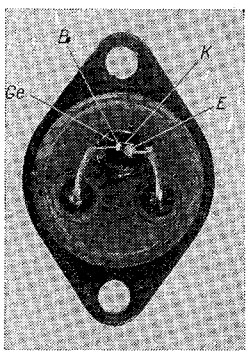
kolektora powstanie pomiędzy materiałem wyjściowym typu *p* a wdyfundowaną warstwą typu *n*. Złącze emiter-baza utworzy się na granicy wtopienia się stopu domieszkowego pomiędzy bazą a obszarem zrekrystalizowanym. Powstanie ono dzięki odpowiednio dobranej koncentracji domieszek w stopie oraz wspomnianej już różnicy w stałych segregacji (w obszarze zrekrystalizowanym zostanie więcej domieszki akceptorowej niż donorowej).

Typowa struktura tranzystora stopowo-dyfuzyjnego jest pokazana na rys. 1.

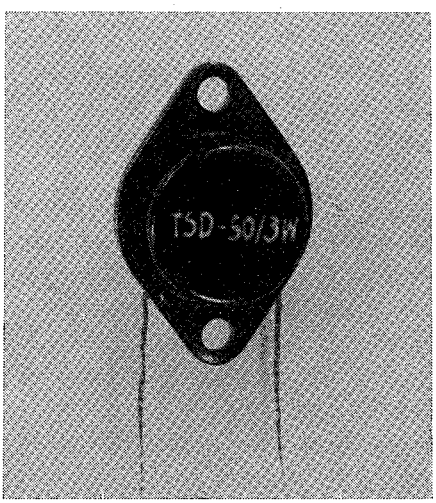
2. KONSTRUKCJA STOPOWO-DYFUZYJNEGO TRANZYSTORA MOCY

Konstrukcję wewnętrzną tranzystora przedstawiają rysunki 1 i 2. W przypadku tranzystora mocy jest również bardzo ważne rozwiązanie konstrukcyjne oprawki oraz sposób umieszczenia na niej płytki germanowej a także sposób montażu odprowadzeń elektrod.



Rys. 2. Stopowo-dyfuzyjny tranzystor mocy po zdjęciu osłony hermetyzującej. Powiększenie ok. 1,33-krotne

Oprawka tranzystora powinna posiadać dobre przewodnictwo cieplne oraz możliwie dużą emisyjność. Wielkość oprawki (powierzchnia i masa) powinna być tak dobrana, aby temperatura złącza kolektora przy mak-



Rys. 3. Widok zewnętrzny stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy. Wielkość naturalna

symalnym, przewidzianym dla danego typu tranzystora obciążeniu, nie przekraczała 70°C (z płytką chłodzącą Al 100×100×3 mm). Warunki takie, dla stosowanych w naszym przypadku złącz, spełniają oprawki do tranzystorów TG-70 produkcji fabryki „Tewa".

Zdjęcie tranzystora zmontowanego na oprawce TG-70 (wielkość naturalna) przedstawia rys. 3.

3. WYMAGANIA DOTYCZĄCE JAKOŚCI MATERIAŁÓW

3.1. Monokryształ germanu

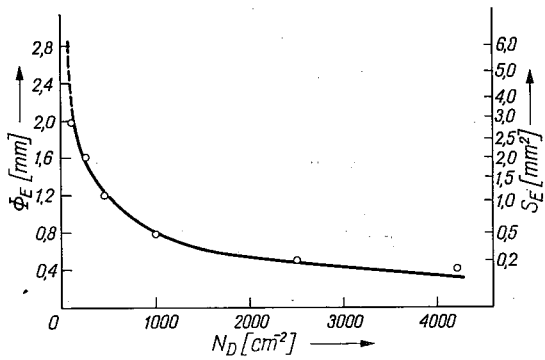
Dobór odpowiedniego materiału wyjściowego jest zagadnieniem podstawowej wagi nie tylko ze względu na jakość parametrów tranzystora, ale przede wszystkim dlatego, że determinuje on możliwość uzyskania prawidłowo pracującego przyrządu półprzewodnikowego. Jak wykazały przeprowadzone badania, najważniejszym parametrem materiału, który wpływa bezpośrednio na maksymalną możliwą powierzchnię złącza, jest gęstość dyslokacji.

W trakcie prowadzenia poprzednich prac nad tranzystorami stopowo-dyfuzyjnymi [15] zauważono, że przy stopniowym zwiększaniu średnicy złącza emiter-baza do pewnej wielkości tej średnicy uzyskiwano tranzystory dobre, zaś po jej przekroczeniu rósł w sposób nieproporcjonalny skrośny prąd upływności pomiędzy emiterem a kolektorem, aż do całkowitej nieprzydatności tranzystora do pracy, szczególnie w układzie wspólnego emitera. Zjawisko to zmieniało swoje nasilenie zależnie od partii materiału, które nie różniły się niczym poza gęstością dyslokacji. Po zastosowaniu materiału o gęstości dyslokacji $N_D = 500$ cm^{-2} stwierdzono, że można bez obawy dużego prądu skrośnego stosować średnice złącz $\Phi_E \leqslant 1000$ μ, co pozwoliło na uzyskanie tranzystora w.cz. o mocy admisyjnej kolektora $P_K = 1 \div 1{,}5$ W. Gdy $N_D \leqslant 100$ cm^{-2}, uzyskano tranzystory z prawidłową strukturą, o średnicy złącza emitera od 1,6 do 2 mm, co pozwoliło na podniesienie P_K od 3 do 4 W. Jednak ta wielkość powierzchni złącz wydaje się być dla tego materiału maksymalna, gdyż w niektórych egzemplarzach można już było zaobserwować efekt przebicia skrośnego pomiędzy emiterem a kolektorem.

Zebrany dotychczas materiał doświadczalny pozwala na orientacyjne wyznaczenie wpływu gęstości dyslokacji w materiale na maksymalną możliwą dla danego materiału powierzchnię (średnicę) złącza stopowo-dyfuzyjnego. Zależność ta, przedstawiona na rys. 4, wykazuje, że średnia dopuszczalna ilość dyslokacji w obrębie złącza nie powinna przekraczać 5 dysl./złącze. Z tego powodu przypuszczać należy, że dla $N_D < 50$ cm^{-2} będzie można wykonywać złącza o średnicy co najmniej 3 mm.

Fizyczną przyczyną nieproporcjonalnego wzrostu prądu skrośnego z powierzchnią złącz jest najprawdopodobniej upływność po dyslokacjach

znajdujących się w objętości warstwy bazy. Jak podaje literatura [6], niektóre materiały domieszkowe, a szczególnie antymon (baza w tranzystorze), dyfundują znacznie szybciej po dyslokacjach niż poprzez nienaruszoną sieć krystaliczną. Tak np. dla antymonu współczynnik zwiększenia szyb-



Rys. 4. Zależność maksymalnej dopuszczalnej średnicy (powierzchni) złącza emitera od gęstości dyslokacji w germanie

kości dyfuzji wynosi 10^5! Sytuacja taka sprawia, że podczas procesu stopowo-dyfuzyjnego tworząca się dzięki dyfuzji Sb baza zostaje wielokrotnie „przeszyta" kanalikami o stosunkowo małej oporności (tworzą się one dzięki wielokrotnemu przedyfundowaniu domieszki poprzez dyslokacje).

O ile N_D decyduje o możliwości wykonania prawidłowego tranzystora, to pozostałe parametry germanu będą w znacznym stopniu wpływały na właściwości przyrządu. Tak więc w celu uzyskania małej oporności szeregowej kolektora, co jest szczególnie ważne dla pracy tranzystora w układach impulsowych, należy stosować materiał o możliwie małej oporności właściwej — ϱ. Z drugiej strony konieczność uzyskania odpowiednio wysokich napięć wstecznych kolektora i emitera narzuca warunek przeciwstawny poprzedniemu. Konieczne jest więc wybranie optymalnej wartości ϱ, która w naszym wypadku wynosi od 1÷1,5 Ωcm.

Jeśli dla specjalnych zastosowań chcemy uzyskać tranzystory o współczynniku wzmocnienia prądowego $\alpha > 1$, to warunkiem sprzyjającym, jakkolwiek niekoniecznym, jest podniesienie oporności materiału wyjściowego do 5 Ωcm [15].

Czas życia nośników mniejszościowych τ nie jest parametrem krytycznym i może się on wahać od 10÷100 μsek. Materiał o niższym czasie życia jest często nawet korzystniejszy, gdyż nie uzyskujemy wówczas przesadnie wysokiego współczynnika wzmocnienia prądowego, co jest na ogół korzystne w układach wzmacniających.

3.2. Metale domieszkowe i nośne

Wszystkie metale domieszkowe i nośne, które są używane w technologii tranzystora stopowo-dyfuzyjnego, powinny posiadać czystość co naj-

mniej spektralną, zaś pożądane są materiały o czystości półprzewodnikowej.

Jako metale domieszkowe są tu stosowane ind i gal (akceptory) oraz antymon (donor), zaś metalami nośnymi są cyna i ołów. Pozostałe materiały (drut, Ag, luty, oprawki) stanowią elementy czysto konstrukcyjne i nie biorą udziału w tworzeniu struktury wewnętrznej tranzystora; z tego też powodu wymagania co do ich czystości nie są krytyczne.

4. PROCES TECHNOLOGICZNY

4.1. Przygotowanie materiału do dyfuzji

German monokrystaliczny jest cięty w płaszczyźnie {111} na płytki o grubości 0,5÷0,7 mm. Odchylenie od płaszczyzny {111} nie powinno być większe jak 2÷3°, większe odchylenia bowiem powodują niewłaściwe wtapianie się elektrod.

Pocięte płytki należy obustronnie oszlifować używając proszku ściernego SiC-1200 lub równoważnego, po czym trzeba je wytrawić w znanej mieszance chemicznej CP-4. Głębokość trawienia na jedną stronę powinna być nie mniejsza niż 50 μ, tak aby wszystkie uszkodzenia struktury materiału powstałe w trakcie obróbki mechanicznej mogły być usunięte.

Ostateczna grubość płytki powinna wynosić od 0,3÷0,4 mm.

Należy zwrócić uwagę na to, że dla uzyskania dobrego stanu powierzchni po trawieniu nie należy dopuszczać, aby płytka pokryta mieszanką trawiącą była wyciągana na powietrze. Trawienie trzeba przerywać dolewając do mieszanki większą ilość destylowanej wody. Po wstępnym wypłukaniu płytki płuczemy ją jeszcze 3-krotnie w wodzie dejonizowanej. Tak przygotowany materiał trzeba natychmiast wykorzystać w dalszych procesach technologicznych. German trzymany w powietrzu dłużej niż 1 dobę od chwili wytrawienia należy przed użyciem ponownie odświeżyć w CP-4.

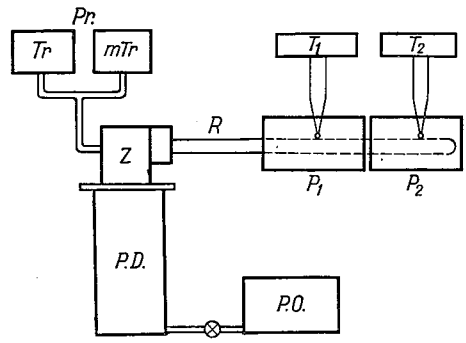
4.2. Dyfuzja wstępna

Wstępna dyfuzja domieszki donorowej do germanu typu p ma za zadanie utworzyć powierzchniową warstwę typu n o grubości od 15÷20 μ. Wycinek tej warstwy będzie później spełniał rolę łącznika pomiędzy bazą tranzystora a jej kontaktem odprowadzającym.

Schemat próżniowego stanowiska do dyfuzji domieszek przedstawia rys. 5.

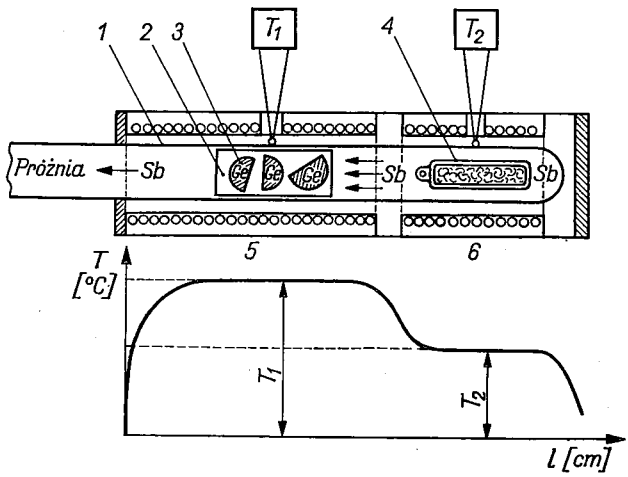
Domieszka i german są umieszczane w rurze kwarcowej (kanał próżniowy). Jako podtrzymywacze płytek germanowych służą płaskie szkiełka kwarcowe, zaś domieszka znajduje się w kwarcowej łódeczce.

Wszystkie kwarcowe elementy kanału próżniowego są przed dyfuzją trawione w mieszaninie $HF + HNO_3 + H_2O$ (1 : 1 : 1) przez $^1/_2$ godziny, po czym kilkakrotnie płukane w wodzie dejonizowanej. Dyfuzję przeprowadza się w układzie dynamicznym przy próżni lepszej niż 10^{-4} Tr.



Rys. 5. Schemat stanowiska próżniowego do dyfuzji domieszek do germanu *P. O.* — pompa rotacyjna olejowa, *P. D.* — pompa dyfuzyjna olejowa, *Z* — zamek próżniowy, *Pr.* — próżniomierze, *R* — rura kwarcowa z wsadem (german + domieszka), P_1 — piec podstawowy, P_2 — piec pomocniczy (domieszkowy), T_1, T_2 — termopary

Piec jest oporowy, dwustrefowy ze stabilnością temperatury ±1°C na poziomie temperatur od 600÷800°C. Podczas dyfuzji strefa domieszki posiada temperaturę rzędu 350°C, zaś strefa germanu 800°C.



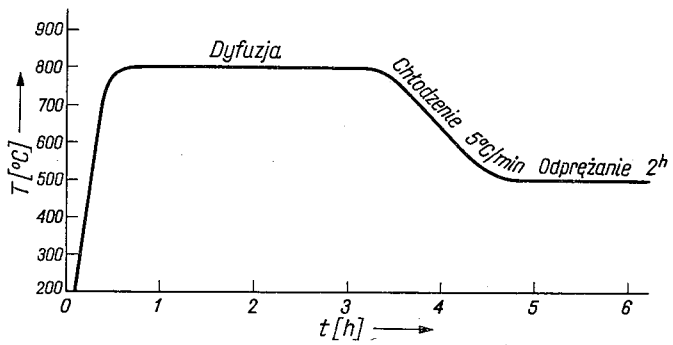
Rys. 6. Rura kwarcowa z wsadem oraz rozkład temperatury w rurze
1 — rura kwarcowa, *2* — płytka kwarcowa, *3* — płytki germanowe, *4* — łódeczka kwarcowa z metalicznym antymonem (granulki), *5* i *6* — piece grzejne (oporowe), T_1, T_2 — termopary

Pary antymonu podążając kanałem w kierunku wlotu do pompy przelatują nad rozgrzanym do 800°C germanem (rys. 6). Część tych par osiada na powierzchni płytki i dyfunduje w głąb, tak że po czasie ok. 3 godzin uzyskujemy warstwę typu *n* o żądanej grubości.

Przerywamy proces dyfuzji przez stopniowe obniżanie temperatury (10°C/min). Po osiągnięciu 500°C należy zaprzestać dalszego obniżania temperatury i przez co najmniej dwie godziny trzymać wsad w tej właśnie temperaturze (odprężanie germanu). Proces odprężania jest konieczny dla usunięcia mechanicznych naprężeń powstałych w trakcie chłodzenia. Nie usunięte naprężenia mogą spowodować trwałe uszkodzenie sieci krystalicznej (zwiększyć ilość dyslokacji), co — jak już wiadomo — wywiera zdecydowanie szkodliwy wpływ na prawidłowy przebieg właściwego procesu stopowo-dyfuzyjnego.

Oczywiście podczas odprężania w dalszym ciągu zachodzi dyfuzja domieszek, jednak jej szybkość jest minimalna w porównaniu z szybkością przy 800°C. Po upływie czasu odprężania wyłączamy oba piece, które stygną teraz zgodnie z własną bezwładnością cieplną.

Typowy cykl termiczny wstępnej dyfuzji jest przedstawiony na rys. 7.



Rys. 7. Cykl termiczny dyfuzji wstępnej

Kontrolę głębokości dyfuzji przeprowadzamy metodą przybliżoną poprzez pomiar warstwy wdyfundowanej optimetrem i termosondą (kolejne zeszlifowywanie warstwy, aż do zmiany typu materiału). Dokładnego pomiaru można dokonać wykorzystując zjawisko efektu fotowoltaicznego na przekroju płytki. Ponieważ pomiary głębokości dyfuzji są w bardzo dobrej zgodności z danymi wyliczonymi z parametrów dyfuzji (stała dyfuzji, czas, temperatura), nie jest konieczne każdorazowe kontrolowanie grubości warstwy typu n metodami eksperymentalnymi.

4.3. Przygotowanie germanu do procesu stopowego

Płytki po wstępnej dyfuzji są cięte na kwadraty o boku od 3÷5 mm, zależnie od potrzeby. Pocięte płytki odtłuszcza się i odświeża w CP-4, a następnie płucze się w wodzie dejonizowanej. Odświeżanie w CP-4 powinno być wykonywane bezpośrednio przed procesem stopowym.

4.4. Dobór składników stopów domieszkowych

W procesie stopowym w płytkę germanową, przygotowaną jak w rozdz. 4.3, wtapia się dwie elektrody (rys. 1). Jedna z nich to emiter, druga zaś stanowi odprowadzenie obszaru bazy. Elektrody te muszą być wykonane ze stopów o odpowiednich proporcjach składników oraz dobrych właściwościach mechanicznych i elektrycznych.

Stop emitera powinien posiadać — zgodnie z zasadą procesu stopowo-dyfuzyjnego — domieszkę donorową i akceptorową. Jego składniki należy tak dobrać, aby donor posiadał stałą dyfuzji co najmniej o rząd wielkości wyższą od pozostałych składników. Podobna proporcja powinna zachodzić pomiędzy stałymi segregacji akceptorów i innych pierwiastków wchodzących w skład stopu. Warunki takie spełniają dla germanu gal — jako akceptor oraz antymon — jako donor.

Wykorzystanie tylko tych dwóch składników na stop emiterowy jest niemożliwe z powodu bardzo złych właściwości mechanicznych; dlatego też dobieramy skład stopu stosując metale nośne, tj. takie, które same nie wpływają na zmianę przewodnictwa germanu, służą zaś jako rozpuszczalniki dla domieszek. Oczywiście stała dyfuzji tych metali powinna być znacznie mniejsza od stałej dyfuzji czynnych składników stopu. Takimi nośnymi metalami stosowanymi dla germanu są cyna i ołów. Również ind, gdy występuje równolegle z galem, można traktować jako metal nośny, gdyż stała segregacji galu w germanie jest 10 razy większa niż indu.

Za pomocą metali nośnych staramy się zapewnić jak najlepsze właściwości termiczne i mechaniczne kontaktu emitera.

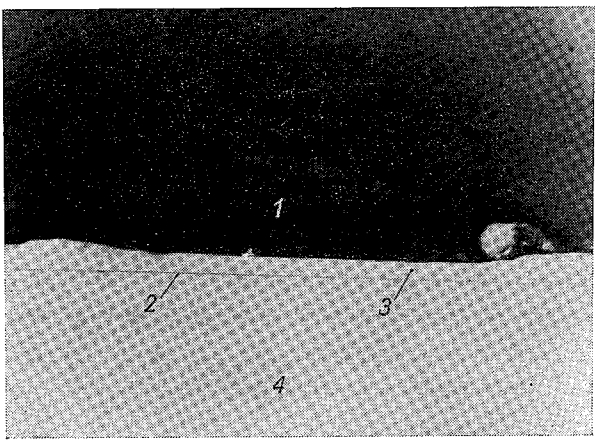
Stop emiterowy powinien mieć dobrą podatność na odkształcenia, gdyż nie ma wówczas możliwości powstawania dużych naprężeń w złączu. Jego temperatura topnienia powinna być dobrana zależnie od warunków pracy złącza oraz operacji przy montażu tranzystora.

Przed ustaleniem składu stopu często oblicza się minimalną zawartość aktywnych domieszek. Obliczenia te przeprowadza się zakładając koncentrację domieszek w stopie o rząd wielkości większą niż planowana koncentracja przy emiterze $\left(N_0 \geqslant 10^{19} \frac{\text{at}}{\text{cm}^3}\right)$. Tego rodzaju przeliczenie nie ma jednak istotnego znaczenia praktycznego, gdyż nie uwzględnia konkretnych warunków technologicznych, a więc parowania domieszek ze stopu w trakcie procesu oraz obniżania efektywnej koncentracji na skutek powstawania związków międzymetalicznych typu $A^{III}\ B^{V}$ (antymonek indu oraz antymonek galu). Jedynie niezawodną metodą jest w takiej sytuacji doświadczenie i tą drogą zostały ustalone zawartości domieszek: antymonu — 5% wagowo oraz galu — 0,5%. Ponieważ nawet tak małe ilości galu i antymonu są trudno rozpuszczalne w dysponowanych metalach nośnych oraz ich stopach, staje się konieczne stosowanie specjalnych środków do

uzyskania równomiernego rozkładu tych domieszek w całej objętości stopu.

Najbardziej efektywnymi metodami wymieszania składników stopu jest zamrażanie w suchym lodzie (CO_2 + alkohol) oraz wielokrotne przewalcowywanie. Ten ostatni zabieg, jakkolwiek daje najpewniejsze rezultaty, wprowadza jednak zwykle zanieczyszczenia i dlatego jego stosowanie nie jest godne polecenia.

Dobre właściwości mechaniczne i elektryczne stopu emiterowego można uzyskać przy następującym składzie: In, Pb 12%, Sb 4%, Ga 0,5%. Stop ten posiada dzięki zawartości indu bardzo dobrą plastyczność, zaś dodatek ołowiu podwyższa temperaturę topnienia do ok. 170°C. Zawartość ołowiu wpływa również bardzo dodatnio na płaskość i regularność złącz, co ilustruje rys. 8.



Rys. 8. Przekrój poprzeczny stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy. Powiększenie ok. 107-krotne
1 — stop emitera, *2* — granica złącza emiter-baza, *3* — rekrystalizowany obszar emitera, *4* — kolektor

Postacią bezpośrednio użyteczną stopu emiterowego są kulki o odpowiedniej średnicy, zależnie od projektowanej powierzchni emitera. Temperatura ich wygrzewania wynosi ok. 600°C, zaś czas ok. 5 minut. Po wygrzaniu kulki są sortowane na grupy różniące się średnicą nie więcej niż 10%.

Do wykonania tranzystora o mocy admisyjnej kolektora $P_K = 1$ W są przeznaczone kulki o średnicy od 500÷550 μ, zaś dla tranzystora o $P_K = 3 \div 4$ W średnice kulek stopu emiterowego wynoszą 900÷1000 μ.

S t o p b a z y spełnia rolę niskoomowego odprowadzenia obszaru bazy tranzystora.

Jak już wspomniano, połączenie między stopem kontaktu a bazą tranzystora odbywa się za pośrednictwem „mostka" typu *n*, utworzonego z części warstwy otrzymanej w procesie wstępnej dyfuzji (rys. 1).

Temperatura topnienia i temperatura wtapiania się tego kontaktu w warstwę pomocniczą typu n powinna być podobna jak dla stopu emitera, gdyż umożliwia to jednoczesne wtapianie obu elektrod. To samo dotyczy właściwości mechanicznych stopu. Wymagania te spełnia kompozycja o następującym składzie: Pb, Sn 25%, Sb 5%.

Domieszka antymonu zapewnia niskoomowy kontakt typu nn^+, zaś cyna i ołów są metalami nośnymi.

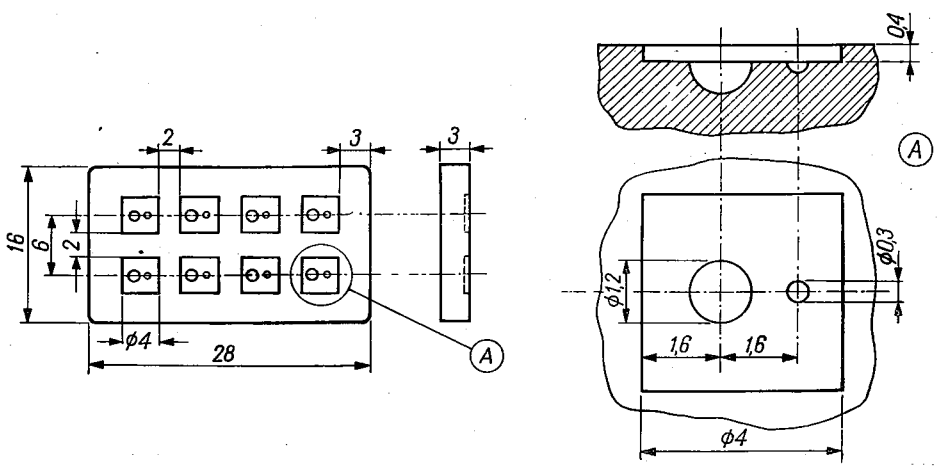
Rola cyny polega na polepszeniu zwilżalności oraz obniżeniu temperatury topnienia, ołów natomiast, jako metal słabo rozpuszczalny w germanie, ogranicza tutaj głębokość wtopienia, dzięki czemu kulka bazy zazwyczaj nie przetapia warstwy pierwszej dyfuzji, a zatem nie narusza dyfuzyjnego charakteru złącza kolektora.

Wytwarzanie stopu oraz kuleczek przebiega identycznie jak poprzednio z tym, że średnice kulek nie przewyższają w tym przypadku 200 μ.

4.5. Proces wtapiania wstępnego

Materiałem wyjściowym do procesu wtapiania są płytka germanowa, przygotowana jak w rozdz. 4.2 i 4.3, oraz kulki stopów emitera i bazy spełniające wymagania opisane w rozdz. 4.4.

Podstawowym zadaniem procesu wtapiania wstępnego jest ustalenie geometrii kontaktów na płytce germanowej. Do tego celu służą odpowiednie kasety grafitowe z twardego „lampowego" grafitu. Jeden z wariantów takiej kasety przedstawia rys. 9.



Rys. 9. Kaseta grafitowa do wstępnego wtapiania złącz stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy

Wtapianie wstępne odbywa się w atmosferze czystego wodoru (bez tlenu i pary wodnej) w temperaturze nieco niższej od temperatury właściwego procesu stopowo dyfuzyjnego.

4.6. Podstawowy proces wtapiania-dyfuzji

Dyfuzja ze stopu emiterowego przebiega w próżni w układzie dynamicznym. Wykorzystywana jest ta sama aparatura co dla dyfuzji wstępnej. Również tak samo należy ją przygotować do pracy. Bardzo istotnym zabiegiem technologicznym, szczególnie gdy mała jest odległość pomiędzy kulkami oraz duża średnica emitera, jest maskowanie obszaru pomiędzy tymi kulkami. Maskowanie to wykonujemy wodnym roztworem czystego Al_2O_3. Zapobiega ono niekontrolowanemu rozlewaniu się kulek, a w rezultacie ich zlewaniu się (zwarcie emiter-baza). Tak zamaskowane płytki tranzystorowe umieszcza się na płaskich szkiełkach kwarcowych (przeciętnie po 20—30 sztuk), po czym zakłada się wraz ze źródłem domieszki do rury kwarcowej stanowiącej kanał próżniowy (rys. 6).

Parametry dyfuzji obliczamy ze znanych zależności, zakładając żądaną szerokość bazy [2], [3]. Po obliczeniu współczynnika dyfuzji dla danej grubości bazy wybieramy czas i temperaturę.

Aby uzyskać jak największy gradient koncentracji w bazie, pożądany jest krótki czas i wysoka temperatura; z drugiej strony stosowanie zbyt wysokiej temperatury stwarza duże trudności w kontrolowaniu „rozlewania się" elektrod oraz powoduje szybkie wyparowywanie domieszki czynnej (Sb), tak że nawet dodatkowe jej źródło może okazać się niewystarczające. Stosowanie więc za wysokiej temperatury doprowadza w konsekwencji również do pogorszenia się gradientu koncentracji w bazie, a oprócz tego wzrasta prawdopodobieństwo zwarć emiter-baza. Doświadczenie wykazuje, że najbardziej optymalną dla tranzystorów mocy temperaturą wtapiania-dyfuzji jest temperatura w granicach od 620÷650°C, przy czym czas dyfuzji powinien wynosić od 45 do 70 min. Czas dyfuzji liczy się od momentu osiągnięcia maksymalnej temperatury do momentu początku jej systematycznego obniżania.

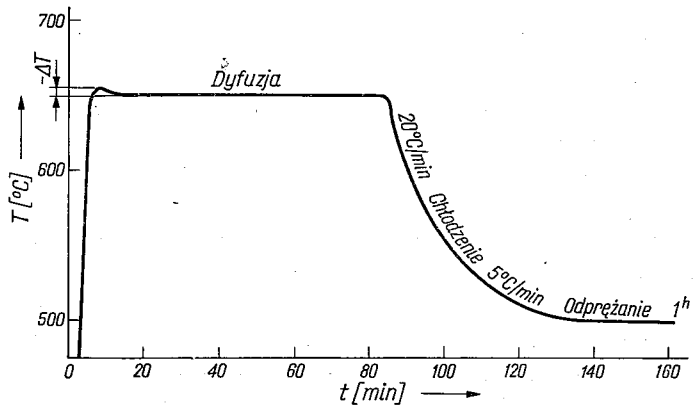
Bardzo ważną rzeczą jest nieznaczne obniżenie temperatury pieca w chwilę po jej dojściu do maksimum. Temperaturę należy obniżyć tak, aby jej przypadkowy wzrost nie zniszczył rejonu bazy o największym gradiencie koncentracji, tuż poza granicą fazy ciekłej. Jest to zło konieczne, które wynika z niedokładności urządzeń stabilizujących. W naszym przypadku osiągalna stabilność temperatury wynosi ±1°C, wynika więc stąd, że wielkość spadku temperatury powinna być nie mniejsza niż 2÷3°C.

Ujemny wpływ obniżenia temperatury polega na tym, że dyfuzja antymonu do obszaru bazy zachodzi nie z fazy ciekłej, lecz poprzez cienką warstwę rekrystalizowaną, co w pewnym stopniu stwarza mniej korzystny rozkład domieszki w tym obszarze. Mając to na względzie powinniśmy dążyć do obniżania temperatury tylko o tyle, o ile to jest niezbędnie konieczne.

Po upłynięciu wyznaczonego na proces czasu zaczynamy stopniowo chłodzić piec; początkowo bardzo powoli, od 5° do 10°C/min, później zaś

(temp. ok. 400°C) wyłączamy grzejniki całkowicie i stygnięcie odbywa się zgodnie z bezwładnością cieplną układu.

Typowy przebieg cyklu termicznego wtapiania-dyfuzji przedstawia rys. 10.



Rys. 10. Cykl termiczny procesu stapiania-dyfuzji

4.7. Wytrawianie wysp obszaru kolektora

Aby z płytek tranzystorowych uzyskanych w procesie wtapiania-dyfuzji otrzymać ostateczną strukturę tranzystora, należy usunąć poprzez wytrawienie zbyteczne partie materiału. W tym celu elektrody emitera i bazy wraz z najbliższym otoczeniem są maskowane odpowiednią substancją, a następnie trawione w mieszance chemicznej.

Brzegi wytworzonej podczas trawienia wyspy stanowią linię ograniczającą powierzchnię złącza kolektorowego. Warstwa powierzchniowa typu n pomiędzy kulkami stanowi odprowadzenie bazy. Od wielkości powierzchni wyspy zależy bezpośrednio pojemność kolektor-baza oraz prąd zerowy złącza. Ten ostatni zależy również znacznie od stanu powierzchni na krawędzi wyspy.

W procesie maskowania i trawienia wysp należy zwrócić szczególną uwagę, aby ich brzegi nie były „poszarpane" oraz aby całkowicie usunąć warstwę typu n, szczególnie od strony złącza kolektora.

Sprawdzenia typu przewodnictwa po trawieniu wysp dokonujemy przy pomocy termosondy. Niecałkowite usunięcie warstwy typu n od strony kolektora może spowodować nieprawidłową pracę tranzystora [15].

Równie ważnym zagadnieniem, a szczególnie dla tranzystorów mocy, jest otrzymanie możliwie cienkiego obszaru kolektora (ze względu na oporność szeregową). Tak więc, gdy płytka po wytrawieniu wyspy posiada zbyt dużą grubość ($W \geqq 300\,\mu$), maskujemy całą jej powierzchnię od strony kontaktów, po czym trawimy aż do uzyskania grubości od 150÷÷200 μ.

Po zmyciu substancji maskującej płytki są gotowe do przylutowania na cokoły oraz do ostatecznego montażu.

4.8. Montaż tranzystora

Montaż tranzystora jest wykonywany na standartowej oprawce pokazanej na rys. 3.

Lutowanie przepustów hermetycznych, wyprowadzeń elektrod, płytki tranzystorowej oraz nakładanie lutu hermetyzującego odbywa się dzięki odpowiednio dobranym stopom w jednej operacji (w atmosferze wodoru w temp. 350°C).

Niezmiernie ważną sprawą jest odpowiedni dobór składu stopu, którym lutujemy płytkę germanową do cokołu, od składu bowiem tego stopu zależą nie tylko właściwości termiczno-mechaniczne kontaktu, lecz również właściwości elektryczne tranzystora. Sprawa ta została szczegółowo omówiona w jednej z poprzednich publikacji, dotyczących tranzystorów stopowo-dyfuzyjnych [15].

Odprowadzenia emitera i bazy zostały wykonane drutem srebrnym o średnicach dobranych zgodnie z warunkami pracy złącz.

Jeśli podczas montażu są używane zwilżacze, tranzystory należy poddać albo odpowiedniej kąpieli neutralizującej, albo bardzo dokładnemu płukaniu natychmiast po użyciu zwilżacza.

4.9. Przygotowanie tranzystora do obróbki elektrochemicznej i kontrola międzyoperacyjna

Aby trawienie elektrochemiczne dało pożądane rezultaty, należy do minimum ograniczyć kontakt z elektrolitem wszystkich części tranzystora poza trawionymi złączami. W tym celu przeprowadza się maskowanie za pomocą lakierów odpornych na działanie danego elektrolitu. Przy doborze lakieru należy się kierować albo łatwością późniejszego jego usunięcia, albo też wybrać taki typ substancji maskującej, która nie wykazuje ujemnego działania na złącza po hermetyzacji tranzystora. (Wówczas usuwanie lakieru po trawieniu jest zbyteczne).

Po, ewentualnie przed operacją maskowania przeprowadzamy kontrolę złącz tranzystora. Jednym z najbardziej praktycznych sposobów tego rodzaju kontroli międzyoperacyjnej jest oglądanie rodziny charakterystyk wyjściowych w konfiguracjach wspólnego emitera i wspólnej bazy (za pomocą charakterografu).

Zwykle tranzystory przed trawieniem posiadają $\beta = 0{,}5 \div 5 \frac{\text{mA}}{\text{mA}}$, zaś z nachylenia tych charakterystyk oraz z ich przebiegu orientujemy się w stopniu zanieczyszczenia złącz. Złącza bardziej zanieczyszczone trawimy odpowiednio dłużej lub intensywniej.

4.10. Trawienie

Trawienie odbywa się w wodnym roztworze KOH (10%). Impulsy trawiące mają szerokość od 0,2÷1 sek, zaś ich wysokość wynosi od 0,1÷÷0,25 A. Stały podkład prądowy ustala się zwykle na ok. 5 mA. Elektrody tranzystora są anodą, a rolę katody spełnia grafitowy pierścień zanurzony w elektrolicie. Ilość impulsów dawana na poszczególne elektrody jest zależna od stopnia zanieczyszczenia powierzchni i jest ustalana doświadczalnie.

Jednym z istotnych czynników, który decyduje o stabilności parametrów tranzystora, jest staranne płukanie jego złącz natychmiast po wyjęciu z elektrolitu.

Dobrze wytrawiony tranzystor o prawidłowej strukturze złącz posiada charakterystyki wyjściowe „twarde", przechodzące w zakres przebicia lawinowego gwałtownie — prawie pod kątem prostym (rys. 12). Współczynnik wzmocnienia prądowego β wzrasta w stosunku do wartości przed trawieniem ok. 100-krotnie $\left(\beta = 50 \div 500 \frac{\text{mA}}{\text{mA}}\right)$. Maksymalne napięcia wsteczne powinny posiadać wartości zgodne z danymi materiału oraz procesu technologicznego.

Typowe wartości prądów wstecznych złącz stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy są podane w części pomiarowej niniejszej pracy.

4.11. Hermetyzacja

Hermetyzację przeprowadzamy w atmosferze suchego powietrza. Osłonka oprawki tranzystora jest wlutowywana w cokół za pomocą niskotopliwego stopu. Wewnątrz pokrywki jest umieszczony odwodniony „silica-gel", który spełnia rolę dobrego gettera wilgoci.

Pomimo że nie stosowano smarów lub lakierów maskujących złącza, wyniki uzyskane przy tym sposobie hermetyzacji były bardzo dobre.

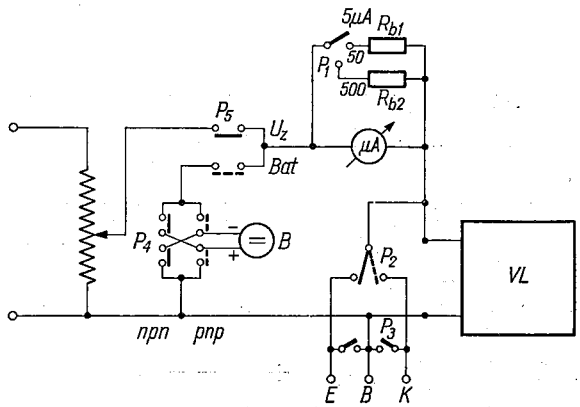
II. POMIARY

Przy badaniu właściwości stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy można wyodrębnić trzy grupy pomiarów. Są to:

1. Pomiary stałoprądowe
2. Pomiary parametrów dynamicznych na częstotliwościach akustycznych
3. Badanie właściwości wzmacniających na wysokich częstotliwościach.

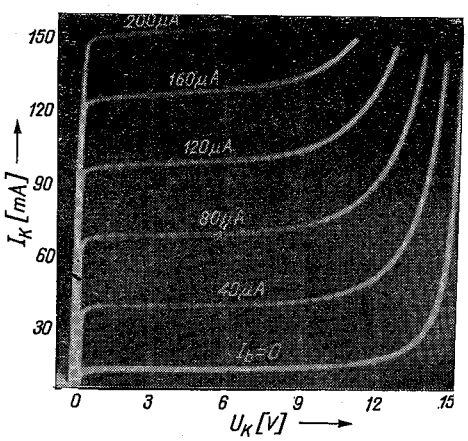
1. POMIARY PRĄDEM STAŁYM ORAZ BADANIE CHARAKTERYSTYK STATYCZNYCH ZA POMOCĄ CHARAKTEROGRAFU

Pomiary prądem stałym wykonano za pomocą prostego układu miliamperomierz—woltomierz (rys. 11). Jeśli chodzi o charakterystyki tranzystorów, to najdogodniej jest je kontrolować za pomocą charakterografu.



Rys. 11. Układ do pomiaru prądów zerowych oraz napięć wstecznych
P_1 — zmiana zakresu μA, P_2 — przełącznik emiter-kolektor, P_3 — zwieranie emitera lub kolektora z bazą, P_4 — zmiana polaryzacji, P_5 — zasilanie wewnętrzne lub zewnętrzne

Z kształtu i przebiegu rodzin charakterystyk możemy wnioskować o właściwościach użytkowych tranzystora a także o prawidłowości procesów technologicznych stosowanych przy jego wykonywaniu. Tak więc z charakterystyk wyjściowych $I_{KB}(U_{KE})_{I_B=\text{const}}$ łatwo jest określić orientacyjną wartość współczynnika wzmocnienia prądowego β_0 (dla prą-

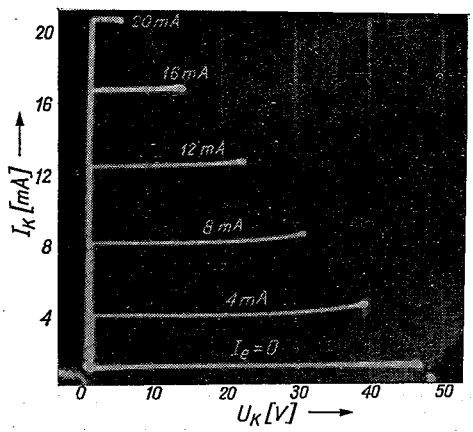


Rys. 12. Rodzina charakterystyk wyjściowych prawidłowo wykonanego tranzystora (układ WE)

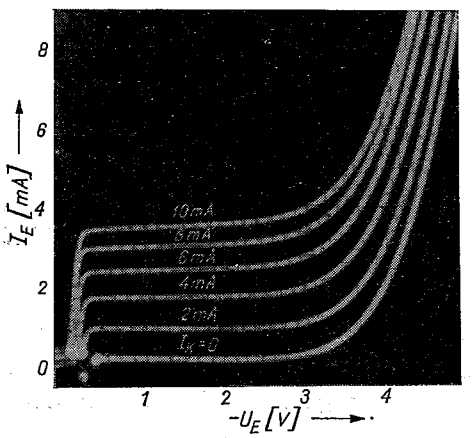
du stałego), maksymalne napięcie wsteczne kolektora w układzie *WE*, prąd zerowy w układzie *WE* oraz napięcie nasycenia charakterystyk (rys. 12).

Rodzina charakterystyk $I_{KB}(U_{KB})_{I_E=\text{const}}$ pozwala nam na określenie maksymalnej wartości napięcia przebicia kolektora dla pracy w konfiguracji *WB* oraz na podanie szacunkowej wartości współczynnika wzmocnienia α_0 i prądu zerowego baza-kolektor (rys. 13).

W tym samym układzie *WB*, po zamianie końcówek emitera z kolektorem, możemy oglądać wsteczną charakterystykę złącza emiter-baza (rys. 14) oraz ocenić wielkość wstecznego współczynnika wzmocnienia



Rys. 13. Rodzina charakterystyk wyjściowych prawidłowo wykonanego tranzystora (układ WB)



Rys. 14. Rodzina wstecznych charakterystyk wyjściowych prawidłowo wykonanego tranzystora (zamiana końcówek emitera i kolektora)

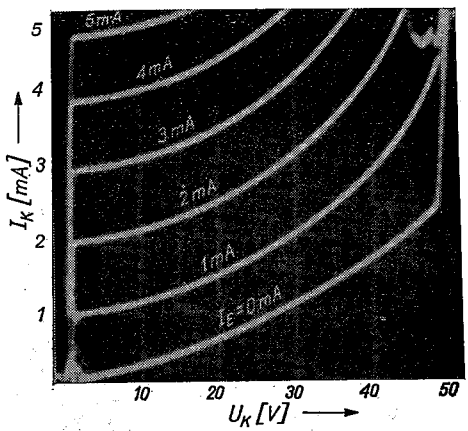
α_{wst}. Wielkość tego współczynnika jest odwrotnie proporcjonalna do gradientu koncentracji domieszki donorowej w bazie, stąd więc pośrednio możemy wnioskować o prawidłowości procesu dyfuzji domieszek.

Wszelkie anomalie oglądanych charakterystyk mówią nam o błędach lub usterkach w procesie technologicznym.

Gdy wyjściowe charakterystyki tranzystora w konfiguracji *WB* mają w swym przebiegu duże odchylenia od osi napięć (rys. 15) oraz bardzo miękko przechodzą w zakres lawinowego przebicia, jest to przede wszystkim konsekwencją złej obróbki powierzchniowej półprzewodnika (wadliwie przeprowadzone trawienie). Przyczyną tego efektu może być również niewłaściwie przeprowadzona hermetyzacja. Jeśli to samo zjawisko zachodzi tylko w układzie *WE*, zaś w konfiguracji *WB* nie jest wyraźnie obserwowane, świadczy to o dużej upływności skrośnej poprzez bazę, co jest spowodowane zastosowaniem nieodpowiedniego germanu (rozdz. 3.1).

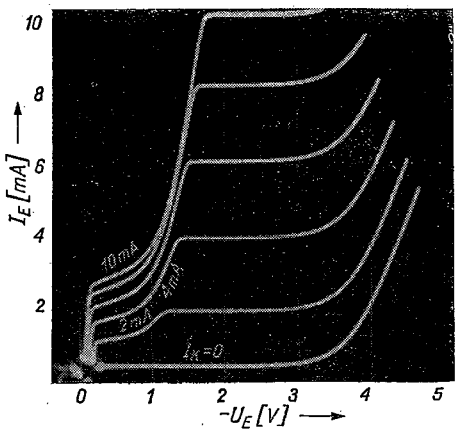
Jeszcze bardziej pewnym dowodem upływności skrośnej poprzez bazę jest rozszczepianie się rodziny wstecznych charakterystyk emiter-baza przy $I_K = \text{const}$, które polega na raptownym wzroście α_{wst} do wartości bliskiej 1 (rys. 16).

Jeśli rodzina charakterystyk wyjściowych w układzie *WE* posiada zakres oporności ujemnych (rys. 17), mamy wówczas dowód, że zachodzi tu niezamierzone powielanie nośników w obszarze kolektora, zatem stop,

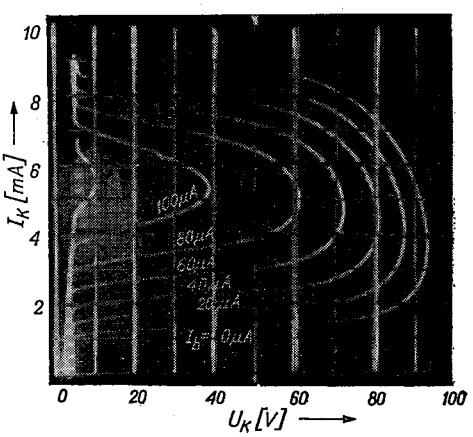


Rys. 15. Wpływ złej obróbki powierzchniowej złącz tranzystora na charakterystyki wyjściowe w układzie WB

którym przylutowana jest płytka kolektora do oprawki ma nieodpowiedni skład lub też płytka została uprzednio niestarannie wytrawiona. Dokładny opis tego zjawiska oraz sposób jego usunięcia ewentualnie wykorzystania omawiają poprzednie publikacje dotyczące tranzystorów stopowo-dyfuzyjnych [11], [15].



Rys. 16. Wpływ upływności skrośnej emiter-kolektor na wsteczne charakterystyki wyjściowe emitera

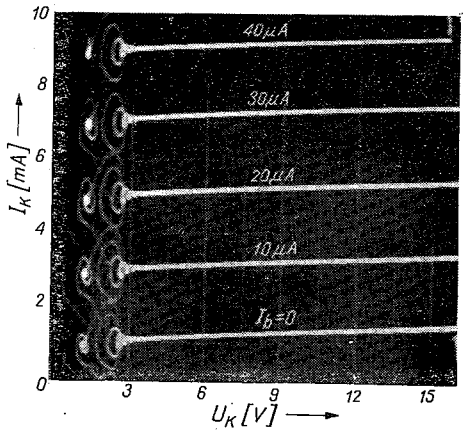


Rys. 17. Wpływ powielania nośników na barierze kolektora na przebieg rodziny charakterystyk wyjściowych w układzie WE

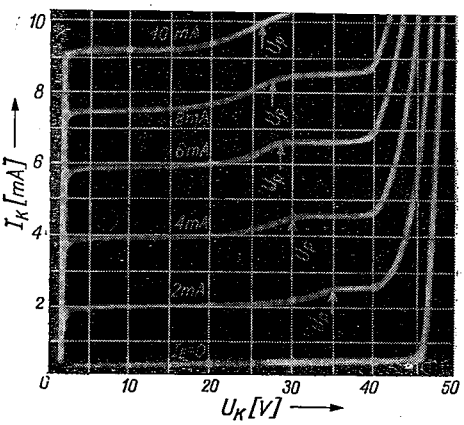
Intensywne oscylacje w polu charakterystyk wyjściowych w układzie *WE* (rys. 18) występują tylko wówczas, gdy tranzystor ma przetrawione podczas obróbki chemicznej odprowadzenie bazy (łącznik utworzony

z warstwy dyfuzji wstępnej). Gdy zdarzy się, że w układzie *WE* tranzystor daje się sterować dopiero prądami bazy znacznie większymi od przyjętych za normalne dla danego typu, to jest to dowodem, że obszar wokół emitera został niedostatecznie wytrawiony podczas obróbki elektrochemicznej lub też posiada trudne do usunięcia zanieczyszczenia.

Zupełny brak sterowania prądu I_K prądem bazy świadczy o zwarciu złącza emiter-baza, co można również sprawdzić oglądając charakterystyki wsteczne emitera.



Rys. 18. Oscylacje charakterystyk wyjściowych w układzie WE spowodowane przetrawieniem odprowadzenia bazy



Rys. 19. Załamanie się charakterystyk wyjściowych wywołane efektem „punch-through"
U_p — napięcie „punch-trough"

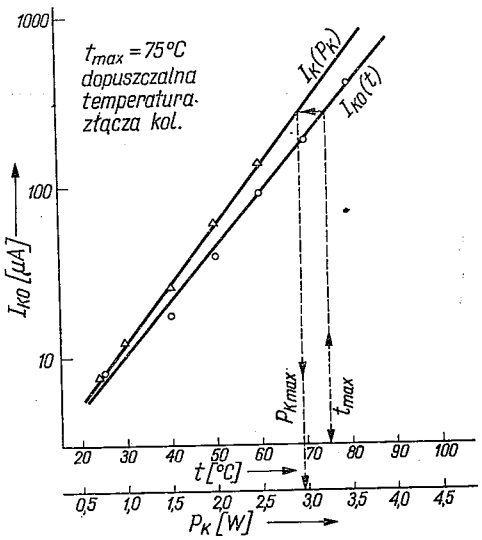
Obserwując rodzinę wyjściowych charakterystyk tranzystora w układzie *WB* często można zauważyć specyficzne ich załamanie się jeszcze przed punktem lawinowego przebicia złącza kolektor-baza (rys. 19). Jak wykazały dokładne pomiary, napięcie kolektora, przy którym występuje to załamanie, jest napięciem „punch-through", czyli takim, dla którego cały obszar bazy zostanie zajęty przez rozszerzający się ze wzrostem polaryzacji obszar złącza kolektora. W takich warunkach baza traci właściwości sterujące. Efekt ten jest obserwowany tym częściej, im cieńsza jest baza tranzystora oraz im dłuższa jest charakterystyka wsteczną złącza kolektor-baza.

Spośród podstawowych parametrów stałoprądowych bardzo istotnym parametrem, szczególnie dla tranzystorów mocy, jest dopuszczalna moc strat w złączu kolektora (moc admisyjna tranzystora). Zasada pomiaru mocy admisyjnej tranzystora opiera się na porównaniu temperaturowej charakterystyki prądu zerowego kolektora (przy U_{K0} = const) z przebiegiem prądu zerowego w funkcji mocy traconej w kolektorze [4].

Wybierając dopuszczalną dla danego typu tranzystora temperaturę złącza odczytujemy odpowiadający jej prąd zerowy. Dla tego samego prą-

du zerowego określamy z charakterystyki $I_{K0}(P_K)$ moc, która spowoduje podgrzanie złącza do założonej uprzednio temperatury (75°). Jest to dopuszczalna moc strat w kolektorze (rys. 20).

Pewne trudności nastręcza zdjęcie charakterystyki $I_{K0}(P_K)$; wymagane jest tu bowiem szybkie przełączanie obciążonego tranzystora na pomiar I_{K0}.



Rys. 20. Zasada wyznaczania mocy admisyjnej kolektora

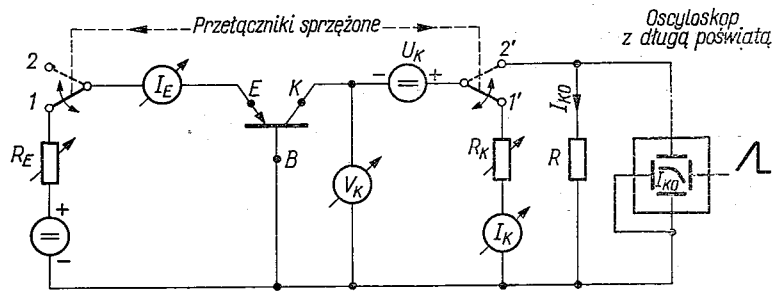
Dla stopowych tranzystorów mocy stosowane były przekaźniki spolaryzowane [4], jednak sposób ten jest całkowicie nieprzydatny dla tranzystorów stopowo-dyfuzyjnych, gdzie cienka warstwa odprowadzenia bazy (ok. 5 μ) bardzo łatwo zostaje uszkodzona przez niekontrolowane impulsy powstające przy przerzutach kotwic przekaźników.

Najprostszym rozwiązaniem jest jednorazowe szybkie przełączanie z ustalonej mocy admisyjnej na pomiar prądu zerowego z tym, że musi być użyty miernik I_{K0} o pomijalnej bezwładności działania i umożliwiający odczyt tej chwilowej wartości prądu zerowego, która popłynie w pierwszym momencie po przełączeniu. Takie warunki spełnia oscyloskop z długą poświatą, ewentualnie woltomierz cyfrowy. Szczególnie oscyloskop nadaje się tutaj znakomicie, gdyż jednocześnie pozwala nam na śledzenie opadania I_{K0} w czasie na skutek stygnięcia złącza. Z szybkości opadania I_{K0} możemy oszacować, w jakim stopniu maksymalna odczytana wartość prądu zerowego odpowiada rzeczywistej dla danej mocy admisyjnej.

Schemat układu pomiarowego przedstawiony jest na rys. 21.

Przełącznik obciążenie — I_{K0} powinien być tak skonstruowany, aby najpierw był przerywany obwód emitera, zaś w chwilę później rozwierany opornik pomiarowy w obwodzie kolektora. Ta różnica czasów potrzebna

jest na spłynięcie ładunku nagromadzonego w złączu kolektor-baza i powinna być tak mała, jak tylko na to pozwala konstrukcja przełącznika



Rys. 21. Układ do pomiaru maksymalnej mocy strat w kolektorze. Uwaga: Kontakt *2'* włączany po czasie 0,01 sek od momentu przerwania styku *1*

(stygnięcie złącza). W praktyce okazuje się, że opóźnienie rzędu $^1/_{100}$ sek można uważać za takie, które nie wprowadza jeszcze dużego błędu pomiaru.

2. POMIARY DYNAMICZNE NA NISKICH CZĘSTOTLIWOŚCIACH

Pomiary dynamiczne dla częstotliwości akustycznych wykonywane są na standartowym mostku parametrów [h].

Tranzystory mierzono przy częstotliwości 1 kHz i polaryzacji $U_K = -6$ V oraz $I_E = 40$ mA.

Bardzo ważną dla tranzystorów mocy jest charakterystyka $\beta(I_E)$. Jest ona zdejmowana w układzie analogicznym jak dla pomiaru częstotliwości granicznej (rys. 22), z tą tylko różnicą, że zwiększone są odpowiednio wartości pojemności kondensatorów blokujących.

3. POMIARY PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH DLA PRACY TRANZYSTORA NA WIELKICH CZĘSTOTLIWOŚCIACH

Pomiary wielkoczęstotliwościowe dokonywane są pod kątem określenia właściwości wzmacniających tranzystora oraz zbadania jego parametrów fizycznych. Współczynnikiem, który dość dobrze charakteryzuje jakość tranzystora jest tzw. współczynnik dobroci oznaczany zwykle literą M. Wyraża się on następującym wzorem [9]:

$$M = \frac{\alpha_0 f_\alpha}{25\tau_K},$$

gdzie:

α_0 — współczynnik wzmocnienia prądowego WB dla małej częstotliwości,

f_α — częstotliwość graniczna tranzystora w układzie WB,
$\tau_K = r'_b C_K$ — stała czasu w obwodzie kolektor-baza,
r'_b, C_K — elementy układu zastępczego tranzystora stopowo-dyfuzyjnego (rys. 26).

Pomocniczymi danymi, które również w pewnym stopniu charakteryzują pracę tranzystora na wielkiej częstotliwości są pojemności barierowe emitera i kolektora oraz całkowita oporność bazy r''_b.

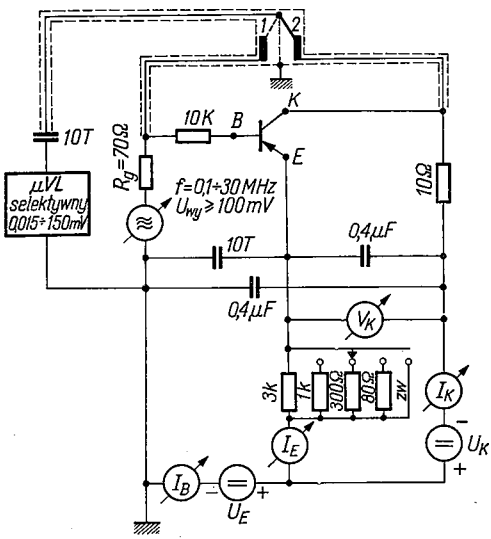
Z pomiarów $r'_b \cdot C_K$ i r''_b wynika dodatkowo metoda mierzenia napięcia „punch-through" tranzystora.

3.1. Pomiar częstotliwości granicznej

Ponieważ bezpośredni pomiar $f_\alpha > 30$ MHz nastręcza duże trudności, wykorzystano zależność pomiędzy f_α (ukł. WB) a częstotliwością, przy której $|\beta| = 1$, czyli tzw. częstotliwością f_T (ukł. WE). Jak podaje literatura [10], pomiędzy tymi częstotliwościami zachodzi zależność:

$$f_\alpha \geqslant f_T.$$

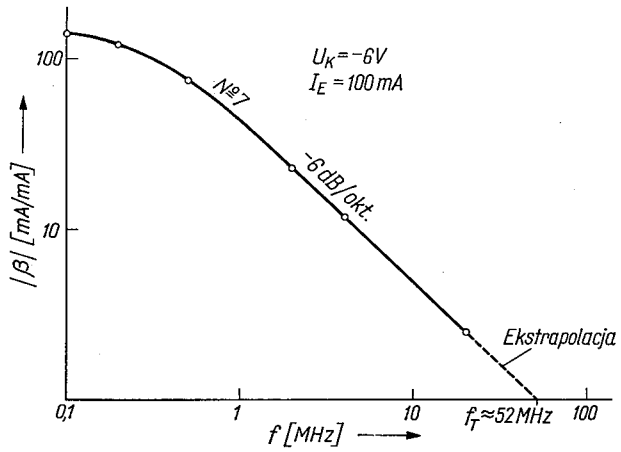
Jeśli tranzystor posiada prawidłowo wykonane złącza (bez nadmiernych upływności), to począwszy od pewnej częstotliwości charakterystyka



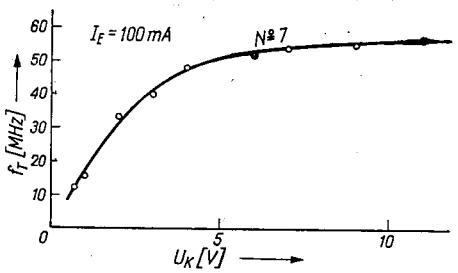
Rys. 22. Schemat układu do pomiaru f_T
Uwaga. Wszystkie kondensatory i oporniki bezindukcyjne w zakresie od 0,1 do 30 MHz

$|\beta|(f)$ będzie przebiegała prostoliniowo, z nachyleniem 6 dB/oktawę. Przez ekstrapolację prostoliniowego odcinka tej charakterystyki odczytujemy częstotliwość $f_T \approx f_\alpha$ (rys. 23). Metoda ta była sprawdzona w zakresie częstotliwości do 20 MHz i rozbieżności nie były większe niż 10÷15%. Ma ona również tą zaletę, że pozwala na jednoczesne uchwycenie zmian β oraz f_T w funkcji warunków zasilania tranzystora (rys. 24, rys. 25).

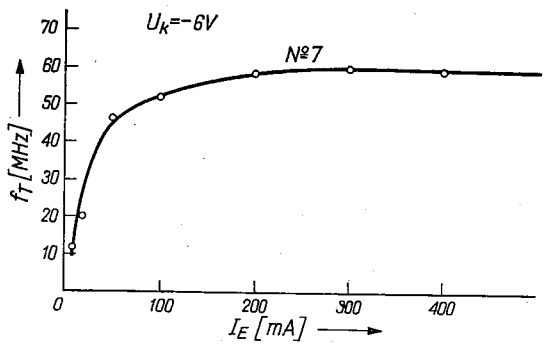
Urządzenie do pomiaru f_T stanowi (zgodnie z zasadą pomiaru) prosty układ spełniający warunek zwarcia w obwodzie kolektora (rys. 22). Układ ten współpracuje z generatorem sygnałowym, czułym mikrowoltomierzem heterodynowym oraz z zasilaczem.



Rys. 23. Charakterystyka $\beta(f)$ stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy oraz zasada wyznaczania f_T



Rys. 24. Zależność częstotliwości granicznej f_T od napięcia polaryzacji kolektora



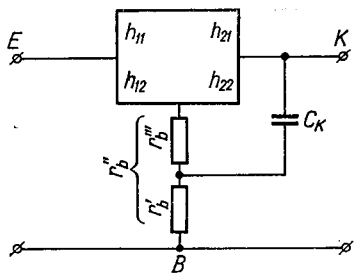
Rys. 25. Zależność częstotliwości granicznej f_T od prądu polaryzacji emitera

3.2. Pomiar stałej czasu $r'_b \cdot C_K$

Stała czasu w obwodzie kolektor-baza jest parametrem, który charakteryzuje wielkość szkodliwego sprzężenia wyjścia z wejściem tranzystora.

Zasada pomiaru [10] opiera się na wykorzystaniu zależności parametru $\hat{H}_{12}$ od częstotliwości (w układzie WB).

Z analizy układów zastępczych wynika [5], [7], że dla konfiguracji WB $\hat{H}_{12} = h_{120} + j\omega r'_b \cdot C_K$, gdzie h_{120} jest wartością H_{12} dla małych częstotliwości, zaś r'_b, C_K są elementami układu zastępczego typu T (rys. 26), ω — pulsacja.



Rys. 26. Uproszczony schemat zastępczy tranzystora

Jeśli częstotliwość pomiarowa zostanie tak wybrana, że

$$(h_{120})^2 \ll (\omega r'_b C_K)^2,$$

to

$$H_{12} \approx \omega r'_b C_K,$$

stąd

$$r'_b C_K = \frac{H_{12}}{\omega} = \frac{H_{12}}{2\pi f}.$$

Przy prawidłowo wybranej częstotliwości pomiarowej odcinek charakterystyki $H_{12}(f)$ w otoczeniu tej częstotliwości jest w przybliżeniu prostoliniowy, zaś jego przedłużenie przecina oś rzędnych w pobliżu początku układu.

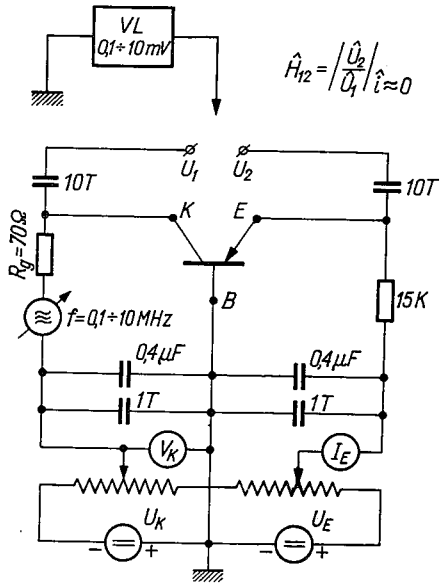
Czasem zdarza się, że tranzystor posiada tak duże h_{120}, że nie można go zaniedbać przy stosowanych w danym wypadku częstotliwościach pomiarowych. W takiej sytuacji stałą czasu obliczamy wg wzoru:

$$r'_b C_K = \sqrt{\frac{(H_{12})^2 - (h_{120})^2}{2\pi f}},$$

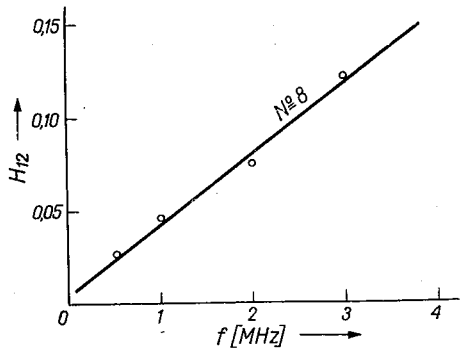
gdzie h_{120} musimy wyznaczyć poprzez pomiar $\hat{H}_{12}$ na odpowiednio małej częstotliwości.

Typowe charaktrystyki $H_{12}(f)$ dla stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy są przedstawione na rys. 28.

Układ do pomiaru $\hat{H}_{12}$ (rys. 27) musi spełniać warunki wynikające z definicji współczynika $\hat{H}_{12} \stackrel{df}{=} \left(\frac{\hat{U}_E}{\hat{U}_K}\right)_{i_e=0}$.



Rys. 27. Układ do pomiaru stałej czasu r_sC_K



Rys. 28. Zależność H_{12} od częstotliwości

3.3. Pomiar całkowitej oporności bazy r_b''

Dla dokładniejszego poznania osobliwości konstrukcji tranzystora stopowo-dyfuzyjnego poprzez analizę fizycznego schematu zastępczego bardzo pożyteczne jest zmierzenie całkowitej oporności bazy r_b''.

Można wykazać, że w układzie WE dla odpowiednio dobranych warunków pomiarowych [10] jest spełniona zależność:

$$\hat{H}_{11} \approx r_b'' + h_{11},$$

gdzie:

$\hat{H}_{11}$ — oporność wejściowa całkowita w układzie WE (przy wyjściu zwartym),

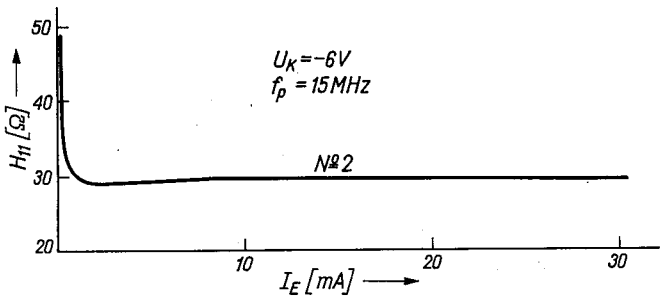
r_b'' — całkowita oporność bazy,

h_{11} — oporność wejściowa modelu teoretycznego tranzystora w konfiguracji WE.

Aby można było w nieskomplikowany sposób zmniejszyć r_b'', należy stworzyć takie warunki pomiarowe, dla których h_{11} będzie do zaniedbania w porównaniu z r_b''.

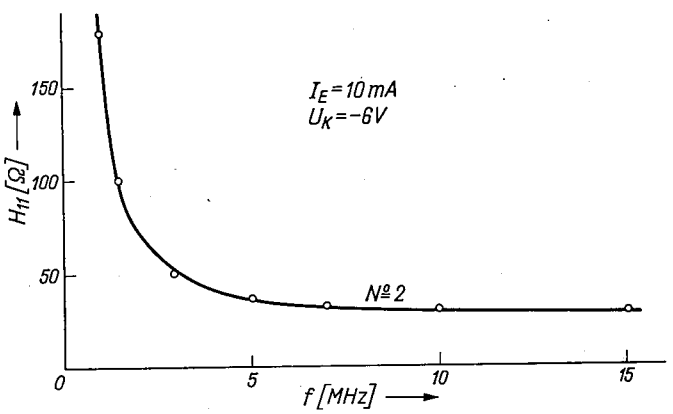
Oporność h_{11} jest, przede wszystkim, funkcją częstotliwości oraz w mniejszym stopniu zmienia się z prądem polaryzacji emitera.

Zgodnie z rozważaniami teoretycznymi [7] obie zależności mają charakter szybko malejący do pewnych asymptotycznych wielkości, przy których warunek $h_{11} \ll r_b''$ można uważać za spełniony (z błędem ok. 20%).



Rys. 29. Zależność H_{11} od częstotliwości

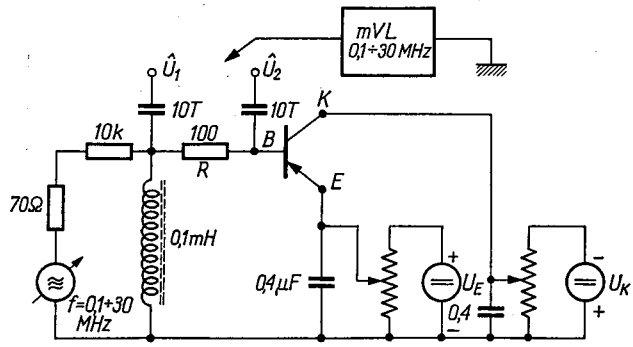
Pomiaru dokonujemy w następujący sposób. Zdejmujemy charakterystykę H_{11} (I_E) przy f = const (rys. 29) i określamy dla danego tranzystora prąd I_E, przy którym $H_{11} \approx$ const, a następnie dla tak ustalonej po-



Rys. 30. Zależność H_{11} od częstotliwości pomiarowej

laryzacji zdejmujemy charakterystykę $H_{11}(f)$. Z charakterystyki tej (rys. 30) odczytujemy $r_b'' \approx H_{11}$ co najmniej przy takiej częstotliwości, od której począwszy zmiany H_{11} są już nieznaczne.

W praktyce dla danego typu tranzystora wystarczy jednorazowo określić minimalną polaryzację emitera I_E oraz minimalną częstotliwość pomiarową.



Rys. 31. Układ do pomiaru r_b''

$$r_b'' \simeq R\frac{|\hat{U}_2|}{|\hat{U}_1|-|\hat{U}_2|}\ [\Omega]$$

Układ do wyznaczania r_b'' (rys. 31) jest konwencjonalnym układem do pomiaru oporności wejściowej $\hat{H}_{11} \overset{df}{=} \left(\frac{\hat{U}_{BE}}{\hat{i}_{BE}}\right) U_K = 0$. Pomiar $\hat{i}_{BE}$ odbywa się metodą pośrednią poprzez mierzenie spadku napięcia na oporniku R.

$$i_{BE} = \frac{\Delta U_R}{R} = \frac{U_G - U_{BE}}{R},$$

stąd

$$H_{11} = R \cdot \frac{U_{BE}}{U_G - U_{BE}}.$$

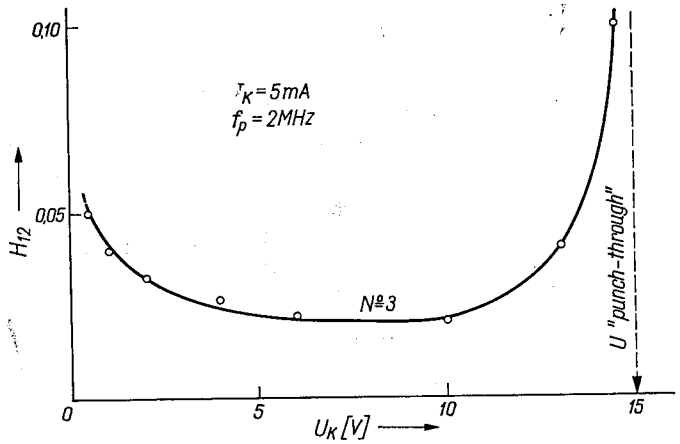
Przy spełnionych warunkach pomiarowych dla U_G = const możemy przedstawić r_b'' jako funkcję U_{BE}.

3.4. Pomiar napięcia „punch-through" za pośrednictwem H_{12} i H_{11}

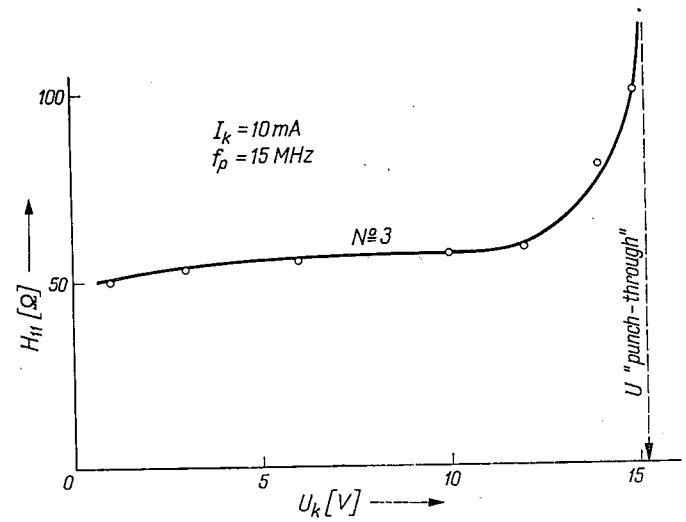
Jeśli napięcie kolektora będziemy stopniowo zwiększać, to bariera złącza kolektora będzie rozszerzała się kosztem bazy, aż obejmie cały jej obszar i baza straci właściwości sterujące. Napięcie kolektora, przy którym to nastąpi, nazywane jest w literaturze napięciem „punch-through". W miarę malenia efektywnej grubości bazy będzie wzrastała jej oporność, co oczywiście uwidoczni się w wartościach H_{12} oraz H_{11}. Zdejmując charakterystykę $H_{12}(U_K)$ otrzymamy zatem gwałtowny wzrost H_{12} w pobliżu tego napięcia. To samo dotyczy przebiegu charakterystyki $H_{11}(U_K)$.

Oba rodzaje charakterystyk podane są na rys. 32 i rys. 33. Zmierzono tu te same tranzystory i, jak widać, zgodność wyników jest dobra.

Powyższa metoda pomiaru daje wyniki będące również w dobrej zgodności z pomiarem za pomocą charakterografu.



Rys. 32. Wyznaczanie napięcia „punch-through" z charakterystyki $H_{12} = f(U_K)$

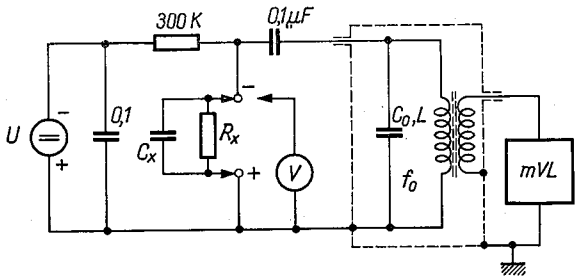


Rys. 33. Wyznaczanie napięcia „punch-through" z charakterystyki $H_{11} = f(U_K)$

3.5. Pomiar pojemności barierowych C_E i C_K

Pojemności barierowe są mierzone z tych samych względów co r_b''. Zmierzenie C_K pozwala na obliczenie oporności r_b', a zatem będzie można określić, do jak dużej części r_b'' jest dołączona pojemność C_K.

Pomiar pojemności barierowych ma również duże znaczenie przy analizie wpływu konstrukcji na częstotliwość graniczną tranzystora. Przebieg zmian obu tych pojemności w funkcji napięcia wstecznego złącz stwarza możliwość dogodnej kontroli prawidłowości procesów dyfuzji i stapiania [12].



Rys. 34. Układ do pomiaru pojemności barierowych emitera i kolektora (przy polaryzacji zaporowej); $C_x = C_0\left[\left(\frac{f_0}{f}\right)^2 - 1\right]$

C_E i C_K mierzone są w prostym układzie rezonansowym (rys. 34). W układzie tym pojemności mogą być mierzone tylko przy polaryzacji wstecznej lub zerowej, co wydawałoby się stwarzać trudności w wyznaczaniu rzeczywistej wartości C_{E0} (dla polaryzacji przewodzenia). Jak się jednak okazuje, pomiar C_{E0} (przy $U_E = 0$) daje nam wielkość niewiele różniącą się od wielkości pojemności przy polaryzacjach przewodzenia stosowanych w normalnych warunkach pracy tranzystora ($C_{E\,przew} = 1{,}3\ C_{E0}$). Wynika to stąd, że po przejściu na polaryzacje dodatnie napięcie na złączu emiter-baza jest zwykle mniejsze od potencjału dyfuzyjnego, a ponadto jego zmiany w funkcji prądu emitera są nieznaczne ze względu na małą oporność tego złącza w kierunku przewodzenia [12].

Podczas pomiaru pojemności w pobliżu lub przy polaryzacji zerowej, należy zwrócić uwagę na to, aby amplituda sygnału pomiarowego nie przekraczała 1÷5 mV, gdyż w przeciwnym przypadku pomiar byłby obarczony dużym błędem [wartość C nie będzie odpowiadała rzeczywistej w danym punkcie charakterystyki $C(U)$].

III. ANALIZA WYNIKÓW POMIARÓW

Wyniki wszystkich trzech grup pomiarów zostały — dla większej przejrzystości — zebrane w tablicy, zaś tam, gdzie to było konieczne dla lepszego scharakteryzowania tranzystora, podano wykresy oraz rysunki.

1. Tabela wyni

PARAMETER	Konfiguracja połączeń w układzie pomiarowym
Współczynnik wzmocnienia prądowego (zwarciowy)	*WB*
	WE
Oporność wejściowa przy zwartym wyjściu	*WB*
	WE
Przewodność wyjściowa przy wejściu otwartym	*WB*
	WE
Współczynnik sprzężenia	*WB*
	WE
Wsteczny współczynnik wzmocnienia prądowego	*WB*
Częstotliwość, przy której wsp. wzmocn. prądowego $\beta = 10$ „ „	*WE*
$\beta =$ „ 1 „ „	*WE*
Stała czasu kolektora $r'_b C_K$	*WB*
Całkowita oporność bazy na w. cz.	*WE*
Pojemność barierowa złącza kolektor-baza	—
Pojemność barierowa złącza emiter-baza	—
Właściwa oporność bazy (wyliczona ze stałej τ_K)	—
Maksymalne napięcie wsteczne kolektora	*WB*
	WE
Maksymalne napięcie wsteczne emitera	—
Prąd wsteczny kolektora	*WB*
	WE
Prąd wsteczny emitera	—
Dopuszczalna moc strat w kolektorze (przy obciążeniu ciągłym)	—
	—
Dopuszczalny prąd przewodzenia emitera	—
Dopuszczalna temperatura otoczenia	—

ków pomiarów

Warunki pomiaru	Oznaczenie	Wartość	Jednostka
I_E=40 mA, U_K=−6 V, f_p=1 kHz	$h_{21}(\alpha)$	0,999	$\frac{mA}{mA}$
I_E=0,5 A, U_K=−6 V, f_p=100kHz	$h'_{21}(\beta)$	150	$\frac{mA}{mA}$
I_E=40 mA, U_K=−6 V, f_p=1 kHz	h_{11}	∼1	Ω
,, ,,	h'_{11}	800	Ω
,, ,,	h_{22}	150×10^{-5}	S
,, ,,	h'_{22}	5×10^{-4}	S
,, ,,	h_{12}	$\leqslant3\times10^{-4}$	–
,, ,,	h'_{12}	$\leqslant1{,}5\times10^{-3}$	–
I_K=40 mA, $-U_E$=2 V, f=1 kHz	h_{21wst}	<0,5	$\frac{mA}{mA}$
I_E=100 mA, U_K=−6 V	f_{10}	5	MHz
,, ,,	f_T	40÷60	MHz
I_E=5 mA, U_K=−6 V, f_p=2 MHz	τ_K	5×10^{-9}	sek
I_E=10 mA, U_K=−6 V, f_p=15 MHz	r''_b	45	Ω
U_K=−6 V, f_p=3 MHz	C_K	160	pF
U_E=0 V, f_p=3 MHz	C_E	1000	pF
I_E=5 mA, U_K=−6 V	r'_b	30	Ω
Baza zwarta z emiterem	$-U_{KBmax}$	30÷40	V
Obwód bazy otwarty	$-U_{EKmax}$	10÷20	V
Obwód kolektora otwarty	$-U_{EBmax}$	2÷3	V
U_{KB}=−15 V Emiter zwarty z bazą	I_{K0}	10÷20	μA
U_{KE}=−6 V Obwód bazy otwarty	I'_{K0}	2÷4	mA
U_{EB}=−1,5 V	I_{E0}	10÷20	μA
Tranzystor bez radiatora, temp. otoczenia +25°C	P_{Kmax}	1	W
Tranzystor z radiatorem Al-100×100×3, temp. ot. +25°	P_{Kmax}	3÷4	W
Dla pracy ciągłej	I_{Emax}	0,7	A
–	t_{max}	+45	°C

1. WNIOSKI

Pomiary stałoprądowe wykazują, że tranzystor TSD-50/3 bardziej nadaje się do pracy prądowej niż napięciowej. Przyczynami, które powodują stosunkowo niskie napięcia wsteczne w układzie *WE*, są: nieduża oporność właściwa materiału oraz wysoki współczynnik wzmocnienia prądowego.

Istnieje możliwość uzyskania wyższych napięć wstecznych w przypadku zastosowania materiału o nieco większej oporności właściwej, jednak nie powinna ona przekraczać 4÷5 cm, jeśli chcemy, aby tranzystor dobrze pracował impulsowo (wzrost oporności szeregowej kolektora). Ponadto wzrost oporności wyjściowej materiału spowoduje większą zależność parametrów tranzystora od temperatury, co w przypadku tranzystora mocy jest szczególnie niepożądane.

Zwiększenie napięcia wstecznego, szczególnie w układzie *WE*, można również uzyskać zmniejszając współczynnik wzmocnienia prądowego Osiągamy to przez zwiększenie grubości bazy lub drogą odpowiedniej obróbki materiału oraz gotowych tranzystorów (zmniejszenie czasu życia nośników mniejszościowych w bazie i na powierzchni przy emiterze).

Zwiększenie grubości bazy należy stosować z pewną ostrożnością, gdyż może to mieć niekorzystny wpływ na właściwości częstotliwościowe tranzystora.

Obniżenie czasu życia nośników mniejszościowych w bazie jest realizowane bądź przez zastosowanie odpowiedniego materiału wyjściowego, bądź też drogą wprowadzania akceptorów termicznych bezpośrednio po zakończeniu procesu dyfuzji. Ten ostatni sposób nie jest godny polecenia, gdyż powoduje on powstawanie dużych naprężeń mechanicznych oraz sprzyja nieprawidłowej rekrystalizacji obszaru emitera.

Częściowy wpływ na czas życia w złączu ma również stan powierzchni przy emiterze. Stwierdzono, że np. drogą płukania wytrawionych złącz w płuczce ultradźwiękowej można znacznie zwiększyć szybkość rekombinacji na powierzchni przy złączu emiter-baza, co ma duży wpływ na wielkość współczynnika wzmocnienia prądowego tranzystora.

Jednym z ważnych parametrów dla niektórych zastosowań układowych jest napięcie wsteczne emiter-baza. Duże koncentracje domieszek w tym złączu powodują, że posiada ono napięcie wsteczne nie większe jak 2÷5 V, istnieje jednak możliwość uzyskania napięć 2-krotnie wyższych, dzięki zastosowaniu bizmutu jako domieszki donorowej [14].

Uzyskana na doświadczalnych egzemplarzach moc admisyjna może być jeszcze podwyższona bez wprowadzania istotnych zmian w technologii. Możemy to zrobić zarówno polepszając warunki chłodzenia złącz, jak też zwiększając ich powierzchnię (szczególnie krytyczna jest tu powierzchnia emitera). Należy jednak mieć na względzie fakt, że nie rozporządzając materiałem o gęstości dyslokacji $N_D < 200$ cm^{-2} nie możemy zwiększyć średnicy emitera ponad 1,5 mm, gdyż wywołałoby to niedo-

puszczalnie duży wzrost prądu skrośnego emiter-kolektor (upływności wywołane dyfuzją po dyslokacjach).

Doświadczalną zależność maksymalnej możliwej średnicy złącza od gęstości dyslokacji przedstawia rys. 4.

Pomiary parametrów tranzystora w funkcji temperatury otoczenia nie były prowadzone. Przy pomiarze mocy admisyjnej zdjęto tylko temperaturowe charakterystyki prądu zerowego kolektora (rys. 20). Zależność $I_{KB0}(t)_{U = const}$ jest zgodna z teorią, to znaczy, że przebieg jest wykładniczy. Dla podobnego typu tranzystorów pomiary temperaturowe zostały szczegółowo przeprowadzone i zanalizowane w literaturze [13].

Wstępne dane o właściwościach wzmacniających stopowo-dyfuzyjnych tranzystorów mocy otrzymujemy mierząc niskoczęstotliwościowe parametry macierzy $[h]$. Tranzystory te posiadają wyjątkowo duży współczynnik wzmocnienia prądowego α_0 (ukł. WB), co jest szczególnie korzystne w zastosowaniach generacyjnych. W przypadku zastosowań w układach wzmacniających nadmiernie duża wartość α_0 może powodować niestabilność wzmacniacza i dlatego często stosuje się jej obniżanie opisanymi już poprzednio sposobami.

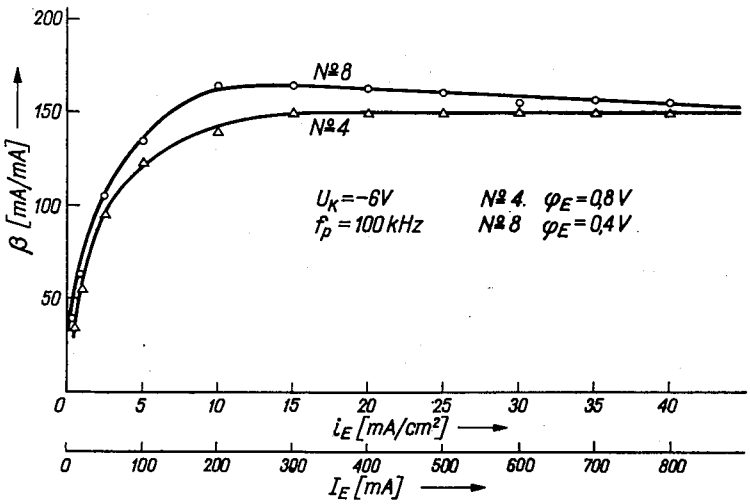
Do niewątpliwych wad tych tranzystorów należy zaliczyć dużą oporność wejściową h_{11} oraz przewodność wyjściową h_{22} (konfiguracja WE). Wady te nie mają jednak decydującego znaczenia dla poprawnej pracy w układach, gdyż tranzystory te wymagają minimalnego prądu dla pełnego wysterowania ($I_{bmax} \leqslant 5$ mA) oraz pracują w zakresie dużych prądów kolektora.

Bardzo istotny, szczególnie dla tranzystorów mocy pracujących prądowo, jest przebieg charakterystyki $\beta(I_E)$. Jeśli pominiemy wpływ powielania nośników mniejszościowych w kolektorze, to dla niskich częstotliwości pomiarowych zmiana współczynnika β w funkcji prądu emitera będzie odbiciem zmian współczynnika wstrzykiwania nośników mniejszościowych w zależności od I_E. Założenie o minimalnym powielaniu nośników w barierze i kontakcie kolektora jest tutaj całkowicie usprawiedliwione, gdyż stosowany materiał jest niskooporowy, zaś powielanie w kontakcie odprowadzającym jest wyeliminowane przez dobór odpowiedniego lutu dającego kontakt pp^+.

Z wykresu przedstawiającego przebieg charakterystyki $\beta(I_E)$ (rys. 35) widzimy, że stopowo-dyfuzyjny tranzystor mocy posiada współczynnik wstrzykiwania nośników zmieniający się nie więcej jak 10÷15% dla zmian I_E od 100 do 800 mA, co odpowiada maksymalnej gęstości prądu emitera ok. 50 A/cm^2. Stosowanie większych gęstości prądu jest kłopotliwe ze względu na specyficzną konstrukcję tranzystora. Aby możliwe było zwiększenie gęstości prądu emitera, przede wszystkim należałoby zmniejszyć grubość płytki kolektora do ok. 100 μ (przewodnictwo cieplne oraz szeregowa oporność strat). Rozwiązanie takie natręcza jednak już dość

poważne trudności technologiczne, jakkolwiek jest całkowicie możliwe do zrealizowania.

Początkowy odcinek charakterystyki $\beta(I_E)$ ma przebieg silnie rosnący, co jest związane z szybkim spadkiem oporności diody emitera ze wzrostem gęstości prądu (przejście od prądu nasycenia do prądu przewodzenia).



Rys. 35. Zależność współczynnika wzmocnienia stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy od gęstości prądu złącza emiterowego

Z wielkości prądu, przy którym charakterystyka $\beta(I_E)$ osiąga „nasycenie" możemy określać porównawczo, który z tranzystorów ma większą powierzchnię emiter-baza (czym większa czynna powierzchnia emitera, tym większy jest prąd, przy którym charakterystyka $\beta(I_E)$ osiąga maksimum). Pomiar tego prądu może być jednym ze sposobów nieniszczącej kontroli jakości zwilżania germanu przez stop emiterowy, gdyż w przypadku złego zwilżania efektywna powierzchnia złącza jest zwykle dużo mniejsza, niż to wynika z geometrii danego typu tranzystora.

Przebieg odcinka charakterystyki od prądu nasycenia aż do prądu maksymalnego mówi nam, czy stop emitera posiada odpowiedni skład. Jeśli w tym odcinku charakterystyki obserwowany jest duży spadek β, dowodzi to, że skok koncentracji pomiędzy domieszkami akceptorowymi w obszarze emitera a donorowymi w bazie tuż pod emiterem jest zbyt mały. Przyczyną tego stanu rzeczy jest na ogół niewystarczająca koncentracja domieszki akceptorowej w zrekrystalizowanym obszarze tuż ponad złączem emiter-baza. Tak więc, jeśli tranzystory tej samej serii i wykonane we wspólnym procesie technologicznym wykazują duży rozrzut w przebiegu końcowego odcinka charakterystyki $\beta(I_E)$, wówczas z całą pewnością można stwierdzić, że rozkład domieszek w stopie emiterowym jest nierównomierny.

Przejdźmy teraz do właściwości częstotliwościowych tranzystora. Porównanie współczynników dobroci różnych tranzystorów w.cz. ze współczynnikiem dobroci stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy wykazuje, że pod względem właściwości wzmacniających na wysokich częstotliwościach przewyższa on takie tranzystory, jak OC44 i OC45.

Współczynnik M waha się w naszym przypadku od 3×10^8 do 6×10^8, zaś dla OC44 i OC45 wynosi odpowiednio 3×10^8 i $1{,}5\times10^8$. Zwiększenie współczynnika M przy jednoczesnym zachowaniu tej samej mocy admisyjnej nie jest sprawą łatwą i trudno przypuszczać, aby przy tego rodzaju konstrukcji tranzystora udało się tu osiągnąć radykalną poprawę w odniesieniu do już uzyskanych wyników; niemniej można podać zasady uzyskania maksymalnej możliwej jego wielkości.

Istnieją w zasadzie dwie metody podwyższenia wielkości współczynnika dobroci. Są to powiększenie częstotliwości granicznej f_α tranzystora oraz zmniejszenie stałej czasu w kolektorze.

Wpływ α_0 jest właściwie do pominięcia, gdyż w każdym dobrym tranzystorze współczynnik ten jest zwykle większy od 0,95. Jak wiadomo, na efektywną częstotliwość graniczną tranzystora składają się trzy częstotliwości: częstotliwość graniczna przejścia emiter-baza f_γ, częstotliwość wynikająca z czasu przelotu przez bazę f_β oraz częstotliwość graniczna kolektora f_K uwarunkowana stałą czasu r'_bC_K. Częstotliwości te łączy znana zależność [12]:

$$\frac{1}{f_\alpha}=\frac{1}{f_\gamma}+\frac{1}{f_\beta}+\frac{1}{f_K}.$$

Z danych pomiarowych możemy określić wszystkie trzy składowe oraz stwierdzić, która z nich ma w naszym wypadku decydujący wpływ na f_α. Przeliczmy więc wartości poszczególnych składowych:

$$f_\gamma=\frac{1}{2\pi r_eC_E},$$

gdzie: $C_E\approx 1000$ pF, $r_e=\dfrac{26}{I_E[\text{mA}]}\ [\Omega]$,

$$f_K=\frac{1}{2\pi r'_bC_K},$$

gdzie $r'_bC_K\approx 4\times10^{-9}$ sek.

Jeśli pomiar odbywa się przy prądzie polaryzacji emitera $I_E=100$ mA, to $r_e=\dfrac{26}{100}=0{,}26\ \Omega$.

Stąd mamy:

$$f_\gamma=\frac{1}{6{,}28\cdot0{,}26\cdot10^{-9}}\approx 0{,}6\cdot10^9=600\ \text{MHz},$$

$$f_K=\frac{1}{6{,}28\cdot4\cdot10^{-9}}\approx 4\cdot10^7=40\ \text{MHz}.$$

Zmierzona wartość $f_\alpha = 30 \div 50$ MHz; widzimy więc, że jest ona tego samego rzędu co częstotliwość kolektora. Wynika stąd, że przy $f_\gamma = 600$ MHz częstotliwość graniczna f_β jest również do pominięcia w stosunku do f_K. Tak więc ostatecznie o właściwościach częstotliwościowych tranzystora dużej mocy decyduje tylko stała czasu w kolektorze.

Stałą czasu τ_K można zmniejszyć dwiema metodami. Jedna z nich prowadzi do zmniejszenia pojemności kolektor-baza, pozostała zaś do obniżenia oporności bazy r_b.

Zajmijmy się najpierw sposobami zmniejszenia C_K. Pojemność barierowa kolektora w tranzystorze o dyfuzyjnym przejściu baza-kolektor wyraża się, jak wiadomo, następującą zależnością [12]:

$$C_K = \frac{\varepsilon' \varepsilon}{2} \sqrt[3]{\frac{2q \frac{dn}{dx}}{3 \varepsilon' \varepsilon_0 U_K}} \cdot S_K,$$

gdzie:

ε', ε_0 — stałe dielektryczne (względna i próżni),

q — ładunek elementarny,

$\frac{dn}{dx}$ — gradient domieszek w bazie w pobliżu złącza,

U_K — napięcie polaryzacji złącza,

S_K — powierzchnia kolektora.

Opierając się na wyżej podanej zależności możemy wyodrębnić trzy sposoby zmniejszenia C_K.

Najprostszym i najskuteczniejszym jest niewątpliwie ograniczenie powierzchni złącza S_K. Ten jednak sposób nie może wchodzić tu w rachubę, gdyż geometryczne rozmiary tranzystora zostały narzucone ze względu na moc admisyjną.

Inną metodą może być zwiększenie oporności właściwej materiału. Zbadajmy więc efektywność zmian C_K przy zmianie oporności właściwej germanu. Zgodnie ze znaną zależnością oporność germanu jest odwrotnie proporcjonalna do koncentracji w przedziale zmian tej ostatniej od 10^{14} cm^{-3} do 10^{16} cm^{-3}. Oznacza to, że dwukrotnemu wzrostowi oporności towarzyszy dwukrotny spadek koncentracji domieszek. Wynika stąd, że gdy koncentracja równowagi w złączu kolektora zmaleje np. do $\frac{n_K}{2}$, to w pierwszym przybliżeniu pojemność zmniejszy się do wartości

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot C = 0{,}8C.$$

Widzimy więc, że dla dwukrotnego zmniejszenia pojemności złącza dyfuzyjnego należałoby 8-krotnie zwiększyć oporność właściwą materiału wyjściowego! Tak duży wzrost oporności właściwej germanu spowodował-

by poważne zwiększenie się oporności szeregowej kolektora r_{KS}, a w konsekwencji obniżenie stałej czasu, uzyskane dzięki ograniczeniu C_K, byłoby częściowo skompensowane przez dodanie się do r'_b, pomijalnej poprzednio oporności szeregowej kolektora. Ponadto względnie duża oporność r_{KS} spowodowałaby znaczny wzrost napięcia nasycenia złącza kolektora, co z kolei ograniczyłoby wykorzystanie pola charakterystyk wyjściowych oraz pogorszyłoby pracę tranzystora w układach impulsowych. Nie bez znaczenia byłby tutaj również wzrost prądów zerowych złącz oraz większa niestabilność temperaturowa tranzystora.

Przytoczone wyżej rozważania prowadzą więc do wniosku, że taka metoda jako metoda podstawowa dla zmniejszenia stałej $r'_b C_K$ jest — ogólnie rzecz biorąc — nieodpowiednia. Na częściową poprawę jej skuteczności wpływa fakt, że w praktycznie otrzymywanych złączach zmiany pojemności barierowej w zależności od oporności właściwej materiału są nieco większe, niż to wynika z przytoczonych wyżej obliczeń. Dlatego też może być ona stosowana (w ograniczonym zakresie) łącznie z innymi sposobami zmniejszenia C_K.

Ze wzoru na pojemność bariery kolektora wynikałby jeszcze jeden sposób zmniejsznia pojemności złącza, a mianowicie obniżenie gradientu koncentracji domieszki w bazie. Sposób ten wpływa jednak niekorzystnie na wielkość f_β i powinien być stosowany tylko w tym przypadku, gdy mamy b. dużą dysproporcję pomiędzy f_K i f_β ($f_\beta \gg f_K$). Ponadto zmniejszeniu się $\frac{dn}{dx}$ towarzyszy zwykle wzrost oporności r'_b, co sprawia, że zmiana τ_K może się okazać bardzo nieznaczna.

Przejdźmy teraz do omówienia sposobów obniżenia oporności bazy r'_b.

Na oporność r'_b składa się oporność właściwego obszaru bazy pomiędzy złączami emitera i kolektora oraz oporność odprowadzenia, to znaczy oporność warstwy typu n, która powstała w procesie pierwszej dyfuzji (rys. 1). Oporność r'_b zależy od odpowiedniego doboru składu stopu emitera, parametrów procesu technologicznego oraz od obróbki elektrochemicznej wykonanych już złącz.

Pierwsze dwa czynniki wpływają na koncentrację donorów w obszarze bazy i w warstwie typu n, stanowiącej jej odprowadzenie. Zbyt mała zawartość antymonu w stopie oraz jego par w kanale próżniowym podczas procesu dyfuzji spowoduje znaczne zmalenie koncentracji tej domieszki w obu warstwach, a zatem wzrośnie ich oporność.

Analogiczny wpływ na r_b ma dobór pierwiastka domieszkowego. Tak więc najmniejsze oporności daje arsen, zaś największe — bizmut.

Warunki dyfuzji powinny być tak dobrane, aby uzyskać możliwie największą koncentrację donorów w bazie przy emiterze oraz w warstwie odprowadzającej. Aby to osiągnąć, należy przeprowadzać dyfuzję w najwyższych możliwych w danym przypadku temperaturach i w krótkim czasie. Oczywiście trzeba się liczyć z defektami termicznymi materiału,

dlatego też konieczny jest tu kompromis. Temperatury procesów podane w części technologicznej są temperaturami optymalnymi.

Trawienie elektrolityczne gotowych złącz powoduje malenie grubości warstwy odprowadzającej (szczególnie wokół emitera). W konsekwencji może to doprowadzić do całkowitego odtrawienia odprowadzenia bazy, dlatego też elektrotrawienie jest operacją wymagającą szczególnej uwagi. Sprawę pogarsza fakt, że antymon daje duże koncentracje powierzchniowe i najbardziej niskooporowa warstwa zostaje szybko strawiona.

Aby zwiększyć możliwość swobodniejszej obróbki elektrolitycznej, można przeprowadzić wstępną dyfuzję dwuwarstwową [14]. W pierwszej fazie przeprowadza się dyfuzję bizmutu, który tworzy głęboką warstwę typu n o dość równomiernej koncentracji w przekroju i stosunkowo dużej oporności. Następnie do tej samej warstwy wdyfundowuje się antymon lub arsen. Utworzona w ten sposób podwójna warstwa odprowadzająca posiada, w porównaniu z warstwą pojedynczą, znacznie mniejszą oporność oraz ma jeszcze tę zaletę, że umożliwia uzyskanie większych napięć wstecznych emiter-baza.

Obok omówionych już parametrów tranzystora istotne znaczenie, szczególnie dla zbadania elektrycznego schematu zastępczego, mają pojemności barierowe oraz całkowita oporność bazy. Przebieg charakterystyk pojemności barierowych w funkcji napięć polaryzujących daje nam również cenne informacje o stopniu prawidłowości złącz.

Pojemność złącza stopowego emiter-baza wyraża się wg danych z literatury [12] następującym wzorem:

$$C_E = S_E\left(\frac{\varepsilon'\varepsilon_0\sigma_0}{2\mu_n}\right)\frac{1}{\sqrt{U_E+\varphi}}$$

gdzie:

$\varepsilon', \varepsilon_0$ — stałe dielektryczne,
σ_0 — przewodność bazy przy emiterze,
μ_n — ruchliwość elektronów,
S_E — powierzchnia emitera,
U_E — napięcie polaryzacji emiter-baza.

Potencjał dyfuzyjny φ wyraża się następującym wzorem:

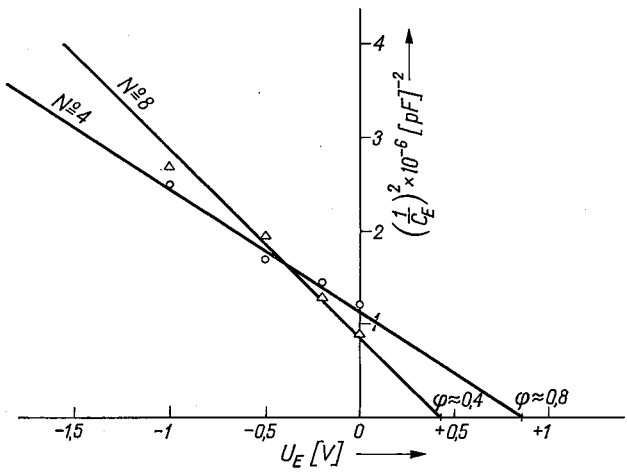
$$\varphi = \frac{kT}{q}\ln\left[\frac{N_E N_0}{n_i^2}\right],$$

gdzie:

k — stała Boltzmana,
T — temperatura w skali Kelvina,
q — ładunek elementarny,
N_E — koncentracja akceptorów w obszarze emitera,
N_0 — koncentracja donorów w bazie przy emiterze,
n_i — ilość par elektron-dziura.

Z przytoczonych wzorów widzimy, że dla prawidłowego złącza emiter-baza wykres $\left(\frac{1}{C_E}\right)^2 = f(U_E)$ będzie linią prostą, która będzie odcinała na osi U_E potencjał dyfuzyjny φ. Potencjał φ będzie tym większy, im większy będzie iloczyn koncentracji domieszek w obszarze emitera ($N_E \cdot N_0$).

Ponieważ N_E w danej serii tranzystorów można uważać za wielkość stałą (rozpuszczalność galu w metalach nośnych stopu emiterowego jest stosunkowo dobra), przeto wahania w wielkości potencjału φ będą odbiciem zmian N_0. W ten sposób z wartości φ dla danego tranzystora możemy wnosić o wielkości skoku koncentracji N_E—N_0 w złączu emiter-baza. Ten skok koncentracji jest bezpośrednio związany z przebiegiem współczynnika wstrzykiwania nośników mniejszościowych γ w funkcji prądu emitera. Tak więc w przypadku zbyt małego φ należy się spodziewać poprzez zmiany γ silnej zależności prądowej współczynnika wzmocnienia tranzystora. Wniosek ten znajduje całkowite potwierdzenie w wynikach pomiarów serii prototypowej.



Rys. 36. Zależność pojemności barierowej złącza emitera od napięcia polaryzacji oraz wyznaczanie potencjału dyfuzyjnego

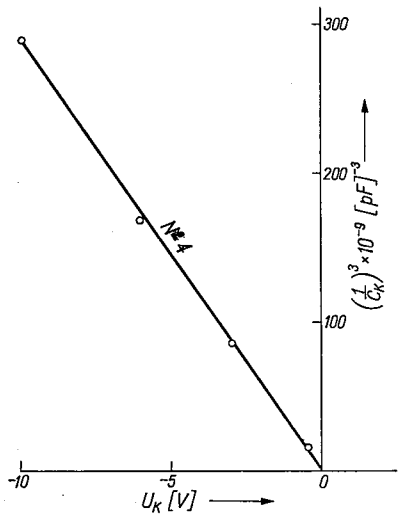
Na rys. 35 i na rys. 36 podane są wykresy $\beta(I_E) \sim \gamma(I_E)$ oraz $\left(\frac{1}{C_E}\right)^2 = f(U_E)$. Widzimy tu, że dla tranzystora nr 4 charakterystyka $\beta(I_E)$ jest płaska i potencjał dyfuzyjny wynosi $\varphi = 0{,}8$ V. Tranzystor nr 8 posiada charakterystykę $\beta(I_E)$ wyraźnie opadającą, a potencjał dyfuzyjny jest odpowiednio niższy — $\varphi = 0{,}35$ V.

Pomiary tego rodzaju mogą być wykorzystane jako niezawodna wskazówka dla korekcji procesu technologicznego, gdyż przyczyną rozbieżności w wielkości potencjału dyfuzyjnego jest nierównomierny rozkład składników w stopie emiterowym. Jeśli natomiast w całej serii obserwuje

się niski potencjał dyfuzyjny dowodzi to źle dobranego składu stopu. Z danych doświadczalnych należałoby wnioskować, że potencjał dyfuzyjny dla tego rodzaju tranzystorów powinien wynosić co najmniej 0,6 V.

Gdy przebieg charakterystyk $\left(\frac{1}{C_E}\right)^2 = f(U_E)$ jest wyraźnie nieliniowy, wówczas złącze emiter-baza nie ma charakteru czysto stopowego. Obserwuje się to zjawisko szczególnie wtedy, gdy ze względu na długie czasy procesu dyfuzyjnego nie można już zaniedbać dyfuzji akceptorów w głąb bazy.

Jak już podano poprzednio, teoretyczny przebieg pojemności dyfuzyjnego złącza kolektora jest odwrotnie proporcjonalny do $\sqrt[3]{U_K}$. Wynika stąd, że charakterystyka $\left(\frac{1}{C_K}\right)^3 = f(U_E)$ powinna stanowić linię prostą. W praktyce zależność ta jest zgodna z teoretyczną tylko dla niewielkiego początkowego zakresu napięć wstecznych. Przykładowy przebieg tej charakterystyki przedstawiony jest na rys. 37.



Rys. 37. Zależność pojemności barierowej złącza kolektor-baza od napięcia polaryzacji

Bardzo charakterystyczną cechą tranzystora stopowo-dyfuzyjnego (jak również innych opartych na technice dyfuzji) jest stosunkowo duża oporność rozpływu nośników w bazie, co wynika z bardzo małej jej grubości ($W_b = 3 \div 10$ μ).

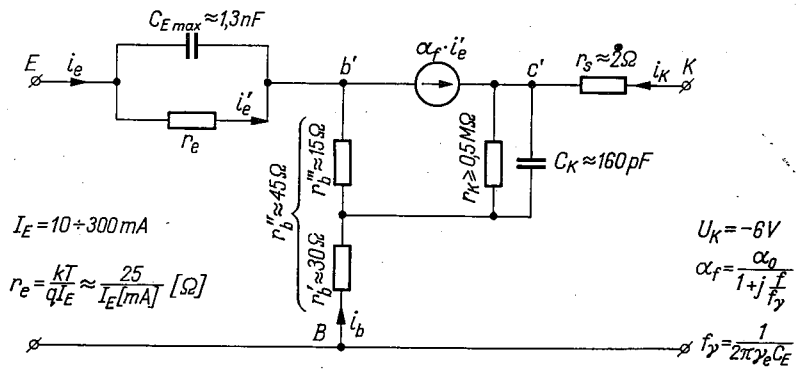
Jeśli całkowita oporność bazy zmierzona jak w rozdz. II.3.3 wynosi r_b'', zaś otrzymana z pomiaru τ_K jest równa r_b', to oporność rozpływu r_b''' będzie równa ich różnicy:

$$r_b''' = r_b'' - r_b'.$$

Stosunek r_b'''/r_b'' zmienia się zależnie od grubości bazy W_b oraz rozmiarów złącz. Dla tranzystorów stopowo-dyfuzyjnych małej mocy i wy-

sokiej częstotliwości granicznej wynosi on przeciętnie $^2/_3$, podczas gdy dla tranzystorów mocy opisanych w niniejszej pracy maleje do $^1/_3$. Zależności te zostały ustalone empirycznie, przy czym wzięto wartości średnie spośród kilku serii tranzystorów. Podobne dane w sprawie korelacji pomiędzy r_b''' a r_b'' tranzystorów stopowo-dyfuzyjnych spotykane są również w literaturze [5].

Opierając się na danych pomiarowych oraz wynikających z dyskusji wyników, możemy znany schemat fizyczny tranzystora [5] przystosować dla stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy. Schemat ten daje nam syntezę właściwości elektrycznych oraz osobliwości konstrukcyjnych tego tranzystora i przedstawiony jest na rys. 38.



Rys. 38. Fizyczny schemat zastępczy stopowo-dyfuzyjnego tranzystora mocy o wysokiej częstotliwości granicznej

ZAKOŃCZENIE

Stopowo-dyfuzyjna technika otrzymywania germanowych tranzystorów mocy o wysokiej częstotliwości granicznej nadaje się szczególnie do zastosowania w produkcji masowej. Wynika to z jej prostoty oraz faktu, że zapewnia ona bardzo dobrą powtarzalność wyników oraz mały rozrzut parametrów w obrębie danej serii. Pozostaje tylko sprawa adaptacji tej technologii w przemyśle. Urządzenia technologiczne, których opisy podano w części pierwszej nie mogą wprawdzie być bezpośrednio przeniesione do przemysłu, jednakże zasada postępowania pozostaje niezmienna.

Co się tyczy stosowanej w trakcie opracowania techniki pomiarowej, to jest ona całkowicie wystarczająca do oceny fizycznych parametrów tranzystora, jednak dla zastosowań układowych należałoby bardziej zwrócić uwagę na pomiary temperaturowe oraz parametrów macierzy [Y].

Podstawowym celem na etapie laboratoryjnego opracowania technologii było ustalenie zasadniczych wymagań materiałowych, konstrukcyjnych oraz wykonawczych i jakkolwiek praca niniejsza nie wyczerpuje

zagadnienia, może ona stanowić wskazówkę, jak należy wdrażać technikę stopowo-dyfuzyjną do przemysłowej produkcji germanowych tranzystorów mocy o wysokiej częstotliwości granicznej.

Zakład Elektroniki
Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN

WYKAZ LITERATURY

1. Beale J.: Alloy-Diffusion, a Process for Making Diffused Base Junction Transistors. — Proc. of the Phys. Soc. Sect. 13, 1 Nov. 1957.
2. Biondi J.: Transistor Technology, vol. III.
3. Bołtaks B.: Diffuzija w połuprowodnikach. Fizmatgiz, 1961.
4. Janicki T.: Zagadnienia termiczne w tranzystorach mocy. — Rozpr. Elektrot., tom VI, zeszyt 1-2/1960.
5. Jochems P. J. W., Memelnik O. W., Tummers L. J.: Construction and Electrical Properties of a Germanium Alloy Diffused Transistor. — PIRE, June 1958.
6. Karstensen F.: Preferential Diffusion of Sb along Small Angle Boundaries in Ge and the Dependence of this Effect on the Direction of the Dislocations Lines in the Boundary. — J. of Electr. and Control, Sept. 1957, vol. III, No 3.
7. Kamienieckij A. Ju.: Ekwiwalentnyje schiemy kristalliczeskich triodow. Połuprowodnikowyje pribory i ich primienienije. — Sowietskoje radio, wypusk 2, Moskwa 1957.
8. Mroziewicz B.: Konstrukcja i technologia tranzystorów wielkiej częstotliwości wykonanych techniką stopowo-dyfuzyjną. — Arch. Elektrot., tom IX, zeszyt 1, 1960.
9. Mroziewicz B.: Współczynnik dobroci tranzystora warstwowego i możliwości jego zwiększenia przez wprowadzenie pola wewnętrznego. — Rozpr. Elektrot., zeszyt 3, 1959.
10. Pritchard R.: Transistor Tests to Predict High Frequency Performance. — Electronics Industries and Tele-Tech., March 1957.
11. Rosiński W.: Powstawanie oporności ujemnej w tranzystorach stopowo-dyfuzyjnych. — Arch. Elektrot., tom VIII, zeszyt 4, 1959.
12. Samochwałow M. M., Spiridonow N. S.: Czastotnyje swojstwa połuprowodnikowych triodow izgotowliajemych mietodom spławlienija-diffuzii. Połuprowodnikowyje pribory i ich primienienije. — Sowietskoje radio, wypusk 3, Moskwa 1958.
13. Samochwałow M. M., Tichodiejew Ju. S.: Tiempieraturnaja zawisimost niekotorych czastotnych paramietrow driejfowych triodow. Połuprowodnikowyje pribory i ich primienienije. — Sowietskoje radio, wypusk 5, Moskwa 1960.
14. Waksienburg W. Ja, Paszkiewicz M. A., Tichodiejew Ju. S.: Wysokoczastotnyj driejfowyj tranzistor s powyszennym probiwnym napriażenijem na emittierie. Połuprowodnikowyje pribory i ich primienienije. — Sowietskoje radio, wypusk 5, Moskwa 1960.
15. Wójcik I.: Technologiczne sposoby modyfikacji niektórych właściwości germanowego tranzystora stopowo-dyfuzyjnego. — Przegląd Elektroniki, nr 6, 1962.

I. WOJCIK

HIGH FREQUENCY ALLOY-DIFFUSED GERMANIUM POWER TRANSISTOR

Summary

Problems of technology and construction of alloy-diffused high frequency germanium transistors are dealt with.

Special attention is paid for influence of technological processes and germanium properties on parameters of transistors.

There was proved that the problem of special interest in this technology is the influence of dislocation density in germanium crystal upon formation of p-n junction imperfections during alloy-diffusion process.

Measurements as well as results analysis were made from the point of view of correctness of technological processes and its affect on transistor properties.

In conclusion optimal technological conditions are given to obtain high frequency power transistors for different circuit applications.

I. WOJCIK

TRANSISTORS DE PUISSANCE AU GERMANIUM POUR FRÉQUENCES ÉLEVÉES À JONCTIONS PAR ALLIAGE-DIFFUSION

Résumé

On décrit en detail la construction et la technologie de fabrication des transistors de puissance au germanium pour fréquences élevées à jonctions par alliage-diffusion.

On examine l'influence du choix des materiaux d'origine et du procédé de fabrication sur les caractéristiques de ces transistors, et, en particulier, l'effet des dislocations dans le cristal de germanium sur la formation des jonctions p-n. On décrit l'appareillage utilisé.

On analyse les résultats de mesure du point de vue d'optimalisation de la technologie de fabrication, pour obtenir des transistors de puissance à fréquences élevées ayant les paramètres différents pour les applications diverses.

И. ВУЙЦИК

ГЕРМАНИЕВЫЙ МОЩНЫЙ ТРАНЗИСТОР ВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ ИЗГОТОВЛЕННЫЙ СПЛАВНО-ДИФФУЗИОННЫМ МЕТОДОМ

Резюме

В работе рассматриваются вопросы технологии и конструкции германиевых высокочастотных транзисторов мощности, изготовляемвх методом сплавления-диффузии.

Исследуются зависимости параметров транзистора от подбора исходных материалов, а прежде всего от хода технологических процессов. Подробно описаны и проанализированы все технологические процессы и операции, а особое внимание обращено на влияние плотности дефектов решетки в германии на формирование p-n переходов во процессе сплавления-диффузии. Приведено тоже информации о применяемой технологической аппаратуре.

Междуоперационные и окончательные измерения были проведены с точки зрения исследования правильности технологических процессов и их влияния на свойства транзистора.

Основываясь на результатах исследований определено технологические условия получения разных (по практическому применению) вариантов высокочастотных мощных транзисторов.

621. 315. 53:621.313.3

STEFAN PIĄTEK

Możliwości zastosowania aluminium na uzwojenie wirników turbogeneratorów przy różnych systemach chłodzenia stojana i wirnika

Rękopis dostarczono 16.11.1964

W artykule wyprowadzono pojęcie współczynnika możliwości elektromagnetycznych wirnika jako stosunku siły magnetomotorycznej wirnika możliwej do wytworzenia w danych warunkach chłodzenia do siły magnetomotorycznej potrzebnej dla danych warunków pracy turbogeneratora.

Wyprowadzone wzory pozwalają dla danych warunków pracy turbogeneratora stwierdzić, przy jakich średnicach można na uzwojenie wirnika zastosować aluminium (w odpowiednim stopie, np. Cond — Al) przy zachowaniu warunku, by współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika z uzwojeniem aluminiowym był większy od jedności.

1. WSTĘP

Materiałem używanym na uzwojenie stojana i wirnika turbogeneratorów jest prawie wyłącznie miedź, która dzięki swej małej oporności właściwej jest uważana za najlepszy materiał przewodzący prąd. Z innych materiałów używanych na uzwojenie najszersze zastosowanie zyskało aluminium w postaci stopów (np. stop cond-al: 0,55% Fe, 0,33% Mg, 0,12% Si, reszta Al, granica sprężystości 1100 kg/cm^2), wprawdzie o większej oporności właściwej niż miedź ($\varrho_{Alstop} = 0{,}0297\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}$), ale za to o mniejszym ciężarze właściwym. Jest to więc materiał korzystniejszy tam, gdzie ważna jest sprawa możliwie małego ciężaru rozpatrywanej konstrukcji.

Wielkością charakteryzującą materiał przewodnika pod względem ciężaru i oporności jest współczynnik γ_ϱ określający ciężar przewodnika na 1 cm długości i na 1 Ω oporności. Współczynnik ten wynosi dla odpowiedniego stopu aluminium:

$$\gamma_{\rho Al} = 0{,}0297 \cdot 2{,}7 \cdot 10^{-4} = 6{,}019 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\text{G}\Omega}{\text{cm}^2}\right],$$

a dla miedzi:

$$\gamma_{\rho Cu} = 0{,}01754 \cdot 8{,}89 \cdot 10^{-4} = 15{,}593 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\text{G}\Omega}{\text{cm}^2}\right].$$

Wynika stąd, że ciężar przewodnika miedzianego o danej przewodności i danej długości jest

$\frac{\gamma_{\rho Cu}}{\gamma_{\rho Al}} = 2{,}59$ razy większy niż ciężar przewodnika aluminiowego o tej samej długości i tej samej przewodności.

Ciężar uzwojenia w wirnikach ma wpływ nie tylko na ciężar maszyny, ale także na powstawanie naprężeń mechanicznych, które stanowią jeden z czynników określających moc graniczną maszyny.

Zastosowanie uzwojenia aluminiowego miałoby w tym przypadku istotny wpływ na wartość naprężeń mechanicznych, a w związku z tym pozwoliłoby zwiększyć średnice i moce graniczne turbogeneratorów. Powstaje jednak pytanie, czy w wirniku turbogeneratora jest dość miejsca na to, aby mogło się pomieścić aluminiowe uzwojenie wzbudzenia, zapewniające dostateczną dla pracy turbogeneratora siłę magnetomotoryczną.

Można wprowadzić pojęcie współczynnika możliwości elektromagnetycznych wirnika jako stosunku siły magnetomotorycznej możliwej do wytworzenia w danych warunkach chłodzenia, zwanej dalej siłą magnetomotoryczną rozporządzalną, do siły magnetomotorycznej potrzebnej w turbogeneratorze ze względu na wykorzystanie materiałów czynnych stojana. Odwrotność tego współczynnika jest miarą wykorzystania elektromagnetycznego wirnika turbogeneratora w określonych warunkach pracy.

Okazuje się, że w danych warunkach pracy turbogeneratora, między innymi dla danej przeciążalności przy odpowiednio dużych średnicach wirnika, siła magnetomotoryczna rozporządzalna przy uzwojeniu z miedzi jest na tyle większa od siły magnetomotorycznej potrzebnej, że można uzwojenie wirnika z miedzi zastąpić uzwojeniem z aluminium, pomimo że uzwojenie wykonane z aluminium zajmuje w przybliżeniu 1,7 razy więcej miejsca niż uzwojenie wykonane z miedzi. Należy więc określić, dla jakich średnic wirników turbogeneratorów i w jakich warunkach pracy turbogeneratora możliwe jest zastosowanie uzwojenia aluminiowego w wirniku, czyli — w jakich warunkach współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika z uzwojeniem aluminiowym jest większy od jedności.

2. WSPÓŁCZYNNIK MOŻLIWOŚCI ELEKTROMAGNETYCZNYCH WIRNIKA

Współczynnikiem możliwości elektromagnetycznych wirnika nazywa się stosunek siły magnetomotorycznej rozporządzalnej [1, wzór (31)] do siły magnetomotorycznej potrzebnej [2, wzór (10)]:

$$K = \frac{0{,}0431 k_{Cuż} \cdot j_2 \cdot D_2^2}{0{,}954 \cdot A \cdot D} = 0{,}0453 \frac{k_{Cuż} \cdot j_2 \cdot D_2^2}{0{,}954 \cdot A \cdot D}. \tag{1}$$

Wzór (1) określa współczynnik możliwości elktromagnetycznych wirnika w przypadku zupełnie ogólnym, dla dowolnego układu chłodzenia turbogeneratora dla różnych metali użytych na uzwojenie wirnika.

Dla różnych materiałów uzwojenia wirnika i dla różnych układów chłodzenia turbogeneratora zmieniają się we wzorze (1) współczynnik wypełnienia miedzią żłobka wirnika $k_{Cuż}$, gęstość prądu j_2, okład prądu stojana A oraz stosuenk średnicy wirnika D_2 do średnicy stojana D.

Konstrukcja generatora jest możliwa oczywiście tylko przy $k > 1$, gdyż wtedy siła magnetomotoryczna rozporządzalna jest większa od siły magnetomotorycznej potrzebnej w danych warunkach pracy turbogeneratora. W dalszym ciągu pracy zostanie określony współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika dla różnych układów chłodzenia turbogeneratora z uzwojeniem miedzianym i aluminiowym.

Jeżeli okaże się, że dla danego przypadku $k > 1$, to dana konstrukcja generatora jest możliwa.

2.1. Współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika turbogeneratora z uzwojeniem miedzianym, z chłodzeniem wirnika i stojana powietrznym pośrednim

Po przyjęciu założeń poczynionych przy wyznaczaniu siły magnetomotorycznej rozporządzalnej i potrzebnej przy tego rodzaju chłodzeniu [1, wzór (32)], [2, wzór (11)] otrzymuje się wyrażenie na współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika uzwojonego miedzią i chłodzeniem pośrednim powietrznym:

$$K_{Cu\,pp} = \frac{7{,}36 D_2^2}{525 \cdot D}. \tag{2}$$

Współczynniki we wzorze (2) jak i w następnych są współczynnikami wymiarowymi.

Szczelina powietrzna ma wielkość zależną od żądanej przeciążalności turbogeneratora. Moc osiągalna z danych wymiarów turbogeneratora zależy od układu chłodzenia. Wobec tego od układu chłodzenia zależy także szczelina powietrzna przy danej średnicy maszyny.

Można przyjąć, że przy chłodzeniu powietrznym pośrednim powierzchniowym zachodzi zależność:

$$D = 1{,}06 D_2 \text{ [cm]}. \tag{3}$$

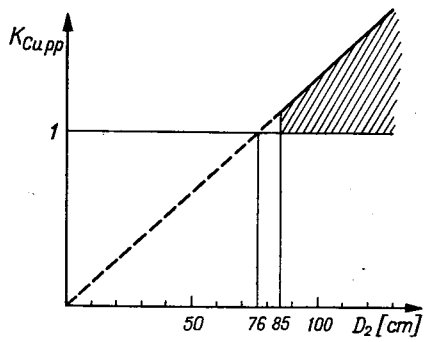
Wobec tego wzór (2) przybiera postać

$$K_{Cu\,pp} = 0{,}0132 \cdot D_2. \tag{4}$$

Aby był spełniony warunek $K_{Cupp} > 1$, musi być

$$D_2 > \frac{1}{0{,}0132} \approx 76 \text{ [cm]}.$$

Wynikałby stąd wniosek, że dopiero przy średnicach większych od 76 cm wirnik turbogeneratora uzwojony miedzią z chłodzeniem powietrznym jest w stanie zapewnić potrzebną do pracy siłę magnetomotoryczną. Jest to jednak wniosek nieścisły, gdyż wyrażenie (2) zostało wyprowadzone przy założeniu niezmienności stałej maszynowej. Dlatego wszelkie wnioski mogą być wyciągane tylko dla wirników o średnicach większych niż 85 cm. Dla średnic mniejszych stała maszynowa wzrasta, co odpowiada mniejszej sile magnetomotorycznej potrzebnej. Dlatego nawet wirniki o mniejszych średnicach są w stanie zapewnić potrzebną siłę magnetomotoryczną.



Rys. 1

Na rys 1 jest podany wykres $K_{Cupp} = f(D_2)$. Obszar zakreskowany odpowiada możliwości skonstruowania turbogeneratora w zakresie rozpatrywanych średnic, większych od 85 cm.

2.2. Współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika turbogeneratora z uzwojeniem aluminiowym, z chłodzeniem wirnika i stojana powietrznym pośrednim

Współczynnik ten przy tym systemie chłodzenia, przy uzwojeniu wirnika aluminium wyrazi się ilorazem wyrażeń [1, wzór (33)] i [2, wzór (11)]

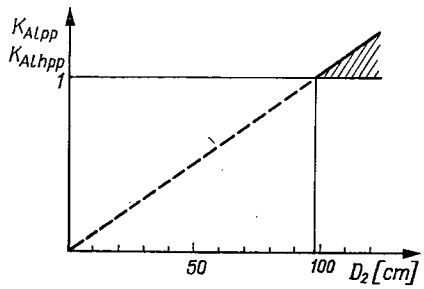
$$K_{Alpp} = \frac{F_{frAlpp}}{F_{fppp}} = \frac{5{,}67 \cdot D_2^2}{525 \cdot D} = 0{,}0101 \cdot D_2. \tag{5}$$

Generator jest wykonalny dla $K_{Alpp} > 1$, czyli dla średnic wirnika

$$D_2 > \frac{1}{0{,}0101} \approx 98 \text{ [cm]}.$$

Wykres $K_{Alpp} = f(D_2)$ podany jest na rys. 2.

Obszar zakreskowany przedstawia obszar wykonalnych konstrukcji turbogeneratorów z chłodzeniem powietrznym pośrednim powierzchniowym z wirnikiem uzwojonym aluminium.



Rys. 2

Można stąd wysunąć wniosek, że nawet przy chłodzeniu powietrznym pośrednim powierzchniowym jest możliwe skonstruowanie turbogeneratora z aluminiowym uzwojeniem wirnika bez zmniejszenia jego mocy w porównaniu z mocą generatora posiadającego wirnik uzwojony miedzią. Jest to możliwe przy średnicach większych od 98 cm.

2.3. Współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika turbogeneratora z uzwojeniem aluminiowym, z chłodzeniem wirnika powietrznym pośrednim wzmożonym, stojana — powietrznym pośrednim

Wykorzystując wyrażenia na siłę magnetomotoryczną rozporządzalną [1, wzór (35)] oraz na siłę magnetomotoryczną potrzebną [2, wzór (11)] otrzyma się

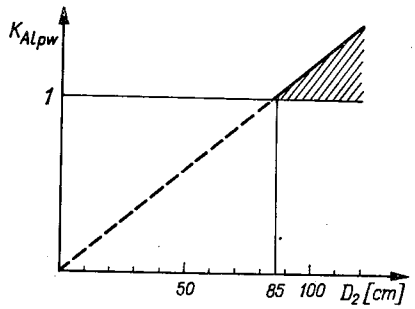
$$K_{Alpw} = \frac{F_{fAlpw}}{F_{fppp}} = \frac{6{,}65 \cdot D_2^2}{525 \cdot D} = \frac{6{,}65 \cdot D_2^2}{525 \cdot 1{,}06 \cdot D_2} = 0{,}0119 \cdot D_2. \qquad (6)$$

Generator jest wykonalny dla $K_{Alpw} > 1$, czyli dla średnic

$$D_2 > \frac{1}{0{,}0119} \approx 84 \text{ [cm]}.$$

Wykres $K_{Alpw} = f(D_2)$ jest podany na rys. 3.

Zakreskowana część rysunku przedstawia obszar wykonalnych konstrukcji turbogeneratorów z wirnikiem uzwojonym aluminium, z chłodzeniem powietrznym pośrednim, wzmożonym przy pomocy podżłobkowego kanału wentylacyjnego.

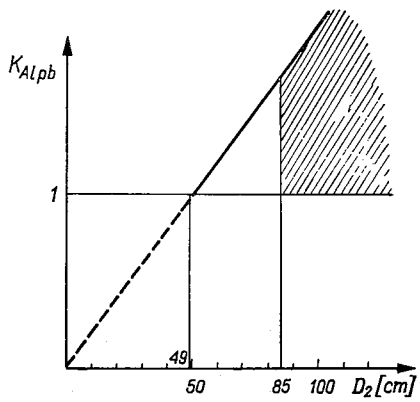


Rys. 3

2.4. Współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika turbogeneratora z uzwojeniem aluminiowym, z chłodzeniem wirnika powietrznym bezpośrednim, stojana — powietrznym pośrednim

Wykorzystując wzory [1, wzór (59)] i [2, wzór (11)] otrzyma się:

$$K_{Alpb} = \frac{F_{frAlpb}}{F_{fppp}} = \frac{11{,}4 \cdot D_2^2}{525 \cdot D} = \frac{11{,}4 \cdot D_2^2}{525 \cdot 1{,}06 \cdot D_2} = 0{,}0205 \cdot D_2. \tag{7}$$



Rys. 4

Generator jest wykonalny przy $K_{Alpb} > 1$, czyli przy

$$D_2 > \frac{1}{0{,}0205} \approx 49 \text{ [cm]}.$$

Wykres $K_{Alpb} = f(D_2)$ przedstawia rys. 4.

Zakreskowana powierzchnia przedstawia obszar wykonalnych konstrukcji turbogeneratorów z chłodzeniem bezpośrednim powietrznym, z uzwojeniem aluminiowym wirnika.

Obszar zakreskowany jest dla $D_2 > 85$ cm, gdyż tylko dla tego zakresu średnic są słuszne założenia przyjęte przy obliczaniu siły magnetomotorycznej potrzebnej.

2.5. Współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika turbogeneratora z uzwojeniem aluminiowym, z chłodzeniem wirnika i stojana wodorowym pośrednim

Przyjmując w przybliżeniu, że stosunek $\frac{D_2}{D}$ nie ulega zmianie, wykorzystując wzory [1, wzór (61)] oraz [2, wzór (12)] otrzymuje się przy tego rodzaju chłodzeniu wyrażenie na współczynnik identyczny z wyrażeniem (5):

$$K_{Alhpp} = \frac{F_{frAlhp}}{F_{fphp}} = \frac{6{,}6 \cdot D_2^2}{615 \cdot 1{,}06 \cdot D} = 0{,}0101 \cdot D_2. \tag{8}$$

Ilustracją do tego wzoru jest rysunek 2, identycznie jak dla wyrażenia na K_{Alpp}.

2.6. Współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika turbogeneratora z uzwojeniem aluminiowym, z chłodzeniem wirnika i stojana wodorowym bezpośrednim

Dla konkretnego przypadku ciśnienia wodoru $p = 3$ at i prędkości przepływu wodoru w kanałach $v = 80$ m/sek wyprowadzono wzory na siłę magnetomotoryczną rozporządzalną [1, wzór (66)] i siłę magnetomotoryczną potrzebną, określoną wzorem [2, wzór (30)]. Wobec tego współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika może być wyrażony przez

$$K_{Alhbb} = \frac{31{,}2 \cdot D_2^2}{3070 \cdot D} = \frac{0{,}0101 \cdot D_2^2}{D}. \tag{9}$$

Przyjmując dla tego systemu chłodzenie $D = 1{,}12 \cdot D_2$ otrzymuje się

$$K_{Alhbb} = \frac{0{,}0101 \cdot D_2^2}{1{,}06 \cdot D_2} = 0{,}0095 \cdot D_2. \tag{10}$$

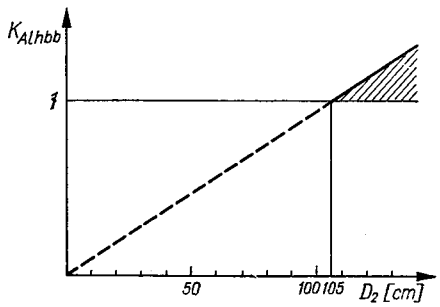
Dla wykonalności generatora musi być spełniony warunek:

$$K_{Alhbb} > 1,$$

czyli

$$D_2 > \frac{1}{0{,}0095} \approx 105 \text{ [cm]}.$$

Wykres zależności $K_{Alhbb} = f(D_2)$ oraz zakres wykonalności generatora podany jest na rys. 5.



Rys. 5

3. WNIOSKI

Wzory (4), (5), (6), (7), (8), (10) podają wyrażenie na współczynnik możliwości elektromagnetycznych wirnika dla różnych materiałów uzwojenia wirnika i różnych systemów chłodzenia. Na podstawie tych wzorów lub na podstawie rysunków 1, 2, 3, 4, 5 można stwierdzić, przy jakich średnicach można na uzwojenie wirnika zastosować aluminium (w odpowiednim stopie np. Cond-Al). Zastosowanie aluminium ma na celu nie tylko zastąpienie deficytowej miedzi materiałem mniej deficytowym. Dzięki mniejszemu ciężarowi właściwemu zastosowanie uzwojenia aluminiowego zmniejsza naprężenie.

Najbardziej naprężoną częścią wirnika turbogeneratora są kapy. Około 30% naprężeń w kapach stanowi naprężenie od czół uzwojenia wirnika. Zastąpienie uzwojenia miedzianego uzwojeniem aluminiowym zmniejsza ciężar uzwojenia około 2,5 razy. Udział naprężeń w kapach od czół uzwojeń przy niezmienionych średnicach spadnie do $30\% \cdot \frac{1}{2{,}5} = 12\%$. Naprężenie zmniejsza się o 18%, więc całkowite naprężenia w kapach wynoszą (przy samej średnicy) około 82% naprężeń występujących w kapach w przypadku uzwojeń miedzianych. Nawet bez bliższego analizowania trudnego zagadnienia naprężeń można powiedzieć, że zastąpienie uzwojenia miedzianego uzwojeniem aluminiowym pozwala zwiększyć średnicę wirnika ok. 1,1 razy, czyli podnieść moc graniczną turbogeneratora około 1,2 razy.

Politechnika Warszawska
Katedra Maszyn Elektrycznych

WYKAZ LITERATURY

1. Piątek S.: Siła magnetomotoryczna możliwa do uzyskania w wirniku turbogeneratora dla różnych sposobów chłodzenia i różnych materiałów uzwojenia wirnika. — Arch. Elektrotechn., tom XII, zeszyt 3, 1963.
2. Piątek S.: Siła magnetomotoryczna wirnika turbogeneratora potrzebna dla danych warunków pracy turbogeneratora przy różnych systemach chłodzenia. — Rozprawy Elektrotechn., tom X, zeszyt 3, 1964.

S. PIĄTEK

POSSIBILITIES OF APPLICATION OF ALUMINIUM FOR ROTOR WINDINGS OF TURBOGENERATORS EQUIPPED WITH VARIOUS COOLING SYSTEMS FOR STATORS AND ROTORS

Summary

In the paper the notion of the „rotor electromagnetic possibilities factor" has been introduced. It has been defined as a ratio of rotor mmf, which can be produced in specific cooling conditions to mmf needed for some working conditions of the turbogenerators.

Formulae which have been worked out enable stating with which diameters, in certain working conditions it is possible to apply aluminium for rotor windings. The condition must be observed that „aluminium winding rotor electromagnetic possibilities factor" be greater than unity.

S. PIĄTEK

POSSIBILITÉS D'APPLICATION D'ALUMINIUM AUX ENROULEMENTS ROTORIQUES DES TURBOALTERNATEURS POUR DIFFÉRENTS SYSTÈMES DE REFROIDISSEMENT DU STATOR ET DU ROTOR

Résumé

On déduit dans l'article la conception d'un coefficient de possibilités électromagnétiques du rotor comme le rapport de la force magnétomotrice rotorique qu'on peut obtenir dans les conditions déterminées de refroidissement à la force magnétomotrice nécessaire aux conditions données de travail du turboalternateur.

Les formules qui sont déduites permettent de déterminer les diamètres du rotor pour lesquels l'enroulement rotorique peut être exécuté en aluminium (à l'alliage convenable, p. ex. Cond — Al), à condition que le cofficient de possibilités électromagnétiques du rotor à l'enroulement en aluminium soit plus grand que l'unité.

S. PIĄTEK

DIE ANWENDUNGMÖGLICHKEIT DER ALUMINIUMWICKLUNG BEI TURBOGENERATORENANKERS MIT VERSCHIEDENEN KÜHLSYSTEMEN DES STANDERS UND ANKERS

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurde die Bezeichnung für den elektromagnetischen Möglichkeitkoeffizient des Turbogeneratorenankers ausgeführt als Quotient der verfügbaren magnetomotorischen Kraft des Turbogeneratorenankers bei dem gegebenen Kühlsystem und der magnetomotorischen Kraft des Turbogeneratorenankers, welche dem Stander der aufgezwungenen Arbeitsbedingungen gewährleistet.

Gegebene Formeln gestatten zu ermitteln (bei aufgezwungenen Arbeitsbedingungen des Turbogenerators) bei welchen Durchmessern die Wicklung des Turbogeneratorenankers als Aluminiumwicklung (z. B. Cond — Al) ausführbar ist, um der elektomagnetische Möglichkeitkoeffizient $K > 1$.

С. ПИОНТЭК

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ АЛЮМИНИЯ В ОБМОТКАХ РОТОРОВ ТУРБОГЕНЕРАТОРОВ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ ОХЛАЖДЕНИЯ СТАТОРА И РОТОРА

Резюме

В статье определено понятие коэффициента электромагнитных возможностей являющегося отношением магнитодвижущей силы ротора, которую можно получить в данных условиях охлаждения к магнитодвижущей силе необходимой для данного режима работы турбогенератора.

Приведенные формулы позволяют при данных условиях работы турбогенератора определить, при каких диаметрах ротора можно применить для его обмотки алюминий (в соответствующем сплаве, например Cond-Al) удовлетворяя условию сохранения значения коеффициента электромагнитных возможностей превышающего единицу.

621.3.051

ZBIGNIEW KOWALSKI

Zasada wzajemności oporności w układzie składowych symetrycznych

Rękopis dostarczono 20.1.1964

W pracy przedstawiono ogólną metodę obliczania oporności pozornych, czynnych i biernych własnych i wzajemnych w układzie składowych symetrycznych. Podano relacje między opornościami wzajemnymi czynnymi i biernymi, będące matematyczną postacią zasady wzajemności oporności w układzie składowych symetrycznych. W oparciu o tę zasadę przedstawiono możliwość wykonania modeli niesymetrycznych linii lub innych niesymetrycznych elementów statycznych w układzie składowych symetrycznych.

1. WSTĘP

1.1. Wprowadzenie

Znana jest i powszechnie stosowana zasada wzajemności w odniesieniu do statycznych elementów elektrycznych zawierających sprzężenia indukcyjne, sformułowana przez wielu autorów, np. w Polsce przez P. J. Nowackiego i J. Rosenzweiga [16]. Zasada wzajemności oporności sprowadza się do równości oporności pozornych (impedancji) wzajemnych $Z_{\alpha\beta}$ i $Z_{\beta\alpha}$, tj.

$$Z_{\alpha\beta} = Z_{\beta\alpha}, \tag{1}$$

gdy $\alpha \neq \beta$ [1].

[1] Oporność pozorna wzajemna $Z_{\beta\alpha}$ w elemencie wielofazowym o fazach α, $\beta = 1, 2, \ldots, n$, sprzężonych magnetycznie, jest wielkością charakteryzującą wpływ prądu sinusoidalnego w fazie $\alpha(I_{f\alpha})$ na stratę napięcia w fazie β, oporność $Z_{\alpha\beta}$ — na odwrót — prądu w fazie $\beta(I_{f\beta})$ na stratę napięcia w fazie α.

W niniejszej pracy nie rozpatruje się innych tzw. „oporności wzajemnych" (sieci, układu elektroenergetycznego), wyróżnianych w obwodach elektrycznych przy ich analizie metodą prądów obwodowych, np. [8], str. 46, lub metodą superpozycji prądów, stosowanej np. w teorii współpracy układów elektroenergetycznych, np. [7], str. 95.

Zasady wzajemności oporności wzajemnych w postaci $Z_{\alpha\beta} = Z_{\beta\alpha}$ nie należy mylić z zasadą wzajemności jako prawa ogólnego stosowanego przy analizie jednowymiarowych sieci liniowych, przedstawionego np. w [8], str. 60÷62. Równość (1) w odniesieniu do sprzężonych magnetycznie elementów statycznych jest ogólna, co jest podstawą do zastosowania w pracy określenia: „zasada wzajemności oporności pozornych".

W przypadku linii elektroenergetycznych z ziemią jako przewodem powrotnym zasada wzajemności oporności jest przedstawiona w formie równości oporności pozornych wzajemnych dwóch dowolnych pętli ziemnopowrotnych. Równość taka wynika ze szczegółowych zależności na oporności pozorne wzajemne pętli ziemnopowrotnych „przewód-ziemia" podanych przez O. Mayra (1925 r.), R. Rüdenberga (1925 r.). F. Breisiga (1925 r.), J. R. Carsona [3] (1926 r.), F. Pollaczka (1926 r.), G. Haberlanda (1926 r.), H. Buchholza [2] (1928 r.), M. W. Kostienkę [10] (1955 r.), a ostatnio przez M. Krakowskiego [15] (1959 r.).

Oporności pozorne własne $Z_{\alpha\alpha}$ i wzajemne $Z_{\alpha\beta}$ $(\alpha \neq \beta)$ pętli ziemnopowrotnych linii są jednymi (istotnymi) z parametrów charakteryzujących linię w układzie fazowym. Odpowiadającymi im parametrami charakteryzującymi linię w układzie składowych symetrycznych są oporności pozorne (impedancje) własne Z_{kk} i wzajemne Z_{kl} $(k \neq l)$ linii w układzie składowych symetrycznych [13]. Od dawna zwracano uwagę, np. [4], [22], [20], że w przypadku oporności pozornych wzajemnych linii 3-przewodowych w układzie składowych symetrycznych 3-fazowych

$$Z_{kl} \neq Z_{lk} \text{ dla dowolnych } l \neq k. \tag{2}$$

Jak pisze Z. Skoczyński w [20], niezmienniczość indeksów oporności pozornych wzajemnych typu Z_{kl} jest charakterystyczną ich cechą.

Zasada wzajemności oporności pozornych w układzie składowych symetrycznych nie jest zachowana nie tylko w przypadku linii 3-fazowych, lecz, jak to dalej będzie podane, w przypadku linii o każdej większej od 2 liczbie przewodów fazowych.

Badając szczegółowo ogólne zależności na Z_{kl} i Z_{lk}, podane w niniejszej pracy, można stwierdzić, że zasada wzajemności oporności linii elektroenergetycznych istnieje, lecz postać tej zasady jest odmienna niż w rzeczywistych pętlach ziemnopowrotnych.

Zasadniczym celem tej pracy jest podanie grupy równań określających zasadę wzajemności oporności linii elektroenergetycznych w układzie składowych symetrycznych.

Zasada wzajemności oporności w układzie składowych symetrycznych pozwala na bezpośrednie obliczenie oporności Z_{lk}, jeżeli znana jest oporność Z_{kl}, oraz jest podstawą wykonania schematów modelowych linii w układzie składowych symetrycznych. Związane z głównym celem pracy jest przedstawienie również ogólnych zależności na oporności linii elektroenergetycznych o dowolnej liczbie przewodów w układzie składowych symetrycznych.

Przedmiotem rozważań będą linie wieloprzewodowe bez przewodów odgromowych, w których ziemia spełnia rolę umownego przewodu powrotnego w określonych stanach pracy — jako ogólny przypadek statycznych elementów wielofazowych występujących w układach elektroenergetycznych.

1.2. Zasadnicze założenia wstępne

a) Napięcia i prądy w linii są wielkościami sinusoidalnymi o częstotliwości sieciowej;

b) Pętle ziemnopowrotne linii są obwodami liniowymi i charakteryzują się tylko opornościami pozornymi własnymi i wzajemnymi;

c) Obliczanie wielkości elektrycznych występujących w przewodach fazowych linii o dowolnej ich liczbie n można przeprowadzać metodą składowych symetrycznych n-fazowych. Zgodnie z tym założeniem linię 2-przewodową można obliczać metodą składowych symetrycznych 2-fazowych, linię 3-przewodową — 3-fazowych, ..., linię 6-przewodową (np. dwutorową linię 3-fazową) — 6-fazowych itd;

d) Za układ składowych symetrycznych przyjmuje się układ składowych symetrycznych normalnych, podanych w pracy L. C. Fortescue [5] i przedstawionych w ogólniejszej postaci przez I. Rosenzweiga [18] i W. Wangera [23];

e) Typ (rząd) składowej symetrycznej oznaczony zostanie liczbą k, przy czym $k = 1, 2, ..., n$, a nie jak dotychczas przyjmowano powszechnie $k = 0, 1, ..., n-1$;

f) Wielkości zespolone będą oznaczane symbolami bez kropek lub daszków nad nimi.

2. OPORNOŚCI POZORNE W UKŁADZIE SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

Niech $I_{f1}, I_{f2}, ..., I_{fn}$ oznaczają prądy w przewodach fazowych (w fazach) w pewnym punkcie P linii n-przewodowej, $U_{f1}, U_{f2}, ..., U_{fn}$ zaś — napięcia przewodów fazowych (faz) w tym punkcie w odniesieniu do przyjętego układu odniesienia napięć fazowych.

Prądy $I_{f1}, I_{f2}, ..., I_{fn}$ tworzą n-fazowy układ prądów, napięcia $U_{f1}, U_{f2}, ..., U_{fn}$ tworzą n-fazowy układ napięć. Oba te układy są ogólnie niesymetryczne.

Oznaczamy:

$A_{f\alpha}$ — prąd lub napięcie fazy α linii n-fazowej (n-przewodowej),

A_k — składowa symetryczna (normalna) typu k układu prądów lub układu napięć fazowych linii.

W oparciu o [18], [23], [12] składowa symetryczna A_k zdefiniowana jest następująco:

$$A_k = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^{n} a_{k\alpha} A_{f\alpha}, \tag{3}$$

gdzie:

$a_{k\alpha}$ — operator charakterystyczny składowych symetrycznych (k-tego typu fazy α);

$$a_{k\alpha} = e^{j(k-1)(\alpha-1)\eta}, \tag{4}$$

$$\eta = \frac{2\pi}{n}. \tag{5}$$

Rozwiązując układ n równań wynikający z (3) względem $A_{f\alpha}$ otrzymuje się [12]

$$A_{f\alpha} = \sum_{k=1}^{n} b_{\alpha k} A_k, \tag{6}$$

gdzie

$$b_{\alpha k} = a_{k\alpha}^{-1}. \tag{7}$$

Symetryczny układ składowych symetrycznych $b_{1k}A_k$, $b_{2k}A_k$, ..., $b_{nk}A_k$ nazwiemy składowym układem symetrycznym normalnym typu k.

Podstawowe równania (3) i (6) w teorii składowych symetrycznych normalnych prowadzą do następujących równań macierzowych:

$$\mathbf{A}_k = \frac{1}{n}\mathbf{S}_1\mathbf{A}, \tag{8}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{S}_2\mathbf{A}_k, \tag{9}$$

gdzie:

$$\mathbf{A}_k = [A_k]^{k=1,2,\ldots,n}, \tag{10a}$$

$$\mathbf{A} = [A_{f\alpha}]^{\alpha=1,2,\ldots,n}, \tag{10b}$$

$$\mathbf{S}_1 = [a_{k\alpha}]_{\alpha=1,2,\ldots,n}^{k=1,2,\ldots,n}, \tag{10c}$$

$$\mathbf{S}_2 = [b_{\alpha k}]_{k=1,2,\ldots,n}^{\alpha=1,2,\ldots,n}. \tag{10d}$$

Można uzasadnić [12], że $\det \mathbf{S}_1 \neq 0$ dla każdego n, więc

$$\mathbf{S}_2 = n\mathbf{S}_1^{-1}. \tag{11}$$

Dla dowolnego k wielkość fazowa w fazie *1* ($b_{1k} = 1$) wg (6)

$$A_{f1} = \sum_{k=1}^{n} A_k. \tag{12}$$

Ze względu na (12) faza pierwsza jest fazą osobliwą.

W przypadku rozpatrywanej n-przewodowej linii wg rys. 1 spełnione jest następujące oczywiste równanie macierzowe:

$$[\Delta U_{f\alpha}]^{\alpha=1,2,\ldots,n} = [Z_{\alpha\beta}]_{\beta=1,2,\ldots,n}^{\alpha=1,2,\ldots,n}[I_{f\beta}]^{\beta=1,2,\ldots,n}, \tag{13}$$

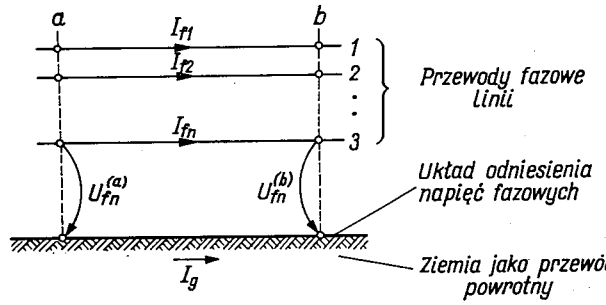
wiążące fazowe straty napięcia $\Delta U_{f\alpha}$, oporności pozorne pętli ziemnopowrotnych $Z_{\alpha\beta}$ — własne (jeżeli $\beta = \alpha$) i wzajemne (jeżeli $\beta \neq \alpha$), oraz prądy fazowe $I_{f\beta}$ występujące w linii. Zgodnie z rys. 1 $\Delta U_{f\alpha} = U_{f\alpha}^{(a)} - U_{f\alpha}^{(b)}$.

W (13)

$[\Delta U_{f\alpha}]^{\alpha=1,2,\ldots,n} = \mathbf{\Delta U}$ — jest macierzą kolumnową fazowych strat napięcia w linii,

$[Z_{\alpha\beta}]^{\alpha=1,2,\ldots,n}_{\beta=1,2,\ldots,n} = \mathbf{Z}$ — jest macierzą kwadratową n-stopnia oporności pozornych własnych i wzajemnych linii,

$[I_{f\beta}]^{\beta=1,2,\ldots,n} = \mathbf{I}$ — jest macierzą kolumnową prądów w przewodach fazowych linii.



Rys. 1. Ogólny schemat n-przewodowej linii z ziemią jako przewodem powrotnym

Rozkładając układ fazowych strat napięcia (ΔU_{f1}, ΔU_{f2}, ..., ΔU_{fn}) na składowe symetryczne normalne wg ogólnej relacji (8) i wg tego samego wzoru rozkładając układ prądów fazowych na składowe symetryczne, otrzymuje się

$$\mathbf{\Delta U}_k = \frac{1}{n}\mathbf{S}_1\mathbf{Z}\mathbf{S}_2\mathbf{I}_l, \tag{14}$$

przy czym

$\mathbf{\Delta U}_k = [\Delta U_k]^{k=1,2,\ldots,n}$ — jest macierzą kolumnową składowych symetrycznych strat napięcia ΔU_k typu k,

$\mathbf{I}_l = [I_l]^{l=1,2,\ldots,n}$ — jest macierzą kolumnową składowych symetrycznych prądów fazowych.

Równanie (14) można napisać w następujący sposób:

$$\mathbf{\Delta U}_k = \mathbf{Z}_{kl}\mathbf{I}_l. \tag{15}$$

Macierz $\mathbf{Z}_{kl} = [Z_{kl}]^{k=1,2,\ldots,n}_{l=1,2,\ldots,n}$ jest macierzą oporności pozornych (linii) w układzie składowych symetrycznych.

Zgodnie z (14)

$$\mathbf{Z}_{kl} = \frac{1}{n}\mathbf{S}_1\mathbf{Z}\mathbf{S}_2. \tag{16}$$

Oporność pozorną Z_{kl}, gdy $k = l$ (Z_{kk}) będziemy nazywali opornością pozorną własną typu kk linii, a oporności pozorne Z_{kl} lub Z_{lk}, gdy $l \neq k$ — opornościami pozornymi wzajemnymi typu kl lub lk linii w układzie skła-

dowych symetrycznych. Nazwy oporności własnych i wzajemnych w układzie składowych symetrycznych przyjmujemy przez analogię z odpowiednimi nazwami oporności własnych i wzajemnych w układzie fazowym.

Równanie (15) napiszemy w postaci

$$[\Delta U_k]^{k=1,2,\ldots,n} = [Z_{kl}]^{k=1,2,\ldots,n}_{l=1,2,\ldots,n} [I_l]^{l=1,2,\ldots,n}. \tag{17}$$

Równania (17) są podobne do równań (13). Zakładamy, że przy spełnieniu założeń podanych w rozdz. 1.2 — równania (13) określają linię w układzie fazowym. Skoro tak, to równania (17) określają tę linię w układzie składowych symetrycznych. Linię opisaną przez (17) nazwiemy linią w układzie składowych symetrycznych.

Stawiamy tezę, że wobec (17) oporności pozorne rodzaju Z_{kl} jednoznacznie charakteryzują linię w układzie składowych symetrycznych tak, jak jednoznacznie charakteryzują oporności pozorne $Z_{\alpha\beta}$ linię w układzie fazowym. Wydaje się zatem, że nie zachodzi potrzeba stosowania również innych rodzajów oporności pozornych w teorii składowych symetrycznych, jak przede wszystkim:

składowych symetrycznych oporności pozornych własnych i wzajemnych $Z_{\alpha\beta(k)}$, wprowadzonych przez L. C. Fortescue [5] (1918 r.), stosowanych przez wiele lat w teorii składowych symetrycznych np. przez C. F. Wagnera i R. D. Evansa [22] (1933 r.), Z. Skoczyńskiego [19], P. J. Nowackiego [17] (1954 r.), A. Hochreinera [6] (1957 r.), a nie tak dawno (1954 r.) przyjętych przez T. Cholewickiego [1] za podstawę do obliczenia obwodów 3-fazowych metodą składowych symetrycznych przy zastosowaniu rachunku macierzowego;

oporności pozornych poszczególnych faz dla składowej symetrycznej danego rodzaju $Z_{\alpha k}$, stosowanych przez E. Clarke w [4] (1943 r.), a następnie przez wielu autorów, w tym m.in. przez M. W. Kostienkę [10] (1949 r.), Z. Skoczyńskiego [19] (1951 r.), P. J. Nowackiego [17] (1954 r.) i przez obu tych ostatnich w [20] (1954 r.) oraz ostatnio przez B. Konorskiego [9] (1957 r.).

W pracy [9] B. Konorski wprowadził jeszcze jedno „pojęcie" (definicję), a mianowicie „impedancję kolejności k (tu typu k) przy przepływie prądu w fazie α" w linii 3-fazowej (oporność pozorna rodzaju $Z_{k\alpha}$) podając i interpretując wszystkie znane dotychczas „impedancje składowych symetrycznych" oraz uzasadniając również potrzebę rezygnacji ze stosowania pojęcia oporności pozornej rodzaju $Z_{\alpha\beta(k)}$. Praca [9] stanowi uzupełnienie i — można rzec — zakończenie teorii oporności pozornych 3-fazowych elementów statycznych w układzie składowych symetrycznych 3-fazowych normalnych.

Wydaje się (na podstawie znanej autorowi literatury), że inne oporności niż oporności Z_{kl} były stosowane przez autorów albo w celu prostszego (skróconego) zapisywania wzorów przy wyprowadzaniu zależności na oporności Z_{kl}, albo w celu interpretacji składowych symetrycznych, albo

w jednym i drugim celu. Wydaje się również, że ta różnorodność rodzajów oporności stosowanych dotychczas w teorii składowych symetrycznych 3-fazowych wzięła początek od wprowadzonej przez L. C. Fortescue wymienionej oporności rodzaju $Z_{\alpha\beta(k)}$. Pojęcie to, aczkolwiek teoretycznie możliwe, nie tylko że nie było potrzebne w interpretacji składowych symetrycznych, lecz przyczyniło się do skomplikowania teorii składowych symetrycznych. Natomiast pojęcie impedancji $Z_{\alpha k}$ stało się niezbędne przy ówczesnej interpretacji składowych symetrycznych. Wprowadzenie oporności rodzaju $Z_{k\alpha}$ było logiczną koniecznością w teorii przedstawionej przez B. Konorskiego w pracy [9], w której również podane są wzajemne zależności między opornościami rodzajów $Z_{\alpha\beta}, Z_{\alpha k}, Z_{kl}$ i $Z_{k\alpha}$. W tych przypadkach jednak, gdy chodziło o praktyczne stosowanie teorii składowych symetrycznych do obliczeń sieci 3-fazowych, podstawowe znaczenie miała i ma znajomość obliczeń oporności rodzaju Z_{kl}, a zwłaszcza oporności Z_{kk}.

Wyznaczaniem oporności pozornych rodzaju Z_{kl} linii więcej niż 3-przewodowych w układzie składowych symetrycznych normalnych więcej niż 3-fazowych, jak się wydaje, dotychczas nie zajmowano się.

W celu wyznaczenia oporności Z_{kl} w układzie składowych symetrycznych 3-fazowych stosowano metody, które w zasadzie ograniczają się do dwóch metod klasycznych, a mianowicie:

1. metodę podaną w zasadzie przez L. C. Fortescue [5],
2. metodę podaną w pracy [4] E. Clarke,

oraz do metody

3. przedstawionej przez B. Konorskiego w [9].

Cechą charakterystyczną metod klasycznych (opisanych m. in. również w [22], [20], [17] jest brak jednolitego wzoru określającego dowolnego typu kl oporności Z_{kl} w zależności od oporności $Z_{\alpha\beta}$ i stosowanie pośrednich elementów rachunku przede wszystkim przez wprowadzenie określeń oporności $Z_{\alpha\beta(k)}$ i $Z_{\alpha k}$. Metod tych nie można uznać za zadowalające przy wyznaczaniu oporności Z_{kl} linii więcej niż 3-przewodowych z powodu złożonych przekształceń i skomplikowanych wzorów końcowych, których ogólnie w przypadku np. $n = 4$ jest 16, $n = 5$ — 25, a w przypadku $n = 6$ — 36. Metody te nie mogą być przyjęte do wyznaczania oporności Z_{kl} lub Z_{lk} w przypadku ogólnym dla dowolnego n.

Metoda trzecia, zastosowana do układu 3-fazowego, aczkolwiek wymagała również elementów rachunku pośredniego, prowadzi jednak do jednolitego wzoru na Z_{kl}, co jest jej dużą zaletą w porównaniu z metodami klasycznymi.

Ogólna postać wzoru na oporności Z_{kl}

Ogólną metodę obliczania oporności Z_{kl} udało się otrzymać w wyniku przeprowadzenia obliczeń elementów macierzy $\mathbf{Z}_{kl}$ określonej wzorem (16). Ogólny wzór (16) jest znany w literaturze w przypadku składowych

symetrycznych normalnych od czasu, kiedy zaczęto coraz częściej, a dziś już prawie powszechnie, stosować do obliczania obwodów 3-fazowych rachunek macierzowy, np. [21], [9].

Metodę wyznaczania oporności Z_{kl} wg (16) można sklasyfikować do czwartej metody.

Mnożąc $\mathbf{S}_1$ przez $\mathbf{Z}$ otrzymuje się macierz $\mathbf{T}$. Mnożąc $\mathbf{T}$ przez $\mathbf{S}_2$ otrzymuje się macierz $\mathbf{Z}_{kl}$. Dowolny element tej macierzy Z_{kl} lub Z_{lk} da się przedstawić [13] w postaci wzoru:

$$Z_{kl} = \frac{1}{n} \sum_{\beta=1}^{n} \sum_{\alpha=1}^{n} a_{k\alpha} b_{\beta l} Z_{\alpha\beta} \tag{18}$$

lub

$$Z_{lk} = \frac{1}{n} \sum_{\beta=1}^{n} \sum_{\alpha=1}^{n} a_{l\alpha} b_{\beta k} Z_{\alpha\beta}. \tag{19}$$

W przypadku szczególnym, gdy $n = 3$, wzór (18) przybiera postać wzoru na Z_{kl} podanego w pracy [9].

Wzór (18) lub (19) jest ogólnym wzorem pozwalającym obliczyć dowolnego typu kl impedancję Z_{kl} w układzie składowych symetrycznych normalnych n-fazowych.

Uwzględniając, że $Z_{\beta\alpha} = Z_{\alpha\beta}$, gdy $\beta \neq \alpha$, zależność (18) można przedstawić w postaci

$$Z_{kl} = \frac{1}{n}\Big[\sum_{\alpha=1}^{n} e^{j(k-l)(\alpha-1)\eta} Z_{\alpha\alpha} + \sum_{\beta=1}^{n-1} \sum_{\alpha=\beta+1}^{n} (e^{j[(k-1)(\alpha-1)-(l-1)(\beta-1)]\eta} + e^{j[(k-1)(\beta-1)-(l-1)(\alpha-1)]\eta}) Z_{\beta\alpha}\Big]. \tag{20}$$

Podstawiając $l = k$ w (20) otrzymuje się ogólny wzór na obliczenie oporności pozornych własnych w układzie składowych symetrycznych, a mianowicie

$$Z_{kk} = \frac{1}{n}\Big[\sum_{\alpha=1}^{n} Z_{\alpha\alpha} + 2 \sum_{\beta=1}^{n-1} \sum_{\alpha=\beta+1}^{n} Z_{\beta\alpha} \cos(k-1)(\alpha-\beta)\eta\Big]. \tag{21}$$

W celu zbadania, dla jakich n zachodzi nierówność (2) oporności Z_{kl} i Z_{lk}, gdy $l \neq k$, wystarczy porównać zależności (18) i 19). Można udowodnić porównując te wzory, że zasada wzajemności oporności pozornych linii w układzie składowych symetrycznych normalnych w postaci $Z_{kl} = Z_{lk}$ zachodzi ogólnie tylko w przypadku składowych symetrycznych 2-fazowych.

Dla dowolnego $n > 2$

$$Z_{kl} \neq Z_{lk}, \tag{22}$$

co pozwala na sformułowanie wniosku ogólnego: Zasada wzajemności oporności pozornych linii $n > 2$-przewodowych w układzie składowych symetrycznych normalnych nie jest spełniona.

Tezę tę potwierdzają również szczegółowe zależności na Z_{kl} w przypadku linii 2-, 3-, 4-, 5- i 6-przewodowych, nie podane w niniejszej pracy. Z zależności tych wynika ponadto, że spośród $n^2 - n$ na ogół różnych oporności wzajemnych Z_{kl} w przypadku niektórych n, k i l jest $Z_{kl} = Z_{lk}$, np. w przypadku linii 4-przewodowych $Z_{13} = Z_{31}$, a w przypadku linii 6-przewodowych $Z_{14} = Z_{41}$.

3. OPORNOŚCI CZYNNE I BIERNE LINII ORAZ ZASADA WZAJEMNOŚCI OPORNOŚCI W UKŁADZIE SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

Oporności pozorne Z_{kl} w układzie składowych symetrycznych można przedstawić jako $Z_{kl} = R_{kl} + jX_{kl}$ i podobnie $Z_{lk} = R_{lk} + jX_{lk}$, przy czym:

R_{kl} i R_{lk} — oporności czynne linii typu odpowiednio kl i lk w układzie składowych symetrycznych,

X_{kl} i X_{lk} — jw., lecz oporności bierne.

Jeżeli $l = k$, są to oporności własne, a jeżeli $l \neq k$, są to oporności wzajemne w układzie składowych symetrycznych.

Nasuwa się pytanie, czy nie zachodzą jakieś proste relacje między R_{kl} i R_{lk} oraz X_{kl} i X_{lk}, tj. czy i w jakiej postaci spełniona jest zasada wzajemności oporności czynnych i biernych wzajemnych w układzie składowych symetrycznych. Okazuje się, że taka zasada istnieje. Zasada taka zostanie udowodniona i określona poniżej.

Rozpatrzmy wzór (20). Podstawiając w nim $Z_{\beta\alpha} = R_{\beta\alpha} + jX_{\beta\alpha}$, gdzie $R_{\beta\alpha}$ i $X_{\beta\alpha}$ oporności własne ($\beta = \alpha$) i wzajemne ($\beta \neq \alpha$) odpowiednio czynna i bierna pętli ziemnopowrotnych „przewód α-ziemia" i „przewód β-ziemia", oraz stosując znane wzory trygonometryczne otrzymuje się

$$Z_{kl} = R'_{kl} + R''_{kl} + j(X'_{kl} + X''_{kl}), \tag{23}$$

gdzie:

$$R'_{kl} = \frac{1}{n}\left[\sum_{\alpha=1}^{n} R_{\alpha\alpha}\cos\varphi_\alpha + \sum_{\beta=1}^{n-1}\sum_{\alpha=\beta+1}^{n} R_{\beta\alpha}(\cos\varphi_{\alpha\beta} + \cos\varphi_{\beta\alpha})\right], \tag{24}$$

$$R''_{kl} = -\frac{1}{n}\left[\sum_{\alpha=1}^{n} X_{\alpha\alpha}\sin\varphi_\alpha + \sum_{\beta=1}^{n-1}\sum_{\alpha=\beta+1}^{n} X_{\beta\alpha}(\sin\varphi_{\alpha\beta} + \sin\varphi_{\beta\alpha})\right], \tag{25}$$

$$X'_{kl} = \frac{1}{n}\left[\sum_{\alpha=1}^{n} X_{\alpha\alpha}\cos\varphi_\alpha + \sum_{\beta=1}^{n-1}\sum_{\alpha=\beta+1}^{n} X_{\beta\alpha}(\cos\varphi_{\alpha\beta} + \cos\varphi_{\beta\alpha})\right], \tag{26}$$

$$X''_{kl} = \frac{1}{n}\left[\sum_{\alpha=1}^{n} R_{\alpha\alpha}\sin\varphi_\alpha + \sum_{\beta=1}^{n-1}\sum_{\alpha=\beta+1}^{n} R_{\beta\alpha}(\sin\varphi_{\alpha\beta} + \sin\varphi_{\beta\alpha})\right], \tag{27}$$

przy czym:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_\alpha &= (k-l)(\alpha-1)\eta, \\ \varphi_{\alpha\beta} &= [(k-1)(\alpha-1)-(l-1)(\beta-1)]\eta, \\ \varphi_{\beta\alpha} &= [(k-1)(\beta-1)-(l-1)(\alpha-1)]\eta. \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

Podobnie przekształcając wzór na Z_{lk}, podobny do (20), otrzymuje się ogólnie

$$Z_{lk} = R'_{lk} + R''_{lk} + j(X'_{lk} + X''_{lk}), \tag{29}$$

a w szczególności zależności na R'_{lk}, R''_{lk}, X'_{lk} i X''_{lk}, z których wynika, że

$$\left.\begin{aligned} R'_{lk} &= R'_{kl}, \\ R''_{lk} &= -R''_{kl}, \\ X'_{lk} &= X'_{kl}, \\ X''_{lk} &= -X''_{kl}. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Wzory (30) przedstawiają ogólną postać zasady wzajemności oporności linii w układzie składowych symetrycznych normalnych. Równości (30) są słuszne w odniesieniu do dowolnego n-fazowego elementu statycznego, w którym $Z_{\beta\alpha} = Z_{\alpha\beta}$.

W liniach elektroenergetycznych, w których istnieje przewód powrotny w postaci np. — jak tu w pracy — ziemi, zawsze jest

$$R_{\beta\alpha} = R_m = R_g \tag{31}$$

dla każdego $\beta \neq \alpha$, gdzie R_g — oporność czynna ziemi jako przewodu powrotnego. Zależność (31) wynika ze szczegółowych wzorów na oporności własne i wzajemne pętli ziemnopowrotnych, podanych przez wielu cytowanych w rozdziale 1 autorów.

Podstawiając (31) do (24) i (27) można udowodnić, że w tym przypadku

$$R'_{kl} = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{n} R_{\alpha\alpha}\cos\varphi_\alpha, \tag{32}$$

$$X''_{kl} = \frac{1}{n}\sum_{\alpha=1}^{n} R_{\alpha\alpha}\sin\varphi_\alpha. \tag{33}$$

Jeżeli założyć dalej, że oporności własne pętli ziemnopowrotnych linii są takie same, co praktycznie oznacza, że przewody fazowe linii są identyczne, wtedy — jak można dowieść —

$$\left.\begin{aligned} R'_{kl} &= 0, \\ X''_{kl} &= 0, \end{aligned}\right\} \text{ gdy } k \neq l, \tag{34}$$

jak również

$$\left.\begin{aligned} R''_{kl} &= -\frac{1}{n}\sum_{\beta=1}^{n-1}\sum_{\alpha=\beta+1}^{n} X_{\beta\alpha}(\sin\varphi_{\alpha\beta}+\sin\varphi_{\beta\alpha}), \\ X'_{kl} &= \frac{1}{n}\sum_{\beta=1}^{n-1}\sum_{\alpha=\beta+1}^{n} X_{\beta\alpha}(\cos\varphi_{\alpha\beta}+\cos\varphi_{\beta\alpha}). \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

Można więc napisać

i

$$\left.\begin{aligned} Z_{kl} &= R_{kl}+jX_{kl} \\ Z_{lk} &= R_{lk}+jX_{lk}, \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

przy czym

$$\left.\begin{aligned} R_{lk} &= -R_{kl}, \\ X_{lk} &= X_{kl}, \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

gdzie

$$\left.\begin{aligned} R_{kl} &= R''_{kl}, \\ X_{kl} &= X'_{kl}. \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Równania (37) są matematyczną formą zasady wzajemności oporności linii o jednakowych przewodach w układzie składowych symetrycznych normalnych.

W przypadku linii 2-przewodowej, jak łatwo wykazać, $R''_{kl} = 0$ i $R''_{lk} = 0$ oraz $X''_{kl} = 0$ i $X''_{lk} = 0$. A więc i w tym przypadku zasada wzajemności oporności w postaci ogólnej (30) jest spełniona. Fakt, że w przypadku $n = 2$ zachodzi $Z_{kl} = Z_{lk}$ nie jest więc wyjątkiem zasady wzajemności oporności, lecz szczególną postacią tej zasady.

Oporności własne R_{kk} i X_{kk} otrzymuje się podstawiając w (24)÷(27) $l = k$. Można udowodnić, że jeżeli $k = l$,

$$\left.\begin{aligned} R''_{kk} &= 0, \\ X''_{kk} &= 0; \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

$$R_{kk} = R'_{kk} = \left\{\begin{aligned} &\frac{1}{n}\left[\sum_{\alpha=1}^{n} R_{\alpha\alpha}+n(n-1)R_m\right], \text{ gdy } k = 1, \\ &\frac{1}{n}\left[\sum_{\alpha=1}^{n} R_{\alpha\alpha}-nR_m\right], \text{ gdy } k \neq 1; \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

$$X_{kk} = X'_{kk} = \frac{1}{n}\left[\sum_{\alpha=1}^{n} X_{\alpha\alpha} + 2\sum_{\beta=1}^{n-1}\sum_{\alpha=\beta+1}^{n} X_{\beta\alpha}\cos(k-1)(\alpha-\beta)\eta\right]. \tag{41}$$

Jeżeli w (41) na miejscu $k > 1$ podstawić $n - (k-2)$, będzie $X_{kk} = X_{n-(k-2),n-(k-2)}$, bowiem $\cos[n-(k-2)-1](\alpha-\beta)\eta = \cos(k-1)(\alpha+\beta)\eta$. Wobec (40) jest więc

$$Z_{kk} = Z_{n-(k-2),\,n-(k-2)}. \tag{42}$$

Na przykład w przypadku $n = 6$ $Z_{22} = Z_{66}$ i $Z_{33} = Z_{55}$.

Zależność (42) jest ogólną cechą każdej linii (elementu statycznego) — niesymetrycznej lub symetrycznej w układzie składowych symetrycznych normalnych.

W przypadku linii o takich samych opornościach własnych pętli ziemnopowrotnych (praktycznie o takich samych przewodach), przy uwzględnieniu, że $R_{\beta\alpha} = R_m$ dla dowolnych $\beta \neq \alpha$ i oznaczeniu $R_s = R_{\alpha\alpha}$ i $X_s = X_{\alpha\alpha}$

$$R_{kk} = \left\{\begin{array}{ll} R_s + (n-1)R_m, & \text{gdy } k = 1, \\ R_s - R_m, & \text{gdy } k \neq 1; \end{array}\right\} \tag{43}$$

$$X_{kk} = \left\{\begin{array}{ll} X_s + \dfrac{2}{n}\displaystyle\sum_{\beta=1}^{n-1}\sum_{\alpha=\beta+1}^{n} X_{\beta\alpha}, & \text{gdy } k = 1, \\ X_s + \dfrac{2}{n}\displaystyle\sum_{\beta=1}^{n-1}\sum_{\alpha=\beta+1}^{n} X_{\beta\alpha}\cos(k-1)(\alpha-\beta)\eta, & \text{gdy } k \neq 1. \end{array}\right\} \tag{44}$$

Jeżeli poza tym oporności wzajemne bierne wszystkich pętli ziemnopowrotnych linii są takie same, tj. gdy $X_{\beta\alpha} = X_m$ dla każdego $\beta \neq \alpha$,

$$X_{kk} = \left\{\begin{array}{ll} X_s + (n-1)X_m, & \text{gdy } k = 1, \\ X_s - X_m, & \text{gdy } k \neq 1, \end{array}\right\} \tag{45}$$

oraz

i

$$\left.\begin{array}{l} R''_{kl} = 0 \\ X'_{kl} = 0 \end{array}\right\}, \text{ gdy } k \neq l. \tag{46}$$

W załączniku przedstawiono wyniki obliczeń oporności czynnych i biernych własnych i wzajemnych linii 3-, 4- i 6-przewodowych w układzie składowych symetrycznych.

Oporności czynne R''_{kl}, zależne ogólnie od biernych oporności własnych i wzajemnych pętli ziemnopowrotnych, nie mają wpływu na stratę mocy czynnej, podobnie oporności bierne X''_{kl}, zależne od czynnych oporności pętli ziemnopowrotnych, nie wpływają na stratę mocy biernej w linii [14].

Oporności R_{kl} (R_{lk}) i X_{kl} (X_{lk}) są wielkościami zależnymi liniowo od oporności własnych i wzajemnych pętli ziemnopowrotnych linii. Są więc

tworami „fizycznymi"[1]. Zasada wzajemności oporności w układzie składowych symetrycznych jest zatem również zasadą „fizyczną". Interpretacji „fizycznej" tej zasady można poszukiwać jedynie w sprzężonych ze sobą (poprzez oporności Z_{kl} i Z_{lk}) fazach poszczególnych typów linii w układzie składowych symetrycznych, będących również tworami „fizycznymi".

Zgodnie z zasadą wzajemności, jeżeli

$$Z_{kl} = Z'_{kl} + Z''_{kl}, \tag{47}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned} Z'_{kl} &= R'_{kl} + jX'_{kl}, \\ Z''_{kl} &= R''_{kl} + jX''_{kl}, \end{aligned}\right\} \tag{48}$$

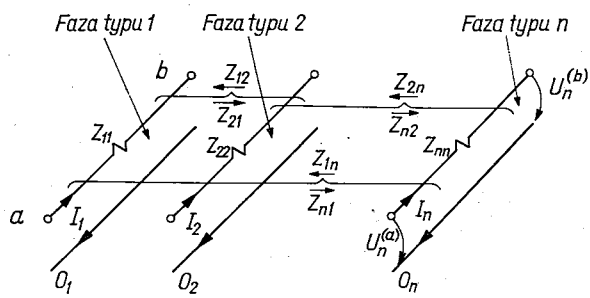
to

$$Z_{lk} = Z'_{kl} - Z''_{kl}. \tag{49}$$

Gdy $Z''_{kl} = 0$, wzajemne oddziaływanie na siebie faz linii typów k i l jest podobne jak wzajemne oddziaływanie na siebie faz α i β linii rzeczywistej. Gdy $Z'_{kl} = 0$, wpływ wzajemny faz linii typów k i l jest przeciwsobny, przez co rozumiemy takie oddziaływanie, że jeżeli prąd I_l wywoła w fazie typu k stratę napięcia $I_l Z''_{kl}$, to prąd I_k wywoła w fazie typu l stratę napięcia $-I_k Z''_{kl}$, tj. wzrost napięcia $I_k Z''_{kl}$.

Jeżeli $Z'_{kl} \neq 0$ i $Z''_{kl} \neq 0$, oddziaływanie wzajemne prądów I_k i I_l w fazach typów k i l jest wynikiem superpozycji oddziaływania tych prądów w rozpatrywanych obu skrajnych przypadkach.

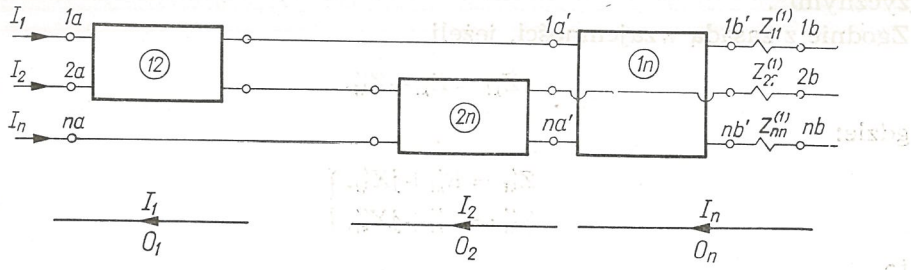
Na rys. 2 jest przedstawiony oporowy schemat linii w układzie składowych symetrycznych w przypadku ogólnym, gdy $Z_{kl} \neq 0$ ($k \neq l$), a na



Rys. 2. Schemat oporowy linii w układzie składowych symetrycznych. 0_1, 0_2, ..., 0_n — szyny zerowe (układy odniesienia napięć fazowych U_1, U_2, ..., U_n)

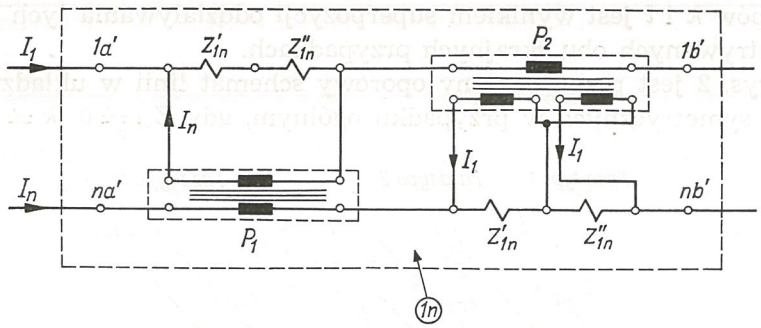
[1] Wyraz „fizyczny" (twór „fizyczny", zasada „fizyczna") został użyty zamiast wyrazu „matematyczny" (twór „matematyczny", zasada „matematyczna") dlatego, że rozpatrywane wielkości oporności, napięć i prądów w układzie składowych symetrycznych są liczbami mianowanymi — podobnie jak w układzie fazowym. Układ fazowy — to idealizacja (model matematyczny) układu rzeczywistego, zaś układ składowych symetrycznych — to przekształcony układ fazowy, a więc inna idealizacja (inny model matematyczny) układu rzeczywistego.

rys. 3 — schemat blokowy modelu takiej linii. Dla uproszczenia na rys. 3 podane są tylko trzy wybrane czwórniki, a mianowicie czwórnik (12), odwzorowujący sprzężenia między fazami typu 1 i 2, charakteryzujące się impedancjami Z_{12} i Z_{21}, czwórnik $(1n)$ oraz czwórnik $(2n)$. Ideę schematu oporowego czwórnika $(1n)$ z uwzględnieniem zasady wzajemności



Rys. 3. Schemat blokowy linii w układzie składowych symetrycznych

oporności w układzie składowych symetrycznych w przypadku ogólnym przedstawia rys. 4, a w przypadku szczególnym, gdy oporności własne linii są takie same — rys. 5. Schemat na rys. 5 jest wykonany w założeniu, że oporności $R''_{1n} > 0$. Jeżeli oporności R''_{1n} są ujemne, należy zamienić ze sobą zaciski czwórnika. Obwód na'—nb' będzie obwodem dla prądu I_1, obwód $1a'$—$1b'$ zaś — dla prądu I_n.



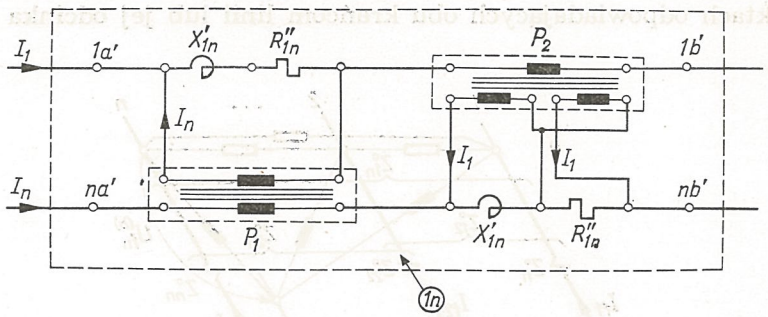
Rys. 4. Schemat czwórnika $(1n)$ odwzorowującego sprzężenia między fazami typów *1* i *n* linii w układzie składowych symetrycznych w przypadku ogólnym
P_1, P_2 — przekładniki prądowe.

Na rys. 4 i 5 podane są przekładniki prądowe P_1 i P_2 o przekładni 1 : 1. Ze względów technicznych może zachodzić potrzeba zwiększenia (zmniejszenia) przekładni tych przekładników p razy. W takim przypadku należy również p razy zwiększyć (zmniejszyć) oporności wzajemne Z_{kl}, zasilane z tych przekładników.

Na schemacie rys. 3 impedancja własna Z_{kk} linii w układzie składowych symetrycznych zastąpiona jest przez impedancję $Z^{(1)}_{kk}$ (np. regulo-

waną) i impedancję $Z_{kk}^{(II)}$, będącą sumą wszystkich impedacji Z'_{kl} i Z''_{kl} oraz impedancji zastępczych przekładników prądowych w fazie typu k, przy czym $Z_{kk} = Z_{kk}^{(I)} + Z_{kk}^{(II)}$.

Impedancje wzajemne Z_{kl} są wielokrotnie mniejsze od impedancji własnych Z_{kk}.



Rys. 5. Schemat czwórnika (1n) w przypadku, gdy wszystkie oporności pozorne własne ($Z_{\alpha\alpha}$) równają się sobie ($R''_{1n} > 0$)

Wydaje się, że czwórniki sprzęgające (12), ..., $(n-1, n)$ mogą być również układami elektronicznymi.

Zagadnienia techniczne modelu niesymetrycznych linii w układzie składowych symetrycznych, a zwłaszcza problemy konstrukcyjne wyżej wymienionych przekładników, mogą stanowić oddzielny temat.

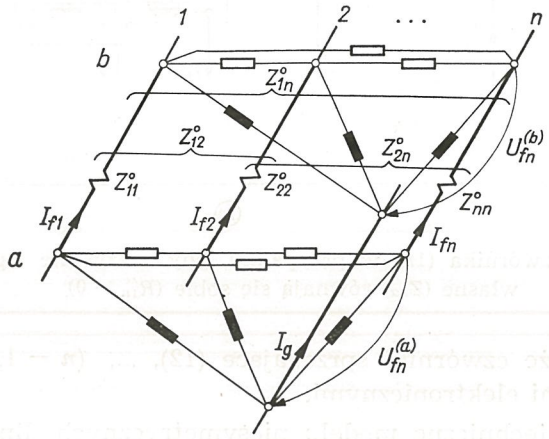
Analizując linie (sieci, układy elektroenergetyczne) w układzie składowych symetrycznych można w odniesieniu do wielkości elektrycznych w tym układzie stosować nazwy jak w układzie fazowym, np. prąd w fazie typu k zamiast składowa symetryczna prądów typu k, itp.

4. ZASADA WZAJEMNOŚCI OPORNOŚCI DOWOLNYCH ELEMENTÓW STATYCZNYCH W UKŁADZIE SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

W rozdz. 2 i 3 były rozpatrywane linie, w których ziemia stanowi przewód powrotny dla prądów przewodowych. Podane powyżej zależności, a więc m. in. wzory określające zasadę wzajemności oporności w układzie składowych symetrycznych pozostają w mocy w odniesieniu do linii, w których ziemia nie jest przewodem powrotnym, jeżeli założyć, że prąd w ziemi $I_g = 0$, tj. jeżeli przyjąć, że składowa symetryczna typu $k = 1$ równa się zeru. Podobnie pozostają słuszne wzmiankowane zależności w przypadku linii, w której przewodem powrotnym nie jest ziemia, lecz jakiś inny przewód (przewody). Różnica polega na sposobie obliczania oporności własnych i wzajemnych pętli „przewód fazowy — przewód powrotny". A zatem wymienione zależności są słuszne w odniesieniu do

każdego elementu statycznego charakteryzującego się opornościami własnymi i wzajemnymi.

Założenie (b) podane w rozdz. 1.2 i jego konsekwencje można utożsamić z założeniem przyjęcia do rozważań zastępczych oporności pozornych własnych $Z^{\circ}_{\alpha\alpha}$ i wzajemnych $Z^{\circ}_{\alpha\beta}$ w schemacie zastępczym linii, w którym zastępcze przewodności własne ($Y^{\circ}_{\alpha\alpha}$) i wzajemne ($Y^{\circ}_{\alpha\beta}$) linii skupione są w punktach odpowiadających obu krańcom linii lub jej odcinka (rys. 6).



Rys. 6. Zastępczy schemat oporowy linii (lub odcinka linii) w układzie fazowym
$Z^{\circ}_{\alpha\alpha}$ — oporność pozorna własna fazy α ($\alpha = 1, 2, \ldots, n$),
$Z^{\circ}_{\alpha\beta}$ — oporność pozorna wzajemna faz α i β ($\alpha, \beta = 1, 2 \ldots, n;\ \alpha \neq \beta$),
—■— — przewodności pozorne własne,
—□— — przewodności pozorne wzajemne.

Schemat na rys. 6 jest jednym z rezultatów teorii linii długiej. Parametrami linii lub jej odcinka zgodnie z tą teorią są:

$$\left.\begin{array}{ll} R^{\circ}_{\alpha\alpha} \text{ i } R^{\circ}_{\alpha\beta} & \text{— oporności czynne,} \\ X^{\circ}_{\alpha\alpha} \text{ i } X^{\circ}_{\alpha\beta} & \text{— „ bierne,} \\ G^{\circ}_{\alpha\alpha} \text{ i } G^{\circ}_{\alpha\beta} & \text{— przewodności czynne,} \\ B^{\circ}_{\alpha\alpha} \text{ i } B^{\circ}_{\alpha\beta} & \text{— „ bierne,} \end{array}\right\} \text{ odpowiednio własne i wzajemne}$$

Ogólnie

$$\left.\begin{aligned} Z^{\circ}_{\alpha\beta} &= R^{\circ}_{\alpha\beta} + jX^{\circ}_{\alpha\beta} = k_{R(\alpha\beta)} R_{\alpha\beta} + jk_{X(\alpha\beta)} X_{\alpha\beta}, \\ Y^{\circ}_{\alpha\beta} &= G^{\circ}_{\alpha\beta} + jB^{\circ}_{\alpha\beta} = k_{G(\alpha\beta)} G_{\alpha\beta} + jk_{B(\alpha\beta)} B_{\alpha\beta}, \end{aligned}\right\} \tag{50}$$

gdy $\beta = \alpha$ i $\beta \neq \alpha$.

W teorii sieci elektroenergetycznych 3-fazowych współczynniki poprawkowe [$k_{R(\alpha\beta)}$, $k_{X(\alpha\beta)}$, $k_{G(\alpha\beta)}$ i $k_{B(\alpha\beta)}$] są znane. W licznych przypadkach

(linie krótkie lub linie na niższe napięcia) można założyć, że wymienione współczynniki równają się jedności. Wzory zawarte w rozdz. 2 i 3 niniejszej pracy, w których występują oporności $Z_{\alpha\beta}, R_{\alpha\beta}$ i $X_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, 2, ..., n$) są również słuszne w odniesieniu do oporności odpowiednio $Z^{\circ}_{\alpha\beta}$, $R^{\circ}_{\alpha\beta}$ i $X^{\circ}_{\alpha\beta}$, o ile spełnione są pozostałe założenia dotyczące tych wzorów.

5. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

1. Istnieją ogólne, przedstawione w pracy, metody wyznaczania dowolnego typu *kl* oporności pozornych, czynnych i biernych wielofazowych linii i innych wielofazowych elementów statycznych w układzie składowych symetrycznych normalnych.

2. Między składnikami oporności wzajemnych czynnych i biernych typów *kl* i *lk* zachodzą równości i antyrówności przedstawiające zasadę wzajemności oporności w układzie składowych symetrycznych.

3. Praktyczna przydatność znajomości zasady wzajemności oporności polega na tym, że po pierwsze — wystarczy obliczyć jedynie oporności typu *kl* w oparciu o przedstawione w pracy metody, aby znać również oporności typu *lk*; po drugie — w oparciu o tę zasadę można — jak się wydaje — wykonać modele niesymetrycznych linii i innych elementów statycznych w układzie składowych symetrycznych.

4. Przedstawiona w pracy teoria może mieć zastosowanie do badania wielofazowych linii i innych elementów sieci i systemów elektroenergetycznych, które są symetryczne i niesymetryczne w układzie składowych symetrycznych, a zwłaszcza do badania sieci 3-fazowych 3-przewodowych współpracujących z sieciami 2-, 4-, 5- i 6-przewodowymi. Wymagania co do dokładności obliczeń stanów pracy sieci i systemów elektroenergetycznych stają się takie, że zakładanie — jak to dotychczas na ogół czyniono — że wszystkie elementy sieci są symetryczne w układzie składowych symetrycznych, może stać się już niedopuszczalne. Badanie sieci i systemów elektroenergetycznych zawierających niesymetryczne elementy w układzie składowych symetrycznych metodą tych składowych jest oczywiście bardziej skomplikowane i pracochłonne w porównaniu z przypadkiem, gdy elementy te są symetryczne. Zastosowanie maszyn analogowych lub cyfrowych w takich przypadkach staje się niejednokrotnie celowe i konieczne.

5. Przedstawione w pracy metody mogą być zastosowane również do wyznaczenia przewodności w układzie składowych symetrycznych. Okazuje się, że w odniesieniu do tych przewodności jest spełniona także zasada wzajemności, a jej matematyczna postać jest taka sama jak w odniesieniu do oporności w układzie składowych symetrycznych. Zagadnienie przewodności w układzie składowych symetrycznych będzie tematem oddzielnej pracy.

Politechnika Łódzka
Katedra Elektroenergetyki

Załącznik

OPORNOŚCI CZYNNE I BIERNE LINII 3-, 4- i 6-PRZEWODOWYCH W UKŁADZIE SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH NORMALNYCH

Poniżej przedstawiono wyniki obliczeń wyszczególnionych wyżej oporności z uwzględnieniem zasady wzajemności oporności wzajemnych w układzie składowych symetrycznych. Wyniki ujęto w formę macierzową odmiennie od powszechnie stosowanej, ułatwiającą obliczenia poszczególnych typów oporności.

Poniższe wzory wyprowadzone są przy założeniach:

$$\left.\begin{aligned} Z_{\beta\alpha} &= Z_{\alpha\beta}, \\ R_{\alpha\beta} &= R_m, \end{aligned}\right\} \text{ gdy } \beta \neq \alpha,$$

spełnionych w odniesieniu do rozpatrywanych linii i innych elementów statycznych.

Gwiazdka (*) przy symbolach oporności dotyczy oporności w układzie składowych symetrycznych.

Kropka (·) na miejscu elementu macierzy oznacza, że jest to element zerowy.

Dla dowolnych $l = k$ jest $R^{*''}_{kk} = 0$ i $X^{*''}_{kk} = 0$ [zob. wzór (39)], a więc $R^{*}_{kk} = R^{*'}_{kk}$ i $X^{*}_{kk} = X^{*'}_{kk}$.

1. LINIE 3-PRZEWODOWE

1.1. Oporności czynne $(R^{*}_{kl} = R^{*'}_{kl} + R^{*''}_{kl})$

	R_m	R_{11}	R_{22}	R_{33}
R^{*}_{11}	12	2	2	2
$R^{*'}_{12}$	·	2	−1	−1
R^{*}_{22}	·	2	2	2

$= \frac{1}{6}$

Na przykład:

$$R^{*'}_{12} = \frac{1}{6}(0R_m + 2R_{11} - R_{22} - R_{33}),$$

$$R^{*}_{33} = R^{*}_{22};$$

$$R^{*'}_{13} = R^{*'}_{23} = R^{*'}_{12},$$

	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{22}	X_{23}	X_{33}
$R^{*''}_{12}$	· ·	1	−1	1	·	−1
$R^{*''}_{23}$	·	−2	2	1	·	−1

$= \frac{\sqrt{3}}{6}$

$$R^{*''}_{13} = -R^{*''}_{12}.$$

1.2. Oporności bierne $(X^{*}_{kl} = X^{*'}_{kl} + X^{*''}_{kl})$

	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{22}	X_{23}	X_{33}
X^{*}_{11}	2	4	4	2	4	2
$X^{*'}_{12}$	2	1	1	−1	−2	−1
X^{*}_{22}	2	−2	−2	2	−2	2
$X^{*'}_{23}$	2	−2	−2	−1	4	−1

$= \frac{1}{6}$

$$X^{*}_{33} = X^{*}_{22}; \quad X^{*'}_{13} = X^{*'}_{12}.$$

$$\begin{array}{|c|}\hline X_{12}^{*''} \\ \hline \end{array} = \frac{\sqrt{3}}{6} \begin{array}{|c|c|c|}\hline R_{11} & R_{22} & R_{33} \\ \hline \cdot & -1 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad X_{23}^{*''} = -X_{13}^{*''} = X_{12}^{*''}.$$

2. LINIE 4-PRZEWODOWE

2.1. Oporności czynne

$$\begin{array}{|c|}\hline R_{11}^{*} \\ \hline R_{12}^{*'} \\ \hline R_{13}^{*'} \\ \hline R_{22}^{*} \\ \hline \end{array} = \frac{1}{4} \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline R_m & R_{11} & R_{22} & R_{33} & R_{44} \\ \hline 12 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \cdot & 1 & \cdot & -1 & \cdot \\ \hline \cdot & 1 & -1 & 1 & -1 \\ \hline \cdot & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{l} R_{33}^{*} = R_{44}^{*} = R_{22}^{*}, \\ R_{14}^{*'} = R_{23}^{*'} = R_{34}^{*'} = R_{12}^{*'}, \\ R_{24}^{*'} = R_{13}^{*'}. \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|}\hline R_{12}^{*''} \\ \hline R_{13}^{*''} \\ \hline R_{23}^{*''} \\ \hline R_{24}^{*''} \\ \hline \end{array} = \frac{1}{4} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}\hline X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{33} & X_{34} & X_{44} \\ \hline \cdot & 1 & \cdot & -1 & 1 & 1 & \cdot & \cdot & -1 & -1 \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & -1 & \cdot & 1 & 1 & -1 & \cdot & \cdot & 1 & -1 \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & 2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -2 & \cdot \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{l} R_{14}^{*''} = -R_{12}^{*''}, \\ R_{34}^{*''} = R_{23}^{*''}. \end{array}$$

2.2. Oporności bierne

$$\begin{array}{|c|}\hline X_{11}^{*} \\ \hline X_{12}^{*'} \\ \hline X_{13}^{*'} \\ \hline X_{22}^{*} \\ \hline X_{23}^{*'} \\ \hline X_{24}^{*'} \\ \hline X_{33}^{*} \\ \hline \end{array} = \frac{1}{4} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}\hline X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{33} & X_{34} & X_{44} \\ \hline 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 1 & \cdot & 1 & \cdot & -1 & \cdot & -1 & -1 & \cdot \\ \hline 1 & \cdot & 2 & \cdot & -1 & \cdot & -2 & 1 & \cdot & -1 \\ \hline 1 & \cdot & -2 & \cdot & 1 & \cdot & -2 & 1 & \cdot & 1 \\ \hline 1 & -1 & \cdot & -1 & \cdot & 1 & \cdot & -1 & 1 & \cdot \\ \hline 1 & \cdot & -2 & \cdot & -1 & \cdot & 2 & 1 & \cdot & -1 \\ \hline 1 & -2 & 2 & -2 & 1 & -2 & 2 & 1 & -2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$X_{44}^{*} = X_{22}^{*}; \quad X_{14}^{*'} = X_{12}^{*'}, \; X_{34}^{*'} = X_{23}^{*'}.$$

$$\begin{vmatrix} X_{12}^{*''} \\ X_{13}^{*''} \end{vmatrix} = \frac{1}{4} \begin{array}{|cccc|} \hline R_{11} & R_{22} & R_{33} & R_{44} \\ \hline \cdot & -1 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \end{array} \qquad X_{23}^{*''} = X_{34}^{*''} = -X_{14}^{*''} = X_{12}^{*''}.$$

3. LINIE 6-PRZEWODOWE

3.1. Oporności czynne

$$\begin{vmatrix} R_{11}^{*} \\ R_{12}^{*'} \\ R_{13}^{*'} \\ R_{14}^{*'} \\ R_{22}^{*} \end{vmatrix} = \frac{1}{12} \begin{array}{|ccccccc|} \hline R_m & R_{11} & R_{22} & R_{33} & R_{44} & R_{55} & R_{66} \\ \hline 60 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ \cdot & 2 & 1 & -1 & -2 & -1 & 1 \\ \cdot & 2 & -1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ \cdot & 2 & -2 & 2 & -2 & 2 & -2 \\ \cdot & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$R_{33}^{*} = R_{44}^{*} = R_{55}^{*} = R_{66}^{*} = R_{22}^{*};$$
$$R_{16}^{*'} = R_{23}^{*'} = R_{34}^{*'} = R_{45}^{*'} = R_{56}^{*'} = R_{12}^{*'},$$
$$R_{15}^{*'} = R_{24}^{*'} = R_{26}^{*'} = R_{35}^{*'} = R_{46}^{*'} = R_{13}^{*'},$$
$$R_{25}^{*'} = R_{36}^{*'} = R_{14}^{*'}.$$

$$\begin{vmatrix} R_{12}^{*''} \\ R_{13}^{*''} \\ R_{14}^{*''} \\ R_{23}^{*''} \\ R_{24}^{*''} \\ R_{25}^{*''} \\ R_{26}^{*''} \\ R_{34}^{*''} \\ R_{35}^{*''} \end{vmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{12} \begin{array}{|cccccccccccccccccccc|} \hline X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{15} & X_{16} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{25} & X_{26} & X_{33} & X_{34} & X_{35} & X_{36} & X_{44} & X_{45} & X_{46} & X_{55} & X_{56} & X_{66} \\ \hline \cdot & 1 & 1 & \cdot & -1 & -1 & 1 & 2 & 1 & \cdot & \cdot & 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & -1 & -1 & -2 & -1 \\ \cdot & 1 & -1 & \cdot & 1 & -1 & 1 & \cdot & 1 & 2 & \cdot & -1 & -1 & \cdot & -2 & \cdot & 1 & -1 & 1 & \cdot & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -2 & \cdot & 2 & \cdot & 1 & \cdot & -2 & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 2 & -1 & \cdot & -1 \\ \cdot & -1 & -1 & \cdot & 1 & 1 & 1 & \cdot & 1 & -2 & \cdot & -1 & 1 & \cdot & 2 & \cdot & -1 & -1 & 1 & \cdot & -1 \\ \cdot & -2 & \cdot & \cdot & \cdot & 2 & \cdot & 2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -2 & \cdot & \cdot & \cdot & 2 & \cdot & \cdot & -2 & \cdot \\ \cdot & -2 & -2 & \cdot & 2 & 2 & -1 & \cdot & 2 & 2 & \cdot & 1 & 2 & \cdot & -2 & \cdot & -2 & -2 & -1 & \cdot & 1 \\ \cdot & -1 & 1 & \cdot & -1 & 1 & 1 & -2 & 1 & \cdot & \cdot & 1 & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & -1 & -1 & 2 & -1 \\ \cdot & -2 & 2 & \cdot & -2 & 2 & 1 & \cdot & -2 & 2 & \cdot & -1 & 2 & \cdot & -2 & \cdot & -2 & 2 & 1 & \cdot & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$R_{15}^{*''} = -R_{13}^{*''},\ R_{16}^{*''} = -R_{12}^{*''},\ R_{36}^{*''} = R_{25}^{*''},\ R_{45}^{*''} = R_{34}^{*''},\ R_{46}^{*''} = R_{24}^{*''},\ R_{56}^{*''} = R_{23}^{*''}.$$

3.2. Oporności bierne

	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_{26}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	X_{36}	X_{44}	X_{45}	X_{46}	X_{55}	X_{56}	X_{66}
X^*_{11}	2	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	2	4	4	4	2	4	4	2	4	2
$X^{*\prime}_{12}$	2	3	1	·	1	3	1	·	−1	·	2	−1	−3	−2	·	−2	−3	−1	−1	·	1
$X^{*\prime}_{13}$	2	1	1	4	1	1	−1	−2	1	−2	−2	−1	1	−2	−2	2	1	1	−1	−2	−1
$X^{*\prime}_{14}$	2	·	4	·	4	·	−2	·	−4	·	−4	2	·	4	·	−2	·	−4	2	·	−2
X^*_{22}	2	2	−2	−4	−2	2	2	2	−2	−4	−2	2	2	−2	−4	2	2	−2	2	2	2
$X^{*\prime}_{23}$	2	·	−2	·	−2	·	1	·	2	·	−4	−1	·	4	·	−2	·	2	−1	·	1
$X^{*\prime}_{24}$	2	−1	1	−4	1	−1	−1	2	1	2	−2	−1	−1	−2	2	2	−1	1	−1	2	−1
$X^{*\prime}_{25}$	2	·	−2	·	−2	·	−2	·	2	·	2	2	·	−2	·	−2	·	2	2	·	−2
$X^{*\prime}_{26}$	2	2	−2	−4	−2	2	−1	−4	−2	2	4	−1	2	4	2	2	2	−2	−1	−4	−1
X^*_{33}	2	−2	−2	4	−2	−2	2	−2	−2	4	−2	2	−2	−2	4	2	−2	−2	2	−2	2
$X^{*\prime}_{34}$	2	−3	1	·	1	−3	1	·	−1	·	2	−1	3	−2	·	−2	3	−1	−1	·	1
$X^{*\prime}_{35}$	2	−2	−2	4	−2	−2	−1	4	−2	−2	4	−1	−2	4	−2	2	−2	−2	−1	4	−1
X^*_{44}	2	−4	4	−4	4	−4	2	−4	4	−4	4	2	−4	4	−4	2	−4	4	2	−4	2

$$= \frac{1}{12}$$

$$X^*_{55} = X^*_{33}, \quad X^{*\prime}_{15} = X^{*\prime}_{13}, \quad X^{*\prime}_{16} = X^{*\prime}_{12}, \quad X^{*\prime}_{36} = X^{*\prime}_{25},$$
$$X^*_{66} = X^*_{22}; \quad X^{*\prime}_{45} = X^{*\prime}_{34}, \quad X^{*\prime}_{46} = X^{*\prime}_{24}, \quad X^{*\prime}_{56} = X^{*\prime}_{23}.$$

	R_{11}	R_{22}	R_{33}	R_{44}	R_{55}	R_{66}
$X^{*\prime\prime}_{12}$	·	−1	−1	·	1	1
$X^{*\prime\prime}_{13}$	·	−1	1	·	−1	1
$X^{*\prime\prime}_{14}$	·	·	·	·	·	·

$$= \frac{\sqrt{3}}{12}$$

$$X^{*\prime\prime}_{15} = X^{*\prime\prime}_{26} = X^{*\prime\prime}_{35} = X^{*\prime\prime}_{46} = -X^{*\prime\prime}_{23} = -X^{*\prime\prime}_{13},$$
$$X^{*\prime\prime}_{23} = X^{*\prime\prime}_{34} = X^{*\prime\prime}_{45} = X^{*\prime\prime}_{56} = -X^{*\prime\prime}_{16} = X^{*\prime\prime}_{12},$$
$$X^{*\prime\prime}_{25} = X^{*\prime\prime}_{36} = X^{*\prime\prime}_{14} = 0.$$

WYKAZ LITERATURY

1. Cholewicki T.: Macierze składowych symetrycznych. — Archiwum Elektrotechn., 1954, z. 2.
2. Buchholz H.: Untersuchungen über die Wärmeverluste, die magnetische Energie und das Induktionsgesetz bei Mehrfachleitersystemen unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde. — Archiv für Elektrotechnik, 1928.
3. Carson J. R.: Wave Progagation in Overhead Wires with Ground Return. — Bell System Techn. Journal, 1926, vol. 5.
4. Clarke E.: Circuits Analysis of A-C Power Systems. J. Wiley, New York, vol. I 1943, vol. II 1950.

5. Fortescue C. L.: Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks. — Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 1918, Pow. II.
6. Hochreiner A.: Symmetrische Komponenten in Drehstromsystemen. Springer-Verlag, Berlin 1957.
7. Kamiński A.: Równowaga współpracy układów elektroenergetycznych. PWT, Warszawa 1956.
8. Konorski B.: Teoria dwójników i czwórników elektrycznych. PWT, Warszawa 1951.
9. Konorski B.: Impedancje w teorii składowych symetrycznych. — Archiwum Elektrotechn., 1957, z. 2.
10. Kostienko M. W.: Elektriczeskije masziny. Spiecjalnaja czast'. Gosenergoizdat, Leningrad 1949.
11. Kostienko M. W.: Wzaimnyje soprotiwlenija mieżdu wozdusznymi linjami s uczetom powierchnostnogo effiekta w ziemle. — Elektriczestwo, 1955, nr 10.
12. Kowalski Z.: Podstawy teorii składowych symetrycznych grupowych. — Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Elektryka, Łódź 1963, z. 12.
13. Kowalski Z.: Impedancje statycznych elementów wielofazowych w układzie składowych symetrycznych. — Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Elektryka, Łódź 1963, z. 12.
14. Kowalski Z.: Straty mocy w wielofazowych liniach elektroenergetycznych w układzie fazowym i w układzie składowych symetrycznych. — Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Elektryka, Łódź 1964, z. 14.
15. Krakowski M.: Impedancje obwodów ziemnopowrotnych przy przewodzącej warstwie ziemi o ograniczonej grubości. — Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Elektryka, Łódź 1959, z. 6.
16. Nowacki P., Rosenzweig J.: Zasada wzajemności w elektrotechnice. — Przegląd Elektrotechn., 1928, nr 6.
17. Nowacki P. J.: Składowe symetryczne. PWT, Poznań 1953.
18. Rosenzweig J.: Składowe symetryczne układów wielofazowych. — Przegląd Elektrotechn., 1936, nr 10.
19. Skoczyński Z.: Składowe symetryczne, wstęp do pracy „Przesył i rozdział energii elektrycznej", t. III, PWT, Warszawa 1951.
20. Skoczyński Z., Nowacki P.: Zwarcia w wysokonapięciowych układach energoelektrycznych. PWT, Warszawa 1954.
21. Stigant S. A.: Modern Electrical Engineering Mathematics. Hutchinsons Scientific and Technical Publications, London 1947.
22. Wagner C. F., Evans R. D.: Symmetrical Components. Mc Grow-Hill D. C., New York 1933.
23. Wanger W.: Symmetrische Komponenten für Mehrphasensysteme. — Archiv für Elektrotechnik, 1935.

Z. KOWALSKI

MUTUALITY PRINCIPLE OF RESISTANCES IN SYMMETRICAL COMPONENTS SYSTEM

Summary

The article presents a general method of calculation the self and mutual impedances, reactances and resistances in the symmetrical components system. The

relations between mutual reactances X_{lk}—X_{kl} and mutual resistances R_{lk}—R_{kl} has been given as a mathematical form of the resistances mutuality principle in the symmetrical components systems. Based on this principle the method of building models of asymmetrical power lines and other static elements in symmetrical components system has been presented.

Z. KOWALSKI

LE PRINCIPE DE LA RÉCIPROCITÉ DES RÉSISTANCES ET RÉACTANCES DANS LE SYSTÈME DE COMPOSANTS SYMÉTRIQUES

Résumé

On a présenté la méthode génerale de calcul des impédances des résistances et des réactances propres et réciproques dans le système des coposants symétriques. On a exposé la relation entre les résistances et les réactances sous la forme mathématique dans le système des composants symétriques.

En profitant de ce principe on a presenté la possibilité de construire des modèles des lignes asymétriques et des autres statiques élements asymétriques dans le système des composants symétriques.

Z. KOWALSKI

GEGENSEITIGKEITSPRINZIP DER WIDERSTÄNDE IN SYMMETRISCHEM KOMPONENTENSYSTEM

Zusammenfassung

In der Bearbeitung ist die allgemeine Methode zur Berechnung der selbsten und gegenseitigen Schein-Blind-und Wirkwiderstände in symmetrischem Komponentensystem dargestellt. Es sind Zusammenhänge zwischen der gegenseitigen Wirk-und Blindwiderständen angesehen, die eine mathematische Auffassung des Gegenseitigkeitsprinzip der Widerstände in symmetrischem Komponentensystem darstellen. Auf Grund dieses Prinzipes ist die Möglichkeit der Ausführung von Modellen der unsymmetrischen Leitungen oder anderer unsymmetrischen statischen Elementen in symmetrischem Komponentensystem angegeben.

З. КОВАЛЬСКИ

ПРИНЦИП ВЗАИМНОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЙ В СИСТЕМЕ СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Резюме

В статье предложено общий метод вычисления комплексных, индуктивных и активных — собственных и взаимных сопротивлений в системе симметрич-

ных составляющих. Представлено зависимости (равности и антиравности) между взаимными активными и реактивными сопротивлениями, которые представляют математическое изображение принципа взаимности сопротивлений в системе симметричных составляющих. На основе этой принципы представлено возможность исполнения модели несимметричных линий электропередачи или других несимметричных элементов в системе симметричных составляющих.

621.311.151

STANISŁAW GÓRA

Metoda wyboru struktury mocy elektrowni w systemie elektroenergetycznym z zastosowaniem matematycznych maszyn cyfrowych

Rękopis dostarczono 10.1.1964

W pracy przedstawiono nową metodę porównania elektrowni i wyboru nowych elektrowni szczytowych i podstawowych z punktu widzenia korzyści ekonomicznych, tj. osiągnięcia minimum kosztów rocznych w okresie eksploatacji rozważanego systemu. Do obliczeń założono trapezoidalny model obciążeń systemu i na tej podstawie podano ogólne zależności na koszty wytwarzania poszczególnych grup elektrowni i całego systemu energetycznego. Z powodu złożoności obliczeń zastosowano matematyczną maszynę cyfrową. Na podstawie przyjętego modelu ekonomicznego ustalono podstawowe kierunki rozwoju systemu. W pracy opisano szczegółowo sposób przygotowania danych i organizacji obliczeń.

Przedstawioną metodę zastosowano w szczegółowym przykładzie porównania ekonomicznego elektrowni szczytowych (pompowe, gazowe itp.) i elektrowni podstawowych (elektrownie parowe i jądrowe).

W zakończeniu wyprowadzono wnioski z przeprowadzonej analizy i uwypuklono szereg zalet proponowanej metody wyboru nowych mocy w systemie.

1. WSTĘP

Ciągły wzrost spożycia energii elektrycznej wymaga budowy nowych elektrowni podstawowych i szczytowych w systemie.

Wybór takiego programu rozbudowy systemu, który zapewnia minimum kosztów wytwarzania przy jednoczesnym zaspokojeniu potrzeb energetycznych odbiorców, staje się kluczowym zagadnieniem dla całej gospodarki narodowej. Zwykle warunek ten sprowadza się do określenia odpowiedniej wielkości mocy instalowanych w elektrowniach szczytowych i podstawowych w poszczególnych latach (etapach) rozwoju systemu, takich, aby wypadkowe koszty roczne systemu w elektrowniach nowych i istniejących utrzymać na możliwie najniższym poziomie.

Najczęściej stosowana metoda planowania systemu, to ekonomiczne porównanie różnych wariantów budowy elektrowni i wybór wariantu najtańszego [3], [12], [20], [21]. Ten sposób, jakkolwiek najbardziej po-

wszechny, nie daje gwarancji, że rozpatrywane warianty należą do najkorzystniejszych. Dlatego potrzebna jest znajomość sposobu rozwoju mocy elektrowni systemu zapewniającego maksimum efektów energetycznych i ekonomicznych w systemie za cały rozważany okres rozwoju. Częściowe rozwiązanie tego problemu dają metody programowania liniowego [1], [23], [35].

Programowanie liniowe stosuje się jednakże w bardzo prostych przypadkach, gdy zależności między badanymi parametrami określającymi rozwój systemu są wyrażone przy pomocy funkcji liniowych. Jeżeli warunki określające wartość produkcji i mocy poszczególnych elektrowni muszą być zapisane układem nierówności, wtedy rozwiązanie jest możliwe tylko przy użyciu specjalnych algorytmów, najczęściej algorytmu simpleks.

Przy większej ilości elektrowni zastosowanie algorytmu simpleks jest możliwe tylko przy użyciu matematycznej maszyny cyfrowej. Należy zaznaczyć, że programowanie liniowe prowadzi do szeregu poważnych założeń upraszczających, niedopuszczalnych przy bardziej dokładnej analizie systemu elektroenergetycznego.

Ponieważ elektrownie wprowadzane do systemu muszą być zaplanowane w perspektywie co najmniej 5 lat, a ogólna koncepcja rozwoju systemu musi być określona na 20—25 lat naprzód, potrzebna jest znajomość optymalnego rozdziału nakładów i efektów w czasie. Programowanie dynamiczne Bellmana [4] może być szczególnie przydatne do wyboru momentu realizacji poszczególnych inwestycji. Przy tym należy podkreślić, że zasada szeregu rekurencyjnego nie znajduje dotychczas potwierdzenia przy badaniu efektów inwestycji elektroenergetycznych.

Proponowana metoda podaje sposób wyboru nowych mocy instalowanych w elektrowniach szczytowych i podstawowych.

Podstawowe założenia proponowanej metody są następujące. Koszty roczne wytwarzania rozważanego systemu elektroenergetycznego są określone następującym wzorem:

$$K_{rw} = M_r \sum_{p=1}^{n} r_p k_p S_p + A_r \sum_{p=1}^{n} e_p H_p, \tag{1}$$

gdzie:

A_r — praca roczna systemu [kWh/rok],

M_r — obciążenie szczytowe systemu [MW],

$p = 1, 2, 3, \ldots, n$, ilość elektrowni w systemie,

r_p — współczynnik rocznych kosztów stałych elektrowni „p" w systemie, [rok^{-1}],

k_p — jednostkowy koszt mocy instalowanej elektrowni „p", [zł/MW],

$S_p = \frac{N_p}{M_r}$, N_p jest mocą szczytową elektrowni „p" w szczycie rocznym systemu M_r,

H_p — zmienne koszty eksploatacyjne elektrowni, [zł/kWh],
e_p — udział elektrowni „p" w pracy rocznej systemu A_r,
$A_p = e_p A_r$ — praca roczna elektrowni „p".

Ponadto muszą być spełnione warunki:

$$1)\ M_r - \sum_{p=1}^{n} N_p = 0, \qquad 2)\ A_r - \sum_{p=1}^{n} A_p = 0, \tag{2}$$

Chwilowo nie rozpatrujemy problemu rezerw, a także strat przesyłowych.

Problem wyboru najkorzystniejszego wariantu pokrycia obciążeń rozważanego systemu elektroenergetycznego formułujemy następująco: szukamy wariantu budowy elektrowni w systemie, który gwarantuje najmniejsze, zdyskontowane koszty roczne systemu w rozważanym okresie eksploatacji, powiedzmy 20—25 lat.

Jeżeli koszty roczne poszczególnych elektrowni w roku „k" wynoszą $K_{r1k}, K_{r2k}, \ldots, K_{rnk}$, wtedy koszt roczny całego systemu wyniesie:

$$K_{rwk} = \sum_{p=1}^{n} K_{rpk}. \tag{3}$$

Warunek minimum zdyskontowanych kosztów rocznych za rozważany okres eksploatacji zapisujemy jako:

$$zdyskont. \sum_{k=0}^{T} \sum_{p=1}^{n} K_{rpk} = \text{minimum}, \tag{4}$$

gdzie:

T = założony okreś eksploatacji systemu, odpowiadający ekonomicznemu okresowi eksploatacji wprowadzanych elektrowni do systemu, T = 20—25 lat.
$p = 1, 2, \ldots, n$; ilość elektrowni w systemie.
$k = 1, 2, \ldots, T$; poszczególne lata eksploatacji.

Jedną z sensownych aproksymacji warunku (4) jest założenie, że łączne koszty wytwarzania w poszczególnych latach rozwoju systemu osiągają najmniejszą wartość [5]. Formułując to w języku matematycznym dla dowolnego roku eksploatacji systemu „k", otrzymamy:

$$K_{rwk} = F(S_{1k}, S_{2k} \ldots S_{nk}, A_{1k}, A_{2k} \ldots A_{nk}, H_{1k}, H_{2k} \ldots H_{nk}, A_{rk}, M_{rk}) = \text{minimum} \tag{5}$$

i ponadto:

$$\text{a)}\quad A_{rk} - \sum_{p=1}^{n} A_{pk} = 0,$$

$$\text{b)}\quad M_{rk} - \sum_{p=1}^{n} S_{pk} = 0,$$

$$\text{c)}\quad S_{pk} \geqslant 0. \tag{6}$$

Warunek (5) i towarzyszący mu zespół ograniczeń (6), określają ogólnie problem ekonomicznej rozbudowy systemu elektroenergetycznego. A oto krótka charakterystyka wielkości wchodzących do warunku (5).

Wielkości A_{rk}, $M_{rk} = f(k)$ są funkcją czasu (tutaj roku rozwoju systemu).

Wielkościami szukanymi są moce elektrowni projektowanych od szczytu rocznego wykresu obciążenia systemu (rys. 3a): S_1, S_2, S_3, ..., S_r oraz moce elektrowni podstawowych, wprowadzanych od podstawy wykresu obciążenia S_n. Moce elektrowni pośrednich, istniejących S_{r+1} ... S_{n-1} ulegają zmianie w perspektywie wskutek corocznych wycofań elektrowni ekonomicznie i technicznie przestarzałych.

H_1, H_2, ..., H_n jednostkowe koszty zmienne produkcji (głównie paliwa) są funkcją położenia poszczególnych elektrowni lub ich grup w rocznym uporządkowanym wykresie obciążenia systemu. Podobnie produkcje poszczególnych elektrowni A_{r1}, A_{r2}, ..., A_{rn} są funkcją położenia elektrowni w uporządkowanym wykresie obciążenia systemu. W związku z tym wyrażenie (5) przedstawia funkcję nieliniową zmiennych S_1, S_2, ..., S_n w postaci uwikłanej, nie dającą się rozwiązać przy pomocy znanych metod programowania liniowego.

Aby rozwiązać ten problem, zastosowano metodę mnożników Lagrange'a [10], przyjmując w pierwszym przybliżeniu, że koszty zmienne produkcji H_1, H_2, ..., H_n nie zależą od sposobu obciążenia poszczególnych elektrowni. Następnie w drugim przybliżeniu obliczamy nowe wartości H_1', H_2', ..., H_n' dla określonych uprzednio wartości S_1, S_2, ..., S_n i z kolei nowe wartości S_1', S_2',..., S_n'. Obliczenia te powtarzamy tak długo, aż uzyskamy wymaganą tolerancję dokładności. Taki sposób obliczenia jest szczególnie wygodny przy zastosowaniu matematycznych maszyn cyfrowych.

Stosując mnożniki Lagrange'a przekształcamy wyrażenie (5) do postaci:

$$K'_{rwk} = F'(S_{1k}, S_{2k} \ldots S_{nk}, A_{1k}, A_{2k} \ldots M_{rk}, \lambda_1, \lambda_2) =$$

$$= f(S_{1k}, S_{2k}, \ldots S_{nk}, A_{rk}, A_{2k} \ldots M_{rk}) + \lambda_1 \left(A_{rk} - \sum_{p=1}^{n} A_{pk} \right) +$$

$$+ \lambda_2 \left(M_{rk} - \sum_{p=1}^{n} S_{pk} \right) \ldots \tag{7}$$

Trzeci warunek ograniczający, $S_{pk} \geqslant 0$, jest wprowadzony do obliczeń w toku cyklu iteracyjnego. Minimalizację wyrażenia (7) uzyskamy znajdując pochodne cząstkowe względem S_1, S_2, ..., λ_1, λ_2 i przyrównując je do zera.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial K'_{rwk}}{\partial S_1} = \frac{\partial F'}{\partial S_1} = 0,\\
&\frac{\partial K'_{rwk}}{\partial S_2} = \frac{\partial F'}{\partial S_2} = 0,\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{\partial K'_{rwk}}{\partial S_n} = \frac{\partial F'}{\partial S_n} = 0,\\
&\frac{\partial K'_{rwk}}{\partial \lambda_1} = \frac{\partial F'}{\partial \lambda_1} = 0,\\
&\frac{\partial K'_{rwk}}{\partial \lambda_2} = \frac{\partial F'}{\partial \lambda_2} = 0.
\end{aligned} \tag{8}$$

Rozwiązanie układu równań (8) jest równoważne ze znalezieniem względnego minimum funkcji określonej zależnością (5), co zostało udowodnione w pracy [10].

W dalszej części pracy ograniczymy się do znalezienia najkorzystniejszego stosunku mocy szczytowej S_1 do mocy podstawowej S_n dla różnych rodzajów elektrowni wprowadzonych do szczytu i podstawy rocznego wykresu uporządkowanego. W ten sposób, wychodząc z istniejącej struktury źródeł wytwarzania w systemie elektroenergetycznym, ustalamy ekonomiczny podział nakładów inwestycyjnych między elektrownie podstawowe i szczytowe przeznaczone do pokrycia przyrostów mocy i produkcji systemu w perspektywie. Należy podkreślić różnice zachodzące w efektach ekonomicznych osiąganych przez oba rodzaje elektrowni w systemie, szczególnie sposób ich oddziaływania na istniejącą grupę elektrowni. Nowa elektrownia podstawowa wprowadzona do systemu „wypiera" mniej sprawne elektrownie do góry, powodując zmniejszenie ich produkcji, a więc oszczędności paliwowe w systemie, natomiast nowa elektrownia szczytowa oddziałuje w sposób przeciwstawny zwiększając zużycie paliwa w elektrowniach mniej sprawnych. Stąd — w porównaniu ekonomicznym — należy uwzględnić nie tylko nakłady inwestycyjne i koszty roczne obu elektrowni, ale także efekty osiągane przez te elektrownie w systemie.

W perspektywicznym określeniu kosztów rocznych elektrowni lub systemu odgrywają rolę następujące czynniki:

— koszt inwestycyjny,

— sprawność wytwarzania,

— sposób określenia stałych i zmiennych kosztów wytwarzania,
— rodzaj spalanego paliwa i jego cena perspektywiczna,
— czas użytkowania mocy szczytowej poszczególnych elektrowni w roku określony na zasadzie ekonomicznego rozrządu mocy.

W porównaniu efektów ekonomicznych elektrowni szczytowej i podstawowej w systemie elektroenergetycznym trzeba uwzględnić ponadto:

a) koszty inwestycyjne elektrowni,

b) stałe koszty eksploatacyjne elektrowni,

c) koszt spalanego paliwa w elektrowniach cieplnych na wytwarzanie energii elektrycznej równoważącej produkcję rozpatrywanej elektrowni szczytowej,

d) koszt paliwa na utrzymanie elektrowni cieplnej w stanie „gorącej" rezerwy,

e) wartość strat paliwa powstałych wskutek gorszego dopasowania elektrowni cieplnych w szczytowej strefie dobowych wykresów obciążeń,

f) wartość strat paliwa spowodowanych wprowadzeniem do systemu elektrowni szczytowej zamiast nowoczesnej elektrowni podstawowej.

W dalszej części pracy uwzględniono powyższe pozycje kosztów z wyjątkiem pozycji „e". Straty paliwa wskutek gorszego dopasowania się elektrowni cieplnych do wykresu obciążenia są niewielkie przy współczesnym poziomie programowania obciążenia poszczególnych elektrowni. Praktyka wykazuje, że dyspozytor ruchu centralnej dyspozytorni jest w stanie uprzedzić we właściwym czasie elektrownię o konieczności jej uruchomienia lub odstawienia.

2. WYBÓR MODELU OBCIĄŻEŃ SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO

Wybór rocznego wykresu obciążeń systemu elektroenergetycznego ma duże znaczenie dla ustalenia efektów poszczególnych rodzajów elektrowni.

Na rys. 1 przedstawiono rodzinę krzywych uporządkowanych, odnoszących się do różnych stopni obciążenia systemu m_r, [29]. Roczny stopień obciążenia systemu jest określony zależnością:

$$m_r = \frac{A_r}{M_r \cdot T_r} = \frac{A_r}{M_r \cdot 8760}. \tag{9}$$

gdzie:

A_r — roczna praca systemu [MWh/r],
M_r — roczne obciążenie szczytowe systemu [MW],
T_r — 8760 h/r, przeciętny czas trwania roku.

Wybór właściwego wykresu obciążenia odbywa się przez ustalenie trzech zasadniczych parametrów:

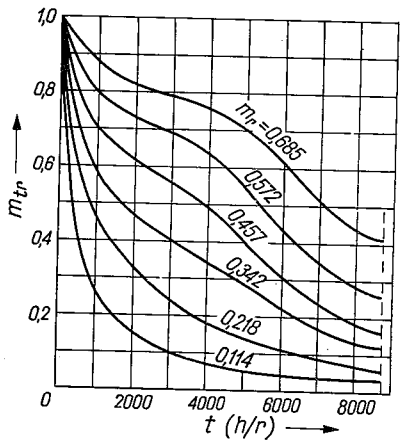
— obciążenia szczytowego roku, M_r;
— średniego rocznego stopnia obciążenia, m_r;
— stopnia rocznego obciążenia minimalnego, m_{r0}.

Ten ostatni wskaźnik oblicza się empirycznie. Według K. Kopeckiego [26] i innych [22], [33] roczny stopień obciążenia minimalnego systemu jest równy:

$$m_{r0} = m_r^c, \tag{10}$$

$$c = 2 \ldots 2{,}5.$$

Znając powyższe wskaźniki możemy określić przybliżony przebieg rocznej krzywej uporządkowanej obciążeń systemu.



Rys. 1. Roczne krzywe uporządkowane systemu dla różnych stopni obciążenia wg Musila [29]

Według Soschinskiego [39] chwilowy stopień obciążenia m_{tr}, określający roczną krzywą uporządkowaną systemu, oblicza się wzorem:

$$m_{tr} = 1-(1-m_{r0})t\frac{m_r-m_{r0}}{1-m_r}, \text{ dla } 0 \leqslant t \leqslant 1; \tag{11}$$

t — czas trwania obciążenia odpowiadającego m_{tr}, wyrażony w jednostkach względnych.

Roczny wykres uporządkowany systemu możemy również obliczyć z pomocą reprezentacyjnych wykresów dobowych obciążeń. Warunkiem reprezentatywności przyjętych wykresów jest, aby charakter i przebieg wykresu wypadkowego otrzymanego z ich sumowania był zgodny z wykresem rzeczywistym.

W pracy [26] proponuje się konstrukcję rocznego wykresu uporządkowanego obciążenia sumując obciążenie następujących dni typowych:

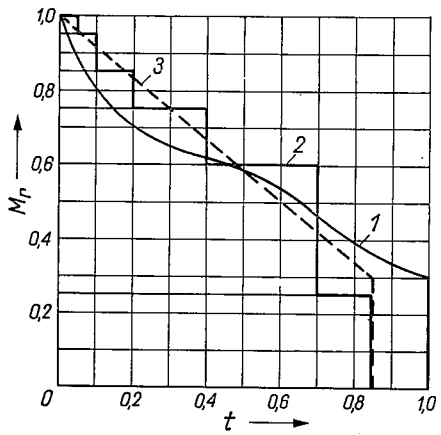
typowy wykres obciążenia dnia zimowego	—	60 razy
„ „ „ „ letniego	—	150 „
„ „ „ wiosenno-jesiennego	—	155 „
Razem		365 razy

Całka, która reprezentuje pole powierzchni zawarte między roczną krzywą uporządkowaną obciążenia a osią czasu w przedziale $<0, T_r>$, odpowiadająca pracy rocznej systemu, jest równa:

$$A_r = \int_0^{T_r} M_r \cdot m_{tr}(t) \cdot dt. \tag{12}$$

Zaprojektowana krzywa obciążenia powinna odpowiadać zużyciu energii brutto u odbiorców energii elektrycznej z uwzględnieniem strat sieciowych i zużycia własnego elektrowni.

Przejdźmy obecnie do problemu pokrycia zaprojektowanego wykresu obciążenia przez różne elektrownie. Roczny wykres uporządkowany obciążenia elektrowni odbiega znacznie od rocznego wykresu uporządkowanego obciążeń systemu, jak to przedstawiono na rys. 2 [9], [20], [37].



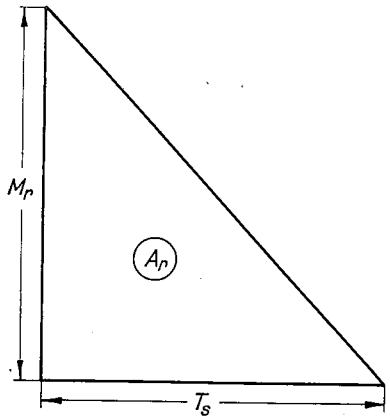
Rys. 2. Roczne uporządkowane krzywe obciążenia odbiorców i elektrowni
1 — roczna krzywa uporządkowana obciążeń odbiorców energii elektrycznej, *2* — roczna krzywa uporządkowana obciążeń elektrowni systemu, *3* — aproksymacja trapezowa rocznej krzywej uporządkowanej obciążeń elektrowni systemu

Zmniejszona dyspozycyjność elektrowni podstawowych, brak elastyczności przejmowania obciążeń u elektrowni szczytowych i podszczytowych, ograniczenia przesyłowe i trudności operacyjne powodują, że mniej sprawne elektrownie produkują więcej aniżeli wynoszą potrzeby systemu elektroenergetycznego określone teoretycznie, natomiast elektrownie sprawniejsze produkują mniej. Jedynie elektrownie wodne i specjalne elektrownie szczytowe (gazowe, agregaty wysokoprężne) przejmują obciążenie zgodne z krzywą obciążenia odbiorców. Wyżej omówione czynniki powodują, że roczny stopień obciążenia elektrowni podstawowych jest mniejszy od 1 i waha się w granicach 0,7÷0,9.

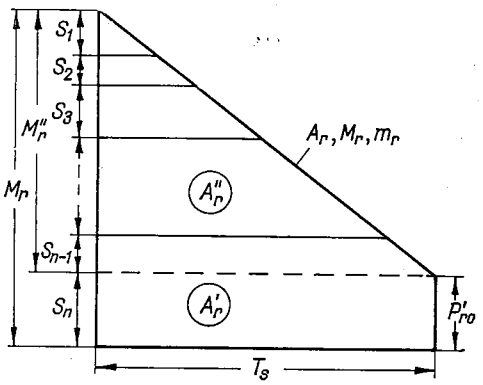
W przedstawionej pracy rzeczywisty wykres uporządkowany elektrowni aproksymujemy trapezem. L. K. Hicks [19] zakłada trójkątny model zmienności obciążeń. Tego rodzaju założenie jest słuszne, gdy roczny stopień obciążenia systemu jest mniejszy od 0,5 ($m_r \leqslant 0{,}5$). Aby to lepiej zrozumieć, rozpatrzmy trójkątną i trapezoidalną aproksymację upo-

rządkowanej krzywej obciążenia elektrowni, przedstawionej na rys. 3a i 3b. Jeżeli podstawę wykresu obciążenia oznaczymy przez T_s, to z zależności geometrycznych praca roczna systemu będzie równa (rys. 3a):

$$A_r = \frac{M_r \cdot T_s}{2}. \tag{13}$$



Rys. 3a. Trójkątny model obciążeń systemu



Rys. 3b. Trapezowy model obciążeń systemu

Z drugiej strony wiadomo ze wzoru (9), że praca roczna systemu A_r jest równa:

$$A_r = m_r \cdot M_r \cdot 8760.$$

Porównując obie zależności otrzymujemy:

$$m_r = \frac{T_s}{2 \cdot 8760}. \tag{13a}$$

Ponieważ czas użytkowania mocy szczytowej elektrowni podstawowych systemu w granicznym przypadku jest równy $T_s = 8760 \frac{\text{h}}{\text{r}}$, wobec tego największa wartość rocznego stopnia obciążenia m_r zgodnie ze wzorem (13a) nie może przewyższyć wartości 0,5. W polskim systemie elektroenergetycznym i w systemach wielu krajów uprzemysłowionych roczny stopień obciążenia znacznie przewyższa wartość $m_r = 0{,}5$, np. w Polsce $m_r = 0{,}65$. W tym przypadku jedynie trapezoidalna aproksymacja może spełnić warunek (9).

Dla modelu trapezoidalnego, z zależności geometrycznych przestawionych na rys. 3b, otrzymujemy:

$$A_r = \frac{M_r + P'_{r0}}{2} T_s, \tag{14}$$

gdzie: $P'_{r0} = m'_{r0} \cdot M_r$ — najmniejsze obciążenie roku.

Porównując zależność (14) ze wzorem (9) obliczamy najmniejsze obciążenie roku P'_{r0}, jak niżej:

$$\frac{P'_{r0}}{M_r} = m'_{r0} = 2m_r \frac{8760}{T_s} - 1 \tag{15}$$

dla $T_s = T_r = 8760 \frac{\text{h}}{\text{r}}$ $\quad m'_{r0} = 2m_r - 1,$

dla $T_s = 0{,}8T_r = 7000 \frac{\text{h}}{\text{r}}$ $\quad m'_{r0} = 2{,}5m_r - 1.$

Znając roczny stopień obciążenia systemu potrafimy łatwo znaleźć podstawowe wielkości trapezu obciążeń, przedstawionego na rys. 3b.

W dalszych obliczeniach będziemy korzystać z wykresu obciążeń wyrażonego w wielkościach w z g l ę d n y c h, przy czym dla łatwiejszego przedstawienia wielkości energetycznych założono: $M_r \equiv 1$ oraz $T_s \equiv 2M''_r = 2(1 - m'_{r0})$.

Przy tych założeniach:

$$A_r = A'_r + A''_r, \tag{16}$$

$$\frac{A''_r}{A'_r} = \frac{1 - m'_{r0}}{2m'_{r0}}. \tag{17}$$

Z warunku bilansu energetycznego w systemie otrzymuje się:

$$A_r = A_{r1} + A_{r2} + \ldots + A_{rn} = A_r(e_1 + e_2 + \ldots + e_n) =$$

$$= A_r \sum_{p=1}^{n} e_p. \tag{18}$$

Przyjmując model obciążenia trapezoidalny, jak na rys. 3b, otrzymamy:

$$\begin{aligned}
e'_1 &= S_1^2, \\
e'_2 &= S_2^2 + 2S_1S_2, \\
e'_3 &= S_3^2 + 2S_1S_3 + 2S_2S_3, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
e'_{n-1} &= S_{n-1}^2 + 2S_1S_{n-1} + 2S_2S_{n-1} + \ldots + 2S_{n-2}S_{n-1}, \\
e'_n &= 2M'_rM''_r = 2(M''_r - M''^2_r).
\end{aligned} \tag{19}$$

Suma wyrażeń $e'_1, e'_2, \ldots, e'_n$ reprezentujących udział elektrowni 1, 2, ..., n w produkcji rozważanego systemu elektroenergetycznego będzie równa:

$$\sum_{1}^{n} e'_p = \frac{M_r + M'_r}{2} 2M''_r = (2 - M''_r)M''_r = (1 + m'_{r0}).$$

$$(1 - m'_{r0}) = 1 - m'^2_{r0} \tag{20}$$

i jest wartością mniejszą od jedności.

Aby był zachowany warunek (18), udziały poszczególnych elektrowni trzeba pomnożyć przez współczynnik ν, który jest określony następująco:

$$\nu = \frac{1}{\sum_{p=1}^{n} e'_p} = \frac{1}{1-m'^2_{r0}} = f(m_r). \tag{21}$$

Przy tych założeniach dla aproksymacji trapezowej modelu pokrycia obciążeń otrzymamy następujące wartości parametru ν:

$$\text{dla } m'_{r0} = 2m_r - 1 \quad \nu = \frac{1}{4(m_r - m_r^2)},$$

oraz

$$\text{dla } m'_{r0} = 2{,}5m_r - 1 \quad \nu = \frac{1}{5(m_r - 1{,}25m_r^2)}. \tag{22}$$

Przyjęcie trapezoidalnego modelu obciążeń systemu w formie przedstawionej na rys. 3b jest bardzo korzystne z punktu widzenia opisania rocznych kosztów poszczególnych grup elektrowni.

3. RÓWNANIA KOSZTÓW POSZCZEGÓLNYCH GRUP ELEKTROWNI I CAŁEGO SYSTEMU

Ukształtowanie trapezu obciążeń systemu jest korzystne, gdy:

$$M_r \equiv 1 \text{ oraz } T_s \equiv 2M''_r.$$

Wielkości M_r, M''_r i T_s są wyrażone w jednostkach względnych. Między skalami jednostek obranych na osi obciążeń (pionowa) i osi czasu (pozioma) muszą być spełnione następujące związki. Dla aproksymacji t r ó j k ą t n e j obciążeń (rys. 3a) otrzymamy:

$$\mu_{Ts} = \mu_{Mr} \cdot \frac{A_r}{M_r^2}, \tag{23}$$

gdzie:

μ_{Ts} — skala czasu $\left[\frac{\text{h}}{\text{cm} \cdot \text{r}}\right]$,

μ_{Mr} — skala mocy $\left[\frac{\text{MW}}{\text{cm}}\right]$,

M_r — roczne szczytowe obciążenie systemu [MW],

A_r — praca roczna systemu [MWh/r].

Dla t r a p e z o i d a l n e j aproksymacji obciążeń powyższy sposób postępowania przenosimy do trójkąta obciążeń o wysokości M''_r.

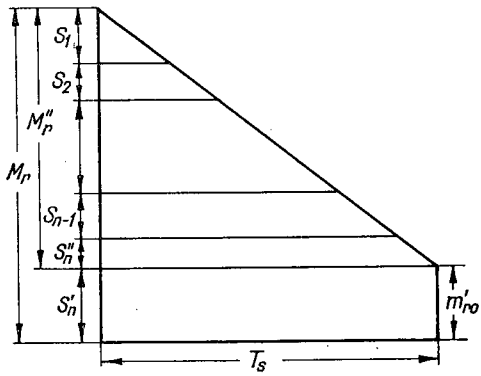
Przejdźmy obecnie do równań kosztów rocznych systemu rozpatrując dla proponowanego modelu obciążeń dwa charakterystyczne przypadki.

Przypadek A, $S_n > m'_{r0}$ (rys. 4a)

Niech koszty zmienne produkcji poszczególnych elektrowni będą równe H_1, H_2, ..., H_n i chwilowo niezależne od obciążeń: S_1 S_2, ..., S_n.

Dla powiązań geometrycznych przedstawionych na rys. 4a równanie kosztów rocznych systemu (1) przyjmie następującą postać:

$$K_{rw} = M_r(r_1k_1S_1+r_2k_2S_2+ \dots r_nk_nS_n)+A_r\cdot\nu[S_1^2H_1+ \\ +(S_2^2+2S_1S_2)H_2+ \dots +(S_n''^2+2S_1S_n''+ \dots +2S_{n-1}S_n'')\cdot H_n+2M_r''S_n'H_n]. \quad (24)$$



Rys. 4a. Trapezowy model obciążeń elektrowni systemu dla przypadku $S_n > m_{r0}'$

Przyjmuje się, że istniejące elektrownie są obciążone tylko zmiennymi kosztami produkcji. Koszty stałe tych elektrowni nie mają wpływu na ekstremum kosztów rocznych systemu, gdyż są stałym składnikiem równania kosztów.

Aby zminimalizować koszty roczne systemu, tworzymy funkcję typu:

$$K_{rw}' = M_r(r_1k_1S_1+r_2k_2S_2+ \dots +r_nk_nS_n)+A_r\nu[S_1^2H_1+ \dots \\ +2M_r''S_n'H_n]+\lambda(S_1+S_2+ \dots +S_n-M_r) \quad (25)$$

i szukamy minimum tej funkcji względem S_1, S_2, .., S_n'' oraz λ. Warunek względnego minimum tej funkcji określa następujący zespół równań:

$$\frac{\partial K_{rw}'}{\partial S_1} = M_r r_1k_1+A_r\nu(2S_1H_1+2S_2H_2+ \dots +2S_{n-1}H_{n-1}+ \\ +2S_n''H_n)+\lambda = 0,$$

$$\frac{\partial K_{rw}'}{\partial S_2} = M_r r_2k_2+A_r\nu[2(S_1+S_2)H_2+2S_3H_3+ \dots +2S_{n-1}H_{n-1}+ \\ +2S_n''H_n]+\lambda = 0,$$

$$\frac{\partial K_{rw}'}{\partial S_3} = M_r r_3k_3+A_r\nu[2(S_1+S_2+S_3)H_3+2S_4H_4+ \dots +2S_{n-1}\cdot H_{n-1}+ \\ +2S_n''H_n]+\lambda = 0,$$

. . . . . .

$$\frac{\partial K_{rw}'}{\partial S_n''} = M_r r_nk_n+A_r\nu[2(S_1+S_2+ \dots +S_{n-1}+S_n'')H_n]+\lambda = 0,$$

$$\frac{\partial K_{rw}'}{\partial \lambda} = S_1+S_2+ \dots +S_{n-2}+S_n''+S_n'-M_r = 0. \quad (26)$$

Warunek określający bilans energii w systemie został już uwzględniony przy określaniu parametru ν [wzór (21)].

Rozwiązując układ równań (26) przez kolejne odjęcie od siebie równań otrzymamy:

$$S_1 = \frac{M_r(r_2k_2 - r_1k_1)}{2A_r\nu(H_1 - H_2)},$$

$$S_2 = \frac{M_r(r_3k_3 - r_2k_2)}{2A_r\nu(H_2 - H_3)} - S_1,$$

. . . . . .

$$S_i = \frac{M_r(r_{i+1} - r_ik_i)}{2A_r\nu(H_i - H_{i+1})} - S_{i-1},$$

. . . . . .

(dla $i = 2, 3 \ldots$)

$$S_n'' = M_r'' - (S_1 + S_2 + \ldots + S_{n-1}) = M_r'' - \sum_{p=1}^{n-1} S_p. \tag{27}$$

Układ równań (27) pozwala obliczyć moce wprowadzanych elektrowni S_1, S_2, ..., S_n'' w założeniu, że jednostkowe koszty produkcji H_1, H_2, ..., H_n nie ulegają zmianie. Zmienność kosztów paliwa we wzorze (27) można uwzględnić stosując metodę kolejnych przybliżeń, co zostało już opisane w rozdziale 1.

Moc elektrowni podstawowej, $S_n = S_n'' + S_n'$, może być rozdzielona między kilka elektrowni, np. elektrownie cieplne węglowe i jądrowe. W przypadku przedstawionym na rys. 4a wystarczy obliczyć tylko S_n'', gdyż $S_n' = m_{r0}'$.

Jeżeli w wyniku rozwiązania układu równań (27) otrzymamy którąkolwiek z mocy wprowadzanych do systemu równą zeru lub ujemną, to odrzucamy ten typ elektrowni z dalszych rozważań i obliczamy nowy podział mocy elektrowni. W dalszych rozważaniach założymy, że wprowadzamy tylko jeden rodzaj elektrowni szczytowej S_1 i jeden rodzaj elektrowni podstawowej S_n. W tym przypadku otrzymuje się następujący układ równań:

$$\frac{\partial K_{rw}'}{\partial S_1} = M_r r_1 k_1 + A_r\nu(2S_1H_1 + 2S_2H_2 + \ldots 2S_{n-1}H_{n-1} + 2S_n''H_n) + \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial K_{rw}'}{\partial S_n''} = M_r r_n k_n + A_r\nu[2(S_1 + S_2 + \ldots + S_{n-1} + S_n'')H_n] + \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial K_{rw}'}{\partial \lambda} = S_1 + S_2 + \ldots + S_{n-1} + S_n'' + S_n' - M_r = 0, \tag{28}$$

Rozwiązując powyższy układ równań względem S_1, S_n i λ otrzymamy:

$$S_1 = \frac{M_r(r_n k_n - r_1 k_1)}{2A_r v(H_1 - H_n)} - \sum_{p=2}^{n-1} \frac{S_p(H_p - H_n)}{H_1 - H_n}, \tag{29}$$

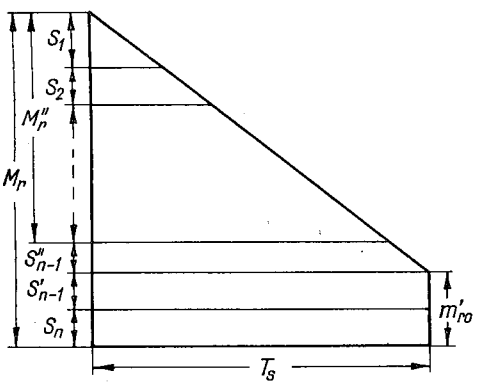
$$S_n = M_r - \sum_{p=1}^{n-1} S_p = 1 - \sum_{p=1}^{n-1} S_p. \tag{30}$$

Drugi człon wzoru (29) ustala wpływ zmiennych kosztów wytwarzania w grupie elektrowni istniejących (S_2 ... S_{n-1}) na wybór nowej mocy szczytowej S_1.

Znajomość stosunku S_1/S_n pozwala określić ekonomicznie uzasadniony poziom mocy szczytowej i podstawowej na każdym etapie rozwoju systemu, w założeniu minimalizacji wypadkowych kosztów rocznych systemu.

W powyższych rozważaniach chwilowo pomijamy rezerwę mocy w systemie i straty sieciowe.

Przypadek B, $S_n < m'_{r0}$ (rys. 4b)



Rys. 4b. Trapezowy model obciążeń systemu dla przypadku $S_n < m'_{r0}$

Przyjmując ten sam tok postępowania co poprzednio otrzymujemy wypadkowy koszt roczny systemu równy:

$$K'_{rw} = M_r(r_1 k_1 S_1 + r_2 k_2 S_2 + \ldots + r_n k_n S_n) + A_r v[S_1^2 H_1 + \ldots$$
$$\ldots + (S''^2_{n-1} + 2S_1 S''_{n-1} + \ldots + 2S_{n-2} S''_{n-1}) H_{n-1} +$$
$$+ 2M''_r S'_{n-1} H_{n-1} + 2M''_r S_n H_n] + \lambda(S_1 + S_2 + \ldots + S_n - M_r). \tag{31}$$

Różniczkując równanie (31) względem S_1 i S_n otrzymamy wzory:

$$S_1 = \frac{M_r(r_n k_n - r_1 k_1)}{2A_r v(H_1 - H_n)} - \frac{\sum_{p=2}^{n-2} S_p(H_p - H_n) + S''_{n-1}(H_{n-1} - H_n)}{H_1 - H_n},$$

$$S_n = 1 - \sum_{p=1}^{n-1} S_p. \tag{32}$$

Charakterystyczne jest, że drugi człon równania na S_1 uwzględnia wpływ tylko elektrowni istniejących, które znajdują się w wykresie obciążeń powyżej wartości m'_{r0}. Łatwo udowodnić, że dla przypadku $S_n = m'_{r0}$ otrzyma się wzory identyczne ze wzorami (29) i (30).

4. UWZGLĘDNIENIE ZMIENNYCH KOSZTÓW PRODUKCJI (PALIWA) POSZCZEGÓLNYCH ELEKTROWNI W RÓWNANIU KOSZTÓW SYSTEMU

4.1. Wprowadzenie

Dotychczas przyjmowaliśmy stałość kosztów paliwa $H_1 \ldots H_n$ godząc się w ten sposób na duże uproszczenia w określeniu stosunku S_1/S_n. Jednakże przy wprowadzeniu nowej elektrowni do szczytu i podstawy wykresu obciążenia zmienia się nie tylko produkcja poszczególnych elektrowni, ale także stopień wykorzystania mocy tych elektrowni w ciągu roku.

Zmienność rocznego stopnia obciążenia poszczególnych elektrowni m_{rp} możemy określić następująco.

Z równania bilansu energetycznego w systemie wypływa zależność

$$A_r = \sum_{p=1}^{n} A_{rp} = \sum_{p=1}^{n} M_r S_p m_{rp} T_r = M_r T_r \sum_{p=1}^{n} S_p m_{rp} = M_r m_r T_r.$$

Stąd wynika, że roczny stopień obciążenia systemu m_r będzie równy:

$$m_r = \sum_{p=1}^{n} S_p m_{rp}. \tag{33}$$

Uwzględniając zależności geometryczne wynikające z przyjętego modelu obciążeń systemu (rys. 4a i rys. 4b) otrzymamy następujący układ równań:

$$\begin{aligned}
A_{r1} &= A_r e_1 = A_r \nu S_1^2 = m_{r1} S_1 M_r T_r, \\
A_{r2} &= A_r e_2 = A_r \nu (S_2^2 + 2S_1 S_2) = m_{r2} S_2 M_r T_r, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
A_{ri} &= A_r e_i = A_r \nu (S_i^2 + 2S_1 S_i + \ldots + 2S_{i-1} S_i) = m_{ri} S_i M_r T_r, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
A_{rn} &= A_r e_n = A_r \nu (2M''_r S_n) = M_{rn} S_n M_r T_r.
\end{aligned} \tag{34}$$

Zatem roczne stopnie obciążenia poszczególnych elektrowni m_{r1}, m_{r2}, ..., m_{ri} będą równe:

$$m_{r1} = \frac{A_r v S_1^2}{M_r T_r S_1} = m_r v S_1,$$

$$m_{r2} = \frac{A_r v (S_2^2 + 2S_1 S_2)}{M_r T_r S_2} = m_r v (S_2 + 2S_1),$$

. . . . . .

$$m_{ri} = \frac{A_r v (S_i^2 + 2S_1 S_i + \ldots + 2S_{i-1} S_i)}{M_r T_r S_i} = m_r v (S_i + 2S_1 + \ldots$$

$$+ 2S_{i-1}) = m_r v \left(S_i + 2 \sum_{p=1}^{i-1} S_p \right),$$

. . . . . .

$$m_{rn} = \frac{A_r v (2M_r'' S_n)}{M_r T_r S_n} = m_r v \cdot 2M_r''. \tag{35}$$

Z powyższego wynika, że roczne stopnie obciążenia poszczególnych elektrowni zależą nie tylko od wartości mocy szczytowych tych elektrowni, ale także od wartości mocy elektrowni leżących powyżej w wykresie obciążeń. Ten stan rzeczy bardzo utrudnia obliczenie zmiennych kosztów paliwa H_1, H_2, ..., H_n oraz określenie stosunku nowej mocy szczytowej do podstawowej, S_1/S_n. Wyrażamy koszt paliwa elektrowni w postaci:

$$H_p = a_p + \frac{b_p}{m_{rp}}, \tag{36}$$

gdzie:

a_p, b_p — stałe charakterystyki kosztu paliwa elektrowni „p",

m_{rp} — roczny stopień obciążenia elektrowni „p" określony wzorem (35).

Stałe charakterystyki kosztu paliwa a_p i b_p, określające charakter przebiegu tej charakterystyki w zależności od m_{rp}, zależą głównie od sposobu pracy elektrowni w ciągu dnia, miesiąca i roku w rozważanym systemie elektroenergetycznym, określonego ekonomicznym rozrządem mocy, od charakterystyki zużycia paliwa w elektrowni i od warunków uruchamiania oraz odstawiania turbozespołów elektrowni.

4.2. Obliczenie charakterystyk kosztów paliwa w elektrowniach systemu

Koszty zmienne produkcji elektrowni wyznaczają głównie koszty paliwa i materiałów pomocniczych. Sposób obliczenia kosztów paliwa analizowany w wielu pracach [3], [11], [20], [29], [31] nie znalazł dotychczas właściwego przedstawienia w planowaniu ekonomicznego rozwoju syste-

mu elektroenergetycznego. Bardzo interesującą jest praca C. J. Baldwina i K. M. Dale'a [2], w której bada się problem ekonomicznego odstawienia turbozespołów elektrowni w przekroju dobowym. Autorzy tej pracy przyjmują, że jeżeli turbozespół elektrowni ma być odstawiony, to należy rozpatrzyć celowość odstawienia kotła z wygaszeniem lub bez wygaszenia, w tzw. ruchu „wleczonym". Jeżeli pozwolimy na wygaszenie kotła, to jego temperatura będzie spadać wykładniczo z czasem, a koszt ponownego uruchomienia turbozespołu jest określony wzorem:

$$K_{uz}^{I} = K_{uk}^{I}[1 - e^{\Psi_k(t-1)}] + K_{uT}, \tag{37}$$

tutaj:

K_{uz}^{I} — koszt uruchomienia turbozespołu z wygaszeniem kotła [zł/uruchom.],

K_{uk}^{I} — koszt uruchomienia kotła z wygaszeniem [zł/uruchom.],

K_{uT} — koszt uruchomienia turbiny [zł/uruchom.],

Ψ_k — stała chłodzenia kotła [h^{-1}],

t — czas odstawienia turbozespołu [h].

Koszt uruchomienia turbozespołu bez wygaszenia kotła będzie równy:

$$K_{uz}^{II} = K_{uk}^{II}(t-1) + K_{uT}, \tag{38}$$

gdzie K_{uk}^{II} — koszt uruchomienia kotła bez wygaszenia [zł/h].

Tablica 1

Koszty uruchomień turbozespołów parowych, [2]

Lp.	Moc turbozespołu N_z [MW]	Koszt uruchomienia po wygaszeniu kotła, dolar/uruchom.		Koszt uruch. bez wygaszenia kotła, dolar/h K_{uk}^{II}	Stała chłodzenia kotła ψ_k [h^{-1}]	t_{gr} [h] dla $K_{uz}^{I} = K_{uz}^{II}$
		turbina K_{uT}	kocioł K_{uk}^{I}			
1	2	3	4	5	6	7
1	225	60,5	320,0	13,5	0,0538	10,3
2	200	40,5	300,0	13,0	0,0538	9,2
3	150	39,5	288,0	12,5	0,0538	9,2
4	120	45,0	276,0	10,5	0,0318	tylko wygaszenie
5	110	30,3	184,0	11,5	0,0233	,, ,,
6	50	45,0	133,5	7,0	0,0396	,, ,,
7	50	41,5	76,6	4,6	0,2250	bez wygaszenia

W tablicy 1 zestawiono powyższe składniki kosztów uruchomień dla turbozespołów o różnej wielkości, według literatury amerykańskiej [2].

Porównanie wzorów (37) i (38) pozwala wyznaczyć graniczny czas odstawiania turbozespołu, t_{gr}, po przekroczeniu którego praca z wygaszaniem

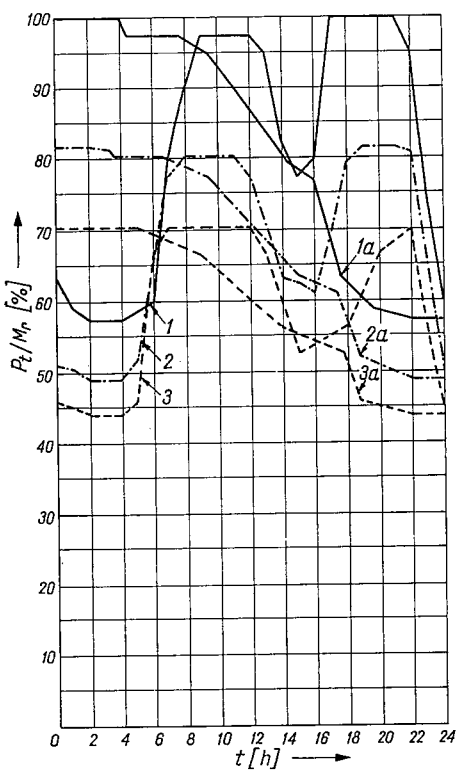
dać może większe korzyści aniżeli praca kotła bez wygaszenia. Wielkość t_{gr} obliczamy z warunku:

$$K_{uk}^{I}\left[1-\frac{1}{1+\Psi_k Z+\frac{(\Psi_k\cdot Z)^2}{2}+\frac{(\Psi_k\cdot Z)^3}{6}}\right]\leqslant K_{uk}^{II}\cdot Z \qquad (39)$$

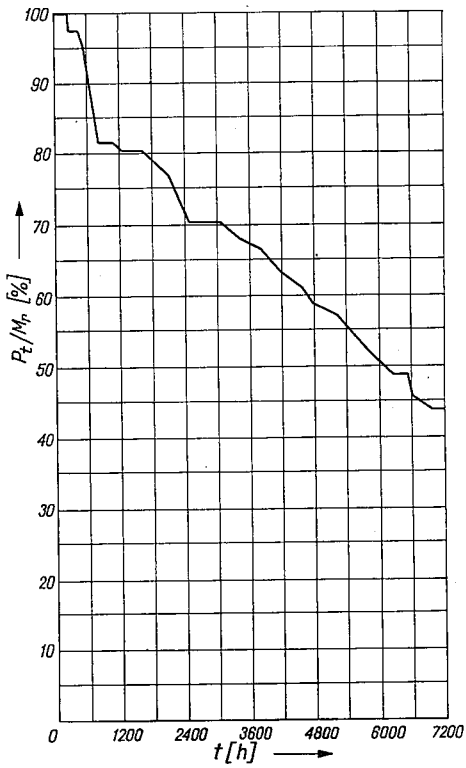
przy podstawieniu za $t-1=Z$ oraz rozwinięciu w szereg wyrażenia $e^{-\Psi_k Z}$

Wyniki obliczenia przedstawiono w tablicy 1.

Z obliczeń wynika, że jeżeli przewidywany czas przerwy w pracy turbozespołu przekracza 9—10 h, to kocioł należy wygasić. Jedynie dla turbozespołu 50 MW o dużej stałej chłodzenia praca kotła bez wygaszenia daje większe korzyści ekonomiczne.



Rys. 5a. Wykresy obciążeń dni typowych umyślonego systemu elektroenergetycznego
1 — dzień zimowy, 2 — dzień wiosenno-jesienny, 3 — dzień letni



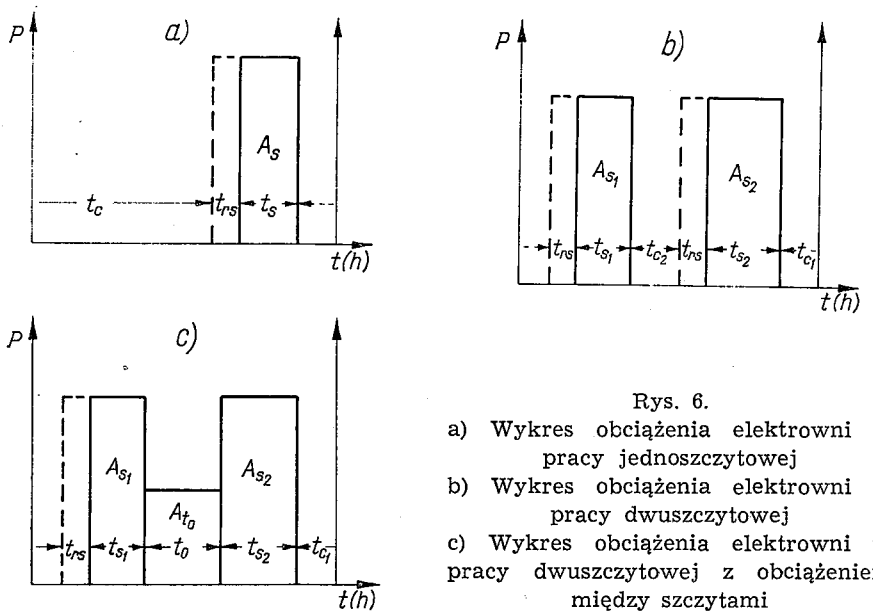
Rys. 5b. Roczny uporządkowany wykres obciążeń umyślonego systemu elektroenergetycznego

Sposób obliczenia charakterystyki kosztów paliwa elektrowni jest zależny od sposobu pracy tej elektrowni w rozważanym systemie elektroenergetycznym z uwzględnieniem ekonomicznego rozrządu mocy. W tym

celu rozpatrzono udział rozważanej elektrowni w 3 typowych wykresach obciążenia dni roboczych: zimowym, letnim i wiosenno-jesiennym.

Dobowe wykresy obciążeń założonych dni typowych przedstawia rys. 5a, a rys. 5b roczny uporządkowany wykres obciążenia. Roczny uporządkowany wykres obciążeń obliczono w założeniu, że elektrownie szczytowe i podszczytowe pracują tylko 300 dni w roku (60 dni zima, 120 dni lato, 120 dni wiosna-jesień) wyłączając dni świąteczne.

Na rys. 6a i 6b wyznaczono schemat pracy elektrowni w jednym i dwu szczytach, zaś na rys. 6c pracę w dwu szczytach z obciążeniem minimum technicznego w przerwie między szczytami.



Rys. 6.
a) Wykres obciążenia elektrowni w pracy jednoszczytowej
b) Wykres obciążenia elektrowni w pracy dwuszczytowej
c) Wykres obciążenia elektrowni w pracy dwuszczytowej z obciążeniem między szczytami

Dla trzech powyższych przypadków pracy elektrowni otrzymujemy następujące równania kosztów [14]:

Przypadek 1 (rys. 6a) — Praca elektrowni w jednym szczycie:

$$K_{B1} = \left[A_s B_n + t_{rs}\left(\frac{B'_{o0}+B'_{t0}}{2}\right) + K^I_{uk}(1-e^{-\psi_{kt_c}}) + K_{uT}\right]\cdot 1{,}15, \qquad (40)$$

gdzie:

A_s — produkcja elektrowni w szczycie [MWh],
B'_{o0} — koszt paliwa dla stanu obciążenia zero [zł/h],
B'_{t0} — koszt paliwa dla obciążenia minimum technicznego [zł/h],
B_n — koszt paliwa dla obciążenia znamionowego, [zł/MWh],
K^I_{uk} — koszt uruchomienia kotła „z wygaszeniem", [zł/uruchom.],

K_{uT} — koszt uruchomienia turbiny [zł/uruchom.],
$t_{rs} = 1$ h, czas przejścia od stanu obciążenia zero do stanu minimum technicznego [h],
Ψ_k — stała chłodzenia kotła [h^{-1}],
t_c — czas postoju elektrowni [h].

Współczynnik 1,15 we wzorze (40) uwzględnia 15-procentowy dodatek na koszty materiałów pomocniczych [9], [27].

Zgodnie z zasadami wyjaśnionymi powyżej przyjmuje się, że kocioł będzie wygaszony na okres czasu t_c.

P r z y p a d e k 2 (rys. 6b) — Praca elektrowni w dwóch szczytach

$$K_{B1-2} = \left[(A_{s1}+A_{s2})B_n + 2t_{rs}\left(\frac{B'_{o0}+B'_{t0}}{2}\right) + K^I_{uk}(1-e^{-\Psi_k t_{c1}}) + \right.$$
$$\left. + K^I_{uk}(1-e^{-\Psi_k t_{c2}}) + 2K_{uT}\right]\cdot 1{,}15; \tag{41}$$

tutaj: A_{s1}, A_{s2} — produkcja elektrowni w szczycie rannym i wieczorowym [MWh].

Jeżeli t_{c1} lub t_{c2} jest mniejsze od t_{gr}, to należy rozpatrzyć wariant pracy turbozespołu bez wygaszenia kotła.

P r z y p a d e k 3 (rys. 6c) — Pracą elektrowni w dwóch szczytach bez odstawień między szczytami

$$K_{B1-2} = \left[(A_{s1}+A_{s2})B_n + t_{rs}\left(\frac{B'_{o0}+B'_{t0}}{2}\right) + A_{t0}\cdot B_{t0} + K^I_{uk}(1-e^{-\Psi_k t_{c1}}) + \right.$$
$$\left. + K_{uT}\right]\cdot 1{,}15, \tag{42}$$

gdzie:

A_{t0} — produkcja w dolinie południowej obciążenia [MWh],
B_{t0} — koszt paliwa przy obciążeniu minimum technicznego [zł/MWh].

Założono, że elektrownia pracuje w szczycie pełną mocą znamionową.

Jako dalszy wariant pracy elektrowni należy rozpatrzyć obciążenie trwające przez całą dobę, z minimum technicznym w dolinie nocnej. Ten sposób obliczeń odnosi się również do innych grup elektrowni pracujących poniżej w uporządkowanym wykresie obciążeń.

Wzory (40), (41), (42) pozwalają obliczyć dobowy koszt paliwa elektrowni szczytowych i podszczytowych w zmiennych warunkach obciążenia. Zgodnie z tymi wzorami obliczamy koszt paliwa i materiałów pomocniczych w typowym dniu zimowym, letnim i wiosenno-jesiennym. Niekiedy reprezentację tę rozszerza się o typowy dzień świąteczny letni i zimowy.

Aby znaleźć zależność między jednostkowym kosztem paliwa a rocznym stopniem obciążenia elektrowni, przyjmujemy następujący sposób postępowania. Obliczamy roczny koszt paliwa elektrowni „p" w umyślonym roku obliczeniowym ze wzoru:

$$K_{Brp} = 60(K^p_{Bz} + 2K^p_{Bl} + 2K^p_{Bwj}); \tag{43}$$

tutaj:

K^p_{Bz} — koszt paliwa w typowym dniu zimowym [zł/d],

K^p_{Bl} — koszt paliwa w typowym dniu letnim [zł/d],

K^p_{Bwj} — koszt paliwa w typowym dniu wiosenno-jesiennym [zł/d].

Podobnie obliczamy roczną pracę elektrowni „p":

$$A_{rp} = 60(A^p_{dz} + 2A^p_{dl} + 2A^p_{dwj}). \tag{44}$$

Dzieląc równania (43) i (44) stronami otrzymujemy:

$$H_p = \frac{K_{Brp}}{A_{rp}} = \frac{K^p_{Bz} + 2K^p_{Bl} + 2K^p_{Bwj}}{A^p_{dz} + 2A^p_{dl} + 2A^p_{dwj}}. \tag{45}$$

Tablica 2

Wskaźniki techniczno-ekonomiczne turbozespołow radzieckich AK-50, WK-100 i PWK-200, [11]

Lp.	Wskaźnik	Jedn.	Wskaźniki dla zmian obciążeń turbozespołów					
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Turbozespół AK-50							
1	Obciążenie	MW	0	15	20	30	41,8	50
2	Zużycie paliwa umown.	t/h	1,76	8,70	10,85	15,26	20,62	25,20
3	Przyrost zużycia paliwa umownego	kG/kWh	—	0,415	0,420	0,435	$\frac{0,463}{0,526}$	0,576
4	Koszt paliwa*)	dolar/h	18,277	90,154	112,422	158,115	213,654	261,100
	Turbozespół WK-100							
5	Obciążenie	MW	0	40	50	62	80	100
6	Zużycie paliwa umownego	t/h	2,86	17,6	20,8	24,9	32	40,9
7	Przyrost zużycia paliwa umownego	kG/kWh	—	0,335	0,357	$\frac{0,367}{0,420}$	0,440	0,472
8	Koszt paliwa	dolar/h	39,665	182,360	215,519	258,004	331,560	423,803
	Turbozespół PWK-200							
9	Obciążenie	MW	0	60	80	120	160	200
10	Zużycie paliwa umownego	t/h	4,69	20	28,7	40,3	51,4	67
11	Przyrost zużycia paliwa umownego	kG/kWh	—	0,288	0,292	0,299	$\frac{0,309}{0,360}$	0,386
12	Koszt paliwa	dolar/h	48,602	238,310	297,393	417,574	532,569	694,228

*) Założono koszt paliwa 37,3 dolar/10^8 B.Th.U., co odpowiada 10,361 dolar/1 t paliwa umownego o wartości opałowej 7000 kcal/kG.

Tej wielkości kosztu jednostkowego paliwa odpowiada roczny stopień obciążenia elektrowni „p" określony wzorem:

$$m_{rp} = \frac{A_{rp}}{S_p M_r T_r}. \tag{46}$$

Charakterystyki kosztu paliwa elektrowni wyznaczono w założeniu, że rozpatrywany system elektroenergetyczny składa się z elektrowni cieplnych wyposażonych w turbozespoły parowe o mocy 50, 100, 200 MW. Przyjęto, że te turbozespoły posiadają wskaźniki techniczno-ekonomiczne turbozespołów radzieckich AK-50, WK-100 i PWK-200 [11] zestawione w tablicy 2.

Korzystając z danych w tablicy 1 i 2 obliczono charakterystyki zmiennych kosztów produkcji elektrowni wyposażonych w turbozespoły 50, 100 i 200 MW. Wyniki obliczeń zestawia tablica 3, a graficzną ich interpretację podaje rys. 7.

Tablica 3

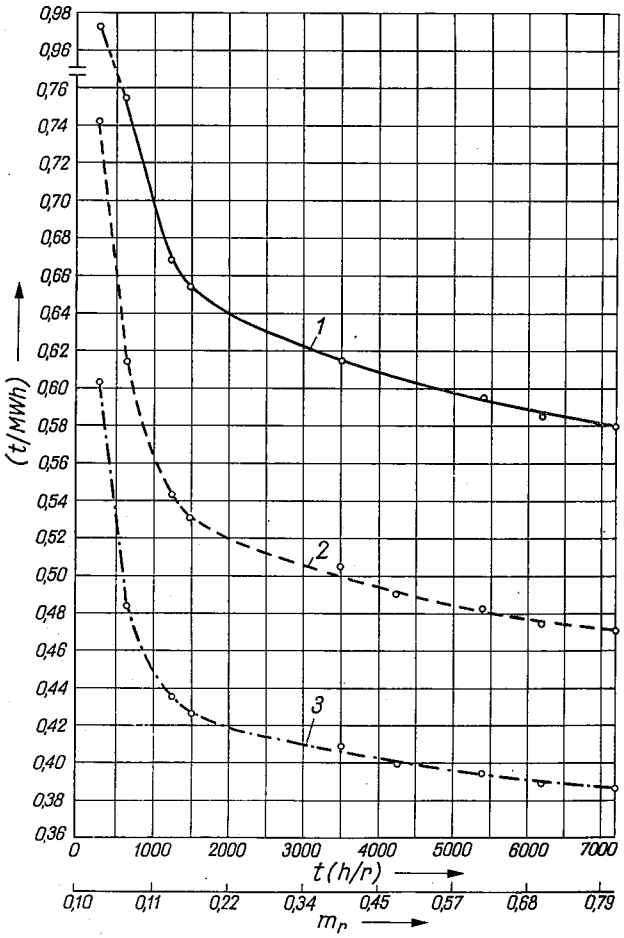
Charakterystyki zmiennych kosztów produkcji*) elektrowni cieplnych wyposażonych w turbozespoły 50, 100 i 200 MW, [14]

L. p.	T_{sp} h/r	$m_{rp} = \frac{T_{sp}}{T_r}$	50 MW			100 MW			200 MW		
			Koszty jednostkowe produkcji								
			dolar/ /MWh	t/MWh	%	dolar/ /MWh	t/MWh	%	dolar/ /MWh	t/MWh	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	300	0,0343	10,071	0,9720	167,7	7,693	0,7425	157,8	6,247	0,6029	156,5
2	660	0,0754	7,819	0,7547	130,2	6,361	0,6139	130,5	5,018	0,4843	125,7
3	1260	0,1440	6,932	0,6690	115,4	5,627	0,5431	115,5	4,505	0,4348	112,9
4	1500	0,2055	6,775	0,6539	112,8	5,498	0,5306	112,8	4,417	0,4263	110,6
5	3500	0,4000	6,746	0,6250	107,8	5,228	0,5046	107,3	4,234	0,4086	106,1
6	4240	0,4840	6,267	0,6049	104,4	5,079	0,4902	104,3	4,131	0,3987	103,5
7	5400	0,6160	6,163	0,5948	102,6	4,996	0,4822	102,5	4,071	0,3929	102,0
8	6200	0,7090	6,059	0,5848	100,9	4,917	0,4746	100,9	4,004	0,3885	100,8
9	7200	0,8220	6,005	0,5796	100,0	4,874	0,4704	100,0	3,992	0,3853	100,0

*) 15% dodatek na materiały pomocnicze.

Jak wynika z obliczeń (tablica 3, kolumny 6, 9, 12), charakter zmienności jednostkowych kosztów produkcji elektrowni w zależności od czasu użytkowania mocy szczytowych tych elektrowni jest prawie jednakowy niezależnie od ich sprawności wytwarzania. Dla zakresu zmian czasu użytkowania mocy szczytowej od 7200 do 1500 h/r zmienność jednostkowych kosztów produkcji jest nieznaczna, dopiero dla krótszych czasów wpływ kosztów uruchomień i zatrzymań zaczyna odgrywać poważniejszą rolę.

Dla celów obliczeniowych na matematycznej maszynie cyfrowej jest wygodnie przedstawić charakterystyki kosztów zmiennych elektrowni w postaci określonej wzorem (36). Stałe a_p i b_p w tym wzorze można określić w dwojaki sposób:



Rys. 7. Charakterystyki kosztu paliwa elektrowni
1 — turbozespoły kondensacyjne 50 MW, *2* — turbozespoły kondensacyjne 100 MW, *3* — turbozespoły kondensacyjne 200 MW

1) Zastępujemy całą charakterystykę w badanym zakresie zmiany czasu użytkowania 300÷7200 h/r jednym równaniem hiperboli, podstawiając wartość H_p dla $h_s = 300$ i $7200 \frac{\text{h}}{\text{r}}$ ($m_r = 0{,}034 \div 0{,}400$).

2) Zastępujemy całą charakterystykę dwoma równaniami hiperboli w zakresie $h_s = 300 \div 3500$ ($m_r = 0{,}034 \div 0{,}400$) i $3500 \div 7200 \frac{\text{h}}{\text{r}}$ ($m_r = 0{,}400 \div 0{,}822$). Ten sposób jest znacznie dokładniejszy, o czym świadczy postać poniższych równań.

Równanie charakterystyki kosztów zmiennych elektrowni posiada wtedy następującą postać:

Elektrownia z turbozespołami o mocy:	Zakresy zmian rocznego stopnia obciążenia elektrowni:	
	$0{,}034 \leqslant m_r \leqslant 0{,}400$;	$0{,}400 \leqslant m'_r \leqslant 0{,}822$;
50 MW	$0{,}5925+\frac{0{,}0130}{m_r}\left[\frac{\text{t p.u.}}{\text{MWh}}\right]$;	$0{,}5365+\frac{0{,}0354}{m_r}\left[\frac{\text{t p.u.}}{\text{MWh}}\right]$;
100 MW	$0{,}4823+\frac{0{,}00891}{m_r}$ „	$0{,}4380+\frac{0{,}0267}{m_r}$ „
200 MW	$0{,}3904+\frac{0{,}00728}{m_r}$ „	$0{,}3631+\frac{0{,}0182}{m_r}$ „

Powyższe równania kosztów zmiennych wyrażono w jednostkach paliwa umownego na jednostkę produkcji elektrowni. Taki sposób przedstawienia jest szczególnie wygodny, gdyż pozwala uwzględnić różnice w cenie spalanego paliwa przez poszczególne elektrownie, np. różnych gatunków węgla kamiennego, węgla brunatnego itp.

4.3. Równanie kosztów rocznych systemu z uwzględnieniem kosztów paliwa

Wprowadzenie zmiennych kosztów produkcji do równania kosztu rocznego systemu bardzo komplikuje technikę obliczeń. Rozwiązanie równań minimalizujących przy pomocy klasycznych metod matematycznych staje się wręcz niemożliwe, szczególnie dla większej ilości elektrowni.

Rozpatrzmy przypadek A określony wzorem (24) i odpowiadający sytuacji przedstawionej na rys. 4a.

W celu obliczenia stosunku nowej mocy szczytowej do nowej mocy podstawowej S_1/S_n należy przyjąć następujący sposób postępowania.

Wychodzimy z równania kosztów rocznych systemu:

$$K_{rw} = M_r r_1 S_1 + M_r r_n k_n S_n + A_r \nu \left[S_1^2 \left(a_1 + \frac{b_1}{m_r \nu S_1} \right) + \right.$$

$$+ (S_2^2 + 2S_1 S_2) \left(a_2 + \frac{b_2}{m_r \nu (S_2 + 2S_1)} \right) + \ldots$$

$$+ (S_p^2 + 2S_1 S_p + \ldots + 2S_{p-1} S_p) \left(a_p + \frac{b_p}{m_r \nu \left(S_p + 2 \sum_{i=1}^{p-1} S_i\right)} \right) +$$

$$+ \ldots + (S_n''^2 + 2S_1 S_n'' \ldots + 2S_{n-1} S_n'') \left(a_n + \frac{b_n}{m_r \nu \left(S_n'' + 2 \sum_{i=1}^{n-1} S_i\right)} \right) +$$

$$\left. + 2M_r'' S_n' \left(a_n + \frac{b_n}{m_r \nu 2M_r''} \right) \right]$$

oraz z warunku ograniczającego: $1-\sum_{p=1}^{n} S_p = 0.$ (47)

W (47) wykorzystano zależności na m_{r1}, m_{r2}, ..., m_{rp} określone wzorem (35).

Następnie tworzymy funkcję $K'_{rw} = K_{rw}+\lambda\left(1-\sum_{1}^{n} S_p\right)$ i różniczkujemy względem zmiennych: S_1, S''_n i λ.

W wyniku tych działań otrzymujemy następujący układ trzech równań z trzema niewiadomymi S_1, S''_n i λ:

$$\frac{\partial K'_{rw}}{\partial S_1} = M_r r_1 k_1 + A_r v\left[2\left(S_1 a_1 + S_2 a_2 + \ldots + S_p a_p + \ldots + S''_n a_n\right) + \frac{b_1}{m_r v}\right] - \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial K'_{rw}}{\partial S''_n} = M_r r_n k_n + A_r v\left[2\left(S_1 a_n + S_2 a_n + \ldots + S_p a_n + \ldots + S''_n a_n\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{4 b_n \sum_{i=1}^{n-1} S_i}{m_r v\left(S''_n + 2\sum_{i=1}^{n-1} S_i\right)^2}\right] - \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial K'_{rw}}{\partial \lambda} = 1 - \sum_{p=1}^{n} S_p = 0, \qquad (48)$$

przy czym $S_n = S'_n + S''_n$,

Rozwiązanie powyższego układu równań jest bardzo trudne, gdyż niewiadome S_1 i S''_n są uwikłane. Jedynie praktycznie możliwy sposób rozwiązania tego układu, to zastosowanie metody iteracji. Do obliczeń przyjmujemy w pierwszej kolejności najmniejsze możliwe wartości kosztów paliwa równe: $H_1^0 = a_1$; $H_2^0 = a_2 \ldots H_n^0 = a_n$ i na tej podstawie obliczamy S'_1, $S'_2 \ldots S'_n$.

Dla S'_1, $S'_2 \ldots S'_n$ obliczamy ich roczne stopnie obciążenia ze wzoru (35) — m'_{r1}, $m'_{r2} \ldots m'_{rn}$ oraz odpowiadające im wartości kosztu paliwa H'_1, $H'_2 \ldots H'_n$ ze wzoru:

$$H'_p = a_p + \frac{b_p}{m_{rp}} \qquad (\text{dla } p = 1, 2 \ldots n).$$

Ten sposób obliczeń powtarzamy tak długo, aż wartości S_1, S_2, ..., S_n w kolejnych iteracjach będą różniły się o założoną tolerancję dokładności.

Metoda iteracji jest szczególnie dogodna przy korzystaniu z matematycznej maszyny cyfrowej.

Przyjęcie do pierwszej iteracji $H_1^0 = a_1$, $H_2^0 = a_2$, ... $H_n^0 = a_n$, jako najmniejszych wartości kosztów zmiennych produkcji elektrowni systemu, daje największe możliwe wartości mocy elektrowni S_1, $S_2 \ldots S_n$ już w pierwszej iteracji, zapobiegając w ten sposób ewentualnym wykluczeniom,

które mogłyby być niesłuszne w dalszych iteracjach. Jak wiadomo, z dalszych obliczeń wyklucza się te moce, które są równe zeru lub ujemne.

Nim przejdziemy do szczegółowego przykładu, omówimy wpływ strat sieciowych na wybór nowych mocy w systemie elektroenergetycznym.

5. STRATY SIECIOWE W RÓWNANIU ROCZNYCH KOSZTÓW SYSTEMU

Wypadkowe straty sieciowe w systemie elektroenergetycznym można przedstawić równaniem, [24]:

$$L_T = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} P_i B_{ij} P_j, \tag{49}$$

gdzie:

P_i — obciążenie elektrowni „i”,
P_j — obciążenie elektrowni „j”,
B_{ij} — współczynnik strat sieciowych,
n — ilość elektrowni w systemie.

Wzór (49) przykładowo w rozwinięciu dla dwóch elektrowni ma postać:

$$L_{T12} = P_1 B_{11} P_1 + P_2 B_{21} P_1 + P_1 B_{12} P_2 + P_2 B_{22} P_2 = \\ = P_1^2 B_{11} + 2 P_1 P_2 B_{12} + P_2^2 B_{22}. \tag{50}$$

W równaniu (50) założono $B_{12} = B_{21}$, zaś $L_{T1} = P_1^2 B_{11} + P_1 P_2 B_{12}$ oraz $L_{T2} = P_2^2 B_{22} + P_1 P_2 B_{12}$.

Jeżeli za wyjściowe przyjmiemy równanie kosztów rocznych systemu określone wzorem (24), to koszt strat sieciowych mocy i pracy można uwzględnić w następujący sposób:

$$K_{rw} = M_r k_1 r_1 (S_1 + l_1) + M_r k_2 r_2 (S_2 + l_2) + \ldots + M_r k_n r_n (S_n + l_n) + \\ + A_r v [S_1^2 H_1 + (S_2^2 + 2 S_1 S_2) H_2 + \ldots + (S_n''^2 + 2 S_1 S_n'' + \ldots + \\ + 2 S_{n-1} S_n'') H_n'' + 2 M_r'' S_n' H_n')] + M_r T_r (l_1 \Theta_1 H_1 + l_2 \Theta_2 H_2 + \ldots \\ \ldots + l_n'' \Theta_n'' H_n'' + l_n' \Theta_n' H_n') \tag{51}$$

oraz warunek ograniczający: $1 - \sum_{p=1}^{n} S_p = 0$,

gdzie:

$l_1, l_2 \ldots l_n = \frac{L_{T1}}{M_r}, \frac{L_{T2}}{M_r} \ldots \frac{L_{Tn}}{M_r}$ — udziały strat sieciowych poszczególnych elektrowni w szczycie systemu,

$S_p + l_p$ — obciążenie szczytowe elektrowni „p” z uwzględnieniem strat sieciowych,

Θ_p — stopień strat od obciążenia elektrowni „p”.

We wzorze (51) przyjęto, że praca strat dowolnej elektrowni jest określona wzorem:

$$A_{Tp} = L_{Tp}\Theta_p T_r = M_r l_p \Theta_p T_r.$$

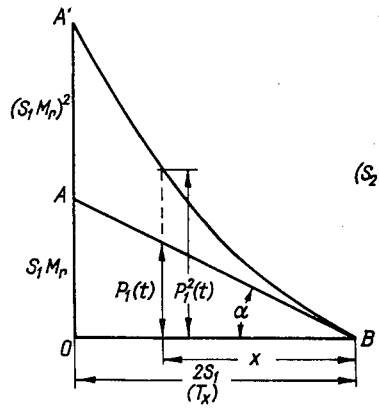
Stopień strat od obciążenia dowolnej elektrowni „p" przy założeniu obciążenia elektrowni tylko mocą czynną oblicza się wzorem, [26]:

$$\Theta_p = \frac{1}{T_r}\int_0^{T_r} m_{tp}^2\, dt; \tag{52}$$

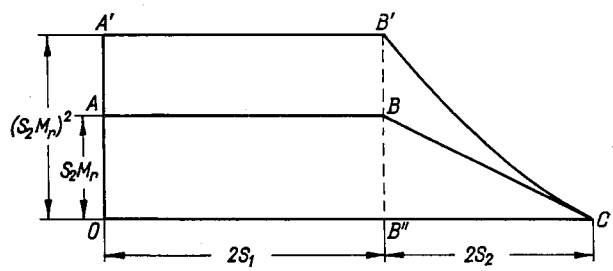
tutaj:

m_{tp} — chwilowy stopień obciążenia mocą czynną elektrowni „p" w rocznym uporządkowanym wykresie obciążeń systemu.

Przyjmując trapezowy model pokrycia obciążeń systemu przez elektrownie (zob. rys. 3b) otrzymamy następujące wzory na stopnie obciąże-



Rys. 8a. Wykres obciążeń strat dla pierwszej elektrowni szczytowej systemu



Rys. 8b. Wykres obciążeń strat dla drugiej elektrowni szczytowej systemu

nia od strat sieciowych dla poszczególnych elektrowni. Współczynniki te obliczono w zależności od rozmieszczenia elektrowni w rocznym wykresie pokrycia obciążeń systemu. Dla pierwszej elektrowni systemu od szczytu wykresu, której obciążenie przedstawia trójkąt O-A-B na rys. 8a, stopień strat od obciążenia Θ_1 oblicza się następująco:

$$\Theta_1 = \frac{\int_0^{T_x} P_1^2(t)\, dt}{(S_1 M_r)^2 T_r} = \frac{n_1 F_{O-A-B}}{(S_1 M_r)^2 T_r},$$

natomiast współczynnik n_1 charakteryzujący stosunek pól powierzchni figur O-A'-B i O-A-B wynosi:

$$n_1 = \frac{F_{O-A'-B}}{F_{O-A-B}} = \frac{\int_0^{2S_1} (x t_g \alpha)^2\, dx}{S_1^2 M_r} = \frac{\int_0^{2S_1} (0{,}5\, M_r x)^2\, dx}{S_1^2 M_r} = \frac{2}{3} S_1 M_r.$$

Wstawiając wartość n_1 oraz $A_1 = A_r S_1^2$ ze wzoru (18) do wyrażenia na Θ_1 otrzymamy:

$$\Theta_1 = \frac{\frac{2}{3} S_1 M_r A_r \nu S_1^2}{(S_1 M_r)^2 T_r} = \frac{2}{3} m_r \nu S_1 = \frac{2}{3} m_{r1}.$$

Podobnie dla drugiej elektrowni, której obciążenie przedstawione jest trapezem O-A-B-C na rys. 8b, oblicza się stopień strat od obciążenia Θ_2 jak niżej:

$$\Theta_2 = \frac{n_2 (F_{O-A-B-B''} + F_{B''-B'-C})}{(S_2 M_r)^2 T_r},$$

gdzie:

$$n_2 = \frac{F_{O-A'-B'-B''} + F_{B''-B'-C}}{F_{O-A-B-B''} + F_{B''-B-C}} = \frac{2S_1^2 (S_2 M_r)^2 + \frac{2}{3}(S_2 M_r) S_2^2 M_r}{2S_1 S_2 M_r + S_2^2 M_r} =$$

$$= S_2 M_r \left(1 - \frac{1}{3\left(1 + 2\frac{S_1}{S_2}\right)}\right) = S_2 M_r (1 - \xi_2).$$

Wstawiając wartość n_2 do wzoru na Θ_2 oraz stosując podobne przekształcenia jak w przypadku poprzednim, otrzymano:

$$\Theta_2 = \frac{S_2 M_r (1 - \xi_2) A_r \nu (S_2^2 + 2S_1 S_2)}{(S_2 M_r)^2 T_r} = (1 - \xi_2) m_{r2}.$$

Podobnie dla dowolnej elektrowni systemu „p" rozmieszczonej powyżej wartości m'_{r0} w trapezowym wykresie pokrycia obciążeń systemu uzyskuje się następującą ogólną zależność:

$$\Theta_p = (1 - \xi_p) m_{rp}. \tag{53}$$

Ogólny wzór na obliczenie współczynnika korekcyjnego ξ_p będzie w postaci:

$$\xi_p = \frac{1}{3\left(1 + \frac{2}{S_p} \sum_{i=1}^{p-1} S_i\right)} = \frac{S_p m_r \nu}{3 m_{rp}}.$$

Przy tym założeniu otrzymano następujący wzór na obliczenie stopnia strat sieciowych od obciążenia elektrowni „p":

$$\Theta_p = m_r \nu \left(\frac{2}{3} S_p + 2 \sum_{i=1}^{p-1} S_i\right). \tag{53a}$$

Wartość współczynnika korekcyjnego ξ_p będzie tym mniejsza, im bardziej przesuwamy się ku podstawie trapezu pokrycia obciążeń systemu i wtedy można założyć $\xi_p \approx m_{rp}$, czyli zgodność wartości stopnia strat od obciążenia i rocznego stopnia obciążenia danej elektrowni „p".

Dla elektrowni systemu rozmieszczonych poniżej wartości m'_{r0} w trapezie obciążeń otrzymuje się zupełną zgodność obu tych współczynników, gdyż obciążenie tych elektrowni jest niezmienne w czasie.

Przeniesienie zależności na koszt strat sieciowych mocy i pracy do równania kosztów rocznych systemu bardzo komplikuje rachunek. W tym celu rozpatrzmy dla przykładu system elektroenergetyczny składający się z trzech grup elektrowni. Przy tym załóżmy, że model pokrycia obciążeń systemu jest modelem trójkątnym ($\nu = 1$).

W tym przypadku wychodząc z ogólnej postaci równania kosztów rocznych systemu:

$$K_{rw} = k_1 r_1 (S_1 + l_1) M_r + k_3 r_3 (S_3 + l_3) M_r + A_r \sum_1^3 e_p H_p + M_r T_r \sum_1^3 l_p \Theta_p H_p$$

oraz z warunku:

$$1 - \sum_1^3 S_p = 0 \tag{54}$$

otrzymamy następujące równania ekstremalizacyjne na minimum kosztów rocznych systemu:

$$\frac{\partial K_{rw}}{\partial S_1} = k_1 r_1 \left(1 + \frac{\partial l_1}{\partial S_1}\right) M_r + k_3 r_3 \frac{\partial l_3}{\partial S_1} M_r + A_r \frac{\partial \sum_1^3 e_p H_p}{\partial S_1} + M_r T_r \frac{\partial \sum_1^3 l_p \Theta_p H_p}{\partial S_1} - \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial K_{rw}}{\partial S_3} = k_1 r_1 \frac{\partial l_1}{\partial S_3} M_r + k_3 r_3 \left(1 + \frac{\partial l_3}{\partial S_3}\right) M_r + A_r \frac{\partial \sum_1^3 e_p H_p}{\partial S_3} + M_r T_r \frac{\partial \sum_1^3 l_p \Theta_p H_p}{\partial S_3} - \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial K_{rw}}{\partial \lambda} = 1 - \sum_1^3 S_p = 0. \tag{55}$$

Wstawiając do układu równań (55) następujące wartości za l_1, l_2 i l_3:

$$l_1 = \frac{L_{T_1}}{M_r} = S_1^2 M_r B_{11} + S_1 S_2 M_r B_{12} + S_1 S_3 M_r B_{13},$$

$$l_2 = \frac{L_{T_2}}{M_r} = S_2^2 M_r B_{22} + S_1 S_2 M_r B_{12} + S_2 S_3 M_r B_{23},$$

$$l_3 = \frac{L_{T_3}}{M_r} = S_3^2 M_r B_{33} + S_1 S_3 M_r B_{13} + S_2 S_3 M_r B_{23},$$

oraz wartości na m_{rp} i Θ_p ze wzorów (49) i (53a), otrzymamy:

$$\frac{\partial K_{rw}}{\partial S_1} = k_1 r_1(1+2S_1M_rB_{11}+S_2M_rB_{12}+S_3M_rB_{13})M_r+k_3r_3(S_3M_rB_{13})M_r+$$

$$+A_r(2S_1H_1+2S_2H_2+2S_3H_3)+A_r\Big[\Big(2S_1^2M_rB_{11}+\frac{4}{3}S_1S_2M_rB_{12}+$$

$$\frac{4}{3}S_1S_3M_rB_{13}\Big)H_1+\Big(\frac{2}{3}S_2^2M_rB_{12}\Big)H_2+(2S_2^2M_rB_{22}+4S_1S_2M_rB_{12}+2S_2S_3M_rB_{23})H_2+$$

$$+\Big(\frac{2}{3}S_3^2M_rB_{13}\Big)H_3+(2S_3^2M_rB_{33}+4S_1S_3M_rB_{13}+2S_2S_3M_rB_{23})H_3+$$

$$+(2S_2S_3M_rB_{13})H_3\Big]-\lambda=0,$$

$$\frac{\partial K_{rw}}{\partial S_3} = k_1r_1(S_1M_rB_{13})M_r+k_3r_3(1+2S_3M_rB_{33}+S_1M_rB_{13}+S_2M_rB_{23})M_r+$$

$$+A_r(2S_3H_3+2S_1H_3+2S_2H_3)+A_r\Big[\Big(\frac{2}{3}S_1^2M_rB_{13}\Big)H_1+\Big(\frac{2}{3}S_2^2M_rB_{23}\Big)H_2+$$

$$+(2S_1S_2M_rB_{23})H_2+\Big(2S_3^2M_rB_{33}+\frac{4}{3}S_1S_3M_rB_{13}+\frac{4}{3}S_2S_3M_rB_{23}\Big)H_3+$$

$$+(4S_1S_3M_rB_{33}+2S_1^2M_rB_{13}+2S_1S_2M_rB_{23})H_3+$$

$$+(4S_2S_3M_rB_{33}+2S_1S_2M_rB_{13}+2S_2^2M_rB_{23})H_3\Big]-\lambda=0,$$

$$\frac{\partial K_{rw}}{\partial \lambda} = 1-[(S_1+S_2+S_3)]=0. \tag{56}$$

Rozwiązanie układu równań (56) względem S_1, S_3 i λ daje szukaną odpowiedź.

Z postaci równań (56) jest oczywiste, że zmienne decyzyjne S_1 i S_3 są bardzo uwikłane i dlatego rozwiązanie tego układu równań najlepiej jest wykonać metodą kolejnych prób.

Jako pierwszą próbę można przyjąć wartości S_1 i S_3 obliczone bez uwzględnienia kosztu strat sieciowych mocy i energii. Dalszy krok do rozwiązania to przyjęcie wartości S_1 i S_3 z uwzględnieniem kosztu strat sieciowych mocy.

Uwzględnienie kosztu strat sieciowych energii daje szukaną odpowiedź. To ostatnie przybliżenie łatwo jest uzyskać przy pewnym doświadczeniu na drodze 3—4 prób.

Rozwiązanie powyższego układu równań można uzyskać z pomocą matematycznej maszyny cyfrowej, co jest wręcz nieodzowne, gdy rozpatrujemy system elektroenergetyczny składający się z wielu grup elektrowni obciążonych stratami sieciowymi. W wielu przypadkach można wprowadzić szereg uproszczeń wynikających z konfiguracji układu elektroener-

getycznego. Przede wszystkim uproszczenia są dopuszczalne w odniesieniu do elektrowni pośrednich istniejących, gdyż wpływ zmiany wartości dobieranych mocy szczytowych i podstawowych na straty sieciowe w tej grupie elektrowni jest nieznaczny wobec małego udziału mocy elektrowni wprowadzanych w szczycie systemu (zaledwie kilka procentów). Następnie jeżeli analizujemy elektrownie nowe szczytowe i podstawowe, to sytuacja jest dwojakiego rodzaju.

(a) Elektrownie wprowadzane do systemu są zlokalizowane blisko odbiorców energii elektrycznej i wtedy wpływ wartości strat sieciowych na wybór zmiennych decyzyjnych jest pomijalny;

(b) Elektrownie wprowadzane do systemu są zlokalizowane z dala od odbiorców energii elektrycznej i wtedy wpływ wartości strat sieciowych jest różny w odniesieniu do nowej mocy szczytowej i podstawowej.

Mianowicie w przypadku (b) przy wyborze mocy szczytowej trzeba uwzględnić przede wszystkim koszt strat sieciowych mocy, gdyż wpływ kosztu strat sieciowych pracy (energii) jest nieznaczny wobec niskiego rocznego czasu użytkowania mocy tych elektrowni, tj. małej produkcji rocznej.

Uwzględnienie strat sieciowych pracy jest bezwzględnie konieczne w przypadku wyboru nowej mocy podstawowej zlokalizowanej z dala od konsumentów energii elektrycznej, która posiada duży roczny czas użytkowania mocy szczytowej, a więc i dużą pracę roczną.

Aby prześledzić ilościowy i jakościowy wpływ strat sieciowych oraz zmiennych kosztów paliwa na wybór zmiennych decyzyjnych S_1 i S_n, rozpatrzmy następujący przykład.

Przykład 1

System elektroenergetyczny składa się z 3 grup elektrowni o danych:

$$A_r = 5485000\,[\text{MWh/rok}], \quad M_r = 1000\ \text{MW}, \quad \nu = 1{,}06667, \quad m_r = 0{,}626,$$

$$k_1 = 100000\,[\text{dolar/MW}], \quad k_3 = 150000\,[\text{dolar/MW}], \quad r_1 = r_3 = 0{,}135,$$

$$H_1 = 6{,}139 + \frac{0{,}3465}{m_r \nu S_1} = 6{,}139 + \frac{0{,}2019}{S_1}\,[\text{dolar/MWh}[,$$

$$H_2 = 3{,}992\,[\text{dolar/MWh}], \quad H_3 = 3{,}670\,[\text{dolar/MWh}[.$$

Przyjęto trapezową aproksymację pokrycia obciążeń systemu dla $c_1 = 1$. W tym przypadku $m'_{r0} = 2m_r - 1 = 0{,}252$.

Dla systemu o powyższych danych należy wybrać najkorzystniejszy podział nowej mocy na szczytową i podstawową w 4 wariantach pracy elektrowni szczytowej.

W1: Uwzględnienie zmiennych kosztów paliwa i kosztu strat sieciowych mocy i pracy ($B_{11} = 6 \cdot 10^{-4}\ \text{MW}^{-1}$);

W2: jw., lecz bez kosztu strat sieciowych pracy;

W3: jw., lecz bez kosztu strat sieciowych mocy i pracy;

W4: jw., lecz bez zmienności kosztów paliwa.

Rozpatrzmy w pierwszej kolejności wariant 1.

W1: Wybór zmiennych decyzyjnych S_1 i S_3 dla przypadku uwzględnienia zmiennych kosztów paliwa i kosztu strat sieciowych mocy i pracy.

W tym przypadku wyjściowe równanie kosztów rocznych systemu przyjmie postać:

$$K_{rw} = k_1 r_1 (S_1 + B_{11} S_1^2 M_r) M_r + r_3 k_3 S_3 M_r +$$
$$+ A_r \nu [S_1^2 H_1 + (S_2^2 + 2S_1 S_2) H_2 + (S_3''^2 + 2S_1 S_3'' + 2S_2 S_3'') H_3 +$$
$$+ 2M_r'' S_3' H_3] + M_r T_r (S_1^2 B_{11} M_r \Theta_1 H_1)$$

oraz warunek ograniczający:

$$1 - (S_1 + S_2 + S_3) = 0. \tag{57}$$

Wstawiając do równania (57) $H_1 = a_1 + \frac{b_1}{S_1}$ oraz $\Theta_1 = \frac{2}{3} m_r \nu S_1$ i różniczkując je względem S_1 i S_3'' otrzymamy następującą zależność na S_1:

$$S_1^2 (2A_r \nu B_{11} M_r a_1) + S_1 \left[2B_{11} M_r^2 k_1 r_1 + 2A_r \nu \left(a_1 - H_3 + \frac{2}{3} B_{11} M_r b_1 \nu \right) \right] +$$
$$+ M_r (r_1 k_1 - r_3 k_3) + A_r \nu [b_1 + 2S_2 (H_2 - H_3)] = 0. \tag{58}$$

Po podstawieniu danych z zadania i wykonaniu przekształceń otrzymamy równanie kwadratowe o postaci:

$$43{,}1 S_1^2 + 46{,}03 S_1 - 3{,}685 = 0.$$

Rozwiązanie tego równania daje dodatni pierwiastek $S_1 = 0{,}07274$. W tablicy 4 wykonano obliczenia kosztów rocznych systemu dla tej wartości S_1 (kolumna 7).

Zmienną decyzyjną S_3 wyznaczamy w tym przypadku z warunku ograniczającego.

W2: Wybór zmiennych decyzyjnych S_1 i S_3 dla przypadku uwzględnienia zmiennych kosztów paliwa i kosztu strat sieciowych mocy

Równanie kosztów rocznych systemu (57) będzie w tym przypadku bez ostatniego członu: $M_r T_r (S_1^2 B_{11} M_r \Theta_1 H_1)$, odpowiadającego kosztowi strat pracy.

Postępując podobnie jak poprzednio otrzymamy następujące wyrażenie na S_1.

$$S_1 = \frac{M_r (r_3 k_3 - r_1 k_1) - A_r \nu [2S_2 (H_2 - H_3) + b_1]}{2A_r \nu (a_1 - H_3) + 2B_{11} M_r^2 k_1 r_1}. \tag{59}$$

Porównując zależności (58) i (59) widzimy, że wyrażenie (59) jest szczególnym przypadkiem zależności (58), jeżeli założymy $\Theta_1 = 0$. To założenie odpowiada odrzuceniu składnika z S_1^2 i składnika ze współczynnikiem 2/3 w nawiasie przy S_1, w wyrażeniu (58). W rezultacie po wykonaniu tych

Tablica 4

Koszty roczne systemu dla danych z przykładu 1

Lp.	Wskaźnik	Jedn.	Wielkości decyzyjne i koszty			
			Bez zmienności kosztów paliwa i strat pracy i mocy el. szczytowej	Ze zmiennością kosztów paliwa, bez strat pracy i mocy el.	Ze zmiennością kosztów paliwa, ze stratami mocy el. szczytowej	Ze zmiennością kosztów paliwa, ze stratami pracy i mocy el. szczyt.
1	2	3	4	5	6	7
1	S_1	—	0,15970	0,12752	0,08170	0,07274
	S_2	—	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000
	S_3	—	0,34030	0,37248	0,41830	0,42726
			1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
2	$A_{r1} = e_1 A_r$	MWh/rok	149214	95137	39053	30957
	$A_{r2} = e_2 A_r$	,,	2397027	2208749	1940670	1888250
	$A_{r3} = e_3 A_r$	,,	2938759	3181114	3505288	3565793
			5485000	5485000	5485000	5485000
3	$H_1 = 6{,}139 + \frac{0{,}2019}{S_1}$	dolar/MWh	7,403	7,722	8,610	8,915
	$A_{r1}H_1$	dolar/rok	1104631	734648	336246	275982
	$A_{r2}H_2$	dolar/rok	9568932	8817326	7747155	7537894
	$A_{r3}H_3$	dolar/rok	10785246	11674688	12864367	13086460
			21458809	21226662	20947768	20900336
4	$r_1 k_1 S_1 M_r$	dolar/rok	2155950	1721520	1102950	981990
	$r_3 k_3 S_3 M_r$	dolar/rok	6891075	7542720	8470575	8652015
			9047025	9264240	9573525	9634005
	Suma (3+4)	,,	30505834	30490902	30521293	30534341
5	$L_{T1} = B_{11} S_1^2 M_r^2$	MW	16,224	9,757	4,005	3,175
	$L_{T1} r_1 k_1$	dolar/rok	219024	131720	54068	42863
	Suma (3+4+5)	,,	30724858	30622622	30575361	30577204
6	$A_{T1} = L_{T1} \Theta_1$ 8760	MWh/rok	10108,7	4854,3	1276,6	981,1
	$A_{T1} H_1$	dolar/rok	74835	37485	10992	8033
	Suma (3+4+5+6)		30799693	30660107	30586353	30585237
7	Straty w stosunku do podziału mocy wg kolumny 7	dolar/rok	214456	74870	1116	—
		%	0,701	0,243	0,0036	—

zmian otrzymujemy postać zależności na S_1 według (59). Wstawiając do (59) dane wyjściowe otrzymano wartość $S_1 = 0{,}08170$.

Obliczenia kosztów rocznych systemu dla tego przypadku zestawiono w kolumnie 6 tablicy 4.

W3: Wybór zmiennych decyzyjnych S_1 i S_3 dla przypadku uwzględnienia zmiennych kosztów paliwa i pominięcia kosztu strat sieciowych mocy i pracy

Wzór na S_1 w tym przypadku będzie miał postać:

$$S_1 = \frac{M_r(r_3k_3 - r_1k_1)}{2A_r v(a_1 - H_3)} - \frac{2S_2(H_2 - H_3) + b_1}{2(a_1 - H_3)}. \tag{60}$$

Po wstawieniu danych wyjściowych otrzymamy $S_1 = 0{,}12752$.

Obliczenia kosztów dla tego przypadku podaje kolumna 5 tablicy 4.

W4: Wybór zmiennych decyzyjnych S_1 i S_3 dla przypadku stałości kosztów paliwa i pominięcia kosztu strat sieciowych mocy i pracy

Pominięcie zmienności kosztów paliwa elektrowni szczytowej uwzględnia się przez przyjęcie $m_{r1} = 1$ i przyjęcie $H_1 = H_{10} = 6{,}139 + 0{,}135 = 6{,}274$ [dolar/MWh].

S_1 obliczamy ze wzoru:

$$S_1 = \frac{M_r(r_3k_3 - r_1k_1)}{2A_r v(H_{10} - H_3)} - \frac{S_2(H_2 - H_3)}{H_{10} - H_3}. \tag{61}$$

Dla powyższych danych otrzymujemy wartość $S_1 = 0{,}15970$.

Koszty roczne systemu zestawiono w kolumnie 4 tablicy 4.

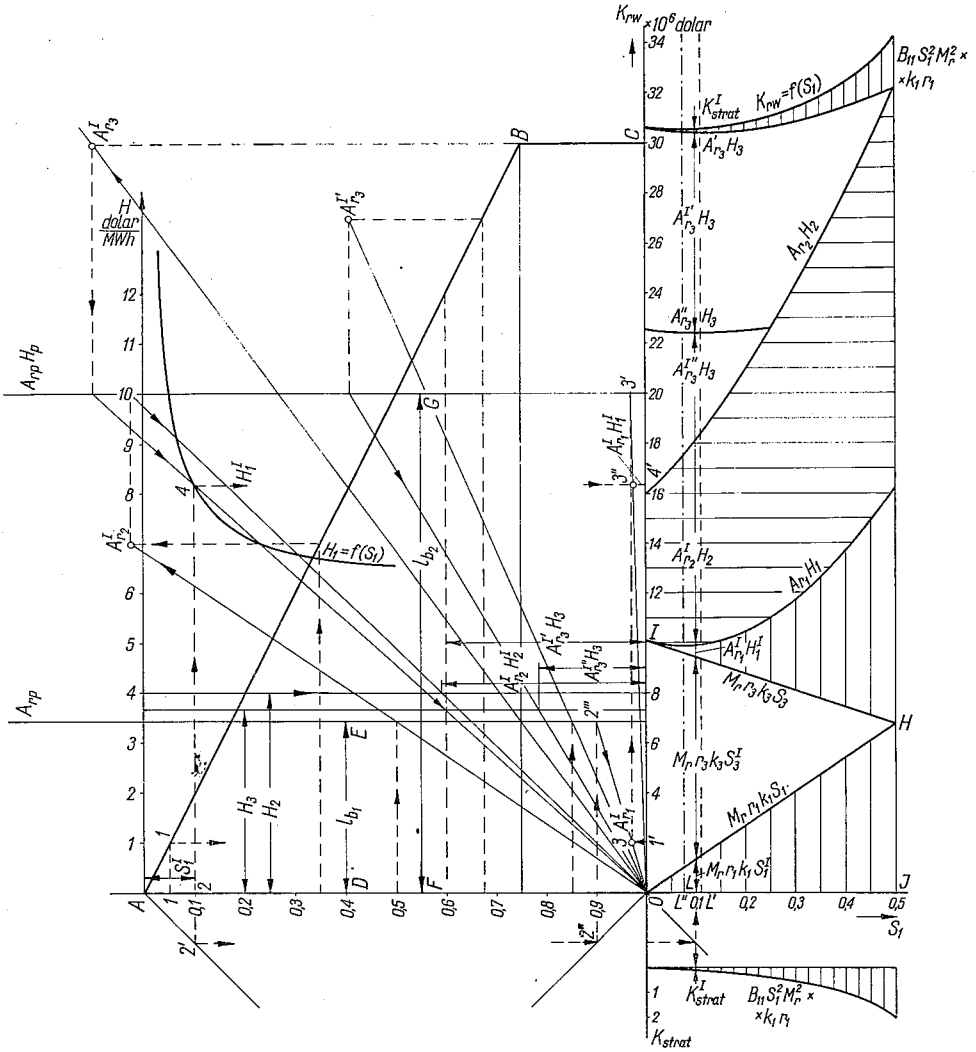
Porównanie i analiza wyników

Z danych zestawionych w tablicy 4 wynika, że uwzględnienie poszczególnych czynników, jak koszt strat sieciowych pracy i mocy oraz zmienność kosztu paliwa, wpływają istotnie na wybór zmiennych decyzyjnych S_1. Wszystkie te czynniki działają w kierunku ograniczenia wartości S_1 — i tak uwzględnienie kosztu strat pracy zmniejsza wartość S_1 o 12% (wpływ niewielki, jak to już zaznaczono poprzednio). Natomiast pominięcie kosztu strat sieciowych i zmienności kosztu paliwa prowadzi do różnicy ponad 100% w wybranych wartościach zmiennych decyzyjnych.

W ostatnim wierszu tablicy 4 podano straty gospodarcze, jakie ponosimy pomijając wszystkie te czynniki w odniesieniu do wariantu 1. W powyższym przykładzie uzyskano maksymalną oszczędność w kosztach rocznych systemu, wynoszącą 0,7% kosztów rocznych systemu, a więc stosunkowo poważną, jeśli zważymy, że w obecnej chwili w energetyce światowej walczymy o każdy ułamek procenta oszczędności. Powyższy przykład dowodzi również o konieczności zwiększenia dokładności w obliczeniach systemowych.

Przykład 2

Dla systemu elektroenergetycznego o danych wyjściowych jak w przykładzie 1 znaleźć wartości zmiennych decyzyjnych S_1 i S_3 z uwzględnieniem zmienności kosztu paliwa i kosztu strat sieciowych mocy nowej elektrowni szczytowej stosując metody graficzne rozwiązań.



Rys. 9. Graficzne rozwiązanie przykładu drugiego

Do rozwiązania powyższego problemu wykorzystuje się głównie zasady graficznego mnożenia i dodawania. Metoda rozwiązania jest przedstawiona na rys. 9.

Rozpatrujemy tu problem minimalizacji kosztów rocznych systemu przy wprowadzeniu nowej mocy szczytowej S_1 i podstawowej S_3, opisanych równaniem:

$$K_{rw} = M_r r_1 k_1 (S_1 + l_1) + M_r r_3 k_3 S_3 + A_r \sum_1^3 e_p H_p. \tag{62}$$

Stałe koszty roczne elektrowni systemu

$$K_{rw}^{st} = M_r r_1 k_1 (S_1 + l_1) + M_r r_3 k_3 S_3,$$

naniesiono w układzie osi współrzędnych: K_{rw}, S w zależności od zmian nowej mocy szczytowej S_1 (przebiegi O-H i I-H) i w zakresie zmian $S_1 = 0 \div 0{,}5$. Pozostają więc do określenia zmienne koszty produkcji elektrowni systemu:

$$K_{rw}^{zm} = A_r \sum_1^3 e_p H_p.$$

Zasadnicza trudność określenia tej części kosztów polega na skonstruowaniu charakterystyk: $A_{rp} = A_r e_p$ i H_p, w zależności od zmian nowej mocy szczytowej S_1. Sposób postępowania jest następujący.

Najpierw nanosimy wykres uporządkowany elektrowni, aproksymowany trapezem O-A-B-C. Skale na osiach O-A i O-C dobieramy tak, aby długości odcinków odmierzane na obu osiach były w stosunku jak 1 : 2. Skalę czasu na osi O-C obliczamy ze wzoru (23):

$$\mu_{T_s} = \frac{\mu_{M_r} \cdot A_r}{M_r^2} = \frac{50 \text{ MW/cm} \cdot 5485 \cdot 10^3 \text{ MWh/r}}{(1000 \text{ MW})^2} = 274 \text{ h/cm} \cdot \text{r}.$$

W tej samej ćwiartce naniesiono również zależność $H_1 = f(S_1)$ zgodnie ze wzorem: $H_1 = 6{,}139 + \frac{0{,}2019}{S_1} \left[\frac{\text{dolar}}{\text{MWh}}\right]$.

Koszty paliwa pozostałych elektrowni przyjęto w zadaniu za niezmienne.

Aby określić produkcję poszczególnych elektrowni systemu, przyjęto definicję:

$$A_{rp} = \nu A_r e_p' = S_p M_r \cdot T_{sp} = S_p M_r \cdot m_{rp} \cdot 8760.$$

Wielkość stosunkową mocy elektrowni S_p odmierzamy na osi O-A poczynając od szczytu, natomiast czas użytkowania T_{sp} na osi poziomej O-C. Czas użytkowania mocy szczytowej T_{sp}' odpowiada wysokości wystawionej w połowie odcinka równoważnego mocy rozważanej elektrowni S_p, np. dla wyboru mocy S_1^I — odcinkowi 1—1. Odległość prostej biegunowej od początku układu współrzędnych dla wykonania graficznego mnożenia funkcji $A_{rp} = S_p \cdot T_{sp}' \cdot \nu$ jest równa:

$$l_{b_1} = \frac{\mu_A}{\mu_{M_r} \cdot T_S \cdot \nu} = \frac{100000 \dfrac{\text{MWh}}{\text{cm}}}{50 \dfrac{\text{MW}}{\text{cm}} \cdot 274 \dfrac{\text{h}}{\text{cm} \cdot \text{r}} \cdot 1{,}0667} = 6{,}85 \text{ cm}.$$

Sposób wykonania mnożenia odbywa się według trasy: 2—$2'$—$2''$—$2'''$—3—$1'$. Odcinek 3—$1'$ odpowiada wartości A_{r1} dla wyboru mocy S_1^I.

Koszt zmienny produkcji danej elektrowni otrzymujemy tworząc iloczyn $A_{rp}H_p$.

Wartość jednostkowego kosztu produkcji określamy z charakterystyki $H_p = f(S_p)$. Odległość biegunowej dla utworzenia tego iloczynu jest równa:

$$l_{b_2} = \frac{\mu_{K_r}}{\mu_A \mu_H} = \frac{1000000 \text{ dolar/cm}}{100000 \frac{\text{MWh}}{\text{cm}} \cdot 0{,}5 \frac{\text{dolar}}{\text{cm}}} = 20 \text{ cm}.$$

Wykonanie mnożenia graficznego odbywa się według trasy: *3—0—3′—3″—4′*, dla danego wyboru S_1^I.

Postępując w ten sam sposób w odniesieniu do pozostałych elektrowni S_2 i S_3, otrzymujemy koszty zmienne: $A_{r2}H_2$, $A_{r3}H_3$.

Suma kosztów stałych i zmiennych poszczególnych elektrowni daje łączny koszt wytwarzania elektrowni w systemie (odcinek *O-L* dla wyboru mocy S_1^I). W rezultacie otrzymujemy przebieg kosztów rocznych systemu dla różnego udziału nowej mocy szczytowej $S_1 = 0 \div 0{,}5$.

Minimum kosztów systemu otrzymujemy dla $S_1 = O\text{-}L'$ bez udziału strat sieciowych i $S_1 = O\text{-}L''$ z uwzględnieniem strat sieciowych. Wyniki te pokrywają się z otrzymanymi uprzednio według metody analitycznej.

Graficzne rozwiązanie problemu minimalizacji kosztów rocznych systemu posiada szereg zalet. Przede wszystkim wyjaśnia fizykalną stronę zagadnienia. Mianowicie z rozwiązania graficznego wynika, że charakterystyka kosztów rocznych systemu posiada płaski przebieg w dość dużym zakresie zmian mocy szczytowej S_1. Stosując metodę analityczną zwykle nie znamy sąsiedztwa punktu ekstremalnego kosztów systemu. Ponadto stosując metody graficzne ustalamy wpływ poszczególnych składników równania kosztów rocznych systemu w całym zakresie zmian S_1.

Metody graficzne mogą być stosowane nawet przy większej ilości grup elektrowni S_1, $S_2 \ldots S_n$, podczas gdy klasyczne metody analityczne są wówczas bardzo pracochłonne. Stąd konieczność stosowania techniki maszyn cyfrowych.

Wadą przedstawionej metody graficznej jest trudność uzyskania wymaganej dokładności obliczeń dla małych zmian kosztów rocznych systemu z S_1. Również graficzne szukanie minimum funkcji kosztów rocznych systemu z kilku zmiennymi niezależnymi, S_1, $S_2, \ldots S_i$, jest wręcz niemożliwe.

* * *

W dotychczasowych rozważaniach pomijano problem rezerwy systemowej, jakkolwiek wiadomo, że pokrycie różnych form rezerwy systemowej wymaga instalowania ok. 12—15% mocy szczytowej w elektrowniach systemu. Uwzględnienie rezerwy systemowej jest możliwe przez wpisanie produkcji i mocy zespołów rezerwowych do wykresu pokrycia obciążeń elektrowni systemu.

Wobec tego, że produkcja zespołów rezerwowych jest niewielka, oddziaływanie jej na efekty wypadkowe elektrowni w systemie jest pomijalne. Moc rezerwy systemowej trzeba jednakże uwzględnić przez wpisanie jej do rocznego uporządkowanego wykresu obciążeń systemu zachowując przy tym ten sam roczny stopień obciążenia systemu, co bez uwzględnienia rezerwy mocy systemowej.

6. CZYNNIK CZASU W OCENIE WYBORU NOWYCH MOCY W SYSTEMIE ELEKTROENERGETYCZNYM

Wprowadzenie czynnika czasu w ocenie wyboru nowych mocy elektrowni w systemie sprowadza się do:

1) określenia rozwoju takich wskaźników energetycznych systemu w perspektywie, jak moc szczytowa i produkcja,

2) obliczenia zdyskontowanych kosztów rocznych,

3) uwzględnienia perspektywicznych zmian w składzie elektrowni systemu przez ustalenie stopnia wycofań przestarzałych elektrowni,

4) uwzględnienia postępu technicznego w budowie nowych elektrowni i rodzaju stosowanych paliw, np. paliwo konwencjonalne i jądrowe, węgiel brunatny i kamienny, paliwo gazowe i płynne itp.

5) określenia perspektywicznych zmian wskaźnikowych cen budowy elektrowni, cen paliwa i uwzględnienia polityki dewizowej itp.

W toku dalszej analizy zostanie omówiony wpływ niektórych z tych czynników.

Zmienność poszczególnych czynników wpływających na koszty roczne systemu najlepiej jest przedstawić na modelu przestrzennym. Na rys. 10 przedstawiono model przestrzenny rozwoju obciążeń systemu i jego kosztów rocznych.

Przyjmuje się do rozważań 3 zasadnicze grupy elektrowni:

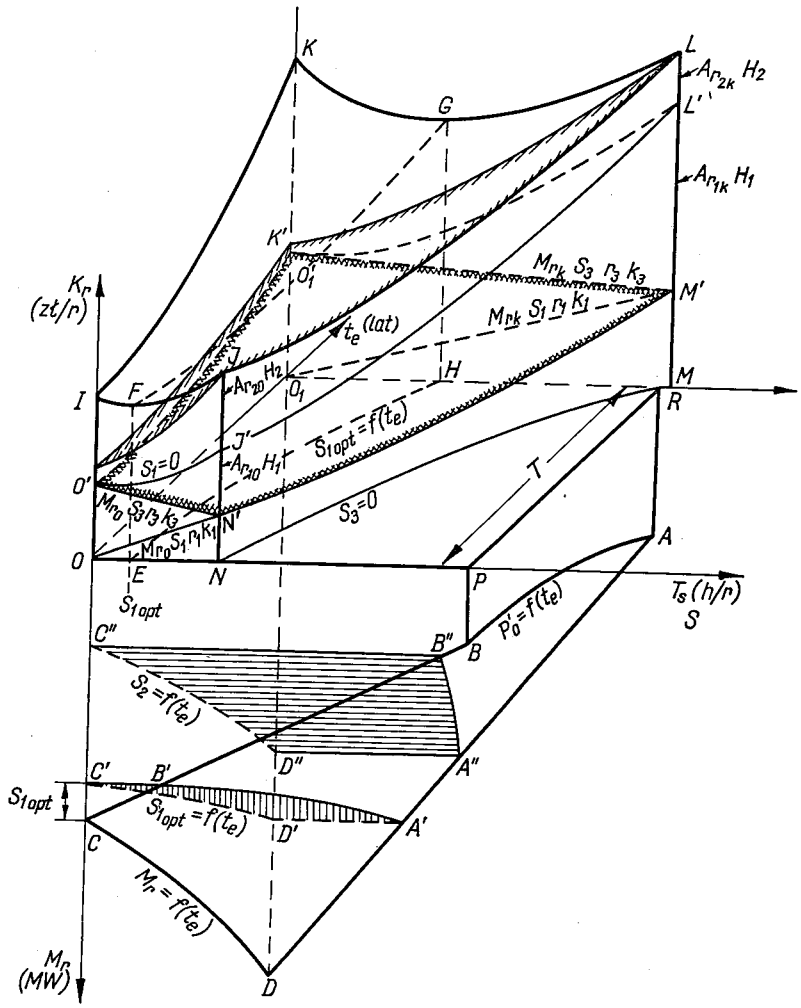
— nowe elektrownie szczytowe o mocy S_1,
— elektrownie istniejące o mocy S_2,
— nowe elektrownie podstawowe o mocy S_3.

Interesujące nas przebiegi przedstawiono w układzie czterech osi współrzędnych,

— oś czasów użytkowania mocy szczytowej elektrowni T_s oraz obciążeń elektrowni szczytowych — S_1,
— oś czasu eksploatacji systemu i elektrowni — t_e,
— oś kosztów rocznych — K_r,
— oś obciążeń systemu — M_r.

Model zmienności obciążeń rozważanego systemu elektroenergetycznego i podział obciążenia między współpracujące elektrownie przedstawiono w układzie T_s, M_r i t_e. Podział obciążenia między elektrownie odbywa się według zasady minimalizacji kosztów rocznych systemu. Opty-

malną wartość obciążeń szczytowych określa powierzchnia *E—F—G—H* przechodząca przez punkty odpowiadające minimum kosztów rocznych w poszczególnych latach eksploatacji systemu, którą wyznaczono analitycznie lub wykreślnie w poprzednim rozdziale.



Rys. 10. Model przestrzenny obciążeń i kosztów rocznych systemu

Krzywa *C—D* określa perspektywiczną zmienność obciążeń szczytowych M_r, natomiast krzywa *A—B* obciążeń minimalnych. Na wykresie obciążeń systemu naniesiono powierzchnię *C—D—D'—C'* przedstawiającą zmienność mocy szczytowych w rozważanym okresie *T* eksploatacji systemu, a objętość bryły geometrycznej utworzonej przez tę powierzchnię oraz powierzchnię *A'—B'—C'—D'* reprezentuje produkcję nowych elektrowni szczytowych.

Podobnie powierzchnia $C'—D'—D''—C''$ odpowiada zmienności obciążeń istniejącej grupy elektrowni, a objętość zawarta między powierzchniami $A'—B'—C'—D'$ i $A''—B''—C''—D''$ odpowiada produkcji tych elektrowni w okresie T. W przedstawionym modelu założono malejący udział tej grupy elektrowni w perspektywie.

Wreszcie powierzchnia $O—C''—D''—O_1$ ilustruje zmienność mocy zainstalowanych w nowych elektrowniach podstawowych, a objętość bryły geometrycznej zawartej między powierzchnią $O—O_1—R—P$ i powierzchnią $A''—B''—C''—D''$ reprezentuje produkcję nowych elektrowni podstawowych w okresie eksploatacji systemu T.

Przejdźmy obecnie do interpretacji kosztów rocznych całego systemu i poszczególnych grup elektrowni. Za wyjściową przyjmijmy powierzchnię $O—I—J—N$ reprezentującą przebieg kosztów rocznych elektrowni systemu w roku wyjściowym. Graficzną interpretację wykorzystanych tu przebiegów podano na rys. 9.

Wszystkie przebiegi kosztów rocznych uzależniono od wielkości nowej mocy elektrowni szczytowych, S_1. Graniczna wartość mocy S_1 jest określona przez moc grupy elektrowni istniejących, S_2 i obciążenie szczytowe systemu M_r. Tutaj $S_{1gr} = M_r - S_2$. Stąd wykresy kosztów rocznych zawarte są między dwoma krzywymi granicznymi: $S_1 = 0$ (pokrywająca się z osią t_e) oraz $S_3 = 0$ (na rysunku przebieg $N—M$).

Optymalną wartość mocy S_1 w okresie T wyznacza powierzchnia $O—E—H—O_1$ otrzymana jako wynik przecięcia się dwóch powierzchni: $E—F—G—H$ i $O—N—M—O_1$.

Objętość zawarta między powierzchnią $O—N—M—O_1$ i powierzchnią $O—N'—M'—O_1$ odpowiada stałym kosztom elektrowni szczytowych w okresie eksploatacji T, w zakresie zmian $S_1 = 0 - S_{1gr}$. Podobnie powierzchnie $O'—N'—M'—O_1'$ i $O—N'—M'—O_1$ wyznaczają stałe koszty nowych elektrowni podstawowych w czasie T, w tym samym zakresie zmian S_1.

Objętości zawarte między powierzchnią $O'—N'—M'—O_1'$ i powierzchnią wypadkowych kosztów rocznych systemu $I—J—L—K$ odpowiadają kosztom zmiennym elektrowni szczytowych oraz istniejących i nowych elektrowni podstawowych. Na przedstawionym modelu otrzymano w ten sposób przebiegi kosztów systemu i jego składowych.

Jeżeli rozważymy kolejno różne rodzaje elektrowni szczytowych (elektrownia z turbinami gazowymi, pompowa, specjalna cieplna itp.), wtedy otrzymamy dla tego samego modelu obciążeń systemu różne efekty ekonomiczne wyrażające się stosunkiem poniesionych kosztów za cały okres eksploatacji T do efektów energetycznych uzyskanych w tym samym okresie. Należy jednak zaznaczyć, że zarówno koszty, jak i efekty energetyczne posiadają różną wartość obecnie i w perspektywie. Aby znaleźć równoważne koszty roczne (lub efekty) za cały rozważany okres T, wpro-

wadzamy pojęcie „zdyskontowanych" kosztów rocznych (lub efektów), [27]:

$$K_{rwe} = a_r \sum_{k=1}^{T} K_{rwk}(1+p)^{T-k}, \tag{63}$$

gdzie:

K_{rwe} — równoważne koszty roczne systemu za cały rozważany okres eksploatacji systemu, T:

K_{rwk} — koszty roczne systemu w poszczególnych latach eksploatacji systemu,

p — stopa akumulacji,

$a_r = \dfrac{p}{(1+p)^T - 1}$, czynnik amortyzacji progresywnej,

$k = 1, 2, ..., T$, lata eksploatacji systemu,

T— założony ekonomiczny okres eksploatacji systemu.

Aby więc otrzymać właściwy obraz porównania, należy koszty roczne systemu i efekty energetyczne uzyskiwane w poszczególnych latach eksploatacji pomnożyć przez czynnik dyskontujący $(1 + p)^{T-k}$. Łatwo zauważyć, że im dalej od roku wyjściowego okresu porównania, tym szybciej maleje wartość czynnika dyskontującego, a więc również maleje wpływ kosztów i efektów uzyskiwanych w tym czasie. Jak to jest widoczne ze wzoru, wpływ czynniką dyskontującego rośnie ze wzrostem stopy akumulacji.

Przejdziemy obecnie do szczegółowej analizy rozwoju systemu na przykładzie.

7. EKONOMICZNY WYBÓR NOWYCH MOCY SZCZYTOWYCH I PODSTAWOWYCH Z ZASTOSOWANIEM MATEMATYCZNEJ MASZYNY CYFROWEJ

7.1. Założenia wstępne

Rozpatrujemy system elektroenergetyczny składający się z 5 grup elektrowni istniejących. Zakłada się, że przyrosty mocy systemu będą pokrywane przez 4 rodzaje elektrowni szczytowych: gazową, pompową, parową i wodną zbiornikową oraz 2 rodzaje elektrowni podstawowych: cieplna parowa i jądrowa. Wskaźniki techniczno-ekonomiczne tych elektrowni zestawiono w tablicy 5.

Koszty jednostkowe budowy nowych elektrowni ustalono na podstawie literatury w zależności od kosztu jednostkowego elektrowni cieplnej parowej. Koszty stałe produkcji przyjęto jako pewien procent kosztów nakładowych kierując się wytycznymi zawartymi w pracy [27]. W pracy [27] uzależnia się koszty stałe elektrowni od ekonomicznego okresu

Tablica 5

Wskaźniki techniczno-ekonomiczne elektrowni do przykładu obliczeń na matematycznej maszynie cyfrowej

Lp.	Wskaźnik → Rodzaj elektrowni ↓	Symbol	Rodzaj elektrowni	Stałe koszty produkcji r_p dla			Udział w roku wyjściowym	Stałe charakt. kosztu paliwa		Koszt jedn. mocy instal. k_p zł/kW$_i$
				$p = 0{,}06$	$p = 0{,}08$	$p = 0{,}100$		a_p zł/MWh	b_p zł/MWh	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Nowe elektrownie									
1	Elektrownia gazowa	S_1	szczyt.	0,1632	0,1779	0,1935		0,6950	—	2200
2	Elektrownia z agregatami wysokoprężnymi	,,	,,	,,	,,	,,	,,	0,5420	—	2200
3	Elektrownia pompowa	,,	,,	0,0925	0,1099	0,1283		0,2140	—	3500
4	Elektrownia kond. specjalna	,,	,,	0,1632	0,1779	0,1935		0,2620	—	2800
5	Elektrownia konwencjonalna cieplna	S_n	podst.	,,	,,	,,		0,1450	0,0041	3500
6	Elektrownia jądrowa	,,	,,	,,	,,	,,	,,	0,0500	—	5300
	Istniejące elektrownie									
7	Grupa elektrowni 1	S_2	pośredn.	—	—	—	0,04240	0,2670	0,0073	—
8	,, ,, 2	S_3	,,	—	—	—	0,05450	0,2670	0,0073	—
9	,, ,, 3	S_4	,,	—	—	—	0,17870	0,2170	0,0050	—
10	,, ,, 4	S_5	,,	—	—	—	0,31800	0,2170	0,0050	—
11	,, ,, 5	S_6	,,	—	—	—	0,36340	0,1760	0,0041	—

pracy elektrowni, stopy akumulacji, trwałości urządzeń, stopnia automatyzacji itp. Koszty stałe elektrowni dzieli się na 2 podstawowe składniki:

a) koszt rozszerzonej reprodukcji:

$$r' = p + a_r, \tag{64}$$

gdzie:

p — stopa akumulacji w [%],

a_r — rata amortyzacji progresywnej [%] [zob. wzór (58)].

b) r'' — stałe koszty eksploatacji, obejmujące remonty kapitalne, koszty osobowe, administracyjne itp., wyrażone również jako pewien procent od nakładów inwestycyjnych.

Łączne stałe koszty roczne elektrowni

$$r = r' + r''. \tag{65}$$

Koszty zmienne produkcji (paliwa) określono na podstawie charakterystyk obliczonych w rozdziale 4.2. Ponadto przyjęto, że jednostkowe zużycie paliwa w nowych elektrowniach szczytowych nie zależy od czasu użytkowania mocy w ciągu roku. W obliczeniach pominięto również zagadnienie rezerw i strat sieciowych.

Bardzo ważnym czynnikiem w porównaniu są planowane obciążenia systemu. W celu wyznaczenia obciążeń systemu w poszczególnych latach rozwoju systemu przyjęto sposób prognozy obciążeń opisany w rozdz. 7.2.

7.2. Prognoza obciążeń elektrycznych

Szczegółowy opis metody podano w pracach [13] i [15]. Podstawą proponowanej metody jest założenie, że wypadkowe obciążenie systemu można określić śledząc zmiany obciążeń składowych.

W rozpatrywanym przykładzie założono, że system składa się z pięciu grup odbiorców o wskaźnikach zestawionych w tablicy 6. Są to odbiorcy przemysłowi: chemia, przemysł ciężki i lekki oraz odbiorcy miejscy, wiejscy i trakcja elektryczna. Każdy z odbiorców składowych scharakteryzowany jest przez następujące dane:

— udział w rocznym zużyciu energii elektrycznej systemu, μ_i,

— średni roczny współczynnik przyrostu zużycia energii, a_i,

— udziały w szczycie grudniowym systemu π_i^{XII} i w szczycie lipcowym π_i^{VII},

— roczny stopień obciążenia, m_i,

— roczne wskaźniki zmienności obciążeń: stopień równomierności szczytów miesięcznych σ_i'', średni miesięczny stopień zmienności średnich obciążeń dobowych σ_i, średni stopień obciążenia szczytowego dnia miesiąca, m_{dmi},

— udział szczytu letniego w szczycie rocznym systemu (zwykle grudniowym), $\varkappa_i$.

Warto zauważyć, że między rocznym stopniem obciążenia systemu a wskaźnikami rocznej zmienności obciążeń istnieje następująca zależność:

$$m_i = \sigma_i'' \cdot \sigma_i \cdot m_{dmi}. \tag{66}$$

W tablicy 6 podane są wskaźniki statycznej zmienności obciążeń, uwolnione od rocznego przyrostu określonego wskaźnikiem α_i.

Wskaźniki zmienności obciążeń odbiorców składowych

Lp.	Wskaźnik / Odbiorca	μ_{i0}	α_i		π_i^{XII}	π_i^{VII}
			I	II		
1	2	3	4	5	6	7
1	Chemia	0,20	0,08	0,10	1,00	1,00
2	Przemysł ciężki	0,25	0,06	0,08	0,95	0,95
3	Przemysł lekki	0,15	0,08	0,08	0,80	0,78
4	Trakcja elektryczna	0,10	0,10	0,06	0,95	0,95
5	Odbiorcy miejscy i wiejscy	0,30	0,12	0,06	1,00	1,00

Zależności dynamiczne z uwzględnieniem współczynnika przyrostu α_i i zależności statyczne są związane zależnościami opisanymi w pracy [40].

W analizowanym przykładzie rozwoju obciążeń systemu interesują nas głównie: obciążenie szczytowe systemu M_r, roczne zużycie energii A_r oraz roczny stopień obciążenia systemu m_r. Zużycie energii odbiorcy składowego w projektowanym roku „k" ustala się bądź na podstawie planów resortowych, bądź inną metodą. Zależności między wskaźnikami wypadkowymi systemu w roku projektowanym „k" a wskaźnikami odbiorców składowych są następujące, [13]:

$$m_{rk} = \frac{\sum_i^i \mu_{ik}}{\sum_i \frac{\pi_{ik}\mu_{ik}}{m_{ik}}}. \tag{67}$$

We wzorze (67) oznaczono przez:

$$\mu_{ik} = \frac{A_{ik}}{A_{i0}} = \frac{A_{i0}(1+\alpha_i)^k}{A_{r0}} = \mu_{i0}(1+\alpha_i)^k, \tag{68}$$

A_{r0} — zużycie energii systemu w roku wyjściowym,

μ_{i0} — udział odbiorcy „i" w zużyciu energii systemu, A_{r0},

π_{ik} — udział odbiorcy „i" w szczycie rocznym systemu, liczony według szczytu własnego obciążenia, zwykle $\pi_{ik} = \pi_{ik}^{XII}$ i jest mniejszy od 1.

$i = 1, 2 \ldots n$, ilość odbiorców składowych.

Jeżeli znamy roczny stopień obciążenia systemu w roku projektowanym „k", wtedy obciążenie szczytowe systemu w tym roku liczymy ze wzoru:

$$M_{rk} = \frac{A_{rk}}{m_{rk}8760} = \frac{\sum^{i} A_{ik}}{m_{rk}8760} = \frac{A_{r0}\sum^{i}\mu_{i0}(1+\alpha_i)^k}{m_{rk}8760}. \tag{69}$$

Tablica 6

dla założonego systemu elektroenergetycznego

Wielkości statyczne					
$m_{dm\acute{s}r\,i_{strat}}$	$\sigma''_{i\,strat}$	$\sigma_{i_{strat}}$	$\varkappa_{i_{strat}}$	$m_{dmi_{strat}}$	$m_{dmoi_{strat}}$
8	9	10	11	12	13
0,065	0,975	0,980	0,950	0,965	0,900
0,868	0,930	0,552	0,860	0,868	0,700
0,752	0,900	0,944	0,800	0,752	0,550
0,670	1,000	0,903	1,000	0,670	0,100
0,575	0,860	0,906	0,720	0,585	0,250

Pozostałe wskaźniki rocznej zmienności obciążeń systemu obliczamy następująco:

$$\sigma''_{rk} = \frac{\sum^{i} \frac{\pi_{ik}\mu_{ik}\sigma''_{ik}}{m_{ik}}}{\sum_{i} \frac{\pi_{ik}\mu_{ik}}{m_{ik}}}, \tag{70}$$

$$\sigma_{mies\acute{s}r(k)} = \frac{\sum^{i} \mu_{ik}}{\sum_{i} \frac{\mu_{ik}}{\sigma_{ik}}}, \tag{71}$$

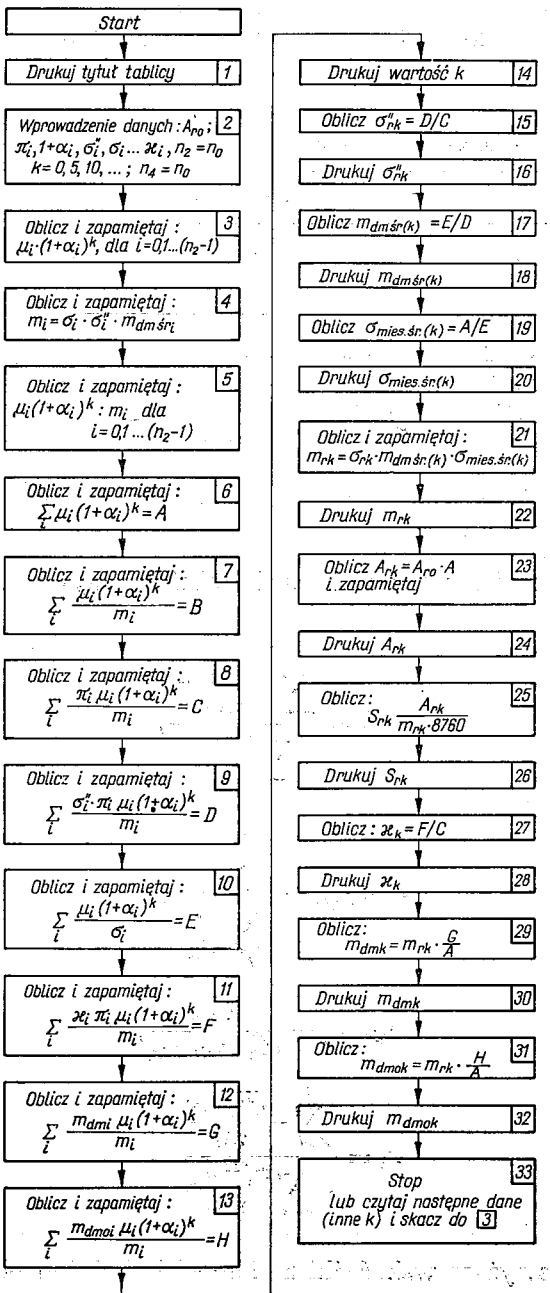
$$m_{dm\acute{s}r(k)} = \frac{m_{rk}}{\sigma''_{rk}\cdot\sigma_{mies\acute{s}r(k)}}, \tag{72}$$

$$\varkappa_k = \frac{\sum^{i} \frac{\pi^{VII}_{ik}\mu_{ik}\varkappa_{ik}}{m_{ik}}}{\sum_{i} \frac{\pi^{XII}_{ik}\mu_{ik}}{m_{ik}}}. \tag{73}$$

Wszystkie powyższe wskaźniki zmienności obciążeń obliczono z zastosowaniem matematycznej maszyny cyfrowej. Obliczenia wykonano na maszynie cyfrowej „SIRIUS" (Ferranti Ltd. — Anglia).

Program obliczeń przedstawiony na rys. 10 można podzielić na 3 zasadnicze części:

— Wprowadzenie danych i obliczenie wielkości wyjściowych (operatory 2 ... 13),



Rys. 11. Schemat operacyjny do programu — prognoza podstawowych wskaźników obciążeń systemu

— Obliczenie podstawowych wskaźników zmienności obciążeń (operatory 15, 17 ... 31),

— Druk wyników (operatory 14, 16 ... 32).

Wyniki prognozy obciążeń liczone co 5 lat zestawiono w tablicy 7.

Tablica 7

Wyniki prognozy obciążeń dla systemu o danych wyjściowych z tablicy 6, [13]

Lp.	Rok prognozy	Wskaźniki zmienności obciążeń						
		σ''_{rk}	$m_{dm\,śr(k)}$	$\sigma_{mies\,śr(k)}$	m_{rk}	A_{rk} (10^3 MWh/r)	M_{rk} (MW)	$\varkappa_k$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
		a) dla wzrastającego udziału odbiorców miast i wsi						
1	0	0,896	0,763	0,950	0,649	24100,00	4235,91	0,793
2	5	0,893	0,745	0,948	0,631	37079,63	6712,81	0,785
3	10	0,889	0,728	0,945	0,612	57706,53	10762,87	0,778
4	15	0,885	0,712	0,943	0,594	90837,42	17447,81	0,770
5	20	0,881	0,696	0,941	0,578	144593,85	28576,17	0,763
		b) dla wzrastającego udziału odbiorców energochłonnych						
6	0	0,896	0,763	0,950	0,649	24100,00	4235,91	0,793
7	5	0,899	0,774	0,951	0,661	34827,46	6010,28	0,798
8	10	0,901	0,785	0,953	0,674	50577,59	8658,09	0,803
9	15	0,904	0,796	0,955	0,687	73816,74	12274,34	0,808
10	20	0,907	0,807	0,956	0,699	108274,72	17673,02	0,814

W części (a) tablicy 7 podano rezultaty prognozy dla pierwszej grupy współczynników przyrostu (tablica 6, kolumna 4), odnoszących się do wzrostu udziału w perspektywie drobnych odbiorców energii elektrycznej, jak odbiorcy miejscy i wiejscy.

W części (b) tablicy 7 podano wyniki prognozy obciążeń w założeniu wzrostu udziału odbiorców energochłonnych (tablica 6, kolumna 5), głównie chemii i przemysłu ciężkiego.

Porównując wyniki uzyskane w obu przypadkach zauważa się istotne różnice w charakterze zmienności obciążeń systemu w perspektywie. W przypadku (a) ze wzrostem udziału drobnych odbiorców energii elektrycznej maleje zapełnienie rocznej krzywej uporządkowanej obciążeń, a więc maleje również roczny stopień obciążenia systemu m_r. W przypadku (b) występuje zjawisko zapełnienia wykresów obciążeń zarówno dobowych, jak i rocznych oraz towarzyszących temu zjawisku wskaźników.

W dalszej części przykładu analizuje się wpływ założonych zmian w charakterze i dynamice rozwoju obciążeń systemu na wybór nowych mocy szczytowych i podstawowych.

7.3. Ekonomiczny wybór nowych elektrowni szczytowych i podstawowych

Program obliczeń podano na rys. 12. Program składa się z trzech zasadniczych części.

Część pierwsza programu obejmuje czytanie takich danych, jak wskaźniki zmienności obciążeń, stałe równania kosztów systemu, parametry określające charakterystyki kosztów paliwa poszczególnych elektrowni itp.

Część druga programu obejmuje cykl iteracyjny, właściwy dla przyjętej metody obliczeń. W tej części programu obliczamy pierwszą wartość mocy szczytowej S_{10} wstawiając za $H_{10} = a_1$, $H_{20} = a_2$ ... $H_{p0} = a_p$, następnie dla tak obliczonej wartości S_1 określamy koszty paliwa H_1, H_2 ... H_p z równań kosztów paliwa i obliczamy nową wartość S_1'. Cykl obliczeń powtarzamy aż do uzyskania wymaganej tolerancji dokładności. Wielkość nowej mocy podstawowej S_n obliczamy ze wzoru:

$$S_n = 1 - S_1' - \sum_{2}^{n-1} S_p.$$

Część trzecia programu dotyczy obliczenia kosztów rocznych poszczególnych elektrowni i całego systemu oraz druku wyników obliczeń.

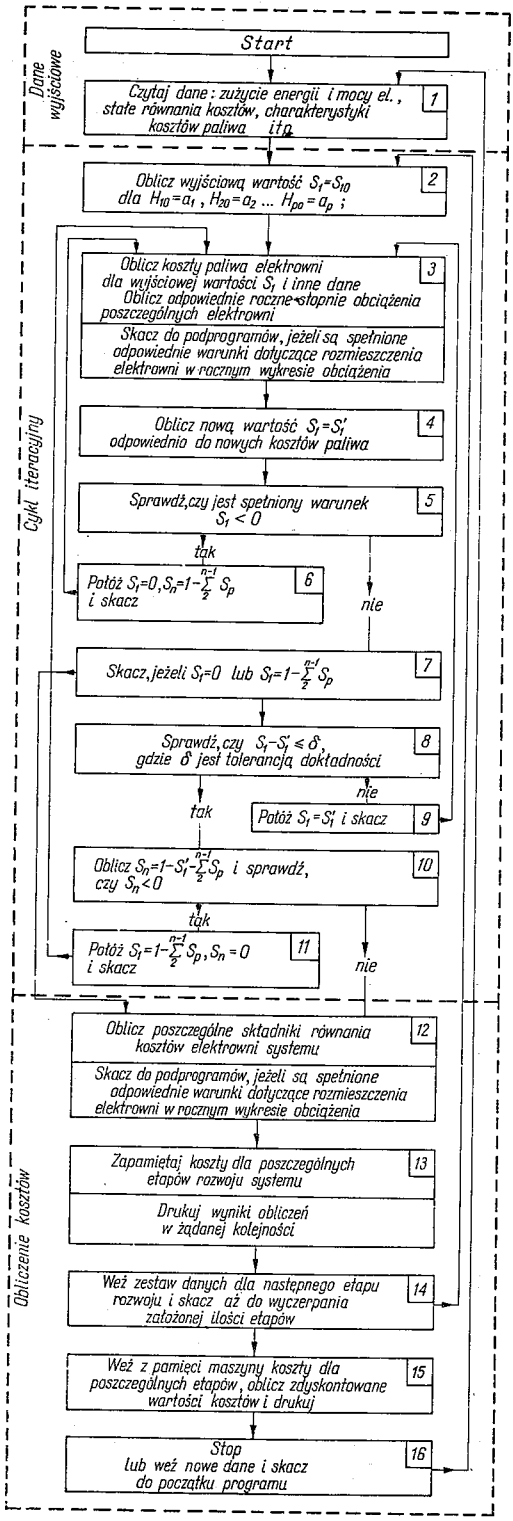
Ten sposób obliczeń powtarzamy dla każdego z lat rozwoju systemu. Opisywany program przygotowano w autokodzie na matematyczną maszynę cyfrową „SIRIUS (FERRANTI LTD — ANGLIA). Cały program składa się z 500 instrukcji. Wymagany czas obliczenia, przy szybkości maszyny 1000 operacji na sekundę, można podzielić następująco:

— czytanie zestawu podprogramów (compiler) — 1 minuta,
— czytanie właściwego programu — 1,5 minuty,
— obliczenie dla jednego zestawu danych — 2,5 minuty.

Na tablicy 8 pokazano wyniki otrzymane dla jednego z wariantów pokrycia obciążeń w systemie.

W poszczególnych kolumnach tablicy maszyna drukuje następujące wielkości:

1 — rok rozwoju systemu;
2 — nowa moc szczytowa, [MW];
3 — nowa moc podstawowa elektrowni, [MW];
4 — moc istniejących elektrowni, [MW];
5 — obciążenie szczytowe systemu, [MW];
6 — całkowita praca systemu, [10^3 MWh/r];
7 — całkowite koszty roczne systemu [10^6 zł/r];
8 — jednostkowy koszt produkcji w systemie, [zł/kWh];
9 — stopa akumulacji;
10 — zdyskontowana wartość kosztu rocznego, [10^6zł/r];



Rys. 12. Schemat operacyjny do programu — ekonomiczny wybór szczytowych i podstawowych elektrowni systemu

11 — zdyskontowana wartość produkcji rocznej, [MWh/r];
12 — zdyskontowana wartość kosztu jednostkowego produkcji, [zł/kWh], k_{AS}.

Tablica 8

Wyniki obliczeń dla jednego z wariantów pokrycia obciążeń w systemie

ELEKTROWNIA PODSTAWOWA JĄDROWA

ELEKTROWNIA SZCZYTOWA GAZOWA

1 ROK PROGN.	2 MOC SZCZ.	3 MOC ISTN.	4 MOC PODS.	5 MOC CAŁK.	6 PRACA CAŁK.	7 KOSZT ROCZN.	8 KOSZT JEDN.EN.
0	0	4054	182	4236	24100	4780	0.1984
5	0	3556	3157	6713	37080	6572	0.1772
10	0	3325	7437	10763	57707	10866	0.1883
15	400	3012	14036	17448	90837	18610	0.2049
20	1495	2730	24351	28576	144594	31578	0.2184

9 STOPA AKUM.	10 POCZĄTK. NAKŁ.	11 WART. PRACY	12 POCZ.WART. KOSZT.JEDN.EN.
0.080	9780	50036	0.1764

ELEKTROWNIA SZCZYTOWA DIZLOWA

ROK PROGN.	MOC SZCZ.	MOC ISTN.	MOC PODS.	MOC CAŁK.	PRACA CAŁK.	KOSZT ROCZN.	KOSZT JEDN.EN.
0	0	4054	182	4236	24100	4780	0.1984
5	0	3556	3157	6713	37080	6572	0.1772
10	0	3325	7437	10763	57707	10866	0.1883
15	577	3012	13860	17448	90837	18582	0.2046
20	2007	2730	23840	28576	144594	31473	0.2177

STOPA AKUM.	POCZĄTK. NAKŁ.	WART. PRACY	POCZ.WART. KOSZT.JEDN.EN.
0.080	9771	50036	0.1763

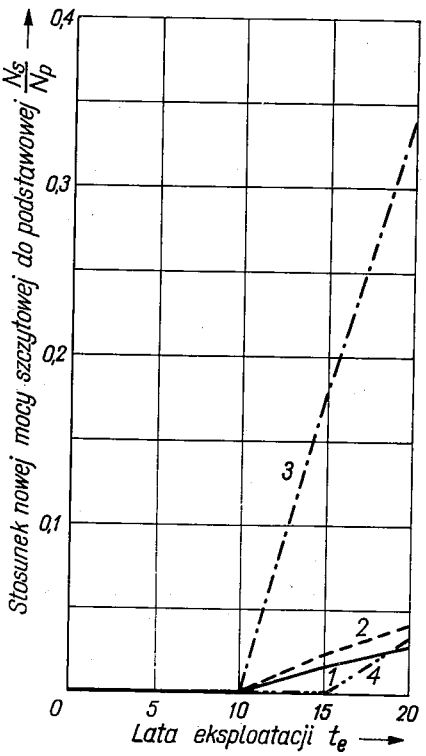
ELEKTROWNIA SZCZYTOWA POMPOWA

ROK PROGN.	MOC SZCZ.	MOC ISTN.	MOC PODS.	MOC CAŁK.	PRACA CAŁK.	KOSZT ROCZN.	KOSZT JEDN.EN.
0	0	4054	182	4236	24100	4780	0.1984
5	0	3556	3157	6713	37080	6572	0.1772
10	0	3325	7437	10763	57707	10866	0.1883
15	2257	3012	12179	17448	90837	18338	0.2019
30	6527	2730	19329	28329	144594	30546	0.2113

STOPA AKUM.	POCZĄTK. NAKŁ.	WART. PRACY	POCZ.WART. KOSZT.JEDN.EN.
0.080	9684	50036	0.1755

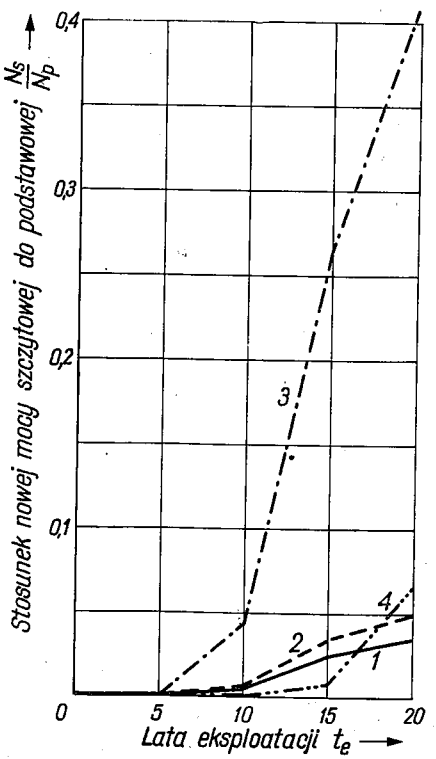
Ponadto w tytule tablicy podano rodzaj elektrowni szczytowej i rodzaj elektrowni podstawowej, dla których wykonano powyższe obliczenia. Dla celów praktycznych wygodnie jest numerować program i zestaw danych zaopatrując je w daty, celem łatwiejszej identyfikacji wyników.

Przytoczone wyniki obliczeń wskazują na ekonomiczną celowość instalowania nowych mocy podstawowych tylko w pierwszych 10 latach eksploatacji systemu. Wyniki obliczeń dla pozostałych wariantów przedstawiono graficznie na rys. 13.



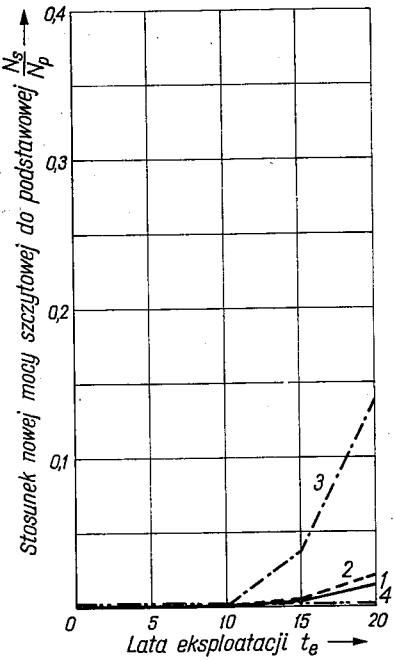
Rys. 13a. Nowe moce elektrowni szczytowych i podstawowych w funkcji lat eksploatacji umyślonego systemu elektroenergetycznego. Przypadek stałych kosztów paliwa elektrowni cieplnych i braku wycofań przestarzałych elektrowni. Nowa elektrownia podstawowa jest elektrownią cieplną konwencjonalną

1 — elektrownia szczytowa z turbinami gazowymi, *2* — elektrownia szczytowa z agregatami wysokoprężnymi, *3* — elektrownia szczytowa pompowa, *4* — elektrownia szczytowa kondensacyjna z uproszczonym schematem cieplnym



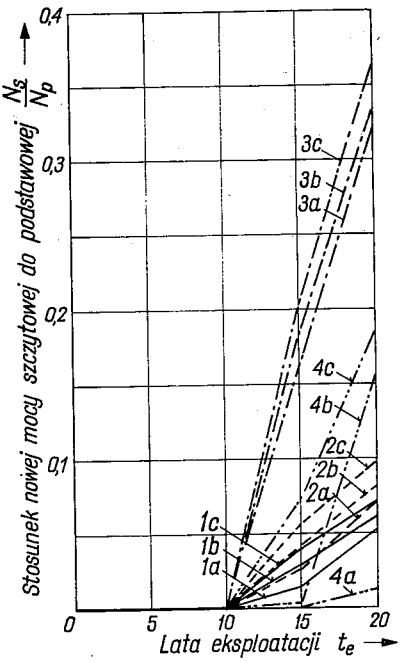
Rys. 13b. Nowe moce elektrowni szczytowych i podstawowych w funkcji lat eksploatacji umyślonego systemu elektroenergetycznego. Przypadek stałych kosztów paliwa elektrowni cieplnych i wycofań przestarzałych elektrowni w wysokości 2% rocznie. Nowa elektrownia podstawowa jest elektrownią cieplną konwencjonalną

1 — elektrownia szczytowa z turbinami gazowymi, *2* — elektrownia szczytowa z agregatami wysokoprężnymi, *3* — elektrownia szczytowa pompowa, *4* — elektrownia szczytowa kondensacyjna z uproszczonym schematem cieplnym



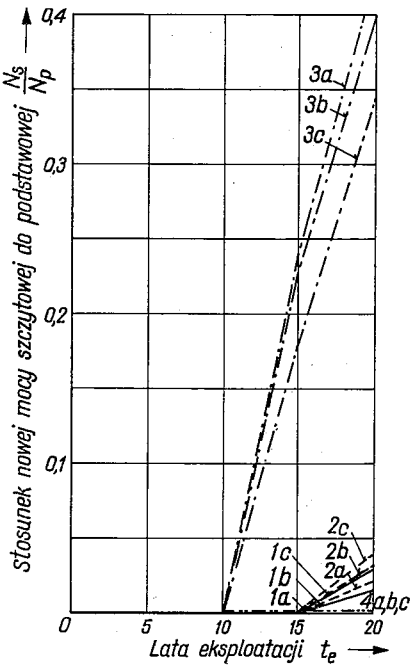
Rys. 13c. Nowe moce elektrowni szczytowych i podstawowych w funkcji lat eksploatacji umyślonego systemu elektroenergetycznego. Przypadek zmiennych kosztów paliwa elektrowni cieplnych i wycofań przestarzałych elektrowni w wysokości 2% rocznie. Nowa elektrownia podstawowa jest elektrownią cieplną konwencjonalną. Charakter wykresów obciążeń systemu określony wzrostem udziału odbiorców energochłonnych w perspektywie

1 — elektrownia szczytowa z turbinami gazowymi, *2* — elektrownia szczytowa z agregatami wysokoprężnymi, *3* — elektrownia szczytowa pompowa, *4* — elektrownia szczytowa kondensacyjna z uproszczonym schematem cieplnym



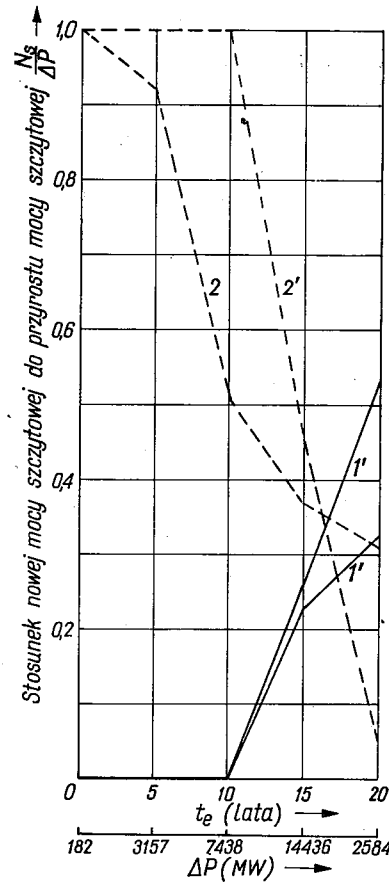
Rys. 13d. Nowe moce elektrowni szczytowych i podstawowych w funkcji lat eksploatacji umyślonego systemu elektroenergetycznego. Przypadek zmiennych kosztów paliwa elektrowni cieplnych i wycofań przestarzałych elektrowni w wysokości 2% rocznie. Nowa elektrownia podstawowa jest elektrownią jądrową

1a — elektrownia szczytowa z turbinami gazowymi, $p = 0{,}06$, $k_{AS} = 0{,}1708$ zł/kWh, *1b* — elektrownia szczytowa z turbinami gazowymi, $p = 0{,}08$, $k_{AS} = 0{,}1764$ zł/kWh, *1c* — elektrownia szczytowa z turbinami gazowymi, $p = 0{,}100$, $k_{AS} = 0{,}1815$ zł/kWh, *2a* — elektrownia szczytowa z agregatami wysokoprężnymi, $p = 0{,}06$, $k_{AS} = 0{,}1707$ zł/kWh, *2b* — elektrownia szczytowa z agregatami wysokoprężnymi, $p = 0{,}08$, $k_{AS} = 0{,}1763$ zł/kWh, *2c* — elektrownia szczytowa z agrefatami wysokoprężnymi, $p = 0{,}100$, $k_{AS} = 0{,}1815$ zł/kWh, *3a* — elektrownia szczytowa pompowa, $p = 0{,}06$, $k_{AS} = 0{,}1698$ zł/kWh, *3b* — elektrownia szczytowa pompowa, $p = 0{,}08$, $k_{AS} = 0{,}1755$ zł/kWh, *3c* — elektrownia szczytowa pompowa, $p = 0{,}100$, $k_{AS} = 0{,}1806$ zł/kWh, *4a* — elektrownia szczytowa kondensacyjna z uproszczonym schematem cieplnym, $p = 0{,}06$, $k_{AS} = 0{,}1708$ zł/kWh, *4b* — elektrownia szczytowa kondensacyjna z uproszczonym schematem cieplnym, $p = 0{,}08$, $k_{AS} = 0{,}1763$ zł/kWh, *4c* — elektrownia szczytowa kondensacyjna z uproszczonym schematem cieplnym, $p = 0{,}100$, $k_{AS} = 0{,}1814$ zł/kWh



Rys. 13e. Nowe moce elektrowni szczytowych i podstawowych w funkcji lat eksploatacji umyślonego systemu elektroenergetycznego. Przypadek zmiennych kosztów paliwa elektrowni cieplnych i wycofań przestarzałych elektrowni w wysokości 2% rocznie. Nowa elektrownia podstawowa jest cieplną elektrownią konwencjonalną

1a — elektrownia szczytowa z turbinami gazowymi, $p = 0{,}06$, $k_{AS} = 0{,}2093$ zł/kWh, *1b* — elektrownia szczytowa z turbinami gazowymi, $p = 0{,}08$, $k_{AS} = 0{,}2111$ zł/kWh, *1c* — elektrownia szczytowa z turbinami gazowymi, $p = 0{,}100$, $k_{AS} = 0{,}2127$ zł/kWh, *2a* — elektrownia szczytowa z agregatami wysokoprężnymi, $p = 0{,}06$, $k_{AS} = 0{,}2092$ zł/kWh, *2b* — elektrownia szczytowa z agregatami wysokoprężnymi, $p = 0{,}08$, $k_{AS} = 0{,}2111$ zł/kWh, *2c* — elektrownia szczytowa z agregatami wysokoprężnymi, $p = 0{,}100$, $k_{AS} = 0{,}2127$ zł/kWh, *3a* — elektrownia szczytowa pompowa, $p = 0{,}06$, $k_{AS} = 0{,}2082$ zł/kWh, *3b* — elektrownia szczytowa pompowa, $p = 0{,}08$, $k_{AS} = 0{,}2104$ zł/kWh, *3c* — elektrownia szczytowa pompowa, $p = 0{,}100$, $k_{AS} = 0{,}2122$ zł/kWh, *4a* — elektrownia szczytowa kondensacyjna z uproszczonym schematem cieplnym, $p = 0{,}06$, $k_{AS} = 0{,}2093$ zł/kWh, *4b* — elektrownia szczytowa kondensacyjna z uproszczonym schematem cieplnym, $p = 0{,}08$, $k_{AS} = 0{,}2111$ zł/kWh, *4c* — elektrownia szczytowa kondensacyjna z uproszczonym schematem cieplnym, $p = 0{,}100$, $k_{AS} = 0{,}2128$ zł/kWh



Rys. 13f. Nowe moce elektrowni szczytowych w funkcji przyrostu mocy umyślonego systemu elektroenergetycznego. Przypadek zmiennych kosztów paliwa elektrowni cieplnych i wycofań przestarzałych elektrowni w wysokości 2% rocznie. Nowa elektrownia podstawowa jest konwencjonalną elektrownią cieplną, 3500 zł/kW, $r = 0{,}1779$

1 — elektrownia szczytowa pompowa, 3200 zł/kW, $p = 0{,}08$, $r = 0{,}1099$, $k_{AS} = 0{,}2035$ zł/kWh, *2* — wodna elektrownia zbiornikowa, 9000 zł/kW, $p = 0{,}08$, $r = 0{,}1099$, $k_{AS} = 0{,}2268$ zł/kWh. Nowa elektrownia podstawowa jest elektrownią jądrową, 5300 zł/kW, $r = 0{,}1979$. *1'* — elektrownia szczytowa pompowa, 3200 zł/kW, $p = 0{,}08$, $r = 0{,}1099$, $k_{AS} = 0{,}1840$ zł/kWh, *2'* — wodna elektrownia zbiornikowa, 9000 zł/kW, $p = 0{,}08$, $r = 0{,},1099$, $k_{AS} = 0{,}2123$ zł/kWh

Na podstawie porównania otrzymanych wyników stwierdzamy, że:

a) Elektrownia pompowa daje największe korzyści w projektowanym systemie elektroenergetycznym. Należy zaznaczyć, że w polskich warunkach energetycznych właśnie ten typ elektrowni posiada największe możliwości rozwojowe w okresie najbliższych 20—30 lat.

b) Wprowadzenie zmienności kosztów paliwa działa na niekorzyść elektrowni szczytowych, gdyż efekty uzyskiwane w systemie w pierwszych latach eksploatacji systemu przy wprowadzeniu nowych elektrowni podstawowych są znacznie wyższe aniżeli przy wprowadzeniu elektrowni szczytowych. Fizykalne wytłumaczenie tego zjawiska jest następujące. Wprowadzając elektrownie szczytowe pogarszamy ogólną sprawność wytwarzania w systemie, zmuszając elektrownie mniej sprawne do produkowania większej ilości energii elektrycznej. Natomiast wprowadzając wysokosprawne elektrownie podstawowe zwiększamy ogólną sprawność wytwarzania w dwojaki sposób:

— zwiększając udział wysokosprawnych elektrowni,

— zmniejszając produkcję mniej sprawnych elektrowni cieplnych, które zajmują wyższe części wykresu uporządkowanego obciążeń systemu.

c) Elektrownia jądrowa, jako elektrownia podstawowa, konkuruje w mniejszym stopniu z elektrowniami szczytowymi. Dzieje się to głównie z powodu wysokich kosztów nakładowych i gorszej sprawności wytwarzania. Przy obecnym zaawansowaniu technicznym budowy elektrowni jądrowych wobec niskich parametrów pary dolotowych turbiny nie można uzyskać dobrych sprawności wytwarzania.

d) Istotny wpływ na wybór nowych mocy posiada charakter zmienności obciążeń w rozważanym systemie elektroenergetycznym w perspektywie. Mianowicie wzrost udziału drobnych odbiorców energii elektrycznej powoduje, że wykresy obciążeń są mniej wypełnione i większym mocom szczytowym odpowiadają mniejsze produkcje. Odwrotnie przy wzroście udziału odbiorców energochłonnych wykresy obciążeń są bardziej zapełnione, stąd konieczność większych produkcji dla tych samych mocy szczytowych. Z punktu widzenia ekonomiki pracy systemu energetycznego pierwszy rodzaj wykresów obciążeń sprzyja budowie nowych elektrowni szczytowych, które jakkolwiek tańsze, posiadają gorszą sprawność wytwarzania.

e) Decydujący wpływ na wybór nowych elektrowni szczytowych posiada struktura istniejącej energetyki cieplnej i stopień wycofań przestarzałych elektrowni cieplnych. Im mniejsza różnica w sprawności wytwarzania i kosztach produkcji elektrowni istniejących i wprowadzanych, tym mniejszy wpływ istniejącej energetyki na wskaźniki ekonomiczne systemu przy wprowadzeniu nowych mocy szczytowych. Większy procent wycofań starych nieekonomicznych elektrowni cieplnych poprawia ogólną sprawność wytwarzania systemu. Należy podkreślić, że udział istnie-

jącej energetyki w szczycie systemu maleje w perspektywie wskutek szybkiego wzrostu obciążenia szczytowego systemu.

f) Stopa akumulacji posiada szczególnie duży wpływ na inwestycje kapitałochłonne. Większa stopa akumulacji działa przeciwko wprowadzeniu do systemu elektrowni kosztownych, jak elektrownie jądrowe lub wodne zbiornikowe, które mimo niewątpliwych korzyści ekonomicznych przy dłuższym okresie eksploatacji (w obu przypadkach niskie koszty zmienne produkcji, szczególnie dla elektrowni wodnych) nie mogą konkurować z tańszymi sposobami pokrycia projektowanych przyrostów mocy.

Szczególnego wyjaśnienia wymaga problem wprowadzenia nowych mocy szczytowych zlokalizowanych w elektrowniach wodnych zbiornikowych. Z obliczenia otrzymuje się większe wartości mocy ekonomicznie uzasadnionej (rys. 13g), aniżeli w innych wariantach pokrycia obciążeń szczytowych. Wnioskowanie o większej opłacalności tego rodzaju elektrowni w porównaniu np. z elektrownią pompową byłoby błędem.

Jeżeli do wzoru (29) wstawimy za $H_1 = 0$ (koszty zmienne produkcji elektrowni wodnych zbiornikowych są praktycznie pomijalne), wtedy oba człony tego wzoru są dodatnie wobec $r_1 k_1 > r_n k_n$. Zatem wzrostowi obciążenia szczytowego systemu towarzyszy wzrost ekonomicznie uzasadnionej mocy elektrowni wodnej zbiornikowej. Bliższa analiza równania kosztów wskazuje na to, że tylko taki poziom mocy, a n i e m n i e j s z y, może zagwarantować przewagę ekonomiczną elektrowniom zbiornikowym nad elektrowniami podstawowymi, które są tańsze, ale obarczone są znacznie większymi kosztami zmiennymi produkcji.

Należy zaznaczyć, że korzystając ze wzoru (27) możemy określić jednoczesną kombinację różnych elektrowni szczytowych i podstawowych gwarantujących minimum kosztów wytwarzania w systemie.

8. WNIOSKI KOŃCOWE

W toku analizy, w rozdziałach 1—7, przedstawiono nową metodę wyboru rodzaju elektrowni pokrywających przyrost mocy i energii w rozważanym systemie elektroenergetycznym. Główna idea proponowanej metody sprowadza się do ustalenia najkorzystniejszego stosunku nowych mocy szczytowych do nowych mocy podstawowych, a mianowicie takiego, aby zagwarantować minimum kosztów wytwarzania w systemie za cały rozważany okres jego rozwoju. Mimo szeregu założeń upraszczających proponowana metoda analizy posiada szereg zalet, wśród których najważniejsze są:

I. Umożliwia szybką ocenę rozpatrywanych wariantów pokrycia obciążeń systemu i wybór decyzji optymalnej z punktu widzenia wypadkowych kosztów wytwarzania wszystkich elektrowni systemu.

II. Dzięki prostocie wzorów wyjściowych pozwala na szybkie ustalenie stopnia wpływu podstawowych parametrów elektrowni systemu i charakteru obciążeń systemu na sposób wyboru nowych mocy.

III. Zastosowanie techniki maszyn cyfrowych ułatwia szybką ocenę poszczególnych wariantów pokrycia obciążeń.

IV. Niekiedy bardzo przydatne są metody wykreślne obliczeń.

Politechnika Gdańska
Katedra Elektroenergetyki

WYKAZ LITERATURY

1. Antopolski M., Nowakowski R.: Programowanie liniowe w obliczeniach ekonomicznych rozbudowy systemu elektroenergetycznego. — Biuletyn Instytutu Energetyki, nry 9/10 i 11/12, 1961.
2. Baldwin C. J., Dale K. M.: A Study of the Economic Shutdown of Generating Units in Daily Dispatch. — A.I.E.E. Trans., Vol. 78 (1959), Pt. III, 1272—1282.
3. Baldwin C. J.: Results of Long-Range Planning by Simulation. — Proc. American. Power Conf., Vol. 23 (1961), 831—843.
4. Bellman R.: Dynamic Programming. Princeton University Press, 1957.
5. Bellman R., Glicksberg I., Gross O. A.: Some Aspects of the Mathematical Theory of Control Processes. Rand Corporation, Santa Monica 1958.
6. Bernholz B., Graham L. J.: Hydro-Thermal Economic Scheduling. — A.I.E.E. Trans., Vol. 79 (1960), Pt. III, 921—929.
7. Brownell B. B.: Diesel Power for Peaking Area Back-up and Spinning Reserve. — Proc. American Power Conf., Vol. 23 (1961), 707—715.
8. Carlson H. A., Marsh W. D.: An Evaluation of Peaking in 1960 a with Gas-Turbines. — Proc. American Power Conf., Vol. 23 (1961), 716—728.
9. Craeger W. P., Justin J. D.: Hydroelectric Handbook. J. Wiley & Sons, New York 1950.
10. Dettman J. W.: Mathematical Methods in Physics and Engineering. Mc. Graw-Hill Book Co., New York 1962.
11. Gornsztejn W. M.: Rekomendacji po uczotu reżimow raboty eniergieticzeskich sistiem pri projektirowanii. W.N.I.E., Moskwa 1959.
12. Gornsztejn W. M.: Najwygodniejszyje reżimy raboty gidrostancij w eniergieticzeskich sistiemach. Goseniergoizdat, Moskwa 1959.
13. Góra S.: Mathematical Approach to Theory of Expanding Power System. Imperial College of Science and Technology, London 1962.
14. Góra S.: Theory of Economic Model of Power System. Imperial College of Science and Technology, London 1962.
15. Góra S.: Prognoza obciążeń systemu elektroenergetycznego z zastosowaniem matematycznych maszyn cyfrowych. Katedra Elektroenergetyki Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, marzec 1963.
16. Góra S., Marecki J.: Ocena udziału elektrowni wodnych w planowaniu rozwoju systemu elektroenergetycznego. Komitet Elektryfikacji Polski, PAN, Materiały i Studia, tom X, PWN, Warszawa 1962, 180—204.

17. Góra S., Marecki J.: Computer Programming for Economic Comparison of Pumped-Storage and Gas-Turbine Stations Designed to Cover Peak Loads in Large Thermal Systems. E.C.E., Symposium on Peak Load Coverage, VEN/ /SYMP/D.9, Venice, 20—23 maja 1963.
18. Góra S.: Programowanie sposobu rozbudowy szczytowych elektrowni wodnych w systemie elektroenergetycznym z zastosowaniem matematycznych maszyn cyfrowych. — Archiwum Hydrotechniki, zeszyt 4, 1963.
19. Hicks L. K.: Theory of Economic Selection of Generating Units. — A.I.E.E. Trans., Vol. 78 (1959), Pt. III, 1794—1800.
20. Haldane T. G. N., Blackstone P. L.: Problems of Hydro-Electric Design in Mixed Thermal-Hydro-Electric Systems. — Proc. I.E.E., Pt. A, 1955, 311—331.
21. Jaeger Ch.: The Economics of Pumped Storage. Water Power, 2—3, 1957.
22. Jaeger Ch.: The Analysis of Large Expanding Electric Systems. — British Power Engineering, 9—10, 1960.
23. Kaufmann A.: Méthodes et modèles de la recherche opérationelle. Dunod, Paris 1962.
24. Kirchmayer L. K., Stagg G. W.: Evaluation of Methode of Coordinating Incremental Fuel Costs and Incremental Transmission Losses. — A.I.E.E. Trans., Vol. 71 (1952), Pt. III, 512—521.
25. Kirchmayer L. K.: Economic Operation of Power System. John Wiley & Sons, New York 1958.
26. Kopecki K.: Zarys gospodarki elektroenergetycznej. PWN, Warszawa 1952.
27. Kopecki K.: Ogólne założenia i metodyka rachunku gospodarczego w pracach planowo-projektowych w elektroenergetyce. Komitet Elektryfikacji Polski PAN, Materiały i Studia, tom V, PWN, Warszawa 1960.
28. Łaskow J., Nowakowski R.: Ekonomiczna efektywność wytwarzania energii szczytowej w różnych elektrowniach. — Energetyka, zeszyty 3—4 i 5—6, 1961.
29. Musil L.: Die Gesamtplanung von Dampfkraftwerken. Springer Verlag, Wien 1948.
31. Münzinger F.: Dampfkraft. Springer Verlag, Wien 1949.
32. Naylor J. H.: The Economic Operation of an A. C. Power Supply System: Calculation of Station Penalty-Factors. Power System Laboratory Report Nr 34, Imperial College, London 1961.
33. Nowakowski R. i inni: Pokrywanie obciążeń szczytowych i struktura mocy elektrowni. Instytut Energetyki, Warszawa, lipiec 1962.
34. Przybylski T.: Ekonomiczny rozrząd mocy w systemie elektroenergetycznym z uwzględnieniem strat przesyłu uogólnioną metodą pomiarów w liniach. Rozprawa doktorska. Gdańsk 1961.
35. Sadowski W.: Teoria podejmowania decyzji. PWN, Warszawa 1963.
36. Skrotzki B. G. A.: Electric System Operation. Mc Graw Hill Book Company, New York 1954.
37. Smail G. G., Vermon K. K.: Operation on the Scottish Hydro-Thermal Generating System. Economic Commision for Europe, Symposium on Peak Load Coverage, VEN/SYMP/D.10, Venice, 20—23 maja 1963.
38. Schneider R.: Elektrische Energiewirtschaft. Springer Verlag, Berlin 1936.
39. Soschinski B.: Die Vorausberechnung der Selbstkosten von Elektrizitätswerken. — ETZ, 1918, 125—135.
40. Kopecki K.: Analiza zmienności obciążeń systemów energetycznych w Polsce. — Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej nr 13, PWN, Poznań 1958.

S. GÓRA

METHOD OF PATTERN SELECTION OF GENERATING PLANTS IN POWER SYSTEM WITH USE OF DIGITAL COMPUTERS

Summary

The economic selection of generating power plants is analyzed in the presented paper. The basic idea of the proposed method is to minimize the overall power system costs over the considered period of exploitation, say 20—25 years.

An influence of the following factors on the choice of new peaking and base load capacities is considered. These are: varying fuel costs, rate of interest, character of system loads, distribution of costs over time etc. A loading trapezoid of power system is assumed to the further calculations. On this basis general cost equations of the particular power plants and total system can be easily developed with help of the geometric relationships. We calculate the output of each power plant as a function of its allocation in the annual load diagram. Also fuel costs are expressed in the same way. Fuel costs depend mainly on the start and closing characteristics of generating units over the day and year.

Load factors of power plants are developed as a function of plant allocation in the load diagram.

Varying fuel costs and plant outputs are introduced into the cost equation of total power system. They complicate the calculations in such extend that the linear programming methods cannot be used.

Lagrange multipliers are applied to minimize the overall cost equation, but varying fuel costs are introduced only during the iterative process.

Some graphical methods can be also applied to minimize cost equation with two variables.

As the basic initial data the future system loads are assumed. They are calculated on the „SIRIUS" digital computer. These loads are met by the different, new peaking plants (gas — turbine, pumped-storage, hydro-storage and steam power plants) and new base-load plants (conventional and nuclear plants).

On the basis of the obtained results the following conclusions can be made:

— Most economic appears pumped — storage plant,

— Introduction of varying fuel costs acts against the increase of new peaking capacities. It is evident that the new base — load capacities increase the overall system efficiency.

— Nuclear base — load plant is less competitive in comparison with new peaking capacities.

— System load diagrams characterized by smaller load factors act in favour of the new peaking capacities.

— Greater rate of interest holds up more expensive investments.

Finally the proposed method is characterized as follows:

I. Quick choice of the economic decision and simplicity of the initial formulae.

II. Proper evaluation of the influence of basic parameters on the plant and system costs.

III. Easy programming and computations with use of digital computer.

S. GÓRA

LA MÉTHODE DU CHOIX DE LA PUISSANCE DES USINES GÉNÉRATRICES DANS UN RÉSEAU INTERCONNECTE À L'AIDE DES CALCULATEURS ÉLECTRONIQUES

Résumé

Le progrès constant de la demande de puissance et d'énergie exige d'importants investissements pour la construction de nouvelles centrales de pointe et de base.

Dans ce rapport on applique une méthode nouvelle pour comparer les centrales composantes et pour le choix des centrales nouvelles de pointe et de base, du point de vue économique, c'est à dire portant un minimum des depenses annuelles dans la période d'exploitation du réseau.

Un modèle trapézoidale de charge a été admis à ces calculs. Pour designer le diagramme de charge on applique la méthode des composantes de la charge.

Si on connaît le schéma d'expansion de chacune de ces composantes de la charge (industrielle, urbaine, rurale etc.) on obtient la charge totale du réseau en additionnant ces différentes composantes.

À cause de la complexité du calcul on se sert d'un calculateur électronique.

Sur la base d'un modèle économique du réseau énergétique, les lignes économiques de l'expansion sont déterminées à l'aide d'un calculateur électronique.

La préparation des données et l'organisation technique du calcul sont également décrites.

Cette analyse est appliquée (comme un exemple détaillé) aux usines de pointe (usines de pompage, usines des turbines à gaz etc.) et de base (usines à vapeur et nucléaires).

Ces considérations permettent de tirer les conclusions suivantes:

a) Les aspects économiques du régime de pointe dépendent essentiellement des facteurs ci-après: caractère de l'accroissement de la charge, caractéristiques des dépenses des combustibles dans les centrales nouvelles et dans les centrales existantes, le coût unitaire de nouvelles centrales.

b) L'influence des centrales existantes se diminue avec la durée d'exploitation des centrales, en raison de la participation de ces centrales aux charges de réseau decroissante au cours d'expansion de ce réseau.

c) La nature des variations de la charge est un élément important pour le choix des centrales de pointe. Pour ce choix il est avantageux que les facteurs de charge soient moins élevés et les pointes plus „aigues".

d) Les centrales de pompage sont très économiques. Les centrales nucléaires sont moins économiques principalement à cause des coûts élevés d'investissements. Un taux élevé arrête les investissements coûteux.

e) Il convient d'établir un programme général du calcul et de l'analyse du régime du réseau énergétique. Ce programme devrait permettre d'apporter toute modification aux données initiales et donner une solution réelle au problème de l'économie des centrales du réseau.

S. GÓRA

METHODE ZUR AUSWAHL DER LEISTUNGSKOMPOSITION VON KRAFTWERKEN IM VERBUNDNETZ MIT HILFE DES DIGITALRECHNERS

Zusammenfassung

Die anhaltende Entwicklung des elektrischen Kraft — und Energie — Verbrauchs fordert die grossen Anlagenkapitalen zur Konstruktion der neuen Spitzen — und Grundlastkraftwerken.

In dieser Arbeit ist die neue Methode zum Vergleich und Auswahl der verschiedenen spitzenkraftwerken und Grundlastkraftwerken vom ökonomischen Standpunkt geschrieben.

Das Minimum der jahrlichen Auslagen während der Exploitationsperiode des Verbundnetzes ist angenommen. Zu dieser Analyse ist die Belastung des Verbundnetzes mit dem Trapezmodell vorgestellt. Die gesamte Belastung ist auf verschiedene Belastungsbestandteile (Industrie, Stadt — und Landverbraucher) geteilt.

Infolge der komplizierten Berechnungen ist der Digitalrechner gefunden.

Auf Grund des vorgelegten, ökonomischen Modell sind die fundamentale Entwicklungstendenzen des Verbundnetzes bestimmt. Die Berechnungsweise und Datenvorbereitung ist in dieser Arbeit ausführlich geschrieben.

Auch ein ausführliches Beispiel des ökonomischen Vergleichung — und Spitzenkraftwerkes (Pumpspeicherkraftwerk, Gasturbinenkraftwerk) und Grundlastkraftwerke (Dampfkraftwerken, Kernkraftwerken) ist geschrieben.

Diese Betrachtungen führen zu den folgenden Schlüssen:

a) Die Effekte der Spitzenkraftwerke kommen hauptsächlich auf den Charakter der Belastung des Verbundnetzes, die Brennstoffscharakteristiken der neuen und bestehenden Dampfkraftwerke und die Anlagekapitalen der neuen Kraftwerke an.

b) Der Einfluss der bestehenden Kraftwerke, zufolge kleineren Teilnahmen in der Belastung des Verbundnetzes in der Zukunft, verkleinert sich mit der Exploitationsperiode.

c) Der Charakter der Belastungsvariation des Verbundnetzes ist ein entscheidender Faktor. Das ist günstig für die Effekte der Spitzenkraftwerke wenn die Belastungskurven mehr „spitzig" sind.

d) Die Pumpspeicherkraftwerke erweisen sich sehr effektiv die Kernkraftwerke sind weniger effektiv infolge ihrer grossen Anlagekosten. Der grosse Einfluss hält sie kostpieligen Anlagen auf.

e) Die vorgelegte Methode ermöglicht beliebige Änderungen der Ausgangsdaten. Die Berechnungen sind kurz und genau.

С. ГУРА

МЕТОД ВЫБОРА СТРУКТУРЫ МОЩНОСТЕЙ ПО ЭЛЕКТРОСТАНЦИЯМ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ЦИФРОВОЙ ТЕХНИКИ

Резюме

В работе рассматривается вопрос об экономическом выборе мощности электростанций в планировании энергосистемы.

Основной принцип этого метода заключается в определении такой структуры энергосистемы, чтобы обеспечить минимум годовых издержек отдельных электростанций и целой энергосистемы в рассматриваемый период времени, примерно 20—25 лет.

В этой работе рассматривается влияние таких, основных показателей как: переменные издержки на топливо, процентная норма, характер изменения электронагрузки, распределение во времени и др., на выбор новых пиковых и базисных мощностей в планировании энергосистемы. Вопрос влиянии сетевых потерь на выбор новых пиковых мощностей электростанций проанализирован общим образом.

Принимая трапециодальную модель нагрузки электростанций энергосистемы, изображено выработку электроэнергии отдельных электростанций с помощью геометрических зависимостей. Издержки на топливо, зависящие главным образом от стартовых и нагрузочных характеристик комплектов „котел-турбина", а также от способа отставления блоков, можно выразить в зависимости от годовых часов использования пиковой мощности этих электростанций. Затем коэффициенты использования годового максимума представлено в зависимости от положений в годовом графике нагрузки. Введением переменных издержек на топливо и изменений электровыработки электростанций в уравнение годовых издержек энергосистемы усложняется расчеты в такой степени, что практически невозможно применить метод линейного программирования. Поэтому предлагается метод множителей Лагранжа при условии, что переменные издержки на топливо введены в дальнейшей части расчетов, в течение итерационного цикла.

Очень удобными являются графические методы решений; рассмотрены на примере такого решения.

В этой работе анализируется также вопрос перспективных приростов нагрузки энергосистемы и изменений её основных показателей.

В этой работе применен метод прогноза составляющих нагрузок.

Принимая таким образом определенные нагрузки как исходные данные, обсуждается подробно пример перекрытия этих нагрузок разными пиковыми (газотурбинные, НАЭС, ГАЭС и специальные ТЭС) и базисными (ТЭС и ядерные) электростанциями.

К этим расчетам применяется математическая цифровая машина „SIRIUS".

На основании этих расчетов определено влияние следующих, решающих показателей на выбор пиковых мощностей в энергосистеме. Выводы из этих расчетов можно описать следующим образом:

— Найбольшие экономические эффекты получаются при работе НАЭС в энергосистеме,
— Введение переменных издержек на топливо действует против установлению больших мощностей на пиковых электростанциях поэтому, что введение надежных, базисных электростанций вызывает большие экономические эффекты в энергосистеме,
— Базисная, ядерная электростанция конкурирует в меньшей степени с пиковыми электростанциями,
— Менее заполненные графики нагрузки энергосистемы доказывают большего уровня пиковых мощностей в перекритии новых приростов,
— Большая процентная норма задерживает развитие дорогих электростанций.

В конце работы подтверждается, что предлагаемый метод выбора новых мощностей в энергосистеме обладает разными достоинствами из которых самыми важными являются:

1) Скорость выбора найлучшего решения и простота исходных формул.

2) Возможность соответственной оценки влияния основных характеристик электростанций и энергосистемы на выбор решения.

3) Легкость программирования и расчетов на вычислительной цифровой машине.

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie podanych wytycznych przy przygotowaniu maszynopisu:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z podwójną interlinią (co drugi wiersz), z marginesem 4 cm z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w 2 egzemplarzach (oryginał i pierwsza kopia na papierze maszynowym).
2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskaźniki niżej liter i wykładniki potęg należy pisać szczególnie dokładnie i wyraźnie. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.
3. Każda praca powinna być zaopatrzona w streszczenie w języku polskim, objętości do 1 stronicy maszynopisu, oraz w cztery streszczenia w językach angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim, z których dwa (w dowolnych językach) mogą być dłuższe, np. obj. 1 strony na każde 20 stron tekstu, dwa zaś krótsze, obj. 10—15 wierszy maszynopisu. W razie niemożności nadesłania streszczeń w językach obcych autor dostarcza odpowiedniki w języku polskim, do każdego języka oddzielny, podając niezbędną do wykonania tłumaczenia obcojęzyczną terminologię.
4. Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku. Natomiast pożądane jest zaopatrywanie rysunków w krótki podpis wyjaśniający, również wtedy, gdy rysunek omówiony jest w tekście. Ostateczne wykonanie rysunku obowiązuje Redakcję.
5. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie używać określeń jak figura, szkic, fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy i nazwisko autora.
6. Wszystkie tablice (unikać zbyt dużych), podobnie jak rysunki, należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis objaśniający). Wszelkie zestawienia należy nazywać tablicami (nie tabelami).
7. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, po czym po dwukropku pełny tytuł dzieła lub artykułu, tytuł czasopisma, tom, numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje powinny być ponumerowane w kolejności alfabetycznej autorów, w tekście — powołania na numer pozycji w nawiasie kwadratowym, na przykład [3].
8. Redakcji przysługuje prawo do przeprowadzenia korekty stylistycznej i do dostosowania oznaczeń oraz układu pracy do norm przyjętych w „Rozprawach".
9. Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni. W korekcie autorskiej nie mogą być wprowadzone żadne poprawki tekstu złożonego uprzednio w maszynopisie, które mogłyby spowodować konieczność zmian w przełamywaniu.
10. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egzemplarzy odbitek jego pracy. Dodatkowe egzemplarze autor może zamówić w redakcji na własny koszt przy przesyłaniu maszynopisu swej pracy.
11. **Niezastosowanie się Autora do powyższych wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych przez autora materiałów do wymaganej formy.**

СОДЕРЖАНИЕ

С. Погожэльски: Коэффициент сходимости волны в антенной технике 520
М. Налэнч: Точность и чувствительность преобразователей Холла в статических механических измерениях 542
М. Домбровски: Влияние фазово-частотных искажений телефонных каналов на передачу цифровых данных 570
В. Компало: Технология и основные параметры германиевых сплавленных транзисторов типа *n-p-n* 598
И. Вуйцик: Германиевый мощный транзистор высокой частоты изготовленный сплавно-диффузионным методом 641
С. Пионтэк: О возможностях применения алюминия в обмотках роторов турбогенераторов при различных системах охлаждения статора и ротора 652
З. Ковальски: Принцип взаимности сопротивлений в системе симметричных составляющих 675
С. Гура: Метод выбора структуры мощностей по электростанциям энергосистемы с применением вычислительной цифровой техники . . . 735

Cena zł 25.—

Rozprawy Elektrotechniczne

Kwartalnik

WARUNKI PRENUMERATY CZASOPISMA

Cena prenumeraty rocznej zł 100,—
„ „ półrocznej zł 50,—

Zamówienia i wpłaty przyjmują:

1. Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw „Ruch", Warszawa, ul. Wronia 23, konto PKO nr 1-6-100.020.
2. Oddziały i Delegatury „Ruchu".
3. Urzędy pocztowe i listonosze.
4. Księgarnie „Domu Książki".

Zamówienia przyjmowane są do dnia 15 miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty.

Zamówienia dla zagranicy przyjmuje Biuro Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch", Warszawa, Wronia 23 (tel. 20-46-88), konto PKO nr 1-6-100.024. Koszt prenumeraty ze zleceniem wysyłki za granicę jest o 40% wyższy.

Bieżące oraz archiwalne numery można nabywać lub zamawiać w księgarniach „Domu Książki" oraz we Wzorcowni Wydawnictw Naukowych PAN — Ossolineum — PWN, Warszawa, Pałac Kultury i Nauki (wysoki parter).

Archiwalne egzemplarze można nabywać także w Punkcie Wysyłkowym Prasy Archiwalnej „Ruch" — Warszawa, ul. Srebrna 12, konto PKO nr 114-6-700041 VII O/M.

Tylko prenumerata zapewnia regularne otrzymywanie czasopisma.

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XI · ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1965

TREŚĆ

J. Lasociński: Pole elektromagnetyczne w szczelinie nieskończenie długiej maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym 743
E. Horoszko: Symetryzacja obciążeń jednofazowych pieców elektrycznych 767
J. Sałaciński, M. Zientalski, R. Krajewski: Zniekształcenia nieliniearne w filtrach teletransmisyjnych 787
T. Jankowski: Zastosowanie tranzystorów stopowo-dyfuzyjnych w układach logicznych 819
J. Pułtorak: Złącza eutektyczne w germanie i w krzemie 839
J. Klamka: Diody krzemowe dużej mocy 861

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

J. Lasociński: Electromagnetic Field in Air-Gap of an Infinitely Long Machine with Solid Ferromagnetic Rotor 764
Le champ électromagnétique dans l'entrefer d'une infiniment longue machine à rotor massif ferromagnétique 765
Das elektromagnetische Feld im Luftspalt einer unendlich langen Maschine mit massivem ferromagnetischem Läufer 765
E. Horoszko: Load Balancing of Monophase Electric Furnaces 784
Symétrisation des charges monophasées des fours électriques 784
Symmetrierung der Strombelastungen der Einphasen-Elektroöfen . . . 785
J. Sałaciński, M. Zientalski, R. Krajewski: Nonlinear Distortions in Transmission Filters 818
Distorsions nonlinéaires dans les filtres de transmission 818
T. Jankowski: Alloy-Diffused Transistor Application in Logic Circuits 837
Utilisation des transistors alliage-diffusion dans les schémas logiques . . 838
J. Pułtorak: Eutectical Junctions in Ge and Si 860
Jonctions eutectiques dans Ge et Si 860
Eutektiksperrschichten in Ge und Si 860
J. Klamka: The Silicon Power Diodes 875
Diodes de puissance du silicium 875
Silizium Leistung-Dioden 876

СОДЕРЖАНИЕ

Я. Лясоциньски: Элетромагнитное поле в зазоре бесконечно длинной машины с массивным ферромагнитным ротором 766
Е. Горошко: Симметризация нагрузок однофазных электропечей . 785
Ю. Салациньски, М. Зентальски, Р. Краевски: Нелинейные искажения в фильтрах проводной связи 818
Т. Янковски: Применение сплавно-диффузионных транзисторов в логических схемах 838
Е. Пулторак: Эвтектические контакты в Ge и Si 860
Е. Клямка: Кремниевые диоды большой мощности 876

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XI · ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1965

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny

PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz

JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 720 (590 + 130)	Oddano do składania 5.VIII.1965 r.
Ark. wyd. 8,75, ark. druk. 8,5	Podpisano do druku w listopadzie 1965 r.
Papier druk sat. kl. III, 80 g, 70×100	Druk ukończono w listopadzie 1965 r.
Zamówienie nr 1114/65	Cena zł 25.— E-47

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

621.313.333

JACEK LASOCIŃSKI

Pole elektromagnetyczne w szczelinie nieskończenie długiej maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym

Rękopis dostarczono 7.12.1964

W pracy dokonano analizy teoretycznej rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie nieskończenie długiej maszyny o masywnym, gładkim wirniku ferromagnetycznym w kierunku promieniowym i obwodowym przy uwzględnieniu niesinusoidalnego rozkładu obciążenia liniowego stojana.

Analizę przeprowadzono najpierw przy założeniu stałej przenikalności magnetycznej żelaza wirnika (μ = const). Następnie w oparciu o metodę Nejmana [7] uwzględniono zmiany μ w kierunku promieniowym i w funkcji czasu. Dokonano również przybliżonej oceny wpływu zmian μ w kierunku obwodowym na rozkład pola w szczelinie.

Przeprowadzona analiza teoretyczna została sprawdzona w sposób doświadczalny przez pomiar (przy pomocy sond) rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie modelowej maszyny o masywnym wirniku. Wyniki pomiarów wykazały dobrą zgodność z wynikami obliczeń.

1. WSTĘP

Wyznaczenie szeregu podstawowych parametrów maszyny o masywnym wirniku wymaga znajomości rozkładu pola elektromagnetycznego na powierzchni wirnika. W praktyce na ogół znamy rozkład tego pola nie na powierzchni wirnika, lecz na powierzchni stojana, w związku z tym zachodzi konieczność przeanalizowania zmian pola elektromagnetycznego w szczelinie. Pole w szczelinie z kolei zależy od procesów zachodzących w masywnym wirniku i jest z nimi ściśle powiązane.

Z tego względu dokładne zbadanie zjawisk zachodzących w szczelinie jest zagadnieniem zasadniczej wagi dla analizy wszystkich niemal problemów związanych z wnikaniem fali elektromagnetycznej do masywnego wirnika. Zagadnienie to, według rozeznania autora, nie znalazło wyczerpującego opracowania w dotychczasowej literaturze.

Istniejące w tej dziedzinie opracowania idą albo w kierunku rozwiązania pewnych szczególnych zagadnień maszyn o masywnym wirniku, jak wyznaczenie zastępczych impedancji, strat, czy charakterystyk rozruchowych [1], [2], [4], [5], [8], [9], [11], a samą analizę pola w szczelinie traktują jako zagadnienie uboczne, albo dotyczą innej konfiguracji pola, niż to ma miejsce w maszynie elektrycznej [3].

W niniejszej pracy dokonano analizy pola elektromagnetycznego w szczelinie maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym przy uwzględnieniu niesinusoidalnego rozkładu obciążenia liniowego i zmian przenikalności magnetycznej żelaza wirnika. Nie uwzględniono natomiast takich zagadnień, jak skończona długość maszyny, użłobkowanie stojana i wirnika, obecność wystających biegunów, niesinusoidalność zmian czasowych pola elektromagnetycznego. Z uwagi na te uproszczenia opracowana teoria nie wyczerpuje zagadnienia pola elektromagnetycznego w szczelinie maszyny o wirniku masywnym. Daje ona jednakże ogólny pogląd na charakter rozkładu pola w szczelinie rzeczywistej maszyny i stwarza podstawę do bardziej szczegółowej analizy tego zagadnienia.

2. ZAŁOŻENIA

Przytoczona niżej analiza teoretyczna jest prowadzona przy następujących założeniach upraszczających:

a) Stojan jest nieskończenie długim cylindrem o idealnie gładkiej powierzchni wewnętrznej (nie uwzględnia się żłobków ani kanałów promieniowych), wykonanym z materiału o nieskończenie dużej przenikalności magnetycznej i zerowej przewodności elektrycznej.

b) Uzwojenie stojana ma postać nieskończenie cienkiej warstwy prądowej rozłożonej w sposób ciągły na powierzchni rozgraniczającej żelazo stojana od szczeliny. Kierunek prądu w uzwojeniu stojana jest osiowy.

c) Wirnik jest nieskończenie długim gładkim walcem współosiowym ze stojanem wykonanym z izotropowego i jednorodnego materiału ferromagnetycznego.

d) Promień krzywizny wirnika jest znacznie większy od szczeliny powietrznej i od głębokości wnikania pola elektromagnetycznego do wirnika.

e) Rozkład pola magnetycznego na powierzchni stojana jest okresowy wzdłuż obwodu (przy czym składowa stała równa się zeru), a niezmienny w kierunku osiowym.

f) Zmienność w czasie wszystkich wielkości jest sinusoidalna.

W praktyce maszyną o masywnym wirniku najlepiej odpowiadającą przyjętym wyżej założeniom jest silnik asynchroniczny o dużym stosunku długości twornika do podziałki biegunowej $\left(\frac{L}{\tau}\right)$, posiadający wirnik wykonany w postaci gładkiego walca stalowego. Do takiej więc maszyny będą się przede wszystkim odnosiły przytoczone niżej rozważania. Jednakże szereg wniosków wypływających z opracowanej teorii można wykorzystać również przy analizie pola w szczelinie turbogeneratora lub maszyny synchronicznej o wystających masywnych biegunach.

3. ANALIZA TEORETYCZNA POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO W SZCZELINIE W ZAŁOŻENIU STAŁEJ PRZENIKALNOŚCI MAGNETYCZNEJ ŻELAZA WIRNIKA

3.1. Równania pola elektromagnetycznego w szczelinie i żelazie wirnika

Równania Maxwella przy pominięciu prądów przesunięcia (co przy częstotliwościach występujących w maszynach elektrycznych jest w pełni uzasadnione) i założeniu sinusoidalnej zmienności pola w czasie (założenie f.) możemy zapisać w następującej postaci:

a) dla szczeliny powietrznej (indeks p)

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot}\dot{\mathbf{H}}_p &= 0, && \text{(a)}\\ \operatorname{rot}\dot{\mathbf{K}}_p &= -j\omega\mu_0\dot{\mathbf{H}}_p, && \text{(b)} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

b) dla żelaza wirnika (indeks $\dot{z}$) przy $\mu = \text{const}$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot}\dot{\mathbf{H}}_{\dot{z}} &= \gamma\dot{\mathbf{K}}_{\dot{z}}, && \text{(a)}\\ \operatorname{rot}\dot{\mathbf{K}}_{\dot{z}} &= -j\omega\mu\dot{\mathbf{H}}_{\dot{z}}. && \text{(b)} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Ponadto przy $\mu = \text{const}$, $\gamma = \text{const}$ i $\varepsilon = \text{const}$ mamy zarówno dla szczeliny, jak i żelaza wirnika:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div}\dot{\mathbf{H}} &= 0, && \text{(a)}\\ \operatorname{div}\dot{\mathbf{K}} &= 0. && \text{(b)} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Z zależności (1), (2), (3) przy wykorzystaniu wzoru:

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{V} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{V} - \Delta\mathbf{V}$$

można dojść do następujących wektorowych równań różniczkowych:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{H}}_p &= 0,\\ \Delta\dot{\mathbf{K}}_p &= 0, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

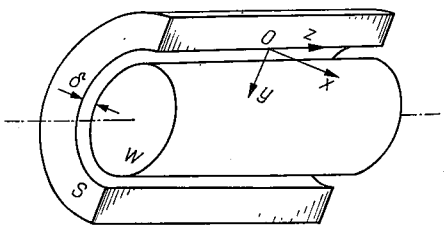
$$\left.\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{H}}_{\dot{z}} - \dot{\alpha}^2\dot{\mathbf{H}}_{\dot{z}} &= 0,\\ \Delta\dot{\mathbf{K}}_{\dot{z}} - \dot{\alpha}^2\dot{\mathbf{K}}_{\dot{z}} &= 0, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

gdzie

$$\dot{\alpha}^2 = j\omega\mu\gamma. \quad (6)$$

W związku z założeniem d. cylindryczne powierzchnie stojana i wirnika można traktować jako nieskończenie rozległe płaszczyzny i rozważania prowadzić w układzie współrzędnych prostokątnych. Zakładamy, że układ współrzędnych jest nieruchomy względem wirnika. Rzutując równania (4) i (5) na osie współrzędnych x, y i z otrzymamy układ równań różniczkowych skalarnych opisujących pole elektromagnetyczne w powietrzu i w żelazie. Okazuje się, że przy poczynionych założeniach i przy

obraniu układu współrzędnych jak na rys. 1, niektóre ze składowych wektora natężenia pola magnetycznego i elektrycznego są tożsamościowo równe zeru.



Rys. 1. Sposób obrania układu współrzędnych

Z założenia nieskończonej długości maszyny i osiowego kierunku prądu w stojanie wynika, że prądy indukowane w wirniku mają również kierunek osiowy i wartość ich nie ulega zmianie w funkcji z.
Stąd

$$\left.\begin{aligned} \dot{K}_{\dot{z}x} &= \dot{K}_{\dot{z}y} = 0, \\ \dot{K}_{\dot{z}z} &\neq f(z). \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Jeśli prądy mają kierunek wyłącznie osiowy, to z prawa przepływu wynika, że składowa osiowa wektora natężenia pola magnetycznego $\dot{H}_z$ zarówno w szczelinie, jak i w żelazie wirnika jest równa 0, a składowe $\dot{H}_x$ i $\dot{H}_y$ nie zależą od z:

$$\left.\begin{aligned} \dot{H}_z &= 0, \\ \dot{H}_x &\neq f(z), \\ \dot{H}_y &\neq f(z). \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Należy tu nadmienić, że w szczelinie składowe $\dot{K}_{px}$ i $\dot{K}_{py}$ nie są tożsamościowo równe zeru i jak można wykazać zależą one w sposób liniowy od z. A zatem pomimo tego, że maszyna jest nieskończenie długa, pole elektryczne w szczelinie nie jest dwuwymiarowe, lecz trójwymiarowe. Natomiast pole elektryczne w żelazie wirnika oraz pole magnetyczne w szczelinie i żelazie wirnika są dwuwymiarowe (nie ulegają zmianie w kierunku osi z).

W praktyce wystarcza znać rozkład pola elektrycznego na powierzchni wirnika, a ten można wyznaczyć znając rozkład pola magnetycznego w szczelinie i masywnym wirniku. W związku z tym analiza zmian pola elektrycznego w szczelinie w kierunku promieniowym nie jest potrzebna.

Ponieważ interesujące nas wielkości pola elektromagnetycznego są dwuwymiarowe, możemy równania wektorowe (4) i (5) zastąpić układem równań skalarnych typu:

$$\frac{\partial^2 \dot{V}_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{V}_p}{\partial y^2} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 \dot{V}_{\dot{z}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{V}_{\dot{z}}}{\partial y^2} - \dot{\alpha}^2 \dot{V}_{\dot{z}} = 0, \tag{10}$$

gdzie pod $\dot{V}_p$ można podstawić $\dot{H}_{px}$ lub $\dot{H}_{py}$, a pod $\dot{V}_{\dot{z}}$ — $\dot{H}_{\dot{z}x}$, $\dot{H}_{\dot{z}y}$ lub $\dot{K}_{\dot{z}z}$.

Rozwiązując równania (9) i (10) metodą Fouriera otrzymamy:

$$\dot{V}_p = \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{C}_{1pn} e^{-j\lambda_n x} + \dot{C}_{2pn} e^{j\lambda_n x})(\dot{C}_{3pn} e^{-\lambda_n y} + \dot{C}_{4pn} e^{\lambda_n y}), \tag{11}$$

$$\dot{V}_{\dot{z}} = \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{C}_{1\dot{z}n} e^{-j\lambda_n x} + \dot{C}_{2\dot{z}n} e^{j\lambda_n x})(\dot{C}_{3\dot{z}n} e^{-\dot{\beta}_n y} + \dot{C}_{4\dot{z}n} e^{\dot{\beta}_n y}), \tag{12}$$

$$\dot{\beta}_n^2 = \lambda_n^2 + \dot{\alpha}^2. \tag{13}$$

Z warunku okresowości zmian pola wzdłuż obwodu (założenie e) wynika związek między stałą λ_n a podziałką biegunową τ:

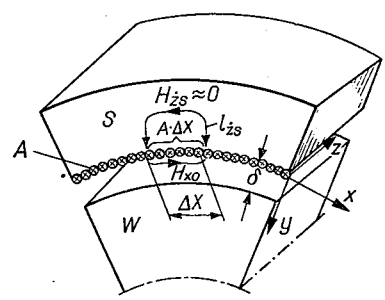
$$\left.\begin{aligned} \lambda_n &= n\lambda, \\ \lambda &= \frac{\pi}{\tau}, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

gdzie n — liczba naturalna.

Stałe całkowe występujące w równaniach (11) i (12) możemy wyznaczyć na podstawie warunków brzegowych dla $y = 0$, $y = \delta$ i $y \to \infty$. Zakładamy, że dany jest rozkład obciążenia liniowego stojana w funkcji $x - \dot{A}(x)$. Dla ogólnego przypadku niesinusoidalnego pola eliptycznego funkcja $\dot{A}(x)$ będzie miała postać:

$$\dot{A}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} + \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}). \tag{15}$$

Ponieważ założyliśmy, że przenikalność magnetyczna żelaza stojana jest nieskończenie duża, więc natężenie pola magnetycznego w żelazie



Rys. 2. Do uzasadnienia zależności $\dot{H}_{x0} = -\dot{A}$

stojana równa się zeru i — jak to wynika z rys. 2 — możemy dla $y = 0$ napisać:

$$\dot{H}_{px}(x, 0) = \dot{H}_{x0} = -\dot{A}(x).$$

Ponadto na podstawie ogólnych praw pola elektromagnetycznego na granicy dwóch środowisk dla $y = \delta$ mamy:

$$\dot{H}_{px}(x, \delta) = \dot{H}_{\dot{z}x}(x, \delta),$$
$$\dot{B}_{py}(x, \delta) = \dot{B}_{\dot{z}y}(x, \delta),$$
$$\mu_0 \dot{H}_{py}(x, \delta) = \mu \dot{H}_{\dot{z}y}(x, \delta).$$

Wreszcie z fizycznego sensu zagadnienia wynika, że dla $y \to \infty$ wszystkie wielkości pola elektromagnetycznego muszą dążyć do zera.

Powyższe warunki w połączeniu z równaniami (3a), (2b) i (15) pozwalają wyznaczyć wszystkie stałe całkowe w równaniach (11) i (12). Po podstawieniu otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} \dot{H}_{px} &= -\sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} + \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}) \frac{\dot{\beta}'_n \operatorname{ch}\lambda_n(y-\delta) - \mu' \operatorname{sh}\lambda_n(y-\delta)}{\dot{M}_n}, \\ \dot{H}_{py} &= j \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} - \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}) \frac{\mu' \operatorname{ch}\lambda_n(y-\delta) - \dot{\beta}'_n \operatorname{sh}\lambda_n(y-\delta)}{\dot{M}_n}, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{H}_{\dot{z}x} &= -\sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} + \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}) \frac{\dot{\beta}'_n e^{-\dot{\beta}_n(y-\delta)}}{\dot{M}_n}, \\ \dot{H}_{\dot{z}y} &= j \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} - \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}) \frac{e^{-\dot{\beta}_n(y-\delta)}}{\dot{M}_n}, \\ \dot{K}_{\dot{z}z} &= -j\omega\mu \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} + \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}) \frac{e^{-\dot{\beta}_n(y-\delta)}}{\dot{M}_n}, \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

gdzie

$$\left.\begin{aligned} \beta'_n &= \frac{\dot{\beta}_n}{\lambda_n}, \\ \mu' &= \frac{\mu}{\mu_0}, \\ \dot{M}_n &= \dot{\beta}'_n \operatorname{ch}\lambda_n\delta + \mu' \operatorname{sh}\lambda_n\delta. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

3.2. Uproszczenia

W większości praktycznych przypadków można korzystać z następujących przybliżonych zależności:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{ch}\lambda_n\delta &\approx 1, \\ \operatorname{sh}\lambda_n\delta &\approx \lambda_n\delta, \end{aligned}\right\} \tag{19a}$$

$$\dot{\beta}_n \approx \dot{\alpha} = \sqrt{j\omega\mu\gamma}\,. \tag{19b}$$

Powyższe uproszczenia są obarczone błędem nie przekraczającym 10%, jeśli np. $n \leqslant 7$, $\frac{\delta}{\tau} < 0{,}02$, $\tau > 0{,}2$ m, $f > 10$ Hz, $\mu' > 100$, $\gamma > 5 \times 10^6 \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$.

3.3. Zmiany pola w szczelinie w kierunku promieniowym

Jak wynika z równań (16) przy uwzględnieniu zależności (19), zmiany pola magnetycznego w szczelinie w kierunku promieniowym są monotoniczne. A zatem ocenę wielkości tych zmian można przeprowadzić porównując wartość natężenia pola występującą na powierzchni stojana z wartością występującą na powierzchni wirnika.

Wstawiając do równań (16) i (17) odpowiednio $y = 0$ i $y = \delta$ oraz wykorzystując uproszczenia (19) możemy napisać

$$\dot{H}_{xo} = \dot{H}_{px}(x, 0) = -\sum_{n=1}^{\infty} \dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} + \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x} = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{H}_{xon} = -\sum_{n=1}^{\infty} \dot{A}_n, \tag{20}$$

$$\dot{H}_{x\delta} = \dot{H}_{px}(x, \delta) = \dot{H}_{\dot{z}x}(x, \delta) =$$

$$= -\sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} + \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}) \frac{\dot{\alpha}}{\dot{\alpha} + \mu' \lambda_n^2 \delta} = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{H}_{x\delta n}; \tag{21}$$

$$\dot{B}_{yo} = \dot{B}_{py}(x, 0) = \mu_0 \dot{H}_{pyo} =$$

$$= j\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} - \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}) \frac{\mu' + \dot{\alpha}\delta}{\dot{\alpha} + \mu' \lambda_n^2 \delta} \lambda_n = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{B}_{yon}, \tag{22}$$

$$\dot{B}_{y\delta} = \dot{B}_{py}(x, \delta) = B_{\dot{z}y}(x, \delta) =$$

$$= j\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} - \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}) \frac{\mu' \lambda_n}{\dot{\alpha} + \mu' \lambda_n^2 \delta} = \sum_{n=1}^{\infty} B_{y\delta n}, \tag{23}$$

$$\dot{K}_{z\delta} = \dot{K}_{pz}(x, \delta) = \dot{K}_{\dot{z}z}(x, \delta) =$$

$$= -j\omega\mu \sum_{n=1}^{\infty} (\dot{A}_{1n} e^{-j\lambda_n x} + \dot{A}_{2n} e^{j\lambda_n x}) \frac{1}{\dot{\alpha} + \mu' \lambda_n^2 \delta} = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{K}_{z\delta n}. \tag{24}$$

Zmiany poszczególnych harmonicznych pola magnetycznego w szczelinie w kierunku promieniowym można scharakteryzować przy pomocy współczynników

$$\left.\begin{aligned} \dot{a}_n &= \frac{\dot{H}_{x\delta n}}{\dot{H}_{xon}} = \frac{\dot{\alpha}}{\dot{\alpha} + \mu' \lambda_n^2 \delta}, \\ \dot{b}_n &= \frac{\dot{B}_{y\delta n}}{\dot{B}_{yon}} = \frac{\dot{H}_{py\delta n}}{\dot{H}_{pyon}} = \frac{\mu'}{\mu' + \dot{\alpha}\delta}. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Oznaczmy

$$\left.\begin{aligned} s &= \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}, \\ \gamma' &= \frac{\gamma}{\gamma_0}, \\ \xi &= \sqrt{\frac{s\gamma'}{\mu'}}, \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

gdzie:

ω, f, γ — pulsacja, częstotliwość i przewodność właściwa wirnika,

ω_0, f_0, γ_0 — pulsacja, częstotliwość i przewodność właściwa odniesienia $\left(\text{np. } \omega_0 = 314\frac{1}{s},\ f_0 = 50 \text{ Hz},\ \gamma_0 = 5\cdot 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}}\right)$.

Wówczas

$$\left.\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \sqrt{j\omega\mu\gamma} = \dot{\alpha}_0\sqrt{s\mu'\lambda'}, \\ \dot{\alpha}_0 &= \sqrt{j\omega_0\mu_0\gamma_0}. \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Wstawiając (26), (27) i (14) do (25) otrzymamy

$$\dot{a}_n = \frac{1}{1+\frac{\pi^2}{\dot{\alpha}_0}\frac{n^2}{\xi}\frac{\delta}{\tau^2}}, \tag{25'}$$

$$\dot{b}_n = \frac{1}{1+\dot{\alpha}_0\xi\delta}.$$

Wyniki przykładowych obliczeń współczynników $\dot{a}_n = a_n e^{j\varphi_{an}}$

Lp.	τ	δ	s	μ'	ξ	a_1	φ_{a1}
	m	m	—	—	—	—	°
1	0,2	$2\cdot10^{-3}$	2,0	100	0,141	0,943	3,1
2	0,2	$2\cdot10^{-3}$	0,2	1000	0,0141	0,604	19,7
3	1,7	$4\cdot10^{-2}$	2,0	100	0,141	0,984	0,9

Dyskusja zależności (25') prowadzi do następujących wniosków:

1) $a_n < 1$ i $b_n < 1$. To znaczy, że amplitudy wszystkich harmonicznych składowej stycznej i normalnej natężenia pola magnetycznego w szczelinie maleją przy przejściu od powierzchni stojana do powierzchni wirnika.
2) Przy wzroście n współczynnik a_n maleje, natomiast współczynnik $b_n = \text{const} \neq f(n)$. Tzn. że harmoniczne składowej stycznej natężenia pola magnetycznego w szczelinie przy przejściu od powierzchni stojana do powierzchni wirnika ulegają tym silniejszemu wytłumieniu, im wyższy jest rząd danej harmonicznej. A zatem krzywa $H_{x\delta} = f(x)$ jest bardziej zbliżona do sinusoidy niż krzywa $H_{xo} = f(x)$. Natomiast

kształt krzywej $B_y = f(x)$ praktycznie nie ulega zmianie przy przejściu przez szczelinę.

3) Współczynniki a_n i b_n zależą od parametru $\xi = \sqrt{\frac{s\gamma'}{\mu'}}$. Jeśli ξ rośnie, to a_n rośnie, a b_n maleje.
4) Współczynniki a_n i b_n zależą od wymiaru szczeliny δ. Przy wzroście δ, obydwa współczynniki maleją. Ponadto współczynnik a_n zależy od wymiaru podziałki biegunowej τ. Gdy τ rośnie, to a_n rośnie. Natomiast $b_n \neq f(\tau)$.
5) Ponieważ $\dot{a}_0$ jest wielkością zespoloną ($\dot{a}_0 = a_0 e^{j45°}$) więc i współczynniki $\dot{a}_n$ i $\dot{b}_n$ są zespolone. Tzn., że przy przejściu od powierzchni stojana do powierzchni wirnika następuje zmiana fazy składowej stycznej i normalnej natężenia pola magnetycznego. To przesunięcie fazowe nie może przekroczyć 45°.

W tablicy 1 zestawiono wyniki obliczeń współczynników $\dot{a}_n$ i $\dot{b}_n$ dla 3 różnych parametrów wyjściowych, które dobrano w ten sposób, aby możliwe było zorientowanie się w granicznych wartościach współczynników $\dot{a}_n$ i $\dot{b}_n$. Z tablicy tej widać, że przy przejściu przez szczelinę od powierzchni stojana do powierzchni wirnika występuje wyraźne zmniejszenie składowej stycznej natężenia pola magnetycznego, natomiast zmiany składowej normalnej są na ogół nieznaczne. Dla większości praktycznych przypadków można przyjmować $\dot{b}_n \approx 1$. Dopiero przy wymiarze szczeliny rzędu kilku centymetrów (poz. 3 tabl. 1) współczynnik $\dot{b}_n$ może być wyraźnie mniejszy od jedności.

Tablica 1

i $\dot{b}_n = b_n e^{j\varphi_{bn}}$, $f_0 = 50$ Hz, $\gamma_0 = 5 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$, $\gamma' = 1$

a_3	φ_{a3}	a_5	φ_{a5}	a_7	φ_{a7}	$\dot{b}_n$	φ_{bn}
—	°	—	°	—	°	—	°
0,633	18,5	0,362	30,2	0,217	36,2	0,991	−0,5
0,127	39,8	0,049	43,0	0,0254	44,0	0,999	−0,05
0,840	7,0	0,695	15,5	0,524	23,2	0,840	−8,6

3.4. Rozkład pola na powierzchni wirnika wzdłuż obwodu

Jeśli dane są poszczególne harmoniczne rozkładu obciążenia liniowego stojana wzdłuż obwodu $A(x)$, to znając wartość współczynnika $\dot{a}_n$ możemy wyznaczyć odpowiednie harmoniczne składowej stycznej natężenia pola magnetycznego na powierzchni wirnika. Mamy bowiem

$$\dot{H}_{xon} = -\dot{A}_n,$$

$$\dot{H}_{x\delta n} = \dot{a}_n \dot{H}_{xon} = -\dot{a}_n \dot{A}_n.$$

W celu porównania kształtu krzywej $H_{x\delta} = |\sum_{n=1}^{\infty} \dot{H}_{x\delta n}| = f(x)$ z krzywą $A = |\sum_{n=1}^{\infty} \dot{A}_n| = f(x)$ rozpatrzmy współczynnik

$$\dot{a}'_n = \frac{\dfrac{\dot{H}_{x\delta n}}{\dot{H}_{x\delta 1}}}{\dfrac{\dot{A}_n}{\dot{A}_1}} = \frac{\dot{a}_n}{\dot{a}_1} = \frac{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_1^2\delta}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_n^2\delta} = \frac{1+\dfrac{\pi^2}{\dot{\alpha}_0}\dfrac{\delta}{\xi\tau^2}}{1+\dfrac{\pi^2}{\dot{\alpha}_0}\dfrac{n^2\delta}{\xi\tau^2}}. \tag{28}$$

Współczynnik $\dot{a}'_n$ określa względny udział wyższych harmonicznych w krzywej $H_{x\delta} = f(x)$ w porównaniu z udziałem odpowiednich harmonicznych w krzywej $A = f(x)$.

Chcąc w analogiczny sposób porównać kształt krzywej $B_{y\delta} = f(x)$ z kształtem krzywej $A = f(x)$ musimy rozpatrzyć osobno przypadek pola wirującego kołowego, a osobno przypadek pola pulsującego.

a) Pole wirujące kołowe.

Przyjmując $\dot{A}_{1n} = \dot{A}_{mn}$, $\dot{A}_{2n} = 0$ na podstawie (15) i (23) mamy

$$\left.\begin{aligned} \dot{A} &= \sum_{n=1}^{\infty} \dot{A}_{mn} e^{-j\lambda_n x}, \\ \dot{B}_{y\delta} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\mu\lambda_n}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_n^2\delta} \dot{A}_{mn} e^{-j\lambda_n x} = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{B}_{y\delta mn} e^{-j\lambda_n x}, \\ \dot{B}_{y\delta mn} &= \frac{j\mu\lambda_n}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_n^2\delta} \dot{A}_{mn}. \end{aligned}\right\} \tag{29a}$$

b) Pole pulsujące.

Przyjmując w równaniach (15) i (23) $\dot{A}_{1n} = j\,\frac{\dot{A}_{mn}}{2}$, $\dot{A}_{2n} = -j\frac{\dot{A}_{mn}}{2}$ otrzymamy

$$\left.\begin{aligned} \dot{A} &= \sum_{n=1}^{\infty} \dot{A}_{mn} \sin\lambda_n x, \\ \dot{B}_{y\delta} &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu\lambda_n}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_n^2\delta} \dot{A}_{mn} \cos\lambda_n x = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{B}_{y\delta mn} \cos\lambda_n x, \\ \dot{B}_{y\delta mn} &= -\frac{\mu\lambda_n}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_n^2\delta} \dot{A}_{mn}. \end{aligned}\right\} \tag{29b}$$

Na podstawie powyższych wzorów możemy wyznaczyć współczynnik określający względny udział wyższych harmonicznych w krzywej $B_{y\delta} = f(x)$ w porównaniu z udziałem tych harmonicznych w krzywej $A = f(x)$.

$$\dot{d}'_n = \frac{\dfrac{\dot{B}_{y\delta mn}}{\dot{B}_{y\delta m1}}}{\dfrac{\dot{A}_{mn}}{\dot{A}_{m1}}} = \frac{\lambda_n}{\lambda_1}\frac{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_1^2\delta}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_n^2\delta} = n\dot{a}'_n. \tag{30}$$

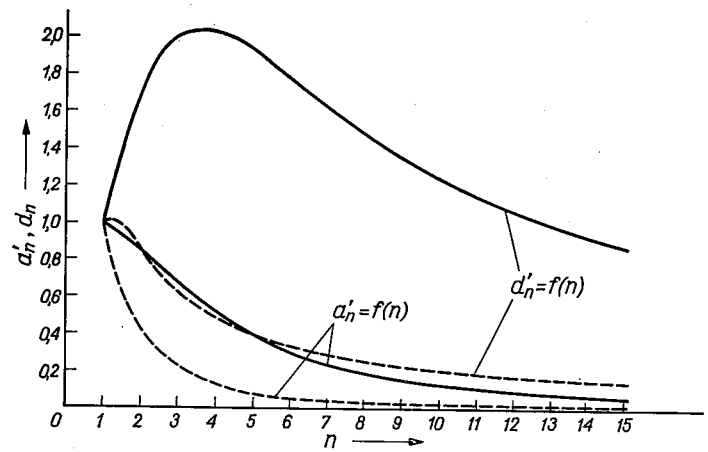
Powyższa zależność jest słuszna zarówno dla pola wirującego kołowego, jak i dla pola pulsującego.

Na koniec wyznaczymy współczynnik określający względny udział wyższych harmonicznych w krzywej $K_{z\delta} = f(x)$. Z porównania zależności (20) i (24) mamy

$$\dot{c}'_n = \frac{\frac{\dot{K}_{z\delta n}}{\dot{K}_{z\delta 1}}}{\frac{\dot{A}_n}{\dot{A}_1}} = \frac{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_1^2\delta}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda_n^2\delta} = \dot{a}'_n. \tag{31}$$

A zatem względny udział wyższych harmonicznych w krzywej $K_{z\delta} = f(x)$ jest taki sam jak w krzywej $H_{x\delta} = f(x)$.

Na rys. 3 przedstawiono przebieg krzywych $a'_n = f(n)$ oraz $d'_n = f(n)$ dla danych z tabl. 1 poz. 1 i 2. Należy zwrócić uwagę na fakt, że wykresy przedstawione na rys. 3 mają fizyczny sens tylko dla n = l.całk. (przeważnie n jest liczbą nieparzystą).



Rys. 3. Wykres współczynników a'_n i d'_n w funkcji n przy $\tau = 0{,}2$ m, $\delta = 2\cdot10^{-3}$ m,

$\gamma_0 = 5\cdot10^6 \frac{S}{m}$, $\gamma' = 1$, $f_0 = 50$ Hz

——— $\xi = 0{,}141 (s = 2, \mu' = 100)$

– – – – – $\xi = 0{,}0141 (s = 0{,}2, \mu' = 1000)$

Z analizy wzorów (28), (30) i (31) oraz przykładów liczbowych przedstawionych na rys. 3 można wyciągnąć wnioski dotyczące rozkładu pola elektromagnetycznego na powierzchni wirnika wzdłuż obwodu.

1) Rozkład pola jest tym bardziej zbliżony do kształtu sinusoidalnego, im większa jest wartość wyrażenia $\frac{\delta}{\xi\tau^2}$.
2) Kształt krzywych $H_{x\delta} = f(x)$ i $K_{z\delta} = f(x)$ jest identyczny (gdyż $\dot{a}'_n = \dot{c}'_n$).
3) Względny udział wyższych harmonicznych w krzywych $H_{x\delta} = f(x)$ i $K_{z\delta} = f(x)$ jest zawsze mniejszy niż w krzywej $A = f(x)$, natomiast w krzywej $B_{y\delta} = f(x)$ udział harmonicznych może być większy

($d'_n > 1$) lub mniejszy ($d'_n < 1$) niż krzywej $A = f(x)$, w zależności od wartości wyrażenia $\frac{\delta}{\xi\tau^2}$.

4) Względne amplitudy poszczególnych harmonicznych krzywej $B_{y\delta} = f(x)$ są n razy większe niż amplitudy odnośnych harmonicznych krzywych $H_{x\delta} = f(x)$ lub $K_{z\delta} = f(x)$ (gdyż $\dot{d}'_n = n\dot{a}'_n$).

4. UWZGLĘDNIENIE ZMIAN PRZENIKALNOŚCI MAGNETYCZNEJ ŻELAZA WIRNIKA

Ponieważ w maszynie nieskończenie długiej pole magnetyczne zmienia się w kierunku obwodowym (x) i promieniowym (y), więc przy uwzględnieniu nieliniowości charakterystyki magnesowania żelaza wirnika wystąpią zmiany μ w tych dwu kierunkach. Ponadto natężenie pola magnetycznego zmienia się okresowo w czasie pociągając za sobą odpowiednie zmiany czasowe przenikalności magnetycznej. Dla ułatwienia analizy rozpatrywać będziemy oddzielnie zależności $\mu = f(y)$, $\mu = f(x)$ i $\mu = f(t)$.

4.1. Uwzględnienie zmian μ w kierunku promieniowym (y)

W literaturze można znaleźć szereg metod uwzględnienia zmian przenikalności magnetycznej przy wnikaniu płaskiej fali elektromagnetycznej do masywnego środowiska ferromagnetycznego [7], [10], [11]. Jedną z najlepiej uzasadnionych teoretycznie i prowadzącą w praktyce do dobrych wyników jest metoda L. R. Nejmana [7] opierająca się na aproksymacji krzywej magnesowania wg równania $B = CH^{\frac{1}{r}}$ i eliptycznej aproksymacji pętli histerezy. Metoda ta, mimo iż wyprowadzona została dla przypadku fali płaskiej, tzn. pola jednowymiarowego, może być z pewnym przybliżeniem zastosowana do rozważanego przez nas przypadku pola dwuwymiarowego w masywnym wirniku. Okazuje się bowiem, że dla maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym stosunki $\frac{H_{\dot{z}xn}}{H_{\dot{z}yn}}$ oraz $\frac{\frac{\partial H_{\dot{z}xn}}{\partial y}}{\frac{\partial H_{\dot{z}xn}}{\partial x}}$ są w większości praktycznych przypadków znacznie większe od jedności (dla niezbyt wysokiego rzędu harmonicznej n).

Przy założeniu, że pole jest wirujące kołowe i $\mu = \text{const}$ wyżej opisane stosunki można przedstawić w postaci:

$$q_n = \frac{H_{\dot{z}xn}}{H_{\dot{z}yn}} = \frac{\frac{\partial H_{\dot{z}xn}}{\partial y}}{\frac{\partial H_{\dot{z}xn}}{\partial x}} = \frac{\alpha}{\lambda_n} = \frac{\tau\sqrt{\omega\mu\gamma}}{n\pi}. \tag{32}$$

W tablicy 2 zestawiono wartości współczynnika q_n obliczone dla czterech różnych parametrów wyjściowych.

Tablica 2

Wyniki przykładowych obliczeń współczynnika $q_n = \frac{\tau}{n\pi}\sqrt{\omega\mu\gamma}$ przy $\gamma = 5\cdot 10^6 \frac{S}{m}$

Lp.	τ	f	μ'	q_1	q_3	q_5	q_7
	m	Hz	—	—	—	—	—
1	0,2	100	1000	126	42	25	18
2	0,2	50	200	40	13,3	8	5,7
3	0,2	10	100	12,6	4,2	2,5	1,8
4	1,7	10	100	107	35,7	21,6	15,3

Z warunku $q_n \gg 1$ wynika, że o wartości wypadkowego natężenia pola magnetycznego w żelazie decyduje składowa styczna oraz że jej zmiany w kierunku obwodowym są znacznie mniejsze niż w kierunku promieniowym, a zatem składowa $\dot{H}_{\dot{z}x}$ powinna spełniać podobne zależności jak wypadkowe natężenie pola magnetycznego $H_{\dot{z}}$ w przypadku fali płaskiej.

Stosując zależności wyprowadzone przez Nejmana do składowej stycznej natężenia pola magnetycznego $\dot{H}_{\dot{z}x}$ i przenikalności zespolonej $\dot{\mu}$ masywnego wirnika możemy napisać:

$$\left.\begin{aligned} \dot{H}_{\dot{z}xn} &= \dot{H}_{x\delta n}\left(1-\frac{y-\delta}{y_k}\right)^{\dot{a}}, \\ H_{\dot{z}x} &= \sum_{n=1}^{\infty}\dot{H}_{\dot{z}xn}; \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mu} &= \dot{\mu}_\delta\left(1-\frac{y-\delta}{y_k}\right)^{-2}, \\ \dot{\mu}_\delta &= \mu_\delta e^{-j\psi'}. \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

W powyższych równaniach:

$$\left.\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{2r}{r-1}\left\{1+ \right. \\ &\left. +j\sqrt{\frac{r+1}{2r}-\frac{(3r+1)^2\sin\psi'}{8r^2\cos^2\psi'}\left[\sqrt{1-\left(\frac{r-1}{3r+1}\right)^2\cos^2\psi'}-\sin\psi'\right]}\right\}, \\ y_k &= \frac{1}{k}\frac{3r+1}{2(r-1)\cos\psi'}\sqrt{\sqrt{1-\left(\frac{r-1}{3r+1}\right)^2\cos^2\psi'}-\sin\psi'}, \\ k &= \sqrt{\frac{\omega\mu_\delta\gamma}{2}}, \\ \psi' &= \arcsin\frac{\eta_h}{\pi}\mu_\delta\frac{3r+1}{3+r}; \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

μ_δ — przenikalność magnetyczna żelaza wirnika na jego powierzchni (dla $y = \delta$),

r — wykładnik potęgi w równaniu aproksymującym krzywą magnesowania $B = CH^{\frac{1}{r}}$,

η_h — współczynnik proporcjonalności w równaniu $w_h = \eta_h B^2$ określającym zależność energii traconej na skutek histerezy w jednostce objętości żelaza w ciągu jednego okresu od indukcji maksymalnej B.

Wychodząc z równań (33) i (34) i zakładając, że rozkład $H_{x\delta} = f(x)$ jest taki sam jak przy $\mu = \text{const}$ (gdyż nie uwzględniamy tu zmian μ w kierunku x) można, przy wykorzystaniu zależności $\text{div}\dot{\mathbf{B}} = 0$ oraz $\text{rot}\dot{\mathbf{K}} = -j\omega\dot{\mathbf{B}}$, otrzymać komplet równań opisujących rozkład pola elektromagnetycznego w żelazie wirnika przy $\mu = f(y)$.

Równania opisujące pole elektromagnetyczne w szczelinie powietrznej zachowują swą postać jak przy $\mu = \text{const}$ — wzory typu (11). Wykorzystując warunki brzegowe analogiczne jak poprzednio otrzymamy ostatecznie następujące równania:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{H}_{px} &= -\sum_{n=1}^{\infty}(\dot{A}_{1n}e^{-j\lambda_n x}+\dot{A}_{2n}e^{j\lambda_n x})\frac{\dot{\beta}'_{Nn}\text{ch}\lambda_n(y-\delta)-\dot{\mu}'_\delta\text{sh}\lambda_n(y-\delta)}{\dot{M}_{Nn}},\\
\dot{H}_{py} &= j\sum_{n=1}^{\infty}(\dot{A}_{1n}e^{-j\lambda_n x}-\dot{A}_{2n}e^{j\lambda_n x})\frac{\dot{\mu}'_\delta\text{ch}\lambda_n(y-\delta)-\dot{\beta}'_{Nn}\text{sh}\lambda_n(y-\delta)}{\dot{M}_{Nn}};
\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

$$\left.\begin{aligned}
\dot{H}_{\dot{z}x} &= -\sum_{n=1}^{\infty}(\dot{A}_{1n}e^{-j\lambda_n x}+\dot{A}_{2n}e^{j\lambda_n x})\frac{\dot{\beta}'_{Nn}\left(1-\dfrac{y-\delta}{y_k}\right)^{\dot{a}}}{\dot{M}_{Nn}},\\
\dot{H}_{\dot{z}y} &= j\sum_{n=1}^{\infty}(\dot{A}_{1n}e^{-j\lambda_n x}-\dot{A}_{2n}e^{j\lambda_n x})\frac{\left(1-\dfrac{y-\delta}{y_k}\right)^{\dot{a}+1}}{\dot{M}_{Nn}},\\
\dot{B}_{\dot{z}y} &= j\dot{\mu}_\delta\sum_{n=1}^{\infty}(\dot{A}_{1n}e^{-j\lambda_n x}-\dot{A}_{2n}e^{j\lambda_n x})\frac{\left(1-\dfrac{y-\delta}{y_k}\right)^{\dot{a}-1}}{\dot{M}_{Nn}},\\
\dot{K}_{\dot{z}z} &= -j\omega\dot{\mu}_\delta\sum_{n=1}^{\infty}(\dot{A}_{1n}e^{-j\lambda_n x}+\dot{A}_{2n}e^{j\lambda_n x})\frac{\left(1-\dfrac{y-\delta}{y_k}\right)^{\dot{a}-1}}{\dot{M}_{Nn}},
\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{\mu}'_\delta &= \frac{\dot{\mu}_\delta}{\mu}\\
\dot{\beta}'_{Nn} &= \frac{\dot{\alpha}_N}{\lambda_n},\\
\dot{\alpha}_N &= \frac{\dot{a}-1}{y_k},\\
\dot{M}_{Nn} &= \dot{\beta}'_{Nn}\text{ch}\lambda_n\delta+\dot{\mu}'_\delta\text{sh}\lambda_n\delta.
\end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Wprowadzając do powyższych równań uproszczenia (19a) otrzymamy dla $y = 0$ i $y = \delta$ równania analogiczne do (20) — (24) z tą jedynie różnicą, że zamiast μ' wystąpi $\dot{\mu}'_\delta$, a zamiast $\dot{a}$ wystąpi $\dot{a}_N$. Analogiczne zmiany należy wprowadzić do wzorów (25) oraz (28)—(31), jeśli chcemy w nich uwzględnić zależność $\mu = f(y)$.

Zajmijmy się nieco bliżej wielkościami $\dot{\mu}'_\delta$ i $\dot{a}_N$.

$\dot{\mu}'_\delta$ jest to względna przenikalność magnetyczna zespolona odpowiadająca natężeniu pola magnetycznego na powierzchni żelaza wirnika. Traktowanie μ jako wielkości zespolonej (por. wzór (34) pozwala uwzględnić zjawisko histerezy. Wartość kąta fazowego ψ' zależy od powierzchni pętli histerezy.

Stałą $\dot{a}_N$ można przedstawić w postaci

$$\left.\begin{aligned} \dot{a}_N &= \frac{\dot{a}-1}{ky_k}k = \dot{c}k = \dot{c}\sqrt{\frac{\omega\mu_\delta\gamma}{2}}, \\ \dot{c} &= \frac{\dot{a}-1}{ky_k}. \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

Jak wynika z porównania (35) i (39) stała $\dot{c}$ jest funkcją tylko dwóch parametrów r i ψ'. Według Nejmana dla większości materiałów ferromagnetycznych przy silnych polach (poza punktem przegięcia krzywej magnesowania) parametry r i ψ' zawierają się w granicach

$$4 < r < 20, \quad 0 < \psi' < 20°.$$

W tablicy 3 zestawiono wartości stałej $\dot{c}$ dla krańcowych wartości parametrów r i ψ' oraz dla jednej wartości pośredniej, jak również dla $r = 1$, $\psi' = 0$ ($\mu = \text{const}$).

Tablica 3

Przykładowe wartości stałej $\dot{c} = c' + jc'' = ce^{j\varphi_c}$

Lp.	r	Ψ'	c'	c''	c	φ_c	Uwagi
	—	°	—	—	—	°	
1	4	0	0,778	0,982	1,25	51,6	
2	4	20	0,910	0,802	1,21	41,4	
3	20	0	0,706	0,973	1,20	54,1	$\mu \neq \text{const}$
4	20	20	0,826	0,785	1,14	43,6	
5	7	10	0,806	0,890	1,20	47,9	
6	1	0	1,00	1,00	1,41	45	$\mu = \text{const}$

Jak widać z tej tablicy, dość duże zmiany parametrów r i ψ' powodują niewielkie zmiany stałej $\dot{c}$ tak co do modułu, jak i co do argumentu. W przybliżeniu można przyjąć

$$\dot{c} \approx 1{,}2e^{j45°}.$$

Stąd

$$\dot{a}_N = \dot{c}k \approx 1{,}2e^{j45°}k.$$

Przy $\mu = \text{const}$ w założeniu $\mu = \mu_\delta$ mamy

$$\dot{\alpha} = (1+j)k = \sqrt{2}e^{j45°}k.$$

Zatem

$$\frac{\dot{\alpha}_N}{\dot{\alpha}} \approx 0{,}85.$$

Przeprowadzając w oparciu o powyższe uwagi dyskusję wzorów (25), (28), (30) i (31) możemy stwierdzić co następuje:

1) Wnioski dotyczące wpływu poszczególnych parametrów na charakter rozkładu pola w szczelinie wyprowadzone przy $\mu = \text{const}$ można rozciągnąć na przypadek $\mu = f(y)$.
2) Uwzględnienie zależności $\mu = f(y)$ spowoduje zmniejszenie wartości bezwzględnej współczynników a'_n, d'_n i c'_n, czyli zmniejszenie względnego udziału wyższych harmonicznych w krzywych $H_{x\delta}$, $B_{y\delta}$ i $K_{z\delta} = f(x)$ w porównaniu z przypadkiem $\mu = \text{const}$.

4.2. Uwzględnienie zmian μ w kierunku obwodowym (x)

Dokładne uwzględnienie zależności $\mu = f(x)$ jest problemem dość skomplikowanym. Największe zmiany μ w kierunku x wystąpią w przypadku pola pulsującego. Jednakże w maszynie o wirniku masywnym mamy najczęściej do czynienia z polem wirującym zbliżonym do kołowego, wówczas praktycznie $\mu \neq f(x)$. Z tego względu ograniczymy się tu tylko do jakościowej oceny wpływu zmian μ w kierunku x na rozkład pola elektromagnetycznego w szczelinie.

Rozpatrywać będziemy tylko pole pulsujące, przy czym założymy, że rozkład $A(x)$ jest sinusoidalny. Na podstawie zależności (21), (23), (24) oraz (27) przy podstawieniu

$$\dot{A}_{1n} = j\frac{\dot{A}_m}{2}, \qquad \dot{A}_{2n} = -j\frac{\dot{A}_m}{2}, \qquad \lambda_n = \lambda_1 = \lambda$$

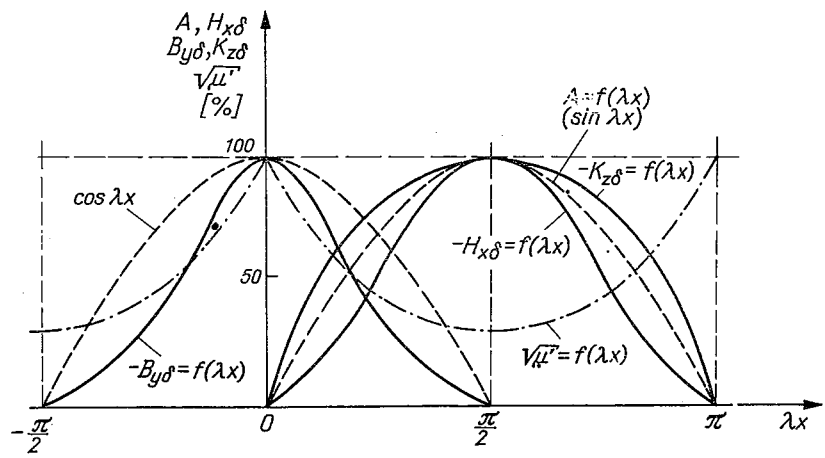
mamy

$$\dot{H}_{x\delta} = -\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda^2\delta}\dot{A}_m \sin\lambda x = -\frac{1}{1+\sqrt{\mu'}\dfrac{\lambda^2\delta}{\dot{\alpha}_0\sqrt{s\gamma'}}}\dot{A}_m \sin\lambda x,$$

$$\dot{B}_{y\delta} = -\frac{\mu_0\mu'\lambda}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda^2\delta}\dot{A}_m \cos\lambda x = -\frac{\mu_0\lambda}{\dfrac{1}{\sqrt{\mu'}}\dot{\alpha}_0\sqrt{s\gamma'}+\lambda^2\delta}\dot{A}_m \cos\lambda x,$$

$$\dot{K}_{z\delta} = -\frac{j\omega\mu_0\mu'}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda^2\delta}\dot{A}_m \sin\lambda x = -\frac{j\omega\mu_0}{\dfrac{1}{\sqrt{\mu'}}\dot{\alpha}_0\sqrt{s\gamma'}+\lambda^2\delta}\dot{A}_m \sin\lambda x.$$

Powyższe równania pozwalają przy danym przebiegu $\sqrt{\mu'} = f(x)$ wyznaczyć przebiegi $H_{x\delta}$, $B_{y\delta}$ i $K_{z\delta} = f(x)$. Przedstawiono to przykładowo na rys. 4. Widzimy, że uwzględnienie zależności $\mu = f(x)$ wpływa zaostrzająco na krzywe $H_{x\delta}$ i $B_{y\delta} = f(x)$, a spłaszczająco na krzywą $K_{z\delta} = f(x)$.



Rys. 4. Orientacyjne przebiegi krzywych $H_{x\delta}$, $B_{y\delta}$ i $K_{z\delta} = f(\lambda x)$ oraz $\sqrt{\mu'} = f(\lambda x)$ przy $A = A_m \sin \lambda x$

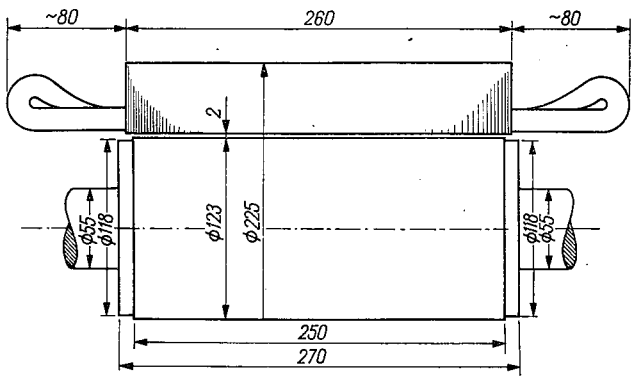
4.3. Uwzględnienie zmian μ w funkcji czasu (t)

Jak wynika z badań Nejmana [7], uwzględnienia zmian μ w funkcji czasu można dokonać przez określenie przenikalności magnetycznej żelaza na podstawie wartości skutecznej natężenia pola magnetycznego, a nie na podstawie wartości maksymalnej H, jak postępuje się na ogół przy założeniu, że $\mu \neq f(t)$. Przy silnych polach magnetycznych ($H > H_{\mu=\mu_{max}}$), z jakimi z reguły mamy do czynienia w maszynach elektrycznych, przenikalność magnetyczna żelaza maleje ze wzrostem H. A zatem, jak wynika z wzorów (28), (30) i (31), uwzględnienie opisanym sposobem zależności $\mu = f(t)$ spowoduje pewne (na ogół niewielkie) zmniejszenie wartości bezwzględnej współczynników a'_n, d'_n i c'_n, czyli spadek względnego udziału wyższych harmonicznych w krzywych $H_{x\delta}$, $B_{y\delta}$ i $K_{z\delta} = f(x)$ w porównaniu z obliczeniami prowadzonymi przy μ określonej dla $H = H_{max}$.

5. DOŚWIADCZALNE SPRAWDZENIE TEORII

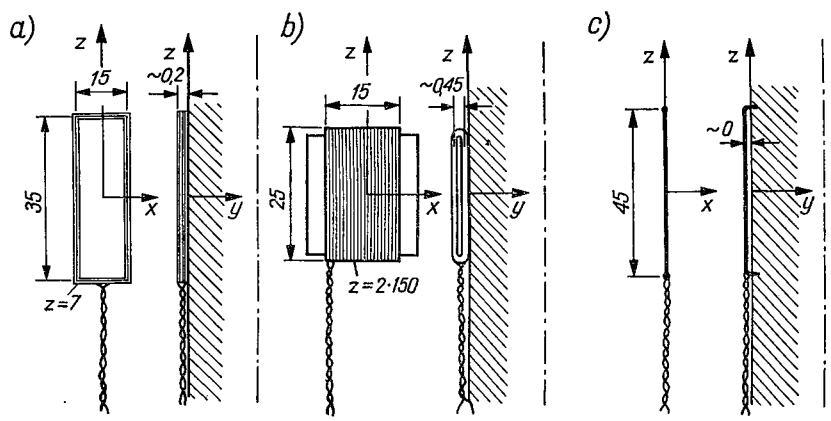
Opracowana teoria została sprawdzona przez pomiar rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie dwubiegunowej maszyny modelowej o wirniku masywnym, której główne wymiary podano na rys. 5. Maszyna ta była dość długa $\left(\frac{L}{\tau} = 1{,}3\right)$, dzięki czemu można było przyjąć, że

w środkowej jej partii mamy pole takie, jak w maszynie nieskończenie długiej. Rozkład pola na powierzchni wirnika wzdłuż jego obwodu badano przy pomocy sond przymocowanych do powierzchni wirnika — rys. 6.



Rys. 5. Główne wymiary maszyny użytej do badań

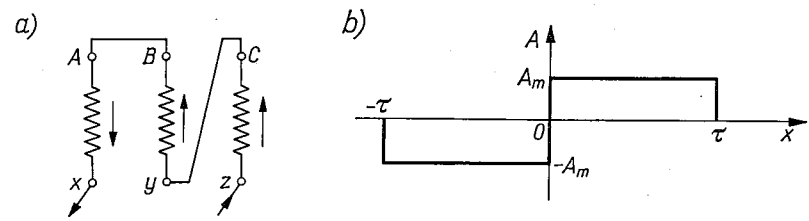
Stojan zasilano napięciem jednofazowym przy takim połączeniu uzwojeń fazowych, że rozkład obciążenia liniowego na długości podziałki biegunowej był stały (przy pominięciu użłobkowania) (rys. 7).



Rys. 6. Sondy do pomiaru pola elektromagnetycznego na powierzchni wirnika: a) do pomiaru indukcji normalnej $B_{y\delta}$, b) do pomiaru natężenia pola magnetycznego stycznego $H_{x\delta}$, c) do pomiaru natężenia pola elektrycznego stycznego $K_{z\delta}$

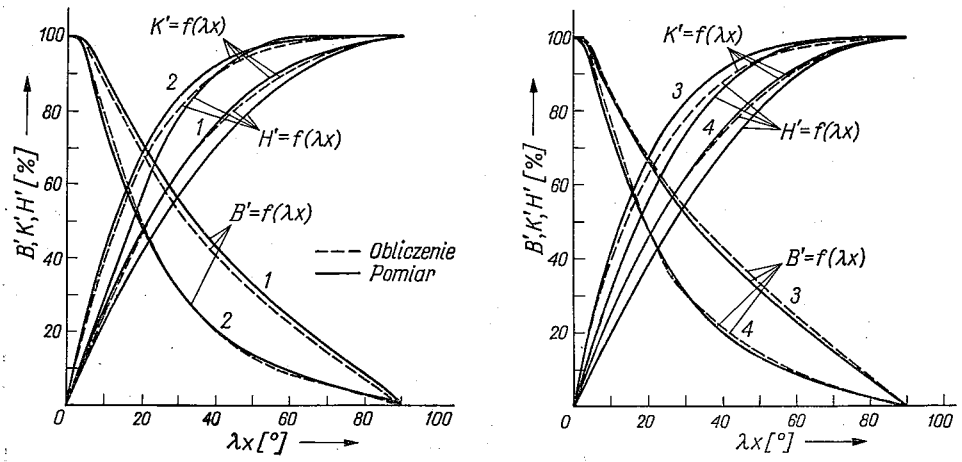
Zastosowano wzbudzenie jednofazowe, a nie trójfazowe, ponieważ pomiar kształtu rozkładu pola wzdłuż obwodu maszyny jest dużo prostszy przy polu pulsującym niż przy polu wirującym. Mierząc przy pomocy woltomierza lampowego napięcia pojawiające się na sondach przy różnych położeniach wirnika wyznaczono przebieg krzywych $H_{x\delta}$, $B_{y\delta}$ i $K_{z\delta} = f(x)$.

Pomiary wykonywano przy różnych wartościach napięcia zasilającego maszynę (mierzono SEM-ą E na średnicowej cewce próbnej) i przy różnych częstotliwościach (w zakresie od 10 do 100 Hz). W czasie każdego pomiaru wirnik był nieruchomy. Temperaturę ϑ powierzchni wirnika



Rys. 7. Połączenie uzwojeń fazowych stojana (a) i odpowiadający mu rozkład obciążenia liniowego (b)

w czasie pomiaru określano przy pomocy termopary. Otrzymane na drodze pomiarowej krzywe rozkładu pola wzdłuż obwodu wirnika porównano z odpowiednimi krzywymi otrzymanymi na drodze obliczeń przy wykorzystaniu wyżej opisanej teorii. Przy obliczeniach uwzględniono zależność $\mu = f(y, t)$, natomiast nie uwzględniono zależności $\mu = f(x)$. Było to dopuszczalne z tego względu, że przy równomiernym rozkładzie $A(x)$ (p. rys. 7) również rozkład $H_{x\delta} = f(x)$ jest zbliżony do równomiernego i w związku z tym w dużym przedziale zmian x mamy $\mu \neq f(x)$.



Rys. 8. Porównanie obliczonych krzywych B', K', $H' = f(\lambda x)$ z pomierzonymi przy:

1 — $f = 50$ Hz, $E = 5$ V, $\vartheta = 110$ °C,
2 — $f = 50$ Hz, $E = 31$ V, $\vartheta = 110$ °C,
3 — $f = 25$ Hz, $E = 5$ V, $\vartheta = 50$ °C,
4 — $f = 100$ Hz, $E = 20$ V, $\vartheta = 50$ °C

Przy obliczeniach korzystano z wzorów (21), (23) i (24) dostosowanych do przypadku pola pulsującego, z uwzględnieniem zależności $\mu = f(y, t)$

($\dot{\alpha} \to \dot{\alpha}_N$, $\mu \to \dot{\mu}_\delta = f(H_{sk})$. Wyznaczano harmoniczne $\dot{H}_{x\delta mn}$, $\dot{B}_{y\delta mn}$ i $\dot{K}_{z\delta mn}$ do rzędu $n = 9$ włącznie, a następnie przez sumowanie geometryczne znajdowano przebiegi krzywych $H_{x\delta}$, $B_{y\delta}$ i $K_{z\delta} = f(x)$.

Przykładowe porównanie kształtu krzywych obliczonych z pomierzonymi przedstawiono na rys. 8. Na rysunku tym oznaczono

$$H' = \frac{H_{x\delta}}{H_{x\delta m}} 100,$$

$$B' = \frac{B_{y\delta}}{B_{y\delta m}} 100,$$

$$K' = \frac{K_{z\delta}}{K_{z\delta m}} 100.$$

Porównanie odpowiednich wartości bezwzględnych $H_{x\delta m}$, $B_{y\delta m}$, $K_{z\delta m}$ obliczonych z pomierzonymi wraz z podaniem procentowych rozbieżności ujmuje tablica 4 [1].

Tablica 4

Porównanie obliczonych wartości $H_{x\delta m}$, $B_{y\delta m}$ i $K_{z\delta m}$ z pomierzonymi

Lp.	f	E	ϑ	$H_{x\delta m}$			$B_{y\delta m}$			$K_{z\delta m}$		
				obl.	pom.	rozb.	obl.	pom.	rozb.	obl.	pom.	rozb.
	Hz	V	°C	A/m	A/m	%	T	T	%	V/m	V/m	%
1	50	5	110	1890	1720	9,9	0,0468	0,0442	5,9	0,611	0,535	12,4
2	50	31	110	38900	37000	5,1	0,422	0,417	1,2	3,60	3,15	14,3
3	25	5	50	3230	3160	2,2	0,0826	0,0871	−5,2	0,554	0,520	6,5
4	100	20	50	10600	10500	1,0	0,123	0,129	−4,7	2,17	2,04	6,4

Na podstawie przeprowadzonego porównania wyników obliczeń z wynikami pomiarów stwierdzono co następuje:

1) Rozbieżności w wartościach rzędnych obliczonych w porównaniu z pomierzonymi w odniesieniu do krzywych B' i $K' = f(\lambda x)$ są rzędu $\pm 3\%$ wartości maksymalnej, a w odniesieniu do krzywej $H' = f(\lambda x)$ — rzędu $\pm 10\%$ wartości maksymalnej.
2) Rozbieżności w wartościach bezwzględnych amplitud $H_{x\delta m}$, $B_{y\delta m}$, $K_{z\delta m}$ obliczonych w porównaniu z pomierzonymi są rzędu $\pm 10\%$, a w niektórych przypadkach dochodzą do 15%.

Dokładność pomiaru przy określaniu kształtu krzywych była rzędu $\pm 5\%$ w odniesieniu do B' i K', a $\pm 10\%$ w odniesieniu do H'. Wartości bezwzględne poszczególnych wielkości wyznaczano z dokładnością rzędu $\pm 15\%$ (główną przyczyną małej dokładności pomiaru były uchyby woltomierza lampowego). Biorąc powyższe pod uwagę można uznać, że przeprowadzone badania wykazały dobrą zgodność opracowanej teorii z doświadczeniem.

[1] Dokładny opis wykonanych pomiarów i obliczeń podano w pracy [6].

Kierunek rozbieżności kształtu krzywych obliczonych w porównaniu z pomierzonymi potwierdza na ogół przewidywania co do wpływu zmian μ w kierunku x na rozkład pola w szczelinie (por. rozdz. 4.2 i rys. 4).

Prowadzono również badania przy innych typach rozkładu obciążenia liniowego niż przedstawiony na rys. 7, przy których zmiany μ w funkcji x były większe. Uzyskano wówczas większe rozbieżności wyników obliczenia z pomiarem, ale kierunek tych rozbieżności potwierdził również słuszność rozważań przeprowadzonych w rozdz. 4.2.

6. WNIOSKI

Podsumowując przeprowadzoną analizę rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie nieskończenie długiej maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym można stwierdzić, co następuje.

1) Zmiany pola w szczelinie w kierunku promieniowym (y).
   Przy przejściu przez szczelinę od powierzchni stojana do powierzchni wirnika następuje:
   a) Wyraźne zmniejszenie i przesunięcie fazowe składowej stycznej natężenia pola magnetycznego $\dot{H}_{px}$. Zmiany $\dot{H}_{px}$ są tym większe, im większa jest wartość wyrażenia $\frac{\delta}{\xi\tau^2}$, gdzie $\xi = \sqrt{\frac{s\gamma'}{\mu'}}$, oraz im wyższy jest rząd n rozpatrywanej harmonicznej przestrzennej.
   b) Nieznaczne zmniejszenie i przesunięcie fazowe składowej normalnej indukcji $\dot{B}_{py}$. Zmiany $\dot{B}_{py}$ są tym większe, im większa jest wartość wyrażenia $\xi\delta$. W praktyce, z wyjątkiem maszyn o szczelinie rzędu kilku centymetrów, można przyjmować, że $B_{py} \neq f(y)$.
2) Rozkład pola na powierzchni wirnika w kierunku obwodowym (x).
   a) Kształt krzywych $H_{x\delta} = f(x)$, $B_{y\delta} = f(x)$ i $K_{z\delta} = f(x)$ jest tym bardziej zbliżony do sinusoidy, im większa jest wartość wyrażenia $\frac{\delta}{\xi\tau^2}$.
   b) Krzywe $H_{x\delta} = f(x)$ i $B_{y\delta} = f(x)$ są zawsze mniej odkształcone od przebiegu sinusoidalnego niż krzywa $A = f(x)$, natomiast odkształcenie krzywej $B_{y\delta} = f(x)$ może być większe lub mniejsze niż krzywej $A = f(x)$, w zależności od wartości wyrażenia $\frac{\delta}{\xi\tau^2}$.
   c) Przy założeniu $\mu \neq f(x)$ krzywe $H_{x\delta} = f(x)$ i $K_{z\delta} = f(x)$ są podobne.
3) Wpływ zmian μ na rozkład pola w szczelinie.
   a) Uwzględnienie zależności $\mu = f(y)$ i $\mu = f(t)$ powoduje zmniejszenie względnego udziału wyższych harmonicznych w krzywych rozkładu pola w funkcji x.

b) Uwzględnienie zależności $\mu = f(x)$ powoduje zaostrzenie kształtu krzywych $B_{y\delta} = f(x)$ i $H_{x\delta} = f(x)$, a spłaszczenie kształtu krzywej $K_{z\delta} = f(x)$.

Politechnika Łódzka
Katedra Maszyn Elektrycznych i Transformatorów

WYKAZ LITERATURY

1. Concordia C., Poritsky H.: Synchronous Machine with Solid Cylindrical Rotor. — AIEE Transactions, 1937, Vol. 56, s. 49—58.
2. Gibbs W. J.: Tooth-Ripple Losses in Unwound Pole-Shoes. — Journal IEE, 1947, Part II, s. 2—12.
3. Haberland F.: Theorie des magnetischen Wechselfeldes im Luftspalt von massivem Eisen. — Archiv für Elektrotechnik, 1934, s. 234—246.
4. Kuyper W. W.: Pole-Face Loss in Solid-Rotor Turbine Generators. — AIEE Transactions, 1943, Vol. 62, s. 827—834.
5. Lacroux G.: Le moteur asynchrone à rotor massif. — Revue Générale de l'Électricité, 1961, s. 511—516.
6. Lasociński J.: Pole elektromagnetyczne w szczelinie maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym, Praca doktorska, Politechnika Łódzka, 1964.
7. Nejman L. R.: Powierchnostnyj effiekt w ferromagnitnych tiełach. Moskwa 1949.
8. Pik-Piczak A. A.: K rasczotu massiwnogo rotora. — Wiestnik Elektroprom., 1959, Nr 6, s. 36—44.
9. Postnikow I. M.: Wichrewyje toki w sinchronnych i asinchronnych maszinach s massiwnym rotorom. — Elektriczestwo, 1958, Nr 10, s. 7—14.
10. Rosenberg E.: Wirbelströme in massivem Eisen. — E. und M., 1923, s. 621.
11. Wood A. J., Concordia C.: An Analysis of Solid Rotor Machines. — Power App. and System, 1960, Nr 46, s. 1657—1673.

J. LASOCIŃSKI

ELECTROMAGNETIC FIELD IN AIR-GAP OF AN INFINITELY LONG MACHINE WITH SOLID FERROMAGNETIC ROTOR

Summary

The paper gives a theoretical analysis of the electromagnetic field distribution in the air-gap of an infinitely long machine with a solid smooth ferromagnetic rotor. The changes of field in radial and peripheral direction have been discussed taking into consideration the nonsinusoidal distribution of stator linear current density.

The theory has been elaborated first assuming constant permeability of rotor iron (μ = const). Then, on the basis of Neyman's method [7], the changes of μ in radial direction and in terms of time have been taken into account. An approximate estimation has also been done of the influence of μ-changes in the peripheral direction on the field distribution in the air-gap.

The theoretical analysis performed has been verified by tests on an experimental machine. The measuring results have shown good agreement with computation.

J. LASOCIŃSKI

LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS L'ENTREFER D'UNE INFINIMENT LONGUE MACHINE À ROTOR MASSIF FERROMAGNÉTIQUE

Résumé

Cet article contient une analyse théorique de la distribution du champ électromagnétique dans l'entrefer d'une infiniment longue machine à rotor massif ferromagnétique uni.

On a analysé le changement du champ dans la direction radiale et périphérique ayant égard à la distribution nonsinusoïdale de la densité linéique du courant du stator.

La théorie a été construite d'abord en considérant la valeur constante de la perméabilité du rotor ($\mu = \text{const}$).

Puis — selon la méthode de Neyman [7] on a tenu compte du changement de μ dans la direction radiale et en fonction de temps. On a considéré aussi avec une méthode aproximée l'influence de μ variable à la distribution du champ dans l'entrefer en direction périphérique.

L'analyse théorique fut verifiée empiriquement. Les resultats des mésures ont montré une bonne concordance avec les resultats des calcules.

J. LASOCIŃSKI

DAS ELETROMAGNETISCHE FELD IM LUFTSPALT EINER UNENDLICH LANGEN MASCHINE MIT MASSIVEM FERROMAGNETISCHEM LÄUFER

Zusammenfassung

In der Arbeit ist die theoretische Analyse der Verteilung des elektromagnetischen Feldes im Luftspalt einer unendlich langen Maschine mit massivem, glattem, ferromagnetischem Läufer unter Berücksichtigung des nichtsinusoidalen Verlaufs der Ständerstrombelagskurve (A) durchgeführt worden.

Man hat zuerst die Analyse auf Grund der Maxwellgesetze bei der Voraussetzung konstanter Permeabilität des Rotoreisens ($\mu = \text{const}$) ausgefertigt. In der Folge hat man nach dem Neyman-Verfahren [7] die Änderungen von μ in Radialrichtung (y) und in der Zeit (t) berücksichtigt. Es wurde auch eine angenäherte Beschätzung des Einflusses von μ-Änderungen in Umfangsrichtung auf die Feldverteilung im Luftspalt gemacht.

Aus den ausgeführten Gleichungen kann man folgenden schliessen:

1. Beim Übergang durch den Luftspalt von der Ständeroberfläche zur Läuferoberfläche gibt es praktisch keine Änderungen von der Normalkomponente der Induktion (B_y), aber die Tangentialkomponente der magnetischen Feldstärke (H_x) verkleinert sich und verschiebt sich in der Phase deutlich. Diese Änderungen sind desto deutlicher, je der Wert des Ausdruckes $\frac{\delta}{\xi}\frac{n^2}{\tau^2}$ grösser ist, wobei δ — Luftspaltlänge, τ — Polteilung, n — Ordnungs zahl der Harmonische, $\xi = \sqrt{\frac{s\gamma'}{\mu'}}$; s, γ', μ'— relative Werte von Frequenz, spezifischem Leitwert und Permeabilität des Läufers.

2. An der Oberfläche des Läufers (Bezeichnung δ) ist die Feldverteilung entlang des Umfangs desto ähnlicher des sinusoidalen Verteilung, je grösser der Wert des Ausdruckes $\frac{\delta}{\xi\tau^2}$ ist. Dabei sind die Kurven $H_{x\delta}$ und $K_{z\delta} = f(x)$ (K — elektrische

Feldstärke) immer weniger verformt als die Kurve $A = f(x)$, aber die Verformung der Kurve $B_{y\delta} = f(x)$ kann grösser oder kleiner als die der Kurve $A = f(x)$ sein.

3. Die Berücksichtigung der Abhängigkeit $\mu = f(y, t)$ erfordet die Verkleinerung der Verzerrung der Kurven $H_{x\delta}$, $B_{y\delta}$ und $K_{z\delta} = f(x)$. Die Berücksichtigung der Abhängigkeit $\mu = f(x)$ hat zur Folge eine Verschärfung der Kurven $H_{x\delta}$ und $B_{y\delta} = f(x)$ und eine Verflachung der Kurve $K_{z\delta} = f(x)$.

Die durchgeführte theoretische Analyse ist experimental durch die Messungen mittels der Sonden (Abb. 6) der elektromagnetischen Feldverteilung im Luftspalt einer Modellmaschine (Abb. 5) nachgeprüft. Die Vergleichung der Messungergebnisse mit den Berechnungsresultaten (Abb. 8 und Zahlentafel 4) bestätigte die Richtigkeit der bearbeiteten Theorie.

Я. ЛЯСОЦИНЬСКИ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ЗАЗОРЕ БЕСКОНЕЧНО ДЛИННОЙ МАШИНЫ С МАССИВНЫМ ФЕРРОМАГНИТНЫМ РОТОРОМ

Р е з ю м е

Приведен теоретический анализ распределения электромагнитного поля в зазоре бесконечно длинной машины с массивным, гладким, ферромагнитным ротором с учетом несинусоидального распределения линейной нагрузки статора (A).

Анализ был проведен сперва на основании уравнений Масквелла принимая постоянную магнитную проницаемость стали ротора ($\mu = \text{const}$). Затем основываясь на методе Неймана [7] были учтены изменения μ в радиальном направлении (y) и в функции времени (t). Сделана была также приближенная оценка влияния изменений μ по окружности (x) на распределение поля в зазоре.

Из выведенных уравнений были получены следующие выводы:

1. При переходе через зазор от поверхности статора к поверхности ротора нормальная составляющая магнитной индукции (B_y) практически не изменяется, тогда как касательная составляющая напряженности магнитного поля (H_x) подвергается заметному уменьшению и передвижению по фазе. Эти изменения тем заметнее, чем большее значение выражения $\frac{\delta}{\xi}\frac{n^2}{\tau^2}$, где δ — зазор, τ — полюсное деление, n — порядок гармонической, $\xi = \sqrt{\frac{s\gamma'}{\mu'}}$; s, γ', μ' — относительные значения частоты, удельной проводимости и магнитной проницаемости ротора.

2. На поверхности ротора (значёк δ) распределение поля по окружности тем более приближается к синусоиде, чем выше значение выражения $\frac{\delta}{\delta\tau^2}$; при этом кривые $H_{x\delta}$ и $K_{z\delta} = f(x)$ (K — напряженность электрического поля) всегда имеют меньшее искажение чем кривая $A = f(x)$, тогда как искажение кривой $B_{y\delta} = f(x)$ может получится больше либо меньше чем кривой $A = f(x)$.

3. Учёт зависимости $\mu = f(y, t)$ вызывает уменьшение искажения кривых $H_{x\delta}$, $B_{y\delta}$ и $K_{z\delta} = f(x)$. При учете зависимости $\mu = f(x)$ кривые $H_{x\delta}$ и $B_{y\delta} = f(x)$ становятся более острыми, а кривая $K_{z\delta} = f(x)$ более плоской.

Проведенный теоретический анализ был проверен экспериментально путём измерений с помощью зонд (рис. 6) распределения электромагнитного поля в зазоре модельной машины (рис. 5). Сравнение результатов измерений с результатами расчетов (рис. 8 и табл. 4) потвердило правильность разработанной теории.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE—TOM XI—ZESZYT 4—1965

621.365

EUGENIUSZ HOROSZKO

Symetryzacja obciążeń jednofazowych pieców elekrycznych

Rękopis dostarczono 6.2.1964

W pracy zostały przeanalizowane najczęściej stosowane w przemyśle sposoby symetryzacji prądowych obciążeń jednofazowych pieców elektrycznych w trójfazowych sieciach energetycznych, a mianowicie układ V o przeciwnych napięciach wtórnych, układy Scotta i układ *LC*. Podano ogólne wymagania, które stawia się układom symetryzacyjnym oraz omówiono ich własności. We wnioskach porównano układy między sobą oraz omówiono ich przydatność do jednofazowych urządzeń elektrotermicznych.

1. WSTĘP

Zagadnienie symetryzacji jednofazowych obciążeń w trójfazowych systemach energetycznych jest znane od dawna w elektrotechnice i było omawiane w wielu pracach i publikacjach. Pomimo to jest ono ciągle żywe i aktualne i ze względu na coraz ostrzejsze wymagania, jakie mu stawiamy w zastosowaniach przemysłowych, staje się bardziej skomplikowane. W niektórych np. przypadkach wymagamy obecnie automatycznej symetryzacji obciążeń, szczególnie przy ich zmianach.

2. WARUNKI SYMETRYZACJI

Jedną z dziedzin, w której zagadnienie symetryzacji odgrywa poważną rolę, jest elektrotermia. W dzisiejszym stanie jej rozwoju stosuje ona w przemyśle bardzo wiele odmian jednofazowych urządzeń elektrotermicznych, a szczególnie pieców elektrycznych o dużych mocach jednostkowych, których nie można przyłączać bezpośrednio do trójfazowej sieci zasilającej. Symetryzacja np. jest potrzebna do pieców indukcyjnych z tyglem, sieciowej częstotliwości, stosowanych do topienia żeliwa, o pojemności 1÷30 ton i o mocach 120÷2000 kW, do pieców indukcyjnych kanałowych do topienia metali nieżelaznych, o mocach 5÷300 kW, do indukcyjnych nagrzewnic sieciowej częstotliwości, o mocach dochodzących do kilkuset kW, do oporowych nagrzewnic metodą bezpośrednią, do pieców elektrodowych itp.

Aczkolwiek są czynione starania zmierzające do konstruowania i budowy pieców elektrycznych trójfazowych symetrycznych, jednakże doprowadzają one bardzo rzadko do pozytywnego wyniku. Piece bowiem

trójfazowe mają bardzo skomplikowaną budowę, a wskutek tego są kosztowne zarówno w wykonaniu, jak też w eksploatacji.

W rzeczywistości mamy więc do czynienia w bardzo wielu przypadkach z piecami jednofazowymi, do których trzeba stosować specjalne układy symetryzujące ich obciążenie prądowe w trójfazowym zasilającym systemie energetycznym. Tylko małe piece lub nagrzewnice elektryczne, o mocach rzędu kilkudziesięciu kW, można przyłączać jednofazowo do sieci trójfazowej. Piece o większych mocach można wówczas przyłączać jednofazowo, jeżeli trójfazowa sieć zasilająca jest dużej mocy i można na liczyć na to, że powstała asymetria prądowa zostanie zmniejszona przez inne odbiory jednofazowe.

Z punktu widzenia wymagań energetyki oraz ekonomii stosowane układy symetryzacyjne powinny spełniać następujące ogólne wymagania.

1) Układ powinien rozłożyć jednofazowe obciążenie prądowe pieca symetrycznie lub ewentualnie jak najbardziej równomiernie na 3 fazy sieci zasilającej.

2) Warunek symetrycznego lub równomiernego rozłożenia obciążenia prądowego pieca powinien być również zachowany przy jego zmiennych obciążeniach, które występują zwykle przy normalnej jego pracy.

3) Układ powinien umożliwić uzyskanie jak największego lub przynajmniej o wymaganej wielkości współczynnika mocy.

4) Ponieważ piec elektryczny wymaga zwykle regulacji napięcia jego zasilania podczas pracy, zastosowany układ symetryzacyjny powinien to umożliwić.

5) Przyjęty układ powinien być tani w budowie oraz w eksploatacji ruchowej.

Trudno jest stworzyć układ, który by spełniał wszystkie powyżej podane warunki i równocześnie zupełnie równomiernie rozkładał obciążenie prądowe pieca na 3 fazy sieci. Każdy ze stosowanych układów pozostawia pewne asymetryczne obciążenie systemu trójfazowego, którego wielkość, ze względu na przepisy, może być dopuszczalna lub też nie. Zbyt duży stopień asymetrii prądowej sieci jest niekorzystny ze względu na generatory synchroniczne w elektrowniach oraz ze względu na innych odbiorców energii elektrycznej, u których powoduje asymetrię napięć zasilających.

U nas w kraju nie posiadamy norm bądź przepisów wyraźnie regulujących wielkość dopuszczalnego stopnia asymetrii prądowej i napięciowej w trójfazowych sieciach przemysłowych. Jedną z przyczyn asymetrii napięciowej w sieciach jest ich asymetria prądowa. Pomiędzy tymi dwoma rodzajami asymetrii istnieje pewien związek matematyczny. Jeżeli np. przepisy VDE wymagają, aby symetryczna składowa napięcia przeciwnego U_p wynosiła mniej aniżeli 2% napięcia znamionowego U_n sieci, wówczas z przepisów tych można rozwinąć następującą zależność:

$$\frac{U_p}{U_n} = \Delta_u \frac{I_p}{I_n},$$

gdzie Δ_u — jest dopuszczalnym, względnym spadkiem napięcia w sieci u odbiorcy, I_p — jest symetryczną składową prądu przeciwnego, a I_n — jest prądem znamionowym sieci. Jeżeli np., dopuszczalny spadek napięcia $\Delta_u = 10\%$, wówczas obliczona z powyższej zależności składowa przeciwna prądu powinna wynosić mniej niż 20% prądu znamionowego:

$$\frac{I_p}{I_n} < \frac{1}{5}.$$

Podana zatem powyżej matematyczna zależność, pozwala ocenić dopuszczalną asymetrię prądową przy wymaganej asymetrii napięciowej. Ma ona zatem znaczenie przy komponowaniu układu symetryzacyjnego, przy doborze jego członów i minimalnej jego mocy.

Istnieje kilka sposobów przenoszenia jednofazowego obciążenia na 3 fazy sieci zasilającej, lecz spośród nich tylko niektóre, wyróżniające się większymi zaletami, są najczęściej stosowane w elektrotermii. Są to symetryzacyjne układy utworzone przy pomocy transformatorów, a mianowicie:

1) symetryzacyjny układ V o przeciwnych napięciach wtórnych, skomponowany przy pomocy dwu jednofazowych transformatorów,

2) układy Scotta, utworzone przy pomocy specjalnych transformatorów,

3) układy utworzone przy pomocy symetryzacyjnej baterii kondensatorów statycznych i dławika, nazwane przez autora „symetryzacyjnymi układami *LC*".

Każdy z powyżej wymienionych układów posiada specyficzne własności i każdy z nich różnie się zachowuje przy zmianach obciążenia pieca elektrycznego, do którego został dostosowany. Zmiany natomiast obciążenia występują podczas normalnej pracy wielu pieców i nagrzewnic elektrycznych, powodując różne oddziaływania na trójfazową sieć zasilającą. Wskutek tego można symetryzować ich obciążenia tylko niektórymi układami. Własności tych układów oraz efekty ich symetryzacji podczas pracy jednofazowych odbiorników elektrotermicznych są przedmiotem analizy niniejszej pracy.

3. UKŁAD V O PRZECIWNYCH NAPIĘCIACH WTÓRNYCH

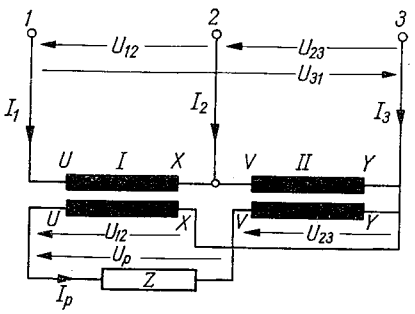
Układ V przedstawiony na rys. 1 składa się z dwu jednofazowych transformatorów *I* i *II*, przyłączonych pierwotnymi stronami do trójfazowej sieci zasilającej. Ich strony wtórne połączone są w szereg przeciwnymi biegunami, stąd układ ten bierze swą nazwę: układu o przeciwnych napięciach wtórnych, w odróżnieniu od znanego układu *V* o zgodnych napięciach wtórnych.

Układ został zastosowany do symetryzacji obciążenia jednofazowego odbiornika, np. pieca, reprezentowanego ogólnie przez impedancję Z_p,

która podczas jego pracy ulega zmianom. Założono, że trójfazowe napięcia zasilające są symetryczne i zatem zachodzą między nimi następujące związki:

$$U_{12} = U,$$
$$U_{23} = a^2 U,$$
$$U_{31} = aU,$$

gdzie a jest wersorem: $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} j - \frac{\sqrt{3}}{2}$. Dla uproszczenia analizy układu założono, że oba transformatory są idealne, bez strat, a ich przekładnie wynoszą 1:1.

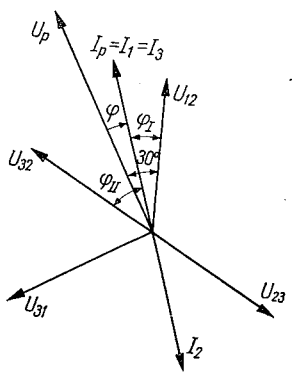


Rys. 1. Układ V o przeciwnych napięciach wtórnych

Napięcie pieca obliczono przy pomocy rys. 1:

$$U_p = U_{12} - U_{23} = U_{12} + U_{32} = U(1 - a^2) = \sqrt{3} \cdot U \cdot e^{j30};$$

jest ono $\sqrt{3}$ razy większe od napięcia przewodowego trójfazowej sieci zasilającej. Prąd pieca I_p, stanowiący indukcyjne obciążenie, jest przesunięty o kąt φ względem napięcia U_p; zostało to uwidocznione na wektorowym rysunku nr 2. Prąd ten przenosi się w ten sposób na trójfazową sieć za-



Rys. 2. Wykres wektorowy napięć i prądów układu V

silającą, że w skrajnych fazach 1 i 3 płyną prądy równe I_p, natomiast w fazie środkowej płynie prąd podwójny: $I_2 = -(I_1 + I_2) = -2\,I_p$.

Pierwotny prąd I_1, płynący w fazie 1, zawiera z odpowiadającym napięciem U_{12} kąt: $\varphi_I = 30° - \varphi$, natomiast prąd I_3, płynący w fazie 3, zawiera z odpowiadającym mu napięciem U_{32} kąt $\varphi_{II} = 30° + \varphi$.
Wobec tego moce czynne poszczególnych transformatorów wynoszą:

$$P_{cI} = I_1 \cdot U_{12} \cos\varphi_I = I_p \cdot U \cdot \cos(30° - \varphi),$$
$$P_{cII} = I_3 \cdot U_{32} \cos\varphi_{II} = I_p \cdot U \cdot \cos(30° + \varphi),$$

a moce czynna i pozorna całego układu wynoszą:

$$P_c = P_{cI} + P_{cII} = I_p \cdot U[\cos(30° - \varphi) + \cos(30° + \varphi)] = 3U \cdot I_p \cos\varphi,$$
$$P = 2U \cdot I_p.$$

Oba zatem transformatory są obciążone nierównomiernie.

Transformator pierwszy przybiera większą moc, przy czym jak długo jest $0 < \varphi < 30°$, czyli jeśli $1 > \cos\varphi > 0{,}866$, jest on obciążony pojemnościowo, natomiast drugi transformator przybiera mniejszą moc P_{II} i jest obciążony indukcyjnie. Jeżeli $\varphi > 30°$, a więc $\cos\varphi < 0{,}866$, wówczas oba transformatory są obciążone indukcyjnie. Niejednakowy rodzaj obciążenia obu transformatorów jest zjawiskiem niekorzystnym ze względu na ich nierówne spadki napięć, które występują w rzeczywistych transformatorach ze stratami.

Wskaźnik wykorzystania zainstalowanej mocy układu symetryzacyjnego określono jako stosunek pozornej mocy pieca do pozornej mocy obu transformatorów bądź układu:

$$W = \frac{\sqrt{3}U \cdot I_p}{2 \cdot U \cdot I_p} 100 = 86{,}6\,\%,$$

Współczynnik mocy układu wynosi:

$$\cos\varphi_c = \frac{\sqrt{3}U \cdot I_p \cos\varphi}{2 \cdot U \cdot I_p} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\cos\varphi,$$

a zatem jest on zależny i proporcjonalny do współczynnika mocy pieca. Współczynik cos φ ulega zwykle zmianom podczas pracy pieca i wówczas proporcjonalnie zmienia się całkowity współczynnik mocy układu oraz rozkład mocy czynnej na poszczególne transformatory.

Jeżeli obciążeniem układu będzie nagrzewnica oporowa lub indukcyjna, pracująca w rezonansie z kondensatorami, wówczas $\varphi = 0$, a całkowita moc czynna $P_c = \sqrt{3}\,U \cdot I_p$ rozdzieli się równomiernie na dwa transformatory:

$$P_I = P_{II} = I_p \cdot U \cos 30° = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot I_p U.$$

Wtedy jednak transformator *I* jest obciążony pojemnościowo, a transformator *II* indukcyjnie, zatem otrzymuje się w nich nierówne spadki napięć, co jest oczywiście zjawiskiem niekorzystnym.

Przypadek cos $\varphi = 1$ daje największe wykorzystanie układu pod względem mocy czynnej obu transformatorów, które wynosi 86,6%.

Jeżeli moc pieca wynosi P_c, wówczas jego prąd oraz prądy fazowe układu wynoszą:

$$I_p = \frac{P_c}{\sqrt{3}U} = I_1 = I_3,$$

a prąd w fazie środkowej:

$$I_2 = 2I_p = \frac{2P}{\sqrt{3}U}.$$

Przy zmianach wielkości mocy P_c, przy założeniu, że $\varphi = 0$, proporcjonalnie zmieniają się prądy fazowe w zasilającej sieci, ale ich wzajemny stosunek pozostaje stały: $I_1 : I_2 : I_3 = 1 : 2 : 1$.

Współczynnik mocy układu wynosi: $\cos \varphi = \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}866$, pomimo tego, że współczynnik mocy pieca $\cos \varphi = 1$. Współczynnik ten pozostaje stały mimo zmian mocy pieca.

W innym granicznym przypadku, gdy $\varphi = 30°$, $\cos \varphi = 0{,}866$, transformator *I* przybiera największą moc: $P_I = U \cdot I_p$, podczas gdy transformator *II* przyjmuje wówczas połowę mocy transformatora *I*: $P_{II} = \frac{1}{2} U \cdot I_p$, przy czym charakter jego obciążenia jest indukcyjny.

Po przekroczeniu kąta $\varphi = 30°$, gdy $\varphi > 30°$, obciążenie mocą czynną obu transformatorów maleje i jest indukcyjne i gdy $\varphi = 60°$, $\cos \varphi = 0{,}5$, moc transformatora *I* wynosi $P_I = \frac{1}{2}\sqrt{3}\, U \cdot I_p$, a drugiego $P_{II} = 0$. Mniejszy współczynnik mocy pieca od $\cos \varphi = 0{,}5$ praktycznie się nie zdarza.

Wyciągając ogólne wnioski o przydatności powyżej omówionego układu do symetryzacji pieców elektrycznych można stwierdzić, że w zasadzie nadaje się on zarówno do pieców lub nagrzewnic oporowych, jak też indukcyjnych.

W obu przypadkach stosunek prądów fazowych w zasilającej sieci jest taki sam i wynosi $I_1 : I_2 : I_3 = 1 : 2 : 1$ oraz jest niezmienny przy zmianach obciążenia pieca. Natomiast wielkości tych prądów zmieniają się proporcjonalnie do wielkości prądu pieca I_p. Nie otrzymujemy zatem dobrego wyrównania prądów w sieci i to stanowi wadę tego układu.

Współczynnik mocy układu jest zawsze mniejszy od $\cos \varphi$ pieca i stanowi 0,866 jego wielkości. Największy współczynnik mocy $\cos \varphi = 0{,}866$ uzyskuje się, gdy symetryzuje się obciążenie czynne, a więc gdy stanowi je np. piec lub nagrzewnica oporowa. Współczynik ten nie zmienia się przy zmianach wielkości obciążenia pieca.

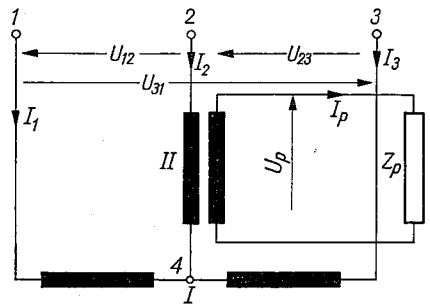
Wykorzystanie mocy zainstalowanej układu wynosi maksymalnie 86,6% i jest oczywiście zależne od prądu obciążenia, a więc od prądu pieca I_p. Pod względem mocy czynnej omawiany układ jest najbardziej wykorzystywany przy obciążeniu oporowym; wykorzystanie to wówczas wynosi 86,6%.

Powyższy fakt oraz wartość cos $\varphi = 0{,}866$ bardziej predystynuje omawiany układ do symetryzacji pieców oporowych aniżeli indukcyjnych.

Jak wynika z rys. 1, układ nadaje się do regulacji napięcia U_p pieca przy pomocy zaczepów transformatorów *I* i *II*.

4. UKŁADY SCOTTA

W elektrotechnice znane są dwa układy Scotta, przedstawione na rys. 3 i 5. Polegają one na zastosowaniu dwu transformatorów *I* i *II*, przy czym układ ich na rys. 3 jest podobny do odwróconej litery T — stąd jego nazwa, zaś układ na rys. 5 przypomina stronami wtórnymi transformatorów



Rys. 3. Układ Scotta T

literę L. W obu układach transformator *II* jest połączony ze środkiem uzwojenia pierwotnego transformatora *I*, a jego liczba zwojów równa się 0,866 liczby zwojów transformatora *I*:

$$Z_{II} = \frac{\sqrt{3}}{2} Z_I.$$

Założono, jak poprzednio, że oba transformatory są idealne, posiadają przekładnię 1 : 1, są bez strat i spadków napięć. Przyjęto również, że obciążenie symetryzacyjnego układu Scotta stanowi impedancja Z_p dowolnego pieca lub nagrzewnicy elektrycznej, zasilanej napięciem U_p i pobierającej prąd I_p. Moc jej zatem wynosi:

$$P_p = U_p I_p \cos\varphi.$$

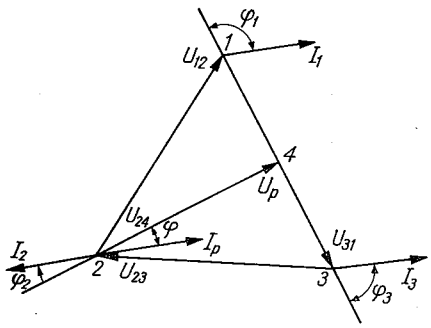
Analizę rozpoczęto od układu Scotta T na rys. 3, w którym transformator *I* jest dławikiem z wyprowadzonym środkiem uzwojeń. Jeżeli *U* jest wielkością napięcia trójfazowej sieci zasilającej, wówczas wg wektorowego rysunku 4 napięciem pieca jest:

$$U_p = -U_{24} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U.$$

Prąd pieca I_p określony przez pobieraną moc P_p przenosi się na trójfazową sieć zasilającą w ten sposób, że prądy fazowe wynoszą:

$$I_2 = I_p, \qquad I_1 = I_3 = \frac{1}{2} I_p.$$

Prąd zatem I_p przenosi się na sieć trójfazową w stosunku $I_1 : I_2 : I_3 = 1 : 2 : 1$, przy czym przy zmianach obciążenia, a więc przy zmianach wielkości prądu I_p, stosunek ten nie ulega zmianom, a prądy fazowe zmieniają się proporcjonalnie do prądu pieca.



Rys. 4. Wykres wektorowy napięć i prądów układu Scotta T

Moc pozorna układu jest sumą mocy pozornych poszczególnych faz, a zatem:

$$P_1+P_2 = U_{31}\cdot I_3 = \frac{1}{2}U\cdot I_p,$$

$$P_2 = U_{24}\cdot I_2 = \frac{1}{2}\sqrt{3}U\cdot I_p,$$

$$P = P_1+P_2+P_3 = \frac{1}{2}U\cdot I_p(1+\sqrt{3}).$$

Fazowe moce czynne oraz moc całego układu wynoszą:

$$P_{c1} = U_{14}\cdot I_1\cdot\cos\varphi_1 = \frac{1}{2}U\cdot\frac{1}{2}I_p\cdot\cos\varphi_1 = \frac{1}{4}U\cdot I_p\cdot\cos(90+\varphi),$$

$$P_{c2} = U_{24}\cdot I_2\cdot\cos\varphi_2 = \frac{1}{2}\sqrt{3}U\cdot I_p\cdot\cos\varphi_2 = \frac{1}{2}\sqrt{3}U\cdot I_p\cdot\cos\varphi,$$

$$P_{c3} = U_{34}\cdot I_3\cdot\cos\varphi_3 = \frac{1}{2}U\cdot\frac{1}{2}I_p\cdot\cos\varphi_3 = \frac{1}{4}U\cdot I_p\cdot\cos(90-\varphi),$$

$$P_c = P_{c1}+P_{c2}+P_{c3} = P_p = \frac{1}{2}\sqrt{3}U\cdot I_p\cdot\cos\varphi.$$

Z powyższych związków wynika, że przy indukcyjnym obciążeniu pieca obciążenie fazy 1 i 2 jest indukcyjne, a fazy 3 jest pojemnościowe. Z punktu widzenia spadków napięć w fazach, w rzeczywistych układach, jest to zjawisko niekorzystne.

Współczynnik mocy układu wynosi:

$$\cos\varphi_c = \frac{P_c}{P} = \frac{2\sqrt{3}U\cdot I_p\cdot\cos\varphi}{2U\cdot I_p(1+\sqrt{3})} = \frac{1}{2}(3-\sqrt{3})\cos\varphi = 0{,}635\cos\varphi,$$

pozostaje on zatem w stałym stosunku ze współczynnikiem mocy pieca.

Wykorzystanie zainstalowanej mocy układu wynosi:

$$W = \frac{U_p \cdot I_p}{P} 100\,\% = \frac{2\sqrt{3}U \cdot I_p}{2U \cdot I_p(1+\sqrt{3})} 100 = 63{,}5\,\%,$$

jest ono zatem stosunkowo niskie, co jest zjawiskiem niekorzystnym.

Jeżeli obciążenie układu stanowić będzie piec oporowy, a więc $\varphi = 0$, wówczas moc pieca $P_p = \frac{1}{2}\sqrt{3}\ U \cdot I_p$, a prądy płynące w fazach sieci zasilającej będą:

$$I_1 = I_3 = \frac{P_p}{U \cdot \sqrt{3}}, \qquad I_2 = \frac{2P_p}{U\sqrt{3}}.$$

Faza 2 przyjmuje na siebie pełne czynne obciążenie pieca, natomiast moce czynne faz 1 i 3 wynoszą 0. Przy tego rodzaju obciążeniu układ osiąga największy możliwy współczynnik mocy cos $\varphi_c = 0{,}635$, który w porównaniu do innych układów symetryzacyjnych jest jednak mały.

Oceniając ogólnie powyżej omawiany układ można stwierdzić, że jest on gorszy od poprzedniego układu.

Prąd obciążenia I_p przenosi się na trójfazowy system zasilający w takim samym stosunku $I_1 : I_2 : I_3 = 1 : 2 : 1$, ale współczynnik mocy układu oraz wykorzystanie jego mocy zainstalowanej jest mniejsze i wynosi 0,635. Przy zmianach obciążenia prądy w sieci zmieniają się proporcjonalnie do zmian prądu pieca, pozostając jednak w stałym stosunku, a cos φ_c zmienia się również proporcjonalnie do zmian współczynnika mocy pieca.

Regulacja napięcia pieca jest w tym układzie możliwa przy pomocy zaczepów transformatora *II*, aczkolwiek jest ona bardziej skomplikowana aniżeli w poprzednim układzie V.

Dławik *I* należy wymiarować na napięcie sieci *U* i na połowę przewidywanego prądu pieca, natomiast transformator *II* powinien być zbudowany na napięcie $\frac{1}{2}\sqrt{3}U$ oraz na pełny prąd pieca I_p.

Z powodu podanych powyżej wad, układ ten jest rzadko stosowany w elektrotermii, natomiast częściej jest stosowany układ Scotta L, przedstawiony na rys. 5. Układ ten polega na zastosowaniu dwu transformatorów, *I* i *II*, o takim samym stosunku zwojów po stronie pierwotnej $Z_{II} : Z_I = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ i o równej ilości zwojów po stronie wtórnej. Przekładnia transformatora *I* wynosi 1 : 1, a transformatora *II* $p = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.

Założono, podobnie jak przedtem, że oba transformatory są idealne, bez strat.

Z wykresu wektorowego na rys. 6 widać, że wielkość napięcia strony pierwotnej transformatora *II* wynosi:

$$U_{42} = \frac{1}{2}\sqrt{3}U,$$

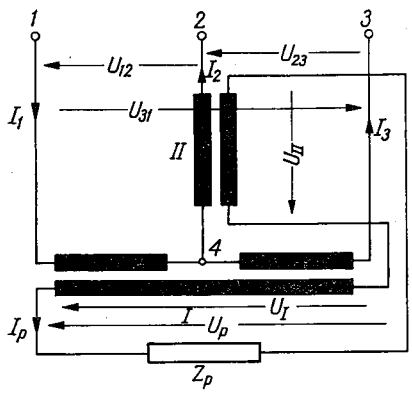
natomiast po jego stronie wtórnej jest:

$$U_{II} = \frac{U_{42}}{p} = \frac{2U_{42}}{\sqrt{3}} = U.$$

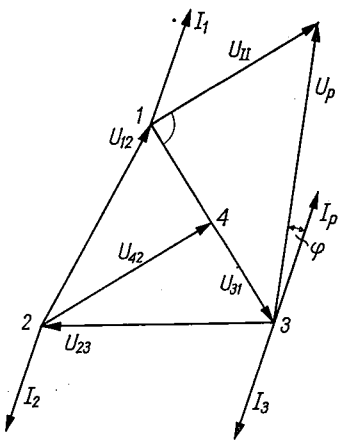
Wobec tego napięcie pieca wynosi:

$$U_p = U_I + U_{II} = U\sqrt{2}.$$

Założono indukcyjne obciążenie pieca, przyjęto zatem jego kąt φ.



Rys. 5. Układ Scotta L



Rys. 6. Wykres wektorowy napięć i prądów układu Scotta L

Jeżeli moc czynna pieca wynosi P_p, wówczas prąd jego wynosi:

$$I_p = \frac{P_p}{U_p \cdot \cos\varphi} = \frac{P_p}{\sqrt{2}U \cdot \cos\varphi}.$$

Prąd ten, jako wymuszony w układzie, przeniesie się na trójfazowy system zasilający tak, że spełniając równanie:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

oraz zasadę superpozycji prądy fazowe będą wynosiły:

$$I_2 = \frac{I_p}{p} = \frac{2}{3}\sqrt{3}I_p = 1{,}16\,I_p,$$

$$I_1 = I_p + \frac{I_p}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}(3+\sqrt{3})I_p = 1{,}58\,I_p,$$

$$I_3 = I_p - \frac{I_p}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}(3-\sqrt{3})I_p = 0{,}41\,I_p.$$

Moc pozorna układu wynosi:

$$P = P_I + P_{II} = \frac{1}{2} U_{31} I_1 + \frac{1}{2} U_{31} I_3 + U_{24} I_2 =$$

$$= \frac{1}{2} U \frac{1}{3} (3+\sqrt{3}) I_p + \frac{1}{2} U \frac{1}{3} (3-\sqrt{3}) + \frac{1}{2} \sqrt{3} U \frac{2}{3} \sqrt{3} I_p = 2U \cdot I_p.$$

Współczynnik zaś mocy:

$$\cos\varphi_c = \frac{P_p}{P} = \frac{\sqrt{2} U \cdot I_p}{2U \cdot I_p} \cos\varphi = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cos\varphi = 0{,}707 \cos\varphi.$$

Wykorzystanie mocy obu transformatorów wynosi:

$$W = \frac{\sqrt{2} U \cdot I_p}{2U \cdot I_p} 100 = 70{,}7\,\%,$$

jest ono zatem wyższe aniżeli poprzedniego układu Scotta, ale jest mniejsze od układu V.

Jeżeli omawiany układ Scotta L będzie zastosowany do symetryzacji pieca oporowego o mocy czynnej $P_p = U_p \cdot I_p = \sqrt{2}\ U \cdot I_p$, wówczas wynikający z niej prąd pieca, obciąży 3 fazy sieci zasilającej w stosunku $I_1 : I_2 : I_3 = 1{,}58 : 1{,}16 : 0{,}41$ i układ osiągnie największy możliwy współczynnik mocy $\cos\varphi_c = 0{,}707$.

Układ Scotta L znalazł największe zastosowanie w elektrotermii do symetryzacji obciążenia indukcyjnych pieców kanałowych, służących do topienia metali nieżelaznych. Wówczas kanał takiego pieca wypełniony roztopionym metalem nie stanowi wyłącznie czynnego obciążenia układu, ale indukcyjne, o pewnym $\cos\varphi$. Z punktu widzenia największej jego przelotności i najmniejszego, jednostkowego zużycia energii elektrycznej, jest korzystne prowadzić piec przy określonym $\cos\varphi$. Jeżeli bowiem napięcie kanału określi się przez U_k, a jego prąd przez I_k, wówczas jego moc czynna wynosi:

$$P_k = I_k^2 \cdot R_k = U_k^2 \frac{R_k}{R_k^2 + X_k^2} = (R_k),$$

gdzie R_k i X_k są parametrami kanału, a więc jego rezystancją i reaktancją.

Z temperaturą topionego metalu zmienia się rezystancja kanału, natomiast jego reaktancja pozostaje bez zmian. W takim razie, jeżeli założy się, że napięcie kanału $U_k = \text{const}$, wówczas jego moc P_k można rozpatrywać jako funkcję zmiennej zależnej R_k. Funkcja ta posiada ekstremum, a mianowicie:

$$\frac{dP_k}{dR_k} = \frac{d}{dR_k} \left(U_k^2 \frac{R_k}{R_k^2 + X_k^2} \right) = 0,$$

gdy

$$X_k^2 - R_k^2 = 0,$$

a więc gdy jest spełniony warunek, że:

$$X_k = R_k,$$

czyli gdy:

$$\cos\varphi_k = \frac{R_k}{R_k^2+X_k^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Kanał otrzymuje wówczas maksymalną moc czynną.

Warunek ten ma zasadnicze znaczenie dla pracy pieca kanałowego, w praktyce zatem powinien on być dotrzymywany; współczynnik mocy pieca będzie więc indukcyjny i będzie wynosić około $\cos\varphi_k = 0{,}707$.

Z powyższego punktu widzenia można następująco ująć własności układu Scotta L.

Prądy w 3 fazach sieci nie są równe i pozostają w stałym stosunku $I_1 : I_2 : I_3 = 1{,}58 : 1{,}16 : 0{,}41$ bez względu na zmiany obciążenia prądem I_p pieca.

Poszczególne fazy układu otrzymują obciążenie o różnym charakterze: indukcyjnym i pojemnościowym, i to dla rzeczywistych transformatorów I i II ze stratami jest niekorzystne z punktu widzenia spadków napięć.

Współczynnik mocy układu jest zależny od współczynnika mocy pieca wg: $\cos\varphi_c = 0{,}707 \cdot \cos\varphi$ i przy maksymalnej mocy czynnej kanału pieca będzie wynosił ok. 0,5. Układ więc będzie wymagał dodatkowej kompensacji mocy biernej, baterią kondensatorów statycznych.

Stopień wykorzystania mocy zainstalowanej układu wynosi 70,7% i jest korzystniejszy od układu Scotta T.

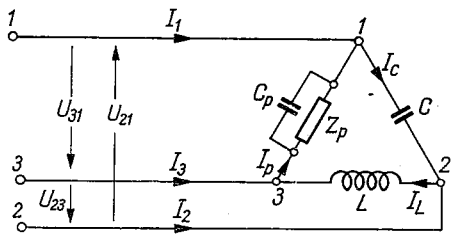
Układ w zasadzie nadaje się do regulacji napięcia pieca przy pomocy zaczepów transformatorów *I* i *II*, lecz ze względu na konstrukcyjne trudności sposób ten nie jest to stosowany w praktyce pieców indukcyjnych. Zwykle reguluje się napięcie przy pomocy dodatkowego trójfazowego autotransformatora lub też specjalnego, zasilającego transformatora z zaczepami.

Układ ten jest lepszy pod wieloma względami od układu Scotta T, ale jest gorszy od układu V pod względem stopnia wykorzystania mocy zainstalowanej i całkowitego współczynnika mocy.

5. UKŁAD LC

Od kiedy zaczęto szeroko stosować w przemyśle jednofazowe indukcyjne piece tyglowe sieciowej częstotliwości powstał problem przyłączania ich do trójfazowej sieci zasilającej i symetryzacji ich obciążenia. Problem ten przybierał na znaczeniu, ponieważ piece wykazywały zalety i moce ich wzrastały początkowo od kilkuset kW, do kilku MW obecnie. Rozwiązano go przez zastosowanie układu, pokazanego na rys. 7, z symetryzacyjnym dławikiem *L* i symetryzacyjną baterią kondensatorów *C*.

Jest to układ obecnie powszechnie stosowany do symetryzacji jednofazowego obciążenia indukcyjnych pieców sieciowej częstotliwości z tyglem, służących do topienia bądź do grzania żeliwa w procesie dupleks: żeliwiak — piec indukcyjny. Przy prawidłowym zwymiarowaniu jego elementów składowych, pozwala on osiągnąć symetryczne obciążenie prądowe wszystkich faz systemu zasilającego. Zapowiada się on zatem jako idealny układ symetryzacyjny, a — jak się to okaże — posiada wady, które zostaną poniżej omówione.



Rys. 7. Układ symetryzacyjny LC

Na rys. 7 piec indukcyjny jest reprezentowany przez impedancję Z_p, z którą równolegle pracuje bateria kondensatorów C_p o zmiennej, względnie o regulowanej pojemności w taki sposób, że zawsze współczynnik mocy urządzenia piecowego $\cos\varphi_p = 1$; piec pracuje zatem w rezonansie z baterią kondensatorów. Chcąc więc rozpatrywać zachowywanie się układu *LC* podczas pracy pieca indukcyjnego, np. podczas roztapiania stali, można urządzenie piecowe zastąpić rezonansową rezystancją R_p, której wielkość jest określona ilorazem napięcia pieca U_p i jego prądu I_p:

$$R_p = \frac{U_p}{I_p} = \frac{U_{31}}{I_p}.$$

Założono, że układ jest zasilany symetrycznymi napięciami faz: $U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_p$, których wielkości są równe napięciu pieca.

Pomiędzy prądami przewodowymi układu, oznaczonymi na rys. 7, zachodzą następujące związki:

$$I_1 = I_c - I_p,$$
$$I_2 = I_L - I_c,$$
$$I_3 = I_p - I_L,$$

a natomiast prądy elementów składowych układu, połączonych w trójkąt, wynoszą:

$$I_p = \frac{U_{31}}{R_p} = \frac{U_p}{R_p},$$

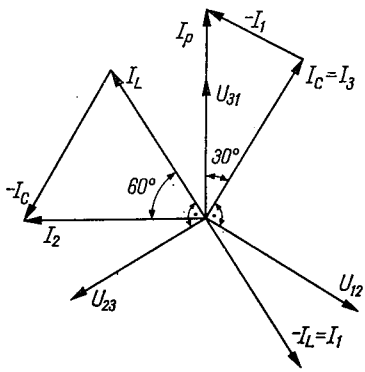
$$I_c = \frac{U_{12}}{X_c} = U_p \cdot C\omega,$$

$$I_L = \frac{U_{23}}{X_L} = \frac{U_p}{L\omega}.$$

Jeżeli prądy zasilające I_1, I_2, I_3 mają być symetryczne, wówczas pierwszym warunkiem osiągnięcia tego jest, aby:

$$X_c = X_L, \quad \text{czyli } L\omega = \frac{1}{C\omega}.$$

Z warunku tego wynika, że pod względem wielkości jest $I_L = I_c$.



Rys. 8. Wykres wektorowy napięć i prądów układu LC

Prądy przewodowe sieci znajdziemy z wykresu wektorowego na rys. 8, a mianowicie:

$$I_2 = I_L - I_c = I,$$

gdzie I jest modułem prądu. Jeżeli pozostałe prądy sieci mają być symetryczne w układzie następstwa zgodnego, wówczas musi być:

$$I_1 = I_a = I \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} = -I_L,$$

$$I_3 = I_a^2 = I \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} = I_c.$$

Natomiast prąd urządzenia piecowego I_p można znaleźć z równania:

$$I_p = I_c - I_1;$$

jego wielkość wynosi:

$$I_p = 2I_c \cdot \cos 30° = I_c\sqrt{3} = I_L\sqrt{3} = I\sqrt{3}.$$

Na podstawie ostatniego równania można ustalić drugi podstawowy warunek symetryzacji układu LC, a mianowicie:

$$I_p = \frac{U_p}{R_p} = U_p C\omega\sqrt{3} = \frac{U_p}{L\omega}\sqrt{3}.$$

Warunkiem zatem symetrii obciążenia prądowego układu LC jest:

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} = \sqrt{3} \cdot R_p,$$

$$X_L = X_c = \sqrt{3} \cdot R_p,$$

a zatem reaktancja dławika X_L musi być równa reaktancji symetryzacyjnej baterii kondensatorów X_C oraz musi być $\sqrt{3}$ razy większa od rezonansowej rezystancji R_p urządzenia piecowego.

Jeżeli zatem dobierze się wielkość dławika i baterii kondensatorów układu wg powyższego warunku, wówczas prąd pieca wynosi:

$$I_p = \frac{U_{31}}{X_L}\sqrt{3} = \frac{U_{31}}{X_C}\sqrt{3}.$$

Z wykresu wektorowego na rys. 8 oraz z bilansu mocy układu wynika, że wówczas całkowity współczynnik mocy układu jest bardzo korzystny i wynosi:

$$\cos\varphi_c = 1.$$

Stopień wykorzystania układu pod względem mocy zainstalowanej można określić jako stosunek mocy urządzenia piecowego, a więc mocy pozornej boku *1—3* trójkąta, do sumy mocy pozornych boków *1—2* i *2—3*:

$$W = \frac{P_{13}}{P_{12}+P_{23}}100 = \frac{UI\sqrt{3}}{2UI}100 = 86{,}6\,\%.$$

Wykorzystanie zatem układu jest dość duże, co jest bardzo korzystne.

Symetryzacyjny układ *LC* zapowiada się zatem jako idealny układ, ponieważ w zasadzie spełnia wszystkie podane w ustępie 1 warunki, a więc prądowe obciążenie pieca rozkłada symetrycznie na 3 fazy sieci zasilającej i współczynnik mocy układu wynosi 1.

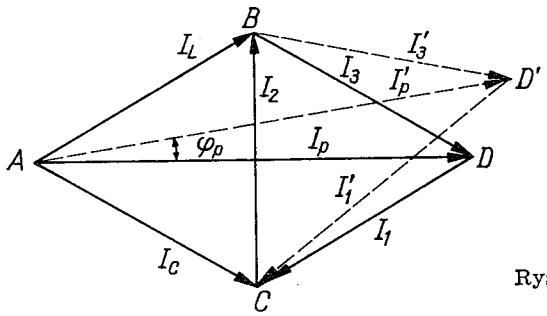
Dla regulacji napięcia urządzenia piecowego należy zastosować dodatkowy transformator lub autotransformator zasilający z zaczepami.

Symetryzację układu zakłóca jednak zmienność obciążenia pieca indukcyjnego. Wielkości bowiem L i C członów układu określamy wg wielkości rezystancji rezonansu R_p. Jak długo rezystancja ta nie ulega zmianie oraz jak długo mamy do czynienia z zupełną kompensacją mocy biernej pieca, układ idealnie symetryzuje. W rzeczywistości jednak obciążenie pieca indukcyjnego podczas jego pracy ulega zmianie, zmienia się zatem rezystancja R_p w szerokich granicach, a szczególnie przy pracy pieca na twardym złomie. Symetryzacja układu rozstraja się, zmienia się prąd pieca I_p oraz prądy przewodowe I_1 i I_3. Jedynie prąd I_2 pozostaje bez zmian, ponieważ jest on zależny od prądu dławika i baterii kondensatorów symetryzacyjnych, których dobrane w układzie wielkości L i C nie ulegają zmianom.

W dotychczasowych rozważaniach brano pod uwagę przypadek rezonansu pieca indukcyjnego, do którego doprowadza się przez odpowiedni dobór wielkości pojemności C_p. W rzeczywistości jednak baterię kondensatorów C_p można regulować nie w sposób ciągły, ale stopniami. Wskutek tego nie można uzyskać zupełnego rezonansu, można się jedynie do niego zbliżyć przez niedokompensowanie lub przekompensowanie mocy biernej

pieca, zależnie od tego, jaką zastosowano najmniejszą wielkość jednostki pojemności baterii kondensatorów C_p. Prąd zatem pieca I_p, przyjmowany w dotychczasowych rozważaniach jako prąd czynny, będzie w rzeczywistości prądem biernym, pojemnościowym lub indukcyjnym.

Reasumując dochodzi się do wniosku, że przy zmiennym obciążeniu pieca indukcyjnego, zmienia się jego rezystancja R_p oraz że nie można uzyskać jego zupełnego rezonansu. Wskutek tego symetryzacja układu rozstraja się, jego współczynnik mocy odbiega od 1 : $\cos\varphi_c \neq 1$ i rozpływ prądów w sieci staje się asymetryczny.



Rys. 9. Wykres wektorowy prądów układu LC

Przy pomocy wektorowego układu prądów na rys. 9 można określić wielkości asymetrycznych prądów sieci. Trójkąt ABC, złożony z prądów I_L, I_C i I_2 jest równoboczny, podobnie również trójkąt CBD. Prąd I_p, określony odcinkiem AD w symetrycznym układzie LC, zmienia się na prąd I_p' w rozstrojonym układzie LC, punkt D przechodzi w punkt D', a prądy sieci I_3 zmieniają się na I_3', a I_1 na I_1'. Bez zmian pozostaje tylko prąd I_2. Pamiędzy prądami I_p i I_p' na skutek niezupełnego skompensowania mocy biernej pieca, powstanie kąt φ_p, który jest kątem przesunięcia fazowego urządzenia piecowego. Współczynnik mocy tego urządzenia wynosi:

$$\cos\varphi_p = \frac{R_p'}{\sqrt{R_p'^2+X_p^2}},$$

gdzie R_p' jest zmienioną rezystancją pieca, a $X_p = X_L - X_C \neq 0$ jest jego reaktancją.

Jeżeli się założy stosunek:

$$\frac{I_p'}{I_p} = k,$$

wówczas z trójkątów ACD' i ABD' można wyznaczyć zmienione wielkości prądów w sieci, a mianowicie:

$$I_1' = \sqrt{I_c^2+I_p'^2-2I_cI_p'\cos(30°+\varphi_p)} = I\sqrt{1+3k^2-2\sqrt{3}\,k\cos(30°+\varphi_p)},$$

$$I_3' = \sqrt{I_L^2+I_p'^2-2I_LI_p'\cos(30-\varphi_p)} = I\sqrt{1+3k^2-2k\sqrt{3}\cos(30-\varphi_p)},$$

$$I_2 = I.$$

Zwykle kąt φ_p jest w piecach indukcyjnych mały, ponieważ w prawidłowo zbudowanych urządzeniach pieców indukcyjnych bywają stosowane odpowiednio małe jednostki baterii kondensatorów. Natomiast mogą zachodzić bardzo duże zmiany rezystancji R_p, szczególnie wtedy, kiedy w piecu indukcyjnym prowadzi się wytopy ze złomu metali, względnie w indukcyjnych nagrzewnicach, przy nagrzewaniu zimnych wsadów. Wówczas mogą się bardzo znacznie zmieniać prądy sieci I_1 i I_3. Wielkości tych zmian można by zmniejszyć lub nawet całkowicie znieść przez zastosowanie stopniowanej baterii kondensatorów symetryzacyjnych C i zaczepów dławika L. Można również zastosować automatyczne wyrównywanie prądów I_1 i I_3, a więc automatyczną symetryzację układu LC. Należy jednak zdawać sobie z tego sprawę, że prowadzi to do komplikacji układu symetryzacyjnego i podraża jego koszt budowy.

Oprócz przeanalizowanego powyżej układu jest czasem stosowany układ LC z wyprowadzonym środkiem uzwojeń dławika L. Nie znalazł on jednak dotychczas szerszego zastosowania w przemyśle.

6. WNIOSKI

Omówione powyżej układy symetryzacyjne można podzielić na dwie grupy: układy transformatorowe i układy LC przy pomocy dławików i kondensatorów. Pierwsze z nich nie dają dobrej symetryzacji prądowego obciążenie jednofazowych pieców elektrycznych — pod tym względem układy LC są korzystniejsze. Natomiast układy transformatorowe umożliwiają regulację napięcia pieców i są tańsze w budowie, w układach zaś LC trzeba stosować dodatkowy transformator, specjalnie przewidziany do regulacji napięcia, wskutek czego są one droższe w budowie. Układ V o przeciwnych napięciach wtórnych nadaje się do nagrzewnic oporowych i pieców oporowych, np. do symetryzacji obciążenia jednofazowych pieców solnych, układ Scotta jest z pożytkiem stosowany w kanałowych piecach indukcyjnych, a układ LC najlepiej nadaje się do indukcyjnych pieców tyglowych sieciowej częstotliwości.

Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie
Katedra Elektrotechniki Hutniczej
Zakład Elektrotermii

WYKAZ LITERATURY

1. Nowacki P. J.: Składowe symetryczne. Warszawa 1954.
2. Harbauer H.: Induktionsöfen. — AEG Mitteilungen, 1956, nr 46.
3. Hanas B.: Netzfrequenz — Tiegelschmelzöfen. — ASA Zeitschrift, 1957, nr 2.
4. Rusk R.: The Balancing of Unbalanced Three-Phase Loads. — ASA Research, 1959.
5. Geisel H.: Die Berechnung der Symmetriereinrichtung für einphasige Netzfrequenz — Induktionsöfen Elektrowärme. 1962, str. 384.

6. Kluss E. Die Probleme des elektrischen Lichtbogen- und Widestandsöfens. 1951.
7. Mainardis M.: I Forni Electrici. 1953.
8. Aigner V.: Rückwirkung und Symmetrierung von Einphasenlasten. — AEG Mitteilungen, 1955, str. 537.
9. Bader W.: Die Umwandlung der Einphasenlast in symmetrische Drehstromsysteme. — ETZ, 1951, nr 71.
10. Leonhard A.: Messung, Überwachung und Regelung der Schieflast in Drehstromnetzen. — ETZ, 1953, A74.
11. Geuhin D.: Procédés d'équilibrages statique d'une charge monophasée sur réseau triphasé appliquée aux machines à sonder. III Elektrowärmekongress, 1953, nr 704.
12. Frohr F.: Neuere Gesichtspunkte und Lösungen zur automatischen Symmetrierung und Kompensation von einphasigen Ofenlasten in Drehstromnetzen. IV Elektrowärmekongress, 1959, nr 314.
13. Rova R.: L'equilibrage des charges monophasées et son aspecte économique. IV Elektrowärmekongress, 1959, nr 254.
14. Glebow P.:Die Umwandlung von Einphasenstrom in Drehstrom und Umgekehrt. — ETZ, 1934, str. 513.
15. Aigner V.: Die Symmetrierung unsymmetrisch, belasteter Drehstromnetze durch rückende Ausgleichkreise. — ETZ, 1936, str. 971.

E. HOROSZKO

LOAD BALANCING OF MONOPHASE ELECTRIC FURNACES

Summary

The analysis carried out in the paper concerns methods of balancing of current loads in monophase electric furnaces in three phase power-lines. It deals with the methods most often applied in industry. They are: V system with opposing secondary voltage, Scott connexions, and LC system. General requirements demanded of a balancing system have been given and the properties of the systems discussed. When drawing conclusions the systems were compared with one another and their usefulness for monophase electro-thermal equipment was discussed.

E. HOROSZKO

SYMÉTRISATION DES CHARGES MONOPHASÉES DES FOURS ÉLECTRIQUES

Résumé

On a analysé l'application industrielle de la symétrisation des charges monophasées des fours électriques dans les réseaux triphasés: schéma V avec des tensions secondaires contraires, schéma de Scott ainsi que schéma LC. On a donné les conditions générales posées aux schéma de symétrisation et on a analysé leur caractéristiques. Enfin on a fait une comparaison des schémas et on a évalué leur qualité du point de vue des systèmes monophasés électrothermiques.

E. HOROSZKO

SYMMETRIERUNG DER STROMBELASTUNGEN DER EINPHASEN-ELEKTROÖFEN

Zusammenfassung

Im nachstehenden Aufsatz wurden die in der Industrie meist angewandten Symmetrierungsschaltungen für eine Strombelastung der Elektroöfen in den dreiphasigen Energienetzen einer Analyse unterzogen, und zwar: V-Verkehrtschaltungen, Scotte-Schaltung und LC-Schaltung. Angegeben wurden ferner die den Symmetrierungsschaltungen gestellten allgemeinen Arbeitsbedingungen und erläutert die Beschaffenheit dieser Schaltungen.

In den Schlussfolgerungen wurde ein Vergleich der Schaltungen durchgeführt und die Verwendbarkeit für die elektrothermischen Einrichtungen besprochen.

Е. ГОРОШКО

СИММЕТРИЗАЦИЯ НАГРУЗОК ОДНОФАЗНЫХ ЭЛЕКТРОПЕЧЕЙ

Резюме

В работе приведен анализ применения в промышленности симметризации таковых нагрузок однофазных электропечей в 3-фазных электросетях, а именно: схема V с противоположными вторичными напряжениями, схема Скотта, и схема LC. Изложено общие требования, предъявляемые симметризационным схемам и рассмотрено их свойства.

В заключении произведено сравнение схем и рассмотрена их пригодность для однофазных электротермических устройств.

621.392.52

JÓZEF SAŁACIŃSKI, MARIAN ZIENTALSKI, RYSZARD KRAJEWSKI

Zniekształcenia nielinearne w filtrach teletransmisyjnych

Rękopis dostarczono 8.5.1964

W artykule omówiono wymagania dotyczące zniekształceń nielinearnych filtrów teletransmisyjnych, zagadnienia zniekształceń nielinearnych typu histerezowego, zniekształceń w cewkach z rdzeniami ferromagnetycznymi oraz zniekształceń nielinearnych filtrów i podano zalecenia do projektowania filtrów teletransmisyjnych z punktu widzenia minimalnych zniekształceń nielinearnych.

1. WSTĘP

Stosowane w filtrach teletransmisyjnych materiały magnetyczne charakteryzują się nieliniową zależnością pomiędzy natężeniem pola H i indukcją magnetyczną B, co jest powodem zniekształceń nielinearnych. W wyniku tych zniekształceń otrzymujemy na wyjściu filtru — przy podaniu na jego wejście sygnału sinusoidalnego o jednej częstotliwości — szereg nieparzystych harmonicznych tych częstotliwości, a przy podaniu wielu częstotliwości powstają jeszcze częstotliwości kombinowane, które mogą się znaleźć we własnym i innych kanałach powodując wzrost zakłóceń w tych kanałach. Przy ocenie zniekształceń nielinearnych posługujemy się pojęciami:

współczynnika harmonicznych h

lub

tłumienności harmonicznych A_h.

Tłumienność harmonicznych została zdefiniowana jako

$$A_h = \ln\frac{1}{h} = \ln\frac{U_1}{\sqrt{U_2^2+U_3^2+\ldots+U_n^2}}\ [\mathrm{N}]. \tag{1.1}$$

W przypadku rdzeni magnetycznych, pracujących bez wstępnego namagnesowania, zagadnienie zniekształceń nielinearnych zawęża się praktycznie do zniekształceń spowodowanych trzecią harmoniczną i dlatego w dalszych rozważaniach będziemy omawiać tylko wpływ trzeciej harmonicznej.

Wówczas

$$A_{h_3} = \ln\frac{U_1}{U_3}. \tag{1.2}$$

Bardzo skromna bibliografia dotycząca zagadnienia projektowania filtrów z punktu widzenia zniekształceń nielinearnych powoduje, że projektanci zmuszeni są albo ten problem pomijać, albo stosować rdzenie o zbyt dużych wymiarach.

Niniejszy artykuł stanowi próbę omówienia całości zagadnienia zniekształceń nielinearnych w filtrach teletransmisyjnych, a przytoczone rozważania mogą stanowić materiały pomocnicze do projektowania filtrów.

Oryginalną część pracy stanowią rozdziały 3.1÷3.5, w których rozpatrzono i wykonano obliczenia zniekształceń nielinearnych filtrów dolno-, górno- i pasmowoprzepustowych oraz filtru złożonego. Obliczenia te wykonano dla różnych występujących w praktyce przypadków, a dla ułatwienia określenia przyrostu tłumienności trzeciej harmonicznej $\Delta A_{h_{3f}}$ wykonano również wykresy poprawki $\Delta A_{h_{3f}} = f(m)$ przy parametrze x dla omówionych przypadków. W rozdziale 4 podano zalecenia do projektowania filtrów teletransmisyjnych z punktu widzenia minimalnych zniekształceń nielinearnych. Praca niniejsza powstała w wyniku współpracy Katedry z Przemysłem. Mianowicie, prowadzone dla Wielkopolskich Zakładów Teletechnicznych „Teletra" w Poznaniu badania nad możliwością zastosowania krajowych materiałów magnetycznych w zwrotnicach systemowych i liniowych dla TN 12 N wymagały opracowania zagadnienia zniekształceń nielinearnych w filtrach. Artykuł podsumowuje wyniki przeprowadzonych badań teoretycznych i doświadczalnych.

2. WYMAGANIA DOTYCZĄCE ZNIEKSZTAŁCEŃ NIELINEARNYCH FILTRÓW TELETRANSMISYJNYCH

Wymagania na zniekształcenia nielinearne podzespołów dla systemów wielokrotnych mogą być postawione w zależności od ich przeznaczenia. Możemy je pod tym kątem widzenia podzielić na 3 grupy [5]:

1. Podzespoły, w których występujące zniekształcenia nielinearne powodują zniekształcenia sygnałów we własnych kanałach.

2. Podzespoły, w których występujące zniekształcenia nielinearne powodują zakłócenia w obcych kanałach danego systemu, przy czym sygnały zakłócane są przesyłane w tym samym kierunku co sygnały zakłócające.

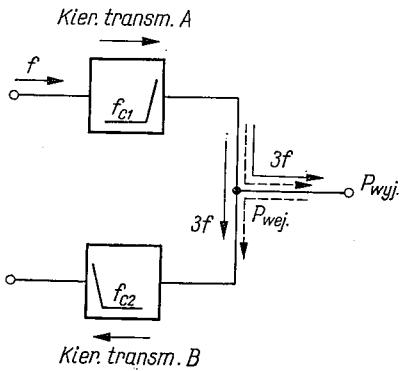
3. Podzespoły, w których występujące zniekształcenia nielinearne powodują zakłócenia w obcych kanałach danego systemu, przy czym sygnały zakłócające trafiają w kierunek transmisji przeciwny do kierunku transmisji sygnałów zakłócanych.

Wymagania na zniekształcenia nielinearne grupy 1 nie są przez CCITT określone. Powszechnie przyjmuje się, że dla tych podzespołów współczynnik zawartości harmonicznych nie powinien przekraczać 1%, co odpowiada tłumienności harmonicznych 4,6 N.

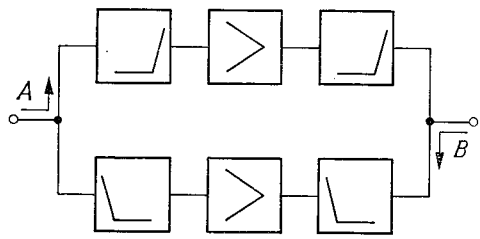
Dla drugiej grupy podzespołów, zgodnie z zaleceniami CCI TT, odstęp poziomu trzeciej harmonicznej od poziomu częstotliwości podstawowej nie powinien być mniejszy od 9,7 N. Warunki te są określone dla przypadku stosowania wzmacniaków przelotowych lampowych. Przy stosowaniu wzmacniaków tranzystorowych wymagania te należy zwiększyć o 0,7 N z uwagi na ich dwukrotnie większą liczbę wynikającą z mniejszego ich wzmocnienia.

Stosowane w urządzeniach wielokrotnych filtry należą — zależnie od ich przeznaczenia — do pierwszej, drugiej lub trzeciej grupy. Najostrzejsze wymagania stawiane są zwrotnicom elektrycznym, które należą do trzeciej grupy podzespołów.

W celu ustalenia wymagań na tłumienność trzeciej harmonicznej zwrotnic rozpatrzmy schemat blokowy zwrotnicy pracującej w urządzeniu przelotowym przedstawionym na rys. 1.



Rys. 1. Schemat blokowy zwrotnicy elektrycznej pracującej we wzmacniaku jednotorowym



Rys. 2. Schemat blokowy wzmacniaka przelotowego bez przemiany

Trzecie harmoniczne częstotliwości przenoszonych mogą się znaleźć w pasmie przepuszczania filtru dolno- lub górnoprzepustowego zwrotnicy. Jeżeli wzmacniak przelotowy pracuje w układzie jak na rys. 2, wówczas odstęp poziomu trzeciej harmonicznej od poziomu sygnału zakłóconego będzie niższy dla kierunku transmisji B o wzmocnienie wzmacniaka. O tyle neperów, ile wynosi wzmocnienie wzmacniaka, musi być więc większy odstęp poziomu trzeciej harmonicznej — w porównaniu z odpowiednimi wartościami podanymi przez nas dla podzespołów drugiej grupy — od poziomu częstotliwości podstawowej dla podzespołów grupy trzeciej. W przypadku zwrotnicy elektrycznej dla TN 12 N wartość tłumienności A_{h_3} wg wymagań WZT „Teletra" powinna wynosić conajmniej 14 N. Aby tym wymaganiom sprostać, należy poznać źródło zniekształceń nielinearnych w filtrach. Będzie to przedmiotem analizy w następnych rozdziałach.

Na zakończenie należy zwrócić jeszcze uwagę na fakt, że poziom tonów kombinowanych może być wyższy od poziomu trzeciej harmoniczn-

nej. Na przykład w przypadku ferrytów produkcji Zakładów „Polfer" produkt modulacji o największym poziomie typu $2f_1 - f_2$ jest o około 1 N wyższy od poziomu trzeciej harmonicznej pojedynczej częstotliwości. Uwzględniając powyższe, można podać warunek na odstęp poziomu częstotliwości podstawowej od trzeciej harmonicznej, gdyż to w istotny sposób ułatwia kontrolę wielkości zniekształceń. Zwrotnica powinna być tak zaprojektowana, aby ogniwa bardziej szkodliwe z punktu widzenia zniekształceń nielinearnych były rozmieszczone odpowiednio w strukturze filtru. Na przykład we wzmacniakach przelotowych pracujących w układzie jak na rys. 2 najbardziej niekorzystny przypadek będzie miał miejsce wtedy, kiedy produkty zniekształceń wywołane sygnałem nadawanym w filtrze dolnoprzepustowym trafią do filtru górnoprzepustowego zwrotnicy. Dlatego zwrotnicę należy tak zaprojektować, żeby cewki dające największe zniekształcenia nielinearne były umieszczone w pierwszych ogniwach filtru dolnoprzepustowego, licząc od jego strony rozgałęźnej do wspólnej.

3. ZNIEKSZTAŁCENIA NIELINEARNE W CEWKACH Z RDZENIAMI FERROMAGNETYCZNYMI

Zniekształcenia nielinearne spowodowane histerezą, występujące w cewkach zbudowanych na rdzeniach ferromagnetycznych, do których można również zaliczyć cewki bezrdzeniowe umieszczone w ekranach magnetycznych, zależą od rodzaju rdzenia i materiału, z którego jest on zbudowany[1]. Materiał magnetyczny jest natomiast w pełni scharakteryzowany, jeżeli znana jest zależność indukcji magnetycznej B od natężenia pola H, tzn. znana jest funkcja $B = f(H)$. Jednak ogólna funkcja opisująca tę zależność nie jest znana. Istnieją pewne aproksymacje pętli histerezy dla małych natężeń pola i bez wstępnego namagnesowania rdzenia oraz dla małych częstotliwości, jednak nie są one zbyt dokładne. Przy pomocy tych aproksymacji można wytłumaczyć szereg zjawisk zachodzących w materiale ferromagnetycznym i z pewnym przybliżeniem ująć je ilościowo, dlatego w dalszej części rozdziału skorzystamy z najbardziej rozpowszechnionej aproksymacji pętli histerezy, podanej przez Rayleigha.

Rayleigh pokazał, że dla małych natężeń pola magnetycznego w rdzeniu i dostatecznie niskich częstotliwości przenikalność magnetyczną można wyrazić zależnością

$$\mu = \mu_p + \nu H, \tag{3.1}$$

[1] Przy cewkach wykonanych na rdzeniach ze szczelinami niemagnetycznymi będziemy posługiwać się pojęciem zastępczej pętli histerezy, tj. pętli uwzględniającej wpływ szczeliny niemagnetycznej na charakterystykę magnesowania rdzenia zastępczego w funkcji natężenia pola magnetycznego w cewce. Na rys. 3a pokazano przykładowo krzywą $B(H)$ w rdzeniu bez szczeliny powietrznej i w takim samym typie rdzenia ze szczeliną powietrzną. Krzywą b) nazwaliśmy pętlą zastępczą. Jak widać z tego rysunku, taką samą wartość indukcji maksymalnej w drugim przypadku osiągamy przy odpowiednio większych amperozwojach.

gdzie:

μ_p — przenikalność początkowa,

H — chwilowa wartość natężenia pola,

$\nu = \frac{d\mu}{dH}$ — stała, zależna od rodzaju materiału, zwana stałą Rayleigha.

Dla tego zakresu zmian H, dla którego obowiązuje równanie (3.1), indukcja magnetyczna B jest równa:

$$B = (\mu_p + \nu H)H. \tag{3.2}$$

Na rys. 3 zależność (3.2) jest przedstawiona przy pomocy krzywej M.

Jednakże równanie (3.2) nie ujmuje zjawiska histerezy, a odnosi się tylko do etapu magnesowania (nie przemagnesowywania) rdzenia.

Żeby uwzględnić zjawisko histerezy, należy przyjąć wg Rayleigha następującą funkcję:

$$B = (\mu_p + \nu H_m)H \pm \frac{\nu}{2}(H_m^2 - H^2), \tag{3.3}$$

gdzie:

μ_p — przenikalność początkowa,

H_m — amplituda natężenia pola magnetycznego,

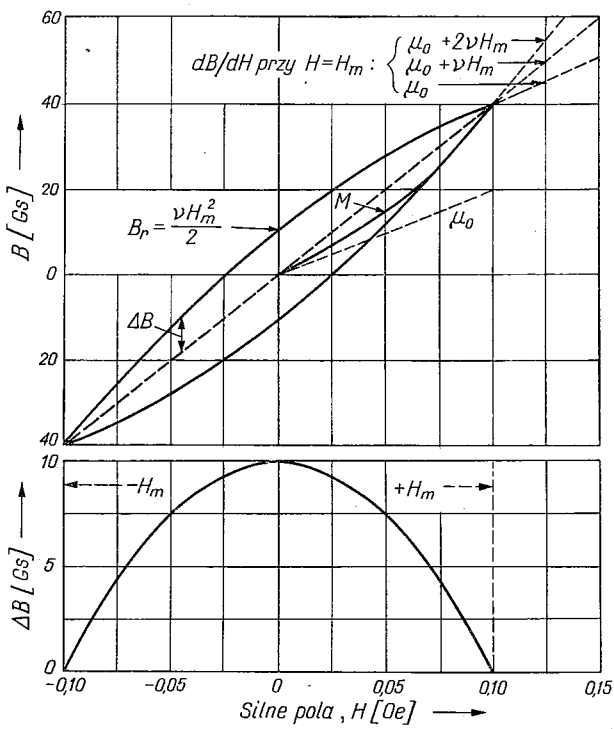
B i H — chwilowe wartości indukcji i natężenia pola magnetycznego w rdzeniu,

ν — stała, określona w (3.1).

Zależność ta jest wykreślona na rys. 3.

Jak wynika z (3.3), pochodna $\frac{dB}{dH}$ dla dolnej krzywej pętli histerezy jest równa:

$$\frac{dB}{dH} = \mu_p + \nu H_m + \nu H.$$



Rys. 3. Wykres pętli histerezy wg aproksymacji Rayleigha zgodnie ze wzorem (3.3)

Taka sama pochodna dla krzywej magnesowania, danej równaniem (3.2), wynosi:

$$\frac{dB}{dH} = \mu_p + 2\nu H.$$

Wartości dB/dH dla kilku punktów dolnej krzywej pętli histerezy, danej równaniem (3.3), i krzywej magnesowania wg równania (3.2), są zestawione w tablicy 1.

Tablica 1

	$H = -H_m$	$H = 0$	$H = +H_m$
Pętla histerezy: dolna krzywa	μ_p	$\mu = \mu_p + \nu H_m$	$\mu + \nu H_m = \mu_p + 2\nu H_m$
Krzywa magnesowania	–	μ	$\mu + \nu H_m = \mu_p + 2\nu H_m$

Pozostałość magnetyczna

$$B_r = \frac{\nu}{2} H_m^2, \tag{3.4}$$

a natężenie koercji

$$H_c = \sqrt{H_m^2 + \left(\frac{\mu}{\nu}\right)^2} - \frac{\mu}{\nu}, \tag{3.5}$$

albo, gdy

$$\begin{aligned} H_m &\ll \frac{\mu}{\nu}, \\ H_c &= \frac{H_m^2}{2\mu}. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Straty na skutek histerezy W_h w erg/cm^3, przypadające więc na jednostkę objętości rdzenia, są równe:

$$W_h = \oint H dB = \frac{\nu}{3} H_m^3 = \frac{\nu}{3\pi \cdot \mu^3} B^3, \tag{3.7}$$

gdzie wszystkie wielkości, występujące w (3.7), muszą być wyrażone w układzie cgs.

Jeżeli przyjąć, że natężenie pola zmienia się sinusoidalnie, tzn.

$$H = H_m \cos \omega t,$$

wówczas równanie (3.3) można przepisać jak niżej:

$$B = \mu H_m \cos \omega t \pm \frac{\nu}{2} H_m^2 \sin^2 \omega t, \tag{3.8a}$$

albo

$$B = B_m \cos \omega t \pm B_r \sin^2 \omega t, \tag{3.8b}$$

gdzie: $B_m = \mu H_m$.

Rozkładając $\pm \sin^2 \omega t$ [1] w szereg Fouriera otrzymamy

$$B = B_m \cos \omega t + B_r \left(\frac{8}{3\pi} \sin \omega t - \frac{8}{15\pi} \sin 3\omega t - \frac{8}{105\pi} \sin 5\omega t - .... \right). \tag{3.9}$$

[1] W tych warunkach mamy:

$$\pm \sin^2 \omega t = \begin{cases} -\sin^2 \omega t & \text{dla} \quad -\pi < \omega t < 0, \\ \sin^2 \omega t & \text{dla} \quad 0 < \omega t < \pi. \end{cases}$$

Dla częstotliwości podstawowej mamy:

$$B = B_m \cos \omega t + \frac{8}{3\pi} B_r \sin \omega t = B_m \cos \omega t + 0{,}85 B_r \sin \omega t,$$

albo inaczej

$$B = \sqrt{B_m^2 + (0{,}85 B_r)^2} \cos(\omega t + \varphi),$$
$$H = H_m \cos \omega t,$$

gdzie $\varphi = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{8B_r}{3\pi B_m}\right)$.

A zatem amplitudy: indukcji magnetycznej B' o częstotliwości podstawowej i natężenia pola magnetycznego H' są równe:

$$B' = B_m \sqrt{1 + \left(\frac{0{,}85 B_r}{B_m}\right)^2}, \tag{3.10}$$
$$H' = H_m.$$

Jak wynika z (3.9), amplituda trzeciej harmonicznej indukcji magnetycznej jest równa:

$$B_3 = \frac{8}{15\pi} B_r = \frac{4}{15\pi} \nu H_m^2,$$

natomiast

$$\frac{B_3}{B_m} = \frac{8}{15\pi} \cdot \frac{B_r}{B_m} = \frac{4}{15\pi} \cdot \frac{\nu H_m}{\mu}.$$

Współczynnik zawartości trzeciej harmonicznej wyraża się zależnością:

$$h_3 = \frac{E_3}{U_1} = \frac{3\omega S}{\omega S} \cdot \frac{B_3}{B_m} = 3 \frac{B_3}{B_m} = \frac{4}{5\pi} \cdot \frac{\nu H_m}{\mu}, \tag{3.11}$$

gdzie:

E_3 — *SEM* zaindukowana w cewce, odpowiadająca trzeciej harmonicznej,

U_1 — amplituda napięcia o częstotliwości podstawowej,

S — przekrój rdzenia.

Ponieważ oporność strat na skutek histerezy w tym przypadku

$$R_h = \frac{8\nu}{6\pi\mu_0} H_m \omega L,$$

więc współczynnik h_3 można wyrazić przez R_h w następujący sposób:

$$h_3 = \frac{0{,}6 R_h}{\omega L} = 0{,}6 \varrho_h H_m, \tag{3.12}$$

gdzie:

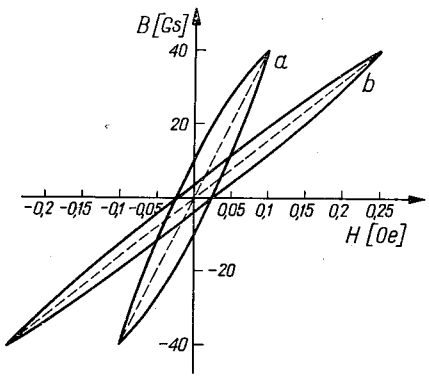
ϱ_h — współczynnik strat spowodowanych zjawiskiem histerezy,

L — indukcyjność cewki.

Jak wynika z (3.12), tłumienność trzeciej harmonicznej

$$A_{h_{3m}} = \ln \frac{1}{0{,}6 \varrho_h H_m}. \tag{3.13}$$

Warto jeszcze zwrócić uwagę na to, że stosując aproksymację Rayleigha dla krzywych a i b na rys. 3a, możemy znaleźć związek między stałą materiałową rdzenia ν a stałą ν' dla pętli zastępczej. Jeżeli w cewce zbudowanej na rdzeniu ze szczeliną powietrzną zwiększymy na tyle natężenie pola magnetycznego, że uzyskamy taką samą wartość indukcji magnetycz-



Rys. 3a. Przebieg krzywej magnesowania $B(H)$ w rdzeniu: a) bez szczeliny powietrznej, b) ze szczeliną powietrzną

nej jak w cewce wykonanej na tego samego typu rdzeniu bez szczeliny powietrznej, to straty spowodowane histerezą w obu przypadkach powinny być takie same. Na podstawie wzoru (3.7) możemy więc napisać:

$$\frac{\nu}{3} H_m^3 = \frac{\nu'}{3} H_m'^3,$$

stąd

$$\nu' = \nu \left(\frac{H_m}{H_m'}\right)^3,$$

zaś

$$\mu' = \mu \frac{H_m}{H_m'}.$$

Zgodnie ze wzorem (3.11), współczynnik zawartości trzeciej harmonicznej dla cewki wykonanej na rdzeniu ze szczeliną będzie równy:

$$h_3' = \frac{4}{5\pi} \cdot \frac{\nu H_m}{\mu} \cdot \frac{H_m}{H_m'},$$

tj. $\frac{H_m}{H_m'}$ razy mniejszy niż dla cewki o takiej samej indukcyjności, ale wykonanej na rdzeniu z identycznego materiału. Wniosek ten jest słuszny wtedy, kiedy można jeszcze stosować aproksymację Rayleigha.

Jeśli chodzi o filtry elektryczne, to źródłem zniekształceń nielinearnych są w nich cewki zbudowane na rdzeniach ferromagnetycznych, przy czym obecnie stosuje się na ogół rdzenie ferrytowe.

Jak to zostanie pokazane niżej, można — w zależności od przyjętej kompozycji filtru — wyróżnić w nim cewkę, przez którą dla danej częstotliwości podstawowej płynie największy prąd. Cewka ta będzie w sposób decydujący charakteryzowała zniekształcenia nielinearne całego filtru. Analizując w ten sposób różne kompozycje filtru o tej samej charakterystyce przenoszenia można wybrać kompozycję optymalną. Pod kompozycją filtru będziemy w niniejszym artykule rozumieli istotne cechy filtru, takie jak struktura elektryczna układu, wymiary i wartość elementów, rodzaj materiału użytych rdzeni lub ekranów magnetycznych itp.

Należy zwrócić uwagę na to, że w przypadku filtrów o ustalonej kompozycji zmniejszenie zniekształceń nielinearnych jest możliwe (np. przez zwiększenie szczeliny niemagnetycznej w rdzeniu), co może spowodować zmianę dobroci cewek.

Przy analizie zniekształceń nielinearnych powstających w filtrach wprowadza się pojęcia tłumienności trzeciej harmonicznej cewki filtru oraz tłumienność trzeciej harmonicznej filtru.

Ponieważ przez różne cewki filtru, w zależności od jego kompozycji, przepływają prądy o różnych wielkościach, a równocześnie w pasmie przepuszczania filtru amplituda prądu na jego wyjściu jest prawie równa amplitudzie prądu na wejściu, to można mówić o współczynniku obciążenia cewek, rozumiejąc pod tym pojęciem stosunek amplitudy prądu I_c przepływającego przez cewkę do amplitudy prądu I_1 przepływającego przez wejściowe lub wyjściowe zaciski filtru. Dalej ten stosunek będziemy oznaczać przez

$$\eta = \frac{I_c}{I_1}.$$

Zgodnie ze wzorem (3.13), tłumienność trzeciej harmonicznej cewki filtru zależy od współczynnika strat na histerezę i natężenia pola w rdzeniu.

Dla ułatwienia rachunku wygodnie jest podstawić

$$L = \frac{R}{\omega_c}, \tag{3.14}$$

gdzie:

L — indukcyjność jednostkowa filtru,

R — oporność nominalna filtru,

$\omega_c = 2\pi f_c$ — pulsacja graniczna filtru,

Jeżeli znany jest współczynnik obciążenia, to można wyliczyć tłumienność harmonicznych cewki dla określonego poziomu sygnału na wejściu filtru.

Pod pojęciem tłumienność harmonicznych cewki filtru rozumieć będziemy logarytmiczny stosunek napięcia przyłożonego do cewki do *SEM* produktów zniekształceń nielinearnych, powstających w cewce na skutek zjawiska histerezy. Przy tym częstotliwość napięcia przyłożonego do cew-

ki jest równa częstotliwości granicznej filtru, a znormalizowany współczynnik cewki [zgodnie z (3.14)] jest równy 1,0.

Pod pojęciem tłumienności harmonicznych filtru rozumiemy natomiast logarytmiczny stosunek amplitudy prądu wpływającego do zacisków wejściowych filtru do amplitudy prądów produktów zniekształceń nielinearnych (np. trzeciej harmonicznej — wówczas mówimy o tłumienności trzeciej harmonicznej) przepływających przez te zaciski lub zaciski wyjściowe filtru. Aby określić tłumienność harmonicznych filtru, należy znać tłumienność harmonicznych cewki, określoną jak wyżej, a także jej współczynnik obciążenia w zależności od położenia w układzie i wielkości znormalizowanego współczynnika cewki.

Natężenie pola magnetycznego w rdzeniu cewki toroidalnej lub solenoidu o indukcyjności L w układzie MKSA niezracjonalizowanym jest określone zależnością:

$$H_m = \sqrt{\frac{4\pi L}{\mu_0 \mu l S}} \cdot \sqrt{2} \cdot \bar{I}_1. \tag{3.15}$$

Korzystając ze wzoru (3.14) otrzymamy zależność:

$$H_m = \frac{2}{\sqrt{\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{l \mu S}} \cdot \sqrt{\frac{R}{f_c}} \cdot \bar{I}_1, \tag{3.15a}$$

gdzie:

μ_0 — przenikalność magnetyczna próżni,
μ — przenikalność magnetyczna rdzenia cewki,
l — średnia droga strumienia magnetycznego,
S — przekrój rdzenia,
R — oporność nominalna filtru,
f_c — częstotliwość graniczna filtru,
$\bar{I}_1$ — wartość skuteczna prądu o częstotliwości podstawowej, płynącego przez cewkę.

Wyrażając prąd $\bar{I}_1$ przez poziom mocy P, podawany na wejściu filtru, otrzymamy:

$$\bar{I}_1 = e^{P_1} \cdot \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-3}}{R}}.$$

Uwzględniając tę zależność w (3.15a) oraz podstawiając l w [cm] i S w [cm^2], otrzymamy:

$$H_m = \frac{2}{\sqrt{\mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10^6 \mu l s}} \cdot \frac{e^{P_1}}{\sqrt{f_c}} \cdot \sqrt{10^{-3}} \tag{3.15b}$$

Podstawiając $\mu_0 = 10^{-3} \left[\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{cm}}\right]$, otrzymamy zależność:

$$H_m = 2 \frac{1}{\sqrt{\mu l S}} \cdot \frac{e^{P_1}}{\sqrt{f_c}}. \tag{3.16}$$

Podstawiając (3.16) do (3.13) otrzymamy wyrażenie na tłumienność trzeciej harmonicznej cewki:

$$A_{h_3} = \ln \frac{\sqrt{\mu}}{1{,}2 \varrho_h} + \ln \sqrt{V} + \frac{1}{2} \ln f_c - P_1, \tag{3.17}$$

gdzie V — objętość rdzenia w cm^3.

Jak wynika z (3.17), tłumienność trzeciej harmonicznej cewki filtru zależy do stosunku $\frac{\sqrt{\mu}}{\varrho_h}$ określonego rodzajem materiału rdzenia, od objętości rdzenia V, od przyjętej kompozycji i częstotliwości granicznej filtru oraz od poziomu sygnału podawanego na filtr.

Warto tu jeszcze zwrócić uwagę na fakt, że o ile zmniejszenie poziomu sygnału o 1 N dawało we wzmacniaczu lampowym zwiększenie odstępu poziomu trzeciej harmonicznej od podstawowej o 2 N, to w przypadku cewek na rdzeniach ferromagnetycznych odstęp ten, zgodnie z (3.17), wzrasta tylko o 1 N (o ile obowiązuje jeszcze aproksymacja Rayleigha). Dla dowolnej cewki filtru możemy, zgodnie z (3.13), napisać:

$$A_{h_{3\alpha}} = \ln \frac{\omega L_\alpha I_c}{E_{3\alpha}} = \ln \frac{1}{0{,}6\,\varrho_h H_\alpha},$$

gdzie:

L_α — indukcyjność cewki o znormalizowanym współczynniku α,

H_α — natężenie pola w cewce o indukcyjności L_α, przez którą płynie prąd I_c,

$E_{3\alpha}$ — *SEM* trzeciej harmonicznej, powstającej w cewce L_α.

Ponieważ dla cewki o znormalizowanym współczynniku α jest, zgodnie z (3.15),

$$H_\alpha = H_1 \frac{I_c}{I_1} \sqrt{\alpha},$$

więc

$$E_3 = 0{,}6\,\varrho_h H_1 I_1 \alpha \sqrt{\alpha} \cdot Rx \left| \frac{I_c}{I_1} \right|^2, \tag{3.18}$$

gdzie $x = \frac{\omega}{\omega_c}$.

Oznaczając *SEM* generatora dla częstotliwości podstawowej przez E_0, mamy:

$$\hat{I}_1 = \hat{E}_0 \frac{\Delta_{11}}{\Delta},$$

a prąd płynący przez cewkę L_α, znajdującą się w k-tym oczku, będzie równy

$$\hat{I}_k = \hat{E}_0 \frac{\Delta_{1k}(-1)^{1+k}}{\Delta},$$

gdzie:

$\hat{I}_1$ — prąd płynący w oczku pierwszym,

$\hat{I}_k$ — prąd płynący w oczku k-tym,

Δ — wyznacznik charakterystyczny układu równań ułożonych dla wszystkich oczek układu,

Δ_{1k} — podwyznacznik, który uzyskujemy z wyznacznika głównego skreślając pierwszy wiersz i k-tą kolumnę.

Jeżeli cewka jest elementem wspólnym dla oczek k i $k+1$, to przyjmując kierunki prądów oczkowych zgodnie z ruchem wskazówek zegara, możemy napisać:

$$\hat{I}_k = \hat{E}_0 \frac{\Delta_{1k} + \Delta_{1(k+1)}}{\Delta} (-1)^{1+k}.$$

Na podstawie twierdzenia o wzajemności możemy wyznaczyć prąd, jaki się pojawi na wejściu filtru pod wpływem *SEM* E_3 zaindukowanej w cewce L_a. Możemy bowiem przyjąć, że sieć jest liniowa i działają w niej tylko siły elektromotoryczne E_0 i E_3:

$$\hat{I}_1 = \hat{E}_3 \frac{\Delta'_{1k}(-1)^{1+k}}{\Delta'} = \hat{E}_3 \frac{\Delta'_{1k}}{\Delta'_{11}} \cdot \frac{\Delta'_{11}}{\Delta'} (-1)^{k+1},$$

lub

$$\hat{I}'_1 = \hat{E}_3 \frac{\Delta'_{1k} + \Delta'_{1(k+1)}}{\Delta'} (-1)^{1+k} = \hat{E}_3 \frac{\Delta'_{1k} + \Delta_{1(k+1)}}{\Delta'_{11}} \cdot \frac{\Delta_{11}(-1)^{k+1}}{\Delta'},$$

gdzie wyznacznik Δ' i podwyznaczniki postaci Δ'_{ik} muszą być liczone dla trzeciej harmonicznej źródła.

Współczynniki obciążenia cewek dla częstotliwości podstawowej $\hat{\eta}$ i częstotliwości produktu zniekształceń $\hat{\eta}'$ można wyrazić następująco:

$$\hat{\eta} = \frac{\Delta_{1k}}{\Delta_{11}} (-1)^{1+k} \quad \text{lub} \quad \hat{\eta} = \frac{\Delta_{1k} + \Delta_{1(k+1)}}{\Delta_{11}} (-1)^{1+k}. \tag{3.19}$$

oraz

$$\hat{\eta}' = \frac{\Delta'_{1k}}{\Delta'_{11}} (-1)^{1+k} \quad \text{lub} \quad \hat{\eta}' = \frac{\Delta'_{1k} + \Delta'_{1(k+1)}}{\Delta'_{11}} (-1)^{1+k}. \tag{3.20}$$

Korzystając z równań (3.18), (3.19) i (3.20) otrzymamy:

$$A_{h_{3f}} = \ln \left| \frac{\hat{I}_1}{\hat{I}'_1} \right| = A_{h_3} + \ln \frac{1}{\alpha \sqrt{\alpha}} + \ln \frac{1}{x} + 2 \ln \frac{1}{|\hat{\eta}|} + \ln \frac{1}{|\hat{\eta}'|} + \ln \left| \frac{\Delta'}{\Delta'_{11}} \cdot \frac{1}{R} \right|, \tag{3.21}$$

gdzie:

$A_{h_{3f}}$ — tłumienność trzeciej harmonicznej filtru, pochodząca od cewki L_a,

A_{h_3} — tłumienność trzeciej harmonicznej cewki L_a,

$\frac{\Delta'}{\Delta'_{11}}$ — oporność wejściowa filtru dla częstotliwości produktu zniekształceń — trzeciej harmonicznej, włączając w to oporność wewnętrzną generatora.

Jeżeli produkt zniekształceń nielinearnych znajdzie się w pasmie przepuszczania filtru, to

$$\left| \frac{1}{R} \cdot \frac{\Delta'}{\Delta'_{11}} \right| \approx 2.$$

Wzór (3.21) pozwala wyliczyć tłumienność trzeciej harmonicznej filtru, pochodzącą od cewki L_a, a wyznaczając współczynniki obciążenia cewek w różnych, równoważnych sobie układach filtru, można określić, który z nich daje maksymalną wartość tłumienności trzeciej harmonicznej. W celu zobrazowania tej metody wykonamy obliczenia tłumienności $A_{h_{3f}}$ pojedynczych ogniw typu m różnego rodzaju filtrów, oraz przedstawimy metodę określania najbardziej szkodliwych z punktu widzenia zniekształceń nielinearnych cewek dla filtru złożonego.

3.1. Filtry dolnoprzepustowe

Rozpatrzmy ogniwo filtru dolnoprzepustowego typu m przedstawione na rys. 4.

Zakładając, że filtr pracuje w warunkach dopasowania falowego, możemy określić prąd $\hat{I}_L$ płynący przez cewkę poprzeczną przy pomocy zależności:

$$\hat{I}_L = \hat{I}_1(1-e^{-\hat{g}}) = 2\hat{I}_1 e^{-\frac{\hat{g}}{2}} \operatorname{sh}\frac{\hat{g}}{2},$$

gdzie:

$\hat{g}$ — tamowność falowa filtru,

$\hat{I}_1$ — prąd przepływający przez zaciski wejściowe filtru,

$\hat{I}_L$ — prąd przepływający przez cewkę poprzeczną.

Współczynnik obciążenia cewki poprzecznej jest równy:

$$\hat{\eta} = 1-e^{-\hat{g}} = 2e^{-\frac{\hat{g}}{2}} \operatorname{sh}\frac{\hat{g}}{2}.$$

Dalsze rozważania przeprowadzimy dla dwóch przypadków:

1) trzecia harmoniczna źródła znajduje się w praktycznym pasmie przepuszczania filtru,

2) trzecia harmoniczna źródła znajduje się w pasmie tłumienia filtru.

W pierwszym przypadku

$$\hat{g} \approx j\beta$$

oraz

$$\operatorname{sh}\frac{\hat{g}}{2} = \operatorname{sh}\frac{j\beta}{2} = j\sin\frac{\beta}{2} = j\frac{mx}{\sqrt{1-(1-m^2)x^2}},$$

gdzie:

β — przesuwność falowa,

m — parametr zależny od umiejscowienia bieguna.

Współczynniki obciążenia cewki są równe:

a) dla częstotliwości podstawowej:

$$|\hat{\eta}| = \frac{2mx}{\sqrt{1-(1-m^2)x^2}},$$

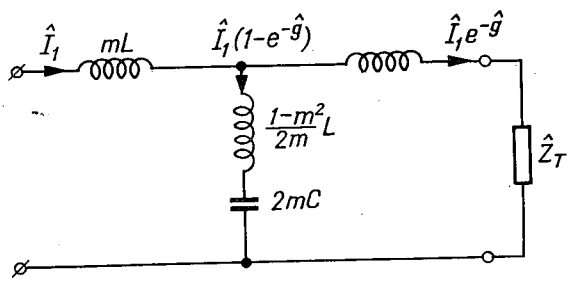
b) dla trzeciej harmonicznej:

$$|\hat{\eta}'| = \frac{6mx}{\sqrt{1-(1-m^2)9x^2}}.$$

Uwzględniając te wyrażenia we wzorze (3.21) i biorąc pod uwagę, że dla praktycznego pasma przepuszczania filtru oporność wejściowa dla trzeciej harmonicznej (włączając w to oporność wewnętrzną źródła) jest równa $\frac{\Delta'}{\Delta'_{11}} \approx 2R$, otrzymamy dla cewki poprzecznej o znormalizowanym współczynniku $\alpha = \frac{1-m^2}{2m}$ następujące wyrażenie na tłumienność trzeciej harmonicznej filtru:

$$A_{h_3 f} = A_{h_3} + \ln \frac{[1-(1-m^2)x^2]\sqrt{1-(1-m^2)9x^2}}{1{,}5[2m(1-m^2)]^{3/2}x^4}. \tag{3.22}$$

Jak wynika ze wzoru (3.22), tłumienność trzeciej harmonicznej filtru maleje ze wzrostem częstotliwości i zależy od wartości m. Dla danej war-



Rys. 4. Pojedyncze ogniwo T filtru dolnoprzepustowego typu m obciążone opornością falową Z_T

tości x można na podstawie wzoru (3.22) wyznaczyć taką wartość m, przy której tłumienność trzeciej harmonicznej filtru $A_{h_3 f}$ osiąga minimum. Na rys. 5 zostały sporządzone wykresy poprawki

$$\Delta A_{h_3 f} = \ln \frac{[1-(1-m^2)x^2]\sqrt{1-(1-m^2)9x^2}}{1{,}5[2m(1-m^2)]^{3/2}x^4}. \tag{3.23}$$

Dla cewki podłużnej mamy (zob. rys. 4):

$$\hat{\eta} = 1, \quad \hat{\eta}' = 1, \quad \alpha = m.$$

Zgodnie ze wzorem (3.21) możemy w tym przypadku napisać:

$$A_{h_3 f} = A_{h_3} + \ln \frac{2}{xm\sqrt{m}}. \tag{3.24}$$

Tłumienność ta maleje monotonicznie ze wzrostem częstotliwości i parametru m.