

gdy impedancje zastępcze układu dla składowych symetrycznych zgodnej i przeciwnej są sobie równe; przekształceń tych może być nieskończenie wiele (por. np. [10]).

2.2. Składowe symetryczne n -fazowe

Jeśli przyjmiemy, że zamianie układu współrzędnych n -fazowego obwodu na składowe symetryczne odpowiada równanie macierzowe postaci:

$$\mathbf{W} = \mathbf{S}_n \mathbf{W}_s, \quad (1)$$

w którym:

$\mathbf{W}$ — kolumnowa macierz wektorów w układzie n -fazowym,

$\mathbf{S}_n$ — macierz kwadratowa (charakterystyczna) równania,

$\mathbf{W}_s$ — kolumnowa macierz składowych symetrycznych n -fazowych, to przekształceniu odwrotnemu odpowiada

równanie macierzowe postaci

$$\mathbf{W}_s = \mathbf{S}_n^{-1} \mathbf{W}, \quad (2)$$

w którym $\mathbf{S}_n^{-1}$ jest macierzą odwrotną w stosunku do $\mathbf{S}_n$ [$\mathbf{W}_s$ i $\mathbf{W}$ są odpowiednio równe macierzom w równaniu (1)].

Na podstawie [4], [17]:

$$\mathbf{S}_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & h^{-1} & h^{-2} & \dots & h^{-(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & h^{-(n-1)} & h^{-2(n-1)} & \dots & h^{-(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}; \quad (1a)$$

w powyższym równaniu i w dalszych $h = e^{j \frac{2\pi}{n}}$.

Z rozważań przeprowadzonych w [18] wynika

$$\mathbf{S}_n^{-1} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & h^{-(n-1)} & h^{-2(n-1)} & \dots & h^{-(n-1)^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & h^{-(n-1)^2} & h^{-2(n-1)^2} & \dots & h^{-(n-1)^3} \end{bmatrix}. \quad (2a)$$

Mnożąc macierz $\mathbf{S}_n$ określoną równaniem (1a) przez $\frac{1}{\sqrt{n}}$ oraz macierz $\mathbf{S}_n^{-1}$ (2a) przez $\sqrt{n}$ otrzymujemy odpowiednie macierze charakterystyczne przekształcenia liniowego, które w [6] zostało nazwane znormalizowanymi składowymi symetrycznymi n -fazowymi.

2.3. Składowe symetryczne grupowe N - n -fazowe [17]

Równania macierzowe definiujące składowe symetryczne grupowe N - n -fazowe mają analogiczną budowę jak (1) i (2), z tym, że charakterystyczną macierz kwadratową i macierz do niej odwrotną oznaczamy odpowiednio przez $\mathbf{S}_{N-n}$ i $\mathbf{S}_{N-n}^{-1}$ i określamy zgodnie z odpowiednimi równaniami (3) i (4):

$$S_{N-n}^{-1} = \frac{1}{N \cdot n} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & H^{-(N-1)} & H^{-(N-1)} & \dots & H^{-(N-1)} & \dots & H^{-(N-1)^2} & \dots & H^{-(N-1)^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 & H^{-(N-1)^2} & H^{-(N-1)^2} & \dots & H^{-(N-1)^2} & \dots & H^{-(N-1)^3} & \dots & H^{-(N-1)^3} \\ 1 & h^{-(n-1)} & \dots & h^{-(n-1)^2} & 1 & h^{-(n-1)} & \dots & 1 & h^{-(n-1)} & h^{-(n-1)^2} & \dots & h^{-(n-1)^2} \\ 1 & h^{-(n-1)} & \dots & h^{-(n-1)^2} & H^{-(N-1)} & h^{-(n-1)} H^{-(N-1)} & \dots & H^{-(N-1)^2} & h^{-(n-1)^2} H^{-(N-1)^2} & h^{-(n-1)^2} H^{-(N-1)^2} & \dots & h^{-(n-1)^2} H^{-(N-1)^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & h^{-(n-1)} & \dots & h^{-(n-1)^2} & H^{-(N-1)^2} & h^{-(n-1)} H^{-(N-1)^2} & \dots & H^{-(N-1)^3} & h^{-(n-1)^3} H^{-(N-1)^3} & h^{-(n-1)^3} H^{-(N-1)^3} & \dots & h^{-(n-1)^3} H^{-(N-1)^3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & h^{-(n-1)^2} & \dots & h^{-(n-1)^3} & 1 & h^{-(n-1)^2} & \dots & 1 & h^{-(n-1)^2} & h^{-(n-1)^2} & \dots & h^{-(n-1)^3} \\ 1 & h^{-(n-1)^2} & \dots & h^{-(n-1)^3} & H^{-(N-1)} & h^{-(n-1)^2} H^{-(N-1)} & \dots & H^{-(N-1)^2} & h^{-(n-1)^2} H^{-(N-1)^2} & h^{-(n-1)^2} H^{-(N-1)^2} & \dots & h^{-(n-1)^3} H^{-(N-1)^2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & h^{-(n-1)^2} & \dots & h^{-(n-1)^3} & H^{-(N-1)^2} & h^{-(n-1)^2} H^{-(N-1)^2} & \dots & H^{-(N-1)^3} & h^{-(n-1)^3} H^{-(N-1)^3} & h^{-(n-1)^3} H^{-(N-1)^3} & \dots & h^{-(n-1)^3} H^{-(N-1)^3} \end{bmatrix}$$

W równaniach (3) i (4) operatory obrotu są równe odpowiednio:

$$h = e^{j\frac{2\pi}{n}}, \quad H = e^{j\frac{2\pi}{N}}.$$

Kwadratowa macierz (3) jest zbudowana następująco (por. [17]):

1) występuje w niej n grup kolumn o podobnej budowie (gdzie n jest liczbą przewodów w jednym torze linii), przy czym w każdej grupie kolumn jest N kolumn (gdzie N jest liczbą torów w linii);

2) występuje w niej N grup wierszy, przy czym w każdej grupie wierszy jest n wierszy.

Budową odwrotną do (3) macierzy kwadratowej (4) rządzą te same, powyżej sformułowane prawa, jeśli podstawimy do nich zamiast $n-N$ i odwrotnie. (Macierze kwadratowe (3) i (4) możemy napisać również w innej formie, przedstawionej w [18]).

Podstawiając do (3) i (4) odpowiednie wartości dla n i N otrzymujemy charakterystyczne macierze kwadratowe dla wszystkich omawianych w literaturze układów składowych symetrycznych. Przytoczymy obecnie równania definicyjne niektórych układów składowych symetrycznych.

$N = 1$ — składowe symetryczne n -fazowe (1a) i (2a)

$N = 2, n = 2$ — składowe symetryczne grupowe dwu-dwufazowe [13], [17]:

$$\begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \\ W_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a01} \\ W_{a10} \\ W_{a11} \end{bmatrix} \quad (5a)$$

$$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a01} \\ W_{a10} \\ W_{a11} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \\ W_d \end{bmatrix} \quad (5b)$$

$N = 3, n = 2$ — składowe symetryczne grupowe trój-dwufazowe [17], [19]:

$$\begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \\ W_d \\ W_e \\ W_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & a^2 & a & 1 & a^2 & a \\ 1 & a^2 & a & -1 & -a^2 & -a \\ 1 & a & a^2 & 1 & a & a^2 \\ 1 & a & a^2 & -1 & -a & -a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a01} \\ W_{a02} \\ W_{a10} \\ W_{a11} \\ W_{a12} \end{bmatrix}, \quad (6a)$$

$$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a01} \\ W_{a02} \\ W_{a10} \\ W_{a11} \\ W_{a12} \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & a & a^2 & a^2 \\ 1 & 1 & a^2 & a^2 & a & a \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & a & -a & a^2 & -a^2 \\ 1 & -1 & a^2 & -a^2 & a & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \\ W_d \\ W_e \\ W_f \end{bmatrix}, \quad (6b)$$

przy czym w równaniach (6a), (6b) i dalszych $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$.

$N = 2$, $n = 3$ — składowe symetryczne grupowe dwu-trójfazowe [15], [17] [20]:

$$\begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \\ W_d \\ W_e \\ W_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a^2 & a^2 & a & a \\ 1 & 1 & a & a & a^2 & a^2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & a^2 & -a^2 & a & -a \\ 1 & -1 & a & -a & a^2 & -a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a01} \\ W_{a10} \\ W_{a11} \\ W_{a20} \\ W_{a21} \end{bmatrix} \quad (7a)$$

$$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a01} \\ W_{a10} \\ W_{a11} \\ W_{a20} \\ W_{a21} \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & a & a^2 & 1 & a & a^2 \\ 1 & a & a^2 & -1 & -a & -a^2 \\ 1 & a^2 & a & 1 & a^2 & a \\ 1 & a^2 & a & -1 & -a^2 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \\ W_d \\ W_e \\ W_f \end{bmatrix}. \quad (7b)$$

$N = 3$, $n = 3$ — składowe symetryczne grupowe trój-trójfazowe [17], [23].

$$\begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \\ W_d \\ W_e \\ W_f \\ W_g \\ W_h \\ W_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a^2 & a^2 & a^2 & a & a & a \\ 1 & 1 & 1 & a & a & a & a^2 & a^2 & a^2 \\ 1 & a^2 & a & 1 & a^2 & a & 1 & a^2 & a \\ 1 & a^2 & a & a^2 & a & 1 & a & 1 & a^2 \\ 1 & a^2 & a & a & 1 & a^2 & a^2 & a & 1 \\ 1 & a & a^2 & 1 & a & a^2 & 1 & a & a^2 \\ 1 & a & a^2 & a^2 & 1 & a & a & a^2 & 1 \\ 1 & a & a^2 & a & a^2 & 1 & a^2 & 1 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a01} \\ W_{a02} \\ W_{a10} \\ W_{a11} \\ W_{a12} \\ W_{a20} \\ W_{a21} \\ W_{a22} \end{bmatrix}. \quad (8a)$$

$$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a01} \\ W_{a02} \\ W_{a10} \\ W_{a11} \\ W_{a12} \\ W_{a20} \\ W_{a21} \\ W_{a22} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & a & a & a^2 & a^2 & a^2 \\ 1 & 1 & 1 & a^2 & a^2 & a^2 & a & a & a \\ 1 & a & a^2 & 1 & a & a^2 & 1 & a & a^2 \\ 1 & a & a^2 & a & a^2 & 1 & a^2 & 1 & a \\ 1 & a & a^2 & a^2 & 1 & a & a & a^2 & 1 \\ 1 & a^2 & a & 1 & a^2 & a & 1 & a^2 & a \\ 1 & a^2 & a & a & 1 & a^2 & a^2 & a & 1 \\ 1 & a^2 & a & a^2 & a & 1 & a & 1 & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \\ W_d \\ W_e \\ W_f \\ W_g \\ W_h \\ W_i \end{bmatrix}, \quad (8b)$$

O ile równanie (3) pomnożymy z prawej strony przez $\frac{1}{\sqrt{Nn}}$, zaś równanie (4) przez $\sqrt{Nn}$, to macierze kwadratowe (3) i (4) będą charakte-

dla nieparzystego n [6]:

$$S_n^n = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{4\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{4\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{2(n-1)\pi}{n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{2(n-2)\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{2(n-2)\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{(n-2)(n-1)\pi}{n} \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{2(n-1)\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{2(n-1)\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{(n-1)^2\pi}{n} \end{bmatrix} \quad (9a)$$

dla parzystego n [6]:

$$S_n^n = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{n} & \dots & -1 & \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{4\pi}{n} & \dots & 1 & \sqrt{2} \sin \frac{4\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{2(n-1)\pi}{n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{2(n-2)\pi}{n} & \dots & 1 & \sqrt{2} \sin \frac{2(n-2)\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{(n-2)(n-1)\pi}{n} \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{2(n-1)\pi}{n} & \dots & -1 & \sqrt{2} \sin \frac{2(n-1)\pi}{n} & \dots & \sqrt{2} \sin \frac{(n-1)^2\pi}{n} \end{bmatrix} \quad (9b)$$

Dla $n = 3$ otrzymujemy z (9a):

$$S_3^3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{3} & \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{3} \\ 1 & \sqrt{2} \cos \frac{4\pi}{3} & \sqrt{2} \sin \frac{4\pi}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (9c)$$

rystycznymi macierzami znormalizowanych składowych symetrycznych grupowych N - n -fazowych, których szczególnym przypadkiem są omówione w [6] znormalizowane składowe symetryczne n -fazowe.

2.4. Znnormalizowane, wielofazowe składowe $\alpha, \beta, 0$ [6]

Na zakończenie przeglądu różnych układów składowych warto na podstawie [6] przytoczyć macierze charakterystyczne znormalizowanych, wielofazowych składowych $\alpha, \beta, 0$.

Jeśli w równaniu (1) podstawimy zamiast $S_n - S_n^n$, to równanie (1) przekształca układ n -wektorów we współrzędnych $a, b, c \dots, n$ na znornalizowane wielofazowe składowe $\alpha, \beta, 0$. Macierz S_n^n ma postacie określone wzorami (9a), (9b) (zob. str. 606).

Jak łatwo przekonać się, macierz (9c) jest ortogonalna [4], [6], której macierz odwrotna równa się macierzy transponowanej $(S_3^n)^{-1} = (S_3^n)^t$.

Macierz kwadratowa znormalizowanych trójfazowych składowych $\alpha, \beta, 0$ (9c) związana jest z kwadratową macierzą składowych $\alpha, \beta, 0$ [4] równaniem postaci [6]:

$$S_3^n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}} \end{bmatrix}. \quad (9d)$$

2.5. Wybór kryteriów porównawczych

W dalszym ciągu pracy w tablicach zestawiono najistotniejsze własności przekształceń liniowych, oceniając je z punktu widzenia następujących kryteriów:

1. Kształt równań definiujących poszczególne układy składowych:
 - a) przy asymetrycznym układzie wektorów w jednotorowej trójfazowej części systemu elektroenergetycznego,
 - b) przy symetrycznym układzie wektorów w jednotorowej części trójfazowej.
2. Prostota analizy asymetrii w układzie.
3. Istnienie dodatkowych założeń odnośnie do symetrii elementów układu elektroenergetycznego.

4. Korzyści wynikające z zastosowania danego przekształcenia liniowego do analizy asymetrii w układach elektroenergetycznych.

Należy podkreślić, że wybór kryteriów porównawczych dla przekształceń liniowych jest — ogólnie biorąc — dowolny; wyżej wymienione kryteria wynikają z praktycznego celu przyświecającego autorowi przy redagowaniu niniejszej pracy.

Zatrzymamy się obecnie pokrótce nad każdym z wymienionych kryteriów.

1a) Kształt równań definiujących poszczególne układy składowych przy asymetrycznym układzie wektorów w jednotorowej trójfazowej części systemu elektroenergetycznego jest szczególnie istotny w przypadku wyboru przekształcenia liniowego dla analizy asymetrii w wielotorowej części układu. Kryterium to pozwala stwierdzić w tym przypadku, jakie składowe występują w N -torowej części układu podczas asymetrii występującej na zewnątrz rozważanego N -torowego układu i może być pomocą dla ustalenia związków między układem składowych związanych z wielotorową linią trójfazową i układem składowych w jednotorowej części układu.

1b) Kształt równań definiujących poszczególne układy składowych przy symetrycznym układzie wektorów w jednotorowej części układu elektroenergetycznego udziela odpowiedzi na pytanie, w których sieciach zastępczych dla poszczególnych składowych występują napięcia źródłowe.

Jak widać z powyższego, kryteria 1a) i 1b) pozwalają ocenić budowę sieci zastępczych dla rozważanego układu składowych i tym samym są niezmiernie istotne w ocenie przydatności wybranego układu składowych do analizy asymetrii.

2. Drugie kryterium daje odpowiedź na pytanie, czy wybrane przekształcenie zapewnia prostą analizę asymetrii (tzn. czy przy jego pomocy otrzymujemy najprostsze zależności, czy w schematach połączeń sieci zastępczych nie występują transformatorki idealne) w przypadku błędów symetrycznych w stosunku do podstawowej fazy i podstawowego toru [17], czy też i w innych przypadkach również.

3. Zastosowanie pewnych układów przekształceń liniowych prowadzi do zastąpienia wielofazowego obwodu układem jednofazowych obwodów tylko w przypadku pewnych dodatkowych założeń upraszczających (założenia te mogą dotyczyć m.in. równości impedancji układu dla odpowiednich składowych). Kryterium trzecie pozwala więc ocenić przydatność praktyczną poszczególnych przekształceń liniowych z punktu widzenia dodatkowych założeń ograniczających zakres ich stosowania.

4. Poza powyższymi kryteriami pewne przekształcenia liniowe zastosowane do analizy asymetrii w obwodach elektrycznych mogą być korzyst-

ne np. ze względu na możliwość zastosowania ich wraz z innymi metodami analitycznymi (np. składowe α , β , 0 umożliwiają analizę stanów nieustalonych w trójfazowych obwodach przy pomocy metody charakterystyk). Te dodatkowe kryteria podane zostały w uwagach w poszczególnych tablicach.

3. PRZEKSZTAŁCENIA LINIOWE W ANALIZIE ASYMETRII TRÓJFAZOWYCH UKŁADÓW N -TOROWYCH

3.1. $N = 1$

Wśród praktycznie stosowanych składowych układu trzech wektorów, które porównamy w niniejszej pracy są:

- trójfazowe składowe symetryczne,
- składowe symetryczne zgodna plus przeciwna i zgodna minus przeciwna,
- składowe α , β , 0 (nieznormalizowane).

(Nie uwzględniono natomiast składowych d , q , 0 ponieważ zastosowanie ich ograniczone jest do analizy stanów nieustalonych w trójfazowych maszynach synchronicznych).

Z zestawienia podanego w tablicy 1 wynika, że składowe symetryczne trójfazowe umożliwiają analizę asymetrii w tych przypadkach, w których $Z_1 \neq Z_2$, natomiast w przypadku $Z_1 = Z_2$ najwięcej zalet ma zastosowanie składowych, dla których elementy charakterystyczne macierzy kwadratowej są liczbami rzeczywistymi; przykładem takiego przekształcenia liniowego są składowe α , β , 0. (Powyższe wnioski dotyczą zarówno odpowiednich układów składowych znormalizowanych i nieznormalizowanych).

3.2. $N = 2$

Porównamy obecnie zastosowanie następujących układów przekształceń liniowych do analizy asymetrii w dwutorowych układach trójfazowych:

- trójfazowe składowe,
- sześciofazowe składowe symetryczne,
- składowe symetryczne grupowe dwu-trójfazowe zwykłe i przekształcone,
- składowe symetryczne grupowe trój-dwufazowe zwykłe i przekształcone,
- składowe grupowe dwu- α , β , 0.

T a b l i c a 1

Zestawienie własności przekształceń liniowych niesymetrycznego układu trzech wektorów w jednofazowej linii trójfazowej

Lp.	Pozycja literatury	Nazwa układu przekształceń liniowych i numer równania definicyjnego	Równania definicyjne typu (2) w przypadku		Prosta analiza asymetrii możliwa w przypadku		Dodatkowe założenie upraszczające niezbędne dla diagonalizacji macierzy Z	Uwagi
			$W_a \neq W_b \neq W_c$	$W_c = a^2 W_b = a W_a$	a	b		
1	[2]	3	4	5	6	7	8	9
1	[2] ÷ [4] [10] ÷ [12]	Trójfazowe składowe symetryczne (2)	$\begin{bmatrix} W_{a0} \\ W_{a1} \\ W_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} W_{a1} = W_a \\ W_{a2} = 0 \end{matrix}$	tak	nie	—	—
2	[4]	Składowe symetryczne zgodna plus przeciwna i zgodna minus przeciwna	$\begin{bmatrix} W_{a0} \\ W_{a1} + W_{a2} \\ W_{a1} - W_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -j\sqrt{3} & j\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} (W_{a1} + W_{a2}) = W_a \\ (W_{a1} - W_{a2}) = -W_a \end{matrix}$	tak	nie	$Z_1 = Z_2$	Mniejsza liczba sieci zastępczych w schemacie odwzorowyującym asymetrię a w przypadku a
3	[4]	Składowe $\alpha, \beta, 0$	$\begin{bmatrix} W_{a0} \\ W_{a\alpha} \\ W_{a\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} W_{a\alpha} = W_a \\ W_{a\beta} = -jW_a \end{matrix}$	tak	tak	$Z_1 = Z_2$	1. jak wyżej 2. możliwości zastosowania metod charakteryzujących do analizy stanów nieustalonych

U w a g a: W tej i dalszych tablicach wprowadzono następujący podział asymetrii: przypadek a — asymetrie obejmują fazy „symetryczne” w stosunku do podstawowej fazy i podstawowego toru (por. [17]), przypadek b — asymetrie obejmują również inne fazy niż wymienione w przypadku a

Własności składowych trójfazowych zostały podane w tablicy 1, należy tylko w tym miejscu dodać, że w ogólnym przypadku asymetrii w dwutorowej linii trójfazowej prowadzą do skomplikowanych obliczeń i schematów połączeń sieci zastępczych z transformatorami idealnymi, (por. [4] i [20]).

Z zestawienia w tablicy 2 wynikają następujące wnioski:

1. Składowe symetryczne sześciofazowe (poz. 1) i składowe symetryczne grupowe dwu-trójfazowe (poz. 2) mają z punktu widzenia analizy asymetrii w dwufazowych liniach trójfazowych te same własności.

2. Przekształcone składowe symetryczne grupowe dwu-trójfazowe mają bardzo ograniczony zakres zastosowania, gdyż warunki: $Z_{10} = Z_{11}$ i $Z_{20} = Z_{21}$ mogą być spełnione jedynie w przybliżeniu dla nielicznych układów elektroenergetycznych (por. [22]).

3. Składowe symetryczne grupowe trój-dwufazowe (zwykle i przekształcone) (poz. 5 i 6) nie powinny być stosowane do analizy asymetrii w dwutorowych liniach trójfazowych (tak, jak proponuje się w [9]) wobec faktu, że asymetria występująca poza linią dwutorową trójfazową wywołuje powstanie pięciu układów składowych symetrycznych grupowych trój-dwufazowych.

4. Składowe grupowe dwu- $\alpha, \beta, 0$ w przypadku $Z_1 = Z_2$ dają najwięcej korzyści w analizie asymetrii w dwutorowych układach trójfazowych.

3.3. $N = 3$

Zajmiemy się obecnie porównaniem możliwości analizy asymetrii w trójtorowych liniach trójfazowych przy pomocy następujących układów przekształceń liniowych:

- składowe symetryczne grupowe trój-trójfazowe,
- przekształcone składowe symetryczne grupowe trój-trójfazowe,
- składowe grupowe trój- $\alpha, \beta, 0$,
- składowe grupowe $\alpha, \beta, 0$ — $\alpha, \beta, 0$,
- składowe symetryczne dziewięciofazowe.

Możliwości zastosowania składowych trójfazowych do analizy asymetrii w trójtorowych liniach trójfazowych są związane z trudnościami omówionymi w rozdz. 3.2.

Z zestawienia w tablicy 3 wynikają następujące wnioski:

1. Składowe symetryczne grupowe trój-trójfazowe (poz. 1) i składowe symetryczne dziewięciofazowe (poz. 5) mają z punktu widzenia analizy asymetrii w dwutorowych liniach trójfazowych te same własności.

2. Składowe grupowe trój- $\alpha, \beta, 0$ mają węższy zakres zastosowań w porównaniu ze składowymi grupowymi $\alpha, \beta, 0$ — $\alpha, \beta, 0$, gdyż występowanie liczb zespolonych w charakterystycznej macierzy kwadratowej [24] uniemożliwia wykorzystanie jej do analizy stanów nieustalonych przy pomocy metody charakterystyk.

Tablica 2

Zestawienie własności przekształceń liniowych niesymetrycznego układu sześciu wektorów w dwutorowej linii trójfazowej

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[3] [4]	Sześciofazowe składowe symetryczne (2)	$\begin{bmatrix} W_{a0} \\ W_{a2} \\ W_{a4} \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$W_{a2} = W_a$	tak	nie	—	—
2	[15] [20]	Składowe symetryczne grupowe dwutorofazowe (7)	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a10} \\ W_{a30} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$W_{a10} = W_a$	tak	nie	—	—
3	[22]	Przekształcone składowe symetryczne grupowe (1. rodzaj)	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ (W_{a10} + W_{a30}) \\ (W_{a10} - W_{a30}) \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -j\sqrt{3} & j\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$(W_{a10} + W_{a30}) = W_a$ $(W_{a10} - W_{a30}) = W_a$	tak	nie	$Z_{10} = Z_{20}$	W schemacie połączeń sieci zasłanych odwzorującym asymetrię „a” występuje mniejsza liczba sieci zasłanych
4	[16] [22]	Przekształcone składowe symetryczne grupowe dwutorofazowe (2. rodzaj)	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ (W_{a10} + W_{a11}) \\ (W_{a20} + W_{a21}) \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}^*$	$(W_{a10} + W_{a11}) = W_a$ $(W_{a20} + W_{a21}) = W_a$	tak	nie	$Z_{10} = Z_{11}$ $Z_{20} = Z_{21}$	jak wyżej
5	[5] [19]	Składowe symetryczne grupowe trój-dwufazowe (6)	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a01} \\ W_{a02} \\ W_{a11} \\ W_{a12} \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -a^2 & -a & -1 \\ -a & -a^2 & -1 \\ 1-a & a^2-1 & a-a^2 \\ 1-a^2 & a-1 & a^2-a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$W_{a02} = -aW_a$ $W_{a12} = (1-a^2)W_a$	tak	nie	—	—

6	[9] [19]	Przekształcone składowe syme- tryczne grupowe trój-dwufazowe	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ (W_{a01} + W_{a02}) \\ (W_{a01} - W_{a02}) \\ (W_{a11} + W_{a12}) \\ (W_{a11} - W_{a12}) \end{bmatrix} =$ $= \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -j\sqrt{3} & -j\sqrt{3} & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ j\sqrt{3} & j\sqrt{3} & -j2\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$(W_{a01} + W_{a02}) = (1 + a^2)W_a$ $(W_{a01} - W_{a02}) = j\frac{\sqrt{3}}{3}aW_a$ $(W_{a11} + W_{a12}) = (1 - a^2)W_a$ $(W_{a11} - W_{a12}) = -j\frac{2}{\sqrt{3}}aW_a$	tak nie	$Z_{01} = Z_{02}$ $Z_{11} = Z_{12}$	jak w p.3.
7	[21]	Składowe grupowe dwu- $\alpha, \beta, 0$	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a\alpha 0} \\ W_{a\beta 0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$W_{a\alpha 0} = W_a$ $W_{a\beta 0} = -jW_a$	tak tak	$Z_1 = Z_2$	1. jak w p.3. 2. możliwość wy- korzystania skła- dowych do ana- lizy stanów nie- ustalonych przy pomocy metody charakterystyk

*) Dodatkowo występują jeszcze następujące układy przekształconych składowych symetrycznych grupowych dwu-trójfazowych: $(W_{a10} - W_{a11}) = (W_{a10} + W_{a11})$ oraz $(W_{a20} - W_{a21}) = (W_{a20} + W_{a21})$.

U w a g a. W tej i dalszych tablicach (z wyjątkiem tablicy 4) zależności w rubrykach 4 i 5 dotyczą napięć; w celu otrzymania odpowiednich zależności dla prądów należy prawe strony tych równań pomnożyć przez $\frac{1}{N}$ (gdzie N jest liczbą torów).

Tablica 3

Zestawienie własności przekształceń liniowych niesymetrycznego układu dziewięciu wektorów w trójtrowej linii trójfazowej

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[17] [23]	Składowe symetryczne grupowe trój-trójfazowe (8)	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a10} \\ W_{a20} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$W_{a10} = W_a$	tak	nie	—	—
2	[23]	Przekształcone składowe symetryczne grupowe trój-trójfazowe	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ (W_{a10} + W_{a20}) \\ (W_{a10} - W_{a20}) \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & j\sqrt{3} & j\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$(W_{a10} + W_{a20}) = W_a$ $(W_{a10} - W_{a20}) = W_a$	tak	nie	$Z_{01} = Z_{02}$ $Z_{10} = Z_{20}$ $Z_{11} = Z_{22}$ $Z_{12} = Z_{21}$	W schemacie połączeń sieci zastępczych odwzorowanym asymetrycznie „a” występuje mniejsza liczba sieci zastępczych
3	[23]	Składowe grupowe trój- α β , 0	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a20} \\ W_{a\beta 0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$W_{a20} = W_a$ $W_{a\beta 0} = -jW_a$	tak	nie	$Z_1 = Z_2$	jak wyżej
4	[23]	Składowe grupowe α , β , 0- α , β , 0	$\begin{bmatrix} W_{a00} \\ W_{a20} \\ W_{a\beta 0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$W_{a20} = W_a$ $W_{a\beta 0} = -jW_a$	tak	tak	$Z_1 = Z_2$	1. jak wyżej. 2. możliwość wykorzystania składowych do analizy stanów niustalowanych metodą charakterystyk
5	[3] [4]	Składowe symetryczne dziewięciokątne grupowe (2)	$\begin{bmatrix} W_{a0} \\ W_{a3} \\ W_{a6} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$W_{a3} = W_a$	tak	nie	—	—

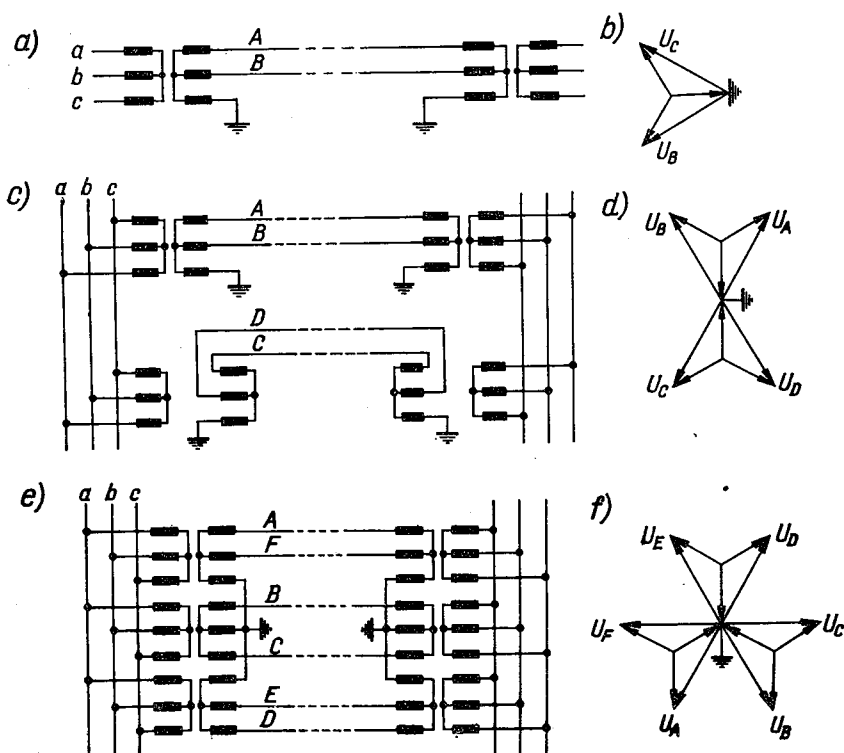
4. PRZEKSZTAŁCENIA LINIOWE W ANALIZIE ASYMETRII N -TOROWYCH UKŁADÓW TRÓJFAZOWYCH Z WYKORZYSTANIEM ZIEMI JAKO JEDNEGO Z PRZEWODÓW W TORZE

4.1. Uwagi ogólne

W celu uzyskania pełniejszego obrazu omawianego zagadnienia zajmujemy się wyborem przekształceń liniowych do analizy asymetrii w N -torowych układach z jedną fazą trwale połączoną z ziemią. Układy te w literaturze noszą nazwy:

- dwa przewody — ziemia (DPZ) dla $N = 1$,
- cztery przewody — ziemia (CPZ) dla $N = 2$,
- sześć przewodów — ziemia dla $N = 3$ (por. [5]).

Schematy połączeń układów dla $N = 1, 2, 3$ oraz odpowiadające im wykresy wektorów napięć podano na rys. 1.



Rys. 1: a) schemat trójfazowy układu przesyłowego w układzie dwa przewody—ziemia DPZ, b) wykres wektorowy napięć w układzie DPZ, c) schemat trójfazowego układu przesyłowego w układach cztery przewody—ziemia (CPZ), d) wykres wektorowy napięć w układzie CPZ, e) schemat trójfazowego układu przesyłowego w układzie sześć przewodów—ziemia, f) wykres wektorowy napięć w układzie sześć przewodów—ziemia

Tabela 4

Zestawienie własności przekształceń liniowych niesymetrycznego układu dwóch wektorów w linii DPZ

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[4]	Składowe symetryczne trójfazowe (2)	$\begin{bmatrix} W_{a0} \\ W_{a1} \\ W_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} W_{a0} &= -W_a \\ W_{a1} &= W_a \end{aligned}$	nie	nie	—	—
2	[4]	Składowe $\alpha, \beta, 0$	$\begin{bmatrix} W_{a0} \\ W_{a\alpha} \\ W_{a\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_a \\ W_b \\ W_c \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} W_{a0} &= -W_a \\ W_{a\alpha} &= W_a \\ W_{a\beta} &= -jW_a \end{aligned}$	tak	nie	$Z_1 = Z_2$	Prosta analiza asymetrii możliwa w tych przypadkach, w których $Z_{\alpha\beta} = Z_{\beta\alpha}$; równość ta jest spełniona w układzie z uzziemioną fazą A
3	[4]	Składowe symetryczne dwufazowe (2)	$\begin{bmatrix} W_{B0} \\ W_{B1} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_B \\ W_C \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} W_{B0} &= -\frac{\sqrt{3}}{2} W_a \\ W_{B1} &= -j\frac{\sqrt{3}}{2} W_a \end{aligned}$	tak	nie	pominięcie istnienia przewodu w ziemi	—
4	[4]	Składowe dwufazowe prostopadłe	$\begin{bmatrix} W_{B1} \\ W_{E2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_B \\ W_C \end{bmatrix}$	$\begin{aligned} W_{B1} &= \frac{1}{2} W_a [a^2(\sqrt{3}+1)-1] \\ W_{B2} &= \frac{1}{2} W_a [a^2(1-\sqrt{3})-1] \end{aligned}$	tak	nie	jak wyżej	—

4.2. $N = 1$

Porównamy możliwość analizy asymetrii w układzie DPZ przy pomocy następujących przekształceń liniowych:

- składowe symetryczne trójfazowe,
- składowe α , β , 0,
- składowe symetryczne dwufazowe,
- składowe dwufazowe prostokątne.

Jak wynika z zestawienia podanego w tablicy 4, jedynie składowe α , β , 0 w pewnych poszczególnych przypadkach umożliwiają prostą analizę asymetrii w układach DPZ. Zastosowanie składowych dwufazowych (zarówno symetrycznych, jak i prostokątnych) możliwe jest przy pominięciu istnienia przewodu w ziemi; założenie to jest niesłuszne, gdyż w stanie normalnej pracy układu DPZ przez ziemię przepływa prąd obciążenia.

4.3. $N = 2$

Dla analizy asymetrii w układach CPZ, a tym bardziej w układach sześć przewodów — ziemia nie należy stosować przekształceń na składowe trójfazowe; wynika to z rozważań w rozdz. 3.2 i 4.2.

W tablicy 5 zestawiono własności następujących układów przekształceń liniowych:

- składowych symetrycznych grupowych dwu-dwufazowych,
- przekształconych składowych symetrycznych grupowych dwu-dwufazowych,
- składowych symetrycznych czterofazowych.

Zastosowanie powyższych przekształceń związane jest z pominięciem przepływu prądu przez ziemię w stanie normalnej pracy; założenie takie jest słuszne, gdyż przy prawidłowym wykonaniu połączeń w układzie CPZ prąd płynący przez ziemię (gdy nie ma innych asymetrii) równy jest zeru.

Porównanie między składowymi symetrycznymi dwu-dwufazowymi i składowymi symetrycznymi czterofazowymi świadczy na korzyść składowych symetrycznych grupowych, które dzięki występowaniu tylko elementów rzeczywistych w kwadratowej macierzy będą w prostszy sposób związane z innymi układami składowych.

4.4. $N = 3$

Jak wynika z poprzednich porównań, układy przekształconych składowych symetrycznych mają w każdym przypadku węższy zakres zastosowania od zwykłego układu, z przekształcenia którego powstały. W związku z tym w poniższym zestawieniu pominiemy układy przekształconych składowych symetrycznych i rozważymy tylko następujące przekształcenia:

Zestawienie własności przekształceń liniowych niesymetrycznego układu czterech wektorów w linii CPZ

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[5] [13]	Składowe symetryczne grupowe dwu-dwufazowe (5)	$\begin{bmatrix} W_{A00} \\ W_{A01} \\ W_{A10} \\ W_{A11} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_A \\ W_B \\ W_C \\ W_D \end{bmatrix}$	$W_{A01} = -\frac{3}{2} \sqrt{3} W_a$ $W_{A11} = -j \frac{3}{2} W_a$	tak	nie	pominięcie istnienia przewodu w ziemi	—
2	[14]	Przekształcone składowe symetryczne grupowe dwu-dwufazowe	$\begin{bmatrix} W_{A00} \\ W_{A01} \\ (W_{A10} + W_{A11}) \\ (W_{A10} + W_{A11}) \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_A \\ W_B \\ W_C \\ W_D \end{bmatrix}$	$W_{A01} = -\frac{\sqrt{3}}{2} 3 W_a$ $(W_{A10} + W_{A11}) = (W_{A10} - W_{A11}) = -j \frac{3}{2} W_a$	tak	nie	1. jak wyżej 2. $Z_{10} = Z_{11}$	W schemacie połączeń sieci zastępczych odwzorowującym asymetrię „a” występuje mniejsza liczba sieci zastępczych
3	[4]	Składowe symetryczne czterofazowe	$\begin{bmatrix} W_{A0} \\ W_{A1} \\ W_{A2} \\ W_{A3} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_A \\ W_B \\ W_C \\ W_D \end{bmatrix}$	$W_{A1} = \sqrt{6} W_a e^{j195^\circ}$ $W_{A3} = \sqrt{6} W_a e^{j105^\circ}$	tak	nie	pominięcie istnienia przewodu w ziemi	—

U w a g a. W tej i następnej tablicy kształt równań w rubryce 5 odpowiada schematom z rys. 1; ponieważ układy cztery- i sześć przewodów — ziemia mogą być utworzone przez transformatory o innych grupach połączeń, kształt równań w rubryce 5 zależy od schematów połączeń układów.

Tablica 6

Zestawienie własności przekształceń liniowych niesymetrycznego układu sześciu wektorów w linii „sześć przewodów — ziemia”

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	[5] [19]	Składowe symetryczne grupowe trój-dwufazowe (6)	$\begin{bmatrix} W_{A00} \\ W_{A01} \\ W_{A02} \\ W_{A10} \\ W_{A11} \\ W_{A12} \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & a^2 & a & a^2 \\ 1 & 1 & a^2 & a & a & a^2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & a & -a & a^2 & -a^2 \\ 1 & -1 & a^2 & -a^2 & a & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_A \\ W_B \\ W_C \\ W_D \\ W_E \\ W_F \end{bmatrix}$	$W_{A02} = W_a$ $W_{A12} = -j \frac{\sqrt{3}}{2} W_a$	tak	nie	pominięcie istnienia przewodu w ziemi	—
2	[15]	Składowe symetryczne grupowe dwu-trójfazowe (7)	$\begin{bmatrix} W_{A00} \\ W_{A01} \\ W_{A10} \\ W_{A11} \\ W_{A20} \\ W_{A31} \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & a^2 & 1 & a & a^2 \\ 1 & a & a^2 & -1 & -a & -a^2 \\ 1 & a^2 & a & 1 & a^2 & a \\ 1 & a^2 & a & -1 & -a^2 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_A \\ W_B \\ W_C \\ W_D \\ W_E \\ W_F \end{bmatrix}$	$W_{A11} = \frac{\sqrt{3}}{3} W_a e^{-j30^\circ}$ $W_{A31} = -\frac{2}{3} j W_a$	tak	nie	jak wyżej	—
3	[4]	Składowe symetryczne sześciofazowe (2)	$\begin{bmatrix} W_{A0} \\ W_{A1} \\ W_{A2} \\ W_{A3} \\ W_{A4} \\ W_{A5} \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & h^5 & h^4 & -1 & h^2 & h \\ 1 & h^4 & h^2 & 1 & h^4 & h^2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & h^2 & h^4 & 1 & h^2 & h^4 \\ 1 & h & h^2 & -1 & -h^4 & -h^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_A \\ W_B \\ W_C \\ W_D \\ W_E \\ W_F \end{bmatrix}$	$W_{A1} = \sqrt{3} W_a e^{-j30^\circ}$ $W_{A3} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} W_a e^{-j30^\circ}$	tak	nie	jak wyżej	$h = e^{j60^\circ}$

- składowe symetryczne grupowe trój-dwufazowe,
- „ „ „ dwu-trójfazowe,
- „ „ sześciofazowe.

Z zestawienia w tablicy 6 wynika równoważność rozpatrzonych przekształceń liniowych; na podstawie porównania [15] i [19] widać, że zastosowanie składowych symetrycznych grupowych trój-dwufazowych do analizy asymetrii w układach sześć przewodów — ziemia daje w większości przypadków prostsze schematy połączeń sieci zastępczych, niż zastosowanie składowych symetrycznych grupowych dwu-trójfazowych.

5. WNIOSKI

Powyższe rozważania są podstawą do stwierdzenia, że wybór przekształcenia liniowego ściśle zależy od rodzaju układu, w którym interesuje nas analiza asymetrii (np. zastosowanie składowych symetrycznych grupowych trój-dwufazowych do analizy asymetrii w dwutorowej linii trójfazowej prowadzi do znacznej komplikacji obliczeń — tablica 2, natomiast przy pomocy tychże składowych asymetrii w układach sześć przewodów — ziemia dadzą się analizować najprościej). Z powyższego wynikają następujące ważne wnioski:

1. W przypadku $Z_1 = Z_2$ w układach trójfazowych, najwłaściwszą grupą przekształceń będą przekształcenia liniowe, których charakterystyczna macierz kwadratowa składa się z liczb rzeczywistych; przekształceń tych można utworzyć nieskończenie wiele.

2. Do analizy asymetrii w układach N -torowych należy stosować przekształcenia na składowe wielofazowe (składowe n -fazowe lub składowe grupowe N - n -fazowe).

3. Zastosowanie składowych wielofazowych do analizy asymetrii w układach N -torowych umożliwia wykorzystanie nowych układów zabezpieczeń linii N -torowych opartych o fakt występowania określonych układów składowych tylko podczas błędów w rozpatrywanej linii N -torowej. Wydaje się przy tym, że w przypadku N -torowych linii trójfazowych oparcie nowych układów zabezpieczeń o filtry składowych symetrycznych grupowych N -trójfazowych pozwoli w łatwy sposób wykorzystać doświadczenia z teorii eksploatacji filtrów składowych symetrycznych trójfazowych (w macierzach charakterystycznych składowych symetrycznych grupowych N -trójfazowych i składowych symetrycznych trójfazowych występują te same operatory obrotu: a i a^2 , natomiast w macierzach charakterystycznych składowych symetrycznych n -fazowych występują potęgi operatora obrotu $h = e^{j\frac{2\pi}{n}}$).

6. ZAKOŃCZENIE

Powyższy, bardzo syntetyczny przegląd pewnych zagadnień z teorii przekształceń liniowych wielofazowych obwodów elektrycznych daje podstawę autorowi niniejszej pracy do określenia następujących ważnych problemów w tej dziedzinie, wymagających bądź tylko uzupełnienia, bądź też wszechstronnego opracowania:

1. Określenie optymalnego przekształcenia liniowego (znormalizowanego) o charakterystycznej macierzy kwadratowej złożonej z liczb rzeczywistych w teorii składowych n -fazowych i składowych grupowych N - n -fazowych.

2. Opracowanie teorii filtrów składowych n -fazowych i składowych grupowych N - n -fazowych (zarówno dla składowych symetrycznych, jak i składowych wymienionych pod 1).

3. Opracowanie nowych układów zabezpieczeń N -torowych linii trójfazowych w oparciu o teorie wymienione pod 2.

*Politechnika Łódzka
Katedra Elektroenergetyki
Zakład Wysokich Napięć*

WYKAZ LITERATURY

1. Calvaer A.: Théorie des réseaux en quadrature antisymétriquement couplés et applications à l'électrotechnique. — A.I.M. Bul. Sci de l'Ass. des ing. electr. sortis de l'Institut électrotechnique Montefiore Liege, No 5, 1957.
2. Cholewicki T.: Macierze składowych symetrycznych. — Arch. Elektrotechn., z. 2, 1954.
3. Cholewicki T., Macierzowa analiza obwodów liniowych. PWN, Warszawa-Wrocław 1958.
4. Clarke E.: Circuit Analysis of A—C Power Systems, vol. I, J. Willey & Sons, New York 1956.
5. Ebin: Ekonomiczne schematy elektropieriadaczy i metody ich rasczota. — Elektrizestwo, z. 1, 1952.
6. Edelman H.: Normierte Komponentensysteme zur Behandlung von Unsymmetriaufgaben in Drehstrom- und Zweiphasennetzen (mit besonderer Berücksichtigung der Erfordernisse des Netzmodells). — Arch. f. Elektrot., Band 42, H. 6, 1956.
7. Kowalski Z.: Podstawy teorii składowych symetrycznych grupowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 12, 1963.
8. Kowalski Z.: Wzajemne związki między normalnymi i grupowymi składowymi symetrycznymi układów parzysto-fazowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 12, 1963.
9. Kowalski Z.: Oporności i zasada wzajemności oporności statycznych elementów wielofazowych w układzie składowych symetrycznych grupowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 16, 1964.
10. Przyłuski A.: Przekształcenia liniowe symetrycznych obwodów trójfazowych eliminujące oporności wzajemne. — Arch. Elektrotechn., z. 3, 1956.

11. Skoczyński Z.: Składowe symetryczne. Wstęp „Przesył i rozdział energii elektrycznej”, tom III, PWT, Warszawa 1951.
12. Witanow A. B.: O teorii i primienienii sostavliajuszczich triehfaznoj si-stiemy. — Elektrizestwo, z. 6, 1964.
13. Zieliński J.: Obliczanie prądów zwarciovych w układach przesyłowych cztery przewody — ziemia (CPZ) metodą składowych symetrycznych grupowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 3, 1958.
14. Zieliński J. S.: Obliczanie prostych przypadków asymetrii w układach CPZ metodą przekształconych składowych symetrycznych grupowych dwu-dwufazowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 8, 1961.
15. Zieliński J. S.: Składowe symetryczne grupowe dwu-trójfazowe i ich zastosowanie do analizy błędów w dwutorowych liniach trójfazowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 9, 1961.
16. Zieliński J. S.: Przekształcone składowe symetryczne grupowe dwu-trójfazowe. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 9, 1961.
17. Zieliński J. S.: Składowe symetryczne grupowe N - n -fazowe. — Arch. Elektrotechn., z. 3, 1961.
18. Zieliński J. S.: Równania macierzy kwadratowej składowych symetrycznych grupowych N - n -fazowych i macierzy odwrotnej. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 10, 1962.
19. Zieliński J. S.: Składowe symetryczne grupowe trój-dwufazowe zwykle i przekształcone. Zastosowania. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 10, 1962.
20. Zieliński J. S.: Analiza asymetrii w dwutorowych liniach trójfazowych przy pomocy składowych symetrycznych grupowych dwu-trójfazowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 17, 1965.
21. Zieliński J. S.: Składowe grupowe dwu- α , β , 0 i ich zastosowanie do analizy asymetrii w dwutorowych liniach trójfazowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 17, 1965.
22. Zieliński J. S.: Analiza asymetrii w dwutorowych liniach trójfazowych przy pomocy różnych układów przekształconych składowych symetrycznych grupowych dwu-trójfazowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 18, 1965.
23. Zieliński J. S., Bubka Cz.: O przekształceniach liniowych niesymetrycznego układu wektorów, związanego z trójtorową linią trójfazową. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 19, 1966.

U w a g a. Powyższy wykaz literatury został zestawiony pod kątem potrzeb niniejszej pracy. Zainteresowany Czytelnik znajdzie w wykazach literatury dołączonych do wyżej cytowanych publikacji całkowity obraz piśmiennictwa na temat teorii przekształceń liniowych w elektrotechnice.

J. S. ZIELIŃSKI

AT CHOICE OF LINEAR TRANSFORMATIONS FOR ANALYSIS OF ASYMMETRIES IN N -PARALLEL SYSTEMS ($N = 1, 2, 3$)

Summary

In the paper some of problems binded with application of linear transformations of polyphase electrical circuits are presented.

Characteristic square matrices for symmetrical n -phase components (1a), symmetric group N - n -phase components (3) and normalized polyphase α , β , 0 components (4) are given.

Criteria of usefulness of various linear transformations for analysis of asymmetries in N -parallel systems are presented; properties of these transformations for different cases in tables 1÷6 are put together.

On base of considerations, most advantageous in analysis of asymmetries in N -parallel three-phase systems in the case $Z_1 = Z_2$ are these linear transformations in which elements of characteristic square matrix are really number as well as n -phase components or group N - n -phase components are the base of new protection systems N -parallel lines, is established.

In conclusion the next important problems to work out are exchanged:

1. choice of optimum normalized linear transformations in n -phase components and group N - n -phase components theory for which elements of characteristic square matrix are really numbers,
2. theory of filters of n -phase components and of group N - n -phase components,
3. new protection systems of three-phase N -parallel lines.

J. S. ZIELIŃSKI

LE CHOIX DE LA TRANSFORMATION LINÉAIRE POUR L'ANALYSE DE L'ASYMÉTRIE DANS LES SYSTÈMES À N -CIRCUITS ($N = 1, 2, 3$)

Résumé

L'article traite de quelques problèmes concernant l'utilisation des transformations linéaires des circuits électriques polyphasés.

On a donné des matrices caractéristiques carrées des composantes symétriques n -phasées (1a), composantes symétriques de groupe N - n -phasées (3) et composantes polyphasées normalisées (4).

On a présenté des critères et, en s'appuyant sur eux, on a évalué la valeur de différents vecteurs des transformations linéaires du point de vue de l'utilisation à l'analyse de l'asymétrie dans les systèmes à N -circuits; les qualités de ces transformations dans les cas particuliers sont comparées dans les tableaux 1—6.

En vertu des considérations effectuées on a affirmé, que les plus avantageuses dans l'analyse de l'asymétrie des systèmes triphasés à N -circuits en cas $Z_1 = Z_2$ sont des transformations linéaires, dans lesquelles les éléments de la matrice caractéristique carrée sont des nombres réels et que pour faire l'analyse de l'asymétrie dans les systèmes polyphasés il faut utiliser des composantes n -phasées, ou des composantes de groupe N - n -phasées, qui doivent devenir une base à élaborer de nouveaux systèmes de protection des lignes à N -circuits.

En terminant l'auteur a nommé de suivants problèmes très importants qu'il faut élaborer:

1. Le choix de la transformation linéaire normalisée dans la théorie des composantes n -phasées et des composantes de groupe N - n -phasées, la matrice caractéristique carrée de cette transformation est constituée par des nombres réels.
2. Élaboration de la théorie des filtres des composantes n -phasées et composantes de groupe N - n -phasées.
3. Élaboration de nouveaux systèmes de protection des lignes triphasées à N -circuits.

Е. С. ЗЕЛИНСКИ

К ВЫБОРУ ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА АСИММЕТРИИ
В N -ЦЕПНЫХ СИСТЕМАХ ($N = 1, 2, 3$)

Резюме

В статье обсуждены некоторые вопросы связанные с применением линейных преобразований многофазных электрических цепей.

Приведены характеристические квадратные матрицы n -фазных симметрических составляющих (1а), N - n -фазных симметрических составляющих групповых (3) и нормированных многофазных составляющих α , β , 0 (4).

Обсуждены критерии, с применением которых проведена оценка пригодности различных систем линейных преобразований для анализа асимметрии в N -цепных системах; свойства этих преобразований в отдельных случаях приведены в таблице 1 ÷ 6.

На основании проведенных рассуждений видно, что наиболее выгодными для анализа асимметрии в N -цепных трехфазных системах в случае $Z_1 = Z_2$ являются линейные преобразования, имеющие только действительные числа в качестве элементов характеристической квадратной матрицы, а также, что для анализа асимметрии в многофазных системах надо пользоваться n -фазными или N - n -фазными групповыми составляющими, на основании которых следует построить новые схемы релейной защиты N -цепных линий.

В заключении автором названы следующие важные проблемы, требующие разработки:

1. выбор оптимального линейного нормированного преобразования в теории n -фазных и групповых N - n -фазных составляющих, в котором элементы квадратной характеристической матрицы — действительные числа,
2. теория фильтров n -фазных и N - n -фазных групповых составляющих,
3. новые схемы релейной защиты N -цепных трехфазных линий.

ZBIGNIEW KOWALSKI

Warunki symetrii wieloprzewodowych linii elektroenergetycznych w układzie składowych symetrycznych normalnych

Rękopis dostarczono 1.2.1964

Podano definicję linii symetrycznej w układzie składowych symetrycznych normalnych. Rozpatrzono linie charakteryzujące się tylko impedancjami fazowymi własnymi i wzajemnymi. Opierając się na podanej definicji i na ogólnych zależnościach w teorii składowych symetrycznych otrzymano równanie-kryterium (16) jako warunek konieczny, aby linia była symetryczna w układzie składowych symetrycznych. Równanie-kryterium umożliwia napisanie n ($n = 1, 2, \dots$) warunkowych równań liniowych dla każdego typu (kolejności) składowych symetrycznych. W formie przykładu podano szczegółowe równania warunkowe (20) ÷ (24) dla linii 2-, 3-, 4-, 5- i 6-przewodowych. Na podstawie tych równań znaleziono relacje między impedancjami fazowymi własnymi i wzajemnymi, nazwane warunkami symetrii. W odniesieniu do linii 3-, 4-, 5- i 6-przewodowych podano układy geometryczne przewodów spełniające warunki symetrii. Przedstawiono ponadto sposób przeplatania linii w celu spełnienia warunków symetrii oraz metodę wyznaczania fazowych impedancji linii cyklicznie przeplecionych.

1. WSTĘP

Przedmiotem niniejszej pracy są elektroenergetyczne linie wieloprzewodowe bez przewodów odgromowych, w których ziemia spełnia rolę umownego przewodu w normalnych lub awaryjnych warunkach pracy. Rozpatrywane są zagadnienia przy założeniu, że napięcia i prądy w przewodach fazowych linii są wielkościami sinusoidalnymi o częstotliwości technicznej (50 Hz), a pętle ziemnopowrotne linii charakteryzują się opornościami własnymi i wzajemnymi.

Przez symetryczną linię w układzie składowych symetrycznych będziemy rozumieć linię o takich właściwościach, że jeżeli w przewodach fazowych linii płyną prądy tworzące dowolny układ symetryczny typu k ($k = 1, 2, \dots, n$), to fazowe straty napięcia, wywołane przepływem tych prądów, tworzą taki sam układ symetryczny (typu k).

Symetryczna linia nie zniekształca symetrycznego układu napięć typu k w linii przy przepływie w przewodach linii prądów tworzących

symetryczny układu typu k , a zwłaszcza na jej krańcu odbiorczym podczas przesyłu energii, co ma istotny korzystny wpływ na pracę urządzeń przesyłowych i odbiorników zasilanych za pośrednictwem takiej linii. Jeżeli linia jest symetryczna w układzie składowych symetrycznych, jej obliczanie metodą składowych symetrycznych jest w zasadniczy sposób ułatwione.

Aby linia była symetryczna w układzie składowych symetrycznych, muszą być spełnione pewne warunki. Warunki te będziemy nazywali warunkami symetrii linii w układzie składowych symetrycznych. W niniejszej pracy będą przedstawione zagadnienia dotyczące warunków symetrii linii w układzie składowych symetrycznych normalnych, przedstawionych przez L. C. Fortescue, a następnie podanych w ogólniejszej postaci przez I. Rosenzweiga i W. Wangerę [3].

Wiadomo powszechnie, że warunkami symetrii linii 3-fazowych 3-przewodowych w układzie składowych symetrycznych 3-fazowych są:

a) równość wszystkich impedancji własnych, tj.

$$Z_{\alpha\alpha} = Z_s \quad \text{dla każdego } \alpha, \quad (1a)$$

b) równość wszystkich impedancji wzajemnych, tj.

$$Z_{\alpha\beta} = Z_m \quad \text{dla każdego } \alpha \neq \beta. \quad (1b)$$

Spełnienie warunku (1b) w przypadku linii 3-fazowej można uzyskać drogą odpowiedniego przeplecenia przewodów linii, o ile układ przewodów nie zapewnia jego spełnienia w sposób naturalny.

Jakie są warunki symetrii linii 4-, 5- i 6-przewodowych, czy istnieje ogólna postać warunków symetrii linii n -przewodowych ($n = 1, 2, \dots$) w układzie składowych symetrycznych n -fazowych, czy istnieją układy przewodów linii 4-, 5- i 6-przewodowych czyniące zadość warunkom symetrii i czy można — drogą odpowiedniego przeplecenia przewodów takich linii — uzyskać spełnienie warunków symetrii w liniach o dowolnym i określonym układzie przewodów — są to zagadnienia będące tematem niniejszej pracy.

Jak się wydaje, zagadnienia te bądź nie były w literaturze rozpatrywane, bądź podane były w sposób niepełny.

Zagadnienie symetrii sieci wielofazowych w ustalonych stanach pracy było tematem rozprawy doktorskiej A. Przyłuskiego [5]. Celem i rezultatem tej rozprawy było m.in. wprowadzenie definicji symetrycznego elementu wielofazowego w oparciu o zasady teorii grup. Według tej definicji nie można na drodze pomiaru elektrycznego odróżnić określonej fazy elementu, z drugiej strony — cytujemy — „definicja elementu symetrycznego powinna być zgodna z matematyczną definicją symetrii relacji”.

Rozważania i rezultaty poniżej przedstawione nie opierają się ani na wymienionej definicji, ani na teorii podanej przez A. Przyłuskiego w [5].

2. OGÓLNA POSTAĆ WARUNKÓW SYMETRII LINII W UKŁADZIE SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

Niech

$$A_{f1}, A_{f2}, \dots, A_{fn}$$

będzie układem prądów w przewodach fazowych linii lub układem napięć fazowych w pewnym miejscu (punkcie) P linii.

Opierając się na wzmiankowanych pracach L. C. Fortescue, I. Rosenzweiga i W. Wängera można napisać [3] następujące równanie definiujące składową symetryczną normalną typu k układu wielkości fazowych prądów lub napięć:

$$A_k^* = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n a_{k\alpha}^* A_{f\alpha}, \quad (2)$$

gdzie:

$A_{f\alpha}$ — prąd lub napięcie fazy α linii n -fazowej,

A_k^* — składowa symetryczna typu k układu prądów lub napięć fazowych,

n — liczba wielkości fazowych, równa liczbie różnych typów składowych symetrycznych,

$k = 1, 2, \dots, n$ — oznacza typ składowych symetrycznych, np. składowa symetryczna typu pierwszego ($k = 1$), drugiego ($k = 2$) itd.,

$a_{k\alpha}^*$ — operator charakterystyczny składowych symetrycznych;

$$a_{k\alpha}^* = e^{j(k-1)(\alpha-1)\frac{2\pi}{n}} = b_{\alpha k}^{-1}. \quad (3)$$

Równanie odwrotne, podające zależność wielkości fazowych od składowych symetrycznych, ma postać ogólną:

$$A_{f\alpha} = \sum_{k=1}^n b_{\alpha k}^* A_k^*. \quad (4)$$

Równanie (4) w odniesieniu do składowych symetrycznych prądów oznacza, że prąd $I_{f\alpha}$ w fazie α jest sumą składowych symetrycznych prądów w tej fazie, tj.

$$I_{f\alpha} = \sum_{k=1}^n b_{\alpha k}^* I_k^* = \sum_{k=1}^n I_{\alpha k}^*. \quad (5)$$

Składowe symetryczne prądów $I_{\alpha k}^* = b_{\alpha k}^* I_k^*$ w fazach $\alpha = 1, 2, \dots, n$ tworzą dla każdego k układ prądów

$$I_{1k}^*, I_{2k}^*, \dots, I_{nk}^*, \quad (6)$$

który jest składowym układem symetrycznego typu k .

¹⁾ $I_{1k}^* \equiv I_k^*$; $\Delta U_{1(k)}^* \equiv \Delta U_{(k)}^*$, $\Delta U_{1k}^* \equiv \Delta U_k^*$.

Założmy, że w fazach (przewodach fazowych) linii płyną prądy tworzące układ symetryczny (6), przy czym w fazie (przewodzie) 1 płynie prąd I_{1k}^* , w fazie 2 — I_{2k}^* ..., w fazie n — I_{nk}^* .

Prądy te wywołują fazowe straty napięcia, oznaczone tu odpowiednio przez

$$\Delta U_{1(k)}^*, \Delta U_{2(k)}^*, \dots, \Delta U_{n(k)}^*, \quad (7)$$

tworzące pewien układ, który nazwiemy układem typu k strat napięcia w linii wywołanych prądami tworzącymi składowy układ symetryczny typu k .

Oczywiście

$$[\Delta U_{\alpha(k)}^*]^{\alpha=1,2,\dots,n} = [Z_{\alpha\beta}]_{\beta=1,2,\dots,n}^{\alpha=1,2,\dots,n} [I_{\beta k}^*]^{\beta=1,2,\dots,n}, \quad (8)$$

gdzie:

$[\Delta U_{\alpha(k)}^*]^{\alpha=1,2,\dots,n}$ — jest macierzą kolumnową ww. strat napięcia $\Delta U_{\alpha(k)}^*$.

$[Z_{\alpha\beta}]_{\beta=1,2,\dots,n}^{\alpha=1,2,\dots,n}$ — jest macierzą kwadratową oporności pozornych własnych ($Z_{\alpha\alpha}$) i wzajemnych ($Z_{\alpha\beta}$, gdy $\alpha \neq \beta$),

$[I_{\beta k}^*]^{\beta=1,2,\dots,n}$ — jest macierzą kolumnową składowych symetrycznych prądów $I_{\beta k}^*$.

Można udowodnić, że fazowa strata napięcia w fazie α , wywołana przez prądy fazowe $I_{f1}, I_{f2}, \dots, I_{fn}$, spełnia równanie:

$$\Delta U_{f\alpha} = \sum_{k=1}^n \Delta U_{\alpha(k)}^*. \quad (9)$$

Rozkładając układ fazowych strat napięcia

$$\Delta U_{f1}, \Delta U_{f2}, \dots, \Delta U_{fn} \quad (10)$$

na składowe symetryczne wg (2) oraz korzystając z (9) mamy

$$[\Delta U_k^*]^{k=1,2,\dots,n} = \frac{1}{n} [a_{k\alpha}^*]_{\alpha=1,2,\dots,n}^{k=1,2,\dots,n} \left[\sum_{k=1}^n \Delta U_{\alpha(k)}^* \right]^{\alpha=1,2,\dots,n}, \quad (11)$$

gdzie

$[\Delta U_k^*]^{k=1,2,\dots,n}$ — macierz kolumnowa składowych symetrycznych fazowych strat napięcia.

Z (11) wynika

$$\Delta U_k^* = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n a_{k\alpha}^* \sum_{k=1}^n \Delta U_{\alpha(k)}^*, \quad (12)$$

co oznacza, że w ogólnym przypadku składowa symetryczna strata napięcia typu k (ΔU_k^*) zależy od wszystkich fazowych strat napięcia ($\Delta U_{\alpha(k)}^*$), wywołanych przez wszystkie składowe symetryczne prądów.

Układy składowych symetrycznych strat napięcia (7) są ogólnie niesymetryczne dla każdego k .

Zbadajmy, jakim warunkom powinna odpowiadać linia, aby układy (7) były symetryczne dla każdego k tak, aby

$$\Delta U_{\alpha(k)}^* = b_{\alpha k}^* \Delta U_{(k)}^*, \quad (13)$$

jeżeli $I_{\alpha k}^* = b_{\alpha k}^* I_k^*$ dla każdego k .

Z (8) wynika

$$\Delta U_{\alpha(k)}^* = \sum_{\beta=1}^n Z_{\alpha\beta} I_{\beta k}^*, \quad (14)$$

a w szczególności gdy $\alpha = 1$ (faza osobiwa)

$$\Delta U_{(k)}^* = \sum_{\beta=1}^n Z_{1\beta} I_{\beta k}^*. \quad (15)$$

Wstawiając (14) i (15) do (13) otrzymuje się

$$\sum_{\beta=1}^n b_{\beta k}^* (b_{\alpha k}^* Z_{1\beta} - Z_{\alpha\beta}) = 0. \quad (16)$$

Równanie-kryterium (16), spełnione dla każdego k i α , jest warunkiem koniecznym, aby słuszne było równanie (13), tj. aby układy strat napięcia (7) dla każdego k były układami symetrycznymi.

Równanie (16) przedstawia matematyczną formę ogólnych warunków symetrii linii o dowolnej liczbie przewodów n w układzie składowych symetrycznych n -fazowych.

Wstawiając (13) do (11) oraz uwzględniając, że

$$\frac{1}{n} [\alpha_{k\alpha}^*]_{\alpha=1,2,\dots,n}^{k=1,2,\dots,n} [b_{\alpha k}^*]_{k=1,2,\dots,n}^{\alpha=1,2,\dots,n} = [1]$$

otrzymuje się

$$[\Delta U_k^*]^{k=1,2,\dots,n} = [\Delta U_{(k)}^*]^{k=1,2,\dots,n} \quad (17)$$

lub, że

$$\Delta U_k^* = \Delta U_{(k)}^*. \quad (18)$$

Równość (18) przedstawia istotne znaczenie praktyczne, a mianowicie, jeżeli linia jest tak zbudowana, że spełnione są równania (16) dla danego k , determinujące warunki symetrii linii w układzie składowych symetrycznych typu k i jeżeli przez przewody fazowe linii płyną prądy tworzące składowy układ symetryczny typu k (6), wtedy fazowe straty napięcia w linii $\Delta U_{\alpha(k)}^*$.

1) tworzą symetryczny układ typu k ,

2) równają się odpowiednim składowym symetrycznym fazowych strat napięcia w linii $\Delta U_{\alpha k}^*$, a w szczególności strata napięcia w fazie osobiwej $\Delta U_{(k)}^*$, równa się składowej symetrycznej strat napięcia ΔU_k^* .

W konsekwencji ΔU_k^* zależy tylko od składowej symetrycznej prądów typu k I_k^* , a wobec tego oporności pozorne wzajemne linii w układzie składowych symetrycznych $Z_{kl}^* = 0$ dla każdego $l \neq k$.

Równość (18) odgrywa również ważną rolę przy interpretacji składowych symetrycznych przy założeniu, że linia jest symetryczna w układzie składowych symetrycznych.

W celu wyznaczenia oporności pozornej własnej Z_{kk}^* takiej linii w układzie składowych symetrycznych należy:

a) założyć, że w poszczególnych przewodach fazowych linii płyną tylko prądy $I_{1k}^*, I_{2k}^*, \dots, I_{nk}^*$,

b) obliczyć stratę napięcia w dowolnej fazie α linii ze wzoru (14), a najwygodniej w fazie 1 z zależności (15),

c) obliczyć oporności Z_{kk}^* ze wzoru

$$Z_{kk}^* = \frac{\Delta U_k^*}{I_k^*} = \frac{\Delta U_{\alpha(k)}^*}{I_{\alpha k}^*} = \sum_{\beta=1}^n b_{\beta k}^* Z_{1\beta}. \quad (19)$$

3. SZCZEGÓŁOWE RÓWNANIA WARUNKOWE I WARUNKI SYMETRII LINII 2-, 3-, 4-, 5- I 6-PRZEWODOWYCH W UKŁADZIE SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

Równanie-kryterium (16) określa n warunkowych równań liniowych dla każdego typu k składowych symetrycznych, a więc w sumie n^2 równań. Dla każdego k układ równań warunkowych zawiera n^2 oporności pozornych $Z_{\alpha\beta}$, jako wielkości decyzyjnych. Ponieważ $Z_{\beta\alpha} = Z_{\alpha\beta}$ dla każdego $\beta \neq \alpha$, decyzyjnych wielkości jest $z = \frac{n}{2}(n+1)$, tj. n oporności pozornych własnych i $\frac{n}{2}(n-1)$ oporności pozornych wzajemnych.

W przypadku $\alpha = 1$ równania warunkowe dla każdego k podają zależność między tymi samymi opornościami pozornymi, tj. $\sum_{\beta=1}^n b_{\beta k}^* (Z_{1\beta} - Z_{1\beta}) = 0$, a więc równania warunkowe dla $\alpha = 1$ muszą być wyeliminowane.

Ostatecznie dla wszystkich k i $\alpha > 1$ jest $i = n^2 - n$ równań warunkowych. Ponieważ dla każdego $n \neq 3$ $z \neq i$, tylko określone relacje między opornościami pozornymi $Z_{\alpha\beta}$ — własnymi i wzajemnymi — mogą spełnić te $n^2 - n$ równań warunkowych.

Poniżej zestawiono ww. równania warunkowe wynikające z (16) w przypadku linii $n = 2$ -, 3-, 4-, 5- i 6-przewodowych z uwzględnieniem wszystkich typów k składowych symetrycznych, ujmując je w formę macierzową.

1. Linia 2-przewodowa

k	Nr równania	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">Z_{11}</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">Z_{22}</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">Z_{12}</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">.</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">.</td> </tr> </table>	Z_{11}	Z_{22}	Z_{12}	1	-1	.	2	-1	.	$= 0.$	(20)
Z_{11}	Z_{22}	Z_{12}											
1	-1	.											
2	-1	.											

Na przykład dla $k = 1$ i 2 równanie warunkowe ma postać $1 \cdot Z_{11} - 1 \cdot Z_{22} + 0 \cdot Z_{12} = 0$.

We wzorze (20) i dalszych $\mathbf{0}$ jest macierzą kolumnową o elementach zerowych. Kropka na miejscu elementu macierzy oznacza, że jest to element zerowy.

2. Linia 3-przewodowa

k	Nr równania	Z_{11}	Z_{22}	Z_{33}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{23}
1	1	1	-1	.	.	1	-1
	2	1	.	-1	1	.	-1
2	3	a^2	$-a^2$	.	$a-1$	1	$-a$
	4	a	.	$-a$	1	a^2-1	$-a^2$
3	5	a	$-a$	.	a^2-1	1	$-a^2$
	6	a^2	.	$-a^2$	1	$a-1$	$-a$

$$= \mathbf{0}. \quad (21)$$

gdzie $a = e^{j \frac{2\pi}{3}}$.

3. Linia 4-przewodowa

k	Nr równania	Z_{11}	Z_{22}	Z_{33}	Z_{44}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{23}	Z_{24}	Z_{34}
1	1	1	-1	.	.	.	1	1	-1	-1	.
	2	1	.	-1	.	1	.	1	-1	.	-1
	3	1	.	.	-1	1	1	.	.	-1	-1
2	4	$-j$	j	.	.	-2	j	1	1	$-j$	.
	5	-1	.	1	.	j	.	$-j$	j	.	$-j$
	6	j	.	.	$-j$	1	$-j$	-2	.	j	1
3	7	-1	1	.	.	.	1	-1	1	-1	.
	8	1	.	-1	.	-1	.	-1	1	.	1
	9	-1	.	.	1	1	-1	.	.	1	-1
4	10	j	$-j$	.	.	-2	$-j$	1	1	j	.
	11	-1	.	1	.	$-j$	.	j	$-j$	.	j
	12	$-j$	.	.	$-j$	1	j	-2	.	$-j$	1

$$= \mathbf{0}. \quad (22)$$

4. Linia 5-przewodowa

k	Nr rów- nania	Z_{11}	Z_{22}	Z_{33}	Z_{44}	Z_{55}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{23}	Z_{24}	Z_{25}	Z_{34}	Z_{35}	Z_{45}
1	1	1	-1	.	.	.	.	1	1	1	-1	-1	-1	.	.	.
	2	1	.	-1	.	1	1	.	1	1	-1	.	.	-1	-1	.
	3	1	.	.	-1	1	1	1	.	1	.	-1	.	-1	.	-1
	4	1	.	.	.	-1	.	1	1	1	.	.	-1	.	-1	-1
2	5	c	- c	.	.	.	c^3-1	c^{-2}	c^{-1}	1	- c^2	- c^{-2}	- c^{-1}	.	.	.
	6	c^2	.	- c^2	.	.	c^{-2}	$c^{-1}-1$	1	c	- c	.	.	- c^{-2}	- c^{-1}	.
	7	c^{-2}	.	.	- c^{-2}	.	c^{-1}	1	$c-1$	c^2	.	- c	.	- c^2	- c^{-2}	- c^{-1}
	8	c^{-1}	.	.	.	- c^{-1}	1	c	c^2	c^2-1	.	.	- c	.	- c^2	- c^{-2}
3	9	c^2	- c^2	.	.	.	$c^{-1}-1$	c	c^{-2}	1	- c^{-1}	- c	- c^{-2}	.	.	.
	10	c^{-1}	.	- c^{-1}	.	.	c	c^2-1	1	c^2	- c^2	- c	- c^{-2}	.	.	.
	11	c	.	.	- c	.	c^{-2}	1	c^3-1	c^{-1}	.	- c^2	- c^{-1}	- c^{-2}	- c^{-2}	.
	12	c^{-2}	.	.	.	- c^{-2}	1	c^2	c^{-1}	$c-1$	.	.	- c^2	- c^{-1}	- c	- c
4	13	c^{-2}	- c^{-2}	.	.	.	$c-1$	c^{-1}	c^2	1	- c	- c^{-1}	- c^2	.	.	.
	14	c	.	- c	.	.	c^{-1}	c^2-1	1	c^{-2}	- c^{-2}	.	.	- c^{-1}	- c^2	.
	15	c^{-1}	.	.	- c^{-1}	.	c^2	1	c^2-1	c	.	- c^{-2}	.	- c	.	- c^2
	16	c^2	.	.	.	- c^2	1	c^{-2}	c	$c^{-1}-1$	.	.	- c^{-2}	- c	- c	- c^{-1}
5	17	c^{-1}	- c^{-1}	.	.	.	$c^{-2}-1$	c^2	c	1	- c^{-2}	- c^2	- c	.	.	.
	18	c^{-2}	.	- c^{-2}	.	.	c^2	$c-1$	1	c^{-1}	- c^{-1}	.	.	- c^2	- c	.
	19	c^2	.	.	- c^2	.	c	1	$c^{-1}-1$	c^{-2}	.	- c^{-1}	.	- c^2	- c	- c
	20	c	.	.	.	- c	1	c^{-1}	c^{-2}	c^2-1	.	.	- c^{-1}	- c^{-2}	- c^2	- c^2

= 0.

(23)

gdzie $c = e^{j\frac{2\pi}{5}}$.

k	Nr równania	Z_{11}	Z_{22}	Z_{33}	Z_{44}	Z_{55}	Z_{66}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}	Z_{23}	Z_{24}	Z_{25}	Z_{26}	Z_{34}	Z_{35}	Z_{36}	Z_{45}	Z_{46}	Z_{56}
1	1	1	-1	.	.	.	.	.	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	.	.	.	.	.	.
	2	1	.	-1	.	.	.	1	.	1	1	1	-1	.	.	.	-1	-1	-1	-1	.	.
	3	1	.	.	-1	.	.	1	1	.	1	1	-1	-1	.	.	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	4	1	.	.	.	-1	.	1	1	1	.	1	.	.	-1	.	.	.	.	.	.	.
	5	1	.	.	.	.	-1	1	1	1	1	.	.	.	.	-1	.	.	.	-1	-1	-1
2	6	-a	a	.	.	.	.	a^2-1	-1	a	-a ²	1	-a ²	1	-a	a ²	.	.	.	.	.	.
	7	a ²	.	-a ²	.	.	.	-1	a-1	-a ²	1	-a	a	.	.	.	1	-a	.	.	.	.
	8	-1	.	.	1	.	.	a	-a ²	.	-a	a ²	.	a	.	.	-a ²	.	.	-a	a ²	.
	9	a	.	.	.	-a	.	-a ²	1	-a	a ² -1	-1	.	.	a	.	.	.	.	1	.	a ²
	10	-a ²	.	.	.	.	a ²	1	-a	a ²	1	a-1	-a	.	.	a	.	.	-a ²	.	1	-a
3	11	a ²	-a ²	.	.	.	.	a-1	1	a ²	a	1	-a	-1	-a ²	-a	.	.	-a	.	.	.
	12	a	.	-a	.	.	.	1	a ² -1	a	1	a ²	-a ²	.	.	.	-1	-a ²	.	.	.	.
	13	1	.	.	-1	.	.	a ²	a	a	a ²	a	.	-a ²	.	.	-a	.	.	-a	-a	-a
	14	a ²	.	.	.	-a ²	.	a	1	a ²	a-1	1	.	.	-a ²	.	.	.	.	.	-1	-a ²
	15	a	.	.	.	.	.	1	a ²	a	1	a ² -1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	16	-1	1	.	.	.	.	.	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	.	.	.	.	.	.
	17	1	.	-1	.	.	.	-1	.	-1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	18	-1	.	.	1	.	.	1	-1	1	-1	-1	1	1	.	.	1	-1	1	.	.	.
	19	1	.	.	.	-1	.	-1	1	-1	-1	-1	.	.	1	.	.	.	.	.	1	1
	20	-1	.	.	.	.	1	1	1	1	-1	.	.	.	.	1	.	.	-1	1	1	-1
5	21	a	-a	.	.	.	.	a^2-1	1	a	a ³	1	-a ²	-1	-a	-a ³	.	.	.	.	.	.
	22	a ²	.	-a ²	.	.	.	1	a-1	a ²	1	a	-a	.	.	.	-1	-a	.	.	.	.
	23	1	.	.	-1	.	.	a	a ²	a	a	a ²	.	-a	.	.	-a ²	.	-a	-a ²	.	.
	24	a	.	.	.	-a	.	a ³	1	a	a ² -1	1	.	.	-a	.	.	.	.	.	.	.
	25	a ²	.	.	.	.	-a ²	1	a	a ²	1	a-1	.	.	.	-a	.	.	-a ²	.	1	-a
6	26	-a ²	a ²	.	.	.	.	a-1	-1	a ²	-a	1	-a	1	-a ²	a	.	.	.	.	.	.
	27	a	.	-a	.	.	.	-1	a ² -1	-a	1	-a ²	a ²	.	.	.	1	-a ²	.	.	.	.
	28	-1	.	.	1	.	.	a ²	-a	.	-a ²	a	.	a ²	.	.	-a	.	-a ²	.	a	.
	29	a ²	.	.	.	-a ²	.	-a	1	-a ²	a-1	-1	.	.	.	.	.	.	.	1	.	a
	30	-a	.	.	.	.	a	1	-a ²	a	-1	a ² -1	.	.	.	a ²	.	.	-a	.	1	-a ²

= 0.

(24)

5. Linia 6-przewodowa

Równania warunkowe w tym przypadku są przedstawione pod postacią (24).

Rozwiązania równań warunkowych (20)–(24), tj. znalezienia określonych związków między opornościami pozornymi, można dokonać uwzględniając dwa rozmaite aspekty. Pierwszy z nich to poszukiwanie relacji między wielkościami decyzyjnymi w przypadku określonego typu składowych symetrycznych lub zadanych kilku typów składowych symetrycznych. Na przykład, gdy w przypadku linii 3-fazowej lub innego elementu 3-fazowego istnieje problem znalezienia związków między opornościami pozornymi w celu spełnienia warunkowych równań symetrii w układzie składowych symetrycznych typu drugiego ($k = 2$) i trzeciego ($k = 3$), wystarczy rozwiązać układ równań 3, 4, 5 i 6 w (21).

Relacje między opornościami, które prowadzą do spełnienia warunkowych równań symetrii w układzie określonych typów składowych symetrycznych, będą szczegółowymi warunkami symetrii w układzie składowych symetrycznych tych typów. Zagadnieniem tych warunków symetrii nie będziemy zajmować się w niniejszej pracy.

Aspekt drugi to znalezienie relacji między opornościami pozornymi $Z_{\alpha\beta}$ (własnymi i wzajemnymi), które będą spełniać równania warunkowe w przypadku wszystkich typów składowych symetrycznych. Relacje te nazwiemy warunkami symetrii linii w układzie składowych symetrycznych.

Można wydzielić dwie grupy warunków symetrii.

Pierwsze warunki symetrii

W wyniku dodawania, odejmowania i redukcji równań warunkowych (20)–(24) otrzymuje się następujące warunki symetrii linii w układzie składowych symetrycznych:

- a) $Z_{\alpha\alpha} = Z_s$ dla każdego α i każdego n , (25)
- tj. określone równości wszystkich oporności własnych linii,
- b) określone równości między opornościami wzajemnymi:
- 1) w przypadku linii 3-fazowej

$$Z_{12} = Z_{23} = Z_{31}; \quad (26)$$

- 2) w przypadku linii 4-fazowej:

$$\left. \begin{aligned} Z_{12} &= Z_{23} = Z_{34} = Z_{41}, \\ Z_{13} &= Z_{24}; \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

- 3) w przypadku linii 5-fazowej:

$$\left. \begin{aligned} Z_{12} &= Z_{23} = Z_{34} = Z_{45} = Z_{51}, \\ Z_{13} &= Z_{24} = Z_{35} = Z_{41} = Z_{52}; \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

4) w przypadku linii 6-fazowej:

$$\left. \begin{aligned} Z_{12} = Z_{23} = Z_{34} = Z_{45} = Z_{56} = Z_{61}, \\ Z_{13} = Z_{24} = Z_{35} = Z_{46} = Z_{51} = Z_{62}, \\ Z_{14} = Z_{25} = Z_{36}. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

W przypadku linii 2-fazowej warunki (25) ($Z_{11} = Z_{22}$) są jedynymi warunkami symetrii.

Istnieje interpretacja geometryczna warunków (b). Wyobraźmy sobie okrąg, na którym wyróżnione są punkty oznaczone kolejno 1, 2, ... n . Punkty te odpowiadają przewodom linii, a odległości między nimi opornościom pozornym. Warunki (b) symetrii są spełnione, gdy wymienione punkty dzielą obwód koła na n równych części. Jeżeli zamiast tych punktów będą koła o małych, lecz skończonych średnicach, to ze względu na warunek (a) średnice tych kół muszą równać się sobie.

Warunki (25) oznaczają praktycznie, że wszystkie przewody fazowe linii są takie same.

Drugie warunki symetrii

Warunki (b) nie są jedynymi warunkami symetrii. Można udowodnić ¹⁾, że równania warunkowe są spełnione również w przypadku, gdy

$$Z_{\alpha\beta} = Z_m \quad \text{dla dowolnych} \quad \beta \neq \alpha \quad (30)$$

i gdy równocześnie spełnione jest (25), tj. gdy wszystkie oporności wzajemne linii o takich samych przewodach równają się sobie.

W przypadku linii 3-fazowej pierwsze i drugie warunki symetrii są identyczne.

Wobec tego, że w pierwszym, stosowanym w praktyce przybliżeniu $R_{\alpha\beta} = R_m = R_g$ dla każdego $\beta \neq \alpha$, zaś $X_{\alpha\beta} = \left(v \lg \frac{D_g}{b_{\alpha\beta}} \right) L$, gdzie $b_{\alpha\beta}$ — odstęp między przewodami fazowymi α i β , pierwsze warunki symetrii w układzie składowych symetrycznych są spełnione, jeżeli jednakowe przewody linii umieszczone są w wierzchołkach wielokąta (n -kąta) foremnego o liczbie boków n , a cykl fazowy (następstwo faz) w tym wieloboku jest: 1, 2, ..., n (tabl. 1).

W przypadku spełnienia pierwszych warunków symetrii oporności własne w układzie składowych symetrycznych (19) równają się

$$\begin{aligned} Z_{kk}^* &= \begin{cases} Z_s + (n-1)Z_{m(kk)}^*, & \text{gdy } k = 1, \\ Z_s - Z_{m(kk)}^*, & \text{gdy } k \neq 1, \end{cases} \\ Z_{m(kk)}^* &= R_g + jX_{m(kk)}^*, \end{aligned} \quad (31)$$

¹⁾ Dowód polega na wykazaniu że oporności wzajemne w układzie składowych symetrycznych $Z_{kl}^* = 0$, gdy $l \neq k$ oraz gdy $Z_{\alpha\alpha} = Z_s$ dla każdego α i $Z_{\alpha\beta} = Z_m$ dla każdego $\beta \neq \alpha$ [4].

przy czym

R_g — oporność czynna przejścia prądu przez ziemię,

$$X_{m(kk)}^* = \left(v \lg \frac{D_g}{b_{m(kk)}^*} \right) L, \quad (32)$$

gdzie:

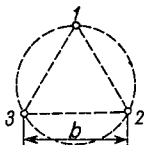
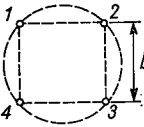
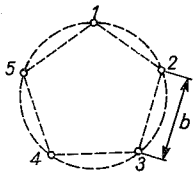
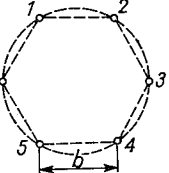
$$v \approx (2\omega \ln 10) 10^{-4} \approx 0,145, \quad \text{gdy} \quad f = 50 \text{ Hz},$$

L — długość linii,

D_g — pewna umyślona odległość, powszechnie znana ($D_g = 930\sqrt{\varrho}$ w cm,
 ϱ — oporność właściwa gruntu w Ω cm).

Tablica 1

Układy przewodów niektórych linii spełniające pierwsze warunki symetrii w układzie składowych symetrycznych

n	Układy przewodów	Typ składowej symetrycznej k	$b_{m(kk)}^*$
3		1, 2, 3	b
4		1 2, 4 3	$\sqrt[6]{2} b \approx 1,12b$ $\sqrt[4]{2} b \approx 1,41b$ $\frac{1}{\sqrt{2}} b \approx 0,71b$
5		1 2, 5 3, 4	$\sim 1,68 b$ $\sim 2,18 b$ $\sim 0,74 b$
6		1 2, 6 3, 5 4	$\sqrt[5]{6} b \approx 1,43b$ $2\sqrt[3]{3} b = 3,46b$ $\frac{\sqrt{3}}{2} b \approx 0,87b$ $\frac{2}{3} b \approx 0,67b$

Wielkość $b_{m(kk)}^*$ będziemy nazywać średnim geometrycznym odstępem międzyprzewodowym linii w układzie składowych symetrycznych typu k .

W tabl. 1 podane są układy przewodów linii 3- (znane), 4-, 5- i 6-przewodowych, symetrycznych w układzie składowych symetrycznych oraz zależności $b_{m(kk)}^* = w_{kk}b$, gdzie w_{kk} — współczynnik liczbowy zależny od liczby przewodów w linii i typu składowych symetrycznych, b — odstęp między sąsiednimi przewodami.

Drugie warunki symetrii w liniach nieprzeplecionych o liczbie przewodów $n > 3$ są niemożliwe do spełnienia.

Należy podkreślić, że spełnienie pierwszych warunków symetrii lub ostrzejszych warunków drugich sprawia, że linia jest symetryczna w układzie składowych symetrycznych każdego typu k . Warunki pierwsze w przypadku składowych symetrycznych normalnych muszą być i są zgodne z warunkami symetrii, które można by wypisać na podstawie ogólnej teorii symetrii obwodów przedstawionej przez A. Przyłuskiego w [5], a które przewidział, prawdopodobnie intuicyjnie, S. Dunikowski w 1936 r. [1].

Jednak równanie-kryterium umożliwia określenie warunków symetrii w układzie składowych symetrycznych dowolnego typu k , co ma lub może mieć istotne znaczenie w praktyce, bowiem układy prądów w linii w warunkach normalnych stanowią często składowy układ symetryczny typu k lub mogą być rozłożone na kilka (np. dwa) składowych układów symetrycznych.

4. PRZEPLATANIE LINII W CELU SPEŁNIENIA WARUNKÓW SYMETRII W UKŁADZIE SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH

Jeżeli geometryczny układ przewodów linii jest inny niż układ zapewniający symetrię linii w układzie składowych symetrycznych, nasuwa się przypuszczenie, że przywrócenia symetrii można dokonać stosując odpowiednie przeplecenie przewodów linii, zwane przepleceniem linii.

Zagadnienie, czy można i jak należy przeplatać linie o liczbie przewodów $n > 3$, a w szczególności linie 4-, 5- i 6-przewodowe w celu spełnienia obu grup warunków symetrii linii w układzie składowych symetrycznych, nie było prawdopodobnie rozpatrywane w literaturze. W licznych pracach, np. [2] są podane sposoby przeplatania linii 6-przewodowych 3-fazowych 2-torowych, lecz tylko w celu uzyskania symetrii takiej linii w pewnym szczególnym, praktycznie bardzo ważnym przypadku, gdy układy prądów w obu torach linii są symetrycznymi układami 3-fazowymi. W przypadku tych 6-przewodowych linii składowy układ symetryczny 6-fazowy typu trzeciego ($k = 3$) stanowi dwa identyczne składowe układy symetryczne 3-fazowe tzw. kolejności zgodnej, a składowy układ symetryczny typu piątego — dwa identyczne składowe układy symetryczne 3-fazowe tzw. kolejności przeciwnej. Klasyczne przeplecenie linii 2-torowej 3-fazowej nie zapewnia jednak spełnienia warunków symetrii w układzie pozostałych składowych symetrycznych 6-fazowych, tj. składowych typu $k = 1, 2, 4$ i 6.

Założmy, że w linii można wydzielić $m_c = 1, 2, \dots$ pełnych identycznych cykli przeplecenia, w każdym cyklu zaś — $m_s = 1, 2, \dots$ sekcji przeplecenia o takiej samej długości. Przewody linii, zajmujące określone miejsca geometryczne w przestrzeni, oznaczmy wskaźnikami liczbowymi $\gamma, \delta = 1, 2, \dots, n$. Rozpatrzmy przypadek, gdy $m_c = 1$.

Oznaczmy:

$Z_{\alpha\alpha}^p$ — oporność pozorna własna pętli ziemnopowrotnej utworzonej przez przewody wiodące wzdłuż cyklu przeplecenia prąd $I_{f\alpha}$ i przez ziemię,

$Z_{\alpha\beta}^p$ — oporność pozorna wzajemna dwóch pętli ziemnopowrotnych utworzonych przez przewody wiodące wzdłuż cyklu przeplecenia prądy odpowiednio $I_{f\alpha}$ i $I_{f\beta}$ oraz przez ziemię,

$Z_{\gamma\gamma}^s$ — oporność pozorna własna pętli ziemnopowrotnej utworzonej przez przewód γ i ziemię na odcinku linii odpowiadającemu sekcji przeplecenia,

$Z_{\gamma\delta}^s$ — oporność pozorna wzajemna dwóch pętli ziemnopowrotnych utworzonych z przewodów γ i δ oraz z ziemi na odcinku linii odpowiadającemu sekcji przeplecenia.

Oporności $Z_{\alpha\beta}^p$, gdy $\beta = \alpha$ i $\beta \neq \alpha$, będziemy nazywać opornościami pozornymi linii przeplecionej, a oporności $Z_{\gamma\delta}^s$, gdy $\gamma = \delta$ i $\gamma \neq \delta$ — opornościami pozornymi sekcji przeplecenia linii. Oporności $Z_{\gamma\delta}^s$ są identyczne w każdej sekcji.

Oporność wzajemna $Z_{\alpha\beta}^p$ zależy od sumy oporności wzajemnych $Z_{\gamma\delta}^s$. Zamieniając ze sobą indeksy γ i δ w symbolach $Z_{\gamma\delta}^s$, suma ta nie ulegnie zmianie, gdyż $Z_{\gamma\delta}^s = Z_{\delta\gamma}^s$, gdy $\delta \neq \gamma$. Stąd wniosek: w linii przeplecionej jest spełniona zasada wzajemności w postaci $Z_{\alpha\beta}^p = Z_{\beta\alpha}^p$, gdy $\beta \neq \alpha$.

Wobec powyższego wszystkie zależności podane w rozdziałach 1, 2 i 3, w których występują oporności $Z_{\alpha\beta}^p$ linii nieprzeplecionych, są słuszne w odniesieniu do linii przeplecionych charakteryzujących się opornościami $Z_{\alpha\beta}^p$. Na przykład:

- 1) równanie-kryterium determinujące warunki symetrii linii przeplecionej w układzie składowych symetrycznych ma postać:

$$\sum_{\beta=1}^n b_{\beta k}^* (b_{\alpha k}^* Z_{1\beta}^p - Z_{\alpha\beta}^p) = 0; \quad (33)$$

- 2) drugie warunki symetrii linii przeplecionej są

$$a) Z_{\alpha\alpha}^p = Z_p^s \text{ dla każdego } \alpha, \quad (34a)$$

$$b) Z_{\alpha\beta}^p = Z_m^p \text{ dla każdego } \beta \neq \alpha; \quad (34b)$$

- 3) pierwsze warunki symetrii dotyczące relacji między opornościami wzajemnymi linii 4-przewodowej mają postać:

$$Z_{12}^p = Z_{23}^p = Z_{34}^p = Z_{41}^p,$$

$$Z_{13}^p = Z_{24}^p,$$

itd.

Aby warunek (34a) był spełniony, musi być

$$Z_{\alpha\alpha}^p = \sum_{\gamma=1}^n Z_{\gamma\gamma}^s = Z_s^p \text{ dla każdego } \alpha. \quad (35)$$

Ogólnie biorąc istnieje n różnych oporności $Z_{\gamma\gamma}^s$, wzdłuż pełnego cyklu przeplecenia, jeżeli założyć, że przewody linii są różne. Równość (35) oznacza, że dowolny prąd $I_{f\alpha}$ płynie przez wszystkie przewody wzdłuż cyklu przeplecenia. Warunek (34a) będzie spełniony, jeżeli dokonać cyklicznego przeplecenia linii. Ilustrację cyklicznego przeplecenia przedstawić można w postaci przedstawionej w tabl. 2, w której podane są zestawienia indeksów przy symbolach prądów fazowych $I_{f\alpha}$, jakie płyną przez poszczególne przewody w każdej sekcji przeplecenia.

Tablica 2

Ilustracja cyklicznego przeplecenia linii n -przewodowej

Przewody (γ)	1	2	3	...	$n-1$	n
Sekcja (s)	o	o	o	...	o	o
1	1	2	3	...	$n-1$	n
2	n	1	2	...	$n-2$	$n-1$
3	$n-1$	n	1	...	$n-3$	$n-2$
.	.	.	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	.
$n-1$	3	4	5	...	1	2
$m_s = n$	2	3	4	...	n	1

Przykład: Prąd fazowy I_{f2} w sekcji 1 płynie w przewodzie 2, w sekcji 2 — w przewodzie 3, ..., w sekcji $n-1$ — w przewodzie n , w sekcji n — w przewodzie 1.

Sprawdźmy, czy w cyklicznie przeplecionej linii spełnione są warunki symetrii dotyczące relacji między opornościami wzajemnymi. W tym celu należy wyznaczyć oporności pozorne $Z_{\alpha\beta}^p$ linii cyklicznie przeplecionej.

W odniesieniu do każdej sekcji przeplecenia słuszne jest równanie:

$$\Delta U_s = Z_s I, \quad (36)$$

gdzie:

$\Delta U_s = [\Delta U_{f\alpha}^s]^{\alpha=1,2,\dots,n}$ — macierz kolumnowa fazowych strat napięcia w sekcji s ,

$I = [I_{f\beta}]^{\beta=1,2,\dots,n}$ — macierz kolumnowa prądów fazowych,

Z_s — kwadratowa macierz oporności $Z_{\gamma\delta}^s$ w sekcji s .

W każdej sekcji macierz Z_s jest inna, macierz I nie ulega zmianie.

Macierz kolumnowa fazowych strat napięcia wzdłuż całego cyklu przeplecenia linii

$$\Delta U = [\Delta U_{f\alpha}]^{\alpha=1,2,\dots,n} = \sum_{s=1}^n \Delta U_s = \sum_{s=1}^n \mathbf{Z}_s \mathbf{I} = \left(\sum_{s=1}^n \mathbf{Z}_s \right) \mathbf{I} = \mathbf{Z}_p \mathbf{I}, \quad (37)$$

przy czym

w 1-szej sekcji ($s = 1$)

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} Z_{11}^s & Z_{12}^s & \dots & Z_{1n}^s \\ Z_{21}^s & Z_{22}^s & \dots & Z_{2n}^s \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1}^s & Z_{n2}^s & \dots & Z_{nn}^s \end{bmatrix}, \quad (38a)$$

w 2-giej sekcji ($s = 2$)

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} Z_{22}^s & Z_{23}^s & \dots & Z_{21}^s \\ Z_{32}^s & Z_{33}^s & \dots & Z_{31}^s \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{12}^s & Z_{13}^s & \dots & Z_{11}^s \end{bmatrix}, \quad (38b)$$

.....
.....

w n -tej sekcji ($s = n$)

$$\begin{bmatrix} Z_{nn}^s & Z_{n1}^s & \dots & Z_{n,n-1}^s \\ Z_{1n}^s & Z_{11}^s & \dots & Z_{1,n-1}^s \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n-1,n}^s & Z_{n-1,1}^s & \dots & Z_{n-1,n-1}^s \end{bmatrix} \quad (38n)$$

Macierz $\mathbf{Z}_p = [Z_{\alpha\beta}^p]_{\alpha,\beta=1,2,\dots,n}^{p=1,2,\dots,n}$ jest macierzą oporności linii przeplecionej.

Sumując macierze $\mathbf{Z}_s$ ($s = 1, 2, \dots, n$) można stwierdzić, że istnieje prawidłowość tworzenia sum oporności $Z_{\gamma\delta}^s$, będących opornościami $Z_{\alpha\beta}^p$, a mianowicie

$$Z_{\alpha\beta}^p = \sum_{q=0}^{n-1} \tilde{Z}_{\alpha+q,\beta+q}^s, \quad (39)$$

przy czym $Z_{n+a,n+b}^s = Z_{ab}^s = Z_{ba}^s$; $a, b = 1, 2, \dots$

Wzór (39) umożliwia w sposób prosty wyznaczenie oporności pozornych linii cyklicznie przeplecionych o dowolnej liczbie przewodów fazowych.

Przykład:

$$\begin{aligned} Z_{13}^p &= Z_{13}^s + Z_{24}^s + Z_{35}^s + \dots + Z_{n-1,n+1}^s + Z_{n,n+2}^s = \\ &= Z_{13}^s + Z_{24}^s + Z_{35}^s + \dots + Z_{n-1,n}^s + Z_{n2}^s. \end{aligned}$$

Jeżeli $\beta = \alpha$, wzór (39) przedstawia sumę oporności własnych wszystkich sekcji, a więc pokrywa się ze wzorem (35). Stąd wynika, że w linii cyklicznie przeplecionej warunek symetrii (34a) jest spełniony.

W szczególnych przypadkach oporności wzajemne linii cyklicznie przeplecionej, obliczone na podstawie (39), równają się:

a) Linie 3-przewodowe

$$\begin{array}{|c|} \hline Z_{12}^s \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline Z_{13}^s \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline Z_{23}^s \\ \hline \end{array} \quad (40)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline Z_{12}^p \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

oraz

$$Z_{12}^p = Z_{23}^p = Z_{31}^p = Z_m^p. \quad (41)$$

b) Linie 4-przewodowe

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline Z_{12}^s & Z_{13}^s & Z_{14}^s & Z_{23}^s & Z_{24}^s & Z_{34}^s \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline Z_{12}^p \\ \hline Z_{13}^p \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & . & 1 & 1 & . & 1 \\ \hline . & 2 & . & . & 2 & . \\ \hline \end{array} \quad (42)$$

i

$$Z_{12}^p = Z_{23}^p = Z_{34}^p = Z_{41}^p, \quad (43)$$

$$Z_{13}^p = Z_{24}^p.$$

c) Linie 5-przewodowe

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline Z_{12}^s & Z_{13}^s & Z_{14}^s & Z_{15}^s & Z_{23}^s & Z_{24}^s & Z_{25}^s & Z_{34}^s & Z_{35}^s & Z_{45}^s \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline Z_{12}^p \\ \hline Z_{13}^p \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & . & . & 1 & 1 & . & . & 1 & . & 1 \\ \hline . & 1 & 1 & . & . & 1 & 1 & . & 1 & . \\ \hline \end{array} \quad (44)$$

$$\text{oraz} \quad Z_{12}^p = Z_{23}^p = Z_{34}^p = Z_{45}^p = Z_{51}^p, \quad (45)$$

$$Z_{13}^p = Z_{24}^p = Z_{35}^p = Z_{41}^p = Z_{52}^p.$$

d) Linie 6-przewodowe

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline Z_{12}^s & Z_{13}^s & Z_{14}^s & Z_{15}^s & Z_{16}^s & Z_{23}^s & Z_{24}^s & Z_{25}^s & Z_{26}^s & Z_{34}^s & Z_{35}^s & Z_{36}^s & Z_{45}^s & Z_{46}^s & Z_{56}^s \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline Z_{12}^p \\ \hline Z_{13}^p \\ \hline Z_{14}^p \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & . & . & . & . & 1 & 1 & . & . & . & . & . & 1 & . & 1 \\ \hline . & 1 & . & 1 & . & . & 1 & . & 1 & . & 1 & . & . & 1 & . \\ \hline . & . & 2 & . & . & . & . & 2 & . & . & . & 2 & . & . & . \\ \hline \end{array} \quad (46)$$

$$\text{oraz} \quad Z_{12}^p = Z_{23}^p = Z_{34}^p = Z_{45}^p = Z_{56}^p = Z_{61}^p$$

$$Z_{13}^p = Z_{24}^p = Z_{35}^p = Z_{46}^p = Z_{51}^p = Z_{62}^p, \quad (47)$$

$$Z_{14}^p = Z_{25}^p = Z_{36}^p.$$

Z rezultatów obliczeń oporności linii 3-, 4-, 5- i 6-przewodowych cyklicznie przeplecionych wynika, że w liniach takich spełnione są pierwsze warunki symetrii, bowiem warunki (41), (43), (45), i (47) pokrywają się z odpowiednimi warunkami (26) ÷ (29). Linie cyklicznie przeplecione są więc symetryczne w układzie składowych symetrycznych.

Drugie warunki symetrii (34b) w liniach cyklicznie przeplecionych są spełnione tylko w przypadku linii 3-przewodowych. Należało oczekiwać takiego rezultatu, bowiem wobec istnienia $m = \frac{n}{2}(n-1)$ ogólnie różnych oporności pozornych wzajemnych, n -sekcyjne przeplecenie linii nie zapewni jej symetrii ze względu na warunki drugie, z wyjątkiem linii 3-przewodowej, w której $m = n$.

Tablica 3

Sposób przeplecenia linii 5-przewodowej o jednakowych przewodach zapewniający spełnienie warunku symetrii $Z_{\alpha\beta}^p = Z_m^p$ dla każdego $\beta \neq \alpha$

Przewody Sekcje	Przewody				
	1 o	2 o	3 o	4 o	5 o
1	1	2	3	4	5
2	5	1	2	3	4
3	4	5	1	2	3
4	3	4	5	1	2
5	2	3	4	5	1
6	1	3	5	2	4
7	4	1	3	5	2
8	2	4	1	3	5
9	5	2	4	1	3
10	3	5	2	4	1

Przykład: Faza 3 obejmuje szeregowo połączone przewody (identycznie oznaczone na każdej sekcji): w sekcji 1 — przewód 3, w sekcji 2 — przewód 4, ..., w sekcji 10 — przewód 1.

Aby linia przepleciona była symetrycznie ze względu na warunki drugie (34b), tj.

$$Z_{\alpha\beta}^p = Z_m^p \text{ dla każdego } \beta \neq \alpha, \quad (48)$$

musi być

$$Z_{\alpha\beta}^p = \sum_{\gamma=1}^{n-1} \sum_{\delta=\gamma+1}^n Z_{\gamma\delta}^s = Z_m^p, \quad (49)$$

tj. każda oporność wzajemna $Z_{\alpha\beta}^p$ ($\alpha, \beta = 1, 2, \dots, n$; $\alpha \neq \beta$) linii przeplecionej musi równać się sumie wszystkich oporności wzajemnych $Z_{\gamma\delta}^s$.

Warunek (49) może być spełniony w ogólnym przypadku, gdy cykl przeplecenia podzielony jest na m sekcji, np. w linii 5-przewodowej na 10 sekcji. Badając ten problem okazało się, że tylko w liniach nieparzystoprzewodowych o jednakowych przewodach i różnych opornościach wzajemnych $Z_{\gamma\delta}^s$ jest możliwe takie przeplecenie m -sekcyjne, aby spełniony był warunek (48). W tabl. 3 podany jest przykładowo sposób przeplecenia linii 5-przewodowej zapewniający spełnienie tego warunku.

Praktyczne układy przewodów linii cechuje zwykle pewna symetria geometryczna, na skutek czego nie wszystkie oporności wzajemne bierne są różne, co umożliwia przeplecenie linii również parzystoprzewodowych zapewniając spełnienie drugich warunków symetrii.

Jeżeli liczba cykli przeplecenia $m_c > 1$, oporności linii przeplecionej są m_c razy większe od tych oporności w przypadku, gdy $m_c = 1$.

5. ZAKOŃCZENIE

W pracy przedstawiono następujące tezy i wyniki:

1. Linia charakteryzująca się opornościami własnymi i wzajemnymi jest symetryczna w układzie składowych symetrycznych, jeżeli prądy w przewodach linii tworzące symetryczny układ typu k wywołują straty napięcia tworzące symetryczny układ tego samego typu k .
2. Sposób wyznaczenia oporności w układzie składowych symetrycznych linii symetrycznej w tym układzie jest elementarny [wzór (19)].
3. Istnieje ogólne równanie-kryterium determinujące warunki symetrii linii w układzie składowych symetrycznych [równanie (16)].
4. Równanie-kryterium prowadzi do szczegółowych równań warunkowych [równania (20) ÷ (24)], stanowiących podstawę określenia relacji między opornościami własnymi i wzajemnymi linii, będącymi warunkami symetrii linii w układzie składowych symetrycznych określonego typu k .
5. Istnieją warunki symetrii sprawiające, że linia jest symetryczna w układzie składowych symetrycznych wszystkich typów k .
6. Warunki symetrii linii w układzie składowych symetrycznych, wymienione wyżej w rozdz. 5.4, obejmują dwie grupy: warunki pierwsze podają równość wszystkich oporności pozornych własnych (25) i określone grupy równości oporności pozornych

wzajemnych, różne w zależności od liczby przewodów linii, wzory [(26) ÷ (29)];

warunki drugie, ostrzejsze, obejmujące jw. równość wszystkich oporności pozornych własnych i równość wszystkich oporności pozornych wzajemnych (30).

7. W przypadku linii 3-przewodowych pierwsze i drugie warunki są identyczne.

8. Pierwsze warunki symetrii są spełnione, jeśli jednakowe przewody linii o liczbie n ($n = 3, 4, 5, 6$) umieszczone są w wierzchołkach wielokąta foremnego o liczbie boków n .

9. Drugie warunki symetrii w liniach nieprzeplecionych o liczbie przewodów $n > 3$ są niemożliwe do spełnienia.

10. Linia cyklicznie przepleciona o dowolnej liczbie przewodów jest symetryczna w układzie składowych symetrycznych ze względu na pierwsze warunki symetrii.

11. Istnieje prosty sposób wyznaczenia oporności linii cyklicznie przeplecionych [wzór (39)].

12. Linię o nieparzystej liczbie takich samych przewodów i różnych opornościach pozornych wzajemnych można tak przepleść, aby spełnione były drugie warunki symetrii.

13. Praktyczne układy przewodów linii parzystoprzewodowych cechuje pewna symetria geometryczna, umożliwiającą przeplecenie jej w celu spełnienia drugich warunków symetrii.

Podane wyżej twierdzenia 1—7 odnoszą się również do innych elementów statycznych, w odniesieniu do których spełniona jest zasada wzajemności oporności pozornych.

*Politechnika Łódzka
Katedra Elektroenergetyki*

WYKAZ LITERATURY *)

1. Dunikowski S.: Przetężenia w urządzeniach elektrycznych prądów zmiennych. SEP, Warszawa 1936.
2. Kończykowski S.: Obliczanie sieci elektroenergetycznych, t. I. FWN, Warszawa 1953.
3. Kowalski Z.: Podstawy teorii składowych symetrycznych grupowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 12, 1963.
4. Kowalski Z.: Impedancje statycznych elementów wielofazowych w układzie składowych symetrycznych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 12, 1963.

*) Wykaz zawiera pozycje cytowane w artykule.

5. Przyłuski A.: Symetria sieci wielofazowych w ustalonych stanach pracy. Rozprawa doktorska. Warszawa 1962.

Z. KOWALSKI

CONDITIONS OF SYMMETRY OF MULTICONDUCTOR ELECTRIC POWER LINES IN NORMAL SYMMETRICAL COMPONENTS SYSTEM

Summary

The definition on symmetric line in a normal symmetrical components system has been given. Lines with self and mutual phase impedances only were dealt with. From the given definition and from general formulas of the symmetrical components theory the criterion—equation has been developed as a necessary condition for a line to be symmetric in a symmetrical components system. The criterion-equation enables laying down n ($n = 1, 2, \dots$) linear conditional equations for every type (sequence) of symmetrical components. Detailed conditional equations (20) ÷ (24) for 2-, 3-, 4-, 5- and 6-conductor lines have been given as an example. Based on these equations the relations between the self and mutual phase impedances, called symmetry conditions have been found. Geometric conductor systems fulfilling the symmetry conditions have been given for 3-, 4-, 5- and 6-conductor lines. The method of interlacing for symmetry purposes has been presented together with the method of calculating the phase impedances of cyclically interlaced lines fulfilling the symmetry conditions.

Z. KOWALSKI

LES CONDITIONS DE LA SYMÉTRIE DES LIGNES D'ÉNERGIE À MULTIPLES CONDUCTEURS EN SCHÉMA DES COMPOSANTES SYMÉTRIQUES NORMALES

Résumé

On a donné la définition de la ligne symétrique en schéma des composantes symétriques normales. On a étudié les lignes, qui se caractérisaient seulement par des impédances de phase, propres et mutuelles. En se basant sur cette définition ainsi que sur les relations générales de la théorie des composantes symétriques on a obtenu l'équation-critère (16) comme une condition nécessaire de la symétrie de la ligne en schéma des composantes symétriques. L'équation-critère permet écrire n ($n = 1, 2, \dots$) équations conditionnelles linéaires pour chaque type (succession) des composantes symétriques. Par exemple on a déduit des équations conditionnelles particulières (20) ÷ (24) concernant des lignes à 2, 3, 4, 5, et 6 conducteurs. Sortant de ces équations on a obtenu des relations entre les impédances de phases propres et mutuelles, nommées les conditions de la symétrie. En étudiant la ligne à 3, 5 et 6 conducteurs on a données les schémas géométriques des conducteurs accomplissant les conditions de la symétrie. On a présenté aussi la méthode de la transposition de la ligne afin d'accomplir les conditions de la symétrie et la méthode de déterminer les impédances de phase des lignes périodiquement transposées, accomplissant les conditions de la symétrie, indiquées ci-dessus.

Z. KOWALSKI

SYMMETRIEBEDINGUNGEN DER VIELLEITER-STARKSTROM-FREILEITUNGEN IN NORMALEN SYMMETRIESCHEN KOMPONENTENSYSTEM

Zusammenfassung

Die Begriffsbestimmung symmetrischen Leitungen in normalen symmetrischen Komponentensystem wurde angegeben. Es wurde die Leitungen mit nur selbst- und gegenseitigen Impedanzen untersucht. Auf Grund des angegebenen Begriffs sowie auf Grund der allgemeinen theoretischen Beziehungen von symmetrischen Komponentensystem erhielt man die Kriteriumsgleichung (16) als notwendige Bedingung für eine symmetrische Leitung in den symmetrischen Komponentensystem. Die Kriteriumsgleichung ermöglicht die Aufstellung von n ($n = 1, 2, \dots$) Liniengleichungen für jede Reihe von symmetrischen Komponentensystem. Die ausführlichen Bedingungsgleichungen (20)–(24) für 2-, 3-, 4-, 5- und 6-Leiter-Leitungen sind als Beispiel angegeben worden. Auf Grund dieser Gleichungen die Beziehungen zwischen den selbst- und gegenseitigen Phaseimpedanzen abgeleitet, die als Symmetriebedingungen genannt wurden. Für 3-, 4-, 5-, und 6-Leiter-Leitungen sind geometrische Leiteranordnungen, die den Symmetriebedingungen entsprechen, angegeben worden. Ferner sind Verdrillungsarten zur Erreichung von Symmetriebedingungen sowie das Verfahren zur Bestimmung von Phasenimpedanzen der zyklisch verdrillten Leitungen angegeben worden.

3. КОВАЛЬСКИ

УСЛОВИЯ СИММЕТРИИ МНОГОПРОВОДНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ В СИСТЕМЕ НОРМАЛЬНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Резюме

В статье предложено определение симметричной линии электропередачи в системе нормальных симметричных составляющих. Рассмотрены линии электропередачи описанные только фазными собственными и взаимными импедансами. На основании этого определения получено уравнение-критерий (16), как необходимое условие симметрии линий в системе симметричных составляющих. Уравнение-критерий дает возможность написать n ($n = 1, 2, \dots$) необходимых линейных уравнений для каждого типа (последовательности) симметричных составляющих. В качестве примера представлены необходимые уравнения (20)–(24) для 2-, 3-, 4-, 5- и 6-проводных линий. На основании этих уравнений получены зависимости между фазными собственными и взаимными импедансами, названные условиями симметрии. Приведен тоже способ транспозиции проводов линий с целью получить условия симметрии, а также способ вычисления фазных импедансов транспозиционных линий электропередачи, соблюдающих вышеуказанные условия симметрии.

ZBIGNIEW KOWALSKI

Warunki symetrii parzystoprzewodowych linii elektroenergetycznych w układzie składowych symetrycznych grupowych

Rękopis dostarczono 1.2.1964

Opierając się na podanej definicji symetrycznej linii w układzie składowych symetrycznych grupowych przedstawiono równanie-kryterium (1) w postaci ogólnej oraz równania (13a) i (13b) w postaci szczególnej, determinujące warunki symetrii linii w układzie tych składowych. Równania te stały się podstawą otrzymania szczegółowych równań warunkowych (16) i (17) w przypadku linii 4- i 6-przewodowych, a te równania z kolei umożliwiły wyznaczenie warunków symetrii w postaci równości impedancji fazowych własnych i określonych równości impedancji fazowych wzajemnych. W pracy podano ponadto układy przewodów oraz sposoby przeplecenia linii 4- i 6-przewodowych spełniające warunki symetrii.

1. WSTĘP

W pracy [3] zostały przedstawione ogólne i szczegółowe warunki symetrii linii w układzie składowych symetrycznych normalnych. Celem tej pracy jest podanie warunków symetrii elektroenergetycznych linii o parzystej liczbie przewodów fazowych w układzie składowych symetrycznych grupowych.

Przez symetryczną linię w układzie składowych symetrycznych grupowych będziemy rozumieć linię o takich właściwościach, że jeżeli w przewodach fazowych linii płyną prądy tworzące dowolny układ symetryczny grupowy typu k ($k = 1, 2, \dots, n$), to fazowe straty napięcia, wywołane przepływem tych prądów, tworzą taki sam układ symetryczny (typu k).

Przedmiotem rozważań będą linie elektroenergetyczne charakteryzujące się opornościami pozornymi własnymi ($Z_{\alpha\alpha}$) i wzajemnymi ($Z_{\alpha\beta}$, gdy $\beta \neq \alpha$). Zakładamy, że prądy w przewodach linii są wielkościami sinusoidalnymi.

2. RÓWNANIE-KRYTERIUM DETERMINUJĄCE WARUNKI SYMETRII W UKŁADZIE SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH GRUPOWYCH

Wobec jednolitej formy zapisu wzorów w teorii składowych symetrycznych normalnych i grupowych, równanie-kryterium wyznaczające warunki symetrii linii w układzie składowych symetrycznych grupowych

wych ma podobną postać jak odpowiednie równanie (16) w [3] w układzie składowych symetrycznych normalnych, a mianowicie

$$\sum_{\beta=1}^n b_{\beta k}^{**} (b_{\alpha k}^{**} Z_{1\beta} - Z_{\alpha\beta}) = 0 \quad (1)$$

dla każdego $\alpha = 1, 2, \dots, n$ i $k = 1, 2, \dots, n$,

przy czym:

$b_{\alpha k}^{**}$ i $b_{\beta k}^{**}$ — operatory charakterystyczne składowych symetrycznych grupowych, określone w [2],

$Z_{\alpha\beta}$ — oporności pozorne linii — własne ($\alpha = \beta$) i wzajemne ($\beta \neq \alpha$),

$\alpha, \beta = 1, 2, \dots, n$ — oznaczenie faz (przewodów fazowych) linii.

Podobnie, również jak w [3], oporność pozorna własna w układzie składowych symetrycznych grupowych linii symetrycznej w tym układzie ma postać:

$$Z_{kk}^{**} = \sum_{\beta=1}^n b_{\beta k}^{**} Z_{1\beta}. \quad (2)$$

Tok postępowania w celu otrzymania (1) i (2) jest podobny jak w [3]. Wnioski dotyczące sposobu wyznaczenia oporności Z_{kk}^{**} linii symetrycznej w układzie składowych symetrycznych grupowych są zbieżne z wnioskami w przypadku wyznaczania oporności Z_{kk}^{**} w układzie składowych symetrycznych normalnych. Podobnie wszelkie inne cechy linii symetrycznej w układzie składowych symetrycznych normalnych, jak równość (18) w [3] i konsekwencje z niej wynikające, są podobne w odniesieniu do linii w układzie składowych symetrycznych grupowych, a w szczególności:

$$\Delta U_k^{**} = \Delta U_{(k)}^{**} \quad (3)$$

$$Z_{kl}^{**} = 0, \quad \text{gdy } l \neq k, \quad (4)$$

gdzie:

ΔU_k^{**} — składowa symetryczna grupowa typu k układu fazowych strat napięcia w linii,

$\Delta U_{(k)}^{**}$ — strata napięcia w fazie osobiwej ($\alpha = 1$) linii, wywołana przepływem prądów fazowych w linii tworzących symetryczny układ grupowy typu k ,

Z_{kl}^{**} — oporność pozorna wzajemna linii typu kl ($l \neq k$) w układzie składowych symetrycznych grupowych.

Jeżeli jednak linia ma być symetryczna w układzie składowych symetrycznych grupowych, to musi być

$$\Delta U_{\alpha(k)}^{**} = b_{\alpha k}^{**} \Delta U_{(k)}^{**}, \quad (5)$$

jeżeli

$$I_{\alpha k}^{**} = b_{\alpha k}^{**} I_k^{**} \quad \text{dla każdego } k, \quad (6)$$

przy czym zarówno układ prądów

$$I_{1k}^{**}, I_{2k}^{**}, \dots, I_{nk}^{**}, \quad (7)$$

jak i układ strat napięcia, wywołanych przez te prądy —

$$\Delta U_{1(k)}^{**}, \Delta U_{2(k)}^{**}, \dots, \Delta U_{n(k)}^{**} \quad (8)$$

są układami formalnie symetrycznymi [2]. Zgodnie z teorią przedstawioną w [2] pod pojęciem formalnie symetrycznego układu prądów lub strat napięcia w układzie składowych symetrycznych grupowych należy rozumieć dwa odrębne symetryczne układy, np. w odniesieniu do układu (8)

$$\text{układ (a): } \Delta U_{1(k)}^{**}, \Delta U_{3(k)}^{**}, \dots, \Delta U_{n-1(k)}^{**}, \quad (9a)$$

$$,, \quad \text{(b): } \Delta U_{2(k)}^{**}, \Delta U_{4(k)}^{**}, \dots, \Delta U_{n(k)}^{**}. \quad (9b)$$

Warunek (5) jest w tym przypadku zapisem dwóch szczegółowych warunków:

$$1) \quad \Delta U_{\alpha'(k)}^{**} = b_{\alpha'(k)}^{**} \Delta U_{(k)}^{**}, \quad (10a)$$

$$\text{gdy} \quad I_{\alpha'k}^{**} = b_{\alpha'k}^{**} I_k^{**} \quad \text{dla } \alpha' = 1, 3, \dots, n-1,$$

$$2) \quad \Delta U_{\alpha''(k)}^{**} = b_{\alpha''k}^{**} \Delta U_{(k)}^{**}, \quad (10b)$$

$$\text{gdy} \quad I_{\alpha''k}^{**} = b_{\alpha''k}^{**} I_k^{**} \quad \text{dla } \alpha'' = 2, 4, \dots, n.$$

Oczywiście

$$[\Delta U_{\alpha(k)}^{**}]^{\alpha=1,2,\dots,n} = [Z_{\alpha\beta}]_{\beta=1,2,\dots,n}^{\alpha=1,2,\dots,n} [I_{\beta k}^{**}]^{\beta=1,2,\dots,n}. \quad (11)$$

Rozkładając układ fazowych strat napięcia ($\Delta U_{f1}, \Delta U_{f2}, \dots, \Delta U_{fn}$) na składowe symetryczne grupowe wg sposobu podanego w [3] otrzymuje się

$$\Delta U_k^{**2)} = \sum_{\alpha=1}^n a_{k\alpha}^{**} \sum_{k=1}^n \Delta U_{\alpha(k)}^{**}. \quad (12)$$

Równanie (12) oznacza, że w ogólnym przypadku składowa symetryczna grupowa strat napięcia typu k (ΔU_k^{**}) zależy od wszystkich fazowych strat napięcia $\Delta U_{\alpha(k)}^{**}$, wywołanych przez wszystkie składowe symetryczne grupowe prądów.

Korzystając ze wzoru na $a_{k\alpha}^{**}$ w [2] i z faktu, że $b_{\alpha k}^{**} = a_{k\alpha}^{*-1}$, równanie-kryterium (1) można napisać w postaci dwóch odrębnych równań, a mianowicie dla nieparzystych typów ($k = k_1 = 1, 3, \dots, n-1$) i dla parzystych typów ($k = k_2 = 2, 4, \dots, n$) składowych symetrycznych grupowych.

¹⁾ $\Delta U_{\alpha(k)}^{**} \equiv \Delta U_{1(k)}^{**}$;

²⁾ $\Delta U_k^{**} \equiv \Delta U_{1k}^{**}$.

W rezultacie otrzymuje się:

a) dla nieparzystych typów składowych symetrycznych grupowych (k_1)

$$\sum_{\beta'=1}^{n-1} b_{\beta'k_1}^{**} [b_{\alpha k_1}^{**} (Z_{1\beta'} + Z_{1,\beta'+1}) - (Z_{\alpha\beta'} + Z_{\alpha,\beta'+1})] = 0, \quad (13a)$$

b) dla parzystych typów składowych symetrycznych grupowych (k_2)

$$\sum_{\beta'=1}^{n-1} b_{\beta'k_2}^{**} [b_{\alpha k_2}^{**} (Z_{1\beta'} - Z_{1,\beta'+1}) - (Z_{\alpha\beta'} + Z_{\alpha,\beta'+1})] = 0, \quad (13b)$$

przy czym

$$b_{\beta'k}^{**} = \begin{cases} b_{\beta'k_1}^{**} = e^{-j\frac{1}{2}(k_1-1)(\beta'-1)\frac{2\pi}{n}}, \\ b_{\beta'k_2}^{**} = e^{-j\frac{1}{2}(k_2-2)(\beta'-1)\frac{2\pi}{n}}, \end{cases} \quad (14a)$$

$$b_{\alpha k}^{**} = \begin{cases} b_{\alpha k_1}^{**} = \begin{cases} b_{\alpha'k_1}^{**} = e^{-j\frac{1}{2}(k_1-1)(\alpha'-1)\frac{2\pi}{n}} \\ b_{\alpha''k_1}^{**} = e^{-j\frac{1}{2}(k_1-1)(\alpha''-2)\frac{2\pi}{n}}, \end{cases} \\ b_{\alpha k_2}^{**} = \begin{cases} b_{\alpha'k_2}^{**} = e^{-j\frac{1}{2}(k_2-2)(\alpha'-1)\frac{2\pi}{n}} \\ b_{\alpha''k_2}^{**} = -e^{-j\frac{1}{2}(k_2-2)(\alpha''-2)\frac{2\pi}{n}}, \end{cases} \end{cases} \quad (14b)$$

$$\alpha', \beta' = 1, 3, \dots, n-1; \quad \alpha'' = 2, 4, \dots, n.$$

Podobnie korzystając ze szczegółowych zależności na $b_{\beta k}^{**}$ w (2) otrzymuje się

$$Z_{kk}^{**} = \begin{cases} \sum_{\beta'=1}^{n-1} b_{\beta'k_1}^{**} (Z_{1\beta'} + Z_{1,\beta'+1}), & \text{gdy } k = k_1, \\ \sum_{\beta'=1}^{n-1} b_{\beta'k_2}^{**} (Z_{1\beta'} - Z_{1,\beta'+1}), & \text{gdy } k = k_2. \end{cases} \quad (15)$$

Spełnienie ogólnych warunków symetrii w postaci równań-kryteriów (13a) i (13b) jednoznacznie określa symetryczną linię w układzie składowych symetrycznych grupowych.

3. RÓWNANIA WARUNKOWE I WARUNKI SYMETRII LINII 4- i 6-PRZEWODOWYCH

Podobnie jak w przypadku składowych symetrycznych normalnych równania-kryteria (13a) i (13b) prowadzą do $n(n-1)$ równań warunko-

wych, w których występuje w sumie $\frac{n}{2}(n+1)$ oporności pozornych własnych ($Z_{\alpha\alpha}$) i wzajemnych ($Z_{\alpha\beta}$, gdy $\beta \neq \alpha$). Postępując podobnie jak w [3] w odniesieniu do składowych symetrycznych normalnych, otrzymuje się szczegółowe równania warunkowe dla każdego typu k składowych symetrycznych grupowych.

Poniżej zestawione są równania warunkowe w przypadku linii 4- i 6-przewodowych.

a) Linie 4-przewodowe

k	Nr równania	Z_{11}	Z_{22}	Z_{33}	Z_{44}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{23}	Z_{24}	Z_{34}
1	1	1	-1	.	.	.	1	1	-1	-1	.
	2	1	.	-1	.	1	.	1	-1	.	-1
	3	1	.	.	-1	1	1	.	.	-1	-1
2	4	-1	1	.	.	.	-1	1	-1	1	.
	5	1	.	-1	.	-1	.	-1	1	.	1
	6	-1	.	.	1	1	-1	.	.	1	-1
3	7	1	-1	.	.	.	-1	-1	1	1	.
	8	-1	.	1	.	-1	1	.	.	-1	1
	9	-1	.	.	1	-1	1	.	.	-1	1
4	10	-1	1	.	.	.	1	-1	1	-1	.
	11	-1	.	1	.	1	.	-1	1	.	-1
	12	1	.	.	-1	-1	-1	.	.	1	1

(16)
= 0.

(16)

= 0.

b) Linie 6-przewodowe

Równania warunkowe w tym przypadku podane są pod postacią (17).

We wzorach (16) i (17) 0 jest macierzą kolumnową o elementach zerowych, a kropka (.) na miejscu elementu macierzy oznacza, że jest to element zerowy.

Z równań warunkowych (16) i (17) otrzymuje się — podobnie jak w przypadku składowych symetrycznych normalnych — dwie grupy warunków symetrii: pierwsze warunki symetrii i drugie warunki symetrii.

k	Nr rów- nania	Z_{11}	Z_{22}	Z_{33}	Z_{44}	Z_{55}	Z_{66}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}	Z_{23}	Z_{24}	Z_{25}	Z_{26}	Z_{34}	Z_{35}	Z_{36}	Z_{45}	Z_{46}	Z_{56}
1	1	1	-1	.	.	.	.	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	.	.	.
	2	1	.	-1	.	.	.	1	1	1	1	1	-1	-1	.	.	-1	-1	-1	.	.	.
	3	1	.	.	-1	.	.	1	1	1	1	1	.	-1	.	.	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	4	1	.	.	.	-1	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	5	1	.	.	.	.	-1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	6	1	-1	.	.	.	.	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
	7	1	.	-1	.	.	.	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
	8	1	.	.	-1	.	.	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
	9	1	.	.	.	-1	.	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
	10	1	.	.	.	.	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
3	11	1	-1	.	.	.	.	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	12	a	.	- a	.	.	.	a	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a^2	- a^2	- a	- a^2	- a^2	- a^2	- a^2	- a^2
	13	a^2	.	.	- a	.	.	a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	14	a^2	.	.	.	- a^2	.	a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	15	a^2	.	.	.	.	- a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
4	16	1	-1	.	.	.	.	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	17	a	.	- a	.	.	.	a	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	18	a	.	.	- a	.	.	a	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	19	a^2	.	.	.	- a^2	.	a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	20	a^2	.	.	.	.	- a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
5	21	1	-1	.	.	.	.	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	22	a^2	.	- a^2	.	.	.	a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	23	a^2	.	.	- a^2	.	.	a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	24	a	.	.	.	- a	.	a	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	25	a	.	.	.	.	- a	a	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
6	26	1	-1	.	.	.	.	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	27	a^2	.	- a^2	.	.	.	a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	28	a^2	.	.	- a^2	.	.	a^2	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	29	a	.	.	.	- a	.	a	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a
	30	a	.	.	.	.	- a	a	a^2	a^2	a^2	a^2	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a	- a

$$= 0.$$

$$(17)$$

$$\text{gdzie } a = e^{\frac{2\pi}{3}}.$$

Warunki pierwsze obejmują

a) równość wszystkich oporności pozornych własnych, tj.

$$Z_{\alpha\alpha} = Z_s \quad \text{dla każdego } \alpha, \quad (18)$$

b) określone równości oporności pozornych wzajemnych, a mianowicie:

w przypadku linii 4-przewodowych:

$$\left. \begin{aligned} Z_{12} &= Z_{34}, \\ Z_{13} &= Z_{24}, \\ Z_{14} &= Z_{23}, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

a w przypadku linii 6-przewodowych:

$$\left. \begin{aligned} Z_{13} &= Z_{24} = Z_{35} = Z_{46} = Z_{51} = Z_{62}, \\ Z_{14} &= Z_{45} = Z_{52} = Z_{23} = Z_{36} = Z_{61}, \\ Z_{12} &= Z_{34} = Z_{56}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Warunki drugie, ostrzejsze od pierwszych, obejmują równość wszystkich oporności pozornych własnych (18) i równość wszystkich oporności pozornych wzajemnych, tj.

$$Z_{\alpha\beta} = Z_m \quad \text{dla każdego } \beta \neq \alpha. \quad (21)$$

Drugie warunki symetrii w układzie składowych symetrycznych grupowych i normalnych są identyczne.

Pierwsze warunki symetrii linii 4-przewodowej w układzie składowych symetrycznych grupowych są spełnione, jeżeli jednakowe przewody linii umieszczone są w wierzchołkach prostokąta o dowolnym stosunku boków $b_1 : b_2$, a cykle fazowe są: 1, 2, 3, 4, jak w tabl. 1, 1, 2, 4, 3 oraz cykle odwrotne, np. 4, 3, 2, 1 itd.

Pierwsze warunki symetrii linii 4-przewodowych w układzie składowych symetrycznych grupowych są łagodniejsze w porównaniu z podobnymi warunkami w układzie składowych symetrycznych normalnych. Warunki symetrii linii 4-przewodowych w układzie składowych symetrycznych normalnych [3] zadość czynią warunkom symetrii w układzie składowych symetrycznych grupowych.

W przypadku linii 6-przewodowych pierwsze warunki symetrii są spełnione, jeżeli jednakowe przewody linii umieszczone są w wierzchołkach sześciokąta foremnego, a cykl fazowy jest: 1, 4, 5, 2, 3, 6 (tabl. 1).

Oporność bierna własna linii symetrycznej w układzie składowych symetrycznych grupowych

$$X_{kk}^{**} = \begin{cases} X_s + (n-1)X_{m(kk)}^{**}, & \text{gdy } k = 1, \\ X_s - X_{m(kk)}^{**}, & \text{gdy } k \neq 1, \end{cases} \quad (22)$$

gdzie:

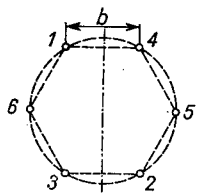
$$X_{m(kk)}^{**} \approx \left(0,145 \lg \frac{D_g}{b_{m(kk)}^{**}} \right) L \quad \text{dla } f = 50 \text{ Hz,}$$

L — długość linii.

Wzory na średni geometryczny odstęp międzyprzewodowy ($b_{m(kk)}^{**}$) linii 6-przewodowej w układzie składowych symetrycznych podane są w tabl. 1.

Tablica 1

Układ przewodów i średnie odstęp międzyprzewodowe ($b_{m(kk)}^{**}$) 6-przewodowej linii symetrycznej w układzie składowych symetrycznych grupowych

Układy przewodów	k	$b_{m(kk)}^{**}$
	1	$\sqrt[5]{6} b \approx 1,43 b$
	2	$\frac{2}{3} b \approx 0,67 b$
	3 i 5	$\frac{\sqrt{3}}{2} b \approx 0,87 b$
	4 i 6	$2\sqrt{3} b \approx 3,47 b$

Jeżeli układ przewodów linii 4-przewodowej jest kwadratowy ($b_1 = b_2 = b$), a cykl fazowy jest: 1, 2, 3, 4, oporności biernie własne typu kk w układzie składowych symetrycznych grupowych równają się odpowiednim opornościom biernym tego samego typu w układzie składowych symetrycznych normalnych, tj. $X_{kk}^{**} = X_{kk}^*$, gdy $k = 1, 2, 3, 4$.

4. PRZEPLATANIE LINII PARZYSTOPRZEWODOWYCH W CELU SPEŁNIENIA WARUNKÓW SYMETRII

Przeplatając cyklicznie linie 4- i 6-przewodowe o różnych odstępach międzyprzewodowych można zapewnić symetrię tych linii (ze względu na pierwsze warunki symetrii) w układzie składowych symetrycznych grupowych, przy czym cykl fazowy w pierwszej sekcji jest taki sam jak cykl w przypadku nieprzeplecionych linii symetrycznych w układzie składowych symetrycznych. W przypadku linii 4-przewodowych może to być więc przeplecenie cykliczne przedstawione poniżej w formie tabelarycznej pod (23a)

Przewody Sekcje				
	1	2	3	4
	o	o	o	o
1	1	2	3	4
2	4	1	2	3
3	3	4	1	2
4	2	3	4	1

(23a)

lub np. niżej pod (23b)

Przewody Sekcje				
	1	2	3	4
	o	o	o	o
1	1	4	2	3
2	3	1	4	2
3	2	3	1	4
4	4	2	3	1

(23b)

Cykliczne przeplecenie linii 6-przewodowej podane jest poniżej pod (24)

Przewody Sekcje						
	1	2	3	4	5	6
	o	o	o	o	o	o
1	1	4	5	2	3	6
2	6	1	4	5	2	3
3	3	6	1	4	5	2
4	2	3	6	1	4	5
5	5	2	3	6	1	4
6	4	5	2	3	6	1

(24)

W tablicach przepleceń (23a), (23b), (24) i (26) liczby nie oznaczające przewodów i sekcji oznaczają fazy lub są indeksami liczbowymi przy symbolach prądów fazowych I_{fa} [3]. Oznaczenie przewodów na każdej sekcji plecenia jest takie samo.

Oporności pozorne Z_{12}^p , Z_{13}^p i Z_{14}^p linii 6-przewodowej przeplecionej cyklicznie wg (24) równają się:

(25)

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline Z_{12}^p \\ \hline Z_{13}^p \\ \hline Z_{14}^p \\ \hline \end{array} =
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline
 Z_{12}^s & Z_{13}^s & Z_{14}^s & Z_{15}^s & Z_{16}^s & Z_{23}^s & Z_{24}^s & Z_{25}^s & Z_{26}^s & Z_{34}^s & Z_{35}^s & Z_{36}^s & Z_{45}^s & Z_{46}^s & Z_{56}^s \\ \hline
 \cdot & \cdot & 2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 2 & \cdot & \cdot & \cdot & 2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline
 \cdot & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \hline
 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & 1 \\ \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

przy czym $Z_{\gamma\delta}^s$, gdzie $\gamma, \delta = 1, 2, \dots, 6$, lecz $\delta \neq \gamma$, oznaczają oporności pozorne wzajemne pętli ziemnopowrotnych utworzonych z przewodów γ i δ na odcinku linii odpowiadającym sekcji przeplecenia.

Aby linia 4-przewodowa była symetryczna w układzie składowych symetrycznych grupowych ze względu na pierwsze warunki symetrii, niekonieczne musi być cyklicznie przepleciona. Tańsze w praktyce przeplecenie 4-sekcyjne podane w [1], a przedstawione niżej tabelarycznie pod (26), zapewnia również jej symetrię w układzie rozpatrywanych składowych symetrycznych.

Przewody Sekcje	1	2	3	4
	o	o	o	o
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	4	3	2	1
4	3	4	1	2

(26)

Istotnie jest

$$\left. \begin{aligned} Z_{12}^P &= Z_{34}^P = 2(Z_{12}^s + Z_{34}^s), \\ Z_{13}^P &= Z_{24}^P = 2(Z_{13}^s + Z_{24}^s), \\ Z_{14}^P &= Z_{23}^P = 2(Z_{14}^s + Z_{23}^s), \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

co jest zgodne z warunkami (19).

Linie 4- i 6-przewodowe, których układ takich samych przewodów cechuje pewna symetria geometryczna, można przepleść tak, aby spełnione były drugie warunki symetrii. Przykłady przeplecenia linii 4-przewodowych o płaskim i prostokątnym układzie przewodów, zapewniające spełnienie warunku $Z_{\alpha\beta}^P = Z_m^P$ dla każdego $\beta \neq \alpha$, podane są w [1].

ZAKOŃCZENIE

Reasumując w pracy przedstawiono następujące najważniejsze twierdzenia i wyniki:

1. Istnieje ogólne równanie-kryterium (1) determinujące warunki symetrii parzystoprzewodowych linii w układzie składowych symetrycznych grupowych.

2. Szczegółowe równania warunkowe, wynikające z (1), pozwalają na określenie warunków symetrii w układzie składowych symetrycznych grupowych dowolnego typu.

3. Szczegółowe warunki symetrii linii 4- i 6-przewodowych obejmują dwie grupy: pierwsze warunki symetrii obejmują równość wszystkich oporności pozornych własnych (jak w układzie składowych symetrycznych normalnych) oraz określone równości oporności pozor-

nych wzajemnych, w zasadzie odmienne od podobnych równości w układzie składowych symetrycznych normalnych; drugie warunki symetrii, identyczne jak w układzie składowych symetrycznych normalnych, obejmują równość wszystkich oporności pozornych wzajemnych i równość wszystkich oporności pozornych własnych.

4. Istnieją układy przewodów linii 4- i 6-przewodowych zapewniające — przy określonych cyklach fazowych — spełnienie pierwszych warunków symetrii.

5. Cyklicznie przeplecione linie 4- i 6-przewodowe o dowolnych odstępach między przewodami są symetryczne w układzie składowych symetrycznych grupowych.

6. Wnioski przedstawione wyżej w p. 1, 2 i 3 odnoszą się również do dowolnych statycznych elementów parzystoprzewodowych charakteryzujących się opornościami własnymi i wzajemnymi.

*Politechnika Łódzka
Katedra Elektroenergetyki*

WYKAZ LITERATURY *)

1. Kowalski Z.: Oporności elektroenergetycznych linii typu „cztery przewody — ziemia” w układzie składowych symetrycznych grupowych. — Arch. Elektrotechn., z. 4, 1958.
2. Kowalski Z.: Podstawy teorii składowych symetrycznych grupowych. — Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, Elektryka, z. 12, 1963.
3. Kowalski Z.: Warunki symetrii wieloprzewodowych linii elektroenergetycznych w układzie składowych symetrycznych normalnych. — Rozprawy Elektrotechn., tom. XII, z. 3, 1966.

Z. KOWALSKI

CONDITIONS OF SYMMETRY OF BINATE CONDUCTOR ELECTRIC POWER LINES IN GROUP SYMMETRICAL COMPONENTS SYSTEM

Summary

Based on the given definition of symmetric of line in group symmetrical components system the generale criterion-equation (1) and particular equations (13a) and (13b); determining the symmetry conditions in this system has been presented. These equations enabled laying down detaile conditional equations (16) and (17) for 4- and 6-conductor lines serving as a base for determining the symmetry conditions in the forum of equalities of self phase impedances and some mutual phase impedances. The conductor systems fullfiling the symmetry conditions have been also given together with the methods of interlacing the 4- and 6-conductor lines for symmetry purposes.

*) Wykaz zawiera pozycje cytowane w artykule.

Z. KOWALSKI

LES CONDITIONS DE LA SYMÉTRIE DES LIGNES D'ÉNERGIE À NOMBRE PAIR DES CONDUCTEURS EN SCHÉMA DES COMPOSANTES SYMÉTRIQUES

Résumé

En se basant sur la définition donnée de la ligne symétrique en schéma des composantes symétriques de groupe on a présenté une équation-critère (1) d'une forme générale et les équations (13a) et (13b) d'une forme particulière, déterminant les conditions de la symétrie de la ligne en schéma de telles composantes. Les équations ci-dessus sont devenues la base à obtenir les équations conditionnelles détaillées (16) et (17) en cas des lignes à quatre et six conducteurs et ces équations à leur tour ont permis de désigner des conditions de la symétrie sous la forme d'une égalité des impédances propres de phase et de déterminées égalités des impédances de phase mutuelles. Dans l'article on a donné encore des arrangements des conducteurs ainsi que des méthodes de la transposition des lignes à 4 et 6 conducteurs accomplissant les conditions de la symétrie.

Z. KOWALSKI

SYMMETRIEBEDINGUNGEN DER PAARLEITER-STARKSTROM-FREILEITUNGEN IN GRUPPIERTEN SYMMETRIESCHEN KOMPONENTENSYSYSTEM

Zusammenfassung

Auf Grund der Begriffsbestimmung symmetrieschen Leitungen in gruppierten symmetrieschen Komponentensystem ist die allgemeine Kriteriumsgleichung (1), sowie die speziellen Gleichungen (13a) und (13b) für Symmetriebedingungen derartigen Leitungen angeführt worden. Für die Bedingungsleichungen (16) und (17) von 4- und 6-Leiter-Leitungen sind diese Gleichungen Grundlagen. Die Gleichungen (16) und (17) ermöglichen die Berechnung von Symmetriebedingungen gleiche selbst- und entsprechende gleiche gegenseitigen Phasenimpedanzen. Ferner sind Leiteranordnungen und Verdrillungsarten 4- und 6-Leiter-Leitungen, die den Symmetriebedingungen entsprechen, dargestellt worden.

З. КОВАЛЬСКИ

УСЛОВИЯ СИММЕТРИИ ПАРНОПРОВОДНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ В СИСТЕМЕ ГРУППОВЫХ СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Резюме

На основании предложенного в статье определения симметричной линии электропередачи в системе групповых симметричных составляющих предложено общее уравнение-критерий (1) и подробные уравнения (13a) и (13b), которые определяют условия симметрии линий в системе этих составляющих. На основании этих уравнений получены подробные условные уравнения (16) и (17) для 4- и 6-проводных линий. Эти уравнения позволили определить условия симметрии в виде равенства фазовых собственных и определенных равенств фазовых взаимных импедансов линий. В статье предложено тоже расположение и способы транспозиции проводов 4- и 6-проводных линий, осуществляющие условия симметрии.

621.3.042.4:621.313.322

WŁADYSŁAW MIZIA

Zagadnienie doboru długości szczeliny w turbogeneratorach

Rękopis dostarczono 29.1.1966

W artykule omówiono wpływ długości szczeliny na konstrukcyjno-eksploatacyjne własności turbogeneratorsa oraz wyprowadzono wyrażenia określające długość szczeliny przy zadanej przeciążalności statycznej.

1. WSTĘP

Projektowanie turbogeneratorów, mimo obszernej literatury źródłowej, nie jest pracą szablonową głównie wówczas, gdy wychodzimy poza dotychczasowe przedziały ich parametrów, w szczególności mocy znamionowych, stosunku zwarcia i przeciążalności. Dlatego wydaje się celowe poruszenie kilku węzłowych zagadnień projektowania, w pierwszej kolejności zaś doboru długości szczeliny.

Projektant, mając określone dane znamionowe projektowanego turbogeneratorsa, przystępuje najpierw do wyznaczenia wymiarów głównych, którymi są średnica wewnętrzna twornika i jego długość obliczeniowa. Wymiary te można wstępnie określić posługując się tzw. stałą Arnoldda lub Postnikowa oraz dobierając wartość stosunku średnicy wewnętrznej do długości obliczeniowej twornika. Należy zaznaczyć, że stała Arnoldda lub Postnikowa dla całego zakresu budowanych turbogeneratorów zmienia się znacznie na skutek różnic w efektywności stosowanych systemów wentylacji i dlatego wartość jej należy dobrać stosownie do projektowanego systemu wentylacji.

Stosunek średnicy wewnętrznej twornika do jego długości obliczeniowej należy tak dobrać, aby prędkość obwodowa wirnika nie przekroczyła wartości granicznej determinowanej względami wytrzymałościowymi oraz by geometria maszyny zapewniała minimalny ciężar i optymalną sprawność. Po wyznaczeniu wymiarów głównych należy przejść do określenia długości szczeliny.

2. WPŁYW DŁUGOŚCI SZCELINY NA KONSTRUKCYJNO- -EKSPLOATACYJNE WŁASNOŚCI TURBOGENERATORSA

Długość szczeliny wydatnie wpływa na konstrukcyjno-eksploatacyjne własności turbogeneratorsa i dlatego przy projektowaniu należy zwracać

szczególną uwagę na jej właściwy dobór. Z długością szczeliny są bowiem ściśle związane:

- 1) przeciążalność statyczna i zmienność napięcia,
- 2) przepływ wzbudzenia,
- 3) straty na powierzchni wirnika i stojana wytworzone przez wyższe harmoniczne pola magnetycznego w szczelinie,
- 4) zniekształcenie pola spowodowane oddziaływaniem twornika,
- 5) skuteczność wentylacji (szczególnie przy chłodzeniu pośrednim).

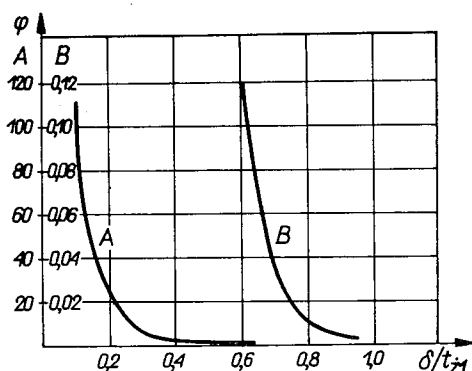
Powiększanie długości szczeliny jest korzystne z punktu widzenia przeciążalności statycznej, strat na powierzchni wirnika i stojana, zniekształcenia pola spowodowanego oddziaływaniem twornika i skuteczności wentylacji; powoduje natomiast wzrost przepływu wzbudzenia. Wzrost przepływu wzbudzenia pociąga za sobą wzrost średnicy wirnika, a tym samym wzrost naprężeń mechanicznych i strat na tarcie wirnika o czynnik chłodzący (powietrze, wodór).

Zmniejszenie wartości długości szczeliny zmniejsza przepływ wzbudzenia, zmniejsza przeciążalność statyczną i może spowodować nadmierny wzrost strat na powierzchni wirnika i stojana, a przez to zmniejszyć sprawność i dopuszczalne obciążenie asymetryczne. Długość szczeliny powinna być tak dobrana, by przeciążalność statyczna turbogeneratorsa $S_p \geq 1,7$ (wg GOST) oraz by straty na powierzchni wirnika nie były przesadnie duże, co pociąga za sobą warunek:

$$\frac{\delta}{t_{z1}} \geq (0,43 \div 0,5),$$

gdzie:

- δ — długość szczeliny,
 t_{z1} — podziałka żłobkowa twornika.



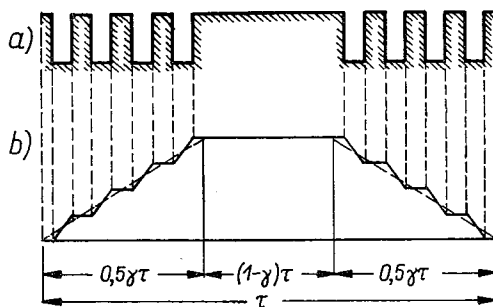
Rys. 1. Zależność $\varphi = f(\delta/t_{z1})$

Straty na powierzchni wirnika wytworzone przez harmoniczne pola spowodowane uzębieniem twornika są proporcjonalne do funkcji $\varphi = f(\delta/t_{z1})$ przedstawionej na rys. 1.

Należy dodać, że warunek dla przeciążalności statycznej: $S_p \geq 1,7$ możemy osłabić, o ile turbogenerator będzie wyposażony w szybko działające regulatory napięcia. W szczególności dotyczy to turbogeneratorów największych mocy, gdzie powiększenie przepływu wzbudzenia napotyka na duże trudności związane z powiększaniem intensywności bezpośredniego chłodzenia uzwojenia wzbudzenia.

3. ZALEŻNOŚĆ WZGLĘDNEJ REAKTANCJI ODDZIAŁYWANIA TWORNIKA OD PRZECIĄŻALNOŚCI STATYCZNEJ

Wirnik turbogeneratorsa posiada uzwojenie wzbudzenia rozmieszczone w żłobkach, które zajmują tylko część obwodu wirnika, natomiast pozostałą część stanowią tzw. duże zęby (rys. 2a). Rozkład przepływu wzbudzenia



Rys. 2. a) Rozwinięty obwód wirnika;
b) rozkład przepływu wzbudzenia

dzenia wzdłuż obwodu twornika ma zatem kształt taki jak na rys. 2b, który z dostatecznym przybliżeniem można traktować jako trapezowy. Pierwsza harmoniczna tego rozkładu określona jest wzorem:

$$\Theta(x) = \frac{8\Theta_m}{\pi^2\gamma} \sin \frac{\pi}{2}\gamma \sin \frac{\pi}{\tau}x, \quad (1)$$

gdzie:

Θ_m — maksymalna wartość przepływu wzbudzenia,

$$\gamma = \frac{z_2}{N_2},$$

z_2 — liczba czynnych żłobków wirnika,

N_2 — liczba podziałek żłobkowych na obwodzie wirnika.

Biorąc pod uwagę pierwsze harmoniczne rozkładu przepływu wzbudzenia i przepływu oddziaływania twornika wzdłuż obwodu twornika można podać wyrażenie na współczynnik sprowadzający przepływ oddziaływania twornika do przepływu wzbudzenia:

$$k_a = \frac{\pi^2\gamma}{8 \sin \frac{\pi}{2}\gamma}. \quad (2)$$

Wartości współczynnika k_a dla stosowanych w turbogeneratorach wartości stosunku γ podaje tablica 1.

Tablica 1

γ	0,625	0,667	0,7	0,75	0,80
k_a	0,923	0,943	0,97	1,0	1,035

Mając wprowadzone pojęcie współczynnika sprowadzającego przepływ oddziaływania twornika do przepływu wzbudzenia można wypisać wzory definicyjne:

— na względną reaktancję oddziaływania twornika:

$$\underline{X}_{ad} = \frac{k_a \Theta_{aN}}{\Theta_\delta}, \quad (3)$$

— na przeciążalność statyczną:

$$S_p = \frac{\Theta_{mN}}{(k_a \Theta_{aN} + \underline{X}_s \Theta_\delta) \cos \varphi_N}, \quad (4)$$

gdzie:

Θ_{aN} — przepływ oddziaływania twornika w warunkach znamionowych,

Θ_δ — spadek napięcia magnetycznego w szczelinie w warunkach znamionowych,

Θ_{mN} — przepływ wzbudzenia w warunkach znamionowych,

$\underline{X}_s$ — względna reaktancja rozproszenia uzwojenia twornika,

$\cos \varphi_N$ — znamionowy współczynnik mocy.

Zależność względnej reaktancji oddziaływania twornika od przeciążalności statycznej można wyprowadzić korzystając z charakterystyki biegu jałowego oraz z wykresu Potiera dla maszyn synchronicznych, który dla turbogeneratorów daje dostatecznie dokładne wyniki.

Na podstawie charakterystyki biegu jałowego (rys. 3) można wypisać zależności:

$$\Theta_0 = \sigma_0 \Theta_\delta, \quad (5)$$

$$\Theta_E = \sigma \Theta_0, \quad (6)$$

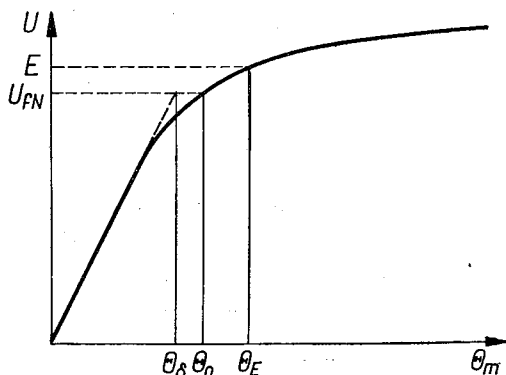
gdzie:

Θ_0 — przepływ wzbudzenia odpowiadający napięciu znamionowemu przy biegu jałowym turbogenerators,

Θ_E — przepływ wzbudzenia odpowiadający napięciu przy biegu jałowym równemu SEM twornika w warunkach znamionowych,

σ_0, σ — współczynniki liczbowe.

Przy zadanej charakterystyce biegu jałowego współczynnik σ_0 ma wartość stałą, natomiast wartość współczynnika σ zależy od wartości reaktancji rozproszenia uzwojenia twornika i znamionowego współczynnika mocy.



Rys. 3. Charakterystyka biegu jałowego

Charakterystyki biegu jałowego turbogeneratorów podane w jednostkach względnych są zwykle zbliżone do charakterystyki normalnej (tablica 2), a zatem współczynnik σ_0 mieści się w granicach:

$$\sigma_0 = (1,05 \div 1,1),$$

Tablica 2

$\frac{E}{U_{FN}}$	0	0,58	1	1,21	1,33	1,46	1,51
θ_E	0	0,5	1	1,5	2	3	3,5

natomiast współczynnik σ wynosi:

$$\cos \varphi_N = 0,8 - \sigma = 1,16 \div 1,30,$$

$$\cos \varphi_N = 0,85 - \sigma = 1,14 \div 1,28,$$

$$\cos \varphi_N = 0,90 - \sigma = 1,12 \div 1,24,$$

przy czym wartości mniejsze odpowiadają $\underline{X}_s = 0,125$, natomiast większe $\underline{X}_s = 0,2$.

W oparciu o wykres Potiera podany na rys. 4 można wypisać zależności:

$$E = U_{fN} \sqrt{1 + \underline{X}_s(\underline{X}_s + 2 \sin \varphi_N)}, \quad (7)$$

$$\theta_{mN} = \sqrt{\theta_E^2 + \theta_{aN}^2 k_a^2 + 2 \theta_E \theta_{aN} k_a \sin(\alpha + \varphi_N)}, \quad (8)$$

gdzie:

E — SEM twornika,

$$\alpha = \arcsin \frac{I_{1N} \underline{X}_s \cos \varphi_N}{E}. \quad (9)$$

Traktując przepływ wzbudzenia odpowiadający napięciu znamionowemu przy biegu jałowym Θ_0 i znamionowe napięcia fazowe U_{tN} (rys. 3) jako jednostki odniesienia dla przepływów i napięć oraz korzystając z zależności (5) i (6) można wyrażenia (3), (4), (7), (8), (9) zapisać w postaci:

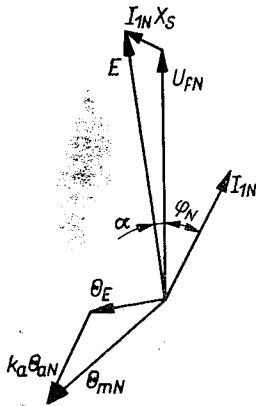
$$\underline{X}_{ad} = k_a \sigma_0 \underline{\Theta}_{aN}, \quad (10)$$

$$S_p = \frac{\underline{\Theta}_{mN} \sigma_0}{(\underline{X}_{ad} + \underline{X}_s) \cos \varphi_N}, \quad (11)$$

$$\underline{E} = \sqrt{1 + \underline{X}_s (\underline{X}_s + 2 \sin \varphi_N)}, \quad (12)$$

$$\underline{\Theta}_{mN} = \sqrt{\sigma^2 + \left(\frac{\underline{X}_{ad}}{\sigma_0} \right)^2 + 2\sigma \frac{\underline{X}_{ad}}{\sigma_0} \sin(\alpha + \varphi_N)}, \quad (13)$$

$$\alpha = \arcsin \frac{\underline{X}_s \cos \varphi_N}{\underline{E}}. \quad (14)$$



Rys. 4. Wykres Potiera dla maszyny synchronicznej

Podstawiając wyrażenie (13) do (11) otrzymuje się równanie:

$$\sqrt{(\sigma \sigma_0)^2 + \underline{X}_{ad}^2 + 2\sigma \sigma_0 \underline{X}_{ad} \sin(\alpha + \varphi_N)} = S_p (\underline{X}_{ad} + \underline{X}_s) \cos \varphi_N. \quad (15)$$

Rozwiązując powyższe równanie otrzymuje się wyrażenie będące zależnością między względną reaktancją oddziaływania twornika a przeciążalnością statyczną:

$$\underline{X}_{ad} = \frac{\sigma \sigma_0 \sin(\alpha + \varphi_N) - S_p^2 \underline{X}_s \cos^2 \varphi_N + \sqrt{A}}{S_p^2 \cos^2 \varphi_N - 1}, \quad (16)$$

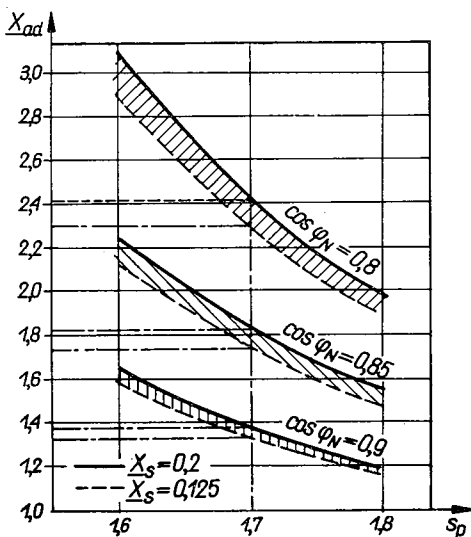
gdzie:

$$A = [\sigma \sigma_0 \sin(\alpha + \varphi_N) - S_p^2 \underline{X}_s \cos^2 \varphi_N]^2 - [S_p^2 \cos^2 \varphi_N - 1] \cdot [S_p^2 \underline{X}_s^2 \cos^2 \varphi_N - (\sigma \sigma_0)^2].$$

Zależność względnej reaktancji oddziaływania twornika od przeciążalności statycznej, określona równaniem (16), przedstawiono graficznie na rys. 5 przy założeniu, że charakterystyka biegu jałowego jest charakterystyką normalną.

W turbogeneratorach względna reaktancja rozproszenia uzwojenia twornika zawiera się na ogół w granicach $\underline{X}_s = (0,125 \div 0,2)$, przy czym granica dolna odnosi się do małych, górna zaś do dużych jednostek (około 300 MW); natomiast spotykane wartości znamionowych współczynników mocy w większości wypadków wynoszą 0,8, 0,85, 0,9. Z tego powodu zależności na rys. 5 podane zostały dla trzech obranych znamionowych

Rys. 5. Zależność względnej reaktancji oddziaływania twornika od przeciążalności statycznej



współczynników mocy i dla dwóch skrajnych wartości względnej reaktancji rozproszenia uzwojenia twornika. Z zależności przedstawionych na rys. 5 wynika, że względna reaktancja oddziaływania twornika maleje ze wzrostem przeciążalności statycznej. Przy stałej wartości przeciążalności statycznej względna reaktancja oddziaływania twornika maleje ze wzrostem znamionowego współczynnika mocy.

Przykładowo dla przeciążalności statycznej $S_p = 1,7$, zalecanej przez GOST, otrzymuje się następujące wartości względnej reaktancji oddziaływania twornika:

$$\cos \varphi_N = 0,80 - \underline{X}_{ad} = (2,28 \div 2,41),$$

$$\cos \varphi_N = 0,85 - \underline{X}_{ad} = (1,73 \div 1,82),$$

$$\cos \varphi_N = 0,90 - \underline{X}_{ad} = (1,33 \div 1,37),$$

przy czym wartości mniejsze odpowiadają $\underline{X}_s = 0,125$, natomiast większe $\underline{X}_s = 0,20$.

Siergiejew rozpatrując zagadnienie doboru długości szczeliny podaje zależność $X_{ad} = f(\underline{X}_s)$ przy parametrycznie zmiennej przeciążalności statycznej dla spotykanych wartości znamionowych współczynników mocy turbogeneratorów. Porównując te zależności z zależnościami podanymi na rys. 5 otrzymuje się wyniki zgodne.

4. OKREŚLENIE DŁUGOŚCI SZCZELINY W OPARCIU O ZADANĄ WARTOŚĆ PRZECIĄŻALNOŚCI STATYCZNEJ

Wyrażenie określające długość szczeliny przy zadanej przeciążalności statycznej można wyprowadzić wychodząc ze wzoru (3) definiującego względną reaktancję oddziaływania twornika. Podstawiając bowiem do wzoru (3) wyrażenia:

— na przepływ oddziaływania twornika w warunkach znamionowych:

$$\Theta_{aN} = \frac{k_{u1}}{\sqrt{2}} DA, \quad (17)$$

— na spadek napięcia magnetycznego w szczelinie w warunkach znamionowych:

$$\Theta_{\delta} = \frac{B_{\delta s}}{\mu_0} \delta k_c, \quad (18)$$

otrzymuje się wyrażenie na długość szczeliny:

$$\delta = \frac{\mu_0 k_a k_{u1} DA}{\sqrt{2} k_c \underline{X}_{ad} B_{\delta s}}, \quad (19)$$

gdzie:

- D — średnica wewnętrzna twornika,
- A — znamionowy okład prądowy twornika,
- $B_{\delta s}$ — indukcja w szczelinie nad szerokim zębem wirnika w warunkach znamionowych,
- k_{u1} — współczynnik uzwojenia twornika,
- k_c — współczynnik Cartera.

Wartość okładu prądowego twornika A i indukcji w szczelinie $B_{\delta s}$ zostały przyjęte przy wyznaczaniu średnicy wewnętrznej twornika D , natomiast współczynniki k_a , k_{u1} , k_c można wyznaczyć lub ocenić, bowiem dla całego zakresu mocy budowanych turbogeneratorów zmieniają się one nieznacznie.

Określenia długości szczeliny przy użyciu wzoru (19) można zatem dokonać dobierając wartość względnej reaktancji oddziaływania twornika stosownie do zadanej przeciążalności statycznej. Dobór ten można przeprowadzić korzystając z zależności przedstawionych na rys. 5.

Obliczona w ten sposób długość szczeliny powinna spełniać warunek:

$$\frac{\delta}{t_{z1}} \geq (0,43 \div 0,5)$$

wynikający z postulatu ograniczenia strat powierzchniowych wirnika. Trudności wynikające z zachowania tego warunku powstają tylko w przypadku małych turbogeneratorów (do około 30 MVA), w których

zaprojektowano uzwojenie twornika o małej liczbie zębów na biegun i fazę.

Wyrażenie na długość szczeliny można również określić przy z góry założonej wartości stosunku δ/t_{z1} . Wypisując wzory na:

— liczbę zwojów jednej fazy uzwojenia twornika:

$$W_1 = \frac{\pi D}{6\delta} \frac{n_z}{a_1} \left(\frac{\delta}{t_{z1}} \right), \quad (20)$$

— znamionowy przepływ oddziaływania twornika

$$\Theta_{aN} = \frac{6}{\pi \sqrt{2}} W_1 I_{1N} k_{u1} \quad (21)$$

i podstawiając wzór (20) do (21) otrzymuje się:

$$\Theta_{aN} = \frac{k_{u1}}{\sqrt{2}} I_{1N} \frac{n_z}{a_1} \frac{D}{\delta} \left(\frac{\delta}{t_{z1}} \right), \quad (22)$$

gdzie:

I_{1N} — znamionowy prąd twornika,

n_z — liczba prętów w zębku twornika,

a_1 — liczba gałęzi równoległych.

Dzieląc stronami wyrażenia (18) i (22) otrzymuje się wyrażenie na długość szczeliny:

$$\delta = 0,84 \sqrt{\frac{k_{u1} \Theta_{\delta}}{k_c \Theta_{aN}} \left(\frac{\delta}{t_{z1}} \right) \frac{n_z D I_{1N}}{a_1 B_{\delta s}} \mu_0}. \quad (23)$$

Korzystając z zależności:

$$\frac{\Theta_{\delta}}{\Theta_{aN}} = \frac{k_a}{\underline{X}_{ad}}$$

wynikającej ze wzoru (3) otrzymuje się ostatecznie:

$$\delta = 0,84 \sqrt{\frac{k_{u1} k_a}{k_c \underline{X}_{ad}} \left(\frac{\delta}{t_{z1}} \right) \frac{n_z D I_{1N}}{a_1 B_{\delta s}} \mu_0}. \quad (24)$$

Długość szczeliny można określić z powyższego wzoru dobierając wpierw wartość względnej reaktancji oddziaływania twornika stosownie do zadanej przeciążalności statycznej (rys. 5).

Wyrażenia na długość szczeliny (19) i (24) są zatem równorzędne, a o tym, które z nich wygodniej jest stosować, decyduje, czy projektant ma lepsze rozeznanie co do właściwego przyjęcia stosunku δ/t_{z1} czy też układu prądowego twornika.

5. WNIOSKI KOŃCOWE

Z przeprowadzonej analizy wynika, że przy zadanej przeciążalności statycznej i mocy turbogeneratora długość szczeliny zależy od względnej reaktancji rozproszenia uzwojenia twornika i od znamionowego współczynnika mocy (rys. 5). Powiększenie względnej reaktancji rozproszenia uzwojenia twornika poprzez zmiany konstrukcyjne przy zachowaniu modelowego podobieństwa turbogeneratora pozwala zmniejszyć długość szczeliny oraz siły dynamiczne działające na połączenia czołowe, ale jednocześnie prowadzi do zwiększenia ciężaru i kosztów budowy turbogeneratora.

Wprowadzenie bezpośredniego chłodzenia uzwojeń pozwala na znaczne powiększenie dopuszczalnych wartości okładów prądowych stojana i wirnika przy małym wzroście dopuszczalnych wartości indukcji w szczelinie. Prowadzi to do naturalnego wzrostu względnej reaktancji rozproszenia uzwojenia twornika.

Zwiększenie intensywności chłodzenia uzwojeń przy określonych wymiarach turbogeneratora pozwala na powiększenie mocy w tym samym gabarycie, co pociąga za sobą zmniejszenie przeciążalności statycznej. Aby utrzymać wartość przeciążalności statycznej, należy ze wzrostem mocy powiększać długość szczeliny; prowadzi to do powiększenia przepływu wzbudzenia.

Turbogeneratory zbudowane na niski znamionowy współczynnik mocy ogólnie biorąc powinny być lokalizowane blisko głównych odbiorów mocy biernej, aby zmniejszyć koszty związane z jej przesyłem. Ekonomia wytwarzania mocy biernej na innej drodze, np. stosowanie kompensatorów synchronicznych, nie wchodzi w zakres niniejszej pracy. Zmniejszenie przeciążalności statycznej pozwala zmniejszyć długość szczeliny i tym samym obniżyć ciężar i koszt produkcji maszyny. Wymaga to jednak stosowania szybkich regulatorów napięcia, aby zapewnić poprawną współpracę turbogeneratora z systemem energetycznym.

Przy opracowaniu tematu autor skorzystał z szeregu cennych uwag prof. zw. inż. Z. Gogolewskiego, za co składa Mu serdeczne podziękowanie.

*Politechnika Śląska
Katedra Maszyn Elektrycznych*

WYKAZ LITERATURY

1. Danilewicz J. B., Dombrowski W. W., Kazowski E. J.: Parametry elektrycznych maszyn pieremiennego toka. — Nauka, Moskwa — Leningrad 1965.
2. Danilewicz J. B., Kaszarski E. G.: Dobawocznyje potieri w elektrycznych maszynach. Gosenergoizdat, Moskwa — Leningrad 1963.
3. Gogolewski Z., Śliwa B.: Budowa maszyn elektrycznych. PWN, Warszawa 1958.

4. Komar E. G.: Woprosy projektirowanija turbogieniatorow. Gosniergoizdat, Moskwa—Leningrad 1955.
5. Moskwitin A. I.: Nieposriedstwiennoje ochładzienieje elektriceskich maszin. IAN SSSR, Moskwa 1962.
6. Postnikow I. M.: Projektirowanije elektriceskich maszin. Gosizdat USSR, Kijew 1960.
7. Siergiejew P. S.: Projektirowanije turbogieniatorow. MEI, Moskwa 1961.

W. MIZIA

THE PROBLEM OF THE SELECTION OF THE GAP LENGTH IN TURBOGENERATORS

Summary

The paper is concerned to the effect of the gap length on the designing and performance properties of turbogenerator and lays out the expressions, determining the gap length at the statical overload capacity.

W. MIZIA

LES PROBLÈMES DU CHOIX DE LA LONGUEUR DE L'ENTREFER DANS TURBOALTERNATEURS

Résumé

Le rapport determine l'influence de la longueur de l'entrefer sur les qualités constructives et les régimes des turboalternateurs et developpe les relations de la longueur de l'entrefer et de la stabilité statique en cas de la surcharge.

W. MIZIA

AUSWAHLPROBLEM DER LUFTSPALTlänge IN TURBOGENERATOREN

Zusammenfassung

In der Arbeit wird der Einfluss der Luftspaltlänge auf die Konstruktions- und Betriebseigenschaften des Turbogenerators besprochen. Es werden auch die Gleichungen abgeleitet, die die Luftspaltlänge bei der angegebenen statischer Ueberlastbarkeit ermitteln.

В. МИЗЯ

ВОПРОС ПОДБОРА ДЛИНЫ ЗАЗОРА В ТУРБОГЕНЕРАТОРАХ

Резюме

В статье рассмотрено влияние длины зазора на конструктивно-эксплуатационные свойства турбогенератора, а также выведены выражения, определяющие длину зазора при заданной статической способности выдерживать перегрузку.

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowaniu maszynopisu:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z podwójną interlinią (co drugi wiersz), z marginesem 4 cm z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w 2 egzemplarzach (oryginał i pierwsza kopia na papierze maszynowym).
2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskazniki niżej liter i wykładniki potęg należy pisać szczególnie dokładnie i wyraźnie. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.
3. Każda praca powinna być zaopatrzona w streszczenie w języku polskim, objętości do jednej strony maszynopisu, oraz w cztery streszczenia w językach angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim, z których dwa (w dowolnych językach) mogą być dłuższe, np. obj. 1 strony na każde 20 stron tekstu, dwa zaś krótsze, obj. 10—15 wierszy maszynopisu. W razie niemożliwości nadesłania streszczeń w językach obcych autor dostarcza odpowiedniki w języku polskim, do każdego języka oddzielny podając niezbędną do wykonania tłumaczenia obcojęzyczną terminologię.
4. Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odpowiadający numer rysunku. Natomiast pożądane jest zaopatrzenie rysunków w krótki podpis wyjaśniający, również wtedy, gdy rysunek omówiony jest w tekście. Ostateczne wykonanie rysunku obowiązuje Redakcję.
5. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie używać określeń jak figura, szkic, fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy i nazwisko autora.
6. Wszystkie tablice (unikać zbyt dużych), podobnie jak rysunki, należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis objaśniający). Wszelkie zestawienia należy nazywać tablicami (nie tabelami).
7. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, po czym po dwukropku pełny tytuł dzieła lub artykułu, tytuł czasopisma, tom, numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje powinny być ponumerowane w kolejności alfabetycznej autorów, w tekście — powołania na numer pozycji w nawiasie kwadratowym, na przykład [3].
8. Redakcji przysługuje prawo do przeprowadzenia korekty stylistycznej i do dostosowania oznaczeń oraz układu pracy do norm przyjętych w „Rozprawach”.
9. Autora obowiązuje korekta autorka, którą należy zwracać w ciągu 3 dni. W korekcie autorskiej nie mogą być wprowadzone żadne poprawki tekstu złożonego uprzednio w maszynopisie, które mogłyby spowodować konieczność zmian w przełamywaniu.

10. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egzemplarzy odbitek jego pracy. Dodatkowe egzemplarze autor może zamówić w redakcji na własny koszt przy przesyłaniu maszynopisu swej pracy.
11. Niezastosowanie się autora do powyższych wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych przez autora materiałów do wymaganej formy.

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XII · ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1966

RADA REDAKCYJNA

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI, PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI,
PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. IGNACY MALECKI
PROF. PAWEŁ NOWACKI, PROF. PAWEŁ SZULKIN

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny
PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz
JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

*Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1,
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Łączności,
pokój 483, tel. 21-007 w. 232*

PANSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 730 (584 + 146)	Oddano do składania 8.IX.1966 r.
Ark. wyd. 12,0, ark. druk. 10,75 + 1 wkl.	Podpisano do druku w grudniu 1966
Papier druk. sat. kl. III, 80 g, 70 × 100	Druk ukończono w grudniu 1966
Zamówienie nr 1320/66.	Cena zł 25.— M-67

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

ALBIN S. KRAJEWSKI, WILLIAM W. HAPP

Deviations — A New Calculus for Electronic Circuits

The paper received 6.3.1965

Mathematically deviations measure the functional dependence between two variable of a set of interdependent variables. The calculus of deviations consists of theorems and rules which provide a systematic analytical tool for complex circuits, including amplifying devices as well as passive networks. A tutorial account will present a set of working rules and procedures. The power and directness of the technique is illustrated by the analysis of:

- (a) Stability and circuit sensitivity to parameter variables
- (b) Equivalent circuits of active devices
- (c) Compound two-port networks
- (d) Film-type distributed parameter microcircuits
- (e) Asymptotic frequency response of lumped and periodic structures

Results are presented in tabular form for convenience of the practicing circuit designer.

1. TERMINOLOGY AND DEFINITION

1.1. Scope of Investigation

A new computation tool, the Calculus of Deviations, will be introduced. The deviation of x with respect to y is denoted by the symbol (x, y) and is a measure of functional dependence between the variables x and y . The properties of deviations will be examined and a powerful system of rules, that is a calculus of deviations will be developed. Emphasis will be on the application of this calculus to practical engineering problems. For a mathematical proof, the reader is referred to the existing literature [1], [2], [3]. The aim of this survey is to provide the design engineer with a versatile and powerful tool for circuit analysis.

Deviations find a useful application to network theory and they have been used successfully in the following fields:

- a. Analysis of amplifying devices
- b. Compound network
- c. Film-type circuits
- d. Determination of asymptotes in frequency response

1.2. Definitions

A three-terminal network shown in Figure 1 is characterized by:

- a. The variables of the two-port
 i_i — input current, i_o — output current
 v_i — input voltage, v_o — output voltage

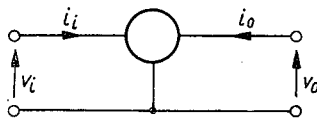


Fig. 1. Three-terminal network

- b. The 4! or 24 parameters of the type

$$\left. \frac{\partial x_1}{\partial x_2} \right|_{x_3}$$

where x_1, x_2, x_3 are any one of i_i, i_o, v_i , or v_o .

- c. The deviation of x with respect to y is defined as

$$\left. \frac{\partial x}{\partial k} \right|_y \triangleq (x, y)$$

where k is an arbitrary quantity, which is identical for all deviations of the network. Symbol $\triangle$ denotes „by definition.”

It will now be shown that it is neither necessary nor desirable to determine k . For any two-port there are $4!/(2!2!)$ or six deviations shown:

Deviation	Denoted by
(v_o, i_o)	A
(i_i, v_i)	B
(v_i, i_o)	G
(i_i, v_o)	H
(v_i, v_o)	Y
(i_i, i_o)	Z

To illustrate how deviations are used, consider the open-circuit input impedance in Figure 1 as a ratio of arbitrary partial derivatives.

$$z_{11} = \left. \frac{\partial v_i}{\partial i_i} \right|_{i_o} = \frac{\partial v_i / \partial k|_{i_o}}{\partial i_i / \partial k|_{i_o}} = \frac{(v_i, i_o)}{(i_i, i_o)} = \frac{G}{Z}.$$

Conversely, this defines a procedure shown in Table 1 *) of writing partial derivatives as a ratio of two deviations, for example:

$$\frac{G}{Z} = \frac{(v_i, i_o)}{(i_i, i_o)} = \left. \frac{\partial v_i}{\partial i_i} \right|_{i_o} = z_{11}.$$

*) All the tables have been put at the end on pages 697 — 708.

1.3. Two-Port Characterization

Useful rules applicable to both active and passive networks given below govern the manipulation of deviations in network problems:

- a. Uniqueness condition $AB - GH + YZ = 0$
- b. Associative law $(i_i v_i) + (i_i, v_o) = (i_i, v_i + v_o)$
- c. Anti-commutation law $(v_i, v_o) = -(v_o, v_i)$
- d. Multiplicative law $(v_i, cv_o) = (cv_i, v_o) = c(v_i, v_o)$
- e. Deviation zero $(v_i, v_i) = 0; (v_i, c) = 0.$

It is further useful to define auxiliary deviation F

$$F = (v_o - v_i, i_o + i_i) = A + B - G - H.$$

From these rules it follows that:

- a. all deviations of a network may be multiplied by an arbitrary constant, hence
- b. one and only one deviation of a network can be given an arbitrary numerical value, hence
- c. it is permissible and often desirable to set one deviation equal to 1.

1.4. Conversion of Network Parameters

This method defines all possible two-port parameters denoted by $a, b, g, h, y,$ and z with two appropriate subscripts. What has been done for z_{11} (in paragraph 1.2) can be done for all the remaining parameters. The relation to the matrix notation is as follows:

$$\begin{aligned} [a] &= \frac{1}{A} \begin{bmatrix} G & -Y \\ Z & -H \end{bmatrix} & [h] &= \frac{1}{H} \begin{bmatrix} Y & B \\ -A & Z \end{bmatrix} \\ [b] &= \frac{1}{B} \begin{bmatrix} H & -Y \\ Z & -G \end{bmatrix} & [y] &= \frac{1}{Y} \begin{bmatrix} H & -B \\ -A & G \end{bmatrix} \\ [g] &= \frac{1}{G} \begin{bmatrix} Z & -B \\ A & Y \end{bmatrix} & [z] &= \frac{1}{Z} \begin{bmatrix} G & B \\ A & H \end{bmatrix} \end{aligned}$$

It can also be shown that the six deviations are interrelated by the formula $AB + GH = YZ$ and enables the determinants to be calculated, e. g.,

$$\Delta^z = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21} = (G/Z)(H/Z) + (B/Z)(A/Z) = YZ/Z^2 = Y/Z.$$

Using this basic relationship, network parameters in deviation notation were summarized in Table 1. This table shows, for example

$$h_{11} = \left. \frac{\partial v_i}{\partial i_i} \right|_{v_o} = \frac{(v_i, v_o)}{(i_i, v_o)} = \frac{Y}{H}.$$

Note that

- a. all h -parameters have the deviation H as their denominator
- b. to convert to the h -parameters, the denominator H is required, for example

$$z_{11} = \frac{G}{Z} = \frac{G/H}{Z/H} = \frac{\Delta^h}{h_{22}} \quad \text{or} \quad z_{22} = \frac{H}{Z} = \frac{H/H}{Z/H} = \frac{1}{h_{22}}$$

- c. in numerical evaluation, it is convenient and permissible to set $H = 1$.

By this procedure parameter can be expressed in terms of those parameters, which can be most readily measured experimentally.

This basic rule will now be applied to wide range of engineering applications.

1.5. Sensitivities

Effective use can be made of deviations in deriving relationship between parameters and variables in circuits and systems. Sensitivity is defined as the variation of a specified circuit parameter with respect to a variable or with respect to another circuit parameter.

It is instructive to consider a two-port, as an example although the method can be applied to networks of any complexity.

Basic formula

$$\frac{\partial(x/y)|_z}{\partial\alpha} = \frac{y(\partial x/\partial\alpha)|_z - x(\partial y/\partial\alpha)|_z}{y^2} = (x/y, z) = \frac{y(x, z) - x(y, z)}{y^2}.$$

Evaluating this formula for $x = A$, $y = Z$ and $z = B/Z$

$$(A/Z, B, Z) = \frac{Z(A, B/Z) - A(Z, B/Z)}{Z^2}.$$

Since

$$(A, B/Z) = \frac{Z(A, B) - B(A, Z)}{Z^2}.$$

for $x = B$, $y = Z$, and $z = A$

$$(A/Z, B/Z) = \frac{Z(A, B) - B(A, Z) - A(Z, B)}{Z^3}.$$

Therefore

$$Z^3(A/Z, B/Z) = Z(A, B) - B(A, Z) - A(Z, B).$$

Example 1

Express the sensitivity $S = \partial z_{12}/\partial i_i | \Delta^z$ as a function of the h -parameters, and evaluate a starting point with the aid of Table 1.

$$S = \frac{(z_{12}, \Delta^z)}{(i_i, \Delta^z)} = \frac{(B/Z, Y/Z)}{(i_i, Y/Z)}.$$

Reducing

$$Z^3(B/Z, Y/Z) = Z(B, Y) + B(Y/Z) + Y(Z, B)$$

and

$$Z^3(i_i, Y/Z) = Y(i_i, Z) + Z(Y, i_i)$$

$$S = \frac{Z(B, Y) + B(Y, Z) + Y(Z, B)}{ZY(i_i, Z) + Z^2(Y, i_i)}.$$

Since either Y or Z is present in all deviations divide by (Z, Y)

$$S = \frac{Z \frac{(B, Y)}{(Z, Y)} - B + Y \frac{(B, Z)}{(Y, Z)}}{ZY \frac{(i_i, Z)}{(Y, Z)} - Z^2 \frac{(i_i, Y)}{(Z, Y)}}.$$

It is then permissible and desirable to set $H = 1$ then using Table 1

$$B = h_{12}, \quad Y = h_{11} \quad \text{and} \quad Z = h_{22}$$

$$(i) \frac{(B, Y)}{(Z, Y)} = \frac{\partial h_{12}}{\partial h_{22}} \Big|_{h_{11}}; \quad (ii) \frac{(B, Z)}{(Y, Z)} = \frac{\partial h_{12}}{\partial h_{11}} \Big|_{h_{22}}; \quad (iii) \frac{(i_i, Z)}{(Y, Z)} = \frac{\partial i_i}{\partial h_{11}} \Big|_{h_{22}}$$

and

$$(iv) \frac{(i_i, Y)}{(Z, Y)} = \frac{\partial i_i}{\partial h_{22}} \Big|_{h_{11}}$$

thus

$$S = \frac{h_{22} \frac{\partial h_{12}}{\partial h_{22}} \Big|_{h_{11}} - h_{12} + h_{11} \frac{\partial h_{12}}{\partial h_{11}} \Big|_{h_{22}}}{-h_{22} h_{11} \frac{\partial i_i}{\partial h_{11}} \Big|_{h_{22}} - h_{22}^2 \frac{\partial i_i}{\partial h_{22}} \Big|_{h_{11}}}.$$

Example 2

Express $\frac{\partial z_{21}}{\partial z_{22}} \Big|_{z_{12}}$ as a function of the h -parameters.

$$\frac{\partial z_{21}}{\partial z_{22}} \Big|_{z_{12}} = \frac{(z_{21}, z_{12})}{(z_{22}, z_{12})} = \frac{(A/Z, B/Z)}{(H/Z, B/Z)}.$$

Using the basic formula

$$= \frac{Z(A, B) - A(Z, B) + B(Z, A)}{Z(H, B) - H(Z, B) + B(Z, H)}.$$

Each term contains either B or Z divided by (Z, B)

$$= \frac{Z \left(\frac{A, B}{Z, B} \right) - A + B \left(\frac{A, Z}{B, Z} \right)}{Z \left(\frac{H, B}{Z, B} \right) - H + B \left(\frac{H, Z}{B, Z} \right)}.$$

If $H = 1$, from Table 1, $A = -h_{21}$, $B = h_{12}$, $Z = h_{22}$

$$\frac{(A, B)}{(Z, B)} = -\frac{\partial h_{21}}{\partial h_{22}} \Big|_{h_{12}}; \quad \frac{(A, Z)}{(B, Z)} = -\frac{\partial h_{21}}{\partial h_{12}} \Big|_{h_{22}}$$

Since $H = 1$, then $(H, B) = 0$ and $(H, Z) = 0$.

Therefore

$$\frac{\partial z_{21}}{\partial z_{22}} \Big|_{z_{12}} = h_{22} \frac{\partial h_{21}}{\partial h_{22}} \Big|_{h_{12}} - h_{21} + h_{12} \frac{\partial h_{21}}{\partial h_{12}} \Big|_{h_{22}}$$

1.6. Stability

A voltage drive v_i is applied to the input and the output is short circuited, $i_0 = 0$, the resulting current i_i determines if the network is stable or unstable as follows:

If $y_{in} > 0$ the two port is stable

If $y_{in} < 0$ the two port is unstable

When $y_{in} = 0$, it defines the dividing line between stability and instability.

Since

$$y_{in} = \frac{\partial i_i}{\partial v_i} \Big|_{i_0=0} = \frac{(i_i, i_0)}{(v_i, i_0)} = \frac{Z}{G}$$

then by setting this input admittance equal zero the system characteristic equation is obtained.

Thus

$$y_{in} = \frac{Z}{G} = 0 \quad \text{or} \quad Z = 0.$$

Similarly, deviations provide the system characteristic equations under any combination of port condition what is shown in Table 2.

Example of Stability Analysis Using Deviations

The tunnel diode provides an interesting example for stability analysis. An equivalent circuit is shown in Figure 2.

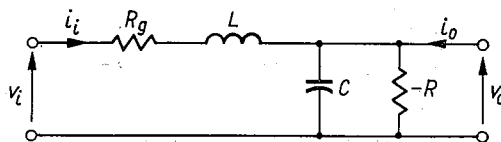


Fig. 2. Equivalent circuit for tunnel diode

Deviation can be derived by first writing the z parameters:

$$z_{11} = \frac{CL(S + R_g/L)(S - 1/RC) + 1}{C(S - 1/RC)}$$

$$z_{12} = z_{21} = z_{22} = \frac{1}{C(S - 1/RC)}$$

With aid of Table 1 deviations for the circuit are calculated and are shown in Table 4.

Stability of the network can be evaluated under the short circuit input and open circuit output condition. In this case, the characteristic equation is given by $G = 0$.

$$0 = S^2 + S\left(\frac{R_g}{L} - \frac{1}{RC}\right) + \left(\frac{1}{CL} - \frac{R_g}{RCL}\right).$$

Roots of this equation are given by

$$S = -\frac{1}{2}\left(\frac{R_g}{L} - \frac{1}{RC}\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R_g}{L} - \frac{1}{RC}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{CL} - \frac{R_g}{RCL}\right)}.$$

Typical values for the tunnel diode parameters are:

$$-R = -143 \Omega, \quad C = 5 \times 10^{-12} \text{ f}, \quad L = 5 \times 10^{-9} \text{ h}.$$

Hence R_g must be greater than 7Ω if the circuit is to be stable.

To evaluate stability with the input open circuit, the Z deviation is set to zero.

$$Z = 0 = C(S - 1/RC).$$

In this case the root lies at $S = 1/RC$ and the circuit is therefore unstable for all cases.

1.7. Alternative Definition of Deviation (A, B)

The deviation (A, B) relates two variables A and B of a system. Four alternative definitions of a deviation are possible.

(1) If $A(t)$ and $B(t)$ are random functions of time, then the covariance is a measure of the fluctuations of each variable, namely

$$\text{cov}(A) = E[A(t')A(t'')] - E[A(t')]E[A(t'')]$$

where E is the expected value over two time intervals t' and t'' .

Similarly, the fluctuations in B are described by

$$\text{cov}(B) = E[B(t')B(t'')] - E[B(t')]E[B(t'')].$$

The deviation ((A, B)) can similarly be defined as

$$(A, B) = E[A(t')B(t'')] - A(t'')B(t').$$

If generating functions for $A(t)$ and $B(t)$ are known in terms of generating variables u and v , the expected value is related to the derivative of the corresponding cumulant generating functions, say α and β , thus

$$(A, B) = \left. \frac{\partial \alpha}{\partial u} \right|_v \left. \frac{\partial \beta}{\partial v} \right|_u - \left. \frac{\partial \alpha}{\partial v} \right|_u \left. \frac{\partial \beta}{\partial u} \right|_v.$$

This relationship can be interpreted as the uncertainty relation between A and B .

(2) A formation in classical mechanics, similar to the uncertainty relations, is the Poisson bracket (A, B) relating two deterministic variables. Deterministic variables in thermodynamics are related by a set of functions (A, B) often referred to as Jacobians, which have the same properties as Poisson brackets or the uncertainty relation [1].

(3) In a system with a finite number of lumped parameters [2], cut-set and tie-set can be coded as a function of specific components of the system. If A and B are two components of the system, then the set (A, B) relating components A and B is referred to as the deviation of $\bar{A}$ with respect to B and has properties identical to the deviations defined above.

(4) The definition given above for deviation in networks is closely related to the other three definitions.

2. TRANSISTOR CONFIGURATION

2.1. Procedure

The small-signal parameters of a transistor configuration are of considerable importance in specifying transistor operation and can be determined by performing an appropriate set of four a-c measurements at stated biasing condition. Frequently, determination of these fundamental quantities under arbitrary operating conditions cannot be predicted without performing an excessive number of measurements. Therefore it is preferable to compute these network parameters.

Today's transistors are specified by their common base or common emitter h -parameters, and a number of text books give tables for the conversion of those parameters to other commonly used parameters. Since a two-port has four variables, there are six deviations. Conversion from one to the other of the six types of parameters for each of the three circuit configurations involved lengthy calculation; indeed it can be

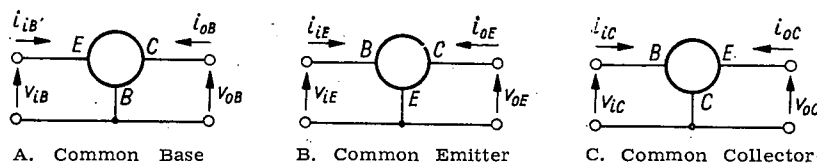


Fig. 3. Transistor configuration

shown that hundreds of different types of conversions are possible. The transistor circuit is an active network, thus four network parameters must be specified at given bias conditions. The transistor can be operated in three alternative configurations shown in Figure 3. Conversion from one circuit configuration to another requires re-defining voltages and currents, thereby relating the corresponding deviations of one configuration in terms of another configuration.

Subscripts B , E and C are used to denote the circuit configuration. The following examples illustrate the method:

$$\begin{aligned} H_C &= (i_{iC}, v_{oC}) = (i_{iE}, -v_{oE}) = -H_E \\ Y_B &= (v_{iB}, v_{oB}) = (-v_{iE}, v_{oE} - v_{iE}) = -(v_{iE}, v_{oE}) = -Y_E \\ B_E &= (i_{iE}, v_{iE}) = (-i_{iB} - i_{oB}, -v_{iB}) = (i_{iB}, v_{iB}) + (i_{oB}, v_{iB}) = B_B - G_E \\ G_B &= (v_{iB}, i_{iB}) = (v_{oC} - v_{iC}, -i_{iC} - i_{oC}) \\ &= (-v_{oC}, i_{iC}) - (v_{oC}, i_{oC}) + (v_{iC}, i_{iC}) + (v_{iC}, i_{oC}) \\ &= H_C - A_C - B_C + G_C = -F_C. \end{aligned}$$

2.2. Summary of Results

The results for all possible conversions are summarized in Table 3. These results imply an active network if $a \neq b$ and a passive network if $a = 0$, a symmetrical network if $g = h$, the quantities y and z are measures of the network stability. Since deviations can be complex quantities, networks with real and imaginary components (or magnitude and phase) can be analyzed.

2.3. Numerical Example

In Table 3, the deviations are given subscripts to denote the circuit to which they refer. The columns have been arranged to facilitate conversion between the parameters of the different circuit configurations, common base, common emitter and common collector. The method by which the table is used is shown in the example below, which incidentally points out at once the terms which can be neglected in a practical calculation. The only thing that need be known about deviations at this stage is that any one deviation in the set can be given an arbitrary numerical value. If the common base z -parameters are known, it is convenient to set the deviation $z_B = 1$, or if the common emitter h -parameters are given, let $H_E = 1$.

Given the common base h -parameters, find the common collector y -parameters.

$$\begin{aligned} \text{Given: } h_{11B} &= 32 \Omega & h_{21B} &= -0.95 \\ h_{12B} &= 3 \times 10^{-4} & h_{22B} &= 1 \times 10^{-6} \text{ mho} \end{aligned}$$

Solution:

$$\text{Set } (H_B) = 1.$$

From line 4, Table 1:

$$Y_B = 32 \Omega \quad A_B = 0.95$$

$$B_B = 3 \times 10^{-4} \quad Z_B = 1 \times 10^{-6}$$

$$G_B = AB + YZ = +.95(3 \times 10^{-4}) + 32(1 \times 10^{-6}) = .95$$

From Column 2, Table 3:

$$A_c = 0.9997 \quad G_c = 1 \quad Y_c = 32$$

$$B_c = 0.05 \quad H_c = 503.32 \times 10^{-4} \quad Z_c = 1 \times 10^{-6}$$

From line 5, Table 1:

$$y_{11c} = 1.562 \times 10^{-3} \quad y_{21c} = -31.24 \times 10^{-3}$$

$$y_{12c} = -1.56 \times 10^{-3} \quad y_{22c} = 29.7 \times 10^{-3}$$

The ease with which given parameters can be converted to required parameters is an important factor in the effectiveness of circuit design.

3. EQUIVALENT CIRCUITS

The Table 4 illustrates how devices are specified by deviations to correspond to the equivalent circuit.

3.1. High Frequency Transistor

The high frequency response of a transistor is given as a function of frequency ω .

Two alternative approaches are presented assuming either

$$(1) Y = 1$$

or

$$(2) Y = 1 + j\omega T$$

The deviations resulting from both assumptions are tabulated and yield, of course, both the same results.

3.2. Low Frequency Transistor

The low frequency common base transistor equivalent circuit is analyzed in similar setting $H = 1$.

3.3. Cryotron

The frequency response of a crossed-film cryotron is a simple example of a unilateral device, since $B = 0$. Another example of a unilateral device is the vacuum tube.

3.4. Tunnel Diode

The tunnel diode is another example how deviations can be derived from the set of the z -parameters.

4. COMPOUND NETWORKS

The advent of the transistor provided the stimulus towards investigating three-terminal two-port. Combining these two-ports to obtain desired response function is the next step towards more complex and more capable circuits. This trend foreshadows the development of multi-terminal networks to be discussed further on. To couple networks essentially implies expressing deviations of the compound network in terms of the deviations of the component networks.

4.1. Three-Terminals Two-Ports

Consider the deviation G for the two-port Figure 4.

$$G = (v_i, i_o).$$

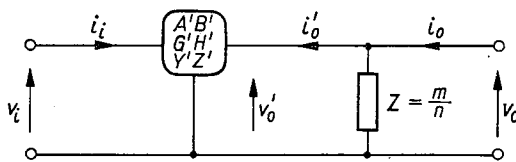


Fig. 4. Two-port network and impedance m/n .

Since $i_o = i_o' + (1/Z)v_o = i_o' + (n/m)v_o'$ where Z may be complex. The addition of a one-port to a two-port can be effected by placing the impedance in different positions as summarized in Table 5.

4.2. Combining Two Three-Terminals Networks

Figure 5 is an example of a compound network which consists of two cascaded two-ports, characterized by single and double primes, with

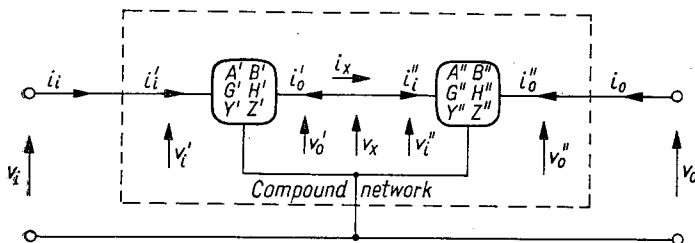


Fig. 5. Two cascaded two-port compound network

unprimed symbols referring to the compound network. To evaluate for example the deviation G of the compound network, first state the connecting condition.

$$\begin{aligned}(v_x, i_x) &= v'_o, -i'_o = -A' \\ &= (v'_i, i'_i) = -B''.\end{aligned}$$

Recall the uniqueness condition which is valid for any set of functionally interdependent variables p, q, r, s and since

$$(p, q)(r, s) - (s, q)(r, p) + (s, p)(r, q) = 0$$

and since $G = (v_i, v_o)$ apply this constraint to the four variables v_i, i_o, v_x and i_x obtaining

$$(v_i, i_o)(v_x, i_x) - (i_x, i_o)(v_x, v_i) + (i_x, v_i)(v_x, i_o) = 0.$$

By expressing v_x and i_x in terms of one or other of the component networks, this becomes

$$G(-A') - Z''(-Y') + G'G'' = 0.$$

Note that all terms present are in terms of known deviations of the two component networks.

The uniqueness condition can be imposed on an appropriate set of four variables necessary for the evaluation of each deviation of the compound network and is shown in Table 6.

The same method is employed for other combinations. There are four and only four non-redundant ways of combining two three-terminal networks; these are shown in Table 7 and Table 8. The deviations of a compound two-port are to be expressed in terms of the deviations of two component two-ports. In connecting of two-ports, there are variables which express these constraints, which are referred to as connecting conditions. Given the connecting conditions the deviations of the combined two-port can be derived by a straight forward procedure, yielding the results summarized in Table 7.

4.3. Change of Internal Configurations

To obtain deviations for series-to-parallel and parallel-to-series combinations, a sequence of steps, rotate-cascade-rotate, is used, applying the results of Table 4 and Table 7 successively. The result compound two-ports are presented in Table 8.

5. FILM-TYPE CIRCUITS

5.1. Distributed Parameter Circuit and Microminization

The effectiveness of deviations is particularly spectacular in investigation of the characteristics of thin films and the application of these films as circuit elements. It is instructive to review the reason for these advances.

The reduction of volume afforded by microminiaturization techniques is its primary goal, but its main objective is increased reliability. New technologies in Microsystem Electronics achieve an increase in reliability through a reduction in the number of connections which must be soldered. Interconnections between films are made during fabrication and form an integral part of the circuit. By using highly stable film materials and film protective coatings, film resistors and capacitors can be constructed which, in turn, are highly stable.

In addition to film resistors and capacitors, which have familiar electrical properties, a new class of circuit elements can be constructed from thin films simply by depositing resistive and dielectric films so that their electromagnetic fields interact. These circuit elements are called distributed parameter networks and have interesting and novel circuit functions which cannot be realized using a finite number of lumped resistances and capacitances. A basic form of such networks consists of a resistive film capacitively coupled to an electrode as indicated by the circuit in the last column of Table 9. Deviations may play an important role in the design problems associated with distributed parameter networks.

5.2. An R-C Film-Type Network

Using the methods developed in previous sections, consider deviations of a passive symmetrical network $A = B$ and $G = H$ shown in column (1) of Table 9. Two sections can be cascaded, the normalized result are given in column (2), which have the same R and C as in column (1). The operation is repeated for " n " sections, with " n " a large number and shown in column (3).

For $n = \infty$, the well known hyperbolic functions result, as shown in column (4). The deviations of the basic distributed-parameter network follow identical rules to those for lumped-parameter circuit.

5.3. Distributed Parameter Design Techniques

The Table 10 shows a typical film structure consisting of a resistive film R , a dielectric film C and another resistive layer NR . R and NR being the total resistance of each layer and C the total capacitance. This structure forms a four terminal network R - C - NR . The dual of this network consists of a resistive film sandwiched between two dielectric films C - R - NC as shown in the table. Subnetworks can be generated from these basic networks by imposing constraints on the terminals. There are a finite number of subnetworks obtainable from each parent network. From the differential equation governing this structure and appropriate boundary conditions given in Table 10, the solution in terms of an indefinite admittance matrix results. A , B , D_1 and D_2 are arbitrary constants and

$a = \sqrt{j\omega(1 + N)r_c}$. If the parent network is described by a matrix relating voltages and currents as shown in Tables 11, two types of formulation are possible:

Y — based on the concept of terminals where the voltages are independent variables,

Z — based on the concept of ports where the currents are independent variables.

A well defined set of matrix operations is shown in Table 12. If the matrix elements are known, circuit functions of any subnetwork can be derived. Sinh and tanh are the hyperbolic functions.

Four-terminal networks are extensively used in the design of film-type circuits. A catalogue of all non-redundant two-port sub-networks is shown in Table 13. In order to analyze a specific R - C - NR network configuration,

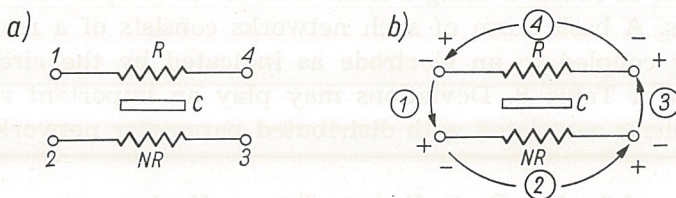


Fig. 6. Network (a) terminals and (b) ports

a simple short hand notation has been developed and is shown in Figure 6 and Table 14.

The three examples shown later will illustrate the use of Table 14. All possible two-ports can be evaluated by this table if the following artifice is used:

1. Table 14 defines six ports in terms of four terminals, the + and the — sign indicate the direction of the applied input or output voltage across any of six ports.

2. Table 14 can also be used to define terminals if ports are given. Indeed, if six ports are available, the seven „terminals” can be defined. The additional three „terminals” consisting of combinations of the basic four terminals.

3. The relations between auxiliary terminals and ports are summarized in Table 14(A) and (B).

4. The use of m , n , p and t with these additional terminals and ports permit all deviation to be calculated.

5. The Z deviations always refer to the number of the port. The Y deviations always refer to the number of the terminal.

It is convenient to express the two-port parameters of a four terminal network in terms of deviations as shown in Table 15. The following types of networks are considered:

1. When terminal "t" is a floating terminal
Port "m" is the input port
Port "n" is the output port
2. When "p" is a shorted port
Terminal "m" is the input terminal
Terminal "n" is the output terminal
3. All other possible types of network can be reduced to either type t-floating or p-shortened by a simple artifice to be discussed in Exp. 1.

The deviations given in Table 16 are obtained from the impedance and admittance matrices developed in Table 11-A and Table 12. For instance, from the z matrix one obtains the deviation $z(11) = z(00)z_{11}$ since $z_{11} = z(11)/z(00)$.

Example 1

Some of the configurations shown in Table 13 require the use of auxiliary ports and terminals as defined in Table 14 (A) and (B). Network functions involving ports 5 and 6 as well as terminals 5, 6 and 7 can be obtained with the aid of Tables 14, 15 and 16.

Regarding terminals

$$z(65) = z(25) + z(35) = z(21) + z(22) + z(31) + z(32)$$

Similarly for ports

$$y(65) = y(15) + y(35) = y(11) + y(12) + y(31) + y(32).$$

Example 2

The network Figure 7 is of the type t -floating in Table 15 with $t = 2$. Therefore, m and n must be ports. From Table 14 the correct polarity gives $m = \bar{4}$ and $n = 5$. The negative sign on 4 denoted by $\bar{4}$ indicates that the input port has opposite signs to port 4, then $z(\bar{m}n) = -z(mn)$.

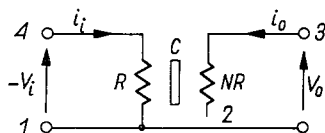


Fig. 7. The type t -floating network

Using Tables 15 and 16, the following results are obtained:

$$A = z(\bar{4}5) = -z(45) = -(N-1)\tanh(\theta/2) - N\theta$$

$$B = z(\bar{5}4) = -z(54) = -z(45)$$

$$G = z(\bar{4}\bar{4}) = z(44) = N\theta + 2\tanh(\theta/2)$$

$$H = z(55) = N\theta + (n^2 + 1)\coth\theta + 2N/\sinh$$

$$Y = y(22) = N(N+1)R\coth\theta + R(N+1)/\theta$$

$$Z = z(00) = (N+1)\theta/R$$

Example 3

The network Figure 8 is given, denoting it by ports and terminals defined in Figure 6, it is classified as type $p = 2$ in Table 15. Therefore we

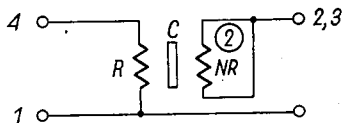


Fig. 8. The type p -shorter network

must find the terminals $m = 4$ and $n = 2 \& 3$. From the auxiliary table T-14(A) we also have that terminals 2 and 3 are equal to $\bar{7}$; hence n must be $\bar{7}$. Then it follows the same procedure as that presented before in Exp. 1 and Exp. 2.

$$A = -y(4\bar{7}) = y(47) = (N+1)R[N \tanh(\theta/2) + (1+N)/\theta]$$

$$B = -y(\bar{7}4) = y(74) = y(47)$$

$$G = y(\bar{7}\bar{7}) = y(77) = N(N+1)2R \tanh(\theta/2)$$

$$H = y(44) = N(N+1)R(\coth \theta + N/\theta)$$

$$Y = y(00) = N(N+1)^2 R^2 / \theta$$

$$Z = z(22) = N[\theta + 2N \tanh(\theta/2)]$$

6. ASYMPTOTES

6.1. Logarithmic Techniques

Deviations find a useful application in computing the asymptotes of most of the design graphs used in transistor work. Typical of design formulas is that for input resistance versus load resistance,

$$R_{IN} = \frac{h_i + \Delta^h R_L}{1 + h_o R_L}$$

and it could be generalized as:

$$y = \frac{p + qx}{r + sx}$$

If x is very small, $y = \frac{p}{r}$ very large, $y = \frac{q}{s}$.

The curve, plotted on log-log paper is shown in Figure 9.

It could be seen that the asymptote which can be used for the sloping portion of the curve is that which would occur with a zero coefficient for x in either numerator or denominator. For convenience, the frequency is regarded as s .

If $q = 0$, then $y = \frac{p}{(r+sx)}$ and when x becomes very large $y = \frac{p}{sx}$.

This represents the inclined asymptote, and since logarithmic scales are used, the curve is that of $\log y = (-1) \log x + \log p/s$, i.e., a straight line

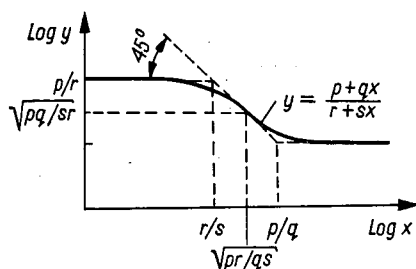


Fig. 9. Asymptotic plot for general case

of slope -1 . This asymptote intersects each horizontal asymptote at a point which satisfies both equations, e.g.,

$$y = \frac{p}{r} \quad \text{and} \quad y = \frac{p}{sx}, \quad \text{or} \quad x = \frac{r}{s}.$$

6.2. Deviation Notation

It could be seen that these ratios are very similar to the deviations of Table 2 so we can mark our curve with conventional parameters accordingly as shown in Figure 10.

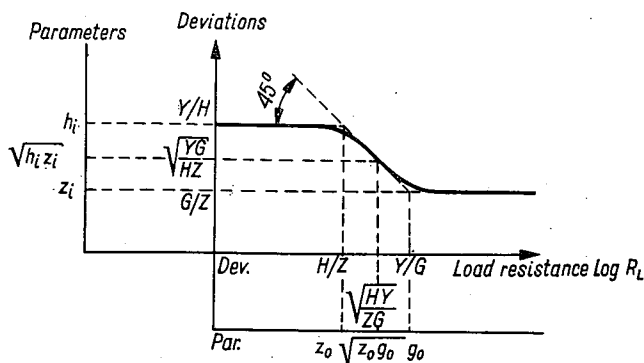


Fig. 10. Asymptotic plot relabelled with deviation notation

Analyzing the frequency-selective, two-port network shown in Table 17, we can easily construct first column for Z -parameters. Next column of Table 17 can be also written by making use of Table 2 and setting deviation $Z = 1$. We can get any required transfer function from a ratio of two deviations, e.g.,

$$\left. \frac{\partial v_i}{\partial i_i} \right|_{i_o} = \frac{(v_i, i_o)}{(i_i, i_o)} = \frac{G}{Z} = R + \frac{1}{sC}$$

and its frequency-response is immediately evident.

Since the deviation can be multiplied throughout by any quantity, a multiplier of sC can be selected in order to simplify the expressions; also, substituting τ for the time constant RC , the results tabulated in the last column of Table 17 are obtained.

6.3. Calculation of Deviations

By rotating and cascating two of the network used in Table 17, a combined network is obtained, which is shown and calculated in Table 18. The first network corresponds to CB , and the second to CE , so Table 4 can successfully be used. These calculations of deviations can be checked by verifying the uniqueness condition $AB + GH = YZ$. The operator s is used for $j\omega$ and the same value R and C is used in each network.

In Table 18, the column of combined network gives the required deviation and their frequency-response can be plotted on log-log paper.

To obtain the frequency response of any required transfer function, it is necessary to subtract one curve from another. It is useful, therefore, to plot the deviations asymptotically; deviation ratios become the difference between two curves, and this new curve has a slope that is independent of the component curves. A quantity with a term in s^2 has a 40 db/decade slope at $s \rightarrow \infty$. A function $G = 1 + 3s\tau + s^2\tau^2$ has a value of $G = 1$ for low value of s and the curve has zero slope. If $3s\tau$ is the dominant component, it acquires a slope of +20 db/decade, $G = 3s\tau$, and the intersection of these asymptotes occurs at $3s\tau = 1$ or $s = 1/3\tau$. This gives frequency break point in the asymptotic approximation of the curve.

In respect to phase angle, it could be noticed that the „break points” in the frequency-response asymptotes correspond to those in the phase-response asymptotes. An example is shown in Figure 11 where frequency

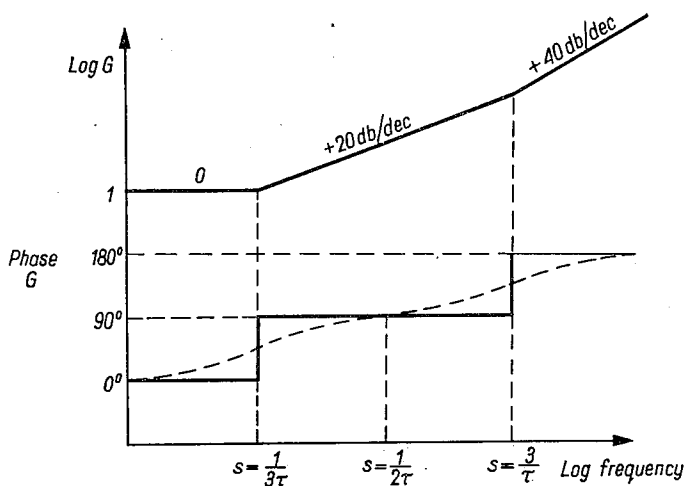


Fig. 11. Asymptotic plot of phase and magnitude of G

response of deviation is plotted along with the phase response indicated by the step-like „asymptotes”. Each step corresponds to a phase-shift of 90 degrees, which is also equal to a slope of 20 db/decade, and the phase-responses are subtracted to give the phase-response of a ratio of two deviations.

The individual frequency and phase shift dependance is shown in Table 19.

To find the input impedance with open-circuit output z , we have that

$$\left. \frac{\partial v_i}{\partial i_i} \right|_{i_o} = \frac{(v_i, i_o)}{(i_i, i_o)} = \frac{G}{Z}.$$

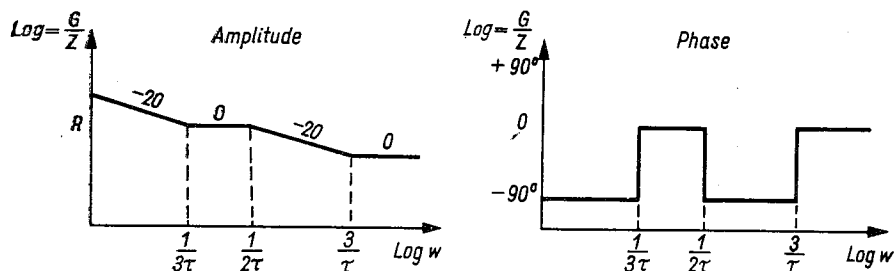


Fig. 12. Asymptotic of G/Z

Its frequency dependance may be found by subtracting the curve Z from the curve G as shown in Figure 12 were asymptotic plot of

$$\frac{G}{Z} = \frac{1 + 3s\tau + s^2\tau^2}{\frac{s\tau}{R} + \frac{2s^2\tau^2}{R}}$$

where $s = j\omega$.

7. CONCLUSIONS

The calculus of deviations provides a conceptual frame-work for the analysis of circuits, devices and systems. The technique provides a logical, systematic and a complete description of multi-port and multi-terminal systems, specifically:

1. A systematic approach is provided by proceeding from basic building blocks to complex systems by applying techniques of combining simple structures to form more complex constructs.
2. The description in terms of deviations of a system is complete and non-redundant since deviations express system and network properties with maximum economy.
3. A logical framework for the complex functional interrelationships of variables is provided by deviations which express the relationship of any two terminal variables of the system.

This tutorial summary has drawn heavily on previous publications particularly as to tables relating network properties. This is a necessary repetition, since these tables provide as basic information as that provided by log tables or tables of Laplace Transform. This repetition is thus an acknowledgement of accepted usefulness to a reference source.

Arizona State University
Tempe, Arizona, USA

BIBLIOGRAPHY

1. W. W. Happ, "Dynamic Characteristics of Four-Terminal Networks", IRE Convention Record, 1954.
2. W. W. Happ, R. D. Lamb, E. R. Robbins, "Circuit Transformations Based Upon Topology, „Proceedings of the Allerton Conference, pp. 508—529, University of Illinois, Sept., 1964.
3. T. R. Nisbet and W. W. Happ, "The Calculus of Deviations Applied to Transistor Circuit and Network Analysis", Jour. Brit., IRE, May, 1960.
4. R. D. Middlebrook, An Introduction to Junction Transistor Theory, p. 195, John Wiley, 1957.
5. R. F. Shea, Transistor Circuit Engineering, John Wiley, New York, 1957.
6. N. D. Richards, "The Cryotron as a Small Signal H. F. Amplifier", Solid State Circuit Conference, Digest of Technical Papers, IRE, PGCT, p. 64, 1962.
7. U. S. Davidson, Y. C. Hwang, G. B. Ober, "Designing with Tunnel Diodes", Electronic Design, February 3 and February 17, 1960.
8. W. W. Happ, P. S. Castro and W. D. Fuller, "Synthesis of Solid State Distributed Parameter Functions", IRE National Convention Record, Volume 10, March, 1962, Part 6, pp. 262—278.
9. W. W. Happ, "Synthesis of Distributed-Parameter RC Networks", Proceedings IRE, Volume 50, No. 4, April, 1962, pp. 483—484.
10. A. W. Lo, R. O. Endres, J. Zawels, F. D. Waldhauer, Chung-Chih-Cheng, Transistor Electronics, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1955.

A. S. KRAJEWSKI, W. W. HAPP

DEWIACJA — NOWA METODA PRZEKSZTAŁCEN PARAMETRÓW ELEKTRONICZNYCH

Streszczenie

Dewiacje matematyczne wyrażają zależność funkcjonalną między dwiema zmiennymi zbioru zmiennych zależnych. Rachunek dewiacji obejmuje twierdzenia i reguły, które składają się na systematyczny sposób rozwiązywania złożonych układów, zarówno układów wzmacniających, jak i układów biernych.

Rachunek dewiacji stwarza koncepcyjne ramy dla analizy elementów podstawowych, układów i systemów.

Siła i skuteczność tej techniki obliczeniowej są zilustrowane przykładami:

- a) analizy stabilności i czułości układu na zmiany parametrów,
- b) analizy układów równoważnych systemów czynnych,

- c) analizy złożonych sieci z dwoma wejściami,
- d) analizy mikroukładów z rozłożonymi stałymi typu taśmowego,
- e) analizy odpowiedzi w częstotliwości asymptotycznej struktur złożonych i okresowych.

Wyniki dla wygody użytkownika przedstawiono w postaci tablic.

A. S. KRAJEWSKI, W. W. HAPP

DÉVIATIONS — UNE NOUVELLE MÉTHODE DE CALCUL POUR LES CIRCUITS ÉLECTRONIQUES

Résumé

Des déviations mathématiques expriment la relation fonctionnelle entre deux variables d'un ensemble de variables dépendants. Le calcul des déviations consiste de théorèmes et de règles qui fournissent un moyen systématique pour les circuits complexes, y compris les circuits amplificateurs autant que les circuits passifs.

Le calcul des déviations fournit un cadre conceptionnel pour l'analyse des circuits, des éléments de base et des systèmes.

La puissance et l'efficacité du technique sont illustrées par l'analyse de

- (a) Stabilité et sensibilité de circuit aux variations des paramètres
- (b) Circuits équivalents des systèmes actifs
- (c) Réseaux complexes à deux ports
- (d) Microcircuits à paramètres distribués du type film-mince
- (e) Réponse en fréquence asymptotique des structures distribuées et périodiques

Les résultats sont présentés sous forme de tableaux, pour la commodité de l'utilisateur.

A. S. KRAJEWSKI, W. W. HAPP

DAS KALKÜL DER STÖRUNGEN — EINE NEUE BERECHNUNGSMETHODE FÜR STROMKREISSBAU IN DER ELEKTRONIK

Zusammenfassung

Mathematisch ist die Störung (x , y) definiert als Maass funktioneller Abhängigkeit der Variablen x von der Variablen y , wenn y gestört ist und wenn sowohl x als auch y einer Gruppe gegenseitig abhängiger Variablen zugehören. Das Kalkül der Störungen besteht aus Grundsetzen und daraus folgenden Regeln für eine systematische Berechnungsmethode elektronischer Strom Kreisse mit grosszähligen Betriebselementen.

Diese einführende Zusammenfassung entwickelt Arbeitsschemas und Kunstgriffe geplant für den Konstruktionsingenieur, der mehr an praktischen Ergebnissen als an Axiomatik interessiert ist. Als Beispiele nützlicher Anwendungsmöglichkeiten für den Elektroniker sind Arbeitsanweisungen auf den folgenden Gebieten ausgearbeitet:

A. Stabilität und Empfindlichkeit der Stromkreiskennwerte auf Schankungen der Betriebselemente

B. Modellkonstruktion für Stromkreise mit Verstärkungsfähigen Betriebselementen

C. Synthese der Drei-Pole

D. Mikro-Stromkreise fabriziert durch Aufdämpfung dünner Schichten

E. Asymptotisches Frequenz verhalten konventioneller und schichtförmiger Stromkreise.

Für schnellen Nachschlag sind Ergebnisse in dem Konstruktioningenieur geeigneten Tabellen zusammengefasst.

A. С. КРАЕВСКИ и В. В. ГАПП

ДЕВИАЦИЯ — НОВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Резюме

Математические девиации выражают функциональную зависимость между двумя переменными совокупности зависимых переменных. Исчисление девиаций заключают теоремы и правила, которые создают систематический способ расчета сложных цепей, среди них усилительных и пассивных цепей.

Исчисление девиаций дает концепционное оформление для анализа цепей, основных элементов и систем.

Сила и эффективность этой техники иллюстрированы анализом:

- а) стабильности и чувствительности цепи с переменными параметрами,
- б) эквивалентных цепей активных систем,
- в) сложных сетей с двумя входами,
- г) микроцепей с распределенными параметрами типа тонкой пленки,
- д) ответа в асимптотической частоте распределенных и периодических структур.

Результаты представлены в форме таблиц, для выгоды читателя.

Table 1

Network Parameters in Deviation Notation

Network Parameters	Subscripts				Determinant
	11 or i	12 or r	21 or f	22 or 0	
a	$\frac{G}{A}$	$-\frac{Y}{A}$	$\frac{Z}{A}$	$-\frac{H}{A}$	$-\Delta^a = \frac{B}{A}$
b	$\frac{H}{B}$	$-\frac{Y}{B}$	$\frac{Z}{B}$	$-\frac{G}{B}$	$-\Delta^b = \frac{A}{B}$
g	$\frac{Z}{G}$	$-\frac{B}{G}$	$\frac{A}{G}$	$\frac{Y}{G}$	$\Delta^g = \frac{H}{G}$
h	$\frac{Y}{H}$	$\frac{B}{H}$	$-\frac{A}{H}$	$\frac{Z}{H}$	$\Delta^h = \frac{G}{H}$
y	$\frac{H}{Y}$	$-\frac{B}{Y}$	$-\frac{A}{Y}$	$\frac{G}{Y}$	$\Delta^y = \frac{Z}{Y}$
z	$\frac{G}{Z}$	$\frac{B}{Z}$	$\frac{A}{Z}$	$\frac{H}{Z}$	$\Delta^z = \frac{Y}{Z}$

Table 2

Characteristic Equation for Various Conditions

Input Port	Output Port	
	Open $i_o = 0$	Short $v_o = 0$
Open $i_i = 0$	$Z = (i_i, i_o) = 0$	$H = (i_i, v_o) = 0$
Short $v_i = 0$	$G = (v_i, i_o) = 0$	$Y = (v_i, v_o) = 0$

Table 3

Deviations of Transistor Configurations

Conversion from Common Base to:	
Common Emitter	Common Collector
$A_E = A_B - G_B$	$A_C = -B_B + H_B$
$B_E = B_B - G_B$	$B_C = -A_B + H_B$
$G_E = -G_B$	$G_C = H_B$
$H_E = F_B$	$H_C = -F_B$
$Y_E = -Y_B$	$Y_C = Y_B$
$Z_E = -Z_B$	$Z_C = Z_B$
$F_E = H_B$	$F_C = -G_B$
Conversion from Common Emitter to:	
Common Base	Common Collector
$A_B = A_E - G_E$	$A_C = A_E - H_E$
$B_B = B_E - G_E$	$B_C = B_E - H_E$
$G_B = -G_E$	$G_C = F_E$
$H_B = F_E$	$H_C = -H_E$
$Y_B = -Y_E$	$Y_C = -Y_E$
$Z_B = -Z_E$	$Z_C = -Z_E$
$F_B = H_E$	$F_C = G_E$
Conversion from Common Collector to:	
Common Base	Common Emitter
$A_B = -B_C + G_C$	$A_E = A_C - H_C$
$B_B = -A_C + G_C$	$B_E = B_C - H_C$
$G_B = -F_C$	$G_E = F_C$
$H_B = G_C$	$H_E = -H_C$
$Y_B = Y_C$	$Y_E = -Y_C$
$Z_B = Z_C$	$Z_E = -Z_C$
$F_B = -H_C$	$F_E = G_C$

Table 4

Comparison of Device Description

Description	3.1. High-Frequency Response of Common-Base Transistor	3.2. Low-Frequency Response	3.3. Crossed-Film Cryotron	3.4. Tunnel Diode
Equivalent Circuit				
Device Parameters	$y_{11} = g_{ee}(1+j\omega T)$ $y_{12} = -\alpha_o g_{cc}(1-j\omega m T)$ $y_{21} = -\alpha_o g_{ee}(1-j\omega m Y)$ $y_{22} = -g_{cc}(1+j\omega T)$	$E I_c \mu_o V_{eb}$ r_e r_b' C_c αI_c g_c $h_{11} = r_e + r_b'(1-\alpha)$ $h_{12} = \mu_o + r_b'(g_c + j\omega C_c)$ $h_{21} = -\alpha$ $h_{22} = g_c + j\omega C_c$	$h_{11} = j\omega L_c$ $h_{12} = 0$ $h_{21} = \alpha$ $h_{22} = r_o$	$z_{11} = \frac{CL(S+R_g/L)Q+1}{CQ}$ $z_{12} = z_{21} = z_{22} = \frac{1}{CQ}$
Assumption	$Y = 1$	$H = 1$	$H = 1$	$H = 1$
Deviations	A	$\alpha_o g_{ee}(1-j\omega m T)$	$-\alpha$	1
	B	$\alpha_o g_{cc}(1-j\omega m T)$	0	1
	G	$-g_{cc}(1+j\omega T)$	$j\omega L_c r_o$	$CL(S+R_g/L)Q+1$
	H	$g_{ee}(1+j\omega T)$	1	1
	Y	1	$j\omega L_c$	$L(S+R_g/L)$
Z	$-g_{cc}g_{ee}(W^2 + \alpha_o^2 M^2)$	$g_c + j\omega C_c$	r_o	CQ
Note	$M = (1-j\omega m T)$ and $W = (1+j\omega T)$	$X_c = (g_c + j\omega C_c)$		$Q = (S-1/RC)$
Reference	R.D. Middlebrook ^[4]	R.F. Shea ^[5]	N.D. Richard ^[6]	U.S. Davidson ^[7]

Table 5

Deviation of Simple Combination of Network

	A	nA' nB' $nG' + mZ'$ nH' $nY' + mH'$ nZ'	nA' nB' nG' $nH' + mZ'$ $nY' + mG'$ nZ'	$nA' + mZ'$ $nB' + mZ'$ $nG' + mZ'$ $nH' + mZ'$ $nY' + mZ'$ nZ'	mA' mB' mG' $mH' + nY'$ mY' $mZ' + nG'$					$mA' + nY'$ $mB' + mY'$ $mG' + nY'$ $mH' + nY'$ mY' $mZ' - nF'$
--	-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Table 6

Deviation of Cascaded Two-Ports

Deviation to be Calculated	Description	Selection of Variables For Substitution				Deviation of Compound Network in Terms of Deviation of Individual Network
		p	q	r	s	
A	(v_0, i_0)	v_0	i_0	v_x	i_x	$A = G'H'' - Y''Z''$
B	(i_i, v_i)	i_i	v_i	v_x	i_x	$B = G'H'' - Y'Z'$
G	(v_i, i_0)	v_i	i_0	v_x	i_x	$G = G'G'' + Y'Z''$
H	(i_i, v_0)	i_i	v_0	v_x	i_x	$H = H'H'' + Y'Z'$
Y	(v_i, v_0)	v_i	v_0	v_x	i_x	$Y = G'Y'' + Y'H''$
Z	(i_i, i_0)	i_i	i_0	v_x	i_x	$Z = Z'G'' + H''Z''$
Note		Connecting condition: $A' = B'' = 1$				

Table 7

Deviations of Compound Two-Ports

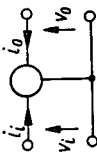
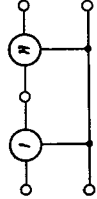
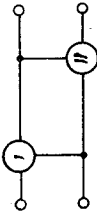
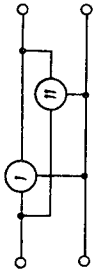
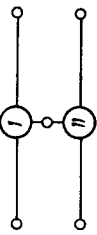
Coupling Type Two-Port Type						Internal Four-Terminal
		Internal Three-Terminal	External Four-Terminal	External Three-Terminal		
A	(v_o, i_o)	$A'A''$	$A'A''$	$A'Y'' + Y'A''$	$A'Z'' + Z'A''$	$A'Z'' + Z'A''$
B	(i_i, v_i)	$B'B''$	$B'B''$	$B'Y'' + Y'B''$	$B'Z'' + Z'B''$	$B'Z'' + Z'B''$
G	(v_i, i_o)	$G'G'' + Y'Z''$	$G'G'' + Y'Z''$	$G'Y'' + Y'G''$	$G'Z'' + Z'G''$	$G'Z'' + Z'G''$
H	(i_i, v_o)	$H'H'' + Z'Y''$	$H'H'' + Z'Y''$	$H'Y'' + Y'H''$	$H'Z'' + Z'H''$	$H'Z'' + Z'H''$
Y	(v_i, v_o)	$G'Y'' + Y'H''$	$G'Y'' + Y'H''$	$Y'Y''$	*	*
Z	(i_i, i_o)	$Z'G'' + H'Z''$	$H'Z'' + Z'G''$	*	*	$A'A''$
Connecting Condition		$A' = B''$ $i_o' = i_i''$ and $v_o' = v_i''$	$A' = B''$ $i_o' = i_i''$ and $v_o' = -v_i''$	$Y' = Y''$ $i_i' = i_i''$ and $v_i' = v_i''$	$Z' = Z''$ $i_i' = -i_i''$ and $i_o' = -i_o''$	$Z' = Z''$ $i_i' = -i_i''$ and $i_o' = -i_o''$
Input		$i_i = i_i'$ and $v_i = v_i'$	$i_i = i_i'$ and $v_i = v_i'$	$i_i = i_i' + i_i''$ and $v_i = v_i' + v_i''$	$i_i = i_i' + i_i''$ and $v_i = v_i' + v_i''$	$i_i = -i_i''$ and $v_i = v_i' - v_i''$
Output		$i_o = i_o'$ and $v_o = v_o'$	$i_o = -i_o''$ and $v_o = -v_o''$	$i_o = i_o' + i_o''$ and $v_o = v_o' + v_o''$	$i_o = i_o' + i_o''$ and $v_o = v_o' + v_o''$	$i_o = -i_o''$ and $v_o = v_o' - v_o''$
Note						* Obtain this from uniqueness condition

Table 8

Deviations of Compound Two-Port

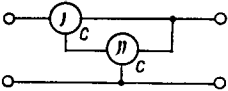
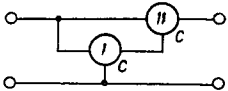
		
Deviation	Series-To-Parallel	Parallel-To-Series
A	$A'A'' - A'H'' - H'A'' - Z'Y''$	$A'A'' - A'G'' - G'A'' - Y'Z''$
B	$B'B'' - B'H'' - H'B'' - Z'Y''$	$B'B'' - B'G'' - G'B'' - Y'Z''$
G	$A'A'' - A'H'' - H'A'' + H'H'' + B'B'' - B'H'' - H'B'' - F'F'' - Y'Z'' - Z'Y''$	$-G'G'' - Y'Z''$
H	$-H'H'' - Z'Y''$	$A'A'' - A'G'' - G'A'' + B'B'' - B'G'' - G'B'' - Y'Z'' - F'F'' - Z'Y''$
Y	$F'Y'' - Y'H''$	$Y'F'' - G'Y''$
Z	$Z'F'' - H'Z''$	$F'Z'' - Z'G''$
Connecting Condition	$H' - A' = H'' - B''$	$G' - A' = G'' - B''$
Note	$F = A + B - G - H$	

Table 9

Derivation of Distributed Parameter Deviations

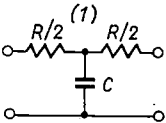
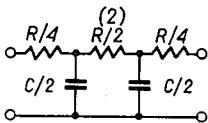
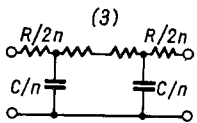
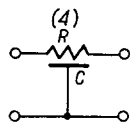
				
$A = B$	1	1	1	1
$G = H$	$1 + \frac{\theta^2}{2}$	$1 + \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{32}$	$1 + \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{24} + \dots$	$\cosh \theta$
Y/R	$1 + \frac{\theta^2}{4}$	$1 + \frac{3\theta^2}{16} + \frac{\theta^4}{128}$	$1 + \frac{\theta^2}{6} + \frac{\theta^4}{120} + \dots$	$\theta^{-1} \sinh \theta$
ZR	θ^2	$\theta^2 + \frac{\theta^4}{8}$	$\theta^2 + \frac{\theta^4}{6} + \frac{\theta^6}{120} + \dots$	$\theta \sinh \theta$
Note	$\theta = (j\omega RC)^{1/2}$			

Table 10

Structure and Equivalent Circuit

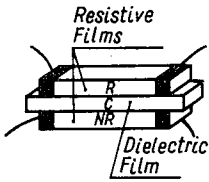
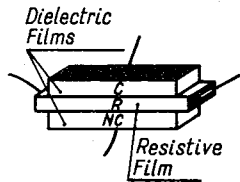
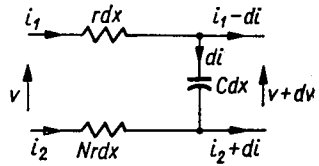
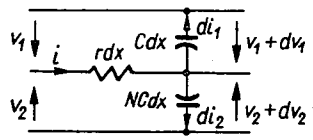
Network Code	$R-C-NR$	$C-R-NC$
Structure and Terminals		
Equivalent Circuit		
Differential Equations	$\frac{d^2v}{dx^2} = j\omega(1+N)rcv$ $\frac{di_1}{dx} = -\frac{di_2}{dx} = -j\omega cv$	$\frac{d^2i}{dx^2} = j\omega c(1+N)rci$ $\frac{dv_1}{dx} = \frac{dv_2}{dx} = -ir$
Solutions	$v = Ae^{ax} + Be^{-ax}$ $i_1 = -\frac{j\omega c}{a}(Ae^{ax} - Be^{-ax}) + D_1$ $i_2 = \frac{j\omega c}{a}(Ae^{ax} - Be^{-ax}) + D_2$	$i = Ae^{ax} + Be^{-ax}$ $v_1 = \left(-\frac{r}{a}\right)Ae^{ax} - Be^{-ax} + D_1$ $v_2 = \left(-\frac{r}{a}\right)(Ae^{ax} - Be^{-ax}) + D_2$

Table 11

Four-Terminal Network

Dual	Terminals	Ports
Network		

Table 11-A

Matrix Formulation of Four Terminal Network

Terminals	Ports
$I_T = [y]V_T$	$V_P = [z]I_P$
$[y] = \left\ \frac{1}{y(00)} \begin{bmatrix} y(aa) & y(ab) & y(ac) & y(ad) \\ y(ba) & y(bb) & y(bc) & y(bd) \\ y(ca) & y(cb) & y(cc) & y(cd) \\ y(da) & y(db) & y(dc) & y(dd) \end{bmatrix} \right\ $	$[z] = \left\ \frac{1}{z(00)} \begin{bmatrix} z(11) & z(12) & z(13) & z(14) \\ z(21) & z(22) & z(23) & z(24) \\ z(31) & z(32) & z(33) & z(34) \\ z(41) & z(42) & z(43) & z(44) \end{bmatrix} \right\ $
$I_T = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} \quad V_T = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix}$	$I_P = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \quad V_P = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$

Table 13

Possible Two-Port Sub-Networks

Two-port configuration				

Table 14

Definition of Ports and Terminal of Four-Terminal Network

y Terminal \ Port z	1	2	3	4	5	6
a or 1	-	0	0	+	-	0
b or 2	+	-	0	0	0	-
c or 3	0	+	-	0	+	0
d or 4	0	0	+	-	0	+
a and b or 5	0	-	0	+	-	-
a and c or 6	-	+	-	+	0	0
a and d or 7	-	0	+	0	-	+

Table 14-A

Definition of Auxiliary Terminals

Terminals	a 1	b 2	c 3	d 4
a or 1	0	5	6	7
b or 2	5	0	$\bar{7}$	$\bar{6}$
c or 3	6	$\bar{7}$	0	$\bar{5}$
d or 4	7	$\bar{6}$	$\bar{5}$	0

Table 14-B

Definition of Auxiliary Ports

Ports	1	2	3	4
1	0	5	0	$\bar{6}$
2	5	0	6	0
3	0	6	0	$\bar{5}$
4	$\bar{6}$	0	$\bar{5}$	0

Table 15

Two-Port Parameters Defined in Terms of Deviations

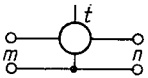
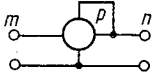
Deviation	t -Floating	p -Shorted
		
A	$z(mn)$	$-y(mn)$
B	$z(nm)$	$-y(nm)$
G	$z(mm)$	$y(nn)$
H	$z(nn)$	$y(mm)$
Y	$y(tt)$	$y(oo)$
Z	$z(oo)$	$z(pp)$

Table 16

Deviations for R-C-NR Four Terminal Networks

Deviation				$F(w)$
$y(00)$				$N(N+1)^2 R^2/\theta$
$y(11)$			$y(44)$	$N(N+1) R \coth \theta + N^2(N+1) R/\theta$
$y(12)$	$y(21)$	$y(34)$	$y(43)$	$[N(N+1)R/\theta][1 - \theta \coth \theta]$
$y(13)$	$y(24)$	$y(31)$	$y(42)$	$N(N+1) R/\theta [\theta/\sinh \theta - 1]$
$-y(14)$			$-y(41)$	$N(N+1) R/\theta [\theta/\sinh \theta + N]$
$y(15)$	$-y(45)$	$y(51)$	$-y(54)$	$N(N+1)^2 R/\theta$
$y(16)$	$-y(46)$	$y(61)$	$-y(64)$	$N(N+1) R [\coth (\theta/2) + (N+1)/\theta]$
$y(17)$	$-y(27)$	$y(71)$	$-y(72)$	$N(N+1) R \tanh (\theta/2)$
	$y(22)$	$y(33)$		$N(N+1) R \coth \theta + (N+1) R/\theta$
			$y(55)$	$(N+1)^3 R/\theta$
			$y(66)$	$R(N+1)[2N \coth (\theta/2) + (N-1)^2/\theta]$
			$y(77)$	$N(N+1) 2R \tanh (\theta/2)$
$z(00)$				$(N+1)\theta/R$
$z(11)$		$z(33)$		$(N+1)^2 \coth \theta$
$-z(12)$	$-z(23)$	$-z(32)$		$N(N+1) \tanh (\theta/2)$
$-z(13)$		$-z(31)$		$(N+1)^2/\sinh \theta$
$-z(16)$		$-z(35)$	$-z(61)$	$(N+1)[N \coth \theta + 1/\sinh \theta]$
	$z(22)$			$N\theta + 2N^2 \tanh (\theta/2)$
	$-z(24)$		$-z(42)$	$N\theta - 2N \tanh (\theta/2)$
	$z(25)$	$z(52)$	$z(62)$	$N\theta + N(N+1) \tanh (\theta/2)$
$-z(14)$	$-z(41)$	$-z(34)$	$-z(43)$	$(N+1) \tanh (\theta/2)$
			$z(44)$	$N\theta + 2 \tanh (\theta/2)$
	$z(45)$	$z(46)$	$z(64)$	$(N-1) \tanh (\theta/2) - N\theta$
		$z(55)$	$z(66)$	$N\theta + (N^2 + 1) \coth \theta + 2N/\sinh \theta$
		$-z(56)$	$-z(65)$	$(N^2 + 1)/\sinh \theta + 2N \coth \theta - N\theta$
				$\theta = [j\omega RC(N+1)^{1/2}]$

Table 17

R-C Network

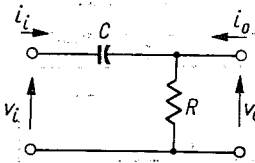
R-C Network The Open Circuit Type	Z-Parameters From Inspection	Deviations With $Z = 1$	Deviations With $Z = sC$
	$z_{11} = (1/sC) + R$ $z_{12} = R$ $z_{21} = R$ $z_{22} = R$ $\Delta z = R/sC$	$A = R$ $B = R$ $G = (1/sC) + R$ $H = R$ $Y = R/sC$ $Z = 1$	$A = s\tau$ $B = s\tau$ $G = 1 + s\tau$ $H = s\tau$ $Y = \tau/C$ $Z = s\tau/R$

Table 18

Calculation of Deviations for Combined Network

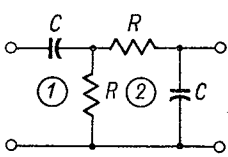
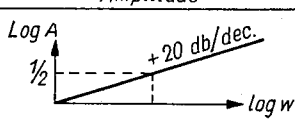
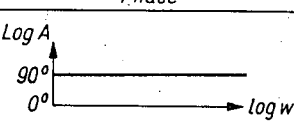
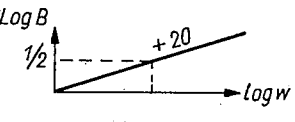
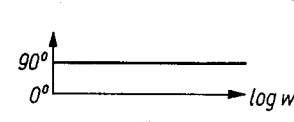
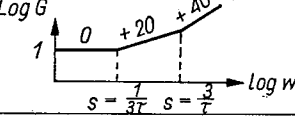
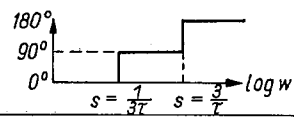
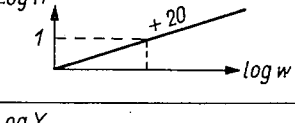
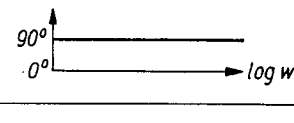
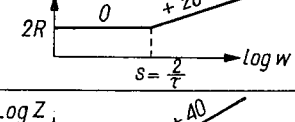
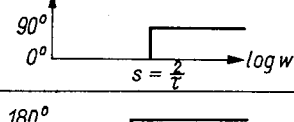
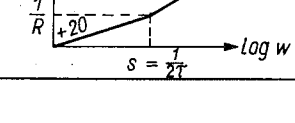
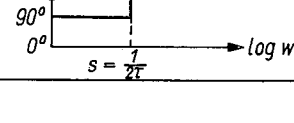
Compound Network	First Network Deviations	Second Network Deviations	Combined Network
	$A \quad s\tau$ $B \quad s\tau$ $G \quad 1+s\tau$ $H \quad s\tau$ $Y \quad \tau/C$ $Z \quad s\tau/R$	1 1 $1+s\tau$ 1 S/C $s\tau/R$	$s\tau$ $s\tau$ $1+3s\tau+s^2\tau^2$ $2s\tau$ $(2\tau/C)+(s\tau^2/C)$ $(s\tau/R)+(2s^2\tau^2/R)$

Table 19

Frequency Response for Amplitude and Phase of Deviations

Deviations	Asymptotes	
	Amplitude	Phase
$A = s\tau$		
$B = s\tau$		
$G = 1+3s\tau+s^2\tau^2$		
$H = 2s\tau$		
$Y = \frac{2}{C} + \frac{s\tau^2}{C}$		
$Z = \frac{s\tau}{R} + \frac{2s^2\tau^2}{R}$		

JAN SRZEDNICKI

Własności i zastosowanie mniej znanych sześcielementowych selektywnych czwórników oporowo-pojemnościowych

Rękopis dostarczono 27.8.1965

Opisano niektóre własności czterech typów sześcieelementowych selektywnych czwórników oporowo-pojemnościowych. Czwórniki te mogą mieć podobne zastosowanie jak czwórniki podwójne T. W porównaniu z nimi mają gorszą o ok. 30% selektywność, lecz za to wartości ich elementów R i C mogą być dobrane znacznie mniej dokładnie. Jeden z tych czwórników może być łatwo przestrajaany prądem stałym po zastąpieniu oporników liniowych nieliniowymi.

Podano własności selektywnych wzmacniaczy z czwórnikami tego typu i jako przykład opisano taki wzmacniacz przestrajaany prądem stałym.

Wykazano, że jakość generatorów, w których zastosowano wymienione czwórniki, jest pod względem zawartości harmonicznych około dwa razy lepsza niż generatorów z przesuwnikiem fazowym CR. Opisano kilka generatorów z omawianymi czwórnikami. Jeden z tych generatorów jest przestrajaany za pomocą potrójnego kondensatora obrotowego i wyróżnia się bardzo dobrą stałością amplitudy, lepszą niż to zazwyczaj osiąga się w generatorach z mostkiem Wiena o stabilizacji termistorowej.

1. WSTĘP

Niewątpliwie najbardziej rozpowszechnionym selektywnym czwórnikiem oporowo-pojemnościowym jest mostek Wiena. Jest on szczególnie często używany w generatorach małej częstotliwości, gdyż stosunkowo łatwo daje się przestrajać za pomocą równoczesnej zmiany dwu elementów R lub C. Stabilność częstotliwości takich generatorów jest dla większości zastosowań wystarczająco dobra, a zawartość harmonicznych bardzo mała.

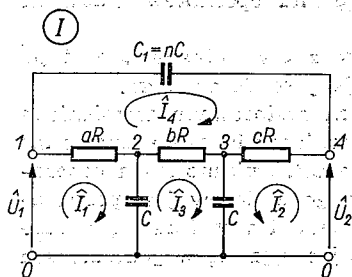
W prostych nieprzestrajaanych generatorach zamiast mostka Wiena wymagającego dwustopniowego wzmacniacza stosuje się bardzo często sześcieelementowe czwórniki oporowo-pojemnościowe. W literaturze dość obszernie omówione są tzw. generatory z przesuwnikiem fazowym i z czwórnikiem podwójne T. Własności czwórnika podwójne T mogą być zmieniane przez odpowiedni dobór jego elementów. Tak więc czwórnik taki może obracać fazę o 180° , co wykorzystane jest w generatorach o jednym stopniu wzmocnienia, lub też np. wytłumiać zupełnie napięcie o jednej częstotliwości.

W niniejszej pracy zostały omówione mniej znane sześćoelementowe czwórniki oporowo-pojemnościowe o zakresie zastosowania podobnym jak czwórników podwójne T. Jednak w porównaniu z tymi ostatnimi czwórniki te dają się łatwiej przestrajac np. przez zmianę pojemności potrójnego kondensatora obrotowego o połączonych rotorach lub za pomocą oporowych elementów nieliniowych, a dobór elementów czwórnika nie jest krytyczny. Generatory z tymi czwórnikami dostarczają napięcia o przeciętnie dwa razy mniejszej zawartości harmonicznych niż generatory z przesuwnikiem fazowym CR.

Ogólnie można powiedzieć, że w wielu przypadkach zastosowań czwórniki te okazują się korzystniejsze od innych dotychczas powszechnie używanych i dlatego celowe jest obszerniejsze omówienie ich własności.

2. FUNKCJA PRZEJŚCIA OMAWIANYCH CZWÓRNIKÓW

Na rys. 1 jest przedstawiony selektywny czwórnik oporowo-pojemnościowy nazywany dalej czwórnikiem I. Przy przyjętych na tym rysunku



Rys. 1. Sелеktywny czwórnik oporowo-pojemnościowy. W niniejszym artykule jest on nazywany „czwórnikiem I”

oznaczeniach i kierunkach prądów obwodowych $I_1 \dots I_4$ można napisać następujące równanie:

$$\begin{bmatrix} aR + \frac{1}{jC\omega}, & 0, & -\frac{1}{jC\omega}, & -aR \\ 0 & cR + \frac{1}{jC\omega}, & \frac{1}{jC\omega}, & cR \\ -\frac{1}{jC\omega}, & \frac{1}{jC\omega}, & \frac{2}{jC\omega} + bR, & -bR \\ -aR, & cR, & -bR, & \frac{1}{jnC\omega} + (a+b+c)R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \hat{I}_3 \\ \hat{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Po rozwiązaniu równania (1) wyznaczamy dla nie obciążonego czwórnika funkcję przejścia $\hat{\beta}$, tj. stosunek napięcia wyjściowego $\hat{U}_2$ do napięcia wejściowego $\hat{U}_1$, gdy $\hat{I}_2 = 0$:

$$\hat{\beta} = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} = \frac{1 - nA[2ac + b(a+c)] + jn\sqrt{A}(a+b+c - abcA)}{1 - A\{ab + n[2ac + b(a+c)]\} + j\sqrt{A}[2a+b+n(a+b+c - abcA)]} \quad (2)$$

W tym równaniu przyjęto następujące oznaczenia:

$$A = (RC\omega)^2 \quad (3)$$

i

$$n = \frac{C_1}{C}. \quad (4)$$

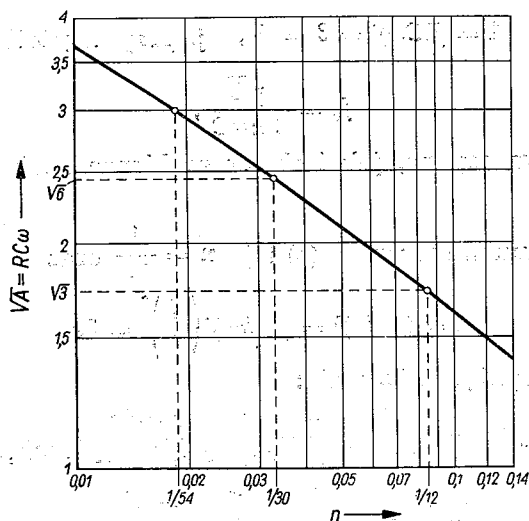
W przypadku, gdy $a = b = c = 1$, składowa czynna $Re(\hat{\beta})$ i składowa bierna $Im(\hat{\beta})$ funkcji przejścia mają następujące wartości:

$$Re(\hat{\beta}) = \frac{1 - A + nA(1 + 9n + A + 10nA + nA^2)}{[1 - A(4n + 1)]^2 + A(3 + 3n - nA)^2}, \quad (5)$$

$$Im(\hat{\beta}) = \frac{\sqrt{A}[nA(A + 9) - 3]}{[1 - A(4n + 1)]^2 + A(3 + 3n - nA)^2}. \quad (6)$$

Składowa bierna $Im(\hat{\beta})$ funkcji przejścia jest równa zero, jeśli

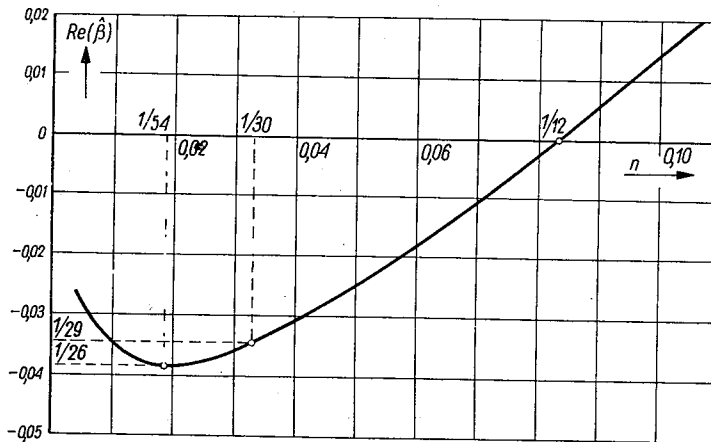
$$n = \frac{3}{A(A + 9)}. \quad (7)$$



Rys. 2. Zależność wyrażenia $RC\omega$ od stosunku pojemności $n = \frac{C_1}{C}$ dla czwórnika przedstawionego na rys. 1, gdy składowa bierna $Im(\hat{\beta})$ funkcji przejścia jest równa zero

Z rys. 2 można odczytać wartości wyrażenia $\sqrt{A} = RC\omega$ w zależności od stosunku $n = \frac{C_1}{C}$, gdy spełnione jest równanie (7).

Z równania (5) po obliczeniu A ze wzoru (7) otrzymujemy wartości składowej czynnej $Re(\hat{\beta})$, gdy składowa bierna $Im(\hat{\beta})$ funkcji przejścia jest równa zero. Zależność ta jest przedstawiona na rys. 3.



Rys. 3. Zależność składowej czynnej $Re(\hat{\beta})$ funkcji przejścia czwórnika I od stosunku $n = \frac{C_1}{C}$, gdy składowa bierna $Im(\hat{\beta})$ jest równa zero

Dla $n = \frac{1}{12}$ i $A = (RC\omega)^2 = 3 = A_0$, tj. przy częstotliwości

$$f_0 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi RC}, \quad (8)$$

zarówno składowa czynna, jak i składowa bierna funkcji przejścia jest równa zero.

Po podstawieniu we wzorach (5) i (6) $n = \frac{1}{12}$ oraz

$$A = (RC\omega)^2 = (RC\omega_0)^2 \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 = 3s \quad (9)$$

otrzymamy następujące równania:

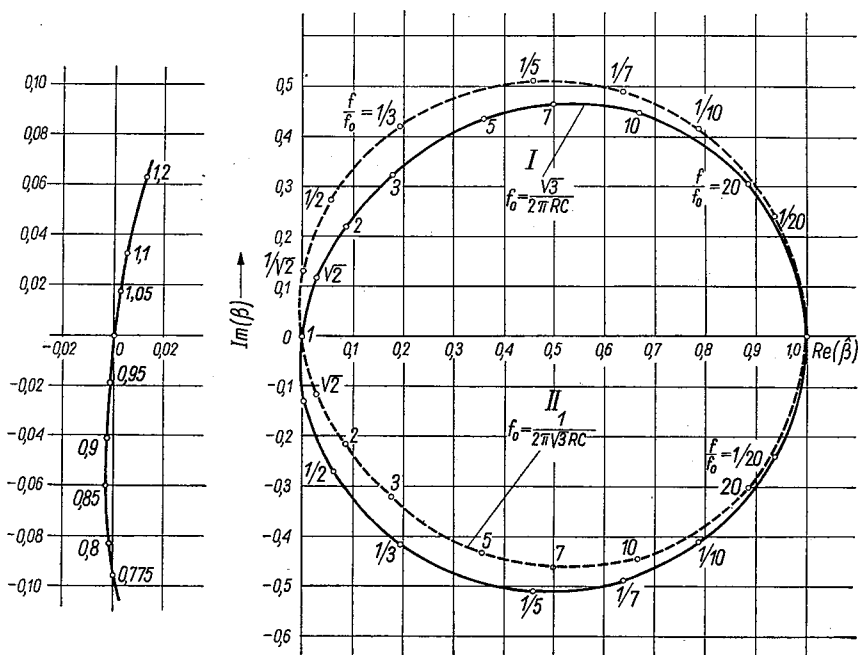
$$Re(\hat{\beta}) = \frac{48 - 123s + 66s^2 + 9s^3}{(48 - 123s + 66s^2 + 9s^3) + 1260s + 468s^2}, \quad (10)$$

$$Im(\hat{\beta}) = \frac{12\sqrt{3}s(s^2 + 3s - 4)}{16 + 379s + 178s^2 + 3s^3}.$$

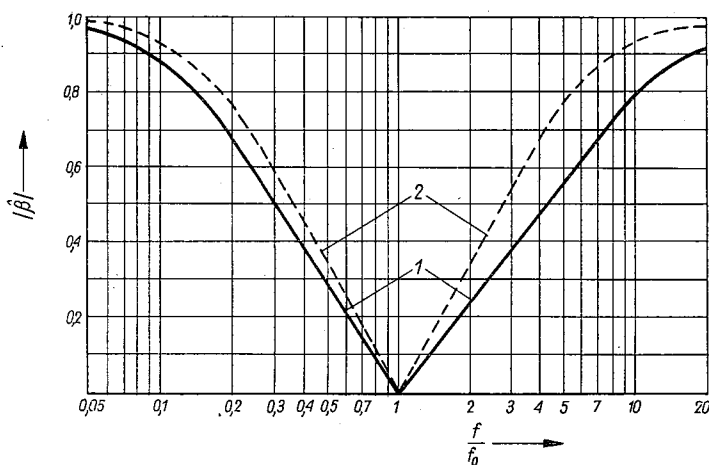
We wzorze (10) wyrażenie w nawiasie w mianowniku, równe licznikowi, można pominąć, gdy $s \rightarrow 1$.

Charakterystykę amplitudowo-fazową czwórnika I przedstawia rys. 4. W odróżnieniu od charakterystyk takich czwórników, jak mostek Wiena czy podwójne T nie jest ona kołem i nie jest symetryczna. Na rys. 5 jest pokazana charakterystyka amplitudowa czwórnika I. Linia kreskową oznaczono dla porównania charakterystykę czwórnika podwójne T.

Identyczne wzory jak dla stosunku napięć $\frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1}$ uzyskamy także dla stosunku prądów wyjściowego $-\hat{I}_2$ i wejściowego $\hat{I}_1$ przy $a = c$ i zwartym

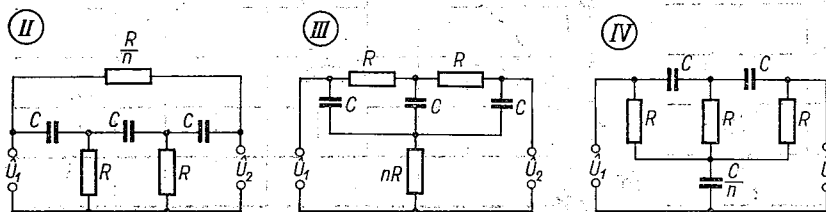


Rys. 4. Charakterystyki amplitudowo-fazowe czwórników I ÷ IV, gdy $n = \frac{1}{12}$.
I — charakterystyka czwórników I i III, II — charakterystyka czwórników II i IV



Rys. 5. Charakterystyki amplitudowe czwórników
1 — I i III, 2 — podwójne T

wyjściu czwórnika. Wynika to z własności symetrycznych względem wejścia i wyjścia czwórników — m.in. dla takich czwórników wyrażenia a_{11} i a_{22} macierzy $[a]$ są jednakowe. Również i wzór (2) jest spełniony dla stosunku prądów pod warunkiem zamiany parametru a z c . Ta wskazówka może być pożyteczna przy projektowaniu układów tranzystorowych.



Rys. 6. Selektywne czwórniki oporowo-pojemnościowe II, III i IV

Czwórnik przedstawiony na rys. 6 i oznaczony cyfrą II powstał przez zamianę oporników z kondensatorami w czwórniku I. Jego dane znajdujemy podstawiając w podanych wyżej wzorach

$$\frac{1}{jC\omega} \text{ zamiast } R \quad \text{ oraz } \quad \frac{1}{jR} \text{ zamiast } C\omega.$$

W ten sposób otrzymujemy dla czwórnika II:

$$(RC\omega_0)^2 = \frac{1}{3} \quad (12)$$

i

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}RC} \quad (13)$$

Charakterystyka amplitudowo-fazowa tego czwórnika jest oznaczona linią kreskowaną na rys. 4.

Cyframi III i IV oznaczone są na rys. 6 dwa dalsze czwórniki. Charakterystyki amplitudowo-fazowe czwórników I i III są identyczne, podobnie jak charakterystyki czwórników II i IV.

Niektóre dane ośmioelementowych czwórników tego typu są podane w artykule [4].

Jeśli parametry a , b i c nie równają się jedności, a także, gdy $n \neq \frac{1}{12}$, to $\hat{\beta}$ można wyliczyć z równania (2). Z równania tego wynika, że gdy równocześnie

$$a+b+c = abcA \quad (14)$$

oraz

$$nA[2ac+b(a+c)] = 1, \quad (15)$$

to napięcie wyjściowe czwórnika będzie równe zeru. Można stąd obli-

czyć, że dla $n = \frac{1}{12}$, $a = c = 1$ i $b = 2$, charakterystyka amplitudowo-fazowa funkcji przejścia przechodzi również przez środek układu współrzędnych, lecz przy częstotliwości $f = \frac{1}{\sqrt{2\pi RC}}$.

Z dostatecznie dużą dokładnością można przyjąć, że warunek (14) wyznacza częstotliwość, przy której składowa bierna $Im(\hat{\beta}) = 0$, tzn.

$$A_0 \cong \frac{a+b+c}{abc}. \quad (16)$$

Stąd a także ze wzoru (9) wynika, że o ile a , b i c mało różnią się od 1, to

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx -\frac{\Delta a}{3} = -\frac{\Delta b}{3} = -\frac{\Delta c}{3}. \quad (17)$$

Wzór powyższy określa, jakie jest odstrojenie od częstotliwości f_0 , gdy oporność R jednego z oporników czwórnika I zmieni się na $R(1+\Delta a)$.

Dla praktycznego wykorzystania czwórnika ważny jest wpływ parametrów a , b i c na składową czynną $Re(\hat{\beta})$, gdyż to decyduje o dokładności, z jaką należy dobrać oporniki czwórnika.

Ograniczając rozważania do przypadku, gdy

$$a \approx b \approx c \approx 1 \quad i \quad n \approx \frac{1}{12} = n_0 \quad (18)$$

otrzymamy przybliżoną wartość składowej czynnej $Re(\hat{\beta})$ funkcji przejścia:

$$Re(\hat{\beta}) \cong \frac{\frac{1}{12}(a+b+c)[2ac+b(a+c)]-abc}{(a+b+c)ab+c(2a+b)^2}. \quad (19)$$

Z równania (19), dla $a = b = c = 1$, otrzymujemy

$$\frac{\Delta Re(\hat{\beta})}{\Delta a} = \frac{\Delta Re(\hat{\beta})}{\Delta c} \cong \frac{1}{144} \quad (20)$$

i

$$\frac{\Delta Re(\hat{\beta})}{\Delta b} \cong -\frac{1}{72}. \quad (21)$$

A więc wpływ zmiany oporności R na składową czynną wyjściowego napięcia czwórnika jest w pobliżu częstotliwości f_0 bardzo mały. Tak np., gdy oporność aR zmieni się o $+10\%$, wtedy zmiana składowej czynnej $Re(\hat{\beta})$ na wyjściu czwórnika wynosi około $0,07\%$ napięcia wejściowego. Wpływ zmiany oporności bR jest dwa razy większy i powoduje zmianę o przeciwnym znaku składowej czynnej funkcji przejścia niż podobna zmiana oporności aR lub cR . Ta właściwość czwórnika — bardzo mała

zależność $Re(\hat{\beta})$ od zmian oporności R przy $f \cong f_0$ — jest bardzo korzystna, gdyż umożliwia jego przestrajanie za pomocą elementów o niezbyt wygórowanych wymaganiach co do ich współbieżności.

Podobne rozważania przy spełnieniu założeń (18) przeprowadzamy badając wpływ zmian pojemności $C_1 = nC$ i C czwórnika. Ze wzoru (7) po przeliczeniu otrzymujemy względną zmianę częstotliwości

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx -\frac{2}{5} \frac{\Delta n}{n_0}. \quad (22)$$

Jeśli więc np. zmienimy n z $\frac{1}{12} = 0,833$ na $0,875$, tj. o około $+5\%$, częstotliwość zmieni się o około -2% .

Obliczenie wpływu zmiany parametru n na składową czynną $Re(\hat{\beta})$ prowadzi do następującego przybliżonego wzoru:

$$\Delta Re(\hat{\beta}) \approx \frac{1}{15} \frac{\Delta n}{n_0}. \quad (23)$$

Zatem względna zmiana pojemności C_1 o 10% powoduje zmianę składowej czynnej wyjściowego napięcia czwórnika wynoszącą ok. $0,7\%$ napięcia wejściowego. Wartość składowej czynnej $Re(\hat{\beta})$ przy większych zmianach parametru n można odczytać z wykresu rys. 3.

Ze wzoru (2) nie można bezpośrednio wyznaczyć wpływu jednej z dwu pojemności kondensatorów C na napięcie wyjściowe czwórnika I. Jednak stwierdzono eksperymentalnie, że wpływ ten na składową czynną napięcia wyjściowego czwórnika jest w przybliżeniu dla obu kondensatorów jednakowy. Na podstawie powyższego możemy obliczyć wpływ względnej zmiany jednej z dwu pojemności C' na składową czynną $Re(\hat{\beta})$ przy $n = \frac{1}{12}$ i w pobliżu częstotliwości f_0 :

$$\Delta Re(\hat{\beta}) \approx -\frac{1}{30} \frac{\Delta C'}{C'}. \quad (24)$$

Równoczesna zmiana ΔC pojemności obu kondensatorów C powoduje względną zmianę częstotliwości $\frac{\Delta f_0}{f_0} \approx -0,6 \frac{\Delta C}{C}$. Przy zmianie $\Delta C'$ pojemności tylko jednego kondensatora C' względna zmiana częstotliwości jest w przybliżeniu dwa razy mniejsza, tzn. wynosi $-0,3 \frac{\Delta C'}{C'}$.

Wyniki wyżej przeprowadzonych rozważań są zestawione w tablicy 1.

Z podanych w tablicy liczb wynika, że dobór elementów czwórnika nie jest krytyczny, jeśli nie brać pod uwagę oczywistych zmian częstotliwości pozornego rezonansu. Pod tym względem czwórnik I przewyższa wyraźnie czwórnik podwójne T. Utworzona z podanych w tablicy 1

Tablica 1

Przybliżone zmiany składowej czynnej napięcia wyjściowego i zmiany częstotliwości f_0 pozornego rezonansu przy zmianie o 10% wartości elementów R i C czwórnika I dla $a \cong b \cong c \cong 1$

$$n \cong \frac{1}{12}$$

Element czwórnika	Zmiana składowej czynnej napięcia wyjściowego w procentach napięcia wejściowego	Względna zmiana częstotliwości pozornego rezonansu w procentach
aR	0,07	-3,3
bR	-0,14	-3,3
cR	0,07	-3,3
C	-0,33	-3
C_1	0,67	-4

zmian składowych czynnych suma ich bezwzględnych wartości wynosi $|1,6\%|$. Podobna suma dla czwórnika podwójne T jest około 3 razy większa. W większości przypadków rekompensuje to całkowicie gorszą o około 30% w porównaniu z tym ostatnim selektywność czwórnika I (rys. 5).

Własności czwórnika ustala się najkorzystniej przez zmianę pojemności C_1 , tzn. przez zmianę parametru n . Np. we wzmacniaczach selektywnych dobiera się n w granicach $\frac{1}{30} < n \leq \frac{1}{12}$, a w generatorach o jednym stopniu wzmocnienia $\frac{1}{54} < n < \frac{1}{15}$.

3. OPORNOŚĆ WEJŚCIOWA I ROZKŁAD NAPIĘĆ NA ELEMENTACH CZWÓRNIKA

Dla właściwego zaprojektowania całego układu selektywnego potrzebna jest znajomość oporności wejściowej czwórnika przy częstotliwości pozornego rezonansu. Ponadto w układach, w których jako oporniki czwórnika zastosowano elementy nieliniowe, pożądana jest znajomość rozkładu napięć na poszczególnych opornikach w celu wyznaczenia dopuszczalnej amplitudy napięcia wejściowego czwórnika. Napięcia te można w prosty sposób obliczyć przy częstotliwości f_0 . W praktyce wystarczająca jest znajomość rozkładu napięć tylko dla tego przypadku.

W podanych niżej wzorach przyjęto, że $n = \frac{1}{12}$ oraz $a = b = c = 1$.

Przy częstotliwości f_0 wyrażenie $\sqrt{A_0} = RC\omega_0 = \sqrt{3}$ i $\hat{U}_2 = 0$. Wtedy napięcie między węzłami 1 i 4 (rys. 1)

$$\hat{U}_{14} = \hat{U}_1 \quad (25)$$

i prąd

$$\hat{I}_4 = j \frac{\hat{U}_1}{12} C\omega_0. \quad (26)$$

Napięcie na oporniku R między węzłami 3 i 4 wynosi

$$\hat{U}_{34} = -j \frac{\sqrt{3}}{12} \hat{U}_1. \quad (27)$$

Napięcie $\hat{U}_{34}$, przy $\hat{U}_2 = 0$, jest równe napięciu między węzłami 3 i 0, a więc jest równe napięciu na kondensatorze C . Stąd

$$\hat{I}_3 = \frac{\sqrt{3}}{12} \hat{U}_1 C \omega_0. \quad (28)$$

W podobny sposób otrzymujemy

$$\hat{U}_{23} = \hat{U}_1 \frac{\sqrt{3}}{12} (\sqrt{3} - j) \quad (29)$$

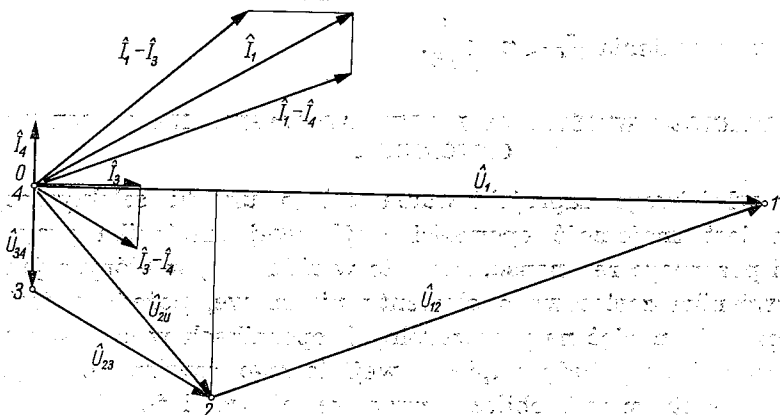
i

$$\hat{U}_{12} = \hat{U}_1 \left(\frac{3}{4} + j \frac{\sqrt{3}}{6} \right). \quad (30)$$

Prąd $\hat{I}_1$ wynosi

$$\hat{I}_1 = \hat{U}_1 \frac{C \omega_0}{4} (\sqrt{3} + j). \quad (31)$$

Wykres wektorowy napięć i prądów przy częstotliwości f_0 pokazuje rys. 7.



Rys. 7. Wykres wektorowy napięć i prądów przy częstotliwości f_0 dla czwórnika I

Oporność wejściową $\hat{Z}_1$ czwórnika przy częstotliwości f_0 podaje stosunek

$$\hat{Z}_1 = \frac{\hat{U}_1}{\hat{I}_1} = \frac{\sqrt{3} - j}{C \omega_0} \quad (32)$$

lub, podstawiając

$$C \omega_0 = \frac{\sqrt{3}}{R},$$

$$\hat{Z}_1 = R \left(1 - j \frac{1}{\sqrt{3}} \right). \quad (33)$$

Moduł oporności wejściowej czwornika przy częstotliwości f_0 wynosi

$$|\hat{Z}_1| = R \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,15R. \quad (34)$$

Natomiast przy $f \rightarrow \infty$ i dla nie obciążonego czwornika $|\hat{Z}_1| \rightarrow 0,5R$.

Oporność wejściowa czwornika III (rys. 6) jest mniejsza i wynosi [4] przy częstotliwości f_0 :

$$\hat{Z}_1 = \frac{R}{4} (1 - j\sqrt{3}) \quad (35)$$

lub

$$|\hat{Z}_1| = \frac{R}{2}. \quad (36)$$

Oporność ta dla nieobciążonego czwornika przy wzroście częstotliwości dąży do wartości $\frac{R}{12}$.

4. SELEKTYWNOŚĆ WZMACNIACZY REZONANSOWYCH Z CZWÓRNIKIEM I

Selektywność czworników RC jest niewielka i dlatego poprawia się ją przez włączenie ich w obwody wzmacniaczy sprzęgniętych zwrotnie. Wzmocnienie $\hat{k}'$ takich wzmacniaczy jest określone znanym wzorem

$$\hat{k}' = \frac{\hat{k}}{1 - \hat{\beta}\hat{k}}, \quad (37)$$

gdzie $\hat{k}$ jest wzmocnieniem napięciowym wzmacniacza przy braku sprzężenia zwrotnego. Przyjmijmy, że między wyjście a wejście wzmacniacza włączony jest czwornik I w taki sposób, że współczynnik sprzężenia zwrotnego $\hat{\beta}$ we wzorze (37) jest równocześnie funkcją przejścia czwornika.

Wzór (37) przedstawiamy w innej postaci:

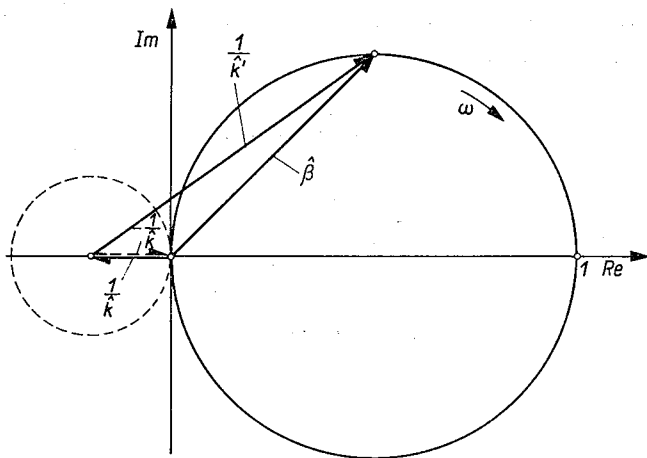
$$-\frac{1}{\hat{k}'} = -\frac{1}{\hat{k}} + \hat{\beta}. \quad (38)$$

Tak przekształcone równanie sprzężenia zwrotnego jest wygodniejsze do przeliczeń i graficznej interpretacji, gdyż mnożenie liczb zespolonych jest zastąpione ich dodawaniem.

Przyjmijmy, że $\hat{k} = ke^{j\pi}$ a więc

$$\hat{k} = -k, \quad (39)$$

tzn. wzmacniacz jest np. jednostopniowy i pracuje bez przesunięć fazowych w rozpatrywanym pasmie częstotliwości. Zależność (38) można teraz przedstawić graficznie na płaszczyźnie zespolonej — rys. 8. Jak wynika z równania (38), wektor łączący końce wektorów $\frac{1}{k}$ i $\hat{\beta}$ jest odwrotnością wypadkowego wzmocnienia wzmacniacza ze sprzężeniem zwrotnym.



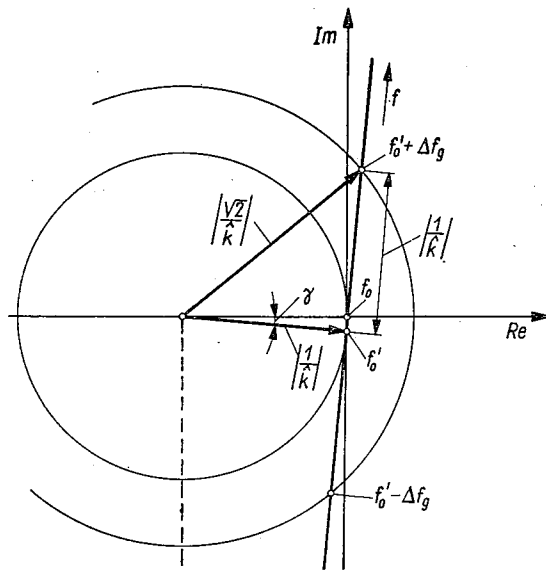
Rys. 8. Graficzne wyznaczenie odwrotności $\frac{1}{k'}$ wypadkowego wzmocnienia wzmacniacza ze sprzężeniem zwrotnym

Korzystając z powyższej metody łatwo jest ustalić graficzne rozstrojenie układu $\frac{\Delta f_g}{f_0}$, przy którym wzmocnienie z wartości maksymalnej k'_{max} maleje do wartości $\frac{k'_{max}}{\sqrt{2}}$. W tym celu wykreślamy charakterystykę amplitudowo-fazową funkcji przejścia w obszarze w pobliżu środka układu współrzędnych. Następnie z punktu o współrzędnych $\left(-\frac{1}{k}, 0\right)$ kreślimy dwa koła: styczne do charakterystyki $\hat{\beta}$ i drugie promieniem $\sqrt{2}$ razy większym. Z dostatecznie dużą dokładnością można przyjąć, że promienie tych kół wynoszą odpowiednio $\frac{1}{k}$ oraz $\frac{\sqrt{2}}{k}$. Punkty przecięcia koła o promieniu $\frac{\sqrt{2}}{k}$ z charakterystyką $\hat{\beta}$ wyznaczają częstotliwości graniczne. Pokazuje to rys. 9. Przyjmując upraszczające założenie, że w rozpatrywanym obszarze charakterystyka amplitudowo-fazowa funkcji przejścia jest linią prostą, przebiegającą prostopadłe do osi rzeczywistej i po wyznaczeniu ze wzoru (11) pochodnej

$$\frac{d\operatorname{Im}(\hat{\beta})}{ds} \approx 0,18, \quad (40)$$

gdy $s \rightarrow 1$, można obliczyć:

$$\frac{\Delta f_g}{f_0} \approx \frac{2,8}{k}. \quad (41)$$



Rys. 9. Wyznaczenie częstotliwości granicznych wzmacniacza selektywnego

Zastępcza dobroć Q_{zast} selektywności wzmacniacza wynosi:

$$Q_{zast} = \frac{f_g}{\Delta f_g} \cong 0,18k. \quad (42)$$

Dla porównania warto nadmienić, że zastępcza dobroć uzyskana w podobnym układzie z czwórnikiem podwójne T [2], [8] wynosiłaby w przybliżeniu $0,25k$. Jeśli np. $k = 65$, to według wzoru (42) $Q_{zast} = 12$, natomiast w układzie z czwórnikiem podwójne T Q_{zast} wyniosłoby ok. 16.

Na wykresie z rys. 9 jest widoczne, że największe wzmocnienie nie występuje przy częstotliwości f_0 , lecz przy częstotliwości nieznacznie mniejszej f'_0 . To odstrojenie od częstotliwości f_0 wynosi w przybliżeniu:

$$\frac{f'_0 - f_0}{f_0} \cong -\frac{0,33}{k}. \quad (43)$$

Wzór powyższy jest wystarczająco dokładny pod warunkiem, że wzmocnienie k jest co najmniej kilkunastokrotne. Np. dla wzmacniacza o $k = 65$ odstrojenie od częstotliwości f_0 największego tłumienia czwórnika wyno-

si ok. $-0,5\%$. Względna zmiana wzmocnienia przy zmianie częstotliwości z f_0 na f'_0 jest tak nieznaczna przy zachowaniu warunku (39), że można ją pominąć.

Selektywność wzmacniacza obliczoną powyżej dla przypadku, gdy charakterystyka amplitudowo-fazowa $\hat{\beta}$ przechodzi przez środek układu współrzędnych, można zmieniać regulując wzmocnienie k . W przypadkach, gdy pożądana jest większa selektywność, można ją osiągnąć przez zmniejszanie pojemności $C_1 = nC$. Wtedy w pobliżu częstotliwości f_0 składowa czynna $Re(\hat{\beta})$ staje się ujemna, a sprzężenie zwrotne wzmacniacza — dodatnie. Równocześnie wzrasta maksymalne wzmocnienie układu. Jeśli do wzoru (38) podstawimy wzmocnienie $\hat{k}$ z założenia (39) oraz zmianę wartości składowej czynnej $\Delta Re(\hat{\beta})$ ze wzoru (23), to otrzymamy następującą zależność maksymalnego wzmocnienia $\hat{k}'_{max}$ układu od wzmocnienia k wzmacniacza i zmiany współczynnika n :

$$-\frac{1}{\hat{k}'_{max}} \cong \frac{1}{k} + \frac{\Delta n}{15n_0}. \quad (44)$$

Przy większych zmianach Δn należy posługiwać się wykresem z rys. 3.

Pochodna $\frac{dIm(\hat{\beta})}{ds}$ przy $Re(\hat{\beta}) = 0$ maleje wraz ze zmniejszaniem pojemności C_1 i tylko dla małych zmian Δn można przyjąć, że selektywność rośnie proporcjonalnie do $\hat{k}'_{max}$. Regulacja selektywności za pomocą zmiany pojemności C_1 jest związana z odstrojeniem od częstotliwości pozornego rezonansu, które można obliczyć ze wzoru (22) lub przy większych zmianach Δn odczytać z wykresu na rys. 2.

Założenie (39) jest spełnione tylko w pewnym pasmie częstotliwości. Dlatego wykres na rys. 8, a także na rys. 9, należałoby uzupełnić charakterystykami amplitudowo-fazowymi odwrotności $\frac{1}{\hat{k}}$ wzmocnienia.

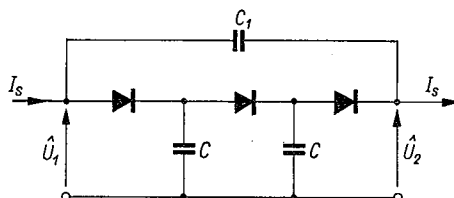
Zależności wzmocnienia od częstotliwości są szczegółowo opisane w literaturze dotyczącej wzmacniaczy i dlatego nie będą tu szerzej omawiane. Jednak dla przykładu należy wspomnieć, że w zakresie częstotliwości większych przy obciążeniu wyjścia wzmacniacza oporowego pojemnością, charakterystyka amplitudowo-fazowa odwrotności $\frac{1}{\hat{k}}$ wzmocnienia jest linią prostą, prostopadłą do osi rzeczywistej, zaznaczoną linią kreskowaną na rys. 9. W praktycznych wykonaniach wzmacniaczy charakterystyka ta będzie miała bardziej złożony kształt, gdyż m.in. zwykle wpływa na nią zmieniające się wraz z częstotliwością obciążenie opornością wejściową czwórnika. W przypadku charakterystyki $\frac{1}{\hat{k}}$, jak na wykresie rys. 9, przy przestrajaniu czwórnika w kierunku większych częstotliwości wy-

stąpi w porównaniu z f_0 dalsze zmniejszenie częstotliwości, przy której występuje maksymalne wzmocnienie wzmacniacza. Również maksymalne wzmocnienie będzie większe, jak to wynika ze zmniejszenia różnicy wektorów $\frac{1}{\hat{k}}$ i $\hat{\beta}$.

Przestrzajany selektywny wzmacniacz tranzystorowy jest opisany w następnym rozdziale.

5. CZWÓRNIK PRZESTRAJANY PRĄDEM

Czwórnik I, w którym oporniki liniowe zastąpiono nieliniowymi, może być przestrzajany przez zmianę przepływającego przez te oporniki prądu stałego. Jako oporników nieliniowych można użyć warystorów lub diod, jak to pokazuje rys. 10. Diody są używane do podobnych celów, szczególnie w układach tranzystorowych. Np. w literaturze [3] opisany



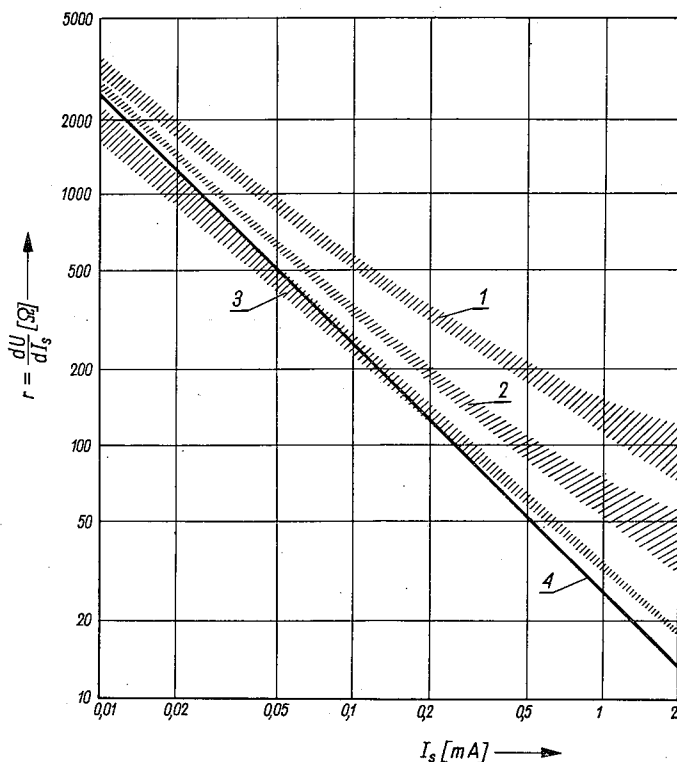
Rys. 10. Czwórnik I przestrzajany za pomocą prądu stałego I_s przepływającego przez diody użyte jako oporniki

jest generator, w którym diody krzemowe wykorzystane są jako oporniki mostka Wiena. Jednak czwórnik I (rys. 10) nadaje się szczególnie dobrze do takiego przestrzajania, gdyż rozrzut oporności diod w niewielkim stopniu wpływa na zmianę składowej czynnej funkcji przejścia [wzory (20) i (21)].

Wykres z rys. 10 przedstawia oporności r germanowych diod ostrzowych (DOG 56) oraz diod emiterowych tranzystorów m.cz. (TG 5 i TG 50) w zależności od przepływającego przez nie prądu stałego I_s . Na wykresie

oznaczono także teoretyczną zależność $r = \frac{26}{I_s}$ (dla $t \approx 25^\circ\text{C}$). Z wykresu

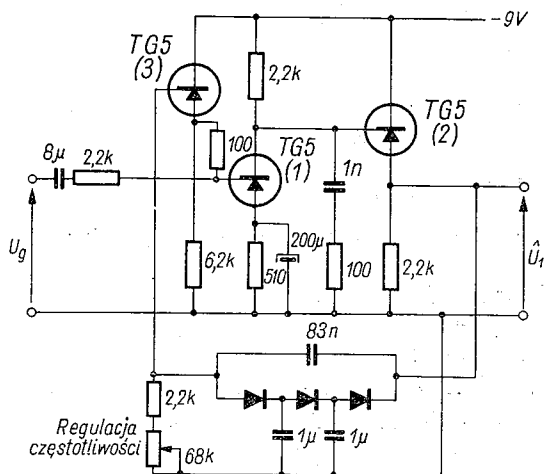
na rys. 11 widać, że zależność oporności diody emiterowej od prądu I_s przy kolektorze, połączonym z bazą jest zbliżona do teoretycznej. Jednakże przy takim połączeniu oporność silnie zależy od temperatury w zakresie małych prądów. Temperatura ma mniejszy wpływ na oporność, gdy kolektor nie jest połączony z pozostałymi elektrodami tranzystora, lecz znowu w takim układzie dioda wykazuje znaczną, zależną od prądu pojemność (kilka tys. pF). Również rozrzut oporności dla każdego z obu



Rys. 11. Oporności diod germanowych w zależności od przepływającego przez nie prądu stałego. Zakresowano pole rozrzutu oporności dla zmierzonych 10 egzemplarzy diod

1 — diody ostrzowe (DOG 56), 2 — diody emiterowe tranzystorów TG5 i TG50 przy kolektorze połączonym z bazą, 3 — jw., lecz przy nie połączonym kolektorze, 4 — teoretyczna zależność

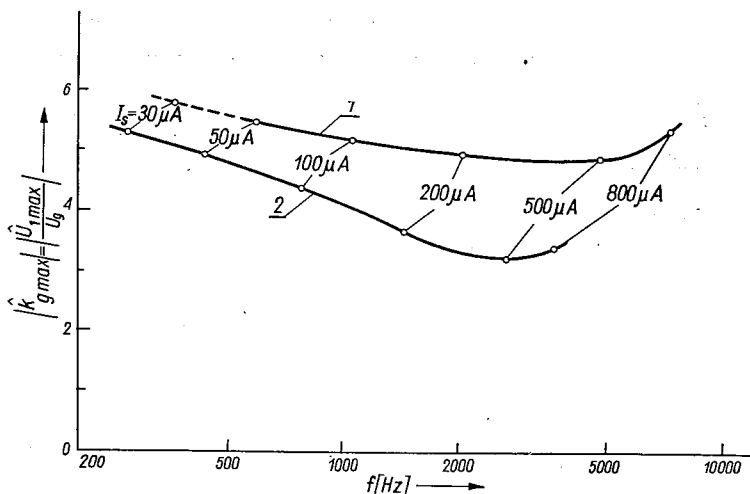
$$r = \frac{26}{I_s}$$



Rys. 12. Selektywny wzmacniacz przestrojany prądem

tych układów jest inny. Oporności dla różnych egzemplarzy diod emiterowych tranzystorów, których kolektor jest połączony z bazą, są bardziej zbliżone w zakresie większych prądów, natomiast w układzie z odłączonym kolektorem wykazują w tym zakresie znacznie większy rozrzut. Odwrotnie jest natomiast przy mniejszych prądach, a więc większych opornościach. Na ogół udaje się łatwo wybrać spośród np. 10 egzemplarzy diod 3, których oporności w układzie z odłączonym kolektorem nie różnią się więcej jak $\pm 10\%$ w zakresie prądów od $30 \mu\text{A}$ do $0,5 \text{ mA}$.

Wzmacniacz selektywny przedstawiony na rys. 12 jest jednym z wielu możliwych praktycznych zastosowań czwórnika przestrajanego prądem. Jako oporniki czwórnika użyto diody emiterowe tranzystorów TG 50. Zależność maksymalnego wzmocnienia wzmacniacza od częstotliwości dla obu już omówionych połączeń tranzystorów pokazuje rys. 13. Charakterystyki te zostały zdjęte dla przypadku, gdy $n = \frac{1}{12}$. Przy zmniejszaniu



Rys. 13. Zależność maksymalnego wzmocnienia $k_{g \max}$ wzmacniacza według rys. 12 od częstotliwości

1 — przy połączonym kolektorze z bazą, 2 — przy odłączonym kolektorze tranzystorów TG50, których diod emiterowych użyto w czwórniku

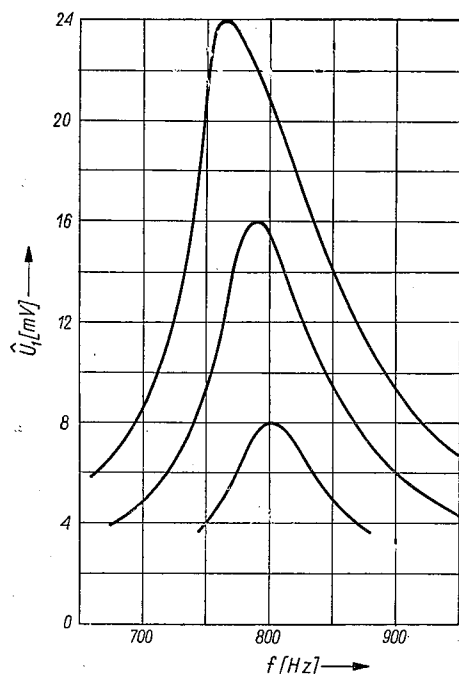
tej wartości wzmocnienie i selektywność mogą być, jak to wyżej objaśniono, odpowiednio większe. Wzmocnienie mierzone między wejściem a wyjściem czwórnika wynosiło około 65 przy wzmocnieniu prądowym tranzystorów ok. 50. Odpowiada to selektywności, jaką osiąga się przy dobroci Q obwodu LC ok. 12 [por. wzór (42)].

Oddzielenie czwórnika wtórniki emiterowymi jest konieczne, jeśli chce się uzyskać dobrą selektywność i równomierną charakterystykę maksymalnego wzmocnienia w funkcji częstotliwości. Widoczna nierównomierność charakterystyki jest spowodowana różnymi czynnikami. Decydującą rolę odgrywają zmieniające się przy przestrajaniu oporności

wejściowa i wyjściowa czwórnik. Ta ostatnia wpływa poprzez wtórnik emiterowy na wartość tej części napięcia generatora, która jest doprowadzona na wejście tranzystora (1). W zakresie większych częstotliwości daje się zauważyć oddziaływanie szkodliwych pojemności, które tak przesuwają charakterystykę wypadkowego współczynnika sprzężenia zwrotnego, że staje się ono dodatnie. Różnice wzmocnień, jakie występują przy różnych połączeniach tranzystorów, wskazują, jak znaczny jest szkodliwy wpływ pojemności diod.

Maksymalne napięcie wyjściowe wzmacniacza nie powinno przekraczać 10 mV, o ile włączono po jednej diodzie w gałęzie oporowe czwórnik. Napięcie to może być odpowiednio większe przy połączeniu szeregowym większej ilości diod. Nadmierne zwiększanie napięcia powoduje przestrajanie czwórnik, zmniejszenie maksymalnego wzmocnienia i pogorszenie selektywności.

Dla stosunkowo małych napięć krzywa pozornego rezonansu jest w małym stopniu niesymetryczna; wynika to z charakterystyki amplitudowo-fazowej, rys. 4. Niesymetria ta staje się jednak bardzo znaczna



Rys. 14. Krzywe pozornego rezonansu przy trzech różnych napięciach wejściowych wzmacniacza przedstawione na rys. 12

przy zwiększaniu napięcia (rys. 14). Z teorii detekcji wiadomo, że zmienne napięcie przyłożone na diodę powoduje m.in. wzrost składowej stałej prądu diody. Dla teoretycznej, wykładniczej charakterystyki diody i dla napięć mniejszych od 25 mV wzrost ten jest proporcjonalny do kwadratu napięcia zmiennego (np. [1]). Oporność diody dla prądu zmiennego przy

tym nie zmienia się. Jednak w opisywanym układzie oporności obwodu zasilania czwórnika prądem stałym są znacznie większe od oporności diod i można przyjąć, że te ostatnie nie mają wpływu na wartość tego prądu. Jeśli więc przy przyłożeniu na diody napięcia zmiennego prąd stały nie mógł wzrosnąć, to musiał się przesunąć zakres pracy na charakterystyce diody w kierunku mniejszych prądów. Oznacza to, że oporność diody wzrosła. Przy większej oporności diod czwórniki przestają się w kierunku mniejszych częstotliwości, stąd lewe zbocze krzywej pozornego rezonansu jest bardziej strome. Ponieważ napięcie na pierwszej (licząc od wejścia czwórnika) diodzie jest największe, prawie 3 razy większe od napięcia na diodzie drugiej [por. wzory (29) i (30) oraz wykres na rys. 7], dlatego wzrost oporności tej diody ma decydujący wpływ na zmianę parametrów czwórnika. Tak więc ze wzoru (20) wynika, że zmiana współczynnika sprzężenia zwrotnego jest dodatnia i wzmocnienie wzmacniacza maleje. Wpływ zmiany oporności R czwórnika jest znany ze wzorów (20) i (21), można zatem dostosować poszczególne egzemplarze diod do miejsca ich włączenia w obwody czwórnika. Np. dioda, która w pewnym zakresie prądów stałych będzie miała większą oporność od pozostałych, włączona jako druga z kolei w obwód czwórnika, spowoduje podwyższenie wzmocnienia w odpowiednim dla tego zakresu prądów pasmie częstotliwości.

6. ZASTOSOWANIE SZEŚCIOELEMENTOWYCH CZWÓRNIKÓW RC W GENERATORACH O JEDNYM STOPNIU WZMOCNIENIA

Wspomniano już, że selektywne sześcieelementowe czwórniki RC znalazły szerokie zastosowanie w prostych jednostopniowych generatorach napięć sinusoidalnych, głównie małej częstotliwości. Jakość takich generatorów jest określona zwykle przez stałość częstotliwości, zawartość harmonicznych, stałość amplitudy, a w generatorach przestrajanych także przez zależność amplitudy od częstotliwości.

Na stałość częstotliwości generatora RC, oprócz zmian wartości elementów czwórnika, mogą wpływać m.in. także zmiany oporności wejściowej i wyjściowej wzmacniacza. Szczególnie ma to miejsce w układach tranzystorowych. Dlatego w generatorach tranzystorowych najlepsze rezultaty pod względem stałości częstotliwości osiąga się włączając w obwód ujemnego sprzężenia zwrotnego selektywny czwórniki o charakterystyce amplitudowo-fazowej przechodzącej przez środek układu współrzędnych (jak np. czwórniki I, gdy $n = \frac{1}{12}$) i wprowadzając za pomocą dodatkowego stopnia wzmocnienia dodatnie sprzężenie zwrotne, niezależne od częstotliwości f_0 . Generator tego typu z czwórnikiem podwójne T opisany jest w literaturze [3].

W dalszym ciągu nie będzie rozpatrywany problem stałości częstotliwości generatorów RC, gdyż zagadnieniu temu poświęcony jest cały

szereg publikacji. Warto natomiast bliżej zająć się zawartością harmonicznych, ponieważ znaczny wpływ mają na nią własności zastosowanego czwórnika.

Warunek powstawania drgań określa równanie (38). Jeśli $-\frac{1}{\hat{k}} = \hat{\beta}$, wtedy $-\frac{1}{\hat{k}'} = 0$ lub $\hat{k}' = \infty$. Posługując się podobnym wykresem jak na rys. 8 w przypadku wzmacniacza selektywnego, można graficznie określić taki graniczny stan generacji jako spotkanie się na płaszczyźnie zespolonej końców wektorów $\frac{1}{\hat{k}}$ i $\hat{\beta}$. Jeśli spełnione jest założenie (39), to graniczne wzmocnienie potrzebne do samowzbudzenia można wyznaczyć jako odwrotność odczytanej z wykresu na rys. 3 wartości składowej czynnej $Re(\hat{\beta})$ funkcji przejścia. Ta wartość $Re(\hat{\beta})$ z wykresu na rys. 3 jest współczynnikiem sprzężenia zwrotnego dla generowanej częstotliwości i będzie nazywana β_1 .

Najmniejsze wzmocnienie graniczne (-26) osiąga się dla $n = \frac{1}{54}$. Dla tego przypadku częstotliwość generatora z czwórnikiem I lub III wynosi:

$$f = \frac{3}{2\pi RC}, \quad (45)$$

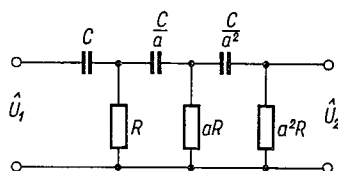
a dla generatora z czwórnikiem II lub IV

$$f = \frac{1}{6\pi RC}. \quad (46)$$

Jednak najkorzystniejsze warunki wzbudzenia generatora, jakie osiąga się dla $n = \frac{1}{54}$, nie są równoznaczne z najmniejszą zawartością harmonicznych. Można o tym wnioskować obliczając pochodną $\frac{dIm(\hat{\beta})}{ds}$ dla różnych wartości n i przy $Im(\hat{\beta}) = 0$ ¹⁾. O ile dla $n = \frac{1}{12}$ pochodna ta wynosi 0,18, to dla $n = \frac{3}{52}, \frac{1}{30}$ i $\frac{1}{54}$ otrzymujemy odpowiednio 0,157, 0,123 i 0,09.

¹⁾ Oczywiście na podstawie wartości pochodnej $\frac{dIm(\hat{\beta})}{ds}$ można wnioskować o zawartości harmonicznych tylko w szczególnych przypadkach, np. w omawianym wyżej. Tu przez zmianę wartości tylko jednego elementu tego samego czwórnika nie zmieniamy w sposób zasadniczy przebiegu charakterystyki amplitudowo-fazowej. Należy się spodziewać, że im większa będzie ta pochodna, to tym większe będzie tłumienie harmonicznych.

Porównanie zawartości harmonicznych przy zastosowaniu różnych czwórników jednak o tych samych wartościach β_1 jest łatwe do przeprowadzenia, o ile tylko przyjmie się, że oporności wejściowe i wyjściowe czwórników nie wpływają na charakterystykę wzmacniacza. Taki przypadek ma miejsce przy porównywaniu czwórników I ÷ IV, w których $n = \frac{1}{30}$, oraz 3-członowego przesuwника fazowego CR (rys. 15). Dla



Rys. 15. 3-członowy przesuwnik fazowy CR

wszystkich tych czwórników graniczne wzmocnienie wynosi -29 . Ponadto częstotliwości generatorów z czwórnikami II i IV oraz z 3-członowym przesuwnikiem fazowym CR są jednakowe i wynoszą:

$$f = \frac{1}{2\sqrt{6}\pi RC} \quad (47)$$

Podobnie dla generatorów z czwórnikami I i III oraz z 3-członowym przesuwnikiem fazowym RC częstotliwości przy wzmocnieniu granicznym wynoszą

$$f = \frac{\sqrt{6}}{2\pi RC}. \quad (48)$$

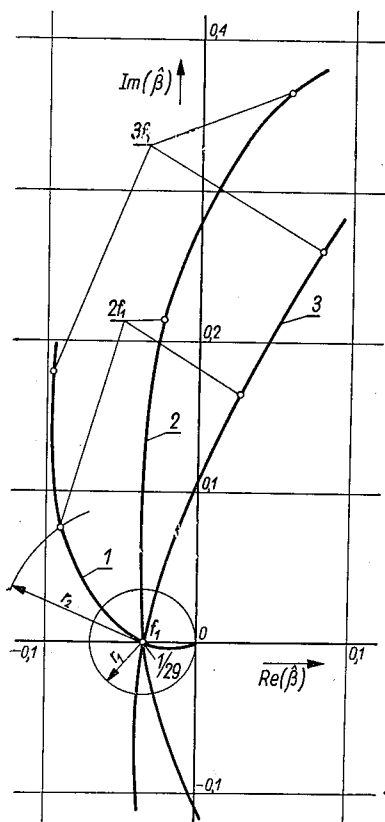
Jednak 3-członowy czwórnik przesuwnik fazowy RC nie będzie dalej rozpatrywany, gdyż w generatorach z takimi czwórnikami nie występuje zmniejszenie zawartości harmonicznych — przeciwnie — w wyniku dodatniego sprzężenia zwrotnego zawartość harmonicznych jest bardzo duża (por. np. [7]). Z tego powodu nie powinien być stosowany w generatorach napięć sinusoidalnych.

Korzystając z równania (38) i przy założeniu (39) możemy obliczyć zmniejszenie wzmocnienia harmonicznej jako stosunek wzmocnienia $\hat{k}$ bez działania sprzężenia zwrotnego do wzmocnienia dla harmonicznej:

$$\left| \frac{\frac{1}{\hat{k}} + \hat{\beta}_m}{\frac{1}{\hat{k}}} \right| = |1 + \hat{\beta}_m \hat{k}|; \quad (49)$$

$\hat{\beta}_m$ jest wartością współczynnika $\hat{\beta}$ przy częstotliwości $m f_0$. Wykres z rys. 16 przedstawia odcinki charakterystyk amplitudowo-fazowych

czwórników I i II przy $n = \frac{1}{30}$ oraz 3-członowego przesuwnika fazowego CR. Posługując się tym wykresem można łatwo wyznaczyć zmniejszenie wzmacnienia harmonicznego według wzoru (49). Np. zmniejszenie to dla drugiej harmonicznego w generatorze z przesuwnikiem fazowym jest równe



Rys. 16. Charakterystyki amplitudowo-fazowe funkcji przejścia dla czwórników:

1 — 3-członowego przesuwnika fazowego CR przy $a = 1$,
2 — czwórnika II przy $n = \frac{1}{30}$, 3 — czwórnika I przy $n = \frac{1}{10}$

stosunkowi promieni $\frac{r_2}{r_1}$ zaznaczonych na wykresie. Wyniki porównania zawartości harmonicznnych generatorów, w których zastosowano wyżej wymienione czwórniki, podaje tablica 2.

W wyrażeniu (49) przyjęto, że wzmacnienie k bez działania sprzężenia zwrotnego dla harmonicznego jest takie samo jak dla podstawowej. W rzeczywistości zwykle tak nie jest. Np. dla napięć harmonicznnych, które przy znacznym wysterowaniu wzmacniacza powstały w wyniku zmniejszającego się nachylenia charakterystyki lampy czy tranzystora, wzmacnienie jest mniejsze od k i dlatego zmniejszenie zawartości harmonicznnych nie może być tak duże, jakby to wynikało ze wzoru (49). W skraj-

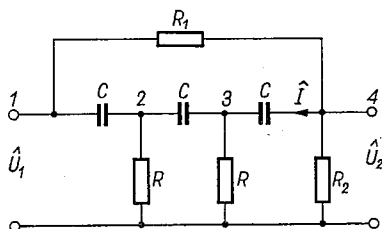
nym przypadku, w obszarze, w którym nachylenie charakterystyki maleje do zera, również i sprzężenie zwrotne przestaje działać. Zjawisko to — niejednakowe zmniejszenie wzmocnienia i zniekształceń nieliniowych przy wprowadzeniu ujemnego sprzężenia zwrotnego — jest znane z teorii wzmacniania. Zmniejszenie zawartości harmonicznych będzie zbliżone do wartości określonej równaniem (49) przy stosunkowo małych amplitudach generowanych napięć, gdy zniekształcenia nieliniowe są jeszcze nieznaczne.

Tablica 2

Zmniejszenie zawartości harmonicznych generatora przy zastosowaniu 3 różnych czwórników jednokowo wytłumiających napięcie o generowanej częstotliwości $\left(\beta_1 = -\frac{1}{29}\right)$

Czwórnik	Druga harmoniczna	Trzecia harmoniczna
I $n = \frac{1}{30}$	5,1	8,4
II jw.	6,3	11
3-członowy przesuwnik fazowy CR przy $a = 1$	2,7	5,5

Zbieżność danych czwórników: II przy $n = \frac{1}{30}$ i 3-członowego przesuwnika fazowego CR wynika z podobnego działania oporników R_1 czwórnika II i R_2 przesuwnika fazowego przy braku składowej biernej napięcia wyjściowego. Objasnia to rys. 17. Dla przesuwnika fazowego $R_1 = \infty$,



Rys. 17. 7-elementowy czwórnik powstały przez częściowe zastąpienie opornika R_2 przesuwnika fazowego opornikiem R_1 czwórnika II

$R_2 = R$, a prąd $I = \frac{U_1}{29R}$. Prąd ten ma taką samą wartość dla czwórnika II, gdyż wtedy $R_2 = \infty$, $R_1 = 30R$, a napięcie między węzłami 1 i 4 wynosi $\frac{30}{29}U_1$. Oporność R_2 może być zastąpiona całkowicie lub też tylko częściowo

wo przez oporność R_1 . Chcąc np. zachować tę samą częstotliwość $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{6RC}}$ należy, jak łatwo obliczyć, spełnić następujący warunek:

$$\frac{1}{R_2} + \frac{30}{R_1} = \frac{1}{R}, \quad (50)$$

przy czym $R_2 \geq R$, a $R_1 \geq 30 R$.

Np. w generatorach tranzystorowych R_1 może być opornikiem doprowadzającym prąd bazy, a R_2 opornością wejściową tranzystora. Niżej zostanie wykazane, że korzystnie jest ze względu na zawartość harmonicznych wybierać możliwie małe oporności R_1 .

Podobne działanie oporników R_1 i R_2 można także wykorzystać do obliczenia wpływu obciążenia wyjścia czwórnika II opornością czynną na częstotliwość i wzmocnienie potrzebne do wzbudzenia generatora. Ułatwiają to wykresy z rys. 2 i z rys. 3. Łatwo również wywnioskować, że przez zwiększenie w przesuwniku fazowym CR oporności R_2 z R do wartości $2R$ uzyskuje się taką częstotliwość i graniczne wzmocnienie, jak w czwórniku II przy $n = \frac{1}{54}$. Dalsze zwiększanie oporności R_2 pogarsza warunki wzbudzenia generatora z czwórnikiem tego typu, co wynika z wykresu na rys. 3.

Dla przeprowadzenia porównania zawartości harmonicznych generatorów z czwórnikami o różnych współczynnikach β_1 konieczne są dodatkowe założenia. Zakładamy więc, że wzmacniacz we wszystkich rozpatrywanych przypadkach jest taki sam, a jego wzmocnienie jest np. równe wzmocnieniu, jakie jest potrzebne dla uzyskania samowzbudzenia przy zastosowaniu czwórnika o najmniejszej wartości $|\beta_1|$. Dla pozostałych czwórników wymagane wzmocnienie graniczne jest mniejsze. Chcąc zatem uzyskać w każdym z porównywanych generatorów tę samą amplitudę napięcia, zmniejszamy wzmocnienie przez wprowadzenie dodatkowego ujemnego sprzężenia zwrotnego, wyrażonego współczynnikiem β_d , praktycznie niezależnego od częstotliwości. Zgodnie z powyższym założeniem i przy spełnieniu warunku (39) równanie (38) będzie miało następującą postać:

$$-\frac{1}{\hat{k}'} = \frac{1}{k} + \beta_d + \hat{\beta}. \quad (51)$$

Dla generowanej częstotliwości $\frac{1}{\hat{k}'} = 0$, a $\hat{\beta} = \beta_1$,

czyli

$$\beta_d = -\frac{1}{k} - \beta_1. \quad (52)$$

Podstawiając otrzymaną wartość β_d do równania (51) dostaniemy

$$-\frac{1}{\hat{k}'} = -\beta_1 + \hat{\beta}. \quad (53)$$

Dla napięcia o częstotliwości f_m m -tej harmonicznej $\hat{\beta} = \hat{\beta}_m$, a więc zmniejszenie amplitudy harmonicznej jako stosunek wzmocnienia bez udziału sprzężenia zwrotnego do wzmocnienia ze sprzężeniem zwrotnym wyniesie:

$$|k(\beta_1 - \hat{\beta}_m)|. \quad (54)$$

I w tym przypadku zmniejszenie to można wyznaczyć z wykresu charakterystyki amplitudowo-fazowej współczynnika $\hat{\beta}$ jako stosunek odległości między punktami odpowiadającymi częstotliwościom f_1 (podstawowa) i f_m do długości wektora $\frac{1}{\hat{k}}$. Wyznaczone na podstawie wzoru (54) zmniejszenia zawartości harmonicznych są podane w tablicy 3.

Tablica 3

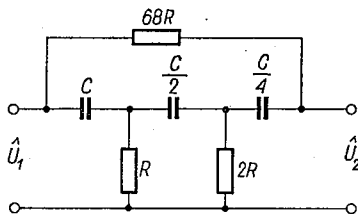
Zmniejszenie zawartości harmonicznych generatora przy zastosowaniu różnych czwórników i wzmocnieniu $k = 50$ wzmacniacza

Czwórnik	n	Druga harmoniczna	Trzecia harmoniczna
I	$1/54$	5,4	8,3
I	$1/30$	8,7	14,5
II	$1/54$	8,7	15,5
II	$1/30$	10,7	18,7
II	$3/52$	12	21
3-członowy przesuwnik fazowy CR przy $a = 1$	—	4,6	9
Mostek Wiena	—	(7,5)	(11)

Z zestawienia w tablicy 3 wynika, że dysponując takim samym wzmacniaczem i przy tej samej amplitudzie napięcia wyjściowego najmniejszą zawartość harmonicznych generatora osiągnie się stosując czwórniki II o możliwie dużej wartości współczynnika n . Widoczna jest także wyższość czwórników I i II nad przesuwnikiem fazowym CR, szczególnie pod względem zawartości drugiej harmonicznej. Należy także pamiętać, że w wyniku działania dodatniego sprzężenia zwrotnego w generatorze z przesuwnikiem fazowym CR wzmocnienie dla napięć o częstotliwości mniejszej od generowanej jest znaczne. Może to być w wielu przypadkach niekorzystne, np. gdy generowana częstotliwość jest niewiele większa od częstotliwości sieci. Natomiast w omawianych czwórnikach I ÷ IV również dla częstotliwości mniejszych od generowanej sprzężenie zwrotne jest ujemne.

W tablicy 3 podane są także obliczone w podobny sposób zmniejszenia zawartości harmonicznych w generatorze z mostkiem Wiena przy $k = 50$. Jednak porównanie z pozostałymi generatorami jest możliwe tylko przy założeniu, że dwustopniowy wzmacniacz generatora z mostkiem Wiena ma takie same parametry, jak jednostopniowy wzmacniacz zastosowany w generatorach z pozostałymi czwórnikami; dlatego podane w zestawieniu liczby umieszczono w nawiasach.

W przesuwnikach fazowych często stosuje się elementy C i R o zróżnicowanych wartościach [5]. Korzystając ze znanych dla tych czwórników wartości f i β_1 (np. [2], [8]) i ze wspomnianych wyżej podobieństw, można łatwo ustalić własności odpowiednich czwórników I i II. Rys. 18 przedstawia taki czwórnik, dla którego $\beta_1 = -\frac{1}{16}$, a $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{4,25RC}}$.



Rys. 18. Czwórnik II, odpowiednik 3-członowego przesuwника fazowego CR przy $a = 2$

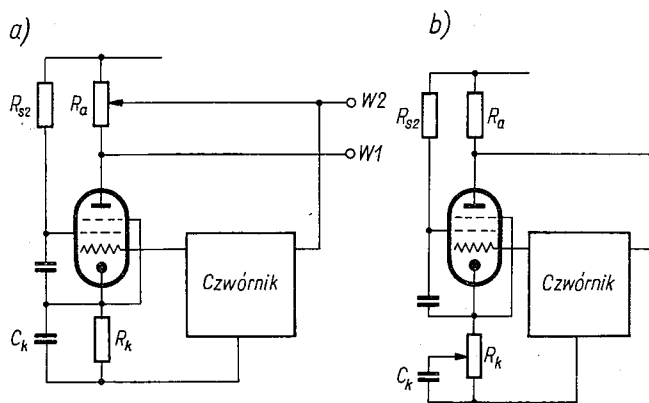
Przesuwników fazowych o rosnących (w kierunku od wejścia do wyjścia czwórnika) wartościach impedancji kolejnych członów C i R używa się w generatorach głównie ze względu na mniejsze wzmocnienie, jakie jest w tym przypadku wymagane do samowzbudzenia układu. Również i pod względem zawartości harmonicznych czwórniki takie (tzn. o $a > 1$ według oznaczeń na rys. 15) okazują się lepsze od czwórników o niezróżnicowanych elementach C i R , o ile zapas wzmocnienia skompensuje się ujemnym sprzężeniem zwrotnym. W uzupełnieniu tablicy 3 można podać, że w generatorze z 3-członowym czwórnikiem CR z przesuwnikiem fazowym o $a = 2$ zmniejszenie zawartości drugiej harmonicznej wynosi 9, a trzeciej 17,6, o ile $k = 50$. Podobnie generator z czwórnikiem według rys. 18 będzie dostarczał napięcie mniej odkształcone niż odpowiedni generator z czwórnikiem II i $n = \frac{1}{30}$.

W układzie przedstawionym na rys. 19a amplitudę napięcia sprowadza się do żądanej wartości nie za pomocą zmiany ujemnego sprzężenia zwrotnego (np. jak to pokazuje rys. 19b), lecz poprzez doprowadzenie na wejście czwórnika tylko części zmiennego napięcia anodowego, regulowanego za pomocą potencjometra R_a . Jeśli w takim układzie przyjmie-

my, że napięcie wyjściowe odbierane z anody lampy generatora (zaznaczyć $W\ 1$) jest dla wszystkich porównywanych czwórników jednakowe, to wyrażenie

$$|1 + \hat{\beta}_m k_c| = |k_c(\beta_1 - \beta_m)| \quad (55)$$

będzie zmniejszeniem zawartości harmonicznych. k_c jest dla danego czwórnika najmniejszym wzmocnieniem, równym $-\frac{1}{\beta_1}$, wymaganym do samowzbudzenia generatora. Dla czwórników o dużych wartościach $|\beta_1|$ trzeba znacznie zmniejszyć napięcie wejściowe czwórnika, gdyż dla uzyskania jednakowych amplitud we wszystkich porównywanych przypadkach β'_1 — sprzężenie zwrotne generatora dla częstotliwości podstawowej — musi być jednakowe. Duży zapas wzmocnienia nie jest przy tym wykorzystany na poprawę kształtu krzywej. Natomiast w układzie według rys. 19b [dla którego zmniejszenie zawartości harmonicznych określa wyrażenie (54)] redukując za pomocą ujemnego sprzężenia zwrotnego wzmocnienie z wartości k na wartość k_c zmniejsza się dodatkowo znie-



Rys. 19. Sposoby regulacji amplitudy w generatorze RC: a) przez regulację napięcia wejściowego czwórnika, b) za pomocą ujemnego sprzężenia zwrotnego

kształcenia w przybliżeniu w takim samym stosunku, w jakim maleje wzmocnienie. Istotnie, porównując wyrażenia (54) i (55), widzimy, że zawartość harmonicznych generatora według rys. 19a jest $\frac{k}{k_c}$ razy większa niż zawartość harmonicznych generatora według rys. 19b. Trzeba jednak zaznaczyć, że porównanie stabilności amplitud tych generatorów wypada niekorzystnie dla generatora według rys. 19b.

Chociaż układ wg rys. 19a jest pod względem zawartości harmonicznych wyraźnie niekorzystny dla czwórników o dużym $|\beta_1|$, to jednak porównując wyrażenia (55) dla drugiej i trzeciej harmonicznej 3-człon-

wych przesuwników fazowych CR okazuje się, że zawartość harmonicznych generatorów z czwórnikami o wzrastających wartościach impedancji członów CR ($a > 1$) jest nieco mniejsza niż czwórników o niezróżnicowanych elementach C i R ¹⁾.

Celem sprawdzenia powyższych rozważań zmierzono zawartości harmonicznych generatora, w którym można było regulować amplitudę oboma sposobami przedstawionymi na rys. 19. W układzie zastosowano lampę EF 86 pracującą z opornikami $R_a = 100 \text{ k}\Omega$ i $R_{s2} = 0,33 \text{ M}\Omega$ przy napięciu zasilacza 260 V. Potencjometr R_k miał stosunkowo znaczną oporność (ok. 7 k Ω) i dlatego odpowiedni punkt pracy lampy (napięcie anodowe ok. 140 V) ustalano za pomocą dodatkowego dodatniego napięcia doprowadzanego poprzez oporniki czwórnika na siatkę lampy EF 86. Obwód anodowy lampy EF 86 był połączony z czwórnikiem za pośrednictwem wtórnika katodowego. Ponadto — w celu oddzielenia obwodu siatkowego od anodowego dla składowej stałej napięcia — przy pomiarach zawartości harmonicznych z czwórnikiem II włączano dodatkowy człon CR o dużej stałej czasowej.

Pomiary przeprowadzano dla dwu przypadków. W pierwszym przy braku dodatkowego ujemnego sprzężenia zwrotnego doprowadzano amplitudę napięcia anodowego generatora do wartości 60 V i 75 V regulując napięcie wejściowe wtórnika katodowego. Jako napięcie wejściowe przyjmowane było napięcie na oporniku R_a (zacisk W1, rys. 19). W przypadku drugim wejście wtórnika było połączone dla napięć zmiennych z anodą

¹⁾ To, co wyżej napisano o zawartości harmonicznych generatorów z przesuwnikami fazowym o $a \neq 1$, nie zgadza się z wnioskami, jakimi zakończona jest praca [7]. Jednak przeprowadzone w pracy [7] rozważania i eksperymenty dotyczyły przypadku, gdy w układzie według rys. 19a napięcie wyjściowe generatora odbiera się z wejścia czwórnika (zacisk W2). Oznacza to, że przy porównywaniu zawartości harmonicznych po sprowadzeniu napięcia wyjściowego zawsze do tej samej wartości, sprzężenie zwrotne β'_1 dla częstotliwości podstawowej nie będzie jednakowe. Generatory z czwórnikami o dużej wartości $|\beta_1|$ będą przewzbudzone, gdyż wtedy nawet małym napięciom wyjściowym czwórnika odpowiadają stosunkowo bardzo duże zmienne napięcia siatkowe i anodowe lampy. Jakkolwiek zbliżone warunki występują czasem w praktyce, np. w niektórych generatorach o automatycznej regulacji amplitudy, to jednak powinny one mieć miejsce jedynie, gdy zmniejszenie wzmocnienia tą drogą jest stosunkowo nieznaczne. Wydaje się zatem, że przyjęte w pracy [7] założenia nie są odpowiednie, gdy porównuje się generatory z różnymi czwórnikami wyłącznie pod względem zawartości harmonicznych (nie uwzględniając np. stabilności amplitudy). Szczególnie rażące niezgodności z praktyką występują, gdy metodą podaną w pracy [7] będzie analizowana zawartość harmonicznych w generatorach z czwórnikami o stosunkowo bardzo dużych wartościach $|\beta_1|$, np. z czwórnikiem Wiena. Jeśli w takich generatorach nie zmniejszy się wzmocnienia drogą wprowadzenia dodatkowego ujemnego sprzężenia zwrotnego, to również dla harmonicznych sprzężenie zwrotne będzie dodatnie. W dodatku, gdyby napięcie wyjściowe odbierane było z wejścia czwórnika, to już przy dziesiątych volta wartości tego napięcia generator o dwustopniowym wzmocniaczu byłby silnie przewzbudzony, a zniekształcenia byłyby bardzo duże. Zatem podobnie przeprowadzona analiza jak w pracy [7] wykazałaby zupełną nieprzydatność takich czwórników w generatorach napięć sinusoidalnych, co jak wiadomo nie znajduje potwierdzenia w praktyce. Również z rys. 4 w pracy [7] nie jest widoczne, że iloczyn βk ma dla $a = 2$ wartość nieco większą niż dla $a = 1$, gdyż omyłkowo zamieniono tam oznaczenia krzywych dla $a = 0,5$ i $a = 2$.

lampy EF 86, a amplitudę napięcia generatora, mierzoną teraz na oporniku katodowym wtórnika, ustalało się potencjometrem R_k .

W układzie tym, pracującym jako wzmacniacz bez ujemnego sprzężenia zwrotnego, współczynnik zniekształceń nieliniowych wynosił 6,5% przy amplitudzie napięcia 60 V, a 13% — przy amplitudzie 75 V. Po ok. 7-krotnym zmniejszeniu wzmocnienia za pomocą ujemnego sprzężenia zwrotnego współczynnik zniekształceń nieliniowych przy tych samych amplitudach napięć wynosił odpowiednio 1,7% i 3,5%. Niejednakowe zmniejszenie wzmocnienia i zniekształceń tłumaczy, jak to już wyżej wspomniano, rozbieżności między wynikami pomiarów a liczbami podanymi w tablicy 3.

Tablica 4 podaje zmierzony współczynnik zniekształceń nieliniowych generatora dla kilku czwórników. Generowane częstotliwości wynosiły przeciętnie ok. 300 Hz.

Tablica 4

Zmierzony współczynnik zniekształceń nieliniowych generatora doświadczalnego pracującego w układzie bez dodatkowego sprzężenia zwrotnego (rys. 19a) lub z dodatkowym sprzężeniem zwrotnym (rys. 19b) przy zastosowaniu różnych czwórników

Czwórnik	Współczynnik zniekształceń w procentach			
	$\bar{U} = 60 \text{ V}$		$\bar{U} = 75 \text{ V}$	
	bez sprzęż.	ze sprzęż.	bez sprzęż.	ze sprzęż.
3-członowy przesuwnik fazowy CR				
$\alpha = 1$	3,6	0,8	5,6	1,4
$\alpha = 2$	3,1	0,4	5,3	0,75
II, $n = 1/16$	0,55	0,3	0,85	0,5
$n = 1/30$	1,45	0,4	2,5	0,75
$n = 1/51$	1,95	0,55	3	0,8
II, rys. 18	1,85	0,25	3,1	0,35

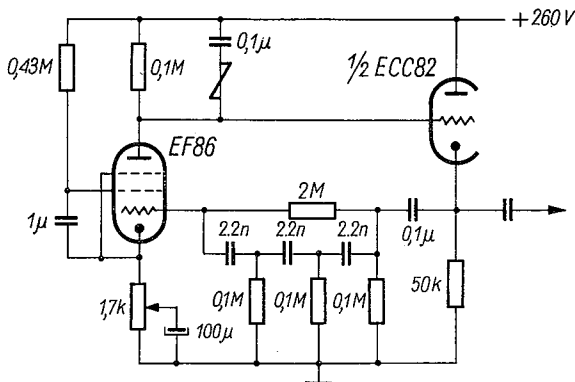
Uwzględniając to wszystko, co wyżej napisano o zawartości harmonicznych, a także i przypuszczalne błędy pomiarowe, można powiedzieć, że wyniki pomiarów zawarte w tablicy 4 są zgodne z przewidywanymi.

Z dotychczasowych rozważań wynika, że przy generacji stosunkowo niewielkich napięć można uzyskać bardzo małe zniekształcenia dzięki silnemu ujemnemu sprzężeniu zwrotnemu dla napięć harmonicznych. W praktyce taki generator nie może być stosowany ze względu na bardzo małą stabilność amplitudy i skłonność do zrywania drgań.

Ograniczenie amplitudy prostych, jednostopniowych generatorów RC, nie posiadających dodatkowych elementów stabilizacyjnych (termistor, żarówka) odbywa się na drodze zmniejszenia wzmocnienia wynikającego z zakrzywień charakterystyki lampy czy tranzystora. Jednakże w zakresie wysterowania, w którym można przyjąć, że charakterystyka lampy jest parabolą, wzrostowi amplitudy towarzyszy pojawienie się drugiej

harmonicznej w napięciu wyjściowym i wzrost składowej stałej prądu anodowego, natomiast nie zmienia się wzmocnienie dla częstotliwości podstawowej. Tym należy tłumaczyć trudności w uzyskaniu małej, stabilnej amplitudy generowanych napięć.

Amplituda generowanego napięcia będzie stabilna, jeśli wraz z jej wzrostem będzie szybko malało wzmocnienie dla częstotliwości podstawowej. W praktyce oznacza to pracę wzmacniacza w warunkach, w których bez sprzężenia zwrotnego współczynnik zniekształceń nieliniowych wynosi już co najmniej kilkanaście procent. Korzystne jest, gdy charakterystyka ma kształt znaku całki, co można uzyskać włączając w obwody wzmacniacza dodatkowe elementy nieliniowe, np. warystory. Prosty układ takiego generatora pokazuje rys. 20. Równolegle do opornika anodowego włączony jest poprzez kondensator warystor. W takim układzie zawartość drugiej harmonicznej jest bardzo mała, natomiast przy wzroście amplitudy szybko maleje wzmocnienie oraz wzrasta zawartość nieparzystych harmonicznych, głównie trzeciej. Jednak dzięki silnemu ujemnemu sprzężeniu zwrotnemu dla tych harmonicznych (silniejszemu niż

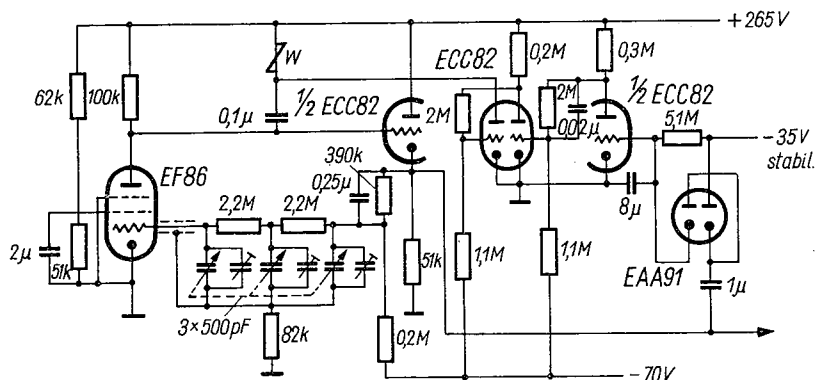


Rys. 20. Generator o stabilnej amplitudzie i niedużym współczynniku zniekształceń. Częstotliwość wynosi ok. 350 Hz

dla drugiej) zniekształcenia są niewielkie. W przedstawionym na rys. 20 układzie, przy napięciu wyjściowym ok. 11 V, współczynnik zniekształceń nieliniowych wynosił ok. 1,4%. Przy zmianie napięcia zasilającego o ok. -10% amplituda napięcia zmniejszała się o ok. -1%. Użyty warystor miał współczynnik nieliniowości ok. 0,26 i napięcie charakterystyczne 20 V przy prądzie 1 mA.

W generatorach z mostkiem Wiena stosuje się najczęściej stabilizację amplitudy za pomocą żarówek lub termistorów. Stabilizacja żaróweczkowa jest w tych układach najzupełniej wystarczająca do uniknięcia wpływu nawet znacznych zmian wzmocnienia wzmacniacza, ale nie daje tak dobrych wyników, gdy przy przestrajaniu generatora nie ma dokładnej współbieżności zmian elementów C lub R. Przy użyciu termistorów

osiąga się wielokrotnie lepsze rezultaty. Taką stabilizację można zastosować w jednostopniowych generatorach m.in. z opisanymi tu czwórniki. Podobne układy są znane i nie będą tu omawiane. Na rys. 21 jest pokazany rzadziej spotykany układ, w którym różnicę wyprostowanego, wyjściowego napięcia generatora i stabilizowanego napięcia odniesienia wykorzystuje się do regulacji amplitudy. Prąd wyjściowy wzmacniacza tej różnicy napięć płynie przez warystor *W*. Wskutek tego zmienia się oporność warystora, a więc także i wzmocnienie lampy generatora.



Rys. 21. Przestrzajany generator RC o bardzo stabilnej amplitudzie i małym współczynniku zniekształceń nieliniowych

W celu przystosowania układu do pracy nawet z bardzo dużymi oporami przestrzajanego czwórnika III zastosowano stałoprądowe sprzężenie między obwodami siatkowym i anodowym lampy generatora. Napięcie charakterystyczne warystora wynosiło 120 V przy prądzie 1 mA, a współczynnik nieliniowości — ok. 0,22. Z podanymi w schemacie opornościami czwórnika zakres częstotliwości wynosił ok. $300 \div 3000$ Hz.

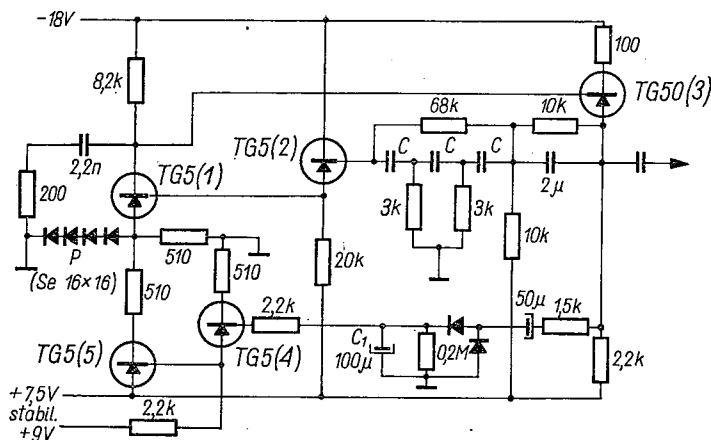
Przy zmniejszaniu pojemności potrójnego, obrotowego kondensatora powietrznego daje się zauważyć niekorzystne oddziaływanie pojemności wejściowej lampy (głównie pojemności anoda — siatka i równoznacznej z nią pojemności między węzłem wejściowym a wyjściowym czwórnika). Choć przy większych pojemnościach kondensatora obrotowego istnieje znaczny zapas wzmocnienia, to jednak zostaje on zużyty z powodów wyżej podanych, przy zmniejszaniu tych pojemności. Dlatego zwiększenie oporności nR , które korzystnie wpłynęłoby na poprawienie kształtu krzywej napięcia, nie da się przeprowadzić, o ile chce się zachować stosunek 1:10 zmian częstotliwości. Mimo wspomnianych niekorzystnych cech w generatorze tym współczynnik zniekształceń nieliniowych, przy napięciu wyjściowym ok. 10 V, nie przekracza 0,4% dla częstotliwości mniejszych i 0,2% dla częstotliwości większych. Przy przestrzajaniu amplituda nie zmienia się w całym zakresie więcej jak $\pm 0,5\%$ (tzn. ok. $\pm 0,05$ db).

Po obniżeniu napięcia do 2 V przez odpowiednie zmniejszenie napięcia odniesienia, jej stabilność odpowiednio się pogarsza, lecz współczynnik zniekształceń nie przekracza wtedy 0,1%.

Porównując powyższe dane z odpowiednimi danymi generatorów o stabilizacji termistorowej z mostkiem Wiena (np. [6] str. 52) widać, że uzyskana w generatorze według rys. 21 stałość amplitudy przy prze-strajaniu jest o rząd lepsza. Natomiast zawartość harmoniczných, dzięki dużemu wzmocnieniu dwustopniowego wzmacniacza, w generatorach z mostkiem Wiena może być znacznie mniejsza, niż to jest potrzebne w większości zastosowań pomiarowych. Również wskutek dużego wzmocnienia i równoczesnego silnego ujemnego sprzężenia zwrotnego pozostałe parametry wzmacniacza w małym stopniu wpływają na pracę generatora. Z tego powodu taka regulacja amplitudy, jaka jest w generatorze z rys. 21, nie może być zastosowana w generatorach z mostkiem Wiena. W tych ostatnich amplituda napięcia wyjściowego powinna oddziaływać na gałąź ujemnego sprzężenia zwrotnego, przy czym należy pamiętać, że w porównaniu z jednostopniowym dwustopniowy wzmacniacz będzie bardziej skłonny do niepożądanych oscylacji przy zbyt czulej regulacji automatycznej. Z drugiej strony znaczny wpływ wzmocnienia na pracę generatora, korzystny ze względu na łatwą regulację amplitudy, pogarsza stabilność częstotliwości i łączy się z szeregiem niedogodności przy zmianie zakresu generatora. Chcąc np. zachować wspólną podziałkę skali częstotliwości generatora dla wszystkich zakresów, należy wraz z ich przełączaniem korygować zniekształcenia fazowe wzmacniacza.

W generatorze przedstawionym na rys. 21 napięcie wyjściowe jest stosunkowo małe (ok. 10 V) w porównaniu z osiągalnym maksymalnym napięciem wyjściowym (ponad 50 V) i dzięki temu zniekształcenia nieliniowe nawet przy niekorzystnej regulacji wzmocnienia są niewielkie. Natomiast w generatorach tranzystorowych pracujących według zbliżonej zasady działania podobny stosunek napięć jest duży, gdyż w celu uzyskania możliwie dobrej stałości amplitudy napięcie wyjściowe powinno być znaczne. Wynika stąd konieczność zastosowania innej regulacji wzmocnienia — najlepiej przez zmianę ujemnego sprzężenia zwrotnego. Generator taki o kilku stałych częstotliwościach zmienianych przez wymianę czwórnika przedstawia rys. 22. Różnica wyprostowanego napięcia generatora i stałego napięcia odniesienia (ok. 7,5 V, stabilizowanego np. za pomocą diody Zenera) steruje wzmacniacz pracujący w układzie $OC+OE$ [tranzystory (4) i (5)]. Część prądu kolektorowego tranzystora płynie przez kilkupłytkowy prostownik selenowy P pracujący jako zmienny opornik emiterowy tranzystora (1). Przy takim połączeniu prostownika P nieliniowość charakterystyki tranzystora zostaje częściowo skompensowana. W obwodzie tranzystora (1) działa silne ujemne sprzężenie zwrotne dla prądu stałego dzięki połączeniu kolektora z bazą poprzez wtórniki emiterowe i czwórnik II. Dlatego prąd tego tranzystora zmienia

się tylko nieznacznie przy regulacji amplitudy. Zmiany prądu tranzystora (5) powiększają więc, bądź pomniejszają, tylko prąd płynący przez prostownik P , a dzięki temu jest regulowane ujemne sprzężenie zwrotne prądowe tranzystora (1).



Rys. 22. Tranzystorowy generator RC o bardzo stabilnej amplitudzie i małej zawartości harmoniczných

Zawartość harmoniczných takiego generatora jest niewielka. Przy częstotliwościach od kilkuset do kilku tysięcy herców i napięciu wyjściowym ok. 2,5 V na oporności obciążenia 10 kΩ współczynnik zniekształceń nieliniowych nie przekracza 0,5%. Przy zmniejszaniu częstotliwości np. do kilkudziesięciu herców zniekształcenia rosną; można je jednak zmniejszyć powiększając odpowiednio kondensator C_1 .

Stabilność amplitudy tego generatora jest więc bardzo dobra i zależy głównie od stałości napięcia odniesienia. Wpływ temperatury jest również nieznaczny; można go jeszcze zmniejszyć uzależniając odpowiednio od niego także i stałe napięcie odniesienia.

7. WNIOSKI

Przedstawione na rys. 1 i rys. 6 czwórniki można zastosować w podobnych układach, w jakich używa się powszechnie czwórników podwójne T lub 3-członowych przesuwników fazowych. Ponadto niektóre z omówionych czwórników dają się łatwo przestawiać, co umożliwia wykorzystanie ich we wzmacniaczach selektywnych i generatorach o ciągłej regulacji częstotliwości.

Własności tych czwórników zmienia się w prosty sposób przez dobór wartości jednego spośród 6 elementów danego czwórnika.

W porównaniu z czwórnikiem podwójne T selektywność omawianych czwórników jest o około 30% gorsza, lecz dla uzyskania tej samej do-

kładności przejścia charakterystyki amplitudowo-fazowej przez środek układu współrzędnych tolerancje oporności i pojemności ich elementów mogą być średnio 3 razy większe.

Zastosowane w jednostopniowych generatorach wytłumiają przeciętnie 2 razy lepiej częstotliwości harmoniczne, a wielokrotnie lepiej częstotliwości mniejsze od podstawowej niż 3-członowe przesuwники fazowe CR. Natomiast w porównaniu z tym ostatnim wadą omawianych czwórników jest ich większa oporność wyjściowa.

W najprostszych generatorach lampowych z omawianymi czwórnikami konieczne jest zwykle dodanie dodatkowego członu CR, oddzielającego obwód anodowy od siatkowego dla składowej stałej napięcia. W układach tranzystorowych taki człon nie jest konieczny, gdyż połączenie kolektora z bazą przez oporniki czwórnika może być wykorzystane do stabilizacji punktu pracy tranzystora.

Przeprowadzone w niniejszej pracy rozważania upoważniają do stwierdzenia, że omówione sześcieelementowe czwórniki oporowo-pojemnościowe powinny znaleźć co najmniej równie szerokie zastosowanie jak 3-członowe przesuwники fazowe czy też czwórniki podwójne T.

Zakłady „Telpod” w Krakowie

WYKAZ LITERATURY

1. Kammerloher J.: Hochfrequenztechnik III, Gleichrichter. Leipzig 1942.
2. Łapiński M.: Urządzenia pomiarowe teleelektryki. Warszawa 1958, str. 96—100 i 144—166.
3. Schwartz S.: Wybrane układy półprzewodnikowe. Tłumaczenie z angielskiego. Warszawa 1963.
4. Szrednicki J.: Selektowny czwórnik oporowo-pojemnościowy. — Przegl. Telekomunikacyjny, nr 3, 1961, str. 70.
5. Sulzer P. G.: RC Phase Shift Oscillator. — Proceedings IRE, nr. 10, 1948, str. 1302.
6. Wojekow D. D. i inni: Konstruowanie niskoczęstotliwych generatorów. Moskwa — Leningrad 1964.
7. Zagajewski T.: Optymalne parametry generatora lampowego z przesuwnikiem fazowym RC. — Arch. Elektrotechniki, t. VII, z. 3, 1958, str. 531.
8. Zagajewski T.: Układy elektroniki przemysłowej. Warszawa 1964, str. 206—212 i 299—318.

JAN SZREDNICKI

PROPERTIES AND APPLICATIONS OF SOME LESS KNOWN SIXELEMENT SELECTIVE RESISTANCE-CAPACITANCE FOURPOLES

Summary

Fourpoles shown on fig. 1 and fig 6, signed with ciphers I...IV, may have similar applications as twin T—fourpole. Though—in comparison with the last one—their selectivity is about 30% worse, but tolerances of their elements values may

be about 3 times greater while the same high attenuation at the resonant frequency is assured. Moreover one of these fourpoles may easily be tuned by a three-section variable condenser with rotors connected together, and another of them may be tuned by the direct current flowing through resistive non-linear elements used in this fourpole's circuit (diodes, varistors).

Proprieties of resonant amplifiers working with fourpoles mentioned above are described as well as a transistor selective amplifier tuned by direct current.

The harmonic contents produced in R-C oscillators with fourpoles I...IV on an average are about twice smaller than in the case of similar oscillators with common C-R phase-shifting network. R-C oscillators of a very good amplitude stability and small harmonic distortions are described.

J. SRZEDNICKI

CARACTÉRISTIQUES ET APPLICATION DE MOINS CONNUS QUADRIPOLES SÉLECTIFS RC À SIX ÉLÉMENTS

Résumé

Les quadripôles présentés sur les fig. 1 et 6, indiqués par des chiffres I...IV, peuvent avoir des applications pareilles aux celles du quadripôle double T. En comparaison avec celui-ci ils ont quand même une sélectivité à peu près 30% plus basse (fig. 5), mais les tolérances des valeurs de leurs éléments peuvent être en moyenne à peu près 3 fois plus grandes pour obtenir la même atténuation à la fréquence de résonance. De plus un de ces quadripôles peut être simplement accordé à l'aide d'un condensateur triple à rotors unis et l'autre peut être accordé à l'aide du courant continu passant par les éléments résistives non-linéaires utilisés dans ce quadripôle.

On a analysé les caractéristiques des amplificateurs à résonance agissant avec les quadripôles mentionnés ci-dessus et on a décrit un tel amplificateur à transistors accordé par le courant continu.

Les distorsions non-linéaires, qu'on trouve dans des générateurs RC avec les quadripôles I...IV, sont en moyenne à peu près deux fois plus petites qu'en cas des générateurs analogues avec des quadripôles CR à déplacement de phase. On a décrit des générateurs à amplitude très stable et à petit coefficient des distorsions non-linéaires.

J. SRZEDNICKI

EIGENSCHAFTEN UND ANWENDUNG VON WENIGER BEKANNTEN SECHSELEMENTIGEN SELEKTIVEN RC — VIERPOLEN

Zusammenfassung

Die in Abb. 1 und Abb. 6 gezeigten und mit Ziffern I...IV bezeichneten Vierpole können ähnliche Anwendung wie Doppel-T Schaltung finden. Zwar haben sie im Vergleich mit dieser eine um etwa 30% schlechtere Selektivität (Abb. 5) aber die Toleranzen von ihren Elementenwerten können etwa 3-fach grösser werden, um gleich hohe Dämpfung bei Sperrfrequenz zu sichern. Ausserdem lässt sich einer von diesen Vierpolen leicht mittels eines 3-fachen Luftdrehkondensators mit verbundenen Rotoren verstimmen. Nach Anwendung nichtlinearer Widerstandselemente (Dioden, Varistoren) in einem anderen Vierpole kann dessen Verstimmung mittels eines durch ihn fliessenden geregelten Gleichstroms erreicht werden.

Die Eigenschaften von Resonanzverstärker mit diesen Vierpolen wurden besprochen und ein solcher Transistorverstärker, der mit Gleichstrom abgestimmt wird, wurde beschrieben.

Nichtlineare Verzerrungen, die in einstufigen RC-Generatoren mit den Vierpolen I...IV auftraten, sind durchschnittlich etwa 2-fach kleiner, als solche im Falle der ähnlichen Generatoren mit CR-Phasenkette. Es wurden RC-Generatoren von grosser Amplitudenkonstanz und kleinem Klirrfaktor beschrieben.

Я. СЖЭДНИЦКИ

СВОЙСТВА И ПРИМЕНЕНИЕ МЕНЕЕ ИЗВЕСТНЫХ ШЕСТИЭЛЕМЕНТНЫХ СЕЛЕКТИВНЫХ РЕОСТАТНО-ЕМКОСТНЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Резюме

Представленные на рис. 1 и на рис. 6 четырехполюсники, обозначенные цифрами I... IV, могут иметь похожее применение как двойная Т — образная схема. По сравнению с ней они отличаются на около 30% худшей селективностью (рис. 5), но (за то) допуски значения их элементов могут быть в среднем около 3 раза больше, чтобы обеспечить такое же самое значительное затухание при резонансной частоте. Кроме того один из этих четырехполюсников дается легко перестраиваться с помощью 3-секционного блока конденсаторов с соединенными роторами, а другой может перестраиваться постоянным током, проходящим через резистивные нелинейные элементы, примененные в этом четырехполюснике.

Описаны свойства резонансных усилителей, работающих с этими четырехполюсниками, а также такой усилитель на транзисторах, перестраиваемый постоянным током.

Гармонические искажения, которые выступают в RC генераторах с четырехполюсниками I... IV, являются в среднем около 2 раза меньше, чем в случае подобных гераторов с цепочечными четырехполюсниками типа CR. Описаны генераторы с очень стабильной амплитудой и малым коэффициентом гармонических искажений.

621.3.042:621.314.222

ALICJA KOZŁOWSKA

Metoda wyznaczania rozkładu indukcji w węźle magnetycznym trójfazowego rdzenia z blachy zimnowalcowanej

Rękopis dostarczono 12.6.1965

Dla opracowania dokładniejszej metody obliczania strat w żelazie rdzeni wykonanych z blachy zimnowalcowanej konieczna jest znajomość rozkładu indukcji w narożach i węzłach rdzeni, gdzie w dużej mierze strumień przenika niezgodnie z kierunkiem walcowania blach. W niniejszym artykule jest podana metoda doświadczalnego wyznaczania rozkładu indukcji w węźle magnetycznym trójfazowego rdzenia przy uwzględnieniu zależności przenikalności magnetycznej μ zarówno od nasycenia, jak i kierunku przenikania strumienia w stosunku do kierunku walcowania blach. Opracowana metoda pozwala na podstawie pomierzonych wektoromierzem firmy AEG średnich wartości sił elektromotorycznych indukowanych w specjalnie założonych cewkach pomiarowych obliczyć w punktach rozpatrywanego obszaru moduły i kierunki wektorów indukcji w różnych chwilach. Została również podana, bazująca na opisanych pomiarach, metoda przedstawiania obrazu pola w postaci linii sił wektora indukcji.

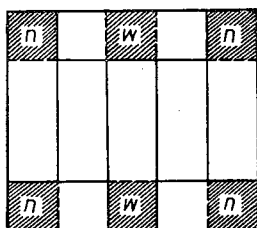
Niniejszy artykuł jest pierwszym z cyklu kilku artykułów traktujących o rozkładzie indukcji w węźle magnetycznym trójfazowego rdzenia.

1. WSTĘP

Pobór mocy czynnej i biernej na magnesowanie rdzenia, niekorzystny dla samego transformatora (konieczność odprowadzenia wywiązujących się strat) powoduje również wzrost strat związanych z przesyłaniem energii i transformacją jej parametrów, jak również wzrost kosztów inwestycyjnych przy budowie obiektów energetycznych i z tego powodu jest w miarę możliwości ograniczany.

W ostatnich czasach w budowie transformatorów znajduje szerokie zastosowanie anizotropowa blacha walcowana na zimno o własnościach magnetycznych znacznie lepszych niż blachy gorącowalcowanej, ale tylko w jednym kierunku — walcowania. Dla należytego wykorzystania tych dobrych własności konieczna jest dokładna znajomość rozkładu pola w rdzeniu przy różnych wykonaniach i nasyceniach obwodu magnetycznego. Zasadniczą konstrukcją rdzeni trójfazowych pozostała — tak jak i z blachy walcowanej na gorąco — niesymetryczna konstrukcja zaplata (rys. 1).

Dotychczasowa praktyka wykazała, że wartości współczynników strat dodatkowych w żelazie wynoszą 20...50%, a czasem i więcej strat podstawowych. Powiększenie strat w miejscach zaplatania blach (miejscza zakreskowane na rys. 1), wynikające z występujących tutaj odchyłeń kierunku strumienia od kierunku ich walcowania, jest jednym z istotnych składników strat dodatkowych w rdzeniu. Umiejętność trafnego przewi-



Rys. 1. Niesymetryczny rdzeń transformatora trójfazowego — konstrukcja zaplatana;
 n — naroże, w — węzeł

dywania tego powiększenia pozwoliłaby dokładniej obliczać straty w żelazie przy projektowaniu transformatorów. Istnieje zatem wyraźna potrzeba opracowania metody obliczania strat w miejscach zapleceń rdzenia. Punktem wyjścia do opracowania takiej metody jest znajomość rozkładu pola w obszarach zapleceń. W rdzeniach trójfazowych obszary te można podzielić:

- 1) na zaplecenia jarzm z kolumnami skrajnymi (naroża), gdzie występuje strumień odpowiedniej skrajnej kolumny i tylko on warunkuje rozkład pola w obszarach tych zapleceń,
- 2) na zaplecenia jarzm z kolumną środkową (węzły), gdzie spotykają się przesunięte względem siebie w fazie strumienie wszystkich trzech kolumn.

Rozkład pola zarówno w narożach, jak i w węzłach obliczono już dawno w pracach teoretycznych [8], [2] opartych na założeniu upraszczającym $\mu = \text{const}$. Słuszność przyjęcia takiego założenia była dyskutowana już przy blasze gorącowałcowanej [3], [9], a jest ono nie do przyjęcia przy blasze anizotropowej, kiedy to przenikalność magnetyczna μ silnie zależy nie tylko od nasycenia, ale i od kierunku przepływu strumienia w stosunku do kierunku walcowania blachy. Z tego też względu F. Brailsford i V. R. Mazza w pracy swojej [3] nad rozkładem pola w narożach rdzeni jednofazowych z blachy anizotropowej, których sposób przemagnesowywania jest znacznie prostszy niż węzłów rdzeni trójfazowych, oparli się wyłącznie na eksperymencie. W Zakładzie Materiałoznawstwa Instytutu Elektrotechniki we Wrocławiu zbadano również na drodze doświadczalnej rozkład pola w narożach rdzeni jednofazowych. Uwzględniono przy tym dwa najczęściej stosowane sposoby zaplatania blach: pod kątem 45° i 90° .

W niniejszym artykule zostanie omówiony sposób wyznaczania rozkładu indukcji w obszarach węzłów magnetycznych trójfazowych rdzeni wykonanych z blachy zimnowalcowanej, zaplatanej pod kątem 45° i 90° , przy uwzględnieniu zmienności przenikalności magnetycznej μ . Na podstawie znajomości rozkładu indukcji będzie można porównać oba wymienione sposoby zaplatania z punktu widzenia strat w żelazie w tych obszarach.

Rozkład pola magnetycznego w obszarze węzła jest skomplikowaną funkcją czasu i przestrzeni. Wzajemne współdziałanie przesuniętych w fazie, zmiennych w czasie strumieni powoduje, że wektory indukcji magnetycznej w punktach rozpatrywanego obszaru zmieniają nie tylko swój moduł, ale i kierunek. W wyniku rozważań teoretycznych przy $\mu = \text{const}$, o których wspomniano wyżej, stwierdzono występowanie w węźle przemagnesowywania obrotowego typu eliptycznego, przy czym stosunek małej do dużej osi elipsy, opisującej gwiazdę wektorów indukcji, jest funkcją miejsca.

2. ANALIZA PROBLEMU

Dla wyznaczenia przestrzennego rozkładu pola w studiowanym węźle magnetycznym w różnych chwilach przy uwzględnieniu własności kierunkowych stosowanej blachy i konstrukcji węzła, należy określić w interesującej nas przestrzeni pole wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}$ jako funkcję czasu.

Pole elektromagnetyczne opisują ogólnie dwa równania Maxwella, które dla rozpatrywanego zagadnienia można przyjąć w postaci:

$$\text{rot} \vec{H} = \gamma \vec{K}; \quad \text{rot} \vec{K} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

gdzie γ — właściwa przewodowość elektryczna ośrodka, $\vec{K}$ — chwilowa wartość natężenia pola elektrycznego, $\vec{H}$ — chwilowa wartość natężenia pola magnetycznego.

Bezpośredni związek między indukcją i natężeniem pola magnetycznego w danym punkcie M wyraża znany wzór

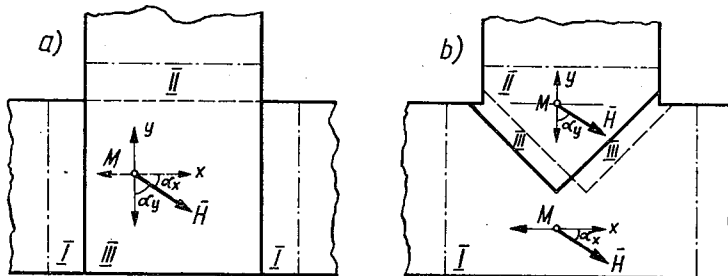
$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2)$$

Występująca w tym wzorze przenikalność magnetyczna μ zależy nie tylko od modułu wektora $\vec{H}$, ale również — ze względu na anizotropię blachy zimnowalcowanej — od kąta α , jaki wektor $\vec{H}$ tworzy z kierunkiem walcowania, może być zatem uważana za funkcję wektora $\vec{H}$.

W rozpatrywanym węźle, zarówno przy zaplataniu pod kątem 90° , jak i 45° , występują blachy o dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach walcowania. Fakt ten komplikuje matematyczną analizę problemu. Do rozważań, aby móc określić rozkład pola również w strefie przejściowej, będzie wzięty obszar nieco większy od właściwego węzła magnetycznego,

częściowo wkraczający w głąb sąsiednich odcinków jarzm i środkowej kolumny. Rys. 2 przedstawia go dla rdzenia zaplecionego pod kątem 90° i 45° . W obu przypadkach w rozpatrywanym obszarze można rozróżnić trzy części:

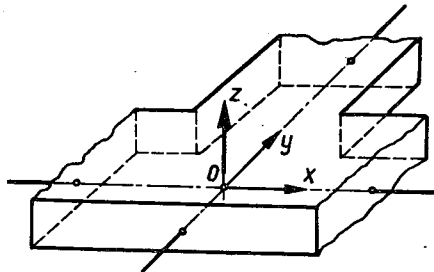
- I — w której wszystkie blachy są walcowane w kierunku osi x ,
- II — w której wszystkie blachy są walcowane w kierunku osi y ,
- III — w której kolejne warstwy o grubości wynikającej z liczby blach kładzionych jednocześnie przy zaplataniu rdzenia, są walcowane na przemian w kierunku osi x i y .



Rys. 2. Układ kierunków walcowania blach w węźle magnetycznym zaplatanym pod kątem 90° (a) i 45° (b)

Części te oznaczono na rys. 2. Do III grupy przy zaplataniu pod kątem 90° należy cały obszar właściwego węzła magnetycznego, przy kącie zaplatania 45° — tylko jego niewielka część.

Weźmy pod uwagę wektor $\vec{H}$ o zadanym module i kierunku w przestrzeni. Jeżeli takie natężenie pola występuje w pewnym punkcie M obszaru I (rys. 2b), to przenikalność magnetyczna osiągnie wartość $\mu(H, \alpha_x)$,



Rys. 3. Układ osi przyjęty do rozważań

jeśli w obszarze II — inną wartość $\mu(H, \alpha_y)$. Mimo tej samej postaci funkcji $\mu(H, \alpha)$ i tego samego wektora $\vec{H}$, przenikalności wypadły różne. Wynika to oczywiście z różnego usytuowania w przestrzeni kierunku walcowania blach w obszarze I i II, który stanowi oś odniesienia dla funkcji $\mu(H, \alpha)$. Dla jednoznacznego określenia przestrzennego rozkładu wektorów $\vec{H}$ i $\vec{B}$ pola magnetycznego w całej pracy będzie wykorzystywany tylko jeden prostokątny, prawy układ osi współrzędnych, pokazany na rys. 3.

Różne usytuowanie w przestrzeni kierunków walcowania blach w obszarze I i II powoduje, wobec przyjęcia jednego układu osi współrzędnych dla całego rozpatrywanego obszaru, że postać wyrażonych w tym układzie funkcji, określających zależność przenikalności magnetycznej od wektora natężenia pola, będzie w obszarach I i II różna, mimo tej samej strony fizycznej omawianej zależności. W obszarze III, w przedziałach zmiennej z wyznaczonych grubością blach jednocześnie kładzionych przy zaplataaniu, posiadających ten sam kierunek walcowania, znajdują na przemian zastosowanie obie postacie funkcji $\mu(\bar{H})$.

Przenikalność magnetyczna jest za pośrednictwem wektora $\bar{H}$ funkcją miejsca i czasu, można zatem mówić o zmiennym w czasie polu skalarnym przenikalności magnetycznej w rozpatrywanym obszarze, a funkcję opisującą to pole przedstawić w postaci

$$\mu[H(M, t), H_s(M, t)], \quad (3)$$

gdzie H_s — odpowiednia składowa natężenia pola w kierunku osi układu współrzędnych zgodnej z kierunkiem walcowania blachy w tym obszarze, wyznaczająca kąt α (np. w obszarze I $H_s = H_x$, w obszarze II $H_s = H_y$).

Biorąc pod uwagę, że pole wektora indukcji magnetycznej $\bar{B}$ jest bezźródłowe, uwzględniając zależność (2) i stosując znany wzór na dywergencję iloczynu funkcji skalarnej i wektorowej otrzymuje się natychmiast

$$\operatorname{div} \bar{H} = - \frac{\operatorname{grad} \mu}{\mu} \bar{H}. \quad (4)$$

W ostatnim wzorze występuje gradient skalarnego pola μ , o którym była mowa wyżej. Z tego też wzoru wynika, że pole wektora natężenia $\bar{H}$, w odróżnieniu od pola wektora indukcji $\bar{B}$, jest przy zmiennej przenikalności μ polem źródłowym. Jego dywergencja równa się iloczynowi skalarnemu wektora natężenia pola $\bar{H}$ i wektora $-\frac{\operatorname{grad} \mu}{\mu}$, podającego wartość i kierunek największego względnego zmniejszenia przenikalności magnetycznej na jednostkę długości, w tym punkcie.

Opierając się na równaniach Maxwella (1) otrzymuje się po przekształceniach, uwzględniających zależność (4) i ogólne związki wektorowej analizy, równanie różniczkowe w postaci:

$$\begin{aligned} H_x \frac{\partial(\operatorname{grad} \mu)}{\partial x} + H_y \frac{\partial(\operatorname{grad} \mu)}{\partial y} + H_z \frac{\partial(\operatorname{grad} \mu)}{\partial z} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \operatorname{grad} H_x + \\ + \frac{\partial \mu}{\partial y} \operatorname{grad} H_y + \frac{\partial \mu}{\partial z} \operatorname{grad} H_z - \frac{\operatorname{grad} \mu}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial x} H_x + \frac{\partial \mu}{\partial y} H_y + \frac{\partial \mu}{\partial z} H_z \right) + \\ + \mu \nabla^2 \bar{H} = \mu \gamma \left[\left(\mu + \frac{\partial \mu}{\partial H} H \right) \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + \frac{\partial \mu}{\partial H_s} \frac{\partial H_s}{\partial t} \bar{H} \right], \quad (5) \end{aligned}$$

w którym H_x , H_y , H_z są funkcjami przedstawiającymi składowe wektora $\overline{H}$ w kierunku osi obranego układu współrzędnych.

Podobnie jak w przypadku przenikalności można mówić o skalarnym polu składowej H_x , H_y i H_z w interesującym nas obszarze. W równaniu (5) występują gradienty tych pól skalarnych.

Właściwa przewodność elektryczna γ jest wielkością stałą, μ — zależność (3) — funkcją miejsca i czasu za pośrednictwem modułu i jednej ze składowych poszukiwanego wektora $\overline{H}$. Jeżeli ponadto wziąć pod uwagę [na podstawie (3)], że

$$\text{grad } \mu = \frac{\partial \mu}{\partial H} \text{grad } H + \frac{\partial \mu}{\partial H_s} \text{grad } H_s, \quad (6)$$

gdzie $\mu(H, H_s)$ — wynikająca z własności blachy zależność przenikalności od modułu i kierunku natężenia pola, która musi być znana przed przystąpieniem do matematycznego rozwiązania postawionego problemu, wiadać, że związek (5) stanowi równanie różniczkowe, w którym jedyną niewiadomą jest poszukiwana funkcja wektorowa $\overline{H}(M, t)$.

Z zależności (5) można otrzymać układ trzech równań różniczkowych cząstkowych drugiego rzędu dla skalarnych funkcji $H_x(M, t)$, $H_y(M, t)$ i $H_z(M, t)$. Równania różniczkowe dla pola płaskiego, leżącego w płaszczyźnie blach, otrzymuje się natychmiast przyjmując $H_z(M, t) = 0$ oraz $\frac{\partial \mu}{\partial z} = 0$.

Rozwiązanie omawianego układu równań dla rozpatrywanego obszaru, także w przypadku pola płaskiego, napotyka w chwili obecnej na praktycznie nieprzezwyciężone trudności. Powodem tego jest:

1. Bardzo złożona postać równań różniczkowych.
2. Konieczność rozwiązywania układu równań dla obszaru I, II i III węzłów (rys. 2) ze względu na różne postacie funkcji $\mu(\overline{H})$.
3. Skomplikowany kształt powierzchni granicznych obejmujących zarówno części, jak i cały rozpatrywany obszar.
4. Duże trudności w wyznaczaniu warunków brzegowych, wynikające nie tylko ze skomplikowanego kształtu powierzchni granicznych, ale również z wpływu anizotropii i nasycenia blachy na rozkład pola.
5. Konieczność analitycznego wyrażenia funkcji $\mu(\overline{H})$ w oparciu o pomierzone charakterystyki.

Wymienione trudności uniemożliwiają dokładne matematyczne rozwiązanie rozpatrywanego problemu. Uproszczenia, jakie należałoby poczynić, aby próby matematycznego określenia rozkładu pola miały szanse powodzenia, musiałyby iść w kierunku przyjęcia do rozważań prostszej postaci funkcji $\mu(\overline{H})$ i mniej złożonego kształtu powierzchni granicznych. Przyjmując na przykład

$$\mu(\overline{H}) = \mu = \text{const}$$

otrzymuje się natychmiast z zależności (5) stosunkowo proste, znane równanie różniczkowe

$$\nabla^2 \bar{H} = \gamma \mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}, \quad (7)$$

którego rozwiązanie w obszarze węzła magnetycznego rdzenia prowadzi do wyników uzyskanych w pracach [2], [8] i [9].

Założenie stałej przenikalności μ usuwa matematyczne komplikacje wynikające z ferromagnetycznych i kierunkowych własności blachy, czyni to jednak aż tak radykalnie, że konstrukcja węzła — sposób zaplecenia blach — przestaje w ogóle mieć wpływ na przestrzenny rozkład występującego w nim pola magnetycznego.

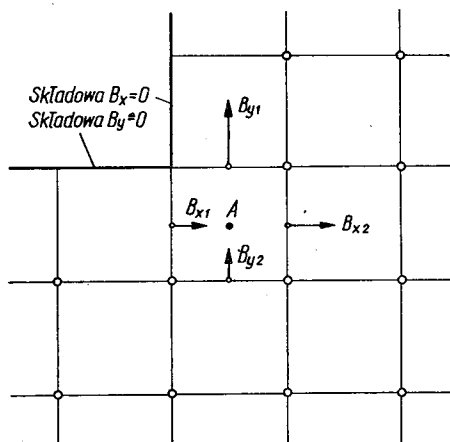
Uproszczenia zależności przenikalności magnetycznej od wektora indukcji i przebiegu powierzchni granicznych między obszarami o różnym kierunku walcowania blach, a więc szczegółów konstrukcyjnych rdzenia, pociągają za sobą odstępstwa otrzymywanych obrazów pól od rzeczywistych. Przyjęcie stałej przenikalności μ pozwala wprawdzie rozwiązać układ równań różniczkowych, ale powoduje w ogóle zniknięcie rozpatrywanego problemu. Można by pokusić się o matematyczne rozwiązanie zagadnienia przy mniej daleko posuniętych założeniach upraszczających, zawsze jednak musiałyby być one na tyle istotne, że obliczone rozkłady pól znacznie odbiegałyby od rzeczywistych. Porównywanie ze sobą fikcyjnych pól i wyciąganie na tej podstawie wniosków jest w rozpatrywanym przypadku oczywiście niezadowolające. Stąd, ponieważ matematyczne określenie poszukiwanego rozkładu pola w rozpatrywanej przestrzeni jest niemożliwe, realizacja postawionego celu jest możliwa tylko na jednej drodze — eksperymencie.

3. METODA DOŚWIADCZALNEGO WYZNACZENIA POLA W WĘZLE MAGNETYCZNYM RDZENIA

Wobec występowania w węźle przy trójfazowym magnesowaniu rdzenia przemagnesowywania obrotowego, konieczny jest, dla wyznaczenia rozkładu pola w tym obszarze, pomiar modułu i kierunku wartości chwilowych wektorów indukcji w poszczególnych punktach rozważanego obszaru. Można to zrealizować stosując metodę pomiaru sił elektromotorycznych indukowanych w specjalnie założonych ceweczkach pomiarowych¹⁾. Dla założenia tych ceweczek pole węzła należy podziurkować w równych odstępach wzdłuż linii prostopadłych do siebie, jak pokazane

¹⁾ Metodę tę F. Brailsford i V. R. Mazza stosowali przy badaniu rozkładu pola w narożach rdzeni jednofazowych [3]. W Zakładzie Materiałoznawstwa Instytutu Elektrotechniki we Wrocławiu przy badaniu węzła rdzenia trójfazowego ograniczono się jedynie do wyznaczenia składowych indukcji prostopadłych do płaszczyzny cewek pomiarowych.

to jest na rys. 4; średnica otworków powinna być możliwie mała, a gęstość ich rozmieszczenia taka, by wywołane ich istnieniem zniekształcenie rozkładu strumienia w rozpatrywanym obszarze było pomijalnie małe. W otwory są zakładane jednozwojne ceweczki — przez każdy z otworów przechodzą zatem cztery druty. W ten sposób powstaje pole pomiarowe złożone z cewek poziomych i pionowych.



Rys. 4. Fragment pola pomiarowego badanego węzła magnetycznego wraz z oznaczeniem mierzonych składowych indukcji

Do wykonania pomiarów dotyczących węzła magnetycznego rdzenia trójfazowego konieczne jest posiadanie przyrządu, przy pomocy którego można mierzyć średnie wartości sił elektromotorycznych indukowanych w założonych cewkach pomiarowych w ciągu czasu równego połowie okresu i który pozwala regulować chwilę t rozpoczęcia tego pomiaru. Przyrządem takim jest wektoromierz firmy AEG. Dzięki wbudowanemu prostownikowi mechanicznemu można regulować czas zamknięcia kontaktów, czyli czas w ciągu którego mierzona jest średnia siła elektromotoryczna, oraz chwilę rozpoczęcia tego pomiaru [1], [7]. Miernik jest wyskalowany dla pomiaru wartości skutecznych napięć sinusoidalnie zmiennych przy ustawieniu czasu kontaktu prostownika mechanicznego $T_k = 180^\circ \text{el.}$, co należy uwzględnić przy opracowywaniu rezultatów pomiarów.

Wartość średnia indukowanej w czasie $T_k = 180^\circ \text{el.}$ siły elektromotorycznej wynosi

$$E_{sr} = \frac{2}{T} \int_t^{t+\frac{T}{2}} \left(-z \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \right) dt = \frac{4}{T} z \Phi \cdot 10^{-8} [\text{V}],$$

gdzie Φ — wartość strumienia w chwili t .

Z powyższego wzoru wynika, że wskazania wektoromierza są proporcjonalne do chwilowej wartości strumienia skojarzonego z obwodem pomia-

rowym, a stąd do chwilowej wartości składowej wektora indukcji prostopadłej do płaszczyzny cewki, którą określa wzór:

$$B = \frac{E_{sr} \cdot 10^8}{4 \cdot f \cdot z \cdot s} [\text{Gs}]. \quad (8)$$

Zachowując zatem czas kontaktu $T_k = 180^\circ \text{el.}$ przez zmianę jedynie momentu zamknięcia styków kontaktu prostownika mechanicznego otrzymamy różne mierzone wartości średniej siły elektromotorycznej, odpowiadające różnym następującym po sobie chwilowym wartościom składowych indukcji w czasie pomiaru. Tak więc przesuwając moment zamknięcia styków kontaktu np. co 10°el. w ciągu pół okresu uzyskalibyśmy 18 punktów pomiarowych siły elektromotorycznej, a stąd indukcji w czasie tego półokresu.

Układ założonych cewek pomiarowych umożliwia zatem mierzenie chwilowych wartości poziomych (w kierunku osi x) i pionowych (w kierunku osi y) składowych wektorów indukcji w różnych punktach rozpatrywanego obszaru. Każda pomierzona składowa indukcji będzie oczywiście średnią wartością z występujących indukcji w punktach powierzchni objętej daną cewką. Jeśli pole tej powierzchni będzie stosunkowo nie duże, uproszczenie to będzie łatwe do przyjęcia.

Opisane pomiary dają — jak to widać z rys. 4 — bądź poziome (B_{xv}), bądź też pionowe (B_{yv}) składowe indukcji w poszczególnych punktach. Aby utworzyć wypadkowy wektor indukcji, należy znać wartości obu składowych w jednym punkcie. Za punkty, w których będziemy określać wektory indukcji, przyjmiemy środki kwadratów utworzonych przez boki cewek pomiarowych (np. punkt A na rys. 4). Za wartość składowej poziomej i pionowej szukanego wektora będziemy przyjmować średnie arytmetyczne z wyników pomiarów uzyskanych przy pomocy dwóch odpowiednich cewek, leżących po przeciwnych stronach danego punktu. I tak np. w punkcie A (rys. 4) składowa pozioma indukcji wynosi

$$B_x = \frac{B_{x1} + B_{x2}}{2}, \quad (9a)$$

zaś składowa pionowa —

$$B_y = \frac{B_{y1} + B_{y2}}{2}. \quad (9b)$$

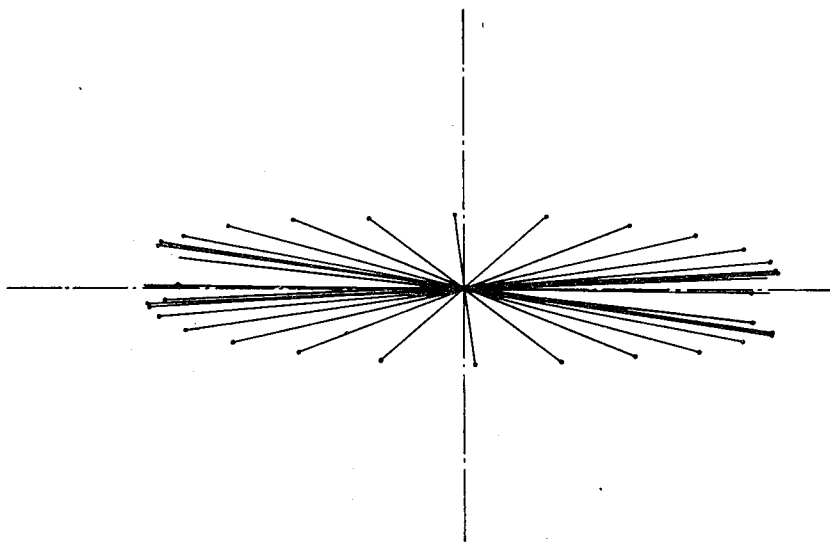
Mając dwie składowe indukcji, teraz już dla tego samego punktu, łatwo można określić indukcję wypadkową jako

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (10)$$

oraz kąt, jaki ona tworzy z obranym układem osi współrzędnych. Kąt ten obliczymy ze wzoru

$$\beta = \arctg \frac{B_y}{B_x}. \quad (11)$$

W podany wyżej sposób można wyznaczyć gwiazdy wektorów indukcji, obrazujące sposób przemagnesowywania w ciągu okresu poszczególnych punktów rozpatrywanego obszaru. Przykładowo, dla jednego z punktów, leżącego na osi kolumny w pobliżu zewnętrznej krawędzi jarzma (węzeł zaplatany pod kątem 90°), gwiazda taka jest przedstawiona na rys. 5.



Rys. 5. Zmiana wektora indukcji w czasie w jednym z punktów węzła magnetycznego rdzenia zaplatanego pod kątem 90°

Na podstawie wykonanych pomiarów, których dokładny sposób przeprowadzenia i szczegółowa analiza będą podane w następnym artykule traktującym o tym problemie, stwierdzono, że przemagnesowywanie poszczególnych punktów ma charakter obrotowy, ale nie czysto eliptyczny, jak to wynika z matematycznych wywodów [8] przy założeniu $\mu = \text{const.}$ Świadczą o tym również zmiany w czasie sił elektromotorycznych indukowanych w poszczególnych cewkach pomiarowych. Rozważmy, jaki powinien być ich przebieg przy czysto eliptycznym przemagnesowywaniu wziętego pod uwagę obszaru. Jak wiadomo, dane przemagnesowywanie eliptyczne można w różny sposób rozłożyć na przemagnesowywanie kołowe i przemienne, w zależności od doboru modułu składowej kołowej i amplitudy składowej przemiennej oraz ich wzajemnego przesunięcia fazowego. Najbardziej przejrzysty obraz, przyjęty w pracy, daje rozłożenie w myśl następujących założeń:

— Moduł indukcji składowej wirującej (kołowej) jest równy małej półosi elipsy lub inaczej — promieniowi okręgu wpisanego w elipsę

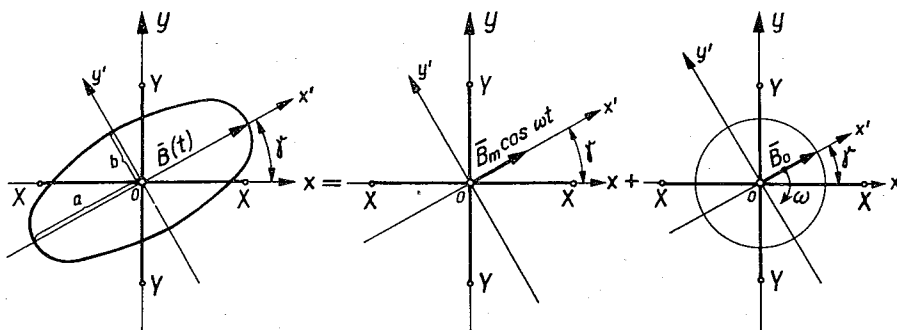
$$B_0 = b = r.$$

— Kierunek przemienneego przemagnesowywania wyznacza duża oś elipsy.

— Maksymalna wartość modułu składowej przemiennej jest równa różnicy długości dużej i małej półosi elipsy, lub inaczej — różnicy długości promienia okręgu opisanego i wpisanego w elipsę

$$B_m = a - b = R - r.$$

— W chwili osiągnięcia maksimum przez składową przemianą wektor indukcji składowej wirującej leży również na dużej osi elipsy i sumuje się arytmetycznie z wektorem składowej przemiennej. Ilustruje to rys. 6, na którym uwidoczniono dodatkowo po jednej cewce poziomej (XX) i pionowej (YY).



Rys. 6. Usytuowanie przestrzenne elipsy stanowiącej obwiednię gwiazdy wektorów indukcji względem poziomej (XX) oraz pionowej (YY) cewki pomiarowej, jak również usytuowanie przestrzenne wektora składowej przemiennej i obrotowej wypadkowego magnesowania eliptycznego względem tych cewek w chwili $\omega t = 0$

Przy takim rozłożeniu elipsy, składowe wypadkowego wektora indukcji wynoszą

— wzdłuż osi x :

$$B_x = B_m \cos \gamma \cos \omega t + B_0 \cos(\omega t - \gamma) = a \left(\cos \gamma \cos \omega t + \frac{b}{a} \sin \gamma \sin \omega t \right),$$

— wzdłuż osi y :

$$B_y = B_m \sin \gamma \cos \omega t - B_0 \sin(\omega t - \gamma) = a \left(\sin \gamma \cos \omega t - \frac{b}{a} \cos \gamma \sin \omega t \right).$$

Wartość chwilowa strumienia skojarzonego z cewką pomiarową jest zatem równa:

— w przypadku cewki poziomej XX (rys. 6)

$$\varphi_{XX} = s_c B_y = \Phi_{max} \left(\sin \gamma \cos \omega t - \frac{b}{a} \cos \gamma \sin \omega t \right),$$

— w przypadku cewki pionowej YY (rys. 6)

$$\varphi_{YY} = s_c B_x = \Phi_{max} \left(\cos \gamma \cos \omega t + \frac{b}{a} \sin \gamma \sin \omega t \right),$$

gdzie $\Phi_{max} = a \cdot s_c = (B_m + B_0) s_c = B_{max} \cdot s_c$ — maksymalny strumień, jaki byłby skojarzony z cewką pomiarową, gdyby duża oś założonej elipsy była prostopadła do powierzchni cewki; s_c — przekrój żelaza objętego przez cewkę.

Chwilowe wartości sił elektromotorycznych indukowanych w cewkach wyniosą zatem:

— w cewce poziomej

$$e_{XX} = E_{max} \left(\sin \gamma \sin \omega t + \frac{b}{a} \cos \gamma \cos \omega t \right) = E_{XX} \sin(\omega t + \xi_{XX}), \quad (12)$$

— w cewce pionowej

$$e_{YY} = E_{max} \left(\cos \gamma \sin \omega t - \frac{b}{a} \sin \gamma \cos \omega t \right) = E_{YY} \sin(\omega t + \xi_{YY}), \quad (13)$$

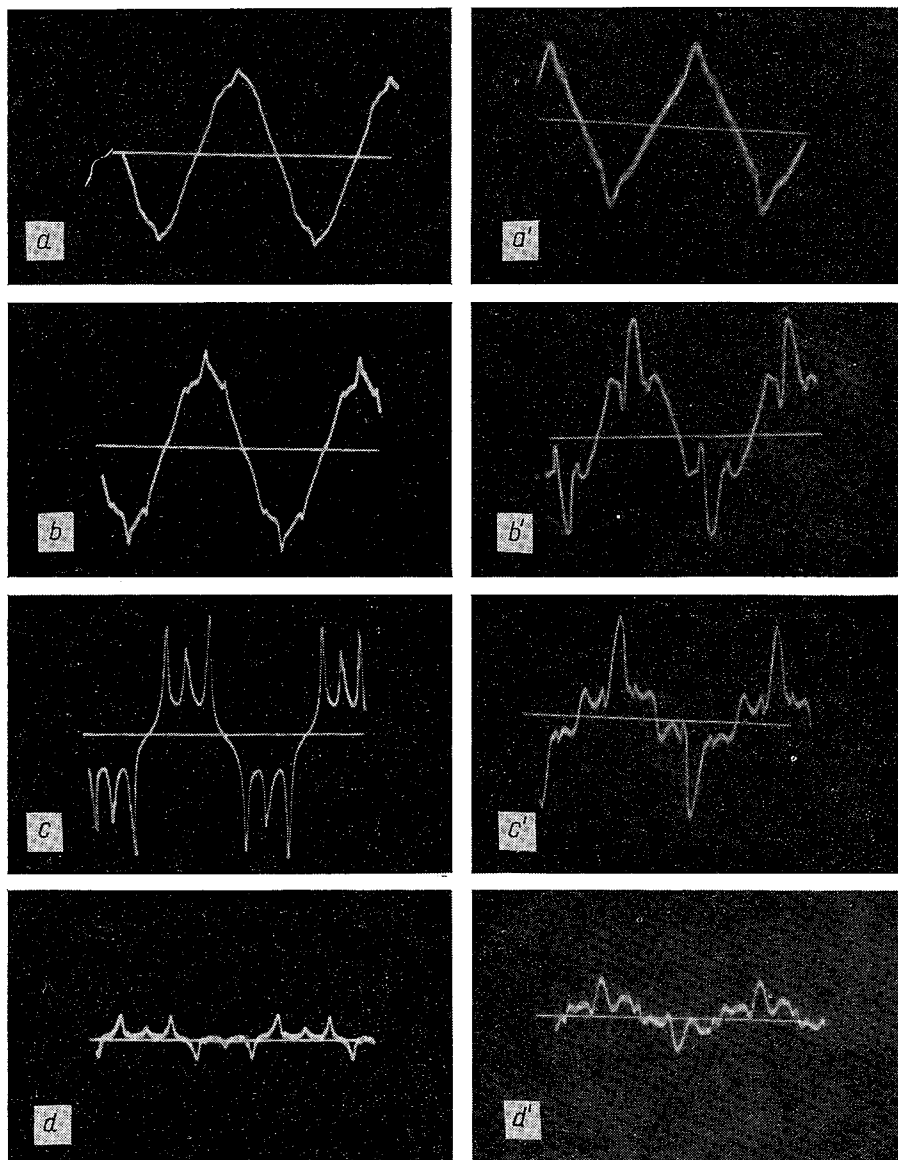
gdzie:

$$E_{max} = \omega \Phi_{max};$$

$$E_{XX} = E_{max} \frac{\sqrt{a^2 \sin^2 \gamma + b^2 \cos^2 \gamma}}{a}; \quad \xi_{XX} = \arctg \left(\frac{b}{a} \operatorname{ctg} \gamma \right);$$

$$E_{YY} = E_{max} \frac{\sqrt{a^2 \cos^2 \gamma + b^2 \sin^2 \gamma}}{a}; \quad \xi_{YY} = -\arctg \left(\frac{b}{a} \operatorname{tg} \gamma \right).$$

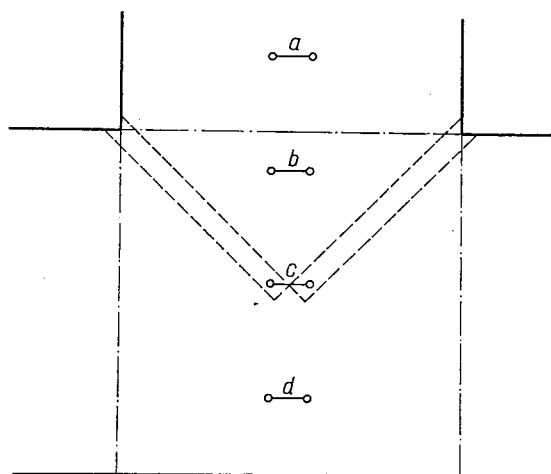
Z przeprowadzonych rozważań wynika więc, że siły elektromotoryczne indukowane w cewkach pomiarowych przy eliptycznym przemagnesowywaniu ośrodka zmieniają się w czasie w sposób sinusoidalny. Uzyskane przy pomocy oscylografu przebiegi sił elektromotorycznych indukowanych w poszczególnych cewkach pomiarowych wykazują bardzo duże odkształcenia od sinusoidy, co potwierdza bardziej skomplikowany niż eliptyczny sposób przemagnesowywania poszczególnych punktów rozważanego obszaru. Kilka takich oscylogramów pokazano na rys. 7. Położenie cewek, których one dotyczą, zaznaczone jest na rys. 8. Porównując przebiegi sił elektromotorycznych indukowanych w odpowiadających sobie cewkach węzłów zaplatanych pod kątami 45° i 90° , jak również biorąc pod uwagę uzyskane z pomiarów gwiazdy wektorów indukcji w poszczególnych punktach tych węzłów należy stwierdzić, że sposób ich przemagnesowywania jest różny, przy czym różnice te są znaczne (założenie natomiast $\mu = \text{const}$ dawało jednakowy obraz pól magnetycznych niezależnie od sposobu zaplatania blach oraz gatunku blachy, z jakiej są wykonane rdzenie). Gdybyśmy znali ponadto stratność blachy przy sposobach jej przemagnesowywania, jak stwierdzone na podstawie pomiarów,



Rys. 7. Oscylogramy sił elektromotorycznych indukowanych w cewkach pomiarowych przy indukcji w kolumnie $B_k = 16,5$ kGs. Oscylogramy oznaczone literami a, b, c, d (dla węzła zaplatanego pod kątem 45°) i odpowiednio a' , b' , c' , d' (dla węzła zaplatanego pod kątem 90°) były wykonane na cewkach założonych w miejscach, jak pokazane na rys. 8

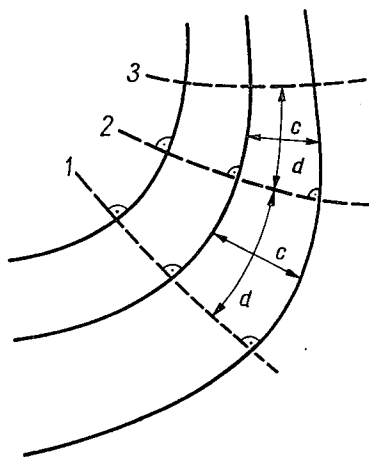
wówczas straty w żelazie węzła magnetycznego rdzenia moglibyśmy obliczać znacznie dokładniej, niż oblicza się je dotychczas w biurach konstrukcyjnych.

Powszechnie przyjętym sposobem przedstawiania rozkładu pola w rozpatrywanym ośrodku jest metoda wykreślania linii sił wektora induk-



Rys. 8. Położenie cewek, na których zostały wykonane oscylogramy przedstawione na rys. 7

- . — . — miejsca styku blach przy zaplataniu pod kątem 90° ,
 — — — — — miejsca styku blach przy zaplataniu pod kątem 45°

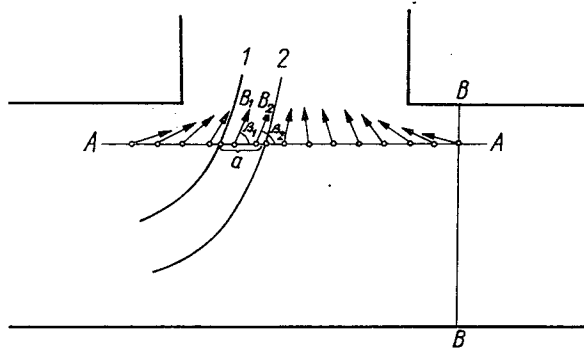


Rys. 9. Przykładowe przedstawienie linii sił — oraz linii stałego potencjału — — — — —

c — średnia odległość między sąsiednimi liniami sił, d — średnia odległość między sąsiednimi liniami stałego potencjału

cji ($\vec{B}$) oraz linii stałego potencjału skalarne go pola magnetycznego (V_m) — zob. rys. 9. Wykonanie wyżej omówionych pomiarów i obliczeń wektorów indukcji dla poszczególnych punktów węzła umożliwia narysowanie obrazu linii sił pola dla różnych założonych chwil czasowych. Przy opracowywaniu metody wykreślania tych linii przystosowanej do rozpatrywa-

nych przypadków, wykorzystano znaną zasadę, że strumienie φ_r zawarte w rurkach wyznaczonych przez linie sił są jednakowe. Poza tym przyjęto, że rozkład pola we wszystkich blachach jest taki sam, stąd pomijana będzie dalej grubość blach, a wyznaczony „strumień” φ i φ_r (w Gscm lub kGsmm) będzie miarą strumienia całkowitego oraz rurki. Rozpatrywane zatem będzie pole płaskie. Ponadto, ponieważ znany jest z pomiarów rozkład wektorów indukcji na liniach o kierunkach osi x i y przyjętego układu współrzędnych, dla łatwości postępowania strumień rurki będzie obliczany jako iloczyn długości odcinka wyznaczonego przez ścianki rurki na linii o kierunku jednej z osi przez składowe wektorów indukcji prostopadłe do tego kierunku. Metodę znalezienia długości „ a ” omawianych odcinków, czyli szerokości rurek wiodących stały strumień φ_r , wyjaśnia następujące rozumowanie:



Rys. 10. Ilustracja do objaśnienia metody znajdowania szerokości rurki zawartej między liniami sił

Niech w pewnej chwili rozkład wektorów indukcji (wartości modułów B i kątów β , jakie tworzą z osią x), np. wzdłuż linii poziomej $A-A$, przedstawia się jak na rys. 10. Wtedy strumień φ_r zawarty w rurce ograniczonej liniami sił 1 i 2 wynosi dla przyjętego przypadku

$$\varphi_r = (B_1 \sin \beta_1 + B_2 \sin \beta_2) \frac{a}{2}$$

lub ogólnie dla linii o kierunku osi x

$$\varphi_r = \frac{a}{n} \sum_{i=1}^n B_i \sin \beta_i,$$

czyli

$$a = \frac{\varphi_r}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n B_i \sin \beta_i}.$$

Gdy w rozpatrywanym obszarze zmiana kierunku wektorów indukcji jest niewielka, można długość odcinka „ a ” obliczać z prostszego wzoru

$$a = \frac{\varphi_r}{B_{sr} \cdot \sin \beta_{sr}}, \quad (14)$$

gdzie:

B_{sr} — średnia wartość indukcji występującej na odcinku „ a ”,

β_{sr} — średni kąt z osią x wektorów indukcji występujących na tymże odcinku „ a ”.

Przy obliczaniu wzdłuż linii pionowych długości odcinków wyznaczających ścianki rurki, do podanych wzorów zamiast sinusów należy wstawiać cosinusy kątów β . Przystępując do obliczeń zakłada się długość odcinka „ a ”, wyznacza B_{sr} i β_{sr} , a następnie oblicza „ a ” według podanych wzorów. Ostateczne ustalenie długości szukanego odcinka następuje po kilku próbach.

W podanym rozumowaniu przyjęto strumień φ_r za znany. Należy go jednak na wstępie również obliczyć. Robimy to następująco: na początku wyznaczamy strumień całkowity φ płynący w jarzmie lub w środkowej kolumnie metodą omówioną poprzednio dla rurek utworzonych przez linie sił, ale zastosowaną do odcinka równego szerokości jarzma ($B - B$ na rys. 10) lub kolumny, korzystając z wyników pomiarów indukcji w obszarze sięgającym w głąb jarzma lub kolumny. Następnie zakładamy liczbę rurek, a dzieląc przez nią cały znaleziony strumień otrzymujemy szukany strumień φ_r jednej rurki — stały parametr dla całego wykresu.

Dla łatwiejszego wyznaczenia wartości B_{sr} i β_{sr} niezbędnych dla obliczenia kolejnych długości odcinków „ a ”, określających szerokości rurek wzdłuż rozpatrywanej linii, celowe jest narysowanie przebiegu wartości indukcji oraz kąta odchylenia wektora indukcji od prostopadłej do rozpatrywanej linii w funkcji miejsca. Mając określone metodą prób długości odcinków „ a ” (szerokości rurek) odczytuje się bezpośrednio z wykresu kąt, pod którym w danym miejscu powinna przecinać wyznaczona rurka rozpatrywaną linię.

Dotychczas omówiony został sposób rysowania linii sił wektora indukcji (B). Obecnie przejdziemy do omówienia linii stałego potencjału skalarnego pola magnetycznego (V_m). Potencjał skalarny pola magnetycznego rozumiany jest jako funkcja skalarna miejsca, której gradientem (ze znakiem minus) jest natężenie pola $\vec{H}$ [6], czyli

$$\vec{H} = -\text{grad} V_m.$$

Ponieważ zawsze $\text{rot grad } \varphi(x, y, z) = 0$, gdzie $\varphi(x, y, z)$ — dowolna funkcja skalarna, stąd wynika, że $\text{rot } \vec{H}$ musiałaby być równa zeru. Jednakże z równań Maxwella (1) wiadomo, że

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j},$$

gdzie $\vec{j}$ — gęstość prądu.

Stąd wniosek, że o potencjale skalarnym pola magnetycznego można mówić w odniesieniu tylko do takiego obszaru, w którym

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0, \text{ tzn. } \vec{j} = 0.$$

Rozpatrywany węzeł magnetyczny złożony jest z blach, w których zmienne strumień magnetyczny indukuje prądy wirowe. Z tego już względu mówienie o potencjale skalarnym pola w tym obszarze jest nieściśle. Załóżmy, że decydujemy się na uproszczenie zachodzących zjawisk i przyjmujemy $\vec{j} = 0$, aby móc operować pojęciem potencjału skalarnego, a rysowane obrazy pól — uzupełnić liniami ekwipotencjalnymi.

Ponieważ wektor $\vec{H}$ jako gradient V_m musi być prostopadły do linii ekwipotencjalnych, ich przecięcie z liniami sił musi zachodzić pod kątem prostym. Jeśli zatem narysować dwie linie (np. 1 i 2 na rys. 9) tworzące z liniami sił układ ortogonalny, to będą one liniami ekwipotencjalnymi, a zatem będzie między nimi stała różnica potencjałów $\Delta V_m = \text{const}$. Określenie wartości ΔV_m , jak również narysowanie trzeciej linii ekwipotencjalnej przechodzącej przez punkty o takiej samej różnicy potencjałów w odniesieniu do punktów leżących na jednej z już narysowanych linii, jest trudnym zadaniem.

Ogólnie znana jest metoda rysowania obrazów pól przy zachowaniu stałego stosunku wymiarów $\frac{d}{c}$ „krzywoliniowych prostokątów” (zob. rys. 9) utworzonych przez ortogonalny układ linii sił i linii ekwipotencjalnych. Rozpatrzmy, czy można ją wykorzystać również w naszym przypadku. Strumień φ_r rurki, a więc zawarty między sąsiednimi liniami sił, jest stały. Załóżmy, że linie stałego potencjału skalarnego $V_m = \text{const}$ chcemy rysować co ΔV_m . Związek między obu wielkościami ujmuje znany wzór

$$\Delta V_m = R_\mu \cdot \varphi_r,$$

gdzie: $R_\mu = \mu \left(\frac{d}{c} \right) \frac{1}{g}$ — oporność magnetyczna rurki na odcinku między sąsiednimi powierzchniami ekwipotencjalnymi (g — grubość pakietu blach; c, d — wymiary rurki jak na rys. 9). Podstawiając R_μ do wzoru na ΔV_m otrzymujemy po przekształceniu

$$\left(\frac{d}{c} \right) = \kappa \frac{1}{\mu},$$

gdzie $\kappa = g \frac{\Delta V_m}{\varphi_r} = \text{const}$, co wynika z poprzednich stwierdzeń.

Z otrzymanego w sposób zupełnie ogólny wzoru wynika, że stosunek wymiarów $\left(\frac{d}{c} \right)$ „krzywoliniowych prostokątów” w obrazie pola wypada

stały tylko w ośrodku izotropowym o stałej przenikalności magnetycznej $\mu = \text{const.}$ W naszym przypadku przenikalność jest zmienna, a wraz z nią i stosunek wymiarów $\frac{d}{c}$, zależny od μ odwrotnie proporcjonalnie.

Zasada stałości stosunku $\frac{d}{c}$ nie może więc tutaj obowiązywać. Gdybyśmy, założymy, uzyskali prawidłowy i pełny obraz pola (linie sił i linie ekwipotencjalne), to jak wynika z przeprowadzonego dowodu, obraz taki dawałby pogląd również na rozkład wartości bezwzględnej przenikalności magnetycznej μ w przestrzeni. Z tego dowodu wynika także, że — odwrotnie — kreślenie linii ekwipotencjalnych wymagałoby uprzedniej znajomości przestrzennego rozkładu μ , byłoby więc czynnością bardzo skomplikowaną, wymagającą stosowania metody kolejnych przybliżeń. Ponieważ oprócz tego możliwość występowania w ogóle w rozważanym obszarze potencjału skalarne go pola bazuje na uproszczonym założeniu $\bar{j} = 0$, rysowane obrazy pól zostaną ograniczone do wykreślenia istotnych dla analizy linii sił wektora indukcji $\bar{B}$.

Niniejszy artykuł jest pierwszym z cyklu kilku artykułów traktujących o rozkładzie indukcji w węźle magnetycznym trójfazowego rdzenia.

Politechnika Łódzka

Katedra Maszyn Elektrycznych i Transformatorów

WYKAZ LITERATURY

1. Bedienungsanweisung für den Vektormesser II — Instrukcja firmy AEG.
2. Bihari E., Stein G.: Berechnung der Eisenverluste von Transformatoren aus ihren Potentialfeldern E. u. M., 51. Jahrgang, 1933, zeszyt 7, str. 81—85, 96—99.
3. Brailsford F., Mazza V. R.: The Alternating Magnetic Flux Distribution in Right-Angled Corners of Transformer Laminations. — The Proceeding of the IEE, Part A, N. 44, April 1962, str. 173—180.
4. Jezierski E.: Transformatory. Budowa i projektowanie. W.N.T., Warszawa 1963.
5. Jezierski E.: Nowoczesna blacha transformatorowa i tendencje rozwojowe w kształtowaniu rdzeni transformatorowych. — Przegląd Elektrotechniczny, 1959, str. 6.
6. Goworkow W. A.: Pola elektryczne i magnetyczne. W.N.T., Warszawa 1962.
7. Krug W.: Messen der Augenblickswerte der Induktion und Feldstärke und der Ummagnetisierungsverluste von Elektrolechen. — Archiv für das Eisenhüttenwesen, 23. Jahrg., 1952, zeszyt 5/6, str. 207—215.
8. Stein G., Uhlmann E.: Feldverteilung und drehende Magnetisierung in Drehstromtransformatoren, Forschung und Technik, Springer — Verlag, Berlin, 1930, str. 69—83.
9. Stein G. M.: Influence of the Core Form Upon the Iron Losses of Transformers. — AIEE Transactions, 1948, Vol. 67, str. 95—105.

A. KOZŁOWSKA

THE METHOD OF ASSIGNING THE FLUX DENSITY DISTRIBUTION IN THE MAGNETIC KNOT OF A THREE PHASE CORE MADE OF COLD ROLLED STEEL SHEET

Summary

In order to work out a more accurate method of calculating the losses in iron cores made of cold rolled steel sheets it is necessary to know the flux density distribution in corners and core knots where the flux mostly penetrates in the opposite direction to the sheets lamination. An experimental method of assigning the flux density distribution in the magnetic knot of a three phase core considering the dependence of magnetic permeability μ on saturation as well as on the flux direction in relation to the direction of sheets lamination is described in this paper. The above method allows to calculate the value and the direction of the induction vectors at different moments in the discussed region according to the mean values of the electromotive forces induced in particularly installed measuring coils measured with the AEG vectometer. Also a method of presenting the field shape in form of lines depicting the forces of the flux density based on the described calculation has been given.

This paper is the first one of a series discussing the flux density distribution in the magnetic knot of a three phase core.

A. KOZŁOWSKA

LA MÉTHODE DE DÉTERMINER LA DISTRIBUTION DE L'INDUCTION MAGNÉTIQUE DANS LE NOEUD MAGNÉTIQUE DU NOYAU TRIPHASÉ CONSTRUIT DE LA TÔLE À CRISTAUX ORIENTÉS

Résumé

On a constaté, qu'en faisant les noyaux aux transformateurs de la tôle à cristaux orientés on a obtenu les valeurs élevées des coefficients des pertes additionnelles (20...50% des pertes principales et parfois encore plus). La partie principale des pertes additionnelles ce sont les pertes dans les domaines d'entrelacement des tôles, c. à d. dans les coins et les noeuds, où par une grande part le flux pénètre en désaccord avec la direction de la lamination des tôles. La condition indispensable d'élaboration de la méthode plus juste du calcul des pertes en fer consiste en étude de la distribution de l'induction magnétique dans les domaines mentionnés ci-dessus.

Dans l'oeuvre on présente la méthode de déterminer la distribution de l'induction magnétique dans la jonction du noyau triphasé dite "noeud magnétique" construit de la tôle à cristaux orientés. Les publications d'auparavant ont traité ce problème de la manière mathématique en acceptant la constance de perméabilité magnétique $\mu = \text{const.}$ On a discuté déjà la justice de ce principe en cas de la tôle à lamination chaude et il est impossible de l'accepter en cas de celle à cristaux orientés. Le principe de la constance de perméabilité magnétique donne le même dessin du champ indépendamment du sort de la tôle appliquée ainsi que de la construction du noeud, par ex. en cas de l'entrelacement à l'angle 90° ou 45° .

Dans l'oeuvre on a composé les équations différentielles (en considérant les dépendances de μ de la pénétration du flux par rapport à la direction de la lami-

nation) décrivant la distribution du champ dans le domaine considéré. La solution de ces équations rencontre en pratique des difficultés invincibles. Ce pourquoi on juge la méthode expérimentale rester unique à obtenir la solution du problème étudié.

Dans l'oeuvre on a présenté la méthode appuyée sur l'utilisation du vectormètre de la firme AEG servant à mesurer les valeurs moyennes des forces électromotrices induites dans les bobines de mesure spécialement posées. Cette méthode permet de calculer dans les points du domaine étudié les modules et les directions des vecteurs de l'induction dans les moments de temps différents. On a donné aussi la méthode, en se basant sur les mesures décrites, de représenter le dessin du champ sous la forme des lignes de champ du vecteur d'induction.

L'article présent est le premier d'une série de quelques articles traitant la distribution de l'induction magnétique dans le noeud magnétique du noyau triphasé.

A. KOZŁOWSKA

EINE METHODE ZUR BESTIMMUNG DER INDUKTIONSVERTEILUNG IM MAGNETISCHEN KNOTEN DES DREIPHASIGEN, AUS KALTGEWALZTEM BLECH HERGESTELLTEN KERNES

Zusammenfassung

Es ist bekannt, daß die Zusatzverluste in Transformatorenkernen aus kaltgewalztem Blech 20 bis 50%, oder noch mehr, der Grundverluste erreichen können. Der Hauptteil der Zusatzverluste entsteht in den Ecken und Knoten des magnetischen Kreises, wo die Bleche überlappt sind, weil hier eine Abweichung des magnetischen Flusses von der Blechwalzrichtung auftritt. Die Kenntnis der Induktionsverteilung in diesem Bereich ist für die Durchführung der genaueren Methode der Berechnung der Eisenverluste notwendig.

In dieser Abhandlung wird eine Methode zur Bestimmung der Induktionsverteilung im magnetischen Knoten des dreiphasigen, aus kaltgewalztem Blech hergestellten Kernes beschrieben. Bisherige Veröffentlichungen bearbeiteten dieses Problem mathematisch unter der Voraussetzung der magnetischen Permeabilität $\mu = \text{const}$. Die Berechtigung dieser Annahme wurde schon bei dem warmgewalzten Blech in Zweifel gestellt, bei kaltgewalztem Blech kann man dies keinesfalls voraussetzen. Bei $\mu = \text{const}$ würde die Feldverteilung sowohl von der Art der Bleche, als auch von der Knotenkonstruktion (Gehrung z.B. 90° oder 45°) unabhängig sein.

In der beschriebenen Abhandlung werden die Differentialgleichungen, welche die Induktionsverteilung im Knotengebiet darstellen, unter Berücksichtigung der Abhängigkeit der Permeabilität von der Sättigung und dem Winkel zwischen Fluß- und Walzrichtung, ermittelt. Doch die Lösung dieser Gleichungen ist praktisch unmöglich. Darum kann man dieses Problem nur experimentell lösen.

In gegenständlichem Artikel ist eine experimentelle Methode dargestellt, welche auf der Ausnützung des AEG-Vektormessers zur Messung der Mittelwerte der in speziellen Meßspulen induzierten EMK basiert. Mit dieser Methode kann man in verschiedenen Punkten des Knotenbereiches die Module und Richtungen der Induktionsvektoren als Zeitfunktionen feststellen. In der erwähnten Arbeit wird auch eine Methode der Darstellung der Feldverteilung als Induktionskraftlinienbild beschrieben.

Der Aufsatz ist der erste von einigen, welche die Induktionsverteilung im Knotenbereich des dreiphasigen Kernes aus kaltgewalztem Blech unter Berücksichtigung der verschiedenen Konstruktionen und Eigenschaften des Bleches zum Gegenstand haben.

А. КОЗЛОВСКА

МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНДУКЦИИ В МАГНИТНОМ
УЗЛЕ ТРЕХФАЗНОГО СЕРДЕЧНИКА ИЗ ЛИСТОВОЙ СТАЛИ ХОЛОДНОГО
ПРОКАТА

Резюме

Известно, что при постройке сердечников трансформаторов, выполненных из холоднопрокатанной стали, получаются большие значения коэффициентов добавочных потерь (20... 50% основных потерь, а иногда и больше). Основную долю добавочных потерь составляют потери в местах переплета листов, т. е. в углах и узлах, где поток в значительной степени проходит не согласно с направлением прокатки листов. Изучение распределения индукции в этих областях является таким образом необходимым для разработки уточненного метода расчета потерь в стали.

В статье дан метод нахождения распределения индукции в магнитном узле трехфазного сердечника выполненного из холоднопрокатанной стали. Предыдущие публикации обсуждали этот вопрос с математическим подходом предполагая постоянную магнитную проницаемость $\mu = \text{const}$. Правильность такого предположения подвергалась дискуссии уже при горячепрокатанной стали, а уж совершенно оно неприемлимо при холоднопрокатанной стали. Допущение постоянной магнитной проницаемости дает всегда одинаковый вид поля, независимо от сорта применяемой стали, а также от конструкции узла, например при шихтовке под углом 90° или 45° .

В работе были составлены дифференциальные уравнения (с учетом зависимости μ так от насыщения, как и от прокатки) описывающие распределение поля в рассматриваемой области. Решение однако этих уравнений наталкивается на практически непреодолимые трудности. Таким образом единственным путем решения рассматриваемого вопроса является экспериментальный путь.

В статье приводится метод основанный на использовании векторметра фирмы АЭГ для измерения средних значений электродвижущих сил наводимых в специально расположенных измерительных катушках. Метод этот позволяет рассчитать для точек рассматриваемой области модули и направления векторов индукции в различных моментах времени. Приводится также, базирующийся на описанных измерениях, метод представления образа поля в форме силовых линий вектора индукции.

Настоящая статья является первой из цикла нескольких статей изучающих распределение индукции в магнитном узле трехфазного сердечника.

STANISŁAW TOPIŃSKI

Anlassen des Drehstrommotors mittels Thermistoren¹⁾

Die Arbeit wurde am 16.12.1964 eingesandt

Gemäss Voraussetzung wurde in der Arbeit die Analyse des Anlasssystems des Drehstrommotors mit Thermistoranlasser durchgeführt. Die erhaltene Gleichungen der Übergangsvorgänge wurden mit dem Analogrechner PACE 231R gelöst.

Die Berechnungsergebnisse stimmen annähernd mit dem Versuch überein.

Der Vorzug des Thermistorenanlassers ist ein sanfter Anlassvorgang ohne Überlastungen. Die Projektierung des Anlassers erfordert einen großen Arbeitsaufwand. Trotz dieser Vorteile ist der Anwendungsbereich der Thermistoranlasser nur auf Spezialfälle begrenzt.

1. EINLEITUNG

Den Gegenstand der Abhandlung bildet das Anlassen der Drehstromasynchronmaschine mit einem rotorseitig eingebauten Thermistoranlasser. Die ausgeführten Versuche beziehen sich auf das Antriebssystem mit dreiphasigem Schleifringmotor von 6,5 PS. Für das Versuchssystem wurden Anlassgleichungen sowie ihre Lösungen eingesetzt. Die Lösung wurde unter Anwendung des Analog-Rechners erzielt.

2. DER ELEKTRISCHE KREIS

Das einfachste System des dreiphasigen Schleifringmotors mit dem Thermistoranlasser im Rotorkreis stellt Bild 1. dar. Das Anlassen des

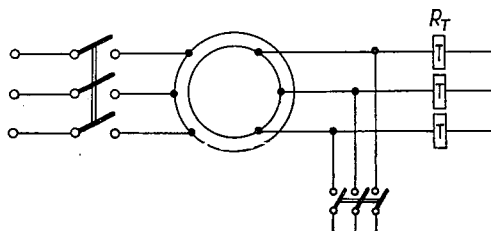


Bild 1. Das einfachste System des Schleifringmotors mit dem Thermistoranlasser

¹⁾ Die Arbeit wurde im Institut für Automatik und industrielle Elektronik (Prof. Gerecke) an der ETH Zürich hergestellt.

Motors verläuft folgendermassen: Im ersten Augenblick nach der Einschaltung des Kreises ist die Thermistoren-Temperatur der Umgebungstemperatur gleich. Die Thermistoren werden durch den Strom erhitzt, ihr Widerstand verringert sich, wodurch die Stromzunahme und das sanfte Anlassen des Motors ermöglicht werden. Bei entsprechend hohen Ankerumdrehungen werden die Thermistoren kurzgeschaltet, was ihre Abkühlung und folglich das nächste Anlassen ermöglicht.

3. GLEICHUNGEN, FÜR DEN NICHTSTATIONÄREN ZUSTAND

3.1. Gleichung der Leistungsbilanz der Thermistoren

Den Wärmeaustausch zwischen den Thermistoren und der Umgebung beschreibt die Gleichung der Leistungsbilanz, welche man in einfachster Form wie folgt darstellen kann:

$$i^2 R_T = K(\Theta_T - \Theta_u) + h \frac{d\Theta}{dt}, \quad (1)$$

wo

- i — Strom,
- R_T — Thermistor-Widerstand,
- Θ_T — Thermistor-Temperatur,
- Θ_u — Umgebungstemperatur,
- K — Wärmeabgabebezahl,
- h — Wärmekapazität.

Bei Berücksichtigung der Abhängigkeit des Koeffizienten K von der Temperatur bekommt man eine neue Form der Gleichung

$$i^2 R_T = K_\Theta \Theta + h \frac{d\Theta}{dt}, \quad (2)$$

worin:

- Θ — der Unterschied zwischen der Temperatur des Thermistors und der Umgebung.

Diese Gleichungsform wurde in dieser Arbeit verwendet.

3.2. Gleichungssystem für die Ausgleichs-Vorgänge des Drehstrommotors

In diesem Kapitel werden die Gleichungen der Übergangs-Vorgänge für einen Schleifringmotor dargestellt.

Die Ausführung sowie die Bezeichnungen stützen sich auf die Werke von E. Gerecke, H. Badr [1] und H. Badr [2].

Es wird angenommen, dass die Maschine in bezug auf die drei Phasen symmetrisch aufgebaut ist, und dass die an den Stator gelegte Netzspannung eine symmetrische Dreiphasenspannung ist.

In nachfolgenden Erwägungen ist eine Zwei-Achsen-Theorie angewendet, nach der eine Dreiphasenwicklung durch eine zweiphasige ersetzt werden darf.

Verwendete Formelzeichen:

u_1, u_2, u_3	Phasenspannungen des Stators
u_d, u_q	Spannungen an den Ersatzwicklungen des Stators
i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}	Statorströme
i_1, i_2, i_3	Rotorströme (umgerechnet für die Stator-Seite)
i_{w1}, i_{w2}, i_{w3}	Rotorströme
i_d, i_q	Ströme in zwei Ersatzwicklungen des Stators
i_A, i_B	Ströme in zwei rotierenden Ersatzwicklungen des Rotors
i_D, i_Q	Ströme in zwei feststehenden Ersatzwicklungen des Rotors
R_1	Statorwiderstand
R_2	Rotorwiderstand (umgerechnet)
L	Hauptinduktivität
σ	Streufaktor
γ	Lagewinkel des Rotors (elektr.)

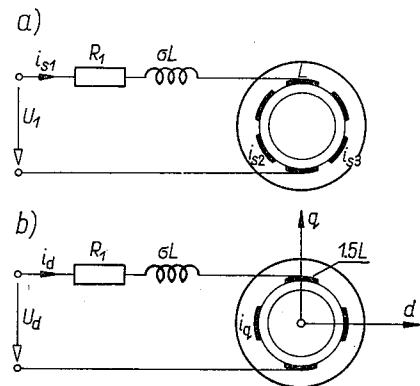


Bild 2. Transformation eines Drei-Phasen-Systems in Zwei-Phasen-System

Die Spannungsgleichungen für das Dreiphasen-System (Bild 2a) kann man in verkürzter Form schreiben

$$[u_1] = R_1[i_{s1}] + \sigma L[di_{s1}/dt] + L[K][di_{s1}/dt], \quad (3)$$

wo

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & -0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 1 & -0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Die drei Spannungen u_1, u_2, u_3 sowie die Ströme i_{s1}, i_{s2}, i_{s3} werden nun umtransformiert (Bild 2b) in zwei Spannungen u_d, u_q und zwei Ströme i_d, i_q eines äquivalenten Zweiphasensystemes laut:

$$[u_d] = [c][u_1], \quad (5)$$

$$[i_d] = [c][i_{s1}], \quad (6)$$

vorin Matrix $[c]$ und $[u_d]$ (ähnlich $[i_d]$) die Formen haben

$$[c] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -0,5 & -0,5 \\ 0 & 0,866 & -0,866 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$[u_d] = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Für die symmetrische Spannung und eine symmetrische Maschine, sind die Größen u_0 und i_0 gleich Null.

Die Gleichung (5) kann man nun in der endlichen Form aufschreiben.

$$u_d = 0,666u_1 - 0,333u_2 - 0,333u_3, \quad (9)$$

$$u_q = 0,577u_2 - 0,577u_3. \quad (10)$$

Den Statorstrom berechnet man mit Hilfe der Formel (6) als:

$$[i_{s1}] = [c]^{-1}[i_d]. \quad (11)$$

Nach Ausführung der Operationen erhält man

$$i_{s1} = i_d, \quad (12)$$

$$i_{s2} = -0,5i_d + 0,866i_q, \quad (13)$$

$$i_{s3} = -0,5i_d - 0,866i_q. \quad (14)$$

Ein rotierendes Dreiphasensystem lässt sich auch in ein Zweiphasensystem transformieren. Weitere Transformation führt zu einem feststehendem System, man muss jedoch dann die Spannungen U_{rD} und U_{rQ} , die von der Drehzahl abhängig sind, berücksichtigen.

$$U_{rD} = (\sigma + 1,5)Li_Q(d\gamma/dt), \quad (15)$$

$$U_{rQ} = -(\sigma + 1,5)Li_D(d\gamma/dt). \quad (16)$$

Bei Transformation eines rotierenden Zweiphasen-Systems in ein feststehendes Zweiphasen-System (Bild 3b, c) kann man neue Stromgleichungen aufstellen:

$$[i_D] = [c_1] \cdot [i_A], \quad (17)$$

wo

$$[c_1] = \begin{bmatrix} \cos\gamma; & -\sin\gamma; & 0 \\ \sin\gamma; & \cos\gamma; & 0 \\ 0; & 0; & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

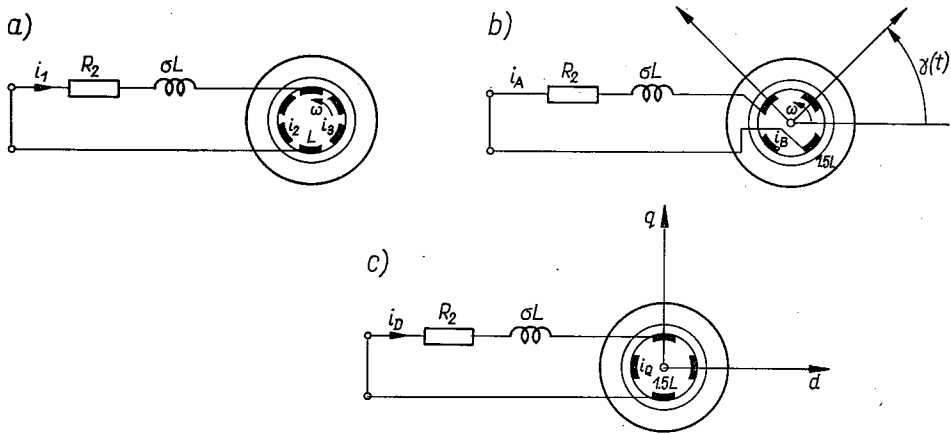


Bild 3. Transformation eines Drei-Phasen-Rotors in ein stehendes Zwei-Phasen-System

Die Spaltenmatrizen $[i_D]$ und $[i_A]$ bestehen aus drei Elementen i_D , i_Q , i_0 , (bzw. i_A , i_B , i_0), wobei man die Nullkomponenten i_0 für einen symmetrischen Motor und für die symmetrische Netzspannung vernachlässigen darf. Bei Berücksichtigung der Strombezeichnungen gemäss Bild 3. kann man die Gleichungen (6) und (17) wie folgt umformen:

$$[i_1] = [c]^{-1} [i_A], \quad (19)$$

und

$$[i_A] = [c_1]^{-1} [i_D], \quad (20)$$

woraus folgt

$$[i_1] = [c]^{-1} \cdot [c_1]^{-1} \cdot [i_D]. \quad (21)$$

Die letzte Gleichung kann man in der endgültigen Form aufschreiben

$$[i_1] = [K3] \cdot [i_D], \quad (22)$$

worin die Matrix $[K3]$ den Wert hat

$$[K3] = \begin{bmatrix} \cos \gamma & & & \sin \gamma & & 1 \\ -0,5 \cos \gamma & -0,866 \sin \gamma & -0,5 \sin \gamma & +0,866 \cos \gamma & 1 \\ -0,5 \cos \gamma & +0,866 \sin \gamma & -0,5 \sin \gamma & -0,866 \cos \gamma & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Auf diese Weise erhalten wir drei Rotor-Ströme

$$i_1 = i_D \cos \gamma + i_Q \sin \gamma, \quad (24)$$

$$i_2 = -(0,5 \cos \gamma + 0,866 \sin \gamma) i_D + (-0,5 \sin \gamma + 0,866 \cos \gamma) i_Q, \quad (25)$$

$$i_3 = (-0,5 \cos \gamma + 0,866 \sin \gamma) i_D - (0,5 \sin \gamma + 0,866 \cos \gamma) i_Q. \quad (26)$$

Bild 4 stellt ein transformiertes System mit Thermistor-Widerständen dar.

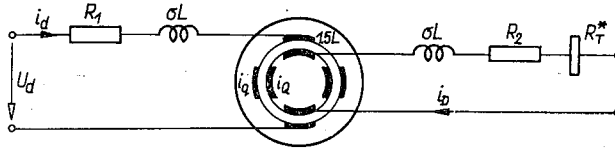


Bild 4. Transformiertes System

Die Spannungsgleichungen lauten:

$$u_d = [R_1 + (\sigma + 1,5)Lp]i_d + 1,5Lpi_q, \quad (27)$$

$$u_q = [R_1 + (\sigma + 1,5)Lp]i_q + 1,5Lpi_d, \quad (28)$$

$$0 = 1,5Lpi_d + 1,5L\omega i_q + [R_2 + R_T^* + (\sigma + 1,5)Lp]i_d + (\sigma + 1,5)L\omega i_q, \quad (29)$$

$$0 = -1,5L\omega i_d + 1,5Lpi_q - (\sigma + 1,5)L\omega i_d + [R_2 + R_T^* + (\sigma + 1,5)Lp]i_q. \quad (30)$$

Demnach erhalten wir:

$$i_d = \frac{\sigma + 1,5}{[(\sigma + 1,5)^2 - 1,5^2]L} \int \left[u_d - R_1 i_d + \frac{1,5^2}{\sigma + 1,5} L\omega i_q + \frac{1,5}{\sigma + 1,5} (R_2 + R_T^*) i_d + 1,5L\omega i_q \right] dt, \quad (31)$$

$$i_q = \frac{\sigma + 1,5}{[(\sigma + 1,5)^2 - 1,5^2]L} \int \left[u_q - R_1 i_q - \frac{1,5^2}{\sigma + 1,5} L\omega i_d + \frac{1,5}{\sigma + 1,5} (R_2 + R_T^*) i_q - 1,5L\omega i_d \right] dt, \quad (32)$$

$$i_d = -\frac{1,5}{\sigma + 1,5} i_d - \frac{1}{(\sigma + 1,5)L} \int [(R_2 + R_T^*) i_d + 1,5L\omega i_q + (\sigma + 1,5)L\omega i_q] dt, \quad (33)$$

$$i_q = -\frac{1,5}{\sigma + 1,5} i_q - \frac{1}{(\sigma + 1,5)L} \int [(R_2 + R_T^*) i_q - 1,5L\omega i_d + -(\sigma + 1,5)L\omega i_d] dt, \quad (34)$$

wo R_T^* — der für die Stator-Seite umgerechnete Anlasswiderstand sei.

Das elektrische Moment ist dem Quotient der Leistung P und der mechanischen Winkelgeschwindigkeit ω_{mech} gleich.

$$M_e = \frac{P}{\omega_{mech}} = \frac{2,25L\omega(i_q i_d - i_d i_q)}{\omega_{mech}}. \quad (35)$$

In den Gleichungen verwenden wir $\omega = \frac{d\gamma}{dt}$, die N_p (Polpaarzahl) mal grösser als ω_{mech} ist.

$$\omega = N_p \omega_{mech}. \quad (36)$$

Das elektrische Moment (in kGm) kann man jetzt wie folgt ausdrücken:

$$M_e = 0,102 \cdot 2,25 \cdot L(i_q i_D - i_d i_Q) N_p. \quad (37)$$

Damit ist die Momentengleichung:

$$\frac{1}{N_p} J \frac{d\omega}{dt} = 0,2295 L(i_q i_D - i_d i_Q) N_p - M - \frac{\varrho \omega}{N_p}, \quad (38)$$

wo:

M — das Gegenmoment des Motors,

ϱ — Reibungskoeffizient des Motors,

J — das Trägheitsmoment

bedeutet.

Nach der Umbildung der Gleichung (38) erhält man

$$\omega = \frac{N_p}{J} \int [0,2295 \cdot N_p L(i_q i_D - i_d i_Q) - M] dt - \frac{\varrho}{J} \int \omega dt. \quad (39)$$

4. LABORVERSUCHE

4.1. Eigenschaften des Thermistoranlassers

In den Versuchen wurden Thermistoren in der Gestalt von Rundscheiben von einem Durchmesser von 31 mm und einer Dicke von 3,0 mm verwendet (die Thermistoren wurden im Institut für Grundprobleme der Technik, Warschau, hergestellt).

Für Laboratoriumversuchen wurden Elemente von sehr ähnlichen elektrischen und thermischen Eigenschaften gewählt.

Die Konstruktion des Anlassers ist aus der Photographie (Bild 5.) ersichtlich.

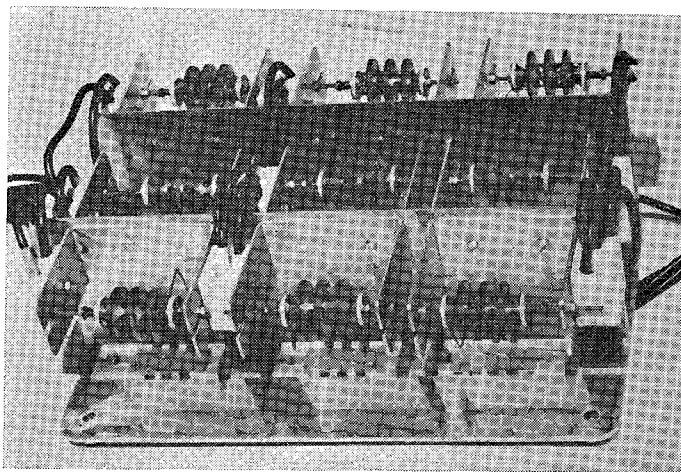


Bild 5. Thermistoranlasser

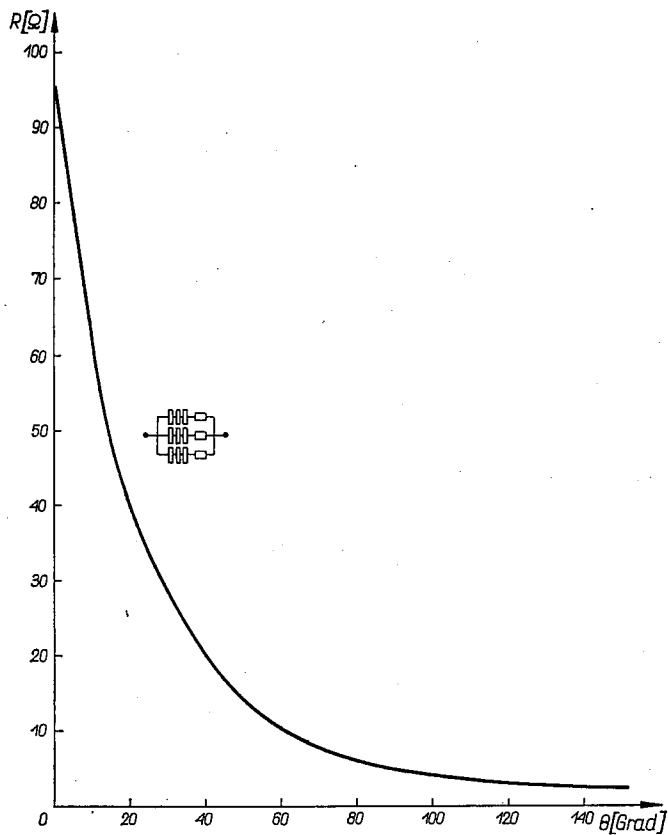


Bild 6. Widerstand der Thermistoranlasser-Phase in Funktion der Temperaturzunahme

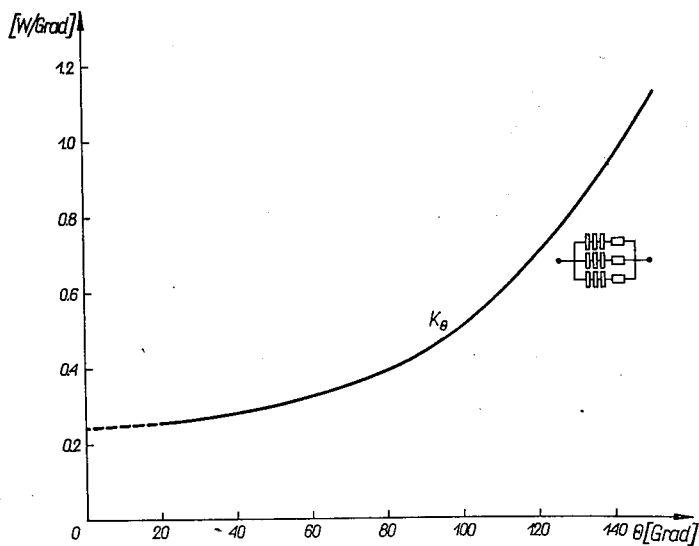


Bild 7. Die Wärmeabgabebezahl einer Anlasserphase in Funktion der Temperaturzunahme

In den Anlasser wurden drei in jeder Phase, auf dem Bild 6. gezeigten Zweige, eingeschaltet. Jeder Zweig enthält 3 Elemente in Reihenschaltung.

Die Widerstände r gleichen die Stromverteilung aus. Die Messungen, die für verschiedene Widerstandswerte durchgeführt wurden, haben gezeigt, dass schon bei $r = 5 \Omega$ die Stromverteilung fast gleichmässig (5%) ist.

Zwei Diagramme (Bild 6) und (Bild 7) geben den Widerstand sowie die Wärmeabgabezahl einer Anlasserphase in Funktion der Temperaturzunahme, an.

4.2. Eigenschaften der Maschinengruppe

Die Untersuchungen wurden mit einem dreiphasigen Schleifringmotor, Nominaldaten: 145/250 V; 30/17,4 A; 6,5 PS; 50 Hz; 1410 U/min (Rotor: 284 V; 11,2 A) ausgeführt.

Weitere Angaben: Statorwiderstand $R_1 = 0,51 \Omega$, Hauptinduktivität $L = 0,0527$ H, Rotorwiderstand (umgerechnet) $R_2 = 0,787 \Omega$, Streufaktor

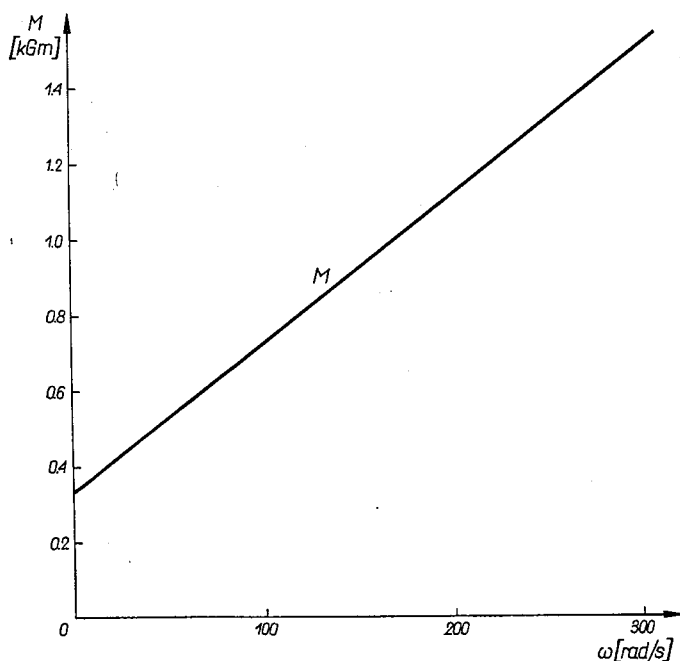


Bild 8. Gegenmoment auf der Welle in Funktion der Winkelgeschwindigkeit

$\sigma = 0,051$, Reibungskoeffizient $\varrho = 0,002065$ kGm/rad/s und Trägheitsmoment $J = 0,01758$ kGm/rad/s².

Der Motor wurde mechanisch mit dem fremderregten Gleichstrom-generator, Nominalleistung 6,8 kW, sowie mit dem tachometrischen Ge-

nerator gekuppelt. Ein Momentmesser (Vibro-Meter), der auf der Welle zwischen dem Motor und Generator montiert wurde, ermöglicht die Messung und Registrierung der Motorbelastung.

Die Charakteristik des Gegenmoments als eine Funktion der Winkelgeschwindigkeit stellt Bild 8, dar. Diese Abhängigkeit wurde durch die Belastung des Generators mit konstantem Widerstand erreicht. Der Widerstandswert wurde so gewählt, dass das Moment auf der Welle bei nominaler Drehgeschwindigkeit ca. die Hälfte des Nominalwertes erreicht.

4.3. Anlassproben

Bild 9. zeigt das Schaltsystem. Mit dem System wurde eine Reihe von Anlassproben durchgeführt. Für die Messungen wurde ein 8-Schleifen-Oszillograph angewendet, welcher den Strom im Statorkreis, drei Ströme im Rotorkreis, Spannungen auf zwei Anlasserphasen, die Drehgeschwin-

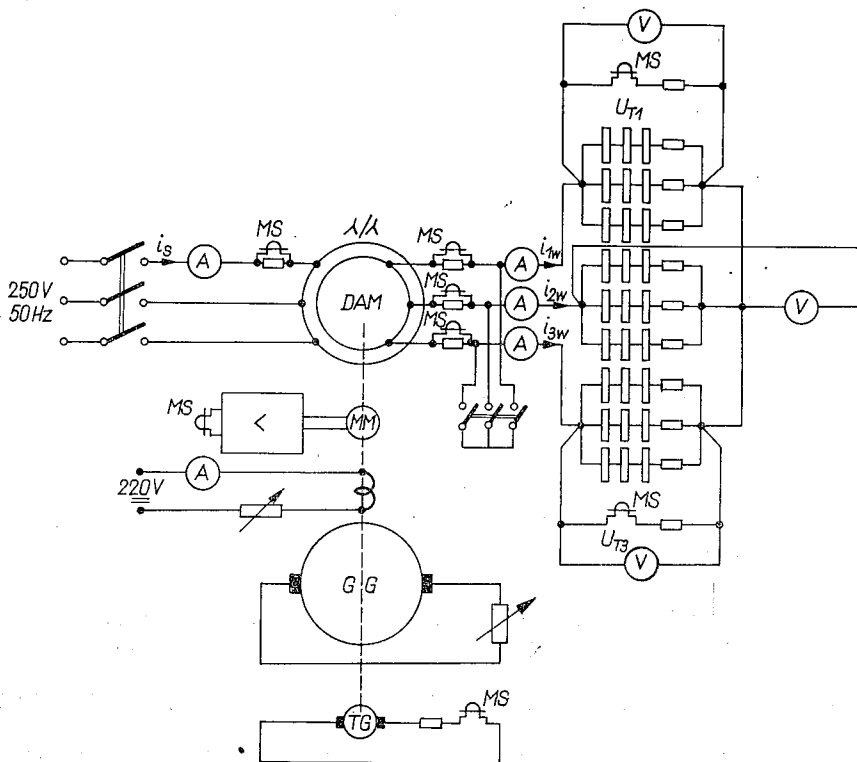


Bild 9. Schaltsystem bei der Anlassproben

DAM — Drehstromasynchronmotor, GG — Fremderregter Gleichstromgenerator, MM — Momentmesser (Vibro-Meter), MS — Messschleifen

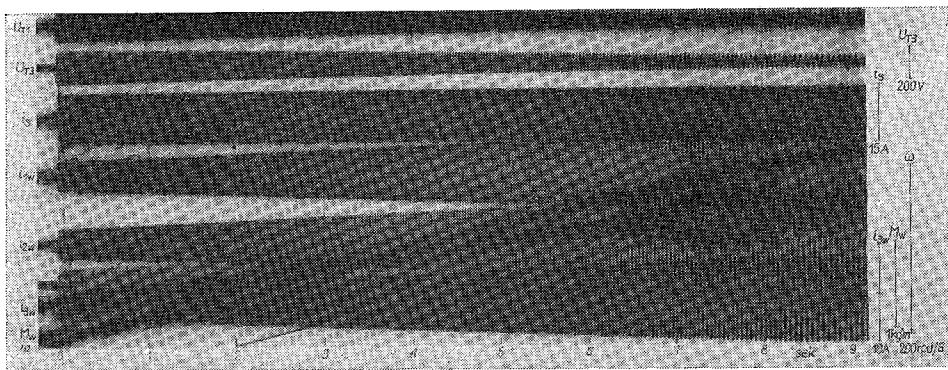


Bild 10. Oszillogramm des Anlassens

U_{T1} , U_{T2} — Spannungsabfälle auf den Anlasserphasen, M_w — Momentauf der Welle, i_1 , i_2 , i_3 — Rotorströme, ω — Winkelgeschwindigkeit

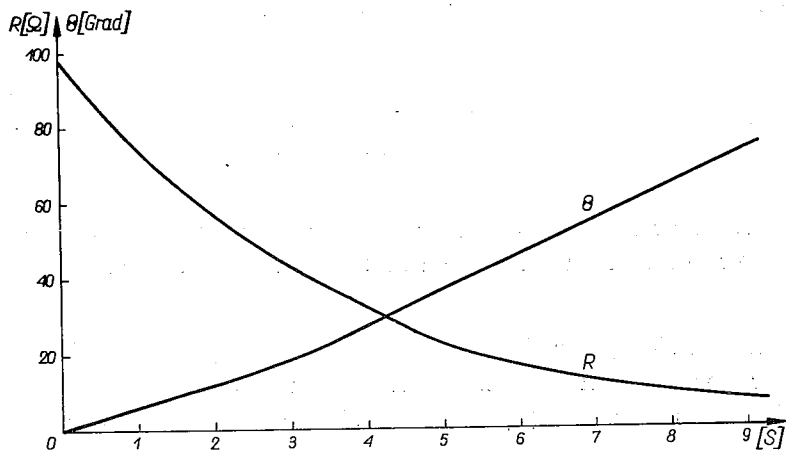


Bild 11. Widerstand einer Anlasserphase und Zunahme der Thermistorentemperatur während des Anlassens

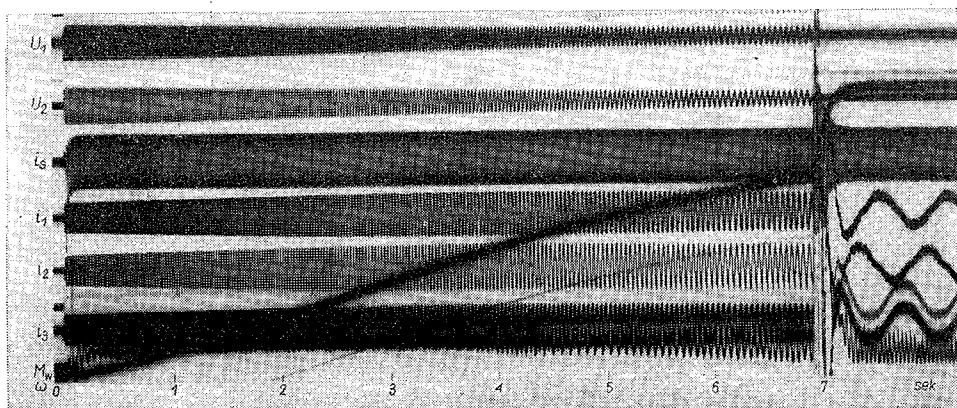


Bild 12. Oszillogramm des Anlassens bei unbelastetem Gleichstromgenerator

digkeit der Welle und das Belastungsmoment registriert. Die Temperatur der Umgebung betrug 20°C .

Das erste Oszillogramm des Anlassvorganges ist im Bild 10. dargestellt. Aus dem Oszillogramm geht hervor, dass der Anlauf sehr sanft ist. Die Drehgeschwindigkeit erreichte nach 9 Sekunden $n = 1048$ U/min, Moment auf der Welle $M \cong 1,4$ kGm, Statorstrom $i_s = 14,5$ A, Rotorstrom $i_{1w} = 9$ A (Amplitude).

Das Diagramm (Bild 11) wurde nach dem Oszillogramm ausgeführt. Das Diagramm zeigt den Widerstand einer Phase des Anlassers sowie die Thermistoren-Temperatur als Zeitfunktion. Der Phasen-Widerstand sinkt von $97\ \Omega$ am Anfang bis ca. $7\ \Omega$. Die entsprechende Thermistoren-Temperatur betrug 20°C und 93°C (Zunahme 73 Grad).

Das zweite Oszillogramm (Bild 12) zeigt das Anlassen des Asynchronmotors mit unbelastetem Gleichstromgenerator. Der Kurvenverlauf weist auf kleinere Erhitzung der Thermistoren hin.

5. BERECHNUNGEN DES ÜBERGANGSVORGANGES MIT DEM ANALOGRECHNER

5.1. Berechnung der Übergangsvorgänge in der einfachen Schaltung mit Thermistoren

Für die Prüfung der Leistungsbilanzgleichung (2) der Thermistoren sowie der berechneten Koeffizienten wurden die Übergangsvorgänge in einer einfachen Schaltung (Bild 13) auf dem Analogrechner berechnet.

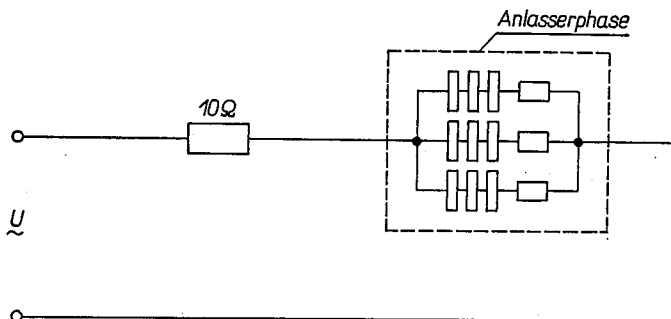


Bild 13. Einfache Schaltung mit einer Thermistoranlasserphase

Ein entsprechendes Analogschema ist im Bild 14, dargestellt. Beispielsweise ist im Bild 15. der (auf dem Analogrechner) berechnete und gemessene Verlauf der Stromamplitude für 130 V , 50 Hz gezeigt. Die Ergebnisse stimmen annähernd überein.

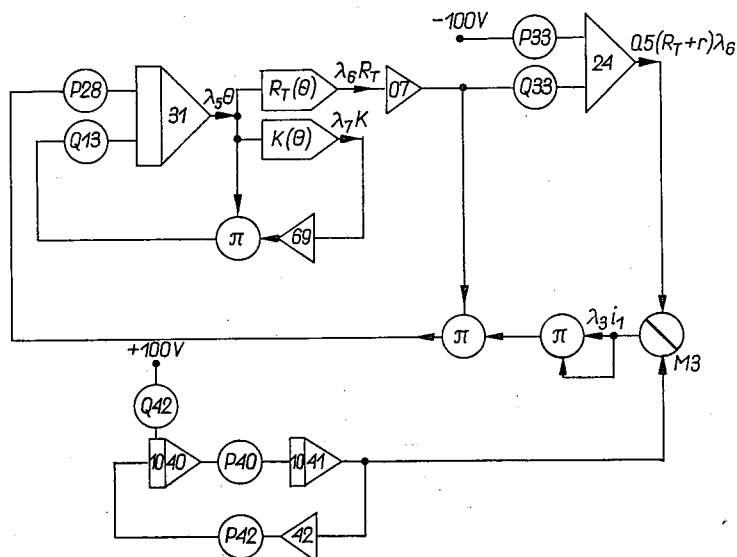


Bild 14. Analogschema entsprechend der Schaltung im Bild 16 mit einer Thermistoranlasserphase

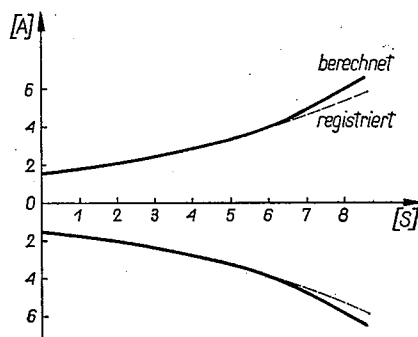


Bild 15. Verlauf der Stromamplitude für
130 V, 50 Hz

5.2. Analogschema des Systems

Übergangsvorgänge des Systems beschreiben 14 Gleichungen (2), (9), (10), (12), (13), (14), (24), (25), (26), (31), (32), (33), (34), (39).

Unter dem Strom und dem Widerstand sind in der Gleichung 2 die wirklichen (nicht umberechneten) Größen des Stromes i_w (zB i_{w1}) und des Widerstandes R_T zu verstehen. Für die Gleichungen wurde ein Analogschema aufgestellt (Bild 16).

Es wurde angenommen, dass der Thermistoren-Widerstand in allen Phasen des Anlassers sich gleichzeitig, gleichförmig ändert. Bei sehr kleinen Frequenzen des Rotorstromes ist die Belastung unsymmetrisch und die Voraussetzung sowie das angegebene Analogschema trifft nicht zu.

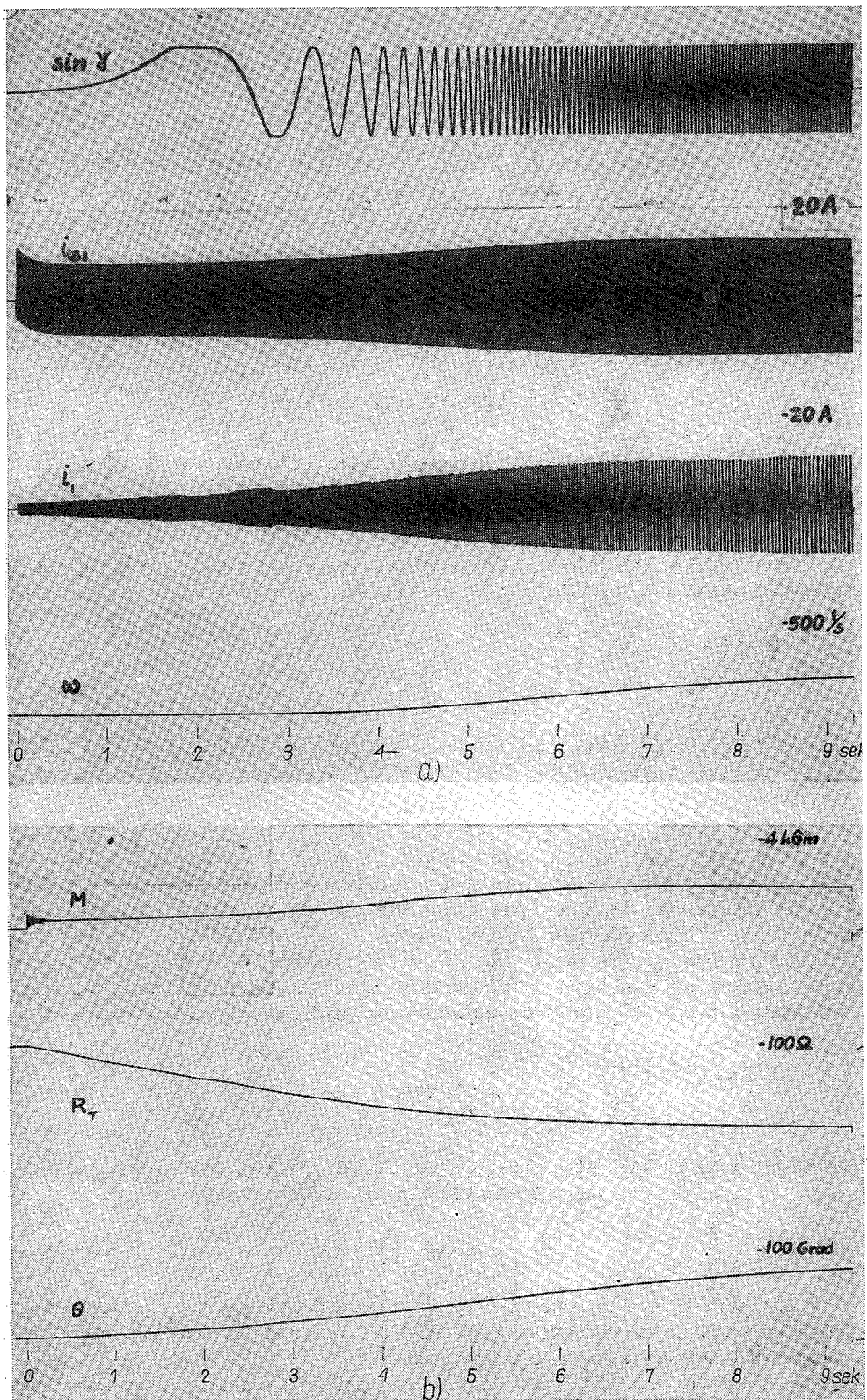


Bild 17. Ergebnisse der Auflösung der Gleichung des Anlassens mit einem Analogrechner

5.4. Lösungsergebnisse

Lösungsergebnisse sind im Bild 17a und 17b zusammengestellt. Der Vergleich der erhaltenen Lösungsergebnissen mit registrierten Kurven (Bild 10) zeigt, dass der Verlauf der Kurven mit Ausnahme des Rotorstromes, am Anfang des Anlassens annähernd übereinstimmt.

Ich möchte hiermit Herrn Prof. E. Gerecke meinen Dank für die Ermöglichung der Ausführung dieser Arbeit ausdrücken.

LITERATUR

1. Gerecke E., Badr A.: Asynchronmaschine mit primärseitig eingebauten steuerbaren Ventilen. — Neue Technik 3/1962, Zürich.
2. Badr A.: Primary-Side Thyatron Controlled Three-Phase Induction Machine. — Juris-Verlag, Zürich 1960.
3. Jabłoński A.: Rozruszniki termistorowe. — Prace Instytutu Elektrotechniki 1/1954, Warszawa, s. 51—60.

S. TOPIŃSKI

ROZRUCH TRÓJFAZOWEGO SILNIKA ASYNCHRONICZNEGO PRZY POMOCY ROZRUSZNIKA TERMISTOROWEGO

Streszczenie

W oparciu o teorię dwóch osi wyprowadzono równania opisujące przebieg rozruchu trójfazowego silnika pierścieniowego. Analiza odnosi się do układu symetrycznego z rozrusznikiem termistorowym.

Układ równań rozwiązano na maszynie analogowej PACE 231 R. Otrzymane wyniki obliczeń są zgodne w przybliżeniu z doświadczeniami przeprowadzonymi z silnikiem o mocy 6,5 KM i modelowym rozrusznikiem termistorowym.

S. TOPIŃSKI

THE STARTING OF AN ASYNCHRONOUS THREE PHASE MOTOR BY MEANS OF A THERMISTOR STARTER

Summary

On the basis of the two-axis theory, equations describing the starting process of a wound-rotor three phase motor are derived. The analysis concerns itself with a symmetrical system using a thermistor starter.

The system of equations has been solved using the analog computer PACE 231 R. The results obtained from the computer are conformable to the results of experiments with 6.5 H.P. motor and an experimental thermistor starter.

S. TOPIŃSKI

DÉMARRAGE DU MOTEUR ASYNCHRONE À L'AIDE DES THERMISTANCES

Résumé

Les équations du démarrage du moteur asynchrone triphasé avec bagues de démarrage sont établies d'après la théorie deux axes. L'analyse se rapporte au système symétrique avec un démarreur aux thermistances. Pour ce système d'équations on a trouvé la solution sur une machine à calculer analogique PACE 231R et les résultats obtenus sont approximativement en accord avec les mesures obtenues pendant l'expérience avec un moteur de 6,5 Ch. muni d'un démarreur à thermistances construit par l'auteur.

С. ТОПИНСКИ

ПУСК АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ
С ПОМОЩЬЮ ТЕРМОСОПРОТИВЛЕНИЙ

Резюме

На основе теории двух осей машины выведено уравнения, характеризующие запуск трёхфазного двигателя с фазовым ротором. Анализ проведен для симметрической схемы с пускателем на термосопротивлениях.

Систему уравнений решена на аналоговой вычислительной машине PACE 231 R. Проверка основных результатов выполнена на экспериментальной установке с двигателем мощностью 6,5 л.с. и пускателем на термосопротивлении доказана соответствие экспериментальных и теоретических данных.

EUGENIUSZ HOROSZKO

Wpływ zmiennej reaktancji pieca łukowego na jego pracę

Rękopis dostarczono 10.8.1965

W pracy została teoretycznie przeanalizowana problematyka powstawania zmiennej reaktancji obwodu zasilania pieców łukowych, wywoływanej zmiennymi odległościami faz torów wieloprądowych. Do analizy tej zostały wprowadzone dwa nowe parametry toru wieloprądowego: reaktancja i rezystancja sprzężona, przy pomocy których została stworzona teoria obwodu zasilania pieca i zostały rozpatrzone trzy rodzaje zjawiska asymetrii pieców łukowych: asymetria elektrotermiczna, systemu impedancyjnego i asymetria prądowa. Zostały również przeanalizowane zagadnienia wyznaczania maksymalnego prądu pieca przy zmiennych jego reaktancjach.

1. WPROWADZENIE W PROBLEMATYKĘ

Na wyniki pracy pieca łukowego wywiera duży wpływ jego tor wieloprądowy i zjawiska w nim zachodzące. Jednym z najważniejszych zjawisk pod tym względem jest powstawanie indukcji wzajemnych w fazach toru, wynikających ze sprzężeń magnetycznych pomiędzy nimi i wywierających wpływ na fazowe reaktancje pieca, indukowanie się dodatkowych napięć w jego fazach, przenoszenie się mocy pomiędzy fazami pieca, zjawisko asymetrii pieca i powstawania tzw. słabej i mocnej fazy. Zjawiska te przejawiają się w zasadzie we wszystkich trójfazowych piecach łukowych, zarówno stalowniczych, jak też redukcyjnych, z większym lub mniejszym nasileniem i z różnymi skutkami. W małych piecach o małej mocy są one niewielkie, nie mają praktycznego znaczenia i wskutek tego nawet przy rozważaniach teoretycznych nie bierze się ich pod uwagę. Stąd też w piśmiennictwie naukowym, datującym się z wczesnych lat rozwoju grzejnictwa łukowego, nie znalazły one odpowiedniego potraktowania.

Dopiero w ostatnich latach, kiedy rozwój pieców łukowych zaznaczył się budową dużych jednostek piecowych, stalowniczych i redukcyjnych, zjawiska te wystąpiły wyraźnie w praktyce, spowodowały trudności eksploatacyjne, a nauce stworzyły nowe problemy naukowe.

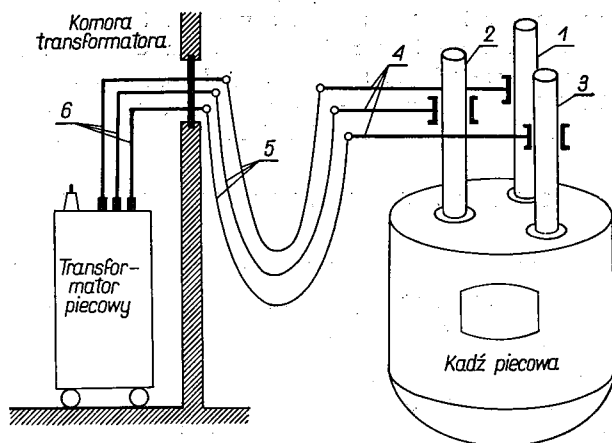
W praktyce pieców redukcyjnych z szeregowym układem elektrod zjawisko asymetrii i przenoszenia się mocy między fazami było dawniej już znane i uznawane za ich poważną wadę.

W stalowniczych piecach łukowych zjawiska te szczególnie ostro wystąpiły przy średnich i dużych ich mocach, które zaczęto stosować w przemyśle od kilkunastu lat. Zaznaczyły się one następującymi objawami:

1. W piecach tych wyraźnie wystąpiło zjawisko słabej i mocnej fazy, a różnica mocy fazy mocnej i słabej dochodziła do 30%.

2. Wielkości mocy faz mocnej i słabej ulegały zmianom podczas pracy pieca oraz zmieniały swe położenie: przechodziły z jednej fazy na drugą. Był okres pracy pieca, kiedy faza mocna i słaba umiejscawiały się w fazach skrajnych, a po pewnym czasie faza mocna przechodziła np. na fazę środkową.

Teoretyczna analiza tych zagadnień wykazuje, że główne ich źródło tkwi w torze wieloprądowym. Na rysunku 1 został przedstawiony w sposób poglądowy powszechnie stosowany tor wieloprądowy pieca stalowniczego. Tor ten łączy elektrycznie transformator piecowy z elektrodami



Rys. 1. Schemat toru wieloprądowego

za pośrednictwem ich uchwytów. Składa się on z części sztywnej w komorze transformatora piecowego i z części ruchomej: z giętkich lin miedzianych oraz z towaru wykonanego z szyn lub z rur miedzianych, ułożonych na ramionach elektrod.

Przedstawiony na rys. 1 tor wieloprądowy jest torem w układzie otwartej gwiazdy; pokrótce jest on też nazywany torem otwartym w odróżnieniu od torów bifilarnych, zamkniętych w trójkąt lub w gwiazdę, pokazanych w dalszej części niniejszej pracy w rozdziale 5 i na rysunkach 10—14.

Powyżej wspomniane elektryczne układy torów należy odróżniać od ich geometrycznych układów. Każda bowiem faza toru może zajmować w przestrzeni różne położenie względem pozostałych faz. Położenia te tworzą geometryczny układ toru, który dla jego sztywnej części będzie stały, a dla jego ruchomej części, tj. dla giętkich kabli lub taśm i dla

toru na ramionach elektrod, będzie zmienny i dowolny. Elektrody bowiem wszystkich pieców łukowych wraz z przytwierdzonymi do nich torami posiadają niezależne ruchy pionowe. Ruchy te w piecach stalowniczych są znaczne, wynoszą kilka metrów, a prądy fazowe toru dochodzą do 35 kA, natomiast w piecach redukcyjnych ruchy te są wprawdzie mniejsze, lecz prądy toru są większe i dochodzą do 100 kA, a nawet więcej.

Pomiędzy fazami toru powstają sprzężenia magnetyczne, które wpływają na wielkość reaktancji każdej fazy toru. W każdej fazie toru bowiem występują znaczne indukcje wzajemne, których wielkości są zależne przede wszystkim od wzajemnych odległości faz sąsiednich. Jeżeli odległości te będą się zmieniać podczas pracy pieca, wówczas również fazowe reaktancje toru będą ulegać zmianie.

Elektrody wszystkich pieców łukowych zużywają się nierównomiernie. Wskutek tego ramiona elektrod opuszczają się również nierównomiernie i pomiędzy fazami toru powstają zmienne odległości. Elektroda, która się prędzej zużyje zostaje uzupełniona nowym jej odcinkiem, przy czym wykonujący tę czynność wytapiacz przesuwając uchwyt elektrody na nowe miejsce, nie zachowując często poprzednich odległości faz toru.

Podczas roztopiania złomu elektrody „schodzą” w dół również nierównomiernie; jedna elektroda może natrafić tak korzystnie dobrany i ułożony złom, że szybciej będzie go roztopiać od pozostałych elektrod, lub na jedną elektrodę zawali się złom, spowoduje zwarcie eksploatacyjne, które likwiduje automatyka elektrod, wyciągając ją i ustalając w nowym położeniu.

Innym powodem powstawania zmiennych reaktancji fazowych toru wielkoprądowego są zmienne jego odległości od mas żelaza konstrukcji mechanicznej pieca. Na początku roztopiania złomu odległości te są duże, pod jego koniec — w okresie świeżenia i rafinacji stali oraz po największym zużyciu elektrody — są one najmniejsze.

Również zmiany prądów sąsiednich faz są czynnikiem wywołującym zmiany reaktancji toru, które szczególnie mocno występują w okresie roztopiania złomu w stalowniczym piecu, względnie w okresie zaburzeń normalnej pracy pieców redukcyjnych.

Występujące podczas pracy pieca zmiany reaktancji faz toru powodują zmiany fazowych impedancji obwodu zasilania pieca, wywierają wpływ na jego pracę i jej wyniki. Praktyka sygnalizuje np. przechodzenie mocnej fazy stalowniczego pieca łukowego 30 ton z jednej elektrody na drugą podczas normalnej pracy, bez jakichkolwiek zmian w zasilaniu pieca. Przyczyną tego są zmiany reaktancji faz toru, które — jak z tego wynika — mając wpływ na asymetrię pieca, są widocznie znaczne.

Wpływ zmiennych reaktancji na pracę pieców stwarza nowe problemy w grzejnictwie łukowym, których rozeznanie — zarówno teoretyczne, jak też praktyczne — ma dla niego duże znaczenie. Problemy te są przedmiotem teoretycznej analizy niniejszej pracy. Dla ułatwienia jej

tor wielkoprądowy został charakteryzowany nie tylko powszechnie stosowanymi parametrami własnymi, tj. rezystancją i reaktancją własną, ale i dwoma nowymi parametrami sprzężonymi, a mianowicie rezystancją i reaktancją sprzężoną, które zostały ujęte w formę matematyczną.

Zagadnienia zmiennych reaktancji pieców łukowych zostały przeanalizowane w niniejszej pracy dla trójfazowych pieców stalowniczych i redukcyjnych, zasilanych symetrycznymi, niezmiennymi napięciami, o zgodnym lub przeciwnym następstwie faz. Napięcia te można wyrazić w następujący sposób:

$$\begin{aligned} U_1 &= U, \\ U_2 &= \left(-\frac{1}{2} \underset{(-)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) U_1 = \left(-\frac{1}{2} \underset{(-)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) U_3, \\ U_3 &= \left(-\frac{1}{2} \underset{(-)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) U_1 = \left(-\frac{1}{2} \underset{(+)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) U_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Górne znaki odnoszą się do napięć o następstwie zgodnym, a dolne, w nawiasach odnoszą się do napięć o następstwie przeciwnym.

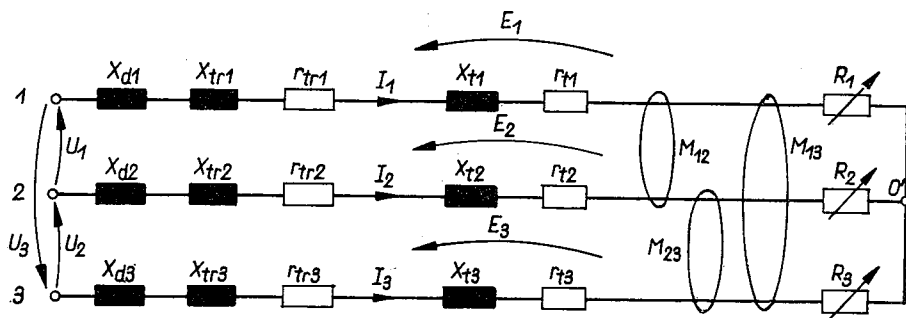
Zakłada się, że prądy elektrod, a tym samym prądy łuku są sinusoidalne, o przebiegach: $i_t = I e^{j\omega t}$. Założenie to wprowadzie odbiega od rzeczywistości, ale znacznie upraszcza rozpatrywanie skomplikowanych problemów. Wyższe harmoniczne, które w rzeczywistości składają się na przebiegi prądów pieca, można uwzględnić dodatkowo w wynikach analizy sinusoidalnych prądów.

Przyjęta również została powszechnie stosowana w praktyce praca pieców łukowych przy symetrycznych prądach elektrod, które mogą być bądź w układzie zgodnym, bądź też przeciwnym i które analogicznie do równań (1) można wyrazić:

$$\begin{aligned} I_1 &= \left(-\frac{1}{2} \underset{(-)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) I_2 = \left(-\frac{1}{2} \underset{(+)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) I_3, \\ I_2 &= \left(-\frac{1}{2} \underset{(-)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) I_3 = \left(-\frac{1}{2} \underset{(+)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) I_1, \\ I_3 &= \left(-\frac{1}{2} \underset{(+)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) I_2 = \left(-\frac{1}{2} \underset{(-)}{+} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) I_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Pracę pieców łukowych symetrycznymi prądami narzucają wymagania zasilających sieci energetycznych, które tylko w wyjątkowych przypadkach dopuszczają nieduże asymetryczne ich prądowe obciążenie.

W okresie roztopiania złomu w piecu stalowniczym, jego prądy fazowe są różne, a ich wielkości są ciągle zmienne, mimo że automatyczna regulacja elektrod stara się zawsze sprowadzić je do nastawionych, równych wielkości. Te stany pracy pieca są stanami nieustalonymi.



Rys. 2. Zasadniczy obwód zasilania pieca łukowego

Przyjęto, że piec jest zasilany za pośrednictwem transformatora piecowego z równoczesną regulacją napięć w trzech fazach — za pośrednictwem zaczeów. Zasadniczy obwód zasilania pieców przedstawiony jest na rys. 2, którego parametry zostały oznaczone w następujący sposób:

R_n — jest rezystancją łuku dowolnej fazy n , przy czym zakłada się, że łuk w piecu jest bezindukcyjny, co odbiega nieco od rzeczywistości,

X_{dn} — reaktancja dławika,

X_{trn} — reaktancja transformatora piecowego,

r_{trn} — rezystancja uzwojeń transformatora piecowego,

$X_{tn} = \omega L_n$ — reaktancja własna toru wieloprądowego,

r_{tn} — rezystancja własna toru wieloprądowego,

M_{in} — indukcyjność wzajemna między fazami i - n , przy czym zakłada się, że $M_{in} = M_{ni}$,

E_n — napięcie fazy.

Powyższe parametry obwodu zasilania pieca zostały odniesione np. do wtórnej strony transformatora piecowego.

Reaktancje dławika i transformatora oraz jego rezystancje można uważać za skupione, natomiast reaktancje i rezystancje własne toru oraz jego reaktancje, wynikające ze sprzężeń magnetycznych, są rozłożone mniej lub więcej równomiernie wzdłuż całej długości toru.

Transformatory i dławiki piecowe są budowane symetrycznie, wobec czego można przyjąć:

$$X_{d1} = X_{d2} = X_{d3} = X_d,$$

$$X_{tr1} = X_{tr2} = X_{tr3} = X_{tr},$$

$$r_{tr1} = r_{tr2} = r_{tr3} = r_{tr}.$$

Natomiast reaktancje i rezystancje własne faz toru nie są jednakowe, ponieważ ich długości są różne. Piece o okrągłych kadziach posiadają zwykle środkową fazę toru nieco krótszą lub nieco dłuższą od różnych co do długości faz skrajnych. Jeżeli jednak przyjmie się, że fazy toru są prowadzone symetrycznie i że ich reaktancje i rezystancje własne są roz-

łożone równomiernie wzdłuż całej ich długości, można założyć z wystarczającą dokładnością dla wyników analizy, że są one równe; a zatem jest:

$$X_{r1} = X_{r2} = X_{r3} = X_r,$$

$$r_{r1} = r_{r2} = r_{r3} = r_r.$$

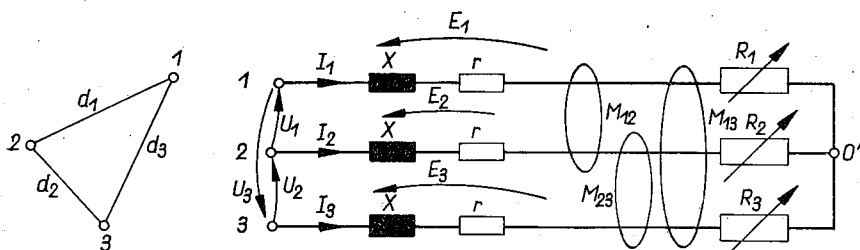
Różnica bowiem długości środkowej fazy toru i faz skrajnych może wynosić $\pm 0,75 d$, gdzie d jest średnicą koła podziałowego elektrod. Jeżeli [1] stosunek średnic koła podziałowego i kadzi pieca wynosi: $\frac{d}{D} = 0,2$, to różnica ta wyniesie maksymalnie $\pm 0,15 D$, co przy stosowanych długościach toru, wynoszących $l = (3-4) D$ stanowić będzie $(4-5)\%$. Tyle też wynosić będą uchyby wyników analizy, wynikające z założenia równych fazowych, własnych reaktancji i rezystancji toru.

Sumując odpowiednie parametry faz obwodu zasilania pieca, a mianowicie:

$$X = X_d + X_{tr} + X_r,$$

$$r = r_{tr} + r_r$$

otrzymuje się jednakowo fazowe reaktancje i rezystencje, a zasadniczy obwód zasilania upraszcza się jak na rys. 3, na którym zaznaczono również geometryczny układ faz toru. Ramiona elektrod mogą przesuwać się niezależnymi ruchami w górę i w dół, wskutek czego osie faz toru, leżąc w wierzchołkach trójkąta 1, 2, 3 tworzyć będą nierównoboczne trójk-



Rys. 3. Obwód zasilania pieca z układem faz toru

kąty. Indukcje wzajemne zatem będą różne i zmienne w czasie pracy pieca, a to spowoduje zmiany reaktancji faz. Często więc przyjmowane założenie w piśmiennictwie naukowym i fachowym, że reaktancje fazowe pieca są stałe — staje się nie do przyjęcia.

W każdej fazie obwodu zasilania pieca powstają napięcia fazowe E_n , które można ująć w następujące ogólne równanie:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

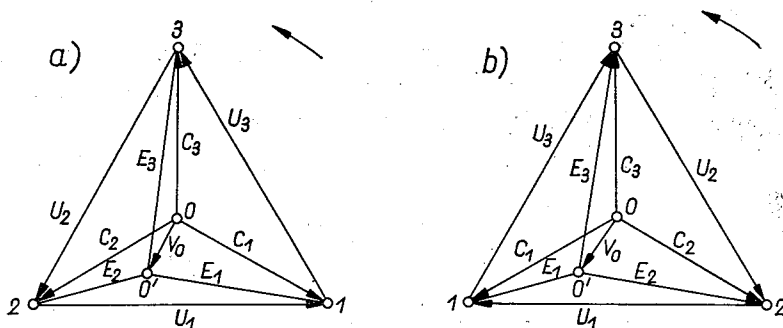
gdzie Z stanowi fazowe impedancje obwodu i tworzy jego trójfazowy system impedancyjny, który można wyrazić następującą matrycą:

$$Z = \begin{bmatrix} (R_1 + r + jX) & j\omega M_{12} & j\omega M_{13} \\ j\omega M_{12} & (R_2 + r + jX) & j\omega M_{23} \\ j\omega M_{13} & j\omega M_{23} & (R_3 + r + jX) \end{bmatrix}.$$

Traktując ogólnie obwód zasilania pieca należy stwierdzić, że stanowi on trójfazowy, asymetryczny obwód, w którym impedancje fazowe są różne. Pomiedzy punktem zerowym pieca O' i punktem zerowym zasilania O powstanie napięcie przesunięcia punktu zerowego:

$$V_0 = -\frac{1}{3}(E_1 + E_2 + E_3), \quad (4)$$

które można uwidocznic na wykresie wskazowych napięć o następstwie zgodnym i przeciwnym, jak na rys. 4.



Rys. 4. Wykres wskazowy napięć o następstwie a) zgodnym i b) przeciwnym

W piśmiennictwie z dziedziny grzejnictwa łukowego zwykle nie uwzględnia się napięcia V_0 , ponieważ przyjmuje się, że wynosi ono zero; tymczasem pomiary wykonane na kilku piecach średniej mocy wykazują, że nie jest ono pomijalne.

2. SPRZĘŻONE PARAMETRY TORU WIELKOPRĄDOWEGO

Tóry wielkoprądowe pieców łukowych charakteryzuje się dotychczas dwoma głównymi parametrami: rezystancją i reaktancją własną. Przez rezystancję toru rozumie się zwykle całkowitą jego rezystancję, złożoną z rezystancji przewodników toru, z rezystancji zestyków przewodników, z rezystancji zestyków przewodników miedzianych toru z uchwytyami elektrod oraz z dodatkowej rezystancji, wynikłej ze zjawiska naskórkowości i efektu zbliżenia. Natomiast przez reaktancję własną toru rozumie się tę reaktancję, która wynika z indukcji własnej jego przewodników.

Dwa te parametry składają się na fazową impedancję toru:

$$Z_t = r_t + j\omega L_t,$$

którą przyjęto poprzednio jako jednakową i niezmienną we wszystkich fazach.

Parametry własne toru nie wystarczają do wyjaśnienia skomplikowanych zjawisk asymetrii pieca, zmian fazowych mocy pieca oraz innych zagadnień, np. przemieszczania się fazy mocnej. Z tego powodu wprowadzono dodatkowo dwa nowe parametry toru: rezystancję i reaktancję sprzężoną, wynikającą z jego indukcji wzajemnych.

Na skutek bowiem sprzężeń magnetycznych pomiędzy fazami toru indukują się w nich następujące SEM-ne:

$$\begin{aligned} SEM_1 &= (M_{12}I_2 + M_{13}I_3)\omega, \\ SEM_2 &= (M_{12}I_1 + M_{23}I_3)\omega, \\ SEM_3 &= (M_{13}I_1 + M_{23}I_2)\omega. \end{aligned} \quad (5)$$

Siły te są różne co do wielkości, ponieważ indukcje wzajemne M_{in} są różne i mogą się zmieniać przy zmianach układu toru, a więc przy zmianach odległości jego faz.

Łatwiej jednak będzie rozpatrywać zjawiska zachodzące w torze wieloprowodowym przy pomocy jego spadków napięć. Jeżeli bowiem jego fazami płyną prądy $i_t = I e^{j\omega t}$, wówczas na całej długości l występują fazowe spadki napięcia, które można ująć następującymi ogólnymi równaniami różniczkowymi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x} l &= i_1 r_t + L \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_3}{\partial t}, \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} l &= i_2 r_t + L \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{12} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_3}{\partial t}, \\ \frac{\partial u_3}{\partial x} l &= i_3 r_t + L \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{13} \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{23} \frac{\partial i_2}{\partial t}. \end{aligned} \quad (6)$$

Po przeprowadzeniu odpowiednich działań matematycznych i uwzględnieniu równań (2), otrzymuje się następujące fazowe spadki napięć:

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= \left\{ (r_t + j\omega L) + j\omega \left[\left(-\frac{1}{2} \frac{-}{(+)} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) M_{12} + \left(-\frac{1}{2} \frac{+}{(-)} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) M_{13} \right] \right\} I_1, \\ \Delta U_2 &= \left\{ (r_t + j\omega L) + j\omega \left[\left(-\frac{1}{2} \frac{-}{(+)} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) M_{23} + \left(-\frac{1}{2} \frac{+}{(-)} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) M_{12} \right] \right\} I_2, \\ \Delta U_3 &= \left\{ (r_t + j\omega L) + j\omega \left[\left(-\frac{1}{2} \frac{-}{(+)} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) M_{13} + \left(-\frac{1}{2} \frac{+}{(-)} j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) M_{13} \right] \right\} I_3. \end{aligned}$$

Powyższe spadki napięć są złożone z dwu grup składników, a mianowicie:

Jedną grupę składników stanowią fazowe własne spadki napięć występujące na impedancji własnej toru:

$$\begin{aligned} \Delta U_{w1} &= (r_t + j\omega L) I_1 = Z_t I_1, \\ \Delta U_{w2} &= (r_t + j\omega L) I_2 = Z_t I_2, \\ \Delta U_{w3} &= (r_t + j\omega L) I_3 = Z_t I_3. \end{aligned} \quad (7)$$

Spadki te posiadają jednakowe moduły, są więc jednakowe co do wielkości.

Drugą grupę składników stanowią sprzężone spadki napięć, wynikające ze sprzężeń magnetycznych, a mianowicie:

$$\begin{aligned}\Delta U_{s1} &= \left[+\frac{1}{(-)}\frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M_{12}-M_{13})-j\frac{1}{2}\omega(M_{12}+M_{13}) \right] I_1, \\ \Delta U_{s2} &= \left[+\frac{1}{(-)}\frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M_{23}-M_{12})-j\frac{1}{2}\omega(M_{23}+M_{12}) \right] I_2, \\ \Delta U_{s3} &= \left[+\frac{1}{(-)}\frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M_{13}+M_{23})-j\frac{1}{2}\omega(M_{13}+M_{23}) \right] I_3.\end{aligned}\quad (8)$$

Sprzężone spadki napięcia zależą od indukcji wzajemnych sąsiednich faz i wskutek tego — ogólnie je traktując — są one różne i zmienne co do wielkości, zależnie od odległości d pomiędzy fazami toru.

Całkowite spadki napięcia w fazach toru wynoszą zatem:

$$\begin{aligned}\Delta U_1 &= \Delta U_{w1} + \Delta U_{s1}, \\ \Delta U_2 &= \Delta U_{w2} + \Delta U_{s2}, \\ \Delta U_3 &= \Delta U_{w3} + \Delta U_{s3}.\end{aligned}$$

Analizując równania (8) dochodzi się do wniosku, że sprzężone spadki napięć składają się z czynnych i indukcyjnych spadków napięć. Posługując się nimi można wprowadzić nowe parametry toru, a mianowicie fazowe rezystancje sprzężone toru:

$$\begin{aligned}r_{s1} &= +\frac{1}{(-)}\frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M_{12}-M_{13}), \\ r_{s2} &= +\frac{1}{(-)}\frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M_{23}-M_{12}), \\ r_{s3} &= +\frac{1}{(-)}\frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M_{13}-M_{23}).\end{aligned}\quad (9)$$

oraz fazowe reaktancje sprzężone toru:

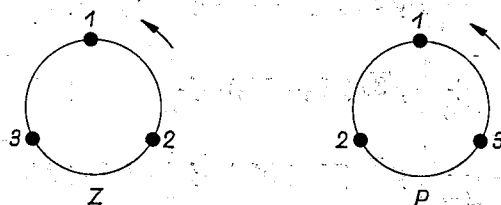
$$\begin{aligned}X_{s1} &= -\frac{1}{2}\omega(M_{12}+M_{13}), \\ X_{s2} &= -\frac{1}{2}\omega(M_{23}+M_{12}), \\ X_{s3} &= -\frac{1}{2}\omega(M_{13}+M_{23}).\end{aligned}\quad (10)$$

Sprzężone spadki napięć toru można więc wyrazić następującą ogólną formą:

$$\Delta U_{sn} = (r_{sn} + jX_{sn})I_n. \quad (11)$$

Rozpatrując równania (9) i posilując się rys. 5 spostrzega się pewną prawidłowość ich budowy, którą można wyrazić w następujący sposób.

Rezystancja sprzężona danej fazy równa się różnicy indukcji wzajemnej od fazy następującej i wyprzedzającej, pomnożonej przez $\frac{1}{2}\sqrt{3}\omega \cdot$ Po-



Rys. 5. Zgodne i przeciwne następstwo faz

między fazowymi rezystancjami sprzężonymi zachodzi związek matematyczny:

$$r_{s1} + r_{s2} + r_{s3} = 0; \quad (12)$$

natomiast między rezystancjami i reaktancjami sprzężonymi zachodzą następujące związki:

$$\begin{aligned} r_{s1} &= \frac{-}{(+)} \sqrt{3} (X_{s2} - X_{s3}), \\ r_{s2} &= \frac{-}{(+)} \sqrt{3} (X_{s3} - X_{s1}), \\ r_{s3} &= \frac{-}{(+)} \sqrt{3} (X_{s1} - X_{s2}). \end{aligned} \quad (13)$$

Rezystancje sprzężone zależą od reaktancji sprzężonych sąsiednich faz toru i zmieniają swe wielkości, jeżeli zmieniają się wzajemne odległości d faz; przy pewnych szczególnych układach toru mogą one być ujemne lub równe zeru.

Analizując równania (10) dochodzi się do następujących wniosków.

Reaktancje sprzężone toru są zawsze ujemne, mają więc charakter reaktancji pojemnościowych.

Wielkość reaktancji sprzężonej danej fazy określa średnia arytmetyczna indukcji wzajemnych od faz sąsiednich, przy czym nie zależy ona od następstwa faz.

Pomiędzy fazowymi reaktancjami toru zachodzi następujący związek matematyczny:

$$X_{s1} + X_{s2} + X_{s3} = -\omega(M_{12} + M_{23} + M_{13}).$$

Parametry sprzężone toru r_{sn} i X_{sn} zależą od odległości jego faz: d_1, d_2, d_3 , zaznaczonych na rys. 3. Najmocniej zależność ta występuje w torze stalowniczego pieca, którego elektrody wraz z ich ramionami są podnoszone i opuszczane niezależnie od siebie i posiadają duże skoki, wy-

noszące 1,5÷3 m. Na początku roztopiania elektrody znajdują się w najwyższym położeniu i później „schodzą” szybko i nierównomiernie w dół. Po roztopieniu złomu w miarę zużywania się — elektrody „schodzą” dalej w dół nierównomiernie, choć znacznie już wolniej aniżeli przy roztopianiu.

W piecach redukcyjnych zależność parametrów toru od ruchów elektrod występuje nieco słabiej, ponieważ ich skok jest mały i zasadnicza część toru jest umocowana na stałe, a zmieniają swe położenie uchwyty elektrod i krótkie stosunkowo odcinki giętkich taśm lub lin miedzianych.

Podczas ruchów elektrod fazy toru mogą przyjmować różne układy, z których dwa są charakterystyczne, a mianowicie:

1. Równoboczny układ faz toru powstaje wówczas, kiedy ich osie leżą w wierzchołkach trójkąta równobocznego i wtedy jest: $d_1 = d_2 = d_3$.

2. Równoramienny układ faz toru powstaje wówczas, kiedy osie ich leżą w wierzchołkach trójkąta równoramiennego lub na jednej płaszczyźnie (płaski układ toru) i wówczas jest $d_1 = d_2 \neq d_3$ lub $d_1 = d_2 = \frac{1}{2}d_3$.

W przypadku równobocznego układu toru otrzymuje się:

$$M_{12} = M_{23} = M_{13} = M, \quad (14)$$

wskutek czego rezystancje sprzężone wynoszą 0, a reaktancje sprzężone wszystkich faz są jednakowe i wynoszą:

$$X_s = -\omega M.$$

Wówczas własny spadek napięcia w fazie n toru można wg równań (7) określić następująco:

$$\Delta U_n = [r_t + j\omega(L-M)]I_n. \quad (15)$$

Fazowe więc własne spadki napięć są symetryczne, podobnie jak sprzężone indukcyjne spadki napięć, które wynoszą:

$$\Delta U_{sn} = jX_{sn}I_n = -j\omega M I_n,$$

podczas gdy sprzężone, czynne spadki napięć wynoszą zero. Tego rodzaju układ toru jest jednym z najkorzystniejszych układów, który jednak w praktyce jest trudny do realizacji i do którego można jedynie zbliżyć konstrukcję toru. Tor taki nie powoduje zjawiska asymetrii pieca, a przy małych odległościach d pomiędzy jego fazami zapewnia korzystny współczynnik mocy.

W przypadku równoramiennego układu toru można przyjąć:

$$M_{12} = M_{23} = M; \quad M_{13} = N,$$

a jego sprzężone parametry wynoszą
—rezystancje:

$$\begin{aligned} r_{s1} &= +\frac{1}{(-)}\frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M-N), \\ r_{s2} &= 0, \\ r_{s3} &= -r_{s1} = \frac{1}{(+)}\frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M-N); \end{aligned} \quad (16)$$

— reaktancje:

$$\begin{aligned}X_{s1} &= -\frac{1}{2}\omega(M+N), \\X_{s2} &= -\omega M, \\X_{s3} &= X_{s1} = -\frac{1}{2}\omega(M+N).\end{aligned}\tag{17}$$

Wówczas równania (7) spadków napięć w torze przybierają następującą postać:

$$\begin{aligned}\Delta U_1 &= \left\{ r_{(-)} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M-N) + j\omega \left[L - \frac{1}{2}(M+N) \right] \right\} I_1, \\ \Delta U_2 &= [r_i + j\omega(L-M)] I_2, \\ \Delta U_3 &= \left\{ r_{(+)} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\omega(M-N) + j\omega \left[L - \frac{1}{2}(M+N) \right] \right\} I_3.\end{aligned}\tag{18}$$

Powyżej określone spadki napięć składają się z własnych spadków napięć, występujących na impedancji własnej toru, oraz ze sprzężonych spadków napięć. Sprzężone, czynne spadki napięć występują tylko w skrajnych fazach, w których są przeciwnie skierowane i w których kierunek zależy od następstwa faz. Sprzężone, indukcyjne spadki napięć występują we wszystkich fazach, a w skrajnych fazach są równe.

Tego rodzaju układ toru znalazł najszersze zastosowanie w piecach stalowniczych i redukcyjnych, gdzie stał się układem uprzywilejowanym. Wskutek tego w piśmiennictwie — zarówno naukowym, jak i fachowym — znalazł on bardzo szerokie potraktowanie; zjawisko np. asymetrii pieca jest zwykle rozpatrywane dla tego rodzaju układu toru.

3. TEORIA OBWODU ZASILANIA PIECA

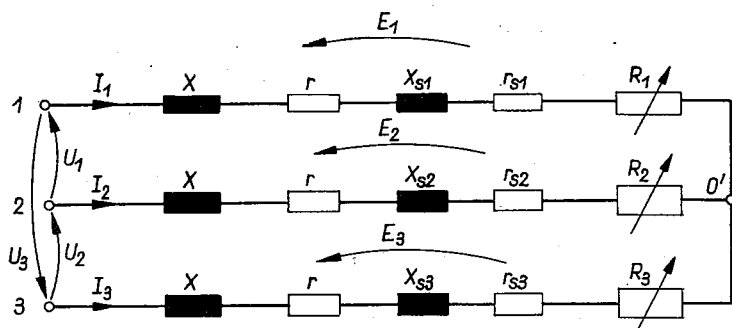
Korzystając z wprowadzonych w poprzednim ustępie nowych wielkości charakteryzujących tor wielkoprądowy, a mianowicie z jego sprzężonych parametrów, można równania (3), określające napięcia fazowe obwodu zasilania pieca, przedstawić w następującej postaci:

$$\begin{aligned}E_1 &= [R_1 + r + r_{s1} + j(X + X_{s1})] I_1, \\ E_2 &= [R_2 + r + r_{s2} + j(X + X_{s2})] I_2, \\ E_3 &= [R_3 + r + r_{s3} + j(X + X_{s3})] I_3.\end{aligned}\tag{19}$$

W powyższych równaniach wyrażenia w nawiasach prostokątnych przedstawiają fazowe impedancje obwodu zasilania pieca, które składają się

na jego system impedancyjny. System ten jest asymetryczny, przy założeniu symetrycznych prądów I_n pieca, a poszczególne impedancje wynoszą:

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + r + r_{s1} + j(X + X_{s1}), \\ Z_2 &= R_2 + r + r_{s2} + j(X + X_{s2}), \\ Z_3 &= R_3 + r + r_{s3} + j(X + X_{s3}). \end{aligned} \quad (20)$$



Rys. 6. Obwód zasilania pieca ze sprzężonymi parametrami toru

Przedstawiony na rys. 3 obwód zasilania pieca można teraz zmodyfikować tak, jak to pokazuje rys. 6, przez wprowadzenie do niego nowych wielkości r_{sn} i X_{sn} .

Każdą fazę obwodu cechują stałe jej parametry: X i r oraz sprzężone, zmienne parametry toru: X_{sn} i r_{sn} i zmienne rezystancje łuków R_n .

Obwód pieca z rys. 6 jest — ogólnie go traktując — trójfazowym, asymetrycznym układem, w którym występuje przesunięcie punktu O' pieca w stosunku do punktu O sieci zasilającej o napięciu V_0 . Napięcie to można obliczyć z równania (4), które przy wykorzystaniu równań (19), (20), (2) można wyrazić w następującej formie:

$$\begin{aligned} V_0 = -\frac{1}{3}(I_1 Z_1 + I_2 Z_2 + I_3 Z_3) = \frac{1}{6} I_1 \{ & R_2 + R_3 - 2R_1 - 3r_{s1(-)}(X_{s2} - X_{s3}) + \\ & + j[X_{s2} + X_{s3} - 2X_{s1} + \sqrt{3}(R_2 - R_3 + r_{s2} - r_{s3})] \}. \end{aligned} \quad (21)$$

Napięcie V_0 zależy od obciążenia pieca, od rezystancji łuków i od sprzężonych parametrów toru: r_{sn} i X_{sn} . A zatem w normalnych warunkach pracy pieca, kiedy powyższe wielkości będą ulegać zmianom, zmienne będzie również napięcie V_0 . Ten fakt komplikuje rozpatrywanie zjawisk zachodzących w tego rodzaju trójfazowych piecach, w wyznaczeniu ich charakterystyk roboczych i prowadzeniu ich pracy racjonalnymi sposobami.

Przy pionowych przemieszczeniach elektrod zmieniają się w przedstawionym na rys. 6 obwodzie wielkości sprzężonych parametrów toru, wskutek czego zmienne są wielkości całego systemu impedancyjnego (20)

i zmienne są napięcia fazowe (19), jakkolwiek prądy są symetryczne. Przy tych pionowych przemieszczeniach elektrod tor może osiągnąć dwa charakterystyczne układy: równoboczny i równoramienny.

Przy równobocznym układzie toru fazowe napięcia pieca przedstawiają się:

$$E_n = [R_1 + r + j(X - \omega M)]I_n. \quad (22)$$

Napięcia te są symetryczne, impedancje fazowe są jednakowe i obwód zasilania pieca staje się symetrycznym, trójfazowym układem.

Przy równoramiennym układzie toru fazowe napięcia pieca są:

$$\begin{aligned} E_1 &= \left[R_1 + r + \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M - N) + j \omega \left(L - \frac{M + N}{2} \right) \right] I_1, \\ E_2 &= [R_2 + r + j \omega (L - M)] I_2, \\ E_3 &= \left[R_3 + r - \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M - N) - j \omega \left(L - \frac{M + N}{2} \right) \right] I_3. \end{aligned} \quad (23)$$

Napięcia te są asymetryczne, fazowe impedancje obwodu nie są jednakowe i obwód jest asymetryczny, o pewnym napięciu przesunięciu punktu zerowego V_0 , określonym równaniem (21). Charakterystycznym dla tego rodzaju układu toru jest to, że w skrajnych fazach występuje jednakowa reaktancja oraz jednakowe — co do wartości bezwzględnych — rezystancje sprzężone toru, a natomiast w środkowej fazie $r_{s2} = 0$.

Na podstawie określeń (9) widać, że rezystancje sprzężone toru mogą być dodatnie lub ujemne i że zależne to jest z jednej strony od kierunku następstwa faz i z drugiej strony od wielkości indukcji wzajemnych M_{in} . Wobec tego z równań (19) i (23) można wnosić, że rezystancje sprzężone toru mogą się dodawać lub odejmować od rezystancji własnych obwodu, wskutek czego czynny spadek napięcia obwodu może być dodatni, ujemny lub też może wynosić 0. Przypadki te zostały przedstawione na wykresach wskazowych napięć fazowych na rys. 7 dla różnych wielkości i wartości r_{sn} .

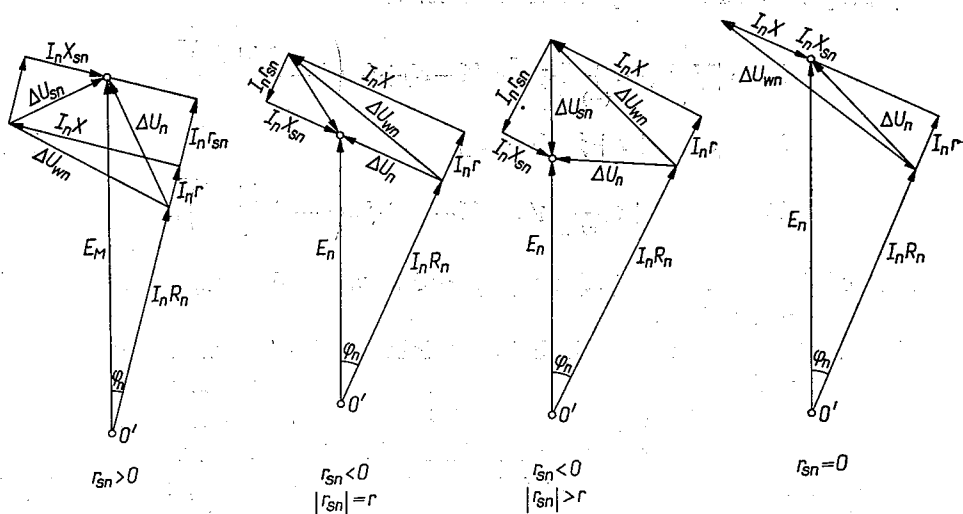
Jeżeli czynny spadek napięcia jest ujemny, oznacza to, że $r_{sn} < 0$ i że $|r_{sn}| > r$, a więc w danej fazie powstaje taki całkowity spadek napięcia, że jego składowa czynna jest ujemna. Takie przypadki bardzo często wskazują pomiary strat mocy czynnej w torze wielkoprądowym przeprowadzane przy pomocy watomierzy.

Może się zdarzyć również, gdy $r_{sn} < 0$ i $|r_{sn}| = r$, że całkowity spadek napięcia w tej fazie obwodu zasilania pieca będzie indukcyjny i że jego czynna składowa wynosi 0. Jeżeli natomiast $r_{sn} = 0$, wówczas sprzężony spadek napięcia ΔU_{sn} równy jest spadkowi napięcia na reaktancji sprzężonej. Przypadek taki zachodzi, gdy układ toru wielkoprądowego stanie się układem równobocznym.

Na podstawie równań (20) można napisać następujące równanie określające fazowe moce pieca:

$$\begin{aligned} P_1 &= |I|^2 [R_1 + r + r_{s1} + j(X + X_{s1})] = P_{c1} + jP_{b1}, \\ P_2 &= |I|^2 [R_2 + r + r_{s2} + j(X + X_{s2})] = P_{c2} + jP_{b2}, \\ P_3 &= |I|^2 [R_3 + r + r_{s3} + j(X + X_{s3})] = P_{c3} + jP_{b3}. \end{aligned} \quad (24)$$

Moce te są różne i każda z nich składa się z mocy czynnej P_{cn} i mocy biernej P_{bn} , które będą zmienne, jeżeli tor wielkoprądowy będzie zmieniał swój układ i zmienna będzie reaktancja toru.



Rys. 7. Wykresy wskazowe napięć fazowych pieca przy różnych r_{sn}

Fazowe moce czynne wynoszą:

$$\begin{aligned} P_{c1} &= |I|^2 (R_1 + r + r_{s1}), \\ P_{c2} &= |I|^2 (R_2 + r + r_{s2}), \\ P_{c3} &= |I|^2 (R_3 + r + r_{s3}), \end{aligned} \quad (25)$$

a fazowe moce bierne wynoszą:

$$\begin{aligned} P_{b1} &= |I|^2 (X + X_{s1}), \\ P_{b2} &= |I|^2 (X + X_{s2}), \\ P_{b3} &= |I|^2 (X + X_{s3}). \end{aligned} \quad (26)$$

Całkowita moc pieca jest sumą powyższych mocy fazowych, a mianowicie:

$$P = \sum P_{cn} + j \sum P_{bn} = \sqrt{3} |UI|,$$

przy czym całkowita moc czynna wynosi:

$$P_c = \sum P_{cn} = |I|^2 (R_1 + R_2 + R_3 + 3r),$$

całkowita moc bierna wynosi:

$$\begin{aligned} P_b &= \sum P_{bn} = |I|^2(3X + X_{s1} + X_{s2} + X_{s3}) \\ &= |I|^2[3X - \omega(M_{12} + M_{23} + M_{13})]. \end{aligned} \quad (27)$$

W przypadkach szczególnych układów toru otrzymuje się:

a) przy równobocznym układzie toru:

$$P = 3|I|^2[(R+r) + j(X - \omega M)],$$

b) przy równoramiennym układzie toru:

$$\begin{aligned} P_1 &= |I|^2 \left[R_1 + r + \frac{1}{(-)} \sqrt{3} \omega (M - N) + j \omega \left(L - \frac{M + N}{2} \right) \right], \\ P_2 &= |I|^2 [R_2 + r + j \omega (L - M)], \\ P_3 &= |I|^2 \left[R_3 + r + \frac{1}{(+)} \sqrt{3} \omega (M - N) + j \omega \left(L - \frac{M + N}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

Na podstawie równań (24) do (28) można wysnuć następujące wnioski o zmianach mocy pieca.

Przy zmiennych reaktancjach toru wieloprądowego wywołanych pionowymi przemieszczeniami ramion elektrod fazowe moce pieca: czynne i bierne są różne i ulegają zmianom. Każdemu położeniu ramion elektrod, odpowiada określona moc czynna i bierna danej fazy. Na wielkość mocy czynnej danej fazy ma wpływ jej rezystancja sprzężona, natomiast jej wielkość mocy biernej zależy od jej reaktancji sprzężonej.

Ponieważ $\sum r_{sn} = 0$, całkowita moc czynna pieca nie zależy od rezystancji sprzężonych faz. Natomiast całkowita moc bierna pieca zależy od sumy reaktancji sprzężonych toru. Ponieważ wielkość sumy tych reaktancji zależy od wzajemnych odległości faz, całkowita moc bierna pieca będzie zatem od nich zależna. Najmniejszą moc bierną pieca, a zatem jego najkorzystniejszy współczynnik mocy, otrzymuje się wówczas, gdy suma odległości faz d będzie najmniejsza, czyli gdy obwód trójkąta, w wierzchołkach którego leżą osie faz toru, osiągnie minimalną wielkość. Stanie się to wówczas, gdy układ toru wieloprądowego będzie płaski, prostopadły do pionowego ruchu elektrod. Stąd też płaski układ toru jest uprzywilejowany w budowie pieców łukowych.

Reaktancje sprzężone obwodu pieca są tym czynnikiem, który zmniejsza jego bierną moc. Ponieważ suma reaktancji sprzężonych zmniejsza całkowitą moc bierną pieca, należy przy budowie toru wieloprądowego dążyć do dużej wielkości sumy $(X_{s1} + X_{s2} + X_{s3})$.

Biorąc pod uwagę to, że rezystancje sprzężone faz mogą być dodatnie lub ujemne, można — analizując równania (24) do (28) — dojść do wniosku, że pomiędzy fazami obwodu zasilania pieca występuje przenoszenie

się mocy czynnej, która jest powodem powstawania tzw. mocnej i słabej fazy. Na przenoszenie się mocy czynnej mają wpływ rezystancje sprzężone.

4. ZJAWISKA ASYMETRII PIECA

Według dotychczasowego piśmiennictwa przez asymetrię pieca rozumie się powstawanie różnych fazowych mocy łuków, przy czym zjawisko to określa się często mianem mocnej i słabej fazy. Zjawiskiem tym zajmowano się dotychczas przede wszystkim z punktu widzenia pieców redukcyjnych, gdzie ono występowało najsilniej. Zasilania tych pieców transformatorami o niezależnej regulacji napięć fazowych zmniejszało skutki asymetrii i stan ten zadowalał wówczas potrzeby praktyki.

Jeżeli się jednak asymetrię pieców bardziej szczegółowo przeanalizuje, dochodzi się do wniosku, że jest ona zagadnieniem znacznie szerszym. Zjawisko to — jak wynika z poprzednich rozdziałów — spowodowane jest przede wszystkim występowaniem w torach wieloprądowych sprzężonych reaktancji i rezystancji, których przy ich budowie nie można uniknąć i które podczas pracy pieca ulegają zmianom, powodując zmiany w przejawianiu się asymetrii.

Przy rozpatrywaniu zjawisk asymetrii można dopatrzeć się dwu różnych rodzajów zagadnień, a mianowicie:

1. Zagadnienie, asymetrii, występujące przy symetrycznych napięciach zasilających i przy symetrycznych prądach elektrod.
2. Zagadnienie asymetrii, występujące przy symetrycznych napięciach zasilających i przy asymetrycznych prądach elektrod.

Drugi rodzaj zagadnień nie powinien być rozpatrywany w niniejszej pracy, ponieważ odbiega od założeń (2) poczynionych w pierwszym jej rozdziale. W praktyce jednak dopuszcza się czasem niewielkie asymetryczne obciążenia prądowe zasilających sieci elektroenergetycznych, a w przejściowych stanach pracy np. stalowniczych pieców, podczas roztopiania złomów, występują bardzo często różne prądy elektrod. Z tego względu — dla pełniejszej analizy zjawisk asymetrii — została wzięta pod uwagę praca pieca przy asymetrycznych prądach.

Zagadnienie asymetrii pieca przy symetrii jego prądów można sprowadzić do następujących dwu problemów:

a) Praca pieca przy symetrycznych prądach elektrod, wywołanych różnymi — co do wielkości — rezystancjami łuków. Przy tego rodzaju pracy powstają różne moce łuków i zjawisko to nazywać się będzie asymetrią elektrotermiczną.

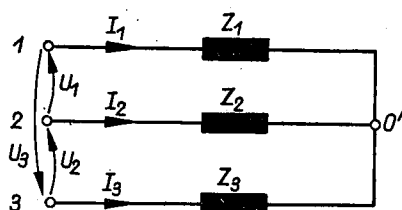
b) Praca pieca przy symetrycznych prądach elektrod i przy jednakowych rezystancjach łuków, wskutek czego moce łuków są równe. Symetryczne prądy elektrod uzyskuje się przez zastosowanie dodatkowych, różnych fazowych rezystancji lub reaktancji w obwodzie zasilania pieca

i tego rodzaju zjawisko nazywać się będzie asymetrią systemu impedancyjnego pieca.

W powyższy sposób usystematyzowane zjawiska asymetrii pieca zostały teoretycznie przeanalizowane w dalszej treści niniejszego rozdziału, przy czym analizie tej starano się nadać aspekty zastosowania jej wyników w praktyce.

4.1. Asymetria elektrotermiczna

Pokazany na rys. 6 obwód zasilania pieca można przedstawić prościej, wykorzystując do tego celu równania (20), w sposób uwidoczniiony na rys. 8.



Rys. 8. Uproszczony obwód pieca

Impedancje fazowe określone równaniami (20) zostały tu przedstawione jako impedancje skupione, aczkolwiek w rzeczywistości są one rozłożone wzdłuż całej długości obwodu pieca. Sposób ten znacznie upraszcza rozważania, a nie wypacza końcowych wniosków.

Na podstawie praw Kirchhoffa można napisać następujące równania, które pozwalają określić warunki pracy pieca przy symetrycznych prądach:

$$\begin{aligned} U_1 - I_1 Z_1 + I_2 Z_2 &= 0, \\ U_2 - I_2 Z_2 + I_3 Z_3 &= 0, \\ U_3 - I_3 Z_3 + I_1 Z_1 &= 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Korzystając z określeń (1) i (2) można te równania przekształcić:

$$\begin{aligned} U_1 &= I_1 Z_1 - \left(-\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right) I_1 Z_2, \\ \left(-\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right) U_1 &= \left(-\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right) I_1 Z_2 - \left(-\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right) I_1 Z_3, \\ \left(-\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right) U_1 &= \left(-\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right) I_1 Z_3 - I_1 Z_1, \end{aligned}$$

z których — po wzajemnym ich porównaniu i po przekształceniach — dochodzi się do następujących współzależności między fazowymi impedan-

cjami obwodu:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \left(\frac{1}{2} + j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) Z_3 - \left(-\frac{1}{2} + j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) Z_2, \\ Z_2 &= \left(\frac{1}{2} + j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) Z_1 - \left(-\frac{1}{2} + j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) Z_3, \\ Z_3 &= \left(\frac{1}{2} + j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) Z_2 - \left(-\frac{1}{2} + j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) Z_1. \end{aligned} \quad (30)$$

Współzależności te wyrażają podstawowy warunek uzyskania symetrycznych prądów elektrod.

Przy pomocy powyższych równań można wyznaczyć wielkości poszczególnych rezystancji łuków potrzebnych do uzyskania symetrycznych prądów pieca. Jeżeli bowiem rozwinie się powyższe równania (30) przy pomocy równań (20), (12), (13) i (15), otrzymuje się kolejno z poszczególnych równań (30):

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{2} [(R_3 + R_2) + (r_{s3} + r_{s2} - 2r_{s1}) + \sqrt{3}(X_{s2} - X_{s3})] + \\ &\quad + j \frac{1}{2} [+ \sqrt{3}(R_3 - R_2) + (X_{s3} + X_{s2} - 2X_{s1}) + \sqrt{3}(r_{s3} - r_{s2})], \\ R_2 &= \frac{1}{2} [(R_1 + R_3) + (r_{s1} + r_{s3} - 2r_{s2}) + \sqrt{3}(X_{s3} - X_{s1})] + \\ &\quad + j \frac{1}{2} [+ \sqrt{3}(R_1 - R_3) + (X_{s1} + X_{s3} - 2X_{s2}) + \sqrt{3}(r_{s1} - r_{s3})], \\ R_3 &= \frac{1}{2} [(R_2 + R_1) + (r_{s2} + r_{s1} - 2r_{s3}) + \sqrt{3}(X_{s1} - X_{s2})] + \\ &\quad + j \frac{1}{2} [+ \sqrt{3}(R_2 - R_1) + (X_{s2} + X_{s1} - 2X_{s3}) + \sqrt{3}(r_{s2} - r_{s1})]. \end{aligned}$$

Odejmując stronami powyższe równania oraz porównując ze sobą rzeczywiste człony powstałych różnic otrzymuje się następujące, ostateczne współzależności pomiędzy rezystancjami łuku dla warunku otrzymania symetrycznych prądów elektrod:

$$\begin{aligned} R_2 - R_1 &= -\frac{4}{3}(r_{s2} - r_{s1}), \\ R_3 - R_2 &= -\frac{4}{3}(r_{s3} - r_{s2}), \\ R_3 - R_1 &= -\frac{4}{3}(r_{s3} - r_{s1}) \end{aligned} \quad (32)$$

i na podstawie tych równań można ustalić następującą tezę:

Warunkiem uzyskania symetrii prądów elektrod trójfazowego pieca łukowego, charakteryzującego się asymetrycznym systemem impedancyjnym obwodu zasilania, jest takie ustawienie różnych rezystancji łuków (długości łuków), aby ich różnice były równe $4/3$ różnicy odpowiednich sprzężonych rezystancji toru wieloprądowego — ze znakiem ujemnym. Natomiast wielkości poszczególnych rezystancji łuków można określić wprowadzając średnią rezystancji łuków.

$$R_{sr} = \frac{1}{3}(R_1 + R_2 + R_3).$$

Korzystając z równań (32) i (12) można określić rezystancje poszczególnych łuków za pośrednictwem R_{sr} :

$$\begin{aligned} R_1 &= R_{sr} - \frac{4}{3}r_{s1}, \\ R_2 &= R_{sr} - \frac{4}{3}r_{s2}, \\ R_3 &= R_{sr} - \frac{4}{3}r_{s3}. \end{aligned} \quad (33)$$

Średnią rezystancję łuku można obliczyć na podstawie równań (24) i (33). Sumując bowiem stronami równania (24) otrzymuje się całkowitą moc pieca:

$$P = |I|^2 \{ (3R_{sr} + 3r) + j[(X + X_{s1}) + (X + X_{s2}) + (X + X_{s3})] \} = \sqrt{3} \cdot |UI|,$$

z którego po zastosowaniu twierdzenia Pitagorasa oraz po kwadratowaniu, otrzymuje się ogólną formę wzoru, określającego średnią rezystancję łuku:

$$R_{sr} = \frac{1}{3}A - r, \quad (34)$$

gdzie jest:

$$A = \sqrt{3 \left[\left| \frac{U}{I} \right|^2 - [(X + X_{s1})^2 + (X + X_{s2})^2 + (X + X_{s3})^2 + 2(X + X_{s1})(X + X_{s2}) + 2(X + X_{s2})(X + X_{s3}) + 2(X + X_{s3})(X + X_{s1})] \right]}.$$

Podstawiając otrzymane wyniki do równań (33) dochodzi się do ostatecznych wyrażeń na fazowe rezystancje łuku:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{3}A - r - \frac{4}{3}r_{s1}, \\ R_2 &= \frac{1}{3}A - r - \frac{4}{3}r_{s2}, \\ R_3 &= \frac{1}{3}A - r - \frac{4}{3}r_{s3}. \end{aligned} \quad (35)$$

Jeżeli układ toru wielkoprądowego jest równoramienny lub płaski — powyższe wyrażenia (35) przybierają następujące formy:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{3}A - r_{(-)} \frac{2}{3} \sqrt{3} \omega(M-N), \\ R_2 &= \frac{1}{3}A - r, \\ R_3 &= \frac{1}{3}A - r_{(+)} \frac{2}{3} \sqrt{3} \omega(M-N), \end{aligned} \quad (36)$$

gdzie wielkość A wynosi:

$$A = \sqrt{3 \left| \frac{U}{I} \right|^2 - \omega^2 \left\{ 4 \left[L - \frac{1}{2}(M+N) \right]^2 + (L-M)^2 + 4 \left[L - \frac{1}{2}(M+N) \right] (L-M) \right\}}.$$

Wychodząc jeszcze raz z równań (33) można obliczyć wielkości poszczególnych mocy łuków, które w ogólnym przypadku wynoszą:

$$\begin{aligned} P_{t1} &= |I|^2 \left(R_{sr} - \frac{4}{3} r_{s1} \right), \\ P_{t2} &= |I|^2 \left(R_{sr} - \frac{4}{3} r_{s2} \right), \\ P_{t3} &= |I|^2 \left(R_{sr} - \frac{4}{3} r_{s3} \right), \end{aligned} \quad (37)$$

a w szczególnym przypadku, gdy tor wielkoprądowy ułoży się równoramiennie, wynoszą:

$$\begin{aligned} P_{t1} &= |I|^2 \left[R_{sr} \frac{2}{3} \sqrt{3} \omega(M-N) \right], \\ P_{t2} &= |I|^2 R_{sr}, \\ P_{t3} &= |I|^2 \left[R_{sr} + \frac{2}{3} \sqrt{3} \omega(M-N) \right]. \end{aligned}$$

Obliczone powyżej moce łuków są różne co do wielkości, a różnice te spowodowane są różnymi wielkościami rezystancji sprzężonych toru wielkoprądowego. Energia cieplna rozkłada się w piecu nierównomiernie — powstaje asymetria elektrotermiczna i jedna z faz wykazuje największą moc łuku, druga natomiast wykazuje najmniejszą moc łuku. Pomiedzy fazami pieca powstaje przenoszenie się mocy z jednej fazy na drugą, a spowodowane jest to indukowaniem się SEM-nych w torze wielkoprądowym. Jest to znane zjawisko tzw. mocnej i słabej fazy pieca.

W piśmiennictwie jednak naukowym można zauważyć zbyt jednostronne przedstawianie tego zjawiska. Powszechnie podaje się, jak to

czyni np. Wetschke [2], że przenoszenie się mocy występuje pomiędzy skrajnymi fazami, z których jedna jest mocna, druga jest słaba, a środkowa jest średnią fazą, co do mocy łuku. Teza ta — jak wynika z dotychczasowych wywodów niniejszej pracy — odnosi się tylko do równoramiennego układu toru wielkoprądowego, natomiast zawodzi w odniesieniu do dowolnego układu toru. W innej pracy [3] podaje się, że przenoszenie się mocy występuje we wszystkich fazach, ale największą przenoszoną moc otrzymuje ta wyprzedzająca faza, która równocześnie posiada największą indukcyjność wzajemną.

We wszystkich dotychczasowych pracach nie bierze się pod uwagę zmiennego położenia ramion elektrod, jakie ma miejsce np. w stalowniczym piecu i co powoduje zmienność fazowych reaktancji pieca. Jeżeli bowiem ramiona elektrod przesuwają się wraz z ułożonymi na nich odcinkami toru wielkoprądowego, zmiennym ruchem w górę i w dół, ulegają zmianom fazowe, sprzężone reaktancje i rezystancje toru i w konsekwencji zmieniają się moce łuków tak dalece, że faza mocna może się przemieszczać z jednej fazy na drugą. Ponieważ suma sprzężonych rezystancji równa jest 0, całkowita moc pieca — równa sumie mocy łuków — nie ulega zmianom:

$$\sum P_l = 3|I|^2 \cdot R_{sr} = |I|^2(A - 3r).$$

Faza mocna może zmieniać swe położenie, może przechodzić z jednej elektrody na drugą, może nawet przypaść elektrodzie środkowej, a jest to zależne od wielkości sprzężonej rezystancji toru.

Na tablicy 1 zostały przeanalizowane różne, charakterystyczne układy toru wielkoprądowego, które powstają przy pionowych ruchach elektrod. Osie faz toru leżą w wierzchołkach trójkąta, który przybierając różne kształty, może być różnoboczny, równoboczny i równoramienny, aż do płaskiego układu toru.

Jeżeli układ toru jest różnoboczny [a) i b) w tabl. 1], wówczas faza mocna przypada tej fazie pieca, która wykazuje najmniejszą względną rezystancję sprzężoną, a faza słaba przypada tej fazie, która posiada największą rezystancję sprzężoną. I tak w przypadku Z — a (tabl. 1) faza 3 jest mocna, faza 2 jest słaba, a po zmianie kierunku następstwa faz następuje przemiana pomiędzy nimi — przypadek P — a (tabl. 1). Podobnie rzecz przedstawia się w przypadku Z — b, gdzie faza 2 jest mocna, a faza 1 jest słaba, a w przypadku P-b jest przeciwnie.

Jeżeli tor wielkoprądowy przybierze układ równoboczny, przypadek A-c i B-c (tabl. 1), zjawisko asymetrii znika, moce łuków są równe i impedancje obwodu zasilania pieca są jednakowe.

Jeżeli natomiast ruchami elektrod stworzy się równoramienny układ toru, bądź też jeżeli jego fazy utworzą układ płaski, wówczas sprzężona rezystancja fazy środkowej wynosi 0 : $r_{s2} = 0$ i faza mocna przypada również — jak przed tym — tej fazie, której względna wielkość rezystancji

sprężonej jest najmniejsza, faza słaba zaś przypada tej fazie, której względna rezystancja sprężona jest największa, przy czym faza mocna i słaba umiejscawiają się w skrajnych fazach pieca i faza mocna wyprzedza fazę słabą.

Przy pomocy tablicy 1 można ustalić następujące tezy o powstawaniu zmiennej asymetrii elektrotermicznej, wywołanej zmianami reaktancji toru wielkoprądowego:

1. Przenoszenie się mocy w trójfazowym piecu łukowym występuje nie tylko pomiędzy skrajnymi jego fazami, ale również pomiędzy wszystkimi jego fazami.

2. O wielkości i ułożeniu się asymetrii elektrotermicznej pieca decyduje względna wielkość sprężonej rezystancji pieca.

3. Faza mocna przypada tej fazie, która posiada najmniejszą względną rezystancję sprężoną, a natomiast faza słaba przypada tej fazie, której względna rezystancja sprężona jest największa.

4. Tylko w równoramiennym układzie toru faza mocna i słaba umiejscawiają się w skrajnych fazach, natomiast w różnoramiennym układzie toru faza mocna lub słaba może przypaść środkowej fazie.

Jeżeli stopień asymetrii elektrotermicznej pieca określa się jako [4] stosunek różnicy mocy łuków fazy mocnej i słabej do średniej mocy łuków, wówczas stopień ten można również wyrazić przy pomocy rezystancji sprężonych, a mianowicie:

$$k = \frac{P_{Id} - P_{Im}}{P_{Isr}} 100\% = \frac{4}{3} \cdot \frac{r_{sm} - r_{sd}}{R_{sr}}, \quad (38)$$

gdzie:

r_{sd} — sprężona rezystancja fazy mocnej,

r_{sm} — sprężona rezystancja fazy słabej.

W przypadku płaskiego bądź równoramiennego układu toru otrzymuje się:

$$k = \frac{4}{3} \sqrt{3} \omega \frac{M - N}{R_{sr}} \cdot 100\%.$$

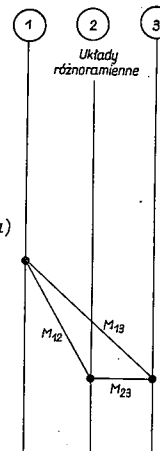
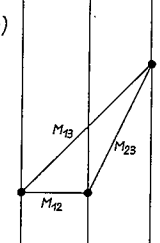
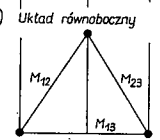
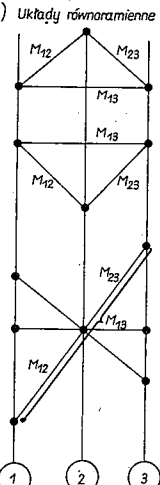
Powyższa zależność (38) pozwala ustalić warunek budowy względnie układu toru wielkoprądowego, który powinien być spełniony, aby nie przekroczyć określonego np. normami stopnia asymetrii. Posiada zatem ona duże znaczenie dla praktyki, dla konstrukcji toru wielkoprądowego i dla sposobu prowadzenia pracy pieca, tj. dla wyboru układu toru.

Jeżeli np. dopuszczalny stopień asymetrii pieca wynosi k_d , wówczas powinien być spełniony następujący warunek:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{r_{sm} - r_{sd}}{R_{sr}} 100 \leq k_d,$$

$$r_{sm} - r_{sd} \leq \frac{3}{400} \cdot k_d \cdot R_{sr}. \quad (39)$$

Charakterystyczne układy toru wielopiętrowego

Z – zgodne następowo faz	Fazy 1 2 3 Układy różnoramienne	P – przeciwne następowo faz
 $r_{s1} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{12} - M_{13})$ $r_{s2} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{23} - M_{12})$ $r_{s3} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{13} - M_{23})$ $M_{13} < M_{12} < M_{23}$ $r_{s1} > 0$ $r_{s2} > 0$ $r_{s3} < 0$ $P_{t3} > P_{t1} > P_{t2}$ $r_{s3} < r_{s1} < r_{s2}$ ① faza średnia ② faza słaba ③ faza mocna	a)  b)  c) Układ równoboczny  d) Układy równoramienne 	 $r_{s1} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{13} - M_{12})$ $r_{s2} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{12} - M_{23})$ $r_{s3} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{23} - M_{13})$ $M_{13} < M_{12} < M_{23}$ $r_{s3} > 0$ $r_{s2} < 0$ $r_{s1} < 0$ $P_{t3} < P_{t1} < P_{t2}$ $r_{s3} > r_{s1} > r_{s2}$ ① faza średnia ② faza mocna ③ faza słaba $M_{13} < M_{23} < M_{12}$ $r_{s1} < 0$ $r_{s2} > 0$ $r_{s3} > 0$ $P_{t1} > P_{t3} > P_{t2}$ $r_{s1} < r_{s3} < r_{s2}$ ① faza mocna ② faza słaba ③ faza średnia $M_{12} = M_{23} = M_{13}$ $r_{s1} = r_{s2} = r_{s3} = 0$ $P_{t1} = P_{t2} = P_{t3} = P_{t\acute{s}r}$ Pełna symetria $M_{12} = M_{23} = M$ $M_{13} = N < M$ $r_{s1} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M - N)$ $r_{s2} = 0$ $r_{s3} = -r_{s1} = -\frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M - N)$ $r_{s1} > r_{s2} > r_{s3}$ $P_{t1} < P_{t2} < P_{t3}$ $P_{t1} = I ^2 [R_{\acute{s}r} - \frac{2}{3} \sqrt{3} \omega (M - N)]$ $P_{t2} = I ^2 \cdot R_{\acute{s}r}$ $P_{t3} = I ^2 [R_{\acute{s}r} + \frac{2}{3} \sqrt{3} \omega (M - N)]$ ① faza słaba ② faza średnia ③ faza mocna $M_{12} = M_{23} = M$ $M_{13} = N < M$ $r_{s1} = -\frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M - N)$ $r_{s2} = 0$ $r_{s3} = -r_{s1} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M - N)$ $r_{s1} < r_{s2} < r_{s3}$ $P_{t1} > P_{t2} > P_{t3}$ $P_{t1} = I ^2 [R_{\acute{s}r} + \frac{2}{3} \sqrt{3} \omega (M - N)]$ $P_{t2} = I ^2 \cdot R_{\acute{s}r}$ $P_{t3} = I ^2 [R_{\acute{s}r} - \frac{2}{3} \sqrt{3} \omega (M - N)]$ ① faza mocna ② faza średnia ③ faza słaba

W przypadku płaskiego toru warunek ten wyraża się:

$$M-N \leq \frac{\sqrt{3}}{125600} \cdot k_d \cdot R_{sr}.$$

Przykład

Stalowniczy piec łukowy posiada moc 10 MVA, jego $\cos \varphi_{sr} = 0,8$; całkowita rezystancja własna obwodu jego zasilania wynosi $r = 0,25 \times 10^{-3} \Omega$, prąd elektrod $I = 20$ kA. Należy ustalić warunek budowy toru wielkoprądowego, aby nie przekroczyć dopuszczalnego stopnia asymetrii $k_d = 10\%$.

Średnia fazowa moc łuku wynosi:

$$P_{lsr} = \frac{10 \cdot 0,8}{3} \cdot 10^3 - 20^2 \cdot 0,25 = 2560 \text{ kW},$$

a średnia rezystancja łuku:

$$R_{sr} = \frac{P_{lsr}}{I^2} = \frac{2560}{400} \cdot 10^{-3} = 6,4 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$r_{sm} - r_{sd} \leq \frac{3}{400} \cdot 10 \cdot 6,4 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$r_{sm} - r_{sd} \leq 0,48 \cdot 10^{-3} \Omega.$$

Jeżeli tor ma być płaski, wówczas powinien on spełniać następujący warunek:

$$M-N \leq \frac{\sqrt{3}}{125600} \cdot 10 \cdot 6,4 \cdot 10^{-3},$$

$$M-N \leq 0,88 \cdot 10^{-6} \text{ H}.$$

4.2. Asymetria systemu impedancyjnego

Poprzednio przeanalizowany rodzaj asymetrii elektrotermicznej jest bardzo niekorzystny dla praktyki, szczególnie wówczas, gdy jej stopień jest duży. Z tego powodu szuka się sposobów zmierzających do jej zmniejszenia, względnie do całkowitego jej zniesienia. Jednym z nich jest wymuszenie w obwodzie zasilania pieca asymetrii systemu impedancyjnego. Wprowadza się do obwodu dodatkowe, różne, fazowe rezystancje lub reaktancje takie, że prądy elektrod są symetryczne i moce łuku są jednakowe. Praktycznie można to uzyskać przez zastosowanie do jednej lub dwu faz toru wielkoprądowego miedzianych kabli chłodzonych wodą, o dużej gęstości prądu, podczas gdy pozostałe kable będą chłodzone powietrzem o małej gęstości prądu, albo przez wprowadzenie do obwodu zasilania pieca dodatkowych różnych fazowych reaktancji dławika.

W przypadku pierwszym, kiedy do obwodu zasilania pieca wprowadza się różne, dodatkowe rezystancje fazowe r_1, r_2, r_3 , tak dobrane, że prądy elektrod będą symetryczne, rezystancje łuków R powinny być jednakowe i powinny spełniać warunek wyrażony układem równań (30). Wychodząc z tych równań i przekształcając otrzymane wyrażenia analogicznie jak w poprzednim rozdziale, można określić wzajemne stosunki zachodzące pomiędzy tymi dodatkowymi rezystancjami, a mianowicie:

$$\begin{aligned} r_2 - r_1 &= -\frac{4}{3}(r_{s2} - r_{s1}), \\ r_3 - r_2 &= -\frac{4}{3}(r_{s3} - r_{s2}), \\ r_3 - r_1 &= -\frac{4}{3}(r_{s3} - r_{s1}). \end{aligned} \quad (40)$$

Równania te są analogiczne do poprzednio otrzymanych równań (32); określają one współzależności, jakie zachodzą pomiędzy wielkościami dodatkowych rezystancji fazowych wprowadzonych do obwodu pieca w celu uzyskania pełnej symetrii elektrotermicznej pieca, przy symetrycznych jego prądach.

Wielkości natomiast samych dodatkowych rezystancji można określić, wychodząc z równania mocy pieca, a mianowicie:

$$|I|^2 \{ (3R + 3r + r_1 + r_2 + r_3) + j[(X + X_{s1}) + (X + X_{s2}) + (X + X_{s3})] \} = \sqrt{3} |UI|,$$

gdzie po zastosowaniu twierdzenia Pitagorasa i po przekształceniach dochodzi się do podstawowego równania:

$$3R + 3r + r_1 + r_2 + r_3 = A,$$

gdzie wielkość A jest wyrażeniem (34) z poprzedniego rozdziału. Posiłkując się równaniami (40), dochodzi się do ostatecznych równań, określających dodatkowe, fazowe rezystancje, a mianowicie:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{1}{3}A - (R + r) - \frac{4}{3}r_{s1}, \\ r_2 &= \frac{1}{3}A - (R + r) - \frac{4}{3}r_{s2}, \\ r_3 &= \frac{1}{3}A - (R + r) - \frac{4}{3}r_{s3}. \end{aligned} \quad (41)$$

Jeżeli układ toru będzie płaski, wówczas dodatkowe rezystancje wynoszą:

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{1}{3}A - (R + r)_{(+)} - \frac{2}{3}\sqrt{3}\omega(M - N), \\ r_2 &= \frac{1}{3}A - (R + r), \\ r_3 &= \frac{1}{3}A - (R + r)_{(-)} + \frac{2}{3}\sqrt{3}\omega(M - N). \end{aligned} \quad (42)$$

Jak wynika z powyższych równań, można doprowadzić do pełnej symetrii elektrotermicznej dodatkowymi rezystancjami fazowymi, lecz przy określonym układzie toru wieloprądowego i dla określonego obciążenia pieca. Wielkości bowiem ich zależą od sprzężonych reaktancji i rezystancji toru wieloprądowego oraz od rezystancji łuku. Jeżeli ramiona elektrod zmieniać będą swe położenia, wówczas „rozstroić” się symetria elektrotermiczna osiągnięta dzięki rezystancjom dodatkowym, dobranym wg równań (41).

Drugą możliwość doprowadzenia do symetrii elektrotermicznej pieca stanowi wprowadzenie do obwodu zasilania pieca dodatkowych reaktancji fazowych X_1 , X_2 , X_3 . Ich wielkości muszą być tak dobrane, aby również prądy elektrod i moce łuków, czyli rezystancje łuków były jednakowe, a zatem powinien być również spełniony warunek równań (30).

Wychodząc z nich i przeprowadzając rachunek analogicznie jak poprzednio, otrzymuje się następujące współzależności:

$$\begin{aligned} X_2 - X_1 &= 4(X_{s1} - X_{s2}), \\ X_3 - X_2 &= 4(X_{s2} - X_{s3}), \\ X_3 - X_1 &= 4(X_{s1} - X_{s3}). \end{aligned} \quad (43)$$

Poszczególne reaktancje dodatkowe można określić analogiczną drogą, jak poprzednio, tj. wychodząc z równania mocy pieca:

$$|I|^2 \{ (3R + 3r) + j[(X + X_1 + X_{s1}) + (X + X_2 + X_{s2}) + (X + X_3 + X_{s3})] \} = \sqrt{3} |UI|,$$

z którego otrzymuje się pomocnicze wyrażenie:

$$B = (X + X_1 + X_{s1}) + (X + X_2 + X_{s2}) + (X + X_3 + X_{s3}) = \sqrt{3 \left| \frac{U}{I} \right|^2 - 9(R + r)^2} \quad (44)$$

oraz przy pomocy którego dochodzi się do ostatecznych wyrażeń określających dodatkowe reaktancje:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_{s2} + X_{s3} - 3X_{s1} - X + \frac{1}{3}B, \\ X_2 &= X_{s1} + X_{s3} - 3X_{s2} - X + \frac{1}{3}B, \\ X_3 &= X_{s1} + X_{s2} - 3X_{s3} - X + \frac{1}{3}B. \end{aligned} \quad (45)$$

W przypadku płaskiego układu toru dodatkowe reaktancje wynoszą:

$$\begin{aligned} X_1 &= \omega(N - L) + \frac{1}{3}B, \\ X_2 &= -\omega(4M + N + L) + \frac{1}{3}B, \\ X_3 &= \omega(N - L) + \frac{1}{3}B. \end{aligned} \quad (46)$$

Na podstawie ostatnich równań (45) i (46) można wyciągnąć następujące ogólne wnioski:

1. Wielkości poszczególnych, dodatkowych reaktancji obwodu zasilania pieca, których zadaniem jest elektrotermiczna symetryzacja mocy łuków przy utrzymaniu symetrycznych prądów elektrod, zależą od obciążenia pieca i od jego fazowych reaktancji sprzężonych.

2. Jednakowe moce łuków można uzyskać jedynie dla określonego układu toru wieloprądowego i dla określonego obciążenia pieca. Jeżeli podczas pracy pieca występują zmiany reaktancji sprzężonych lub zmiany obciążenia prądowego, wówczas fazowe reaktancje dodatkowe powinny być nastawialne, aby móc uzyskać pełną symetrię elektrotermiczną.

Reasumując ogólnie wyniki teoretycznej analizy zagadnienia wymuszonej asymetrii systemu impedancyjnego pieca dochodzi się do wniosku, że w dwu przypadkach wymuszania asymetrii — zarówno przy pomocy dodatkowych rezystancji, jak też dodatkowych reaktancji — wpływ na ich wielkości posiadają reaktancje sprzężone pieca; jeżeli te ostatnie ulegają zmianom, muszą również zmieniać się dodatkowe rezystancje lub reaktancje.

4.3. Asymetria obciążenia prądowego

Jednym ze sposobów prowadzących również do uzyskania jednakowych mocy łuków przy symetrycznych napięciach zasilania pieca jest obciążenie pieca asymetrycznymi prądami elektrod tak dobranymi, że przy występujących wówczas różnych rezystancjach łuku jest spełniony następujący, podstawowy warunek:

$$|I_1|^2 R_1 = |I_2|^2 R_2 = |I_3|^2 R_3.$$

Taki sposób pracy pieca jest w zasadzie niedopuszczalny ze względu na zasilającą sieć energetyczną i jej źródła energii elektrycznej. Jeżeli jednak wywołana asymetria obciążenia sieci będzie nieduża, a prowadzić będzie do zadowalającego zmniejszenia stopnia asymetrii elektrotermicznej pieca, bywa czasem stosowana. Poza tym różne prądy elektrod bardzo często występują w praktyce pieców łukowych, szczególnie w ich stanach nieustalonych, i dlatego warto rozpatrzyć takie przypadki.

Jeżeli się rozwinie równania (3) — zakładając, że prądy elektrod są asymetryczne — otrzymuje się następujące równania, określające napięcia fazowe pieca, oznaczone na rys. 2:

$$E_1 = I_1(R_1 + r) + j\omega L I_1 + j\omega M_{12} I_2 + j\omega M_{13} I_3,$$

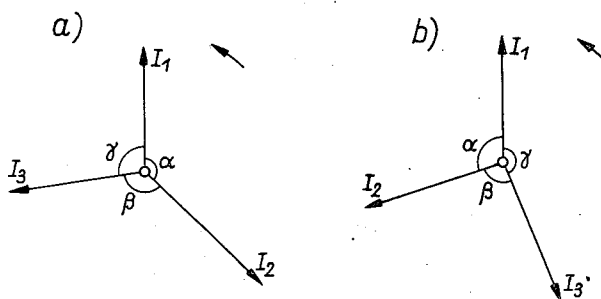
$$E_2 = I_2(R_2 + r) + j\omega L I_2 + j\omega M_{12} I_1 + j\omega M_{23} I_3,$$

$$E_3 = I_3(R_3 + r) + j\omega L I_3 + j\omega M_{13} I_1 + j\omega M_{23} I_2.$$

Uwzględniając warunek, że suma prądów elektrod równa jest 0: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$, można te równania przekształcić w następującą formę:

$$\begin{aligned} E_1 &= [(R_1 + r) + j\omega(L - M_{13})]I_1 + j\omega(M_{12} - M_{13})I_2, \\ E_2 &= [(R_2 + r) + j\omega(L - M_{23})]I_2 + j\omega(M_{12} - M_{23})I_1, \\ E_3 &= [(R_3 + r) + j\omega(L - M_{13})]I_3 + j\omega(M_{23} - M_{13})I_2. \end{aligned} \quad (47)$$

Prądy elektrod są asymetryczne, zatem ich moduły oraz kąty pomiędzy nimi zawarte są różne.



Rys. 9. Wykres wskazowy asymetrycznych prądów pieca

Prądy te — w zależności od kierunku ich następstwa — można wyrazić w następujący sposób [5]:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 \cdot \frac{|I_1|}{|I_2|} e^{+j\alpha} = I_2 \frac{|I_1|}{|I_2|} (\cos\alpha + j\sin\alpha) = I_2 (l_2 + jp_2), \\ I_2 &= I_1 \cdot \frac{|I_2|}{|I_1|} e^{-j\alpha} = I_1 \frac{|I_2|}{|I_1|} (\cos\alpha - j\sin\alpha) = I_1 (l_1 - jp_1), \\ I_3 &= I_3 \cdot \frac{|I_2|}{|I_3|} e^{+j\beta} = I_3 \frac{|I_2|}{|I_3|} (\cos\beta + j\sin\beta) = I_3 (l_3 + jp_3), \end{aligned} \quad (48)$$

gdzie wprowadzone współczynniki l i p oznaczają:

$$\begin{aligned} l_1 &= \frac{|I_2|}{|I_1|} \cos\alpha, & p_1 &= \frac{|I_2|}{|I_1|} \sin\alpha, \\ l_2 &= \frac{|I_1|}{|I_2|} \cos\alpha, & p_2 &= \frac{|I_1|}{|I_2|} \sin\alpha, \\ l_3 &= \frac{|I_2|}{|I_3|} \cos\beta, & p_3 &= \frac{|I_2|}{|I_3|} \sin\beta. \end{aligned} \quad (49)$$

Korzystając z powyższych określeń równania napięć fazowych pieca (47) można przekształcić do następującej postaci:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \{[(R_1+r) + p_1 \omega (M_{12}-M_{13})] + j\omega [L+l_1 M_{12} - (l+l_1) M_{13}]\} I_1, \\
 E_2 &= \{[(R_2+r) + p_2 \omega (M_{23}-M_{12})] + j\omega [L+l_2 M_{12} - (l+l_2) \cdot M_{23}]\} \cdot I_2, \\
 E_3 &= \{[(R_3+r) + p_3 \omega (M_{13}-M_{23})] + j\omega [L+l_3 M_{23} - (l+l_3) \cdot M_{13}]\} \cdot I_3.
 \end{aligned} \quad (50)$$

Równania powyższe można sprowadzić do ogólnej postaci, wyrażonej równaniami (19), jeżeli wprowadzi się następujące wzory na sprzężone parametry toru wielkoprądowego:

sprężone rezystancje toru:

$$\begin{aligned}
 r_{s1} &= +p_1 \omega (M_{12}-M_{13}), \\
 r_{s2} &= +p_2 \omega (M_{23}-M_{12}), \\
 r_{s3} &= +p_3 \omega (M_{13}-M_{23}),
 \end{aligned} \quad (51)$$

sprężone reaktancje toru:

$$\begin{aligned}
 X_{s1} &= [l_1 M_{12} - (l+l_1) M_{13}] \omega, \\
 X_{s2} &= [l_2 M_{12} - (l+l_2) M_{23}] \omega, \\
 X_{s3} &= [l_3 M_{23} - (l+l_3) M_{13}] \omega.
 \end{aligned} \quad (52)$$

Porównując ostatnio otrzymane wyrażenia sprzężonych rezystancji i reaktancji przy asymetrii prądowej pieca z tymi samymi wielkościami przy symetrii prądowej wg wzorów (9) i (10) można stwierdzić, że mają one tę samą budowę. Różnica polega na tym, że wzory (51) i (52) posiadają ogólniejszą postać od wzorów (9) i (10); z nich bowiem przez uwzględnienie symetrii prądowej można otrzymać wzory (9) i (10).

Można dowieść matematycznie, że w przypadku asymetrii prądowej suma rezystancji sprzężonych wynosi 0, a zatem zależność (12) wyprowadzona dla symetrii prądów elektrod zachowuje również i tutaj swą ważność.

Jeżeli prądy elektrod są równe, wówczas poszczególne współczynniki wynoszą:

$$p_1 = p_2 = p_3 = \frac{1}{2} \sqrt{3} \quad \text{ i } \quad l_1 = l_2 = l_3 = -\frac{1}{2},$$

a jeżeli prądy są asymetryczne, wówczas współczynniki te określają równania (49) i wielkości ich są zależne od stosunku prądów sąsiednich faz. Wynika stąd, że przy asymetrii prądów zarówno rezystancje sprzężone, jak też reaktancje sprzężone są zależne od wielkości prądów.

Jeżeli np. podczas roztapiania złomu w stalowniczym piecu praca jego jest bardzo niespokojna i prądy elektrod ulegają ciągłym zmianom, wówczas reaktancja każdej fazy obwodu zasilania pieca ulega również ciągłym zmianom, a za nią współczynnik mocy pieca, moc bierna, moc czynna i moce łuku.

Tor wielkoprądowy może przybierać różne układy. Jeżeli układ jego będzie równoboczny, wówczas — podobnie jak przy symetrii prądów — rezystancje sprzężone toru równają się 0, a jego reaktancje sprzężone są jednakowe:

$$X_{s1} = X_{s2} = X_{s3} = -\omega M.$$

Przy równoramiennym natomiast układzie toru otrzymuje się sprzężone rezystancje:

$$\begin{aligned} r_{s1} &= \underset{(-)}{+} p_1 \omega (M - N), \\ r_{s2} &= 0, \\ r_{s3} &= \underset{(+)}{-} p_3 \omega (M - N) \end{aligned} \quad (53)$$

oraz sprzężone reaktancje:

$$\begin{aligned} X_{s1} &= \omega [l_1 M - (1 + l_1) N], \\ X_{s2} &= \omega M, \\ X_{s3} &= \omega [l_3 M - (1 + l_3) M]. \end{aligned}$$

W tym układzie toru rezystancje i reaktancje sprzężone tylko skrajnych faz zależne są od prądów. Na fazę środkową zmiany prądów nie mają wpływu.

Równania (50) posiadają uogólnioną postać i obowiązują dla jakichkolwiek prądów elektrod oraz dla jakiegokolwiek układu toru wielkoprądowego. Na ich podstawie można napisać uogólnioną postać równań mocy fazowych pieca, a mianowicie:

$$\begin{aligned} P_1 &= \{[(R_1 + r) + \underset{(-)}{+} p_1 \omega (M_{12} - M_{13})] + j\omega [L + l_1 M_{12} - (1 + l_1) M_{13}]\} \cdot |I_1|^2, \\ P_2 &= \{[(R_2 + r) + \underset{(-)}{+} p_2 \omega (M_{23} - M_{12})] + j\omega [L + l_2 M_{12} - (1 + l_2) M_{23}]\} \cdot |I_2|^2, \\ P_3 &= \{[(R_3 + r) + \underset{(-)}{+} p_3 \omega (M_{13} - M_{23})] + j\omega [L + l_3 M_{23} - (1 + l_3) M_{13}]\} \cdot |I_3|^2. \end{aligned} \quad (54)$$

Powyższe równania składają się z dwu składników: z mocy czynnej i biernej. Na fazową moc czynną składa się: moc łuku $|I_n|^2 \cdot R_n$, strata mocy $|I_n|^2 \cdot r$ oraz moc przenoszona $r_{sn} \cdot |I_n|^2$.

Analiza równań (54) nasuwa następujące wnioski:

1. Przenoszenie się mocy występuje w zasadzie pomiędzy wszystkimi fazami, jak przy symetrii prądowej.

2. Wielkość przenoszonej mocy w fazie — n wynosi ogólnie: $|I_n|^2 r_{sn}$, i zależna jest nie tylko od indukcji wzajemnych od pozostałych faz, ale również od ich prądów. Jeżeli zatem prądy faz ulegają zmianom, zmienia się również wielkość mocy przenoszonej.

3. Suma mocy przenoszonych wynosi 0.

4. Moce bierne poszczególnych faz są różne i ulegają zmianom pod wpływem zmian prądów elektrod i układu wielkoprądowego.

5. Przy asymetrii prądowej moce łuków mogą być różne i wówczas występuje asymetria elektrotermiczna; jedna z faz będzie fazą mocną, druga zaś fazą słabą.

6. O tym, która z faz stanie się fazą mocną, decyduje nie tylko sam układ toru wielkoprądowego, ale również stosunki prądów sąsiednich faz (rezystancje sprzężone). Jeżeli prądy te będą ulegać zmianom, wówczas, pomimo że układ toru nie zmieni się, faza mocna może się przemieszczać z fazy na fazę.

7. Wyjątek stanowi równoboczny układ toru, w którym nie występuje zjawisko przenoszenia się mocy, nawet przy asymetrii prądowej.

8. Przy równoramiennym lub płaskim układzie toru przenoszenie mocy występuje pomiędzy skrajnymi fazami, podobnie jak przy symetrii prądowej.

Wielkość przenoszona wówczas mocy wynosi:

$$P_p = |I_1|^2 p_1 \omega (M - N) = |I_3|^2 p_3 \omega (M - N).$$

5. BIFILARNE UKŁADY TORÓW WIELKOPRĄDOWYCH

Zjawiska asymetrii pieca występują tym mocniej, im większy jest piec łukowy, im większą posiada on moc znamionową i im większe są jego prądy elektrod. Moc bowiem przenoszona pomiędzy fazami zależy od sprzężonej rezystancji danej fazy oraz od kwadratu jej prądu. Z tego powodu dotychczas rozpatrywany w niniejszej pracy otwarty tor wielkoprądowy (w układzie otwartej gwiazdy) nie wystarcza do pieców dużej i średniej mocy. Tor ten bowiem wykazuje nieraz tak poważne wady, że normalna praca pieca staje się niemożliwa.

Do dużych pieców łukowych redukcyjnych i stalowniczych stosuje się obecnie specjalne układy torów bifilarnych — tzw. tory zamknięte: w gwiazdę lub w trójkąt, których głównym zadaniem jest kompensacja reaktancji każdej fazy pieca, a tym samym jego mocy biernej.

W ostatnich latach powstało kilka odmian torów bifilarnych, a szczególnie torów zamkniętych, z których wiele zostało zastrzeżonych patentami przez niektóre firmy zagraniczne. Dotychczas jednak nie udało się stworzyć takiego układu toru wielkoprądowego, w którym można by całkowicie skompensować jego stratę mocy biernej. Każdy zatem z tych specjalnych układów toru będzie wykazywać pewną sprzężoną reaktancję i rezystancję, które będą — podobnie jak w torze otwartym — czynnikami wywołującymi przenoszenie się mocy pomiędzy fazami i asymetrii pieca.

W zasadzie istnieją dwa główne rodzaje torów zamkniętych, a mianowicie: tory zamknięte w gwiazdę oraz tory zamknięte w trójkąt. Pierwsze z nich znalazły zastosowanie głównie do pieców redukcyjnych, drugie natomiast do pieców stalowniczych.

Te dwa zasadnicze rodzaje zamkniętych torów wielkoprądowych są stosowane w praktyce w różnych odmianach, w zależności od tego, w którym miejscu następuje zamknięcie w gwiazdę lub w trójkąt.

Na rys. 10 pokazany jest tor zamknięty w gwiazdę przy elektrodach. Natomiast na rys. 11÷14 tory są zamknięte w trójkąt w różnych miejscach, np. na rys. 11 jest tor-trójkąt w komorze transformatora, na rys. 13 jest tor-trójkąt na ramionach elektrod, na rys. 12 jest tor-trójkąt na elektrodach i na rys. 14 jest tor-trójkąt na elektrodach przy pomocy czwartego ramienia.

Przedstawione powyżej różne odmiany konstrukcji torów wielkoprądowych są podawane w piśmiennictwie [6], [7], [8] i w ostatnich czasach stanowią coraz częściej poruszaną ich tematykę. Problematyka torów wielkoprądowych, zarówno konstrukcyjna, jak również teoretyczna jest skomplikowana, ponieważ skomplikowana jest ich budowa i bardziej złożone są zjawiska w nich przejawiające się aniżeli w torach otwartych.

Teoretyczną analizę zjawisk zachodzących w tych torach można przeprowadzić posilkując się, podobnie jak poprzednio, pojęciami rezystancji i reaktancji sprzężonej. Dla przykładu zostało to poniżej przeprowadzone dla układu toru — trójkąt na elektrodach, przedstawionego na rys. 14.

Transformator piecowy Tr posiada po wtórnej stronie otwarte uzwojenia, od zacisków których wiodą doprowadzenia prądu $a-g-b$ do elektrod. Doprowadzenia te, stanowiące tor wielkoprądowy pieca, składają się z trzech odcinków: toru w komorze transformatora b , wykonywanego zwykle z płaskich szyn miedzianych, z giętkich kabli g , wykonywanych z gołych lin miedzianych, chłodzonych powietrzem w naturalny sposób lub też czasem wodą — na ten odcinek składa się 6 pęków lin — oraz z toru ułożonego na trzech ruchomych ramionach elektrod i na czwartym ramieniu pomocniczym. Ostatni odcinek toru w dużych piecach bywa wykonywany prawie z reguły z rur miedzianych, chłodzonych wodą.

Doprowadzenia te charakteryzują ich indukcje i rezystancje własne, które ze względu na skomplikowaną budowę i różne długości różnią się co do wielkości pomiędzy sobą. Tak np. doprowadzenie na czwartym ramieniu jest znacznie dłuższe od pozostałych.

Układ toru z rys. 14 można przedstawić zasadniczym jego układem, pokazanym na rys. 15, którego parametry, sprowadzone do jednej ze stron transformatora, pierwotnej lub wtórnej, zostały oznaczone w następujący sposób:

Z_{wn} — jest impedancją własną doprowadzenia n , do której zalicza się: połowę impedancji transformatora piecowego i dławika oraz impedancję własną danego doprowadzenia na odcinku od zacisków transformatora do elektrody:

$$Z_{wn} = r_n + jX_n$$

Układ toru z rys. 14 posiada 6 doprowadzeń prądu do elektrod. Na każdy

bok trójkąta składają się dwa doprowadzenia. Impedancje własne każdego boku są różne i wynoszą:

$$Z_{wI} = Z_{w1} + Z_{w2},$$

$$Z_{wII} = Z_{w3} + Z_{w4},$$

$$Z_{wIII} = Z_{w5} + Z_{w6}.$$

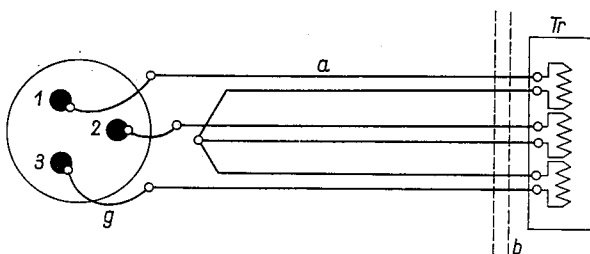
Każde z doprowadzeń posiada również impedancję sprzężoną Z_{sn} , i każdy bok trójkąta posiada następujące impedancje sprzężone:

$$Z_{sI} = Z_{s1} + Z_{s2},$$

$$Z_{sII} = Z_{s3} + Z_{s4},$$

$$Z_{sIII} = Z_{s5} + Z_{s6};$$

będą one różne pod względem wielkości.



Rys. 10. Tor wielkoprądowy — gwiazda na elektrodach

Piec zasilany jest symetrycznymi napięciami U_I , U_{II} , U_{III} , w poszczególnych bokach trójkąta płyną różne prądy I_n , trójkąt toru zamyka się na elektrodach w punktach I, II, III, z których wypływają prądy elektrod I_I , I_{II} , I_{III} . Prądy te mogą przybierać różne wielkości w zależności od rezystancji łuków i od sprzężonych impedancji trójkąta toru.

Spadki napięć doprowadzeń toru 1—6, rozłożone wzdłuż całej ich długości, wynoszą:

$$\Delta U_1 = Z_{w1}I_1 + j\omega(M_{12}I_2 + M_{13}I_3 + M_{14}I_4 + M_{15}I_5 + M_{16}I_6),$$

$$\Delta U_2 = Z_{w2}I_2 + j\omega(M_{12}I_1 + M_{23}I_3 + M_{24}I_4 + M_{25}I_5 + M_{26}I_6),$$

$$\Delta U_3 = Z_{w3}I_3 + j\omega(M_{13}I_1 + M_{23}I_2 + M_{34}I_4 + M_{35}I_5 + M_{36}I_6),$$

$$\Delta U_4 = Z_{w4}I_4 + j\omega(M_{14}I_1 + M_{24}I_2 + M_{34}I_3 + M_{45}I_5 + M_{46}I_6),$$

$$\Delta U_5 = Z_{w5}I_5 + j\omega(M_{15}I_1 + M_{25}I_2 + M_{35}I_3 + M_{45}I_4 + M_{56}I_6),$$

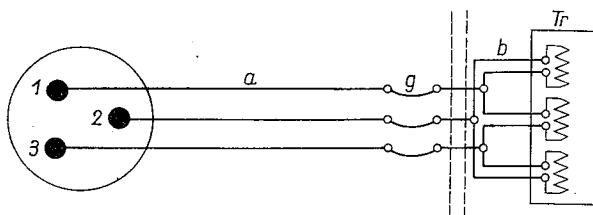
$$\Delta U_6 = Z_{w6}I_6 + j\omega(M_{16}I_1 + M_{26}I_2 + M_{36}I_3 + M_{46}I_4 + M_{56}I_5).$$

Jeżeli w powyższych równaniach uwzględni się, że jest:

$$I_2 = -I_1; \quad I_4 = -I_3; \quad I_6 = -I_5,$$

wówczas można je przekształcić w następujące postaci:

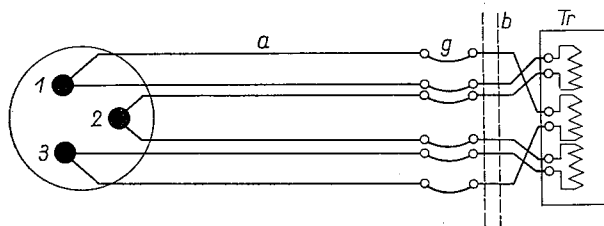
$$\begin{aligned}
 \Delta U_1 &= (Z_{w1} - j\omega M_{12})I_1 + j\omega(M_{13} - M_{14})I_3 + j\omega(M_{15} - M_{16})I_5, \\
 \Delta U_2 &= -(Z_{w2} - j\omega M_{12})I_1 + j\omega(M_{23} - M_{24})I_3 + j\omega(M_{25} - M_{26})I_5, \\
 \Delta U_3 &= (Z_{w3} - j\omega M_{34})I_3 + j\omega(M_{13} - M_{23})I_1 + j\omega(M_{35} - M_{36})I_5, \\
 \Delta U_4 &= -(Z_{w4} - j\omega M_{34})I_3 + j\omega(M_{14} - M_{24})I_1 + j\omega(M_{45} - M_{46})I_5, \\
 \Delta U_5 &= (Z_{w5} - j\omega M_{56})I_5 + j\omega(M_{15} - M_{25})I_1 + j\omega(M_{35} - M_{45})I_3, \\
 \Delta U_6 &= -(Z_{w6} - j\omega M_{56})I_5 + j\omega(M_{16} - M_{26})I_1 + j\omega(M_{36} - M_{46})I_3.
 \end{aligned} \tag{55}$$



Rys. 11. Tor wielopiętrowy — trójkąt w komorze transformatora

Każde z tych równań można wyrazić jednym prądem, jeżeli się uwzględni następujące zależności, utworzone przy pomocy rys. 16 z zaznaczonym na nim następstwem prądów:

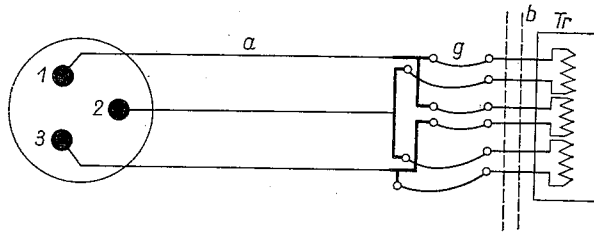
$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_3 \frac{|I_1|}{|I_3|} e^{j\alpha} = I_3(l_{13} + j \cdot p_{13}), \\
 I_1 &= I_5 \frac{|I_1|}{|I_5|} e^{-j\gamma} = I_5(l_{15} - j \cdot p_{15}), \\
 I_3 &= I_1 \frac{|I_3|}{|I_1|} e^{-j\gamma} = I_1(l_{31} - j \cdot p_{31}), \\
 I_3 &= I_5 \frac{|I_3|}{|I_5|} e^{j\beta} = I_5(l_{35} + j \cdot p_{35}), \\
 I_5 &= I_1 \frac{|I_5|}{|I_1|} e^{j\gamma} = I_1(l_{51} + j \cdot p_{51}), \\
 I_5 &= I_3 \frac{|I_5|}{|I_3|} e^{-j\beta} = I_3(l_{53} - j \cdot p_{53}).
 \end{aligned} \tag{56}$$



Rys. 12. Tor wielopiętrowy — trójkąt na elektrodach

W powyższych wyrażeniach współczynniki l i p zależą od stosunku odnośnych prądów, a mianowicie:

$$\begin{aligned}
 l_{13} &= \frac{|I_1|}{|I_3|} \cos \alpha, & l_{31} &= \frac{|I_3|}{|I_1|} \cos \alpha, & l_{35} &= \frac{|I_3|}{|I_5|} \cos \beta, \\
 l_{15} &= \frac{|I_1|}{|I_5|} \cos \gamma, & l_{51} &= \frac{|I_5|}{|I_1|} \cos \gamma, & l_{53} &= \frac{|I_5|}{|I_3|} \cos \beta, \\
 p_{13} &= \frac{|I_1|}{|I_3|} \sin \alpha, & p_{31} &= \frac{|I_3|}{|I_1|} \sin \alpha, & p_{35} &= \frac{|I_3|}{|I_5|} \sin \beta, \\
 p_{15} &= \frac{|I_1|}{|I_5|} \sin \gamma, & p_{51} &= \frac{|I_5|}{|I_1|} \sin \gamma, & p_{53} &= \frac{|I_5|}{|I_3|} \sin \beta.
 \end{aligned} \tag{57}$$

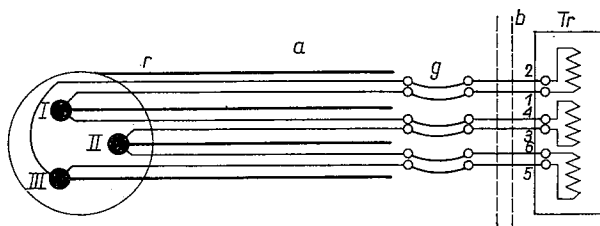


Rys. 13. Tor wielkoprądowy — trójkąt na ramionach elektrod

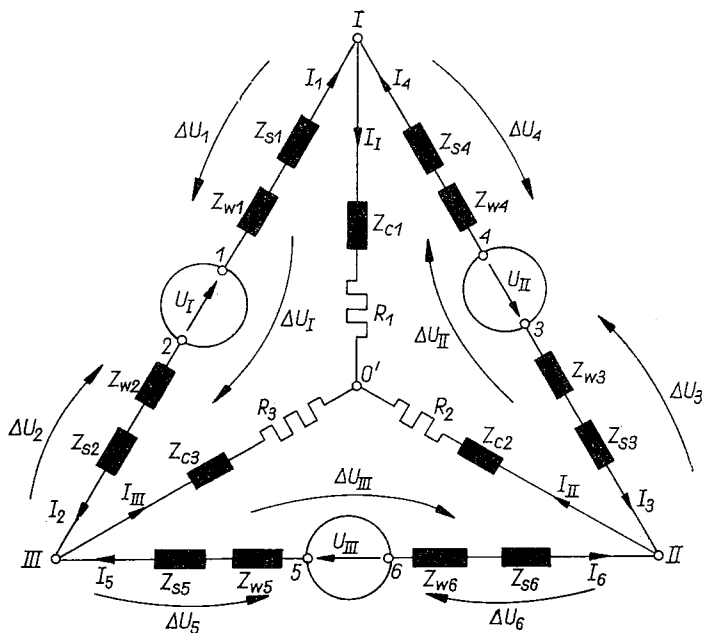
Po wykorzystaniu równań (56) i uporządkowaniu, ostatnia grupa (55) równań spadków napięć przechodzi do następujących postaci:

$$\begin{aligned}
 \Delta U_1 &= \{r_1 + \omega[p_{31}(M_{13} - M_{14}) - p_{51}(M_{15} - M_{16})] + \\
 &\quad + jX_1 + j\omega[-M_{12} + l_{31}(M_{13} - M_{14}) + l_{51}(M_{15} - M_{16})]\} \cdot I_1, \\
 \Delta U_2 &= \{-r_2 + \omega[p_{31}(M_{23} - M_{24}) - p_{51}(M_{25} - M_{26})] + \\
 &\quad - jX_2 + j\omega[M_{12} + l_{31}(M_{23} - M_{24}) + l_{51}(M_{25} - M_{26})]\} \cdot I_1, \\
 \Delta U_3 &= \{r_3 + \omega[p_{13}(M_{13} - M_{23}) - p_{53}(M_{35} - M_{36})] + \\
 &\quad + jX_3 + j\omega[-M_{34} + l_{13}(M_{13} - M_{23}) + l_{53}(M_{35} - M_{36})]\} \cdot I_3, \\
 \Delta U_4 &= \{-r_4 + \omega[p_{13}(M_{14} - M_{24}) - p_{53}(M_{45} - M_{46})] + \\
 &\quad - jX_4 + j\omega[M_{34} + l_{13}(M_{14} - M_{24}) + l_{53}(M_{45} - M_{46})]\} \cdot I_3, \\
 \Delta U_5 &= \{r_5 + \omega[p_{15}(M_{15} - M_{25}) - p_{35}(M_{35} - M_{45})] + \\
 &\quad + jX_5 + j\omega[-M_{56} + l_{15}(M_{15} - M_{25}) + l_{35}(M_{35} - M_{45})]\} \cdot I_5, \\
 \Delta U_6 &= \{-r_6 + \omega[p_{15}(M_{16} - M_{26}) - p_{35}(M_{36} - M_{46})] + \\
 &\quad - jX_6 + j\omega[M_{56} + l_{15}(M_{16} - M_{26}) + l_{35}(M_{36} - M_{46})]\} \cdot I_5,
 \end{aligned}$$

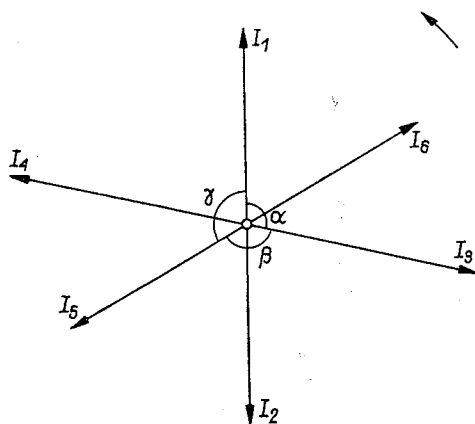
Spadki napięcia wyrażone powyższymi równaniami składają się z dwu składników: z czynnych i biernych spadków napięcia; wskutek tego można



Rys. 14. Tor wieloprądowy — trójkąt na elektrodach i na czterech ramionach



Rys. 15. Zasadniczy układ toru wieloprądowego — trójkąt na elektrodach



Rys. 16. Wykres wskazowy prądów w torze — trójkąt na elektrodach

je przedstawić w następującej zwartej formie:

$$\begin{aligned}
 \Delta U_1 &= [r_1 + r_{s1} + j(X_1 + X_{s1})]I_1, \\
 \Delta U_2 &= [-r_2 + r_{s2} + j(-X_2 + X_{s1})]I_1, \\
 \Delta U_3 &= [r_3 + r_{s3} + j(X_3 + X_{s3})]I_3, \\
 \Delta U_4 &= [-r_4 + r_{s4} + j(-X_4 + X_{s4})]I_3, \\
 \Delta U_5 &= [r_5 + r_{s5} + j(X_5 + X_{s5})]I_5, \\
 \Delta U_6 &= [-r_6 + r_{s6} + j(-X_6 + X_{s6})]I_5,
 \end{aligned} \tag{58}$$

Wprowadzone do powyższych równań rezystancje sprzężone wynoszą:

$$\begin{aligned}
 r_{s1} &= \omega[p_{31}(M_{13} - M_{14}) - p_{51}(M_{15} - M_{16})], \\
 r_{s2} &= \omega[p_{31}(M_{23} - M_{24}) - p_{51}(M_{25} - M_{26})], \\
 r_{s3} &= \omega[p_{12}(M_{13} - M_{23}) - p_{53}(M_{35} - M_{36})], \\
 r_{s4} &= \omega[p_{13}(M_{14} - M_{24}) - p_{53}(M_{45} - M_{46})], \\
 r_{s5} &= \omega[p_{15}(M_{15} - M_{25}) - p_{35}(M_{35} - M_{45})], \\
 r_{s6} &= \omega[p_{15}(M_{16} - M_{26}) - p_{35}(M_{36} - M_{46})].
 \end{aligned} \tag{59}$$

Natomiast reaktancje sprzężone doprowadzeń prądu 1—6 wynoszą:

$$\begin{aligned}
 X_{s1} &= \omega[-M_{12} + l_{31}(M_{13} - M_{14}) + l_{51}(M_{15} - M_{16})], \\
 X_{s2} &= \omega[M_{12} + l_{31}(M_{23} - M_{24}) + l_{51}(M_{25} - M_{26})], \\
 X_{s3} &= \omega[-M_{34} + l_{13}(M_{13} - M_{23}) + l_{53}(M_{35} - M_{36})], \\
 X_{s4} &= \omega[M_{34} + l_{13}(M_{14} - M_{24}) + l_{53}(M_{45} - M_{46})], \\
 X_{s5} &= \omega[-M_{56} + l_{15}(M_{15} - M_{25}) + l_{35}(M_{35} - M_{45})], \\
 X_{s6} &= \omega[M_{56} + l_{15}(M_{16} - M_{26}) + l_{35}(M_{36} - M_{46})].
 \end{aligned} \tag{60}$$

Korzystając obecnie z nowych określeń (59) i (60) i z rys. 15, można napisać równania całkowitych spadków napięć boków trójkąta toru w następującej formie:

$$\begin{aligned}
 \Delta U_I &= \Delta U_1 - \Delta U_2 = [(r_1 + r_2 + r_{s1} - r_{s2}) + j(X_1 + X_2 + X_{s1} - X_{s2})] \cdot I_1, \\
 \Delta U_{II} &= \Delta U_3 - \Delta U_4 = [(r_3 + r_4 + r_{s3} - r_{s4}) + j(X_3 + X_4 + X_{s3} - X_{s4})] \cdot I_3, \\
 \Delta U_{III} &= \Delta U_5 - \Delta U_6 = [(r_5 + r_6 + r_{s5} - r_{s6}) + j(X_5 + X_6 + X_{s5} - X_{s6})] \cdot I_5.
 \end{aligned}$$

Z równań tych wynikają następujące impedancje fazowe trójkąta toru wieloprądowego:

$$\begin{aligned}
 Z_I &= r_1 + r_2 + r_{s1} - r_{s2} + j(X_1 + X_2 + X_{s1} - X_{s2}), \\
 Z_{II} &= r_3 + r_4 + r_{s3} - r_{s4} + j(X_3 + X_4 + X_{s3} - X_{s4}), \\
 Z_{III} &= r_5 + r_6 + r_{s5} - r_{s6} + j(X_5 + X_6 + X_{s5} - X_{s6}).
 \end{aligned} \tag{61}$$

Jeżeli uda się w ten sposób ułożyć pracę pieca, że prądy fazowe w bokach trójkąta toru będą symetryczne, a tym samym złożone z nich prądy elektrod będą symetryczne, wówczas sprzężone parametry toru wynoszą: sprzężone rezystancje:

$$\begin{aligned}
 r_{s1} &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{13} - M_{14} - M_{15} + M_{16}), \\
 r_{s2} &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{23} - M_{24} - M_{25} + M_{26}), \\
 r_{s3} &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{13} - M_{23} - M_{35} + M_{36}), \\
 r_{s4} &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{14} - M_{24} - M_{45} + M_{46}), \\
 r_{s5} &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{15} - M_{25} - M_{35} + M_{45}), \\
 r_{s6} &= \frac{1}{2} \sqrt{3} \omega (M_{16} - M_{26} - M_{36} + M_{46})
 \end{aligned} \tag{62}$$

oraz sprzężone reaktancje:

$$\begin{aligned}
 X_{s1} &= \omega \left[-M_{12} - \frac{1}{2} (M_{13} - M_{14}) - \frac{1}{2} (M_{15} - M_{16}) \right], \\
 X_{s2} &= \omega \left[M_{12} - \frac{1}{2} (M_{23} - M_{24}) - \frac{1}{2} (M_{25} - M_{26}) \right], \\
 X_{s3} &= \omega \left[-M_{34} - \frac{1}{2} (M_{13} - M_{23}) - \frac{1}{2} (M_{35} - M_{36}) \right], \\
 X_{s4} &= \omega \left[M_{34} - \frac{1}{2} (M_{14} - M_{24}) - \frac{1}{2} (M_{45} - M_{46}) \right], \\
 X_{s5} &= \omega \left[-M_{56} - \frac{1}{2} (M_{15} - M_{25}) - \frac{1}{2} (M_{35} - M_{45}) \right], \\
 X_{s6} &= \omega \left[M_{56} - \frac{1}{2} (M_{16} - M_{26}) - \frac{1}{2} (M_{36} - M_{46}) \right].
 \end{aligned} \tag{63}$$

Na podstawie ostatnich dwu grup wzorów (62) i (63) dochodzi się do wniosku, że — podobnie, jak to miało miejsce w przypadku otwartego toru wielkoprądowego — rezystancje i reaktancje sprzężone toru zależą jedynie od wzajemnych indukcji jego doprowadzeń.

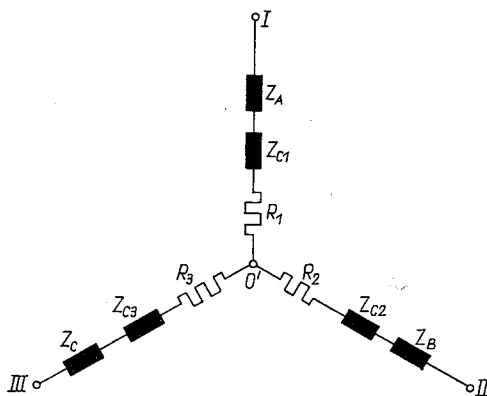
Jeżeli natomiast prądy w torze byłyby niesymetryczne, wówczas wg wzorów (59) i (60) parametry te dodatkowo zależą od stosunku odpowiednich prądów.

Znając impedancję boków trójkąta wg wzorów (61) układ toru — trójkąt na elektrodach, przedstawiony na rys. 15, można przekształcić w elektrycznie równoważny układ gwiazdy, pokazany na rys. 17, w którym zastępcze impedancje wynoszą:

$$Z_A = \frac{Z_I \cdot Z_{II}}{Z_I + Z_{II} + Z_{III}},$$

$$Z_B = \frac{Z_{II} \cdot Z_{III}}{Z_I + Z_{II} + Z_{III}},$$

$$Z_C = \frac{Z_I \cdot Z_{III}}{Z_I + Z_{II} + Z_{III}}.$$



Rys. 17. Układ toru wielkopiętrowego przekształcony w gwiazdę

Po przekształceniu w gwiazdę toru wielkopiętrowego można już analizować obwód zasilania pieca wg podanych poprzednio sposobów.

Impedancje fazowe trójkąta toru są wg równań (61), ogólnie je traktując, różne i mają wpływ na rozpyły prądów w torze. Na podstawie bowiem rys. 15 można napisać następujące zależności:

$$I_I + I_{II} + I_{III} = 0$$

oraz

$$I_1 - I_3 = I_I,$$

$$I_3 - I_5 = I_{II},$$

$$I_5 - I_1 = I_{III}.$$

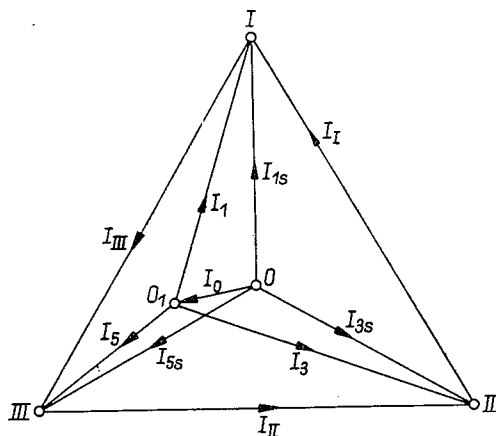
Prądy określone powyższymi zależnościami można przedstawić na wykazowym wykresie, rys. 18, na którym założono, że prądy elektrod I_I , I_{II} , I_{III} są symetryczne; zostały one wymuszone doбором odpowiednich rezystancji łuku R_n .

Prądy fazowe toru I_1, I_3, I_5 są w uogólnionym przypadku asymetryczne i punkt O_1 ich pęku wskazów jest przesunięty w stosunku do środka ciężkości O trójkąta I, II, III. Jeżeli to przesunięcie określimy na rys. 18 wskazem I_0 oraz oznaczymy wskaźy symetrycznych prądów toru: I_{1s}, I_{3s}, I_{5s} , wówczas można napisać:

$$I_1 = I_{1s} - I_0,$$

$$I_3 = I_{3s} - I_0,$$

$$I_5 = I_{5s} - I_0.$$



Rys. 18. Wykres wskazowy prądów pieca

Na podstawie tych równań, mnożąc je kolejno przez Z_I, Z_{II}, Z_{III} , sumując je i korzystając z założenia, że napięcia zasilające piec są symetryczne, można określić wskaz przesunięcia punktu O_1 względem punktu O następującym wzorem:

$$I_0 = \frac{I_{1s}Z_I + I_{3s}Z_{II} + I_{5s}Z_{III}}{Z_I + Z_{II} + Z_{III}}. \quad (64)$$

Określony w ten sposób (64) wskaz I_0 jest prądem określonym, wyrównawczym w torze wieloprądowym. Jego wielkość zależy przede wszystkim od fazowych impedancji toru Z_I, Z_{II}, Z_{III} . Jeżeli impedancje te będą jednakowe, to — ponieważ $I_{1s} + I_{3s} + I_{5s} = 0$ — prąd wyrównawczy będzie równy 0: $I_0 = 0$ i prądy fazowe toru będą symetryczne.

Powstawanie prądu wyrównawczego w trójkątnym torze wieloprądowym jest zjawiskiem niekorzystnym i stanowi wadę tego rodzaju, bifilarnego układu toru. Ponieważ impedancje Z_I, Z_{II}, Z_{III} ulegają zmianom podczas pracy pieca, zmienia się również wielkość prądu wyrównawczego. Prąd ten dodatkowo obciąża tor wieloprądowy zwiększając dodatkowo jego straty czynne.

Na podstawie określonych równaniami (59) i (60) rezystancji i reaktancji sprzężonych oraz na podstawie równań (58), można wysnuć następujące wnioski o zachowaniu się pieca łukowego, zasilanego torem wielkoprądowym — trójkąt na elektrodach.

Niewątpliwie jest, że tor tego rodzaju kompensuje moc bierną pieca. Kompensacja ta może być nawet dość pokaźna, jeżeli układ toru zostanie wykonany prawidłowo oraz jeżeli racjonalnie prowadzić się będzie pracę pieca.

Ramiona elektrod stalowniczych pieców, przesuwając się w górę i w dół, wywołują zmiany indukcji wzajemnych doprowadzeń prądu do elektrod. Ruchy tych ramion są jednym z czynników powodujących zmiany rezystancji i reaktancji sprzężonych toru wielkoprądowego, którego trójkąt staje się asymetryczny o różnych zmiennych impedancjach, wskutek czego asymetria jego jest zmienna.

Prądy elektrod I_I , I_{II} , I_{III} są zależne przede wszystkim od rezystancji łuków R_1 , R_2 , R_3 , które mogą ulegać zmianom. Szczególnie w okresie roztopiania złomu występują bardzo duże zmiany R_n i to z dużą częstotliwością, wywołując duże, nieregularne zmiany prądów elektrod. I to staje się drugim czynnikiem powodującym zmiany rezystancji sprzężonych toru.

Skutki występowania tych zmian w torze wielkoprądowym — trójkąt na elektrodach są następujące:

1. Na doprowadzeniach prądu do elektrod powstają zmienne spadki napięć, zarówno czynnych, jak też biernych.
2. Zmiany rezystancji sprzężonych powodują zmiany czynnych spadków napięć w torze oraz zmienne przenoszenie się mocy czynnej pomiędzy fazami. Wynikiem tego jest zmienna asymetria elektrotermiczna pieca, która może nawet przenosić się z jednej fazy na drugą.
3. Zmiany reaktancji sprzężonych powodują zmiany fazowych mocy biernych pieca.
4. Na skutek zmian rezystancji i reaktancji sprzężonych toru zmienia się wielkość prądu maksymalnego, wskutek czego wyznaczenie jego napotyka na duże trudności.
5. Na skutek różnych zmiennych impedancji fazowych trójkąta toru wielkoprądowego, powstaje w nim prąd wyrównawczy, który jest niekorzystnym jego zjawiskiem i stanowi wadę tego rodzaju torów.
6. W szczególnym przypadku impedancje jego mogą być jednakowe, trójkąt jego staje się symetryczny, prądy są wówczas symetryczne, a prąd wyrównawczy równy jest 0.

6. WYZNACZANIE PARAMETRÓW TORU WIELKOPRĄDOWEGO

Jak wynika z poprzednich rozdziałów dla oceny pracy pieca niezbędna jest znajomość parametrów toru wielkoprądowego, tzn. jego rezystan-

cji i reaktancji własnej oraz sprzężonej. Wyznaczenie ich można przeprowadzić drogą obliczeniową na podstawie konstrukcji toru, obliczając jego rezystancję r , indukcyjność własną L oraz indukcyjne wzajemne M , lub drogą pomiarową na pracującym piecu.

Metoda obliczeniowa jest pracochłonna i trudna ze względu na ukształtowanie szyn, lin lub rur miedzianych toru i wskutek tego daje wyniki niedokładne, obciążone uchybami. Nie uwzględnia ona również masy żelaza konstrukcji pieca, blisko których tory są układane i które mają wpływ na wielkość ich reaktancji.

Znacznie prostsza do przeprowadzenia i dokładniejsza w wynikach jest metoda pomiarowa. Z piśmiennictwa naukowego [1], [4], [9], [12] znane są w zasadzie dwie metody pomiarowe, jako tzw. metody trójfazowego zwarcia pieca, otrzymywanego przez zanurzenie 3 elektrod do roztopionej stali w piecu stalowniczym. Według jednej z nich pomiary przeprowadza się po pierwotnej stronie transformatora piecowego i parametry obwodu zasilania pieca X i r określa się jako średnie z pomiarów, równe dla wszystkich faz. Według drugiej metody wyznacza się X i r w każdej fazie oddzielnie, przeprowadzając pomiary po wtórnej stronie transformatora piecowego.

Obie metody okazują się niewystarczające w praktycznym zastosowaniu, a to z następujących powodów:

1. Metody te nie nadają się do pieców redukcyjnych, ponieważ nie można w nich wykonać zwarcia elektrod.
2. Nie nadają się one do pieców asymetrycznych, z którymi najczęściej mamy w praktyce do czynienia.

Dalej idącą metodą pomiarową jest trzecia jeszcze metoda tzw. zwarć dwufazowych [14], którą można stosować do pieców asymetrycznych, a która jednak nie nadaje się do zastosowania do pieców redukcyjnych.

Metody zwarć trójfazowych nadają się bez zastrzeżeń do pieców symetrycznych, tj. zasilanych symetrycznymi napięciami, pracujących symetrycznymi prądami i posiadających symetryczny system impedancyjny obwodu ich zasilania. Niestety w praktyce tak idealnych pieców nie ma i powszechnie budowane piece — przeważnie z płaskim torem wielkoprądowym — zawsze będą wykazywać pewną asymetrię. Jeżeli w tego rodzaju asymetrycznym piecu wykona się trójfazowe zwarcie pieca i przy jego pomocy określi się parametry obwodu zasilania pieca dla równych prądów elektrod, wówczas wyniki te będą obciążone błędami, ponieważ prądy wykonanego zwarcia są różne.

Metody zwarć trójfazowych mogą się nadawać do pieców małej mocy, o małym stopniu asymetrii wówczas, gdy popełniane świadomie uchyby będą nieduże.

Aby zdecydować wybór najodpowiedniejszej metody pomiarowej dla określenia parametrów głównego obwodu pieca, należy przeprowadzić wstępne pomiary, przy pomocy których należy ustalić symetrię pieca

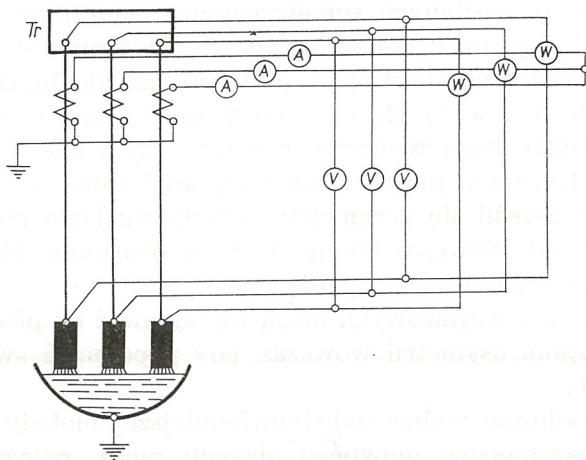
bądź jego stopień asymetrii. Można to stwierdzić prostymi pomiarami napięć fazowych, przy pomocy 3 woltomierzy, które zwykle mieszczą się na pulpicie sterowniczym. Jeżeli napięcia te okażą się równe przy równych prądach elektrod i równych napięciach zasilania, wówczas piec jest symetryczny. Jeżeli okażą się one nierówne, wówczas należy określić stopień występującej asymetrii i uchyb, który powstanie przy zastosowaniu metody 3-fazowego zwarcia.

Dla pieców o znacznym stopniu asymetrii została podana poniżej metoda pomiarowa, która jest bardziej uniwersalna i nadaje się do wszystkich pieców, stalowniczych i redukcyjnych. Metoda ta nadaje się również do symetrycznych pieców. Pozwala ona określić parametry własne i sprzężone toru wieloprądowego, bez stosowania próby zwarcia. Polega ona na pomiarach prądu w torze, jego spadków napięć oraz strat mocy. Podczas pomiarów piec normalnie pracuje, przy czym koniecznym warunkiem jest utrzymywanie równych prądów elektrod; piec zatem stalowniczy powinien mieć roztopioną już stal, dla pieca natomiast redukcyjnego należy wybrać spokojny okres pracy.

Układ pomiarowy pokazany jest na rys. 19, przyrządy pomiarowe powinny być klasy $1 \div 0,5$, przy czym watomierze i woltomierze należy wybrać na niskie napięcia, które występują w torze. Przewody napięciowe watomierzy i woltomierzy powinny tworzyć duże pętle, tak aby objąć prawie całe pole magnetyczne toru wieloprądowego; przyrządy pomiarowe powinny więc być dość daleko odsunięte od toru.

Według pokazanego na rys. 19 układu należy przeprowadzić dwa rodzaje pomiarów, a mianowicie:

a) pomiary spadków napięcia i strat mocy w torze wieloprądowym na odcinku pomiędzy zaciskami transformatora piecowego i uchwytyami elektrod,



Rys. 19. Układ pomiarowy do wyznaczania parametrów toru wieloprądowego

b) takie same pomiary, jak w a, lecz całej fazy toru, tzn. pomiędzy zaciskami transformatora i zerem pieca (kąpiel stali lub węglowe wyłożenie trzonu pieca).

Pomiary powyższe przeprowadza się dla jednego, z góry ustalonego układu toru wieloprądowego, np. dla płaskiego układu toru pieca stalowniczego lub dla pieca redukcyjnego z uchwytnymi elektrod na jednym poziomie.

Wykonując powyżej podane pomiary przyjmuje się założenie, że zarówno w piecu stalowniczym, jak też w piecu redukcyjnym własną rezystancję elektrod można zaliczyć do rezystancji łuku, ponieważ ciepło Joula w nich wytwarzane jest oddawane piecowi i można je doliczyć do energii cieplnej łuku. Odcinki elektrod, które wychodzą z pieca aż do uchwytów elektrod, są nieduże i nie spowodują dużych uchybów pomiarowych.

Z pomiaru strat mocy ΔP odcinków toru otrzymuje się fazowe jego rezystancje:

$$r + r_{sn} = \frac{\Delta P_n}{I^2}$$

i stąd, sumując je, otrzymuje się rezystancję własną:

$$r = \frac{\Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3}{3I^2} \quad (65)$$

Natomiast sprzężone rezystancje toru wynoszą:

$$\begin{aligned} r_{s1} &= \frac{2\Delta P_1 - \Delta P_2 - \Delta P_3}{3I^2}, \\ r_{s2} &= \frac{2\Delta P_2 - \Delta P_1 - \Delta P_3}{3I^2}, \\ r_{s3} &= \frac{2\Delta P_3 - \Delta P_1 - \Delta P_2}{3I^2}. \end{aligned} \quad (66)$$

Z pomiarów zaś fazowych mocy P_{cn} i fazowych napięć E_n pomiędzy zaciskami transformatora a zerem pieca można wyznaczyć fazowe reaktancje:

$$X_{fn} = X + X_{sn} = \sqrt{\left(\frac{E_n}{I}\right)^2 - \left(\frac{P_{cn}}{I^2}\right)^2} \quad (67)$$

Przy pomiarach tych zakłada się, że łuk pieca stanowi bezindukcyjną rezystancję.

Tworząc różnicę dwu pomierzonych reaktancji fazowych, można je sprawdzić na podstawie zależności (13) otrzymując fazowe rezystancje sprzężone.

Przy równobocznym układzie toru rezystancje te powinny równać się 0, a przy równoramiennym lub płaskim układzie toru sprzężona rezystancja środkowej fazy powinna być równa 0: $r_{s2} = 0$, a rezystancje skrajnych faz powinny być jednakowe, z przeciwnymi znakami: $r_{s1} = -r_{s3}$.

Powyżej podaną metodę pomiarową można stosować do otwartych torów wieloprądowych i dla nich jest ona stosunkowo prosta i łatwa do wykonania. Do torów zamkniętych w gwiazdę lub w trójkąt oraz do innego rodzaju torów bifilarnych metoda ta nie nadaje się. Wówczas trzeba stosować bardzo skomplikowane metody, które dla danego układu toru trzeba specjalnie opracowywać.

Należy podkreślić, że przy pomocy opisanej metody, można określić parametry toru dla jednego jego układu, a mianowicie tego, przy którym zostały wykonane pomiary. Parametry całego obwodu zasilania pieca można obliczyć uwzględniając parametry transformatora piecowego i dławika z ich fabrycznych kart pomiarowych.

Przykład pomiarowy

Pomiarom został poddany trójfazowy piec redukcyjny do topienia Fe-Si o otwartym torze wieloprądowym i o następujących technicznych znamionach:

moc transformatora	7750 kVA
napięcia pierwotne i wtórne	6200/151,2 ÷ 97 V
prąd pierwotny	722 ÷ 462,5 A
prąd wtórny	29.600 A
napięcie zwarcia na 1-szym zaczepie:	5,5%.

Obliczone parametry transformatora piecowego dla zaczechu 123,5 V, przy którym przeprowadzono pomiary są:

$$Z_{tr} = 0,189 \cdot 10^{-3} \Omega; \quad r_{tr} = 0,03 \cdot 10^{-3} \Omega; \quad X_{tr} = 0,184 \cdot 10^{-3} \Omega.$$

Pomiary przeprowadzono przy równych — jak tylko to można było otrzymać — prądach elektrod, wynoszących:

$$I_1 = 26,7 \text{ kA}; \quad I_2 = 27,2 \text{ kA}, \quad I_3 = 26,5 \text{ kA}; \quad I_{sr} = 26,8 \text{ kA}.$$

Spadki napięcia i strata mocy na odcinku toru między zaciskami transformatora i uchwytyami elektrod wynoszą:

$$\Delta U_1 = 24,9 \text{ V}, \quad \Delta U_2 = 21,4 \text{ V}, \quad \Delta U_3 = 23,2 \text{ V};$$

$$\Delta P_1 = 244 \text{ kW}, \quad \Delta P_2 = 185 \text{ kW}, \quad \Delta P_3 = 25,2 \text{ kW}.$$

Fazowe napięcia i moce przy pomiarach wynosiły:

$$E_1 = 58,8 \text{ V}, \quad E_2 = 56,2 \text{ V}, \quad E_3 = 55,2 \text{ V},$$

$$P_{c1} = 1.350 \text{ kW}, \quad P_{c2} = 1.365 \text{ kW}, \quad P_{c3} = 1.305 \text{ kW}.$$

Obliczone na podstawie pomiarów parametry toru wynoszą:

— rezystancje całkowite

$$r + r_{s1} = \frac{244}{25,8^2} 10^{-3} = 0,348 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$r + r_{s2} = \frac{185}{26,8^2} 10^{-3} = 0,256 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$r + r_{s3} = \frac{25,2}{26,8^2} 10^{-3} = 0,035 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$r = \frac{244 + 185 + 25,2}{3 \cdot 26,8^2} 10^{-3} = 0,210 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

— rezystancje sprzężone toru (do uchwytu elektrod)

$$r_{s1} = (0,384 - 0,210) 10^{-3} = 0,174 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$r_{s2} = (0,256 - 0,210) 10^{-3} = 0,046 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$r_{s3} = (0,035 - 0,210) 10^{-3} = 0,175 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

— reaktancje sprzężone toru (do uchwytu elektrod)

$$X + X_{s1} = 10^{-3} \sqrt{0,93^2 - 0,348^2} = 0,87 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$X + X_{s2} = 10^{-3} \sqrt{0,80^2 - 0,256^2} = 0,76 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$X + X_{s3} = 10^{-3} \sqrt{0,87^2 - 0,035^2} = 0,87 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

— reaktancje fazowe (od zacisków transformatora do 0' pieca)

$$X_{f1} = 10^{-3} \sqrt{2,19^2 - 1,87^2} = 1,14 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$X_{f2} = 10^{-3} \sqrt{2,10^2 - 1,9^2} = 0,90 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$X_{f3} = 10^{-3} \sqrt{2,06^2 - 1,81^2} = 0,97 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

— reaktancje elektrod (od zacisków elektrod do 0 pieca)

$$X_{e11} = (1,14 - 0,87) 10^{-3} = 0,27 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$X_{e12} = (0,90 - 0,76) 10^{-3} = 0,14 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$X_{e13} = (0,97 - 0,87) 10^{-3} = 0,10 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

— całkowite reaktancje fazowe obwodu zasilania pieca

$$X_1 = (0,18 + 0,87 + 0,27) 10^{-3} = 1,32 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$X_2 = (0,18 + 0,76 + 0,14) 10^{-3} = 1,08 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$X_3 = (0,18 + 0,87 + 0,10) 10^{-3} = 1,15 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

Na podstawie powyższych wyników pomiarowych można stwierdzić, że tor wieloprądowy jest w układzie równoramiennym, ponieważ $r_{s2} = 0$ i $r_{s1} = -r_{s3}$, $X_{s1} = X_{s3}$. Natomiast elektrody nie są w układzie równo-

bocznym, ponieważ ich reaktancje są różne pod względem wielkości. Piec w rzeczywistości posiadał różne odległości pomiędzy elektrodami.

Fazą mocną jest faza trzecia, fazą słabą jest faza pierwsza przy zgodnym następstwie prądów.

Powyższe wyniki pomiarowe można sprawdzić w następujący sposób:

$$r_{s1} + r_{s2} + r_{s3} = (0,174 + 0,046 - 0,175)10^{-3} \approx 0,$$

$$r_{s1} = -\sqrt{3}(0,76 - 0,87)10^{-3} = 1,9 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

$$r_{s2} = -\sqrt{3}(0,87 - 0,87)10^{-3} = 0,$$

$$r_{s3} = -\sqrt{3}(0,87 - 0,76)10^{-3} = -1,9 \cdot 10^{-3} \Omega,$$

W przybliżeniu zatem wyniki sprawdzają się.

7. WPLYW SPRZĘŻONYCH PARAMETRÓW NA MAKSYMALNY PRĄD PIECA

Pracę pieca łukowego analizuje się zwykle przy pomocy jego wykresu kołowego, który się tworzy przy założeniu, że napięcie zasilania i reaktancja pieca są stałe i wówczas jego średnica jest stała. Założenie to jest słuszne dla 3-fazowych pieców symetrycznych np. o torze wieloprądowym w układzie równobocznym albo dla pieców małej mocy, których asymetria jest tak mała, że można ją pominąć. Wtedy wykres fazowy kołowy jest jednakowy dla wszystkich trzech faz.

W piecach jednak średniej i dużej mocy, od ok. 20 ton pojemności, mogą zmieniać się zarówno napięcia, jak też reaktancje fazowe ze zmianami obciążenia pieca i przy ruchach elektrod. Pracę takich pieców można również analizować przy pomocy wykresów kołowych, wykonanych dla każdej fazy oddzielnie, z tym jednak, że wówczas średnice ich będą zmienne. Przy takiej więc analizie należy posługiwać się wykresem kołowym dla chwilowych parametrów obwodu zasilania pieca, tzn. dla występującego w danej chwili jego napięcia fazowego i reaktancji fazowej, albo można to krótko określić: należy posługiwać się chwilowym wykresem kołowym.

Należy odróżniać dwa przypadki pracy pieców, a mianowicie:

1) pracę pieców, w których zmienne są napięcia fazowe przy różnych rezystancjach łuku i w których zmiany fazowych reaktancji są tak małe, że można je pomijać, a więc praktycznie ich nie ma.

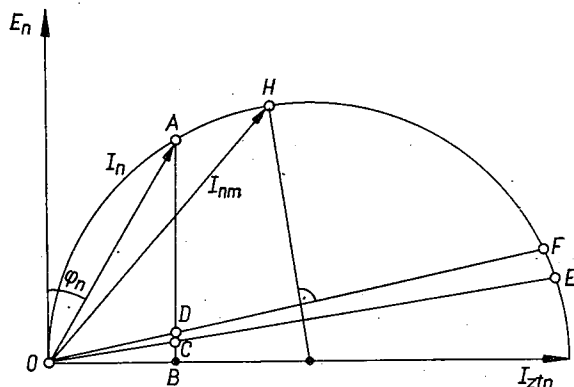
2) pracę pieców, w których zmiany reaktancji są duże i w których w konsekwencji zmienne są również napięcia fazowe.

Ostatni przypadek jest bardziej ogólny i można go analizować przy pomocy chwilowego wykresu kołowego, wprowadzając sprzężone parametry toru.

Wykres kołowy pieca odniesiony do chwilowego stanu jego pracy pokazany jest na rys. 20.

Średnicą koła jest teoretyczny prąd zwarcia, uwzględniający sprzężoną reaktancję:

$$|I_{ztn}| = \frac{|E_n|}{X + X_{sn}}.$$



Rys. 20. Wykres kołowy pieca z uwzględnieniem jego parametrów sprzężonych

Podstawę wykonania wykresu kołowego stanowi zasadnicze równanie:

$$I_{ztn} = I_n \frac{R_n + r + r_{sn}}{X + X_{sn}} + jI_n.$$

Jeżeli piec pracuje prądem I_n w punkcie A na wykresie 20, wówczas odcinek AB w skali mocy przedstawia fazową moc czynną pobieraną przez piec, określoną równaniami (25). Strata mocy czynnej w danej fazie przedstawiona odcinkami CB wynosi: $|I_n|^2 r$.

Punkt C leży na odcinku OE, który w skali prądu jest umyślnym prądem zwarcia pieca, bez uwzględnienia jego rezystancji sprzężonej.

$$|I_{za}|_n = \frac{|E_n|}{\sqrt{r^2 + (X + X_{sn})^2}}.$$

Prąd ten jako odcinek OE wyznacza fazowe straty mocy czynnej pieca.

Istnieje jeszcze drugi umyślony prąd zwarcia pieca, a mianowicie z uwzględnieniem rezystancji sprzężonej r_{sn} , który wynosi

$$|I_{zb}|_n = \frac{|E_n|}{\sqrt{(r + r_{sn})^2 + (X + X_{sn})^2}}.$$

i który graficznie na rys. 20 przedstawia odcinek OF.

Linia OF wyznacza na odcinkach mocy czynnej AB odcinki CD, które przedstawiają moc przenoszoną w danej fazie pieca:

$$CD = |I_n|^2 \cdot r_{sn}.$$

Moc łuku przedstawiona odcinkiem AD wynosi:

$$P_{in} = P_{cn} - |I_n|^2 \cdot (r + r_{sn}) = |I_n|^2 \cdot R_n.$$

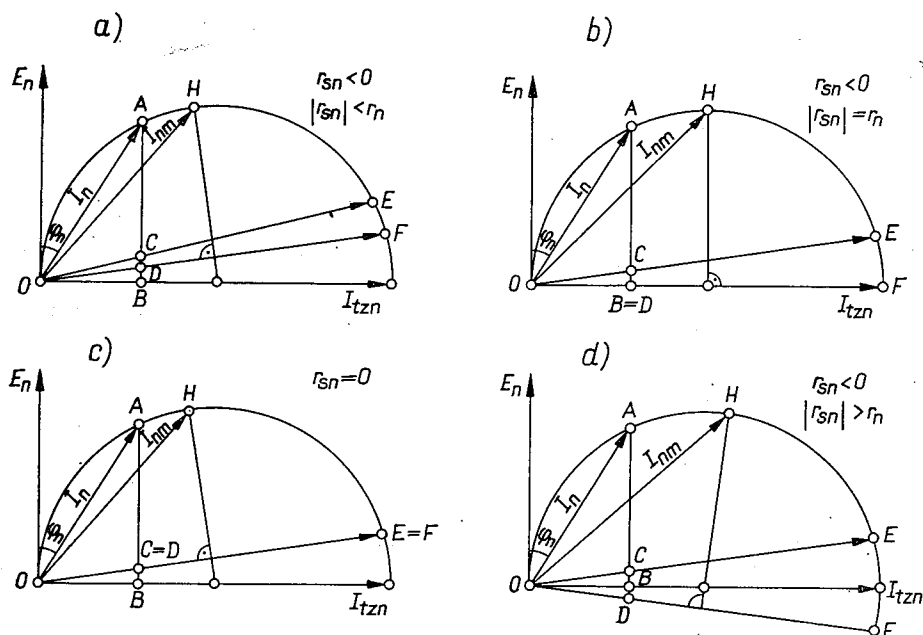
Maksymalną moc łuku otrzymuje się w punkcie H przy prądzie I_{nm} .

Na rys. 20 został pokazany przypadek, kiedy rezystancja sprzężona jest dodatnia $r_{sn} > 0$. W przypadku natomiast kiedy jest ona ujemna, punkt F leży poniżej E na obwodzie koła, rys. 21, oraz punkt D leży poniżej punktu C . Wtedy moc łuku danej fazy wynosi:

$$P_{ln} = P_{cn} + |I_n|^2 \cdot r_{sn} - |I_n|^2 r = AD.$$

Moc tę dana faza otrzymuje z zewnątrz, jako moc doprowadzoną z sieci oraz z przeniesienia z sąsiednich faz jako moc:

$$|I_n|^2 r_{sn}.$$



Rys. 21. Wykresy kołowe dla różnych rezystancji sprzężonych

Analogicznie do przypadków pokazanych na wykresach wskazowych napięć fazowych z rys. 7, rezystancja sprzężona może przybierać zmienne oraz różne wielkości. Przypadki te zostały uwidocznione na rys. 21. I tak na rys. 21b został pokazany przypadek $r_{sn} < 0$ i równocześnie $|r_{sn}| = r_n$, a więc kiedy czynny spadek napięcia w torze jest kompensowany indukowanym napięciem przez sąsiednie fazy. Na rys. 21c jest $r_{sn} = 0$, a zatem w danej fazie nie ma indukowanego napięcia. Natomiast na rys. 21d jest pokazany przypadek, kiedy $r_{sn} < 0$ równocześnie $|r_{sn}| > r_n$, a więc indukowane napięcie w danej fazie jest przeciwnie skierowane do spadku napięcia występującego na rezystancji własnej.

Na wszystkich omawianych wykresach kołowych z rysunków 20 i 21 zostały zaznaczone prądy maksymalne, przy których otrzymuje się największe moce łuku i które można określić również matematycznie.

Wychodząc z ogólnego równania (19) napięcia fazowego pieca o otwartym torze wielkoprądowym:

$$E_n = [(R_n + r + r_{sn}) + j(X + X_{sn})]I_n$$

można moc łuku danej fazy n wyrazić w następujący sposób:

$$P_{ln} = |E_n|^2 \frac{R_n}{(R_n + r + r_{sn})^2 + (X + X_{sn})^2}.$$

Traktując powyższe wyrażenie na moc łuku jako funkcję zmiennej rezystancji łuku R_n , można znaleźć największą moc łuku z warunku:

$$\frac{\partial P_{ln}}{\partial R_n} = 0,$$

z którego po przeprowadzeniu działań otrzymuje się następujące kryterium uzyskania maksymalnej mocy łuku:

$$U_{ln} = I_n \sqrt{(r + r_{sn})^2 + (X + X_{sn})^2}. \quad (68)$$

Ze wzoru (68) wynika, że maksymalną przemianę energii elektrycznej na energię cieplną w łuku danej fazy otrzymuje się wówczas, gdy jej napięcie łuku równe jest całkowitemu spadkowi napięcia w torze wielkoprądowym danej fazy, z uwzględnieniem spadku napięcia na impedancji własnej i sprzężonej.

Prąd danej fazy, przy którym otrzymuje się maksymalną moc łuku, tzw. prąd maksymalny, można wyrazić następującym wzorem, analogicznym do podawanego w piśmiennictwie naukowym [9]:

$$|I_m|_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{|E_n|}{X + X_{sn}} \cdot \sqrt{1 - \frac{r + r_{sn}}{\sqrt{(r + r_{sn})^2 + (X + X_{sn})^2}}}. \quad (69)$$

Ze wzoru tego wynika, że maksymalny prąd danej fazy trójfazowego pieca będzie różny i będzie zależny od napięcia tej fazy E_n i od parametrów obwodu zasilania w danej fazie zarówno własnych, jak też sprzężonych. Ze wzoru tego wynika również, że przy zmianach obciążenia pieca oraz przy zmianach położenia faz toru wielkoprądowego, tj. przy zmianach jego układu (tablica 1), zmieniać się będzie prąd maksymalny, ponieważ wówczas ulegają zmianom następujące wielkości: E_n , r_{sn} , X_{sn} . Na podstawie bowiem rys. 4 można stwierdzić, że

$$E_n = e_n - V_0,$$

przy czym e_n , jako fazowe, symetryczne napięcie zasilania jest niezmiennicze, a V_0 wg wzoru (21) jest zmienne przy zmianach obciążenia pieca. Punkt zerowy pieca zmienia swe położenie przy zmiennym obciążeniu oraz przy zmiennych parametrach sprzężonych pieca.

Prąd maksymalny, określony wzorem (69) nie będzie ulegał zmianom jedynie w trójfazowych piecach symetrycznych z równobocznym układem

toru (tablica 1-c). Wówczas będzie on jednakowy we wszystkich fazach i będzie wynosił:

$$|I_m| = \frac{|U|}{\sqrt{6}\omega(L-M)} \cdot \sqrt{1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + \omega^2(L-M)^2}}}. \quad (70)$$

Jeżeli natomiast układ toru otwartego będzie równoramienny lub płaski (tablica 1-d) i prądy elektrod będą symetryczne, wówczas, ponieważ jest $E_1 \neq E_2 \neq E_3$, każdej fazie przypadnie inny prąd maksymalny, a mianowicie:

$$\begin{aligned} |I_m|_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{|E_1|}{\omega \left[L - \frac{1}{2}(M+N) \right]} \times \\ &\quad \times \sqrt{1 - \frac{r + \frac{1}{(-)}\sqrt{3}\omega(M-N)}{\sqrt{\left[r + \frac{1}{(-)}\sqrt{3}\omega(M-N) \right]^2 + \omega^2 \left[L - \frac{1}{2}(M-N) \right]^2}}}, \\ |I_m|_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{|E_2|}{\omega(L-M)} \cdot \sqrt{1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + \omega^2(L-M)^2}}}, \\ |I_m|_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{|E_3|}{\omega \left[L - \frac{1}{2}(M+N) \right]} \times \\ &\quad \times \sqrt{1 - \frac{r - \frac{1}{(+)}\sqrt{3}\omega(M-N)}{\sqrt{\left[r - \frac{1}{(+)}\sqrt{3}\omega(M-N) \right]^2 + \omega^2 \left[L - \frac{1}{2}(M-N) \right]^2}}}, \end{aligned} \quad (71)$$

Jeżeli układ toru nie zmienia się, tzn. jeżeli jego indukcje wzajemne M i N są niezmiennie, wówczas fazowe prądy maksymalne zmieniają się wg powyższych wzorów (71) proporcjonalnie tylko do napięć fazowych E .

Zmienność napięć fazowych i parametrów sprzężonych pieca, a przede wszystkim zmienność jego reaktancji fazowych, powoduje trudności wyznaczania maksymalnych prądów trójfazowego pieca. Znany bowiem w grzejnictwie łukowym wykres kołowy pieca budowany przy założeniu, że napięcie pieca i jego reaktancja są niezmiennie, zatraca w takim przypadku swoje znaczenie i nie może stanowić podstawy do wyznaczenia jednoznacznej wielkości prądu maksymalnego.

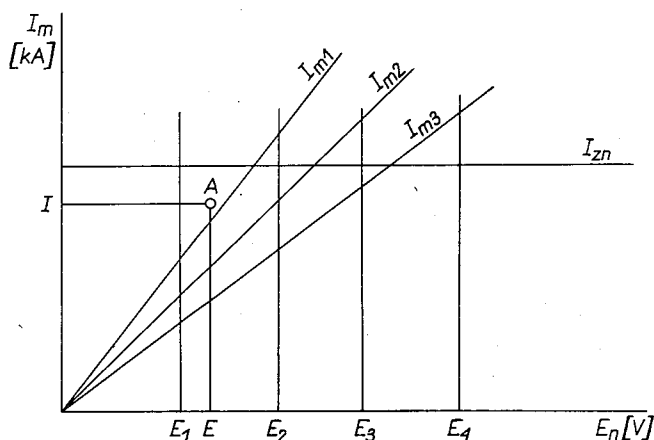
Wyznaczenie prądu maksymalnego i charakterystyk roboczych pieców może mieć wówczas praktyczne znaczenie, gdy ich reaktancja jest zmienna, a zatem dla pieców jednofazowych oraz dla pieców trójfazowych o symetrycznej budowie, względnie z torem wieloprądowym o równobocznym układzie.

W przypadkach jednak normalnie budowanych 3-fazowych pieców łukowych, w których zawsze występuje pewna asymetria, wyznaczanie prądu maksymalnego dotychczasowymi metodami będzie nieściśle pod względem naukowym. Wyjątki pod tym względem można zrobić dla małych pieców, gdzie asymetria jest mała i gdzie uchyb wyznaczania prądu maksymalnego metodą klasyczną będzie nieduży.

Pomimo tych trudności pojęcie maksymalnego prądu może istnieć w trójfazowych piecach asymetrycznych oraz może ono nawet mieć praktyczne znaczenie dla racjonalnej pracy pieca, tj. dla osiągnięcia najkorzystniejszej wydajności. Pojęciu temu należy przypisać inne tylko znaczenie aniżeli zwykło się to czynić dotychczas. Prąd bowiem maksymalny należy rozumieć jako wielkość chwilową, określoną dla występującej w danej chwili wielkości napięcia fazowego i sprzężonych rezytancji pieca. Wyznaczanie jednak w praktyce takiego prądu maksymalnego wg wzoru (69), który zmienia swą wielkość, jest uciążliwe. Nie nadają się do tego celu również chwilowe wykresy kołowe. Zadanie to można rozwiązać dwoma metodami, a mianowicie:

1. Jeżeli parametry sprzężone toru można uważać za stałe, tj. układ toru jest niezmienny i tylko napięcia fazowe pieca zmieniają się z obciążeniem pieca, można posługiwać się metodą graficzną, przedstawiając prądy maksymalne w funkcji napięcia fazowego: $I_m = f(E)$.

2. Jeżeli parametry sprzężone toru są zmienne podczas pracy pieca, można posługiwać się specjalnymi przyrządami, tzw. wskaźnikami maksymalnej mocy łuku [12].



Rys. 22. Fazowe prądy maksymalne

Metoda graficzna polega na graficznym przedstawieniu zależności (60) jako funkcji zmiennego napięcia E . Jeżeli parametry obwodu zasilania pieca są stałe, wówczas prądy maksymalne poszczególnych faz można przedstawić jako trzy linie proste, jak na rys. 22. Na wykresie tym wy-

znaczony jest prąd znamionowy pieca I_{zn} jako graniczna linia pozioma oraz fazowe, symetryczne napięcia pieca na czterech np. zaczepek transformatora piecowego, jako cztery linie pionowe.

Posługiwanie się wykresami prądów maksymalnych w praktyce jest możliwe przy pomocy woltomierzy, którymi mierzy się napięcia fazowe pieca i które stanowią zwykle wyposażenie jego pulpitu sterowniczego.

Jeżeli np. pomiarem stwierdzimy, że napięcie fazy 1 pieca wynosi E , przy którym pobiera on prąd w tej fazie I , wówczas wyznaczony tymi dwoma pomiarami punkt pracy pieca A leży wprawdzie poniżej prądu znamionowego I_{zn} , ale jest on niewłaściwy, ponieważ jest większy od prądu maksymalnego. Wyciągamy z tego praktyczny wniosek, że piec trzeba odciążyć i obniżyć prąd poniżej prądu I_{m1} .

Jak wynika z tego przykładu, podana powyżej metoda wyznaczania prądu maksymalnego jest bardzo prosta w praktycznym zastosowaniu. Dla tego celu obsługa pieca musi posiadać na pulpicie sterowniczym 3 woltomierze, pozwalające zmierzyć w każdej chwili napięcia fazowe i oddzielnie dla każdej fazy sporządzone wykresy maksymalnych prądów fazowych, jak na rys. 22.

8. WNIOSKI KOŃCOWE

Reaktancja trójfazowego pieca łukowego, której wielkość zależy przede wszystkim od reaktancji toru wielkoprądowego, ulega zmianom podczas pracy pieca, wywoływanych ruchami elektrod i zmianami układu toru. Zmiany te szczególnie przejawiają się w piecach stalowniczych dużych pojemności.

Zmiany te nie przejawiają się regularnie i nie występują jednakowo, względnie równomiernie w trzech fazach pieca. Mają one wpływ na przebieg pracy pieca i wywołują cały szereg nowych zjawisk, które dotychczas z praktyki małych pieców nie były znane. Dla poznania tych zjawisk okazało się bardzo korzystne charakteryzowanie toru wielkoprądowego pieca dwoma nowymi parametrami, a mianowicie rezystancją i reaktancją sprzężoną. Oba te nowe parametry są ze sobą związane matematycznie i razem z dotychczas stosowanymi parametrami torów, tzn. ich reaktancją i rezystancją własną, stanowią cztery wielkości charakteryzujące tory.

Wprowadzenie tych nowych dwóch parametrów ułatwia przeprowadzenie analizy wielu problemów pracy pieców, a szczególnie ich zjawisk asymetrii.

Z teorii obwodu zasilania pieca wynika, że rezystancja sprzężona ma wpływ na jego moc czynną i powoduje przenoszenie się mocy czynnej z jednej fazy na drugą, a więc wywołuje asymetrię mocy łuków. Reaktancja zaś sprzężona wpływa na wielkość mocy biernej pieca.

Rozróżnić można 3 rodzaje asymetrii pieca: elektrotermiczną, impedancyjnego zasilania pieca i asymetrię prądową.

Asymetria elektrotermiczna powstaje wówczas, gdy przy równych prądach elektrod moce łuków są nierówne i jedna z faz osiąga największą moc — faza mocna, inna natomiast najmniejszą moc — faza słaba. Przy zmianach reaktancji toru wielkości tych mocy łuków ulegają zmianom i stopień asymetrii pieca zmienia się. Asymetria elektrotermiczna jest niekorzystna dla pracy pieca, ponieważ zmniejsza trwałość ścian kadzi piecowej oraz utrudnia prawidłowy przebieg procesu technologicznego.

Asymetria tego rodzaju zmienia się nie tylko pod względem wielkości jej stopnia, ale również pod względem jej umiejscowienia. Faza bowiem mocna i słaba może przechodzić z jednej fazy na drugą przy zmianach reaktancji toru wielkoprądowego; fazy te mogą się umiejscawiać również w środkowej fazie pieca, co potwierdza praktyka i co na podstawie dotychczasowej teorii było zjawiskiem nieznanym.

Symetrię elektrotermiczną można osiągnąć asymetrią systemu impedancyjnego pieca. Asymetria ta polega na wprowadzeniu do obwodu zasilania pieca różnych dodatkowych fazowych rezystancji lub reaktancji. Ponieważ wielkości tych dodatkowych rezystancji i reaktancji zależne są od rezystancji i reaktancji toru wielkoprądowego, więc osiągnięcie symetrii elektrotermicznej jest uzależnione przede wszystkim od sprzężonych parametrów toru.

Symetrię elektrotermiczną można również osiągnąć za pośrednictwem asymetrii prądów elektrod. Utrzymanie ustawionej lub też wymuszonej asymetrii prądów elektrod utrudnia zmienna reaktancja toru wielkoprądowego. Zmiany jej powodują zmienne przenoszenie się mocy pomiędzy fazami pieca oraz zmienną asymetrię jego mocy łuków. Zmiany te zależą nie tylko od zmian układu toru, ale także od zmiennych stosunków jego prądów fazowych.

Podczas więc roztopiania złomu w stalowniczym piecu lub podczas zdarzających się w praktyce zaburzeń w normalnej pracy pieców redukcyjnych, kiedy prądy elektrod ulegać będą częstym i nieregularnym zmianom, zmieniać się będą również fazowe reaktancje toru, powodujące nieregularne zaburzenia w asymetrii pieca.

Zmiany fazowych reaktancji powstają również w torach wielkoprądowych, bifilarnych, tj. w torach zamkniętych w gwiazdę lub w trójkąt. Powodują one powstawanie tych samych w zasadzie zjawisk, które podane zostały powyżej, z tą jednak różnicą, że w torach zamkniętych w trójkąt powstaje zmienny prąd wyrównawczy, który tor ten dodatkowo obciąża.

Sprężone parametry toru można określić metodą pomiarową, polegającą na pomiarze strat mocy i spadków napięć toru. Wskutek tego wprowadzone do teorii grzejnictwa łukowego sprzężone parametry toru nie są abstrakcyjne, ale są realnymi wielkościami.

Zmiany fazowych reaktancji trójfazowego pieca i zmienne zjawisko jego asymetrii powodują trudności wyznaczania maksymalnego prądu pieca dotychczasowymi metodami. Prąd ten można wyznaczyć wówczas, gdy piec jest symetryczny bądź też gdy stopień asymetrii jest tak mały, że popełniany wtedy uchyb jest nieznaczny i dopuszczalny.

Trudności te można rozwiązać rozgraniczając dwa przypadki: pracę pieca przy stałej jego reaktancji lub o małych jej zmianach i przy zmiennej reaktancji. Dla stałej reaktancji pieca można posługiwać się graficzną metodą wyznaczania prądu maksymalnego przy pomocy funkcji $I_m = f(E)$ i pomiarami napięć fazowych.

Dla zmiennej reaktancji należy posługiwać się przyrządem, tzw. wskaźnikiem maksymalnej mocy łuku, przy pomocy którego można w każdej chwili stwierdzić położenie prądu pieca względem prądu maksymalnego, występującego w danej chwili.

*Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie
Katedra Elektrotechniki Hutniczej*

WYKAZ LITERATURY

1. Okorokow N. W.: Elektroplawilnyje pieczy czernoj mietallurgii. 1950.
2. Wotschke J.: Grundlagen des elektrischen Schmelzofens. 1933.
3. Strunskij B. M.: Korotkije siety elektriceskich pieczej. 1961.
4. Projekt normy: Stalownicze piece łukowe — Przepisy ogólne. 1963.
5. Kurbiel A.: Analiza pracy asymetrycznych torów wieloprądowych pieców łukowych. Z. N. AGH, 1963.
6. Dürer R., Volkert G.: Die Metallurgie der Ferrolegierungen. 1953.
7. Kacwycz P.: Promyslennyje elektrotiermiceskije ustanowki. 1961.
8. Leight F. S.: Recent Developments and Investigations in Arc Furnaces — V Międzynarodowy Kongres Elektrotermii, 1963.
9. Schwartz T.: Wyznaczanie wielkości charakteryzujących stalownicze urządzenia łukowe. — Rozpr. Elektrotechn., z. 2, 1961.
10. Schwartz T.: Ocena własności stalowniczego pieca łukowego metodą wskaźników prądowych. — Arch. Elektrotechn., z. 2, 1959.
11. Horoszko E.: Asymetria pieca łukowego. — Przegląd Elektrotechn., nr 4, 1961.
12. Horoszko E.: Wskaźnik maksymalnej mocy łuku pieca łukowego. III Krajowa Konferencja Elektrotermii, 1965.
13. Forst H.: Arbeitsbedingungen und Wirkungsgrad grosser Lichtbogen-schmelzofen. — Elektrowärme, nr 6, 1960.
14. Walter F.: Grundlagen der elektrischen Ofenheizung. 1959.
15. Düchting W.: Grundlagen für die Symetrierung von Drehstromlichtbogenofen. — Elektrowärme, nr 8, 1961.
16. Sondij F.: Ocena pracy asymetrycznego urządzenia łukowego oraz dobór optymalnych warunków jego pracy. — Rozpr. Elektrotechn., z. 3, 1961.

E. HOROSZKO

INFLUENCE OF VARIABLE REACTANCE OF ARC FURNACE ON ITS WORK

Summary

Problems of variable reactance in current-carrying system of arc furnace, caused with the change in site of phases of bus system, have been analysed in the work. To this analysis two further parameters, coupled reactance and resistance, have been introduced, by means of which the theory of current-carrying system has been made up and three kinds of arc furnace asymmetry have been examined: electrothermics, impedance and current-asymmetry.

Problems of maximum current marking out in the furnaces at variable reactance have been also analyzed.

E. HOROSZKO

L'INFLUENCE DE LA RÉACTANCE VARIABLE DU FOURNEAU À ARC SUR SON ACTION

Résumé

Dans l'oeuvre on a présenté l'analyse théorique du problème de la naissance de la réactance variable du circuit d'alimentation des fourneaux à arc, évoquée par les distances variables des phases des lignes à grand courant. Pour exécuter cette analyse on a introduit deux nouveaux paramètres de la ligne à grand courant: réactance et résistance couplées; à l'aide de ceci on a composé la théorie du circuit d'alimentation du fourneau à arc et on a étudié 3 types des phénomènes de la dissymétrie des fourneaux à arc: dissymétrie électrothermique du système d'impédance et dissymétrie de courant. On a analysé aussi les problèmes de déterminer le courant maximum du fourneau à arc en cas de ses réactances variables.

E. HOROSZKO

EINFLUSS DER VERÄNDERLICHEN REAKTANZ
AUF DEN LICHTBOGENOFENGANG

Zusammenfassung

In Arbeit wurden die Probleme der veränderlichen Reaktanz des Leitungssystems der Lichtbogenöfen, welche durch veränderliche Phasenabstände der Hochstrombahn hervorgerufen werden, theoretisch untersucht. Zu dieser Untersuchung wurden zwei neue Parameter der Hochstrombahn eingeführt, die Kopplungs-Resistanz und -Reaktanz, mit denen die Leitungstheorie des Lichtbogenofens nach 3 Asymmetriearten, und zwar nach der Elektrothermie-, Impedanz- und Strom-Asymmetrie dargestellt wurde.

Es wurde ebenfalls das Problem der Maximalstrombestimmung des Ofens bei einer veränderlichen Reaktanz der Analyse unterzogen.

Э. ГОРОШКО

ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОГО РЕАКТАНСА ДУГОВОЙ ПЕЧИ
НА ЕЁ РАБОТУ

Резюме

В работе проведен теоретический анализ проблемы образования переменного реактansa цепи питания дуговых печей, вызванного переменными расстояниями фаз короткой сети. С целью проведения этого анализа введены два новые параметра короткой сети: сопряженный реактанс и резистанс, при помощи которых была создана теория цепи питания печи, а также рассмотрены 3 рода явления асимметрии дуговых печей: электротермическая, импедансная и токовая асимметрия.

Проведен также анализ проблемы определения максимального тока печи при переменных реактансах.

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitiet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowaniu maszynopisu:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z podwójną interlinią (co drugi wiersz), z marginesem 4 cm z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w 2 egzemplarzach (oryginał i pierwsza kopia na papierze maszynowym).
2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskaźniki niżej liter i wykładniki potęg należy pisać szczególnie dokładnie i wyraźnie. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.
3. Każda praca powinna być zaopatrzona w streszczenie w języku polskim, objętości do jednej strony maszynopisu, oraz w cztery streszczenia w językach angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim, z których dwa (w dowolnych językach) mogą być dłuższe, np. obj. 1 strony na każde 20 stron tekstu, dwa zaś krótsze, obj. 10—15 wierszy maszynopisu. W razie niemożliwości nadesłania streszczeń w językach obcych autor dostarcza odpowiedniki w języku polskim, do każdego języka oddzielny podając niezbędną do wykonania tłumaczenia obcojęzyczną terminologię.
4. Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odpowiadający numer rysunku. Natomiast pożądane jest zaopatrywanie rysunków w krótki podpis wyjaśniający, również wtedy, gdy rysunek omówiony jest w tekście. Ostateczne wykonanie rysunku obowiązuje Redakcję.
5. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie używać określeń jak figura, szkic, fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy i nazwisko autora.
6. Wszystkie tablice (unikając zbyt dużych), podobnie jak rysunki, należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis objaśniający). Wszelkie zestawienia należy nazywać tablicami (nie tabelami).
7. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, po czym po dwukropku pełny tytuł dzieła lub artykułu, tytuł czasopisma, tom, numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje powinny być kolejno ponumerowane, w tekście — powołania na numer pozycji w nawiasie kwadratowym np. [3].
8. Redakcji przysługuje prawo do przeprowadzania korekty stylistycznej i do dostosowania oznaczeń oraz układu pracy do norm przyjętych w „Rozprawach”.
9. Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni. W korekcie autorskiej nie mogą być wprowadzone żadne poprawki tekstu złożonego uprzednio w maszynopisie, które mogłyby spowodować konieczność zmian w przełamywaniu.
10. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egzemplarzy odbitek jego pracy. Dodatkowe egzemplarze autor może zamówić w redakcji na własny koszt przy przesyłaniu maszynopisu swej pracy.
11. Niezastosowanie się autora do powyższych wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych przez autora materiałów do wymaganej formy.

1. Kształt i rozmiar druku. Tekst powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Marginesy: góra 20 mm, dół 20 mm, lewa 25 mm, prawa 15 mm. Linia prowadząca do tekstu powinna być prosta i równoległa do linii napisu.
2. Tytuł. Tytuł powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 14 punktów. Tytuł powinien być napisany wielkimi literami. Tytuł powinien być napisany w języku polskim. Tytuł powinien być napisany w języku polskim. Tytuł powinien być napisany w języku polskim.
3. Podtytuł. Podtytuł powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Podtytuł powinien być napisany wielkimi literami. Podtytuł powinien być napisany w języku polskim. Podtytuł powinien być napisany w języku polskim. Podtytuł powinien być napisany w języku polskim.
4. Wykaz słów kluczowych. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany wielkimi literami. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim.
5. Wykaz słów kluczowych. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany wielkimi literami. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim.
6. Wykaz słów kluczowych. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany wielkimi literami. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim.
7. Wykaz słów kluczowych. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany wielkimi literami. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim.
8. Wykaz słów kluczowych. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany wielkimi literami. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim.
9. Wykaz słów kluczowych. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany wielkimi literami. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim.
10. Wykaz słów kluczowych. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany wielkimi literami. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim.
11. Wykaz słów kluczowych. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany czcionką bezszeryfową, wielkością 12 punktów. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany wielkimi literami. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim. Wykaz słów kluczowych powinien być napisany w języku polskim.