Asymmetrie der Amperwindungen herausgerufen sind. Diese Verluste, nach Markwardt [5], sind erheblich kleiner als die von symetrischen Komponenten der räumlichen Anordnung der Amperwindungen ausgerufene Verluste. Ausserdem berücksicht die Formel 2 die Veränderung der Permeabilität nicht und geht von einem irrtümlichen Grundsatze bezüglichder Anordnung der Wirbelströmen im Durchschnitt des Kesselwandes aus, in der Formel 3 hat man dagegen die maximale Sättigung des ganzen Kessels angenommen. Das volleste, wie bisher, Bild von diesen Erscheinungen hat Markwardt [5] (Formeln 4,5 u. 6) gegeben. Er hat doch auch keine Änderung der Eisenpermeabilität berücksichtigt und wahrscheinlich dadurch zeigen seine Formeln die grosse Unvereinbarkeiten mit experimentällen Ergebnissen. In manchen obenerwähnten Formeln tretten die Wi-

dersprüche bezüglich der Abhängigkeit der Verluste von spezifischem Widerstand des Eisen und von der Frequenz auf.

Im 2. Abschnitt wurde es das Prinzip der annähernden Bestimmung der magnetischen Feldstärke auf der Fläche des Metallkörpers mit der Spiegelabbildungmethode beschrieben. Im geschichteten Eisenkern, wie in Abb. 2a, und in eisernen massiven Körpern, bei niedriegen Frequenzen bis zum beispiel 200 Hz, der Wechselstrom bildet sich ähnlich wie der Gleichstrom in Eisen (Abb. 1) ab, der abgebildete im Massiveisen Wechselstrom ist dabei kleiner (im Rücksicht auf scheinbare Minderung der Permeabilität und die Phasenverschiebung des abgebildeten Feldes). Bei höheren Frequenzen und bei den nichtferromagnetischen Metallen bekommt ein Massivkörper, der verdrängenden Wirkung des Wirbelstromes wegen, die diamagnetische ($\mu' < 1$) Eigenschaften und der abgebildete Wechselstrom i_p (Formel 7) ist negativ, wie Abb. 2b zeigt.

Im 3. Abschnitt ist, aus Maxwellischen Gleichungen (9 bis 16) — bei $\mu = \text{const}$ — ausgehend, eine Differentialgleichung 17 ausgeführt worden. Die Gleichung 17 bettrifft die Normalkomponente H_z des dreidimensionalen magnetischen Feldes mit Berücksichtigung der verschidenen Komponenten der Permeabilität. Diese Gleichung wurde, nach der Vereinfachung bis 18, mit Fourierischer Method gelöst und es wurde der Resultat in einer Form der zweifachigen Fourierischen Reihe 26 bekommen. Der exponentialische Faktor der Gleichung 26 kann man maistens vor der zweifachigen Reihensumme austragen, weil in dem Potenzexponent die Summande mit Wechselfaktor m und n viel weniger als α_x sind. Infolgedessen, anstatt der Entwicklung der Funktion $H_{z0} = f(x, y)$ auf der Metallfläche in die Fourierische Reihe 27, kann man sie sofort in ursprünglicher From in die Formel 26 einstellen. Diese Funktion kann man nach dem Biot — Savart'ischen Gesetz auf grund der Kenntnis der geometrischen Anordnung der Wicklungen und Eisenflächen, mit Berücksichtigung glaichnamigen Spiegelabbildungen in Eisen, finden. Die andere Komponenten des dreidimensinalen magnetischen Feldes kann man aus den Gleichungen 9 bis 16 finden.

Im Abschnitt 4 ist die Theorie des 3. Abschnitts zur Berechnung der Streuverluste in einer unendlich ausgedehnten, im flachen Streufelde gelegten, eisernen Tafel, praktisch ausgenutzt worden. Bei dem zweidimensionalen Felde verwandelt sich die Gleichung 26 in Gl. 28. Nach dem austragung des exponentialischen Faktors vor der Summe, bekommen wir die Formel 31, worin H_{z0} — die normale Komponente der magnetischen Feldstärke (35), bekommen aus Abb. 4, ist. Die andere Feldkomponenten als auch der Poynting-Vektor, sind durch Formel 32 bis 34 und (nach den Umgestaltungen) 36 bis 38 ausgedrückt. Die in diesen Formeln austrettende Permeabilität $\frac{\sqrt{\mu_x}}{\mu_y}$ wurde durch die geradlinige Approximation (41 und Abb. 6) elimieniert. Es wurde dabei angenommen, das bei der Magnetisierung des Eisens nur in einziger Richtung Y, die Permeabilität in der senkrechtiger Richtung X ca zweimal niedrieger ist ($\mu_x \cong 0{,}5\,\mu_y$). Die Permeabilität wurde für die effektive Werte der magnetischen Feldstärke bestimmten (unterbrochene Linie in Abb. 5). Die übereinstimmung der Berechnungen mit dem Experiment bestätigt indirekt diese Methode. Formel 46 zeigt die Einteilung der Scheinleistungsverluste in eisener Tafel entlang der Achse Y. Die gemeinsame Verluste je die Einheit der Länge des Stromleiters kann man durch Integration 46 nach dy berechnen. Der technischen Schwieriegkeiten wegen, wurde dieses mit graphischer Methode ausgelöst (Formel 47 und 48). Die Abb. 7 zeigt ein Beispiel solcher graphischen Integrierung für einzigen Fall des Abstands der Wicklung von der Kernfläche $\frac{c_2}{c_1} = 4$ (Abb. 4). In der Tafel 1 und Abb. 8 und 9 sind auf diese Wege berechnete Koeffiziente der

geometrischen Proportionen der Wicklungen k_1 und k_2 dargestellt. Diese Koeffiziente sind für die Endformeln 51, 52 und 53 notwendig. Der Einfluss der Änderung der Permeabilität in die Tiefe des Metalls, histeresische Verluste und Verluste von Wirbelstromanomalie wurden mit der vereinfachten Method berücksichtigt (durch Multipliezierung der theoretische Aktivleistungsverluste durch die Konstante $N = 1{,}35...1{,}4$ [9]). Unvollige Spigelabbildung des Wechselstromes in der Eisenfläche wurde durch vermindernde Koeffizient $\eta = 0{,}8$ berücksichtigt. Auf diesem Wege wurde Endformel 53 für Aktivleistungsverluste bekommen. Abb. 10 und 11 zeigt die Resultaten der experimentällen Prüfung der Formel 53. Die ununterbrochene Linien stellen die an der Modellen (Abb. 12) abmessende Verluste dar und unterbrochene Linien zeigen die aus theoretischer Formel 53 berechnete Verluste.

Im 5. Abschnitt wurde die Einteilung der magnetischen Feldstärke längs dem Umfang des Kessels bei ein- und dreiphasigem Transformator beschrieben. Diese Einteilung gibt zusatzliche Grenzbedingungen für die Lösung der räumlichen Anordnung nach Gleichung 26.

Im 6. Abschnitt wurden die Endschlüsse bezüglich Kurzschluss- und Leerlaufversuch der Grosstransformatoren gegeben. In Rücksicht auf den grossen Anteil der Streuverluste in den sämtlichen Kurzschlussverlusten und in Rücksicht auf die andere Abhängikkeit dieser Verluste von dem Wechselstrom (Potenz nicht gleich 2), soll man die Kurzschlussverluste bei einem Strom, der dem Nennstrom angenährt ist, messen. In Rücksicht auf die Bruchpotenz des spezifischen Widerstandes in Formel 53 hängen die Streuverluste sehr wenig von der Temperatur ab. Im Zusammenhang mit diesem soll man die Zusatzverluste bei Umrechnung der sämtlichen Kurzschlussverluste auf die Temperatur 75°C nicht verkleinern. Der auf diese Weise verursachte Zuwachs der sämtlichen Kurzschlussverluste in warmen Transformator ist durch Verminderung der Wirbelstromverluste im Eisen etwa kompensiert, weil der Anteil dieser Verluste in gesamten Leerlaufverlusten ist bei kaltgewalzter teksturierter Bleche sehr bedeutend.

Die theoretische Berechnungen sind durch Beispiele illustriert geworden.

In nächsten Arbeit [14] wurde der Thema weiter entwickelt.

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

KWARTALNIK

SPIS TREŚCI TOMÓW IV — VIII (1958 — 1962)

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1962

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI,
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny

PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz

JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

TOM IV — 1958

SPIS TREŚCI

G. Gulcz: Anteny spiralne 103
A. Jellonek: Możliwości pomiaru bardzo małych kątów stratności kondensatorów przy pomocy mostka prądu zmiennego 3
A. Jellonek: Pomiar pojemności własnej cewek indukcyjnych 288
T. Kaczorek: Metoda potencjałów węzłowych i twierdzenie o wzajemności w obwodach liniowych ze sprzężeniem między gałęziami 527
Z. Kowalski: Schematy i oporności zastępcze transformatorów pracujących w układzie przesyłowym typu „cztery przewody — ziemia" dla składowych symetrycznych grupowych 69
Z. Kowalski: Oporności i schematy zastępcze napowietrznych linii średnich napięć typu „cztery przewody — ziemia" 383
W. Majewski jr: Parametry wzmacniacza ze sprzężeniem zwrotnym i metody ich wyznaczania 449
P. Nowacki, A. Górski, M. Nałęcz: Ogniwa paliwowe 53
P. J. Nowacki, M. Nałęcz, J. Kulikowski: Pomiar małych stałych pól magnetycznych czujnikiem magnetycznym 323
T. Puchałka: Analiza teoretyczna i doświadczalna układu automatycznej regulacji maszyny wyciągowej z asynchronicznym silnikiem napędowym 167
J. Srzednicki: Odchyłowe pomiary współczynnika strat kondensatorów metodą mostkową 29
S. Topiński: Termometry termistorowe z podziałką liniową 269
Z. Wąsowicz: Wstęp do teorii układu Leonarda w napędach hutniczych o dużej częstości łączeń z uwzględnieniem obciążenia momentem mechanicznym 235
J. Wojciechowski: Zastosowanie zjawiska elektroluminescencji do wzmacniania obrazu 352

TABLE OF CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

G. Gulcz: Helix Antennas 165
A. Jellonek: Eine Messmethode für kleine Verlustwinkel von Kondensatoren mit Hilfe der Messbrücke von Giebe und Zickner 25
A. Jellonek: The Accuracy in the Measurement of Self-Capacity of Coils 320
T. Kaczorek: The Node Method and Reciprocity Theorems in Linear Networks with Couplings between Branches 575
Z. Kowalski: Equivalent Diagrams and Impedances of Transformers Working in Transmission Systems of the „Four Wire-Ground" Type for Group Symmetrical Components 98
Z. Kowalski: Equivalent Impedances and Diagrams of Medium Voltage Over-Head Lines of the „Four Wire-Ground Type 441
W. Majewski jr: Parameters of Feedback Amplifier and Methods of their Determining 525
P. Nowacki, A. Górski, M. Nałęcz: Fuell Cells 67
P. Nowacki, M. Nałęcz, J. Kulikowski: Measurements of Small Direct Magnetic Fields with Flux-Gate Magnetometers 349

T. Puchałka: Theoretical and Experimental Analysis of the Automatic Control System of the Mine Winder with Asynchronous Driving Motor 233
J. Srzednicki: Deflection Measurements of the Power Factor of Capacitors by Bridge Methods 52
S. Topiński: Thermistor Thermometers with Linear Scale 282
Z. Wąsowicz: Einführung in die Theorie der Leonardschaltung in hüttenmännischen Antrieben mit grosser Schalthäufigkeit unter Berücksichtigung der mechanischen Belastung 268
J. Wojciechowski: Application of the Electroluminescence Phenomenon to Amplifying the Image 382

СОДЕРЖАНИЕ

Г. Гульч: Спиральные антенны 164
А. Еллёнек: Метод измерения малых углов потерь конденсаторов мостиком Giebe und Zickner 23
А. Еллёнек: Измерение собственной ёмкости индуктивных катушек . 318
Т. Качорек: Метод узловых потенциалов и теоремы взаимности в линейных цепях со сцеплениями между ветвями 574
З. Ковальски: Эквивалентные схемы и сопротивления трансформаторов работающих в системе передачи „четыре провода — земля", для групповых симметрических составляющих 94
З. Ковальски: Сопротивления и эквивалентные схемы воздушных линий средних напряжений типа „четыре провода — земля" . . . 437
В. Маевски (юнр.) Параметры усилителя с обратной связью и методы их определения 525
П. Новацки, А. Гурски, М. Налэнч: Топливные гальванические элементы 67
П. Я. Новацки, М. Налэнч, Я. Куликовски: Измерение малых стационарных магнитных полей магнитным датчиком 349
Т. Пухалка: Теоретический и экспериментальный анализ системы автоматического регулирования подъёмной машины с асинхронным электроприводом 231
Я. Сшэдницки: Измерения коеффициента потерь конденсаторов стрелочными приборами по методу мостика 51
С. Топиньски: Термисторные термометры с линейной шкалой . . . 281
З. Вонсович: Введение в теорию системы Леонарда примененной к металлургическим электроприворам с большой частотой включений и учётом статической нагрузки 267
Е. Войцеховски: Использование явления электролюминесценции для усиления изображения 381

TOM V — 1959

SPIS TREŚCI

F. Andrzejewski, Z. Orzeszkowski: Kalorymetryczna metoda pomiaru sprawności silników asynchronicznych chłodzonych wodą . . 67
K. Auleytner, R. Włodarski: Oporowe dzielniki napięcia do pomiarów napięć udarowych 421
St. Bellert: Metoda operatorów liczbowych 515
A. Czajkowski, M. Krynke: Stabilizacja prędkości obrotowej silnika układu Leonarda z zastosowaniem pojedynczego wzmacniacza magnetycznego jako wzbudnicy 365

W. Fijałkowski: Zniekształcenia telegraficzne 481
A. Góral: Pomiary niektórych własności magnetycznych i dielektrycznych ferrytów magnetycznie miękkich w pasmie częstotliwości od 10 Hz do 1000 MHz 587
T. Jankowski: Praca impulsowa tranzystorów — wybrane zagadnienia 121
S. Judycki: Analiza sygnałów impulsowych 3
T. Kaczorek: Zagadnienie rozwiązywania obwodów liniowych ze sprzężeniami indukcyjnymi między gałęziami 409
M. Kozłowski: Obliczanie napięcia rozproszenia uzwojeń krążkowych transformatorów płaszczowych średnich i dużych mocy 271
J. L. Maksiejewski: Metody obliczania prądu w odgromniku przy uderzeniu pioruna w linię w niedużej odległości od odgromnika . . . 53
B. Mroziewicz: Współczynnik dobroci tranzystora warstwowego i możliwości jego zwiększenia przez wprowadzenie pola wewnętrznego do obszaru bazy 453
M. Nałęcz, B. Osuchowska: Metoda ferrometryczna badania własności materiałów magnetycznych 189
R. Nowak: Układy syntezy częstotliwości 327
W. Paszek: Szczególne formy budowy wzmacniaczy maszynowych z polem poprzecznym 239
M. Pluciński: Polaryzacja warstwowa — Podstawy teoretyczne — Wnioskie praktyczne 167
A. Smoliński: Zjawisko magnetostrykcji i materiały magnetostrykcyjne 211
J. Turowski: Straty w pokrywach transformatorów jedno- i trójfazowych . 87

TABLE OF CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

F. Andrzejewski, Z. Orzeszkowski: Kalorimetrische Wirkungsgradbestimmung der Wassergekühlten Drehstromasynchronmotoren . 84
K. Auleytner, R. Włodarski: Resistance Voltage Dividers for Impulse Tests 450
S. Bellert: Numerical Operators' Method 583
A. Czajkowski, M. Krynke: Motor Speed Stabilization in the Ward-Leonard Motor-Generator Set with the Application of a Simple Magnetic Amplifier as an Exciter 407
W. Fijałkowski: Telegraphierverzerrungen 511
A. Góral: Measurements of Certain Magnetic and Dielectric Properties of Magnetically Soft Ferrites within a Frequency Band from 10 Hz to 1000 MHz 630
T. Jankowski: Transistors in Pulse Operation 162
S. Judycki: Analysis of Pulse Signals 52
T. Kaczorek: A Certain Problem in Solving Linear Circuits with Inductive Couplings between Branches 419
M. Kozłowski: Calculation of Impedance Voltage in Pancake Windings of Medium and Large Shell-Type Power Transformers 322
J. L. Maksiejewski: Methods of Calculation of Current in a Lightning-Arrester in the Case of a Lightning Stroke to the Line Near the Arrester 64
B. Mroziewicz: Figure of Merit of the Junction Transistor and the Possibilities of its Increase due to the Introduction of a Built-in Field into the Base Region 480
B. Mroziewicz: Der Gütefaktor des Flächentransistors und seine durch die Einführung der Driftfeldes in den Basisraum Vergrösserungsmöglichkeiten 480

M. Nałęcz, B. Osuchowska: The Ferrometric Method of Testing the Magnetic Properties of Ferromagnetic Materials 209
M. Nałęcz, B. Osuchowska: La méthode ferrométrique de détermination des propriétés magnétiques des fers 209
M. Nałęcz, B. Osuchowska: Die ferromagnetische Methode zur Untersuchung magnetischer Eigenschaften ferromagnetischen Werkstoffe 210
R. Nowak: Frequency Synthesizers 363
W. Paszek: Besondere Bauarten moderner Querfeldmaschinen-Verstärker 269
M. Pluciński: La polarisation interfaciale — Bases théoriques — Conclusions pratiques 188
A. Smoliński: Magnetostriction and Magnetostrictive Materials . . . 237
J. Turowski: Losses in Covers of Single -and Three-Phase Transformers 118

СОДЕРЖАНИЕ

Ф. Анджеевски, З. Ожешковски: Калориметрический метод измерения коэффициента полезного действия асинхронного двигателя охлаждаемого водой 82
К. Аулейтнер, П. Влодарски: Резистивные делители напряжения для измерений импульсных напряжений 450
С. Беллерт: Метод численных операторов 583
А. Чайковски, М. Крынкэ: Стабилизация скорости вращения двигателя систмы генератор-двигатель с использованием однотактного магнитного усилителя в качестве возбудителя 406
В. Фиялковски: Телеграфные искажения 511
А. Гураль: Измерения некоторых магнитных и диэлектрических свойств магнитно-мягких ферритов в полосе частот от 10 гц до 1000 мгц . . 630
Т. Янковски: Работа кристаллических триодов в иммульсном режиме — Избранные вопросы 162
С. Юдыцки: Анализ импульсных сигналов 51
Т. Качорек: Некоторый вопрос решения линейных цепей с индуктивной связью между ветвями 418
М. Козловски: Расчёт напряжения рассеяния чередующих обмоток броневых трансформаторов средней и большой мощности 321
Я. Л. Максеевски: Методы расчёта тока в разряднике во-время удара молнии в линию на близком расстоянии от разрядника 63
Б. Мрозевич: Коэффициент добротности плоскостного кристаллического триода и возможности его улучшения путём введения внутреннего поля в область базы 479
М. Налэнч, Б. Осуховска: Ферромагнитный метод исследования характеристик магнитных материалов 209
Р. Новак: Системы синтеза частот 362
В. Пашэк: Особые формы конструкции электромашинных усилителей с поперечным полем 267
М. Плюциньски: Многослойная поляризация — Теоретические основы — Практические заключения 187
А. Смолиньски: Магнитостфикция и магнитостфикционные материалы 236
Я. Туровски: Потери в крышках одно- и трехфазных трансформаторов 117

SPIS TREŚCI

F. Andrzejewski, Z. Orzeszkowski: Pomiarowa metoda wyznaczania współczynnika wypierania prądu w wirnikach maszyn indukcyjnych 313
F. Andrzejewski, Z. Orzeszkowski: Nowa metoda wyznaczania strat w uzwojeniach wirników maszyn asynchronicznych 493
J. Bader, J. L. Jakubowski, J. Zieliński: Zagrożenie piorunowe szybowców 45
St. Bellert: Rachunek operatorowy w przestrzeniach liniowych . . . 169
M. Jabłoński: Rozwinięcie metody obliczania oporności rozproszenia transformatora z niesymetrycznymi uzwojeniami cylindrycznymi . 3
T. Janicki: Zagadnienia termiczne w tranzystorach mocy 107
W. Jassem: Wstępna analiza spektrograficzna głosek polskich . . . 333
Z. Kaczkowski: Ferryty magnetostrykcyjne o dużej dobroci mechanicznej 451
Z. Kaczkowski: A. Smoliński: Ferryty magnetostrykcyjne i ich zastosowanie 77
A. Kobus: Podstawy geometrycznej teorii dyslokacji w kryształach . . 213
A. Kobus: Chemiczne metody ujawniania dyslokacji w monokryształach germanu 239
J. Kulikowski, M. Nałęcz: Podstawowe właściwości transduktorowych czujników magnetycznych o wyjściu impulsowym 475
W. Kuźniar: Nowy przyrząd elektroniczny do pomiaru udarów . . . 513
W. Majewski jr.: Parametry falowe i robocze tranzystora 257
J. L. Maksiejewski: Obliczanie napięcia wierzchołka słupa trafionego przez piorun, metodami stosowanymi dla linii długich 283
J. Osiowski: Układy elektryczne liniowe pobudzane okresowo . . . 127
J. Osiowski: Znaczenie i zastosowania dystrybucji w teorii obwodów . 367
J. Owczarek: O sumowaniu dwóch pól oscylacyjnych 429
A. Spichalski: Wpływ skaz na rozkład pola w szynie kolejowej i wytyczne dla defektoskopii magnetycznej 559

TABLE OF CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

F. Andrzejewski, Z. Orzeszkowski: Die Messmethode zur Bestimmung des Widerstandsfactors in den Läufern von Drehstrommotoren 330
F. Andrzejewski, Z. Orzeszkowski Neue Messmethode zur Bestimmung der Rotorstromwärmeverluste von Drehstrommotoren . . . 511
J. Bader, J. L. Jakubowski, J. Zieliński: Lightning Danger for Gliders 75
S. Bellert: Operational Calculus in Linear Spaces 206
M. Jabłoński: Déduction de la méthode du calcul de réactance de dispersion du transformateur avec les enroulements cylindriques assymétriques 39
M Jabłoński: Development of the Method for Calculating the Stray Reactance of Assymetric Cylindrical transformer Windings 41
T. Janicki: The Thermal Problem in Power Transistors 121
T. Janicki: Wärme-Probleme bei Leistungstransistoren 122
W. Jassem: A Preliminary Spectrographic Analysis of Polish Speech Sounds 361
Z. Kaczkowski: Magnetostrictive Ferrites with a High Mechanical Quality Factor 474

A. Kobus: Foundations of the Geometrical Theory of Dislocations in Crystals 236
A. Kobus: Les principes de la théorie géometrique des dislocations dans cristaux 236
A. Kobus: Die Grundlagen der geometrischen Versetzungtheorie in Kristallen 237
A. Kobus: Chemical Methods of Disclosing Dislocations in Germanium Crystals 255
A. Kobus: Méthodes chimiques de la découverte des dislocations dans les cristaux de germanium 255
A. Kubus: Chemische Methoden der Entdeckung der Versetzungen in Germaniumkristallen 255
J. Kulikowski, M. Nałęcz: Principles of Flux-Gate Magnetometers with All-Even Harmonic Output 491
W. Kuźniar: A New Electronic Device for Surge Voltage Measurement . 555
W. Majewski jr: Image and Working Parameters of the Transistor . 282
J. L. Maksiejewski: Calculation of Voltage-to-Earth of the Top of a Power-Line Tower Stricken by Lightning, by Methods Used for Transmission Lines 310
J. Osiowski: Linear Electric Networks Excited Periodically 167
J. Osiowski Significance and Applications of Distributions in the Circuit Theory 428
J. Owczarek: On the Summation of Two Oscillation Fields 448
A. Spichalski: Influence of Flaws on the Field Distribution in the Railway Bar and Directions for Magnetical Flaw Detection 616

СОДЕРЖАНИЕ

Ф. Анджеевски, З. Ожешковски: Измерительный метод определения коэффициента вытеснения в роторах асинхронных двигателей . 329
Ф. Анджеевски, З. Ожешковски: Новый метод определения электрических потерь в обмотках роторов асинхронных машин 510
Е. Бадэр, Я. Якубовски, Е. Зелиньски: Опасность для планёров от грозовых разрядов 74
С. Беллерт: Операционное исчисление в линейных пространствах . . 205
М. Яблоньски: Развитие метода расчёта сопротивления рассеяния трансформатора с несимметрическими цилиндрическими обмотками . 37
Т. Яницки: Термические вопросы в мощных кристаллических триодах . 121
В. Яссэм: Вступительный спектрографический анализ польских звуков речи 360
З. Качковски: Магнитострикционные ферриты со значительной механической добротностью 474
З. Качковски, А. Смолиньски: Магнитострикционные ферриты и их применение 105
А. Кобус: Основы геометрической меории дислокации в кристаллах . . 235
А. Кобус: Химические методы обнаружения дислокации в кристаллах германия 254
Я. Куликовски, М. Налэнч: Принципы магнитномодуляционных датчиков напряжённости магнитного поля, с пиковым выходом . . 491
В. Кузьняр: Новый электронно-лучевой прибор для импульсных измерений 554
В. Маевски (юнр): Собственные и рабочие параметры полупроводникового триода 282

Я. Л. Максеевски: Расчёт напряжения вершины опоры, поражённой молнией по методам применяемым для длинных линий 309
Е. Осёвски: Линейные электрические схемы с периодическим возбуждением 165
Е. Осёвски: Значение и применения обобщённых функций в теории цепей 427
Е. Овчарек: О сложении двух пульсирующих магнитных полей . . . 447
А. Спихальски: Влияние изъянов на распределение поля в железнодорожной рельсе и указания для магнитной дефектоскопии . . . 615

TOM VII — 1961

SPIS TREŚCI

S. Bellert, H. Dziatlik, M. Kowalski: Model elektryczny kanału wodnego 103
W. Fijałkowski: Przesyłanie sygnałów w telegrafii kopiowej . . . 509
A. Gosiewski: Optymalne serwomechanizmy przekaźnikowe drugiego rzędu 17
A. Jellonek: Możliwości realizacji wzorców tangesa kąta strat kondensatorów 3
J. Kacprowski, T. Uthke: Akustyczna metoda rezonansowa analizy mieszanin gazowych 69
Z. Kaczkowski: Równania magnetostrykcyjne i ich współczynniki . 245
A. Kobus: Powstawanie dyslokacji w kryształach 289
Z. Krzycki: Sprzęgacz krzyżowy z otworem zapełnionym ferrytem . . 355
J. Kulikowski, M. Nałęcz: Schematy zastępcze transduktorowych czujników magnetycznych o wyjściu impulsowym 277
J. Kulikowski: O pewnych zagadnieniach związanych z wyliczeniem elementów odwróconej macierzy kowariancji pasywnych zakłóceń radiolokacyjnych 315
J. Markowski: Wzmacniacze wielkiej częstotliwości z diodami tunelowymi 485
J. Owczarek: Dokładny pomiar prędkości obrotowej silnika miniaturowego 381
J. Sawicki: Skompensowany mostek Thomsona z podstawieniem . . . 333
T. Schwartz: Wyznaczanie wielkości charakteryzujących stalownicze urządzenia łukowe 171
A. Smoliński: Filtry elektromechaniczne 439
F. Sondij: Ocena pracy asymetrycznego stalowniczego urządzenia łukowego oraz dobór optymalnych warunków jego pracy 397
A. Spichalski: Wpływ skaz na rozkład pola w szynie kolejowej i wytyczne dla defektoskopii magnetycznej (części 4 i 5) 125
P. Szulkin: Wariacyjne metody obliczania nieciągłości w kablach koaksjalnych 365
P. Szulkin, C. Norek: Zagadnienia aproksymacyjne w teorii dolnoprzepustowych filtrów RC 199

TABLE OF CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

S. Bellert, H. Dziatlik, M. Kowalski: Electric Model of Water Channel 124
W. Fijałkowski: Signal Transmission in Facsimile Telegraphy . . 610
A. Gosiewski: Optimum Second-Order Relay Servomechanisms . . . 67
A. Jellonek: Feasibility of Standards for Loss-Angle Tangent of Condensers 16

J. Kacprowski, T. Uthke: Acoustic Resonance Method for Analysis of Gaseous Mixtures 101
Z. Kaczkowski: Magnetostrictive Equations and their Coefficients . 275
A. Kobus: Origin of Dislocations in Crystals 311
A. Kubus: Formation des dislocations dans les cristaux 312
A. Kubus: Das Entstehen der Versetzungen in den Kristallen 312
Z. Krzycki: Cross-Guide Coupler with an Aperture Containing a Ferrite 364
J. Kulikowski, M. Nałęcz: Equivalent Circuits of Flux-Gate Magnetometers with All-Even Harmonic Output 288
J. Kulikowski: On Some Problems Concerning the Determination of Inverse Covariance-Matrix Coefficients of Radar Signals in Clutter . 332
J. Markowski: Amplifiers of High Amplitude with Tunnel Diodes . . 507
J. Owczarek: Accuracy in Measurement of Micromotor Revolutions . . 395
J. Sawicki: Substitution in der kompensierten Thomson-Brücke . . . 353
T. Schwartz: Evaluation of Parameters Characteristic of Steel Arc Furnaces 196
A. Smoliński: Electromechanical Filters 481
F. Sondij: Estimate of Work of an Asymmetrical Stell Arc Contrivance and Selection of its Optimum Working Conditions 435
A. Spichalski: Influence of Flaws on the Field Distribution in the Railway Bar and Directions for Magnetical Flaw Detection (parts 4 and 5) 164
P. Szulkin: Variation Methods of Measuring Discontinuity in Coaxial Cables : : 379
P. Szulkin, C. Norek: Approximation Problems in the Theory of Low-Pass RC Filters 244

СОДЕРЖАНИЕ

С. Беллерт, Х. Дзятлик, М. Ковальски: Электрическая модель водяного канала 124
В. Фиялковски: Передача сигналов фототелеграфирования 608
А. Госевски: Оптимальные релейные следящие системы второго порядка 67
А. Еллёнек: Возможность реализации эталонов тангенса угла диэлектрических потерь конденсаторов 15
Я. Кацпровски, Т. Утгэ: Акустический резонансный метод анализа газовых смесей 99
З. Качковски: Магнитострикционные уравнения и их коэффициенты . 274
А. Кобус: Возникновение дислокации в кристаллах 311
З. Кржицки: Перекрестный ответвитель с отверстием заполненным ферритом 364
Я. Куликовски, М. Налэнч: Схемы замещения магнитомодуляционных датчиков напряженности магнитного поля с пиковым выходом . 287
Ю. Куликовски: О некоторых вопросах связанных с вычислением обратной матрицы коварианции пассивных радиолокационных помех. 331
Я. Марковски: Высокочастотные усилители с туннельными диодами . 506
Е. Овчарек: Точное измерение скорости вращения микродвигателя . . 394
Е. Савицки: Замещение в компенсированном мосте Томсона 352
Т. Шварц: Определение величин, характеризующих дуговые оборудования для производства стали 196
А. Смолиньски: Электромеханические фильтры 481
Ф. Сондий: Оценка работы асимметрического дугового устройства для производства стали, а также подбор оптимальных условий его работы 434
А. Спихальски: Влияние изъянов на распределение поля в железнодорожной рельсе и указания для магнитной дефектоскопии . . . 163

W. Paszek: Stabilasation de la tension des alternateurs sans excitatrices à l'aide de la phase sensible compoundage-excitation 125
W. Paszek: Spannungsstabilisierung erregermaschinenloser Synchrongeneratoren mittels Phasenkompoundierung 124
J. Sawicki: Modification of the Carey Foster Bridge 355
J. Sawicki: Modification du pont de Carey-Foster 358
J. Sawicki: Modifikation der Carey -Foster-Brücke 357
A. Skorupski: Application of Conformal Mappings to Ridge Wave-Guides Analysis 403
A. Skorupski: Application des transformations conformes dans l'analyse des guides d'ondes 404
A. Skorupski: Anwendung Konformer Abbildungen zur Analyse von Hohlleitern 404
Z. Swieykowska: Measurement Sensitivity of the Balanced Wheatstone Bridge under Critical Damping Conditions of the Galvanometer . . 51
Z. Swieykowska: Sensibilité de mesure au pont de Wheatstone à l'etat d'équilibre dans les conditions d'amortissement critique du galvanomètre 53
Z. Swieykowska: Messempfindlichkeit der Abgeglichenen Wheatstone-Brücke bei der kritischen Dämpfung des Galvanometers 53
L. Szklarski, J. Kolendowski: General Problems of Steady Performance and Dynamics of Electric Drive 558
L. Szklarski, J. Kolendowski: Problèmes généraux de la statique et de la dynamique des commandes électriques 559
L. Szklarski, J. Kolendowski: Allgemeine Probleme der Statik und Dynamik von elektrischen Antreiben 560
J. Turowski: Methods of Calculation of Stray-Losses in Transformers . 596
J. Turowski: Les méthodes de calcul des pertes supplémentaires au champ des fuites dans le transformateurs 596
J. Turowski: Die Berechnungsmethoden von dem Streufeld in einem Transformator ausrufenden Zusatzverluste 597

СОДЕРЖАНИЕ

С. Беллерт, Е. Годвод, М. Ковальски: Телеконференционное устройство 334
С. Юдыцки: Кодирование в троичной числовой системе 525
Я. Кацпровски: Теоретические основы синтеза польских гласных в резонансных формантовых схемах 200
С. Конарски: Трёхразмерное видение изображений — Пространственное телевидение 315
Я. Куликовски: Магнитные усилители с выходом на удвоенной частоте 500
Е. Овчарек: Исследование микромашин 271
В. Пашек: Стабилизация напряжения безвозбудительных синхронных генераторов с помощью фазового компаундования возбуждения . . 123
Е. Савицки: Модификация моста Карей-Фостера 356
А. Скорупски: Применение конформных отображений для анализа волноводов 405
З. Свейковска: Чувствительность измерения уравновешенным мостом Уитстона в условиях критического успокоения гальванометра . . . 48
Л. Шклярски, Е. Колендовски: Общие вопросы статики и динамики электропривода 566
Я. Туровски: Методы расчета добавочных потерь от поля рассеяния в трансформаторе 594

П. Шулькин: Вариационные методы ресчёта неоднородности в коаксиальных кабелях 378
П. Шулькин, Ч. Норек: Вопросы апроксимации в теории нискочастотных фильтров *RC* 243

TOM VIII — 1962

SPIS TREŚCI

S. Bellert, J. Godwod, M. Kowalski: Urządzenie telekonferencyjne 317
S. Judycki: Kodowanie w układzie liczbowym trójkowym 503
J. Kacprowski: Teoretyczne podstawy syntezy samogłosek polskich w rezonansowych układach formantowych 127
S. Konarski: Widzenie obrazów w trzech wymiarach — Telewizja stereoskopowa 275
J. Kulikowski: Transduktory parzystych harmonicznych 407
J. Owczarek: Badania maszyn miniaturowych 207
W. Paszek: Stabilizacja napięcia bezwzbudnicowych generatorów synchronicznych przy pomocy fazowej kompoundacji wzbudzenia 55
J. Sawicki: Modyfikacja mostka Carey-Fostera 339
A. Skorupski: Zastosowanie odwzorowań konforemnych do analizy falowodów grzbietowych 359
Z. Swieykowska: Czułość pomiaru zrównoważonym mostkiem Wheatstone'a w warunkach krytycznego tłumienia galwanometru 3
L. Szklarski, J. Kolendowski: Ogólne zagadnienia statyki i dynamiki napędów elektrycznych 527
J. Turowski: Metody obliczania strat dodatkowych wywołanych polem rozproszenia w transformatorze 563

TABLE OF CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

S. Bellert, J. Godwod, M. Kowalski: Teleconference Equipment . 334
S. Bellert, J. Godwod, M. Kowalski: Equipement pour les teleconferences 335
S. Bellert, J. Godwod, M. Kowalski: Tele-Konferenzanlage . . 335
S. Judycki: Ternary Self-Checking Codes 524
S. Judycki: Etablissement d'un code pour le systeme à trois chiffres . 524
S. Judycki: Kodierung im Dreizahlensystem 524
J. Kacprowski: Theoretical Fundamentals of Polish Vowels Synthesis by Means of Resonant Formant Synthesizers 201
J. Kacprowski: Bases théoriques de la synthèse des vocales polonaises dans les synthésateurs à résonance de formantes 202
J. Kacprowski: Theoretische Grundlagen der Synthese der polnischen Vokale mit Hilfe der Resonanz-Synthesatoren der Formanten . . . 202
S. Konarski: Stereotelevision — Pictures Seeing in Three Dimensions . 316
S. Konarski: Vision d'images à trois dimensions — Television en relief 316
S. Konarski: Raumfernsehen — Bildfunk in Drei Dimensionen . . . 316
J. Kulikowski: Even Harmonic Transductors 501
J. Kulikowski: Les transducteurs à harmoniques paires 501
J. Kulikowski: Die Transduktoren der Geradezahligen Oberwellen . 499
J. Owczarek: Testing of Micromachines 273
J. Owczarek: Essais des micromoteurs 273
J. Owczarek: Untersuchung von Kleinstmaschinen 573
W. Paszek: Voltage Stabilisation of Alternators by Means of a Phase Compound-Excitation 125