

Wielkość strumienia magnetycznego wytwarzanego w pakiecie blach selsyna ograniczają wywoływane przezeń straty w stali pakietu i straty prądowe w miedzi uzwojeń selsyna. Przy niskich częstotliwościach zasilania, rzędu 50÷60 Hz, straty w stali są znacznie mniejsze od strat prądowych w miedzi i punkt pracy selsyna może być obrany za zagięciem jego charakterystyki magnesowania. Przy wysokich częstotliwościach zasilania rzędu 400÷500 Hz straty w stali przewyższają straty prądowe i punkt pracy selsyna powinien być obierany na początkowym prostoliniowym odcinku charakterystyki magnesowania. Różnica dopuszczalnych wartości strumienia przy zasilaniu niskimi i wysokimi częstotliwościami zależy poprzez przebieg charakterystyki magnesowania od objętości selsyna. Dla najmniejszych jednostek są one niewielkie, natomiast dla największych praktycznie stosowanych selsynów nadawczo-odbiorczych wartości dopuszczalnego strumienia przy 50 Hz są około 1,7 (maksimum 2-krotnie) większe niż przy 500 Hz.

Wpływ na sztywność następnego członu wzoru (91) — częstotliwości — jest odwrotny: jego wzrost przy braku wpływu innych czynników powodowałby proporcjonalne zwiększanie się sztywności.

Wartość członu Y , jak wiemy, zależy od wartości stosunku oporności $\frac{R'_q}{X'_q}$. Przy zmianie częstotliwości zasilania, a więc i uzwojeń selsyna wartości R'_q i X'_q zmieniają się w rozmaity sposób, zmienia się więc również i wartość ich stosunku. Rozpatrzmy dla przykładu, jak zmienia się stosunek R'_q do X'_q w szeregu geometrycznie podobnych selsynów bez uzwojenia tłumiącego przy zmianie ich wymiarów [33].

Dla takich selsynów

$$R'_q = \frac{2z_2(l_{Fe} + l_{cz})}{5700 s_{Cu}}; \quad (93)$$

podstawiając:

$$s_{Cu} = \frac{S_z \cdot k_{Cu2} \cdot p \cdot q}{z_2}$$

otrzymamy:

$$R'_q = \frac{2z_2^2(l_{Fe} + l_{cz})}{5700 \cdot S_z \cdot k_{Cu2} \cdot p \cdot q}. \quad (94)$$

W przyjętym założeniu geometrycznego podobieństwa selsynów szeregu możemy napisać: $S_z = C_1 D_1^2$; $l_{Fe} + l_{cz} = C_2 D_1$, gdzie D_1 — średnica zewnętrzna pakietu blach stojana, a stąd:

$$R'_q = C_3 \frac{z_2^2}{D_1}. \quad (95)$$

Podobnie dla oporności indukcyjnej X_q , będzie:

$$X'_q = X_s + X_{aq} = C_4 f z_2^2 D_1, \quad (96)$$

gdyż:

$$X_s = 15,8 f z_2^2 \frac{(l_{Fe} \cdot \lambda_{Fe} + l_{cz} \cdot \lambda_{cz})}{q} = C_5 f z_2^2 D_1$$

oraz

$$X_{aq} = 4,8 \cdot 10^{-8} \cdot f \frac{l_{Fe} \tau}{\delta''} A_{q1} (z_2 k_{q2})^2 = C_6 f z_2^2 D_1.$$

Stąd:

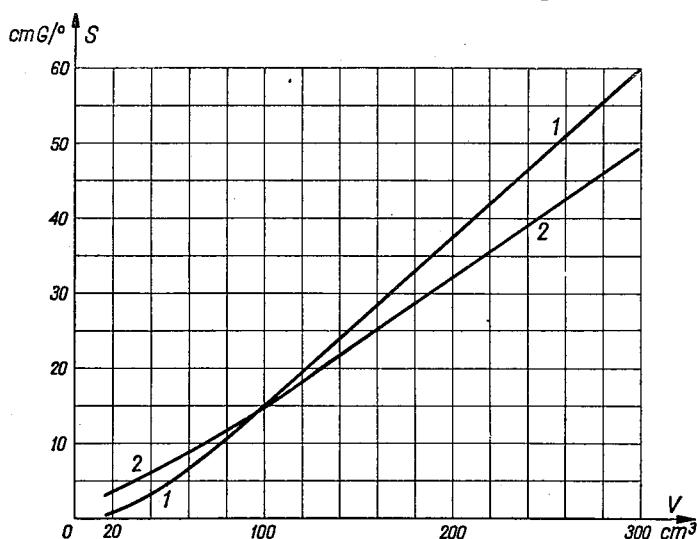
$$\frac{R'_q}{X'_q} = \frac{C_3 z_2^2}{D_1 \cdot C_4 f \cdot z_2^2 D_1} = \frac{C_7}{f \cdot D_1^2}. \quad (97)$$

Otrzymany wynik wskazuje na to, że stosunek $\frac{R'_q}{X'_q}$ jest przy przyjętych założeniach odwrotnie proporcjonalny do częstotliwości i kwadratu średnicy pakietu — a więc zależy od częstotliwości zasilania i wymiarów selsyna. Widać z niego również, że dla utrzymania możliwie korzystnej wartości stosunku $\frac{R'_q}{X'_q}$ selsyny zasilane wysokimi częstotliwościami powinny mieć małe wymiary.

Praktycznie stwierdzono, że przy niskich częstotliwościach zasilania, 50 lub 60 Hz, wartości stosunku $\frac{R'_q}{X'_q}$ dla selsynów o objętościach V zawartych w granicach $80 \div 300 \text{ cm}^3$ waha się w pobliżu jedności, a więc wartości najkorzystniejszej, jak wykazują rozważania teoretyczne. Odchylenia od tej najkorzystniejszej wartości, które mogą się zdarzyć w poszczególnych jednostkach selsynowych nie mają praktycznego wpływu na wartość uzyskiwanej sztywności, co wynika z kształtu zależności rys. 16. Przy wysokich częstotliwościach zasilania rzędu $400 \div 500 \text{ Hz}$ wartość stosunku $\frac{R'_q}{X'_q}$ jest znacznie mniej korzystna i dla selsynów o objętościach V rzędu $100 \div 250 \text{ cm}^3$ wynosi około $\frac{1}{10} \div \frac{1}{12}$.

Rozwiązanie o mniejszej wartości tego stosunku należy uważać za nieudane i nie nadające się do eksploatacji, gdyż przy takim rzędzie wielkości stosunku $\frac{R'_q}{X'_q}$ każde zmniejszenie jego wartości pociąga duże zmniejszenie sztywności (zob. kształt krzywej z rys. 16). Stąd wstępny wniosek o niecelowości budowy selsynów o większych objętościach V przeznaczonych do zasilania wysoką częstotliwością. Dla mniejszych selsynów o objętościach V rzędu 50 cm^3 wartość stosunku $\frac{R'_q}{X'_q}$ waha się w pobliżu $\frac{1}{6}$, a o objętościach V rzędu $16 \div 20 \text{ cm}^3$ osiąga nawet wartości dochodzące do $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2,5}$.

Po kolejnym rozpatrzeniu składników wzoru (91) możemy stwierdzić, że zmieniają się one w rozmaity sposób w zależności od częstotliwości zasilania i wymiarów geometrycznych selsyna. Na przykład przy wzroście częstotliwości zmiana wartości Φ oraz Y wpływa na zmniejszanie się, a f na zwiększanie częstotliwości. Ponadto szybkość zmiany Φ i Y zależy od wymiarów selsyna. Zakładając optymalną geometrię selsyna i pełne wykorzystanie jego materiałów pod względem cieplnym (nagrzewanie selsyna stratami osiągające dopuszczalną wartość) można znaleźć jednoznaczność uzyskiwanej sztywności od objętości pakietu blach selsyna V i częstotliwości zasilania. Krzywe takiej zależności obliczone dla częstotliwości zasilania 50 Hz i 500 Hz są przytoczone na rys. 63, a sposób korzystania z nich będzie podany w punkcie omawiającym przebieg projektowania selsynów nadawczo-odbiorczych. Dla częstotliwości zasilania 60 Hz krzywa nie odróżnia się praktycznie od podanej dla 50 Hz, a dla 400 Hz od podanej dla 500 Hz. Z rys. 63 wynika, że selsyny o sztywnościach uzyskiwanych z objętości pakietu V większej od



Rys. 63. Zależność sztywności selsyna od objętości pakietu blach V przy częstotliwościach zasilania 50÷60 Hz — krzywa 1 i 400÷500 Hz — krzywa 2

około 100 cm³, (której przy optymalnej geometrii selsyna odpowiada $D_1 = l = 50$ mm) należy projektować na niską częstotliwość zasilania — 50 lub 60 Hz, a o objętości V mniejszej od około 100 cm³ — na wysoką częstotliwość zasilania — 400 lub 500 Hz.

Co do pozostałych parametrów można udowodnić, że przy należytych wykorzystaniu materiałów, a więc przy danej dopuszczalnej temperaturze nagrzewania się selsyna, wartość znamionowego napięcia zasilającego nie odgrywa roli. Uzwojenie pierwotne wzbudzające powinno być tak zaprojektowane, aby przy danym napięciu zasilania zapewnić przepływ

dopuszczalnego strumienia magnetycznego. Wyższe napięcia są oczywiście mniej korzystne dla małych jednostek, szczególnie przy wysokich częstotliwościach, ze względu na to, że wymagałyby dużej liczby zwojów z konieczności bardzo cienkiego drutu. Przekładnia uzwojeń obierana jest zwykle w granicach $0,7 \div 2$, jednakże nie wpływa ona również praktycznie na sztywność. Jeżeli mianowicie będziemy chcieli zmienić napięcie wtórne n -krotnie przy stałej wartości strumienia wzbudzenia, to liczbę zwojów uzwojenia wtórnego musimy zmienić również n -krotnie; R'_q i X'_q zmieniają się n^2 -krotnie, a ich stosunek, a więc i sztywność pozostanie bez zmian. W przypadku potrzeby uwzględnienia oporności linii łączącej uzwojenie selsynów, która występuje przy większych długościach tej linii, napięcie wtórne, a więc i przekładnia, przestają być dowolne. Oporność linii łączącej zmniejsza sztywność łączy tym bardziej, im jest większa w stosunku do oporności R_q selsyna. Dla zmniejszenia jej wpływu trzeba więc zwiększyć R_q i X_q selsyna przez powiększenie liczby zwojów tych uzwojeń, a tym samym napięcia wtórnego i przekładni. Dla łączy zasilanych niską częstotliwością, łączonych linią o długości do kilkuset metrów, można stosować napięcia wtórne rzędu 55 V, dla większych odległości napięcie wtórne trzeba podnosić do wielkości rzędu 110 lub nawet 220 V, pamiętając, że ponieważ oporności uzwojeń wtórnych rosną z kwadratem napięcia, to selsyn o napięciu wtórnym 220 V może pracować z tą samą sztywnością, co tej samej wielkości selsyn o napięciu wtórnym 55 V przy linii 16-krotnie dłuższej.

Streszczając: przy zachowaniu warunku stałego dopuszczalnego wykorzystania materiałów czynnych selsyna na jego sztywność wpływają:

1. Objętość materiałów czynnych V — determinująca wartość strumienia magnetycznego.

2. Stosunek długości do średnicy pakietu $\frac{l}{D_1}$ — którego zmiany powodują zmianę wielkości tegoż strumienia.

3. Częstotliwość zasilania f — od której zależy wartość członu Y . Natomiast praktycznie nie wpływają:

1. Napięcie zasilania U — byle została zachowana dopuszczalna wartość strumienia.

2. Wykroj blachy — przy zachowaniu warunku równomierności nasycenia poszczególnych jej elementów.

3. Konstrukcja uzwojenia — pod warunkiem zachowania stosunku $\frac{R'_q}{X'_q}$.

4.3. Wybór metody obliczania

Selsyny nadawczo-odbiorcze można projektować wychodząc ze wzoru na sztywność charakterystyczną (27). W tym przypadku na podsta-

wie schematu zastępczego obwodu magnetycznego oblicza się wartości parametrów selsyna w osi poprzecznej R_q i X_q wchodzące do tego wzoru, podstawia się je doń i określa szukaną sztywność. Ta metoda projektowania opracowana wyczerpująco w [33] jest stosunkowo najbardziej uniwersalna, gdyż pozwala na obliczanie selsynów o rozmaitych wykonaniach konstrukcyjnych — zarówno z obwodem pierwotnym na wirniku, jak i na stojanie, a również selsynów bezstykowych. Jednakże liczenie przy posługiwaniu się tą metodą jest bardzo skomplikowane i wskutek konieczności dokonywania szeregu założeń upraszczających wymaga dużej wprawy od liczącego, a mimo to zgodnie ze stwierdzeniem jej autorów daje wyniki, które mogą być obarczone poważnym błędem.

Wygodniejszą w zastosowaniach praktycznych, aczkolwiek dotyczącą tylko jednego rozwiązania konstrukcyjnego selsynów nadawczo-odbiorczych, jest podana dalej metoda autora — opracowana na podstawie prac [36] i [37]. Dotyczy ona nowoczesnego rozwiązania selsynów z obwodem pierwotnym umieszczonym na wirniku, dających największe wartości sztywności na jednostkę objętości i ciężaru — a więc takich, które powinny być aktualnie projektowane. Metoda ta została opracowana teoretycznie i skrupulatnie sprawdzona na dużej ilości selsynów rozmaitych typów wykonanych przez różne wytwórnie szeregu krajów a także osobiście przez autora. W następnym rozdziale zostanie podany przebieg projektowania selsyna przy posługiwaniu się tą metodą bez dowodów słuszności stosowanych krzywych, które to dowody można znaleźć w wymienionych poprzednio artykułach. Wszystkie wartości liczbowe określane przy pomocy podanych krzywych są wielokrotnie sprawdzone doświadczalnie i odpowiadają optymalnym.

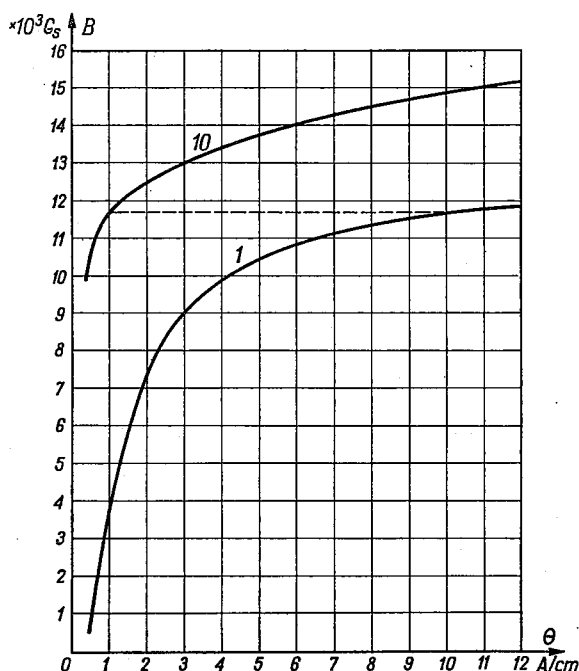
Metoda jest oparta na założeniu maksymalnego dopuszczalnego wykorzystania elektromagnetycznego materiałów selsyna określonego jego nagrzewaniem się. Dokładne obliczenie temperatury selsyna podczas jego pracy jest praktycznie niemożliwe, jak to ma miejsce w przypadku większości maszyn miniaturowych wskutek trudności określenia warunków oddawania ciepła w miejscu rzeczywistego zainstalowania liczonej maszyny i zmienności tych warunków w zależności od zmian warunków zewnętrznych przy rozmaitych zastosowaniach maszyny. Te same przyczyny powodują podobne trudności przy pomiarach sprawdzających prowadzonych na różnego rodzaju stanowiskach badawczych. Z tego względu na podstawie zbadania wielu łączy pracujących w rozmaitych warunkach wyprowadzono prosty wzór o empirycznym współczynniku oddawania ciepła i założeniu dopuszczalnego przyrostu temperatury selsyna $\Delta t^\circ = 60^\circ\text{C}$, dobrze odpowiadający wynikom praktycznej pracy selsynów.

Podana metoda projektowania obejmuje pełny zakres sztywności, który może być potrzebny przy praktycznym stosowaniu łączy nadaw-

czo-odbiorczych, zasilanych zarówno niską, jak i wysoką częstotliwością. Odnacza się dużą prostotą, dzięki czemu dobrze nadaje się do praktycznego zastosowania przy obliczeniach oraz pozwala na uzyskanie dokładnych wyników, które po należyte starannym wykonaniu obliczanej jednostki różnią się od pomierzonych o błąd rzędu 1,5÷2%.

4.4. Przebieg doboru i przeliczania selsyna

Korzystając z podanej metody można dobierać do narzuconych wymagań i projektować nadawczo-odbiorcze selsyny o nowoczesnej konstrukcji, a więc jak podano w punkcie 4.1 z pierwotnym uzwojeniem wzbudzającym — umieszczonym na wirniku, i wtórnym synchronizującym — na stojanie, zasilane niską częstotliwością, 50÷60 Hz, oraz wysoką częstotliwością, 400÷500 Hz.



Rys. 64. Charakterystyka magnesowania blachy zastosowanej do przeliczonej serii selsynów D_1l

Wyczerpujące uzasadnienie teoretyczne stosowanych wzorów i szczegółowy przebieg projektowania są podane w pracach autora [36] i [37]. Podane są w nich również sprawdzone praktycznie pomiarami wyniki przeliczenia serii selsynów D_1l o optymalnych kształtach geometrycznych ($l = D_1$ i optymalny wykrój blach) dla częstotliwości zasilania 50

i 500 Hz, zbudowanych z blachy transformatorowej o grubości 0,35 mm i stratności $P_{10} = 1,4 \div 1,6$ W/kg, której charakterystyka magnesowania jest podana na rys. 64. Jeżeli blacha przewidziana do zastosowania w projektowanym selsynie ma właściwości i charakterystykę magnesowania podobną do wyżej podanych, a selsyn może mieć optymalne kształty, jego przeliczenie sprowadzi się do wykorzystania gotowych wyników podanych w dalszym ciągu jako przykładowe. Jeżeli natomiast właściwości blach i kształty selsyna muszą odbiegać od zastosowanych w szeregu D_{1l} , przeliczenie należy wykonać według podanego przebiegu, co pozwoli uzyskać tak samo dokładne wyniki, które jednakże będą oczywiście różniły się od przykładowych.

Przytoczone dalej krzywe, potrzebne przy projektowaniu selsyna, obejmują zakres uzyskiwanych sztywności sprawdzony doświadczalnie do 120 cm G/° i ekstrapolowany teoretycznie do ~ 200 cm G/° dla niskich częstotliwości zasilania, 50÷60 Hz, oraz sprawdzony doświadczalnie do 70 cm G/° i ekstrapolowany teoretycznie do ~ 100 cm G/° dla wysokich częstotliwości zasilania, 400÷500 Hz. Dla większych selsynów sztywności jednostek wysokoczęstotliwościowych są ponad dwukrotnie mniejsze niż niskoczęstotliwościowych, wobec czego budowa wysokoczęstotliwościowych selsynów o objętościach przekraczających rozpatrzony zakres staje się niecelowa. Budowa selsynów niskoczęstotliwościowych o objętościach większych niż rozpatrywane tutaj również nie znajduje uzasadnienia, gdyż w przypadku potrzeby przeniesienia większych momentów o wiele lepsze wyniki daje stosowanie łączy zestawionych z innego rodzaju selsynów niż nadawczo-odbiorcze, a mianowicie z selsynów transformatorowych. W ten sposób zakres rozpatrywanych sztywności przy obydwu częstotliwościach zasilania wystarcza do spełnienia wszystkich wymagań wysuwanych przez praktykę.

Obliczona za pomocą podanej metody sztywność jest wartością „charakterystyczną” dla danego selsyna, a więc wartością, która będzie występowała w łączy zestawionym z dwóch identycznych jednostek pracujących jedna jako nadajnik, a druga jako odbiornik.

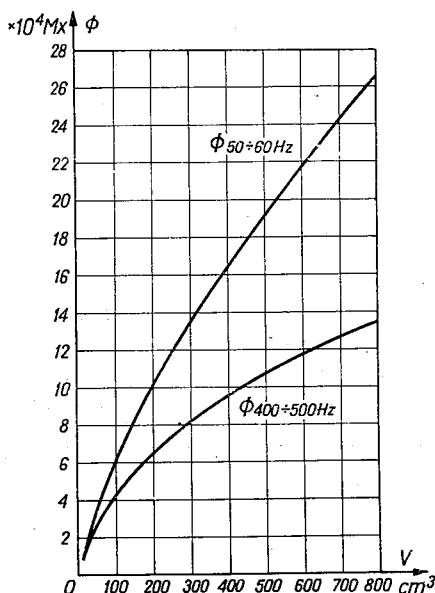
Przy projektowaniu selsyna powinna być zadana wymagana sztywność oraz ewentualnie napięcie i częstotliwość zasilania, z tym, że w trakcie projektowania może okazać się celowa zmiana tej częstotliwości nawet kosztem dodania dodatkowego urządzenia przetworniczowego.

Czasami ograniczona jest średnica zewnętrzna lub długość selsyna. Czasami również zalecany jest wykrój blach umożliwiający wykorzystanie istniejącego oprzyrządowania.

Wymaganą sztywność przy danej częstotliwości zasilania określa objętość pakietu blach selsyna — V. Jeżeli stosunek $\frac{l}{D_1}$ nie jest ograniczony, przy projektowaniu należy go obierać bliskim jedności, wtenczas

konieczną objętość odczyta się bezpośrednio z krzywych podanych na rys. 63. Jeżeli wymagana sztywność przekracza wartości podane na tym rysunku, należy krzywe 1 lub 2 interpolować jako odcinki prostych zawarte między podanymi końcowymi wartościami sztywności przy $V = 300 \text{ cm}^3$, a wartościami 200 cm G° dla niskich częstotliwości i 100 cm G° dla wysokich częstotliwości przy $V = 800 \text{ cm}^3$.

Następnie z rys. 65 należy odczytać wartość strumienia dopuszczalnego do znalezionej objętości — V — przy zadanej częstotliwości zasil-

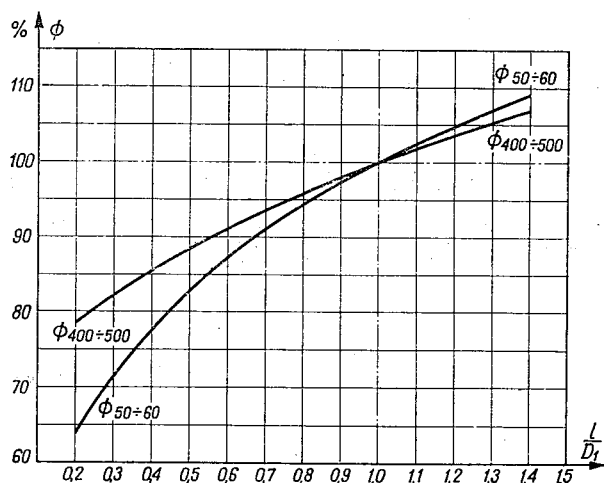


Rys. 65. Dopuszczalne wartości strumienia magnetycznego dla danej objętości V selsyna przy niskiej i wysokiej częstotliwości zasilania

lania. Jeżeli l lub D_1 są ograniczone i w wyniku odczytu z krzywych na rys. 63 stwierdzi się, że nie można obrać $\frac{l}{D_1} = 1$, potrzebna objętość zmieni się. Zmianę tę można określić korzystając z krzywych na rys. 66, podających procentową zmianę strumienia w zależności od stosunku $\frac{l}{D_1}$. Przy przeliczeniu należy pamiętać, że dopuszczalna wartość strumienia odczytana z rys. 65 powinna pozostać bez zmiany.

Opierając się na kolejnych odczytach z krzywych rys. 66, a następnie 65 trzeba obrać nową objętość pakietu przy narzuconym stosunku $\frac{l}{D_1}$, dla której uprzednio znaleziona wartość strumienia byłaby dopuszczalna.

W ten sposób zostają określone wymiary D_1 i l projektowanego selsyna, równe sobie w przypadku optymalnym lub znajdujące się w narzuconym stosunku.



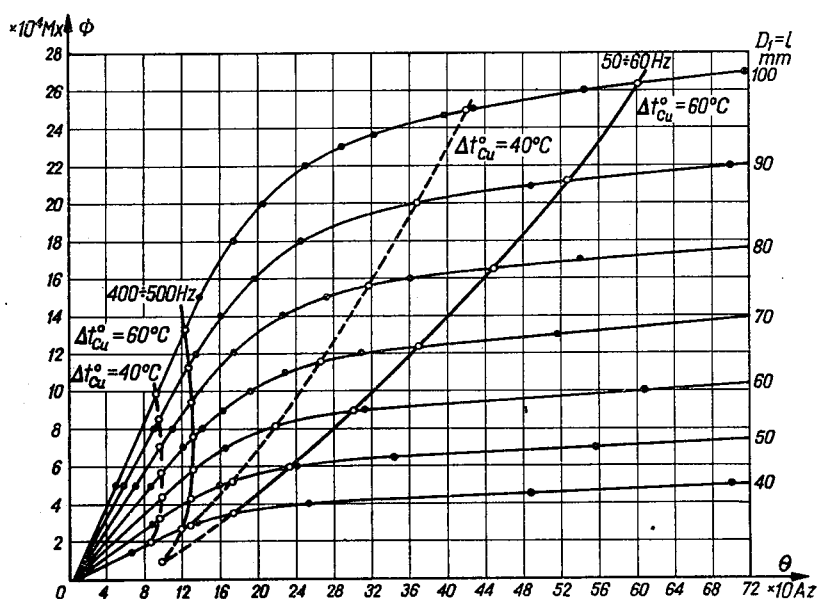
Rys. 66. Procentowa zmiana wartości strumienia magnetycznego przy zmianie stosunku $\frac{l}{D_1}$

Następnie należy obrać wykrój blachy. O ile wykrój nie jest narzucony, należy narysować blachy opierając się na rys. 60, 61 lub 62 przez przeliczenie poszczególnych wymiarów na podstawie podanych zależności procentowych względem określonego już wymiaru D_1 . O ile wykrój jest narzucony, po przeprowadzeniu obliczeń trzeba sprawdzić równomierność nasycen w poszczególnych odcinkach drogi strumienia magnetycznego. W przypadku występowania większych nierównomierności korzystne jest przeprowadzenie dodatkowych przeliczeń charakterystyki magnesowania i punktu pracy (nagrzewania się) w sposób podany dalej również dla optymalnego wykroju i porównać wartości dopuszczalnych strumieni dla obydwu rozwiązań. Pamiętając, że otrzymywane sztywności będą w stosunku kwadratów dopuszczalnych strumieni, można zdecydować, czy narzucony wykrój nadaje się do szukanego rozwiązania. W przypadku otrzymania mniejszej wartości strumienia przy narzuconym wykroju w danym gabarycie można oczywiście przez zwiększanie długości pakietu l podnieść wartość strumienia (stosunek $\frac{l}{D_1}$ zmienia się ze wszystkimi wynikającymi z tego konsekwencjami).

Po przyjęciu wykroju blachy można przystąpić do przeliczenia obwodu magnetycznego, strat i nagrzewania się selsyna. Pełne zestawienie potrzebnych do tych przeliczeń wzorów można znaleźć w pracy autora [37] na str. 154÷163 włącznie. W niniejszym opracowaniu zostaną po-

dane bez dowodu końcowe wzory potrzebne do obliczeń, z pominięciem ogólnie znanych z klasycznej teorii maszyn wzorów na obliczenie obwodu magnetycznego maszyny [16].

Wynikiem przeliczenia obwodu magnetycznego jest charakterystyka magnesowania projektowanego selsyna. Na rys. 67 podane są przykładowo charakterystyki magnesowania szeregu $D_1 l$ geometrycznie podobnych selsynów wykonanych z blach o poprzednio wspomnianych właściwościach i optymalnych wymiarach geometrycznych, a więc $D_1 = l$ i wykroju blach jak na rysunkach 60 do 62. Aby określić punkt pracy na znalezionej charakterystyce magnesowania, trzeba jeszcze obliczyć straty i spowodowane nimi nagrzewanie się projektowanego selsyna.



Rys. 67. Charakterystyki magnesowania i punkty pracy selsynów serii $D_1 l$ zasilanych wysoką i niską częstotliwością

Straty w miedzi uzwojenia wirnika z utajonymi biegunami można obliczyć bez konieczności zakładania konstrukcji uzwojenia. Przy stosowaniu podanego wzoru uzyskuje się bardzo znaczne skrócenie obliczenia. Wyniki są identyczne z otrzymywanymi przy stosowaniu klasycznej drogi obliczenia strat w miedzi uzwojenia, gdyż przy przekształcaniu wzorów nie wprowadza się żadnych założeń upraszczających (zob. [37] str. 146÷147).

Wzór do obliczania strat w miedzi pierwotnego uzwojenia wzbudzającego selsyna nagrzanego do dopuszczalnej temperatury pracy ma postać:

$$\Delta P_{Cu1} = 2,80 \left(\frac{\theta}{0,95} \right)^2 \cdot \frac{l_{Cu1}}{z_1 S_{Cu2}} \cdot 10^{-4} \quad [\text{W}], \quad (98)$$

z tym, że

- Θ — przepływ (amperozwoje) w amperach z charakterystyki magnesowania selsyna,
- l_{Cu1} — średnia długość zwoju uzwojenia wzbudzenia w cm,
- z_1 — liczba żłobków wirnika (uzwojenia pierwotnego),
- S_{Cu2} — sumaryczny przekrój miedzi żłobka netto w mm².

Można również obliczyć gęstość prądu w znajdującym się w najniekorzystniejszych pod względem cieplnym warunkach uzwojeniu fazy 1 wirnika ze wzoru:

$$g_1 = \frac{2,22 \cdot \Theta}{0,95 \cdot z_1 \cdot S_{Cu2}} \quad [\text{A/mm}^2]. \quad (99)$$

W przypadku wirnika z biegunami wydatnymi metoda obliczania strat w miedzi uzwojenia wirnika, gęstości prądu i ciężaru miedzi nie wymaga omówienia wobec prostoty konstrukcji uzwojenia.

Straty w żelazie ΔP_{Fe} oblicza się według wzorów stosowanych normalnie przy obliczaniu maszyn elektrycznych.

Straty stanu jałowego oblicza się jako sumę strat w żelazie i strat w miedzi od prądu magnesującego:

$$\Delta P_o = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{Cu} \quad [\text{W}]. \quad (100)$$

Straty stanu jałowego są określane dla przeliczanych jednostek, gdyż ich wartość można łatwo sprawdzić drogą pomiaru po wykonaniu selsyna. Zakłada się, że straty w miedzi stojana ΔP_{Cu2} przy obciążeniu znamionowym są równe stratom w miedzi wirnika, co — jak wykazują rozważania teoretyczne i wyniki doświadczeń — odpowiada dobremu wykorzystaniu materiałów selsyna w granicach dopuszczalnych kątów niezgodności.

Do rozważań nad wykorzystaniem materiałów, a więc do obliczeń grzania się selsyna, miarodajne są całkowite straty przy dopuszczalnym obciążeniu ciągłym

$$\Delta P = \Delta P_{Fe} + \Delta P_{Cu1} + \Delta P_{Cu2} = \Delta P_{Fe} + 2\Delta P_{Cu1} \quad [\text{W}]. \quad (101)$$

Przeliczenia kilku rozwiązań selsynów wykazały, że dopuszczalne zmiany stosunku powierzchni żłobka (a więc i miedzi) i żelaza wpływają bardzo nieznacznie na całkowite straty selsyna. Dlatego ze względów technologicznych stosunek ten jest identyczny lub podobny przy selsynach zasilanych niskimi i wysokimi częstotliwościami. Tym też tłumaczy się wspólny optymalny wykrój blach dla nich.

Różne przepływy, potrzebne przy tych częstotliwościach do wytworzenia dopuszczalnego, ze względów na straty w żelazie, strumienia, powodują występowanie gęstości prądu, różniących się znacznie od przyjmowanych normalnie w maszynach elektrycznych. Zadowolająca praca

zbudowanych w ten sposób przez różne wytwórnie jednostek selsynowych dowodzi, że takie gęstości prądu są dla selsynów dopuszczalne.

Załączone tablice 1 i 2 zawierają szereg danych dotyczących wykonanych i dobrze pracujących selsynów o nowoczesnym rozwiązaniu konstrukcyjnym. Podane wartości liczbowe mogą służyć do porównania przy projektowaniu.

Mając określone ze wzoru (101) straty ΔP można przeliczyć nagrzewanie się selsyna wg wzorów wyprowadzonych na podstawie empirycznego wzoru R. Richtera, zmodyfikowanego zgodnie z wynikami doświadczeń przeprowadzonych na szeregu selsynów. W tym celu należy obliczyć powierzchnię chłodzenia ze wzoru:

$$P_{ch} = 17,7 \left(\pi \cdot D_z \cdot l_z + \frac{2\pi D_z^2}{4} \right) \cdot 10^{-4} \quad [\text{m}^2]. \quad (102)$$

gdzie D_z i l_z — zewnętrzne średnica i długość obudowy selsyna, a następnie przyrost temperatury powierzchni selsyna:

$$\Delta t^\circ = \frac{\Delta R}{P_{ch}} \quad [^\circ\text{C}]. \quad (103)$$

Temperaturę miedzi można założyć o 15°C wyższą od otrzymanej temperatury powierzchni maszyny:

$$\Delta t_{Cu}^\circ = \Delta t^\circ + 15^\circ \quad [^\circ\text{C}]. \quad (104)$$

Obliczenie strat i nagrzewania się selsyna przeprowadza się dla przypuszczalnego punktu pracy, dla którego wartość strumienia magnetycznego odpowiada wartości założonej na początku obliczenia. W zależności od otrzymanej temperatury nagrzewania się miedzi uzwojeń (dopuszczalna 60°C) koryguje się punkt pracy na obliczonej charakterystyce magnesowania selsyna do wartości strumienia, przy której $\Delta t_{Cu}^\circ \leq 60^\circ\text{C}$.

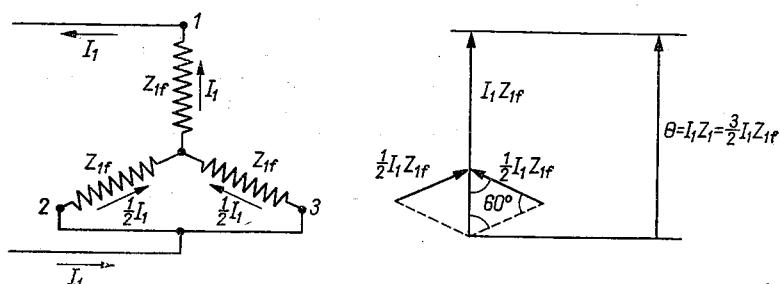
Dla ułatwienia przeliczeń można korzystać z następującej tabelki, w której zakłada się wartości Φ , wartości Θ odczytuje się z charakterystyki magnesowania, a pozostałe wartości oblicza się wg. podanych uprzednio wzorów.

$\Phi \cdot 10^{-3}$	Θ	$2\Delta P_{Cu1}$	ΔP_{Fe}	ΔP	Δt°	Δt_{Cu}°

Przez ustalenie punktu pracy zostają ostatecznie określone wartości strumienia magnetycznego Φ i przepływu Θ dla projektowanego selsyna.

Mając znaleziony w podany sposób przepływ Θ możemy zaprojektować wzbudzające uzwojenie pierwotne na wirniku selsyna, które za-

pewni należyte wykorzystanie jego materiałów czynnych. Jeżeli przewidzieliśmy konstrukcję wirnika z utajonymi biegunami, a więc uzwojeniem trójfazowym połączonym w gwiazdę i końcami dwóch faz zwartymi równoległe, będziemy oczywiście pamiętać, że na fazę uzwojenia przypadnie $\frac{2}{3}$ obliczonego przepływu θ , co jest oczywiste z rys. 68. Zakładając przekładnię, przy uwzględnieniu kryteriów jej doboru podanych w rozdz. 4.2, możemy zaprojektować również trójfazowe wtórne uzwojenie synchronizujące stojana.



Rys. 68. Rozkład przepływu wzbudającego w uzwojeniu wirnika z utajonymi biegunami o podanym połączeniu faz uzwojenia

Na podstawie znalezionej w wyniku przeliczenia wartości strumienia Φ określamy sztywność S , jaką będzie miał zaprojektowany selsyn i sprawdzamy, czy odpowiada ona zadanej wartości. Sztywność zaprojektowanego selsyna S będzie mianowicie różniła się od założonej na wstępie S_{wst} w stosunku kwadratów strumieni — otrzymanego z przeliczenia Φ i założonego wstępnie wg rys. 65 Φ_{wst} , a więc wyrazi się wzorem:

$$S = S_{wst} \cdot \left(\frac{\Phi}{\Phi_{wst}} \right)^2. \quad (105)$$

Różnice wartości sztywności S i S_{wst} mogą być spowodowane przede wszystkim różnicami właściwości blach przewidzianych dla projektowanego selsyna oraz różnicami w geometrii budowy względem serii D_{1l} , która stanowiła podstawę ustalania wartości liczbowych krzywych podanych na rys. 64÷67. Nie patrząc jednak na to przy poprawnym zastosowaniu podana metoda może niezależnie od właściwości przewidzianych do projektowanego selsyna materiałów (byłe dokładnie określonych) zapewnić wspomnianą w punkcie 4.2 wysoką dokładność uzyskiwanych wyników przeliczenia.

WYKAZ LITERATURY

1. Bailey: Selsyn Devices and their Applications. — Combustion, vol. 3, 1931.
2. Bajorek Z.: Moment reluktancyjny łączy selsynowego. — Przegl. Elektr. 6/1963.
3. Bell: Data Transmission System. — Journal of IEE 1947.
4. Берендеев: Синхронизация вращения на переменном и постоянном токах. — Известия ЛЭТИ, 1937.
5. Бирфельд А. Г.: Дроссельное программно-задающее устройство. — Вест. Электропром, 10/1961.
6. Брейтбарт А. Я.: Детали и элементы радиолокационных станций. Перевод с английского. — Изд. Советское Радио, 1953.
7. Брускин Д. Э.: Электрооборудование самолетов. — 1948.
8. Буданцев Н. Н., Грузов Л. Н.: Специальные электрические машины установок связи и радиолокации. — ВКАС, 1948.
9. Cerniavin B.: Synchromaschinen und ihre Systeme. — Energie und Technik, Okt. 1961.
10. Concordia C., Kron G.: Damping and Synchronising Torques of Power Selsyns. — Tr AIEE 64/1945.
11. Corby R. A.: Versatility of Application of Selsyn Equipment. — G. E. Rev., vol. 33, 1930.
12. Чечет Ю. С.: Электрические микромашины автоматических устройств. — ГЭИ, 1957.
13. Чеснат Г. Майер: Проектирование и расчет следящих систем регулирования. Перевод с английского. — ГЭИ, 1959.
14. Чистяков: Электрические авиационные приборы. — Оборонгиз, 1950.
15. Чуприянов Е. В.: Параллельная работа сельсинов (канд. диссерт.). — Изв. А. Н. Каз. ССР 131/1954.
16. Dubicki B.: Maszyny elektryczne. — PWN, 1958.
17. Эллер Э. И.: Исследование самосинхронизирующейся синхронной передачи. — АЭМИ, 1933.
18. Эллер Э. И.: Синхронная передача переменного тока. — Изв. слаботочной пром., 1934.
19. Garr: Electric Positioning System of High Accuracy for Industrial Use. — Gen. El. Rev., vol. 50, 1947.
20. Goodell W. F.: Rotary Induktors. — MIT Radiation Laboratory Series, vol. 17, Component Notebook, 1949.
21. Городской Д. А.: Теория сельсинов. — Вестн. Электропром., 1/2, 43.
22. Grenwood M. R.: Electronic Instruments. — MIT Radiation Laboratory Series, vol. 21, 1950.
23. Грузов Л. Н.: Расчет характеристик схем синхронной связи с однофазными явнополюсными сельсинами. — Труды ВКАС, 21, 1949.
24. Иосифьян А. Г., Каган Б. М.: Основы следящего электропривода. — ГЭИ, 1954.
25. Иосифьян А. Г., Каган Б. М.: Теория синхронной сельсиновой передачи угла и вращения с датчиком и приемником имеющими различные параметры. — Вестн. Электропром., 4, 49.
26. Иосифьян А. Г., Свечаринк Д. В.: Сельсины. — ГЭИ, 1941.
27. Johnson T. C.: Selsyn Design and Application. — Tr. AIEE, vol. 64, 1945.
28. Каган Б. М., Исаев П. В.: Авиационные сельсины. — Elektr., 10, 1945.
29. Костенко М. П.: Электрические машины, специальная часть. — ГЭИ, 1949.

30. Linville T. M., Woodward J. S.: Selsyn Instruments for Pointer Systems. — Tr AIEE, vol. 53, 1934.
31. Margowski J.: Cykl artykułów o selsynach. — Biuletyny Zakładowe Fki TONSIL, 1961.
32. Miller C. V.: Servo Elements. — MIT Radiation Laboratory Series, vol. 25, Theory of Servomechanisms, 1951.
33. Мктрчъян Д. П., Хрущев В. В.: Однофазные сельсины. — Судпромгиз, 1957.
34. Owczarek J.: Łąca selsynowe. — Pomiarы, Automatyka, Kontrola, 2, 58.
35. Owczarek J.: Selsynowe łąca różnicowe. — Wiadomości El., 7, 1958.
36. Owczarek J.: Wpływ parametrów selsyna na jego sztywność. — Archiwum Elektrotechniki, 2, 1958.
37. Owczarek J.: Wytyczne projektowania selsyna nadawczo-odbiorczego. — Archiwum Automatyki i Telemechaniki, 2, 1959.
38. Попков С. Л.: Основы следящего электропровода. — Оборонгиз, 1954.
39. Попов В. К., Васильев Д. В.: Основы автоматики электропровода. — ГОНТИ, 1938.
40. Sławiński S.: Wpływ częstotliwości zasilania na sztywność i obciążalność łąca selsynowego. — Archiwum Elektrotechniki, 4, 1955.
41. Сотсков Б. С.: Элементы автоматической и телемеханической аппаратуры. — ГЭИ, 1952.
42. Свечарник Д. В.: Дистанционные передачи. — ГЭИ, 1959.
43. Свечарник Д. В.: Расчет сельсинов. — Бюллетень ВЭИ, 8, 1940.
44. Свечарник Д. В.: Сельсины и их применение в системах автоматизации производственных процессов. — ГЭИ, 1962.
45. Шляндин В. М.: Элементы автоматики и телемеханики. Дистанционные передачи переменного тока. — Оборонгиз, 1952.
46. Штурман Г. И.: Индукционные машины в системах электрических валов (сельсины). — ГОНТИ, 1938.
47. Васильев Д. В.: Индукционные системы синхронной связи. — ГЭИ, 1949.

J. OWCZAREK

OUTLINE OF CONTEMPORARY THEORY OF INDICATING SELSYN SYSTEMS WITH SLIP RINGS

Summary

The paper is a critical combination and a theoretical unification of contemporary (published up to 1963 including) attainments concerning indicating selsyn systems with slip rings and with sliding contacts.

Having defined basic notions and dependences as well as having explained the way the discussed selsyns are built and act, the elements of the selsyn system theory and the directions for designing synchro-transmitters and synchro-receivers are given.

The chapter that describes the selsyn theory is divided into two parts: a symmetric system — combined of identical machines is discussed in the first one, an asymmetric system combined of machines of different parameters in the other. In the part concerned with symmetric systems static and kinematical work of selsyns has been considered: the influence of the line that joins the

synchro-transmitter and the synchro-receiver of the system; the possibility to combine systems amplifying the transmitted moment; the problem of the vibration of selsyns and their damping; the reasons for errors of the system and the methods to reduce the errors as well as the breakdowns most commonly met with in practice and faulty connexions of selsyn systems.

The part concerned with asymmetric systems deals with multiplex circuits, which are used to simultaneously relay signals to several receivers; double speed circuits, which are used to increase the accuracy of relaying the signal; and finally differential connexions, which allow to sum up electrically the signals of two non-coupled transmitters.

The chapter devoted to the directions of designing deals with good and bad aspects of particular types of design and construction of selsyns; the influence of the selsyn parameters and of the feeding on the torque gradient. The chapter also analyzes the existing methods of computing and the particularly useful for practical applications method of selecting or computing the selsyn is discussed in more detail.

J. OWCZAREK

ESQUISSE DE LA THÉORIE CONTEMPORAINE DES SYSTÈMES DES SELSYNS INDICATEURS À CONTACTS GLISSANTS

Résumé

L'oeuvre constitue une revue critique ainsi qu'une unification théorique du bagage actuel (publié jusqu'au 1963 inclusivement) dans le domaine des systèmes des selsyns indicateurs à contacts glissants.

On a déterminé les définitions de principales notions et rapports et on a expliqué les principes de construction et d'action du type des selsyns nommé ci-dessus; ensuite on a présenté des éléments de la théorie du système des selsyns et des directives de projeter des selsyns de commande ainsi que des selsyns récepteurs.

Le chapitre concernant la théorie des selsyns est divisé en deux parties: la première considérant les systèmes symétriques — composés des machines identiques et la seconde considérant les systèmes asymétriques composés des machines à caractéristiques différentes. Dans la première partie on a analysé le travail des selsyns en régime statique et cinématique, l'influence de la ligne de liaison entre le selsyn de commande et celui récepteur du système, les possibilités de la formation des systèmes amplifiant le moment transmis, les problèmes des oscillations des selsyns et leur atténuation, les causes des erreurs des systèmes et les méthodes de les diminuer ainsi que les cas le plus souvent rencontrés en pratique des endommagements et des liaisons défectueuses des systèmes des selsyns. Dans la seconde partie on a analysé les systèmes multiples — servant à la transmission simultanée des signaux aux plusieurs récepteurs, les systèmes doublés — utilisés à augmenter la précision de la transmission des signaux ainsi que les systèmes différentiels — permettant d'obtenir électriquement une somme des signaux de deux synchronogénérateurs.

Dans le chapitre consacré aux directives de projeter on a analysé les qualités et les défauts des constructions particulières des selsyns, l'influence des caracté-

ristiques d'un selsyn et de l'alimentation sur la rigidité du système, les méthodes contemporaines de calcul et on a présenté plus précisément la méthode de choisir ou de calculer un selsyn particulièrement commode aux utilisations pratiques.

Е. ОВЧАРЕК

ОЧЕРК СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ КОНТАКТНЫХ ИНДИКАТОРНЫХ СЕЛЬСИНОВ

Резюме

Статья является попыткой критического обобщения в единое согласованное целое опубликованных до 1963 г. включительно работ в области теории контактных индикаторных сельсинов.

В первой части статьи приведены определения основных понятий и зависимостей рассматриваемой теории. Далее изложены вопросы конструкции и принципа действия сельсинных систем, а в заключение — указания по проектированию сельсинов датчиков и приемников.

Глава посвященная рассмотрению теории сельсинной передачи подразделена на две части: в первой обсуждены симметрические (парные) системы синхронной сельсинной передачи, составленные из одинаковых машин, во второй — асимметрические системы — составленные из машин имеющих различные параметры. При обсуждении симметрических систем рассмотрены в частности: статистический и кинематический режим работы системы; влияние параметров линии соединяющей датчик и приемник; возможности составления систем усиливающих передаваемый сигнал вопрос колебаний приемника и демпфирования этих колебаний; причины возникновения ошибок сельсинной передачи и методы их уменьшения, а также чаще всего встречаемые повреждения и ошибки при составлении сельсинных систем. При обсуждении несимметрических систем рассмотрены разветвленные системы применяемые для одновременной передачи сигнала в несколько взаимно отдаленных мест; двоянные системы с грубым и точным отсчетом позволяющие значительно увеличить точность передачи, а также дифференциальные системы суммирующие сигналы двух независимых датчиков.

В главе посвященной проектированию сельсинов обсуждены различные типы конструкции сельсинов, влияние параметров сельсина и источника питания на удельный момент следящей сельсинной передачи, сравнены возможные расчетные методы с более подробным руководством использования особо пригодного в практике метода подбора и пересчета рациональной конструкции сельсина.

621.3.083.5 : 621.317.42

ALOJZY SPICHALSKI

Analiza układu kompensacyjnego do pomiaru małych pól magnetycznych za pomocą wzorcowej cewki kompensującej

Rękopis dostarczono 17.9.1963

W pracy rozpatrzono warunki prawidłowego pomiaru małych pól magnetycznych za pomocą kompensującej cewki wzorcowej oraz czujnika cewkowego z galwanometrem balistycznym. Jako cewkę wzorcową rozważono najpierw pojedynczą cewkę kołową, a następnie cewkę podwójną w układzie Helmholtza. Po przedstawieniu najważniejszych metod wyznaczania pola wyprowadzono wzory ścisłe i przybliżone w postaci wielomianów podając obszar ich stosowalności oraz granice przestrzeni probierczej. Z kolei omówiono wpływ wymiarów cewek wzorcowych i ustalono warunki prawidłowości pomiaru dla cewki czujnikowej.

Ze względu na zalety podwójnej cewki kompensującej cewkę tę wybrano do współpracy z czujnikiem i galwanometrem balistycznym. Stała pomiaru tego układu mierniczego zależy od danych galwanometru oraz budowy cewki czujnikowej i wynosi w metodzie zerowej ok. 10^{-4} Oe/dz. W określonych warunkach udaje się ograniczyć względne uchyby składowe do wartości poniżej 10^{-3} , a całkowity wypadkowy uchyb pomiaru do $2 \cdot 10^{-3}$.

W metodzie różnicowej mierzy się stopień niejednorodności pola rzędu 10^{-4} przy natężeniu podstawowym 1 Oe. Wykonanym aparatem zmierzono w dużym stacyjnym układzie Helmholtza stałą pomiaru oraz granice przestrzeni probierczej w warunkach zakłóceń od stalowej konstrukcji budynku. W zakończeniu rozpatrzono możliwość wprowadzenia sondy Forstera jako czujnika zerowego.

1. WSTĘP

W pracach nad pomiarami magnetycznymi spotyka się dwa ważne zadania: a) uzyskanie w przestrzeni probierczej ściśle określonego pola, np. jednorodnego lub liniowo zmiennego, b) pomiar natężenia tego pola w sposób możliwie dokładny.

Pierwsze zadanie spełniają różnego typu cewki wzorcowe, jak zwykła pętla kołowa, układ cewek Helmholtza, cewki sześciennie, cylindryczne Barkera, solenoid itp.

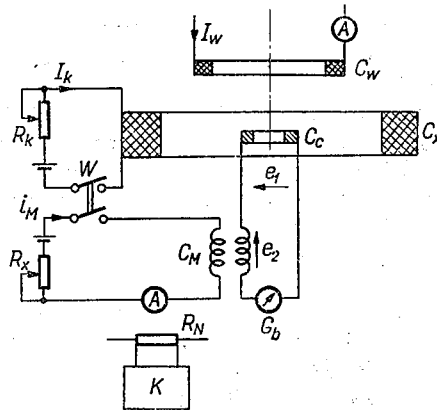
Zadanie drugie spełniają różne czujniki i układy, w których wykorzystuje się takie działania pola, jak elektromagnetyczne, indukcyjne,

elektrodynamiczne oraz zmianę własności materiałów wywołaną obecnością pola. Pole w przestrzeni jest określone przez natężenie $\vec{H}$ lub indukcję $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$, gdzie μ_0 jest przenikalnością magnetyczną próżni, a praktycznie również powietrza.

Obok nowszego układu jednostek MKSA utrzymuje się jeszcze dawny układ cgs μ_0 , stosowany zwłaszcza w fizyce i geodezji.

Zakres mierzonych natężeń pola magnetycznego wynosi od 10^{-4} do 10^5 Oe, przy czym natężenie w otoczeniu cewek bez rdzeni stalowych rzadko przekracza wartość 500 Oe. Do najdokładniejszych metod pomiaru pola należy metoda kompensacyjna zerowa wykorzystująca działanie indukcyjne. Znane są dwie jej odmiany.

W pierwszej odmianie wg Netteltona i Sugdena [3, s. 133] przedstawionej na rys. 1 następuje kompensacja indukowanego ładunku w obwo-



Rys. 1. Układ do pomiaru natężenia pola magnetycznego metodą kompensacji ładunków elektrycznych

G_b — galwanometr balistyczny, W — wyłącznik, C_M — cewka wzorcowa indukcyjności wzajemnej, C_c — cewka czujnikowa (sonda), C_x — cewka probiercza, K — kompensator, C_w — cewka wzorcowa, R_x , R_k — oporniki, R_N — opornik wzorcowy; e_1 , e_2 — s.e.m.-ne indukowane od zmiany prądu w cewce probierczej bądź w cewce wzorcowej indukcyjności wzajemnej

U w a g a. Kompensator K włącza się w przypadku większej dokładności pomiaru prądu

dzie galwanometru balistycznego G_b . Mierzone pole H_x wytworzone w cewce probierczej C_x przenika cewkę czujnikową C_c . Strumień z nią sprzężony wyniesie

$$\Psi_x = \mu_0 H_x \sum (s \cdot w),$$

gdzie $\sum (s \cdot w)$ oznacza „powierzchniozwoje” cewki czujnikowej. Zanik strumienia sprzężonego z tą cewką $\Delta \Psi_x = \Psi_x$ może nastąpić przez wyłączenie prądu cewki probierczej jak na rys. 1 lub usunięcie jej poza obręb

pola. Podwójna zmiana strumienia $\Delta\Psi_x = 2\Psi_x$ występuje w razie zmiany kierunku prądu cewki probierczej lub przy półobrocie cewki czujnikowej C_c . Na skutek zaniku strumienia indukuje się w obwodzie galwanometru impuls SEM , który powoduje przepływ ładunku elektrycznego Q_1 w obwodzie złożonym z oporności galwanometru r_g , czujnika r_c i oporności r_M cewki indukcyjności wzorcowej.

$$\Psi_x = \int_0^t e_1 dt = Q_1(r_c + r_g + r_M).$$

Przepływ ładunku spowoduje zmienne w czasie odchylenie, którego maksymalna wartość jest proporcjonalna do tego ładunku, $Q_1 = C_b \cdot a$, gdzie stała balistyczna C_b zależy od stałej prądowej C_i , okresu wahań nietłumionych T_0 oraz współczynnika tłumienia β .

W rzeczywistości wskazówka galwanometru nie odchyli się, jeśli równocześnie ze zmianą strumienia wystąpi w obwodzie galwanometru drugi impuls SEM , równy, ale skierowany przeciwnie, pochodzący od zmiany prądu w obwodzie pomocniczym z cewką wzorcową indukcyjności wzajemnej C_M . Jest mianowicie

$$M \cdot i_M = \int_0^t e_2 dt = Q_2(r_c + r_g + r_M).$$

Zanik odchylenia w stanie równowagi uzyskuje się przez zmianę oporności R_x w obwodzie pomocniczym. Będzie wtedy $\mu_0 \cdot H_x \Sigma(s \cdot w) = M \cdot i_M$, a stąd

$$H_x = \frac{M \cdot i_M}{\mu_0 \Sigma(s \cdot w)}. \quad (1)$$

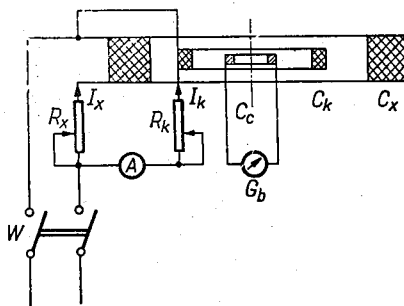
Regulacja ręczna w tej odmianie kompensacyjnej daje się schematycznie przedstawić następująco:

$$\left(\int_0^t e_1 dt - \int_0^t e_2 dt \right) \rightarrow Q \rightarrow (\alpha \neq 0) \rightarrow \left[\begin{array}{c} \uparrow \\ \sum (s \cdot w) \mu_0 \cdot H_x \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{c} \uparrow \\ M \cdot i_M \leftarrow R_x \end{array} \right]$$

Współczynnik indukcji wzajemnej M jest zwykle znany, prąd i_M mierzy się dokładnym amperomierzem lub kompensatorem. Powierzchniozwoje zaś określa się przez pomiar natężenia pola oddzielnej cewki wzorcowej, której pole w zależności od prądu wynosi $H_w = C_w \cdot I_w$. Ze wzoru (1) dla $H_x = H_w$ otrzymuje się wprost drogą podstawienia $H_x = H_w = C_w \cdot I_w$ oraz $\mu_0 \Sigma(s \cdot w) = \frac{M \cdot i_M}{C_w \cdot I_w}$. Możemy teraz osiągać równowagę w sposób ciągły, jak poprzednio, przez regulację oporności R_x , a w sposób zgrubny przez zmianę indukcyjności wzajemnej M .

Dokładność tej odmiany kompensacyjnej zależy od dokładności pomiaru obu prądów, zarówno I_w jak i_M . Zaletą jej jest możliwość pomiaru tak małych, jak i dużych pól, w szczególności w wąskich szczelinach, za pomocą płaskiej cewki czujnikowej. Wadą odmiany jest konieczność sprawdzania układu za pomocą oddzielnej cewki wzorcowej.

W drugiej odmianie metody kompensacyjnej (rys. 2) pole mierzone H_x zostaje skompensowane przez pole cewki kompensującej ($H_k = C_k \cdot I_k$), która może być zwykłą cewką kołową lub układem cewek Helmholtza. Podobnie jak w poprzedniej odmianie zmiana strumienia sprzężonego



Rys. 2. Układ do pomiaru natężenia pola magnetycznego metodą kompensacji natężeń pola

C_k — cewka kompensująca; pozostałe oznaczenia jak oznaczenia do rysunku 1

z cewką czujnikową może nastąpić przez jednoczesną zmianę wartości lub kierunku prądu cewek badanej i kompensującej C_x oraz C_k , bądź też przez półobrot cewki czujnikowej. Prócz tego za pośrednictwem giętkiego wałka można nadać cewce czujnikowej stałą i znaną prędkość obrotową i dzięki temu uzyskać dużą czułość pomiaru małych pól magnetycznych. Schemat regulacji ręcznej tej odmiany jest podobny do poprzedniego.

$$\sum (s \cdot w) \mu_0 (H_x - H_k) \rightarrow Q \rightarrow (\alpha \neq 0) \rightarrow$$

$$R_x \rightarrow I_x \quad \uparrow \quad \uparrow \quad C_k \cdot I_k \leftarrow R_k$$

Po równoczesnej zmianie prądu obu cewek należy tak wyregulować opornik R_k , aby wychylenie galwanometru zmniejszyć do zera. Wówczas w stanie równowagi pole mierzone będzie równe polu cewki kompensującej

$$H_x = C_k \cdot I_k. \quad (2)$$

Odmiana ta wymaga jednego tylko wzorca w postaci cewki kompensującej, ale nadaje się jedynie do pomiaru pola dużych cewek lub pola ziemskiego, tak aby w przekroju cewki czujnikowej pole mierzone można było uważać za jednorodne lub zmienne liniowo w przestrzeni.

Zadaniem tej pracy jest analiza dokładności pomiaru w metodzie kompensacyjnej, zwłaszcza z cewką kompensującą. Żąda się, aby całkowity względny uchyb pomiaru nie przekraczał wartości $2 \cdot 10^{-3}$ przy możliwie zwartej budowie aparatu. Warunek ten spełni się, jeżeli żaden z uchybów składowych nie przekroczy trzeciej części uchybu całkowitego. Układ powinien być tak czuły, aby reagował jeszcze na natężenie pola rzędu 10^{-4} Oe. W obu odmianach metody kompensacyjnej dokładność pomiaru zależy nie tylko od dokładności pomiaru prądu, ale i od wyznaczenia współczynnika C_k , którego wartość wiąże się z szeregiem czynników.

a) Zarówno dla kołowej cewki prądowej, jak i układu Helmholtza natężenie pola jest określone prostymi wzorami, które są ważne tylko w środku układu i dotyczą jedynie obwodów liniowych o pomijalnie małym przekroju. Przy zachowaniu symetrii osiowej pole w otoczeniu punktu środkowego daje się przedstawić w postaci wielomianu dwu zmiennych. Przestrzeń stosowalności tego wielomianu jest ograniczona uchybem przybliżenia w stosunku do skomplikowanego wzoru ścisłego.

b) Przez odpowiedni dobór wymiarów prostokątnego przekroju cewki kompensującej pole nie zmieni się w porównaniu z obwodem liniowym. Nieuniknione odstępstwo od tego doboru wprowadza jednak uchyb niedopasowania cewki kompensującej.

c) W obrębie cewki czujnikowej pole mierzone trzeba uważać za jednorodne, ale pole cewki kompensującej odbiega od jednorodności. Równość natężeń pola obu cewek wiąże się z równością ich strumieni jedynie przy ściśle dobranych wymiarach czujnika. Odstępstwo od tych wymiarów wprowadza znowu uchyb niedopasowania cewki czujnikowej. Te i inne źródła uchybów wymagają dokładnej analizy pola cewki wzorcowej bądź kompensującej oraz czujnikowej. Dane w literaturze [2] dotyczą głównie rozkładu pola w otoczeniu środka zwykłej cewki kołowej lub układu Helmholtza, przy czym nie są wolne od błędów.

W pracy rozpatrzemy metody obliczenia pola, wzory przybliżone i obszary ich stosowalności, wpływ wymiarów cewki kompensującej i czujnikowej, porównanie cewki pojedynczej z układem Helmholtza, zasadnicze parametry obu układów, współpracę cewki czujnikowej z galvanometrem balistycznym, czułość i zakres pomiaru, analizę uchybów i ocenę przeprowadzonych pomiarów.

2. PRZEGLĄD METOD OBLICZANIA POLA W OTOCZENIU KOŁOWEJ PĘTLI PRĄDOWEJ

Rozkład pola od pętli kołowej w jednorodnym ośrodku rozpatrzemy najprzód przy założeniu, że poprzeczny przekrój przewodnika tworzącego pętlę jest pomijalnie mały, czyli że obwód jest liniowy. Ogólne roz-

ważania można oprzeć na zasadzie wektorowego lub skalarnego potencjału magnetycznego, bezpośrednio na prawie Biota-Savarta, albo można wyrazić w postaci wielomianów Legendre'a. Rozpatrzmy najprzód sposób pierwszy.

1) Pole magnetyczne przewodnika z prądem jako bezźródłowe ($\text{div } \vec{B} = 0$) daje się przedstawić w postaci rotacji pewnego wektora $\vec{A}$, który nazywamy wektorowym potencjałem magnetycznym, czyli $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$. Ogólnie bowiem dla każdego wektora $\vec{A}$ jest $\text{div rot } \vec{A} = 0$. Dywergencję tego wektora w polu statycznym przyjmuje się jako równą zero, $\text{Div } \vec{A} = 0$.

Na zewnątrz cienkiego przewodnika z prądem potencjał wektorowy jest określony wzorem

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_l \frac{I \cdot d\vec{l}}{q}, \quad (3)$$

gdzie:

$\vec{A}$ — potencjał magnetyczny w układzie MKSA w jednostkach $\frac{\text{Wb}}{\text{m}}$

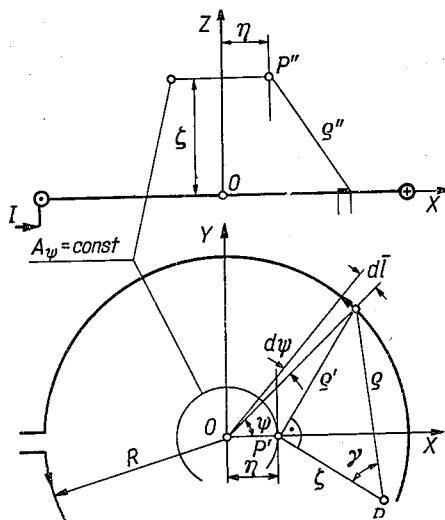
I — prąd przewodnika w A,

$d\vec{l}$ — element długości przewodnika w postaci wektorowej, to jest skierowany zgodnie z kierunkiem prądu,

μ_0 — przenikalność magnetyczna próżni, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$,

q — odległość elementu $d\vec{l}$ od punktu P w metrach.

Ze względu na symetrię osiową w przypadku pętli kołowej (rys. 3) linie równego potencjału wektorowego tworzą koła w płaszczyznach ró-



Rys. 3. Potencjał magnetyczny wektorowy $\vec{A}$ w punkcie P dla liniowej pętli kołowej
 I — prąd, $d\vec{l}$ — element długości przewodnika, η, ζ, q — współrzędne stosunkowe
 odniesione do promienia pętli R

wnoległych do pętli kołowej. Z tego względu istnieje jedynie składowa obwodowa tego potencjału A_ψ , która wyraża się wzorem

$$A_\psi = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\cos \psi \, d\psi}{\sqrt{1 + \eta^2 + \zeta^2 - 2\eta \cos \psi}}. \quad (4)$$

Współrzędne podane na rys. 3 będziemy wyrażać w stosunku do promienia pętli kołowej R . Dla współrzędnych układu cylindrycznego będzie więc $\eta = r/R$, $\zeta = z/R$. Wyrażenie (4) przekształci się do wzoru zawierającego całki eliptyczne pierwszego i drugiego rodzaju [10, s. 127]. Dla naszych oznaczeń będzie więc

$$A_\psi = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \sqrt{\eta}} \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) K - \frac{2}{k} E \right], \quad (5)$$

gdzie:

$$k = 2 \sqrt{\frac{\eta}{\zeta^2 + (1 + \eta)^2}}, \quad K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta}},$$

$$\text{dla } \beta = \frac{\pi - \psi}{2}$$

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta} \, d\beta.$$

Wzór (5) pozwala za pomocą całek eliptycznych obliczyć w otoczeniu pętli kołowej składową obwodową potencjału wektorowego. Obliczone wartości można np. wpisać w węzłach odpowiedniej siatki numerycznej. Wartości te dają się łatwo skontrolować, gdyż pole wektora $\vec{A}_\psi$ posiada w stanie statycznym laplasjan wektorowy równy zeru. Ze względu na jedyną składową obwodową będzie zatem

$$\frac{\partial^2 A_\psi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 A_\psi}{\partial \zeta^2} = \frac{1}{\eta^2} A_\psi.$$

Przy znanym rozkładzie potencjału odpowiednie wzory różnicowe oparte na równaniu $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ pozwalają określić składową osiową i promieniową indukcji magnetycznej. Droga ta podana przez Nejmana jest jednak żmudna i niewygodna.

Wzory na powyższe składowe pola dają się wyrazić wprost przez całki nieelementarne, różne od eliptycznych. W szczególności jest

$$B_x = \text{rot}_\eta \vec{A} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial A_\psi}{\partial \zeta},$$

$$B_z = \text{rot}_\zeta \vec{A} = \frac{1}{R} \frac{\partial(A_\psi \eta)}{\partial \eta} \cdot \frac{1}{\eta} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial A_\psi}{\partial \eta} + \frac{A_\psi}{\eta} \right).$$

Podstawiając w tych wzorach wyrażenie na potencjał (4) otrzymamy ostatecznie

$$H_x = \frac{I \cdot \zeta}{2\pi R} \int_0^\pi \frac{\cos \psi \, d\psi}{(1 + \eta^2 + \zeta^2 - 2\eta \cos \psi)^{3/2}}. \quad (6)$$

Podobnie oblicza się składową osiową pola

$$B_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi R} \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} \int_0^\pi \frac{\cos \varphi \, d\psi}{(1 + \eta^2 + \zeta^2 - 2\eta \cos \varphi)^{1/2}} + \frac{1}{\eta} \int_0^\pi \frac{\cos \varphi \, d\psi}{(1 + \eta^2 + \zeta^2 - 2\eta \cos \varphi)^{1/2}} \right].$$

Po zróżniczkowaniu i uporządkowaniu będzie

$$H_z = \frac{I}{2\pi R} \int_0^\pi \frac{1 - \eta \cos \psi}{(1 + \eta^2 + \zeta^2 - 2\eta \cos \psi)^{3/2}} \, d\psi. \quad (7)$$

2) Drugi sposób wyznaczenia rozkładu pola opiera się na skalarnym potencjale magnetycznym. Potencjał taki ma pole bezwirowe w obszarze jednorodnym na zewnątrz przewodnika

$$\varphi_\mu = \frac{I}{4\pi} \Omega, \quad (8)$$

gdzie Ω wyraża kąt bryłowy, pod którym widać pętlę w danym punkcie przestrzeni. Natężenie pola jest zaś gradientem tego potencjału, którego laplasjan równa się zeru, czyli $\bar{H} = -\text{grad } \varphi_\mu$. Jeśli zwrot osi Z przyjmując jak na rys. 4 zgodnie z kierunkiem pola, to dla $z > 0$ kąt bryłowy należy uważać za dodatni. Wyniesie on

$$\Omega = \int_0^s \frac{d\bar{s} \cdot \bar{l}_e}{\varrho^2} = 2 \int_0^\pi \int_0^1 \frac{r \cos \gamma \, dr \, d\psi}{\varrho^2}.$$

Podstawiając $\cos \gamma = \frac{\zeta}{\varrho}$ oraz $\varrho = \sqrt{\zeta^2 + \varrho'^2} = \sqrt{r^2 + \eta^2 + \zeta^2 - 2r\eta \cos \psi}$ otrzymamy

$$\Omega = 2\zeta \int_0^\pi \int_0^1 \frac{r \, dr \, d\psi}{(r^2 + \eta^2 + \zeta^2 - 2r\eta \cos \psi)^{3/2}}. \quad (9)$$

miary względne w stosunku do promienia pętli R otrzymujemy stosownie do rys. 3

$$\bar{H} = \frac{I}{4\pi R} \oint \frac{d\bar{l} \times \bar{l}_e}{\varrho^2} \quad (12)$$

Podobnie jak poprzednio mamy $\varrho = \sqrt{1 + \eta^2 + \zeta^2 - 2\eta \cos \psi}$. Element łuku jako wektor w kierunku prądu wyniesie $d\bar{l} = -i d\psi \sin \psi + j d\psi \cos \psi$. Jednostkowy zaś wektor kierunkowy od elementu łuku do punktu o współrzędnych η, ψ, ζ jest określony wzorem

$$\bar{l}_e = \bar{i} \cdot \cos \alpha + \bar{j} \cdot \cos \beta + \bar{k} \cdot \cos \gamma.$$

Kąty między tym wektorem a odpowiednimi osiami x, y, z wynoszą

$$\cos \alpha = \frac{\eta - \cos \psi}{\varrho}, \quad \cos \beta = -\frac{\sin \psi}{\varrho}, \quad \cos \gamma = \frac{\zeta}{\varrho}.$$

Iloczyn wektorowy

$$\begin{aligned} d\bar{l} \times \bar{l}_e &= \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -d\psi \sin \psi & d\psi \cos \psi & 0 \\ \frac{\eta - \cos \psi}{\varrho} & -\frac{\sin \psi}{\varrho} & \frac{\zeta}{\varrho} \end{vmatrix} = \\ &= \bar{i} \frac{d\psi \cos \psi \cdot \zeta}{\varrho} + \bar{j} \frac{d\psi \sin \psi \cdot \zeta}{\varrho} + \bar{k} \frac{d\psi (1 - \eta \cos \psi)}{\varrho}. \end{aligned}$$

Po podstawieniu do wzoru (12) możemy wypisać gotowe wzory (6) i (7).

Natężenie składowej osiowej pola oraz potencjał magnetyczny w płaszczyźnie koła pozwalają obliczyć potencjał magnetyczny w dowolnym punkcie przestrzeni.

$$\varphi_\mu = \varphi_{0\mu} - R \int_0^\zeta H_z d\zeta = \varphi_{0\mu} - \frac{I}{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\zeta \frac{(1 - \eta \cos \psi) d\zeta d\psi}{(1 + \eta^2 + \zeta^2 - 2\eta \cos \psi)^{3/2}}.$$

Podstawiając $\varphi_{0\mu} = \frac{I}{2}$ dla $\eta < 1$ otrzymamy ostatecznie poprzedni wzór (10).

4) Czwarty sposób wyznaczania pola opiera się na teorii funkcji kulistych. W odległości ζ_0 od środka pętli kołowej obieramy punkt O (rys. 5). Promień r pod kątem ϑ do osi łączy punkt O z dowolnym punktem P . Zarówno potencjał, jak i kąt bryłowy w tym punkcie są funkcjami regularnymi od r i ϑ , czyli spełniają równanie Laplace'a $\nabla^2 \varphi_\mu = 0$. Każda taka funkcja daje się wyrazić jako nieskończona suma wielomia-

Człony A_n i B_n we wzorze (13) nie zależą od położenia punktu P i dlatego wyznacza się je przez porównanie z rozwinięciem w konkretnym łatwym przypadku. Jeśli np. punkt ten jako P_z znajdzie się na osi Z zgodnej z kierunkiem pola, to dla $r < \varrho_0$ będzie

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha),$$

gdzie

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\varrho_0 \cos \psi + r}{[\varrho_0^2 + r^2 - 2\varrho_0 \cdot r \cdot \cos(\pi - \psi)]^{1/2}} = \\ &= \left(\cos \psi + \frac{r}{\varrho_0} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{\varrho_0} \right)^n \cdot P_n \cos(\pi - \psi). \end{aligned}$$

Po przekształceniach opartych na własnościach wielomianów Legedre'a [2, s. 41] otrzymuje się wzory na składowe natężenia pola w oparciu o wzory (8) i (11):

$$H_x = \frac{I}{2R} \eta \frac{\sin^2 \psi}{\varrho_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{\varrho_0} \right)^{n-2} P'_n(\cos \psi) \left[P_n(\cos \vartheta) - \frac{\cos \vartheta}{n} P'_n(\cos \psi) \right], \quad (15)$$

$$H_z = \frac{I}{2R} \frac{\sin^2 \psi}{\varrho_0} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{\varrho_0} \right)^{n-1} P'_n(\cos \vartheta) P_{n-1}(\cos \vartheta). \quad (16)$$

Wyrażenia $P'_n(\cos \psi)$ oraz $P'_n(\cos \vartheta)$ oznaczają tu pochodne wielomianów względem $\cos \psi$ lub $\cos \vartheta$. Po podstawieniu wyrażen dla odpowiednich wielomianów i uwzględnieniu

$$r = \sqrt{\eta^2 + h^2}, \quad \cos \vartheta = \frac{h}{\sqrt{\eta^2 + h^2}}$$

otrzymuje się po długich przeliczeniach rozwiązanie w postaci szeregu funkcyjnego.

Znaczenie uproszczenie osiąga się przyjmując punkt P w płaszczyźnie normalnej do osi w punkcie O . Jest wtedy $\cos \vartheta = 0$ oraz $r = \eta$. Po podstawieniu $\zeta_0 = \zeta$ oraz $\varrho_0 = \sqrt{1 + \zeta^2}$ daje się uzyskać wzory na składowe natężenia pola w postaci sumy jednorodnych wielomianów w zależności od współrzędnych stosunkowych η i ζ . Wzory ostateczne będą wyprowadzone w dalszym ciągu na innej drodze.

Trzy pierwsze metody obliczania pola dają ściśle wzory na składowe pola w postaci całek nieelementarnych, które rozwiązuje się metodami przybliżonymi lub drogą rozkładu na szeregi funkcyjne.

Teoria funkcji kulistych daje gotowe szeregi funkcyjne w zależności od współrzędnych r i ϑ . Droga jednak podawana w literaturze [2] jest

zmudna i nieprzejrzysta. Ze względu na konieczność odrzucenia członów wyższych stopni rezultat jest obciążony uchybem przybliżenia, którego ocena jest wysoce skomplikowana.

3. GŁÓWNE WZORY OKREŚLAJĄCE POLE

Pole magnetyczne w otoczeniu kołowej pętli prądowej jest określone przez swoje składowe osiową i promieniową, stosownie do wzorów (6) i (7). Obliczenia wymagają tu jednak przybliżonego całkowania i dlatego wyprowadzimy wzory przybliżone ważne w pewnym otoczeniu i wyrażone w postaci wielomianów. Interesuje nas głównie składowa osiowa pola.

$$H_z = \frac{I}{2\pi R} \int_0^\pi \frac{(1 - \eta \cos \psi) d\psi}{(1 + \eta^2 + \zeta^2 - 2\eta \cos \psi)^{3/2}}.$$

Oznaczmy stosownie do rys. 3 $(1 + \eta^2 + \zeta^2)^{1/2} = c$,

$$\frac{2\eta}{1 + \eta^2 + \zeta^2} = d.$$

Wtedy

$$H_z = \frac{I}{2R \cdot c} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (1 - \eta \cos \psi)(1 - d \cos \psi)^{-3/2} d\psi = \frac{I}{2R \cdot c} y_{sr}, \quad (17)$$

gdzie

$$y_{sr} = y_1 + y_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (1 - d \cdot \cos \psi)^{-3/2} d\psi - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \eta \cos \psi (1 - d \cdot \cos \psi)^{-3/2} d\psi.$$

Rozkładając wyrażenie w nawiasach na szereg funkcyjny otrzymujemy ostatecznie:

$$y_1 = 1 + \frac{15}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot d^2 + \frac{315}{128} \cdot \frac{3}{8} \cdot d^4 + \dots$$

$$y_2 = -\eta \left(\frac{3}{4} d + \frac{105}{128} d^3 + \dots \right).$$

Po wstawieniu do (17) będzie

$$H_z = \frac{I}{2R} \left[(1 + r^2)^{-3/2} - \frac{3}{2} \eta^2 (1 + r^2)^{-5/2} + \frac{15}{4} \eta^2 (1 + r^2)^{-7/2} + \right. \\ \left. - \frac{105}{16} \eta^4 (1 + r^2)^{-9/2} + \frac{945}{64} \eta^4 (1 + r^2)^{-11/2} \right]. \quad (18)$$

W celu dalszego uproszczenia tego wzoru rozwijamy w szereg nawiasy o potęgach ułamkowych, przy czym $1 + r^2 = 1 + \eta^2 + \zeta^2$. Ograniczając się do wielomianów czwartego stopnia względem η i ζ otrzymujemy

$$H_z = \frac{I}{2 \cdot R} (1 + k_z) \approx \frac{I}{2 \cdot R} \left(1 + \frac{3}{4} \eta^2 - \frac{3}{2} \zeta^2 + \frac{45}{64} \eta^4 - \frac{45}{8} \eta^2 \zeta^2 + \frac{15}{8} \zeta^4 \right). \quad (19)$$

W stosunku do wartości obliczonych na podstawie wzorów ścisłych uchyb przybliżenia w obszarze $\eta < 0,3$, $\zeta < 0,25$ nie przekracza dla tego wzoru (19) wartości $0,3 \cdot 10^{-4}$ na brzegu tego obszaru. W punkcie środkowym dla $\eta = 0$, $\zeta = 0$ mamy $H_0 = \frac{I}{2 \cdot R}$. Wielkość k_z można więc traktować jako względną korekcję pola w otoczeniu punktu środkowego. Pole w tym otoczeniu można uważać także za superpozycję dwóch pól, pola jednorodnego H_0 oraz pola dodatkowego $H_0 \cdot k_z$ uzależnionego od współrzędnych η i ζ .

Względną wartość pola dla składowej osiowej przedstawiono w tablicy 1 i na wykresie na rys. 6.

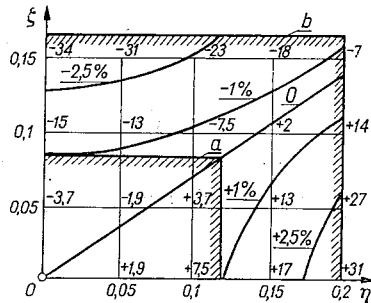
Tablica 1

Względna wartość pola dodatkowego $k_z = f(\eta, \zeta) [10^{-3}]$

0,15	-34 - 1	-31 - 1	-23 - 1	-18 + 1	- 7 + 3
0,10	-15	-13	- 7,5	+ 2,0	+14 + 1
0,05	- 3,7	- 1,9	+ 3,7	+13,0	+27 - 1
0	0	+ 1,9	+ 7,5	+17,0	+31 - 1
$\zeta \backslash \eta$	0	0,05	0,10	0,15	0,20

W otoczeniu punktu środkowego składowa osiowa pola dodatkowego przyjmuje wartości zarówno dodatnie, jak i ujemne. Ze względów pomiarowych bezwzględna wartość pola dodatkowego nie powinna przekraczać pewnej umownie przyjętej wartości maksymalnej. Tak więc za 1-procentową przestrzeń probierczą będziemy uważać taki obszar, w którym pole dodatkowe nie przekroczy 1% pola podstawowego. Będzie to przestrzeń ograniczona stosownie do rys. 6 współrzędnymi $\eta = 0,12$ i $\zeta = 0,08$. Dla celów porównawczych wprowadzimy również pojęcie laboratoryjnej przestrzeni probierczej, w której niejednorodność pola

nie przekracza 10^{-3} . Jest ona ograniczona brzegami $\eta = 0,025$, $\zeta = 0,02$. Obie przestrzenie probiercze są znacznie mniejsze od obszaru stosowności wzoru (19) dla $\eta < 0,3$, $\zeta < 0,25$.



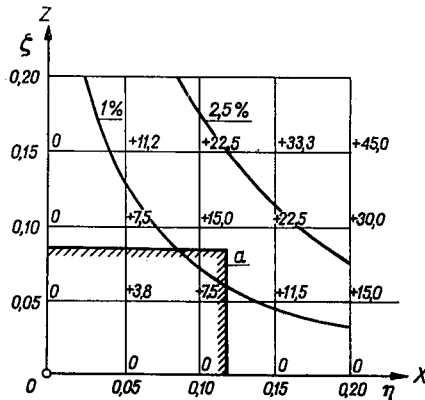
Po podstawieniu wzoru (19) będzie dla $\varphi_{0\mu} = \frac{I}{2}$, gdy $\eta < 1$,

$$\varphi_{\mu} = \frac{I}{2} \left(1 - \zeta - \frac{3}{4} \eta^2 \zeta + \frac{1}{2} \zeta^3 - \frac{45}{64} \eta^4 \zeta + \frac{15}{8} \eta^2 \zeta^3 - \frac{3}{8} \zeta^5 \right).$$

Stąd składowa promieniowa pola wyniesie

$$H_x = -\frac{1}{R} \frac{\partial \varphi_{\mu}}{\partial \eta} = \frac{I}{2 \cdot R} \eta \zeta \left(\frac{3}{2} - \frac{15}{4} \zeta^2 + \frac{45}{16} \eta^2 \right). \quad (20)$$

Z wykresu na rys. 7 widać, że przestrzeń probiercza zarówno techniczna, jak i laboratoryjna są dla obu składowych praktycznie jednako-



Rys. 7. Względna wartość składowej promieniowej pola dodatkowego dla pętli kołowej $k = f(\eta, \zeta)$ [10^{-3}]

a — Techniczna przestrzeń probiercza o niejednorodności poniżej 1% dla $\eta < 0,12$, $\zeta < 0,08$

we. Również i tu można opuścić wielomian czwartego stopnia i ograniczyć się w granicach przestrzeni probierczej do wzoru uproszczonego

$$H_x = \frac{I}{2 \cdot R} 1,5 \eta \zeta. \quad (20a)$$

4. WPŁYW WYMIARÓW POJEDYNCZEJ CEWKI KOMPENSUJĄCEJ

Dotychczas przyjmowaliśmy, że cewka kompensująca jest liniową pętlą kołową. W rzeczywistości zaś posiada ona w stosunku do średniego promienia R szerokość, czyli wymiar w kierunku promieniowym równy $2a$ oraz wymiar w kierunku osiowym równy $2b$ (rys. 8). Cewkę taką można traktować jako sumę elementarnych pętli liniowych, których nowe współrzędne zależą od rozmieszczenia względem środka cewki.

Wprowadzając odległości względne x i z otrzymamy

$$R' = R(1 + x), \quad \eta' = \frac{\eta}{1 + x}, \quad \zeta' = \frac{\zeta - z}{1 + x}.$$

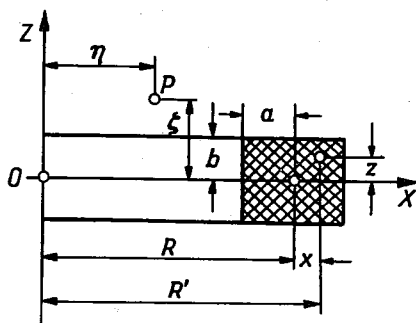
Pole wypadkowe jest tu sumą pól od elementarnych pętli liniowych.

Podstawiając nowe współrzędne do wzoru (19a) otrzymujemy

$$H'_z = \frac{i \cdot w}{2R \cdot 4ab} \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \left[\frac{1}{1+x} + \frac{3}{4} \eta^2 \frac{1}{(1+x)^3} = \frac{3}{2} \frac{(\zeta-z)^2}{(1+x)^3} dx dz \right].$$

Po scałkowaniu i uporządkowaniu będzie z dokładnością do wielomianu drugiego stopnia

$$H'_z = \frac{I}{2 \cdot R} \left[1 + \left(\frac{3}{4} \eta^2 - \frac{3}{2} \zeta^2 \right) + \left(\frac{a^2}{3} - \frac{b^2}{2} \right) + \left(\frac{3}{2} \eta^2 \cdot a^2 - 3 \zeta^2 \cdot a^2 \right) \right].$$



Rys. 8. Zasadnicze wymiary pojedynczej cewki kompensującej o przekroju prostokątnym

W odróżnieniu od kołowej pętli liniowej (19a) występuje tu poprawka stała, niezależna od położenia punktu w przestrzeni probierczej

$$p_0 = \frac{2a^2 - 3b^2}{6},$$

oraz poprawka zależna od współrzędnych η , ζ

$$p_{\eta, \zeta} = \frac{3a^2(\eta^2 - 2\zeta^2)}{2}.$$

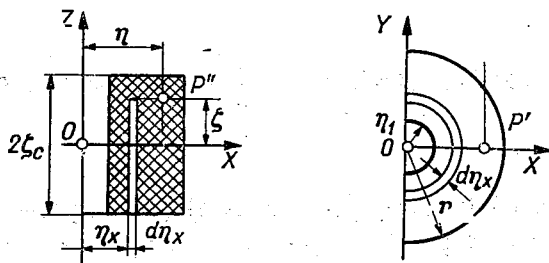
Poprawka stała równa się zero, jeśli $2a^2 - 3b^2 = 0$, czyli dla $\frac{b}{a} = \pm$

$\pm \sqrt{\frac{2}{3}} = \pm 0,815$. Poprawka zmienna osiąga maksymalną wartość na brzegu obszaru stosowalności wzoru uproszczonego ($\eta < 0,20$, $\zeta < 0,16$). Wystąpi ona dla $\eta = 0$, $\zeta = 0,16$ i wyniesie $p_m = -7,7 \cdot 10^{-2} a^2$.

Zakładając $p_m = 3 \cdot 10^{-3}$ otrzymujemy $a = 0,198$. Po zaokrągleniu przyjmujemy $a = 0,20$, $b = 0,16$.

5. WPŁYW WYMIARÓW CEWKI CZUJNIKOWEJ NA DOKŁADNOŚĆ POMIARU PRZY KOMPENSACJI JEDNOCEWKOWEJ

Przy danych wymiarach cewki kompensującej znajdująca się wewnątrz niej cewka czujnikowa powinna być ze względu na czułość pomiaru możliwie duża. Z drugiej jednak strony nadmierne rozmiary tej cewki mogą wprowadzić znaczny uchyb. Mimo bowiem równości pola mierzonego i kompensującego w środkowym punkcie układu nie znoszą się przeciwnie skierowane strumienie sprzężone z cewką czujnikową. Przy ich równoczesnym zanikaniu powstaje więc w niej $SEM \ e = \frac{d}{dt} (\Psi_m + \Psi_k)$. W obrębie bowiem cewki czujnikowej pole mierzone można traktować jako jednorodne lub liniowo zmienne, natomiast pole kompensujące posiada nieliniowo zmienną składową dodatkową określoną wzorem (19a). Prawdliwość pomiaru wymaga takiej konstrukcji cewki czujnikowej, by przy równości pól w punkcie środkowym dodatkowy strumień z nią sprzężony był równy zero, a ona sama znajdowała się całkowicie w obszarze stosowalności wzoru przybliżonego (19a).



Rys. 9. Zasadnicze wymiary cewki czujnikowej o przekroju prostokątnym
 η, η_x, ξ — wymiary względne odniesione do promienia pętli R

Rozpatrzmy dowolny zwój cewki czujnikowej w punkcie η, ξ (rys. 9). Sprężony z nim strumień dodatkowy wyniesie

$$\Psi_\eta = 2\pi R^2 \mu_0 \cdot H_0 \int_0^\eta k_\xi \cdot \eta_x d\eta_x = 2\pi R^2 \mu_0 \cdot H_0 \cdot C_\eta.$$

Całkowity strumień dodatkowy sprzężony z cewką o w zwojach ma być równy zero, czyli

$$\Psi_d = \frac{2\pi R^2 \mu_0 \cdot H_0 \cdot w}{(\eta_2 - \eta_1)(\xi_2 - \xi_1)} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} C_\eta \cdot d\eta d\xi = 0.$$

Warunek prawidłowości konstrukcji cewki czujnikowej wymaga więc, aby

$$\Phi_d = \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} C_\eta \cdot d\eta \cdot d\zeta \approx \frac{9\eta_2^2 - 20\zeta_c^2}{120} \cdot \eta_2^3 \cdot \zeta_c = 0. \quad (21)$$

Promień zewnętrzny cewki czujnikowej η_2 nie może przekraczać promienia obszaru stosowalności wzoru uproszczonego (19a). Granice tego obszaru zależą od przyjętego na brzegu uchybu przybliżenia. Jeśli uchyb ten przyjąć za równy $3 \cdot 10^{-3}$, to obszar będzie ograniczony współrzędnymi $\eta = 0,2$, $\zeta = 0,16$.

Mała wartość η_1 wywołuje wprowadzić pewien wzrost strumienia skojarzonego z cewką czujnikową, rośnie jednak przy tym jej oporność obniżająca czułość pomiaru galwanometrem. Przyjmujemy $\eta_1 = 0,05$. W obliczeniach można wtedy pominąć η_1^3 wobec η_2^3 , a tym bardziej η_1^5 wobec η_2^5 . Warunek prawidłowości pomiaru (21) wyniesie więc po uproszczeniach $\zeta_c = 0,67 \eta_2$. Dla $\eta_2 = 0,2$ będzie zatem $\zeta_c = 0,135$.

Należy jeszcze rozpatrzyć uchyb dodatkowy wynikający z niedotrzymania ścisłej wartości wymiarów cewki czujnikowej, czyli uchyb niedopasowania. W tym celu obliczamy strumień główny skojarzony z cewką czujnikową. Postępując podobnie jak poprzednio otrzymamy jednostkowy strumień główny

$$\psi_0 = 2 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot H_0 R^2 \cdot \frac{\eta^2}{2}.$$

Całkowity strumień główny sprzężony z cewką czujnikową wyniesie

$$\Psi_0 = \frac{2 \cdot \pi \mu_0 \cdot H_0 R^2 \cdot w}{(\eta_2 - \eta_1)(\zeta_2 - \zeta_1)} \Phi_0,$$

gdzie

$$\Phi_0 = \frac{(\eta_2^3 - \eta_1^3)(\zeta_2 - \zeta_1)}{6} \approx \frac{\eta_2^3 \cdot \zeta_c}{3}.$$

Stosunkowy dodatkowy uchyb pomiaru ze względu na proporcjonalność pomiędzy natężeniem pola a strumieniem sprzężonym wyraża się wzorem

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Phi_d}{\Phi_0} \approx \frac{9}{40} \eta_2^3 - \frac{\zeta_c^2}{2}.$$

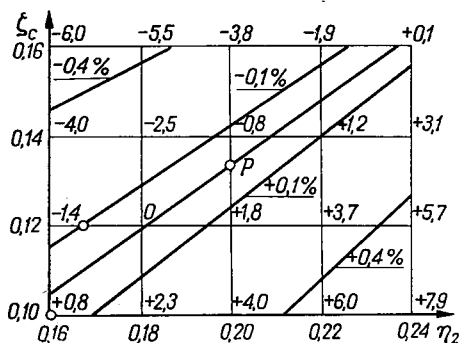
Zależność uchybu niedopasowania w otoczeniu punktu $\eta_2 = 0,20$, $\zeta_c = 0,135$ zestawiono w tablicy 2 i na rys. 10.

Linia zerowego uchybu niedopasowania jest określona równaniem $\zeta_c = 0,67 \eta_2$. Z wykresu widać, że zmiana wymiarów o $\pm 5\%$ wprowadza uchyb rzędu 10^{-3} .

Tablica 2

Uchyb niedopasowania cewki czujnikowej $\Delta H/H_0 = f(\eta, \zeta) [10^{-3}]$

0,16	-6,0	-5,5	-3,8	-1,9	-0,1
0,14	-4,0	-2,5	-0,8	+1,2	+3,1
0,12	-1,4	+0,1	+1,8	+3,7	+5,7
0,10	+0,8	+2,3	+4,0	+6,0	+7,9
$\eta \backslash \zeta$	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24



Rys. 10. Zależność uchybu niedopasowania cewki czujnikowej dla stosunku

$$\frac{\zeta_c}{\eta_2} \neq 0,67; H/H_0 = f(\eta, \zeta) [10^{-3}]$$

6. ZAKRES POMIARU NATĘŻENIA POŁA I DOBÓR PROMIENIA CEWKI KOMPENSUJĄCEJ

Natężenie pola w środku kołowej cewki kompensującej wyraża się wzorem

$$H_0 = \frac{i \cdot w}{2 \cdot R}$$

Podstawiając $i = 4abR^2\sigma_i \cdot k_w$ otrzymujemy $H_0 = 2 \cdot ab \cdot R \cdot \sigma_i \cdot k_w$.

Przyjmujemy wymiary względne cewki $a = 0,2$, $b = 0,16$, gęstość prądu $\sigma_i = 100 \text{ A/cm}^2$, współczynnik wypełnienia $k_w = 0,6$. Wtedy $H_0 = 3,84 \cdot R$ w A/cm dla R w cm.

Promień cewki kompensującej zależy od warunków pomiaru pola. Jeśli przyjąć $R = 20$ cm, to górna wartość mierzonego pola wyniesie $H_0 = 77$ A/cm, a po zaokrągleniu ok. 80 A/cm, czyli 100 Oe.

Dolna wartość natężenia pola jest uwarunkowana parametrami przyjętego galwanometru, liczbą zwojów i wymiarami cewki czujnikowej oraz kompensującej. Wymiary te zostały już przyjęte i analiza czułości jest możliwa. Najprzód jednak porównamy poprzedni układ cewki pojedynczej z układem cewek Helmholtza.

7. UKŁAD CEWEK HELMHOLTZA

Składowa osiowa pola od kołowej pętli prądowej daje się przedstawić w sposób ścisły i prosty jedynie dla $\eta = 0$. Ze wzoru (18) jest

$$H_z = \frac{i \cdot w}{2 \cdot R} (1 + \zeta^2)^{-3/2} \quad (22)$$

$$H_z \approx \frac{i \cdot w}{2 \cdot R} \left(1 - \frac{3}{2} \zeta^2 + \frac{15}{8} \zeta^4 - \frac{35}{16} \zeta^6 + \dots \right).$$

Wyrażenie $y = (1 + \zeta^2)^{-3/2}$ przedstawiono w tablicy 3 i na wykresie na rys. 11.

Tablica 3

Przebieg funkcji $y = (1 + \zeta^2)^{-3/2}$

ζ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
y_1	1	0,9852	0,9429	0,8787	0,8004	0,7155	0,6305	0,5498	0,4761
ζ		0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	2,0
y_1		0,4107	0,3536	0,3044	0,2624	0,2267	0,1964	0,1707	0,894

Pierwsza i druga pochodna tego przebiegu wyniosą

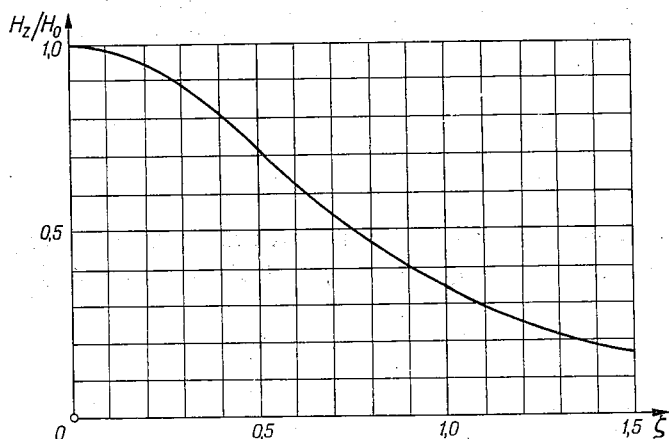
$$y'_1 = \frac{3 \cdot \zeta}{(1 + \zeta^2)^{5/2}}, \quad y''_2 = 3 \frac{5\zeta - 2(1 + \zeta^2)}{2(1 + \zeta^2)^{3/2}}.$$

Maksimum funkcji przypada dla $\zeta = 0$, natomiast punkt przegięcia występuje dla $y'' = 0$, to jest dla $\zeta = 0,5$ lub $\zeta = 2$.

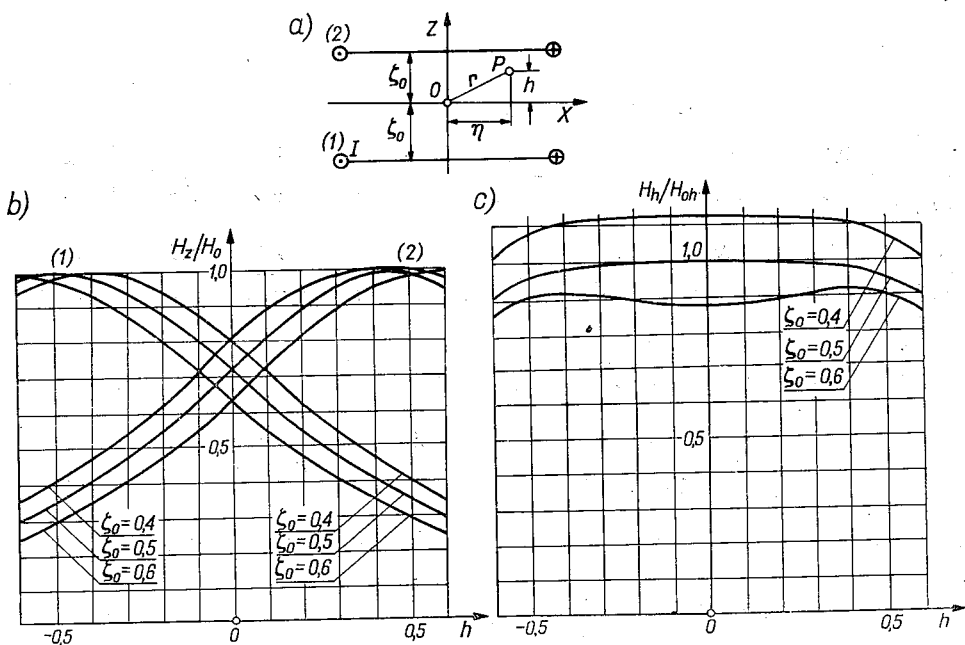
Jeśli względem środka O (rys. 12) rozmieścić symetrycznie dwie jednakowe pętle prądowe, to pole wzdłuż osi — przy zgodnych kierunkach prądu obu cewek — będzie ich sumą. Gdy odległość cewki od środka wyniesie ζ_0 , to dla dolnej cewki otrzymamy $\zeta_1 = h + \zeta_0$, a dla górnej

$\zeta_2 = h - \zeta_0$. Po podstawieniu tych wartości do wzoru (22) wypadkowe pole obu pętli wyniesie

$$H_h = \frac{i \cdot w}{R} 0,5 \{ [1 + (h + \zeta_0)^2]^{-3/2} + [1 + (h - \zeta_0)^2]^{-3/2} \}. \quad (23)$$



Rys. 11. Względna wartość składowej osiowej pola $H_z/H_0 = (1 + \zeta^2)^{-3/2}$ dla $\eta = 0$



Rys. 12. a) Układ z podwójną cewką kompensującą, b) Względna wartość składowej osiowej pola dla każdej cewki oddzielnie; $H_z/H_0 = f(h, \zeta_0)$, c) Względna wartość składowej osiowej obu cewek, $H_h/H_{ch} = f(h, \zeta_0)$

Dla $\zeta_0 = 0,5$, ze względu na punkt przegięcia, nastąpi zlanie się trzech punktów ekstremalnych. W rozwinięciu na szereg funkcyjny znikną wówczas człony stopnia drugiego i wszelkich stopni nieparzystych. Z dokładnością do członów czwartego stopnia będzie

$$H_h \approx \frac{i \cdot w}{R} c_h \left(1 - \frac{144}{125} h^4 \right),$$

gdzie $c_h = \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2}$.

W środku układu dla $h = 0$ jest

$$H_{0h} = \frac{i \cdot w}{R} c_h. \quad (23a)$$

W otoczeniu środka układu względna wartość pola wyniesie

$$\frac{H_h}{H_{0h}} = \frac{1}{2c_h} [1 + (h + \zeta_0)^2]^{-3/2} + [1 + (h - \zeta_0)^2]^{-3/2}. \quad (23b)$$

Względna korekcja zaś

$$k_h = \frac{H_h}{H_{0h}} - 1.$$

W tablicy 4 i na rys. 12 przedstawiono względne natężenia pola na osi

$$Z \quad \frac{H_h}{H_{0h}} = f(h, \zeta_0).$$

Tablica 4

Względne natężenie pola $H_h/H_{0h} = f(h, \zeta_0)$ dla $\eta = 0$

$\zeta_0 \backslash h$	0,00	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60
0,6	0,8812	0,8842	0,8920	0,8981	0,9010	0,9059	0,9011	0,8422
0,5	1,0000	0,9999	0,9982	0,9958	0,9916	0,9754	0,9458	0,9011
$\Delta H/H_{0h}$	0	-1	-18	-42	-84	-246	-542	-989
0,4	1,1186	1,1140	1,0994	1,0877	1,0726	1,0315	0,9754	0,9059

8. POLE W OTOCZENIU ŚRODKA UKŁADU

Każda z cewek układu Helmholtza znajduje się w odległości $\zeta_0 = 0,5$ od środka układu, tymczasem wzór (19) jest ważny z uchybem przybliżenia $3 \cdot 10^{-4}$ jedynie w granicach $\eta = 0,3$, $\zeta = 0,25$. Nasuwa się więc konieczność obliczenia pola w otoczeniu dowolnego punktu na osi Z.

W otoczeniu kołowej pętli prądowej składowa osiowa wyraża się wzorem (18). Opuszczone człony wprowadzają tu poprawkę dopiero szóstego stopnia. Obraz pola w otoczeniu punktu ζ_0 na osi Z otrzymuje się po podstawieniu do wzoru (18) zależności $\zeta = h + \zeta_0$. Podstawienie bezpośrednie do wzoru (19) nie daje dokładności do czwartego stopnia, gdyż w brakujących członach o potęgach wyższych wystąpią nowe wielomiany niższych stopni. Stosownie do rys. 12a będzie we wzorze (18)

$$1 + r^2 = 1 + \eta^2 + h^2 + 2h\zeta_0 + \zeta_0^2 = (1 + \zeta_0^2) \left(1 + \frac{[\eta^2 + h^2 + 2h\zeta_0]}{1 + \zeta_0^2} \right) = \\ = (1 + \zeta_0^2)(1 + \sigma).$$

Wobec tego wzór (18) przyjmie postać

$$H_z = \frac{i \cdot w}{2 \cdot R} (1 + \zeta_0^2)^{-3/2} \left[(1 + \sigma)^{-3/2} - \frac{3}{2} \eta^2 (1 + \zeta_0^2)^{-1} (1 + \sigma)^{-5/2} + \right. \\ \left. + \frac{15}{4} \eta^2 (1 + \zeta_0^2)^{-2} (1 + \sigma)^{-7/2} - \frac{105}{16} \eta^4 (1 + \zeta_0^2)^{-3} (1 + \sigma)^{-9/2} + \right. \\ \left. + \frac{945}{64} \eta^4 (1 + \zeta_0^2)^{-4} (1 + \sigma)^{-11/2} \right]. \quad (24)$$

Uproszczenie wzoru (24) polega na rozwinięciu członów o potęgach ułamkowych, podstawieniu wyrażenia na σ i pominięciu członów powyżej czwartego stopnia.

Po uporządkowaniu wzór (24) przekształci się

$$H_z = \frac{i \cdot w}{2 \cdot R} (1 + \zeta_0^2)^{-3/2} (1 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4), \quad (24a)$$

gdzie poszczególne wielomiany $A_{\eta h}$ wyniosą:

$$A_1 = -h \frac{3\zeta_0}{1 + \zeta_0}, \\ A_2 = \eta^2 \left(\frac{15}{4(1 + \zeta_0^2)^2} - \frac{3}{(1 + \zeta_0^2)} \right) + h^2 \left(\frac{15\zeta_0^2}{2(1 + \zeta_0^2)^2} - \frac{3}{2(1 + \zeta_0^2)} \right), \\ A_3 = \eta^2 h \left(\frac{15\zeta_0}{(1 + \zeta_0^2)^2} - \frac{105\zeta_0}{4(1 + \zeta_0^2)^3} \right) + h^3 \left(\frac{15\zeta_0}{2(1 + \zeta_0^2)^2} - \frac{35\zeta_0^3}{2(1 + \zeta_0^2)^3} \right), \\ A_4 = \eta^4 \left(\frac{45}{8(1 + \zeta_0^2)^2} - \frac{315}{16(1 + \zeta_0^2)^3} + \frac{945}{64(1 + \zeta_0^2)^4} \right) + \\ + \eta^2 \cdot h^2 \left(\frac{15}{2(1 + \zeta_0^2)^2} - \frac{105\zeta_0^2}{2(1 + \zeta_0^2)^3} - \frac{105}{8(1 + \zeta_0^2)^3} + \frac{945 \cdot \zeta_0^2}{8(1 + \zeta_0^2)^4} \right) + \\ + h^4 \left(\frac{15}{8(1 + \zeta_0^2)^2} - \frac{105\zeta_0^2}{4(1 + \zeta_0^2)^3} + \frac{315\zeta_0^4}{8(1 + \zeta_0^2)^4} \right).$$

W szczególnym przypadku dla $\zeta_0 = 0,5$ ze względu na punkt przecięcia zanika wielomian drugiego stopnia $A_2 = 0$. Jeśli teraz symetrycz-

nie po drugiej stronie środka układu w odległości $\zeta_0 = 0,5$ mamy drugą identyczną pętlę kołową, to pole wypadkowe w dowolnym punkcie P będzie superpozycją pól obu pętli kołowych. Z poprzednich względów nie wystąpi wielomian drugiego stopnia, a z powodu symetrii środkowej, gdy dla dolnej cewki mamy $+\zeta_0$, a dla górnej $-\zeta_0$, znoszą się także wielomiany stopni nieparzystych. Pozostaje więc jedynie wielomian stopnia czwartego. Wobec tego składowa osiowa pola w układzie Helmholtza wyniesie dla $\zeta_0 = 0,5$:

$$H_h = \frac{i \cdot w}{2 \cdot R} 2(1 + \zeta_0^2)^{-3/2} (1 + A_4) = \frac{i \cdot w}{R} c_h (1 + A_4), \quad (25)$$

gdzie $c_h = 0,8^{3/2} = 0,715542$.

Po podstawieniu do wielomianu A_4 wyrażenia $\zeta_0 = 0,5$ otrzymamy ostateczny wzór

$$H_h = \frac{i \cdot w}{R} c_h [1 - 0,144 (3\eta^4 - 24\eta^2 \cdot h^2 + 8h^4)]. \quad (25a)$$

Jeśli w układzie jednostek MKSA promień R wyrazić w cm, to natężenie pola otrzymuje się w A/cm. Jeśli zaś natężenie pola chcemy wyrazić w erstedach (Oe), to nowy współczynnik wyniesie $c'_h = 0,4\pi \cdot c_h = 0,89918$.

Tablica 5

Względna wartość pola dodatkowego dla składowej osiowej w układzie Helmholtza
 $k_h = -0,144 (3\eta^4 - 24\eta^2 \cdot h^2 + 8h^4) [10^{-4}]$

0,30	-93,3	-85,6	-62,6	-25,5	+24,2	+84,2	+151,6	+222,9
0,25	-45,0	-40,1	-23,8	+1,4	+34,5	+73,1	+114,4	+154,8
0,20	-18,4	-15,1	-5,9	+10,5	+30,0	+51,1	+71,0	+120,0
0,15	-5,8	-3,9	+1,5	+9,5	+18,4	+25,9	+29,2	+24,6
0,10	-1,2	-0,3	+1,9	+4,4	+5,8	+3,6	-5,0	-23,6
0,05	-0,1	+0,1	+0,4	-0,3	-3,5	-11,5	-27,3	-54,3
0,00	0	0	-0,4	-2,2	-6,9	-16,9	-35,0	-64,8
$\frac{h}{\eta}$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35

Składową osiową pola (25a) można uważać za sumę dwóch pól: pola jednorodnego, występującego w środku układu, $H_0 = \frac{i \cdot w}{R} c_h$, oraz pola dodatkowego, $H_d = H_0 \cdot k_h$, gdzie

$$k_h = -0,144 (3\eta^4 - 24\eta^2 \cdot h^2 + 8h^4). \quad (26)$$

Składową promieniową pola układu Helmholtza można obliczyć w sposób podobny jak składową osiową. Prościej jednak wyjść ze wzoru na skalarny potencjał magnetyczny. Ze wzoru (10) dla szczególnego przypadku, gdy $\eta = 0$, $\zeta_0 = 0,5$, jednakowy potencjał w płaszczyźnie środkowej OXY, równoległej do obu cewek, wyniesie dla $\eta < 1$

$$\varphi_{0\mu} = \frac{I}{2} [1 - \zeta_0(1 + \zeta_0^2)^{-1/2}] + \frac{I}{2} [1 + \zeta_0(1 + \zeta_0^2)^{-1/2}] = I.$$

Wobec tego potencjał w otoczeniu punktu środkowego będzie określony wzorem

$$\varphi_{\eta h} = \varphi_{0\mu} - R \int_0^h H_{\eta} \cdot dh.$$

Po uwzględnieniu wzoru (25a) będzie

$$\varphi_{\eta h} = I \left\{ 1 - c_h \left[h - 0,144 \left(3\eta^4 \cdot h - 8\eta^2 h^3 + \frac{8}{5} h^5 \right) \right] \right\}.$$

Przez zróżniczkowanie tego potencjału w kierunku promieniowym otrzymuje się dla $I = i \cdot w$

$$\begin{aligned} H_{\eta} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = \frac{i \cdot w}{R} c_h \cdot 0,144 \cdot 4 \eta \cdot h (4h^2 - 3\eta^2) = \\ &= \frac{i \cdot w}{R} c_{\eta} \cdot \eta h (4h^2 - 3\eta^2), \end{aligned} \quad (27)$$

gdzie $c_{\eta} = c_h \frac{4 \cdot 18}{125} = 0,41215$.

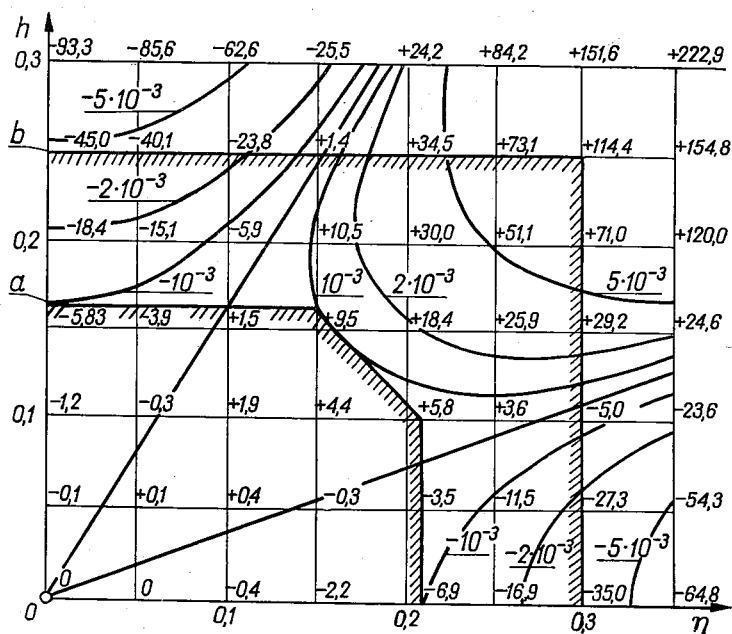
Jeśli natężenie pola chcemy wyrazić w erstedach, to $c'_{\eta} = 0,4\pi c_{\eta} = 0,51793$.

Poglądowo będzie można i tu również przedstawić składową promieniową pola jako wielkość względną w stosunku do pola podstawowego w środku układu

$$\frac{H_{\eta}}{H_0} = k_{\eta} = 0,576 \eta h (4h^2 - 3\eta^2). \quad (28)$$

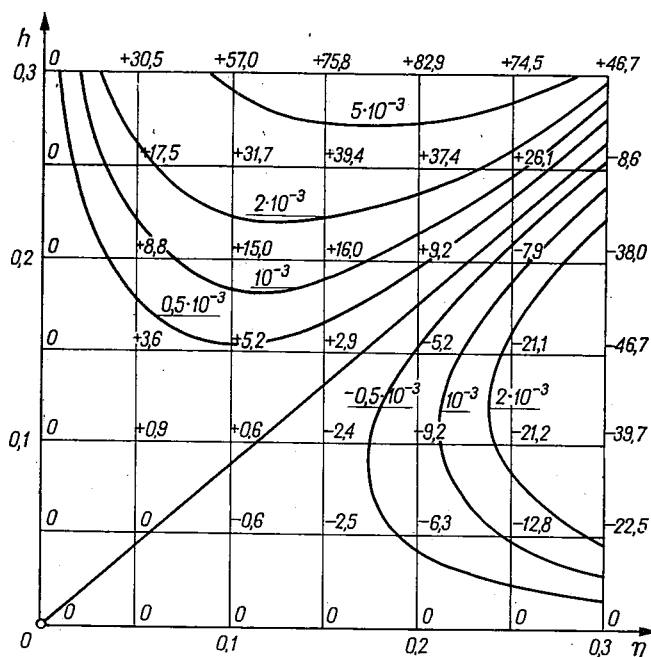
Wzór (26) wyprowadzony w literaturze [2, s. 50] metodą funkcji kulistych zamiast współczynnika $c'_{\eta} = 0,51793$ podaje wartość 0,051792, czyli 10-krotnie mniejszą. Również i tablica względnej wartości składowej promieniowej zawiera zbyt niskie wartości.

W oparciu o wzory (26) i (28) sporządzono tablice i wykresy względnych korekcji składowej osiowej i promieniowej pola (rysunki 13 i 14).



Rys. 13. Względna wartość składowej osiowej pola w układzie Helmholtza
 $k_h = f(\eta, h)$ [10^{-4}], (wzór 26, tabl. 5)

Granice przestrzeni probierczej: a — laboratoryjnej o stopniu niejednorodności poniżej 10^{-3} , b — technicznej o stopniu niejednorodności poniżej 10^{-2}



Rys. 14. Względna wartość składowej promieniowej pola w układzie Helmholtza
 $k_\eta = f(\eta, h)$ [10^{-4}], (wzór 28, tabl. 6)

Ze wzoru (26) dają się wyznaczyć linie zerowej wartości pola dodatkowego. Będzie mianowicie $k_h = 0$, jeśli $8h^4 - 24\eta^2 h^2 + 3\eta^4 = 0$. Po podzieleniu przez η^4 będzie

$$8\left(\frac{h}{\eta}\right)^4 - 24\left(\frac{h}{\eta}\right)^2 + 3 = 0.$$

Rozwiązaniem równania w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych są dwie linie proste: a) $\frac{h}{\eta} = 1,7$ oraz b) $\frac{h}{\eta} = 0,36$.

Z wykresu (rys. 13) widać, że przestrzeń probierczą techniczną, w której niejednorodność pola nie przekracza 10^{-2} , ograniczają współrzędne $\eta = 0,3$, $h = 0,25$, natomiast przestrzeń laboratoryjna o niejednorodności poniżej 10^{-3} mieści się w granicach $\eta = 0,21$, $h = 0,16$. Linie równych poprawek dla składowej osiowej pola są rozmieszczone w ośmiu sektorach. W pierwszej ćwiartce układu mieści się jeden pełny sektor i dwie połówki.

Składowa promieniowa pola zanika, jeśli $k_\eta = 0$, czyli dla $4h^2 - 3\eta^2 = 0$. Występuje tu tylko jedna para prostych $\frac{h}{\eta} = \pm 0,5\sqrt{3}$. Obok tej pary prostych ograniczeniem sektorów są także osie współrzędnych układu i dlatego linie jednakowej wartości składowej promieniowej pola mieszczą się również w ośmiu sektorach, po dwa w każdej ćwiartce.

Tablica 6

Względne wartości składowej promieniowej pola w układzie Helmholtza
 $k\eta = 0,576 \eta h(4h^2 - 3\eta^2) [10^{-4}]$

0,30	0	+30,5	+57,0	+75,8	+82,9	+74,5	+46,7
0,25	0	+17,5	+31,7	+39,4	+37,4	+26,1	-8,6
0,20	0	+8,8	+15,0	+16,0	+9,2	-7,9	-38,0
0,15	0	+3,6	+5,2	+2,9	-5,2	-21,1	-46,7
0,10	0	+0,9	+0,6	-2,4	-9,2	-21,2	-39,7
0,05	0	0	-0,6	-2,5	-6,3	-12,8	-22,5
$\frac{h}{\eta}$	0	0	0	0	0	0	0

Zarówno techniczna, jak i laboratoryjna przestrzeń probiercza dla składowej promieniowej pola jest około dwukrotnie większa niż dla składowej osiowej.

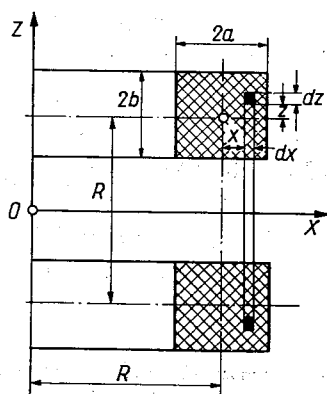
9. WPLYW WYMIARÓW PODWÓJNEJ CEWKI KOMPENSUJĄCEJ NA ROZKŁAD POLA

Jeśli zamiast kołowych pętli liniowych damy cewki o przekroju prostokątnym i wymiarach $2a$ w kierunku promieniowym oraz $2b$ w kie-

runku osiowym, to możemy je rozłożyć na szereg elementarnych pętli kołowych symetrycznych względem środka układu (rys. 15).

Wprowadzając odległości względne x i z otrzymamy podobnie jak dla cewki pojedynczej

$$R' = R(1+x), \quad \eta' = \frac{\eta}{1+x}, \quad h' = \frac{h}{1+x} \quad \text{oraz} \quad \zeta'_0 = \frac{\zeta_0 + z}{1+x}.$$



Rys. 15. Zasadnicze wymiary podwójnej symetrycznej cewki kompensującej o przekroju prostokątnym

Składowa osiowa od każdej pary równoległych cewek elementarnych wyraża się wzorem (24a). Ze względu na symetrię środkową znikają jednak człony o wykładnikach nieparzystych. Będzie więc

$$H'_h = \frac{i \cdot w}{4ab} \left[\int_{-b}^{+b} \int_{-a}^{+a} \frac{c'_h (1 + A'_2)}{R'} dx dz + \int_{-b}^{+b} \int_{-a}^{+a} \frac{c'_h \cdot A'_4}{R'} dx dz \right]. \quad (29)$$

Przy rozwiązywaniu tej całki ograniczymy się jedynie do wielomianów $W(xz\eta h)$ czwartego stopnia.

Ponieważ w drugiej całce występuje wielomian $W(\eta, h)$ czwartego stopnia, przeto wpływ wymiarów cewek dla tej całki jest pomijalny, czyli

$$\frac{i \cdot w}{4ab} \int_{-b}^{+b} \int_{-a}^{+a} \frac{c'_h \cdot A'_4}{R'} dx dz \approx \frac{i \cdot w}{R} c_h [-0,144(3\eta^4 - 24\eta^2 \cdot h^2 + 8h^4)].$$

W pierwszej całce rozwijamy wyrażenia oznaczone znakami „prim”. Składowa osiowa natężenia pola zgodnie ze wzorem (29) przyjmie wtedy ostateczną postać

$$H'_z = \frac{i \cdot w}{R} c_h \left[1 - \frac{a^2}{15} + 3,2 \cdot 10^{-2} (36b^2 - 31a^2) (\eta^2 - 2h^2) + \right. \\ \left. - 0,144 (3\eta^4 - 24\eta^2 h^2 + 8h^4) \right]. \quad (30)$$

Wzór powyższy odbiega od podanego w literaturze [2, s. 52], gdzie zamiast współczynnika $3,2 \cdot 10^{-2}$ jest $4,2667 \cdot 10^{-2}$.

We wzorze (30) występują poprawki stała i zmienna.

Poprawka zmienna wynosi $p_{\eta h} = 3,2 \cdot 10^{-2}(36b^2 - 31a^2)(\eta^2 - 2h^2)$. Zanimika ona dla $36b^2 = 31a^2$, czyli dla stosunku boków $\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{31}{36}} = 0,93$. W obszarze stosowalności wzoru na składową osiową (25a), który — jak później udowodnimy — jest ograniczony współrzędnymi $\eta = 0,3$, $h = 0,25$, maksymalna poprawka zmienna wystąpi dla $\eta = 0$, $h = 0,25$, mianowicie

$$p_{\eta h} = -3,2 \cdot 10^{-2} \frac{2}{16} (36b^2 - 31a^2) = -4 \left[36 \left(\frac{b}{a} \right)^2 - 31 \right] a^2 \cdot 10^{-3}. \quad (31)$$

Jeśli stosunek boków odbiega od wartości 0,93, to powstaje uchyb niedopasowania podany w tablicy 7 dla $a = 0,25$.

Tablica 7

Uchyb niedopasowania w zależności od stosunku boków cewek kompensujących

$p_{\eta h} = f(b/a)$ dla $\eta = 0$, $h = 0,25$, $a = 0,25$ [10^{-3}]

b/a	0,8	0,9	0,93	0,95	1,05
$p_{\eta h}$	+2,0	+0,5	0	-0,4	-2,2

Z tablicy widać, że w szerokim przedziale stosunku $\frac{b}{a}$, od 0,8 do 1,05, uchyb niedopasowania nie przekracza $2,5 \cdot 10^{-3}$.

Znacznie większy wpływ na dokładność pomiaru ma poprawka stała, $p_0 = -\frac{a^2}{15}$. Ściślej zaś przy uwzględnieniu wielomianu $W(a, b)$ czwartego stopnia otrzymuje się

$$p_0 = -\frac{a^2}{15} - a^4 \left[0,230 \left(\frac{b}{a} \right)^4 - 0,661 \left(\frac{b}{a} \right)^2 + 0,167 \right]. \quad (32)$$

Na poprawkę stałą wpływa głównie szerokość cewki kompensującej w kierunku promieniowym, czyli pierwszy człon $-\frac{a^2}{15}$. Jeśli poprawka ta miała być trzykrotnie mniejsza od uchybu granicznego $2 \cdot 10^{-3}$, czyli gdyby wynosiła ok. $0,7 \cdot 10^{-3}$, to należałoby dać $a < 0,1$. Tak mała szerokość cewki ogranicza jednak nadmiernie zakres pomiaru pola. Zmniejszenie zaś tej poprawki przez dobór optymalnego stosunku $\frac{b}{a}$ daje znikomy efekt — odwrotnie niż przy cewce pojedynczej. Z tego względu najkorzystniej jest dać większą szerokość i wprowadzić pewien współ-

czynnik korekcyjny uzależniony od szerokości cewki. Podstawiając do wzoru (32) stosunek boków $\frac{b}{a} = 0,93$ otrzymamy

$$p_0 \approx -\frac{a^2}{15} + \frac{10}{43} a^4. \quad (32a)$$

Składowa osiowa zaś zamiast (31) wyniesie

$$H_h = \frac{i \cdot w}{R} c_h \left[\left(1 - \frac{a^2}{15} + \frac{10}{43} a^4 \right) - 0,144 (3\eta^4 - 24\eta^2 h^2 + 8h^4) \right].$$

Ponieważ pierwszy człon w nawiasie prostokątnym równa się jeden do kilku razy 10^{-3} , a drugi kilka razy 10^{-2} , więc z dodatkowym uchybem rzędu kilku razy 10^{-5} będzie ważny wzór ostateczny z korekcją od wymiarów cewki kompensującej.

$$H_h \approx \frac{i \cdot w}{H} c_h \left(1 - \frac{a^2}{15} + \frac{10}{43} a^4 \right) [1 - 0,144 (3\eta^4 - 24\eta^2 h^2 + 8h^4)]. \quad (33)$$

Przykładowo dla $a = 0,25$ otrzymuje się ze wzoru (32a) $p_0 = -3,2 \cdot 10^{-3}$. Nieuwzględnienie zaś członu $\frac{10}{43} a^4$ daje $p_0 = -4,2 \cdot 10^{-3}$, czyli uwzględnienie w poprawce członu czwartego stopnia jest koniecznością.

10. OBSZAR STOSOWALNOŚCI WZORU NA SKŁADOWĄ OSIOWĄ POŁA

Wzory na składową osiową pola (19), (25a) są ważne jedynie w pewnym obszarze stosowalności. Na brzegach takiego obszaru uchyb przybliżenia nie powinien w zasadzie przekraczać uchybu granicznego, to jest $2 \cdot 10^{-3}$. Ze względu jednak na to, że uchyb ten wewnątrz obszaru szybko maleje, można dopuścić wyjątkowo jego wartość równą $3 \cdot 10^{-3}$.

Wzory ściśle określające pole w danym punkcie przestrzeni są podane w postaci całkowitej (17). Ponieważ obliczenia tabelaryczne podawano z dokładnością do czterech miejsc po przecinku, więc w metodzie numerycznego całkowania należy uwzględnić o jedną cyfrę więcej. W tym celu wzór (17) dogodnie jest przedstawić w postaci

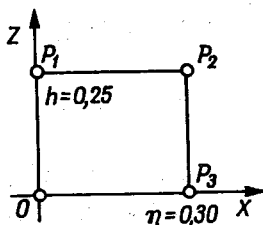
$$H_z = \frac{I}{2 \cdot R} \frac{y_{sr}}{c},$$

gdzie:

$$y_{sr} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (1 - d \cos \psi)^{-1,5} (1 - \eta \cos \psi) d\psi,$$

$$c = (1 + \eta^2 + \zeta^2)^{1,5}, \quad d = \frac{2\eta}{1 + \eta^2 + \zeta^2}. \quad (34)$$

W układzie Helmholtza pole wypadkowe jest sumą pól obu cewek. Obliczenia przeprowadzimy dla trzech punktów brzegowych obszaru ograniczonego współrzędnymi $\eta = 0,3$, $h = 0,25$, mianowicie dla punktów P_1 , P_2 , P_3 . Najprościej oblicza się pole w punkcie P_1 dla $\eta = 0$ (rys. 16),



Rys. 16. Skrajne punkty na brzegu obszaru stosowalności wzoru (25a)

czyli na osi Z . Wartości pola w niektórych punktach na osi Z obliczone wzorem (23b) zestawiono w tablicy 8. Mamy tam dla punktu P_1 niejednorodność pola $k_h = -42,0 \cdot 10^{-4}$.

W ogólnym przypadku jest

$$H_h = H_0 \frac{1}{2c_h} \left(\frac{y_{1sr}}{c_1} + \frac{y_{2sr}}{c_2} \right), \quad (34a)$$

$$k_{hp} = \frac{H_h}{H_0} - 1 = \frac{1}{2c_h} \left(\frac{y_{1sr}}{c_1} + \frac{y_{2sr}}{c_2} \right) - 1. \quad (34b)$$

W specjalnym przypadku w punkcie P_3 mamy $\eta_1 = \eta_2 = 0,3$ oraz $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_0 = 0,5$. Stosownie do wzoru (34) będzie $c_1 = c_2 = 1,55116$, $d_1 = d_2 = 0,44776$. Średnią wartość $y_{1sr} = y_{2sr} = y_{sr}$ obliczamy drogą całko-

Tablica 8

Dokładny i przybliżony przebieg pola w kilku punktach brzegowych obszaru stosowalności wzoru (25a) w $[10^{-4}]$

Punkt pomiarowy	P_1	P_2	P_3
Poprawka k_h (26)	-45,0	+114,4	-35,0
Poprawka k_{hp} (34b)	-42,0	+116,7	-37,9

wania numerycznego. Tok obliczenia podajemy przykładowo w tabl. 9. Posługujemy się tu wzorem Simpsona, dla $2n = 18$

$$y_{sr} = \frac{(y_0 + y_{2n}) + 2(y_2 + y_4 + \dots y_{2n-2}) + 4(y_3 + y_5 + y_{2n-1})}{6n}.$$

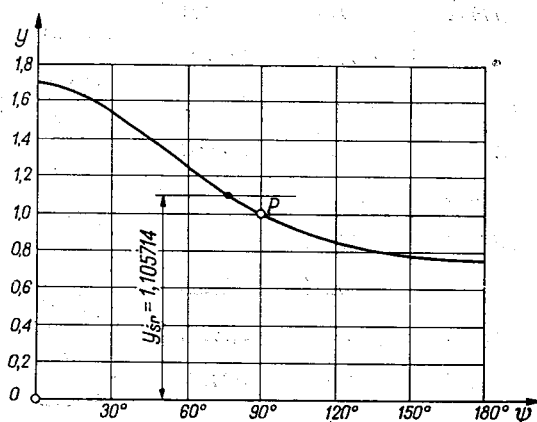
Jest tu:

$$\begin{array}{rcl}
 y_0 + y_{2n} & = & 2,452\,00, \\
 2(y_2 + \dots y_{2n-2}) & = & 17,450\,84, \\
 4(y_4 + \dots y_{2n-4}) & = & 39,805\,72 \\
 \hline
 \text{Suma:} & 59,708\,56, & \\
 c & = & (1 + 0,3^2 + 0,5^2)^{1,5} = 1,551\,163, \\
 d & = & \frac{2 \cdot 0,3}{1 + 0,3^2 + 0,5^2} = 0,447\,761, \\
 y_{sr} & = & \frac{59,708\,56}{54} = 1,105\,714.
 \end{array}$$

Ze wzoru (34b)

$$k_{hp} = \frac{1,105\,714}{0,715\,542 \cdot 1,551\,163} - 1 = -37,9 \cdot 10^{-4}.$$

Na wykresie na rysunku 17 pokazano przebieg funkcji podcałkowej $y = f(\Psi)$.



Rys. 17. Przebieg funkcji podcałkowej (wzór 34, tabl. 9), $y = f(\Psi)$

Analogiczne obliczenia dały dokładne wartości poprawek k_{hp} także w punkcie P_2 . Poprawki dokładne zostały porównane w tablicy 8 z poprawkami obliczonymi ze wzoru (26) i zestawionymi w tablicy 5.

W żadnym z trzech punktów brzegowych różnica poprawek nie przekracza $3 \cdot 10^{-4}$, czyli jest 10-krotnie mniejsza od wartości poprzednio założonych ze względu na całkowity uchyb pomiaru. Obszar ograniczony współrzędnymi $\eta = 0,3$, $h = 0,25$, będziemy uważać za obszar stosowności wzoru przybliżonego (25a) i (33). W miarę zmniejszania obszaru szybko maleje różnica poprawek, np. dla $\eta = 0$, $h = 0,2$ różnica ta wynosi z tablic 4 i 5 $\Delta k_h = -18 \cdot 10^{-4} - (-18,4 \cdot 10^{-4}) = +0,4 \cdot 10^{-4}$.

Powstaje jeszcze pytanie, czy wzór Simpsona daje w naszych obliczeniach wystarczającą dokładność z uchybem całkowania 10^{-5} .

Niech w otoczeniu punktu x_k , y_k (tabl. 10) istnieje tabelaryczne przedstawienie pewnej funkcji $y = f(x)$ dla jednakowych przyrostów zmiennej niezależnej Δx . W przedziale x_{k-n} do x_{k+n} mieści się $2n + 1$ punktów

Tablica 9

Tok obliczenia pola metodą numeryczną

Ψ	$\cos\Psi$	A_Ψ	B_Ψ	$y = \frac{B_\Psi}{A_\Psi}$	ΔI	Δ^{II} 10 ⁻⁵	Δ^{III} 10 ⁻⁵	Δ^{IV} 10 ⁻⁵
0	1,00000	0,41039	0,70000	1,70572	-0,02012			
10	0,98481	0,41800	0,70456	1,68560	-0,05673	-3661	+964	
20	0,93969	0,44085	0,71809	1,62887	-0,08370	-2697	+1178	+214
30	0,86603	0,47904	0,74019	1,54517	-0,09889	-1519	+1079	-99
40	0,76604	0,53253	0,77019	1,44628	-0,10329	-440	+786	-293
50	0,64279	0,60102	0,80716	1,34299	-0,09983	+346	+472	-314
60	0,50000	0,68374	0,85000	1,24316	-0,09165	+818	+224	-248
70	0,34202	0,77932	0,89739	1,15151	-0,08123	+1042	+53	-171
80	0,17365	0,88567	0,94791	1,07028	-0,07028	+1095	-35	-88
90	0	1	1	1	-0,05968	+1060	-82	-47
100	-0,17365	1,11887	1,05210	0,94032	-0,04990	+978	-94	-12
110	-0,34202	1,23830	1,10261	0,89042	-0,04106	+884	-93	+1
120	-0,50000	1,35400	1,15000	0,84936	-0,03315	+791	-80	+13
130	-0,64279	1,36144	1,19284	0,81621	-0,02604	+711	-64	+16
140	-0,76604	1,55638	1,22981	0,79017	-0,01957	+647	-52	+12
150	-0,86603	1,63486	1,25981	0,77060	-0,01362	+595	-38	+14
160	-0,93969	1,69345	1,28191	0,75698	-0,00805	+557	-17	+21
170	-0,98481	1,72973	1,29544	0,74893	-0,00265	+540		
180	-1	1,74200	1,300000	0,74628				

Oznaczenia: $A_\Psi = (1 - d \cdot \cos\Psi)^{1,5}$,
 $B_\Psi = 1 - \eta \cdot \cos\Psi$.

danej funkcji, która w tym przedziale daje się interpolować wielomianem $2n$ -tego stopnia

$$y = y_k + y_k^I \cdot x + \frac{y_k^{II}}{2!} x^2 + \dots + \frac{y_k^{(2n-1)}}{(2n-1)!} x^{2n-1} + \frac{y_k^{2n}}{(2n)!} x^{2n}. \quad (35)$$

Parzyste pochodne we wzorze (35) są określone przez odpowiednie przyrosty funkcji w trójkącie Pascala, np. w punkcie k jest

$$y_k^{II} = \frac{\Delta^{II} y_k}{\Delta x^2}, \quad y_k^{IV} = \frac{\Delta^{IV} y_k}{\Delta x^4}.$$

Nieparzyste pochodne mają wartość pośrednią z dwóch sąsiednich przyrostów, np.

$$y_k^I = \frac{\Delta^I y_{(k-1)} + \Delta^I y_{(k+1)}}{2 \Delta x}, \quad y_k^{III} = \frac{\Delta^{III} y_{k-1} + \Delta^{III} y_{k+1}}{2 \Delta x^3}.$$

Tabelaryczne przedstawienie funkcji ma sens jedynie wówczas, gdy interpolujący wielomian $2n$ -tego stopnia można uważać za wierne przedstawienie danej funkcji, tak aby uchyb tego przedstawienia nie przekra-

Tablica 10

Tabelaryczne przedstawienie przyrostów funkcji

$\Delta^IV y_k$	$y_{(k+2)} - 4y_{(k+1)} + 6y_k - 4y_{(k-1)} + y_{(k-2)}$			
$\Delta^{III} y_k$	$y_{(k+1)} - 3y_k + 3y_{(k-1)} - y_{(k-2)}$		$y_{(k+2)} - 3y_{(k+1)} + 3y_k - y_{(k-1)}$	
$\Delta^{II} y_k$	$y_k - 2y_{(k-1)} + y_{(k-2)}$	$y_{(k+1)} - 2y_k + y_{(k-1)}$		$y_{(k+2)} - 2y_{(k+1)} + y_k$
$\Delta^I y_k$	$y_{(k-1)} - y_{(k-2)}$	$y_k - y_{(k-1)}$	$y_{(k+1)} - y_k$	$y_{(k+2)} - y_{(k+1)}$
$y_{(k-n)} \dots y_{(k-2)}$		$y_{(k-1)}$	y_k	$y_{(k+1)}$
$x_{(k-n)} \dots x_{(k-2)}$		$x_{(k-1)}$	x_k	$x_{(k+1)}$
				$x_{(k+2)} \dots x_{(k+n)}$

czał w żadnym punkcie połowy ostatniej jednostki. Zwykle jednak podaje się tak małe przyrosty Δx , aby zależność liniowa

$$y_1 = y_k + \frac{y_{(k+1)} - y_k}{\Delta x} x$$

dawała wystarczającą dokładność przedstawienia badanej funkcji. Po dwukrotnym zwiększeniu przyrostów Δx , np. przez opuszczenie każdego drugiego punktu, zależność liniowa nie musi już mieć wystarczającej dokładności i trzeba wtedy zastosować interpolację kwadratową:

$$y_2 = y_k + \frac{y_{(k+1)} - y_{(k-1)}}{2} \frac{x}{\Delta x} + \frac{y_{(k+1)} - 2y_k + y_{(k-1)}}{2} \left(\frac{x}{\Delta x} \right)^2.$$

Największa różnica między tymi przedstawieniami w przedziale od 0 do Δx wystąpi dla $x = \frac{\Delta x}{2}$, a mianowicie

$$y_2 - y_1 = \frac{\Delta'' y_k}{8}.$$

Jeśli różnica ta ma być mniejsza od jednostki ostatniej cyfry, to dokładność interpolacji warunkują następujące nierówności:

dla interpolacji liniowej $\Delta^II y_k < 8$ jednostek ostatniej cyfry
 drugiego stopnia $\Delta^{III} y_k < 48$ „ „ „
 trzeciego stopnia $\Delta^{IV} y_k < 384$ „ „ „

Zgodnie z tą zasadą w naszym przypadku (tabl. 9) dopiero interpolacja trzeciego stopnia daje wystarczającą dokładność przedstawienia funkcji.

Obliczmy teraz średnią wartość funkcji (35) w przedziale od $-\Delta x$ do $+\Delta x$

$$\begin{aligned} y_{sr} &= \frac{1}{2\Delta x} \left(y_k \cdot x + y_k^I \frac{x^2}{2!} + y_k^{II} \frac{x^3}{3!} + y_k^{III} \frac{x^4}{4!} + y_k^{IV} \frac{x^5}{5!} \right) \Big|_{-\Delta x}^{+\Delta x} = \\ &= y_k + \frac{\Delta^{II} y_k}{3!} + \frac{y_k^{IV}}{5!} = \\ &= \frac{y_{k-1} + 4y_k + y_{k+1}}{6} + \frac{\Delta^{IV} y_k}{5!}. \end{aligned} \quad (37)$$

Dzieląc przedział na $2n$ części o szerokości Δx i sumując średnie wartości przedziałów o szerokości $2\Delta x$ otrzymamy podany poprzednio wzór Simpsona. Poprawka w tym wzorze zależy dopiero od czwartych różnic funkcji i wyniesie

$$R_{IV} = \frac{\sum \Delta^{IV} y_k}{2n \cdot 5!} = \frac{\sum \Delta^{IV} y_k}{n \cdot 240}. \quad (38)$$

Dla danych z tablicy 9 reszta ta wyniesie wobec $n = 9$

$$R_{IV} = \frac{-982}{2160} = -0,45.$$

Jest ona mniejsza od jednostki ostatniej cyfry na piątym miejscu po przecinku. Obliczona średnia wartość rzędnej funkcji podcałkowej zachowuje więc żadaną dokładność do pięciu cyfr po przecinku.

11. WPŁYW WYMIARÓW CEWKI CZUJNIKOWEJ NA DOKŁADNOŚĆ POMIARU PRZY KOMPENSACJI DWUCEWKOWEJ

Podstawowym warunkiem prawidłowości pomiaru podobnie jak przy cewce pojedynczej jest taki dobór wymiarów cewki czujnikowej, aby dodatkowy strumień z nią sprzężony był równy zeru, a cewka znajdowała się całkowicie w obszarze stosowalności wzoru (25a).

Jednostkowy strumień dodatkowy sprzężony z jednym tylko zwojem cewki czujnikowej wyniesie

$$\Psi_\eta = 2\pi R^2 \mu_0 \cdot H_0 \int_0^\eta k_\eta \eta d\eta = 2\pi R^2 \mu_0 \cdot H_0 \cdot c_\eta.$$

Całkowity zaś strumień dodatkowy sprzężony z cewką czujnikową o w zwojach ma być równy zeru, czyli

$$\Psi_d = \frac{2\pi R^2 \mu_0 \cdot H_0 \cdot w}{(\eta_2 - \eta_1)(h_2 - h_1)} \int_{h_1}^{h_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} c_\eta \cdot d\eta dh = 0.$$

Warunek ten będzie spełniony, jeśli

$$\Phi_d = \int_{h_1}^{h_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} c_\eta \cdot d\eta dh = 0.$$

Podstawiając w górnym wzorze k_h stosownie do (26) otrzymamy

$$c_\eta = -0,144 \left(\frac{\eta^6}{2} - 6\eta^4 \cdot h^2 + 4\eta^2 \cdot h^4 \right)$$

oraz warunek

$$\Phi_d \approx -0,144 \left(\frac{1}{7} \eta_2^4 - \frac{12}{15} \eta_2^2 \cdot h_c^2 + \frac{8}{15} h_c^4 \right) \cdot \eta_2^3 \cdot h_c = 0.$$

Cewka czujnikowa jest umieszczona w środku układu, symetrycznie względem obu cewek kompensujących, więc $|h_1| = |h_2| = h_c$.

Po pominięciu wyższych potęg η_1 wobec η_2 warunek prawidłowości doboru wymiarów cewki czujnikowej przyjmie prostą postać

$$\frac{8}{15} h_c^4 - \frac{4}{5} \eta_2^2 \cdot h_c^2 + \frac{\eta_2^4}{7} = 0.$$

Zależność tę spełniają dwie linie proste

$$h_c = 1,14 \eta_2 \quad (39)$$

oraz

$$h_c = 0,455 \eta_2,$$

z których pierwsza daje większą objętość czujnika, a więc lepszą czułość. Przyjmując $h_c = 0,25$ jako brzegową wartość obszaru stosowności wzoru (25a) dającą uchyb przybliżenia $3 \cdot 10^{-4}$ otrzymujemy $\eta_2 = 0,22$.

Rozpatrzmy teraz wpływ niezachowania warunku (39) na dokładność pomiaru. Analogicznie jak dla cewki pojedynczej obliczamy strumień główny skojarzony z cewką czujnikową

$$\Psi_0 = \frac{2\pi \mu_0 \cdot H_0 \cdot R^2 \cdot w}{(\eta_2 - \eta_1)(h_2 - h_1)} \Phi_0,$$

gdzie

$$\Phi_0 = \frac{(\eta_2^3 - \eta_1^3)(h_2 - h_1)}{6} \approx \frac{\eta_2^3 \cdot h_c}{3}.$$

Stosunkowy uchyb pomiaru natężenia pola ze względu na proporcjonalność między natężeniem i strumieniem wyniesie dla poprzednich uproszczeń

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Phi_d}{\Phi_0} = -0,144 \left(\frac{3}{7} \eta_2^4 - \frac{12}{5} \eta_2^2 h_c^2 + \frac{8}{5} h_c^4 \right).$$

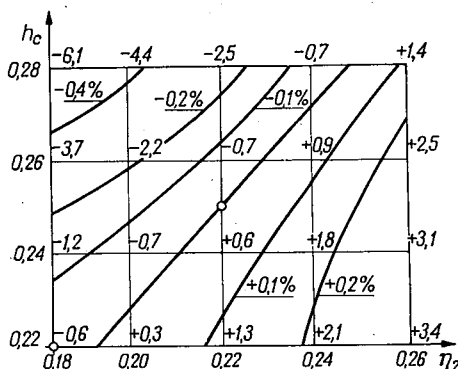
Zależność dodatkowego uchybu niedopasowania wymiarów cewki czujnikowej w otoczeniu punktu $\eta_2 = 0,22$, $h_c = 0,25$ obliczono w tablicy 11 i przedstawiono wykreślnie na rys. 18.

Tablica 11

Wpływ niedopasowania wymiarów cewki czujnikowej [10^{-4}]

$h_c \backslash \eta_2$	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26
0,22	-0,62	+0,29	+1,26	+2,12	+3,40
0,24	-1,20	-0,69	+0,58	+1,77	+3,08
0,26	-3,67	-2,20	-0,71	+0,85	+2,45
0,28	-6,09	-4,36	-2,52	-0,65	+1,35

Okazuje się, że w odróżnieniu od czujnika z pojedynczą cewką kompensującą wpływ niedopasowania jest tu nieznaczny. W obszarze $0,17 < \eta_2 < 0,27$ oraz $0,20 < h_c < 0,30$ uchyb niedopasowania nie przekracza $7 \cdot 10^{-4}$. Z tego względu zachowując warunek (39) możemy zwiększyć



Rys. 18. Zależność uchybu niedopasowania $\delta_n = f(\eta_2, h_c)$ [10^{-4}] przy stosunku $h_c/\eta_2 \neq 1,14$

objętość cewki czujnikowej i w razie potrzeby uzyskać lepszą czułość pomiaru. Dając np. $h_c = 0,3$, $\eta_2 = 0,26$ znajdziemy się w obszarze o brzegowym uchybie stosowności wzoru (25a) jeszcze poniżej 10^{-3} , a czułość wzrośnie ok. dwukrotnie.

12. ZAKRES POMIARU I PORÓWNANIE CEWKI KOMPENSUJĄCEJ POJEDYNCZEJ Z PODWÓJNĄ

Natężenie składowej osiowej pola w środku układu Helmholtza wyraża wzór (23a):

$$H_0 = \frac{i \cdot w}{R} c_h.$$

Wprowadzając gęstość prądu σ_i oraz współczynnik wypełnienia k_w otrzymamy

$$i \cdot w = 4ab \cdot R^2 \cdot \sigma_i \cdot k_w, \quad H_0 = 4ab \cdot \sigma_i \cdot k_w \cdot c_h \cdot R.$$

Przyjmując jak w układzie z jedną cewką $\sigma_i = 100 \text{ A/cm}^2$, $k_w = 0,6$ oraz $a = 0,25$, $b = 0,23$ otrzymujemy w granicznym przypadku $H_0 = 9,9 \cdot R \text{ A/cm}$.

Górny zakres pomiaru natężenia pola jest tu $9,9 : 3,84 = 2,6$ razy większy niż w układzie pojedynczym. Jeśli przyjąć promień cewki kompensującej równy 20 cm, to górna wartość mierzonego pola wyniesie po zaokrągleniu ok. 200 A/cm, czyli 250 Oe.

Założmy, że obie cewki połączono szeregowo na napięcie $U = 24 \text{ V}$. Przepływ obu cewek kompensujących wyniesie:

$$i \cdot w = 2 \cdot 4ab \cdot R^2 \cdot \sigma_i \cdot k_w = 11000 \text{ Az.}$$

Ze wzoru $i = U \frac{\gamma_g \cdot S_d}{l_{sr} \cdot w}$ po podstawieniu $l_{sr} = 2\pi R$ dla przewodności Cu

w stanie nagrzanym, $\gamma_g = 46 \left[\frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2} \right]$, przekrój drutu

$$S_d = \frac{i \cdot w \cdot 2\pi R}{U \gamma_g} = 12,5 \text{ mm}^2.$$

Dla gęstości 1 A/mm^2 prąd wyniesie 12,5 A przy liczbie zwojów 440 w każdej cewce kompensującej.

Tablica 12

Zasadnicze parametry porównawcze układu pojedynczego i podwójnego

Parametry porównawcze	Układ	
	pojedynczy	podwójny
Granice technicznej przestrzeni probierczej o uchybie niejednorodności poniżej 10^{-2}	$\eta < 0,12$ $\zeta < 0,08$	$\eta < 0,30$ $h < 0,25$
Granice laboratoryjnej przestrzeni probierczej o uchybie niejednorodności poniżej 10^{-4}	$\eta < 0,03$ $\zeta < 0,02$	$\eta < 0,21$ $h < 0,16$
Wymiary cewki kompensującej w granicznym przypadku	$a = 0,20 \pm 1 \cdot 10^{-2}$ $b = 0,16 \pm 1 \cdot 10^{-2}$	$a = 0,25 \pm 2 \cdot 10^{-2}$ $b = 0,23 \pm 2 \cdot 10^{-2}$
Wymiary cewki czujnikowej w granicznym przypadku	$\eta_2 = 0,20 \pm 1 \cdot 10^{-2}$ $\zeta_c = 0,14 \pm 1 \cdot 10^{-2}$	$\eta_2 = 0,22 \pm 5 \cdot 10^{-2}$ $h_c = 0,25 \pm 5 \cdot 10^{-2}$
Obszar stosowalności wzorów (19) i (25a) na składową osiową pola z brzegowym uchybem przybliżenia rzędu $3 \cdot 10^{-4}$	$\eta < 0,30$ ζ lub $h < 0,25$	
Górna granica pomiaru natężenia pola dla $R = 20 \text{ cm}$	80A/cm	200A/cm

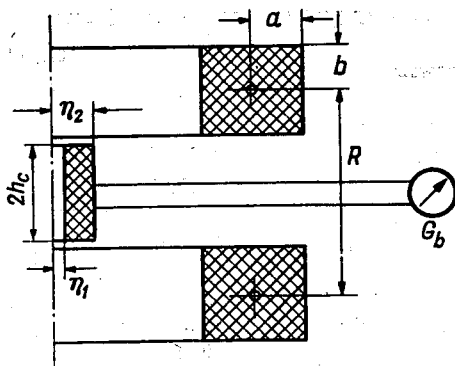
Porównanie między pojedynczą cewką kołową a układem Helmholtza przeprowadzimy oceniając zasadnicze parametry obu układów ujęte w tablicy 12.

Z zestawienia widać, że układ podwójny posiada ok. 8 razy większą przestrzeń probierczą od pojedynczego, a górny zakres pomiaru pola jest 2,6 razy większy. Istotną zaletą pomiarową układu Helmholtza jest możliwość stosowania cewki czujnikowej dużych rozmiarów, co umożliwia większą czułość pomiaru. Odstąpienie zaś od najkorzystniejszych wymiarów czujnika (39) wprowadza tu znacznie mniejszy uchyb niedopasowania niż dla czujnika z cewką pojedynczą. Pewną wadą układu podwójnego jest jedynie jego większa wysokość. Wszędzie tam, gdzie mierzy się małe natężenie pola, znacznie korzystniejszy jest układ podwójny.

13. WSPÓŁPRACA GALWANOMETRU Z CEWKĄ CZUJNIKOWĄ

Stosownie do wstępnych rozważań, przy pomiarze natężenia pola metodą kompensacyjną należy:

- zrównoważyć mierzone pole za pomocą pola cewki kompensującej,
- doprowadzić do równoczesnej zmiany obu pól i zaobserwować zaindukowaną *SEM* w cewce czujnikowej,
- zmieniać prąd cewki kompensującej w kierunku zmniejszania indukowanej *SEM* wypadkowej i powtarzać zmianę dopóty, aż wskazanie galwanometru zmaleje do zera.



Rys. 19. Rozmieszczenie cewek kompensujących oraz czujnikowej w połączeniu z galwanometrem balistycznym

Równoczesna zmiana pola mierzonego i kompensującego może nastąpić przez równoczesną zmianę prądu wywołującego pole mierzone i kompensujące, bądź też przez półobrót cewki czujnikowej.

Rozmieszczenie cewek kompensujących oraz czujnikowej w połączeniu z galwanometrem balistycznym przedstawiono na rys. 19.

Jeśli mierzone natężenie pola H jednorodne w zasięgu cewki czujnikowej będzie równe, ale przeciwnie skierowane do natężenia H_0 pola cewek kompensujących, to w prawidłowo wykonanej cewce czujnikowej nie zaindukuje się przy półobrocie żadna SEM. Różnica bowiem obu strumieni skojarzonych będzie równa zero. Natomiast przy różnicy tych natężeń $\Delta H = H - H_0$ strumień sprzężony z cewką czujnikową będzie proporcjonalny do liczby zwojów podobnie jak strumień Ψ_0 w rozdz. 11

$$\Psi_r = S \cdot w \cdot \Delta H = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \mu_0 (\eta_2^3 - \eta_1^3)}{3(\eta_2 - \eta_1)} w \cdot \Delta H. \quad (40)$$

Przy zaniku tego strumienia w cewce czujnikowej zaindukuje się SEM

$$e_r = \frac{d\Psi_r}{dt} \text{ i przepłynie ładunek } Q = \frac{e_r \cdot dt}{r_g + r_c} = \frac{\Psi_r}{r_g + r_c}.$$

Przepływ tego ładunku spowoduje ruch galwanometru balistycznego, którego pierwsze odchylenie wyniesie

$$\alpha = \frac{Q}{C_b} = \frac{\Psi_r}{C_b(r_g + r_c)}, \quad (41)$$

gdzie:

C_b — stała balistyczna galwanometru,

r_g — oporność galwanometru,

r_c — oporność cewki czujnikowej,

η_1, η_2 — wewnętrzny i zewnętrzny promień cewki czujnikowej wyrażony w stosunku do promienia cewek kompensujących R .

Przy stałej objętości cewki czujnikowej przekrój jej drutu s_d obliczamy z jej przekroju s_c i współczynnika wypełnienia k_w ;

$$s_d = \frac{s_c \cdot k_w}{w} = \frac{2h_c(\eta_2 - \eta_1)R^2 \cdot k_w}{w}. \quad (42)$$

Oporność cewki

$$r_c = \frac{2\pi(\eta_2 + \eta_1)R \cdot w}{2\gamma s_d},$$

a po podstawieniu (42)

$$r_c = \frac{\pi \cdot w^2}{2 \cdot R \gamma h_c \cdot k_w} \frac{\eta_2 + \eta_1}{\eta_2 - \eta_1}. \quad (43)$$

Stała balistyczna galwanometru C_b jest przedstawiona w literaturze jako zależna od współczynnika tłumienia β , który obok stałej prądowej C_b , okresu wahań nietłumionych T_0 , oporności wewnętrznej r_g i krytycznej r_k charakteryzuje ruch galwanometru. W ruchu nietłumionym

stałą balistyczną wyraża się jedynie przez stałą prądową i okres wahań nietłumionych

$$C_{b0} = \frac{C_i \cdot T_0}{2\pi}.$$

W ruchu tłumionym na podstawie literatury [6] mamy

$$C_b = C_{b0} \cdot X_\beta. \quad (44)$$

W szczególnym przypadku dla $\beta = 0$ jest $C_b = C_{b0}$, a dla $\beta = 1$ jest $C_b = e \cdot C_{b0}$.

Współczynnik tłumienia zależy od oporności w obwodzie galwanometru. Gdy obwód ten jest przerywany, występuje jedynie tłumienie naturalne $\beta_0 < 0,2$. Przy oporności krytycznej dla $r_g + r_c = r_k$ jest $\beta = 1$. Ogólnie dla

$$k = \frac{r_g + r_c}{r_k} \quad (45)$$

mamy

$$\beta = \beta_0 + \frac{1 - \beta_0}{k}. \quad (46)$$

Jeśli $\beta < 0,2$ oraz $0,5 < k < 1,5$, to z uchybem względnym poniżej 0,1 będzie

$$\beta \approx \frac{1}{k}. \quad (47)$$

We wzorze (41) dokonujemy teraz następujących podstawień:

$$\Psi_r = S \cdot w \cdot \Delta H \quad (40), \quad C_b = C_{b0} \cdot X_\beta \quad (44), \quad r_g + r_c = k \cdot r_k \quad (45),$$

wówczas

$$\alpha = \frac{S}{C_{b0} \cdot r_k} \cdot \frac{w}{X_\beta \cdot k} \Delta H. \quad (41a)$$

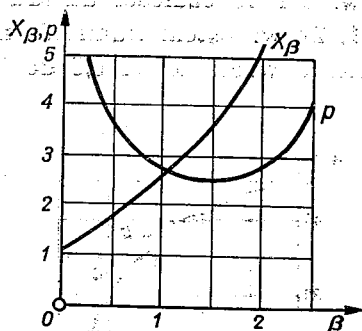
Względną stałą balistyczną X_β w zależności od współczynnika tłumienia przedstawiono w tablicy 13 i na rys. 20.

Ze wzrostem liczby zwojów cewki czujnikowej rośnie jej oporność r_c , a zatem i współczynnik k , maleje zaś względna wartość stałej balistycznej. Iloczyn wyrażen $p = X_\beta \cdot k$ osiąga płaskie minimum w granicach $\beta = 1,0$ do $2,0$, czyli dla $k = 0,5$ do $1,0$.

Dokładny sposób doboru najkorzystniejszej ze względu na czułość liczby zwojów czujnika, przekroju drutu i oporności daje się przeprowadzić jedynie dla konkretnego galwanometru i czujnika.

Tabela 13
Stała balistyczna oraz dobór liczby zwojów czujnika

Wsp. tłumienia β	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$X_\beta = C_b/C_{b0}$	1,0	1,83	2,72	3,65	5,19	11,60
$k = \frac{r_g + r_c}{r_k}$	—	2,0	1,0	0,67	0,50	0,40
$p = X_\beta \cdot k$	—	3,66	2,72	2,44	2,59	4,64
Liczba zwojów czujnika w 10^3	—	160,0	112,0	90,0	77,5	68,5
Wzór (41a) $\frac{w}{X_\beta \cdot k} 10^3$	—	43,6	41,2	36,9	30,0	14,7



Rys. 20. Względna wartość stałej balistycznej w zależności od współczynnika tłumienia

$$X_\beta = C_b/C_{b0} = f(\beta) \text{ oraz } p = X_\beta \cdot k = f(\beta)$$

Dane galvanometru:

stała prądowa $C_i = 0,8 \cdot 10^{-10}$ A/dz.oporność wewnętrzna $r_g = 740 \Omega$ oporność krytyczna $r_k = 20 \cdot 10^3 \Omega$ okres wahań nietłumionych $T_0 = 10$ sek.

$$\text{Stąd stała balistyczna } C_{b0} = \frac{C_i \cdot T_0}{2\pi} = 1,28 \cdot 10^{-10} \text{ C/dz.}$$

Dane czujnika (tabl. 12):

wysokość cewki czujnikowej $2 \cdot h_c = 0,50$ promień zewnętrzny $\eta_2 = 0,22$ promień wewnętrzny $\eta_1 = 0,05$ współczynnik wypełnienia przekroju $k_{pw} = 0,50$ U w a g a. Wymiary czujnika podano w stosunku do promienia cewki kompensującej $R = 20$ cm.

W odniesieniu do konkretnych danych wzory na przekrój drutu i oporność cewki czujnikowej wyrażają się następująco:

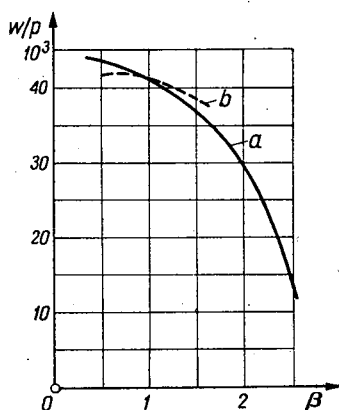
$$s_d = \frac{2040}{w} \text{ mm}^2, \quad (42a)$$

$$r_c = 1,54 \cdot w^2 \cdot 10^{-6} \Omega. \quad (43a)$$

Ze wzoru (45) możemy teraz obliczyć $k = 3,7 \cdot 10^{-2} + 0,77 \cdot 10^{-10} w^2$ oraz $\beta = \frac{1}{k}$. Odwrotnie dla danej wartości k otrzymujemy

$$w = \sqrt{\frac{k - 3,7 \cdot 10^{-2}}{0,77}} 10^5. \quad (48)$$

Dla przyjętej wartości współczynnika k obliczamy liczbę zwojów czujnika i wyznaczamy przebieg funkcji $\frac{w}{X_\beta \cdot k}$ proporcjonalnej do odchylenia galwanometru (41), a więc i do czułości układu mierniczego. Przebieg ten pokazano na rys. 21. Ze wzrostem tłumienia maleje tu czułość. Jeśli np. współczynnik tłumienia wzrośnie od 0,5 do 1,5, to czułość zmaleje jedynie o 15%.



Rys. 21. Wskaźnik czułości układu mierniczego w zależności od doboru tłumienia, $w/p = f(\beta)$

a — przy stałym współczynniku wypełnienia $k_w = 0,6$;
b — przy zmiennym współczynniku wypełnienia

Przy doborze tłumienia w zależności od oporności czujnika należy obok czułości pomiaru rozważyć jeszcze następujące okoliczności:

a) Zwiększenie tłumienia przez zmniejszenie oporności czujnika, ale przy zachowaniu stałej objętości cewki, prowadzi do mniejszej liczby zwojów grubszego drutu. Upraszcza to budowę i daje większy współczynnik wykorzystania przekroju cewki, który przyjmowaliśmy jako równy $k_w = 0,60$.

b) Równość $\beta = k = 1$ pociąga krytyczny ruch galwanometru dla $r_c = r_k$. Czas uspokojenia jest tu najkrótszy, $t = T_0/6$, a ruch taki daje

się łatwo skontrolować. Stałą balistyczną oblicza się prosto ze wzoru $C_b = eC_{b0}$.

Jeśli przyjąć krytyczne warunki pracy dla $r_c = r_k - r_g = 19,3 \cdot 10^3 \Omega$, to liczba zwojów i przekrój drutu nawojowego wyniosą ze wzorów (42) i (43) $w = 112 \cdot 10^3$ zwojów, $s_d = 1,83 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^2$ ($d = 0,152 \text{ mm}$). Po zaokrągleniu w górę do średnicy $d = 0,16 \text{ mm}$ będzie $s_d = 2,01 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^2$ przy oporności $0,93 \Omega/\text{m}$. Nowe parametry wyniosą wtedy: $w = 101 \cdot 10^3$ zwojów, oporność $r_c = 15,7 \cdot 10^{-3} \Omega$, $k = 0,785$, $\beta = 1,27$, $X_\beta = 3,2$.

Zależność między odchyleniem galwanometru a przyrostem pola w cewce czujnikowej na podstawie wzorów (41) i (40) wyrazi się w postaci

$$\alpha = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \mu_0 (\eta_2^3 - \eta_1^3)}{C_{b0} \cdot r_k \cdot 3 (\eta_2 - \eta_1)} \frac{w}{X_b \cdot k} \Delta H. \quad (49)$$

Po podstawieniu $R = 20 \text{ cm}$, $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{H}}{\text{m}} \right]$, $\eta_1 = 0,05$, $\eta_2 = 0,22$, $C_{b0} = 1,28 \cdot 10^{-10} \left[\frac{\text{C}}{\text{dz}} \right]$, $r_k = 20 \cdot 10^3 \Omega$, $w = 101 \cdot 10^3$ zwojów, $X_b = 3,2$, $k = 0,785$, po wyrażeniu pola w $\left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right]$ oraz uwzględnieniu, że $[H] = [\Omega \cdot s]$, $[C] = [A \cdot s]$, otrzymamy odchylenie

$$\begin{aligned} \alpha &= 5\,200 \Delta H \quad \text{dla} \quad H \text{ w } \left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right], \\ \alpha &= 4\,130 \Delta H \quad \text{dla} \quad H \text{ w } [\text{Oe}]. \end{aligned} \quad (50)$$

W przypadku gdy pomiar pola odbywa się przez półobrót cewki czujnikowej lub przy równoczesnej zmianie kierunku prądu pola mierzonego i kompensującego, czułość pomiaru wzrasta dwukrotnie.

$$\begin{aligned} \alpha &= 10\,400 \Delta H \quad \text{dla} \quad H \text{ w } \left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right], \\ \alpha &= 8\,260 \Delta H \quad \text{dla} \quad H \text{ w } [\text{Oe}]. \end{aligned} \quad (50a)$$

Jako najmniejsze zauważalne odchylenie galwanometru można uważać $\alpha = 0,5 \text{ dz}$. Odpowiadające mu ze wzoru (50a) natężenie pola wyniesie

$$\Delta H = \frac{0,5}{8260} \approx 6 \cdot 10^{-5} \text{ Oe}.$$

Tę najmniejszą, mierzalną jeszcze wartość natężenia pola będziemy nazywać bezwzględny uchybem nieczułości pomiaru. Względny uchyb nieczułości $\delta_n = \frac{\Delta H}{H}$ zgodnie ze wstępnymi założeniami nie powinien

przekraczać granicznego uchybu pomiaru $2 \cdot 10^{-3}$. Uchyb tego rzędu wystąpi przy pomiarze pola

$$H = \frac{\Delta H}{\delta_n} = \frac{6 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-3}} = 30 \cdot 10^{-3} \text{ Oe.}$$

Natomiast pomiar pola rzędu 1 mOe ma charakter jedynie orientacyjny, jako obarczony uchybem nieczułości ok. 60%.

Całkowity więc zakres pomiaru laboratoryjnego zgodnie z rozdziałem 12 wyniesie od $50 \cdot 10^{-3}$ do 250 Oe.

14. ŹRÓDŁA UCHYBÓW POMIARU

Składowa osiowa pola H_h wzorcowej cewki kompensującej w postaci układu Helmholtza wyraża się wzorem (33)

$$H_h = \frac{i \cdot w}{R} c_h \left(1 - \frac{1}{15} a^2 + \frac{10}{43} a^4 \right) [1 - 0,144 (3\eta^4 - 24\eta^2 \cdot h^2 + 8h^4)].$$

Podstawowym wymaganiem dokładności pomiaru pola jest, aby całkowity względny uchyb nie przekraczał ustalonej na wstępie wartości $2 \cdot 10^{-3}$. Zauważmy to wówczas, jeśli np. przy 10 uchybach składowych żaden z nich nie przekroczy trzeciej części uchybu całkowitego, czyli ok. $0,7 \cdot 10^{-3}$. Rozpatrzmy bowiem ogólną zależność

$$y = f(x_1, x_2, x_3 \dots).$$

Mamy tu

$$\frac{dy}{y} = \frac{x_1}{y} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{x_1} + \frac{x_2}{y} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{x_2} + \dots$$

Oznaczając uchyby względne jako $\delta_{x1} = \frac{dx_1}{x_1}$ otrzymuje się

$$\delta_y = a_1 \cdot \delta_{x1} + a_2 \delta_{x2} + \dots,$$

gdzie współczynniki $a_1, a_2 \dots$ wyrażają ważkości odpowiednich wielkości zakłócających.

Jeśli wielkości x_1, x_2 występują jako czynniki o potęgach $\pm n_1, \pm n_2$, czyli $a_1 = \pm n_1, a_2 = \pm n_2$ itp., to zgodnie z teorią prawdopodobieństwa uchyb wypadkowy niezależnych od siebie uchybów składowych jest równy pierwiastkowi z sumy ich kwadratów [5].

$$\delta_y = \sqrt{(a_1 \cdot \delta_{x1})^2 + (a_2 \cdot \delta_{x2})^2 + \dots}$$

Jeżeli np. każdy z uchybów składowych wynosi $\delta_x = 0,7 \cdot 10^{-3}$, to uchyb wypadkowy $\delta_y = 0,7 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{10} \approx 2 \cdot 10^{-3}$.

Do grupy uchybów podstawowych przy pomiarze natężenia pola zaliczamy te, które wynikają z niezamierzonej zmiany występujących we wzorze (33) wielkości i , R , w , c_h , a , η , h .

a) Pomiar prądu z uchybem $0,7 \cdot 10^{-3}$ jest możliwy jedynie kompensatorem. Amperomierzem klasy 0,2 posługujemy się tylko wtedy, gdy możemy zadowolić się uchybem całkowitym $0,5 \cdot 10^{-3}$. Bateria akumulatorów zasilająca cewkę kompensującą powinna mieć taką pojemność, by zmiana prądu w czasie była pomijalnie mała. Wpływ niestałości prądu daje się wyeliminować przy zasilaniu cewki kompensującej i obiektu mierzonego z tego samego źródła prądu. Konieczność taka zachodzi przy pomiarze silnych pól, bliskich górnej granicy zakresu 250 Oe. Uchyb niestałości prądu można zmniejszyć biorąc wartość średnią z odczytu przed i po zrównoważeniu układu.

b) Poważne trudności nastęrcza pomiar średnicy cewki kompensującej $2 \cdot R$ z uchybem poniżej 10^{-3} , czyli $\pm 0,4$ mm. Średnica ta daje się skontrolować przy znajomości całkowitej masy m_c drutu nawojowego i liczby zwojów. Można ją także wyznaczyć pośrednio, drogą pomiarów oporności. Jeśli znamy dokładnie masę m_b jednego metra bieżącego drutu, to średnica cewki wyniesie

$$2R = \frac{m_c}{\pi m_b \cdot w}.$$

c) Stosunkowo najłatwiej i całkowicie dokładnie daje się określić liczbę zwojów cewki za pomocą licznika obrotów na wale nawijarki.

d) Współczynnik $c_h = 0,71552$ przy założeniu, że cewki są rozmieszczone ściśle w odległości promienia ($\zeta_0 = 0,5$). Niedotrzymanie odstepu cewek wprowadza znaczny uchyb.

Jeśli we wzorze (25) założyc $h = 0$, to $H_0 = \frac{i \cdot w}{R} (1 + \zeta_0^2)^{-3/2}$,

gdzie $(1 + \zeta_0^2)^{-3/2} = c_h$ przybiera przykładowo następujące wartości:

ζ_0	0,48	0,50	0,52
c_h	0,7327	0,7155	0,6984

Dla względnego przyrostu $\delta_{\zeta_0} = \pm \frac{2}{50} = 4 \cdot 10^{-2}$ otrzymuje się

$\delta_{c_h} = \pm \frac{172}{7155} = 2,4 \cdot 10^{-2}$. Wążkość uchybu niedotrzymania odstepu

cewek wynosi $2,4/4,0 = 0,6$ i dlatego odstęp ten powinien zawierać się w granicach $R = 200 \pm 0,3$ mm. Przekroczenie tych granic wymaga wprowadzenia dodatkowej poprawki. Równoczesne przesunięcie obu cewek względem środka cewki czujnikowej lub obiektu badanego wprowadza

dza znacznie mniejszy uchyb uwarunkowany granicą przestrzeni probierczej, która przy niejednorodności pola rzędu 10^{-3} wynosi $\zeta < 0,21$, $h < 0,16$.

e) Zmiana szerokości cewki a w kierunku promieniowym wprowadza nieznaczny tylko uchyb. Poprawka stała od zmiany tej szerokości jest określona wzorem (32a):

$$p_0 = -\frac{a^2}{15} + a^4 \frac{10}{43}.$$

Przykładowo mamy dla

a	0,24	0,25	0,26
$p_0 \cdot 10^{-3}$	3,07	3,25	3,42

Jeśli szerokość cewki zmienia się w granicach $a = 0,25 \pm 0,02$, to uchyb wynikający ze zmiany poprawki nie przekroczy $\pm 4,0 \cdot 10^{-4}$.

f) Wzór zasadniczy (33) jest ważny w obszarze stosowalności dla $\eta < 0,3$, $h < 0,25$, w którym uchyb brzegowy zgodnie z rozdz. 10 nie przekracza $\pm 0,3 \cdot 10^{-3}$. Natomiast przestrzeń probiercza laboratoryjna, w której niejednorodność pola dochodzi na brzegu do wartości 10^{-3} , jest ograniczona przez współrzędne $\eta = 0,21$, $h = 0,16$. Ten maksymalny uchyb niejednorodności pola występuje tylko na brzegu obszaru. Można więc przyjmować, że dla obiektu badanego w tym obszarze średni uchyb niejednorodności nie przekracza $0,7 \cdot 10^{-3}$.

g) Wobec pewnej niejednorodności pola w zasięgu cewki czujnikowej wymiary jej muszą być tak dobrane, by w chwili kompensacji przy równości strumieni od pola mierzzonego i kompensującego zachodziła także równość obu pól w środkowym punkcie układu.

Z wykresu na rys. 18 widać, że dodatkowy uchyb $\pm 0,4 \cdot 10^{-3}$ nie zostanie przekroczony, jeśli wymiary cewki będą mieścić się w granicach $\eta_c = 0,22 \pm 0,05$, $h_c = 0,25 \pm 0,05$. Zachowując stosunek wymiarów $h_c/\eta_c = 25/22$ możemy nieco zwiększyć je do $h_c = 0,3$, $\eta_c = 0,26$ i nawet wtedy uchyb dodatkowy nie przekroczy dopuszczalnej wartości $0,7 \cdot 10^{-3}$, a czułość pomiaru wzrośnie. W naszym przypadku jest to jednak niepożądane.

h) Na rozkład pola wpływa nie tylko szerokość cewki kompensującej a , lecz także stosunek boków $b/a \neq 0,93$. W szerokim przedziale tego stosunku od 0,80 do 1,05 (tabl. 7) poprawka ta nawet dla $a = 0,25$ nie przekracza $2,5 \cdot 10^{-3}$, więc ze względu na swój charakter brzegowy jest praktycznie pomijalna. Zachowanie stosunku $b/a = 0,93$ wbrew ogólnym mniemaniom nie wywiera zatem większego wpływu na rozkład pola.

Do drugiej grupy uchybów należą uchyby dodatkowe, które wynikają z niezachowania normalnych warunków pomiaru.

a) Przy pomiarze małych pól, bliskich dolnego zakresu 50 mOe, decydującym uchybem jest uchyb nieczułości układu. W granicznym przypadku dochodzi on do $2 \cdot 10^{-3}$. Pomiar silnych pól jest obciążony uchybem od niestałości prądu zasilającego cewki kompensujące.

b) Innym źródłem uchybów dodatkowych może być wpływ obcych pól, jak pola od przewodów doprowadzających, oporników suwakowych, cewek itp. Również odchylenie obiektu badanego od właściwego kierunku, np. osiowego, niedokładna kompensacja pola ziemskiego, obecność większych mas ferromagnetycznych mogą być źródłami zakłóceń.

15. ZASTOSOWANIE I PRZYKŁAD POMIARU NIEJEDNORODNOŚCI POLA

Opisany magnetometr cewkowy w układzie kompensacyjnym służy głównie do pomiaru małych pól, które w przestrzeni probierczej cewki kompensującej można uważać za jednorodne, np. pole ziemskie lub pole większych cewek prądowych. Po wyjęciu cewki czujnikowej aparat stanowi układ Helmholtza do sprawdzania małych magnetometrów, kompensacji pola ziemskiego i badania jego wpływu na mniejsze obiekty pomiarowe.

W naszym przypadku aparat posłużył do kontroli dużego układu Helmholtza o promieniu $R = 2,5$ m. Układ taki powinien znajdować się z dala od większych mas ferromagnetycznych, tak, aby w stanie bezprądowym natężenie pola ziemskiego w jego środku było równe temu, jakie spotyka się w dostatecznym oddaleniu od jakichkolwiek źródeł zakłóceń. Głównym celem jego kontroli było wyznaczenie stałej pomiaru pola w środku układu oraz określenie granic przestrzeni probierczej o zadanym stopniu niejednorodności.

Składowa pionowa pola ziemskiego poza budynkiem w miejscu wolnym od zakłóceń, mierzona przez półobrót cewki czujnikowej wynosiła $H_{zp} = 0,436$ Oe. Natomiast w środku układu badanego wewnątrz budynku otrzymano $H_z = 0,421$ Oe. Wyraźne zmniejszenie pola o prawie 3,5‰ należy przypisać ekranującemu działaniu stalowej konstrukcji budynku oraz rozmieszczonych w pobliżu obiektów stalowych. Na podkreślenie zasługuje fakt, że przesuwanie stalowego dźwigaru w odległości 8 m od środka badanego układu dawało wyraźne zmniejszenie składowej pionowej pola ziemskiego, rzędu $2 \cdot 10^{-3}$ Oe. Zmniejszenie więc pola ziemskiego w porównaniu z polem w miejscu wolnym od zakłóceń może być miarą tych zakłóceń.

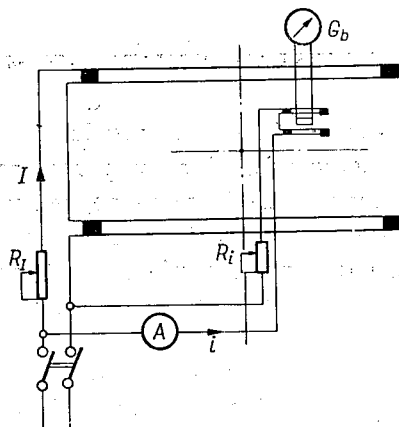
Pomiaru pola od prądu I zasilającego badany układ dokonano przez równoczesną zmianę tego prądu oraz prądu zasilającego cewki kompensujące naszego aparatu (rys. 22). Eliminuje się w ten sposób zarówno po-

le ziemskie, jak i ewentualne stałe pole dodatkowe od mas ferromagnetycznych. Składowa osiowa pola układu badanego jest określona wzorem

$$H_0 = \frac{c_h}{R} I \cdot w \quad [\text{Oe}], \quad (51)$$

gdzie $c_h = 0,899$, $R = 250$ cm.

Dla $I \cdot w = 0,1 \cdot 800 = 80$ Az powinno więc być $H_0 = 0,288$ Oe. Tymczasem z pomiaru opisanym aparatem otrzymano $H_{0p} = 0,299$ Oe, czyli ok. 3,8% więcej. Przyczyny tego zjawiska mogą być rozmaite, jak np. nieściśłość kołowego wykonania cewek zasilających, różnica w liczbie



Rys. 22. Układ do pomiaru natężenia pola i wyznaczania stopnia niejednorodności

zwojów, pewna niesymetria układu itp. Wobec braku stwierdzenia tego rodzaju usterek nasuwa się przypuszczenie, że główną przyczyną tej rozbieżności jest stalowa konstrukcja budynku i rozmieszczenie obiektów stalowych w sąsiedztwie badanego układu. Pole jego zostaje wzmocnione wskutek zmniejszenia oporności magnetycznej na drodze strumienia magnetycznego. Działanie zaś odmagnesowujące przeszło 150 razy mniejszej powierzchniowo cewki kompensującej naszego aparatu jest mimo równości znoszących się w środku układu pól praktycznie pomijalne w dalszej odległości poza układem, gdzie znajdują się większe masy ferromagnetyczne. Na tej podstawie do wzoru na obliczenie składowej osiowej pola (51) należy wprowadzić doświadczalnie wyznaczoną poprawkę od wpływu konstrukcji stalowych. Będzie zatem

$$H_{0p} = \frac{c_h}{R} I \cdot w (1 + 3,8 \cdot 10^{-2}),$$

czyli po podstawieniach

$$H_{0p} = 3,73 \cdot 10^{-3} I \cdot w \quad [\text{Oe}]. \quad (51a)$$

Stwierdzono też doświadczalnie, że zbliżenie do układu na odległość $3R = 7,5$ m poprzedniego dźwigaru spowodowało wzrost pola o ok. 0,5%. Odsuwanie zaś dźwigaru na odległość większą od 15 m nie powodowało już dalszego zmniejszania pola. Wzór skorygowany (51a) będzie więc ważny przy założeniu, że nie zajdą większe zmiany w rozmieszczeniu obiektów stalowych, zwłaszcza w promieniu 15 m. Okazało się także, że pomiary przy 5-krotnym zwiększeniu pola dawały taką samą korektę stosunkową co poprzednio.

Kontrolę stałej pomiaru pola naszego aparatu przeprowadzono dla poprzedniej wartości $H_0 = 0,299$ Oe. Stosunkowa zmiana prądu $\Delta i/i_0 = \Delta H/H_0 = 10^{-2}$ spowodowała odchylenie galwanometru $\alpha = 41,5$ dz. przy odległości lusterka od podziałki $s = 1,6$ m i równoczesnej zmianie kierunku prądu w cewce probierczej układu i w cewce kompensującej aparatu. Stąd przy odległości $s = 1$ m będzie

$$\Delta H = \frac{0,299 \cdot 10^{-2}}{41,5} 1,6 \cdot \alpha = 115 \cdot 10^{-3} \alpha \quad [\text{Oe}]. \quad (52)$$

Dla porównania wartość stałej pomiaru ze wzoru (50a) wynosiła

$$\Delta H/\alpha = \frac{1}{8260} = 121 \cdot 10^{-3} \quad [\text{Oe/dz}].$$

Opornikiem R_i (rys. 22) zmniejszamy teraz prąd cewki kompensującej do poprzedniej wartości i_0 odpowiadającej pełnej kompensacji pola i przesuwamy aparat ze środka układu probierczego. Następnie zmieniamy równocześnie kierunki prądów w cewce probierczej i kompensującej otrzymując odchylenie α . Względna zmiana pola dla $H_0 = 0,299$ Oe wynosi ze wzoru (52) dla $s = 1,6$ m

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{115 \cdot 10^{-3}}{0,299 \cdot 1,6} \alpha = 0,24 \cdot 10^{-3} \alpha. \quad (52a)$$

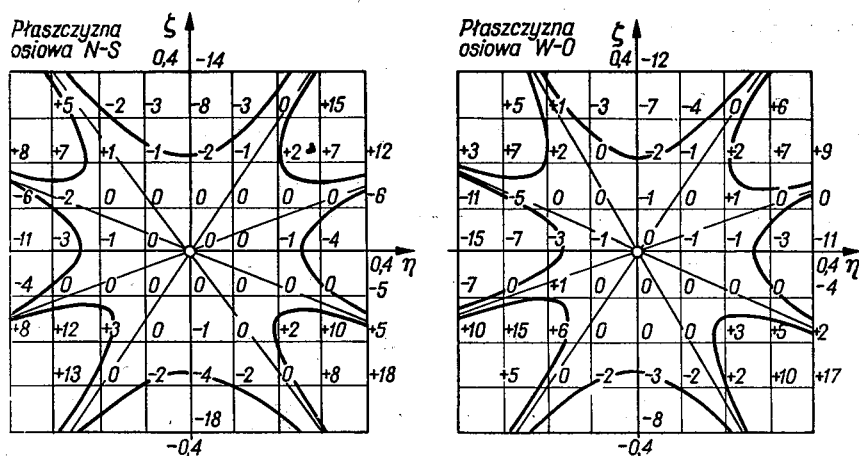
Wzór powyższy pozwala wyznaczyć stosunkową zmianę badanego pola, czyli stopień jego niejednorodności metodą różnicową.

Na podstawie pomiaru niejednorodności pola określono granice przestrzeni probierczej, wewnątrz której stopień niejednorodności $\Delta H/H_0 < 2 \cdot 10^{-2}$. Pomiary przeprowadzono w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach N-S oraz W-O, przechodzących przez oś układu. Na granicy przestrzeni probierczej dla $H_0 = 0,299$ Oe odchylenie galwanometru zgodnie ze wzorem (52a) wynosiło

$$\alpha = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,24 \cdot 10^{-3}} = 8,5 \text{ dz.}$$

Przy zwiększeniu natężenia pola do wartości 1,5 Oe odchylenie na granicy przestrzeni probierczej wzrosło także 5-krotnie. Rozkład niejednorodności pola nie uległ przy tym zauważalnej zmianie. Doświadczal-

nie zmierzony rozkład pola w układzie współrzędnych stosunkowych $h = Z/R$, $\eta = X/R$ przedstawiono na rys. 23. W porównaniu z przebiegiem teoretycznym (rys. 13) przestrzeń probiercza jest objętościowo prawie taka sama. Występuje jednak pewne jej obniżenie związane bądź z niesymetrią wykonania, bądź z obecnością konstrukcji stalowych w stropie budynku.



Rys. 23. Doświadczalnie zmierzona względna wartość natężenia składowej osiowej pola wyrażona w 10^{-3} oraz granice przestrzeni probierczej o niejednorodności poniżej $2 \cdot 10^{-3}$

Sprawdzono także składową promieniową pola. W przestrzeni probierczej dla składowej osiowej wartość składowej promieniowej nie przekraczała również wartości $2 \cdot 10^{-3}$, z tym, że największa jej wartość występowała w przybliżeniu na liniach zerowej wartości składowej osiowej, podobnie jak na rys. 14.

16. ZAKOŃCZENIE

W pracy nie rozpatrzono wykonania cewki kompensującej w postaci cylindrycznej, chociaż pozwala ona uzyskać większe natężenie pola, a więc i większy zakres pomiaru niż układ cewek Helmholtza. Okazuje się, że pole takiej cewki długiej jest w całym przekroju poprzecznym praktycznie jednorodne. W połączeniu jednak z czujnikiem cewkowym i galwanometrem jest ona ze względu na swoją długość i niedostępność raczej kłopotliwa. Inaczej wygląda sprawa przy zastosowaniu czujnika w postaci wąskiej permalloyowej sondy Forstera. Czułość jej może być nawet większa niż czujnika cewkowego z galwanometrem balistycznym, mianowicie rzędu jednej działki na μOe . Sonda taka nadaje się doskonale

do wykrywania zmian pola, a więc i pomiaru stopnia jego niejednorodności. Zawodzi jednak jako czujnik zerowy. W przestrzeni całkowitej kompensacji pola ziemskiego przy kontroli czujnikiem cewkowym sonda permalloyowa zwłaszcza czuła daje zwykle pewne odchylenie wywołane niesymetrią blaszek i prostowników fazoczułych, a co najgorsze — odchylenie to zmienia się w czasie. Usunięcie tych wad przy zachowaniu dużej czułości doprowadziłoby do zmniejszenia wymiarów aparatu z cienką cylindryczną cewką kompensującą.

*Politechnika Gdańska
Katedra Miernictwa Elektrycznego*

WYKAZ LITERATURY

1. Bochenek K.: Metody analizy pól elektromagnetycznych. PWN, Warszawa-Wrocław 1961.
2. Janowski B. M.: Magnetyzm ziemski. PWN, Warszawa 1958.
3. Kuryłowicz J.: Badanie materiałów magnetycznych. WNT, Warszawa.
4. Nałęcz M.: Niektóre metody wytwarzania jednorodnych małych pól magnetycznych. — Rozprawy Elektrot., t. 3, z. 3, 1957.
5. Trzetrzewiński S.: Dokładność pomiarów elektrycznych. — Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej. Materiały naukowe na sesję naukową Politechniki Wrocławskiej od 12 do 14.12.1952, t. II, cz. 3.
6. Friemke A. W.: Elektrischeske izmiereniya. Moskwa-Leningrad.
7. Goworkow W. A.: Elektrischeske i magnitnyye pola. Moskwa-Leningrad.
8. Helmholtz (nach Wiedemann): Elektrizität, z. 3, 1895, s. 275.
9. Hak J.: Eisenlose Zilinderspulen mit ugleichmässiger Windungsdichte zur Erzeugung von homogenen Feldern. — Arch. El., t. 30, 1936, s. 736.
10. Nejman L. R., Kałantarow P. L.: Teoreticzeskije osnovy elektrotechniki, t. III, Leningrad-Moskwa.
11. Neumann H.: Herstellung räumlich und zeitlich konstanter Magnetfelder für Messzwecke. — ATM, 1940, z. 60, s. 11.
12. Neumann H.: Messung magnetischer Gleichfelder nach dem induktiven Verfahren. II Messung des Zeitintegrals der EMK mit dem ballistischen Galvanometer. Direkte Verfahren. — ATM, 1954, V. 391—7.

A. SPICHALSKI

COMPENSATING CIRCUIT ANALYSIS FOR THE MEASURING OF MAGNETIC FIELDS WITH A STANDARD COIL

Summary

In the paper the conditions for the correct measurement of small magnetic fields with a standard compensating coil and a detecting coil with a ballistic galvanometer are described. At first a single circular coil and then a double coil in

Helmholtz system are calculated. After presenting the most important methods of demarking the field we deduce the exact and approximate formulae in the form of polynoms giving the area of their use and the borders of the search area. Then we discuss the influence of dimensions of the standard coil and we establish the conditions of the correctness measurement for the detecting coil.

Because of its advantages the double compensating coil is chosen to work in combination with the detecting coil and the ballistic galvanometer. The measuring constant in this system depends on the data of the galvanometer and the construction of the detecting coil and equals in the null method about 10^{-2} Oe/mm. In the defined conditions it is possible to limit the relative component errors to a value below 10^{-3} and the total resultant error of measurement to $2 \cdot 10^{-3}$.

In the difference method we measure the degree of inhomogeneity of the field nearly 10^{-4} , the basic tension being equal to 1 Oe. At a large Helmholtz arrangement station with interference coming from the steel-beam construction of the building we measured the constant of measurement and the limits of the search area with a constructed apparatus. At the end of this paper the possibility of introducing a fluxgate magnetometer as null detector is discussed.

A. SPICHALSKI

ANALYSE DU SCHÉMA DE COMPENSATION SERVANT À MESURER DE PETITS CHAMPS MAGNÉTIQUES À L'AIDE D'UNE BOBINE -ÉTALON DE COMPENSATION

Résumé

Dans l'oeuvre on a analysé des conditions des mesures correctes de petits champs magnétiques à l'aide d'une bobine-étalon de compensation ainsi que d'un capteur à induction avec un galvanomètre ballistique. Comme une bobine-étalon on a considéré une bobine circulaire singulière et, ensuite, une bobine double dans le schéma de Helmholtz. Après une revue de principales méthodes de détermination du champ, on a déduit les formules précises et approximatives sous la forme des polynômes, en présentant le domaine de leur utilisation ainsi que les limites de l'espace de mesure. Ensuite on a présenté l'influence des dimensions des bobines-étalons et on a déterminé les conditions de la régularité de mesure en cas de la bobine-capteur.

En considérant les qualités de la bobine double de compensation, on l'a choisie à la collaboration avec un capteur et un galvanomètre ballistique. La constante de mesure de ce système depend des données du galvanomètre ballistique et de la bobine de capteur et se présente en méthode de zéro par la valeur à peu près 10^{-4} Oe/div. Aux conditions déterminées on peut limiter des erreurs relatives composantes à la valeur moins 10^{-3} et l'erreur totale effective à $2 \cdot 10^{-3}$.

En cas de la méthode différentielle on mesure le grade d'irrégularité du champ d'ordre 10^{-4} ayant l'intensité de base 1 Oe. A l'aide d'un appareil de propre construction on a mesuré dans un grand schéma de Helmholtz de station la constante de mesure ainsi que les limites de l'espace de mesure aux conditions des brouillages causés par la construction d'acier du bâtiment. Enfin on a analysé la possibilité d'utilisation de la sonde de Forster comme un capteur de zéro.

A. SPICHALSKI

ANALYSE EINER KOMPENSATIONSEINRICHTUNG FÜR DIE
MESSUNG KLEINER MAGNETISCHER FELDER VERMITTELS
EINER KOMPENSATIONSPRÜFSPULE

Zusammenfassung

Es werden in dieser Arbeit die Bedingungen für genaue Messungen kleiner magnetischer Felder vermittels einer Kompensationsprüfspule und eines Spulengebers mit ballistischem Galvanometer angedeutet. Als Prüfspule wird zuerst eine einfache Kreisspule und hierauf eine doppelte in Helmholtz'scher Anordnung betrachtet. Nach Darstellung der wichtigsten Feldbestimmungsmethoden werden genaue Formeln und angenäherte Polynome mit Angabe ihres Anwendungsgebietes eingeführt und die Grenzen des Prüfraumes angegeben. Weiters wird der Einfluss von Prüfspulengestaltung besprochen und die Bedingungen einer richtigen Messung für den Spulendetektor bestimmt.

Wegen ihrer Vorteile wird die doppelte Kompensationsprüfspule für Mitarbeit mit dem Spulendetektor und dem ballistischen Galvanometer gewählt. Die Messkonstante dieser Einrichtung hängt von den Galvanometerdaten und von der Ausführung des Spulendetektors ab. Sie beträgt bei der Nullmethode ca. 10^{-4} Oe/mm. Unter bestimmten Bedingungen lassen sich die einzelnen relativen Messfehler bis 10^{-3} und der Gesamtfehler bis $2 \cdot 10^{-3}$ beschränken.

In der Differenzmethode kann ein relativer Inhomogenitätsgrad von der Grössenordnung 10^{-4} bei einer Feldstärke von ca. 1 Oe gemessen werden. Mit dem hergestellten Messapparat wurde die Feldkonstante einer grossen stationären Helmholtz'schen Anordnung bestimmt. Auch die Grenzen des Prüfraumes bei vorhandenen Störungen seitens der Stahlkonstruktion des Gebäudes wurden angegeben. Am Ende ist die Anwendungsmöglichkeit der Forstersonde als Feldstärkennullgeber betrachtet worden.

А. СПИХАЛЬСКИ

АНАЛИЗ СКОМПЕНСИРОВАННОЙ СХЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ
МАЛЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ПОМОЩИ ЭТАЛОННОЙ
КОМПЕНСИРУЮЩЕЙ КАТУШКИ

Резюме

В работе рассматриваются условия правильного измерения малых магнитных полей при помощи компенсирующей эталонной катушки и катушечного датчика с баллистическим гальванометром. Рассматриваются два типа эталонной катушки: сначала одиночная круговая катушка, а потом двойная по схеме Гельмгольца. После обзора главных методов определения поля, выводятся точные формулы, а также приближенные в виде многочленов с указанием области их применимости и пределов измерительного пространства. Далее представлено влияние размеров эталонных катушек и определены условия правильного измерения для катушечного датчика.

Принимая во внимание преимущества двойной компенсирующей катушки, она была выбрана для совместной работы с датчиком и с баллистическим гальвано-

метром. Постоянная измерения такой измерительной схемы зависит от данных гальванометра и от устройства катушечного датчика и составляет при нулевом методе примерно 10^{-4} Эрстед/деление. При определенных условиях можно ограничить относительные составляющие погрешности до величины меньше 10^{-3} , а результирующую погрешность измерения до $2 \cdot 10^{-3}$.

При методе отклонений измеряется степень неоднородности поля ряда 10^{-4} при основном напряжении 1 Эрстеда. С помощью подготовленного прибора были определены в большой станционной схеме Гельмгольца постоянная измерения и пределы измерительного пространства в условиях возмущений от стальных элементов здания. Наконец рассматривается возможность введения зонда Форстера в качестве датчика.

MIECZYŚLAW RYDEL

O pewnych teoretycznych zagadnieniach niejednorodnych torów współosiowych

Rękopis dostarczono 3.12.1963

Artykuł jest poświęcony głównie dwóm zagadnieniom, a mianowicie zagadnieniu teorii pomiarów impedancji falowych miejscowych na końcach niejednorodnego toru współosiowego i zagadnieniu optymalnego wzajemnego dopasowania odcinków takich torów.

Po ustaleniu pewnych związków dotyczących sygnałów echa omówiono zasady pomiarów impedancji miejscowych na początku i na końcu toru niejednorodnego, przy czym sformułowano pewne kryteria optymalnych nastawień równoważników przy takich pomiarach. W oparciu o te kryteria wyprowadzono wzory pozwalające przeprowadzić dyskusję ogólną wpływu na mierzone impedancje miejscowe takich czynników, jak metoda i miejsce pomiaru, kształt impulsu pomiarowego i niejednorodność toru.

Rozważono sygnały echa powstającego w miejscu połączenia dwóch odcinków toru i wyprowadzono zależności, jakie muszą spełniać pomiarowe impedancje miejscowe tych odcinków, aby były spełnione pewne warunki optymalnego dopasowania.

Obliczono i przedyskutowano minimalne energie echa powstającego w warunkach optymalnego dopasowania równoważników podczas pomiaru impedancji miejscowych oraz minimalną energię sygnału echa powstającego w miejscu połączenia dwóch odcinków toru.

Na zakończenie dokonano podsumowania wniosków.

1. WSTĘP

W technice budowy linii kablowych o torach współosiowych jednym z ważniejszych zagadnień jest odpowiednie rozmieszczenie poszczególnych odcinków fabrykacyjnych kabli na trasie (tzw. alokacja). Odcinki te rozmieszcza się w ten sposób, aby zmontowane tory były torami możliwie jednorodnymi. Przed rozmieszczeniem odcinków fabrykacyjnych kabli na trasie mierzy się impedancje falowe miejscowe końcowe wszystkich odcinków torów, a następnie tak planuje się rozmieszczenie poszczególnych odcinków, aby te impedancje miejscowe na końcach odcinków torów, które mają być ze sobą połączone, były możliwie do siebie zbliżone.

Okazuje się jednak, że postępowanie takie nie zawsze daje zadowalające wyniki. W pewnych przypadkach miejsce połączenia dwóch od-

czeków torów wykazuje dosyć dużą niejednorodność, jakkolwiek mierzone przed połączeniem impedancje falowe miejscowe na odpowiednich końcach tych odcinków były praktycznie równe. Aby wytłumaczyć ten fakt, należy teoretycznie rozpatrzyć zagadnienie pomiaru impedancji miejscowych toru oraz zagadnienie wzajemnego dopasowania odcinków torów. Praca niniejsza poświęcona jest głównie tym zagadnieniom.

2. SYGNAŁY ECHA WŁASNEGO

2.1. Zależności podstawowe

Przytoczymy najpierw kilka podstawowych zależności dotyczących sygnału echa w torze niejednorodnym.

Niejednorodność toru scharakteryzowana jest zmianami impedancji falowej lokalnej $Z(x)$. Przy rozpatrywaniu własności torów niejednorodnych można się posługiwać funkcją odchylenia

$$S(x) = Z(x) - Z_0 \quad (1)$$

będącą różnicą pomiędzy wartością impedancji falowej lokalnej w miejscu x a wartością przeciętną Z_0 impedancji falowej toru.

Przy rozpatrywaniu zjawiska echa własnego wygodnie jest posługiwać się tzw. współczynnikiem echa własnego. W przypadku gdy źródło napięcia jest przyłączone do początku toru, współczynnik echa własnego od niejednorodności wewnętrznych jest określony wzorem

$$Q_{ei1} = \frac{U_{ei1}}{U_0} = \int_0^l \frac{S'(x)}{2Z_0} e^{-2\gamma x} dx \quad (2)$$

gdzie:

U_{ei1} — napięcie echa własnego od niejednorodności wewnętrznych dochodzące do początku toru,

U_0 — napięcie główne doprowadzone do toru,

γ — tłumowność jednostkowa toru,

$S'(x) = \frac{d}{dx} S(x)$ — pochodna (uogólniona) funkcji odchylenia,

l — długość toru.

W przypadku gdy źródło napięcia przyłączone jest do końca toru, odpowiedni wzór ma postać

$$Q_{ei2} = \frac{U_{ei2}}{U_0} = - \int_0^l \frac{S'(x)}{2Z_0} e^{-2\gamma(l-x)} dx \quad (3)$$

gdzie U_{ei2} — napięcie echa własnego od niejednorodności wewnętrznych dochodzące do końca toru.

Jeżeli rozpatrywany tor jest krótki (a tak jest w przypadku odcinka fabrykacyjnego toru), to można w pierwszym przybliżeniu pominąć zniekształcenia i tłumienie wniesione przez tor, a więc można założyć

$$\gamma = \frac{j\omega}{V_\infty}, \quad (4)$$

gdzie V_∞ — prędkość nominalna sygnału w torze.

Ponadto wiadomo, że wielkość $\frac{S(x)}{2Z_0}$ można uważać za wielkość rzeczywistą niezależną od częstotliwości.

Uwzględniając powyższe założenia we wzorach (2) i (3) i znajdując odpowiednie odwrotne transformaty fourierowskie znajdziemy odpowiedzi impulsowe¹⁾ sygnałów echa własnego od niejednorodności wewnętrznych w postaci

$$q_{ei1}(t) = \frac{V_\infty}{2} \frac{S\left(\frac{V_\infty t}{2}\right)}{2Z_0}, \quad (5)$$

$$q_{ei2}(t) = -\frac{V_\infty}{2} \cdot \frac{S\left[\frac{V_\infty(t_l - t)}{2}\right]}{2Z_0}, \quad (6)$$

gdzie

$$t_l = \frac{2l}{V_\infty}. \quad (7)$$

Sygnały echa własnego odpowiadające dowolnemu sygnałowi wymuszającemu $u_0(t)$ można teraz obliczyć ze wzorów

$$u_{ei1}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} q_{ei1}(\tau) \cdot u_0(t - \tau) d\tau, \quad (8)$$

$$u_{ei2}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} q_{ei2}(\tau) \cdot u_0(t - \tau) d\tau. \quad (9)$$

2.2. Pewne szczególne zależności dotyczące sygnałów echa własnego

Zbadamy teraz pewne związki dotyczące sygnałów echa. Najpierw zbadamy zależności pomiędzy funkcjami $u_{ei1}(t)$ i $u_{ei2}(t)$. Zauważmy przede wszystkim, że ze wzorów (5) i (6) wynika zależność

$$q_{ei2}(t) = -q_{ei1}(t_l - t). \quad (10)$$

¹⁾ tzn. sygnały echa w założeniu, że $u_0(t) = \delta(t)$ (funkcja impulsowa Diraca).

Jeżeli teraz założyć, że funkcja $u_0(t)$ jest funkcją parzystą [tj. że $u_0(t) = u_0(-t)$], to ze wzorów (10), (8) i (9) wynikną związki

$$u_{ei2}(t) = -u_{ei1}(t_l - t), \quad (11a)$$

$$u_{ei1}(t) = -u_{ei2}(t_l - t). \quad (11b)$$

W podobny sposób można wykazać, że jeżeli funkcja $u_0(t)$ jest funkcją nieparzystą [tj. jeśli $u_0(t) = -u_0(-t)$], to zachodzą związki

$$u_{ei2}(t) = u_{ei1}(t_l - t), \quad (12a)$$

$$u_{ei1}(t) = u_{ei2}(t_l - t). \quad (12b)$$

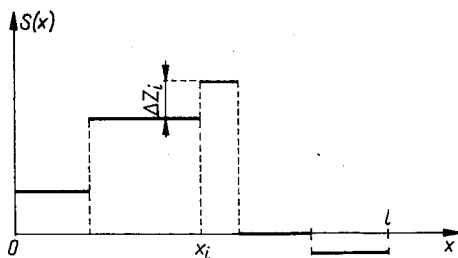
Z zależności (11) i (12) wynika, że dla dowolnej funkcji $u_0(t)$, którą zawsze można przedstawić jako sumę funkcji parzystej $u_{0p}(t)$ i funkcji nieparzystej $u_{0n}(t)^1$, będą zachodziły związki

$$u_{ei2}(t) = u_{ei2n}(t) + u_{ei2p}(t) = u_{ei1n}(t_l - t) - u_{ei1p}(t_l - t), \quad (13a)$$

$$u_{ei1}(t) = u_{ei1n}(t) + u_{ei1p}(t) = u_{ei2n}(t_l - t) - u_{ei2p}(t_l - t), \quad (13b)$$

gdzie indeks n wskazuje, że odpowiedni składnik napięcia echa odpowiada składnikowi $u_{0n}(t)$, a indeks p wskazuje, że odpowiedni składnik napięcia echa odpowiada składnikowi $u_{0p}(t)$ funkcji $u_0(t)$.

Z zależności (13) można wnioskować, że w przypadku niesymetrycznej funkcji $u_0(t)$ przebiegi $u_{ei1}(t)$ i $u_{ei2}(t)$ mogą się znacznie różnić co do kształtu.



Rys. 1. Aproksymacja funkcji $S(x)$ krzywą schodkową

W niektórych przypadkach wygodnie jest założyć, że funkcję odchylenia da się aproksymować funkcją schodkową (rys. 1), tj. założyć, że

$$S(x) = \sum_i \Delta Z_i \cdot 1(x - x_i). \quad (14)$$

¹⁾ Dowolna funkcja $u_0(t)$ jest sumą funkcji parzystej $u_{0p}(t) = \frac{u_0(t) + u_0(-t)}{2}$

i funkcji nieparzystej $u_{0n}(t) = \frac{u_0(t) - u_0(-t)}{2}$.

Uwzględniając to założenie we wzorze (5) znajdziemy

$$q_{ei1}(t) = \frac{1}{2Z_0} \sum_i \Delta Z_i \delta(t - t_i). \quad (15)$$

Biorąc teraz pod uwagę zależności (10), (8) i (9) znajdziemy

$$u_{ei1}(t) = \frac{1}{2Z_0} \sum_i \Delta Z_i \cdot u_0(t - t_i), \quad (16a)$$

$$u_{ei2}(t) = -\frac{1}{2Z_0} \sum_i \Delta Z_i \cdot u_0(t - \Delta t_i). \quad (16b)$$

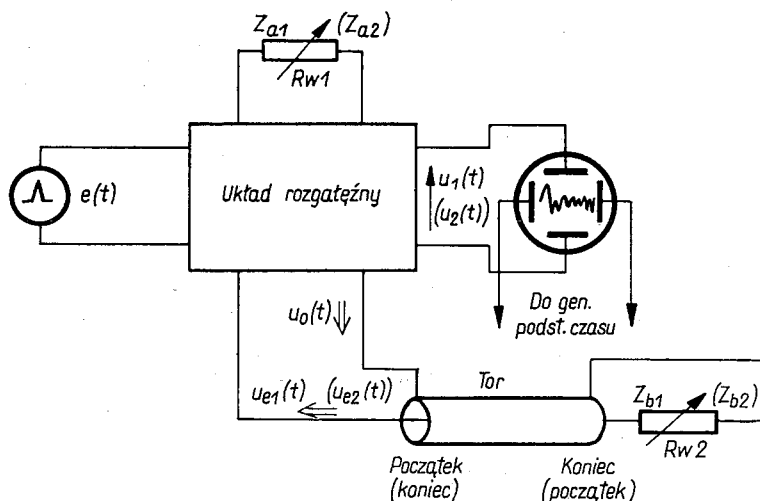
We wzorach (15) i (16) wprowadzono oznaczenia

$$t_i = \frac{2x_i}{V_\infty}, \quad \Delta t_i = t_i - t_i. \quad (17)$$

2.3. Zasada pomiaru jednorodności toru, równania echogramów

Do obserwacji sygnałów echa, mówiących o niejednorodności, toru, służą przyrządy zwane echometrami (rys. 2).

Można wykazać [1], że jeżeli równoważniki $Rw1$ i $Rw2$ zostały wstępnie nastawione w ten sposób, że Z_a i Z_b niewiele się różnią od impedancji



Rys. 2. $Rw1$, $Rw2$ — równoważniki; $u_{e1}(t)$, $u_{e2}(t)$ — sygnały echa zawierające sygnały odbite wewnątrz toru i sygnały odbite od obciążenia Z_b ; $u_1(t)$, $u_2(t)$ — przebiegi obserwowane na ekranie lampy oscyloskopowej. Wielkości w nawiasach odpowiadają przyłączeniu końca toru do echometru. Podwójnymi strzałkami oznaczono kierunki propagacji sygnałów.

przeciętnej toru Z_0 , to przebiegi obserwowane na ekranie lampy oscylograficznej $u_1(t)$ i $u_2(t)$ wyrażą się wzorami

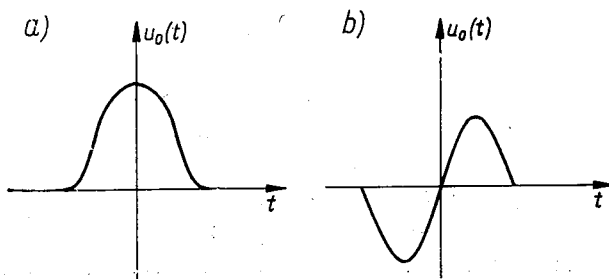
$$u_1(t) = q_{a1}u_0(t) + u_{ei1}(t) + q_{b1}u_0(t - t_l) \quad (17a)$$

$$u_2(t) = q_{a2}u_0(t) + u_{ei2}(t) + q_{b2}u_0(t - t_l) \quad (17b)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} q_{a1} &\approx \frac{Z(0) - Z_{a1}}{2Z_0}, & q_{b1} &\approx \frac{Z_{b1} - Z(l)}{2Z_0}, \\ q_{a2} &\approx \frac{Z(l) - Z_{a2}}{2Z_0}, & q_{b2} &\approx \frac{Z_{b2} - Z(0)}{2Z_0} \end{aligned} \quad (18)$$

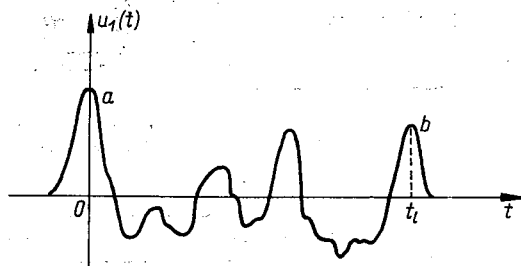
Ponieważ przebiegi $u_1(t)$ i $u_2(t)$ obserwuje się na ekranie oscyloskopu (w odpowiedniej skali), przeto funkcje (17) będziemy nazywali równaniami echogramów.



Rys. 3. Typowe impulsy pomiarowe: a) impuls „prądu stałego”, b) impuls „prądu zmiennego”

Stosowane impulsy pomiarowe są ograniczone w czasie (rys. 3). Dalej będziemy zakładać, że funkcja $u_0(t) \equiv 0$ poza przedziałem $(-T, T)$.

Na rys. 4 pokazano typowy przebieg echogramu.



Rys. 4. Typowy przebieg echogramu; impuls „a” odpowiada niedopasowaniu równoważnika $Rw1$; impuls „b” odpowiada niedopasowaniu równoważnika $Rw2$

Jak wynika z równań (17), echogram zawiera trzy składniki, przy czym drugi składnik jest zależny tylko od niejednorodności wewnętrznych toru, natomiast składniki pierwszy i trzeci zależą (odpowiednio)

od nastawień równoważników $Rw1$ i $Rw2$. Jeżeli impuls pomiarowy jest dostatecznie wąski, to te składniki są łatwo wyróżnialne w echogramie (rys. 4 — impuls „a” odpowiada składnikowi pierwszemu, impuls „b” — składnikowi trzeciemu).

3. ZAGADNIENIE POMIARU IMPEDANCJI FALOWYCH MIEJSCOWYCH KOŃCOWYCH

3.1. Wprowadzenie

Z równań (17) i rys. 4 wynika zasada pomiaru impedancji falowych miejscowych na początku i na końcu toru. Jeżeli bowiem tak nastawić np. równoważnik $Rw1$, aby impuls na początku echogramu „był możliwie mały”, to wnioskuje się wtedy, że $q_{a1} = 0$ (lub $q_{a2} = 0$), skąd wynika, że $Z_{a1} = Z(0)$ [lub $Z_{a2} = Z(l)$]. Podobnie jeżeli nastawić równoważnik $Rw2$ tak, aby impuls na końcu echogramu „był możliwie mały”, to wnioskuje się, że $q_{b1} = 0$ (lub $q_{b2} = 0$), skąd wynika że $Z_{b1} = Z(l)$ [lub $Z_{b2} = Z(0)$]. Istnieją wobec tego dwie metody pomiaru impedancji miejscowych końcowych „z wejścia toru” — przy pomocy równoważnika $Rw1$ i „z wyjścia toru” przy pomocy równoważnika $Rw2$, przy czym aparatura zwykle bywa tak wykonywana, że możliwa do wykorzystania jest tylko jedna z tych metod.

Założyliśmy poprzednio, że impuls pomiarowy $u_0(t)$ jest ograniczony w czasie, nierówny tożsamościowo zeru jedynie w przedziale $(-T, T)$. W takim razie poszczególne składniki echogramów (17) są nierówne tożsamościowo zeru jedynie w przedziałach:

$$\begin{aligned} q_a \cdot u_0(t) &\neq 0 & \text{dla} & \quad -T < t < T, \\ u_{ei}(t) &\neq 0 & \text{dla} & \quad -T < t < t_l + T, \\ q_b \cdot u_0(t - t_l) &\neq 0 & \text{dla} & \quad t_l - T < t < t_l + T. \end{aligned} \quad (19)$$

Zauważmy, że jeżeli $t_l > 2T$ (a tak jest zawsze w praktyce), to impulsy $q_a u_0(t)$ i $q_b u_0(t - t_l)$ nie pokrywają się ze sobą. Natomiast funkcja $q_a u_0(t)$ pokrywa się z funkcją $u_{ei}(t)$ w przedziale $(-T, T)$, a funkcja $q_b u_0(t - t_l)$ — w przedziale $(t_l - T, t_l + T)$.

Zauważmy, że wobec tego na wartości mierzonych impedancji miejscowych końcowych wpływa sygnał echa w przedziałach $(-T, T)$ i $(t_l - T, t_l + T)$, a ponadto, że w przypadku, gdy funkcja $u_{ei}(t)$ nie jest tożsamościowo równa zeru w tych przedziałach, to postępowanie według zalecenia „należy tak nastawić równoważniki, aby impulsy na końcu i na początku echogramu były możliwie małe” nie jest obiektywne i zależy od dokonującego pomiarów.

3.2. Impedancje falowe miejscowe pomiarowe

W związku z dwiema możliwymi metodami pomiaru impedancji miejscowych („z wejścia toru” i „z wyjścia toru”) powstaje pytanie, czy

obydwie te metody są równoważne (równoważność taka może nie mieć miejsca, ponieważ przebiegi echogramów $u_1(t)$ i $u_2(t)$ mogą się znacznie różnić (zob. rozdz. 2.2).

Następnym zagadnieniem jest zagadnienie wpływu niejednorodności toru i kształtu impulsu pomiarowego na wielkości mierzonych impedancji miejscowych. Dla celów analizy teoretycznej zagadnienia pomiaru impedancji falowych miejscowych należy przyjąć kryteria zrównoważenia dające się ściśle sformułować. Przyjmijmy dwa takie kryteria:

1) Postępując według kryterium zrównoważenia 1 będziemy uważać, że równoważniki $Rw1$ i $Rw2$ (rys. 2) są przy pomiarze impedancji falowych miejscowych nastawione optymalnie, jeżeli funkcje echogramów $u_1(t)$ i $u_2(t)$ znikają w punktach $t = 0$ i $t = t_l$. Należy zauważyć, że warunek ten nie oznacza znikania funkcji echogramów w otoczeniu tych punktów.

2) Postępując według kryterium zrównoważenia 2 będziemy uważać, że równoważniki $Rw1$ i $Rw2$ są przy pomiarze impedancji falowych miejscowych nastawione optymalnie, jeżeli energia odbita dochodząca do gałęzi detekcyjnej echometru będzie minimalna.

Należy zauważyć, że warunek ten uwzględnia nie tylko zachowanie się funkcji echogramów w punktach $t = 0$ i $t = t_l$, ale również w otoczeniu tych punktów.

Zbadamy teraz kolejno, jak postępowanie oparte na tych kryteriach wpływa na wielkości mierzonych impedancji falowych miejscowych, przy czym pod terminem „zmierzona impedancja falowa miejscowa” będziemy rozumieli impedancję optymalnie nastawionego równoważnika.

a) Kryterium zrównoważenia 1 pociąga za sobą warunki

$$u_1(0) = u_1(t_l) = u_2(0) = u_2(t_l) = 0, \quad (20)$$

skąd, uwzględniając warunki (19), równania (17) i oznaczenia (18) otrzymamy

$$\begin{aligned} Z_{a1} &= Z(0) + 2Z_0 \frac{u_{ei1}(0)}{u_0(0)}, & \text{a)} \\ Z_{a2} &= Z(l) + 2Z_0 \frac{u_{ei2}(0)}{u_0(0)}, & \text{b)} \\ Z_{b1} &= Z(l) - 2Z_0 \frac{u_{ei1}(t_l)}{u_0(0)}, & \text{c)} \\ Z_{b2} &= Z(0) - 2Z_0 \frac{u_{ei2}(t_l)}{u_0(0)}. & \text{d)} \end{aligned} \quad (21)$$

Ze wzorów tych wynika, że przy tego rodzaju pomiarze nie mierzymy dokładnie wartości impedancji falowych miejscowych na początku i na końcu toru. Odpowiednie różnice pomiędzy wielkościami zmierzono-

nymi a prawdziwymi wielkościami $Z(0)$ i $Z(l)$ są zależne od wartości funkcji echa, które z kolei zależą od niejednorodności wewnętrznych toru i od kształtu oraz szerokości impulsu pomiarowego.

Zauważmy, że z równań (21) wynika, iż omawiane kryterium równoważenia może być przydatne jedynie w przypadku, gdy impuls pomiarowy jest „impulsem prądu stałego” spełniającym warunek: $u_0(0) \neq 0$. W przypadku impulsów spełniających warunek parzystości obowiązuje zależność (11). Uwzględniając tę zależność we wzorach (21) możemy się przekonać, że w takim przypadku $Z_{a1} = Z_{b2}$, $Z_{a2} = Z_{b1}$. Wynika stąd, że tylko w przypadku impulsu pomiarowego „prądu stałego” spełniającego warunek parzystości [$u_0(t) = u_0(-t)$] metody pomiaru „od strony wyjścia” (Rw1) i „od strony wejścia” (Rw2) są przy zastosowaniu omawianego kryterium zrównoważenia równoważne. W innych przypadkach metody te nie są równoważne.

b) Kryterium zrównoważenia 2 pociąga za sobą warunki

$$\begin{aligned} w_1 &= \int_{-T}^{t_l+T} |u_1(t)|^2 dt = \min, & \text{a)} \\ w_2 &= \int_{-T}^{t_l+T} |u_2(t)|^2 dt = \min. & \text{b)} \end{aligned} \quad (22)$$

Uwzględniając w całkach tych warunków równania echogramów (17) i biorąc pod uwagę własności poszczególnych składników echogramów (19), po przekształceniach otrzymamy

$$\begin{aligned} w_1 &= q_{a1}^2 \int_{-T}^T u_0^2(t) dt + 2q_{a1} \int_{-T}^T u_{ei1}(t) \cdot u_0(t) dt + \\ &+ q_{b1}^2 \int_{-T}^T u_0^2(t) dt + 2q_{b1} \int_{-T}^T u_{ei1}(t + t_l) \cdot u_0(t) dt + \int_{-T}^{t_l+T} u_{ei1}^2(t) dt, & (23a) \\ w_2 &= q_{a2}^2 \int_{-T}^T u_0^2(t) dt + 2q_{a2} \int_{-T}^T u_{ei2}(t) \cdot u_0(t) dt + \\ &+ q_{b2}^2 \int_{-T}^T u_0^2(t) dt + 2q_{b2} \int_{-T}^T u_{ei2}(t + t_l) \cdot u_0(t) dt + \int_{-T}^{t_l+T} u_{ei2}^2(t) dt. & (23b) \end{aligned}$$

Ostatnie składniki wyrażeń (23) są zależne tylko od niejednorodności wewnętrznych toru i są niezależne od nastawień równoważników. Każde z wyrażeń (23) jest sumą takiej niezależnej wielkości i dwóch dwumianów kwadratowych względem wzajemnie niezależnych zmiennych q_a i q_b ; wyrażenia (23) osiągają więc minimum wtedy, gdy te dwumiany osiągają minimum¹⁾, a więc kiedy

¹⁾ Dwumian $ax^2 + bx$, $a > 0$, osiąga minimum, gdy $x = -\frac{b}{2a}$.

$$\begin{aligned}
 q_{a1} &= -\frac{1}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei1}(t) \cdot u_0(t) dt, & \text{a)} \\
 q_{b1} &= -\frac{1}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei1}(t + t_l) \cdot u_0(t) dt, & \text{b)} \\
 q_{a2} &= -\frac{1}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei2}(t) \cdot u_0(t) dt, & \text{c)} \\
 q_{b2} &= -\frac{1}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei2}(t + t_l) \cdot u_0(t) dt, & \text{d)}
 \end{aligned} \tag{24}$$

gdzie wprowadzono oznaczenie

$$w_0 = \int_{-T}^T u_0^2(t) dt. \tag{25}$$

Posługując się teraz wzorami dotyczącymi współczynników odbicia q_{a1} , q_{a2} , q_{b1} i q_{b2} znajdziemy impedancje równoważników:

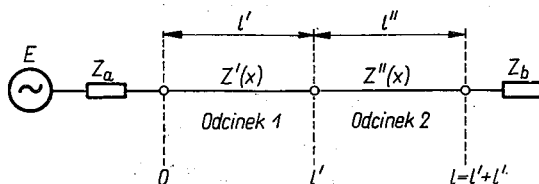
$$\begin{aligned}
 Z_{a1} &= Z(0) + \frac{2Z_0}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei1}(t) \cdot u_0(t) dt, & \text{a)} \\
 Z_{b1} &= Z(l) - \frac{2Z_0}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei1}(t + t_l) \cdot u_0(t) dt & \text{b)} \\
 Z_{a2} &= Z(l) + \frac{2Z_0}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei2}(t) \cdot u_0(t) dt, & \text{c)} \\
 Z_{b2} &= Z(0) - \frac{2Z_0}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei2}(t + t_l) \cdot u_0(t) dt. & \text{d)}
 \end{aligned} \tag{26}$$

Ze wzorów (26) wynika, że przy tego rodzaju pomiarze (podobnie jak w przypadku kryterium równoważenia 1) nie mierzymy dokładnie wartości impedancji falowych na początku i na końcu toru. Ponadto, porównując wzory (26) ze wzorami (21), widzimy, że w przypadku zastosowania kryterium równoważenia 2 znajdziemy inne wartości impedancji, niż w przypadku zastosowania kryterium równoważenia 1.

Aby się przekonać, czy metody pomiaru „z wejścia” i „z wyjścia” są równoważne, można skorzystać ze wzorów (16) pamiętając, że funkcja $u_0(t)$ jest określona w przedziale $(-T, T)$. Uwzględniając równania (16) we wzorach (26b) i (26c) przekonujemy się, że $Z_{b1} = Z_{a2}$. Wynika stąd, że w przypadku omawianego kryterium równoważenia obydwie metody pomiaru są równoważne dla dowolnego impulsu pomiarowego.

4. ZAGADNIENIE OPTYMALNEGO WZAJEMNEGO DOPASOWANIA ODCINKÓW TORÓW

Rozpatrzmy teraz dwa połączone ze sobą odcinki toru (rys. 5), przy czym będzie nas interesować sygnał echa własnego powstającego w miejscu połączenia tych odcinków. Założymy przy tym, że złącze jest bardzo krótkie i nie powoduje odbić.



Rys. 5. Dwa połączone odcinki toru

Jeżeli wprowadzić oznaczenia:

$u'_{e1}(t)$, $u''_{e1}(t)$ — sygnały echa własnego powstającego w odcinkach (odpowiednio) pierwszym i drugim,

$Z''(0)$ — impedancja miejscowa na początku odcinka drugiego,

$Z'(l')$ — impedancja miejscowa na końcu odcinka pierwszego,

l' , l'' — długości odcinków (odpowiednio) pierwszego i drugiego,

to interesujące nas równanie echogramu w przedziale $(t_p - T, t_p + T)$ zdejmowanego z początku toru pierwszego (rys. 5) można napisać w postaci ¹⁾

$$u_1(t) = u'_{e1}(t) + q \cdot u_0(t - t_p) + u''_{e1}(t - t_p), \quad (27)$$

$$t \in (t_p - T, t_p + T)$$

gdzie:

$$q = \frac{Z''(0) - Z'(l')}{2Z_0}, \quad (28)$$

$$t_p = \frac{2l'}{V_\infty}. \quad (29)$$

Znajdziemy teraz zależności, jakie muszą spełniać impedancje $Z'(l')$ i $Z''(0)$, aby echogram spełniał pewne warunki. Warunki te sformułujemy podobnie jak w przypadku rozważań dotyczących pomiarów impedancji miejscowych.

¹⁾ Założono tu, że można pomijać zniekształcenia i tłumienie w każdym z odcinków toru. Założenie takie jest słuszne, jeżeli l' jest odpowiednio mała.

a) Najpierw rozpatrzmy warunek, analogiczny do warunku 1 (rozdz. 3.2), tj. zażądamy, aby $u_1(t_l) = 0$. Znajdując wartość funkcji echogramu w punkcie $t = t_l'$ otrzymamy

$$u_1(t_l') = u'_{ei1}(t_l') + \frac{Z''(0) - Z'(l)}{2Z_0} u_0(0) + u''_{ei1}(0) \quad (30)$$

Wprowadzając do wzoru (30) wielkości pomiarowe impedancji miejscowych zmierzonych według kryterium 1 [zob. wzory (21)], a więc wielkości

$$\begin{aligned} Z'_{b1} &= Z'(l) - 2Z_0 \frac{u'_{ei1}(t_l')}{u_0(0)}, \\ Z''_{a1} &= Z''(0) + 2Z_0 \frac{u''_{ei1}(0)}{u_0(0)} \end{aligned} \quad (31)$$

wzór (30) napiszemy w postaci

$$u_1(t_l') = \frac{Z''_{a1} - Z'_{b1}}{2Z_0} \cdot u_0(0). \quad (32)$$

Ze wzoru tego wynika, że wartość funkcji echogramu w punkcie jest proporcjonalna do różnicy odpowiednich pomiarowych wartości impedancji falowych miejscowych zmierzonych przy zastosowaniu kryterium zrównoważenia 1. Jeżeli te mierzone impedancje są równe, to $u_1(t_l) = 0$.

b) Rozpatrzmy teraz warunek, analogiczny do warunku 2 (3.2), tj. zażądamy, aby energia napięcia $u_1(t)$ była minimalna, więc rozpatrzmy warunek

$$w_{1l'} = \int_{t_l'-T}^{t_l'+T} u_1^2(t) dt = \min. \quad (33)$$

Uwzględniając tu równanie (27) po przekształceniach znajdziemy

$$\begin{aligned} w_{1l'} &= \int_{-T}^T [u'_{ei1}(t_l' + t) + u''_{ei1}(t)]^2 dt + q^2 \cdot w_0 + \\ &\quad + 2q \cdot \int_{-T}^T u_0(t) [u'_{ei1}(t_l' + t) + u''_{ei1}(t)] dt. \end{aligned} \quad (34)$$

Wyrażenie (34) ma minimum dla

$$q = -\frac{1}{w_0} \int_{-T}^T u_0(t) [u'_{ei1}(t_l' + t) + u''_{ei1}(t)] dt. \quad (35)$$

Uwzględniając oznaczenie (28) możemy wyrażenie (35) przedstawić w postaci równości

$$Z''(0) + \frac{2Z_0}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei}''(t) \cdot u_0(t) dt = Z'(l) + \\ - \frac{2Z_0}{w_0} \int_{-T}^T u_{ei}'(t_l + t) \cdot u_0(t) dt. \quad (36)$$

Skąd [zob. wzory (26)]

$$Z_{a1}'' = Z_{b1}',$$

gdzie Z_{a1}'' i Z_{b1}' są odpowiednimi impedancjami miejscowymi pomiarowymi zmierzonymi w oparciu o kryterium zrównoważenia 2, oparte na warunku minimalnej energii odbitej.

Wykazaliśmy więc, że jeżeli impedancje falowe miejscowe na końcach torów, zmierzone w oparciu o jedno z wyżej rozważanych kryteriów zrównoważenia układu pomiarowego, są odpowiednio równe na tych końcach odcinków torów, które mają być ze sobą połączone, to echogram połączonych odcinków, dla czasu odpowiadającego miejscu połączenia, spełnia takie same warunki, jakie przyjęto przy pomiarach tych impedancji miejscowych. Tak więc, jeżeli przy pomiarach impedancji miejscowych oparto się na warunku zerowej wartości funkcji echogramu (kryterium 1), to wartość funkcji echogramu połączonych odcinków dla czasu odpowiadającego miejscu połączenia, jest także równa zero, jeżeli natomiast przy pomiarach impedancji miejscowych oparto się na warunku minimalnej energii (kryterium 2), to energia odbita w miejscu połączenia odcinków jest także minimalna.

Rozważania przeprowadzone w niniejszym rozdziale zostały przeprowadzone w oparciu o funkcję echogramu $u_1(t)$ zdejmowaną z początku pierwszego odcinka toru. Podobne rozważania można przeprowadzić dla funkcji echogramu $u_2(t)$ zdejmowanej z końca odcinka drugiego. Można się przekonać, że wyniki takich rozważań byłyby analogiczne do znalezionych.

5. MINIMALNA ENERGIA ECHA WŁASNEGO

Poprzednio rozważaliśmy warunki dopasowania torów, dla których energia echa własnego osiąga minimum. Obecnie zajmiemy się obliczeniem tej minimalnej energii dla wyżej rozpatrywanych przypadków, przy czym będzie nas interesowała tylko energia odpowiadająca tym częściom echogramów, które zależą od nastawienia odpowiednich równoważników lub od wzajemnego dopasowania odcinków torów. Tak więc w przypadku pomiaru impedancji falowej miejscowej na początku toru,

przy zastosowaniu metody pomiaru „z wejścia toru” (przy pomocy równoważnika $Rw1$) będzie nas interesowała energia sygnału $u_1(t)$ w przedziale $(-T, T)$, w przypadku pomiaru impedancji miejscowej na końcu toru metodą „z wyjścia toru” (przy pomocy równoważnika $Rw2$) będzie nas interesowała energia sygnału $u_1(t)$ w przedziale $(t_l - T, t_l + T)$, natomiast w przypadku połączenia dwóch odcinków toru interesuje nas energia sygnału $u_1(t)$ w przedziale $(t_l' - T, t_l' + T)$.

Wobec tego interesują nas energie ¹⁾ [zob równania (23a) i 34)].

$$w_{1a} = \int_{-T}^T u_1^2(t) dt = \int_{-T}^T u_{ei1}^2(t) dt + 2q_{a1} \int_{-T}^T u_{ei1}(t) \cdot u_0(t) dt + q_{a1}^2 \cdot w_0, \quad (37)$$

$$w_{1b} = \int_{t_l-T}^{t_l+T} u_1^2(t) dt = \int_{-T}^T u_{ei1}^2(t + t_l) dt + 2q_{b1} \int_{-T}^T u_{ei1}(t + t_l) \cdot u_0(t) dt + q_{b1}^2 \cdot w_0, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} w_{1l'} = & \int_{t_{l'}-T}^{t_{l'}+T} u_1^2(t) dt = \int_{-T}^T u_{ei1}'^2(t_{l'} + t) dt + \int_{-T}^T u_{ei1}''^2(t) dt + q^2 \cdot w_0 + \\ & + 2 \int_{-T}^T u_{ei1}'(t_{l'} + t) \cdot u_{ei1}''(t) dt + 2q \left[\int_{-T}^T u_0(t) \cdot u_{ei1}'(t + t_{l'}) dt + \right. \\ & \left. + \int_{-T}^T u_0(t) \cdot u_{ei1}''(t) dt \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

Uwzględniając odpowiednio w tych równaniach zależności (24) i (35), po przekształceniach znajdziemy poszukiwane minimalne energie

$$w_{1a \min} = \int_{-T}^T u_{ei1}^2(t) dt - \frac{1}{w_0} \left[\int_{-T}^T u_{ei1}(t) \cdot u_0(t) dt \right]^2, \quad (40)$$

$$w_{1b \min} = \int_{-T}^T u_{ei1}^2(t + t_l) dt - \frac{1}{w_0} \left[\int_{-T}^T u_{ei1}(t + t_l) \cdot u_0(t) dt \right]^2, \quad (41)$$

$$\begin{aligned} w_{1l' \min} = & w_{1b \min} + w_{1a \min} + 2 \left[\int_{-T}^T u_{ei1}'(t + t_{l'}) \cdot u_{ei1}''(t) dt + \right. \\ & \left. - \frac{1}{w_0} \int_{-T}^T u_0(t) \cdot u_{ei1}'(t + t_{l'}) dt \cdot \int_{-T}^T u_0(t) u_{ei1}''(t) dt \right], \end{aligned} \quad (42)$$

¹⁾ Rozpatrujemy tu energie zredukowane w stosunku do konduktancji wejściowej $\frac{1}{R}$ gałęzi detekcyjnej echometru.

gdzie:

w''_{1amin} — wielkość odpowiadająca wielkości (40) dla drugiego odcinka toru,

w'_{1bmin} — wielkość odpowiadająca wielkości (41) dla pierwszego odcinka toru.

Energie określone wzorami (40), (41) i (42) są energiami skoncentrowanymi w przedziałach czasowych o jednakowej szerokości $2T$. Dlatego też wielkość tych energii świadczy również o pewnej średniej amplitudzie odpowiedniego sygnału echa.

Ze wzoru (42) wynika wniosek, że minimalna energia sygnału echa odpowiadająca miejscu połączenia dwóch odcinków toru może być większa od sumy minimalnych energii odpowiadających miejscom włączenia równoważników przy pomiarze impedancji i falowych miejscowych każdego z tych odcinków¹⁾. Może to tłumaczyć fakt polegający na tym, iż w pewnych przypadkach miejsce połączenia dwóch odcinków torów wykazuje dużą niejednorodność, jakkolwiek pomierzone przed połączeniem odpowiednie impedancje miejscowe każdego z tych odcinków były praktycznie równe, echogramy tych odcinków nie wykazywały nadmiernie dużych niejednorodności, a złącze zostało wykonane poprawnie²⁾.

6. WNIOSKI

Z przeprowadzonych rozważań wynikają pewne wnioski ogólne:

1° Postępowanie przy pomiarach impedancji miejscowych według zasady „należy tak nastawić równoważniki, aby impulsy na początku i na końcu echogramu były możliwie małe” daje jednoznaczne wyniki tylko w przypadku, gdy sygnały echa od niejednorodności wewnętrznych są równe zeru w przedziałach $(-T, T)$ i $(t_l - T, t_l + T)$. Tylko w takim przypadku bowiem obydwa sformułowane kryteria zrównoważenia dają te same wartości $Z_{a1} = Z(0) = Z_{b2}$, $Z_{b2} = Z(l) = Z_{a2}$, bez względu na kształt impulsu pomiarowego (w przypadku kryterium 1 impuls pomiarowy musi jedynie spełniać warunek $u_0(0) \neq 0$). Omawiamy przypadek zachodzi wtedy, gdy tor nie posiada niejednorodności

w odległości mniejszej od końców niż $\Delta x = \frac{2V_\infty T}{2} = V_\infty T$.

2° Wyprowadzone wzory pozwalają wnioskować, że jeżeli zastosowano przy pomiarach kryterium zrównoważenia 1, oparte na zerowych

¹⁾ Będzie tak np., gdy funkcje $u'_{ei}(t)$ i $u''_{ei}(t)$ będą nieparzyste względem punktu $t = t_l$ przy zachowaniu odpowiednich znaków.

²⁾ Ponadto montaż złącza powoduje zmianę parametrów odcinków toru w bezpośredniej bliskości miejsca połączenia, co może spowodować dodatkowe zwiększenie energii odbitej.

wartościach echogramów w punktach $t = 0$ i $t = t_l$ ¹⁾, to w przypadku, gdy tor nie posiada niejednorodności w pobliżu swoich końców w odległości mniejszej niż $\Delta x = \frac{V_\infty T}{2}$ (wtedy $u_{ei}(0) = u_{ei}(t_l) = 0$), obydwie metody pomiaru impedancji miejscowych: „z wejścia” i „z wyjścia” są równoważne (wtedy bowiem $Z_{a1} = Z_{b2}$ i $Z_{b1} = Z_{a2}$). Jeżeli ten warunek dotyczący jednorodności toru nie jest spełniony, to metody te są równoważne tylko w przypadku zastosowania impulsu pomiarowego o parzystej symetrii. Stosowanie tego kryterium równoważenia przy łączeniu odcinków torów nie jest na ogół optymalne z punktu widzenia energii odbitej.

3° Stosowanie kryterium równoważenia 2 opartego na minimalizacji energii odbitej wydaje się być optymalne ze względu na wzajemne dopasowanie odcinków toru i ze względu na to, iż w przypadku jego zastosowania obydwie metody pomiaru („z wejścia” i „z wyjścia”) są całkowicie równoważne. Ponadto wydaje się, że przy pomiarach opartych na obserwacji echogramów kryterium to jest w przybliżeniu spełnione (sprowadzenie do minimum amplitud echogramów w otoczeniu punktów $t = 0$ i $t = t_l$), należy jednak stwierdzić, że pomiary takie są subiektywne i zależą od osoby dokonującej pomiarów, od kształtu impulsu pomiarowego i od końca toru, z którego dokonywany jest pomiar (kształty echogramów $u_1(t)$ i $u_2(t)$ mogą się znacznie różnić). Wydaje się, że można by opracować metodę obiektywną wykorzystującą to kryterium równoważenia.

Politechnika Warszawska
Katedra Teletransmisji Przewodowej

WYKAZ LITERATURY

1. Rydel M.: Przyczynek dotyczący wpływu sposobu pomiarów początkowych i końcowych impedancji falowych miejscowych odcinków torów współosiowych na mierzone wielkości tych impedancji i na wzajemne dopasowanie odcinków przy ich łączeniu. Referat przedstawiony na Sympozjum Teletransmisyjnym w Warszawie w grudniu 1963.
2. Rydel M.: Parametry charakteryzujące niejednorodne tory współosiowe ... Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej — Elektryka (w druku).
3. Perkowski Z.: Pary współosiowe znormalizowane typu 2,6/9,5 przeznaczone ... Biuletyn Kablowy, 1959, str. 19.
4. Kaden H.: Impulse und Schaltvorgänge in der Nachrichtentechnik. München 1957.
5. Sztiejn W. M.: Ob opriedielenij kaczestwa stroitielnych dlin koaksjalnogo kabiela, sb. naucznych rabot po prowadnoj swiazi, wyp. 3. Izd. AN SSSR, 1954.

¹⁾ Impuls pomiarowy musi w tym przypadku spełniać warunek $u_0(0) \neq 0$.

6. Comte G., Ponthus A.: Détermination des impédances caractéristiques locale et moyenne des câbles coaxiaux à l'aide du signal échelon-unité. C. & T., 2 p. 97, 1953.
7. Fuchs G.: Réflexions dues aux irrégularités d'impédance dans un câble coaxial. C. & T., 2 p. 122, 1953.

M. RYDEL

ON SOME THEORETICAL PROBLEMS OF COAXIAL CABLES WITH IMPEDANCE IRREGULARITIES

Summary

The paper deals mainly with two problems: a theory of measurements of local impedances at the ends of a coaxial cable with impedance irregularities, and the problem of optimum mutual matching of two sections of such a cable.

After having established some relations concerning echo signals, the principles of local impedances measurements are described. Two theoretical criteria of optimum adjustment of terminating impedances at such measurements are formulated. The assumption of these criteria has made it possible to derive some formulae which permit to discuss the influence of the testing pulse form, method of measurement, and the impedance irregularity on measured local impedance.

Echo signals, generated at the junction of two sections of the cable, are considered. Assuming that some conditions of optimum matching between two cable sections are satisfied, relations between measured local impedances of those two sections are found.

Assuming optimum matching of the cable, minimum echo signal energy is found. Also, a minimum energy of the echo signal generated at the junction of two cable sections is computed. A short discussion of the above energies is made.

At the end of the paper a summary of general conclusions is made.

M. RYDEL

DE CERTAINS PROBLÈMES THÉORIQUES CONCERNANT LES CÂBLES COAXIAUX NON HOMOGÈNES

Résumé

L'article est consacré principalement à deux problèmes, c. à d. au problème des mesures des impédances caractéristiques locales aux extrémités d'un circuit coaxial non homogène ainsi qu'au problème de l'adaptation optimale mutuelle des sections de tels circuits.

Après avoir déterminé de certains rapports concernant les signaux de l'écho, on a considéré les principes de mesure des impédances locales au commencement et à la terminaison du circuit non homogène, en formulant de certains critères optimaux mises au point des équilibres en vue de telles mesures. En se basant sur ces critères on a déduit des formules qui permettent de réaliser une discussion générale concernant l'influence sur des impédances mesurées de tels facteurs, comme

méthode et place de mesure, forme d'impulsion de mesure et irrégularité d'impédance dans le câble.

On a considéré des signaux de l'écho apparaissant à la place de liaison de deux sections du circuit et on a obtenu les rapports, que les impédances locales de mesure de ces sections doivent accomplir, pour que les conditions déterminées de l'adaptation optimale soient accomplies.

On a calculé et analysé les énergies minimales de l'écho, apparaissant dans les conditions de l'adaptation optimale des équilibres pendant la mesure des impédances locales ainsi que l'énergie minimale du signal de l'écho, apparaissant à la place de liaison de deux sections du circuit.

Enfin on a présenté le résumé des conclusions.

М. РЫДЕЛЬ

О НЕКОТОРЫХ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОПРОСАХ НЕОДНОРОДНЫХ КОАКСИАЛЬНЫХ КАБЕЛЕЙ

Резюме

Статья посвящена главным образом двум вопросам, а именно вопросу теории измерений местных волновых сопротивлений на концах неоднородной коаксиальной цепи и вопросу оптимальной взаимной согласованности участков таких цепей.

После установления некоторых соотношений, касающихся сигналов эха, представлено принципы измерений местных импедансов в начале и на конце неоднородной цепи, причем сформулировано некоторые критерии оптимального подбора балансных контуров при таких измерениях. На базе этих критериев выведены формулы позволяющие провести общий анализ влияния на измеряемые местные импедансы таких факторов, как метод и место измерения, форма измерительного импульса и неоднородность волнового сопротивления.

Рассмотрены сигналы эха возникающего в месте соединения двух участков цепи и выведены зависимости, какие должны быть соблюдены измерительными местными импедансами этих участков, чтобы были соблюдены определенные условия оптимального согласования.

Рассчитано и проанализировано минимальные энергии эха выступающего в условиях оптимальной согласованности балансных контуров во время измерения местных импедансов, а также минимальную энергию сигнала эха, возникающего в месте соединения двух участков цепи.

В заключении подытожены полученные выводы.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

SPIS TREŚCI DO TOMU X — 1964

M. Dąbrowski: Wpływ napięć magnetycznych w zębach stojana i wirnika na kształt krzywej pola w szczelinie maszyny asynchronicznej	207
W. Fuliński: Nowe układy kompensacyjno-różnicowe do sprawdzania przekładników napięciowych	259
Z. Jasicki, A. Kordus: Niektóre zagadnienia generatora magnetohydrodynamicznego z tunelem o stałym przekroju	227
S. Judycki: Zastosowanie algebry Boole'a do analizy i syntezy układów dwustanowych	33
J. Kaczmarczyk: Metody analogowe optyki elektronowej	101
T. Kaczorek: Obliczanie rozgałęzionych obwodów nieliniowych metodami iteracyjnymi	3
C. Królikowski, S. Seidel: Plazmotron (palnik łukowy) jako źródło gazów częściowo zjonizowanych	237
J. L. Kulikowski: O strukturze i własnościach asymptotycznych pewnej klasy kwantowych układów decyzyjnych	427
W. Lidmanowski: Niektóre zagadnienia wyładowań ślizgowych	343
W. Majewski jr: Podstawy krakowianowej analizy układów liniarnych	63
J. Owczarek: Zarys współczesnej teorii selsynów nadawczo-odbiorczych wskaźnikowych	519
R. Nowak: Zagadnienie niestabilności częstotliwości w świetle zjawisk fluktuacyjnych	453
S. Piątek: Siła magnetomotoryczna wirnika turbogenerators potrzebna dla danych warunków pracy turbogenerators przy różnych systemach chłodzenia	331
M. Rydel: Obliczanie sygnałów echa obcego w torach współosiowych niejednorodnych	127
M. Rydel: O pewnych teoretycznych zagadnieniach niejednorodnych torów współosiowych	675
A. Spichalski: Analiza układu kompensacyjnego do pomiaru małych pól magnetycznych za pomocą wzorcowej cewki kompensującej	619
A. Staniszewski: Metody pomiaru kąta obciążenia maszyny synchronicznej	307
S. Stuchły: Mikrofalowy tłumik obrotowy jako pierwotny wzorzec tłumienia	501
Z. Szczepański: Wyładowania niezupełne jako przyczyna starzenia dielektryku elektrycznych kondensatorów wysokonapięciowych	383
W. Wierzejski: Projektowanie i pomiary jednorodnych linii spiralnych	181
J. S. Zieliński: O obliczaniu przepięć wewnętrznych przy pomocy modeli matematycznych	361

TABLE OF CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

M. Dąbrowski: Influence des tensions magnétiques dans les dents de stator et de rotor sur la forme de la caractéristique du champ dans la fente de la machine asynchrone	223
Einfluss der magnetischen Ständer- und Lauferzahnspannungen auf die Feldkurve im Luftspalt der asynchronen Maschine	224
W. Fuliński: New Circuits for Differential Testing of Potential Transformers Using Potentiometer Principle	302
Nouveaux systèmes de mesure des transformateurs de tension utilisant les méthodes différentielle et d'opposition	303
Neue Spannungswandler-Prüfschaltungen nach dem Kompensationsdifferentialprinzip	303
Z. Jasicki, A. Kordus: Some Problems of the Magnetohydrodynamic Generator with Constant Cross-Section of the Channel	235
Certains problèmes concernant le générateur magnetohydrodynamique avec un tunnel à section continue	236
Einige Probleme des magnetohydrodynamischen Generators mit Kanal vom konstanten Querschnitt	236
S. Judycki: Boolean Algebra as Applied to the Analysis and Synthesis of the Two-State Circuits	60
Application d'algèbre de Boole à analyse et synthèse des schémas bistables	60
Anwendung der Algebra von Boole zur Analyse und Synthese von Zweizustand-Schaltungen	61
J. Kaczmarczyk: Analogue Methods of Electron Optics	123
Les méthodes analogues de l'optique électronique	124
Analoge Methoden in der Elektronenoptik	124
T. Kaczorek: Computation of Nonlinear Branched Circuits by Means of Iterative Methods	29
Calcul des circuits nonlinéaires branchés en appliquant des méthodes itératives	29
Berechnung von verzweigten, nichtlinearen Kreisen mittels Iterationsmethoden	30
C. Królikowski, S. Seidel: Pasmotron as Source of Partially Ionized Gases	254
Plasmotron comme source des gaz partiellement ionisées	255
Lichtbogenplasmabrenner (Plasma-jet) als Quelle des teilweise ionisierten Gasstrahles	255
J. L. Kulikowski: Structure et qualités asymptotiques d'une classe des schémas de décision à quantification du signal	452
Über die Struktur und asymptotischen Bewertungen von Eigenschaften einer gewissen Klasse dezidierender Quantensysteme	452
W. Lidmanowski: Some Aspects of Surface Discharges	358
Quelques problèmes concernant les décharges superficielles	358
Einige Probleme von Gleitentladungen	359
W. Majewski jr: Principles of Cracovian Analysis of Linear Networks	95
Principes d'analyse cracovienne des réseaux linéaires	97
Unterlagen der Krakoviantheorie von linearen Netzwerken	97
J. Owczarek: Outline of Contemporary Theory of Indicating Selsyn Systems with Slip Rings	615
Esquisse de la théorie contemporaine des systèmes des selsyns indicateurs à contacts glissants	616

R. Nowak: Problem of Frequency Instability in Connection with Fluctuation Phenomena	499
S. Piątek: The Rotor-MMF Needed for Given Working Conditions of Turbo-generators with Various Cooling Systems	341
Force magnétomotrice de rotor de turbogénérateur nécessaire aux conditions données de fonctionnement de turbogénérateur à différents systèmes de refroidissement	341
Die magnetomotorische Kraft des Turbogenerators, die für gegebene Arbeitsbedingungen des Turbogenerators bei verschiedenen Kühlsystemen erforderlich ist	342
M. Rydel: Computations of Doubly Reflected Signals in Coaxial Cables with Impedance Irregularities	176
Calcul des Signaux de Trainage dans des câbles coaxiaux non homogènes	177
Berechnung von Mitflüssen in Koaxialkabeln mit Wellenwiderstandsschwankungen	178
M. Rydel: On Some Theoretical Problems of Coaxial Cables with Impedance Irregularities	691
De certains problèmes théoriques concernant les câbles coaxiaux non homogènes	691
A. Spichalski: Compensating Circuit Analysis for the Measuring of Magnetic Fields with a Standard Coil	671
Analyse du schéma de compensation servant à mesurer de petits champs magnétiques à l'aide d'une bobine étalon de compensation	672
Analyse einer Kompensationseinrichtung für die Messung kleiner magnetischer Felder vermittels einer Kompensationsprüfspule	673
A. Staniszewski: Methodes de mesure de l'angle de charge de la machine synchrone	329
Messmethoden für Lastwinkelmessungen an Synchronmaschinen	330
S. Stuchly: Attenuateur variable pour microondes comme étalon primaire d'affaiblissement	512
Der Mikrowellen-Drehdämpfer als primäres Dämpfungsmuster	513
Z. Szczepański: Décharges incomplètes comme la cause du vieillissement des diélectriques des condensateurs énergétiques haute tension	424
Unvollständige Entladungen als Ursache von Alterung des Dielektrikums in energetischen Hochspannungskondensatoren	425
W. Wierzejski: Designing and Measurements of Homogenous Helical Delay Lines	•205
Bojactation et mesures des homogènes lignes helicales	205
Projektierung und Vermessungen einartiger Spiralleitungen	206
J. S. Zieliński: Calculation of Internal Overvoltages with Analog Computer	381
Die Berechnung innerer Überspannungen mit Hilfe mathematischer Modelle	381

СОДЕРЖАНИЕ

М. Домбровски: Влияние магнитных напряжений в зубцах статора и ротора на форму кривой поля в щели асинхронной машины	225
В. Фулински: Новые компенсационно-дифференциальные схемы для проверки измерительных трансформаторов напряжения	305

З. Ясицки, А. Кордус: Некоторые вопросы магнитогидродинамического генератора с каналом с постоянным сечением	236
С. Юдыцки: Применение алгебры Буля для анализа и синтеза схем с двумя состояниями	61
Е. Качмарчик: Аналоговые методы электронной оптики	125
Т. Качорек: Расчёт разветвлённых нелинейных цепей по итерационным методам	30
Ц. Круликовски, С. Сейдель: Плазменный источник (дуговая горелка) частично ионизированных газов	255
Ю. Л. Куликовски: О структуре и асимптотических свойствах одного класса решающих схем с квантованием сигнала	452
В. Лидмановски: Некоторые вопросы скользящих разрядов	359
В. Маевски юр.: Основания краховияного анализа линейных цепей	100
Е. Овчарек: Очерк современной теории контактных индикаторных сельсинов	617
Р. Новак: Вопросы неустойчивости частоты в свете флуктуационных явлений	500
С. Пионтэк: Магнитодвижущая сила ротора турбогенератора необходимая для данных условий работы турбогенератора при разных системах охлаждения	342
М. Рыдель: Расчёт попутного потока в неоднородных коаксиальных кабелях	179
М. Рыдель: О некоторых теоретических вопросах неоднородных коаксиальных кабелей	692
А. Спихальски: Анализ скомпенсированной схемы для измерения малых магнитных полей при помощи эталонной компенсирующей катушки	673
А. Станишевски: Методы измерения угла нагрузки синхронной машины	330
С. Стухлы: Микроволновой вращатель в качестве первичного стандарта затухания	513
З. Щепаньски: Неполные разряды в качестве причины старения диэлектрика энергетических конденсаторов высокого напряжения	426
В. Вежейски: Проектирование и измерения однородных спиральных линий	206
Е. С. Зелиньски: К расчёту внутренних перенапряжений с применением математического моделирования	382

RADA REDAKCYJNA:

Prof. Janusz Groszkowski, Prof. Janusz Lech Jakubowski, Prof. Bolesław Konorski,
Prof. Ignacy Malecki, Prof. Paweł Nowacki, Prof. Paweł Szulkin

KOMITET REDAKCYJNY:

Redaktor Naczelny: Prof. Witold Nowicki, Sekretarz: Juliusz Mierzejewski

ADRES REDAKCJI:

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1, Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki, tel. 21-007 w. 330.

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10