INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

574

# ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

SPIS TREŚCI DO TOMU XII — 1966

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1966

SPIS TREŚCI DO TOMU XII — 1966


Z. Bajorek: Wykresy miejsc geometrycznych silników asynchronicznych przy zasilaniu niesymetrycznym . . . 317
S. Bernas: Oszczędność paliwa w systemie elektroenergetycznym przy „odstawieniach" . . 231
Z. Ciok: Modelowanie fizyczne linii długich . . . 559
A. Czajkowski: Analiza stanów ustalonych trójfazowego wzmacniacza magnetycznego zasilającego obwód typu R, E . . . 263
A. Czajkowski: Praca trójfazowego wzmacniacza magnetycznego oraz układu tyrystorowego przy zasilaniu twornika silnika obcowzbudnego . . . 293
J. Dróżdż: Probabilistyczna ocena synchronizacji ze skokową korekcją fazy dla systemów transmisji danych . . . 491
Z. Gawecki: Schematy zastępcze transformatorów wielouzwojeniowych . . . 201
Ł. Gronau: Rejestracja danych na taśmie magnetycznej . . . 529
E. Horoszko: Wpływ zmiennej reaktancji pieca łukowego na jego pracę . . . 785
A. Karczmarewicz: Analiza binarnego systemu transmisyjnego ze sprzężeniem zwrotnym informacji . . . 157
A. Karczmarewicz: Efektywne kodowanie dla systemów binarnych ze sprzężeniem zwrotnym informacji . . . 339
Z. Kierzkowski: Cybernetyka racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej w układzie elektroenergetycznym . . . 93
E. Kowalczyk: Niektóre problemy wykorzystania funkcji ortogonalnych w technice telekomunikacyjnej . . . 469
Z. Kowalski: Warunki symetrii parzystoprzewodowych linii elektroenergetycznych w układzie składowych symetrycznych . . . 647
Z. Kowalski: Warunki symetrii wieloprzewodowych linii elektroenergetycznych w układzie składowych symetrycznych . . . 625
A. Kozłowska: Metoda wyznaczania rozkładu indukcji w węźle magnetycznym trójfazowego rdzenia z blachy zimnowalcowanej . . . 745
A. S. Krajewski, W. W. Happ: Dewiacja — Nowa metoda przekształceń parametrów elektrycznych . . . 675
A. Kraszewski: Falowodowe cyrkulatory rozgałęzione . . . 379
J. Lasociński: Pole elektromagnetyczne w szczelinie maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym przy uwzględnieniu skończonej długości maszyny . . . 69
W. Mizia: Zagadnienie doboru długości szczeliny w turbogeneratorach . . . 659
J. Owczarek: Zarys współczesnej teorii selsynów transformatorowych . . . 3
T. Puchałka, K. Rumatowski, J. Martinek: Problemy optymalnego sterowania maszyn wyciągowych z asynchronicznym silnikiem napędowym . . . 47
A. Smoliński: Synchroniczne jednoobwodowe wzmacniacze rezonansowe impulsów wielkiej częstotliwości . . . 435
S. Stuchły, A. Kraszewski, M. Rzepecka: Mikrofalowy modulator amplitudy . . . 403
J. Srzednicki: Własności i zastosowanie mniej znanych sześcioelementowych selektywnych czwórników oporowo-pojemnościowych . . . 709
S. Topiński: Rozruch trójfazowego silnika asynchronicznego przy pomocy rozrusznika termistorowego . . . 767
J. S. Zieliński: O wyborze przekształcenia liniowego dla analizy asymetrii w układach $N$-torowych ($N = 1, 2, 3$) . . . 599

CONTENTS

Z. Bajorek: Diagramms of loci of asynchronous motors supplied assymetrically . . . . 317
S. Bernas: Fuel Savings as a Result of the Scheduled Outages of Generating Units in Power System . . . . . 231
Z. Ciok: Physical Model of the Long Transmission Line . . . . . 559
A. Czajkowski: Steady State Analysis of 3-Phase Bridge Magnetic Amplifier Feeding R, E-Circuit . . . . . 263
A. Czajkowski: The Operation of 3-Phase Magnetic Amplifier as well as Thyristor Controller Supplying Armature Power to Separately Excited D-C Motor . . . . . 293
J. Dróżdż: Probability Estimate of the Step-Phase Correction Synchronization for the Data Transmission Systems . . . . . 491
Z. Gawecki: Equivalent Circuits for Multiwinding Transformers . . . . . 201
Ł. Gronau: Data Recording on a Magnetic Tape . . . . . 529
E. Horoszko: Influence of Variable Reactance of Arc Furnace on its Work. . . . . 785
A. Karczmarewicz: Analysis of Binary Information Feed-Back System. . . . . 157
A. Karczmarewicz: Effective Coding for Binary Information Feed-Back Systems . . . 339
Z. Kierzkowski: Cybernetics of Rational Process of Generating Electric Energy in a Power System . . . . . 93
E. Kowalczyk: Some Problems of Applying the Orthogonal Functions in Transmission Technique . . . . . 469
Z. Kowalski: Conditions of Symmetry of Binate Conductor Electric Power Lines in Group Symmetrical Components System . . . . . 647
Z. Kowalski: Conditions of Symmetry of Multiconductor Electric Power Lines in Normal Symmetrical Components Systems . . . . . 625
A. Kozłowska: The Method of Assigning the Flux Density Distribution in the Magnetic Knot of a Three Phase Core Made of Cold Rolled Steel Sheet. . . . . 745
A. S. Krajewski; W. W. Happ: Deviations — A New Calculus for Electronic Circuits . 675
A. Kraszewski: Waveguide Junction Circulators. . . . . 379
J. Lasociński: Electromagnetic Field in Air Gap of a Machine with Solid Ferromagnetic Rotor by Taking into Consideration Finite Length of the Machine . . . . . 69
W. Mizia: The Problem of the Selection of the Gap Length in Turbogenerators. . . . . 659
J. Owczarek: The Outline of Contemporary Synchro Control Transformer Theory. . . . 3
T. Puchałka, K. Rumatowski, J. Martinek: On Optimal Control of the Electrical Winders with Asynchronous Drive Motor. . . . . 47
A. Smoliński: Synchronous Single-Circuit Resonance Amplifier of High Frequency Pulses 435
S. Stuchły, A. Kraszewski, M. Rzepecka: Microwave Amplitude Modulator. . 403
J. Srzednicki: Properties and Applications of Some Less Known Sixelement Selective Resistance-Capacitance Fourpoles . . . . . 709
S. Topiński: The Starting of an Asynchronous Three Phase Motor by Means of a Thermistor Starter . . . . . 767
J. S. Zieliński: At Choice of Linear Transformations for Analysis of Asymmetries in $N$-Parallel Systems ($N = 1, 2, 3$) . . . . . 599

TABLE DES MATIÈRES

Z. Bajorek: Les diagrammes des lieux géométriques des moteurs asynchrones à alimentation non symétrique . . . . . 317
S. Bernas: L'économie du combustible dans un système pendant la mise hors service du bloc chaudière-turbo . . . . . 231
Z. Ciok: La simulation physique des lignes à constantes réparties . . . . . 559

A. Czajkowski: Analyse des régimes stationnaires d'un amplificateur magnétique triphasé, alimentant un circuit avec résistance et force électromotrice . . . . . 263
A. Czajkowski: Les régimes d'un amplificateur magnétique aussi que d'un amplificateur à thyristors — alimentant l'induit d'un moteur à courant continu à excitation séparée . . 293
J. Dróżdż: L'estimation probabilistique de la synchronisation à correction de phase pas à pas pour les systèmes de transmission de données . . . . . 491
Z. Gawecki: Schémas équivalents des transformateurs à bobinages multiples. . . . . 201
Ł. Gronau: Enregistrement des données sur bande magnétique . . . . . 529
E. Horoszko: L'influence de la réactance variable du fourneau à arc sur son action . . . 785
A. Karczmarewicz: Analyse du système binaire de transmission avec réaction d'information 157
A. Karczmarewicz: Codification effective pour systemes binaires à contreréaction d'information . . . . . 339
Z. Kierzkowski: Cybernétique du procédé rationnel de la production de l'énergie électrique dans un système électroénergétique . . . . . 93
E. Kowalczyk: Certains problèmes d'utilisation des fonctions orthogonales dans les télécommunications . . . . . 469
Z. Kowalski: Les conditions de la symètrie des lignes d'énergie à multiples conducteurs en schéma des composantes symétrique normales . . . . . 625
Z. Kowalski: Les conditions de la symètrie des lignes d'énergie à nombre pair des conducteurs en schéma des composantes symétriques . . . . . 647
A. Kozłowska: La méthode de déterminer la distribution de l'induction magnetique dans le noeud magnétique du noyau triphasé construit de la tôle à cristaux orientés . . . . 745
A. S. Krajewski; W. W. Happ: Déviations — Une nouvelle méthode de calcul pour les circuits électroniques . . . . . 675
A. Kraszewski: Circulateur jonction à guide d'onde . . . . . 379
J. Lasociński: Le champ électromagnétique dans l'entrefer d'une machine à rotor massif ferromagnétique en considérant la longueur fini de la machine. . . . . 69
W. Mizia: Les problèmes du choix de la longueur de l'entrefer dans turboalternateurs . . . 659
J. Owczarek: Sur la théorie contemporaine des selsynes à transformateurs . . . . . 3
T. Puchałka, K. Rumatowski, J. Martinek: Problèmes du contrôle optimal des machines d'extraction avec moteurs asynchrones . . . . . 47
A. Smoliński: Amplificateurs synchrones accordés, à un circuit, d'impulsion haute frequence 435
S Stuchły, A. Kraszewski, M. Rzepecka: Modulateur d'amplitude à microondes 403
J. Srzednicki: Caractéristiques et application des moins connus quadripôles sélectifs RC á six éléments . . . . . 709
S. Topiński: Démerrage du moteur asynchrone à l'aide des thermistances . . . . . 767
J. S. Zieliński: Le choix de la transformation lineaire pour l'analyse de l'asymétrie dans les systèmes à $N$-circuits ($N = 1, 2, 3$) . . . . . 599

## INHALT

Z. Bajorek: Diagramme der geometrischen Orten von Asynchronmotoren bei unsymmetrischer Stromversorgung . . . . . 317
S. Bernas: Brennstoffersparnis bei Abstellungen für die warme Reserve im Verbundbetriebe 231
Z. Ciok: Physikalisches Modell der langen Fernleitungen. . . . . 559
A. Czajkowski: Beharrungsverhaltensanalyse von Magnetverstärker in Dreiphasigen-Brückenschaltung mit Wirklast und Gegenspannung im Betrieb. . . . . 263
A. Czajkowski: Wirkungsweise des 3-phasigen Magnetverstärker sowie der Stromrichterschaltung mit steuerbaren Siliziumventile bei Motorbelastung . . . . . 293
J. Dróżdż: Wahrscheinlichkeitsabschätzung der Synchronisierung mit Schritt-Phasenausgleich für Datenübertragungssystemen . . . . . 491
Z. Gawecki: Ersatzschaltbilder der Mehrwicklungs-Transformatoren . . . . . 201

Ł. Gronau: Datenregistrierung auf das Magnetband . . . . . 529
E. Horoszko: Einfluss der veränderlichen Reaktanz auf den Lichtbogenofengang . . . . 785
A. Karczmarewicz: Analyse für ein Binärübertragungssystem mit Informationsrückkopplung . . . . . 157
A. Karczmarewicz: Effektives Kodierung für Binarsystemen mit Informationsrückkopplung 339
Z. Kierzkowski: Kybernetik in der rationellen Energieerzeugung in den Energosystemen 93
E. Kowalczyk: Einige Probleme der Ausnutzung der orthogonalen Funktionen in Übertragungstechnik . . . . . 469
Z. Kowalski: Symmetriebedingungen der Paarleiter-Starkstrom-Freileitungen in gruppierten symmetrieschen Komponentensystem . . . . . 647
Z. Kowalski: Symmetriebedingungen der Vielleiter-Starkstrom-Freileitungen in normalen symmetrieschen Komponentensystem . . . . . 625
A. Kozłowska: Eine Methode zur Bestimmung der Induktionsverteilung im magnetischen Knoten des dreiphasigen, aus kaltgewalztem Blech hergestellten Kernes . . . . . 745
A. S. Krajewski, W. W. Happ: Das Kalkül der Störungen — Eine neue Berechnungsmethode für Stromkreisbau in der Elektronik . . . . . 675
A. Kraszewski: Zirkulare Hohlrohrhybriden . . . . . 379
J. Lasociński: Das elektromagnetische Feld im Luftspalt einer Maschine mit massiven ferromagnetischem Läufer unter Berücksichtigung endlicher Länge der Maschine . . . . 69
W. Mizia: Auswahlproblem der Luftspaltlänge in Turbogeneratoren . . . . . 659
J. Owczarek: Ein Grundriss der gegenwärtiger Theorie des Selsyntransformersystems . . . 3
T. Puchałka, K. Rumatowski, J. Martinek: Die Probleme der optimalen Regelung der Fördermaschinen mit dem Asynchronmotor . . . . . 47
A. Smoliński: Einkreis-Synchronresonanzverstärker der Hochfrequenzimpulse . . . . 435
S. Stuchły, A. Kraszewski, M. Rzepecka: Mikrowellen-Amplitudenmodulator 403
J. Srzednicki: Eigenschaften und Anwendung von weniger bekannten sechselementigen selektiven R-C-Vierpolen . . . . . 709
S. Topiński: Anlassen des Drehstrommotors vermittels Thermistoren . . . . . 767
J. S. Zieliński: Über Auswahl der linearen Transformation für Analyse der Asymmetrie in $N$-Parallelsystemen ($N = 1, 2, 3$) . . . . . 599

## СОДЕРЖАНИЕ

З. Баёрэк: Диаграммы геометрических мест асинхронных двигателей при несимметричном питании . . . . . 317
С. Бэрнас: Экономия топлива в электроэнергетической системе при „отстановках" 231
З. Гавэцки: Схемы замещения многообмоточных трансформаторов . . . . . 201
Э. Горошко: Влияние переменного реактанса дуговой печи на ее работу . . . . . 785
Л. Гронау: Запись данных на магнитную ленту . . . . . 529
Е. Дрождж: Вероятностная оценка синхронизации со степенным корректированием фазы для систем передачи дискретной информации . . . . . 491
Е. С. Зелиньски: К выбору линейного преобразования для анализа ассиметрии в $И$-цепных системах ($N = 1, 2, 3$) . . . . . 599
А. Карчмаревич: Анализ бинарной системы передачи с информационной обратной связью . . . . . 157
А. Карчмаревич: Эффективное кодирование для бинарных систем с обратной связью по информации . . . . . 339
З. Кежковски: Кибернетика рационального процесса производства электрической энергии в электроэнергетической системе . . . . . 93
З. Ковальски: Условия симметрии многопроводных линий электропередачи в системе нормальных симметричных составляющих . . . . . 647

З. Ковальски: Условия симметрии парнопроводных линий электропередачи в системе групповых симметричных составляющих . . . . . 625
Э. Ковальчик: Некоторые технические проблемы использования ортогональных функций в технике электросвязи . . . . . 469
А. Козловска: Метод нахождения распределения индукции в магнитном узле трехфазного сердечника из листовой стали холодного проката . . . . . 745
А. С. Краевски, В. В. Гапп: Девиация — Новый метод расчета электрон ных схем 675
А. Крашевски: Волноводные циркуляторы мостового типа . . . . . 379
Я. Лясоциньски: Электромагнитное поле в зазоре машины с массивным ферромагнитным ротором с учетом конечной длины машины . . . . . 69
В. Мизя: Вопрос подбора длины зазора в турбогенераторах . . . . . 659
Е. Овчарек: Очерк современной теории трансформаторных сельсинов . . . . . 3
Т. Пухалка, К. Руматовски, Я. Мартинэк: Вопросы оптимального управления подъёмными машинами с асинхронным электроприводом . . . . . 47
А. Смолиньски: Синхронные одноконтурные резонансные усилители импульсов высокой частоты. . . . . 435
З. Цёк: Физическое моделирование длинных линий . . . . . 559
Я. Сржедницки: Свойства и применение менее известных шестиэлементных селективных реостатно-ёмкостных четырехполюсников . . . . . 709
С. Стухлы, А. Крашевски, М. Жепецка: Амплитудный модулятор сверхвысоких частот . . . . . 403
А. Чайковски: Анализ установившихся режимов трехфазного магнитного усилителя работающего на контур с активной нагрузкой и противо — э.д.с. . . . . 263
А. Чайковски: Работа 3-фазного магнитного усилителя, а также тиристорного преобразователя при питании якоря двигателя с независимым возбуждением . . . . . 293
С. Топиньски: Пуск асинхронного двигателя с помощью термосопротивлений . . . 767

RADA REDAKCYJNA

Prof. Janusz Groszkowski, Prof. Janusz Lech Jakubowski, Prof. Bolesław Konorski, Prof. Ignacy Malecki, Prof. Paweł Nowacki, Prof. Paweł Szulkin

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny: Prof. Witold Nowicki, Sekretarz: Juliusz Mierzejewski

ADRES REDAKCJI

*Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1, Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Łączności tel. 21—007 w. 794*

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA, MIODOWA 10

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

# ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XII · ZESZYT 1

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1966

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN

KOMITET REDAKCYJNY

*Redaktor Naczelny*

PROF. WITOLD NOWICKI

*Sekretarz*

JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

*Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,*
*Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki*

*PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE*
*Warszawa, Miodowa 10*

| | |
|---|---|
| Nakład 740 (584 + 156) | Oddano do składania 8.XI.1965 r. |
| Ark. wyd. 16,5, ark. druk. 14,25 | Podpisano do druku w marcu 1966 r. |
| Papier druk sat. kl. III, 80 g, 70×100 | Druk ukończono w marcu 1966 r. |
| Zamówienie nr 1586/65 | Cena zł 25,— M-61 |

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

621.313

JERZY OWCZAREK

# Zarys współczesnej teorii selsynów transformatorowych

*Rękopis dostarczono 25.1.1965*

Artykuł jest drugą częścią opracowania, którego pierwsza część została opublikowana w „Rozprawach Elektrotechnicznych", w zeszycie 4 z 1964 r. [19]. Wykorzystano w nim częściowo oznaczenia, wyprowadzenia i dowody przytoczone w [19]. Pozwoliło to na uniknięcie powtórzeń i skrócenie objętości artykułu.

Omówiony w pracy materiał stanowi krytyczne zestawienie aktualnego dorobku w dziedzinie teorii selsynów transformatorowych opublikowanego w załączonym wykazie literatury oraz w pracach autora. Uwzględniono prace opublikowane do 1963 r. włącznie. Również i w tym artykule, podobnie jak w [19], ujęto całokształt zagadnień dotyczących selsynów transformatorowych, przy czym podane stwierdzenia są bądź udowodnione teoretycznie, bądź sprawdzone doświadczalnie. W celu skrócenia objętości artykułu większość wyprowadzeń matematycznych została z konieczności pominięta, jednakże w każdym przypadku podano źródło, w którym można znaleźć pominięte szczegółowe uzasadnienie przytoczonego stwierdzenia.

## 1. ZASADA DZIAŁANIA

Łącze transformatorowe służy do zdalnego przekazywania położenia kątowego w przypadku, gdy do wyjścia układu jest przyłożony zewnętrzny moment oporowy pożytecznego obciążenia o znacznej wielkości. Prostsze wskaźnikowe łącze nadawczo-odbiorcze, omówione w poprzednim artykule [19], nie może być — jak wiemy — wykorzystane w tym przypadku. Nadajnik i odbiornik transformatorowy mimo odpowiedniego połączenia nie mogą pracować samodzielnie, tak jak było to możliwe w przypadku podobnych jednostek nadawczo-odbiorczych tworzących łącze wskaźnikowe, lecz wymagają zastosowania dodatkowych elementów pomocniczych, wespół z którymi tworzą dopiero łącze.

Zasadę współpracy nadajnika z odbiornikiem transformatorowym rozpatrzymy posługując się rys. 1 [1].

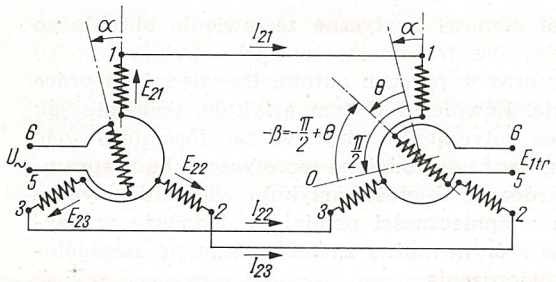
[1] Dla ujednolicenia dalszych rozważań z poprzednimi [19], a w szczególności indeksów określających parametry odpowiednich obwodów, zachowamy dla stojana odbiornika transformatorowego określenie obwodu wtórnego i indeks 2, a dla wirnika określenie obwodu pierwotnego i indeks 1, aczkolwiek nie jest to właściwie zgodne z kolejnością przebiegów zjawisk fizycznych w tym selsynie. Do określenia odbiornika transformatorowego będziemy używali indeksu tr.

Jednofazowo wzbudzony wirnik nadajnika wytwarza oscylujący strumień magnetyczny o określonym w przestrzeni kierunku. Ten strumień indukuje w uzwojeniach wtórnych nadajnika siły elektromotoryczne o jednakowej fazie w czasie i o wielkościach określonych przy położeniu wirnika jak na rys. 1 wzorami:

$$\begin{aligned} \hat{E}_{21} &= \hat{E}_{2f}\cos\alpha^\circ, \\ \hat{E}_{22} &= \hat{E}_{2f}\cos(120^\circ+\alpha^\circ), \\ \hat{E}_{23} &= \hat{E}_{2f}\cos(120^\circ-\alpha^\circ), \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie $\hat{E}_{2f}$ — maksymalna wartość siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu wtórnym przy zgodności osi tego uzwojenia z osią uzwojenia wzbudzającego.

Wirnik selsyna transformatorowego nie jest wzbudzany i w uzwojeniach wtórnych tego selsyna nie są indukowane żadne siły elektromotoryczne. Wobec tego w obwodach połączonych uzwojeń wtórnych selsynów popłyną prądy wywołane działaniem sił elektromotorowych indukowanych w nadajniku, określone wzorami:




Rys. 1. Zasada współpracy nadajnika z odbiornikiem transformatorowym

$$\begin{aligned} \hat{I}_{21} &= \frac{\hat{E}_{2f}}{\hat{Z}_2}\cos\alpha^\circ = \hat{I}_2\cos\alpha^\circ, \\ \hat{I}_{22} &= \frac{\hat{E}_{2f}}{\hat{Z}_2}\cos(120^\circ+\alpha^\circ) = \hat{I}_2\cos(120^\circ+\alpha^\circ), \\ \hat{I}_{23} &= \frac{\hat{E}_{2f}}{\hat{Z}_2}\cos(120^\circ-\alpha^\circ) = \hat{I}_2\cos(120^\circ-\alpha^\circ), \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie $\hat{Z}_2 = \hat{Z}_{2n}+\hat{Z}_{2tr}+\hat{Z}_l$ — całkowita oporność pozorna gałęzi obwodów wtórnych składających się z uzwojeń nadajnika, odbiornika i linii łączącej je.

Prądy wywołane w obwodach wtórnych połączonych ze sobą nadajnika i odbiornika transformatorowego płyną przez cały czas ich współpracy. Wielkości tych prądów są jednoznacznie określone położeniem kątowym wirnika nadajnika, a nie zależą od położenia kątowego wirnika odbiornika, ani od kąta niezgodności między tymi położeniami. Prądy $\hat{I}_{21}$, $\hat{I}_{22}$ i $\hat{I}_{23}$ przepływając przez uzwojenia odbiornika wytwarzają składowe strumie-

nie zgodne ze sobą w fazie, których sumą jest strumień wypadkowy o kierunku przestrzennym zgodnym z przestrzennym kierunkiem strumienia wirnika nadajnika. Oscylujący strumień o kierunku przeniesionym z nadajnika będzie indukował w uzwojeniu wirnika odbiorczego selsyna transformatorowego siłę elektromotoryczną $\hat{E}_{1tr}$. Jak zobaczymy dalej, ta siła elektromotoryczna otrzymywana na wyjściu odbiorczego selsyna transformatorowego będzie używana do sterowania elementu wykonawczego łącza transformatorowego i dlatego obok nazwy „wyjściowa" stosuje się dla niej nazwę „sterująca"; nazwa „sterujące" bywa również używana dla określenia uzwojenia wirnika, w którym zostaje ona indukowana. Wielkość tej siły elektromotorycznej określa zależność:

$$\hat{E}_{1tr} = \hat{E}_{1tr\,max} \cos\Theta, \tag{3}$$

gdzie $\hat{E}_{1tr\,max}$ — maksymalna wartość siły elektromotorycznej wzbudzanej w uzwojeniu sterującym przy zgodnym położeniu jego osi z kierunkiem przeniesionego strumienia magnetycznego, zaś $\Theta$ — kąt między tymi kierunkami.

Widzimy, że wyjściowa siła elektromotoryczna przy nieruchomym wirniku odbiornika transformatorowego jest kosinusoidalnie zależna od położenia wirnika nadajnika. Jednakże zgodne położenie wirników nadajnika i odbiornika ($\Theta = 0$) nie może być przyjęte za zerowe, zarówno z tego względu, że w tym przypadku znaczne zmiany kąta obrotu wirnika nadajnika wywoływałyby małe zmiany wartości $\hat{E}_{1tr}$, jak i z tego, że na podstawie sygnału wyjściowego nie byłoby możliwe określenie kierunku obrotu wirnika nadajnika. Jeżeli natomiast wirnik odbiornika obrócić wstępnie o 90° i przyjąć ten kierunek oznaczony na rys. 1 przez 0 za zerowy, a kąty obrotu wirnika odbiornika transformatorowego $\beta$ odliczać od tego nowego kierunku $\left(-\beta = -\frac{\pi}{2} + \Theta\right)$, to zależność (3) przekształci się do postaci

$$\hat{E}_{1tr} = \hat{E}_{1tr\,max} \cdot \sin\beta.$$

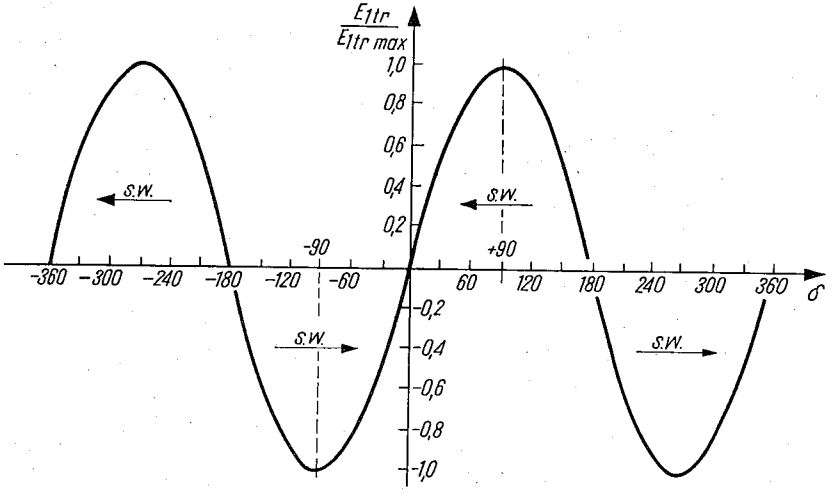
Przy takim założeniu kierunku zerowego, które obowiązuje zawsze przy transformatorowym łączu selsynowym, kąt niezgodności będzie określany jako $\delta = \alpha - \beta$. Ze względu na to, że kierunek pola magnetycznego wytworzonego w nadajniku przez prąd płynący pod wpływem napięcia zasilającego zostanie, jak wspomniano, przeniesiony do odbiornika transformatorowego niezależnie od wartości kąta $\alpha$, możemy założyć $\alpha = 0$ i otrzymamy $\delta = -\beta = -\frac{\pi}{2} + \Theta$, zaś $\Theta = \frac{\pi}{2} + \delta$, wobec czego zależność (3) można będzie napisać w postaci ostatecznej jako

$$\hat{E}_{1tr} = \hat{E}_{1tr\,max} \cdot \sin\delta \tag{4}$$

oraz przedstawić na wykresie podanym na rys. 2. Taki kształt wyjściowej siły elektromotorycznej odbiornika jest korzystny zarówno ze względu na znaczną prędkość jej zmian przy obrocie wirnika nadajnika od położe-

nia zerowego, jak i ze względu na to, że o kierunku obrotu nadajnika można wnioskować na podstawie fazy napięcia wyjściowego zmieniającej się w zależności od tego kierunku.

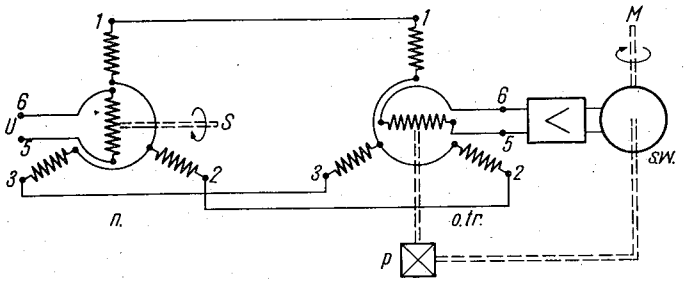
Otrzymane w opisany sposób napięcie wyjściowe określa jednoznacznie kąt obrotu wirnika nadajnika jedynie w zakresie $\alpha \leqslant \pm 90^{\circ}$ i dlatego opisany zestaw nadajnika z odbiornikiem transformatorowym nie bywa




Rys. 2. Wyjściowa siła elektromotoryczna selsyna transformatorowego w funkcji kąta niezgodności

praktycznie stosowany w charakterze samodzielnego łącza. W rzeczywistych układach nadążnych z łączem transformatorowym napięcie wyjściowe odbiornika zostaje użyte do sterowania silnika wykonawczego, który napędza sterowany obiekt, a jednocześnie sprowadza wirnik odbiorczego selsyna transformatorowego do zerowego położenia ($\delta = 0$). W przeważającej liczbie przypadków między wyjście odbiornika a silnik wykonawczy włączany jest wzmacniacz. Schemat typowego układu nadążnego z łączem transformatorowym podany jest na rys. 3, gdzie przez *n.* i *o.tr.* oznaczono odpowiednio selsyny nadawczy i odbiorczy transformatorowy, przez *s.w.* — silnik wykonawczy, *p* — przekładnię, $<$ — wzmacniacz, *S* — wał sterujący, a *M* — wał sterowany. Na tym rysunku można łatwo prześledzić zasadę działania pełnego łącza transformatorowego. Selsyn nadawczy przekształca zadany kąt obrotu swego wału na jednoznacznie odpowiedni układ trzech sił elektromotorycznych i prądów zgodnych ze sobą w fazie. Ten układ jest sygnałem elektrycznym przekazywanym odbiornikowi. Odbiornik przekształca otrzymany sygnał elektryczny na siłę elektromotoryczną wyjściową, będącą miarą kąta niezgodności położenia kątowego wirnika odbiornika względem nadajnika. Siła elektromotoryczna wyjściowa, odpowiednio wzmocniona, steruje silnik wykonawczy. W silniku wykonawczym wejściowy sygnał elektryczny jest

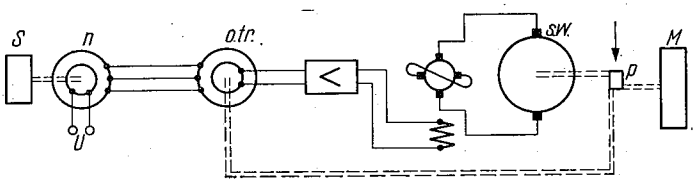
przekształcony na wyjściu w odpowiednio skierowany moment mechaniczny. Silnik wykonawczy obracając się napędza sterowany obiekt, a jednocześnie sprowadza wirnik odbiornika transformatorowego do położenia zgodnego z kierunkiem wirnika selsyna nadawczego ($\delta = 0$), przy którym napięcie sterujące zanika, a łącze powraca do stanu równowagi.




Rys. 3. Typowe łącze transformatorowe

Faza napięcia sterującego zależy od kierunku obrotów selsyna nadawczego. Załóżmy na przykład, że prawa gałąź krzywej z rys. 2 od wartości $\delta = 0$ została zdjęta przy obracaniu wirnika nadajnika w prawo; wtedy silnik wykonawczy, sterowany siłą elektromotoryczną $E_{1tr}$ o dodatniej fazie, powinien obracać się w lewo, a o ujemnej — w prawo, jak wskazują strzałki z napisem *s.w.* na omawianym rysunku. Łatwo prześledzić, że w tym przypadku na jeden obrót łącze będzie miało tylko jedno stabilne położenie równowagi przy $\delta° = 0°$ (360°), gdyż przy $\delta° = 180°$ równowaga będzie chwiejna.

Właściwy kierunek obrotów silnika wykonawczego w przypadku dwufazowego silnika prądu przemiennego w układzie sterowania fazowego otrzymuje się przez dobór kierunku przyłączenia fazy sterującej; w przypadku silnika wykonawczego prądu stałego wzmacniacz powinien zapewnić na swoim wyjściu biegunowość jednoznacznie odpowiednią do fazy wzmacnianego wejściowego sygnału sterującego.




Rys. 4. Łącze transformatorowe z dużym wzmocnieniem momentu sterującego

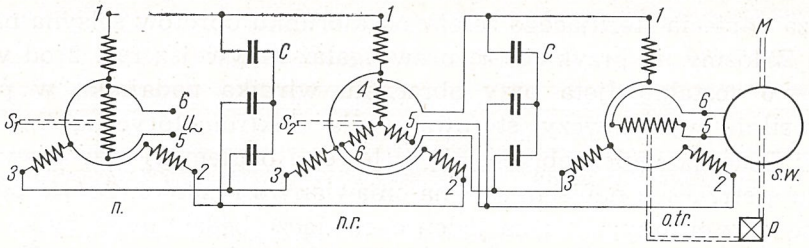
Na rys. 4 podany jest przykładowo schemat układu o elemencie sterowanym wymagającym bardzo dużej wartości momentu sterującego. Spełnienie tego wymagania osiągnięto przy pomocy kaskadowego wzmocnienia sygnału sterującego; przy czym w pierwszym elemencie wzmacniającym sygnał przemienny jest zamieniany na odpowiedni stały, a dalsze

sterowanie odbywa się już przy wykorzystaniu wyłącznie stałych prądów. Oznaczenia na rys. 4 zachowano takie same jak na rys. 3.

Podstawową zaletą układu nadążnego z łączem transformatorowym w porównaniu do wskaźnikowego łącza nadawczo-odbiorczego jest, jak wynika z rozpatrzonej zasady jego działania, praktyczna niezależność dokładności przenoszenia od wielkości obciążenia wyjścia układu i brak oddziaływania momentu obciążenia na selsyn nadawczy. Wadą układu jest konieczność stosowania wzmacniaczy, silników i przekładni mechanicznych, co prowadzi do skomplikowania i podrożenia układu.

### 1.1. Modyfikacje łącza transformatorowego

Przy włączeniu do układu łącza transformatorowego selsyna różnicowego można zrealizować zdalne przekazywanie sumy lub różnicy położeń kątowych dwóch wałów nadawczych. Zasada działania takiego łącza wynika bezpośrednio z rozważań dotyczących selsyna różnicowego podanych



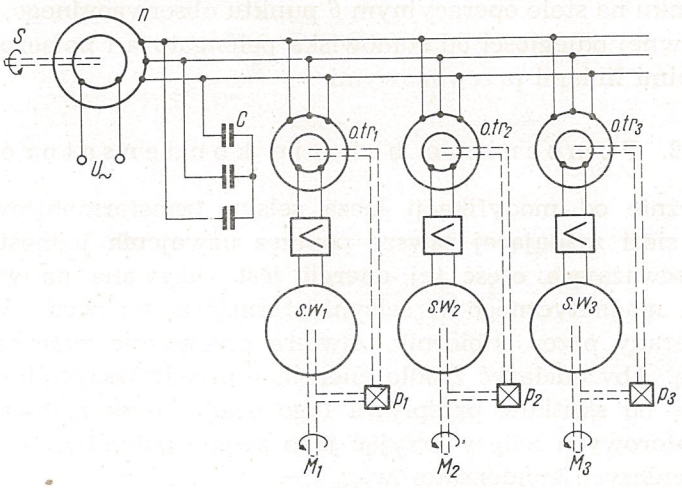

Rys. 5. Łącze transformatorowe z selsynem różnicowym

w poprzednim artykule [19] oraz omówionej zasady działania odbiorczego selsyna transformatorowego. Schemat układu połączeń takiego łącza przytoczony jest na rys. 5.

Transformatorowe łącze wielokrotne otrzymujemy w przypadku przyłączenia do nadajnika większej liczby odbiorników transformatorowych. Przy zestawianiu takiego łącza należy pamiętać, że nadajnik będzie w sposób ciągły obciążony prądami wtórnymi wszystkich selsynów odbiorczych niezależnie od ich kąta niezgodności. Jeżeli odbiorniki łącza wielokrotnego współpracują ze wzmacniaczami sterowanymi napięciowo, to nie występuje wzajemne oddziaływanie ich na siebie; jeżeli natomiast wzmacniacze sterowane są prądowo, to wskutek zjawiska oddziaływania obwodów wyjściowych odbiorników na obwód wtórny łącza w przypadku nieprawidłowości pracy jednego z odbiorników może nastąpić oddziaływanie na pozostałe odbiorniki, podobnie jak w przypadku wskaźnikowych łączy nadawczo-odbiorczych. Schemat układu połączeń wielokrotnego łącza transformatorowego jest uwidoczniony na rys. 6.

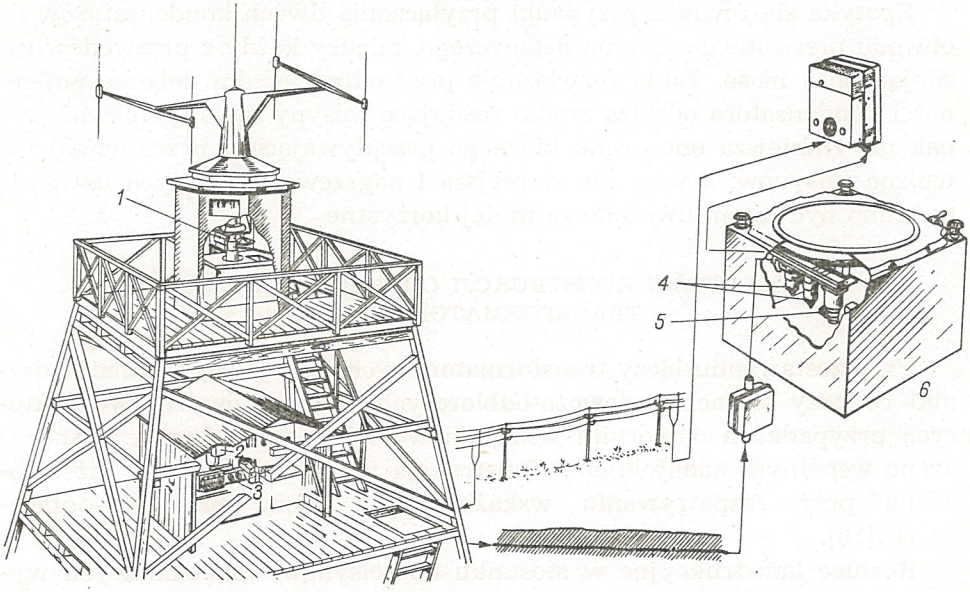
Zwiększenie dokładności przekazywania do wartości przekraczających osiągalne przez łącze o danej klasie dokładności może być osiągnięte przez zastosowanie układów dwutorowych podobnych w pewnym stopniu do

odpowiednich układów wskaźnikowych. Ze względu na osobliwości tego rodzaju pracy łącza zostanie mu poświęcony oddzielny rozdział tego artykułu.




Rys. 6. Wielokrotne łącze transformatorowe

Do tego samego selsyna nadawczego mogą być przyłączone jednocześnie odbiorniki wskaźnikowe i transformatorowe, tworząc łącze mieszane. Łącze mieszane może być również wielokrotne lub dwutorowe. Przykład jednego z rozwiązań stacji radio-pelengacyjnej, stosowanej przed wynalezieniem radaru, z wykorzystaniem dwutorowego łącza mieszanego jest podany na rys. 7. Selsyny nadawcze *1* są sprzężone z anteną pelengatora;




Rys. 7. Dwutorowe łącze mieszane stacji radio-pelengacyjnej

na skalach odbiorników wskaźnikowych 3 można odczytać dokładnie aktualne położenie anteny. Zespół odbiorników transformatorowych 4 steruje silnik wykonawczy 5 obracający odpowiednio do położenia anteny wskaźnik kierunku na stole operacyjnym 6 punktu obserwacyjnego, umieszczonego w pewnej odległości od stanowiska pelengatora i połączonego z nim odpowiednimi liniami przewodowymi.

### 1.2. Pomocnicze baterie kondensatorów

Niezależnie od modyfikacji łącza selsyn transformatorowy pobiera energię z sieci zasilającej zawsze poprzez uzwojenia jednostek nadawczych. Przeważająca część tej energii jest zużywana na wytworzenie strumienia magnetycznego w selsynie transformatorowym. Wobec tego prąd pobierany przez odbiornik, zawiera przeważnie znaczną składową indukcyjną. Aby odciążyć źródło energii, a przede wszystkim uzwojenia nadajników od skutków przepływu tego prądu, przy zestawianiu łączy transformatorowych należy przyjąć jako zasadę potrzebę stosowania baterii pomocniczych kondensatorów.

Kondensatory włączone w obwód uzwojenia wtórnego łącza — jak pokazano na przytoczonych poprzednio rysunkach 5 i 6 oraz na dalszych rysunkach — kompensują składową indukcyjną prądu płynącego w tym obwodzie i odciążając od niej uzwojenia nadajników zmniejszają ich nagrzewanie się. O bateriach pomocniczych kondensatorów tego rodzaju wspominaliśmy już przy rozpatrywaniu selsynów różnicowych ([19], rozdz. 3.2.4), przy czym podaliśmy postać ich wykonania wygodną dla omawianego celu.

Spotyka się również przypadki przyłączania dwóch kondensatorów do obwodu pierwotnego selsyna nadawczego, między każdy z przewodów zasilających a masę. Takie rozwiązanie przy odpowiednim doborze pojemności kondensatora odciąża źródło zasilające selsyny łącza; ponieważ jednak nie zmniejsza ono prądu biernego przepływającego przez uzwojenia wtórne selsynów, a więc nie zmniejsza i nagrzewania się tych uzwojeń, powinno być zatem uważane za mniej korzystne.

## 2. OSOBLIWOŚCI KONSTRUKCJI ODBIORCZYCH SELSYNÓW TRANSFORMATOROWYCH

Przy zestawianiu łączy transformatorowych stosuje się te same nadajniki co przy łączach nadawczo-odbiorczych wskaźnikowych. W niektórych przypadkach odbiorniki wskaźnikowe i transformatorowe są napędzane wspólnym nadajnikiem. Konstrukcja nadajników została już omówiona przy rozpatrywaniu wskaźnikowych łączy nadawczo-odbiorczych [19].

Różnice konstrukcyjne w stosunku do selsynów wskaźnikowych występują w przypadku odbiorników transformatorowych.

Podstawowymi wielkościami charakteryzującymi odbiorczy selsyn transformatorowy, które należy uwzględniać przy jego doborze lub projektowaniu są:

1. sztywność — (stromość) charakterystyki napięcia wyjściowego — sterującego — w funkcji kąta niezgodności,
2. oporność wyjściowa,
3. moc właściwa,
4. dokładność przenoszenia sygnału wejściowego na wyjście odbiornika,
5. pobór prądu i mocy.

Rozpatrzmy kolejno wpływ konstrukcji odbiornika na te wielkości.

Sztywność $S_E$ i współczynnik sztywności $S'_E$ charakterystyki siły elektromotorycznej sterującej określają wzory

$$S_E = (E_{1tr})_{\delta^\circ=1^\circ} \ [\mathrm{V}/^\circ], \tag{5}$$

$$S'_E = \left(\frac{dE_{1tr}}{d\delta}\right)_{\delta\to 0} \tag{6}$$

analogiczne co do postaci i interpretacji do odpowiednich wzorów dotyczących sztywności i współczynnika sztywności charakterystyki momentów wskaźnikowych selsynów nadawczo-odbiorczych [19]. Z omówionego kształtu charakterystyki $E_{1tr} = f(\delta)$ wynika natychmiast, że stosunek tych wielkości jest również taki sam jak w przypadku selsynów nadawczo-odbiorczych, wobec czego zgodnie z rozważaniami podanymi w [19]

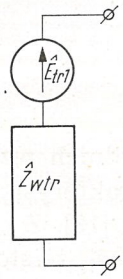
$$S_E = 0{,}0175\, S'_E. \tag{7}$$

Im większa jest wartość sztywności charakterystyki $E_{1tr} = f(\delta)$, tym dokładniej pracuje układ nadążny z selsynem transformatorowym. Minimalna dopuszczalna dla danego układu wartość sztywności $S_E$ wynika z wymaganej dokładności tego układu i czułości zastosowanego wzmacniacza. Sztywność siły elektromotorycznej sterującej zależy od wielkości strumienia magnetycznego przeniesionego do odbiornika i od liczby zwojów wyjściowego uzwojenia sterującego. Spotykane zazwyczaj w praktyce wartości sztywności $S_E$ zawierają się w zakresie $0{,}5 \div 2$ V/°. Siła elektromotoryczna sterująca $E_{1tr}$ występuje na zaciskach wyjściowych odbiornika transformatorowego przy jego pracy w stanie jałowym a więc, gdy zaciski są rozwarte, co można interpretować i tak, że jest do nich przyłączone obciążenie o nieskończenie dużej oporności wejściowej. Przy przyłączeniu do zacisków odbiornika obciążenia o oporności wejściowej mniejszej od nieskończoności układ selsynowy zaczyna oddawać prąd, powstają w nim spadki napięć i charakterystyka siły elektromotorycznej sterującej przekształca się w charakterystykę napięcia sterującego. Sztywność tej ostatniej charakterystyki — $S_U$ — jest tym mniejsza od sztywności $S_E$, im większy jest pobierany przez obciążenie prąd. Sztywność odbiornika zależy więc od oporności wejściowej obciążenia, którym jest

wzmacniacz. W zależności od rodzaju wzmacniacza ta oporność może zmieniać się w szerokich granicach: od praktycznie nieskończenie wielkiej oporności siatkowej wzmacniaczy lampowych do skończonych wartości w przypadku innych wzmacniaczy, na przykład magnetycznych.

Najkorzystniejsza z punktu widzenia odbiornika transformatorowego jest współpraca ze wzmacniaczem lampowym, gdyż dzięki praktycznie napięciowemu sterowaniu odbywa się przy maksymalnej sztywności charakterystyki wyjściowej selsyna odbiorczego. Przy współpracy z innymi rodzajami wzmacniaczy odbiornik należy odpowiednio dopasować do nich, do czego potrzebna jest znajomość jego oporności wyjściowej i mocy właściwej.

Oporność wyjściowa $\hat{Z}_{wtr}$ — jest opornością uzwojenia sterującego traktowanego jako źródło prądu przemiennego — rys. 8. Jej wartość




Rys. 8. Schemat zastępczy uzwojenia sterującego

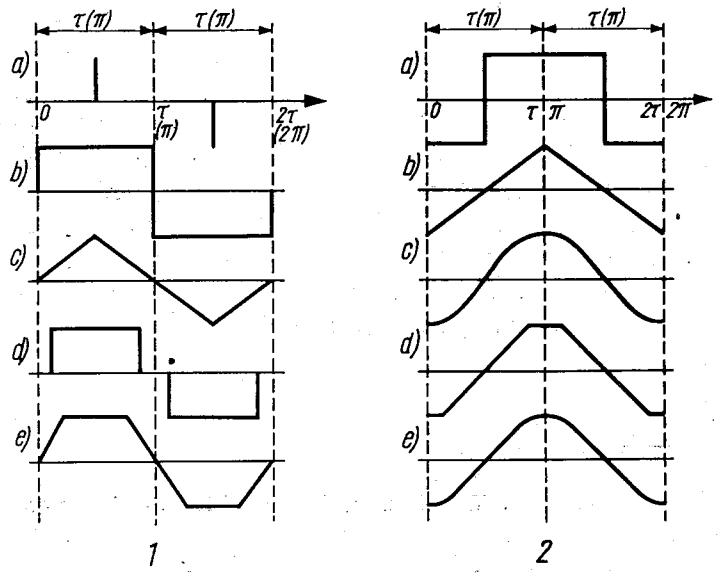
równa się wartości oporności pozornej pomierzonej na zaciskach uzwojenia sterującego przy zwartym uzwojeniu wzbudzenia nadajnika. Wielkość oporności wyjściowej odbiornika transformatorowego zależy zarówno od jego parametrów, jak i od parametrów nadajnika i może się zmieniać w szerokich granicach w zależności od zmian liczby zwojów uzwojenia selsyna odbiornika; jednakże taka zmiana będzie jednocześnie wpływała na zmianę sztywności napięcia sterującego. Oporność wyjściowa odbiornika transformatorowego przy zestawianiu łącza powinna więc być dopasowana do oporności wejściowej obciążenia — wzmacniacza. Ze względu na ten parametr rozróżniamy selsyny transformatorowe z wysoko- i niskoomowym wyjściem.

Przy określonej wartości siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu sterującym moc oddawana przez selsyn transformatorowy zależy od oporności obciążenia — $\hat{Z}_{obc}$ i staje się największa, jeżeli oporność wyjściowa — $Z_{wtr}$ jest równa oporności obciążenia. Maksimum maksimorum tej mocy występuje w przypadku obciążenia czynnego $R_{obc}$, przy $R_{obc} = Z_{wtr}$. Wartość mocy oddawanej w tym przypadku odniesiona do kąta niezgodności $\delta^\circ = 1^\circ$ nazywa się mocą właściwą odbiorczego selsyna transformatorowego — $P_{1^\circ max}$ i jest mierzona w $\left[\frac{\text{mW}}{\text{stopień}^2}\right]$.

Pod dokładnością przenoszenia sygnału wejściowego na wyjście odbiornika rozumiemy dokładność zestawu nadajnik-odbiornik łącza trans-

formatorowego, w którym sygnałem wejściowym jest położenie kątowe wirnika nadajnika, a wyjściowym siła elektromotoryczna sterująca na zaciskach odbiornika (a nie kąt niezgodności po sprowadzeniu wirnika nadajnika do położenia równowagi przez element wykonawczy łącza). Z dalszych rozważań wyniknie, że dokładność łącza transformatorowego zależy między innymi od dokładności utrzymania sinusoidalnego rozkładu indukcji wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej selsynów łącza. To wymaganie rzutuje w określony sposób na konstrukcje odbiorników transformatorowych. Utrzymanie sinusoidalności rozkładu indukcji, inaczej mówiąc zapewnienie występowania możliwie najmniejszej liczby wyższych harmonicznych o możliwie najmniejszych amplitudach w jej przebiegu ułatwia równomierna szczelina powietrza. Z tego względu największe rozpowszechnienie znalazła konstrukcja odbiorników transformatorowych z wirnikiem o biegunach utajonych.

Zawartość harmonicznych w przebiegu indukcji zależy od kształtu krzywych przepływów uzwojeń stojana i wirnika, a te z kolei od kształtu krzywych okładów. Kształt krzywej okładu określa konstrukcja uzwojenia. Najczęściej spotykane ze względu na łatwość praktycznej reali-

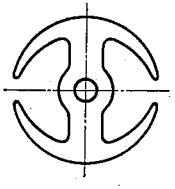



Rys. 9. *1* — okłady uzwojeń rozłożonych: *a* — skupiony, *b* — prostokątny, *c* — trójkątny, *d* — niepełny prostokątny, *e* — trapezowy; *2* — krzywe przepływu uzwojeń o okładach rozłożonych jak na rys. 1

zacji uzwojeń są okłady, których kształt przy założeniu równomiernego rozkładu uzwojenia (brak żłobków) podaje rys. 9.1, a odpowiednie krzywe przepływu — rys. 9.2. Ze względu na to, że uzwojenie stojanów odbiorników transformatorowych są nawinięte trójfazowo, trzecia harmoniczna przebiegu indukcji jest automatycznie wyeliminowana. Można udowod-

nić [5], że jeżeli przez odpowiedni skrót pierwotnego lub wtórnego uzwojenia wyeliminujemy ponadto 5 harmoniczną, to wartość 7 harmonicznej przy odpowiednim doborze kształtu okładu można uczynić pomijalnie małą. Mianowicie przy obydwu okładach stanowiących niepełny prostokątny przebieg (*d* z rys. 9) jej amplituda wyniesie 0,026% podstawowej, przy okładach niepełnym prostokątnym i trapezowym (*d* i *e* z rys. 9) — 0,0037%, a przy obydwu okładach trapezowych (*c* z rys. 9) — 0,00053%. Równie dobrze można obniżyć zawartość harmonicznych przez stosowanie na wirniku uzwojenia z sinusoidalnym rozkładem prętów w żłobkach [7], jednakże to uzwojenie bywa stosowane rzadziej ze względu na to, że technologia jego nawijania jest bardziej skomplikowana niż uzwojeń dających wspomniane kształty okładów oraz ze względu na to, że dla dostrzegalnego odróżnienia dawanego przez nie kształtu okładu od trapezowego wymagana jest większa liczba żłobków spotykana jedynie na wirnikach większych odbiorników transformatorowych. Uzwojenia trójfazowe ze zwartymi dwoma fazami jak pierwotne uzwojenie selsynów nadawczo-odbiorczych pozwalają również na uzyskanie dobrego rozkładu indukcji, jednak nie bywają stosowane w odbiornikach transformatorowych, gdyż są trudniejsze w wykonaniu i gorzej wykorzystane.

Znacznie rzadziej bywają stosowane konstrukcje odbiorników transformatorowych z biegunami wydatnymi. Kształtu omówionego przy selsynach nadawczo-odbiorczych nie stosuje się w ogóle ze względu na zbyt duże odkształcenie przebiegu indukcji od sinusoidy, stosuje się natomiast bieguny wydatne o kształcie „parasolowym" jak na rys. 10. Jak widać z rysunku, taki wirnik można traktować jak wirnik z utajonymi biegunami (równomierna szczelina) i uzwojeniu ułożonym w dwóch żłobkach. Odpowiedni kształt nabiegunników pozwala na uzyskanie stosunkowo dobrego rozkładu indukcji, mimo że nie daje możliwości operowania skrótem jednego z uzwojeń. Dalsze wady wynikają z rozpatrywania



Rys. 10. Wirnik z wydatnymi biegunami — „parasolowy"

pracy takiego odbiornika. Podczas pracy oś jednofazowego uzwojenia wyjściowego odbiornika jest prostopadła do kierunku strumienia magnesującego przeniesionego z nadajnika. W przypadku gdy to uzwojenie jest nawinięte na wydatnych biegunach, strumień magnetyczny jest skierowany prostopadle do osi nabiegunników, ma do przezwyciężenia większą oporność magnetyczną drogi, więc wymaga większego przepływu, a tym samym i większego prądu magnesującego. Poza tą dostateczną już wadą, wartość prądu magnesującego będzie się zmieniała przy zmianach kąta niezgodności, co jest bardzo szkodliwe, szczególnie przy równoległej pra-

cy kilku odbiorników transformatorowych, gdyż w tym przypadku będą występowały między nimi znaczne oddziaływania wpływające na zwiększenie uchybów przekazywania. Można udowodnić, że omówione zmiany wartości prądu magnesującego mogą być w pewnym stopniu zmniejszone przez zastosowanie nadajnika zaopatrzonego w zwarte uzwojenie tłumiące w osi poprzecznej obwodu wzbudzenia. Nadajniki nie mające takiego uzwojenia (na przykład spotykane często rozwiązanie z wydatnymi biegunami i bez zwartego zwoju) nie powinny być w żadnym przypadku stosowane do zestawiania łączy z odbiornikami o „parasolowych" wirnikach. Jedyną, lecz nie decydującą zaletą rozwiązania wirnika „parasolowego" jest prostota jego wykonywania — zarówno wykrawania, jak i zwojenia. To, że ta zaleta nie równoważy wspomnianych wad, tłumaczy rzadkie stosowanie odbiorników transformatorowych z wirnikiem o wydatnych „parasolowych" biegunach.

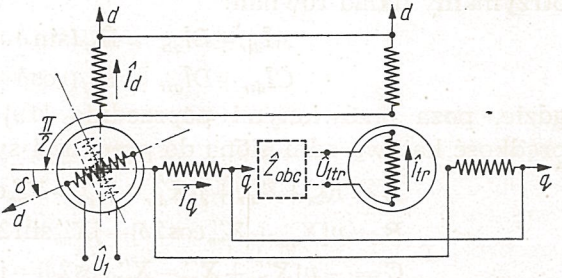
Znajomość wartości czynnej i biernej składowej prądu pobieranego przez selsyn transformatorowy pozwala na dobranie odpowiednich kondensatorów odciążających nadajnik i na określenie dodatkowego obciążenia prądowego, a więc i cieplnego nadajnika łącza. Znajomość wartości pobieranej mocy poza znajomością oddawanej mocy pozwala na określenie energii przekształcanej na ciepło w odbiorniku, a tym samym jego nagrzewania się.

Z przytoczonych zależności wynika, że dobór lub projektowanie selsyna transformatorowego należy prowadzić w ścisłym powiązaniu z układem nadążnym, w którym ma on pracować, a przede wszystkim ze współpracującym wzmacniaczem, którego parametry powinny być znane.

## 3. ELEMENTY TEORII

### 3.1. Równania wiążące parametry łącza transformatorowego

Analizę pracy łącza transformatorowego najwygodniej przeprowadzać przy przekształceniu rzeczywistego trójfazowego układu uzwojeń




Rys. 11. Dwufazowy układ zastępczy łącza transformatorowego

wtórnych selsynów do równoważnego dwufazowego układu zastępczego (rys. 11) podobnie jak w przypadku łącza nadawczo-odbiorczego ([19], rys. 10). Ze względu na to, że w stosunku do łącza nadawczo-odbiorcze-

go łącze transformatorowe pracuje w innym układzie połączeń (wirnik odbiornika nie jest zasilany), oddziaływanie obwodu pierwotnego i tłumiącego nadajnika jest inne, wskutek czego jego oporności bierne w podłużnej i poprzecznej osi układu zastępczego wyrażą się innymi wzorami, a mianowicie:

$$X_d'' = X_d - \frac{3}{2}\frac{jX_{a1}^2}{R_1+jX_1} = X_d' - j\xi_1 R_1,$$
$$X_q'' = X_q - \frac{3}{2}\frac{jX_{at1}^2}{R_{t1}+jX_{t1}} = X_q' - j_{t1}R_{t1}. \tag{8}$$

Parametry nadajnika i odbiornika w łączu transformatorowym są z reguły rozmaite i dlatego w równaniach układanych dla poszczególnych obwodów układu zastępczego należy je wyróżniać przez dodatkowe indeksy, na przykład $n$ — dla nadajnika i $tr$ — dla odbiornika transformatorowego.

Napięcie otrzymywane z wirnika odbiornika transformatorowego jest przeznaczone do sterowania elementu wykonawczego, jest więc przyłożone do jego oporności wejściowej, stanowiącej obciążenie łącza. Oporność wejściowa elementu wykonawczego $\hat{Z}_{obc}$ powinna być zatem również uwzględniona przy układaniu równań dla obwodów układu zastępczego z rys. 11. Wskutek tego oporność bierna odbiornika w osi poprzecznej wyrazi się wzorem:

$$X_{dtr}'' = X_{dtr} - \frac{3}{2}\frac{jX_{a1tr}^2}{R_{1tr}+jX_{1tr}+\hat{Z}_{obc}}, \tag{9}$$

w osi podłużnej natomiast:

$$X_{qtr}'' = X_{qtr}, \tag{10}$$

co wynika natychmiast z rozpatrzenia wzorów (6) do (12) podanych w poprzednim artykule [19], przy uwzględnieniu, że selsyn transformatorowy nie ma uzwojenia tłumiącego w osi poprzecznej.

Po rozwiązaniu układu równań ułożonego dla układu zastępczego z uwzględnieniem omówionych modyfikacji, które nie zostanie przytoczone z tych samych względów co dla selsynów nadawczo-odbiorczych [1], otrzymamy układ równań:

$$A\hat{I}_{dtr} + B\hat{I}_{qtr} = \hat{E}_{2f}(\sin\delta + jv\cos\delta),$$
$$C\hat{I}_{dtr} + D\hat{I}_{qtr} = \hat{E}_{2f}(\cos\delta + jv\sin\delta), \tag{11}$$

gdzie, poza omówionymi poprzednio [19] oznaczeniami, $v$ — względna prędkość kątowa odniesiona do prędkości synchronicznej,

$$A = R_{2n} + R_{2tr} + j[X_{dtr}'' + X_{cn}'' - X_{un}''\cos 2\delta] + vX_{un}''\sin 2\delta,$$
$$B = v[X_{qtr} + X_{un}''\cos 2\delta] + jX_{un}''\sin 2\delta,$$
$$C = -v[X_{dtr}'' + X_{cn}'' - X_{un}''\cos 2\delta] + jX_{un}''\sin 2\delta, \tag{12}$$
$$D = R_{2n} + R_{2tr} + j[X_{qtr} + X_{cn}'' + X_{un}''\cos 2\delta] - vX_{un}''\sin 2\delta,$$

[1] Pełne wyprowadzenie przytoczonych końcowych wzorów można przeprowadzić na podstawie rozważań podanych w [19], [15] i [22].

z tym, że:

$$X''_{cn} = \frac{X''_{dn}+X''_{qn}}{2},$$

$$X''_{un} = \frac{X''_{dn}-X''_{qn}}{2}. \tag{13}$$

Podane wyrażenia są najogólniejszą postacią wzorów wiążących parametry selsynów łącza transformatorowego i wejściową oporność elementu wykonawczego. Przy ich pomocy dla dowolnych wartości tych parametrów, prędkości wirowania $v$ i kąta niezgodności $\delta$ można określić prąd wyjściowy — sterujący — łącza transformatorowego $\hat{I}_{dtr}$, a tym samym i napięcie na wyjściu transformatorowego selsyna odbiorczego $U_{1tr}$ ze wzoru:

$$U_{1tr} = \hat{Z}_{obc}\hat{I}_{1tr} = \frac{3}{2}\hat{Z}_{obc}\frac{jX^2_{a1tr}\cdot\hat{I}_{dtr}}{R_{1tr}+jX_{1tr}+\hat{Z}_{obc}}. \tag{14}$$

W przypadku rozpatrywania najczęściej występującego, a więc najważniejszego praktycznie przypadku quasistatycznej pracy łącza ($v = 0$) przy małych kątach niezgodności $\delta$, po dokonaniu odpowiednich podstawień w przytoczonych wyżej wzorach i założeniu, że zaciski wyjściowe odbiornika transformatorowego są rozwarte ($\hat{Z}_{obc} = \infty$) otrzymamy wzór dla wyjściowej — sterującej — siły elektromotorycznej łącza w postaci:

$$\hat{E}_{1tr} = j\frac{3}{2}X_{a1tr}\frac{[R_{2n}+jX''_{qn}+R_{2tr}+jX_{qtr}]\hat{E}_{2f}\sin\delta}{[R_{2n}+jX''_{qn}+R_{2tr}+jR_{dtr}][R_{2n}+jX''_{dn}+R_{2tr}+jX_{qtr}]}. \tag{15}$$

Uwzględniając zależność $E_{2f}$ od $\delta$ wynikającą ze wzorów (11) i (12) i wykonując odpowiednie podstawienia możemy przekształcić wzór (15) do postaci (16) [6].

$$\hat{E}_{1tr} = \frac{\hat{F}(\hat{G}-\hat{H})}{\hat{G}^2-\hat{H}^2\sin^2\delta}\sin\delta, \tag{16}$$

gdzie $\hat{F}$, $\hat{G}$, $\hat{H}$ — pewne wyrażenia otrzymane przy porządkowaniu współczynników równania.

Określony wzorem (16) przebieg jest odkształconą sinusoidą, jednak ze względu na to, że z reguły $H \ll G$, a ponadto zniekształcający człon występuje w drugiej potędze, może on być pominięty i bez popełnienia większego błędu można uważać, że napięcie sterujące łącza transformatorowego jest sinusoidalnie zależne od kąta niezgodności nadajnika i odbiornika.

Selsyny transformatorowe budowane są zazwyczaj z wirnikiem cylindrycznym o utajonych biegunach, zarówno ze względu na łatwiejsze uzyskanie sinusoidalności wyjściowego napięcia, jak i na to, że przy takiej konstrukcji wirnika selsyn transformatorowy pobiera mniejszy prąd magnesujący, co jest szczególnie ważne przy równoległej pracy kilku odbiorników (jak wspomniano, cały prąd magnesujący pobierany

jest z sieci poprzez uzwojenia nadajnika). Przy wirniku odbiornika o utajonych biegunach:

$$X_{dtr} = X_{qtr},$$

wobec czego wzór (15) przyjmie postać:

$$\hat{E}_{1tr} = j\frac{3}{2} X_{a1tr} \frac{\hat{E}_{2f}\sin\delta}{R_{2n}+jX''_{dn}+R_{2tr}+jX_{qtr}}; \tag{17}$$

z otrzymanej postaci wzoru wynika, że obwód tłumiący nadajnika w przypadku odbiornika o utajonych biegunach na wirniku nie wpływa na pracę łącza transformatorowego.

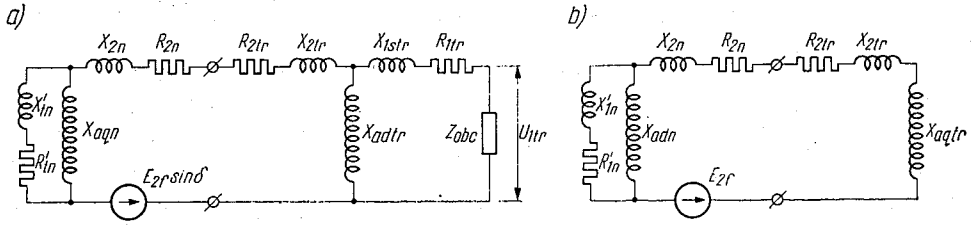
W przypadku zestawienia łącza z zastosowaniem rzadziej spotykanego selsyna transformatorowego o wydatnych biegunach na wirniku występują dodatkowe wymagania, które powinien spełniać nadajnik łącza. Mianowicie dla zapewnienia praktycznej niezależności oporności wyjścia selsyna transformatorowego od kąta niezgodności $\delta$, nadajnik powinien mieć zwarty obwód tłumiący w osi poprzecznej. Przy nadajniku z utajonymi biegunami ten warunek jest spełniony automatycznie, lecz nadajniki z wydatnymi biegunami muszą być zaopatrzone w zwarte zwoje umieszczone w nabiegunnikach o konstrukcji omówionej w [19, rozdział 3, rys. 28]. Ze względu na to, że przy istnieniu zwartego obwodu w poprzecznej osi selsyna nadawczego $X''_{dn} \approx X''_{qn}$, można założyć $X''_{dn} = X''_{qn}$, po czym wzór (15) przekształci się do postaci:

$$\hat{E}_{1tr} = j\frac{3}{2} X_{a1tr} \frac{\hat{E}_{2f}\sin\delta}{R_{2n}+jX''_{qn}+R_{2tr}+jX_{dtr}}, \tag{18}$$

natomiast wzory (11) do o wiele prostszej postaci:

$$\begin{aligned} \{R_{2n}+R_{2tr}+j[X''_{dtr}+X''_{qn}]\}\hat{I}_{dtr} &= \hat{E}_{2f}\sin\delta, \\ \{R_{2n}+R_{2tr}+j[X_{qtr}+X''_{dn}]\}\hat{I}_{qtr} &= \hat{E}_{2f}, \end{aligned} \tag{19}$$

której odpowiadają schematy zastępcze dla podłużnej (obwód sterujący) i poprzecznej (obwód magnesujący) osi dwufazowego układu łącza trans-




Rys. 12. Schematy zastępcze obwodów układu z rys. 11: a) podłużnego (sterującego), b) poprzecznego (magnesującego)

formatorowego podane na rys. 12a i 12b. Wszystkie parametry oznaczone na rysunku są sprowadzone do trójfazowych uzwojeń wtórnych łącza.

Przytoczone schematy zastępcze są wygodne do obliczania prądów magnesujących selsyna odbiorczego, sztywności wyjściowego napięcia

i oporności wyjściowej łącza transformatorowego $\hat{Z}_{wtr}$. Należy jednak jeszcze raz zaznaczyć, że poprawne wyniki otrzymuje się przy ich stosowaniu tylko w tym przypadku, jeżeli co najmniej w przybliżeniu spełniony jest warunek $X''_{dn} \approx X''_{qn}$.

Wyjściowe — sterujące — napięcie wyrazi się w tym przypadku stosunkowo prostym wzorem:

$$\hat{U}_{1tr} = \frac{3}{2} \frac{jX_{a\,1tr} \cdot \hat{Z}_{obc}}{R_{1tr}+jX_{1tr}+\hat{Z}_{obc}} \cdot \frac{\hat{E}_{2f} \sin\delta}{[R_{2n}+R_{2tr}+jX''_{dn}+jX''_{qn}]}. \tag{20}$$

Moc oddawana przez łącze transformatorowe przy 1° kącie niezgodności, zwana czasami mocą właściwą, jest określana dla obciążenia czynnego, a więc $\hat{Z}_{obc} = R_{obc}$ wg wzoru:

$$P_{1^\circ} = \frac{U^2_{1tr}}{R_{obc}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{X^2_{a1tr} \cdot R_{obc}}{|\hat{Z}_{1tr}+R_{obc}|^2} \cdot \frac{|\hat{Z}''_{qn}+\hat{Z}_{qtr}|^2 E^2_{2f} \sin^2 1^\circ}{|\hat{Z}''_{qn}+\hat{Z}_{dtr}|^2 |\hat{Z}''_{dn}+\hat{Z}_{qtr}|^2}. \tag{21}$$

Z analizy tego wzoru po jego uporządkowaniu wynika, że maksimum mocy oddawanej przez łącze przy 1° kącie niezgodności i danym napięciu sterującym otrzymuje się przy równości oporności obciążenia i oporności wyjściowej łącza transformatorowego, czyli:

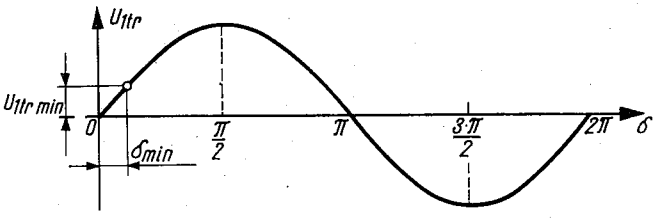
$$R'_{obc} = Z_{wtr} = \sqrt{(R'_{qn}+R_{2tr}+R'_{1tr})^2+(X'_{qn}+X_{2tr}+X'_{1atr})^2}. \tag{22}$$

W tym optymalnym przypadku oddawaną przez łącze moc możemy obliczyć ze wzoru:

$$P_{1^\circ max} = \frac{E^2_{2f} \sin^2 1^\circ}{2(R'_{qn}+R_{2tr}+R'_{1tr}) \sqrt{1+\left(\frac{X'_{qn}+X_{2tr}+X'_{1atr}}{R'_{qn}+R_{2tr}+R'_{1tr}}\right)^2}} \left[\frac{\text{W}}{\text{stop}^2}\right]. \tag{23}$$

### 3.2. Uchyby łącza trasformatorowego

Uchyb łącza składa się z uchybu spowodowanego martwą strefą układu nadążnego i uchybu samego selsyna transformatorowego.

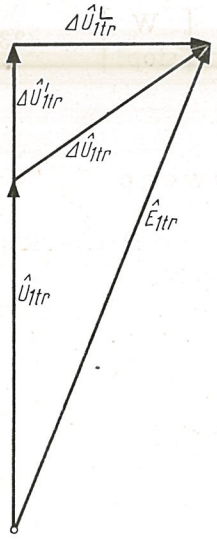



Rys. 13. Minimalna wartość napięcia sterującego element wykonawczy i odpowiadający jej kąt niezgodności

Do zadziałania wzmacniacza elementu wykonawczego potrzebna jest określona minimalna wartość napięcia sterującego $U_{1tr\,min}$. Z wykresu tego napięcia w funkcji kąta niezgodności (rys. 13) wynika, że takiej

minimalnej wartości napięcia odpowiada pewna skończona wartość kąta niezgodności $\delta_{min}$. Będzie ona tym mniejsza, im większe będzie nachylenie — sztywność — charakterystyki napięcia sterującego, lecz nie osiągnie wartości zerowej. Podwójna wartość kąta $\delta_{min}$ określa wielkość martwej strefy, będącej przyczyną powstawania uchybu układu nadążania. Praktycznie osiągalne sztywności charakterystyki napięcia sterującego zawierają się w granicach 0,5÷2 V/° przy nie obciążonym odbiorniku łącza. Wielkość spadku sztywności przy obciążaniu odbiornika zależy od pobieranego zeń prądu, a ta z kolei od doboru oporności wejściowej wzmacniacza i wyjściowej odbiornika, co zostało omówione poprzednio. Wielkość uchybu nadążania zależy więc od sztywności charakterystyki napięcia sterującego pod obciążeniem i czułości wzmacniacza, określającej wartość napięcia jego zadziałania równą $U_{1tr\,min}$.

Poza uchybem nadążania duży wpływ na dokładność łącza mają uchyby samego selsyna transformatorowego. Uchybem selsyna transformatorowego nazywamy napięcie występujące na jego zaciskach wyjściowych przy braku kąta niezgodności ($\delta = 0$). Z wyprowadzonego wzoru określającego wielkość napięcia sterującego wynika, że przy $\delta = 0$ napięcie sterujące $U_{1tr} = 0$. To jest słuszne dla idealnych selsynów, dla których prowadzone są teoretyczne rozważania. W praktyce wskutek występowania nieuniknionych technologicznych i materiałowych niedokładności nawet przy braku kąta niezgodności na zaciskach wyjściowych odbiornika wy-




Rys. 14. Napięcie sterujące i napięcia błędów

stępuje jeszcze napięcie błędu $\Delta\hat{U}_{1tr}$. W ogólnym przypadku to napięcie $\Delta\hat{U}_{1tr}$ jest przesunięte w fazie względem napięcia sterującego $\hat{U}_{1tr}$ (rys. 14). Dla ułatwienia rozważań można je rozłożyć na dwie składowe: $\Delta\hat{U}'_{1tr}$ o fazie zgodnej z fazą $\hat{U}_{1tr}$ i $\Delta\hat{U}_{1tr}^{\perp}$ — o fazie przesuniętej względem fazy $\hat{U}_{1tr}$ o 90°. Pierwsza ze składowych $\Delta\hat{U}'_{1tr}$, zwana napię-

ciem błędu, może być skompensowana przez odpowiedni obrót wirnika odbiornika względem jego stojana o kąt $\Delta\delta$ odpowiadający napięciu $\Delta U'_{tr}$, stanowiący uchyb selsyna podczas pracy w układzie nadążnym. Przy stałej wartości $\Delta U'_{tr}$ odpowiedni obrót stojana o kąt $-\Delta\delta$ jest dokonywany podczas wstępnego zerowania układu wykonywanego na zasadzie podobnej do podanej w rozdziale 3.2.5 opracowania [19]. Druga składowa $\Delta U\sphericalangle_{tr}$, zwana napięciem szczątkowym i zawierająca się praktycznie w granicach 0,2÷0,5 V, nie może być wskutek swej fazy skompensowana obrotem wirnika względem stojana. Dla jej wyeliminowania w obwodzie wzmocnienia elementu wykonawczego należy przewidzieć element fazoczuły. To wymaganie jest zazwyczaj spełnione i napięcie szczątkowe nie powoduje uchybu pracy łącza transformatorowego; utrudnia ono jednak zestrajanie i regulację układu nadążnego.

W zależności od wielkości uchybu występującego przy przekazywaniu położenia kątowego selsyny transformatorowe dzielą się na 3 klasy dokładności:

klasa 1 — $\Delta\delta_{max} \leqslant \pm 0{,}25°$,
„ 2 — $\Delta\delta_{max} \leqslant \pm 0{,}5°$,
„ 3 — $\Delta\delta_{max} \leqslant \pm 0{,}75°$.

Wielkość uchybu $\Delta\delta$ zależy zarówno od położenia wirnika względem stojana (uchyb statyczny), jak i od prędkości, z którą obracają się wirniki selsynów (uchyb prędkościowy). Ten ostatni bywa nazywany również uchybem występującym przy kinematycznej [1] pracy łącza transformatorowego.

### 3.2.1. *Uchyby statyczne*

Uchyb statyczny zależy od kątowego położenia wirników względem stojanów nadajnika i odbiornika transformatorowego i jest spowodowany następującymi przyczynami:

1) asymetrią wtórnych uzwojeń trójfazowych selsynów łącza,

2) usterkami technologicznymi, powodującymi niedokładności cylindryczności powierzchni ograniczających szczelinę powietrzną, ekscentryczność wirnika względem stojana itp.,

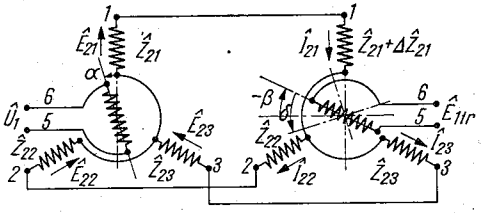
3) wpływem uzębienia stojana i wirnika,

4) niesinusoidalnością rozkładu strumieni wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej selsynów.

Przez asymetrię wtórnych uzwojeń rozumiemy różnice oporności pozornych faz wtórnych obwodów łącza transformatorowego. Mimo że zazwyczaj uzwojenia selsynów są wykonywane bardzo starannie i są niemal identyczne, to przypadkowe wahania jakości drutu nawojowego, anizotropia obwodu magnetycznego wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej mo-

[1] Jak wspomniano w [19], ten rodzaj pracy łącza selsynowego bywa w niektórych publikacjach mylnie nazywany pracą „dynamiczną", a uchyb „uchybem dynamicznym".

gąca wystąpić pomimo nieodzownego wachlarzowego pakietowania blach, bodaj wskutek zwarcia blach podczas szlifowania, a nawet niedoskonałość linii łączącej uzwojenia wtórne nadajnika i odbiornika mogą wprowadzić nierównomierność oporności pozornych faz zarówno co do modułu, jak i co do przesunięcia fazowego. Dla wyjaśnienia wpływu takiej asymetrii



Rys. 15. Łącze transformatorowe z asymetrią oporności jednej fazy obwodu wtórnego

rozpatrzymy układ uzwojeń selsynów łącza transformatorowego podany na rys. 15, w którym założymy, że nadajnik jest całkowicie symetryczny, a jedna z faz odbiornika ma oporność pozorną różniącą się od pozostałych o pewną niewielką wartość $\Delta\hat{Z}_2$.

Z zasady działania łącza wynika, że

$$\hat{I}_{21}+\hat{I}_{22}+\hat{I}_{23}=0, \tag{24}$$

$$\begin{aligned}\hat{E}_{21}&=\hat{E}_{2fn}\cos\alpha^\circ,\\ \hat{E}_{22}&=\hat{E}_{2fn}\cos(\alpha^\circ-120^\circ),\\ \hat{E}_{23}&=\hat{E}_{2fn}\cos(\alpha^\circ+120^\circ),\end{aligned} \tag{25}$$

z tym, że $\alpha^\circ$ — kąt między osią fazy 1 a osią uzwojenia wzbudzającego nadajnika.

Po ułożeniu równań dla poszczególnych obwodów układu, rozwiązaniu ich względem $\hat{I}_{21}$, $\hat{I}_{22}$, $\hat{I}_{23}$, uwzględnieniu że $\Delta\hat{Z}_{21}\ll\hat{Z}_{21}$, i podstawieniu do równania określającego siłę elektromotoryczną na wyjściu łącza:

$$\hat{E}_{1tr}=jX_{a1tr}[\hat{I}_{21}\cos\beta^\circ+\hat{I}_{22}\cos(\beta^\circ-120^\circ)+\hat{I}_{23}\cos(\beta^\circ+120^\circ)],$$

gdzie $\beta^\circ$ — kąt między kierunkiem prostopadłym do osi fazy 1 (kierunek zerowy) a osią uzwojenia wyjściowego odbiornika, otrzymamy:

$$\hat{E}_{1tr}=-j\frac{3}{2}X_{a1tr}\frac{\hat{E}_{2f}}{\hat{Z}_2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\frac{\Delta\hat{Z}_2}{\hat{Z}_2}\right)\cos(\alpha-\beta)-\frac{1}{3}\frac{\Delta\hat{Z}_2}{\hat{Z}_2}\cos(\alpha+\beta)\right].$$

Podstawiając $\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}+\delta$ otrzymamy ostatecznie:

$$\hat{E}_{1tr}=j\frac{3}{2}X_{a1tr}\frac{\hat{E}_{2f}}{\hat{Z}_2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\frac{\Delta\hat{Z}_2}{\hat{Z}_2}\right)\sin\delta-\frac{1}{3}\frac{\Delta\hat{Z}_2}{\hat{Z}_2}\sin(\delta+2\beta)\right]. \tag{26}$$

Z wyprowadzonego wzoru wynika, że różnica $\Delta\hat{Z}_2$ oporności jednej z faz łącza względem pozostałych powoduje powstanie uchybu statycznego zmieniającego się z podwójną częstotliwością względem kąta obrotu wirnika odbiornika.

Jeżeli $\Delta\hat{Z}_2 = j\Delta\hat{X}_2$ (asymetria oporności indukcyjnych faz), to uchyb sterującej siły elektromotorycznej $\Delta\hat{E}_{1tr}$ jest zgodny co do fazy z sygnałem podstawowym, jak to wynika ze wzoru (26). Uchyb ma charakter napięcia błędu, a jego wielkość w stopniach może być obliczona ze wzoru

$$\Delta\delta^\circ = -57{,}3 \cdot \frac{1}{3} \frac{\Delta X}{X} \sin 2\beta. \tag{27}$$

Jeżeli natomiast $\Delta\hat{Z}_2 = R_2$ (asymetria oporności czynnych faz), to uchyb sterującej siły elektromotorycznej $\Delta\hat{E}_{1tr}$ jest przesunięty w fazie (w czasie) w stosunku do sygnału podstawowego o 90°. Uchyb ma charakter napięcia szczątkowego.

Uchyby spowodowane usterkami technologicznymi zmieniają się również z częstotliwością podwójną względem kąta obrotu wirników selsynów, co zostało już udowodnione przy rozpatrywaniu uchybów łącza nadawczo-odbiorczego wskaźnikowego w rozdziale 3.1.6 artykułu [19].

Składowe napięcia błędu i napięcia szczątkowego o częstotliwości podwójnej względem częstotliwości krzywej napięcia wyjściowego w funkcji kąta obrotu selsynów łącza można wyeliminować przy pomocy włączenia w obwód łącza szeregowych oporności kompensujących biernych lub czynnych. Można udowodnić [11], że zarówno w przypadku eliminowania napięcia błędu, jak i napięcia szczątkowego wystarcza wtrącenie dodatkowych oporności jedynie w dwie z trzech faz obwodu stojanów selsynów łącza. Określenie rodzaju i wielkości oporności oraz faz, w które należy je wtrącić, można przeprowadzić jedną z dwóch metod podanych dalej. Metody te są oparte na nieskomplikowanych pomiarach w zestawionym łączu i wobec obejmowania wszystkich przyczyn powstawania szkodliwych napięć o podwójnej częstotliwości w przestrzeni pozwalają osiągnąć dokładne wyniki kompensacji.

Zmniejszenie całkowitego uchybu łącza uzyskiwane przez eliminację omawianych szkodliwych napięć jest oczywiście tym większe, im większy udział w wartości całkowitego uchybu mają te napięcia.

Technika określania dodatkowych oporności jest jednakowa przy eliminowaniu drugiej harmonicznej przestrzennej zarówno w przypadku napięcia błędu, jak i napięcia szczątkowego, i dlatego w schemacie postępowania podamy symbole ogólne, a następnie omówimy, jakie wielkości fizyczne odpowiadają im w obydwu przypadkach.

Dla znalezienia parametrów oporności kompensujących drugą harmoniczną przebiegu należy określić amplitudy i znaki tego przebiegu w sześciu punktach pomiarowych równomiernie rozłożonych w zakresie obrotu selsynów łącza. Obieramy takie punkty przy wartościach kąta obrotu nadajnika $\alpha^\circ$ wynoszących 0°, 60°, 120°, 180°, 240° i 300°. Ze względu na okres zmienności drugiej harmonicznej przestrzennej punkty przesunięte o 180° odpowiadają sobie. Z otrzymanych drogą pomiaru wartości wiel-

kości mierzonej $A$ dla tych kątów przy uwzględnieniu ich znaku (+ lub −), obliczamy wartości średnie:

$$A_{0,180} = \frac{A_0 + A_{180}}{2},$$
$$A_{60,240} = \frac{A_{60} + A_{240}}{2}, \tag{28}$$
$$A_{120,300} = \frac{A_{120} + A_{300}}{2}.$$

Następnie obliczamy wartość przesunięcia harmonicznej do położenia symetrycznego względem osi odciętych:

$$A_p = \frac{A_{0,130} + A_{60,240} + A_{120,300}}{3} \tag{29}$$

oraz wartości dla przebiegu symetrycznego:

$$A'_0 = A_{0,180} - A_p,$$
$$A'_{60} = A_{60,240} - A_p, \tag{30}$$
$$A'_{120} = A_{120,300} - A_p.$$

W zależności od kombinacji znaków $A'_0$, $A'_{60}$ i $A'_{120}$ określamy fazę przebiegu (czyli zakres kątów, w którym występuje maksymalna wartość przebiegu podlegającego kompensacji) posługując się tablicą:

| faza | $A'_0$ | $A'_{60}$ | $A'_{120}$ |
|---|---|---|---|
| 0°–120° | + | + | − |
| | + | − | − |
| 120°–240° | + | − | + |
| | − | − | + |
| 240°–360° | − | + | + |
| | − | + | − |

(31)

Następnie dobieramy wartości oporności kompensujących wg jednej z następujących dwóch metod:

Metoda 1

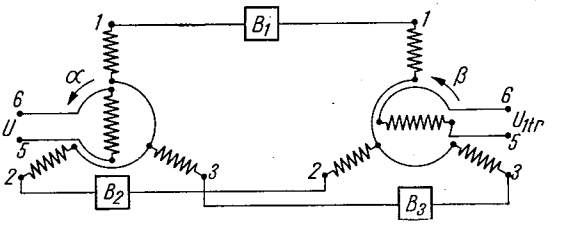
Metoda wymaga określenia tak zwanej stałej układu $C$, przeprowadzanego następująco:

Ustalamy wartość kąta $\alpha^\circ = 0^\circ$ i określamy odchylenie wielkości mierzonej od wartości zerowej $\Delta A_0$ z uwzględnieniem znaku. Następnie wtrącamy znaną wartość oporności $B_1$ w obwód 1 fazy stojanów (rys. 16) i ponownie określamy inne już odchylenie wielkości mierzonej od wartości zerowej $\Delta A_B$ również z uwzględnieniem znaku. Sumujemy otrzymane wartości określające $\Delta A = \Delta A_0 + \Delta A_B$ i obliczamy wartość

$$C = \frac{\Delta A}{B_1}. \tag{32}$$

W zależności od fazy przebiegu określonej zgodnie z tablicą otrzymamy wartości oporności potrzebnych do kompensacji. Indeksy przy $B$ określają fazy stojana, w które należy wtrącić odpowiednio obliczoną oporność:

$$\begin{aligned}
&\text{— dla zakresu } 0^\circ \div 120^\circ \quad B_2 = \frac{-A'_{120}}{C};\ B_3 = \frac{A'_0}{C},\\
&\text{— dla zakresu } 120^\circ \div 240^\circ \quad B_1 = \frac{A'_{120}}{C};\quad B_3 = \frac{-A'_{60}}{C},\\
&\text{— dla zakresu } 240^\circ \div 360^\circ \quad B_1 = \frac{-A'_0}{C};\quad B_2 = \frac{A'_{60}}{C}.
\end{aligned} \tag{33}$$




Rys. 16. Układ do kompensacji uchybów łącza transformatorowego

Metoda 2

Metoda nie wymaga określenia stałej układu, wymaga natomiast wstawienia na czas pomiaru regulowanych oporności we wszystkie trzy fazy obwodu stojana (rys. 16). Dla kolejnych położeń pomiarowych sprowadzamy wartość wielkości mierzonej do zera przez regulację jednego z oporników. Należy zaznaczyć, że zmiany oporności w obwodzie fazy o osi zgodnej podczas pomiaru z osią wirnika nie wpływają na wartość mierzoną; ze względu na to, że oporność opornika dodatkowego może być regulowana wyłącznie w górę (zwiększana), jeden z pozostałych oporników, wpływający na wielkość wartości mierzonej, może spowodować tylko jej wzrost, a dopiero ostatni — jeden opornik — może sprowadzić wartość wielkości mierzonej do zera.

W poszczególnych położeniach pomiarowych notujemy więc znalezione wartości oporności, zaopatrując je w znak zgodnie z następującym kluczem:

$\pm B_0$ — (+), gdy opornik w fazie 3, (−) — w fazie 1,
$\pm B_{60}$ — (+) „ „ „ „ 2, (−) — „ „ 3,
$\pm B_{120}$ — (+) „ „ „ „ 1, (−) — „ „ 2,
$\pm B_{180}$ — (+) „ „ „ „ 3, (−) — „ „ 1,
$\pm B_{240}$ — (+) „ „ „ „ 2, (−) — „ „ 3,
$\pm B_{300}$ — (+) „ „ „ „ 1, (−) — „ „ 2. (34)

Następnie podstawiając wartości $B$ zamiast odpowiednich wartości $A$, obliczamy $B_{0,180}$; $B_{120,300}$; $B_p$; $B'_0$; $B'_{60}$; $B'_{120}$ według wzorów (28), (29), (30),

określamy fazę przebiegu z tablicy (31) i otrzymujemy wartości potrzebnych do kompensacji oporności:

$$\begin{aligned} &\text{— dla zakresu} \quad 0° \div 120° \quad B_2 = -B'_{120};\ B_3 = B'_0, \\ &\text{— „ „} \quad 120° \div 240° \quad B_1 = B'_{120};\ B_3 = -B'_{60}, \\ &\text{— „ „} \quad 240° \div 360° \quad B_1 = -B'_0;\ B_2 = B'_{60}. \end{aligned} \tag{35}$$

Zmniejszanie napięcia szczątkowego. Przy omawianiu przyczyn powstawania uchybów statycznych w transformatorowym łączu selsynowym stwierdzono, że napięcie szczątkowe przesunięte w czasie o $\frac{\pi}{2}$ względem napięcia wyjściowego zawiera składową o częstotliwości drugiej harmonicznej przebiegu tegoż napięcia w przestrzeni, a więc w funkcji kąta obrotu wirników selsynów ($\alpha$ nadajnika i $\beta$ odbiornika transformatorowego). Ta składowa jest wywoływana przez asymetrię oporów czynnych obwodów wtórnych łącza. Oczywiste jest, że skompensowanie tej składowej, a tym samym zmniejszenie napięcia błędu, wymaga stosowania oporników kompensujących o oporności czynnej $R$.

Oporność i miejsce włączenia tych oporników określamy według podanych wyżej metod 1 lub 2 z tym, że jako wielkość $A$ traktujemy napięcie szczątkowe $U\urcorner$ w woltach, a jako $B$ — oporność czynną $R$ w omach. Przy stosowaniu metody 1 — wielkości odchyleń $\Delta U_0\urcorner = \Delta A_0$ i $\Delta U_R\urcorner = \Delta A_B$ mierzymy przy kątach wirników selsynów nadawczego i odbiorczego łącza $\alpha = \beta = 0$.

Zmniejszanie napięcia błędu. Napięcie błędu jest, jak wiemy, w fazie z napięciem wyjściowym i może być kompensowane przez odpowiedni obrót stojana odbiorczego selsyna transformatorowego o kąt $-\Delta\delta$ przy danym położeniu kątowym $\alpha$ wirnika nadajnika. Składowa napięcia o częstotliwości drugiej harmonicznej przebiegu napięcia wyjściowego w funkcji kąta $\alpha$ wywoływana jest, jak wspomniano, przez asymetrię oporności biernych indukcyjnych obwodów wtórnych łącza, wobec czego kompensacja może odbywać się przez dodawanie szeregowych oporników o oporności biernej pojemnościowej lub indukcyjnej. Rozpatrzmy kolejno obydwa przypadki kompensacji:

Przy pomocy oporności pojemnościowych:

Wielkość i miejsce włączenia oporników pojemnościowych — kondensatorów — określamy według podanych wyżej metod 1 lub 2 z tym, że jako wielkość $A$ traktujemy napięcie błędu $U'$ w woltach lub odpowiadający mu kąt $\Delta\beta = \Delta\delta$ przy $\alpha = \beta$, a jako wielkość $B$ — oporność pojemnościową oporu dodatkowego w omach.

Przy pomocy oporności indukcyjnych:

Wielkość i miejsce włączenia oporników indukcyjnych — cewek indukcyjnych — określamy według podanych wyżej metod 1 lub 2 z tym, że jako wielkość $A$ traktujemy napięcie błędu $U'$ w woltach lub odpowiadający mu kąt $\Delta\beta = \Delta\delta$ przy $\alpha = \beta$, a jako wielkość $B$ — oporność in-

dukcyjną oporu dodatkowego w omach oraz zamiast tablicy (31) i wzorów (33), (34) i (35) uwzględniamy zależności podane w tablicy (36) i wzorach (37), (38) i (39) przytoczonych niżej:

| faza | $A'_0$ | $A'_{60}$ | $A'_{120}$ |
|---|---|---|---|
| 180° ÷ 300° | − | − | + |
| | − | + | + |
| 300° ÷ 60° | − | + | − |
| | + | + | − |
| 60° ÷ 180° | + | − | − |
| | + | − | + |

(36)

$$\text{Dla zakresu } 180° \div 300° \quad B_2 = \frac{A'_{120}}{C}; \quad B_3 = \frac{-A'_0}{C};$$

$$\text{„ „ } 300° \div 60° \quad B_1 = \frac{-A'_{120}}{C}; \quad B_3 = \frac{A'_{60}}{C}; \tag{37}$$

$$\text{„ „ } 60° \div 180° \quad B_1 = \frac{A'_0}{C}; \quad B_2 = \frac{-A'_{60}}{C}.$$

$\pm B_0$ — (+), gdy cewka w fazie 1, (−) — w fazie 3,
$\pm B_{60}$ — (+) „ „ „ „ 3, (−) — „ „ 2,
$\pm B_{120}$ — (+) „ „ „ „ 2, (−) — „ „ 1,
$\pm B_{180}$ — (+) „ „ „ „ 1, (−) — „ „ 3, (38)
$\pm B_{240}$ — (+) „ „ „ „ 3, (−) — „ „ 2,
$\pm B_{300}$ — (+) „ „ „ „ 2, (−) — „ „ 1,

$$\text{Dla zakresu } 180° \div 300° \quad B_2 = B'_{120}; \quad B_3 = -B'_0;$$

$$\text{„ „ } 300° \div 60° \quad B_1 = -B'_{120}; \quad B_3 = B'_{60}; \tag{39}$$

$$\text{„ „ } 60° \div 180° \quad B_1 = B'_0; \quad B_2 = -B'_{60}.$$

U w a g a. Należy zaznaczyć, że dodawanie szeregowej oporności czynnej w obwodzie wtórnym łącza, redukującej napięcie szczątkowe, nie wpływa na przebieg napięcia błędu. Natomiast dodawanie szeregowej oporności biernej, redukującej napięcie błędu, ma pewien niewielki wpływ na przebieg napięcia szczątkowego, spowodowany nieuniknionymi stratami mocy czynnej w opornikowym elemencie biernym. Wypływa z tego wniosek, że jeżeli zamierzamy redukować obydwie składowe uchybu łącza transformatorowego, to najpierw należy przeprowadzić kompensację napięcia błędu, a potem dopiero — po włączeniu kompensujących oporników biernych w obwody łącza — kompensację napięcia szczątkowego.

Wpływ uzębienia na przebieg uchybu łącza został rozpatrzony w rozdziale 3.1.6 artykułu [19] w trakcie rozważań nad selsynami nadawczo-odbiorczymi wskaźnikowymi, gdzie udowodniono, że częstotliwość spowodowanego przezeń uchybu jest krotna do liczby zębów, oraz stwierdzono, że eliminować go można przez zastosowanie odpowiedniego skosu żłobków.

Przez niesinusoidalność rozkładu strumieni wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej selsynów rozumiemy występowanie wyższych harmonicznych w przebiegach wielkości magnetycznych i elektrycznych uczestniczących w przekazywaniu energii od nadajnika do odbiornika. Krzywa wzbudzenia nadajnika nie jest ściśle sinusoidalna nie tylko z powodu znikomej zazwyczaj zawartości wyższych harmonicznych w napięciu zasilającym, lecz również z powodu konstrukcji samego selsyna, zarówno w przypadku wirnika z utajonymi biegunami wskutek jego uzębienia, jak i w przypadku wirnika z wydatnymi biegunami wskutek niezbędnej przerwy między nabiegunnikami. Ponadto przyczyną pojawienia się niepomijalnych wyższych harmonicznych w przebiegach napięć wtórnych, a więc i indukcji w odbiorniku, jest nieliniowość charakterystyki magnesowania, występująca szczególnie jaskrawie w przypadku selsynów zasilanych niskimi częstotliwościami jako konsekwencja położenia ich punktu pracy na charakterystyce magnesowania, omówionego wyczerpująco w rozdziale 4 artykułu [19].

Rozpatrzmy kolejno wpływ niesinusoidalności rozkładu indukcji w nadajniku i odbiorniku.

Krzywą indukcji występującą w nadajniku możemy rozłożyć na szereg Fouriera. Wskutek symetrii krzywej w rozkładzie mogą wystąpić tylko składowe nieparzyste, ponadto ze względu na to, że układ wtórnych uzwojeń nadajnika jest trójfazowy, w indukowanych w nim siłach elektromotorycznych nie mogą wystąpić harmoniczne krotne 3. Tak więc w otrzymanym rozkładzie wystąpią 1, 5, 7, 11 i 13 harmoniczna, na której ze względów praktycznych możemy się zatrzymać. Porządek postępowania przy prowadzonej analizie powinien być analogiczny do zastosowanego przy wyprowadzaniu równań wiążących podstawowe parametry łącza transformatorowego, jedynie z różnicą polegającą na uwzględnieniu wyższych harmonicznych otrzymanych z rozkładu fourierowskiego. Ze względu na kolejne numery tych harmonicznych, podczas przekształceń występują wartości kątów $(\alpha-\beta)$, $(5\alpha+\beta)$, $(7\alpha-\beta)$, $(11\alpha+\beta)$ i $(13\alpha-\beta)$, które można przekształcić jak następuje:

$$
\begin{aligned}
(\alpha-\beta) &= \left(\frac{\pi}{2}+\delta\right),\\
(5\alpha-\beta) &= [6\alpha-(\alpha-\beta)] = \left[6\alpha-\left(\frac{\pi}{2}+\delta\right)\right],\\
(7\alpha-\beta) &= [6\alpha+(\alpha-\beta)] = \left[6\alpha-\left(\frac{\pi}{2}+\delta\right)\right],\\
(11\alpha-\beta) &= [12\alpha-(\alpha-\beta)] = \left[12\alpha+\left(\frac{\pi}{2}+\delta\right)\right],\\
(13\alpha-\beta) &= [12\alpha+(\alpha-\beta)] = \left[12\alpha+\left(\frac{\pi}{2}+\delta\right)\right].
\end{aligned}
\tag{40}
$$

Z ostatnich wyrażeń wzorów (40) widać, że po przekształceniach możemy otrzymać funkcje trygonometryczne kątów $6\alpha$, $12\alpha$ i $\delta$.

Po ułożeniu równań dla obwodów poszczególnych faz, przejściu do zastępczego dwufazowego układu, rozwiązaniu równań względem podłużnego i poprzecznego prądu i podstawieniu znalezionych wartości prądów do wzoru na wyjściową — sterującą — siłę elektromotoryczną $E_{1tr}$ otrzymamy [15] modyfikację wzoru (15) uwzględniającą występowanie wyższych harmonicznych w nadajniku w postaci:

$$\hat{E}_{1tr(n)} = j\frac{3}{2}X_{a1tr}\frac{(\hat{Z}''_{qn}+\hat{Z}_{qtr})\hat{E}_{2f}}{(\hat{Z}''_{qn}+\hat{Z}''_{dtr})(\hat{Z}''_{dn}+\hat{Z}_{qtr})}\left\{\sin\delta+\right.$$
$$\left.-\frac{\hat{Z}''_{dn}+\hat{Z}_{qtr}}{\hat{Z}_{qtr}+\hat{Z}''_{qn}}[(a_5-a_7)\sin 6\alpha+(a_{11}-a_{13})\sin 12\alpha+\ldots]\right\}; \quad (41)$$

stąd możemy bezpośrednio określić wartość uchybu w stopniach spowodowaną występowaniem wyższych harmonicznych w nadajniku łącza:

$$\Delta\delta^{\circ}_{(n)} = -57{,}3^{\circ}Re\frac{\hat{Z}''_{dn}+\hat{Z}_{qtr}}{\hat{Z}_{qtr}+\hat{Z}''_{qn}}[(a_5-a_7)\sin 6\alpha+(a_{11}-a_{13})\sin 12\alpha+\ldots], \quad (42)$$

a ponieważ w praktyce przeważnie:

$$Re\frac{\hat{Z}''_{dn}+\hat{Z}_{qtr}}{\hat{Z}_{qtr}+\hat{Z}''_{qn}} \approx 1, \quad (43)$$

więc:

$$\Delta\delta^{\circ}_{(n)} = -57{,}3^{\circ}[(a_5-a_7)\sin 6\alpha+(a_{11}-a_{13})\sin 12\alpha+\ldots], \quad (44)$$

gdzie, jak i w poprzednich wzorach od (41), $a$ — współczynnik uwzględniający dla odpowiedniej harmonicznej współczynniki uzwojenia (skrótu i grupy) oraz skosu żłobków dla uzwojeń stojana i wirnika.

Po analogicznym postępowaniu można otrzymać wzór na uchyb w stopniach spowodowany występowaniem wyższych harmonicznych w odbiorniku transformatorowym łącza:

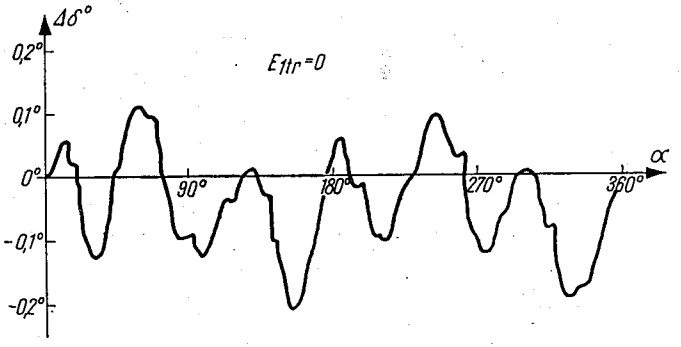
$$\Delta\delta^{\circ}_{(tr)} = 57{,}3^{\circ}[(b_5-b_7)\sin 6\beta+(b_{11}-b_{13})\sin 12\beta+\ldots], \quad (45)$$

gdzie $b$ gra taką samą rolę dla odbiornika, jak poprzednio $a$ dla nadajnika.

Ze wzorów (44) i (45) wynika istnienie uchybu spowodowanego niesinusoidalnością przebiegów elektromagnetycznych w nadajniku i odbiorniku, będącego w ogólnym przypadku geometryczną sumą $\Delta\delta_{(n)}$ i $\Delta\delta_{(tr)}$ i mającego sześciokrotną częstotliwość względem kąta obrotu wirników selsynów łącza. Eliminowanie, a przynajmniej zmniejszanie wartości tego uchybu jest możliwe przez odpowiednie dobieranie współczynników $a$ i $b$, a więc konstrukcji uzwojeń mających odpowiednie współczynniki grupy i skrótu (zob. rodział 2) oraz skosu żłobków.

Na rys. 17 przedstawiono zdjętą doświadczalnie typową krzywą uchybów statycznych selsyna transformatorowego, o największym uchybie nie przekraczającym 0,2°. W kształcie tej krzywej można łatwo wyróżnić wpływ wszystkich omówionych przyczyn uchybu, a więc drugą harmo-

niczną uchybu spowodowaną asymetrią oporności pozornej faz uzwojeń wtórnych i usterkami technologicznymi, szóstą harmoniczną spowodowaną niesinusoidalnością przebiegów w nadajniku i odbiorniku i $z$-krotną harmoniczną spowodowaną występowaniem uzębienia pakietów żelaza. Analizując zdjętą doświadczalnie krzywą uchybu statycznego można przy uwzględnieniu wielkości każdego z tych poszczególnych składników harmonicznych wnioskować o ewentualnych drogach zmniejszenia uchybu —




Rys. 17. Krzywa uchybów selsyna transformatorowego przy zerowym napięciu wyjściowym

polepszenia dokładności selsyna. Stosując takie postępowanie przy opracowaniu prototypów modeli selsynów udaje się przy założeniu szczególnie dużej dokładności opracowywanego modelu osiągnąć zmniejszenie uchybu statycznego do wartości nie przekraczających $\pm 0{,}1°$, a napięcia szczątkowego do wartości nie przekraczających $\pm 8$ mV.

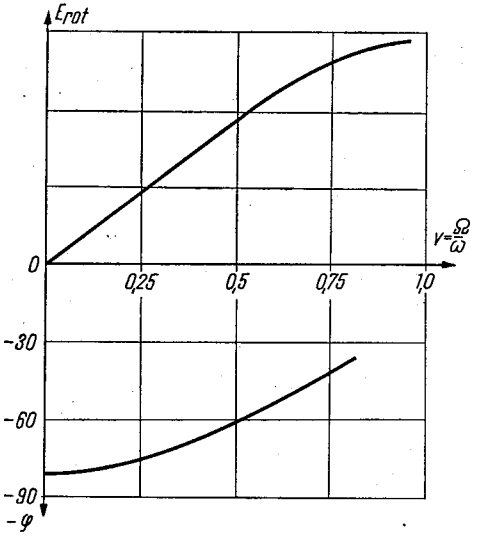
### 3.2.2. *Uchyb prędkościowy*

Podczas przenoszenia ruchu obrotowego przez łącze transformatorowe w uzwojeniu wyjściowym odbiornika poza siłą elektromotoryczną transformacji, zależną od kąta niezgodności wirników i powodującą powstawanie napięcia sterującego, powstaje siła elektromotoryczna rotacji, zależna od prędkości wirowania selsynów. Dla jej określenia należy odpowiednio przekształcać równania (11) podstawiając założone wartości $v$ i $\delta$. Z postaci wyjściowych równań (11) wynika, że otrzymywane wyrażenie na siłę elektromotoryczną lub napięcie sterowania będzie składało się z dwóch części: jednej — zależnej od sinusa kąta niezgodności $\delta$ i drugiej — zależnej od prędkości $v$. Przy założeniu braku kąta niezgodności część wzoru zależna od $\sin\delta$ stanie się równą zeru, pozostanie natomiast jedynie napięcie wywołane wirowaniem selsynów. W przypadku braku obciążenia ($Z_{abc} = \infty$) napięcie to wyrazi się wzorem o postaci:

$$\hat{E}_{rot} = A \frac{\Omega}{[B + j(\omega + \Omega)C][B + j(\omega - \Omega)C]}, \tag{46}$$

gdzie: $A$, $B$ i $C$ — stałe zawierające parametry selsynów łącza, $\Omega$ — prędkość kątowa wirowania selsynów, $\omega$ — prędkość kątowa wirowania pola, synchroniczna.

Ze wzoru (46) można określić amplitudę i fazę siły elektromotorycznej $\hat{E}_{rot}$ jako wielkości modułu i kąta, którego tangens może być obliczony ze stosunku biernej do czynnej części wyrazu (46). Obie te wielkości będą zmienne ze zmianą prędkości wirowania, a wykres ich zmian w funkcji $v = \frac{\Omega}{\omega}$ podaje rys. 18. Charakter przebiegu krzywych łatwo wytłumaczyć rozpatrując wzór (46). Amplituda $\hat{E}_{rot}$ rośnie ze wzrostem prędkości wirowania; początkowo prawie liniowo, gdyż wpływ mianownika jest




Rys. 18. Zmiany amplitudy i fazy napięcia błędu w funkcji prędkości obrotów łącza transformatorowego

niewielki, a dopiero w pobliżu prędkości synchronicznych stromość wzrostu amplitudy maleje z powodu wzrostu wpływu mianownika. Faza siły elektromotorycznej $\hat{E}_{rot}$ może być określona z tegoż wzoru (46) po przepisaniu go w postaci:

$$e_{rot} = \sqrt{m^2+n^2}\sin\left(\omega t + \operatorname{arctg}\frac{n}{m}\right), \tag{47}$$

gdzie:

$E_{rot} = \sqrt{m^2+n^2}$ — amplituda siły elektromotorycznej rotacji,

$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{n}{m}$ — faza siły elektromotorycznej rotacji,

$n$ — część bierna równania (46),

$m$ — część czynna równania (46),

a następnie w postaci

$$e_{rot} = E_{rot}\cos\varphi\sin\omega t + E_{rot}\sin\varphi\cos\omega t. \tag{48}$$

Przy małych prędkościach obrotowych kąt fazowy $\hat{E}_{rot}$ jest bliski 90°, przy większych w miarę zbliżania się do synchronicznej — maleje zbliżając się do zera. Ze względu na to, że przy małych prędkościach obrotowych kąt $\varphi$ jest zbliżony do 90°, składowa proporcjonalna do $\cos\varphi$ jest znacznie mniejsza od składowej proporcjonalnej do $\sin\varphi$, a więc znajdujemy się w fazie z siłą elektromotoryczną sterującą $\hat{E}_{1tr}$, i składowa $E_{rot} \sin\varphi \cos\omega t$ stanowi część napięcia błędu $\Delta\hat{U}'_{1tr}$. W miarę wzrostu prędkości obrotowej i zbliżania się wartości kąta $\varphi$ do zera wielkość amplitudy tej składowej maleje, natomiast drugiej — $E_{rot} \cos\varphi \sin\omega t$ — przesuniętej względem sterującej o 90°, stanowiącej część napięcia szczątkowego $\Delta\hat{U}_{1tr}$ — rośnie.

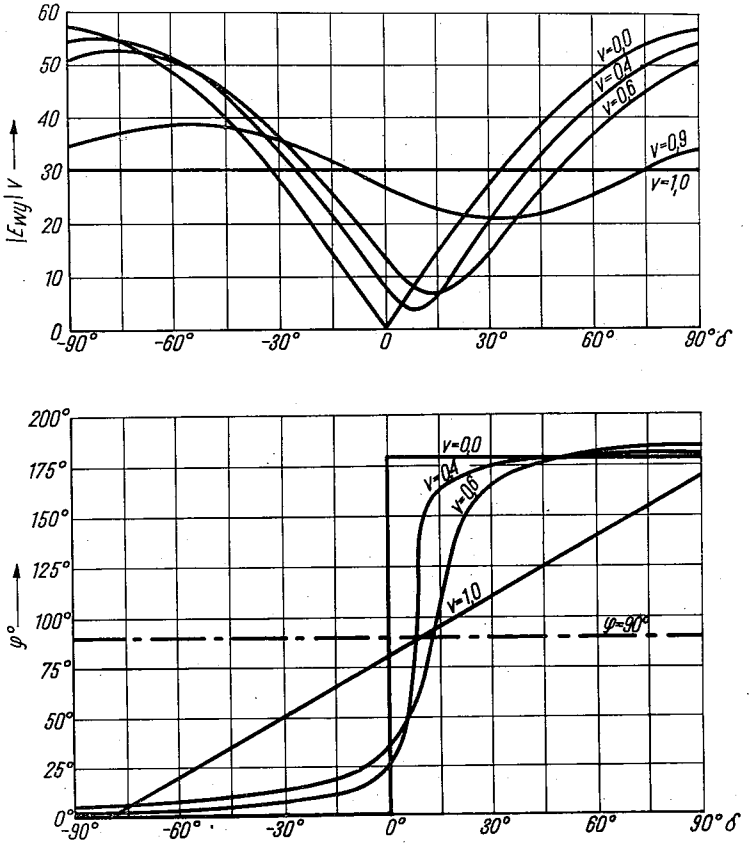
Składowa uchybu prędkościowego o kierunku napięcia błędu może być wyeliminowana, jak wspomniano, przez odpowiednie zerowanie układu. Należy jednakże zaznaczyć, że kąt obrotu zerowania zależy od prędkości obracania się wirników selsynów łącza. Jeżeli ta prędkość jest zmienna, można zestawić odpowiedni układ korekcyjny zmieniający kątowe położenie stojana odbiornika odpowiednio do chwilowej prędkości ruchu wirowego przeniesionego przez łącze.

Składowa uchybu prędkościowego o kierunku napięcia szczątkowego może być wyeliminowana wyłącznie przez fazoczuły układ wzmacniacza elementu wykonawczego zaopatrzony w dyskryminator fazowy nie przepuszczający, jak wiadomo, sygnałów napięciowych przesuniętych o 90° względem roboczego.

Wykres modułu i fazy wyjściowej siły elektromotorycznej selsyna transformatorowego $\hat{E}_{wy}$, będącej geometryczną sumą $\hat{E}_{1tr}$ oraz uchybów statycznych $\Delta\hat{E}'_{1tr}$, $\Delta\hat{E}_{1tr}$ i prędkościowego $\Delta\hat{E}_{1rot}$ w funkcji kąta niezgodności $\delta$ i względnej prędkości wirowania $v$, podaje rys. 19. Przy prędkości $v$ równej zeru napięcie wyjściowe opada stromo do zera, a kąt fazowy w takim położeniu, gdy wirniki są przesunięte o 90°, tj. gdy $\delta = 0$, zmienia się skokowo z 0° na 180°. W miarę wzrostu prędkości $v$ napięcie wyjściowe przy żadnej wartości nie spada do zera, lecz osiąga jedynie wartość minimalną, przesuwając się w kierunku dodatnich wartości $\delta$ (opóźniania się wirnika odbiornika względem nadajnika). Punkt, w którym przesunięcie fazowe wyjściowego napięcia wynosi 90°, przesuwa się w tym samym kierunku i jest prawie zgodny z położeniem minimum napięcia przynajmniej w dziedzinie małych prędkości $v$. W tym punkcie składowa zgodnofazowa uchybu $\Delta\hat{E}'_{1tr} + \hat{E}_{1rot} \sin\varphi = 0$, a składowa poprzecznofazowa $\Delta\hat{E}_{1tr} + \Delta\hat{E}_{1\,rot} \cos\varphi$ zostaje odcięta przez dyskryminator fazowy, a wobec tego przy braku korekcji zerowania w zależności od prędkości obrotowej, wartość uchybu układu nadążnego będzie co najmniej równa temu przesunięciu $\delta_m$, które można obliczyć ze wzoru:

$$\operatorname{tg} 2\delta_m = \frac{2v \cdot Y}{1 + (1 - v^2) Y^2}. \tag{49}$$

Z dalszej analizy wzorów określających wielkość siły elektromotorycznej uchybu prędkościowego wynika, że również i jej wartość jest proporcjonalna nie tylko do względnej prędkości wirowania selsynów $v$, lecz i do stosunku sprowadzonych oporności czynnych do biernych Y, podobnie jak sztywność momentu selsynów nadawczo-odbiorczych wskaźnikowych [79]. Stosunek oporności czynnej do biernej dla selsynów wysokoczęstotliwościowych jest mniejszy niż dla niskoczęstotliwościowych, jak




Rys. 19. Amplituda i faza napięcia wyjściowego selsyna transformatorowego w funkcji kąta niezgodności i prędkości względnej

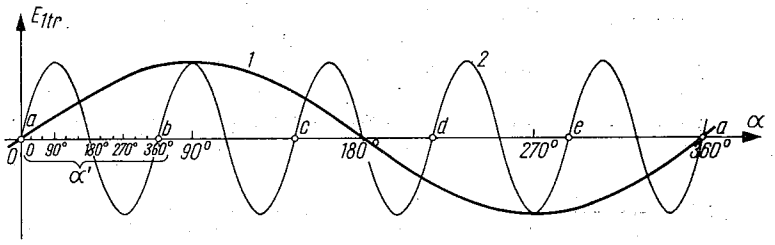
stwierdzono w [19]. Ponieważ jednocześnie ta sama prędkość obrotowa przenoszona przez łącze przy wysokiej częstotliwości zasilania daje odpowiednio mniejszą prędkość względną $v$ niż przy niskiej, więc uchyby prędkościowe występujące w łączach wysokoczęstotliwościowych są znacznie mniejsze od występujących w łączach niskoczęstotliwościowych.

Doświadczenie wykazało na przykład, że dla prędkości obrotowej 300 obr/min, która przy częstotliwości zasilania 50 Hz daje wartość $v = 0{,}1$, zaś przy częstotliwości zasilania 500 Hz — $v = 0{,}01$, uchyb pręd-

kościowy łącza transformatorowego zasilanego częstotliwością 50 Hz osiągnął wartość 2°, natomiast innego, zasilanego częstotliwością 500 Hz nie przekroczył 0,06°.

## 4. ŁĄCZE DWUTOROWE

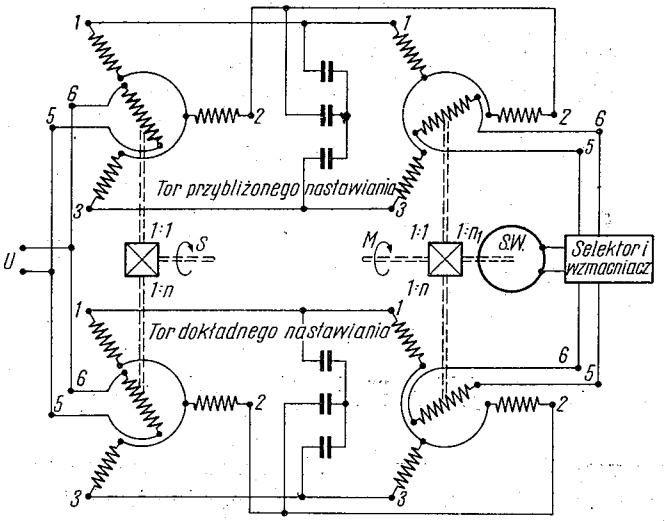
Wymagana dokładność przekazywania położenia obserwowanego wału przekracza często osiągalną przy stosowaniu zwykłego łącza transformatorowego. Zwiększenie dokładności przekazywania poprzez zwiększenie sztywności sygnału sterującego otrzymywanego na wyjściu selsyna odbiorczego jest możliwe przez zastosowanie przekładni przyspieszającej $n$-krotnie obrót jego wirnika względem obrotów zadającego wału. W tym przypadku okres sinusoidy napięcia sterującego zostanie $n$-krotnie skró-




Rys. 20. Zmiana przebiegu napięcia wyjściowego odbiornika transformatorowego przy zastosowaniu przekładni przyspieszającej o przełożeniu $n = 5$

cony. Spowodowaną tym zmianę sztywności rozpatrzymy posługując się rys. 20, na którym jako linia *1* jest uwidoczniona sinusoida napięcia sterującego otrzymana bez zastosowania przekładni, a jako linia *2* sinusoida tegoż napięcia po zastosowaniu przekładni o przełożeniu $n = 5$. Na osi odciętych podano wartości kąta obrotu zadającego wału $\alpha$ i wału selsyna napędzanego przez $n$-krotnie przyspieszającą przekładnię $\alpha'$. Sztywność selsyna wyrażająca się wartością napięcia sterującego występującą przy obrocie jego wału o 1° jest niezmienna. Przy zastosowaniu przekładni obowiązuje zależność $\alpha = n\alpha'$, wobec czego sztywność selsyna w odniesieniu do zadającego wału będzie również $n$-krotnie większa. Jednakże zastosowanie $n$-krotnej przekładni poza $n$-krotnym zwiększeniem sztywności prowadzącym do $n$-krotnego zmniejszenia uchybu wprowadza dodatkowo $n-1$ fałszywych zerowych położeń równowagi ustalonej (punkty *b*, *c*, *d*, *e* na rys. 20). Wyeliminowanie tych położeń zerowych jest możliwe przy zastosowaniu pracującego równolegle łącza zestawionego z selsyna transformatorowego połączonego z nadawczym napędzanym bezpośrednio przez wał zadający. Zespół dwóch łączy selsynowych współpracujących w omówiony sposób, którego schemat połączeń podany jest na rys. 21 nazywamy dwutorowym łączem transformatorowym. W takim łączu nie tylko nadajniki, lecz również i odbiorniki są połączone prze-

kładniami mechanicznymi o jednakowych przełożeniach $1 : n$, gdyż — jak wiemy — odbiorniki transformatorowe nie mogą samodzielnie nadążać za obrotem nadajników i muszą być obracane przez silnik wykonawczy. Na wyjściach dwutorowego łącza transformatorowego otrzymuje się jednocześnie obydwa przebiegi napięcia uwidocznione na rys. 20, z tym, że krzywa *1* przedstawia napięcie sterujące toru przybliżonego nastawiania, a krzywa *2* — napięcie sterujące toru dokładnego nastawiania. Do

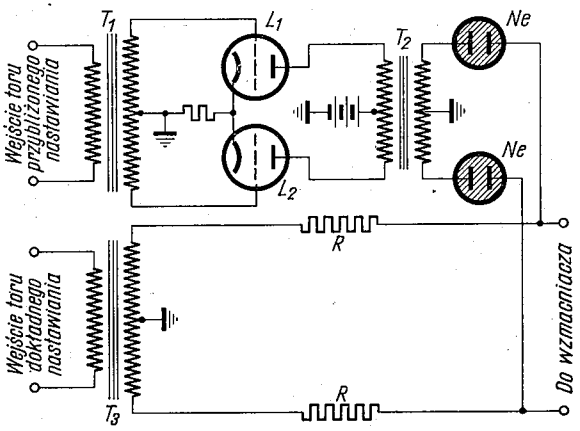



Rys. 21. Dwutorowe łącze transformatorowe

sterowania silnika wykonawczego *s.w.* można wykorzystać tylko jedno z tych napięć — stąd potrzeba stosowania przełącznika wybierającego odpowiednie napięcie zwanego synchronizatorem lub selektorem napięcia torów. Działa on w ten sposób, że w przypadku występowania znacznego kąta niezgodności do sterowania silnika wykonawczego wykorzystywane jest napięcie sterujące otrzymywane z toru przybliżonego nastawiania, a po zmniejszeniu się kąta niezgodności do określonej wartości w pobliżu zera funkcję sterowania obejmuje sygnał napięciowy toru dokładnego nastawiania doprowadzający układ do położenia równowagi ustalonej przy $\delta^\circ = 0$ z odpowiednio większą dokładnością niż byłoby to możliwe przy sterowaniu go sygnałem łącza jednotorowego a więc odpowiadającego torowi przybliżonego nastawiania.

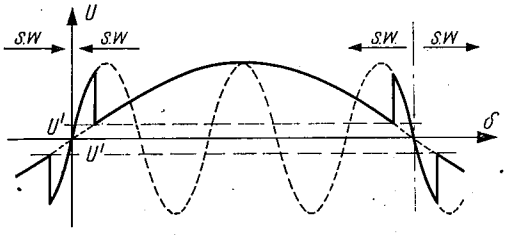
W praktycznym zastosowaniu spotyka się wiele układów selektorów napięcia torów dwutorowego łącza selsynowego, których opisy można znaleźć w literaturze, między innymi w [1], [6], [8], [14]; mogą to być urządzenia lampowe, półprzewodnikowe, prostownikowe i elektromagnetyczne. Zasadę działania selektora rozpatrzymy na dwóch przykładowych prostych układach. Pierwszy z nich z lampami neonowymi, współpracujący ze wzmacniaczem o dużej oporności wejściowej (sterowanym

napięciowo), uwidoczniony jest na rys. 22. Sygnał z odbiornika toru przybliżonego nastawiania wzmocniony przez lampy $L_1$ i $L_2$ po przejściu przez transformator $T_2$ zostaje doprowadzony do lamp neonowych $Ne$. Jeżeli napięcie sygnału jest dostatecznie duże, to neonówki zapalają się i tworzą połączenie o małej oporności między sygnałem toru przybliżonego




Rys. 22. Układ przełączający (selektor napięć torów) z neonówkami

nastawiania a wejściem wzmacniacza. W tym samym czasie sygnał z toru dokładnego nastawiania jest zwarty przez neonówki, gdyż oporność obwodu z opornikami $R$ jest znacznie większa od oporności obwodu z lampami neonowymi. Gdy kąt niezgodności łącza zbliża się do zera, a napięcie wyjściowe odbiornika toru przybliżonego nastawiania maleje, to przy



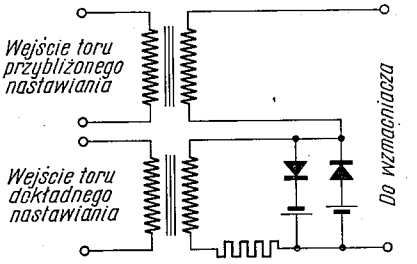

Rys. 23. Zasada przełączania napięć przez selektor z rys. 22

pewnej jego wartości $U'$ neonówki gasną. Oporność zawierających je obwodów staje się nieskończenie duża, więc sygnał toru przybliżonego nastawiania zostaje odcięty od wzmacniacza. Jednakże w tym stanie selektora do wzmacniacza zostaje podany sygnał z toru dokładnego nastawiania, gdyż oporność oporników $R$ jest z kolei znacznie mniejsza od oporności wejściowej wzmacniacza z neonówkami. Przekładnia transformatora wejściowego toru nastawiania dokładnego $T_3$ powinna być tak dobrana, aby sygnał toru dokładnego nigdy nie osiągnął wartości umożli-

wiającej zapłon neonówek. Zasadę przełączania przez ten selektor napięć torów sterujących silnik wykonawczy ilustruje rys. 23.

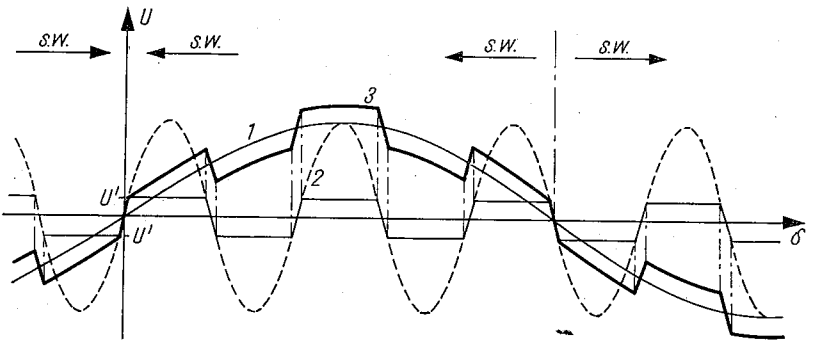
Zaletą tego układu jest to, że dodatkowe wzmocnienie sygnału w torze przybliżonego nastawiania może zapewnić zachowanie w przybliżeniu stałego wzmocnienia sygnału sterującego silnik wykonawczy, co sprzyja płynności jego pracy.

Drugi układ selektora o odmiennym przebiegu sumarycznego napięcia sterującego silnik wykonawczy podany jest na rys. 24. Nie ma on wspom-




Rys. 24. Selektor napięć torów z prostownikami

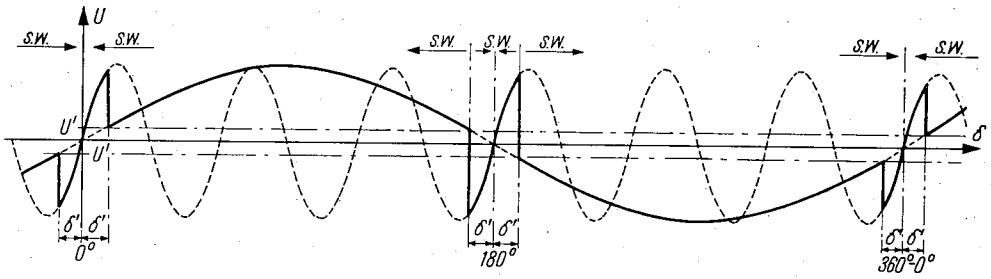
nianej zalety, jaką jest możliwość regulowania wzmocnienia poszczególnych torów, ale jest jeszcze prostszy i przy odpowiednim doborze charakterystyki współpracującego z nim wzmacniacza [8] zapewnia zadowalającą pracę silnika wykonawczego, a tym samym i całego układu nadążnego z transformatorowym łączem dwutorowym. Oporniki, prostow-




Rys. 25. Wykres napięć w selektorze z rys. 24. *1* — sygnał toru przybliżonego nastawiania; *2* — sygnał toru dokładnego nastawiania; *3* — wypadkowe napięcie wyjściowe

niki i baterie selektora, widoczne na rys. 24, tworzą prosty układ obcinający, uniemożliwiający sygnałowi toru dokładnego nastawienia przekroczenie określonej wartości napięcia ($U'$ na rys. 25). Sygnał toru przybliżonego nastawienia *1* dodaje się do obciętego sygnału toru dokładnego nastawienia *2*, wskutek czego napięcie sterujące silnik wykonawczy przybiera kształt krzywej *3* z rys. 25.

Teoretycznie zmniejszenie uchybu jest tylokrotne, ilokrotna jest przekładnia napędzająca selsyny toru dokładnego nastawiania, jednakże w praktyce występują czynniki ograniczające możliwe do zastosowania przełożenie. Jednym z nich może być na przykład występujący przy większych prędkościach obrotu selsynów toru dokładnego nastawiania uchyb prędkościowy, który — jak stwierdzono poprzednio — przybiera znaczne wartości, szczególnie w przypadku niskoczęstotliwościowych selsynów. Drugim czynnikiem ograniczającym może być to, że przy większych przełożeniach wpływ bezwładności wirnika selsyna odbiorczego transformatorowego sprowadzony do wału silnika wykonawczego przez pomnożenie przez kwadrat przełożenia przekładni może stać się zbyt duży i zakłócić prawidłową pracę silnika. Ponadto należy uwzględnić fakt, że przy zastosowaniu dużych przełożeń może zaistnieć przypadek, że luzy samej przekładni będą wprowadzały większy uchyb przekazywania niż łącza selsynowe. Wreszcie zauważmy, że zwiększanie przełożenia napędu toru dokładnego nastawiania utrudnia pracę przekaźnika synchronizującego wskutek skracania się czasu, w którym powinno być wykonane przełączenie napięć torów. Nadmierne skrócenie tego czasu może prowadzić



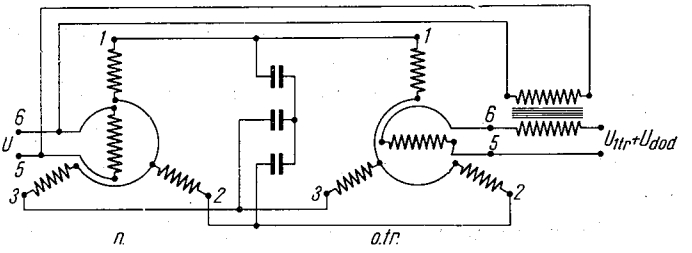

Rys. 26. Napięcie torów przybliżonego i dokładnego nastawiania przy parzystym przełożeniu $n = 6$

do niezadziałania przekaźnika. Praktycznie stosowane przełożenia rzadko przekraczają 100, najczęściej zaś spotyka się przełożenia wynoszące 36 — przeważnie przy współpracy z odbiornikami wskaźnikowymi (jeden obrót selsyna toru dokładnego nastawiania odpowiada 10° obrotu obserwowanego wału) lub 25 — w przypadku podziału okręgu na 100 gradusów.

Na rys. 26 podano przypadek wzajemnego usytuowania napięć sterujących przy parzystym przełożeniu toru dokładnego nastawiania. Oznaczmy przez $U'$ napięcie wyjściowe toru przybliżonego nastawiania, odpowiadające napięciu zadziałania selektora sterowania, a więc napięciu toru przybliżonego nastawiania, powyżej którego on steruje silnik wykonawczy, a poniżej którego sterowanie tego silnika jest przekazywane torowi dokładnego nastawiania; zaś przez $\delta'$ kąt niezgodności, przy którym występuje napięcie $U'$. Jeżeli teraz kąt niezgodności łącza $\delta$ osiągnie w pewnej chwili wartość $180 - \delta' < \delta < 180° + \delta'$, to sterowanie silnika

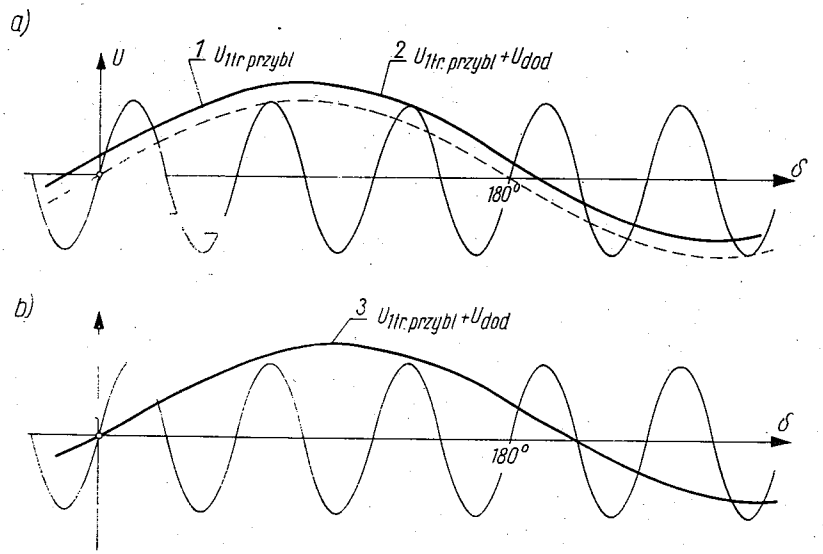
wykonawczego zostanie przełączone na dokładny tor, który działając zgodnie z kierunkiem oznaczonym na rys. 26 przez strzałki z napisem *s.w.* sprowadzi układ do położenia równowagi trwałej przy kącie niezgodności $\delta^\circ = 180^\circ$. Z rysunku wynika więc, że w tym przypadku w łączu pojawia się fałszywe położenie zerowe równowagi trwałej przy kącie niezgodności $\delta^\circ = 180^\circ$.

Gdy przełożenie toru dokładnego nastawiania będzie nieparzyste, to wzajemny układ krzywych napięcia sterującego obydwu torów przedstawi się jak na rys. 20 i 23. Jeżeli z kolei w tym przypadku kąt nie-




Rys. 27. Układ do wprowadzenia dodatkowego napięcia w torze przybliżonego nastawiania

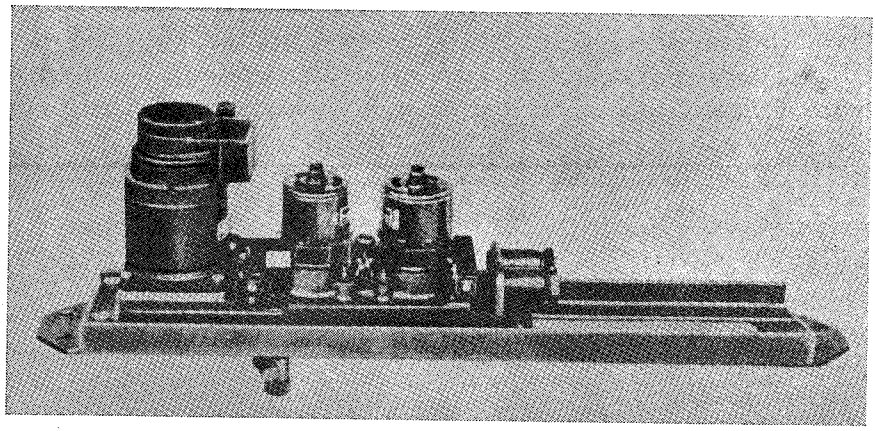
zgodności łącza $\delta$ znajdzie się w niebezpiecznym zakresie $180^\circ + -\delta' < \delta < 180^\circ + \delta'$, to silnik wykonawczy sterowany przez napięcie toru dokładnego nastawiania obracając się w kierunku strzałki, oznaczony na rys. 23 przez *s.w.*, spowoduje wyjście wartości kąta niezgodności poza granice tego zakresu; napięcie sterujące toru przybliżonego nastawiania




Rys. 28. Napięcia sterujące dwutorowego łącza transformatorowego w układzie z rysunku 27 (*1* odnosi się do krzywej napięcia oznaczonej linią przerywaną)

przekroczy wartość $U'$; zadziała selektor przełączając sterowanie silnika wykonawczego na tor przybliżonego nastawiania, który doprowadzi układ w pobliże właściwego położenia równowagi trwałej (przy $\delta^\circ \approx 0^\circ$); ostateczne zrównoważenie zostanie dokonane przez tor dokładnego nastawiania włączony znów w chwili spadku napięcia toru przybliżonego nastawiania do wartości mniejszej od $U'$. W tym przypadku nie jest więc możliwe trwałe ustalenie się łącza w położeniu fałszywej równowagi przy kącie niezgodności $\delta^\circ = 180^\circ$.

Dla umożliwienia stosowania wygodnych w eksploatacji parzystych przekładni eliminuje się fałszywe położenie zerowe przy kącie $\delta^\circ = 180^\circ$ przez wprowadzenie do obwodu sterującego toru przybliżonego nastawiania dodatkowego napięcia $U_{dod}$ o częstotliwości i fazie identycznych z występującymi przy napięciu wyjściowym odbiornika tego toru, realizowane na przykład przy pomocy małego dodatkowego transformatora połączonego w układzie podanym na rys. 27. Spowoduje to przesunięcie krzywej napięcia wypadkowego sygnału toru przybliżonego nastawiania z położenia *1* do położenia *2* na rys. 28a. Wielkość przesunięcia, a tym samym i wprowadzonego napięcia dodatkowego $U_{dod}$ powinna być tak dobrana, aby po wyzerowaniu układu przy właściwym położeniu równowagi,



Rys. 29. Zespół odbiorników transformatorowych i silnika wykonawczego łącza dwutorowego

a więc przy $\delta^\circ = 0^\circ$, realizowanym przez odpowiednie przekręcenie stojana selsyna transformatorowego toru przybliżonego nastawiania, napięcie sterujące tego toru przesunięte do położenia *3* na rys. 28b przecięło krzywą napięcia toru dokładnego nastawiania w pobliżu 180° tak, jak pokazano na tymże rysunku, a więc na opadającym odcinku sinusoidy napięcia sygnału toru dokładnego nastawiania. Jeżeli ten warunek zostanie spełniony, to w pobliżu miejsca niebezpiecznego ze względu na możliwość wystąpienia fałszywego położenia zerowego wzajemne usytuowanie napięć sterujących obydwu torów łącza będzie takie, jak na rys. 20 i 23,

a więc identyczne z przypadkiem stosowania nieparzystej przekładni. Jak już stwierdzono, przy takim usytuowaniu krzywych fałszywe położenia równowagi ustalonej nie występują.

Przykład wykonania konstrukcyjnego odbiorników transformatorowych dwutorowego łącza mieszanego z parzystą przekładnią (1 : 36), silnikiem wykonawczym i wyjściem mechanicznym w postaci wałka ze zdawczym trybem przekładni zębatej pokazany jest na rys. 29. Sfotografowany zespół wchodzi w skład urządzenia uwidocznionego na rys. 7, a zespół nadajników i odbiorników wskaźnikowych tego samego łącza jest pokazany na rys. 47 i 48 poprzedniego artykułu [19] dotyczącego łączy wskaźnikowych.

## 5. UWAGI O PROJEKTOWANIU SELSYNÓW TRANSFORMATOROWYCH

Odbiorczy selsyn transformatorowy można projektować tylko wtenczas, gdy znane są parametry nadajnika, z którym ma on w przyszłości współpracować, i parametry urządzeń dodatkowych łącza, a przede wszystkim oporność wejściowa wzmacniacza, stanowiącego obciążenie wyjścia projektowanego odbiornika. Określenie parametrów pełnego łącza transformatorowego, a więc między innymi pożytecznego momentu na jego wyjściu i dokładności nadążania za elementem sterującym wymaga uwzględnienia właściwości zastosowanego wzmacniacza i silnika wykonawczego; to zagadnienie jako nie wchodzące w zakres artykułu nie jest rozpatrywane.

Ewentualne projektowanie nadajnika przeprowadza się zgodnie z metodą podaną w [19] dla selsynów łączy wskaźnikowych, gdyż jak stwierdzono w rozdziale 2 nadajnikami w łączach transformatorowych są te same maszyny co i we wskaźnikowych. Po zaprojektowaniu nadajnika lub wybraniu go z istniejących wykonań należy obliczyć lub pomierzyć te jego parametry, które będą potrzebne do przeliczania odbiornika transformatorowego, a mianowicie oporność czynną uzwojeń obwodu wtórnego $R_{2n}$ oraz oporności synchroniczne w osiach podłużnej i poprzecznej, z uwzględnieniem ewentualnych obwodów tłumiących — $X''_n$ i $X''_{qn}$.

Przeliczenie odbiornika transformatorowego ma na celu określenie parametrów zapewniających dla danego łącza maksymalne wartości sztywności wyjściowego napięcia oraz mocy właściwej oddawanej do sterowanego przezeń obwodu obciążenia i składa się z przeliczenia obwodu magnetycznego i przeliczenia uzwojeń.

Strumień magnetyczny jest wytwarzany w selsynie transformatorowym przez jednofazowy przepływ trójfazowego uzwojenia wtórnego (stojana) otrzymany poprzez nadajnik. Jest więc on mniejszy od strumienia nadajnika co najmniej o wielkość strat. Dalsze zmniejszenie strumienia odbiornika względem strumienia nadajnika jest konieczne przy projektowaniu łączy wielokrotnych lub mieszanych. Przeliczenie obwodu magne-

tycznego sprowadza się do określenia objętości odbiornika niezbędnej ze względu na maksymalną dopuszczalną wartość strumienia magnetycznego otrzymaną z nadajnika i wykonuje się według metody [18] omówionej w [17] i [19, rozdział 4.4] dla selsynów wskaźnikowych z wykorzystaniem przytoczonych tamże krzywych i stosunków liczbowych.

Liczbę zwojów uzwojenia wtórnego można określić na podstawie znajomości znalezionej wartości strumienia magnetycznego odbiornika transformatorowego i napięcia wtórnego zadawanego przez nadajnik przy uwzględnieniu układu połączeń przeliczanego uzwojenia, podobnego do układu uzwojeń pierwotnych selsyna wskaźnikowego z utajonymi biegunami na wirniku, omówionego w [17] i [19]. Prąd magnesujący pobierany przez odbiornik transformatorowy określa się na podstawie znajomości oporności uzwojeń nadajnika i odbiornika według wzorów (11) lub (19) w zależności od jego konstrukcji.

Konstrukcję uzwojeń zarówno wtórnego — umieszczonego — na stojanie i wytwarzającego strumień magnetyczny, jak i pierwotnego — umieszczonego na wirniku i pełniącego funkcję uzwojenia wyjściowego, sterującego silnik wykonawczy, należy obrać z uwzględnieniem wskazówek podanych w rozdziale 2 i 3.2.1, aby otrzymać możliwie małą zawartość wyższych harmonicznych w krzywej napięcia wyjściowego odbiornika transformatorowego. Konstrukcję wirnika należy w miarę możliwości przewidywać z biegunami utajonymi ze względów omówionych w rozdziale 2. W przypadku konieczności zastosowania „parasolowego" wirnika należy dobrać nadajnik o odpowiedniej konstrukcji i parametrach.

Sztywność wyjściowej siły elektromotorycznej odbiornika transformatorowego $E_{1tr}$ przy praktycznie zawsze spełnionym założeniu sinusoidalności jej przebiegu w funkcji kąta niezgodności oraz przy maksymalnej dopuszczalnej wartości strumienia magnetycznego odbiornika zależy od oporności czynnych oraz indukcyjnych nadajnika i odbiornika według wzorów (15) lub (17). Dla obliczenia sztywności wyjściowego napięcia według wzoru (20), której minimalną dopuszczalną wartość ze względu na wymaganą dokładność kompletnego łącza określa czułość zastosowanego wzmacniacza, musimy uwzględnić dodatkowo oporność wyjściową selsyna transformatorowego $\dot{Z}_{wtr}$ i oporność wejściową jego obciążenia $\dot{Z}_{obc}$, którym jest współpracujący wzmacniacz. Oporność pozorna $\dot{Z}_{wtr}$, jako oporność wyjścia łącza zestawionego z nadajnika i odbiornika transformatorowego traktowanego jako źródło napięcia, może być pomierzona na zaciskach odbiornika przy zwartym uzwojeniu pierwotnym nadajnika lub obliczona ze schematów zastępczych, których przykład podany jest na rys. 12.

Dla danej oporności wejściowej wzmacniacza (przewidywanego lub istniejącego) — $\dot{Z}_{obc}$ należy rozważyć możliwość i celowość dalszych zmian parametrów uzwojeń selsynów łącza w celu dopasowania do niej oporności wyjściowej $\dot{Z}_{wtr}$, dzięki czemu można osiągnąć maksimum lub ma-

ksimum maksimorum oddanej przez łącze nadajnik-odbiornik transformatorowy mocy właściwej zgodnie z rozumowaniem przytoczonym w końcu rozdziału 3 i wzorami (21) i (23).

Wysokie wymagania w stosunku do jakości materiałów, technologii i dokładności wykonania, o których wspomniano w pierwszej części pracy — [19], są oczywiście jak najbardziej aktualne również i w przypadku selsynów transformatorowych, tak samo jak w przypadku każdej odpowiedzialnej mikromaszyny przeznaczonej do pracy w układzie automatycznym, od której wymaga się dużej dokładności i powtarzalności właściwości.

*Politechnika Warszawska*
*Katedra Maszyn Elektrycznych*

WYKAZ LITERATURY

1. Ahrendt W. R., Savant C. J. Jr.: Servomechanism Practice. Mc. Graw Hill Book Co. Inc., 1960.
2. Bajorek Z.: Moment reluktancyjny łącza selsynowego. — Przegl. Elektr., 6/1963.
3. Charvát E., Pospíšil B.: Selsyny. Stat. Nakl. Techn. Lit., 1959.
4. Chesnut H.: Electrical Accuracy of Selsyn Generator Control Transformer System. — Tr. AIEE, vol. 65, 1946.
5. Чечет Ю. С.: Электрические микромашины автоматических устройств. ГЭИ, 1957.
6. Доброгурский С. О., Казаков В. А., Титов В. К.: Счетнорешающие устройства. Оборонгиз, 1959.
7. Dubicki B.: Maszyny elektryczne, t. II. Uzwojenia prądu zmiennego. PWN, 1953.
8. Gibson J. E., Tuteur F. B.: Control System Components. Mc. Graw Hill Book Co. Inc., 1958.
9. Грузов Л. Н.: Расчет характеристик схем синхронной связи с однофазными явнополюсными сельсинами. Труды ВКАС, 21/1949.
10. Kronacher G.: Static Accuracy Performance of the Selsyn Generator Control Transformer System. — Tr. AIEE, vol. 69/1950.
11. Lang C., Smith C.: Reduction of Error and Null Voltage in Synchro Control Systems. — Pow. App. and Syst., vol. 46/1960.
12. Linville T. M., Woodward J. S.: Selsyn Instruments for Pointer Systems. — Tr. AIEE, vol. 53/1934.
13. Margowski J.: Cykl artykułów o selsynach. — Biuletyny Zakładowe f-ki TONSIL, 1961.
14. Miller C. V.: Servo Elements. — MIT Radiation Laboratory Series, vol. 25 — Theory of Servomechanisms, 1951.
15. Мкртчян Д. П., Хрущев В. В.: Однофазные селсины. Судпромгиз, 1957.
16. Owczarek J.: Selsynowe łącza transformatorowe. — Wiad. Elektrotechn., 4/1958.
17. Owczarek J.: Wpływ parametrów selsyna na jego sztywności. — Arch. Elektrot., 2/1958.
18. Owczarek J.: Wytyczne projektowania selsyna nadawczo-odbiorczego. — Arch. Autom. i Telemech., 2/1959.

19. Owczarek J.: Zarys współczesnej teorii selsynów nadawczo-odbiorczych wskaźnikowych. — Rozprawy Elektrotechn., z. 4, 1964.
20. Свечарник Д. В.: Сельсины и их применение в системах автоматизации производственных процессов. ГЭИ, 1962.
21. Штурман Г. И.: Индукционные машины в системах электрических валов (сельсины). ГОНТИ, 1938.
22. Васильев Д. В.: Индукционные системы синхронной связи. ГЭИ, 1949.

J. OWCZAREK

## THE OUTLINE OF CONTEMPORARY SYNCHRO CONTROL TRANSFORMER THEORY

### Summary

The paper constitutes a critical review and a theoretical unification of (published until 1963 including) contemporary results obtained in the field of synchro control transformers and is a continuation of the author's paper [19] concerning theory of indicating selsyns. Being an independent work, it makes use of statements and derivations given in [19].

We have considered the principle of operation and the peculiarity of work of a syncro control transformer, which consists in an organic connection between its parameters and properties and additional elements of the circuit. The additional elements of the circuit consist of an amplifier and an servomotor first of all. We have discussed the modification of the synchro control transformer systems: differential, with several receivers, with control transformers and receivers, and parallel-systems. More attention has been paid to the parallel systems in chapter 4, owing to its importance in practical applications. We have given the more important elements of the theory and construction peculiarities of synchro control transformers. Particular attention has been paid to errors. Static and velocity errors have been analyzed — the causes for their arising and the methods of avoiding them as well as the methods of compensating for these errors.

At the end of the paper we have quoted some remarks on designing synchro control transformers which discuss the sequence of proceeding and point at the parameters of the transmitter and of the additional elements of the circuit which should be taken into account when computing a synchro control transformer. To shorten the paper, most mathematical derivations were ommited of necessity, each time, however, the source where it can be found was given.

J. OWCZAREK

## SUR LA THÉORIE CONTEMPORAINE DES SELSYNES À TRANSFORMATEURS

### Résumé

L'article constitue des confrontations critiques ainsi que des unifications théoriques de bagage actuel (oeuvres publiés jusqu'au 1963 y compris) dans le domaine des selsynes à transformateurs et contient la continuation d'oeuvre de l'auteur [19] concernant les selsynes indicateurs. Cet article étant l'oeuvre indépendant, profite pourtant des constatations et déductions données en [19].

On a analysé le principe d'action et les qualités spécifiques du travail du selsyne à transformateur, qui consistent en la dépendance organique de ses paramètres des caractéristiques des élements supplémentaires de la liaison, d'amplificateur et de servomotor en prémier ordre. On a decrit les modifications de la liaison — différentielle, multiple, mixte et celle à deux vitesses, à qui on a consacré beaucoup d'attention dans le chapitre 4, appréciant sa valeur dans les applications pratiques. On a presenté les éléments les plus importants de la théorie et les particularités de la construction des selsynes à transformateurs. On à consacré une attention singulière aux erreurs statiques et ceux de vitesse — aux causes de leur naissance et aux méthodes d'éviter et de compenser ces erreurs.

En conclusion on a presenté des considérations concernant le projet des selsynes à transformateur, on a indiqué la succéssivité de procedé et les paramètres de l'émetteur et des éléments supplémentaires de la liaison, qu'on doit considérer au cours de calculer le selsyne à transformateur. Afin d'abréger le volume de l'article la majorité de déductions mathématiques avait eté de rigueur ommise, mais chaque fois on a indiqué la source, ou on peut trouver cette déduction.

Е. ОВЧАРЕК

## ОЧЕРК СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ ТРАНСФОРМАТОРНЫХ СЕЛЬСИНОВ


### Резюме

Статья является попыткой критического обобщения в единое согласованное целое опубликованных до 1963 г. включительно работ в области теории трансформаторных сельсинов. Представляя собой самостоятельную работу, статья является одновременно продолжением опубликованного труда автора [19], занимающегося вопросами теории контактных индикаторных сельсинов, из которого использованы некоторые утверждения и выводы.

Рассмотрен принцип действия и особенность работы сельсинов в трансформаторном режиме, заключающиеся в тесной взаимозависимости с параметрами и свойствами несельсинных элементов схемы трансформаторной синхронной связи, а прежде всего усилителей и исполнительного двигателя. Обсуждены модификации схемы — дифференциальная, многократная, индикаторно-трансформаторная и двухскоростная, которой посвящено больше внимания в главе 4 по поводу ее частого практического применения. Приведены основные элементы теории трансформаторного режима работы сельсинов и конструктивные особенности трансформаторного приемника. Особое внимание посвящено статическим и скоростным ошибкам передачи, их уменьшению и компенсированию. В заключение приведены указания по проектированию трансформаторных сельсинов с рекомендацией относительно порядка работы и указанием параметров датчика и усилителя, которые необходимо знать при расчете трансформаторного приемника. Для сокращения объема статьи большинство математических выкладок опущено — однако в каждом из таких случаев указан литературный источник, в котором можно найти доказательство приведенного утверждения.

621.314.522

TADEUSZ PUCHAŁKA, KAROL RUMATOWSKI, JACEK MARTINEK

# Problemy optymalnego sterowania maszyn wyciągowych z asynchronicznym silnikiem napędowym

*Rękopis dostarczono 22.6.1964*

W pracy rozważono w oparciu o zasadę programowania dynamicznego R. E. Bellmana zagadnienie optymalnego sterowania maszyn wyciągowych z napędem silnikiem asynchronicznym pracującym w układzie zamkniętym z amplidynowym regulatorem jazdy. Kryterium optymalności stanowi zapewnienie minimalnego czasu jazdy przy ograniczonej prędkości, przyspieszeniu i opóźnieniu.

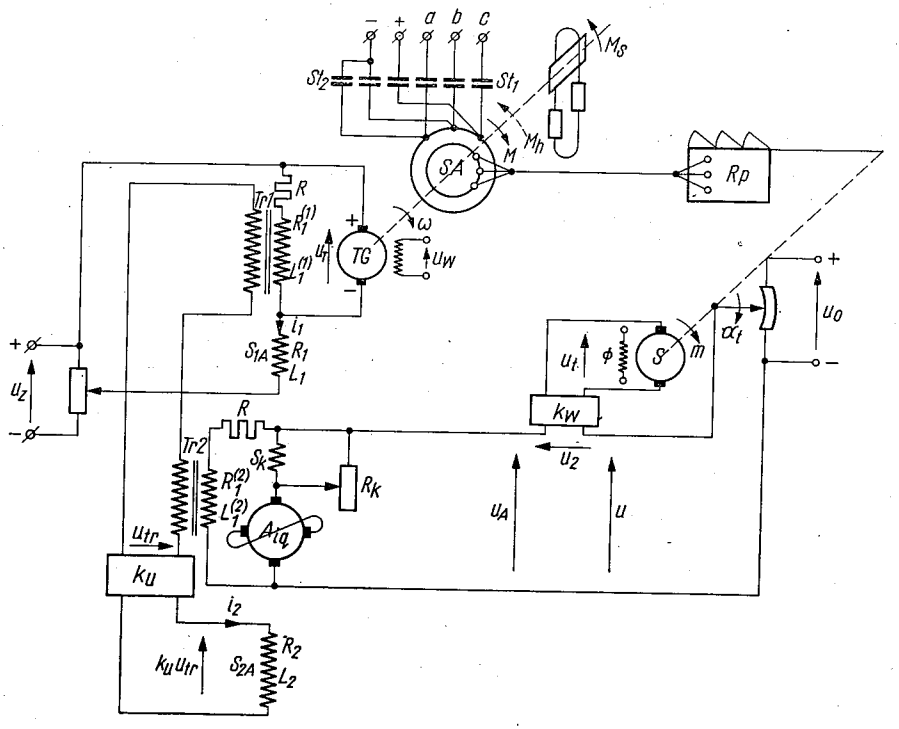
## 1. WSTĘP

Na rys. 1 przedstawiono schemat ideowy układu automatycznej regulacji maszyny wyciągowej z asynchronicznym silnikiem napędowym sterowanym za pomocą amplidynowego regulatora jazdy.

Do sterowania asynchronicznego silnika wyciągowego wykorzystuje się różnicę pomiędzy napięciem sterującym $U_z$ (odwzorowanie prędkości zadanej) a napięciem $u_T$ tachogeneratora $TG$ (odwzorowanie prędkości rzeczywistej). Rolę detektora uchybu regulacyjnego spełnia uzwojenie sterujące $S_{1A}$ amplidyny $A$. W układzie pracują ponadto transformatory — przyspieszeniowy $Tr1$ i stabilizacyjny $Tr2$. Napięcie wyjściowe $u_A$ amplidyny $A$ podawane jest na regulator astatyczny napędzający elektrody opornika płynowego $R_p$. Regulator astatyczny składa się ze wzmacniacza $k_w$, obcowzbudnego silnika prądu stałego $S$ oraz dzielnika napięciowego zasilanego napięciem $U_0$.

Zadanie polega na określeniu takiego przebiegu sterowania $U_z$, który zapewniałby przejście klatki wydobywczej z pewnego położenia początkowego do zadanego położenia końcowego w minimalnym czasie przy ograniczonej prędkości, przyspieszeniu i opóźnieniu.

Korzystając z własności, ważnej dla układów autonomicznych, że każda część trajektorii optymanej jest także optymalna, można zagadnienie określenia optymalnego sterowania $U_z$ rozpatrywać oddzielnie dla rozruchu, jazdy z ustaloną prędkością i hamowania.



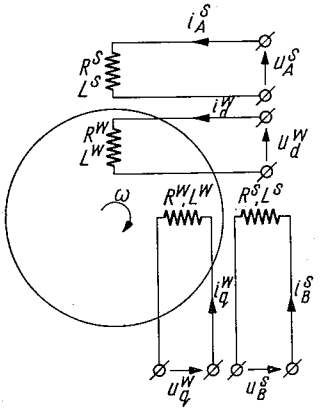

Rys. 1. Schemat ideowy układu automatycznej regulacji maszyny wyciągowej z asynchronicznym silnikiem napędowym i amplidynowym regulatorem jazdy

## 2. DYNAMIKA ROZRUCHU

### 2.1. Ogólny układ równań dynamiki rozruchu

Najpierw omówimy proces rozruchu maszyny wyciągowej. Zakładając:
- stałość amplitudy napięcia 3-fazowego zasilającego uzwojenie stojana silnika asynchronicznego,
- sztywność charakterystyki obciążenia amplidyny,
- stałość strumienia wzbudzenia serwomotoru,
- stałość momentu statycznego na wale serwomotoru ($m_s$ = const),
- stałość momentu bezwładności wszystkich części mechanicznych sprzężonych z wałem silnika asynchronicznego ($J$ = const),
- stałość momentu obciążeń statycznych ($M_s$ = const),
- pracę tachogeneratora na biegu jałowym,
- stałość strumienia wzbudzenia tachogeneratora,
- stan jałowy uzwojeń wtórnych transformatorów — przyspieszeniowego *Tr1* i stabilizacyjnego *Tr2* (jest to słuszne dzięki obecności wzmacniacza $k_u$),

ponadto posługując się w odniesieniu do silnika asynchronicznego ogólną teorią maszyny dwufazowej prądu zmiennego [8] (rys. 2), można opisać dynamikę rozruchu następującym układem równań:




Rys. 2. Schemat ideowy maszyny dwufazowej

$$R^s i_A^s + L^s \frac{di_A^s}{dt} + L^{sw} \frac{di_d^w}{dt} = u_A^s, \tag{1}$$

$$R^s i_B^s + L^s \frac{di_B^s}{dt} + L^{sw} \frac{di_q^w}{dt} = u_B^s, \tag{2}$$

$$R^w(\alpha_t) i_d^w + L^w \frac{di_d^w}{dt} + L^{sw} \frac{di_A^s}{dt} + nL^{sw}\omega i_B^s + nL^w \omega i_q^w = u_d^w, \tag{3}$$

$$R^w(\alpha_t) i_q^w + L^w \frac{di_q^w}{dt} + L^{sw} \frac{di_B^s}{dt} - nL^{sw}\omega i_A^s - nL^w \omega i_d^w = u_q^w, \tag{4}$$

$$nL^{sw}(i_B^s i_d^w - i_A^s i_q^w) - M_s = J \frac{d\omega}{dt} + \beta\omega, \tag{5}$$

$$R_1^{(1)} i_1^{(1)} + L_1^{(1)} \frac{di_1^{(1)}}{dt} = u_T, \tag{6}$$

$$R_1^{(2)} i_1^{(2)} + L_1^{(2)} \frac{di_1^{(2)}}{dt} = u_A, \tag{7}$$

$$u_T = k_T \cdot \omega, \tag{8}$$

$$u_A = k_A \cdot i_q, \tag{9}$$

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} = U_z - u_T, \tag{10}$$

$$R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt} = k_u \cdot u_{tr}, \tag{11}$$

$$u_{tr} = -L_{12}^{(1)} \frac{di_1^{(1)}}{dt} - L_{12}^{(2)} \frac{di_1^{(2)}}{dt}, \tag{12}$$

$$R_q i_q + L_q \frac{di_q}{dt} = e_q, \tag{13}$$

$$e_q = k_{q1} i_1 + k_{q2} i_2, \tag{14}$$

$$e_t + R_t i_t + L_t \frac{di_t}{dt} = u_t, \tag{15}$$

$$e_t = k_e \cdot \omega_t, \tag{16}$$

$$u_t = k_w (u_A - u), \tag{17}$$

$$u = k_0 \alpha_t \quad \text{(zgodnie z rys. 1)} \tag{18}$$

$$m - m_s = J_t \frac{d\omega_t}{dt} + \beta_t \cdot \omega_t, \tag{19}$$

$$m = k_t \cdot i_t, \tag{20}$$

$$\frac{d\alpha_t}{dt} = \omega_t, \tag{21}$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega, \tag{22}$$

gdzie:

$R^s = R_a^s$ ($R_a^s$ — oporność uzwojenia 1 fazy stojana),

$R^w = R_a^w$ ($R_a^w$ — całkowita oporność 1 fazy obwodu wirnika),

$L^s = \frac{3}{2} L_a^s$ ($L_a^s$ — indukcyjność uzwojenia 1 fazy stojana),

$L^w = \frac{3}{2} L_a^w$ ($L_a^w$ — indukcyjność uzwojenia 1 fazy wirnika),

$L^{sw} = L^{ws} = \frac{3}{2} L_a^{sw}$ ($L_a^{sw} = L_a^{ws}$ — indukcyjność wzajemna stojan — wirnik albo wirnik — stojan),

$L_{12} = L_{21}$ — indukcyjność wzajemna uzwojeń sterujących amplidyny.

Ponadto z ogólnej teorii składowych symetrycznych i teorii transformacji [8] wynika:

$$u_A^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( u_a^s - \frac{1}{2} u_b^s - \frac{1}{2} u_c^s \right),$$

$$u_B^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} u_b^s - \frac{\sqrt{3}}{2} u_c^s \right),$$

$$u_d^w = u_q^w = 0,$$

$$i_A^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_a^s - \frac{1}{2} i_b^s - \frac{1}{2} i_c^s \right),$$

$$i_B^s = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} i_b^s - \frac{\sqrt{3}}{2} i_c^s \right),$$

$$i_d^w = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(i_a^w - \frac{1}{2}i_b^w - \frac{1}{2}i_c^w\right)\cos n\varphi - \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_b^w - \frac{\sqrt{3}}{2}i_c^w\right)\sin n\varphi,$$

$$i_q^w = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(i_a^w - \frac{1}{2}i_a^w - \frac{1}{2}i_c^w\right)\sin n\varphi + \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_b^w - \frac{\sqrt{3}}{2}i_c^w\right)\cos n\varphi,$$

gdzie

$n$ — liczba par biegunów silnika asynchronicznego,

a indeksy $a$, $b$ i $c$ oznaczają kolejne fazy silnika asynchronicznego. Oznaczenia poszczególnych wielkości zilustrowano na rys. 1 i 2.

Nieliniowy układ równań (1)÷(22) można sprowadzić do poniższej postaci:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega, \tag{23}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -a_1\omega + a_2 i_B^s i_d^w - a_3 i_A^s i_q^w - a_4, \tag{24}$$

$$\frac{d\alpha_t}{dt} = \omega_t, \tag{25}$$

$$\frac{d\omega_t}{dt} = -a_5\omega_t + a_6 i_t - a_7, \tag{26}$$

$$\frac{di_A^s}{dt} = -a_8 i_A^s + a_9\omega i_B^s + a_{10}\omega i_q^w + a_{11}R^w(\alpha_t)i_d^w + a_{12}u_A^s, \tag{27}$$

$$\frac{di_B^s}{dt} = -a_{13}i_B^s - a_{14}\omega i_A^s - a_{15}\omega i_d^w + a_{16}R^w(\alpha_t)i_q^w + a_{17}u_B^s, \tag{28}$$

$$\frac{di_d^w}{dt} = a_{18}i_A^s - a_{19}R^w(\alpha_t)i_d^w - a_{20}\omega i_q^w - a_{21}\omega i_B^s - a_{22}u_A^s, \tag{29}$$

$$\frac{di_q^w}{dt} = a_{23}i_B^s - a_{24}R^w(\alpha_t)i_q^w + a_{25}\omega i_d^w + a_{26}\omega i_A^s - a_{27}u_B^s, \tag{30}$$

$$\frac{di_1^{(1)}}{dt} = a_{28}\omega - a_{29}i_1^{(1)}, \tag{31}$$

$$\frac{di_1^{(2)}}{dt} = -a_{30}i_1^{(2)} + a_{31}i_q, \tag{32}$$

$$\frac{di_1}{dt} = a_{32}\omega - a_{33}i_1^{(1)} - a_{34}i_1^{(2)} - a_{35}i_1 + a_{36}i_2 + a_{37}i_q + a_{38}U_z, \tag{33}$$

$$\frac{di_2}{dt} = a_{39}\omega + a_{40}i_1^{(1)} + a_{41}i_1^{(2)} + a_{42}i_1 - a_{43}i_2 - a_{44}i_q - a_{45}U_z, \tag{34}$$

$$\frac{di_q}{dt} = a_{46}i_1 + a_{47}i_2 - a_{48}i_q, \tag{35}$$

$$\frac{di_t}{dt} = -a_{49}\alpha_t - a_{50}\omega_t + a_{51}i_q - a_{52}i_t, \tag{36}$$

gdzie:

$$a_1 = \frac{\beta}{J}, \quad a_2 = \frac{nL^{sw}}{J}, \quad a_3 = a_2, \quad a_4 = \frac{M_t}{J_t}, \quad a_5 = \frac{\beta_t}{J_t},$$

$$a_6 = \frac{k_t}{J_t}, \quad a_7 = \frac{m_s}{J_t}, \quad a_8 = \frac{R^s L^w}{L^s L^w - (L^{sw})^2}, \quad a_9 = \frac{n(L^{sw})^2}{L^s L^w - (L^{sw})^2},$$

$$a_{10} = \frac{nL^w L^{sw}}{L^s L^w - (L^{sw})^2}, \quad a_{11} = \frac{L^{sw}}{L^s L^w - (L^{sw})^2}, \quad a_{12} = \frac{L^w}{L^s L^w - (L^{sw})^2},$$

$$a_{13} = a_8, \quad a_{14} = a_9, \quad a_{15} = a_{10}, \quad a_{16} = a_{11}, \quad a_{17} = a_{12},$$

$$a_{18} = \frac{R^s L^{sw}}{L^s L^w - (L^{sw})^2}, \quad a_{19} = \frac{L^s}{L^s L^w - (L^{sw})^2}, \quad a_{20} = \frac{nL^s L^w}{L^s L^w - (L^{sw})^2},$$

$$a_{21} = \frac{nL^s L^{sw}}{L^s L^w - (L^{sw})^2}, \quad a_{22} = \frac{L^{sw}}{L^s L^w - (L^{sw})^2}, \quad a_{23} = a_{18},$$

$$a_{24} = a_{19}, \quad a_{25} = a_{20}, \quad a_{26} = a_{21}, \quad a_{27} = a_{22},$$

$$a_{28} = \frac{k_T}{L_1^{(1)}}, \quad a_{29} = \frac{R_1^{(1)}}{L_1^{(1)}}, \quad a_{30} = \frac{R_1^{(2)}}{L_1^{(2)}}, \quad a_{31} = \frac{k_A}{L_1^{(2)}},$$

$$a_{32} = \frac{L_{12} L_{12}^{(1)} k_u k_T - k_T L_1^{(1)} L_2}{L_1^{(1)}(L_1 L_2 - L_{12}^2)}, \quad a_{33} = \frac{k_u R_1^{(1)} L_{12}^{(1)} L_{12}}{L_1^{(1)}(L_1 L_2 - L_{12}^2)},$$

$$a_{34} = \frac{k_u R_1^{(2)} L_{12}^{(2)} L_{12}}{L_1^{(2)}(L_1 L_2 - L_{12}^2)}, \quad a_{35} = \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2}, \quad a_{36} = \frac{R_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2},$$

$$a_{37} = \frac{k_A k_u L_{12} L_{12}^{(2)}}{L_1^{(2)}(L_1 L_2 - L_{12}^2)}, \quad a_{38} = \frac{L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2},$$

$$a_{39} = \frac{k_T L_1^{(1)} L_{12} - k_T k_u L_1 L_{12}^{(1)}}{L_1^{(1)}(L_1 L_2 - L_{12}^{(2)})}, \quad a_{40} = \frac{k_u R_1^{(1)} L_1 L_{12}^{(1)}}{L^{(1)}(L_1 L_2 - L_{12}^2)},$$

$$a_{41} = \frac{k_u R_1^{(1)} L_1 L_{12}^{(2)}}{L_1^{(2)}(L_1 L_2 - L_{12}^2)}, \quad a_{42} = \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2}, \quad a_{43} = \frac{R_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2},$$

$$a_{44} = \frac{k_A k_u L_1 L_{12}^{(2)}}{L_1^{(2)}(L_1 L_2 - L_{12}^2)}, \quad a_{45} = \frac{L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2}, \quad a_{46} = \frac{k_{q1}}{L_1},$$

$$a_{47} = \frac{k_{q2}}{L_q}, \quad a_{48} = \frac{R_q}{L_q}, \quad a_{49} = \frac{k_o k_w}{L_t}, \quad a_{50} = \frac{k_e}{L_t},$$

$$a_{51} = \frac{k_A k_w}{L_t}, \quad a_{52} = \frac{R_t}{L_t}.$$

Łatwo spostrzec, że ruch opisywany układem równań (23)÷(36) odbywa się w przestrzeni fazowej 13-wymiarowej o współrzędnych

$$\omega,\ \alpha_t,\ \omega_t,\ i_A^s,\ i_B^s,\ i_d^w,\ i_q^w,\ i_1^{(1)},\ i_1^{(2)},\ i_1,\ i_2,\ i_{\bar{q}},\ i_t.$$

## 2.2. Przybliżony układ równań dynamiki rozruchu

Znajdowanie w takim przypadku sterowania $u_z$, które zapewniałoby minimalny czas jazdy klatki wydobywczej z położenia początkowego $\alpha_0 = 0$ do położenia końcowego dla rozruchu $\alpha_r = \alpha(t_r)$, w oparciu o metodę programowania dynamicznego R. E. Bellmana jest nierealizowalne na aktualnie istniejących matematycznych maszynach cyfrowych ze względu na ich ograniczoną pojemność pamięci [1].

Fakt ten zmusza do poczynienia dalszych wymienionych niżej założeń upraszczających:

— Elektryczny proces przejściowy zachodzący w silniku asynchronicznym po załączeniu napięcia zmiennego do uzwojenia stojana jest pomijalny (jest to słuszne dla procesu szybkozmiennego w porównaniu z zasadniczymi procesami elektromechanicznymi). Przyjęcie tego założenia oznacza pominięcie równań (27)÷(30).

— Transformatory przyspieszeniowy *Tr1* i stabilizacyjny *Tr2* są idealnymi członami różniczkującymi (jest to słuszne dla dużych oporności czynnych uzwojeń pierwotnych transformatorów i przy stosunkowo wolnozmiennych przebiegach). W następstwie wymienionego założenia wypadają z dalszych rozważań równania (31) i (32), a równanie (12) przyjmuje następującą postać:

$$u_{tr} = -\frac{L_1^{(1)}}{R_1^{(1)}} \cdot \frac{du_T}{dt} - \frac{L_1^{(2)}}{R_1^{(2)}} \cdot \frac{du_A}{dt} \tag{37}$$

powodując zmianę struktury równań (33) i (34).

— Indukcyjność $L_t$ twornika serwomotoru jest pomijalna. W wyniku przyjęcia tego założenia znika równanie (36) oraz zmienia swoją strukturę równanie (26).

Ostatecznie uzyskujemy formę układu równań stosowaną w dalszych rozważaniach

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega, \tag{38}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -b_1\omega + b_2 M(\omega, \alpha_t) - b_3, \tag{39}$$

$$\frac{d\alpha_t}{dt} = \omega_t, \tag{40}$$

$$\frac{d\omega_t}{dt} = -b_4\alpha_t - b_5\omega_t + b_6 i_q - b_7, \tag{41}$$

$$\frac{di_1}{dt} = -b_8\omega + b_9 i_1 + b_{10} i_2 - b_{11} i_a + b_{12} M(\omega, \alpha_t) + b_{13} U_z - b_{14}, \tag{42}$$

$$\frac{di_2}{dt} = b_{15}\omega + b_{16}i_1 - b_{17}i_2 + b_{18}i_q - b_{19}M(\omega, \alpha_t) - b_{20}U_z + b_{21}, \tag{43}$$

$$\frac{di_q}{dt} = b_{22}i_1 + b_{23}i_2 - b_{24}i_q, \tag{44}$$

gdzie

$$M(\omega, \alpha_t) = \frac{g_1\alpha_t - g_2\alpha_t\omega}{g_3\alpha_t^2 - g_4\alpha_t^2\omega + g_5} \tag{45}$$

oznacza moment elektryczny silnika asynchronicznego [zamiast $M = nL^{sw}(i_B^s\, i_d^w - i_A^s\, i_q^w)$] i wynika bezpośrednio ze wzoru Klossa oraz z założenia, że aktualna oporność $R^w$ włączona w obwód wirnika silnika asynchronicznego (wraz z opornością własną $R_{wl}$ wirnika) zmienia się w zależności od kąta zanurzenia $\alpha_t$ elektrod opornika płynowego zgodnie z zależnością

$$R^w = \frac{kR_0^w}{R_0^w\alpha_t + k} \tag{46}$$

($R_0^w$ — oporność własna wirnika + oporność całkowicie wynurzonych elektrod opornika),

która dla $R_{wl} \ll R_0^w$ (na ogół zachodzi) upraszcza się do postaci

$$R^w = \frac{R_{wl}\cdot\frac{\pi}{2}}{\alpha_t}. \tag{47}$$

Współczynniki $b_1, b_2, \ldots, b_{24}$ i $g_1, g_2, \ldots, g_5$ wyrażone za pomocą parametrów obwodów elektrycznych i mechanicznych przedstawiają się następująco:

$$b_1 = \frac{\beta}{J}, \quad b_2 = \frac{1}{J}, \quad b_3 = \frac{M_s}{J}, \quad b_4 = \frac{k_0k_tk_w}{J_tR_t},$$

$$b_5 = \frac{k_ek_t + \beta_tR_t}{J_tR_t}, \quad b_6 = \frac{k_Ak_tk_w}{J_tR_t}, \quad b_7 = \frac{m_s}{J_t},$$

$$b_8 = \frac{k_TL_2JR_1^{(1)} + k_uk_T\beta L_{12}L_1^{(1)}}{R_1^{(1)}J(L_1L_2 - L_{12}^2)}, \quad b_9 = \frac{k_Ak_uk_{q1}L_{12}L_1^{(2)} - R_1R_1^{(2)}L_2L_q}{R_1^{(2)}L_q(L_1L_2 - L_{12}^2)},$$

$$b_{10} = \frac{k_Ak_uk_{q2}L_{12}L_1^{(2)} + R_2R_1^{(2)}L_{12}L_q}{L_q(L_1L_2 - L_{12}^2)}, \quad b_{11} = \frac{k_Ak_uL_{12}L_1^{(2)}R_q}{R_1^{(2)}L_q(L_1L_2 - L_{12}^2)},$$

$$b_{12} = \frac{k_uk_TL_{12}L_1^{(1)}}{R_1^{(1)}J(L_1L_2 - L_{12}^2)}, \quad b_{13} = \frac{L_2}{L_1L_2 - L_{12}^2}, \quad b_{14} = \frac{k_uk_TL_{12}L_1^{(1)}M_s}{R_1^{(1)}J(L_1L_2 - L_{12}^2)},$$

$$b_{15} = \frac{k_TL_{12}R_1^{(1)}J + k_uk_T\beta L_1L_1^{(1)}}{R_1^{(1)}J(L_1L_2 - L_{12}^2)}, \quad b_{16} = \frac{R_1R_1^{(2)}L_{12}L_q - k_Ak_uk_{q1}L_1L_1^{(2)}}{R_1^{(2)}L_q(L_1L_2 - L_{12}^2)},$$

$$b_{17} = \frac{R_2 R_1^{(2)} L_1 L_q + k_A k_u k_{q2} L_1 L_1^{(2)}}{R_1^{(2)} L_q (L_1 L_2 - L_{12}^2)}, \qquad b_{18} = \frac{k_A k_u L_1 L_1^{(2)} R_q}{R_1^{(2)} L_q (L_1 L_2 - L_{12}^2)},$$

$$b_{19} = \frac{k_u k_T L_1 L_1^{(1)}}{R_1^{(1)} J (L_1 L_2 - L_{12}^2)}, \qquad b_{20} = \frac{L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2},$$

$$b_{21} = \frac{k_u k_T L_1 L_1^{(1)} M_s}{R_1^{(1)} J (L_1 L_2 - L_{12}^2)}, \qquad b_{22} = \frac{k_{q1}}{L_q}, \qquad b_{23} = \frac{k_{q2}}{L_q}, \qquad b_{24} = \frac{R_q}{L_q},$$

$$g_1 = 4\pi M_{max} R_{wl} X^w \omega_s^2, \qquad g_2 = 4\pi M_{max} R_{wl} X^w \omega_s,$$

$$g_3 = 4\omega_s^2 (X^w)^2, \qquad g_4 = 8\omega_s (X^w)^2 - 4(X^w)^2, \qquad g_5 = \pi^2 \omega_s^2 R_{wl}^2,$$

$X^w$ — całkowita oporność indukcyjna wirnika silnika asynchronicznego,

$\omega_s$ — prędkość kątowa synchroniczna.

W dalszych rozważaniach zakładamy ograniczoność napięcia sterującego

$$U_{z\,min} \leqslant U_z \leqslant U_{z\,max} \tag{48}$$

oraz pozostałych zmiennych, pisząc krótko

$$x_{min} \leqslant x(t) \leqslant x_{max}, \tag{49}$$

gdzie

$x$ przebiega zbiór zmiennych $\omega$, $\alpha_t$, $\omega_t$, $i_1$, $i_2$, $i_q$.

Ze względu na bezpieczną pracę napędu zakładamy również ograniczoność przyspieszenia kątowego $\varepsilon$ wału silnika asynchronicznego

$$\varepsilon_{min} \leqslant \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -b_1 \omega + b_2 M(\omega, \alpha_t) - b_3 \leqslant \varepsilon_{max}, \tag{50}$$

przy czym $\varepsilon_{max}$ — odpowiada wartości dopuszczalnej przyspieszenia dla rozruchu, a $\varepsilon_{min}$ — wartości dopuszczalnej opóźnienia przy hamowaniu.

Rozpatrzmy pokrótce procesy przejściowe zachodzące w układzie z rys. 1 do chwili rozpoczęcia się ruchu wału silnika asynchronicznego.

Po załączeniu uzwojenia stojana silnika asynchronicznego do sieci moment elektryczny tego silnika $M(\omega, \alpha_t) = 0$, bowiem położenie kątowe serwomotoru $\alpha_t = 0$ (elektrody opornika płynowego są wynurzone). Brak momentu elektrycznego silnika asynchronicznego oznacza, że prędkość kątowa i położenie kątowe wału silnika są równe zeru ($\omega = 0$, $\alpha = 0$).

Skoro $\alpha_t = 0$, to także prędkość kątowa serwomotoru $\omega_t = 0$. W konsekwencji mamy, że prąd w obwodzie poprzecznym amplidyny $i_q$ oraz prądy w uzwojeniach sterujących amplidyny $i_1$, $i_2$ nie płyną ($i_q = 0$, $i_1 = 0$, $i_2 = 0$). Zatem w chwili załączenia napięcia zmiennego do uzwojenia stojana silnika asynchronicznego mamy $(\alpha_0, \omega_0, \alpha_{t0}, \omega_{t0}, i_{10}, i_{20}, i_{q0}) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$.

Włączenie napięcia sterującego $U_z$ powoduje przepływ prądów sterujących $i_1$ i $i_2$ oraz prądu w obwodzie poprzecznym amplidyny $i_q$. Okres

czasu od włączenia napięcia sterującego $U_z$ do chwili rozpoczęcia się ruchu obrotowego wału silnika asynchronicznego można podzielić na dwa etapy.

Etap pierwszy — trwający od chwili $t = 0$ włączenia napięcia sterującego $U_z$ do chwili $t = t_1$ rozpoczęcia się ruchu serwomotoru oraz etap drugi — trwający od momentu $t = t_1$ do momentu rozpoczęcia się ruchu wału silnika asynchronicznego $t = t_2$.

W etapie pierwszym, całkowitego bezruchu serwomotoru i silnika asynchronicznego ($\omega_t = 0$, $\omega = 0$), spełniony jest układ równań

$$\begin{aligned}
\frac{di_1}{dt} &= b_9 i_1 + b_{10} i_2 - b_{11} i_q + b_{13} U_z, \\
\frac{di_2}{dt} &= b_{16} i_1 - b_{17} i_2 + b_{13} i_q - b_{20} U_z, \\
\frac{di_q}{dt} &= b_{22} i_1 + b_{23} i_2 - b_{24} i_q.
\end{aligned} \tag{51}$$

Etap ten kończy się w chwili ($t = t_1$), gdy prąd płynący w obwodzie poprzecznym amplidyny osiągnie wartość $i_q(t_1) = \frac{b_7}{b_6}$, co wynika bezpośrednio z równania (41) dla $\omega_t = 0$ i $\alpha_t = 0$.

Znajdując z układu równań liniowych (51) rozwiązanie na prąd $i_q(t)$ i kładąc w nim czas $t = t_1$ oraz pamiętając, że $i_q(t_1) = \frac{b_7}{b_6}$, można wyznaczyć chwilę $t_1$ rozpoczęcia się ruchu serwomotoru.

W etapie drugim (bezruch silnika asynchronicznego) obowiązuje poniższy układ równań

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega_t}{dt} &= -b_4 \alpha_t - b_5 \omega_t + b_6 i_q - b_7, \\
\frac{d\alpha_t}{dt} &= \omega_t, \\
\frac{di_1}{dt} &= b_9 i_1 + b_{10} i_2 - b_{11} i_q + b_{13} U_z, \\
\frac{di_2}{dt} &= b_{16} i_1 - b_{17} i_2 + b_{18} i_q - b_{20} U_z, \\
\frac{di_q}{dt} &= b_{22} i_1 + b_{23} i_2 - b_{24} i_q.
\end{aligned} \tag{52}$$

Proces opisany układem równań liniowych (52) trwa do chwili $t = t_2$, w której położenie kątowe serwomotoru (kąt zanurzenia elektrod opornika) $\alpha_t(t_2)$ spełni warunek na moment elektryczny silnika asynchronicznego $M(0, \alpha_t(t_2)) = \frac{b_3}{b_2}$, wynikający z równania (39) przy $\omega = 0$.

Wstawiając znaną z rozwiązania układu równań (52) postać analityczną $\alpha_t(t)$ w wyrażenie (45) oraz kładąc $t = t_2$, $\omega = 0$ i uwzględniając, że $M(0, \alpha_t(t_2)) = \frac{b_3}{b_2}$, otrzymujemy

$$\frac{b_3}{b_2} = \frac{g_1 \alpha_t(t_2)}{g_3 [\alpha_t(t_2)]^2 + g_5},$$

skąd można obliczyć czas $t_2$, po upływie którego rozpocznie się ruch wału silnika asynchronicznego.

Zagadnienie określenia optymalnego sterowania $U_z$ dla liniowych układów szybko działających, o równaniach typu (51) i (52), zostało omówione w pracy [7].

Przejdźmy z kolei do omówienia właściwego rozruchu, w którym będziemy liczyć czas od chwili $t_2$.

Począwszy od chwili $t_2$ obowiązują w całości równania (38), (39), (40), (41), (42), (43), (44).

Znając czas $t_2$ znamy wartości poszczególnych zmiennych $\alpha_t(t_2)$, $\omega_t(t_2)$, $i_1(t_2)$, $i_2(t_2)$ oraz $i_q(t_2)$.

W stanie początkowym właściwego rozruchu mamy zatem

$$(\omega_p, \alpha_{tp}, \omega_{tp}, i_{1p}, i_{2p}, i_{qp}) = (0, \alpha_t(t_2), \omega_t(t_2), i_1(t_2), i_2(t_2), i_q(t_2)).$$

Zmienną $\alpha$ występującą jedynie w równaniu (38) można wyeliminować z dalszych rozważań, gdyż jej wartość końcową dla rozruchu można łatwo określić z wyrażenia

$$\alpha_r = \int_{t_2}^{t_r} \omega \cdot dt. \tag{53}$$

W chwili końcowej rozruchu ($t = t_r$) muszą być spełnione następujące warunki

$$\omega = \omega_{max} \quad \text{i} \quad \frac{d\omega}{dt} = 0. \tag{54}$$

Korzystając z warunków (54) oraz z równania (39) otrzymujemy

$$M(\omega_{max}, \alpha_t(t_r)) = \frac{b_1 \omega_{max} + b_3}{b_2}. \tag{55}$$

Dla wygodniejszego zapisu wprowadzamy oznaczenie $\alpha_t(t_r) = \alpha_{tr}$.

Wartość końcową kąta zanurzenia elektrod opornika $\alpha_{tr}$, będącą jednocześnie wartością maksymalną (to, że $\alpha_{tr} = \alpha_{t\,max}$, zapewnia odpowiednio dobrany opornik płynowy $R_p$), obliczamy z zależności (45). Otrzymujemy wówczas

$$\frac{b_1 \omega_{max} + b_3}{b_2} = \frac{g_1 \alpha_{tr} - g_2 \alpha_{tr} \omega_{max}}{g_3 \alpha_{tr}^2 - g_4 \alpha_{tr}^2 \omega_{max} + g_5},$$

skąd

$$\alpha_{tr} = \frac{b_2(g_1 - g_2\omega_{max}) \pm \sqrt{b_2^2(g_1 - g_2\omega_{max})^2 - 4g_5(g_3 - g_4\omega_{max})(b_3 + b_1\omega_{max})^2}}{2(g_3 - g_4\omega_{max})(b_3 + b_1\omega_{max})}.$$

Na podstawie równania (41) w powiązaniu z oczywistym faktem, że $\omega_{tr} = 0$, uzyskujemy

$$i_{qr} = \frac{b_4\alpha_{tr} + b_7}{b_6}. \tag{56}$$

Wartości pozostałych zmiennych $i_{1r}$, $i_{2r}$ można wyznaczyć z warunku

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} = \frac{di_q}{dt} = 0, \tag{57}$$

który powinien być spełniony w chwili końcowej rozruchu.

Wprowadzając warunek (57) w równania (42), (43) i (44) oraz kładąc

$$\omega = \omega_{max},\ \alpha_t = \alpha_{tr},\ i_1 = i_{1r},\ i_2 = i_{2r},\ i_q = i_{qr},\ U_z = U_{zr}$$

mamy:

$$\begin{aligned} &-b_8\omega_{max} + b_9 i_{1r} + b_{10} i_{2r} - b_{11} i_{qr} + b_{12} M(\omega_{max},\ \alpha_{tr}) + b_{13} U_{zr} - b_{14} = 0,\\ &b_{15}\omega_{max} + b_{16} i_{1r} - b_{17} i_{2r} + b_{18} i_{qr} - b_{19} M(\omega_{max},\ \alpha_{tr}) - b_{20} U_{zr} + b_{21} = 0,\\ &b_{22} i_{1r} + b_{23} i_{2r} - b_{24} i_{qr} = 0. \end{aligned} \tag{58}$$

Podstawiając zamiast $M(\omega_{max}, \alpha_{tr})$ i $i_{qr}$ wartości (55), (56) oraz dokonując przekształceń otrzymujemy następujący układ równań:

$$\begin{aligned} (b_9 b_{20} + b_{13} b_{16}) i_{1r} + (b_{10} b_{20} - b_{13} b_{17}) i_{2r} = &\left[(b_8 b_{20} - b_{13} b_{15}) + \right.\\ &\left. + \frac{b_1}{b_2}(b_{13} b_{19} - b_{12} b_{20})\right]\omega_{max} + \frac{1}{b_6}(b_{11} b_{20} - b_{13} b_{18})(b_4\alpha_{tr} + b_7) +\\ &+ \frac{b_3}{b_2}(b_{13} b_{19} - b_{12} b_{20}) + (b_{14} b_{20} - b_{13} b_{21}), \end{aligned} \tag{59}$$

$$b_{22} i_{1r} + b_{23} i_{2r} = \frac{b_{24}}{b_6}(b_4\alpha_{tr} + b_7),$$

pozwalający obliczyć wartości $i_{1r}$ i $i_{2r}$.

Określone z równań (58) napięcie sterujące $U_{zr}$ obowiązuje dla całego okresu jazdy z ustaloną prędkością.

### 2.3. Określenie sterowania optymalnego metodą programowania dynamicznego

Niech $F(\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q)$ oznacza funkcję o wartości równej minimalnemu czasowi przejścia z punktu $(\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q)$ do wspomnianego punktu końcowego $(\omega_r, \alpha_{tr}, \omega_{tr}, i_{1r}, i_{2r}, i_{qr})$, gdzie $\omega_r = \omega_{max}$.

Podamy obecnie metodę obliczenia funkcji $F$ oraz napięcia sterującego $U_z$ za pomocą programowania dynamicznego R. E. Bellmana z wykorzystaniem maszyny cyfrowej.

Załóżmy, że układ znajduje się w punkcie $(\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q)$ i że w ciągu krótkiego okresu czasu $\Delta t$ wielkość sterująca $U_z$ posiada stałą wartość. Zgodnie z zasadą optymalności (R. E. Bellman [1]) powinno być spełnione równanie funkcjonalne

$$F(\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q) = \min_{U_z} [\Delta t + F(\omega + \Delta\omega, \alpha_t + \Delta\alpha_t, \omega_t + \Delta\omega_t, i_1 + \Delta i_1, i_2 + \Delta i_2, i_q + \Delta i_q)] + 0(\Delta t), \tag{60}$$

gdzie $0(\Delta t)$ oznacza wielkość małą wyższego rzędu niż $\Delta t$.

Na podstawie układu równań (39)÷(44) mamy:

$$\begin{aligned}
\Delta\omega &= (-b_1\omega + b_2 M(\omega, \alpha_t) - b_3)\Delta t,\\
\Delta\alpha_t &= \omega_t \Delta t.\\
\Delta\omega_t &= (-b_4\alpha_t - b_5\omega_t + b_6 i_q - b_7)\Delta t,\\
\Delta i_1 &= (-b_8\omega + b_9 i_1 + b_{10} i_2 - b_{11} i_q + b_{12} M(\omega, \alpha_t) + b_{13} U_z - b_{14})\Delta t,\\
\Delta i_2 &= (b_{15}\omega + b_{16} i_1 - b_{17} i_2 + b_{18} i_q - b_{19} M(\omega, \alpha_t) - b_{20} U_z + b_{21})\Delta t,\\
\Delta i_q &= (b_{22} i_1 + b_{23} i_2 - b_{24} i_q)\Delta t.
\end{aligned} \tag{61}$$

Równanie (60) można rozwiązać metodą sukcesywnej aproksymacji. Mamy oczywiście

$$F(\omega_r, \alpha_{tr}, \omega_{tr}, i_{1r}, i_{2r}, i_{qr}) = 0. \tag{62}$$

Jako pierwsze przybliżenie $F_0$ funkcji $F$ dla $\omega \neq \omega_r = \omega_{max}$ można przyjąć wartość $\Delta t$ obliczoną z pierwszego równania układu (61)

$$F_0(\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q) = \frac{\Delta\omega}{-b_1\omega + b_2 M(\omega, \alpha_t) - b_3} = \frac{\omega_{max} - \omega}{-b_1\omega + b_2 M(\omega, \alpha_t) - b_3}. \tag{63}$$

Jak widać, funkcja $F_0$ zależy jedynie od $\omega$ i $\alpha_t$ — wielkości, których zmiana ma decydujący wpływ na wartości funkcji $F$. Przyjęcie początkowej aproksymacji (63) pozwala w łatwy sposób uwzględnić ograniczenie (50): rozważa się tylko takie pary wartości $\omega$ i $\alpha_t$, dla których mianownik wyrażenia (63) spełnia ograniczenie (50). W trakcie całych obliczeń można również uwzględnić ograniczenia (49).

Dalsze przybliżenia funkcji $F$ otrzymuje się z zależności rekurencyjnej

$$F_{n+1}(\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q) = \min_{U_z} [\Delta t + F_n(\omega + \Delta\omega, \alpha_t + \Delta\alpha_t, \omega_t + \Delta\omega_t, i_1 + \Delta i_1, i_2 + \Delta i_2, i_q + \Delta i_q)], \tag{64}$$

dla $n = 0, 1, 2, \ldots$ .

W celu ułatwienia obliczeń można przy obliczaniu $F_1, F_2, \ldots$ itd. przyjąć stały krok $\Delta t = \text{const}$. W ostatnim kroku aproksymacyjnym należy ponadto zapisać wartości $U_z(\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q)$.

Obliczanie wartości funkcji $F(\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q)$ oraz $U_z(\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q)$ dla pewnej siatki punktów w 6-wymiarowej przestrzeni współrzędnych nie jest jednak możliwe w prosty sposób. Założenie bowiem, że siatka punktów została tak wybrana, że każda zmienna przyjmuje 10 wartości daje w wyniku $10^6$ punktów, dla których powinny być zapisane wartości funkcji $F$ i $U_z$. Przekracza to znacznie pojemność pamięci szybkiej będących obecnie do dyspozycji maszyn cyfrowych i wymaga znacznego czasu obliczeń. Trudność tę można złagodzić stosując dla rozważanych funkcji dodatkową aproksymację za pomocą wielomianów Legendre'a [1], [2]. W tym celu przekształćmy przedziały zmienności wszystkich zmiennych w przedział $[-1, 1]$ przy pomocy podstawienia

$$x = \frac{x_{max} - x_{min}}{2} y + \frac{x_{max} + x_{min}}{2}, \tag{65}$$

gdzie $x$ przebiega zbiór zmiennych $\omega$, $\alpha_t$, $\omega_t$, $i_1$, $i_2$, $i_q$ oraz $U_z$, natomiast $y$ odpowiednio zbiór zmiennych znormalizowanych $\omega'$, $\alpha'_t$, $\omega'_t$, $i'_1$, $i'_2$, $i'_q$, $U'_z$. Otrzymujemy wówczas układ równań:

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega'}{dt} &= -c_1\omega' + c_2 M'(\omega', \alpha'_t) - c_3, \\
\frac{d\alpha'_t}{dt} &= c_4\omega'_t + c_5, \\
\frac{d\omega'_t}{dt} &= -c_6\alpha'_t - c_7\omega'_t + c_8 i'_q - c_9,
\end{aligned} \tag{66}$$

$$\begin{aligned}
\frac{di'_1}{dt} &= -c_{10}\omega' + c_{11}i'_1 + c_{12}i'_2 - c_{13}i'_q + c_{14}M'(\omega', \alpha'_t) + c_{15}U'_z - c_{16}, \\
\frac{di'_2}{dt} &= c_{17}\omega' + c_{18}i'_1 - c_{19}i'_2 + c_{20}i'_q - c_{21}M'(\omega', \alpha'_t) - c_{22}U'_z + c_{23}, \\
\frac{di'_q}{dt} &= c_{24}i'_1 + c_{25}i'_2 - c_{26}i'_q + c_{27},
\end{aligned} \tag{67}$$

$$M'(\omega', \alpha'_t) = \frac{h_1\alpha'_t - h_2\alpha'_t\omega' - h_3\omega' + h_4}{h_5(\alpha'_t)^2 + h_6(\alpha'_t)^2(\omega')^2 + h_7\alpha'_t\omega' + h_8\alpha'_t + h_9\omega' + h_{10}},$$

gdzie:

$$c_1 = b_1, \quad c_2 = \frac{2b_2}{\omega_{max} - \omega_{min}}, \quad c_3 = \frac{2b_3 + b_1(\omega_{max} + \omega_{min})}{\omega_{max} - \omega_{min}},$$

$$c_4 = \frac{\omega_{t\,max} - \omega_{t\,min}}{\alpha_{t\,max} - \alpha_{t\,min}}, \quad c_5 = \frac{\omega_{t\,max} + \omega_{t\,min}}{\alpha_{t\,max} - \alpha_{t\,min}},$$

$$c_6 = b_4 \frac{\alpha_{t\,max} - \alpha_{t\,min}}{\omega_{t\,max} - \omega_{t\,min}}, \quad c_7 = b_5, \quad c_8 = b_6 \frac{i_{q\,max} - i_{q\,min}}{\omega_{t\,max} - \omega_{t\,min}},$$

$$c_9 = \frac{1}{\omega_{t\,max} - \omega_{t\,min}} [b_4(\alpha_{t\,max} + \alpha_{t\,min}) + b_5(\omega_{t\,max} + \omega_{t\,min}) + \\ - b_6(i_{q\,max} + i_{q\,min}) + 2b_7],$$

$$c_{10} = b_8 \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{i_{1max} - i_{2min}}, \qquad c_{11} = b_9, \qquad c_{12} = b_{10} \frac{i_{2\,max} - i_{2\,min}}{i_{1max} - i_{1min}},$$

$$c_{13} = b_{11} \frac{i_{q\,max} - i_{q\,min}}{i_{1\,max} - i_{1\,min}}, \qquad c_{14} = \frac{2b_{12}}{i_{1\,max} - i_{1\,min}}, \qquad c_{15} = b_{13} \frac{U_{z\,max} - U_{z\,min}}{i_{1\,max} - i_{1\,min}},$$

$$c_{16} = \frac{1}{i_{1\,max} - i_{1\,min}} [b_8(\omega_{max} + \omega_{min}) - b_9(i_{1\,max} + i_{1\,min}) + \\ - b_{10}(i_{2\,max} + i_{2\,min}) + b_{11}(i_{q\,max} + i_{q\,min}) - b_{13}(U_{z\,max} + U_{z\,min}) + 2b_{14}],$$

$$c_{17} = b_{15} \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{i_{2\,max} - i_{2\,min}}, \qquad c_{18} = b_{16} \frac{i_{1\,max} - i_{1\,min}}{i_{2\,max} - i_{2\,min}}, \qquad c_{19} = b_{17},$$

$$c_{20} = b_{18} \frac{i_{q\,max} - i_{q\,min}}{i_{2\,max} - i_{2\,min}}, \qquad c_{21} = \frac{2b_{19}}{i_{2\,max} - i_{2\,min}}, \qquad c_{22} = b_{20} \frac{U_{z\,max} - U_{z\,min}}{i_{2\,max} - i_{2\,min}},$$

$$c_{23} = \frac{1}{i_{2\,mcx} - i_{2\,min}} [b_{15}(\omega_{max} + \omega_{min}) + b_{16}(i_{1\,max} + i_{1min}) - b_{17}(i_{2\,max} + i_{2min}) + \\ + b_{18}(i_{q\,max} + i_{q\,min}) - b_{20}(U_{z\,max} + U_{z\,min}) + 2b_{21}],$$

$$c_{24} = b_{22} \frac{i_{1\,max} - i_{1\,min}}{i_{q\,max} - i_{q\,min}}, \qquad c_{25} = b_{23} \frac{i_{2\,max} - i_{2\,min}}{i_{q\,max} - i_{q\,min}}, \qquad c_{26} = b_{24},$$

$$c_{27} = \frac{1}{i_{q\,max} - i_{q\,min}} [b_{22}(i_{1\,max} + i_{1\,min}) + b_{23}(i_{2\,max} + i_{2\,min}) - b_{24}(i_{q\,max} + i_{q\,min})],$$

$$h_1 = (\alpha_{t\,max} - \alpha_{t\,min}) \left[ \frac{g_1}{2} - \frac{g_2}{4} (\omega_{max} + \omega_{m.n}) \right],$$

$$h_2 = \frac{g_2}{4} (\alpha_{t\,max} - \alpha_{t\,min})(\omega_{max} - \omega_{min}),$$

$$h_3 = \frac{g_2}{4} (\alpha_{t\,max} + \alpha_{t\,min})(\omega_{max} - \omega_{min}),$$

$$h_4 = (\alpha_{t\,max} + \alpha_{t\,min}) \left[ \frac{g_1}{2} - \frac{g_2}{4} (\omega_{max} + \omega_{min}) \right],$$

$$h_5 = (\alpha_{t\,max} - \alpha_{t\,min})^2 \left[ \frac{g_3}{4} + \frac{g_4}{8} (\omega_{max} + \omega_{min}) \right],$$

$$h_3 = \frac{g_4}{8} (\alpha_{t\,max} - \alpha_{t\,min})^2 (\omega_{max} - \omega_{min}),$$

$$h_7 = \frac{g_4}{4} (\alpha_{t\,max}^2 - \alpha_{t\,min}^2)(\omega_{max} - \omega_{min}),$$

$$h_8 = (\alpha_{t\,max}^2 - \alpha_{t\,min}^2)\left[\frac{g_4}{4}(\omega_{max}+\omega_{min}) + \frac{g_3}{2}\right],$$

$$h_9 = \frac{g_4}{8}(\alpha_{t\,max}+\alpha_{t\,min})^2(\omega_{max}-\omega_{min}),$$

$$h_{10} = (\alpha_{t\,max}+\alpha_{t\,min})^2\left[\frac{g_3}{4} + \frac{g_4}{8}(\omega_{max}+\omega_{min})\right] + g_5.$$

Z układu (66) otrzymujemy dalej

$$\begin{aligned}
\Delta\omega' &= (-c_1\omega' + c_2 M'(\omega', \alpha_t') - c_3)\Delta t,\\
\Delta\alpha_t' &= (c_4\omega_t' + c_5)\Delta t,\\
\Delta\omega_t' &= (-c_6\alpha_t' - c_7\omega_t' + c_8 i_q' - c_9)\Delta t,\\
\Delta i_1' &= (-c_{10}\omega' + c_{11} i_1' + c_{12} i_2' - c_{13} i_q' + c_{14} M'(\omega', \alpha_t') + c_{15} U_z' - c_{16})\Delta t,\\
\Delta i_2' &= (c_{17}\omega' + c_{18} i_1' - c_{19} i_2' + c_{20} i_q' - c_{21} M'(\omega', \alpha_t') - c_{22} U_z' + c_{23})\Delta t,\\
\Delta i_q' &= (c_{24} i_1' + c_{25} i_2' - c_{26} i_q' + c_{27})\Delta t.
\end{aligned} \tag{68}$$

Funkcję $F$ aproksymujemy sumą

$$F(\omega', \alpha_t', \omega_t', i_1', i_2', i_q') \approx \sum_{k,l,m,p,r,s=1}^{N} Q_{klmprs} P_k(\omega') P_l(\alpha_t') P_m(\omega_t') P_p(i_1') P_r(i_2') P_s(i_q'), \tag{69}$$

gdzie $P_i(x)$ jest wielomianem Legendre'a stopnia $i$ [1], [2], natomiast współczynnik $Q_{klmprs}$ jest określony wzorem

$$Q_{klmprs} = \int_{-1}^{1} F(\omega', \alpha_t', \omega_t', i_1', i_2', i_q') P_k(\omega') P_l(\alpha_t') P_m(\omega_t') P_p(i_1') P_r(i_2') P_s(i_q') \times \times d\omega'\, d\alpha_t'\, d\omega_t'\, di_1'\, di_2'\, di_q'. \tag{70}$$

Całkę (70) można obliczyć za pomocą kwadratury Gaussa

$$Q_{klmprs} \approx \sum_{a,b,c,d,e,f=1}^{M} W_a W_b W_c W_d W_e W_f F(t_a, t_b, t_c, t_d, t_e, t_f) P_k(t_a) P_l(t_b) \times \times P_m(t_c) P_p(t_d) P_r(t_e) P_s(t_f), \tag{71}$$

gdzie każda ze zmiennych $t_a, \ldots, t_f$ przebiega zbiór pierwiastków wielomianu Legendre'a stopnia $M$, a $W_a, \ldots, W_f$ są współczynnikami wagowymi, tzw. liczbami Christoffela [2], [3].

Suma (71) równa się dokładnie współczynnikowi $Q_{klmprs}$, gdy $F$ jako funkcja każdego ze swych argumentów jest wielomianem stopnia nie większego niż $2M-1$.

Zgodnie ze wzorem (63) jako pierwsze przybliżenie funkcji $F$ można przyjąć

$$F_0(\omega', \alpha_t', \omega_t', i_1', i_2', i_q') = \frac{1-\omega'}{-c_1\omega' + c_2 M'(\omega', \alpha_t') - c_3}, \tag{72}$$

gdzie

$$\frac{2\varepsilon_{min}}{\omega_{max}-\omega_{min}} \leqslant -c_1\omega' + c_2 M'(\omega', \alpha'_t) - c_3 \leqslant \frac{2\varepsilon_{max}}{\omega_{max}-\omega_{min}}. \tag{73}$$

Wartości funkcji $F_1$ (następnego przybliżenia) zapisuje się w pamięci w postaci zbioru współczynników $Q^{(1)}_{klmprs}$, z których każdy określony jest zgodnie z (71) zależnością

$$Q^{(1)}_{klmprs} = \sum_{a,b,c,d,e,f=1}^{M} W_a W_b W_c W_d W_e W_f F_1(t_a, \ldots, t_f) P_k(t_a) P_l(t_b) P_m(t_c) P_p(t_d) \times \\ \times P_r(t_e) P_s(t_f), \tag{74}$$

gdzie $F_1(t_a,\ldots,t_f)$ oblicza się z równania rekurencyjnego [por. (64)],

$$F_1(t_a,t_b,t_c,t_d,t_e,t_f) = \min_{U''_z} [\Delta t + F_0(t_a+\Delta\omega', t_b+\Delta\alpha'_t, t_c+\Delta\omega'_t, t_d+\Delta i'_1, \\ t_e+\Delta i'_2, t_f+\Delta i'_q)]. \tag{75}$$

Przyrosty $\Delta\omega'$, $\Delta\alpha'_t$, $\Delta\omega'_t$, $\Delta i'_1$, $\Delta i'_2$, $\Delta i'_q$ oblicza się przy pomocy wzorów (68), w których w miejsce $\omega'$, $\alpha'_t$, $\omega'_t$, $i'_1$, $i'_2$, $i'_q$, należy podstawić wartości liczbowe $t_a$, $t_b$, $t_c$, $t_d$, $t_e$, $t_f$. Ogólnie w kroku iteracyjnym $(n+1)$ mamy

$$Q^{(n)}_{klmprs} = \sum_{a,b,c,d,e,f=1}^{M} W_a W_b W_c W_d W_e W_f F_n(t_a, \ldots, t_f) P_k(t_a) P_l(t_b) P_m(t_c) \times \\ \times P_p(t_d) P_r(t_e) P_s(t_f), \tag{76}$$

gdzie

$$F_n(t_a, t_b, t_c, t_d, t_e, t_f) = \min_{U'_z} [\Delta t + F_{n+1}(t_a+\Delta\omega', t_b+\Delta\alpha'_t, t_c+\Delta\omega'_t, \\ t_d+\Delta i'_1, t_e+\Delta i'_2, t_f+\Delta i'_q)]. \tag{77}$$

Ponieważ jednak funkcja $F_{n-1}$ zapisana jest w pamięci w postaci zbioru współczynników $Q^{(n-1)}_{klmprs}$, zatem jej wartość

$$F_{n-1}(t_a+\Delta\omega', t_b+\Delta\alpha'_t, t_c+\Delta\omega'_t, t_d+\Delta i'_1, t_e+\Delta i'_2, t_f+\Delta i'_q)$$

należy obliczyć za pomocą wzoru [por. (69)];

$$F_{n-1}(t_a+\Delta\omega', t_b+\Delta\alpha'_t, t_c+\Delta\omega'_t, t_d+\Delta i'_1, t_e+\Delta i'_2, t_f+\Delta i'_q) = \\ = \sum_{k,l,m,p,r,s=1}^{N} Q^{(n-1)}_{klmprs} P_k(t_a+\Delta\omega') P_l(t_b+\Delta\alpha'_t) P_m(t_c+\Delta\omega'_t) P_p(t_d+\Delta i'_1) \times \\ \times P_r(t_e+\Delta i'_2) P_s(t_d+\Delta i'_q). \tag{78}$$

Wartość $P_i(t)$ wielomianu Legendre'a stopnia $i$ w punkcie $t$ można obliczyć z zależności rekurencyjnej

$$iP_i(t) = (2i-1)tP_{i-1}(t) - (i-1)P_{i-2}(t), \qquad i \geqslant 2, \tag{79}$$

gdzie:

$$P_0(t) = 1, \qquad P_1(t) = t.$$

W ostatnim kroku iteracyjnym należy ponadto zapisać wartości funkcji $U_z$; można w tym celu zastosować również aproksymację wielomianową.

## 3. DYNAMIKA HAMOWANIA

Z kolei przeanalizujemy proces hamowania dynamicznego odbywający się w układzie z rys. 1. Okazuje się słuszne przyjęcie następującego modelu zjawisk przy hamowaniu.

Odłączenie uzwojenia stojana silnika asynchronicznego od 3-fazowego napięcia zmiennego i rozwarcie elektrod opornika płynowego włączonego w obwód wirnika silnika, powoduje bardzo szybkie zanikanie strumienia magnetycznego, podtrzymywanego jedynie przez prądy wirowe płynące w jarzmie stojana i w wirniku. Wobec tego moment elektryczny silnika asynchronicznego maleje w bardzo krótkim czasie od wartości ustalonej do zera.

Załączenie uzwojenia stojana silnika asynchronicznego do napięcia stałego (hamowanie dynamiczne) przy rozwartym wirniku nie powoduje zatem dalszych zmian momentu elektrycznego. Dopiero ruch serwomotoru (ruch elektrod opornika) związany ze zmianą napięcia sterującego $U_z$ spowoduje pojawienie się momentu hamującego $M_h$.

Zakładając

- skokową zmianę momentu elektrycznego silnika asynchronicznego od wartości ustalonej do zera (jest to słuszne przy dość gwałtownym zanikaniu strumienia magnetycznego),
- transformatory przyspieszeniowy i stabilizacyjny jako idealne człony różniczkujące (jest to uzasadnione dla dużych oporności czynnych uzwojeń pierwotnych transformatorów i przy stosunkowo wolnozmiennych przebiegach),
- pomijalność indukcyjności $L_t$ twornika serwomotoru,

można proces hamowania dynamicznego opisać układem równań o postaci

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega, \tag{80}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -b_1\omega - b_2 M_h(\omega, \alpha_t) - b_3, \tag{81}$$

$$\frac{d\alpha_t}{dt} = \omega_t, \tag{82}$$

$$\frac{d\omega_t}{dt} = -b_4\alpha_t - b_5\omega_t - b_6 i_q - b_7, \tag{83}$$

$$\frac{di_1}{dt} = b_8\omega + b_9 i_1 + b_{10} i_2 - b_{11} i_q + b_{12} M_h(\omega, \alpha_t) - b_{13} U_z + b_{14}, \tag{84}$$

$$\frac{di_2}{dt} = -b_{15}\omega + b_{16} i_1 - b_{17} i_2 + b_{18} i_q - b_{19} M_h(\omega, \alpha_t) + b_{20} U_z - b_{21}, \tag{85}$$

$$\frac{di_q}{dt} = b_{22} i_1 + b_{23} i_2 - b_{24} i_q, \tag{86}$$

gdzie

$$M_h(\omega, \alpha_t) = c \cdot \frac{\omega}{R^w(\alpha_t)}$$

oznacza moment hamujący silnika asynchronicznego.
Ponieważ

$$R^w(\alpha_t) = \frac{R_{wl}\frac{\pi}{2}}{\alpha_t} \text{ (zob. rozruch)},$$

zatem

$$M_h(\omega, \alpha_t) = c_1 \cdot \omega \cdot \alpha_t. \tag{87}$$

Współczynniki $b_1, b_2, ..., b_{24}$ są takie same jak w procesie rozruchu.

W dalszych rozważaniach, podobnie jak w procesie rozruchu, zakładamy ograniczoność napięcia sterującego

$$U_{z\,min} \leqslant U_z(t) \leqslant U_{z\,max}$$

i pozostałych zmiennych

$$x_{min} \leqslant x(t) \leqslant x_{max},$$

gdzie $x$ przebiega zbiór zmiennych

$$\omega, \alpha_t, \omega_t, i_1, i_2, i_q.$$

W oparciu o przyjęty model zjawisk przy hamowaniu otrzymujemy w stanie początkowym procesu hamowania

$$(\omega_0, \alpha_{t0}, \omega_{t0}, i_{10}, i_{20}, i_{q0}) = (\omega_{max}, 0, 0, 0, 0, 0).$$

Zmiana napięcia sterującego $U_z$ zachodząca równocześnie z odłączeniem stojana silnika asynchronicznego od 3-fazowego napięcia zmiennego i przerwaniem obwodu wirnika zapoczątkowuje przepływ prądów sterujących amplidyny $i_1$, $i_2$ oraz prądu w obwodzie poprzecznym amplidyny $i_q$. Trwający jednak jeszcze ciągle bezruch serwomotoru ($\omega_t = 0$, $\alpha_t = 0$) oznacza, że moment hamujący silnika asynchronicznego $M_h(\omega, \alpha_t) = 0$.
Dla tego okresu obowiązuje niżej podany układ równań:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega, \tag{88}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -b_1\omega - b_3, \tag{89}$$

$$\frac{di_1}{dt} = b_8\omega + b_9 i_1 + b_{10} i_2 - b_{11} i_q - b_{13} U_z + b_{14}, \tag{90}$$

$$\frac{di_2}{dt} = -b_{15}\omega + b_{16} i_1 - b_{17} i_2 + b_{18} i_q + b_{20} U_z - b_{21}, \tag{91}$$

$$\frac{di_q}{dt} = b_{22} i_1 + b_{23} i_2 - b_{24} i_q. \tag{92}$$

Należy zwrócić uwagę, że z przyjęcia skokowej zmiany momentu elektrycznego silnika asynchronicznego do wartości zero, wynika skokowy przyrost opóźnienia od wartości zero do wartości $-b_1\omega - b_3 < \varepsilon_{min}$ określonej równaniem (89).

Ruch serwomotoru (zanurzanie się elektrod opornika) rozpocznie się w chwili $t = t_1$, gdy prąd $i_q$ osiągnie wartość $i_q(t_1) = -\frac{b_7}{b_6}$, co wynika bezpośrednio z równania (83) przy $\omega_t = 0$ i $\alpha_t = 0$.

Czas $t_1$ obliczamy analogicznie jak w procesie rozruchu.

Problem znajdowania optymalnego sterowania $U_z$ w przedziale czasu $(0, t_1)$ dla liniowego układu szybkodziałającego o równaniach typu (88), (89), (90), (91) i (92) został omówiony w pracach [5] i [7].

Traktując chwilę $t_1$ jako początek właściwego hamowania mamy

$$(\omega_p, \alpha_{tp}, \omega_{tp}, i_{1p}, i_{2p}, i_{qp}) = (\omega(t_1), 0, 0, i_1(t_1), i_2(t_1), i_q(t_1)).$$

Począwszy od chwili $t_1$ spełniony jest pełny układ równań (80)÷(86).

Analogicznie jak dla rozruchu, w oparciu o metodę programowania dynamicznego, można określić przebieg optymalnego sterowania $U_z$ w czasie hamowania.

Na podstawie obliczeń dokonanych dla hamowania dynamicznego można określić czas hamowania i drogę kątową w czasie hamowania

$$\alpha_h = \int_{t_1}^{t_h} \omega dt.$$

W procesie rozruchu mieliśmy

$$\alpha_r = \int_{t_1}^{t_r} \omega dt.$$

Wobec tego droga kątowa $\alpha_u$ przebyta w czasie jazdy z ustaloną prędkością kątową $\omega = \omega_{max}$, przy znanym końcowym położeniu kątowym $\alpha_k$, będzie równa

$$\alpha_u = \alpha_k - \alpha_r - \alpha_h.$$

Czas jazdy z ustaloną prędkością kątową $\omega = \omega_{max}$ wyznaczymy z zależności

$$t_u = \frac{\alpha_u}{\omega_{max}}.$$

## 4. WNIOSKI

Zastosowana przez autorów metoda programowania dynamicznego jest jedyną metodą pozwalającą uzyskać wyniki liczbowe w zagadnieniu wyznaczania przebiegów wielkości sterujących dla układów silnie nielinio-

wych. Znaczną trudność w przeliczeniu numerycznym zagadnienia może stwarzać duża ilość zmiennych stanu układu (sześć), jednak po zastosowaniu opisanej w artykule aproksymacji wielomianowej obliczenia te, w świetle komentarzy R. E. Bellmana [2], wydają się możliwe do przeprowadzenia na dostępnych aktualnie maszynach cyfrowych.

*Politechnika Poznańska*
*Zakład Podstaw Automatyki*

## WYKAZ LITERATURY

1. Bellman R. E., Dreyfus S. E.: Applied Dynamic Programming. Princeton University Press Princeton, New Jersey 1962.
2. Bellman R. E.: On the Determination of Optimal Trajectories Via Dynamic Programming, w książce „Optimization Techniques with Applications to Aerospace Systems", edited by George Leitmann. Academic Press 1962.
3. Bieriezin I. S., Żidkow N. P.: Mietody wyczislenii, tom I. Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Fiziko-Matiematiczeskoj Litieratury, Moskwa 1962.
4. Kosonocki E., Manitius J., Szklarski L., Sztwiertnia W.: Napędy elektryczne maszyn wyciągowych, część II. PWN, Kraków 1957.
5. Pontriagin L. S., Boltianskij W. G., Gamkrelidze R. W., Miscenko E. P.: Matiematiczeskaja tieorja optimalnych processow. Fizmatgiz, Moskwa 1961.
6. Puchałka T.: Analiza teoretyczna i doświadczalna układu automatycznej regulacji maszyny wyciągowej z asynchronicznym silnikiem napędowym. — Rozprawy Elektrotechn., tom IV, z. 2, str. 167—234, PWN, Warszawa, 1958.
7. Puchałka T., Martinek J., Rumatowski K.: Podstawy teoretyczne sterowania optymalnego maszyn wyciągowych pracujących w układzie Leonarda. — Arch. Elektrotechn., tom XII, z. 4, str. 647—667, PWN, Warszawa 1963.
8. Puchałka T., Sawicki J.: Analiza dynamiczna silnika asynchronicznego na gruncie ogólnej teorii maszyny elektrycznej prądu zmiennego. — Prace Komisji Budowy Maszyn i Elektrotechniki PTPN, tom I, z. 4, str. 17—48. PWN, Poznań 1964.

T. PUCHAŁKA, K. RUMÁTOWSKI, J. MARTINEK

## ON OPTIMAL CONTROL OF THE ELECTRICAL WINDERS WITH ASYNCHRONOUS DRIVE MOTOR

### Summary

In the paper the minimal time control problem of the electrical winders with asynchronous drive motor is considered on the basis of R. E. Bellman dynamic programming method. The asynchronous motor is a part of feedback system with amplidyne regulator. Definite limits for speed, acceleration and retardation are assumed.

T. PUCHAŁKA, K. RUMATOWSKI, J. MARTINEK

## PROBLÈMES DU CONTRÔLE OPTIMAL DES MACHINES D'EXTRACTION AVEC MOTEURS ASYNCHRONES

Résumé

L'article présente le problème du contrôle optimal des machines d'extraction avec moteurs asynchrones et sa solution à l'aide de la méthode de programmation dynamique.

Le système consideré travaille comme un système du contrôle automatique avec amplidyne.

Le temps minimal d'action aux conditions de vitesse, accélération et retardement limités est le criterium du travail optimal.

T. PUCHAŁKA, K. RUMATOWSKI, J. MARTINEK

## DIE PROBLEME DER OPTIMALEN REGELUNG DER FÖRDERMASCHINEN MIT DEM ASYNCHRONMOTOR

Zusammenfassung

Das Problem der optimalen Regelung der Fördermaschinen mit dem Asynchronmotor mit Hilfe der dynamischen Programierung ist im diesen Artikel behandelt. Die Fördermaschine arbeitet in Rückkopplung-System mit den Elektromaschinen--Verstärker (Amplidyne).

Die Minimalzeit des Arbeitzyklus bei begrenzten Geschwindigkeit, Beschleunigung und Verzögerung ist das Kriterium der optimalen Arbeit.

Т. ПУХАЛКА, К. РУМАТОВСКИ, Я. МАРТИНЭК

## ВОПРОСЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОДЪЁМНЫМИ МАШИНАМИ С АСИНХРОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

Резюме

В статье рассматривается на основании метода динамического программирования Р. Э. Беллмана вопрос оптимального управления подъёмными машинами с асинхронным электроприводом.

Асинхронный двигатель работает в замкнутой системе с амплидинным регулятором движения. Рассуждения произведены для астатического регулятора.

Критерием оптимальности является быстродействие системы при ограничениях скорости, ускорения и запаздывания.

621.313

JACEK LASOCIŃSKI

# Pole elektromagnetyczne w szczelinie maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym przy uwzględnieniu skończonej długości maszyny

*Rękopis dostarczono 31.3.1965*

W pracy dokonano teoretycznej analizy rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie maszyny o masywnym gładkim wirniku ferromagnetycznym ze zwróceniem szczególnej uwagi na rozkład pola w kierunku osiowym. Analizę przeprowadzono przy założeniu $\mu = \text{const}$ i sinusoidalnego rozkładu pola w kierunku obwodowym. Skończoną długość maszyny uwzględniono w oparciu o założenie, że pole zmienia się okresowo w kierunku osiowym. Przez wprowadzenie szeregu uproszczeń przedstawiono równania opisujące rozkład pola elektromagnetycznego na powierzchni wirnika w postaci prostych kombinacji funkcji hiperbolicznych. Dyskusja tych równań pozwala zorientować się, jaki wpływ na rozkład pola w kierunku osiowym mają wymiary maszyny $L$, $\tau$, $\delta$ i parametry wirnika $f$, $\mu$, $\gamma$. Podano również przybliżoną metodę pozwalającą uwzględnić zmiany przenikalności magnetycznej żelaza wirnika.

Opracowana teoria została sprawdzona na drodze eksperymentalnej. Wyniki pomiarów wykazują dobrą zgodność z wynikami obliczeń (z wyjątkiem obszarów brzegowych), o ile do wyprowadzonych wzorów wstawić nie rzeczywistą długość twornika $L$, lecz pewną długość zastępczą $L' > L$, przy czym stosunek $\frac{L'}{L}$ zależy od wyżej wymienionych wymiarów maszyny i parametrów wirnika.

## 1. WSTĘP

Analiza pracy maszyny o masywnym wirniku i wyznaczenie takich jej parametrów, jak straty, krzywa momentu, zastępcze impedancje, prąd magnesujący, wymaga znajomości rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie. Dyskusja zmian pola w szczelinie maszyny nieskończenie długiej została podana w pracy [5]. Uwzględnienie wpływu skończonej długości maszyny na rozkład pola w szczelinie jest problemem, który nie znalazł w dotychczasowych publikacjach wyczerpującego opracowania. W większości artykułów dotyczących tego zagadnienia zakłada się, że pole w szczelinie nie zmienia się w kierunku osiowym na całej długości twornika i że dopiero na częściach wirnika wystających poza stojan występuje nierównomierny rozkład pola [2], [3]. Jedynie w pracach Wooda

i Concordii [9] oraz Angsta [1] podana jest bardziej dokładna teoria pola elektromagnetycznego w szczelinie przy uwzględnieniu skończonej długości maszyny, jednakże autorzy ci poprzestają na określeniu wpływu skończonej długości wirnika na zastępcze impedancje maszyny, a nie zajmują się analizą samego rozkładu pola w szczelinie w kierunku osiowym.

W artykule Štěpiny i Kubrychta [8] jest podany zdjęty doświadczalnie wykres rozkładu pola w szczelinie w kierunku osiowym maszyny o masywnym wirniku, jednakże brak jest teoretycznego uzasadnienia tego przebiegu. Autorzy podają jedynie teorię rozkładu pola na części wirnika wystającej poza stojan.

Celem niniejszej pracy było przeanalizowanie rozkładu w kierunku osiowym pola elektromagnetycznego w szczelinie maszyny o masywnym, gładkim wirniku ferromagnetycznym i ustalenie, jaki wpływ na ten rozkład mają parametry zasilania, właściwości materiału wirnika oraz wymiary maszyny. Analizę tę przeprowadzono opierając się na metodzie Wooda i Concordii [9] z pewnymi modyfikacjami. Ponieważ w pracy [5] przeanalizowano dokładnie przypadek niesinusoidalnego pola eliptycznego, w niniejszym artykule rozważanie ograniczono do przypadku sinusoidalnego pola kołowego.

## 2. ZAŁOŻENIA

a) Stojan jest cylindrem o idealnie gładkiej powierzchni wewnętrznej (nie uwzględnia się żłobków i kanałów wentylacyjnych) wykonanym z materiału o nieskończenie dużej przenikalności magnetycznej i nieskończenie dużej oporności elektrycznej właściwej.

b) Uzwojenie stojana ma postać nieskończenie cienkiej warstwy prądowej rozłożonej w sposób ciągły na powierzchni rozgraniczającej żelazo stojana od szczeliny.

c) Wirnik jest idealnie gładkim walcem współosiowym ze stojanem wykonanym z izotropowego i jednorodnego materiału ferromagnetycznego o stałej przenikalności magnetycznej ($\mu$ = const) i stałej przewodności elektrycznej właściwej ($\gamma$ = const).

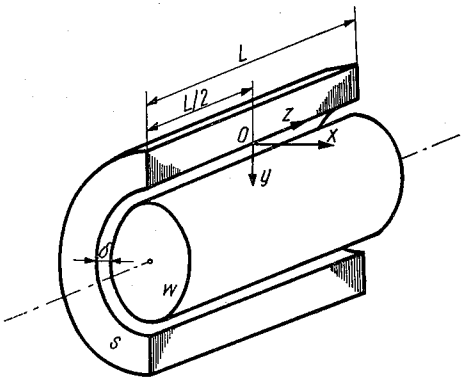
d) Promień krzywizny wirnika jest na tyle duży w porównaniu z wymiarem szczeliny powietrznej i głębokością wnikania pola elektromagnetycznego do wirnika, że rozważania można prowadzić w układzie współrzędnych prostokątnych (rys. 1), traktując powierzchnie walcowe jako płaszczyzny.

e) Rozkład pola elektromagnetycznego wzdłuż obwodu jest okresowy, o półokresie równym podziałce biegunowej $\tau$ i składowej stałej równej zeru.

f) Pole magnetyczne na powierzchni stojana zmienia się sinusoidalnie wzdłuż obwodu i ma tylko składową współbieżną (pole wirujące kołowe).

g) Rozkład pola elektromagnetycznego w kierunku osiowym jest okresowy, o półokresie równym długości twornika $L$ i składowej stałej równej zeru.

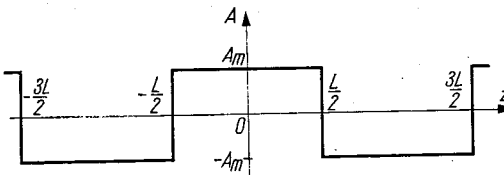
h) Zmienność w czasie wszystkich wielkości jest sinusoidalna.




Rys. 1. Obranie układu współrzędnych

Bliższego omówienia wymaga założenie g).

Założenie to oznacza, iż rzeczywistą maszynę o skończonej długości twornika $L$ zastępujemy nieskończonym szeregiem identycznych maszyn o długości $L$ każda, umieszczonych na wspólnej osi i stykających się ze sobą powierzchniami czołowymi. Zakładamy przy tym, że obciążenie liniowe stojana $A$ zmienia się w kierunku osi $z$ wg prostokątnej funkcji okresowej przyjmując w punktach $z = \pm k\frac{L}{2}$ wartość 0 (rys. 2), tzn. że prądy w sąsiadujących ze sobą fikcyjnych maszynach są równe co do wielkości i płyną w przeciwnych kierunkach.




Rys. 2. Założony rozkład obciążenia liniowego $A = f(z)$

Powyższa metoda postępowania zaczerpnięta z pracy Wooda i Concordii [9] pozwala w stosunkowo prosty sposób uwzględnić szereg efektów związanych ze skończoną długością maszyny.

## 3. RÓWNANIA POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO W SZCZELINIE I W ŻELAZIE WIRNIKA

Wykorzystując założenia, że $\mu = \text{const}$, $\gamma = \text{const}$ oraz że zmienność w czasie wszystkich wielkości jest sinusoidalna, możemy równania Maxwella oraz warunki bezźródłowości pola magnetycznego i elektrycznego

dla szczeliny powietrznej (indeks $p$) i żelaza wirnika (indeks $ż$) napisać w następującej postaci:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{rot}\dot{\mathbf{H}}_p &= 0, \\ \mathrm{rot}\dot{\mathbf{K}}_p &= -j\omega\mu_0\dot{\mathbf{H}}_p, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{rot}\dot{\mathbf{H}}_ż &= \gamma\dot{\mathbf{K}}_ż, \\ \mathrm{rot}\dot{\mathbf{K}}_ż &= -j\omega\mu\dot{\mathbf{H}}_ż, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{div}\dot{\mathbf{H}} &= 0, \\ \mathrm{div}\dot{\mathbf{K}} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

W powyższych równaniach pominięto prądy przesunięcia ze względu na to, że przy częstotliwościach występujących w praktyce w maszynach elektrycznych i przy rozpatrywaniu pola w niezbyt dużej odległości od maszyny, można traktować zjawiska jako quasistacjonarne.

Przekształcając równania (1), (2) i (3) otrzymujemy:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{H}}_p &= 0, \\ \Delta\dot{\mathbf{K}}_p &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{H}}_ż - \dot{\alpha}^2\dot{\mathbf{H}}_ż &= 0, \\ \Delta\dot{\mathbf{K}}_ż - \dot{\alpha}^2\dot{\mathbf{K}}_ż &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

gdzie

$$\dot{\alpha}^2 = j\omega\mu\gamma. \tag{6}$$

Równania (4) i (5) są równaniami wektorowymi. Stosując rzutowanie na osie współrzędnych $x$, $y$, $z$ możemy każde z równań wektorowych zastąpić trzema równaniami skalarnymi.

Z sensu fizycznego zagadnienia wynika, że prądy w wirniku mogą płynąć w kierunku osiowym i obwodowym, natomiast nie będzie prądów płynących w głąb wirnika. A zatem, przy obraniu układu współrzędnych jak na rys. 1, mamy

$$\dot{K}_{ży} = 0.$$

Oznaczając ogólnie poszczególne składowe natężenia pola elektrycznego i magnetycznego w powietrzu przez $\dot{V}_p$, a w żelazie przez $\dot{V}_ż$ możemy równania (4) i (5) zapisać w postaci:

$$\frac{\partial^2\dot{V}_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\dot{V}_p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\dot{V}_p}{\partial z^2} = 0, \tag{4'}$$

$$\frac{\partial^2\dot{V}_ż}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\dot{V}_ż}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\dot{V}_ż}{\partial z^2} - \dot{\alpha}^2\dot{V}_ż = 0. \tag{5'}$$

Rozwiązując powyższe równania metodą Fouriera otrzymamy:

$$\dot{V}_p = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}(\dot{C}_{1pn}e^{-j\lambda_n x}+\dot{C}_{2pn}e^{j\lambda_n x})(\dot{C}_{3pn\nu}e^{-\beta_{pn\nu}y}+$$

$$+\dot{C}_{4pn\nu}e^{\beta_{pn\nu}y})(\dot{C}_{5p\nu}\cos\eta_\nu z+\dot{C}_{6p\nu}\sin\eta_\nu z), \tag{6}$$

$$\dot{V}_{\dot{z}} = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}(\dot{C}_{1\dot{z}n}e^{-j\lambda_n x}+\dot{C}_{2\dot{z}n}e^{j\lambda_n x})(\dot{C}_{3\dot{z}n\nu}e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}n\nu}y}+$$

$$+\dot{C}_{4\dot{z}n\nu}e^{\dot{\beta}_{\dot{z}n\nu}y})(\dot{C}_{5\dot{z}\nu}\cos\eta_\nu z+\dot{C}_{6\dot{z}\nu}\sin\eta_\nu z), \tag{7}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned}\beta_{pn\nu}^2 &= \lambda_n^2+\eta_\nu^2,\\ \dot{\beta}_{\dot{z}n\nu}^2 &= \lambda_n^2+\eta_\nu^2+\dot{\alpha}^2.\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Na podstawie założeń e) i g) otrzymujemy

$$\left.\begin{aligned}\lambda_n &= n\lambda,\\ \lambda &= \frac{\pi}{\tau},\end{aligned}\right\} \tag{9a}$$

$$\left.\begin{aligned}\eta_\nu &= \nu\eta,\\ \eta &= \frac{\pi}{L},\end{aligned}\right\} \tag{9b}$$

$n$, $\nu$ — liczby naturalne.

Wzory (8) dla $n = 1$ zapiszemy w postaci:

$$\left.\begin{aligned}\beta_{p\nu}^2 &= \lambda^2+\eta_\nu^2,\\ \dot{\beta}_{\dot{z}\nu}^2 &= \lambda^2+\eta_\nu^2+\dot{\alpha}^2.\end{aligned}\right\} \tag{8'}$$

Stałe całkowe występujące w równaniach (6) i (7) możemy wyznaczyć z warunków brzegowych dla $y = 0$, $y = \delta$ i $y \to \infty$. Zakładamy, że dany jest rozkład obciążenia liniowego stojana $A$ w funkcji $x$ i $z$. Na podstawie założeń f) i g) możemy napisać (por. rys. 2)

$$\dot{A} = \dot{A}_m e^{-j\lambda x} \qquad \text{dla} \qquad -\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2},$$

$$\dot{A} = 0 \qquad \text{dla} \qquad z = \pm\frac{L}{2},$$

$$\dot{A} = -\dot{A}_m e^{-j\lambda x} \qquad \text{dla} \qquad -L < z < -\frac{L}{2} \quad \text{i} \quad \frac{L}{2} < z < L.$$

Rozkładając tak opisaną funkcję na szereg Fouriera w przedziale $\langle -L, L\rangle$ otrzymamy

$$\left.\begin{aligned} \dot{A} &= e^{-j\lambda x}\sum_{\nu=1}^{\infty}\dot{A}_{m\nu}\cos\eta_\nu z,\\ \dot{A}_{m\nu} &= \frac{4}{\pi}\dot{A}_m\frac{(-1)^{\frac{\nu-1}{2}}}{\nu},\\ \nu &= 1,3,5,\ldots. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Przy założeniu, że przenikalność magnetyczna żelaza stojana jest nieskończenie duża, składowa obwodowa natężenia pola magnetycznego w szczelinie na powierzchni stojana ($y = 0$) równa jest co do wartości obciążeniu liniowemu stojana. Przy obraniu układu współrzędnych jak na rys. 1 mamy:

$$\dot{H}_{px}(x, 0, z) = -\dot{A}(x, z).$$

Ponadto na podstawie ogólnych praw pola elektromagnetycznego na granicy dwóch środowisk możemy napisać:

$$\dot{H}_{px}(x, \delta, z) = \dot{H}_{\dot{z}x}(x, \delta, z),$$
$$\mu_0\dot{H}_{py}(x, \delta, z) = \mu\dot{H}_{\dot{z}y}(x, \delta, z).$$

Wreszcie z sensu fizycznego wynika, że dla $y \to \infty$ wszystkie wielkości pola elektromagnetycznego muszą dążyć do zera. Wykorzystując powyższe warunki brzegowe oraz równania (1), (2), (3) i (10) możemy wyznaczyć wszystkie stałe całkowe występujące w równaniach (6) i (7) (Załącznik 1). Po podstawieniu otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} \dot{H}_{px} &= -e^{-j\lambda x}\sum_{\nu=1}^{\infty}\dot{A}_{m\nu}\frac{\beta'_\nu\operatorname{ch}\beta_{p\nu}(y-\delta)-\mu'\operatorname{sh}\beta_{p\nu}(y-\delta)}{\dot{M}_\nu}\cos\eta_\nu z,\\ \dot{H}_{py} &= \frac{j}{\lambda}e^{-j\lambda x}\sum_{\nu=1}^{\infty}\dot{A}_{m\nu}\beta_{p\nu}\frac{\mu'\operatorname{ch}\beta_{p\nu}(y-\delta)-\beta'_\nu\operatorname{sh}\beta_{p\nu}(y-\delta)}{\dot{M}_\nu}\cos\eta_\nu z,\\ \dot{H}_{pz} &= \frac{j}{\lambda}e^{-j\lambda x}\sum_{\nu=1}^{\infty}\dot{A}_{m\nu}\eta_\nu\frac{\beta'_\nu\operatorname{ch}\beta_{p\nu}(y-\delta)-\mu'\operatorname{sh}\beta_{p\nu}(y-\delta)}{\dot{M}_\nu}\sin\eta_\nu z, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{H}_{\dot{z}x} &= -e^{-j\lambda x}\sum_{\nu=1}^{\infty}A_{m\nu}\frac{\beta'_\nu e^{-\beta_{\dot{z}\nu}(y-\delta)}}{\dot{M}_\nu}\cos\eta_\nu z,\\ \dot{H}_{\dot{z}y} &= \frac{j}{\lambda}e^{-j\lambda x}\sum_{\nu=1}^{\infty}\dot{A}_{m\nu}\frac{\beta_{p\nu}e^{-\beta_{\dot{z}\nu}(y-\delta)}}{\dot{M}_\nu}\cos\eta_\nu z,\\ \dot{H}_{\dot{z}z} &= \frac{j}{\lambda}e^{-j\lambda x}\sum_{\nu=1}^{\infty}\dot{A}_{m\nu}\eta_\nu\frac{\beta'_\nu e^{-\beta_{\dot{z}\nu}(y-\delta)}}{\dot{M}_\nu}\sin\eta_\nu z, \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{K}_{\dot{z}x} &= \frac{\omega\mu}{\lambda} e^{-j\lambda x} \sum_{\nu=1}^{\infty} \dot{A}_{m\nu} \frac{\eta_\nu e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}(y-\delta)}}{\beta_{p\nu}\dot{M}_\nu} \sin\eta_\nu z, \\ \dot{K}_{\dot{z}y} &= 0, \\ \dot{K}_{\dot{z}z} &= -j\omega\mu e^{-j\lambda x} \sum_{\nu=1}^{\infty} \dot{A}_{m\nu} \frac{e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}(y-\delta)}}{\beta_{p\nu}\dot{M}_\nu} \cos\eta_\nu z, \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\beta}'_\nu &= \frac{\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}}{\beta_{p\nu}}, \\ \mu' &= \frac{\mu}{\mu_0}, \\ \dot{M}_\nu &= \dot{\beta}'_\nu \operatorname{ch}\beta_{p\nu}\delta + \mu' \operatorname{sh}\beta_{p\nu}\delta. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Pominięto tu wyprowadzenie równań natężenia pola elektrycznego w szczelinie, gdyż w praktyce wystarcza znajomość rozkładu $K$ na powierzchni wirnika, a tę można znaleźć z równań (13) podstawiając $y = \delta$.

## 4. UPROSZCZENIA

Analizując wzory (8′) i (6) można wykazać, że w większości praktycznych zagadnień dotyczących maszyn o masywnym wirniku ferromagnetycznym dopuszczalne są następujące uproszczenia:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{ch}\beta_{p\nu}\delta &\approx 1, \\ \operatorname{sh}\beta_{p\nu}\delta &\approx \beta_{p\nu}\delta, \\ \dot{\beta}_{\dot{z}\nu} &\approx \dot{\alpha}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Powyższe uproszczenia obarczone są błędem nie przekraczającym $10^0/_0$, jeśli np. $\nu \leqslant 7$, $\frac{\delta}{\tau} < 0{,}02$, $\tau > 0{,}2$ m, $f > 10$ Hz, $\mu' > 100$, $\gamma > 5 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$.

## 5. ANALIZA ROZKŁADU POLA W SZCZELINIE

### 5.1. Rozkład pola w kierunku promieniowym

Analizując równania (11) i (12) przy wykorzystaniu uproszczeń (15) można w sposób analogiczny jak w pracy [5] wykazać, że przy przejściu przez szczelinę od powierzchni stojana do powierzchni wirnika występują następujące zmiany natężenia pola magnetycznego:

a) Składowe styczne $H_{px}$ i $H_{pz}$ ulegają wyraźnemu zmniejszeniu i przesunięciu fazowemu. Zmiany są tym większe, im większa jest wartość wy-

rażenia $\sqrt{\frac{\mu'}{f\gamma}}\frac{\delta}{\tau^2}$ oraz im wyższy jest rząd $\nu$ rozpatrywanej harmonicznej rozkładu pola w funkcji $z$.

b) Składowa normalna $H_{py}$ zmienia się nieznacznie z wyjątkiem maszyn o szczelinie większej od kilku cm, gdzie wystąpić może spadek wartości $H_{py}$ rzędu kilkunastu procent.

### 5.2. Rozkład pola w kierunku obwodowym

Ze względu na przyjęte założenie f) rozkład pola w kierunku obwodowym jest sinusoidalny. Analizy niesinusoidalnego rozkładu pola wzdłuż obwodu w odniesieniu do maszyny nieskończenie długiej dokonano w pracy [5]. Wnioski tam wyprowadzone odnoszą się w przybliżeniu również do maszyny o skończonej długości, zwłaszcza jeśli chodzi o obszar położony w pobliżu połowy długości maszyny.

### 5.3. Rozkład pola w kierunku osiowym

Rozpatrzymy rozkład w kierunku osiowym pola w szczelinie na powierzchni wirnika.

Bezpośrednia analiza równań (12) i (13) jest trudna z tego względu, że występujące tam szeregi są na ogół wolno zbieżne. Przyjmowanie do rozważań tylko pierwszego wyrazu szeregu, jak postępują Wood i Concordia [9], jest oczywiście dużym uproszczeniem. Okazuje się jednak, że przy wykorzystaniu przybliżonych zależności (15) możemy równania (12) i (13) przekształcić do następującej postaci (Załącznik 2):

$$
\left.
\begin{aligned}
\dot{H}_{\dot{z}x} &= -\dot{A}_m \frac{\dot{\alpha}}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda^2\delta} e^{-j\lambda x-\dot{\alpha}(y-\delta)}\left(1-\frac{\operatorname{ch}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2}}\right),\\
\dot{B}_{\dot{z}y} &= \mu\dot{H}_{\dot{z}y} = j\dot{A}_m \frac{\mu\lambda}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda^2\delta} e^{-j\lambda x-\dot{\alpha}(y-\delta)}\left(1+\frac{\dot{\alpha}}{\mu'\lambda^2\delta}\frac{\operatorname{ch}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2}}\right),\\
\dot{H}_{\dot{z}z} &= j\dot{A}_m \frac{\dot{\alpha}}{\mu'\lambda\eta\delta\dot{b}} e^{-j\lambda x-\dot{\alpha}(y-\delta)}\frac{\operatorname{sh}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2}},\\
\dot{K}_{\dot{z}x} &= \dot{A}_m \frac{\omega\mu_0}{\lambda\eta\delta\dot{b}} e^{-j\lambda x-\dot{\alpha}(y-\delta)}\frac{\operatorname{sh}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2}},\\
\dot{K}_{\dot{z}y} &= 0,\\
\dot{K}_{\dot{z}z} &= -j\dot{A}_m \frac{\omega\mu}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda^2\delta} e^{-j\lambda x-\dot{\alpha}(y-\delta)}\left(1-\frac{\operatorname{ch}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2}}\right),
\end{aligned}
\right\} \qquad (16)
$$

gdzie

$$\dot{b} = \frac{\lambda}{\eta}\sqrt{\frac{\dot{\alpha}}{\mu'\lambda^2\delta}+1}. \tag{17}$$

Podstawiając w równaniach (16) $y = \delta$ otrzymamy zależności opisujące rozkład pola elektromagnetycznego w żelazie na powierzchni wirnika, a wykorzystując warunek ciągłości składowych stycznych natężenia pola elektrycznego i magnetycznego oraz składowej normalnej indukcji na granicy dwóch środowisk otrzymamy równania pola w szczelinie dla $y = \delta$. Aby przeprowadzić analizę kształtu rozkładu pola w szczelinie w kierunku osi $z$, wyrazimy wszystkie interesujące nas wielkości w jednostkach względnych przyjmując jako wielkości odniesienia wartości $H_x$, $B_y$, i $K_z$ dla $z = 0$. Wielkości odniesienia oznaczać będziemy indeksem $o$. Otrzymamy:

$$\dot{H}'_x = \frac{\dot{H}_{x\delta}}{\dot{H}_{x\delta o}} = \frac{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2} - \operatorname{ch}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2} - 1},$$

$$\dot{B}'_y = \frac{\dot{B}_{y\delta}}{\dot{B}_{yo}} = \frac{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2} + \dot{\varkappa}\operatorname{ch}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2} + \dot{\varkappa}},$$

$$\dot{H}'_z = \frac{\dot{H}_{z\delta}}{\dot{H}_{x\delta o}} = -j\sqrt{\dot{\varkappa}+1}\,\frac{\operatorname{sh}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2} - 1}, \tag{18}$$

$$\dot{K}'_x = \frac{\dot{K}_{x\delta}}{\dot{K}_{z\delta o}} = j\sqrt{\dot{\varkappa}+1}\,\frac{\operatorname{sh}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2} - 1},$$

$$\dot{K}'_z = \frac{\dot{K}_{z\delta}}{\dot{K}_{z\delta o}} = \frac{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2} - \operatorname{ch}\dot{b}\eta z}{\operatorname{ch}\dot{b}\frac{\pi}{2} - 1},$$

gdzie

$$\dot{\varkappa} = \frac{\dot{\alpha}}{\mu'\lambda^2\delta}. \tag{19}$$

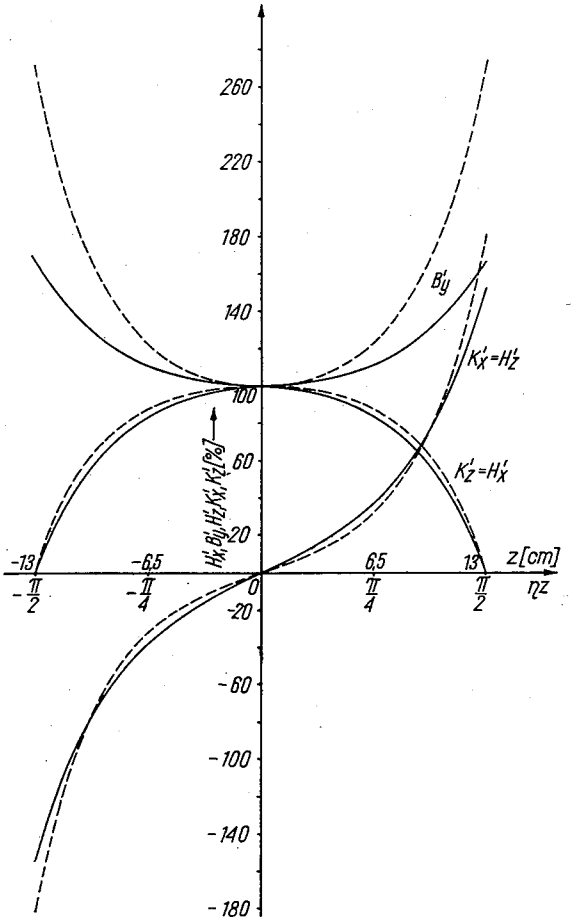
Wykorzystując zależności (6) i (9a) możemy napisać

$$\left.\begin{aligned} \dot{\varkappa} &= \dot{c}\sqrt{\frac{f\gamma}{\mu'}}\frac{\tau^2}{\delta}, \\ \dot{c} &= \frac{\sqrt{j2\pi\mu_0}}{\pi^2}. \end{aligned}\right\} \tag{19'}$$

Wstawiając (19) do (17) otrzymamy

$$\dot{b} = \frac{\lambda}{\eta}\sqrt{\dot{\varkappa}+1} = \frac{L}{\tau}\sqrt{\dot{\varkappa}+1}. \tag{17'}$$

Uwzględniając zależności (19) i (20) w równaniach (18) widzimy, że kształt rozkładu w funkcji $\eta z$ poszczególnych wielkości charakteryzujących pole na powierzchni wirnika zależy tylko od parametru $\dot{\varkappa}$ i od stosunku $\frac{L}{\tau}$. Aby zorientować się, w jakim kierunku wpływają zmiany $\dot{\varkappa}$ i $\frac{L}{\tau}$ na rozkład pola w kierunku osiowym, na rys. 3a i 3b wykreślono zależności $H'_x$, $B'_y$,




Rys. 3a. Obliczony rozkład pola w kierunku osiowym przy

$\frac{L}{\tau} = 1{,}3 = \text{const}$, $L = 26$ cm; ——— $\varkappa = 1{,}04$, – – – $\varkappa = 2{,}33$

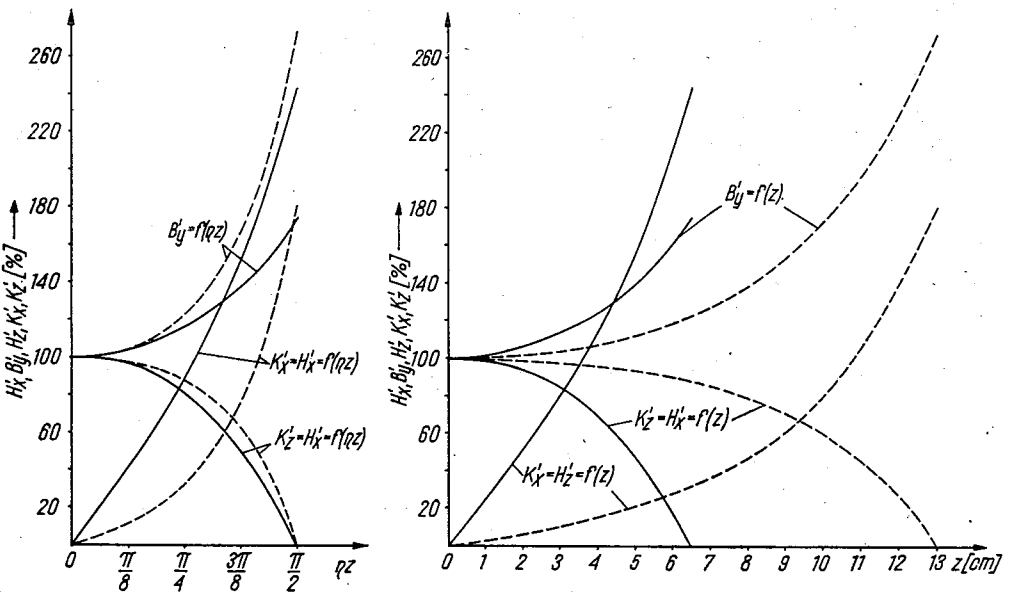
$H'_z$, $K'_x$ i $K'_z$ w funkcji $\eta z$ i w funkcji $z$ dla dwu różnych wartości $\varkappa$ i dwu różnych wartości $\frac{L}{\tau}$, a mianowicie:

a) $\dot{\varkappa} = 0{,}735(1+j) = 1{,}04e^{j45°}$, $\frac{L}{\tau} = 1{,}3$ $\left(f = 10\ \text{Hz},\ \mu' = 900,\ \gamma = 3\cdot 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}},\right.$

$\left.\delta = 2\cdot 10^{-3}\ \text{m},\ \tau = 0{,}2\ \text{m},\ L = 0{,}26\ \text{m}\right)$,

b) $\dot{\varkappa} = 1{,}65(1+j) = 2{,}33e^{j45°}$, $\frac{L}{\tau} = 1{,}3$ ($f = 50$ Hz, pozostałe dane jak w p. a),

c) $\dot{\varkappa} = 1{,}65(1+j) = 2{,}33e^{j45°}$, $\frac{L}{\tau} = 0{,}65$ ($L = 0{,}13$ m, pozostałe dane jak w p. b)




Rys. 3b. Obliczony rozkład pola w kierunku osiowym przy

$\varkappa = 2{,}33 = \text{const}$; ——— $\frac{L}{\tau} = 0{,}65$, $L = 13$ cm; – – – $\frac{L}{\tau} = 1{,}3$, $L = 26$ cm

Z rysunku 3a widać, że wzrost parametru $\varkappa$, a zatem wzrost wyrażenia $\sqrt{\frac{f\gamma}{\mu'}}\frac{\tau^2}{\delta}$, przy $\frac{L}{\tau} = \text{const}$ powoduje bardziej stromy przebieg krzywych rozkładu pola w kierunku osiowym. Rysunek 3b pokazuje, jaki wpływ na rozkład pola w kierunku osiowym ma zmiana stosunku $\frac{L}{\tau}$ przy $\varkappa = \text{const}$. Widzimy, że przy większej wartości tego stosunku zmiany pola w funkcji $z$ następują wolniej, chociaż sumaryczne zmiany mogą być w tym przypadku większe.

## 6. OKREŚLENIE ZASTĘPCZEJ DŁUGOŚCI MASZYNY

Z przytoczonej wyżej teorii wynika, że na krańcach twornika, tzn. dla $z = \pm\frac{L}{2}$, prądy płyną tylko w kierunku obwodowym ($K_z = 0$). Jest to sprzeczne z doświadczeniem. Okazuje się mianowicie, że na krańcach twornika występuje składowa osiowa prądu o stosunkowo dużej wartości. Ta niezgodność doświadczenia z teorią spowodowana jest założeniem upraszczającym 2g). Założenie to sprowadza się do nieuwzględnienia zmian przewodności magnetycznej przestrzeni stojan-wirnik na krańcach twornika oraz do przyjęcia nieprawdziwego rozkładu obciążenia liniowego w tym obszarze.

Powyższe rozbieżności opracowanej teorii z doświadczeniem można w znacznym stopniu zmniejszyć przez wstawienie do wyprowadzonych wzorów pewnej zastępczej długości maszyny $L' > L$. Dla właściwego dobrania wartości $L'$ oprzemy się na wnioskach z prac Štěpiny i Kubrychta [8] oraz Provaznika [7]. Wymienieni autorzy wykazują na drodze teoretycznej i doświadczalnej, że na części wirnika wystającej poza stojan składowa osiowa prądu jest równa składowej obwodowej niezależnie od wielkości wysięgu wirnika. A zatem na krańcach twornika $\left(\text{dla } z = \pm\frac{L}{2}\right)$ powinno być

$$(K_z)_{z=\frac{L}{2}} = (K_x)_{z=\frac{L}{2}}.$$

Uwzględniając zależności (18) możemy napisać

$$\left|\sqrt{\dot{\varkappa}+1}\,\mathrm{sh}\,\dot{b}'\eta'\frac{L}{2}\right| = \left|\mathrm{ch}\,\dot{b}'\frac{\pi}{2} - \mathrm{ch}\,\dot{b}'\eta'\frac{L}{2}\right|, \tag{20}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned} \dot{b}' &= \frac{L'}{\tau}\sqrt{\dot{\varkappa}+1} = \frac{L'}{L}\dot{b}, \\ \eta' &= \frac{\pi}{L'} = \frac{L}{L'}\eta. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Po podstawieniu zależności (21) do (20) otrzymamy:

$$\left|\sqrt{\dot{\varkappa}+1}\,\mathrm{sh}\,\dot{b}\frac{\pi}{2}\right| = \left|\mathrm{ch}\,\dot{b}\frac{L'}{L}\frac{\pi}{2} - \mathrm{ch}\,\dot{b}\frac{\pi}{2}\right|, \tag{20'}$$

gdzie $\dot{b}$ dane jest wzorem (17').
Stosując przybliżone zależności

$$|\mathrm{sh}(u+jv)| \approx \mathrm{sh}\,u,$$
$$|\mathrm{ch}(u+jv)| \approx \mathrm{ch}\,u,$$

które w rozważanym przypadku obarczone są błędem nie przekraczającym 8% (a przeważnie znacznie mniejszym), można zależność (20′) zapisać w postaci:

$$\operatorname{ch} b_r \frac{L'}{L}\frac{\pi}{2} = |\sqrt{\dot{\varkappa}+1}|\operatorname{sh} b_r \frac{\pi}{2} + \operatorname{ch} b_r \frac{\pi}{2}, \tag{20''}$$

gdzie: $b_r = Re\,\dot{b}$, $\dot{b} = b_r + jb_x$.

Ostatnia zależność pozwala wyznaczyć zastępczą długość maszyny $L'$ przy danych wartościach $L$, $\tau$ i $\varkappa$. W tablicy 1 podano zestawienie obliczeń zastępczej długości $L'$ i stosunku $\frac{L'}{L}$ dla rozważanych poprzednio przykładów

Tablica 1

**Wyniki przykładowych obliczeń zastępczej długości maszyny $L'$ i stosunku $\frac{L'}{L}$**

| Lp. | $\varkappa$ | $\frac{L}{\tau}$ | $L$ | $L'$ | $\frac{L'}{L}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | — | — | m | m | — |
| 1 | 1,04 | 1,3 | 0,26 | 0,340 | 1,31 |
| 2 | 2,33 | 1,3 | 0,26 | 0,337 | 1,30 |
| 3 | 2,33 | 0,65 | 0,13 | 0,198 | 1,53 |

liczbowych. Z tablicy tej widać, że wartość stosunku $\frac{L'}{L}$ zależy przede wszystkim od wartości stosunku $\frac{L}{\tau}$, a w małym stopniu zależy od parametru $\varkappa$.

## 7. UWZGLĘDNIENIE ZMIAN PRZENIKALNOŚCI MAGNETYCZNEJ ŻELAZA WIRNIKA

Zmiany przenikalności magnetycznej żelaza wirnika możemy uwzględnić w sposób przybliżony metodą podaną w pracy [5]. Metoda ta oparta na teorii Nejmana [6] uwzględnia tylko zmiany $\mu$ w kierunku promieniowym ($y$). Aby uwzględnić zmiany $\mu$ tą metodą, należy wprowadzić następujące poprawki do równań wyprowadzonych przy $\mu$ = const:

a) zastąpić stałą przenikalność $\mu$ przez $\dot{\mu}_\delta = \mu_\delta e^{-j\psi'}$, gdzie $\mu_\delta$ — wartość przenikalności magnetycznej żelaza wirnika na jego powierzchni, $\psi'$ — zastępczy kąt strat histerezowych,

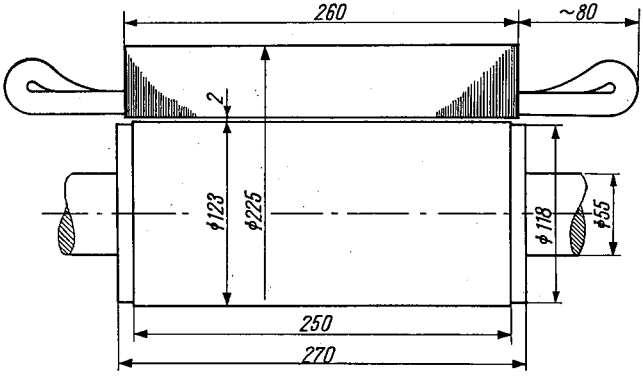
b) zastąpić stałą $\dot{\alpha} = \alpha e^{j45°}$ przez $\dot{\alpha}_N = \alpha_N e^{j\varphi_{\alpha N}}$. Dokładne wartości $\psi'$, $\alpha_N$ i $\varphi_{\alpha N}$ można wyznaczyć z wzorów (35) i (39) podanych w pracy [5] znając krzywą magnesowania i pętlę histerezy żelaza wirnika. Na ogół $0 < \psi' < 20°$, $\alpha_N \approx 0{,}85\alpha$, $\varphi_{\alpha N} \approx 45°$.

Zmiany czasowe przenikalności magnetycznej można uwzględnić również metodą podaną u Nejmana, tzn. przez odczytanie wartości $\mu$ z krzywej magnesowania dla wartości skutecznej natężenia pola magnetycznego (a nie dla wartości maksymalnej). Zmiany $\mu$ w kierunku obwodowym i osiowym są w rozważanym przypadku niewielkie i dlatego nie będziemy ich uwzględniać.

## 8. DOŚWIADCZALNE SPRAWDZENIE TEORII

Opracowana teoria została sprawdzona przez pomiar rozkładu pola elektromagnetycznego w kierunku osiowym w szczelinie dwubiegunowej maszyny modelowej o wymiarach podanych na rys. 4. Ograniczono się przy tym do zbadania rozkładu $B'_y$, $K'_z$, i $K'_x = f(z)$, natomiast nie badano rozkładu $H'_x$ i $H'_z = f(z)$, ponieważ — jak to wynika z równań (18) — kształt krzywej $H'_x = f(z)$, jest taki sam jak $K'_z = f(z)$, a krzywej $H'_z = f(z)$ — taki sam jak $K'_x = f(z)$.

W czasie badań uzwojenie stojana maszyny modelowej zasilano symetrycznym napięciem trójfazowym. Pomiary wykonywano przy róż-



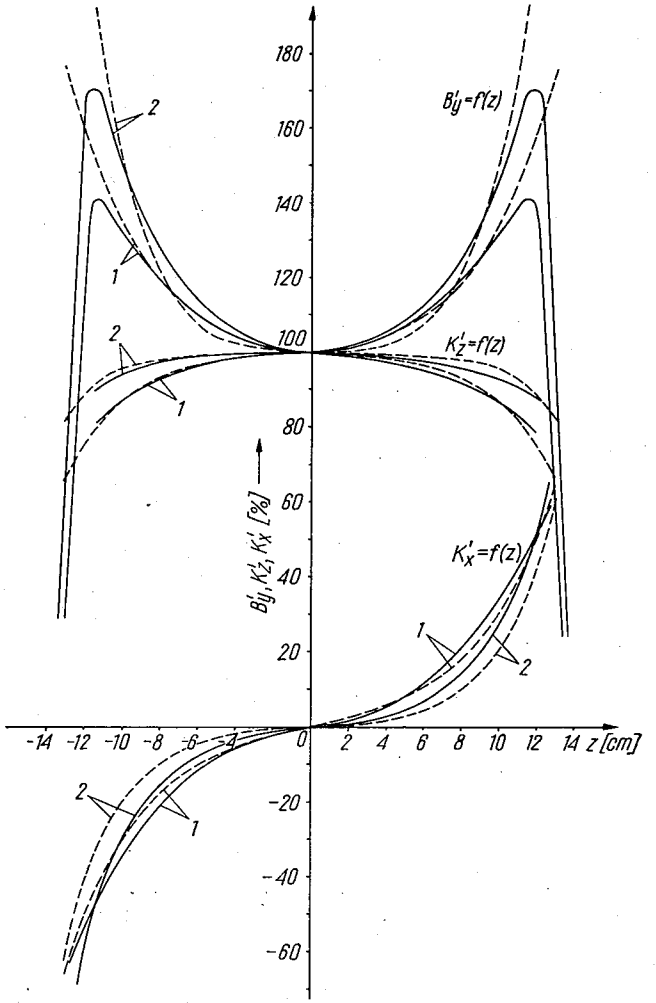

Rys. 4. Główne wymiary maszyny użytej do badań

nych wartościach indukcji w szczelinie i różnych wartościach częstotliwości. Wirnik był w czasie pomiarów nieruchomy. Temperaturę powierzchni wirnika mierzono przy pomocy termopary. Do badania rozkładu $B'_y = f(z)$ używano płaskiej cewki o przekroju kołowym $s = 113\ \text{mm}^2$ i liczbie zwojów $z = 25$. Cewkę przyklejono do cienkiego paska bakelitu, co pozwalało na wsunięcie jej do szczeliny badanej maszyny na dowolną głębokość. Woltomierz lampowy przyłączony do wyżej opisanej cewki wskazywał napięcie proporcjonalne do indukcji normalnej w danym punkcie szczeliny.

Rozkład $K'_x = f(z)$ i $K'_z = f(z)$ badano przy pomocy dwupunktowych sond przykładanych do powierzchni wirnika i mierzących spadek napięcia na odcinku $\Delta l = 15\ \text{mm}$. W przypadku gdy oba punkty pomiarowe

sondy leżały na tworzącej wirnika, mierzony spadek napięcia był proporcjonalny do $K_z$, a w przypadku ułożenia punktów pomiarowych w kierunku obwodowym — mierzony spadek napięcia był proporcjonalny do $K_x$.

Otrzymane na drodze pomiarowej krzywe rozkładu pola w szczelinie wzdłuż osi maszyny porównano z odpowiednimi krzywymi otrzymanymi




Rys. 5a. Porównanie obliczonych krzywych $B'_y$, $K'_z$, $K'_x = f(z)$ z pomierzonymi przy $f = 50$ Hz, $\vartheta = 50°$

$1 — B_0 = 0{,}0295$T, $2 — B_0 = 0{,}118$T; ——— pomiar, — — — obliczenie

na drodze obliczeniowej. Przy obliczeniach korzystano ze wzorów (18) uwzględniając zmiany $\mu = f(y, t)$ wg metody podanej w rozdz. 7. Zastępczą długość maszyny przyjęto do wszystkich obliczeń jednakową

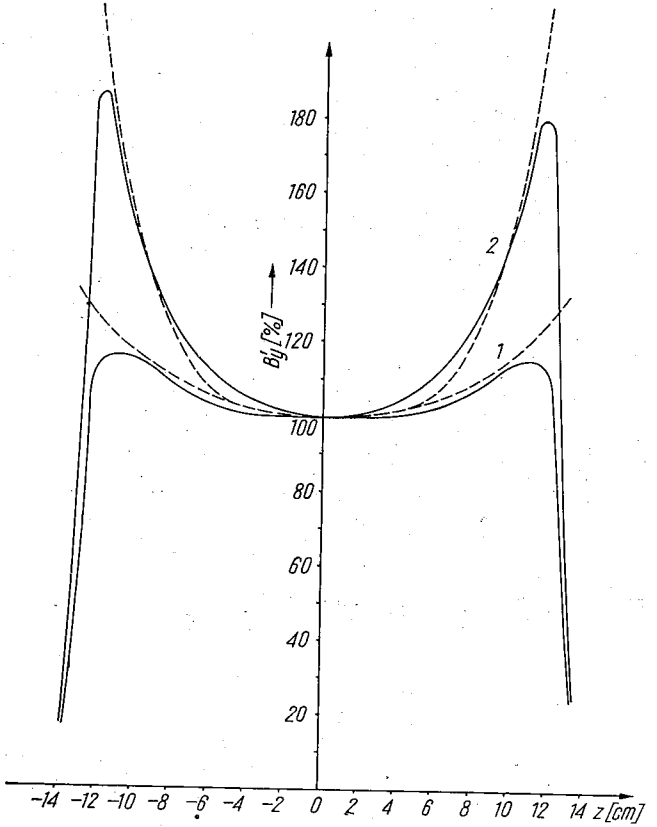
$$L' = 1{,}29L = 0{,}335 \text{ m}$$

(przy wykorzystaniu wzoru (20″) otrzymywano w rozpatrywanych warunkach wartość stosunku $\frac{L'}{L}$ w granicach 1,26 ... 1,32).

Przykładowe porównanie kształtu pomierzonych krzywych z obliczonymi przedstawiono na rys. 5a i 5b [1].

Na podstawie przeprowadzonego porównania stwierdzono, co następuje:

a) Przebieg krzywych pomierzonych jest zgodny w zasadzie z przebiegiem odpowiednich krzywych obliczonych z wyjątkiem obszarów brze-




Rys. 5b. Porównanie obliczonych krzywych $B_y' = f(z)$ z pomierzonymi przy $B_0 = 0{,}0590$T
*1* — $f = 10$ Hz, $\vartheta = 30°$C, *2* — $f = 100$ Hz, $\vartheta = 50°$C

gowych. Rozbieżności w wartościach rzędnych krzywych pomierzonych w stosunku do obliczonych dla $|z| < 11$ cm $= 0{,}85\,\frac{L}{2}$ nie przekraczają na ogół $\pm 10\%$ wielkości odniesienia.

[1] Dokładny opis wszystkich wykonanych pomiarów i obliczeń podano w pracy [4].

b) Zmiany kształtu krzywych pomierżonych przy zmianie częstotliwości i indukcji w szczelinie odpowiadają zmianom kształtu odpowiednich krzywych obliczonych.

c) W obszarze brzegowym zgodność pomiaru z obliczeniem w odniesieniu do krzywych $B'_y = f(z)$ przestaje obowiązywać. Krzywe obliczone monotonicznie rosną, a krzywe pomierzone osiągają maksimum i gwałtownie opadają. Jest to spowodowane zmianą przewodności magnetycznej przestrzeni stojan-wirnik na krańcach maszyny. Następuje tu jak gdyby gwałtowny wzrost szczeliny. Zjawisko to nie było uwzględniane przy wyprowadzaniu wzorów, toteż rozbieżności obliczeń z pomiarem w tym obszarze są w pełni uzasadnione. Porównanie kształtu krzywych $K'_z$ i $K'_x = f(z)$ było możliwe tylko do $|z| \approx 12$ cm, ze względu na to, że długość czynnej części wirnika badanej maszyny wynosiła 25 cm (p. rys. 4).

## 9. WNIOSKI

Z przeprowadzonej analizy teoretycznej i doświadczalnej wynika, że pole elektromagnetyczne w szczelinie maszyny o masywnym wirniku ulega wyraźnym zmianom w kierunku osiowym nawet w przypadku stosunkowo dużych wartości $\frac{L}{\tau}$. Spotykane często w literaturze założenie, że rozkład pola w szczelinie jest równomierny w funkcji osi $z$ na całej długości twornika, jest dalekie od prawdy. Szczególnie dużą nierównomierność rozkładu w funkcji $z$ wykazuje indukcja normalna $B_y$.

Kształt rozkładu pola w kierunku osiowym zależy:

a) od wartości wyrażenia $\varkappa = c\sqrt{\frac{f\gamma}{\mu'}}\frac{\tau^2}{\delta}$,

b) od wartości stosunku $\frac{L}{\tau}$.

W jaki sposób wymienione parametry wpływają na kształt krzywych pola, przedstawiono na rys. 3a i 3b. Znając wartość $\varkappa$ oraz $\frac{L}{\tau}$ możemy na podstawie wyprowadzonych w niniejszej pracy wzorów znaleźć w każdym konkretnym przypadku rozkład pola w szczelinie w kierunku osiowym.

Załącznik 1

### Wyznaczenie stałych całkowych w równaniach (6) i (7)

Podstawiamy $\dot{V}_p = \dot{H}_{px}$, $\dot{V}_z = \dot{H}_{zx}$.

Wykorzystując pierwszy warunek brzegowy $\dot{H}_{px}(x, 0, z) = -\dot{A}(x, z)$ mamy:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}(\dot{C}_{1pn}e^{-j\lambda_n x}+\dot{C}_{2pn}e^{j\lambda_n x})(\dot{C}_{3pn\nu}+\dot{C}_{4pn\nu})(\dot{C}_{5p\nu}\cos\eta_\nu z+\dot{C}_{6p\nu}\sin\eta_\nu z) =$$

$$= -e^{-j\lambda x}\sum_{\nu=1,3,5\ldots}^{\infty}\dot{A}_{m\nu}\cos\eta_\nu z.$$

Ponieważ powyższa równość musi być spełniona tożsamościowo, więc

$$\dot{C}_{1pn} = 0 \quad \text{dla} \quad n \neq 1,$$
$$\dot{C}_{2pn} = 0 \quad \text{dla wszystkich } n,$$
$$\dot{C}_{5pv} = 0 \quad \text{dla} \quad v = 2k = 2, 4, 6, \ldots,$$
$$\dot{C}_{6pv} = 0 \quad \text{dla wszystkich } v.$$

A zatem równanie na $\dot{H}_{px}$ możemy napisać w postaci:

$$\dot{H}_{px} = e^{-j\lambda x} \sum_{v=1,3,5\ldots}^{\infty} (\dot{C}'_{pv} e^{-\beta_{pv} y} + \dot{C}''_{pv} e^{\beta_{pv} y}) \cos \eta_v z, \tag{I}$$

przy czym

$$\dot{C}'_{pv} + C''_{pv} = -\dot{A}_{mv}. \tag{II}$$

Z drugiego warunku brzegowego $\dot{H}_{px}(x, \delta, z) = \dot{H}_{\dot{z}x}(x, \delta, z)$ wynika, że

$$\dot{C}_{1\dot{z}n} = 0 \quad \text{dla} \quad n \neq 1,$$
$$\dot{C}_{2\dot{z}n} = 0 \quad \text{dla wszystkich } n,$$
$$\dot{C}_{5\dot{z}v} = 0 \quad \text{dla} \quad v = 2k = 2, 4, 6, \ldots,$$
$$\dot{C}_{6\dot{z}v} = 0 \quad \text{dla wszystkich } v.$$

Ponadto z warunku $\lim_{y\to\infty} \dot{H}_{px} = 0$ mamy $\dot{C}_{4\dot{z}nv} = 0$ dla wszystkich $n$ i $v$ i równanie na $\dot{H}_{\dot{z}x}$ możemy zapisać w postaci

$$\dot{H}_{\dot{z}x} = e^{-j\lambda x} \sum_{v=1,3,5\ldots}^{\infty} \dot{C}_{\dot{z}v} e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}v} y} \cos \eta_v z, \tag{III}$$

przy czym

$$\dot{C}'_{pv} e^{-\beta_{pv}\delta} + \dot{C}''_{pv} e^{\beta_{pv}\delta} = \dot{C}_{\dot{z}v} e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}v}\delta}. \tag{IV}$$

Aby wykorzystać trzeci warunek brzegowy $\mu_0 \dot{H}_{py}(x, \delta, z) = \mu \dot{H}_{\dot{z}y}(x, \delta, z)$, trzeba wyprowadzić równania na $\dot{H}_{py}$ i $\dot{H}_{\dot{z}y}$.
Z I prawa Maxwella dla szczeliny powietrznej, $\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}}_p = 0$, wynika:

$$\operatorname{rot}_z \dot{\mathbf{H}}_p = \frac{\partial \dot{H}_{py}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_{px}}{\partial y} = 0,$$

$$\dot{H}_{py} = \int \frac{\partial \dot{H}_{px}}{\partial y}\, dx.$$

Po wykonaniu różniczkowania i całkowania równania (I) otrzymamy:

$$\dot{H}_{py} = \frac{1}{j\lambda} e^{-j\lambda x} \sum_{v=1,3,5\ldots}^{\infty} \beta_{pv} (\dot{C}'_{pv} e^{-\beta_{pv} y} - \dot{C}''_{pv} e^{\beta_{pv} y}) \cos \eta_v z + F_1(y, z).$$

Ze względu na założenie, że rozkład pola w funkcji $x$ nie ma składowej stałej, musi być $F_1(y, z) = 0$, zatem

$$\dot{H}_{py} = \frac{1}{j\lambda} e^{-j\lambda x} \sum_{v=1,3,5\ldots}^{\infty} \beta_{pv} (\dot{C}'_{pv} e^{-\beta_{pv} y} - \dot{C}''_{pv} e^{\beta_{pv} y}) \cos \eta_v z. \tag{V}$$

Dla żelaza wirnika

$$\operatorname{rot}\dot{\mathbf{H}}_{\dot{z}} = \gamma\dot{\mathbf{K}}_{\dot{z}},$$

$$\operatorname{rot}_y\dot{\mathbf{H}}_{\dot{z}} = 0, \quad \text{bo} \quad \dot{K}_{\dot{z}y} = 0,$$

stąd

$$\frac{\partial\dot{H}_{\dot{z}x}}{\partial z} - \frac{\partial\dot{H}_{\dot{z}z}}{\partial x} = 0, \quad \dot{H}_{\dot{z}z} = \int \frac{\partial\dot{H}_{\dot{z}x}}{\partial z}\,dx.$$

Wykorzystując zależność (III) mamy:

$$\dot{H}_{\dot{z}z} = \frac{1}{j\lambda}\,e^{-j\lambda x} \sum_{\nu=1,3,5\ldots}^{\infty} \eta_\nu \dot{C}_{\dot{z}\nu} e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}y} \sin\eta_\nu z + F_2(y, z).$$

Analogicznie jak poprzednio można uzasadnić, że $F_2(y, z) = 0$, zatem

$$\dot{H}_{\dot{z}z} = \frac{1}{j\lambda} \sum_{\nu=1,3,5\ldots}^{\infty} \eta_\nu \dot{C}_{\dot{z}\nu} e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}y} \sin\eta_\nu z. \tag{VI}$$

W analogiczny sposób możemy wyprowadzić wzór na $\dot{H}_{pz}$:

$$\dot{H}_{pz} = \frac{1}{j\lambda}\,e^{-j\lambda x} \sum_{\nu=1,3,5\ldots}^{\infty} \eta_\nu (\dot{C}'_{p\nu} e^{-\beta_{p\nu}y} + \dot{C}''_{p\nu} e^{\beta_{p\nu}y}) \sin\eta_\nu z. \tag{VII}$$

Z zależności $\operatorname{div}\dot{\mathbf{H}}_{\dot{z}} = 0$ wynika

$$\dot{H}_{\dot{z}y} = -\int \left(\frac{\partial\dot{H}_{\dot{z}x}}{\partial x} + \frac{\partial\dot{H}_{\dot{z}z}}{\partial z}\right) dy.$$

Wykorzystując związki (III) i (IV) otrzymamy:

$$\dot{H}_{\dot{z}y} = \frac{1}{j\lambda}\,e^{-j\lambda x} \sum_{\nu=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{\beta_{p\nu}^2}{\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}} \dot{C}_{\dot{z}\nu} e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}y} \cos\eta_\nu z + F_3(x, z).$$

Ze względu na to, że dla $y \to \infty$ pole musi zanikać, mamy $F_3(x, z) = 0$, zatem

$$\dot{H}_{\dot{z}y} = \frac{1}{j\lambda}\,e^{-j\lambda x} \sum_{\nu=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{\beta_{p\nu}^2}{\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}} \dot{C}_{\dot{z}\nu} e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}y} \cos\eta_\nu z. \tag{VIII}$$

Wykorzystując warunek brzegowy $\mu\dot{H}_{\dot{z}y}(x, \delta, z) = \mu_0\dot{H}_{py}(x, \delta, z)$ mamy

$$\dot{C}'_{p\nu} e^{-\beta_{p\nu}\delta} - \dot{C}''_{p\nu} e^{\beta_{p\nu}\delta} = \frac{\mu}{\mu_0}\frac{\beta_{p\nu}}{\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}} \dot{C}_{\dot{z}\nu} e^{-\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}\delta}. \tag{IX}$$

Ze związków (II), (IV) i (IX) można wyznaczyć stałe całkowe $\dot{C}'_{p\nu}$, $\dot{C}''_{p\nu}$ i $C_{\dot{z}\nu}$.
Otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{C}'_{p\nu} &= -\frac{1}{2}(\dot{\beta}'_\nu + \mu')\frac{e^{\beta_{p\nu}\delta}}{\dot{M}_\nu}\,\dot{A}_{m\nu}, \\
\dot{C}''_{p\nu} &= -\frac{1}{2}(\dot{\beta}'_\nu - \mu')\frac{e^{-\beta_{p\nu}\delta}}{\dot{M}_\nu}\,\dot{A}_{m\nu}, \\
\dot{C}_{\dot{z}\nu} &= -\beta'_\nu \frac{e^{\dot{\beta}_{\dot{z}\nu}\delta}}{\dot{M}_\nu}\,\dot{A}_{m\nu},
\end{aligned}\right\} \tag{X}$$

gdzie $\dot{\beta}'_\nu$, $\mu'$ i $\dot{M}_\nu$ dane są wzorami (14).

Wstawiając zależności (X) do (I), (III), (V) ... (VIII) otrzymamy równania (11) i (12). Wykorzystując I prawo Maxwella rot $\mathbf{H}_{\dot{z}} = \gamma \mathbf{K}_{\dot{z}}$ mamy

$$\dot{K}_{\dot{z}x} = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial \dot{H}_{\dot{z}z}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_{\dot{z}y}}{\partial z}\right),$$

$$\dot{K}_{\dot{z}y} = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial \dot{H}_{\dot{z}x}}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_{\dot{z}z}}{\partial x}\right),$$

$$\dot{K}_{\dot{z}z} = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial \dot{H}_{\dot{z}y}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_{\dot{z}x}}{\partial y}\right).$$

Powyższe związki pozwalają przejść od równań (12) do równań (13).

Załącznik 2

## Wyprowadzenie równań (16)

Weźmy pod uwagę pierwsze z równań (13). Wprowadzając do niego uproszczenia (15) możemy napisać:

$$\dot{K}_{\dot{z}x} = \frac{\omega\mu}{\gamma} e^{-j\lambda x} e^{-\dot{\alpha}(y-\delta)} \sum_{\nu=1}^{\infty} \dot{A}_{m\nu} \frac{\eta_\nu}{\dot{\alpha}+\mu'\beta_{p\nu}^2\delta} \sin\eta_\nu z.$$

Uwzględniając zależności (8′), (9b) i (10) otrzymamy:

$$\dot{K}_{\dot{z}x} = \frac{4}{\pi} \dot{A}_m \frac{\omega\mu_0}{\lambda\eta\delta} e^{-j\lambda x - \dot{\alpha}(y-\delta)} \sum_{\nu=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\nu-1}{2}}}{\frac{\dot{\alpha}}{\mu'\eta^2\delta} + \frac{\lambda^2}{\eta^2} + \nu^2} \sin\eta_\nu z. \tag{XI}$$

Rozłóżmy na szereg Fouriera funkcję daną wzorami:

$$\left.\begin{aligned} f(u) &= \dot{a}\,\mathrm{sh}\,\dot{b}u && \text{dla} \quad -\frac{\pi}{2} \leqslant u \leqslant \frac{\pi}{2}, \\ f(u) &= -\dot{a}\,\mathrm{sh}\,\dot{b}(u-\pi) && \text{dla} \quad \frac{\pi}{2} \leqslant u \leqslant \pi, \\ f(u) &= -\dot{a}\,\mathrm{sh}\,\dot{b}(u+\pi) && \text{dla} \quad -\pi \leqslant u \leqslant -\frac{\pi}{2}, \end{aligned}\right\} \tag{XII}$$

gdzie $\dot{a}$ i $\dot{b}$ oznaczają pewne stałe liczby zespolone. Ponieważ funkcja (XII) jest nieparzysta i posiada przeciwną zgodność półokresów, więc w jej rozkładzie na szereg Fouriera (w przedziale $\langle -\pi, \pi\rangle$) wystąpią tylko nieparzyste harmoniczne sinusoidalne, których amplitudy można obliczyć ze wzoru

$$S_\nu = \frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(u)\sin\nu u\,du = \frac{4}{\pi}\,\dot{a}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{sh}\,\dot{b}u \sin\nu u\,du,$$

$$\nu = 1, 3, 5, \ldots.$$

Po scałkowaniu otrzymamy

$$\dot{S}_\nu = \frac{4}{\pi}\,\dot{a}\dot{b}\,\frac{(-1)^{\frac{\nu-1}{2}}}{\dot{b}^2+\nu^2}\,\mathrm{ch}\,\dot{b}\,\frac{\pi}{2}.$$

A zatem funkcję $f(u)$ można zapisać w postaci:

$$f(u) = \frac{4}{\pi} \dot{a}\dot{b} \operatorname{ch} \dot{b} \frac{\pi}{2} \sum_{\nu=1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{\nu-1}{2}}}{\dot{b}^2+\nu^2} \sin \nu u. \tag{XIII}$$

Porównując ze sobą zależności (XI) i (XIII) widzimy, że występujące tam szeregi mają analogiczną postać, a zatem kładąc $u = \eta z$ możemy funkcję $\dot{K}_{\dot{z}x} = f(z)$ w przedziale $-\frac{\pi}{2} < \eta z < \frac{\pi}{2}\left(-\frac{L}{2} \leqslant z \leqslant \frac{L}{2}\right)$ przedstawić w postaci:

$$\dot{K}_{\dot{z}x} = \dot{a} \operatorname{sh} \dot{b} \eta z,$$

przy czym, jak wynika z porównania (XI) i (XII), musi być

$$\frac{4}{\pi} \dot{a}\dot{b} \operatorname{ch} \dot{b} \frac{\pi}{2} = \frac{4}{\pi} \dot{A}_m \frac{\omega \mu_0}{\lambda \eta \delta} e^{-j\lambda x - \dot{a}(y-\delta)},$$

$$\dot{b}^2 = \frac{\dot{a}}{\mu' \eta^2 \delta} + \frac{\lambda^2}{\eta^2},$$

$$\dot{b} = \frac{\lambda}{\eta} \sqrt{\frac{\dot{a}}{\mu' \lambda^2 \delta} + 1}, \tag{XV}$$

$$\dot{a} = \dot{A}_m \frac{\omega \mu_0}{\lambda \eta \dot{b} \delta \operatorname{ch} \dot{b} \frac{\pi}{2}} e^{-j\lambda x - \dot{a}(y-\delta)}. \tag{XVI}$$

Wstawiając (XVI) do (XIV) otrzymamy

$$\dot{K}_{\dot{z}x} = \dot{A}_m \frac{\omega \mu_0}{\lambda \eta \dot{b} \delta} e^{-j\lambda x - \dot{a}(y-\delta)} \frac{\operatorname{sh} \dot{b} \eta z}{\operatorname{ch} \dot{b} \frac{\pi}{2}}. \tag{XVII}$$

Z warunku $\operatorname{div} \dot{\mathbf{K}}_{\dot{z}} = 0$ oraz $\dot{K}_{\dot{z}y} = 0$ mamy

$$\dot{K}_{\dot{z}z} = -\int \frac{\partial \dot{K}_{\dot{z}x}}{\partial x} dz.$$

Po zróżniczkowaniu i scałkowaniu równania (XVII) otrzymamy

$$\dot{K}_{\dot{z}z} = \dot{A}_m \frac{j\omega \mu_0}{\eta^2 \dot{b}^2 \delta} e^{-j\lambda x - \dot{a}(y-\delta)} \frac{\operatorname{ch} \dot{b} \eta z}{\operatorname{ch} \dot{b} \frac{\pi}{2}} + F(x, y).$$

Ponieważ, zgodnie z przyjętym założeniem na krańcach twornika prądy płyną tylko w kierunku obwodowym, więc dla $z = \pm \frac{L}{2}$ $\left(\text{tzn. } \eta z = \pm \frac{\pi}{2}\right)$ musi być $\dot{K}_{\dot{z}z} = 0$. Z powyższego warunku możemy wyznaczyć funkcję całkową $F(x, y)$:

$$F(x, y) = -\dot{A}_m \frac{j\omega \mu_0}{\eta^2 \dot{b}^2 \delta} e^{-j\lambda x - \dot{a}(y-\delta)}.$$

Ostatecznie uwzględniając zależność (XV) możemy napisać

$$\dot{K}_{\dot{z}z} = -j\dot{A}_m \frac{\omega\mu}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda^2\delta} e^{-j\lambda x-\dot{\alpha}(y-\delta)}\left(1-\frac{\mathrm{ch}\,\dot{b}\eta z}{\mathrm{ch}\,\dot{b}\frac{\pi}{2}}\right). \tag{XVIII}$$

Na podstawie drugiego prawa Maxwella, $\mathrm{rot}\,\dot{\mathbf{K}}_{\dot{z}} = -j\omega\mu\dot{\mathbf{H}}_{\dot{z}}$, mamy:

$$\dot{H}_{\dot{z}x} = \frac{j}{\omega\mu}\left(\frac{\partial\dot{K}_{\dot{z}z}}{\partial y} - \frac{\partial\dot{K}_{\dot{z}y}}{\partial z}\right),$$

$$\dot{H}_{\dot{z}y} = \frac{j}{\omega\mu}\left(\frac{\partial\dot{K}_{\dot{z}x}}{\partial z} - \frac{\partial\dot{K}_{\dot{z}z}}{\partial x}\right),$$

$$\dot{H}_{\dot{z}z} = \frac{j}{\omega\mu}\left(\frac{\partial\dot{K}_{\dot{z}y}}{\partial x} - \frac{\partial\dot{K}_{\dot{z}x}}{\partial y}\right).$$

Wykorzystując równania (XVII) i (XVIII) oraz warunek $\dot{K}_{\dot{z}y} = 0$ otrzymamy:

$$\dot{H}_{\dot{z}x} = -\dot{A}_m \frac{\dot{\alpha}}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda^2\delta} e^{-j\lambda x-\dot{\alpha}(y-\delta)}\left(1-\frac{\mathrm{ch}\,\dot{b}\eta z}{\mathrm{ch}\,\dot{b}\frac{\pi}{2}}\right), \tag{XIX}$$

$$B_{\dot{z}y} = \mu\dot{H}_{\dot{z}y} = j\dot{A}_m \frac{\mu\lambda}{\dot{\alpha}+\mu'\lambda^2\delta}\left(1+\frac{\dot{\alpha}}{\mu'\lambda^2\delta}\frac{\mathrm{ch}\,\dot{b}\eta z}{\mathrm{ch}\,\dot{b}\frac{\pi}{2}}\right) e^{-j\lambda x-\dot{\alpha}(y-\delta)}, \tag{XX}$$

$$\dot{H}_{\dot{z}z} = j\dot{A}_m \frac{\dot{\alpha}}{\mu'\lambda\eta\dot{b}\delta}\frac{\mathrm{sh}\,\dot{b}\eta z}{\mathrm{ch}\,\dot{b}\frac{\pi}{2}} e^{-j\lambda x-\dot{\alpha}(y-\delta)}. \tag{XXI}$$

Równania (XVII) ... (XXI) pokrywają się z równaniami (16).

*Politechnika Łódzka*
*Katedra Maszyn Elektrycznych i Transformatorów*

## WYKAZ LITERATURY

1. Angst G.: Polyphase Induction Motor with Solid Rotor; Effects of Saturation and Finite Length, Power App. and Syst. 1962, s. 902—910.
2. Bašta J.: Anlauf eines massiven Stahlzylinders im magnetischen Drehfeld, E und M 1953, s. 222—230.
3. Gibbs W. J.: The Theory and Design of Eddy Current Slip Couplings BEAMA Journal 1946, s. 123—128, 172—177, 219—225.
4. Lasociński J.: Pole elektromagnetyczne w szczelinie maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym, Praca doktorska, Politechnika Łódzka 1964.
5. Lasociński J.: Pole elektromagnetyczne w szczelinie nieskończenie długiej maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym, Rozprawy Elektrotechniczne, z. 4, 1965.
6. Nejman Ł. R.: Powierchnostnyj effiekt w ferromagnitnych tiełach, GEI 1949.
7. Provazník F.: Ferromagnetický válec konečné délky w točivém magnetickém poli, Prace Ustavu pro Elektrotechniku ČSAV, V, 1956, s. 114—150.
8. Štěpina J., Kubrycht J.: Plný válec v magnetickém poli, Prace Ustavu pro Elektrotechniku ČSAV, IV, 1956, s. 89—135.
9. Wood A. J., Concordia C.: An Analysis of Solid Rotor Machines, Power App. and System 1960, Nr 46, s. 1657—1673, Nr 47, s. 21—31.

J. LASOCIŃSKI

## ELECTROMAGNETIC FIELD IN AIR-GAP OF A MACHINE WITH SOLID FERROMAGNETIC ROTOR BY TAKING INTO CONSIDERATION FINITE LENGTH OF THE MACHINE


### Summary

The paper gives a theoretical analysis of the electromagnetic field distribution in the air-gap of a machine with solid smooth ferromagnetic rotor paying special attention to the field distribution in axial direction. The analysis is performed by the assumption of constant permeability of rotor iron ($\mu$ = const) and sinusoidal field distribution in radial direction. The effects of finite length are allowed for assuming periodic changes of field in axial direction. On the basis of derived formulas the author shows that the form of field distribution in axial direction depends on the machine dimensions $L$, $\tau$, $\delta$ and the rotor parameters $f$, $\mu$, $\gamma$.

The paper presents also an approximate method of taking into account the changes of $\mu$.

The elaborated theory has been experimentally verified. Measuring results show good agreement with computation.


J. LASOCIŃSKI

## LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS L'ENTREFER D'UNE MACHINE À ROTOR MASSIF FERROMAGNÉTIQUE EN CONSIDÉRANT LA LONGUEUR FINI DE LA MACHINE


### Résumé

Cet article contient une analyse théorique de la distribution du champ électromagnétique dans l'entrefer d'une machine à rotor ferromagnétique uni. On a analysé la repartition axiale du champ en considérant la valeur constante de la perméabilité ($\mu$ = const) ainsi que la distribution sinusoidale du champ au bord du rotor. La longueur fini d'une machine a été considerée en supposant que le changement axial du champ était périodique. L'auteur a discuté la distribution du champ prenant en compte l'influence de dimensions d'une machine $L$, $\tau$, $\delta$ et les paramètres du rotor $f$, $\mu$, $\gamma$. On a donné aussi une méthode approximée considérant l'inconstance de $\mu$.

L'analyse théorique fût verifiée par l'expériment. Les résultats des mesures ont montré une bonne concordance avec les résultats des calculs.


J. LASOCIŃSKI

## DAS ELEKTROMAGNETISCHE FELD IM LUFTSPALT EINER MASCHINE MIT MASSIVEM FERROMAGNETISCHEM LÄUFER UNTER BERÜCKSICHTIGUNG ENDLICHER LÄNGE DER MASCHINE


### Zusammenfassung

Es wird eine theoretische Analyse der Verteilung des elektromagnetischen Feldes im Luftspalt einer Maschine mit massivem, glattem, ferromagnetischem Läufer unter besonderer Beachtung der Feldverteilung in Achsialrichtung durchgeführt. Die Analyse wird bei der Voraussetzung konstanter Permeabilität des Läufereisens ($\mu$ = const) und der sinusoidalen Feldverteilung längs des Umfangs ausgefertigt.

Die endliche Länge der Maschine wird nach der Methode von Wood und Concordia [9] berücksichtigt, das heisst voraussetzend periodische Feldänderungen in Achsialrichtung. Dank Ausnutzung Vereinfachungen (15) war es möglich die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes im Eisen in der Form einfacher Kombinationen der hiperbolischen Funktionen darstellen [Gleichungen (16)]. Aus der Diskussion dieser Gleichungen folgt, dass die Form der Kurven, die die Feldänderungen in Achsialrichtung darstellen, von dem Wert des Ausdruckes $\varkappa = c\sqrt{\frac{f\gamma}{\mu'}}\frac{\tau^2}{\delta}$ und des Verhältnisses $\frac{L}{\tau}$ abhängt (vgl. Abb. 3a und 3b).

In der Arbeit wird auch eine angenäherte Methode gegeben, die den Einfluss der $\mu$-Änderungen auf die Feldverteilung im Luftspalt berücksichtigen erlaubt.

Die bearbeitete Theorie ist experimentel nachgeprüft worden. Man hat festgestellt (Abb. 5a und 5b), dass die gemessenen Feldkurven mit den berechneten gut übereinstimmen (mit Ausnahme der Endzonen), wenn man in die abgeleiteten Formeln nicht die tatsächliche Ankerlänge $L$, sondern eine Ersatzlänge $L' > L$ durchführt. Das Verhältnis $\frac{L'}{L}$ kann nach der Beziehung (20″) bei gegebenen Werten $\varkappa$ und $\frac{L}{\tau}$ bestimmt werden.

Я. ЛЯСОЦИНСКИ

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ЗАЗОРЕ МАШИНЫ С МАССИВНЫМ ФЕРРОМАГНИТНЫМ РОТОРОМ С УЧЕТОМ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ МАШИНЫ

Р е з ю м е

В работе выполнен теоретический анализ распределения электромагнитного поля в зазоре электрической машины с массивным, гладким, ферромагнитным ротором с особым учётом распределения поля в осевом направлении. Анализ проведен при допущении постоянной магнитной проницаемости стали ротора ($\mu = \text{const}$) и синусоидального распределения поля по окружности. Конечная длина машины учитывалась основываясь на методе Вуда и Конкордии [9], исходящем из положения, что поле в осевом направлении изменяется периодически. Благодаря введению допущений (15), уравнения описывающие электромагнитное поле в стали, удалось представить в виде простых комбинаций гиперболических функций (уравнения (16)). Из обсуждения этих уравнений вытекает, что форма кривых представляющих изменения отдельных величин поля в осевом направлении зависит от значения выражения $\varkappa = c\sqrt{\frac{f\gamma}{\mu'}}\frac{\tau^2}{\delta}$, а также от соотношения $\frac{L}{\tau}$ (ср. рис. 3a и 3b).

В работе дан также приближенный метод, позволяющий учесть влияние изменений $\mu$ на распределение поля в зазоре.

Разработанная теория была проверена экспериментально. Было установлено, что ход измеренных кривых поля хорошо согласуется (за исключением граничных областей) с ходом расчетных кривых (рис. 5a и 5b), если в выведенные формулы вставить не действительную длину якоря $L$, а некоторую длину замещения $L' > L$. Соотношение $\frac{L'}{L}$ можно определить из формулы (20″), зная $\varkappa$ и $\frac{L}{\tau}$.

621.311

ZBIGNIEW KIERZKOWSKI

# Cybernetyka racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej w układzie elektroenergetycznym

*Rękopis dostarczono 12.2.1965*

W pracy przedstawiono nowy pogląd na znane skądinąd zagadnienia związane z układami elektroenergetycznymi. Podjęto także próbę opracowania jednego modelu łączącego wszystkie aspekty związane z układami elektroenergetycznymi, a zatem zagadnienia eksploatacji i planowania układów elektroenergetycznych.

Rozważono układ elektroenergetyczny i zbadano proces zachodzący w tym układzie.

Układ elektroenergetyczny — badany obiekt — można traktować jako wielowejściowy i wielowyjściowy układ względnie odosobniony (rys. 1). Układ taki jest zasilany energią węgla lub także energią spływu wody, a poprzez wyjścia typu zasileniowego zasila on odbiory — obciążenia układu. Istnieją także inne wejścia, poprzez które „świat zewnętrzny" może oddziaływać na taki układ. Są to na przykład wejścia w zakresie zmian wzbudzenia i mocy czynnych generatorów, przełączeń w układzie, odstawień, rozbudowy układu i inne.

Wejścia i wyjścia takiego układu można scharakteryzować przy pomocy zbiorów pewnych wielkości. Dla przykładu wielkościami, które mogą charakteryzować wyjścia i niektóre wejścia zasileniowe takiego układu to wektory **U, F, V**. Składowe tych wektorów — zbiory zmiennych — charakteryzują wtedy odpowiednio $\{u\}$ — energię pierwotną zasilającą obiekt, $\{f\}$ — wyjścia zasileniowe, $\{v\}$ — wyprodukowaną energię elektryczną we wszystkich węzłach układu. Sam układ elektroenergetyczny, jego konfigurację, można scharakteryzować zbiorem $\{s\}$.

Parametry występujące w tego typu zbiorach mogą przyjmować wartości, dla których są spełnione ograniczenia (na przykład 7, 23) i warunki techniczne (na przykład 31) wytwarzania energii elektrycznej.

W procesie wytwarzania energii elektrycznej układ może zatem przejmować wiele stanów dopuszczalnych gwarantujących prawidłową pracę układu.

Zachodzi potrzeba wyboru stanu układu.

Proces wytwarzania energii elektrycznej charakteryzują jednak pewne wskaźniki techniczno-ekonomiczne, na przykład koszty wytwarzania energii elektrycznej w elektrowniach zależne od mocy wytwarzanej odniesionej do jednostki czasu lub inaczej formułowane. Funkcje tego typu (na przykład 34) spełniać mogą rolę kryteriów, przy pomocy których można oceniać stany układu.

Gdy w przebiegu procesu będą osiągane stany zapewniające zbliżoną do optymalnej wartości funkcji spełniającej rolę kryterium, wtedy mamy do czynienia z procesem racjonalnym.

Realizacja tak pojętego racjonalnego procesu wymaga sterowania układem przy pomocy możliwych oddziaływań sterujących. Oddziaływaniami ta-

kimi mogą być dla przykładu zmiany wzbudzenia i mocy czynnej generatorów, które scharakteryzować można wektorem **R.**

Z przedstawionych rozważań wynika więc, że proces wytwarzania energii elektrycznej charakteryzują pewne istotne cechy. W racjonalnym procesie między tymi istotnymi cechami występują wzajemne zależności. Istnieją zatem przesłanki upoważniające do stwierdzenia, że zbudować można schemat dedukcji o racjonalnym procesie, który nazywać będziemy logiką racjonalnego procesu.

W logice racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej można wyróżnić rozdziały: cel — zadania, rozwiązanie imperatywne, rozwiązanie predykcyjne, fakty dokonane, baza teoretyczna lub inaczej — sformułowanie matematyczne dedukcji w zakresie wyznaczania stanów układu. Można obecnie powiedzieć, że racjonalny proces będzie realizowany wtedy i tylko wtedy, gdy wykonane zostanie wyznaczone na podstawie bazy teoretycznej rozwiązanie imperatywne (oddziaływania sterowane), przy równoczesnym spełnieniu się rozwiązania predykcyjnego oraz przy zgodnej z rzeczywistością ocenie faktów dokonanych.

Ze schematu dedukcji racjonalnego procesu i możliwego matematycznego sformułowania metod wyznaczania stanów w racjonalnym procesie, a także z określoności zmiennych charakteryzujących proces wynika, że wyznaczanie przyszłych stanów w procesie racjonalnym trzeba traktować jako zagadnienie podejmowania decyzyji. Okazuje się że dla odpowiednich założeń będą to zagadnienia podejmowania decyzji wobec pewności, ryzyka czy także niepewności, jeśli nie oddziela się bieżącego sterowania układu od racjonalnej rozbudowy układu. Z rozważań przeprowadzonych na ten temat w pracy wynika ścisła zależność sposobu podejmowania decyzji (matematycznego sformułowania dedukcji lub zasad wyszukiwania różnego charakteru oddziaływań sterujących) w zagadnieniach wyznaczania stanów racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej od charakteru określoności stanów układu w przebiegu procesu — od charakteru znajomości stanów przyszłych układu. Podejmowanie decyzji wobec pewności odbywać się może metodami analitycznymi, podejmowanie decyzji wobec ryzyka — metodami statystycznymi, a wreszcie podejmowanie decyzji wobec niepewności — metodami poszukiwań. Wydaje się możliwe i konieczne połączenie tych zasad. Wtedy jednak trzeba mówić o organizacji i realizacji racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej. Na podstawie doświadczeń przeszłych lat można będzie określić pierwsze przybliżenie optymalnych oddziaływań sterujących, w postaci uśrednionych oddziaływań w okresach krótszych aniżeli jeden rok (metoda statystyczna, związana z podejmowaniem decyzji wobec ryzyka — kryterium obejmuje jeden rok, a wyznacza się uśrednione stany w przedziałach kilku, kilkudziesięciu dni). Następnie w krokach określonych przez kwantowanie procesem sterowania, w miarę zdobywania dodatkowych informacji, wyznaczać będziemy oddziaływania na okres doby, a następnie jednej lub kilku godzin (metodami analitycznymi, gdy wyznaczono już średnie zużycie, na przykład wody w okresie jednej doby). Podejmowanie decyzji wobec nieokreśloności metodami poszukiwań wiąże się przede wszystkim z planowaniem rozbudowy układu, a zatem z określeniem oddziaływań w zakresie zmian organizacji procesu wytwarzania.

Możliwości praktycznego wykorzystania tych przesłanek są jeszcze ograniczone. Pomocne tu może być dalsze konsekwentne korzystanie z metod cybernetyki w zakresie rozważania procesu wytwarzania energii elektrycznej.

Sposób wyznaczania stanów układu w racjonalnym procesie przesądza o tym, że układ elektroenergetyczny, w którym zachodzić miałby racjonalny

proces wytwarzania, jest systemem wielkim. Stąd w badaniu układu i sterowaniu pracą układu napotykamy na duże trudności. Zbudujemy jednak modele, w których można realizować najogólniej pojęty racjonalny proces.

Racjonalny proces można badać podając zbiory zmiennych, istotnych cech procesu. Z logiki racjonalnego procesu wynika, że między zbiorami tych zmiennych powinny istnieć ściśle określone zależności. Zależności te — równania racjonalnego procesu — można podzielić na trzy grupy.

Matematyczny opis procesu można zapisać przy pomocy równań typu (65) oraz ograniczeń (66). Zależności te w interpretacji geometrycznej wyznaczają dopuszczalne położenie wektora stanu układu w domkniętym obszarze wielowymiarowej przestrzeni.

Sterowanie racjonalnym procesem polega na wyszukiwaniu, w zakresie stanów dopuszczalnych, stanów optymalnych. Osiągane są wtedy optymalne wartości funkcyj będących kryteriami optymalności procesu (67).

Uwzględnienie kryteriów prowadzi do trudności urzeczywistnienia sterowania procesem. Zagadnienie staje się zagadnieniem z zakresu kompleksowej automatyzacji. Trzeba obecnie wytworzyć oddziaływania sterujące. Sposób podejmowania decyzji i wytworzenia, z wykorzystanych (po przetworzeniu) informacji, oddziaływań sterujących opisują równania (68), przy czym równania (69) określają algorytm sterowania-decyzji w momentach czasu $t_n$, zabezpieczający przebieg racjonalnego procesu.

Interpretacja na gruncie metod cybernetyki równań racjonalnego procesu okazuje, że racjonalny proces można realizować w modelach cybernetycznych złożonych z wzajemnie sprzężonych układów: obiektu — układu elektroenergetycznego, układów obserwacyjnych, planifikatora i realizatora (na przykład rys. 3).

Modele cybernetyczne mogą tworzyć strukturę uproszczeń (odbić homomorficznych w sensie cybernetycznym) zagadnień. Zależnie bowiem od wierności odwzorowania procesu, a ściślej zmiennych charakteryzujących ten proces, uzyskujemy modele cybernetyczne zajmujące względem siebie ściśle określone miejsce z punktu widzenia wierności odwzorowania racjonalnego procesu wytwarzania (model podany na rys. 9 jest najogólniejszy). W modelach przedstawianych połączono zasady wyznaczania algorytmu sterowania oparte na podejmowaniu decyzji wobec pewności, ryzyka i niepewności.

Przedstawienie nowego poglądu na zagadnienia związane z układami elektroenergetycznymi podane w niniejszej pracy było zatem możliwe na drodze próby sklasyfikowania układu elektroenergetycznego w pojęciach cybernetyki. Okazało się, że mogą stąd płynąć duże korzyści zarówno dla rozwiązywania wielu problemów, jak i weryfikacji rozważań i oceny prac badawczych związanych z układami elektroenergetycznymi.

## 1. WPROWADZENIE

Od dawna już istnieje potrzeba opracowania jednego modelu matematycznego łączącego wszystkie aspekty problemów związanych z układami elektroenergetycznymi, a więc zagadnienia i eksploatacji, i planowania układów elektroenergetycznych.

Zauważmy przecież, że już nawet istotny dla eksploatacji sam problem ekonomicznego rozdziału obciążeń jest nadal dyskusyjny i trudno jest ocenić, czy metody jego rozwiązania ujmują zadanie w sposób wystarczająco ogólny i teoretycznie poprawny.

Z eksploatacją układów elektroenergetycznych w wielu przypadkach wiążą się problemy planowania. Przyczyny tego leżą w fakcie, że racjonalne prowadzenie ruchu oparte jest przeważnie na prognozach, wprawdzie dotyczących tylko jednej doby w układach bez elektrowni wodnych, ale na prognozach obejmujących miesiące i kwartały w układach zawierających takie elektrownie. Tak długie okresy muszą już uwzględniać nowe inwestycje elektrowniane i sieciowe, a samo planowanie także wymaga znajomości trybu przyszłej eksploatacji układu. Dlatego zagadnienia związane z układami elektroenergetycznymi rozważymy stawiając tezę o racjonalnym wytwarzaniu energii elektrycznej w układzie elektroenergetycznym z uwzględnieniem kompleksowej automatyzacji tego układu.

Takie założenie wymaga przede wszystkim przeanalizowania wielkości charakteryzujących układ elektroenergetyczny oraz sam proces wytwarzania energii elektrycznej, w szczególności zaś określenia zadań w procesie oraz zwrócenia uwagi na możliwe oddziaływania sterujące, przy pomocy których możemy świadomie oddziaływać na układ.

Wyraźne określenie zadań procesu oraz zmienności (określoności) zmiennych charakteryzujących proces wytwarzania energii elektrycznej doprowadziło — w przypadku procesu racjonalnego — do konieczności opracowania schematu dedukcji, nazwanego w pracy mianem *logiki racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej.*

Tutaj już, z uwagi na charakter określoności przyszłych stanów układu, wyznaczanie stanów w racjonalnym procesie wytwarzania energii elektrycznej można traktować jako zagadnienie podejmowania decyzji wobec pewności, ryzyka, czy wreszcie niepewności, jeżeli nie oddziela się samej racjonalnej rozbudowy układu od bieżącego sterowania układem.

Sposób wyznaczania stanów układu w racjonalnym procesie wytwarzania energii elektrycznej przesądza o tym, że układ energetyczny, w którym miałby zachodzić racjonalny proces wytwarzania, jest systemem wielkim z punktu widzenia cybernetycznego, w szczególności także informacyjnego. Sterowanie takim układem należy zatem rozważać w sposób szczególny (np. hierarchiczna struktura sterowania).

Korzystając z metod cybernetyki ograniczymy się tutaj do zbadania zasad organizacji racjonalnego procesu. Metody cybernetyki posłużą ponadto do weryfikacji rozważań, a szczególnie uproszczeń stawianych zagadnień. W tym miejscu dochodzimy do wniosku, że można zorganizować racjonalny proces wytwarzania energii elektrycznej w modelach cybernetycznych sterowanego racjonalnego procesu, które mogą tworzyć strukturę uproszczeń zagadnień. W opracowanych modelach połączono podane w logice zasady podejmowania decyzji wobec niepewności, ryzyka i pewności przy wyznaczaniu oddziaływań w zakresie rozbudowy układu oraz przy bieżącym sterowaniu układem. Podając model matematyczny lub przesłanki budowy takiego modelu matematycznego procesu wytwarzania energii elektrycznej w układzie energetycznym stwierdzamy bowiem, że

realizacja racjonalnego procesu wytwarzania wymaga ustalenia zasad wyszukiwania optymalnych strategii-decyzji niezbędnych przy sterowaniu tym procesem wobec zmienności obciążeń i zmienności innych wielkości charakteryzujących proces oraz zasad realizacji tych decyzji. To jest możliwe w proponowanych modelach cybernetycznych sterowanego racjonalnego procesu wytwarzania.

Taki sposób rozważań wyniknął z dostrzeżonych analogii między układami realizującymi najogólniej pojęty racjonalny proces wytwarzania energii elektrycznej w układzie elektroenergetycznym a układami badanymi w cybernetyce. W analogiach tych można, jak okazuje się, iść dość daleko, doszukując się dla przykładu i w układzie elektroenergetycznym, jako układzie ultrastabilnym, pewnych elementów homeostazy wewnętrznej. Szczególna rola przypada wtedy częstotliwości.

Korzystając z metod cybernetyki można łatwo badać rozróżnienia stanów układu, jego złożoność i jego wielkość. Wygodna jest wtedy ocena liczby stopni swobody układu. Taka metoda pozwala weryfikować rozważania przy ocenie odbić homomorficznych racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej, opisanych przy pomocy wygodnych metod matematycznych.

Na tym tle łatwa jest również ocena wierności odwzorowania racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej (przy szczególnych założeniach) przy pomocy metod ekonomicznego rozdziału obciążeń. Okazuje się na przykład, że ścisłość rozwiązania ekonomicznego rozdziału obciążeń przesądza o niemożliwości stosowania założeń upraszczających — wszelkie uproszczenia stosowane do wyznaczenia ekonomicznego rozdziału obciążeń prowadzą bowiem do wyeliminowania fizykalnie uzasadnionych oddziaływań sterujących.

W pracy przedstawiono zatem nowy pogląd na znane skądinąd zagadnienia oraz podano wstępną próbę opracowania jednego modelu matematycznego, klasyfikując układ elektroenergetyczny w kategoriach cybernetyki. Płynąć stąd mogą duże korzyści. Stwierdzenie bowiem, że układ elektroenergetyczny jest zgodny z tymi kategoriami, pozwoli skorzystać z opracowań teoretycznych cybernetyki, co może ułatwić rozwiązanie wielu problemów, weryfikować rozważania, a także oceniać prace badawcze związane z układami elektroenergetycznymi.

## 2. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA TECHNICZNA UKŁADU ELEKTROENERGETYCZNEGO I PROCESU WYTWARZANIA ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Rozważymy złożony układ elektroenergetyczny. Badać będziemy proces wytwarzania energii elektrycznej w tym układzie.

Rozpatrzmy przy tym symetryczny układ symetrycznie obciążony. Badany obiekt można traktować wtedy jako $n = N+M$-węzłowy obwód elektryczny złożony z sieci przesyłowych i rozdzielczych, w którego wę-

złach rozmieszczone są zasilania — urządzenia wytwórcze ($i = 1, 2, ..., N$) oraz odbiory ($j = 1, 2, ..., M$) — obciążenia skupione, jak również całe sieci odbiorcze. Załóżmy, że zasilania reprezentują elektrownie cieplne parowe bądź elektrownie wodne.

O k r e ś l e n i e. Przez proces wytwarzania energii elektrycznej będziemy rozumieli operacje technologiczne przetwarzania w elektrowniach energii chemicznej węgla lub energii spływu wody w energię elektryczną oraz operacje przesyłania wytworzonej energii elektrycznej poprzez sieci przesyłowe i rodzielcze, wyposażone na ogół w transformatory, do odbiorów.

Układ elektroenergetyczny charakteryzują szczególne cechy, na które zwrócimy tu uwagę.

Dla pokrycia zapotrzebowania mocy i energii należy utrzymać w ruchu określoną ilość wybranych urządzeń wytwórczych, przy czym, ze względu na zmienność tego zapotrzebowania w szerokich granicach, nawet w ciągu jednej doby, zmieniać musi się odpowiednio ilość oraz skład urządzeń wytwórczych (ewentualnie przez odstawienia).

Każde urządzenie wytwórcze charakteryzują pewne cechy techniczne, jak na przykład: dopuszczalna obciążalność, określona zdolność przejmowania wahliwych obciążeń, różne charakterystyki regulacyjne, czy wreszcie zużycie odpowiedniej energii węgla lub spływu wody na wytworzenie określonej ilości energii elektrycznej $A$ lub mocy $P(t)$ w pewnym okresie czasu $(t_1, t_2)$, takiej, że $\int_{t_1}^{t_2} P(t)dt = A$. Zwróćmy szczególną uwagę na ostatnią z wymienionych cech.

Dla elektrowni cieplnych może to być rozchód paliwa (umownego) w zależności od mocy $B_i = B_i(P_i)$ albo odpowiedni koszt wytworzenia mocy elektrycznej odniesiony do jednostki czasu, a zatem $K_{Pi}$ lub $\alpha_i B_i$, gdy przyjmiemy, że $\alpha_i$ jest ceną jednostki wagowej paliwa. Najczęściej dla elektrowni cieplnych określamy to zależnościami

$$K_{Pi} = K_{Pi}(P_i) \text{ zł/h}, \tag{1}$$

które przedstawiają koszty wytworzenia mocy czynnej $P_i$ w $i$-tej elektrowni cieplnej (koszt w stosunku do mocy czynnej netto) odniesione do godziny,
lub zależnościami

$$\frac{dK_{Pi}}{dP_i} = \varepsilon_i(P_i) \text{ zł/MWh}, \tag{2}$$

przedstawiającymi przyrosty względne kosztów wytwarzania energii elektrycznej (koszty te mogą na ogół uwzględniać nie tylko koszty paliwa, ale także inne koszty zmienne [39]).

Wytwarzanie energii biernej związane jest również ze stratami energii czynnej. Można więc podobnie znaleźć zależności

$$K_{Qi} = K_{Qi}(Q_i) \text{ zł/h} \tag{3}$$

kosztu wytwarzania mocy biernej $Q_i$ w $i$-tej elektrowni odniesione do godziny
lub zależności

$$\frac{dK_{Qi}}{dQ_i} = \gamma_i(Q_i) \text{ zł/MVArh}, \tag{4}$$

które są przyrostami względnymi kosztów wytwarzania energii biernej.

Zauważyć tu musimy zatem, że koszt wytwarzania mocy pozornej $S_i$ w $i$-tej elektrowni odniesiony do godziny wynosi

$$K_i(S_i) = K_i(P_i, Q_i) = K_{Pi}(P_i) + K_{Qi}(Q_i). \tag{5}$$

Wielkości $P_i$ oraz $Q_i$ powinny przy tym spełniać zależności wyznaczające obszar dopuszczalnej zmienności, które zapisać można w postaci

$$\left.\begin{aligned} &P_{i\,min} \leqslant P_i \leqslant P_{i\,max}, \\ &\left(1+\frac{x_{di}Q_i}{U_{ni}^2}\right)^2 + \left(\frac{x_{di}P_i}{U_{ni}^2}\right)^2 \leqslant \left(1+\frac{x_{di}S_{ni}\sin\varphi_{ni}}{U_{ni}^2}\right)^2 + \left(\frac{x_{di}P_{i\,max}}{U_{ni}}\right)^2, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

przy czym użyto tu oznaczeń powszechnie stosowanych. Ograniczenia te z dużym uproszczeniem zapiszemy w postaci

$$P_{i\,min} \leqslant P_i \leqslant \sqrt{S_{i\,max}^2 - Q_i^2}. \tag{7}$$

Moc wytwarzana w elektrowniach wodnych zależy od objętości wody przepływającej przez turbiny elektrowni w jednostce czasu $q_i(t)$ oraz wysokości spadu $H_i$; można ją wyrazić przybliżonym wzorem

$$P_i = c\eta_i H_i q_i = c\eta_i(P_i, H_i) H_i q_i. \tag{8}$$

Dla elektrowni przepływowych moc ta zależy od chwilowego dopływu wody

$$P_i = P_i(q_i(t)), \tag{9}$$

a dla elektrowni wodnych zbiornikowych o regulowaniu dobowym, sezonowym lub rocznym oraz dla elektrowni pompowych jest ograniczona, ponieważ elektrownie te charakteryzują się ograniczoną zdolnością produkcji energii elektrycznej. Zdolności te określone są ograniczonym dopływem wody $q_{di}$ oraz ograniczoną pojemnością zbiorników. Na ogół ilość wody dopływającej jest różna od odpływu, to znaczy $q_{di} \neq q_{oi}$ i dla każdej z takich elektrowni moc produkowana przez te elektrownie jest ograniczona w przedziale (7), którego granica minimalna zapewnia stabilną pracę zespołu, maksymalna jest mocą dopuszczalną dla zespołu, a wyprodukowaną energię ograniczają wyznaczone dyspozycyjne najczęściej ilości wody $W_{i\,max}$, które można zużyć w ciągu doby (lub innego okresu czasu). Ograniczenia te dla elektrowni zbiornikowych przybierają postać

$$\int_0^{T_d} q_i(P_i(t))\,dt = W_{i\,max}, \tag{10}$$

dla elektrowni pompowych warunkiem poprawnej pracy jest zachowanie bilansu wody przy pracy generacyjnej oraz pompowej

$$\int_0^{T_d} (q_{ie} - q_{im})\, dt = 0, \tag{11}$$

przy czym ostatnie ograniczenie przybiera postać

$$\int_0^{T_d} (q_{ie} - q_{im})\, dt = q_{di} \tag{12}$$

w przypadku określonego dopływu wody do zbiorników elektrowni.

Wspomnijmy tu o istotnym wpływie spadu $H_i$ na charakterystyki

$$q_i = q_i(P_i, H_i) \tag{13}$$

w przypadku długoterminowych prognoz dotyczących wytwarzania energii elektrycznej w elektrowniach wodnych [16]. Na przykład w obliczeniach dobowych przyjmuje się najczęściej, że charakterystyki te nie zależą od $H_i$ uznawanego za stały. A zatem zależności (13) przyjmują postać

$$q_i = q_i(P_i) \tag{14}$$

i określają zużycie wody na wytworzenie mocy $P_i$ odniesionej do jednostki czasu. Podobnie jak dla elektrowni cieplnych można wprowadzić pojęcie przyrostu względnego zużycia wody

$$\frac{dq_i}{dP_i} = \varepsilon_{wi}, \tag{15}$$

przy czym nie będziemy wprowadzać pojęcia zużycia wody na wytworzenie mocy $Q_i$ oraz przyrostu względnego zużycia wody dla tego przypadku.

Charakterystyki urządzeń wytwórczych, określone przy pomocy wypisanych zależności, zmieniają się w czasie. Zmiany te zależą dla elektrowni cieplnych na przykład od spalanego węgla, od zmian parametrów pary i innych czynników, a dla elektrowni wodnych (o czym wspomniano już wyżej) od wysokości spadu i ewentualnie także od zmian poziomu wody w dolnym zbiorniku. Najczęściej jednak zmiany te nie dają się w prosty sposób uwzględnić.

Rozważmy obecnie szczególne cechy techniczne obciążeń. Zauważymy, że kłopotliwe jest określenie ich zmienności. Odbiory musimy traktować jednak jako elementy wprowadzające zaburzenia i elementy, których prawidłowe zasilenie jest podstawowym celem pracy układu. Pod pojęciem tym rozumiemy przede wszystkim odpowiednią jakość energii elektrycznej, a zatem utrzymanie wymaganego napięcia i częstotliwości. Znane są przy tym na ogół charakterystyki statyczne odbiorów zastępczych na szynach w.n.

$$P_j = f(U_j), \quad Q_j = g(U_j). \tag{16}$$

Można także mówić o możliwości określenia strat spowodowanych zmianami napięć, co mogłoby pozwolić wyznaczyć dopuszczalne zmiany napięć.

Charakterystyczną cechą układu elektroenergetycznego jest to, że urządzenia wytwórcze i odbiory rozrzucone są na znacznym obszarze. Elementy układu stanowią jednak nierozdzielną całość zarówno w normalnych, ustalonych warunkach pracy, jak i w stanach przejściowych wywołanych różnymi zaburzeniami. Dlatego takie elementy, jak sieci przesyłowe i rozdzielcze łącznie z transformatorami, nie mogą być pomijane w rozważaniach nad procesem wytwarzania energii elektrycznej. Wynika to stąd, że istotną rolę odgrywają tu na przykład zdolności przesyłowe, straty mocy czynnej i biernej, straty energii, spadki napięć, wytrzymałość zwarciowa elementów, czy wreszcie ich wytrzymałość izolacyjna.

Fakt połączenia elementów układu w jeden system energetyczny z wzajemnymi powiązaniami funkcjonalnymi stwarza problem zapewnienia nieprzerwanej pracy układu, a w szczególności zachowania stateczności układu w stanach ustalonych przy niewielkich i powolnych wymuszeniach i w stanach przejściowych przy wymuszeniach nagłych i znacznych. Wymaga zatem zapewnienia równowagi statycznej i dynamicznej. Jeżeli ograniczyć się tylko do rozważania stanów ustalonych, wtedy zagadnienie to wiąże się z ograniczeniami zakresu zmian pewnych cech układu, a nade wszystko napięć w węzłach układu.

Cechy, wynikające z rozwiązań konstrukcyjnych elementów układu oraz powiązań funkcjonalnych elementów w jeden system, wyznaczają ograniczenia i warunki techniczne. Nie można swobodnie dysponować urządzeniami. Cechy charakteryzujące uzyskaną w procesie wytwarzania energię elektryczną będą musiały bowiem spełniać pewne warunki techniczne i ograniczenia wyznaczone wymaganiami prawidłowej pracy układu.

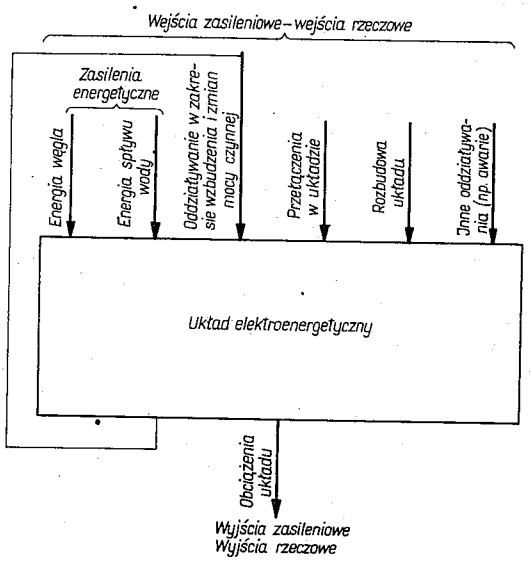
### 3. ISTOTNE CECHY PROCESU. PROCES OPTYMALNY I RACJONALNY

Układ elektroenergetyczny zasilany jest w wielu punktach (węzłach) energią węgla lub spływu wody, a obciążony odbiorami. Mamy zatem do czynienia z procesem w układzie wielowejściowym i wielowyjściowym, który potraktujemy tu jako układ względnie odosobniony [15]. Będziemy przy tym mówić, że na wejściu układu mamy wejścia zasileniowe — wejścia rzeczowe, a na wyjściu wyjścia zasileniowe — wyjścia rzeczowe, przy czym interpretowane na gruncie cybernetyki [15] będą to zasilenia rzeczowe lub krótko zasilenia (energetyczne), polegające na ruchu relatywnie dużych porcji energii lub mas.

Poprzez wejścia zasileniowe układ ten zasilany jest na przykład energią węgla lub spływu wody, a poprzez wyjścia zasileniowe zasila odbiory — obciążenia układu. Można mówić i o innych wejściach, poprzez

które oddziałuje „świat zewnętrzny" na układ. Wejścia te to na przykład wejścia w zakresie wzbudzenia generatorów, zmian mocy czynnych wytwarzanych, przełączeń w układzie, odstawień, rozbudowy układu oraz czynników zaburzających pracę układu. Stąd wynika więc konieczność wprowadzenia możliwości oddziaływania układu na siebie (samosprzężenie układu) oraz innych oddziaływań na układ. Układ można zatem przedstawić w postaci schematu podanego na rys. 1.

Scharakteryzujemy obecnie rozważane wejścia i wyjścia zasileniowe przy pomocy pewnych interesujących wielkości, uwzględniając szczegól-




Rys. 1. Ogólny schemat układu elektroenergetycznego — układu względnie odosobnionego

nie zasilenia energetyczne, wejścia w zakresie regulacji wzbudzenia oraz mocy czynnych i wyjścia zasileniowe. Pozwoli to wymienić istotne cechy procesu wytwarzania energii elektrycznej.

Załóżmy zatem, że wejścia zasileniowe energetyczne scharakteryzować można pewnym zbiorem wielkości $\{u\} = (u_1, u_2, ..., u_N)$, któremu przyporządkować można wektor $\mathbf{U}$. Elementy tego zbioru lub składowe wektora $\mathbf{U}$ zapiszemy dla przejrzystości w postaci macierzy

$$\{u\} = (u_1, u_2 \ldots, u_N) \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{U} \mathrel{\widehat{=}} \begin{bmatrix} u_1 & \bullet & \ldots & \bullet & \ldots & \bullet \\ \bullet & u_2 & \ldots & \bullet & \ldots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \ldots & u_i & \ldots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \ldots & \bullet & \ldots & u_N \end{bmatrix}, \tag{17}$$

ponieważ urządzenia wytwórcze mogą być rozmieszczone we wszystkich lub niektórych węzłach układu. W macierzy tego typu elementy znajdu-

jące się poza główną przekątną nie są określone (zaznaczono to tłustą kropką).

W wyrażeniu (17) wielkości $u_i$ ($i = 1,2,...,N$) interpretujemy w następujący sposób:

$$u_i = \begin{cases} q_i(t) & \text{— dopływ wody lub} \\ \alpha_i & \text{— np. koszt jednostki spalanego węgla.} \end{cases}$$

Wielkości $\{u\}$ charakteryzują zatem w sposób ogólny energię pierwotną zasilającą obiekt. W przypadku elektrowni cieplnych nie wprowadza się ilości spalanego węgla $B_i(t)$, zakładając, że dysponujemy nieograniczoną jego ilością. Przeciwnie jest w elektrowniach wodnych, gdzie dysponujemy energią aktualnego dopływu wody oraz energią nagromadzoną w zbiornikach.

W niektórych lub we wszystkich węzłach układu elektroenergetycznego mogą być rozmieszczone odbiory. Obciążenia odbiorów są oddziaływaniami wymuszającymi. Wyjścia zasileniowe scharakteryzować można pewnym zbiorem wielkości $\{f\} = (f_1, f_2,...,f_M)$, któremu przyporządkować można wektor **F**. Elementy zbioru $\{f\}$ lub składowe wektora **F** zapisać można dla przejrzystości w postaci macierzy

$$\{f\} = (f_1, f_2, ..., f_M) \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{F} \mathrel{\widehat{=}} \begin{bmatrix} f_1 & \bullet & \dots & \bullet & \dots & \bullet \\ \bullet & f_2 & \dots & \bullet & \dots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \dots & f_j & \dots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \dots & \bullet & \dots & f_M \end{bmatrix}, \tag{18}$$

gdzie wielkości $f_j$ ($j = 1, 2,...,M$) określają dla węzłów, w których rozmieszczone są odbiory, zbiory wielkości

$$f_j = (P_j, Q_j),$$

a zatem moce czynne i bierne tych odbiorów.

Wielkości $P_j$ oraz $Q_j$ są a priori zadane. Zakładamy jednak, że układ jest tak zaprojektowany, iż możliwe zmiany $S_j = \sqrt{P_j^2 + Q_j^2}$ w granicach $0 \leqslant S_j \leqslant S_{j\,max}$ nie spowodują przeciążenia elementów urządzeń elektrycznych. Nie przewiduje się bowiem przeciążenia układu. Gdy okaże się, że $S_j$ zbliżać się będzie do wartości $S_{j\,max}$ lub pojawią się nowe odbiory, wtedy układ będzie musiał ulec przebudowie lub rozbudowie przez wprowadzenie nowych urządzeń wytwórczych lub nowych połączeń.

Proces wytwarzania energii elektrycznej polega na przemianie energii (co realizujemy w urządzeniach wytwórczych złożonych z łańcucha bądź kotłów, turbin, generatorów, bądź też z turbin wodnych i generatorów), a zatem operacjach technologicznych oraz operacjach przesyłania wyprodukowanej energii do wyjść zasileniowych — wszystkich lub niektórych

węzłów układu. W każdym węźle układu możemy odbierać energię elektryczną.

Proces przesyłania polega na przesyłaniu energii elektrycznej z węzłów, w których są rozmieszczone urządzenia wytwórcze, do wyjść zasileniowych, a więc węzłów, w których są rozmieszczone odbiory.

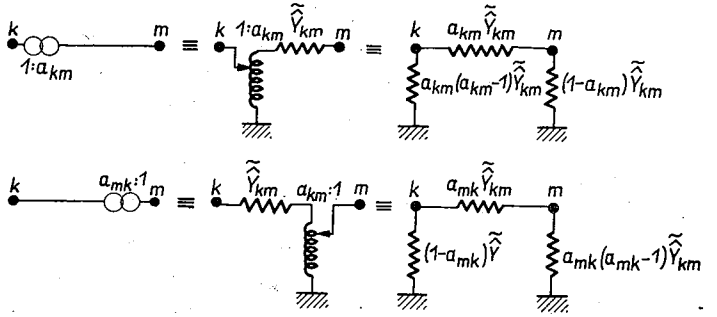
Wyprodukowaną energię elektryczną oraz energię odbieraną scharakteryzować możemy zbiorem wielkości $\{v\} = (v_1, v_2, ..., v_n)$, któremu przyporządkować możemy wektor **V**. Elementy zbioru $\{v\}$ lub składowe wektora **V** zapisać możemy w postaci

$$\{v\} = (v_1, v_2, \ldots, v_n) \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{V} \mathrel{\widehat{=}} \begin{bmatrix} v_1 & \bullet & \ldots & \bullet & \ldots & \bullet \\ \bullet & v_2 & \ldots & \bullet & \ldots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \ldots & v_k & \ldots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \ldots & \bullet & \ldots & v_n \end{bmatrix}, \tag{19}$$

przy czym wielkości $v_k$ $(k = 1, 2, ..., n)$ określają dla każdego węzła potencjały węzłowe, przesunięcia fazowe tych potencjałów, moce czynne i bierne bądź wytwarzane, bądź odbierane, a zatem

$$v_k = (E_k, \delta_k, P_k, Q_k).$$

Dla określenia procesu wytwarzania energii elektrycznej, w szczególności operacji przesyłania, przedstawimy wielkości charakteryzujące sam układ przesyłowy, na przykład budowę samego układu przesyłowego, jego połączenia i zmienne przekładnie transformatorów, przyjmując zało-




Rys. 2. Możliwe kombinacje włączenia transformatorów regulujących o przekładni różnej od jedności i ich schematy zastępcze

żenie, że między dwoma węzłami sieci może istnieć tylko jeden stopień transformacji. Załóżmy zatem, że układ przesyłowy jest złożony z linii przesyłowych oraz transformatorów, z których pewna ilość może regulować napięcie pod obciążeniem — posiada więc przekładnie różne od znamionowych $a_{km} \neq 1$. Ponieważ może być tylko jeden transformator

w jednym połączeniu między węzłami $k$ oraz $m$ ($k \neq m$), przeto możliwe są dwie kombinacje przedstawione na rys. 2. Przedstawmy omawiane transformatory przy pomocy układów zastępczych [41] złożonych z szeregowo połączonych autotransformatorów o idealnej przekładni i oporności oraz zastąpmy te układy przez układy zastępcze — czwórniki typu $\Pi$ (rys. 2). Nie bierzemy przy tym pod uwagę autotransformatorów, dla których opory zależą od rozproszenia. Przewodności własne można zapisać w postaci

$$\hat{Y}_{kk} = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^{n} a_{km} \tilde{\hat{Y}}_{km} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^{n} a_{km}(a_{km}-1)\tilde{\hat{Y}}_{km} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^{n} (1-a_{km})\tilde{\hat{Y}}_{km} + \hat{Y}_{ko}, \tag{20}$$

a przewodności wzajemne

$$\hat{Y}_{km} = a_{km}\tilde{\hat{Y}}_{km}, \ (k \neq m). \tag{21}$$

Wobec powyższego wielkości charakteryzujące układ przesyłowy wygodnie jest zapisać w postaci zbioru wielkości, który dla przejrzystości przedstawimy w postaci dwóch macierzy.

$$\{s\} = \{[\hat{Y}], [a]\} = \left\{ \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \dots & \hat{Y}_{1m} & \dots & \hat{Y}_{1n} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \dots & \hat{Y}_{2m} & \dots & \hat{Y}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{Y}_{k1} & \hat{Y}_{k2} & \dots & \hat{Y}_{km} & \dots & \hat{Y}_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{Y}_{n1} & \hat{Y}_{n2} & \dots & \hat{Y}_{nm} & \dots & \hat{Y}_{nn} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \bullet & a_{12} & \dots & a_{1m} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \bullet & \dots & a_{2m} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & \bullet & \dots & a_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} & \dots & \bullet \end{bmatrix} \right\} \tag{22}$$

Na elementy wymienionych wyżej zbiorów musimy narzucić pewne warunki: ograniczenia i warunki techniczne wytwarzania energii elektrycznej.

I tak ograniczone mogą być na przykład dyspozycyjne ilości wody w pewnym okresie $[0, T_d]$ czasu, co można zapisać w postaci (10). Inne ograniczenia — to ograniczenia modułów potencjałów węzłowych w węzłach wytwórczych i odbiorczych.

$$E_{k\,min} \leqslant E_k \leqslant E_{k\,max}, \tag{23}$$

ograniczenia dopuszczalnych zmian kątów fazowych w węzłach układu

$$\delta_i - \delta_j \leqslant \delta_{ij\,max}, \tag{24}$$

czy ograniczenia co do wytwarzanej mocy czynnej i biernej, które można zapisać w postaci (7).

Trzeba także, zgodnie z rzeczywistością, zakładać, że

$$1 - \varepsilon_{km\,min} \leqslant a_{km} \leqslant 1 + \varepsilon_{km\,max}, \tag{25}$$

przy czym powinniśmy zakładać, że przekładnie te zmieniać się mogą w tych granicach skokowo.

Wreszcie musimy zauważyć, że warunki techniczne procesu wytwarzania energii elektrycznej dopuszczają takie zmiany zmiennych ze zbioru $\{v\}$, aby był spełniony bilans mocy w węzłach układu, co zapiszemy tu w postaci

$$P_k + jQ_k = \sum_{m=1}^{n} Y_{km} E_m E_k e^{j(-\varrho_{km} - \delta_m + \delta_k)} \tag{26}$$

$$(k = 1, 2, \ldots, n).$$

Parametry występujące w wyżej wymienionych zbiorach wielkości charakteryzujących wejścia i wyjścia zasileniowe oraz proces technologiczny przetwarzania i operacje przesyłania wytworzonej energii elektrycznej, przyjmować mogą nieskończenie wiele wartości w przedziałach wyznaczonych przez warunki techniczne i ograniczenia. Wyjątek stanowią tu parametry ze zbioru $\{s\}$, które przejmować mogą skończoną liczbę wartości, przy czym na ogół liczba tych wartości jest bardzo duża.

Powiemy, że w procesie wytwarzania energii elektrycznej, układ może przejmować wiele stanów.

O k r e ś l e n i e. Przez stan układu elektroenergetycznego będziemy rozumieli określony sposób wytwarzania energii elektrycznej, który możemy rozpoznać określając zmienne charakteryzujące proces wytwarzania energii elektrycznej w tym układzie.

Wynika stąd, że w procesie wytwarzania energii elektrycznej układ może przejmować wiele różniących się od siebie stanów w zakresie obszaru stanów wyznaczonych przez ograniczenia i warunki techniczne — stanów gwarantujących prawidłową pracę układu. Stany te nazywać będziemy stanami dopuszczalnymi.

Oznacza to, że środki, jakimi dysponujemy (węgiel, woda), scharakteryzowane przez $\{u\}$, oraz scharakteryzowany przez odpowiednie wielkości sam obiekt, można wykorzystać w różny sposób. Każdemu sposobowi odpowiada pewien dopuszczalny stan układu. Dla oceny właściwej decyzji należy jednak jednoznacznie określić kryterium (funkcję decyzyjną — funkcję strat lub korzyści, funkcję celu), przy pomocy którego można będzie porównywać skutki podjęcia decyzji.

W procesie wytwarzania energii elektrycznej ponosimy na przykład pewne koszty, które scharakteryzować możemy zbiorem zależności kosztów w funkcji mocy odniesionej do jednostki czasu. Zbiór tych zależności zapisać można dla przejrzystości w postaci

$$\{K\} = (K_1, K_2, \ldots, K_N) \mathrel{\widehat{=}} \begin{bmatrix} K_1 & \bullet & \ldots & \bullet & \ldots & \bullet \\ \bullet & K_2 & \ldots & \bullet & \ldots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \ldots & K_i & \ldots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \ldots & \bullet & \ldots & K_N \end{bmatrix}, \tag{27}$$

przy czym zakładać możemy, że

$$K_i = \begin{cases} K_i(P_i, Q_i) & \text{dla elektrowni cieplnych,} \\ 0 & \text{dla elektrowni wodnych.} \end{cases}$$

Ogólnie rzecz biorąc rozpatrywany proces możemy charakteryzować pewnymi wskaźnikami techniczno-ekonomicznymi $\mathbf{E}_p$ ($p = (1, 2,...)$, które spełniać mogą rolę kryteriów. Z (27) wynika na przykład, że funkcja $\varphi = \sum_{i=1}^{N} K_i(P_i, Q_i)$ może spełniać rolę kryterium. Wyznacza ona bowiem pewną „cenę" produkcji energii elektrycznej [koszt odniesiony do jednej godziny — ujmujący tylko koszty (5)]. Wskaźniki $\mathbf{E}_p$ ($p = 1, 2,...$) można formułować w różny sposób, zależnie od stawianego problemu (zob. niżej).

Obecnie możemy określić stan optymalny (racjonalny), dla którego przyjęte kryterium będzie osiągać wartość optymalną, a ogólnie możemy obecnie wprowadzić pojęcie optymalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej oraz racjonalnego procesu wytwarzania.

O k r e ś l e n i e. Przez optymalny proces wytwarzania energii elektrycznej będziemy rozumieli taki proces, w którym będą osiągane stany zapewniające uzyskanie optymalnej wartości funkcji spełniającej rolę kryterium optymalności procesu, a przez racjonalny proces wytwarzania będziemy rozumieli taki proces, w którym będą osiągane stany zapewniające uzyskanie zbliżonej do optymalnej wartości wartość funkcji spełniającej rolę kryterium optymalności procesu ($\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_{p\,min\,(max)} \pm \varepsilon$ i $\varepsilon$ jest dostatecznie małe).

Realizacja racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej wymaga znalezienia sposobu utrzymania tak pojętych stanów układu — wymaga zatem sterowania procesem. Oznacza to, że na układ należy oddziaływać, wytwarzając na podstawie obserwacji i analizy oddziaływania sterujące.

Załóżmy, że możliwe oddziaływania sterujące charakteryzuje zbiór wielkości $\{r\} = (r_1, r_2,...)$. Nadajmy oddziaływaniom tym interpretację fizykalną.

W tym celu zauważmy, że wejścia (rys. 1) mogą posiadać charakter wejść sterowanych i niesterowanych. Przez wejścia sterowane rozumiemy takie wejścia, na które możemy oddziaływać wytwarzając odpowiednie sterowania, a przez wejścia niesterowane takie wejścia, na które nie możemy oddziaływać. W szczególności wejściami niesterowanymi są: aktualny dopływ wody do elektrowni przepływowych, do elektrowni zbiornikowych (zbiorniki należą do układu), wpływ warunków atmosferycznych na obiekt.

Z punktu widzenia fizykalnego istnieje możliwość oddziaływania na układ poprzez zmianę dostarczonej energii pierwotnej węgla i wody oraz przez zmianę wzbudzenia prądnic synchronicznych, a także przez zmianę konfiguracji układu, na przykład przez przełączenia, zmianę przekładni

transformatorów, odstawienia, wreszcie oddziaływania w zakresie rozbudowy układu. Z przyczyn później wyjaśnionych rozważmy obecnie tylko oddziaływania poprzez wejścia zasileniowe energetyczne i wzbudzenie generatorów. Wtedy zbiorowi $\{r\}$ możemy przypisać wektor $\mathbf{R}$, a dla przejrzystości elementy tego zbioru lub składowe wektora $\mathbf{R}$ zapisać w postaci

$$\{r\} = \{r_P, r_E\} = (r_1, r_2, \ldots, r_N) \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{R} \mathrel{\widehat{=}} \begin{bmatrix} r_1 & \bullet & \ldots & \bullet & \ldots & \bullet \\ \bullet & r_2 & \ldots & \bullet & \ldots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \ldots & r_i & \ldots & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & \bullet & \ldots & \bullet & \ldots & r_N \end{bmatrix}, \tag{28}$$

przy czym wielkości $r_i$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$ określają dla każdego węzła wytwórczego moce czynne wytwarzane oraz napięcia węzłowe

$$r_i = (P_i, E_i).$$

Trzeba przy tym zakładać, że w elektrowniach cieplnych mamy do dyspozycji dostateczną ilość węgla, a w elektrowniach wodnych dysponujemy pewną określoną porcją dyspozycyjną wody. Elementy zbioru $\{r\}$ powinny ponadto spełniać rozważane wyżej ograniczenia.

Warto tu zwrócić uwagę, że granice zmian napięć w węzłach układu (23) określamy z uwagi na konieczność uwzględnienia wytrzymałości izolacyjnej oraz zapewnienia statycznej pracy układu, no i oczywiście z uwagi na poprawną pracę odbiorów. W rozważaniach naszych istotne są bowiem procesy ustalone związane co najwyżej z niewielkimi i powolnymi wymuszeniami. Zakładamy zatem, że w wyznaczonych stanach układu układ powinien być stabilny. Sprowadza się to do ograniczenia zmian zakresu parametrów, w szczególności napięć, do wartości zapewniających stateczną pracę układu. Ograniczenia dla napięć powinny więc być uzależnione od tak pojętej stateczności układu. W ograniczeniach (23) powinniśmy zatem nie tylko uwzględniać wytrzymałość izolacyjną, ale także przez dobór dopuszczalnych granic zmian napięć zapewnić stateczną pracę układu, co można zapisać

$$E_{i\,min\,(max)} = E_{i\,min\,(max)}(E_1, E_2, \ldots). \tag{29}$$

Przy wyznaczaniu stanów racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej zachodzi zatem konieczność uwzględnienia zagadnień równowagi statycznej. Zauważmy tu jednak, że analiza ograniczeń wielkości charakteryzujących proces wytwarzania, wynikających z różnych względów, nie jest przedmiotem prowadzonych tu rozważań. Powyżej wymieniliśmy jedynie wielkości podlegające ograniczeniom i podaliśmy ich ogólną postać wygodną przy dalszych badaniach.

## 4. PRZESŁANKI I PODSTAWOWE ROZDZIAŁY LOGIKI RACJONALNEGO PROCESU WYTWARZANIA ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Powyżej zwróciliśmy uwagę na istotne cechy charakteryzujące proces wytwarzania energii elektrycznej. Ustaliliśmy także wzajemne między nimi zależności w racjonalnym procesie. Stwierdziliśmy więc przede wszystkim, że wejścia zasileniowe mogą przejmować charakter wejść sterowanych, to znaczy takich, na które możemy bezpośrednio oddziaływać wytwarzając odpowiednie sterowania, oraz wejść niesterowanych. Możemy zauważyć także, że przy wyborze stanu takiego układu — układu zawierającego nie tylko elektrownie parowe, lecz również elektrownie wodne i zbiornikowe — jesteśmy zmuszeni liczyć się z faktami dokonanymi: z nagromadzoną w pewnym poprzednim okresie czasu energią wody w zbiornikach. Energia ta aktualnie jest do dyspozycji jako jeden ze środków, którymi dysponujemy. Musimy również zauważyć, że obciążenia układu są wielkościami a priori zadanymi. Mamy tu jednak do czynienia z komplikującą rozważania zmiennością tych obciążeń.

Wprowadzenie pojęcia racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej wymagało przeto przeanalizowania wielkości charakteryzujących układ elektroenergetyczny, a w szczególności zadań w procesie, oraz zwrócenia uwagi na możliwe oddziaływania, przy pomocy których można świadomie sterować układem.

Omawiane wyżej przesłanki upoważniają do stwierdzenia, że można mówić o swego rodzaju logice lub — lepiej — prowadzą do wniosku, że dla badania racjonalnego procesu istnieje potrzeba opracowania schematu dedukcji o racjonalnym procesie, który nazywać będziemy logiką racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej.

W logice racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej można wymienić następujące rozdziały (pomysł takiej interpretacji zaczerpnięto z [15]).

Na pierwszym miejscu musimy wymienić zadania — cele (chcemy, aby...).

Realizacja celu wymaga podjęcia decyzji o pewnym rozwiązaniu imperatywnym (nakazujemy, aby środki sterowane użyte zostały w określony sposób).

Przy podejmowaniu decyzji musimy uwzględnić rozwiązanie predykcyjne (przewidywanie stanów wejść niesterowanych i wyjść zasileniowych).

Musimy także liczyć się z bazą faktów dokonanych, a zatem brać pod uwagę fakty powstałe w „przeszłości".

Zauważmy tu, że w racjonalnym procesie wytwarzania energii elektrycznej cel może być zrealizowany, gdy wykonane zostaną nakazy, spełnią się przewidywania i okaże się, że właściwie dobrano fakty dokonane wtedy i tylko wtedy, gdy decyzje będą podejmowane na podstawie ściśle określonej dedukcji. Istotnym rozdziałem logiki racjonalnego procesu bę-

dzie tu zatem zbiór przesłanek — poprawna dedukcja wymaga opracowania bazy teoretycznej. Tezy wchodzące w zakres bazy teoretycznej dotyczą praw rządzących naturą procesu w obiekcie oraz przesłanek o charakterze technicznym i ekonomicznym (warunki techniczne, ograniczenia oraz funkcje strat — kryteria). Możemy korzystać tu z odpowiednich metod matematycznych, formułując korzystny i możliwy opis matematyczny zjawisk.

Wynika to stąd, że racjonalny proces wytwarzania energii elektrycznej może być realizowany, to znaczy w procesie wytwarzania osiągane będą stany zapewniające według określonej dedukcji optymalną wartość funkcji korzyści wtedy i tylko wtedy, gdy wykonane zostanie rozwiązanie imperatywne (wejścia sterowane), przy spełnieniu całkowitym przewidywań (rozwiązanie predykcyjne wejść i wyjść) oraz zgodnej z rzeczywistością ocenie faktów dokonanych.

C e l — z a d a n i a. Pierwszym z rozdziałów logiki racjonalnego procesu wytwarzania jest jednoznaczne określenie celu — zadań, a więc zbioru zmiennych istotnych — wyników, które powinny charakteryzować ten proces.

W rozważaniach odróżnić trzeba proces wytwarzania od racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej.

Celem procesu wytwarzania energii elektrycznej jest zasilenie odbiorców energii elektrycznej tak, aby dostarczona została wymagana przez nich moc czynna i bierna przy określonym napięciu i częstotliwości.

Cel ten realizuje się w sposób przybliżony w istniejących obecnie układach elektroenergetycznych. Sterowanie takim procesem jest oparte na konwencjonalnych układach regulacji automatycznej. Wartości zadane wielkości regulowanych są określone z góry lub zmieniają się według określonego programu. Sterowanie polega tu na utrzymaniu wielkości regulowanej w pobliżu wielkości zadanej i jak dotąd wiąże się z regulacją przede wszystkim cech charakteryzujących poszczególne urządzenia układu energetycznego. Przy sprawnie działającej dyspozycji mocy istnieje wtedy jednak ograniczona praktyczna możliwość spełnienia zadań (zob. uwagi o systemie wielkim), a zatem dostarczenia zapotrzebowanej mocy czynnej i biernej przy określonym napięciu i częstotliwości.

W racjonalnym procesie wytwarzania na zagadnienie to trzeba spojrzeć z innego punktu widzenia.

Najogólniej uzasadnienie organizacji procesu wytwarzania energii elektrycznej wiąże się z pracą użyteczną wykonywaną przez użytkowników energii elektrycznej. Takie rozumowanie, choć uzasadnione celowością podjęcia procesu wytwarzania energii elektrycznej, trudno byłoby ściśle sprecyzować. Można by jednak, abstrahując od pojęcia pracy użytecznej, zakładać a priori, że odbiorcy narzucają dostarczenie im określonej mocy czynnej i biernej. Pozostaje wtedy jednak do wyjaśnienia, czy są dopuszczalne zmiany napięcia i częstotliwości, czy są dopuszczalne

zmiany wielkości charakteryzujących jakość energii elektrycznej? Istnieją podstawy, by sądzić, że częstotliwość jako element „homeostazy" wewnętrznej układu (zob. niżej), a więc element niezbędny do utrzymania samego procesu wytwarzania energii elektrycznej, powinna spełniać rolę stabilizującą. Będziemy więc zakładać, że częstotliwość jest wielkością stałą. Dopuszczalne są jednak niewielkie jej zmiany w procesach przejściowych (tego jednak w rozważaniach nie będziemy brać pod uwagę). Określenie dopuszczalnych zmian napięcia jest jednak także kłopotliwe. W interpretacji technicznej możliwe są dwa sposoby rozwiązania tego problemu.

Załóżmy, że możemy określić pewną funkcję określającą straty (koszty) związane z odchyleniem napięcia od napięcia znamionowego $K(U)$ dla wszystkich odbiorów (odbiorów zastępczych), a ponadto, że znane są koszty produkcji energii przez urządzenia wytwórcze układu. W racjonalnym procesie wytwarzania cel sprowadzałby się wtedy do zasilenia odbiorców mocą czynną i bierną przy określonej częstotliwości i napięciu, ale tak, by funkcja strat była minimalna. Wspomniane dwa przypadki byłyby następujące.

Należałoby ustalić jedno kryterium, obejmujące koszty wytwarzania i koszty odbiorców, i wyznaczać stany pracy układu zakładając a priori tylko moce czynne i bierne odbiorów.

Takie sformułowanie jest jednak bodaj jeszcze niemożliwe do zrealizowania.

Odrębnie można by ustalać napięcia w węzłach odbiorczych, minimalizując straty odbiorców, a następnie określając — zakładając już a priori tak wyznaczone napięcia — stany układu spośród stanów dopuszczalnych minimalizując funkcję kosztów wytwarzania energii.

Możliwa jest łatwa modyfikacja tego przypadku. W tym celu załóżmy, że sieci rozdzielcze są wyposażone w transformatory regulacyjne, a zatem załóżmy, że poziomy napięć rozdzielczych są niezależne od poziomów napięć przesyłowych. Można wtedy dopuścić zmianę napięć w węzłach odbiorczych.

$$U_{j\,min} \leqslant E_j \leqslant U_{j\,max} (j = 1, 2, \ldots, M), \tag{30}$$

przy czym graniczne wartości $U_{j\,min\,(max)}$, zależne od przekładni $a_{rj}$ transformatorów regulacyjnych wynikają z możliwości regulacyjnych transformatorów zainstalowanych w sieciach rozdzielczych, zapewniających utrzymanie u odbiorców napięcia bliskiego napięciu znamionowemu.

Wobec takich założeń będziemy mogli sformułować określenie celu racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej.

Celem racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej jest zasilenie odbiorców energii elektrycznej tak, aby dostarczona została wymagana przez odbiorców moc czynna i bierna przy określonej częstotliwości i napięciu zawartym w przedziale (30), przy czym proces powinien

być optymalny względem funkcji określającej koszty produkcji energii elektrycznej.

W procesie racjonalnego wytwarzania energii elektrycznej zmienne istotne, obrazujące cel procesu, określa zatem wektor **F** (18).

Zdefiniowany w ten sposób cel — zadania w racjonalnym procesie są zmienne i niestety zmian tych nie możemy przewidzieć, nie możemy ich nawet określić przy pomocy rozkładu prawdopodobieństwa, mogą one być jedynie przedmiotem prognoz [10], [23].

Rozwiązanie imperatywne. Obciążenia układu, na skutek zmienności tak scharakteryzowanej, są elementami zakłócającymi, odchylającymi proces od stanów optymalnych spełniających ponadto warunki techniczne i ograniczenia. Dlatego stajemy wobec konieczności wprowadzenia oddziaływań sterujących pozwalających w przebiegu procesu wybierać stany optymalne spośród stanów dopuszczalnych.

Sterowanie racjonalnym procesem wymaga zatem podejmowania decyzji (zob. baza teoretyczna) i realizacji, określonego na podstawie decyzji, rozwiązania imperatywnego, a zatem realizacji oddziaływania poprzez wejścia sterowane na proces wytwarzania energii.

Zmienne charakteryzujące rozwiązanie imperatywne wyznacza wektor **R**. Musimy tu jednak zauważyć, że wektor ten nie wyczerpuje wszystkich koniecznych oddziaływań, które pozwoliłyby organizować i realizować racjonalny proces wytwarzania. Zmienność zadań i wielkości charakteryzujących wejścia niesterowane stwarza bowiem konieczność podejmowania decyzji w zakresie adaptacji układu, zmian organizacji układu oraz planowania rozbudowy i realizacji rozbudowy.

Rozwiązanie predykcyjne. Istnienie w układzie energetycznym wejść niesterowanych, z którymi musimy się liczyć rozważając racjonalny proces wytwarzania, a także charakter zmian wejść zasileniowych, prowadzi do konieczności przewidywania stanu tych wejść i wyjść. Określenie przewidywań wymaga podania rozwiązania predykcyjnego.

W układach złożonych z elektrowni cieplnych możemy zakładać, że nie posiadamy wejść energetycznych niesterowanych. Przez wejścia energetyczne niesterowane będziemy rozumieć wejścia zasileniowe — dopływy wody do elektrowni wodnych.

W tym przypadku rozwiązania predykcyjne można niewątpliwie ocenić z pewnym prawdopodobieństwem, ocenić ich nadzieję matematyczną. Dopływy wody można bowiem oceniać jako probabilistyczne procesy ciągłe [17]. Na podstawie obserwacji dopływów $q(t)$, $q(t+T)$, $q(t+2T)$,..., które są stacjonarnymi procesami powtarzającymi się z pewnym prawdopodobieństwem, można ocenić empirycznie krzywe rozkładu tych dopływów. Istnieje zatem podstawa, aby założyć, że znane są prawdopodobieństwa osiągnięcia przez tego typu wejścia energetyczne zasileniowe określonych stanów.

Interpretując układ energetyczny jako układ względnie odosobniony nie ograniczyliśmy się tylko do wejść energetycznych zasileniowych — wprowadziliśmy także wejścia niesterowane, związane z wpływem warunków atmosferycznych i innych zaburzeń na układ. Przewidywanie stanu tych wejść jest bodajże niemożliwe. Można jedynie obserwować aktualne stany tych wejść i uwzględniać je w procesie sterowania układem.

Odrębnym zagadnieniem (jak już wspominaliśmy) jest przewidywanie stanu wyjść zasileniowych.

F a k t y d o k o n a n e. Proces wytwarzania energii elektrycznej z natury swej jest procesem ciągłym. Proces sterowania może być także ciągły, ale tylko dla takiego obiektu, w którym znane są przyszłe stany. Jednak wobec charakteru zakłóceń i wielkości wpływających na pracę układu, przy sterowaniu procesem musimy liczyć się z koniecznością gromadzenia informacji i opracowywania na ich podstawie strategii podejmowania decyzji. Proces sterowania będzie więc na ogół procesem dyskretnym, przy czym kwantowanie sterowania będzie (długość przedziału czasu) niewątpliwie w pewnym związku z nieokreślonością stanów układu w przebiegu procesu (z nieznajomością stanów przyszłych układu).

W tak pojętym dyskretnym procesie sterowania w momencie czasu $t_v$ wykorzystujemy informacje $...X_{v-2}$, $X_{v-1}$ osiągane w momentach czasu $...t_{v-2}$, $t_{v-1}$. Informacje te prowadzą do informacji $X_v$.

W przedziałach czasowych $...t_{v-2}-t_{v-3}$, $t_{v-1}-t_{v-2}$, $t_v-t_{v-1}$ mogą powstać fakty — w przeszłości mogą powstać fakty, z którymi należy liczyć się sterując w momencie $t_v$ procesem wytwarzania energii elektrycznej.

B a z a t e o r e t y c z n a. Z określenia racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej wynika, że proces ten może być zrealizowany na podstawie ściśle określonej dedukcji. Poprawna dedukcja, której schemat podajemy w logice racjonalnego procesu, wymaga opracowania bazy teoretycznej.

Przez bazę teoretyczną będziemy rozumieli zbiór praw rządzących naturą procesu w układzie oraz zbiór przesłanek o charakterze technicznym i ekonomicznym, a zatem zbiór warunków technicznych i sformułowane kryteria. Sformułowane prawa rządzące procesem pozwalają matematycznie opisać zjawiska, przesłanki techniczne wprowadzają ograniczenia stanów układu, a ekonomiczne są podstawą sformułowania kryterium pozwalającego podjąć decyzje w zakresie wyboru stanów układu. Korzystać tu można z odpowiednich metod matematycznych, przy czym zagadnienia wyznaczania stanów w optymalnym procesie wytwarzania energii elektrycznej można sprowadzić do zagadnień podejmowania decyzji.

Z matematycznej postaci bazy teoretycznej i metod rozwiązania problemu wynika dedukcyjny charakter badania i wyboru decyzji zapewnia-

jących racjonalny przebieg procesu wytwarzania przy znajomości dopuszczalnych stanów układu.

Wybór bazy teoretycznej jest ściśle uzależniony od wierności odwzorowania istotnych cech procesu.

Poniżej przeanalizujemy możliwości matematycznego sformułowania bazy teoretycznej, rozważając zagadnienia podejmowania decyzji przy pewnych założeniach. Rozważymy tu trzy przypadki, nadając badaniom w zakresie podejmowania decyzji wobec pewności, ryzyka i niepewności interpretację techniczną.

## 5. PODSTAWOWE TEZY BAZY TEORETYCZNEJ. PODEJMOWANIE DECYZJI W ZAGADNIENIACH WYZNACZANIA STANÓW RACJONALNEGO WYTWARZANIA ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Ze schematu dedukcji racjonalnego procesu wytwarzania i analizy możliwości matematycznego sformułowania bazy teoretycznej, a także określoności zmiennych charakteryzujących stany układu wynika, że wyznaczanie stanów przyszłych układu w racjonalnym procesie — w celu efektywnego rozwiązania problemu — trzeba traktować jako zagadnienie podejmowania decyzji. Przy odpowiednich założeniach będą to zagadnienia podejmowania decyzji wobec pewności, ryzyka, czy także niepewności, jeśli nie oddzielać bieżącego sterowania układu od racjonalnej rozbudowy układu.

Można także mówić o ścisłej zależności między matematycznym sformułowaniem metod podejmowania decyzji w zakresie wyznaczania stanów układu w przebiegu procesu racjonalnego a charakterem określoności przyszłych stanów układu.

Dla uzasadnienia tego potraktujmy układ elektroenergetyczny jako układ względnie odosobniony (zob. rozdz. 3).

P o d e j m o w a n i e  d e c y z j i  w o b e c  p e w n o ś c i. Rozważmy wpierw układ, w którym wejścia i wyjścia energetyczne są ściśle zdeterminowane. Oznacza to, że składowe wektora **F**, a więc wielkości charakteryzujące obciążenia są niezmienne lub ściśle określone w postaci funkcji czasowych, niezmienne lub ściśle określone są także stany wejść zasileniowych energetycznych scharakteryzowane przez wektor **U**. Pomijać tu będziemy zupełnie ewentualny wpływ na układ warunków atmosferycznych i awarii — na układ nie oddziałują żadne wejścia niesterowane.

Wobec powyższych założeń mogą być a priori określone możliwe stany układu, a wśród nich decyzje dopuszczalne **R**. Matematyczny opis racjonalnego procesu — matematyczna postać bazy teoretycznej — powinien być tak dobrany, aby istniała możliwość badania i wyboru decyzji optymalnych. W tym celu trzeba ustalić funkcję reprezentującą ustalone kryterium oceny każdej pary decyzji-stanu. Problem sprowadza się obecnie do zagadnienia podejmowania decyzji wobec pewności (związanej z pew-

nością określoności stanów układu). Z punktu widzenia matematycznego mogą mieć wtedy zastosowanie metody poszukiwania ekstremum funkcji wielu zmiennych lub funkcjonału.

Rozważmy wpierw układ energetyczny $n$ węzłowy zasilany przez $i$ ($i = 1, 2, ..., N$) elektrowni cieplnych i obciążony przez $j$ ($j = 1, 2, ..., M$) odbiorów ($N+M = n$).

Proces wytwarzania, a w szczególności operacje przesyłania energii elektrycznej, opisywane będą układem równań (26), który zapiszemy w postaci

$$\begin{aligned}
g_1 &\equiv P_1 - \sum_{m=1}^{n} Y_{1m} E_m E_1 \cos(-\Theta_{1m} - \delta_m + \delta_1) = 0, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
g_n &\equiv P_n - \sum_{m=1}^{n} Y_{nm} E_m E_n \cos(-\Theta_{nm} - \delta_m + \delta_n) = 0, \\
g_{n+1} &\equiv Q_1 - \sum_{m=1}^{n} Y_{1m} E_m E_1 \sin(-\Theta_{1m} - \delta_m + \delta_1) = 0, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
g_{2n} &\equiv Q_n - \sum_{m=1}^{n} Y_{nm} E_m E_n \sin(-\Theta_{nm} - \delta_m + \delta_n) = 0
\end{aligned} \tag{31}$$

lub w postaci uproszczonej

$$g_\nu(\{v\}, \{r\}, \{f\}) = g_\nu(\{v\}) = 0, \qquad (\nu = 1, 2, ..., 2n), \tag{32}$$

gdzie zbiór $\{v\}$ przedstawia zmienne, którym — jak już wspominaliśmy — można przyporządkować wektor $\mathbf{V}$ w przestrzeni $4n$-wymiarowej, zbiór $\{r\}$ przedstawia zmienne oddziaływań sterujących, którym można przyporządkować wektor $\mathbf{R}$ przejmujący wartości w przestrzeni $2N$ wymiarowej, wreszcie $\{f\}$ przedstawia zmienne charakteryzujące obciążenia układu, którym można przyporządkować wektor $\mathbf{F}$ (gdy założymy a priori $P_j$ oraz $Q_j$, wtedy wektor ten jest zadany przez składowe w przestrzeni $2M$-wymiarowej, a gdy założymy również $U_j$ — w przestrzeni $3M$-wymiarowej).

Obecnie, przy ustalonym wektorze $\mathbf{F}$, należy określić wartość wektora $\mathbf{R}$ zapewniającą osiągnięcie stanu $\mathbf{V}$ takiego, przy którym zachodziłoby

$$\min_{\mathbf{R}} \varphi = \min_{\mathbf{R}} \sum_{i=1}^{N} K_i(P_i, Q_i), \tag{33}$$

to jest zachodziło minimum funkcji kosztów wytwarzania

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N} K_i(P_i, Q_i) \tag{34}$$

będącej kryterium optymalności procesu.

Uwzględnijmy równania (32). Wskutek złożonej zależności **R**, **V** i **F**, funkcję będącą kryterium optymalności można zapisać w ogólnej postaci

$$\varphi\{P(\mathbf{R}, \mathbf{V}(\mathbf{R}), \mathbf{F}),\ Q(\mathbf{R}, \mathbf{V}(\mathbf{R}), \mathbf{F})\} = \varphi(\mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{F}) = \varphi(\mathbf{R}) \tag{35}$$

oznaczając dla skrócenia zapisu $P = [P_1, P_2, ..., P_N]$, $Q = [Q_1, Q_2, ..., Q_N]$.

Zakładając obecnie, że wektor **F** jest a priori ustalony, problem możemy sformułować w następujący sposób.

Poszukujemy wartości $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0$, dla której wektor **V** jest ograniczony hiperpowierzchniami (32) oraz

$$\varphi(\mathbf{R}_0) = \min_{\mathbf{R}} \varphi(\mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{F}) = \min_{\mathbf{R}} \varphi(\mathbf{R}). \tag{36}$$

Nie ma możliwości efektywnego przedstawienia z (32) zależności $\mathbf{V}(\mathbf{R})$, a zatem, przy rozwiązywaniu zagadnienia, nie możemy skorzystać z metody bezpośredniego wyznaczenia ekstremum.

Możemy jednak skorzystać z metody nieoznaczonych czynników Lagrange'a. Należy wtedy znaleźć spośród składowych wektora **V** takie $x_\mu$ oraz takie $\{\lambda\} = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_{2n})$, aby zachodziło (32) oraz

$$\frac{\partial L}{\partial x_\mu} = \frac{\partial}{\partial x_\mu}\left(\varphi + \sum_{\nu=1}^{2n} \lambda_\nu g_\nu\right) = \frac{\partial}{\partial x_\mu}\left(\sum_{i=1}^{N} K_i(P_i, Q_i) + \sum_{\nu=1}^{2n} \lambda_\nu g_\nu\right) = 0, \tag{37}$$

gdzie

$$x_\mu = \begin{cases} P_i, Q_i, E_i, \delta_i (\delta_1 = 0), & (i = 1, 2, ..., N), \\ E_j, \delta_j & (j = 1, 2, ..., M). \end{cases}$$

W powyższych rozważaniach składowe wektorów stanu **V** i sterowań **R**, przy zadanym a priori wektorze **F**, przyjmować mogły wartości na pewnych hiperpowierzchniach (32) w przestrzeni $4n$-wymiarowej. Z rozważań nad ograniczeniami wynika jednak, że składowe wektorów **V** i **R** ograniczone są ponadto do pewnych domkniętych obszarów odpowiednio w przestrzeniach $4n$-wymiarowej oraz $2N$-wymiarowej.

Ustalmy, że obszary te są określone następującymi nierównościami:

dla źródeł

$$\begin{aligned} A_i &\equiv P_i - P_{i\,min} \geqslant 0 && (i = 1, 2, ..., N), \\ B_i &\equiv S_{i\,max} - (P_1^2 + Q_1^2) \geqslant 0 && (i = 1, 2, ..., N), \\ \Gamma_{1i} &\equiv E_i - E_{i\,min} \geqslant 0 && (i = 1, 2, ..., N), \\ H_{1i} &\equiv E_{i\,max} - E_i \geqslant 0 && (i = 1, 2, ..., N), \end{aligned}$$

dla odbiorców

$$\begin{aligned} \Gamma_{2j} &\equiv E_j - U_{j\,min} \geqslant 0 && (j = 1, 2, ..., M), \\ H_{2j} &\equiv U_{j\,max} - E_j \geqslant 0 && (j = 1, 2, ..., M) \end{aligned} \tag{38}$$

oraz ograniczenia przepustowości sieci przesyłowych, zapewniające zachowanie równowagi statycznej w układzie

$$Z_{\xi\varrho} \equiv \delta_{\xi\varrho\,max} - (\delta_\xi - \delta_\varrho) \geqslant 0 \quad (\xi, \varrho = 1, 2, ..., n;\ \xi \neq \varrho),$$

a także równościami określonymi równaniami sieciowymi wyznaczającymi dopuszczalne hiperpowierzchnie w przestrzeni $4n$-wymiarowej (32).

Obecnie, przy ustalonym **F** (dotyczy zbioru $P_j$, $Q_j$), należy ustalić wartości składowych wektora **R** w obszarze domkniętym $2N$-wymiarowej przestrzeni zapewniające osiągnięcie stanu, w którym składowe wektora **V** będą przyjmować wartości z domkniętego obszaru określonego ograniczeniami i równaniami sieciowymi oraz będzie zachodzić minimum funkcji (34). Poszukujemy zatem takiej wartości $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0$, aby zachodziło (36).

Możemy tu skorzystać z uogólnionej metody Lagrange'a opartej na twierdzeniu Kuhna-Tuckera.

Należy wtedy znaleźć spośród składowych wektora **V** takie $x_\mu$ oraz wyszukać takie

$$\{\lambda\} = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{2n}) \qquad \text{odpowiadające } g_\nu,$$

$$\{\alpha\} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_N) \qquad \text{odpowiadające } A_i,$$

$$\{\beta\} = (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_N) \qquad \text{odpowiadające } B_i,$$

$$\{\gamma\} = (\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_N, \gamma_{N+1}, \ldots, \gamma_{N+M}) \qquad \text{odpowiadające } \Gamma_{1i} \text{ oraz } \Gamma_{2j},$$

$$\{\eta\} = (\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_N, \eta_{N+1}, \ldots, \eta_{N+M}) \qquad \text{odpowiadające } H_{1i} \text{ oraz } H_{2j},$$

$$\{\zeta\} = \begin{pmatrix} \bullet & \zeta_{12} & \zeta_{13} & \cdots & \zeta_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \zeta_{n1} & \zeta_{n2} & \zeta_{n3} & \cdots & \bullet \end{pmatrix} \qquad \text{odpowiadające } Z_{\xi\rho},$$

aby

$$\begin{aligned} & g_\nu = 0 && (\nu = 1, 2, \ldots, 2n), \\ \alpha_i \geqslant 0, \quad & \alpha_i A_i = 0 && (i = 1, 2, \ldots, N), \\ \beta_i \geqslant 0, \quad & \beta_i B_i = 0 && (i = 1, 2, \ldots, N), \\ \gamma_\xi \geqslant 0, \quad & \gamma_\xi \Gamma_\xi = 0 && (\xi = 1, 2, \ldots, n = N+M), \\ \eta_\xi \geqslant 0, \quad & \eta_\xi H_\xi = 0 && (\xi = 1, 2, \ldots, n), \\ \zeta_{\xi\rho} \geqslant 0, \quad & \zeta_{\xi\rho} Z_{\xi\rho} = 0 && (\zeta, \varrho = 1, 2, \ldots, n;\ \xi \neq \varrho), \end{aligned} \tag{39}$$

a także

$$\frac{\partial}{x_\mu}\left\{\varphi + \sum_{\nu=1}^{2n} \lambda_\nu g_\nu + \sum_{i=1}^{N} \alpha_i A_i + \sum_{i=1}^{N} \beta_i B_i + \sum_{\xi=1}^{n} \gamma_\xi \Gamma_\xi + \sum_{\xi=1}^{n} \eta_\xi H_\xi + \sum_{\xi,\rho} \zeta_{\xi\rho} Z_{\xi\rho}\right\} = 0, \tag{40}$$

gdzie

$$x_\mu = \begin{cases} P_i, Q_i, E_i, \delta_i (\delta_1 = 0), \\ E_j, \delta_j. \end{cases}$$

Rozważymy obecnie możliwość interpretacji wariacyjnej zagadnienia.

W tym celu załóżmy, że określony jest a priori przebieg zmian wektora **F**, a zatem określone są funkcje $P_j(t)$, $Q_j(t)$, $(0 \leqslant t \leqslant T_d)$.

Załóżmy ponadto, że oddziaływania sterujące wyznaczają składowe wektora $\mathbf{R}(t)$, a stany układu $\mathbf{V}(t)$ powinny być osiągane na pewnych hiperpowierzchniach w przestrzeni $4n$-wymiarowej, wyznaczonych przez równania sieciowe, które zapiszemy w postaci

$$g_\nu(\mathbf{V}(t)) = 0 \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, 2n). \tag{41}$$

Poszukiwać będziemy funkcyj $\mathbf{R}(t)$ zapewniających osiągnięcie $\mathbf{V}(t)$ na hiperpowierzchniach (41), przy których zachodziłoby

$$\min_{\mathbf{R}} \Phi = \min_{\mathbf{R}} \int_0^{T_d} \sum_{i=1}^{N} K_i[P_i(t), Q_i(t)]\,dt = \min_{\mathbf{R}} \int_0^{T_d} \varphi(t)dt, \tag{42}$$

gdzie

$$\varphi(t) = \sum_{i=1}^{N} K_i[P_i(t), Q_i(t)],$$

a więc minimum funkcjonału

$$\Phi = \int_0^{T_d} \sum_{i=1}^{N} K_i[P_i(t), Q_i(t)]\,dt \tag{43}$$

będącego kryterium optymalności procesu wytwarzania energii elektrycznej.

Uwzględnijmy równania (41). Wskutek złożonej zależności $\mathbf{R}$, $\mathbf{V}$, $\mathbf{F}$, funkcjonał będący kryterium optymalności można zapisać w postaci

$$\Phi\{P[\mathbf{R}(t), \mathbf{V}(\mathbf{R}(t)), \mathbf{F}(t)],\ Q[\mathbf{R}(t), \mathbf{V}(\mathbf{R}(t)), \mathbf{F}(t)]\} = \Phi(\mathbf{R}(t)). \tag{44}$$

Zakładając obecnie, że wektor $\mathbf{F} = \mathbf{F}(t)$, a więc zakładając zależność wektora $\mathbf{F}$ wyłącznie od czasu, problem można sformułować w następujący sposób.

Poszukujemy funkcji $\mathbf{R}_0(t)$ zapewniających osiągnięcie $\mathbf{V}(t)$ na hiperpowierzchniach (41) takich, na których zachodziłoby

$$\Phi(\mathbf{R}_0(t)) = \min_{\mathbf{R}(t)} \Phi[\mathbf{R}(t), \mathbf{V}(\mathbf{R}(t)), \mathbf{F}(t)] = \min_{\mathbf{R}(t)} \Phi(\mathbf{R}(t)). \tag{45}$$

Nie ma możliwości efektywnego przedstawienia $\mathbf{F}(\mathbf{R}(t))$, a zatem skorzystania z metody bezpośredniego wyznaczenia ekstremali-funkcji $\mathbf{R}(t)$, na których funkcjonał (43) osiąga minimum.

Można jednak zastosować metodę Eulera-Lagrange'a rozwiązania tak sformułowanego zadania wariacyjnego.

W tym celu tworzymy funkcjonał

$$H = \int_0^{T_d} \left\{ \sum_{i=1}^{N} K_i[P_i(t), Q_i(t)] + \sum_{\nu=1}^{2r} \lambda_\nu(t) g_\nu(\mathbf{V}(t)) \right\} dt = \int_0^{T_d} L\,dt, \tag{46}$$

gdzie

$$L = \varphi(t) + \sum_{\nu=1}^{2n} \lambda_\nu(t) g_\nu, \tag{47}$$

który badamy na ekstremum bezwarunkowe, rozwiązując układ równań Eulera

$$\frac{\partial L}{\partial x_\mu} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_\mu}\right) = 0, \tag{48}$$

uzupełniony równaniami więzów (41).

Równania te można uprościć. Ponieważ $L$ nie zależy od pochodnych $\dot{x}_\mu$, więc

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_\mu} = 0 \tag{49}$$

i równania (48) przybierają kształt

$$\frac{\partial L}{\partial x_\mu} = 0. \tag{50}$$

Ostatecznie zatem możemy stwierdzić, że w celu rozwiązania postawionego zagadnienia należy spośród składowych $\mathbf{V}(t)$ znaleźć takie $x_\mu(t)$, a także takie $\{\lambda(t)\} = (\lambda_1(t), \lambda_2(t), ..., \lambda_{2n}(t))$, aby spełnione były równania (41) oraz

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu}\left(\varphi + \sum_{\nu=1}^{2n} \lambda_\nu(t) g_\nu\right) = 0, \tag{51}$$

gdzie

$$x_\mu = \begin{cases} P_i(t), Q_i(t), E_i(t), \delta_i(t), \\ E_j(t), \delta_j(t). \end{cases}$$

Korzystając z interpretacji wariacyjnej możemy osłabić jeszcze założenia poczynione w stosunku do układu elektroenergetycznego.

Istotnie, załóżmy bowiem $n$ węzłowy układ, zasilany przez $N_c$ elektrowni cieplnych oraz $N_w$ elektrowni wodnych ($N = N_c + N_w$), dla których określone jest zużycie wody w przedziale czasu $[0, T_d]$.

Wtedy problem możemy sformułować jako poszukiwanie przebiegu zmian wektora $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t)$, zapewniającego osiągnięcie stanów $\mathbf{V} = \mathbf{V}(t)$ w obszarze $4n$-wymiarowej przestrzeni na hiperpowierzchniach (41) przy ograniczonej mocy wytwarzanej w elektrowniach wodnych więzami izoperymetrycznymi

$$\int_0^{T_d} q_w(P_w(t))dt = W_{w\,max} (w = 1, 2, ..., N_w), \tag{52}$$

przy których zachodziłoby minimum funkcjonału

$$\Phi_c = \int_0^{T_d} \sum_{c=1}^{N_c} K_c(P_c(t), Q_c(t))\,dt \tag{53}$$

będącego kryterium optymalności procesu wytwarzania energii elektrycznej.

Zagadnienie jest izoperymetrycznym zagadnieniem rachunku wariacyjnego. Dla jego rozwiązania tworzymy funkcjonał

$$H^{**} = \int_0^{T_d} \left\{\sum_{c=1}^{N_c} K_c(P_c(t), Q_c(t)) + \sum_{v=1}^{2n} \lambda_v(t) g_v\right\} dt + \sum_{w=1}^{N_c} \sigma_w \left\{\int_0^{T_d} q_w(P_w(t))\,dt\right\} = \int_0^{T_d} L^{**} dt, \tag{54}$$

gdzie

$$L^{**} = \sum_{c=1}^{N_c} K_c(P_c(t), Q_c(t)) + \sum_{v=1}^{2n} \lambda_v(t) g_v + \sum_{w=1}^{N_w} \sigma_w q_w(P_w(t)), \tag{55}$$

który badamy na ekstremum bezwarunkowe rozwiązując układ równań Eulera w postaci

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu}\left\{\varphi + \sum_{v=1}^{2n} \lambda_v(t) g_v + \sum_{w=1}^{N_w} \sigma_w q_w(t)\right\} = 0, \tag{56}$$

uzupełniony równaniami sieciowymi (41) oraz więzami izoperymetrycznymi (52).

Nadając powyżej schematowi dedukcji racjonalnego procesu interpretację wariacyjną zakładaliśmy, że składowe wektorów **V** i sterowań **R** mogły przyjmować wartości na pewnych hiperpowierzchniach (41) w przestrzeni $4n$-wymiarowej. Wiadomo jednak, że składowe wektorów **V** i **R** są ograniczone ponadto do pewnych domkniętych obszarów w przestrzeniach wielowymiarowych. Obszary te mogą ograniczać na przykład nierówności (38). Obecnie przy zadanym a priori wektorze $\mathbf{F}(t)$ należałoby ustalić wartości składowych wektora $\mathbf{R}(t)$ w obszarze domkniętym przestrzeni $2N$-wymiarowej zapewniające osiągnięcie stanów, przy których składowe wektora $\mathbf{V}(t)$ będą przyjmować wartości z domkniętego obszaru określonego ograniczeniami nierównościowymi, równaniami sieciowymi i więzami izoperymetrycznymi oraz będzie zachodzić minimum funkcjonału będącego kryterium optymalności procesu.

Warto tu wspomnieć, że algorytmiczna realizacja obliczeń według omawianych wyżej zasad może polegać, w przypadku poszukiwania ekstremum funkcji wielu zmiennych, na zastosowaniu metod iteracyjnych, relaksacyjnych lub gradientnych. Przy poszukiwaniu ekstremali algorytmiczna realizacja obliczeń może polegać na dyskretnym traktowaniu czasu (dowolnie małe przedziały) oraz na wykorzystaniu jednej z wymienionych

metod. Efektywne może być zastosowanie metod programowania dynamicznego, w szczególności przy poszukiwaniu ekstremali w obszarach domkniętych.

Okazuje się, że rozważania wyżej zilustrowane dotyczą zagadnień podejmowania decyzji o racjonalnych stanach układu w układzie zorganizowanym. Do zagadnień podejmowania decyzji wobec pewności należą też zagadnienia wyznaczania oddziaływań w zakresie organizacji układu. Odróżnić musimy zagadnienia wyznaczania oddziaływań sterujących $\mathbf{R}$ od oddziaływań organizacyjnych $\mathbf{R}_{Or}$, na przykład odstawień, zmian przekładni transformatorów regulacyjnych oraz zmian konfiguracji układu (zob. niżej: samonastrajalność i samoorganizacja).

Podejmowanie decyzji wobec ryzyka. Wprowadźmy obecnie wektor $\boldsymbol{\xi}$, którego składowe są zmiennymi losowymi przyjmującymi wartości równe odpowiednio

$$\begin{aligned} \xi_i &= f_i \quad (i = 1, 2, ..., M), \\ \xi_{i+M} &= u_i \quad (i = 1, 2, ..., N), \end{aligned} \tag{57}$$

co oznacza, że zmienne reprezentujące stan wyjść zasileniowych oraz wejść zasileniowych (dotyczy to tylko zasileń układu spływem wody) posiadają charakter zmiennych losowych.

Będziemy przyjmować, że składowe wektora $\boldsymbol{\xi}$ są zależne od czasu i że prawdopodobieństwo przyjmowania przez $j$-tą składową wektora $\boldsymbol{\xi}$ wartości z przedziału $[x_j - \Delta x_j, x_j + \Delta x_j]$, gdzie $\Delta x_j > 0$, określone jest w każdej chwili, a zatem

$$P_j\{x_j(t) - \Delta x_j < \xi_j(t) \leqslant x_j(t) + \Delta x_j\} = p_j. \tag{58}$$

W przypadku gdy $\Delta x_j = 0$, a $p_j = 1$ $(j = 1, 2, ...)$, proces jest zdeterminowany, co zostało przedyskutowane powyżej. Wielkości $\xi_j$ mogą bowiem przyjmować wtedy jednoznacznie wartości $x_j$. Zdeterminowane są zatem stany wyjść wymuszających oraz stany wejść zasileniowych energetycznych.

W przypadku gdy wektor $\boldsymbol{\xi}(t)$ jest zmienną losową, zmiany wektora są procesem stochastycznym opisującym funkcję przypadkową $\xi_j(t)$; mogą one w dowolnym momencie czasu przyjmować różne wartości, ale zdeterminowane pewnym rozkładem prawdopodobieństwa.

Można obecnie mówić o dystrybuancie

$$F_j[x_j(t)] = P_j\{\xi_j(t) \leqslant x_j(t)\}. \tag{59}$$

Zauważymy, że daje się zaobserwować okresowość zmian wektora $\boldsymbol{\xi}(t)$ w czasie. Przyjmować zatem będziemy, że wektor ten jest określony w przedziale czasu $[0, T_r]$. Oznacza to, że na podstawie $k$ $(k = 1, 2, ...)$ obserwacji w różnych momentach czasu $t_1, t_2, ..., t_m$ poszczególnych okresów, można wyznaczyć dystrybuanty składowych wektora $\boldsymbol{\xi}(t)$.

Dystrybuanty te, określające prawdopodobieństwo tego, że składowe $\xi_j(t)$ w chwilach $t_1, t_2, \ldots, t_m$ okresu $[0, T_r]$ będą przyjmować wartości nie przewyższające odpowiednio $x_{j1}, x_{j2}, \ldots, x_{jm}$, możemy zapisać w postaci

$$\left.\begin{aligned}
&F_{1m}(x_{11}, x_{12}, x_{13}, \ldots, x_{1m}; \quad t_1, t_2, t_3, \ldots, t_m) = \\
&= P_1\{\xi_1(t_1) \leqslant x_{11}, \xi_1(t_2) \leqslant x_{12}, \xi_1(t_3) \leqslant x_{13}, \ldots, \xi_1(t_m) \leqslant x_{1m}\}, \\
&F_{2m}(x_{21}, x_{22}, x_{23}, \ldots, x_{2m}; \quad t_1, t_2, t_3, \ldots, t_m) = \\
&= P_2\{\xi_2(t_1) \leqslant x_{21}, \xi_2(t_2) \leqslant x_{22}, \xi_2(t_3) \leqslant x_{23}, \ldots, \xi_2(t_m) \leqslant x_{2m}\}, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&F_{jm}(x_{j1}, x_{j2}, x_{j3}, \ldots, x_{jm}; \quad t_1, t_2, t_3, \ldots, t_m) = \\
&= P_j\{\xi_j(t_1) \leqslant x_{j1}, \xi_j(t_2) \leqslant x_{j2}, \xi_j(t_3) \leqslant x_{j3}, \ldots, \xi_j(t_m) \leqslant x_{jm}\}, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\} \tag{60}$$

gdzie $j = 1, 2, \ldots$ jest liczbą składowych wektora losowego $\xi(t)$ charakteryzującego proces wytwarzania energii elektrycznej.

Najbardziej widoczny jest stochastyczny charakter spływu rzecznego. Co więcej, proces ten jest ciągłym procesem stochastycznym i z obserwacji dopływów $q(t)$, $q(t+T_r)$, ... powtarzających się z pewnym prawdopodobieństwem periodycznie (okres roku) można metodami statystycznymi dla spływu ocenić pewne krzywe rozkładu [17].

Obciążenia poszczególnych odbiorów zależą również od czynników przypadkowych. Zakładać tu będziemy, że zmiany tych wielkości są także procesami stochastycznymi, chociaż inny jest okres powtarzających się zmian tych wielkości (zakładamy jedną dobę) i odwzorowanie to nie jest odwzorowaniem wiernym (trudno bowiem ocenić prawdopodobieństwo zmian dla obciążeń we wszystkich przypadkach — można jedynie podać prognozy na przyszłość).

Wobec powyższych założeń zakładamy zatem, że zmiany wielkości charakteryzujących stany niektórych wejść energetycznych i wyjść układu — pewne składowe wektora $\mathbf{F}$ oraz wektora $\mathbf{U}$ określające składowe $\xi_j(t)$ wektora $\boldsymbol{\xi}(t)$ — przedstawiają procesy stochastyczne. Zakładamy przeto, że znane są prawdopodobieństwa osiągnięcia przez układ określonych stanów. W ten sposób będziemy podawać pewne rozwiązanie predykcyjne określone na podstawie analizy zaobserwowanych w przeszłości stanów — zaobserwowanych faktów w przeszłości.

Wynika stąd, że analizowane stany układu będą posiadać charakter przypadkowy.

W założonych przedziałach czasu $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ $(i = 1, 2, \ldots, m-1)$, można obecnie wyznaczać określoną funkcję kosztów

$$h_i[\mathbf{U}, \mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{V}, \Delta t_i] = h_i, \tag{61}$$

a zakładając addytywność tych kosztów w przedziałach $\Delta t_i$ okresu $[0, T_r]$ otrzymamy funkcję

$$\psi_m = \sum_{i=1}^{m-1} h_i \tag{62}$$

kosztów wytwarzania energii elektrycznej w $m-1$ przedziałach okresu $[0, T_r]$. Koszty te, będące funkcją czasu, zależą od wektora losowego $\boldsymbol{\xi}(t)$ oraz wektorów $\mathbf{R}(t)$ i $\mathbf{V}(t)$. Znajomość dystrybuanty wektora $\boldsymbol{\xi}(t)$ pozwala na wyznaczenie dystrybuanty funkcji kosztów, będącej kryterium optymalności procesu wytwarzania energii elektrycznej w okresie $[0, T_r]$.

Zagadnienie sprowadza się obecnie do zagadnienia podejmowania decyzji wobec ryzyka. Należy znaleźć przebieg zmian wartości oczekiwanych oddziaływań sterujących niektórych wejść zasileniowych $(\bar{\mathbf{R}})$ przy zadanych wartościach oczekiwanych zmiennych charakteryzujących wyjścia oraz wejścia zasileniowe, aby osiągane zostały stany dopuszczalne oraz aby zachodziło minimum wartości oczekiwanej

$$\min_{\bar{\mathbf{R}}} M\left(\psi_m = \sum_{i=1}^{m-1} h_i\right), \tag{63}$$

a zatem minimum wartości oczekiwanej funkcji będącej kryterium optymalności procesu.

W zagadnieniach podejmowania decyzji wobec ryzyka charakterystyczne jest to, że na podstawie obserwacji stanów przeszłych możemy wyznaczyć algorytm oddziaływań sterujących określony z pewnym prawdopodobieństwem.

Wydaje się, że w rozważaniach można teraz operować jedynie źródłami i odbiorami, uwzględniając wpływ układu elektroenergetycznego — strat — przez zwiększenie mocy źródeł. Wyznaczone na tej podstawie stany będą następnie punktem wyjścia do wyznaczenia decyzji wobec pewności, gdzie wpływ układu przesyłowego będzie już uwzględniony.

Rozwiązanie tego zagadnienia możliwe jest np. przez aproksymację zmian przypadkowych wielkości przy pomocy procesu Markowa, przy dyskretnym traktowaniu czasu [8]. Taka aproksymacja zjawisk pozwala uzyskać rozwiązanie praktycznie z dowolną dokładnością.

Założenie takie oznacza, że dla $m = 1, 2, \ldots$ i dowolnych wartości parametru $t_1, t_2, \ldots, t_m$ $(t_1 < t_2 < t_3 < \ldots < t_m)$ oraz dla dowolnych liczb rzeczywistych $x_{im}$ oraz $x_{i(m-1)}$ równość

$$P\{X_{it_m} \leqslant x_{im} \mid X_{it_{m-1}} = x_{i(m-1)}, X_{it_{m-2}} = x_{i(m-2)}, \ldots, X_{it_1} = x_{i1}\} = \\ = P\{X_{it_m} \leqslant X_{im} \mid X_{it_{m-1}} = x_{i(m-1)}\}, \quad (X_{it_m} = \xi_i(t_m), \ldots) \tag{64}$$

zachodzi dla dowolnych liczb rzeczywistych $x_{i(m-2)}, \ldots, x_{i1}$.

O podejmowaniu decyzji wobec niepewności. Wyznaczając stany — podając przesłanki wyznaczania stanów — w racjonalnym procesie wytwarzania energii elektrycznej, zwróciliśmy uwagę na

dynamiczny charakter zmian tych stanów, jak dotąd, w przedziale co najwyżej jednego roku.

Rozważając charakter zmienności obciążeń (celu — zadań w procesie) zwracaliśmy uwagę, że o zmiennych charakteryzujących obciążenia nie można powiedzieć, że są znanymi funkcjami czasu, ani też nie można powiedzieć o ich statystycznej określoności, w szczególności, gdy rozważymy dłuższy okres czasu. Na podstawie analizy warunków meteorologicznych, przewidywań odbiorców, statystyk z przeszłych lat można ocenić ściślej krzywe rozkładu obciążeń, podając określone prognozy na najbliższy okres [10], [23]. Możliwe są takie prognozy o ogólnym charakterze na dłuższy okres czasu.

Obecnie zagadnienie sprowadza się do zagadnienia podejmowania decyzji wobec niepewności, a wyboru optymalnej decyzji, wydaje się, można by dokonać na gruncie teorii gier. Chodzi o określenie najlepszej strategii, to jest wyboru optymalnych decyzji użycia środków, przede wszystkim w zakresie rozbudowy układu, dysponując ograniczoną wiedzą o przyszłych stanach układu.

W tych przypadkach podejmujemy decyzje w warunkach częściowej nieokreśloności. Wybór decyzji można by prowadzić na bazie kryterium minimaksowego. Tu dla każdej decyzji otrzymujemy stany pesymistyczne, a wybieramy to rozwiązanie, dla którego pesymistyczne stany są najlepsze. Zagadnienie to można by rozpatrywać jako zagadnienie gry przeciw neutralnej naturze. Takie sformułowanie nie da rozwiązania pożądanego przy sterowaniu przebiegiem procesu. Można jednak sądzić, że uzyskane wyniki pozwolą wprowadzić pojęcie oddziaływań w zakresie rozbudowy układu i planowania pracy obiektu na przeciąg dłuższych okresów czasu.

## 6. UWAGI O RACJONALNYM PROCESIE WYTWARZANIA ENERGII ELEKTRYCZNEJ JAKO O PROCESIE W SYSTEMIE WIELKIM. UKŁAD ENERGETYCZNY W POJĘCIACH CYBERNETYCZNYCH-INFORMACYJNYCH

Przedstawione powyżej rozważania pozwoliły uzasadnić istnienie logiki racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej, a także sposób budowania bazy teoretycznej w logicznym schemacie racjonalnego procesu wytwarzania. Możliwości praktycznego wykorzystania tych wyników, na tle współczesnych osiągnięć, są jeszcze ograniczone. Może tu być pomocny wprowadzony konsekwentnie cybernetyczny punkt widzenia na sterowanie racjonalnym procesem wytwarzania energii elektrycznej.

Zauważyliśmy już wyżej, że obiekt materialny, jakim jest układ energetyczny, można traktować jako układ wielowejściowy i wielowyjściowy — układ względnie odosobniony — otwarty dla energii. Analiza stanów tych wejść i wyjść pozwoliła zbudować schemat dedukcji — logikę racjonalnego procesu wytwarzania. Stąd wynika jednak, że racjonalne funkcjonowanie obiektu wiąże się nie tylko z operacjami technologiczny-

mi przetwarzania i przesyłania dużych ilości energii, ale także z uzyskiwaniem, przesyłaniem, przetwarzaniem i wykorzystywaniem informacji.

Zagadnienia te przeanalizujemy budując modele wzajemnie sprzężonych układów: obiektu sterowanego — układu elektroenergetycznego, układów obserwacyjnych, przesyłających i przetwarzających informacje, oraz wykorzystujących informacje. Innymi słowy będziemy budować pewne modele cybernetyczne, w których jest możliwa realizacja racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej. Korzystając z metod cybernetyki zastrzeżenia, czy układy takie zostały już zrealizowane, uznajemy za nieistotne, a będziemy się zastanawiać nad możliwymi formami zachowania się takich układów, przyjmując, że będą one otwarte dla energii, a zamknięte dla informacji.

Układ energetyczny traktowaliśmy dotąd jako pewien „obiekt materialny". Łatwo jednak zauważymy, że obserwacja stanów układu — rozróżnienie stanów układu — wymagana w logice pociąga za sobą konieczność określenia pojęcia układu.

Układ energetyczny jak każdy „obiekt materialny" [1] zawiera nie mniej niż nieskończenie wiele zmiennych. Rozważając taki obiekt zmuszeni jesteśmy (co jest także celowe) zdecydować się na wybór i badanie takich faktów, które są interesujące z punktu widzenia określonego celu (jak na przykład poszukiwanie optymalnych ze względu na pewne kryterium stanów). Interesować się więc będziemy (już choćby z punktu widzenia poznawczego) zbiorami faktów jednoznacznie określonymi. Wyszukiwanie określonego zbioru faktów, które byłyby jednoznacznie określone przesądza jednak o konieczności innej metody definiowania układu — metodą określania liczby zmiennych, które muszą być uwzględnione.

Pojęcie „układ" oznaczać będzie nie rzecz, lecz zbiór zmiennych. Wykaz ten może ulegać zmianie. Zadaniem naszym w zakresie stawiania hipotez i tez jest dobór takiej liczby zmiennych, aby uzyskać zbiór zmiennych zapewniający jednoznaczność rozwiązania.

W badaniu układu energetycznego, a także w kierowaniu-sterowaniu pracą układu napotykamy na duże stosunkowo trudności. Układ ten należy bowiem uznać za wielki system (wielki system w sensie cybernetycznym) w stosunku do naszych obecnych środków obserwacji i sterowania. Oznacza to, że obserwator-dyspozytor wyposażony jest obecnie w środki i metody badań takie, że układ ten pod względem obserwacji i sterowania jest zbyt duży. Obserwator-dyspozytor nie może układu obserwować całkowicie, nim całkowicie sterować, ani też przeprowadzać obliczeń niezbędnych do przewidywania zachowania się układu. Układ, wyrażając się pojęciami cybernetyki, jest systemem wielkim i pokonuje obserwatora-dyspozytora swoim bogactwem i złożonością.

Zauważamy tu, że w pojęciach cybernetyki „rozmiary układu" są związane z liczbą ustalonych rozróżnień, to znaczy bądź z liczbą stanów układu, bądź, jeżeli stany układu określone są za pomocą wektorów, z licz-

bą składowych wektorów, to jest z liczbą zmiennych układu określających stan układu, lub inaczej — z liczbą jego stopni swobody. Te dwie miary złożoności układu są ze sobą ściśle związane. Przy tych samych pozostałych warunkach dodanie na przykład nowych zmiennych umożliwia pojawienie się nowych dodatkowych stanów.

Percepcja informacji o układzie uzależniona jest jednak od metod badań oraz środków do przetwarzania informacji, którymi dysponujemy. Trzeba wtedy często rezygnować z ustalenia wszystkich możliwych rozróżnień (dobrze, gdy świadomie) i ograniczać badanie układu do badania układów uproszczonych, względnie (jeżeli to będzie konieczne) polepszać metody obserwacji i analizy. Istotnego znaczenia nabiera wtedy pojęcie izomorfizmu, homomorfizmu, modelu (symulacji).

Stwierdziliśmy już, że można w dwojaki sposób spoglądać na układ. Można widzieć go jako rzecz istniejącą niezależnie od obserwatora lub jako pewien zbiór zmiennych (czy też stanów), który interesuje danego obserwatora. Za bardziej istotne uznać trzeba spojrzenie drugie. Wtedy jednak będziemy mówić o cybernetycznym odbiciu układu lub, gdy na podstawie analizy wytwarzać będziemy sterowania, o pewnej realizacji cybernetycznej. Istotnego znaczenia nabiera wtedy badanie układu przy pomocy modeli (symulacji). W modelu można bowiem symulować proces zachodzący w układzie, a zatem analizować obserwacje oraz wykorzystywać je dla wytwarzania sterowań. Model rzadko bywa jednak izomorficzny z układem rzeczywistym (musiałby to być identyczny układ). Z reguły jest z nim homomorficzny lub ściślej homomorficzny z odbiciem cybernetycznym układu. Zauważamy, że sam model rzadko jest jednak rozpatrywany w swoich szczegółach — rozpatrywane są najczęściej jego aspekty. Najczęściej oba układy, rzeczywisty i model, są tak wzajemnie powiązane, że odbicie homorficzne jednego jest izomorficzne z homomorficznym odbiciem drugiego. A zatem w badaniach będziemy mieć do czynienia z cybernetycznym, najczęściej homomorficznym, odbiciem układu (z odbiciami uproszczonych, nie wiernych układów). Różne uproszczenia odbicia dowolnego układu znajdują się w ściśle określonym stosunku względem siebie, tworząc elementy struktury uproszczeń zagadnienia. Jeżeli struktura przedstawia możliwe (czy znane) uproszczenia odbicia, to położenie w strukturze określa też stopień wierności (czy niewierności) odbicia rozważanego procesu.

Tak oceniać będziemy układy cybernetyczne, w których możliwa jest realizacja racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej.

## 7. STEROWANIE RACJONALNYM PROCESEM WYTWARZANIA ENERGII ELEKTRYCZNEJ W INTERPRETACJI CYBERNETYCZNEJ

Racjonalny proces wytwarzania energii elektrycznej możemy badać podając zbiory istotnych cech procesu. Powyżej wymienialiśmy pewne zbiory ogólnie pojętych zmiennych, odwzorowujące istotne cechy, które

mogą wyznaczać stan układu. Są to zbiory zmiennych: $\{u\}$ charakteryzujący wejścia zasileniowe energetyczne, $\{f\}$ charakteryzujący oddziaływania wymuszające — obciążenia układu, $\{v\}$ charakteryzujący wytworzoną energię elektryczną, $\{s\}$ charakteryzujący układ przesyłowy, $\{r\}$ charakteryzujący możliwe oddziaływania sterujące, $\{x\}$ charakteryzujący oddziaływania niesterowane, wreszcie $\{K\}$ lub zbiór innych wielkości charakteryzujący operacje technologiczne przetwarzania lub inne operacje, na przykład w zakresie rozbudowy układu. Istotny jest także czas $t$.

Z określenia i logiki racjonalnego procesu wynika, że między zbiorami tych zmiennych powinny istnieć ściśle określone zależności — równania racjonalnego sterowanego procesu wytwarzania energii elektrycznej.

Równania te można podzielić na trzy grupy.

Matematyczny opis procesu wytwarzania można zapisać w najogólniejszej postaci przy pomocy równań

$$\psi_i(\{u\}, \{f\}, \{v\}, \{s\}, \{r\}, \{K\}, \{x\}, t) = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots). \tag{65}$$

Równania te mogą wyznaczać wiele możliwych dopuszczalnych stanów układu lub — w interpretacji geometrycznej — położenia wektora stanu układu w wielowymiarowej przestrzeni. Obszar ten wyznaczają opisane w ten sposób warunki techniczne oraz ograniczenia, które można zapisać w postaci

$$H_j(\{u\}, \{f\}, \{v\}, \{s\}, \{r\}, \{K\}, \{x\}, t) \geqslant 0, \quad (j = 1, 2, \ldots). \tag{66}$$

Jak już o tym wspominaliśmy, ograniczenia te podyktowane są koniecznością zapewnienia określonej jakości wytworzonej energii elektrycznej u odbiorców oraz koniecznością zapewnienia warunków prawidłowej pracy elementów układu i zapewnienia statecznej pracy układu wobec niewielkich i powolnych wymuszeń oraz oddziaływań zakłócających.

Sterowanie racjonalnym procesem wytwarzania polega na wyszukiwaniu w zakresie możliwych stanów układu stanów optymalnych, przy których osiągane są wartości optymalne funkcji będących kryteriami optymalności procesu

$$\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_p(\{u\}, \{f\}, \{v\}, \{s\}, \{r\}, \{x\}, t). \tag{67}$$

Uwzględnienie kryteriów (w rozważaniach nad procesem wytwarzania energii elektrycznej można mówić o kryteriach przy podejmowaniu decyzji wobec pewności, ryzyka i niepewności) jest związane z trudnościami urzeczywistnienia sterowania procesem. Rozważania ekonomiczne określają zasady techniczne rozwiązania problemu i wzajemne uzależnienie poszczególnych wielkości sterujących, mogących oddziaływać na układ.

W procesie sterowania trzeba obecnie wytworzyć oddziaływania sterujące $\{r\}$. Sposób podejmowania decyzji i wytworzenie z wykorzystanych (po przetworzeniu) informacji oddziaływań sterujących można opisać równaniami

$$r_\nu = r_\nu(\{p\}_\nu \quad (\nu = 1, 2, \ldots), \tag{68}$$

gdzie

$$\{p\}_\nu = \{p\}_\nu(\{u\}, \{f\}, \{v\}, \{s\}, \{x\}, t_\nu, \mathbf{E}_p = \mathbf{E}_{p\,min\,(max)}) \tag{69}$$

określa algorytm sterowania-decyzji w momentach czasu $t_\nu$ ($\nu = 1, 2,...$) zabezpieczający ekstremum przyjętego kryterium w zakresie stanów spełniających warunki techniczne i ograniczenia.

Interpretacja wypisanych wyżej ogólnych równań sterowanego racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej może być podstawą do przedstawienia cybernetycznej interpretacji sterowania racjonalnym procesem wytwarzania energii elektrycznej.

Zanim do tego przejdziemy, rozszerzymy pewne wybrane przypadki przedstawienia bazy teoretycznej w logice racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej.

W dotychczasowych rozważaniach na temat podejmowania decyzji w szczególności wobec pewności, przy określoności zakładaliśmy, że istnieje klasa a priori dopuszczalnych rozwiązań. Klasę dopuszczalnych rozwiązań (w sensie decyzyjnym) określają tu warunki zapewniające z punktu widzenia technicznego poprawność pracy układu, przy założeniu, że w układzie zorganizowanym nie ma żadnych przełączeń lub wyłączeń. Było to związane z wyróżnieniem dwóch możliwych oddziaływań sterujących na układ w postaci składowych wektora **R**.

O układzie, dla którego możemy w klasie dopuszczalnych rozwiązań (dopuszczalnych stanów) określić i zrealizować algorytm sterowania zapewniający wystąpienie ekstremum określonego kryterium, powiemy, że jest układem samonastrajalnym.

Samonastrajalność polegać więc tu będzie na wyborze algorytmu decyzji i realizacji tych decyzji, zapewniających osiągnięcie optymalnych wartości kryterium przy zmianie zmiennych charakteryzujących wymuszenia (wyjścia zasileniowe) i zasileniowe wejścia energetyczne.

Istnieją jednak możliwości zmiany w organizacji układu. W realnym układzie zmiany te dotyczą zmian współczynników macierzy $[\hat{Y}]$, a zatem zmian połączeń sieci i przekładni transformatorów regulacyjnych, a także zmian charakterystyk elektrowni przez odstawienia.

Zwracamy tu uwagę na te skądinąd oczywiste fakty konieczności zmian organizacji samego obiektu wraz ze zmianą obciążenia układu. Fakty te mogą być w prowadzonych rozważaniach wnioskami logicznymi.

Istotnie, załóżmy bowiem, że w procesie racjonalnym pewnemu wektorowi **F** odpowiadają wektor **R**, **V** i **U**, to znaczy $\mathbf{F} \mathrel{\widehat{=}} (\mathbf{R}, \mathbf{V}, \mathbf{U})$, oraz że wraz ze zmianą stanu wektora **F** do stanu **F'** oraz wektora **U** do stanu **U'** nie można znaleźć sterowań **R'**, przy których **V'** spełniałoby warunki techniczne i ograniczenia. Istnieje wtedy konieczność wprowadzenia oddziaływań sterujących w zakresie organizacji obiektu, jeżeli istnieją oddziaływania $\mathbf{R}_{Or} \mathrel{\widehat{=}} \{r_{Or}\}$, które nazwiemy oddziaływaniami organizacyjnymi, przy których osiągany stan spełniałby warunki techniczne i ograniczenia.

Dotyczy to w szczególności przełączeń i zmian przekładni transformatorów regulacyjnych.

Może jednak okazać się, że zmiany organizacji układu mogą być podyktowane nie tylko względami osiągnięcia stanu dopuszczalnego w zakresie dopuszczalnych oddziaływań sterujących. Zmiany organizacji mogą być podyktowane również względami ekonomicznymi. Wiąże się to w szczególności z zagadnieniem odstawień.

Wtedy zagadnienie polega na znalezieniu przebiegu zmian dopuszczalnych oddziaływań sterujących $\mathbf{R}_{Or}$ i $\mathbf{R}|_{\mathbf{R}_{Or}}$ zapewniających osiągnięcie stanów określonych wektorem $\mathbf{V}$ w zakresie stanów dopuszczalnych, przy których zachodziłoby

$$\min_{\mathbf{R},\mathbf{R}_{Or}} \mathbf{E}_p(\mathbf{R}, \mathbf{R}_{Or}, \mathbf{V}(\mathbf{R}, \mathbf{R}_{Or}), \mathbf{F}(t), t)$$

funkcji sformułowanej jako kryterium optymalności.

W układzie realizującym algorytm racjonalnych oddziaływań na organizację układu mamy więc do dyspozycji zbiór klas dopuszczalnych sterowań $\mathbf{R}$ przy ustalonym $\mathbf{R}_{Or}$. Gdy istnieje możliwość wyboru i realizacji klasy algorytmu oddziaływań $\mathbf{R}_{Or}$ i w tej klasie wyboru i realizacji algorytmu spełniającego warunek samonastrajalności $\mathbf{R}|_{\mathbf{R}_{Or}}$, to powiemy, że układ jest układem samoorganizującym się. Oznacza to, że układ samoorganizujący się jest również układem samonastrajalnym.

Przejście od jednej klasy dopuszczalnych algorytmów do innej klasy w zbiorze klas możliwych jest związane na ogół z pewnymi stratami, co uwzględniać muszą kryteria. Dotyczy to w zasadzie problemu odstawień oraz problemu zmian przekładni i połączeń w sieci ze względu na zmianę strat sieciowych. Wówczas oddziaływania w zakresie samoorganizacji można przedstawić w następującej postaci:

$$\mathbf{R}_{Or} \triangleq \{r_{Or}\} = \left\{ \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \dots & \hat{Y}_{1n} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \dots & \hat{Y}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{Y}_{n1} & \hat{Y}_{n2} & \dots & \hat{Y}_{nn} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \bullet & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \bullet & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & \bullet \end{bmatrix}, \right.$$
$$\left. \begin{bmatrix} K_1(P_1, Q_1, t_{01}) & \bullet & & \dots & \bullet \\ \bullet & & K_2(P_2, Q_2, t_{02}) & \dots & \bullet \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bullet & & \bullet & \dots & K_N(P_N, Q_N, t_{0N}) \end{bmatrix} \right\} \tag{71}$$

przy czym

$$K_i = K_i(P_i, Q_i, t_{0i}), \tag{72}$$

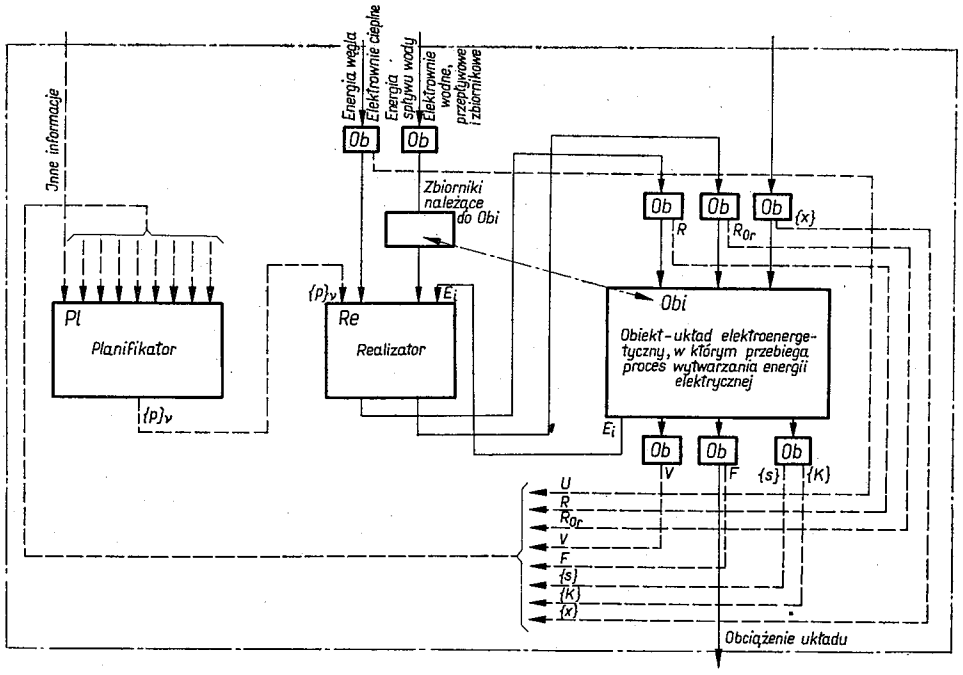
gdzie

$$t_{0i} = t_{1i} - t_{2i} \tag{73}$$

jest przewidywanym czasem odstawienia [5] (możliwe są również odstawienia np. dwukrotne).

Określenie oddziaływań tego rodzaju wiąże się przede wszystkich ze zmiennością obciążeń, a zatem z koniecznością zakładania określoności stanów racjonalnych w okresie jednej doby [5].

Wykorzystując obecnie te dodatkowe przesłanki w zakresie formułowania bazy teoretycznej w logicznym schemacie wyznaczania stanów racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej, będziemy mogli




Rys. 3. Schemat modelu cybernetycznego sterowania racjonalnym procesem wytwarzania energii elektrycznej w układzie elektroenergetycznym — cybernetyczna interpretacja ogólnych równań sterowanego procesu (liniami ciągłymi oznaczono wejścia, sprzężenia i wyjścia zasileniowe, a liniami przerywanymi — wejścia, sprzężenia i wyjścia informacyjne)

procesowi temu nadać interpretację cybernetyczną — budować modele cybernetyczne otwarte dla energii i zamknięte dla informacji.

Interpretacja równań sterowanego racjonalnego procesu uzasadnia prosto, że proces ten można zrealizować w modelu cybernetycznym — układzie złożonym z wielowejściowych i wielowyjściowych wzajemnie sprzężonych układów: obiektu rzeczywistego, układów obserwacyjnych, planifikatora i realizatora. Zasadniczy schemat takiego modelu podano na rys. 3.

Zdolność rozróżniania stanów układu zależy od układów obserwacyjnych. Im więcej zmiennych będziemy obserwować, tym lepsze będziemy mieć rozeznanie w procesach zachodzących w układzie.

Informacje te należy jednak w odpowiedni sposób analizować według ściśle określonego algorytmu. Pomocne tu będzie użycie odpowiednich modeli, czyli układów symulujących przetwarzanie informacji dla uzyskania decyzji, tzn. układów symulujących proces racjonalny zachodzący w obiekcie. Dla odróżnienia od pojęcia modelu cybernetycznego układy symulujące będziemy nazywać planifikatorami [15]. Planifikator jest wyposażony zatem w model, którego homomorficzne odbicie jest izomorficzne z odpowiednio dobranym homomorficznym odbiciem obiektu. Gdy planifikator będzie dostatecznie szybki (zob. kwantowanie sterowania), tj. gdy algorytmiczna realizacja bazy teoretycznej, według której przetwarzamy informacje, będzie odpowiednio dobrana, wtedy będziemy mogli mówić o wykorzystaniu informacji i o nabyciu ewentualnej zdolności rozpoznawania stanów układu. Stąd istotnym zagadnieniem jest opracowanie planifikatorów, to jest układów symulujących proces wytwarzania energii elektrycznej. Dążność do minimalizacji ilości niezbędnej informacji wymaga dokładnej analizy stopni swobody.

Wreszcie ostatni podstawowy element modelu cybernetycznego, to realizator algorytmu sterowania. Realizator steruje układem i nie jest niczym innym jak zespołem układów automatycznej regulacji mocy czynnej i napięcia oraz urządzeń wyłączających i załączających. Oddzielnie należałoby uwzględnić oddziaływania w zakresie rozbudowy układu.

Tak pojęty układ cybernetyczny z istoty swej powinien być zorganizowany w ten sposób, aby pomimo skomplikowanej organizacji wewnętrznej, skomplikowanych sieci połączeń i wprost nieograniczonej liczby dopuszczalnych połączeń między elementami obiektu (jego podukładami — urządzeniami wytwórczymi i odbiorami) istniała możliwość osiągnięcia w zakresie stanów dopuszczalnych celu wytwarzania energii elektrycznej i możliwość zapewnienia stabilnej pracy obiektu.

Model taki trzeba będzie zaliczyć do klasy układów ultrastabilnych, a ściślej do klasy układów obdarzonych cechami „homeostatyzmu" [1].

Zauważmy jeszcze, że z przesłanek budowy i bazy teoretycznej racjonalnego procesu wynika konieczność kwantowania procesu sterowania.

Sterowanie racjonalnym procesem wymaga zatem istnienia dwóch rodzajów sprzężeń zwrotnych, dwóch rodzajów oddziaływań regulacyj-

[1] Homeostaza polega na utrzymaniu określonych wartości pewnych specjalnie ważnych wielkości. Na przykład w ustrojach biologicznych wielkościami takimi są: temperatura ciała, poziom cukru, ilość białek, wody i innych składników we krwi. Wydaje się, że w układzie elektroenergetycznym odpowiednikiem tych wielkości są częstotliwość i napięcia. Elementami, które pozwalają osiągnąć homeostazę wewnętrzną układu będą oddziaływania sterujące: moce czynne dla częstotliwości, moce bierne, przekładnie transformatorów i konfiguracja układu dla napięć.

nych — kontynualnych i dyskretnych. Zapewnia to zorganizowanie układu ultrastabilnego, ściślej układu obdarzonego własnościami typowymi dla homeostatu [2]. Jest to uzasadnione. W określonym przedziale czasu, odpowiadającym przedziałowi kwantowania procesu sterowania, powinny być wyznaczone racjonalne stany procesu, a sprzężenia kontynualne powinny zapewniać utrzymanie wewnętrznej homeostazy układu w zakresie tych przedziałów.

Zauważyliśmy wyżej, że charakter określoności stanów obiektu wyznacza zasady poszukiwania algorytmu sterowania racjonalnym procesem wytwarzania energii elektrycznej — wyznacza rolę planifikatorowi w modelu cybernetycznym sterowania racjonalnym procesem wytwarzania. Możliwe są trzy zasady poszukiwania algorytmu sterowania oparte na podejmowaniu decyzji wobec pewności, ryzyka i niepewności. W modelu cybernetycznym możliwe jest i konieczne połączenie tych zasad.

## 8. MODELE CYBERNETYCZNE RACJONALNEGO PROCESU WYTWARZANIA ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Korzystając z przedstawionej powyżej cybernetycznej interpretacji logiki racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej podamy poniżej możliwe modele cybernetyczne sterowanego racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej w układzie elektroenergetycznym, oparte na sformułowanych zasadach poszukiwania algorytmu sterowania.

W przedstawionych modelach cybernetycznych zwrócimy uwagę nade wszystko na wzajemne sprzężenie układów planifikatora, realizatora i obiektu, przyjmując w poszczególnych przypadkach różne, z punktu widzenia wierności, odwzorowania racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej.

Rozważmy wpierw układ samonastrajalny ze zdeterminowanymi wejściami i wyjściami zasileniowymi. Oznacza to, że układ może być zasilany tylko energią węgla, a zatem w węzłach zasileniowych mamy elektrownie cieplne. Wektor $\mathbf{F}$ jest zadany z góry jako wartość stała $\mathbf{F} = \mathbf{F}(t) = \text{const}$ lub jest zmienny w czasie według określonej zależności $\mathbf{F}(t)$ $(0 \leqslant t \leqslant T_d)$. Zmiany obciążeń aproksymujemy zatem stałą wartością lub przyjmujemy a priori przebieg $\mathbf{F}(t)$ najczęściej określony w dyskretnych momentach czasu $t = t_\nu$ $(\nu = 1, 2,...; 0 \leqslant t \leqslant T_d)$, a zatem aproksymowany przebiegiem skokowym. Model cybernetyczny sterowania procesem w takim układzie, który nazywać będziemy modelem cybernetycznym układu samonastrajalnego ze zdeterminowanymi wejściami i wyjściami zasileniowymi, przedstawiono na rys. 4.

W tym przypadku sterowanie polega na wyszukiwaniu i realizacji algorytmu sterowania $\{p\}_\nu$ lub $\{p(t)\}$, określonych na podstawie przetwa-

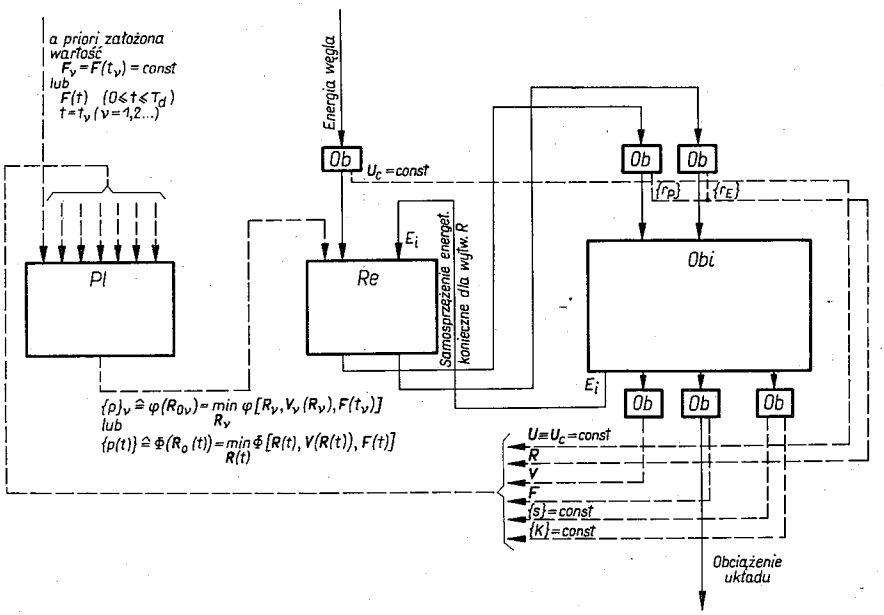
rzania informacji realizujących przesłanki bazy teoretycznej dla uzyskania decyzji podejmowanych wobec pewności, a zatem

$$\{p\}_\nu \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{R}_0 \mathrel{\widehat{=}} \varphi(\mathbf{R}_0) = \min_{\mathbf{R}_\nu}(\mathbf{R}_\nu, \mathbf{V}(\mathbf{R}_\nu), \mathbf{F}_\nu) \tag{74}$$

lub

$$\{p(t)\} \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{R}_0(t) \mathrel{\widehat{=}} \Phi(\mathbf{R}_0(t)) = \min_{\mathbf{R}(t)} \Phi[\mathbf{R}(t), \mathbf{V}(\mathbf{R}(t)), \mathbf{F}(t)]. \tag{75}$$

Gdy uwzględnimy fakt, że $t = t_\nu$ ($\nu = 1, 2,...; 0 \leqslant t \leqslant T_d$), wtedy zagadnienie określenia algorytmu $\{p(t)\}$ przy określoności wektora $\mathbf{F}(t)$ w dystretnych momentach czasu jest równoznaczne z poszukiwaniem

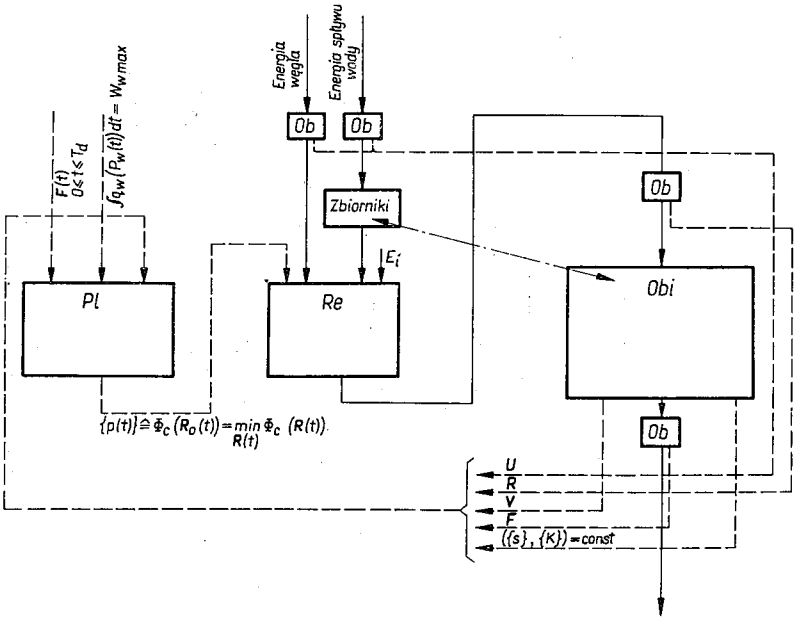



Rys. 4. Model cybernetyczny sterowania racjonalnym procesem wytwarzania energii elektrycznej w układzie elektroenergetycznym ze zdeterminowanymi wejściami i wyjściami zasileniowymi — układ samonastrajalny

$\{p(t_\nu)\}$ $\nu$-krotnie. Przy takich założeniach nie trzeba zatem znać wszystkich stanów optymalnych w przedziale czasu $[0, T_d]$, aby wyznaczyć bieżący stan optymalny układu, gdy $t = t_\nu$ ($\nu = 1, 2,...$).

Planifikator jest tu układem symulującym przetwarzanie informacji dla uzyskania decyzji (lub algorytmu decyzji) podejmowanych wobec pewności w odniesieniu do stanów układu. Zauważamy, że obecnie (jak i w innych podanych modelach) planifikator i obiekt są ze sobą w takim stosunku, że homomorficzne odbicie jednego jest izomorficzne z homomorficznym odbiciem drugiego. Uproszczenie w zakresie odbicia obiektu polega tu na aproksymacji charakteru zmian obciążeń.

Algorytm sterowań $\{p\}_r$ lub $\{p(t)\}$ wyznacza odbicie cybernetyczne oddziaływań sterujących, zapewniających przy zadanym a priori wektorze $\mathbf{F}$ lub $\mathbf{F}(t)$ osiągnięcie stanów $\mathbf{V}$ lub $\mathbf{V}(t)$, dopuszczalnych i takich, że zachodzi minimum funkcji będącej kryterium optymalności procesu (w pierwszym przypadku jest to koszt wytwarzania energii elektrycznej odniesiony do jednej godziny, w drugim koszt wytwarzania odniesiony do czasu jednej doby). Oddziaływania sterujące $\mathbf{R}$ lub $\mathbf{R}(t)$, będące realizacją cybernetyczną $\{p\}_r$ lub $\{p(t)\}$, reprezentują oddziaływania w zakresie zmian mocy czynnych i napięć w węzłach wytwórczych. Można je urzeczywistniać wprowadzając samosprzężenie energetyczne *Re* i *Obi*, konieczne dla zasilenia elementów układu automatycznej regulacji ($E_i$). Możemy wprowadzić inne wejścia zasileniowe energetyczne — elektrownie




Rys. 5. Model cybernetyczny sterowania racjonalnym procesem wytwarzania energii elektrycznej przy uwzględnieniu elektrowni wodnych — układ samonastrajalny

wodne zbiornikowe, dla których a priori dane są więzy izoperymetryczne typu (52). Załóżmy i teraz określoność wejść zasileniowych, a więc przyszłych zmian wektora $\mathbf{F}$ w zależności od czasu $\mathbf{F}(t)$ $(0 \leqslant t \leqslant T_d)$. Wtedy model cybernetyczny procesu można przedstawić w postaci jak na rys. 5.

Sterowanie polega obecnie na wyszukiwaniu i realizacji algorytmu

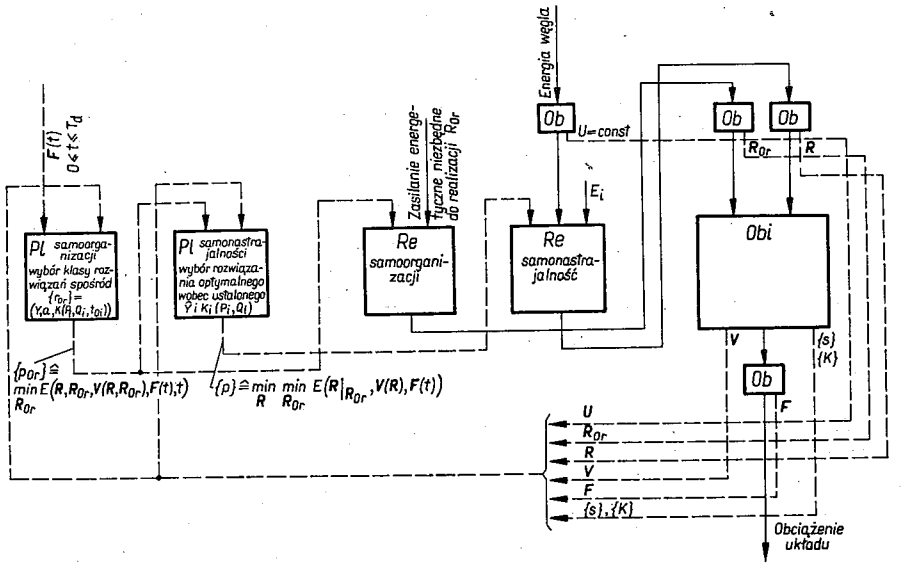
$$\{p(t)\} \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{R}_0(t) \mathrel{\widehat{=}} \Phi_c[\mathbf{R}_0(t)] = \min_{\mathbf{R}(t)} \Phi_c[\mathbf{R}(t), \mathbf{V}(\mathbf{R}(t)), \mathbf{F}(t)]. \tag{76}$$

przy czym zakładamy, że a priori określone są $\mathbf{F}(t)$ oraz więzy izoperymetryczne, które określają dyspozycyjne zużycie wody w okresie czasu $[0, T_d]$. Przy tych założeniach trzeba już jednak znać stany optymalne

w przedziale czasu $[0, T_d]$, aby określić bieżący stan optymalny układu, gdy $t = t_\nu$ ($\nu = 1, 2, \ldots$).

Modele cybernetyczne przedstawione na rys. 4 i 5 są układami samonastrajalnymi. W modelach tych możemy wyznaczać i realizować algorytmy sterowania racjonalnym, z punktu widzenia kryteriów, procesem wytwarzania energii elektrycznej przy niezmiennej organizacji układu. Oznacza to, że nie uwzględniamy tu zmian połączeń układu przesyłowego, zmian przekładni transformatorów oraz odstawień.

Obecnie przedstawimy (rys. 6) model cybernetyczny układu samoorganizującego się i samonastrajalnego. Zakładamy dla prostoty rozważań przypadek zdeterminowanych wejść i wyjść zasileniowych. Wektor



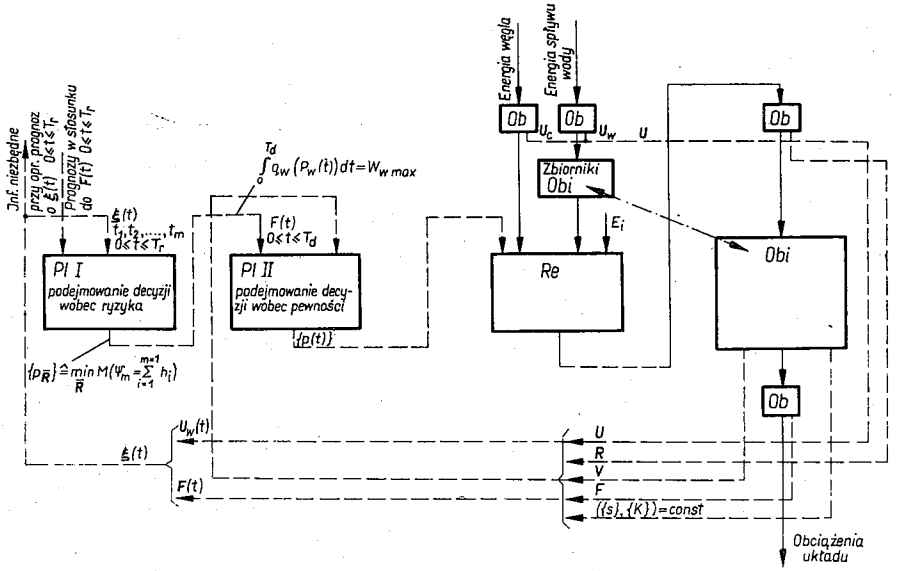

Rys. 6. Model cybernetyczny układu samoorganizującego się i samonastrajalnego ze zdeterminowanymi wejściami i wyjściami zasileniowymi

$\mathbf{F}$ powinien być teraz jednak zadany jako funkcja czasu $\mathbf{F}(t)$, $(0 \leqslant t \leqslant T_d)$. Dysponujemy zbiorem klas możliwych oddziaływań określonych $\{r_{Or}\}$ lub wektorem $\mathbf{R}_{Or}$ oraz przy ustalonej organizacji klasą możliwych oddziaływań $\mathbf{R}|_{\mathbf{R}_{Or}}$.

W tym przypadku sterowanie racjonalnym procesem może polegać na wyszukiwaniu i realizacji algorytmów organizacji $\{p_{Or}\}$ i sterowań samonastrajalności $\{p\}$ określonych na podstawie przetwarzania informacji o układzie, realizujących przesłanki podejmowania decyzji wobec pewności i przesłanek przedstawionych wyżej. Zagadnienia te wiążą się z wyznaczaniem oddziaływań w zakresie samoorganizacji ze względu na dobową zmienność obciążeń; samoorganizacja jest zatem związana z wyznaczeniem stanów optymalnych w okresie jednej doby.

Moglibyśmy podać także schemat modelu cybernetycznego układu samoorganizującego się odpowiadającego modelowi z rys. 5. Zagadnienie to będzie zilustrowane na rys. 8. Natomiast teraz rozważymy złożony układ elektroenergetyczny zasilany elektrowniami wodnymi i cieplnymi, przy czym aproksymować będziemy nieco dokładniej charakter wejść i wyjść zasileniowych. Będziemy przyjmować, że wejścia te możemy zdeterminować w okresie jednego roku ($0 \leqslant t \leqslant T_r$), w przebiegu procesu możemy zdeterminować stany przyszłe za pomocą funkcji przejścia, stosując proces stochastyczny.

W zakresie wyznaczania algorytmu sterowania zagadnienie polega na znalezieniu decyzji podejmowanych wobec ryzyka związanego ze statystyczną określonością stanów wejść i wyjść zasileniowych. Kryterium obejmuje czas jednego roku, a wyznacza się uśrednione stany w przedziałach kilkudziesięciu, kilku dni lub doby (kilku godzin). Podejmowanie decyzji dotyczy zatem ryzyka związanego z wyznaczaniem dyspozycyjnych ilości wody (więzów izoperymetrycznych potrzebnych w zagadnie-



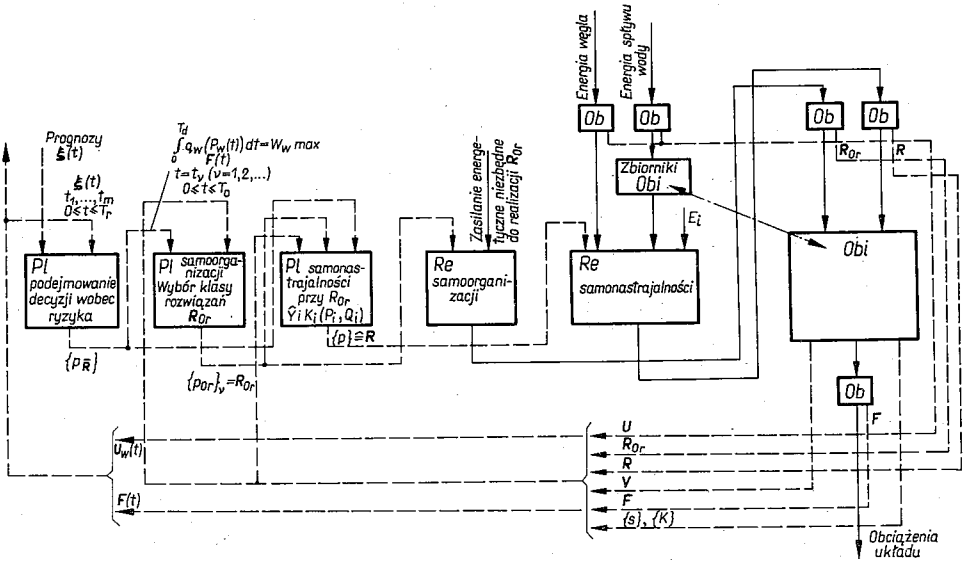

Rys. 7. Model cybernetyczny sterowania racjonalnym procesem wytwarzania energii elektrycznej w złożonym układzie elektroenergetycznym przy statystycznej określoności wejść i wyjść zasileniowych — układ samonastrajalny

niach podejmowania decyzji wobec pewności) oraz z określeniem zmian wektora $\mathbf{F}(t)$ odniesionych do czasu $0 \leqslant t \leqslant T_d$. Badania te można wykorzystać przy bieżącym sterowaniu procesem wytwarzania energii w omawianym układzie. Ideę cybernetyki sterowania procesem podano na rys. 7.

Na podstawie obserwacji $\boldsymbol{\xi}(t)$ w przeszłości w okresach czasu $[0, T_r]$ (obserwacje te muszą być dane a priori na wejściu informacyjnym Pl I)

możemy wyznaczyć $F_{jm}$ (60) oraz uśrednione oddziaływania sterujące w przedziałach czasu $0 \leqslant t \leqslant T_d$. Polega to na wyznaczeniu takich dyspozycyjnych ilości wody (52) przy określonym charakterze zmian wektora $\mathbf{F}(t)$, aby była minimalna nadzieja matematyczna funkcji zmiennej losowej (62), będącej kryterium optymalności procesu wytwarzania energii elektrycznej w okresie jednego roku. Planifikator I (Pl I) symuluje zatem przetwarzanie informacji dla uzyskania decyzji podejmowanych wobec ryzyka związanego z określonością statystyczną wejść i wyjść zasileniowych. Obecnie możemy wykorzystać uzyskane informacje wyszukując w Pl II decyzje podejmowane na podstawie pewności. Postępujemy wtedy tak jak w przypadku modelu przedstawionego na rys. 5, wyznaczając i realizując algorytm $\{p(t)\}$, wyznaczony przy ustalonej zmianie $\mathbf{F}(t)$ oraz ustalonych więzach izoperymetrycznych.

Przyjęte tu założenia o charakterze określoności stanów obiektu określały zasady poszukiwania algorytmu sterowania racjonalnym procesem




Rys. 8. Model cybernetyczny układu samoorganizującego się i samonastrajalnego w złożonym układzie elektroenergetycznym przy statystycznej określoności wejść i wyjść zasileniowych

wytwarzania energii elektrycznej. Efektywność rozwiązania problemu wymagała w tym przypadku połączenia zasady podejmowania decyzji wobec pewności i wobec ryzyka.

Dyskutowany tutaj model cybernetyczny był układem samonastrajalnym.

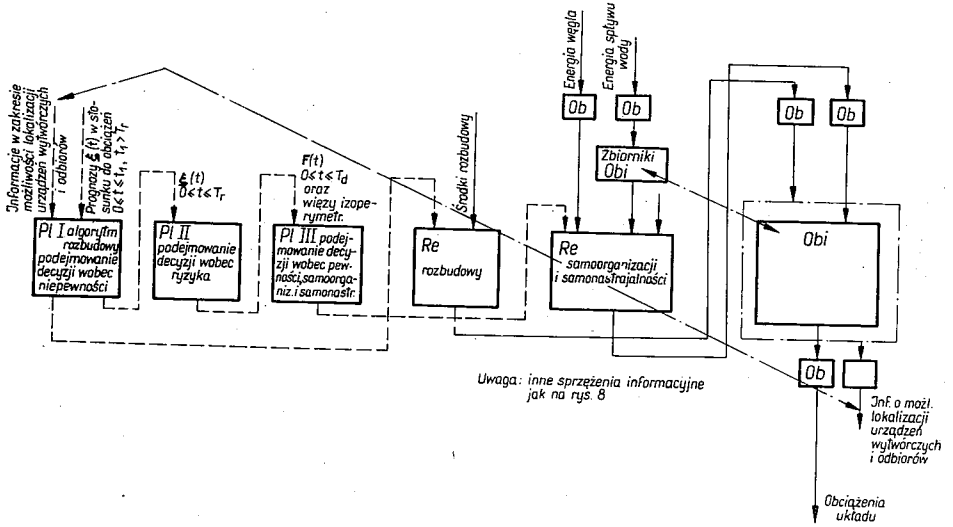
Postępując podobnie można podać (rys. 8) model cybernetyczny układu samoorganizującego się i samonastrajalnego. Łączymy wtedy zasady wy-

boru decyzji wobec ryzyka z zasadą samoorganizacji i samonastrajalności przedstawioną na rys. 6.

Dotąd zakładaliśmy taki zakres zmian obciążeń, który nie spowoduje przeciążenia elementów układu. Przedstawiliśmy przy tym założeniu modele cybernetyczne sterowania racjonalnym procesem, zakładając zdeterminowanie stanu wejść i wyjść zasileniowych co najwyżej przy pomocy rozkładu prawdopodobieństwa i korzystając przy wyznaczaniu sterowań z zasad podejmowania decyzji wobec ryzyka i pewności.

Rozważając charakter zmienności obciążeń układu zwróciliśmy uwagę, że zmienne charakteryzujące obciążenia ani nie są znanymi funkcjami czasu, ani też nie można mówić o ich statystycznej określoności w okresie czasu dłuższego niż jeden rok.

Załóżmy, że mamy złożony układ elektroenergetyczny taki jak rozważono w założeniach do rys. 8 i załóżmy nieokreśloność wyjść zasileniowych. Obecnie zagadnienie sprowadza się do zagadnienia podejmowania decyzji wobec niepewności. Podejmowanie decyzji wobec niepewności,




Rys. 9. Model cybernetyczny organizacji procesu wytwarzania i sterowania procesem wytwarzania energii elektrycznej w układzie elektroenergetycznym

polegające na planowaniu rozbudowy i racjonalnej organizacji samego procesu wytwarzania energii elektrycznej, będzie pomocne przy racjonalnej rozbudowie układu wobec dysponowanych określonych środków rozbudowy. Na podstawie tych rozważań możliwe jest także określenie prognoz w zakresie zmian $\xi(t)$ $(0 \leqslant t \leqslant T_r)$ niezbędnych przy racjonalnym sterowaniu procesem wytwarzania energii elektrycznej według zasad podanych w wyżej podanych modelach. Można zatem połączyć omawiane zasady podejmowania decyzji wobec niepewności, ryzyka i pewności. Wtedy jednak będziemy mieć do czynienia (rys. 9) z modelem cyberne-

tycznym organizacji procesu wytwarzania i sterowania procesem wytwarzania energii elektrycznej.

Przedstawione powyżej modele cybernetyczne można z powodzeniem uszeregować względem siebie.

Widać bowiem, że zależnie od wierności odwzorowania procesu wytwarzania energii elektrycznej, a ściślej zmiennych charakteryzujących ten proces, uzyskujemy układy-modele cybernetyczne zajmujące względem siebie ściśle określone miejsce z punktu widzenia wierności odwzorowania racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej.

Od modelu przedstawionego na rys. 9, przyjmując uproszczenia, które są widoczne z bazy teoretycznej racjonalnego procesu, łatwo możemy bowiem przejść kolejno do modeli podanych na innych rysunkach (rys. 8, 7, 6, 5, 4).

Przedstawione modele są zatem swego rodzaju elementami struktury uproszczeń racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej. Dotyczy to w szczególności planifikatorów i ich odbić cybernetycznych, symulujących proces wytwarzania energii elektrycznej. Można zatem mówić o położeniu w strukturze względem siebie odbić cybernetycznych obiektu, reprezentowanych przez odbicia cybernetyczne zastosowane w planifikatorach modeli cybernetycznych sterowanego procesu wytwarzania energii elektrycznej.

## 9. ZAKOŃCZENIE

Z prowadzonych dotąd rozważań, wynika, że racjonalny proces wytwarzania energii elektrycznej można realizować w modelu cybernetycznym sterowanego racjonalnego procesu. Rozważania te polegały na budowaniu dedukcji, z której można było wywodzić wnioski o sposobie realizacji racjonalnego procesu. Budując modele cybernetyczne korzystano z metod cybernetyki, uznając za nieistotne zastrzeżenia, czy układy takie zostały już zrealizowane, a zastanawiano się jedynie nad możliwymi formami zachowania się takich układów (otwartych dla energii, a zamkniętych dla informacji). Trudno byłoby zresztą obecnie podać pełne praktyczne propozycje rozwiązania i sposób praktycznej realizacji zaproponowanych modeli, które można uszeregować w strukturę uproszczeń odbić układu elektroenergetycznego. Proponowana metoda realizacji najogólniej pojętego racjonalnego procesu wytwarzania wymaga bowiem dalszych opracowań nawet z punktu widzenia teoretycznego. Można wprawdzie byłoby już podać pewne konkretne propozycje w zakresie modeli układów samonastrajalnych, układów zasilanych przez elektrownie cieplne. Co więcej, korzystając z zaproponowanej interpretacji cybernetycznej, można analizować rozróżnienia stanów układu, co szczególnie łatwo [18] jest wykonać przez analizę wymaganych (na przykład przy wyznaczaniu stanów optymalnych) rozróżnień w układzie zasilanym tylko przez elek-

trownie cieplne. Rozróżnienia te mogą posłużyć do oceny stopnia wierności odwzorowania racjonalnego procesu przy pomocy uproszczeń wynikających z zastosowanych metod matematycznych oraz do oceny, dla tego najprostszego przypadku, stopnia wierności odwzorowania racjonalnego procesu przy pomocy metod ekonomicznego rozdziału obciążeń.

Analizę wymaganych przez cybernetykę rozróżnień sprowadzić można tutaj do analizy stopni swobody układu.

Możemy powiedzieć, że stan założonego układu określa $4n+1$ zmiennych, spośród których $4n$ są składowymi wektora **V**, $(4n+1)$-sza zmienna to wartość kryterium optymalności. A zatem składowe wektora stanu są następujące: $K$; $P_1$, $Q_1$, $E_1$, $\delta_1$; ...; $P_n$, $Q_n$, $E_n$, $\delta_n$. W procesie wytwarzania wartości składowych wektora stanu mogą przyjmować wartości dopuszczalne, które wyznaczają — formalnie rzecz biorąc — zależność kosztu wytwarzania energii elektrycznej, równania sieciowe, a priori zadane składowe wektora **F** oraz ustaloną fazę jednego napięcia węzłowego (interesujące jest bowiem wzajemne położenie wektorów napięć węzłowych względem siebie [18]), a także ograniczenia nierównościowe. Mamy zatem ograniczenia dwustronne w postaci równości (których liczbę oznaczymy przez $h$) i ograniczenia jednostronne w postaci nierówności (niesprzeczne ograniczenia jednostronne nie wpływają na liczbę stopni swobody układu). Liczba stopni swobody, przedstawiająca liczbę zmiennych niezależnych spośród składowych wektora stanu lub inaczej — liczbę zmiennych, które mogą ulegać zmianie nie wywołując zmian wektora **F**, wynosi zatem

$$k = 4n+1-h. \tag{77}$$

Ponieważ przy ustalonym a priori $P_j$ oraz $Q_j$ liczba ograniczeń wraz z równaniami sieciowymi (32) i równaniem kryterium (34) a także ustaloną fazą w jednym węźle układu wynosi

$$h = 2N+4M+2, \tag{78}$$

przeto

$$k = 2N-1, \tag{79}$$

co posiada pełną interpretację fizyczną. W przypadku uwzględnienia wszystkich możliwych rozróżnień układu, rozróżnień wynikających z logiki racjonalnego procesu, liczba stopni swobody układu jest bowiem w ścisłym związku z liczbą możliwych oddziaływań sterujących w tym układzie — zmiany mocy czynnych i biernych w węzłach wytwórczych układu.

Wykorzystując dla wyprowadzenia równań stanu optymalnego [18] metodę Lagrange'a i uogólnioną metodę Lagrange'a i analizując możliwość wprowadzenia założeń upraszczających, można wykazać, że wszelkie uproszczenia prowadzą do wyeliminowania uzasadnionych oddziaływań na układ. Trzeba przy tym zauważyć, że można przyjąć tylko tyle uprosz-

czeń niesprzecznych i wzajemnie niezależnych, aby łączna liczba ograniczeń dwustronnych

$$h \leqslant 4n+1, \tag{80}$$

co wynika z formalnej analizy liczby stopni swobody układu. Rozważania te prowadzą do możliwości badania uproszczeń racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej, który można w tym przypadku traktować jako problem ekonomicznego rozdziału obciążeń.

Korzystając z podanej interpretacji można także oceniać wierność odwzorowania racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej w założonym układzie przy pomocy metod ekonomicznego rozdziału obciążeń. Zwróćmy tu tylko uwagę na metody przyrostów względnych z użyciem współczynników $B_{ik}$, Squiresa i Carpentiera.

Można stwierdzić, że rozwiązanie sterowania procesem wytwarzania w oparciu o metodę $B_{ik}$ — w oparciu o moc czynną i częstotliwość — nie daje ścisłego rozwiązania z punktu widzenia racjonalnego procesu wytwarzania, co więcej — formalnie ścisłe rozwiązanie zagadnienia na tej drodze jest niemożliwe. Metoda Squiresa jest metodą uproszczoną z punktu widzenia cybernetyki sterowania racjonalnym procesem wytwarzania. Liczba założeń jest taka, że nie uwzględnia się tu możliwości wyznaczenia stanów optymalnych spośród możliwych rozróżnień układu. Metoda Carpentiera pozwala w ogólnym sformułowaniu ustalać optymalny rozdział obciążeń czynnych i biernych oraz optymalny rozkład napięć w węzłach układu, a zatem wyznaczać stany optymalne układu. Metoda Carpentiera, ścisła w ogólnym sformułowaniu, nie odzwierciedla jednak wiernie racjonalnego procesu przy zastosowaniu proponowanych aproksymacji.

Przeanalizujmy jednak jeszcze inne problemy nasuwające się w związku z realizacją modeli cybernetycznych. W innych modelach pojawiają się zagadnienia trudniejsze. W modelu samoorganizującym się i samonastrajalnym ważnym zagadnieniem jest odstawianie — wydaje się możliwe zastosowanie wyników prac w tym zakresie [5]. Pozostaje jednak i tak wtedy do opracowania uwzględnienie zmian przekładni transformatorów i połączeń w układzie.

Modele cybernetyczne układów, w których wprowadza się dodatkowo elementy podejmowania decyzji wobec ryzyka, byłyby możliwe do zrealizowania pod warunkiem dysponowania wymaganymi informacjami oraz przeprowadzenia szczegółowych studiów nad zagadnieniem aproksymacji procesów stochastycznych rzeczywistych procesami Markowa — opracowania efektywnej metody podejmowania decyzji wobec ryzyka przy określaniu więzów izoperymetrycznych oraz przewidywaniu zmian wektora **F**, niezbędnych przy opracowaniu decyzji o bieżącym sterowaniu układem.

Zauważyliśmy także, że trudno w zasadzie oddzielać zagadnienie organizacji procesu wytwarzania od zagadnień sterowania procesem wytwa-

rzania (model cybernetyczny organizacji procesu wytwarzania i sterowania procesem wytwarzania energii elektrycznej w układzie energetycznym przedstawiono na rys. 9). Wiąże się to dodatkowo z koniecznością opracowania efektywnej metody podejmowania decyzji w zakresie rozbudowy układu.

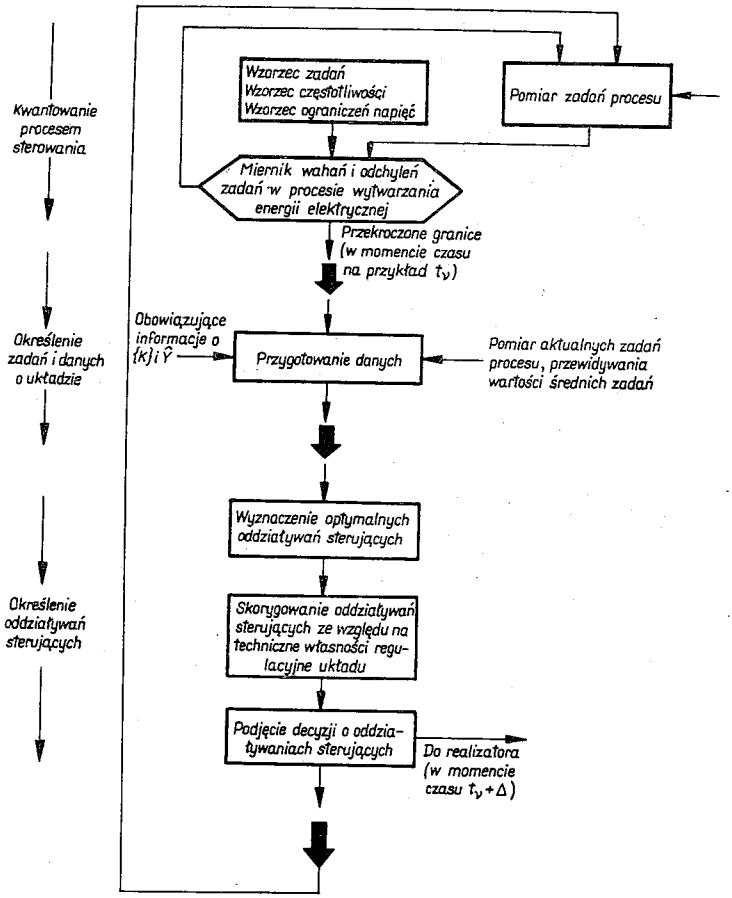
Na tym nie kończy się wykaz trudności przy realizacji racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej. Rozważając bowiem możliwość efektywnego wykorzystania nawet najprostszego modelu, nie sposób nie wspomnieć, że rozwiązanie zagadnienia wiąże się z problemem tak zwanych strat regulacyjnych, polegających na konieczności uwzględnienia dużej bezwładności układu przy wyznaczaniu bieżących oddziaływań sterujących związanych ze zmiennością obciążenia. Jest to w pewnym związku z określeniem tak zwanej rezerwy wirującej w systemie [29], potrzebnej do efektywnego pokrycia zmiennych chwilowych obciążeń układu. Koszty tych strat regulacyjnych wiążą się z koniecznością realizacji wyznaczonych oddziaływań sterujących, które zapewniłyby możliwość „rozpędzenia układu" przed spodziewanym wzrostem obciążenia, powodującym zmniejszenie częstotliwości do granic dopuszczalnych i vice wersa.

Pełne rozwiązanie zagadnienia wymagałoby zapewne uwzględnienia oddziaływań niesterowanych na układ, w tym także oddziaływań reprezentujących wpływ awarii na proces wytwarzania energii elektrycznej.

Istotnego znaczenia nabiera także zagadnienie wyznaczania ograniczeń jednostronnych w zakresie napięć węzłowych zapewniających zachowanie statecznej pracy układu. Tu jednak istnieje potrzeba zwiększenia ilości informacji o układzie, w szczególności o wielkościach określających stateczność pracy układu.

Zdając sobie sprawę z powyższych trudności można by jednak opracować metodę postępowania przy praktycznej realizacji modeli cybernetycznych ograniczając się do najprostszych przypadków. Można bowiem zastanawiać się teraz nad takim zorganizowaniem „dyspozycji mocy", aby mogła ona pokusić się o zrealizowanie (w najprostszym przypadku) ekonomicznego rozdziału obciążeń lub nawet ściśle ekonomicznego rozdziału obciążeń w zrozumieniu racjonalnego procesu wytwarzania energii elektrycznej. W tym celu należy wyposażyć obserwatora-dyspozytora w środki badań takie, aby układ energetyczny pod względem obserwacji (konieczność obserwacji ściśle określonych informacji) i sterowania (konieczność wykorzystywania ściśle określonych informacji) nie był układem zbyt wielkim — systemem cybernetycznie wielkim. Przy organizacji hierarchicznej struktury sterowania takiego systemu (czego w pracy nie rozważano) można wykorzystać metody wynikające z logiki i cybernetyki sterowania racjonalnym procesem. Trzeba by zatem tak zorganizować układ-model cybernetyczny, aby układ można było obserwować, sterować nim, a tym samym przeprowadzać obliczenia niezbędne do przewidywania przyszłych stanów układu — niezbędne w zakresie podejmo-

wania decyzji przy wyznaczaniu oddziaływań sterujących. Musi bowiem istnieć możliwość wyznaczenia algorytmu sterowania i realizacji tego algorytmu w modelach cybernetycznych zawierających elementy pomiarowe wraz z przekształtnikami (uzyskiwanie informacji i ich przekształcanie do postaci wygodnej do przesyłania), urządzenia symulujące racjonalny proces dla podjęcia decyzji (przetwarzanie informacji) wraz




Rys. 10. Schemat blokowy programu wyznaczania algorytmu sterowania racjonalnym procesem wytwarzania energii elektrycznej

z przekształtnikami do wytworzenia oddziaływań sterujących oraz elementy wykonawcze (wykorzystywanie informacji). Opisuje to najlepiej schemat blokowy programu wyznaczania algorytmu sterowania przedstawiony na rys. 10, który moglibyśmy nazwać programem heurystycznym. Program ten jest w ścisłym związku ze „sztuczną inteligencją" modelu cybernetycznego.

*Politechnika Poznańska*
*Katedra Elektroenergetyki*

## WYKAZ LITERATURY


1. Ashby W. R.: An Introduction to Cybernetics. Chapman and Hall, London 1958 (tłum. na j. polski PWN, Warszawa 1961).
2. Ashby W. R.: Design for a Braine. Chapman and Hall, London 1954.
3. Bellman R. E.: Dynamic Programming. Princeton University Press, Princeton — New Jersey 1957.
4. Bellman R. E., Dreyfus S. E.: Applied Dynamic Programming. Princeton University Press, Princeton — New Jersey 1962.
5. Bernas S.: O pewnych własnościach ekonomicznego rozdziału obciążeń. Dysertacja doktorska, Politechnika Warszawska, 1963.
6. Calvert J. F., Sze T. W.: A New Approach to Loss Minimization in Electric Power Systems. — AIEE Transactions, Power Apparatus and Systems, vol. 76, February 1958; pp. 1439—46.
7. Carpentier J.: Contribution a l'étude du dispatching économique. Électricité de France, Direction des Studies et Recherches, HX 583/394-ILC/AM, 15 Février 1962.
8. Cwietkow J. W.: Wierojatnostnaja mietodika naznaczenija optimalnych rieżimow eniergosistiem z gidrostancjami dlitielnowo riegulirowanija. — Trudy Wsies. N.-I. Instituta Elektroenierg., wyp. 13, 1961; str. 30—70.
9. Dennis J. B.: Mathematical Programming and Electrical Networks. The Massachusetts Institute of Technology, John Wiley and Sons, Inc., New York 1959.
10. Dobrzańska I.: Zmienność obciążeń systemów energetycznych, ich analiza i metoda prognozy na podstawie zespołu systemów polskich. Dysertacja doktorska, Politechnika Gdańska, 1963.
11. Elsgolc L. E.: Rachunek wariacyjny (tłum. z j. rosyjskiego). PWN, Warszawa 1960.
12. Ender R. C., Galloway C. D.: Progress in Total Planning Generation--Transmission-Distribution. Twenty-Fifth Annual Meeting of the American Power Conference, Chicago, March 1963.
13. Feldbaum A. A.: Wyczislitielnyje ustrojstwa w awtomaticzeskich sistiemach. Fizmatgiz, Moskwa 1959.
14. Fesz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1958.
15. Greniewski H.: Logika planu i cybernetyka planowania. Referat wygłoszony w dniu 15 listopada 1962 r. na posiedzeniu oddz. poznańskiego PTE.
16. Gornstein W. M.: Najwygodniejszije rieżimy raboty gidrostancji w eniergieticzeskich sistiemach. Goseniergoizdat, Moskwa—Leningrad 1959.
17. Kartwieliszwili N. A.: Gidrołogiczeskije osnowy wierojatnostnoj tieorii rieżimow eniergosistiem s gidrostancjami. — Trudy Wsies. N-I. Instituta Elektroenierg., wyp. 13, 1961; str. 6—30.
18. Kierzkowski Z.: Ocena metod ekonomicznego rozdziału obciążeń w układach elektroenergetycznych. Dysertacja doktorska, Politechnika Warszawska, 1964.
19. Kirchmayer L. K.: Economic Control of Interconnected Systems. John Wiley and Sons — New York, Chapman and Hall — London, 1959.
20. Kirchmayer L. K.: Economic Operation of Power Systems. John Wiley and Sons — New York, Chapman and Hall — London, 1958.
21. Kisza J.: Wpływ układu elektroenergetycznego przesyłowego na ekonomiczny rozdział obciążeń w systemie elektroenergetycznym. Dysertacja doktorska, Politechnika Wrocławska, 1963.

22. Kłos A.: Nowa metoda wyznaczania współczynników strat sieciowych przy ekonomicznym rozdziale obciążeń. Dysertacja doktorska, Politechnika Śląska, 1960.
23. Kopecki K.: Analiza zmienności obciążeń systemów energetycznych w Polsce. — Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, seria: Elektryka, nr 2, 1958.
24. Krasowskij A. A., Pospiełow G. S.: Osnowy awtomatiki i tiechniczeskoj kibiernietiki. Goseniergoizdat, Moskwa—Leningrad 1962.
25. Kuhn H. W., Tucker A. W.: Nonlinear Programming. Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, pp. 481—482, 1951.
26. Lingvist J.: Operation of a Hydrothermal Electric Systems, vol. 81, April 1962; pp. 1—7.
27. Little J. D. C.: The Use of Storage Water in a Hydroelectric System. — Journal of the Operations Research of America, vol. 3, nr 2, May 1955; pp 187—197.
28. Luce R. D., Raiffa H.: Games and Decisions. John Wiley and Sons — New York, Chapman and Hall — London, 1957.
29. Milkiewicz F.: Ekonomiczny rozdział rezerwy wirującej i mocy regulacyjnej w systemie energetycznym. Dysertacja doktorska, Politechnika Gdańska, 1961.
30. Mishkin E., Braun L. (editors): Adaptive Control Systems. McGraw-Hill Book Co., New York-Toronto-London 1961.
31. Van Ness J. E.: Iteration Methods for Digital Load Flow Studies. — AIEE Transactions, Power Apparatus and Systems, vol. 78, August 1959; pp. 583—588.
32. Praca zbiorowa: Ekstremalne i adaptacyjne układy automatyki. Zakład Narodowy im. Ossolińskich — Wydawnictwo PAN, Wrocław-Warszawa-Kraków 1963.
33. Przybylski T.: Ekonomiczny rozrząd mocy w systemie elektroenergetycznym z uwzględnieniem strat przesyłu uogólnioną metodą pomiarów na liniach. Dysertacja doktorska, Politechnika Gdańska, 1960.
34. Przybylski T.: Optymalizacja rozdziału obciążeń z uwzględnieniem strat przesyłu poprzez pomiary mocy na liniach i organizację rozrządu mocy. Katedra Elektroenergetyki Politechniki Gdańskiej, lipiec 1962.
35. Ringlee R. J., Williams D. D.: Economic Systems Operation Considering Valve Throttling Losses, II-Distribution of System Loads by the Method of Dynamic Programming. — AIEE Transactions, Power Apparatus and Systems, vol. 81, February 1963; pp. 615—622.
36. Rubinowicz W., Królikowski W.: Mechanika teoretyczna. PWN, Warszawa 1955.
37. Sołodownikow W. W.: Ob algoritmach uprawlenija i uprawliajuszczich maszinach dla kompleksnoj awtomatiki. — Awtomaticzeskoje uprawlenije i wyczislitielnaja tiechnika, wyp. 3, Maszgiz, Moskwa 1960.
38. Squires R. B.: Economic Dispatch of Generation Directly from Power System Voltages and Admittances. — AIEE Transactions, Power Apparatus and Systems, vol. 70, February 1961; pp. 1235—1245.
39. Steinberg M. J.: Incremental Maintenance Costs of Steam-Electric Generating Stations. — AIEE Transactions, Power Apparatus and Systems, vol. 77, February 1958; pp. 1251—1255.
40. Toroń M.: Metoda dobierania optymalnego zestawu urządzeń wytwórczych w systemach energetycznych. Dysertacja doktorska, Politechnika Wrocławska, 1963.

41. Ward J. B., Hale H. W.: Digital Computer Solution of Power — Flow Problems. — AIEE Transactions, Power Apparatus and Systems, vol. 75, June 1956; pp. 398—404.
42. Wiener N.: Cybernetics. John Wiley and Sons. New York 1961.

Z. KIERZKOWSKI

## CYBERNETICS OF RATIONAL PROCESS OF GENERATING ELECTRIC ENERGY IN A POWER SYSTEM

### Summary

In the paper a new view of problems, known from another source, connected with power systems, is presented. An attempt was also made to work out one model, combining all the aspects connected with power systems, that is problems of exploitation and of power system planning.

Let us consider the power system and investigate the process occuring in this system.

Power system — the tested object — can be treated as a system of many inputs and many outputs respectively isolated (Fig. 1). Such a system is supplied by coal power or also by run-off power and supplies the take-offs — system loads — through outputs of the supplied type. There are also other outputs, throug which "the outer world" can influence a system like that. For example, inputs in the range of changes of excitation and active power of generators, of switchings in the system, of deliverings, of system extension and other ones.

Inputs and outputs of such a system can be characterized by means of certain magnitude sets. For instance vectors **U, F, V,** are magnitudes that can characterize outputs and some supplying inputs of such a system. Then the components of these vectors — sets of variables — characterize adequately $\{u\}$ — the primary power supplying the object, $\{f\}$ — supplying outputs, $\{v\}$ — the produced electric energy in all the vertices of the system. The power system itself, its configuration, can be characterized by the set $\{s\}$.

Parameters occuring in sets of this type, can assume values for which limitations (for example 7, 23) and technical conditions (for example 31) of electric energy generation are satisfied.

In the process of electric energy generation, the system can therefore assume many permissible states, guaranteeing correct work of the system.

The necessity occurs to choose the state of the system.

However certain technical and economical indexes characterize the process of generating electric energy, for example costs of generating electric energy in power stations, depending on the generated power, relative to a unit of time or other indexes, formulated in a different way. Functions of this type (for example 34), can act the part of criteria, by means of which the states of the system can be estimated.

When during the course of the process, states will be reached assuring the acquisition of an approximate value to the optimum one, value of the function acting the part of criterion, then we are dealing with a rational process.

Realization of the rational process thus understood, requires control of the system by help of possible controlling reactions. For example changes of excitation and of active power of generators, which can be characterized by vector **R,** can be such reactions.

It results therefore from the presented considerations, that certain essential features characterize electric energy. In a rational process, interdependences occur between these essential features. Consequently, there are premises permitting the statement, that a deduction scheme can be built about the rational process, which we shall refer to as rational process logic.

In rational process logic of generating electric energy, the following parts can be found: purpose — tasks, imperative solutions, accomplished facts, theoretical basis or otherwise mathematical formulation of deduction in the range of designing the system states. Now it can be said, that the rational process will be realized then and only then, when the imperative solution (controlled reactions) will be carried out, on the ground of a theoretical basis, with simultaneous satisfying of the predictive solution and with estimate in keeping with the accomplished facts.

It results from the deduction scheme of rational process and from the possible mathematical formulation of methods of state designation in rational process and also from determination of variables characterizing the process, that designation of future states in the rational process, must be treated as a problem of arriving at a decision. It comes to this, that these problems for right assumptions will be those of arriving at a decision in the presence of certainty, risk or uncertainty, if the current control of the system is not separated from the rational development of the system. In the paper, the result of carried out considerations on this subject, is a close dependence of the way of arriving at a decision (of mathematical formulation of deduction or of principles of finding out controlling influences of various character) in problems designating the states of rational process of generating electric energy, from the character of system states determination in the course of the process — from the character of the conversance with the states of the future system. In the presence of certainty a decision can be arrived at by analytical methods, in the presence of risk by statistical methods and finally in the presence of uncertainty by research methods. It seems possible and necessary to join these principles. Then, however, one must speak about organization and realization of generating the electric energy rational process. On the ground of experiments of bygone years, the first approximation of optimum controlling reactions, in the form of medial reactions in shorter periods that one year (probable method connected with coming to a decision in the presence of risk — the criterion spans one year and the medial states are designated in parts of several or some scores of days) will be determined. Then, in steps defined by quantizing the controlling process, as the additional informations are acquired, we shall designate the reactions for a period of twenty-four hours and then of one hour or some hours (by analytical methods, when the medium wear is designated, for example of water in a one hour period). Coming to a decision in the presence of indefiniteness by research methods, is above all associated with planning of system development and consequently with designation of reactions in the range of changes relative to organization of generation process.

Possibilities of practical exploitation of these premises are still limited. Further consistent use of cybernetic methods, in the way of considering the process of electric energy generation, can be of some help here.

The manner of determining the states of the system in the rational process, forejudges that the power system, in which the rational process of generation would occur, is a large system. Hence we find great difficulties in investigating the system and in controlling the work of the system. Let us, however, build models, in which the rational process, understood most generally, can be realized.

We have noticed, that the rational process can be investigated by giving sets of variables of process essential features. It results from logic of rational process, that among sets of these variables strictly determined, dependences should exist. These dependences — rational process equations — can be divided into three groups.

The mathematical description of the process can be recorded by means of equations of type (65) and limitations (66). These dependences, in geometrical interpretation, assign the allowable position of the vector of the system state, in a well shut area of a multidimensional space.

Controlling of a rational process, consists in finding out optimum states in the range of allowable states. Optimum values of functions, which are criteria of process (67) optimality, are then attained.

Making allowance for criteria, leads to difficulties in realizing the control of the process. The problem becomes a problem of the range of complex automation. Now controlling reactions must be produced. Equations (68) describe the way of arriving at a decision and the making of controlling reactions from the exploited informations (after transformation), where equations (69) determine the algorithm of control — of decision in moments of time $t_{\nu}$, securing the course of rational process.

Let us interpret, on the ground of cybernetic methods, the equations of rational process. It appears, that the rational process can be realized in cybernetic models, compound of systems coupled to one another: of the object — of power system, systems of observation, of planning and realizing systems (for example Fig. 3).

Cybernetic models can form structures of problem simplifications (of homomorphic reflections in the cybernetic sense). According to the fidelity of process representation and strictly speaking of variables characterizing this process, we obtain cybernetic models, occupying towards one another strictly determined places, from the standpoint of representation fidelity of the rational process generation (the model given in Fig. 9 is the most general). In the presented models, principles of designating the algorithm of control, based on arriving at a decision in the presence of certainty, risk and uncertainty, were combined.

The presentation of this new opinion on problems connected with power systems, given in this paper, was therefore possible by a trial of classifying the power system in cybernetic ideas. It appears, that great advantages can derive from there, as well for solving many problems as for veryfying the considerations and estimating researches connected with power systems.

Z. KIERZKOWSKI

## CYBERNÉTIQUE DU PROCÉDÉ RATIONNEL DE LA PRODUCTION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE DANS UN SYSTÈME ÉLECTROÉNERGÉTIQUE

### Résumé

Dans cet article on a présenté une nouvelle manière de voir les problèmes, d'ailleurs connus, liés avec les systèmes électroénergétiques. Un essai a aussi été fait d'élaborer un modèle, réunissant tous les aspects liés avec les systèmes électroénergétiques, donc les problèmes d'exploitation et planification des systèmes électroénergétiques.

Considérons un système électroénergétique et étudions le procédé qui a lieu dans ce système.

Le système électroénergétique — l'objet étudié — peut être traité comme un système plus ou moins isolé, qui possède plusieurs entrées et sorties (fig. 1). Un tel système est alimenté par l'énergie du charbon ou par l'énergie de l'écoulement de l'eau et il alimente des récepteurs — les charges du système — par les sorties d'alimentation. D'autres entrées existent aussi, par lesquelles "le monde extérieur" peut

agir sur un tel système. Ce sont par exemple des entrées dans le domaine des changements de l'excitation et de la puissance active des générateurs, des modifications des connections dans le système, des délignages des machines, du développement du système et d'autres.

Les entrées et les sorties d'un tel système peuvent être caractérisées à l'aide d'ensembles de certaines grandeurs. Supposons que les vecteurs **U, F, V,** sont des grandeurs qui peuvent caractériser les entrées et certaines sorties alimentrices d'un tel système. Les composantes de ces vecteurs — des ensembles de variables — caractérisent alors respectivement $\{u\}$ — l'énergie primaire qui alimente l'objet en question, $\{f\}$ — les sorties d'alimentation, $\{v\}$ — l'énergie électrique produite dans tous les noeuds du système. Le système électroénergétique lui-même, sa configuration peuvent être caractérisés par l'ensemble $\{s\}$.

Les paramètres qui se trouvent dans ce type d'ensembles, peuvent prendre des valeurs, pour lesquelles les limitations (par exemple 7, 23) et les conditions techniques (par exemple 31) de la production de l'énergie électrique seront réalisées.

Dans le procédé de la production de l'énergie électrique, le système peut donc adopter beaucoup d'états admissibles, qui garantissent le travail convenable du système.

La nécessité se présente de choisir l'état du système.

Pourtant certains indices techniques et économiques caractérisent le procédé de la production de l'énergie électrique, par exemple les frais de la production de l'nergie électrique dans les centrales qui dépendent de la puissance produite par unité de temps ou d'autres formulés différement. Les fonctions de ce type (par exemple 34) peuvent remplir le rôle de critères, à l'aide desquels on peut caractériser les états du système.

Quand, au cours du procédé, on obtiendra des états auxquels la fonction qui joue le rôle de critère approche à optimum, on peut dire que le procédé est rationnel.

Pour réaliser un procédé rationnel ainsi compris, il faut commander le système en utilisant les entrées de commande disponibles, par exemple les changements d'excitation et de puissance active des générateurs qu'on peut caractériser par le vecteur **R.**

Il résulte donc des considérations précédentes que le procédé de la production de l'énergie électrique est caractérisé par des traits essentiels. Dans le procédé rationnel des interdépendances existent entre ces traits essentiels. Il y a donc des prémisses qui autorisent à constater qu'un schéma de déduction d'un procédé rationnel peut être établi; nous l'appelerons logique du procédé rationnel.

Dans la logique du procédé rationnel de la production de l'énergie électrique, on peut distinguer les parties suivantes: le but — les tâches, la solution impérative, la solution envisagée, les faits accomplis, la base théorétique ou autrement une expression mathématique de la déduction dans le domaine de la désignation des états du système. A présent on peut dire, que le procédé rationnel sera réalisé alors et seulement alors, quand la solution impérative (au moyen des entrées de commande), désignée en vertu de la base théorétique, sera réalisée en accomplissant en même temps la solution envisagée et en trouvant que les faits accomplis sont d'accord avec nos prévisions.

Il résulte du schéma de la déduction du procédé rationnel et de l'expression mathématique possible des méthodes de la désignation des états dans un procédé rationnel et aussi de la possibilité d'exprimer les variables, caractérisant le procédé, que la désignation de futurs états dans un procédé rationnel doit être traitée comme un problème de prendre une décision. On constate que pour des bases convenables, ce seront des problèmes de prendre une décision en présence d'une certitude, d'un risque et aussi d'une incertitude, si on ne sépare pas la commande courante du système de l'agrandissement rationnel du système. Une stricte dépendance de la ma-

nière de prendre une décision (de l'expression mathématique d'une déduction ou principes pour trouver les entrées de commande de différent caractère) dans les problèmes de désignation des états d'un procédé rationnel de la production de l'énergie électrique, du caractère de détermination des états du système dans le cours du procédé — du caractère de la connaissance des états de futures systèmes, résulte de ces considérations présentées à ce sujet dans l'article. En présence de certitude on peut prendre une décision en utilisant des méthodes statistiques et finalement en présence d'incertitude en utilisant des méthodes de recherches. Il paraît possible et nécessaire d'unir ces principes. Mais allors il faut parler d'organisation et de réalisation du procédé rationnel de la production de l'énergie électrique. En basant sur les expériences des années écoulées, on pourra déterminer en approximation les entrées de commande optimales dans la forme de commandes médiales dans des périodes plus courtes qu'une année (méthode statistique, liée avec l'action de prendre une décision en présence d'un risque — le critère concerne une année et on désigne les états médiaux dans des intervalles de plusieurs jours, de quelques dizaines de jour). Ensuite (à mesure d'acquisition d'informations supplémentaires) nous allons désigner par des pas définis au moyen de la quantification du procédé de commande, les commandes pour une période de 24 heures et ensuite d'une heure ou quelques heures (par des méthodes analytiques, quand on aura déjà désigné la consommation moyenne — par exemple d'eau — dans la période de 24 heures). L'action de prendre une décision en présence d'indéfinité par des méthodes de recherches, est liée avant tout avec la planification du développement du système et par conséquent avec la détermination des commandes concernant les changements d'organisation du procédé de la production.

Les possibilités pratiques d'exploitation de ces prémisses, sont encore assez limitées. Pourtant d'emploi conséquent des méthodes cybernétiques dans le domaine de la considération du procédé de la production de l'énergie électrique, peut nous aider.

La manière de désigner les états du système dans un procédé rationnel, préjuge qu'un système electroénergétique, dans lequel le procédé rationnel de production aurait lieu, est un grand système. Il en résulte que nous rencontrons de grandes difficultés dans la recherche sur le système et dans la commande de son travail. Construisons pourtant des modèles, dans lesquels on peut réaliser un procédé rationnel (compris d'une maniére la plus générale).

Nous avons remarqué, qu'on peut examiner le procédé rationnel en donnant des ensembles de variables, traits essentiels du procédé. Il résulte de la logique du procédé rationnel, qu'entre les ensembles de ces variables, des dépendances strictement définies auraient du exister. Ces dépendances — équations du procédé rationnel — peuvent être divisées en trois groupes.

On peut inscrire la description mathématique du procédé à l'aide d'équations du type (65) et de limitations (66). Dans l'interpretation géometrique, ces dépendances marquent la situation admissible du vecteur de l'état du système dans une région fermée d'un espace à plusieurs dimensions.

La commande du procédé rationnel consiste à rechercher dans le domaine des états admissibles, des états optima. On obtient alors des valeurs optima de fonctions, qui sont des critères du procédé optimum (67).

La prise en considération des critères mène aux difficultés dans la réalisation de la commande du procédé. Ce problème devient un problème du domaine de l'automatisation complexe. Il faut réaliser maintenant les entrées de commande. La manière de prendre des décisions et de former des entrées de commande des informations exploitées (après les avoir transformées), est illustrée par les équations (68); les équations (69) déterminent l'algorithme de commande — de la décision dans les moments du temps $t_{\nu}$, garantissant le cours du procédé rationnel.

Interprétons les équations du procédé rationnel par des méthodes cybernétiques. On constate que le procédé rationnel peut être réalisé dans les modèles cybernétiques, composés des systèmes couplés mutuellement: d'un objet — du système électroénergétique, des systèmes d'observation, d'un planificateur et d'un réalisateur (par exemple fig. 3).

Les modèles cybernétiques peuvent former une structure simplifiée des problèmes (des réflexions homeomorphiques dans le sens de la cybernétique). Car, selon la fidélité de la reproduction du procédé et strictement des variables caractérisant ce procédé, nous obtenons des modèles cybernétiques, occupant réciproquement une place strictement déterminée, du point de vue de la fidélité de la reproduction du procédé rationnel de la production (le modèle de fig. 9 est le plus général). Dans les modèles présentés, on a uni les principes pour déterminer l'algorithme de commande, basant sur les décisions prises en présence de certitude, de risque et d'incertitude.

Dans cet article, la présentation d'un nouveau point de vue, concernant les problèmes liés avec les systèmes électroénergétiques, était possible par un essai de classifier le système électroénergétique en notions cybernétiques. On constate que de grands profits peuvent en résulter pour la solution de maints problèmes, ainsi que pour la vérification des considérations et pour l'évaluation des recherches liés avec les systèmes électroénergétiques.

Z. KIERZKOWSKI

## KYBERNETIK IN DER RATIONELLEN ENERGIEERZEUGUNG IN DEN ENERGOSYSTEMEN


### Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit stellt eine neue Ansicht über die sonst bekannten Probleme dar, die mit den Energosystemen zusammenhängen. Es wurde hier auch der Versuch unternommen, ein Modell vorzubereiten, das alle mit den Energosystemen verbundenen Aspekte, somit auch die Fragen nach der Exploatation und Planung der Energosysteme in sich vereinigt.

Nehmen wir zuerst das Energosystem in Betracht und untersuchen den in diesem System auftretenden Prozess.

Das Energosystem kann als ein relativ abgesondertes System mit vielen Ein- und Ausgängen betrachtet werden (Abb. 1). Ein solches System wird von der chemischen Kohlenenergie oder auch von der potentiell en Energie des Wassers in Betrieb gesetzt, und durch die "Feeder-Type" — Ausgänge setzt es zugleich die Abnehmer — die Systembelastungen in Betrieb. Es gibt auch andere Eingänge, durch welche "die äussere Welt" ein solches System beeinflussen kann. Das sind z.B. Eingänge, die die Änderungen der Erregung und Leistugsfähigkeit der tätigen Generatoren, die Umschaltungen des Systems, Ausserbetriebssetzungen in den Kraftwerken, den Ausbau des Systems u.a. darstellen.

Die Ein- und Ausgänge eines solchen Systems kann man mit Hilfe der Sammlungen von bestimmten Grössen charakterisieren. So sind z.B. die Vektoren **U. F. V** die Grössen, welche die Ausgänge und gewisse "Feeder-Type" — Eingänge dieses Systems charakterisieren können. Die Bestandteile dieser Vektoren — veränderliche Sammlungen — charakterisieren dann entsprechend $\{u\}$ — die ursprüngliche Energie, die das Objekt speist, $\{f\}$ — "Feeder-Type" — Ausgänge, $\{v\}$ — die erzeugte Elektrizitätsenergie in allen Knotenpunkten des Systems. Das Energosystem selbst, seine Konfiguration kann man durch die Sammlung $\{s\}$ charakterisieren.

Die Parameter, die in den Sammlungen dieses Typus auftreten, können die Werte annehmen, für welche die Beschränkungen (z.B. 7, 23) und die technichen Bedingungen (z.B. 31) der Elektrizitätsenergieerzeugung erfüllt werden.

Im Prozess der Elektrizitätsenergieerzeugung kann also das System viele zulässige Zustände annehmen, die eine regelrechte Arbeit des Systems garantieren.

Es liegt hier eine Notwendigkeit, den Zustand des Systems zu wählen.

Den Prozess der Energieerzeugung charakterisieren jedoch gewisse technisch — ökonomische Kennwerte, z.B. die Kosten der Energieerzeugung in den Elektrizitätswerken, abhängig von der erzeugten Leistung bezogen auf die Zeiteinheit oder anders formulierte Kennwerte. Die Funktionen dieses Typus (z.B. 34) können die Rolle der Kriterien erfüllen, auf Grund derer man die Zustände des Systems bewerten kann. Mit einem rationellen Prozess haben wir es zu tun, wenn im Verlauf des Prozesses die Zustände erreicht werden, welche die Gewinnung eines dem optimalen Wert nahestehenden Funktionswertes — der die Rolle des Kriteriums erfüllt — garantieren.

Die Realisierung eines derartigen rationellen Prozesses bedarf der Steuerung des Systems mit Hilfe der möglichen steuernden Einflüsse. Solche Einflüsse können z.B. die Änderungen der Erregung und Änderungen der Leistungsfähigkeit der tätigen Generatoren sein, welche man durch Vektor **R** charakterisieren kann.

Aus den dargestellten Erwägungen geht hervor, dass der Erzeugung der Elektrizitätsenergie gewisse grundsätzliche Merkmale eigen sind. In dem rationellen Prozess treten unter diesen grundsätzlichen Merkmalen gegenseitige Abhängigkeiten auf. Es bestehen also die Voraussetzungen, die uns zu der Annahme berechtigen, eine Deduktionsfolge aufbauen zu können, welche wir mit der "Logik des rationellen Prozesses" bezeichnen möchten.

In "der Logik" einer rationellen Energieerzeugung kann man nun folgende Etappen unterscheiden: das Ziel- die Aufgaben, die imperative Lösung, die prediktive Lösung, die Tatsachen, die theoretische Basis oder anders gesagt eine mathematische Formulierung der Deduktion in dem Bereich der Zustandsbestimmungen des Systems. Man kann jetzt sagen, dass ein rationeller Prozess dann und nur dann realisiert werden kann, wenn eine imperative Lösug (der gesteuerte Einfluss) auf Grund einer theoretischen Basis bestimmt wird, indem gleichzeitig die prediktive Lösung (das Voraussehen) erfüllt wird und die Bewertung der Tatsachen mit der Wirklichkeit übereinstimmen.

Aus der Deduktionsfolge eines rationellen Prozesses und möglichst einer mathematischen Formulierung der Methoden der Zustandsbestimmung im rationellen Prozess und auch aus der Bestimmung der veränderlichen Werte geht hervor, dass die Bestimmung der zukünftigen Zustände im rationellen Prozess als Frage nach der Entschlussfassung behandelt werden muss. Es stellt sich heraus, dass es bei den entsprechenden Vorausbedingungen Fragen der Entschlussfassung in Hinsicht auf Gewissheit, Risiko oder auch Ungewissheit sind, ween man die aktuelle Steuerung des Systems von einem rationellen Ausbau des Systems nicht trennt.

Aus den in der Arbeit durchgeführten Erwägungen betreffs dieser Frage geht hervor, dass eine feste Abhängigkeit zwischen der Art der Entschlussfassung (einer mathematischen Formulierung der Deduktion oder der Suchprinzipien verschiedenen Charakters der gesteuerten Einflüsse) in den Fragen der Zustandsbestimmung im rationellen Prozess der Energieerzuegung von dem Charakter der Art der Bestimmbarkeit der Systemzustände im Verlauf des Prozesses — von dem Charakter der Kenntnis der zukünftigen Zustände besteht. Die Entschlussfassung in Hinsicht auf die Gewissheit kann sich auf Grund der analytischen Methoden — die Entschlussfassung in Hinsicht auf das Risiko mit den statistischen Methoden und schliesslich die Entschlussfassung in Hinsicht auf die Ungewissheit mit den Suchmethoden vollziehen. Es scheint, dass die Verbindung dieser Prinzipien möglich und notwendig ist.

Dann aber sollte man jedoch von der Organisation und Realisation eines rationellen Prozesses der Energieerzeugung sprechen.

Auf Grund der Erfahrungen der vergangenen Jahre wird man imstande sein, die erste Annäherung optimaler Steuerungseinflüsse in der Form von statistischen Mittelwertseinflüssen in kurzen Zeitabständen (kürzer als ein Jahr) zu bestimmen (eine statistische Methode, die mit der Entschlussfassung bei dem Risiko verbunden ist — das Kriterium umfasst ein Jahr und man setzt die Mittelwertszustände im Zeitabstand von einigen und mehren Tagen fest. Dann werden wir in Anlehnung an die Quantisierung des Steuerungsprozesses — je mehr zusätzliche Informationen wir gewinnen werden, die Einflüsse für den vollen Tag, darauf für eine und mehrere Stunden bestimmen (mit den analytischen Methoden, nach der Bestimmung des mittleren Verbrauchs, z.B. des Wassers im Verlauf eines Vollen Tages). Die Entschlussfassung in Hinsicht auf die Unbestimmbarkeit mit den Suchmethoden verbindet sich vor allem mit der Planung des Systemsausbaues und somit mit der Bestimmung der Einflüsse im Bereich der Veränderungen in der Organisation des Erzeugungsprozesses.

Die Möglichkeiten einer Ausnutzung dieser Voraussetzungen sind noch sehr beschränkt. Behilflich kann hier eine weitere folgerichtige Benutzung der kybernetischen Methoden in der Frage nach dem Energieerzeugungsprozesse sein.

Die Bestimmungsart der Systemzustände im rationellen Prozess entscheidet im voraus, dass das Energiesystem, in welchem sich ein rationeller Erzeugungsprozess vollziehen sollte, ein kompliziertes System ist. Wir stossen deshalb in der Erforschung des Systems und seiner Steuerung auf grosse Schwierigkeiten. Wir werden jedoch die Modelle aufbauen, in welchen man einen ganz allgemein aufgefassten Prozess realisieren kann.

Wir haben beobachtet, dass man einen rationellen Prozess auf Grund der Sammlungen von veränderlichen Werten, der wesentlichen Merkmale des Prozesses erforschen kann. Aus "der Logik" des rationellen Prozesses geht hervor, dass fest bestimmte Abhängigkeiten zwischen den genannten Sammlungen von veränderlichen Werten bestehen müssten. Die Abhängigkeiten — die Gleichungen des rationellen Prozesses — können in drei Gruppen eingeteilt werden.

Die mathematische Beschreibung des Prozesses kann man mit Hilfe der Gleichungen Typus (65) und der Nebenbedingungen (66) wiedergeben. Diese Abhängigkeiten bestimmen in einer geometrischen Interpretation die zulässige Lage des Vektors des Systemszustands im abgeschlossenen Gebiet eines mehrdimensionellen Raumes.

Die Steuerung des rationellen Prozesses besteht in dem Suchen nach den optimalen Zuständen im Bereich der zulässigen Zustände. Man erreicht dann die optimalen Werte der Funktionen, die die Kriterien der Optimalität des Prozesses sind (67).

Die Berücksichtigung der Kriterien führt zu den Schwierigkeiten einer Realisation der Prozessteuerung. Diese Frage wird zum Problem der komplexen Automatisierung. Man muss jetzt die steuernden Einflüsse schaffen. Die Art der Entschlussfassung und Bildung auf Grund der ausgenutzten (nach der Stromumformung) Informationen der steuernden Einflüsse beschreiben die Gleichungen (68), wobei die Gleichungen (69) den Steuerungsalgorhytmus — des Entschlusses in den Zeiteinheiten $t_v$ bestimmen, der den Verlauf des rationellen Prozesses sichert.

Interpretieren wir jetzt auf Grund der kybernetischen Methoden die Gleichungen des rationellen Prozesses. Es stellt sich heraus, dass man den rationellen Prozess in den kybernetischen Modellen realisieren kann, die aus gegenseitig gekoppelten Systemen: des Objekts — eines Energosystems, der Beobachtungssysteme, des Symulierungsprozesses, des Steuerungsprozesses (z.B. Abb. 3) bestehen.

Die kybernetischen Modelle können die Vereinfachungsstrukturen (homomorphischer Abbildungen im kybernetischen Sinn) bilden. Denn abhängig von der ge-

treuen Abbildung des Prozesses und genauer genommen, von den Veränderungen, die diesen Prozess charakterisieren, gewinnen wir kybernetische Modelle. Diese Modelle nehmen sich gegenüber vom Standpunkt der getreuen Abbildung des rationellen Erzeugungsprozesses (das Modell auf der Abb. 9 ist das allgemeinste) eine festbestimmte Stellung ein. In den dargestellten Modellen verband man die Grundsätze der Bestimmung des Steuerungsalgorhytmus, die sich auf die Entschlussfassung in Hinsicht auf die Gewissheit, in Hinsicht auf das Risiko und in Hinsicht auf die Ungewissheit stützen.

Die Darstellung einer neuen Ansicht über die Fragen, die mit den Energosystemen zusammenhängen, war also dank dem Versuch einer Klassifizierung des Energosystems in der kybernetischen Auffassung möglich. Es stellt sich heraus, dass es von grossen Nutzen sowohl bei der Lösung vieler Probleme, als auch bei der Verifikation der Erwägungen und der Beurteilung der Forschungsarbeiten im Bereich der Energosysteme sein kann.

З. КЕЖКОВСКИ

## КИБЕРНЕТИКА РАЦИОНАЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПРОИЗВОДСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Р е з ю м е

В настоящей статье указано новое представление некоторых известных уже вопросов, связанных с электроэнергетическими системами. Сделана также попытка разработки одной модели, соединяющей все аспекты, связанные с электроэнергетическими системами, т. е. вопросы эксплуатации и планирования таких систем.

Рассмотрим электроэнергетическую систему и исследуем процесс, происходящий в этой системе.

Электроэнергетическую систему — исследуемый объект — будем рассматривать как систему с многими входами и выходами, относительно обособленную (рис. 1). Такая система питается энергией угля или воды и, через выходы питающего типа, питает приёмники — нагрузку системы. Существуют и другие входы системы, посредством которых „внешний мир" воздействует на систему. Примером этого будут: изменения возбуждения и активных мощностей генераторов, переключения в системе, отставления машин, расширения системы и другие.

Входы и выходы такой системы можно описать при помощи множеств некоторых величин. Например, величинами, характерузующими выходы и некоторые входы питания такой системы, могут быть векторы **U**, **F**, **V**. Составляющие этих векторов — множества переменных — соответственно характеризуют $\{u\}$ — первичную энергию, питающую объект, $\{f\}$ — выходы питания, $\{v\}$ — электроенергию, произведённую во всех узлах системы. Самую электроэнергетическую систему, её конфигурацию характеризует множество $\{s\}$.

Параметры, появляющиеся в множествах такого типа, могут принимать значения, при которых выполняются ограничения (например 7,23) и технические условия (например 31) производства электроэнергии.

Итак в процессе производства электроэнергии система может принимать различные доступные состояния, гарантирующие правильную работу системы.

Появляется необходимость выбора состояний системы.

Процесс производства электроэнергии характеризуется однако некоторыми технико-экономическими показателями, например стоимость производства элек-

троэнергии в электростанциях, зависящая от производимой мощности, отнесённой к единице времени или другие, иначе формулированные. Функции этого типа (например 34) могут служить критериям, при помощи которых мы можем оценить состояние системы.

Когда в течение процесса будут появляться состояния, обеспечивающие получение значений функции — критерия, близких оптимальным значениям, тогда данный процесс можем считать рациональным.

Осуществление такого рационального процесса требует управления системой при помощи возможных управляющих воздействий. Такими воздействиями могут быть, например, изменения возбуждения и активной мощности генераторов, которые характеризируются вектором **R**.

Итак, на основании выше приведенных рассуждений видно, что процесс производства электроэнергии характеризуется некоторыми существенными свойствами. В рациональном процессе между этими свойствами существуют взаимозависимости. Значит, становится возможным построение схемы дедукции рационального процесса, которую будем называть логикой рационального процесса.

Вся проблема логики рационального процесса производства электроэнергии разделяется на части: цель — задачи, императивное решение, предиктивное решение, совершённые факты, теоретический базис, т. е. математическая формулировка дедукции в области определения состояний системы. Теперь можно сказать, что рациональный процесс будет осуществляться тогда и только тогда, если будет исполнено императивное решение, определённое на основе теоретического базиса (управляемые воздействия) при одновременном выполнении предиктивного решения (предположений) и при оценке совершённых фактов, совпадающей с действительностью.

Из схемы дедукции рационального процесса и возможной математической формулировки методов определения состояний рационального процесса, а также с определённости переменных, характеризующих процесс, вытекает, что определение будущих состояний рационального процесса надо рассматривать как вопрос принятия решения. Оказывается, что при соответствующих предпосылках это будут вопросы принятия решения в связи с определённостью, риском или неопределённостью, если актуального управления системой не отделять от рационального расширения системы. Из рассуждений, проведённых в настоящей работе на эту тему, вытекает строгая зависимость способа принятия решения (математической формулировки дедукции или принципов поиска различного характера управляющих воздействий) в вопросах определения состояний рационального процесса производства электроэнергии от характера определённости состояний системы в течение процесса — от характера изучения будущих состояний системы. В связи с определённостью принятие решения может происходить по аналитическим методам, в связи с риском можно принять решение по статистическим методам и, наконец при неопределённости — по методам поисков. Представляется возможным и необходимым объединение этих принципов. Однако тогда нужно говорить об организации и реализации рационального процесса производства электроэнергии. На основании опытов предыдущих лет становится возможным определение начального приближения оптимальных управляющих воздействий в виде средних воздействий в периодах меньше года (статистический метод, связанный с принятием решения при риске — критерий расширен на один год, а определяется средние состояния в пределах нескольких дней или нескольких десятков дней). Затем, по шагам, определённым квантованием процесса уравнения, по мере прихода добавочной информации, будем определять воздействия за одни сутки, а в дальнейшем за один или несколько часов (по аналитическим методам, когда уже средний рас-

ход, например воды за одни сутки, определён). В наличии неопределённости принятие решения по методам поисков связано, прежде всего, с планированием расширения системы, т. е. с определением воздействий в области изменений в организации процесса производства.

Возможности практического использования этих предпосылок пока ещё ограничены. В этом смысле помощью будет дальнейшее последовательное использование методов кибернетики в области рассмотрения процесса производства электроэнергии.

Метод обозначения состояний системы в рациональном процессе предрешает о том, что электроэнергетическая система, в которой происходил бы рациональный процесс производства, является большой системой. Следовательно, мы встречаем существенные затруднения в исследованиях системы и управлении работой системы. Однако мы построим модели, в которых можно осуществлять рациональный процесс в наиболее общем виде.

Было замечено, что исследования рационального процесса можно вести, рассматривая множество переменных, существенных свойств процесса. Из логики рационального процесса вытекает, что между множествами этих переменных должны существовать строго определённые зависимости. Эти зависимости — уравнения рационального процесса — разделяются на три части.

Математическое описание процесса можно представить при помощи уравнений типа (65) и ограничений (66). Геометрическая интерпретация этих зависимостей определяет допустимое положение вектора состояния системы в замкнутой области многомерного пространства.

Управление рациональным процессом заключается в поиске, в области допустимых состояний, оптимальных состояний. Достигается, в этом случае, оптимальные значения функций, являющиеся критериями оптимума процесса (67).

Учёт этих критерий ведёт к затруднениям в осуществлении управления процессом. Проблема становится вопросом из области комплексной автоматизации. Возникает необходимость построения управляющих воздействий. Способ принятия решения и построения управляющих воздействий (при помощи переработки) поступающей информации, описывают уравнения (68), причём уравнения (69) определяют алгоритм управления — решения в моментах времени $t_v$. обеспечивающий ток рационального процесса.

На основании методов кибернетики мы объясним уравнения рационального процесса. Оказывается, что рациональный процесс можно осуществлять при помощи кибернетических моделей, состоящих из взаимно связанных систем: объект — электроэнергетическая система, схем наблюдений, планификатора и реализатора (например рис. 3).

Кибернетические модели могут образовать структуры упрощений (гомоморфических отражений в кибернетическом смысле) вопросов. Ведь в зависимости от точности моделирования процесса, а вернее, переменных, характеризующих этот процесс, мы получаем кибернетические модели, занимающие строго определённые места друг относительно друга, с точки зрения точности моделирования рационального процесса производства (на рис. 9 указана модель самого общего вида). В представленных моделях объединены принципы определения алгоритма управления, опирающиеся на принятые решения относительно определённости, риска и неопределённости.

Представление с новой точки зрения вопросов, связанных с электроэнергетическими системами, которое дано в настоящей работе, было возможно, благодаря попытке классификации электроэнергетической системы в понятиях кибернетики. Оказывается, что оттуда вытекают различные полезные соображения для решения многих проблем, для оценки исследовательских работ, связанных с электроэнергетическими системами.

621.394

ANDRZEJ KARCZMAREWICZ

# Analiza binarnego systemu transmisyjnego ze sprzężeniem zwrotnym informacji

*Rękopis dostarczono 10.5.1965*

Po krótkim wstępie wprowadzającym w problematykę kanałów binarnych i poprawy jakości transmisji binarnej autor przechodzi do zagadnień związanych z zastosowaniem sprzężenia zwrotnego informacji (SZI). Zostały rozważone i sklasyfikowane błędy występujące w systemach ze sprzężeniem zwrotnym. Została przeprowadzona szczegółowa analiza systemu iteracyjnego SZI. Podstawą analizy jest odpowiednio sformalizowany opis działania systemu. W wyniku analizy zostały wyprowadzone ogólne wzory na sprawność transmisji oraz prawdopodobieństwa błędów poszczególnych rodzajów. Wyprowadzone wzory po uwzględnieniu właściwości użytego kodu mogą posłużyć do oceny jakości systemu.

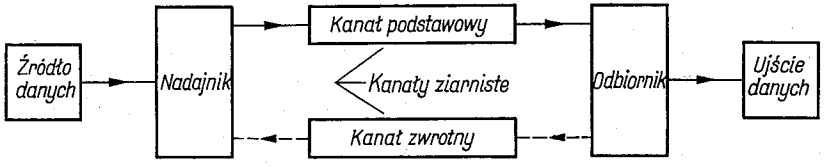
## 1. WSTĘP

Pojawienie się transmisji danych wiąże się z rozwojem elektronicznych maszyn liczących. Maszyny te zaczęto łączyć, w celu należytego ich wykorzystania, w scentralizowane systemy przetwarzania danych. Systemy takie, w najbardziej rozwiniętej formie, pojawiły się początkowo w dziedzinie wojskowej (np. amerykański system SAGE). Nieco później powstały plany, w wielu przypadkach już realizowane, zastosowania scentralizowanych systemów przetwarzania danych w dziedzinach cywilnych — w bankowości, handlu, przemyśle, komunikacji itp. — zob. [16], [29]. Wyspecjalizowane systemy telekomunikacyjne, łączące maszyny i inne źródła oraz ujścia danych w scentralizowanych systemach przetwarzania zostały nazwane systemami t r a n s m i s j i  d a n y c h (data transmission, transmission de données).

Wielkie ilości przesyłanych wiadomości oraz zwięzły ich charakter (głównie dane cyfrowe) powodują, że centralnym zagadnieniem transmisji danych jest uzyskanie w konkretnym kanale telekomunikacyjnym maksymalnej jakości (wiarygodności) a zarazem maksymalnej szybkości przesyłania.

Poprawa jakości transmisji może być dokonywana wewnątrz lub na zewnątrz kanału ziarnistego — zob. rys. 1.

Poprawą jakości transmisji wewnątrz kanału ziarnistego zajmuje się teoria detekcji sygnałów. Poprawą jakości przy ustalonym kanale ziarnistym (na zewnątrz kanału) zajmuje się teoria kodów. Niniejszy artykuł poświęcony jest zagadnieniom związanym z poprawą jakości transmisji przy ustalonym kanale ziarnistym. Po-

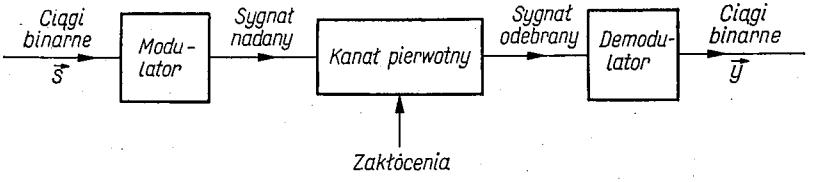



Rys. 1

nadto wszystkie dalsze rozważania ograniczone zostaną do przypadku binarnego, ponieważ systemy binarne stosowane są obecnie w transmisji danych prawie wyłącznie.

Zajmiemy się teraz opisem kanału ziarnistego w przypadku binarnym, a w następnym rozdziale — metodami poprawy transmisji poza kanałem ziarnistym.

Kanał binarny (rys. 2) składa się z modulatora, kanału pierwotnego (na ogół ciągłego) oraz demodulatora.




Rys. 2

Oznaczmy przez $\vec{s}$ ciągi binarne podawane na wejście kanału, przez $\vec{y}$ ciągi odtworzone na wyjściu kanału; przyjmiemy, że długość $n$ tych ciągów jest stała i jednakowa, a więc:

$$\vec{s} = (s_1, s_2, \ldots, s_n), \qquad \vec{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n),$$

gdzie: $s_1,\ldots,s_n$; $y_1,\ldots,y_n$ — binarne sygnały elementarne.

Wskutek oddziaływania zakłóceń w kanale pierwotnym ciąg $\vec{y}$ nie zawsze będzie identyczny z ciągiem $\vec{s}$. Nie można również podać na ogół funkcji wiążącej w sposób jednoznaczny ciąg odebrany $\vec{y}$ z ciągiem nadanym $\vec{s}$ Opisu kanału binarnego można dokonać jedynie w sposób probabilistyczny, poprzez prawdopodobieństwa warunkowe:

$$P(\vec{y}/\vec{s}) \tag{1}$$

odebrania ciągu $\vec{y}$ przy warunku, że był nadany ciąg $\vec{s}$.

Wprowadzimy pojęcie ciągu błędów, który będziemy oznaczali przez $\vec{z}$. Tak nazywamy ciąg:

$$\vec{z} \stackrel{df}{=} \vec{s} \oplus \vec{y} \stackrel{df}{=} (s_1 \oplus y_1, s_2 \oplus y_2, \ldots, s_n \oplus y_n), \tag{2}$$

gdzie: $\oplus$ oznacza sumowanie modulo 2 liczb binarnych.

Kanał binarny możemy teraz opisywać albo przez prawdopodobieństwo (1), albo przez równoważne mu prawdopodobieństwo warunkowe:

$$P_z(\vec{z}/\vec{s}) \tag{3}$$

wystąpienia określonego ciągu błędów $\vec{z}$ przy warunku, że nadany był ciąg $\vec{s}$.

Oczywiste jest, że w ogólnym przypadku przy dużych $n$ zbiór wartości (1) lub (3) dla wszystkich możliwych ciągów jest nieprzydatny do jakichkolwiek obliczeń ze względu na swą wielką liczebność. Dlatego też tworzy się uproszczone modele matematyczne kanałów binarnych szukając kompromisu między prostotą opisu a wiernością odtworzenia rzeczywistości. Podamy przykładowo kilka takich modeli.

Kanał bez zakłóceń

$$P_z(\vec{z}/\vec{s}) = \begin{cases} 1 & \text{dla} \quad \vec{z} = \vec{0} \\ 0 & \text{dla} \quad \vec{z} \neq \vec{0} \end{cases} \text{ dla wszystkich } \vec{s}, \tag{4}$$

gdzie $\vec{0}$ — ciąg samych zer.

Kanał symetryczny bez pamięci (Bernoulliego)

$$P_z(\vec{z}/\vec{s}) = P_z(\vec{z}) = p^{w(\vec{z})}(1-p)^{n-w(\vec{z})}, \tag{5}$$

gdzie:

$P_z(\vec{z})$ — prawdopodobieństwo wystąpienia konkretnego ciągu błędów $\vec{z}$;

$w(\vec{z})$ — waga (liczba jedynek) ciągu $\vec{z}$;

$p$ — elementowa stopa błędów, czyli prawdopodobieństwo błędnego odbioru pojedynczego elementu binarnego.

Jak widać z (5), dla kanału symetrycznego bez pamięci prawdopodobieństwo przekłamania każdego elementu jest stacjonarne i niezależne od nadawanego sygnału.

Kanał Gilberta

Kanał może się znajdować w jednym z dwóch stanów:

$D$ (dobry)

$Z$ (zły)

tworzących łańcuch Markowa o macierzy przejścia:

$$\begin{Vmatrix} P(D \to D) & P(D \to Z) \\ P(Z \to D) & P(Z \to Z) \end{Vmatrix} \tag{6}$$

Kanał w stanie $D$ jest kanałem bez zakłóceń, a w stanie $Z$ kanałem Bernoulliego.

Powyższe trzy modele stanowią coraz lepsze odbicie obserwowanych w rzeczywistości zakłóceń: pierwszy jest trywialny, ostatni nieźle oddaje zjawisko seryjności błędów występujące w większości kanałów [12]. Łatwo przy tym zauważyć, że każdy poprzedni model mieści się w następnym jako przypadek szczególny.

Założenia, zadania, a także przyjęte w tym artykule metodyka i kryteria zostaną omówione w rozdz. 4. Przed ich sprecyzowaniem zostaną w rozdz. 2 omówione pobieżnie metody poprawy jakości transmisji binarnej oraz zostaną przedstawione i ogólnie sklasyfikowane w rozdz. 3 zjawiska niezachowania długości wiadomości. Zjawiska te są charakterystyczne dla arytmicznych systemów transmisyjnych, do których zaliczają się systemy ze sprzężeniem zwrotnym. Dalsze rozdziały od 5 do 11 zostaną poświęcone szczegółowej analizie systemu iteracyjnego sprzężenia zwrotnego informacji. Pomysł tego systemu i ogólną zasadę działania podał Chang [7].

## 2. METODY POPRAWY JAKOŚCI TRANSMISJI BINARNEJ

Gdy nie istnieje kanał zwrotny, to poprawę jakości transmisji można uzyskać przez zastosowanie w kanale podstawowym kodów o odpowiednim nadmiarze. Poprawa jakości może polegać na wykrywaniu lub korygowaniu błędów (zob. np. [28]).

W niektórych zastosowaniach, szczególnie w systemach pracujących w czasie realnym, nie jest konieczne korygowanie błędów, wystarcza ich wykrycie i zasygnalizowanie. W takich przypadkach możliwe jest używanie kodów wykrywających błędy (tzw. kodów detekcyjnych), które wprowadzają znacznie mniejszą rozwlekłość niż kody korekcyjne. Na temat kodów detekcyjnych i korekcyjnych istnieje dosyć bogata literatura źródłowa i przeglądowa (np. [5], [25], [26], [28]), więc tematu tego nie będziemy tutaj dalej rozwijali.

Gdy kanał zwrotny istnieje, to można zastosować jeden z dwóch sposobów jego wykorzystania w celu korygowania błędów transmisji.

Pierwszy z nich znalazł zastosowanie w tzw. systemach ze sprzężeniem zwrotnym decyzji (SZD), drugi — w systemach ze sprzężeniem zwrotnym informacji (SZI). Systemy te omówione zostały w [18], tutaj powtórzymy najbardziej podstawowe zasady.

Działanie systemów ze sprzężeniem zwrotnym decyzji (SZD) przebiega następująco:

— wiadomości przesyłane w kanale podstawowym kodowane są kodem detekcyjnym;
— dekoder odbiornika na podstawie odebranego ciągu podejmuje decyzję punktową („przesłana została konkretna wiadomość") lub neutralną („nie wiadomo, co było przesłane");
— w przypadku decyzji punktowej odbiornik przesyła do nadajnika przez kanał zwrotny sygnał mający sens „akceptuję"; nadajnik po otrzymaniu tego sygnału wysyła następną wiadomość;
— w przypadku decyzji neutralnej odbiornik przesyła do nadajnika sygnał mający sens „powtórz"; nadajnik po otrzymaniu tego sygnału powtórnie przesyła (retransmituje) zakwestionowaną wiadomość.

Jak widać z powyższego, w kanale podstawowym przesyłane są bloki zawierające informację wraz z pewnym nadmiarem, potrzebnym do wykrywania błędów. Każdemu takiemu blokowi odpowiada w kanale zwrotnym tylko jedna wiadomość binarna. W dążeniu do bardziej równomiernego obciążenia obu kanałów został stworzony system sprzężenia zwrotnego informacji (SZI).

Działanie systemu SZI opiera się na poniższych zasadach:

— w kanale podstawowym przesyłane są wiadomości kodowane bez nadmiaru;
— odbiornik po otrzymaniu sygnału odpowiadającego pewnej wiadomości traktuje tę wiadomość jako decyzję roboczą; pewne cechy decyzji roboczej są wysyłane w postaci ciągu kontrolnego przez kanał zwrotny do nadajnika;
— nadajnik na podstawie sygnału uprzednio wysłanego oraz sygnału otrzymanego z kanału zwrotnego podejmuje decyzję, czy wiadomość przesłana została prawidłowo, czy błędnie;
— w przypadku decyzji nadajnika o prawidłowej transmisji wysyłana jest następna wiadomość, co oznacza akceptację poprzedniej wiadomości (decyzji roboczej); zaakceptowana decyzja robocza zostaje jako decyzja końcowa przesłana do ujcia danych;
— w przypadku decyzji o błędnej transmisji, nadajnik wysyła specjalną wiadomość mającą sens „odrzuć" i powtarza (retransmituje) zakwestionowaną wiadomość.

Powyższy opis jest uproszczony. W rzeczywistości działanie SZI jest znacznie bardziej skomplikowane. Występuje przy tym szereg dodatkowych zagadnień, związanych z możliwością przekłamania akceptacji na odrzucenie i na odwrót oraz zakłóceniami kanału zwrotnego. Dokładniejszy opis konkretnego systemu ze sprzężeniem zwrotnym informacji jest podany w rozdz. 5. Pewne trudności dla pracy systemów ze sprzężeniem zwrotnym (SZD i SZI) wynikają również z powodu skończonego czasu

przebiegu sygnałów w kanałach. Istnieją sposoby pokonywania tych trudności — zob. [18].

## 3. PRZESYŁANIE SEKWENCJI WIADOMOŚCI I PROBLEM SYNCHRONIZACJI

Na ogół mamy do czynienia z przesyłaniem sekwencji (ciągów) wiadomości

$$x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, \ldots, x^{(j)}, \ldots,$$

gdzie $j$ — kolejny numer wiadomości.

Systemy przesyłające sekwencje wiadomości podzielimy na dwie klasy nazwane:

1. Systemy izochroniczne,
2. Systemy arytmiczne.

### 3.1. Systemy izochroniczne

W systemach izochronicznych wiadomości są przesyłane w stałym, z góry narzuconym rytmie. W systemach arytmicznych odstępy w czasie między wiadomościami mogą być nieregularne.

Zajmiemy się w tym rozdziale systemami izochronicznymi, a w dwóch następnych — systemami arytmicznymi.

Nadajnik systemu izochronicznego w ustalonych z góry momentach

$$t_1, t_2, t_3, \ldots$$

otrzymuje wiadomości ze źródła informacji i po kodowaniu przesyła odpowiednie sygnały do odbiornika. Odbiornik w momentach:

$$t'_1, t'_2, t'_3, \ldots$$

podejmuje decyzje

$$x^{*(1)}, x^{*(2)}, x^{*(3)}, \ldots, x^{*(j)}, \ldots,$$

gdzie $j$ — kolejny numer decyzji,
i przekazuje je do ujścia wiadomości. Zachodzi przy tym:

$$\Delta t = t_3 - t_2 = t_2 - t_1 = t_{j+1} - t_j = t'_3 - t'_2 = t'_2 - t'_1 = t'_{j+1} - t'_j. \tag{7}$$

Aby zależność (7) mogła być spełniona, nadajnik i odbiornik systemu muszą być synchronizowane. Sprowadza się to na ogół do umieszczenia w nadajniku i odbiorniku dokładnych zegarów. Różnice wskazań tych zegarów nie mogą przekraczać pewnej wartości, na ogół znacznie mniejszej od pojedynczego kroku $\Delta t$. Istnieją metody technicznej realizacji takich zegarów [3].

Błędna decyzja

$$x^{*(j)} = x_l,$$

gdy nadany był

$$x^{(j)} = x_m, \quad m \neq l,$$

powoduje, że na $j$-tym miejscu sekwencji wiadomości przekazanych do ujścia wiadomości znajduje się wiadomość fałszywa. Jakość systemu można oceniać na podstawie prawdopodobieństw błędnych decyzji, o ile tylko spełnione jest (7).

### 3.2. Systemy arytmiczne

W systemach arytmicznych nie jest spełnione (7). Zarówno nadajnik, jak i ujście wiadomości otrzymują wiadomość w nieregularnych odstępach czasu. Warunkiem stosowalności systemów arytmicznych jest niewrażliwość ujścia wiadomości na odstępy czasu między kolejnymi wiadomościami. Inaczej mówiąc, informacje o upływie czasu między kolejnymi wiadomościami nie mieszczą się w zbiorze (alfabecie) sygnałów wejściowych ujścia wiadomości. Pociąga to za sobą dwie ważne konsekwencje:

1) Kanał musi przenosić co najmniej jeden sygnał nie odpowiadający żadnej wiadomości ze zbioru wiadomości przekazywanych ze źródła do ujścia danych. Zbiór ten oznaczymy: $\{x_l\}$.

2) Ujście wiadomości musi otrzymywać od odbiornika systemu transmisyjnego oprócz decyzji

$$x^* \in \{x_l\},$$

gdzie $\in$ oznacza: „należy do zbioru",
również skalę czasu pozwalającą ponumerować decyzje, więc i odtworzyć sekwencję przesyłanych wiadomości.

Przykładem systemu arytmicznego może być telegrafia dalekopisowa. Do tej klasy trzeba zaliczyć także wszystkie systemy, w których poprawianie błędów jest oparte na powtarzaniu wątpliwie odebranych wiadomości, a więc i systemy ze sprzężeniem zwrotnym informacji.

Dla wyjaśnienia problemów synchronizacji w systemach arytmicznych, przyjmiemy prosty przykład systemu arytmicznego, w którym kanał przenosi $L+1$ sygnałów $s(x)$ odpowiadającym wiadomościom przekazywanym

$$x^* \in \{x_l\},$$

gdzie $l = 1, \ldots, L$,
oraz jednej wiadomości jałowej

$$x_0,$$

mającej sens: „jeszcze nie nadeszła żadna wiadomość". Odbiornik po otrzymaniu sygnału $y$ podejmuje decyzję

$$x^*(y) \in \{x_l\} \cup x_0,$$

gdzie $\cup$ oznacza sumę zbiorów,

i jeżeli

$$x^*(y) \in \{x_l\},$$

to przekazuje ją do ujścia wiadomości wraz z kolejnym impulsem skali czasu, a jeżeli

$$x^*(y) = x_0,$$

to decyzja ta zostaje zignorowana.

W powyższym przykładzie układ „nadajnik-odbiornik" przedstawia system izochroniczny, natomiast arytmiczność występuje w układzie „źródło—ujście" wiadomości.

Decyzję odbiornika $x^*(y)$ ze zbioru obejmującego wiadomość jałową

$$x^*(y) \in \{x_l\} \cup x_0$$

nazwiemy decyzją roboczą odbiornika, a decyzję przekazywaną do ujścia wiadomości — decyzją końcową.

W omawianym prostym przykładzie decyzja robocza staje się decyzją końcową, jeżeli

$$x^*(y) \in \{x_l\}.$$

Zobaczmy, jakie skutki pociągają za sobą błędy decyzji roboczej. Podzielimy te błędy na trzy rodzaje, które oznaczymy $B_1$, $B_s$, $B_g$:

— błąd rodzaju $B_1$ zachodzi, gdy po wysłaniu przez nadajnik sygnału

$$s(x_l), \quad l = 1, \ldots, L,$$

odbiornik podejmie decyzję

$$x^*(y) = x_m, \quad m = 1, \ldots, L, \quad m \neq l;$$

— błąd rodzaju $B_s$ zachodzi, gdy po wysłaniu przez nadajnik sygnału

$$s(x_l), \quad l = 1, \ldots, L,$$

odbiornik podejmie decyzję

$$x^*(y) = x_0;$$

— błąd rodzaju $B_g$ zachodzi, gdy po wysłaniu sygnału

$$s(x_0)$$

odbiornik podejmie decyzję.

$$x^*(y) = x_l, \quad l = 1, \ldots, L.$$

Błąd rodzaju $B_1$ wywołuje taki sam skutek, jak błąd decyzji w systemach izochronicznych, a więc pojawienie się w odebranej sekwencji fałszywej wiadomości.

Błąd rodzaju $B_s$ powoduje zanik w odebranej sekwencji jednej wiadomości. Jeżeli np. nadana była sekwencja

$$x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, x^{(4)}, x^{(5)}$$

i w trzecim kroku zaszedł błąd $B_s$, to ujście wiadomości otrzyma sekwencję:

$$x^{*(1)}, x^{*(2)}, x^{*(4)}, x^{*(5)}$$

numerując ją oczywiście jako

$$x^{*(1)}, x^{*(2)}, x^{*(3)}, x^{(4)}.$$

Błąd rodzaju $B_g$ powoduje generację w odebranej sekwencji dodatkowej wiadomości. Np. jeżeli po nadaniu ze źródła wiadomości sekwencji

$$x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, x^{(4)}$$

nadajnik wysłał sekwencję sygnałów

$$s(x^{(1)}), s(x^{(2)}), s(x_0), s(x^{(3)}), s(x^{(4)})$$

i zaszedł błąd rodzaju $B_g$ w trzecim kroku, to ujście otrzyma sekwencję:

$$x^{*(1)}, x^{*(2)}, x^{*(3)}, x^{*(4)}, x^{*(5)}.$$

### 3.3. Synchronizacja

Jak widać z rozpatrzonego w poprzednim rozdziale przykładu, skutki niektórych błędów decyzji roboczej w systemach arytmicznych powodują błędność następnych decyzji końcowych, nawet jeżeli powstały one z prawidłowych decyzji roboczych. Błąd rodzaju $B_s$ powoduje, że każda następna decyzja końcowa powstała z sygnału odpowiadającego wiadomości $x^{(j)}$ jest uważana za wynik przesłania poprzedniej wiadomości $x^{(j-1)}$. Odwrotnie, w przypadku błędu $B_g$ każda następna decyzja końcowa powstała z sygnału odpowiadającego wiadomości $x^{(j)}$ jest uważana za wynik przesłania następnej wiadomości $x^{(j+1)}$.

Jeżeli przesyłane wiadomości nie posiadały dodatkowej rozwlekłości, to pomijając kasowanie skutków błędu $B_s$ przez błąd $B_g$ i odwrotnie można by powiedzieć, że wszystkie decyzje końcowe po wystąpieniu błędu $B_s$ lub $B_g$ są błędne. Trzeba więc stosując system arytmiczny zastosować pewne środki umożliwiające synchronizację, czyli przywrócenie prawidłowej numeracji. Aby przeprowadzenie takiej synchronizacji było możliwe, konieczne jest przesyłanie pewnych dodatkowych informacji, a więc wprowadzenie pewnej rozwlekłości. Wielkość tej rozwlekłości i wybór optymalnej techniki synchronizacji zależy od rozkładu prawdopodobieństwa błędów $B_s$ i $B_g$.

Celowe wydaje się więc wyraźne wydzielenie dwóch etapów analizy systemów arytmicznych:

Etap I — Analiza układu izochronicznego „nadajnik-odbiornik" dająca w wyniku rozkłady prawdopodobieństw błędów poszczególnych rodzajów.

Etap II — Wybór optymalnej techniki synchronizacji przy wykorzystaniu wyników etapu I jako danych wyjściowych.

W niniejszym artykule zajmiemy się tylko etapem pierwszym. Etap drugi wymaga dalszych obszernych i pracochłonnych studiów. Można tu

zauważyć, że o ile systemy ze sprzężeniem zwrotnym decyzji posiadają już szereg publikacji na temat zachowania synchronizacji, np. [5], to analogiczne zagadnienie dla systemów ze sprzężeniem zwrotnym informacji pozostaje na razie nienapoczęte.

## 4. PROBLEM I METODYKA

Zagadnienie zastosowania sprzężenia zwrotnego informacji zawiera wiele problemów teoretycznych i technicznych, w przeważającej części dotychczas nie rozwiązanych. Danie pełnej oceny właściwości i warunków realizacji systemów przesyłania danych z użyciem sprzężenia zwrotnego informacji wydaje się sprawą ważną i dosyć pilną. Zadaniem niniejszego artykułu jest podanie metody umożliwiającej efektywną ocenę jakości systemów ze sprzężeniem zwrotnym informacji. Trzeba przy tym podkreślić, że podana metoda może być punktem wyjściowym dla dokonania oceny — artykuł bynajmniej nie pretenduje do rozwiązania całości problemu oceny systemów. Wynikiem rozważań artykułu są ogólne wzory na sprawność transmisji i prawdopodobieństwa błędów poszczególnych rodzajów według klasyfikacji rozdz. 3. Sprawność transmisji, oznaczana $R$, ma sens ilości informacji (w jednostkach binarnych) wysłanej z nadajnika, przypadającej na każdy przesłany przez kanał podstawowy element binarny.

Przyjęte zostaną następujące założenia:

Założenie 1. Wiadomości

Przesyłane są wiadomości $x_l$ ze zbioru skończonego $\{x_l\}$ o liczebności $L$. Wszystkie wiadomości ze zbioru $\{x_l\}$ są statystycznie niezależne i są równo prawdopodobne:

$$P_z(x_l) = \frac{1}{L}, \tag{8}$$

gdzie: $P_z(x_l)$ — prawdopodobieństwo, że kolejną, przesyłaną wiadomością jest $x_l$.

Założenie 2. Kanały

Kanały należą do klasy binarnych symetrycznych kanałów bezpamięciowych. Prawdopodobieństwo warunkowe otrzymania określonego ciągu $\vec{y}$ na wyjściu kanału, przy warunku, że nadany był ciąg $\vec{s}$, wynosi więc:

$$P(\vec{y}/\vec{s}) = P_z(\vec{z} = \vec{y} \oplus \vec{s}) = p^{w(\vec{z})}(1-p)^{n-w(\vec{z})}, \tag{9}$$

gdzie:

$P(\vec{y}/\vec{s})$ — prawdopodobieństwo warunkowe otrzymania na wyjściu kanału ciągu $\vec{y}$, przy warunku, że nadany był ciąg $\vec{s}$;

$P_z(\vec{z})$ — prawdopodobieństwo wystąpienia zakłóceń w postaci ciągu błędów $\vec{z}$;

$p$ — elementowa stopa błędów;

$w(\vec{z})$ — waga (liczba jedynek) ciągu $\vec{z}$;

$n$ — długość ciągów ($\vec{s}, \vec{y}$ oraz $\vec{z}$),

a więc odpowiada schematowi Bernoulliego. W dalszym ciągu artykułu prawdopodobieństwa odnoszące się do kanału podstawowego są oznaczane literą $T$, a prawdopodobieństwa odnoszące się do kanału zwrotnego — literą $S$.

Założenie 3. Droga powrotna

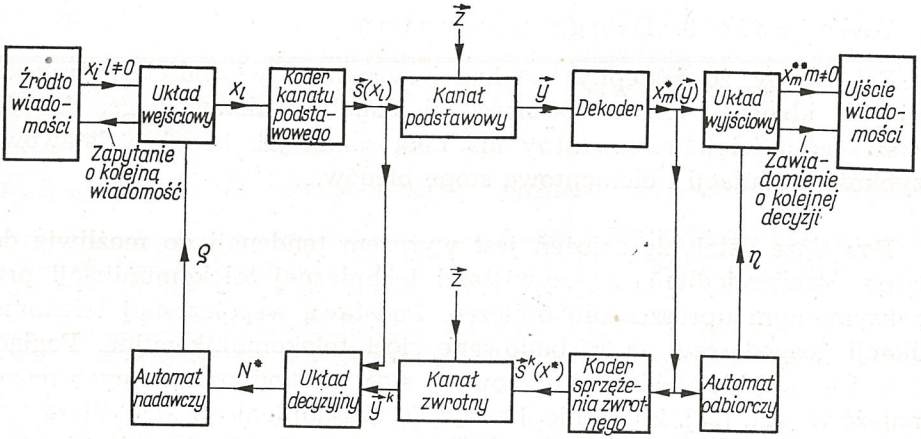
Zakładamy, że dostępny jest kanał zwrotny o własnościach transmisyjnych identycznych z własnościami kanału podstawowego. A więc w szczególności kanał zwrotny ma taką samą, jak kanał podstawowy, szybkość modulacji i elementową stopę błędów.

Powyższe ustalenie założeń jest wyrazem tendencji do możliwie dobrego odzwierciedlenia rzeczywistości technicznej telekomunikacji przy maksymalnym uproszczeniu obliczeń. Podstawą współczesnej telekomunikacji gospodarczej są rozbudowane sieci telekomunikacyjne. Poglądy o strukturze i kierunkach rozwojowych sieci telekomunikacyjnych można znaleźć w [22], [23]. Założenie 3 znajduje uzasadnienie w strukturze sieci telekomunikacyjnych. Założenie 2 umożliwia uzyskanie przejrzystych wyników rachunkowych, niezbyt przy tym odbiegających — zob. np. [2] — od wyników mierzonych w rzeczywistych kanałach. Założenie 1 ma charakter formalny i jest powszechnie przyjmowane w konstruktywnej teorii kodów.

Przeprowadzoną w następnych rozdziałach analizę oparto o metodę spojrzenia na system „od wewnątrz". Polega ona na badaniu skutków przebiegu procesu transmisji w każdym kroku. Metoda ta jest wygodna dla badania systemów arytmicznych. Zastosowanie w tym przypadku spojrzenia „od zewnątrz", powszechnie stosowanego dla badania systemów izochronicznych, doprowadziłoby do znacznych komplikacji. Spojrzenie „od zewnątrz" polega na badaniu warunkowych prawdopodobieństw decyzji (która jest decyzją końcową — przekazywaną do ujścia danych) przy warunku wysłania określonej wiadomości. Jeżeli weźmiemy pod uwagę widoczne z opisu systemu iteracyjnego SZI, podanego w rozdz. 3, fakty, a mianowicie: niemożność dokładnego (nieprobabilistycznego) określenia, czy dana wiadomość została już ostatecznie wysłana, czy też zostanie jeszcze powtórzona, oraz niemożność dokładnego (nieprobabilistycznego) określenia, w którym momencie (kroku) dana decyzja robocza staje się decyzją końcową, to trudności pojęciowe i rachunkowe związane z metodą „spojrzenia od zewnątrz" stają się oczywiste.

## 5. ZASADA DZIAŁANIA SYSTEMU ITERACYJNEGO SPRZĘŻENIA ZWROTNEGO INFORMACJI

Ogólny schemat blokowy systemu transmisyjnego ze sprzężeniem zwrotnym informacji jest przedstawiony na rys. 3. Zanim przejdziemy do szczegółowego omówienia poszczególnych bloków, zauważmy, że na schemacie tym zostały pominięte wszystkie urządzenia pamięciowe i opóźnieniowe mające zapewnić prawidłową pracę systemu mimo opóźnień czasowych wnoszonych przez kanały i urządzenia. Czytając schemat należy więc uważać, że wszystkie procesy transmisyjne i obliczeniowe zwią-




Rys. 3

zane z przesłaniem wiadomości w danym kroku (za krok uważamy wysłanie ciągu odpowiadającego jednej wiadomości do kanału podstawowego i wywołane tym procesy, aż do otrzymania sygnału $\varrho$) zostały zakończone przed wysłaniem wiadomości w następnym kroku.

### Źródło wiadomości

Źródło wiadomości w momentach czasu wyznaczonych przez system transmisyjny (na zapytanie systemu) przekazuje kolejne, przeznaczone do przesłania wiadomości do układu wejściowego.

Wiadomości należą do zbioru $\{x_l\}$. Zgodnie z przyjętymi w rozdz. 4 założeniami, wszystkie wiadomości ze zbioru $\{x_l\}$ są równoprawdopodobne, co można zapisać:

$$P_{\acute{z}}(x_l) = \frac{1}{L} = \text{const}. \tag{10}$$

### Układ wejściowy

Układ wejściowy jest urządzeniem pamięciowym sterowanym przez automat nadawczy. Zasadę działania układu wejściowego ilustruje rys. 4.

W e j ś c i a: — Ze źródła wiadomości:
wiadomość $x \in \{x_l\}$
— Z automatu nadawczego:
sygnały wyjściowe automatu
$$\varrho \in \{\varrho_o, \varrho_p, \varrho_n, \varrho_R\};$$
sens sygnałów $\varrho$ będzie opisany w dalszym ciągu.

W y j ś c i a: — Do źródła wiadomości:
zapytanie o następną wiadomość
— Do kodera kanału podstawowego:
wiadomość $x \in \{x_l\} \cup x_0$,
gdzie $x_0$ ma sens odrzucenia poprzedniej wiadomości.

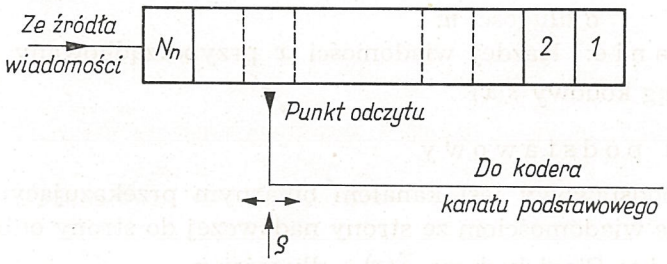
D z i a ł a n i e: W $N_n$ komórkach pamięciowych układu wejściowego zapisane są kolejno przekazane przez źródło wiadomości

$$x^{(j)}, x^{(j-1)}, \ldots, x^{(j-N_n+1)},$$

gdzie: $j$ — kolejny numer ostatnio przekazanej ze źródła do układu wejściowego wiadomości.

Odczytana i przesłana do kodera może być tylko wiadomość z komórki, w której znajduje się aktualnie punkt odczytu (rys. 4).

Zmiana zawartości pamięci może zachodzić tylko w następujący sposób: cała zawartość pamięci przesuwa się o jedną komórkę w prawo. Wia-




Rys. 4

domość z komórki o kolejnym numerze $i = 1$ ginie. Do zwolnionej komórki o numerze $i = N_n$ pobierana jest następna wiadomość ze źródła.

Odczytanie wiadomości, zmiana położenia punktu odczytu, zmiana zawartości pamięci mogą zachodzić tylko, gdy przyjdzie odpowiedni sygnał $\varrho$.

$\varrho_o$ (rozkaz powtórzenia) oznacza:
prześlij wiadomość znajdującą się w komórce, w której znajduje się punkt odczytu, do kodera kanału podstawowego.

$\varrho_p$ (rozkaz cofnięcia) oznacza:
jeżeli punkt odczytu znajduje się w komórce $i > 1$, to przesuń punkt odczytu z komórki $i$ do komórki $i-1$, prześlij wiadomość z komórki $i-1$ do kodera.

$\varrho_n$ (rozkaz kontynuacji) oznacza:
a) jeżeli punkt odczytu znajduje się w komórce o numerze $i < N_n$, to przesuń go do komórki $i+1$, prześlij wiadomość z komórki $i+1$ do kodera;
b) jeżeli punkt odczytu znajduje się w komórce $i = N_n$, to całą zawartość pamięci nadawczej przesuń o jedną komórkę w stronę $i = 1$; wiadomość, która znajdowała się w komórce $i = 1$, zostanie wymazana. Komórka $i = N_n$ zostanie opróżniona.
Pobierz następną wiadomość ze źródła wiadomości i zapisz ją w komórce $i = N_n$. Prześlij wiadomość z komórki $i = N_n$ do kodera.

$\varrho_R$ (rozkaz odrzucenia) oznacza:
prześlij do kodera wiadomość $x_0$ mającą sens odrzucenia poprzedniej wiadomości.

Koder kanału podstawowego

Koder kanału podstawowego zamienia otrzymane z układu wejściowego wiadomości na ciągi kodowe, które mogą być przesłane przez kanał.

Wejścia: Wiadomości:

$$x \in \{x_l\} \cup x_0$$

Wyjścia: Binarne ciągi kodowe

$$\vec{s}(x)$$

o długości $n$.

Działanie: Każdej wiadomości $x$ przyporządkowany jest jednoznacznie ciąg kodowy $\vec{s}(x)$.

Kanał podstawowy

Kanał podstawowy jest kanałem binarnym przekazującym ciągi odpowiadające wiadomościom ze strony nadawczej do strony odbiorczej.

Wejście: Ciągi kodowe $\vec{s}(x)$ o długości $n$.

Wyjście: Ciągi odebrane $\vec{y}$ o długości $n$.

Związek wyjścia z wejściem: Związek ten opisany jest przez rozkład warunkowych prawdopodobieństw odebrania ciągu $\vec{y}$ przy warunku, że nadany był konkretny ciąg $\vec{s}$:

$$T(\vec{y}/\vec{s}) \tag{11}$$

lub przez warunkowe prawdopodobieństwa wystąpienia wskutek zakłóceń ciągu błędów

$$z_t = \vec{z} = \vec{y} \oplus \vec{s},$$

gdzie: $z_t$ — błędy w kanale podstawowym,
przy warunku, że nadany był ciąg $\vec{s}$:

$$T_z(\vec{z}/\vec{s}). \tag{12}$$

Zgodnie z przyjętymi w rozdz. 4 założeniami:

$$T_z(\vec{z}/\vec{s}) = T_z(\vec{z}) = p^{w(\vec{z})}(1-p)^{n-w(\vec{z})}, \tag{13}$$

gdzie:

$T_z(\vec{z})$ — prawdopodobieństwo wystąpienia w kanale podstawowym konkretnego ciągu błędów $\vec{z}$;

$p$ — elementowa stopa błędów;

$w(\vec{z})$ — waga (liczba jedynek) ciągu błędów $\vec{z}$.

D e k o d e r

W e j ś c i a: Odebrane ciągi binarne $\vec{y}$.

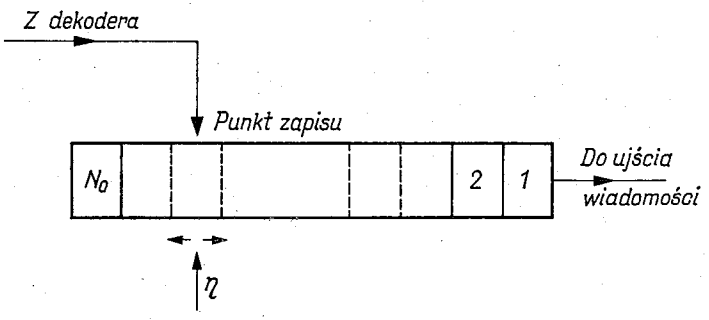
W y j ś c i a: Decyzje robocze:

$$x^*(\vec{y}) \in \{x_l\} \cup x_0.$$

D z i a ł a n i e: Każdemu ciągowi odebranemu $\vec{y}$ przyporządkowana jest jednoznacznie decyzja robocza $x^*(\vec{y})$.

U k ł a d w y j ś c i o w y

Układ wyjściowy jest urządzeniem pamięciowym sterowanym przez automat odbiorczy. Zasadę działania układu wyjściowego ilustruje rys. 5.




Rys. 5

W e j ś c i a: — Z dekodera:
decyzja robocza $x^*(\vec{y}) \in \{x_l\}$.
— Z automatu odbiorczego:
sygnały wyjściowe automatu
$\eta \in \{\eta_p, \eta_n, \eta_R, \eta_{RR}\}$.

W y j ś c i a: Do ujścia wiadomości:
— zawiadomienie o kolejnej decyzji końcowej
— decyzje końcowe
$x^{**} \in \{x_l\}$.

D z i a ł a n i e: W $N_o$ komórkach pamięciowych układu wyjściowego zostają zapisane kolejno otrzymane z dekodera decyzje robocze

$$x^* \in \{x_l\}.$$

Zapisanie decyzji roboczej może nastąpić jedynie w tej komórce pamięci, w której znajduje się punkt zapisu. Uprzednio zapisana decyzja robocza może zostać wymazana z komórki, w której znajduje się punkt zapisu. Cała zawartość pamięci może zostać przesunięta o jedną komórkę w prawo (rys. 5). Wtedy wiadomość, która znajdowała się w komórce o numerze $i = 1$, zostaje przekazana do ujścia wiadomości jako decyzja końcowa $x^{**}$.

Działanie układu wyznaczone jest przez sygnały $\eta$:

$\eta_p$ (rozkaz korekcji) oznacza:
zapisz decyzję roboczą $x^*$ w komórce, w której znajduje się punkt zapisu.

$\eta_n$ (rozkaz zapisu) oznacza:

a) jeżeli punkt zapisu znajduje się w komórce $i < N_o$, gdzie $N_o$ — pojemność pamięci odbiorczej, to przesuń go do komórki $i+1$; zapisz decyzję $x^*$ w komórce $i+1$;

b) jeżeli punkt zapisu znajduje się w komórce $i = N_o$, to przesuń całą zawartość pamięci odbiorczej o jedną komórkę w stronę $i = 1$. Komórka $i = N_o$ zostanie opróżniona: decyzja robocza $x^*$, która znajdowała się w komórce $i = 1$, zostaje przekazana do ujścia wiadomości jako decyzja końcowa $x^{**}$ wraz z zawiadomieniem o kolejnej decyzji końcowej. Zapisz ostatnią decyzję roboczą $x^*$ w komórce $i = N_o$.

$\eta_R$ (rozkaz wymazania) oznacza:
wymaż decyzję znajdującą się w komórce, w której znajduje się punkt zapisu.

$\eta_{RR}$ (rozkaz powtórnego wymazania) oznacza:
jeżeli punkt zapisu znajduje się w komórce $i > 1$, to przesuń go do komórki $i-1$. Wymaż decyzję znajdującą się w komórce $i-1$.

Ujście wiadomości

Ujście wiadomości, w momentach czasu wyznaczonych przez system transmisyjny (na zawiadomienie systemu), pobiera kolejną decyzję końcową

$$x^{**} \in \{x_l\}$$

jako przesłaną wiadomość.

Automat odbiorczy

Wprowadzimy tu następujące oznaczenia, które będą często używane w dalszym ciągu artykułu:

— akceptacją (oznaczenie $A$) nazwiemy zdarzenie polegające na wysłaniu wiadomości:

$$x \in \{x_l\},$$

— odrzuceniem (oznaczenie $R$) nazwiemy zdarzenie polegające na wysłaniu wiadomości

$$x = x_0$$

mającej sens „odrzucić poprzednią wiadomość".

— akceptacją po stronie odbiorczej (oznaczenie $A^o$) nazwiemy zderzenie polegające na otrzymaniu decyzji roboczej

$$x^* \in \{x_l\},$$

— odrzuceniem po stronie odbiorczej (oznaczenie $R^o$) nazwiemy zdarzenie polegające na otrzymaniu decyzji roboczej

$$x^* = x_0.$$

Automat odbiorczy jest automatem skończonym [1] o czterech stanach pokrywających się z sygnałami wyjściowymi i dwuelementowym alfabecie wejściowym.

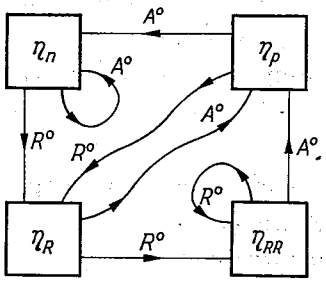
W e j ś c i a: Sygnał wejściowy przybiera znaczenie:

$$A^o, \quad \text{gdy} \quad x^* \in \{x_l\},$$
$$R^o, \quad \text{gdy} \quad x^* = x_0.$$

S t a n y i w y j ś c i a: Automat może znajdować się w jednym z 4 stanów:

$$\eta \in \{\eta_p, \eta_n, \eta_R, \eta_{RR}\}.$$

U z a l e ż n i e n i e s t a n ó w ( w y j ś ć) o d w e j ś ć i s t a n ó w p o p r z e d n i c h. Po przyjściu sygnału wejściowego automat przechodzi z poprzedniego stanu do następnego zgodnie ze strzałkami diagramu — rys. 6.




Rys. 6

Ponieważ możliwe są dwa sygnały wejściowe, więc z każdego prostokąta diagramu odpowiadającego stanowi automatu wychodzą dwie strzałki.

Na przykład: Jeżeli automat znajdował się w stanie $\eta_{RR}$, to po przyjściu sygnału wejściowego $A^o$ przejdzie do stanu $\eta_p$.

Koder sprzężenia zwrotnego

Koder sprzężenia zwrotnego zamienia otrzymane z dekodera decyzje robocze na ciągi kontrolne, które mogą być przesłane przez kanał zwrotny.

Wejścia: Decyzje robocze

$$x^* \in \{x_i\} \cup x_0.$$

Wyjście: Binarne ciągi kontrolne $\vec{s}^k(x^*)$ o długości $n$.

Działanie: Każdej decyzji roboczej $x^*$ przyporządkowany jest jednoznacznie ciąg kontrolny

$$\vec{s}^k(x^*).$$

Kanał zwrotny

Zgodnie z przyjętymi założeniami kanał zwrotny jest identyczny z kanałem podstawowym.

Wejścia: Ciągi kontrolne $\vec{s}^k(x^*)$
o długości $n$.

Wyjścia: Ciągi odebrane $\vec{y}^k$
o długości $n$.

Związek wyjścia z wejściem: Związek ten opisany jest przez rozkład prawdopodobieństwa wystąpienia ciągu błędów $z_s = \vec{z}$ (gdzie $z_s$ — błędy w kanale zwrotnym):

$$S_z(\vec{z}) = p^{w(\vec{z})}(1-p)^{n-w(\vec{z})}, \tag{14}$$

gdzie:

$S_z(\vec{z})$ — prawdopodobieństwo wystąpienia w kanale zwrotnym konkretnego ciągu błędów $\vec{z}$;
— pozostałe oznaczenia — jak we wzorze (13).

Układ decyzyjny

Wejścia: Z kodera kanału podstawowego
ciągi kodowe $\vec{s}$.
Z kanału zwrotnego
odebrane ciągi kontrolne $\vec{y}^k$.

Wyjścia: Decyzje nadajnika

$$N^* \in \{A \to BA;\ A \to R;\ R \to A;\ \bar{B}A;\ \bar{B}R\}.$$

Oznaczenia i sens oraz podział na dwa podzbiory poszczególnych decyzji $N^*$ podany jest w tablicy 1.

Działanie: Każdej parze $(\vec{s}(x), \vec{y}^k$ przyporządkowana jest w sposób jednoznaczny decyzja $N^*$. Sposób tego przyporządkowania, zwany regułą decyzyjną, podany jest w tablicy 2. Reguła decyzyjna, jak widać

z tablicy 2, zależy od wysłanej wiadomości. Można powiedzieć, że są dwie reguły decyzyjne — jedna dla zdarzenia $R$ ($x = x_0$), druga dla zdarzenia $A$ ($x \in \{x_l\}$).

Tablica 1

| Podzbiór $N^*$ | | $N^*$ | |
|---|---|---|---|
| Oznaczenie | Sens | Oznaczenie | Sens |
| $B$ | zaszedł błąd | $A \to BA$ | wiadomość została przekłamana na inną wiadomość (błędna wiadomość) |
| | | $A \to R$ | wiadomość została przekłamana na odrzucenie (błędne odrzucenie) |
| | | $R \to A$ | odrzucenie zostało przekłamane na wiadomość (błędna akceptacja) |
| $\overline{B}$ | nie było błędu | $\overline{B}A$ | wiadomość została przesłana prawidłowo (prawidłowa wiadomość) |
| | | $\overline{B}R$ | odrzucenie zostało przesłane prawidłowo (prawidłowe odrzucenie) |

W tablicy 2 został użyty, bliżej dotąd nie sprecyzowany, termin „odpowiada". Termin ten może być sprecyzowany dla konkretnego kodu. W tym artykule ograniczymy się do jego intuicyjnego rozumienia.

Tablica 2

| jeżeli | to gdy $R$ ($x = x_0$) | to gdy $A$ ($x \in \{x_l\}$) |
|---|---|---|
| odebrany ciąg kontrolny odpowiada wysłanej wiadomości $x$ | $N^* = \overline{B}R$ | $N^* = \overline{B}A$ |
| odebrany ciąg kontrolny nie odpowiada wysłanej wiadomości $x$ | $N^* = R \to A$ | jeżeli odebrany ciąg kontrolny odpowiada $x_0$ (odrzuceniu), $N^* = A \to R$ |
| | | jeżeli odebrany ciąg kontrolny nie odpowiada $x_0$ (odrzuceniu), $N^* = A \to BA$ |

Automat nadawczy

Automat nadawczy jest maszyną Moore'a, czyli automatem skończonym z przetwornikiem wyjściowym nie zależącym od wejścia [1].

Wejścia: Sygnałami wejściowymi są decyzje nadajnika

$$N^* \in \{A \to BA;\ A \to R;\ R \to A;\ \overline{B}A;\ \overline{B}R\}.$$

Wyjścia: Sygnałami wyjściowymi są

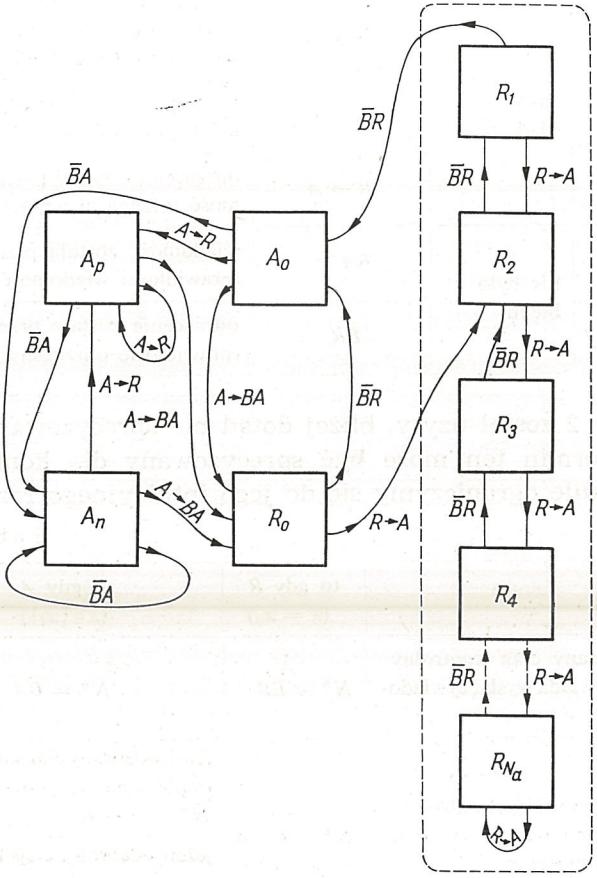
$$\varrho \in \{\varrho_o, \varrho_n, \varrho_p, \varrho_R\}.$$

Znaczenie sygnałów $\varrho$ opisane było wcześniej w tym rozdziale.

Stany: Automat może znajdować się w jednym ze stanów:

$$A_n, A_p, A_o, R_0, R_1, R_2, \ldots, R_{N_a}.$$

Uzależnienie stanów od wejść i stanów poprzednich dane jest przez diagram — rys. 7. Poszczególne prostokąty diagramu reprezentują stany. Po przyjściu sygnału wejściowego automat




Rys. 7

przechodzi ze stanu poprzedniego do stanu następnego zgodnie ze strzałkami diagramu. Przy każdej strzałce jest podane, jakiemu sygnałowi wejściowemu ona odpowiada.

Np. jeżeli automat był w stanie $A_n$, to po sygnale wejściowym $A \to R$ przejdzie do stanu $A_p$.

Uzależnienie wyjść od stanów:

Stanowi $A_n$ odpowiada sygnał wyjściowy $\varrho_n$,
„ $A_p$ „ „ „ $\varrho_p$,
„ $A_o$ „ „ „ $\varrho_o$.
Stanom $R_0, R_1, \ldots, R_{N_a}$ odpowiada sygnał $\varrho_R$.

Przykład

Dla wyjaśnienia sposobu czytania podanych opisów i diagramów rozpatrzymy przykład przebiegu procesu transmisji w dwóch kolejnych krokach. Załóżmy, że $\{x_l\}$ jest alfabetem łacińskim.

Przyjmijmy następujący stan początkowy:

Pamięć układu wejściowego:

| $i$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $x$ | $a$ | $l$ | $a$ |

Punkt odczytu układu wejściowego znajduje się w komórce

$$i = 2.$$

Pamięć układu wyjściowego:

| $i$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $x^*$ | $a$ | $m$ |

Punkt zapisu układu wyjściowego znajduje się w komórce

$$i = 2.$$

Stan automatu odbiorczego — $\eta_n$,
Stan automatu nadawczego — $R_0$.

Przebieg I kroku

Stanowi $R_0$ automatu nadawczego odpowiada sygnał wyjściowy $\varrho_R$. Sygnał $\varrho_R$ powoduje przesłanie z układu wejściowego do kodera wiadomości $x_0$. Wiadomość $x_0$ po zakodowaniu zostaje przesłana przez kanał podstawowy do dekodera.

Przyjmijmy np., że w kanale podstawowym nie wystąpiły zakłócenia. Dekoder podejmie więc decyzję roboczą

$$x^* = x_0$$

będącą dla automatu odbiorczego sygnałem wejściowym

$$R^o.$$

Automat odbiorczy przejdzie ze stanu $\eta_n$ do stanu $\eta_R$ i da sygnał wyjściowy $\eta_R$. Sygnał $\eta_R$ spowoduje, że układ wyjściowy wymaże zawartość komórki $i = 2$. Decyzja robocza zostanie jednocześnie poprzez koder sprzężenia zwrotnego i kanał zwrotny przesłana do układu decyzyjnego.

Przyjmijmy np., że w kanale zwrotnym nie wystąpiły zakłócenia. Układ decyzyjny podejmie decyzję

$$N^* = \overline{B}R$$

będącą sygnałem wejściowym automatu nadawczego. Automat nadawczy przejdzie ze stanu $R_0$ do stanu $A_o$.

Stan układu po I kroku.

Pamięć układu wejściowego:

| $i$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $x$ | $a$ | $l$ | $a$ |

Punkt odczytu układu wejściowego:

$$i = 2.$$

Pamięć układu wyjściowego:

| $i$ | 1 |
|---|---|
| $x$ | $a$ |

Punkt zapisu układu wyjściowego:

$$i = 2.$$

Stan automatu odbiorczego — $\eta_R$,
Stan automatu nadawczego — $A_o$.

Przebieg II kroku.

Stanowi $A_o$ odpowiada sygnał $\varrho_o$. Sygnał $\varrho_o$ powoduje, że układ wejściowy przesyła wiadomość $x = l$ z komórki $i = 2$.

Przyjmijmy np., że w kanale podstawowym nie było zakłóceń. Decyzja dekodera będzie:

$$x = l.$$

Sygnałem wejściowym automatu odbiorczego będzie więc:

$$A^o.$$

Automat odbiorczy przejdzie ze stanu $\eta_R$ do stanu $\eta_p$ i da sygnał wyjściowy $\eta_p$. Sygnał $\eta_p$ spowoduje, że decyzja robocza $x^* = l$ zostanie zapisana w komórce $i = 2$. Jednocześnie decyzja robocza zostaje przesłana przez kanał zwrotny. Przyjmijmy np., że w kanale zwrotnym nie było zakłóceń. Układ decyzyjny podejmie decyzję

$$N^* = \overline{B}A.$$

Automat nadawczy przejdzie ze stanu $A_o$ do stanu $A_n$.

Stan układu po II kroku.

Pamięć układu wejściowego:

| $i$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $x$ | $a$ | $l$ | $a$ |

Punkt odczytu układu wejściowego:

$$i = 2.$$

Pamięć układu wyjściowego:

| $i$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $x$ | $a$ | $l$ |

Punkt zapisu układu wyjściowego:

$$i = 2.$$

Stan automatu odbiorczego — $\eta_p$.
Stan automatu nadawczego — $A_n$.

## 6. BŁĘDY

W rozdziale tym stworzymy podstawy do wyprowadzenia metod liczenia prawdopodobieństw 3 rodzajów błędów omówionych w rozdz. 3. W tym celu zbadamy, jak może przebiegać proces transmisji pojedynczego ciągu.

Do procesu transmisji pojedynczego ciągu zaliczamy następujące elementy (rys. 3):

1) przesłanie wiadomości $x$ z układu wejściowego do kodera zgodnie z sygnałem wyjściowym $\varrho$ automatu nadawczego;
2) kodowanie;
3) przesłanie ciągu przez kanał podstawowy;
4) podjęcie decyzji roboczej $x^*$ przez dekoder;
5) przekazanie decyzji roboczej $x^*$ do automatu odbiorczego;
6) wytworzenie sygnału wyjściowego $\eta$ automatu odbiorczego;
7) przekazanie decyzji roboczej $x^*$ do układu wyjściowego, który wykorzysta ją zgodnie z sygnałem wyjściowym $\eta$ automatu odbiorczego;
8) przekazanie decyzji roboczej $x^*$ do kodera sprzężenia zwrotnego, który wytworzy ciąg kontrolny;
9) przesłanie ciągu kontrolnego przez kanał zwrotny;
10) podjęcie decyzji $N^*$ nadajnika przez układ decyzyjny i przekazanie jej do automatu nadawczego;
11) wytworzenie sygnału wyjściowego $\varrho$ automatu nadawczego.

Sygnałem wejściowym układu wyjściowego i automatu odbiorczego jest decyzja robocza $x^*$. Sygnałem wejściowym automatu nadawczego jest decyzja nadajnika $N^*$, zależna — jak podano w rozdz. 5 — od sygnału nadanego $x$. Przy badaniu procesu transmisji wystarczy więc wziąć pod uwagę tylko trzy zmienne:

$$x, x^*, N^*$$

i ich wzajemne zależności.

Zmienna $x$ może przybierać $L+1$ wartości

$$x_l, \quad l = 0, 1, ..., L.$$

Ponieważ interesuje nas tutaj ogólny wynik transmisji w postaci jej prawidłowości lub błędów, a nie przesłany tekst, więc wystarczą nam dwie wartości zmiennej $x$, a mianowicie:

$x = R$, gdy $x = x_0$, co oznacza „wysłano odrzucenie";

$x \in A$, gdy $x = x_l$, $l = 1, ..., L$, co oznacza „wysłano wiadomość".

Zmienna $x^*$ również może przybierać $L+1$ wartości. Dla badania błędów wystarczą nam 3 wielkości:

$x^* = R$, gdy $x^* = x_0$, co oznacza „odebrano odrzucenie";

$x^* = \bar{B}A^o$, gdy $x^* = x_l$, $l = 1, ..., L$, co oznacza „odebrano prawidłową wiadomość".

przy warunku, że nadana była $x = x_l$;

$x^* = BA^o$, gdy $x^* = x_m$, $m = 1, ..., L$, co oznacza „odebrano błędną wiadomość".

$$m \neq l$$

przy warunku, że nadana była $x = x_l$, $l = 0, 1, ..., L$.

Zmienna $N^*$ może przybierać 5 wartości podanych w tablicy 1.

$$N^* = \bar{B}R,$$

$$N^* = R \to A,$$

$$N^* = \bar{B}A,$$

$$N^* = A \to BA,$$

$$N^* = A \to R.$$

**Każdy możliwy przebieg procesu transmisji pojedynczego ciągu możemy teraz przyporządkować pewnemu punktowi trójwymiarowej przestrzeni podając jego współrzędne**

$$x, x^*, N^*.$$

Punktów takich jest $2 \times 3 \times 5 = 30$ (rys. 8). Nie wszystkie jednak są dopuszczalne (nie odpowiadają żadnemu możliwemu przebiegowi transmisji). Jeżeli

$$x = R,$$

to niedopuszczalne są, jak wynika z tablicy 2, współrzędne:

$$N^* = \bar{B}A,$$

$$N^* = A \to BA,$$

$$N^* = A \to R.$$

Jeżeli $x \in A$, to z tablicy 2 widać, że niedopuszczalne są:

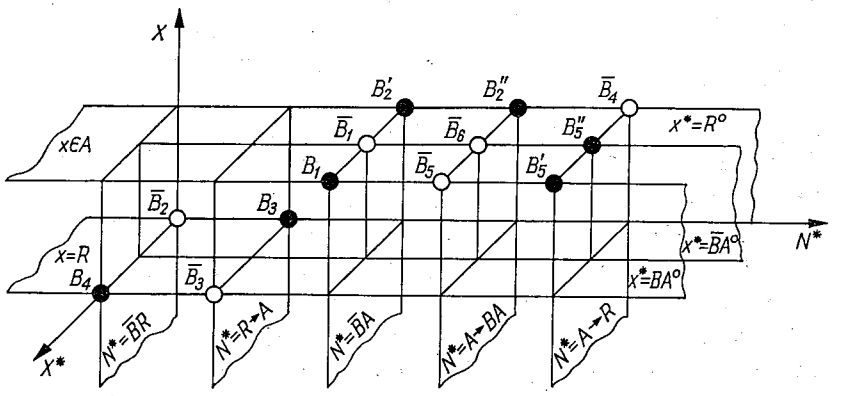
$$N^* = \bar{B}R,$$

$$N^* = R \to A.$$

Poza tym, jeżeli $x = R$, to z określenia przyjętych wartości współrzędnej $x^*$ wynika, że niedopuszczalne są:

$$x^* = \bar{B}A^o.$$

Pozostaje 13 punktów reprezentujących wszystkie możliwe przebiegi procesu transmisji. Punkty te pokazane są na rys. 8 jako puste kółka oznaczone literą $\bar{B}$ z numerem lub zaczernione kółka oznaczone literą $B$ z numerem.




Rys. 8

Rozpatrzmy teraz kolejno te reprezentacje procesów transmisji pod kątem skutków, jakie powodują w sekwencji decyzji końcowych.

$\bar{B}_1$ — współrzędne: $x \in A$, $x^* = \bar{B}A^o$, $N^* = \bar{B}A$.
Wiadomość została przesłana prawidłowo i nadajnik został o tym powiadomiony. Przypadek ten nie powoduje błędów końcowych.

$\bar{B}_2$ — współrzędne: $x = R$, $x^* = R^o$, $N^* = \bar{B}R$.
Odrzucenie zostało przesłane prawidłowo i nadajnik został o tym powiadomiony. Przypadek ten nie powoduje błędów końcowych.

$\bar{B}_3$ — współrzędne: $x = R$, $x^* = BA^o$, $N^* = R \to A$.
Odrzucenie zostało przekłamane na jakąś wiadomość, ale nadajnik został o tym powiadomiony. Wobec tego automat nadawczy — rys. 7 — podejmie proces korygujący, polegający na wysłaniu dwóch sygnałów „odrzucić". Przypadek ten nie powoduje błędów końcowych.

$\bar{B}_4$ — współrzędne: $x \in A$, $x^* = R^o$, $N^* = A \to R$.
Wiadomość została przekłamana na odrzucenie, ale nadajnik został o tym powiadomiony. Automat nadawczy podejmie proces korygujący, polegający na kontynuowaniu transmisji poczynając od wia-

domości poprzedzającej tę, która uległa przekłamaniu na odrzucenie. Przypadek ten nie powoduje więc błędów końcowych.

$\ddot{B}_5$ — współrzędne: $x \in A$, $x^* = BA^o$, $N^* = A \to BA$.
Wiadomość została przekłamana na inną wiadomość, ale nadajnik został o tym powiadomiony. Automat nadawczy podejmie proces korygujący, polegający na wysłaniu odrzucenia i powtórzeniu błędnej wiadomości. Przypadek ten nie powoduje więc błędów końcowych.

$\bar{B}_6$ — współrzędne: $x \in A$, $x^* = \bar{B}A^o$, $N^* = A \to BA$.
Wiadomość została przesłana prawidłowo, ale nadajnik został wskutek błędów sprzężenia zwrotnego powiadomiony, że odebrana została błędna wiadomość. Automat nadawczy spowoduje więc wysłanie odrzucenia, które wymaże przesłaną (prawidłową) wiadomość, a następnie powtórzenie tej wiadomości. Przypadek ten powoduje więc obniżenie sprawności transmisji, ale błędów końcowych nie wnosi.

$B_1$ — współrzędne: $x \in A$, $x^* = BA^o$, $N^* = \bar{B}A$.
Wiadomość została przekłamana na inną wiadomość. Wskutek błędów sprzężenia zwrotnego (SZ) nadajnik został powiadomiony, że odebrano prawidłową wiadomość, czyli błąd kanału podstawowego nie został wykryty. Automat nadawczy nie podejmie więc procesu korygującego i w decyzjach końcowych znajdzie się jedna błędna wiadomość. Przypadek ten nazywać dalej będziemy błędem typu $B_1$. Błąd typu $B_1$ jest jednym z elementów (jak zobaczymy dalej — jedynym) zbioru błędów $B_1$ wg klasyfikacji z rozdz. 3.

$B_2'$ — współrzędne: $x \in A$, $x^* = R^o$, $N^* = \bar{B}A$.
Wiadomość została przekłamana na odrzucenie. Wskutek błędów SZ błąd kanału podstawowego nie został wykryty. Automat nadawczy nie podejmie procesu korygującego i w sekwencji decyzji końcowych zanikną dwie wiadomości: ta która została przekłamana na odrzucenie, oraz poprzednia, ponieważ zostanie wymazana przez fałszywe odrzucenie.

$B_2''$ — współrzędne: $x \in A$, $x^* = R^o$, $N^* = A \to BA$.
Wiadomość została przekłamana na odrzucenie. Wskutek błędów SZ nadajnik został powiadomiony, że odebrana została błędna wiadomość (a nie odrzucenie). Automat nadawczy podejmie proces korygujący odpowiedni dla błędnej wiadomości, a więc spowoduje wysłanie odrzucenia i powtórzenie przekłamanej wiadomości. W końcowej sekwencji w rezultacie zanikną dwie wiadomości — ta, która została wymazana przez fałszywe odrzucenie, i poprzednia, ponieważ została wymazana spowodowanym przez automat odrzuceniem.

Alternatywę dwóch ostatnich przypadków:

$$B_2' \overline{\cup} B_2''$$

będziemy dalej nazywali błędem typu $B_2$. Błąd typu $B_2$ należy do błędów rodzaju $B_s$ wg klasyfikacji z rozdz. 3. Zwróćmy przy tym uwagę, że tutaj i w dalszym ciągu błędy rodzaju $B_s$ i $B_g$ powodują stratę i generację dwóch wiadomości w sekwencjach końcowych, a nie jednej, jak było w prostym przykładzie rozpatrywanym poprzednio.

$B_3$ — współrzędne: $x = R$, $x^* = R^o$, $N^* = R \to A$.

Odrzucenie zostało przesłane prawidłowo, ale wskutek błędnego SZ nadajnik został powiadomiony, że odebrana została błędna wiadomość. Automat nadawczy spowoduje więc wysłanie dwóch odrzuceń, które wymażą dwie poprzednio zanotowane w układzie wyjściowym decyzje robocze. W sekwencji końcowej znikną dwie wiadomości. Przypadek $B_3$ będziemy nazywali błędem typu $B_3$. Błąd typu $B_3$ należy do błędów rodzaju $B_s$.

$B_4$ — współrzędne: $x = R$, $x^* = BA^o$, $N^* = \bar{B}R$.

Odrzucenie zostało przekłamane na błędną wiadomość. Wskutek błędów SZ przekłamanie to nie zostało wykryte i automat nadawczy nie podejmuje procesu korygującego. W sekwencji końcowej powstają dwie dodatkowe wiadomości: ta która miała być wymazana przez wysłane odrzucenie i ta która powstała z przekłamania odrzucenia na wiadomość. Przypadek ten będziemy nazywali błędem typu $B_4$. Należy on do błędów rodzaju $B_g$.

$B_5'$ — współrzędne: $x \in A$, $x^* = BA^o$, $N^* = A \to R$.

Wiadomość została przekłamana na inną wiadomość. Wskutek błędów SZ nadajnik został powiadomiony, że odebrane zostało odrzucenie. Automat nadawczy spowoduje proces korygujący odpowiedni dla fałszywego odrzucenia, polegający na powtórzeniu dwóch wiadomości: poprzedniej i ostatnio przesłanej. W sekwencji końcowej pojawią się więc te dwie dodatkowe wiadomości.

$B_5''$ — współrzędne: $x \in A$, $x^* = \bar{B}A^o$, $N^* = A \to R$.

Wiadomość została przesłana prawidłowo. Wskutek błędów SZ nadajnik został powiadomiony, że zostało odebrane odrzucenie. Automat nadawczy spowoduje więc powtórzenie dwóch ostatnich wiadomości i w sekwencji końcowej pojawią się dwie dodatkowe wiadomości.

Alternatywę dwóch ostatnich przypadków

$$B_5' \overline{\cup} B_5''$$

będziemy nazywali błędem typu $B_5$. Należy on do błędów rodzaju $B \quad x_g$.

Te spośród ww. przypadków, które dają błędy końcowe, podane zostały w tablicy 3 wraz z krótkimi opisami zakłóceń w kanale podstawowym i zwrotnym, które je powodują.

Tablica 3

| Rodzaj błędu | Typ błędu | Nadano | Zakłócenia w kanale podstawowym | Zakłócenia w kanale zwrotnym | Skutek |
|---|---|---|---|---|---|
| $B_1$ | $B_1$ | wiadomość $x_{l\,l\neq 0}$ | Zakłócenia zmieniające jedną wiadomość na inną | Zakłócenia powodujące niewykrycie zakłóceń kanału podstawowego (decyzję $N^* = \bar{B}A$) | Jedna błędna wiadomość |
| $B_s$ | $B_2$ ($B_2'$) | wiadomość $x_{l\,l\neq 0}$ | Zakłócenia zmieniające wiadomość na odrzucenie | Zakłócenia powodujące niewykrycie zakłóceń kanału podstawowego (decyzję $N^* = \bar{B}A$) | Strata dwóch wiadomości |
| | $B_2$ ($B_2''$) | wiadomość $x_{l\,l\neq 0}$ | Zakłócenia zmieniające wiadomość na odrzucenie | Zakłócenia powodujące decyzję $N^* = (A \to BA)$ | Strata dwóch wiadomości |
| | $B_3$ | odrzucenie $x_0$ | Brak zakłóceń lub zakłócenia powodujące odebranie odrzucenia (zakłócenie skorygowane) | Zakłócenia powodujące decyzję $N^* = (R \to A)$ | Strata dwóch wiadomości |
| $B_g$ | $B_4$ | odrzucenie $x_0$ | Zakłócenia powodujące zmianę odrzucenia na akceptację | Zakłócenia powodujące niewykrycie zakłóceń kanału podstawowego (decyzję $N^* = \bar{B}R$) | Generacja dwóch wiadomości |
| | $B_5$ ($B_5'$) | wiadomość $x_{l\,l\neq 0}$ | Zakłócenia zmieniające jedną wiadomość na inną | Zakłócenia powodujące decyzję $N^* = (A \to R)$ | Generacja dwóch wiadomości |
| | $B_5$ ($B_5''$) | wiadomość $x_{l\,l\neq 0}$ | Brak zakłóceń lub zakłócenia nie zmieniające wiadomości (zakłócenia skorygowane) | Zakłócenia powodujące decyzję $N^* = (A \to R)$ | Generacja dwóch wiadomości |

## 7. ZBIÓR ZDARZEŃ ELEMENTARNYCH SYSTEMU

Spośród składających się na system bloków — rys. 3 — tylko 3 wymagają opisu statystycznego:

— źródło wiadomości,

— kanał podstawowy,

— kanał zwrotny.

Stany i wyjścia pozostałych bloków są całkowicie zdeterminowane przez ich wejścia i ewentualnie poprzednie stany. Ponieważ jednak wejścia wszystkich bloków zależą od wyjść bloków o własnościach statystycznych, to zachowanie się całego systemu może być opisane jedynie w sposób probabilistyczny.

Jako podstawę do dalszych analiz probabilistycznych określimy w tym rozdziale zbiór zdarzeń elementarnych, do którego będą się odnosiły wszystkie dalej występujące prawdopodobieństwa. Punktem wyjściowym do określenia zbioru zdarzeń elementarnych dla systemu są zbiory zdarzeń elementarnych poszczególnych bloków probabilistycznych.

**Źródło wiadomości.** Zdarzenie elementarne polega na tym, że pewna kolejna wiadomość przekazywana ze źródła do układu wejściowego lub znajdująca się już w pewnej komórce pamięciowej układu wejściowego jest konkretną wiadomością $x_l$, należącą do zbioru $\{x_l\}$:

$$(x = x_l).$$

Zbiór zdarzeń elementarnych dla źródła

$$\mathcal{C}_{ź}$$

jest utworzony ze zdarzeń elementarnych

$$(x = x_l),$$

gdy $x_l$ przybiera wszystkie postacie ze zbioru $\{x_l\}$.
Na zbiorze $\mathcal{C}_{ź}$ określone są prawdopodobieństwa $P_{ź}(x_l)$ [zob. wzór (10)] opisujące źródło.

**Kanał podstawowy.** Zdarzenie elementarne polega na tym, że w pewnym kroku wystąpił konkretny ciąg błędów $\vec{z}_l$:

$$(z_t = \vec{z}_l).$$

Zbiór zdarzeń elementarnych dla kanału podstawowego

$$\mathcal{C}_t$$

jest utworzony ze zdarzeń

$$(z_t = \vec{z}_l),$$

gdy $\vec{z}_l$ przybiera wszystkie możliwe postacie (postaci takich jest $2^n$, gdzie $n$ — długość ciągu).

Na zbiorze $\mathcal{C}_t$ są określone prawdopodobieństwa $T_z(\vec{z}_l)$ opisujące kanał podstawowy.

**Kanał zwrotny.** Zdarzenie elementarne polega na tym, że w pewnym kroku wystąpił konkretny ciąg błędów $\vec{z}_l$:

$$(z_s = \vec{z}_l).$$

Zbiór zdarzeń elementarnych dla kanału zwrotnego

$$\mathcal{C}_s$$

jest utworzony ze zdarzeń

$$(z_s = \vec{z}_l),$$

gdy $\vec{z}_l$ przybiera wszystkie możliwe postacie (postaci takich jest $2^n$).

Na zbiorze $\mathcal{C}_s$ są określone prawdopodobieństwa $S_z(\vec{z}_l)$ opisujące kanał zwrotny.

**Zbiór zdarzeń elementarnych systemu** określimy jako iloczyn kartezjański wyżej określonych trzech zbiorów:

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_{\dot{z}} \times \mathcal{C}_t \times \mathcal{C}_s.$$

Łatwo sprawdzić, że poprzedni stan systemu oraz zdarzenie elementarne ze zbioru $\mathcal{C}$ wyznacza jednoznacznie aktualny stan systemu. Za stan systemu należy uważać zbiór wszystkich wejść, wyjść i stanów poszczególnych bloków.

W dalszym ciągu artykułu przyjmiemy 3 założenia dotyczące opisanych schematów:

1°. Przyjmiemy, że liczba $N_n$ komórek pamięci nadawczej jest tak duża, że prawdopodobieństwo osiągnięcia przez punkt odczytu (rys. 4) komórki $i = 1$ jest znikomo małe. Oznacza to, że w pamięci nadawczej przechowuje się tak dużo wysłanych wiadomości, że znikome jest prawdopodobieństwo, aby trzeba było powtórnie wysłać najstarszą z nich.

2°. Przyjmiemy, że liczba $N_o$ komórek pamięci odbiorczej jest tak duża, że prawdopodobieństwo osiągnięcia przez punkt zapisu (rys. 5) $i = 1$ jest znikomo małe. Oznacza to, że każda decyzja robocza jest tak długo przechowywana w pamięci odbiorczej przed przekazaniem do ujścia wiadomości (a więc uznaniem za decyzję końcową), że znikome staje się prawdopodobieństwo wymazania jej i zastąpienia inną decyzją roboczą.

3°. Liczba $N_a$ stanów $R_1$, $R_2$, ..., $R_{N_a}$ automatu nadawczego jest tak duża, że prawdopodobieństwo osiągnięcia stanu $R_{N_a}$ jest znikomo małe.

Powyższe założenia nie są abstrakcyjne, gdyż dla realnych kanałów za dostatecznie duże można uznać już liczby rzędu kilkunastu.

Przy tych założeniach system iteracyjnego SZI w przypadku bezbłędnego sprzężenia zwrotnego zapewnia, jak można sprawdzić, bezbłędną transmisję pomimo błędów kanału podstawowego. W przypadku bezbłędnego sprzężenia zwrotnego decyzja $N^*$ stanowi wiarygodną informację o decyzji roboczej odbiornika.

Jak wynika z opisanej zasady działania, w przypadku gdy decyzja robocza jest błędną wiadomością, wystąpi $N^* = A \to BA$ i wysłane zostanie odrzucenie, a potem powtórzona ostatnia wiadomość. Jeżeli odrzucenie zostanie przekłamane na wiadomość, to zostaną wysłane dwa odrzucenia: jedno wymaże fałszywą wiadomość powstałą z odrzucenia, a drugie — przekłamaną wiadomość.

Przekłamanie wiadomości na odrzucenie powoduje wysłanie poprzedniej wiadomości (gdyż została ona wymazana przez fałszywe odrzucenie) i następnie powtórzenie przekłamanej wiadomości. Jak widać z rys. 7, powstanie błędu w trakcie procesu poprawy poprzedniego błędu, wtrąca

w ten proces dodatkowy proces poprawy nowego błędu, po ukończeniu którego kontynuowany jest poprzedni proces.

Przy zachowaniu przyjętych założeń żadne nawarstwienie błędów nie powoduje błędu decyzji końcowej.

Oczywiście, gdy sprzężenie zwrotne jest obarczone błędami, sprawa nie przedstawia się tak idealnie. W decyzjach końcowych mogą być w takim przypadku błędy omówione w rozdz. 3.

## 8. WŁAŚCIWOŚCI STATYSTYCZNE AUTOMATU NADAWCZEGO

Stan automatu nadawczego w danym kroku jest zdeterminowany przez stan oraz sygnał wejściowy w poprzednim kroku.

Sygnałem wejściowym automatu jest decyzja $N^*$, która jest funkcją określoną na zbiorze

$$\mathcal{C} \times \{A, R\}$$

utworzonym ze zbioru $\mathcal{C}$ zdarzeń elementarnych systemu oraz dwuelementowego zbioru wartości parametru reguły decyzyjnej podanej w tabl. 2.

Dla ustalonego stanu automatu ustalona jest wartość parametru reguły decyzyjnej i $N^*$ jest funkcją określoną na zbiorze zdarzeń elementarnych $\mathcal{C}$, a więc jest **zmienną losową** określoną na tym zbiorze. Ponieważ, zgodnie z przyjętymi założeniami, prawdopodobieństwa zdarzeń elementarnych nie zależą od numeru kroku, więc i określona na nich zmienna losowa również ma rozkład niezależny od numeru kroku.

Mamy więc dla każdego stanu automatu ustalony rozkład prawdopodobieństwa sygnałów wejściowych, a co za tym idzie i ustalony, niezależny od stanów poprzednich rozkład prawdopodobieństw przejścia między stanami.

Przyjmijmy, że zdarzenie polegające na zajmowaniu przez automat określonego stanu jest zdarzeniem elementarnym. Zbiór zdarzeń elementarnych:

$$\mathcal{C}_a = \{A_n, A_p, A_o, R_0, R_1, \ldots, R_{N_a}\}$$

automatu nadawczego wraz z prawdopodobieństwami przejścia tworzy, jak wynika z powyższych rozważań, proces Markowa.

Proces ten jest ergodyczny. Z diagramu — rys. 7 — widać mianowicie, że można znaleźć takie $k$, dla którego prawdopodobieństwo przejścia w $k$ krokach między dowolnymi stanami będzie dodatnie. Oznacza to spełnienie założeń twierdzenia ergodycznego [11]. Istnieją więc prawdopodobieństwa ergodyczne zdarzeń elementarnych zbioru $\mathcal{C}_a$:

$$P(A_n), P(A_p), P(A_o), P(R_0), P(R_1), \ldots, P(R_{N_a}).$$

Fakt ten będzie podstawą do wyprowadzenia średnich prawdopodobieństw akceptacji i odrzucenia w następnym rozdziale.

Zajmiemy się teraz prawdopodobieństwami przejścia. Podstawą do ich sprecyzowania jest zbiór $\mathcal{C}$ zdarzeń elementarnych systemu. Prawdopodobieństwo zdarzenia ze zbioru $\mathcal{C}$ oznaczymy:

$$P(x = x_l, z_t = \vec{z}_{l'}, z_s = \vec{z}_{l''}) \tag{15}$$

i zinterpretujemy go następująco: (15) jest łącznym prawdopodobieństwem, że w konkretnej komórce układu wejściowego (w tej, w której znajduje się w danym kroku punkt odczytu) jest zapisana wiadomość $x_l$, że w kanale podstawowym wystąpiły zakłócenia $z_t = \vec{z}_{l'}$, że w kanale zwrotnym wystąpiły zakłócenia $z_s = \vec{z}_{l''}$,

Prawdopodobieństwo, że w dowolnej, ale ustalonej komórce układu wejściowego znajduje się wiadomość $x = x_l$, dane jest przez

$$P_{\dot{z}}(x_l) \tag{16}$$

prawdopodobieństwo opisujące źródło wiadomości.

Prawdopodobieństwo, że w kanale podstawowym wystąpiły zakłócenia $z_t = \vec{z}_{l'}$, dane jest przez

$$T_z(\vec{z}_{l'}) \tag{17}$$

prawdopodobieństwo opisujące kanał podstawowy.

Prawdopodobieństwo, że w kanale zwrotnym wystąpiły zakłócenia $z_s = \vec{z}_{l''}$, dane jest przez

$$S_z(\vec{z}_{l''}) \tag{18}$$

prawdopodobieństwo opisujące kanał zwrotny.

Ponieważ prawdopodobieństwa (16), (17) i (18) są z założenia niezależne, więc

$$P(x = x_l, z_t = \vec{z}_{l'}, z_s = \vec{z}_{l''}) = P_{\dot{z}}(x_l) \cdot T_z(\vec{z}_{l'}) \cdot S_z(\vec{z}_{l''}). \tag{19}$$

Jeżeli automat znajdował się np. w stanie $A_n$, to z układu wejściowego do kodera przesłana zostanie wiadomość zapisana w komórce pamięciowej układu wejściowego, a więc wiadomość

$$x \in \{x_l\}.$$

Prawdopodobieństwo przejścia ze stanu $A_n$ do stanu $R_0$ (rys. 7) będzie więc równe warunkowemu prawdopodobieństwu $D(BA/A)$ wystąpienia decyzji

$N^* = A \to BA$ przy warunku, że wysłana jest którakolwiek wiadomość $x \in \{x_l\}$

$$D(BA/A) = \sum_{\substack{\{x_l, \vec{z}_{l'}, \vec{z}_{l''}\} \Longrightarrow N^* = A \to BA \\ \vec{s} = \vec{s}(x_l)}} P_{\dot{z}}(x_l) T_z(\vec{z}_{l'}) S_z(\vec{z}_{l''}), \tag{20}$$

gdzie:

$\{x_l, \vec{z}_{l'}, \vec{z}_{l''}\} \underset{\vec{s} = \vec{s}(x_l)}{\Longrightarrow} N^* = A \to BA$ oznacza, że sumowanie rozciąga się na wszystkie takie trójki $\{x_l, \vec{z}_{l'}, \vec{z}_{l''}\}$, które powodują decyzję nadajnika $N^* = A \to BA$, przy warunku, że do kanału podstawowego zostanie wysłany sygnał $\vec{s} = \vec{s}(x_l)$.

Jeżeli automat znajdował się np. w stanie $R_0$, to z układu wejściowego zostanie przesłana do kodera wiadomość $x = x_0$ niezależnie od tego, jaka wiadomość jest zapisana w komórce pamięciowej w punkcie odczytu.

Prawdopodobieństwo przejścia ze stanu $R_0$ do stanu $A_o$ będzie więc równe warunkowemu prawdopodobieństwu $D(R/R)$ wystąpienia decyzji $N = \bar{B}R$ przy warunku, że wysłane było $x = x_0$:

$$D(R/R) = \sum_{\substack{\{x_l, \vec{z}_{l'}, \vec{z}_{l''}\} \Longrightarrow N^* = \bar{B}R \\ \vec{s} = \vec{s}(x_0)}} P_{\dot{z}}(x_l) T_z(\vec{z}_{l'}) S_z(\vec{z}_{l''}), \tag{21}$$

gdzie znaczenie indeksu pod znakiem sumy jest analogiczne jak we wzorze (20).

Ponieważ w powyższym przypadku wiadomość $x = x_l$ zapisana w komórce pamięciowej układu wejściowego nie bierze udziału w procesie, więc zamiast rozkładu łącznego

$$P(x = x_l, z_t = \vec{z}_{l'}, z_s = \vec{z}_{l''}) = P_{\dot{z}}(x_l) T_z(\vec{z}_{l'}) S_z(\vec{z}_{l''})$$

możemy do wzoru (21) podstawić rozkład brzegowy:

$$P(z_t = \vec{z}_{l'}, z_s = \vec{z}_{l''}) = \sum_{x_l \in \{x_l\}} P(x = x_l, z_t = \vec{z}_{l'}, z_s = \vec{z}_{l''}) =$$

$$= T_z(\vec{z}_{l'}) S_z(\vec{z}_{l''}) \sum_{x_l \in \{x_l\}} P_{\dot{z}}(x_l) = T_z(\vec{z}_{l'}) S_z(\vec{z}_{l''}) \tag{22}$$

otrzymując

$$D(R/R) = \sum_{\substack{\{\vec{z}_{l'}, \vec{z}_{l''}\} \Longrightarrow N^* = \bar{B}R \\ \vec{s} = \vec{s}(x_0)}} T_z(\vec{z}_{l'}) S_z(\vec{z}_{l''}). \tag{23}$$

Postępując analogicznie możemy wyprowadzić pozostałe prawdopodobieństwa przejść i napisać macierz prawdopodobieństw przejść dla procesu

Markowa reprezentowanego przez statystyczne właściwości automatu nadawczego:

| ze stanu \ do stanu | $A_n$ | $A_p$ | $A_o$ | $R_0$ | $R_1$ | $R_2$ | $R_3$ | ... | $R_{N_a-1}$ | $R_{N_a}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_n$ | $D(\bar{B}A/A)$ | $D(R/A)$ | 0 | $D(BA/A)$ | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 |
| $A_p$ | $D(\bar{B}A/A)$ | $D(R/A)$ | 0 | $D(BA/A)$ | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 |
| $A_o$ | $D(\bar{B}A/A)$ | $D(R/A)$ | 0 | $D(BA/A)$ | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 |
| $R_0$ | 0 | 0 | $D(R/R)$ | 0 | 0 | $D(A/R)$ | 0 | | 0 | 0 |
| $R_1$ | 0 | 0 | $D(R/R)$ | 0 | 0 | $D(A/R)$ | 0 | | 0 | 0 |
| $R_2$ | 0 | 0 | 0 | 0 | $D(R/R)$ | 0 | $D(A/R)$ | | 0 | 0 |
| $R_3$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $D(R/R)$ | 0 | | 6 | 0 |
| ⋮ | | | | | | | | | | |
| $R_{N_a-1}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | $D(A/R)$ |
| $R_{N_a}$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | $D(R/R)$ | $D(A/R)$ |

gdzie:

$D(\bar{B}A/A)$ — warunkowe prawdopodobieństwo otrzymania decyzji $N^* = \bar{B}A$ przy warunku, że wysłana wiadomość $x \in \{x_l\}$;

$D(R/A)$ — warunkowe prawdopodobieństwo otrzymania decyzji $N^* = A \to R$, przy warunku, że wysłana wiadomość $x \in \{x_l\}$;

$D(BA/A)$ — zob. wzór (20);

$D(R/R)$ — zob. wzory (21) i (23);

$D(A/R)$ — warunkowe prawdopodobieństwo otrzymania decyzji $N^* = R \to A$, przy warunku, że wysłane było $x = x_0$.

Oczywiście zachodzi:

$$D(\bar{B}A/A)+D(R/A)+D(BA/A) = 1, \tag{24}$$

$$D(R/R)+D(A/R) = 1. \tag{25}$$

## 9. PRAWDOPODOBIEŃSTWO AKCEPTACJI I ODRZUCENIA

Dla dalszych obliczeń potrzebne są wartości średnich prawdopodobieństw akceptacji i odrzucenia $P(A)$ i $P(R)$. Stan automatu nadawczego poprzez sygnał wyjściowy tego automatu jednoznacznie określa, czy zachodzi zdarzenie $A$ (akceptacja), czy $R$ (odrzucenie).

Zdarzenie $A$ zachodzi, jak wynika z rozdz. 5, gdy automat znajduje się w jednym ze stanów:

$$A_n, A_p, A_o,$$

a zdarzenie $R$ zachodzi, gdy automat znajduje się w jednym ze stanów:

$$R_0, R_1, R_2, \ldots, R_{N_a}.$$

Wobec tego:

$$P(A) = P(A_n)+P(A_p)+P(A_o), \tag{26}$$

$$P(R) = P(R_0)+\sum_{v=1}^{N_a} P(R_v), \tag{27}$$

gdzie po prawej stronie równań występują prawdopodobieństwa ergodyczne poszczególnych stanów automatu nadawczego.

Oczywiście

$$P(A)+P(R) = 1. \tag{28}$$

Korzystając z macierzy prawdopodobieństw przejścia podanej w poprzednim rozdziale oraz z własności prawdopodobieństw ergodycznych ([10] rozdz. XV, § 6) możemy ułożyć równania:

$$P(R_0) = P(A_n)\cdot D(BA/A)+P(A_p)D(BA/A)+P(A_o)D(BA/A) =$$
$$= [P(A_n)+P(A_p)+P(A_o)]\cdot D(BA/A) = P(A)\cdot D(BA/A), \tag{29}$$

$$\sum_{v=1}^{N_a} P(R_v) = P(\bigcup_{v=1}^{N_a} R_v) = P(R_0)D(A/R)E(\bigcup_{v=1}^{N_a} R_v), \tag{30}$$

gdzie:

$P(\bigcup_{v=1}^{N_a} R_v)$ — prawdopodobieństwo ergodyczne zajmowania przez automat nadawczy dowolnego spośród stanów $R_1, R_2, \ldots, R_{N_a}$.

$E(\bigcup_{v=1}^{N_a} R_v)$ — średnia liczba kroków potrzebnych na przejście automatu przez zbiór stanów

$$R_1, R_2, \ldots, R_{N_a}.$$

Rozwiązując równania (29) i (30) otrzymujemy:

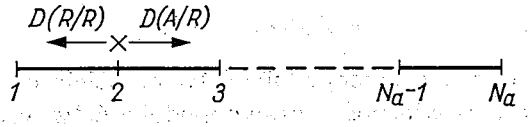
$$P(A) = \frac{1}{1+D(BA/A)[1+D(A/R)E(\bigcup_{v=1}^{N_a} R_v)]}, \tag{31}$$

$$P(R) = \frac{D(BA/A)}{D(BA/A)+\dfrac{1}{1+D(A/R)E(\bigcup_{v=1}^{N_a} R_v)}}. \tag{32}$$

Obliczymy teraz średnią liczbę kroków $E(\bigcup_{v=1}^{N_a} R_v)$ potrzebnych na przejście automatu przez zbiór stanów $R_v$, $v = 1, \ldots, N_a$. Jak widać z rys. 7 i macierzy prawdopodobieństw przejść podanej w rozdz. 8, automat po zajęciu stanu $R_2$ może przejść do stanu $R_1$ z prawdopodobieństwem $D(R/R)$, lub do stanu $R_3$ z prawdopodobieństwem $D(A/R)$. Z dowolnego stanu $R_v$,

$\nu = 2, \ldots, N_a$ automat może przejść z prawdopodobieństwem $D(R/R)$ do stanu $R_{\nu-1}$. Z dowolnego stanu $R_\nu$, $\nu = 1, \ldots, N_{a-1}$ automat może z prawdopodobieństwem $D(A/R)$ przejść do stanu $R_{\nu+1}$. Ze stanu $R_1$ automat może z prawdopodobieństwem $D(R/R)$ przejść do stanu $A_o$.

Możemy więc zbudować następujący model: stany $R_1, R_2, \ldots, R_{N_a}$ przedstawimy w postaci kolejnych punktów na odcinku (rys. 9). Automat znajduje się początkowo w punkcie Nr 2 i rozpoczyna z tego punktu błą-




Rys. 9

dzenie przypadkowe w postaci skoków do sąsiedniego lewego (w stronę 1) punktu z prawdopodobieństwem $D(R/R)$ lub sąsiedniego prawego punktu z prawdopodobieństwem $D(A/R)$. Biorąc pod uwagę założenie 3° z rozdz. 7 możemy przyjąć, że $N_a = \infty$. Poszukiwana przez nas średnia liczba kroków

$$E(\bigcup_{\nu=1}^{N_a} R_\nu)$$

jest teraz średnią liczbą skoków wykonanych przez wypadnięciem poza granice odcinka (na lewo od punktu 1).

Opisany model pokrywa się z zagadnieniem znanym pod nazwą błądzenia przypadkowego lub problemu ruiny gracza. W pracy [10] dowodzi się, że średnia liczba kroków $E(\bigcup_{\nu=1}^{N_a} R_\nu)$ wyniesie (zob. [10] rozdz. XIV, § 3, wzór 3.4):

$$E(\bigcup_{\nu=1}^{N_a} R_\nu) = \begin{cases} \dfrac{2}{1-2D(A/R)} & \text{dla} \quad D(A/R) < 0{,}5, \\ \infty & \text{dla} \quad D(A/R) \geqslant 0{,}5, \end{cases} \tag{33}$$

Po podstawieniu (33) do (31) i (32) otrzymujemy ostatecznie:

$$P(A) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+\dfrac{D(BA/A)}{1-2D(A/R)}} & \text{dla} \quad D(A/R) < 0{,}5, \\ 0 & \text{dla} \quad D(A/R) \geqslant 0{,}5, \end{cases} \tag{34}$$

$$P(R) = \begin{cases} \dfrac{D(BA/A)}{1+D(BA/A)-2D(A/R)} & \text{dla} \quad D(A/R) < 0{,}5, \\ 1 & \text{dla} \quad D(A/R) \geqslant 0{,}5. \end{cases} \tag{35}$$

## 10. SPRAWNOŚĆ TRANSMISJI

W omawianym systemie każda decyzja „był błąd" ($N^* \in B$) wymaga przesłania dwóch dodatkowych ciągów. Jak widać z diagramu rys. 7, decyzja $N^* = A \rightarrow BA$ (błędna wiadomość) wymaga wysłania odrzucenia, a następnie powtórzenia ostatniej wiadomości, decyzja $N^* = R \rightarrow A$ (błędna akceptacja) wymaga przesłania dwóch odrzuceń, a $N^* = A \rightarrow R$ (błędne odrzucenie) wymaga powtórzenia dwóch wiadomości — poprzedniej i ostatniej. Powstanie jakiejkolwiek decyzji $N^* \in B$ (był błąd) w trakcie procesu poprawy poprzedniego błędu powoduje wtrącenie dwóch dodatkowych ciągów w ten proces nie zmieniając jego kierunku.

Przyjmiemy, że prawdopodobieństwo $D(B)$ decyzji „był błąd" ($N^* \in B$) nie zależy od nadanego sygnału. Biorąc pod uwagę, że każda decyzja $N^* \in B$ wiąże się ze stratą dwóch ciągów, otrzymujemy:

$$R = \frac{1-2D(B)}{r}, \tag{36}$$

gdzie:

$R$ — sprawność transmisji;

$r$ — rozwlekłość kodu kanału podstawowego.

Rozwlekłość kodu $r$ jest uzależniona od stosunku liczby ciągów zużywanych na przesłanie odrzucenia do liczby ciągów wykorzystywanych dla przesłania wiadomości. Im większa jest długość ciągów, tym mniejsza jest strata względna na przesyłanie odrzucenia, a więc tym mniejsza jest rozwlekłość $r$. Z drugiej strony jednak im dłuższe stosujemy ciągi, tym większe jest prawdopodobieństwo błędów, a więc i $D(B)$. Można więc spodziewać się istnienia optymalnych (ze względu na sprawność) długości ciągów $n_{opt}$.

Dla zorientowania się w rzędzie wielkości optymalnych długości ciągów rozpatrzymy dwa przykłady liczbowe.

Przykład 1. W kanale podstawowym zastosowano kodowanie bez dodatkowej rozwlekłości, a więc

$$r = \frac{\log 2^n}{\log(2^n-1)}. \tag{37}$$

Sprzężenie zwrotne jest bez zakłóceń, a więc

$$D(B) = 1-(1-p)^n. \tag{38}$$

Wartości $R$ dla tego przykładu podane są w tablicy 4.

Przykład 2. W kanale podstawowym kodowanie jak w przykładzie 1. Oba kanały mają identyczne zakłócenia. Kodowanie sprzężenia zwrotnego jest takie, że każdemu ciągowi w kanale podstawowym odpowiada inny ciąg w kanale zwrotnym. Dla uproszczenia, ze względu na orientacyjny charakter przykładu, przyjęto, że prawdopodobieństwo nie-

wykrycia błędu jest znacznie mniejsze od prawdopodobieństwa wystąpienia błędu, a więc:

$$D(B) \approx 1-(1-p)^{2n}. \tag{39}$$

Wartości $R$ dla tego przykładu podane są w tablicy 4.

Tablica 4

| $n$ | $\frac{1}{r}$ | Przykład 1 — kanał zwrotny bez zakłóceń | | | | Przykład 2 — oba kanały z identycznymi zakłóceniami | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $p=0,1$ $R$ | $p=0,05$ $R$ | $p=0,01$ $R$ | $p=0,001$ $R$ | $p=0,1$ $R$ | $p=0,05$ $R$ | $p=0,01$ $R$ | $p=0,001$ $R$ |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0,79 | **0,49** | 0,63 | 0,76 | 0,787 | **0,25** | **0,50** | 0,73 | 0,78 |
| 3 | 0,936 | 0,43 | **0,66** | 0,88 | 0,930 | 0,06 | 0,44 | **0,83** | 0,92 |
| 4 | 0,970 | 0,30 | 0,61 | 0,8936 | 0,962 | — | 0,32 | 0,82 | 0,96 |
| 5 | 0,9908 | 0,18 | 0,55 | **0,8937** | 0,981 | — | 0,20 | 0,80 | 0,969 |
| 6 | 0,9962 | 0,06 | 0,47 | 0,880 | 0,9842 | — | 0,08 | 0,78 | **0,972** |
| 7 | 0,9984 | — | 0,40 | 0,864 | **0,9844** | — | — | 0,74 | 0,971 |
| 8 | 0,99929 | — | 0,33 | 0,845 | 0,9834 | — | — | 0,71 | 0,968 |
| 9 | 0,99969 | — | 0,26 | 0,826 | 0,982 | — | — | 0,67 | 0,964 |
| 10 | 0,99986 | — | 0,20 | 0,808 | 0,980 | — | — | 0,64 | 0,960 |

Z tablicy 4 można wyciągnąć ogólne wnioski, w jakich długościach ciągów kodowych należy poszukiwać najlepszych wyników. Widać mianowicie, że w przypadku, gdy trzeba liczyć się z kanałami bardzo złymi ($p = 0,05$) i umiarkowanie złymi ($p = 0,01$), nie warto stosować $n$ większych niż 3 ... 6.

Dla kanałów krańcowo złych ($p = 0,1$) w ogóle nie można spodziewać się uzyskania wartościowych wyników przy stosowaniu SZI. Jedynie dla kanałów średnich ($p = 0,001$) maksymalne sprawności wypadają przy nieco dłuższych ciągach ($n = 6$ ... 7), ale maksima są bardzo płaskie, a więc zmniejszenie $n$ o 1 ... 2 w stosunku do $n_{opt}$ znikomo wpływa na sprawność transmisji.

## 11. PRAWDOPODOBIEŃSTWO BŁĘDÓW

W oparciu o przyjęte założenia oraz klasyfikację błędów wyprowadzimy ogólne wzory na średnie prawdopodobieństwa błędów poszczególnych typów.

$P(B_1)$ — **średnie prawdopodobieństwo błędu typu** $B_1$.

W tabl. 3 podano, że błąd typu $B_1$ nastąpi jeżeli:

— zachodzi zdarzenie $A$ (akceptacja), a więc zostanie nadana wiadomość $x \in \{x_l\}$;

— w kanale podstawowym wystąpią zakłócenia zmieniające nadaną wiadomość na inną wiadomość

$$x^* \in \{x_l\};$$

— w kanale zwrotnym wystąpią zakłócenia powodujące decyzję nadajnika $N^* = \bar{B}A$.

A więc:

$$P(B_1) = P(A) \sum_{\substack{\{x_l, \vec{z}_{l'}, \vec{z}_{l''}\} \Longrightarrow (x^* \neq x_l:\ N^* = \bar{B}A) \\ \vec{s} = \vec{s}(x_l)}} P_{\vec{z}}(x_l) T_z(\vec{z}_{l'}) S_z(\vec{z}_{l''}), \tag{40}$$

gdzie: indeks pod znakiem sumy oznacza, że sumowanie rozciąga się na wszystkie takie zbiory $\{x_l, \vec{z}_{l'}, \vec{z}_{l''}\}$, dla których decyzja robocza $x^* = x_l$ oraz decyzja nadajnika $N^* = \bar{B}A$, przy warunku, że nadana została wiadomość $x_l$.

Oznaczymy:

$T(x_m^*/\vec{s}_l)$ — prawdopodobieństwo warunkowe otrzymania z kanału podstawowego ciągu powodującego decyzję roboczą odbiornika

$$x^* = x_m$$

przy warunku, że nadana była wiadomość $x_l$ (ciąg kodowy $\vec{s}_l$);

$S(N^* = \bar{B}/\vec{s}_m^k)$ — prawdopodobieństwo warunkowe otrzymania z kanału zwrotnego ciągu powodującego decyzję $N^* = \bar{B}A$ lub $N^* = \bar{B}R$ (zależnie od wysłanego sygnału — zob. tablica 2) przy warunku, że odbiornik wysłał ciąg kontrolny $\vec{s}_m^k$ (odpowiadający decyzji roboczej $x^* = x_m$).

Korzystając z powyższych oznaczeń oraz z założenia

$$P_{\vec{z}}(x_l) = \text{const}$$

napiszemy wzór (40) w innej postaci:

$$P(B_1) = P(A) P_{\vec{z}}(x_l) \sum_{x_l \neq R} \sum_{\substack{x_m^* \neq R \\ x_m^* \neq x_l}} T(x_m^*/\vec{s}_l) S(N^* = \bar{B}/\vec{s}_m^k). \tag{41}$$

Analogicznie można wyprowadzić wzory dla pozostałych błędów:

$$P(B_2) = P(A) P_{\vec{z}}(x_l) \sum_{x_l \neq R} T(x^* = R/\vec{s}_l) \{1 - S[(N^* = A \to R)/\vec{s}_o^k]\}, \tag{42}$$

$$P(B_3) = P(R)T(x^* = R/\vec{s}_o)\,[1 - S(N^* = \bar{B}/\vec{s}_o^k)], \tag{43}$$

$$P(B_4) = P(R) \sum_{x_m^* \neq R} T(x_m^*/\vec{s}_o) S(N^* = \bar{B}/\vec{s}_m^k), \tag{44}$$

$$P(B_5) = P(A)P_z(x_l) \sum_{x_l \neq R} \sum_{x_m^* \neq R} T(x_m^*/\vec{s}_l) S[(N^* = A \to R)/\vec{s}_m^k], \tag{45}$$

gdzie:

$P(B_n)$ — średnie prawdopodobieństwo błędu typu $B_n$;

$S[(N^* = A \to R)/\vec{s}_m^k]$ — prawdopodobieństwo warunkowe otrzymania z kanału zwrotnego ciągu powołującego decyzję

$$N^* = A \to R$$

przy warunku, że odbiornik wysłał $\vec{s}_m^k$;

$\vec{s}_o$ — ciąg odpowiadający odrzuceniu $\vec{s}_o = \vec{s}(x = R) = \vec{s}(x_o)$

$\vec{s}_o^k$ — ciąg kontrolny odpowiadający decyzji „odrzucić"

$$\vec{s}_o^k = \vec{s}^k(x^* = R) = \vec{s}^k(x_o^*).$$

## 12. ZAKOŃCZENIE

Wyprowadzone w poprzednim rozdziale wzory mogą posłużyć do oceny jakości systemu iteracyjnego SZI. Podana metoda analizy może być zastosowana do innych systemów SZI — np. systemu prostego SZI [19]. Wyniki liczbowe mogą być uzyskane po uwzględnieniu właściwości zastosowanego kodu. Próby takich ocen dla kilku sposobów kodowania podane są w [19].

Na zakończenie składam serdeczne podziękowania Panu Profesorowi Jerzemu Seidlerowi za rzeczową krytykę i pomoc w opracowaniu zreferowanej metody.

*Politechnika Warszawska*
*Katedra Urządzeń Teletransmisyjnych i Telegraficznych*

## WYKAZ LITERATURY

1. Ajzerman M. A., Gusiew L. A., Rozonoer L. I., Smirnowa I. M., Tal A. A.: Łogika, awtomaty, ałgoritmy. F. M., Moskwa 1963.
2. Alexander A. A., Gryb R. M., Nast D. W.: Capabilities of the Telephone Network for Data Transmission. — Bell System Techn. Journal, v. 39, 1960.
3. Baran Z., Dróżdż J., Karczmarewicz A., Pawłowska W.: Transmisja danych. Studia wstępne. Opracowanie K.U.T. i T. Politechniki Warszaw-

skiej. Warszawa 1963. (Również „Problemy Telekomunikacji", zeszyt „Transmisja danych", W.K., Warszawa 1966).
4. Bishop W. B., Buchanan B. L.: Message Redundancy vs. Feedback for Reducing Message Uncertainty. — IRE Conv. Rec., p. 2, 1957.
5. Błoch E. L.: Pomiechoustojczіwost' sistiem swiazi c pieriesprosom. — I.A.N., Moskwa 1963.
6. Brown A. B., Meyers S. T.: Evaluation of Some Error Correcting Method Applicable to Digital Data Transmission. — IRE Conv. Rec., p. 4, 1958.
7. Chang S. S. L.: Theory of Information Feedback Systems. — IRE Trans. on I.T., No 3, 1956.
8. Chang S. S. L.: Improvement of Two-Way Communication by Means of Feedback. — IRE Conv. Rec., p. 4, 1961.
9. Dobruszin R. L.: Pieriedacza informacji po kanału s obratnoj swiazju. — Tieorija wierojatnostiej i jejo primienienija, Nr 4, 1958.
10. Feller W.: An Introduction to Probability Theory and its Applications, vol. 1. J. Willey a.s. New York 1957.
11. Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1958.
12. Gilbert E. N.: Capacity of a Burst-Noise Channel. — Bell System Techn. Journal, vol. 39, sept. 1960.
13. Harris B., Hauptschein A., Morgan K. C., Schwartz L. S.: Binary Communication Feedback Systems. — AIEE Trans., p. I, 1958.
14. Harris B., Hauptschein A., Schwartz L. S.: Optimum Decision Feedback Systems. — IRE Conv. Rec., p. 2, 1957.
15. Harris B., Morgan K. C.: Binary Symmetric Decision Feedback Systems. — AIEE Trans., p. I, 1958.
16. Karczmarewicz A.: Przegląd zagadnień technicznych związanych z transmisją danych. — Biuletyn Techniczny Ministerstwa Łączności, 1960.
17. Karczmarewicz A.: Zastosowanie sprzężenia zwrotnego informacji dla poprawy transmisji binarnej. Materiały Sympozjum „Nowoczesne Systemy Teletransmisyjne", Warszawa 1963.
18. Karczmarewicz A.: Sprzężenie zwrotne informacji. Przegląd zagadnień. — Rozprawy Elektrotechniczne, zeszyt 1, 1965.
19. Karczmarewicz A.: Kodowanie w systemach ze sprzężeniem zwrotnym informacji. Rozprawa doktorska. Warszawa 1964.
20. Metzner J. J., Morgan K. C.: Coded Binary Decision Feedback Communication Systems. — IRE Trans. on Comm. Syst., june 1960.
21. Metzner J. J. Morgan K. C.: Coded Feedback Communication Systems. — AIEE Trans., p. I, 1961.
22. Nowicki W.: Teraźniejszość i przyszłość telekomunikacji gospodarczej. W.K., Warszawa 1960.
23. Nowicki W.: Telekomunikacja a współczesność. — Przegląd Telekomunikacyjny, nr 4, 1964.
24. Perry K. M., Wozencraft J. M.: SECO: a Self-Regulating Error Correcting Coder-Decoder. — IRE Trans. on I.T., No 5, sept. 1962.
25. Peterson W. W.: Error-Correcting Codes. J. Willey a.s., New York 1961.
26. Peterson W. W.: Binary Controls for Error Control. — AIEE Trans., p. I, 1962.
27. Seidler J.: Statystyczna teoria odbioru sygnałów. PWN, Warszawa 1963.
28. Seidler J.: Teoria kodów. PWN, Warszawa 1965.
29. Transmisja danych. Materiały konferencji naukowej, Warszawa 1962.
30. Wozencraft J. M., Horstein M.: Coding for Two-Way Channels — w książce "Information Theory", Butterworth, London 1961.

A. KARCZMAREWICZ

## ANALYSIS OF BINARY INFORMATION FEED-BACK SYSTEM


### Summary

After a short introduction to problems concerning binary channels and improvement of binary transmission the author discusses the information feed-back systems. He presents and classifies types of mistakes which may be found in feed-back systems and analyses iterative information feed-back system in detail. The above analysis is based on properly formalized specification of the system. The author obtaines general formulae for transmission rate and probability of particular types of mistakes. The formulae which have been obtained, after taking into consideration the characteristics of the coding may be employed to evaluate the qualities of the system.


A. KARCZMAREWICZ

## ANALYSE DU SYSTÊME BINAIRE DE TRANSMISSION AVEC RÉACTION D'INFORMATION


### Résumé

Après une courte introduction dans le domaine des voies binaires de transmission et de l'amélioration de la qualité de la transmission binaire, l'auteur considère des problèmes liés avec l'application de la réaction d'information (SZI). On a analysé et classifié des espèces des erreurs paraissant dans les systèmes à réaction. On a executé une analyse détaillé du système itératif de réaction d'information. Une description convenablement formulée concernant l'action du système a constitué la base de cette analyse. En résultat de celle-ci on a déduit les formules générales de l'efficacité de la transmission ainsi que des probabilités des erreurs de différents types. Les formules obténues, après avoir considéré des qualités du code utilisé, peuvent servir à l'évaluation de la qualité du système.


A. KARCZMAREWICZ

## ANALYSE FÜR EIN BINÄRÜBERTRAGUNGSSYSTEM MIT INFORMATIONSRÜCKKOPPLUNG


### Zusammenfassung

Nach einer kurzen Einleitung zur Problematik der Binärkanäle und Qualitätsberichtigung der Binärtransmission ging der Autor auf die Fragen ein, die mit Verwendung des Informationsrückkopplung gebunden sind. Die Fehlerarten, die in rückgekoppelten Systemen auftreten, wurden überlegt und klassifiziert. Weiter ist eine genaue Analyse eines iterativen Systems mit Informationsrückkopplung durchgeführt. Die entsprechend formalisierte Beschreibung der Systemwirkung dient als Grundsatz zur Analyse. Im Ergebnis der obengenannten Analyse sind die

allgemeinen Formeln für Übertragungswirkungsgrad und Fehlerwahrscheinlichkeit in jedem einzelnen Falle ausgeführt. Diese herausgeführten Formeln können nach Berücksichtigung der Eigenschaften des verwandten Codes zur Qualitätsabschätzung dieses bearbeiteten Systems ausgenützt werden.

А. КАРЧМАРЕВИЧ

## АНАЛИЗ БИНАРНОЙ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ С ИНФОРМАЦИОННОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

### Резюме

После короткого введения в проблематику двоичных каналов и улучшения качества передачи двоичных сигналов автор переходит к вопросам связанным с применением информационной обратной связи (ИОС). Обсуждено и склассифицировано типы ошибок выступающих в системах с обратной связью. Произведено подробный анализ итеративной системы инфомационной обратной связи. Основой анализа является соответственно сформулированное описание действия системы. В результате анализа выведены общие формулы на эффективность передачи, а также вероятности ошибок отдельных типов. Выведеные формулы после учета свойств примененного кода могут служить для оценки качества системы.