Рассматривая фазовый сдвиг волны с круговой поляризацией на поверхности феррита, выведены зависимости для составляющих магнитной проницаемости феррита. Таким образом параметры ферритового материяла связано с условиями циркуляции. В статье подтверждается, что свойства системы зависят кроме этого от размеров феррита, частоты и напряженности магнитного поля.

Обсуждается ряд вопросов конструирования циркуляторов мостового типа — методы широкополосного согласования, решения магнитного узла и подбор размеров феррита, а также несколько найболее типичных примеров применения циркуляторов этого рода. Благодаря их хорошим электрическим параметрам [33] и механическим свойствам — небольшим размерам и малому весу, циркуляторы мостового типа находят всё более широкое применение в современных сверхвысокочастотных системах, в лабораторных системах и в измерительных приборах.

621.396.619

STANISŁAW STUCHŁY, ANDRZEJ KRASZEWSKI, MARIA RZEPECKA

Mikrofalowy modulator amplitudy

Rękopis dostarczono 1.2.1965

Podano ogólne właściwości modulatorów absorpcyjnych i przeanalizowano ferrytowy modulator amplitudy pod kątem widzenia uzyskania maksymalnej głębokości modulacji przy minimalnych zniekształceniach nieliniowych. Opisano konstrukcję i wyniki badań dwu modulatorów ferrytowych na pasmo 3 cm Unipan typ X108A i X108B.

1. WSTĘP

1.1. Zastosowanie modulacji amplitudy w mikrofalowych układach pomiarowych

Do detekcji sygnałów w mikrofalowych układach pomiarowych stosuje się na ogół diody półprzewodnikowe lub baretery, połączone z odpowiednim typem wskaźnika. Układy detekcyjne w zależności od rodzaju użytego detektora i wskaźnika można podzielić na trzy grupy:

— diody półprzewodnikowe lub baretery w połączeniu ze wskaźnikami wychyłowymi prądu stałego — służą do detekcji sygnałów niemodulowanych; występuje w tym przypadku detekcja kwadratowa;

— diody półprzewodnikowe lub baretery w połączeniu ze wzmacniaczami napięć zmiennych — są przeznaczone do detekcji sygnałów modulowanych; występuje tu również detekcja kwadratowa;

— diody półprzewodnikowe w połączeniu z układem odbiornika superheterodynowego — służą do odbioru sygnałów niemodulowanych; występuje tu detekcja liniowa.

Czułe wskaźniki wychyłowe są delikatne mechanicznie, posiadają dużą bezwładność i są narażone na wpływy sygnałów zakłócających. Z drugiej strony odbiornik superheterodynowy posiada najwyższą osiąganą czułość, jest jednakże urządzeniem drogim i na ogół skomplikowanym w obsłudze.

W mikrofalowych układach pomiarowych do detekcji sygnałów najczęściej stosuje się diody półprzewodnikowe lub baretery w połączeniu z czułymi selektywnymi wzmacniaczami częstotliwości akustycznych. Taki system detekcji charakteryzuje się dużą czułością, małą bezwładnością, odpornością na sygnały zakłócające, prostotą obsługi jak również dużą elastycznością, dzięki czemu może być stosowany w szeregu pomiarów

mikrofalowych. Najczęściej stosowaną w praktyce częstotliwością modulującą jest częstotliwość 1000 Hz. Opisany układ detekcyjny wymaga oczywiście zastosowania modulacji amplitudy sygnału.

1.2. Modulacja amplitudy sygnałów mikrofalowych

Modulację amplitudy sygnału mikrofalowego można uzyskać bądź przez zmianę napięć zasilających lampę generacyjną lub wzmacniającą, bądź też przez zmianę tłumienia elementu absorpcyjnego umieszczonego między źródłem sygnału i obciążeniem. W pierwszym przypadku jest to powszechnie znana metoda modulacji czynnej, w drugim przypadku ma miejsce modulacja absorpcyjna.

W większości generatorów i wzmacniaczy mikrofalowych czynną modulację amplitudy można uzyskać jedynie przez zastosowanie napięć modulacyjnych o specjalnym przebiegu, np. uzyskanie sinusoidalnej modulacji amplitudy jest na ogół niemożliwe. Narzuca to wysokie wymagania zarówno dla źródła stałych napięć zasilających, jak i źródła napięć modulujących. Czynnej modulacji amplitudy generatorów i wzmacniaczy mikrofalowych towarzyszy zwykle niepożądana modulacja częstotliwości.

Absorpcyjną modulację amplitudy uzyskuje się za pomocą zmiennego tłumika mikrofalowego umieszczonego między źródłem sygnału fali ciągłej i obciążeniem. Modulacja absorpcyjna dopuszcza wybór kształtu obwiedni modulacji, nie wymaga zmian napięć zasilających generator bądź wzmacniacz oraz nie wprowadza szkodliwej modulacji częstotliwości, a pozwala na uzyskanie większej stałości amplitudy i częstotliwości sygnałów mikrofalowych.

W zależności od sposobu zmiany tłumienia układu modulującego modulatory absorpcyjne można podzielić na dwie grupy:
— modulatory absorpcyjne regulowane mechanicznie,
— modulatory absorpcyjne regulowane elektrycznie.

W praktyce wykorzystuje się głównie modulatory drugiej grupy, którą z kolei można w zależności od rodzaju elementu absorpcyjnego podzielić na następujące grupy:
— modulatory półprzewodnikowe,
— modulatory ferrytowe,
— modulatory oparte na wykorzystaniu zjawiska wyładowania w gazach,
— modulatory wykorzystujące oddziaływanie strumienia elektronów.

1.3. Zasady modulacji absorpcyjnej

Sygnał modulowany amplitudowo można, jak wiadomo, przedstawić w postaci:

$$e = \bar{E}_0(1 + m\cos\omega t)\cos\Omega t, \tag{1}$$

gdzie: $\overline{E}_0$ — amplituda fali nośnej, $\omega = 2\pi f_m$ — częstotliwość sygnału modulującego, $\Omega = 2\pi f$ — częstotliwość sygnału modulowanego, zaś

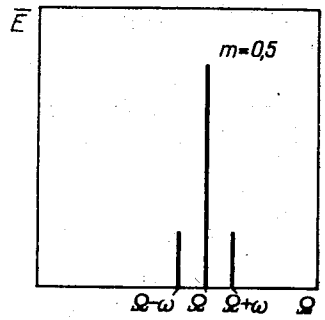
$$m = \frac{\overline{E}_{max} - \overline{E}_{min}}{\overline{E}_{max} + \overline{E}_{min}} = \frac{\overline{E}_{max} - \overline{E}_0}{\overline{E}_0} = \frac{\overline{E}_0 - \overline{E}_{min}}{\overline{E}_0} = \frac{\overline{E}_{max} - \overline{E}_{min}}{2\overline{E}_0} \quad (2)$$

jest z definicji współczynnikiem głębokości modulacji, gdzie $\overline{E}_{max}$ i $\overline{E}_{min}$ odpowiednio maksymalna i minimalna wartość sygnału zmodulowanego.

Przez proste przekształcenia trygonometryczne równanie (1) można sprowadzić do następującej postaci:

$$e = \overline{E}_0 \cos\Omega t + \frac{1}{2} m\overline{E}_0 \cos(\Omega + \omega)t + \frac{1}{2} m\overline{E}_0 \cos(\Omega - \omega)t. \quad (3)$$

Na podstawie (3) można określić widmo sygnału modulowanego amplitudowo, co pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Widmo sygnału modulowanego amplitudowo, $m = 0{,}5$

Jeśli sygnał zmodulowany amplitudowo jak w równaniu (1) występuje na diodzie półprzewodnikowej, której charakterystykę statatyczną dla słabych sygnałów można przedstawić w postaci:

$$\overline{i} = f(e) = f(e_0) + \frac{df(e)}{de}\delta e + \frac{1}{2}\frac{d^2f(e)}{de^2}(\delta e)^2, \quad (4)$$

to prąd płynący przez diodę ma postać:

$$i = \overline{E}_c + \overline{E}_1 \cos\omega t + \overline{E}_2 \cos 2\omega t, \quad (5)$$

gdzie: E_c — składowa stała,

$$\overline{E}_1 = \frac{m}{2}\overline{E}^2 \frac{d^2f(e)}{de^2} \text{ — amplituda harmonicznej podstawowej,} \quad (6)$$

$$\overline{E}_2 = \frac{m^2}{8}\overline{E}^2 \frac{d^2f(e)}{de^2} \text{ — amplituda drugiej harmonicznej,} \quad (7)$$

$\overline{E}$ — amplituda sygnału modulującego.

Na podstawie powyższych zależności można określić współczynnik zniekształceń nieliniowych, jakie wprowadza dioda półprzewodnikowa zasto-

sowana jako detektor kwadratowy dla sygnału modulowanego amplitudowo.

Współczynnik zniekształceń nieliniowych jest równy:

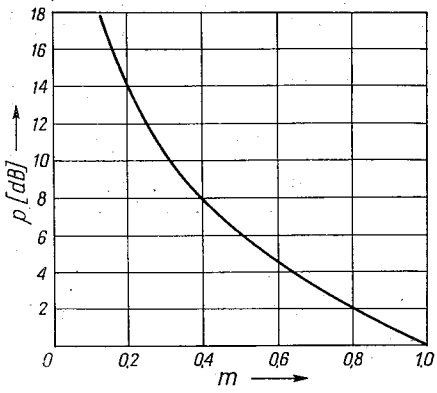
$$k_d = \frac{\overline{E}_2}{\overline{E}_1} = \frac{m}{4} \quad \rightarrow 0{,}25 \text{ przy } m \rightarrow 1. \tag{8}$$

Bardzo ważna dla dalszych rozważań jest zależność sygnału na wyjściu detektora kwadratowego od współczynnika głębokości modulacji m.

Jeśli amplitudę harmonicznej podstawowej na wyjściu detektora dla $m = 1$ oznaczyć $\overline{E}_1(m = 1)$, zaś dla innych wartości m — $\overline{E}_1(m)$, to na podstawie równania (6) można wyliczyć współczynnik charakteryzujący zachowanie się sygnału na wyjściu detektora przy różnych wartościach m:

$$p = 20\lg\left[\frac{\overline{E}_1(m)}{\overline{E}_1(m = 1)}\right] = 20\lg m. \tag{9}$$

Dla ilustracji na rys. 2 pokazano wykres zależności określonej równaniem (9).



Rys. 2. Zależność współczynnika charakterystycznego detektora kwadratowego od współczynnika głębokości modulacji

Podstawową charakterystyką modulatora absorpcyjnego jest zależność tłumienia od wartości prądu modulującego, co można zapisać w następującej postaci:

$$L = \frac{\overline{E}_{wy}}{\overline{E}_{we}} = f(I_m), \tag{10}$$

gdzie: $\overline{E}_{wy}$ i $\overline{E}_{we}$ odpowiednio amplitudy sygnału mikrofalowego na wyjściu i wejściu modulatora.

Tłumienie układów mikrofalowych na ogół jest wyrażane w decybelach, a więc (10) można przepisać

$$L[\text{dB}] = 20\lg\frac{\overline{E}_{wy}}{\overline{E}_{we}} = f(I_m). \tag{11}$$

Można ponadto wprowadzić jeszcze trzy inne pojęcia, które ułatwiają interpretację zjawiska modulacji absorpcyjnej, a mianowicie:

— maksymalne tłumienie modulatora absorpcyjnego:

$$L_{max}[\mathrm{dB}] = 20\lg\left(\frac{\overline{E}_{wy}}{\overline{E}_{we}}\right)_{max}, \tag{12}$$

— minimalne tłumienie modulatora absorpcyjnego — straty wtrącenia:

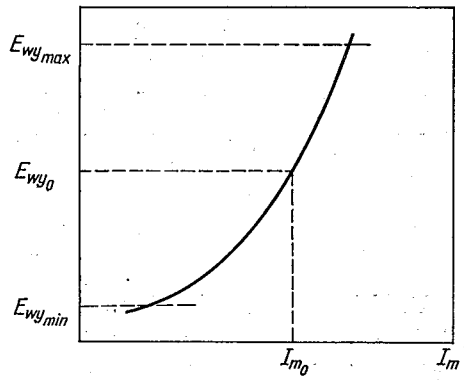
$$L_{min}[\mathrm{dB}] = 20\lg\left(\frac{\overline{E}_{wy}}{\overline{E}_{we}}\right)_{min} \tag{13}$$

oraz

— tłumienie modulatora absorpcyjnego w punkcie pracy:

$$L_0[\mathrm{dB}] = 20\lg\left(\frac{\overline{E}_{wy}}{\overline{E}_{we}}\right)_0. \tag{14}$$

Jeśli amplituda sygnału na wejściu jest stała, to charakterystykę modulatora absorpcyjnego można przedstawić np. tak, jak to pokazano na rys. 3. Ograniczenia charakterystyki modulatora wynikają albo z właściwości danego rozwiązania (maksymalne i minimalne tłumienie), albo z za-



Rys. 3. Charakterystyka statyczna modulatora absorpcyjnego

łożonych dopuszczalnych zniekształceń nieliniowych modulacji. Zniekształcenia nieliniowe powstają podobnie jak w modulatorach lampowych na skutek nieliniowej charakterystyki modulacji.

Wprowadzając współczynnik jakości modulatora absorpcyjnego q, zdefiniowany jako:

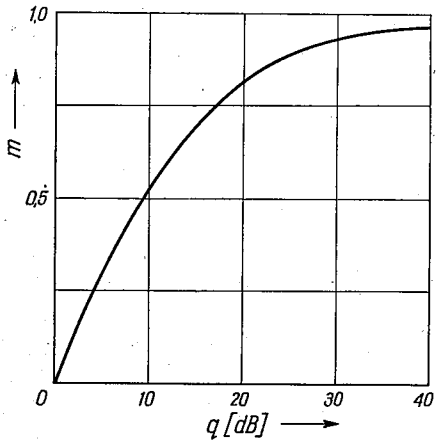
$$q = \frac{\overline{E}_{wy_{max}}}{\overline{E}_{wy_{min}}} \quad \text{przy } E_{we} = \text{const}, \tag{15}$$

można na podstawie równ. (2) określić ciekawą zależność współczynnika głębokości modulacji m od współczynnika jakości modulatora absorpcyjnego q:

$$m = \frac{q-1}{q+1}. \tag{16}$$

Wartość współczynnika m obliczona z równ. (16) należy rozumieć jako maksymalną, jaką można uzyskać za pomocą modulatora absorpcyjnego o współczynniku jakości q. Dla ilustracji równ. (16) przedstawiono wykreślnie na rys. 4.

Po ustaleniu granicznych wartości sygnału wyjściowego $\overline{E}_{wy\,max}$ i $\overline{E}_{wy\,min}$ narzuconych bądź przez budowę modulatora, bądź przez dopusz-



Rys. 4. Zależność współczynnika głębokości modulacji od współczynnika jakości dla modulatora absorpcyjnego

czalne zniekształcenia nieliniowe można obliczyć optymalny punkt pracy modulatora $\overline{E}_{wy_0}$. Na podstawie równ. (2) można obliczyć:

$$\overline{E}_{wy_0} = \frac{\overline{E}_{wy_{max}} - \overline{E}_{wy_{min}}}{2m}. \tag{17}$$

Punkt pracy modulatora absorpcyjnego dobiera się bądź przez odpowiednią konstrukcję mechaniczną, bądź też przez zastosowanie polaryzacji napięciem stałym.

2. ZASADA DZIAŁANIA MODULATORA ABSORPCYJNEGO

Najprostszymi absorpcyjnymi modulatorami amplitudy są układy sterowane mechanicznie, gdzie zmiany tłumienia uzyskuje się przez okresowe zmiany mechanicznego położenia płytki absorpcyjnej w falowodzie. Płytka może być okresowo zanurzona w szczelinie wyciętej na osi falowodu prostokątnego, można również wykorzystać zasadę płytki obrotowej w falowodzie kołowym [7], obracanym względem dwu nieruchomych odcinków falowodu za pomocą silnika elektrycznego. Wadą wszystkich modulatorów sterowanych mechanicznie jest niewielka częstotliwość modulująca wynikająca z szybkości obrotu napędzających je silników, tak że w zasadzie trudno jest przekroczyć częstotliwości rzędu 100 Hz.

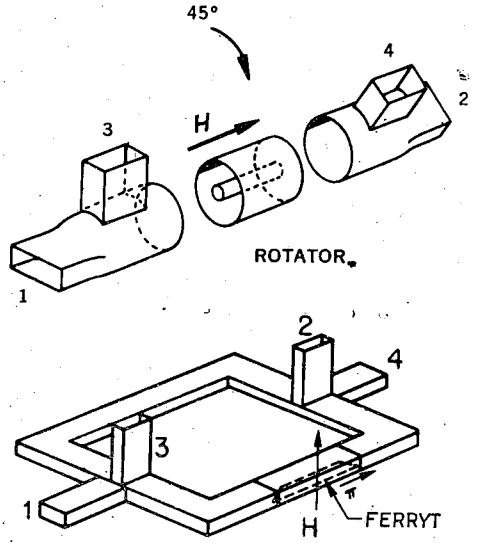
Do modulacji można również wykorzystać zjawisko zmian oporności i pojemności bariery diod półprzewodnikowych pod wpływem zmian polaryzującego je napięcia. Czasy relaksacji w półprzewodniku, np. w germanie, są rzędu 10^{-10} sek, tak więc częstotliwość modulująca ograniczona jest od góry tylko szybkością narastania i opadania impulsów napięcia polaryzującego i może dochodzić do wartości rzędu kilkunastu MHz. Wykorzystanie układów półprzewodnikowych do modulacji sygnałem sinusoidalnym, prowadzi do zniekształceń przebiegu zmodulowanego, gdyż charakterystyka diody jest silnie nieliniowa. Poważną wadą tego typu modulatorów jest niski poziom mocy modulowanej, co wynika z małej odporności mocowej złącza półprzewodnik-metal, tak że gdy moc modulowana przekracza 100 mW, konieczne jest stosowanie specjalnie odpornych diod, a modulowanie mocy większych od 1 W jest obecnie w ogóle niemożliwe.

Modulatory, w których wykorzystuje się zjawisko wyładowania elektrycznego w gazie, opierają się na zasadzie tłumienia mocy w.cz. w obszarach, gdzie występują swobodne elektrony, przy czym tłumienie jest wprost proporcjonalne do gęstości elektronów w ośrodku zjonizowanym. Wadą tych układów jest konieczność stosowania dużych mocy modulujących w celu wywołania jonizacji oraz ich stosunkowo duża bezwładność i nieliniowość przebiegu zmian tłumienia, co pozwala je wykorzystywać jako szybkie przełączniki, lecz czyni je nieprzydatnymi przy modulacji przebiegiem sinusoidalnym.

W tym świetle wyraźnego znaczenia nabierają właściwości modulatorów ferrytowych. Opóźnienie magnetyczne w ferrycie jest rzędu 10^{-8} sek, a przeto wykonanie modulatora o częstotliwości modulującej rzędu kilku MHz sprowadza się do zapewnienia odpowiednio szybkich zmian pola magnetycznego. Napięcie modulujące potrzebne do tego celu, przy odpowiedniej konstrukcji obwodu magnetycznego, może być niewielkie, a poziom mocy modulowanych ograniczony jest tylko zjawiskami termicznymi i nieliniowymi w ferrycie. Na rys. 5 przedstawiono dwie konfiguracje układów, które mogą spełniać rolę absorpcyjnych modulatorów amplitudy w układach mikrofalowych.

Cyrkulator ferrytowy, w którym wykorzystano zjawisko rotacji Faradaya, jest pokazany schematycznie na rys. 5a. Cyrkulator taki składa się z odcinka falowodu kołowego zawierającego pręt ferrytowy magnesowany wzdłużnie za pomocą pola magnetycznego wytwarzanego przez solenoid nawinięty na falowodzie, dwu rozgałęźników oraz dwu przejść z falowodu kołowego na prostokątny. Fala rodzaju podstawowego TE_{10} w falowodzie prostokątnym pobudza w falowodzie kołowym falę rodzaju TE_{11} spolaryzowaną liniowo, i odwrotnie — fala liniowo spolaryzowana rodzaju TE_{11} w falowodzie kołowym pobudza w falowodzie prostokątnym falę rodzaju TE_{10}. Jeśli kierunek namagnesowania ferrytu jest taki, że zwrot

skręcenia fali spolaryzowanej liniowo jest zgodny z ruchem wskazówek zegara, wtedy w idealnym przypadku fala rozchodząca się od gałęzi *1* zostanie skręcona o 45° przy przejściu przez odcinek falowodu zawierającego ferryt. Tak spolaryzowana fala pobudzi falę rodzaju TE_{10} w falowodzie prostokątnym stanowiącym gałąź *2*, natomiast nie może się rozchodzić w gałęzi *4*. Fala rodzaju TE_{10} padająca z gałęzi *2* pobudza falę spola-



Rys. 5. Cyrkulatory ferrytowe, które można wykorzystać jako modulatory amplitudy
a) Układ z rotatorem Faradaya, b) Układ z nieodwracalnym przesuwnikiem fazy

ryzowaną liniowo w falowodzie kołowym, która po skręceniu o 45° w tym samym co poprzednio kierunku pobudza falę rodzaju TE_{10} w falowodzie prostokątnym stanowiącym gałąź *3* cyrkulatora. Podobnie fala padająca z gałęzi *3* jest przenoszona do gałęzi *4*, zaś w gałęzi *4* do gałęzi *1*. Zmiana zwrotu pola magnetycznego magnesującego ferryt powoduje odwrócenie kierunku cyrkulacji energii wielkiej częstotliwości. Tak więc energia przenoszona pomiędzy gałęziami *1* i *2* po zmianie zwrotu pola magnetycznego będzie przenoszona z gałęzi *1* do *4*.

Podobne jest działanie układu cyrkulatora z nieodwracalnym przesuwnikiem fazy pokazanym na rys. 5b, z tym tylko, że nieodwracalne właściwości przesuwnika fazy uzyskuje się dzięki różnicy przesunięć fazy w falowodzie prostokątnym zawierającym poprzecznie magnesowaną płytkę ferrytową. Oznaczenie końcówek jest takie, że w układzie pokazanym na rys. 5b moc w.cz. cyrkuluje pomiędzy gałęziami *1-2-3-4-1*. Podobnie jak poprzednio odwrócenie kierunku pola magnetycznego powoduje odwrócenie kierunku cyrkulacji.

Zmianę zwrotu pola magnetycznego uzyskuje się przez odwrócenie kierunku przepływu prądu przez uzwojenie magnesujące umieszczone na falowodzie kołowym zawierającym ferryt (rys. 5a) lub przez uzwojenie elektromagnesu (rys. 5b). Jeżeli w układzie zasilania zapewni się możli-

wość odwracania kierunku prądu (np. zasilanie napięciem sinusoidalnie zmiennym), wtedy cyrkulatory takie mogą spełniać rolę modulatorów amplitudy. Zakończając gałąź *4* dopasowanym obciążeniem moc na wyjściu gałęzi *2* będzie się pojawiała w takt zmian prądu płynącego przez uzwojenie magnesujące. W momencie gdy prąd magnesujący przechodzi przez zero, pole magnetyczne zanika i moc sygnału wchodzącego z gałęzi *1* dzieli się na połowę pomiędzy gałęzie *2* i *4*.

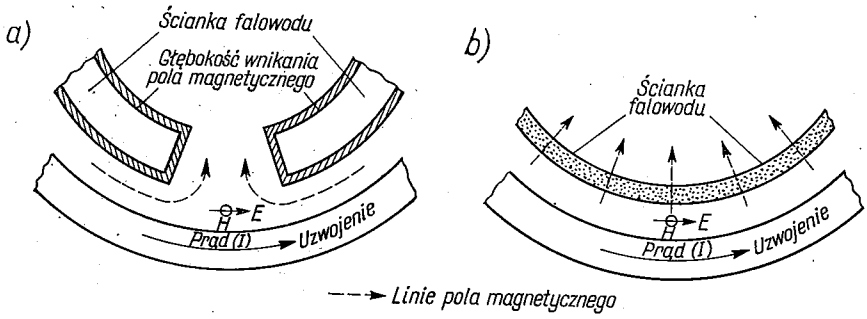
Pole magnetyczne posiada energię proporcjonalną do iloczynu strumienia Φ i siły magnetomotorycznej F, a iloczyn scałkowany po interesującej objętości daje w wyniku całkowitą energię magnetyczną zmagazynowaną w tej objętości. Jeżeli wartość pola magnetycznego ulega zmianie, należy energię dostarczyć do pola lub ją z tego pola odebrać. Energia ta podzielona przez czas przejścia układu z jednego stanu pracy do drugiego daje moc chwilową, jaką musi dostarczyć układ zasilający uzwojenie magnesujące. Na przykład moc potrzebna do uzyskania czasu przełączenia 1 μsek jest około 20-krotnie mniejsza w przypadku układu z rotatorem Faradaya niż układu zawierającego namagnesowaną poprzecznie płytkę ferrytową umieszczoną w falowodzie prostokątnym [4]. Z tego względu, gdy chodzi o uzyskanie wysokich częstotliwości modulujących, układ rotatora posiada wyraźnie zalety i bywa najczęściej stosowany, mimo że układ z przemieszczeniem pola może zapewnić poprawną pracę w szerszym pasmie częstotliwości, przy wyższej mocy, oraz jest układem prostszym mechanicznie. W dalszym ciągu zajmować się przeto będziemy wyłącznie pierwszą grupą modulatorów ferrytowych.

Głównym ograniczeniem górnej częstotliwości modulującej w układach zawierających ferryt magnesowany zmiennym sygnałem modulującym jest szybkość wytwarzania zmiennych składowych pola magnetycznego w ferrycie, które powinno odbywać się bez zakłóceń przenoszenia energii wielkiej częstotliwości wzdłuż falowodu. Straty mocy modulującej w obwodzie elektronowego sterowania modulatora spowodowane są zarówno histerezą występującą w ferrycie, jak i prądami wirowymi występującymi w ściankach falowodu pod wpływem napięć indukowanych przez szybko zmieniające się pole magnetyczne. W przypadku modulatora zawierającego rotator Faradaya, prądy wirowe krążą po powierzchni falowodu, a wyeliminowanie ich pozwala na znaczne zwiększenie częstotliwości modulującej przy stałej wartości mocy modulującej.

Analizując obwód magnetyczny rotatora zakłada się, że solenoid sterujący modulatorem nawinięty jest na zewnętrznej stronie odcinka falowodu kołowego zawierającego ferryt. Na rys. 6 przedstawiono przekrój części uzwojenia przylegającej do ścianki falowodu i zaznaczono sposób przedostawania się fali elektromagnetycznej wytwarzanej przez solenoid do wnętrza falowodu, gdzie umieszczony jest ferryt. Dla każdego pola magnetycznego będącego funkcją czasu można przeprowadzić analizę Fouriera i rozłożyć przebieg na składowe harmoniczne i wtedy można

przyjąć, że solenoid zasilany jest każdą ze składowych szeregu Fouriera. W przypadku gdy pole magnetyczne zmienia się w takt sinusoidalnych zmian prądu, ferryt magnesowany jest tylko jedną składową.

Solenoid wytwarza pole elektromagnetyczne, które poprzez ściankę falowodu przedostaje się do ferrytu. Taką falę elektromagnetyczną można rozłożyć na składowe — wektor elektryczny jest prostopadły do wektora magnetycznego i równoległy do ścianek falowodu. Gdy fala taka natrafia na ściankę falowodu, na jego powierzchni indukuje się prąd. Amplituda zaindukowanego prądu maleje wykładniczo w miarę jak prąd przedostaje



Rys. 6. Wpływ skutecznej grubości ścianki falowodu na rozchodzenie się modulującego pola magnetycznego
a) Głębokość wnikania mniejsza od grubości ścianki, b) Grubość wnikania większa od grubości ścianki

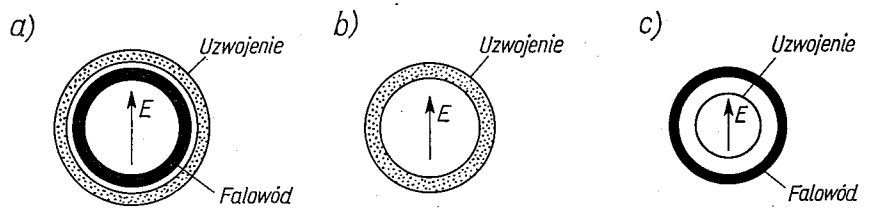
się w głąb ścianki, a głębokość wnikania δ jest odległością, na której gęstość prądu maleje do $\frac{1}{e}$ swej wartości na powierzchni falowodu. Jeżeli głębokość wnikania dla najwyższej składowej szeregu Fouriera, czyli składowej posiadającej najwyższą częstotliwość, jest mniejsza od grubości falowodu, wtedy w celu zapewnienia penetracji fali elektromagnetycznej wytwarzanej przez solenoid do falowodu, na jego powierzchni należy wyciąć kilka podłużnych szczelin (np. 6a). Gdy stosuje się falowód ze szczelinami, zwiększenie grubości ścianek falowodu nieznacznie wpływa na penetrację pola elektromagnetycznego do wnętrza falowodu. Szczeliny umieszczone wzdłuż falowodu przecinają linie prądów wirowych i w związku z tym umożliwiają uzyskanie większych częstotliwości modulujących przy tej samej mocy modulującej. Szczeliny powinny być usytuowane w ten sposób, aby nie przecinały linii prądu wielkiej częstotliwości płynącego w momencie, gdy modulator przenosi energię w.cz. z małym tłumieniem.

Na częstotliwości, przy której głębokość wnikania jest większa od grubości ścianki falowodu, pole elektromagnetyczne solenoidu przenika poprzez ściankę falowodu z pewnym tłumieniem, a przeto w tym przypadku należy stosować ścianki możliwie najcieńsze (rys. 6b). Grubość

ścianki można ograniczyć do wartości odpowiadającej trzem do czterech głębokości wnikania dla pola wielkiej częstotliwości rozchodzącego się falowodem. W ten sposób energia wielkiej częstotliwości wytwarzana przez solenoid będzie tłumiona w niewielkim stopniu, a zwiększy się oporność zwartego zwoju dla indukowanych prądów wirowych. Głębokość wnikania dla falowodu miedzianego przy częstotliwości 10 GHz jest rzędu 0,6 μ, tak więc ścianka miedziana o grubości 2,5 μ będzie redukować amplitudę składowej pola modulującego o częstotliwości 10 MHz tylko o około 10%, lecz zredukuje ona o 99% amplitudę składowych pola mikrofalowego o częstotliwości 10 GHz.

Specjalnego omówienia wymagają zasady projektowania oraz wykonywania odpowiedniego uzwojenia magnesującego, usytuowania uzwojenia w stosunku do falowodu oraz rozwiązania szczelin eliminujących prądy wirowe w falowodach kołowych.

Częstotliwość własna solenoidu powinna być jak najwyższa, a sam solenoid powinien być zasilany z odpowiednio dobranego zasilacza. Aby spełnić pierwsze wymagania, cewka powinna posiadać możliwie najmniej-



Rys. 7. Sposoby usytuowania uzwojenia magnesującego względem falowodu
a) Uzwojenie na zewnątrz falowodu, b) Uzwojenie zamiast falowodu, c) Uzwojenie wewnątrz falowodu

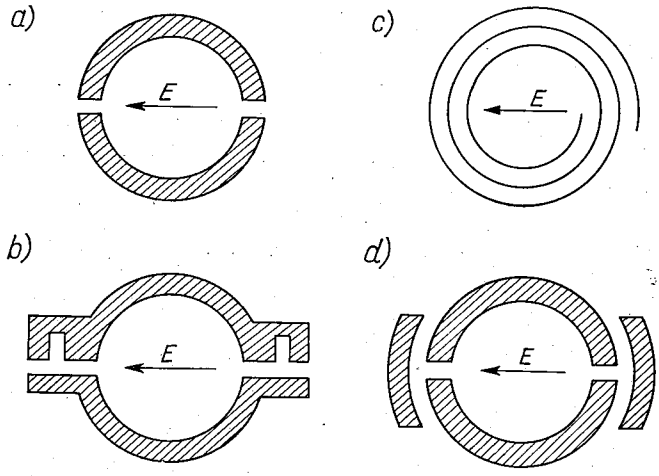
szą ilość zwojów, co z kolei pociąga za sobą przepływ dużych prądów przez uzwojenie, koniecznych do wytworzenia pożądanego pola magnetycznego. Jeśli pole magnetyczne zmienia się sinusoidalnie, wtedy do uzyskania dużych prądów płynących przez uzwojenie magnesujące można wykorzystać zasilacz z lampami gazowanymi lub tranzystorami. Gdy wymagane jest szybkie narastanie impulsów o niewielkiej częstotliwości powtarzania, należy stosować zasilacz z lampami próżniowymi. W takim przypadku częstotliwość rezonansową cewki można zwiększyć przez specjalne nawinięcie.

Istnieją w zasadzie trzy możliwe sposoby usytuowania solenoidu względem ścianek falowodu, które schematycznie przedstawiono na rys. 7.

Konwencjonalny sposób nawijania polega na umieszczeniu solenoidu na zewnątrz falowodu. Taka konfiguracja zapewnia największą swobodę przy projektowaniu cewki, ale w tym przypadku pole magnetyczne musi przechodzić przez ścianki falowodu, tak jak to opisano powyżej.

Drugi sposób polega na usunięciu ścianki falowodu, w taki sposób, aby zewnętrzna powierzchnia cewki stała się falowodem. Solenoid taki tłumi energię wielkiej częstotliwości rozchodzącą się wzdłuż prowadnicy, zarówno na skutek wypromieniowywania, jak i pochłaniania, tak że cewka powinna być projektowana pod kątem sprowadzenia do minimum tłumienia energii mikrofalowej. Takie postawienie wymagań nakłada jednak znaczne ograniczenia na wykonanie cewki i w rezultacie układ musi być zasilany z zasilacza o bardzo małej oporności wewnętrznej.

W trzeciej konfiguracji, pokazanej na rys. 7c, solenoid umieszczony jest wewnątrz falowodu. Takie rozwiązanie pozwala uzyskiwać krótkie czasy narastania i zanikania. Ponieważ solenoid oddziaływa na rozcho-



Rys. 8. Rozwiązania szczelin w falowodzie kołowym
a) Niedławikowana szczelina promieniująca, b) Szczelina z dławikiem ćwierćfalowym, c) Solenoid nawinięty folią metalową, d) Szczelina z dławikiem o granicznej długości fali większej od długości fali w falowodzie

dzenie się energii mikrofalowej, uzwojenie z konieczności musi być jednowarstwowe, zaś jego długość i średnica powinny być dobierane pod kątem sprowadzenia do minimum niepożądanych efektów mikrofalowych. Do zasilania tak wykonanego uzwojenia magnesującego konieczne jest zastosowanie zasilacza o bardzo małej oporności wewnętrznej.

Na rys. 8 przedstawiono kilka możliwych sposobów rozwiązania szczeliny eliminującej prądy wirowe w falowodach kołowych. Najprostszy przypadek obustronnej szczeliny, wyciętej równolegle do wektora pola elektrycznego, pokazano na rys. 8a. Szczelina taka będzie jednak wypromieniowywać energię wielkiej częstotliwości z falowodu i tym samym wprowadzać straty w okresie przenoszenia energii przez modulator. Wprowadzenie dławika wzdłuż obu stron szczeliny (rys. 8b) pozwala jednak praktycznie całkowicie wyeliminować zjawisko promieniowania.

Trzeci sposób wprowadzenia szczeliny przedstawiono na rys. 8c. Falowód składa się z solenoidu nawiniętego folią metalową, a pojemność pomiędzy warstwami cewki stanowi bardzo niską impedancję lub nawet zwarcie dla sygnałów mikrofalowych.

W czwartym rozwiązaniu, pokazanym na rys. 8d, odległość pomiędzy płytką równoległego dławika a falowodem może być na tyle mała, że częstotliwość graniczna powstałej w ten sposób prowadnicy falowej jest niższa od częstotliwości fal rozchodzących się falowodem, dzięki czemu dławik taki uniemożliwia wypromieniowywanie energii przez szczelinę. Rozwiązanie takie jest szczególnie przydatne w falowodach o niewielkiej grubości ścianki, rzędu 0,025 mm, i pozwala ograniczyć wzrost strat wywołanych promieniowaniem ze szczeliny do około 0,1 dB [16].

Analizując zasadę działania czteroramiennego cyrkulatora z rotatorem Faradaya, pokazanego na rys. 5a, można wykazać, że jeżeli gałęzie *3* i *4* zamknąć dopasowanymi obciążeniami, układ będzie posiadał właściwości charakterystyczne dla izolatora ferrytowego, a mianowicie przy pokazanym zwrocie pola magnetycznego wystąpi przenoszenie mocy pomiędzy gałęziami *1* i *2*, natomiast nie jest możliwe przenoszenie mocy z gałęzi *2* do *1*. Zmiana zwrotu pola magnetycznego spowoduje odwrócenie kierunku zaporowego i przenoszenie wystąpi pomiędzy gałęziami *2* i *1*, natomiast moc przechodząca z gałęzi *1* wydzieli się w obciążeniu umieszczonym w gałęzi *4*. Podobnie jak poprzednio, można dalej wykazać, że układ taki przy periodycznej zmianie pola magnetycznego może spełniać rolę modulatora amplitudy. Sytuacja nie zmieni się, gdy zamiast obciążeń umieszczanych na zewnątrz układu do falowodu kołowego wprowadzi się oporowe płytki absorpcyjne umieszczone prostopadle do płaszczyzn polaryzacji fali w wyjściowych falowodach prostokątnych.

Zależnie od kąta skręcenia dwu zewnętrznych falowodów prostokątnych można rozróżnić trzy zasadnicze konfiguracje modulatorów zawierających rotator Faradaya. Na rys. 9 przedstawiono szkicowo usytuowanie falowodów prostokątnych oraz płytek absorpcyjnych na wejściu i wyjściu odcinka falowodu kołowego zawierającego pręt ferrytowy. W konfiguracji pokazanej na rys. 9c fala skręcona przez rotator o 90° przechodzi przez układ z małym tłumieniem, podczas gdy fala nieskręcona (przy braku pola magnetycznego) jest silnie tłumiona. Przy zmianach zewnętrznego pola magnetycznego układ może spełniać rolę regulowanego tłumika lub modulatora amplitudy, przy czym wartość wprowadzonego tłumienia można wyrazić w postaci:

$$\frac{E_{wy}}{E_{we}} = \sin^2\theta + \varepsilon^2\cos^2\theta, \tag{19}$$

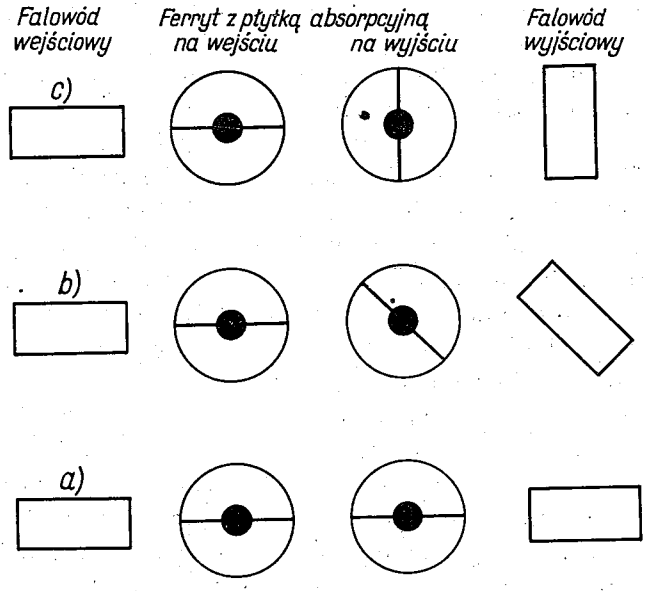
gdzie θ oznacza kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji, a ε jest współczynnikiem eliptyczności fali rozchodzącej się w falowodzie kołowym. Wyrażenie powyższe jest słuszne przy założeniu, że tłumienie wprowadzane

przez ferryt jest małe, oraz że $\varepsilon \ll 1$. Jeżeli płytki absorpcyjne i falowody wyjściowe zostaną ustawione równolegle jak na rys. 9a, układ może być w dalszym ciągu wykorzystywany jako modulator lub przełącznik, z tym tylko, że całkowite przenoszenie występuje przy braku zewnętrznego pola magnetycznego, a wartość wprowadzanego tłumienia określa się wzorem

$$\frac{E_{wy}}{E_{we}} = \cos^2\theta + \varepsilon^2 \sin^2\theta . \tag{20}$$

Konfiguracja przedstawiona na rys. 9b odpowiada przekształceniu cyrkulatora z rys. 5a przez zastąpienie zewnętrznych gałęzi *3* i *4* płytkami absorpcyjnymi umieszczonymi na wejściu i wyjściu odcinka falowodu kołowego zawierającego ferryt.

Przydatność trzech konfiguracji modulatorów z rotatorem Faradaya, pokazanych na rys. 9, do układu zasilanego napięciem sinusoidalnym

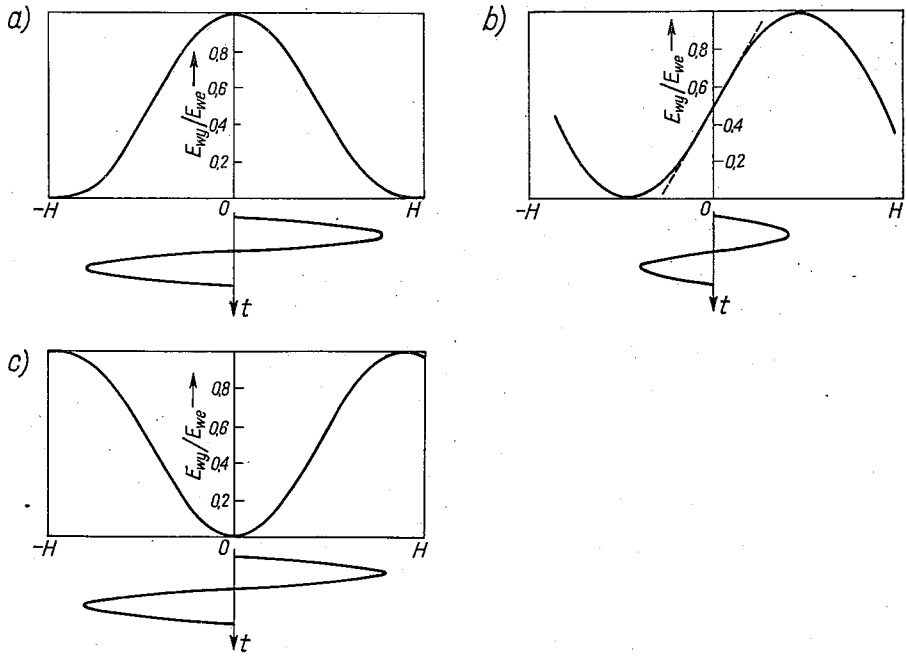


Rys. 9. Konfiguracja modulatorów z rotatorem Faradaya

można ocenić na podstawie przebiegów tłumienia w funkcji zmian pola magnetycznego, pokazanych na rys. 10. Z rysunku widać, że uzyskanie możliwie mało zniekształconej obwiedni w przypadku modulacji przebiegiem sinusoidalnym jest praktycznie możliwe tylko w przypadku (b) i to przy stosunkowo niewielkich głębokościach modulacji. Wprawdzie układy (a) i (c) umożliwiają uzyskanie częstotliwości przebiegu zmodulowanego dwukrotnie większej od częstotliwości modulującej, odbywa się to jednak kosztem większej mocy modulującej i przebieg jest silnie zniekształcony. Z tego względu konfiguracje (a) i (c) wykorzystuje się najczęściej w mi-

krofalowych przełącznikach dwupołożeniowych zasilanych impulsowo, tak że przejście od jednego stanu pracy do drugiego odbywa się skokowo.

Należy zwrócić uwagę, że po odłączeniu pola magnetycznego w ferrycie następuje na skutek histerezy pewne skręcenie płaszczyzny polaryzacji θ_s, zwane szczątkowym. Z tego względu, zgodnie z równaniami (19)



Rys. 10. Przebiegi tłumienia w funkcji zmian pola magnetycznego dla trzech konfiguracji modulatorów pokazanych na rys. 9

i (20), tłumienie nie osiąga w praktyce wartości równej zeru i nieskończoności. Analizując wpływ histerezy w ferrycie na przebieg zmodulowany napięciem sinusoidalnym okazuje się, że konieczne jest stosowanie ferrytów o wysokiej i możliwie stromej pętli histerezy, gdyż wtedy maleją zniekształcenia nieliniowe przebiegu zmodulowanego i potrzebna jest mniejsza zmiana pola magnetycznego do uzyskania określonej głębokości modulacji.

3. KONSTRUKCJA FERRYTOWEGO MODULATORA AMPLITUDY

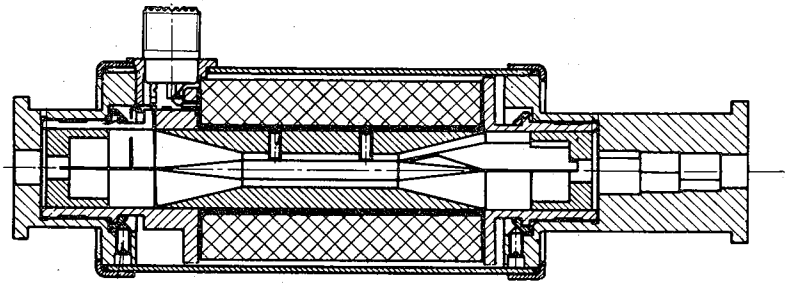
Zasada działania skonstruowanego modulatora opiera się na wykorzystaniu mikrofalowego zjawiska rotacji Faradaya, przy czym zastosowano układ falowodów jak na rys. 9b. Konfigurację tę, o czym wspomniano w rozdz. 2, cechuje szereg zalet, takich jak:

— możliwość zastosowania dużych częstotliwości modulujących,

— dopuszczalny duży poziom mocy modulowanej,
— stosunkowo niewielka moc sygnału modulującego konieczna do osiągnięcia dużej głębokości modulacji,
— możliwość uzyskania małych zniekształceń.

Konstrukcję modulatora pokazano schematycznie na rys. 11.

Podstawową część przyrządu stanowi odcinek falowodu kołowego zawierający pręt ferrytowy umieszczony współosiowo i magnesowany wzdłużnym polem magnetycznym wytworzonym przez uzwojenie zasilające. Pręt powinien być wykonany z ferrytu o dużej rotacji Faradaya na



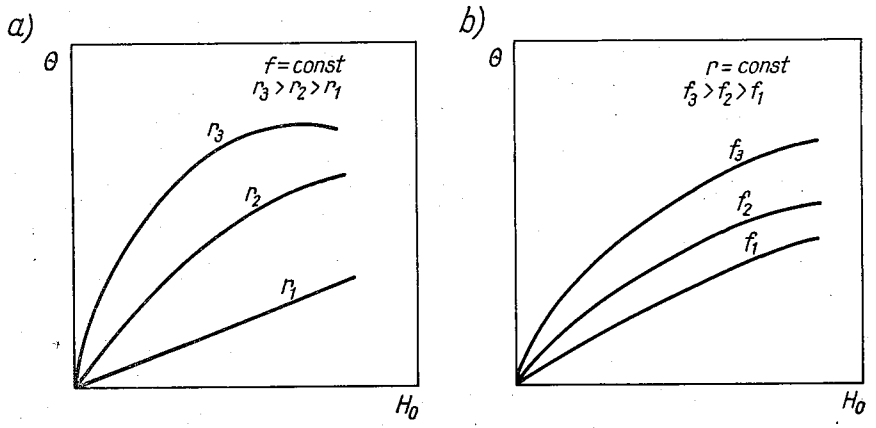
Rys. 11. Konstrukcja ferrytowego modulatora amplitudy opartego na wykorzystaniu mikrofalowego zjawiska rotacji Faradaya

jednostkę długości oraz małym iloczynie $(BH)_{max}$. Przy dużej jednostkowej rotacji Faradaya niewielkie zmiany pola magnetycznego, dla określonych rozmiarów pręta, powodują duże zmiany skręcenia płaszczyzny polaryzacji fali rozchodzącej się w falowodzie zawierającym ferryt, a tym samym, jak widać z (19) i (20) duże zmiany tłumienia. Pozwala to na uzyskanie dużej głębokości modulacji przy małej mocy sygnału modulującego. Zagadnienie to wiąże się także z wyborem rozmiarów pręta ferrytowego. Mały iloczyn $(BH)_{max}$ zastosowanego ferrytu pozwala na pracę przy dużym poziomie mocy modulowanych, bez szkodliwych efektów termicznych. Jeżeli spełnione są oba warunki, tzn. ferryt posiada dużą rotację jednostkową oraz małe straty, pętla histerezy jest wąska i stroma, co zapewnia małe zniekształcenia modulacji; aproksymacja pętli histerezy, krzywa $\sin^2\theta$ na rys. 10b, jest wtedy dostatecznie dokładna.

Istotną sprawą jest określenie odpowiednich wymiarów ferrytu i falowodu oraz materiału i wymiarów wspornika. Skręcenie płaszczyzny polaryzacji na jednostkę długości ferrytu zależy nie tylko od rodzaju ferrytu — jego właściwości magnetycznych, lecz także od stosunku średnic pręta i falowodu. Na rys. 12 pokazano charakter zmian rotacji dla różnych parametrów. Na podstawie rys. 12a widać, że przy dużych średnicach pręta ferrytowego można zbudować modulator o małej długości, ale będzie on posiadał wąskie pasmo pracy, gdzie przez pasmo pracy określa się pasmo częstotliwości, dla którego uzyskuje się stałą głębokość modulacji przy

założonych zmianach sygnału modulującego oraz dodatkowe zniekształcenia modulacji wynikające z nieliniowej zmiany rotacji w funkcji pola. Natomiast dla prętów o mniejszych średnicach, aczkolwiek, aby uzyskać to samo skręcenie płaszczyzny polaryzacji przy tej samej wartości pola co w poprzednim przypadku, trzeba zwiększyć długość ferrytu, można uzyskać szersze pasmo częstotliwości pracy oraz małe zniekształcenia.

W omawianym modulatorze przyjęto rozwiązanie kompromisowe; dzięki zastosowaniu dielektrycznego wspornika podtrzymującego ferryt, zmiany rotacji Faradaya w pasmie pracy modulatora są niewielkie. Bliższe informacje na temat sposobów konstrukcji szerokopasmowych przyrządów opartych na zjawisku Faradaya można znaleźć w literaturze [8], [9].



Rys. 12. Zależność rotacji Faradaya od wymiarów ferrytu oraz częstotliwości

Falowód wyjściowy został skręcony o 45° względem wejściowego, co — zgodnie z rozważaniami przeprowadzonymi w rozdz. 2 — zapewnia najmniejsze zniekształcenia nieliniowe modulacji.

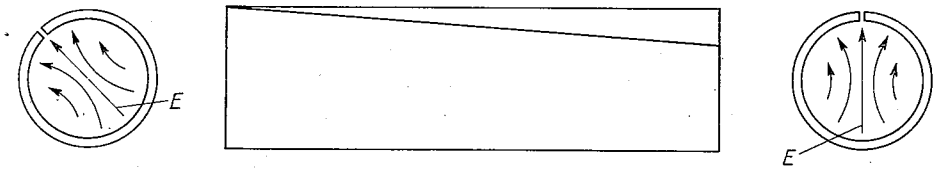
Ponieważ modulator włącza się w tor mikrofalowy, którego falowody mają przekrój prostokątny, zastosowano przejścia z falowodu kołowego na prostokątny. Przejścia te wykonano w postaci dopasowanych dielektrycznych transformatorów trójstopniowych, spełniających jednocześnie rolę transformatorów rodzaju z TE_{11} w falowodzie kołowym na TE_{10} w prostokątnym, oraz transformatorów impedancji.

Prostopadle do linii pola elektrycznego w falowodach wejściowym i wyjściowym umieszczone zostały płytki absorpcyjne (rys. 11). Zadanie ich omówiono w rozdz. 2. Płytki wykonano z miki pokrytej chromonikieliną przez naparowywanie próżniowe. Odpowiedni kształt płytek zapewnia małe odbicia fali od ich końców.

Układ zasilający stanowi uzwojenie nawinięte bezpośrednio na zewnętrznej stronie falowodu kołowego. Wybór takiego rozwiązania podyktowany został tym, że rozwiązanie to przy dużej prostocie wykonania

posiada szereg istotnych zalet w porównaniu z układem, w którym uzwojenie stanowi jednocześnie falowód, co — jak wyjaśniono poprzednio — związane jest ze znacznymi stratami mocy mikrofalowej, czy też w porównaniu z układem z uzwojeniem wewnątrz falowodu, do którego trzeba odprowadzić bardzo dużą moc sygnału modulującego. Uzwojenie nawinięto warstwowo na długości falowodu kołowego, w którym umieszczony jest pręt ferrytowy, ma to na celu zapewnienie jednorodnego pola magnetycznego na całej długości ferrytu. Przy projektowaniu uzwojenia zasilającego specjalną uwagę poświęcono uzyskania jak największej dobroci uzwojenia oraz dużej częstotliwości własnej uzwojenia. Dzięki temu przy stosunkowo niewielkiej mocy doprowadzonej do uzwojenia można uzyskać wymagane pole magnetyczne.

Niemniej ze względu na to, że długość pręta ferrytowego jest określona, długość uzwojenia została z góry narzucona, sposób nawinięcia odbiega od optymalnego ze względu na maksymalną dobroć [1] (dla spełnienia warunku maksymalnej dobroci uzwojenie powinno mieć określony stosunek średniej średnicy do długości, przy czym długość powinna być



Rys. 13. Usytuowanie szczeliny w falowodzie kołowym skonstruowanego modulatora amplitudy

mniejsza od średnicy). Widać tutaj jak istotną rzeczą jest właściwe dobranie parametrów materiału oraz kompromisu między różnymi parametrami (pasmo, moc zasilania, zniekształcanie nieliniowe).

Uzwojenie skonstruowanego modulatora zapewnia poprawną współpracę ze standartowymi generatorami *RC* o mocy wyjściowej 10 W i oporności wyjściowej w granicach 60—1000 Ω, w pasmie częstotliwości modulujących 20—10 000 Hz.

W celu uniknięcia efektu zwartego zwoju, jaki stanowi falowód dla częstotliwości modulujących, na całej długości falowodu nacięta została szczelina. Jak pokazano na rys. 13, szczelina została tak usytuowana, że nie przecina ona linii prądu wielkiej częstotliwości dla fali rozchodzącej się z wejścia w kierunku wyjścia, a tym samym nie zakłóca rozkładu pola w falowodzie. Aby nie następowało wypromieniowywanie energii na zewnątrz, za szczeliną wykonano dławik. Odległość płytki równoległej dławika została tak dobrana, że fala rozchodząca się w przestrzeni dławika

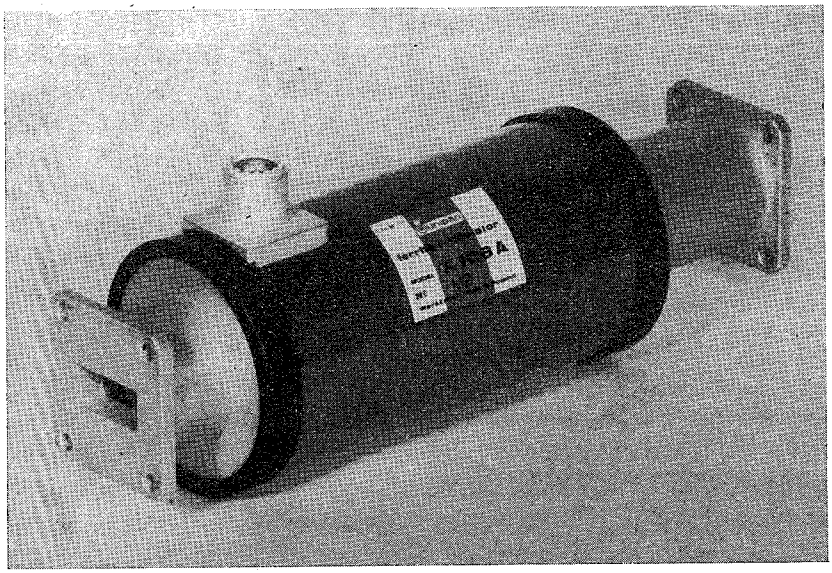
[1] Dobroć uzwojenia określono jako stosunek części urojonej impedancji do części rzeczywistej przy częstotliwości rezonansowej.

jest silnie tłumiona [4]. Graniczna długość fali w przestrzeni dławika jest krótsza niż wzbudzane długości fal w pasmie pracy modulatora.

Ze względu na wygodę użytkowników zastosowano skręt 45-stopniowy mający na celu zapewnienie jednakowej orientacji falowodu wejściowego i wyjściowego. Skręt ten wykonano jako skokowy skręt o charakterystyce Czebyszewa.

4. WYNIKI POMIARÓW

Wykonano i przebadano szereg modulatorów na pasmo 3 cm o konstrukcji, jak opisana wyżej. Skonstruowano dwa typy modulatorów



Rys. 14. Widok zewnętrzny ferrytowego modulatora amplitudy Unipan typ X108

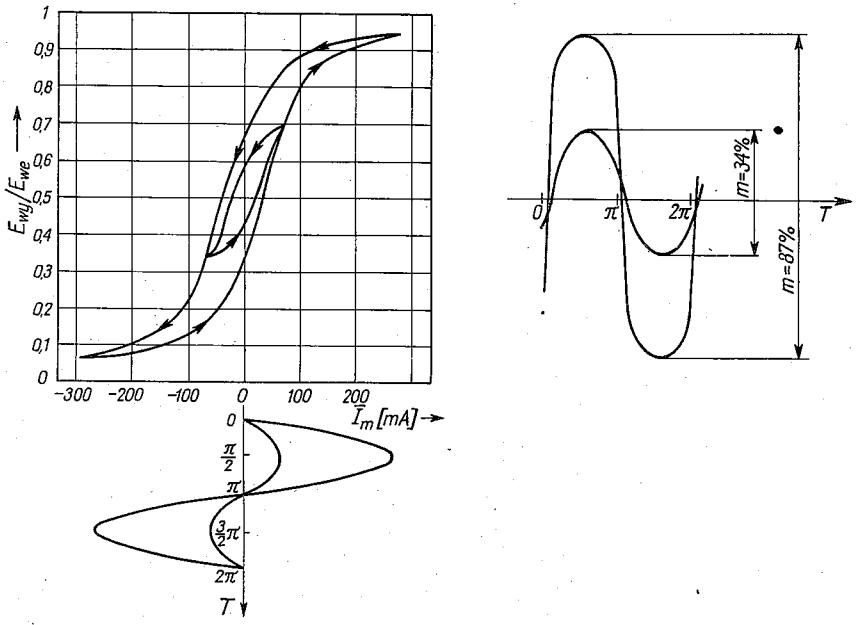
X108A na pasmo 8,6—10 GHz oraz X108B na pasmo 10,0-11,5 GHz. Wygląd zewnętrzny przyrządu pokazano na rys. 14.

4.1. Pomiary statyczne

Jak wspomniano poprzednio, znajomość statycznej charakterystyki modulacji (pętli histerezy) pozwala określić maksymalną głębokość modulacji oraz zniekształcenia nieliniowe.

Na rys. 15 pokazano charakterystykę statyczną modulacji absorpcyjnego modulatora ferrytowego oraz przebiegi sygnału wyjściowego dla różnych wartości sygnału modulującego. Zdjęta charakterystyka, a także przeprowadzone pomiary statyczne minimalnego i maksymalnego tłumienia

pozwalają określić maksymalną osiągalną głębokość modulacji. Wartość minimalnego tłumienia organiczona jest stratami mocy w ferrycie, natomiast wartość maksymalnego tłumienia przez eliptyczność [równ. (19) i (20)]. Dla skonstruowanych przyrządów tłumienie minimalne jest nie



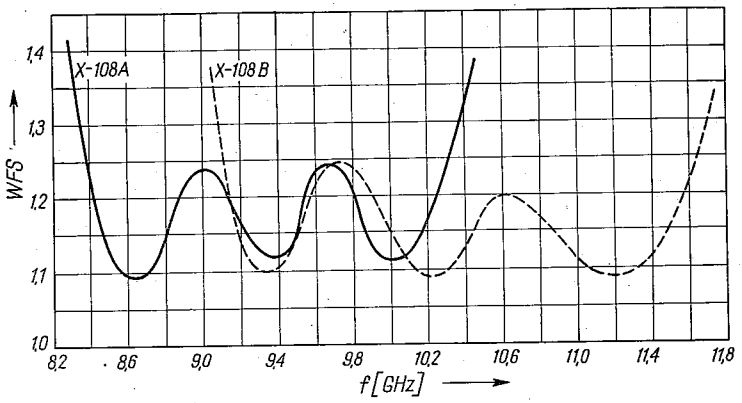
Rys. 15. Statyczna charakterystyka modulacji

większe od 0,75 dB ($L_{min} \leqslant 0{,}75$ dB), a tłumienie maksymalne nie mniejsze od 25 dB ($L_{max} \geqslant 25$ dB). Na tej podstawie można określić współczynnik jakości modulatora [równ. (15)] $q = 24$ dB, a zatem z równ. (16) (rys. 4) głębokość modulacji $m_{max} = 88\%$. Tak dużej głębokości modulacji towarzyszą znaczne zniekształcenia; przy mniejszych głębokościach, aczkolwiek uzyskanie liniowej modulacji jest w ogóle niemożliwe, zniekształcenia są mniejsze. Znajomość statycznej charakterystyki modulacji jest bardzo istotna i okazuje się pomocna zarówno przy wyborze pewnych parametrów konstrukcyjnych, jak i przewidywaniu parametrów użytkowych modulatora.

Jednym z istotnych parametrów modulatorów, podobnie jak bardzo wielu innych przyrządów mikrofalowych, jest dopasowanie w pasmie częstotliwości pracy. Na rys. 16 pokazano przebieg współczynnika fali stojącej w funkcji częstotliwości przy zerowym prądzie magnesującym. Wpływ na dopasowanie posiadają zarówno kształt pręta ferrytowego, wspornika i płytek absorpcyjnych, czyli elementów bezpośrednio związanych z działaniem układu, jak współczynniki odbicia transformatorów i skrętu. Wypadkowy współczynnik fali stojącej skonstruowanych modu-

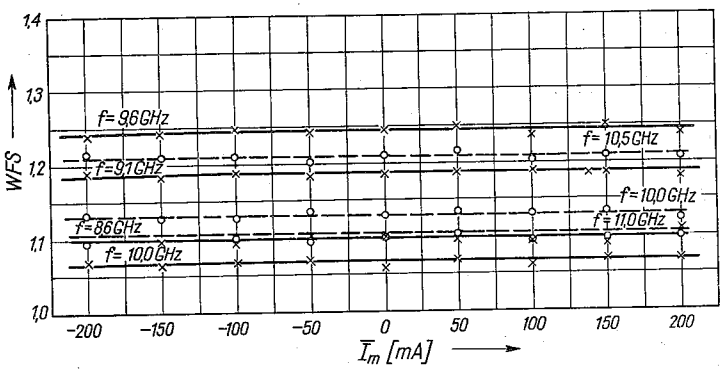
latorów nie przekracza wartości 1,25 i ma prawie identyczny przebieg dla poszczególnych egzemplarzy.

Bardzo ważną i ciekawą właściwością modulatorów jest niezależność dopasowania od prądu magnesującego. Podczas okresu modulacji, czyli



Rys. 16. Wejściowy współczynnik fali stojącej modulatorów ferrytowych Unipan X108A i X108B w funkcji częstotliwości

przy zmianach prądu magnesującego, następuje zmienny podział mocy między obciążenie a płytki absorpcyjne. Tłumienie płytek jest dostatecznie duże, a współczynnik odbicia niewielki, tak że o wejściowym współ-

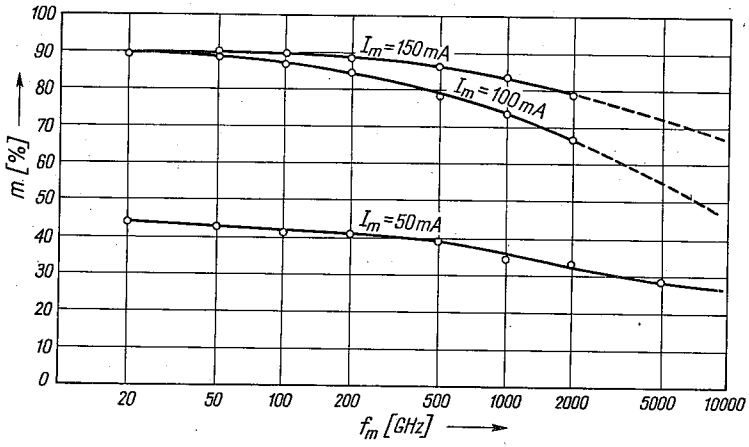


Rys. 17. Wejściowy współczynnik fali stojącej modulatorów ferrytowych Unipan X108A i X108B w funkcji prądu modulującego
—— X 108A, - - - X 108B

czynniku odbicia (wejściowym współczynniku fali stojącej) decyduje dopasowanie transformatorów, a w związku z tym nie zależy on od prądu magnesującego. Jest to niewątpliwie bardzo korzystna cecha z punktu widzenia pracy przyrządu. Dopasowanie obu typów modulatorów w funkcji prądu magnesującego pokazano na rys. 17.

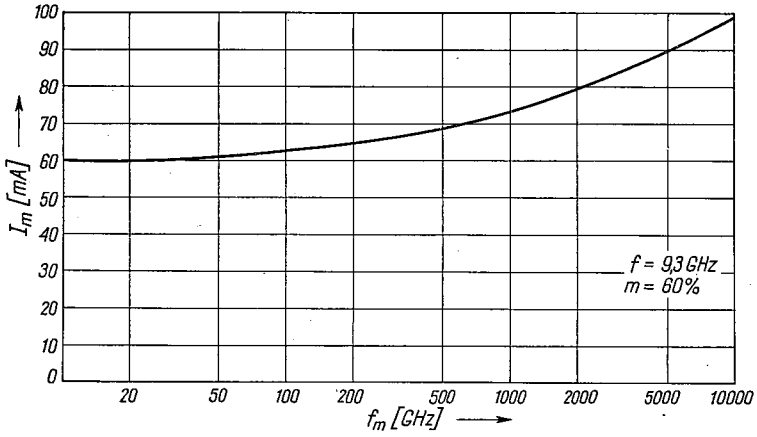
4.2. Pomiary dynamiczne

Na rys. 18 przedstawiono zależność głębokości modulacji od częstotliwości modulującej dla wartości sygnału modulującego jako parametru. W zakresie częstotliwości 20—1000 Hz głębokość modulacji przy stałej



Rys. 18. Głębokość modulacji modulatorów X108 w funkcji częstotliwości modulującej, przy stałej wartości skutecznej prądu modulującego

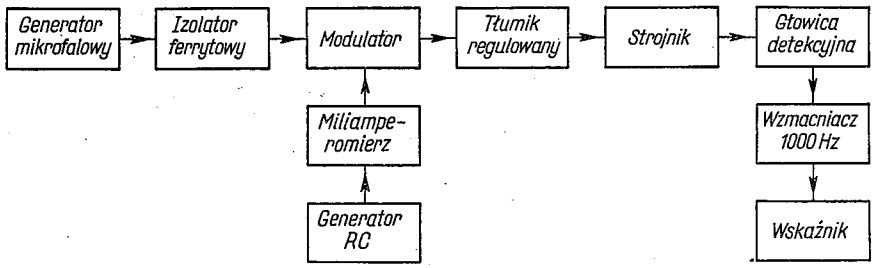
wartości sygnału modulującego praktycznie nie zależy od częstotliwości. Przy dalszym wzroście częstotliwości modulującej uzyskiwana głębokość modulacji maleje, spowodowane jest to stratami mocy zasilania wynikającymi w pewnej mierze z tłumiącego działania ścianek falowodu oraz indukowania prądów wirowych w nieprzeciętej części falowodu (kołnierze, skręt).



Rys. 19. Wartość prądu modulującego przy stałej głębokości modulacji (m = 60%) w funkcji częstotliwości modulującej

Jak można było przewidzieć na podstawie statycznej charakterystyki modulacji, wzrost prądu modulującego ponad pewną wartość nie powoduje proporcjonalnego wzrostu głębokości modulacji.

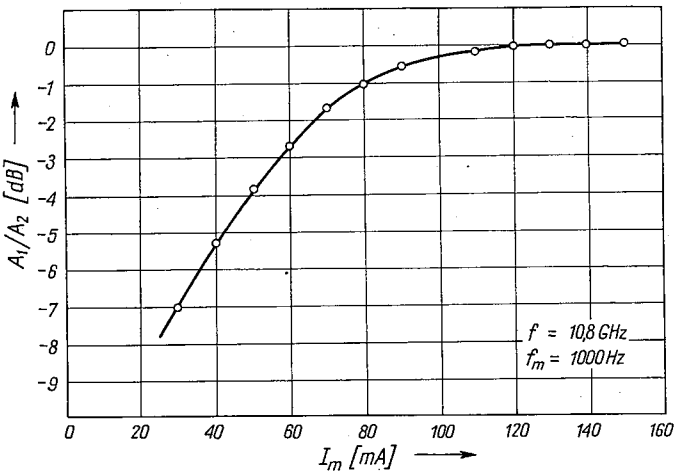
Na rys. 19 pokazano wykres charakteryzujący dynamiczne właściwości modulatora — prąd potrzebny do uzyskania 60% głębokości modulacji dla



Rys. 20. Laboratoryjny układ pomiarowy z modulacją absorpcyjną i detekcją kwadratową

różnych częstotliwości modulujących. Jak zostanie wykazane na podstawie dalszych pomiarów, w wielu układach mikrofalowych taka wartość głębokości modulacji, którą można zapewnić przy niezbyt dużej mocy zasilania (maks. moc ≈ 10 W), jest wystarczająca.

Jednym z najczęstszych i powszechnie znanych zastosowań modulatorów jest, jak wspomniano w rozdz. 1, modulacja amplitudy w układach

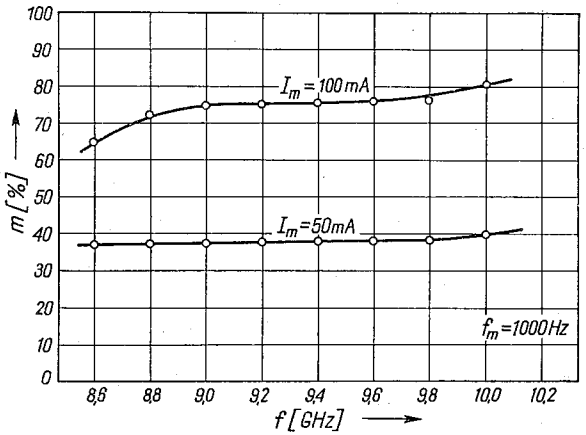


Rys. 21. Względny poziom sygnału po detektorze kwadratowym w funkcji prądu modulującego przy zastosowaniu w układzie z rys. 20 modulatora ferrytowego Unipan X108B

pomiarowych. Na rys. 20 pokazano typowy układ laboratoryjny z detektorem kwadratowym, w którym zmierzono charakterystykę pokazaną na rys. 21. A_1 oznacza wartość amplitudy sygnału modulowanego przy

wartości prądu magnesującego $I_m = 150$ mA, A_2 — przy prądzie I_m. Od wartości prądu magnesującego $I_m \approx 120$ mA nie następuje dalszy wzrost sygnału. Taki przebieg charakterystyki wynika bezpośrednio z charakterystyki statycznej modulatora (rys. 15). Znajduje tutaj jeszcze raz potwierdzenie wniosek o niecelowości stosowania zbyt dużych sygnałów modulujących. Przy prądzie około 80 mA uzyskuje się spadek czułości o ok. 1 dB, natomiast wzrost prądu ponad 100 mA powoduje minimalny wzrost wskazań.

W pewnych zastosowaniach interesujące mogą być zmiany głębokości modulacji w funkcji częstotliwości sygnału modulowanego. Zmiany te



Rys. 22. Głębokość modulacji w funkcji częstotliwości sygnału modulowanego

wynikają ze zmian rotacji Faradaya w funkcji częstotliwości. Szerokopasmowa konstrukcja modulatora [1)] pozwoliła na uzyskanie niewielkich zmian głębokości modulacji — dla jednego z modeli zilustrowano to na rys. 22.

Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić zgodność uzyskanych parametrów dynamicznych z przewidywaniami teoretycznymi i charakterystyką statyczną oraz bardzo dużą powtarzalność wyników dla dużej liczby modulatorów.

5. WNIOSKI

Omówiono zastosowanie modulacji amplitudy w mikrofalowych układach pomiarowych i zwrócono uwagę na zalety modulatorów absorpcyjnych, podając jednocześnie przegląd stosowanych rozwiązań.

Analiza procesu modulacji absorpcyjnej i demodulacji na diodzie kwadratowej wykazała, że dążenie do uzyskania współczynnika głębokości

[1)] Konstrukcję modulatora oparto na wcześniej opracowanym izolatorze ferrytowym [10].

modulacji m bliskiego jedności w układach pomiarowych jest niecelowe oraz że w większości przypadków praktycznych wartość $m \approx 0{,}6$ daje zadowalające wyniki.

Dla określenia właściwości modulatora absorpcyjnego wprowadzono współczynnik jakości, określający maksymalną zmianę sygnału wyjściowego przy stałym sygnale wejściowym i wykazano, że np. dla uzyskania $m \approx 0{,}6$ współczynnik jakości $q > 12$ dB.

W dalszej części pracy przedstawiono zasadę działania ferrytowego modulatora absorpcyjnego opartego na wykorzystaniu zjawiska rotacji Faradaya oraz zagadnienia związane z wytwarzaniem zmiennego pola magnetycznego magnesującego ferryt. Wskazano na trudności wynikające z bocznikującego działania zwartego zwoju, jaki tworzy falowód kołowy i przedstawiono metody zapobiegania temu niepożądanemu zjawisku.

Przedyskutowano właściwości modulatora z rotatorem Faradaya przy różnych skręceniach falowodów wejściowego i wyjściowego, zwracając uwagę na źródła zniekształceń nieliniowych modulacji i stwierdzono, że optymalne z punktu widzenia minimalnych zniekształceń nieliniowych jest skręcenie falowodów równe 45°. Zauważono również, że przy tak dobranym kącie skręcenia falowodów dla uzyskania małych zniekształceń nieliniowych wymagane są możliwie małe straty wtrącenia, tzn. minimalne tłumienie modulatora.

Zwrócono uwagę na istotny wpływ, jaki ma na właściwości modulatora odpowiedni dobór materiału ferrytowego. Optymalny ze względu na zniekształcenia nieliniowe oraz zależności energetyczne jest materiał posiadający wąską i stromą, możliwie prostokątną pętlę histerezy.

W oparciu o przedstawione zależności ogólne opisano konstrukcję i podano wyniki doświadczalne ferrytowych modulatorów absorpcyjnych Unipan typ X108A i X108B przystosowanych do pracy w pasmie częstotliwości X. Podane charakterystyki tych modulatorów w pełni potwierdzają słuszność postawionych wniosków.

Zależności teoretyczne podane we wstępie pracy można uogólnić na różne rodzaje modulatorów absorpcyjnych, natomiast dyskusję i wyniki uzyskane dla modulatora ferrytowego z rotatorem Faradaya na pasmo X można zastosować dla innych zakresów częstotliwości.

Autorzy pragną wyrazić podziękowanie Dyrekcji Zakładu Doświadczalnego Budowy Aparatury Naukowej Unipan za umożliwienie wykonania tej pracy i pozwolenie na jej opublikowanie.

UNIPAN — Zakład Budowy Aparatury Naukowej PAN
Warszawa

WYKAZ LITERATURY

1. Barry J. N., Clarke W. H.: Microwave Modulator Uses Ferrite Gyrator. — Electronics, t. 28, nr 5, s. 139, 1955.
2. Bradley E. M., Pringle E. H.: The Theory and Design of Gasdischarge Microwave Attenuators. — J. Brit. IRE, t. 15, s. 11, 1955.
3. Brown A. C., Cole R. S., Honeyman W. H.: Some Applications of Ferrites to Microwave Switches. — Proc. IRE, t. 46, s. 722, 1958.
4. Clarricoats P. J. B.: Microwave Ferrites. Chapman and Hall, London 1961.
5. Garver R. V., Spencer E. C., Harper M. A.: Microwave Semiconductor Switching Techniques. — IRE Trans., t. MTT-6, nr 4, s. 378, 1958.
6. Hill R. M., Ichiki S. K.: Microwave Switching with Low-Pressure Arc Discharge. — Trans. IRE, t. MTT-8, s. 628, 1960.
7. Kraszewski A.: Mikrofalowe układy przełączające. PWN, Warszawa 1966.
8. Lax B., Button K. J.: Microwave Ferrites and Ferrimagnetics. McGraw — Hill Book Company, 1962.
9. Le Craw R. C., Bruns H. B.: Time Delay in High-Speed Ferrite Microwave Switches. — J. Appl. Phys., t. 26, s. 124, 1955.
10. Lewandowski S. J., Konopka J.: On Some Problems in Designing Microwave Faraday Rotation Devices. — IRE Trans., t. MTT-8, nr 2, s. 249, 1960.
11. Millet M. R.: Microwave Switching by Crystal Diodes. — IRE Trans., t. MTT-6, nr 3, s. 284, 1958.
12. Morris A. L.: Microwave Ferrite Modulators for High Signal Frequencies. — J. Brit. IRE, t. 19, s. 117, 1959.
13. Pringle E. H., Bradley E. M.: Some New Microwave Control Valves Employing the Negative Glow Discharge. — J. Electronics, t. 1, s. 389, 1956.
14. Rizzi P., Reich D. J.: A Note on Sidebands Produced by Ferrite Modulators. — Proc. IRE, t. 44, nr 4, s. 556, 1956.
15. Turner E. H.: A Fast Ferrite Switch for Use at 70 kMc. — IRE Trans. t. MTT-6, nr 4, s. 300, 1958.
16. Uebele G. S.: High Speed Ferrite Microwave Switch. — IRE Conv. Rec., cz. 1, s. 227, 1957.

S. STUCHŁY, A. KRASZEWSKI, M. RZEPECKA

MICROWAVE AMPLITUDE MODULATOR

Summary

The application of amplitude modulation to microwave measuring set-ups is discussed, featuring modulators of the absorbing-type, giving a comprehensive survey of known solutions.

On analysing the process of absorption — type modulation and square — law diode demodulation it is shown, that in measuring set-ups, there exist no reason to aim modulation factors up to unity, the value of 0,6 being satisfactory for most practical applications.

A "quality factor" has been introduced to describe the absorbing modulator performance; the factor determines the maximum output variation at constant input, and it has been proven that the quality factor of $q \geqslant 12$ db provides modulation factor of $m \approx 0.6$.

Next the operating principle is presented of a ferrite absorbing modulator using the Faraday's rotation effect, as well as problems related to the generation of the AC magnetic field which provides magnetization of the ferrite insert. Difficulties are signalled which arise from the short — circuiting effect of the short turn as established by the circular waveguide. Means are suggested to obviate the trouble.

The effect of input — and output — waveguide twisting on the modulator characteristics is discussed in view to minimise the nonlinear distortion of modulation; 45° twisting of the waveguides was found to produce minimum nonlinear distortion.

It was noted furthermore, that to achieve low nonlinear distortion with the twisting angle determined as above the insertion loss of the modulator should be held as low as possible.

The selection of the ferrite material has a heavy effect on the modulator performance. To obtain minimum nonlinear distortion and optimum energetic relations a material is desirable which has a hysterezis loop narrow, steep and as rectangular as possible.

This knowledge has been applied when designing the X-Band ferrite absorbing modulator UNIPAN X108A and X108B, and test results of the unit has been given in the paper.

The theoretical relations as given in the introduction to the paper can be extended to various types of absorption — type modulators; the discussion and results on the X-band ferrite using the Faraday's rotator can be applied to other frequency bands.

S. STUCHŁY, A. KRASZEWSKI, M. RZEPECKA

MODULATEUR D'AMPLITUDE À MICROONDES

Résumé

Le présent ouvrage se rapporte aux applications de la modulation en amplitude aux appareils de mesure à microondes, en particulier à l'étude des modulateurs à absorption, illustrée par des exemples de plusieurs montages utilisés. L'étude du phénomène de modulation par absorption et de démodulation sur diode à caracteristique parabolique a démontré qu'il n'est pas nécessaire d'atteindre un coefficient de modulation proche à l'unité et qu'en pratique dans la plupart des cas la valeur de $m = 0{,}6$ donne des résultats satisfaisants. Pour définir les propriétés du modulateur à absorption, on a fait intervenir un facteur de qualité déterminant les variations maximales du signal de sortie pour un signal d'entrée invariable, et l'on a montré que pour obtenir $m = 0{,}6$ le facteur de qualité doit être supérieur à 12 db.

Dans la partie suivante de l'ouvrage on a étudié le principe de fonctionnement des modulateurs à absorption à ferrite qui font appel au phénomène de rotation de Faraday ainsi que les questions relatives à la production des champs magnétiques alternatifs pour l'aimantation du ferrite. Etant donné que le guide d'onde circulaire peut être considéré comme une spire en court-circuit, on a tenu compte des pertes qui en résultent puis on a indiqué les méthodes qui permettent de remédier à cet inconvénient.

L'analyse des propriétés des modulateurs à rotateur de Faraday effectuée pour des angles différents de déviation entre les guides d'onde d'entrée et de sortie nous a permis de constater que les distorsions non linéaires prenaient une valeur minimale pour un angle de déviation de 45°. En outre, les performances desdits modulateur dependent en grande partie des propriétés magnétiques des matériaux utili-

sés. En ce qui concerne les distorsions non linéaires et les pertes d'énergie il est indiqué d'utiliser des matériaux à courbe d'hystérésis ayant une largeur réduite et une forte pente.

Sur la base d'une étude théorique, on a construit des modulateurs et on a effectué des mesures experimentales de modulateurs à absorption à ferrite Unipan X108A et X108B destinés à travailler dans la bande de fréquence 10.000 Mc/s. Les caractéristiques obtenues sont en bon accord avec les résultats théoriques.

L'application des relations théoriques peut s'étendre à d'autres types de modulateurs à absorption ainsi qu'à d'autres gammes de fréquence.

С. СТУХЛЫ, А. КРАШЕВСКИ, М. ЖЕПЕЦКА

АМПЛИТУДНЫЙ МОДУЛЯТОР СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ

Резюме

В статье описано применение амплитудной модуляции в измерительных системах сверхвысоких частот, со специальным рассмотрением достоинств абсорбционной модуляции; сделан также обзор применяемых решений.

С анализа процесса абсорбционной модуляции и демодуляции на кристаллическом видеодетекторе, имеющем квадратную характеристику, следует, что стремление к получению коэффициента модуляции равного единице нецелесообразно; в большинстве практических случаев достаточно получить $m \approx 0{,}6$.

Чтобы определить свойства абсорбционного модулятора вводится коэффициент качества, определяющий максимальное изменение выходного сигнала при постоянном входном сигнале. Для получения $m = 0{,}6$ коэффициент качества q должен быть не меньше 12 дб.

В статье приводится принцип действия ферритового модулятора, работающего с использованием эффекта Фарадея и рассматриваются вопросы, связанные с создаванием переменного магнитного поля.

Представлены методы защиты от эффекта короткозамкнутого витка, который возникает вследствие шунтирующего действия кругового волновода.

Рассмотрены свойства модулятора с ротатором Фарадея для различных поворотов волноводов входного и выходного; сделана оценка нелинейных искажений модуляции. Минимальные нелинейные искажения получаются при повороте 45°, при этом вносимые потери должны быть минимальные. Обращается внимание на то, что выбор ферритового вещества имеет существенное влияние на свойства модулятора; оптимальным является феррит с узкой и крутой, прямоугольной петлей гистерезиса.

Описано конструкцию и представлено экспериментальные характеристики ферритовых модуляторов UNIPAN типа X108A и X108B, работающих в диапазоне 3 см. Результатами эксперимента были подтверждены теоретические предвидения.

Представленные теоретические условия модуляции можно обобщить и применить к другим типам абсорбционных модуляторов, а дискуссию и экспериментальные результаты исследования ферритового модулятора, работающего с использованием эффекта Фарадея в диапазоне 3 см, можно применить и к другим диапазонам частот.

TREŚĆ

S. Bernas: Oszczędność paliwa w systemie elektroenergetycznym przy „odstawieniach" 231
A. Czajkowski: Analiza stanów ustalonych trójfazowego wzmacniacza magnetycznego zasilającego obwód typu R, E 263
A. Czajkowski: Praca trójfazowego wzmacniacza magnetycznego oraz układu tyrystorowego przy zasilaniu twornika silnika obcowzbudnego . . 293
Z. Bajorek: Wykresy miejsc geometrycznych silników asynchronicznych przy zasilaniu niesymetrycznym 317
A. Karczmarewicz: Efektywne kodowanie dla systemów binarnych ze sprzężeniem zwrotnym informacji 339
A. Kraszewski: Falowodowe cyrkulatory rozgałęzione 379
S. Stuchły, A. Kraszewski, M. Rzepecka: Mikrofalowy modulator amplitudy 403

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

S. Bernas: Fuel Savings as a Result of the Scheduled Outages of Generating Units in Power System 231
L'économie du combustible dans un système pendant la mise hors service du bloc chaudière-turbo 231
Brennstoffersparnis bei Abstellungen für die warme Reserve im Verbundbetriebe 231
A. Czajkowski: Steady State Analysis of 3-Phase Bridge Magnetic Amplifier Feeding R, E — Circuit 263
Analyse des régimes stationnaires d'un amplificateur magnétique triphasé, alimentant un circuit avec résistance et force électromotrice 263
Beharrungsverhaltens Analyse von Magnetverstärker in Dreiphasigen — Brückenschaltung mit Wirklast und Gegenspannung im Betrieb 263
A. Czajkowski: The Operation of 3-Phase Magnetic Amplifier as well as Thyristor Controller Supplying Armature Power to Separately Excited D—C Motor 293
Les régimes d'un amplificateur magnétique aussi que d'un amplificateur à thyristors — alimentant l'induit d'un moteur à courant continu à excitation séparée 293
Wirkungsweise des 3-phasigen Magnetverstärker sowie der Stromrichterschaltung mit steuerbaren Siliziumventile bei Motorbelastung 293
Z. Bajorek: Les diagrammes des lieux géométriques des moteurs asynchrones à alimentation non symétrique 317
A. Karczmarewicz: Effective Coding for Binary Information Feed-Back Systems 339
Codification effective pour systèmes binaires à contreréaction d'information 339
Effektives Kodierung für Binarsystemen mit informations rückkopplung . 339
A. Kraszewski: Waveguide Junction Circulators 379
Circulateur jonction à guide d'onde 379
S. Stuchły, A. Kraszewski, M. Rzepecka: Microwave Amplitude Modulator 403
Modulateur d'amplitude à microondes 403

СОДЕРЖАНИЕ

С. Бэрнас: Экономия топлива в электроэнергетической системе при „отстановках" 231

А. Чайковски: Анализ установившихся режимов трехфазного магнитного усилителя работающего на контур с активной нагрузкой и противо — э.д.с. 263
А. Чайковски: Работа 3-фазного магнитного усилителя, а также тиристорного преобразователя при питании якоря двигателя с независимым возбуждением 293
З. Баёрэк: Диаграммы геометрических мест асинхронных двигателей при несимметричном питании 317
А. Карчмаревич: Эффективное кодирование для бинарных систем с обратной связью по информации 339
А. Крашевски: Волноводные циркуляторы мостового типа 379
С. Стухлы: А. Крашевски, М. Жепецка: Амплитудный модулятор сверхвысоких частот 403

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XII · ZESZYT 3

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1966

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny
PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz
JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Mechaniki
tel. 21-007 w. 330

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 730 (584 + 146)	Oddano do składania 1.VI.1966 r.
Ark. wyd. 17,25, ark. druk. 15,0	Podpisano do druku w październ. 1966
Papier druk. sat. kl. III, 80 g, 70 × 100	Druk ukończono w październiku 1966
Zamówienie nr 871/66	Cena zł 25,— M-72

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE — TOM XII — ZESZYT 3 — 1966

621.395.645.22

ADAM SMOLIŃSKI

Synchroniczne jednoobwodowe wzmacniacze rezonansowe impulsów wielkiej częstotliwości

Rękopis dostarczono 6.12.1965

Praca zawiera obliczenia przebiegów impulsowych wielkiej częstotliwości wzmacnianych w jednoobwodowych wzmacniaczach rezonansowych o dużej dobroci.

Jako sygnał standartowy przyjęto impuls wielkiej częstotliwości z prostokątną obwiednią (1) w ogólnym przypadku, gdy częstotliwość sygnału jest różna od częstotliwości rezonansowej obwodów. Ponieważ w tym przypadku nie można stosować metody transformacji częstotliwości i przeniesienia wyników z dobrze znanych układów dolnoprzepustowych, więc konieczne było zastosowanie ogólnych metod rachunku operatorowego, uproszczonych tutaj zastosowaniem metody uwzględniania tylko wpływów biegunów blisko siebie leżących.

Z transformaty sygnału wyodrębniono funkcję dodatnich biegunów (4), która łącznie z funkcją dodatnich biegunów opisującą badany układ (8) pozwala na łatwe obliczenie odpowiedzi n-stopniowego wzmacniacza. Transformata tej odpowiedzi podana jest równaniem (12). Jej przekształcenie odwrotne (17) jest podstawą obliczenia narastania i zanikania impulsu odpowiedzi (22).

Napięcie wyjściowe narastającej odpowiedzi (25) można opisać za pomocą jego obwiedni (25) i fazy (26). Pochodna fazy jest chwilową częstotliwością sygnału wyjściowego (28). Te wielkości występują jako funkcje czasu przy odstrojeniu sygnału od częstotliwości rezonansowej i liczbie stopni wzmacniacza jako parametrach. Dla ułatwienia porównywania wyników obliczeń normalizuje się odstrojenie i czas za pomocą współczynnika zwężania pasma w wielostopniowym wzmacniaczu (31).

Dla wyznaczenia liczbowych wartości obwiedni, kąta fazowego i chwilowej częstotliwości zastosowano maszynę cyfrową Urał 2. Wyniki obliczeń, zestawione w tablicach od 1 do 8, zilustrowano rysunkami 5 do 8. Charakterystyczne cechy odpowiedzi według rys. 9 dla przypadku dostrojenia sygnału do obwodów zgodne są z danymi dla wzmacniaczy oporowych. Natomiast dla przypadku ogólnego odstrojenia obwiednia przybiera coraz niższy poziom i coraz większe przepięcia. Małe, kilkuprocentowe przepięcia maleją ze wzrostem liczby stopni, natomiast duże, kilkudziesięcioprocentowe rosną w tych warunkach. Kąt fazowy zanika oscylacyjnie, a chwilowa wartość częstotliwości ustala się przy częstotliwości sygnału. Zależność pierwszego przepięcia od czasu narastania obwiedni przy różnych odstrojeniach podano na rys. 12.

Druga część pracy zawiera obliczenie przebiegu zanikania odpowiedzi w postaci różnicy dwóch funkcji, z których pierwszą poprzednio wyznaczono, a druga jest analogiczną funkcją przesuniętą o czas trwania impulsu (37). Równanie to pozwala na obliczenie postaci impulsu o dowolnym czasie trwania. W praktyce interesują nas impulsy dłuższe, których czoło zdąży się ustalić przed rozpoczęciem zaniku. Dla takiego przypadku obliczono napięcie wyjściowe (45), jego obwiednię (46), fazę (47) i chwilową częstotliwość (48). Wyniki numeryczne tych obliczeń wykonano również na maszynie cyfrowej i znormalizowane w podobny sposób jak poprzednio podano na rysunkach 13 do 16 oraz w tablicach 9 do 11. Z danych tych wynikają następujące wnioski: w przypadku dostrojenia obwiednia zanika bez przepięć w sposób odwrotny do przebiegów narastania, natomiast w ogólnym przypadku odstrojenia obwiednia zanika coraz szybciej, w miarę wzrostu rozstrojenia, lecz zjawiają się coraz większe przepięcia. Związki między przepięciem a czasem zaniku obwiedni podane są na rys. 20. Chwilowa częstotliwość całego wzmacniacza zmienia się od częstotliwości sygnału do częstotliwości rezonansowej. Zanikanie impulsów w obwodach poszczególnych stopni odbywa się od razu z tą częstotliwością.

1. WSTĘP

Zagadnienie wzmacniania impulsów wielkiej częstotliwości było już nieraz poruszane w literaturze, jednak dotychczas jest brak pełnego opracowania tego zagadnienia. Dotyczy to przede wszystkim podstawowego zagadnienia wzmacniania w układach wzmacniaczy synchronicznych o jednakowych obwodach rezonansowych, zwłaszcza w przypadku gdy częstotliwość sygnału jest różna od częstotliwości rezonansowej obwodów ([1] do [7]). W tym bowiem przypadku nie można stosować metody transformacji częstotliwości i przeniesienia wyników z dobrze znanych układów dolnoprzepustowych [8], [9]. Zastosowanie natomiast ogólnych metod rachunku operatorowego prowadzi do skomplikowanych rachunków. W przypadkach często stosowanych w praktyce obwodów o dużej dobroci znaczne uproszczenie może wnieść metoda uwzględniania tylko wpływów biegunów blisko siebie leżących, zastosowana poniżej [10], [11].

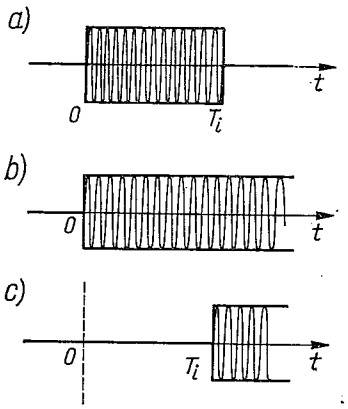
2. SYGNAŁ

Dla zbadania właściwości impulsowych wzmacniaczy selektywnych stosuje się z powodzeniem sygnał wielkiej częstotliwości modulowany impulsem prostokątnym (rys. 1a). Sygnał taki może być uważany za różnicę dwóch impulsów sinusoidalnych, z których pierwszy rozpoczyna się w czasie $t = 0$ (rys. 1b), a drugi w czasie $t = T_i$ (rys. 1c)

$$f(t) = \mathbf{1}(t)\sin\omega_1 t - \mathbf{1}(t-T_i)\sin\omega_1 t = [\mathbf{1}(t) - \mathbf{1}(t-T_i)](e^{j\omega_1 t} - e^{-j\omega_1 t}). \tag{1}$$

Transformata takiego sygnału ma postać [12]

$$F(s) = \frac{1}{2j}\left[\frac{1-e^{-(s-j\omega_1)T_i}}{s-j\omega_1} - \frac{1-e^{-(s+j\omega_1)T_i}}{s+j\omega_1}\right] \tag{2}$$



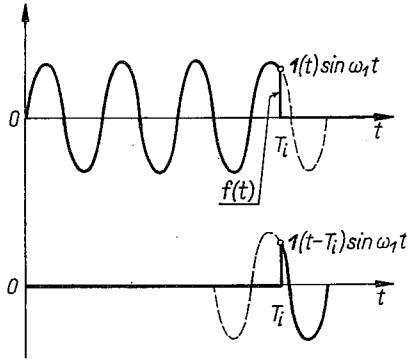
Rys. 1. Sygnał wielkiej częstotliwości (a) i sposób jego tworzenia się (b i c)

dla

$$s = j\omega. \tag{3}$$

Szczegóły zaniku sygnału podane są na rys. 2.

Wprowadzenie początkowego kąta γ w równaniu (1) uzupełnia prawą stronę równania (2) o czynnik $e^{j\gamma}$, co nie wprowadza istotnych zmian przy



Rys. 2. Szczegóły zanikania sygnału sinusoidalnego

badaniu wąskopasmowych układów rezonansowych o dużej dobroci. Dlatego uogólnienie to nie będzie dalej stosowane.

Dla skorzystania z metody podanej w [11] wyodrębnimy z transformaty sygnału funkcję „dodatnich" biegunów

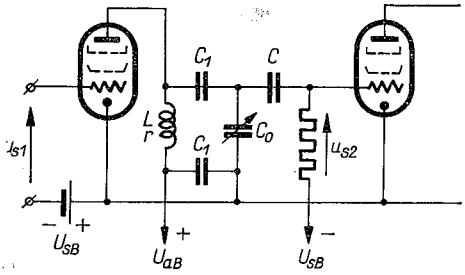
$$V_1(s) = \frac{1}{2j}\,\frac{1-e^{-(s-j\omega_1)T_i}}{s-j\omega_1} \tag{4}$$

pozwalającą na łatwe znalezienie odpowiedzi badanego układu na sygnał opisany równaniem (1).

3. UKŁAD BADANY

Podstawowy układ wzmacniacza rezonansowego ma postać podaną na rys. 3 [13]. Jego uproszczony schemat zastępczy z rys. 4 prowadzi do znanej postaci wzmocnienia

$$\hat{k}_u = -\frac{S_a R}{1 + jQ'_r\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)} \approx -\frac{S_a R}{1 + j\frac{2Q'_r}{\omega_r}(\omega - \omega_r)}, \tag{5}$$

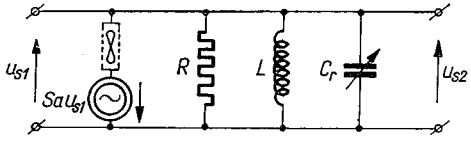


Rys. 3. Schemat wzmacniacza rezonansowego o silnym sprzężeniu pojemnościowym

gdzie R jest opornością rzeczywistą układu rezonansowego, a Q'_r dobrocią tego układu. Prawa strona równania (5) odnosi się do dużych wartości dobroci.

Oznaczając

$$\alpha = \frac{\omega_r}{2Q'_r} \tag{6}$$



Rys. 4. Uproszczony schemat zastępczy wzmacniacza rezonansowego

otrzymujemy operatorową postać wzmocnienia jednego stopnia wzmacniacza rezonansowego

$$k_u(s) = \alpha\frac{-S_a R}{s + \alpha - j\omega_r}. \tag{7}$$

Dla n-stopniowego wzmacniacza o jednakowych stopniach wzmocnienie napięciowe

$$k_{un}(s) = \left[\alpha\frac{-S_a R}{s + \alpha - j\omega_r}\right]^n. \tag{8}$$

Wyrażenie to jest funkcją dodatnich biegunów funkcji wzmocnieniowej [11].

4. ODPOWIEDŹ n-STOPNIOWEGO WZMACNIACZA

Napięcie wejściowe sygnału napiszemy według zależności (4) jako

$$\bar{U}_1(s) = \frac{\bar{U}_1}{2j} \cdot \frac{1-e^{-(s-j\omega_1)T_i}}{s-j\omega_1}. \tag{9}$$

Odpowiedź układu obliczamy według [11] jako

$$u_2(t) = \mathbf{Im}\,\mathcal{L}^{-1}[2j\bar{U}_1(s)\cdot k_{un}(s)] = \mathbf{Im}\,\mathcal{L}^{-1}\bar{U}_2(s). \tag{10}$$

Wielkość w nawiasie jest transformatą napięcia wyjściowego; równa się ona naturalnie

$$\bar{U}_2(s) = \bar{U}_1 \frac{1-e^{-(s-j\omega_1)T_i}}{s-j\omega_1}\left[\alpha\frac{S_aR}{s+\alpha-j\omega_r}\right]^n \tag{11}$$

lub w postaci znormalizowanej, wygodnej do dalszych obliczeń,

$$\frac{\bar{U}_2(s)}{(S_aR)^n\bar{U}_1} = \frac{\alpha}{(s-j\omega_1)(s+\alpha-j\omega_r)^n} - \frac{\alpha e^{-(s-j\omega_1)T_i}}{(s-j\omega_1)(s+\alpha-j\omega_r)^n}, \tag{12}$$

Wyrażenie to składa się z dwóch części, z których lewa odnosi się do przebiegu narastania odpowiedzi, a całość do przebiegu jej zanikania. Lewa część prowadzi do przekształcenia odwrotnego

$$\mathcal{L}^{-1}\frac{\alpha^n}{(s-j\omega_1)(s+\alpha-j\omega_r)^n} = \hat{f}_1(t). \tag{13}$$

Urojona część $\hat{f}_1(t)$ jest poszukiwanym przebiegiem narastania odpowiedzi. Obliczamy go stosując najpierw twierdzenie o przesunięciu [12]

$$\hat{f}_1(t)\,e^{-j\omega_1 t} = \mathcal{L}^{-1}\frac{\alpha^n}{s(s+\alpha+j\beta)^n}, \tag{14}$$

gdzie

$$\beta = \omega_1 - \omega_r. \tag{15}$$

Z tablic [14] znajdujemy przekształcenie odwrotne

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}\left(\frac{a}{s+a}\right)^n\right] = 1-e^{-at}\sum_{m=0}^{n-1}\frac{(at)^m}{m!}. \tag{16}$$

Zatem z równania (14) otrzymujemy

$$\hat{f}_1(t) = \frac{e^{j\omega_1 t}}{\left(1+j\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^n}\left\{1-e^{-(\alpha+j\beta)t}\sum_{m=0}^{n-1}\frac{[(\alpha+j\beta)t]^m}{m!}\right\}. \tag{17}$$

Wyrażenie to jest podstawą do obliczenia narastania i zanikania impulsu odpowiedzi. Można go jeszcze przedstawić w postaci bardziej przydatnej do dalszych obliczeń, a mianowicie:

$$\hat{f}_1(t)\left[1+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right]^{\frac{n}{2}} = e^{j(\omega_1 t-n\varphi)}\left\{1-e^{-(\alpha+j\beta)t}\sum_{m=0}^{n-1}\frac{[(\alpha+j\beta)t]^m}{m!}\right\}, \tag{18}$$

gdzie

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\beta}{\alpha} \tag{19}$$

wyraża przesunięcie fazy przez jeden obwód rezonansowy.

Wprowadzają oznaczenie

$$c^2 = 1+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 \tag{20}$$

uzyskujemy uproszczenie wyrażenia (18) jako

$$\hat{f}_1(t)c^n = e^{j(\omega_1 t-n\varphi)}\left[1-e^{-\alpha t}\sum_{m=0}^{n-1}\frac{(\alpha ct)^m}{m!}e^{j(m\varphi-\beta t)}\right]. \tag{21}$$

Jego część urojona

$$f_1(t)c^n = A(t)\sin(\omega_1 t-n\varphi)+B(t)\cos(\omega_1 t-n\varphi), \tag{22}$$

gdzie

$$A(t) = 1-e^{-\alpha t}\sum_{m=0}^{n-1}\frac{(\alpha ct)^m}{m!}\cos(\beta t-m\varphi), \tag{23}$$

$$B(t) = e^{-\alpha t}\sum_{m=0}^{n-1}\frac{(\alpha ct)^m}{m!}\sin(\beta t-m\varphi) \tag{24}$$

pozwoli na obliczenie przebiegu narastania i zaniku odpowiedzi

5. NARASTANIE ODPOWIEDZI

Znormalizowane napięcie wyjściowe narastającej odpowiedzi znajdujemy jako przekształcenie odwrotne pierwszej części równania (12)

$$\frac{u_2(t)}{(-S_a R)^n \overline{U}_1} = F(t)\sin[\omega_1 t-n\varphi+\chi(t)], \tag{25}$$

gdzie jego obwiednia

$$F(t) = c^{-n}\sqrt{A^2(t)+B^2(t)}, \tag{26}$$

a jego faza

$$\chi(t) = \operatorname{arctg}\frac{B(t)}{A(t)}. \tag{27}$$

Chwilową wartość częstotliwości obliczamy różniczkując wyrażenie kątowe z równania (27) [15]. Zatem chwilowy przyrost częstotliwości zredukowany do różnicy częstotliwości sygnału i rezonansowej

$$\frac{\omega(t)-\omega_1}{\omega_1-\omega_r} = \frac{1}{\beta}\frac{d\chi(t)}{dt} = \frac{1}{\beta}\frac{A(t)\cdot B'(t)-A'(t)\cdot B(t)}{A^2(t)+B^2(t)}, \tag{28}$$

gdzie

$$A'(t) = \alpha c^n e^{-\alpha t}\frac{(\alpha t)^{n-1}}{(n-1)!}\cos(\beta t - n\varphi) \tag{29}$$

i

$$B'(t) = -\alpha c^n e^{-\alpha t}\frac{(\alpha t)^{n-1}}{(n-1)!}\sin(\beta t - n\varphi). \tag{30}$$

Opisane równaniami (26), (27) i (28) obwiednia, kąt fazowy i chwilowa częstotliwość przebiegu narastania odpowiedzi występują jako funkcje znormalizowanego czasu (αt lub βt) przy uwzględnym odstrojeniu $\frac{\beta}{\alpha}$ i liczbie stopni n jako parametrach. Biorąc jednak pod uwagę, że w miarę zwiększania się liczby stopnia szerokość pasma częstotliwości maleje i że miarą zwężania się szerokości pasma jest współczynnik

$$k = \sqrt{\sqrt[n]{2-1}} \approx \frac{1}{1{,}2\sqrt{n}}, \tag{31}$$

wygodnie jest jako jeden parametr zastosować wyrażenie $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$, a jako zmienną niezależną wyrażenie

$$\frac{k}{\pi}\alpha t = k(2\Delta f)_p t = (2\Delta f)_{cp} t. \tag{32}$$

gdzie $(2\Delta f)$ jest szerokością pasma n wierzchołka dla jednego stopnia, a $(2\Delta f)_{cp}$ dla n-stopniowego wzmacniacza [13]. W ten sposób otrzymamy wyniki łatwiejsze do porównania.

6. ANALIZA WYNIKÓW OBLICZEŃ NARASTANIA ODPOWIEDZI

Wyznaczenie liczbowych wartości obwiedni, kąta fazowego i chwilowej częstotliwości przebiegu jest dość żmudną operacją, więc do ich wyznaczania zastosowano maszynę cyfrową Urał 2 [1]. Obliczenia przeprowa-

[1] Maszyna COPAN. Program i obliczenia zostały wykonane przez mgra A. Sadowskiego.

dzono dla $n = 1$ do 10 przy $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}01$; 0,5, 1,0, 1,5 i 2,0, zmieniając $\frac{k}{\pi}\alpha t$ co jedną setną aż do 2 włącznie.

Wyniki tych obliczeń zestawiono na rys. 5 do 8.

W górnych częściach rysunków 5, 6 i 8 podano nie tylko przebiegi obwiedni $F(t)$, lecz również zredukowane jej wartości $c^n F(t)$ pozwalające na łatwiejsze ich porównywanie przy różnych odstrojeniach. Ze względu na jednakowy poziom ustalony odpowiedzi na rys. 7 dla $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha} = 1{,}0$ ograniczono się do funkcji $F(t)$. Ponadto w środkowych częściach wspomnianych rysunków wykreślono zależności kąta $\chi(t)$, a w dolnych częściach chwilowe przyrosty częstotliwości $\frac{\omega(t)-\omega_1}{\omega_1-\omega_r}$.

Ze względu na jakościowy charakter podanych wykresów charakterystyczne cechy obwiedni, fazy i częstotliwości określone według rys. 9 zestawiono w tablicach 1 do 8.

W tablicy 1 podane są dokładne wartości współczynnika zwężenia pasma częstotliwości k i współczynnika c^{-n} odzwierciedlającego wpływ odstrojenia na ustalony poziom obwiedni.

Z przedstawionych powyżej danych wynikają następujące wnioski:

a) W przypadku dostrojenia obwodów do częstotliwości sygnału otrzymujemy znane przebiegi obwiedni bez przepięć i o stałej częstotliwości impulsu [5], [8].

Czas narastania przebiegu (rys. 10 i tablica 2) niewiele zależy od liczby stopni dla $n > 2$. Można go przedstawić w postaci

$$(2\Delta f)_{cp} T_{nn} \cong 0{,}68 \tag{33}$$

lub jako

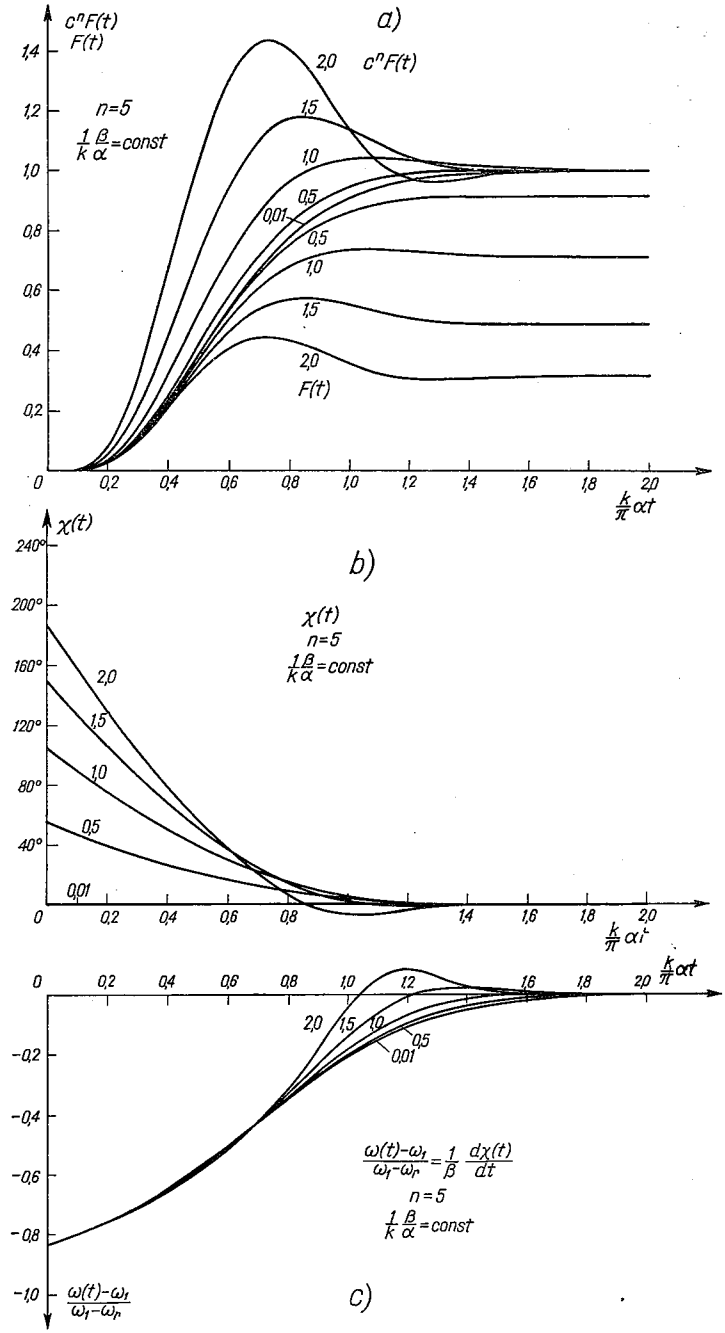
$$T_{nn} \cong \sqrt{n}\, T_{n1}. \tag{34}$$

Czas opóźnienia obwiedni przebiegu (rys. 11 i tablica 3) narasta liniowo, choć wpływ pierwszego stopnia jest mniejszy niż następnych. Wyniki te są zgodne z danymi znajdującymi się w literaturze dla wzmacniaczy oporowych (por. [14] — str. 365 i 394).

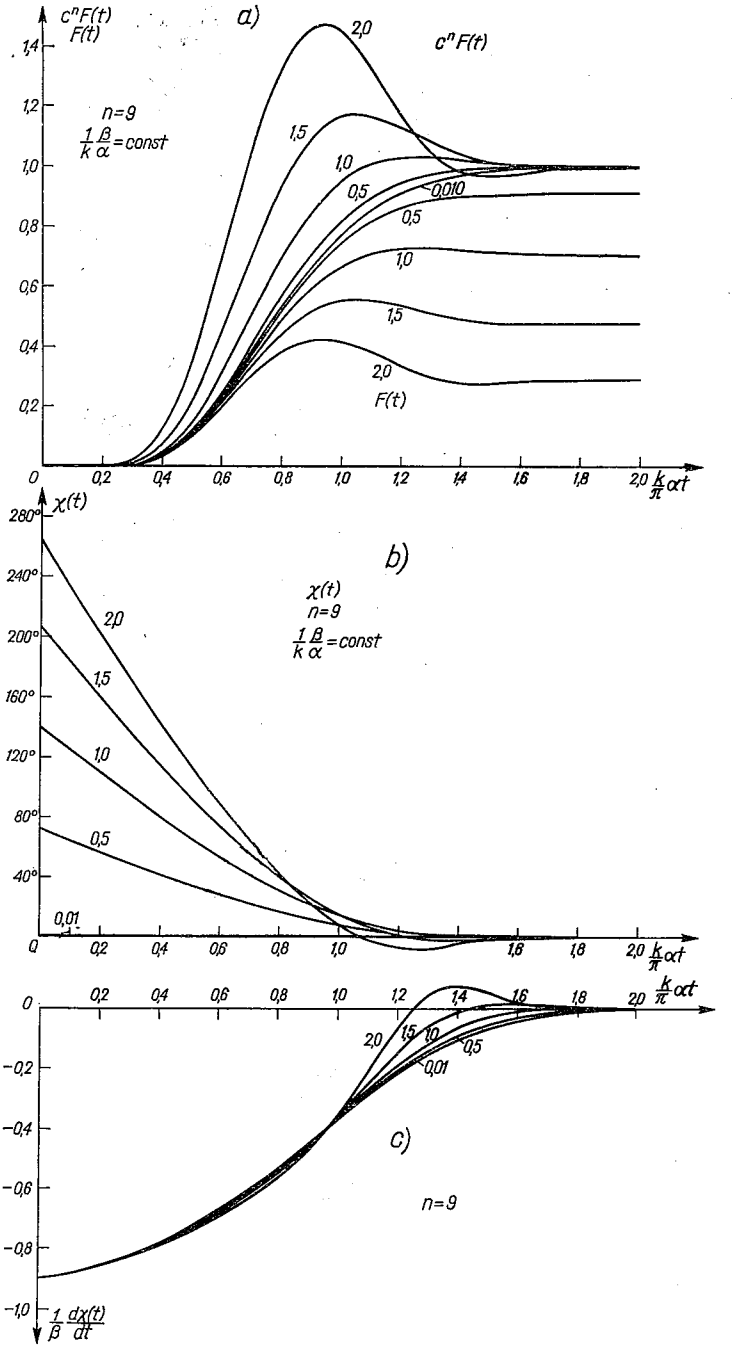
b) W przypadkach gdy obwody są odstrojone od częstotliwości sygnału, obwiednia przebiegu wyjściowego narasta coraz szybciej w miarę odstrojenia, lecz zjawiają się coraz większe przepięcia; amplituda przebiegu wyjściowego jest coraz mniejsza (rys. 5a i 6a).

Czas narastania przebiegu (rys. 10 i tablica 2) zależy w podobny sposób od odstrojenia i liczby stopni. To samo odnosi się do czasu opóźnienia odpowiedzi (rys. 11 i tablica 3), który również maleje z odstrojeniem wzmacniacza od częstotliwości sygnału.

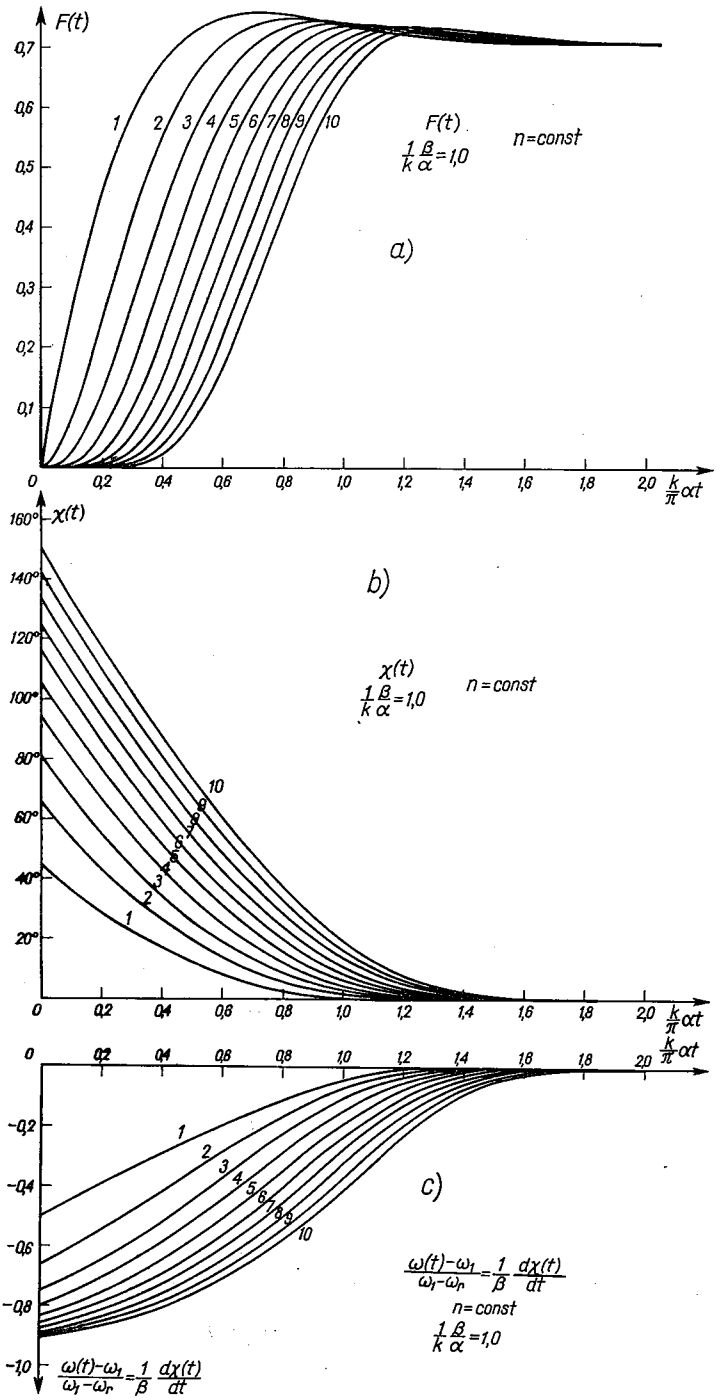
Związki między przepięciami (tablica 4) a czasem narastania obwiedni (tablica 2) podaje rys. 12, który wskazuje, że małe, kilkuprocentowe prze-



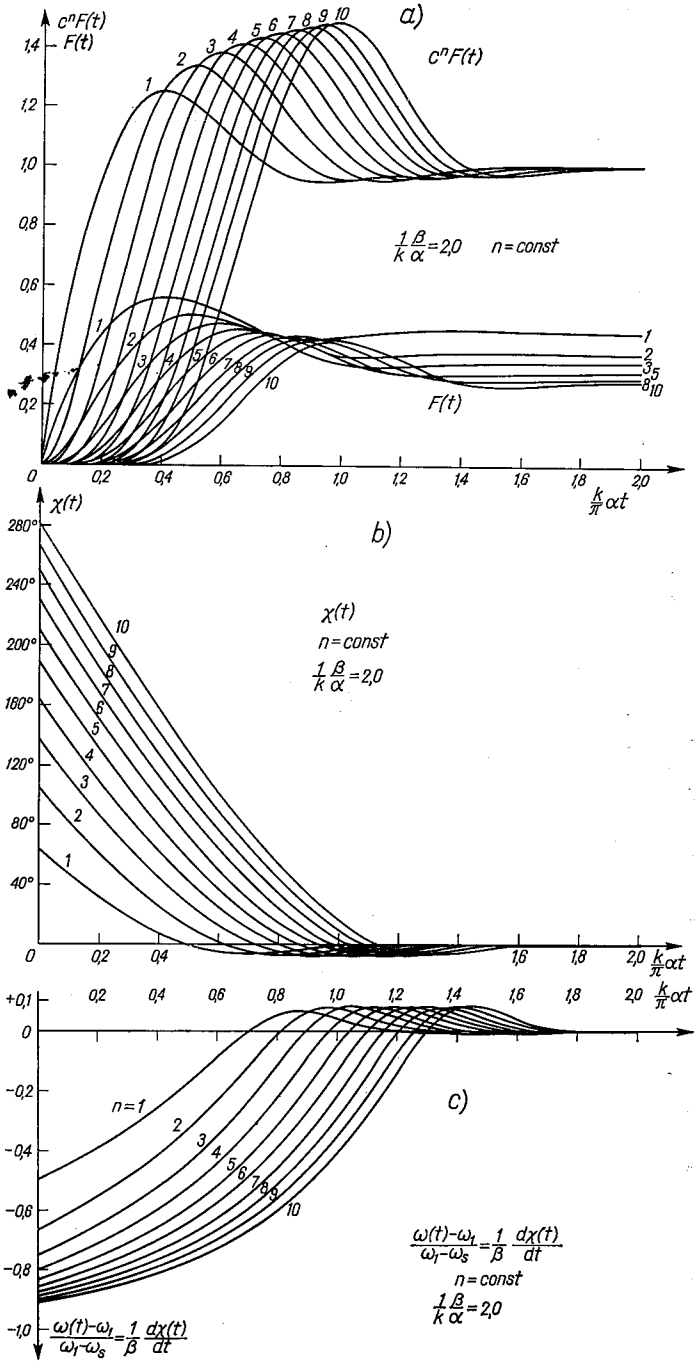
Rys. 5: a) Obwiednia odpowiedzi $F(t)$ oraz zredukowana jej wartość $c^nF(t)$, b) Kąt fazowy odpowiedzi $\chi(t)$, c) Chwilowa wartość przyrostu częstotliwości $\frac{\omega(t)-\omega_1}{\omega_1-\omega_r}$ w zależności od zredukowanej wartości czasu $\frac{k}{\pi}\alpha t$ przy różnych wartościach odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$ dla pięciostopniowego wzmacniacza (czoło impulsu)



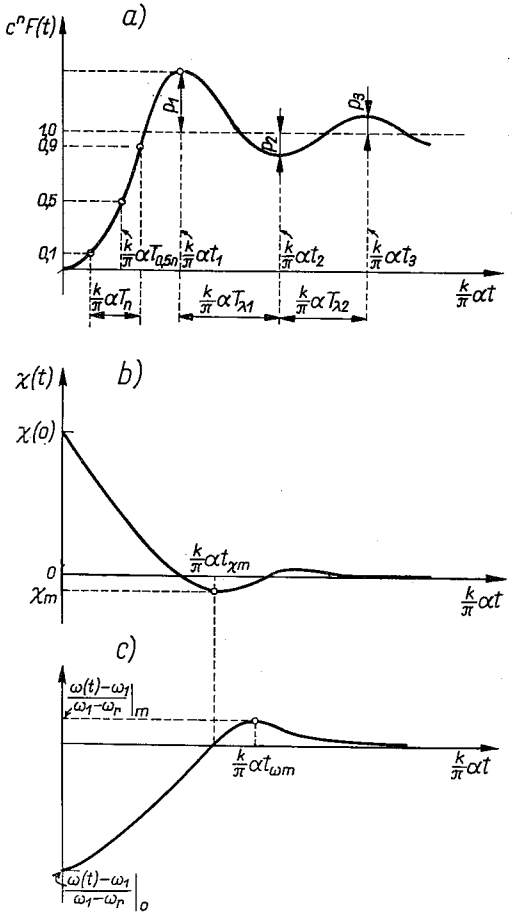
Rys. 6: a) Obwiednia odpowiedzi $F(t)$ oraz zredukowana jej wartość $c^nF(t)$, b) Kąt fazowy odpowiedzi $\chi(t)$, c) Chwilowa wartość przyrostu częstotliwości $\frac{\omega(t)\omega_1}{\omega_1-\omega_r}$ w zależności od zredukowanej wartości czasu $\frac{k}{\pi}\alpha t$ przy różnych wartościach odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$ dla dziewięciostopniowego wzmacniacza (czoło impulsu)



Rys. 7: a) Obwiednia odpowiedzi $F(t)$ oraz zredukowana jej wartość $c^nF(t)$, b) Kąt fazowy odpowiedzi $\chi(t)$, c) Chwilowa wartość przyrostu częstotliwości $\frac{\omega(t)-\omega_1}{\omega_1-\omega_r}$ w zależności od zredukowanej wartości czasu $\frac{k}{\pi}\alpha t$ przy odstrojeniu $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}=1,0$ i zmiennej od jedności dziesięciu liczby stopni (czoło impulsu)



Rys. 8: a) Obwiednia odpowiedzi $F(t)$ oraz zredukowana jej wartość $c^nF(t)$, b) Kąt fazowy odpowiedzi $\chi(t)$, c) Chwilowa wartość przyrostu częstotliwości $\frac{\omega(t)-\omega_1}{\omega_1-\omega_r}$ w zależności od zredukowanej wartości czasu $\frac{k}{\pi}\alpha t$ przy odstrojeniu $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}=2{,}0$ i zmiennej od jedności dziesięciu liczby stopni (czoło impulsu)

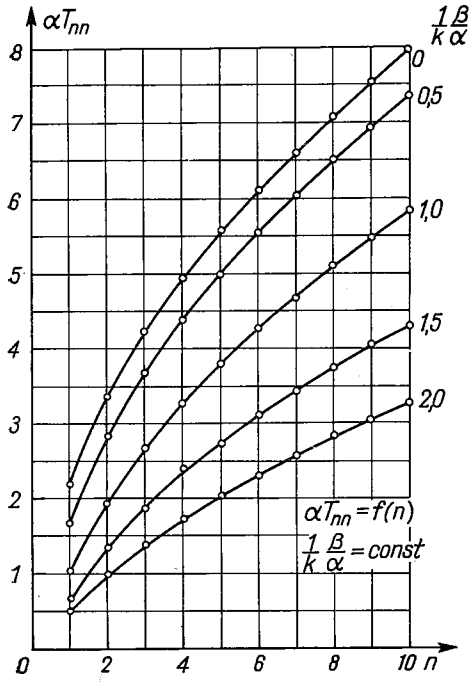


Rys. 9. Definicje podstawowych cech obwiedni, fazy i chwilowej częstotliwości czoła impulsu

Tablica 1

Współczynnik zwężenia pasma częstotliwości k w punktach połowy mocy oraz współczynnik spadku wzmocnienia c^{-n} przy odstrojeniu zredukowanym $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$ w zależności od liczby stopni n

n	k	$\frac{k}{\pi}$	$c^{-n} = \left\lvert 1+j\frac{\beta}{\alpha}\right\rvert^{-n}$				
			$\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}=0{,}01$	$\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}=0{,}50$	$\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}=1{,}00$	$\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}=1{,}50$	$\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}=2{,}00$
1	1,0000000	0,3183099	0,9999500	0,8944272	0,7071068	0,5547002	0,4472136
2	0,6435943	0,2048624	0,9999586	0,9061637	0,7071068	0,5176036	0,3763850
3	0,5098245	0,1622822	0,9999610	0,9098874	0,7071068	0,5012208	0,3432856
4	0,4349794	0,1384583	0,9999622	0,9117092	0,7071068	0,4919647	0,3239972
5	0,3856143	0,1227448	0,9999628	0,9127889	0,7071068	0,4860104	0,3113429
6	0,3499458	0,1113912	0,9999633	0,9135030	0,7071068	0,4818570	0,3023945
7	0,3226291	0,1026960	0,9999636	0,9140103	0,7071068	0,4787942	0,2957292
8	0,3008450	0,0957619	0,9999638	0,9143892	0,7071068	0,4764421	0,2905709
9	0,2829483	0,0900652	0,9999640	0,9146830	0,7071068	0,4745788	0,2864597
10	0,2679057	0,0852770	0,9999641	0,9149175	0,7071068	0,4730664	0,2831059

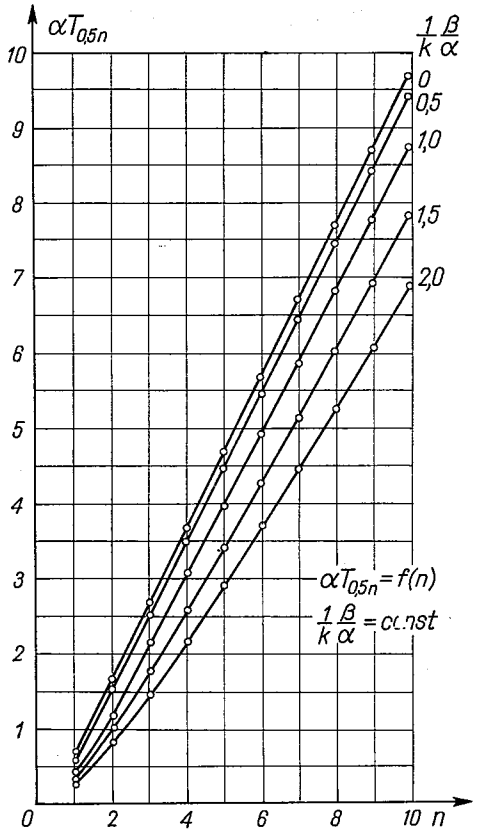


Rys. 10. Czas narastania obwiedni αT_{nn} w zależności od liczby stopni n oraz różnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

Tablica 2

Zredukowany czas narastania obwiedni $\frac{k}{\pi}\alpha T_{nn}$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	$\frac{b}{\pi}\alpha T_{nn}$				
	0÷0,01	0,5	1,0	1,5	2,0
1	0,699	0,530	0,327	0,219	0,161
2	0,688	0,580	0,399	0,274	0,203
3	0,685	0,598	0,431	0,304	0,224
4	0,684	0,608	0,451	0,322	0,238
5	0,683	0,614	0,464	0,335	0,249
6	0,682	0,618	0,474	0,345	0,257
7	0,682	0.621	0,482	0,352	0,263
8	0,681	0,624	0,488	0,359	0,270
9	0,681	0,627	0,494	0,365	0,274
10	0,681	0,628	0,498	0,370	0,278



Rys. 11. Czas opóźnienia obwiedni $\alpha T_{0,5n}$ w zależności od liczby stopni n oraz różnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

Tablica 3

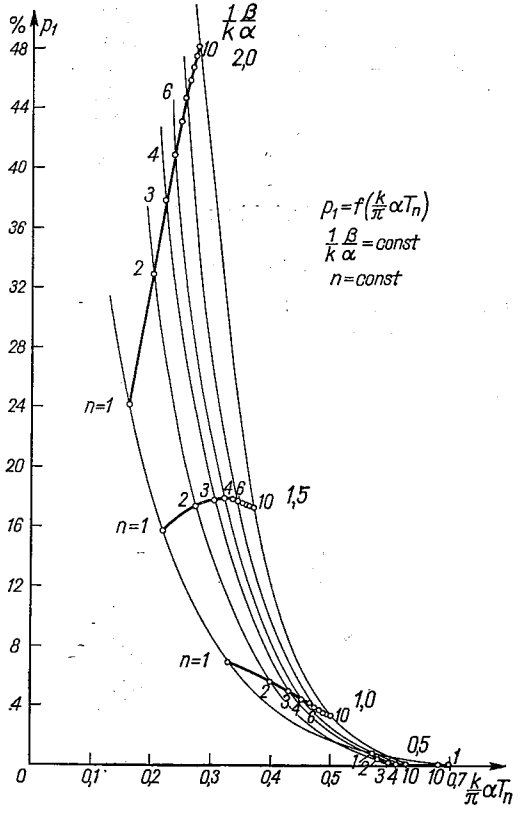
Zredukowany czas opóźnienia obwiedni $\frac{k}{\pi}\alpha T_{0,5n}$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	$\frac{k}{\pi}\alpha T_{0,5n}$				
	0÷0,01	0,5	1,0	1,5	2,0
1	0,221	0,190	0,140	0,105	0,0816
2	0,344	0,316	0,260	0,206	0,166
3	0,434	0,408	0,349	0,288	0,237
4	0,509	0,484	0,424	0,357	0,299
5	0,573	0,549	0,489	0,420	0,356
6	0,632	0,608	0,548	0,476	0,408
7	0,685	0,662	0,602	0,528	0,457
8	0,734	0,711	0,652	0,578	0,503
9	0,781	0,758	0,698	0,622	0,546
10	0,824	0,802	0,743	0,665	0,588

Tablica 4

Przepięcie p_1 oraz zredukowany czas jego występowania $\frac{k}{\pi}\alpha t_{p1}$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	p_1				$\frac{k}{\pi}\alpha t_{p1}$			
	0,5	1,0	1,5	2,0	0,5	1,0	1,5	2,0
1	0,78	6,94	15,71	24,17	1,29	0,73	0,52	0,41
2	0,31	5,59	17,38	32,87	1,39	0,84	0,63	0,51
3	0,18	4,86	17,78	37,80	1,47	0,93	0,71	0,59
4	0,12	4,40	17,85	40,94	1,54	1,00	0,79	0,67
5	0,095	4,07	17,80	43,12	1,60	1,06	0,85	0,73
6	0,076	3,82	17,69	44,68	1,66	1,12	0,91	0,79
7	0,063	3,63	17,57	45,85	1,71	1,17	0,96	0,84
8	0,053	3,47	17,45	46,75	1,76	1,22	1,01	0,89
9	0,046	3,35	17,33	47,43	1,80	1,29	1,06	0,94
10	0,040	3,24	17,21	48,01	1,85	1,31	1,10	0,98



Rys. 12. Zależność pierwszego przepięcia p_1 od znormalizowanego czasu narastania obwiedni $\frac{k}{\pi}\alpha T_{nn}$ przy różnych odstrojeniach $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

pięcia maleją ze wzrostem liczby stopni, podczas gdy duże, kilkudziesięcioprocentowe przepięcia rosną w tych warunkach. Średnie, kilkunastoprocentowe przepięcia na ogół nie zmieniają się ze wzrostem liczby stop-

Tablica 5

Przepięcia p_2 i p_3 oraz zredukowane czasy ich występowania $\frac{k}{\pi}\alpha t_{p2}$ i $\frac{k}{\pi}\alpha t_{p3}$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	p_2			$\frac{k}{\pi}\alpha t_{p2}$			p_3		$\frac{k}{\pi}\alpha t_{p3}$	
	1,0	1,5	2,0	1,0	1,5	2,0	1,5	2,0	1,5	2,0
1	−0,29	−1,86	−4,86	1,75	1,21	0,93	0,23	1,01	1,87	1,43
2	−0,07	−1,12	−4,64	1,86	1,33	1,04	0,06	0,58	1,99	1,54
3	−0,03	−0,78	−4,30	1,95	1,42	1,13		0,38		1,63
4		−0,60	−3,98		1,49	1,21		0,28		1,71
5		−0,48	−3,70		1,56	1,28		0,21		1,77
6		−0,40	−3,42		1,62	1,35		0,17		1,83
7		−0,34	−3,25		1,67	1,39		0,14		1,87
8		−0,29	−3,08		1,72	1,44		0,11		1,94
9		−0.26	−2,90		1,77	1,49		0,09		1,99
10		−0,23	−2,78		1,81	1,53				

ni. Drugie i trzecie przepięcia (tablica 5) wykazują wartości malejące ze wzrostem liczby stopni. Półokresy oscylacji (tablica 6) nie zależą na ogół od liczby stopni.

Tablica 6

Półokresy drgań obwiedni $\frac{k}{\pi}\alpha T_{\lambda 2}$ i $\frac{k}{\pi}\alpha T_{\lambda 2}$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	$\frac{k}{\pi}\alpha T_{\lambda 1}$			$\frac{k}{\pi}\alpha T_{\lambda 2}$	
	1,0	1,5	2,0	1,5	2,0
1	1,02	0,69	0,52	0,66	0,50
2	1,02	0,70	0,53	0,66	0,50
3	1,02	0,71	0,54		0,50
4÷10	—	0,71	0,55		0,50

c) Kąt fazowy przebiegu wyjściowego przyjmuje wartości coraz większe w miarę rozstrojenia, zanika on jednak z czasem od obliczonej ze wzorów (29) i (30) wartości

$$\chi(0) = n\varphi \tag{35}$$

do zera w sposób oscylacyjny. Wartości minimów według tablicy 7 na ogół maleją ze wzrostem n.

d) Chwilowy przyrost częstotliwości zmienia się od wartości

$$\left.\frac{\omega(t)-\omega_1}{\omega_1-\omega_r}\right|_0 = \left.\frac{1}{\beta}\frac{d\chi(t)}{dt}\right|_0 = -\frac{n}{n+1} \tag{36}$$

Tablica 7

Minimalna wartość kąta fazowego χ_m oraz zredukowany czas jej występowania $\frac{k}{\pi}\alpha t_{\chi m}$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	χ_m w stopniach			$\frac{k}{\pi}\alpha t_{\chi m}$		
	1,0	1,5	2,0	1,0	1,7	2,0
1	−0,79	−2,95	−5,83	1,25	0,88	0,69
2	−0,38	−2,47	−6,71	1,37	1,00	0,81
3	−0,24	−2,13	−6,98	1,45	1,09	0,90
4	−0,17	−1,90	−7,03	1,53	1,16	0,97
5	−0,13	−1,73	−7,00	1,59	1,23	1,04
6	−0,11	−1,59	−6,92	1,64	1,29	1,10
7	−0,09	−1,49	−6,83	1,70	1,45	1,16
8	−0,08	−1,40	−6,74	1,75	1,39	1,21
9	−0,07	−1,33	−6,65	1,79	1,44	1,26
10	−0,06	−1,26	−6,56	1,84	1,48	1,30

oscylacyjnie do zera, przy czym wartości maksimów podane są w tablicy 8. Oznacza to, że chwilowa wartość częstotliwości przechodzi do częstotliwości rezonansowej od wartości początkowej, która zmienia się od $\frac{1}{2}(\omega_1+\omega_r)$ dla $n=1$ do wartości asymptotycznie zbliżającej się do ω_1 przy $n \to \infty$.

7. ZANIKANIE ODPOWIEDZI

Równanie (12) pozwala również na obliczenie przebiegu zanikania odpowiedzi. Dla czasów większych od T_i napięcie wyjściowe obliczamy według (2) jako różnicę dwóch przebiegów

$$u_2'(t) = u_2(t)-u_2(t-T_i), \tag{37}$$

gdzie $\mu_2(t)$ jest już obliczone według wzorów (22) lub (25), a $\mu_2(t-T_i)$ jest analogiczną funkcją przesuniętą o czas T_i. Wynika to z odwrotnego prze-

kształcenia dokonanego w następujący sposób:

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\alpha}{s+\alpha-j\omega_r}\right)^n \frac{e^{-(s-j\omega_1)T_i}}{s-j\omega_1} =$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\alpha}{(s-j\omega_1)+(\alpha+j\beta)}\right]^n \frac{e^{-(s-j\omega_1)T_i}}{s-j\omega_1} \hat{f}_2(t). \tag{38}$$

Tablica 8

Maksymalna wartość chwilowej częstotliwości $\left.\frac{\omega(t)-\omega_1}{\omega_1-\omega_r}\right|_m$ oraz zredukowany czas jej występowania $\frac{k}{\pi}\alpha t_{\omega m}$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	$\left.\frac{\omega(t)-\omega_1}{\omega_1-\omega_r}\right\|_m$			$\frac{k}{\pi}\alpha t_{\omega m}$		
	1,0	1,5	2,0	1,0	1,5	2,0
1	0,0089	0,0330	0,0699	1,50	1,10	0,87
2	0,0047	0,0276	0,0781	1,56	1,19	0,97
3	0,0032	0,0243	0,0804	1,63	1,26	1,06
4	0,0025	0,0220	0,0808	1,69	1,33	1,13
5	0,0020	0,0204	0,0803	1,74	1,39	1,19
6	0,0017	0,0191	0,0794	1,79	1,44	1,25
7	0,0015	0,0180	0,0785	1,84	1,48	1,30
8	0,0013	0,0172	0,0775	1,88	1,54	1,35
9	0,0012	0,0166	0,0766	1,92	1,58	1,40
10	0,0010	0,0160	0,0757	1,96	1,62	1,44

Stosując twierdzenie o przesunięciu otrzymujemy według (16)

$$\hat{f}_2(t)e^{-j\omega_1 t} = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\alpha}{s+\alpha+j\beta}\right)^n \frac{e^{-sT_i}}{s} =$$

$$= \left(\frac{\alpha}{\alpha+j\beta}\right)^n \left[1 - e^{-(\alpha+j\beta)(t-T_i)} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{(\alpha+j\beta)^m (t-T_i)^m}{m!}\right]. \tag{39}$$

Równanie (37 pozwala na obliczenie postaci impulsu o dowolnym czasie trwania. Jest ono użyteczne zwłaszcza wtedy, gdy impuls jest stosunkowo krótki i zaczyna zanikać przed ostatecznym ustaleniem się narastania [14]. W przypadku jednak dłuższych impulsów, które zdążą się ustalić, wyrażenie (37) upraszcza się znacznie:

$$\frac{\hat{u}_2'(t)}{(S_a R)^n \bar{U}_1} c^n e^{-j(\omega_1 t - n\varphi)} = e^{-(\alpha+j\beta)(t-T_i)} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{[(\alpha+j\beta)(t-T_i)]^m}{m!}, \tag{40}$$

gdyż wówczas można założyć, że $e^{\alpha t} = 0$.

Wyrażenie (40) można przekształcić do postaci

$$\frac{\hat{u}_2'(t)}{(-S_aR)^n\bar{U}_1}c^n = e^{-\alpha(t-T_i)}e^{j[\omega_1 t-n\varphi-\beta(t-T_i)]}\sum_{m=0}^{n-1}\frac{[\alpha c(t-T_i)]^m}{m!}e^{jm\varphi}. \tag{41}$$

Jego część urojona

$$\frac{u_2'(t)}{(-S_aR)^n\bar{U}_1}c^n = M(t-T_i)\sin[\omega_r(t-T_i)+\omega_1 T_i-n\varphi]+$$

$$+N(t-T_i)\cos[\omega_r(t-T_i)+\omega_1 T_i-n\varphi], \tag{42}$$

gdzie

$$M(t-T_i) = e^{-\alpha(t-T_i)}\sum_{m=0}^{n-1}\frac{[\alpha c(t-T_i)]^m}{m!}\cos m\varphi, \tag{43}$$

$$N(t-T_i) = e^{-\alpha(t-T_i)}\sum_{m=0}^{n-1}\frac{[\alpha c(t-T_i)]^m}{m!}\sin m\varphi \tag{44}$$

można przedstawić w postaci

$$\frac{u_2'(t)}{(-S_aR)^n\bar{U}_1} = G(t-T_i)\sin[\omega_r(t-T_i)+\omega_1 T_i-n\varphi+\psi(t-T_i)]. \tag{45}$$

Obwiednia odpowiedzi

$$G(t-T_i) = c^{-n}\sqrt{M^2(t-T_i)+N^2(t-T_i)}, \tag{46}$$

a faza

$$\psi(t-T_i) = \operatorname{arctg}\frac{N(t-T_i)}{M(t-T_i)}, \tag{47}$$

gdzie $G(t-T_i)$ i $\psi(t-T_i)$ oraz zdefiniowana poniżej wzorem (48) $\omega(t-T_i)$ wyrażają funkcje przesunięte o czas T_i.

Chwilową wartość częstotliwości obliczamy różniczkując wyrażenie kątowe z równania (47). Chwilowy przyrost częstotliwości odniesiony do różnicy częstotliwości sygnału i rezonansowej

$$\frac{\omega(t-T_i)-\omega_r}{\omega_1-\omega_r} = \frac{1}{\beta}\frac{d\psi(t-T_i)}{d(t-T_i)} =$$

$$= \frac{1}{\beta}\frac{M(t-T_i)\cdot N'(t-T_i)-M'(t-T_i)\cdot N(t-T_i)}{M^2(t-T_i)+N^2(t-T_i)}, \tag{48}$$

gdzie pochodne wyrażeń (43) i (44) są odpowiednio

$$M'(t-T_i) = \alpha M(t-T_i) - \beta N(t-T_i) - \alpha c^n \frac{[\alpha(t-T_i)]^{n-1}}{(n-1)!} \cos n\varphi, \tag{49}$$

$$N'(t-T_i) = \alpha N(t-T_i) + \beta M(t-T_i) - \alpha c^n \frac{[\alpha(t-T_i)]^{n-1}}{(n-1)!} \sin n\varphi. \tag{50}$$

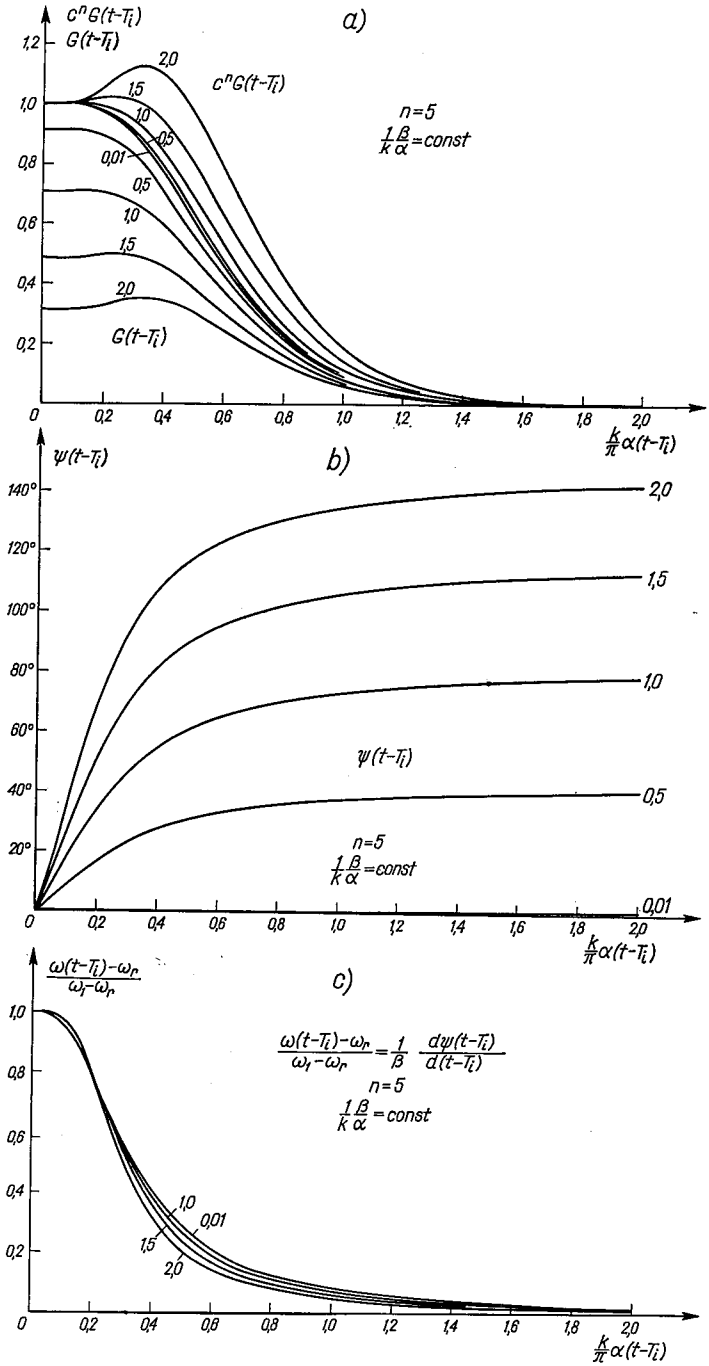
8. WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH ZANIKANIA ODPOWIEDZI I ICH ANALIZA

Opisane równaniami (46), (47) i (48) obwiednia, kąt fazowy i chwilowa częstotliwość przebiegu zanikania odpowiedzi występują jako funkcje znormalizowanego czasu $\alpha(t-T_i)$ lub $\beta(t-T_i)$ przy względnym odstrojeniu $\frac{\beta}{\alpha}$ i liczbie stopni n jako parametrach. Dla ułatwienia porównania wyników wprowadzamy — podobnie jak poprzednio — jako jeden parametr $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$, a jako zmienną niezależną $\frac{b}{\pi}\alpha(t-T_i)$. Obliczenia przeprowadzono dla $n = 1$ do 10 przy $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha} = 0{,}01$; 0,5; 1,0; 1,5 i 2,0 zmieniając $\frac{k}{\pi}\alpha(t-T_i)$ co jedną setną do 0,8 i co pięć setnych aż do 3 włącznie.

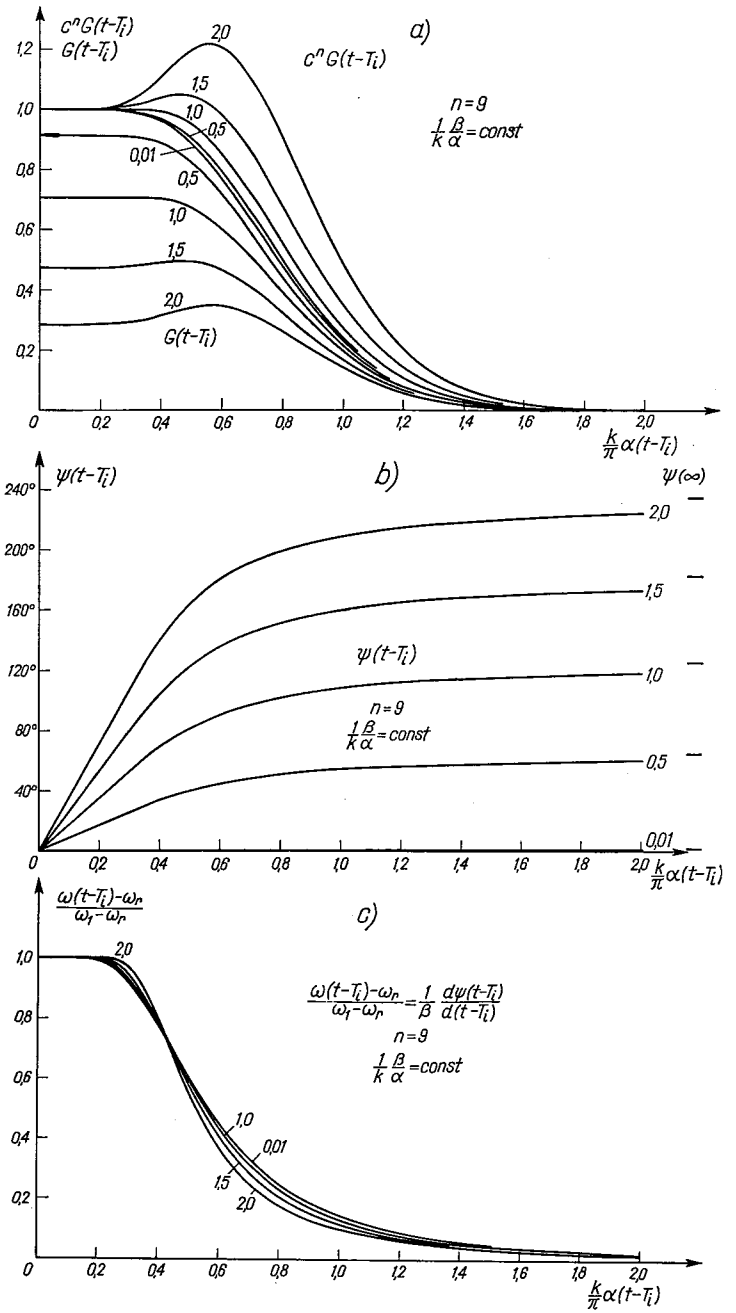
Na rys. 13 i 14 podano tytułem przykładu wyniki obliczeń dla pięcio- i dziesięciostopniowych wzmacniaczy przy $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$ zmieniającym się od zera do dwóch, natomiast na rys. 15 i 16 znajdują się wykresy interesujących nas funkcji dla $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$ równych jedności i dwom przy n zmieniającym się od zera do dziesięciu. Na rys. 13 do 16 podano nie tylko przebiegi obwiedni $G(t-T_i)$, lecz również zredukowane jej wartości $c^n G(t-T_i)$ pozwalające na łatwiejsze ich porównywanie przy różnych odstrojeniach. Ponadto na rysunkach 13 do 16 wykreślono zależności kąta $\psi(t-T_i)$ oraz chwilowych przyrostów częstotliwości $\frac{\omega(t-T_i)-\omega_r}{\omega_1-\omega_r}$ od zmiennej niezależnej $\frac{k}{\pi}\alpha(t-T_i)$. Ze względu na jakościowy charakter wymienionych wykresów charakterystyczne cechy obwiedni określone według rys. 17 podane są w tablicach 9 do 11.

Z obliczeń numerycznych i przedstawionych wykresów wynikają następujące wnioski:

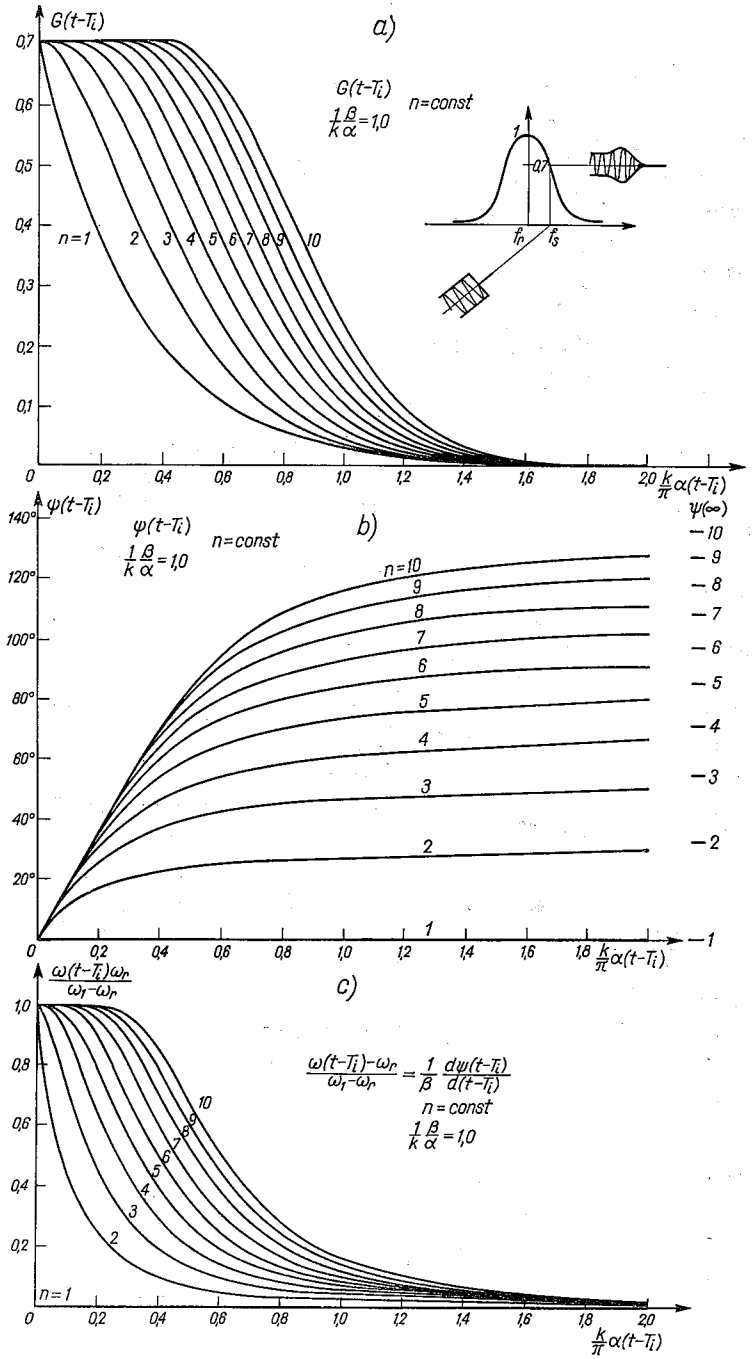
a) W przypadku dostrojenia obwodów do częstotliwości sygnału występuje zanikanie obwiedni bez przepięć i o stałej częstotliwości impulsu. Przebiegi zaniku obwiedni są odwróconą wersją krzywych narastania obwiedni znanych z literatury ([5] i [8]). Zatem wnioski dotyczące znormalizowanego czasu zaniku obwiedni (rys. 18 $\beta = 0$) są analogiczne do wniosków podanych w rozdz. 6, a dotyczących narastania obwiedni.



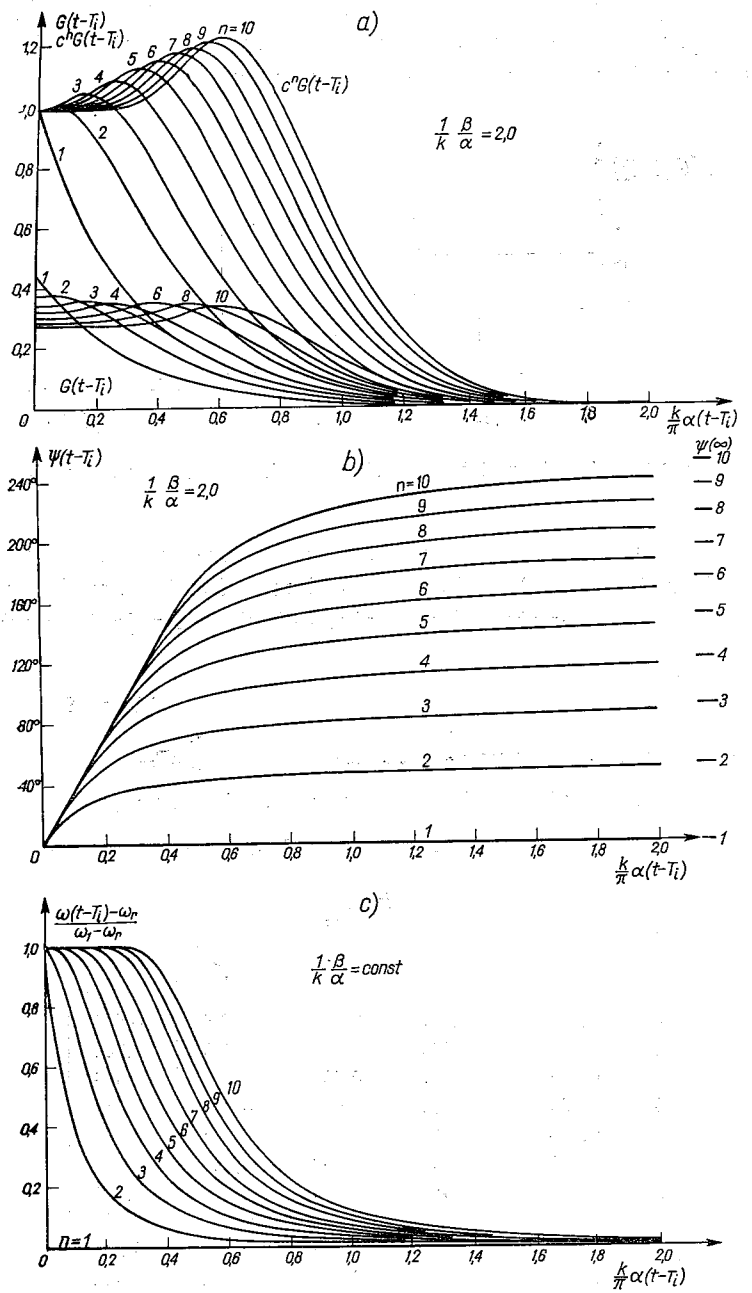
Rys. 13: a) Obwiednia odpowiedzi $G(t-T_i)$ oraz zredukowana jej wartość $c^nG(t-T_i)$, b) Kąt fazowy odpowiedzi $\psi(t-T_i)$, c) Chwilowa wartość przyrostu częstotliwości $\frac{\omega(t-T_i)-\omega_r}{\omega_1-\omega_r}$ w zależności od zredukowanej wartości czasu $\frac{k}{\pi}\alpha(t-T_i)$ przy różnych wartościach odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$ dla pięciostopniowego wzmacniacza (ogon impulsu)



Rys. 14: a) Obwiednia odpowiedzi $G(t-T_i)$ oraz zredukowana jej wartość $c^nG(t-T_i)$, b) Kąt fazowy odpowiedzi $\psi(t-T_i)$, c) Chwilowa wartość przyrostu częstotliwości $\frac{\omega(t-T_i)-\omega_r}{\omega_1-\omega_r}$ w zależności od zredukowanej wartości czasu $\frac{k}{\pi}\alpha(t-T_i)$ przy różnych wartościach odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$ dla dziewięciostopniowego wzmacniacza (ogon impulsu)

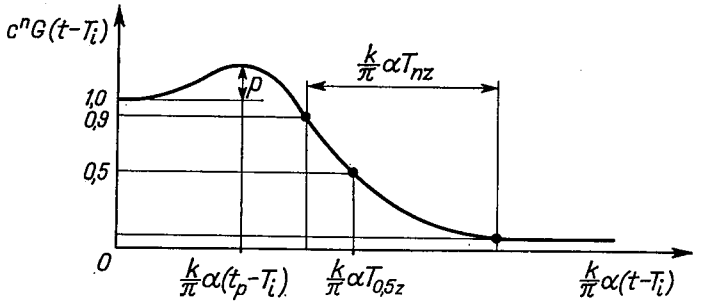


Rys. 15: a) Obwiednia odpowiedzi $G(t-T_i)$ oraz zredukowana jej wartość $c^n G(t-T_i)$, b) Kąt fazowy odpowiedzi $\psi(t-T_i)$, c) Chwilowa wartość przyrostu częstotliwości $\frac{\omega(t-T_i)-\omega_r}{\omega_1-\omega_r}$ w zależności od zredukowanej wartości czasu $\frac{k}{\pi}\alpha(t-T_i)$ przy odstrojeniu $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}=1$ i zmiennej od jedności do dziesięciu liczby stopni (ogon impulsu)



Rys. 16: a) Obwiednia odpowiedzi $G(t-T_i)$ oraz zredukowana jej wartość $c^nG(t-T_i)$, b) Kąt fazowy odpowiedzi $\psi(t-T_i)$, c) Chwilowa wartość przyrostu częstotliwości $\frac{\omega(t-T_i)-\omega_r}{\omega_1-\omega_r}$ w zależności od zredukowanej wartości czasu $\frac{k}{\pi}\alpha(t-T_i)$ przy odstrojeniu $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}=2$ i zmiennej od jedności do dziesięciu liczby stopni (ogon impulsu)

b) W przypadku gdy obwody są odstrojone od częstotliwości sygnału, obwiednia przebiegu wyjściowego zanika coraz szybciej w miarę odstrojenia, lecz zjawiają się coraz większe przepięcia. Ustalony poziom prze-



Rys. 17. Definicje podstawowych cech obwiedni ogona impulsu

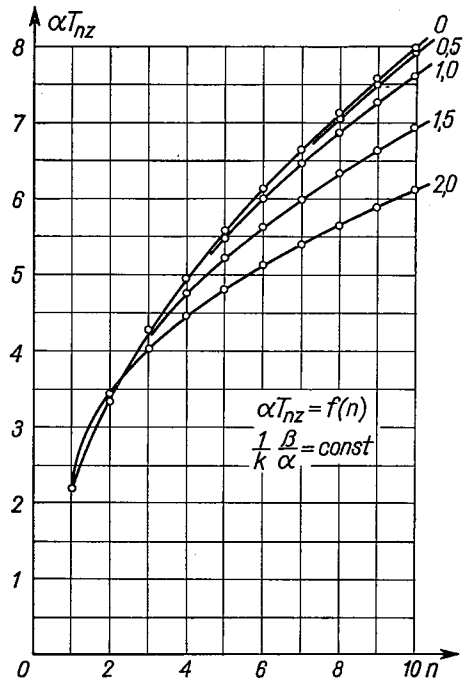
biegu wyjściowego jest coraz mniejszy, zwłaszcza w miarę wzrostu liczby stopni (rys. 13a i 14a); w tych warunkach również przedłuża się czas trwania impulsu. Przy stosunkowo niewielkich odstrojeniach ich wpływ

Tablica 9

Zredukowany czas zaniku obwiedni $\frac{k}{\pi}\alpha T_{nz}$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	$\frac{k}{\pi}\alpha T_{nz}$				
	0÷0,01	0,5	1,0	1,5	2,0
1	0,699	0,699	0,699	0,699	0,699
2	0,688	0,693	0,703	0,708	0,704
3	0,686	0,689	0,690	0,682	0,655
4	0,685	0,686	0,683	0,659	0,618
5	0,684	0,683	0,675	0,642	0,590
6	0,683	0,681	0,668	0,627	0,570
7	0,683	0,860	0,663	0,616	0,554
8	0,682	0,679	0,659	0,607	0,541
9	0,682	0,678	0,655	0,599	0,531
10	0,682	0,677	0,651	0,592	0,522

na czas zaniku jest niewielki (tablica 9 i rys. 18). Podobny wniosek można wysnuć odnośnie czasu opóźnienia zaniku obwiedni (tablica 10 i rys. 19). Związki między przepięciem a czasem narastania obwiedni podane są na rys. 20, który wskazuje, jak przepięcie rośnie ze wzrostem liczby stopni.



Rys. 18. Czas zaniku obwiedni αT_{nz} w zależności od liczby stopni n oraz różnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

Tablica 10

Zredukowany czas opóźnienia zaniku obwiedni $\frac{k}{\pi}\alpha T_{0,5z}$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	$\frac{k}{\pi}\alpha T_{0,5z}$				
	0÷0,01	0,5	1,0	1,5	2,0
1	0,221	0,221	0,221	0,221	0,221
2	0,344	0,350	0,369	0,398	0,433
3	0,434	0,443	0,470	0,514	0,569
4	0,508	0,519	0,551	0,603	0,671
5	0,573	0,585	0,620	0,678	0,753
6	0,632	0,648	0,681	0,743	0,824
7	0,685	0,697	0,736	0,801	0,887
8	0,734	0,787	0,787	0,855	0,943
9	0,781	0,794	0,835	0,904	0,995
10	0,825	0,838	0,880	0,950	0,143

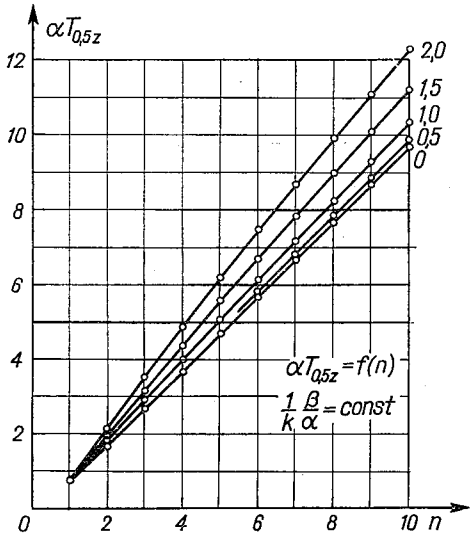
Tablica 11

Przepięcie p oraz zredukowany czas jego występowania $\frac{k}{\pi}\alpha(t_p-T_i)$ w zależności od liczby stopni n i zredukowanego względnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

n	p			$\frac{k}{\pi}\alpha(t_p-T_i)$		
	1,0	1,5	2,0	1,0	1,5	2,0
1						
2			0,52			0,05
3		0,36	4,58		0,09	0,17
4		1,20	8,80		0,17	0,26
5	0,005	2,03	12,34	0,09	0,24	0,33
6	0,02	2,76	15,27	0,14	0,31	0,40
7	0,04	3,38	17,68	0,20	0,36	0,46
8	0,07	3,92	19,72	0,25	0,42	0,51
9	0,10	4,38	21,44	0,29	0,47	0,56
10	0,13	4,78	22,94	0,34	0,51	0,61

c) Kąt fazowy przebiegu wyjściowego przyjmuje wartości coraz większe w miarę rozstrojenia; wzrasta on od zera do wartości asymptotycznej

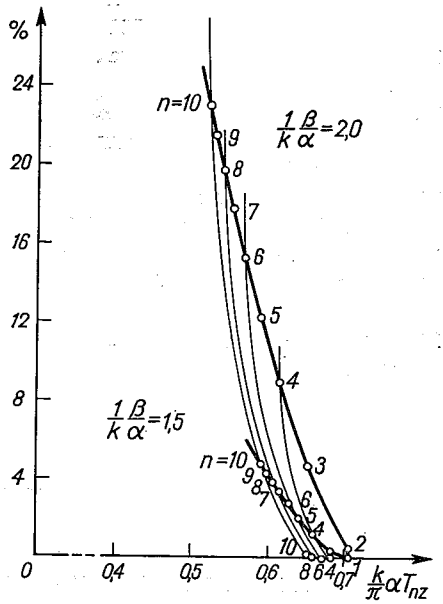
$$\psi(\infty) = (n-1)\varphi. \tag{51}$$



Rys. 19. Czas opóźnienia zaniku obwiedni $\alpha T_{0,5z}$ w zależności od liczby stopni n oraz różnego odstrojenia $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$

d) Chwilowy przyrost częstotliwości całego układu zmienia się od jedności (od częstotliwości sygnału) do zera (częstotliwości rezonansowej obwodów) w sposób niewiele zależny od odstrojenia (rys. 14c i 15c). Przy

większej liczbie stopni przez dłuższy czas po zakończeniu impulsu utrzymuje się częstotliwość sygnału. Należy podkreślić, że zanikanie impulsów w obwodach poszczególnych stopni odbywa się od razu z częstotliwością rezonansową tych obwodów, jak to wynika z równania (41). Jego składnik



Rys. 20. Zależność przepięcia p od znormalizowanego czasu zaniku obwiedni $\frac{k}{\pi}\alpha T_{nz}$ przy różnych odstrojeniach $\frac{1}{k}\frac{\beta}{\alpha}$ i różnej liczbie stopni n

periodyczny ma postać $\exp j[\omega_r(t-T_i)+\omega_1 T_i-(n-m)\varphi]$, która wykazuje, że napięcie wyjściowe składa się z n wyrazów, każdy o częstotliwości ω_r, lecz przesuniętych kolejno w fazie o kąt φ, wynikający z odstrojenia.

Autor poczuwa się do miłego obowiązku podziękowania mgrowi A. Sadowskiemu i mgrowi inż. M. Bukowskiemu za pomoc w obliczeniach.

Politechnika Warszawska
Katedra Układów Elektronicznych

WYKAZ LITERATURY

1. Agiejew D. W., Kobzarew Ju. B.: O pieriechodnych processach w riezonansnom usilitiele. — Żurnał tiechniczeskoj fiziki, 1935, nr 8, str. 1408.
2. Gensel J.: Einschwingvorgänge an Rundfunk Bandfiltern. — TFT, 1940, nr 1, str. 17.
3. Tucker D. G.: Transient Response of Tuned Circuit Cascades. — Wireless Engineer, 1946, nr 9, str. 250.
4. Tucker D. G.: The Transient Response of a Tuned Circuit. — Electronic Engineering, 1946, nr 12, str. 379.
5. Jewtianow S. I.: Pieriechodnyje processy w prijomno-usilitielnych schiemach. Moskwa 1948.

6. Gent A. W.: The Transient Response of R. F. and I. F. Filters to a Wave Packet. — Proc. IEE, 1952, 99, Pt IV, str. 326.
7. Jones S. G.: The Impulse Response of Amplifiers with Six Identical Single Tuned Stages. — IEEE Trans. on Circuit Theory, 1963, czerwiec, str. 302.
8. Valley G. E., Wallman H.: Vacuum Tube Amplifiers. — MIT Radiation Laboratory Series No. 18, New York 1948, str. 274.
9. Aigrain P., Teare B., Williams E.: Generalized Theory of Band-Pass Low-Pass Analogy. — PIRE, 1949, nr 10, str. 1152.
10. Mason S., Zimmerman H.: Electronic Circuits, Signals and Systems. New York 1960, str. 415.
11. Smoliński A.: O obliczaniu przebiegów impulsowych wielkiej częstotliwości w wąskopasmowych wzmacniaczach rezonansowych.— Arch. Elektrotechn., 1965, z. 3, str. 657.
12. Kontorowicz M. I.: Rachunek operatorowy i stany nieustalone w obwodach elektrycznych. PWT, Warszawa 1956, str. 103.
13. Smoliński A.: Zasady wzmacniania, t. III. PWT, Warszawa 1956, str. 37 i 48.
14. Smoliński A.: Wzmacniacze szerokopasmowe i impulsowe. WNT, Warszawa 1964, str. 365 i 459.
15. Gardner M., Barnes J.: Transient in Linear Systems, t. I. New York 1945, str. 249.

A. SMOLIŃSKI

SYNCHRONOUS SINGLE-CIRCUIT RESONANCE AMPLIFIERS OF HIGH FREQUENCY PULSES

Summary

This paper contains computations of high frequency pulse transients amplified in single-circuit resonance amplifiers of high gain-band-width product.

The high frequency pulse with rectangular envelope (1) has been assumed as standard signal in the general case, when signal frequency is different from resonance frequency of circuits. Since in this case one must not apply the method of frequency transformation and to transfer the results from the well known low-pass systems, it was necessary to apply the general methods of operational calculus which were simplified here with the application of the method taking into account only poles lying close to one another.

The function of positive poles (4) was separated from the transform of signals. This function, together with the function of positive poles describing the investigated systems (8) allows to easily compute the response of an n-stage amplifier. The transform of the response is given in equation (12) Its reciprocal transformation (77) is the basis for the computation of the building-up and decay of the pulse response (22).

Output voltage of the building of response (25) can be described by means of its envelope (25) and phase (26). Phase derivative is a instantaneous frequency of the output signal (28). These magnitudes appear as time functions, when the parameters are the detuning of the signal from resonance frequency, and the number

of the stages of the amplifier. In order to make the comparison of the computation results easier, one standardises detuning and time by means of band narrowing coefficient in a multistage amplifier (31).

In order to determine the numerical values of the envelope, of the phase angle and the instantaneous frequency, the computer Ural 2 has been used. The results of the computations put together in tables 1—8 are illustrated with figures 5—8. Characteristic features of the response, according to figure 9, for the case of tuning the signals to circuits agree with the data for resistance amplifiers. However, in the case of the general detuning the envelope constantly lowers its level and constantly increases its overshoot. Small overshoots, of a few per cent, become smaller when the number of stages increases. Phase angle decays oscillatively and the instantaneous value of frequency stabilises at the frequency of a signal. The dependence of the first overshoot on the time of build-up of the envelope at different detunings is given in figure 12. The latter part of the paper contains the computation of the course of the decay of the responses in the shape of the difference between the two functions; the first function has been previously determined and the second one is an analogous function which has been shifted by the time the signal lasts (37). This equation allows to compute the form of the signal which lasts for an arbitrary period of time. In practice we are interested in longer pulses, whose front manages to stabilize before the decay begins. For this case the output voltage has been computed (45), its phase (46) and instantaneous frequency (48). Numerical results of these computations have also been computed by a computer and have been standarized in a manner similar to the one previously given in figures 13—16 and in tables 9—11. The following conclusions can be drawn from the data: in the case of tuning the envelope decays without overshoots in a manner which is opposite to the courses of the build-up. However, in the general case of the detuning the envelope decays at the rate of the increase in detuning. But there appear increasing overshoots. The interdependencies between the overshoot and the time of the envelope decay are given in Fig. 20. The instantaneous frequency of the whole amplifier changes from the signal frequency to resonance frequency. The decay of pulses in circuits of particular stages takes place at once with that frequency.

A. SMOLIŃSKI

AMPLIFICATEURS SYNCHRONES ACCORDÉS, À UN CIRCUIT, D'IMPULSIONS HAUTE FRÉQUENCE

Résumé

L'oeuvre présent contient les calculs des impulsions haute fréquence amplifiées par des amplificateurs accordés, à un circuit, ayant un grand coefficient de surtension.

On a choisi comme le signal étalon une impulsion haute fréquence à enveloppe rectangulaire (1) en cas géneral, quand la fréquence du signal est différente de la fréquence résonnante des circuits. Car en ce cas on ne pouvait pas utiliser la

méthode de transformation de fréquence ainsi que de transfert des résultats de bien connus circuits passe-bas, il fallait employer les méthodes générales de calcul opérationnel, simplifiées ici par la méthode de prendre en considération l'influence seulement des pôles situés à côté l'un de l'autre.

On a isolé de la transformation du signal la fonction des pôles positifs (4), qui avec la fonction des pôles positifs décrivant le schéma étudié (8) permet simplement calculer la réponse de l'amplificateur à n étages. Transformation de cette réponse est donnée par l'équation (12). Sa transformation inverse (17) constitue la base à calculer établissement et affaiblissement d'impulsion-réponse (22).

La tension de sortie de la réponse montante (25) peut être exprimée à l'aide de son enveloppe (25) et phase (26). La dérivée de la phase c'est la fréquence instantanée du signal de sortie (28). Ces grandeurs se portent fonctions de temps avec le désaccord du signal de la fréquence résonnante et le nombre des étages amplificatrices comme paramètres. Pour simplifier la comparaison des résultats des calculs on normalise le désaccord et le temps à l'aide du coefficient de contraction de bande dans l'amplificateur à multiples étages (31).

On a employé la machine digitale Oural 2 afin de déterminer les valeurs numériques d'enveloppe, d'angle de phase et de fréquence instantanée. Les résultats des calculs, présentés dans les tableaux 1 à 8, sont illustrés par les figures de 5 à 8. Les caractéristiques de réponse d'après la figure 9, en cas d'accord du signal aux circuits, sont conformes avec les données concernant les amplificateurs à résistances. Mais en cas du désaccord général l'enveloppe prend le niveau de plus en plus bas et les dépassements déviennent de plus en plus grands. Le petits dépassements de quelques pour cent s'abaissent avec l'accroissement du nombre des étages, mais ceux les grands, de quelques dizaines pour cent, montent dans ces conditions. L'angle de phase s'évanouit oscillatoirement et la valeur instantanée de la fréquence se stabilise à la fréquence du signal. La dépendance de prémier dépassement du moment de l'accroissement de l'enveloppe à différents désaccords est donnée sur la fig. 12.

La partie seconde de l'oeuvre contient le calcul du procès d'affaiblissement de la réponse sous la forme de la différence de deux fonctions, desquelles la prémière a été ci-dessus déterminée et la seconde est une fonction analogique décalée sur la durée d'impulsion (37). Cette équation permet de calculer la forme d'impulsion à durée quelconque. En pratique ce sont les impulsions à durée plus longue qui nous intéressent, les front desquelles parvient à se stabiliser avant le commencement d'évanouissement. En ce cas on a calculé la tension de sortie (45) son enveloppe (46), phase (47) et fréquence instantanée (48). Les résultats numériques de ces calculs sont obtenus aussi à l'aide de la machine calculatrice digitale et ils sont normalisés de la même manière comme on a fait ci-dessus sur les fig. 13 jusqu'à 16 et sur les tableaux de 9 à 11. De ces données il résultent les conclusions suivantes: en cas de la mise au point — enveloppe s'évanouit sans dépassements de manière inverse aux procès d'établissement, mais en cas général du désaccord — enveloppe s'évanouit de plus en plus vite à mésure d'accroissement du désaccord et il paraissent les dépassements de plus en plus grands. Les rélations entre le dépassement et la durée d'évanouissement d'enveloppe sont données sur la fig. 20. La fréquence instantanée de l'amplificateur total se change de la fréquence du signal jusqu'à la fréquence résonnante. L'affaiblissement des impulsions dans les circuits des étages particuliers a lieu tout de suite à cette fréquence.

А. СМОЛИНЬСКИ

СИНХРОННЫЕ ОДНОКОНТУРНЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ УСИЛИТЕЛИ ИМПУЛЬСОВ ВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ

Резюме

Настоящая работа содержит исчисления импульсных процессов высокой частоты, усиляемых одноконтурными резонансными усилителями большой добротности.

В качестве стандартного сигнала был принят высокочастотный импульс с прямоугольной огибающей (1) в общем случае, когда частота сигнала отличается от резонансной частоты контуров. Так как в этом случае нельзя применять метод преобразования частоты и переноса результатов от хорошо известных нижнечастотных схем, то необходимо было применить общие методы операционного исчисления, упрощенные здесь применением метода учета только влияния полюсов, лежащих близко друг от друга.

Из преобразования сигнала была выделена функция положительных полюсов (4), которая совместно с функцией положительных полюсов, описывающей изучаемую схему (8) дает возможность легко рассчитать переходную характеристику n — каскадного усилителя. Преобразование этой характеристики приводится уравнением (12). Ее обратное преобразование (17) служит основанием для вычисления нарастания и заникания ответного импульса. (22).

Выходное напряжение нарастающего ответного импульса (25) может быть выражено с помощью его огибающей (25) и фазы (26). Производная фазы является мгновенной частотой выходного сигнала (28). Эти величины выступают как функции времени при отстройке сигнала от резонансной частоты и при числе каскадов усилителя принятых в качестве параметров. Чтобы облегчить сравнение результатов исчислений нормализованы отстройка и время с помощью коэффициента сужения полосы в многокаскадном усилителе (31).

Чтобы определить численные значения огибающей, фазового угла и мгновенной частоты была применена цифровая машина Урал 2. Результаты вычислений, сведенные в таблицах от 1 до 8, иллюстрированы рисунками от 5 до 8. Характеристические свойства ответного импульса по рис. 9 для случая настройки сигнала к контурам согласны с данными для резистивных усилителей. Рассматривая случай общей отстройки получается, что огибающая приобретает уровень всё ниже, а выбросы всё выше. Малые, несколькопроцентные выбросы уменьшаются с увеличением числа каскадов, а большие, в несколько десятков процентов растут в этих условиях. Фазовый угол заникает колебательно, а мгновенное значение частоты устанавливается при частоте сигнала. Зависимость первого выброса от времени нарастания огибающей при разных отстройках приведена на рис. 12.

Вторая часть настоящей работы заключает вычисление процесса заникания ответного импульса в виде разности двух функций, из которых первая определена прежде, а вторая является аналогичной функцией передвинутой на продолжительность импульса (37). Это уравнение позволяет рассчитать форму импульса с любой продолжительностью. На практике нас интересуют импульсы более длинные, фронт которых успеет установиться до начала заникания. Для такого случая рассчитано выходное напряжение (45), его огибающая (46), фаза и мгновенная частота (47) и (48). Численные результаты этих вычислений полу-

чены тоже с помощью цифровой машины и нормализованы подобным способом как это приведено прежде на рис. от 13 до 16 и в таблицах от 9 до 11. Из этих данных вытекают следующие выводы: в случае настройки огибающая заникает без выбросов обратным образом по отношению к процессам нарастания, а в общем случае отстройки огибающая заникает всё быстрее, по мере увеличения расстройки, не появляются всё большие выбросы. Зависимости между выбросом и временем заникания огибающей приведены на рис. 20. Мгновенная частота всего усилителя изменяется от частоты сигнала до резонансной частоты. Заникание импульсов в контурах отдельных каскадов происходит сразу с этой частотой.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE — TOM XII — ZESZYT 3 — 1966

621.394/.395

EDWARD KOWALCZYK

Niektóre problemy wykorzystania funkcji ortogonalnych w technice telekomunikacyjnej

Rękopis dostarczono 10.6.1965

Artykuł zawiera krótki przegląd problemów związanych z wykorzystaniem funkcji ortogonalnych w technice telekomunikacyjnej. Przedstawiono często spotykane funkcje ortogonalne i pokazano na rysunkach ich charakterystyki czasowe i częstotliwościowe, jak również ich wzory matematyczne. Ponadto pokrótce zasygnalizowano problemy dotyczące wykorzystania funkcji ortogonalnych jako nośników informacji w systemach łączności.

Ciągłe poszukiwania nowych sposobów modulacji i nowych systemów telekomunikacyjnych, które zapewniałyby bardziej ekonomiczne wykorzystanie pasma częstotliwości i mniejszą niewrażliwość na zakłócenia, zwróciły uwagę fachowców telekomunikacji na funkcje ortogonalne jako na nośniki informacji, umożliwiające nowe metody modulacji i nowe sposoby filtracji.

Jak wiadomo, funkcje ortogonalne spełniają zależność

$$\int_{x_1}^{x_2} f_l(x)\cdot f_m^*(x)p(x)dx \begin{cases} = 0 & \text{dla} \quad l \neq m, \\ = \delta & \text{dla} \quad l = m, \end{cases} \tag{1}$$

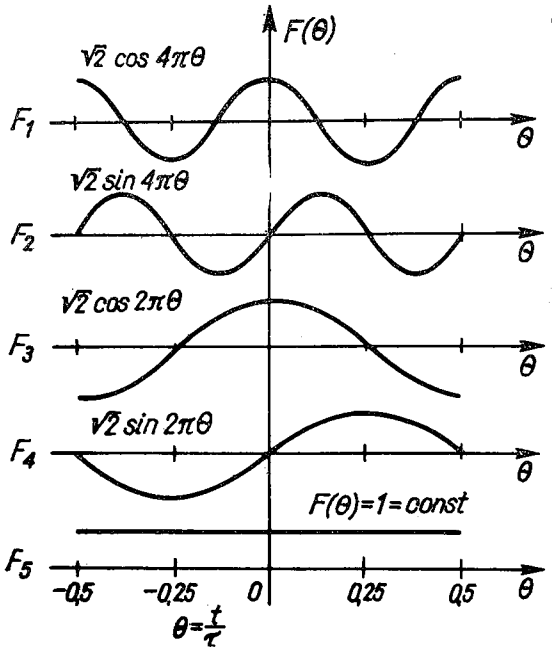
gdzie:

$f(x)$ są to funkcje rzeczywiste lub zespolone,

$p(x)$ jest to tak zwana funkcja wagi.

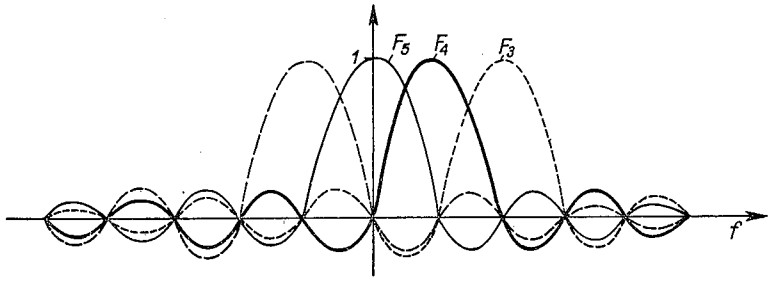
Jeżeli $\delta = 1$, wtedy układ funkcji jest układem ortonormalnym; gdy $p(x) = 1$, to mówimy, że warunek ortogonalności jest spełniony z funkcją wagi równą 1.

Ze znanych powszechnie funkcji warunek ortogonalności spełniają funkcje sinus i cosinus oraz funkcje o postaci impulsów prostokątnych odpowiednio rozmieszczonych w skali czasu. Na rys. 1 podano przykładowo zbiór funkcji F_1, $F_2 \ldots F_5$ sinusoidalnych, dla których przedział ortogonalności w zakresie czasu został określony jako $-\tau/2 \leqslant t \leqslant +\tau/2$. Funkcje te przedstawione w funkcji czasu mają swe odpowiedniki w funk-



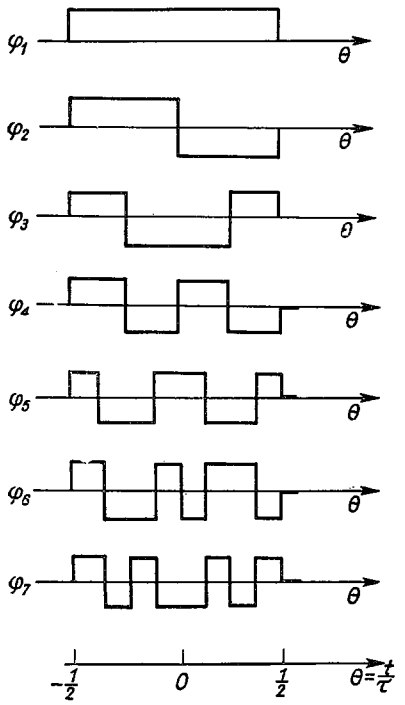
Rys. 1. Przykład funkcji ortogonalnych sinusoidalnych w funkcji czasu

cji częstotliwości (rys. 2), przy czym jeżeli pewne funkcje spełniają warunek ortogonalności w zakresie czasu, to spełniają ten warunek także w zakresie częstotliwości.



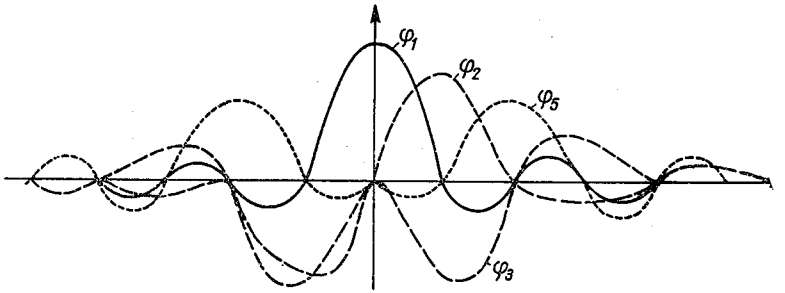
Rys. 2. Widmo częstotliwościowe dla niektórych ortogonalnych funkcji sinusoidalnych (zob. rys. 1)

Weźmy pod uwagę innego rodzaju zbiór ortogonalny funkcji zbudowanych z impulsów prostokątnych. Funkcje te przedstawione na rys. 3 w funkcji czasu po zastosowaniu przekształcenia Fouriera w zakresie czę-



Rys. 3. Przykładowy zbiór funkcji ortogonalnych o kształcie prostokątnym (np. funkcje Walsha) przedstawiony w zakresie czasu

stotliwości przyjmą postać taką, jak to widać na rys. 4. Widma częstotliwościowe funkcji impulsowych z rys. 4 zachodzą na siebie podobnie, jak miało to miejsce w przypadku funkcji sinusoidalnych. Tego typu funkcje



Rys. 4. Przykład widma częstotliwościowego dla funkcji ortogonalnych prostokątnych z rys. 3

zbudowane z ciągu impulsów prostokątnych mogą przyjmować różne postacie. Znane są np. tzw. funkcje Walsha i funkcje Haara.

Ortogonalny ciąg funkcji Walsha można zapisać w sposób następujący:

$$f_1(t) = 1 \quad 0 \leqslant t \leqslant 1;$$

$$f_2(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant t \leqslant \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} < t \leqslant 1; \end{cases}$$

$$f_3(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant t \leqslant \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{2} < t < \frac{3}{4} \\ -1 & \frac{1}{4} < t < \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{4} < t < 1; \end{cases} \tag{2}$$

$$f_4(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant t < \frac{1}{4}, \quad \frac{3}{4} < x \leqslant 1 \\ -1 & \frac{1}{4} < x < \frac{3}{4}. \end{cases}$$

Funkcje te są określone w przedziale [0, 1]. Funkcje Haara można przedstawić za pomocą ciągu:

$$w_1(t) = 1 \qquad 0 \leqslant t \leqslant 1;$$

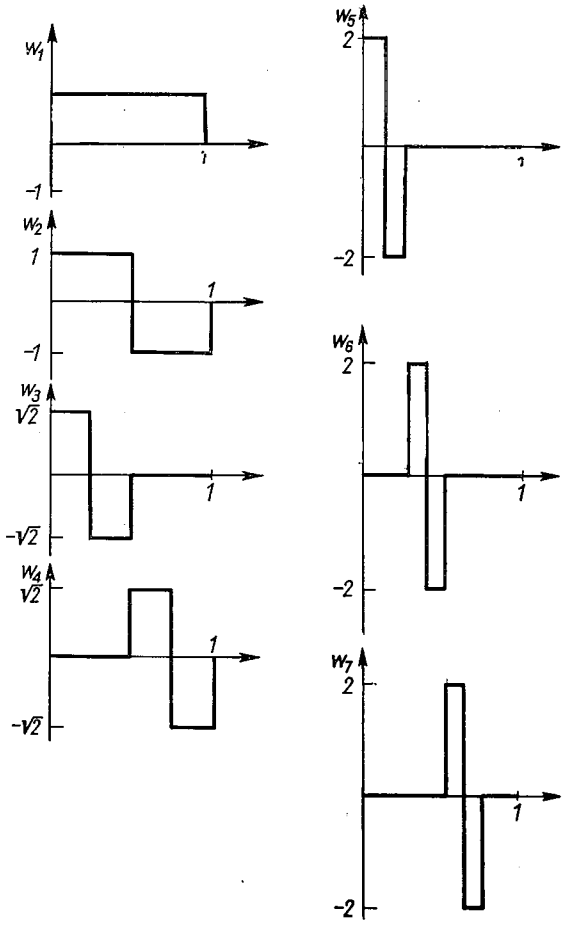
$$w_2(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant t < \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} < t \leqslant 1; \end{cases}$$

$$w_3(t) = \begin{cases} \sqrt{2} & 0 \leqslant t < \frac{1}{4} \\ -\sqrt{2} & \frac{1}{4} < t < \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} < t < \frac{3}{4} \\ 0 & \frac{3}{4} < t \leqslant 1; \end{cases} \tag{3}$$

$$w_4(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leqslant t < \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} < t < \frac{1}{2} \\ \sqrt{2} & \frac{1}{2} < t < \frac{3}{4} \\ -\sqrt{2} & \frac{3}{4} < t \leqslant 1. \end{cases}$$

Odpowiednie wykresy przedstawiono na rys. 5.

Następną klasą funkcji ortogonalnych, które mogą być wykorzystane w technice telekomunikacji, są wielomiany ortogonalne. Należą do nich takie wielomiany, jak wielomian Legendre'a, Hermitte'a Laguerre'a, Cze-



Rys. 5. Wykresy funkcji Haara

byszewa, Jakobiego itd. Wielomiany Laguerre'a są określone za pomocą wzoru:

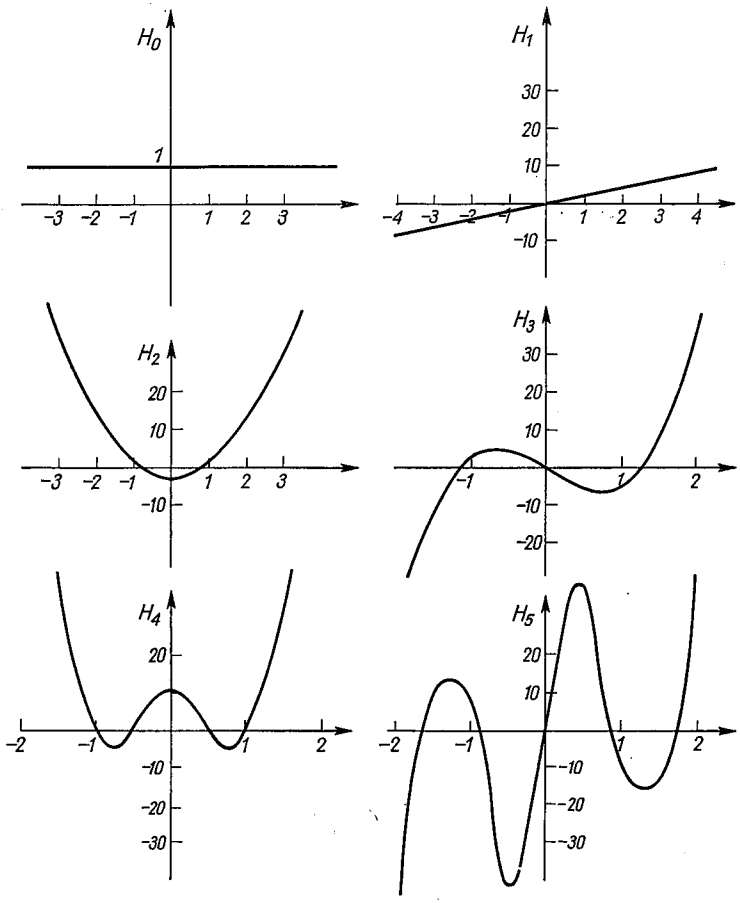
$$L_n(\alpha t) = e^{\alpha t}\frac{d^n}{dt^n}\left(\frac{t^n}{n!}e^{-\alpha t}\right). \tag{4}$$

W postaci wyraźnej wielomian taki przedstawia się następująco:

$$L_n(\alpha t) = \sum_{\nu=0}^{n}(-1)^{\nu}\binom{n}{\nu}\frac{\alpha t}{\nu!}, \tag{5}$$

gdzie α jest parametrem, n — rząd wielomianu, a

$$\nu = 0, 1, 2, \ldots n.$$



Rys. 6. Wykresy pierwszych kolejnych wielomianów Hermite'a jako przykład przebiegów wielomianowych

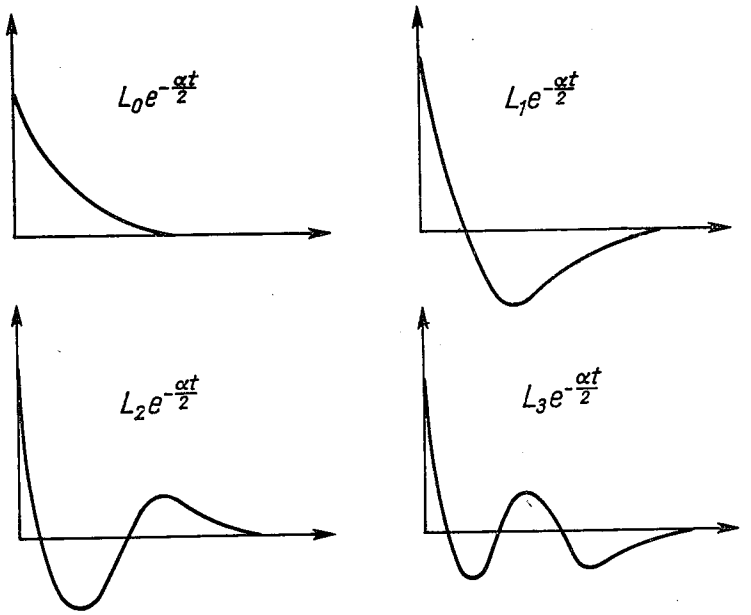
Wielomiany utworzone na podstawie wzoru (5) są ortogonalne w przedziale $[0, \infty]$ z wagą $p = e^{-\alpha t}$, zatem:

$$\int_0^\infty e^{-\alpha t} L_m(\alpha t) L_n(\alpha t) dt = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & m = n. \end{cases} \tag{6}$$

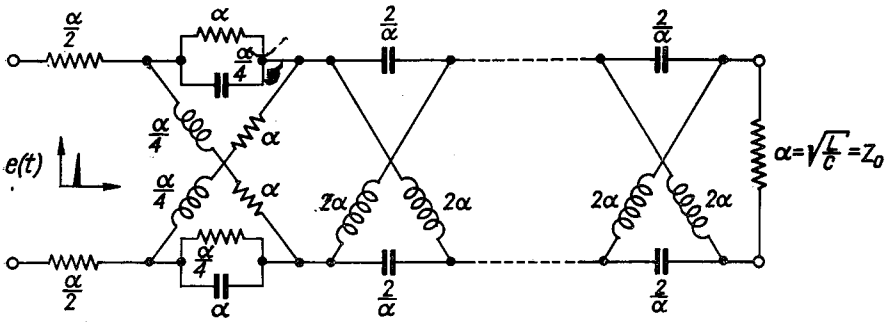
W przypadku zastosowania tych wielomianów jako nośników informacji, aby nie generować specjalnie funkcji wagi $e^{-\alpha t}$, dogodnie jest zamiast wielomianów Laguerre'a stosować funkcję Laguerre'a o postaci:

$$F_n = e^{-\frac{\alpha t}{2}} \cdot L_n(\alpha t). \tag{7}$$

Funkcje Laguerre'a posiadają przebiegi o kształcie przedstawionym na rys. 7.



Rys. 7. Wykresy kolejnych funkcji Laguerre'a



Rys. 8. Struktura układu generującego funkcje Laguerre'a

Szybkość zanikania przebiegów zależna jest od wielkości parametru α. Generacja tych przebiegów może być zrealizowana w układzie o strukturze wskazanej na rys. 8.

Wzory na poszczególne przebiegi szczegółowych postaci funkcji Laguerre'a mają postać:

$$
\begin{aligned}
F_0 &= L_0 \cdot e^{-\frac{\alpha t}{t}} = e^{-\frac{\alpha t}{2}}, \\
F_1 &= L_1 \cdot e^{-\frac{\alpha t}{2}} = (1-\alpha t)\, e^{-\frac{\alpha t}{2}}, \\
F_2 &= L \cdot e^{-\frac{\alpha t}{3}} = \left(1-2\alpha t+\frac{1}{2!}\alpha^2 t^2\right) e^{-\frac{\alpha t}{2}}, \\
F_3 &= L_3 \cdot e^{-\frac{\alpha t}{2}} = \left(1-3\alpha t+\frac{3}{2!}\alpha^2 t^2-\frac{1}{3!}\alpha^3 t^3\right) e^{-\frac{\alpha t}{2}}.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Drugim wielomianem ortogonalnym, budzącym nadzieje na wykorzystanie praktyczne w systemach łączności jako reprezentacja odpowiednich sygnałów jest wielomian Legendre'a. Wielomian taki reprezentowany jest przez wyrażenie:

$$
P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2-1)^n, \tag{9}
$$

gdzie $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

W postaci wyraźnej (tzn. w postaci, z której otrzymujemy wynik bez dokonywania żadnej operacji poza normalnymi działaniami), wielomian ten można przedstawić w postaci:

$$
\mathrm{P}_n x = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} \frac{-1^k \cdot 2n-2k!}{2^n k!\, n-k!\, n-2k!}, \tag{10}
$$

gdzie:

n — rząd wielomianu,

k — 0, 1, 2, ... wskaźnik kolejnego ogniwa,

$[n/2]$ — całość wyłączona z liczby $n/2$ po odrzuceniu ułamka.

Wykorzystując powyższy wzór możemy napisać kolejne wielomiany w postaci wyrażeń:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{P}_0(x) &= 1, \\
\mathrm{P}_1(x) &= x, \\
\mathrm{P}_2(x) &= \frac{1}{2}(3x^2-1), \\
\mathrm{P}_3(x) &= \frac{1}{2}(5x^3-3x), \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Wielomiany Hermite'a opisane są za pomocą następującej formuły

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n e^{-x^2}}{dx^4}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{12}$$

Wykonując różniczkowanie otrzymujemy

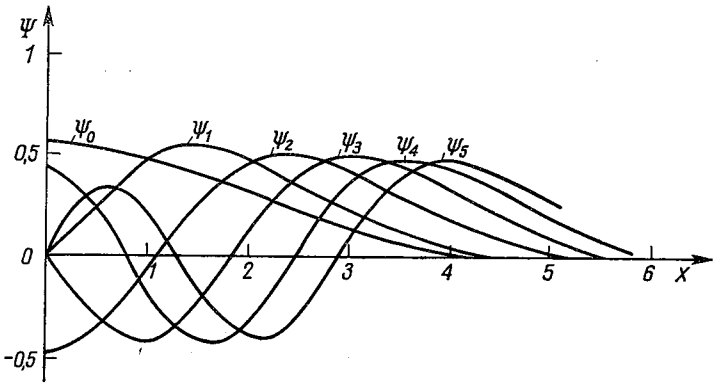
$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1, \\ H_1(x) &= 2x, \\ H_2(x) &= 4x^2 - 2, \\ H_3(x) &= 8x^2 - 12x, \end{aligned} \tag{13}$$

ogólnie

$$H_n(x) = \sum_{k=0}^{[n/2]} \frac{(-1)^k n!}{k!(n-2k)!} (2x)^{n-2k}. \tag{14}$$

Wielomiany te tworzą układ funkcji ortogonalnych w przedziale $[-\infty, \infty]$ o wadze $p(x) = e^{-x^2}$.

Na rys. 6 pokazano odpowiednie przebiegi odpowiadające kolejnym wielomianom Hermite'a.



Rys. 9. Wykresy funkcji walca parabolicznego

Za pomocą wielomianów Hermite'a można określić tzw. funkcje walca parabolicznego. Funkcje te tworzą ciąg ortogonalny i wyrażane są za pomocą wzoru

$$\psi_n(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{4}}}{\sqrt{n!\sqrt{2\pi}}} H_n(x), \tag{15}$$

gdzie $H_n(x)$ oznacza wielomian Hermitte'a odpowiedniego rzędu. Wykresy kolejnych funkcji pokazano na rys. 9.

Następnym z kolei ciągiem wielomianów ortogonalnych w przedziale $[0, 1]$ o wadze $p(x) = x^{q-1}(1-x)^{p-q}$ są wielomiany Jacobiego G_n określone za pomocą wzoru

$$G_n(x) = \frac{x^{1-q}(1-x)^{q-p}}{q(q+1)\dots(q+n-1)} \cdot \frac{d^n}{dx^4}[x^{n+q-1}(1-x)^{p+n-q}], \tag{16}$$

$$q > 0 \qquad p > q-1 \qquad n = 0, 1, 2, \dots$$

Wielomiany Czebyszewa opisane są najczęściej wzorem

$$T_n(x) = 2^{n-1}\left(x^n - \frac{n}{1!2^2}x^{n-2} + \frac{n(n-3)}{2!2^4}x^{n-4} + \frac{n(n-4)(n-5)}{3!2^6}x^{n-6} + \dots\right). \tag{17}$$

Wielomiany te można wyliczyć kolejno według wzorów

$$\begin{aligned} T_0(x) &= 1, \\ T_1(x) &= x, \\ T_2(x) &= 2x^2-1, \\ T_3(x) &= 4x^3-3x, \\ T_4(x) &= 8x^4-8x^2+1. \end{aligned} \tag{18}$$

W przedziale $[-1, 1]$ wartości tych wielomianów oscylują pomiędzy wartością 1 i -1.

Ogólna postać wielomianu zapisana w postaci funkcji trygonometrycznej jest:

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x); \tag{19}$$

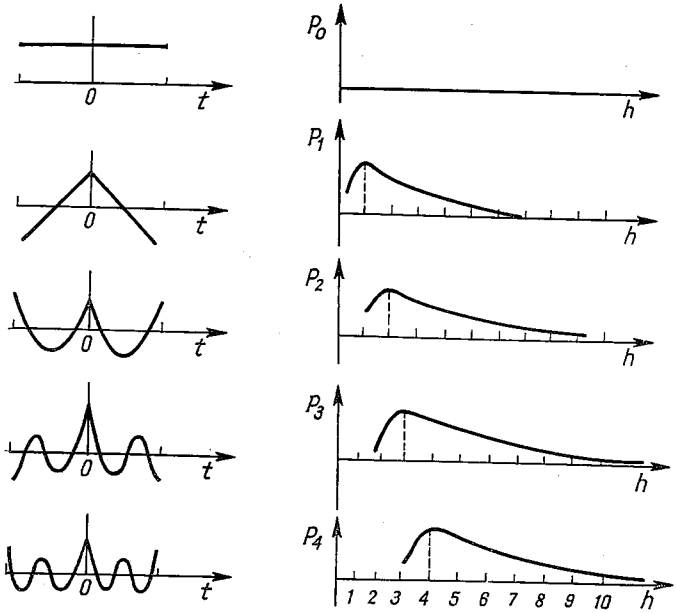
(poprzednie postaci wynikają z zależności

$$\cos m(\arccos x) = x^m - \left(\frac{m}{2}\right)(1-x^2)x^{m-2} + \left(\frac{m}{4}\right)(1-x^2)^2x^{m-4}). \tag{20}$$

Wykorzystując wielomiany ortogonalne jako nośniki informacji wygodnie jest nieraz zmieniać znak amplitudy co przedział całkowania, pozwala to na zachowanie ciągłości drgań i zwęża potrzebne pasmo częstotliwości. Na przykład w przypadku wielomianów Legendre'a robimy to dla wielomianów stopnia nieparzystego (parzyste wielomiany posiadają jednakowe wartości amplitudy w początkowej i końcowej chwili przedziału całkowania).

W myśl tej zasady kolejne przebiegi np. wymiernych wielomianów Legendre'a posiadają postać przedstawioną na rys. 10a. Ich widma częstotliwościowe obliczone na podstawie rozkładu Fouriera posiadają charakter przebiegu widoczny na rys. 10b $\left(h \text{ — harmoniczne częstotliwości } \frac{1}{2T}\right)$. Widma takie są widmami liniowymi zawierającymi harmoniczne podstawowej częstotliwości $f = \frac{1}{2T}$,

Warto zaznaczyć, że wielomiany ortogonalne łatwo jest otrzymać z ciągu funkcji: 1, x, x^2, ... x^4 dokonując ortogonalizacji za pomocą reguły Gramma Schmidta po uprzednim pomnożeniu kolejnych wyrazów ciągu przez odpowiednie funkcje wagi $p(x)$.



Rys. 10. Kolejne przebiegi (z odwróconą amplitudą) wielomianów Legendre'a oraz charakter odpowiadających im przebiegów częstotliwościowych

Zagadnienie ortogonalności funkcji jako nośników informacji i problem ich selekcji rozpatrywane są często na gruncie wektorowej interpretacji sygnałów w przestrzeni n-wymiarowej. Mając do dyspozycji czas T oraz szerokość pasma częstotliwości P możemy pomyśleć przestrzeń o $2PT$ wymiarach. W przestrzeni takiej sygnał o czasie trwania T i szerokości pasma W posiada $2PT$ stopni swobody. Oznacza to, że w takiej przestrzeni można wyróżnić $2PT$ sygnałów ortogonalnych. Wszystkie inne sygnały w tej przestrzeni mogą być wyrażone jako liniowa kombinacja poprzednio wyróżnionych sygnałów.

Należy dążyć do tego, by ciąg ortogonalnych funkcji nośnikowych był unormowany, oznaczać to bowiem będzie równomierny rozkład mocy w kanałach. Chcąc zrealizować wielokanałową łączność za pomocą jakichkolwiek nośników należy wymagać od funkcji reprezentujących te nośniki ich liniowej niezależności. Jest to warunek wystarczający aby można było je oddzielić od siebie. Tego rodzaju stwierdzenie pozwala nam na poszukiwanie nośników, które z jednej strony spełnią warunek liniowej niezależności, a z drugiej spełniając warunek ortogonalności umożliwią nam techniczną realizację selekcji.

Zachodzi pytanie, dlaczego więc dotychczas wykorzystywane były głównie funkcje sinusoidalne. Należy to tłumaczyć przede wszystkim faktem, że znane są nam od dawna proste urządzenia służące do generacji takich funkcji i proste urządzenia oparte na zjawisku rezonansu służące do ich selekcji, a ponadto istnieje od dawna aparat matematyczny całkowicie opisujący zachowanie się tych funkcji podczas przechodzenia przez układy liniowe, są one bowiem ich funkcjami własnymi. Należy tu także zaznaczyć, że funkcją przechodzącą przez układ liniowy o stałych parametrach, nie zmieniającą swego kształtu, jest właśnie funkcja sinusoidalna.

Mając na względzie powyższe własności z jednej strony oraz możliwość wielokrotnego wykorzystania tego samego zakresu pasma częstotliwości, można np. ortogonalizować funkcje o postaci

$$g = e^{-\beta t}\sin(\alpha t+\varphi), \tag{21}$$

czyli funkcje o postaci sinusoidy tłumionej i częstotliwości zespolonej $\beta + j\,\alpha$. Ortogonalizując tego rodzaju ciąg funkcji $g_1 t \ldots g_n t$ otrzymujemy nowy ciąg funkcji ortogonalnych

$$f_1(t) \ldots f_n(t),$$

przy czym dowolną funkcję $f_n(t)$ można otrzymać z wyznacznika:

$$f_k = \begin{vmatrix} (g_1, g_1), & (g_2, g_1) & \ldots & (g_k, g_1) \\ (g_1, g_2), & (g_2, g_2) & \ldots & (g_k, g_2) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ (g_1, g_{k-1}) & & \ldots & (g_k, g_{k-1}) \\ g_1, g_2 & & \ldots & g_k \end{vmatrix} \tag{22}$$

Wyrazy wyznacznika w nawiasach oznaczają iloczyny skalarne.

Dla przypadku ortogonalizowanego ciągu sinusoid tłumionych otrzymujemy:

$$\begin{aligned} f_1 &= a_{11} e^{-\beta_1 t}\cos(\alpha_1 t+\varphi_1), \\ f_2 &= a_{21} e^{-\beta_1 t}\cos(\alpha_1 t+\varphi_1)+a_{22} e^{-\beta_2 t}(\alpha_2 t+\varphi_2), \\ f_3 &= a_{31} e^{-\beta_1 t}\cos(\alpha_1 t+\varphi_1)+a_{32} e^{-\beta_2 t}\cos(\alpha_2 t+\varphi_2)+a_{33} e^{-\beta_3 t}\cos(\alpha_3 t+\varphi_3), \end{aligned} \tag{23}$$

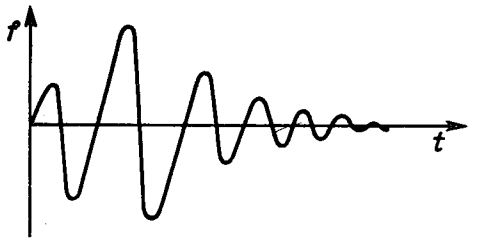
gdzie a_{nm} — pewne współczynniki.

Na rys. 11 pokazano charakter przebiegu czasowego takich sygnałów, zaś na rys. 12 charakter widma częstotliwościowego.

Podane przykłady funkcji ortogonalnych nie wyczerpują oczywiście wszystkich możliwości. Wydaje się jednak, że przedstawione funkcje rokują największe nadzieje na ich wykorzystanie zarówno w urządzeniach

telekomunikacyjnych jako nośników informacji, jak i w zagadnieniach teoretycznych, np. jako baz rozkładu w zagadnieniach aproksymacyjnych lub w innych problemach.

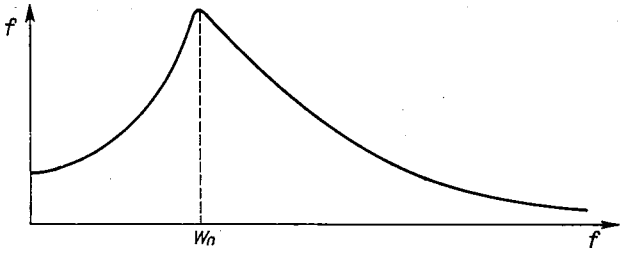
Z zagadnieniem praktycznego wykorzystania układów przykładowo poprzednio podanych funkcji ortogonalnych w systemach telekomunikacyjnych ściśle związane są obok problemu ortogonalnej filtracji, proble-



Rys. 11. Charakter przebiegu czasowego ortogonalizowanej sinusoidy tłumionej

my modulacji. (Problemy ortogonalnej (korelacyjnej) filtracji zostały częściowo omówione w innych artykułach autora).

Najłatwiej wyobrazić sobie można modulację amplitudową za pomocą stałych współczynników. Mając np. ciąg funkcji $F_0(Q)$ ... $F_n(Q)$ ortogonal-



Rys. 12. Charakter przebiegu częstotliwościowego ortogonalizowanej sinusoidy tłumionej

nych i unormowanych w przedziale $-1/2 \leqslant Q \leqslant 1/2$ oraz zbiór współczynników stałych C_0 ... C_m, możemy utworzyć sygnał w postaci

$$S(Q) = \sum_{i=0}^{n} C_i F_i(Q). \tag{24}$$

Sygnał ten po przesłaniu odpowiednim kanałem łączności, po stronie odbiorczej możemy zdemodulować i wydzielić współczynnik C_i dokonując operacji

$$\int_{-1/2}^{1/2} S(Q) F_i(Q) dQ = C_i; \qquad i = 0, 1, 2, \ldots n. \tag{25}$$

Funkcje ortogonalne mogą być funkcjami czasu lub funkcjami częstotliwości. W szczególności mogą to być przebiegi prostokątne jak na rys. 3 lub też przebiegi z rys. 1.

Załóżmy obecnie, że sygnał S, który jest pewną funkcją, chcemy przenieść za pomocą nośników wysokiej częstotliwości, które reprezentowane będą przez pewien zbiór funkcji $\{\Phi_w(\Theta)\}$.

Ponieważ $S(\Theta) = \sum_{i=0}^{n} C_i F_i(\Theta)$, więc po pomnożeniu przez nośnik wysokiej częstotliwości otrzymamy

$$S(\Theta)\Phi_w(\Theta) = \sum_{i=0}^{n} C_i F_i(\Theta)\cdot\Phi_w(\Theta). \tag{26}$$

Dążyć będziemy do tego, aby po zdemodulowaniu otrzymać interesujące nas współczynniki stałe C_i, czyli aby po pomnożeniu zmodulowanego sygnału $S\Phi_w$ przez odpowiednią funkcję $\Phi_k^*(\Theta)$ oraz przez funkcję $F_k^*(\Theta)$ i scałkowaniu w odpowiednim przedziale ortogonalności otrzymać albo 0, albo $d \neq w$, $k \neq i$, albo dla $d = w$, $k = i$ i wartość współczynnika C_i.

Zapisać to można następująco:

$$\int_{-\infty}^{\infty} S\Phi_w\Phi_k^*\cdot F_k^* d\Theta = \sum_{i=0}^{n} C_i \int_{-\infty}^{\infty} F_i\Phi_w\Phi_k^*\cdot F_k^* d\Theta = C_i. \tag{27}$$

W wyrażeniu powyższym możemy oznaczyć

$$F_i\Phi_w = A_{iw}(\Theta) \tag{28}$$

oraz

$$\Phi_k^*\cdot F_k = B_{kk}(\Theta).$$

Ortogonalność funkcji A_{iw} i B_{kk} w zakresie $-\infty \leqslant 0 \leqslant \infty$ jest wystarczającym warunkiem spełnienia równania (25).

Oczywiste jest, że funkcje $A_{iw}(\Theta)$ są względem siebie ortogonalne, aby możliwe było odtworzenie współczynników C_i bez wzajemnych zakłóceń za pomocą demodulacji. Oznacza to, że w przypadku omawianej tu modulacji ciąg funkcji ortogonalnych nacechowanych pewnymi współczynnikami przekształcany jest w inny ciąg ortogonalny będący iloczynem nośnika i funkcji współczynnikowej. Często osiąga się ten cel przez takie zawężenie przedziału ortogonalności nośnika wysokiej częstotliwości, aby w tym przedziale funkcję modulującą można było potraktować jako w przybliżeniu stałą.

Weźmy dla przykładu dwa nośniki ortogonalne sinusoidalne

$$\Phi_w = \sqrt{2}\cos\omega_1(t+t_1), \tag{29}$$

$$\Phi_k = \sqrt{2}\cos\omega_2(t+t_2).$$

Po zmodulowaniu ich przez funkcje ortogonalne F_i i F_k otrzymamy:

$$f_w(t) = F_i\sqrt{2}\cos\omega_1(t+t_1), \tag{30}$$

$$f_k(t) = F_k\sqrt{2}\cos\omega_2(t+t_2).$$

Gdy takie dwa zmodulowane w amplitudzie nośniki zjawią się w odbiorniku i poddane zostaną wymnożeniu i scałkowaniu w przedziale całkowania $-\tau/2$, $\tau/2$, wtedy dadzą następujący wynik:

$$I = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} f_w f_k dt = I_1+I_2+I_3+I_4, \tag{31}$$

gdzie:

$$I_1 = \cos(\omega_1 t_1-\omega_2 t_2)\int_{-\tau/2}^{\tau/2} F_i F_k \cos(\omega_1-\omega_2)t\,dt,$$

$$I_2 = -\sin(\omega_1 t_1-\omega_2 t_2)\int_{-\tau/2}^{\tau/2} F_i F_k \sin(\omega_1-\omega_2)t\,dt,$$

$$I_2 = \cos(\omega_1 t_1+\omega_2 t_2)\int_{-\tau/2}^{\tau/2} F_i F_k \cos(\omega_1+\omega_2)t\,dt, \tag{32}$$

$$I_4 = -\sin(\omega_1 t_1-\omega_2 t_2)\int_{-\tau/2}^{\tau/2} F_i F_k \sin(\omega_1+\omega_2)t\,dt.$$

Składnik I_2 otrzymamy, jeżeli $\omega_1 = \omega_2$.

Jeżeli zaś dodatkowo fazy są także jednakowe, wtedy w wyniku korelacyjnego odbioru otrzymujemy

$$\int_{-\tau/2}^{\tau/2} F_i F_k dt = k > 0. \tag{33}$$

Jeżeli oba nośniki mają tę samą częstotliwość a równą fazę, np. $\varphi = 90°$, wtedy otrzymujemy:

$$\begin{aligned} f_i &= \sqrt{2}F_i\cos\omega t, \\ f_k &= \sqrt{2}F_k\sin\omega t. \end{aligned} \tag{34}$$

Gdy obie funkcje $f_s = f_i+f_k$ zjawią się w odbiorniku, w odbiorniku obie funkcje f_i i f_k zostają skorelowane z lokalnymi funkcjami f_i' i f_k'.

Niech te lokalne funkcje wysokiej częstotliwości Φ_i' i Φ_k' będą przesunięte w fazie w stosunku do funkcji Φ_i i Φ_k o kąt φ. Wtedy:

$$\begin{aligned} f_i &= \sqrt{2}F_k\cos(\omega t+\varphi), \\ f_k &= \sqrt{2}F_k\sin(\omega t+\varphi); \end{aligned} \tag{35}$$

po skorelowaniu

$$I_{ii'} = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} f_s f_i' dt = k_{ii'}\cos\varphi - k_{ki'}\sin\varphi, \tag{36}$$

$$I_{kk'} = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} f_s f_k' = k_{ik'}\cos\varphi + k_{kk'}\sin\varphi.$$

W wyrażeniach tych składniki $k_{ii'}\cos\varphi$ i $k_{ik'}\cos\varphi$ reprezentują przenoszone informacje, natomiast składniki $k_{ki'}\sin\varphi$ i $k_{kk'}\sin\varphi$ — reprezentują przesłuchy z kanału na kanał.

Dla $\varphi = 0$ oczywiście składniki te znikają. (Różnica faz rzędu 5° powoduje przesłuch rzędu 10%). Z powyższego rozumowania wynika ważność problemu synchronizacji w systemach wykorzystujących funkcje ortogonalne.

Problem modulacji i demodulacji może być rozpatrywany albo dla sygnałów dyskretnych typu telegraficznego, albo dla sygnałów ciągłych typu telefonicznego (analogowych).

Współczynniki C_i w przypadku transmisji analogowej mogą przedstawiać pewne współczynniki rozkładu według określonej bazy funkcji ortogonalnych; mamy wtedy

$$S(\Theta) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i F_i(\Theta) \tag{37}$$

(górna granica sumy jest nieskończona).

Ograniczając wyrazy rozkładu do pewnej skończonej liczby otrzymujemy sytuację podobną jak w przypadku przenoszenia sygnałów dyskretnych. Sygnał ciągły rekonstruujemy następnie poprzez sumę iloczynów $C_iF_i(\Theta)$.

Mając za zadanie przedstawienie sygnału ciągłego za pomocą rozkładu według pewnej bazy funkcji ortogonalnych można postawić sobie za zadanie poszukiwanie takiej optymalnej bazy rozkładu, przy której przyjmując pewne kryterium aproksymacyjne ilość wyrazów rozkładu będzie możliwie najmniejsza; inaczej mówiąc przy założeniu określonej liczby wyrazów dążymy do minimalizacji błędu przybliżenia przebiegu zadanego i przebiegu aproksymującego.

Dla ortogonalnej bazy rozkładu istnieje pewna metoda optymalizacji pozwalająca wyznaczyć kolejne funkcje i współczynniki rozkładu w zależności od funkcji i współczynników przyjętych jako pewna baza wyjściowa (zob. [12] pozycja literatury).

Jako kryterium przybliżenia można przyjąć błąd średnio kwadratowy. W zagadnieniach łącznościowych warto zastanowić się także przy tego rodzaju „skróconym zapisie sygnału" nad stopniem „utraty informacji" i zbudować odpowiednie kryterium przybliżeniowe. Każdemu przyjętemu kryterium przybliżeniowemu odpowiada oczywiście odpowiedni algorytm określania funkcji optymalnej bazy.

Wydaje się słuszny także, jak to zostało powiedziane, sposób namodulowania nośnika ortogonalnego o przedziale ortogonalności tak małym, aby sygnał analogowy można było traktować w nim jako wartość stałą. Powtarzając periodycznie przebieg nośny ortogonalny, otrzymujemy wtedy w kolejnych przedziałach ortogonalności odpowiednie iloczyny złożone z wartości sygnału ciągłego w danym przedziale czasu i funkcji nośnej.

Demodulacja polega wtedy na wymnożeniu tych iloczynów przez funkcję nośną i scałkowaniu w przedziale ortogonalności. Kolejne wartości całki w kolejnych przedziałach czasu dadzą nam wtedy szereg kolejnych wartości sygnału ciągłego.

Tak więc dowolny sygnał można przedstawić za pomocą ciągu funkcji ortogonalnych

$$S(\Theta) = \sum_{i=0}^{m} C_i F_i(\Theta), \tag{38}$$

przy czym

$$C_i = \int_{-\infty}^{\infty} S(\Theta) F_i(\Theta) d\Theta. \tag{39}$$

Funkcje ortogonalne jako nośniki grają dużą rolę w zagadnieniach transmisji kodowanej. Mając np. zbiór funkcji sygnałowych $S(\Theta)$ (liter) oraz zbiór unormowanych i ortogonalnych funkcji $F_i(\Theta)$ można utworzyć $R = 2k + 1^m$ różnych funkcji $S(\Theta)$ odpowiadających określonym literom czy cyfrom (dopuszczamy wartości współczynników $\pm C_i$ oraz zero). Dobierając odpowiednio funkcje ortogonalne możemy przy pewnych dopuszczalnych zniekształceniach odpowiednio zawężać pasmo częstotliwości potrzebne dla przesłania określonych informacji (gdy $k = 1$, każda z m ortogonalnych funkcji może być przenoszona z amplitudą np. $+1$, -1 lub 0).

W przypadku zastosowania funkcji ortogonalnych w transmisji kodowej i zastosowania korelacyjnych metod odbioru, szkodliwość zakłóceń jest mniejsza niż przy innych systemach kodowania.

Jedną z pierwszych prób wykorzystania funkcji ortogonalnych w systemach łączności było w początkach lat sześćdziesiątych amerykańskie urządzenie znane pod nazwą „ortomaks" (zob. [9] poz. literatury). Jako nośników informacji użyto w tym systemie wielomianów Legendre'a odpowiednio unormowanych. Informacje przekazywano w tym systemie za pomocą amplitudy, przy czym odpowiedni sygnał opisać można za pomocą wyrażenia

$$F_n(t) = \sum_0^N A_n \sqrt{2n+1}\, P_n(t), \tag{40}$$

$$0 \leqslant t \leqslant T,$$

gdzie:

$P_n(t)$ — wielomian Legendre'a odpowiedniego rzędu,
A_n — współczynnik modulacji,
$\sqrt{2n+1}$ — współczynnik normujący,
$[0, T]$ — przedział ortogonalizacji.

Po stronie odbiorczej wpółczynniki modulacji A_n ustalone są dla każdego kanału na drodze korelacji zgodnie z zależnością

$$A_n = \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{2n+1}\, P_n(t) F_n(t) dt. \tag{41}$$

W systemach ortogonalnych istnieje też możliwość stosowania zamiast korelatora złożonego z integratora i układu mnożącego, układu generującego, np. odpowiedni wielomian ortogonalny, do którego doprowadza się wielomian będący zwierciadlanym odbiciem względem czasu wielomianu generowanego.

Weźmy dla przykładu funkcję Laguerre'a. Wiadomo, że odpowiedź układu linearnego na sygnał $x(t)$ wyraża się za pomocą całki Duhamela

$$K(t) = \int_0^t x(t-\tau) h(\tau) \alpha\tau, \tag{42}$$

gdzie $h(\tau)$ — odpowiedź impulsowa;

jeżeli $h(T)$ ma być np. funkcją Laguerre'a

$$L_n(\alpha\tau) e^{-\frac{\alpha\tau}{2}} \tag{43}$$

i spełniona ma być zależność

$$\int_0^\infty e^{-\alpha t} L_n(\alpha t) L_m(\alpha t) dt = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & m = n, \end{cases} \tag{44}$$

to spełniony musi być związek

$$x(t-\tau) = e^{-\frac{\alpha\tau}{2}} \ln(\alpha\tau), \tag{45}$$

czyli

$$x(t) = e^{\frac{\alpha\tau}{2}} \ln(-\alpha\tau); \tag{46}$$

ostatnie wyrażenie daje nam właśnie zwierciadlane odbicie funkcji Laguerre'a.

Niezależnie od wymienionego urządzenia wykorzystującego wielomiany ortogonalne ukazały się w literaturze opisy patentowe innych urządzeń (m. in. projekt autora systemu wykorzystującego ortogonalizowaną sinusoidę tłumioną (zob. [2] poz. literatury).

Wypada zaznaczyć, że telekomunikacyjne systemy ortogonalne, niezależnie od zalet, jakie mogą wykazać w zakresie zwiększenia krotności, zwiększenia niewrażliwości na zakłócenia, zmniejszenia przesłuchów między kanałami, zwiększenia stosunku mocy sygnału do mocy szumów, wykazują także oszczędność energii potrzebnej do przekazania danego zbioru informacji. Ma to zasadnicze znaczenie szczególnie w systemach łączności kosmicznej.

Można przeprowadzić odpowiednią analizę porównawczą systemów ortogonalnych opartych o metodę korelacji z dotychczas stosowanymi systemami o modulacjach amplitudy, fazy i częstotliwości. Jako wielkość porównywalną można przyjąć np. energię potrzebną do przesłania jednej jednostki informacji z założoną gęstością widmową i z zadaną prędkością przesyłania informacji.

Pomocne w tym względzie może być pojęcie sprawności β,

$$\beta = \frac{P_{min}}{\varepsilon^2 H}, \tag{47}$$

gdzie:

P_{min} — minimalna żądana moc sygnału w miejscu odbioru,
H — prędkość przesyłania informacji,
ε^2 — gęstość widmowa mocy szumu.

Sprawność β może być obliczona także na podstawie zależności

$$\beta = \frac{P_{min}}{\varepsilon^2 H} = \frac{P_{min}}{\varepsilon^2 B}\frac{B}{H} = \frac{S_i}{N_i}\alpha,$$

gdzie:

$\alpha = \frac{B}{H}$,
S_i — moc sygnału na wejściu,
N_i — moc szumu na wejściu,
B — pasmo przepustowe kanału.

Ostatnia zależność pozwala na obliczenie β dla różnych systemów ze stosunku pasma przepustowego do prędkości przesyłania oraz ze stosunku mocy sygnału do mocy szumu na wejściu.

Dla dowolnie małego prawdopodobieństwa błędu przy odbiorze, można wyliczyć wartość $\beta = \beta_0$ ze wzoru Shannona

$$H = B\log_2\left(\frac{P_{min}}{\varepsilon^2 B}+1\right), \tag{49}$$

$$\frac{H}{B} = \log_2\left(\beta_0\frac{H}{B}+1\right), \tag{50}$$

$$\beta_0 = \alpha(2^{1/\alpha}-1). \tag{51}$$

Niezależnie od tego, że systemy ortogonalne są ekonomiczniejsze pod względem energii potrzebnej do przekazywania informacji, można w tych systemach dążyć do minimalizacji mocy sygnału (zob. [1] poz. literatury). Moc tę można obniżyć stosując specjalne metody nadawania i odbioru z opóźnieniem.

Politechnika Warszawska
Katedra Teletransmisji Przewodowej

WYKAZ LITERATURY

1. Tiepliakow J. M.: Pieriedacza informacji ortogonalnymi signałami. — Radiotechnika, 1963.
2. Kowalczyk E.: Wykorzystanie nośników o postaci sinusoidy tłumionej w systemach teletransmisyjnych. — Zeszyty Naukowe Pol. Warszawskiej, 1964, nr 33.
3. Hammond J. L., Johnson R. S.: Review of Orthogonal Square-Wave Functions and their Application to Linear Networks. — Journal of Franklin Institute, marzec 1962.
4. Harmuth H. F.: Radiocommunication with Orthogonal Time Functions. — Communication and Electronics, 1960, nr 49.
5. Harmuth H. F.: On the Transmission of Information by Orthogonal Time Functions. — Communication and Electronics, 1960, nr 49.
6. Harmuth H. F.: Kodieren mit orthogonalen Funktionen. — A. E. Ü., 1963, nr 9.
7. Harmuth H. F.: Orthogonal Codes. — Proc. Inst. Elect. Eng., 1960.
8. Harmuth H. F.: Die Orthogonalteilung als Verallgemeinerung der Zeit und Frequenzteilung. — A. E. Ü., 1964, nr 1.
9. Biellard: Nowa metoda zwielokrotniania kanałów łączności. — Zambieżnaja radiotiechnika, 1963, nr 11.
10. Ballard A. H.: Orthogonal Multiplexing. Space and Aeronautics Technical Reference Series. — Aerospace Electronics, November 1962.
11. Sanders R. W.: Porównanie sprawności niektórych systemów łączności — Radiotechnika, 1962, nr 10.
12. Leontiew: O możliwości wykorzystania układu funkcji ortogonalnych w łączności. — Radiotechnika, 1962, nr 10.
13. Charkiewicz A. A: O rozróżnianiu ciągłych sygnałów. — Radiotechnika, 1960, nr 10.
14. Tiepliakow J. M.: Przekazywanie informacji przy pomocy sygnałów ortogonalnych. — Radiotechnika, 1963, nr 4.
15. Zajezdny A. M., Ejdukiawicznis G. B.: Krótkie przedstawienie sygnałów przy pomocy systemu funkcji ortogonalnych. — Radiotechnika, 1963, nr 11.

E. KOWALCZYK

SOME PROBLEMS OF APPLYING THE ORTHOGONAL FUNCTIONS IN TRANSMISSION TECHNIQUE

Summary

The article contains a review of problems concerning the application of various orthogonal time functions in the transmission technique. The author gives examples of orthogonal functions and discusses basic principles of modulation, filtration and generation of these signals.

E. KOWALCZYK

CERTAINS PROBLÈMES D'UTILISATION DES FONCTIONS ORTHOGONALES DANS LES TÉLÉCOMMUNICATIONS

Résumé

Cet article constitue une courte revue des problèmes liés avec l'utilisation des fonctions orthogonales dans les télécommunications.

L'auteur présente les fonctions orthogonales rencontrées souvent et montre sur les diagrammes leurs caractétistiques de temps et de fréquence ainsi que les formules mathématiques.

Ensuite l'auteur signale en abregé les problèmes concernant l'utilisation de ces fonctions comme porteurs de l'information dans les équipements des télécommunications.

E. KOWALCZYK

EINIGE PROBLEME DER AUSNUTZUNG DER ORTHOGONALEN FUNKTIONEN IN UEBERTRAGUNGSTECHNIK

Zusammenfassung

Der Autor gibt in seinem Artikel mehrere Beispiele der orthogonalen Funktionen und ihre Ausnutzungsmöglichkeiten in Uebertragungstechnik an. Er berührt ebenfalls solche Probleme wie Modulation und Filtration in Nachrichtensystemen mit Anwendung der orthogonalen Funktionen.

Э. КОВАЛЬЧИК

НЕКОТОРЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В ТЕХНИКЕ ЭЛЕКТРОСВЯЗИ

Резюме

Эта статья является кратким обзором научных достижений по вопросам об использовании ортогональных функций в электросвязи.

Автор рассматривает в ней часто встречаемые ортогональные функции, показывает на чертежах их временные и частотные характеристики, приводит их математические формулы.

Кроме этого, автор коротко сигнализирует проблемы касающиеся использования этих функций в качестве носителей информаций в устройствах телефонной и телеграфной связи.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE — TOM XII — ZESZYT 3 — 1966

621.394.662

JERZY DRÓŻDŻ

Probabilistyczna ocena synchronizacji ze skokową korekcji fazy dla systemów transmisji danych

Rękopis dostarczono 20.7.1965

Przeprowadzono analizę działania systemu synchronizacji ze skokową korekcją fazy. Podstawą tej analizy jest przedstawiona w artykule formalizacja problemu obejmująca sklasyfikowanie pojęć, przyjęcie założeń i wybór kryteriów. Za kryterium jakości systemu przyjęto średni czas rozsynchronizowania. Podano metodę obliczenia średniego czasu rozsynchronizowania przy założeniu, że zniekształcenia sygnału mają charakter zjawiska przypadkowego o rozkładzie prawdopodobieństwa należącym do pewnej, dosyć szerokiej klasy. Podana metoda została zilustrowana przykładem rachunkowym. Wyciągnięto wnioski mogące mieć praktyczne znaczenie dla projektowania systemów transmisji danych.

WSTĘP

Przesyłanie danych cyfrowych z dużą szybkością i wysoką bezbłędnością znajduje się od kilku lat w centrum zainteresowania telekomunikacji światowej. Uwaga fachowców skupia się przy tym głównie na dwóch podstawowych problemach, a mianowicie: na poszukiwaniu dobrych modemów oraz optymalnych metod zabezpieczenia przed błędami. W tym zakresie można zanotować wiele oryginalnych prac teoretycznych, jak również ciekawych rozwiązań praktycznych.

Do zagadnień mniej dotychczas opracowanych należy synchronizacja urządzeń transmisji danych. Problem, ten jak dotąd, rozwiązywany jest na ogół doraźnie, przy braku zdecydowanych i teoretycznie uzasadnionych koncepcji technicznych. Zauważa się w szczególności brak opracowanych metod, które pozwoliłyby przeprowadzić ocenę poszczególnych rozwiązań pod kątem pewności działania synchronizacji.

Niniejszy artykuł stanowi próbę, częściowego przynajmniej, uzupełnienia powyższej luki. Należy jednak wyraźnie podkreślić, że dotyczy on tylko pewnej klasy metod synchronizacji, a mianowicie tzw. synchronizacji z korekcją skokową. W omawianej dziedzinie pozostaje więc jeszcze wiele do zrobienia.

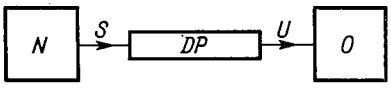
W rozdziale pierwszym zebrano podstawowe pojęcia i definicje potrzebne do przeprowadzenia analizy mającej na celu ocenę pewności dzia-

łania omawianych metod synchronizacji. Właściwa analiza zawarta jest w trzech następnych rozdziałach. Ocenę pewności synchronizacji przeprowadza się na podstawie wielkości nazwanej średnim czasem rozsynchronizowania. Wielkość ta określa wartość oczekiwaną czasu, po jakim zsynchronizowane w chwili początkowej urządzenie transmisji danych rozsynchronizuje się. Rozważa się w szczególności wpływ, jaki na pewność synchronizacji mają: wielkość zwana skokiem korekcji oraz rozkład zniekształceń momentów charakterystycznych sygnału odebranego, traktowany jako parametr. Rozdział piąty zawiera przykładowe obliczenia wykonane przy ustalonym rozkładzie zniekształceń i różnych wartościach skoku korekcji — dla jednej z trzech omawianych w artykule synchronizacji.

W zakończeniu podano wnioski z przeprowadzonej analizy oraz uwagi dotyczące perspektyw rozwiązania poruszanego problemu.

1. POJĘCIA PODSTAWOWE

Rozpatrywać będziemy następującą sytuację: Dany jest nadajnik N oraz odbiornik O połączone drogą przesyłową DP, jak na rys. 1. Z nadaj-



Rys. 1. Uproszczony schemat blokowy jednokierunkowego łącza transmisji danych
N — nadajnik, DP — droga przesyłowa, O — odbiornik,
S — sygnał nadawany, U — sygnał odebrany.

nika wysyłany jest pewien sygnał S, który po przejściu przez drogę przesyłową DP zostaje odebrany przez odbiornik O w postaci sygnału U. Sygnały te będziemy nazywać odpowiednio *sygnałem nadawanym* i *sygnałem odebranym*.

1.1. Sygnał nadawany

W dowolnej chwili sygnał S może przyjmować jeden z dwóch stanów zwanych stanami znamiennymi. Stany te oznaczać będziemy symbolami „0" i „1" niezależnie od tego, jakim konkretnym parametrom elektrycznym odpowiadają.

Nazwiemy *momentami charakterystycznymi modulacji* przejścia od jednego do drugiego stanu znamiennego. Momenty odpowiadające przejściom o określonej polaryzacji oznaczymy przez „$0 \to 1$" i „$1 \to 0$".

Założymy, że odstępy czasowe między dowolnymi momentami charakterystycznymi sygnału S równają się całkowitej wielokrotności pewnej ustalonej wielkości, zwanej *odstępem jednostkowym*. Przyjęcie powyższego założenia równoważne jest ograniczeniu rozważań do przypadku

transmisji izochronicznej. Odstęp jednostkowy wyrażony w sekundach oznaczać będziemy literą ε.

Odwrotność odstępu jednostkowego nazywać będziemy *szybkością modulacji*. Wielkość tę oznaczymy przez ν i wyrażać będziemy w bodach:

$$\nu = \frac{1}{\varepsilon} \text{ [bodów]}. \tag{1}$$

Dla prawidłowego odbioru przesyłanych informacji konieczne jest określenie położenia poszczególnych elementów w sygnale odebranym U. Proces zapewniający wypełnienie powyższego zadania nosi nazwę *synchronizacji*. Bliższe określenie zadań synchronizacji podane jest w rozdz. 1.5.

Z uwagi na przeznaczenie rozróżniać będziemy dwa rodzaje elementów sygnału, a mianowicie:

— elementy synchronizacyjne, czyli elementy przeznaczone wyłącznie do celów synchronizacji;

— elementy kodowe, to jest elementy wykorzystywane do przesyłania informacji.

Należy zwrócić uwagę, że elementy synchronizacyjne nie zawsze są stosowane. W niektórych systemach informację o szybkości modulacji i fazie wysyłanych sygnałów uzyskuje się z elementów kodowych.

Zakładać będziemy, że elementy synchronizacyjne są włączane pomiędzy elementy kodowe w stałych i jednakowych odstępach czasu. Zbiór elementów kodowych pomiędzy kolejnymi elementami synchronizacyjnymi wraz z następującymi po nim elementami synchronizacyjnymi nazywać będziemy *blokiem* o długości N.

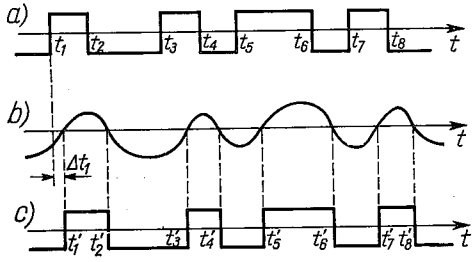
Przyjmiemy ponadto założenie: Każdy element kodowy może przyjmować z prawdopodobieństwem, które oznaczymy $P(„0")$, stan „0", oraz z prawdopodobieństwem, które oznaczymy $P(„1")$, stan „1" — niezależnie od stanu poprzednich elementów.

Założenie powyższe jest równoznaczne z przyjęciem, iż momenty charakterystyczne (pomiędzy elementami kodowymi) są statystycznie niezależne, a prawdopodobieństwo wystąpienia dowolnego z nich — stałe. Prawdopodobieństwo to oznaczymy przez $P(M)$.

1.2. Sygnał odebrany i odtworzony

Po przejściu przez drogę przesyłową DP sygnał S dociera do odbiornika O w postaci przebiegu U o złagodzonych przejściach między stanami (zob. rys. 2a, b). Z uwagi na to, że z punktu widzenia synchronizacji istotne są tylko przejścia przez zero, zamiast sygnału odebranego U będziemy rozpatrywać sygnał Y przedstawiony na rys. 2c. Sygnał ten pow-

staje z sygnału odebranego U przez odwzorowanie jego przejść przez zero. Sygnał Y nazywać będziemy *sygnałem odtworzonym*, a przejścia między jego stanami — *momentami charakterystycznymi odtworzenia.*



Rys. 2. Zależności czasowe pomiędzy sygnałami: nadawanym S — rys. 2a, odebranym U — rys. 2b, odtworzonym Y — rys. 2c

1.3. Średnie opóźnienie i zniekształcenie indywidualne momentów charakterystycznych

Zdefiniujemy, jako opóźnienie i-tego momentu charakterystycznego wielkość

$$\Theta_i \stackrel{\mathrm{df}}{=} \frac{\Delta t_i}{\varepsilon} \cdot 100 \tag{2}$$

braną z dokładnością do liczb naturalnych. We wzorze (2) oznaczono przez:

Θ_i — opóźnienie i-tego momentu charakterystycznego;

Δt_i — przesunięcie w czasie i-tego momentu charakterystycznego odtworzenia względem odpowiadającego mu i-tego momentu charakterystycznego modulacji.

Do powyższej definicji dodamy dwie uwagi:

1) Opóźnienie wyrażamy tu w liczbach oderwanych, którym odpowiadają procenty odstępu jednostkowego.

2) Operujemy dyskretnymi, a nie ciągłymi wartościami opóźnienia ($\Theta = 0, 1, 2, \ldots$).

Prawdopodobieństwo, że opóźnienie i-tego momentu charakterystycznego przyjmie konkretną wartość równą Θ zapisywać będziemy przez $P_i(\Theta)$. W celu uproszczenia analizy o rozkładzie $P_i(\Theta)$ założymy:

1) Opóźnienia momentów charakterystycznych są statystycznie niezależne, to znaczy opóźnienie i-tego momentu nie zależy od opóźnień momentów wcześniejszych dla dowolnego i. Założenie to jest równoznaczne przyjęciu założenia, że droga przesyłowa DP jest bezpamięciowa.

2) Rozkład jest stacjonarny, to znaczy taki sam dla każdego momentu charakterystycznego. Można to zapisać w postaci:

$$P_i(\Theta) = P(\Theta) \quad \text{dla } i = 1, 2, 3, \ldots,$$

gdzie $P(\Theta)$ jest prawdopodobieństwem, że zniekształcenie dowolnego momentu wyniesie dokładnie Θ.

Średnim opóźnieniem momentu charakterystycznego nazwiemy wielkość:

$$\Theta_{śr} \stackrel{\mathrm{df}}{=} \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P(\Theta = n), \tag{3}$$

gdzie $n = 0, 1, 2 \ldots$, zaś zniekształceniem indywidualnym (momentu charakterystycznego) różnicę opóźnienia danego momentu i średniego opóźnienia

$$\delta_i \stackrel{\mathrm{df}}{=} \Theta_i - \Theta_{śr}. \tag{4}$$

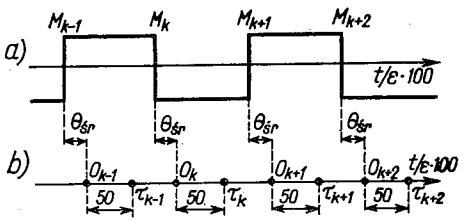
Prawdopodobieństwo, że zniekształcenie i-tego momentu przyjmie konkretną wartość δ, oznaczać będziemy przez $P_i(\delta)$. Z założenia statystycznej niezależności i stacjonarności opóźnień oraz ze wzoru (4) wynika, że zniekształcenia momentów charakterystycznych są również statystycznie niezależne i stacjonarne. Zniekształcenia mogą przyjmować tylko dyskretne wartości stanowiące procenty odstępu jednostkowego brane z odpowiednim znakiem ($\delta = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$).

Związek pomiędzy rozkładem $P_i(\delta)$ i rozkładem $P_i(\Theta)$ wyraża się następującym wzorem:

$$P_i(\delta) = P_i(\Theta = \delta + \Theta_{śr}). \tag{5}$$

1.4. Rozeznanie sygnału odtworzonego

Nazwiemy rozeznaniem (punktowym [1]) — proces polegający na analizowaniu sygnału odtworzonego Y w określonych momentach czasowych (rys. 3).



Rys. 3. Proces rozeznania sygnału odtworzonego Y w odbiorniku
a) fragment sygnału nadawanego S, b) położenie momentów charakterystycznych sygnału odtworzonego Y oraz położenie nominalnych momentów rozeznania

Położenie nominalnych momentów rozeznania (oznaczenie τ_i) wyjaśnia rys. 3. Na rysunku tym przez M_i i O_i oznaczono odpowiednio kolejne momenty charakterystyczne sygnału nadawanego S i sygnału odtwo-

[1] Istnieją i inne rodzaje rozeznania (np. rozeznanie całkowe). My jednak ograniczymy się do rozważań rozeznania punktowego, stosowanego najczęściej.

rzonego Y. Jeżeli sygnał odtworzony nie posiada zniekształceń, to — jak widać z rysunku — nominalne rozeznanie przeprowadzane jest pośrodku jego elementów.

Rzeczywiste położenie momentów rozeznania może się różnić od położenia nominalnego. Jest to spowodowane zniekształceniami momentów charakterystycznych odtworzenia. Sprowadzenie momentów rozeznania do położenia nominalnego stanowi zadanie synchronizacji (zob. dalej).

1.5. Błąd i zakres synchronizacji. Rozsynchronizowanie

Oznaczmy przez r_i rzeczywiste położenie momentów rozeznania. Błędem β synchronizacji nazwiemy różnicę pomiędzy rzeczywistym a nominalnym położeniem momentów rozeznania:

$$\beta \overset{\mathrm{df}}{=} r_i - \tau_i, \tag{6}$$

gdzie: $i = 1, 2, 3, \ldots$

We wzorze (6) zarówno r_i, jak i τ_i wyrażone są w liczbach całkowitych, oderwanych, którym odpowiadają procenty odstępu jednostkowego.

Sprecyzujemy obecnie bliżej zadania synchronizacji, wykorzystując zdefiniowane powyżej pojęcie błędu synchronizacji: Zadaniem synchronizacji jest sprowadzenie błędu synchronizacji do wartości możliwie bliskiej zeru. Możemy to zapisać:

$$\beta \to 0$$

lub (7)

$$r_i \to \tau_i.$$

Zakresem synchronizacji (oznaczenie H) nazywać będziemy taki obszar zmian błędu synchronizacji, że — o ile tylko spełniony jest warunek

$$|\beta| < H \tag{8}$$

— synchronizacja działa w kierunku zmniejszenia tego błędu zgodnie z (7).

Zakresem roboczym synchronizacji (oznaczenie H_r) będziemy nazywać obszar zmian błędu synchronizacji, w którym:

1) synchronizacja działa w kierunku zmniejszenia błędu synchronizacji,

2) możliwe jest prawidłowe rozeznawanie elementów sygnału odtworzonego w przypadku, gdy sygnał ten jest niezniekształcony.

Rozsynchronizowaniem nazwiemy sytuację, gdy błąd przekroczy zakres roboczy synchronizacji

$$|\beta| \geqslant H_r.$$

W takim przypadku konieczne jest ponowne nawiązywanie łączności pomiędzy nadajnikiem i odbiornikiem. W artykule niniejszym zagadnieniem tym nie będziemy się zajmowali.

1.6. Rodzaje synchronizacji

Większość ze znanych sposobów synchronizacji w systemach transmisji danych da się sprowadzić do jednego z czterech poniższych rodzajów:

1) Przesyłanie — oprócz właściwej informacji — okresowego sygnału (najczęściej sinusoidalnego) o częstotliwości w jednoznaczny sposób związanej z szybkością modulacji nadajnika. Ten sposób znany pod nazwą synchronizacji z przesyłaniem pilota posiada szereg istotnych wad [11]. W dalszych rozważaniach nie będziemy się nim zajmować.

2) Wykorzystanie momentów charakterystycznych o określonej polaryzacji (albo „$0 \to 1$", albo „$1 \to 0$") pomiędzy elementami kodowymi sygnału odebranego do wytworzenia informacji o szybkości modulacji i fazie elementów wysyłanych z nadajnika. Ten sposób nazywać będziemy *synchronizacją elementową z wyróżnieniem polaryzacji.*

3) Wykorzystanie dla celów synchronizacji momentów charakterystycznych o dowolnej polaryzacji („$0 \to 1$" lub „$1 \to 0$") pomiędzy elementami sygnału odebranego. Przy takim rozwiązaniu mówić będziemy o *synchronizacji elementowej bez wyróżnienia polaryzacji.*

4) Przesyłanie dodatkowych elementów synchronizacyjnych włączanych w określony sposób pomiędzy elementy kodowe. Ten rodzaj synchronizacji nazywać będziemy *synchronizacją blokową.* Rozpatrywać będziemy tylko przypadek, gdy na końcu każdego bloku włączona jest para różnoimiennych elementów synchronizacyjnych o przejściu „$0 \to 1$" pomiędzy nimi.

Bliższe omówienie zalet i wad wyżej podanych rodzajów synchronizacji znaleźć można w [1]. W niniejszym artykule będziemy zajmować się tylko trzema ostatnimi spośród nich.

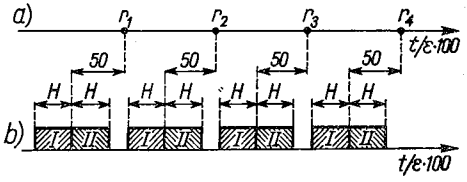
1.7. Korekcja skokowa. Skok korekcji

W artykule będziemy rozważać przypadek, kiedy rzeczywiste momenty rozeznania (r_i) generowane są w odbiorniku przez wysokostabilny generator lokalny o skokowo korygowanej fazie.

Korekcją (skokową) nazywać będziemy działanie synchronizacji, polegające na zmianie położenia momentów rozeznania r_i (której odpowia-

da taka sama zmiana błędu synchronizacji β) o pewną ustaloną wartość h. Zmianę h błędu synchronizacji odpowiadającą pojedynczej korekcji nazwiemy *skokiem korekcji*.

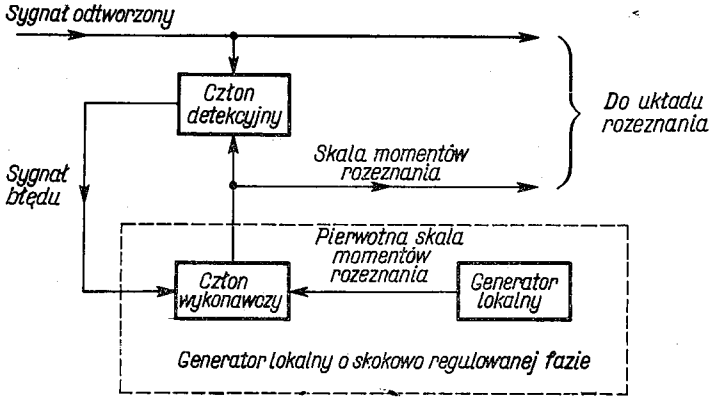
Ogólną zasadę działania synchronizacji z korekcją skokową wyjaśniają rysunki 4 i 5.



Rys. 4. Działanie synchronizacji z korekcją skokową
a) rzeczywiste momenty rozeznania r_i, b) obszary korekcji: przyspieszenia (*I*) i opóźnienia (*II*)

Na rys. 4a zaznaczono rzeczywiste momenty rozeznania, a na rys. 4b odpowiadające im zakresy (*I* i *II*) synchronizacji, które nazywać będziemy *obszarami korekcji*. Pojawienie się momentu charakterystycznego w obszarach *I* i *II* powoduje odpowiednio przyspieszenie lub opóźnienie momentów rozeznania o skok korekcji, skąd obszar *I* nazywać będziemy *obszarem przyspieszenia*, a obszar *II* — *obszarem opóźnienia*. Jeżeli moment wypadnie poza tymi obszarami, korekcja nie następuje i faza momentów rozeznania nie ulega zmianie. Oczywiście obszary *I* i *II* nie mogą nachodzić na siebie.

Na rysunku 5 został przedstawiony funkcjonalny schemat bloku synchronizacji odbiornika.



Rys. 5. Blok synchronizacji odbiornika

Zadania członu detekcyjnego są następujące:

— porównywanie faz odpowiednich [1] momentów charakterystycz-

[1] Na przykład momentów charakterystycznych pomiędzy elementami synchronizacyjnymi — w przypadku synchronizacji blokowej.

nych sygnału odtworzonego z fazami odpowiadających im momentów rozeznania,

— wytwarzanie, na podstawie informacji o znaku różnicy faz, dwuwartościowego sygnału błędu.

Zadaniem członu wykonawczego jest korygowanie fazy skali momentów rozeznania z chwilą, gdy na jego wejściu pojawi się sygnał błędu. Kierunek zmiany jest wyznaczony charakterem sygnału błędu, a jej wielkość jest równa skokowi korekcji h. Pierwotne źródło skali momentów rozeznania stanowi wysokostabilny generator lokalny.

Dokładniejszy opis działania synchronizacji ze skokową korekcją fazy można znaleźć w literaturze [1], [12].

1.8. Zakresy synchronizacji

Określimy obecnie zakresy synchronizacji dla poszczególnych jej rodzajów.

Synchronizacja elementowa bez wyróżnienia polaryzacji. W tym przypadku momenty charakterystyczne wykorzystywane do synchronizacji mogą pojawiać się co odstęp jednostkowy. Ponieważ zaś obszary *I* i *II* (zob. rys. 4) nie mogą się nakładać, zakres synchronizacji wynosi:

$$H_e = 50, \tag{9}$$

gdzie H_e — zakres synchronizacji elementowej bez wyróżnienia polaryzacji wyrażony w procentach odstępu jednostkowego.

2) Synchronizacja elementowa z wyróżnieniem polaryzacji. Momenty charakterystyczne wykorzystywane do synchronizacji nie mogą tu oczywiście sąsiadować ze sobą (najmniejsza odległość wynosi 2ε). W tym przypadku mamy więc:

$$H_p = 100, \tag{10}$$

gdzie H_p — zakres synchronizacji elementowej z wyróżnieniem polaryzacji, wyrażony w procentach odstępu jednostkowego.

3) Synchronizacja blokowa. Przy synchronizacji blokowej zachodzi konieczność zabezpieczenia się przed zadziałaniem korekcji od momentów charakterystycznych pomiędzy elementami kodowymi. Łatwo zauważyć, że najbliższe z nich mogą pojawić się w odległości $\pm 2\varepsilon$ od momentu pomiędzy elementami synchronizacyjnymi. Wobec tego zakres synchronizacji, który oznaczymy H_b wyniesie w tym wypadku

$$H_b = 100 \tag{11}$$

procent odstępu jednostkowego.

Zakres roboczy synchronizacji dla wszystkich trzech omawianych metod synchronizacji jest taki sam. Zgodnie z rys. 3 wynosi on:

$$H_r = 50 \tag{12}$$

procent odstępu jednostkowego.

1.9. Średni czas rozsynchronizowania

W artykule przebadamy wpływ, jaki na pracę synchronizowanego systemu wywiera wielkość (h) skoku korekcji przy ustalonym (traktowanym jako parametr) rozkładzie zniekształceń $P(\delta)$ — dla zdefiniowanych poprzednio trzech rodzajów synchronizacji z korekcją skokową.

Aby wyeliminować błąd synchronizacji powodowany niestabilnością częstotliwości generatora lokalnego, przyjmiemy następujące założenie:

Częstotliwość generatora lokalnego wytwarzającego momenty rozeznania r_i jest stała i dokładnie równa szybkości modulacji nadajnika, to znaczy:

$$f_g = \nu. \tag{12}$$

Założymy również, iż w chwili początkowej ($t=t_0$) system jest zsynchronizowany, tzn. że zachodzi

$$\beta|_{t=t_0} = 0.$$

Jeżeli dla pewnego $t = t_x$ błąd synchronizacji osiąga wartość

$$|\beta|_{t=t_x} = H_r,$$

to wartość oczekiwaną tego czasu (oznaczenie T) zdefiniowaną wzorem (13) przyjmować będziemy za kryterium pewności synchronizacji. Wielkość T nazwiemy *średnim czasem rozsynchronizowania.*

$$T \overset{\mathrm{df}}{=} \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot P(t_x = n\varepsilon), \tag{13}$$

gdzie $P(t_x = n\varepsilon)$ — prawdopodobieństwo, że błąd synchronizacji osiągnie wartość $\pm H_r$ w chwili $t_x = n\varepsilon$,
$n = 1, 2, 3 \ldots$

Warunek wyrażony wzorem (12) wymaga krótkiego komentarza. Gdyby warunek ten był spełniony, nie zachodziłaby w ogóle potrzeba synchronizacji. Przyjęcie takiego, fikcyjnego założenia jest jednak bardzo użyteczne, gdyż pozwala ocenić wpływ zjawisk przypadkowych na synchronizację. Wpływ zjawisk systematycznych można oszacować znacznie prościej [3].

2. OKREŚLENIE REGUŁ KOREKCJI

W poprzednim rozdziale ustaliliśmy podstawowe pojęcia i rodzaje synchronizacji, jakie są rozpatrywane w artykule. Przedstawiliśmy w nim również, na razie w ogólnym zarysie, zasadę działania synchronizacji z korekcją skokową. W tym rozdziale sprecyzujemy dokładne reguły korekcji skokowej.

2.1. Układ (synchronizacji). Stany układu. Krok korekcji

Wprowadzimy pojęcie układu synchronizacji[1] i jego stanów, o których założymy:

Układ znajduje się w stanie E_j, jeżeli błąd synchronizacji wynosi:

$$\beta = jh,$$

gdzie: $j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$

h — skok korekcji wyrażony w procentach odstępu jednostkowego.

Oznaczymy przez $E_{-\gamma}$ i E_γ stany układu, dla których błąd wynosi odpowiednio:

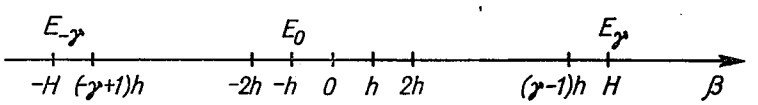
$$\beta = -H_r,$$

$$\beta = +H_r.$$

Stany te nazywać będziemy *stanami granicznymi*. Oczywiście:

$$\gamma = \frac{H_r}{h}. \tag{14}$$

Rozmieszczenie stanów na skali błędu β ilustruje rys. 6.



Rys. 6. Stany układu synchronizacji

E_0 — stan początkowy, $E_{-\gamma}$, E_γ — stany graniczne, H_r — zakres synchronizacji, h — skok korekcji, γ — parametr $= \frac{H_r}{h}$, β — błąd synchronizacji

Wprowadzimy dalej pojęcie kroku korekcji, które okaże się przydatne w dalszych rozważaniach:

i-tym *krokiem korekcji* nazwiemy zmianę błędu synchronizacji związaną:

a) z i-tym momentem rozeznania w przypadku synchronizacji elementowej z wyróżnieniem i bez wyróżnienia polaryzacji;

b) z $i \cdot N$-tym momentem rozeznania w przypadku synchronizacji blokowej,

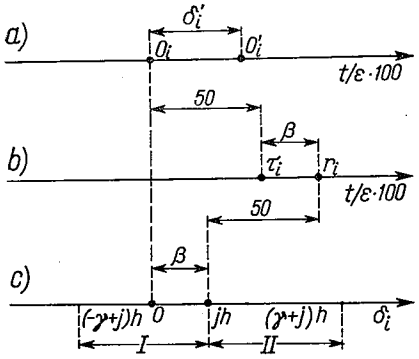
gdzie: N — długość bloku wyrażona w odstępach jednostkowych, przy założeniu, że liczenie rozpoczynamy od momentu rozeznania odpowiadadającego momentowi charakterystycznemu pomiędzy elementami synchronizacyjnymi.

---

[1] W dalszych rozważaniach, dla wygody, operować będziemy skróconym terminem „układ".

2.2. Reguły korekcji

W ustaleniu reguł korekcji posłużymy się rysunkiem 7. Niech O_i stanowi położenie i-tego[1] momentu charakterystycznego wykorzystywanego do synchronizacji przy założeniu, że jego zniekształcenie jest równe zeru (rys. 7a). Konkretnemu zniekształceniu δ_i' i-tego momentu od-



Rys. 7. Działanie korekcji
a) położenie momentów sygnału odtworzonego Y: O_i — moment niezniekształcony, O_i' — moment zniekształcony o δ_i'; b) położenie nominalnego (τ_i) i rzeczywistego (r_i) momentu rozeznania; c) obszary korekcji: I — obszar przyśpieszenia, II — obszar opóźnienia. Pozostałe oznaczenia jak na rys. 6

powiada punkt oznaczony symbolem O_i'. Położenie nominalnego (τ_i) oraz rzeczywistego (r_i) momentu rozeznania przedstawia rys. 7b. Na rys. 7c, na skali zniekształcenia zaznaczono obszary korekcji I i II, określone już poprzednio przy omawianiu rysunku 4. Błąd synchronizacji wynosi:

$$\beta = r_i - \tau_i = jh,$$

a więc układ znajduje się w stanie E_j.

Na podstawie rys. 7 można określić następujące reguły, opisujące działanie korekcji:

1) Jeżeli zniekształcenie i-tego momentu charakterystycznego zawiera się w obszarze I, tzn.

$$(-\gamma+j)h < \delta_i < jh, \tag{15}$$

to układ w i-tym kroku korekcji przechodzi ze stanu E_j do stanu E_{j-1}.

2) Jeżeli zniekształcenie i-tego momentu charakterystycznego zawiera się w obszarze II, tzn.

$$jh < \delta_i < (\gamma+j)h, \tag{16}$$

to w i-tym kroku korekcji układ przechodzi ze stanu E_j do stanu E_{j+1}.

3) Jeżeli zniekształcenie i-tego momentu charakterystycznego wykroczy poza obszary I i II, tzn.

$$-\infty < \delta_i < (\gamma+j)h \tag{17}$$

[1] Uwaga! Pod pojęciem i-ty moment charakterystyczny będziemy rozumieli moment charakterystyczny związany z i-tym momentem rozeznania.

lub

$$(\gamma+j)h < \delta_i < \infty, \tag{18}$$

to w i-tym kroku korekcji układ nie zmieni stanu (pozostanie w stanie E_j).

Powyższe reguły nie uwzględniają możliwości pojawienia się w obszarach korekcji związanych z danym momentem rozeznania r_i — również innych niż O_i momentów charakterystycznych sygnału odtworzonego. Rozpatrzymy obecnie tę ewentualność. Z rys. 7 widać, że:

Moment O_{i+k} pojawi się w obszarze I korekcji i-tego momentu rozeznania, jeżeli jego zniekształcenie δ_{i+k} zawiera się w granicach

$$-k\cdot 100+(-\gamma+j)h < \delta_{i+k} < -k\cdot 100+jh, \tag{19}$$

a w II obszarze i-tego momentu, jeżeli

$$-k\cdot 100+jh < \delta_{i+k} < -k\cdot 100+(\gamma+j)h \tag{20}$$

oraz nie pojawi się w żadnym z tych obszarów, jeżeli

$$-\infty < \delta_{i+k} < -k\cdot 100+(-\gamma+j)h \tag{21}$$

lub

$$-k\cdot 100+(\gamma+j)h < \delta_{i+k} < \infty. \tag{22}$$

Uczynimy dwa arbitralne założenia:

1) Jeżeli w jednym z obszarów korekcji (albo w I, albo w II) pojawi się więcej niż jeden moment charakterystyczny, to układ zachowuje się tak samo jak w przypadku pojawienia się tylko jednego momentu w tym obszarze.

2) Jeżeli co najmniej jeden moment charakterystyczny pojawi się w obszarze I i co najmniej jeden moment pojawi się w obszarze II, to układ zachowuje się tak, jakby w żadnym z tych obszarów nie pojawiły się momenty charakterystyczne.

Na podstawie wzorów (19), (20), (21) i (22) oraz podanych wyżej założeń można ustalić reguły korekcji. Będą one następujące:

1) Jeżeli dla co najmniej jednego momentu charakterystycznego spełniona jest nierówność (19) i dla żadnego innego momentu nie zachodzi (20), to w i-tym kroku korekcji układ przechodzi ze stanu E_j do stanu E_{j-1}.

2) Jeżeli dla co najmniej jednego momentu charakterystycznego spełniona jest nierówność (20) i dla żadnego innego momentu nie zachodzi (19), to w i-tym kroku korekcji układ przechodzi ze stanu E_j do stanu E_{j+1}.

3) Jeżeli dla wszystkich momentów charakterystycznych spełnione są nierówności (21), (22) lub jeżeli dla co najmniej jednego momentu zachodzi (19) i co najmniej dla jednego innego momentu zachodzi (20), to w i-tym kroku korekcji układ nie zmienia stanu i pozostaje w stanie E_j.

3. WYZNACZENIE ŚREDNIEGO CZASU ROZSYNCHRONIZOWANIA

3.1. Prawdopodobieństwa przejść. Średnia długość gry

Oznaczamy przez $P_{j,j+1}$, $P_{j,j-1}$ i $P_{j,j}$ odpowiednio:

— prawdopodobieństwo, że w danym kroku układu znajdujący się w stanie E_j przejdzie do stanu E_{j+1};

— prawdopodobieństwo, że w danym kroku układ znajdujący się w stanie E_j przejdzie do stanu E_{j-1};

— prawdopodobieństwo, że w danym kroku układ znajdujący się w stanie E_j pozostanie w stanie E_j.

Wielkości te będziemy nazywać prawdopodobieństwami przejść. Załóżmy, że w danym kroku układ może przejść ze stanu E_j tylko do stanów E_{j-1}, E_{j+1}, lub pozostać w stanie E_j, tzn.

$$P_{j,j\pm|k|} = 0 \quad \text{dla } k > 1.$$

Stąd prawdopodobieństwa $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$, $P_{j,j}$ muszą spełniać równanie:

$$P_{j,j-1}+P_{j,j+1}+P_{j,j} = 1. \tag{23}$$

Przyjmijmy dalej, że znamy $P_{j,j+1}$, $P_{j,j-1}$, $P_{j,j}$ dla $j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ $\ldots \pm (\gamma-1)$, oraz załóżmy, że w chwili początkowej układ znajduje się w stanie E_0. Przy takich założeniach poszukiwać będziemy pewnej wielkości d_0, którą zdefiniujemy następująco:

Średnia długość gry d_0 jest to wartość oczekiwana liczby odstępów jednostkowych potrzebnej na to, aby przy ustalonych prawdopodobieństwach $P_{j,j+1}$, $P_{j,j-1}$, $P_{j,j}$ i ustalonej wartości γ układ przeszedł ze stanu E_0 do jednego ze stanów E_γ, $E_{-\gamma}$. Wyraża ją wzór:

$$d_0 \overset{\mathrm{df}}{=} \zeta \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot P_0(n), \tag{24}$$

gdzie:

ζ — liczba elementów jednostkowych przypadająca na jeden krok korekcji;

$P_0(n)$ — prawdopodobieństwo, że układ znajdujący się w stanie E_0 osiągnie stan $E_{-\gamma}$ lub stan E_γ w n-tym kroku korekcji, to jest po czasie równym $n\,\zeta\varepsilon$.

Termin: średnia długość gry jest nieprzypadkowy. Okazuje się, że tak postawiony problem da się w prosty sposób rozwiązać w oparciu o matematyczny model pewnej gry, zwanej w rachunku prawdopodobieństwa *błądzeniem przypadkowym ze zmiennymi prawdopodobieństwami przejść*. Jest to gra prowadzona przez dwóch graczy, posiadają-

cych określone kapitały początkowe — przy ustalonej stawce i ustalonych (w danej zagrywce) prawdopodobieństwach sukcesu, porażki i remisu. Bliższy opis błądzenia przypadkowego znaleźć można w [2], [6], [7].

3.2. Reguły błądzenia przypadkowego

Określimy obecnie reguły dla błądzenia przypadkowego opisującego w adekwatny sposób działanie układu synchronizacji. Reguły te są następujące:

1) Gra rozpoczyna się w momencie, gdy kapitały obu graczy są jednakowe i wynoszą po γ (skoków korekcji). Odpowiada to stanowi początkowemu E_0 układu.

2) Stawką w każdej rozgrywce jest skok korekcji wynoszący h.

3) Prawdopodobieństwa sukcesu, porażki i remisu w kolejnej zagrywce związane są z aktualnym stanem układu i wynoszą odpowiednio $P_{j,j+1}$, $P_{j,j-1}$, $P_{j,j}$, jeśli układ znajduje się w stanie E_j.

4) Gra kończy się z chwilą, gdy kapitał gracza wyniesie 2γ (ostateczny sukces) lub 0 (ostateczna porażka), a kapitał jego przeciwnika odpowiednio 0 lub 2γ. Będzie to miało miejsce wtedy, kiedy układ osiągnie jeden ze stanów granicznych: E_γ lub $E_{-\gamma}$.

Z reguły 4) wynikają warunki brzegowe gry w postaci wzorów:

$$\left.\begin{aligned} P_{\gamma,\gamma-1} &= P_{-\gamma,-\gamma+1} = 0, \\ P_{\gamma,\gamma} &= P_{-\gamma,-\gamma} = 1, \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

$$d_\gamma = d_{-\gamma} 0. \tag{26}$$

3.3. Wyprowadzenie wzoru na średnią długość gry

Dla $j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm \ldots \pm(\gamma-1)$ oznaczymy przez d_{j-1}, d_j i d_{j+1} odpowiednio średnie długości gry rozpoczętej ze stanów E_{j-1}, E_j i E_{j+1}. Związek pomiędzy tymi wielkościami oraz prawdopodobieństwami $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$ i $P_{j,j}$ jest następujący

$$d_j = 1 + P_{j,j-1} d_{j-1} + P_{j,j+1} d_{j+1} + P_{j,j} d_j,$$

co po przekształceniach daje

$$d_j = \frac{1 + P_{j,j-1} d_{j-1} + P_{j,j+1} d_{j+1}}{1 - P_{j,j}}. \tag{27}$$

Wzór (27) ma prostą interpretację. Jeżeli w wyniku korekcji w danym kroku układ zmienił stan, to znalazł się on z prawdopodobieństwem $P_{j,j-1}$ w stanie E_{j-1} lub z prawdopodobieństwem $P_{j,j+1}$ w stanie E_{j+1}. Średnia długość gry d_j, pod warunkiem, że w danym kroku układ nie pozostał w stanie E_j, wynosi:

$$d_j|_{P_{j,j}=0} = 1 + P_{j,j-1} d_{j-1} + P_{j,j+1} d_{j+1}.$$

Uwzględniając możliwość pozostania w stanie E_j dochodzimy do wzoru (27). Możemy przedstawić go w postaci:

$$-P_{j,j+1}d_{j+1}+(1-P_{j,j})d_j-P_{j,j-1}d_{j-1}=1. \tag{28}$$

Jest to układ $2\gamma-1$ równań liniowych z niewiadomymi d_j, gdzie $j=0$, ± 1, ± 2, $\pm \ldots \pm(\gamma-1)$.

Liczba równań (η) zgodnie z (14) związana jest z wielkościami h i H_r następującą zależnością:

$$\eta = 2\frac{H_r}{h}-1. \tag{29}$$

Uwzględniając warunki brzegowe (25) i (26) można wyznaczyć poszczególne pierwiastki d_j. Interesująca nas długość gry rozpoczynanej ze stanu E_0 wyniesie:

$$d_0 = \frac{D_0}{D_{ch}}, \tag{30}$$

gdzie:

D_{ch} — wyznacznik charakterystyczny układu równań,

D_0 — podwyznacznik odpowiadający niewiadomej d_0.

Wyznaczniki D_{ch} i D_0 mają po $(2\gamma-1)$ wierszy i $(2\gamma-1)$ kolumn. Jeżeli przez n oraz w oznaczymy odpowiednio numery kolumn i wierszy, to wyznacznik D_{ch} otrzymuje się przez:

— umieszczenie wyrazów $(1-P_{w-\gamma,\,n-\gamma})$ na głównej przekątnej (dla $w=n$),

— umieszczenie wyrazów $(-P_{w-\gamma,\,n-\gamma})$ w pozycjach, dla których $|w-n|=1$, oraz zer w pozostałych pozycjach (dla $|w-n|>1$).

Aby otrzymać podwyznacznik D_0, należy zastąpić jedynkami wyrazy kolumny o numerze $n=\gamma$.

Można napisać ogólnie:

$$d_0 = f(P_{j,j+1}, P_{j,j-1}, P_{j,j}). \tag{31}$$

dla $j=0$, ± 1, ± 2, $\pm \ldots \pm(\gamma-1)$.

Jak widać, średnia długość gry nie zależy w jawny sposób od wartości h przyjętego skoku korekcji. Zależność jest pośrednia poprzez prawdopodobieństwa $P_{j,j+1}$, $P_{j,j-1}$, $P_{j,j}$ oraz poprzez liczbę równań (28) wyznaczoną wzorem (29). Powiązanie prawdopodobieństw przejść $P_{j,j+1}$, $P_{j,j-1}$, $P_{j,j}$ ze skokiem korekcji h, jak również metoda wyznaczania tych prawdopodobieństw opisane są w rozdziale 4.

3.4. Zależność pomiędzy średnim czasem rozsynchronizowania i średnią długością gry

Znajdziemy obecnie zależność pomiędzy średnim czasem rozsynchronizowania (T) i średnią długością gry (d_0). Z definicji tych wielkości (wzory 13 i 24) wynika, że do określenia szukanego związku konieczna jest

znajomość parametru ζ, wyrażającego liczbę elementów jednostkowych przypadających na jeden krok korekcji. Jeżeli przez ζ_e, ζ_p, ζ_b, oznaczymy wielkości ζ odpowiednio dla:

— synchronizacji elementowej bez wyróżnienia polaryzacji,
— synchronizacji elementowej z wyróżnieniem polaryzacji,
— synchronizacji blokowej,

to z definicji kroku korekcji podanej na początku rozdz. 2 wynika:

$$\left.\begin{aligned} \zeta_e = \zeta_p = 1, \\ \zeta_b = N, \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

gdzie N — liczba elementów jednostkowych w bloku.

Wobec tego zależność $T = f(d_0)$ dla poszczególnych rodzajów synchronizacji przybierze odpowiednio postać:

$$\begin{aligned} T_e &= d_{0e}, \\ T_p &= T_{0p}, \\ T_b &= N d_{0b}, \end{aligned} \tag{33}$$

gdzie indeksy: e, p, b oznaczają odpowiedni rodzaj synchronizacji (e — elementowa bez wyróżnienia polaryzacji, p — elementowa z wyróżnieniem polaryzacji, b — blokowa).

4. WYZNACZANIE PRAWDOPODOBIEŃSTW PRZEJŚĆ

W poprzednim rozdziale znaleźliśmy związki, jakie zachodzą:

a) pomiędzy średnią długością gry d_0 a prawdopodobieństwami przejść $P_{j,j-1}, P_{j,j+1}, P_{j,j}$;

b) pomiędzy średnim czasem rozsynchronizowania T a średnią długością gry d_0.

Związki te wyrażone są wzorami (30), (31), (33).

W tym rozdziale przedstawimy sposób wyznaczania prawdopodobieństw przejść $P_{j,j-1}, P_{j,j+1}, P_{j,j}$.

Załóżmy, że w wyniku $(i-1)$-szego kroku korekcji układ znalazł się w stanie E_j i rozpatrzmy jego zachowanie w i-tym kroku.

Zdefiniowaliśmy już uprzednio obszary I i II korekcji i-tego momentu rozeznania (zob. rys. 7). Obecnie wprowadzimy pojęcie *obszarów neutralnych* i-tego momentu rozeznania. Będą to obszary, w których pojawienie się jednego (dowolnego) momentu charakterystycznego wykorzystywanego do synchronizacji nie wpływa na zmianę stanu układu w i-tym kroku korekcji. Na podstawie reguł korekcji podanych w rodz. 2 można wyodrębnić dwa takie obszary. Będą nimi, jak widać z rys. 7c:

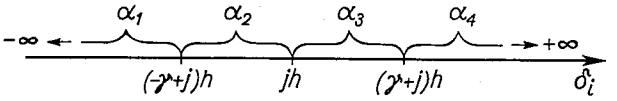
— obszar rozciągający się od $-\infty$ do lewostronnej granicy obszaru I,
— obszar rozciągający się od prawostronnej granicy obszaru II do $+\infty$,

w skali zniekształcenia i-tego momentu charakterystycznego. Nazwiemy umownie pierwszy z tych obszarów — *obszarem poprzedzającym*, drugi zaś — *obszarem zamykającym* i-tego momentu rozeznania.

Przyjmiemy wspólną symbolikę oznaczeń dla obszarów korekcji i obszarów neutralnych i-tego momentu rozeznania oraz uszeregujemy je w porządku chronologicznym:

α_1 — obszar poprzedzający,
α_2 — obszar przyspieszenia,
α_3 — obszar opóźnienia,
α_4 — obszar zamykający.

Rozmieszczenie poszczególnych obszarów na osi zniekształcenia i-tego momentu charakterystycznego ilustruje rys. 8. Jak widać, obszary α_2 i α_3



Rys. 8. Rozmieszczenie obszarów korekcji oraz obszarów neutralnych i-tego momentu rozeznania

α_1 — obszar poprzedzający, α_4 — obszar zamykający
α_2 — obszar przyspieszenia, α_3 — obszar opóźnienia,

z rys. 8 pokrywają się odpowiednio z obszarami *I* i *II* z rys. 7. Niech

$$M_{i+k}$$

oznacza zdarzenie polegające na tym, że w sygnale odtworzonym Y wystąpił $(i+k)$-ty moment charakterystyczny wykorzystywany do synchronizacji, zaś

$$M_{i+k,j,v}$$

zdarzenie [1], że moment ten pojawił się w obszarze α_v, gdzie $v = 1, 2, 3, 4$.

Warunkiem pojawienia się $(i+k)$-tego momentu w jednym z obszarów $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ i-tego momentu rozeznania jest spełnienie odpowiedniej z nierówności (21), (19), (20), (22) przez zniekształcenie δ_{i+k} tego momentu. Jeżeli dla

$$v = 1, 2, 3, 4$$

wprowadzimy pojęcie zdarzeń $a_{i+k,v}$ zdefiniowanych następująco:

$a_{i+k,j,1}$ — zdarzenie polegające na tym, że δ_{i+k} spełnia nierówność (21),
$a_{i+k,j,2}$ — zdarzenie polegające na tym, że δ_{i+k} spełnia nierówność (19),
$a_{i+k,j,3}$ — zdarzenie polegające na tym, że δ_{i+k} spełnia nierówność (20),
$a_{i+k,j,4}$ — zdarzenie polegające na tym, że δ_{i+k} spełnia nierówność (22),

to można określić związek pomiędzy zdarzeniami $M_{i+k,j,v}$, M_{i+k} i $a_{i+k,j,v}$.

[1] Indeks j w symbolu $M_{j+k,j,v}$ wprowadzono dla podkreślenia, że prawdopodobieństwo takiego zdarzenia zależne jest od stanu E_j układu (zob. wzory 38 i 39).

Ma on postać koniunkcji zdarzeń:

$$M_{i+k,j,v} = M_{i+k} \cap a_{i+k,j,v}. \tag{34}$$

Prawdopodobieństwo zdarzenia $M_{i+k,j,v}$ wyraża się wzorem:

$$P(M_{i+k,j,v}) = P(a_{i+k,j,v}/M_{i+k}) \cdot P(M_{i+k}), \tag{35}$$

gdzie:

$P(M_{i+k})$ — prawdopodobieństwo wystąpienia $(i+k)$-tego momentu charakterystycznego,

$P(a_{i+k,j,v}/M_{i+k})$ — prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia a_{i+k} przy warunku, że w sygnale odtworzonym Y wystąpił $(i+k)$-ty moment charakterystyczny,

$P(M_{i+k,j,v})$ — prawdopodobieństwo, że $(i+k)$-ty moment charakterystyczny pojawi się w obszarze α_v i-tego momentu rozeznania.

Korzystając z założeń o statystycznej niezależności momentów charakterystycznych oraz o statystycznej niezależności i stacjonarności zniekształceń tych momentów mamy:

$$P(M_{i+k}) = P(M) = \text{const}, \tag{36}$$

$$P(a_{i+k,j,v}/M_{i+k}) = P(a_{i+k,j,v}). \tag{37}$$

Zatem wzór (35) sprowadza się do postaci:

$$P(M_{i+k,j,v}) = P(M) \cdot P(a_{i+k,j,v}). \tag{38}$$

Wartość prawdopodobieństwa $P(M)$ jest założona i stała. Prawdopodobieństwa $P(a_{i+k,j,v})$ zależą od rozkładu zniekształceń $P(\delta)$, stanu układu E_j i skoku korekcji h. Na podstawie reguł korekcji oraz nierówności (19), (20), (21) i (22) powyższe zależności dadzą wyrazić się następującymi wzorami

$$\left.\begin{aligned}
P(a_{i+k,j,1}) &= \sum_{\delta=-\infty}^{-k\cdot 100+(-\gamma+j)h} P(\delta),\\
P(a_{i+k,j,2}) &= \sum_{\delta=-k\cdot 100+(-\gamma+j)h}^{-k\cdot 100+jh} P(\delta),\\
P(a_{i+k,j,3}) &= \sum_{\delta=-k\cdot 100+jh}^{-k\cdot 100+(\gamma+j)h} P(\delta),\\
P(a_{i+k,j,4}) &= \sum_{\delta=-k\cdot 100+(\gamma+j)h}^{\infty} P(\delta),
\end{aligned}\right\} \tag{39}$$

gdzie $\gamma = \dfrac{H_r}{h}$.

Przy braku ograniczeń na rozkład $P(\delta)$ liczba momentów charakterystycznych, które mogą mieć wpływ na korekcję (tj. pojawić się w obszarach α_2 lub α_3) w i-tym kroku korekcji może być nieskończona. Dla rzeczywistych rozkładów, począwszy od pewnego $k_{max} = x$, prawdopodobieństwa $P(a_{i+k,j,v})|_{k>x}$ stają się na tyle małe, że można je pominąć. W praktycznych obliczeniach wystarczy więc uwzględniać wpływ tylko skończonej liczby momentów.

Sposób postępowania przy wyznaczaniu prawdopodobieństw przejść $P_{j,j-1}, P_{j,j+1}, P_{j,j}$ jest następujący:

1) Tworzymy zbiór (Q) zdarzeń elementarnych q_l (gdzie l — numer zdarzenia należącego do zbioru Q) opisujących wszystkie możliwe konfiguracje wykorzystywanych do synchronizacji momentów charakterystycznych sygnału odtworzonego Y w obszarach α_1, α_2, α_3, α_4 i-tego momentu rozeznania. Bierzemy przy tym pod uwagę tylko te momenty, dla których przynajmniej jedno z prawdopodobieństw

$$P(M_{i+k,j,2}),$$

$$P(M_{i+k,j,3}),$$

jest różne od zera.

Zbiór Q jest pełny, tzn. zachodzi

$$\sum_{q_l \in Q} P(q_l) = 1, \tag{40}$$

gdzie: $P(q_l)$ — prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia q_l.

Prawdziwość wzoru (40) wynika z faktu, że obszary α_1, α_2, α_3 i α_4 pokrywają całą oś zniekształcenia δ_i od $-\infty$ do $+\infty$, w związku z czym dla każdego k słuszne jest

$$\sum_{v=1}^{4} P(M_{i+k,j,v}) = 1, \tag{41}$$

Interpretacja słowna wzoru (41) jest następująca:

Dla każdego momentu charakterystycznego słuszne jest twierdzenie: Jeżeli dany moment wystąpi w sygnale odtworzonym Y, to pojawi się on na pewno w jednym z obszarów α_1, α_2, α_3, α_4 i-tego momentu rozeznania.

Z powyższego twierdzenia (ze wzoru 41) oraz z definicji zbioru Q wynika słuszność wzoru (40).

2) Tworzymy następnie podzbiory U_{j-1}, U_{j+1}, U_j zbioru Q według następujących zasad:

Do podzbioru U_{j-1} zaliczamy te zdarzenia elementarne ze zbioru Q, których zajście pociąga za sobą przejście układu ze stanu E_j do stanu E_{j-1} w i-tym kroku korekcji.

Do podzbioru U_{j+1} zaliczamy te zdarzenia elementarne ze zbioru Q, których zajście pociąga za sobą przejście układu ze stanu E_j do stanu E_{j+1} w i-tym kroku korekcji.

Do podzbioru U_j zaliczamy wszystkie pozostałe zdarzenia elementarne ze zbioru Q, tj. takie zdarzenia, których zajście nie powoduje zmiany stanu układu w i-tym kroku korekcji.

Przy tworzeniu podzbiorów U_{j-1}, U_{j+1}, U_j korzystamy z ustalonych poprzednio reguł korekcji oraz ze wzorów (19), (20), (21), (22).

Z uwagi na to, że podzbiory U_{j-1}, U_{j+1}, U_j wyczerpują wszystkie elementy zbioru Q, zachodzi oczywiście:

$$P(U_{j-1})+P(U_{j+1})+P(U_j) = 1,$$

gdzie:

$P(U_{j-1})$ — prawdopodobieństwo tego, że w i-tym kroku korekcji zajdzie dowolne zdarzenie z podzbioru U_{j-1} i nie zajdzie żadne ze zdarzeń stanowiących elementy podzbiorów U_{j+1} i U_j;

$P(U_{j+1})$ — prawdopodobieństwo tego, że w i-tym kroku korekcji zajdzie dowolne zdarzenie z podzbioru U_{j+1} i nie zajdzie żadne ze zdarzeń stanowiących elementy podzbiorów U_{j-1} i U_j;

$P(U_j)$ — prawdopodobieństwo tego, że w i-tym kroku korekcji zajdzie dowolne zdarzenie z podzbioru U_j i nie zajdzie żadne ze zdarzeń stanowiących elementy podzbiorów U_{j-1} i U_{j+1}.

3) Z definicji prawdopodobieństw przejść $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$ i $P_{j,j}$, oraz z definicji podzbiorów U_{j-1}, U_{j+1}, U_j wynika natychmiast, że

$$\left.\begin{aligned} P_{j,j-1} &= P(U_{j-1}),\\ P_{j,j+1} &= P(U_{j+1}),\\ P_{j,j} &= P(U_j). \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

Aby określić wartości $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$, $P_{j,j}$, musimy więc znaleźć prawdopodobieństwa $P(U_{j-1})$, $P(U_{j+1})$, $P(U_j)$. Oznaczmy w tym celu przez:

$u_{j-1,\mu}$ — μ-ty element podzbioru U_{j-1},

$u_{j-1,\mu}$ — μ-ty element podzbioru U_{j+1},

$u_{j,\mu}$ — μ-ty element podzbioru U_j.

Korzystając z twierdzenia o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń elementarnych mamy

$$\left.\begin{aligned} P(U_{j-1}) &= \sum_{u_{j-1,\mu}\in U_{j-1}} P(u_{j-1,\mu}),\\ P(U_{j+1}) &= \sum_{u_{j+1,\mu}\in U_{j+1}} P(u_{j+1,\mu}),\\ P(U_j) &= \sum_{u_{j,\mu}\in U_j} P(u_{j,\mu}), \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

gdzie:

$P(U_{j-1,\mu})$ — prawdopodobieństwo zajścia μ-tego zdarzenia z podzbioru U_{j-1};

$P(U_{j+1,\mu})$ — prawdopodobieństwo zajścia μ-tego zdarzenia z podzbioru U_{j+1};

$P(u_{j,\mu})$ — prawdopodobieństwo zajścia μ-tego zdarzenia z podzbioru U_j.

4) Ostatnim krokiem będzie wyznaczenie prawdopodobieństw zdarzeń $u_{j+1,\mu}$, $u_{j+1,\mu}$, $u_{j,\mu}$. Z uwagi na to, że każde z tych zdarzeń polega na wystąpieniu pewnej określonej konfiguracji momentów charakterystycznych w obszarach α_1, α_2, α_3, α_4 i-tego momentu rozeznania, zdarzenia te traktować możemy jako koniunkcję pewnej liczby niezależnych zdarzeń typu $M_{i+k,j,v}$. Stosując następnie twierdzenie o prawdopodobieństwie iloczynu zdarzeń niezależnych oraz korzystając ze wzorów (38) i (39) możemy wyznaczyć prawdopodobieństwa $P(U_{j-1,\mu})$, $P(U_{j+1,\mu})$, $P(U_{j,\mu})$.

Szukane prawdopodobieństwa przejść $P_{j,j+1}$, $P_{j,j-1}$, $P_{j,j}$ znajdujemy na podstawie wzorów (43) i (44). Oczywiście wystarczy wyznaczyć dwie spośród wielkości $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$, $P_{j,j}$. Trzecią z nich otrzymuje się z warunku normy wyrażonego wzorem (42).

5. PRZYKŁADOWE OBLICZENIA

W poprzednich dwóch rozdziałach podaliśmy ogólną metodę obliczania średniego czasu rozsynchronizowania. Metoda ta stosuje się do wszystkich trzech omawianych w artykule rodzajów synchronizacji. W tym rozdziale przeprowadzimy przykładowe obliczenia dla synchronizacji elementowej bez wyróżnienia polaryzacji.

W rozdz. 5.1 wyprowadzimy wzory na prawdopodobieństwa przejść $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$ i $P_{j,j}$, w rozdz. 5.2 obliczymy zaś średni czas rozsynchronizowania T_e dla kilku wartości skoku korekcji h.

5.1. Wyznaczenie prawdopodobieństw przejść dla synchronizacji elementowej bez wyróżnienia polaryzacji

W obliczeniach posłużymy się rozkładem uciętym $\Pi(\delta)$ zdefiniowanym następująco:

$$\Pi(\delta) \stackrel{\mathrm{df}}{=} \left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{P(\delta)}{\int\limits_{-H_e}^{H_e} P(\delta)d\delta} & \text{dla} \quad -H_e < \delta < H_e, \\ 0 & \text{dla} \quad |\delta| \geqslant H_e, \end{array} \right\} \tag{45}$$

$$P(-\delta) \stackrel{\mathrm{df}}{=} P(\delta) \quad \text{dla dowolnego } \delta, \tag{46}$$

gdzie:
$P(\delta)$ — dowolny (lecz symetryczny) rozkład zniekształceń,
H_e — zakres synchronizacji elementowej bez wyróżnienia polaryzacji.
Oczywiście z (46) wynika:

$$\Pi(-\delta) = \Pi(\delta). \tag{47}$$

Z rozdz. 1 wzór (9) wiemy, że

$$H_e = 50$$

procent odstępu jednostkowego. Z (45) oraz (9) wynika, że dla

$$-H_e < \beta < H_e$$

tylko momenty $(i-1)$-szy, i-ty i $(i+1)$-szy mogą pojawić się w obszarach α_2 i α_3 i-tego momentu rozeznania, a więc tylko te momenty mogą mieć wpływ na zmianę stanu układu w i-tym kroku korekcji. Wszystkie inne momenty wystąpią albo w obszarze α_1 (dla $k < -1$), albo w obszarze α_4 (dla $k > 1$). Ilustruje to tablica 1.

Tablica 1

Możliwe położenia momentów charakterystycznych w obszarach α_1, α_2, α_3, α_4 i-tego momentu rozeznania

j \ M_{i+k}	M_{i-2}, M_{i-3}, M_{i-4} ... itd.	M_{i-1}	M_i	M_{i+1}	M_{i+2}, M_{i+3}, M_{i+4}, ... itd.
$0<j<\gamma$	α_1	α_1	α_1, α_2, α_3	α_3, α_4	α_4
$j=0$	α_1	α_1	α_2, α_3	α_4	α_4
$-\gamma<j<0$	α_1	α_1, α_2	α_2, α_3, α_4	α_4	α_4

Z tablicy 1 widać, że spełnienie przez dany moment co najmniej jednego z warunków:

$$\left.\begin{aligned} P(M_{i+k,j,2}) \neq 0, \\ P(M_{i+k,j,3}) \neq 0, \end{aligned}\right\} \tag{48}$$

zależy od stanu układu E_j. Obliczenia prawdopodobieństw przejść należy więc przeprowadzić oddzielnie dla każdego z trzech przypadków:

a) $j = 0$,

b) $j > 0$,

c) $j < 0$,

gdyż, jak pamiętamy, do zbioru Q (a zatem i do podzbiorów U_{j-1}, U_{j+1}, U_j) wchodzić mogą tylko zdarzenia stanowiące kombinację takich momentów, dla których jest spełniony co najmniej jeden z warunków (48).

a) Przypadek $j = 0$.

Z tablicy 1 wynika, że

$$P(M_{i-1,0,2}) = 0, \quad P(M_{i-1,0,3}) = 0, \qquad P(M_{i-1,0,1}) = 1,$$

$$P(M_{i+1,0,2}) = 0, \quad P(M_{i+1,0,3}) = 0, \qquad P(M_{i+1,0,4}) = 1,$$

oraz, że

$$P(M_{i,0,2}) \neq 0$$

i

$$P(M_{i,0,3}) \neq 0.$$

Stąd jedynymi elementami zbioru Q są zdarzenia:

$$M_{i,0,2}; \quad M_{i,0,3}; \quad \overline{M}_i,$$

gdzie: $\overline{M}_i$ stanowi zdarzenie przeciwne do M_i i oznacza, że w sygnale odtworzonym nie wystąpił i-ty moment charakterystyczny.

Podzbiory U_{j-1}, U_{j+1}, U_j będą w tym wypadku następujące:

$$U_{-1} = M_{i,0,2},$$

$$U_{+1} = M_{i,0,3},$$

$$U_0 = \overline{M}_i,$$

Korzystając ze wzorów (38), (42) i (43) znajdujemy prawdopodobieństwa przejść $P_{0,-1}$; $P_{0,1}$ i $P_{0,0}$:

$$\left.\begin{aligned} P_{0,-1} &= P(U_{-1}) = P(M)\cdot P(a_{i,0,2}), \\ P_{0,1} &= P(U_1) = P(M)\cdot P(a_{i,0,3}), \\ P_{0,0} &= P(U_0) = 1 - P(M). \end{aligned}\right\} \tag{49}$$

b) Przypadek $0 < j < \gamma$

Z tablicy 1 wynika

$$P(M_{i-1,j,2}) = P(M_{i-1,j,3}) = 0,$$

$$P(M_{i-1,j,1}) = 1,$$

$$P(M_{i,j,2}) \neq 0,$$
$$P(M_{i,j,3}) \neq 0,$$
$$P(M_{i+1,j,2}) = 0,$$
$$P(M_{i+1,j,3}) \neq 0.$$

Interesują więc nas tylko momenty M_i i M_{i+1}. Nietrudno zauważyć, że w tym wypadku:

$$U_{j-1}|_{j>0} = M_{i,j,2} \cap (\overline{M}_{i+1}) \cup (M_{i,j,2} \cap M_{i+1,j,4}),$$

$$U_{j+1}|_{j>0} = (M_{i,j,3} \cap \overline{M}_{i+1}) \cup (M_{i,j,3} \cap M_{i+1,j,3}) \cup (M_{i,j,3} \cap M_{i+1,j,4}) \cup$$
$$\cup (M_{i,j,1} \cap M_{i+1,j,3}) \cup (\overline{M}_i \cap M_{i+1,j,3}),$$

$$U_j|_{j>0} = (\overline{M}_i \cap \overline{M}_{i+1}) \cup (M_{i,j,1} \cap \overline{M}_{i+1}) \cup (M_{i,j,2} \cap M_{i+1,j,3}) \cup$$
$$\cup (\overline{M}_i \cap M_{i+1,j,4}) \cup (M_{i,j,1} \cap M_{i+1,j,4}),$$

a po prostych przekształceniach:

$$U_{j-1}|_{j>0} = M_{i,j,2} \cap (\overline{M}_{i+1} \cap M_{i+1,j,4}),$$

$$U_{j+1}|_{j>0} = M_{i,j,3} \cup M_{i+1,j,3} \cap (M_{i,j,1} \cup \overline{M}_i),$$

$$U_j|_{j>0} = (\overline{M}_i \cup M_{i,j,1}) \cap (\overline{M}_{i+1} \cup M_{i+1,j,4}) \cup (M_{i,j,2} \cap M_{i+1,j,3}).$$

Prawdopodobieństwa przejść $P_{j,j-1}, P_{j,j+1}, P_{j,j}$ wyrażą się wzorami:

$$\left.\begin{aligned}
P_{j,j-1}|_{j>0} &= P(U_{j-1}|_{j>0}) = P(M)\cdot P(a_{i,j,2})|_{j>0} + \\
&\qquad - P^2(M)\cdot P(a_{i,j,2})|_{j>0}\cdot P(a_{i+1,j,3})|_{j>0}, \\
P_{j,j+1}|_{j>0} &= P(U_{j+1}|_{j>0}) = P(M)[P(a_{i,j,3})|_{j>0} + \\
&\qquad + P(a_{i+1,j,3})|_{j>0}] - P^2(M)\cdot P(a_{i+1,j,3})|_{j>0}\cdot[1 - P(a_{i,j,1})|_{j>0}], \\
P_{j,j}|_{j>0} &= P(U_j|_{j>0}) = 1 - P(M)\cdot[1 - P(a_{i,j,1})|_{j>0} + \\
&\qquad + P(a_{i+1,j,3})|_{j>0}] + P^2(M)\cdot P(a_{i+1,j,3})|_{j>0}[1 + \\
&\qquad - P(a_{i,j,1})|_{j>0} + P(a_{i,j,2})|_{j>0}].
\end{aligned}\right\} \quad (50)$$

c) Przypadek $j < 0$

Z tablicy 1 wynika, że:

$$P(M_{i-1,j,2}) \neq 0,$$
$$P(M_{i-1,j,3}) = 0,$$
$$P(M_{i,j,2}) \neq 0,$$
$$P(M_{i,j,3}) \neq 0,$$
$$P(M_{i+1,j,2}) = P(M_{i+1,j,2}) = 0,$$
$$P(M_{i+1,j,4}) = 1.$$

Wpływ na zmianę stanu układu w i-tym kroku korekcji mogą mieć tylko $(i-1)$-szy i i-ty momenty charakterystyczne.

Wyrażenia na U_{j-1}, U_{j+1} i U_j mają w tym wypadku postać:

$$U_{j-1}|_{j<0} = M_{i,j,2} \cup M_{i-1,j,2} \cap (\overline{M}_i \cup M_{i,j,4}),$$

$$U_{j+1}|_{j<0} = M_{i,j,3} \cap (\overline{M}_{i-1} \cup M_{i-1,j,1}),$$

$$U_j|_{j<0} = (\overline{M}_i \cup M_{i,j,4}) \cap (\overline{M}_{i-1} \cup M_{i-1,j,1}) \cup (M_{i-1,j,2} \cap M_{i,j,3}),$$

stąd

$$\left.\begin{aligned}
P_{j,j-1}|_{j<0} &= P(U_{j-1}|_{j<0}) = P(M)[P(a_{i,j,2})|_{j<0} + \\
&\quad + P(a_{i-1,j,2})|_{j<0}] - P^2(M)\cdot P(a_{i-1,j,2})|_{j<0}[1 - P(a_{i,j,4})|_{j<0}], \\
P_{j,j+1}|_{j<0} &= P(U_{j+1}|_{j<0}) = P(M)\cdot P(a_{i,j,3})|_{j<0} + \\
&\quad - P^2(M)\cdot P(a_{i,j,3})|_{j<0}\cdot P(a_{i-1,j,2})|_{j<0}, \\
P_{j,j}|_{j<0} &= P(U_j|_{j<0}) = 1 - P(M)[1 - P(a_{i,j,4})|_{j<0} + P(a_{i-1,j,2})|_{j<0}] + \\
&\quad + P^2(M)\cdot P(a_{i-1,j,2})|_{j<0}[1 - P(a_{i,j,4})|_{j<0} + P(a_{i,j,3})|_{j<0}].
\end{aligned}\right\} \quad (51)$$

Porównując wzory (51) ze wzorami (50) można zauważyć podobieństwo w ich budowie. Z analogii tej wynika praktyczna korzyść. Można bowiem w prosty sposób udowodnić, że przy spełnionym warunku (46) zachodzi

$$P(a_{i+k,j,v})|_{j=l} = P(a_{i-k,j,(5-v)})|_{j=-l} \quad (52)$$

dla dowolnych k oraz

$$v = 1, 2, 3, 4,$$

$$l = 0, 1, 2, \ldots, \gamma - 1.$$

Po podstawieniu (52) do (51) i porównaniu wyników ze wzorami (50) otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
P_{j,j+1}|_{j=l} &= P_{j,j-1}|_{j=-l}, \\
P_{j,j-1}|_{j=l} &= P_{j,j+1}|_{j=-l}, \\
P_{j,j}|_{j=l} &= P_{j,j}|_{j=-l},
\end{aligned} \quad (53)$$

dla $l = 0, 1, 2, \ldots, \gamma - 1$.

Ze wzorów (53) wynika ważny wniosek: wystarczy obliczyć na podstawie wzorów (49) i (50) prawdopodobieństwa $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$, $P_{j,j}$ dla $j = 0, 1, 2, \ldots, \gamma - 1$. Wartości tych prawdopodobieństw dla $j = -1, -2, \ldots, -\gamma + 1$ otrzymuje się ze wzorów (53).

Prawdopodobieństwa $P(a_{i+k,j,v})$ dla $k = -1, 0, 1$ i $v = 1, 2, 3, 4$ wyznacza się z (39), podstawiając na miejsce rozkładu $P(\delta)$ rozkład $\Pi(\delta)$.

Wzory (39) po uwzględnieniu (9) i (14) przybierają w tym wypadku postać:

$$\left.\begin{aligned} P(a_{i+k,j,1}) &= \sum_{\delta=-\infty}^{[j-\gamma(1+2k)]h} \Pi(\delta), \\ P(a_{i+k,j,2}) &= \sum_{\delta=[j-\gamma(1+2k)]h}^{[j-2\gamma k]h} \Pi(\delta), \\ P(a_{i+k,j,3}) &= \sum_{\delta=[j-2\gamma k]h}^{[j-\gamma(2k-1)]h} \Pi(\delta), \\ P(a_{i+k,j,4}) &= \sum_{\delta=[j-\gamma(2k-1)]h}^{\infty} \Pi(\delta). \end{aligned}\right\} \tag{54}$$

Korzystając z wzorów (54) i (45) otrzymujemy prawdopodobieństwa $P(a_{i,0,2})$ i $P(a_{i,0,3})$:

$$\left.\begin{aligned} P(a_{i,0,2}) &= \sum_{\delta=-\gamma h}^{0} \Pi(\delta), \\ P(a_{i,0,3}) &= \sum_{\delta=0}^{\gamma h} \Pi(\delta), \end{aligned}\right\} \tag{55}$$

oraz prawdopodobieństwa: $P(a_{i,j,1})|_{j>0}$; $P(a_{i,j,2})|_{j>0}$; $P(a_{i,j,3})|_{j>0}$; $P(a_{i+1,j,3})|_{j>0}$;

$$\left.\begin{aligned} P(a_{i,j,1})|_{j>0} &= \sum_{\delta=-\gamma h}^{(j-\gamma)h} \Pi(\delta), \\ P(a_{i,j,2})|_{j>0} &= \sum_{\delta=(j-\gamma)h}^{jh} \Pi(\delta), \\ P(a_{i,j,3})|_{j>0} &= \sum_{\delta=jh}^{(j+\gamma)h} \Pi(\delta) = \sum_{\delta=jh}^{\gamma h} \Pi(\delta), \\ P(a_{i+1,j,4})|_{j>0} &= \sum_{\delta=-\gamma h}^{(j-\gamma)h} \Pi(\delta), \end{aligned}\right\} \tag{56}$$

potrzebne do rozwiązania równań (49) i (50).

Jeżeli wprowadzimy pojęcie dystrybuanty rozkładu uciętego, zdefiniowanej następująco:

$$\Psi_j(\delta) = \sum_{\delta=-\gamma h}^{jh} \Pi(\delta), \tag{57}$$

to uwzględniając (57) oraz (46) otrzymujemy ze wzorów (55) i (56) następujące zależności:

$$\left.\begin{aligned} P(a_{i,0,2}) &= \Psi_0(\delta), \\ P(a_{i,0,3}) &= 1-\Psi_0(\delta), \\ P(a_{i,j,1})|_{j>0} &= P(a_{i+1,j,3})|_{j>0} = 1-\Psi_{\gamma-j}(\delta), \\ P(a_{i,j,2})|_{j>0} &= \Psi_j(\delta)-1+\Psi_{\gamma-j}(\delta), \\ P(a_{i,j,3})|_{j>0} &= 1-\Psi_j(\delta). \end{aligned}\right\} \tag{58}$$

Tablica 2

Wartości dystrybuanty $\psi_j(\delta)$ dla rozkładu $P(\delta)$ o średnim odchyleniu standartowym $|\sigma| = 0{,}222392$, przy skoku korekcji $h = \frac{1}{64}$ odstępu jednostkowego ($\gamma = 32$)

j	$\delta = j - \frac{h}{\varepsilon}$	$\varphi_j(\delta) = \int_{-\infty}^{jh} P(\delta)d\delta$	$\psi_j(\delta)$
0	0,000.000	0,500.000	0,500.000
1	0,015.625	0,528.055	0,528.761
2	0,031.250	0,555.875	0,557.282
3	0,046.875	0,583.470	0,585.572
4	0,062.500	0,610.810	0,613.600
5	0,078.125	0,637.320	0,640.777
6	0,093.750	0,663.332	0,667.437
7	0,109.375	0,688.570	0,693.318
8	0,125.000	0,712.965	0,718.327
9	0,140.625	0,736.415	0,742.368
10	0,156.250	0,758.845	0,765.362
11	0,171.875	0,780.195	0,787.250
12	0,187.500	0,800.415	0,807.979
13	0,203.125	0,819.475	0,827.519
14	0,218.750	0,837.350	0,845.844
15	0,234.375	0,854.030	0,862.944
16	0,250.000	0,869.520	0,878.824
17	0,265.625	0,883.840	0,893.504
18	0,281.250	0,897.005	0,907.001
19	0,296.875	0,909.050	0,919.349
20	0,312.500	0,929.015	0,930.590
21	0,328.125	0,929.950	0,940.775
22	0,343.750	0,938.910	0,949.961
23	0,359.375	0,946.945	0,958.198
24	0,375.000	0,954.120	0,956.554
25	0,390.625	0,960.495	0,972.090
26	0,406.250	0,966.130	0,977.866
27	0,421.875	0,971.085	0,982.946
28	0,437.500	0,975.425	0,987.395
29	0,453.125	0,979.200	0,991.265
30	0,468.750	0,982.475	0,994.625
31	0,484.375	0,985.300	0,997.519
32	0,500.000	0,987.720	1,000.000

Przy ustalonych $P(\delta)$, h i $P(M)$ wzory (58) oraz równania (49) i (50) pozwalają wyznaczyć wartości szukanych prawdopodobieństw przejść $P_{j,j-1}$; $P_{j,j+1}|_{j>0}$; $P_{j,j}|_{j>0}$.

Obliczenia przeprowadzono przy następujących założeniach:

1) Prawdopodobieństwo wystąpienia dowolnego momentu charakterystycznego wynosi

$$P(M) = \frac{1}{2}.$$

Założenie to jest równoważne przyjęciu, iż dla każdego elementu kodowego sygnału S zachodzi

$$P(„0") = P(„1").$$

Tablica 3

Prawdopodobieństwa przejść $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$, $P_{j,j}$ oraz prawdopodobieństwa $P(a_{i,j,1})$, $P(a_{i,j,2})$, $P(a_{i,j,3})$, $P(a_{i+1,j,3})$ w funkcji j dla synchroni acji elementowej bez wyróżnienia polaryzacji, przy danych: $P(M) = \frac{1}{2}$, średnie odchylenie standartowe rozkładu $P(\delta)$ $|\sigma| = 0{,}222392$, $j = 0,1,2, \ldots, \gamma$; $\gamma = 2, 4, 8, 16, 32$

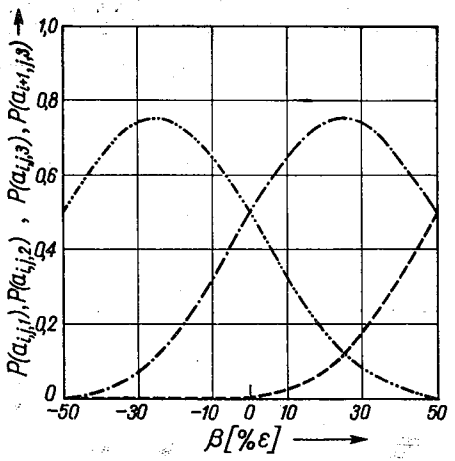
j					$\psi_j(\delta)$	$P(a_{i,j,1}) = P(a_{i+1,j,3})$	$P(a_{i,j,2})$	$P(a_{i,j,3})$	$P_{j,j-1}$	$P_{j,j+1}$	$P_{j,j}$
$\gamma = 2$	$\gamma = 4$	$\gamma = 8$	$\gamma = 16$	$\gamma = 32$							
0	0	0	0	0	0,500.000	0,000.000	0,500.000	0,500.000	0,250.000.0	0,250.000.0	0,500.000.0
				1	0,528.761	0,002.481	0,526.280	0,471.239	0,262.813.6	0,236.241.3	0,500.945.1
			1	2	0.557.282	0,005.377	0,551.905	0,442.718	0,275.210.6	0,222.710.5	0,502.078.9
				3	0,585.572	0,008.735	0,576.837	0,414.428	0,287.158.8	0,209.416.8	0,503.424.4
		1	2	4	0,613.600	0,012.605	0,600.995	0,386.400	0,298.603.6	0,196.391.7	0,505.004.7
				5	0,640.770	0,017.054	0,623.716	0,359.230	0,309.198.8	0,183.951.2	0,506.850.0
			3	6	0,667.437	0,022.134	0,645.303	0,332.563	0,319.080.7	0,171.937.5	0,508.981.8
				7	0,693.318	0,027.910	0,665.408	0,306.682	0,328.061.1	0,160.513.2	0,511.425.7
	1	2	4	8	0,718.327	0,034.446	0,683.881	0,281.673	0,336.051.3	0,149.744.6	0,514.204.1
				9	0,742.368	0,041.802	0,700.566	0,257.632	0,342.961.7	0,139.703.4	0,517.334.9
			5	10	0,765.362	0,050.039	0,715.323	0,234.638	0,348.713.0	0,130.454.8	0,520.964.5
				11	0,787.250	0,059.225	0,728.025	0,212.750	0,353.233.2	0,122.058.2	0,524.708.6
		3	6	12	0,807.979	0,069.410	0,738.569	0,192.021	0,356.468.5	0,114.567.4	0,528.964.1
				13	0,827.519	0,080.651	0,746.868	0,172.481	0,358.375.1	0,108.029.3	0,533.595.6
			7	14	0,845.844	0,092.999	0,752.845	0,154.156	0,358.919.0	0,102.490.0	0,538.991.0
				15	0,862.944	0,106.495	0,756.449	0,137.056	0,358.085.0	0,097.987.0	0,543.928.0
1	2	4	8	16	0,878.824	0,121.176	0,757.648	0,121.176	0,355.871.8	0,094.552.9	0,549.575.3
				17	0,893.504	0,137.056	0,756.448	0,106.495	0,352.305.1	0,092.207.6	0,555.487.3
			9	18	0,907.001	0,154.156	0,752.845	0,092.999	0,347.408.6	0,090.979.5	0,561.611.9
				19	0,919.349	0,172.481	0,746.868	0,080.651	0,341.227.0	0,090.889.1	0,567.883.9
		5	10	20	0,930.590	0,192.021	0,7[illegible].569	0,069.410	0,333.829,3	0,091.928.3	0,574.242.3
				21	0,940.775	0,212.750	0,728.025	0,059.225	0,325.290.1	0,094.120.6	0,580.589.3
			11	22	0,949.961	0,234.638	0,715.323	0,050.039	0,315.701.0	0,097.442.7	0,586.856.3
				23	0,958.198	0,257.632	0,700.566	0,041.802	0,305.160.9	0,101.002.6	0,592.936.5
	3	6	12	24	0,965.554	0,281.673	0,683.881	0,034.446	0,293.782.8	0,107.476,2	0,598.741.0
				25	0,972.090	0306.682	0,665.408	0,027.910	0,281.686.8	0,114.138.9	0,604.174.3
			13	26	0,977.866	0,332.563	0,645.303	0,022.134	0,269.000.5	0,121.857.3	0,609.142.2
				27	0,982.946	0,359.230	0,623.716	0,017.054	0,255.843.6	0,130.596.0	0,613.560.4
		7	14	28	0,987.395	0,386.400	0,600.995	0,012.605	0,242.441.4	0,140.228.7	0,617.329.9
				29	0,991.265	0,414.428	0,576.837	0,008.735	0,228.654.1	0,150.912.1	0,620.433.8
			15	30	0,994.623	0,442.718	0,551.905	0,005.377	0,214.867.9	0,162.367.8	0,622.764.3
				31	0,997.519	0,471.239	0,526.280	0,002.481	0,201.139.1	0,174.566.7	0,624.294.2
2	4	8	16	32	1,000.000	0,500.000	0,500.000	0,000.000	0,187.500.0	0,187.500.0	0,625.000.0
									0,000.000.0*	0,000.000.0*	1,000.000.0*

* Wartości wynikające z założenia (25).

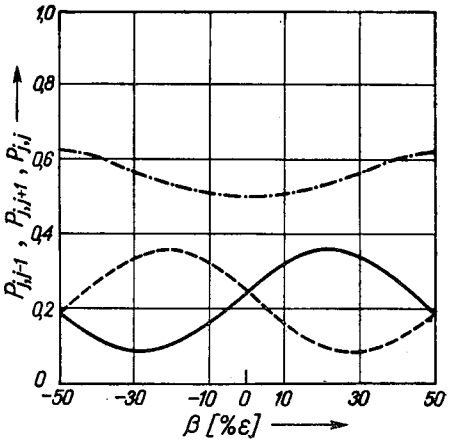
2) Rozkład zniekształceń momentów charakterystycznych jest normalny. Uzasadnienie: badania łączy wykazują, że rzeczywiste rozkłady zniekształceń są zbliżone do rozkładu normalnego (zob. np. [9]).

3) Średnie odchylenie standartowe rozkładu zniekształceń $P(\delta)$ wynosi $|\sigma| = 0{,}222.392$. Jest to równoważne przyjęciu, że średnio połowa momentów charakterystycznych posiada zniekształcenia zawierające się w granicach $-15\% \leqslant \delta_i \leqslant +15\%$. Badania wykazują, że założenie takie stanowi dobre przybliżenie dla kanałów o średniej jakości.

4) Skok korekcji h wyrażony w odstępach jednostkowych stanowi całkowitą potęgę liczby $\frac{1}{2}$. Uzasadnienie: łatwość uzyskania podziału binarnego w technicznych rozwiązaniach.



Rys. 9. Przebieg wartości prawdopodobieństw $P(a_{i,j,1})$, $P(a_{i,j,2})$, $P(a_{i,j,3})$, $P(a_{i+1,j,3})$ w funkcji błędu synchronizacji
— — — — $P(a_{i,j,1})$ i $P(a_{i+1,j,3})$,
—·—·— $P(a_{i,j,2})$
—··—··— $P(a_{i,j,3})$



Rys. 10. Przebieg wartości prawdopodobieństw $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$ i $P_{j,j}$ w funkcji błędu synchronizacji
— $P_{j,j-1}$; — — — — $P_{j,j+1}$;
—·—·— $P_{j,j}$

Wyniki obliczeń zostały podane w tablicach 2 i 3 oraz zilustrowane na rysunkach 9 i 10. Tablica 2 zawiera wartości dystrybuanty $\Psi_j(\delta)$. War-

tości prawdopodobieństw $P(a_{i,j,1})$, $P(a_{i,j,2})$, $P(a_{i,j,3})$, $P(a_{i+1,j,3})$ i prawdopodobieństw przejść $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$, $P_{j,j}$ obliczone na podstawie wartości $\Psi_j(\delta)$ z tablicy 2 podano w tablicy 3. Wykresy tych prawdopodobieństw przedstawione są odpowiednio na rysunkach 9 i 10.

5.2. Wyznaczenie średniego czasu rozsynchronizowania dla synchronizacji elementowej bez wyróżnienia polaryzacji

Ze wzoru (33) wynika, że w rozpatrywanym przypadku średni czas rozsynchronizowania wyrażony w odstępach jednostkowych równy jest średniej długości gry d_0 wyrażonej w krokach korekcji. Wartość średniej długości gry d_0 opisuje wzór (30). Wzór ten jest jednak trudny do korzystania, zwłaszcza w przypadku małych wartości skoku korekcji, tj. przy dużym γ. Uzasadnione jest przeprowadzenie obliczeń w oparciu o równania (28). Wygodnie jest przy tym korzystać ze wzoru rekurencyjnego o postaci:

$$d_j \overset{\mathrm{df}}{=} A_j + B_j \cdot d_{j+1}, \tag{59}$$

gdzie:

$$A_j = -\frac{1}{P_{j+1,j}} + \frac{P_{j+1,j+2}}{P_{j+1,j}} - \frac{A_{j+1}}{B_{j+1}}, \tag{60}$$

$$B_j = \frac{1-P_{j+1,j+1}}{P_{j+1,j}} - \frac{P_{j+1,j+2}}{P_{j+1,j} \cdot B_{j+1}}. \tag{61}$$

Wyprowadzenie wzorów (59), (60) i (61): Przepisujemy wzór (59) wstawiając w miejsce j indeks $j-1$:

$$d_{j-1} = A_{j-1} + B_{j-1} d_j. \tag{62}$$

Następnie wstawiamy (62) do (28) i po niewielkich przekształceniach otrzymujemy:

$$A_j = \frac{1+P_{j,j-1}A_{j-1}}{1-P_{j,j}-P_{j,j-1}B_{j-1}}, \tag{63}$$

$$B_j = \frac{P_{j,j+1}}{1-P_{j,j}-P_{j,j-1}B_{j-1}}. \tag{64}$$

Po rozwikłaniu wzorów (63) i (64) względem A_{j-1} i B_{j-1} oraz po wstawieniu w miejsce j indeksu $j+1$ otrzymuje się (59), (60) i (61).

Obliczenia rozpoczynamy od wyliczenia współczynników $A_{\gamma-2}$ i $B_{\gamma-2}$. Piszemy w tym celu równanie (28) dla $j = \gamma-1$:

$$(1-P_{\gamma-1,\gamma-1})d_{\gamma-1} = 1+P_{\gamma-1,\gamma-2}d_{\gamma-2}+P_{\gamma-1,\gamma}d_{\gamma}, \tag{65}$$

ale z warunku początkowego (26) mamy:

$$d_\gamma = 0.$$

Stąd z równania (65) otrzymujemy

$$d_{\gamma-2} = -\frac{1}{P_{\gamma-1,\gamma-2}} + \frac{1-P_{\gamma-1,\gamma-1}}{P_{\gamma-1,\gamma-2}} d_{\gamma-1}, \tag{66}$$

a zatem zgodnie z (59)

$$\left.\begin{aligned} A_{\gamma-2} &= -\frac{1}{P_{\gamma-1,\gamma-2}}, \\ B_{\gamma-2} &= \frac{1-P_{\gamma-1,\gamma-1}}{P_{\gamma-1,\gamma-2}}. \end{aligned}\right\} \tag{67}$$

Średnią długość gry obliczamy wypisując równania (59) dla $j = 0$ oraz $j = -1$

$$d_0 = A_0 + B_0 d_1, \tag{68}$$

$$d_{-1} = A_{-1} + B_{-1} d_{-1}. \tag{69}$$

Z uwagi na symetrię rozkładu zniekształceń (warunki 46, 47) zachodzi:

$$d_{-1} = d_1. \tag{70}$$

Ze wzorów (68), (69), (70) otrzymujemy więc:

$$d_{0_e} = \frac{A_0 + B_0 \cdot A_{-1}}{1 - B_0 \cdot B_{-1}}. \tag{71}$$

Wielkości A_0, B_0, A_{-1}, B_{-1} występujące w tym wzorze wyliczamy z zależności rekurencyjnych (60) i (61) wychodząc z wartości $A_{\gamma-2}$ i $B_{\gamma-2}$ danych wzorami (67).

Wartości współczynników A_j i B_j obliczone dla $-1 \leqslant j \leqslant \gamma-2$ i dla różnych skoków korekcji ($\gamma = 2, 4, 8, 16, 32$) podane są w tablicach 4, 5, 6, 7, 8. Do obliczeń przyjęto wartości prawdopodobieństw $P_{j,j-1}$, $P_{j,j+1}$, $P_{j,j}$ wzięte z odpowiednich wierszy tablicy 3.

Tablica 4

Wartości współczynników A_j i B_j dla $-1 \leqslant j \leqslant \gamma-2$ $\underline{\gamma = 2}$

j	$P_{j,\,j-1}$	$P_{j,\,j+1}$	$P_{j,\,j}$	A_j	B_j
0	0,250.000.0	0,250.000.0	0,500.000.0	−2,810.000.7	1,265.693.7
−1	0,094.552.9	0,355.871.8	0,549.575.3	−6,222.656.0	1,209.919.4

Podstawiając odpowiednie wartości z tablic 4, 5, 6, 7 i 8 do wzoru (71) otrzymujemy szukane wartości średniej długości gry dla $\gamma = 2, 4, 8, 16, 32$.

Tablica 5

Wartości współczynników A_j i B_j dla $-1 \leqslant j \leqslant \gamma-2$ $\underline{\gamma = 4}$

j	$P_{j,\,j-1}$	$P_{j,\,j+1}$	$P_{j,\,j}$	A_j	B_j
2	0,355.871.8	0,094.552.9	0,549.575.3	−3,403.875.2	1,365.835.6
1	0,336.051.3	0,149.744.6	0,514.204.1	−3,472.150.8	1.071.165.4
0	0,250.000.0	0.250.000.0	0,500.000.0	−4,420.136.6	1,029.604.5
−1	0,149.744.6	0,336.051.3	0,514.204.1	−8,293.043.5	1,028.753.2

Tablica 6

Wartości współczynników A_j i B_j dla $-1 \leqslant j \leqslant \gamma-2$ $\underline{\gamma = 8}$

j	$P_{j,\,j-1}$	$P_{j,\,j+1}$	$P_{j,j}$	A_j	B_j
6	0,293.782.8	0,107.476.2	0,598.741.0	−4,124.708.1	1,578.402.5
5	0,333.829.3	0,091.928.3	0,574.242.3	−4,359.883.1	1,134.059.7
4	0,355.871.8	0,094.552.9	0,549.575.3	−4,054.221.9	1,032.552.7
3	0,356.468.5	0,114.567.4	0,528.964.1	−3,853.222.1	1,008.376.4
2	0,336.051.3	0,149.744.6	0,514.204.1	−4,033.418.3	1,002.669.8
1	0,298.603.6	0,196.391.7	0,505.004.7	−4.768.243.3	1,001.186.5
0	0,250.000.0	0,250.000.0	0,500.000.0	−6,481.280.6	1,000.729.4
−1	0,196.391.7	0,298.603.6	0,505.004.7	−10,476.233.0	1,000.778.8

Tablica 7

Wartości współczynników A_j i B_j dla $-1 \leqslant j \leqslant \gamma-2$ $\underline{\gamma = 16}$

j	$P_{j,j-1}$	$P_{j,j+1}$	$P_{j,j}$	A_j	B_j
14	0,242.441.4	0,140.228.7	0,617.329.9	−4,654.022.3	1,755.663.4
13	0,269.000.5	0,121.867.3	0,609.142.2	−5,657.973.9	1,248.952.9
12	0,293.782.8	0,107.476.2	0,598.741.0	−5,769.635.5	1,090.296.2
11	0,315.701.0	0,097.442.7	0,586.856.3	−5,339.806.0	1,030.297.8
10	0,333.829.3	0,091.928.3	0,574.242.3	−4,767.244.7	1,009.076.6
9	0,347.408.6	0,090.979.5	0,561.611.9	−4,296.522.8	1,002.477.0
8	0,355.871.8	0,094.552.9	0,549.575.3	−4,000.849.7	1,000.647.1
7	0,358.919.0	0,102.490.0	0,538.591.0	−3,872.313.9	1,000.171.8
6	0,356.468.5	0,114.567.4	0,528.964.1	−3,891.700.7	1,000.049.0
5	0,348.713.0	0,130.454.8	0,520.964.5	−4,056.011.4	1,000.015.7
4	0,336.051.3	0,149.744.6	0,514.204.1	−4,383.493.5	1,000.005.9
3	0,319.080.7	0,171.937.5	0,508.981.8	−4,929.011.03	1,000.002.63
2	0,298.603.6	0,196.391.7	0,505.004.7	−5,790.007.30	1,000.001.42
1	0,275.210.6	0,222.710.5	0,502.078.9	−7,157.006.133	1,000.000.93
0	0,250.000.0	0,250.000.0	0,500.000.0	−9,425.286.939	1,000.000.753
−1	0,222.710.5	0,275.210.6	0,502.078.9	−13,425.279.842	1,000.000.753

Dla $\gamma = 1$ korzystanie ze wzorów rekurencyjnych (59), (60), (61) nie ma oczywiście sensu. W tym przypadku bowiem układ równań (28) redukuje się do jednego równania o postaci:

$$-P_{0,1}d_1+(1-P_{0,0})d_0-P_{0,-1}d_{-1} = 1.$$

Tablica 8

Wartości współczynników A_j i B_j dla $-1 \leqslant j \leqslant \gamma-2 \cdot \underline{\gamma = 2}$

j	$P_{j,j-1}$	$P_{j,j+1}$	$P_{j,j}$	A_j	B_j
30	0,214.867.9	0,162.367.8	0,622.764.3	−4,971.683.7	1,867.890.4
29	0,228.654.1	0,150.912.1	0,620.433.8	−6,665.339.3	1,352.108.9
28	0,242.441.4	0,140.228.7	0,617.329.9	−7,629.362.5	1,171.512.8
27	0,255.843.6	0,130.596.0	0,613.560.4	−7,891.497.6	1,084.679.8
26	0,269.000.5	0,121.857.3	0,609.142.2	−7,623.003.7	1,039.850.5
25	0,281.686.8	0,114.138.9	0,604.174.3	−7,038.349.0	1,017.360.5
24	0,293.782.8	0,107.476.2	0,598.741.0	−6,353.300.4	1,006.914.4
23	0,305.160.9	0,101.902.6	0,592.936.5	−5,712.177.9	1,002.512.2
22	0,315.701.0	0,097.442.7	0,586.856.3	−5,179.579.4	1,000.836.8
21	0,325.290.1	0,094.120.6	0,580.589.3	−4,764.920.3	1,000.258.1
20	0,333.829.3	0,091.928.3	0,574.242.3	−4,452.522.3	1,000.074.7
19	0,341.227.0	0,090.889.1	0,567.883.9	−4,221.576.7	1,000.020.6
18	0,347.408.6	0,090.979.5	0,561.611.9	−4,055.034.8	$1+5{,}49\times10^{-6}$
17	0,352.305.1	0,092.207.6	0,555.487.3	−3,940.383.2	$1+1{,}44\times10^{-6}$
16	0,355.871.8	0,094.552.9	0,549.575.3	−3,869.748.836	$1+3{,}77\times10^{-7}$
15	0,358.085.0	0,097.987.0	0,543.928.0	−3,838.168.200	$1+1\times10^{-7}$
14	0,358.919.0	0,102.490.0	0,538.591.0	−3,842.915.768	$1+2{,}7\times10^{-8}$
13	0,358.375.1	0,108.029.3	0,533.595.6	−3,883.495.761	$1+7{,}7\times10^{-9}$
12	0,356.468.5	0,114.567.4	0,528.964.1	−3,964.372.729	$1+2{,}32\times10^{-9}$
11	0,353.233.2	0,122.058.2	0,524.708.6	−4,079.428.952	$1+7{,}46\times10^{-10}$
10	0,348.713.0	0,130.454.8	0,520.964.5	−4,240.620.132	$1+2{,}58\times10^{-10}$
9	0,342.961.7	0,139.703.4	0,517.334.9	−4,452.510.602.8	$1+9{,}64\times10^{-11}$
8	0,336.051.3	0,149.744.6	0,514.204.1	−4,729.476.525.3	$1+3{,}93\times10^{-11}$
7	0,328.061.1	0,160.513.2	0,511.425.7	−5,083.191.026.5	$1+1{,}75\times10^{-11}$
6	0,319.080.7	0,171.937.5	0,508.981.8	−5,535.312.274.1	$1+8{,}6\times10^{-12}$
5	0,309.198.8	0,183.951.2	0,506.850.0	−6,116.721.362.0	$1+4{,}64\times10^{-12}$
4	0,298.603.6	0,196.391.7	0,505.004.7	−6,873.177.675.29	$1+2{,}76\times10^{-12}$
3	0,287.158.8	0,209.416.8	0,503.424.4	−7,869.413.102.83	$1+1{,}82\times10^{-12}$
2	0,275.210.6	0,222.710.5	0,502.078.9	−9,221.261.512.385	$1+1{,}33\times10^{-12}$
1	0,262.813.6	0,236.241.3	0,500.945.1	−11,095.763.312.063	$1+1{,}08\times10^{-12}$
0	0,250.000.0	0,250.000.0	0,500.000.0	−13,778.881.790.016	$1+9{,}7\times10^{-13}$
−1	0,236.241.3	0,262.813.6	0,500.945.1	−17,778.881.790.015	$1+9{,}7\times10^{-13}$

Korzystając z (26) otrzymujemy więc:

$$d_0 = \frac{1}{1-P_{0,0}} = 2.$$

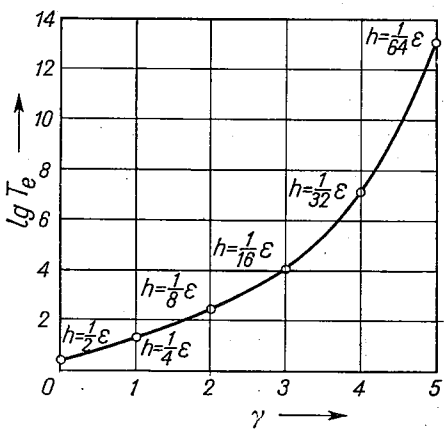
Wartości średniego czasu rozsynchronizowania otrzymuje się na podstawie wzorów (33). W omawianym przykładzie są one tożsamościowo równe odpowiednim wartościom średniej długości gry pomnożonym przez odstęp jednostkowy ε.

Tablica 9

Rezultaty obliczeń przeprowadzonych w rozdziale 5

$\gamma = \frac{H_r}{h}$	d_{0e}	T_e (dla $v_m = 1200$ bodów)
1	2	ok. 1,7 μsek
2	20	ok. 17 μsek
4	218	ok. 0,18 sek
8	$1{,}09 \cdot 10^4$	ok. 9 sek
16	$1{,}52 \cdot 10^7$	ok. 3,5 godz
32	$1{,}63 \cdot 10^{13}$	ok. 430 lat

Ostateczne rezultaty obliczeń są przedstawione w tablicy 9. Oprócz średnich długości gry d_{0_e} podano w niej średnie czasy rozsynchronizowania T_e obliczone dla szybkości modulacji $v_m = 1200$ bodów. Wyniki zostały zilustrowane graficznie na rys. 11.



Rys. 11. Zależność pomiędzy średnim czasem rozsynchronizowania T_e a skokiem korekcji h (w skali parametru γ)

6. UWAGI I WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawiona w artykule metoda pozwala przeprowadzić ocenę pewności synchronizacji z korekcją skokową przy transmisji binarnej, izochronicznej. Jako kryterium oceny przyjęto wartość średniego czasu rozsynchronizowania, wyrażającego średnią liczbę przesłanych elementów sygnału od chwili pełnego zsynchronizowania do rozsynchronizowania się

urządzenia. Na wartość tę zasadniczy wpływ wywierają dwie wielkości, a mianowicie:

— skok korekcji stanowiący podstawowy parametr synchronizacji z korekcją skokową,

— rozkład zniekształceń momentów charakterystycznych przesyłanego sygnału.

Opisana metoda pozwala ocenić wpływ obu tych czynników, zarówno jakościowy, jak i ilościowy.

Nie udało się, niestety, znaleźć jawnej zależności pomiędzy średnim czasem rozsynchronizowania a skokiem korekcji i rozkładem zniekształceń. Stąd konieczność pracochłonnych obliczeń, których liczba szybko rośnie ze zmniejszaniem skoku korekcji.

Z przeprowadzonych rozważań oraz przykładowych obliczeń wynika, iż średni czas rozsynchronizowania w bardzo silnym stopniu zależy od wartości skoku korekcji. Czas ten rośnie w przybliżeniu logarytmicznie z odwrotnością skoku (zob. rys. 11). Wybór dostatecznie małego skoku korekcji pozwala uzyskać żądaną niezawodność synchronizacji.

Proporcjonalne zwiększenie średniego czasu rozsynchronizowania można również uzyskać powiększając krok korekcji (zob. wzory 32). W tym sensie synchronizacja blokowa wydaje się być lepsza niż elementowa. Trzeba jednak pamiętać, że zwiększanie kroku korekcji oraz zmniejszanie skoku korekcji są warunkami sprzecznymi. Spowodowane jest to ograniczeniem wynikającym z niestabilności generatorów lokalnych nadajnika i odbiornika urządzenia synchronizowanego. Skok korekcji musi być mianowicie większy od zmiany fazy pochodzącej od niestabilności częstotliwości generatorów lokalnych, wziętej za krok korekcji. W zakresie bliskim tego ograniczenia należy rezygnować z powiększania kroku korekcji na rzecz zmniejszania skoku korekcji, z uwagi na znacznie silniejszy wpływ tego drugiego na średni czas rozsynchronizowania.

Wpływ parametrów rozkładu zniekształceń na średni czas rozsynchronizowania nie został w artykule liczbowo przeliczony. Z przeprowadzonych rozważań wynika jednak, że dla bardziej skupionych rozkładów czas ten będzie oczywiście większy. Metoda jest całkowicie ogólna w odniesieniu do typu podstawianych do obliczeń rozkładów. Żąda się jednak, aby zniekształcenia wprowadzane przez kanał były statystycznie niezależne, a ich rozkład — stacjonarny. Ogranicza to niewątpliwie zakres stosowania metody i nakazuje ostrożność przy ocenie rezultatów otrzymanych przy jej użyciu.

Na zakończenie wymienimy kilka problemów związanych z omawianym zagadnieniem, których rozpatrzenie byłoby interesujące:

1) Modelowanie procesów synchronizacji na maszynach cyfrowych.

2) Ocena pewności synchronizacji z korekcją skokową dla statystycznie zależnych oraz niestacjonarnych zniekształceń w kanale.

3) Teoria systemów synchronizacji dopasowujących wartość skoku korekcji do aktualnych warunków kanału.

Politechnika Warszawska
Katedra Urządzeń Teletransmisyjnych i Telegraficznych

WYKAZ LITERATURY

1. Baran Z., Dróżdż J., Karczewski J., Karczmarewicz A., Plewko K., Sochacki J.: Transmisja danych. Problemy Telekomunikacji, WKiŁ, zeszyt 10, Warszawa 1966, również Transmisja danych — Studia wstępne, opracowanie K.U.T. i T. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1963.
2. Czżun Kaj-Laj: Odnorodnyje cepi Markowa. Izd. „Mir", Moskwa 1964.
3. Buhwinier W. E.: Sistiema sinchronizacji s postojannoj czastotnoj podstrojkoj. — Elektroswjaz', nr 1, 1964.
4. Edson I. O., Flavin M. A., Perry A. D.: Synchronized Cloks for Data Trasmission. — Coom. and Electr., nr 40, 1959.
5. Enticknap R. G., Schuster E. F.: Sage Data System Consideration. — Comm. and Electr., nr 40, 1959.
6. Feller W.: Wwiedienije w tieorju wierojatnostiej i jejo priłożenija. Izd. „Mir", Moskwa 1964.
7. Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1958.
8. Karczmarewicz A.: Przegląd zagadnień technicznych związanych z transmisją danych. — Biul. Min. Łączności, zeszyt inf. nr 6, 1961.
9. Keller G., Sanden v. D.: Neue Messgeräte der Fernschreibtechnik. — NTZ, nr 11, 1958.
10. Kirsanow W. I., Minchin E. B.: Pierspiektiwy ispołzowanija sinchronno-start stopnych sistiem na prowodnych linijach swjazi. — Elektroswjaz', nr 8, 1961.
11. Klark K.: K wyboru optimalnoj sistiemy pieriedaczi informacji po tielefonnym kanałam pri pomoszczi dwoiczonogo koda. — Elektroswjaz', nr 11, 1962.
12. Widl W.: An Experimental Data Transmission System. — Encs. Rev., vol. 39, 1962.

J. DRÓŻDŻ

PROBABILITY ESTIMATE OF THE STEP-PHASE CORRECTION SYNCHRONIZATION FOR THE DATA TRANSMISSION SYSTEMS

Summary

The analysis of the synchronization system using step-phase correction principle is described. It is based on the classification of terms and on the choice of criterions. A mean out-of-synchronization time was chosen as the criterion of the quality of the system. A calculation method of the mean out-of synchronization time is given under the assumption that signal distortions are of random nature with certain probability distribution. The method is illustrated with the numerical example.

Conclusions obtained may have a practical meaning for data transmission system design.

J. DRÓŻDŻ

L'ESTIMATION PROBABILISTIQUE DE LA SYNCHRONISATION À CORRECTION DE PHASE PAS À PAS POUR LES SYSTÈMES DE TRANSMISSION DE DONNÉES

Résumé

On a présenté dans l'article l'analyse de l'action du système de la synchronisation à correction de phase pas à pas. Cette analyse est appuyée sur le classement des idées et le choix des critères. Comme le critère de qualité du système on a choisi le temps moyen, après lequel — dans le système synchronisé au moment initial — il arrive la rupture de la synchronisation. On a donné la méthode du calcul de ce temps en supposant, que les distorsion du signal appartiennent aux phénomènes aléatoires avec la distribution de la probabilité appartenant à une certaine classe — assez large. On a illustré la méthode par un exemple de calcul. On a tiré des conclusions pouvant avoir une valeur pratique pour projeter les systèmes de transmission des données.

Е. ДРОЖДЖ

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА СИНХРОНИЗАЦИИ СО СТЕПЕННЫМ КОРРЕКТИРОВАНИЕМ ФАЗЫ ДЛЯ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Резюме

Статья содержит анализ действия систем синхронизации со степенным корректированием фазы. Проблема рассмотривается на основании строгих предпосылок. Как критерий надежности синхронизации принято среднее время после которого произойдет разрушение синхронизма системы предполагая, что сначала она находилась в состоянии синхронизма. Представленный метод позволяет произвести оценку этого времени при условиях, что искажения сигнала случайные, а их распределение вероятности принадлежит к определённому, достаточно широкому, классу. Метод проиллюстрирован численным примером. Полученные результаты могут иметь практическое значение для проектирования систем передачи дискретной информации.

621.317.35:621.395.625.3

ŁADYSŁAW GRONAU

Rejestracja danych[1]) na taśmie magnetycznej

Rękopis dostarczono 24.5.1965

Omówiono zagadnienie rejestracji danych na taśmie magnetycznej. Po krótkim rysie historycznym podano zestawienie głównych parametrów oraz klasyfikację stosowanych technik rejestracji. Podano następnie parametry techniczne i typowe zastosowania wymienionych technik rejestracji podkreślając ich zalety i wady. Dalej omówiono pojemność informacji poszczególnych metod rejestracji oraz dokonano próby porównania ilości informacji, jaka może być zarejestrowana na tej samej wielkości powierzchni nośnika magnetycznego w omówionych systemach.

1. WSTĘP

Technika rejestracji przebiegów elektrycznych na taśmie magnetycznej datuje się od roku 1928, kiedy Fritz Pfleumer z Drezna zademonstrował w Berlinie wynalezioną przez siebie taśmę papierową z cząstkami ferromagnetycznymi przyklejonymi do niej, wraz ze zbudowaną własnoręcznie aparaturą do rejestracji przebiegów o częstotliwości akustycznej. System rejestracji z prądem podkładu wielkiej częstotliwości, wynaleziony w roku 1941 przez Niemców Braunmüha i Webera, oraz system głowicy-przetwornika, opracowany przez Schüllera, stanowią do dzisiaj podstawowe elementy magnetycznej rejestracji na taśmie.

Pomimo że już w roku 1888 Oberlin Smith podał w periodyku „Electrical World" pomysł magnetycznej rejestracji oraz zasadę przesuwu nośnika, którym był sznur z wplecionymi cząstkami żelaza, a w roku 1900 Duńczyk Valdemar Poulsen uzyskał na wystawie światowej w Paryżu medal za wynalezioną i zbudowaną przez siebie aparaturę z drutem stalowym nawiniętym na walcu jako nośnikiem, która była przeznaczona do rejestracji rozmów, to jednak do okresu drugiej wojny światowej włącznie daje się zauważyć przewaga osiągnięć niemieckich w tej dziedzinie [1], [2], [3], [4]. W latach 1932—1935 do radiofonii niemieckiej i angielskiej wprowadzono aparatury do rejestracji programu radiowego na taśmie stalowej, zwanej „taśmą Stille'a", od nazwiska Niemca, doktora Curta Stille'a [1], który położył duże zasługi na tym polu. W na-

[1]) Autor przyjął nazwą „dane" określać dowolne przebiegi elektryczne zawierające informacje (dane) będące obiektem rejestracji. „Rejestracja danych" odpowiada angielskiemu „Data Recording".

stępnych latach aparatury tego rodzaju przyjęły się i w innych radiofoniach, w tym także i w Polsce. Pasmo częstotliwości takiego zapisu na taśmie stalowej o szerokości 3 mm i grubości 0,05 mm wynosiło od 100 do 5000 Hz, z tolerancją ± 2 dB przy prędkości przesuwu 1,5 m/sec. Dla celów rejestracji rozmów budowano także aparatury ze stalowym drutem (firma Lorenz w Niemczech oraz Marconi w Anglii) o średnicy 0,1 mm.

Pierwsze zastosowanie techniki magnetycznej rejestracji nie do celów zapisu dźwięku, lecz do rejestracji „danych" pomiarowych, datuje się od roku 1936 [5] i 1940 [6], kiedy to jeszcze na taśmie stalowej wykonano wielokanałowy zapis parametrów technicznych określających zachowanie się samolotu w czasie lotu. Pierwsze zastosowanie techniki rejestracji sygnału zmodulowanego częstotliwościowo [7] miało miejsce w USA w roku 1945, również na taśmie stalowej. Zastosowano pętlę z taśmy stalowej i przy prędkości przesuwu wynoszącej około 0,64 m/sec uzyskano pasmo częstotliwości zarejestrowanych „danych" od 0 do 1 kHz, przy czym częstotliwość nośna wynosiła 10 kHz z dewiacją $\pm 40\%$, a dynamika sygnału po odczycie miała wartość około 45 dB. Od tego czasu stosuje się jednak wyłącznie taśmy z tworzyw sztucznych jako podłoża, z warstwą magnetyczną naniesioną na nie.

W latach 1948—1950 przeprowadzono z zastosowaniem techniki FM wielokanałowy zapis „danych" pochodzących z pomiaru naprężeń spadochronu w chwili otwarcia oraz w czasie lotu [8]. Pierwsze zapisy metodą cyfrową miały miejsce w USA w latach 1947—1950 [9]. Jednak największy rozwój techniki magnetycznej rejestracji „danych" rozpoczął się z chwilą zastosowania jej w telemetrii [10]. W budowanych do tego celu mechanizmach przesuwu zaczęto stosować coraz częściej serwosystemy i układy kompensujące i korygujące wahania prędkości przesuwu taśmy tak przy odczycie, jak i w czasie zapisu. Umożliwiło to budowę coraz prostszych pod względem mechanicznym, a zatem i lżejszych a jednocześnie mniejszych mechanizmów przesuwu, zwiększając wszechstronność i zakres zastosowań budowanych aparatur wszędzie tam, gdzie zależało na aparaturach przenośnych i miniaturowych. Opis ich działania i zastosowania znajduje się w licznej literaturze m.in. poz. [11] do [18].

Jak widać, w okresie po II wojnie światowej następuje w USA żywiołowy rozwój tej dziedziny i dzisiaj, gdy znalazła ona nowe pole zastosowań w technice pomiarowej, Stany Zjednoczone są krajem przodującym i dominującym na tym polu. Kilkadziesiąt firm amerykańskich produkuje obecnie różnorodne typy aparatur z taśmą magnetyczną do rejestracji wszelkiego rodzaju „danych" w postaci elektrycznej w pasmie częstotliwości od zera Hz do kilku MHz, zaspokajając stale rosnące zapotrzebowanie w tym zakresie w różnych dziedzinach techniki, nauki i wiedzy.

System magnetycznej rejestracji jest jedynym, który w sposób prosty, bezpośrednio po zapisie, bez żadnych dodatkowych procesów pozwala uzyskać przebieg pierwotny, jaki był rejestrowany, w jego elektrycznej postaci [19]. Stanowi on coraz szerzej wykorzystywaną pomoc przy rejestracji danych pomiarowych, a zwłaszcza przebiegów trudno powtarzalnych lub wręcz niepowtarzalnych (na przykład przebiegi zachodzące w chwili awarii zakładu przemysłowego zautomatyzowanego, przebiegi odzwierciedlające parametry rakiety w chwili startu i w czasie lotu oraz wiele innych), umożliwiając ich odtworzenie bez potrzeby ponownego wywoływania. Łatwość zmiany skali czasowej stwarza szerokie możliwości analizy badanych przebiegów oraz zastosowania wszędzie tam, gdzie zależy na przyśpieszonym lub spowolnionym odtworzeniu przebiegów zarejestrowanych. Może to mieć miejsce przy pracy z ciągłą bieżącą rejestracją lub przy zapisie przebiegów szybkich i krótkotrwałych, które po zmianie skali czasowej jest łatwiej przesyłać czy badać.

Urządzenia rejestrujące na taśmie magnetycznej cechują się poza tym znacznie większą gęstością (pojemnością) informacji na jednostkę gabarytu nośnika w porównaniu z innymi systemami [19]. Spełniają założone wymagania niezawodności w normalnych a także w najcięższych warunkach pracy i otoczenia na lądzie, morzu, w powietrzu, pod wodą i pod ziemią, czy w przestrzeni kosmicznej. Buduje się je jako aparatury przenośne i przewoźne oraz stacjonarne. Pierwsze przystosowane są do trudnych warunków pracy i otoczenia (pozycji pracy, zakresu temperatur i wilgotności itd.) oraz są wyposażone pod względem elektronicznym w odpowiednią technikę rejestracji, często z możliwością odczytu. Aparatury stacjonarne zaś przystosowane są w większości do normalnego otoczenia, lecz za to są bardziej uniwersalne, gdyż mogą pracować z kilkoma technikami rejestracji i dużym zakresem zmian skali czasowej.

Teoretyczne podstawy magnetycznej rejestracji i związane z tym problemy praktyczne są dość szeroko omówione w wielu publikacjach, m.in. w [20] do [38]. W dalszej części niniejszego artykułu omówione będą ogólnie poszczególne techniki rejestracji na taśmie magnetycznej, oraz rozpatrzone ich istotne parametry i najważniejsze zastosowania. Zagadnienie przystosowania aparatur do różnych warunków otoczenia jest głównie typu technologicznego i konstrukcyjno-mechanicznego, co jest odrębnym tematem i nie wchodzi w ramy niniejszego opracowania.

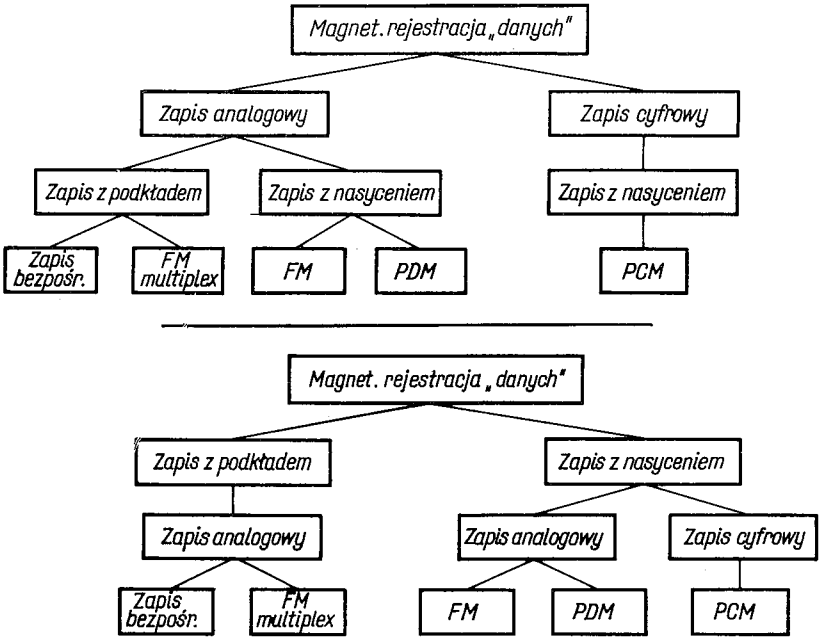
2. RODZAJE TECHNIK REJESTRACJI

2.1. Podział

Przy poszczególnych zastosowaniach aparatur z magnetyczną rejestracją „danych" konieczne jest spełnienie szeregu wymagań określonych parametrami, które zestawić można następująco:

a) zakres przenoszonego pasma częstotliwości,
b) zakres przenoszonych amplitud,
c) dokładność przenoszonych amplitud,
d) dokładność skali czasowej,
e) wielkość przesunięcia fazowego.

W celu spełnienia tych wymagań powstało szereg systemów rejestracji. Rozwijane one były każdorazowo dla konkretnych zastosowań o róż-



Rys. 1. Klasyfikacja technik rejestracji „danych" na taśmie magnetycznej

nych doraźnych przeznaczeniach. Można je podzielić według różnych kryteriów i punktów widzenia, na przykład na technikę analogową, cyfrową, z polaryzacją wstępną lub bez polaryzacji, z nasyceniem śladu nośnika lub bez nasycenia, z zastosowaniem częstotliwości nośnej, z odpowiednim systemem modulacji itp. Dwie z takich technik najbardziej właściwych, pokazano na rys. 1.

2.2. Zapis analogowy

Zapisu analogowego dokonuje się przy zastosowaniu prądu podkładu, przy czym obecnie stosuje się prawie wyłącznie prądy wielkiej częstotliwości, lub bez podkładu — z nasyceniem danego śladu nośnika.

Przy zapisie z podkładem, którego rola polega na linearyzacji dynamicznej krzywej magnesowania nośnika, amplituda pozostałości magne-

tycznej śladu przy danej częstotliwości jest proporcjonalna do amplitudy sygnału zapisywanych „danych". System ten jest jednym z pierwszych i stosowany jest powszechnie do rejestracji dźwięku. Są jednak dziedziny, w których doskonale nadaje się do rejestracji „danych". Zapis z podkładem nosi nazwę zapisu bezpośredniego lub intensywnościowego.

Potrzeba stosowania korekcji amplitudy ze względu na odbiegający od prostej linii przebieg *SEM* odczytu w funkcji częstotliwości na zaciskach głowicy, ogranicza częściowo zastosowanie tego systemu do rejestracji „danych". Mimo to większość aparatur do rejestracji „danych" jest wyposażona tak, że dają one możliwość zapisu systemem bezpośrednim. Pasmo częstotliwości zależne jest od prędkości przesuwu nośnika i sięga obecnie do kilkuset kHz, a nawet w wykonaniach specjalnych do kilku MHz. Stosuje się w nich często specjalne korektory poprawiające charakterystykę fazową. Zaletą systemu rejestracji bezpośredniej jest szerokie pasmo częstotliwości. Małą dokładność amplitudową, ze względu na wahania poziomu zapisu na taśmie, oraz ograniczenie dolnej granicy częstotliwości trzeba zaliczyć do wad tego systemu rejestracji.

Zapis bezpośredni stosowany jest również przy rejestracji na jednym śladzie przebiegów wielokanałowej telemetrii FM, co zapewnia uniknięcie przesłuchów międzykanałowych w procesie zapisu.

Zapis analogowy bez podkładu, z nasyceniem śladu nośnika, może być stosowany do rejestracji jednego sygnału na jednym śladzie. System ten stosuje się tam, gdzie nie zależy na proporcjonalności między *SEM* odczytu a prądem zapisu, a więc przede wszystkim do rejestracji przebiegu nośnego zmodulowanego częstotliwościowo sygnałem oraz do rejestracji przebiegów o charakterze impulsowym. Dzięki rejestracji z nasyceniem nośnika uzyskuje się dużą wartość sygnału odczytu. Przebieg o modulacji FM zawiera szereg wstęg bocznych dla określonej częstotliwości sygnału modulującego, które powinny być zarejestrowane na taśmie. Zaletą rejestracji „danych" systemem FM jest przede wszystkim uzyskanie zakresu przenoszonych częstotliwości od 0 Hz i dużej dokładności amplitudowej. Do wad trzeba zaliczyć niską częstotliwość górną i duży wpływ wahań prędkości przesuwu na dokładność zapisu, co wymaga stosowania oddzielnych układów kompensacyjnych.

Stosuje się dwa systemy rejestracji „danych" z modulacją częstotliwości: system szerokopasmowy, o dużej dewiacji sygnału nośnego, oraz system wąskopasmowy, o małej dewiacji. Ten drugi jest z tego powodu bardziej czuły na wahania prędkości nośnika.

Następnym rodzajem przebiegów elektrycznych rejestrowanych techniką analogową z nasyceniem śladu nośnika są przebiegi prostokątne o modulowanej szerokości, czyli czasie trwania impulsów. Tego rodzaju system pracy zwany w skrócie PDM (pulse duration modulation) stoso-

wany jest tam, gdzie częstotliwość „danych" jest mała, a zależy na prostocie budowy urządzenia. Jest on mało czuły na wahania prędkości przesuwu taśmy i nadaje się w szczególności do urządzeń ruchomych.

2.3. Zapis cyfrowy

Rejestracja przebiegów o charakterze cyfrowym odbywa się wyłącznie z nasyceniem śladu magnetycznego nośnika. Stosuje się dwa systemy pracy: „z powrotem do zera" (RZ — return to zero) oraz „bez powrotu do zera" (NRZ — non return to zero). Zapis cyfrowy cechuje najwyższa dokładność ze wszystkich systemów. Mało czuły na wahania prędkości przesuwu nośnika, wymaga prostych w budowie, lecz jednak ilościowo wielu podzespołów elektronicznych do przetwarzania, formowania itp. Wartości dyskretne amplitudy sygnału wejściowego reprezentowane są grupami impulsów w odpowiednim kodzie dwójkowym. Impulsy poszczególnych grup rejestrowane są na taśmie szeregowo na jednym śladzie lub równolegle na kilku śladach.

Technikę cyfrowej rejestracji, zwaną także w skrócie PCM (pulse code modulation), stosuje się, gdy wymagana jest maksymalna dokładność lub gdy odczyt podany ma być wprost do maszyny cyfrowej. Wadą systemu PCM jest wąskie pasmo częstotliwości sygnału „danych" i czułość na tzw. „drop-outy", czyli magnetyczne dziury w taśmie. Nie są to dziury w dosłownym znaczeniu, lecz określa się w ten sposób spadek czułości większy od 50%. System rejestracji cyfrowej wymaga więc używania sprawdzonych pod tym względem taśm lub stosowania odpowiednich układów wykrywających i sygnalizujących wady warstwy magnetycznej. Dzieje się to kosztem dodatkowego śladu nośnika oraz kosztem dodatkowego rozbudowanego układu elektronicznego.

3. ZAPIS BEZPOŚREDNI

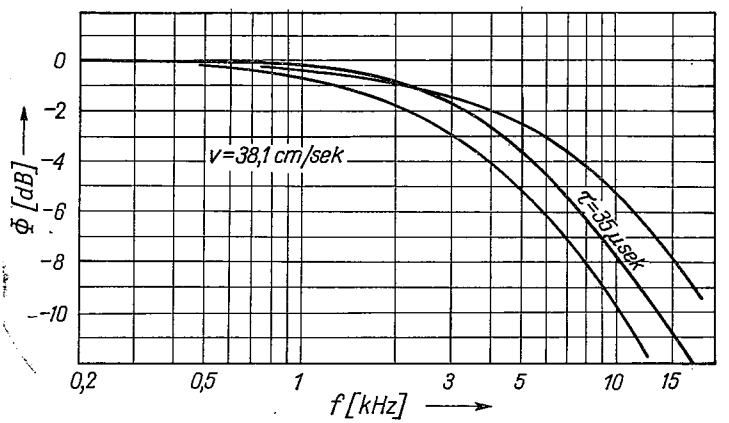
W zapisie bezpośrednim wartość strumienia pozostałości magnetycznej na taśmie związana jest z wartością sygnału [39] relacją:

$$\Phi = pU_{we}, \tag{1}$$

przy czym p jest współczynnikiem proporcjonalności, zależnym głównie od właściwości samego nośnika magnetycznego. Na ogół przy krótszych falach śladu zapisu wartość współczynnika p maleje. W technice rejestracji dźwięków przebieg strumienia Φ jest znormalizowany i określany za pomocą charakterystyki częstotliwości prostych układów dwójnikowych RC o określonej normami stałej czasowej [40], różnej dla poszcze-

gólnych prędkości przesuwu taśmy. Znajomość statystycznego rozkładu widma częstotliwości przebiegów akustycznych umożliwia stosowane przy rejestracji dźwięków tzw. korekcji zapisu [39], zawartej w odpowiednim przebiegu współczynnika p, w celu uzyskania żądanego przebiegu strumienia Φ przy danym nośniku magnetycznym.

W technice rejestracji „danych" znajomość przebiegu widma częstotliwości przeważnie nie jest wiadoma z góry. Z tego względu stosowanie wstępnej korekcji zapisu musi być bardzo ostrożne, aby uniknąć przesterowania śladu magnetycznego na taśmie. Ogólny wzgląd na uniwersalność aparatury oraz uniknięcie przesunięć fazowych zapisu są powodem, że charakterystyka częstotliwości prądu sygnału w głowicy w urządzeniach do rejestracji „danych" jest przeważnie liniowa. Istniejące straty w procesie zapisu są przyczyną, że przebieg strumienia Φ pozostałości magnetycznej nawet przy stosowaniu korekcji zapisu opada przy wyższych częstotliwościach, co musi być wyrównane przy odczycie. Typowy przebieg strumienia Φ w funkcji częstotliwości pokazany jest na rys. 2. Maksymalna wartość Φ ograniczona jest dopuszczalnymi zniekształceniami nieliniowymi, które na przykład przy rejestracji przebiegów telemetrii wielokrotnej FM, nie mogą przekraczać wartości 1%. Zwłaszcza więc w zakresie prostoliniowym wartości Φ, poziomy sygnałów „danych" od najniższych częstotliwości do przynajmniej połowy naj-

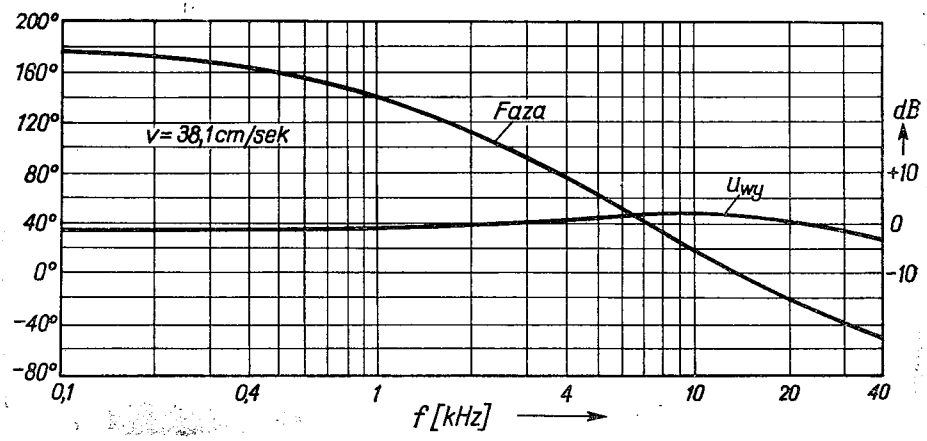


Rys. 2. Przebieg charakterystyki częstotliwości strumienia zapisu Φ dla prędkości $v = 38{,}1$ cm/sec, przy stałym w funkcji częstotliwości prądzie sygnału w głowicy zapisującej. Krzywa górna dla średniej jakości taśmy przeznaczonej do celów rejestracji „danych", dolna dla konwencjonalnych taśm do rejestracji dźwięków, przy której znormalizowany przebieg strumienia pokazuje krzywa środkowa

wyższej, muszą być starannie regulowane. Przy wyższych częstotliwościach z uwagi na nieprzepuszczanie przez układ harmonicznych, niebezpieczeństwo wzrostu zniekształceń nieliniowych wskutek przesterowania

jest mniejsze. Jeśli więc zachodzi potrzeba silniejszego zapisu, to możliwe to jest tylko w tym zakresie górnego pasma. Reszta korekcji wyższych częstotliwości i całkowita korekcja dolnej połowy pasma, a zwłaszcza częstotliwości najniższych musi być przeniesiona do toru odczytu. Jasne jest, że korekcja zapisu przyczynia się do poprawy dynamiki i wartości zniekształceń nieliniowych odczytu. Dlatego stosowana jest z zasady przy rejestracji przebiegów akustycznych [41], gdzie powstałe wskutek korekcji zapisu przesunięcia fazowe nie są uważane za istotne [42].

Wyznaczenie charakterystyki fazowej ważne przy rejestracji „danych" nie daje się w prosty sposób wykonać [43]. Obliczony przebieg [44] str. 30, uwzględniający korekcję amplitudy przy pominięciu wpływu głowic i szkodliwych pojemności układu, przedstawia rys. 3. Przy rejestracji telemetrii wielokrotnej FM ze względu na wąskie pasma widm

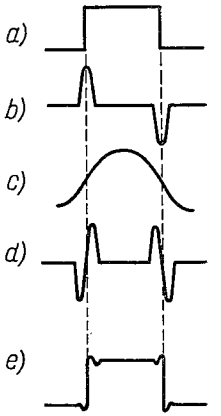


Rys. 3. Przebieg charakterystyki fazowej i amplitudowej zapisu bezpośredniego, obliczony przy pominięciu przesunięcia fazy przez głowice oraz sprzęgające i bocznikujące pojemności układu (Gomer L. Devies)

poszczególnych kanałów przsunięcie fazy nie jest tak groźne jak w przypadku rejestracji jednego kanału o całej szerokości przenoszonego pasma. W tym ostatnim przypadku konieczna jest dodatkowa korekcja fazy sygnału uprzednio skorygowanego pod względem amplitudy. W tym celu stosuje się nałożenie na ten sygnał przebiegów stanowiących jego parzyste pochodne [45], uzyskane w odpowiednich układach różniczkujących. Schematycznie ilustruje to rys. 4, gdzie przeprowadzono to z pierwszą parzystą pochodną.

Trudność określenia przesunięcia fazowego polega głównie na dużej różnicy czasowej między momentami zapisu a odczytu. Jeden ze sposobów określenia tych przesunięć polega na użyciu do tego celu sygnału o przebiegu funkcji skokowej, na który układ rejestracji powinien odpowiedzieć bez „overswingów". Według Kopfmüllera [47] nastąpi to

wtedy, gdy górna częstotliwość graniczna urządzenia jest odpowiednio większa od maksymalnej częstotliwości sygnału rejestrowanego. Jest to oczywiście powodem niepełnego wykorzystania całego pasma przenoszenia aparatury, jeśli przesunięcie fazowe ma być małe. Gdy na przykład przy prędkości 9,5 cm/sec przy rejestracji dźwięku pasmo częstotliwości wynosi od 50 do 15 000 Hz, a dynamika jest rzędu 40 dB, to przy systemie rejestracji „danych" bez korekcji zapisu pasmo zawiera się w granicach od 100 do 10 000 Hz przy dynamice rzędu 30 dB.



Rys. 4. Korekcja fazowa odczytanego sygnału, przy pomocy nałożenia na przebieg podstawowy jego parzystych pochodnych (na rys. przeprowadzono to tylko dla drugiej pochodnej):

a) strumień zapisu, b) przebieg odczytanej *SEM*, c) przebieg po scałkowaniu, d) druga pochodna przebiegu a), e) suma przebiegów c) i d)

Przy pomocy funkcji skokowej bada się również inne parametry zapisu [46].

Drugim istotnym mankamentem zapisu bezpośredniego jest jego mała dokładność amplitudowa wskutek wahań czułości taśmy, spowodowanych nierównością warstwy czynnej nośnika. Jest to źródłem sygnału o amplitudzie U_m i bardzo małej częstotliwości, który moduluje amplitudę sygnału użytecznego U, reprezentującego „dane". Jeśli oznaczyć [48]:

$$\frac{U_m}{U} = \pm m < |1|, \tag{2}$$

wówczas wahania czułości taśm, jakie podawane są w decybelach przez producentów w katalogach fabrycznych, wyrażą się zależnością:

$$g = 20\log\left(\frac{U+U_m}{U}\right) = 20\log(1\pm m) \tag{3}$$

i praktycznie wynoszą około ± 1 dB, co odpowiada mniej więcej dokładności $\pm 10\%$. Wahania poziomu odczytu mogą ulec dalszemu zwiększeniu przy wadliwym przesuwie nośnika i złym styku taśmy z głowicą. Przy taśmach produkowanych specjalnie z przeznaczeniem dla celów rejestracji „danych" [49], wartość $g = \pm 3\%$ w ramach jednej rolki taśmy, zaś między poszczególnymi rolkami może dojść do $+10\%$.

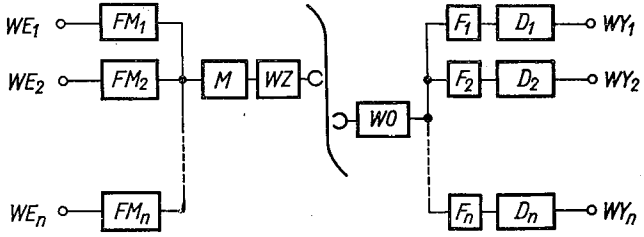
Górny zakres przenoszonego pasma częstotliwości zależy od prędkości przesuwu nośnika v i najmniejszej długości fali λ, jaką system może zarejestrować przy ustalonych wartościach pozostałych parametrów, według relacji:

$$f_{max} = v \frac{1}{\lambda_{min}}. \tag{4}$$

W praktycznych układach λ_{min} ma wartość od 15 μm do 5 μm, a nawet do 2 μm [50], co zależy głównie od jakości taśmy i głowic magnetycznych oraz wymaganej dynamiki odczytu. Pozwala to przy maksymalnej prędkości przesuwu taśmy, jaka jest stosowana w aparaturach rejestrujących „dane", wynoszącej $v = 3{,}05$ m/sec, uzyskać pasmo częstotliwości do 1,5 MHz [50], [51].

4. ZAPIS TELEMETRII WIELOKROTNEJ FM

Rejestracja na jednym śladzie magnetycznym wielu „danych", z których każdy moduluje częstotliwościowo swój przebieg nośny o odpowiednio stopniowanych częstotliwościach, jest wykonywana techniką analogową zapisu bezpośredniego. Zapis wymieszanych kanałów (rys. 5) na

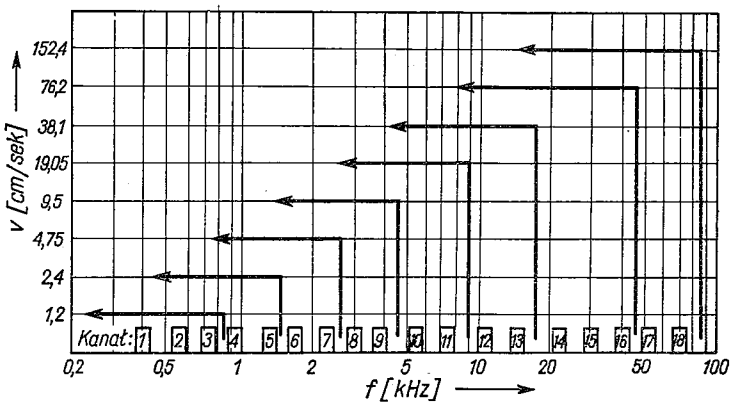


Rys. 5. Zapis bezpośredni przebiegów telemetrii wielokrotnej FM

Oznaczenia: *FM* — modulator FM, *M* — układ mieszający, *WZ* — wzmacniacz zapisu, *WO* — wzmacniacz odczytu, *F* — filtry kanałowe, *D* — demodulatory, *WE* i *WY* — zaciski wejściowe i wyjściowe

taśmie musi być wolny od zniekształceń, gdyż harmoniczne kanałów dolnego pasma mogłyby przejść przez filtry selektywne odczytu do wyższych kanałów, powodując przesłuch międzykanałowy. Z tych względów poszczególne przebiegi nośne generowane muszą być bez harmonicznych. Poszczególne częstotliwości przebiegów nośnych oraz pasmo częstotliwości modulujących są ustalone normami IRIG [52], [53], [54] (Inter-Range Instrumentation Group) i zestawione w tablicy 1. Znormalizowane są także wartości dewiacji częstotliwości nośnej, ustalone na 7,5% oraz 15%, w zależności od ilości kanałów rejestrowanych na śladzie magnetycznym, przy czym przy dewiacji 15% co drugi kanał odpada i zajęte mogą być kanały *A*, *C* i *E* lub tylko *B* i *D*. W zależności od prędkości przesuwu nośnika (rys. 6)

na jednym śladzie można zarejestrować do 18 kanałów. Trzeba tutaj zwrócić uwagę na to, że poszczególne kanały nie są równe, gdyż pasma przenoszonych częstotliwości rosną przy wyższych kanałach.



Rys. 6. Rozkład poszczególnych kanałów telemetrii wielokrotnej FM w funkcji szerokości pasma częstotliwości aparatury rejestrującej i jej prędkości przesuwu, zgodnie z normami IRIG

Tablica 1

Kanał	f_{max} [Hz]	F [kHz]	
1	6	0,40	$\Delta F = \pm 7{,}5\%$
2	8,4	0,56	
3	11	0,73	
4	14	0,96	
5	20	1,30	
6	25	1,70	
7	35	2,30	
8	45	3,00	
9	59	3,90	
10	81	5,40	
11	110	7,35	
12	160	10,50	
13	220	14,50	
14	330	22,00	
15	450	30,00	
16	600	40,00	
17	790	52,00	
18	1050	70,00	
A	660	22	$\Delta F = \pm 15\%$
B	900	30	
C	1200	40	
D	1600	52	
E	2100	70	

Przy tak małej dewiacji ΔF przebiegu nośnego rosną bardzo wymagania odnośnie do stałości prędkości przesuwu nośnika. Jeśli wahania prędkości wynoszą na przykład $\delta v = 0{,}2\%$, to powstały błąd [55] wynikający ze stosunku

$$\frac{\delta v[\%]}{\Delta F[\%]} 100 \tag{5}$$

wyniesie około 2,65% przy dewiacji 7,5%, oraz 1,33% przy dewiacji 15% Wahania prędkości taśmy nie dają się w zupełności wyeliminować i każdy sygnał po detekcji obarczony jest wskutek tego szumami. Przy prędkości $v = 152{,}4$ cm/sec jest on rzędu -50 dB. Szum ten wzrasta, gdy prędkość maleje i przy $v = 38{,}1$ cm/sec wynosi już około -40 dB.

System telemetrii wielokanałowej FM musi być wyposażony w wysokiej jakości filtry rozwidlające o częstotliwościach środkowych równych częstotliwościom nośnym znormalizowanym przy zapisie. W całym torze zapisu i odczytu filtry stanowią ogniwo wnoszące największe przesunięcia fazowe. Idealny filtr posiada charakterystykę amplitudową i fazową prostą w funkcji częstotliwości w roboczym pasmie. Odchylenia charakterystyki amplitudowej filtru od takiego idealnego przebiegu nie są tak groźne jak odchylenia fazowe, które powodują zniekształcenia. Dobrze zaprojektowane układy mają charakterystykę amplitudową wystarczająco płaską, a odchylenie charakterystyki fazowej przy dewiacji 15% w pasmie 70 kHz jest rzędu $1° \div 2°$.

Generacja przebiegów nośnych w zakresie częstotliwości do około 20 kHz odbywa się w konwencjonalnych oscylatorach typu Hartleya lub Colpitta, sterowanych poprzez stopień z lampą reaktancyjną. Oscylatory te zapewniają uzyskanie drgań wolnych od harmonicznych. Dewiacja ΔF poszczególnych przebiegów nośnych jest proporcjonalna do amplitudy sygnałów sterujących reprezentujących „dane". Zakres częstotliwości nośnych od 20 kHz do 70 kHz pokryty zostaje najczęściej drganiami otrzymanymi z multiwibratorów, przy czym zakres do 40 kHz włącznie musi być starannie filtrowany od harmonicznych. W zakresie stosowanych dewiacji generatory te zapewniają wymaganą liniowość.

5. REJESTRACJA TECHNIKĄ FM

Zmodulowany częstotliwościowo przebieg elektryczny zawiera informację odpowiadającą rejestrowanym „danym" w dewiacji częstotliwości, czyli w przesunięciu miejsc zerowych chwilowego przebiegu nośnego. W związku z tym istotne jest, aby układ rejestracji tak w czasie zapisu, jak i w czasie odczytu nie wprowadzał dodatkowej modulacji częstotliwości, przesuwającej te miejsca zerowe. Wynika z tego, że system rejestracji techniką FM jest bardzo czuły na wahania prędkości przesuwu,

objawiające się przy odczycie w postaci niepożądanych szumów, pogarszających dynamikę. Ponieważ poziom tych szumów jest proporcjonalny do tej niepożądanej modulacji, czyli do wahań prędkości przesuwu δv, zaś poziom użyteczny do dewiacji ΔF_0, więc można zapisać, że wyrażenie na dynamikę sygnału po odczycie, uwzględniające ten wpływ, jest zgodne z zależnością:

$$D\,[\mathrm{dB}] = 20\log = \frac{\Delta F_0}{\delta v}, \tag{6}$$

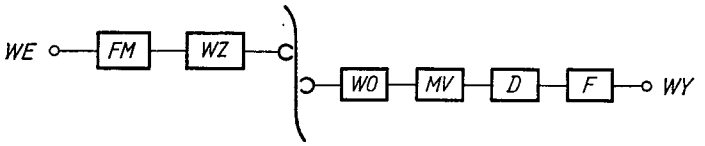
gdzie wartości ΔF i δv są podane w %.

Zależność (6) mówi, że dużą wartość dynamiki zapisu i odczytu można uzyskać zarówno dzięki małej wartości δv, jak i przede wszystkim przez zastosowanie dużej wartości dewiacji ΔF_0. Z tych względów w systemie szerokopasmowym rejestracji FM stosuje się dewiację rzędu 40%, tzn. że wartość $\Delta F_0 = 0{,}4\ F_0$, a nawet większą — do 75%. W tablicy 2 są zestawione znormalizowane częstotliwości nośne dla poszczególnych prędkości przesuwu nośnika.

Tablica 2

Prędkość $\left[\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}\right]$	F[kHz]	f_{max}[kHz]
152,4	108	0—20
76,2	54	0—10
38,1	27	0—5
19,05	13,5	0—2,5
9,5	6,75	0—1,25
4,75	3,38	0—0,63

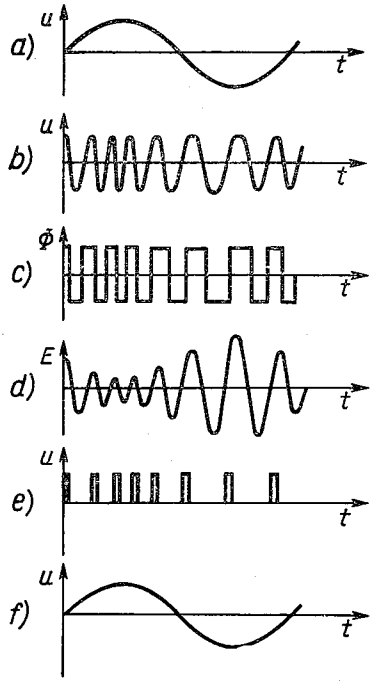
Schemat blokowy szerokopasmowej rejestracji FM przedstawia rys. 7. Sygnał wejściowy reprezentujący „dane" moduluje częstotliwościowo nośną oscylatora *FM*, która wzmocniona we wzmacniaczu zapisu *WZ*



Rys. 7. Schemat blokowy szerokopasmowej rejestracji techniką FM
Oznaczenia: *FM* — modulator FM, *WZ* i *WO* — wzmacniacz zapisu i odczytu, *MV* — multiwibrator, *D* — demodulator, *F* — filtr wyjściowy

zostaje zarejestrowana na taśmie aż do stanu nasycenia. Jako generatory stosuje się najczęściej zmodyfikowane układy fantastronów, zapewniające wymaganą liniowość pracy w szerokim zakresie dewiacji. Sygnał odczytu z głowicy odczytującej zostaje wzmocniony i ograniczony we

wzmacniaczu-ograniczniku *WO*. Zakres ogranicznika dla właściwego wysterowania dalszego członu jest rzędu 60 dB, co zapewnia poprawną pracę przy dużych zmianach amplitudy sygnału odczytu, nawet przy wielokrotnym zmniejszeniu prędkości przesuwu. Następnie w tzw. multiwibratorze jednostrzałowym zostają wytworzone impulsy o jednakowej szerokości i wysokości, których gęstość odpowiada częstotliwości odczytanego sygnału. Istnieją układy generujące na każdy okres jeden lub dwa impulsy. Drugi przypadek jest korzystniejszy ze względu na łatwiejsze wykonanie filtru wyjściowego. Filtr dolnoprzepustowy *FDP* ma górną częstotliwość graniczną równą około $0{,}2\,F_0$. Zamienia on powyższe impulsy drogą uśrednienia na właściwy sygnał wyjściowy, jak to ilustruje rys. 8.



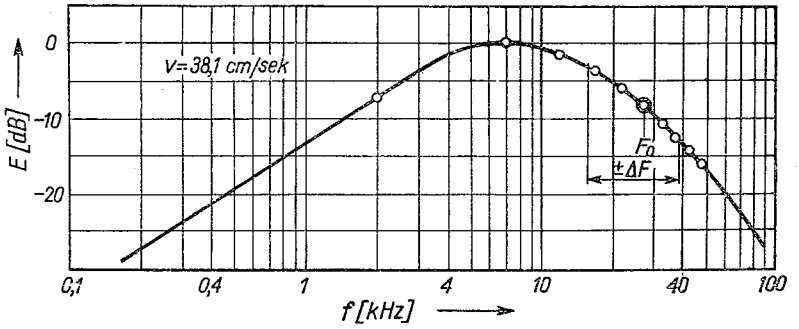
Rys. 8. Przebiegi elektryczne przy rejestracji techniką FM:

a) wejściowy sygnał analogowy, b) przebieg zmudulowany częstotliwościowo wejściowym sygnałem, c) idealny przebieg strumienia zapisu, d) praktyczny przebieg *SEM* odczytu, e) rozkład generowanych impulsów w jednostrzałowym multiwibratorze, f) analogowy sygnał wyjściowy po detekcji

Zapisu dokonuje się przy takiej prędkości przesuwu, aby długość fali przebiegu nośnego znalazła się na opadającej części krzywej strumienia pozostałości magnetycznej nośnika. Dzięki temu wyższe częstotliwości widma rejestrowanego są zapisane, a następnie odczytane z malejącą amplitudą (rys. 9) i istniejące harmoniczne zostają obcięte lub przynajmniej stłumione. Ponieważ rejestracja odbywa się bez dodatkowego prądu podkładu w.cz., który obniża skuteczność zapisu najkrótszych fal, przebieg *SEM* odczytu opada łagodniej i ma dzięki temu korzystniejszy przebieg niż przy zapisie bezpośrednim.

Wahania czułości nośnika magnetycznego, będące w zapisie bezpośrednim źródłem niepożądanej modulacji amplitudy rejestrowanych „da-

nych", w systemie rejestracji FM są bez znaczenia. Dokładność amplitudowa zależy głównie od jakości procesu modulacji a także demodulacji i w najgorszym przypadku jest rzędu 1÷2%.



Rys. 9. Przebieg *SEM* odczytu w funkcji częstotliwości przy rejestracji „danych" z prędkością 381 mm/sec

Oznaczenia: F_0 — częstotliwość nośna FM 27 kHz, ΔF — dewiacja ±40% w stanie quasi-statycznym, *o* — punkty wstęg bocznych da f = 5 kHz (na skutek przeoczenia brak punktu „*o*" przy f = 52 kHz)

Zakres częstotliwości kanału aparatury rejestrującej musi przenieść całe pasmo częstotliwości B_{max} widma FM. Szerokość tego widma częstotliwości związana jest zarówno z głębokością wysterowania, a więc dewiacją ΔF_0, jak również zależy od częstotliwości f sygnału modulującego. Przebieg zmodulowany częstotliwościowo ma postać:

$$e = E\left[\cos 2\pi F_0 + \left(\frac{\Delta F_0}{f}\right)\sin 2\pi f\right], \tag{7}$$

gdzie wyrażenie $\frac{\Delta F_0}{f}$ zwane jest wskaźnikiem dewiacji [56].

Znajomość wskaźnika dewiacji pozwala za pomocą tabel z funkcjami Bessela wyznaczyć wartości amplitud powstałych w wyniku modulacji wstęg bocznych, a następnie szerokość pasma B przebiegu (7) zmodulowanego częstotliwościowo. Wstęgi boczne na osi częstotliwości rozmieszczone są po obu stronach częstotliwości nośnej F_0 w równych odległościach f. Jeżeli częstotliwość f jest mała, wstęgi zagęszczają się w pobliżu F_0, gdy częstotliwość f wzrasta, wstęgi te oddalają się od siebie i od nośnej F_0, zajmując szersze widmo. W przyjętym systemie, zgodnie z wartościami w tablicy 2, wskaźnik dewiacji $\frac{\Delta F_0}{f} = 2{,}16$. Z dużym przybliżeniem można przyjąć, że ilość istotnych pod względem amplitudy wstęg bocznych przy maksymalnej częstotliwości modulującej f_{max} wynosi 5. W związku z tym, maksymalna szerokość B_{max} widma przebiegu zmodulowanego częstotliwościowo sygnałem $f^{\cong}$ wynosi:

$$B_{max} = 10 f_{max} \approx F_{max}. \tag{8}$$

Chwilowe wartości częstotliwości tego widma wynoszą zatem:

$$F = F_0 \pm 5f_{max}. \tag{9}$$

Jeśli dla przykładu przebieg *SEM* odczytu przy prędkości $v = 38{,}1$ cm/sec odpowiada krzywej na rys. 9, wówczas zgodnie z normami (tablica 2) stosuje się częstotliwość nośną $F_0 = 27$ kHz, wielkość dewiacji wynosi $\Delta F_0 = 0{,}4 \cdot 27 = 10{,}8$ kHz, a maksymalna częstotliwość sygnału modulującego $f_{max} = 5$ kHz. Stąd $B_{max} = 50$ kHz oraz $F_{min} = 2$ kHz, a $F_{max} = 52$ kHz. Obliczone pasmo obejmuje więc 5 wstęg bocznych, które zaznaczone są kółeczkami. Z wykresu na rys. 9 wynika, że zmiany poziomu odczytanego przebiegu mogłyby być mniejsze, gdyby F_0 usytuować w punkcie maksymalnej wartości *SEM*. Lecz w takim przypadku znaczna część dolnego zakresu widma przebiegu zmodulowanego zostałaby obcięta, co pogorszyłoby dokładność i wierność zapisu.

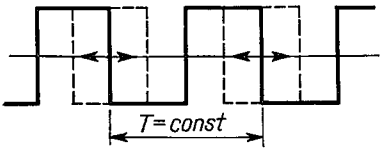
6. REJESTRACJA TECHNIKĄ PDM

Rejestracja przebiegów elektrycznych prostokątnych modulowanych w szerokości lub czasie trwania impulsu (PDM), odbywa się w dwóch wariantach: z ciągłą falą nośną oraz w systemie z komutacją. W obu systemach informacja odzwierciedlająca amplitudę sygnału rejestrowanego zawarta jest w zmieniającej się szerokości impulsów o stałej amplitudzie, które rejestrowane są z nasyceniem śladu nośnika. System pierwszy charakteryzuje się szerszym pasmem częstotliwości i na jednym śladzie zarejestrowany zostaje jeden sygnał. Drugi system, znacznie częściej stosowany, używany jest wszędzie tam, gdzie ilość sygnałów, jakie mają być zarejestrowane na jednym śladzie, jest duża, a górna częstotliwość każdego z nich bardzo mała.

Dla realizacji tych zadań stosuje się odpowiednie modulatory i konwertery [57], [58].

6.1. System z ciągłą falą nośną

Zasada pracy w tym systemie polega na stosowaniu ciągłej fali impulsów prostokątnych o stałym okresie T, których czoła opadające w takt



Rys. 10. Przesuwanie czół opadających przebiegu prostokątnego w takt analogowego sygnału wejściowego, w systemie PDM z modulacją szerokości impulsów

amplitudy sygnału modulującego przesuwane zostają w lewo lub w prawo (rys. 10). Zgodnie z matematycznym szeregiem Fouriera przebieg prostokątny o stałym okresie T zmodulowany w szerokości impulsu zawiera

szerokie widmo drgań częstotliwości harmonicznych o malejących amplitudach, które można przedstawić [59] równaniem:

$$u = U_m\left[2a-1+\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n}\sin(na\pi)\cdot\cos(n\Omega_0 t)\right], \tag{10}$$

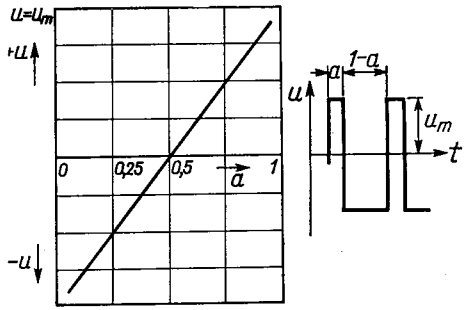
gdzie:
Ω_0 — pulsacja powtarzania fali nośnej,
a — współczynnik symetrii przebiegu prostokątnego,
n — ciąg liczb naturalnych.

W interesującym nas zakresie modulacji szerokości impulsów, współczynnik a spełnia warunek:

$$0 < a < 1. \tag{11}$$

Przy braku modulacji wartość współczynnika a wynosi 0,5 i zgodnie z (10) przebieg ten zawiera tylko nieparzyste harmoniczne, co przedstawia symetryczny ciąg impulsów prostokątnych. W warunkach modulacji i przy spełnieniu zależności (11) jest $a \gtrless 0{,}5$. Wskutek tego w przebiegu (10) pojawią się harmoniczne parzyste, w których głównie zawarta jest informacja „danych". Demodulacja takiego przebiegu uzyskiwana jest przy pomocy filtru dolnoprzepustowego o odpowiedniej stałej czasowej. Wolnozmienna amplituda sygnału wyjściowego określona jest zależnością (wykres na rys. 11) wynikającą z (10):

$$U = U_m(2a-1). \tag{12}$$



Rys. 11. Średnia wartość przebiegu prostokątnego zmodulowanego w szerokości impulsu [$U = f(a)U_m = \text{const}$]

Warunek dokładności wymaga rejestracji na taśmie przynajmniej pięciu parzystych harmonicznych przebiegu zmodulowanego. Stąd szerokość pasma aparatury rejestrującej powinna obejmować częstotliwość:

$$F_{max} = 10F_0, \tag{13}$$

gdzie: F_0 — częstotliwość powtarzania impulsów.

Wymaganie to stanowi znaczną przeszkodę w szerokim stosowaniu tego systemu. Teoretycznie przebieg modulujący o częstotliwości f jest

w pełni określony wartościami dyskretnymi, jeśli częstotliwość ich powtarzania $F_0 = 2 f_{max}$, W praktyce, dla łatwiejszego wykonania filtru wyjściowego, przyjmuje się $F_0 = 6 f_{max}$. Stąd:

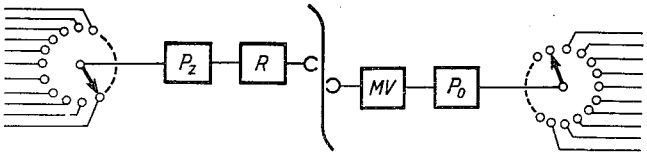
$$F_{max} = 60 f_{max}. \tag{14}$$

Jeśli wziąć pod uwagę stosunek maksymalnej częstotliwości F_{max}, jaki układ rejestracji musi przenieść, do maksymalnej częstotliwości f_{max} sygnału „danych" w systemie PDM [wzór (14)] oraz FM [wzór (8)], to wynika z tego, że system rejestracji PDM z ciągłą falą nośną ma częstotliwość graniczną sygnału średnio 6-krotnie mniejszą od systemu FM.

Mimo tej wady system PDM ma jednak szereg zalet. Pracuje pewnie nawet przy stosunkowo dużych i wolnych wahaniach prędkości przesuwu nośnika, przy których system FM bez specjalnych, dość skomplikowanych układów kompensacyjnych całkowicie zawodzi. Dalsze zalety, to prosty sposób demodulacji przy pomocy filtru dolnoprzepustowego, dalej możliwość odczytu przy tej samej co przy zapisie prędkości lub każdej innej, w celu uzyskania zmiany skali czasowej, co wymaga jedynie zmiany wartości filtru wyjściowego.

6.2. System PDM z komutacją

Szersze zastosowanie znalazł system rejestracji PDM z komutacją, używany do zapisu wielu wolnozmiennych przebiegów „danych" na jednym śladzie. Zasada działania pokazana jest na rys. 12. Kanały, z których



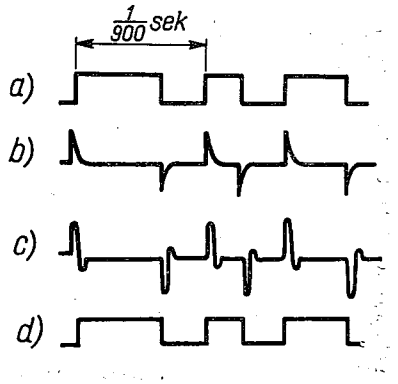
Rys. 12. Schemat blokowy rejestracji w systemie komutowanym PDM
Oznaczenia: P_z — przetwarzacz zapisu, P_0 — przetwarzacz odczytu, R — człon różniczkujący, MV — multiwibrator

każdy zawiera jedną informację, dołączone są do kolejnych zacisków przełącznika elektronowego. Trzy pozycje na jeden cykl komutacji zarezerwowane są na cechowanie. Jedna z tych pozycji ma potencjał równy zeru, druga pełne napięcie kalibracyjne, a trzecia impulsy synchronizujące. Umożliwiają one kompensację pełzania zera i wzmocnienia oraz synchronizację komutacji odczytu. Przy każdej pozycji komutatora wytwarzany jest impuls, którego szerokość na wyjściu przetwarzacza zapisu P_z jest proporcjonalna do amplitudy sygnału kanału. Ilość impulsów wynika z ilości obrotów i ilości zacisków komutatora. Przy znormalizowanej ilości impulsów, wynoszącej 900 na sec [61], przyjęto następujące warianty:

30	obrotów/sec	komutatora	30	pozycjowego
20	„	„	45	„
15	„	„	60	„
10	„	„	90	„

Jeśli przyjąć sześć wartości dyskretnych na jeden okres sygnału „danych", to częstotliwości kanałów mogą wynosić najwyżej odpowiednio: 5, $3\frac{1}{3}$, 2,5, $1\frac{2}{3}$ Hz dla poszczególnych wariantów komutacji.

Wytworzone na wyjściu P_z impulsy mają stałą amplitudę oraz czas trwania od 90±30 do 700±50 μsec, przy standardzie 900 impulsów na sekundę (rys. 13a). Zostają one przyłożone do członu różniczkującego, a na-



Rys. 13. Przebiegi elektryczne w systemie PDM z komutacją:

a) przebieg impulsów prostokątnych o modulowanej szerokości, lecz o stałym okresie, na wyjściu przetwarzacza zapisu, b) po zróżniczkowaniu i zapisie na taśmie, c) po odczycie, d) na wyjściu multiwibratora

stępnie zarejestrowane na taśmie (rys. 13b). Dzieje się tak dlatego, gdyż zapis impulsów prostokątnych wymagałby podwójnego różniczkowania przy odczycie dla uzyskania odpowiedniej stromości przebiegu, co czyni układ podatnym na zakłócenia zewnętrzne. Po odczycie (rys. 13c) następuje przywrócenie pierwotnych kształtów impulsów o modulowanej szerokości, w multiwibratorze *MV*. Następnie przetwarzacz odczytu P_o odtwarza impulsy o stałej szerokości, lecz różnej amplitudzie i podaje je na właściwe wyjścia kanałów odczytu, gdzie przy pomocy filtrów dolnoprzepustowych wydzielone zostają pierwotne przebiegi „danych".

7. SYSTEM REJESTRACJI TECHNIKĄ CYFROWĄ

Sygnał analogowy reprezentujący „dane" przetwarzany zostaje w tzw. konwerterach analogowo-cyfrowych na formę impulsową w odpowiednim kodzie, przeważnie dwójkowym. Każdej wartości dyskretnej przetworzonego sygnału analogowego przyporządkowana jest grupa impulsów. Wartość cyfrowa tych impulsów odpowiadająca dyskretnej wartości sygnału analogowego jest określona odpowiednią kolejną konfiguracją stanów „1" i „0", które zarejestrowane są na taśmie szeregowo (kolejność

czasowa), na jednym śladzie, lub równolegle (kolejność śladowa), na wielu śladach. Ilość śladów w drugim przypadku musi być co najmniej równa maksymalnej ilości bitów w grupie. Najczęściej aparatury rejestrujące wyposażone są w 7 lub 14 kanałów, na taśmie o szerokości 12,5 mm lub 25 mm. Stosowany jest również system mieszany, polegający na rejestracji części impulsów szeregowo, a części równolegle.

Istotnym warunkiem, jaki musi być spełniony w zapisie cyfrowym, jest zapewnienie odczytu wszystkich zarejestrowanych impulsów. Opuszczenie impulsu może spowodować poważne błędy. Stąd wywodzą się maksymalne wymagania odnośnie jakości samego nośnika, jego wahań czułości, a zwłaszcza „dziur magnetycznych" (drop-outów). Zazwyczaj dodatkowy ślad przeznacza się na układ wykrywania tego rodzaju usterek.

Rejestracja następuje z nasyceniem śladu nośnika magnetycznego w systemie RZ („z powrotem do zera") lub NRZ („bez powrotu do zera"). Stan „zero" oznacza tutaj zerowy stan namagnesowania śladu nośnika.

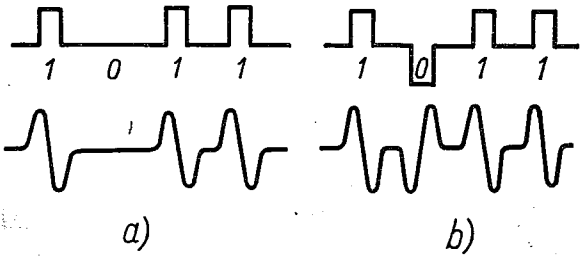
7.1. Metoda RZ

Przy stosowaniu metody RZ prąd w głowicy zapisującej przy nieobecności impulsu na wejściu ma wartość zerową, do której zawsze wraca po skończonym impulsie. Pojawienie się impulsu „1" magnesuje nośnik do stanu nasycenia. Impulsy mają jak najkrótszy czas narastania i opadania. Czas ich trwania zależy głównie od parametrów nośnika i głowic i stanowi kompromis między maksymalną amplitudą *SEM* odczytu a odcinkiem zużytej do tego taśmy. W praktyce dobiera się czas trwania impulsów taki, aby długość śladu nasyconego magnetycznie nośnika wynosiła 25 μm $\pm 50\%$. Przy prędkości taśmy $v = 305$ cm/sec czas ten ma wartość od 4,1 μsec do 12,3 μsec.

Stosuje się dwa warianty rejestracji metodą RZ. W jednym wariancie impuls w głowicy rejestrującej, skierowany w jednym kierunku, reprezentuje stan „1" cyfrowego sygnału wejściowego, zaś brak impulsu, tzn. gdy prąd w głowicy nie płynie, stan „0" na wejściu. W związku z tym układ w systemie szeregowym nie jest samosynchronizujący i wymaga dodatkowgo śladu na rejestrację impulsów synchronizacji. W drugim wariancie stan „0" przebiegu wejściowego jest impulsem ujemnym i powoduje przepływ prądu zapisu w kierunku przeciwnym niż w przypadku stanu „1", i ten układ może być wykorzystany do samosynchronizacji. Rys. 14 przedstawia oba warianty dla optymalnego czasu trwania impulsów wejściowych. Przy dłuższych czasach trwania impulsów wejściowych dwukierunkowy impuls *SEM* odczytu wykazywałby załamanie przy przejściu przez zero, powodując jego rozdzielenie na dwa impulsy, dodatni i ujemny.

Przy rejestracji równoległej cyfrowe sygnały wejściowe obu wariantów mogą zapewnić pracę z samosynchronizacją.

W wersji zmodyfikowanej, wykorzystującej całkowitą krzywą magnesowania można uzyskać wyższą wartość *SEM* odczytu, jeśli zastosować układ, w którym przy braku impulsu wejściowego w głowicy zapisującej



Rys. 14. Metody rejestracji RZ („z powrotem do zera") przy optymalnym czasie trwania impulsów:
a) wariant pierwszy: „1" — impuls, „0" brak impulsu, b) wariant drugi: „1" — impuls dodatni, „0" — impuls ujemny. Przebiegi górne przedstawiają prąd zapisu, dolne zaś *SEM* odczytu

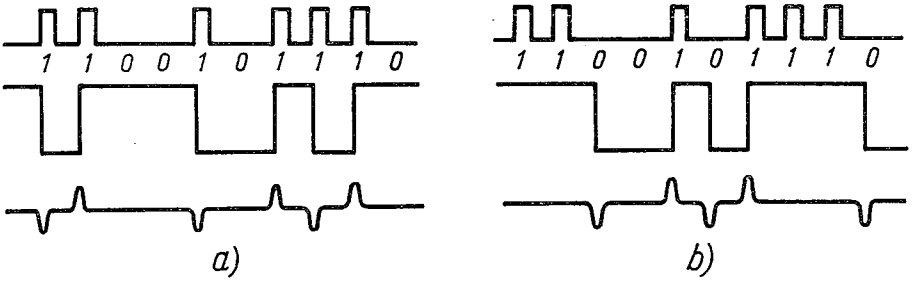
płynie stały, zawsze w tym kierunku skierowany prąd podkładu, powodujący namagnesowanie nośnika do stanu nasycenia w jednym kierunku. Impuls wejściowy powoduje przemagnesowanie nośnika do nasycenia w drugim kierunku. Po zniknięciu impulsu wejściowego stan magnetyczny nośnika wraca do nasycenia w kierunku pierwotnym, i dlatego system ten zwany jest także systemem rejestracji „z powrotem do podkładu". Przeważnie stosuje się do tego celu głowicę zapisującą z dwoma uzwojeniami lub z uzwojeniem dzielonym, z odczepem w środku. Jedna część uzwojenia jest zasilana stałym prądem podkładu, druga zaś sygnałem wejściowym.

7.2. Metoda NRZ

Przy tej metodzie pracuje się z dwoma stanami nasycenia nośnika, wywołanymi impulsami wejściowymi.

Istnieją tutaj również dwa warianty pracy. W pierwszym, każdorazowe pojawienie się impulsu „1" na wejściu, dzięki odpowiednim układom przerzutników wzmacniacza zapisu, powoduje zmianę kierunku prądu w głowicy zapisującej, a więc i zmianę polaryzacji namagnesowania śladu nośnika, wobec czego impulsy *SEM* odczytu są na przemian dodatnie i ujemne (rys. 15a). Impulsy wejściowe „0" nie powodują żadnych zmian stanu namagnesowania nośnika. W wariancie drugim zmiana polaryzacji prądu zapisu i strumienia na taśmie następuje wtedy, gdy zmienia się impuls wejściowy z wartości „1" na wartość „0" lub na odwrót. W tym wariancie wartościom „1" odpowiada jeden stan namagnesowania nośni-

ka, a wartościom „0" stan drugi, o polaryzacji przeciwnej. Impulsy *SEM* odczytu są również o tym samym kierunku dla wejścia „1", a o przeciwnym dla wejścia „0".



Rys. 15. Metoda rejestracji NRZ („bez powrotu do zera") przy optymalnym czasie trwania impulsów:
a) wariant pierwszy — zmiana polaryzacji prądu i strumienia tylko przy pojawieniu się „1",
b) wariant drugi — zmiana polaryzacji prądu zapisu oraz strumienia na taśmie przy zmianie „1" na „0" lub odwrotnie. Przebiegi górne są sygnałem cyfrowym, środkowe ilustrują przebieg prądu i strumienia nośnika, a dolne *SEM* odczytu

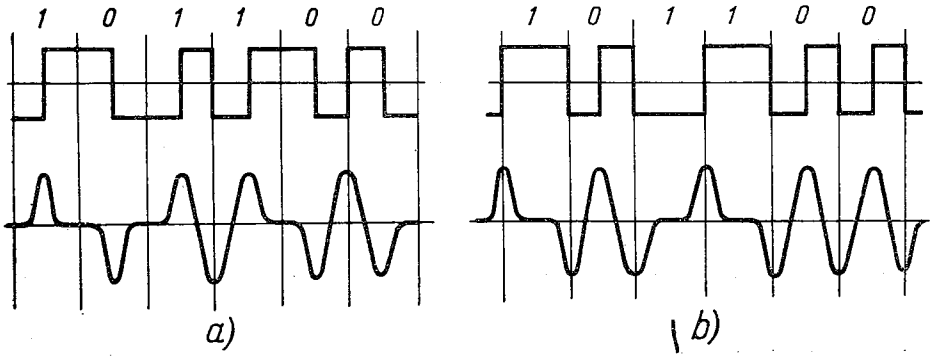
W obu wariantach przy zapisie szeregowym układ nie jest samosynchronizujący. Przy rejestracji równoległej impulsów kolejnych grup, mogą one zapewnić samosynchronizację.

7.3. Gęstość rejestrowanych impulsów

Względy ekonomiczne przemawiają za zmieszczeniem możliwie maksymalnej ilości impulsów informacji cyfrowej na minimum gabarytu nośnika. W warunkach eksploatacji aparatury ogranicza się to tylko do możliwie dużej ilości zarejestrowanych impulsów na jednostkę długości nośnika. Ogólnie można powiedzieć, że metoda NRZ zapewnia nieco większą gęstość rejestracji niż metoda RZ.

Jako wartość maksymalną stosuje się obecnie od 30 do 40 bitów na 1 mm długości śladu magnetycznego. Przy zwiększaniu gęstości impulsów lub zmniejszaniu odległości między nimi pogarsza się rozdzielczość ich odczytu oraz maleje szczytowa wartość *SEM* odczytu, która zależy wówczas w znacznym stopniu od rozmieszczenia kolejnych „1" i „0". W celu uniezależnienia wartości *SEM* odczytu od konfiguracji sygnału cyfrowego powstały odmiany metod rejestracji ([68] str. 127), ograniczające wahania *SEM* odczytu i dające dodatkowo większą pewność właściwego odczytu zarejestrowanych impulsów. Dwie metody używane są najczęściej: 1) metoda „przesuwania lub modulacji fazy" oraz 2) metoda „podwajania częstotliwości" [62]. Obie metody przy rejestracji NRZ ilustrują rys. 16a i b, dla przypadku średniej gęstości impulsów sygnału wejściowego. Wymagają one przyporządkowania każdemu bitowi oddzielnej bramki, w ramach której istnieje przynajmniej jedna zmiana polaryzacji, przy czym stosunek maksymalnej do minimalnej odległości im-

pulsów nie przekracza wartości 2. W pierwszej metodzie o charakterze zarejestrowanego impulsu decyduje wartość *SEM* w środku bramki, na przykład wartość dodatnia *SEM* oznacza „1", zaś ujemna „0". Natomiast



Rys. 16. Zmodyfikowane metody rejestracji NRZ:
a) metoda „przesuwania lub modulacji fazy", b) metoda „podwajania częstotliwości". Górne przebiegi obrazują strumień zapisu, dolne zaś *SEM* odczytu

w drugiej metodzie decyduje o tym, czy zarejestrowana jest „1", czy „0" wartość *SEM* w miejscach granicznych. Obie metody są podobne, lecz druga [63] wymaga prostszego układu elektronicznego. Zapewniają one samosynchronizację.

Ilość skomutowanych w czasie 1 sekundy wartości dyskretnych sygnału analogowego i zarejestrowanych na określonej powierzchni czynnej śladu magnetycznego, zależy od parametrów układu rejestrującego i przyjętego kodu. Odgrywa tutaj zasadniczą rolę jakość nośnika i prędkość przesuwu oraz zdolność rozdzielcza układu zapisującego i odczytującego, jak również przyjęta długość tzw. słowa, czyli ilość impulsów w grupie. Określona ona może być zależnością:

$$I = gv\frac{n}{b}, \tag{15}$$

gdzie:

I — ilość dyskretnych wartości sygnału analogowego „danych" odwzorowanych cyfrowo w czasie 1 sekundy,
g — gęstość bitów na 1 mm długości nośnika,
v — prędkość przesuwu nośnika w mm/sec,
b — ilość bitów w grupie,
n — ilość śladów użytych na taśmie.

Jeśli przyjąć maksymalną ilość bitów stosowaną w najnowocześniejszych aparatach obecnie produkowanych, wynoszącą $g = 40$ bitów/mm, oraz prędkość $v = 762$ mm/sec i kod 7-bitowy, wówczas w zapisie szere-

gowym ($n = 1$) $I = 435$ wartości dyskretnych zarejestrowanych w ciągu 1 sekundy.

System rejestracji cyfrowej szeregowej wymaga najwyżej dwóch śladów, przy czym drugi służy dla celów synchronizacji. Posiada więc po dwa wzmacniacze zapisu i odczytu oraz głowice dwuśladowe i wykonywany jest na taśmie wąskiej. Rejestracja równoległa wymaga głowicy wielośladowej i odpowiedniej do ilości śladów ilości wzmacniaczy i wykonywana jest w związku z tym na odpowiednio szerokiej taśmie. Rejestracja dużej ilości śladów na taśmie szerokiej wymaga dużej precyzji mechanizmu przesuwu. W wielu przypadkach system rejestracji mieszanej szeregowo-równoległej może być bardziej korzystny i ekonomiczny.

8. POJEMNOŚĆ INFORMACJI POSZCZEGÓLNYCH METOD REJESTRACJI

Porównanie ilości informacji (pojemności informacji), jaka może być zarejestrowana na określonej powierzchni czynnej nośnika magnetycz-

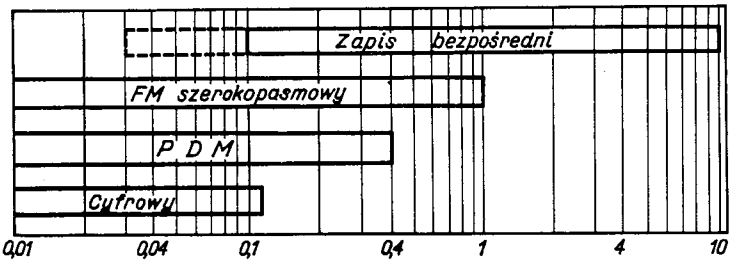
Tablica 3

System rejestracji	Zalety	Wady	Zastosowanie
Bezpośredni	1) szerokie pasmo 2) duża dynamika 3) prosta aparatura	1) mała dokładność w funkcji f 2) brak zakresu o 0 Hz 3) mała dokł. w funkcji wyster.	1) zapis dźwięków 2) zapis „danych" w szerokim pasmie częstotliwości
FM szerokopasmowy	1) zakres od 0 Hz 2) duża dynamika 3) duża dokł. w funkcji wysterowania 4) duża dokł. w funkcji f	1) wpływ wahań prędkości 2) mała górna f 3) rozbudowany układ elektroniczny (modulator + demodulator)	1) zapis „danych" o dużej dokładności i średnim pasmie częstotliwości
PDM	1) duża dokł. w funkcji wysterowania 2) duża dynamika 3) mały wpływ wahań prędkości	1) wąskie pasmo częstotliwości 2) rozbud. układ elektroniczny (modulator + formowanie)	1) zapis „danych" przy wąskim pasmie częstotliwości
Cyfrowy	1) najwyższa dokładność 2) niezależność od wahań prędkości taśmy	1) wąskie pasmo sygn. analog. 2) błędy wskutek „drop-outów" 3) rozbud. elektronika (konwertery)	1) zapis „danych" o maks. dokł. 2) współpraca z maszyną cyfrową

nego w omówionych systemach, może być tylko przybliżone. Dostarcza jednak pewnych wytycznych co do zastosowań poszczególnych metod rejestracji (tabl. 3), z których wynikają ciekawe wnioski.

Przeprowadzone porównanie polega na zliczeniu ilości okresów sygnału analogowego doprowadzonego do aparatury, jakie mogą zostać zarejestrowane przy określonych parametrach jakościowych poszczególnymi technikami rejestracji na powierzchni 1 cm² nośnika. Uwzględnić przy tym trzeba, że ilość śladów, jaka może być zastosowana, nie jest stała. Dla zapisu bezpośredniego oraz FM ilość śladów na taśmie o szerokości 1 cal wynosi 14, zaś dla zapisu w systemie PDM i cyfrowym, ze względu na mniejszy wpływ przesłuchów międzykanałowych, ilość śladów może być zwiększona do 32. Szerokość śladu magnetycznego w pierwszym przypadku wynosi około 1,2 mm, zaś w drugim około 0,6 mm, co daje średnio 5 śladów szerszych na 1 cm szerokości taśmy oraz 12 śladów węższych na 1 cm taśmy.

Dla metody cyfrowej przyjęto maksymalną ilość bitów/mm wynoszącą $g = 40$ bitów/mm, zaś dla pozostałych metod minimalną długość fali $\lambda_{min} = 5$ μm. Uzyskane wyniki zestawione są na wykresie na rys. 17.



Rys. 17. Szerokość pasma częstotliwości sygnału analogowego zarejestrowanego różnymi technikami na tym samym nośniku o pow. 1 cm²

Wynika z nich jasno, jak wysoką cenę płaci się za dokładność stosując do zapisu „danych" o formie analogowej system rejestracji cyfrowej.

Rozpowszechniona o taśmie magnetycznej opinia, że przy rejestracji cyfrowej stanowi ona zasobnik informacji o znacznie większej pojemności bitów niż inne systemy, jest całkowicie słuszna, gdyż odnosi się do porównania jej ze stosowanymi przy maszynach cyfrowych taśmami lub kartami dziurkowanymi, czy innymi systemami pamięci, jeszcze mniej wydajnymi. W porównaniu z systemami rejestracji analogowej, pojemność ta wypada mała. Najnowsze badania i prace idą w kierunku zwiększenia gęstości bitów/mm śladu nośnika. Pierwsze echa tych prac [64], [65], [66] stanowią rewelację, gdyż zapowiadają możliwość wielokrotnego zwiększenia wartości b. Między innymi informacja z firmy AMPEX [67]

zawiera wiadomość o zbudowaniu już obecnie modelu eksperymentalnego z gęstością bitów wynoszącą $b = 400$ bitów na 1 mm długości śladu magnetycznego nośnika.

Instytut Elektrotechniki

WYKAZ LITERATURY

1. Stille C.: Die elektromagnetische Schallaufzeichnung. — ETZ, Bd. 51, 1930, s. 449.
2. Meyer E., Schüller E.: Magnetische Schallaufzeichnung auf Stahlbänder. — Z. S. f. techn. Physik, Bd. 13, 1932, s. 593.
3. Hormann E.: Zur Theorie der magnetischen Tonaufzeichnung. — Elektr. Nachr. Technik, Bd. 9, 1932, s. 388.
4. Schüller E.: Magnetische Schallaufzeichnung. — ETZ, Bd. 56, 1935, s. 1219—21.
5. Lehmann H.: The DVL-Rudder Deflection Recorder. — ZWZ Forschungsberichte, 644/1936 — PB 38249.
6. Darragh J. B.: Flight Test Data Mechanically Recorded. — Aero Digest, vol. 37, no. 9, p. 96, September 1940.
7. Schaper H. B.: Frequency-modulated Magnetic Tape Transient Recorder. — Proc. IRE, vol. 33, no. 11, p. 753, November 1945.
8. Killian L. G.: Data Recording on Magnetic Tape. — Electronic Ind. a. Electronic Instrumentation, April 1948.
9. Booth A. D.: Magnetic Digital Storage System. — Electronic Eng., vol. 21, no. 7, p. 234, July 1949.
10. Boothe K. S.: Uses of Magnetic Tape Recording in Telemetering. — Instruments, vol. 23, no. 11, p. 1186, November 1950.
11. Zschekel H.: Schnellspeicher u. Grossspeicher der Informationsverarbeitungstechnik. — Feinwerktechnik, Februar 1963, s. 48—54.
12. Keen D. S.: The New Post Office Speaching Clock. — British Comunication a. Electronics, July 1963, p. 523—526.
13. Vogel P.: Speicherung von Impulsen. — Elektronik, May 1961, s. 142.
14. Maier H.: Magnetband-Registrier- u. Speichergeräte. — Elektronik, August 1955, s. 177, September 1955, s. 223.
15. Schreiber R.: Magnetbandeinheiten für die elektrische Dateverarbeitung. — ETZ-B, H. 22, 1964, s. 648—650.
16. Lukas E. D.: Miniature Tape Recorders. — Control Engineering, December 1964, p. 53—58.
17. Maier H. A.: Magnetband-Registriergeräte. — Elektronik, Oktober 1964, s. 307—311.
18. Pritchard J. P.: Instrumentation Wideband Magnetic Tape Recorder. — Electronic Engineering, December 1960, p. 762—766.
19. Neidhardt P.: Grundlagen und Möglichkeiten der automatischen Datenverarbeitungen in der analitischen Messtechnik. — Nachrichtentechnik, Mai/Juni 1963.

20. Axon P. E.: An Investigation into the Mechanism of Magnetic Tape Recording. — Proc. Instn. Elect. Engrs. 99, 109, 1952.
21. Daniel E. D., Axon P. E., Frost W. T.: A Survey of Factors Limiting the Performance of Magnetic Recording Systems. — Proc. Instn. Elect. Engrs. 104B, 158, 1957.
22. Westmijze W. K.: Studies on Magnetic Recording. — Philips Research Reports, vol. 8, pp. 148—157, 161—183, 245—289, 344—366, May, June, August a. October 1953.
23. Camras M.: Current Problems in Magnetic Recording. — Proc. IRE, vol. 50, p. 751—761, May 1952.
24. Wallace R. L. Jr.: The Reproduction of Magnetically Recorded Signals. — Bell System Technical Journal, vol. 50, p. 1145—1175, October 1951.
25. Clark D. L., Mervill L. L.: Field Measurement on Magnetic Recording Heads. — Proc. IRE, vol. 35, p. 1575—1579, December 1947.
26. Fann G. J.: A study of the Playback Process of a Magnetic Ring Head. — IBM Journal of Res. a. Devel., vol. 5, p. 321—325, October 1961.
27. Eldridge D. F.: Magnetic Recording a. Reproduction of Pulses. — IRE Nat. Conv. Record, pt. 9, p. 141—150, 1959.
28. Greiner J.: Der Aufzeichnungsvorgang beim Magnettonverfahren mit Wechselstromvormagnetisierung. — Berlin, VEB Verlag Technik 1953.
29. Krones F.: Die magnetische Schallaufzeichnung in Theorie und Praxis. — Wien, Technischer Verlag, 1952.
30. Altrichter E.: Das Magnetband. — Berlin, Verlag Technik 1958, Stuttgart, Berliner Union 1958.
31. Mittelstrass K. A.: Das Agfa-Magnettonband. — Fotokino Verlag, Halle 1958.
32. Barkouki M. F., Stein J.: Theoretical a. Experimental Evaluation of RZ a. NRZ Recording Characteristics. — Weston Convention Record, Pt. 4, 8, 1962.
33. Schulze G. H.: Tape Recording Errors. — ISA, May 1964, p. 61—66.
34. Mee C. D.: Magnetic Tape Recording Materials. — IEEE Trans. on Com. a. Electronics, p. 399—408, July 1964.
35. Templeton H. S., Bate G.: Peak-Schift Study in High-Density Tape Recording. — IEEE Trans. on Com. a. Electr., p. 429—432, July 1964.
36. Bate G., Templeton H. S., Wenner J. W.: An Experiment on the Effect of Particle Orientation on Peak Schift in Magnetic Tapes. — IBM Journal of Res. a. Devel., July 1962.
37. Willaschek K.: Magnetische Eigenschaften der Magnetbänder. — Nachrichtentechnik, April 1964.
38. Fay L. E.: Comment on the Calculation of the Field of a Magnetic Recording Head. — Proc. IEEE, May 1964.
39. Gronau Ł.: O normalizacji zapisu dźwięku na taśmie magnetofonowej. — Biuletyn Techniczny Radia i Telewizji, vol. 3, nr 1, 1958, s. 3—12, oraz vol. 3, nr 2, 1958, s. 22—28.
40. Gronau Ł.: Charakterystyki częstotliwości układów RC w technice zapisu dźwięków. — Biuletyn Techniczny Radia i Telewizji, vol. 4, nr 2, 1959, s. 13—24.
41. Guy P. J.: Equalization for Tape Recording and Reproduction. — Electronic Engineering, September 1962, p. 588—594, October 1962, p. 688.
42. Teer K.: Die Hörbeikeit vom Phasenfehlern. — Philips Technische Rundschau, nr 3, s. 87—89, 1963/1964.

43. Leventhall H. G.: Phase Distortion in a Magnetic Tape Recording System. — Electronic Engineering, p. 536—539, August 1963.

44. Gomer L. Davies: Magnetic Tape Instrumentation. — McGraw-Hill Book Company, New York 1961.

45. Lennartz H.: Aufzeichnung und Wiedergabe von Frequenzen bis 100 kHz auf Magnetband. — ATM, nr 325, Februar 1963.

46. Teer K.: Investigation of the Magnetic Recording Process with Step Functions. — Philips Research Reports, vol. 16, p. 469—491, no. 5, October 1961.

47. Kopfmüller K.: Die Systemtheorie der elektrischen Nachrichtenübertragung. — S. Hirzel-Verlag, Stuttgart 1946.

48. Völz H.: Abschätzung der Kanalkapazität für Magnettonaufzeichnung. — Elektronische Rundschau, nr 6, s. 210—212, 1959.

49. Scotch Tape for Instrumentation, prospekt fabryczny firmy Minnesota Mining and Manufacturing Company.

50. CEC Data Recording Division, Bulletin no. 3600—36.

51. Mincom Division 3M, prospekt fabryczny.

52. Arnstein P. B.: Note on Frequency Distribution of an FM/FM signal. — IRE Transaction on Telemetry and Remote Control, vol. TRC-3, no. 2, p. 13, May 1957.

53. IRIG Documents 101—57: Magnetic Recorder-Reproducer Standarts. — IRE Transaction on Telemetry and Remote Control, vol. TRC-3, no. 19, December 1957.

54. Brossmar M.: Magnetische Speicherung und Wiedergabe von Messwerten. — ATM, nr 382 Mai, 330 Juli, 331 August, 1963.

55. Maier H. A.: Aufzeichnungsverfahren der Magnetbandgeräte für die Messtechnik. — Elektronik, nr 10, s. 289, 1963, nr 12, s. 372, 1963.

56. Raschkowitsch A.: Phasenwinckelmodulation. — Fachbuchverlag Leipzig 1952.

57. Miller A. B.: A Magnetic Tape Digital Time Interval Recorder, for use with Pulse-Width Modulated Systems. — Electronic Engineering, March 1963, p. 170—172.

58. Riddle C.: A Pulse Width-Amplitude Converter. — Electronic Engineering, March 1963, p. 172—173.

59. Łapiński M.: Urządzenia pomiarowe teleelektryki. — Wydawnictwa Komunikacyjne, Warszawa 1958, s. 192.

60. Ziman G. C.: Maksimum Pulse-Packing Densities on Magnetic Tape. — Electronic Engineering, August 1962, p. 521.

61. IRIG Document 103—56: Telemetry for Guided Missiles. — IRE Transactions on Telemetry and Remote Control, vol. TRC-3, no. 3, p. 13, December 1957.

62. Richards R. K.: Digital Computer Components and Circuits. — D. van Nostrand Company, Princeton-New York, 1957.

63. Gaber A.: High-Density Recording on Magnetic Tape. — Electronics, vol. 32, no. 42, p. 72, October 16, 1959.

64. Schloepfer C. E.: Signal Processing for Increased Bit Densities in Digital Magnetic Recording. — IEEE Convention Record, 11, Part 4, s. 2—10.

65. Hopner E.: High-Density Binary Recording Using Nonsaturation Techniques. — IEEE Trans. on Elektr. Comp. vol. EC-13, no. 3, p. 255—261, June 1964.

66. Frost W. T., Singer B. H.: Increased Areal Density in Magnetic Recording. — Proceedings of the International Conference on Magnetic Recording, Institution of Electrical Engineers 44—47, 1964.
67. Chao S. C.: A Binary Format for High-Density Magnetic Recording. — Proc. of the IEEE, Februar 1965, p. 198.
68. Hoagland A. S.: Digital Magnetic Recording. — J. Wiley a. Sons, Inc., New York 1963.

Ł. GRONAU

DATA RECORDING ON A MAGNETIC TAPE

Summary

This article deals with the data recording problem on a magnetic tape, which recording is to be used for instrumentation purposes. After a brief history follows a specification of main parameters as well as techniques used in data recording. The technical parameters and typical applications with a stress on their advantages and disadvantages are given. Further, the information capacity of the particular data recording systems has been discussed, and a trial of comparison of the information densities on the same piece of surface of the recording medium of the systems discussed above, is made.

Ł. GRONAU

ENREGISTREMENT DES DONNÉES SUR BANDE MAGNETIQUE

Résumé

On décrit dans cet article la technique de l'enregistrement des données sur bandes magnétiques. Après un précis historique, il suit la liste des paramètres essentiels et la classification des plusières méthodes techniques, aussi que la description de leurs applications typiques. Les avantages et les défauts de ces méthodes ont été soulignées. On a discuté la capacité d'information en cas des méthodes d'enregistrement particulières en essayant de comparer les systèmes décrits du point de vue de la quantité d'information, qu'on peut enregistrer sur la même surface d'un porteur magnétique.

Ł. GRONAU

DATENREGISTRIERUNG AUF DAS MAGNETBAND

Zusammenfassung

Dieser Artikel beschreibt die Probleme der Datenregistrierung auf das Magnetband. Nach kurzer historischer Einführung folgt eine Zusammenstellung der wichtigsten Parameter, sowie eine Klassiffizierung der angewandten Registrierungssystemen. Angegeben sind die technischen Parameter und typische Anwendungen, wobei Vorzüge und Fehler unterstrichen sind. Weiter wurde die Informationskapazität der einzelnen Registrierungsmethoden besprochen, sowie eine Vergleichungsprobe über die Informationsmenge, die auf derselben Flächengrösse des Trägers in den besprochenen Systemen registriert werden können, durchgeführt.

Л. ГРОНАУ

ЗАПИСЬ ДАННЫХ НА МАГНИТНУЮ ЛЕНТУ

Резюме

В статье рассматриваются вопросы записи данных на магнитную ленту. После краткого исторического очерка дана сводка главных параметров и классификация методов применяемых для записи. Приведены их технические показатели, типовые применения, а также достоинства и недостатки. Дальше рассматривается ёмкость информации при вышеуказанных методах и сделана попытка сравнения количества информации, которые могут быть записаны на данной поверхности магнитного носителя.

621.317.34

ZBIGNIEW CIOK

Modelowanie fizyczne linii długich

Rękopis dostarczono 5.3.1965

W artykule wyprowadzono i omówiono schemat zastępczy trójfazowej linii długiej z przewodem zerowym. Przeanalizowano wpływ ilości czwórników zastępczej linii łańcuchowej na uchyb amplitudy i częstotliwości składowych badanych przebiegów przejściowych przy różnych czynnościach łączeniowych i przy różnej konfiguracji układu z linią długą. Ponadto omówiono zależności stałej czasu rzeczywistej linii długiej od częstotliwości dla przewodów fazowych i dla przewodu zerowego. We wnioskach podano uwagi co do budowy modelu fizycznego linii długiej.

1. WSTĘP

Badanie w układach elektroenergetycznych przebiegów napięć i prądów w stanach przejściowych wywołanych czynnościami łączeniowymi napotyka na szereg trudności. Można tu wymienić trudności pomiarowe, ograniczone możliwości zmian parametrów elementów obwodu oraz zmian konfiguracji obwodu, niechęć do prowadzenia w czasie eksploatacji prób grożących zakłóceniami itp. W szeregu przypadków interesujące nas badania odnoszą się do układów będących w stadium projektowania.

Wymienione trudności przy badaniu przebiegów łączeniowych bezpośrednio w sieciach elektrycznych wpłynęły na to, że badania te są prowadzone na modelach fizycznych lub za pomocą maszyn matematycznych — cyfrowych i analogowych. Obie metody mają swoje cechy charakterystyczne, zalety i wady.

Modele fizyczne charakteryzują się tym, że rzeczywiste parametry elektryczne elementu modelowanego są przedstawiane przez analogiczne elementy fizyczne jedynie przy zmianie skali np. napięciowej, geometrycznej, czasowej itp. Modele fizyczne pozwalają na szybkie uzyskanie interesujących nas wyników i łatwą zmianę konfiguracji obwodu. Wady ich — to trudności w zmianie parametrów elementów modelujących, wymagające niejednokrotnie zmiany całego elementu, trudności pomiarowe, szczególnie prądu, oraz trudności sterowania.

Wykorzystanie dla analizy stanów łączeniowych maszyn matematycznych wymaga opracowania matematycznego interesującego zagadnienia. Prowadzi to do konieczności ułożenia szeregu równań różniczkowych lub różniczkowo-różnicowych wyższych rzędów, liniowych lub nieliniowych. Równania te odpowiednio opracowane w formie tzw. programu są rozwiązywane liczbowo przez maszynę matematyczną.

Zasadniczą trudność stanowi tu konieczność opracowania oddzielnego programu dla każdej różniącej się wzajemnie konfiguracji sieci lub dla przypadków różniących się zakłóceniem.

Zaletą analizy za pomocą maszyn matematycznych jest łatwość zmian parametrów poszczególnych elementów układu elektroenergetycznego. Nie występują tu trudności związane ze sterowaniem, wymaganym przy modelowaniu fizycznym. Pomiary interesujących nas przebiegów na maszynie analogowej, z uwagi na możliwość zmiany skali czasu, nie stwarzają większych trudności.

Powyższe porównanie, nie wyczerpujące oczywiście całości problemu, pozwala jednak na wyrażenie opinii, że obie metody analizy uzupełniają się wzajemnie i powinny być rozwijane równolegle.

W artykule omówiono modelowanie fizyczne jednego z elementów układu elektroenergetycznego, a mianowicie modelowanie linii długich. Przy modelowaniu fizycznym wyłania się kilka problemów, które zostały omówione w artykule.

Podstawową trudność w modelowaniu fizycznym linii długiej stanowią sprzężenia indukcyjne między fazami oraz w stosunku do przewodu zerowego. Schemat zastępczy eliminujący te trudności omówiono w rozdz. 2.

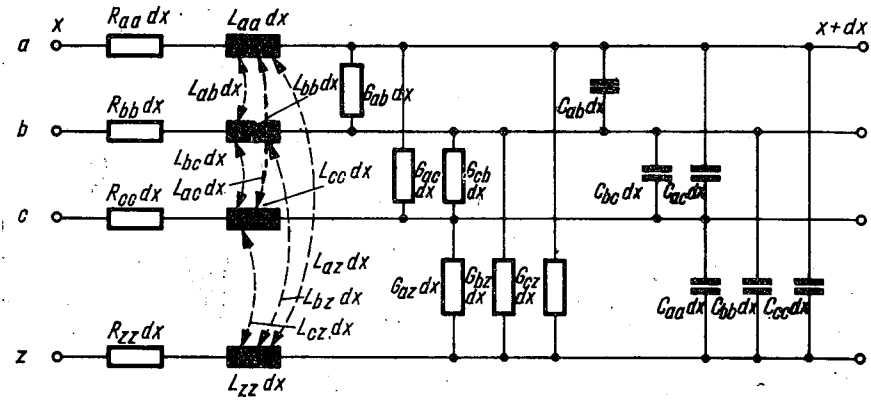
W rozdz. 3 podano metodę analizy doboru liczby czwórników zastępczej linii łańcuchowej z uwagi na dopuszczalny uchyb amplitudy i częstotliwości składowych przebiegu przejściowego. Ponadto podano szereg zależności i krzywych umożliwiających dobór ilości czwórników dla różnych zakłóceń i różnych konfiguracji układu badanego.

Parametry elektryczne rzeczywistej linii długiej, a mianowicie indukcyjność wewnętrzna i oporność czynna są zależne od częstotliwości. Z tego też względu jest ważne, aby właściwe charakterystyki linii rzeczywistej i linii modelowej były odpowiednio dobrane. Zagadnienie to omówiono w rozdz. 4.

Szereg uwag i opracowań podanych w artykule zestawiono w oparciu o doświadczenia nabyte w czasie budowy modelu fizycznego linii długiej w Katedrze Aparatów Elektrycznych Politechniki Warszawskiej.

2. SCHEMAT ZASTĘPCZY LINII DŁUGIEJ

Na rys. 1 podano schemat odcinka o długości dx rzeczywistej trójfazowej, jednotorowej linii długiej.



Rys. 1. Schemat elementu rzeczywistej trójfazowej linii długiej z przewodem zerowym

Podanym na rysunku oznaczeniom odpowiadają:

L_{aa}, L_{bb}, L_{cc} — indukcyjności własne przewodów fazowych na jednostkę długości,

L_{zz} — indukcyjność własna przewodu zerowego na jednostkę długości,

L_{ab}, L_{ac}, L_{bc} — indukcyjności wzajemne pomiędzy odpowiednimi przewodami fazowymi na jednostkę długości,

L_{az}, L_{bz}, L_{cz} — indukcyjności wzajemne pomiędzy odpowiednimi przewodami fazowymi a przewodem zerowym na jednostkę długości,

R_{aa}, R_{bb}, R_{cc} — oporności czynne przewodów fazowych na jednostkę długości,

R_{zz} — oporność czynna przewodu zerowego na jednostkę długości,

G_{ab}, G_{ac}, G_{bc} — upływności pomiędzy odpowiednimi przewodami fazowymi na jednostkę długości,

G_{az}, G_{bz}, G_{cz} — upływności pomiędzy odpowiednimi przewodami fazowymi a przewodem zerowym na jednostkę długości,

C_{aa}, C_{bb}, C_{cc} — pojemność własna przewodów fazowych na jednostkę długości,

C_{ab}, C_{ac}, C_{bc} — pojemności wzajemne pomiędzy odpowiednimi przewodami fazowymi na jednostkę długości.

W dalszych rozważaniach przyjęto, że linia jest idealnie przepleciona oraz że przewody fazowe są identyczne geometrycznie. Przy założeniu tym, spełnionym praktycznie:

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L, \qquad R_{aa} = R_{bb} = R_{cc} = R,$$
$$L_{ab} = L_{ac} = L_{cb} = M, \qquad G_{ab} = G_{ac} = G_{bc} = G,$$
$$L_{az} = L_{bz} = L_{cz} = M_z, \qquad G_{az} = G_{bz} = G_{cz} = G_z.$$
$$C_{aa} = C_{bb} = C_{cc} = C,$$
$$C_{ab} = C_{ac} = C_{bc} = K,$$

Przy podanych oznaczeniach fazowe spadki napięcia na odcinku x, $x + dx$, licząc x od początku linii długiej, wyrażą się wzorami:

$$\left.\begin{aligned}
-\frac{\partial u_a}{\partial x} &= L\frac{\partial i_a}{\partial t}+M\frac{\partial i_b}{\partial t}+M\frac{\partial i_c}{\partial t}+Ri_a-M_z\frac{\partial i_z}{\partial t}+R_{zz}i_z+\\
&\qquad +L_{zz}\frac{\partial i_z}{\partial t}-M_z\left(\frac{\partial i_a}{\partial t}+\frac{\partial i_b}{\partial t}+\frac{\partial i_c}{\partial t}\right),\\
-\frac{\partial u_b}{\partial x} &= M\frac{\partial i_a}{\partial t}+L\frac{\partial i_b}{\partial t}+M\frac{\partial i_c}{\partial t}+Ri_b-M_z\frac{\partial i_z}{\partial t}+R_{zz}i_z+\\
&\qquad +L_{zz}\frac{\partial i_z}{\partial t}-M_z\left(\frac{\partial i_a}{\partial t}+\frac{\partial i_b}{\partial t}+\frac{\partial i_c}{\partial t}\right),\\
-\frac{\partial u_c}{\partial x} &= M\frac{\partial i_a}{\partial t}+M\frac{\partial i_b}{\partial t}+L\frac{\partial i_c}{\partial t}+Ri_c-M_z\frac{\partial i_z}{\partial t}+R_{zz}i_z+\\
&\qquad +L_{zz}\frac{\partial i_z}{\partial t}-M_z\left(\frac{\partial i_a}{\partial t}+\frac{\partial i_b}{\partial t}+\frac{\partial i_c}{\partial t}\right).
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Podobnie można wyprowadzić wzory na zmianę prądów fazowych na odcinku x, $x+dx$.

$$\left.\begin{aligned}
-\frac{\partial i_a}{\partial x} &= C\frac{\partial u_a}{\partial t}+K\frac{\partial(u_a-u_b)}{\partial t}+K\frac{\partial(u_a-u_c)}{\partial t}+\\
&\qquad +G_z u_a+G(u_a-u_b)+G(u_a-u_c),\\
-\frac{\partial i_b}{\partial x} &= C\frac{\partial u_b}{\partial t}+K\frac{\partial(u_b-u_a)}{\partial t}+K\frac{\partial(u_b-u_c)}{\partial t}+\\
&\qquad +G_z u_b+G(u_b-u_a)+G(u_b-u_c),\\
-\frac{\partial i_c}{\partial x} &= C\frac{\partial u_c}{\partial t}+K\frac{\partial(u_c-u_a)}{\partial t}+K\frac{\partial(u_c-u_b)}{\partial t}+\\
&\qquad +G_z u_c+G(u_c-u_a)+G(u_c-u_b).
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Podstawową trudność w modelowaniu funkcji ujętych wzorem (1) stanowią sprzężenia indukcyjne międzyfazowe i w stosunku do przewodu zerowego. Dla wyeliminowania tych sprzężeń i uproszczenia równań wykorzystano przekształcenie liniowe rzeczywistego układu trójfazowego w trzy niezależne obwody jednofazowe dla składowych symetrycznych zgodnej, przeciwnej i zerowej. Przekształcenie to można ująć wzorami:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_a &= \varphi_{a_1}+\varphi_{a_2}+\varphi_{a_0},\\
\varphi_b &= a^2\varphi_{a_1}+a\varphi_{a_2}+\varphi_{a_0},\\
\varphi_c &= a\varphi_{a_1}+a^2\varphi_{a_2}+\varphi_{a_0},
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

gdzie:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}; \qquad a^2 = e^{\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

We wzorze (3) za φ może być podstawione np. napięcie, prąd, skojarzenia magnetyczne itp. Indeksy a, b, c odnoszą się do wielkości fazowych odpowiednich faz, indeksy 1, 2, 0 — odpowiadają składowym symetrycznym zgodnej, przeciwnej i zerowej.

Ze wzoru (3) wynika:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_{a_0} &= \frac{1}{3}(\varphi_a+\varphi_b+\varphi_c), \\ \varphi_{a_1} &= \frac{1}{3}(\varphi_a+a\varphi_b+a^2\varphi_c), \\ \varphi_{a_2} &= \frac{1}{3}(\varphi_a+a^2\varphi_b+a\varphi_c). \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Podstawiając do wzoru (4) odpowiednie wyrażenia ze wzorów (1) i (2), po szeregu przekształceń otrzymuje się:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial u_1}{\partial x} &= (L-M)\frac{\partial i_1}{\partial t}+Ri_1, \\ -\frac{\partial u_2}{\partial x} &= (L-M)\frac{\partial i_2}{\partial t}+Ri_2, \\ -\frac{\partial u_0}{\partial x} &= (L+2M-6M_z+3L_z)\frac{\partial i_0}{\partial t}+(R+3R_z)i_0, \\ -\frac{\partial i_1}{\partial x} &= (C+3K)\frac{\partial u_1}{\partial t}+(G_z+3G)u_1, \\ -\frac{\partial i_2}{\partial x} &= (C+3K)\frac{\partial u_2}{\partial t}+(G_z+G)u_2, \\ -\frac{\partial i_0}{\partial x} &= C\frac{\partial u_0}{\partial t}+Gu_0. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

W powyższych równaniach oznaczono przez:

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= L-M, & L_0 &= L+2\cdot M-6\cdot M_z+3\cdot L_z, \\ R_1 &= R, & R_0 &= R+3\cdot R_z, \\ C_i &= C+3\cdot K, & C_0 &= C, \\ G_1 &= G_z+3\cdot G, & G_0 &= G. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

We wzorze (6) parametry z indeksem 1 odpowiadają składowej zgodnej, z indeksem 0 składowej zerowej. Parametry linii dla składowej przeciwnej są równe parametrom dla składowej zgodnej.

Wzory (5) mogą być w sposób prosty modelowane fizycznie. Stosowanie osobnych modeli dla każdej składowej wymaga jednak każdorazowego ich łączenia, zależnie od rozpatrywanego zakłócenia w obwodzie. Utrudnia to w sposób istotny posługiwanie się modelem fizycznym. Moż-

na jednakże zbudować model fizyczny uniwersalny, którego podstawy matematyczne podano poniżej.

Dla uproszczenia przekształceń matematycznych rozpatrzono osobno schemat dla oporności podłużnych i osobno dla oporności poprzecznych.

Z teorii składowych symetrycznych wiadomo jest, że:

$$U_{a_1}(s) = e_a(s) - Z_1(s) \cdot i_{a_1}(s),$$

$$U_{a_2}(s) = 0 - Z_2(s) \cdot i_{a_2}(s),$$

$$U_{a_0}(s) = 0 - Z_0(s) \cdot i_{a_0}(s).$$

W powyższym równaniu indeks a oznacza, że rozważania odnosimy do fazy a, $e_a(s)$ odpowiada wymuszeniu fazy a wyrażonemu w postaci operatorowej. Wymuszenie $e_a(s)$ występuje jedynie w schemacie składowej zgodnej.

Dodając powyższe równania stronami otrzymuje się:

$$U_a(s) = U_{a_1}(s) + U_{a_2}(s) + U_{a_0}(s) = e_a(s) - Z_1(s) i_{a_1}(s) - Z_2(s) i_{a_2}(s) - Z_0(s) i_{a_0}(s);$$

przy:

$$Z_1(s) = Z_2(s)$$

otrzymano:

$$e_a(s) - U_a(s) = Z_1(s)[i_{a_1}(s) + i_{a_2}(s)] + Z_0(s) i_{a_0}(s). \tag{7}$$

Ponieważ suma prądów fazowych jest równa prądowi w przewodzie zerowym,

$$i_a(s) + i_b(s) + i_c(s) = i_z(s) = 3i_0(s)$$

oraz:

$$i_{a_1}(s) + i_{a_2}(s) + i_{a_0}(s) = i_a(s).$$

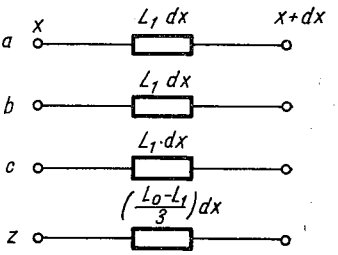
Po podstawieniu powyższych zależności do równania (7) otrzymano:

$$e_a(s) - U_a(s) = Z_1(s) \cdot i_a(s) + \frac{Z_0(s) - Z_1(s)}{3} i_z(s).$$

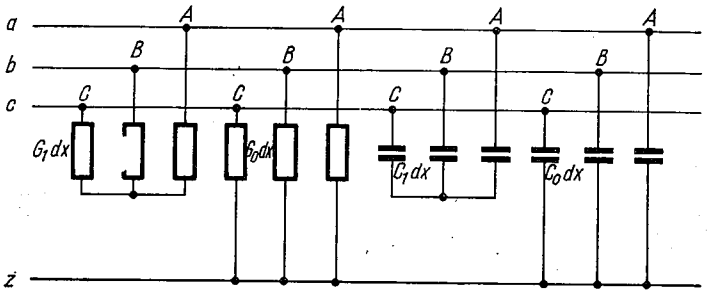
Podobne rozumowanie można przeprowadzić i dla pozostałych faz — b i c. Ostatecznie schemat dla oporności podłużnych będzie miał postać podaną na rys. 2.

Oporności poprzeczne, tj. pojemności i upływności międzyfazowe i między fazami a przewodem zerowym, można przedstawić jak na rys. 3. Przy modelowaniu, z uwagi na ilość użytych elementów, wygodniej jest posługiwać się schematem podanym na rys. 4. W schemacie tym składowa zgodna i przeciwna prądu zamyka się poprzez przewody fazowe. Przez pojemność C_d, oraz upływność G_d nie płyną prądy kolejności zgodnej i przeciwnej. Schemat odpowiada zatem schematowi podanemu na

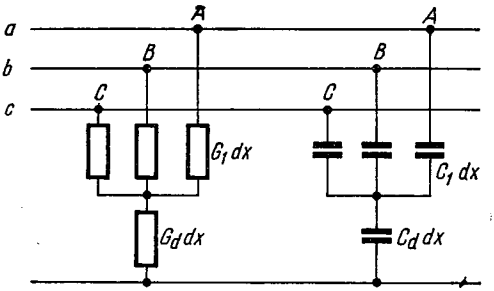
rys. 3. Prądy kolejności zerowej przepływają zarówno przez C_1, G_1, jak i C_d i G_d. Ponieważ prądy te płyną w jednym kierunku, to przy przyjętej symetrii oporowej układu potencjały dla składowej zerowej w punk-



Rys. 2. Schemat zastępczy dla oporności podłużnych trójfazowej linii długiej z przewodem zerowym



Rys. 3. Schemat dla oporności poprzecznych rzeczywistej trójfazowej linii długiej z przewodem zerowym



Rys. 4. Schemat zastępczy dla oporności poprzecznych trójfazowej linii długiej z przewodem zerowym

tach A, B, C oznaczonych na rys. 3 i 4 będą jednakowe. Ażeby oba schematy były równoważne, muszą być spełnione równości:

$$\frac{1}{3 \cdot C_0} = \frac{1}{3 \cdot C_1} + \frac{1}{C_d},$$

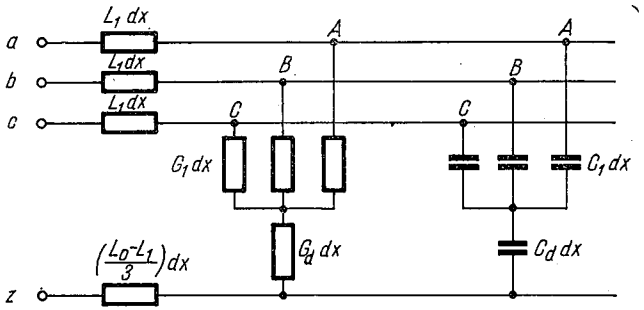
$$\frac{1}{3 \cdot G_0} = \frac{1}{3 \cdot G_1} + \frac{1}{G_d}.$$

Z powyższych równań można wyznaczyć wzory na pojemność i upływność dodatkową

$$C_d = \frac{3C_0 \cdot C_1}{C_0 - C_1}; \qquad G_d = \frac{3G_0 \cdot G_1}{G_0 - G_1}. \tag{8}$$

Ostatecznie przyjęty przez nas schemat zastępczy dla elementu linii długiej podano na rys. 5.

Należy tu podkreślić, że schemat przedstawiony na rys. 5 jest schematem trójfazowym. Odpowiednie punkty tego schematu odnoszą się do



Rys. 5. Schemat zastępczy elementu trójfazowej linii długiej z przewodem zerowym

faz *a*, *b*, *c* i przewodu zerowego *z*. Napięcia w tych punktach i prądy przez nie płynące są zatem proporcjonalne do napięć i prądów rzeczywistej linii długiej. Jest to istotne z uwagi na modelowanie całego układu elektroenergetycznego, gdzie mogą występować elementy nieliniowe, jak np. transformatory czy odgromniki, zależne nieliniowo od chwilowych wartości napięć fazowych czy międzyprzewodowych.

Również i zjawisko korony może być odtworzone na modelu linii długiej wykonanym w oparciu o schemat zastępczy podany na rys. 5.

Upływność charakteryzująca koronę jest zależna nieliniowo od chwilowych wartości napięć w danym punkcie faz *a*, *b*, *c*. Zależność upływności od napięcia, ustalona eksperymentalnie, może być odtworzona specjalnym układem modelowym. Zagadnienie to będzie omówione w osobnym artykule.

3. DOBÓR LICZBY CZWÓRNIKÓW ZASTĘPCZEJ LINII ŁAŃCUCHOWEJ

W przebiegu przejściowym napięcia lub prądu, jaki ma miejsce przy łączeniu obwodu liniowego z rzeczywistą linią długą, występuje nieskończona liczba harmonicznych, przy czym im wyższy jest rząd harmonicznej, tym mniejsza jest jej amplituda. W obwodzie zastępczym z linią łańcuchową liczb harmonicznych jest skończona i równa liczbie czwórników zastępczej linii łańcuchowej. Z powyższego wynika, że przebiegi

mierzone w układzie zastępczym są obarczone błędem zależnym od liczby czwórników.

Kryterium, jakie zastosowano dla doboru liczby czwórników, jest dopuszczalny uchyb amplitudy i częstotliwości dla założonej harmonicznej. Oczywiście harmoniczne niższego rzędu od harmonicznej założonej, będą miały uchyb mniejszy.

Rozważania przytoczone poniżej odniesiono do przypadku łączenia linii długiej przyłączonej do źródła o nieskończonej mocy (tj. przy $L_0 = 0$) oraz przyłączonej do źródła mocy skończonej ($L_0 > 0$). Spośród możliwych czynności łączeniowych ograniczono się do przypadków charakterystycznych, a mianowicie wyłączania zwartej linii długiej oraz załączania i wyłączania nieobciążonej linii długiej.

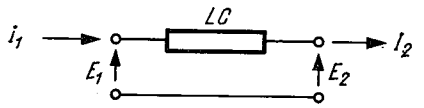
Przypadki innych obwodów lub też innych łączeń mogą być analizowane w oparciu o podaną metodykę obliczania.

3.1. Zasady metody obliczeniowej

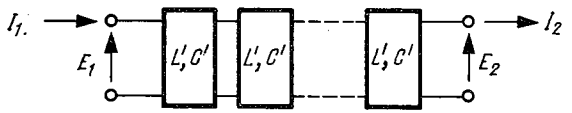
Dla linii długiej bez tłumienia oporowego zależność pomiędzy napięciem i prądem na początku i na końcu liniii, oznaczonymi na rys. 6, wyrażają się wzorami:

$$E_1(s) = E_2(s)\mathrm{ch}(s\sqrt{LC}) + I_2(s)Z\cdot\mathrm{sh}(s\sqrt{LC}),$$
$$I_1(s) = (E_2(s)/Z)\cdot\mathrm{sh}(s\sqrt{LC}) + I_2(s)\mathrm{ch}(s\sqrt{LC}). \tag{9}$$

Rys. 6. Schemat zastępczy jednofazowej linii długiej



We wzorze L i C oznaczają całkowitą indukcyjność i pojemność linii długiej, Z oznacza impedancję falową; $Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$.



Rys. 7. Schemat zastępczy jednofazowej linii łańcuchowej

Podobnie dla linii łańcuchowej, podanej na rys. 7, zależności między napięciami i prądami na początku i na końcu linii ujmują wzory:

$$\left.\begin{aligned} E_1(s) &= A_n(s)\cdot E_2(s) + B_n(s)\cdot I_2(s), \\ I_1(s) &= C_n(s)\cdot E_2(s) + D_n(s)\cdot I_2(s). \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

W wzorach (10):

$$\left.\begin{aligned} A_n(s) &= \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}\,\mathrm{ch}\,ng, \\ B_n(s) &= \sqrt{S_1\cdot S_2}\,\mathrm{sh}\,ng, \\ C_n(s) &= \frac{1}{\sqrt{S_1\cdot S_2}}\,\mathrm{sh}\,ng, \\ D_n(s) &= \sqrt{\frac{S_2}{S_1}}\,\mathrm{ch}\,ng. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

We wzorze (11):

S_1 i S_2 — impedancje charakterystyczne linii łańcuchowej, zależne od typu czwórników (S_1 i $S_2 = f(s)$)

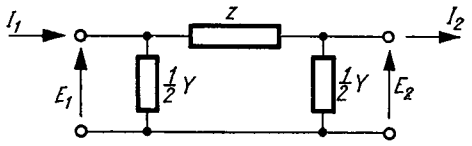
n — liczba czwórników,

g — stała rozprzestrzeniania się fali dla jednego czwórnika ($g = f(s)$).

Impedancje charakterystyczne są odpowiednio równe

$$S_1 = \sqrt{\frac{A_n(s)\cdot B_n(s)}{C_n(s)\cdot D_n(s)}}, \qquad S_2 = \sqrt{\frac{B_n(s)\cdot D_n(s)}{C_n(s)\cdot A_n(s)}}. \tag{12}$$

Poniżej będą rozpatrzone trzy typy czwórników, a mianowicie czwórniki symetryczne typu Π i T oraz czwórnik niesymetryczny Γ



Rys. 8. Schemat czwórnika typu Π

Dla czwórnika typu Π przy podanych na rys. 8 oznaczeniach można wyprowadzić podane we wzorze (13) zależności pomiędzy prądami i napięciami na początku i na końcu czwórnika.

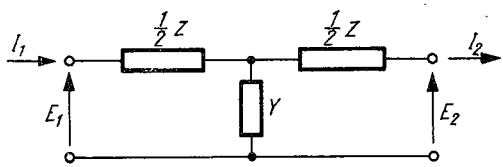
$$\left.\begin{aligned} E_1(s) &= \left(1+\frac{1}{2}YZ\right)E_2(s)+Z\cdot I_2(s), \\ I_1(s) &= \frac{1}{2}Y\left(\frac{1}{2}YZ+2\right)E_2(s)+\left(1+\frac{1}{2}ZY\right)I_2(s). \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Porównując wzory (10) oraz (13) (przy $n = 1$) widać, że dla czwórnika typu Π: $A_n = D_n$ oraz $S_1 = S_2$.

Dla czwórnika typu T podanego schematycznie na rys. 9 odpowiednie zależności mają postać:

$$\left.\begin{aligned} E_1(s) &= \left(1+\frac{1}{2}YZ\right)E_2(s)+\frac{1}{2}Z\left(2+\frac{1}{2}YZ\right)I_2(s), \\ I_1(s) &= Y\cdot E_2(s)+\left(1+\frac{1}{2}YZ\right)I_2(s). \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

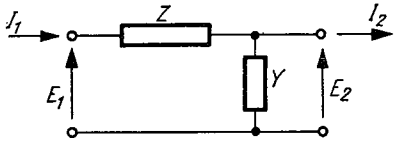
Podobnie jak dla czwórnika typu Π spełniona jest zależność $A_n = D_n$ oraz $S_1 = S_2$.



Rys. 9. Schemat czwórnika typu T

Dla czwórnika niesymetrycznego typu Γ, podanego na rys. 10, obowiązują równania:

$$\left.\begin{aligned} E_1(s) &= (1+YZ)E_2(s)+ZI_2(s), \\ I_1(s) &= YE_2(s)+I_2(s). \end{aligned}\right\} \tag{15}$$



Rys. 10. Schemat czwórnika typu Γ

Korzystając z równań (11) i (12) oraz odpowiednich wyrażeń w równaniach (13), (14) i (15) w tablicy 1 zestawiono szereg zależności dla czwórników typu Π, T i Γ, które będą następnie wykorzystywane przy dalszych obliczeniach.

Przyjęto:

$$Z = sL,$$
$$Y = sC.$$

W obliczeniach zależności pomiędzy $E_1(s)$ i $I_1(s)$ oraz $E_2(s)$ i $I_2(s)$ wynikają z przyjętego do analizy obwodu.

Niezależnie od tego, czy analizowany jest obwód z linią długą rzeczywistą, czy z zastępczą linią łańcuchową wyrażenie na szukane napięcie lub prąd ma postać operatorową:

$$\varphi(t) = \frac{A(s)}{B(s)}.$$

Dla przejścia do zależności od czasu wykorzystano wzór Heaviside'a odpowiadający przekształceniu Laplace'a

$$\varphi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A(s_k)}{\left[\frac{d}{ds}B(s)\right]_{s=s_k}} e^{s_k t}, \tag{16}$$

gdzie s_k są pierwiastkami równania $B(s) = 0$, przy czym $s_k \neq 0$.

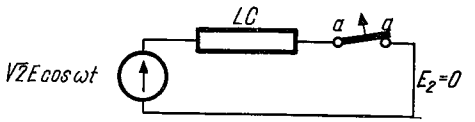
Tablica 1

Typ czwórnika	A_1	B_1	C_1	D_1	$\mathrm{sh}\frac{1}{2}g$	$\mathrm{ch}\frac{1}{2}g$	S	
Czwórniki symetryczne								
—	$\mathrm{ch}\,g$	$S\,\mathrm{sh}\,g$	$\frac{1}{S}\mathrm{sh}\,g$	$\mathrm{ch}\,g$	—	—	—	
Π	$1+\frac{1}{2}s^2\frac{LC}{n^2}$	$\frac{sL}{n}$	$\frac{1}{2}s\frac{C}{n}\left(\frac{1}{2}s^2\frac{LC}{n^2}+2\right)$	$1+\frac{1}{2}s^2\frac{LC}{n^2}$	$\frac{1}{2}s\frac{1}{n}\sqrt{LC}$	$\sqrt{1+\frac{1}{4}s^2\frac{LC}{n^2}}$	$\sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{1}{\mathrm{ch}\frac{1}{2}g}$	
T	$1+\frac{1}{2}s^2\frac{LC}{n^2}$	$\frac{1}{2}s\frac{L}{n}\left(\frac{1}{2}s^2\frac{LC}{n^2}+2\right)$	$s\frac{C}{n}$	$1+\frac{1}{2}s^2\frac{LC}{n^2}$	$\frac{1}{2}s\frac{1}{n}\sqrt{LC}$	$\sqrt{1+\frac{1}{4}s^2\frac{LC}{n^2}}$	$\sqrt{\frac{L}{C}}\,\mathrm{ch}\frac{1}{2}g$	
czwórnik niesymetryczny								
—	$\sqrt{\frac{S_1}{S_2}}\,\mathrm{ch}\,g$	$\sqrt{S_1S_2}\,\mathrm{sh}\,g$	$\frac{1}{\sqrt{S_1S_2}}\mathrm{sh}\,g$	$\sqrt{\frac{S_2}{S_1}}\,\mathrm{ch}\,g$	$\mathrm{sh}\,g$	$\mathrm{ch}\,g$	S_1	S_2
Γ	$1+s^2\frac{LC}{n^2}$	$s\frac{L}{n}$	$s\frac{C}{n}$	1	$s\frac{1}{n}\sqrt{LC}$	$\sqrt{1+s^2\frac{LC}{n^2}}$	$\sqrt{\frac{L}{C}}\,\mathrm{ch}\,g$	$\sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{1}{\mathrm{ch}\,g}$

Przedstawione niżej rozważania będą ograniczone do wymuszeń sinusoidalnie zmiennych, co odpowiada wymuszeniom występującym w rzeczywistym układzie elektroenergetycznym.

3.2. Dobór ilości czwórników dla wyłączania zwartej linii łańcuchowej przyłączonej do źródła o nieskończonej mocy

Dla wyznaczenia wymaganej ilości czwórników w zastępczej linii łańcuchowej porównane będą wzory na napięcia powrotne przy wyłączaniu rzeczywistej linii długiej rys. 11 oraz przy wyłączaniu zastępczej linii łańcuchowej o n czwórnikach — rys. 12.

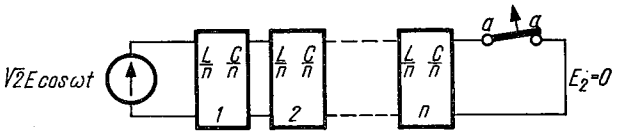


Rys. 11. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia powrotnego przy wyłączaniu zwartej linii długiej, przy źródle o nieskończonej mocy

Napięcia powrotne obliczono ze wzoru Thevenina:

$$U_p(s) = I_p(s) \cdot \bar{Z}_{a-a}(s). \tag{17}$$

W powyższym wzorze $I_p(s)$ jest prądem płynącym przez styki wyłącznika $a-a$ przed wyłączeniem zwarcia. $Z_{a-a}(s)$ jest to oporność widziana z zacisków $a-a$ przy zwartych *s.em.* w obwodzie.



Rys. 12. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia powrotnego przy wyłączaniu zwartej linii łańcuchowej przy źródle o nieskończonej mocy

Prąd płynący przez styki przed wyłączeniem określimy ze wzoru (9) przyjmując, że $s = j\omega$.

$$E_1 = Z \cdot I_2(j\omega) sh(j\omega\sqrt{LC}) = \sqrt{2}E\cos\omega t,$$

$$I_2(j\omega) = \frac{\sqrt{2}\,E}{Z\sin\omega\sqrt{LC}}\sin\omega t = \sqrt{2}\,I_2\sin\omega t. \tag{18}$$

Oporność widzianą z zacisków $a-a$ można określić ze wzoru (9) przy $E_2 = 0$, co odpowiada zwarciu *s.em.* w obwodzie.

$$Z_{a-a}(s) = Z \cdot \mathrm{tgh}\, s\sqrt{LC}.$$

Ostatecznie napięcie powrotne wyraża się wzorem:

$$U_p(s) = \frac{\sqrt{2}\,E}{\sin\omega\sqrt{LC}} \cdot \frac{\omega}{s^2+\omega^2} \cdot Z \cdot \operatorname{tgh} s\sqrt{LC}.$$

Korzystając ze wzoru (16) można przejść do zależności od czasu:

$$U_p(t) = \sqrt{2} \cdot E \left[\frac{\cos\omega t}{\cos\omega\sqrt{LC}} - \right.$$

$$\left. - 2\frac{\omega\sqrt{LC}}{\sin\omega\sqrt{LC}} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{1}{\left[(2q+1)\frac{1}{\sqrt{LC}}\frac{\pi}{2}\right]^2 - \omega^2} \cos\nu_q t \right]. \tag{19}$$

Pulsację składowych swobodnych napięcia powrotnego można określić ze wzoru $B(s) = 0$:

$$\operatorname{ch} s\sqrt{LC} = 0,$$

$$\cos s\sqrt{LC} = \cos(2q+1)\frac{\pi}{2}.$$

$$\nu_q = \frac{1}{\sqrt{LC}}(2q+1)\frac{\pi}{2}, \qquad (q = 0, 1, 2 \ldots). \tag{20}$$

Obecnie będą wyprowadzone wzory na napięcie powrotne dla zwartej linii łańcuchowej złożonej z n czwórników typu Π, T i Γ.

Ze wzoru (10) wynika, że niezależnie od typu czwórnika prąd płynący przez styki $a-a$ wyraża się zależnością:

$$I_2(j\omega) = \sqrt{2} \cdot E \left[\frac{1}{\sqrt{S_1 S_2}\operatorname{sh} ng} \right]_{q=j\frac{\omega\sqrt{LC}}{n}} \cos\omega t. \tag{21}$$

Ze wzoru (10) obliczono również oporność Z_{a-a} (przy $E_2 = 0$).

$$Z_{a-a} = S_1 \operatorname{tgh}(ng). \tag{22}$$

Analiza dla czwórników typu Π

Podstawiając w równanie na wyłączany prąd wyrażenie na S z tablicy 1 oraz mając na uwadze, że przy pulsacji technicznej $g = j\omega\frac{1}{n}\sqrt{LC}$, otrzymano:

$$I_2(j\omega) = \sqrt{2} \cdot E \cdot \frac{\operatorname{ch}\frac{1}{2}j\omega\sqrt{LC}}{\sqrt{\frac{L}{C}}\sin\omega\sqrt{LC}} \sin\omega t.$$

Podobnie

$$Z_{a-a} = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{1}{2}g} \frac{\operatorname{sh} ng}{\operatorname{ch} ng}.$$

Wzór na napięcie powrotne w postaci operatorowej ma postać:

$$U_p(s) = \sqrt{2} \cdot E \frac{\omega \cdot \operatorname{ch}\frac{1}{2}g}{\sin \omega \sqrt{LC}} \frac{\operatorname{sh} ng}{(s^2+\omega^2)\operatorname{ch}\left(\frac{1}{2}g\right) \cdot \operatorname{ch} ng}. \tag{23}$$

Z charakteru równania (23) wynika, że w napięciu powrotnym wystąpi składowa o pulsacji technicznej (składowa wymuszona, ponieważ $s_{1,2} = \pm j\omega$), składowa swobodna o pulsacjach wynikających z przyrównania do zera $\operatorname{ch}\left(\frac{1}{2}g\right)$ oraz druga składowa swobodna o pulsacjach wynikających z przyrównania do zera $\operatorname{ch} ng$.

Można udowodnić, że składowa swobodna o pulsacjach wyznaczonych z $\operatorname{ch}\frac{1}{2}g = 0$ nie wystąpi, ponieważ amplitudy tych pulsacji są zawsze równe zeru.

Wyrażenie:

$$\operatorname{ch} ng = 0$$

jest spełnione dla $g = j\frac{2k+1}{2n}\pi$ dla $k = 0, 1, 2 \ldots$ Z tablicy 1 wynika, że dla czwórników typu Π

$$\operatorname{ch} g = 1 + \frac{1}{2}s^2 \frac{LC}{n^2}.$$

Podstawiając za g wyznaczone powyżej wyrażenie, po przekształceniach otrzymano wzór na pulsację składowej swobodnej:

$$\nu_k = 2\frac{n}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{2k+1}{4n}\pi\right); \qquad k = 0, 1, 2 \ldots \tag{24}$$

Ze wzoru (24) widać, że przy linii łańcuchowej ilość składowych w składowej swobodnej napięcia powrotnego jest równa ilości czwórników linii łańcuchowej n.

Przekształcając równanie (24) do postaci zależnej od czasu otrzymano:

$$U_p(t) = \sqrt{2}E\left\{\frac{1}{\cos \omega\sqrt{LC}} \cos \omega t + \right.$$

$$\left. -\cos\frac{\omega\sqrt{LC}}{2n} \frac{2\omega}{\sqrt{LC}\sin \omega\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_k^2 - \omega^2} \cos \nu_k t\right\}. \tag{25}$$

W powyższym wzorze ν_k wg równania (24).

Analiza dla czwórników typu T

Postępując podobnie jak wyżej można wyznaczyć wzór na napięcie powrotne dla linii łańcuchowej składającej się z czwórników typu T. Wzór ten ma postać:

$$U_p(s) = \sqrt{2}E \frac{1}{\operatorname{ch}\frac{\omega\sqrt{LC}}{2n}\cdot\sin\omega\sqrt{LC}} \frac{\omega}{s^2+\omega^2} \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{1}{2}g\right)\operatorname{sh}ng}{\operatorname{ch}ng}.$$

Przechodząc wg wzoru (16) na zależność od czasu otrzymano:

$$U_p(t) = \sqrt{2}\cdot E\left\{\frac{1}{\cos\omega\sqrt{LC}}\cos\omega t + \right.$$

$$\left. -\frac{2\omega}{\sqrt{LC}\cos\frac{\omega\sqrt{LC}}{2n}\cdot\sin(\omega\sqrt{LC})}\sum_{k=0}^{n}\frac{\cos^2\left(\frac{2k+1}{2n}\right)\cos\nu_k t}{\nu_k^2-\omega^2}\right\}. \tag{26}$$

Wzór na pulsację ν_k odpowiada równaniu (24).

Analiza dla czwórników typu Γ

Korzystając ze wzorów (21) i (22) oraz ze wzorów podanych w tabl. 1 zależność na napięcie powrotne dla linii łańcuchowej składającej się z czwórników typu Γ wyrazi się wzorem:

$$U_p(s) = \sqrt{2}\cdot E\frac{1}{\sin(\omega\sqrt{LC})}\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\frac{\operatorname{sh}ng}{\operatorname{ch}ng}\operatorname{ch}g.$$

Powyższe równanie wyrażone w zależności od czasu ma postać:

$$U_p(t) = \sqrt{2}\cdot E\left\{\frac{\cos\frac{\omega}{n}\sqrt{LC}}{\cos\omega\sqrt{LC}}\cos\omega t + \right.$$

$$\left. -\frac{2\omega}{\sqrt{LC}}\frac{1}{\sin\omega\sqrt{LC}}\sum_{k=0}^{n}\frac{\cos^2\left(\frac{2k+1}{2n}\pi\right)}{\nu_k^2-\omega^2}\cos\nu_k t\right\} \tag{27}$$

W powyższym wzorze ν_k można określić w następujący sposób:

$$\operatorname{ch}ng = 0 \quad \text{dla} \quad g = j\frac{2k+1}{2n}\pi;$$

Tablica 2

Linia długa		Pulsacja	Amplituda	Uwagi
		$\nu_q = \frac{\pi}{\sqrt{LC}} \frac{2q+1}{2}$	$a_q = -\sqrt{2}\, E \frac{2}{LC} \frac{\omega\sqrt{LC}}{\sin\omega\sqrt{LC}} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{1}{\nu_q^2-\omega^2} \cos\nu_q t$	$q = 0, 1, 2 \ldots$
Czwórnik	Π	$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}} \sin\frac{2k+1}{4n}\pi$	$a_k = -\sqrt{2}\, E \frac{2\omega}{\sqrt{LC}} \frac{\cos\frac{\omega}{2n}\sqrt{LC}}{\sin\omega\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_q^2-\omega^2} \cos\nu_k t$	$k = 0, 1, 2 \ldots$
	T	$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}} \sin\frac{2k+1}{4n}\pi$	$a_k = -\sqrt{2}\, E \frac{2\omega}{\sqrt{LC}} \frac{1}{\cos\frac{\omega}{2n}\sqrt{LC}\cdot\sin\omega\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_k^2-\omega^2} \cos\nu_k t$	$k = 0, 1, 2 \ldots$
	Γ	$\nu_k = \frac{n}{\sqrt{LC}} \sin\frac{2k+1}{2n}\pi$	$a_k = -\sqrt{2}\, E \frac{2\omega}{\sqrt{LC}} \frac{1}{\sin\omega\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{\cos^2\frac{2k+1}{2n}\pi}{\nu_k^2-\omega^2} \cos\nu_k t$	$k = 0, 1, 2 \ldots$

z tablicy 1 wynika, że

$$\operatorname{sh} g = s\frac{1}{n}\sqrt{LC}, \quad \text{skąd} \quad s = j\nu_k = \frac{n}{\sqrt{LC}}\operatorname{sh} g,$$

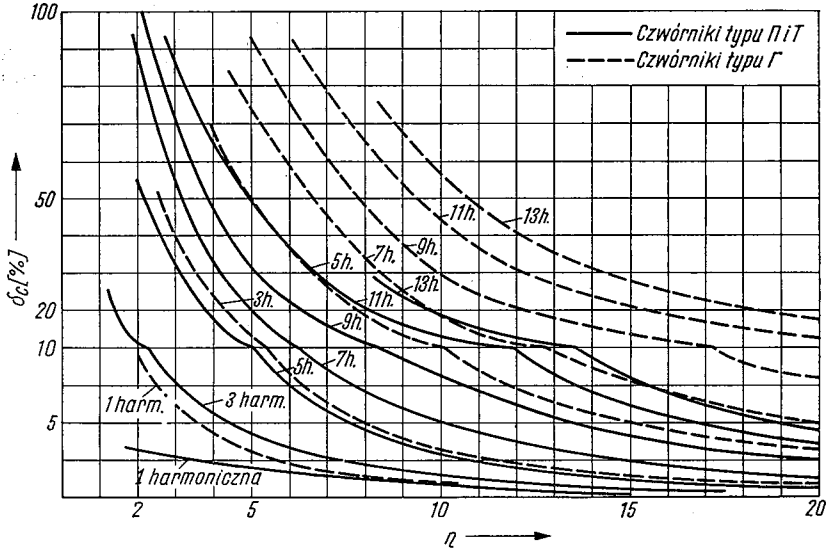
$$\nu_k = \frac{n}{\sqrt{LC}}\sin\frac{2k+1}{2n}\pi. \tag{28}$$

W tablicy 2 zestawiono wzory na pulsacje składowych swobodnych napięcia powrotnego oraz odpowiadające im amplitudy dla rzeczywistej linii długiej oraz zastępczej linii łańcuchowej złożonej z czwórników typu Π, T i Γ.

Z podanych w tablicy 2 wzorów widać, że zarówno pulsacje, jak i odpowiadające im amplitudy różnią się dla rzeczywistej linii długiej i zastępczej linii łańcuchowej.

Uchyb względny pulsacji można ująć wzorem:

$$\delta_\nu = \frac{\nu_q - \nu_k}{\nu_q}\,100\%. \tag{29}$$



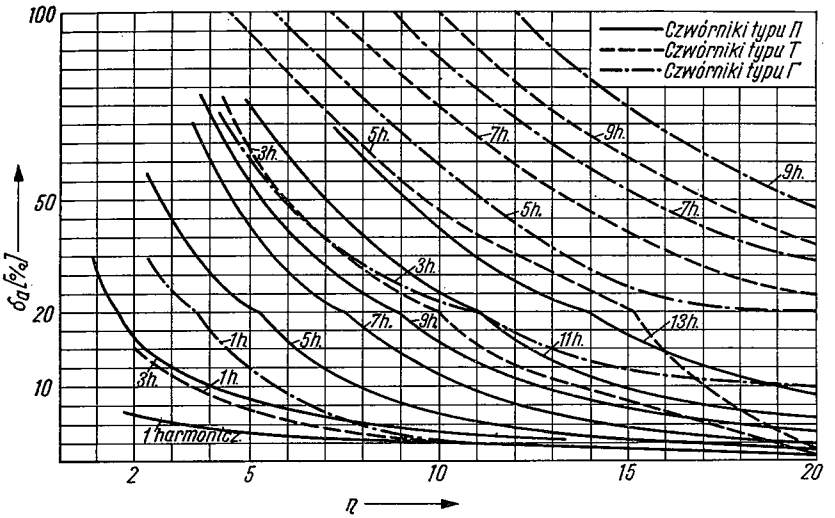
Rys. 13. Wykresy zależności uchybu pulsacji od ilości czwórników zastępczej linii łańcuchowej z czwórnikami typu Π, T i Γ dla składowych napięcia powrotnego

Uchyb względny amplitudy wyraża się:

$$\delta_a = \frac{a_q - a_k}{a_q}\,100. \tag{30}$$

Oba błędy są funkcją zarówno numeru harmonicznej k, jak i ilości czwórników n.

Wymaganą ilość czwórników można obliczyć z podanych wzorów zakładając uchyb pulsacji oraz uchyb amplitudy dla założonej harmonicznej, której amplituda wpływa praktycznie na wypadkowy przebieg napięcia. Na rysunkach 13 i 14 podano przebieg zależności tych uchybów w funkcji ilości czwórników dla danej harmonicznej.



Rys. 14. Wykresy zależności uchybu amplitudy od ilości czwórników zastępczej linii łańcuchowej złożonej z czwórników typu П, T i Г dla składowych napięcia powrotnego

3.3. Dobór liczby czwórników dla załączanej linii długiej w stanie jałowym przyłączonej do źródła o nieskończonej mocy

Dobór liczby czwórników oparto na porównaniu składowych swobodnych napięcia na końcu załączanej linii długiej i zastępczej linii łańcuchowej złożonej z czwórników typu П, T i Г.

Przyjęto napięcie zasilające:

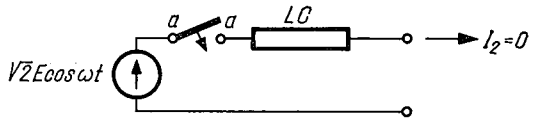
$$e(t) = \sqrt{2}E\cos\omega t.$$

Przyjęcie załączenia przy maksimum napięcia zasilającego, a nie przy dowolnej fazie nie wpływa na dobór liczby czwórników.

Przy załączeniu nieobciążonej linii długiej, podanej schematycznie na rys. 15, napięcie na końcu linii wyraża się wzorem

$$E_2(s) = \sqrt{2}E\,\frac{\mathcal{L}[\cos\omega t]}{\operatorname{ch} s\sqrt{LC}}.$$

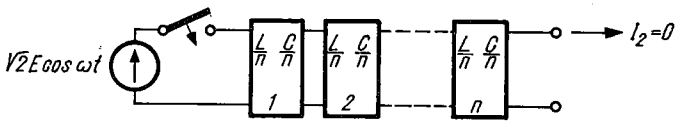
Rozwiązanie powyższego równania jest analogiczne do podanego w rozdz. 3.2. W tablicy 3 podano odpowiednie wzory na pulsacje oraz na odpowiadające im amplitudy przebiegu swobodnego przy załączeniu linii długiej.



Rys. 15. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia na końcu załączanej linii długiej w stanie jałowym, przy zasilaniu ze źródła o nieskończonej mocy

Przy obliczaniu napięcia na końcu załączanej linii łańcuchowej w stanie jałowym, podanej na rys. 16, wykorzystano równania:

$$E_2(s) = \sqrt{2}\cdot E\frac{\mathcal{L}[\cos\omega t]}{\sqrt{\frac{S_1}{S_2}}\operatorname{ch} ng}. \tag{31}$$



Rys. 16. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia na końcu załączanej linii łańcuchowej w stanie jałowym, przy zasilaniu ze źródła o nieskończonej mocy

Dla czwórników symetrycznych

$$\sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = 1.$$

Dla czwórnika niesymetrycznego odpowiednie zależności dla S_1 i S_2 podano w tabl. 1. Dla przejścia do zależności od czasu wykorzystano równanie (16). Występującą przy przekształceniach pochodną $\frac{dq}{ds}$ określono wykorzystując podane w tabl. 1 zależności pomiędzy $\operatorname{ch} g$ a parametrami pojedynczego czwórnika odpowiedniego typu.

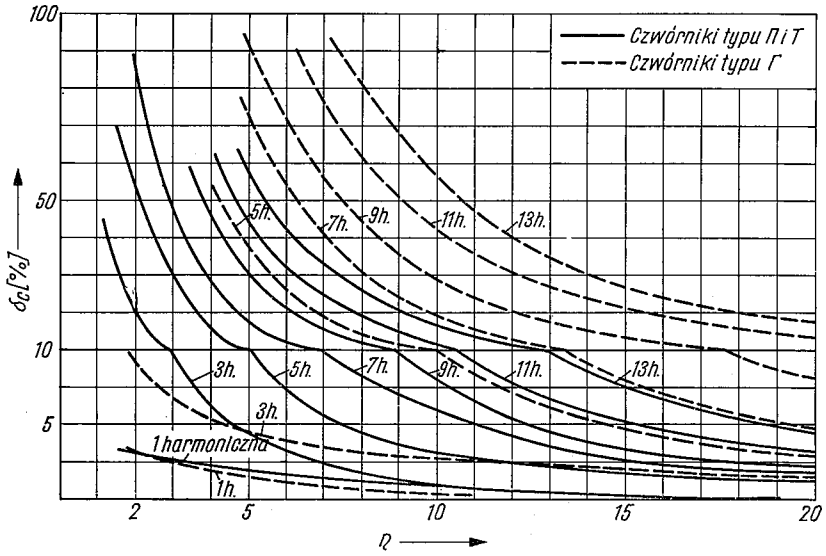
Uzyskane zależności na pulsacje i odpowiadające im amplitudy dla składowych swobodnego napięcia na końcu linii rzeczywistej i linii łańcuchowej zestawiono w tabl. 3.

W oparciu o wzory podane w tabl. 3 można określić, zakładając dopuszczalny praktycznie uchyb pulsacji i amplitudy dla określonej k-tej harmonicznej, wymaganą liczbę czwórników określonego typu.

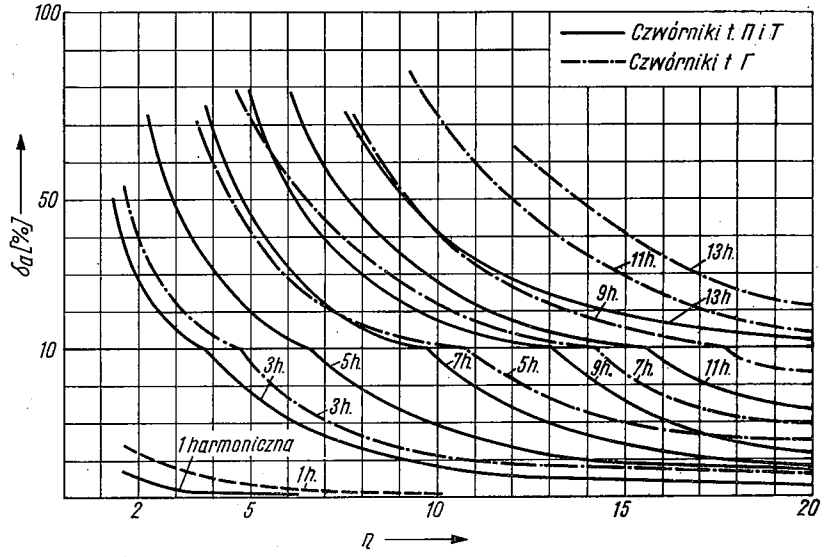
Odpowiednie przebiegi krzywych uchybu w funkcji liczby czwórników, dla określonej harmonicznej podano na rysunkach 17 i 18. W przypadkach nie objętych zakresem podanych krzywych odpowiednie obliczenia można przeprowadzić wykorzystując wzory podane w tabl. 3.

Tablica 3

		Pulsacja	Amplituda	Uwagi
Linia długa		$\nu_q = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\sqrt{LC}}(2q+1)$	$a_q = -\sqrt{2}\,E(-1)^{k+2}\frac{2}{\sqrt{LC}}\sum_{q=0}^{\infty}\frac{\nu_q}{\nu_q^2-\omega^2}\cos\nu_q t$	$q = 0, 1, 2 \ldots$
Czwórnik	Ii	$\nu_k = \frac{1}{\sqrt{LC}}\frac{2k+1}{4n}\pi$	$a_k = -\sqrt{2}\,E(-1)^{k+2}\frac{2n}{LC}\sum_{k=0}^{n}\frac{\nu_k\left(\mathrm{ccs}\frac{2k+1}{4n}\pi\right)}{\nu_k^2-\omega^2}\cos\nu_k t$	$k = 0, 1, 2 \ldots$
	T	$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}}\sin\frac{2k+1}{4n}\pi$	$a_k = -\sqrt{2}\,E\frac{2n}{LC}(-1)^{k+2}\sum_{k=0}^{n}\frac{\nu_k\cos\left(\frac{2k+1}{4n}\pi\right)}{\nu_k^2-\omega^2}\cos\nu_k t$	$k = 0, 1, 2 \ldots$
	Γ	$\nu_k = \frac{n}{\sqrt{LC}}\sin\frac{2k+1}{2n}\pi$	$a_k = -\sqrt{2}\,E\frac{2}{\sqrt{LC}}(-1)^{k+2}\sum_{k=0}^{n}\frac{\nu_k}{\nu_k^2-\omega^2}\cos\nu_k t$	$k = 0, 1, 2 \ldots$



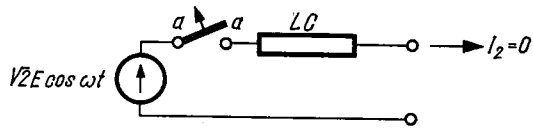
Rys. 17. Wykresy zależności uchybu pulsacji od ilości czwórników zastępczej linii łańcuchowej złożonej z czwórników typu Π, T i Γ dla składowych napięcia na końcu linii załączanej w stanie jałowym



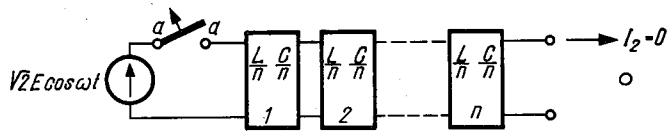
Rys. 18. Wykresy zależności uchybu amplitudy od ilości czwórników zastępczej linii łańcuchowej złożonej z czwórników typu Π, T i Γ dla składowych napięcia na końcu linii załączanej w stanie jałowym

3.4. Dobór liczby czwórników przy wyłączaniu linii w stanie jałowym przyłączonej do źródła o nieskończonej mocy

Dla doboru liczby czwórników zastępczej linii łańcuchowej dla przypadku wyłączania linii długiej w stanie jałowym, porównano napięcia na zaciskach wyłącznika przy wyłączaniu rzeczywistej linii długiej, podanej schematycznie na rys. 19, oraz zastępczej linii łańcuchowej złożonej



Rys. 19. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia na zaciskach wyłącznika przy wyłączaniu linii długiej w stanie jałowym, przy zasilaniu ze źródła o nieskończonej mocy



Rys. 20. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia na zaciskach wyłącznika przy wyłączaniu linii łańcuchowej w stanie jałowym, przy zasilaniu ze źródła o nieskończonej mocy

z czwórników typu Π, T i Γ, podanej na rys. 20. Napięcie to obliczono ze wzoru Thevenina — wzór (17). Występujący we wzorze prąd wyłączeniowy można dla rzeczywistej linii długiej określić ze wzoru (9), przy pulsacji źródła. Prąd ten jest równy:

$$I_{a-a}(j\omega) = \sqrt{2}E\frac{1}{Z}\operatorname{tg}(\omega\sqrt{LC})\sin\omega t.$$

Oporność widzianą z zacisków wyłącznika $a-a$ wyznaczono również z równania (9):

$$Z_{a-a}(s) = \frac{E_1(s)}{I_1(s)} = Z\cdot\operatorname{ctgh} s\sqrt{LC}.$$

Napięcie na zaciskach wyłącznika wyrażone w postaci operatorowej jest równe

$$U_{p_{a-a}}(s) = \sqrt{2}E\operatorname{tg}\omega\sqrt{LC}\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\cdot\frac{\operatorname{ch} s\sqrt{LC}}{\operatorname{sh} s\sqrt{LC}}. \tag{32}$$

Tablica 4

		Pulsacja	Amplituda	Uwagi
Linia długa		$\nu_q = \frac{\pi}{\sqrt{LC}} k$	$a_k = -\sqrt{2}E \frac{2\omega}{\sqrt{LC}} \operatorname{tg} \omega \sqrt{LC} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{1}{\nu_q^2 - \omega^2} \cos \nu_q t$	$q = 0, 1, 2, \ldots$
Czwórnik	Π	$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}} \sin \frac{k\pi}{2n}$	$a_k = -\sqrt{2}E \frac{4n\omega}{LC} \cos \frac{\omega\sqrt{LC}}{2n} \operatorname{tg} \omega \sqrt{LC} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_k} \frac{\sin \frac{k\pi}{2n}}{\nu_k^2 - \omega^2} \cos \nu_k t$	$k = 0, 1, 2, \ldots$
	T	$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}} \sin \frac{k\pi}{2n}$	$a_k = -\sqrt{2}E \frac{2n\omega}{LC} \frac{\operatorname{tg} \omega \sqrt{LC}}{\cos \frac{\omega}{2n} \sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_k} \frac{\cos \frac{k\pi}{2n} \sin \frac{k\pi}{n}}{\nu_k^2 - \omega^2} \cos \nu_k t$	$k = 0, 1, 2, \ldots$
	Γ	$\nu_k = \frac{n}{\sqrt{LC}} \sin \frac{k\pi}{n}$	$a_k = -\sqrt{2}E \frac{2\omega}{\sqrt{LC}} \frac{\operatorname{tg} \omega \sqrt{LC}}{\cos \frac{\omega}{n} \sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{\cos^2 \left(\frac{k\pi}{n}\right)}{\nu_k^2 - \omega^2} \cos \nu_k t$	$k = 0, 1, 2, \ldots$

Dla przejścia do zależności od czasu wykorzystać można równanie (16). Pomijając pośrednie przekształcenia, w tablicy 4 podano wzory na pulsacje i amplitudy składowych swobodnych napięcia na zaciskach wyłącznika przy wyłączaniu rzeczywistej linii długiej.

Przy analizie zastępczej linii łańcuchowej prąd wyłączeniowy do wzoru na napięcie na zaciskach wyłącznika określono z równania (10), przy pulsacji źródła.

$$I_{a-a}(j\omega) = \sqrt{2}E\left|\frac{1}{S_1}\operatorname{tgh} ng\right|_{q=j\frac{\omega}{n}\sqrt{LC}} \cdot \cos\omega t. \tag{33}$$

Oporność widziana z zacisków $a-a$:

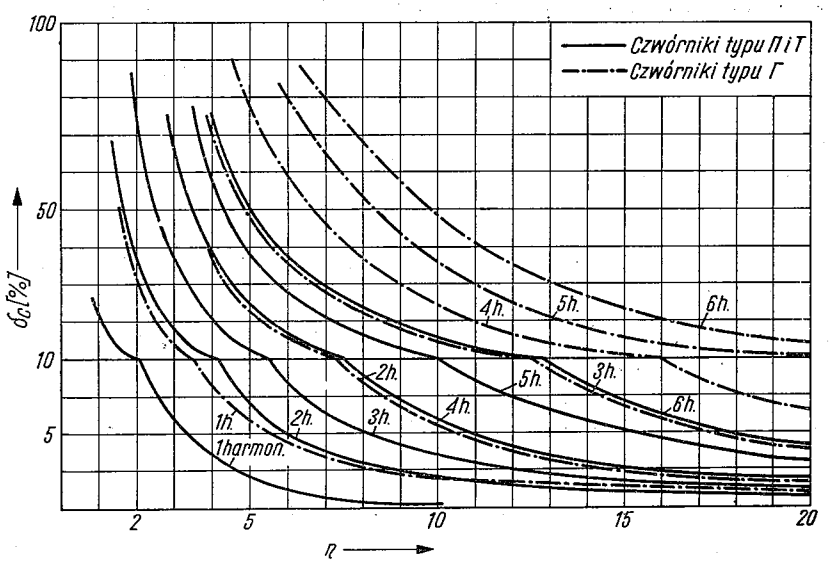
$$Z_{a-a}(s) = S_1 \operatorname{ctgh} ng. \tag{34}$$

Napięcie na zaciskach $a-a$ wyłącznika wyłączającego linię łańcuchową wyraża się zatem wzorem:

$$U_{p_{a-a}}(s) = \sqrt{2}E\left|\frac{1}{S_1}\operatorname{tgh} ng\right|_{g=j\frac{\omega}{z}\sqrt{LC}} \mathcal{L}[\cos\omega t] S_1 \operatorname{ctgh} ng. \tag{35}$$

Zależnie od typu czwórnika przyjętego dla linii łańcuchowej za S_1 i S_2 należy podstawić odpowiednie wyrażenia z tablicy 1.

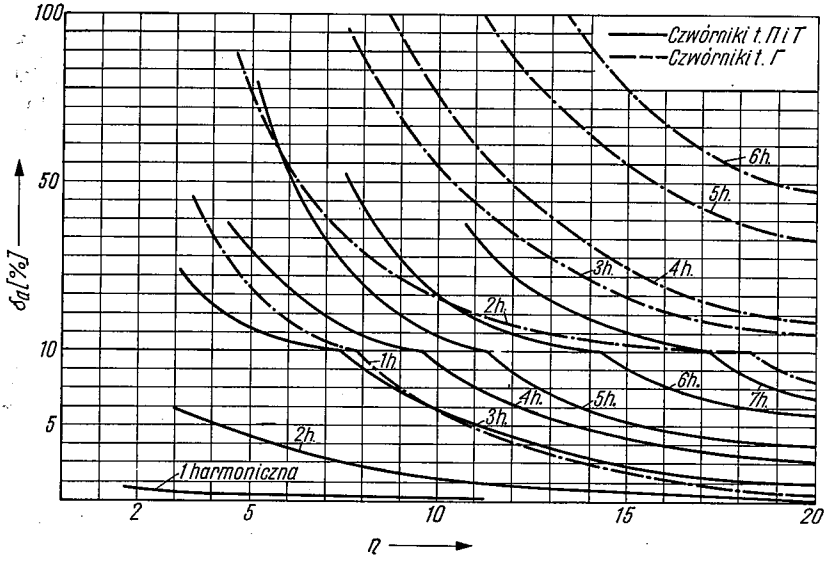
Po wykonaniu przekształceń matematycznych, podobnych do podanych w rozdz. 3.2, określono wzory na napięcie na zaciskach $a-a$ przy wyłączaniu linii łańcuchowych złożonych z różnych typów czwórników.



Rys. 21. Wykresy zależności uchybu pulsacji od ilości czwórników zastępczej linii łańcuchowej złożonej z czwórników typu Π, T i Γ dla składowych napięcia na zaciskach wyłącznika przy wyłączaniu linii w stanie jałowym

Ze wzorów tych podano w tabl. 4 wyrażenia na pulsacje i na amplitudy składowych swobodnych napięcia na zaciskach $a-a$.

Podane w tabl. 4 zależności posłużyły do liczbowego wyznaczenia uchybu względnego pulsacji i amplitudy określonego wzorami (29) i (30). Zależności te podano na rysunkach 21 i 22. Przy innym zakresie parametrów niż podany na ww. rysunkach odpowiednie obliczenia można wykonać wykorzystując bezpośrednio wzory podane w tabl. 4.



Rys. 22. Wykresy zależności uchybu amplitudy od ilości czwórników zastępczej linii łańcuchowej złożonej z czwórników typu П, T i Г dla składowych napięcia na zaciskach wyłącznika przy wyłączaniu linii w stanie jałowym

3.5. Dobór liczby czwórników przy wyłączaniu zwartej linii łańcuchowej przyłączonej do źródła o skończonej mocy

W rozpatrywanym przypadku porównano napięcie powrotne na zaciskach $a-a$ w obwodzie z rzeczywistą linią długą, podanym na rys. 23, z napięciem powrotnym na zaciskach $a-a$ w obwodzie z zastępczą linią łańcuchową — rys. 24.

Sposób obliczania napięcia powrotnego jest analogiczny do podanego w rozdz. 3.2, z tą jedynie różnicą, że w rozpatrywanym przypadku napięcie na początku linii długiej jest równe:

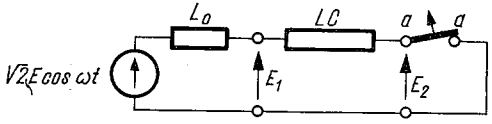
$$E_1(s) = E(s) - sL \cdot L_1(s). \tag{36}$$

W tablicy 5 zestawiono wzory na pulsacje i amplitudy odpowiednich harmonicznych dla składowych swobodnych napięcia powrotnego dla obwodu z linią rzeczywistą i zastępczą linią łańcuchową złożoną z czwórników typu П, T, Г.

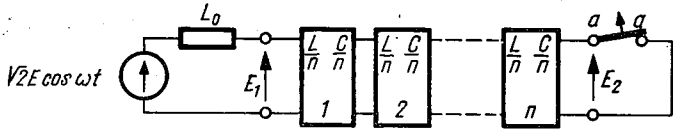
Tablica 5

Rzeczywista linia długa		$\frac{L}{L_0} = \nu_q \operatorname{tg} \nu_q$	$-\sqrt{2}E \frac{2\omega}{\sin\omega\sqrt{LC} + \frac{\omega L_0}{Z}\cos\omega\sqrt{LC}} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{\nu_q}{\nu_q^2-\omega^2} \frac{1}{\frac{1}{2}\sin 2\nu_q\sqrt{LC} + \frac{L}{L_0}\operatorname{ctg}\nu_q\sqrt{LC}} \cos\nu_q t$
Zastępcza linia łańcuchowa złożona z czwórników typu	Π		$n\frac{L}{L_0}\sin k = \operatorname{ctg} nk$
		$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}}\sin\frac{1}{2}k$	$-\sqrt{2}E \frac{2\omega\cos\frac{\omega}{2n}\sqrt{LC}}{\sin\omega\sqrt{LC} + \frac{\omega L_0}{Z}\cos\omega\sqrt{LC}\cos\frac{\omega}{2n}\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{\nu_k}{\nu_k^2-\omega^2} \frac{1}{\frac{1}{2}\sin 2nk\left(1-\operatorname{tg}\frac{1}{2}k\sin\frac{1}{2}k\right)+2n\sin\frac{k}{2}} \cos\nu_k t$
	T		$2n\frac{L}{L_0}\operatorname{tg}\frac{k}{2} = \operatorname{ctg} nk$
		$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}}\sin\frac{1}{2}k$	$-\sqrt{2}E \frac{2\omega}{\cos\frac{\omega}{2n}\sqrt{LC}\sin\omega\sqrt{LC} + \frac{\omega L_0}{Z}\cos\omega\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{\nu_k}{\nu_k^2-\omega^2} \frac{\cos^2\left(\frac{k}{2}\right)}{\frac{1}{2}\sin 2nk\frac{1}{\cos^4\frac{k}{2}} + 2\frac{\operatorname{tg}\frac{k}{2}}{\cos\frac{k}{2}}} \cos\nu_k t$
	Γ		$\frac{n}{2}\frac{L_0}{L}\sin 2k = \operatorname{ctg} nk$
		$\nu_k = \frac{n}{\sqrt{LC}}\sin k$	$-\sqrt{2}E \frac{2\omega}{\sin\omega\sqrt{LC} + \frac{\omega L_0}{Z}\cos\frac{\omega}{n}\sqrt{LC}\cos\omega\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{\nu_k}{\nu_k^2-\omega^2} \frac{\cos\frac{\omega}{n}\sqrt{LC}}{\sin\omega\sqrt{LC}\left(1+\operatorname{tg}\frac{\omega}{n}\sqrt{LC}\right)+2n\sin\frac{\omega}{n}\sqrt{LC}} \cos\nu_k t$

Wymaganą liczbę czwórników zastępczej linii łańcuchowej można określić zakładając dopuszczalny uchyb względny pulsacji i amplitudy dla określonej harmonicznej dla linii łańcuchowej i rzeczywistej linii



Rys. 23. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia powrotnego przy wyłączaniu zwartej linii długiej przyłączonej do źródła o skończonej mocy

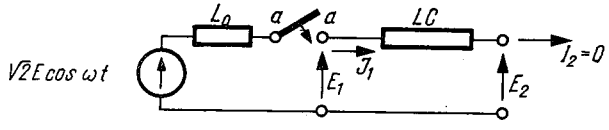


Rys. 24. Schemat zastępczy dla obliczania napięcia powrotnego przy wyłączaniu zwartej linii łańcuchowej przyłączonej do źródła o skończonej mocy

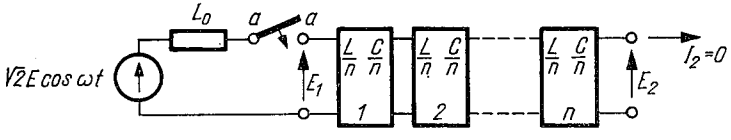
długiej. Uchyb pulsacji i amplitudy jest w danym przypadku, w odróżnieniu od analizowanego w rozdz. 3.2, zależny od indukcyjności źródła oraz od parametrów linii długiej. Ogólnie, w zakresie praktycznie spotykanych parametrów uchyb pulsacji i amplitudy rośnie ze wzrostem oporności źródła.

3.6. Dobór liczby czwórników przy załączaniu linii długiej w stanie jałowym, przyłączonej do źródła o skończonej mocy

Dla doboru liczby czwórników zastępczej linii łańcuchowej należy porównać napięcie na końcu, po załączeniu tej linii oraz po załączeniu rzeczywistej linii długiej — rys. 25 i 26. Metoda obliczenia tych napięć jest



Rys. 25. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia na końcu załączanej linii długiej przyłączonej do źródła o skończonej mocy



Rys. 26. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia na końcu załączanej linii łańcuchowej przyłączonej do źródła o skończonej mocy

Tablica 6

Rzeczywista linia długa		$\nu_q \frac{L_0}{L} = \operatorname{ctg} \nu_q \sqrt{LC}$	$a_q = -\sqrt{2}\, 2EZ \sum_{q=0}^{\infty} \frac{\nu_q}{\nu_q^2 - \omega^2} \frac{\sin \nu_k \sqrt{LC}}{L + L_0 \sin \nu_k \sqrt{LC}} \cos \nu_q t$
Zastępcza linia łańcuchowa złożona z czwórników typu	II	$\operatorname{ctg} nk = n \frac{L_0}{L} \sin k$	
		$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}} \sin \frac{k}{2}$	$a_k = -\sqrt{2}\, 2EZ \sum_{k=0}^{n} \frac{\nu_k}{\nu_k^2 - \omega^2} \frac{nZ \sin nk \sin k}{\left(n - \frac{1}{4} \sin 2k \operatorname{tg} \frac{1}{2} k\right) 2L \sin \frac{k}{2} + nL_0 \sin k \cos \frac{1}{2} k \sin^2 nk} \cos \nu_k t$
	T	$\operatorname{ctg} nk = 2n \frac{L_0}{L} \operatorname{tg} \frac{k}{2}$	
		$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}} \sin \frac{k}{2}$	$a_k = -\sqrt{2}\, 2EZ \sum_{k=0}^{n} \frac{\nu_k}{\nu_k^2 - \omega^2} \frac{nZ \cos \frac{1}{2} k \sin k}{\left[\frac{1}{4} \sin \frac{k}{2} \sin 2nk - n \cos \frac{k}{2}\right] 2L \sin \frac{k}{2} + nL_0 \sin k \sin nk} \cos \nu_k t$
	Γ	$\operatorname{ctg} nk = n \frac{L_0}{L}$	
		$\nu_k = \frac{n}{\sqrt{LC}} \cos k$	$a_k = -\sqrt{2}\, 2EZ \sum_{k=0}^{n} \frac{\nu_k}{\nu_k^2 - \omega^2} \frac{n \sin nk}{L_0 n (1 + \sin^2 nk) + \frac{L}{2} \operatorname{tg} k \cdot \sin 2nk} \cos \nu_k t$

analogiczna do podanej w rozdz. 3.3 z tym jedynie, że napięcie na początku linii długiej jest obecnie równe:

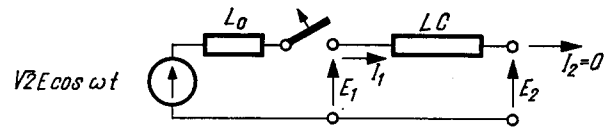
$$E_1(s) = E(s) - sL_1 I_1(s). \tag{37}$$

W tablicy 6 zestawiono wzory na pulsacje i amplitudy składowych swobodnych napięcia na końcu linii rzeczywistej po jej załączeniu oraz linii zastępczej złożonej z elementów Π, T i Γ.

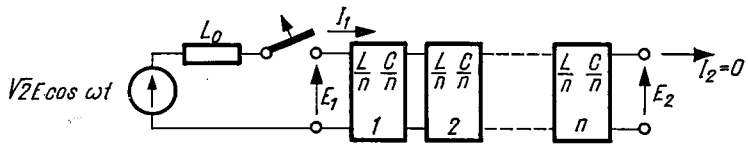
Jak wynika z podanych wzorów, zarówno pulsacja, jak i ich amplitudy zależą od oporności źródła i parametrów linii. Przy praktycznie spotykanych wartościach uchyb pulsacji i amplitudy wzrasta ze wzrostem oporności źródła.

3.7. Dobór liczby czwórników przy wyłączeniu linii długiej w stanie jałowym przy skończonej oporności źródła

Dla powyższego przypadku porównano napięcia na zaciskach wyłącznika $a-a$ wyłączonego obwodu z rzeczywistą linią długą — rys. 27 i zastępczą linią łańcuchową złożoną z czwórników typu Π, T i Γ — rys. 28. Napięcie to obliczono zgodnie z metodą podaną w rozdz. 3.4.



Rys. 27. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia na zaciskach wyłącznika przy wyłączaniu linii długiej przyłączonej do źródła o skończonej mocy



Rys. 28. Schemat pomocniczy dla obliczenia napięcia na zaciskach wyłącznika przy wyłączaniu linii łańcuchowej przyłączonej do źródła o skończonej mocy

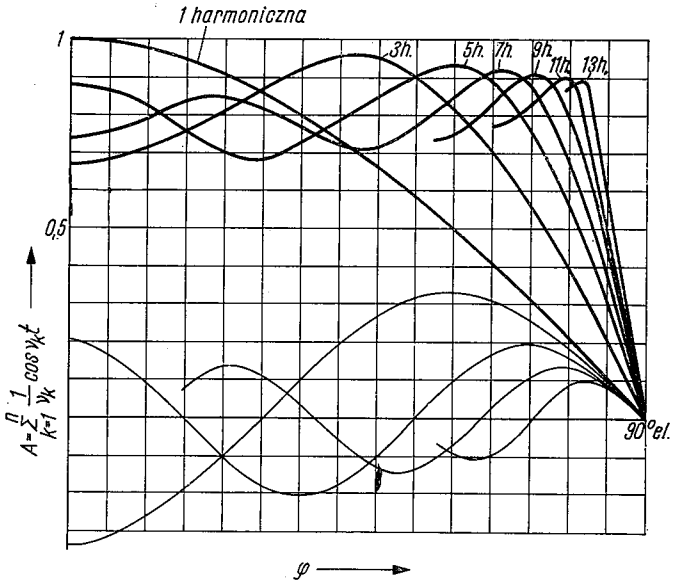
Wyznaczone wzory na pulsacje i odpowiadające im amplitudy dla składowej swobodnej napięcia na zaciskach $a-a$ zestawiono w tablicy 7. Podane w tablicy wzory umożliwiają określenie wymaganej liczby czwórników zastępczej linii łańcuchowej przy założonym uchybie pulsacji i amplitudy. Należy stwierdzić, że uchyb ten, zależnie od parametrów linii długiej i oporności źródła, rośnie wraz ze wzrostem tej oporności.

Tablica 7

Rzeczywista linia długa		$\nu_q = \frac{k\pi}{\sqrt{LC}}$	$a_q = -\sqrt{2}E \frac{1}{\frac{\omega L_0}{Z} - \operatorname{ctg}\omega\sqrt{LC}} \frac{2\omega}{\sqrt{LC}} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{1}{\nu_k^2 - \omega^2} \cos \nu_q t$
Czwórnik	П	$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}} \sin\frac{k\pi}{2n}$	$a_k = -\sqrt{2}E \frac{\cos\frac{\omega}{2n}\sqrt{LC}}{\frac{\omega L_0}{Z} - \operatorname{ctg}\omega\sqrt{LC}} \frac{2\omega}{\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_k^2 - \omega^2} \cos \nu_k t$
	T	$\nu_k = \frac{2n}{\sqrt{LC}} \sin\frac{k\pi}{2n}$	$a_k = -\sqrt{2}E \frac{\cos^2\frac{k\pi}{n}\sqrt{LC}}{\frac{\omega L_0}{Z} - \cos\frac{\omega}{2n}\sqrt{LC}\operatorname{ctg}\omega\sqrt{LC}} \frac{2\omega}{\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_k^2 - \omega^2} \cos \nu_k t$
	Г	$\nu_k = \frac{n}{\sqrt{LC}} \sin\frac{k\pi}{n}$	$a_k = -\sqrt{2}E \frac{\cos^2\frac{k\pi}{n}}{\frac{\omega L_0}{Z} - \cos\frac{\omega}{n}\sqrt{LC}\operatorname{ctg}\omega\sqrt{LC}} \frac{2\omega}{\sqrt{LC}} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_k^2 - \omega^2} \cos \nu_k t$

3.8. Wybór harmonicznej przebiegu przejściowego dla ustalenia wymaganej liczby czwórników zastępczej linii łańcuchowej

Wybór liczby czwórników zastępczej linii łańcuchowej, niezależnie od rodzaju łączenia i obwodu, uzależniono od przyjętego uchybu pulsacji i amplitudy wybranej harmonicznej przebiegu przejściowego. Nasuwa się zatem pytanie, która harmoniczna może mieć jeszcze wpływ na wypadkowy przebieg przejściowy. Aby uzyskać odpowiedź na to pytanie, poniżej porównano wykresy przebiegów funkcji o różnej liczbie harmonicznych, przy określonym uzależnieniu amplitudy tych harmonicznych od ich pulsacji. Ze wzorów podanych w rozdziałach od 3.2 do 3.4 wynika, że amplitudy kolejnych harmonicznych dla rzeczywistej linii długiej maleją w przybliżeniu w pierwszej potędze lub w kwadracie pulsacji.



Rys. 29. Rysunek pomocniczy dla doboru harmonicznej przy wyznaczaniu wymaganej ilości czwórników zastępczej linii łańcuchowej przy przebiegu odpowiadającym równaniu

$$A(t) = (-1)^{k+2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\nu_k} \cos \nu_k t$$

Na rys. 29 podano wykresy funkcji odpowiadającej zależności

$$A = (-1)^{k+2} A_1 \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_k} \cos \nu_k t.$$

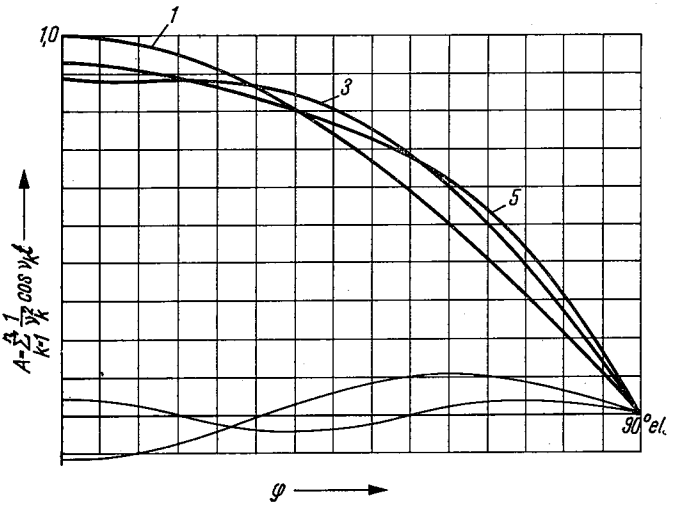
Z wykresów tych wynika, że amplitudy tych funkcji przy przyjęciu 3 do 13 harmonicznej zmieniają się nieznacznie. Istotnie natomiast zmienia się

stromość początkowa. Praktycznie należy zatem przyjmować 7 ($k = 3$) do 11 ($k = 5$) harmoniczną. i

Dla przebiegów funkcji odpowiadających w przybliżeniu równaniu

$$A = (-1)^{k+2} A_1 \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\nu_k^2} \cos \nu_k t,$$

podanych na rys. 30, wynika, że z uwagi na amplitudę przebiegu przejściowego jak i jego stromość należy i wystarczy przyjąć 5 ($k = 2$) harmoniczną.



Rys. 30. Rysunek pomocniczy dla doboru harmonicznej przy wyznaczaniu wymaganej ilości czwórników zastępczej linii łańcuchowej przy przebiegu odpowiadającemu równaniu

$$A(t) = (-1)^{k+2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\nu_k} \cos \nu_k t.$$

Podane rozważanie odnosi się w zasadzie do przypadku analizy linii przyłączonej do źródła o pomijalnej oporności. O ile ta oporność nie jest pomijalna, można przeprowadzić odpowiednio dobór harmonicznej w oparciu o wzory dla rzeczywistej linii długiej, podane w tablicach 5, 6 i 7, dla zadanych parametrów obwodu zasilającego i danych parametrów linii.

4. ZALEŻNOŚĆ INDUKCYJNOŚCI I OPORNOŚCI PRZEWODÓW LINII DŁUGIEJ ORAZ PRZEWODU ZEROWEGO OD CZĘSTOTLIWOŚCI

Przy modelowaniu fizycznym linii długiej elementy zastępcze dla oporności czynnej i dla indukcyjności powinny posiadać zbliżone do rzeczywistych charakterystyki zależności ich oporności czynnych i indukcyjności od częstotliwości.

Dla wyższych częstotliwości składowych przebiegu przejściowego występuje wzrost oporności i pewien (pomijalny praktycznie) wzrost indukcyjności wywołany efektem naskórkowości. Ponieważ zarówno tłumienie, jak i częstotliwość kolejnych harmonicznych są zależne od oporności, to przy nieodpowiednio dobranych charakterystykach elementów zastępczych nie otrzymamy właściwego przebiegu przejściowego.

Ogólną analizę zjawiska naskórkowości i jego wpływu na indukcyjność wewnętrzną przewodu i oporność można znaleźć w podręcznikach podstaw elektrotechniki.

Wpływ naskórkowości na indukcyjność wewnętrzną przewodów fazowych przy praktycznie spotykanych wymiarach geometrycznych tych przewodów i częstotliwościach, które należy jeszcze uwzględniać w przebiegu przejściowym, jest niewielki (indukcyjność wewnętrzna przy częstotliwości 50 Hz jest ok. 20 razy mniejsza od indukcyjności całkowitej). Inaczej wygląda ten wpływ w odniesieniu do oporności.

W liniach napowietrznych mamy przeważnie do czynienia z przewodami staloaluminiowymi. Analiza matematyczna wpływu częstotliwości na zmianę oporności napotyka na szereg trudności. Analizę tę można uprościć pomijając wpływ prądu płynącego w żyle stalowej. Jest to dopuszczalne, ponieważ prąd ten jest praktycznie mniejszy od 5% prądu płynącego w aluminium. Obliczenie dla przewodu rurowego (pomięcie żyły stalowej) podane jest w lit. [1]. Obliczenie to jest jednakże bardzo pracochłonne.

W obliczeniach przybliżonych wykorzystany może być wzór [2]

$$\frac{R_f}{R_s} = 1 + k\left(\frac{\Delta f}{dR_s}\right)^2, \tag{38}$$

gdzie:

R_f — oporność czynna przy danej częstotliwości f,
R_s — oporność czynna żyły aluminiowej,
f — częstotliwość,
Δ — grubość żyły aluminiowej,
d — średnica zewnętrzna żyły aluminiowej,
k = 0,15 $[\mathrm{m}^2\Omega^{-2}\mathrm{s}^{-2}]$.

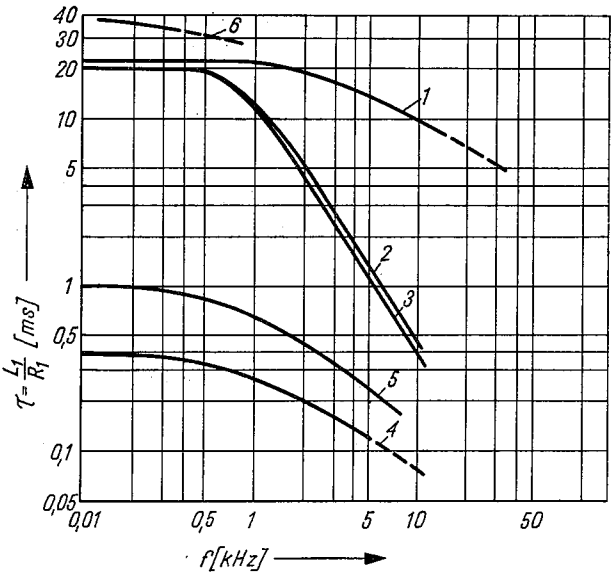
Na rys. 31 podano szereg charakterystyk stałych czasu $\left(\frac{L}{R_f}\right)$ rzeczywistych linii długich, zaczerpnięty z prac [3], [4] oraz przeliczonych przez autora.

Osobnym zagadnieniem jest zależność indukcyjności i oporności czynnej od częstotliwości dla przewodu zerowego. Przewód ten może składać się z ziemi oraz z linki odgromowej. Ta ostatnia, o ile wykonana jest jako przewód staloaluminiowy, może być analizowana, jak to podano powyżej.

Oporność czynna ziemi oraz jej indukcyjność zmienia się w zależności od częstotliwości w sposób następujący:

$$\left.\begin{aligned} R_z &= \pi^2 f \cdot 10^{-4}\ [\Omega/\mathrm{km}], \\ L_z &= 2\ln\frac{0{,}178}{h\sqrt{f\gamma}}10^{-4}\ [\mathrm{H/km}], \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

gdzie γ — przewodność właściwa ziemi [S/cm], pozostałe oznaczenia jak powyżej.



Rys. 31. Wykresy zależności stałej czasu dla przewodów fazowych rzeczywistych linii długich w funkcji częstotliwości

Krzywe: *1* — przebieg obliczony dla przewodu miedzianego rurowego o średnicy zewnętrznej 42 mm (wg [3]); *2* — przebieg obliczony dla przewodu wiązkowego przy 4 przewodach w wiązce St/Al 50/210 mm² (wg [3]); *3* — jak 2, przebieg pomierzony (wg [3]); *4* — przebieg obliczony dla przewodu St/Al 90 mm² o średnicy zewnętrznej 13,4 mm (wg [3]); *5* — przebieg obliczony dla przewodu St/Al 50/210; *6* — przebieg pomierzony dla przewodu wiązkowego przy 3 przewodach w wiązce St/Al 480 o średnicy zewn. 30,2 mm (wg [4])

Przy analizie obwodu trójfazowego należy wziąć pod uwagę, że oporność czynna i indukcyjność zerowa są równe:

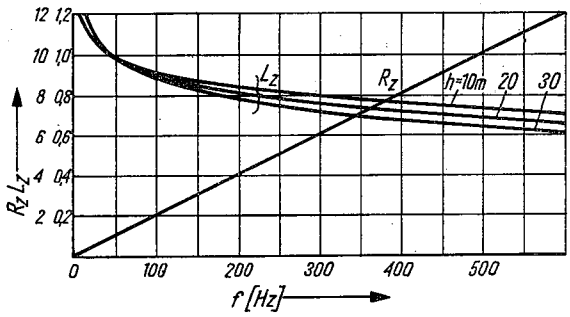
$$\left.\begin{aligned} R_0 &= \frac{1}{3}R_f + R_{z_w}, \\ L_0 &= \frac{1}{3}L_f + L_{f_w}, \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

gdzie:

R_{z_w} — wypadkowa oporność przewodu zerowego przy danej częstotliwości,

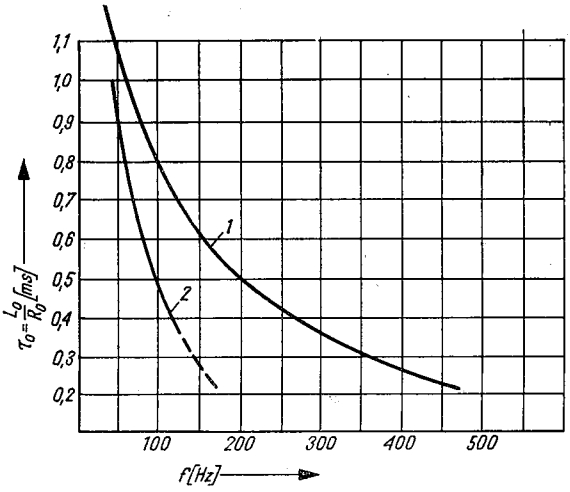
L_{z_w} — wypadkowa indukcyjność przewodu zerowego przy danej częstotliwości.

Na rysunkach 32 i 33 podano przykładowo kilka charakterystyk dla składowej zerowej uzyskanych doświadczalnie. Krzywe te zestawiono w oparciu o dane publikowane w literaturze.



Rys. 32. Krzywe zależności oporności czynnej i indukcyjności ziemi od częstotliwości (wg [6]); L_z[mH/km], R_z[Ω/km]

Zarówno indukcyjności i oporności przewodów fazowych, jak i przewodu zerowego modelowane są przy pomocy cewek przeważnie bezrdzeniowych. Dla takich cewek zależność oporności czynnej od częstotliwości



Rys. 33. Krzywe zależności stałej czasu dla oporności zerowej od częstotliwości
Krzywe: 1 — przebieg dla linii 380 (wg [5]); 2 — przebieg pomierzony dla linii 500 kV (wg [4])

wyraża się wzorem [6]:

$$\frac{R_{cf}}{R_s} = 1 + \varphi_R^2 l^2 k^2 q f^2 \cdot 10^{-10}, \tag{41}$$

gdzie:

b — szerokość cewki w cm,

q — przekrój przewodu nawojowego w mm^2,

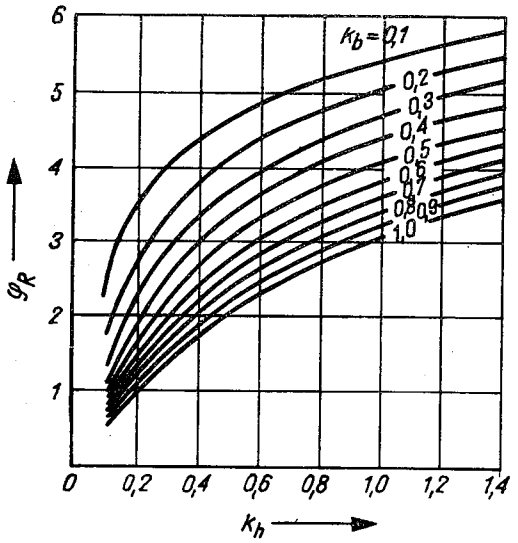
k — współczynnik wypełnienia (0,6 ... 0,8),

φ_R — współczynnik wyznaczony z wykresu na rys. 34,

na rysunku zaś 34:

h — osiowa szerokość cewki,

D — średnia średnica cewki.



Rys. 34. Krzywe pomocnicze dla wyznaczenia zależności stałej czasu cewki modelu fizycznego linii od częstotliwości (wg [6]);

$$k_b = \frac{b}{D}; \quad k_h = \frac{h}{D}$$

W praktycznie wykonanych cewkach ich charakterystyki zależności stałych czasu od częstotliwości mogą być zdejmowane przy pomocy Q-metrów o stosunkowo niskiej częstotliwości. W Katedrze Aparatów Elektrycznych Politechniki Warszawskiej do tych celów stosowano indykator napięć powrotnych.

5. ZAKOŃCZENIE

W artykule niniejszym omówiono stosowany w badaniach modelowych stanów przejściowych wywołanych czynnościami łączeniowymi i zakłóceniowymi model fizyczny linii długiej.

W pierwszej części artykułu wykazano dopuszczalność stosowania dla trójfazowej linii długiej z przewodem zerowym rozkładu na składowe symetryczne. Dzięki temu można było w modelu fizycznym wyeliminować

sprzężenia magnetyczne międzyfazowe i w stosunku do przewodu zerowego, a także uprościć schematy dla odporności i upływności poprzecznych. W dalszej części artykułu podano oraz matematycznie uzasadniono uniwersalny z punktu widzenia możliwości analizy różnych łączeń i różnych zakłóceń model trójfazowy z przewodem zerowym, w którym parametry są zależne od odporności dla składowych symetrycznych zgodnej i zerowej.

Jednym z zasadniczych problemów przy modelowaniu linii długiej jest wybór liczby czwórników i wybór typu czwórnika zastępczej linii łańcuchowej. Zagadnienie to zostało przeanalizowane dla obwodu jednofazowego. Dopuszczalność takiego założenia jest uzasadniona możliwością stosowania dla linii długich składowych symetrycznych, które odpowiadają obwodom jednofazowym. Analizę dotyczącą doboru ilości czwórników przeprowadzono dla pojedynczej linii długiej przyłączonej do źródła o zerowej oporności oraz oporności większej od zera. Przyjęcie pojedynczej linii długiej jest uzasadnione tym, że w obwodzie takim występują największe przepięcia. Analizę przeprowadzono dla załączenia linii długiej (co odpowiada również przypadkowi zapłonu przy wyłączeniu z zapłonami), przy wyłączeniu linii długiej zwartej i w stanie jałowym. Podano szereg krzywych, z których można określić bezpośrednio wymaganą ilość czwórników dla danego obwodu i danego łączenia. Z podanych krzywych wynika, że we wszystkich przypadkach najkorzystniejszym typem czwórnika w modelu jest typ Π.

W końcowej części artykułu omówiono zależność stałych czasu rzeczywistych linii długich od częstotliwości oraz podano uwagi odnośnie do zastępczych elementów indukcyjnych. Pojemności modelu najlepiej wykonać z kondensatorów styrofleksowych odznaczających się małą upływnością i dużą stałością parametrów w czasie.

W artykule nie omawiano modelowania korony. Zagadnienie to posiada w odniesieniu do przepięć łączeniowych szereg cech specyficznych i będzie omówione w osobnym opracowaniu.

Politechnika Warszawska
Katedra Aparatów Elektrycznych

WYKAZ LITERATURY

1. Lewis A. W., Tuttle P. D.: The Resistance and Reactance of Aluminium Conductors. — Steel Roinforced Power Apparatus and Systems, 1959, str. 1189.
2. Nowacki P.: Linie dalekosiężne. PWT, Warszawa 1953.
3. Kriechbaum K.: Netzanalysator zur Messung der Einschwingspannung. — ETZ-A, 1957, nr 17.
4. Артемьев Э., Шур С.: Исследование перенапряжений и измерение параметров линии... Дальная электропередача волжска ГЭС и В. И. Ленина Госэнергоиздат, Москва 1958.

5. Dorsch H., Paessler E. R.: Das neue Schwingungsmodell der Siemens--Schuckertwerke. — Siemens Zeitschrift, 1962, nr 2.
6. Зуев Э. Н.: Моделирование частотных зависимостей параметров линии электропередачи. — Изд. АН СССР, Энергетика и Транспорт, 1964, № 5.

Z. CIOK

PHYSICAL MODEL OF THE LONG TRANSMISSION LINE

Summary

The paper deals with the problems of the modeling of long transmission lines for the study of switching transients.

In the first part of the paper shown the possibilities of symmetrical component application for symmetrical long transmission lines. The utilize of symmetrical components simplify the model because eliminated inductive coupling between phases and to the neutral wire.

In this part of the paper the universal schema for different operation and fault switching are lead out. This schema is given on Fig. 5.

The second part of the paper deals with the question — how many four-terminal circuits should be used in artificial line for adequate performance transient processes in real line. This problem is analysed for switching of short-circuited lines, and for energization and deenergization no-load lines. Both — for infinity and uninfinity power from source-side. Mathematical analysis was given for four--terminal circuits type Π, T and Γ.

The determination of the number of four-terminal circuits is based on the admissible frequency and amplitude error for adequate component of the transient voltages.

On Tables 2...7 put together the results of the computation for the real and artificial long lines consists from Π, T and Γ type of four-terminal circuits.

In the last part discussed the influence of the frequency for the impedances of the phase and neutral wire. Some curves for these dependences is insert.

For practical construction of the model given some remarks.

This paper is based on the experiences assambled during the model building at the Chair Electrical Apparatus the Warsaw Technical University.

Z. CIOK

LA SIMULATION PHYSIQUE DES LIGNES À CONSTANTES RÉPARTIES

Résumé

On a déduit et décrit le schéma équivalent de la ligne triphasée à constantes réparties avec le conducteur zéro. On a analysé l'influence du nombre des quadripôles de la chaîne équivalente sur l'erreur d'amplitude et de fréquence des transitoires étudiés pendant de différentes actions de commutation et en cas de différentes configurations du circuit avec la ligne à constantes réparties. Ensuite on a presenté des dépendances de la constante de temps de la ligne longue réele — de fréquence, en cas des conducteurs phase et conducteur zéro. En conclusion on à donné des indications concernant la construction du modèle physique de la ligne à constantes réparties.

З. ЦЁК

ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛИННЫХ ЛИНИЙ

Резюме

В статье рассматривается физическое моделирование трехфазных длинных линий с нулевым проводом для испытания внутренних перенапряжений.

В первой части статьи представлено применение симметрических составляющих для трехфазных длинных линии. При переходе от трехфазной линии к эквивалентной цепи с симметрическими составляющими исключено сложные для моделирования междуфазные и в отношении к нулевому проводу индуктивные связи.

Чтобы избежать необходимости составления разнообразных эквивалентных схем в зависимости от рассматриваемой коммутации, выведено универсальную схему для любых операционных и аварыйных коммутации. Эту схему представлено на рис. 5.

Вторая часть статьи касается вопроса — какое должно быть число звеньев цепной эквивалентной схемы действительной длинной линии для правильного представления испытуемого переходного процесса.

Этот вопрос решено для случая выключения коротко-замкнутой длинной линии, а также выключения и включения длинной линии холостого хода при неограниченной и ограниченной мощности питающей системы.

Приведено расчет для четырехполюсников цепной схемы типа П, Т и Г.

Как критерий выбора числа звеньев принята допустимую ошибку амплитуды и частоты для поочередных составляющих переходного процесса действительной и искусственной линии. В этой части статьи составлено в таблицах 2 ... 7 формулы для расчета пульсаций и соотвествующих амплитуд для длинной и искусственной линий состоящей с n звеньев типа П, Т и Г.

В последней части рассмотрено зависимость индуктивности и активного сопротивления разных проводов и нулевого провода от частоты. Составлено кривые соответствующих зависимостей. Дано общие замечания по конструкции катушек индуктивности замещающих действительные индуктивности линии.

В статьи использовано опыт работ при постройке модели длинной линии на Кафедре электрических аппаратов Варшавского политехнического института.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE — TOM XII — ZESZYT 3 — 1966

621.3.052.3

JERZY STANISŁAW ZIELIŃSKI

O wyborze przekształcenia liniowego dla analizy asymetrii w układach N-torowych ($N = 1, 2, 3$)

Rękopis dotarczono 17.12.1964

W artykule omówiono niektóre z zagadnień związanych z zastosowaniem przekształceń liniowych wielofazowych obwodów elektrycznych.

Podano charakterystyczne macierze kwadratowe dla składowych symetrycznych n-fazowych (1a), składowych symetrycznych grupowych N-n-fazowych (3) i znormalizowanych wielofazowych składowych (4).

Omówiono kryteria, na podstawie których oceniono przydatność różnych przekształceń liniowych do analizy asymetrii w układach N-torowych; własności tych przekształceń w poszczególnych przypadkach zestawiono w tablicach 1—6.

Na podstawie przeprowadzonych rozważań stwierdzono, że najwięcej korzyści w analizie asymetrii w N-torowych układach trójfazowych w przypadku $Z_1 = Z_2$ dają przekształcenia liniowe, w których elementy charakterystycznej macierzy kwadratowej są liczbami rzeczywistymi, oraz że dla analizy asymetrii w wielofazowych układach należy posługiwać się składowymi n-fazowymi bądź składowymi grupowymi N-n-fazowymi, które powinny stać się podstawą do opracowania nowych układów zabezpieczeń N-torowych linii.

W zakończeniu autor wymienia następujące ważne problemy wymagające opracowania:

1. Wybór optymalnego liniowego przekształcenia znormalizowanego w teorii składowych n-fazowych i składowych grupowych N-n-fazowych, którego charakterystyczna macierz kwadratowa składa się z liczb rzeczywistych.
2. Opracowanie teorii filtrów składowych n-fazowych i składowych grupowych N-n-fazowych.
3. Opracowanie nowych układów zabezpieczeń N-torowych linii trójfazowych.

1. WSTĘP

Zastosowanie przekształceń liniowych do analizy wielofazowych obwodów elektrycznych zostało zapoczątkowane pracą C. L. Fortescue, w której zdefiniowano składowe symetryczne n-fazowe (1918 r.). Od tej pory coraz liczniej ukazywały się publikacje dotyczące zarówno teorii przekształceń liniowych, jak i praktycznego zastosowania ich do analizy zja-

wisk w wielofazowych układach elektroenergetycznych, w rezultacie czego w chwili obecnej w każdym z działów „elektrotechniki silnych prądów" przekształcenia te spełniają dużą rolę w rozwiązywaniu niektórych zagadnień.

Jak wynika z ogólnych rozważań (por. np. [1], [2], [10], [11]), istnieje cały szereg możliwości w wyborze przekształcenia liniowego dla analizy symetrycznego obwodu wielofazowego (praktycznym skutkiem tego jest duża liczba układów przekształceń omówionych w dalszym ciągu pracy); pociąga to za sobą konieczność odpowiedzi na pytanie: który z omawianych w literaturze układów przekształceń będzie najwłaściwszym w analizie konkretnego zagadnienia? Pytanie to nie jest nowe, próby udzielenia odpowiedzi na nie można znaleźć m.in. w [1], [4], [6], [11], [23], przy czym porównania przeprowadzone w tych pracach nie obejmują wszystkich istotnych, opisanych w literaturze układów przekształceń liniowych.

Celem niniejszej pracy jest porównanie różnych układów przekształceń liniowych wielofazowego obwodu według pewnych, określonych w dalszym ciągu kryteriów i wyciągnięcie praktycznych wniosków dotyczących celowości tych przekształceń.

Przed przystąpieniem do zasadniczych rozważań niezbędne jest przypomnienie pewnych zasadniczych pojęć i wzorów dotyczących przekształceń liniowych wielofazowych obwodów; pozwoli to na łatwiejsze uchwycenie różnic między omawianymi w dalszym ciągu układami przekształceń liniowych.

2. ROZWAŻANIA OGÓLNE

2.1. Podział przekształceń liniowych

Jak już wspomniano, literatura podaje różne układy przekształceń liniowych stosowane w analizie obwodów elektrycznych, wśród których można wyróżnić dwa zasadnicze rodzaje przekształceń liniowych:

1) składowe symetryczne, w których macierz charakterystyczna (kwadratowa) równania definiującego zawiera liczby zespolone ([1]÷[20], [22], [23]).

2) przekształcenia, w których macierz charakterystyczna (kwadratowa) równania definiującego zawiera jedynie liczby rzeczywiste ([4], [6], [10], [11], [12], [22]).

W dalszym ciągu niniejszej pracy przekształcenia te będą nazywane „składowymi" z ewentualnie przyjętym w literaturze dodatkowym określeniem (np. składowe α, β, 0) [1]. W odniesieniu do układu trójfazowego przekształcenia tego typu diagonalizują macierz oporności w przypadku,

[1] W [12] Witanow proponuje w tym przypadku używać określenia „składowe rzeczywiste", zdaniem autora niniejszego artykułu określenie to jako nieprecyzyjne nie powinno być stosowane.