

Ponieważ w pobliżu rezonansu  $|\gamma_2| \ll 1$  oraz  $m \ll 1$ , to  $\frac{|\gamma_2|^2 m^2}{8} \ll 1$ ; można także zaniedbać drugą harmoniczną, gdyż za diodą znajduje się wzmacniacz selektywny.

$$\bar{E}_B^2 = \frac{E_0^2}{2} [1 - |\gamma_2| m \sin \delta \cos \omega_p t]. \quad (9)$$

Przy założeniu kwadratowej charakterystyki diody mieszającej napięcie o częstotliwości pomocniczej wynosi:

$$U = -\frac{1}{2} P_0 K_d |\gamma_2| m \sin \delta \cos \omega_p t, \quad (10)$$

gdzie:

$$P_0 = \frac{\bar{E}_0^2}{2Z_0} \text{ moc mikrofalowa doprowadzona do rozgałęzienia,}$$

$K_d$  — czułość diody.

Jeżeli długość linii między rezonatorem a rozgałęzieniem magiczne  $T$  jest za pomocą przesuwника fazy tak dobrana, że napięcie częstotliwości pomocniczej jest równe zeru przy rzeczywistym współczynniku odbicia, to  $|\gamma_2| \sin \delta$  jest urojoną częścią współczynnika odbicia. Łatwo można wykazać, że [5], [6]:

$$|\gamma_2| \sin \delta = \frac{-2a\alpha}{(1+\alpha)^2 + a^2}, \quad (11)$$

gdzie:

$\alpha$  — współczynnik sprzężenia wnęki,

$$a = 2Q_0(f - f_0) \frac{1}{f_0},$$

$Q_0$  — dobroć wnęki nieobciążonej,

$f$  — częstotliwość sygnału,

$f_0$  — częstotliwość rezonansowa wnęki.

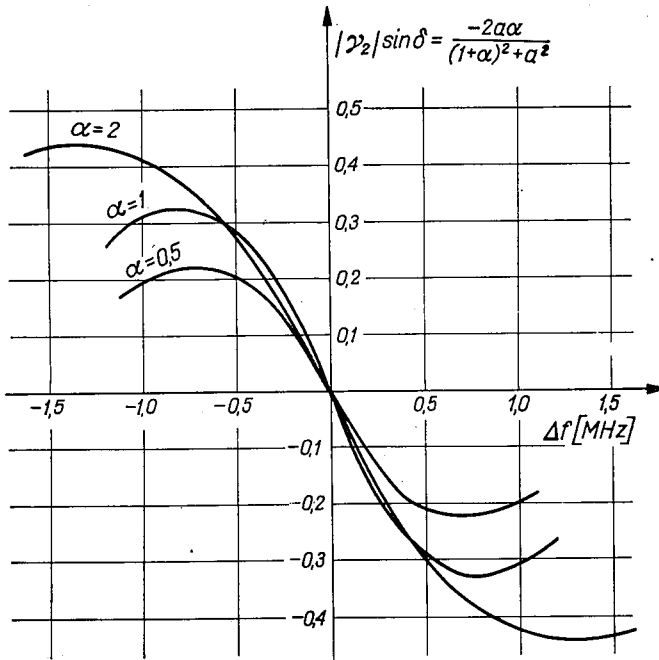
Znak w wyrażeniu (11) można zmienić przez zmianę długości linii między wnęką a rozgałęzieniem o  $\lambda/4$ .

Jak widać z rys. 3, wyrażenie (11) wykreślone w funkcji  $(f - f_0)$  ma kształt krzywej dyskryminatora.

Obliczmy teraz nachylenie krzywej w pobliżu zera;

$$\left. \frac{dU}{df} \right|_{f=f_0} = P_0 K_d m \frac{Q_0}{f_0} \frac{2\alpha}{(1+\alpha)^2}. \quad (12)$$

Nachylenie jest wprost proporcjonalne do dobroci rezonatora (czyli decyduje ona o współczynniku poprawy stałości częstotliwości przez układ stabilizatora), jest ono także zależne od współczynnika sprzężenia. Różniczkując (12) można wykazać, że maksymalne nachylenie występuje dla  $\alpha = 1$ .



Rys. 3. Część urojona współczynnika odbicia od rezonatora wnękowego. Wykres wykonano dla  $Q_0 = 7000$ ,  $f_0 = 9$  GHz,  $\Delta f = a \frac{f_0}{2Q_0}$

W praktyce zdarza się, że wstęgi boczne modulacji nie są równe na skutek nieliniowości w modulatorze krystalicznym i różnych warunków propagacji fal o częstotliwości różnicowej i sumacyjnej. Wtedy napięcie o częstotliwości modulującej na wejściu wzmacniacza wynosi

$$U = \frac{1}{2} P_0 K_d |\gamma_2| \left[ \frac{m_1 + m_2}{2} \sin \delta \cos \omega_p t + \frac{m_1 - m_2}{2} \cos \delta \sin \omega_p t \right], \quad (13)$$

istnieje więc sygnał o częstotliwości modulującej, nawet gdy częstotliwości generatora i wnęki są równe, jednak sygnał ten jest ortogonalny do sygnału użytecznego (sygnału błędu), dzięki czemu przy odpowiednim dobraniu fazy napięcia odniesienia w detektorze fazy, nie zakłóca on pracy układu.

Zastanówmy się, jakie znaczenie ma niespełnienie założeń przyjętych na początku analizy.

a) dioda mieszająca B w pierwszym ramieniu jest niedopasowana, ale

$$2\beta(l_2 + l_3) = 2n\pi \quad \text{oraz} \quad 2\beta(l_1 + l_3) = 2n\pi;$$

wtedy

$$U = \frac{1}{2} P_0 K_d m [|\gamma_2| \sin \delta \cos \omega_p t + |\gamma_1| \sin \omega_p t]. \quad (14)$$

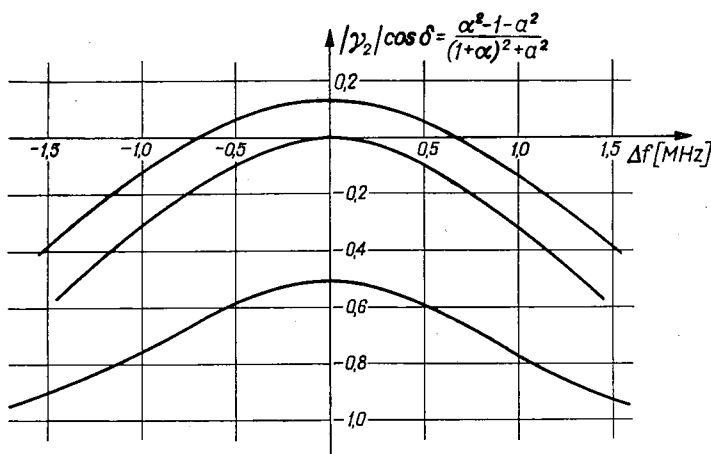
Istnieje składowa ortogonalna, która nie zakłóca pracy układu. Warto jednak zauważyć, że przy niedopasowaniu diody sprawność przemiany ( $K_d$ ) maleje i napięcie błędu jest mniejsze.

$$b) 2\beta(l_2 + l_3) \neq 2n\pi,$$

natomiast dioda  $B$  jest dopasowana, wówczas

$$U = \frac{1}{2} P_0 K_d m |\gamma_2| \{ \sin \delta \cos 2\beta(l_2 + l_3) + \cos \delta \sin 2\beta(l_2 + l_3) \} \cos \omega_p t. \quad (15)$$

Jak widać z podanej zależności (15), przypadek niewłaściwego dobrania przesunięcia fazy (przesuwnikiem fazy można zmieniać  $l_2$ ) jest groźniejszy od poprzednio omówionego przypadku niedopasowania mieszacza. Zastanówmy się, jaki przebieg będzie miała charakterystyka dyskryminatora dla różnych wartości  $2\beta(l_2 + l_3)$ . Pożądany kształt przedstawiony na rys. 3 otrzymuje się dla  $2\beta(l_2 + l_1) = 2n\pi$ . Jeżeli  $2\beta(l_2 + l_3) = (2n - 1)\pi$ , to otrzymamy charakterystykę o takim samym kształcie, ale o przeciwnym znaku pochodnej. W zasadzie obie te charakterystyki równie dobrze mogą być wykorzystane do regulacji, ale dla konkretnego układu musimy wybrać jedną z tych krzywych i odpowiednio



Rys. 4. Część rzeczywista współczynnika odbicia od rezonatora wnekowego w funkcji częstotliwości

dobrać ilość stopni wzmocnienia oraz charakterystykę korektora częstotliwości, a wtedy dla drugiej nie uzyska się poprawnej pracy układu.

Jeżeli  $2\beta(l_2 + l_3) = \frac{\pi}{2} + n\pi$ , to charakterystyka będzie przebiegać wg

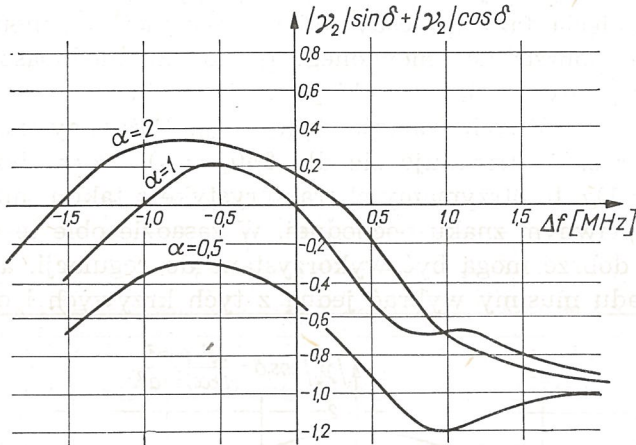
funkcji  $\pm |\gamma_2| \cos \delta = \pm \left[ \frac{\alpha^2 - 1 - a^2}{(1 + \alpha)^2 + a^2} \right]$  pokazanej na rys. 4. Krzywej takiej

nie można oczywiście wykorzystać do automatycznej regulacji częstotliwości. Na rys. 5 pokazano jeszcze jeden przypadek — przebieg napięcia

za mieszaczem dla  $2\beta(l_2 + l_3) = \frac{\pi}{4}$ . W tym przypadku dla  $\alpha = 1$

i  $\alpha > 1$  można ewentualnie wykorzystać przebieg ten do regulacji, ale otrzymuje się mniejsze nachylenie charakterystyki i asymetrię. Przy  $\alpha > 1$  częstotliwość zerowego błędu jest różna od częstotliwości rezonansowej.

Streszczając widzimy, że decydujący wpływ na kształt charakterystyki napięcia, o częstotliwości pomocniczej w funkcji różnicy częstotliwości generowanej i wzorcowej (rezonansowej wnęki), ma długość drogi elektrycznej między rozwidleniem magiczne T a rezonatorem, a więc



Rys. 5. Charakterystyki dyskriminatora mikrofalowego przy  $\beta(l_2 + l_3) = \frac{\pi}{8}$

przesunięcie fazy powinno być możliwie dokładnie dobrane. Dobroć rezonatora decyduje o nachyleniu charakterystyki, drugorzędny wpływ wywierają takie parametry, jak sprzężenie rezonatora z przewodnicą falową, głębokość modulacji, dopasowanie mieszacza.

### 3. WYBÓR PARAMETRÓW UKŁADU

Z przeprowadzonej poprzednio analizy wynika, że aby zapewnić poprawną pracę stabilizatora oraz uzyskać duży współczynnik poprawy stabilności częstotliwości, należy odpowiednio wybrać szereg parametrów układu. Współczynnik poprawy stałości częstotliwości wynosi wówczas:

$$df = \frac{df_0}{1 + S_d S_k K}, \quad (16)$$

gdzie:

$df$  — błąd niestałości częstotliwości układu stabilizowanego,

$df_0$  — „ „ „ „ bez stabilizacji,

$S_d$  — nachylenie charakterystyki detektora błędu V/MHz,

$S_k$  — „ „ korektora częstotliwości (w przypadku klistronu refleksowego — czułość przestrajania elektronowego MHz/V),

$K$  — wzmocnienie napięciowe wzmacniacza.



Ze wzoru (16) wynika, że nachylenie charakterystyki detektora ma istotny wpływ na współczynnik poprawy, tak więc należy stosować rezonator o możliwie dużej dobroci oraz o sprzężeniu bliskim krytycznego. Głębokość modulacji powinna być jak największa.

Osobnym problemem jest wybór częstotliwości modulującej. Zakres, w którym może być ona wybrana, jest dosyć duży — od kilkuset Hz do kilkudziesięciu MHz. Dolna granica jest zdeterminowana wymaganiem reagowania układu na szybkie zmiany częstotliwości. Jeżeli uwzględnić, że zmiany częstotliwości zachodzą głównie z częstotliwością napięcia zasilania oraz jej harmonicznymi, to częstotliwość pomocnicza (modulująca) powinna być co najmniej rzędu kilkuset Hz. Dla uzyskania korekcji szybszych zmian konieczna jest wyższa częstotliwość (najczęściej przyjmuje się, że najszybsze zmiany podlegające korekcji zachodzą z częstotliwością 1 kHz). Górna granica częstotliwości jest ograniczona zwiernym działaniem pojemności głowicy, w której umieszczona jest dioda, oraz trudnościami w praktycznym wykonaniu wzmacniacza przy wielkich częstotliwościach.

Wymagania dotyczące szerokości pasma są uwarunkowane widmem wzmacnianego sygnału oraz stałością częstotliwości generatora częstotliwości modulującej. Można przyjąć, że stałość generatora pomocniczego wynosi około  $10^{-3}$ . Sygnał błędu jest modulowany w amplitudzie oraz jego faza zmienia się  $\pm 180^\circ$ . Jeżeli przyjmiemy, że układ będzie korygował jedynie zmiany o częstotliwości niższej niż 1 kHz, to widmo sygnału zawiera prążki odpowiadające modulacji amplitudy z częstotliwością 1 kHz oraz fazy z częstotliwością 1 kHz i dewiacją  $\Delta\varphi = \pi$ . Dla przeniesienia takiego widma potrzebne jest pasmo około 10 kHz, a zatem wypadkowe pasmo powinno wynosić  $\Delta f = (10^4 + f_p \cdot 10^{-3})$  Hz.

#### 4. OPIS WYKONANEGO UKŁADU

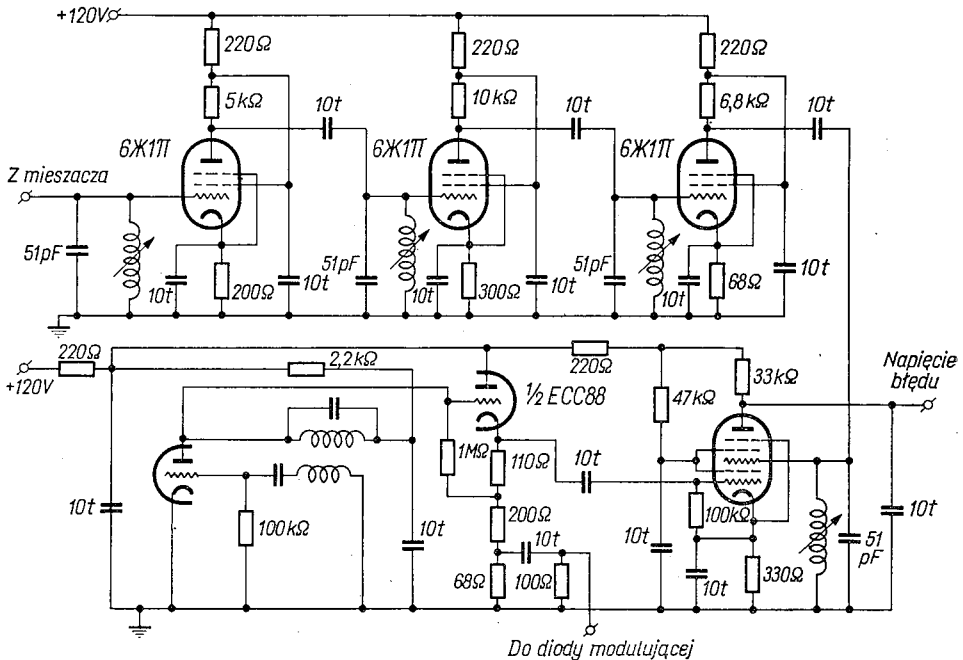
Układ stabilizatora Pounda dla pasma 3 cm wykonano i zbudowano w Katedrze Radiolokacji Politechniki Warszawskiej. Jako generator mikrofalowy został użyty generator na klistronie refleksowym K-19. Część mocy wydzielono z toru głównego za pomocą sprzęgacza kierunkowego w sprzężeniu 10 dB, o kierunkowości w całym paśmie 3 cm lepszej niż 15 dB, oraz  $WFS \leq 1,1$ .

Ze względu na to, że rezonator wnękowy powinien odznaczać się dużą dobrocią oraz stosunkowo szerokim pasmem przestrajania — jeśli przyrząd ma być używany jako stabilny generator laboratoryjny — wybrano rezonator cylindryczny pobudzany w rodzaju  $Te_{011}$ . Zastosowany rezonator posiadał następujące parametry:

zakres przestrajania	8,5 — 10 GHz,
dobroć nieobciążona	$Q_0$ — 10000,
współczynnik sprzężenia	$\alpha = 2$ .

Wnękę sprzężono z falowodem poprzez otwór kołowy leżący na powierzchni walcowej rezonatora. Taki sposób sprzężenia zapewnia stosunkowo małe zmiany współczynnika sprzężenia przy przestrajaniu.

Część elektroniczną układu, złożoną z generatora modulującego, wzmacniacza oraz detektora fazy, przedstawiono na rys. 6. Częstotliwość pomocnicza wynosi 1 MHz. Generator modulujący wraz z wtórnikiem zbudowano na lampie ECC 88. Wzmacniacz selektywny trójstopniowy zbudowano na lampach 6Ж11I, jego wzmocnienie wynosi ok. 80 dB, a pasmo 3 dB około 100 kHz. Jako detektor fazy została użyta heptoda EH 90. Na jej pierwszą siatkę doprowadzono z wtórnika napięcie o takiej wartości, aby ustaliła się praca w klasie C, na trzecią siatkę doprowadzono wzmocnione napięcie błędu; punkt pracy wybrano w klasie A. Napięcie anodowe przy takim doprowadzeniu napięć siatkowych zależy w pew-



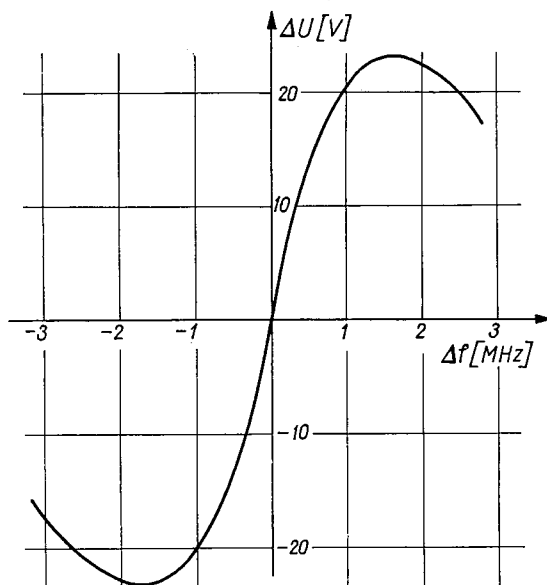
Rys. 6. Schemat ideowy części elektronicznej stabilizatora Pounda

nym zakresie liniowo od napięcia na siatce trzeciej. Napięcie z anody lampy EH 90 doprowadzono w szereg z napięciem zasilania na reflektor klustronu. A więc w tym układzie, dzięki temu, że klustron refleksywny można przestrajają elektronicznie, korektor częstotliwości jest bardzo prosty.

Jako mieszacz pracuje dioda DKS-4, natomiast jako dioda modulująca dioda DKI-2, do której doprowadzono z generatora taki sygnał, aby jej prąd średni wynosił ok. 200  $\mu$ A.

## 5. WYNIKI POMIARÓW

Na rys. 7 pokazano charakterystykę dyskryminatora za wzmacniaczem i detektorem fazy zdjętą przy otwartej pętli sprzężenia zwrotnego. Charakterystyka ta jest mało dokładna ze względu na trudności techniczne występujące przy pomiarze (niestabilność generatora).

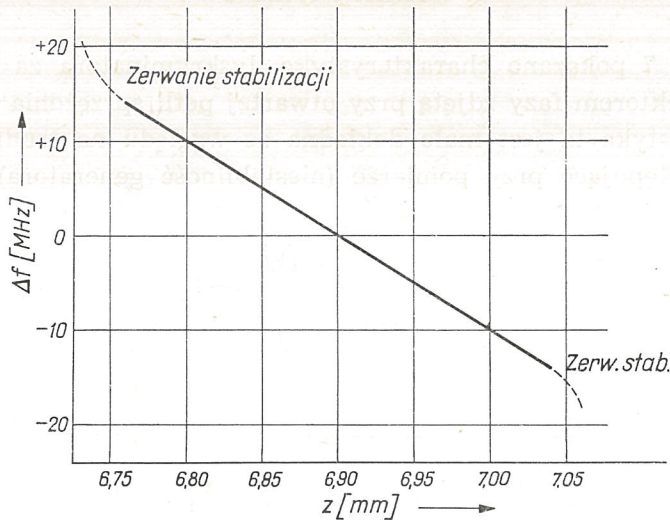


Rys. 7. Charakterystyka dyskryminatora zdjęta doświadczalnie

Przy zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego stabilność układu jest nie gorsza niż  $2 \cdot 10^{-5}$  (brak odpowiedniego miernika nie pozwala na dokładne określenie stabilności). Zmiany napięć zasilania o  $\pm 5\%$  nie powodowały zmiany częstotliwości możliwej do wykrycia za pomocą posiadanego wyposażenia.

Układ stabilizatora Pounda pozwala na zmiany częstotliwości generowanej w wąskich granicach przez zmianę częstotliwości rezonansowej wnęki wzorcowej, bez zmiany częstotliwości rezonansowej wnęki klistronu. Jest to właściwość bardzo dogodna przy eksploatacji generatora. Na rys. 8 pokazano zdjętą przykładowo charakterystykę przestrajania układu za pomocą wnęki wzorcowej.

Właściwości temperaturowe układu są uwarunkowane stabilnością temperaturową rezonatora wzorcowego, a więc zapewniając stałe warunki termiczne oraz stałą wilgotność we wnęce można uzyskać długoterminową stabilność generatora.



Rys. 8. Przystrojenie generatora stabilizowanego za pomocą wnelki wzorcowej

Na zakonczenie autorka pragnie podziękowac prof. drowi S. Stawinskiemu za wiele pomocnych uwag i sugestii w trakcie wykonywania pracy.

Politechnika Warszawska  
Katedra Radiolokacji

#### WYKAZ LITERATURY

1. Бычков С. И., Буренин Н. И., Сафаров Н. И.: Стабилизация частоты генераторов С. В. Ч. — Советское Радио, Москва 1962.
2. Dideout: Automatic Frequency Control of Microwave Oscillators. — PIRE, 1947, nr 8.
3. Grant E. F.: An Analysis of the Sensing Method of Automatic Frequency Control of Microwave Oscillator. — PIRE, 1949, nr 8.
4. Jung P.: Transistorized Frequency Stabilization for Reflex Klystron. — Journal of Sci Inst., 1960, nr 10.
5. Pound R. V.: Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators. — Rev. Sci. Inst., 1946.
6. Pound R. V.: Frequency Stabilization of Microwave Oscillators. — PIRE, 1947, nr 12.
7. Smith M.: Frequency Stabilization of Klystron. — Journal of Sci. Inst., 1960, nr 10.
8. Веселяго, Ирисова: Модуляционная схема стабилизации частоты отражательного клистрона при помощи объёмного волнометра. — Radiotekhnika i Elektronika, 1957, nr 4.

M. RZEPECKA

## FREQUENCY STABILIZATION OF MICROWAVE OSCILLATOR

## Summary

The paper presents one of methods of automatic frequency stabilization of microwave oscillator — the Pound stabilizer.

The scheme of electronic frequency stabilization discussed here consists of a microwave circuit containing a high- $Q$  cavity, magic- $T$ , phase-shifter, two crystal mounts, and either i-f oscillator, i-f amplifier and lock-in-mixer.

There is given an analysis of the microwave discriminator based on the scattering matrix method. The output signal of the microwave circuit is an i-f voltage which is dependent in sign on, and proportional in amplitude to, the imaginary part of the reflection coefficient of the high- $Q$  cavity.

There have been made tests of that stabilization circuit in the region of 3 cm band with K-19 reflex klystron as an oscillator. The stability better than  $2 \cdot 10^{-5}$  has been obtained during an hour.

M. RZEPECKA

STABILISATION DE LA FRÉQUENCE D'UN GÉNÉRATEUR DES MICRO-ONDES  
À SCHÉMA DE POUND

## Résumé

Dans l'article on décrit une méthode de stabilisation automatique de la fréquence du générateur des micro-ondes nommée la méthode de Pound.

Le système du générateur contient un circuit de micro-ondes, composé d'une cavité résonante à haute valeur de  $Q$ , d'un  $T$  magique, d'un système de décalage de phase et de deux têtes cristallines. Ce système contient aussi un générateur de la fréquence intermédiaire, un amplificateur de cette fréquence et un détecteur de phase.

Dans l'article on analyse les relations entre les paramètres physiques du discriminateur de phase en utilisant la méthode des matrices de dissipation. Le signal à la sortie du discriminateur a la fréquence intermédiaire; son amplitude et son signe dépendent de la partie imaginaire du coefficient de réflexion.

On présente les résultats expérimentaux, obtenus au moyen d'un générateur à klystron à réflexe K-19 pour la longueur d'onde égale 3 cm.

La précision de la stabilisation mesurée pendant une heure était meilleure que  $2 \times 10^{-5}$ .

М. ЖЭПЭЦКА

СТАБИЛИЗАЦИЯ ЧАСТОТЫ МИКРОВОЛНОВОГО ГЕНЕРАТОРА  
В СХЕМЕ ПУНДА

## Резюме

В работе изложен один из методов автоматической стабилизации микроволновых генераторов. Разработанная схема состоит из микроволновой цепи со-

ставленной с объёмного резонатора, имеющего большой  $Q$  — фактор, использованного как эталон частоты, магического Т, фазового регулятора, двух кристаллических диодов, генератора промежуточной частоты, усилителя этой частоты и детектора-смесителя.

В работе представлен анализ физических зависимостей в микроволновом дискриминаторе при помощи метода матрицы рассеяния. Исходной сигнал дискриминатора имеет промежуточную частоту, а его амплитуда и знак зависят от мнимой части коэффициента отражения объёмного резонатора.

Наконец приведены результаты эксперимента проведённого в диапазоне 3 см, с генератором на отражательном клистроне К-19. Получена стабильность частоты лучше  $2 \cdot 10^{-5}$  в час.



MACIEJ KRAWCZYK

## Analiza pracy radiolokacyjnego przełącznika antenowego

Rękopis dostarczono 5.7.1963

W artykule została podana analiza pracy przełącznika antenowego stosowanego w stacjach radiolokacyjnych. Przełącznik ten jest zbudowany z wykorzystaniem dwu lamp typu ANO i jednej lampy typu NO. Dokładna analiza dotyczy pracy przełącznika przy niskim poziomie mocy. W rezultacie analizy otrzymano wyrażenia, które określają optymalną odległość między lampami ANO oraz wpływ strat lamp ANO i współczynnika odbicia nadajnika na współczynnik odbicia gałęzi nadajnika. Omawiane wzory mogą stanowić podstawę do projektowania przełącznika przy niskim poziomie mocy.

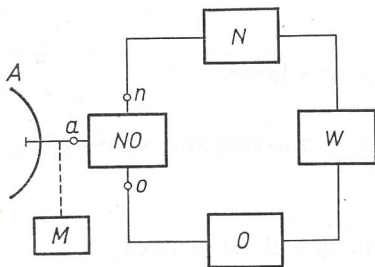
## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- $\hat{k}$  — współczynnik przenoszenia lampy ANO
- $l$  — odległość między nadajnikiem a pierwszą lampą ANO
- $l$  — odległość między lampami ANO
- $l''$  — odległość między drugą lampą ANO a płaszczyzną symetrii rozgałęzienia
- $[\hat{s}]$  — macierz współczynników rozproszenia odcinka falowodu
- $[\hat{S}]$  — macierz współczynników rozproszenia gałęzi nadajnika
- $\hat{U}_A$  — napięcie fali w płaszczyźnie wejściowej lampy ANO
- $\hat{U}_B$  — napięcie fali w płaszczyźnie wyjściowej lampy ANO
- $\hat{U}^+$  — napięcie fali padającej
- $\hat{U}^-$  — napięcie fali odbitej
- $Z_o$  — impedancja charakterystyczna przewodnicy falowej
- $\hat{Z}_k$  — impedancja końcowa
- $\hat{Z}_{66}$  — impedancja zastępcza gałęzi nadajnika
- $Y_o$  — admitancja charakterystyczna przewodnicy falowej
- $\hat{Y}_{obc}$  — admitancja obciążenia
- $\alpha$  — współczynnik strat wnoszonych przez gałąź nadajnika
- $\hat{\Gamma}$  — współczynnik odbicia lampy ANO
- $\hat{\Gamma}_{g.n.o.}$  — współczynnik odbicia gałęzi nadajnika w stanie odbioru
- $\Gamma_{nad}$  — współczynnik odbicia nadajnika
- $\varphi$  — faza liczby zespolonej, np.  $\varphi_r$  — faza współczynnika odbicia lampy ANO

## 1. WPROWADZENIE

Tematem niniejszej pracy jest analiza działania przełącznika antenowego nadawanie — odbiór, czyli tzw. przełącznika NO, występującego w typowych urządzeniach radiolokacyjnych zaopatrzonych w jedną antenę nadawczo-odbiorczą. Przełącznik NO ma za zadanie łączyć możliwie szybko tor anteny z nadajnikiem w okresie nadawania impulsu sondującego lub tor anteny z odbiornikiem po zakończeniu nadawania. Ponieważ przełączenie takie nie może się odbywać z fizycznych względów w sposób nieskończenie szybki, powstaje pewna tzw. martwa strefa w urządzeniu radiolokacyjnym. Powstanie tej strefy wynika z faktu, że przy analizowaniu odpowiednio bliskich obszarów czas między wysłaniem impulsu sondującego a odebraniem impulsu echa może być krótszy od czasu przełączania anteny z toru nadajnika na tor odbiornika. To ograniczenie nie występuje przy stosowaniu dwóch oddzielnych anten. Duża częstotliwość przełączania (rzędu kHz) eliminuje elektromechaniczne rozwiązania takich przełączników, które są z reguły rozwiązywane na drodze elektronowej.

Schemat blokowy stacji radiolokacyjnej z jedną anteną nadawczo-odbiorczą wygląda następująco.



Rys. 1.1. Schemat blokowy stacji radiolokacyjnej z jedną anteną

A — antena nadawczo-odbiorcza, M — zespół urządzeń mechanicznych powodujących ruch anteny, NO — przełącznik nadawczo-odbiorczy, N — nadajnik, O — odbiornik, W — wskaźnik

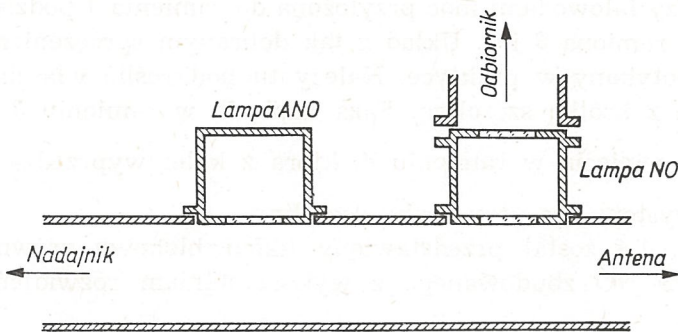
Jak widać ze schematu, przełącznik NO jest mikrofalowym obwodem sześciopunktowym o trzech wejściach oznaczonych na rys. 1.1 literami „a”, „n” oraz „o”. W okresie nadawania nadajnik wysyła w kierunku anteny impuls sondujący dużej mocy. Impuls ten powinien przejść z wejścia „n” do wyjścia „a” przełącznika NO z możliwie najmniejszymi stratami. Straty mocy impulsu powstałe na tej drodze zmniejszają ogólną moc wypromieniowaną przez antenę, co rzutuje na zmniejszenie zasięgu stacji radiolokacyjnej. W stanie nadawania przełącznik NO powinien zapewnić możliwie największą izolację między wyjściami „n” i „a” a wyjściem „o”. Izolacja ta jest konieczna dla zabezpieczenia pierwszych stopni czułego odbiornika przed zniszczeniem impulsem dużej mocy. Po zakończeniu generacji impulsu sondującego przełącznik NO powinien przejść w stan odbioru, tj. połączyć tor anteny z odbiornikiem.

Impuls echa powinien przejść z wejścia „a” do wyjścia „o” z możliwie małymi stratami mocy. Straty mocy występujące na tej drodze zmniejszają moc sygnału odbieranego, a więc, podobnie jak wyżej, wpływają na zmniejszenie zasięgu stacji radiolokacyjnej. Aby zapobiec zmniejszeniu się mocy echa w torze odbiornika w związku z rozplywem energii, między wyjścia „n” i „o” wprowadza się warunek możliwie pełnej izolacji gałęzi nadajnika w stanie odbioru.

Z omówionych wyżej zadań stawianych przełącznikowi NO wynika, że powinien to być bezstratny mikrofalowy obwód sześciopunktowy charakteryzujący się idealnymi właściwościami kierunkowymi.

Spotykane w praktyce układy przełączników NO można podzielić na dwie zasadnicze grupy, tj. na układy przełączników rozgałęzionych i na układy przełączników zrównoważonych.

W układach przełączników rozgałęzionych zasadniczymi elementami liniowymi są, omówione w [3] a także w [2] i [4], rozgałęzienia falowodowe typu T, szeregowo i równoległe. Na rys. 1.2 jest podany przykładowy układ rozgałęzionego przełącznika NO.



Rys. 1.2. Schemat rozgałęzionego przełącznika NO

W okresie nadawania generowany przez nadajnik impuls dużej mocy powoduje jonizację gazu wypełniającego lampy tpu ANO i NO (rys. 1.2). Zjonizowany gaz powoduje elektryczne zwarcie wykonanych z dielektryku okien lamp i impuls dużej mocy przechodzi głównym falowodem z nadajnika do anteny.

Po zakończeniu nadawania impulsu gaz wypełniający lampy ulega dejonizacji i cały układ przełącznika przechodzi do stanu odbioru. Lampa ANO jest tak wykonana, aby po całkowitym zdejonizowaniu gazu stanowiła rozwarcię szerszej ścianki falowodu, w której jest zamocowana. W związku z tym nadajnik jest odcięty w okresie odbioru i energia echa przechodzi z anteny przez falowód główny i lampę NO do gałęzi odbiornika.

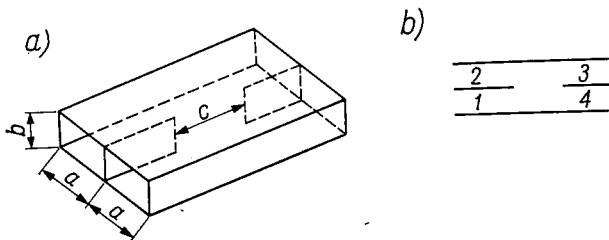
W układach przełączników zrównoważonych zasadniczymi elementami liniowymi są różnego typu rozwidlenia falowodowe omówione w [7]



i [6]. Poniżej podane będą właściwości układu rozwidlenia z krótką szczeliną.

Układ rozwidlenia z krótką szczeliną składa się z dwu odcinków falowodowych połączonych ze sobą węższymi ściankami (rys. 1.3).

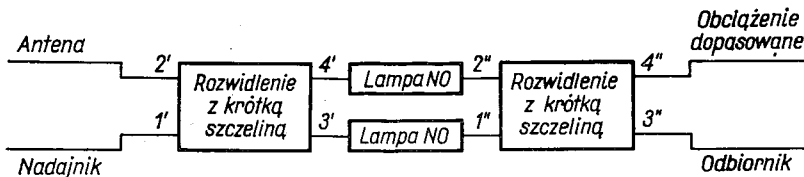
Jak widać z rysunku, układ ten jest podwójnie symetryczny, tak więc, aby zilustrować jego działanie można założyć zasilanie rodzajem  $H_{10}$  dowolnego ramienia np. ramienia 1. Po odpowiednim dobraniu sprzę-



Rys. 1.3. Układ rozwidlenia z krótką szczeliną  
a) wygląd zewnętrzny, b) rysunek schematyczny

zenia między falowodami moc przyłożona do ramienia 1 podzieli się równo między ramiona 3 i 4. Układ z tak dobranym sprzężeniem jest najczęściej spotykany w praktyce. Należy tu podkreślić właściwości fazowe układu z krótką szczeliną. Faza napięcia w ramieniu 3 wyprzedza o  $\frac{1}{2} \pi$  fazę napięcia w ramieniu 4, która z kolei wyprzedza o  $\frac{1}{4} \pi$  fazę napięcia występującą przy braku szczeliny.

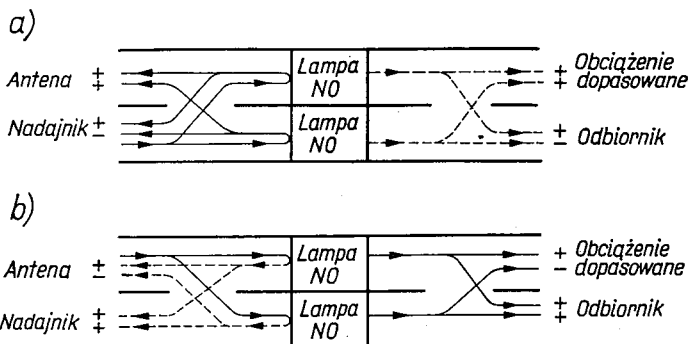
Na rys. 1.4 został przedstawiony układ blokowy zrównoważonego przełącznika NO zbudowanego z wykorzystaniem rozwidleń z krótką szczeliną.



Rys. 1.4. Zrównoważony przełącznik NO zbudowany z wykorzystaniem układów rozwidlenia z krótką szczeliną. Przy braku określenia rodzaju rozwidlenia jest to ogólny schemat zrównoważonego przełącznika NO

Impuls dużej mocy generowany przez nadajnik dzieli się w pierwszym rozwidleniu na dwie fale (rys. 1.5a), które docierając do lamp NO powodują ich zapalenie. Zjonizowana lampa NO powoduje stan bliski zwarcia falowodu. Wspomniane wyżej fale zostają więc odbite od płaszczyzny wejściowej zapalonych lamp NO i przechodzą do ramienia 2'. Część fal odbitych przechodzi również do ramienia 1', ponieważ jednak jedna z tych fal jest przesunięta w tym ramieniu o  $\pi$  w stosun-

ku do drugiej, a więc, przy założeniu pełnej symetrii układu zrównoważonego przełącznika NO, nadajnik można traktować jako odłączony dla tych fal. Ponieważ zapalone lampy NO nie stanowią idealnego zwarcia, część energii fal padających przejdzie do ramion 1'' i 2''. Fale te w ramieniu 3'' odejmują się (różnica faz między tymi falami jest równa  $\pi$ ) i odbiornik, przy spełnieniu uczynionego wyżej założenia dotyczącego symetrii układu, można również traktować jako w pełni odizolowany.



Rys. 1.5. Stany pracy zrównoważonego przełącznika NO zbudowanego z wykorzystaniem układów rozwidlenia z krótką szczeliną

a) — moc generowana i moc odbita od lamp NO, - - - - moc przepuszczana przez lampy NO; b) — moc odbierana i moc przepuszczana przez lampy NO, - - - - moc odbita od lamp NO

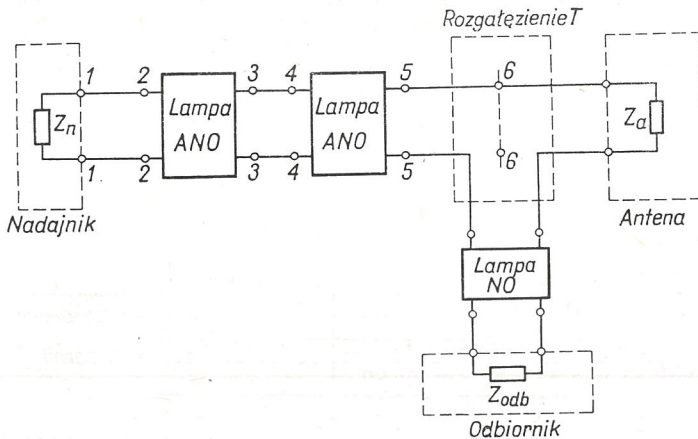
Na rys. 1.5b jest przedstawiona schematycznie praca przełącznika w stanie odbioru. Moc impulsu echa odbierana przez antenę jest oczywiście niewystarczająca do wywołania zapłonu lamp NO, które można teraz traktować jako odcinki falowodu charakteryzujące się dużym współczynnikiem przenoszenia. Dla większej czytelności rysunku 1.5 można przyjąć zasadę, że przy przejściu fali przez rozwidlenie faza jej zmienia się o  $\frac{1}{2} \pi$ .

Jak widać z powyższego, zrównoważony przełącznik NO posiada znacznie lepsze właściwości od rozgałęzionego przełącznika NO, jednak wymaga zastosowania dwóch układów rozgałęzionych i dwóch jednakowych lamp NO. O poprawnym działaniu zrównoważonych przełączników NO decyduje zachowanie warunku pełnej symetrii układu, który nie jest łatwy do spełnienia.

W dalszej części niniejszej pracy będzie przeprowadzona analiza pracy rozgałęzionego przełącznika NO zbudowanego na rozgałęzieniu T typu szeregowego z dwoma lampami ANO i jedną lampą NO. Ten typ przełącznika charakteryzuje się prostotą oraz względną zwartością konstrukcji i z tych względów znajduje obecnie dość szerokie zastosowanie w urządzeniach radiolokacyjnych.

## 2. ANALIZA PRZEŁĄCZNIKA NO

Układ zastępczy przełącznika NO zbudowanego na rozgałęzieniu  $T$  typu szeregowego z dwoma lampami ANO i jedną lampą NO, obciążonego impedancjami zastępczymi nadajnika, odbiornika i anteny przedstawia się następująco.



Rys. 2.1. Układ zastępczy przełącznika NO przed wprowadzeniem założeń upraszczających

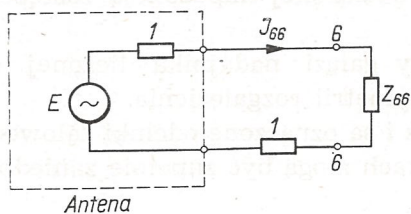
W okresie nadawania nadajnik generuje impuls sondujący dużej mocy, który powoduje jonizację lamp ANO i lampy NO. Lampy ANO są umocowane w szerszej ścianie falowodu, jak to jest pokazane na rysunku 2.8. Gdy gaz w tych lampach jest zjonizowany, okno szklane jest zabocznikowane dużą przewodnością i w tym stanie, w pierwszym przybliżeniu, można traktować lampy ANO i NO jako elementy idealnie zwierające. W związku z tym impuls sondujący przechodzi wprost do anteny. Odbiornik można w stanie nadawania uważać za zupełnie odizolowany przez lampę NO, która w stanie zjonizowanym zwiera gałąź odbiornika w rozgałęzieniu  $T$ .

Moc powracającego echa jest oczywiście całkowicie niewystarczająca do wywołania zapłonu lamp. Lampy ANO w stanie zimnym można uważać, w pierwszym przybliżeniu, jako rozwarście, natomiast lampa NO w stanie zimnym przedstawia sobą zwykły odcinek falowodu. W związku z tym moc powracającego echa wydziela się całkowicie na odporności wejściowej pierwszego stopnia odbiornika.

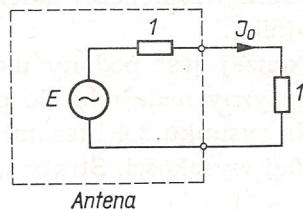
Gałąź odbiornika obciążoną impedancją zastępczą odbiornika można od strony rozgałęzienia traktować jako dopasowaną, co w praktyce jest osiągalne z dużą dokładnością. Impedancja widziana od strony rozgałęzienia w kierunku nadajnika będzie dalej określona symbolem  $z_{66}$ . Ponieważ założenie dopasowania anteny do falowodu można spełnić w prak-



tyce, więc układ zastępczy przełącznika NO będzie przedstawiać się teraz jak niżej.



Rys. 2.2. Układ zastępczy przełącznika NO w stanie odbioru po wprowadzeniu założeń upraszczających



Rys. 2.3. Układ zastępczy do obliczenia amplitudy fali  $I_0$

Wartości impedancji występujące w powyższym układzie są zredukowane w stosunku do impedancji charakterystycznej falowodu.

Gdy fala odbierana przez antenę nie doszła jeszcze do płaszczyzny symetrii rozgałęzienia, w której znajdują się impedancje zastępcze gałęzi nadajnika —  $z_{66}$  i gałęzi odbiornika  $z = 1$ , układ zastępczy do obliczenia amplitudy tej fali będzie następujący.

Amplitudę omawianej wyżej fali można określić poniższym wzorem

$$|I_o| = \frac{1}{2} |E|. \quad (2.1)$$

Gdy czoło fali dotrze do płaszczyzny symetrii rozgałęzienia, obciążenie anteny ulegnie zmianie (zob. rys. 2.2) i prąd  $I_{66}$  będzie zależny od tego obciążenia w następujący sposób.

$$|I_{66}| = \left| \frac{E}{2 + z_{66}} \right|. \quad (2.2)$$

Stosunek obliczonych wyżej prądów

$$\alpha = \frac{|I_o|}{|I_{66}|} \quad (2.3)$$

jest określony jako współczynnik strat wnoszonych przez gałąź nadajnika. Wyrażając te straty w decybelach

$$\beta = 10 \lg |\alpha|^2 \quad (2.4)$$

otrzymuje się jeden z zasadniczych parametrów charakteryzujących pracę przełącznika NO w stanie odbioru.

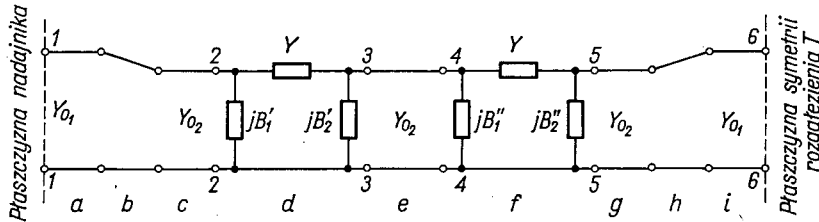
Podstawiając (2.1) i (2.2) do (2.3) otrzymuje się współczynnik strat wnoszonych przez gałąź nadajnika w stanie odbioru w zależności od impedancji nadajnika —  $z_{66}$ .

$$\alpha = \left| \frac{\frac{1}{2} E}{\frac{E}{2 + z_{66}}} \right| = |1 + 0,5 z_{66}|. \quad (2.5)$$

Z wyrażenia (2.5) widać wyraźnie, że straty wnoszone przez przełącznik NO w stanie odbioru są tym mniejsze, im mniejsza jest wartość impedancji zastępczej gałęzi nadajnika obciążonej impedancją zastępczą nadajnika.

Poniżej jest podany układ zastępczy gałęzi nadajnika liczonej od płaszczyzny nadajnika do płaszczyzny symetrii rozgałęzienia.

Na rysunku 2.4 literami *a, c, e, g* oraz *i* są oznaczone odcinki falowodu o stałej wysokości. Straty w tych odcinkach mogą być zupełnie zaniedbane,

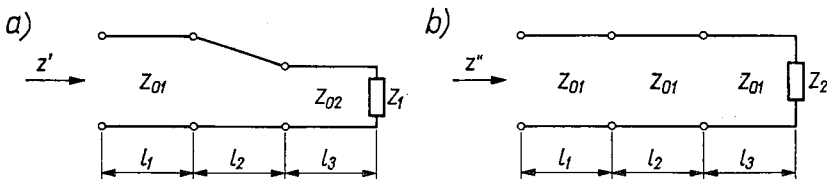


Rys. 2.4. Układ zastępczy gałęzi nadajnika

ne, natomiast podstawowe znaczenie mają wprowadzone przez te odcinki przesunięcia fazowe. Literami *d* i *f* są oznaczone układy zastępcze lamp ANO.

Ostatnie dwa czwórniki oznaczone literami *b* i *h* są to bezstratne i bezodbićowe przejścia między falowodami o różnych wysokościach. Przejścia te zostały wprowadzone ze względu na konieczność zbadania wpływu wysokości tej części falowodu, w której znajdują się lampy ANO, na straty wnoszone przez gałąź nadajnika.

Przejścia falowodowe są więc tylko transformatorami impedancji, a więc ich wpływ można pominąć na podstawie poniższego rozumowania. Jeżeli istnieją dwa następujące układy falowodowe



Rys. 2.5. Układy falowodowe

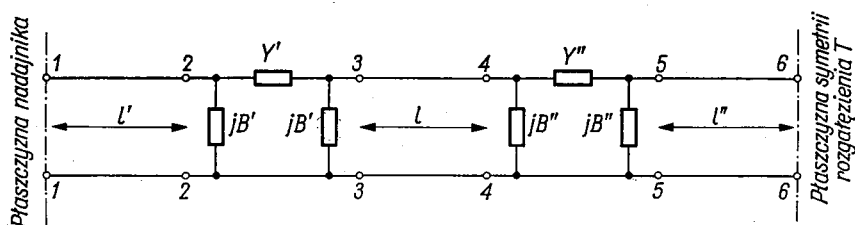
a) układ z transformatorem impedancji, b) układ bez transformatora impedancji

to zawsze można dobrać tak  $z_2$  przy znanej wartości  $z_{02}$ ,  $z_{01}$  i  $z_{01}$ , aby była spełniona równość

$$z' = z'' \quad (2.6)$$

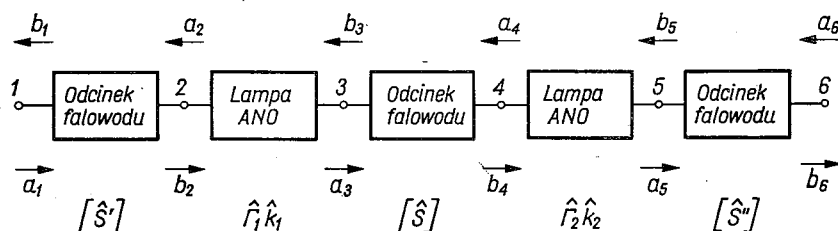
Rozważania powyższe są w pełni słuszne, ale tylko przy ustalonej częstotliwości. W praktyce można jednak przyjąć, że przy pracy w odpowiednio wąskim pasmie częstotliwości błąd związany z przyjęciem zależności (2.6) jest pomijalnie mały.

W dalszej analizie zakłada się więc, że wszystkie odcinki falowodów mają jednakowe wymiary poprzeczne. Jeżeli więc z analizy pracy gałęzi nadajnika zbudowanej na falowodzie o pełnej wysokości zostanie otrzymana pewna optymalna wartość admitancji zastępczej lampy ANO, to mechanizm transformacji będzie można wykorzystać do możliwie najdokładniejszego spełnienia warunku wyrażonego równaniem (2.6), gdy będące w dyspozycji lampy ANO będą miały admitancję zastępczą różną do optymalnej. Należy podkreślić, że jak wynika z przeprowadzonych rozważań, założenie jednakowej wysokości wszystkich odcinków falowodowych nie wpływa na zmniejszenie ogólności dalszej analizy. Układ zastępczy gałęzi nadajnika można więc przedstawić w następujący sposób.



Rys. 2.6. Układ zastępczy gałęzi nadajnika zbudowanej na falowodzie o pełnej wysokości

Dla celów dalszej analizy zostanie wyprowadzona teraz macierz rozproszenia całej gałęzi nadajnika. Każdy obwód można dla danej częstotliwości przedstawić przez odpowiedni układ impedancji lub admitancji i opisać macierzami impedancyjnymi lub admitancyjnymi. W technice mikrofalowej bardziej typowymi i użytecznymi wielkościami charakteryzującymi właściwości obwodów są współczynniki rozproszenia odniesione do odpowiednich par zacisków. Zaletą tego rodzaju opisu jest okoliczność, że współczynniki rozproszenia mają dość bezpośredni sens fi-



Rys. 2.7. Blokowy układ zastępczy gałęzi nadajnika

zyczny, ponieważ są związane, a niektóre są nawet identyczne, ze współczynnikami odbicia mierzonymi w płaszczyznach odpowiednich wejść obwodu. Zbiór współczynników rozproszenia charakteryzujących właściwości danego układu mikrofalowego tworzy macierz rozproszenia.

Na rysunku 2.7 przedstawiony jest blokowy układ zastępczy gałęzi nadajnika.

Właściwości odcinków falowodów występujących na powyższym rysunku będą określone przy pomocy współczynników macierzy rozproszenia, natomiast właściwości lamp ANO — przy pomocy współczynników przenoszenia i odbicia. Poniżej są zestawione zależności analityczne występujące między falami: padającą, odbitą i przechodzącą, które związane są z podanymi na rys. 2.7 czwórnikami.

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{bmatrix} = [\hat{s}'_1] \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & \hat{s}_{12} \\ \hat{s}_{21}, & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$\hat{a}_3 = \hat{b}_2 \hat{k}_1 + \hat{b}_3 \hat{\Gamma}_1, \quad (2.8)$$

$$\hat{a}_2 = \hat{b}_3 \hat{k}_1 + \hat{b}_2 \hat{\Gamma}_1, \quad (2.9)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_3 \\ \hat{b}_4 \end{bmatrix} = [\hat{s}] \begin{bmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & \hat{s}_{34} \\ \hat{s}_{43}, & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

$$\hat{a}_4 = \hat{b}_5 \hat{k}_2 + \hat{b}_4 \hat{\Gamma}_2, \quad (2.11)$$

$$\hat{a}_5 = \hat{b}_4 \hat{k}_2 + \hat{b}_5 \hat{\Gamma}_2, \quad (2.12)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_5 \\ \hat{b}_6 \end{bmatrix} = [\hat{s}''_1] \begin{bmatrix} \hat{a}_5 \\ \hat{a}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & \hat{s}_{56} \\ \hat{s}_{65}, & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_5 \\ \hat{a}_6 \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

W macierzach rozproszenia występujących we wzorach (2.7), (2.10) i (2.13) współczynniki rozproszenia leżące na głównej przekątnej są równe zero, co jest charakterystyczne dla czwórników bezodbiciowych. Można się o tym przekonać wyraźniej po rozpisaniu wspomnianych równań macierzowych na odpowiadające im układy równań liniowych.

W oparciu o równania (2.7)÷(2.13) została wyprowadzona, podana niżej, macierz współczynników rozproszenia całej gałęzi nadajnika.

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{s}_{12} \hat{s}_{21} \hat{\Gamma}_1 + \frac{\hat{s}_{12} \hat{s}_{43} \hat{s}_{21} \hat{s}_{34} \hat{k}_1^2 \hat{\Gamma}_2}{1 - \hat{s}_{34} \hat{s}_{43} \hat{\Gamma}_1 \hat{\Gamma}_2}, & \frac{\hat{s}_{12} \hat{s}_{34} \hat{s}_{56} \hat{k}_1 \hat{k}_2}{1 - \hat{s}_{34} \hat{s}_{43} \hat{\Gamma}_1 \hat{\Gamma}_2} \\ \frac{\hat{s}_{65} \hat{s}_{43} \hat{s}_{21} \hat{k}_1 \hat{k}_2}{1 - \hat{s}_{34} \hat{s}_{43} \hat{\Gamma}_1 \hat{\Gamma}_2}, & \hat{s}_{65} \hat{s}_{56} \hat{\Gamma}_2 + \frac{\hat{s}_{56} \hat{s}_{43} \hat{s}_{34} \hat{s}_{65} \hat{k}_2^2 \hat{\Gamma}_1}{1 - \hat{s}_{34} \hat{s}_{43} \hat{\Gamma}_1 \hat{\Gamma}_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_6 \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Wyrażenie (2.14) jest ogólnym równaniem macierzowym gałęzi nadajnika wyprowadzonym przy założeniu, że odcinki falowodów są bezstratne i ich macierze rozproszenia są typu

$$s_m = \begin{bmatrix} 0, & e^{-j\beta l_m} \\ e^{-j\beta l_m}, & 0 \end{bmatrix}.$$



Wprowadzając dalsze założenie, że lampy ANO są jednakowe, czyli że

$$\hat{k}_1 = \hat{k}_2 = \hat{k} = k e^{-j\varphi_k},$$

$$\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2 = \hat{\Gamma} = \Gamma e^{-j\varphi_\Gamma},$$

współczynniki macierzy rozproszenia oraz macierz rozproszenia można napisać następująco:

$$\hat{S}_{11} = \Gamma e^{-j(\varphi_\Gamma + 2\beta l')} + \frac{\Gamma k^2 e^{-j[\varphi_\Gamma + 2\varphi_k + 2\beta(l+l')]} }{1 - \Gamma^2 e^{-j(2\varphi_\Gamma + 2\beta l)}}, \quad (2.15)$$

$$\hat{S}_{16} = \hat{S}_{61} = \frac{k^2 e^{-j[2\varphi_k + \beta(l' + l + l')]} }{1 - \Gamma^2 e^{-j(2 \cdot \varphi_\Gamma + 2\beta l)}}, \quad (2.16)$$

$$\hat{S}_{66} = \Gamma e^{-j(\varphi_\Gamma + 2\beta l'')} + \frac{\Gamma k^2 e^{-j[\varphi_\Gamma + 2\varphi_k + 2\beta(l+l'')]} }{1 - \Gamma^2 e^{-j(2\varphi_\Gamma + 2\beta l)}}, \quad (2.17)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{S}_{11} & \hat{S}_{16} \\ \hat{S}_{61} & \hat{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_6 \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Wyrażenia  $\hat{S}_{11}$ ,  $\hat{S}_{16}$  i  $\hat{S}_{66}$  określone wyżej podanymi wzorami mają postać bardzo niewygodną do dalszej analizy i dlatego zostały przeprowadzone odpowiednie ich przekształcenia. Ostateczna postać tych wyrażen w rozbiciu na moduły i fazy jest następująca:

$$S_{11} = S_{66} = \Gamma \sqrt{1 + 2 \frac{k^2}{\sqrt{1 - 2\Gamma^2 \cos \Theta_1 + \Gamma^4}} \cdot \cos \left( \Theta_2 + \arctg \frac{\Gamma^2 \sin \Theta_1}{1 - \Gamma^2 \cos \Theta_1} \right)} +$$

$$+ \frac{k^4}{1 - 2\Gamma^2 \cos \Theta_1 + \Gamma^4} = \Gamma \sqrt{1 + 2 S_{16} \cdot \cos \left( \Theta_2 + \arctg \frac{\Gamma^2 \sin \Theta_1}{1 - \Gamma^2 \cos \Theta_1} \right)} + S_{16}^2, \quad (2.19)$$

$$\varphi_{S_{11}} = \arctg -$$

$$\frac{\sin(\varphi_\Gamma + 2\beta l') + S_{16} \sin \left( \varphi_\Gamma + 2\beta l' + \Theta_2 + \arctg \frac{\Gamma^2 \sin \Theta_1}{1 - \Gamma^2 \cos \Theta_1} \right)}{\cos(\varphi_\Gamma + 2\beta l') + S_{16} \cos \left( \varphi_\Gamma + 2\beta l' + \Theta_2 + \arctg \frac{\Gamma^2 \sin \Theta_1}{1 - \Gamma^2 \cos \Theta_1} \right)}, \quad (2.20)$$

$$\varphi_{S_{11}} \rightarrow \varphi_{S_{66}}, \quad \text{gdy } l' \rightarrow l'', \quad (2.21)$$

$$S_{16} = \frac{k^2}{\sqrt{1 - 2\Gamma^2 \cos \Theta_1 + \Gamma^4}}, \quad (2.22)$$

$$\varphi_{S_{16}} = 2\varphi_k + \beta(l' + l + l'') + \arctg \frac{\Gamma^2 \sin \Theta_1}{1 - \Gamma^2 \cos \Theta_1}, \quad (2.23)$$

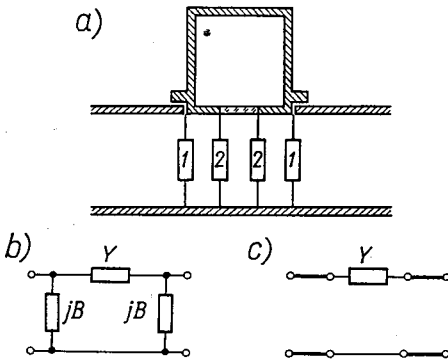
gdzie:

$$\Theta_1 = 2\varphi_\Gamma + 2\beta l,$$

$$\Theta_2 = 2\varphi_k + 2\beta l.$$

Należy zaznaczyć, że przytoczone wyżej zależności od (2.19) do (2.23) zostały wyprowadzone z uwzględnieniem tylko dwóch założeń upraszczających, dotyczących bezstratności odcinków falowodów wchodzących w skład gałęzi nadajnika oraz jednakowych lamp ANO.

W układzie zastępczym gałęzi nadajnika, podanym na rys. 2.4, lampy ANO zostały zastąpione czwórnikami typu  $\pi$ . Admitancja umieszczona w gałęzi poziomej czwórnika charakteryzuje przewodność lampy ANO oraz jej właściwości rezonansowe. Susceptancje umieszczone w gałęziach pionowych charakteryzują niejednorodności związane z zamocowaniem lampy ANO w falowodzie (1) oraz niejednorodności związane z przejściem metal-szkło (2). Szkic zamocowania lampy ANO i jej układy zastępcze są podane na rys. 2.8.



Rys. 2.8. Szkic zamocowania lampy ANO w falowodzie (a) i równoważne układy zastępcze (b) i (c)

Istnieje oczywiście tendencja do zmniejszania niejednorodności związanych z samym zamocowaniem lampy. Stosuje się w tym celu np. odpowiednie podkładki zapewniające dobry elektryczny kontakt między lampą ANO i falowodem. Niejednorodność związana z przejściem metal-szkło nie może być w dowolny sposób zmniejszana i odgrywa zasadniczą rolę w układzie przedstawionym na rys. 2.8.

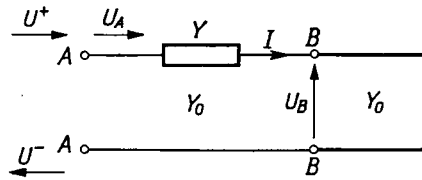
Ze względu na symetrię lampy ANO susceptancje (2), umieszczone w gałęziach pionowych, można traktować jako jednakowe. W związku z zastąpieniem tych susceptancji równoważnymi odcinkami falowodu (rys. 2.8c) występujące we wzorach odległości  $l'$ ,  $l$  i  $l''$  należy traktować jako odległości „elektryczne” odpowiednio między nadajnikiem i pierwszą lampą ANO, między lampami ANO oraz między drugą lampą ANO i płaszczyzną symetrii rozgałęzienia.

Przy wyprowadzaniu macierzy rozproszenia gałęzi nadajnika lampy ANO zostały zastąpione układami określonymi przez parametry  $\hat{k}$  i  $\hat{I}$ . Ponieważ spotyka się również sposoby określania właściwości lamp ANO przez podanie ich przewodności, dobroci oraz szerokości pasma, celowe



jest znalezienie powiązań między wyżej wymienionymi grupami parametrów.

W tym celu rozpatrzony będzie poniższy czwórnik.



Rys. 2.9. Układ zastępczy lampy ANO

Gdy czoło fali nie doszło jeszcze do nieciągłości (do punktów A-A), generator pracuje na dopasowanie, czyli  $Y_{obc} = Y_0$  lub w wartościach zredukowanych  $y_{obc} = 1$ . W związku z tym występuje poniższa zależność:

$$(U^+)^2 = P_{podaj\acute{a}ce} = P^+.$$

W stanie ustalonym generator pracuje na nieciągłość  $Y$  połączoną szeregowo z dopasowaną admitancją występującą w punktach B-B. Ogólnie będzie to pewna nieciągłość, którą można określić następująco:

$$\hat{y}_{obc.} = \frac{\hat{Y}_{obc.}}{Y_0} = \frac{Y_0 \hat{Y}}{\hat{Y} + Y_0} \cdot \frac{1}{Y_0} = \frac{\hat{y}}{\hat{y} + 1}.$$

Od tej nieciągłości będą się teraz rozchodziły dwie fale w dwóch kierunkach. Traktując więc nieciągłość  $Y$  jako źródło fali  $\hat{U}^-$  i  $\hat{U}_B$  można powiedzieć, że źródło to wysyła powyższe fale widząc z lewej i z prawej strony dopasowanie. Z powyższego wynika, że

$$(\hat{U}^-)^2 = P_{odbite} = P^-,$$

$$(\hat{U}_B)^2 = P_{wychod\acute{z}ace} = P.$$

Między tymi falami zachodzą następujące zależności:

$$\frac{\hat{U}^-}{\hat{U}^+} = \hat{\Gamma},$$

$$\frac{\hat{U}_B}{\hat{U}^+} = \hat{k}, \quad (2.24)$$

Współczynnik odbicia można uzależnić od niejednorodności  $Y$  wykorzystując poniższe równanie definicyjne.

$$\hat{\Gamma} = \frac{\hat{U}_{\hat{k}1}^-}{\hat{U}_{\hat{k}}^+} = \frac{U_k \left(1 - \frac{Z_0}{\hat{Z}_k}\right)}{U_k \left(1 + \frac{Z_0}{\hat{Z}_k}\right)} = \frac{\hat{Z}_k - Z_0}{\hat{Z}_k + Z_0} = \frac{\hat{z}_k - 1}{\hat{z}_k + 1},$$

gdzie

$$\hat{z}_k = \frac{\hat{Z}_k}{\hat{Z}_o}$$

Podstawiając

$$\hat{z}_k = \frac{1}{\hat{y}_k}$$

oraz

$$\hat{y}_k = \hat{y}_{obc} = \frac{\hat{y}}{\hat{y} + 1}$$

otrzymuje się

$$\hat{I} = \frac{\frac{\hat{y} + 1}{\hat{y}} - 1}{\frac{\hat{y} + 1}{\hat{y}} + 1} = \frac{1}{2\hat{y} + 1}. \quad (2.25)$$

Wyprowadzona teraz będzie zależność  $k = f(y)$ . Jak widać z rys. 2.9,

$$\hat{Y} = \frac{\hat{Y} \cdot Y}{\hat{Y} + Y_o}$$

Ponieważ

$$\hat{U}_A = \hat{U}^+(1 + \hat{I})$$

oraz

$$\hat{I} = \hat{U}_A \hat{Y}_A = \hat{U}_A \frac{\hat{Y} Y_o}{\hat{Y} + Y_o},$$

a więc napięcie występujące na zaciskach B-B można określić następująco:

$$\begin{aligned} \hat{U}_B &= \frac{\hat{I}}{Y_o} = \frac{\hat{U}_A \hat{Y}}{\hat{Y} + Y_o} = \hat{U}^+(1 + \hat{I}) \frac{\hat{Y}}{\hat{Y} + Y_o} = \hat{U}^+(1 + \hat{I}) \frac{1}{1 + \frac{Y_o}{\hat{Y}}} \\ &= \hat{U}^+(1 + \hat{I}) \frac{\hat{y}}{1 + \hat{y}}. \end{aligned}$$

Biorąc pod uwagę równanie (2.24) otrzymuje się ostatecznie

$$\hat{k} = \frac{\hat{U}_B}{\hat{U}^+} = (1 + \hat{I}) \frac{\hat{y}}{1 + \hat{y}} = \left(1 + \frac{1}{1 + 2\hat{y}}\right) \frac{\hat{y}}{1 + \hat{y}} = \frac{2\hat{y}}{1 + 2\hat{y}}. \quad (2.26)$$

Zależności (2.25) i (2.26) można również przedstawić w postaci wykładniczej

$$\Gamma e^{j\varphi_r} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4y \cos \varphi_y + 4y^2}} \cdot e^{-j \arctg \frac{2y \sin \varphi_y}{1 + 2y \cos \varphi_y}} \quad (2.27)$$

$$k e^{j\varphi_k} = \frac{2y}{\sqrt{1 + 4y \cos \varphi_y + 4y^2}} \cdot e^{j \left[ \varphi_y - \arctg \frac{2y \sin \varphi_y}{1 + 2y \cos \varphi_y} \right]}. \quad (2.28)$$

Ze wzorów (2.27) i (2.28) można wyprowadzić następujące zależności:

$$\frac{k}{\Gamma} = 2y,$$

$$\varphi_y = \varphi_k - \varphi_r.$$

Wyprowadzone wzory (2.25) i (2.26) podają zależność współczynnika odbicia oraz współczynnika przenoszenia w funkcji admitancji zastępczej lampy ANO. Obecnie będzie wyprowadzona zależność tej admitancji od przewodności, dobroci oraz szerokości pasma.

$$\begin{aligned} \hat{y} &= g + jb = g + j\omega C - j \frac{1}{\omega L} = g + j\omega C \left[ 1 - \frac{1}{\omega^2 LC} \right] = \\ &= g + j\omega C \left[ 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right] = g + j \frac{\omega C}{\omega^2} [(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)]. \end{aligned} \quad (2.28a)$$

Przyjmując założenie upraszczające  $\omega + \omega_0 = 2\omega$  otrzymuje się:

$$\hat{y} \approx g + j \frac{C}{\omega} \cdot 2\omega(\omega - \omega_0) = g + j 2g \frac{\omega_0 C}{g} \cdot \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = g + j 2Qg \frac{\Delta\omega}{\omega_0}, \quad (2.28b)$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}}{\frac{1}{\lambda_0}} = \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda_0} \right) \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}.$$

Ponieważ w wyrażeniu (2.28) parametry  $Q$  oraz  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$  w jednakowy sposób wpływają na zmianę admitancji, można je zastąpić przez wielkość zdefiniowaną następująco:

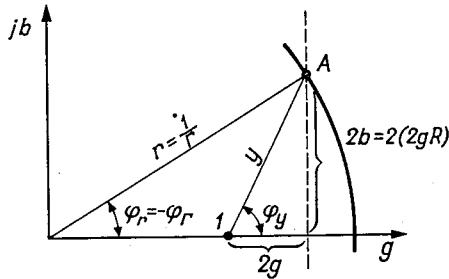
$$R = Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}.$$

Przejdźcie z grupy parametrów  $g$ ,  $Q$  i  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$  na parametry  $\hat{k}$  i  $\hat{\Gamma}$  lub odwrotnie na drodze analitycznej jest czynnością bardzo pracochłonną.

Czynność tę wygodniej jest wykonać na drodze graficznej przyjmując za podstawową zależność przekształcony wzór (2.25).

$$2\hat{y} + 1 = \frac{1}{\hat{\Gamma}} = \Gamma \cdot e^{j\varphi_r}.$$

Metodę graficzną ilustruje zamieszczony poniżej rysunek.



Rys. 2.10. Ilustracja do metody graficznej

Jak widać z rysunku 2.10, przy stałej wartości  $g$  i zmiennej wartości  $R$  punkt  $A$  będzie się przesuwiał po normalnej wystawionej na osi rzeczywistych w punkcie  $(1 + 2g)$  przecinając koła odpowiadające różnym wartościom WFS. Tak więc powyższa metoda dobrze ilustruje zmiany WFS lub  $\Gamma$  przy zmianach częstotliwości, które związane są z wartością parametru  $R$ .

Przystępując teraz do bardziej szczegółowej analizy należy powrócić do zależności wyjściowej, jaką jest równanie macierzowe gałęzi nadajnika (2.18). Współczynniki macierzy rozproszenia są funkcjami wielu zmiennych, które można podzielić na dwie następujące grupy:  $l'$ ,  $l$  i  $l''$  oraz  $\Gamma$ ,  $k$ ,  $\varphi_r$  i  $\varphi_k$ . Podział powyższy nie ma charakteru tylko i wyłącznie formalnego. Jest on bardzo celowy z tego powodu, że jak łatwo zauważyć, nie występują żadne związki funkcyjne między wyżej wymienionymi grupami parametrów. Fakt ten ma doniosłe znaczenie, ponieważ pozwala na analizę współczynników macierzy rozproszenia w funkcji zmiennych wchodzących w skład jednej tylko grupy parametrów, podczas gdy parametry drugiej grupy mogą być traktowane jako dowolne wartości stałe. Dowolność ta jest oczywiście ograniczona ewentualnymi związkami funkcyjnymi występującymi między parametrami danej grupy.

Zakładając, że początkowo przeprowadzona zostanie analiza współczynników macierzy rozproszenia w funkcji zmiennych z pierwszej grupy, tj. w funkcji odległości elektrycznych  $l'$ ,  $l$  i  $l''$ , parametry drugiej grupy będą występowały jako wyrażenia ogólne o wartościach stałych.

Początkowo będzie zbadane wyrażenie  $S_{11}$  określone wzorem (2.19). Wyrażenie to określa wartość współczynnika odbicia gałęzi nadajnika przy dopasowaniu na zaciskach wyjściowych, co w praktyce ma miejsce dla stanu nadawania, gdy gałąź odbiornika jest odcięta, a antena — do-

pasowana. Łatwo zauważyć, że wyrażenie  $S_{11}$  jest funkcją tylko jednej zmiennej niezależnej, tj. odległości elektrycznej  $l$ .

Wykonując odpowiednie przekształcenia można wielkość  $S_{11}$  przedstawić w następującej postaci:

$$S_{11} = \Gamma \sqrt{1 + 2k^2 \frac{\cos \Theta_2 + 0,5k^2 - \Gamma^2 \cos 2\varphi_y}{1 + \Gamma^4 - 2\Gamma^2 \cos \Theta_1}}. \quad (2.29)$$

Wzór (2.29) można wykorzystać przy poszukiwaniu odległości  $l$ , dla której ma miejsce następująca zależność  $(S_{11})_d = (S_{11})_g$ . Indeksy  $d$  i  $g$  oznaczają odpowiednio dolny i górny kraniec pasma. Warunek osiągnięcia jednakowych wartości wyrażenia  $S_{11}$  na krańcach pasma daje się zapisać następująco:

$$\begin{aligned} \Gamma_d \sqrt{1 + 2k_d^2 \frac{\cos \Theta_{2d} + 0,5k_d^2 - \Gamma_d \cos 2\varphi_{yd}}{1 - 2\Gamma_d^2 \cos \Theta_{1d} + \Gamma_d^4}} &= \\ = \Gamma_g \sqrt{1 + 2k_g^2 \frac{\cos \Theta_{2g} + 0,5k_g^2 - \Gamma_g \cos 2\varphi_{yg}}{1 - 2\Gamma_g^2 \cos \Theta_{1g} + \Gamma_g^4}}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Analiza powyższej równości jest znacznie utrudniona głównie ze względu na fakt, że w ogólnym przypadku występują podane niżej nierówności:

$$\Gamma_d \neq \Gamma_g,$$

$$k_d \neq k_g.$$

Nierówności te związane są z podstawową nierównością wynikającą ze wzorów (2.28a) i (2.28b) przy określaniu szerokości pasma przez  $\Delta\lambda$ . Nierówność tę można zapisać następująco:

$$\hat{y}_d \neq \hat{y}_g.$$

Wygodniej jest więc tak określić  $\lambda_0$ , aby miała miejsce następująca zależność:

$$\left| \left( \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_d \right| = \left| \left( \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_g \right|.$$

Równość powyższa zostanie teraz rozwikłana ze względu na  $\lambda_0$

$$\frac{\lambda_0 - \lambda_d}{\lambda_d} = \frac{\lambda_g - \lambda_0}{\lambda_g},$$

$$\lambda_0 = 2 \frac{\lambda_d \lambda_g}{\lambda_d + \lambda_g}. \quad (2.31)$$

Przyjmując teraz  $\lambda_0$  określone wzorem (2.31) otrzymuje się następujące zależności:

$$\begin{aligned} \Gamma_d &= \Gamma_g = \Gamma; & k_d &= k_g = k; \\ -(\varphi_y)_d &= (\varphi_y)_g; & (\varphi_r)_d &= -(\varphi_r)_g; & -(\varphi_k)_d &= (\varphi_k)_g. \end{aligned} \quad (2.32)$$

W związku z powyższym równanie (2.30) można zapisać w następujący sposób:

$$\frac{\cos \Theta_{2d} + 0,5k^2 - \Gamma^2 \cos 2(\varphi_y)_d}{1 - 2\Gamma^2 \cos \Theta_{1d} + \Gamma^4} = \frac{\cos \Theta_{2g} + 0,5k^2 - \Gamma^2 \cos 2(\varphi_y)_g}{1 - 2\Gamma^2 \cos \Theta_{1g} + \Gamma^4}.$$

Wprowadzając oznaczenia

$$\begin{aligned} P &= 0,5k^2 - \Gamma^2 \cos 2\varphi_y, \\ R &= 1 + \Gamma^4, \\ S &= 2\Gamma^2 \end{aligned}$$

otrzymuje się następującą postać analizowanej równości:

$$\begin{aligned} R[\cos \Theta_{2d} - \cos \Theta_{2g}] + PS[\cos \Theta_{1d} - \cos \Theta_{1g}] + \\ + S[\cos \Theta_{1d} \cos \Theta_{2g} - \cos \Theta_{2d} \cos \Theta_{1g}] = 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Biorąc pod uwagę, że

$$\begin{aligned} \Theta_{1d} &= 2\varphi_{r_d} + 2\psi_d & \Theta_{2d} &= 2\varphi_{k_d} + 2\psi_d, \\ \Theta_{1g} &= 2\varphi_{r_g} + 2\psi_g & \Theta_{2g} &= 2\varphi_{k_g} + 2\psi_g, \\ \psi &= \beta l, \end{aligned}$$

zostały przeprowadzone odpowiednie przekształcenia, których wyniki podane są niżej:

$$\begin{aligned} R[\cos \Theta_{2d} - \cos \Theta_{2g}] &= \sin(\psi_d + \psi_g)[-2R \cos 2\varphi_{k_g} \sin(\psi_d - \psi_g) + \\ &+ 2R \sin 2\varphi_{k_g} \cos(\psi_g - \psi_d)], \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} PS[\cos \Theta_{1d} - \cos \Theta_{1g}] &= \sin(\psi_d + \psi_g)[-2PS \cos 2\varphi_{r_g} \sin(\psi_d - \psi_g) + \\ &+ 2PS \sin 2\varphi_{r_g} \cos(\psi_d - \psi_g)], \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} S[\cos \Theta_{1d} \cos \Theta_{2g} - \cos \Theta_{2d} \cos \Theta_{1g}] &= \\ = 0,5S \{ \cos[2(\varphi_{r_d} + \varphi_{k_g}) + 2(\psi_d + \psi_g)] - \cos[2(\varphi_{k_d} + \varphi_{r_g}) + 2(\psi_d + \psi_g)] + \\ + \cos[2(\varphi_{r_d} - \varphi_{k_g}) + 2(\psi_d - \psi_g)] - \cos[2(\varphi_{k_d} - \varphi_{r_g}) + 2(\psi_d - \psi_g)] \}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Ponieważ

$$\varphi_{r_d} - \varphi_{k_g} = \varphi_{r_d} + \varphi_{k_d}$$

oraz

$$\varphi_{k_d} - \varphi_{r_g} = \varphi_{r_d} + \varphi_{k_d},$$



a więc różnica dwóch ostatnich wyrazów we wzorze (2.36) jest równa zeru i można napisać

$$\begin{aligned} & S[\cos \Theta_{1d} \cos \Theta_{2g} - \cos \Theta_{2d} \cos \Theta_{1g}] = \\ & = \sin(\psi_d + \psi_g)[-2S \sin 2(\varphi_{r_d} + \varphi_{k_g}) \cos(\psi_d + \psi_g)]. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Po podstawieniu wzorów (2.34), (2.35) i (2.37) do wzoru (2.33) otrzymuje się podane niżej wyrażenie.

$$\begin{aligned} & \sin(\psi_d + \psi_g)\{-\sin(\psi_d - \psi_g)[2R \cos 2\varphi_{k_g} + 2PS \cos 2\varphi_{r_g}] + \\ & + \cos(\psi_d - \psi_g)[2R \sin 2\varphi_{k_g} + 2PS \sin 2\varphi_{r_g}] + \\ & - [2S \sin 2(\varphi_{r_d} + \varphi_{k_g})] \cos(\psi_d + \psi_g)\} = 0. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Równanie (2.38) będzie spełnione, gdy

$$\sin(\psi_d + \psi_g) = 0,$$

co ma miejsce dla

$$\psi_d + \psi_g = n \cdot 2\pi, \quad \text{gdzie} \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

Dla  $n = 1$  otrzymuje się:

$$\begin{aligned} & \psi_d + \psi_g = 2\pi, \\ & 2\pi \frac{l}{\lambda_d} + 2\pi \frac{l}{\lambda_g} = 2\pi, \\ & l = \frac{\lambda_g \lambda_d}{\lambda_g + \lambda_d} = \frac{1}{2} \lambda_0. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Równanie (2.38) będzie również spełnione w przypadku zerowania się sumy wyrazów w nawiasie sześciennym. Aby znaleźć odległość  $l$ , dla której ta suma będzie równa zeru należy ustalić wartości parametrów lamp ANO i wykreślić każdy z trzech wyrazów w funkcji odległości  $l$ . Ponieważ jednak wyrazy zawarte w nawiasach kwadratowych, które można traktować jako amplitudy trzech funkcji trygonometrycznych, są zależne od długości fali, można przypuszczać, że w ogólnym przypadku suma wyrazów w nawiasie sześciennym będzie się zerować tylko dla jednej długości fali przy ustalonej wielkości  $l$ .

Obliczenie więc odległości  $l$  ze wzoru (2.39) jest bardziej wskazane, ponieważ dla tak obliczonej wielkości  $l$  krzywa  $S_{11} = f(l)$  będzie symetryczna na krańcach pasma bez względu na parametry lamp ANO.

Pozostałe parametry pierwszej grupy, tj. odległości elektryczne  $l'$  i  $l''$  będą występowały we wzorze na współczynnik odbicia gałęzi nadajnika przy braku dopasowania na zaciskach wejściowych. Stan taki ma miejsce w przypadku odbioru echa, kiedy antenę traktuje się jako dopasowany generator, a gałąź odbiornika — jako dopasowane obciążenie.

Moc powracającego sygnału (moc echa) jest na ogół bardzo mała i dlatego należy tak zaprojektować układ przełącznika NO, aby możli-

wie największa część tej mocy wydzieliła się w odbiorniku. Zależy to w znacznym stopniu od współczynnika odbicia gałęzi nadajnika obciążonej impedancją zastępczą nadajnika. Współczynnik ten można przedstawić następująco:

$$\Gamma_{g.n.o.} = \frac{\hat{b}_6}{\hat{a}_6}.$$

Podobnie można określić współczynnik odbicia nadajnika, którego admitancja zastępcza w czasie odbioru jest czysto rzeczywista.

$$\Gamma_{nad.} = \frac{\hat{a}_1}{\hat{b}_1}.$$

Na podstawie równania macierzowego (2.18) współczynnik odbicia gałęzi nadajnika w stanie odbioru można określić w następujący sposób:

$$\hat{\Gamma}_{g.n.o.} = \frac{S_{16}^2 \Gamma_{nad.} e^{+j2\varphi_{S_{16}}} + S_{11} e^{j\varphi_{S_{11}}}}{1 - S_{11} \Gamma_{nad.} e^{+j\varphi_{S_{11}}}}.$$

Moduł współczynnika odbicia gałęzi nadajnika przedstawiony jest poniżej.

$$\Gamma_{g.n.o.} = \sqrt{\left[ \frac{S_{16}^2 \Gamma_{nad.}}{1 - 2S_{11} \Gamma_{nad.} \cos \varphi_{S_{11}} + S_{11}^2 \Gamma_{nad.}^2} \right]^2 + S_{11}^2 + \frac{2S_{11} \frac{S_{16}^2 \Gamma_{nad.}}{\sqrt{1 - 2S_{11} \Gamma_{nad.} \cos \varphi_{S_{11}} + S_{11}^2 \Gamma_{nad.}^2}} \cos \left[ 2\varphi_{S_{16}} - \arctg \frac{S_{11} \Gamma_{nad.} \sin \varphi_{S_{11}}}{1 - S_{11} \Gamma_{nad.} \cos \varphi_{S_{11}}} - \varphi_{S_{11}} \right]}{2}} \quad (2.40)$$

Argument kosinusa występującego w ostatnim (trzecim) wyrazie powyższego wzoru jest m.in. funkcją kąta  $\varphi_{S_{16}}$ , który, jak wynika ze wzoru (2.23), jest bezpośrednio zależny od odległości  $l''$ . Można więc przyjąć, że zawsze istnieje taka odległość  $l''$ , przy której

$$\cos \left[ 2\varphi_{S_{16}} - \arctg \frac{S_{11} \Gamma_{nad.} \sin \varphi_{S_{11}}}{1 - S_{11} \Gamma_{nad.} \cos \varphi_{S_{11}}} - \varphi_{S_{11}} \right] = 1,$$

a więc

$$\Gamma_{g.n.o.} = \frac{S_{16}^2 \Gamma_{nad.}}{\sqrt{1 - 2S_{11} \Gamma_{nad.} \cos \varphi_{S_{11}} + S_{11}^2 \Gamma_{nad.}^2}} + S_{11}. \quad (2.41)$$

Wartość  $\Gamma_{g.n.o.}$  określona wzorem (2.41) przy przyjęciu odległości  $l$  zgodnie z wyrażeniem (2.39) i stałych parametrach drugiej grupy jest funkcją tylko jednej zmiennej, tj. odległości elektrycznej  $l'$ . Odległość ta występuje we wzorze (2.41) tylko w argumencie wyrażenia „ $\cos \varphi_{S_{11}}$ ”, który jest określony wzorem (2.20). Przyjmując podobnie jak i poprzed-

nio kryterium symetrii funkcji  $S_{11} = f(\lambda)$  na krańcach pasma, należy znaleźć taką wartość odległości  $l'$ , przy której wystąpi zależność podana niżej.

$$\cos(\varphi_{S_{11}})_d = \cos(\varphi_{S_{11}})_g. \quad (2.42)$$

Biorąc pod uwagę fakt, że dla każdych dwóch długości fal, które spełniają równanie (2.39), kąty  $\varphi_{R_d}$  i  $\varphi_{R_g}$  oraz  $\varphi_{k_d}$  i  $\varphi_{k_g}$  będą symetryczne względem kąta  $0^\circ$  [zob. odpowiednie równania (2.32)], oraz przy przyjęciu zależności  $l = 0,5 \lambda_0$  kąty  $(\beta l)_d$  i  $(\beta l)_g$  będą symetryczne względem kąta  $180^\circ$ , można napisać następujące zależności:

$$\begin{aligned} (\varphi_{S_{11}})_d &= \arctg - \frac{\sin[(\varphi_R)_d + (2\beta l)_d] + a \sin[\gamma_d + (2\beta l)_d]}{\cos[(\varphi_R)_d + (2\beta l)_d] + a \cos[\gamma_d + (2\beta l)_d]}, \\ (\varphi_{S_{11}})_g &= \arctg - \frac{\sin[(\varphi_R)_g + (2\beta l)_g] + a \sin[\gamma_g + (2\beta l)_g]}{\cos[(\varphi_R)_g + (2\beta l)_g] + a \cos[\gamma_g + (2\beta l)_g]}. \end{aligned}$$

Równanie (2.42) będzie spełnione, gdy

$$\frac{\sin[(\varphi_R)_d + \psi'_d] + a \sin[\gamma_d + \psi'_d]}{\cos[(\varphi_R)_d + \psi'_d] + a \cos[\gamma_d + \psi'_d]} = \frac{\sin[(\varphi_R)_g + \psi'_g] + a \sin[\gamma_g + \psi'_g]}{\cos[(\varphi_R)_g + \psi'_g] + a \cos[\gamma_g + \psi'_g]}, \quad (2.43)$$

gdzie

$$\psi' = 2\beta l'.$$

Wykorzystując tożsamość

$$\frac{\sin(\varphi_R + \psi') + a \sin(\gamma + \psi')}{\cos(\varphi_R + \psi') + a \cos(\gamma + \psi')} = \frac{1 + \left[ \frac{\cos \varphi_R + a \cos \gamma}{\sin \varphi_R + a \sin \gamma} \right] \operatorname{tg} \psi'}{\left[ \frac{\cos \varphi_R + a \cos \gamma}{\sin \varphi_R + a \sin \gamma} \right] - \operatorname{tg} \psi'}$$

oraz zależność

$$\frac{\cos(\varphi_R)_g + \cos \gamma_g}{\sin(\varphi_R)_g + \sin \gamma_g} = \frac{\cos(\varphi_R)_d + \cos \gamma_d}{-\sin(\varphi_R)_d - \sin \gamma_d} = - \left[ \frac{\cos(\varphi_R)_d + \cos \gamma_d}{\sin(\varphi_R)_d + \sin \gamma_d} \right]$$

równość (2.43) można przedstawić w następującej postaci:

$$\left| \frac{1 + T \cdot \operatorname{tg} \psi'_d}{T - \operatorname{tg} \psi'_d} \right| = \left| \frac{1 - T \operatorname{tg} \psi'_g}{-T - \operatorname{tg} \psi'_g} \right|, \quad (2.44)$$

gdzie

$$T = \frac{\cos(\varphi_R)_d + a \cos \gamma_d}{\sin(\varphi_R)_d + a \sin \gamma_d}.$$

Równanie (2.44) będzie spełnione wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\operatorname{tg} \psi'_d = - \operatorname{tg} \psi'_g,$$

co ma miejsce, gdy argumenty tych wyrazów będą symetrycznie oddalone od kąta  $n\pi$ , gdzie  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Przyjmując  $n = 0$  można napisać poniższą zależność:

$$2\pi - 4\pi \frac{l'}{\lambda_d} = 4\pi \frac{l'}{\lambda_g} - 2\pi.$$

Z równania tego można łatwo obliczyć, że poszukiwana odległość  $l'$  wyraża się prostym wzorem podanym niżej.

$$l' = \frac{\lambda_g \lambda_d}{\lambda_g + \lambda_d} = \frac{1}{2} \lambda_0. \quad (2.45)$$

Ostatnią poszukiwaną wielkością z pierwszej grupy parametrów jest odległość  $l''$ , która występuje we wzorze (2.40) tylko w argumentie kosinusa w ostatnim składniku sumy.

$$\begin{aligned} & \cos \left[ -2\varphi_{S_{1e}} + \operatorname{arctg} \frac{S_{11} \Gamma_{nad} \sin \varphi_{S_{11}}}{1 + S_{11} \Gamma_{nad} \cos \varphi_{S_{11}}} - \varphi_{S_{1e}} \right] = \\ & = \cos \left[ -2\beta\lambda_0 - 2\beta l'' - 2\varphi_k - 2 \operatorname{arctg} \frac{\Gamma^2 \sin \Theta_1}{1 - \Gamma^2 \cos \Theta_1} + \right. \\ & \left. + \operatorname{arctg} \frac{S_{11} \Gamma_{nad} \sin \varphi_{S_{11}}}{1 - S_{11} \Gamma_{nad} \cos \varphi_{S_{11}}} - \varphi_{S_{1e}} \right] = \cos[\gamma - \alpha], \end{aligned}$$

gdzie

$$\begin{aligned} \gamma &= -2\beta\lambda_0 - 2\varphi_k - 2 \operatorname{arctg} \frac{\Gamma^2 \sin \Theta_1}{1 - \Gamma^2 \cos \Theta_1} + \operatorname{arctg} \frac{S_{11} \Gamma_{nad} \sin \varphi_{S_{11}}}{1 - S_{11} \Gamma_{nad} \cos \varphi_{S_{11}}} \neq f(l''), \\ \alpha &= 2\beta l'' + \varphi_c = f(l''). \end{aligned}$$

Przyjmując wielkości  $l$ ,  $l'$  i  $\lambda_0$  obliczone odpowiednio ze wzorów (2.39), (2.45) i (2.31) widać, że wielkość  $\Gamma_{g \cdot n \cdot o}$  przyjmie jednakowe wartości na krańcach pasma, gdy będzie miała miejsce następująca zależność:

$$\cos(\gamma_d - \alpha_d) = \cos(\gamma_g - \alpha_g). \quad (2.46)$$

Ponieważ para kątów  $\gamma_d$  i  $\gamma_g$  jest symetryczna względem  $0^\circ$ , tj. dla dowolnych dwóch długości fal, które spełniają równanie (2.31), kąty  $\gamma_d$  i  $\gamma_g$  są symetrycznie oddalone od kąta  $0^\circ$ , równanie (2.46) będzie spełnione, gdy wystąpi zależność:

$$\begin{aligned} \alpha_d &= \alpha_g \pm n2\pi \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots, \\ (2\beta l'')_d + (\varphi_c)_d &= -(2\beta l'')_g - (\varphi_c)_g \pm n2\pi, \\ 4\pi \left( \frac{1}{\lambda_d} + \frac{1}{\lambda_g} \right) l'' &= [(\varphi_c)_g + (\varphi_c)_d] \pm n2\pi. \end{aligned}$$

Biorąc pod uwagę fakt, że kąt  $\varphi_{s_{11}}$  jest w taki sam sposób zależny od wielkości  $l''$  jak kąt  $\varphi_{s_{11}}$  od wielkości  $l'$ , można, wykorzystując podane poprzednio przekształcenia, napisać poniższy wzór

$$8\pi \frac{l''}{\lambda_0} = - \left[ \operatorname{arctg} - \frac{1 - T \operatorname{tg} \psi_g''}{-T - \operatorname{tg} \psi_g''} + \operatorname{arctg} - \frac{1 + T \operatorname{tg} \psi_d''}{T - \operatorname{tg} \psi_d''} \right] \pm n2\pi.$$

Ze wzoru tego widać, że warunek symetrii na krańcach pasma jest spełniony dla odległości

$$l'' = 0,5 \lambda_0. \quad (2.47)$$

Ze wzorów (2.19), (2.40) i (2.41) widać, że wyrażenia  $S_{11}$  oraz  $\Gamma_{g.n.o.}$  przyjmują wartości największe dla obliczonych wyżej odległości  $l'$ ,  $l$  i  $l''$  przy długości fali  $\lambda = \lambda_0$ . Należy podkreślić, że odległości  $l'$ ,  $l$  i  $l''$  są odległościami „elektrycznymi”, a nie geometrycznymi. Przy przejściu z tych odległości na odległości geometryczne należy uwzględnić wpływ pojemności występujących w układzie zastępczym lampy ANO (zob. rys. 2.8).

Parametry drugiej grupy, tj.  $\Gamma$ ,  $k$ ,  $\varphi_r$  i  $\varphi_k$  zależą od przewodności i dobroci lampy oraz od długości fali. W dalszej analizie długość fali może być dowolnie ustalona. Jest to możliwe z tego względu, że długość fali nie wpływa na jakościowe zmiany takich funkcji, jak  $S_{11} = f(g)$  i  $\Gamma_{g.n.o.} = f(g, \Gamma_{nad})$ . Przy przyjęciu szczególnej długości fali  $\lambda = \lambda_0$  w drugiej grupie parametrów występują tylko wielkości  $\Gamma$  i  $k$ , które są w tym przypadku jednoznacznie funkcją przewodności lampy ANO. Dla wymienionych wyżej warunków można na podstawie wzorów (2.41), (2.19), (2.22) oraz (2.25), (2.26) i (2.28a) napisać poniższe zależności:

$$S_{16} = \frac{k^2}{1 - \Gamma^2} = \frac{4g^2}{1 - \frac{(2g+1)^2}{1 - (2g+1)^2}} = \frac{4g^2}{4g^2 + 4g} = \frac{g}{g+1}, \quad (2.48)$$

$$S_{11} = \Gamma \sqrt{1 + 2S_{16} + S_{16}^2} = \Gamma(1 + S_{16}) = \frac{1}{2g+1} \left( 1 + \frac{g}{g+1} \right) = \frac{1}{g+1}, \quad (2.49)$$

$$\Gamma_{g.n.o.} = \frac{S_{16}^2 \Gamma_{nad}}{\sqrt{1 - S_{11} \Gamma_{nad} + S_{11}^2 \Gamma_{nad}^2}} + S_{11} = \frac{g^2 \Gamma_{nad} + g + (1 - \Gamma_{nad})}{g^2 + g(2 - \Gamma_{nad}) + (1 - \Gamma_{nad})}. \quad (2.50)$$

Otrzymane wyrażenie (2.50) określa wpływ dwóch zmiennych niezależnych  $g$  oraz  $\Gamma_{nad}$  na wartość wielkości  $\Gamma_{g.n.o.}$ . Ponieważ między przewodnością lampy ANO a współczynnikiem odbicia nadajnika nie występują żadne zależności funkcyjne, można więc, traktując jedną z tych wielkości jako parametr, a drugą jako zmienną niezależną, przeanalizować



zować równanie (2.50) pod kątem maksymalizacji współczynnika odbicia gałęzi nadawczej w czasie odbioru.

Analiza wyrażenia (2.50) przytoczona jest niżej.

$$\frac{\partial \Gamma_{g.n.o.}}{\partial g} = \frac{[2g \Gamma_{nad} + 1][g^2 + g(2 - \Gamma_{nad}) + (1 - \Gamma_{nad})] - [g^2 \Gamma_{nad} + g + (1 - \Gamma_{nad})][2g + (2 - \Gamma_{nad})]}{[g^2 + g(2 - \Gamma_{nad}) + (1 - \Gamma_{nad})]^2} = 0,$$

$$g^2[\Gamma_{nad}(2 - \Gamma_{nad}) - 1] + 2g(1 - \Gamma_{nad})(\Gamma_{nad} - 1) + (1 - \Gamma_{nad})[1 - (2 - \Gamma_{nad})] = 0,$$

$$g^2(\Gamma_{nad} - 1)^2 + 2g(\Gamma_{nad} - 1)^2(\Gamma_{nad} - 1)^2 = 0. \quad (2.51)$$

Ponieważ ze względów fizycznych  $g \geq 0$ , a więc spełnienie równania (2.51) jest możliwe tylko w przypadku, gdy  $\Gamma_{nad} = 1$ ;

$$\frac{\partial \Gamma_{g.n.o.}}{\partial \Gamma_{nad}} =$$

$$= \frac{(g^2 - 1)(g^2 + 2g + 1 - g\Gamma_{nad} - \Gamma_{nad}) - (g^2 \Gamma_{nad} + g + 1 - \Gamma_{nad})(-g - 1)}{[g^2 + g(2 - \Gamma_{nad}) + (1 - \Gamma_{nad})]^2} = 0,$$

$$g^2(g + 1)^2 - \Gamma_{nad} g^2(g + 1) + \Gamma_{nad}(g + 1) + \Gamma_{nad}(g^2 - 1)(g + 1) - (g + 1)^2 + (g + 1)^2 = 0,$$

$$g^2(g + 1)^2 = 0. \quad (2.52)$$

Ponieważ ze względów fizycznych  $g \geq 0$ , a więc spełnienie równania (2.52) jest możliwe tylko w przypadku, gdy  $g = 0$ .

Współczynnik odbicia gałęzi nadawczej w czasie odbioru osiąga największe wartości przy zdążaniu  $\Gamma_{nad}$  do jedności i przewodności lampy ANO do zera. Wpływ przewodności lampy ANO na wielkości  $S_{11}$  i  $S_{16}$  jest bezpośrednio widoczny ze wzorów (2.48) i (2.49).

#### ZAKOŃCZENIE

Celém niniejszej pracy było znalezienie na drodze analitycznej wyrażań określających wymiary geometryczne gałęzi nadajnika oraz wpływ przewodności lamp ANO i współczynnika odbicia nadajnika na wartość współczynnika odbicia gałęzi nadajnika w stanie odbioru. Do wymiarów geometrycznych zostały zaliczone wymiary poprzeczne falowodu oraz odległości liczone wzdłuż falowodu i określające odpowiednio odstęp między zaciskami nadajnika i pierwszą lampą ANO, odstęp między lampami ANO i odstęp między drugą lampą ANO a płaszczyzną symetrii rozgałęzienia falowodowego typu  $T$ . Wymiary poprzeczne falowodu są związane z pasmem częstotliwości, w których przełącznik NO ma pracować. Tak więc zakładając pasmo określa się jednoznacznie odpowiednie wymiary standartowe falowodu. W praktyce spotyka się takie rozwiązania przełącznika NO, w których lampy ANO są umieszczone w od-

cinkach falowodowych o mniejszej wysokości od wysokości standardowej. W analizie pracy przełącznika NO uwzględniono możliwości zmian tej wysokości. Przez zmiany wysokości falowodu w obszarze zamocowania lampy można wpłynąć na zmianę przetransformowanej do odcinka falowodu o pełnej wysokości admitancji lampy ANO. Zagadnienie powyższe zostało szerzej omówione na str. 218.

W dalszej części analizy zostały wyprowadzone wyrażenia określające odpowiednie odległości elektryczne  $l'$ ,  $l$  i  $l''$  w zależności od długości fal na krańcach założonego pasma. Przy korzystaniu z tych wzorów w celach konstrukcyjnych należy uwzględnić, że

1) podane wyżej odległości są odległościami elektrycznymi, tzn. uwzględniają wpływ pojemności poprzecznych związanych z zamocowaniem lampy (zob. str. 222),

2) długość fali rezonansowej została określona w powyższej analizie w sposób odmienny od najczęściej stosowanych [zob. wzór (2.31)].

Przy przyjęciu tak określonej długości fali rezonansowej spełnione jest na krańcach pasma kryterium symetrii admitancji zastępczej lampy ANO oraz współczynnika odbicia gałęzi nadajnika w czasie odbioru.

W ostatniej części analizy określono optymalne wartości przewodności lamp ANO i współczynnika odbicia nadajnika z punktu widzenia optymalizacji współczynnika odbicia gałęzi nadajnika w czasie odbioru. Współczynnik ten osiągnie największą wartość, gdy przewodności lamp ANO będą możliwie najmniejsze, a współczynnik odbicia nadajnika będzie równy jedności.

Na zakończenie należy podkreślić, że przyjęte założenie bezstratności odcinków falowodowych jest w pełni uzasadnione i praktycznie nie wpływa na dokładność otrzymanych wyników. Drugie założenie przyjęte w powyższej analizie i dotyczące jednakowych lamp ANO i ich układów zastępczych, ma charakter ograniczający tylko ogólność rozważań, a nie dokładność otrzymanych wyników. W związku z tym otrzymane wyniki można traktować jako bardzo dokładne.

*Politechnika Warszawska  
Katedra Urządzeń Radiotechnicznych*

#### WYKAZ LITERATURY

1. Ginzton E. L.: Miernictwo mikrofalowe. PWT, Warszawa 1961.
2. Litwin R.: Technika mikrofal. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1959.
3. Marcuvitz N.: Waveguide handbook. McGraw-Hill Book Company, New York — Toronto — Londyn 1948.
4. Panecki M., Litwin R., Drozdowicz L.: Teoria i technika mikrofalowa. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1961.
5. Riebrov S. I.: Teoria i rasczjot adnoswjaznych sistem blokirowania pieriedatczika dla wysokocząstotnych traktow radiołokacjonnych stancji.

6. Smullin L. D., Montgomery C., G.: Microwave duplexers. McGraw-Hill Book Company, New York — Toronto — Londyn 1948.
7. Sutherland J. W.: Rozwidlenia falowodowe i ich zastosowania w systemach radiolokacyjnych. — Postępy Radiotechniki — Przegląd literatury zagranicznej, nr 9, rok 3, Warszawa 1957.

M. KRAWCZYK

### THE ANALYSIS OF WORK OF DUPLEXER

#### Summary

The paper gives the analysis of work of a duplexer used in radiolocation stations. The above duplexer is constructed of two tubes ATR (anti-transmit-receive) and one tube TR (transmit-receive). The accurate analysis regards the work of the duplexer at low power level. In consequence expressions have been obtained, which determine the optimal distance between both tubes ATR and the influence of losses of the tubes ATR and of reflection factor of transmitter on reflection factor branch of transmitter. The planning and construction of this duplexer at low power level could be based on discussed equations.

M. KRAWCZYK

### ANALYSE D'ACTION DE COMMUTATEUR ÉMISSION-RÉCEPTION D'ANTENNE DE RADAR

#### Résumé

Dans l'ouvrage on a donné une analyse de l'action de commutateur d'antenne utilisé aux stations de radar. Ce commutateur est construit en employant deux tubes du type ANO et une du type NO. On a fait une analyse exacte concernant l'action de commutateur à niveau bas de puissance. On a obtenu de cette analyse des formules qui déterminent la distance optimum entre les tubes ANO ainsi qu'influence des pertes des tubes ANO et de coefficient de réflexion de l'émetteur sur le coefficient de réflexion de la branche de l'émetteur. Les formules données peuvent constituer une base pour un projet d'un commutateur en cas de niveau bas de puissance.

M. КРАВЧИК

### АНАЛИЗ РАБОТЫ РАДИОЛОКАЦИОННОГО АНТЕННОГО ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЯ

#### Резюме

В настоящем изложении приведен анализ работы антенного разветвленного переключателя, употребляемого в радиолокационных станциях. Во введении

обсуждены в большом сокращении главные недостатки и достоинства разветвленных и балансных переключателей.

Анализируемый антенный переключатель, принадлежит к группе разветвленных переключателей, построенных с использованием двух ламп типа ANO (переключатель блокировки магнетрона) и одной лампы типа NO (переключатель на приём и передачу), расположенных в одной из широких стен волновода.

Специальному анализу подвергнута работа антенного переключателя в положении приема, т. е. для малого уровня мощности. Главное внимание сосредоточено на работе ветви передатчика, потому что ветвь приёмника можно с большей точностью считать согласованной.

С целью аналитического представления влияния почти всех параметров ветви передатчика, т. е. расположения ламп ANO вдоль волновода, высоты их укрепления, доброкачественности, ширины полосы и потерь на правильность работы целого переключателя, выведено общее матричное уравнение ветви передатчика. Общий характер этого уравнения и дальнейшего анализа ограничен только принятым предположением работы без потерь коротких волноводных отрезков, а также предположением, что лампы типа ANO будут одинаковы.

Критерий, принятый в дальнейшей части анализа — это симметрия коэффициента отражения ветви передатчика в положении приема, выступающая на предельных частотах принятой полосы работы переключателя. Принятие этого критерия ведёт за собой различные, от чаще всего применяемых, определения средней (резонансной) частоты, что значительно облегчает проведение до конца анализа работы переключателя на общих числах без введения каких-либо добавочных упрощающих предпосылок.

В окончательном результате анализа получено выражение, определяющее оптимальные данные расположения ламп вдоль волновода, а также влияние потерь в лампе ANO и значения коэффициента отражения передатчика на значение коэффициента отражения ветви передатчика в положении приема.

Проанализированные выше выражения могут составить базу для проектирования линейных частей антенного радиолокационного передатчика.





JERZY HELSZTYŃSKI, WITOLD WIERZEJSKI

## Podstawowe zagadnienia związane z budową sychroskopu nanosekundowego

Rękopis dostarczono 25.9.1963

W artykule podano założenia projektowe oraz ogólną koncepcję rozwiązania sychroskopu na zakres nanosekundowy. Omówiono ogólne możliwości i ograniczenia wzmacniaczy łańcuchowych toru odchylenia pionowego oraz ich rozwiązanie w sychroskopie. W dalszej części omówiono rozwiązanie układu sychroskopowej podstawy czasu oraz wynikowe warunki techniczne.

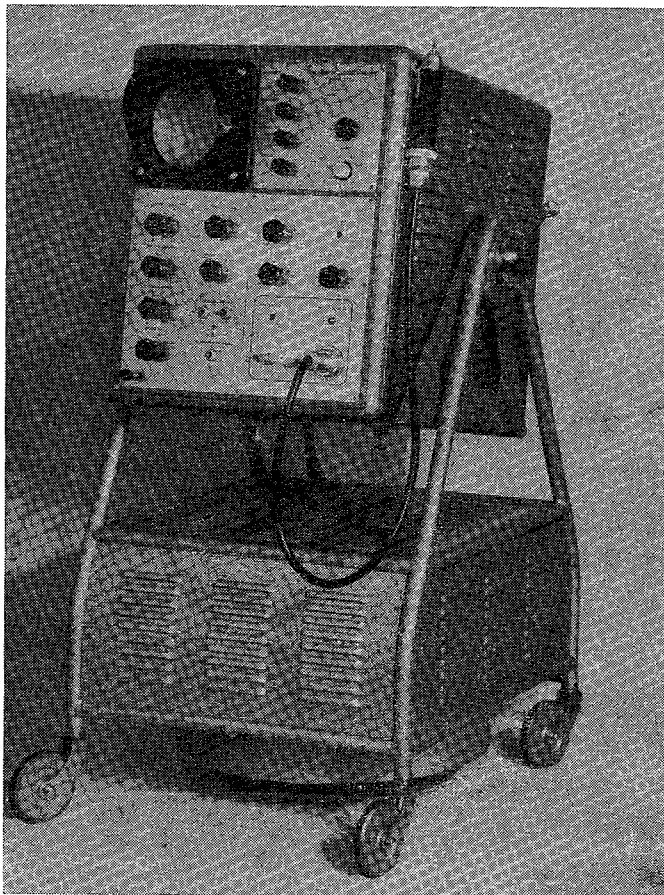
### WYKAZ OZNACZEŃ

- $B$  — nominalna szerokość pasma równa częstotliwościom granicznym linii (siatkowej i anodowej) wzmacniacza
- $b_0$  — odwrotność dobroci obwodu wejściowego lampy przy częstotliwości granicznej  $B$
- $C_a$  — pojemność wyjściowa lampy
- $C_s$  — pojemność wejściowa lampy
- $C_{xx}$  — pojemność płytek  $X-X$  lampy oscyloskopowej i układu doń dołączonego
- $C_y$  — pojemność płytki  $Y$ -masa lampy oscyloskopowej
- $C'_y$  — pojemność płytki  $Y$ -masa lampy oscyloskopowej zasilanej napięciem symetrycznym względem masy
- $f$  — częstotliwość
- $f_r$  — częstotliwość własnego rezonansu szeregowego (indukcyjności doprowadzeń i pojemności) płytek  $Y-Y$  lampy oscyloskopowej
- $I_{ao}$  — składowa stała prądu anodowego lampy
- $k_{eff}$  — efektywny współczynnik sprzężenia między połówkami cewki linii (czyli z pominięciem tej części sprzężenia, która służy do skompensowania indukcyjności doprowadzenia elektrody lampy)
- $k', k''$  — faktyczny współczynnik sprzężenia między połówkami cewki linii w przypadku odpowiednio jednego i dwóch doprowadzeń do elektrody lampy

- $k_u$  — wzmacnienie napięcia wzmacniacza  
 $k_{u0}$  — wzmacnienie napięcia wzmacniacza przy małych częstotliwościach  
 $L$  — indukcyjność połówki cewki linii, gdy indukcyjność doprowadzenia elektrody jest równa zero  
 $L_y$  — indukcyjność doprowadzenia płytki Y lampy oscyloskopowej  
 $l', l''$  — indukcyjność doprowadzenia elektrody lampy w przypadku odpowiednio jednego i dwóch doprowadzeń  
 $M$  — indukcyjność wzajemna między połówkami cewki linii  
 $n$  — liczba lamp w stopniu wzmacniacza łańcuchowego  
 $\frac{nb_0}{2}$  — parametr określający kształt charakterystyki amplitudy stopnia wzmacniacza łańcuchowego  
 $p$  — częstotliwość zespolona  
 $R_s$  — równoległa rezystancja wejściowa lampy przy częstotliwości  $f$ , w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalna do  $f^2$   
 $S_a$  — nachylenie charakterystyki prądu anodowego lampy  
 $\bar{U}_{wy}$  — amplituda napięcia wyjściowego wzmacniacza  
 $\tau$  — czas narastania odpowiedzi na skok jednostkowy (od 0,1 do 0,9 wartości ustalonej).

## 1. WSTĘP

Do celów fizyki nuklearnej, fizyki półprzewodników oraz materiałów magnetycznych i do badania nanosekundowych układów elektronicznych opracowano w Zakładzie Układów Elektronicznych Politechniki Warszawskiej synchroskop nanosekundowy typ ZPT-113. Przyrząd jest z założenia przeznaczony do pomiaru i obserwacji bardzo szybkich przebiegów impulsowych aperiodycznych i periodycznych o częstotliwościach powtarzania od pojedynczych Hz do kilku MHz. To założenie wykluczało rozwiązanie przyrządu jako synchroskopu stroboskopowego. Trzeba było wobec tego zastosować lampę oscyloskopową przeznaczoną dla dużych prędkości pisania, o małych indukcyjnościach doprowadzeń do płytek odchylających, małych pojemnościach płytek i zasilaniu wysokim napięciem podefleksyjnym (10 kV), aby można było uzyskać dużą jaskrawość obrazu na ekranie przy dostatecznej czułości odchylania. Problem uzyskania dostatecznej jaskrawości jest szczególnie trudny ze względu na dużą szybkość podstawy czasu oraz ze względu na małą wartość stosunku czasu trwania podstawy czasu do jej okresu powtarzania. Aby umożliwić oglądanie przebiegów od poziomu kilku miliwoltów do poziomu tysięcy woltów, zastosowano w torze pionowym sześciostopniowy wzmacniacz łańcuchowy o regulowanym wzmacnieniu. Fotografia zamieszczona jako rys. 1 przedstawia wygląd zewnętrzny przyrządu.



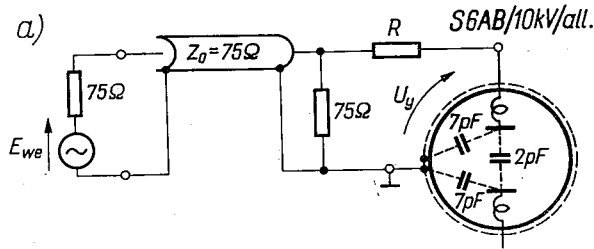
Rys. 1. Ogólny widok synchroskopu nanosekundowego ZPT-113

## 2. TOR WZMACNIACZA Y

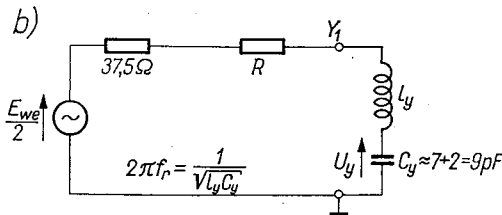
Zasadniczym punktem wyjścia przy projektowaniu toru wzmacniacza Y synchroskopu nanosekundowego ZPT-113 były następujące założenia: czas narastania odpowiedzi na skok jednostkowy nie większy niż 5 ns, odpowiedź monotoniczna lub o niewielkich przepięciach czasowych (co najwyżej rzędu 2%), czułość nie mniejsza niż 0,35 mm/mV.

W przyrządzie zastosowano lampę oscyloskopową S6AB/10 kV/alum. o następujących danych technicznych w odniesieniu do płytek Y—Y: częstotliwość szeregowego rezonansu własnego indukcyjności doprowadzeń i pojemności płytek  $f_r = 250$  MHz, czułość ok. 0,35 mm/V, pojemność płytka-płytki 2 pF, pojemność płytki do wszystkich pozostałych elektrod z wyjątkiem przeciwległej płytki — 7 pF, płytki wyprowadzone bezpośrednio przez bańkę lampy.

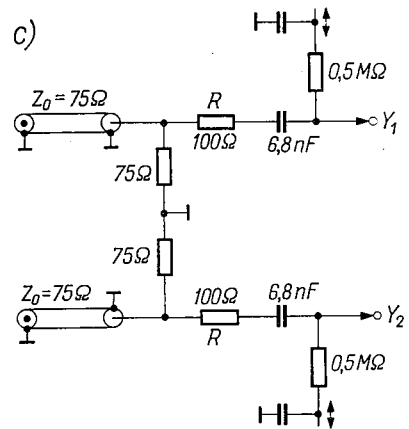
Uznano za celowe zapewnienie możliwości bezpośredniego wejścia na płytki Y—Y z pominięciem wzmacniacza Y. Zrealizowano to przy pomocy specjalnego mechanizmu, który dołącza do płytek Y—Y: 1° ostatni stopień wzmacniacza Y albo 2° dwa kable koncentryczne zaopatrzone w układy dopasowujące i tłumiące rezonans własny lampy (rys. 2c). Uproszczony schemat układu wejściowego na jedną płytkę Y przedstawia rys. 2a, a schemat zastępczy — rys. 2b; przez  $E_{we}$  oznaczono tutaj



Rys. 2a. Uproszczony schemat układu wejścia bezpośredniego na jedną z płytek Y lampy oscyloskopowej



Rys. 2b. Schemat zastępczy układu wejścia bezpośredniego na jedną z płytek Y lampy oscyloskopowej



Rys. 2c. Schemat układu wejścia bezpośredniego na płytkę Y lampy oscyloskopowej

siłę elektromotoryczną zewnętrznego źródła o oporności  $75 \Omega$  dołączonego do synchronoskopu. Operatorowa funkcja przenoszenia takiego układu ma postać:

$$\frac{U_y}{E_{we}} = \frac{0,5}{p^2 \left( \frac{1}{2f_r} \right)^2 + p(R + 37,5)C_y + 1} \quad (1)$$

Aby odpowiedź na skok jednostkowy takiego układu była monotoniczna i aby czas narastania był minimalny, funkcja przenoszenia powinna mieć

podwójny rzeczywisty biegun. Przyrównanie wyróżnika mianownika do zera daje warunek:

$$R = \frac{1}{f_r C_y} - 37,5 = 102,5 [\Omega]. \quad (2)$$

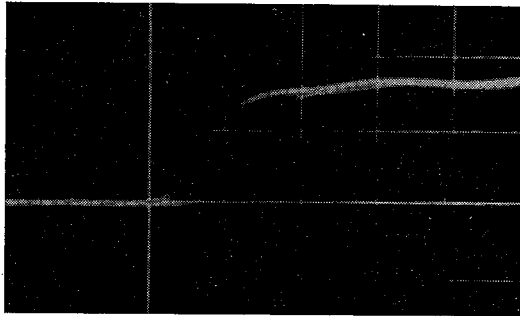
Odpowiedź układu na skok jednostkowy ma wówczas postać następującą:

$$U_y(t) = 0,5 [1 - (1 + 2f_r t) e^{-2f_r t}]. \quad (3)$$

Z wykreślonego przebiegu funkcji  $U_y(t)$  można uzyskać następujące przybliżone wyrażenie na czas narastania:

$$\tau \approx \frac{0,55}{f_r} = 2,2 \cdot 10^{-9} [\text{s}]. \quad (4)$$

Pomiary impulsowe (rys. 3) wykonane przy pomocy mechanicznego generatora impulsów nanosekundowych potwierdziły słuszność powyższego rozumowania.



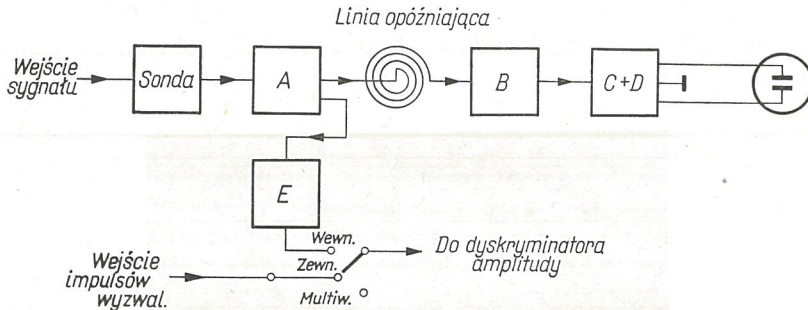
Rys. 3. Czoło odpowiedzi na impuls prostokątny przyłożony do wejścia bezpośredniego na jedną z płytek Y. Skala 2 ns/dz.

Czułość lampy oscyloskopowej narzuca wzmocnienie wzmacniacza Y w granicach 60 dB. Zapewnia to czułość synchroskopu 0,35 mm/mV. Jeśli przyjmiemy jako dostateczną maksymalną wysokość obrazu na ekranie lampy oscyloskopowej równą 3 cm, to ostatni stopień wzmacniacza Y powinien dostarczyć napięcia:  $30/0,35 = 86 \text{ V}$  — mierzonego od szczytu do szczytu, czyli napięcia o amplitudzie 43 V. Napięcie to musi być symetryczne względem masy. Każda połówka symetrycznego stopnia końcowego będzie obciążona pojemnością lampy oscyloskopowej wynoszącą  $C'_y = 7 + 2 \times 2 = 11 \text{ pF}$  (por. literaturę [3]).

Wiadomo [1], [2], [3], [9], że wzmacniacze typu kaskadowego podlegają ograniczeniu iloczynu wzmocnienia napięcia przez szerokość pasma na stopień wzmacniacza lub ilorazu wzmocnienia napięcia przez czas narastania odpowiedzi jednostkowej, bądź — przy założonym wzmocnieniu napięcia całego wzmacniacza — ograniczeniu maksymalnej szero-



kości pasma lub minimalnego czasu narastania odpowiedzi jednostkowej. We wzmacniaczach mocy dochodzi jeszcze drugie ograniczenie, a mianowicie ograniczenie iloczynu amplitudy napięcia wyjściowego przez szerokość pasma lub ilorazu tegoż napięcia przez czas narastania odpowiedzi jednostkowej. Ograniczenia te uniemożliwiają spełnienie w praktyce wyżej wymienionych założeń. We wzmacniaczach łańcuchowych [4], [5], [6], [7], [8] ograniczenia są zupełnie innego typu i są wywołane głównie wpływem rezystancji wejściowych lamp powodujących tłumienie w liniach siatkowych wzmacniacza; mimo to można uzyskać szerokości pasma rzędu setek megaherców. Taki typ wzmacniacza został zastosowany w omawianym przyrządzie. Jego schemat blokowy, na którym wykreślono człony umieszczone na niezależnych chassis, przedstawia rysunek 4.



Rys. 4. Schemat blokowy wzmacniacza Y

Wybór odpowiednich typów lamp do łańcuchowego wzmacniacza Y, a w szczególności do jego stopnia końcowego, czyli do tzw. wzmacniacza mocy — nazywanego dalej wzmacniaczem D — jest bez wątpienia sprawą pierwszoplanową przy projektowaniu toru Y. Wiadomo [8], [19], że na skutek tłumienia w linii siatkowej, wywołanego wpływem rezystancji wejściowych  $R_s$  lamp, we wzmacniaczu mocy jest ograniczony iloczyn amplitudy napięcia wyjściowego przez kwadrat szerokości pasma. Ograniczenie to ma postać:

$$[\bar{U}_{wy} B^2]_{max} \approx \frac{2C_s}{C_a + C_y} I_{ao} (R_s f^2), \quad (5)$$

gdzie człon  $R_s f^2$  jest dla danej lampy stały, ponieważ  $R_s$  jest w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalne do kwadratu częstotliwości [4], [7]. Powyższy wzór został wyprowadzony przy następujących założeniach: wzmacniacz pracuje w klasie A, pojemność lampy oscyloskopowej została wchłonięta do specjalnego ogniwa o częstotliwości granicznej równej częstotliwościom granicznym linii wzmacniacza oraz:

$$\frac{nb_o}{2} = 0,5. \quad (6)$$

Tutaj  $nb_0/2$  jest parametrem określającym kształt charakterystyki amplitudy [2], [3], [4], a  $b_0$  wchodzące w skład tego parametru jest dane przez wzór:

$$b_0 = \frac{1}{R_s C_s 2\pi B}, \quad (7)$$

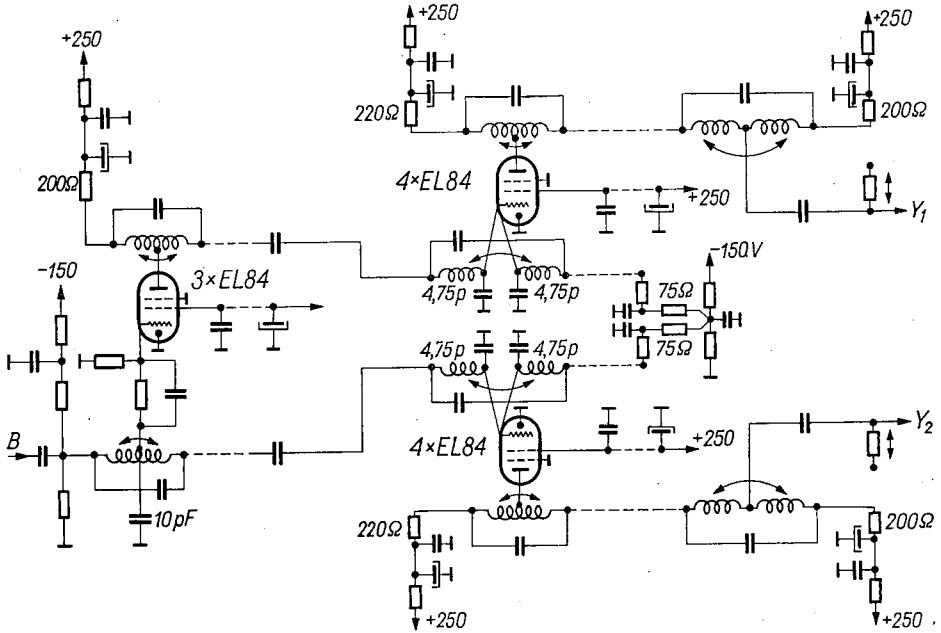
czyli jest odwrotnością dobroci obwodu wejściowego lampy na nominalnej częstotliwości granicznej wzmacniacza.

Z punktu widzenia ograniczenia (5) lampa powinna odznaczać się możliwie dużą wartością składowej stałej prądu anodowego, dużą wartością iloczynu  $R_s f^2$  i małą wartością pojemności wyjściowej. Ponadto można zauważyć, że przez zwiększenie pojemności wejściowej można zwiększyć iloczyn  $\bar{U}_{wy} B^2$ ; dzieje się to oczywiście kosztem zmniejszenia wartości oporności charakterystycznej linii siatkowej, co zresztą jest właśnie przyczyną zmniejszenia tłumiącego wpływu rezystancji wejściowych lamp. Należy jeszcze zwrócić uwagę na istotny fakt, a mianowicie, że ze względu na pożądaną małą wartość dodatkowego tłumienia w liniach wywoływanego stratnością ich elementów, należy dążyć do tego, aby liczba lamp w stopniu była mała, czyli aby  $I_{ao}/C_a$  było duże. Korzystna jest również duża wartość nachylenia charakterystyki prądu anodowego lampy, gdyż wpływa ona bezpośrednio na wartość wzmocnienia w stopniu i ułatwia jego wysterowanie.

Biorąc pod uwagę wszystkie wymienione czynniki wybrano lampę typu EL84. Każda z połówek przeciwobnego wzmacniacza  $D$  powinna dostarczyć połowę żadanego napięcia wyjściowego, czyli w naszym przypadku:  $\bar{U}_{wy} = 21,5$  V. Podstawiając do wzoru (5)  $R_s = 400 \Omega$  przy  $f = 100$  MHz (zmierzone Q-metrem),  $C_s = 18,5$  pF (z podstawką),  $C_a = 9,5$  pF (z podstawką),  $I_{ao} = 49$  mA, otrzymamy  $B = 134$  MHz. Takie mu pasmu (ze spadkiem 6 dB) odpowiada czas narastania 3,3 ns; w praktyce należy liczyć się z tym, że na skutek dodatkowego tłumienia w liniach wzmacniacza wywołanego stratnością ich elementów oraz z powodu ograniczonego pasma odwracacza fazy, pasmo wzmacniacza  $D$  z odwracaczem fazy będzie w rzeczywistości węższe. Aby zapewnić pewien margines, zwiększono pojemności wejściowe lamp o 9,5 pF uzyskując teoretyczną szerokość pasma 160 MHz (później wykonane pomiary miały potwierdzić konieczność takiego zabiegu: okazało się, że 6-decybelowa szerokość pasma wykonanego wzmacniacza mocy z odwracaczem fazy wynosi 120 MHz). Wyznaczona ze wzorów (6) i (7) liczba lamp w stopniu jest równa 4. Oporności charakterystyczne linii mają następujące wartości: linie siatkowe — 75  $\Omega$ , linie anodowe — 220  $\Omega$ , ogniwa wchłaniające pojemności lampy oscyloskopowej — 200  $\Omega$  (rys. 5). Wzmocnienie wzmacniacza wynosi 6 V/V.

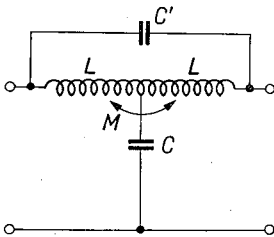
Następne, bardzo istotne zagadnienie stanowi problem wyboru typu ogniwa do linii wszystkich stopni wzmacniacza. Z trzech typów ogniwa

najczęściej stosowanych we wzmacniaczach łańcuchowych, a mianowicie ogniwa typu stałego —  $k$ , ogniwa z indukcyjnym sprzężeniem wzajemnym (czyli  $m$ -pochodnego) i ogniwa  $T$ -zabocznikowanego pojemnością, wybrano to ostatnie (rys. 6), ze względu na korzystny — z punktu



Rys. 5. Schemat wzmacniaczy C i D

widzenia właściwości impulsowych — przebieg charakterystyk częstotliwościowych wzmacniacza o takich ogniwach, zob. rysunki 7, 8, 9, 10 (charakterystyki dla przypadku skończonych wartości parametru  $nb_0/2$  zostały wyznaczone podobnie jak to zrobił W. W. Horton i in. [5] dla

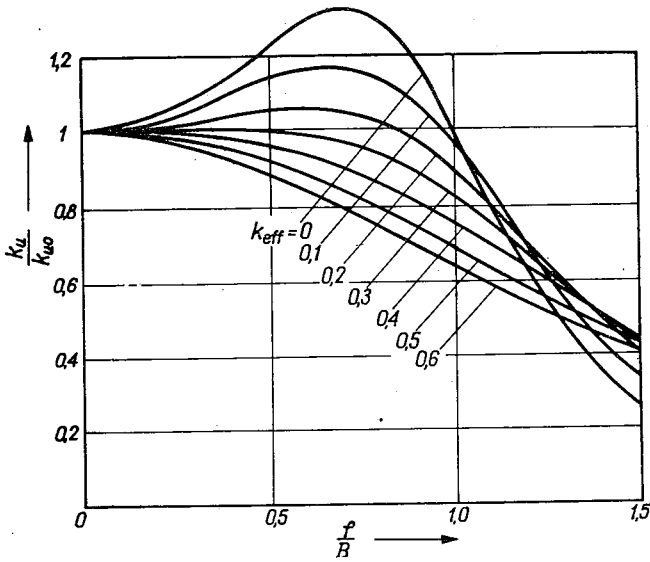


Rys. 6. Schemat ogniwa  $T$ -zabocznikowanego pojemnością

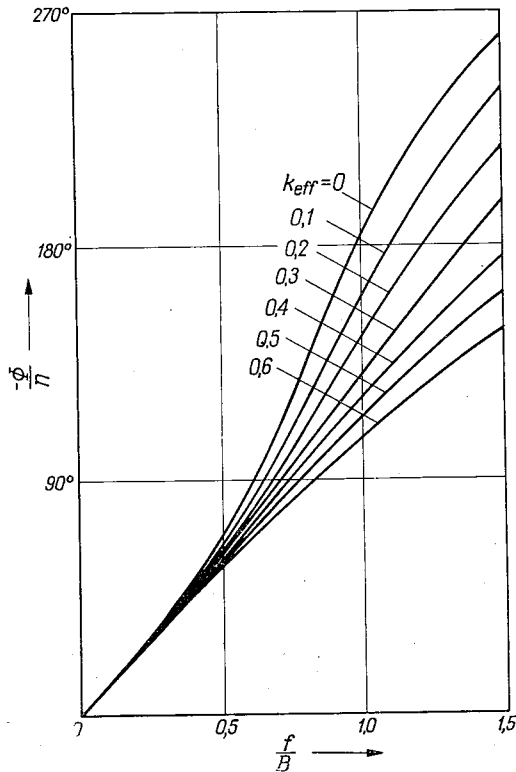
$$k = k_{eff} = \frac{M}{L}; \quad C' = \frac{C}{4} \frac{1-k}{1+k}; \quad 2\pi B = \frac{2}{\sqrt{(1+k)LC}};$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}(1+k)}$$

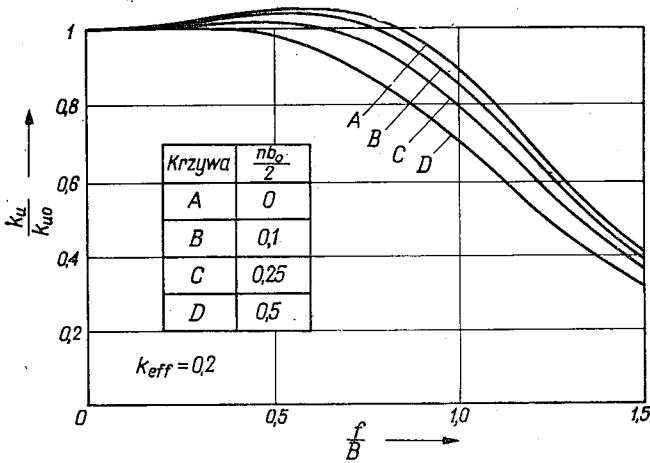
wzmacniacza o ogniwach typu stałego  $k$  i  $m$ -pochodnych). Wyraźnie widać, że przy właściwym doborze parametrów można uzyskać łagodne opadanie charakterystyki amplitudy w funkcji częstotliwości, której kształt zbliża się wówczas do gaussowskiej krzywej błędu. Ponieważ ogniwa  $T$ -zabocznikowane pojemnościami są typu wszechprzepustowe-



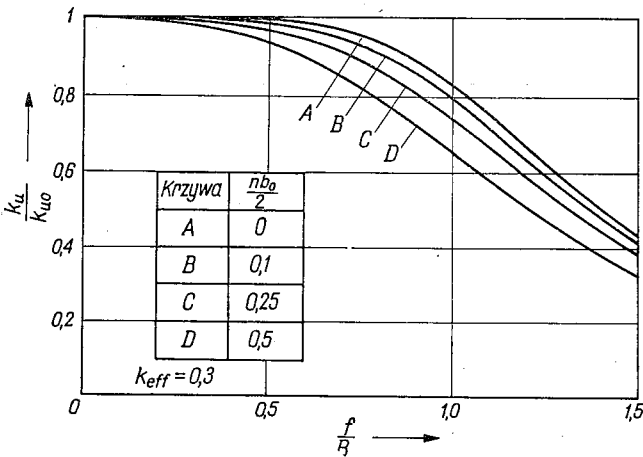
Rys. 7. Charakterystyki amplitudy wzmacniacza o ogniwach T-zabocznikowane pojemnością z pominięciem wpływu tłumienia w liniach



Rys. 8. Charakterystyki fazy wzmacniacza o ogniwach T-zabocznikowane pojemnością z pominięciem wpływu tłumienia w liniach



Rys. 9. Charakterystyki amplitudy wzmacniacza o ogniwach T-zabocznikowane pojemnością dla  $k = 0,2$  z tłumieniem w linii siatkowej



Rys. 10. Charakterystyki amplitudy wzmacniacza o ogniwach T-zabocznikowane pojemnością dla  $k = 0,3$  z tłumieniem w linii siatkowej

go, więc zera transmitancji tych ogniw leżą w prawej półpłaszczyźnie zespolonej częstotliwości  $p$ , czyli ich transmitancja nie jest typu minimalnofazowego. Funkcja wzmocnienia — zawierając te same zera — również nie jest minimalnofazowa. Oznacza to, że wzmacniacz zaprojektowany na gaussovską charakterystykę amplitudy wcale nie musi odznaczać się charakterystyką fazy zbliżoną do maksymalnie liniowej, tak jak to jest w przypadku układu minimalnofazowego [9], i jego odpowiedź na skok jednostkowy może mieć przepięcia czasowe; potwierdziły to późniejsze pomiary impulsowe.

Zagadnienie rozwiązano ostatecznie w ten sposób, że stopień mocy — który ma najwęższe pasmo — został zaprojektowany na zbliżoną do gaussovskiej charakterystykę amplitudy, a stopnie pozostałe na płaską — w pasmie stopnia mocy — charakterystykę amplitudy. Charakterystyka fazy została natomiast wylinearyzowana przy pomocy biernego korektora fazowego (włączanego we wzmacniacz A).

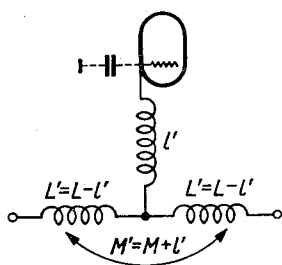
Z pomiarów częstotliwości rezonansów szeregowych obwodów wejściowego i wyjściowego lampy EL 84 wyznaczono indukcyjności doprowadzeń elektrod — od strony siatki (pojedyncze doprowadzenie):  $0,02 \mu\text{H}$  i od strony anody:  $0,01 \mu\text{H}$ . Indukcyjności te można skompensować [10] przy pomocy dodatkowego sprzężenia wzajemnego między cewkami (rys. 11), zgodnie z poniższym wzorem, słusznym dla pojedynczych doprowadzeń do elektrod:

$$k' = k_{eff} \left( 1 + \frac{l'}{L'} \right) + \frac{l'}{L'} = k_{eff} \frac{L}{L-l'} + \frac{l'}{L-l'}. \quad (8)$$

W przypadku podwójnych doprowadzeń (rys. 12) można z łatwością wyprowadzić wzór następujący:

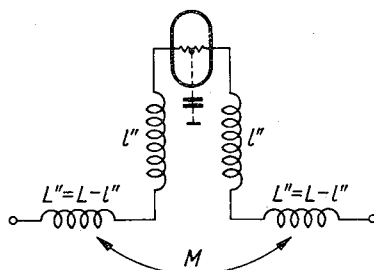
$$k'' = k_{eff} \left( 1 + \frac{l''}{L''} \right) = k_{eff} \frac{L}{L-l''}. \quad (9)$$

Zakładając:  $l'' = 2l'$  i uwzględniając ograniczenie maksymalnej wartości współczynnika sprzężenia do wartości około 0,7 [10], otrzymamy,



Rys. 11. Schemat ogniwa linii w przypadku pojedynczego doprowadzenia do elektrody lampy

$$k_{eff} = \frac{M}{L}; \quad k' = \frac{M'}{L}$$



Rys. 12. Schemat ogniwa linii w przypadku dwu doprowadzeń do elektrody lampy

$$k_{eff} = \frac{M}{L}; \quad k'' = \frac{M}{L''}$$

że  $k' > k''$ , czyli w drugim przypadku łatwiej jest uzyskać dużą wartość współczynnika  $k_{eff}$ . Takie właśnie rozwiązanie zastosowano w liniach siatkowych wzmacniacza D, gdzie za wartość optymalną  $k_{eff}$  przy  $nb_0/2 = 0,5$  uznano wartość 0,3. W liniach anodowych sytuacja jest o wiele łatwiejsza ze względu na fakt większych wartości oporności charakterystycznych ( $220 \Omega$ ), czyli większej wartości  $L$ : bez kłopotu uzyskano  $k_{eff} = 0,3$  przy pojedynczych doprowadzeniach do anod lamp.

Jako odwracacz fazy służy 3-lampowy łańcuchowy wzmacniacz C o wzmacnieniu równym 1 V/V (rys. 5), w którym w celu zmniejszenia tłumienia przez rezystancje wejściowe lamp w 75-omowej linii siatkowej siatki lamp są zasilane przez (skompensowane pojemnościowo)



dzielniki napięć o współczynniku przenoszenia około 0,6. Wzmacniacz  $C$  został zaprojektowany na częstotliwość graniczną 200 MHz, czyli większą od częstotliwości granicznej wzmacniacza  $D$ . Pozwoliło to na uzyskanie bardzo dobrej symetrii napięcia wyjściowego w pasmie około 140 MHz. Wzmacniacze  $C$  i  $D$  zostały umieszczone na wspólnym ruchomym chassis przyłączanym mechanicznie do płytek  $Y-Y$  lampy oscyloskopowej.

Pozostałe cztery stopnie wzmacniacza  $Y$  są wzmacniaczami typu napięciowego. Wzmacniacze takie podlegają ograniczeniu iloczynu wzmocnienia przez kwadrat szerokości pasma [7], [19], zgodnie z poniższym wzorem

$$[k_{uo} B^2]_{max} \approx \frac{2C_s}{C_s + C_a} S_a (R_s f^2), \quad (10)$$

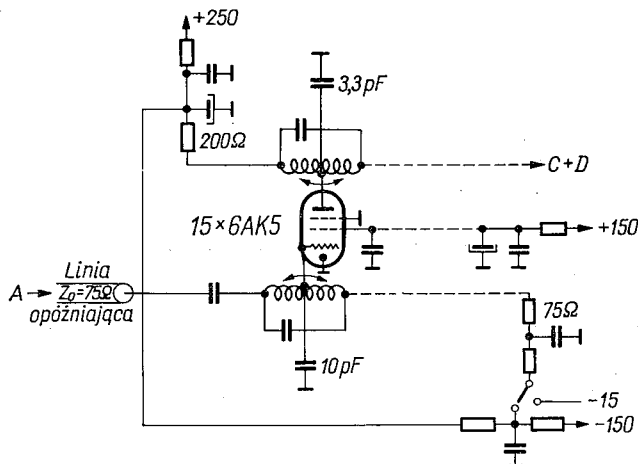
który jest słuszny przy założeniach:  $nb_o/2 = 0,5$ ; rozpatrywany stopień jest obciążony drugim identycznym stopniem (jeśli stopnie są różne, ale ich częstotliwości graniczne są jednakowe, to zamiast  $C_s$  w mianowniku wzoru (10) podstawiamy wartości pojemności wejściowych lamp stopnia następnego, jeśli częstotliwości graniczne są różne, to w mianowniku stosujemy podstawienie:  $C_s = 1/\pi BR_{obc}$ , gdzie  $R_{obc}$  jest opornością wejściową stopnia następnego).

Oprócz dużej wartości iloczynu  $S_a R_s f^2$  lampa powinna odznaczać się możliwie dużą wartością nachylenia charakterystyki prądu anodowego, gdyż wtedy liczba lamp w stopniu jest mała. Z drugiej strony lampy o dużym  $S_a$  odznaczają się również dużymi wartościami pojemności, co jest równoznaczne z małą wartością oporności charakterystycznej linii współpracującej z takimi lampami i małymi wartościami indukcyjności cewek. To z kolei powoduje, że stosunek  $k/k_{eff}$  wypada kłopotliwie duży, uniemożliwiając zrealizowanie dużych wartości  $k_{eff}$ . Biorąc pod uwagę wszystkie czynniki zdecydowano się na wybór lamp typu 6AK5 (EF95).

Stopnie napięciowe zaprojektowano na znacznie szersze pasmo częstotliwości — a mianowicie 250 MHz — aby uniknąć dodatkowego ograniczenia pasma amplitudowego oraz zwiększenia zniekształceń fazowych całego toru przez stopnie napięciowe. W celu uzyskania możliwie płaskiej charakterystyki amplitudy w pasmie około 120 MHz (czyli w pasmie wzmacniacza  $D$ ) wybrano współczynnik sprzężenia efektywnego  $k_{eff} = 0,2$ . Powinno to zapewnić teoretycznie (rys. 9) — przy  $nb_o/2$  nieprzekraczającym 0,5 — stałość wzmocnienia do częstotliwości równej w przybliżeniu połowie częstotliwości granicznej takiego stopnia. Pomiarzy wykonanych wzmacniaczy wykazały, że wypadkowa charakterystyka amplitudy czterech stopni napięciowych wraz z 75-omowym koncentrycznym kablem opóźniającym długości 30 mb charakteryzuje się kilkudecybelowym spadkiem na częstotliwości 120 MHz, wobec czego

stało się konieczne zastosowanie odpowiedniego korektora amplitudowego, włączonego we wzmacniacz A. Ewentualna mniejsza wartość współczynnika sprzężenia byłaby niepożądana ze względu na szybki wzrost zniekształceń fazowych wraz ze zmniejszaniem współczynnika sprzężenia (rys. 8).

Stopień bezpośrednio wzbudzający wzmacniacz C + D, czyli tzw. wzmacniacz B, musi dostarczyć napięcia wyjściowego o amplitudzie równej w przybliżeniu ujemnemu napięciu siatek wzmacniacza D, czyli około 7 V. Ponieważ amplituda napięcia wejściowego wzmacniacza B nie może przekroczyć wartości ujemnego napięcia siatek lamp 6AK5 wynoszącego 1,4 V, więc wzmocnienie napięcia tego stopnia wypada dość duże, a mianowicie 5 V/V, czyli znacznie przekracza optymalne wzmocnienie na stopień wzmacniacza łańcuchowego wynoszące, jak wiadomo, 2,7 V/V [5]. W celu zapewnienia takiego wzmocnienia w stopniu obciążonym 75-omową linią siatkową wzmacniacza C + D konieczne było zastosowanie w tym stopniu aż 15 sztuk lamp 6AK5. Aby w takiej sytuacji wybrnąć z trudności wynikających z ograniczenia (10), należało sztucznie zwiększyć pojemności wejściowe lamp przy pomocy dodatkowych zewnętrznych kondensatorów. Ponieważ między omawianym stopniem B a stopniem poprzedzającym znajduje się koncentryczny kabel opóźniający o oporności charakterystycznej 75  $\Omega$ , który powinien być dopasowany przynajmniej jednostronnie, więc linię siatkową wzmacniacza B zaprojektowano na oporność charakterystyczną 75  $\Omega$  (por. rys. 13). W tych warunkach pojemności dodatkowych kondensato-

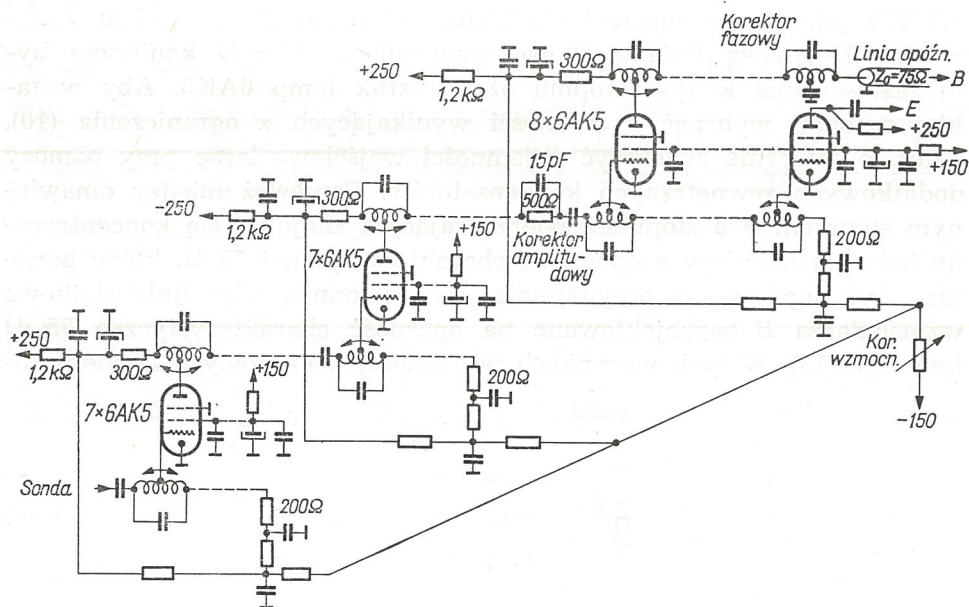


Rys. 13. Schemat wzmacniacza B

rów wynoszą po 10 pF. Zwiększono również pojemności wyjściowe lamp o wartość 3,3 pF, aby zmniejszyć oporność charakterystyczną linii anodowej do wartości równej 200  $\Omega$ . Okazało się to konieczne ze względu na niemożność uzyskania dobrych właściwości transmisyjnych w linii

wysokoomowej ( $330 \Omega$ ) zbudowanej na samych pojemnościach lampowych i zawierających aż 15 sekcji. We wzmacniaczu zastosowano ujemne sprzężenie zwrotne dla składowych stałych prądów anodowych lamp w celu stabilizacji wzmocnienia. Istnieje możliwość wyłączenia toru wzmacniacza Y przez przyłożenie ujemnego napięcia  $-15 \text{ V}$  do siatek lamp wzmacniacza B. Wzmacniacz B umieszczono na oddzielnym chassis.

Pozostałą wartość wzmocnienia wynoszącą  $33 \text{ V/V}$  zrealizowano w 3-stopniowym wzmacniaczu A (rys. 14) o wzmocnieniu napięcia na stopień wynoszącym średnio  $\sqrt[3]{33} = 3,2 \text{ V/V}$ , a więc bliskim wzmocnieniu optymalnemu. Pierwsze dwa stopnie zawierają po 7 lamp  $6\text{AK}5$ , trzeci zaś stopień 8 lamp  $6\text{AK}5$ . Oporności charakterystyczne linii siatkowych wynoszą  $200 \Omega$ , linii anodowych  $300 \Omega$ . Wspomniany uprzednio korektor

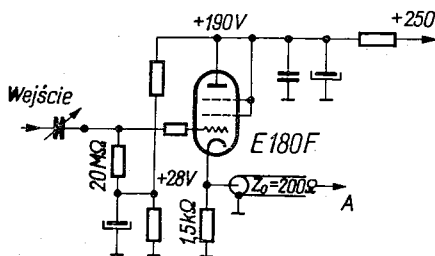


Rys. 14. Schemat wzmacniacza A

amplitudowy został włączony między drugim a trzecim stopniem, a korektor fazowy na wyjściu wzmacniacza. W stopniach zastosowano ujemne sprzężenia zwrotne w celu stabilizacji składowych stałych prądów anodowych. Korekcji wzmocnienia dokonuje się przez zmianę początkowych punktów pracy wszystkich lamp wzmacniacza A. Oprócz normalnego wyjścia prowadzącego poprzez kabel opóźniający do wzmacniacza B zapewniono dodatkowe wyjście zasilające sygnałem badanym tor tzw. wewnętrznej synchronizacji poprzez pięciolampowy dwustopniowy łańcuchowy wzmacniacz E o ogniach typu stałego-k, pasmie  $100 \text{ MHz}$ , i o wzmocnieniu około  $10 \text{ V/V}$ . Zapewnia to dobrą pracę dyskryminatora

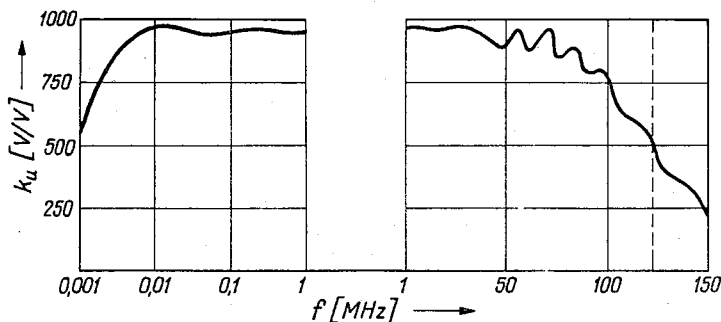
amplitudy znajdującego się na wejściu układu podstawy czasu. Wzmacniacz *A* oraz wzmacniacz *E* umieszczone są na niezależnych chassis.

Na wejście toru wzmacnieniowego może być dołączona specjalna sonda wtórnikowa z lampą E180F (rys. 15). Sonda ta ma wbudowany tłumik tłokowy typu pojemnościowego o zakresie tłumienia od około 3 do 30.000 V/V i o pojemności wejściowej od 4,5 do 2 pF (w zależności od tłumienia); skala wycechowana jest bezpośrednio w V/cm; pozwala to



Rys. 15. Schemat sondy

na łatwy pomiar mierzonego napięcia. Do kontroli czułości toru *Y* służy prostokątne napięcie wzorcowe wytwarzane w wbudowanym w układ podstawy czasu multiwibratorze. Wartość napięcia wzorcowego jest ustalana przy pomocy odpowiednio spolaryzowanego obcinacza diodowego. Charakterystykę amplitudy całego toru wzmacniacza *Y* przedstawia rys. 16. Dolna częstotliwość graniczna równa jest 1 kHz; mniejsza czę-

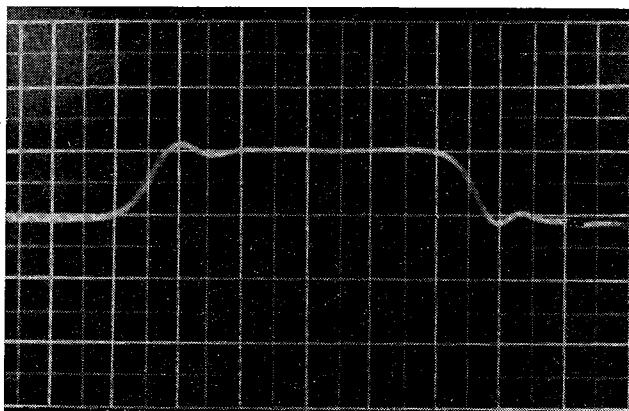


Rys. 16. Zmierzona charakterystyka amplitudy toru wzmacniacza *Y*

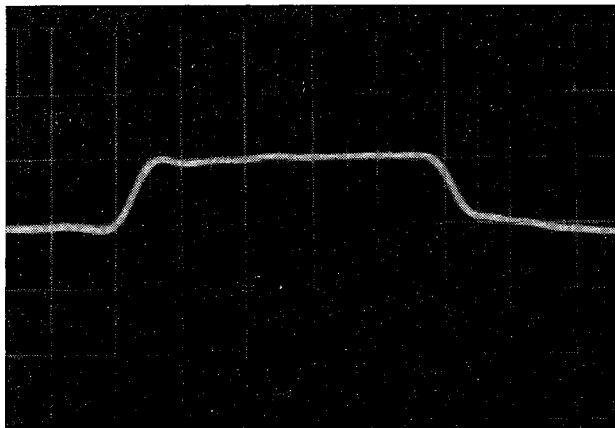
stotliwość graniczna była niepożądana ze względu na szумы sieciowe. Synchronoskop pozwala na obserwację impulsów o czasie trwania 10  $\mu$ s ze zwiem około 10%. Aby uzyskać tak dobry przebieg charakterystyki amplitudy na małych częstotliwościach, zastosowano dobrze znany sposób kompensacji w zakresie małych częstotliwości.

Pomiary właściwości impulsowych wzmacniacza *Y* wykonano przy pomocy mechanicznego generatora nanosekundowego *f*-my Cossor Instruments Ltd. (typ 1046) zawierającego rtęciowy przełącznik, o czasie

narastania wytwarzanych impulsów mniejszym od 1 nanosekundy i maksymalnej częstotliwości repetycji 90 Hz. Pomiar wzmacniacza Y bez korekcji fazy wykazały — zgodnie z przewidywaniem — (rys. 17) dość znaczny, wynoszący 6 ns, czas narastania czoła odpowiedzi na impuls prostokątny, czyli czas dłuższy od wynikającego z szerokości pasma amplitudowego (4 ns), oraz wykazały brak symetrii typu nieparzystego od-



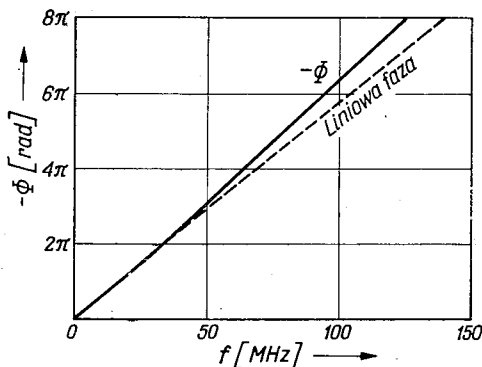
Rys. 17. Odpowiedź na impuls prostokątny wzmacniacza Y bez korekcji fazy.  
Skala 10 ns/dz.



Rys. 18. Odpowiedź na impuls prostokątny wzmacniacza Y z korekcją fazy.  
Skala 10 ns/dz.

powiedzi, objawiający się m.in. znacznymi przepięciami czasowymi wyłącznie po impulsie; fakty te świadczyły o dużych zniekształceniach fazowych. Wobec tego zmierzono przebieg charakterystyk fazy linii wzmacniacza: metoda pomiaru polegała na poszukiwaniu częstotliwości maksymalnych i minimalnych wartości impedancji wejściowej linii

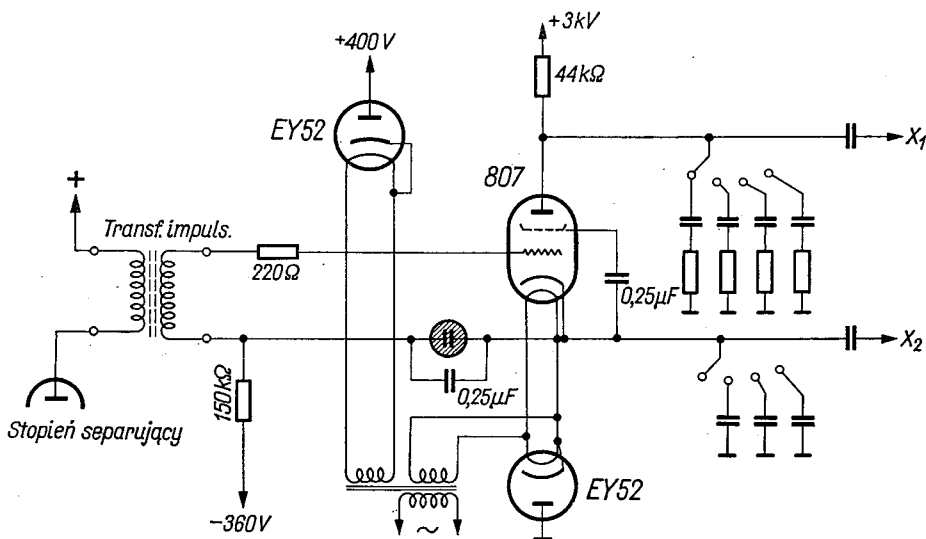
zwartej oraz rozwartej na przeciwległym końcu. W ten sposób uzyskano charakterystyki fazy całego wzmacniacza Y (rys. 19). Pozwoliło to na przybliżone zaprojektowanie odpowiedniego korektora fazowego o ogniwie typu T-zabocznikowane pojemnością i o takim przebiegu charakterystyki fazy, aby wypadkowa charakterystyka fazy była jak najbardziej liniowa. Ostatecznego doboru parametrów korektora fazowego dokonano doświadczalnie badając właściwości impulsowe wzmacniacza Y. Wyniki ostatecznej korekcji można oglądać na rys. 18.



Rys. 19. Zmierzona charakterystyka fazy toru wzmacniacza Y bez korekcji fazy

### 3. SYNCHROSKOPOWA PODSTAWA CZASU

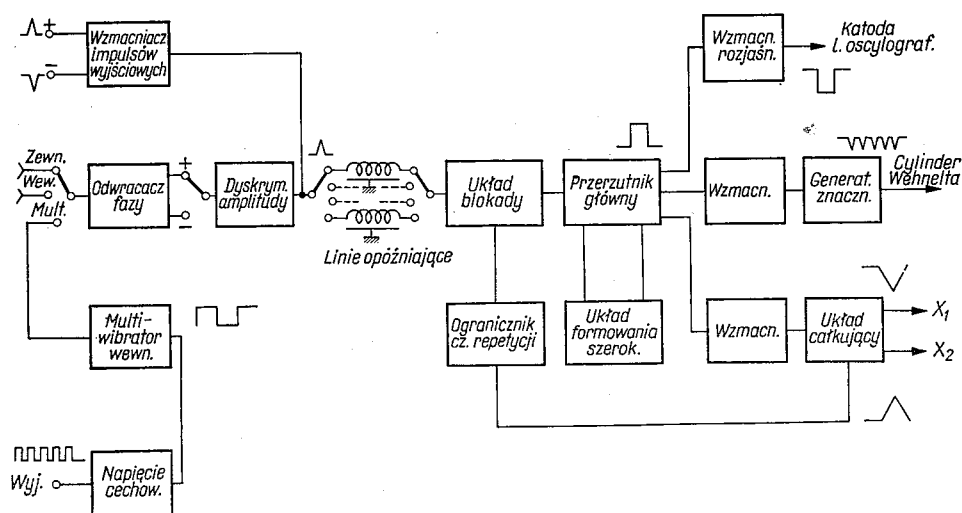
Przebieg synchroskopowej podstawy czasu jest wytwarzany przez całkowanie impulsu prostokątnego w symetrycznym układzie całkującym zbudowanym na lampie 807 (rys. 20), w którego skład wchodzi jako elementy całkujące oporność wewnętrzna tej lampy oraz, przy najszybszych przebiegach podstawy czasu, pojemności rozproszone układu łącznie z pojemnościami płytek lampy oscylograficznej, a przy prędkościach



Rys. 20. Schemat stopnia końcowego synchroskopowej podstawy czasu



mniejszych również dołączone dodatkowo kondensatory [12], [13], [14]. Impuls prostokątny jest wytwarzany w jednostabilnym przerzutniku „głównym”, z którego jest podawany na układ całkujący poprzez stopień separujący oraz transformator impulsowy. Impuls ten jest przyłożony pomiędzy siatkę i katodę lampy 807. Tak więc ten końcowy całkujący stopień układu podstawy czasu ma za zadanie dostarczenie na pojemności w obwodzie pewnego prostokątnego impulsu prądu. Napięcie podstawy czasu pobiera się na płytce odchylenia poziomego lampy oscylograficznej z obwodu anody i katody lampy 807. W celu utrzymania małych wartości pojemności rozproszonych w obwodzie katodowym lampy 807 jest ona żarzona ze specjalnego małopojemnościowego transformatora. Ten sam przerzutnik „główny” dostarcza jednocześnie impulsów prostokątnych do układu rozjaśniania plamki poprzez katodę lampy oscylograficznej i do układu wytwarzającego znaczniki czasowe. Schemat blokowy układu podstawy czasu przedstawia rys. 21.



Rys. 21. Schemat przerzutnika głównego

Warunki, jakie musi spełniać układ podstawy czasu, są również wynikiem danych dotyczących lampy oscylograficznej. A więc wynikają z jej czułości odchylenia poziomego, z potrzebnej amplitudy napięcia przykładanego na cylinder Wehnelta bądź na katodę, aby rozjaśnić plamkę, oraz z rozproszonych pojemności płytek odchylających. Maksymalna racjonalna szybkość przebiegów podstawy czasu wynika z czasu narastania odpowiedzi na skok jednostkowy przy wejściu wprost na płytce odchylenia pionowego lampy oscylograficznej. Amplituda przebiegu podstawy czasu jest uzależniona od czułości lampy oscylograficznej oraz od pewnych założeń funkcjonalnych dotyczących wymaganej długości prze-

biegu podstawy czasu w stosunku do średnicy ekranu. W użytej lampie czułość odchylenia poziomego przy napięciu przyspieszającym 3 kV i napięciu podefleksyjnym 10 kV wynosi 0,16 mm/V, co przy średnicy ekranu 150 mm odpowiada potrzebnej amplitudzie przebiegu podstawy czasu 940 V/średnicę ekranu. Jak już wspomniano, czas narastania odpowiedzi na skok jednostkowy płytek sygnałowych wynosi ok. 2 ns. Amplituda impulsu prostokątnego przykładanego w celu rozjaśniania plamki powinna wynosić ok. 50 V. Aby uzyskać możliwość pomiaru czasu narastania rzędu 2 ns, postanowiono zbudować układ wytwarzający podstawę czasu o prędkości maksymalnej przebiegów równej 2 ns/cm. Przy danej czułości lampy szybkość narastania napięcia podstawy czasu powinna wynosić ok.  $3 \cdot 10^{10}$  V/s. Ostatni stopień układu podstawy czasu pracuje na pojemności rozproszone układu łącznie z pojemnościami wejściowymi płytek lampy oscylograficznej. Mając daną prędkość narastania napięcia oraz wartość pojemności sumarycznych w obwodzie stopnia końcowego podstawy czasu można znaleźć wartość prądu, jaki musi dostarczać ostatni stopień podstawy czasu.

W synchroskopach o tak szerokim pasmie [15], [16] wydaje się konieczne użycie podstawy czasu w układzie symetrycznym nie tylko ze względu na konieczność uniknięcia zniekształceń trapezowych, ale przede wszystkim dlatego, aby uniknąć przedostawania się napięć z płytek pionowych na poziome i odwrotnie. Mimo istnienia ekranowania między układem płytek pionowych i poziomych, napięcia tak szybkozmienne przedostawałyby się z jednego układu na drugi zniekształcając w ten sposób obraz. Pojemność wzięta do obliczenia wartości prądu, który musi dostarczyć końcowy stopień układu podstawy czasu, jest więc tu pojemnością liczoną od płytki do płytki. Wartość tej pojemności wynosi  $C_{xx} = 35$  pF. Stąd wartość prądu wyniesie:

$$i = C_{xx} \frac{du}{dt} = 35 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{10} \approx 1 \text{ A.} \quad (11)$$

W wielu zastosowaniach jest rzeczą wygodną analizować szczegółowo fragment dłuższego przebiegu położony nie tylko na jego początku, jak w przypadku pomiaru czasu narastania, lecz również w dalszych jego częściach. Do tego celu należy użyć podstawy czasu, której przebieg jest parokrotnie „dłuższy” niż średnica ekranu. Pozwala to za pomocą układu przesuwu poziomego (X) na szczegółowe oglądanie części sygnału położonych z dala od jego czoła, które wyzwała start podstawy czasu. Z tego względu w synchroskopie ZPT-113 przyjęto amplitudę przebiegu podstawy czasu 3-krotnie większą od wartości, jaka jest potrzebna do odchylenia plamki o szerokość ekranu. Do rozszerzenia zakresu rodzaju pracy zastosowano również regulowane opóźnienie startu podstawy czasu, które pozwala na analizę części sygnału występujących w odległości cza-

sowej od czoła impulsu większej niż trzykrotny czas przejścia przebiegu podstawy czasu przez średnicę ekranu.

Osobne zagadnienie stanowi regulacja prędkości przebiegu podstawy czasu. Można jej dokonywać dwojakim sposobem — albo zmieniając pojemność, na którą pracuje stopień końcowy podstawy czasu, albo zmieniając wartość prądu dostarczonego przez ten stopień. Zastosowano tu oba te rodzaje regulacji. Regulacja za pomocą zmiany pojemności jest najprostsza i może być dokonywana za pomocą dołączania dodatkowych kondensatorów. Regulacja natomiast za pomocą zmiany wartości prądu dostarczanego przez układ podstawy czasu ma pewną zaletę, której trudno się wyrzec. Wyjaśnimy to pokrótce.

Maksymalna częstotliwość powtarzania jest w układzie ograniczona średnią wartością prądu dostarczanego przez źródło zasilania stopnia końcowego podstawy czasu. W przypadku zastosowania regulacji prędkości przez zmianę prądu dostarczonego przez układ podstawy czasu można uzyskać przy tym samym poborze średniego prądu z zasilacza wysokonapięciowego stosunkowo większą dopuszczalną częstotliwość powtarzania podstawy czasu na zakresach jej mniejszej prędkości niż w przypadku stosowania takiej samej wartości prądu jak przy największych prędkościach. Stosowanie zbyt małych wartości prądu jest jednak niekorzystne ze względu na powstającą wówczas nieliniowość przebiegu. Przy danej amplitudzie przebiegu podstawy czasu, a mniejszej wartości prądu stopnia końcowego, większa procentowo jego część popłynie przez (nie dające się uniknąć) związane z zasilaniem układy opory rzeczywiste, bocznikujące pojemności. Inaczej mówiąc, przy danej prędkości i amplitudzie przebiegów podstawy czasu przy mniejszej wartości prądu będą potrzebne mniejsze pojemności; a więc stała czasowa całkowania, będąca iloczynem pojemności przez oporności bocznikujące, będzie mniejsza. A przecież liniowość jest proporcjonalna do stosunku stałej czasowej całkowania do czasu trwania przebiegu podstawy czasu (notabene szeregowo połączenie oporności uwidoczniionych na rys. 20 jest zmniejszane przez połączoną z nimi równolegle oporność wewnętrzną lampy). Z tych względów zastosowano w synchronoskopie ZPT 113 przy mniejszych prędkościach przebiegów podstawy czasu wartość prądu tylko trzykrotnie mniejszą od maksymalnej wartości, stosowanej przy największych prędkościach przebiegów podstawy czasu. Dokonuje się jej przez zmianęysterowania lampy końcowej.

Specjalne zagadnienie stanowi problem rozjaśniania plamki na ekranie w dostatecznie krótkim czasie. Gdyby czas narastania impulsu rozjaśniającego plamkę był dosyć długi, wówczas plamka zapalałaby się dopiero po przejściu na ekranie pewnej drogi, a początkowa część jej trasy byłaby niewidoczna. W ten sposób wzrastałoby pozornie opóźnienie startu podstawy czasu, co wymagałoby do kompensacji znacznej dłu-

gości kabla opóźniającego w torze wzmacniaczy odchylenia pionowego. Również start generatora znaczników czasowych powinien następować dostatecznie prędko, aby podstawa czasu już od początku była cechowana znacznikami czasowymi. Z obu tych powodów impuls prostokątny uruchamiający generator znaczników czasowych oraz rozjaśniający plamkę musi mieć bardzo krótki czas narastania. Trzecim powodem jest konieczność uzyskania dostatecznie liniowej podstawy czasu już w początkowej części swego przebiegu. Gdyby czas narastania impulsu prostokątnego uruchamiającego układ podstawy czasu był dosyć długi, wówczas szybkość podstawy czasu nie byłaby początkowo stała, a zmieniałaby się dążąc do wartości maksymalnej dla płaskiej części wierzchu impulsu. Z czasem narastania impulsu prostokątnego uruchamiającego układ podstawy czasu wiąże się również zagadnienie modulacji czasowej momentu startu podstawy czasu (tzw. jitteru). W przypadku użycia impulsu o długim czasie narastania znaczna wartość modulacji czasowej mogłaby powstawać już w wyniku niewielkich napięć, szumów oraz przydźwięku sieci powstających na siatkach lamp pracujących w klasie C. Użycie impulsów o krótkim czasie narastania znacznie zmniejsza wartość przedziału czasowego, w którym może zachodzić ta modulacja. Z tego też względu wszystkie człony toru podstawy czasu powinny składać się z układów szybko działających, tzn. z układów wytwarzających i przenoszących przebiegi o krótkich czasach narastania.

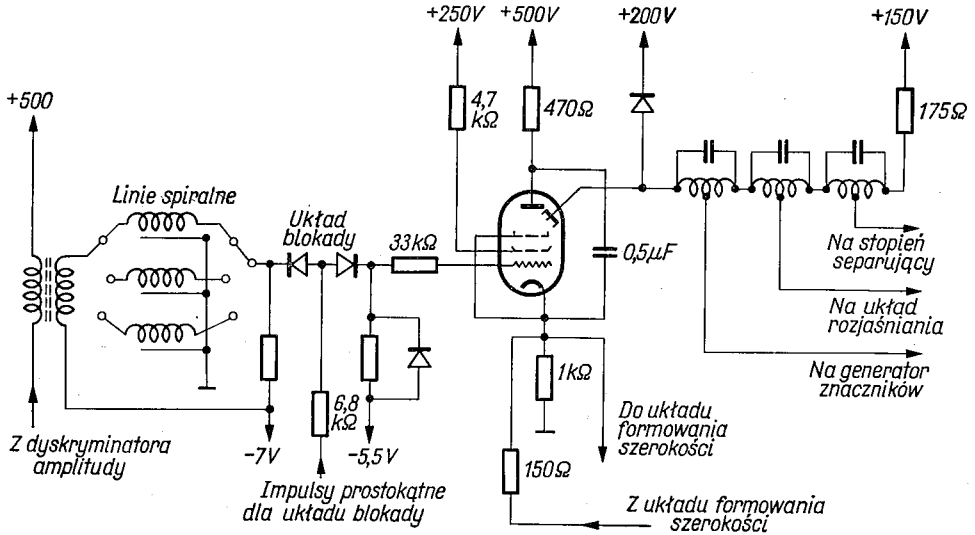
W synchroskopie ZPT 113 użyto do wytwarzania impulsu prostokątnego uruchamiającego generator znaczników czasowych, układ rozjaśniania plamki oraz układ wytwarzający przebiegi podstawy czasu — przerzutnika jednostabilnego zbudowanego na lampie z emisją wtórną o dodatnim sprzężeniu zwrotnym z anody w katodę. Pozwala to na osiągnięcie krótkiego czasu narastania, rzędu 15 ns, przy amplitudzie 50 V. Impulsy te o polaryzacji dodatniej pobierane są z obwodu dynody lampy z emisją wtórną EFP 60 (zob. rys. 22) poprzez 3 wszechprzepustowe ogniwa linii łańcuchowej. Pozwala to na osiągnięcie dwóch celów:

1) Pojemności obciążające obwód dynody składają się jedynie z pojemności własnej lampy oraz pojemności montażu. Pojemności natomiast wejściowe stopni pośredniczących w przenoszeniu impulsu prostokątnego są wchłonięte w ogniwa linii łańcuchowej, nie zwiększając pojemności na dynodzie.

2) Opóźnienie wytwarzane przez linię łańcuchową jest tu wykorzystywane w ten sposób, że podstawa czasu startuje nieco później niż rozświetlanie plamki, które z kolei jest jeszcze późniejsze od momentu uruchomienia generatora znaczników czasowych. Pozwala to na zmniejszenie wpływu skończonego czasu narastania impulsu prostokątnego.

Aby skompensować nieliniowość podstawy czasu w jej początkowej części przebiegu, włącza się w szereg z kondensatorem dołączanym (na

zakresie najszybszej podstawy czasu służy on do symetryzacji pojemnościowej układu) do obwodu anodowego lampy całkującej 807 pewną oporność rzeczywistą. Zmniejsza to początkową nieliniowość przebiegu pod-



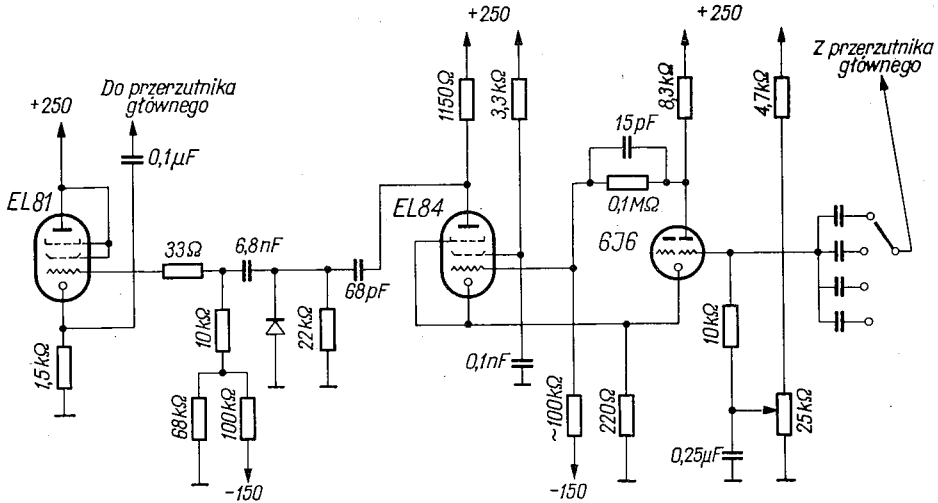
Rys. 22. Schemat blokowy układu podstawy czasu

stawy czasu a jednocześnie zmniejsza możliwość powstawania oscylacji nałożonych na przebieg podstawy czasu. Ten ostatni wpływ wynika ze zmniejszenia dobroci obwodu rezonansowego złożonego z indukcyjności rozproszonych kondensatorów i doprowadzeń oraz z pojemności międzyelektrodowych lampy.

Przerzutnik główny ma wytwarzać impulsy prostokątne o odpowiednim czasie trwania, równym w przybliżeniu czasowi trwania całego przebiegu podstawy czasu. Do uformowania takiej jego szerokości służy specjalny układ formowania szerokości impulsu. Jest to układ lampowy, który po określonym czasie od czoła impulsu prostokątnego wytwarza na katodzie lampy przerzutnika „głównego” dodatni impuls szpilkowy, który kończy generowany impuls prostokątny.

Schemat układu formowania podano na rys. 23. Składa się on z jednostabilnego przerzutnika w układzie Schmitta, układu różniczkującego i wyjściowego wtórnika katodowego. Gdy na wejście układu jednostabilnego przerzutnika złożonego z lamp 6J6 i EL84 przychodzi ujemny skok z lampy EFP60, wówczas na jego wyjściu powstaje ujemny impuls prostokątny, którego szerokość jest określona przez stałą czasową w obwodzie siatki lampy 6J6. Impuls ten zostaje zróżniczkowany i doprowadzony na wejście wtórnika katodowego pracującego w klasie C. Impuls dodatni wychodzący z wtórnika jest więc opóźniony o czas równy szerokości impulsu z przerzutnika.

Ze względu na moce admisyjne lamp oraz na ewentualne zmiany składowych stałych w układzie maksymalna częstotliwość powtarzania czasu musi być ograniczona. Ograniczanie częstotliwości powtarzania (maksymalna wartość uzależniona jest od zakresu prędkości podstawy czasu) jest dokonywane za pomocą układu blokady, umieszczonego w obwodzie



Rys. 23. Schemat układu formowania szerokości impulsów

siatki przerzutnika głównego. Układ ten może przepuszczać impulsy startowe wyzwalające przerzutnik główny. Po każdym uruchomieniu przerzutnika głównego i podstawy czasu przychodzi na układ blokady impuls prostokątny uniemożliwiający przejście przezeń impulsów startowych przez określony czas. Czas ten jest okresem maksymalnej możliwej częstotliwości powtarzania podstawy czasu. Dla najszybszych przebiegów podstawy czasu (2 ns/cm) maksymalna częstotliwość powtarzania wynosi około 30 kHz. Układ blokady jest zbudowany na dwu diodach germanowych DOP3. Impulsy wyzwalające przerzutnik główny są otrzymywane z umieszczonego na początku toru podstawy czasu szybko działającego dyskryminatora amplitudy. Zadaniem jego jest przetwarzanie oglądanego sygnału w wąskie (ca 50 ns) impulsy startowe o krótkim czasie narastania (ca 10 ns). Istotną sprawą jest tu ściśle określenie poziomu oglądanego sygnału, przy którym następuje start podstawy czasu. Dyskryminator amplitudy zbudowany również przy użyciu lampy EFP60 pracuje ze sprzężeniem z dynody do siatki sygnałowej poprzez spolaryzowaną zaporowo diodę. Ze względu na jego pracę w klasie A uzyskuje się tu dużą czułość na wyzwalanie. Układ pracuje poprawnie do paru MHz. Impulsy wyjściowe są pobierane z obwodu anody dyskryminatora poprzez odwracający fazę transformator impulsowy i przełączane linie spiralne o zmiennym opóźnieniu. Przez wybór odpowiedniej



linii można regulować wymienione już poprzednio opóźnienie startu podstawy czasu. Dyskryminator, a więc i cała podstawa czasu, może być wyzwalany jednym z trzech sposobów: napięciem zewnętrznym, sygnałem oglądanym lub napięciem wytwarzanym przez wbudowany multiwibrator.

Do kontroli prędkości podstawy czasu służy generator znaczników czasowych. Jest on zbudowany na lampie z emisją wtórną [17], [18] Z319 i dostarcza na cylinder Wehnelta lampy oscylograficznej ujemnych impulsów szpilkowych o jednej z pięciu ustalonych częstotliwości. Znaczniki w postaci ciemnych przerw na obrazie podstawy czasu są odpowiednio co 10 ns, 30 ns, 100 ns, 300 ns i 1  $\mu$ s.

Podstawowe dane techniczne synchroskopu nanosekundowego ZPT 113 są podane poniżej:

- |  |  |
|--|--|
| 1) Pasma wzmocnieniowe wzmacniacza Y:  | 1 kHz÷120 MHz                                    |
| 2) Czas narastania (odpowiedzi na skok jednostkowy przy wejściu przez wzmacniacz Y): | ok. 4 ns ( $4 \cdot 10^{-9}$ s)                  |
| przy wejściu bezpośrednim na płytki Y—Y:   | ok. 2 ns   |
| 3) Czulość przy wejściu przez wzmacniacz Y:  | ok. 0,35 mm/mV                                   |
| 4) Tłumienie sondy:  | regulowane od 8 do 86 dB                         |
| 5) Czulość przy wejściu bezpośrednim na płytki:                                      | ok. 0,35 mm/V                                    |
| 6) Oporność wejściowa wzmacniacza Y:   | 200 $\Omega$                                     |
| 7) Pojemność wejściowa sondy:  | od 2 pF do 4,5 pF<br>(w zależności od tłumienia) |
| 8) Oporność wejściowa wejścia bezpośredniego na płytki Y—Y                           | $2 \times 75 \Omega$                             |
| 9) Maksymalna wysokość obrazu:   | ok. 3 cm   |
| 10) Szybkość przebiegów podstawy czasu (regulowana skokowo)                          | 2, 6, 20, 60, 200,<br>600 ns/cm                  |
| 11) Maksymalna częstotliwość powtarzania:  | 30 kHz   |
| 12) Regulowane skokowo opóźnienie startu podstawy czasu:                             | max 300 ns                                       |
| 13) Znaczniki czasu:   | 10, 30, 100, 300,<br>1000 ns                     |
| 14) Liczba lamp:   | 110 sztuk  |
| 15) Zasilacze stabilizowane elektronowo, jonowo i magnetycznie                       |  |



## WYKAZ LITERATURY

1. Bode H. W.: *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*. D. Van Nostrand Co., New York 1946.
2. Hansen W. W.: On Maximum Gain-Bandwidth Product in Amplifiers. — *Jour. Appl. Phys.*, 9, 1945.
3. Elmore W. C.: The Transient Response of Damped Linear Networks with Particular Regard to Wideband Amplifiers. — *Jour. Appl. Phys.*, 11, 1948.
4. Ginzton E. E., Hewlett W. R., Noe J. D.: Distributed Amplification. — *Proc. I.R.E.*, 8, 1948.
5. Horton W. W., Jasberg J. H., Noe J. D.: Distributed Amplifiers, Practical Consideration and Experimental Results. — *Proc. I.R.E.*, 7, 1950.
6. Smoliński A.: *Zasady wzmacniania*, tom II. PWT, Warszawa 1956.
7. Helsztyński J.: Wzmocnienie i szerokość pasma wzmacniacza łańcuchowego. — *Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej*, Nr 8, *Elektryka* Nr 5, 1954.
8. Helsztyński J.: Łańcuchowe wzmacniacze mocy. — *Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej*, Nr 24, *Elektryka* Nr 13, 1956.
9. Valley G. E., Wallman H.: *Vacuum Tube Amplifiers*. Mc Graw-Hill Book Co., New York 1948.
10. Murphy B.: Distributed Amplifiers. — *Wireless Engineer*, 2, 1953.
11. di Toro M.: Phase and Amplitude Distortion in Linear Networks. — *Proc. I.R.E.*, 1, 1948.
12. Yu R. P., Kallman H. E., Christaldi P. S.: Millimicrosecond Oscillography. — *Electronics*, 24, 7, 1951.
13. Glebowicz G. W., Morugin L. A.: Formirowanie impulsów nanosekundowej długości. Moskwa 1958.
14. Sowriemiennyj katodnyj oscillograf. — *Inostrannaja literatura*, Moskwa 1954.
15. Kelley G. G.: High Speed Synchroscope. — *Rev. Sc. Instr.*, 21, 1, 1950.
16. Moody N. F., Mc Lusky G. J. R.: Millimicrosecond Pulse Technique. — *Electronic Eng.*, 24, 1952.
17. Lewis I. A. D., Wells F. H.: *Millimicrosecond Pulse Technique*. — Pergamon Press, London 1956.
18. Wells F. H.: Fast Pulse Circuit Techniques for Scintillation Counter-Nucleonics, 10, 4, 1952.
19. Helsztyński J.: The Figures of Merit of Tubes for Distributed Amplification. — *Hochfrequenztechnik und Elektroakustik*, 3, 1963.

J. HELSZTYŃSKI, W. WIERZEJSKI

THE BASIC PROBLEMS CONCERNING THE DESIGN OF THE NANOSECOND PULSE OSCILLOSCOPE

Summary

This paper is concerned with the problems related to the design of the oscilloscope with a very fast triggered time base and broadband distributed amplifiers for the vertical deflection. The instrument is designated for investigation of nanosecond pulses. In the paper assumed technical specifications and then the main conception of design are given. In the first chapter bandwidth limitations and po-

possibilities of realization of distributed amplifiers are discussed. The criteria of the choice of the tube types are given. In the second chapter the assumptions and realization of the time base, block diagram and diagrams of its main parts are treated of. At the end all technical data of the instrument are put together.

J. HELSZTYŃSKI, W. WIERZEJSKI

## LES PROBLÈMES GÉNÉRALES DE CONSTRUCTION D'UN OSCILLOGRAPHE À TEMPS DE MONTÉ D'ORDRE DE QUELQUES NANOSECONDES

### Resumé

Cet ouvrage concerne les problèmes de la construction d'un oscillographe à base de temps déclenché à ultra-rapide et un amplification déclenché à large bande de fréquences en chaîne de déflection verticale. L'appareil est destiné pour les mesures des impulsions d'une très courte durée en nanosecondes.

Dans l'article on a donné les bases d'un avant-projet et la conception générale de l'appareil suivies par la discussion des particularités générales, les limites en fréquences ainsi que les possibilités de la construction des amplificateurs distribués et des amplificateurs d'un synchroscope (l'oscillographe à base de temps déclenché ultra-rapide). Dans l'autre partie on a décrit les problèmes d'utilisation des tubes électroniques dans les amplification distribués et les solutions des amplificateurs de synchroscope. Ensuite on a décrit les avant-projets et leurs réalisations en ce qui concerne l'ensemble de la base de temps déclenché à grande vitesse, le schéma synoptique et les schèmes des sondes — sembles. En partie finale on a juxtaposé les conditions techniques valables.

J. HELSZTYŃSKI, W. WIERZEJSKI

## GRUNDPROBLEME BEZÜGLICH DES AUFBAUS EINES NANOSEKUNDENSYNCHROSKOPS

### Zusammenfassung

Der Aufsatz behandelt das Problem des Aufbaus eines Oszillographs mit synchroskopischer Zeitbasis und mit Breitband-Kettenverstärker in Leitungen der Vertikalablenkung. Das Gerät ist bestimmt bei der Prüfung von Impulsen im Nanosekundenbereich angewandt zu werden. Im Aussatz wurden Projektvoraussetzungen sowie auch die allgemeine Lösung des Synchroskops gegeben. Es wurden dann auch durchsprochen: die allgemeinen Eigenschaften, die Frequenzbeschränkungen sowie auch die Möglichkeit der Realisation von Kettenverstärkern. Es wurden die Kriterien der Röhrenauswahl für die Kettenverstärker und auch der Lösungen von Verstärkern im Synchroskop behandelt. In weiterer Folge wurden die Grundlagen und die Realisationsmöglichkeit derselben betreffs des Aufbaus der synchroskopischen Zeitbasis besprochen, dann ein Blockschaltbild und Lösungen seiner einzelnen Grundbestandteile angeführt.

Е. ГЕЛЬШТЫНСКИ, В. ВЕЖЭЙСКИ

ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ  
СВЯЗАННЫЕ С ПОСТРОЕНИЕМ НАНОСЕКУНДНОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

Резюме

В статье рассматривается проблемы конструкции синхроскопа с весьма большой скоростью развёртки времени с широкополосными усилителями вертикального отклонения. Прибор предназначен для исследования импульсов наносекундной длительности. В статье приводятся предварительные данные для проектирования и общую концепцию решения конструкции синхроскопа.

В первой главе рассматриваются ограничения усилителей с распределённым усилением и критерии выбора типов ламп.

Во второй части приведены предварительные данные для проектирования скорой развёртки времени, ее блок-схема и схемы отдельных узлов.

В заключении сведены полученные технические требования к прибору.



JERZY SOROKIEWICZ

## Analiza rozłączności układu izolator szklany — forma szklarska i jej praktyczne zastosowanie

*Rękopis dostarczono 14.2.1964*

W artykule autor analizuje geometrię układu izolator — forma prasownicza. Bada zakres możliwości konstruowania kloszy szklanego izolatora jednoczęściowego i budowy jego formy. Oprócz teoretycznego uogólnienia i dyskusji zastosowania w praktyce podaje wyniki zastosowania w przemyśle.

### 1. WSTĘP

Rozszerzanie produkcji izolatorów szklanych do celów elektroenergetycznych jest tendencją ogólnoswiatową. Składają się na to różne czynniki, a najważniejszy z nich jest chyba czynnik ekonomiczny.

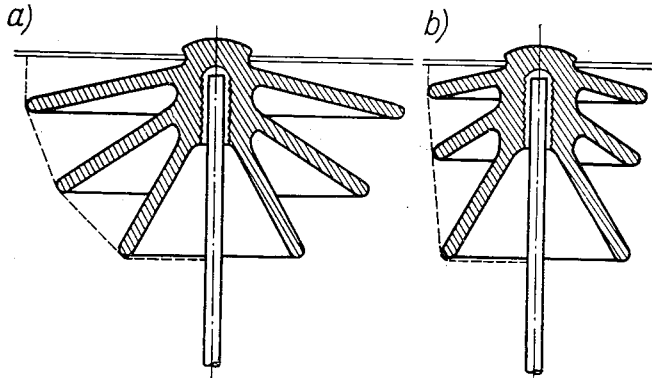
Śledząc z uwagą osiągnięcia światowe, Katedra Wysokich Napięć Politechniki Wrocławskiej prowadzi prace typu teoretycznego i technologicznego — współpracując z przemysłem [1]. W dziale liniowych izolatorów stojących o napięciu znamionowym powyżej 10 kV jedną z wykonanych prac teoretycznych jest analiza geometrii układu: wypraska wielokloszowa (izolator) — forma. Wyniki teoretyczne znalazły praktyczne zastosowanie w projekcie izolatora (rys. 15) i jego formy prasowniczej (rys. 16).

Optymalny kształt izolatora wysokiego napięcia ma za zadanie zapewnić możliwie dużą wytrzymałość elektryczną przy możliwie małym zużyciu materiału. Warunki te spełnia układ przedstawiony na rys. 1a. W celu zapewnienia możliwie dużej wytrzymałości na przeskok klosze mają za zadanie jak najbardziej wydłużyć jego drogę. Największą wytrzymałość układu dają klosze uformowane zgodnie z powierzchniami ekwipotencjalnymi pola elektrycznego izolatora będącego pod napięciem. Względy technologiczne zalecają zmniejszenie kloszy, co łatwo przyjąć bez istotnego zmniejszania drogi przeskoku (rys. 1b).

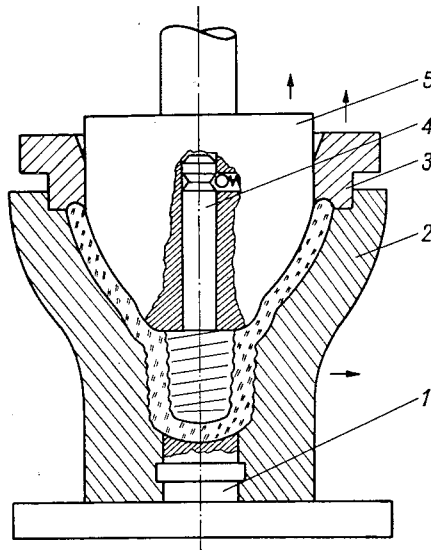
W produkcji szklanych izolatorów kształtowanie odbywa się przez prasowanie w zamkniętej formie metalowej. Wynikają stąd znaczne ograniczenia kształtu wypraski. Tradycyjna forma służąca do produkcji szklanych izolatorów składa się ze stopki, dwu lub więcej przegubowo połączonych boków, pierścienia dociskowego i wytłocznika z gwintownikiem

(rys. 2). Elementy te przy otwieraniu formy mają swobodę ruchów w płaszczyznach wzajemnie prostopadłych.

Forma tradycyjna umożliwia albo prasowanie tylko jednego skośnego klosza, albo kilku kloszy walcowych lub płaskich (rys. 3). Chociaż nie jest to dobre zbliżenie do układu optymalnego, znalazło jednak zastosowanie



Rys. 1. Ideowy kształt liniowego izolatora stojącego. — Droga przeskoku oznaczona linią przerywaną

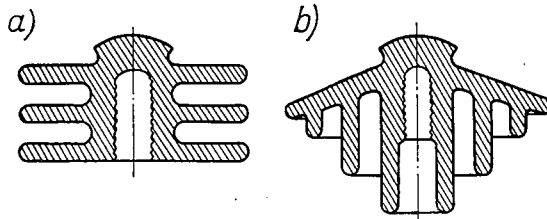


Rys. 2. Tradycyjna forma szklarska

1 — stopka, 2 — bok, 3 — pierścień, 4 — gwintownik, 5 — wytłocznik

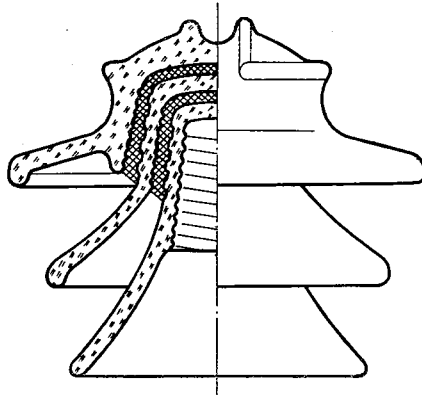
wanie w izolatorach stojących w zakresie napięć do 10 kV [1] oraz w izolatorach wiszących przeciwzabrudzeniowych [2]. Kształt o kloszach poziomych, ze względu na warunki deszczowe, nie nadaje się do zastosowania w izolatorach napowietrznych.

Chcąc wykonać szklany izolator o skośnych kloszach trzeba było dotychczas sklejać go z kilku z osobna wykonanych części (rys. 4). Izolatory tego typu wykonuje się do napięć aż do 40 kV [3]. Wykonanie części składowych jest łatwe, ale same wypraski nie są jeszcze izolatorem. Poszczególne części izolatora różnią się między sobą, wymagają więc



Rys. 3. Dotychczasowe możliwości wykonania szklanych izolatorów jednoczęściowych

osobnych form. Wypraski wychodzą z formy w stanie półplastycznym, łatwo się paczą i zapływają. Stąd dotrzymanie tolerancji wymiarowych jest utrudnione, zwłaszcza w miejscu łączenia. Osobnym, bardzo ważnym zagadnieniem jest stosowanie kitu. Musi on być wytrzymały pod



Rys. 4. Izolator szklany wieloczęściowy HT 32, ok. 20 kV (Charbonneaux, Francja, 1956)

względem mechanicznym, odporny na wpływy atmosferyczne, a co najważniejsze — nie może pęknąć w miarę starzenia czy wilgnienia, gdyż to powodowałoby pęknięcie szkła. Oczywiście produkcja wieloczęściowego izolatora szklanego jest bardzo pracochłonna, a sam izolator jest dość drogi mimo taniości surowca. Prowadzone w KWN przy współudziale autora [1] prace nad izolatorami wieloczęściowymi w pełni potwierdziły występowanie wspomnianych trudności.

Istnieje tu pewna analogia do izolatorów porcelanowych. Również one były dawniej, z powodów technologicznych, klejone z kilku części. Dopiero pomysł wypału masywnego izolatora opartego nie na kloszu, tyl-

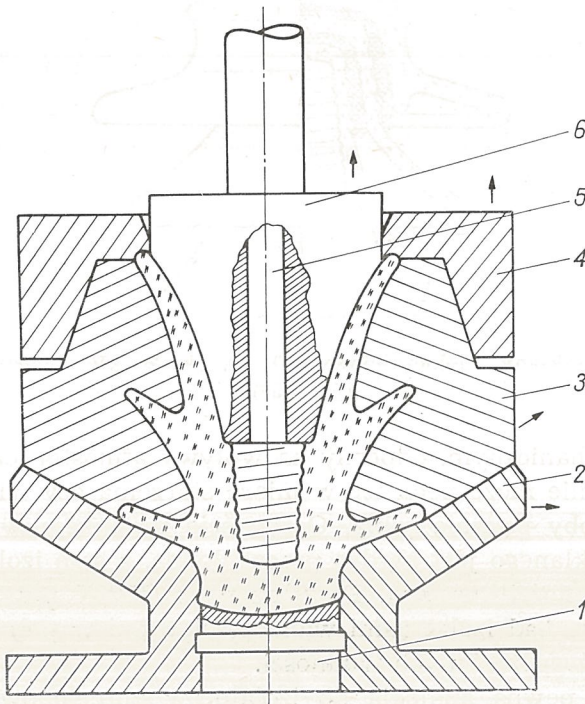


ko na pierścieniu skurczowym, podpierającym trzon izolatora i odrzu-  
canym po wypale, umożliwił produkcję izolatorów porcelanowych jed-  
noczęściowych typu LSD.

Trudnościom wypału porcelany odpowiada w pewnym sensie trud-  
ność otwierania formy przy prasowaniu szkła. Jest dość trudno skon-  
struować formę umożliwiającą równoczesne wyprasowanie kilku sko-  
śnych kloszy izolatora jednoczęściowego. Trudno, ale nie niemożliwie.  
Uzyskanie izolatora jednoczęściowego pozwoliło na znaczne zmniejsze-  
nie kosztów. Potrzebna jest tylko jedna forma, izolator jest wykony-  
wany w jednej tylko operacji, odpada potrzeba sklejanie i trudności  
z tym związane, a tolerancje wymiarów mogą być znacznie złagodzone.

Wobec wymienionych spodziewanych korzyści autor otrzymał za-  
danie teoretycznego zbadania możliwości skonstruowania odpowiedniej  
formy prasowniczej, a w przypadku pozytywnego wyniku, skonstruowa-  
nie takiej formy. Autor rozwiązał pomyślnie oba zagadnienia; dodając  
do tradycyjnych części formy nowy element — zestaw segmentów, znacz-  
nie rozszerzył możliwości nadania wymaganego kształtu izolatorom  
szklanym. Rysunek 5 przedstawia zasadę formy pomysłu autora.

Istotnym osiągnięciem autora jest uzyskanie izolatora wielo- i sko-  
śnokloszowego jako wypraski w jednej sztuce oraz projekt formy me-  
talowej oryginalnej konstrukcji. Cechą szczególną formy jest zastoso-



Rys. 5. Forma szklarska projektu autora

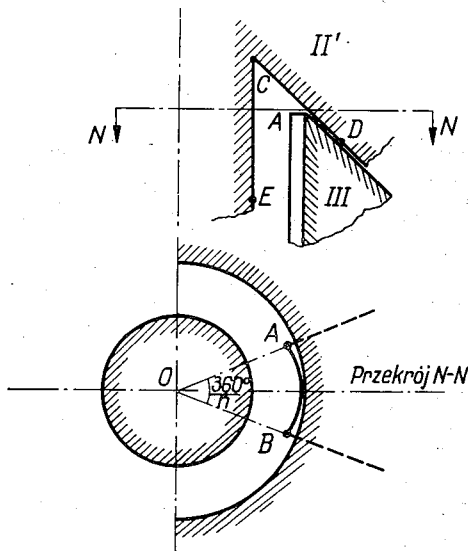
1 — stopka, 2 — bok, 3 — segment, 4 — pierścień, 5 — gwintownik, 6 — wytłocznik

wanie segmentów przesuwanych po przewodnicy stożkowej w czasie otwierania formy, obok innych elementów wykonanych tradycyjalnie. Chociaż forma segmentowa jest opisana w literaturze [4], jednak w sposób bardzo ogólnikowy. Według rozeznania autora, forma tego typu nie była dotąd stosowana do produkcji izolatorów.

## 2. POSTAWIENIE ZAGADNIENIA I JEGO UOGÓLNIENIE

Kształt izolatora jest wynikiem kompromisu między wymaganiami techniczno-eksploatacyjnymi a możliwościami i ekonomią technologii. Obok wielu warunków koniecznych do spełnienia bardzo ważna jest skośność górnych i dolnych powierzchni kloszy [na rys. 9 ( $\beta, \beta' < 90^\circ$ )]. Skośność jest niezbędna przy eksploatacji izolatorów w czasie deszczu. Konieczna jest również dostateczna ilość i wielkość kloszy, uwarunkowana wysokością napięcia znamionowego. Technologia wykonywania izolatorów metodą prasowania w zamkniętej formie decyduje o identyczności kształtu izolatora i wnętrza formy oraz zmusza do podziału formy na kilka części.

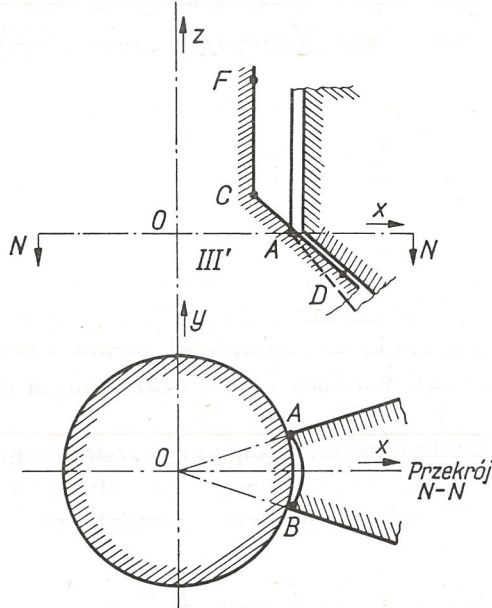
Elementem najtrudniejszym, będącym przedmiotem dalszych rozważań, jest problem wyjęcia części formy z przestrzeni między dwoma sąsiednimi kloszami. W celu uogólnienia przyjęto do rozważań schemat



Rys. 6. Oddzielanie segmentu formy od dolnej powierzchni klosza

izolatora bardzo uproszczony, składający się z pnia walcowego i współosiowego z nim klosza. Zagadnienie sprowadzono do dwu przypadków, z których pierwszy dotyczy wyjmowania części formy z obszaru między pniem (walcem) a dolną powierzchnią klosza (stożkiem) (rys. 6), drugi —

oddzielania od górnej powierzchni klosza (rys. 7). Ponieważ element formy między kloszami jest bryłą obrotową pierścieniową, oddzielenie go od wypraski jest możliwe tylko w przypadku podzielenia go na kilka części — segmentów, najlepiej jednakowej wielkości.



Rys. 7. Oddzielanie segmentu formy od górnej powierzchni klosza

Istnieje pewien ograniczony obszar swobody wyjmowania segmentu. W dalszym ciągu będzie rozpatrywany tylko ruch prostoliniowy segmentu w czasie wyjmowania go, bez skrętu. Założenie to wynika ze względów czysto praktycznych, ponieważ łatwo jest wykonać prostą stożkową prowadnicę segmentu. Tu należy od razu zaznaczyć, że powierzchnia klosza izolatora nie stanowi tej prowadnicy. Na rys. 6 ten obszar swobody ruchu jest zawarty w kącie  $ECD$ . Obecność sąsiedniego klosza znacznie zmniejsza ten obszar. Przesuwając segment III (rys. 6) w kierunku  $CD$  utrzymuje się styczność brył II' i III wzdłuż wspólnej prostej  $CD$ .

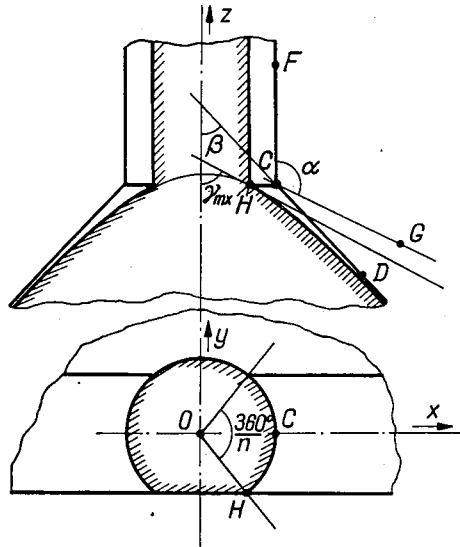
Przypadek jak na rysunku 7 jest bardziej skomplikowany. Rzeczą istotną jest tu, w skrajnym przypadku, ślizganie się wierzchołków segmentu A i B po powierzchni stożka. Jeśli ruch odbywa się w płaszczyźnie osiowej układu, przechodzącej przez środek segmentu, to powstałe ślady są hiperbolami (rys. 8). W konsekwencji obszar swobody ruchu będzie ograniczony styczną hiperboli i będzie ulegać zmianie w miarę przesuwania się segmentu po śladzie. Najmniejszy obszar swobody będzie w momencie rozłączania segmentu i pnia. Wobec założenia prostoliniowości ruchu prosta ograniczająca obszar swobody jest styczną hiper-

boli w punkcie przebicia walca przez hiperbolę. Drugą granicą jest prosta  $CF$  (rys. 8), a kąt swobody ma wartość

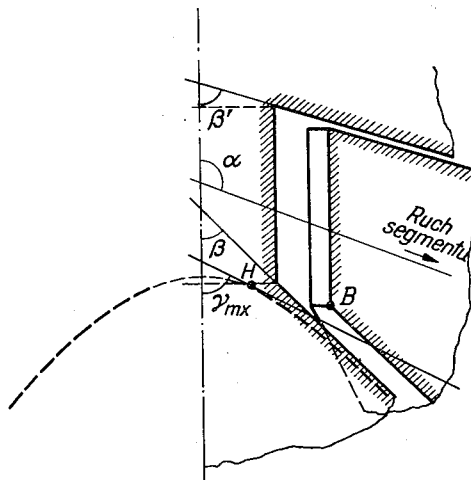
$$0 \leq \alpha \leq 180^\circ - \gamma_{mx}. \quad (1)$$

W realnym przypadku (rys. 9) segment musi równocześnie oddzielać się od dwu sąsiednich powierzchni stożkowych, co wyrazi się zależnością

$$180^\circ - \beta' \leq \alpha \leq 180^\circ - \gamma_{mx}, \quad (2)$$



Rys. 8. Hiperboliczny ślad ruchu wierzchołka segmentu po powierzchni stożka



Rys. 9. Równoczesne oddzielanie segmentu od dolnej i górnej powierzchni klosza

zaś wartość realnego kąta swobody  $\delta$  ulegnie znacznemu zmniejszeniu

$$\delta = \beta' - \gamma_{mx} \geq 0, \quad (3)$$

gdzie  $\beta' > \beta$ .

Wyrażone słowami brzmi to: górna powierzchnia klosza musi mieć większą stromość od dolnej.

## 2. ZALEŻNOŚĆ NACHYLENIA STYCZNEJ HIPERBOLI (KĄTA $\gamma$ ) OD ILOŚCI SEGMENTÓW $n$ I ŚREDNICY WALCA $d$ PRZY UWZGLĘDNIENIU DWU SĄSIEDNICH POWIERZCHNI

Równanie hiperbolicznego śladu łatwo jest wyprowadzić z równania stożka kołowego

$$x^2 + y^2 = k^2 z^2 \quad (4)$$

ustalając zmienną  $x$  lub  $y$ .

Niech (rys. 7)

$$y = l = \frac{AB}{2}$$

wtedy

$$x^2 + l^2 = k^2 z^2. \quad (5)$$

Kąt  $\beta$  równy połowie kąta wierzchołkowego stożka jest łatwo znaleźć z równania asymptot zakładając  $l = 0$ ;

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x}{z} = \pm k. \quad (6)$$

Nachylenie prostej, stycznej hiperboli, otrzymuje się różniczkując równanie (5) po podstawieniu (6) do (5);

$$x^2 + l^2 = \operatorname{tg}^2 \beta z^2, \\ \frac{dz}{dx} = \operatorname{ctg} \gamma = \pm \frac{x \operatorname{ctg} \beta}{\sqrt{x^2 + l^2}}. \quad (7)$$

Oczywiście technicznie przydatne będą tylko dodatnie wartości. Kąt  $\gamma$  (rys. 8) osiąga największą wartość, gdy styczna przechodzi przez punkt  $H$ . Podstawiając do (7)

$$x = OH \cos \frac{180}{n}, \quad l = OH \sin \frac{180}{n}$$

otrzymuje się ostatecznie

$$\operatorname{ctg} \gamma_{mx} = \cos \frac{180}{n} \operatorname{ctg} \beta. \quad (8)$$



Wartość  $n$  musi być liczbą całą, nie mniejszą od dwu, i o skończonej wartości, więc

$$0 < \cos \frac{180}{n} \leq 1$$

i stąd

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \gamma_{mx} &\leq \operatorname{ctg} \beta, \\ \gamma_{mx} &\geq \beta. \end{aligned} \quad (9)$$

Rozszerzając rozważanie na dwie sąsiednie powierzchnie otrzymuje się dalsze nierówności. Z rysunku 9, uwzględniając nierówności (2) i (9), wynikają zależności kątów

$$\gamma_{mx} \leq \beta'$$

i

$$\beta' \geq \beta.$$

Z założonej skośności kloszy wynika dalej  $(\beta', \beta) < 90^\circ$ , więc  $\gamma_{mx} < 90^\circ$ . Ponieważ dla  $n = 2$  jest  $\gamma_{mx} = 90^\circ$ , wynika stąd dalsze ograniczenie liczby segmentów.

Wtedy

$$n > 2; \quad \cos \frac{180}{n} < 1$$

i ostatecznie

$$\beta' > \beta. \quad (10)$$

Otrzymana zależność dowodzi niemożliwości wykonania klosza o stałej grubości.

Badając zależność kąta  $\gamma$  od średnicy pnia (2OH) łatwo zauważyć z równania (7) brak jakiejkolwiek zależności. Pochodzi to stąd, że po podstawieniu do równania (7) wartości za  $x$  i  $l$  zawierających promień walca, ten ostatni występuje w liczniku i mianowniku i po uproszczeniu odpada.

O maleniu grubości klosza ku obwodowi decydują nachylenia jego powierzchni (rys. 10). Tym samym zewnętrzna średnica klosza  $D$  jest zależna od grubości  $a$  klosza u podstawy. Przyjmując umownie zastępczą grubość  $a'$  klosza na osi układu można się tym samym uniezależnić od średnicy pnia.

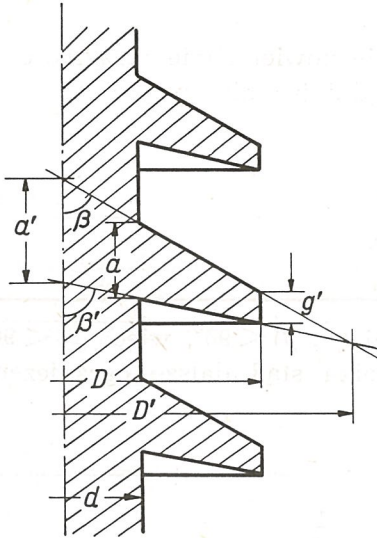
W układzie wielokloszowym odległość sąsiednich kloszy może być dowolna, gdyż przesunięcie klosza w kierunku osiowym w niczym nie zmieni poprzedniego rozumowania.

Sprawdzenie teorii formy dla przypadków granicznych wartości  $n = 3$  i  $n = \infty$  daje wartości liczbowe:

$$\text{dla } n = 3 \quad \cos \frac{180}{3} = 0,5 \quad \text{ctg } \gamma_{mx} = 0,5 \text{ ctg } \beta \quad (\text{zob. rys. 11});$$

$$\text{dla } n = 2 \quad \gamma_{mx} = 90^\circ \quad \beta' \geq 90^\circ,$$

co jest niezgodne z założeniem i potwierdza wyniki poprzednie;



Rys. 10. Schemat izolatora wielokłosowego

gdy  $n$  rośnie do nieskończoności, czyli ilość segmentów rośnie, hiperbola dąży do swojej asymptoty, a zależność (9) staje się równością

$$\gamma_{mx} = \beta = \beta'.$$

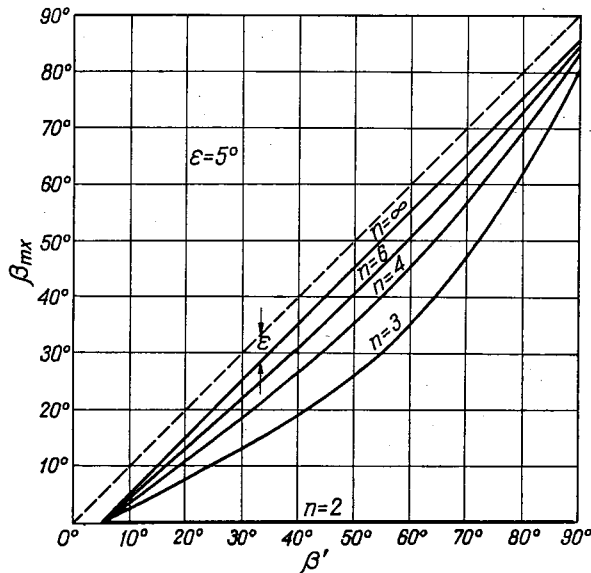
Rysunek 11 dowodzi nieopłacalności zwiększania wartości  $n$  powyżej 6. Poprzednia równość graniczna jest dowodem teoretycznej możliwości otrzymania kłozy o jednostajnej grubości, a rys. 11 — możliwości technicznej dużego zbliżenia do tej granicy.

Wykres rys. 11 wykonano posługując się zależnościami (8) i (10). Pozwala on znaleźć — obok zależności nachylenia obu powierzchni kłozy — stopień zmiany grubości kłozy. Największa zmiana zachodzi wówczas, gdy górna powierzchnia kłozy jest nachylona względem osi pod kątem 35 stopni.

Całe rozumowanie, słuszne dla jednego lub dwu sąsiednich kłozy, jest również słuszne dla dowolnej ilości kłozy mających identyczne kąty  $\beta$  oraz  $\beta'$ . Tak więc jeden segment może formować równocześnie elementy kilku kłozy (rys. 10). Istnieje więc możliwość wykonywania ze



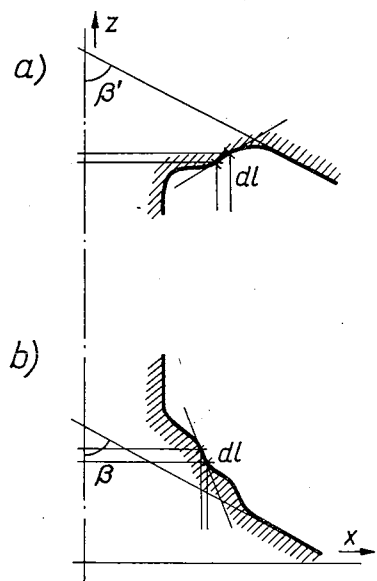
szkła izolatorów napowietrznych wielokłoszowych, zarówno stojących liniowych, jak i wsporczych stacyjnych.



Rys. 11. Zależność granicznego kąta  $\gamma_{mx}$  przesuwu segmentu formy od nachylenia  $\beta$  górnej powierzchni klosza i od liczby segmentów  $n$

#### 4. PRZYPADEK POWIERZCHNI OBROTOWYCH NIESTOŻKOWYCH

Każda powierzchnia obrotowa da się podzielić na stożki elementarne o tworzącej  $dl$  (rys. 12). Stosując całe poprzednie rozumowanie trzeba



Rys. 12. Powierzchnia izolatora dowolnego kształtu w zastosowaniu do zaokrąglenia załamania

je uzupełnić dwoma dodatkowymi warunkami rozłączności układu wypraska - forma

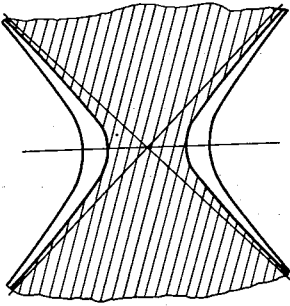
$$\operatorname{tg} \beta \geq \frac{dx}{dz} \quad (11)$$

oraz

$$\operatorname{tg} \beta' \leq \frac{dx}{dz}. \quad (12)$$

Warunki te są spełnione zawsze przez wszystkie powierzchnie drugiego stopnia.

Szczególnie interesujący przypadek powierzchni klosza stanowi hiperboloida obrotowa (rys. 13). Ślady punktów A i B (wierzchołków) segmentu są hiperbolami, jednak obróconymi o 90 stopni w porównaniu



Rys. 13. Przekrój hiperboloidy obrotowej płaszczyzną równoległą do osi

z przypadkiem z rys. 8. Stąd kąt  $\gamma$  osiąga największą wartość nie przy nasadzie, lecz na obwodzie klosza. Równanie śladów łatwo jest wyprowadzić z równania hiperboloidy obrotowej

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1$$

lub po przekształceniu

$$x^2 + y^2 = k^2 z^2 + a^2, \quad (13)$$

gdzie  $a = OH$  jak na rys. 8.

Po podstawieniu jak w (8) i zróżniczkowaniu (13) otrzymuje się nachylenie stycznej

$$\operatorname{ctg} \gamma = \pm \frac{x \operatorname{ctg} \beta}{\sqrt{x^2 - a^2 \cos^2 \frac{180}{n}}}. \quad (14)$$

Wartości rzeczywiste kąta  $\gamma$  istnieją dla  $x > a \cos \frac{180}{n} = p$ . Przechodząc do granicy i rozpatrując tylko wartości rzeczywiste

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow p} \operatorname{ctg} \gamma &= \infty, & \lim \gamma &= 0, \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{ctg} \gamma &= \operatorname{ctg} \beta, & \lim \gamma &= \beta. \end{aligned}$$

Dowodzi to wzrostu kąta  $\gamma$  ku obwodowi klosza, a tym samym większego stopnia swobody wyjmowania segmentu niż w przypadku klosza stożkowego. Kształt hiperboloidalny jest szczególnie pożądany dla górnej powierzchni klosza (zob. rys. 15).

#### 5. DALSZY CZYNNIKI TECHNOLOGICZNE I KONSTRUKCYJNE WPŁYWAJĄCE NA KSZTAŁT KŁOŚZA IZOLATORA I SEGMENTU FORMY

Teoretyczny warunek rozłączności (2)

$$180^\circ - \beta' \leq \alpha \leq 180^\circ - \gamma_{mx}$$

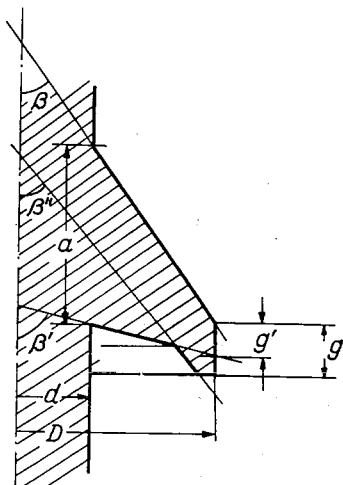
nie uwzględnia tarcia segmentu o wypraskę ani zakleszczania się wskutek skurczu cieplnego szkła. Współczynnik tarcia można wyrazić przez tangens jakiegoś kąta  $\varepsilon$ , a wobec małej wielkości tego współczynnika wyrazić go wprost w mierze łukowej kąta. Nierówność (2) otrzyma poprawkę i przyjmie postać

$$180^\circ - \beta' + \varepsilon \leq \alpha \leq 180^\circ - \gamma_{mx} - \varepsilon \quad (15)$$

i (3)

$$\delta = \beta' - \gamma_{mx} - 2\varepsilon. \quad (16)$$

Klosz normalnego izolatora ma obrzeże pogrubione w celu zwiększenia wytrzymałości mechanicznej klosza i zapobieżenia zaciekania wody deszczowej pod klosz. Uogólnienie tego przedstawia rys. 14. Ponieważ w zagadnieniu rozłączności ważny i decydujący jest kąt największego



Rys. 14. Schemat klosza z pogrubionym obrzeżem

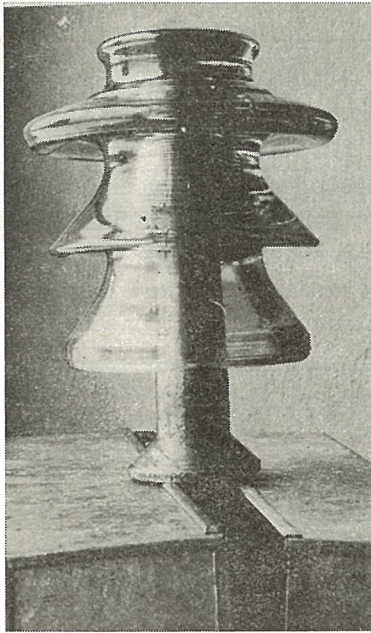
nachylenia elementu klosza, do obliczeń należy brać kąt  $\beta''$  zamiast kąta  $\beta'$  (rys. 14). Przypadek sprowadza się do zagadnienia jak na rys. 10. Ponieważ odcinek drogi odpowiadający kątowi  $\beta''$  jest mały, rzędu kilku

milimetrów, wpływ tarcia jest tu pomijalny. Można więc w tym przypadku nie uwzględniać poprawki na  $\epsilon$ .

Jednostajna grubość klosza, realnie niemożliwa do uzyskania metodą prasowania kilku kloszy w jednej operacji, jest również niekorzystna wytrzymałościowo i technologicznie. Zbyt mała szybkość płynięcia szkła w formie utrudnia jej wypełnienie. Zmniejszanie grubości klosza ku obwodowi przyspiesza ruch szkła, jest więc z punktu widzenia technologii bardzo pożądane.

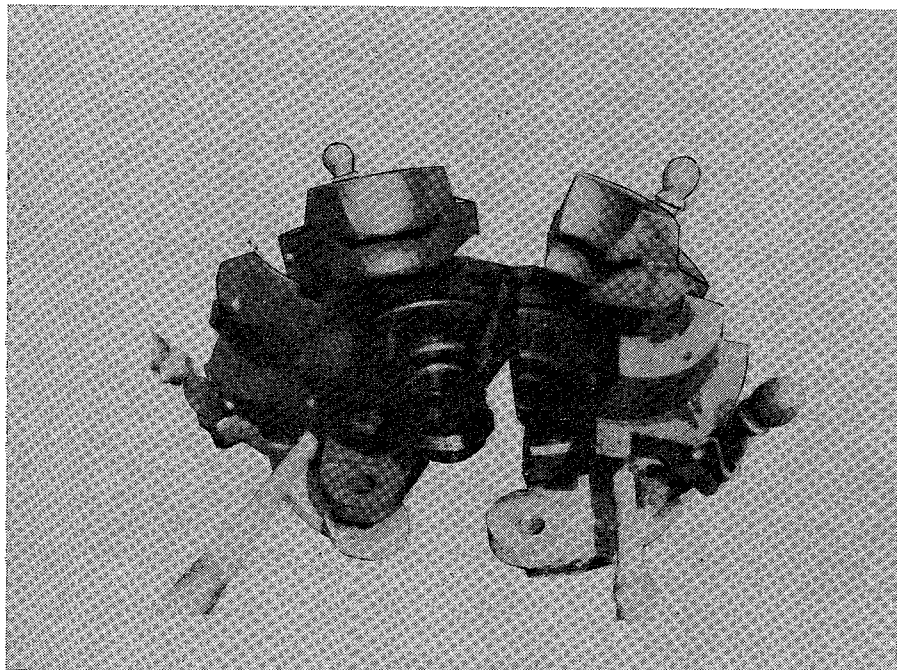
## 6. DOŚWIADCZALNE SPRAWDZENIE WYNIKÓW TEORETYCZNYCH

W oparciu o podaną wyżej analizę autor zaprojektował izolator (rys. 15) i formę do jego produkcji (rys. 16). Bezbledne wykonanie kilkudziesięciu sztuk izolatorów potwierdziło prawidłowość wyników teore-



Rys. 15. Izolator szklany jednoczęściowy 20 kV projektu autora

tycznych. Izolatory te, o napięciu nominalnym 20 kV, przeszły pomyślnie próbę typu. Na zamówienie Zakładu Energetycznego Wrocław huta ZHSz w Iłowej wykonała 1000 sztuk tych izolatorów. Obecnie trwają prace montażowe z zastosowaniem wspomnianych izolatorów na doświadczalnej linii 20 kV. Roczna eksploatacja ma być ostatecznym sprawdzianem ich jakości. Wszystkie próby technologiczne a także obróbka mechaniczna formy odbyły się w ZHSz w Iłowej.



Rys. 16. Forma szklarska izolatora z rys. 15, otwarta

## 7. PODSUMOWANIE

Autor dowiódł teoretycznie i praktycznie możliwości produkcji szklanego izolatora jednoczęściowego o kilku skośnych kłoskach oraz przeprowadził matematyczną analizę zagadnienia. Kłosze izolatorów projektowane w oparciu o tę analizę mają grubość malejącą ku obwodowi. Nachylenie powierzchni dolnych i górnych kłoszy jest wzajemnie uzależnione, natomiast nie zależy od wymiarów części walcowej izolatora. Możliwe jest wykonanie kłoszy z pogrubionym obrzeżem. Powierzchnia kłoszy może być stożkowa lub ogólnie powierzchnią drugiego stopnia, a w szczególności hiperboloidalną.

Autor pragnie złożyć Panu Profesorowi drowi inż. Jerzemu I. Skowrońskiemu uprzejme podziękowanie za inspirację i zachętę do wykonania niniejszej pracy. Kierownictwu ZHSz w Ilowej autor dziękuje za wiele ułatwień i życzliwy stosunek do sprawy prób.

*Politechnika Wroclawska  
Katedra Wysokich Napięć*

## WYKAZ LITERATURY

1. Skowroński J. I., Sorokiewicz J.: O doborze celowego kształtu i zakresu stosowania izolatorów szklanych wysokiego napięcia. — Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, Elektryka XVI, 1963.

2. Nikolajew N. A. i inni: Liniejnyje podwiesnyje stieklanyje izolatory. — Elektricestwo, 1960, nr 2.
3. Katalog szklanych izolatorów firmy Charbonneaux, Francja.
4. Trnka I.: Konstrukce sklárských forem a sklenených vyrobku (překlad ros.). — SNTL, Praha 1957.

J. SOROKIEWICZ

#### ANALYSIS OF THE DISJUNCTION OF THE GLASSINSULATOR — PRESSING MOULD SYSTEM AND ITS PRACTICAL USE

##### Summary

Up till now the post glass insulators for tensions exceeding 10 kV were made of two or three separate parts glued together. It was due to the difficulty in designing of a suitable mould for pressing. After analysing the problem mathematically the autor demonstrated the possibility of pressing single part glass insulators with several slanting sheds. The theoretical results were proven by a design of both a 20 kV single part glass insulator and a mould for pressing it. This insulator passed the laboratory tests, and now is tested on trial transmission lines.

J. SOROKIEWICZ

#### RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE DISJONCTION D'ISOLATEUR EN VERRE DE SA MOULE ET LEUR UTILISATION INDUSTRIELLE

##### Résumé

Les isolateurs rigides executés en verre, et destinés pour la tension au dessus de 10 kV, sont composés de quelques pièces, et scellés au plâtre. L'auteur avait obtenu un tel isolateur 20 kV en une seule pièce. Il soumet analyse mathématique du problème, et decrit l'isolateur et sa moule de fabrication. Les isolateurs étaient essayés en laboratoire, et maintenant sont mis à l'épreuve.

J. SOROKIEWICZ

#### ANALYTISCHE BETRACHTUNG DER LOESBARKEIT DES GLASISOLATORS VON SEINER PRESSFORM UND IHRE PRAKTISCHE BENUTZUNG

##### Zusammenfassung

Bisher bekannte Glassisolatoren, der sog. Deltatyp, waren aus mehreren Teilen zusammengekittet, besonders für Spannungen über 10 kV. Als Grundursache war die Schwierigkeit in Konstruktion der geeigneten Metallforme für die Produktion einteiliger Isolatoren. Der Verfasser fuhr die mathematische Analyse der Probleme durch, und beseitigte die Schwierigkeiten der konstruktiven Natur. Er entwarf einteiliger 20 kV Isolator und die dazu nötige Metallforme. Der Glassisolator war mit gutem Erfolg in Labor geprüft, und jetzt ist in Exploitationsbedingungen in weiterer Prüfung.



J. Sawicki: Caractéristique de mesure de pont double de Thomson à plusieurs sondes . . . . .	195
Messcharakteristik einer unabgeglichenen Thomson — Brücke mit mehreren Fühlern . . . . .	195
M. Rzepicka: Frequency Stabilization of Microwave Oscillator . . . . .	209
Stabilisation de la fréquence d'un générateur des micro-ondes à schéma de Pound . . . . .	209
M. Krawczyk: The Analysis of Work of Duplexer . . . . .	236
Analyse d'action de commutateur émission-réception d'antenne de radar . . . . .	236
J. Helsingowski, W. Wierzejski: The Basic Problems Concerning the Design of the Nanosecond Pulse Oscilloscope . . . . .	263
Les problèmes générales de construction d'un oscillographe à temps de monté d'ordre de quelques nanosecondes . . . . .	264
Grundprobleme bezüglich des Aufbaus eines Nanosekundensynchroskops . . . . .	264
J. Sorokiewicz: Analysis of the Disjunction of the Glassinsulator-Pressing Mould System and its Practical Use . . . . .	282
Résolution du problème de disjonction d'isolateur en verre de sa moule et leur utilisation industrielle . . . . .	282
Analytische Betrachtung der Loesbarkeit des Glasisolators von seiner Pressform und ihre praktische Benutzung . . . . .	282

#### СОДЕРЖАНИЕ

A. Вишневски: Применение теории симметрических составляющих при расчёте сложных случаев коротких замыканий . . . . .	20
З. Зелиньски: Переходные процессы изменений частоты в электро-энергетических системах . . . . .	38
З. Качковски: Магнитострикционные свойства железо-никелевых сплавов . . . . .	69
Е. Горошко: Внешние характеристики однофазных руднотермических печей . . . . .	93
A. Карчмаревич: Информационная обратная связь для бинарной передачи — Обзор вопросов . . . . .	135
Е. Савицки: Характеристические особенности неуравновешенного моста Томсона . . . . .	150
Е. Савицки: Чувствительность и подбор элементов неуравновешенного моста Томсона . . . . .	173
Е. Савицки: Измерительная характеристика моста Томсона с многими датчиками . . . . .	196
M. Жэпэцка: Стабилизация частоты микроволнового генератора в схеме Поунда . . . . .	209
M. Кравчик: Анализ работы радиолокационного антенного переключателя . . . . .	236
Е. Гельстиньски, В. Вежейски: Основные проблемы связанные с построением наносекундного осциллографа . . . . .	265
Е. Сорокевич: Аналитическое исследование проблемы извлечения стеклянного изолятора из прессформы и использование итогов на практике . . . . .	283







INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

**ROZPRAWY  
ELEKTROTECHNICZNE**

TOM XI · ZESZYT 2

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE  
WARSZAWA 1965



## TREŚĆ

K. Bisztyga: Hamowanie dynamiczne silnika asynchronicznego jako graniczny przypadek regulacji częstotliwościowej . . . . .	287
M. Dąbrowski: Pole elektromagnetyczne w anizotropowym pręcie o przekroju prostokątnym . . . . .	301
Z. Perkowski: Pomiar parametrów jednostkowych torów przewodowych metodą bezpośrednią . . . . .	319
W. Żochowski: Wyprowadzenie schematu zastępczego drgającej wzdłużnie płytki z materiału piezoelektrycznego . . . . .	353
W. T. Bieńkowska: Magnetyczny przełącznik kanałowy dla telefonicznej krotnicy czasowej . . . . .	381
K. Grabowski: Charakterystyki pompowanego złącza $p - n$ . . . . .	405
R. G. Strużak: Rezonanse w ceramicznych kondensatorach rurkowych . . . . .	427
J. Kacprowski: Zastosowanie analizy i syntezy mowy w telekomunikacji i automatyce . . . . .	479

## CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

K. Bisztyga: Dynamic Braking of an Asynchronous Motor as an Frontier Case of Frequency Control . . . . .	299
Freinage dynamique de moteur asynchrone comme un cas de frontière de régulation de fréquence . . . . .	299
Die Gleichstrombremsung eines Asynchronmotors als Grenzfall der Frequenzregelung . . . . .	300
M. Dąbrowski: Electromagnetic Field in Anisotropic Rectangular Bar . . . . .	316
Champ électromagnétique dans une barre anisotrope rectangulaire . . . . .	317
Z. Perkowski: Direct Method of Test for Primary Parameters of Transmission Lines . . . . .	349
Mesures des paramètres primaires des lignes de transmission utilisant la méthode directe . . . . .	349
Messen der Leitungskonstanten elektrischer Leitungen mit der unmittelbaren Methode . . . . .	350
W. Żochowski: Derivation of Equivalent Network of Longitudinally Vibrating Plaquette Made of Piezoelectric Material . . . . .	378
Oscillations longitudinales d'une lame piézo-électrique . . . . .	379
Longitudinale Schwingungen der Platte aus dem piezoelektrischen Material . . . . .	379
W. T. Bieńkowska: Magnetic Channel Switch for Telephone Time Multiplier . . . . .	403
Commutateur magnétique de canaux de système téléphonique à répartition temporaire . . . . .	403
K. Grabowski: Characterization of Pumped $p - n$ Junctions . . . . .	424
Les caractéristiques d'une jonction $p - n$ pompée . . . . .	424
Die Kennlinien eines gepumpten Übergangs $p - n$ . . . . .	425



INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

**ROZPRAWY  
ELEKTROTECHNICZNE**

TOM XI · ZESZYT 2

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE  
WARSZAWA 1965

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,  
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI  
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN

KOMITET REDAKCYJNY

*Redaktor Naczelny*

PROF. WITOLD NOWICKI

*Sekretarz*

JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

*Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,  
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki*

PANSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE  
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 710 (582 + 128 )	Oddano do składania 6.III.1965 r.
Ark. wyd. 14,25, ark. druk. 13,0	Podpisano do druku w lipcu 1965 r.
Papier druk sat. kl. III, 80 g, 70×100	Druk ukończono w lipcu 1965 r.
Zamówienie nr 380/65	Cena zł 25,— E-41

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

KAZIMIERZ BISZTYGA

## Hamowanie dynamiczne silnika asynchronicznego jako graniczny przypadek regulacji częstotliwościowej

Rękopis dostarczono 16.3.1964

Przy założeniu, że w wartości napięcia zasilającego silnik asynchroniczny mieści się również składowa pozwalająca na skompensowanie spadku napięcia na opornościach czynnych uzwojenia stojana, można wyprowadzić ogólne równania dla prądu i momentu silnika asynchronicznego pracującego przy zmiennej częstotliwości źródła zasilającego. Okazuje się, że przy tym założeniu omawiane równania zachowują wartości również dla granicznego przypadku  $f_1 = 0$ . Fakt ten stwarza możliwości szybkiego określania wartości oporności dodatkowych w obwodzie wirnika oraz wartości prądu wzbudzenia przy hamowaniu dynamicznym. Prosta metoda graficzno-analityczna pozwala na określenie krzywych stanowiących miejsca geometryczne końców wskazów prądów również przy uwzględnieniu nasycenia obwodu magnetycznego silnika.

### 1. WSTĘP

Wymagane w niektórych typach napędów głębokie obniżenie prędkości obrotowej silnika asynchronicznego bywa często realizowane przez zastosowanie przetwornicy częstotliwości. Z uwagi na osiągnane charakterystyki mechaniczne napięcie przetwornicy będące napięciem na zaciskach silnika napędowego zmienia się nieco wolniej niż proporcjonalnie z częstotliwością.

Jeśli przez  $\alpha = \frac{f_1}{f_N}$  oznaczyć stopień zmniejszenia częstotliwości, a przez  $\gamma = \frac{U_1}{U_N}$  stopień obniżenia napięcia na zaciskach silnika, wówczas

$$U_k = U_N(\gamma - \alpha)$$

będzie nadwyżką napięcia, która — jak łatwo wykazać — jest niezbędna dla utrzymania stałej wartości strumienia magnetycznego w szczelinie powietrznej silnika. Wspomniana nadwyżka bywa również określana jako napięcie kompensujące wpływ oporności czynnej uzwojenia stojana [1].



Przy zmniejszeniu częstotliwości do zera napięcie na zaciskach silnika będzie równe napięciu kompensującemu spadki na opornościach czynnych uzwojenia stojana, gdyż przy

$$f_1 = 0 \quad \alpha = 0,$$

zaś

$$U_k = U_N \gamma_0.$$

Będzie to napięcie lub odpowiednia kombinacja napięć stałych, dająca w szczelinie powietrznej stały strumień magnetyczny nieruchomy w stosunku do stojana silnika. Ten właśnie stan pracy silnika asynchronicznego jest określony jako hamowanie dynamiczne.

W dotychczasowej praktyce napędowej hamowanie dynamiczne silnikiem asynchronicznym było analizowane w oparciu o równania generatora synchronicznego, pracującego ze zmienną prędkością przy stałym prądzie wzbudzenia i stałym oporze obciążenia. Potraktowanie hamowania dynamicznego jako ekstremalnego przypadku regulacji częstotliwościowej stwarza nowe możliwości ułatwiające ustalenie parametrów dla zadanych momentów i prędkości.

## 2. SILNIK ASYNCHRONICZNY Z NIENASYCAJĄCYM SIĘ OBWODEM MAGNETYCZNYM

### a. Prądy

Jeśli w naturalnym schemacie zastępczym silnika asynchronicznego wyodrębnić w obwodzie pierwotnym oporność czynną i bierną, wówczas dla zachowania stałego strumienia przy częstotliwości znamionowej napięcie na zaciskach silnika powinno zmieniać się z poślizgiem w ten sposób, aby

$$U_1 = U'_N + I_1 r_1, \quad (1)$$

gdzie

$$U'_N \approx \frac{U_1}{1 + \frac{Z_1}{Z_0}} \approx \frac{U_1}{1 + \sigma_1} \approx 0,96U_1. \quad (1a)$$

Z uwagi na mały wpływ oporności czynnej stojana wymagane zmiany napięcia nie będą odgrywały prawie żadnej roli w warunkach normalnej pracy silnika. Jeśli jednak założyć zmienną częstotliwość

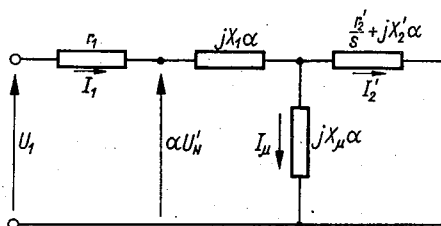
$$f_1 = \alpha f_N, \quad (2)$$

wówczas, zgodnie ze schematem zastępczym na rysunku 1, będzie

$$U_1 = \alpha U'_N + I_1 r_1. \quad (3)$$



Procentowy udział spadku napięcia  $I_1 r_1$  przy częstotliwościach malejących staje się coraz wydatniejszy, by wreszcie przy  $f_1 = 0$  osiągnąć 100% przyłożonego napięcia.



Rys. 1. Schemat zastępczy silnika asynchronicznego

Ze schematu zastępczego na rys. 1 można otrzymać równanie prądu pierwotnego

$$I_1 = \frac{U'_N}{X_{11}} \frac{\frac{r'_2}{X'_{22}} + j\beta}{j\frac{r'_2}{X'_{22}} - \sigma\beta} \quad (4)$$

W równaniu powyższym:

$$X_{11} = X_1 + X_\mu, \quad X'_{22} = X'_2 + X_\mu$$

są to oporności bierne;

$$\sigma = 1 - \frac{X_\mu^2}{X_{11} X'_{22}} = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1)(1 + \sigma_2)}$$

jest całkowitym współczynnikiem rozproszenia;

zaś

$$\sigma_1 = \frac{X_1}{X_\mu}; \quad \sigma_2 = \frac{X'_2}{X_\mu}$$

są współczynnikami rozproszenia strony pierwotnej i wtórnej;

$$\beta = \frac{f_2}{f_{1N}} = \frac{n_0 - n}{n_{0N}} = s\alpha$$

jest absolutnym poślizgiem silnika określającym stosunek częstotliwości w wirniku do częstotliwości znamionowej.

Równanie (4) jest równaniem okręgu, którego środek leży w osi urojonych:

$$S_{k1} = -j \frac{U'_N}{X_{11}} \frac{1 + \sigma}{2\sigma} \quad (5)$$

Jest ono ważne dla dowolnych częstotliwości, jeśli tylko napięcie zasilania zmienia się ściśle wg równania (3).

Analogicznie ze schematu na rys. 1 można otrzymać równanie prądu wtórnego

$$I_2' = \frac{U_N'}{X_{11}(1+\sigma_2)} \frac{\beta}{\frac{r_2'}{X_{22}} + j\sigma\beta}. \quad (6)$$

Miejszem geometrycznym prądu wtórnego jest tenże sam okrąg, z tym, że jego początek układu jest przesunięty o prąd magnesujący

$$I_2' = I_1 \wedge I_\mu, \quad (7)$$

zaś środek okręgu określa równanie

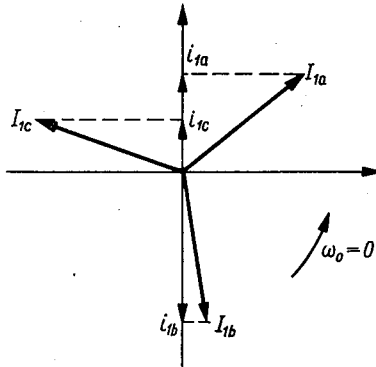
$$S_{k2} = -j \frac{U_N'}{X_{11}} \frac{1}{2\sigma(1+\sigma_2)}. \quad (8)$$

Łatwo można zauważyć, że równania (4) oraz (6) nie zawierają nieoznaczoności dla przypadku granicznego  $f_1 = 0$ , gdyż wówczas

$$\lim(s\alpha)_{\alpha=0} = \beta_0 = \frac{0-n}{n_{0N}} = \nu$$

jest względną prędkością obrotową wirnika odniesioną do częstotliwości podstawowej  $f_{1N}$ .

Znak „-” oznacza, że jeśli dla pewnej różnej od zera częstotliwości prędkość  $n_0 = n_{0N}$  była dodatnia, to dla  $f_1 = 0$  i zachowanej kolejności faz prądu w uzwojeniu wirnika kierunek prędkości powinien być prze-



Rys. 2. Prądy i napięcia poszczególnych faz przy  $f_1 = 0$

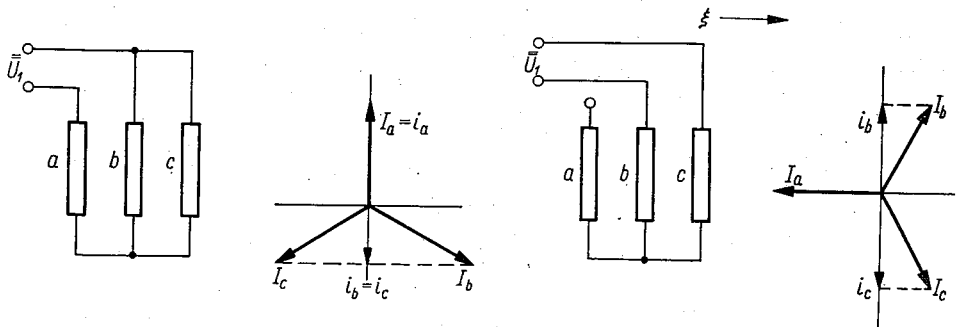
ciwny, to znaczy powinien być wywołany zewnętrznym momentem mechanicznym. Oznacza to przejście silnika w zakres pracy hamulcowej.

Z równania (3) dla przypadku, gdy  $\alpha = 0$ , otrzymuje się

$$U_1 = I_1 r_1. \quad (9)$$

Sens równania (9) najlepiej zilustruje analiza fizykalna zachowania się napięć i prądów stojana przy zanikaniu częstotliwości do zera i utrzy-

maniu kompensacji spadków napięcia na oporach czynnych. Mianowicie po osiągnięciu  $f_1 = 0$  gwiazda napięć czy prądów zatrzymuje się w zupełnie dowolnym położeniu. Zaistniały dowolny rozptyw prądów, pokazany na rys. 2, jaki ustaliły się na przykład przy zasilaniu stojana z kolektorowej przetwornicy częstotliwości, można odtworzyć również przy pomocy kombinacji oporów czy też źródeł napięcia stałego. Jednakowoż korzystniej jest ze względów praktycznych usytuować gwiazdę napięć lub



Rys. 3. Zasilanie uzwojeń stojana napięciem stałym

prądów w pewnych położeniach uprzywilejowanych, w których odtworzenie rozptywu prądów jest szczególnie proste.

Owe korzystniejsze położenia, przedstawione na rys. 3, są znane z klasycznej teorii hamowania dynamicznego. W zależności od wybranego schematu można będzie dla  $f_1 = 0$  dobrać wartość napięcia tak, aby

$$\bar{U}_1 = k_s \bar{I} r_z. \quad (10)$$

W równaniu ostatnim  $r_z$  jest opornością zastępczą uzwojenia stojana, a  $k_s$  współczynnikiem stałym, dla obranego sposobu połączenia.

### b. Momenty obrotowe

Z równania (6) można wyznaczyć moment obrotowy

$$M = \frac{2,92}{n_{0N}} \frac{(U'_N)^2}{A \frac{r'_2}{\beta} + B \frac{\beta}{r'_2}}, \quad (11)$$

gdzie:

$$A = (1 + \sigma_1)^2,$$

$$B = X_\mu^2 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_2)^2,$$

bądź też w innej postaci:

$$M = \frac{2M_k}{\frac{\beta_k}{\beta} + \frac{\beta}{\beta_k}}, \quad (12)$$

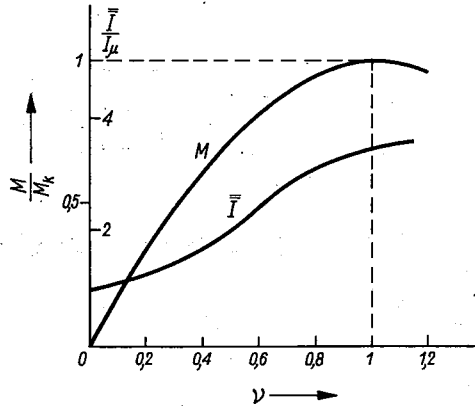
przy czym

$$\beta_k = \frac{r'_2}{X'_{22}\sigma}$$

oraz

$$M_k = \frac{2,92}{n_{0N}} \frac{(U'_N)^2}{(1+\sigma_1)^2} \frac{1}{2X'_{22}\sigma} \quad (13)$$

Równania (11) i (12) są ważne również dla  $f_1 = 0$ , jeśli tylko prąd wzbudzenia będzie zmieniał się zgodnie z równaniem (4).



Rys. 4. Przebieg momentu i prądu wzbudzenia przy hamowaniu ze stałym strumieniem

Wprowadzając w miejsce poślizgu  $\beta$  względną prędkość obrotową można napisać:

$$M = \frac{2M_k}{\frac{\nu}{\nu_k} + \frac{\nu_k}{\nu}} \quad (1' a)$$

oraz

$$\bar{I} = \frac{1}{k_s} \left| \frac{U'_N}{X_{11}} \frac{\frac{r'_2}{X'_{22}} + j\nu}{j \frac{r'_2}{X'_{22}} - \sigma\nu} \right| = \frac{I_\mu}{k_s} \sqrt{\frac{\left(\frac{r'_2}{X'_{22}}\right)^2 + \nu^2}{\left(\frac{r'_2}{X'_{22}}\right)^2 + (\sigma\nu)^2}}, \quad (1' b)$$

gdzie:

$$|I_\mu| = \left| -j \frac{U'_N}{X_{11}} \right|$$

Dla założonej wartości momentu hamowania  $M_1$  przy prędkości początkowej  $\nu_1$  łatwo dobrać z równań (14) zarówno prąd wzbudzenia, jak też

i oporność dodatkową, wyznaczając z równania (14a) prędkość krytyczną  $v_{k1}$ ,  
a stąd

$$r'_{2d} = r'_2 \left( \frac{v_{k1}}{v_k} - 1 \right),$$

z równania zaś (14b) prąd  $\bar{I}$  dla obliczonej oporności i prędkości  $v_1$ , przy czym  $v_k$  jest względną prędkością krytyczną bez oporów dodatkowych, natomiast  $v_{k1}$  względną prędkością krytyczną z włączonym oporem  $r_{2d}$ .

Przebieg momentu obrotowego i prądu wzbudzenia dla pewnego przypadku

$$M_1 = M_k, \quad v_1 = 1 \rightarrow n_1 = n_{0N}$$

jest pokazany na rysunku 4.

Z warunku pierwszego otrzymuje się z równania (14a)

$$v_{k1} = 1.$$

c. Stały co do wielkości prąd uzwojenia stojana

Jest to przypadek bardziej interesujący w praktyce napędowej. Wracając do równania dla prądu pierwotnego

$$I_1 = \frac{U'_N}{X_{11}} \frac{\frac{r'_2}{X'_{22}} + j\beta}{j \frac{r'_2}{X'_{22}} - \sigma\beta}$$

łatwo zauważyć, że dla zachowania stałego co do wielkości prądu  $I_1$  należałoby przy różnych wartościach  $\beta$  zmieniać napięcie tak, aby

$$\frac{U'_N}{X_{11}} = I_1 \frac{j \frac{r'_2}{X'_{22}} - \sigma\beta}{\frac{r'_2}{X'_{22}} + j\beta} \quad (15)$$

Oznaczając

$$\frac{U'_N}{X_{11}} = jI_\mu$$

otrzymuje się równanie prądu magnesującego dla specyficznego przypadku pracy silnika z tzw. wymuszonym prądem stojana

$$I_\mu = I_1 \frac{j \frac{r'_2}{X'_{22}} - \sigma v}{-j \frac{r'_2}{X'_{22}} + v} \quad (16)$$

W równaniu tym wprowadzono względną prędkość  $v$  w miejsce poślizgu  $\beta$  dla przypadku  $f_1 = 0$ . Po prostych przekształceniach otrzymuje się

$$|I_\mu| = I_1 \sqrt{\sigma} \sqrt{\frac{\frac{v_k + v}{v} + \frac{v}{v_k}}{\frac{\sigma v_k}{v} + \frac{v}{\sigma v_k}}} \quad (17)$$

W równaniu (17)  $I_1$  jest celowo dobraną wartością prądu stojana, którą osiąga się przez przyłożenie napięcia stałego

$$\bar{U}_1 = I_1 k_s r_Z.$$

Prąd  $I_1$  powinien być dobierany w ten sposób, aby zapewnić pojawienie się znamionowego strumienia w początkowej fazie hamowania. Zatem:

$$|I_1| = \frac{I_{\mu N}}{\sqrt{\sigma}} \sqrt{\frac{\frac{v_{k1} \sigma}{v_1} + \frac{v_1}{v_{k1} \sigma}}{\frac{v_1}{v_{k1}} + \frac{v_{k1}}{v_1}}} = I_{\mu N} \sqrt{\frac{D}{\sigma}}; \quad (18)$$

$v_1$  oraz  $v_{k1}$  są wielkościami, dla których dobiera się prąd wzbudzenia i opory w obwodzie wirnika wychodząc z założonych wartości momentu i prędkości obrotowej w dowolnym punkcie charakterystyki hamowania.

Z równań (17) i (18) można otrzymać względny prąd magnesujący

$$\frac{I_\mu}{I_{\mu N}} = \sqrt{D} \sqrt{\frac{\frac{v_k + v}{v} + \frac{v}{v_k}}{\frac{\sigma v_k}{v} + \frac{v}{\sigma v_k}}} = \frac{I_\mu}{I_{\mu N}} = f(v). \quad (19)$$

Przy pominięciu nasycenia daje to możliwość wprowadzenia w równanie momentów funkcji korekcyjnej uwzględniającej zmianę strumienia

$$M = \frac{2M_k}{\frac{v}{v_k} + \frac{v_k}{v}} \left( \frac{\Phi_{(v)}}{\Phi_N} \right)^2 = \frac{2M_k}{\frac{v}{v_k} + \frac{v_k}{v}} \left( \frac{I_{\mu(v)}}{I_{\mu N}} \right)^2.$$

Jeśli w ostatnie równanie wstawić (19), wówczas

$$M = \frac{2DM_k}{\frac{\sigma v_k}{v} + \frac{v}{\sigma v_k}} = \frac{2DM_k}{\frac{v_{kd}}{v} + \frac{v}{v_{kd}}}. \quad (20)$$

Równanie (20) jest strukturalnie identyczne z równaniem charakterystyki mechanicznej, lecz daje krańcowo różne związki ilościowe. Przede wszystkim krytyczna prędkość względna

$$v_{kd} = \sigma v_k = \frac{r'_2 \sigma}{X'_{22} \sigma} = \frac{r'_2}{X_\mu + X'_2} \quad (21)$$

jest wielokrotnie mniejsza od poślizgu krytycznego. Równocześnie moment maksymalny rozwijany przy hamowaniu dynamicznym

$$M_{max} = DM_k$$

może być, w zależności od prądu wzbudzenia  $I_1$  i oporu  $r'_2$ , znacznie większy niż w silniku przy pracy normalnej. Należy pamiętać, że w rozważaniach dotychczasowych zostało pominięte nasycenie się obwodu magnetycznego.

Dla sprawdzenia otrzymanych wyników wystarczy porównać poszczególne wielkości z równania (20) z odpowiednimi wielkościami, jakie otrzymuje się z klasycznej teorii hamowania dynamicznego [2].

W równaniu wyjściowym otrzymanym na podstawie teorii klasycznej:

$$M = \frac{2M_{dmax}}{\frac{v}{v_{kd}} + \frac{v_{kd}}{v}} \quad (22)$$

będzie

$$v = \frac{n}{n_{0N}}, \quad v_{kd} = \frac{r'_2}{X_\mu + X'_2} = \sigma v_k.$$

Dalej:

$$M_{dmax} = \frac{2,92}{n_{0N}} I_1^2 X_\mu^2 \frac{1}{2(X_\mu + X'_2)}.$$

Biorąc stosunek liczników wyrażeń (20) i (22) i wstawiając za  $D$  wartość z równania (18) i za  $M_k$  wartość z równania (13) otrzymuje się

$$\frac{DM_k}{M_{dmax}} = \left( \frac{U'_N}{1 + \sigma_1} \right)^2 \left[ \frac{\frac{v_{k1}\sigma}{v_1} + \frac{v_1}{v_{k1}\sigma}}{\frac{v_{k1}}{v_1} + \frac{v_1}{v_{k1}}} \frac{1}{\sigma} \right] \frac{1}{I_1^2 X_\mu^2}.$$

Jednakowoż wyrażenie w nawiasach jest względnym prądem wzbudzenia w kwadracie. Zatem

$$\frac{DM_k}{M_{dmax}} = \left( \frac{U'_N}{1 + \sigma_1} \right)^2 \left( \frac{I_1}{I_{\mu N}} \right)^2 \frac{1}{I_1^2 X_\mu^2} = 1,$$

gdyz

$$\frac{U'_N}{X_\mu(1 + \sigma_1)} = I_{\mu N}.$$

Ostatnie równania potwierdzają pełną słuszność tezy o hamowaniu dynamicznym jako granicznym przypadku regulacji częstotliwościowej.



## 3. SILNIK Z NASYCAJĄCYM SIĘ OBWODEM MAGNETYCZNYM

## a. Charakterystyka mechaniczna

W silniku z nasycającym się obwodem magnetycznym, w szczególności przy hamowaniu dynamicznym, gdzie prąd magnesujący zmienia się w bardzo szerokich granicach, tracą ważność równania (20) oraz (21), gdyż zarówno współczynnik rozproszenia

$$\sigma = 1 - \frac{X_{\mu}^2}{(X_{\mu} + X_1)(X_{\mu} + X_2)},$$

jak też i względna prędkość

$$v_k = \frac{r_2'}{X_{\mu} + X_2'}$$

zawierają zależną od nasycenia oporność bierną

$$X_{\mu} = f(I_{\mu}).$$

Jednakowoż z równania (16) można wyznaczyć moduły:

$$|I_{\mu}| = |I_1| \sqrt{\frac{(r_2')^2 + v^2 (X_{22}' \sigma)^2}{(r_2')^2 + v^2 (X_{22}')^2}}. \quad (23)$$

W równaniu tym można podstawić uwzględniając  $f_1 = 0$

$$X_{22}' \sigma = X_{22}' \sigma_d = X_2',$$

gdzie  $\sigma_d = 1 - \frac{1}{1 + \sigma_2}$  jest współczynnikiem rozproszenia dla  $f_1 = 0$ .

Po przekształceniach otrzymuje się

$$v = r_2' \sqrt{\frac{I_1^2 - I_{\mu}^2}{I_{\mu}^2 (X_{\mu} + X_2')^2 - I_1^2 (X_2')^2}}. \quad (24)$$

W równaniu (24) prąd  $I_1$  jest prądem stojana obliczonym dla założonych początkowych warunków  $M_1, v_1$  przy znamionowym strumieniu  $\Phi = \Phi_N$ .

Mając do dyspozycji krzywą  $X_{\mu} = f(I_{\mu})$  obiera się pary wartości  $X_{\mu i}$  oraz  $I_{\mu i}$  i wyznacza się odpowiadające im prędkości  $v_i$ . Równocześnie otrzymuje się związek

$$I_{\mu} = f(v) \quad \text{oraz} \quad X_{\mu} = f(v).$$

Teraz już łatwo wyznaczyć prąd

$$I_2' = \frac{I_{\mu} X_{\mu} v}{\sqrt{(r_2')^2 + (X_2' v)^2}} = \frac{I_1 X_{\mu} v}{\sqrt{(r_2')^2 + (X_{\mu} + X_2') v^2}}, \quad (25)$$

a stąd moment obrotowy

$$M = \frac{2,92}{n_{0N}} (I_2')^2 \frac{r_2'}{v}. \quad (26)$$

Dobór parametrów hamowania przeprowadza się przy zachowaniu w jednym dowolnie obranym punkcie charakterystyki, znamionowej wartości strumienia.

Wówczas najprzód wylicza się prędkość krytyczną

$$v_{k1} = v_1 \left( \frac{M_k}{M_1} + \sqrt{\left( \frac{M_k}{M_1} \right)^2 - 1} \right), \quad (27)$$

która równocześnie określa wartość oporności dodatkowej w obwodzie wirnika:

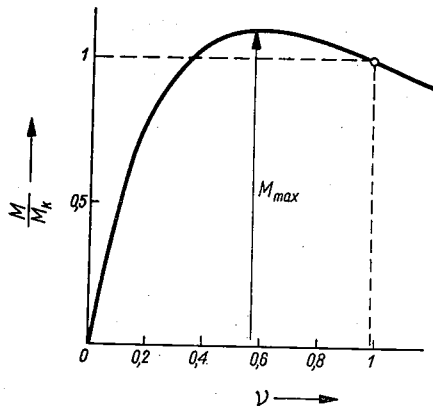
$$r_d = r_2 \left( \frac{v_{k1}}{v_k} - 1 \right), \quad (28)$$

prąd zaś wzbudzenia może być wyznaczony z zależności (18)

$$I_1 = I_{\mu N} \sqrt{\frac{(v_{k1}\sigma)^2 + v_1^2}{\sigma^2(v_{k1}^2 + v_1^2)}}. \quad (29)$$

Przykład

Dla silnika o znanym prądzie  $I_{\mu N}$  oraz znanym momencie  $M_k$  i prę-



Rys. 5. Przebieg momentu przy hamowaniu ze stałym prądem wzbudzenia

$$M_1 = M_k, \quad v_1 = 1$$

kości  $v_k$  należy przy hamowaniu dynamicznym dla prędkości  $v_1 = 1$  i momentu  $M_1 = M_k$  dobrać opory w obwodzie wirnika oraz prąd wzbudzenia.

Z równania (27)

$$v_{k1} = 1,$$

a z równań (28) i (29)

$$r_d = r_2 \left( \frac{1}{v_k} - 1 \right), \quad I_1 = I_{\mu N} \sqrt{\frac{\sigma^2 + 1}{2\sigma^2}}.$$

Przebieg charakterystyki obliczonej dla tych wartości pokazano na rysunku 5.

### b. Miejsce geometryczne prądów

Dla różnych wartości  $X_\mu$ , zmieniających się wskutek nasycenia, można wyznaczyć rodzinę okręgów z równania (6)

$$I'_2 = f(v)_{(X_\mu = \text{const})},$$

zakładając  $\beta = v$ .

Z drugiej strony jednak prąd wirnika można wyznaczyć z zależności (7)

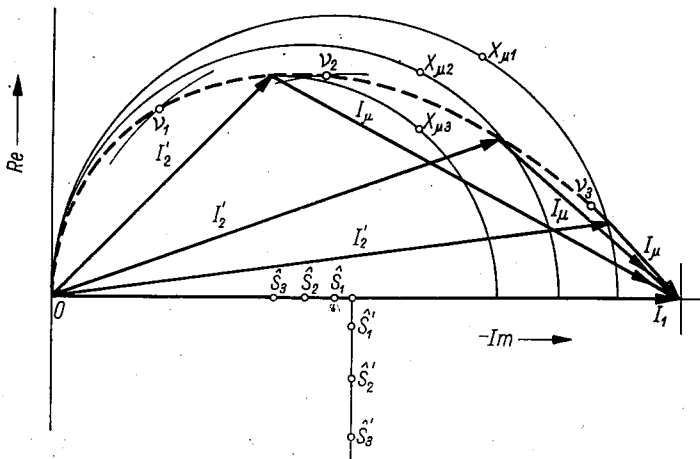
$$I'_2 = I_1 \wedge I_\mu_{(X = \text{const})}$$

jako rodzinę prostych wychodzących z końca wektora  $I_1$ .

Wykreślne rozwiązanie układu równań

$$\left. \begin{aligned} I'_2 &= f(v) \\ I'_2 &= I_1 \wedge I_\mu \end{aligned} \right\}_{(X_\mu = \text{const})}$$

daje punkty szukanego miejsca geometrycznego prądu  $I_2$  oraz  $I_\mu$  pokazane na rysunku 6.



Rys. 6. Miejsce geometryczne prądów przy hamowaniu dynamicznym

$\hat{S}_{1,2} \dots$  — środki okręgów  $I_2 = f(v)_{(X_\mu = \text{const})}$ ,

$\hat{S}_{1,2} \dots$  — środki okręgów  $I_2 = f(X_\mu)_{(v = \text{const})}$

Dla wycechowania otrzymanego miejsca geometrycznego należy równanie prądu napisać w ten sposób, aby parametrem była względna prędkość

$$I'_2 = I_1 \frac{jvX_\mu}{r'_2 + jX'_2 v + jX_\mu v}$$

Jest to równanie rodziny okręgów

$$I_2 = f(X_\mu)_{(v = \text{const})}$$

Punkty przecięcia tych okręgów z otrzymaną uprzednio krzywą  $I_2 = f(\nu)$  dają szukane wartości prędkości względnych.

*Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie  
Katedra Elektrotechniki Hutniczej*

#### WYKAZ LITERATURY

1. Булгаков А. А.: Частотное управление асинхронными электродвигателями. — Изд. Академии Наук ЗСРР, Москва 1955.
2. Андреjew W. P., Sabinin J. A.: Основы электропривода. — Gosenergoizdat, 1963.

K. BISZTYGA

#### DYNAMIC BRAKING OF AN ASYNCHRONOUS MOTOR AS AN FRONTIER CASE OF FREQUENCY CONTROL

Summary

Assuming that a constituent permitting to compensate the drop of voltage on ohmic resistances of stator winding is contained in the value of the voltage feeding an asynchronous motor, it is possible to derive general equations for motor current and for induction torque, the motor being fed from the source with varying frequency. It is proved that at this assumption the discussed equations are true also for the ultimate case  $f_1 = 0$ . This fact facilitates the possibility of the quick determination of the value of additive resistance in the rotor circuit as well as the value of excitation current at the dynamic braking. A simple graphic — analytical method allows to determine curves which are the loci of current phasors ends also at the saturation of motor magnetic circuit taken into consideration.

K. BISZTYGA

#### FREINAGE DYNAMIQUE DE MOTEUR ASYNCHRONE COMME UN CAS DE FRONTIÈRE DE RÉGULATION DE FRÉQUENCE

Résumé

Partant de principe, que la valeur de la tension d'alimentation du moteur asynchrone contient aussi une composante permettant de compenser la chute de tension apparaissant sur les résistances actives d'enroulement de stator, on peut déduire des équations générales de courant ainsi que de moment du moteur asynchrone travaillant avec une source d'alimentation à fréquence variable. On obtient, en acceptant ce principe, que les équations ci-dessus conservent les valeurs aussi dans le cas de frontière  $f_1 = 0$ . Ce fait donne la possibilité de déterminer rapidement les valeurs des résistances additives dans le circuit de rotor ainsi que les valeurs du courant d'excitation de freinage dynamique. Une simple méthode grapho — ana-

lytique permet de déterminer les courbes constituant les places géométriques des bouts des vecteurs des courants aussi en considérant la saturation du circuit magnétique du moteur.

K. BISZTYGA

## DIE GLEICHSTROMBREMSUNG EINES ASYNCHRONMOTORS ALS GRENZFALL DER FREQUENZREGELUNG

### Zusammenfassung

Unter Voraussetzung der Kompensation des ohmschen Spannungsabfalls im Ständerkreis eines Asynchronmotors, lassen sich allgemeine Gleichungen der Ströme und Drehmomente ableiten, die auch für den Grenzfall  $f_1 = 0$  gültig sind. Das aber bietet neue Möglichkeiten einer raschen Vorausbestimmung des Zusatzwiderstandes im Läuferkreis und des Erregerstromes, bei dynamischer Bremsung. Eine einfache graphoanalytische Methode lässt die Ortskurven der Ströme unter Berücksichtigung der Sättigung bestimmen.

К. ВИШТЫГА

## ДИНАМИЧЕСКОЕ ТОРМОЖЕНИЕ АС. ДВИГАТЕЛЯ КАК КРАЙНИЙ СЛУЧАЙ ЧАСТОТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

### Резюме

Если в асинхронном двигателе при частотном управлении, подводимое к обмотке статора напряжение регулировать таким образом, чтобы компенсировалось падение напряжения на омическом сопротивлении обмотки статора, то уравнения токов и моментов сохраняют свою важность и для частоты питающего напряжения равной нулю.

Это позволяет вывести уравнения, которые дают возможность определить токи возбуждения статора и добавочные сопротивления в роторе при динамическом торможении.

Простым графо-аналитическим методом можно определить геометрические места токов, учитывая насыщение магнитной цепи двигателя.

MIROSLAW DĄBROWSKI

## Pole elektromagnetyczne w anizotropowym pręcie o przekroju prostokątnym

Rękopis dostarczono 4.1.1964

W pracy rozpatrzono pole elektromagnetyczne w jednorodnym anizotropowym pręcie o przekroju prostokątnym. Założono, że: pole jest wzbudzone prądem przemiennym; znane jest natężenie pola na powierzchni pręta  $H_0$ ; elektryczna przewodność właściwa pręta w kierunku osi  $x$  wynosi  $\gamma_x$ , zaś w kierunku osi  $y$  wynosi  $\gamma_y$ ; wymiary przekroju pręta są pomijalnie małe w porównaniu z długością fali prądu wzbudzającego pole. Przedstawiony problem polega na rozwiązaniu zagadnienia brzegowego typu Dirichleta dla równania (9). Przez transformację zmiennych  $x$ ,  $y$  można zastąpić rozpatrywany pręt anizotropowy prętem izotropowym o dowolnie obranej przewodności odniesienia  $\gamma_0$ . Przewodność ta może być w szczególnym przypadku równa  $1 \frac{1}{\Omega m}$ .

Wymiary pręta ulegną wówczas następującym zmianom: wymiar w kierunku osi  $x$  wzrośnie  $\sqrt{\gamma_y}$  razy, wymiar w kierunku osi  $y$  zaś  $\sqrt{\gamma_x}$  razy. Równanie (9) przekształci się natomiast w równanie Poissona (16).

Rozpatrywane zagadnienie brzegowe rozwiązano za pomocą pojedynczego szeregu funkcyjnego Fouriera — zależności (36) i (38). Z postaci tych rozwiązań widać, że pierwszy składnik dotyczy przypadku pola w płycie o grubości  $2b$  i nieskończenie długiej i szerokiej w kierunkach osi  $x$  i  $z$ . Drugi składnik stanowi poprawkę uwzględniającą skończone wymiary pręta w kierunku osi  $x$  — rys. 3.

W celu umożliwienia bezpośrednich obliczeń natężenia pola oraz innych wielkości bezpośrednio zależnych od  $H$ , wyrażono rozwiązanie (38) za pomocą funkcji zmiennej rzeczywistej — zależność (58).

### 1. CHARAKTERYSTYKA ROZPATRYWANEGO ZAGADNIENIA

Na nieskończenie długim pręcie o przekroju prostokątnym — rys. 1 — jest nawinięte uzwojenie w taki sposób, że płynący przez nie prąd wytwarza równomiernie rozłożony przepływ o stałej wartości na jednostkę długości pręta. Wektor natężenia pola magnetycznego wytworzonego przez ten przepływ jest w każdym punkcie przestrzeni skierowany równolegle do osi  $z$  — rys. 1. Gdy uzwojenie przylega do pręta, to natężenie pola w dowolnym punkcie na powierzchni pręta jest takie samo i wynosi

$$H_0 = Iz, \quad (1)$$

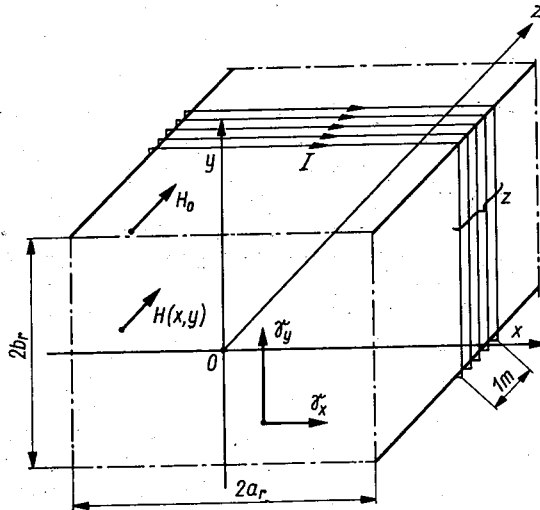
gdzie:

$I$  — prąd płynący przez uzwojenie,

$z$  — liczba zwojów na jednostkę długości pręta.

Jeżeli pręt jest wykonany z materiału przewodowego i jeżeli przez uzwojenie płynie prąd przemienny, to pod wpływem przemiennego pola magnetycznego wystąpią w pręcie prądy wirowe. Przepływ od tych prądów wpłynie na rozkład pola magnetycznego w przekroju pręta.

Poszukiwana będzie funkcja  $H(x, y)$  rozkładu natężenia pola w przekroju pręta wykonanego z jednorodnego nieferromagnetycznego mate-



Rys. 1. Pręt o przekroju prostokątnym z nawiniętym uzwojeniem

riału, którego przewodność elektryczna właściwa w kierunku osi  $x$  wynosi  $\gamma_x$ , zaś w kierunku osi  $y$  —  $\gamma_y$ . Ponadto zostanie przyjęte założenie, że poprzeczne wymiary pręta są pomijalnie małe w porównaniu z długością fali prądu wzbudzającego pole. Występujące wówczas pole elektromagnetyczne można uważać za stacjonarne. Równania Maxwella w tym przypadku

$$\operatorname{rot} H = j, \quad (2a)$$

$$\operatorname{rot} E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (2b)$$

gdzie:

$H$  — natężenie pola magnetycznego,

$j$  — gęstość prądu,

$E$  — natężenie pola elektrycznego,

$\mu$  — przenikalność magnetyczna materiału pręta w kierunku osi  $z$ ,

$t$  — czas.



Rozwijając pierwsze z równań dla układu płaskiego we współrzędnych prostokątnych i uwzględniając, że  $H_x = H_y = 0$ , otrzymuje się równanie

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} 1_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} 1_y = j_x 1_x + j_y 1_y, \quad (3)$$

w którym przez  $1_x$  i  $1_y$  oznaczono wersory w kierunku osi  $x$  i  $y$ . Ponieważ w rozpatrywanym pręcie występuje tylko składowa  $H_z$ , opuszczenie indeksu  $z$  nie zmniejszy jednoznaczności zapisu. Zależność (3) można przedstawić w postaci układu równań

$$\frac{\partial H}{\partial y} = j_x, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -j_y. \quad (3b)$$

Podobnie po rozwinięciu równania (2b) i po uwzględnieniu, że  $E_z = 0$ ,  $\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0$  oraz że istnieje składowa  $H$  tylko w kierunku osi  $z$  otrzymuje się równanie

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (4)$$

Przyjęty układ osi współrzędnych pokrywa się z osiami głównymi anizotropii, zatem równania Ohma mają postać

$$E_x = \varrho_x j_x, \quad (5a)$$

$$E_y = \varrho_y j_y. \quad (5b)$$

Równania Ohma w przypadku dowolnego położenia osi współrzędnych względem osi anizotropii podano w załączniku 1.

Po podstawieniu zależności (3) do (5) otrzymuje się

$$E_x = \varrho_x \frac{\partial H}{\partial y}, \quad (6a)$$

$$E_y = -\varrho_y \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (6b)$$

zaś po wprowadzeniu zależności (6) do (4) i zmianie znaków

$$\varrho_y \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \varrho_x \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \mu \frac{\partial H}{\partial t}. \quad (7)$$

Jeżeli przyjąć, że wektor  $H$  zmienia się sinusoidalnie w każdym punkcie przekroju pręta, tj. że

$$\mathbf{H} = H e^{i\omega t}, \quad (8)$$

gdzie:

$e$  — podstawa logarytmów naturalnych,  
 $i = \sqrt{-1}$ ,

$\omega$  — pulsacja,  
 $t$  — czas,

wówczas równanie (7) można przedstawić w postaci

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} = \alpha_y^2 \mathbf{H}, \quad (9)$$

gdzie:

$$k = \frac{\varrho_x}{\varrho_y} = \frac{\gamma_y}{\gamma_x}, \quad (9a)$$

$\alpha_y$  — oporność falowa ośrodka w kierunku osi  $y$

$$\alpha_y^2 = i\omega\mu \frac{1}{\varrho_y} = i\omega\mu\gamma_y. \quad (9b)$$

Równanie (9) różni się od równania Poissona tylko współczynnikiem  $k \neq 1$  przy drugim składniku po lewej stronie. Równanie to można nazwać równaniem Poissona dla jednorodnego ośrodka o płaszczyznowej anizotropii. Ponieważ znana jest wartość  $H_0$  natężenia pola na granicy rozpatrywanego obszaru, to znalezienie funkcji  $H(x, y)$  sprowadza się do rozwiązania zagadnienia brzegowego typu Dirichleta dla równania (9) i prostokątnego obszaru płaskiego. Zagadnienie to, jak wiadomo, można rozwiązać w przyjętym układzie współrzędnych za pomocą funkcji eliptycznych lub funkcyjnych szeregów Fouriera. Bardziej przejrzyste rozwiązanie, uwypuklające jednocześnie możliwość wprowadzenia uproszczeń, otrzymuje się, jeżeli zamienić układ współrzędnych.

## 2. ZAMIANA UKŁADU WSPÓŁRZĘDNYCH

Wprowadzone zostaną nowe zmienne  $\xi$  i  $\eta$  określone związkami [2, 3]:

$$\xi = x, \quad (10a)$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{k}} y. \quad (10b)$$

Wówczas:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \xi^2}, \quad (11)$$

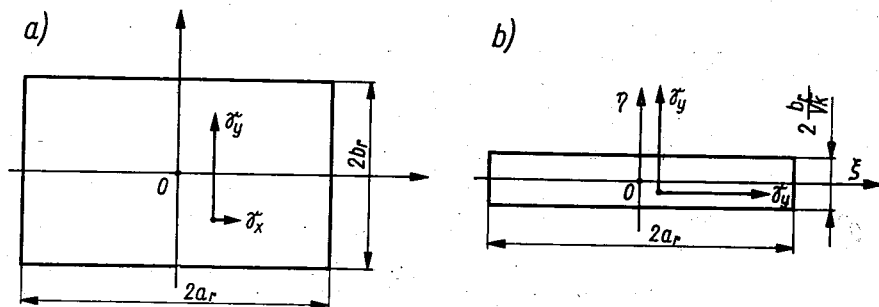
$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \eta^2}. \quad (12)$$

Po podstawieniu tych zależności do równania (9) otrzymuje się

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial \eta^2} = \alpha_y^2 \mathbf{H} \quad (13)$$

równanie Poissona dla jednorodnego izotropowego liniowego ośrodka.

Geometryczną interpretację dokonanego przekształcenia zmiennych przedstawiono na rys. 2. Pręt z materiału anizotropowego został zastąpiony prętem z materiału izotropowego o elektrycznej przewodności właściwej  $\gamma_y$ . Jednocześnie zmniejszony został  $\sqrt{k}$  razy wymiar pręta w kierunku osi  $y$ . Można przekształcić układ współrzędnych tak, że rozpatrywany pręt zostanie zastąpiony prętem izotropowym o przewodności właściwej  $\gamma_x$ , a jego wymiar w kierunku osi  $x$  zwiększy się  $\sqrt{k}$  razy, gdzie  $k$  wg zależności (9a). Ogólnie można tak wykonać przekształcenie, że



Rys. 2. Sprowadzenie pręta anizotropowego do pręta izotropowego o przewodności  $\gamma_y$

otrzyma się pręt izotropowy o dowolnie wybranej przewodności odniesienia  $\gamma_0$  lub oporności odniesienia  $\varrho_0$ .

Jeżeli podzielić równanie (7) przez  $\varrho_0$  i wprowadzić zależność (8), to otrzymujemy się równanie

$$\frac{\varrho_x}{\varrho_0} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\varrho_y}{\varrho_0} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} = \alpha_0^2 \mathbf{H}, \quad (14)$$

w którym  $\alpha_0$  — oporność falowa ośrodka,

$$\alpha_0^2 = i\omega\mu\gamma_0. \quad (14a)$$

Po przekształceniu zmiennych wg zależności:

$$\xi' = \sqrt{\frac{\varrho_0}{\varrho_y}} x = \sqrt{\frac{\gamma_y}{\gamma_0}} x, \quad (15a)$$

$$\eta' = \sqrt{\frac{\varrho_0}{\varrho_x}} y = \sqrt{\frac{\gamma_x}{\gamma_0}} y \quad (15b)$$

otrzymuje się równanie (13), z tą różnicą, że po prawej stronie wystąpi  $\alpha_0^2$  zamiast  $\alpha_y^2$ .

Jeżeli przyjąć, że przewodność odniesienia  $\gamma_0 = 1 \frac{1}{\Omega m}$ , wówczas wymiary pręta zmieniają się następująco — rys. 3:

w kierunku osi  $x$  zwiększy się  $\sqrt{\gamma_y}$  razy,  
w kierunku osi  $y$  zwiększy się  $\sqrt{\gamma_x}$  razy.

Ten układ współrzędnych zostanie przyjęty do dalszych rozważań. Wymiary przekroju pręta w tym układzie zostaną oznaczone przez  $2a$  i  $2b$  — rys. 3. W celu ułatwienia zapisu równań, współrzędne będą dalej oznaczane przez  $x$  i  $y$ . Zatem równanie Laplace'a przybierze postać

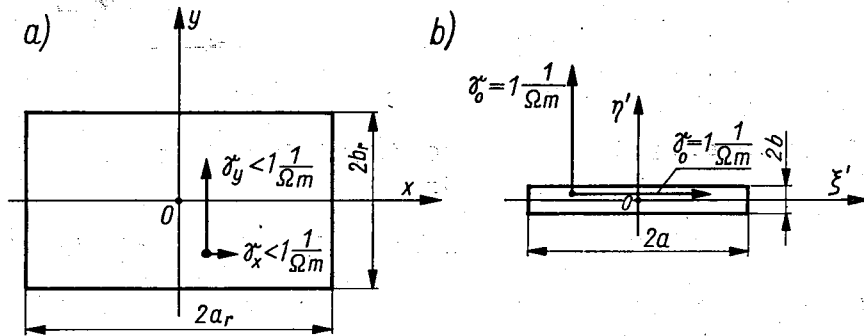
$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} = \alpha^2 \mathbf{H}, \quad (16)$$

gdzie

$$\alpha^2 = i\omega\mu. \quad (16a)$$

Równanie to należy rozwiązać dla warunków brzegowych:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 & \text{dla} & \quad x = \pm a, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 & \text{dla} & \quad y = \pm b. \end{aligned} \quad (16b)$$



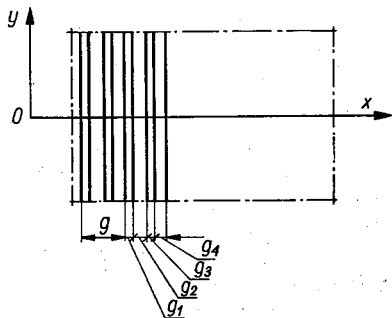
Rys. 3. Sprowadzenie pręta anizotropowego do pręta izotropowego o przewodności odniesienia  $\gamma_0 = 1/\Omega_m$

Należy zwrócić uwagę na to, że parametr  $\alpha^2$  wg zależności (16a) należy jeszcze wymnożyć przez  $1/\Omega_m$ , tj. przez przyjętą przewodność odniesienia — otrzymuje się wówczas wymiar  $1/m$  dla oporności falowej.

Warto jeszcze zauważyć, że w przypadku gdy  $\gamma_y \gg \gamma_x$ , to anizotropowy pręt o przekroju prostokątnym — po sprowadzeniu do ciała izotropowego o przewodności  $\gamma_y$  — zostanie przekształcony w ciekłą płytę — rys. 2.

Przed przystąpieniem do rozwiązania podanego zagadnienia wykażemy, że ciało niejednorodne złożone z cienkich płaskich cyklicznie się powtarzających warstw kilku materiałów izotropowych o różnych własnościach fizycznych można zastąpić ciałem jednorodnym anizotropowym. Oczywiście takie zastąpienie jest celowe i ma sens tylko wówczas, gdy chodzi o analizowanie zjawisk zachodzących w skali makroskopowej w całym ciele, a nie w poszczególnych pojedynczych warstwach.

Niech ciało składa się z  $n$  cyklicznie powtarzających się warstw o grubościach  $g_1, g_2 \dots g_n$ , przy czym łączna grubość cyklu warstw niech wynosi  $g$  — rys. 4. Elektryczne oporności właściwe poszczególnych materiałów są odpowiednio  $\varrho_1, \varrho_2 \dots \varrho_n$ . Oporność właściwa zastępczego ciała jed-



Rys. 4. Przekrój ciała warstwowego w płaszczyźnie prostopadłej do warstw

norodnego w kierunku równoległym do warstw — tj. w kierunku osi  $y$  (rys. 4) — jest równa

$$\frac{g}{\varrho_y} = \frac{g_1}{\varrho_1} + \frac{g_2}{\varrho_2} + \dots + \frac{g_n}{\varrho_n},$$

stąd

$$\varrho_y = \frac{1}{\sum_i \frac{k_i}{\varrho_i}}, \quad (17)$$

gdzie  $k_i = \frac{g_i}{g}$  oznacza udział  $i$ -tego materiału w łącznej grubości cyklicznej warstwy.

Natomiast oporność właściwa zastępczego ciała w kierunku prostopadłym do warstw — tj. w kierunku osi  $x$  (rys. 4). — jest równa

$$\varrho_x g = \varrho_1 g_1 + \varrho_2 g_2 + \dots + \varrho_n g_n,$$

więc

$$\varrho_x = \sum_i k_i \varrho_i. \quad (18)$$

### 3. ROZWIĄZANIE ROZPATRYWANEGO ZAGADNIENIA BRZEGOWEGO

Poszukiwaną funkcję  $\mathbf{H}(x, y)$  przedstawiono w postaci sumy dwóch funkcji, a nie w postaci iloczynu, jak to się zwykle robi w metodzie Fouriera.

$$\mathbf{H}(x, y) = \mathbf{H}_1(y) + \mathbf{H}_2(x, y). \quad (19)$$

W taki sam sposób przedstawiono poszukiwaną funkcję w pracy [4].

Jeżeli przyjąć, że wymiary pręta w kierunku osi  $x$  są nieskończenie wielkie, wówczas równanie (13) uprości się do postaci

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} = \alpha^2 \mathbf{H}. \quad (20)$$

Rozwiązaniem tego równania jest funkcja

$$\mathbf{H}_1(y) = C_1 e^{\alpha y} + C_2 e^{-\alpha y}. \quad (21)$$

Wartości stałych  $C_1$  i  $C_2$  otrzymuje się z warunku brzegowego, że dla  $y = \pm b$  ma być  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$ , stąd

$$\mathbf{H}_1(y) = \mathbf{H}_0 \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b}. \quad (22)$$

Funkcja  $\mathbf{H}_2(x, y)$  z zależności (19) powinna być tak dobrana, żeby funkcja  $\mathbf{H}(x, y)$  spełniała warunki brzegowe na bokach  $y = \pm b$ , jak również na bokach  $x = \pm a$ . Zatem funkcja  $\mathbf{H}_2(x, y)$  powinna spełniać warunki brzegowe:

$$\mathbf{H}_2(x) = 0 \quad \text{dla} \quad y = \pm b; \quad (23a)$$

$$\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_0 \quad \text{dla} \quad x = \pm a. \quad (23b)$$

Uwzględniając równanie (22) warunek (23b) można przedstawić w postaci

$$\mathbf{H}_2(x, y) = \mathbf{H}_0 \left( 1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b} \right) \quad \text{dla} \quad x = \pm a. \quad (24)$$

Ogólne rozwiązanie równania (16) jest kombinacją liniową rozwiązań częściowych. Można uważać, że funkcja  $\mathbf{H}_2$  jest takim częściowym rozwiązaniem równania (16) przy warunkach brzegowych (23). Jeżeli zostanie znalezione takie rozwiązanie, wówczas — jak wynika z twierdzenia o jednoznaczności rozwiązania równania różniczkowego o pochodnych cząstkowych przy zadanych warunkach brzegowych — funkcja (19) jest jedynym rozwiązaniem równania (16) przy warunkach brzegowych (16a).

Szczególnym częściowym rozwiązaniem równania (16) jest np. funkcja

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cos \frac{n\pi y}{2b} \cdot \operatorname{ch} \beta_n x, \quad (25)$$

gdzie:

$n$  — nieparzysta liczba naturalna,

$\beta_n$  — odpowiednio dobrany parametr zależny od  $n$ .

Istotnie, obliczając pochodne funkcji (25):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} = \beta_n^2 \mathbf{H}, \quad (26a)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} = -\frac{n^2 \pi^2}{4b^2} \mathbf{H} \quad (26b)$$

i podstawiając do równania (16) otrzymuje się warunek, przy którym funkcja (25) będzie poszukiwanym rozwiązaniem częściowym

$$\beta_n^2 = \alpha^2 + \frac{n^2\pi^2}{4b^2}. \quad (27)$$

Postać częściowego rozwiązania (25) celowo dobrano tak, żeby dla  $y = \pm b$  funkcja  $\mathbf{H}_2 = 0$ . Zatem rozwiązanie to spełnia warunek brzegowy (23a). Poszukiwana funkcja  $\mathbf{H}_2(x, y)$  będzie sumą kombinacji liniowej częściowych rozwiązań typu (25)

$$\mathbf{H}_2(x, y) = \mathbf{H}_0 \sum_n C_n \cos \frac{n\pi y}{2b} \operatorname{ch} \beta_n x. \quad (28)$$

Współczynniki  $C_n$  muszą być tak dobrane, żeby funkcja (28) spełniała drugi warunek brzegowy wyrażony zależnością (24). Zatem musi być

$$\sum_n C_n \cos \frac{n\pi y}{2b} \operatorname{ch} \beta_n a = 1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b} = f(y). \quad (29)$$

Funkcja

$$f(y) = 1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b}$$

spełnia warunki Dirichleta w interesującym nas przedziale  $-b \leq y \leq b$ , zatem można ją przedstawić w postaci szeregu Fouriera. Ze względu na symetrię tej funkcji względem osi  $x$  i ze względu na to, że dla  $y = \pm b$  jest  $f(y) = 0$ , w rozkładzie wystąpią tylko cosinusoidy nieparzystych rzędów, zatem

$$f(y) = \sum_n A_n \cos \frac{n\pi y}{2b}, \quad (30)$$

gdzie:  $n = 1, 2, 5, \dots$

Amplitudy poszczególnych harmonicznych szeregu Fouriera wyrażają się wzorem

$$A_n = \frac{1}{b} \int_{-b}^{+b} \left( 1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b} \right) \cos \frac{n\pi y}{2b} dy. \quad (31)$$

Porównując ze sobą elementy o tych samych numerach szeregów (29) i (30) otrzymuje się

$$C_n \operatorname{ch} \beta_n a = A_n. \quad (32)$$

Zatem uwzględniając (31) można napisać

$$C_n = \frac{1}{b \operatorname{ch} \beta_n a} \int_{-b}^b \left( 1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b} \right) \cos \frac{n\pi y}{2b} dy. \quad (33)$$



Całkę występującą w zależności (33) obliczono w załączniku 2

$$\int_{-b}^b \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b}\right) \cos \frac{n\pi y}{2b} dy = \frac{4b}{n\pi} \left(\frac{\alpha}{\beta_n}\right)^2 \sin \frac{n\pi}{2}; \quad (34)$$

zatem

$$C_n = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\alpha}{\beta_n}\right)^2 \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} \cdot \frac{1}{\operatorname{ch} \beta_n a}. \quad (35)$$

Po podstawieniu zależności (35) do (28), a następnie zależności (22) i (28) do (19) otrzymuje się rozwiązanie ostateczne

$$\mathbf{H}(x, y) = \mathbf{H}_0 \left[ \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha a} + \frac{4}{\pi} \sum_n \left(\frac{\alpha}{\beta_n}\right)^2 \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} \frac{\operatorname{ch} \beta_n x}{\operatorname{ch} \beta_n a} \cos \frac{n\pi y}{2b} \right]. \quad (36)$$

Przypomnijmy, że zależność (36) dotyczy jednorodnego izotropowego ośrodka o przewodności właściwej równej  $1/\Omega_m$ . Jak wykazano w rozdz. 2, rozwiązanie wyrażone zależnością (36) dotyczy także pręta z materiału anizotropowego. Należy tylko dokonać odpowiedniej transformacji rzeczywistych wymiarów pręta:  $2a_r$  — w kierunku osi  $x$ ,  $2b_r$  — w kierunku osi  $y$ .

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\gamma_y} a_r, \\ b &= \sqrt{\gamma_x} b_r. \end{aligned} \quad (37)$$

Łatwo można przekształcić zależność (36) tak, żeby występowały w niej rzeczywiste wymiary pręta anizotropowego

$$\mathbf{H}(x, y) = \mathbf{H}_0 \left[ \frac{\operatorname{ch} \alpha_x y}{\operatorname{ch} \alpha_x b_r} + \frac{4}{\pi} \sum_n \left(\frac{\alpha}{\beta_n}\right)^2 \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} \frac{\operatorname{ch} \beta_{ny} x}{\operatorname{ch} \beta_{ny} a_r} \cos \frac{n\pi y}{2b_r} \right], \quad (38)$$

przy czym:

$$\alpha_x^2 = i\omega\mu\gamma_x, \quad (39a)$$

$$\beta_{ny}^2 = (\beta_n \sqrt{\gamma_y})^2 = \left[ \alpha^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4(b_r \sqrt{\gamma_x})^2} \right] \gamma_y = \alpha_y^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4b_r^2} k = \left( \alpha_x^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4b_r^2} \right) k,$$

gdzie  $k$  — z zależności (9a). Pozostałe oznaczenia, jak w równaniach poprzednich.

#### 4. ROZWIĄZANIE ZA POMOCĄ FUNKCJI ZMIENNEJ RZECZYWISTEJ

W funkcjach (36) i (38) występuje zespolony czynnik  $\left(\frac{\alpha}{\beta_n}\right)^2$  oraz występują zespolone argumenty funkcji hiperbolicznych, a zatem zależności te są nieprzydatne do bezpośrednich obliczeń natężenia pola magnetycz-

nego. Otrzymane w poprzednim rozdziale funkcje zmiennej zespolonej zostaną przekształcone tak, żeby ich części rzeczywiste i urojone były funkcjami zmiennej rzeczywistej.

Ponieważ

$$\alpha_x = \sqrt{i\omega\mu\gamma_x} = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{2\pi f\mu\gamma_x} = (1+i)m_x, \quad (40)$$

gdzie

$$m_x = \sqrt{\pi f\mu\gamma_x}, \quad (40a)$$

oraz ponieważ

$$\operatorname{ch}(1+i)\varphi = \operatorname{ch}\varphi \cos\varphi + i\operatorname{sh}\varphi \sin\varphi, \quad (41)$$

więc pierwszy składnik w nawiasie kwadratowym w wyrażeniu (36) można przekształcić do postaci

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{ch}\alpha_x y}{\operatorname{ch}\alpha_x b_r} &= \frac{\operatorname{ch} m_x y \cdot \cos m_x y + i\operatorname{sh} m_x y \cdot \sin m_x y}{\operatorname{ch} m_x b_r \cos m_x b_r + i\operatorname{sh} m_x b_r \cdot \sin m_x b_r} = \\ &= \frac{\operatorname{ch} m_x (b_r + y) \cdot \cos m_x (b_r - y) + \operatorname{ch} m_x (b_r - y) \cdot \cos m_x (b_r + y)}{\operatorname{ch} 2m_x b_r + \cos 2m_x b_r} + \\ &- i \frac{\operatorname{sh} m_x (b_r + y) \cdot \sin m_x (b_r - y) + \operatorname{sh} m_x (b_r - y) \cdot \sin m_x (b_r + y)}{\operatorname{ch} 2m_x b_r + \cos 2m_x b_r}. \end{aligned} \quad (42)$$

Po przekształceniach otrzymuje się stosunkowo proste wyrażenie na bezwzględną wartość tego składnika

$$\left| \frac{\operatorname{ch}\alpha_x y}{\operatorname{ch}\alpha_x b_r} \right| = \sqrt{\frac{\operatorname{sh}^2 m_x y + \cos^2 m_x y}{\operatorname{sh}^2 m_x b_r + \cos^2 m_x b_r}} = \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2m_x y + \cos 2m_x y}{\operatorname{ch} 2m_x b_r + \cos 2m_x b_r}}. \quad (43)$$

Argument rozpatrywanej funkcji zespolonej jest równy

$$\arg \left[ \frac{\operatorname{ch}\alpha_x y}{\operatorname{ch}\alpha_x b_r} \right] = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{th} m_x y \cdot \operatorname{tg} m_x y - \operatorname{th} m_x b_r \cdot \operatorname{tg} m_x b_r}{1 + \operatorname{th} m_x y \cdot \operatorname{th} m_x b_r \cdot \operatorname{tg} m_x y \cdot \operatorname{tg} m_x b_r}. \quad (44)$$

Zajmiemy się  $n$ -tym wyrazem sumy występującej jako drugi składnik w zależności (38)

$$D_n = E_n \left( \frac{\alpha}{\beta_n} \right)^2 \frac{\operatorname{ch} \beta_{ny} x}{\operatorname{ch} \beta_{ny} a_r} = D'_n + iD''_n, \quad (45)$$

gdzie

$$E_n = \frac{4}{\pi} \frac{\sin^2 \frac{n\pi}{2}}{n} \cos \frac{n\pi y}{2b_r}. \quad (45a)$$

Czynnik zespolony można sprowadzić do postaci

$$\left( \frac{\alpha}{\beta_n} \right)^2 = \frac{i\omega\mu}{i\omega\mu + \frac{n^2\pi^2}{4\gamma_x b_r^2}} = \frac{i\omega\mu\gamma_y}{i\omega\mu\gamma_y + \frac{n^2\pi^2}{4b_r^2} k} = u_n + iv_n; \quad (46)$$

w której

$$u_n = \frac{1}{1+F_n^2}, \quad (46a)$$

$$v_n = \frac{F_n}{1+F_n^2}, \quad (46b)$$

przy czym

$$F_n = \frac{n^2\pi^2k}{4\omega\mu\gamma_y b_r^2} = \frac{n^2\pi^2}{8\pi f\mu\gamma_x b_r^2} = \frac{n^2\pi^2}{8m_x^2 b_r^2}. \quad (46c)$$

Bezwzględna wartość rozpatrywanego czynnika jest równa

$$\left| \left( \frac{\alpha}{\beta_n} \right)^2 \right| = \frac{1}{\sqrt{1+F_n^2}}. \quad (47)$$

Argument tego czynnika

$$\arg \left[ \left( \frac{\alpha}{\beta_n} \right)^2 \right] = \text{arctg } F_n. \quad (48)$$

Czynnik  $\frac{\text{ch } \beta_{ny} x}{\text{ch } \beta_{ny} a_r}$  różni się od rozpatrzonej poprzednio funkcji  $\frac{\text{ch } \alpha_x y}{\text{ch } \alpha_x b_r}$  — zależności (42) do (44) — przede wszystkim tym, że zespolony argument  $\beta_{ny}$  ma część rzeczywistą różną od części urojonej

$$\begin{aligned} \beta_{ny} &= \sqrt{\left( \frac{n^2\pi^2}{4b_r^2} + i\omega\mu\gamma_x \right) k} = \sqrt{\omega\mu\gamma_x k} \sqrt{F_n + i} = \\ &= m_x \sqrt{2k} \sqrt{F_n + i} = r_n + i s_n, \end{aligned} \quad (49)$$

gdzie:

$m_x$  — z zależności (40a);

$k$  — z zależności (9a);

$F_n$  — z zależności (46c).

Po prostych przekształceniach otrzymuje się ogólne zależności dla części rzeczywistej  $r_n$  i części urojonej  $s_n$  argumentu  $\beta_{ny}$ ;

$$r_n = \pm m_x \sqrt{2k} \sqrt{\frac{F_n \pm \sqrt{F_n^2 + 1}}{2}}, \quad (50a)$$

$$s_n = \pm m_x \sqrt{2k} \sqrt{\frac{-F_n \pm \sqrt{F_n^2 + 1}}{2}}. \quad (50b)$$

Z założenia części  $r_n$  i  $s_n$  mają być liczbami rzeczywistymi, zatem przed drugim składnikiem w liczniku pod pierwiastkiem należy pozostawić tylko znak dodatni.

Ponieważ  $\beta_{ny}$  występuje jako czynnik przy argumentie funkcji parzystej, więc — nie zmniejszając ogólności rozważań — można ograniczyć się do dodatnich wartości  $r_n$  i  $s_n$ . Zatem

$$\beta_{ny} = m_x \sqrt{k} \left( \sqrt{\sqrt{F_n^2 + 1} + F_n} + i \sqrt{\sqrt{F_n^2 + 1} - F_n} \right). \quad (51)$$

Postępując podobnie jak poprzednio z funkcją  $\frac{\text{ch } \alpha_x y}{\text{ch } \alpha_x b_r}$  otrzymuje się

$$\frac{\text{ch } \beta_{ny} x}{\text{ch } \beta_{ny} a_r} = \frac{\text{ch } r_n(a_r + x) \text{cos } s_n(a_r - x) + \text{ch } r_n(a_r - x) \text{cos } s_n(a_r + x)}{\text{ch } 2r_n a_r + \text{cos } 2s_n a_r} +$$

$$-i \frac{\text{sh } r_n(a_r + x) \text{sin } s_n(a_r - x) + \text{sh } r_n(a_r - x) \text{sin } s_n(a_r + x)}{\text{ch } 2r_n a_r + \text{cos } 2s_n a_r}. \quad (52)$$

Wartość bezwzględna

$$\left| \frac{\text{ch } \beta_{ny} x}{\text{ch } \beta_{ny} a_r} \right| = \sqrt{\frac{\text{sh}^2 r_n x + \text{cos}^2 s_n x}{\text{sh}^2 r_n a_r + \text{cos}^2 s_n a_r}} = \sqrt{\frac{\text{ch } 2r_n x + \text{cos } 2s_n x}{\text{ch } 2r_n a_r + \text{cos } 2s_n a_r}}. \quad (53)$$

Argument

$$\arg \left[ \frac{\text{ch } \beta_{ny} x}{\text{ch } \beta_{ny} a_r} \right] = \arctg \frac{\text{th } r_n x \cdot \text{tg } s_n x - \text{th } r_n a_r \cdot \text{tg } s_n a_r}{1 + \text{th } r_n x \cdot \text{th } r_n a_r \cdot \text{tg } s_n x \cdot \text{tg } s_n a_r}. \quad (54)$$

Obecnie można już wyrazić rzeczywistą  $D'_n$  oraz urojoną  $D''_n$  część  $n$ -tego składnika sumy występującej w zależności (38). Posługując się pomocniczymi oznaczeniami wg wzorów (45a) i (46c) otrzymuje się po przekształceniach

$$D'_n = \frac{E_n}{1 + F_n^2} \frac{1}{\text{ch } 2r_n a_r + \text{cos } 2s_n a_r} [\text{ch } r_n(a_r + x) \text{cos } s_n(a_r - x) +$$

$$+ \text{ch } r_n(a_r - x) \text{cos } s_n(a_r + x) + F_n \text{sh } r_n(a_r + x) \cdot \text{sin } s_n(a_r - x) +$$

$$+ F_n \text{sh } r_n(a_r - x) \text{sin } s_n(a_r + x)], \quad (55a)$$

$$D''_n = \frac{E_n}{1 + F_n^2} \frac{1}{\text{ch } 2r_n a_r + \text{cos } 2s_n a_r} [F_n \text{ch } r_n(a_r + x) \text{cos } s_n(a_r - x) +$$

$$+ F_n \text{ch } r_n(a_r - x) \text{cos } s_n(a_r + x) - \text{sh } r_n(a_r + x) \text{sin } s_n(a_r - x) -$$

$$- \text{sh } r_n(a_r - x) \text{sin } s_n(a_r + x)]. \quad (55b)$$

Bezwzględna wartość rozpatrywanego  $n$ -tego wyrazu

$$|D_n| = E_n \sqrt{\frac{\text{ch } 2r_n x + \text{cos } 2s_n x}{(1 + F_n^2)(\text{ch } 2r_n a_r + \text{cos } 2s_n a_r)}} \quad (57)$$

Natomiast argument tego wyrazu jest równy sumie argumentów wyrażonych zależnościami (48) i (54).

Po podstawieniu otrzymanych wyżej wyników do funkcji (38) otrzymuje się rozwiązanie rozpatrywanego zagadnienia brzegowego wyrażone za pomocą funkcji zmiennej rzeczywistej

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}(x, y) = \mathbf{H}_0 & \left\{ \frac{\operatorname{ch} m_x(b_r + y) \cdot \cos m_x(b_r - y) + \operatorname{ch} m_x(b_r - y) \cdot \cos m_x(b_r + y)}{\operatorname{ch} 2m_x b_r + \cos 2m_x b_r} + \right. \\
 & \left. + \sum_n D'_n - i \left[ \frac{\operatorname{sh} m_x(b_r + y) \cdot \sin m_x(b_r - y) + \operatorname{sh} m_x(b_r - y) \sin m_x(b_r + y)}{\operatorname{ch} 2m_x b_r + \cos 2m_x b_r} - \sum_n D''_n \right] \right\}, \quad (58)
 \end{aligned}$$

gdzie:

$H_0$  — z zależności (1) i (8),

$m_x$  — z zależności (40a),

$b_r, a_r$  — wymiary przekroju rozpatrywanego pręta,

$D'_n, D''_n$  — z zależności (55).

### Załącznik 1

Jeżeli układ osi współrzędnych  $x, y$  jest obrócony względem głównych osi anizotropii  $x_a, y_a$  o kąt  $\varphi$  — rys. 5, to natężenia pola elektrycznego w kierunku osi  $x, y$  wyrażają się zależnościami:

$$E_x = \varrho_{xx} j_x + \varrho_{xy} j_y, \quad (59a)$$

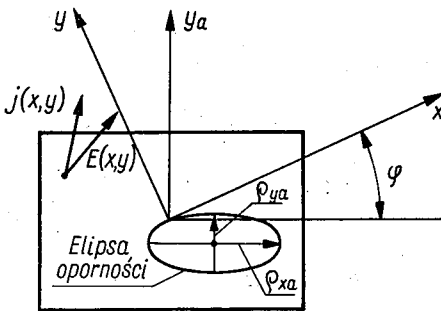
$$E_y = \varrho_{yx} j_x + \varrho_{yy} j_y \quad (59b)$$

albo

$$\|\mathbf{E}\| = \|\varrho\| \|\mathbf{j}\|, \quad (59c)$$

gdzie  $\|\varrho\|$  jest symetryczną macierzą oporności

$$\|\varrho\| = \begin{vmatrix} \varrho_{xx} & \varrho_{xy} \\ \varrho_{yx} & \varrho_{yy} \end{vmatrix} \quad (60)$$



Rys. 5. Układ osi współrzędnych obrócony o kąt  $\varphi$  względem głównych osi anizotropii

Łatwo można wyrazić oporności wzdłuż osi  $x, y$  dla gęstości prądu wzdłuż tych osi w zależności od oporności  $\varrho_{x_a}, \varrho_{y_a}$  wzdłuż głównych osi anizotropii.

Ponieważ

$$E_x = E_{x_a} \cos \varphi + E_{y_a} \sin \varphi, \quad (61a)$$

$$E_y = -E_{x_a} \sin \varphi + E_{y_a} \cos \varphi, \quad (61b)$$

i dalej

$$E_x = \varrho_{xa} j_{xa} \cos \varphi + \varrho_{ya} j_{ya} \sin \varphi, \quad (62a)$$

$$E_y = -\varrho_{xa} j_{xa} \sin \varphi + \varrho_{ya} j_{ya} \cos \varphi \quad (62b)$$

oraz uwzględniając, że:

$$j_{xa} = j_x \cos \varphi - j_y \sin \varphi, \quad (63a)$$

$$j_{ya} = j_x \sin \varphi + j_y \cos \varphi, \quad (63b)$$

i podstawiając do zależności (62) otrzymuje się po uporządkowaniu

$$E_x = (\varrho_{xa} \cos^2 \varphi + \varrho_{ya} \sin^2 \varphi) j_x - [(\varrho_{xa} - \varrho_{ya}) \sin \varphi \cos \varphi] j_y, \quad (64a)$$

$$E_y = -[(\varrho_{xa} - \varrho_{ya}) \sin \varphi \cos \varphi] j_x + (\varrho_{xa} \sin^2 \varphi + \varrho_{ya} \cos^2 \varphi) j_y. \quad (64b)$$

Stąd widać, że

$$\|\varrho\| = \begin{vmatrix} \varrho_{xx} & \varrho_{xy} \\ \varrho_{yx} & \varrho_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varrho_{xa} \cos^2 \varphi + \varrho_{ya} \sin^2 \varphi & -(\varrho_{xa} - \varrho_{ya}) \sin \varphi \cos \varphi \\ -(\varrho_{xa} - \varrho_{ya}) \sin \varphi \cos \varphi & \varrho_{xa} \sin^2 \varphi + \varrho_{ya} \cos^2 \varphi \end{vmatrix} \quad (65)$$

Najprostsze zależności otrzymana się, jeżeli obrócić układ współrzędnych tak, żeby  $\varphi = k \frac{\pi}{2}$ , gdzie  $k = 0, 1, 2, \dots$ , tzn. by kierunki osi układu współrzędnych były równoległe do kierunków głównych osi anizotropii.

## Załącznik 2

Pierwszy składnik całki występującej w zależności (33)

$$I = \int \left( 1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b} \right) \cos \frac{n\pi y}{2b} dy = I_1 - I_2 \quad (66)$$

można obliczyć bezpośrednio

$$I_1 = \int \cos \frac{n\pi y}{2b} dy = \frac{2b}{n\pi} \sin \frac{n\pi y}{2b} + C_1. \quad (67)$$

Drugi składnik całki można obliczyć stosując dwukrotnie całkowanie przez części. Po obliczeniach otrzymuje się

$$I_2 = \int \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b} \cos \frac{n\pi y}{2b} dy = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4b^2}} \frac{\operatorname{sh} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b} \cos \frac{n\pi y}{2b} + \frac{\frac{n\pi}{2b}}{\alpha^2 + \frac{n^2 \pi^2}{4b^2}} \cdot \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{ch} \alpha b} \sin \frac{n\pi y}{2b} + C_2. \quad (68)$$



Zatem rozpatrywana całka nieoznaczona wyraża się wzorem

$$I = I_1 - I_2 = \frac{2b}{n\pi} \left( 1 - \frac{1}{1 + \alpha^2 \frac{4b^2}{n^2\pi^2}} \frac{\operatorname{ch}\alpha y}{\operatorname{ch}by} \right) \sin \frac{n\pi y}{2b} +$$

$$- \frac{\alpha \frac{4b^2}{n^2\pi^2}}{1 + \alpha^2 \frac{4b^2}{n^2\pi^2}} \cdot \frac{\operatorname{sh}\alpha y}{\operatorname{ch}by} \cos \frac{n\pi y}{2b} + C. \quad (69)$$

Całka oznaczona w granicach  $\pm b$

$$I \Big|_{-b}^b = \frac{4b}{n\pi} \left( 1 - \frac{1}{1 + \alpha^2 \frac{4b^2}{n^2\pi^2}} \right) \sin \frac{n\pi}{2}. \quad (70)$$

Wyrażenie w nawiasie można przekształcić do postaci

$$1 - \frac{1}{1 + \alpha^2 \frac{4b^2}{n^2\pi^2}} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \frac{4b^2}{n^2\pi^2}} = \left( \frac{\alpha}{\beta_n} \right)^2, \quad (71)$$

gdzie  $\beta_n$  z zależności (27).

Ostatecznie

$$I \Big|_{-n}^n = \frac{4b}{n\pi} \left( \frac{\alpha}{\beta_n} \right)^2 \sin \frac{n\pi}{2}. \quad (72)$$

Politechnika Łódzka

Katedra Maszyn Elektrycznych i Transformatorów

#### WYKAZ LITERATURY

1. Konorski B.: Elektrotechnika teoretyczna. Nakładem Politechniki Łódzkiej, Łódź 1962.
2. Moon P., Spencer D. E.: Field Theory for Engineers. D. Van Nostrand, New York 1961.
3. Hlásnik I., Schilder J.: Riešenie potenciálních polí v anizotropnom prostredí. — Elektrotechnický Časopis, 1961, s. 65 — 71.
4. Bewley L. V., Poritsky H.: Intersheet Eddy-Curent Loss in Laminated Cores. — Trans. A. I. E. E., 1937, s. 344—346.
5. Pogorzelski W.: Analiza matematyczna. Tom III i IV. Warszawa 1951.

M. DĄBROWSKI

#### ELECTROMAGNETIC FIELD IN ANISOTROPIC RECTANGULAR BAR

#### Summary

The paper discusses an electromagnetic field in a uniform anisotropic rectangular bar. It has been assumed that the field is excited by alternating current, the intensity of the field on the surface of the bar  $H_0$  is known, the conductivity of the

bar in the direction of the axis  $x$  amounts to  $\gamma_x$ , whereas in the direction of the axis  $y$  amounts to  $\gamma_y$ , the dimensions of the cross-section of the bar are neglectably small in comparison with the length of the wave which excites the field. The problem presented here is based on the solving of a boundary problem of the Dirichlet type for the equation (9). Transforming the variables  $x$  and  $y$  one can substitute the analysed anisotropic bar with the isotropic bar of an arbitrarily choiced basic conductivity  $\gamma_0$ . This conductivity may, in particular cases, be equal to  $1 \frac{1}{\Omega m}$ . The dimensions of the bar will undergo then the following changes: the dimension in the direction of the axis  $x$  will increase  $\sqrt{\gamma_y}$  times, the dimension in the direction of axis  $y$   $\sqrt{\gamma_x}$  times. And the equation (9) will change into Poisson's equation (16).

The discussed boundary problem has been solved by means of Fourier's single functional series — relations (36) and (38). It is easy to see from the shape of those solutions that the first component applies to the case of a field in the plate of the thickness  $2b$  and of unlimited length and width in the direction of the axes  $x$  and  $z$ . The second component constitutes the correction respecting the limited dimensions of the bar in the direction of the axis  $x$  — fig. 3.

In order to make possible the direct computation of the intensity of the field and other quantities directly dependent on  $H$ , the solution (38) is expressed by means of a real-functions — relation (58).

M. DĄBROWSKI

## CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS UNE BARRE ANISOTROPE RECTANGULAIRE

### Résumé

Dans l'oeuvre on a analysé le champ électromagnétique dans une barre anisotrope homogène à section rectangulaire. On a accepté que: champ est excité par le courant alternatif; intensité de champ  $H_0$  sur la surface de la barre est connue; conductance spécifique dans la direction de l'axe  $x$  fait  $\gamma_x$  et dans la direction de l'axe  $y$  fait  $\gamma_y$ ; dimensions de la section de la barre sont si petites en comparaison avec la longueur d'onde de courant excitant le champ, qu'on peut les omettre. La question présentée consiste en solution de problème de frontière de Dirichlet en cas de l'équation (9). Utilisant la transformation des variables on peut remplacer la barre anisotrope analysée par la barre isotrope à la conductivité initiale  $\gamma_0$  librement choisie. Celle-ci peut être en cas particulier égale à  $1 \frac{1}{\Omega m}$ . Les dimensions de la barre changeront en conséquence de la manière suivante: la dimension dans la direction de l'axe  $x$  augmentera  $\sqrt{\gamma_y}$  fois et dans la direction de l'axe  $y$   $\sqrt{\gamma_x}$  fois. L'équation (9) se transformera en revanche en l'équation de Poisson (16).

On a résolu le problème de Dirichlet mentionné à l'aide d'une série singulière de Fourier — les dépendances (36) et (38). Considérant la forme de ces solutions on voit que le premier terme d'addition concerne le cas de champ dans la plaque à épaisseur de  $2b$  infiniment longue et large en direction de l'axe  $x$  et  $z$ . Le deuxième terme d'addition constitue la correction considérant les dimensions finies de la barre en direction de l'axe  $x$  — fig. 3.

Pour donner la possibilité de calculer immédiatement l'intensité de champ ainsi que des autres grandeurs directement dépendantes de  $H$ , on a exprimé la solution (38) à l'aide de la fonction de la variable réelle — dépendance (58).

М. ДОМБРОВСКИ

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В АНИЗОТРОПНОМ ПРЯМОУГОЛЬНОМ СТЕРЖНЕ

Резюме

В работе рассмотрено электромагнитное поле в однородном анизотропном стержне с прямоугольным сечением. Положено, что: поле возбуждено переменным током; известна напряженность поля на поверхности стержня  $H_0$ ; электрическая удельная проводимость стержня в направлении оси  $x$  равна  $\gamma_x$ , а в направлении оси  $y$  равна  $\gamma_y$ ; размеры сечения стержня являются незначительными по сравнению с длиной волны тока возбуждающего поле. Представленная проблема состоит в решении краевой задачи типа Дирихлета для уравнения (9). Путем преобразования переменных  $x, y$  можно заменить рассматриваемый анизотропный стержень изотропным стержнем с любой избранной исходной проводимостью  $\gamma_0$ . Эта проводимость может быть в частном случае равна  $1 \frac{1}{\text{омм}}$ . Размеры стержня изменяются в этом случае следующим образом: размер в направлении оси  $x$  увеличится  $\sqrt{\gamma_y}$  раз, а размер в направлении оси  $y$   $\sqrt{\gamma_x}$  раз. Уравнение (9) преобразуется тогда в уравнение Пуассона (16).

Рассматриваемая краевая задача была решена с помощью одиночного функционального ряда Фурье — зависимости (36) и (38). Из формы этих решений видно, что первое слагаемое касается случая поля в пластинке толщиной  $2b$  и бесконечно длинной и широкой в направлениях осей  $x$  и  $z$ . Второе слагаемое составляет поправку, учитывающую конечные размеры стержня в направлении оси  $x$  — рис. 3.

Чтобы создать возможность непосредственно рассчитывать напряженность поля и другие величины непосредственно зависящие от  $H$ , выражено решение (38) с помощью функции действительной переменной — зависимость (58).

ZDZISŁAW PERKOWSKI

## Pomiar parametrów jednostkowych torów przewodowych metodą bezpośrednią

*Rękopis dostarczono 14.7.1964*

W artykule omówiono znane metody pomiaru parametrów jednostkowych torów przewodowych, zwracając szczególną uwagę na metodę bezpośrednią, nie wymagającą znajomości parametrów falowych mierzonego toru.

Wykorzystując rozwinięcie funkcji  $\text{th } z$  na szereg potęgowy wyprowadzono i poddano szczegółowej analizie zależności błędów pomiaru metodą bezpośrednią poszczególnych parametrów jednostkowych od długości mierzonego odcinka toru. Ponadto uzyskano także zależności umożliwiające dokładne wyznaczenie oporności, indukcyjności i pojemności jednostkowej toru z pomiarów oporności wejściowych w stanie jałowym i zwarciovym w przypadku, gdy długość toru nie przekracza  $\frac{1}{16}$  długości fali elektromagnetycznej przenoszonej przez tor.

W końcowej części artykułu omówiono przykładowe zastosowania bezpośredniej metody pomiaru parametrów jednostkowych torów przewodowych, wśród których rozpatrzono zagadnienie stratności elektrycznej i optymalnej budowy kondensatorów zwijkowych.

Rozważania teoretyczne zilustrowano wynikami pomiarów parametrów jednostkowych przewodu współosiowego wielkiej częstotliwości i współczynnika stratności elektrycznej ( $\text{tg } \delta$ ) zwijkowych kondensatorów styrorefleksowych.

### 1. WSTĘP

W wielu zagadnieniach techniki bardzo ważna jest znajomość parametrów jednostkowych torów przewodowych gotowych kabli telekomunikacyjnych w różnych zakresach częstotliwości. Znane metody obliczania takich parametrów na podstawie wymiarów i własności elektrycznych elementów konstrukcyjnych torów nie dają na ogół dokładnych wyników, a ponadto są one bardzo pracochłonne ze względu na wysoki stopień komplikacji odpowiednich zależności matematycznych i występowanie w nich funkcji specjalnych. W konsekwencji jedynym środkiem prowadzącym do uzyskania dostatecznie dokładnych informacji o parametrach jednostkowych torów są badania eksperymentalne wykonywane na próbkach kabli.

Stosowane są równolegle dwie metody badań: metoda pośrednia i metoda bezpośrednia.

Pierwsza z tych dwu metod — metoda pośrednia — polega na wyznaczeniu parametrów jednostkowych toru z uzyskanych za pomocą pomiarów parametrów falowych [1]. Stosując tę metodę w przypadku gdy badany odcinek toru jest elektrycznie przezroczysty, określa się najpierw za pomocą miernika impedancji oporności wejściowe toru w stanie jałowym i zwarciovym przy pożądanej częstotliwości, a następnie z uzyskanych w wyniku pomiaru wartości oblicza się parametry falowe. Znając te parametry przystępuje się wreszcie do obliczania parametrów jednostkowych toru. Nie trzeba zatem dowodzić, że metoda pośrednia wymaga długotrwałych obliczeń i w związku z tym jest bardzo pracochłonna.

Postępowanie nieco upraszcza się w przypadku, gdy badany odcinek toru jest elektrycznie nieprzezroczysty, ponieważ wówczas w wyniku pomiaru oporności wejściowej przy dowolnym obciążeniu końca toru otrzymuje się bezpośrednio oporność falową, a tamowność falową można także uzyskać bezpośrednio z pomiaru stosując, na przykład, metodę kompensacyjną.

Poważną wadą metody pośredniej jest niemożność określania upływności torów z dielektrykami o małych kątach stratności, ponieważ wielkość ta jest zwykle znacznie mniejsza niż błędy pomiarów poszczególnych składowych parametrów falowych. Jedyną zaletą omawianej metody, której istota przedstawiona będzie szkicowo w dalszej części pracy, jest fakt, że długość pobieranej do badań próbki toru może być zupełnie dowolna.

Druga z wymienionych wcześniej metod określania parametrów jednostkowych — metoda bezpośrednia — nie wymaga, jak to już z samej nazwy wynika, pośrednictwa parametrów falowych, chociaż znajomość przybliżonych wartości niektórych spośród tych parametrów jest tu także konieczna do oceny błędów pomiarów. Stosując tę metodę określa się parametry jednostkowe bezpośrednio z pomiarów oporności wejściowych toru w stanie jałowym i zwarciovym przy wykorzystaniu prostych zależności matematycznych, lecz długość badanej próbki toru nie jest już w tym przypadku dowolna. W większości publikacji związanych z problematyką metody bezpośredniej nie precyzuje się, jaka powinna być długość mierzonego odcinka toru, lecz mówi się ogólnikowo, że badany tor powinien być elektrycznie krótki albo też, że badany odcinek toru powinien być znacznie krótszy od długości fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w dielektryku wypełniającym tor. Tylko w nielicznych publikacjach podaje się konkretne wartości, na przykład, że długość próbki powinna być nie większa, niż  $\frac{1}{60}$  długości fali [2], lecz wówczas wartości te podane są bez jakiegokolwiek uzasadnienia i najczęściej są niewłaściwe.

W związku z przedstawioną wyżej sytuacją w niniejszej pracy podjęto próbę analitycznego uzasadnienia wyboru długości badanego toru przy stosowaniu metody bezpośredniej, wychodząc z maksymalnej dopuszczal-

nej wartości błędu pomiaru. Uzyskane wyniki analizy wskazują, że przy jednakowej wartości dopuszczalnej błędu pomiaru długość próbki toru zależy od rodzaju parametru, który ma być określony. Znajduje to potwierdzenie w badaniach eksperymentalnych, których przykładowe wyniki podano w końcowej części pracy. Wykazano tam również, że metoda bezpośrednia może być z powodzeniem stosowana w przypadku kondensatorów zwijkowych, które mogą być rozpatrywane jako tory przewodowe.

## 2. RÓWNANIA ŁAŃCUCHOWE I OPORNOŚCI WEJŚCIOWE TORU JEDNORODNEGO ZWARTEGO LUB OTWARTEGO NA KOŃCU

Z teorii jednorodnego toru przewodowego wynika, że tor jednorodny o długości  $l$ , oporności falowej  $Z$  i tamowności falowej jednostkowej  $\gamma$  może być przedstawiony w postaci czwórnika o następujących równaniach łańcuchowych [1]:

$$\begin{aligned} U_p &= U_k \operatorname{ch} \gamma l + Z I_k \operatorname{sh} \gamma l, \\ I_p &= \frac{U_k}{Z} \operatorname{sh} \gamma l + I_k \operatorname{ch} \gamma l, \end{aligned} \quad (1)$$

w których  $U_p$  oraz  $I_p$  oznaczają napięcie i prąd na początku toru, natomiast  $U_k$  oraz  $I_k$  oznaczają napięcie i prąd na końcu toru. Parametry falowe  $Z$  i  $\gamma$  jednorodnego toru przewodowego są, jak wiadomo, następującymi funkcjami parametrów jednostkowych:

$$Z = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}, \quad (2)$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}, \quad (3)$$

przy czym  $R$  oznacza oporność jednostkową toru,  $L$  — jego indukcyjność jednostkową,  $G$  — upływność jednostkową toru oraz  $C$  — pojemność jednostkową.

W stanie zwarcia na końcu toru napięcie  $U_k$  jest równe zeru i wówczas równania (1) przyjmują postać:

$$\begin{aligned} U_{pz} &= Z I_k \operatorname{sh} \gamma l, \\ I_{pz} &= I_k \operatorname{ch} \gamma l. \end{aligned}$$

Dzieląc pierwsze z tych równań przez drugie otrzymuje się oporność wejściową  $Z_z$  toru zwanego na końcu:

$$Z_z = \frac{U_{pz}}{I_{pz}} = Z \operatorname{th} \gamma l. \quad (4)$$

Jeżeli natomiast koniec toru jest rozarty, to wówczas prąd  $I_k$  jest równy zeru, a wtedy zamiast równań (1) obowiązują równania:

$$\begin{aligned} U_{pj} &= U_k \operatorname{ch} \gamma l, \\ I_{pj} &= \frac{U_k}{Z} \operatorname{sh} \gamma l. \end{aligned}$$

Dzieląc jedno z tych ostatnich równań przez pozostałe otrzymuje się oporność wejściową  $Z_j$  toru otwartego na końcu:

$$Z_j = \frac{U_{pj}}{I_{pj}} = Z \operatorname{cth} \gamma l, \quad (5)$$

względnie przewodność wejściową  $Y_j$  toru otwartego na końcu:

$$Y_j = \frac{I_{pj}}{U_{pj}} = \frac{1}{Z} \operatorname{th} \gamma l. \quad (6)$$

Są to oczywiście wielkości zespolone zależne od częstotliwości.

### 3. METODA POŚREDNIA POMIARU PARAMETRÓW JEDNOSTKOWYCH

Przystępując do wyznaczenia parametrów jednostkowych toru elektrycznie przezroczystego metodą pośrednią określa się najpierw parametry falowe z pomiarów oporności lub przewodności wejściowych toru zwarłego i otwartego na końcu. Odpowiednie związki matematyczne otrzymuje się w prosty sposób z zależności (4)÷(6).

Dzieląc, na przykład, stronami zależność (4) przez zależność (6) i pierwiastkując uzyskany rezultat otrzymuje się związek oporności falowej z wielkościami  $Z_z$  oraz  $Y_j$ :

$$Z = \sqrt{\frac{Z_z}{Y_j}}. \quad (7)$$

Związek ten umożliwia wyznaczenie składowej rzeczywistej  $W$  i składowej urojonej  $X$  oporności falowej  $Z = W - jX$  z uzyskanych za pomocą pomiarów oporności lub przewodności wejściowych toru w stanie jałowym i zwarciovym.

Mnożąc natomiast stronami zależność (4) przez zależność (6) i pierwiastkując końcowy rezultat otrzymuje się wyrażenie:

$$\operatorname{th} \gamma l = \sqrt{Z_z Y_j}, \quad (8)$$

umożliwiająca określenie obydwu składowych tłumności falowej jednostkowej toru  $\gamma = \alpha + j\beta$ : tłumności falowej jednostkowej  $\alpha$  i przesuwności falowej jednostkowej  $\beta$ . Wprowadzając wielkość pomocniczą

$$S = |S| e^{j\varphi_s} = \sqrt{Z_z Y_j}$$



i wydzielaając składową rzeczywistą i urojoną w wyrażeniu (8) można bowiem napisać [1]:

$$\operatorname{th} 2\alpha l = \frac{2|S|}{1+|S|^2} \cos \varphi_s, \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} 2\beta l = \frac{2|S|}{1-|S|^2} \sin \varphi_s. \quad (10)$$

Znając parametry falowe  $Z = W - jX$  oraz  $\gamma = \alpha + j\beta$  można z kolei przystąpić do wyznaczania parametrów jednostkowych. Odpowiednie zależności matematyczne uzyskuje się mnożąc względnie dzieląc tamowność jednostkową przez oporność falową.

W pierwszym przypadku — po pomnożeniu  $\gamma$  przez  $Z$  — otrzymuje się:

$$\gamma Z = (\alpha + j\beta)(W - jX) = \alpha W + \beta X + j(\beta W - \alpha X),$$

a z drugiej strony, zgodnie ze związkami (2) i (3),

$$\gamma Z = R + j\omega L,$$

Z porównania obydwu powyższych równań wynikają następujące zależności:

$$R = \alpha W + \beta X, \quad (11)$$

$$L = \frac{\beta W - \alpha X}{\omega}, \quad (12)$$

umożliwiające określenie oporności i indukcyjności jednostkowej toru. W drugim zaś przypadku — po podzieleniu  $\gamma$  przez  $Z$  — można napisać:

$$\frac{\gamma}{Z} = \frac{\alpha + j\beta}{W - jX} = \frac{1}{W^2 + X^2} [\alpha W - \beta X + j(\alpha X + \beta W)],$$

a z drugiej strony, zgodnie z wyrażeniami (2) i (3),

$$\frac{\gamma}{Z} = G + j\omega C.$$

Porównanie obydwu ostatnich równań daje następujące zależności:

$$G = \frac{\alpha W - \beta X}{W^2 + X^2}, \quad (13)$$

$$C = \frac{\alpha X + \beta W}{\omega(W^2 + X^2)}, \quad (14)$$

z których można wyznaczyć upływność jednostkową  $G$  i pojemność jednostkową  $C$  toru. W przypadku torów o izolacji z dielektryków neutralnych upływność jest bardzo mała, w związku z czym  $\alpha W \approx \beta X$ , a wtedy nawet niewielkie błędy pomiaru poszczególnych składowych oporności falowej i tamowności jednostkowej uniemożliwiają określenie parametru  $G$ .

Metoda pośrednia w niektórych przypadkach szczególnych daje się nieco modyfikować i upraszczać, lecz omawianie tych przypadków wykracza poza ramy niniejszej pracy. Bliższe dane odnośnie uproszczonych odmian metody pośredniej można znaleźć w pracy N. Baranov [3].

#### 4. METODA BEZPOŚREDNIA POMIARU PARAMETRÓW JEDNOSTKOWYCH

Jak już wspomniano, metoda bezpośrednia polega na wyznaczaniu parametrów jednostkowych bezpośrednio z pomiarów oporności lub przewodności wejściowych w stanie jałowym i zwarciovym krótkich w porównaniu z długością fali odcinków torów przewodowych. Ażeby znaleźć odpowiednie zależności matematyczne umożliwiające wyznaczanie parametrów jednostkowych bezpośrednio z oporności wejściowych, należy wyrażenia (4)÷(6), wiążące parametry falowe toru z jego opornościami wejściowymi, przekształcić w związki poszczególnych składowych oporności wejściowych z parametrami jednostkowymi. Można to uczynić tylko w sposób przybliżony w przypadku, gdy długość badanego odcinka toru jest znacznie mniejsza od długości fali elektromagnetycznej w dielektryku wypełniającym tor, ponieważ wówczas można wykorzystać rozwinięcie funkcji  $\text{th } z$  na szereg potęgowy:

$$\text{th } z = z - \frac{1}{3}z^3 + \frac{2}{15}z^5 - \frac{17}{315}z^7 + \dots, \quad (15)$$

uwzględniając tylko kilka pierwszych wyrazów szeregu.

Szereg potęgowy przemienny, tego typu na przykład co szereg (15), posiada tę własność, że odrzucając wszystkie jego wyrazy począwszy od  $n$ -tego popełnia się błąd mniejszy od błędu, jaki wyniknąłby z pominięcia wyrazu  $n$ -tego. Wykorzystując tę własność można znaleźć przybliżone związki parametrów jednostkowych z opornościami wejściowymi i równocześnie określić, z jakim maksymalnym błędem należy się liczyć przy ich stosowaniu. Jeżeli, na przykład, przy poszukiwaniu wspomnianych związków wystarczy uwzględnić dwa pierwsze wyrazy szeregu, to do oceny błędów potrzebny jest jeszcze trzeci wyraz szeregu.

Pomijając wszystkie dalsze wyrazy szeregu (15) począwszy od czwartego, zależności (4) i (6) można przedstawić w postaci:

$$Z_z = Z \text{th } \gamma l \approx Z \gamma l \left( 1 - \frac{1}{3} \gamma^2 l^2 + \frac{2}{15} \gamma^4 l^4 \right), \quad (16)$$

$$Y_j = \frac{1}{Z} \text{th } \gamma l \approx \frac{\gamma l}{Z} \left( 1 - \frac{1}{3} \gamma^2 l^2 + \frac{2}{15} \gamma^4 l^4 \right), \quad (17)$$

Ostatnie równania zawierają już parametry jednostkowe, ponieważ

$$Z \gamma l = (R + j\omega L)l,$$

natomiast

$$\frac{\gamma l}{Z} = (G + j\omega C)l.$$

Oznaczając przez  $R_z$  składową rzeczywistą oporności wejściowej toru  $Z_z$  w stanie zwarcia, a przez  $L_z$  indukcyjność odpowiadającą składowej urojonej oporności wejściowej  $Z_z$ , czyli

$$Z_z = R_z + j\omega L_z,$$

można napisać:

$$Z_z = R_z + j\omega L_z \approx (R + j\omega L)l \left( 1 - \frac{1}{3} \gamma^2 l^2 + \frac{2}{15} \gamma^4 l^4 \right). \quad (18)$$

Przyjmując przez analogię oznaczenia

$$Y_j = G_j + j\omega C_j$$

zamiast równania (17) otrzymuje się równanie:

$$Y_j = G_j + j\omega C_j \approx (G + j\omega C)l \left( 1 - \frac{1}{3} \gamma^2 l^2 + \frac{2}{15} \gamma^4 l^4 \right). \quad (19)$$

Ostatnie dwa równania umożliwiają znalezienie związków parametrów jednostkowych z poszczególnymi składowymi opornościami wejściowych. Należy tylko jeszcze prawe strony tych równań tak przekształcić, ażeby można było oddzielić ich składowe rzeczywiste oraz składowe urojone. Wykorzystując związek

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

można w nawiasach równań (18) i (19) składnik  $\frac{1}{3} \gamma^2 l^2$  zastąpić wyrażeniem

$$\frac{1}{3} \gamma^2 l^2 = \frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2 + j2\alpha\beta) l^2,$$

natomiast składnik  $\frac{2}{15} \gamma^4 l^4$  można zastąpić następującym wyrażeniem:

$$\frac{2}{15} \gamma^4 l^4 = \frac{2}{15} [(\alpha^2 - \beta^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2 + j4\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)] l^4.$$

Otrzymuje się wówczas równania:

$$R_z + j\omega L_z \approx (R + j\omega L)l \left[ 1 - \frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 + \frac{2}{15} (\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15} \alpha^2 \beta^2 l^4 + \right. \\ \left. - j \frac{2}{3} \alpha \beta l^2 + j \frac{8}{15} \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) l^4 \right], \quad (20)$$

$$G_j + j\omega C_j \approx (G + j\omega C)l \left[ 1 - \frac{1}{3}(\alpha^2 - \beta^2)l^2 + \frac{2}{15}(\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15}\alpha^2 \beta^2 l^4 + \right. \\ \left. - j\frac{2}{3}\alpha\beta l^2 + j\frac{8}{15}\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)l^4 \right], \quad (21)$$

które po wymnożeniu prawych stron przyjmują postać:

$$R_z + j\omega L_z \approx Rl \left[ 1 - \frac{1}{3}(\alpha^2 - \beta^2)l^2 + \frac{2}{15}(\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15}\alpha^2 \beta^2 l^4 \right] + \\ - \omega Ll \left[ -\frac{2}{3}\alpha\beta l^2 + \frac{8}{15}\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)l^4 \right] + \\ + j\omega Ll \left[ 1 - \frac{1}{3}(\alpha^2 - \beta^2)l^2 + \frac{2}{15}(\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15}\alpha^2 \beta^2 l^4 \right] + \\ + jRl \left[ -\frac{2}{3}\alpha\beta l^2 + \frac{8}{15}\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)l^4 \right], \quad (22)$$

$$G_j + j\omega C_j \approx Gl \left[ 1 - \frac{1}{3}(\alpha^2 - \beta^2)l^2 + \frac{2}{15}(\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15}\alpha^2 \beta^2 l^4 \right] + \\ - \omega Cl \left[ -\frac{2}{3}\alpha\beta l^2 + \frac{8}{15}\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)l^4 \right] + \\ + j\omega Cl \left[ 1 - \frac{1}{3}(\alpha^2 - \beta^2)l^2 + \frac{2}{15}(\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15}\alpha^2 \beta^2 l^4 \right] + \\ + jGl \left[ -\frac{2}{3}\alpha\beta l^2 + \frac{8}{15}\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)l^4 \right]. \quad (23)$$

Z porównania składowych rzeczywistych i urojonych obu stron równania (22) wynikają związki:

$$R_z \approx Rl \left[ 1 - \frac{1}{3}(\alpha^2 - \beta^2)l^2 + \frac{2}{15}(\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15}\alpha^2 \beta^2 l^4 + \right. \\ \left. + \frac{2}{3}\frac{\omega L}{R}\alpha\beta l^2 - \frac{8}{15}\frac{\omega L}{R}\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)l^4 \right], \quad (24)$$

$$L_z \approx Ll \left[ 1 - \frac{1}{3}(\alpha^2 - \beta^2)l^2 + \frac{2}{15}(\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15}\alpha^2 \beta^2 l^4 + \right. \\ \left. - \frac{2}{3}\frac{R}{\omega L}\alpha\beta l^2 + \frac{8}{15}\frac{R}{\omega L}\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)l^4 \right]. \quad (25)$$

W identyczny sposób z równania (23) otrzymuje się związki:

$$G_j \approx Gl \left[ 1 - \frac{1}{3}(\alpha^2 - \beta^2)l^2 + \frac{2}{15}(\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15}\alpha^2 \beta^2 l^4 + \right. \\ \left. + \frac{2}{3}\frac{\omega C}{G}\alpha\beta l^2 - \frac{8}{15}\frac{\omega C}{G}\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)l^4 \right], \quad (26)$$

$$C_j \approx Cl \left[ 1 - \frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 + \frac{2}{15} (\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15} \alpha^2 \beta^2 l^4 + \right. \\ \left. - \frac{2}{3} \frac{G}{\omega C} \alpha \beta l^2 + \frac{8}{15} \frac{G}{\omega C} \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) l^4 \right]. \quad (27)$$

We wszystkich powyższych zależnościach składniki zawierające długość próbki toru w drugiej potędze pochodzą od drugiego wyrazu rozwinięcia funkcji  $\text{th } z$  na szereg potęgowy, natomiast składniki zawierające długość badanego odcinka toru w potędze czwartej pochodzą od trzeciego wyrazu rozwinięcia na szereg. W związku z tym pomijając w wyrażeniach (24) ÷ ÷ (27) wszystkie składniki zawierające  $l^4$  popełnia się błąd mniejszy, niż te pominięte składniki; wypływa to bezpośrednio ze wspomnianej wcześniej własności szeregów przemiennej.

Zależność (24) można wówczas zastąpić następującą zależnością:

$$R_z \approx Rl \left[ 1 - \frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 + \frac{2}{3} \frac{\omega L}{R} \alpha \beta l^2 \right], \quad (28)$$

która daje błąd mniejszy niż

$$\Delta R_z = Rl \left[ \frac{2}{15} (\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15} \alpha^2 \beta^2 l^4 - \frac{8}{15} \frac{\omega L}{R} \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) l^4 \right]. \quad (29)$$

Zamiast wyrażenia (25) można podać wyrażenie:

$$L_z \approx Ll \left[ 1 - \frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 - \frac{2}{3} \frac{R}{\omega L} \alpha \beta l^2 \right], \quad (30)$$

które daje błąd mniejszy niż

$$\Delta L_z = Ll \left[ \frac{2}{15} (\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15} \alpha^2 \beta^2 l^4 + \frac{8}{15} \frac{R}{\omega L} \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) l^4 \right]. \quad (31)$$

W sposób analogiczny otrzymuje się:

$$G_j \approx Gl \left[ 1 - \frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 + \frac{2}{3} \frac{\omega C}{G} \alpha \beta l^2 \right] \quad (32)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta G_j = Gl \left[ \frac{2}{15} (\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15} \alpha^2 \beta^2 l^4 - \frac{8}{15} \frac{\omega C}{G} \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) l^4 \right], \quad (33)$$

jak również

$$C_j \approx Cl \left[ 1 - \frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 - \frac{2}{3} \frac{G}{\omega C} \alpha \beta l^2 \right] \quad (34)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta C_j = Cl \left[ \frac{2}{15} (\alpha^2 - \beta^2)^2 l^4 - \frac{8}{15} \alpha^2 \beta^2 l^4 + \frac{8}{15} \frac{G}{\omega C} \alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2) l^4 \right]. \quad (35)$$

Kontynuując takie postępowanie można z kolei pominąć w wyrażeniach (28), (30), (32) i (34) składniki zawierające długość badanego odcinka toru w potęgze drugiej, a wtedy:

$$R_z \approx Rl \quad (36)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta'R_z = Rl \left[ -\frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 + \frac{2}{3} \frac{\omega L}{R} \alpha \beta l^2 \right], \quad (37)$$

$$L_z \approx Ll \quad (38)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta'L_z = Ll \left[ -\frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 - \frac{2}{3} \frac{R}{\omega L} \alpha \beta l^2 \right], \quad (39)$$

$$G_j \approx Gl \quad (40)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta'G_j = Gl \left[ -\frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 + \frac{2}{3} \frac{\omega C}{G} \alpha \beta l^2 \right] \quad (41)$$

oraz

$$C_j \approx Cl \quad (42)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta'C_j = Cl \left[ -\frac{1}{3} (\alpha^2 - \beta^2) l^2 - \frac{2}{3} \frac{G}{\omega C} \alpha \beta l^2 \right]. \quad (43)$$

Ostatnie zależności wskazują, że w wyniku pomiaru oporności wejściowej toru zwartego na końcu i przewodności wejściowej toru otwartego na końcu otrzymuje się bezpośrednio parametry jednostkowe toru z błędami pomiaru mniejszymi niż określone wyrażeniami (37), (39), (41) i (43). Jeżeli, na przykład, należy określić parametry jednostkowe toru w sposób bezpośredni z dokładnością 10/0, przy zadanej częstotliwości pomiarowej, to powinno się tak wybrać długość próbki toru, żeby sumy składników w nawiasach zależności (37), (39), (41) i (43) nie przekraczały wartości 0,01. Spełnienie takiego warunku nie zawsze jest możliwe, ponieważ w wielu przypadkach długość próbki byłaby tak mała, że błąd pomiaru, na który składają się uchyby mierników impedancji, wpływ efektów brzegowych na końcach próbki oraz wpływ niejednorodności elektrycznej toru, przekroczyłyby znacznie dopuszczalną granicę. W takich przypadkach jest uzasadnione korzystanie z zależności (28)÷(35), bardziej skomplikowanych, lecz równocześnie dokładniejszych niż zależności (36)÷(43) (przy jednakowych długościach próbek). W praktycznych zastosowaniach bardzo często wygodniej jest posługiwać się zmodyfikowanymi zależnościami (28)÷(35), w których zamiast składowych tamowności falowej jednostkowej

występują odpowiednie funkcje parametrów jednostkowych. Ażeby uży-  
 skać te zmodyfikowane zależności, należy wykorzystać związek:

$$\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2 + j2\alpha\beta = (R + j\omega L)(G + j\omega C),$$

zgodnie z którym:

$$\alpha^2 - \beta^2 = RG - \omega^2 LC, \tag{44}$$

$$2\alpha\beta = \omega(RC + LG). \tag{45}$$

Ocenę wielkości poszczególnych składników prawych stron równań (44)  
 i (45) ułatwia powszechnie znana zależność:

$$G \approx \omega C \cdot \operatorname{tg} \delta, \tag{46}$$

w której  $\operatorname{tg} \delta$  — współczynnik stratności dielektrycznej materiału izola-  
 cyjnego wypełniającego tor. Uwzględniając tę zależność w równaniach  
 (44) i (45) otrzymuje się:

$$\alpha^2 - \beta^2 \approx \omega C(R \operatorname{tg} \delta - \omega L), \tag{47}$$

$$2\alpha\beta \approx \omega C(R + \omega L \operatorname{tg} \delta). \tag{48}$$

W zależności od konkretnej częstotliwości pomiarowej i rodzaju bada-  
 nego toru można jeszcze uprościć postępowanie pomijając jeden ze skład-  
 ników w każdym z dwu równań: (44) i (45). Zagadnienie to będzie omó-  
 wione bardziej szczegółowo w dalszej części pracy, a obecnie będą przy-  
 toczone wspomniane wyżej zmodyfikowane związki, zastępujące zależ-  
 ności (28)÷(35).

Podstawiając rezultaty (44) i (45) do zależności (28) i (29) otrzymuje  
 się wyrażenie:

$$R_z \approx Rl \left[ 1 - \frac{1}{3}(RG - \omega^2 LC)l^2 + \frac{1}{3} \frac{\omega L}{R} \cdot \omega(RC + LG)l^2 \right], \tag{49}$$

które daje błąd mniejszy niż

$$\Delta R_z = \frac{2}{15} Rl \left[ (RG - \omega^2 LC)^2 l^4 - \omega^2 (RC + LG)^2 l^4 + \right. \\ \left. - 2 \frac{\omega L}{R} \cdot \omega(RC + LG)(RG - \omega^2 LC)l^4 \right]. \tag{50}$$

W identyczny sposób otrzymuje się dalsze związki:

$$L_z \approx Ll \left[ 1 - \frac{1}{3}(RG - \omega^2 LC)l^2 - \frac{1}{3} \frac{R}{\omega L} \cdot \omega(RC + LG)l^2 \right] \tag{51}$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta L_z = \frac{2}{15} Ll \left[ (RG - \omega^2 LC)^2 l^4 - \omega^2 (RC + LG)^2 l^4 + \right. \\ \left. + 2 \frac{R}{\omega L} \cdot \omega(RC + LG)(RG - \omega^2 LC)l^4 \right], \tag{52}$$



$$G_j \approx Gl \left[ 1 - \frac{1}{3} (RG - \omega^2 LC) l^2 + \frac{1}{3} \frac{\omega C}{G} \cdot \omega (RC + LG) l^2 \right] \quad (53)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta G_j = \frac{2}{15} Gl \left[ (RG - \omega^2 LC)^2 l^4 - \omega^2 (RC + LG)^2 l^4 + \right. \\ \left. - 2 \frac{\omega C}{G} \cdot \omega (RC + LG) (RG - \omega^2 LC) l^4 \right] \quad (54)$$

oraz

$$C_j \approx Cl \left[ 1 - \frac{1}{3} (RG - \omega^2 LC) l^2 - \frac{1}{3} \frac{G}{\omega C} \cdot \omega (RC + LG) l^2 \right] \quad (55)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta C_j = \frac{2}{15} Cl \left[ (RG - \omega^2 LC)^2 l^4 - \omega^2 (RC + LG)^2 l^4 + \right. \\ \left. + 2 \frac{G}{\omega C} \cdot \omega (RC + LG) (RG - \omega^2 LC) l^4 \right]. \quad (56)$$

Postępując podobnie w przypadku zależności (36)÷(43) otrzymuje się następujące związki:

$$R_z \approx Rl \quad (57)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta' R_z = \frac{1}{3} Rl \left[ -(RG - \omega^2 LC) l^2 + \frac{\omega L}{R} \cdot \omega (RC + LG) l^2 \right], \quad (58)$$

$$L_z \approx Ll \quad (59)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta' L_z = \frac{1}{3} Ll \left[ -(RG - \omega^2 LC) l^2 - \frac{R}{\omega L} \cdot \omega (RC + LG) l^2 \right], \quad (60)$$

$$G_j \approx Gl \quad (61)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta' G_j = \frac{1}{3} Gl \left[ -(RG - \omega^2 LC) l^2 + \frac{\omega C}{G} \cdot \omega (RC + LG) l^2 \right] \quad (62)$$

oraz

$$C_j \approx Cl \quad (63)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta' C_j = \frac{1}{3} Cl \left[ -(RG - \omega^2 LC) l^2 - \frac{G}{\omega C} \cdot \omega (RC + LG) l^2 \right]. \quad (64)$$

Porównanie przytoczonych wyżej zależności wskazuje na to, że przy jednakowej długości  $l$  próbki toru, którego parametry jednostkowe mają być określone metodą bezpośrednią, oraz przy jednakowej częstotliwości pomiarowej błąd pomiaru różnych parametrów jednostkowych jest różny. Jest rzeczą charakterystyczną, że w jednakowych warunkach błąd pomiaru oporności jednostkowej jest prawie zawsze większy niż błąd pomiaru indukcyjności jednostkowej, a błąd pomiaru upływności jednostkowej jest zawsze większy niż błąd pomiaru pojemności jednostkowej; stąd oczywisty wniosek, że stratność toru przewodowego trudniej jest zmierzyć dokładnie niż jego indukcyjność lub pojemność. Największy błąd pomiaru uzyskuje się w przypadku upływności jednostkowej, gdyż wyrażenia (53) i (54) oraz (62) zawierają składniki proporcjonalne do odwrotności współczynnika stratności dielektrycznej izolacji toru, a jak wiadomo wartości tego współczynnika w przypadku stosowanych w praktyce torów przewodowych zawierają się najczęściej w granicach od  $1 \cdot 10^{-4}$  do  $1 \cdot 10^{-3}$ . Pomiar upływności jednostkowej torów metodą bezpośrednią jest więc zdecydowanie najtrudniejszy.

## 5. ZASTOSOWANIA BEZPOŚREDNIEJ METODY POMIARU PARAMETRÓW JEDNOSTKOWYCH TORÓW

### 5.1. Pomiar oporności żył i przewodności izolacji długich torów przewodowych prądem stałym

Zgodnie z zależnościami (2) i (3) parametry falowe toru przewodowego przy prądzie stałym ( $\omega = 0$ ) określają związki:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_0}{G_0}},$$

$$\gamma_0 = \sqrt{R_0 G_0},$$

w których  $R_0$  oznacza oporność jednostkową toru przy prądzie stałym, a  $G_0$  oznacza upływność jednostkową toru przy prądzie stałym, nazywaną najczęściej jednostkową przewodnością izolacji.

W przypadku krótkich torów przewodowych pomiar przewodności wejściowej toru w stanie jałowym daje bezpośrednio przewodność izolacji  $G_0 l$ , a pomiar oporności wejściowej toru zwartego na końcu daje wprost tak zwaną oporność pętli żył  $R_0 l$ . Nie jest tak w przypadku długich torów przewodowych, gdyż wówczas przy pomiarze oporności wejściowej toru zwartego część prądu nie przepływa przez całą pętlę, lecz odgałęzia się we wszystkich punktach toru przez rozłożoną na całej długości przewodność izolacji, natomiast przy pomiarze oporności wejściowej toru otwartego na końcu napięcie zmniejsza się wraz ze wzrostem odległości

od początku toru z uwagi na spadki napięć na rozłożonej oporności żył, co w konsekwencji prowadzi do zmniejszenia całkowitego prądu upływu. Dokładną ilościową analizę zjawiska przeprowadza się w oparciu o zależności (4)÷(6), określające oporności wejściowe toru zwartego i otwartego na końcu także przy prądzie stałym [4], lecz w większości przypadków praktycznych zadowalające rezultaty daje analiza uproszczona, oparta o rozwinięcia na szereg funkcji  $\text{th } z$ . W takich przypadkach odpowiednie zależności otrzymuje się bezpośrednio ze związków (49), (50), (53) i (54), kładąc  $\omega = 0$  oraz  $R = R_0$  i  $G = G_0$ :

$$R_z \approx R_0 l \left( 1 - \frac{1}{3} R_0 G_0 l^2 \right) \quad (65)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta R_z = \frac{2}{15} R_0^3 G_0^3 l^5 \quad (66)$$

oraz

$$G_j \approx G_0 l \left( 1 - \frac{1}{3} R_0 G_0 l^2 \right) \quad (67)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta G_j = \frac{2}{15} R_0^3 G_0^3 l^5. \quad (68)$$

Postępując podobnie, jak poprzednio, można dalej napisać:

$$R_z \approx R_0 l \quad (69)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta R_z = \frac{1}{3} R_0^3 G_0^3 l^3, \quad (70)$$

a także

$$G_j \approx G_0 l \quad (71)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta G_j = \frac{1}{3} R_0 G_0^3 l^3. \quad (72)$$

W wyniku pomiaru przy prądzie stałym oporności wejściowej toru zwartego i przewodności wejściowej toru otwartego na końcu otrzymuje się zatem bezpośrednio oporność pętli  $R_0 l$  i przewodność izolacji  $G_0 l$  z błędami określonymi przez zależności (70) i (72). Błędy te są dość duże w przypadku odcinków wzmacniakowych telefonicznych kabli dalekosiężnych i wtedy powinny być stosowane zależności (65) i (67) umożliwiające korekcję wyników pomiarów.

## 5.2. Pomiar parametrów jednostkowych i współczynnika stratności dielektrycznej torów kabli telekomunikacyjnych

Tory nowoczesnych kabli telekomunikacyjnych są izolowane najczęściej papierem lub materiałami termoplastycznymi o budowie niepolarniej, takimi, jak polistyren i polietylen. Tylko w nielicznych przypadkach stosowane są polimery o polarnej budowie cząsteczek, jak na przykład plastyfikowany polichlorek winylu. Przeważająca większość kabli odznacza się zatem małym współczynnikiem stratności dielektrycznej, zawierającym się w granicach od  $1 \cdot 10^{-4}$  (kable o izolacji polistyrenowo-powietrznej lub polietylenowo-powietrznej) do około  $5 \cdot 10^{-3}$  (kable o izolacji papierowo-powietrznej). Przy tak małych wartościach współczynnika stratności nawet dla kabli o bardzo dużej tłumienności jednostkowej spełniony jest warunek

$$Rtg\delta \ll \omega L, \quad (73)$$

poczawszy od średnich częstotliwości pasma akustycznego. Jest rzeczą oczywistą, że nawet w przypadku kabli o izolacji polwinitowej o większych kątach stratności warunek (73) będzie także spełniony, lecz przy znacznie wyższych częstotliwościach, poza pasmem akustycznym.

Uwzględniając powyższy warunek w wyrażeniu (47) można napisać:

$$\alpha^2 - \beta^2 \approx -\omega^2 LC. \quad (74)$$

Taki sam wynik otrzymuje się pomijając w wyrażeniu (44) pierwszy składnik ( $RG$ ) wobec drugiego ( $\omega^2 LC$ ) jako nieistotny.

Postępując podobnie ze związkami (49)–(56) można je znacznie uprościć, dzięki czemu stają się one wygodniejsze w zastosowaniu.

W przypadku torów kabli telekomunikacyjnych o małym współczynniku stratności dielektrycznej spełniony jest również drugi warunek:

$$R \gg \omega Ltg\delta; \quad (75)$$

zakres częstotliwości, w którym zachowany jest ten warunek, rozciąga się od zera aż do kilku megaherców, to znaczy prawie do górnej granicy stosowalności metody bezpośredniej (przy częstotliwościach większych od 10 MHz długości próbek, które mogą być mierzone metodą bezpośrednią, są już tak małe, że błędy pochodzące od zniekształceń pola elektromagnetycznego na brzegach próbek oraz błędy spowodowane niejednorodnością elektryczną torów mogą być bardzo duże).

Porównanie zależności (45) i (48) wskazuje, że ostatni warunek jest równoważny warunkowi:

$$RC \gg LG, \quad (76)$$

a zatem w wyrażeniach (49)–(56) można dodatkowo pominąć  $LG$  wobec  $RC$ .

W rezultacie wspomnianych uproszczeń otrzymuje się następujące związki:

$$R_z \approx Rl \left( 1 + \frac{2}{3} \omega^2 L C l^2 \right) \quad (77)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta R_z \approx \frac{6}{15} Rl \left( 1 - \frac{R^2}{3\omega^2 L^2} \right) \omega^4 L^2 C^2 l^4, \quad (78)$$

$$L_z \approx Ll \left[ 1 + \frac{1}{3} \omega^2 L C l^2 \left( 1 - \frac{R^2}{\omega^2 L^2} \right) \right] = Ll \left( 1 + \frac{1}{3} \omega^2 L C l^2 - \frac{1}{3} R^2 l^2 \frac{C}{L} \right) \quad (79)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta L_z \approx \frac{2}{15} Ll \left( 1 - \frac{3R^2}{\omega^2 L^2} \right) \omega^4 L^2 C^2 l^4, \quad (80)$$

$$G_j \approx Gl \left( 1 + \frac{1}{3} \omega^2 L C l^2 + \frac{1}{3} \frac{\omega^2 C^2 R}{G} l^2 \right) = Gl \left[ 1 + \frac{1}{3} \omega^2 L C l^2 \left( 1 + \frac{RC}{LG} \right) \right] \quad (81)$$

z błędem mniejszym niż

$$\begin{aligned} \Delta G_j &\approx \frac{2}{15} Gl \left( \omega^4 L^2 C^2 l^4 - \omega^2 R^2 C^2 l^4 + 2 \frac{\omega^4 L C^3 R}{G} l^4 \right) = \\ &= \frac{2}{15} Gl \left( 1 - \frac{R^2}{\omega^2 L^2} + \frac{2RC}{LG} \right) \omega^4 L^2 C^2 l^4 \end{aligned} \quad (82)$$

oraz

$$C_j \approx Cl \left( 1 + \frac{1}{3} \omega^2 L C l^2 \right) \quad (83)$$

z błędem mniejszym niż

$$\Delta C_j \approx \frac{2}{15} Cl (\omega^4 L^2 C^2 l^4 - \omega^2 R^2 C^2) = \frac{2}{15} Cl \left( 1 - \frac{R^2}{\omega^2 L^2} \right) \omega^4 L^2 C^2 l^4. \quad (84)$$

Przytoczone związki wskazują, że w zakresie małych częstotliwości o błędach pomiaru parametrów jednostkowych torów kabli telekomunikacyjnych decyduje wielkość stosunku  $\frac{R}{\omega L}$ . Z zależności (79) wynika ponadto, że utarty zwyczaj przyjmowania w zakresie częstotliwości akustycznych  $L_z \approx Ll$  prowadzi w przypadku długich odcinków kabli o dużej oporności jednostkowej do dużych błędów względnych, rzędu  $\frac{1}{3} R^2 L^2 \frac{C}{L}$ . Nietrudno sprawdzić, że w przypadku telefonicznego kabla miejscowego z żyłami o średnicy 0,5 mm ( $R = 190 \Omega/\text{km}$ ,  $L = 0,6 \text{ mH}/\text{km}$  oraz  $C = 40 \text{ nF}/\text{km}$ ) ten niezależny od częstotliwości błąd (w zakresie częstotliwości akustycznych oporność jednostkową można uważać za niezależną od częstotliwości) wynosi około 5% przy długości mierzonego odcinka kabla równej

250 m i około 20% przy długości 500 m. Przed przystąpieniem do pomiaru indukcyjności długiego odcinka kabla należy zatem każdorazowo kontrolować wartość wspomnianego błędu.

Przy pomiarach oporności i pojemności jednostkowej metodą bezpośrednią w zakresie częstotliwości akustycznych można z niewielkim błędem przyjmować  $R_z \approx Rl$  oraz  $C_j \approx Cl$ , natomiast przy pomiarach upływności jednostkowej należy korzystać z zależności (81) bez dodatkowych uproszczeń, ponieważ w większości kabli telekomunikacyjnych  $RC \gg LG$ .

W zakresie wielkich częstotliwości  $\frac{R}{\omega L} < 1$  i o błędach pomiaru parametrów jednostkowych torów kablowych decyduje wielkość  $\omega \sqrt{LC}$ , równa w przybliżeniu przesuwności falowej jednostkowej  $\beta$ :

$$\beta \approx \omega \sqrt{LC} \approx \frac{\omega \sqrt{\epsilon_w}}{3 \cdot 10^8} \text{ rd/m,}$$

Zależności (77)÷(84) można wówczas uprościć w następujący sposób:

$$R_z \approx Rl \left( 1 + \frac{2}{3} \beta^2 l^2 \right) \approx Rl \left( 1 + \frac{2\omega^2 \epsilon_w l^2}{27 \cdot 10^{16}} \right) \quad (85)$$

z błędem względnym mniejszym niż

$$\frac{\Delta R_z}{Rl} \approx \frac{6}{15} \beta^4 l^4 \approx \frac{6\omega^4 \epsilon_w^2 l^4}{1215 \cdot 10^{32}}, \quad (86)$$

$$L_z \approx Ll \left( 1 + \frac{1}{3} \beta^2 l^2 \right) \approx Ll \left( 1 + \frac{\omega^2 \epsilon_w l^2}{27 \cdot 10^{16}} \right) \quad (87)$$

z błędem względnym mniejszym niż

$$\frac{\Delta L_z}{Ll} \approx \frac{2}{15} \beta^4 l^4 + \frac{1}{3} R^2 l^2 \frac{C}{L} \approx \frac{2\omega^4 \epsilon_w^2 l^4}{1215 \cdot 10^{32}} + \frac{1}{3} \frac{R^2 l^2}{Z^2}, \quad (88)$$

$$G_j \approx Gl \left( 1 + \frac{1}{3} \beta^2 l^2 + \frac{1}{3} \frac{\omega^2 C^2 R l^2}{G} \right) \approx Gl \left( 1 + \frac{\omega^2 \epsilon_w l^2}{27 \cdot 10^{16}} + \frac{1}{3} \frac{\omega^2 C^2 R l^2}{G} \right) \quad (89)$$

z błędem względnym mniejszym niż

$$\frac{\Delta G_j}{Gl} \approx \frac{2}{15} \beta^4 l^4 \left( 1 + \frac{2RC}{LG} \right) \approx \frac{2\omega^4 \epsilon_w^2 l^4}{1215 \cdot 10^{32}} \left( 1 + \frac{2RC}{LG} \right) \quad (90)$$

oraz

$$C_j \approx Cl \left( 1 + \frac{1}{3} \beta^2 l^2 \right) \approx Cl \left( 1 + \frac{\omega^2 \epsilon_w l^2}{27 \cdot 10^{16}} \right) \quad (91)$$

z błędem względnym mniejszym niż:

$$\frac{\Delta C_j}{Cl} \approx \frac{2}{15} \beta^4 l^4 \approx \frac{2\omega^4 \epsilon_w^2 l^4}{1215 \cdot 10^{32}}, \quad (92)$$

przy czym długość toru  $l$  w powyższych związkach wyrażona jest w metrach. Ocena błędów przy pomiarach oporności, indukcyjności i pojem-

ności jednostkowej krótkich odcinków torów w zakresie wielkich częstotliwości jest więc możliwa nawet wtedy, gdy znana jest tylko względna przenikalność elektryczna izolacji torów i długość mierzonych odcinków. Znajomość tych wielkości wystarcza również przy korygowaniu wyników uzyskanych z pomiarów zgodnie z zależnościami (85), (87) i (91). Przy ocenie błędów pomiaru upływności jednostkowej potrzebna jest znajomość przybliżonych wartości wszystkich parametrów jednostkowych torów.

Metoda bezpośrednia umożliwia również wyznaczenie współczynnika stratności dielektrycznej izolacji toru

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{G}{\omega C}$$

z pomiarów upływności i pojemności wejściowej w stanie jałowym. Dzieląc bowiem stronami równanie (81) przez równanie (83) i końcowy wynik przez  $\omega$  otrzymuje się związek:

$$\frac{G_j}{\omega C_j} \approx \frac{G}{\omega C} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{3} \omega^2 L C l^2 \right) \frac{\omega^2 C^2 R l^2}{G} \right] = \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{3} \omega^2 L C l^2 \right) \omega C R l^2,$$

zgodnie z którym:

$$\operatorname{tg} \delta \approx \frac{G_j}{\omega C_j} - \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{3} \omega^2 L C l^2 \right) \omega C R l^2 \quad (93)$$

z błędem względnym mniejszym niż

$$\frac{\Delta G_j}{G_j} - \frac{\Delta C_j}{C_j} \approx \frac{4 \omega^4 \epsilon_w^2 l^4}{1215 \cdot 10^{32}} \cdot \frac{RC}{LG}. \quad (94)$$

Zależność (93) można jeszcze uprościć, pomijając mały w porównaniu z jednością składnik  $\frac{1}{3} \omega^2 L C l^2$ , nie wywierający istotnego wpływu na dokładność. Otrzymuje się wówczas znaną zależność:

$$\operatorname{tg} \delta \approx \frac{G_j}{\omega C_j} - \frac{1}{3} \omega C R l^2, \quad (95)$$

podaną w formie opisowej w przepisach VDE 0472/11.54 [5].

Jako przykład zastosowania bezpośredniej metody pomiaru parametrów jednostkowych kabli przytoczono poniżej wyniki pomiarów oporności wejściowych w stanie jałowym i zwarciovym oraz wyniki obliczeń parametrów jednostkowych i współczynnika stratności dielektrycznej próbki przewodu współosiowego typu LW 75-1,2/7,25 (oznaczenie międzynarodowe 96 IEC 75-7-2) o długości  $l = 23,85$  m.

Dane wyjściowe uzyskane w wyniku pomiarów zamieszczono w tabelicy 1, a wyniki obliczeń zestawiono w tablicach 2, 3 i 4. W drugich kolumnach tablic 2, 3 i 4 podano dodatkowo odpowiedni czynnik lub człon



Tablica 1

Składowe oporności wejściowej w stanie zwarciovym  $Z_z = R_z + j\omega L_z$   
i przewodności wejściowej w stanie jałowym  $Y_j = G_j + j\omega C_j$  prze-  
wodu współosiowego typu LW 75-1,2/7,25 o długości  $l = 23,85$  m

$f$	$R_z$	$L_z$	$G_j$	$C_j$
kHz	$\Omega$	$\mu\text{H}$	$\mu\text{S}$	pF
10	0,552	9,32	0,02	1614
20	0,562	9,32	0,04	1614
50	0,617	9,25	0,16	1615
100	0,743	9,13	0,57	1617
200	0,996	9,01	2,31	1626
500	1,825	9,22	20,72	1692

Tablica 2

Indukcyjność i pojemność jednostkowa przewodu współosiowego typu LW 75-1,2/7,25

$f$	Współcz. korekcyjny $\left(1 + \frac{1}{3}\beta^2 l^2 + \frac{2}{15}\beta^4 l^4\right)$	$Ll$	$Cl$	$L$	$C$	Błąd względny $\left(\frac{2}{15}\beta^4 l^4 \cdot 100\right)$
kHz	—	$\mu\text{H}$	pF	$\mu\text{H/m}$	pF/m	%
10	1,0000	9,32	1614,0	0,391	67,67	
20	1,0001	9,32	1614,0	0,391	67,67	
50	1,0005	9,24	1614,0	0,388	67,67	
100	1,0019	9,11	1613,9	0,382	67,67	
200	1,0076	8,94	1613,6	0,375	67,66	
500	1,0501	8,78	1611,3	0,368	67,56	0,27

Tablica 3

Oporność jednostkowa przewodu współosiowego typu LW 75-1,2/7,25

$f$	Współcz. korekcyjny $\left(1 + \frac{2}{3}\beta^2 l^2 + \frac{6}{15}\beta^4 l^4\right)$	$Rl$	$R$	Błąd względny $\left(\frac{6}{15}\beta^4 l^4 \cdot 100\right)$
kHz	—	$\Omega$	m $\Omega$ /m	%
10	1,0000	0,552	23,2	
20	1,0002	0,562	23,5	
50	1,0010	0,616	25,8	
100	1,0038	0,740	31,0	
200	1,0154	0,981	41,1	
500	1,1029	1,655	69,4	0,81

korekcyjny, wynikający z omówionych wcześniej zależności przybliżonych, a w ostatnich kolumnach tych tablic podano maksymalny błąd względny (błąd względny przy największych częstotliwościach), uwarun-

Tablica 4

Współczynnik stratności dielektrycznej i upływność jednostkowa przewodu współosiowego typu LW 75-1,2/7,25

$f$	Człon korekc. $\left(\frac{1}{3}R\omega C l^2\right)$	$\frac{G_j}{\omega C_j}$	$\text{tg } \delta$	$G l = \omega C l \text{ tg } \delta$	$G$	Błąd względny $\left(\frac{4}{15}\beta^{3/4} \cdot \frac{RC}{LG} \cdot 100\right)$
kHz	—	—	—	$\mu\text{S}$	nS/m	%
10	$0,19 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-4}$	$1,78 \cdot 10^{-4}$	0,018	0,75	
20	$0,38 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-4}$	$1,59 \cdot 10^{-4}$	0,032	1,34	
50	$1,04 \cdot 10^{-4}$	$3,15 \cdot 10^{-4}$	$2,11 \cdot 10^{-4}$	0,107	4,49	
100	$2,50 \cdot 10^{-4}$	$5,61 \cdot 10^{-4}$	$3,11 \cdot 10^{-4}$	0,315	13,21	0,36

kowany ograniczoną dokładnością wspomnianych zależności przybliżonych.

Dane zawarte w powyższych tablicach wskazują, że przy pomiarach upływności jednostkowej błąd względny tego samego rzędu co przy pomiarach pozostałych parametrów jednostkowych otrzymuje się przy znacznie mniejszych częstotliwościach pomiarowych.

### 5.3. Zagadnienie stratności kondensatorów zwijkowych

Zagadnienie analogii w zachowaniu się kondensatora zwijkowego i toru przewodowego nie jest zagadnieniem nowym i w literaturze technicznej można znaleźć szereg wartościowych publikacji na ten temat. Z publikacji krajowych na uwagę zasługują, między innymi, prace R. G. Strużaka [6], [7], który w oparciu o teorię toru przewodowego i teorię skośnika, wprowadzonego przez prof. Cz. Rajskiego [8], opracował teorię dwójnika utworzonego z odcinka jednorodnego toru przewodowego w ten sposób, że jeden jego zacisk stanowi dowolny określony punkt jednego przewodu, a drugi — dowolny określony punkt drugiego przewodu. Dwójnik taki jest najlepszym modelem kondensatora zwijkowego, ponieważ w realnym kondensatorze zwijkowym końcówki umieszczone są na ogół w różnych odległościach od początku zwijki. R. G. Strużak wykazał, że teoria wspomnianego dwójnika umożliwia określenie z wystarczającą dla celów praktycznych dokładnością charakterystyk częstotliwościowych impedancji kondensatora zwijkowego w zakresie wielkich częstotliwości, rozkładu częstotliwości rezonansowych i antyrezonansowych oraz wpływu umiejscowienia końcówek na te częstotliwości. Znajomość wymienionych parametrów kondensatora jest niewątpliwie bardzo ważna, ponieważ umożliwia orientacyjne ustalenie zakresu częstotliwości użytecznych, w którym kondensator powinien poprawnie pracować; na podstawie takich parametrów nie można jednak nic powiedzieć o zachowaniu się kondensa-

tora w pasmie użytecznym, ponieważ przy analizie własności kondensatorów zwijkowych w zakresie wielkich częstotliwości nie uwzględnia się stratności. Pomijanie stratności w zakresie wielkich częstotliwości jest całkowicie dopuszczalne i nie wprowadza dużych błędów, natomiast w zakresie częstotliwości użytecznych, znacznie mniejszych od pierwszej częstotliwości rezonansowej, stratność w ogóle, a w szczególności oporność okładzin łącznie z opornością styków między okładzinami i końcówkami, wywiera istotny wpływ na wypadkową impedancję kondensatora. Wykażemy to w oparciu o zreferowaną w rozdz. 4 bezpośrednią metodę pomiaru parametrów jednostkowych torów przewodowych.

Założymy dla uproszczenia, że końcówki kondensatora umieszczone są na początku zwijki. Rozwijając taki kondensator w sposób podany przez R. G. Strużaka [7] otrzymuje się wówczas odcinek jednorodnego toru paskowego zasilanego na początku i otwartego na końcu. Jeżeli moduł tasmowności wspomnianego odcinka toru jest znacznie mniejszy od jedności, co ma miejsce w przypadku dowolnego kondensatora w zakresie częstotliwości użytecznych, to składowe admitancji wejściowej toru wyrażają się wzorami (26) i (27). W pasmie użytecznym w przypadku dowolnego kondensatora obowiązują ponadto następujące nierówności:

$$R \gg \omega L \operatorname{tg} \delta,$$

$$2\alpha\beta \gg \alpha^2 - \beta^2,$$

zgodnie z którymi w wyrażeniach (26) i (27) można pominąć składniki zawierające czynnik  $(\alpha^2 - \beta^2)$ , a ponadto można przyjąć zgodnie ze związkiem (48)

$$2\alpha\beta \approx \omega CR.$$

Pomijając także składniki zawierające czynnik  $\frac{G}{\omega C}$  oraz czynnik  $\alpha^2\beta^2(\alpha^2\beta^2l^4 \ll \alpha\beta l)$  wyrażenia (26) i (27) można zastąpić wyrażeniami:

$$G_J \approx Gl \left( 1 + \frac{1}{3} \frac{\omega^2 C^2 R l^2}{G} \right),$$

$$\omega C_J \approx \omega Cl;$$

dzieląc następnie pierwsze z tych wyrażeń przez drugie otrzymuje się wzór na wypadkowy współczynnik stratności elektrycznej kondensatora  $\operatorname{tg} \delta_w$ :

$$\operatorname{tg} \delta_w = \frac{G_J}{\omega C_J} \approx \frac{G}{\omega C} + \frac{1}{3} \omega C R l^2.$$

Pierwszy składnik prawej strony ostatniego wzoru oznacza współczynnik stratności dielektrycznej użytego w kondensatorze dielektryka

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{G}{\omega C},$$

a więc ostatecznie można napisać:

$$\operatorname{tg} \delta_w \approx \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{3} \omega C R l^2. \quad (96)$$

Wzór (96) wskazuje, że przy odpowiednio dużych częstotliwościach współczynnik stratności dielektrycznej kondensatora praktycznie nie zależy od stratności użytego dielektryka, a zależy wyłącznie od całkowitej pojemności kondensatora  $Cl$ , od całkowitej oporności okładzin kondensatora  $Rl$  (ściślej mówiąc od sumy oporności okładzin i oporności styków między okładzinami i końcówkami) oraz od częstotliwości. Ponieważ drugi składnik wzoru (96) jest wprost proporcjonalny do częstotliwości, do pojemności kondensatora oraz do oporności jego okładzin, więc w przypadku kondensatorów z dielektrykami neutralnymi, takimi jak na przykład polistyren (nazwa handlowa — styroflex), powinno się obserwować w przybliżeniu liniową zależność współczynnika stratności kondensatora od częstotliwości. Jest to całkowicie zrozumiałe, gdyż względna przenikalność elektryczna dielektryków neutralnych nie zależy od częstotliwości, a zatem pojemność kondensatorów także nie zależy od częstotliwości, ponadto zaś oporność okładzin kondensatorów z uwagi na ich bardzo małą grubość tylko nieznacznie rośnie z częstotliwością (słaby efekt naskórkowości).

W tabelicy 5 przytoczono wyniki pomiarów współczynnika stratności dielektrycznej dwóch kondensatorów styroflexowych o pojemności 10 nF

Tabela 5  
Charakterystyki częstotliwościowe współczynnika stratności dielektrycznej różnych kondensatorów styroflexowych

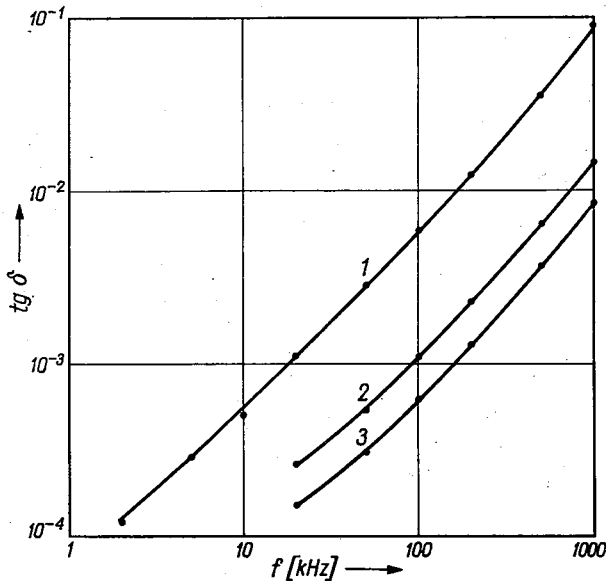
Nr kond. (Cl)	1 (10 nF)	2 (10 nF)	3 (46 nF)	4 (126 nF)
$f$ [kHz]	$\operatorname{tg} \delta_w$			
5				$2,88 \cdot 10^{-4}$
10	$3,09 \cdot 10^{-4}$		$6,58 \cdot 10^{-5}$	$5,04 \cdot 10^{-4}$
20	$6,95 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-4}$	$2,63 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-3}$
50	$1,60 \cdot 10^{-3}$	$3,04 \cdot 10^{-4}$	$5,33 \cdot 10^{-4}$	$2,86 \cdot 10^{-3}$
100	$3,40 \cdot 10^{-3}$	$6,24 \cdot 10^{-4}$	$1,10 \cdot 10^{-3}$	$5,84 \cdot 10^{-3}$
200	$6,95 \cdot 10^{-3}$	$1,28 \cdot 10^{-3}$	$2,30 \cdot 10^{-3}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$
500	$1,78 \cdot 10^{-2}$	$3,66 \cdot 10^{-3}$	$6,43 \cdot 10^{-3}$	$3,44 \cdot 10^{-2}$
1000	$3,64 \cdot 10^{-2}$	$8,34 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-2}$	$8,94 \cdot 10^{-2}$

produkcji Zakładów „Miflex”, kondensatora styroflexowego podwójnego o pojemności 46 nF firmy Ducati i kondensatora styroflexowego o pojemności 126 nF produkcji Zakładów „Miflex”. Charakterystyki częstotliwościowe trzech spośród tych kondensatorów przedstawiono na rys. 1.

Pomiary wykonano w zakresie częstotliwości od 10 kHz do 1 MHz za pomocą miernika impedancji, a ich wyniki wskazują, że istotnie mamy do czynienia z prawie liniowym charakterem zależności współczynnika

stratności od częstotliwości pomiarowej. Pierwszy z badanych kondensatorów o pojemności 10 nF ma znacznie większy współczynnik stratności niż drugi mimo identycznej budowy. Przyczyną zwiększenia współczynnika stratności może tu być tylko duża oporność styków końcówek z okładzinami, gdyż zgodnie ze wzorem (96) kondensatory o jednakowej budowie i pojemności winny mieć jednakowe wartości wypadkowego współczynnika stratności. Stąd wniosek, że wzór (96), umożliwiający obliczenie współczynnika stratności kondensatora na podstawie wymiarów i własności jego elementów, daje równocześnie możliwość kontroli oporności styków końcówek z okładzinami.

Przy stosowaniu mierników impedancji do kontroli stratności kondensatorów należy zachować daleko idącą ostrożność, ponieważ bardzo często wzorce pojemności takich mierników budowane są właśnie ze zwij-



Rys. 1. Charakterystyki częstotliwościowe współczynnika stratności elektrycznej kondensatorów styroflexowych zwijkowych:

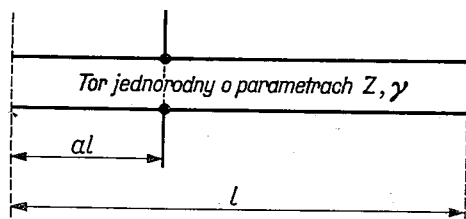
1 — kondensator typu KSf-ts o pojemności 126000 pF  $\pm$  0,5% na napięcie robocze 125 V — prod. Miflex; 2 — kondensator typu KSf-tb o pojemności 46000 pF  $\pm$  1% na napięcie robocze 125 V — prod. Ducati; 3 — kondensator typu KSf o pojemności 10000 pF  $\pm$  5% na napięcie robocze 250 V — prod. Miflex

kowych kondensatorów styroflexowych. Wyniki pomiarów można uważać za właściwe tylko wtedy, gdy łączna pojemność nastawionych w czasie pomiaru kondensatorów wzorcowych jest znacznie mniejsza od pojemności mierzonej; inaczej mówiąc, przekładnia mostka przy takich pomiarach powinna być znacznie większa od jedności.

Dane zamieszczone w tablicy 5 wskazują, że mimo doskonałego dielektryka, jakim jest niewątpliwie polistyren ( $\text{tg } \delta = (1 \div 3) \cdot 10^{-4}$  w sze-

rokiem zakresie częstotliwości), zwijkowe kondensatory styrofleksowe o dużych pojemnościach mają bardzo duży współczynnik stratności przy wyższych częstotliwościach. Stąd wniosek, że konstrukcja zwijkowa praktycznie nie nadaje się do pracy przy dużych częstotliwościach. Środki zmniejszenia współczynnika stratności kondensatora zwijkowego w zakresie większych częstotliwości są bardzo skromne; zmniejszenie stratności można osiągnąć, zgodnie ze wzorem (96), tylko przez zmniejszenie oporności okładzin, więc albo przez zwiększenie szerokości folii aluminiowej, albo przez zwiększenie grubości tej folii. Zwiększenie szerokości folii jest możliwe tylko do pewnej granicy z uwagi na konieczność utrzymania pewnych standartowych wymiarów kondensatora, a zwiększenie grubości powyżej ściśle określonych wartości może się okazać bezcelowe z uwagi na zwiększenie efektu naskórkowości.

Istnieje jednak jeszcze jeden sposób poprawienia własności konstrukcji zwijkowej przy wyższych częstotliwościach; sposobem tym jest właściwe



Rys. 2. Układ zastępczy kondensatora zwijkowego o długości zwijki  $l$  z końcówkami wyprowadzonymi w odległości  $al$  od początku zwijki

umieszczenie końcówek. Przy wyprowadzaniu wzoru (96) zakładaliśmy, że końcówki kondensatora umieszczone są na początku zwijki. Obecnie założymy, że znajdują się one w odległości  $al$  od początku zwijki, jak to przedstawiono na rys. 2, przy czym  $a$  jest współczynnikiem większym lub równym zero i mniejszym od jedności. Zbadamy, jaki wpływ na stratność kondensatora ma umiejscowienie końcówek, a zatem wartość parametru  $a$ . Pierwszy składnik wzoru (96) nie zależy od długości  $l$  zwijki, a zatem pozostanie on stały niezależnie od położenia końcówek. Wystarczy zatem zbadać zachowanie się drugiego składnika, który zastąpimy upływnością zgodnie ze wzorem (46).

Jeżeli tak, jak poprzednio, przez  $C$  rozumiemy pojemność przypadającą na jednostkę długości rozwiniętej zwijki, to parametry części toru położonej na lewo od końcówek (rys. 2) będą równe  $aCl$  i  $aRl$ , natomiast całkowita pojemność i całkowita oporność prawej części toru będą równe  $(1-a)Cl$  i  $(1-a)Rl$ . W myśl związku (46) upływność lewej części toru  $G_1$  będzie równa (ściślej — część upływności, zależna od długości):

$$G_1 \approx \frac{1}{3} a^3 \omega^2 C^2 R l^3,$$

natomiast upływność  $G_2$  prawej części toru wyrazi się wzorem:

$$G_2 \approx \frac{1}{3}(1-a)^3 \omega^2 C^2 R l^3.$$

Wypadkowa upływność  $G_c$  przedstawionego na rys. 2 układu dwóch połączonych równolegle odcinków toru otwartych na końcach będzie sumą obydwu składników  $G_1$  i  $G_2$ :

$$G_c \approx \frac{1}{3}[a^3 + (1-a)^3] \omega^2 C^2 R l^3,$$

a zatem wypadkowy współczynnik stratności dielektrycznej kondensatora zwijkowego będzie następującą funkcją parametru  $a$ , charakteryzującego położenie końcówek:

$$\operatorname{tg} \delta_w \approx \operatorname{tg} \delta + \frac{G_c}{\omega C l} \approx \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{3}(3a^2 - 3a + 1) \omega C R l^2. \quad (97)$$

Najmniejsza wartość współczynnika stratności dielektrycznej wystąpi wtedy, gdy wielomian  $3a^2 - 3a + 1$  osiągnie minimum. Różniczkując ten wielomian względem  $a$  i przyrównując pochodną do zera otrzymuje się wartość  $a = \frac{1}{2}$ , zatem najmniejszą wartość współczynnika stratności

$$\operatorname{tg} \delta_{w \min} \approx \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{12} \omega C R l^2 \quad (98)$$

osiąga się wtedy, gdy końcówki umiejscowione są w połowie długości zwijki. Największa wartość współczynnika stratności

$$\operatorname{tg} \delta_{w \max} \approx \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{3} \omega C R l^2 \quad (99)$$

występuje wtedy, gdy  $a = 0$  lub gdy  $a = 1$ , a zatem gdy końcówki umieszczone są na początku lub na końcu zwijki. W górnej części zakresu częstotliwości użytecznych można więc prawie czterokrotnie zmniejszyć wypadkowy współczynnik stratności elektrycznej kondensatora zwijkowego umieszczając końcówki w połowie zwijki zamiast na jej początku.

Ażeby sprawdzić zgodność przytoczonych rozważań z doświadczeniem, wykonano obliczenia charakterystyk częstotliwościowych  $\operatorname{tg} \delta_{\min}$  i  $\operatorname{tg} \delta_{\max}$  kondensatora styrorefleksowego o pojemności 10 nF i o następującej budowie:

długość zwijki  $l = 0,67$  m,  
 szerokość folii aluminiowej — około 16,0 mm,  
 grubość folii aluminiowej — około 0,006 mm,

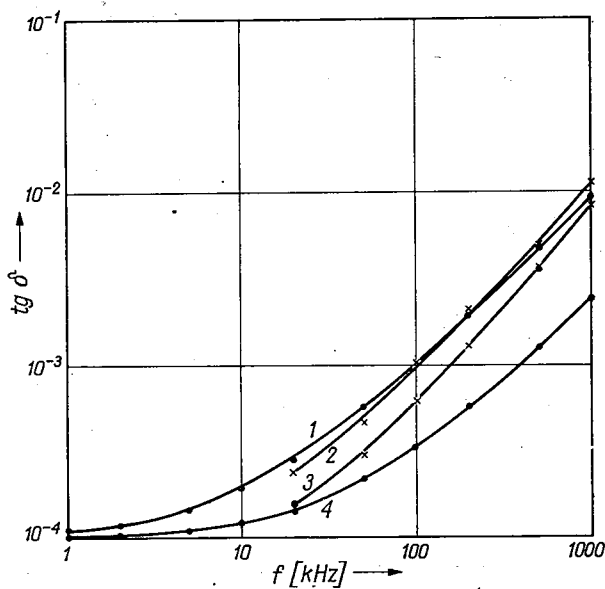
przy założeniu, że oporność okładzin nie zależy od częstotliwości, a następnie zmierzono charakterystyki częstotliwościowe tego kondensatora z wprowadzeniami fabrycznymi oraz z wprowadzonymi sztucznie na początku



Tablica 6

Charakterystyki częstotliwościowe współczynnika stratności kondensatora styrofleksowego o pojemności 10 nF przy różnym położeniu końcówek

$f$ kHz	$\text{tg } \delta_{w \min}$ (charakterystyka obliczona)	$\text{tg } \delta_w$ (charakterystyka zmierzona, wyprow. fabryczne)	$\text{tg } \delta_{w \max}$ (charakterystyka obliczona)	$\text{tg } \delta_{w \max}$ (charakterystyka zmierzona)
1	$1,02 \cdot 10^{-4}$		$1,09 \cdot 10^{-4}$	
2	$1,05 \cdot 10^{-4}$		$1,19 \cdot 10^{-4}$	
5	$1,11 \cdot 10^{-4}$		$1,46 \cdot 10^{-4}$	
10	$1,23 \cdot 10^{-4}$		$1,93 \cdot 10^{-4}$	
20	$1,46 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-4}$	$2,85 \cdot 10^{-4}$	$2,39 \cdot 10^{-4}$
50	$2,16 \cdot 10^{-4}$	$3,04 \cdot 10^{-4}$	$5,63 \cdot 10^{-4}$	$4,77 \cdot 10^{-4}$
100	$3,31 \cdot 10^{-4}$	$6,24 \cdot 10^{-4}$	$1,03 \cdot 10^{-3}$	$1,02 \cdot 10^{-3}$
200	$5,63 \cdot 10^{-4}$	$1,28 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-3}$	$2,09 \cdot 10^{-3}$
500	$1,26 \cdot 10^{-3}$	$3,66 \cdot 10^{-3}$	$4,73 \cdot 10^{-3}$	$5,92 \cdot 10^{-3}$
1000	$2,41 \cdot 10^{-3}$	$8,34 \cdot 10^{-3}$	$9,36 \cdot 10^{-3}$	$1,13 \cdot 10^{-2}$



Rys. 3. Charakterystyki częstotliwościowe współczynnika stratności dielektrycznej kondensatora styrofleksowego zwijkowego typu KSf o pojemności  $10000 \text{ pF} \pm 5\%$  na napięcie robocze 250 V — prod. Miflex:

1 — obliczona charakterystyka maksymalnego współczynnika stratności (wyprowadzenia na końcu zwijki); 2 — zmierzona charakterystyka maksymalnego współczynnika stratności (dodatkowe wyprowadzenia umieszczone na końcu zwijki); 3 — zmierzona charakterystyka współczynnika stratności kondensatora z wyprowadzeniami fabrycznymi; 4 — obliczona charakterystyka minimalnego współczynnika stratności (wyprowadzenia w środku zwijki)

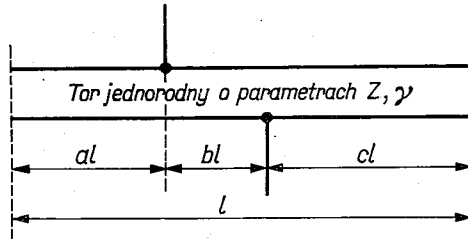
zwijki dodatkowymi wyprowadzeniami (po usunięciu fabrycznych). Oporność „pętli” okładzin przy prądzie stałym obliczono ze wzoru

$$Rl = \frac{2l}{\sigma' s} \approx 0,43\Omega,$$

w którym  $\sigma'$  — przewodność aluminium ( $35 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}$ ), natomiast  $s$  — przekrój folii aluminiowej.

Wyniki pomiarów i obliczeń, zestawione w tablicy 6 i przedstawione graficznie na rys. 3, wykazują bardzo dobrą zbieżność przy częstotliwościach rzędu 100 kHz. Przy większych częstotliwościach w wyniku pomiaru otrzymuje się wartości większe niż w wyniku obliczeń z uwagi na wpływ zjawiska naskórkowości.

Przytoczona w niniejszej pracy analiza wpływu położenia końcówek na stratność kondensatora zwijkowego obowiązuje w przypadku, gdy od-



Rys. 4. Układ zastępczy kondensatora zwijkowego o długości zwijki  $l$  z końcówkami wyprowadzonymi w różnych odległościach ( $al$  oraz  $al + bl$ ) od początku zwijki

ległość obydwu końcówek od początku zwijki jest jednakowa. Mogą zatem powstać wątpliwości, czy przy różnych odległościach obu końcówek od początku zwijki minimum stratności wystąpi w tych samych warunkach. Ażeby się przekonać, że wartość współczynnika stratności określona zależnością (98) jest rzeczywiście najmniejszą możliwą wartością, wykorzystamy opracowaną przez R. G. Strużaka teorię dwójnika, przedstawionego na rys. 4. Jeżeli tamowność odcinka toru o długości  $l$ , przedstawionego na rys. 4 i reprezentującego kondensator zwijkowy, jest znacznie mniejsza od jedności (pod względem modułu), to impedencję dwójnika z rys. 4 określa następujący wzór przybliżony {wzór (26) w pracy [7]}:

$$Z_j \approx \frac{Z}{\gamma l} (1 + \gamma^2 l^2 K), \tag{100}$$

w którym:

$$K = \frac{1}{4} \left[ b^2 + (a-c)^2 - 2\sigma b(a-c) + 4kb + \frac{1}{3} \right], \tag{101}$$

$al$  — odległość pierwszej końcówki od początku zwijki,

$bl$  — odległość pierwszej końcówki od drugiej,

$cl$  — odległość drugiej końcówki od końca zwijki,

$\sigma$  — współczynnik asymetrii toru ( $\sigma = 0$  w przypadku toru symetrycznego),

$k$  — współczynnik sprzężenia magnetycznego przewodów toru.

Admitancja kondensatora będzie zatem równa:

$$Y_j = \frac{1}{Z_j} \approx \frac{\gamma l}{Z} (1 - \gamma^2 l^2 K). \quad (102)$$

Uwzględniając w ostatniej zależności związki przytoczone w rozdz. 4 i na początku rozdz. 5.3 można tę zależność przedstawić w następującej postaci:

$$Y_j \approx (G_l + j\omega C_l)(1 - j\omega C R l^2 K),$$

skąd po oddzieleniu składowej rzeczywistej i urojonej otrzymuje się wyrażenia (w założeniu, że współczynnik  $K$  jest liczbą rzeczywistą):

$$G_j \approx G_l + \omega^2 C^2 R l^3 K,$$

$$\omega C_j \approx \omega C_l.$$

Współczynnik stratności elektrycznej kondensatora zwijkowego jest więc następującą funkcją parametrów  $a$ ,  $b$  i  $c$  charakteryzujących położenie końcówek:

$$\operatorname{tg} \delta_w \approx \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{4} \left[ b^2 + (a-c)^2 - 2\sigma b(a-c) + 4kb + \frac{1}{3} \right] \omega C R l^2. \quad (103)$$

Nietrudno spostrzec, że minimalna wartość współczynnika stratności kondensatora występuje wtedy, gdy  $b = 0$  i  $a = c$ , bez względu na wartość współczynnika asymetrii i współczynnika sprzężenia magnetycznego przewodów, a zatem, gdy końcówki są umieszczone w jednakowej odległości od początku zwijki, równej połowie jej długości (por. dodatek). Wartość ta jest równa liczbowo wartości określonej wzorem (98). Maksymalna wartość współczynnika stratności zgodnie ze związkiem (103) występuje natomiast wtedy, gdy jeden z parametrów  $a$ ,  $b$  lub  $c$  jest równy jedności, jeżeli współczynnik asymetrii jest równy zeru. Wartości  $a = 1$  ( $b = c = 0$ ) i  $c = 1$  ( $a = b = 0$ ) odpowiadają przypadkom, gdy obydwie końcówki są umieszczone na początku zwijki albo na jej końcu, natomiast wartość  $b = 1$  ( $a = c = 0$ ) odpowiada przypadkowi, gdy jedna końcówka znajduje się na początku zwijki, a druga na jej końcu (przypadek skośnika). Wartość liczbową maksymalnego współczynnika stratności w przypadku, gdy współczynnik asymetrii jest równy zeru, jest równa wartości określonej wzorem (99) (w przypadku, gdy  $b = 1$  — prawie równa, ponieważ współczynnik sprzężenia magnetycznego przy niezbyt dużych częstotliwościach jest bardzo mały). W ten sposób udowodniliśmy, że w przy-

padku dowolnego kondensatora wzajemne przesunięcie punktów umiejscowienia obydwu końcówek nie stwarza możliwości obniżenia współczynnika stratności dielektrycznej poniżej wartości minimalnej określonej wzorem (98), a więc jest to najmniejsza możliwa wartość współczynnika stratności kondensatora o dwóch końcówkach. Zagadnienie kondensatorów o większej liczbie końcówek, umiejscowionych w różnych punktach zwijki, wykracza poza ramy niniejszej pracy.

Centralne Biuro Konstrukcji Kablowych  
Ożarów k. Warszawy

### D o d a t e k

Przytoczona w punkcie 5.3 zależność (103) umożliwia określenie optymalnego z punktu widzenia stratności umiejscowienia jednej z końcówek kondensatora wtedy, gdy druga końcówka jest umieszczona w ściśle określonym punkcie jednej z elektrod i położenie jej nie może być zmienione na przykład ze względów technologicznych. Wspomnianą zależność można przedstawić w postaci:

$$\operatorname{tg} \delta_w \approx \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{4} F(a, b) \omega C R l^2, \quad (104)$$

przy czym  $F(a, b)$  jest funkcją dwóch parametrów  $a$  i  $b$ , określających położenie końcówek względem początku zwijki (por. rys. 4); trzeci parametr  $c$  nie jest bowiem parametrem niezależnym, gdyż:

$$a + b + c = 1. \quad (105)$$

Uwzględniając ostatni związek funkcji  $F(a, b)$  można nadać kształt:

$$F(a, b) = b^2 + (2a + b - 1)^2 - 2\sigma b(2a + b - 1) + 4kb + \frac{1}{3}. \quad (106)$$

Minimum tej funkcji pokrywa się oczywiście z minimum stratności kondensatora, a jej maksimum — z maksimum stratności kondensatora.

Założmy, że z pewnych względów odległość  $bl$  obydwu końcówek musi być niezmienna

$$b = \text{const}$$

i zmieniać można jedynie odległość pierwszej końcówki  $al$  od początku zwijki. Minimum stratności wystąpi wówczas przy takiej wartości parametru  $a$ , przy której znika pochodna cząstkowa

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 4(2a + b - 1) - 4\sigma b = 0,$$

skąd

$$a = \frac{1 - (1 - \sigma)b}{2}. \quad (107)$$

W przypadku toru symetrycznego  $\sigma = 0$ , a zatem

$$a = \frac{1-b}{2}, \quad (108)$$

czyli minimum stratności występuje wtedy, gdy odległość jednej końcówki od początku zwijki jest równa odległości drugiej końcówki od końca zwijki. Wartość tego minimum można znaleźć podstawiając równość (107) do związku (106) i uzyskany rezultat do zależności (104):

$$\operatorname{tg} \delta_{w \min} \approx \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{4} \left[ b^2(1-\sigma^2) + 4kb + \frac{1}{3} \right] \omega C R l^2. \quad (109)$$

Ostatnia zależność przechodzi w zależność (98) w przypadku, gdy wzajemna odległość końcówek jest równa zero ( $b = 0$ ).

Założmy z kolei, że odległość pierwszej końcówki od początku zwijki  $a$  jest niezmienna

$$a = \text{const}$$

i można regulować jedynie wzajemną odległość końcówek  $b$ . Minimum stratności wystąpi wówczas przy takiej wartości parametru  $b$ , przy której znika pochodną cząstkowa

$$\frac{\partial F}{\partial b} = 4a(1-\sigma) + 4b(1-\sigma) - 2(1-\sigma) + 4k = 0,$$

skąd

$$b = \frac{1}{2} - a - \frac{k}{1-\sigma}. \quad (110)$$

W przypadku toru symetrycznego

$$b = \frac{1}{2} - a - k, \quad (111)$$

a więc minimum stratności występuje wtedy, gdy „ruchoma” końcówka znajdzie się w środku zwijki, gdyż  $k \approx 0$ . Wartość liczbową tego minimum można znaleźć uwzględniając związek (110) w zależnościach (104) i (106):

$$\operatorname{tg} \delta_{w \min} \approx \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{4} \left[ 2 \left( a - \frac{1}{2} \right)^2 (1+\sigma) - 2 \frac{k^2}{1-\sigma} + 4k \left( \frac{1}{2} - a \right) + \frac{1}{3} \right] \omega C R l^2. \quad (112)$$

W przypadku gdy  $a = \frac{1}{2}$  i  $\sigma = 0$  z ostatniej zależności otrzymuje się praktycznie taką samą wartość, jak z zależności (98).

#### WYKAZ LITERATURY

1. Nowicki W.: Zasady teletransmisji przewodowej, tom I. Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa 1953.
2. Measurements by Q-meter. Marconi Instruments LTD, St. Albans, 1952.
3. Baranov N.: Mesures des irrégularités internes et des paramètres primaires

- et secondaires de circuits symétriques de transmission par courants porteurs. Câbles et Transmission 8, 1954, 2, 135—152.
4. Łapiński M.: Miernictwo teletransmisyjne. Państwowe Wydawnictwa Techniczne, Warszawa 1950.
  5. VDE 0472/11.54. Regeln für die Durchführung von Prüfungen an isolierten Leitungen und Kabeln. § 20. Prüfung des Verlustfaktors und der Betriebsableitung, c) Auswertung, 3.
  6. Strużak R. G.: Ogólny przypadek prądów i napięć w jednorodnym torze elektrycznym. — Arch. Elektrot., tom XII, 1963, zeszyt 2, 229—236.
  7. Strużak R. G.: Przyczynek do teorii dwójnika utworzonego z odcinka jednorodnego toru elektrycznego. — Arch. Elektrot., tom XII, 1963, zeszyt 2, 237—263.
  8. Rajska Cz.: Teoria skońnika. — Arch. Elektrot., tom. II, 1953, zeszyt 1/2, 137—163.

Z. PERKOWSKI

#### DIRECT METHOD OF TEST FOR PRIMARY PARAMETERS OF TRANSMISSION LINES

##### Summary

The paper discusses the methods already known of test for primary parameters of transmission lines. Special attention is paid to the direct method, not requiring the knowledge of secondary parameters of the tested line.

Taking expansion into a series of the  $\tanh z$  function, the dependence of the accuracy of measurement by means of direct method of respective primary parameters on the length of the line measured has been derived and meticulously analysed. Besides, such expressions have been arrived at, that make it possible to determine exactly the resistance, inductance and capacitance per loop km of the line by measurements of the short — circuit impedance and the open — circuit admittance in the case when the length of the line does not exceed  $\frac{1}{16}$  of the wavelength transmitted by the line.

The final part of the paper discusses illustrative applications of the direct method of test for primary parameters of transmission lines; among them, the question of power loss and optimum construction of wrapped capacitors have been analysed.

Theoretical deliberations have been illustrated with the results of measurements of primary parameters of coaxial r.f. cable (r.f. = radio frequency) and the power loss factor ( $\tan \delta$ ) of wrapped styroflex capacitors.

Z. PERKOWSKI

#### MESURES DES PARAMÈTRES PRIMAIRES DES LIGNES DE TRANSMISSION UTILISANT LA MÉTHODE DIRECTE

##### Résumé

On a présenté dans l'article les méthodes connues de mesure des paramètres primaires des lignes de transmission, en considérant spécialement la méthode directe, non exigeant de connaissance des paramètres secondaires de la ligne mesurée.

En utilisant l'expansion de la fonction  $\tanh z$  en série on a déduit et on a analysé en détail les relations entre des erreurs des mesures à l'aide de la méthode di-

recte de particuliers paramètres primaires et la longueur de la ligne mesurée. On a obtenu aussi des expressions permettant de déterminer précisément résistance, inductance et capacité linéiques de la lignes utilisant mesures des impédances d'entrée à circuit fermé et à circuit ouvert en cas, quand la longueur de la ligne ne dépasse pas  $\frac{1}{16}$  de la longueur d'onde électromagnétique, transmise par la ligne.

Dans la partie finale de l'article on a décrit les applications exemplaires de la méthode directe de mesure des paramètres primaires des lignes de transmission, parmi lesquelles on a analysé la question des pertes électriques et de la construction optimale des condensateurs enroulés.

Les considérations théoriques sont illustrées par les résultats des mesures des paramètres primaires du câble coaxiale pour radiofréquences et du facteur des pertes électriques ( $\text{tg } \delta$ ) des condensateurs styroflex enroulés.

Z. PERKOWSKI

### MESSEN DER LEITUNGSKONSTANTEN ELEKTRISCHER LEITUNGEN MIT DER UNMITTELBAREN METHODE

#### Zusammenfassung

In der Abhandlung werden die bekannten Methoden zum Messen der Leitungskonstanten elektrischer Leitungen mit besonderer Berücksichtigung der unmittelbaren Methode beschrieben. Diese Methode führt zu einem Vorteil, weil sie keiner Vermittlung der Wellenparameter bedarf.

Mittels der Reihenentwicklung der Funktion  $\text{thz}$  werden die Abhängigkeiten zwischen Messunsicherheiten für die unmittelbare Messmethode der Leitungskonstanten und Längen der gemessenen Leitungen abgeleitet und einer eingehenden Analyse unterzogen. Ausserdem werden die Formeln erreicht, die die genaue Berechnung des Widerstandsbelages, Induktivitätsbelages und Kapazitätsbelages aus Leerlauf — und Kurzschlussmessungen ermöglichen, wenn die Längen der geprüften Leitungen  $\frac{1}{16}$  Länge der übertragenen elektromagnetischen Welle nicht überschreiten.

Am Ende der Abhandlung werden einige Beispiele der Anwendung unmittelbarer Methode zum Messen der Leitungskonstanten elektrischer Leitungen angegeben, in denen die Frage der elektrischen Verluste und der günstigsten Konstruktion der aufgewickelten Kondensatoren besprochen werden.

Die theoretischen Betrachtungen werden mit dem Messergebnisse der Leitungskonstanten des koaxialen HF — Kabels und des elektrischen Verlustfaktors ( $\text{tg } \delta$ ) der aufgewickelten Styroflex-Kondensatoren illustriert.

З. ПЕРКОВСКИ

### ИЗМЕРЕНИЕ ПЕРВИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЦЕПЕЙ ПРОВОДНОЙ СВЯЗИ НЕПОСРЕДСТВЕННЫМ МЕТОДОМ

#### Резюме

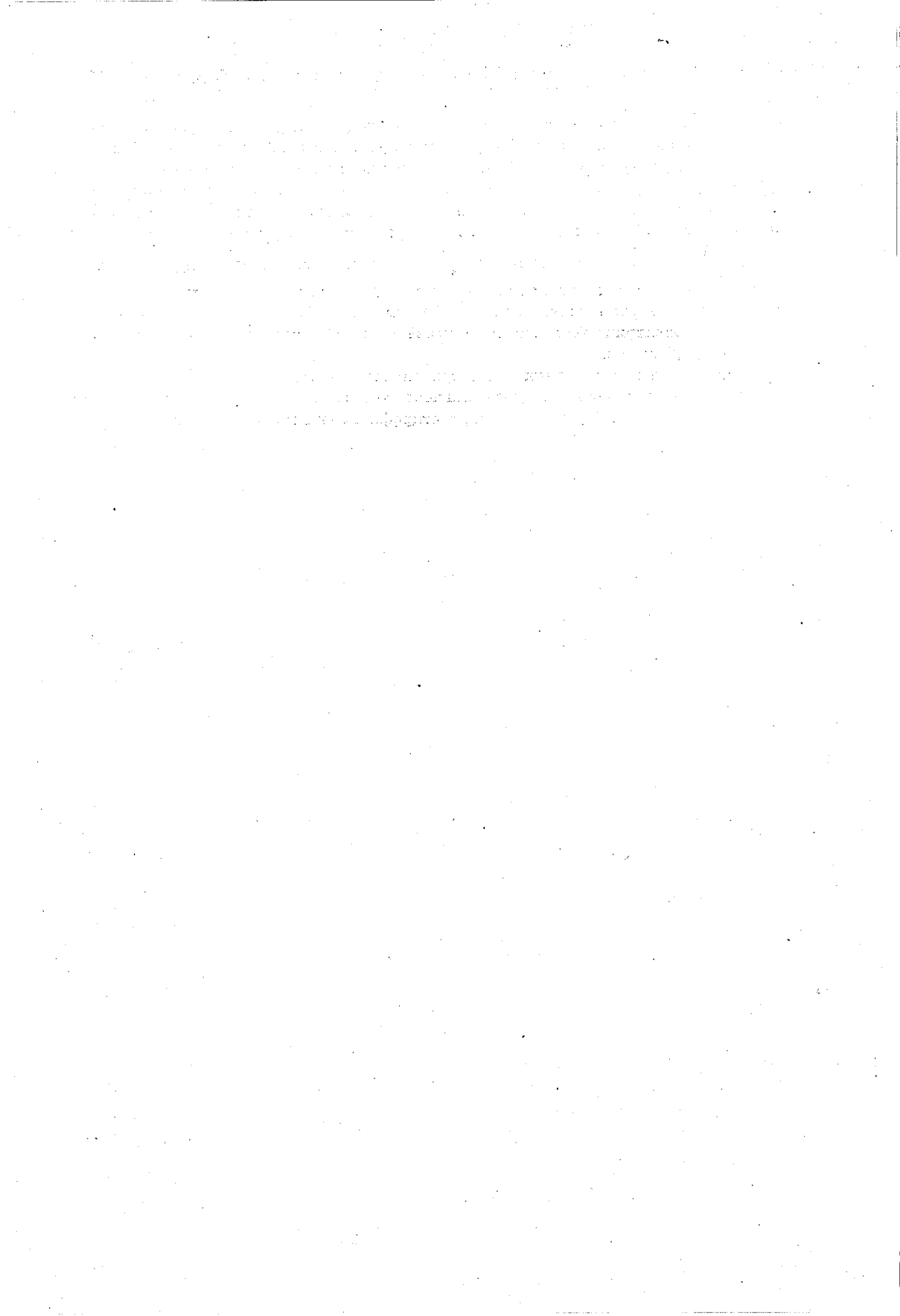
В статье описаны известные методы измерения первичных параметров цепей проводной связи, причём особое внимание уделено непосредственному методу, не требующему знания вторичных параметров испытуемой цепи.

На основании разложения функции  $\text{th } z$  в степенный ряд выведены и подтверждены подробному анализу зависимости погрешностей измерений первичных параметров от длины измеряемой цепи. Кроме того получены выражения, позволяющие точно определить погонное сопротивление, индуктивность и ёмкость цепи по результатам измерений входных сопротивлений холостого хода и короткого замыкания в тех случаях, в которых длина измеряемой цепи не превосходит  $\frac{1}{16}$  длины электромагнитной волны, распространяющейся вдоль цепи.

В последних частях статьи приведены примеры применения непосредственного метода измерения первичных параметров цепей. В одном из них рассмотрен вопрос электрических потерь и усовершенствования конструкции намотанных конденсаторов.

Теоретические исследования иллюстрированы результатами измерений первичных параметров коаксиального радиочастотного кабеля и коэффициента электрических потерь ( $\text{tg } \delta$ ) намотанных стирофлексных конденсаторов.





WACŁAW ZOCHOWSKI

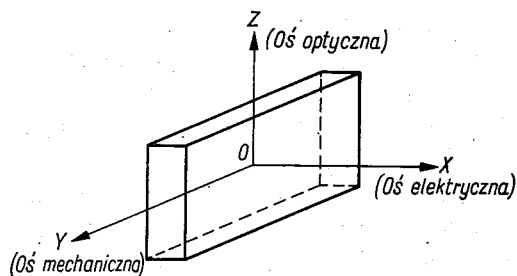
## Wyrowadzenie schematu zastępczego drgającej wzdłużnie płytki z materiału piezoelektrycznego

*Rękopis dostarczono 20.4.1964*

Autor zajmuje się drganiami wzdłużnymi płytki wyciętej z materiału piezoelektrycznego oraz jej schematem zastępczym. Zostały podane równania piezoelektryczne, na podstawie których wyprowadzono podstawowe równania drgań wzdłużnych płytki. Jedno z tych równań wyraża rozkład prędkości ruchu, drugie zaś rozkład siły wzdłuż płytki. Na podstawie tych równań określono elementy elektromechanicznych schematów zastępczych, otrzymanych w pewnych przypadkach rozpatrzonych w artykule.

### 1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

Spośród wielu przejawów efektu piezoelektrycznego szczególny przypadek tego efektu polega na tym, że przy mechanicznym oddziaływaniu na kryształ piezoelektryczny na jego powierzchni pojawiają się ładunki



Rys. 1. Trzy główne kierunki płytki wyciętej z materiału piezoelektrycznego

elektryczne. Efekt ten został wykryty przez P. Curie w roku 1880. Odwrotny efekt piezoelektryczny polega na tym, że napięcie elektryczne przyłożone do kryształu powoduje jego odkształcanie się. Odwrotny efekt został wykryty przez Lipmana w r. 1881.

Zjawisko piezoelektryczne wykorzystuje się w przetwornikach piezoelektrycznych do przetwarzania jednej postaci energii w inną postać (np. w słuchawkach z postaci elektrycznej w postać akustyczną). W przetwornikach tych jest użyta wycięta z kryształu płytka piezoelektryczna. Wspomniany kryształ jest ciałem różnokierunkowym (anizotropowym), w którym są wyróżnione trzy główne kierunki pokazane na rys. 1, a mia-

nowicie: oś elektryczna  $X$ , oś mechaniczna  $Y$  i oś optyczna  $Z$ , przy czym boczne powierzchnie płytki są prostopadłe do osi elektrycznej  $X$ .

Jeżeli pomiędzy wspomnianymi bocznymi powierzchniami zostanie wytworzone pole elektryczne przez przyłożenie napięcia do okładzin metalowych, nałożonych na płytkę, to przy rozpatrywaniu uproszczonego przebiegu zjawiska płytka na przykład wydłuży się w kierunku osi mechanicznej  $Y$  oraz skurczy w kierunku osi elektrycznej  $X$  (lub odwrotnie), co jest zależne od kierunku napięcia przyłożonego. W przypadku przyłożenia do okładzin napięcia zmiennego zostaną wytworzone drgania wzdłużne w kierunku osi mechanicznej  $Y$ .

Jeżeli płytka będzie ściskana lub rozciągana w kierunku osi  $Y$ , to wtedy na bocznych powierzchniach płytki, prostopadłych do osi  $X$ , powstaną ładunki elektryczne proporcjonalne do siły ściskającej lub rozciągającej.

## 2. RÓWNANIA PIEZOELEKTRYCZNE PŁYTKI

Przyjmijmy, że do okładzin metalowych nałożonych na boczne powierzchnie płytki, prostopadłe do osi elektrycznej  $X$ , zostało przyłożone napięcie zmienne. W celu otrzymania równań ruchu tej płytki należy uwzględnić zależności piezoelektryczne kryształu, z którego płytka została wycięta.

Aby wyprowadzić pierwszą zależność piezoelektryczną płytki, przyjmijmy, że jest ona ściskana lub rozciągana w kierunku osi mechanicznej  $Y$ . Przy ściskaniu lub rozciąganiu płytki w jej przekroju wziętym w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$  powstaje naprężenie mechaniczne o wartości  $SC^D$ , gdzie  $S$  oznacza wydłużenie lub skrócenie jednostkowe płytki w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$ ,  $C^D$  zaś jest sztywnością sprężystą na ściskanie lub rozciąganie materiału płytki. Miarą sztywności sprężystej jest naprężenie mechaniczne powodujące wydłużenie lub skrócenie jednostkowe o wartości  $S$  równej jedności. Jest to więc stała materiałowa. Wskaźnik  $D$  w oznaczeniu sztywności  $C^D$  nie jest wykładnikiem potęgi, lecz oznacza on, że sztywność  $C^D$  odnosi się do określonej wartości indukcji elektrostatycznej  $D$ , wytworzonej w płytce w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$  ładunkami elektrycznymi wywołanymi na bocznych powierzchniach płytki ściskaniem lub rozciąganiem w kierunku osi  $Y$ .

Wspomniane ładunki elektryczne zależnie od znaku wywołują dodatkowe wydłużenie lub skrócenie płytki w kierunku osi  $Y$ . Ładunki te przeciwdziałają odkształceniu płytki w ten sposób, że np. przy rozciąganiu płytki w kierunku osi  $Y$  wywołują one dodatkowe skrócenie płytki w kierunku tej osi (i odwrotnie), zmniejszając w ten sposób naprężenie mechaniczne  $SC^D$  o określoną wartość. Zmniejszenie to jest proporcjonalne do indukcji elektrostatycznej  $D$  i wynosi  $hD$ , gdzie  $h$  oznacza stałą piezoelektryczną.

Całkowite naprężenie  $\sigma_y$  w przekroju płytki wziętym w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$  wynosi zatem

$$-\sigma_y = SC^D - hD. \quad (1)$$

Naprężenie  $\sigma_y$  jako przeciwdziałające odkształceniu wzięte jest w równaniu (1) ze znakiem minus.

Równanie (1) stanowi pierwszą zależność piezoelektryczną płytki.

W celu otrzymania drugiej zależności piezoelektrycznej umieścimy na bocznych powierzchniach płytki, prostopadłych do osi  $X$ , w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$  na jednostce powierzchni ładunek  $Q_y$ . Ładunek ten w odległości  $y$  wytworzy napięcie

$$U_y = \frac{Q_y}{C}, \quad (2)$$

gdzie  $C$  jest pojemnością elektryczną przypadającą na jednostkę powierzchni bocznej płytki. Wartość tej pojemności w zracjonalizowanym układzie jednostek wynosi.

$$C = \frac{\varepsilon^s}{l_g}, \quad (3)$$

gdzie  $l_g$  jest grubością płytki, zaś  $\varepsilon^s$  oznacza wartość skalarną stałej dielektrycznej kryształu, z którego została wycięta płytka.

Wskaźnik  $s$  w oznaczeniu  $\varepsilon^s$  stałej dielektrycznej nie jest wykładnikiem potęgi, lecz oznacza, że stała ta odnosi się do określonej wartości wydłużenia jednostkowego  $S$  w kierunku osi  $Y$ .

Po uwzględnieniu w równaniu (2) wartości pojemności  $C$  z równania (3), otrzymamy

$$U_y = \frac{l_g}{\varepsilon^s} Q_y. \quad (4)$$

Ponieważ ładunek  $Q_y$  odniesiony do jednostki powierzchni równa się indukcji elektrostatycznej  $D$  w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$ , to po wprowadzeniu do równania (4) oznaczenia

$$\frac{1}{\varepsilon^s} = \beta^s \quad (5)$$

równanie to przyjmie postać

$$U_y = \beta^s l_g D. \quad (6)$$

Ładunek  $Q_y$  umieszczony na jednostce powierzchni bocznej płytki w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$  wywołuje — zależnie od znaku — wydłużenie lub skrócenie płytki w kierunku osi  $Y$ . Wspomniane wydłużenie lub skrócenie wytwarza dodatkowe napięcie między powierzchniami bocznymi, przeciwdziałające napięciu  $U_y$  wytworzonemu przez ładunki  $Q_y$  umieszczone na jednostce bocznej powierzchni płytki. To dodatkowe na-

pięcie jest proporcjonalne do wydłużenia lub skrócenia jednostkowego  $S$  oraz do grubości  $l_g$  płytki i wynosi  $Shl_g$ , gdzie  $h$  oznacza podaną poprzednio stałą piezoelektryczną.

Całkowite napięcie między powierzchniami bocznymi płytki w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$  wynosi zatem

$$U = -Shl_g + \beta^s D l_g. \quad (7)$$

Po podzieleniu obu stron równania (7) przez grubość  $l_g$  płytki otrzymuje się następującą wartość gradientu napięcia  $U$  między powierzchniami bocznymi płytki

$$\frac{U}{l_g} = E_x = -Sh + \beta^s D. \quad (8)$$

Równanie (8) stanowi drugą zależność piezoelektryczną płytki.

Wielkości  $\sigma_y$ ,  $S$  i  $D$  występujące w równaniach (1) i (8) są funkcjami odległości  $y$  i czasu  $t$ , lecz wielkość gradientu  $E_x$  w równaniu (8) jest niezależna od odległości  $y$  i może być tylko funkcją czasu  $t$ . Wynika to stąd, że w przypadku pokrycia bocznych powierzchni płytki okładzinami metalowymi wzdłuż tych okładzin nie może powstawać różnica potencjałów.

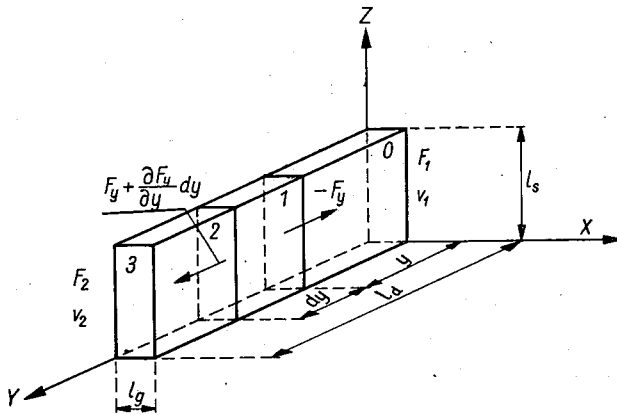
Równania piezoelektryczne (1) i (8) odnoszą się do szczególnego przypadku drgań jednokierunkowych, w których występuje odkształcenie tylko w kierunku osi mechanicznej  $Y$ , jak również występują tylko naprężenia normalne w kierunku tej osi. W przypadku ogólnym prócz naprężeń normalnych (rozciągających lub ściskających) mają miejsce również naprężenia styczne (ścinające). Naprężenia normalne działają równoległe do osi współrzędnych  $X$ ,  $Y$  i  $Z$ , naprężenia zaś styczne działają w płaszczyznach równoległych do płaszczyzn współrzędnych  $XY$ ,  $YZ$  i  $XZ$ . Naprężenia normalne wywołują odkształcenia w kierunkach osi współrzędnych  $X$ ,  $Y$  i  $Z$ , naprężenia zaś styczne — odkształcenia w płaszczyznach równoległych do płaszczyzn współrzędnych  $XY$ ,  $YZ$  i  $XZ$ . Również indukcja elektrostatyczna oraz gradient napięcia przyłożonego w przypadku ogólnym mają składowe w kierunkach osi współrzędnych. Równania piezoelektryczne odnoszące się do tego przypadku ogólnego mają wtedy postać macierzową. Równań tych w niniejszym artykule nie podaje się. Czytelnika pragnącego bliżej zapoznać się z tymi równaniami odsyła się do pozycji 2 i 3 wykazu literatury, podanego na końcu artykułu.

### 3. RÓWNANIE DRGAŃ WZDŁUŻNYCH PŁYTKI

W celu wyprowadzenia równania ruchu płytki w kierunku osi mechanicznej  $Y$  rozpatrzmy na rysunku 2 ruch elementu 1-2 płytki o długości  $dy$ . Ponieważ przy wydłużaniu się płytki w kierunku osi  $Y$  na element 1-2 od strony odcinka 1-0 płytki działa w przekroju 1 siła —  $F_y$ , skierowana w kierunku ujemnym osi  $Y$ , od strony zaś odcinka 2-3 płytki w przekroju 2 działa siła  $F_y + \frac{\partial F_y}{\partial y} dy$  skierowana w kierunku dodatnim osi  $Y$ , to siła wypadkowa działająca na element 1-2 płytki wynosi

$$F_y + \frac{\partial F_y}{\partial y} dy - F_y = \frac{\partial F_y}{\partial y} dy.$$

Ponieważ na podstawie prawa Newtona ta siła wypadkowa równa się iloczynowi masy elementu 1-2 przez jego przyspieszenie, to przyjmując, że przesunięcie elementu pod działaniem siły wypadkowej  $\frac{\partial F_y}{\partial y} dy$  wynosi  $\eta$  oraz, że masa elementu wynosi  $\rho l_s l_g dy$ , gdzie  $\rho$  oznacza gęstość kry-



Rys. 2. Do teorii drgań wzdłużnych płytki piezoelektrycznej

ształu,  $l_s$  zaś — szerokość przekroju płytki, otrzymuje się następujące równanie ruchu elementu:

$$\frac{\partial F_y}{\partial y} = \rho l_s l_g \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}. \quad (9)$$

W równaniu (9) występują pochodne cząstkowe, gdyż siła  $F_y$  i przesunięcie  $\eta$  elementu na ogół są funkcjami odległości  $y$  i czasu  $t$ .

Po uwzględnieniu w równaniu (9) zależności

$$F_y = -\sigma_y l_s l_g$$

równanie to przyjmie postać

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}. \quad (10)$$

Jeżeli do równania (10) podstawić wartość naprężenia  $\sigma_y$  z równania (1), to otrzymamy

$$\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = C^D \frac{\partial S}{\partial y} - h \frac{\partial D}{\partial y}. \quad (11)$$

W celu wyrażenia w równaniu (11) pochodnych cząstkowych  $\frac{\partial S}{\partial y}$  i  $\frac{\partial D}{\partial y}$  w zależności od przesunięcia  $\eta$  elementu 1-2 zauważymy, że gdy na rysunku 2 przekrój 1 elementu pod działaniem wypadkowej siły  $\frac{\partial F_y}{\partial y} dy$  prze-

sunął się o wartość  $\eta$ , to przekrój 2 elementu przesunął się o wartość  $\eta + \frac{\partial \eta}{\partial y} dy$ . A zatem wydłużenie elementu płytki na długości  $dy$  wynosi  $\frac{\partial \eta}{\partial y} dy$ , wydłużenie zaś jednostkowe płytki w odległości  $y$  od płaszczyzny ZX ma wartość

$$S = \frac{\partial \eta}{\partial y}. \quad (12)$$

A zatem

$$\frac{\partial S}{\partial y} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}. \quad (13)$$

Wartość pochodnej  $\frac{\partial D}{\partial y}$  wyznaczmy z równania (8) przyjmując, że wartość gradientu  $E_x$  w przypadku użycia okładzin metalowych nie zależy od zmiennej  $y$ . Otrzymamy wtedy

$$\frac{\partial D}{\partial y} = \frac{h}{\beta^s} \frac{\partial S}{\partial y}$$

lub po uwzględnieniu wartości pochodnej  $\frac{\partial S}{\partial y}$  z równania (13)

$$\frac{\partial D}{\partial y} = \frac{h}{\beta^s} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}. \quad (14)$$

Jeżeli w równaniu (11) uwzględnimy wartości pochodnych cząstkowych z równań (13) i (14), to otrzymamy

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{C^D}{\rho} \left( 1 - \frac{h^2}{C^D \beta^s} \right) \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}. \quad (15)$$

Po wprowadzeniu oznaczeń

$$\frac{h^2}{C^D \beta^s} = k^2, \quad (16)$$

$$\frac{C^D}{\rho} (1 - k^2) = v_0^2 \quad (17)$$

równanie (15) przyjmie postać

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = v_0^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}. \quad (18)$$

Równanie (18) stanowi ostateczną postać równania ruchu płytki w kierunku osi Y. Z równania tego widać, że przesunięcie  $\eta$  jest funkcją odległości

$y$  i czasu  $t$ . W danym przekroju płytki przesunięcie to jest funkcją czasu, w danej zaś chwili rozkład przesunięcia  $\eta$  wzdłuż osi  $Y$  jest funkcją odległości  $y$ .

Znaczenie stałej  $v_0$ , występującej w równaniu (18), wyjaśnia równanie (17), z którego wynika, że stała  $v_0$  ma wymiar prędkości. A zatem oznacza ona prędkość rozchodzenia się drgań mechanicznych w kierunku osi mechanicznej  $Y$ .

W następnym rozdziale będzie wyjaśnione, że rozchodzenie to odnosi się do przypadku drgającej swobodnie płytki bezstratnej o długości nieskończenie wielkiej. Jak widać z równań (16) i (17), prędkość  $v_0$  jest zależna od parametrów  $C^D$ ,  $q$ ,  $h$  i  $\beta^s$  charakteryzujących materiał płytki pod względem mechanicznym, elektrycznym i piezoelektrycznym.

Analogię takiej idealnej, drgającej swobodnie płytki stanowi bezstratny tor elektryczny o długości nieskończenie wielkiej. W przypadku toru elektrycznego obciążonego stratami zależności między amplitudą prądu  $I_y$  lub amplitudą napięcia  $U_y$  w odległości  $y$  od początku toru nieskończenie długiego a amplitudą prądu  $I_0$  lub napięcia  $U_0$  na początku toru w przypadku wielkości zmiennych sinusoidalnie są, jak wiadomo, następujące:

$$\hat{I}_y = I_0 e^{-(\alpha + j\beta)y}, \quad (19)$$

$$\hat{U}_y = U_0 e^{-(\alpha + j\beta)y}, \quad (20)$$

gdzie  $\alpha$  jest tłumiennością falową,  $\beta$  zaś przesuwnością falową, przypadającymi na jednostkę długości toru.

W przypadku toru bezstratnego jest  $\alpha = 0$ .  
Wtedy z równań (19) i (20) wyniknie

$$\hat{I}_y = I_0 e^{-j\beta y}, \quad (21)$$

$$U_y = U_0 e^{-j\beta y}. \quad (22)$$

A zatem w bezstratnym, nieskończenie długim torze moduły prądu i napięcia w każdym punkcie toru są te same i równe modułowi prądu lub napięcia na początku toru, skreconymi o pewien kąt  $-\beta y$ .

Oznaczając przez  $\hat{v}_y$  prędkość rozchodzenia się drgań w płytce w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$ , otrzymujemy w przypadku drgającej swobodnie idealnej i nieskończenie długiej płytki równanie

$$\hat{v}_y = v_0 e^{-j\beta y}. \quad (23)$$

Określenie wartości  $\beta_1$  podane będzie w następnym paragrafie.

W pierwszej analogii mechanicznej odpowiednikiem równania (23) jest równanie (21), w drugiej zaś analogii mechanicznej odpowiednikiem tym jest równanie (22).



#### 4. WYZNACZENIE ROZKŁADU PRĘDKOŚCI RUCHU I SIŁY MECHANICZNEJ W PRZYPADKU SINUSOIDALNYCH DRGAŃ WZDŁUŻNYCH PŁYTKI

Całka ogólna równania różniczkowego (18), wyrażająca rozkład prędkości drgań wzdłuż płytki w przypadku drgań zmiennych sinusoidalnie, jest następująca:

$$v_y = v_1 \cos \frac{\omega}{v_0} y - j \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1}{Z_0} \sin \frac{\omega}{v_0} y, \quad (24)$$

rozkład zaś siły mechanicznej wzdłuż płytki wyraża się równaniem

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_y = \left( \frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1 \right) \cos \frac{\omega}{v_0} y - j v_1 Z_0 \sin \frac{\omega}{v_0} y. \quad (25)$$

W równaniach (24) i (25) oznaczają:

$v_y$  — prędkość przesuwania się w kierunku osi  $Y$  przekroju płytki położonego w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$ ,

$v_1$  — prędkość przesuwania się przekroju płytki położonego w płaszczyźnie  $ZX$ ,

$F_y$  — siłę stanowiącą zewnętrzne obciążenie mechaniczne płytki w przekroju położonym w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$ ,

$F_1$  — siłę stanowiącą zewnętrzne obciążenie mechaniczne płytki w przekroju położonym w płaszczyźnie  $ZX$ ,

$U$  — zmienne napięcie przyłożone do okładek płytki,

$\omega$  — pulsację  $2\pi f$ , gdzie  $f$  oznacza częstotliwość.

Wartość stałej  $Z_0$  wyraża się równaniem

$$Z_0 = \frac{C^D l_s l_g}{v_0}. \quad (26)$$

W równaniach (24) i (25) siły zewnętrzne  $F_y$  i  $F_1$  obciążenia mechanicznego, jako przeciwdziałające sile poruszającej  $\frac{h}{\beta^s} l_s U$  wytworzonej w kierunku osi  $Y$  napięciem przyłożonym  $U$ , są wzięte ze znakiem minus.

W przypadku pierwszej analogii mechanicznej, w której odpowiednikiem prędkości jest prąd elektryczny, odpowiednikiem zaś siły jest napięcie elektryczne, analogię równań (24) i (25) stanowią równania bezstratnego toru elektrycznego o długości skończonej, wyrażające zależność prądu  $I_y$  lub napięcia  $U_y$  w odległości  $y$  od początku toru od prądu  $I_0$  i napięcia  $U_0$  na początku toru. Równania te mają następującą postać:

$$I_y = I_0 \cosh j\beta y - \frac{U_0}{Z} \sinh j\beta y, \quad (27)$$

$$U_y = U_0 \cosh j\beta y - I_0 Z \sinh j\beta y, \quad (28)$$

gdzie  $\beta$  jest przesuwnością elektryczną przypadającą na jednostkę długości toru,  $Z$  zaś oznacza oporność falową toru.

Jeżeli w równaniach (27) i (28) uwzględnić zależności:

$$\begin{aligned} \operatorname{Sinh} j\beta y &= j \operatorname{Sin} \beta y, \\ \operatorname{Cosh} j\beta y &= \operatorname{Cos} \beta y, \end{aligned} \quad (29)$$

to równania te przyjmują wtedy postać

$$I_y = I_0 \operatorname{Cos} \beta y - j \frac{U_0}{Z} \operatorname{Sin} \beta y, \quad (30)$$

$$U_y = U_0 \operatorname{Cos} \beta y - j I_0 Z \operatorname{Sin} \beta y. \quad (31)$$

Z porównania równań mechanicznych (24) i (25) dla płytki drgającej z równaniami elektrycznymi (30) i (31) dla bezstratnego toru elektrycznego wynika, że stosunek  $\frac{\omega}{v_0}$  jest odpowiednikiem przesuwności jednostkowej  $\beta$ , wielkości zaś  $Z_0$  odpowiada rzeczywista elektryczna oporność falowa  $Z$  toru.

Z równań tych wynika również, że w pierwszej analogii mechanicznej wielkościami odpowiadającymi sobie są:

$$\begin{aligned} v_y &\rightarrow I_y, \\ v_1 &\rightarrow I_0, \\ \left( \frac{h}{\beta^s} l_s U - F_y \right) &\rightarrow U_y, \\ \left( \frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1 \right) &\rightarrow U_0. \end{aligned}$$

Rozpatrzmy szczególny przypadek bezstratnej płytki drgającej o długości nieskończenie wielkiej. W tym celu po uwzględnieniu w równaniu (24) zależności (29) równanie to przedstawimy w postaci

$$v_y = v_1 \operatorname{Cosh} j \frac{\omega}{v_0} y - \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1}{Z_0} \operatorname{Sinh} j \frac{\omega}{v_0} y. \quad (32)$$

W przypadku dużych odległości  $y$ , tj. przy dużych wartościach argumentu  $j \frac{\omega}{v_0} y$ , spełniona jest przybliżona zależność

$$\operatorname{Sinh} j \frac{\omega}{v_0} y \approx \operatorname{Cosh} j \frac{\omega}{v_0} y. \quad (33)$$

W równaniu (32) przy dużych odległościach  $y$  można zatem wynieść za nawias  $\operatorname{Sinh} j \frac{\omega}{v_0} y$ .

Otrzymamy wtedy

$$v_y = \left( v_1 - \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1}{Z_0} \right) \text{Sinh } j \frac{\omega}{v_0} y. \quad (34)$$

Gdy długość płytki jest nieskończenie wielka ( $y = \infty$ ), to wtedy

$$\text{Sinh } j \frac{\omega}{v_0} = \infty.$$

Aby prędkość  $v_y$  w przekroju płytki, wziętym w odległości nieskończenie wielkiej, była równa zero, to na podstawie równania (34) powinien być spełniony warunek:

$$v_1 - \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1}{Z_0} = 0.$$

Z warunku tego wyniknie

$$Z_0 = \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1}{v_1}. \quad (35)$$

A zatem stała  $Z_0$  jest wejściową opornością mechaniczną płytki bezstratnej nieskończenie długiej.

W przypadku drgań swobodnych płytki, gdy zewnętrzne obciążenie mechaniczne  $F_1$  płytki w przekroju  $ZX$  równa się zero, z równania (35) otrzymujemy

$$Z_0 = \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U}{v_1}. \quad (36)$$

Aby wyeliminować z równania (36) napięcie  $U$ , zauważymy, że napięcie to wytwarza na jednostce powierzchni okładzin ładunek

$$Q = UC, \quad (37)$$

gdzie  $C$  jest pojemnością przypadającą na jednostkę powierzchni okładzin. Ponieważ pojemność ta na podstawie zależności (3) i (5) wynosi

$$C = \frac{1}{\beta^s l_g}, \quad (38)$$

to z równania (37) otrzymamy

$$Q = \frac{U}{\beta^s l_g}. \quad (39)$$

W zracjonalizowanym układzie jednostek wartość indukcji elektrostatycznej  $D$  będzie zatem

$$D = \frac{U}{\beta^s l_g}, \quad (40)$$

skąd

$$U = \beta^s l_g D. \quad (41)$$

Po podstawieniu do równania (36) wartości napięcia  $U$  z równania (41) otrzymamy

$$Z_0 = \frac{h D l_s l_g}{v_1}. \quad (42)$$

Biorąc pod uwagę, że na odległym końcu bardzo długiej płytki naprężenie mechaniczne  $\sigma_y$  równa się zeru, jak również wydłużenie jednostkowe  $S$  w miarę wzrostu długości płytki zbliża się nieograniczenie do jedności, otrzymujemy w granicy z równania (1) zależność

$$hD = C^D. \quad (43)$$

Po uwzględnieniu zależności (43) w równaniu (42) będziemy mieli

$$Z_0 = \frac{C^D l_s l_g}{v_1}. \quad (44)$$

Z porównania równań (26) i (44) wyniknie

$$v_1 = v_0.$$

A zatem w przypadku drgań swobodnych bezstratnej i nieskończenie długiej płytki prędkość przesuwania się przekroju płytki, położonego w płaszczyźnie  $ZX$ , równa się  $v_0$

Prędkość  $v_y$  w dowolnym przekroju bezstratnej i nieskończenie długiej płytki w przypadku drgań swobodnych ( $F_1 = 0$ ) wyniknie z równania (24), z którego po uwzględnieniu zależności (41) i (43) otrzymamy

$$v_y = v_0 \left( \cos \frac{\omega}{v_0} y - j \sin \frac{\omega}{v_0} y \right) = v_0 e^{-j \frac{\omega}{v_0} y}. \quad (45)$$

A zatem prędkość  $v_y$  w dowolnym przekroju drgającej swobodnie, bezstratnej i nieskończenie długiej płytki otrzymuje się przez pokręcenie w kierunku ujemnym wskaźnika o module  $v_0$  o kąt  $\frac{\omega}{v_0} y$  radianów.

Wartość  $\beta_1$  w równaniu (23) wynosi zatem

$$\beta_1 = \frac{\omega}{v_0}. \quad (46)$$

W celu wyprowadzenia równania (24), wyrażającego rozkład prędkości ruchu wzdłuż płytki, zastąpimy w równaniu (18) przesunięcie  $\eta$ , stanowiące w tym równaniu funkcję odległości  $y$  i czasu  $t$ , iloczynem przesunięcia  $\eta_y$ , będącego funkcją tylko zmiennej  $y$ , oraz funkcji czasu  $e^{j\omega t}$ . Wtedy z równania (18) otrzymamy

$$\frac{d^2 \eta_y}{dy^2} = -\frac{\omega^2}{v_0^2} \eta_y. \quad (47)$$

Jeżeli całą równania (47) przedstawić w postaci

$$\eta_y = A e^{p y}, \quad (48)$$

to z podstawienia do równania (47) całki (48) wyniknie równanie charakterystyczne

$$p^2 = -\frac{\omega^2}{v_0^2},$$

z którego otrzymamy

$$p_1 = j\frac{\omega}{v_0},$$

$$p_2 = -j\frac{\omega}{v_0}.$$

Całka ogólna równania (47) ma zatem postać:

$$\eta_y = Ae^{j\frac{\omega}{v_0}y} + Be^{-j\frac{\omega}{v_0}y} = (A+B)\text{Cos}\frac{\omega}{v_0}y + j(A-B)\text{Sin}\frac{\omega}{v_0}y.$$

Po wprowadzeniu oznaczeń:

$$A+B = M,$$

$$A-B = N$$

całka ta przyjmie postać

$$\eta_y = M\text{Cos}\frac{\omega}{v_0}y + jN\text{Sin}\frac{\omega}{v_0}y. \quad (49)$$

Prędkość przesuwania się dowolnego przekroju płytki w kierunku osi  $Y$  będzie zatem:

$$v_y = j\omega\eta_y = j\omega M\text{Cos}\frac{\omega}{v_0}y - \omega N\text{Sin}\frac{\omega}{v_0}y. \quad (50)$$

Jeżeli prędkość przesuwania się przekroju płytki położonego w płaszczyźnie  $ZX$  wynosi  $v_1$ , to zakładając w równaniu (50) wartości brzegowe:

$$y = 0, \quad v_y = v_1$$

otrzymujemy

$$j\omega M = v_1,$$

skąd wartość stałej całkowania  $M$  wynosi

$$M = \frac{v_1}{j\omega}. \quad (51)$$

W celu wyznaczenia drugiej stałej całkowania  $N$  zauważymy, że indukcja elektrostatyczna  $D$ , wytworzona napięciem przyłożonym  $U$  i wyrażająca się równaniem (40), wywołuje odkształcenie płytki w kierunku osi  $Y$ . Na podstawie równania (40) siła wytworzona w kierunku osi  $Y$  napięciem  $U$  w każdym przekroju płytki jest ta sama i wynosi

$$hDl_s l_g = \frac{hU}{\beta^s l_g} l_s l_g = \frac{h}{\beta^s} l_s U. \quad (52)$$

A zatem całkowita siła działająca w przekroju płytki w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$  będzie

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_y, \quad (53)$$

gdzie  $F_y$  jest zewnętrznym obciążeniem mechanicznym płytki w przekroju w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$ .

Z drugiej strony siłę (53) można wyrazić jako iloczyn naprężenia  $-SC^D$  i przekroju  $l_s l_g$  płytki, tj. będziemy mieli

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_y = -SC^D l_s l_g,$$

lub — po wprowadzeniu wartości odkształcenia jednostkowego —

$$S = \frac{d\eta_y}{dy}$$

będziemy mieli

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_y = - \frac{d\eta_y}{dy} C^D l_s l_g. \quad (54)$$

Jeżeli wartość siły  $F_y$  w przekroju płytki położonym w płaszczyźnie ZX wynosi  $F_1$ , to równanie (54) dla tego przekroju przyjmie postać

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_y = - \left( \frac{d\eta_y}{dy} \right)_{y=0} C^D l_s l_g. \quad (55)$$

Wartość pochodnej  $\frac{d\eta_y}{dy}$  z równania (49) wyrazi się w sposób następujący:

$$\frac{d\eta_y}{dy} = -M \frac{\omega}{v_0} \text{Sin} \frac{\omega}{v_0} y + jN \frac{\omega}{v_0} \text{Cos} \frac{\omega}{v_0} y. \quad (56)$$

Dla  $y = 0$  z równania (56) otrzymujemy

$$\left( \frac{d\eta_y}{dy} \right)_{y=0} = jN \frac{\omega}{v_0}. \quad (57)$$

Po uwzględnieniu w równaniu (55) wartości pochodnej  $\left( \frac{d\eta_y}{dy} \right)_{y=0}$  z równania (57) będziemy mieli

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1 = -jN \frac{\omega}{v_0} C^D l_s l_g,$$

skąd wartość stałej całkowania  $N$  wynosi

$$N = - \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1}{j\omega \frac{C^D l_s l_g}{v_0}}. \quad (58)$$

Po wprowadzeniu do równania (58) oznaczenia

$$Z_0 = \frac{C^D l_s l_g}{v_0} \quad (59)$$

otrzymamy

$$N = - \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1}{j\omega Z_0}. \quad (60)$$

Jeżeli do równania (59) wprowadzić wartość  $v_0$  z równania (17), to będziemy mieli

$$Z_0 = l_s l_g \sqrt{\frac{\rho C^D}{1 - k^2}}. \quad (61)$$

Po podstawieniu do równania (50) wartości stałych całkowania  $M$  i  $N$  z równań (51) i (60) otrzymuje się równanie (24), a mianowicie:

$$v_y = v_1 \cos \frac{\omega}{v_0} y - j \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1}{Z_0} \sin \frac{\omega}{v_0} y. \quad (62)$$

Równanie (62) wyraża rozkład prędkości drgań  $v_y$  wzdłuż płytki jako funkcję odległości  $y$ .

W celu otrzymania równania (25) podstawimy do równania (54) wartość pochodnej  $\frac{d\eta_y}{dy}$  z równania (56), otrzymamy wtedy

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_y = \left( M \frac{\omega}{v_0} \sin \frac{\omega}{v_0} y - j N \frac{\omega}{v_0} \cos \frac{\omega}{v_0} y \right) C^D l_s l_g. \quad (63)$$

Z podstawienia do równania (63) wartości stałych całkowania z równań (51) i (60) wyniknie:

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_y = \left( \frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1 \right) \cos \frac{\omega}{v_0} y - j v_1 Z_0 \sin \frac{\omega}{v_0} y, \quad (64)$$

Równanie (64) wyraża rozkład siły wzdłuż płytki jako funkcję odległości  $y$ .

#### 5. SCHEMAT ZASTĘPCZY PŁYTKI DRGAJĄCEJ W KIERUNKU PODŁUŻNYM, PRZY OBCIĄŻENIU MECHANICZNYM JEJ OBYDWÓCH KOŃCÓW

Całkowity prąd  $I$  płynący przez boczną powierzchnię płytki w kierunku osi elektrycznej  $X$  wyraża się następującym równaniem

$$I = U j \omega C_0 - p(v_2 - v_1), \quad (65)$$

gdzie  $C_0$  jest pojemnością kondensatora utworzonego z płytki jako dielektryka i dwóch okładzin metalowych. Pojemność ta wynosi

$$C_0 = \frac{l_s l_d}{\beta^s l_g}, \quad (66)$$

gdzie  $l_d$  jest długością płytki.

W równaniu 65) oznaczają:

$U$  — zmienne napięcie przyłożone do okładzin płytki,

$v_1$  — prędkość drgań przekroju płytki położonego w płaszczyźnie  $ZX$ ,

$v_2$  — prędkość drgań przekroju na drugim końcu płytki, oznaczonego na rys. 2 liczbą 3.

$p$  — przekładnię transformatora elektromechanicznego o wartości

$$p = - \frac{h l_s}{\beta^s}. \quad (67)$$

Na podstawie równania (65) elektromechaniczny schemat zastępczy płytki piezoelektrycznej, obciążonej mechanicznie na obydwoch końcach siłami zewnętrznymi  $F_1$  i  $F_2$ , posiada postać uwidocznioną na rysunku 3.

Siły  $F_1$  i  $F_2$  jako obciążenia płytki na obydwóch jej końcach są skierowane przeciwnie do kierunku prędkości  $v_1$  i  $v_2$  tych końców.

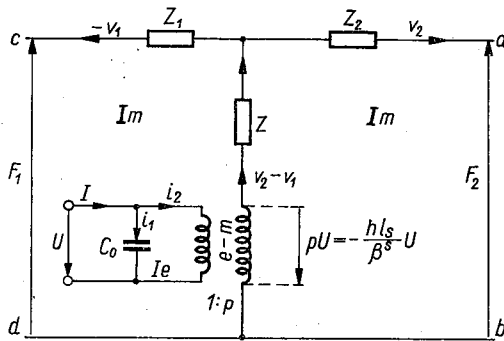
Pod wpływem napięcia  $U$  przyłożonego na rysunku 3 do części elektrycznej schematu prąd  $i$  płynący przez kondensator o pojemności  $C_0$  wynosi:

$$i_1 = Uj\omega C_0. \tag{68}$$

Prąd  $i_2$  płynący przez pierwotne uzwojenie transformatora elektromechanicznego  $e - m$  o przekładni  $p$  wynosi:

$$i_2 = -p(v_2 - v_1). \tag{69}$$

Znak minus w równaniu (69) tłumaczy się tym, że w schemacie z rysunku 3 prąd elektryczny  $i_2$  i różnica prędkości  $v_2 - v_1$  mają fazy prze-



Rys. 3. Elektromechaniczny schemat zastępczy płytki piezoelektrycznej obciążonej na obydwu końcach układami mechanicznymi

ciwne. Z tego względu przekładnia  $p$  jako czynnik odwracający fazę jest w równaniu (67) wzięta ze znakiem minus.

Równanie (65) można zatem przedstawić w postaci

$$I = i_1 + i_2. \tag{70}$$

Siła mechaniczna, wytworzona w kierunku osi  $Y$  napięciem przyłożonym  $U$ , której odpowiednikiem jest napięcie na wtórnym uzwojeniu transformatora elektromechanicznego, wynosi

$$pU = -\frac{hl_s}{\beta^s} U. \tag{71}$$

Siła ta w równaniu (71) wzięta jest ze znakiem minus, gdyż jako napięcie na wtórnym uzwojeniu transformatora elektromechanicznego jest ona skierowana przeciwnie do napięcia przyłożonego  $U$ .

Należy zaznaczyć, że wypadkowa siła mechaniczna, działająca w lewej części schematu zastępczego z rysunku 3, przy uwzględnieniu obciążenia zewnętrznego  $F_1$  wynosi

$$-\left(\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1\right),$$



wypadkowa zaś siła mechaniczna, działająca w prawej części tego schematu, przy uwzględnieniu obciążenia zewnętrznego  $F_2$  wynosi

$$-\left(\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_2\right).$$

W przypadku gdy obydwie końce płytki drgają swobodnie, jest

$$F_1 = F_2 = 0.$$

W schemacie zastępczym z rysunku 3 punkty  $a - b$  i  $c - d$  są wtedy zwarte ze sobą parami. Wtedy siła mechaniczna działająca w lewej i prawej części schematu zastępczego jest ta sama i wynosi

$$-\frac{h}{\beta^s} l_s U.$$

Siła ta jako napięcie na wtórnym uzwojeniu transformatora elektromechanicznego jest podana w środkowej gałęzi schematu zastępczego z rysunku 3.

Wartości oporności mechanicznych  $Z$ ,  $Z_1$  i  $Z_2$  w schemacie zastępczym z rysunku 3 są następujące:

$$Z = -j \frac{Z_0}{\sin \frac{\omega}{v_0} l_d}, \quad (72)$$

$$Z_1 = Z_2 = jZ_0 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2v_0} l_d. \quad (73)$$

W celu wyprowadzenia równania (65) zauważymy, że wartość prądu  $i_y$  płynącego przez jednostkę bocznej powierzchni płytki w kierunku osi elektrycznej  $X$  w odległości  $y$  od płaszczyzny  $ZX$  wynosi

$$i_y = j\omega Q = j\omega D.$$

Wartość indukcji elektrostatycznej  $D$  będzie zatem

$$D = \frac{i_y}{j\omega}. \quad (74)$$

Po podstawieniu do równania (8) wartości indukcji  $D$  z równania (74) i uwzględnieniu zależności

$$S = \frac{d\eta_y}{dy}$$

otrzymamy

$$\frac{U}{l_g} = -h \frac{d\eta_y}{dy} + \beta^s \frac{i_y}{j\omega}. \quad (75)$$

Wartość prądu  $i_y$  z równania (75) będzie zatem

$$i_y = \frac{j\omega U}{\beta^s l_g} + \frac{j\omega h}{\beta^s} \frac{d\eta_y}{dy}. \quad (76)$$

Ponieważ w równaniu (76) wyraz  $j\omega \frac{d\eta_y}{dy}$  można przedstawić w postaci

$$j\omega \frac{d\eta_y}{dy} = \frac{d(j\omega\eta_y)}{dy} = \frac{dv_y}{dy},$$

to ostateczna postać równania (76) będzie zatem następująca:

$$i_y = \frac{j\omega U}{\beta^s l_g} + \frac{h}{\beta^s} \frac{dv_y}{dy}. \quad (77)$$

W celu wyznaczenia całkowitego prądu  $I$  płynącego przez boczną powierzchnię płytki w kierunku osi elektrycznej  $X$ , pomnożymy obie strony równania (77) przez element bocznej powierzchni  $l_s dy$ . Wykonując całkowanie w granicach od zera do  $l_d$ , otrzymujemy

$$I = \int_0^{l_d} i_y l_s dy = \frac{j\omega l_s U}{\beta^s l_g} \int_0^{l_d} dy + \frac{h l_s}{\beta^s} \int_{v_1}^{v_2} dv_y = U j\omega \frac{l_s l_d}{\beta^s l_g} + \frac{h l_s}{\beta^s} (v_2 - v_1), \quad (78)$$

gdzie  $v_1$  i  $v_2$  są prędkościami obydwóch końców płytki, oznaczonych na rysunku 2 przez 0 i 3.

Po wprowadzeniu do równania (78) oznaczeń:

$$C_0 = \frac{l_s l_d}{\beta^s l_g}, \quad (79)$$

$$p = -\frac{h l_s}{\beta^s} \quad (80)$$

otrzymuje się równanie (65), a mianowicie

$$I = U j\omega C_0 - p(v_2 - v_1). \quad (81)$$

W celu wyznaczenia oporności mechanicznych  $Z$  i  $Z_1$ , wyrażonych równaniami (72) i (73), podstawimy do równania (24) wartości brzegowe:

$$y = l_d, \quad v_y = v_2,$$

i wyznaczmy z tego równania wartości  $\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1$ , wówczas otrzymamy

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1 = -\left(v_2 - v_1 \cos \frac{\omega}{v_0} l_d\right) \frac{Z_0}{j \sin \frac{\omega}{v_0} l_d}. \quad (82)$$

Równanie (82) przekształcimy w sposób następujący:

$$\begin{aligned} \frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1 &= -\left(v_2 - v_1 + v_1 - v_1 \cos \frac{\omega}{v_0} l_d\right) \frac{Z_0}{j \sin \frac{\omega}{v_0} l_d} = \\ &= j(v_2 - v_1) \frac{Z_0}{\sin \frac{\omega}{v_0} l_d} + j v_1 Z_0 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2v_0} l_d. \end{aligned} \quad (83)$$

Lecz z rysunku 3 na podstawie drugiego prawa Kirchoffa otrzymuje się równanie

$$pU + F_1 = -\left(\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1\right) = (v_2 - v_1) Z - v_1 Z_1. \quad (84)$$

Ponieważ równania (83) i (84) powinny być równaniami identycznymi, to z porównania ich prawych stron z uwzględnieniem właściwych znaków otrzymują się równania (72) i (73), a mianowicie:

$$Z = -j \frac{Z_0}{\sin \frac{\omega}{v_0} l_d}, \quad (85)$$

$$Z_1 = jZ_0 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2v_0} l_d. \quad (86)$$

W celu wyznaczenia oporności mechanicznej  $Z_2$  podstawimy do równania (25) wartości brzegowe:

$$y = l_d, \quad F_y = F_2$$

oraz wartość  $\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_1$  z równania (82), otrzymamy wówczas

$$\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_2 = - \left( v_2 - v_1 \cos \frac{\omega}{v_0} l_d \right) \frac{Z_0 \cos \frac{\omega}{v_0} l_d}{j \sin \frac{\omega}{v_0} l_d} - j v_1 Z_0 \sin \frac{\omega}{v_0} l_d. \quad (87)$$

Równanie (87) przekształcimy w sposób następujący:

$$\begin{aligned} \frac{h}{\beta^s} l_s U - F_2 &= - \frac{v_2 Z_0 \cos \frac{\omega}{v_0} l_d - v_1 Z_0 \cos^2 \frac{\omega}{v_0} l_d - v_1 Z_0 \sin^2 \frac{\omega}{v_0} l_d}{j \sin \frac{\omega}{v_0} l_d} = \\ &= - \frac{v_2 Z_0 \cos \frac{\omega}{v_0} l_d - v_1 Z_0 + v_2 Z_0 - v_2 Z_0}{j \sin \frac{\omega}{v_0} l_d} = \\ &= -(v_2 - v_1) \frac{Z_0}{j \sin \frac{\omega}{v_0} l_d} + \frac{v_2 Z_0 \left( 1 - \cos \frac{\omega}{v_0} l_d \right)}{j \sin \frac{\omega}{v_0} l_d} = \\ &= j(v_2 - v_1) \frac{Z_0}{\sin \frac{\omega}{v_0} l_d} - j v_2 Z_0 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2v_0} l_d. \end{aligned} \quad (88)$$

Lecz z rysunku 3 na podstawie drugiego prawa Kirchoffa otrzymuje się równanie

$$pU + F_2 = - \left( \frac{h l_s}{\beta^s} - F_2 \right) = (v_2 - v_1) Z_1 + v_2 Z_2. \quad (89)$$

Ponieważ równania (88) i (89) powinny być równaniami identycznymi, to z porównania ich prawych stron i uwzględnienia właściwych znaków otrzymujemy

$$Z_2 = j Z_0 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2v_0} l_d = Z_1. \quad (90)$$

## 6. WYZNACZANIE ELEMENTÓW MECHANICZNYCH SCHEMATU ZASTĘPCZEGO W PRZYPADKACH SZCZEGÓLNYCH

W przypadku gdy przekrój płytki leżący w płaszczyźnie ZX jest unieruchomiony, to wtedy w schemacie zastępczym z rysunku 3 prędkość  $v_1$  równa się zero. Oznacza to, że od strony działania siły  $F_1$  ma miejsce stan

jałowy, tj., że punkty *c* i *d* są rozwarte. W tym przypadku schemat zastępczy z rysunku 3 sprowadza się do schematu, pokazanego na rysunku 4. W schemacie tym oporności mechaniczne *Z* i *Z*<sub>2</sub> dodają się do siebie, dając wypadkową oporność mechaniczną *Z*<sub>3</sub> o wartości

$$Z_3 = -j \frac{Z_0}{\sin \frac{\omega}{v_0} l_d} + j Z_0 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2v_0} l_d = -j Z_0 \operatorname{Cotg} \frac{\omega}{v_0} l_d. \tag{91}$$

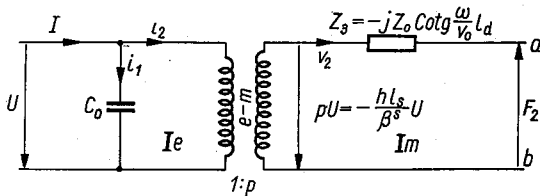
Z rysunku 4 dla prawej strony schematu zastępczego otrzymuje się równanie

$$v_2 = - \frac{\frac{h}{\beta^s} l_s U - F_2}{Z_3}. \tag{92}$$

Z równania (92) wynika, że największa skuteczność płytki piezoelektrycznej ma miejsce wtedy, gdy

$$Z_3 = 0,$$

gdyż wtedy prędkość *v*<sub>2</sub> jest nieskończenie wielka. Jest to najkorzystniejszy przypadek pracy, zwany rezonansem. Z rysunku 4 widać, że w stanie



Rys. 4. Elektromechaniczny schemat zastępczy płytki piezoelektrycznej unieruchomionej na jednym końcu i obciążonej na drugim końcu układem mechanicznym

rezonansu siła mechaniczna  $-\frac{h}{\beta^s} l_s U$  wytworzona napięciem przyłożonym *U* idzie całkowicie na pokonywanie zewnętrznego obciążenia mechanicznego *F*<sub>2</sub>.

Z równania (91) wynika, że oporność mechaniczna *Z*<sub>3</sub> równa się zero wtedy, gdy jest spełniony warunek

$$\frac{\omega_r}{v_0} l_d = \frac{\pi}{2}, \tag{93}$$

gdzie  $\omega_r$  jest pulsacją rezonansową.

Na podstawie równania (93) wnioskujemy, że im mniejsza jest długość *l*<sub>d</sub> płytki, tym większa jest pulsacja rezonansowa  $\omega_r$  i odwrotnie.

W praktyce dąży się do tego, aby pulsacja pracy  $\omega$  płytki znajdowała się w pobliżu jej częstotliwości rezonansowej  $\omega_r$ , tj. aby była spełniona zależność

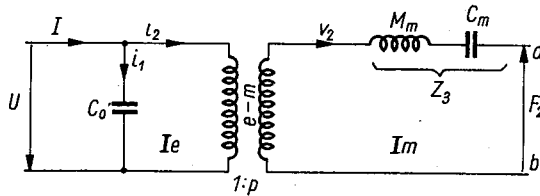
$$\omega = \omega_r + \Delta\omega, \tag{94}$$

gdzie  $\Delta\omega$  jest małą różnicą między pulsacjami  $\omega$  i  $\omega_r$ .

Oporność mechaniczna  $Z_3$  z równania (91) po uwzględnieniu zależności (93) wyrazi się wtedy w sposób następujący:

$$Z_3 = -jZ_0 \operatorname{Cotg} \frac{\omega_r + \Delta\omega}{\nu_0} l_d = jZ_0 \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \approx jZ_0 \frac{\pi}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega_r}. \quad (95)$$

Oporność mechaniczną  $Z_3$  w pierwszej analogii mechanicznej przedstawimy w postaci połączenia szeregowego skupionej masy mechanicznej



Rys. 5. Zastąpienie oporności mechanicznej  $Z_3$  z rysunku 4 połączeniem szeregowym masy mechanicznej  $M_m$  i podatności mechanicznej  $C_m$

nej  $M_m$  płytki i jej skupionej podatności mechanicznej  $C_m$  w sposób pokazany na rysunku 5.

W celu wyznaczenia wartości elementów mechanicznych  $M_m$  i  $C_m$  użyjemy równania na wypadkową oporność mechaniczną wspomnianego połączenia szeregowego, a mianowicie

$$Z_3 = j \left( \omega M_m - \frac{1}{\omega C_m} \right) = j \frac{\omega^2 M_m C_m - 1}{\omega C_m}. \quad (96)$$

Po zastąpieniu w równaniu (96) pulsacji  $\omega$  sumą  $\omega_r + \Delta\omega$  otrzymamy

$$Z_3 = j \frac{(\omega_r + \Delta\omega)^2 M_m C_m - 1}{(\omega_r + \Delta\omega) C_m} = j \frac{\omega_r^2 M_m C_m + 2\Delta\omega \cdot \omega_r M_m C_m + \Delta\omega^2 M_m C_m - 1}{(\omega_r + \Delta\omega) C_m}. \quad (97)$$

Ponieważ w przypadku rezonansu jest

$$\omega_r^2 M_m C_m = 1, \quad (98)$$

wyraz zaś  $\Delta\omega^2 M_m C_m$  jako małą wyższego rzędu można pominąć, jak również w mianowniku składnik  $\Delta\omega$  wobec  $\omega_r$  może być pominięty, to równanie (97) przyjmie postać

$$Z_3 = j2\Delta\omega M_m. \quad (99)$$

Z porównania prawych stron równań (95) i (99) wyniknie

$$M_m = \frac{\pi Z_0}{4\omega_r}. \quad (100)$$

Jeżeli w równaniu (100) uwzględnić wartość  $\omega_r$  z równania (93) oraz wartości  $\nu_0$  i  $Z_0$  z równań (17) i (26), to otrzymujemy ostatecznie

$$M_m = \frac{1}{2(1-k^2)} \rho l_d l_s l_g. \quad (101)$$

Ponieważ wartość  $k$  dla kwarcu wynosi około 0,1, to po pominięciu w równaniu (101) w mianowniku wartości  $k^2 = 0,01$  wobec jedności, otrzymujemy w przybliżeniu

$$M_m \approx \frac{1}{2} \rho l_d l_s l_g. \quad (102)$$

A zatem w rozpatrywanym przypadku czynna masa mechaniczna  $M_m$  płytki kwarcowej stanowi w przybliżeniu połowę jej masy statycznej  $\rho l_d l_s l_g$ .

Podatność mechaniczna  $C_m$  z równania (98) wynosi

$$C_m = \frac{1}{\omega_r^2 M_m}$$

lub po uwzględnieniu wartości  $\omega_r$  i  $M_m$  z równań (93) i (100)

$$C_m = \frac{8l_d}{\pi^2 v_0 Z_0}. \quad (103)$$

Jeżeli w równaniu (103) uwzględnić wartość iloczynu  $v_0 Z_0$  z równania (26), to otrzymamy

$$C_m = \frac{8}{\pi^2} \frac{l_d}{C^D l_s l_g}. \quad (104)$$

Z równania (104) wynika, że w rozpatrywanym przypadku czynna podatność mechaniczna  $C_m$  płytki stanowi część  $\frac{8}{\pi^2} = 0,81$  jej podatności statycznej  $\frac{l_d}{C^D l_s l_g}$ .

Wartość  $\frac{l_d}{C^D l_s l_g}$  podatności statycznej wynika z równania teorii sprężystości, a mianowicie

$$\frac{\Delta l_d}{l_d} = \frac{\sigma}{C^D}, \quad (105)$$

gdzie  $\sigma$  oznacza naprężenie w przekroju płytki. Ponieważ naprężenie to wynosi

$$\sigma = \frac{F}{l_s l_g}, \quad (106)$$

gdzie  $F$  jest siłą działającą w przekroju płytki, to po uwzględnieniu w równaniu (105) wartości naprężenia  $\sigma$  z równania (106), otrzymamy

$$\frac{\Delta l_d}{l_d} = \frac{F}{C^D l_s l_g}. \quad (107)$$

Podatność statyczna z równania (107) będzie zatem

$$\frac{\Delta l_d}{F} = \frac{l_d}{C^D l_s l_g}.$$

Jeżeli w przypadku rozpatrzonym powyżej drgający koniec płytki nie jest obciążony zewnętrzną siłą mechaniczną  $F_2$ , lecz drga swobodnie, to wtedy jest

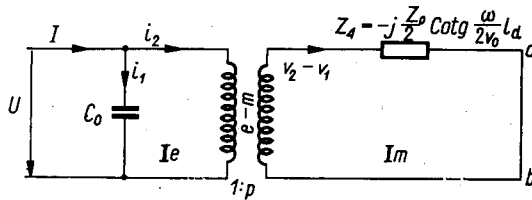
$$F_2 = 0.$$

Oznacza to, że w schemacie zastępczym z rysunku 5 punkty  $a$  i  $b$  są wtedy zwarte ze sobą.

W przypadku gdy obydwa końce płytki są unieruchomione, to wtedy jest

$$v_1 = v_2 = 0.$$

Oznacza to, że w schemacie zastępczym z rysunku 3 między punktami  $a-b$  i  $c-d$  ma miejsce stan jałowy. W schemacie tym energia elektryczna doprowadzona do części elektrycznej nie transformuje się wtedy na ener-



Rys. 6. Elektromechaniczny schemat zastępczy płytki piezoelektrycznej drgającej swobodnie na obydwu krańcach

gię drgań mechanicznych płytki, lecz energia ta zasila tylko kondensator  $C_0$ .

Rozpatrzmy jeszcze przypadek, gdy obydwa końce płytki drgają swobodnie, tj. gdy

$$F_1 = F_2 = 0.$$

Wtedy w schemacie zastępczym z rysunku 3 punkty  $a-b$  i  $c-d$  parami są zwarte ze sobą, oporności zaś mechaniczne  $Z_1$  i  $Z_2$  zostają połączone ze sobą równolegle. Ponieważ na podstawie równania (73) oporności te są sobie równe, to ich oporność zastępcza  $Z_z$  wynosi

$$Z_z = j \frac{Z_0}{2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2v_0} l_d. \quad (108)$$

W tym przypadku schemat zastępczy z rysunku 3 sprowadza się do schematu pokazanego na rysunku 6. W schemacie tym oporności mechaniczne  $Z$  i  $Z_z$  zostały dodane do siebie, dając wypadkową oporność mechaniczną  $Z_4$  o wartości

$$Z_4 = Z + Z_z = -j \frac{Z_0}{\operatorname{Sin} \frac{\omega}{v_0} l_d} + j \frac{Z_0}{2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2v_0} l_d = -j \frac{Z_0}{2} \operatorname{Cotg} \frac{\omega}{2v_0} l_d. \quad (109)$$



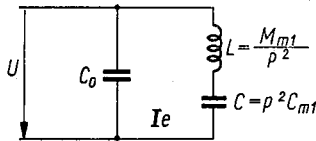


po uwzględnieniu zaś wartości  $\omega_r$  i  $M_{m1}$  z równań (110) i (114) jak również wartości iloczynu  $v_0 Z_0$  z równania (26), otrzymamy ostatecznie

$$C_{m1} = \frac{8}{\pi^2} \frac{l_d}{C^D l_s l_g} \quad (117)$$

Z porównania równań (101) i (115) wynika, że masa czynna płytki w przypadku swobodnych drgań obydwóch jej końców jest czterokrotnie mniejsza od masy czynnej w przypadku swobodnych drgań tylko jednego końca płytki.

Z porównania równań (104) i (117) wynika, że podatność mechaniczna płytki w przypadku swobodnych drgań obydwóch jej końców jest taka



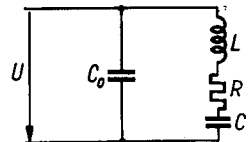
Rys. 8. Schemat elektryczny otrzymany po przeniesieniu w schemacie z rysunku 7 części mechanicznej I m na stronę elektryczną I e

sama, jak w przypadku swobodnych drgań tylko jednego końca płytki.

Jeżeli w schemacie z rysunku 7 część mechaniczną I m przenieść na stronę elektryczną I e przy uwzględnieniu przekładni  $p$  transformatora elektromechanicznego, to wtedy otrzymuje się schemat elektryczny pokazany na rysunku 8.

W literaturze technicznej podawany jest elektryczny schemat zastępczy płytki drgającej swobodnie, w którym prócz indukcyjności  $L$  i pojem-

Rys. 9. Uzupełnienie schematu z rysunku 8 opornością strat dielektrycznych i mechanicznych



ności  $C$  włączona jest jeszcze oporność  $R$  jak wskazuje rysunek 9. Oporność ta uwzględnia straty dielektryczne w materiale płytki oraz straty mechaniczne po przeniesieniu tych ostatnich na stronę elektryczną.

Płytki kwarcowe używane w generatorach lampowych do stabilizacji częstotliwości są płytkami drgającymi swobodnie, gdyż wtedy ich zdolność stabilizacyjna jest największa.

## 7. JEDNOSTKI ORAZ WARTOŚCI LICZBOWE PARAMETRÓW MATERIAŁÓW PIEZOELEKTRYCZNYCH

Ze względu na to, że obecnie wprowadza się zracjonalizowany układ jednostek (kg, m, sek, V, A), układ ten został uwzględniony w niniejszym artykule. W układzie tym, jednostką siły mechanicznej jest newton (N),

który masie jednego kilograma (kg) nadaje przyspieszenie  $1 \text{ m/sek}^2$ . Wymiar newtona jest zatem

$$N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{sek}^2}. \quad (118)$$

Wymiary wielkości mechanicznych są następujące:

— naprężenia mechanicznego $\sigma$ . . . . .	$\frac{N}{\text{m}^2}$ ,
— prędkości liniowej $v$ . . . . .	$\frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ,
— oporności mechanicznej $Z_m$ . . . . .	$\frac{N}{\text{m/sek}} = \frac{\text{kg}}{\text{sek}}$ ,
— masy mechanicznej $M_m$ . . . . .	kg,
— gęstości $\rho$ . . . . .	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,
— podatności mechanicznej $C_m$ . . . . .	$\frac{\text{m}}{N} = \frac{\text{sek}^2}{\text{kg}}$ ,
— sztywności sprężystej $C^D$ . . . . .	$\frac{N}{\text{m}^2}$ ,
— mocy mechanicznej $P_m$ . . . . .	$N \frac{\text{m}}{\text{sek}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sek}^3}$ .

W zracjonalizowanym układzie jednostek wielkości elektryczne wyrażają się w jednostkach praktycznych (V, A,  $\Omega$ ). Jednostką mocy elektrycznej jest zatem  $V \cdot A$ , czyli wat (W). Ponieważ w układzie mechanicznym i elektrycznym wymiar jednostki mocy jest ten sam, to powinna być spełniona zależność

$$N \frac{\text{m}}{\text{sek}} = V \cdot A. \quad (119)$$

Z równania (119) otrzymuje się wymiar kulomba (K), a mianowicie

$$K = A \cdot \text{sek} = \frac{N \cdot \text{m}}{V}. \quad (120)$$

Wymiar stałej piezoelektrycznej  $h$  jest  $\frac{N}{K}$  lub na podstawie zależności

$$(120) \text{ jest } \frac{V}{\text{m}}.$$

Wymiary wielkości elektrycznych są następujące:

— indukcji elektrostatycznej $D$ . . . . .	$\frac{K}{\text{m}^2}$ ,
— natężenia pola elektrycznego $E$ . . . . .	$\frac{V}{\text{m}}$ ,
— odwrotności $\beta^s$ stałej dielektrycznej $\epsilon^s$ . . . . .	$\frac{\text{m}}{F}$ .

Na podstawie powyżej podanych wymiarów wielkość  $k^2$  z równania (16) jest liczbą oderwaną.

Wymiar stałej  $v_0$  z równania (17) jest m/sek, a zatem ma ona istotnie wymiar prędkości.

Wymiar stałej  $Z_0$  z równania (26) jest  $\frac{N}{m/sek}$ , a zatem ma ona istotnie wymiar oporności mechanicznej.

Wymiar przekładni  $p$  z równania (67) jest  $\frac{N}{V}$ .

Ponieważ w równaniu (69) różnica prędkości  $v_2 - v_1$  jest wyrażona w m/sek, to na podstawie zależności (119) prąd  $i_2$  jest wyrażony w amperach (A).

Wartości liczbowe parametrów kwarcu są następujące:

- względnej stałej dielektrycznej  $\epsilon^s = 4,58$  (stała dielektryczna próżni  $\epsilon_0 = 0,8859 \cdot 10^{-11} \frac{F}{m}$ ),
- sztywności sprężystej  $C^D = 7,85 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$ ,
- stałej piezoelektrycznej  $h = 4,29 \cdot 10^9 \frac{V}{m}$ ,
- gęstości  $\rho = 2650 \frac{kg}{m^3}$ .

Zakład Badań i Studiów Teletechniki  
Warszawa

#### WYKAZ LITERATURY

1. Warren P. Mason, Ph. D.: Electromechanical Transducers and Wave Filters. New York, str. 195.
2. Brainerd J. G., Jensen A. G., Cumming L. G.: Standards on Piezoelectric Crystals. — Proceedings of the Institute of Radio Engineers, 1949, str. 1378.
3. Скучик Е.: Основы акустики. Москва 1958, том. I, стр. 515.
4. Дрейзен И.: Электроакустика и звуковое вещание. Москва 1961, стр. 322.

W. ŻOCHOWSKI

#### DERIVATION OF EQUIVALENT NETWORK OF LONGITUDINALLY VIBRATING PLAQUETTE MADE OF PIEZOELECTRIC MATERIAL

#### Summary

The author is concerned with longitudinal vibrations of a plaquette cut out of piezoelectric material and with its equivalent network. Piezoelectric equations have been given, from which the basic equations of the longitudinal vibrations of the

plaquette have been derived. One of these equations expresses the distribution of force along the plaquette.

On the basis of these equations the author has defined the elements of electro-mechanical equivalent networks, obtained in certain cases discussed in the paper.

W. ZOCHOWSKI

## OSCILLATIONS LONGITUDINALES D'UNE LAME PIÉZO-ÉLECTRIQUE

### Résumé

L'auteur s'occupe des oscillations longitudinales d'une lame coupée de matériel piézo-électrique ainsi que du schéma équivalent de celle-ci. On a présenté des équations piézo-électriques et en vertu de celles-ci on a déduit les équations fondamentales des oscillations longitudinales d'une lame. L'une de ces équations exprime des éléments électromécaniques des schémas équivalents, obtenus en quelques cas analysés dans l'article.

W. ZOCHOWSKI

## LONGITUDINALE SCHWINGUNGEN DER PLATTE AUS DEM PIEZOELEKTRISCHEN MATERIAL

### Zusammenfassung

Der Verfasser beschäftigt sich mit den longitudinalen Schwingungen der Platte, die aus dem piezoelektrischen Material ausgeschnitten ist, und mit der elektromechanischen Ersatzschaltung für diese Platte. Es wurden zwei piezoelektrischen Gleichungen zum Ausdruck gebracht, auf welcher Grund zwei Grundgleichungen für die longitudinalen Schwingungen der Platte hergeleitet wurden. Von diesen Gleichungen die erste Gleichung die Geschwindigkeitsverteilung und die zweite — die Kraftverteilung längs der Platte zum Ausdruck bringt. Auf Grund dieser Gleichungen wurden weiterhin die Elemente der elektromechanischen Ersatzschaltungen, erhaltenen in gewissen Fällen, die im Aufsatz besprochen sind, bestimmt.

В. ЖОХОВСКИ

## ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИНКИ ИЗ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

### Резюме

Автор занимается продольными колебаниями пластинки, вырезанной из пьезоэлектрического материала а также эквивалентной схемой этой пластинки.

Приведено два пьезоэлектрические уравнения, на основании которых выведено основные уравнения для продольных колебаний пластинки. Одно из этих уравнений выражает распределение скорости движения, другое же — распределение силы вдоль пластинки. На основании этих уравнений определено элементы электромеханических эквивалентных схем, полученных в некоторых случаях, рассмотренных в статье.

WACŁAWA TERESA BIENKOWSKA

## Magnetyczny przełącznik kanałowy dla telefonicznej krotnicy czasowej

Rękopis dostarczono 4.3.1963

W pracy omówiono zasady działania oraz projektowania magnetycznych układów przełączających zbudowanych na rdzeniach toroidalnych o prostokątnej pętli histerezy. Omówiono wzmacniacze magnetyczne zbudowane na takich rdzeniach przełączanych zarówno prądem, jak i napięciowo. Zaprojektowany i zbudowany przełącznik pozwala na przełączanie dwunastu kanałów z częstotliwością komutacji równą 48 kHz. Konstrukcja optymalna tego przełącznika, zbudowana z łańcucha pozytorów, pozwala na uzyskanie na wyjściu stosunku sygnału do zakłócenia jak 6:1. Układ może być wykorzystany jako przełącznik kanałowy telefonicznej krotnicy czasowej systemu dwunastokrotnego.

### 1. WSTĘP

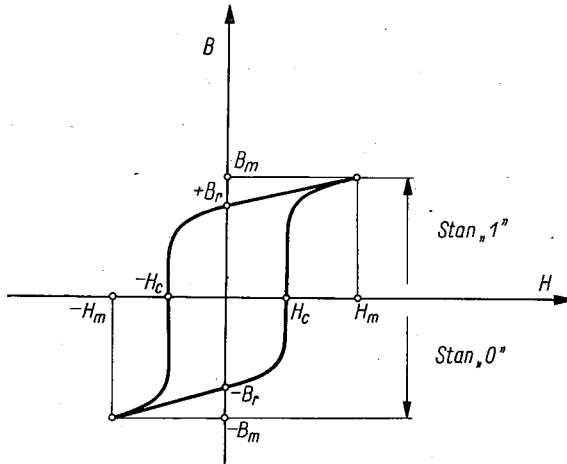
W pracy przeanalizowano możliwość realizacji układów przełączających zbudowanych z dwustanowych wzmacniaczy na rdzeniach magnetycznych o prostokątnej pętli histerezy. Wybrany układ przełączający będzie zastosowany w telefonicznej krotnicy czasowej I-12. Zasada działania telefonicznej krotnicy czasowej polega na tym, że układy nadawcze z odbiorczymi poszczególnych kanałów są okresowo łączone ze sobą co pewien czas  $T_g$  i na czas  $T_k$  tak, że każdy z kanałów ma połączenie zrealizowane w innym czasie. Częstotliwość pobierania próbek powinna przy tym być tak duża, aby jakość transmisji była zadowalająca. W czasie  $T_k$  następuje pobranie z kanału próbki proporcjonalnej do napięcia akustycznego panującego w tym kanale. Przyjęto częstotliwość pobierania próbek równą 8 kHz, co oznacza, że próbki są pobierane z każdego kanału w tych samych odstępach czasu  $T_g = 125 \mu\text{s}$ . Ponieważ system I-12 jest układem dwunastokrotnym, powinniśmy dysponować przełącznikiem o dwunastu wyjściach, na każdym z których pojawiałby się impuls o długości  $T_k =$

$$= \frac{125}{12} \mu\text{s} = 10,4 \mu\text{s} \text{ w stałych odstępach czasu } T_g = 125 \mu\text{s}.$$

Układy przełączające tego typu można również zrealizować np. przy pomocy multiwibratorów lampowych albo tranzystorowych.

## 2. PODSTAWOWE PARAMETRY RDZENI

Rdzenie magnetyczne użyte w tej pracy są zbudowane z materiału o prawie prostokątnej przebiegu pętli histerezy, takim np. jak podano na rys. 1. Wykorzystujemy tu dwa stany remanencji rdzenia: stan pierwszy, w którym rdzeń jest namagnesowany do pozycji  $+B_r$ , oraz stan



Rys. 1. Pętla histerezy rdzeni ferrytowych

drugi — gdy rdzeń namagnesowany jest do pozycji  $-B_r$ . Przyjęto umownie przyjmować stan  $+B_r$  jako „1”, a stan  $-B_r$  — jako „0”.

Każdy materiał magnetyczny posiada dwie zasadnicze wielkości charakteryzujące jego własności, są to: indukcja nasycenia  $B_s$  i siła koercji  $H_c$ .

W przypadku rdzenia o prostokątnej pętli histerezy indukcja nasycenia określa maksymalną amplitudę napięcia indukowanego.

Siła koercji materiału magnetycznego określa prąd, jaki trzeba przepuścić przez uzwojenie, aby przemagnesować rdzeń, który poprzednio posiadał pewną pozostałość magnetyczną. Wielkość ta określa amplitudę impulsu prądowego zdolnego do przemagnesowania rdzenia. Pożądane jest oczywiście, by siła koercji była jak najmniejsza.

Jeszcze jednym ważnym parametrem rdzenia magnetycznych jest przydatność materiału magnetycznego do zastosowań w układach dwustanowych, którą określa się głównie przez stopień prostokątności pętli histerezy tego materiału. Prostokątność pętli histerezy określa się przy pomocy współczynnika, zwanego często współczynnikiem remanencji.

$$S' = \frac{B_r}{B_s}, \quad (1)$$

gdzie:

$B_r$  — pozostałość magnetyczna (remanencja magnetyczna), czyli wartość indukcji w rdzeniu, jaka pozostaje po odjęciu pola magnesującego materiał do stanu nasycenia ( $H_m = 0$ );

$B_s$  — indukcja nasycenia, czyli indukcja, jaką maksymalnie może osiągnąć materiał w stanie uporządkowania wszystkich momentów magnetycznych przy polu magnesującym  $H_s$ .

Prostokątność pętli histerezy dla rzeczywistych wartości  $B_m < B_s$  określa się przy pomocy tzw. współczynnika prostokątności:

$$S = \frac{B_r}{B_m}, \quad (2)$$

gdzie:  $B_m$  odpowiada  $H_m < H_s$ .

Wartość współczynnika  $S$  powinna być możliwie bliska jedności.

### 3. IMPULSOWE WŁAŚCIWOŚCI RDZENIA

Praca rdzenia w impulsowych układach dwustanowych, do których należą omawiane przez nas układy, polega na przełączaniu rdzenia od jednego stanu remanencji ( $+B_r$ ) do stanu przeciwnego ( $-B_r$ ).

Przełączanie odbywać się może w sposób dwojaki: ze źródła o stałej wydajności napięciowej, tj. o bardzo małej (w stosunku do impedancji przełączanego rdzenia) impedancji wewnętrznej, oraz ze źródła prądu o stałej wydajności prądowej, tj. o bardzo dużej impedancji wewnętrznej w stosunku do impedancji przełączanego rdzenia.

Najczęściej impulsy przełączające (prądu lub napięcia) mają kształt prostokątny. Takie rodzaje przełączania rozważymy poniżej.

#### 3.1. Właściwości rdzenia przełączanego napięciowo

Jak poprzednio powiedzieliśmy, przełączanie napięciowe ma miejsce wtedy, gdy oporność wewnętrzna źródła przełączającego jest znacznie mniejsza w każdej fazie procesu przełączania od zastępczej oporności rdzenia. O ile kształt napięcia przełączającego przyłożonego do uzwojenia rdzenia jest prostokątny, interesujący jest kształt prądu w uzwojeniu. Impedancję uzwojenia rdzenia można w przybliżeniu rozpatrywać jako indukcyjność, której wielkość z kolei zależy od przenikalności materiału rdzenia.

Zaniedbując składowe rzeczywiste impedancji uzwojenia, dla rdzenia możemy napisać następującą zależność:

$$E_0 = - \frac{d}{dt} (iL), \quad (3)$$



gdzie:

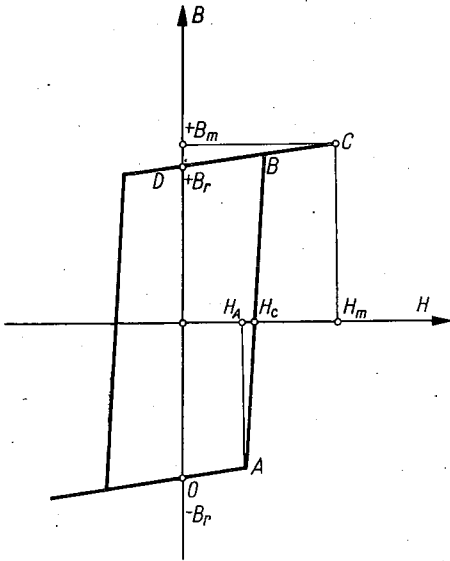
$E_0$  — napięcie przełączające,

$i$  — prąd płynący w uzwojeniu,

$L$  — indukcyjność uzwojenia nawiniętego na rdzeniu.

W procesie przełączania zmienia się również  $L$ .

Pętlę histerezy możemy aproksymować odcinkami prostymi nie pełniąc przy tym większych błędów, ponieważ pętla histerezy użytych rdzeni jest prawie prostokątna. Możemy więc założyć, że droga przebyta po pętli histerezy podczas przełączania z jednego stanu rdzenia do prze-



Rys. 2. Uproszczony przebieg pętli histerezy

ciwnego składa się z szeregu odcinków  $OA$ ,  $AB$ ,  $BC$  i  $CD$ , na których indukcyjność można uważać za stałą (rys. 2).

Można przyjąć, że dla odcinka  $OA$  prąd będzie określony równaniem:

$$i_{OA} = \frac{E_0}{\mu_1 L_0} t, \quad (4)$$

gdzie:

$\mu_1$  — przenikalność magnetyczna dla odcinka  $OA$  (nasycecia) pętli histerezy;

$L_0$  — indukcyjność cewki przy  $\mu_0 = 1$ ;

$E_0$  — amplituda prostokątnego impulsu napięcia przyłożonego do uzwojenia.

Prąd na tym odcinku  $OA$  będzie szybko narastał, ponieważ odpowiada to nasyceniu cewki i impedancja uzwojenia jest mała. Równość ta jest słuszna dopóki prąd nie osiągnie wartości  $I_A$  (rys. 3).

$$i_{OA} = I_A,$$

stąd

$$t_1 = \frac{H_A \cdot l \cdot L_0 \cdot \mu_1}{z \cdot E_0}, \tag{5}$$

gdzie:

- $l$  — średnia długość drogi magnetycznej,
- $z$  — liczba zwojów uzwojenia.

Podobnie na odcinku  $AB$  prąd będzie określony jako:

$$i_{AB} = \frac{E_0}{\mu_2 L_0} (t - t_1) + I_A, \tag{6}$$

gdzie:  $\mu_2$  — przenikalność magnetyczna dla odcinka  $AB$ .

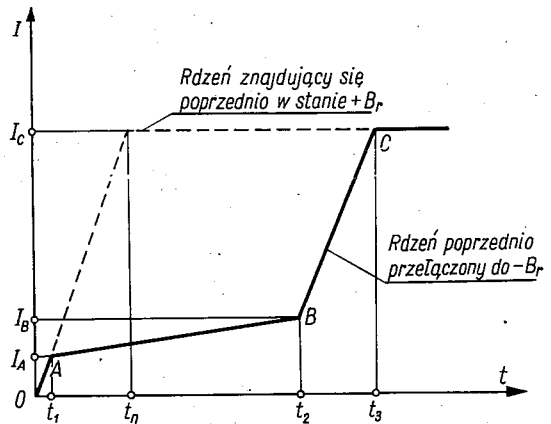
Punkt  $B$  zostanie osiągnięty po czasie  $t_2$ , gdy:

$$i_{AB} = I_B, \quad t = t_2$$

więc czas  $t_2$  będzie określony przez:

$$t_2 = \frac{\frac{H_B \cdot l}{z} - \frac{H_A \cdot l}{z}}{\frac{E_0}{\mu_2 L_0}} + t_1 \tag{7}$$

Prąd określony w czasie pracy na odcinku  $AB$  pętli będzie wzrastał bardzo powoli, ponieważ rdzeń jest nienasycony i impedancja uzwojenia jest duża.



Rys. 3. Uproszczony przebieg prądu przy przełączaniu impulsem stałego napięcia

Praca na tym odcinku odpowiada właściwemu przełączaniu rdzenia. Prąd mierzony w tym czasie jest prądem przełączania.

Na odcinku  $BC$  następuje gwałtowny skok prądu dlatego, że rdzeń przeszedł w drugi stan nasycenia.

Jeżeli czas trwania impulsu przełączającego będzie dostatecznie duży, to prąd  $I_{BC}$  będzie wzrastał tak długo, dopóki nie zostanie ograniczony przez impedancję wewnętrzną źródła i pozostanie tak wielki do końca impulsu. Prąd na odcinku ( $BC$ ) jest dany wzorem:

$$i_{BC} = \frac{E_0}{\mu_1 L_0} (t - t_2) + I_B. \tag{8}$$

Proces przełączania kończy się powrotem do punktu  $D$ , czyli do  $+B_r$ .

Czasy  $t_1$  i  $t_3 - t_2$  mogą być pominięte w stosunku do czasu  $t_2 - t_1$ . Korzystając z równania (8) możemy napisać wobec tego, że czas przełączania rdzenia jest równy:

$$T_p = \frac{I_B - I_A}{\frac{E_0}{\mu_2 \cdot L_0}} \quad (9)$$

Obserwując przebiegi prądu przy przełączaniu napięciowym rdzenia, można zauważyć, jak będzie się zmieniał czas przełączania w zależności od wielkości amplitudy przyłożonego napięcia. Jeżeli amplituda przyłożonego napięcia będzie większa, to przełączanie rdzenia z jednego stanu do drugiego będzie się odbywać prędzej, a tym samym skróci się czas przełączania. Im amplituda napięcia jest mniejsza, tym czas przełączania będzie większy. Gdy natomiast damy amplitudę napięcia tak małą, że czas przełączania rdzenia określony wzorem (9) będzie większy od czasu trwania impulsu przełączającego, to nastąpi częściowe (niecałkowite) przełączenie rdzenia.

W związku z tym przy wzroście częstotliwości przełączania należy odpowiednio zwiększyć amplitudę napięcia przełączającego, aby uzyskać całkowite przełączenie rdzenia.

Zdolności wzmacniające rdzenia możemy określić rozpatrując dwa przypadki przełączania rdzenia: pierwszy — gdy rdzeń był przełączony impulsem napięcia po drodze  $OABC$ , oraz drugi — gdy rdzeń jest przełączany po drodze  $DBC$  (rys. 2).

Przyjmując  $T_p = t_2 - t_1$  za czas przełączania, możemy napisać wzór na oporność zastępczą rdzenia przy przełączaniu napięciowym. Mamy więc:

$$R_z = \frac{2E_0}{I_A + I_B} \quad (10)$$

Jeżeli do rdzenia znajdującego się już w stanie „1” przyłożymy napięcie  $E_0$  takie jak poprzednio, praca będzie odbywać się po linii prostej  $DBC$  (rys. 2) pętli histerezy. Otrzymamy następującą zależność na prąd na tym odcinku:

$$i_{DC} = \frac{E_0}{\mu_1 L_0} t \quad (11)$$

Czas narastania  $t_n$  impulsu prądu w uzwojeniu, po którym osiągnie on wartość  $I_c$ , będzie równy:

$$t_n = \frac{\mu_1 H_m L_0}{z \cdot E_0} \quad (12)$$

Czas ten jest znacznie mniejszy od czasu  $t_2$ , o ile  $\mu_2 \gg \mu_1$ .

Przebieg prądu w tym przypadku pokazany jest na rys. 3 linią przerywaną. Z rys. 3 widać, że wartość średnia prądu w obwodzie rdzenia

nieprzełączanego jest znacznie większa od tej wartości dla rdzenia przełączanego.

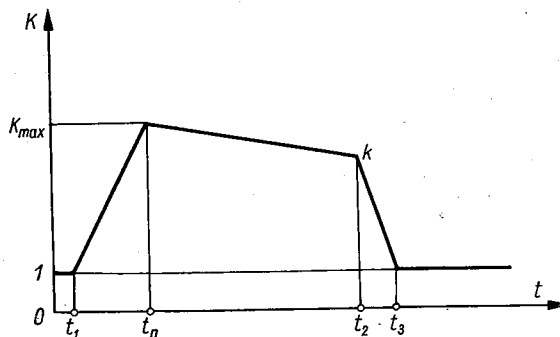
Ponieważ napięcie przełączające jest stałe i równe  $E_0$ , to średnia oporność  $r_p$  rdzenia przełączanego jest znacznie większa od średniej oporności  $r_n$  rdzenia nieprzełączanego. Powyższy efekt zmiany oporności określa własności wzmacniające rdzenia.

A zatem zdolności wzmacniające rdzenia charakteryzuje stosunek chwilowych oporności rdzenia przełączanego i nieprzełączanego, który jest równy odwrotności stosunku prądów chwilowych

$$K = \frac{r_p}{r_n} = \frac{i_n}{i_p} \quad (13)$$

Korzystając z rys. 3 otrzymamy wzmocnienie w funkcji czasu — jak na rys. 4.

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że do całkowitego przełączenia rdzenia stałym napięciem wymagane jest zachowanie stałej wartości



Rys. 4. Przebieg wzmocnienia  $K$  w funkcji czasu  $t$

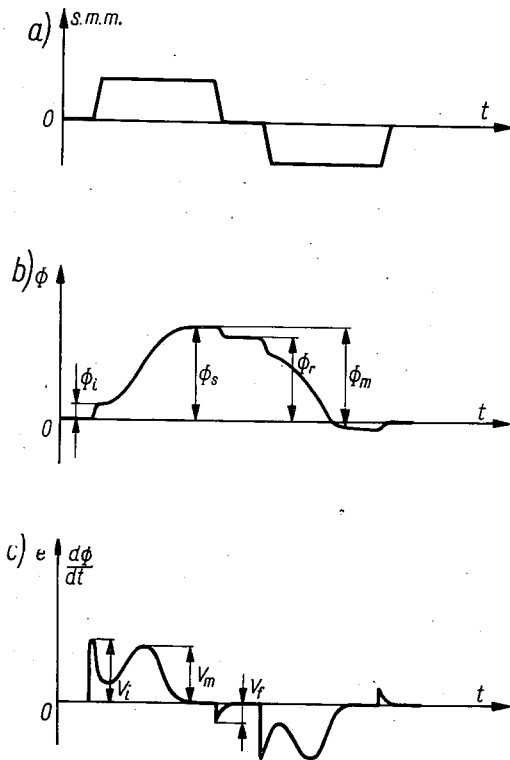
iloczynu napięcia przełączającego przez czas przełączania dla ustalonej ilości zwojów. Dlatego też praca rdzeniowych układów impulsowych z rdzeniami magnetycznymi o prostokątnej pętli histerezy przełączanych napięciowo odbywać się może z teoretycznie dowolną szybkością (a więc również bardzo niską) pod warunkiem, że woltosekundy przebiegu przełączającego będą odpowiednio dobrane. Stanowi to główną zaletę układów tego rodzaju, której nie posiadają układy przełączane prądowo.

Konieczność zachowania stałych woltosekund napięcia przełączającego określa jednocześnie główne wady tego rodzaju przełączania, gdyż zarówno zmniejszenie, jak i zwiększenie woltosekund przebiegu przełączającego powoduje pogarszanie się stosunku sygnału do zakłócenia w tych układach. Przy ustalonej częstotliwości narzuca to konieczność stabilizowania amplitudy napięcia przełączającego.

### 3.2. Przełączanie prądem stałym

Przy przełączaniu prądowym przebiegiem przełączającym prostokątny impuls prądowy jest przepuszczony przez uzwojenie nawinięte na rdzeniu. Natężenie pola  $H$  jest wprost proporcjonalne do natężenia prądu i ilości zwojów tego uzwojenia, a odwrotnie proporcjonalne do średnicy rdzenia. Strumień, a więc i gęstość strumienia (indukcja)  $B$  przybiera wartość zgodnie z kształtem pętli histerezy rdzenia. Podczas przełączania strumień zmienia się; można to zaobserwować badając SEM indukowane na uzwojeniach rdzenia.

Przy przełączaniu impulsem prądowym (rys. 5a) w uzwojeniu rdzenia jest wzbudzany impuls napięciowy o kształcie podobnym do pokazanego



Rys. 5. Przełączanie rdzenia impulsami stałej siły magnetomotorycznej

na rys. 5c. Przebieg zmian strumienia w czasie przy takim przełączaniu pokazano na rys. 5b. Czas przełączania  $T_p$  utożsamia się w praktyce z odstępem czasowym na krzywej napięcia indukowanego w rdzeniu pomiędzy punktami odpowiadającymi 0,1 wartości maksymalnej  $V_m$  (rys. 5c).

Można wykazać zarówno teoretycznie, jak i eksperymentalnie, że skończony czas zwany czasem przełączania niezbędny jest dla dokonania odwrócenia (zamiany) strumienia w rdzeniu. Zależność (zob. np. [1]) po-

między czasem przełączania  $T_p$ , amplitudą impulsu przełączającego i właściwościami materiału rdzenia jest następująca:

$$T_p(H_m - H_0) = S_w, \quad (14)$$

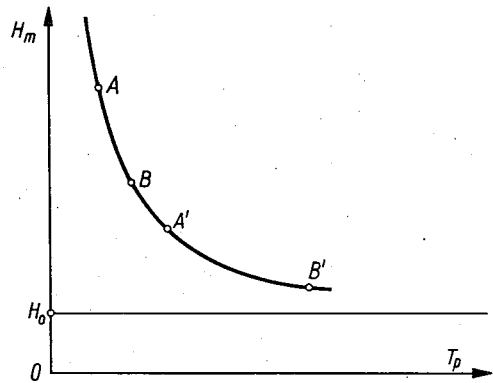
gdzie:

$H_m$  — amplituda pola przełączającego (przyłożonego),

$H_0$  — progowa wartość natężenia pola, przy której średnia szybkość ruchu granic domen jest zerowa,

$S_w$  — współczynnik przełączania prądem stałym dla danego rdzenia.

Równanie powyższe jest słuszne, gdy czas narastania impulsu jest krótki w stosunku do  $T_p$  i wskazuje na to, że czas przełączania skraca się ze



Rys. 6. Charakterystyka przełączania rdzenia

wzrostem natężenia pola przełączającego. Ponieważ trudno jest określić  $H_0$ , użyteczność tego równania jest ograniczona. Gdy  $H_m$  jest bardzo duże,  $H_0$  można pominąć i równanie sprowadza się do:

$$T_p H_m \approx S_w. \quad (15)$$

W tej postaci wykorzystuje się je dla określenia czasu przełączania rdzenia przy zadanej amplitudzie prądu przełączającego.

Przykładowy wykres równości (14) pokazano na rys. 6. Z rysunku tego wynika, że gdy jest pożądane uniezależnienie zmian  $T_p$  od zmian  $H_m$ , korzystniejsza jest praca na części  $AB$  niż na części  $A'B'$  tej charakterystyki.

#### 4. MAGNETYCZNE UKŁADY PRZEŁĄCZAJĄCE W TELETRANSMISYJNYCH SYSTEMACH IMPULSOWYCH

Omówione poprzednio dwa sposoby przełączania impulsowego rdzenia stałym napięciem i stałym prądem wyznaczają dwie zasadnicze grupy dwustanowych układów impulsowych mogących znaleźć zastosowanie w teletransmisyjnych układach impulsowych, różniące się sposobem zasilenia.

Zalety układów przełączanych ze źródeł napięciowych to: możliwość równoległego zasilania wzmacniaczy magnetycznych, stosunkowo niskie napięcie zasilające (rzędu kilkunastu woltów) oraz możliwość dowolnej regulacji szybkości przełączania rdzenia.

Ich wady to: duże natężenie prądów przełączających, konieczność stabilizacji amplitudy (woltosekund) napięcia przełączającego oraz konieczność zapewnienia dostatecznie małej oporności wewnętrznej impulsowych źródeł napięć przełączających.

Uzwojenia zasilające wzmacniaczy magnetycznych przełączanych prądowo powinny być łączone szeregowo, co powoduje, że napięcia zasilające w układach zawierających wiele wzmacniaczy mogą osiągnąć wielkość rzędu kilkuset woltów. Do wad układów tego rodzaju należy również ograniczona od dołu szybkość przełączania.

Na przykład dla krajowych rdzeni ferrytowych z prostokątną pętlą histerezy produkcji Instytutu Maszyn Matematycznych PAN z materiału R1 niekorzystne jest przełączanie rdzeni z czasem przełączania dłuższym od około 10  $\mu$ sek, podczas gdy „optymalny” czas przełączania (zapewniający najlepszy stosunek sygnału do zakłócenia) jest równy około 2,5  $\mu$ sek. W związku z tym układy impulsowe, pracujące z szybkością powtarzania impulsów mniejszą od około 200 kHz na tych rdzeniach przełączanych prądowo powinny w zasadzie operować impulsami krótszymi od połowy okresu repetycji, co może stanowić pewną wadę tego rodzaju układów.

Poniżej omówiono konstrukcję oraz zasady projektowania trzech rodzajów przełączników kanałowych zrealizowanych na dwustanowych wzmacniaczach na rdzeniach magnetycznych o prostokątnej pętli histerezy, które mogą znaleźć zastosowanie w teletransmisyjnych systemach impulsowych. Pierwsze dwa układy wykorzystują przełączanie napięciowe rdzeni, w układzie trzecim rdzenie są przełączane prądowo. Przytoczono również niektóre wyniki badań eksperymentalnych przełączników dla telefonii I-12 wykonanych w Katedrze Teletransmisyjnych Urządzeń Przewodowych Politechniki Warszawskiej. Inne możliwe rozwiązanie tego rodzaju układów podaje [1].

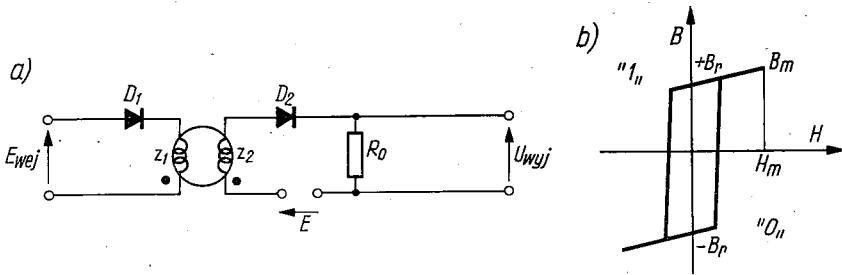
#### 4.1. Przełącznik kanałowy telefonii I-12 złożony z łańcucha dławików nasyconych

##### 4.1.1. Zasada działania wzmacniacza magnetycznego dwustanowego zwanego negatorem

Układ dławika nasyconego, zwanego negatorem, składa się z rdzenia o prostokątnej pętli magnesowania oraz dwóch uzwojeń:  $z_1$  — wejściowego, oraz  $z_2$  — wyjściowego (roboczego) (rys. 7).

Jednokierunkowe impulsy prądowe płyną pod wpływem zasilającego napięcia zegara  $E$  przez uzwojenie robocze dławika  $z_2$  i szeregowo połączoną z nim diodę  $D_2$  oraz oporność obciążenia  $R_0$ . Gdy przez uzwojenie sterujące nie płynie żaden prąd, impulsy zegara przepływając przez uzwojenie robocze magnesują rdzeń wzdłuż odcinka pętli magnesowania od  $B_r$  przez punkt  $B_m$  i z powrotem do  $+B_r$ . Sytuacji tej odpowiada pojawienie się na oporności obciążenia impulsów prądowych, ponieważ oporność uzwojenia  $z_2$  jest bardzo mała i prawie całe napięcie zasilające odkłada się na oporności  $R_0$ . Odpowiada to sygnałowi „1”.

Pojawienie się impulsu na wejściu, który przełącza rdzeń od  $+B_r$  do  $-B_r$ , powoduje to, że najbliższy impuls zegara zasilającego przełącza



Rys. 7. Negator

rdzeń od  $-B_r$  do  $+B_r$  i wtedy prawie całe napięcie zegara odkłada się na uzwojeniu  $z_2$ , które przedstawia teraz dużą oporność. Na oporności obciążenia pojawi się jedynie niewielki impuls zakłócający, odpowiadający „0”. Pojawieniu się impulsu na wejściu odpowiada brak impulsu na wyjściu.

Układ pozwala więc na realizację negacji — stąd nazwa negator. Jego charakterystyczną cechą jest opóźnienie impulsów wyjściowych w stosunku do impulsów wejściowych o pół okresu zegarowego.

Zdolności wzmacniające dławika nasycanego wynikają z faktu, że może on przepuścić w stanie nasycenia znacznie większą wartość prądu ze źródła zasilania do oporności obciążenia niż prąd potrzebny do przemagnesowania rdzenia od  $+B_r$  do  $-B_r$ , za pomocą impulsu napięcia wejściowego. Czynnikiem ograniczającym wzmacnienie mocy dławika nasycanego są impedancja resztkowa dławika w stanie nasycenia (indukcyjność rozproszenia i oporność uzwojenia  $z_2$  i diody  $D_2$ ) oraz wytrzymałość cieplna uzwojenia. Fakt, iż dławik nasycany jest zasilany napięciowo, sprawia, że osiągalne wzmacnienie mocy może być znacznie większe niż wzmacnienie osiągane przez transformator sterowany prądowo, opisany niżej.

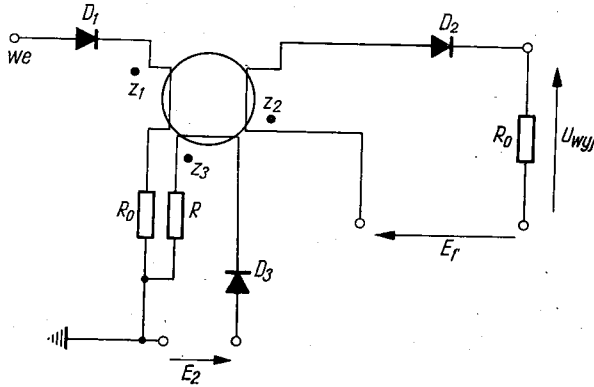
W praktyce nie wykorzystuje się maksymalnych możliwości energetycznych ogni wzmocniających, rozpatrując ich pracę w układzie przede wszystkim pod kątem widzenia stabilności i pewności działania.



#### 4.1.2. Zasada działania dwustanowego dławika nasycanego, zwanego pozytorem

Innym rodzajem dwustanowego dławika nasycanego jest tak zwany „pozytor”. Pozytor w odróżnieniu od negatora posiada trzy uzwojenia na jednym rdzeniu (rys. 8).

Impulsy zegarów  $E_1$ ,  $E_2$  są przesunięte w fazie o pół okresu. Dodatnie impulsy napięcia zegara zasilającego  $E_1$  przełączają rdzeń do stanu „1”, natomiast dodatnie impulsy napięcia zegara polaryzującego  $E_2$  przełączają rdzeń do stanu „0”. W wyniku kolejnego działania dodatnich impulsów



Rys. 8. Pozytor

$R$  — opornik ograniczający prąd w uzwojeniu  $z_3$

zegarów  $E_1$  i  $E_2$ , na wyjściu pozytora pojawiają się, przy braku impulsów wejściowych, niewielkie impulsy zakłócające, odpowiadające „0”.

Jeżeli na wejście dławika nasycanego przyłożymy impuls, który będzie w fazie z impulsem zegara  $E_2$ , kierunek zaś prądu tego impulsu będzie taki, że nie pozwoli na przemagnesowanie rdzenia prądem zegara  $E_2$ , najbliższy impuls zegara  $E_1$  zostanie rdzeń nie przemagnesowany, czyli w stanie „1”. Odpowiada temu mała oporność, a więc napięcie zegara  $E_1$ , jakie jest przyłożone na uzwojenie robocze  $z_2$ , odkłada się prawie w całości na oporności obciążenia jako impuls użyteczny odpowiadający „1”. Pojawieniu się impulsu na wyjściu odpowiada więc przyłożenie impulsu na wejściu, stąd nazwa „pozytor”.

#### 4.1.3. Przełącznik kanałowy złożony z szeregu negatorów

Jak wykazano porzednio, negator posiada własność opóźniania impulsów. Załóżmy, że impulsy wejściowe i impulsy zasilające uzyskiwane są z dwóch napięciowych przebiegów prostokątnych, będących w przeciwfazie. O ile na wejściu pojawi się dodatni impuls wejściowy, spowoduje to brak impulsu na wyjściu w chwili odpowiadającej następnej dodatniej

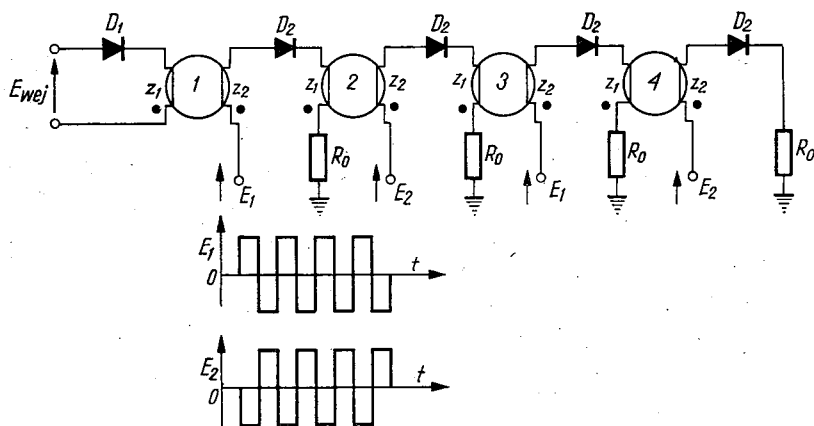
połówce zegara zasilającego. Możemy więc utworzyć linię opóźniającą złożoną z szeregu negatorów, połączonych w ten sposób, że sąsiednie rdzenie zasilane są z dwu odmiennych faz napięcia prostokątnego.

Najprostszy sposób przekazywania sygnału pomiędzy dławikami nasyconymi polegałby na połączeniu wyjścia dławika pobudzającego z wejściem dławika pobudzanego. W tym przypadku jednak wystąpiłoby wiele niedogodności związanych z oddziaływaniem zwrotnym rdzeni. Oddziaływanie to eliminujemy włączając w obwód sprzęgającą diodę, która zatkana ujemnym półokresem napięcia zasilającego uniemożliwia wsteczny przepływ informacji.

Schemat układu negatorowego z diodami sprzęgającymi pokazano na rys. 9.

Z chwilą pojawienia się impulsu na początku łańcucha, przekazywanie tego impulsu przez łańcuch negatorów odbywa się w sposób następujący.

Impuls na wejściu pierwszego negatora powoduje brak impulsu na jego wyjściu — czyli brak będzie impulsu na wejściu drugiego w łańcuchu



Rys. 9. Przełącznik złożony z szeregu negatorów

negatora. Na wyjściu drugiego negatora pojawi się więc impuls opóźniony o jeden okres napięcia zasilającego w stosunku do chwili pojawienia się impulsu na wejściu negatora pierwszego. A więc dwa negatory połączone w szereg zachowują się jak pozytyw, dając jednak dwa razy większe opóźnienie od pozytywora.

Załóżmy np., że mamy zrealizować przełącznik 12-pozycyjowy dający na 12 wyjściach impulsy o długości 10,4  $\mu$ sek, z których każdy jest przesunięty również o 10,4  $\mu$ sek. O ile będziemy chcieli do tego celu wykorzystać łańcuch negatorów zasilany napięciem prostokątnym o okresie 20,8  $\mu$ sek (częstotliwość 48 kHz), natrafimy na zasadniczą trudność, spowodowaną tym, że impulsy będą opóźnione o 20,8  $\mu$ sek, nie zaś o wymagane 10,4

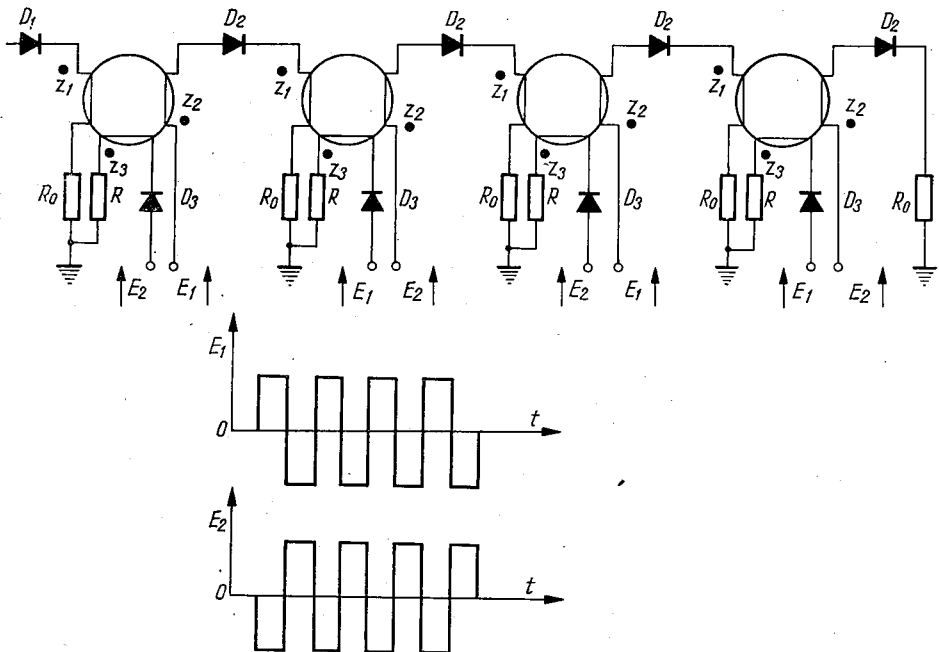
µsek. Trudność tę możemy rozwiązać np. w ten sposób, że wykorzystamy dwa łańcuchy negatorów, z których każdy będzie zasilany i sterowany w przeciwfazie.

Dla sterowania takiego przełącznika należałoby dysponować parą impulsów wejściowych w dwóch kolejnych fazach. Sterowanie takiego przełącznika można zrealizować również dając w jednym z łańcuchów pozytyw zamiast pierwszego negatora. W sumie dwunastopozycyjowy przełącznik musiałby zawierać jednak 24 dławiki nasycane. Układy opisane poniżej wymagają dwukrotnie mniejszej ilości wzmacniaczy magnetycznych, co jest ich zaletą.

#### 4.1.4. Przełącznik kanałowy złożony z szeregu pozytorów

Zasadę przekazywania sygnału pomiędzy dławikami zwanymi pozytorami ilustruje rys. 10.

Uzwojenie wyjściowe  $z_2$  dławika pobudzającego połączone jest przez diodę z uzwojeniem wejściowym  $z_1$  dławika pobudzanego. Oporność  $R_0$



Rys. 10. Przełącznik złożony z szeregu pozytorów

i oporność wejściowa dławika, widziane od strony uzwojenia  $z_1$ , stanowią oporność obciążenia dla rdzenia pierwszego. Podobnie jak przełącznik negatorowy, układ pracuje dwufazowo, to znaczy że impulsy zegarów  $E_1$  oraz  $E_2$  są przesunięte w fazie.

Przekazywanie sygnału odbywa się w sposób następujący:

Gdy na uzwojenie sterujące rdzenia pierwszego przyłożymy impuls, który nie pozwoli na przełączenie rdzenia przez zegar polaryzujący  $E_2$  do stanu „0”, to rdzeń ten namagnesowany do stanu „1” będzie przedstawiać małą oporność dla przepływu prądu ze źródła zasilania  $E_1$  i wówczas całe prawie napięcie  $E_1$  odkłada się na oporności  $R_0$  i na uzwojeniu sterującym rdzenia drugiego.

Część energii wyjściowej zostaje z kolei wykorzystana do sterowania drugiego rdzenia w ten sposób, że uniemożliwia rozmagnesowanie tego rdzenia przez napięcie  $E_1$ .

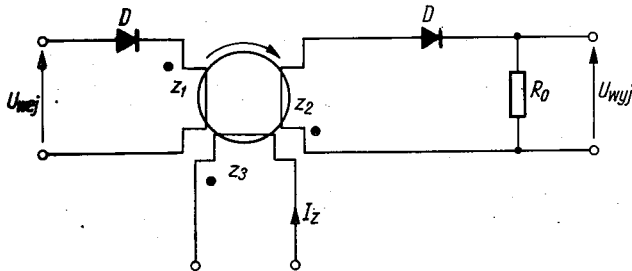
W rezultacie drugi rdzeń nie zostanie przełączony i najbliższy impuls napięcia zasilającego  $E_2$ , zastając rdzeń nasycony, spowoduje przepływ dużego prądu przez oporność obciążenia i pojawienie się sygnału „1” opóźnionego o cały okres na wyjściu drugiego ogniwa. W dalszym ciągu cykl powtarza się w następnych ogniwach przełącznika.

Gdy ilość pozytorów w łańcuchu będzie równa ilości przełączanych kanałów, tak skonstruowana magnetyczna linia opóźniająca może być bezpośrednio wykorzystana jako przełącznik, o ile na jej wyjściu pojawiać się będą impulsy o długości  $T_k$  i co czas  $T_g$ . Napięcie wyjściowe z przełącznika można pobierać z zacisków opornika  $R_0$ . Również tutaj diody zatkane ujemnymi półokresami zegarów  $E_1$  i  $E_2$  przerywają niepożądane obwody sprzęgające uniemożliwiając oddziaływanie wsteczne.

## 4.2. Układy na transformatorach nasycanych

### 4.2.1. Zasada działania dwufazowego transformatora nasycanego

Dwustanowym transformatorem nasycanym nazywamy rdzeń o prostokątnej pętli magnesowania z nawiniętymi na nim trzema uzwojeniami, jak na rys. 11.



Rys. 11. Dwustanowy transformator nasycany

Działanie wzmacniające takiego transformatora jest następujące.

Przez uzwojenie  $z_3$  płyną impulsy prądu zasilającego, które usiłują przełączać rdzeń ze stanu „1” do stanu „0”. Jeśli na uzwojenie wejściowe

$z_1$  transformatora przyłożymy impuls, który spowoduje przemagnesowanie rdzenia od ujemnej pozostałości magnetycznej  $-B_r$  do dodatniej pozostałości magnetycznej  $+B_r$ , czyli do stanu „1”, indukowane w tym czasie napięcie na uzwojeniu wyjściowym  $z_2$  nie przedstanie się na opór obciążenia, ponieważ będzie ono blokowane przez diodę.

Najbliższy impuls prądowy zegara zasilającego przyłożony na uzwojenie  $z_3$ , który jest opóźniony w czasie względem impulsu wejściowego, przemagnesowuje z kolei rdzeń ze stanu  $+B_r$  do  $-B_r$ . Indukowane teraz napięcie na uzwojeniu  $z_2$  nie będzie blokowane przez diodę i pojawi się w postaci impulsu użytecznego na oporności  $R_0$  — odpowiadającego pojawieniu się „jedyńki”.

Jeśli natomiast na wejściu nie będzie żadnego impulsu, który mógłby przemagnesować rdzeń, wówczas impulsy zegara zasilającego zastają rdzeń w stanie „0” i magnesowanie rdzenia odbywa się po linii od  $-B_r$  przez  $-B_m$  i z powrotem do  $-B_r$ . Powoduje to zmianę indukcji rdzenia od  $-B_r$  do  $-B_m$  i z powrotem, a zatem zmiana strumienia magnetycznego jest niewielka. W związku z tym na wyjściu dwustanowego transformatora pojawiają się tylko impulsy zakłócające odpowiadające przenoszeniu się stanu „0”. A więc transformator taki posiada zdolność przekazywania impulsów z wejścia na wyjście, przy czym opóźnienie czasowe między impulsami wejściowymi a wyjściowymi odpowiada opóźnieniu impulsów zasilających względem wejściowym.

Bardziej szczegółowe rozważania zjawisk fizycznych zachodzących w ogniwie transformatora nasycanego pozostawia autor czytelnikowi. Rozważa je również np. [1] i [8].

#### 4.2.2. Działanie przełącznika zbudowanego na transformatorach nasycanych

Na rys. 12 pokazano cztery ogniwa przełącznika zbudowanego na transformatorach nasycanych oraz kształt impulsów zegarowych.

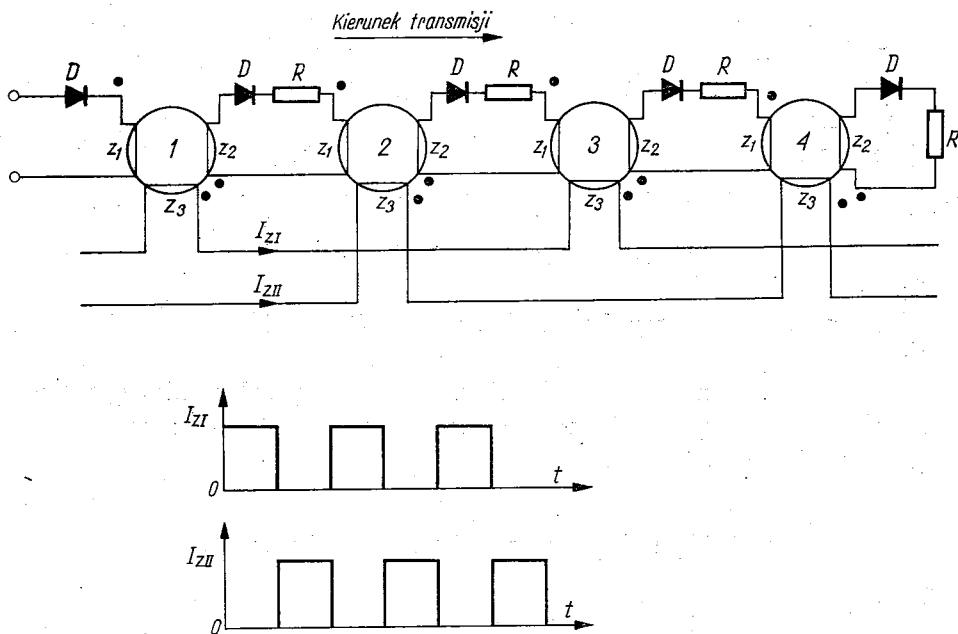
Biegunowość uzwojeń oznaczono kropkami. Zadaniem łańcucha ogniów jest przekazywanie impulsów z wejścia na wyjście, połączone z opóźnieniem w kierunku strzałki (pokazane na rys. 12). Przeniesienie stanu „1” pomiędzy dwoma rdzeniami wymaga przemagnesowania każdego rdzenia poprzez impuls wyjściowy z rdzenia znajdującego się po jego lewej stronie. Przeciwnie, przemagnesowanie rdzeni poprzez sąsiednie rdzenie znajdujące się z prawej strony (w kierunku przeciwnym do strzałki) jest niedopuszczalne i określa tzw. szkodliwe zjawisko wstecznego przekazywania sygnałów.

Jak wynika z zasady pracy transformatora nasycanego, impuls napięcia wyjściowego  $U_{wyj}$  pojawia się w czasie trwania impulsu prądu zegarowego  $-I_z$ . Zatem prąd przepływający w obwodzie sprzężenia nie może spowodować przemagnesowania rdzenia następnego, gdy przez uzwojenie zasilające ( $z_3$ ) tego rdzenia przepływa prąd zegara.

Aby więc umożliwić oddziaływanie impulsów z jednego rdzenia na drugi, należy przesunąć (opóźnić) w czasie impuls napięcia wyjściowego względem impulsu zegarowego.

W praktyce można to zrealizować na przykład poprzez wprowadzenie członu opóźniającego oporowo-pojemnościowego RC lub indukcyjno-pojemnościowego LC.

W naszym przypadku opóźnienie zrealizowane przy pomocy dodatkowych rdzeni sprzęgających, które nie są pobudzone prądem zegara, gdy rdzenie znajdujące się po ich lewej stronie są przełączane impulsami ze-



Rys. 12. Przełącznik kanałowy na transformatorach nasycanych

garowymi, a więc mogą ewentualnie dostarczyć impulsów wyjściowych. Role rdzeni sprzęgających grają więc kolejno rdzenie (rys. 12): pierwszy i trzeci, gdy  $I_{zII} = 0$ , oraz drugi i czwarty, gdy  $I_{zI} = 0$ . Rozwiązanie takie nosi nazwę dwufazowego i realizuje oprócz niezbędnego opóźnienia również częściowe tłumienie wstecznego przepływu sygnałów. Możliwe jest również stosowanie układów trzy i więcej fazowych, w których uzyskuje się jeszcze lepsze dławienie sygnałów wstecznych.

Warunkiem stabilnej pracy układu jest osiągnięcie stanu, w którym rdzenie nie są przełączane przez impulsy pasażerowe „0” i oddziaływanie wsteczne nie występuje.

Ponieważ podanie pojedynczego impulsu na wejście przełącznika powoduje jego kolejne ukazywanie się na wyjściach rdzeni, układ działa jak przełącznik impulsowy o ilości wyjść równej ilości rdzeni.

## 5. PROJEKTOWANIE MAGNETYCZNEGO PRZEŁĄCZNIKA KANAŁOWEGO

Przy projektowaniu każdego z omówionych poprzednio układów przełącznika powinniśmy określić następujące parametry układu:

- 1) wymiary i materiał rdzenia,
- 2) uzwojenie rdzenia, tj. ilość zwojów i rodzaje przewodów,
- 3) elementy obwodów sprzęgających poszczególne wzmacniacze magnetyczne, tj. parametry (rodzaj) diod oraz wartości oporności w obwodach sprzęgających,
- 4) parametry źródeł zasilających układ, tj. częstotliwość i amplitudę napięć zasilających, jak również moce zasilania i pożądaną oporność wewnętrzną źródeł zasilających.

Metoda projektowania powinna zapewnić przy tym realizację wymaganych parametrów przełączania:

- a) całkowitego czasu opóźnienia  $T_g$  (czas ten dla przełącznika kanałowego telefonii I-12 powinien wynosić 125  $\mu$ sek przy ilości kanałów równej 12);
- b) czasu opóźnienia na jeden stopień  $T_k$  (10,4  $\mu$ sek dla przełącznika I-12);
- c) czasu trwania impulsu wyjściowego (10  $\mu$ sek dla przełącznika I-12);
- d) dostatecznie małej impedancji wyjściowej przełącznika przy odpowiednio dużej amplitudzie impulsu wyjściowego i dużym stosunku sygnału do zakłócenia.

### 5.1. Wymiary i materiał rdzenia

Wyboru rodzaju materiału magnetycznego i wymiarów rdzenia dokonuje się zwykle przed rozpoczęciem właściwego projektowania układu. Kierujemy się tu zwykle ogólnymi przesłankami technicznymi, jak również dostępnością odpowiednich materiałów i rdzeni o prostokątnej pętli histerezy na rynku krajowym.

Pożądana ze względu na moc źródeł przełączających minimalizacja wymiarów rdzenia jest ograniczona przez następujące czynniki:

- a) oporności dodatkowe w obwodzie przełączania rdzenia, na które składają się: oporność diod, oporność uzwojeń oraz oporności obciążające (użyteczne) przełącznika;
- b) możliwość uzyskania dostatecznie dużych napięć przełączających, ograniczona przez możliwość nawinięcia dostatecznie dużej liczby zwojów na rdzeniu o małych wymiarach oraz przez wielkość zmiany strumienia w rdzeniu proporcjonalną do powierzchni przekroju rdzenia.

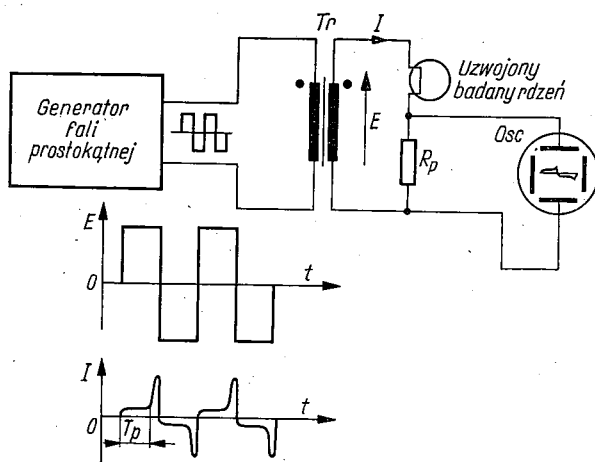
Decyduje tu na ogół oporność diody oraz napięcie przełączające rdzeń. Mianowicie dioda półprzewodnikowa posiada zwykle tzw. próg przełączania, tj. obszar zwiększonej oporności dla napięć niższych od około 0,5 V.

Ponieważ oporność diody w tym obszarze jest znacznie większa niż dla napięć powyżej 1 V, unikamy przełączania rdzenia małymi napięciami dążąc do tego, aby jego zastępcza impedancja była znacznie większa od oporności szkodliwych w obwodzie sprzęgającym wzmacniacza. Ponieważ zastępcza impedancja rdzenia jest proporcjonalna do kwadratu ilości zwojów i przekroju rdzenia, odwrotnie zaś proporcjonalna do prądu koercji (średnicy) rdzenia, przeto dążymy do stosowania możliwie małych rdzeni uznawanych dużymi ilościami zwojów.

## 5.2. Metoda projektowania przełącznika

Istnieje wiele metod obliczania układów przełączających z rdzeniami magnetycznymi o prostokątnej pętli histerezy.

Najbardziej wyczerpującą pracą w języku polskim z tej dziedziny jest opracowanie książkowe A. Górala [1], w której przytoczona jest m.in. metoda obliczania omówionych przez nas układów. Oryginalną metodę



Rys. 13. Układ pomiarowy do badania przełączania rdzenia impulsami stałego napięcia

$T_p$  — czas przełączania rdzenia

obliczania dwustanowych układów magnetycznych z wykorzystaniem tak zwanego „opisu ładunkowego” (tj. operującego powierzchnią pola impulsów przełączających z wykorzystaniem praw zachowania ładunku) podają prace autorów radzieckich Szamajewa, Diałłowa i Bielawskiego [10]. Wydaje się jednak, że najbardziej wyczerpującą zagadnienie od strony praktyczno-obliczeniowej jest książka pod redakcją A. I. Meyerhoffa [8], w której omówiono technikę obliczania magnetycznych układów przełączających metodą wykorzystania eksperymentalnych charakterystyk rdzeni i diod i projektowania na tzw. najgorszy przypadek. Wspomniana



nych metod nie możemy tutaj omówić ze względu na obszerność tego tematu.

Projektując układy przełącznika autor korzystał głównie ze wskazówek podanych przez [1] i [8]. Tytułem przykładu pokazuje się (na rys. 13) schemat układu pomiarowego stosowanego przez autora do eksperymentalnych badań przełączania napięciowego rdzeni. Układ ten złożony z generatora fali prostokątnej, dostarczającego napięcie o okresie około  $20,8 \mu\text{sek}$ , transformatora  $T_r$  obniżającego impedancję wewnętrzną generatora i oscyloskopu, umożliwił zmierzenie parametrów (np. czasu przełączania rdzenia, prądów przełączających itp.) niezbędnych do zaprojektowania układów przełącznika negatorowego i pozytorowego.

## 6. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Wynikiem praktycznym omówionych poprzednio rozważań autorki było zaprojektowanie trzech wersji przełącznika kanałowego: negatorowej, pozytorowej oraz złożonej z transformatorów nasycanych.

Układy te, wykorzystujące toroidy z ferrytu R1 produkcji Zakładu Produkcji Doświadczalnej Maszyn Matematycznych PAN, o wymiarach  $2,6 \times 1,8 \times 1,1 \text{ mm}$  oraz diody typu DOP3, zbadano eksperymentalnie. Poniżej omawia się krótko te badania.

Badanie układu negatorowego i pozytorowego polegało na sprawdzeniu, czy obliczone i przyjęte napięcia są optymalne dla otrzymania na wyjściu najlepszego stosunku impulsu użytecznego do pasożytniczego. Zmieniając poszczególne napięcia oraz obserwując impulsy wyjściowe przekonano się, że dla układu podanego na rys. 9 pojawianie się impulsów szkodliwych spowodowane jest m.in. efektem przepuszczania wstecznego diody zegarowej.

Efekt ten polega na tym, że dioda sterowana napięciem prostokątnym po okresie przewodzenia prądu o dużym natężeniu przedstawia małą oporność w kierunku wstecznym przepuszczając prąd w ujemnym okresie zegarowym. Efekt ten powoduje ponadto zawężanie się wyjściowego impulsu użytecznego.

Badając układy pozytorowy i negatorowy uzyskano stosunek sygnału do zakłócenia 6 : 1 dla optymalnego doboru warunków zasilania.

Uzyskane rezultaty wyjaśnić można następująco:

Jak wiadomo, zdolność dławika nasyconego do wzmocnienia energii jest określana stosunkiem oporności uzwojenia wyjściowego rdzenia przełączającego się do oporności tego uzwojenia przy rdzeniu nasyconym. Czynniki ograniczającymi to wzmocnienie są między innymi oporność wewnętrzna generatora napięcia przełączającego, oporności szkodliwe w obwodach sprzęgających, jak np. oporności diod w kierunku przewodzenia, oraz tolerancje parametrów rdzeni [8].