Analiza wahań napięcia, jakie powstają przy pracy pieca łukowego, jest utrudniona wielką ich nieregularnością, dlatego bardzo przydatne do ich badania będą metody probabilistyczne. Według badań AIEE [10] nad odczuwalnością migotania światła w zakresie częstości 0,3—2 na sek, między częstością wahań f i ich amplitudą ΔU, zachodzi związek $\Delta U^4 \cdot f = \text{const}$, tzn., że dominujący jest wpływ amplitudy. Ponieważ inne odbiory nie mają specyficznej zależności od częstości wahań, przyjmiemy upraszczająco, że dla wahań kat. B wpływ częstości można pominąć.

Wariancja, lub też odchylenie standartowe, jest miarą rozproszenia najczęściej stosowaną w statystyce teoretycznej dla określania zmienności badanego przebiegu. Kryterium to wprowadza się z powodzeniem i w energetyce. Powołać się tu można przede wszystkim na prace Electricité de France z zakresu analizy obciążeń sieci energoelektrycznych oraz statystycznego badania poziomów napięcia w sieciach [11]. Metody te wprowadzane są też w Polsce, Związku Radzieckim i w innych krajach.

Dużą trudnością w analizie nieregularnych wahań jest brak kryterium jednoznacznie precyzującego miarę wahań. Brak tego kryterium uniemożliwia nawet porównanie wahań regularnych, ale o różnej formie modulacji, np. sinusoidalnych z prostokątnymi.

W niniejszym opracowaniu jako kryterium oceny wahań przyjmiemy odchylenie standartowe napięcia, podobnie jak przyjęli Hilditch i Harvey [12]. Określać je będziemy ze wzoru

$$D(U) = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [U(t) - E(U)]^2 dt}, \tag{8}$$

gdzie:

$D(U)$ — odchylenie standartowe napięcia,

$U(t)$ — wartość skuteczna napięcia w funkcji czasu,

$E(U)$ — wartość przeciętna tego napięcia, dana wzorem

$$E(U) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} U(t) dt. \tag{9}$$

W celu uniknięcia wpływu odchyleń napięcia należy analizować napięcie w wystarczająco krótkim czasie (czas $t_2 - t_1$). Właściwe wydaje się przyjęcie czasu rzędu 1 minuty.

W tabl. 1 zestawiono wyniki obliczeń $D(U)$ dla różnych wahań regularnych. Dla udogodnienia ilustracji graficznej oś czasu umieszczono na poziomie $E(U)$ — na rys. 4 podano tylko obwiednię amplitud wahań. Wielkość maksymalnej amplitudy przyjęto za jednostkę $A_m = 1$. Do dalszej analizy wahania rozłożono na szereg Fouriera; w kol. 5 podano wartość pierwszej harmonicznej A_1, zaś w kol. 6 współczynnik $a_1 = A_1 : D(U)$ zmienny w granicach 2,2 ... 2,83. W kol. 7 podano wielkość efektywnej amplitudy A, wyznaczonej wzorem

$$A = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} A_i^2}, \tag{10}$$

gdzie A_i — kolejny wyraz rozwinięcia na szereg Fouriera. W kol. 8 podano współczynnik $a = A : D(U)$, równy teoretycznie $2\sqrt{2}$. Drobne różnice (2,77 ... 2,86) wynikają z niedokładności obliczeń i pominięcia dalszych wyrazów.

Tablica 1

Charakterystyczne wielkości dla różnych wahań

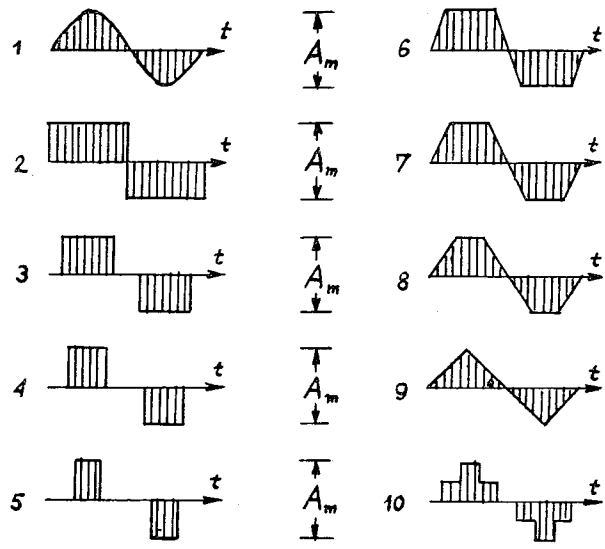
Lp.	A_m	$D(U)$	$a_m = \frac{A_m}{D(U)}$	A_1	$a_1 = \frac{A_1}{D(U)}$	A	$a = \frac{A}{D(U)}$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	$\frac{0,5}{\sqrt{2}} = 0,354$	2,83	1,00	2,83	1,00	2,83
2	1	$\frac{1}{2} = 0,500$	2,00	1,27	2,55	1,43	2,86
3	1	$\frac{0,5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0,408$	2,45	1,11	2,73	1,15	2,82
4	1	$\frac{0,5}{\sqrt{2}} = 0,354$	2,83	0,90	2,54	0,99	2,80
5	1	$\frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,289$	3,46	0,64	2,20	0,81	2,81
6	1	$\frac{0,5\sqrt{7}}{3} = 0,441$	2,23	1,22	2,76	1,25	2,83
7	1	$\frac{0,5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0,408$	2,45	1,12	2,74	1,13	2,77
8	1	$\frac{0,5\sqrt{5}}{3} = 0,373$	2,68	1,05	2,82	1,06	2,84
9	1	$\frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,289$	3,46	0,81	2,81	0,82	2,84
10	1	$\frac{0,5\sqrt{6}}{4} = 0,306$	3,27	0,83	2,71	0,86	2,81

Dla wyznaczenia spodziewanej wielkości wahań napięcia w sieci oprzemy się na statystycznych wskaźnikach prądu pobranego przez piec. Po wyznaczeniu odchylenia standartowego prądu $D(I)$ oraz wartości przeciętnej prądu $E(I)$, wielkość odchylenia standartowego napięcia w sieci wyznaczymy ze wzoru, będącego uogólnieniem wzorów (3), (4) i (7),

$$D(U) = D(I)\frac{R_s\cos 2\bar{\varphi} + X_s \sin 2\bar{\varphi}}{\cos\bar{\varphi}}, \tag{11}$$

gdzie

$$\bar{\varphi} = \arcsin\frac{E(I)}{I_t}. \tag{12}$$



Rys. 4. Obwiednie amplitud wahań napięcia

Po sprawdzeniu wyników obliczeń [8] stwierdzono, że przy bardziej nieregularnych rozkładach statystycznych wielkości prądu dokładniejsze wyniki uzyskuje się po skorygowaniu wzoru (11) do postaci

$$D(U) = D(I)\frac{R_s\cos 2\varphi_w + X_s \sin 2\varphi_w}{\cos\varphi_w}, \tag{13}$$

gdzie kąt φ_w wyznacza się z zależności, jakie daje wykres kołowy

$$\varphi_w = \arcsin\frac{D(I^b)}{2D(I)}, \tag{14}$$

$$D(I^b) = \frac{\sqrt{E(I^4) - E^2(I^2)}}{I_t}; \tag{15}$$

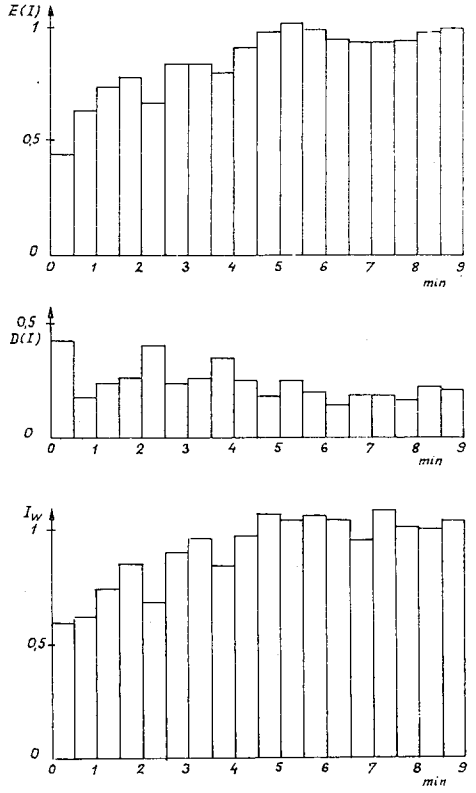
$E(I^4)$, $E(I^2)$ — wartości przeciętne I^4 i I^2. Odpowiada to przyjęciu w miejsce prądu przeciętnego $E(I)$ prądu skorygowanego $I_w = I_t \sin\varphi_w$. Jeżeli statystyczny rozkład wielkości prądu jest zbliżony do rozkładu normalnego, to można przyjmować, że $I_w \approx E(I)$.

4. WPŁYW PARAMETRÓW SIECIOWYCH NA WIELKOŚĆ WAHAŃ NAPIĘCIA

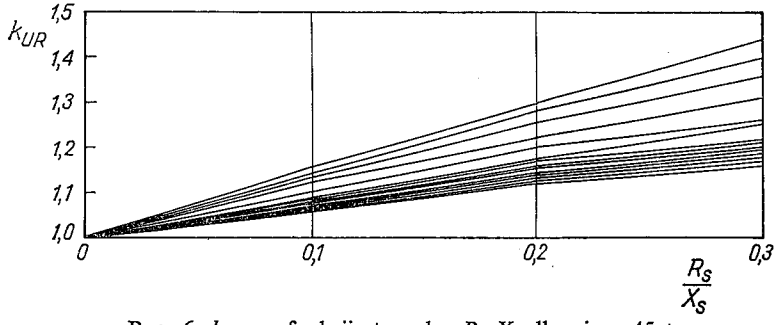
W celu określenia wpływu różnych czynników na wielkość wahań napięcia w sieci oparto się przykładowo na analizie statystycznej pomiarów prądu z 9 minut pracy pieca 45 t (16 MVA). Na rys. 5 podano przebieg wskaźników statystycznych dla 18 odcinków półminutowych. Do analizy przyjęto dla tego pieca $I_z = 2{,}3\, I_n$, $\cos\varphi_z = 0{,}25$, skąd $I_t = 2{,}4 I_n$. Dla sieci zasilającej przyjęto $Z_s = 0{,}01$, stosunek $R_s : X_s = 0 - 0{,}1 - 0{,}2 - 0{,}3$. (Obliczenia w jednostkach względnych, wielkości podstawowe: prąd znamionowy transformatora piecowego i napięcie znamionowe sieci).

Na rys. 6 podano dla analizowanych przebiegów zmienność współczynnika k_{UR}, obrazującego względne zwiększenie wahań przez uwzględnienie rezystancji R_s w funkcji stosunku $R_s:X_s$;

$$k_{UR} = \frac{D(U)}{Z_s D(I^b)}. \tag{16}$$



Rys. 5. Statystyczne wskaźniki prądowe pieca 45 t



Rys. 6. k_{UR} w funkcji stosunku $R_s:X_s$ dla pieca 45 t

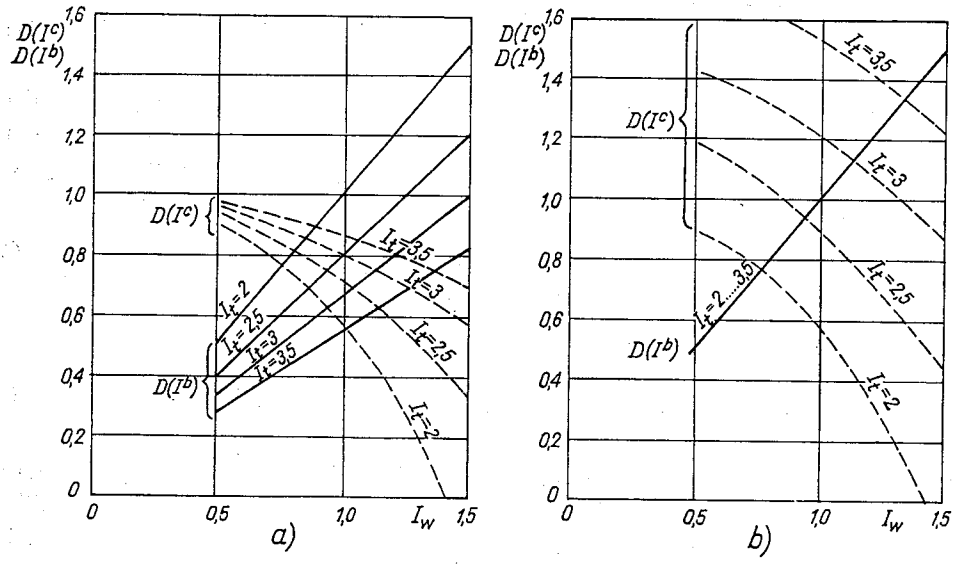
Można stwierdzić, że dla badanych warunków k_{UR} zmienia się w granicach

$$k_{UR} = 1+(0{,}5 \ldots 1{,}5)\frac{R_s}{X_s}. \tag{17}$$

Jako wniosek można podać, że przy piecach mniejszych, zasilanych z sieci średniego napięcia, należy przy dokładniejszej analizie uwzględniać stosunek rezystancji sieci do jej reaktancji.

Na wielkość k_{UR} ma oczywiście wpływ również stosunek między $D(I^c)$ a $D(I^b)$. Dla określonej wartości tego stosunku maksimum k_{UR} osiąga się dla $R_s:X_s = D(I^c):D(I^b)$; wynosi ono

$$k_{URmax} = \sqrt{1+\left[\frac{D(I^c)}{D(I^b)}\right]^2}. \tag{18}$$



Rys. 7. $D(I^c)$ oraz $D(I^b)$ w funkcji prądu I_w
a) dla $D(I) = 1$, b) dla $D(I) = I_t:2I_n$

W konsekwencji wpływ mają również parametry charakteryzujące piec. Na rys. 7 podano zmienność $D(I^c)$ oraz $D(I^b)$ w funkcji prądu I_w dla różnych wartości prądu I_t (dla $I_t = 2 \ldots 3{,}5\, I_n$). Rysunek 7a wykonano przy założeniu, że $D(I)$ jest stałe i równe 1, niezależnie od prądu I, zaś rys. 7b przy założeniu, że $D(I)$ jest proporcjonalne do prądu I_t i równe 1 dla $I_t = 2I_n$.

Wobec tego, że na wielkość statystycznych wskaźników prądowych wpływa wielkość prądu zwarcia eksploatacyjnego i jego kąt fazowy, a również typ regulacji elektrod, nastawienie zaczepów na dławiku i transformatorze piecowym itd., piece tej samej wielkości mogą spowodować różne zaburzenia w sieci. Stąd wyniki pomiarów na jednym piecu można uogólniać na inne o zbliżonych parametrach. Przy niektórych parametrach różniących się, konieczne będzie przeprowadzenie pomiarów sprawdzających.

Urządzeniem odpowiednim do przeprowadzenia takich pomiarów jest np. SAP (Statystyczny Analizator Przebiegów), zbudowany w Instytucie Łączności [13]. Użycie SAPu umożliwia w praktyce zanalizowanie większej ilości pomiarów i ich opracowanie statystyczne.

Odczuwalny wpływ na wielkość wahań napięcia mają również elementy oboczne układu, a zwłaszcza odbiory spokojne. W przypadku zastąpienia odbiorów przez zastępcze impedancje, skorygowana wielkość wahań $D''(U_k)$ w pewnym punkcie K w sieci wyrazi się wzorem

$$D''(U_k) = D'(U_k) - \sum_i \frac{R_i R_{(ik)} + X_i X_{(ik)}}{Z_i^2} D'(U_i), \tag{19}$$

gdzie:

$D'(U_k)$, $D'(U_i)$ — wartości liczone ze wzoru (11) lub (13),

$\hat{Z}_i = R_i + jX_i$ — impedancja w i-tym punkcie,

$\hat{Z}_{(ik)} = R_{(ik)} + jX_{(ik)}$ — impedancja sieci zasilającej do punktu rozdzielenia zasilania między punkt K a i-ty punkt sieci (impedancja wspólnej drogi).

Odwzorowanie odbiorów przez stałe impedancje jest słuszne nie dla wszystkich odbiorów. Bardziej ogólnie można ująć zjawisko wprowadzając współczynniki względnego nachylenia charakterystyk napięciowych prądu czynnego c_u i biernego b_u; pozwalają one wyznaczyć zmiany pobieranego prądu wskutek wahań napięcia

$$\begin{aligned} D(I_i^c) &= c_{ui} I_i^c D(U_i), \\ D(I_i^b) &= b_{ui} I_i^b D(U_i), \end{aligned} \tag{20}$$

wtedy otrzymamy dla punktu K:

$$D''(U_k) = D'(U_k) - \sum_i (c_{ui} I_i^c R_{(ik)} + b_{ui} I_i^b X_{(ik)}) D'(U_i), \tag{21}$$

co w skrócie można zapisać $D''(U_k) = D'(U_k) + d'$; konsekwentnie można by skorygować zmienność napięcia we wszystkich punktach i, zastąpić we wzorze (19) lub (21) $D'(U_i)$ przez $D''(U_i)$; otrzymalibyśmy wtedy $D'''(U_k) = D''(U_k) + d'' = D'(U_k) + d' + d''$ itd. Kolejne poprawki d', d'', d''' tworzą ciąg wyrazów szybko malejących. Uwzględnianie poprawek dalszych od d' daje dokładność czysto akademicką, nadmierną i złudną dla praktyki. Co najwyżej, po wyliczeniu d' można stosować wzór

$$D(U_k) \approx \frac{D'(U_k)}{1 - \dfrac{d'}{D'(U_k)}}. \tag{22}$$

Tytułem przykładu dla sieci podanej na rys. 8 obliczymy wahania napięcia $\Delta U (\Delta U = 2\sqrt{2} D(U))$ z pominięciem i uwzględnieniem wpływu pozostałych odbiorów.

Impedancje sieci wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} Z_1 &= 0{,}02 \qquad R_1 : X_1 = 0 \\ Z_{12} &= 0{,}02 \qquad R_{12} : X_{12} = 0{,}3 \\ Z_{13} &= 0{,}02 \qquad R_{13} : X_{13} = 0{,}5; \end{aligned}$$

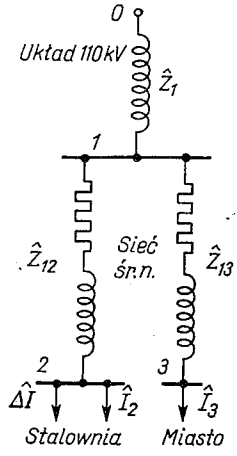
pobierane prądy:

w punkcie 2: piec $\hat{\Delta I} = 0{,}5 - j\,0{,}866$;

przemysł $\hat{I}_2 = 1{,}6 - j\,1{,}2$; $\quad c_{u2} = -0{,}4$; $\quad b_{u2} = 1{,}5$[1)];

w punkcie 3: miasto $\hat{I}_3 = 1{,}8 - j\,0{,}872$; $c_{u3} = 0{,}5$; $b_{u3} = 1{,}6$[1]);
wielkości wahań napięcia:

	$\Delta' U$	$\Delta'' U$	$\Delta''' U$	wzór (22)
w punkcie 1	1,73%	1,55%	1,57%	1,57%
w punkcie 2	3,68%	3,38%	3,42%	3,41%
w punkcie 3	1,73%	1,49%	1,52%	1,52%



Rys. 8. Sieć zasilająca stalownię i miasto

Widać więc, że odbiory spokojne mogą mieć odczuwalny wpływ na wielkość wahań napięcia, przy czym na ogół będą one zmniejszać te wahania. Niektóre odbiory, zależnie od wielkości i znaku współczynników c_u i b_u, mogą spowodować pewne zwiększenie wahań — jako przykład można podać baterie kondensatorów obocznych. Wpływ elementów obocznych systemu sieciowego — pojemności linii i reaktancji magnesujących transformatorów jest praktycznie pomijalny.

5. WPŁYW JEDNOCZESNEJ PRACY KILKU PIECÓW

Zagadnienie superpozycji wahań napięcia w sieci zasilającej kilka pieców określane jest w bardzo różny sposób. Na ogół podaje się wzór w postaci

$$S_{zn} = K_n S_{z1}, \tag{23}$$

gdzie:

S_{zn} — moc zwarciowa sieci wymagana przy pracy n pieców,

S_{z1} — moc zwarciowa sieci dla jednego pieca.

W Stanach Zjednoczonych proponuje się $K_n = \sqrt[4]{n}$ [10]. W Austrii [16], Francji [17] i Wielkiej Brytanii [12] proponuje się raczej $K_n = \sqrt{n}$ (w przypadku jednakowych pieców); dla pieców różnych zaś, K_n w zasadzie należałoby wyznaczać ze wzoru

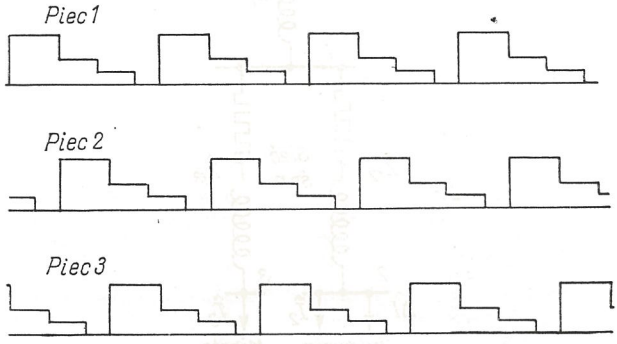
[1]) Wielkości współczynników nachylenia charakterystyk przyjęto w oparciu o wyniki pomiarów w sieciach krajowych, przeprowadzonych przez A. Boguckiego i M. Wójcika [14], [15].

$$K_n = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{S_{ni}}{S_{n1}}\right)^2}, \tag{24}$$

gdzie S_{ni} — moc znamionowa i-tego pieca.

W ankiecie AIEE stwierdzono, że dla 2 pieców wymagana moc zwarciowa sieci wzrasta o 15—20%, zaś dla 3—4 i więcej pieców, wzrasta o dalsze 5—10%.

Dla poprawnego rozwiązania superpozycji zaburzeń od kilku pieców, należy przede wszystkim oszacować, ile z nich może jednocześnie prowadzić proces roztapiania; zaburzenia w okresie świeżenia i wykańczania znacznie maleją — zwracają na to też uwagę



Rys. 9. Harmonogram pracy trzech pieców

w swej pracy Hilditch i Harvey [12]. Schematycznie dla współpracy trzech pieców, harmonogram pracy można przedstawić jak na rys. 9. Teoretycznie można więc tak ustawić pracę pieców, aby okresy roztapiania występowały niejednocześnie, zatem by wahania napięcia w sieci nie były większe niż przy pracy pojedynczego pieca.

W praktyce jednak zarówno czas całego wytopu, jak i poszczególnych jego etapów może się zmieniać w dość szerokich granicach. Składa się na to wiele przyczyn: różny gatunek złomu i jego ułożenie, awarie w czasie pracy pieca i wyłączenia dla usunięcia uszkodzeń, konieczność uzyskania stali o wymaganym składzie itp. W związku z tym realna staje się możliwość takiego przebiegu pracy, że dwa lub więcej pieców mogą się znaleźć jednocześnie w stadium roztapiania złomu, charakteryzującym się zwiększonymi wahaniami. Podjęcie wtedy decyzji o wstrzymaniu wytopu w jednym piecu (lub więcej) aż do stopienia złomu w pozostałych byłoby związane z przestojem pieca (pieców) i zmniejszeniem produkcji.

Ustalenie harmonogramu i przestrzeganie go może być istotne, gdy zakład ma narzucony limit mocy szczytowej i pragnie się uniknąć jej przekroczenia (względy taryfowe, zdolność przesyłowa sieci zasilającej); przestrzeganie harmonogramu rzutuje i na wielkość wahań napięcia, które nie są wtedy większe niż przy pracy jednego pieca, wzrasta tylko czas występowania wahań. Można też przyjąć założenie, że piece pracują niezależnie od siebie, czyli, że prawdopodobieństwo znajdowania się każdego z nich w stadium roztapiania złomu nie zależy od tego, jak pracują pozostałe.

Mając oszacowaną wielkość prawdopodobieństwa roztapiania dla pojedynczego pieca p, można określić prawdopodobieństwo tego, że z ogólnej liczby N pieców n znajduje się

w okresie roztapiania, korzystając ze wzoru Bernoulliego dla rozkładu dwumianowego

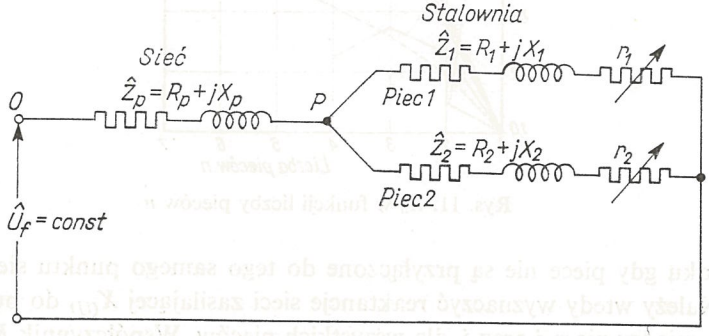
$$P(N, n, p) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}. \tag{25}$$

Dla dwóch pieców jednocześnie roztapiających złom, według praw statystyki matematycznej otrzymujemy wzrost odchylenia standartowego napięcia do wartości

$$D(U) = \sqrt{D_1^2(U) + D_2^2(U)}, \tag{26}$$

zaś przy piecach jednakowych $K_2 = \sqrt{2}$, co daje wynik zgodny z doświadczeniami europejskimi.

W rzeczywistości jednak wahania napięcia w sieci będą nieco niższe. Pobór prądu przez piec zależy od rezystancji łuku oraz od wielkości przyłożonego napięcia. Zwiększenie poboru prądu przez jeden piec obniża nieco napięcie w punkcie przyłączenia stalowni, a w kon-



Rys. 10. Sieć zasilająca stalownię z dwoma piecami

sekwencji nieco obniża poziom prądu pobieranego przez drugi piec, co w pewnym stopniu niweluje poziom napięcia w sieci. Jednofazowy schemat zastępczy dla dwóch pieców podano na rys. 10.

Uwzględnienie wpływu sieci zasilającej, przy pominięciu rezystancji sieci, daje wzór na K_2, dla dwóch jednakowych pieców w postaci

$$K_2 = \sqrt{2 - 8X_p E(I_1^b)}, \tag{27}$$

gdzie:

X_p — reaktancja sieci zasilającej stalownię,

$E(I_1^b)$ — składowa bierna prądu przeciętnego.

Dla n jednakowych pieców jednocześnie roztapiających złom otrzymamy

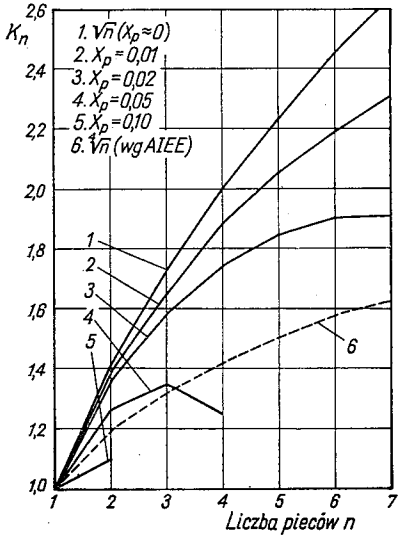
$$K_n = \sqrt{n - 4n(n-1)X_p E(I_1^b)}. \tag{28}$$

Przebieg K_n przy założeniu $X_p = 0 \ldots 0{,}1$ (w jednostkach względnych, przy S_n jako mocy podstawowej) oraz dla $E(I^b) = 1$ podano na rys. 11.

Jeżeli w stalowni mamy różne piece, to współczynnik K_n dany będzie wzorem

$$K_n = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2 - 4 \sum_{i=1}^{n} \delta_i^2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} E(I_j^b) X_p}, \tag{29}$$

gdzie oznaczono przez $\delta_i^2 = D^2(I_i^b):D^2(I_1^b)$ stosunek wariancji prądu biernego pobieranego przez i-ty piec do wariancji prądu biernego pierwszego pieca (przyjętego za podstawowy).



Rys. 11. K_n w funkcji liczby pieców n

W przypadku gdy piece nie są przyłączone do tego samego punktu sieci, sprawa się komplikuje. Należy wtedy wyznaczyć reaktancje sieci zasilającej $X_{(ij)}$ do punktu rozdzielenia zasilania między piece i oraz j, dla wszystkich pieców. Współczynnik K_n dla n jednakowych pieców wyniesie

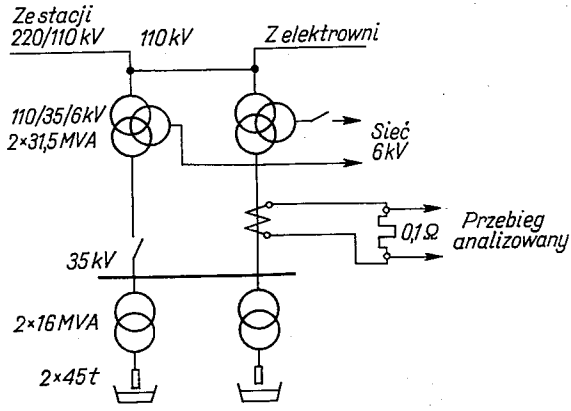
$$K_n = \sqrt{n - 4E(I_1^b) \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{n} X_{(ij)}}. \tag{30}$$

Uwzględnienie wpływu rezystancji sieci przy piecach różnej wielkości i przyłączonych w różnych punktach sieci prowadzi do bardzo skomplikowanych wzorów; podano je w pracy autora [8].

6. PRZYKŁAD PRAKTYCZNY

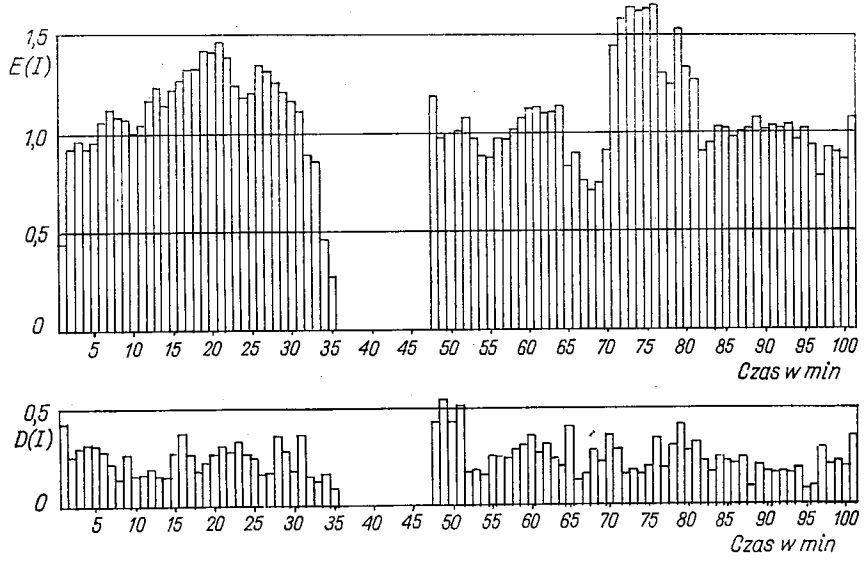
Urządzeniem, które pozwala w praktyce na wykonanie pomiarów statystycznych, jest SAP, opracowany i wykonany w Zakładzie Propagacji Fal Instytutu Łączności. Opis SAPu podany został przez M. Nowickiego w pracach IŁ [13].

Pomiary w jednej z hut krajowych zostały wykonane w latach 1963 i 1964 przez Zespół do badań statystycznych IŁ oraz autora niniejszego artykułu. Uproszczony schemat zasilania stalowni w czasie pomiarów podano na rys. 12. Pomiary polegały na rejestracji na taśmie magnetycznej prądu pobieranego przez piece 45 t. Zapis z taśmy został następnie przeanalizowany w IŁ przy użyciu SAPu [18]; dalsza analiza polegała na wyznaczeniu statystycznych wskaźników prądowych dla badanego pieca [19].



Rys. 12. Uproszczony schemat zasilania pieców w czasie pomiarów

Na rys. 13 podano przebieg $E(I)$ i $D(I)$ dla jednego z wytopów. Dla pracy jednego pieca oszacowano przeciętnie $E(I) = 1{,}05$, $I_w = 1{,}1$ oraz $D(I) = 0{,}25$. Przy użyciu testów statystycznych χ^2 Pearsona i λ Kołmogorowa sprawdzono, że $D(I)$ ma rozkład normalny, co przy poziomie ufności 0,95 pozwoliło oszacować maksymalną wartość $D(I)$ na 0,41.



Rys. 13. Przebieg jednego z wytopów

Przy poziomie mocy zwarciowej w sieci 110 kV S_z = ok. 1800 MVA otrzymujemy $S_n = 0{,}89\%\ S_z$ oraz $\psi = 0{,}51$. Powiązanie z innymi odbiorami huty następuje przez sieć 110 kV; reaktancja sieci w jednostkach względnych wynosi $X_s = 0{,}0098$. Spodziewana maksymalna wielkość wahań napięcia w sieci 110 kV przy pracy jednego pieca wynosi

$$\Delta U_1 = 2\sqrt{2}D(I)2\sin\varphi_w X_s = 2\sqrt{2}\cdot 0{,}41\cdot 2\cdot\frac{1{,}1}{2{,}4}\cdot 0{,}0098 = 0{,}0103 = 1{,}03\%.$$

Reaktancja sieci zasilającej, liczona do szyn 35 kV w stalowni, wynosi $X_p = 0{,}0960$. Współczynnik zwiększenia wahań K_2, zgodnie ze wzorem (27) wynosi 1,29, zatem przy dwóch piecach wahania napięcia nie powinny przekroczyć wartości

$$\Delta U_2 = 1{,}29 \cdot 1{,}03 = 1{,}33\%.$$

Wobec braku przepisów krajowych wielkość dopuszczalnych wahań kategorii B przyjmiemy arbitralnie w wysokości 1,5—2%, wartości te nie zostały więc przekroczone.

Dla zilustrowania przedstawionej metody przyjmiemy, że liczba pieców w stalowni ulegnie zwiększeniu do pięciu i przeanalizujemy wpływ rozbudowanej huty na układ zasilający. Obliczenia spodziewanych wahań napięcia przeprowadzimy dla dwóch wariantów rozbudowy — według rys. 14.

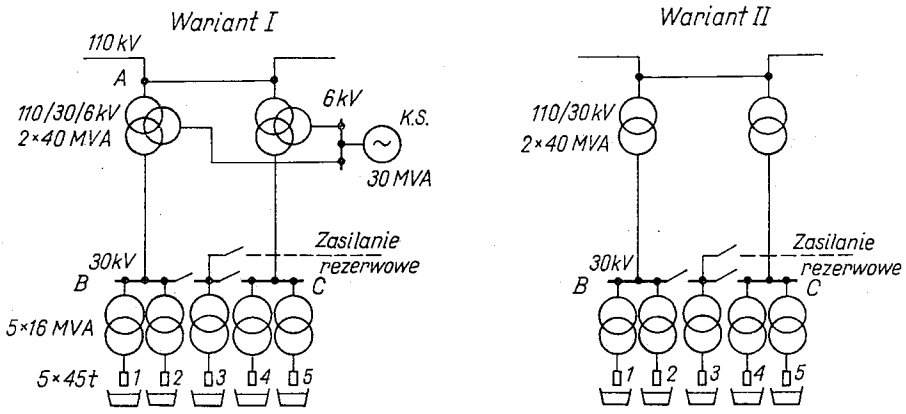
W a r i a n t I. Dwa transformatory 110/30/6 kV, 2×40 MVA. Moc zwarciowa na szynach 110 kV $S_z = 3500$ MVA. Z szyn 30 kV zasilana stalownia, do 6 kV przyłączony kompensator synchroniczny (turbogenerator 30 MVA, $U_n = 6{,}3$ kV, $\cos\varphi_n = 0{,}8$, $X_d'' = 0{,}13$). Piece 5×45 t, transformatory piecowe 30 kV/NN 5×16 MVA, prąd zwarcia eksploatacyjnego $I_z = 2{,}3I_n$, przy $\cos\varphi_z = 0{,}25$. Powiązanie z pozostałymi odbiorami przez sieć 110 kV. Piece 1 i 2 zasilane z jednego transformatora 40 MVA, piece 4 i 5 z drugiego. Piec 3 można przełączać na jedną lub drugą sekcję szyn 30 kV. Piec 3 ma też rezerwowe zasilanie z drugiej podstacji 110 kV zasilającej hutę.

T a b l i c a 2

Prawdopodobieństwa jednoczesnego roztapiania złomu w kilku piecach

n	$P(i_t = n)$	$P(i_t \geqslant n)$
1	2	3
5	0,0053	0,0053
4	0,0488	0,0541
3	0,1811	0,2352
2	0,3364	0,5716
1	0,3124	0,8840
0	0,1160	—

Dla wyznaczenia spodziewanej liczby pieców jednocześnie roztapiających złom przeprowadzimy obliczenia według wzoru (25), przyjmując z praktyki $p = 0{,}35$. Wyniki obliczeń zestawiono w tablicy 2; w kol. 2 prawdopodobieństwo topienia w n piecach (n z kol. 1), zaś w kol. 3 podano prawdopodobieństwo tego, że roztapianie złomu odbywa się w n piecach lub więcej. Z wielkości prawdopodobieństw widać, że realnie należy się liczyć z możliwością jednoczesnego roztapiania w 2—3 piecach. Dla 4 pieców to prawdopodobieństwo jest rzędu 5%, przy tak rzadkim występowaniu uzasadnione będzie zwiększenie dopuszczalnych wahań do górnej granicy. Z jednoczesnym roztapianiem w pięciu piecach praktycznie można się nie liczyć.



Rys. 14. Różne schematy układu zasilającego 5 pieców

Wahania przy pracy jednego pieca wyniosą

$$\Delta U_1 = 2\sqrt{2} \cdot 0{,}41 \cdot 0{,}916 \cdot 0{,}0033 = 0{,}0035 = 0{,}35\%;$$

zwiększenie wahań przy roztapianiu w trzech piecach

a) trzy przyłączone do szyn B lub C [wzór (28)]

$$K_3 = 1{,}61 \qquad \Delta U_3 = 0{,}56\% < 1{,}5\%$$

b) dwa przyłączone do szyn B jeden do C [wzór (30)]

$$K_3 = 1{,}64 \qquad \Delta U_3 = 0{,}57\% < 1{,}5\%$$

W a r i a n t II. Zasilanie z systemu 110 kV przez dwa transformatory dwuuzwojeniowe 110/30 kV, 2×40 MVA. Stalownia jak w wariancie I.

Wahania przy pracy jednego pieca wyniosą

$$\Delta U_1 = 2\sqrt{2} \cdot 0{,}41 \cdot 0{,}916 \cdot 0{,}0050 = 0{,}0053 = 0{,}53\%;$$

zwiększenie wahań przy roztapianiu w trzech piecach

a) trzy przyłączone do szyn B lub C

$$K_3 = 1{,}57 \qquad \Delta U_3 = 0{,}83\% < 1{,}5\%$$

b) dwa przyłączone do szyn B jeden do C

$$K_3 = 1{,}67 \qquad \Delta U_3 = 0{,}88\% < 1{,}5\%$$

Zwiększenie wahań według wzoru AIEE

$$\text{wariant I:} \quad \sqrt[4]{5} \cdot 0{,}35 = 0{,}52\%,$$
$$\text{wariant II:} \quad \sqrt[4]{5} \cdot 0{,}53 = 0{,}79\%.$$

Zwiększenie wahań według pierwiastka kwadratowego z liczby pieców prowadzących jednocześnie proces roztapiania złomu (dla trzech pieców)

$$\text{wariant I:} \quad \sqrt{3} \cdot 0{,}35 = 0{,}61\%,$$
$$\text{wariant II:} \quad \sqrt{3} \cdot 0{,}53 = 0{,}92\%.$$

Z obliczeń wynika, że spodziewane wahania napięcia są niewielkie i można nie stosować kompensatora do ich ograniczania.

7. ZAKOŃCZENIE

Przedstawiona metoda statystycznych wskaźników prądowych jest oparta na pewnych założeniach upraszczających, jak pominięcie zjawiska nieliniowości, asymetrii konstrukcyjnej pieca, asymetrii w obciążeniu poszczególnych faz itp. Uproszczenia tego rodzaju często przyjmowane są w pracach elektrotermicznych. Wpływ tych założeń na dokładność obliczeń wahań napięcia występujących w sieci przeanalizowano w pracy [8] i stwierdzono, że przyjęcie tych uproszczeń jest uzasadnione dla przeciętnych warunków. Dokładność pogarsza się przy występowaniu dużej asymetrii prądowej (składowa przeciwna przekraczająca 0,25 składowej zgodnej). Ograniczenie zakresu stosowania metody do pieców średniej wielkości pozwala spodziewać się asymetrii dostatecznie małych.

Pewne różnice mogą występować między poszczególnymi wytopami, stąd statystyczna analiza pracy pieca powinna się opierać na zbadaniu kilkunastu do kilkudziesięciu wytopów i zastosowaniu praw statystycznych dla wyciągnięcia wniosków.

Do oszacowania wahań napięcia potrzebna jest również znajomość parametrów sieci zasilającej — mocy zwarciowej sieci lub impedancji zastępczej, oraz rozmieszczenia, wielkości i warunków pracy pozostałych odbiorów przyłączonych do sieci. Wszystkie te parametry nie mogą być podane z dużą dokładnością i wykazują zmienność zarówno sezonową (dobową i roczną), jak i wynikającą z rozwoju (wzmacnianie sieci, wzrost obciążeń itp.).

Reasumując można stwierdzić, że przedstawiona metoda oceny wahań napięcia w sieci przy pracy pieców łukowych zapewnia wystarczającą dokładność w odniesieniu do części pomiarowej i analitycznej. Błąd metody określają statystyczne różnice między różnymi wytopami i piecami, a w odniesieniu do pieca (lub typu pieca) wystarczająco zbadanego, dokładność, z jaką znane są parametry sieci zasilającej go. Ostatecznie dokładność można oszacować na normalną w obliczeniach sieciowych, tj. rzędu 10—20%.

Wnioski końcowe można by sformułować następująco:

1° Dla orientacyjnej oceny wpływu pracy pieca łukowego na sieć wystarcza oparcie się na krzywych AIEE, stosunku $S_n : S_z$ lub wskaźniku określonym wzorem (2). Przyjmując za kryterium np. wskaźnik Seydaka można uważać, że dla $\psi < 0{,}5$ dany piec nie spowoduje zaburzeń, zaś dla $\psi > 1{,}5 \ldots 2$ można na pewno oczekiwać nadmiernych zaburzeń.

2° Dla wartości wskaźnika Seydaka w przejściowym zakresie

$$0{,}5 \leqslant \psi \leqslant 1{,}5 \tag{31}$$

należy analizować wpływ dodatkowych parametrów na wielkość wahań napięcia w sieci. Przebieg rozważań powinien być następujący:

a) przeprowadzenie pomiarów zmienności prądu na piecu danym lub piecu o zbliżonych parametrach,

b) statystyczna analiza pomiarów dla wyznaczenia wskaźników charakteryzujących zmienność prądu dla badanego pieca,

c) sprawdzenie wielkości wahań napięcia w odpowiednich punktach sieci z uwzględnieniem wpływu elementów systemu, współpracy kilku pieców itd. (istotna jest tu sprawa dopuszczalnych wahań napięcia).

3° Problem oddziaływania pieców łukowych na sieci zasilające dotyczy różnych krajów, międzynarodowa współpraca i wymiana doświadczeń pozwoliłyby na poważne oszczędności na badaniach naukowych i inwestycjach. O aktualności zagadnienia świadczy międzynarodowa ankieta przeprowadzona przez UNIPEDE trzykrotnie w latach 1960—63, a ponadto utworzenie specjalnej Grupy Roboczej w ramach UIE oraz Komitetu nr 19 CIGRE.

Politechnika Warszawska
Zakład Gospodarki Energetycznej

WYKAZ LITERATURY

1. AIEE: Survey of Arc Furnace Installations on Power Systems and Resulting Lamp Flicker. — AIEE Trans., vol. 76, part II.
2. Krabiell H.: Über die Entstehung der Spannungsschwankungen in Stromversorgungsnetzen beim Betrieb von Drehstrom-Lichtbogenöfen. — Int. Z. für Elektrowärme, 1962, H. 1.
3. Schulz K.: Erfahrungen der deutschen EVU über die Netzbeeinflussung durch Lichtbogenöfen. — Elektrizitätswirtschaft, 1956, H. 9.
4. Dejou A., Gaussens P.: Dispositifs expérimentaux pour l'étude du flicker. — Bull. SFE, 1957, Nr 77.
5. Dienne G.: Est-il possible d'apprécier correctement la gêne provoquée par les fluctuations rapides de la tension. — Revue E (Bull. SRBE), 1959, Nr 9.
6. Zinguzi T.: Problems of Lamp Flicker Caused by Large Electric Arc Furnaces for Steel Production in Japan. V Kongres Elektrotermii, Wiesbaden, 1963, Rap. 143.
7. Seydak W.: Migotanie światła wywołane pracą stalowniczych pieców łukowych. — Biul. Elektroprojektu, 1963, nr 9.
8. Wąsowski A.: Wahania napięcia powodowane pracą pieców łukowych w sieciach elektrycznych zasilających stalownie. Dysertacja, ZGE PW, Warszawa 1965.
9. Wąsowski A.: Uwzględnianie wahań napięcia powodowanych pracą pieców łukowych przy projektowaniu sieci zasilających stalownie. — Energetyka Przemysłowa, 1961, nr 5.
10. Ramsaur O., Treweek J. E.: System Capacity Required for 3-Phase Arc Furnaces. — AIEE Trans., vol. 73, part III-B.
11. Ailleret P.: L'introduction da la mesure dans le notion de la qualité du service d'une distribution d'électricité et son interêt au point de vue de la conception des réseaux. — Bull. SFE, 1956, Nr 1.
12. Hilditch J. A. S., Harvey I. G.: Supply Voltage Fluctuation Due to Arc Furnace Installations. — AEI Engng, 1964, Nr 4.
13. Nowicki M.: Statystyczny analizator przebiegów. — Prace Instytutu Łączności, 1963, nr 1.
14. Bogucki A., Wójcik M.: Równania naturalnych statycznych charakterystyk napięciowych mocy biernej pobieranej przez typowe grupy odbiorców. — Energetyka, 1962, nr 2.
15. Bogucki A., Wójcik M.: Napięciowe charakterystyki statyczne pobieranej mocy czynnej dla typowych grup odbiorców energetycznych. — Energetyka, 1962, nr 7.
16. Werner L.: Untersuchungen über resultierende Spannungsschwankungen durch gleichzeitigen Betrieb mehrerer Lichtbogenöfen welche am gleichen Netzpunkt angeschlossen sind. V Kongres Elektrotermii, Wiesbaden, 1963, Rap. 147.
17. Cazalet P.: L'effet de flicker et le problème du raccordement des fours à arc sur le réseau. Referat na sesji Comité Français de l'Electrothermie, Mai 1960.
18. Instytut Łączności: Protokoły z pomiarów zmienności obciążenia pieców łukowych w Hucie Warszawa przeprowadzonych za pomocą SAP-u. Listopad 1963 — styczeń 1965.
19. ZGE PW (92 JEE): Badania zmienności obciążenia i wpływu na sieć zasilającą pieców łukowych w Hucie Warszawa. Czerwiec 1965.

A. WĄSOWSKI

VOLTAGE DIPS CAUSED BY ARC FURNACES IN ELECTRIC NETWORKS SUPPLYING STEELWORKS

Summary

The paper is an abbreviation of the doctoral dissertation on the influence of arc furnaces on the mains [8]. The introduction deals with the experience of various countries in the field, which so far have proved insufficiently exact and consistent. The problem still calls for a profound analysis with view to the significance of economic results.

In order to examine irregular disturbances caused in the network by arc furnaces a statistical method of current indexes has been worked out. It is based on the circle diagram of the furnace and on the probability methods as well. The article includes an analysis of the influence of the system parameters: network reactance and resistance, and of other receivers upon the rate of fluctuations.

In the case of several furnaces operated in the steelwork — the graphic schedule of their work and the influence of the mains on the magnitude of disturbances have been taken into consideration.

The theoretical discussion is illustrated with an example of the practical application of this method. In conclusions the autor gives conditions under which the influence of the system parameters on the magnitude of disturbances in the network should be analysed.

A. WĄSOWSKI

FLUCTUATIONS DE TENSION PROVOQUÉES PAR LA MARCHE DE FOURS À ARC DANS LES RESEAUX ÉLECTRIQUES ALIMENTANT LES ACIÉRIES

Resumé

Cet article présente le resumé de la dissertation concernant l'influence de fours à arc sur les réseaux électriques les alimentants [8]. Dans l'introduction on discute les expériences de pays divers. En raison de divergences de points de vue, et vus aussi les aspects économiques du problème on propose une analyse plus approfondie.

Pour étudier les répercussions du caractère irréguliere provoquées dans le réseau par les fours à arc, on part de la méthode des indices statistiques du courant, qui est basée sur le diagramme circulaire du four et sur les méthodes probabilistiques. On étudie l'influence de paramètres du système électroénergetique: de réactance et de résistance du réseau, et l'influence des autres charges, sur l'amplitude des fluctuations de la tension.

Pour plusieurs fours fonctionnants en aciérie, on prend en considération leur harmonogramme de fonctionnement, ainsi que l'influence du réseau alimentant sur la grandeur de ces fluctuations.

L'article est terminé par l'exemple de l'application pratique de la méthode présenté, ainsi que par des conclusions posantes les conditions dans lesquells il faut procéder à l'analyse de l'influence des paramètres du réseau.

A. WĄSOWSKI

SPANNUNGSSCHWANKUNGEN VERURSACHT DURCH DEN BETRIEB VON LICHTBOGENÖFEN IN ELEKTRISCHEN VERSORGUNSNETZEN FÜR STAHLWERKE

Zusammenfassung

Dieser Artikel stellt die Abkürzung einer Dissertation dar, deren Thema die Netzbeeinflussung durch Lichtbogenöfen [8] ist. In der Einleitung werden die Erfahrungen verschiedener Länder besprochen, es

wurde festgestellt, dass sie weder genügend genau noch übereinstimmend sind; den beträchtlichen ökonomischen Folgen gegenüber, erfordert das eine tiefere Analyse.

Zur Untersuchung unregelmässiger Netzstörungen, die von Lichtbogenöfen verursacht werden, wurde eine Methode statistischer Stromkennzahlen ausgearbeitet, gegründet auf Kreisdiagrammen von Lichtbogenöfen und auf Wahrscheinlichkeitsmethoden. Der Einfluss auf die Schwankungsgrössen der Parameter des Energiesystems wurde während der Arbeit analysiert: der Netz-Reaktanz und der — Resistanz und anderer Abnehmer.

Im Falle von mehreren im Stahlwerk arbeitenden Öfen, wurde das Harmonogramm ihrer Arbeit und der Einfluss des Speisenetzes auf die Grösse der aufgetretenen Störungen berücksichtigt.

Der Artikel endet mit einem Beispiel der Anwendung der Methode in der Praxis und mit Schlüssen — es werden die Bedingungen angegeben, unter welchen man den Einfluss der Netzparameter auf die Grösse der Netzstörungen analysieren soll.

А. ВОНСОВСКИ

КОЛЕБАНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ, ВЫЗВАННЫЕ РАБОТОЙ ДУГОВЫХ ПЕЧЕЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ, ПИТАЮЩИХ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫЕ ЗАВОДЫ

Р е з ю м е

Эта статья составляет сокращение диссертации по воздействию дуговых печей на питающие сети [8]. Во введении обсуждается опыт накопленный различными странами; констатируется, что результаты, проведенных ними работ недостаточно точны и отличаются друг от друга; учитывая серьезные экономические последствия, этот вопрос требует более точного анализа.

Для исследования нерегулярных колебаний напряжения, вызванных в сети дуговыми печами, был разработан метод статистических токовых показателей, основанный на круговой диаграмме дуговой печи и пробабилистических методах. В статье анализируется влияние на величину колебаний напряжения параметров энергетической системы: реактанса и резистанса сети, а также влияние потребителей.

При наличии нескольких печей, работающих в сталеплавильном заводе, принимается план их работы, а также влияние питающей сети на величину колебаний.

Статья кончается примером применения метода на практике, а также выводами — приводятся условия, в которых необходимо исследовать влияние параметров системы на величину колебаний напряжения в сети.

Wytyczne dla autorów

Komitet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowaniu maszynopisu:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z podwójną interlinią (co drugi wiersz), z marginesem szerokości ok. 3,5 cm z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w dwu egzemplarzach (oryginał i pierwsza kopia na papierze maszynowym).

2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskaźniki niżej liter i wykładniki potęg należy pisać szczególnie dokładnie i wyraźnie. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

3. Każda praca powinna być zaopatrzona w streszczenie w języku polskim objętości do jednej strony maszynopisu oraz w cztery streszczenia w językach angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim, z których dwa (w dowolnych językach) mogą być dłuższe, np. objętości 1 strony na każde 20 stron tekstu, dwa zaś krótsze, objętości 10—15 wierszy maszynopisu. W razie niemożności nadesłania streszczeń w językach obcych autor dostarcza odpowiedniki w języku polskim, do każdego języka oddzielny, podając niezbędną do wykonania tłumaczenia obcojęzyczną terminologię.

4. Rysunki, wykresy i zdjęcia należy wykonywać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku. Natomiast pożądane jest zaopatrywanie rysunków w krótki podpis wyjaśniający również wtedy, gdy rysunek omówiony jest w tekście. Ostateczne wykonanie rysunku obowiązuje Redakcję.

5. Wszystkie rysunki, wykresy i zdjęcia należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie stosować takich określeń, jak figura, szkic, rycina, fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy i nazwisko autora.

6. Wszystkie tablice (unikać zbyt dużych), podobnie jak rysunki, należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis objaśniający). Wszelkie zestawienia należy nazywać tablicami (nie tabelami).

7. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, po czym po dwukropku pełny tytuł dzieła lub artykułu, tytuł czasopisma, tom, numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje wykazu powinny być ponumerowane, w tekście — powołania na numer pozycji w nawiasach prostokątnych, na przykład [3].

8. Redakcji przysługuje prawo do przeprowadzenia korekty stylistycznej i do dostosowania oznaczeń oraz układu pracy do norm przyjętych w „Rozprawach".

9. Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu trzech dni. W korekcie autorskiej nie mogą być wprowadzane żadne poprawki tekstu złożonego uprzednio w maszynopisie, które mogłyby spowodować konieczność przełamywania składu drukarskiego.

10. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egzemplarzy odbitek jego pracy. Dodatkowe egzemplarze autor może zamówić w Redakcji na własny koszt przy przesyłaniu maszynopisu swej pracy.

11. **Niezastosowanie się autora do powyższych wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych przez autora materiałów do wymaganej formy.**

Już wkrótce ukaże się w druku pierwszy zeszyt nowego wydawnictwa ciągłego Instytutu Technologii Elektronowej PAN pt.

ELECTRON TECHNOLOGY

Wydawnictwo poświęcone jest publikowaniu prac o charakterze teoretycznym, doświadczalnym i konstrukcyjnym, a zwłaszcza

- badaniom własności i metodom wytwarzania nowych materiałów półprzewodnikowych, dielektrycznych, magnetycznych i nadprzewodzących;
- badaniom własności i metodom wytwarzania nowych przyrządów elektronowych, elementów elektronicznych oraz struktur cienkowarstwowych;
- metodom pomiarowym konstrukcji i budowy modelowych urządzeń do pomiarów własności materiałów półprzewodnikowych;
- metodom technologii konstrukcji i budowy urządzeń do pomiarów przyrządów półprzewodnikowych.

Wydawnictwo publikuje prace oryginalne w języku angielskim ze streszczeniami w językach polskim i rosyjskim.

„Electron Technology" można nabywać w Ośrodku Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN (Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, wysoki parter).
Adres Redakcji: Warszawa, ul. Świętokrzyska 21, p. 624.

Na treść najbliższego zeszytu składają się prace (w języku angielskim)

- Ritty Szymczak — Struktura magnetyczna ferromagnetyków o jednoosiowej symetrii
- Jerzego Mielnickiego — Oddziaływanie fal spinowych z podłużnymi i poprzecznymi drganiami sieci (H_0 zwrócone wzdłuż kierunku [111])
- Henryka Szymczaka — Pole krystaliczne w spinelach. I. Teoria widma optycznego i EPR jonów Cr^{3+} w $Mg\,Al_2O_4$
- Wincentego Pajewskiego — Wpływ fotonów na tłumienie poprzecznej fali ultradźwiękowej w krysztale Cd Se
- Marii Grynglas i Elżbiety Janik — Charakterystyki prąd-napięcie i prąd-temperatura w heterozłączach stopowych p Ge-n Si
- Eugeniusza Kuźmy — Zastosowanie termistorów pośrednio ogrzewanych do pomiaru wartości skutecznej napięcia
- Romualda Wadasa — Momenty magnetyczne w ferrytach.

INSTYTUT TECHNOLOGII ELEKTRONOWEJ
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XIV · ZESZYT 3

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1968

RADA REDAKCYJNA

PROF. TADEUSZ CHOLEWICKI, PROF. BOLESŁAW DUBICKI, PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. STANISŁAW RYŻKO, PROF. TADEUSZ ZAGAJEWSKI

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny
PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz
JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Elektroniki,
pokój 483, tel. 21-007 w. 794

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 680 (557+123)	Oddano do składania 3.V. 1968 r.
Ark. wyd. 14,0; ark. druk. 10,75	Podpisano do druku w sierpniu 1968 r.
Papier druk. sat. kl. III, 80 g, 70×100	Druk ukończono w sierpniu 1968 r.
Zamówienie nr 870/68	Cena zł 40.— N-38

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

621.317.35

JÓZEF TABIN

Metoda obliczania przebiegów nieustalonych w obwodach nieliniowych

Rękopis dostarczono 15.9.1967

Układ równań liniowych obwodu nieliniowego ma tę samą postać co układ oznaczony równań obwodu liniowego, w którym w miejsce elementów nieliniowych znajdują się źródła. Układ taki można sprowadzić do układu równań splotowych o ilości zmiennych równej ilości nieliniowych dwójników również w tych przypadkach, gdy obwód zawiera liniowe linie długie, nieliniowe indukcyjności i pojemności oraz gdy elementy nieliniowe są połączone szeregowo lub równolegle. W równaniach splotowych mogą występować oprócz funkcji ograniczonych również funkcje Diraca różnych rzędów.

Układ równań splotowych można rozwiązać znanymi metodami numerycznymi, przy czym jednak najbardziej rozpowszechnione wzory: trapezów i Simpsona są mało dokładne. W przypadku stosowania wzoru Simpsona istnieje niebezpieczeństwo lawinowego narastania błędu kumulacji. Wyprowadzono więc nowy korzystny wzór całkowania numerycznego, pozwalający na przeprowadzenie obliczeń z tą samą w stosunku do wzoru trapezów lub Simpsona dokładnością przy mniejszej — niekiedy nawet czterokrotnie — ilości elementarnych operacji matematycznych.

Dla doboru podstawowego parametru programu obliczeń — długości kroku — podano hipotezę roboczą opartą o kryterium częstotliwości granicznej. Omówiono sposoby postępowania w przypadku występowania różnych komplikacji w obliczeniach numerycznych.

1. WSTĘP

W pracy przedstawiono metodę analizy stanów nieustalonych w obwodach nieliniowych polegającą na stosowaniu rachunków operatorowego i numerycznego. Metoda ta jest stosowana w odniesieniu do obwodów zawierających elementy liniowe o stałych skupionych i rozłożonych oraz elementy nieliniowe o stałych skupionych, w tym również do obwodów złożonych i zawierających elementy o silnej nieliniowości.

Układ równań obwodu nieliniowego sprowadza się — w zasadzie za pomocą rachunku operatorów — do układu stosunkowo niewielkiej ilości liniowych równań całkowych, zawierających wyrażenia splotu oraz do charakterystyk elementów nieliniowych. Literatura [9], [8], [4], [1] podaje wzór układu równań wyrażających napięcia panujące na elementach nieliniowych przez liniowe splotowe funkcje prądów tych elementów. Układu tego jednak nie można stosować do obwodów, w których występują liniowe jednorodne zależności między zmiennymi elementów nieliniowych, a więc do obwodów zawierających na przykład elementy nieliniowe połączone szeregowo lub równolegle.

W rozdziale 2 wyprowadzono wzór bardziej ogólnego układu równań, a także omówiono występujące w nim wyrazy, co w niektórych przypadkach pozwala na syntezę układu równań uproszczonymi sposobami.

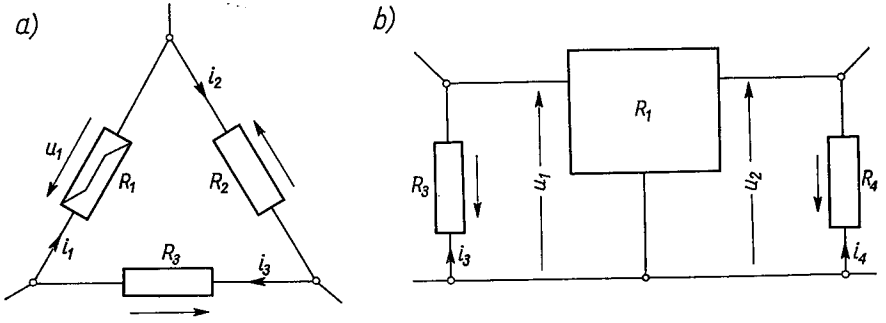
Literatura [9], [5] zamieszcza jedynie wzmianki o możliwościach rozwiązania równań splotowych obwodu nieliniowego metodami numerycznymi. W opracowaniu niniejszym podano hipotezę roboczą, ułatwiającą dobór właściwego kroku obliczeń numerycznych oraz sposób przekształcania układu równań splotowych na układ zawierający funkcje łatwiejsze do całkowania numerycznego. Wyprowadzono również potrzebne w powyższych przekształceniach wzory na splot dwóch funkcji Diraca.

Omówiono wielkość błędów występujących przy stosowaniu wzorów trapezów i Simpsona do rozwiązania równań splotowych za pomocą całkowania numerycznego, a zwłaszcza występującą przy tym kumulację błędów. Wzór Simpsona jest stosowalny tylko do obliczania obwodów zawierających wyłącznie elementy nieliniowe nie posiadające składowej liniowej, a ponadto w obliczeniach przeprowadzanych tym wzorem występuje skłonność do lawinowej, oscylacyjnej kumulacji błędów. Wyprowadzono nowy, bardziej korzystny wzór całkowania numerycznego.

2. UKŁAD RÓWNAŃ OBWODU NIELINIOWEGO

Rozpatrzmy przykład oczka (rys. 1a) stanowiącego fragment obwodu nieliniowego (znak N). Oczko to składa się z elementów liniowych R_2 i R_3 oraz dwójnika — elementu nieliniowego R_1. Równanie tego oczka napiszemy w postaci:

$$i_2 \cdot R_2 + i_3 \cdot R_3 + u_1 = 0. \tag{1}$$



Rys. 1. Przykłady fragmentów obwodu nieliniowego

Łatwo zauważyć, że identyczne równanie uzyskuje się dla obwodu liniowego (znak L) zawierającego w miejscu elementu nieliniowego R_1 źródło napięcia u_1. Równanie (1) jest równaniem liniowym. Charakterystyka elementu nieliniowego ma przy tym postać: $i_1 = f(u_1)$ i może być podana w postaci wykresu, tabeli, wzoru (rys. 2a).

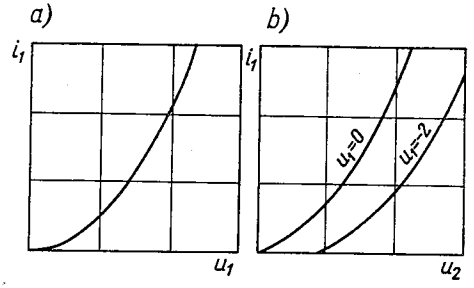
W przypadku elementów nieliniowych bardziej złożonych może wystąpić charakterystyka o postaci np. $i_1 = f(u_1, u_2)$ (rys. 2b). Przykład fragmentu obwodu zawierającego element o charakterystyce jak na rys. 2b przedstawia rys. 1b.

Równania oczkowe powyższego fragmentu będą:

$$u_1 + i_3 R_3 = 0, \tag{2a}$$

$$u_2 + i_4 R_4 = 0. \tag{2b}$$

Równania te są identyczne z równaniami dla obwodu zawierającego w miejsce trójnika nieliniowego R_1 dwa dwójniki nieliniowe. Uogólniając można stwierdzić, że równania liniowe obwodu nieliniowego zawierającego trójniki, czwórniki i podobne elementy nie-



Rys. 2. Przykłady charakterystyk elementów nieliniowych

liniowe są identyczne z równaniami obwodu nieliniowego zawierającego wyłącznie dwójniki nieliniowe w odpowiednio większej ilości. Powyższe nie dotyczy równań nieliniowych określających charakterystyki elementów nieliniowych.

Dla uproszczenia opisu w dalszym ciągu ograniczymy się wyłącznie do rozpatrywania obwodów zawierających tylko dwójniki nieliniowe, gdyż uogólnienie rozważań na obwody zawierające bardziej złożone elementy nieliniowe nie przedstawia trudności.

Porównajmy teraz równania liniowe obwodu nieliniowego (znak N) z oznaczonym układem równań obwodu liniowego (znak L) określonego następująco:

1) Obwód L posiada takie same i w tej samej konfiguracji elementy liniowe i źródła oraz ten sam stan początkowy co obwód N.

2) Obwód L posiada ponadto n źródeł w tych miejscach, gdzie obwód N posiada dwójniki nieliniowe.

Źródła wymienione w punkcie 1 nazwijmy źródłami pierwszego rodzaju, a źródła wymienione w punkcie 2 źródłami drugiego rodzaju. Ponadto dla każdego źródła będziemy odróżniać zmienną źródłową i zmienną zwykłą kierując się kryteriami stosowanymi w przypadku źródeł w obwodach liniowych. Na przykład w obwodzie zawierającym oczko jak na rys. 1a, napięcie u_1 przyjęliśmy za zmienną źródłową, zaś prąd i_1 za zmienną zwykłą.

Wszystkie równania oczkowe i węzłowe obwodu N mają identyczną postać z odpowiednimi równaniami obwodu L. Różnica polega tylko na różnym znaczeniu użytych symboli, np. u_1 oznacza w obwodzie N napięcie na elemencie nieliniowym, zaś w obwodzie L — napięcie źródłowe.

Rozpatrzmy przypadek szczególny, a mianowicie obwód nieliniowy $N1$ posiadający jeden element nieliniowy oraz odpowiadający mu obwód liniowy $L1$. Zestawmy dla obwodu $L1$ z omówionych wyżej równań oczkowych i węzłowych układ oznaczony oraz znajdźmy dla tego obwodu rozwiązanie w symbolice operatorowej traktując i_1 jako zmienną źródłową. Będzie ono miało postać:

$$u_1(p) = a(p)+b(p)i_1(p), \tag{3}$$

gdzie $a(p)$ i $b(p)$ oznaczają pewne operatory, które otrzymuje się w wyniku rozwiązania oznaczonego układu równań obwodu $L1$. Stosując przekształcenie odwrotne uzyskuje się równanie o postaci:

$$u_1(t) = u_0(t) + g(t) * i_1(t), \tag{4}$$

przy czym symbol $*$ oznacza operację splotu, zaś $g(t)$ oryginał operatora $g(p)$ równego w symbolice Laplace'a Carsona ilorazowi $b(p)$ przez p. Oczywiście równanie o postaci (4) można otrzymać również inną dowolną metodą rozwiązywania obwodów, chociaż przekształcenia mogą być bardziej skomplikowane.

Równanie (4) przedstawia liniową zależność między napięciem a prądem elementu oznaczonego znakiem 1. W przypadku obwodu *L1* elementem tym jest źródło, przy czym często bądź prąd, bądź napięcie jest znane jako funkcja czasu. Można się jednak spotkać z zadaniem wyznaczenia obu tych zmiennych z powyższego równania przy wykorzystaniu określonego warunku dodatkowego.

W przypadku obwodu nieliniowego *N1* otrzymujemy identyczne równania oczkowe i węzłowe i za pomocą identycznych przekształceń dochodzimy do równania o postaci (4), przy czym funkcje $u_0(t)$ i $g(t)$ są tożsamościowo równe w obu obwodach. Zmienne $i_1(t)$ oraz $u_1(t)$ można wyznaczyć wykorzystując równanie (4) oraz charakterystykę elementu nieliniowego, która spełnia tu rolę wymienionego wyżej warunku dodatkowego.

Należy jeszcze zaznaczyć, że powyższe, a także i dalsze wyprowadzenia odnoszą się również do obwodu *Z1*, różniącego się od obwodów *L1* i *N1* tylko elementem pierwszym, który jest elementem nieliniowym w obwodzie *L1*, źródłem w obwodzie *L1*, zaś w obwodzie *Z1* może być dowolnym elementem dwukońcówkowym. W takim przypadku zamiast warunku dodatkowego może wystąpić cały zespół warunków dodatkowych w postaci układu równań liniowych i nieliniowych określającego zależności między prądem $i_1(t)$ a napięciem $u_1(t)$ oraz innymi prądami i napięciami elementu *1*.

Zbadajmy teraz, jakiej klasy funkcje mogą występować w równaniu (3), a w szczególności w wyrażeniu splotu.

J. Mikusiński [7] splata ze sobą funkcje klasy *K*, to jest funkcje, których całka w obszarze $0 \leqslant t \leqslant \infty$ przyjmuje wartość skończoną. G. T. Korn [6] splata ponadto funkcje Diraca różnego rzędu z funkcjami ograniczonymi. S. Węgrzyn [11] podaje wzory rachunku operatorowego, za pomocą których można obliczyć wartości splotu funkcji Diraca różnych rzędów. Wzory te są:

$$f_1(t) * f_2(t) \doteq \frac{1}{p} f_1(p) \cdot f_2(p), \tag{5}$$

$$\delta_n(t) \doteq p^n, \tag{6}$$

gdzie $\delta_n(t)$ oznacza funkcję Diraca rzędu n.

Stosując powyższe wzory otrzymujemy:

$$\delta_n(t) * \delta_m(t) \doteq \frac{1}{p} p^n p^m = \delta_{m+n-1}(t). \tag{7}$$

W równaniu (4) może wystąpić splot dwóch funkcji Diraca. Ponieważ znowu cytowana literatura nie stwierdza wyraźnie, że działanie takie jest wykonalne, celowe jest udowodnienie wzoru (7).

Według definicji mamy:

$$\delta_n(t) = \lim_{h\to 0} \frac{\delta_{n-1}(t) - \delta_{n-1}(t-h)}{h}, \tag{8}$$

$$\delta_0(t) * \delta_1(t) = \delta_0(t), \tag{9}$$

gdzie $\delta_0(t)$ oznacza funkcję skoku jednostkowego. Z (8) i (9) otrzymujemy:

$$\delta_1(t) = \lim_{h\to 0} \frac{\delta_0(t) - \delta_0(t-h)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\delta_0(t) * \delta_1(t) - \delta_0(t-h) * \delta_1(t)}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \int_0^t \frac{\delta_0(t-\tau) - \delta_0(t-\tau-h)}{h} \delta_1(\tau) d\tau = \int_0^t \delta_1(t-\tau) \cdot \delta_1(\tau) d\tau,$$

czyli:

$$\delta_1(t) = \delta_1(t) * \delta_1(t). \tag{10}$$

W identyczny sposób można udowodnić słuszność wzoru (7) dla dowolnych całkowitych nieujemnych i rzeczywistych n i m, a jeśli dodatkowo zdefiniujemy dla $n < 0$:

$$\delta_n(t) = \int_0^t \delta_{n+1}(\tau) d\tau, \tag{11}$$

to wzór (7) będzie słuszny również dla funkcji określonych równaniem (11). Funkcje te są równe zeru dla $t < 0$, zaś dla $t \geqslant 0$ są równe: $\delta_{-1}(t) = t$, $\delta_{-2}(t) = t^2$ i ogólnie $\delta_{-n}(t) = t^n$.

Z powyższego wynika, że w równaniu (4) mogą występować dowolne funkcje ograniczone oraz ponadto funkcje Diraca różnych rzędów, co pozwala stosować równanie (4) również w przypadkach przybliżania rzeczywistych przebiegów w obwodzie za pomocą funkcji Diraca.

Omówmy teraz znaczenie występujących w równaniu (4) funkcji $u_0(t)$ i $g(t)$.

W tym celu załóżmy, że $i_1(t) \equiv 0$, co jest równoznaczne z odłączeniem elementu nieliniowego. Otrzymamy w ten sposób:

$$u_1(t) = u_0(t), \tag{12}$$

$$i_1(t) \equiv 0.$$

Napięcie $u_0(t)$ ma więc charakter napięcia biegu luzem obwodu, dla którego element R_1 jest obciążeniem.

Podobnie — zakładając, że $u_0(t) \equiv 0$, zaś $i_1(t) = \delta_1(t)$ — otrzymamy:

$$u_1(t) = g(t), \tag{13}$$

$$u_0(t) \equiv 0.$$

$$i_1(t) = \delta_1(t);$$

$g(t)$ jest więc odpowiedzią obwodu na wymuszenie w postaci impulsu Diraca.

W przypadku obwodu o n dwójnikach nieliniowych ($n > 1$) proste uogólnienie równania (4) prowadzi do układu równań:

$$u_i(t) = u_{0i}(t) + \sum_{j=1}^{n} g_{ij}(t) * i_j(t), \qquad i = 1 \div n \tag{14}$$

gdzie $i_j(t)$ oznacza prąd płynący przez j-ty element obwodu będący elementem nieliniowym ($j \leqslant n$). Znaczenie funkcji $u_{0i}(t)$ oraz $g_{ij}(t)$ jest analogiczne jak funkcji w obwodzie o jednym dwójniku nieliniowym.

Nie zawsze jednak jest możliwe otrzymanie układu równań liniowo niezależnych o postaci (14). W przypadku dwóch elementów nieliniowych R_k i R_l połączonych równolegle będziemy bowiem mieli:

$$u_k(t) \equiv u_l(t) \tag{15}$$

i tym samym równanie k-te musi być identyczne z równaniem l-tym. Równania te oczywiście są liniowo zależne. Taka postać układu równań nie jest stosowana dla obliczania obwodu. Jedno z powyższych równań należy więc usunąć z układu uzupełniając układ równocześnie równaniem (15).

Zakładając $i_k = \delta(t)$, $i_l = 0$, a następnie $i_k = 0$, $i_l = \delta(t)$ dochodzimy do równości:

$$g_{ik} = g_{il}. \tag{16}$$

Równania (14) można więc uprościć wprowadzając nową zmienną:

$$i_x(t) = i_k(t) + i_l(t). \tag{17}$$

Podobnie w przypadku elementów nieliniowych R_s i R_t połączonych szeregowo będziemy mieli

$$i_s(t) = i_t(t). \tag{18}$$

Dla uproszczenia układu równań wprowadzimy:

$$u_x(t) = u_s(t) + u_t(t). \tag{19}$$

Równania (15) i (18) określają proste liniowe jednorodne zależności między zmiennymi elementów nieliniowych. W obwodach elektrycznych mogą jednak wystąpić również i bardziej złożone liniowe jednorodne zależności i nie zawsze można w prosty sposób zmniejszyć ilość zmiennych występujących w równaniach przez wprowadzenie nowych zmiennych jak we wzorach (17) i (19).

Dalszą komplikację wzorów powoduje fakt, że w charakterystykach elementów nieliniowych występują nie tylko prąd i napięcie, ale także i inne zmienne, jak skojarzenie magnetyczne i ładunek. Celowe jest stosowanie tych samych zmiennych we wszystkich równaniach obwodu. Oznaczając zmienne ogólnie przez x i y w najogólniejszym przypadku dla obwodu, w którym występuje „z" liniowych jednorodnych zależności między zmiennymi elementów nieliniowych, otrzymujemy układ równań o postaci:

$$y_i(t) = y_{0i}(t) + \sum_{j=n-2+1}^{n} g_{ij}(t) * y_j(t) + \sum_{j=1}^{n} g_{ij}(t) * x_j(t), \qquad i = 1 \div (n-z) \tag{20a}$$

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^{n-z} g_{ij}(t) * x_j(t), \tag{20b}$$

$$i = (n-z+1) \div n$$

$$y_i = y_i(x_i), \tag{20c}$$

$$i = 1 \div n$$

przy czym wszystkie lub niektóre z charakterystyk elementów nieliniowych mogą również mieć postać:

$$y_i = y_i(x_i, x_{i+1}) \tag{20d}$$

itp. Należy przy tym zwrócić uwagę, że charakterystyka o postaci (20d) zastępuje w układzie równań (20) dwie lub więcej charakterystyk o postaci (20c) zgodnie z omówieniem w rozdz. 2.

3. ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ OBWODU NIELINIOWEGO

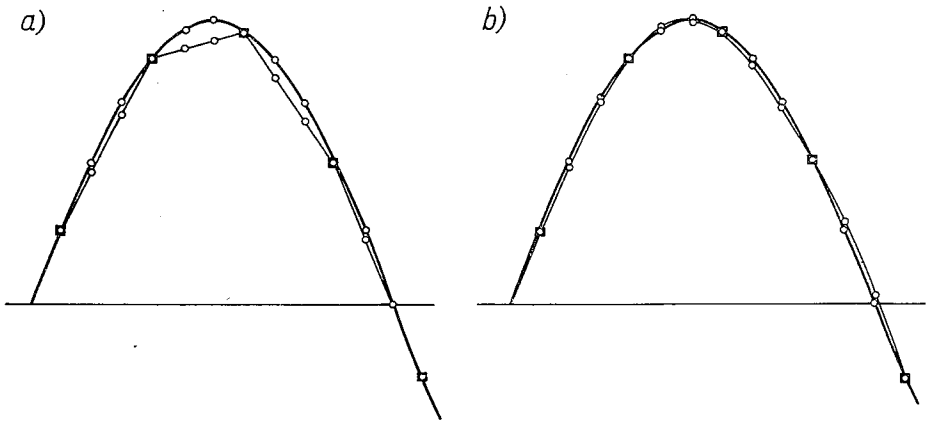
3.1. Zasady ogólne

Istnieje wiele sposobów rozwiązania układu równań nieliniowych metodami numerycznymi, z których jedne pozwalają na uzyskanie wyników o danej dokładności w sposób bardziej, a inne mniej ekonomiczny. Uprzednie jednak określenie ekonomiczności metody rzadko jest możliwe. Wobec tego dobór metody przeprowadza się najczęściej tylko na podstawie praktyki.

Poniżej przedstawiono adaptację bardzo rozpowszechnionej metody krokowej przy uwzględnieniu kilku mało różniących się odmian do rozwiązywania wyprowadzonych wyżej równań. Metoda krokowa opiera się na podziale całego przedziału czasu, w którym obliczamy nasze przebiegi, na szereg drobnych odcinków o równej długości. Krokiem nazywamy przy tym zespół obliczeń związany z jednym takim odcinkiem, zaś długością kroku nazywamy długość tego odcinka. Długość tę oznaczamy symbolem h. Następnie funkcje występujące w równaniach, zarówno wiadome, jak i niewiadome, przybliżamy odcinek po odcinku prostymi funkcjami: łukami parabol lub odcinkami linii prostej. Zabieg ten nazywamy aproksymacją, zaś końce powyższych odcinków węzłami aproksymacji. W ramach tego opracowania wykorzystamy aproksymację liniową i kwadratową (to jest przy wykorzystaniu łuków parabol drugiego stopnia). Dzięki temu uzyskujemy dużą prostotę obliczeń i stosunkowo wysoką ich ekonomię. Żądaną dokładność osiąga się przez dobranie odpowiedniej odmiany aproksymacji, przede wszystkim jednak przez dobranie stosownej długości kroku.

W liniowej aproksymacji funkcji $y(t)$ przeprowadzamy odcinki prostej przez następujące pary punktów $y(0)$, $y(h)$—$y(h)$, $y(2h)$—$y(2h)$, $y(3h)$. W aproksymacji kwadratowej odcinki parabol przeprowadzamy przez trójki punktów $y(0)$, $y(h)$, $y(2h)$—$y(2h)$, $y(3h)$, $y(4h)$ itp. albo przez trójki $y(h)$, $y(2h)$, $y(3h)$—$y(3h)$, $y(4h)$, $y(5h)$ itd. W aproksymacji kwadratowej przy tej samej długości kroku można więc zastosować dwie różne funkcje aproksymujące.

Rysunek 3 przedstawia aproksymację liniową (a) i kwadratową (b) sinusoidy przy długości kroku $h = 45°$. Węzły aproksymacji leżą przy tym w punktach 15°, 60° itp. Różnice między krzywą aproksymacji a funkcją zadaną są w przypadku aproksymacji kwadratowej już zupełnie niewielkie pomimo stosunkowo dużej długości kroku.



Rys. 3. Aproksymacja funkcji $\sin x$ o długości kroku 45°: a) liniowa, b) kwadratowa

W oparciu o takie aproksymacje można napisać wzory wyrażające całki i pochodne funkcji jako liniowe funkcje jej konkretnych wartości dla $t = 0$, h, $2h$ itd. Na przykład:

$$g(t) * i_1(t) \approx Ag(0)i_1(h) + Bg(h)i_1(0), \qquad (21)$$
$$t = h$$

gdzie A i B — znane współczynniki liczbowe.

Wstawiając (21) do (4) otrzymamy dla $t = h$:

$$u_1(h) = u_0(h) + Ag(0)i_1(h) + Bg(h)i_1(0). \qquad (22)$$

Wartość $i_1(0)$ jest znana z warunków początkowych. Równanie zawiera więc dwie niewiadome $u_1(h)$ oraz $i_1(h)$, które można wyznaczyć posiłkując się dodatkowo charakterystyką elementu nieliniowego (zob. niżej rozdz. 3.6).

Opierając się o podane zasady ogólne w dalszym ciągu omówimy szczegółowo metody rozwiązywania układu równań obwodu nieliniowego.

3.2. Przekształcenia funkcji równań obwodu

W konkretnych obwodach mogą występować przebiegi stosunkowo wolno zmienne w całym zakresie przeliczeń, z wyjątkiem krótkich odcinków, w których występują szybkie zmiany bądź samego przebiegu, bądź też jego pochodnych. Z drugiej strony dla uzyskania dużej dokładności całkowania numerycznego przy aproksymacji liniowej należy ograniczyć wielkość stosunku drugiej pochodnej całkowanej funkcji do kwadratu długości kroku obliczeń numerycznych, a przy aproksymacji kwadratowej czwartej pochodnej do czwartej potęgi długości kroku. Stąd też w niektórych odcinkach należałoby stosować bardzo nieraz krótkie kroki, co oczywiście zwiększa pracochłonność obliczeń. Stosowanie kroków o róż-

nej długości w różnych częściach zakresu prowadzi do dużej komplikacji obliczeń. W praktyce więc bądź dopuszczamy w małych odcinkach duży błąd licząc na to, że błąd całkowity nie wzrośnie przy tym nadmiernie, bądź też stosujemy odpowiednie przekształcenia wykorzystujące własności funkcji Diraca. Mianowicie aproksymujemy funkcje występujące w obwodach przez funkcje o postaci:

$$f(t) \approx f_0(t) + \sum_{i,j} f_{ij}\delta_i(t-\alpha_j), \tag{23}$$

gdzie $\delta_1(t-\alpha_j)$ oznacza funkcję Diraca rzędu „i" występującą w czasie $t = \alpha_j$, zaś f_{ij} — współczynnik liczbowy.

Otrzymane iloczyny splotowe przekształca się w zasadzie przy zastosowaniu rachunku operatorów lub poniższego zestawienia wzorów:

$$\delta_n(t) * \delta_m(t) = \delta_{m+n-1}(t), \tag{7}$$

$$\delta_1(t) * f(t) = f(t), \tag{24}$$

$$\delta_0(t) * f(t) = \int_0^t f(\tau)\,d\tau, \tag{25}$$

$$\delta_{-1}(t) * f(t) = \int_0^t \int_0^s f(\tau)\,d\tau\,ds, \tag{26}$$

$$\delta_2(t) * f(t) = f'(t) + \delta_1(t)f(0), \tag{27}$$

$$\delta_3(t) * f(t) = f''(t) + \delta_2(t)f(0) + \delta_1(t)f'(0), \tag{28}$$

$$\delta_1(t-\alpha) * f(t) = \begin{cases} f(t-\alpha) & t > \alpha \\ 0 & t < \alpha \end{cases} \tag{29}$$

itp.

Stosując aproksymację typu podanego we wzorze (23) wykorzystujemy następnie prawo, że suma współczynników przy $\delta_i(t-\alpha_j)$ w lewej stronie równania musi być równa sumie współczynników przy $\delta_i(t-\alpha_j)$ w prawej stronie równania dla każdej pary wskaźników i, j oddzielnie.

Jeśli na przykład w równaniu (4) wystąpi

$$u_0(t) = a(t) + V\delta_1(t), \tag{30}$$

to tym samym przynajmniej jeszcze jeden wyraz tego równania musi zawierać impuls Diraca, np:

$$u_1(t) = b(t) + U\delta_1(t) \tag{31}$$

lub

$$g_1(t) * i_1(t) = g_0(t) * c(t) + R_1 I_1 \delta_1(t). \tag{32}$$

Przyrównując wyrażenia przy δ_1 w obu stronach równania (4) otrzymamy:

$$U = V + R_1 I_1. \tag{33}$$

Równania (30)÷(33) mają sens tylko wówczas, jeśli można przyjąć, że charakterystyka elementu nieliniowego jest liniowa w obszarze dużych wartości zmiennych. Na przykład

w obszarze małych napięć $i = a \cdot u^2$, zaś w obszarze dużych napięć $i = b+cu$. Przypadek taki stanowi diodowa detekcja kwadratowa, jeśli na diodzie oprócz prostowanego napięcia pojawiają się duże impulsy zakłócające. Wówczas dla tych impulsów możemy w równaniu (33) podstawić:

$$U = RI_1.$$

Otrzymamy wówczas:

$$RI_1 = V+R_1I_1, \tag{34}$$

skąd

$$I_1 = \frac{V}{R-R_1}. \tag{35}$$

Równanie (35) określa w przybliżeniu stosunek między amplitudą prądu a amplitudą napięcia „biegu luzem" o postaci impulsu o dużej amplitudzie i stromych zboczach, przy czym R_1 przyjmuje na ogół wartość ujemną. W analogiczny sposób postępuje się w przypadku wystąpienia więcej niż jednej funkcji Diraca.

Podobnie postępując można funkcję nieciągłą rozbić na sumę funkcji ciągłej oraz funkcji $a\delta_0(t)$, a także funkcję o pierwszej pochodnej nieciągłej na sumę funkcji o pierwszej pochodnej ciągłej oraz funkcji $b\delta_{-1}(t)$ (zob. wzór 11), gdzie a i b oznaczają odpowiednie stałe. W tym ostatnim przypadku jednak—zgodnie ze wzorem (25)—wystąpią w równaniach całki wielokrotne.

3.3. Wzory numerycznego całkowania i różniczkowania

W tablicy 1 zestawiono współczynniki najważniejszych wzorów dla dowolnej funkcji $y(t)$ oraz dla funkcji $y_1(t)$ spełniającej dodatkowo warunki

$$y_1(x)\underset{t=0.}{=} 0, \tag{36a}$$

$$\frac{dy_1}{dx}\underset{t=0,}{=} 0. \tag{36b}$$

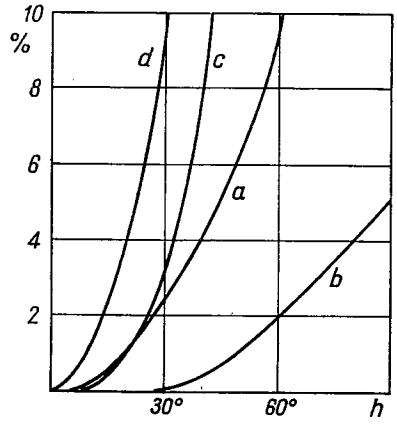
Jak już wyżej wspomnieliśmy, dużą dokładność aproksymacji liniowej uzyskuje się dla funkcji $y(t)$ i $y_1(t)$, mających wyższe pochodne, począwszy od drugiej, o małej wartości bezwzględnej. W przypadku aproksymacji kwadratowej to samo dotyczy wyższych pochodnych począwszy od czwartej.

Sposób korzystania z tej tablicy objaśniają przykłady:
wzór (41)

$$y''(3h) = \frac{1}{h^2}[1y(h)-2y(2h)+1y(3h)];$$

wzór (42)

$$\int_0^{4h} y(\tau)d\tau = h\left[\frac{1}{3}y(0)+\frac{4}{3}y(h)+\frac{2}{3}y(2h)+\frac{4}{3}y(3h)+\frac{1}{3}y(4h)\right].$$



Rys. 4. Średni błąd pierwotny w zastosowaniu do funkcji $\sin x$ następujących wzorów numerycznych: a) (39) i (51); b) (42), (43), (44) i (52); c) (38); d) (55)

Wzory podane w tablicy 1 mają budowę cykliczną, dzięki czemu można je łatwo rozszerzyć na dalsze kroki. Wiele tych wzorów znajduje się w podręcznikach rachunku numerycznego. Pewnych objaśnień wymagają tylko podane w tabl. 1 wzory (42), (43) i (44).

Korzystamy tu z następujących wyprowadzeń:

Wzór Lagrange'a aproksymacji kwadratowej $y_q(t)$ funkcji $y(t)$ ma postać:

$$y_q(t) = y(0)+\frac{t}{h}[y(0)-y(h)]+\frac{t}{h}\left(\frac{t}{h}-1\right)[y(0)-2y(h)+y(2h)]. \tag{45}$$

Całkując ten wzór w granicach od 0 do $2h$ otrzymuje się znany wzór Simpsona. Natomiast całkując wzór (45) w granicach od 0 do h otrzymamy:

$$\int_0^h y_q(t) = h\left[\frac{5}{12}y(0)+\frac{2}{3}y(h)-\frac{1}{12}y(2h)\right]. \tag{46}$$

Dla funkcji $y_1(t)$ przybliżenie kwadratowe ma prostą postać:

$$y_{q1}(t) = \left(\frac{t}{h}\right)^2 y(h), \tag{47}$$

skąd:

$$\int_0^h y_{q1}(\tau)\,d\tau = \frac{h}{3}y(h). \tag{48}$$

Łącząc wzór (46) ze wzorem Simpsona dla przedziału $0-3h$ oraz $0-5h$ otrzymamy:

$$\int_0^{3h} y_q(t)\,dt = h\left[\frac{5}{12}y(0)+y(h)+\frac{5}{4}y(2h)+\frac{1}{3}y(3h)\right], \tag{49a}$$

$$\int_0^{5h} y_q(t)\,dt = h\left[\frac{1}{3}y(0)+\frac{4}{3}y(h)+\frac{3}{4}y(2h)+y(3h)+\frac{5}{4}y(4h)+\frac{1}{3}y(5h)\right]. \tag{49b}$$

Tablica 1

Wzory numeryczne*)

Nr wzoru i symbol	Mnożnik	t	$y(0)$	$y(h)$	$y(2h)$	$y(3h)$	$y(4h)$	$y(5h)$	$y(6h)$
(37) y	1	0	1	0	0	0	0	0	0
		h	0	1	0	0	0	0	0
		$2h$	0	0	1	0	0	0	0
(38) y'	$\frac{1}{h}$	0	-1	1	0	0	0	0	0
		h	0	-1	1	0	0	0	0
		$2h$	0	0	-1	1	0	0	0
(39) $\int_0^t y(\tau)\,d\tau$	h	h	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0
		$2h$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
		$3h$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0
(40) y'	$\frac{1}{h}$	$2h$	$\frac{1}{2}$	-2	$\frac{3}{2}$	0	0	0	0
		$3h$	0	$\frac{1}{2}$	-2	$\frac{3}{2}$	0	0	0
		$4h$	0	0	$\frac{1}{2}$	-2	$\frac{3}{2}$	0	0
(41) y''	$\frac{1}{h^2}$	$2h$	1	-2	1	0	0	0	0
		$3h$	0	1	-2	1	0	0	0
		$4h$	0	0	1	-2	1	0	0
(42) $\int_0^t y(\tau)\,d\tau$	h	$2h$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0
		$3h$	$\frac{5}{12}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0
		$4h$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0
		$5h$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{3}$	0
(43) $\int_0^t y_1(\tau)\,d\tau$	h	h	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0
		$2h$	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0
		$3h$	0	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0
		$4h$	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0
		$5h$	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{3}$	0
		$6h$	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$
(44) $\int_0^t y_1(\tau)\,d\tau$	h	h	0	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0
		$2h$	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0
		$3h$	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0
		$4h$	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0
		$5h$	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0

*) Dla aproksymacji liniowej wzory (37), (38) i (39), dla kwadratowej: (37), (40) ÷ (44).

Podobnie łącząc wzory (48) i (42) otrzymuje się wzór (43) (tabl. 1), przy czym ze względu na $y_1(0) = 0$ można w pierwszej rubryce tego wzoru postawić dowolne liczby, np. 0. Łącząc wzór (48) i wzór Simpsona otrzymuje się wzór (44).

Wzory (41)÷(44) dogodnie jest stosować do obliczania splotu $g(t)*(t)$ podstawiając dla czasu nh:

$$y(0) = g(nh)x(0), \tag{50a}$$

$$y(h) = g\big((n-1)h\big)x(h) \tag{50b}$$

itp.

Dla obliczenia całek niesplotowych dogodnie jest stosować wzory rekurencyjne: (51) dla aproksymacji liniowej i (52) dla kwadratowej:

$$z_n(T+h) = z_n(T)+\frac{1}{2}z_{n-1}(T-h)+\frac{1}{2}z_{n-1}(T+h), \tag{51}$$

$$n = 1, 2, 3 \ldots;$$

$$Z_n(T+h) = z_n(T)-\frac{1}{12}z_{n-1}(T-h)+\frac{2}{3}z_{n-1}(T)+\frac{5}{12}z_{n-1}(T+h), \tag{52}$$

$$n = 1, 2, 3 \ldots,$$

gdzie:

$$z_0(t) = y(t), \tag{53}$$

$$z_n(t) = \int_0^t z_{n-1}(\tau)\,d\tau. \tag{54}$$

Przydatny może być również wzór oparty o aproksymację III stopnia [3]:

$$y'(T) \approx \frac{1}{h}\left[-\frac{1}{3}y(T-3h)+\frac{2}{3}y(T-2h)-3y(T-h)+\frac{11}{6}y(T)\right]. \tag{55}$$

3.4. Analiza błędów

Stosując wzory (38)÷(44), (51), (52) i (55) popełnia się w każdym kroku błąd związany z przybliżonym charakterem tych wzorów. Błąd ten nazywamy błędem pierwotnym. Ponadto jednak w drugim i dalszych krokach popełnia się błąd dodatkowy związany ze stosowaniem w tych wzorach przybliżonych wartości szukanych funkcji, znalezionych w poprzednich krokach. Błąd ten nazywamy także błędem kumulacji lub błędem lawinowym.

Średnią wartość bezwzględnej wartości błędu pierwotnego popełnianego przy zastosowaniu do całkowania sinusoidy podanych tu wzorów przedstawia rys. 4 dla różnych długości kroku h. Zwraca tu uwagę bardzo mała wartość średniego błędu przy zastosowaniu wzorów (42), (43), (44) i (52) oraz długości kroku poniżej 1/12 okresu.

Z błędem pierwotnym powyższych wzorów wiąże się błąd pierwotny obliczania niewiadomej, np. prądu elementu nieliniowego z równania (4), (14) i (20). Z równania (4) i (39) otrzymamy:

$$u(T) = u_0(T)+\frac{1}{2}hg(0)i(T)+hg(h)i(T-h)+ \ldots \tag{56}$$

W równaniu tym znane są wszystkie wyrażenia z wyjątkiem $u(T)$ oraz $i(T)$, które jednak można z tego równania obliczyć przy dodatkowym wykorzystaniu charakterystyki elementu nieliniowego. Wartość $u(T)$ jest przy tym obarczona błędem pierwotnym C_0, wynikającym z błędu numerycznego całkowania $m_1(T)$ (rys. 4). Oczywiście również wartość $i(T)$ jest obarczona błędem płynącym z tego samego źródła.

Dla obliczenia:

$$\bar{u}(t) = u(t) - C_0 \tag{57}$$

można posłużyć się poniższym równaniem, oczywiście jeśli jest znane $m_1(T)$:

$$\bar{u}(T) = u_0(T) - m_1(T) + \frac{1}{2} hg(0)\bar{i}(T) + hg(h)i(T-h) + \ldots \tag{58}$$

Odejmując stronami (56) oraz (58) otrzymamy:

$$C_0 = m_1(T) + \frac{1}{2} hg(0)[i(T) - \bar{i}(T)], \tag{59}$$

przy czym:

$$i(T) - \bar{i}(T) = R(T)[u(T) - \bar{u}(T)] = R(T)C_0, \tag{60}$$

gdzie $R(T)$ oznacza nachylenie charakterystyki elementu nieliniowego w jednym z bliżej nieokreślonych punktów w przedziale $[i(T), \bar{i}(T)]$; stąd:

$$C_0 = \frac{m_1(T)}{1 - \frac{1}{2} hR(T)g(0)}. \tag{61}$$

Analogicznie dla wzorów (42)÷(44) będzie:

$$C_0 = \frac{m_2(T)}{1 - \frac{1}{3} hR(T)g(0)}, \tag{62}$$

gdzie $m_2(T)$ oznacza błąd numerycznego całkowania przy aproksymacji kwadratowej.

Udowodnimy obecnie dla obwodu o jednym dwójniku nieliniowym twierdzenie, że w rozwiązaniach krok po kroku obwodu niegeneracyjnego przy zastosowaniu wzorów (4), (39), (41) i (42) oraz nienazbyt dużych kroków h błąd kumulacji zanika, natomiast przy zastosowaniu wzorów (4) i (44) w tych samych warunkach w wielu przypadkach błąd kumulacji narasta oscylacyjnie.

Błąd kumulacji C_1 wynikły z błędu pierwotnego C_0 popełnionego w poprzednim kroku obliczamy podobnie, jak powyżej obliczyliśmy C_0. Wynosi on dla wzoru (39):

$$C_1 = \frac{hd}{1 - \frac{1}{2} hd} C_0 = DC_0, \tag{63}$$

gdzie symbolem d oznaczono jedną z wartości iloczynu wartości chwilowej odpowiedzi obwodu g przez nachylenie charakterystyki elementu nieliniowego w pewnych, bliżej nieokreślonych punktach w zakresie kroku.

Oznaczając przez D_m maksymalną wartość wartości bezwzględnej wyrażenia D otrzymamy dla $D < 1$:

$$|C_r| \leqslant |C_0|D_m(1+D_m+D_m^2+ \ldots +D_m^{r-1}) = \frac{|C_0|D_m(1-D_m^r)}{1-D_m}. \tag{64}$$

Ze wzoru tego wynika, że dla $|D| < 1$ błąd kumulacji przyjmuje wartość ograniczoną, zaś szybko zanika dla małych długości kroku, niezależnie od tego, czy D jest ujemne, czy dodatnie.

Wprowadzając oznaczenie:

$$D_1 = \frac{\frac{2}{3}hd}{1-\frac{1}{3}hd} \tag{65}$$

otrzymujemy dla wzorów (42) i (43), dla C_0 powstałego w kroku nieparzystym oraz dla $d = \text{const}$:

$$C_1 = 2D_1C_0, \tag{66}$$

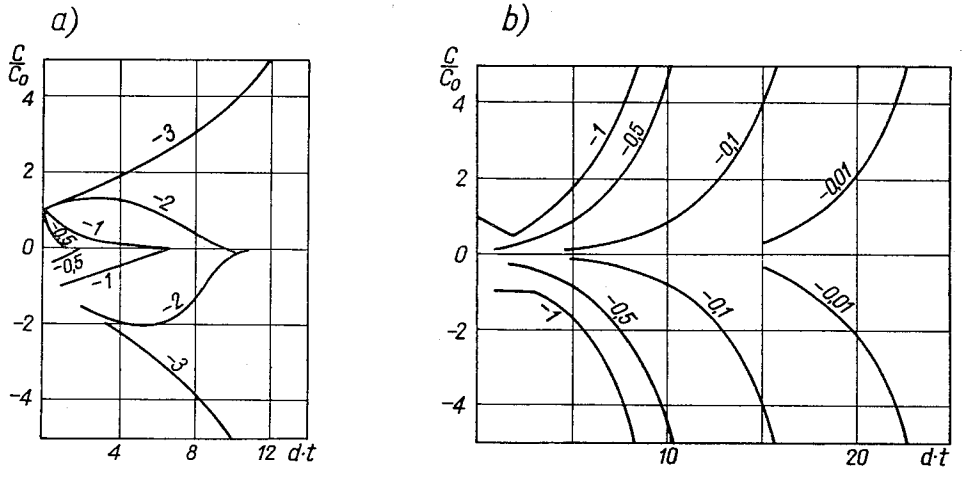
$$C_2 = \frac{15}{8}D_1C_1+\frac{3}{2}D_1C_0 \tag{67}$$

$$C_3 = 2D_1C_2+D_1C_1+2D_1C_0 \tag{68}$$

oraz wzory rekurencyjne dla r parzystych (69) i nieparzystych (70):

$$C_r = C_{r-2}+D_1\left(\frac{15}{8}C_{r-1}+\frac{3}{2}C_{r-2}-\frac{7}{8}C_{r-3}+\frac{1}{2}C_{r-4}\right), \tag{69}$$

$$C_r = C_{r-2}+D_1(2C_{r-1}+C_{r-2}). \tag{70}$$



Rys. 5. Względny błąd kumulacji rozwiązywania równania splotowego (4) przy zastosowaniu wzorów: a) (42) lub (43); b) (44); parametr hd [d określa wzór (63)], t — czas, h — długość kroku

Podobne wzory uzyskuje się dla C_0 powstałego w kroku parzystym. Analityczna dyskusja tych wzorów jest skomplikowana. Z tego względu poprzestano na przedstawieniu wykresów błędu kumulacji (rys. 5). Z wykresów tych wynika, że dla wartości iloczynu hd w granicach od 0 do -2 błąd kumulacji szybko zanika.

Dla dodatnich wartości D_1 dużo mniejszych od jedności, a więc dla obwodu generacyjnego:

$$C_r = C_{r-2}+3D_1C_{r-1} \approx 2D_1C_0e^{\frac{3t}{2H_1}}, \tag{71}$$

gdzie H_1 oznacza długość kroku, dla którego $D_1 = 1$. Przy dużych D_1 dodatnich błąd kumulacji szybko narasta.

Dla ostatniego wreszcie wzoru (44), dla $d = \text{const}$ będziemy mieli:

$$C_1 = 2D_1C_0, \tag{72}$$

$$C_2 = 2D_1C_1+D_1C_0, \tag{73}$$

$$C_r = C_{r-2}+D_1(2C_{r-1}+C_{r-2}), \tag{74}$$

gdzie D_1 jest dane wzorem (65).

Dla małych dodatnich wartości D_1 błąd kumulacji jest dany również i dla wzoru (44) przez równanie (71).

Dla małych ujemnych wartości D_1 błąd kumulacji w pierwszych krokach ma znak przeciwny niż C_0, przy czym zanika ze stałą czasową $\frac{3}{2}H_1$, następnie pojawiają się wyrazy ze znakiem przeciwnym niż C_0, zaś błąd kumulacji zaczyna narastać według krzywej:

$$C_r \approx D_1C_0e^{\frac{t}{2H_1}}, \tag{75}$$

gdzie H_1 oznacza długość kroku, dla którego $D_1 = 1$ (rys. 5b).

Łatwo można wyprowadzić wzory dla przypadku, gdy $d(t)$ zanika ekspotencjonalnie ze stałą czasową H_2:

$$|C(t)| \approx |DC_0|\exp\left(-\frac{t}{H_2}+\frac{3t}{2H_1}\right), \tag{76}$$

$$1 \gg D > 0,$$

$$|C(t)| \approx |DC_0|\exp\left(-\frac{t}{H_2}+\frac{t}{2H_1}\right), \tag{77}$$

$$-1 \ll D < 0.$$

Wreszcie przy skończonej, lecz dość znacznej ilości wyrazów r:

$$|C_r| = (0{,}5 \div 1{,}5)r\,|DC|_{śr}, \tag{78}$$

gdzie współczynnik 1,5 stosuje się, gdy wszystkie wyrazy są tego samego znaku, współczynnik 0,5, gdy wszystkie wyrazy są na przemian znaków przeciwnych, zaś $|D-C|_{śr}$ oznacza średnią ważoną. Z tych ostatnich wzorów wynika, że błąd kumulacji zanika również wtedy, gdy funkcja $d(t)$ zanika w czasie krótszym od H_1.

Należy jeszcze nadmienić, że charakter funkcji określonych wzorami (75)÷(77) zależy od parametrów obwodu, natomiast nie zależy od długości kroku. Wynika stąd wniosek, że istnieją również przypadki, gdy przy zastosowaniu wzoru (44) można uzyskać niewielki błąd kumulacji. Częstsze są jednak przypadki, gdy błąd ten osiąga znaczne, niedopuszczalne rozmiary. Na ogół też lepszą dokładność uzyskuje się przy zastosowaniu wzorów (42) i (43).

W przypadku stosowania wzorów opartych o aproksymację wyższych stopni również można obserwować oscylacyjne narastanie błędu.

3.5. Dobór długości kroku i odmiany metody

O doborze właściwej długości kroku w obliczeniach numerycznych decyduje w większości przypadków doświadczenie rachmistrza i w zasadzie brak jest odpowiednich wzorów dla teoretycznego określenia takiego doboru. Często zaleca się przeprowadzanie obliczeń z dokładnością dla jednego kroku strokrotnie lepszą od wymaganej dla całości obliczeń. Zaleca się też przeprowadzenie obliczeń dwukrotnie dla dwóch różnych długości kroku, przy czym uważa się, że obliczenia są prawidłowe, jeśli różnica między oboma wynikami jest dostatecznie mała. Często jedynym sprawdzianem prawidłowości wyniku jest jego „wygładzenie", to jest brak załamań i falistości w krzywej wyniku o okresie równym długości kroku.

W przypadkach obliczania obwodów elektrycznych bardziej przydatna jest na ogół reguła robocza oparta o określenie pasma częstotliwości, jakie jest potrzebne do oddania przebiegów w obwodzie bez nadmiernego zniekształcenia: ściśle — górna granica tego pasma. Przy konstruowaniu obwodów niejednokrotnie częstotliwość ta jest znana.

Stosując kroki o długości 0,05÷0,08 okresu częstotliwości granicznej oraz wzór (42) lub (43) uzyskuje się dużą dokładność w przypadku nienadmiernie dużego błędu kumulacji. Dla wzoru (39) należy stosować kroki około czterokrotnie krótsze.

Wzory oparte o aproksymację kwadratową są tu więc znacznie wydajniejsze, chociaż wymagają obszerniejszych prac wstępnych. We wzorze (42) występują trudności startowe: przeważnie kilka pierwszych kroków o mniejszej długości trzeba obliczyć najpierw posługując się wzorem (39) i potem dopiero zastosować wzór (42). Trudności te nie występują w przypadku stosowania wzoru (43), wówczas jednak przeważnie jest niezbędny rozkład elementu nieliniowego na dwa elementy: liniowy oraz nieliniowy, spełniający warunki (36a) i (36b).

W przypadku niektórych obwodów, dla których po odpowiednich przekształceniach równań (4), (14) lub (20) wystąpią pochodne zmiennych elementów nieliniowych, staje się bardziej celowe zastosowanie innych metod, np. metody Runge-Kutta [2], [3].

3.6. Sposób przeprowadzania obliczeń

W pierwszym etapie obliczeń rozwiązuje się obwód nieliniowy w sposób identyczny jak i obwód liniowy względem napięć lub prądów płynących przez elementy nieliniowe, traktując przy tym formalnie napięcia, prądy lub ewentualnie inne zmienne elementów nieliniowych jak zmienne źródłowe w sposób podany w rozdz. 2. Następnie analizuje się

otrzymane przebiegi i na tej podstawie ustala częstotliwość graniczną, a stąd długość kroku, i dobiera odpowiednie wzory numeryczne oraz plan obliczeń. Typowy plan obliczeń polega na zastosowaniu ciągów liczbowych, co omówiono poniżej.

Najczęściej spotykany jest przypadek obwodu o jednym dwójniku nieliniowym, określony równaniem (4), jeśli dwójnik ten jest opornością rzeczywistą, natomiast ogólny przypadek określa wzór:

$$y(t) = y_0(t)+g(t)*x(t), \tag{79}$$

gdzie y i x oznaczają zmienne elementu nieliniowego: prąd, napięcie, ładunek lub skojarzenie. Długość kroku można ustalić w oparciu o większą z górnych częstotliwości granicznych widm funkcji $y_0(t)$ oraz $g(t)$. Ponadto znane są $y(0)$ oraz $x(0)$.

Zastępując w równaniu (79) wyrażenie splotu jego przybliżeniem numerycznym dla aproksymacji liniowej i oznaczając przez $S(T)$ sumę wszystkich znanych wyrazów tego wyrażenia otrzymujemy równanie:

$$y(T) = y_0(T)+S(T)+\frac{1}{2}g(0)hx(T). \tag{80}$$

Tablica 2

Tablica rozwiązania obwodu o jednym elemencie nieliniowym

1	2	3	4	5	6	7	8	9
					S			
$\frac{t}{h}$	$y_0(t)$	$S(t)$	$y_0(t)+S(t)$	$x(t)$	$\frac{t}{h}=1$	2	3	4
0								
1								
2								

itd.

Aby obliczyć wyrażenie $S(T)$, posługujemy się ciągiem liczbowym utworzonym w oparciu o wzór (39):

$$hg(h), \quad hg(2h), \quad hg(3h) \text{ itd.}, \tag{81}$$

a także wzorem z tabl. 2. Rubrykę 2 wypełniamy wartościami funkcji $y_0(t)$ dla $t = 0, h, 2h$ itd, zaś w rubryce 5 w wierszu zerowym wpisujemy wartość $x(0)$, a następnie w tym samym wierszu w dalszych rubrykach wpisujemy — posiłkując się ciągiem (81) — poniższe iloczyny:

$$\frac{1}{2}hx(0)g(h), \quad \frac{1}{2}hx(0)g(2h), \quad \frac{1}{2}hx(0)g(3h) \text{ itp.} \tag{82}$$

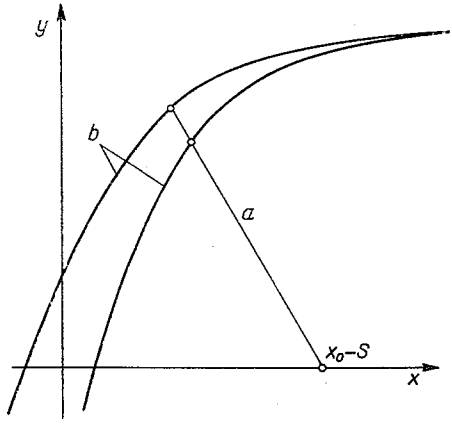
W dalszym ciągu wyraz z rubryki 6 przenosimy do wiersza 1 w rubryce 3 oraz obliczamy i wpisujemy w rubryce 4 wartość zgodnie z nagłówkiem dla $t = h$. Obecnie już z równania (80) i charakterystyki elementu nieliniowego możemy znaleźć wartość $x(h)$, którą wpisujemy w wierszu 1 rubryki 5. W przypadku przeprowadzania obliczeń z niezbyt dużą dokładnością, można wartość $x(h)$ znaleźć graficznie (rys. 8). W razie występowania pętli

histerezy obieramy z otrzymanych dwóch rozwiązań rozwiązanie leżące na właściwej gałęzi pętli (rys. 6). Obecnie posiłkując się ciągiem (81) obliczamy i wpisujemy począwszy od rubryki 7 w wierszu 1 wartości:

$$hx(h)g(h), \quad hx(h)g(2h), \quad hx(h)g(3h) \text{ itp.}, \tag{83}$$

a sumę wyrazów rubryki 7:

$$S(2h) = \frac{1}{2}hx(0)g(2h)+hx(h)g(h) \tag{84}$$



Rys. 6. Graficzne rozwiązanie układu złożonego z równania (22) i charakterystyki elementu nieliniowego

wpisujemy w wierszu 2 rubryki 3. Postępując tak dalej znajdujemy dalsze wartości w interesującym nas zakresie.

Ze wzorów (42) lub (43) otrzymujemy analogicznie do równania (80):

$$y(T) = y_0(T)+S(T)+\frac{1}{3}g(0)x(T). \tag{85}$$

Aby obliczyć wyrażenie $S(T)$ sporządzamy trzy ciągi:

$$\frac{1}{3}hg(h), \quad \frac{5}{12}hg(2h), \quad \frac{1}{3}hg(3h), \quad \frac{1}{3}hg(4h) \text{ itp.} \tag{86}$$

$$\frac{4}{3}hg(h), \quad hg(2h), \quad \frac{4}{3}hg(3h), \quad \frac{4}{3}hg(4h) \text{ itp.} \tag{87}$$

$$\frac{5}{4}hg(h), \quad \frac{2}{3}hg(2h), \quad \frac{3}{4}hg(3h), \quad \frac{2}{3}hg(4h), \quad \frac{2}{3}hg(5h) \text{ itp.} \tag{88}$$

Pierwszym z tych ciągów posiłkujemy się w wierszu zerowym $t = 0$, drugim w wierszach nieparzystych $t = h, 3h, 5h$ itp., zaś ostatnim — w wierszach parzystych.

Wzór (42) można stosować dopiero począwszy od drugiego kroku. Dlatego wartość $x(h)$ należy obliczyć posiłkując się wzorem (39) przy odpowiednio skróconej, np. czterokrotnie, długości kroku, to jest obliczyć cztery kroki dla $h_1 = \frac{1}{4}h$.

Rozpatrzmy jeszcze przypadek, gdy w równaniu (4) lub (79):

$$g(t) = g_0(t)+\alpha\delta_1(t). \tag{89}$$

Otrzymamy z (79) i (89):

$$y(t) = y_0(t)+\alpha x(t)+g_0(t) * x(t). \tag{90}$$

Dla wzoru (42) i (43) otrzymamy przy tym równanie:

$$y(T) = y_0(T)+\left(a+\frac{1}{3}g(0)h\right)x(T)+S(T). \tag{91}$$

W równaniu (91) wyrażenie $S(T)$ jest identyczne z wyrażeniem $S(T)$ w równaniu (85). Podobnie postępujemy, gdy wyrażenie $g(t)$ zawiera funkcje Diraca innych rzędów.

Obliczanie opisywaną metodą obwodów o wielu zmiennych jest w większości przypadków równie bardzo proste.

Najpierw rozpatrzmy przykład obwodu o dwóch połączonych równolegle nieliniowych pojemności i oporności rzeczywistej oraz wprowadźmy zmienną zastępczą:

$$i = i_1+i_2 = i_1+\frac{dg}{dt}. \tag{92}$$

Stosując wzór (55) otrzymamy:

$$i(T) = i_1(T)+\frac{11}{6h}q(T)-\frac{3}{h}q(T-h)+\frac{3}{2h}q(T-2h)-\frac{1}{3h}q(T-3h). \tag{93}$$

Ze wzorów (4) oraz (39), (42) lub (43) otrzymujemy:

$$u(t) = u_0(t)+\frac{h}{3}\left[i_1(T)+\frac{11}{6h}q(t)\right]g(0)+S(T), \tag{94}$$

gdzie wzór na $S(T)$ otrzymaliśmy z (93) oraz z (42) lub (43).

Rozwiązując równanie (94) dogodnie jest posłużyć się charakterystyką zastępczą:

$$u = u\left(i_1+\frac{11}{6h}q\right). \tag{95}$$

Wzór (95) zależy nie tylko od zastosowanego wzoru na różniczkowanie numeryczne, lecz również od długości kroku.

W przypadkach gdy elementy nieliniowe nie są połączone ani szeregowo, ani równolegle, przy obliczaniu konkretnych obwodów można najczęściej przyjąć, że przenoszą one pasmo częstotliwości ograniczone od góry częstotliwością F, przy czym długość kroku jest kilkakrotnie mniejsza od okresu tej częstotliwości. Wówczas można założyć z dostateczną dokładnością:

$$g_{ij}(0) = 0 \quad \text{dla} \quad i \neq j. \tag{96}$$

Ze wzorów (96), (42) oraz (14) otrzymuje się:

$$u_i(T) = u_{0i}(T)+\frac{1}{3}g_{ii}(0)hi_i(T)+\sum_{j=1}^{n} S_{ij}(T) \tag{97}$$

$$i = 1 \div n$$

oraz podobne wyrażenie ze wzorów (39), (96) i (14):

$$u_i(T) = u_{0i}(T) + \frac{1}{2} g_{ii}(0) hi_i(T) + \sum_{j=1}^{n} S_{ij}(T). \tag{98}$$

$$i = 1 \div n$$

W praktyce mogą zajść przypadki, gdy nie można przyjąć, że równość (96) jest spełniona. Wówczas posiłkując się opisaną powyżej metodą sprowadzamy równania obwodu do układu równań liniowych o stałych współczynnikach:

$$u_i(T) = u_{0i}(T) + \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{1}{3} g_{ij}(0) hi_j(T) + S_j(T) \right] \tag{99}$$

$$i = 1 \div n$$

lub do układu podobnego. Układ ten rozwiązujemy jedną ze znanych metod rachunku numerycznego [3]. Pracochłonność przeliczeń w takim przypadku jest na ogół proporcjonalna do kwadratu ilości elementów nieliniowych.

3.7. Przykład

Obliczmy kilka pierwszych kroków dla obwodu przedstawionego na rys. 7, zawierającego element nieliniowy R_1 określony charakterystyką z rys. 8. Obwód ten pobudzono impulsem prądu o kształcie skoku jednostkowego i wartości równej 10 jednostkom.

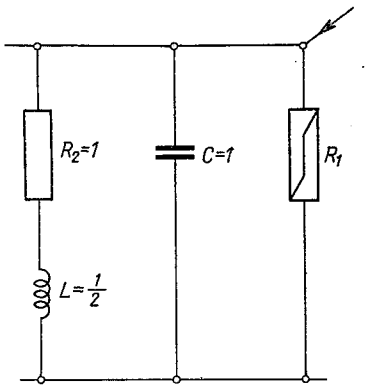
Tablica 3

Obliczenia wstępne obwodu dla $h_1 = \frac{2\pi}{36}$

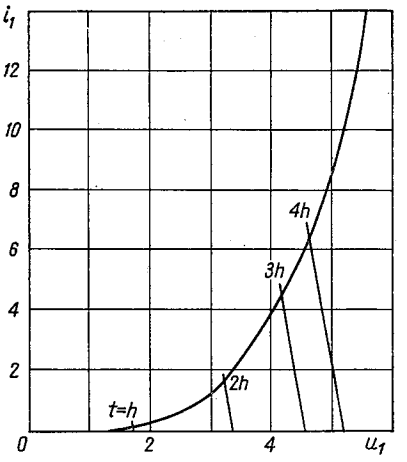
1	2	3	4
$\frac{t}{h}$	$u_0(t)$	$g(t)$	$h_1 g(t)$
0	0,0	−1,0	−0,174
1	1,71	−0,970	−0,169
2	3,38	−0,905	−0,158
3	4,88	−0,808	−0,141
4	6,27	−0,688	−0,120

Wyniki obliczeń wstępnych podaje tabl. 3 przy zastosowaniu oznaczeń równania (4). Obliczenia zestawione w tabl. 4 przeprowadzono korzystając ze wzoru (39) i sposobów podanych w rozdz. 3.6.

Rysunek 9 podaje wyniki obliczeń przy zastosowaniu wzorów (39) i (44) oraz wzorów (43) i (44) — w przypadku podwójnej długości kroku. Obliczenia z pomocą wzoru (44) doprowadziły do oscylacyjnego narastania błędu kumulacji. Stosując wzór (43), przy zwiększonej dwukrotnie długości kroku otrzymano wyniki zgodne z wynikami uzyskanymi



Rys. 7. Przykład obwodu nieliniowego

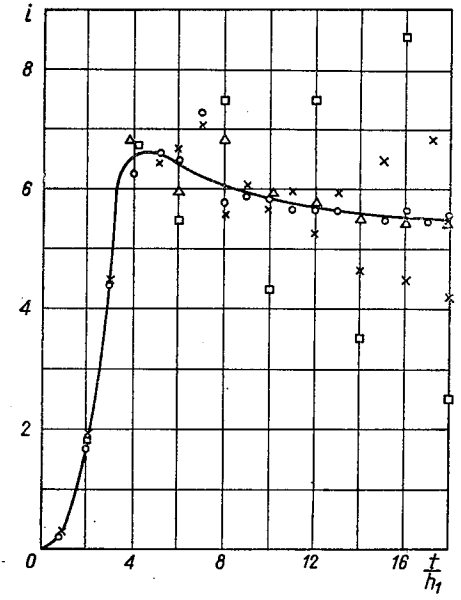


Rys. 8. Charakterystyka elementu nieliniowego

Tablica 4

Przykład obliczeń pierwszych kroków przy zastosowaniu wzoru (39)

1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{t}{h}$	u_0	S	u_0+S	i_1	$S(2h)$	$S(3h)$	$S(4h)$
0	0	0	0	0			
1	1,71	0,0	1,71	0,2	−0,03	−0,03	−0,03
2	3,38	−0,03	3,35	1,7	−0,03	−0,29	−0,27
3	4,48	−0,32	4,56	4,6		−0,32	−0,78
4	6,27	−1,08	5,19	6,5			−1,08



Rys. 9. Wyniki obliczeń przykładu obwodu nieliniowego

Oznaczenie	Numer wzoru	Długość kroku
o	39	$h = h_1$
△	43	$h = 2h_1$
×	44	$h = h_1$
▭	44	$h = 2h_1$

przy zastosowaniu wzoru (39) w całym zakresie przeliczeń, z wyjątkiem miejsca, gdzie przebieg obliczanego prądu wykazuje dużą krzywiznę, to jest dla odciętej 4. W miejscu tym kroki były zbyt duże, dlatego też powstał w tym miejscu błąd zarówno w przypadku zastosowania wzoru (39), jak i (43). W dalszych krokach błąd ten stopniowo zaniknął.

4. WNIOSKI

Opisana metoda pozwala obliczać stosunkowo dokładnie przebiegi nieustalone w obwodach nieliniowych. Porównanie z innymi metodami pod względem pracochłonności obliczeń wypada korzystnie dla metody autora w przypadku obwodów złożonych z dużej ilości elementów liniowych i niewielkiej ilości elementów nieliniowych, zwłaszcza w przypadkach przeliczania tego samego obwodu kolejno dla różnych elementów nieliniowych.

Zaletą zaprezentowanej w niniejszym artykule metody jest także jej szeroki zakres zastosowań.

Na zakończenie należy jeszcze zauważyć, że prowadząc przeliczenia obwodu podaną metodą w dostatecznie szerokim przedziale czasu, otrzymuje się przebiegi ustalone.

Autor składa wyrazy podziękowania dyr. K. Jezierskiemu i dyr. K. Markiewiczowi za umożliwienie wykonania przedstawionej tu pracy w Instytucie Metalurgii Żalaza, dziękuje również profesorom T. Zagajewskiemu, T. Cholewickiemu, L. Filipczyńskiemu i A. Macurze za wnikliwą analizę, obszerną dyskusję i cenne uwagi w związku z tą pracą.

Politechnika Śląska

WYKAZ LITERATURY

1. Cholewicki T.: Analiza obwodów elektrycznych. PWN, Warszawa 1962.
2. Collatz L.: Metody numeryczne rozwiązania równań różniczkowych. PWN, Warszawa 1960
3. Demidowicz B. P.: Metody numeryczne. PWN, Warszawa 1965.
4. Ginzburg M. M.: Połuczenije intiegralnych urawnienij dla nieliniejnych cepiej s primienienijem opieratornogo mietoda. — Elektriczestwo, 1960, nr 5, s. 54—57.
5. Ginzburg M. M.: Reszenije intiegralnych urawnienij dla nieliniejnych cepiej połucziennych z primienienijem opieratornogo mietoda. — Elektriczestwo, 1962, nr 12, s. 28—33.
6. Korn G. T.: Mathematical Handbook. Mc Graw Hill, New York 1961.
7. Mikusiński J.: Rachunek operatorów. Monografie Matematyczne. Warszawa 1953.
8. Nowacki P.: Obliczanie nieliniowych obwodów elektrycznych i magnetycznych. PWN, Warszawa 1959.
9. Tabin J.: A Method of Calculating Transients in Nonlinear Transducers. — Proceedings of the Conference on Transducers, PAN, Krynica 1958, s. 101—103.
10. Tabin J.: Metoda obliczania przebiegów nieustalonych w obwodach silnie nieliniowych. Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, 1965.
11. Węgrzyn S.: Rachunek operatorowy. PWN, Warszawa 1960.

J. TABIN

A METHOD OF CALCULATING TRANSIENTS IN NONLINEAR CIRCUITS

Summary

A system of linear equations of a nonlinear circuit N is formally identical with a definite system of equations of a linear circuit L, differing from the circuit N only in that nonlinear elements are replaced by electromotive forces. The circuit N can contain linear elements with lumped and distributed constans and nonlinear elements with lumped constans given by their characteristics.

There are deduced means for reducing this system to a system consisting of a small number of convolution integral equations. The last system is to be solved by a numerical step by step method using special formulas stated in this paper. There can be applied the trapezoidal and sometimes Simpson's rules also, but the former is rather laborious and the last often leads to oscillating unstable solutions.

A simple rule is given relating the step size to be chosen with the higher limit of the frequency band of the circuit.

The above method is suitable for a wide variety of circuits and problems except the simples one — mesh circuits.

J. TABIN

UNE NOUVELLE MÉTHODE DE L'ANALYSE DES PHÉNOMÈNES TRANSITOIRES DANS LES NONLINEAIRES CIRCUITS

Résumé

La dite méthode est propre pour une grande varieté des circuits englobant aussi des circuits bien compliqués et des circuits contenants des lignes lineaires. Le cours du calcul se compse de deux parts. Dans la première part le calcul operationnel est utilisé. Dans la deuxième part on compte à l'aide des quelques formules numériques spéciales.

J. TABIN

EINE METHODE ZUR BERECHNUNG VON AUSGLEICHSVORGÄNGEN IN NICHTLINEAREN KREISEN

Zusammenfassung

Die Methode ist im weitem Bereich für die Berechnung von Ausgleichsvorgängen in nichtlinearen Kreisen anwendbar, darunter auch in komplizierten Kreisen und in Kreisen die Leitungen enthalten. Man bedient sich dazu der Operatorenrechnung und einigen speziellen numerischen Formeln. Die vorgeführte Fehleranalise hilft wohl zum Wahl von geeigneter Abart der Methode.

Ю. ТАБИН

МЕТОД АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ

Резюме

В статье описан метод анализа переходных процессов в нелинейных электрических цепях, включая сложные цепи содержащие линейные элементы со средоточенными и распределёнными постоянными, и нелинейные элементы со средоточенными постоянными. С начала применяя, например, операторное исчисление, приводиться обычная система уравнений цепи в системе содержащей очень небольшое количество линейных интегральных сверточных уравнений и характеристики нелинейных элементов. Потом решается эта система уравнений, используя специальные формулы численного анализа. Это решение можно тоже получить, пользуясь формулой трапезций, но в этом случае вычисления более трудоёмкие. Формула Симпсона почти совсем здесь не пригодна и при её применении часто получаются неправильные результаты.

621.314.224.8

JAN LESZCZYŃSKI

Metoda uniwersalnych charakterystyk uchybowych przekładników prądu stałego

Rękopis dostarczono 24.1.1967

W artykule przedstawiono metodę analizy własności przekładnika prądu stałego w układzie równoległym, opartą na wykorzystaniu aproksymacji charakterystyki magnesowania materiału rdzeniowego funkcją sinus hiperboliczny. Dzięki wprowadzeniu bezwymiarowych wielkości b i h uzyskano możliwość przedstawienia charakterystyk uchybowych przekładnika w postaci krzywych uniwersalnych, niezależnych od materiału rdzeniowego. Wyprowadzono wzory określające wartość średnią prądu wtórnego w postaci szeregu funkcji Bessela urojonego argumentu. Podano równania uniwersalnych charakterystyk uchybowych. Wskazano na zastosowanie metody przy doborze parametrów przekładnika. W załączonej tablicy podano liczbowe wartości uchybu w zależności od natężenia pola i indukcji, obliczone za pomocą elektronicznej maszyny cyfrowej.

1. WSTĘP

Mimo szerokiego zastosowania transduktorowych przekładników równoległych do pomiarów prądów i napięć stałych nie opracowano dotychczas zadowalającej metody analizy ich własności. Znane opracowania tego problemu [1], [2], [3] miały głównie na celu uzyskanie dużej dokładności obliczania uchybów, czemu miało sprzyjać zastosowanie możliwie dokładnych aproksymacji charakterystyk magnesowania materiału rdzeniowego. Taka tendencja odbijała się jednak niekorzystnie na przejrzystości otrzymanych wyników i utrudniała ich stosowanie w jakościowej analizie przekładnika.

Największe dotychczas rozpowszechnienie znalazła metoda Tołstowa [3] oparta na zastosowaniu trójodcinkowej aproksymacji charakterystyki magnesowania materiału rdzeniowego z uwzględnieniem jej nachylenia w części proporcjonalnej i nasyconej. Ten sposób przybliżenia jest obecnie szczególnie chętnie wykorzystywany w analizie transduktorowych przekładników szeregowych, gdyż zapewnia dostateczną dokładność odwzorowania rzeczywistej charakterystyki magnesowania w szerokim zakresie natężenia pola oraz umożliwia trafną interpretację przebiegów.

Wspomniane zalety metody aproksymacji trójodcinkowej znikają w przypadku jej zastosowania do analizy przekładnika równoległego. Występująca w warunkach magnesowania swobodnego — charakterystycznych dla pracy tego przekładnika — zmiana wartości składowej stałej indukcji, spowodowana obecnością pola zmiennego, wymaga przy obliczaniu uchybów z zastosowaniem nieciągłej funkcji aproksymującej przeprowadzenia prócz wielu żmudnych wyliczeń również pewnych operacji wykreślnych. Omawiana metoda jest

więc mało przejrzysta i nie nadaje się do wykorzystania przy jakościowej analizie przekładnika.

Między wynikami obliczeniowymi uzyskiwanymi za pomocą metody Tołstowa a rezultatami badań eksperymentalnych występują znaczne rozbieżności, sięgające niejednokrotnie wartości rzędu znamionowego uchybu przekładnika. Są one spowodowane pominięciem w analizie teoretycznej różnorodnych czynników wpływających na uchyb, zależnych głównie od konfiguracji pola magnetycznego w obszarze uzwojeń. Można wyrazić przekonanie, że uwzględnienie tych czynników przy aktualnym stanie metod analizy pola praktycznie nie jest możliwe.

Odmienne nieco ujęcie problemu obliczania uchybów przedstawiono w publikacji [4]. Metodę obliczania uchybów przekładników szeregowych i równoległych oparto tu na szczegółowej analizie kształtu prądu wtórnego i odpowiadającego mu obiegu histerezy rdzenia magnesowanego stałym i zmiennym polem. Mimo znacznego zbliżenia opisu zjawisk do rzeczywistych procesów przemagnesowania rdzeni transduktora wyniki liczbowe uzyskiwane za pomocą tej metody odbiegają znacznie od danych eksperymentalnych. Również i w tym przypadku złożony charakter metody utrudnia jej zastosowanie przy badaniu własności przekładnika.

Powyższy, krótki przegląd stosowanych aktualnie metod analizy i obliczania uchybów transduktorowych przekładników równoległych wskazuje, że nie spełniają one w zadowalającym stopniu zasadniczych wymagań stawianych metodom analitycznym, a mianowicie:

a) prowadzą do wyników, których złożona forma utrudnia analizę własności przekładnika i właściwą interpretację przebiegów fizycznych,

b) nie zapewniają wystarczającej zgodności danych obliczeniowych i eksperymentalnych.

Wobec zasadniczych przeszkód natury teoretycznej występujących przy próbach uwzględnienia w analitycznej metodzie wspomnianych uprzednio czynników wpływających na uchyb, uzasadnione wydaje się rozsądne ograniczenie wymagań odnośnie do dokładności metody. Przyjmując taki pogląd można świadomie wprowadzić do rozważań pewne istotne uproszczenia, które nie zniekształcając rzeczywistego obrazu zjawisk uczynią metodę łatwą w praktycznym stosowaniu.

W artykule przedstawiono metodę analizy przekładnika równoległego opartą na zastosowaniu aproksymacji charakterystyki magnesowania materiału rdzeniowego funkcją ciągłą. Przyjęto w tym celu szeroko stosowaną w teorii transduktorów [5], [6] funkcję sinus hiperboliczny uzyskując w rezultacie uniwersalne rozwiązania w postaci szeregu harmonicznych zawierających stabelaryzowane funkcje Bessela urojonego argumentu. Uniwersalne charakterystyki uchybowe wykreślone na podstawie otrzymanych wyników mogą być bardzo łatwo zaadaptowane do konkretnego materiału rdzeniowego, umożliwiając dzięki temu szybką ocenę wpływu poszczególnych parametrów przekładnika na jego własności pomiarowe.

Ze względu na wprowadzenie szeregu założeń upraszczających oraz przyjęcie funkcji aproksymującej o charakterze odbiegającym często od przebiegu krzywych magnesowania materiałów rdzeniowych stosowanych w transduktorowych przekładnikach równoległych, wyniki liczbowe uzyskiwane za pomocą przedstawionej metody mogą być nie dość dokładne i powinny być w praktyce korygowane w drodze badań modelowych.

Wykaz oznaczeń

B — indukcja,
B_2 — składowa zmienna indukcji,
B_{2m} — amplituda składowej zmiennej indukcji,
B_1 — składowa stała indukcji,
b_2 — składowa zmienna indukcji względnej,
b_{2m} — amplituda składowej zmiennej indukcji względnej,
b_1 — składowa stała indukcji względnej,
H_2 — składowa zmienna natężenia pola,
H_1 — składowa stała natężenia pola,
h_2 — wartość chwilowa względnego zastępczego natężenia pola,
$h_{2śr}$ — wartość średnia względnego zastępczego natężenia pola,
I_1 — prąd pierwotny,
i_2 — wartość chwilowa prądu wtórnego,
$I_{2śr}$ — wartość średnia prądu wtórnego,
u_2 — wartość chwilowa napięcia pomocniczego,
U_{2m} — amplituda napięcia pomocniczego,
z_1 — liczba zwojów uzwojenia pierwotnego na każdym rdzeniu,
z_2 — liczba zwojów uzwojenia wtórnego na każdym rdzeniu,
α — współczynnik występujący w równaniu charakterystyki magnesowania,
β — współczynnik występujący w równaniu charakterystyki magnesowania,
Δ_i — uchyb prądowy przekładnika,
ω — pulsacja napięcia zmiennego.

2. FUNKCJA APROKSYMUJĄCA, ZAŁOŻENIA UPRASZCZAJĄCE

Punktem wyjścia przedstawionej metody analitycznej jest przyjęcie przybliżenia empirycznej charakterystyki magnesowania rdzeniowego funkcją

$$H = \alpha \sinh \beta B. \tag{1}$$

Stałe współczynniki α i β, zależne od własności materiału rdzenia, wyznacza się znanymi metodami, żądając, aby krzywa aproksymująca przecięła w dwóch odpowiednio dobranych punktach o współrzędnych (B', H') i (B'', H'') charakterystykę empiryczną. W wyniku rozwiązania otrzymanych równań uzyskuje się po uproszczeniu zależności następujące:

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{H''}{H'}\right)}{B'' - B'}, \tag{2}$$

$$\alpha = \frac{\sinh(\beta B'')}{H''}. \tag{3}$$

Oznaczając

$$b = \beta B, \tag{4}$$

$$h = \frac{H}{\alpha} \tag{5}$$

można na mocy (1) napisać

$$h = \sinh b. \tag{6}$$

Wielkości bezwymiarowe b oraz h nazwiemy dalej odpowiednio względną indukcją i względnym natężeniem pola lub krócej — indukcją i natężeniem pola.

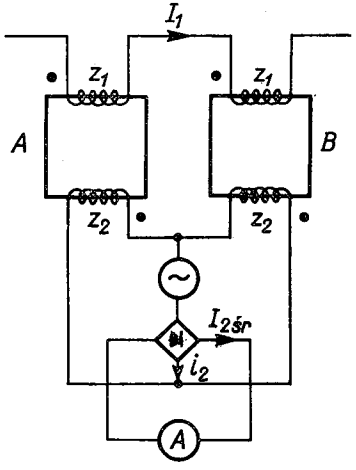
Przekształcenie związku (1) do postaci (4) ma zasadnicze znaczenie dla opisywanej metody, odwzorowuje ono bowiem charakterystykę magnesowania materiału rdzenia $B = f(H)$ w postaci wykresu funkcji sinus hiperboliczny w układzie współrzędnych $b = f(h)$. Oznacza to sprowadzenie problemu badania własności konkretnego przekładnika do problemu analizy własności przekładnika modelowego o charakterystyce magnesowania opisanej funkcją (6). Przystosowanie uzyskanych tą metodą uniwersalnych wyników do określonego materiału rdzeniowego polega jedynie na wyznaczeniu wartości współczynników β i α wg zależności (2) i (3).

W celu uproszczenia dalszych rozważań przyjęto typowe dla teorii przekładników transduktorowych założenia:

1) pominięto wpływ strat w żelazie,
2) przyjęto, że pole magnetyczne w rdzeniach transduktora jest równomierne,
3) przyjęto, że przekładnik pracuje w warunkach idealnego magnesowania swobodnego,
4) pominięto reaktancje i rezystancje obwodu wtórnego,
5) przyjęto, że w obwodzie pierwotnym przekładnika płynie prąd stały.

3. PRZEBIEGI CZASOWE NATĘŻENIA POLA

Przyjęte w rozdz. 2 założenie o pracy przekładnika w stanie idealnego magnesowania swobodnego jest równoznaczne z pominięciem rezystancji i reaktancji jego uzwojeń. W tych warunkach przebiegi czasowe indukcji w obu rdzeniach są jednakowe i wzbudzane



Rys. 1. Schemat transduktorowego przekładnika równoległego

w obu — połączonych ze sobą szeregowo — częściach uzwojenia pierwotnego (rys. 1) siły elektromotoryczne wzajemnie się kompensują. Można więc przyjąć, że w obwodzie pierwotnym przekładnika płynie wyłącznie prąd stały narzucony przez źródło zewnętrzne.

Brak efektu transformacji prądów oraz równoległe połączenie uzwojeń wtórnych sprawia, że przebiegi występujące w każdym rdzeniu przekładnika i w skojarzonych z nim uzwojeniach są niezależne od warunków pracy drugiego rdzenia. Uwzględniając tę właściwość transduktora równoległego oraz jego symetrię ograniczono dalsze rozważania do badania przebiegów w jednym z rdzeni.

Przy pomijalnie małym obciążeniu strony wtórnej przekładnika charakter przebiegu składowej zmiennej indukcji w jego rdzeniach jest uzależniony jedynie od kształtu napięcia pomocniczego. Przyjęto, że napięcie to zmienia się wg zależności

$$u_2 = U_{2m}\sin\omega t. \tag{7}$$

Na mocy pierwszego prawa Kirchhoffa dla obwodu wtórnego jednego rdzenia można napisać

$$a\frac{dB}{d(\omega t)} = U_{2m}\sin\omega t. \tag{8}$$

Po scałkowaniu obu stron równania (8) oraz wprowadzeniu oznaczenia

$$B_{2m} = \frac{U_{2m}}{a} \tag{9}$$

otrzymano

$$B = B_{2m}\sin\omega t + B_1'. \tag{10}$$

Indukcja w rdzeniu zawiera składową sinusoidalną $B_2 = B_{2m}\sin\omega t$ odpowiednią do przyłożonego do obwodu wtórnego napięcia u_2 oraz składową stałą B_1' związaną z prądem pierwotnym I_1.

Korzystając z przyjętego sposobu aproksymacji charakterystyki magnesowania funkcją (1) oraz oznaczeń

$$h_1 = \frac{H_1}{\alpha}, \qquad h_2 = \frac{H_2}{\alpha},$$

$$b_1' = \beta B_1', \qquad b_2 = \beta B_2, \qquad b_{2m} = \beta B_{2m} \tag{11}$$

można napisać

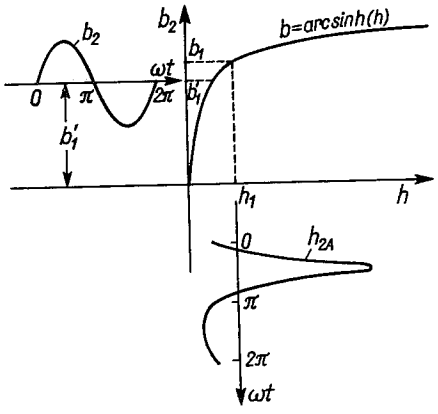
$$h_1 + h_{2A} = \sinh(b_{2m}\sin\omega t + b_1'). \tag{12}$$

Odpowiadający powyższej zależności przebieg składowej zmiennej natężenia pola w rdzeniu A (h_{2A}) przedstawiono na rys. 2. Składowa stała indukcji b_1' jest tu mniejsza od składowej b_1 odpowiadającej wg charakterystyki magnesowania natężenia h_1. Znany ten efekt może być interpretowany jako zjawisko prostowania strumienia magnetycznego występujące w środowisku o nieliniowej zależności $B = f(H)$ przy nakładaniu na stałe pole magnetyczne pola zmiennego.

Wartość indukcji b_1' określa warunek

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} h_{2A}\, d(\omega t) = 0 \tag{13}$$

wynikający z własności fizykalnych obwodu wtórnego, w którym, wobec braku zaworu oraz źródła prądu stałego, nie może pojawić się składowa stała prądu.



Rys. 2. Przebieg składowej zmiennej natężenia pola h_{2A} przy sinusoidalnej zmienności indukcji b_2

Przekształcając prawą stronę zależności (12) otrzymano

$$\sinh(b_1'+b_{2m}\sin\omega t) = \sinh b_1'\cosh(b_{2m}\sin\omega t)-\cosh b_1'\sinh(b_{2m}\sin\omega t). \tag{14}$$

Rozwinięcie okresowych funkcji $\cosh(b_{2m}\sin\omega t)$ oraz $\sinh(b_{2m}\sin\omega t)$ na szereg Fouriera prowadzi do znanych wyrażeń

$$\cosh(b_{2m}\sin\omega t) = I_0(b_{2m})-2I_2(b_{2m})\cos 2\omega t+2I_4(b_{2m})\cos 4\omega t-2I_6(b_{2m})\cos 6\omega t+ \ldots =$$

$$= I_0(b_{2m})+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n I_{2n}(b_{2m})\cos 2n\omega t, \tag{15}$$

$$\sinh(b_{2m}\sin\omega t) = 2I_1(b_{2m})\sin\omega t-2I_3(b_{2m})\sin 3\omega t+2I_5(b_{2m})\sin 5\omega t- \ldots =$$

$$= 2\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n I_{2n+1}(b_{2m})\sin(2n+1)\omega t, \tag{16}$$

gdzie:

$I_0(b_{2m}) = I_0(jb_{2m})$ — zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju, rzędu zerowego, argumentu b_{2m},

$I_n(b_{2m}) = j^{-n}I_n(jb_{2m})$ — zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju, rzędu n-tego, argumentu b_{2m}.

Po podstawieniu (15) i (16) do (12) otrzymujemy

$$h_{2A} = -h_1+\sinh b_1' I_0(b_{2m})+2\sinh b_1'\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n I_{2n}(b_{2m})\cos 2n\omega t+$$

$$+2\cosh b_1'\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n I_{2n+1}(b_{2m})\sin(2n+1). \tag{17}$$

Ponieważ zgodnie z (13) składowa stała rozwinięcia (17) jest równa zeru, to

$$h_1 = \sinh b_1' I_0(b_{2m}). \tag{18}$$

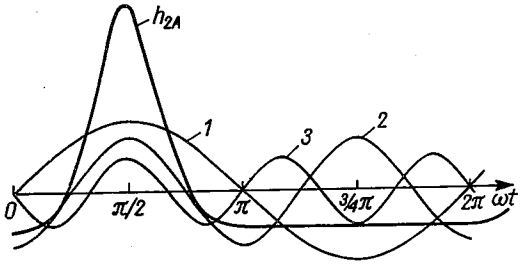
Po przekształceniu wyrażenia (17) z uwzględnieniem związku (18) oraz oznaczenia

$$k = \sqrt{1+\left[\frac{I_0(b_{2m})}{h_1}\right]^2} \tag{19}$$

można napisać

$$h_{2A} = 2\frac{h_1}{I_0(b_{2m})}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n I_{2n}(b_{2m})\cos 2n\omega t + \\ +2\frac{h_1}{I_0(b_{2m})}k\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n I_{2n+1}(b_{2m})\sin(2n+1)\omega t. \tag{20}$$

Zależność (20) umożliwia obliczenie z dowolną dokładnością wartości chwilowych składowej zmiennej natężenia pola oraz proporcjonalnego do niej prądu wtórnego, dla danych: składowej stałej natężenia pola h_1 i amplitudy składowej zmiennej indukcji b_{2m}. Dla ilustracji przedstawiono na rys. 3 przebieg $h_2(\omega t)$ wyznaczony przy uwzględnieniu jedenastu harmonicznych rozwinięcia (20) dla $k = 1$.



Rys. 3. Przebieg składowej zmiennej natężenia pola (prądu wtórnego) i jej harmonicznych wyznaczony przy wykorzystaniu zależności (20)

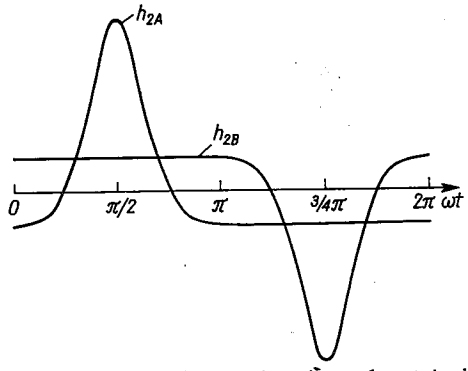
Prąd wtórny i_2 rozważanego przekładnika jest sumą prądów wtórnych obu połączonych ze sobą równolegle uzwojeń wtórnych. Odpowiada mu w przyjętym układzie wielkości względnych zastępcze natężenie pola, określone wzorem

$$h_2 = h_{2A} + h_{2B}. \tag{21}$$

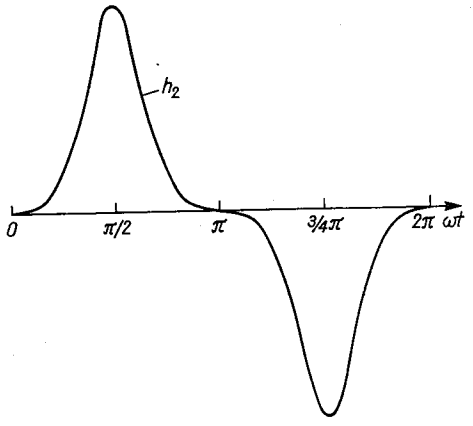
Ze sposobu połączenia uzwojeń przekładnika wynika, że przebiegi czasowe w obu rdzeniach są antysymetryczne. Krzywa funkcji $h_{2B}(\omega t)$ stanowi więc przesunięte o kąt π odbicie zwierciadlane w osi odciętych krzywej $h_{2A}(\omega t)$ (rys. 4).

Uwzględniając ten warunek można na mocy (20) napisać

$$h_{2B} = -2\frac{h_1}{I_0(b_{2m})}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n I_n(b_{2m})\cos 2n\omega t + \\ +2\frac{h_1}{I_0(b_{2m})}k\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n I_{2n+1}(b_{2m})\sin(2n+1)\omega t. \tag{22}$$



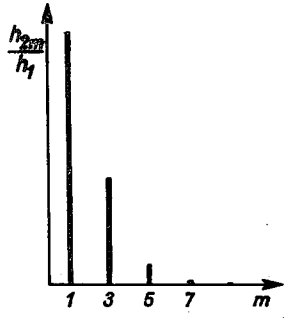
Rys. 4. Przebieg składowych zmiennych natężenia pola rdzenia A i rdzenia B



Rys. 5. Przebieg natężenia pola zastępczego

Stąd, po podstawieniu (20) i (22) do (21), mamy

$$h_2 = 4k\frac{h_1}{I_0(b_{2m})}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n I_{2n+1}(b_{2m})\sin(2n+1)\omega t. \tag{23}$$



Rys. 6. Widmo liniowe funkcji $h_2(\omega t)$; m — rząd harmonicznej, h_{2m} — amplituda m-tej harmonicznej

Rozwinięcie (23), odpowiadające prądowi wtórnemu przekładnika, zawiera wyłącznie harmoniczne nieparzyste. Harmoniczne parzyste prądu zamykają się w obwodzie połączonych ze sobą szeregowo obu części uzwojenia wtórnego wywołując odpowiednie harmoniczne w krzywej natężenia pola obu rdzeni. Przebieg czasowy funkcji $h_2(\omega t)$ przedstawiono na rys. 5, zaś na rys. 6 pokazano jej widmo liniowe.

4. CHARAKTERYSTYKI UCHYBOWE

Wartość średnią przebiegu przemiennego $h_2(\omega t)$ określa wyrażenie

$$h_{2śr} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left[4k\frac{h_1}{I_0(b_{2m})}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n I_{2n+1}(b_{2m})\sin(2n+1)\omega t\right]d(\omega t). \tag{24}$$

Stąd

$$h_{2śr} = \frac{8}{\pi} k \frac{h_1}{I_0(b_{2m})} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{I_{2n+1}(b_{2m})}{2n+1}. \tag{25}$$

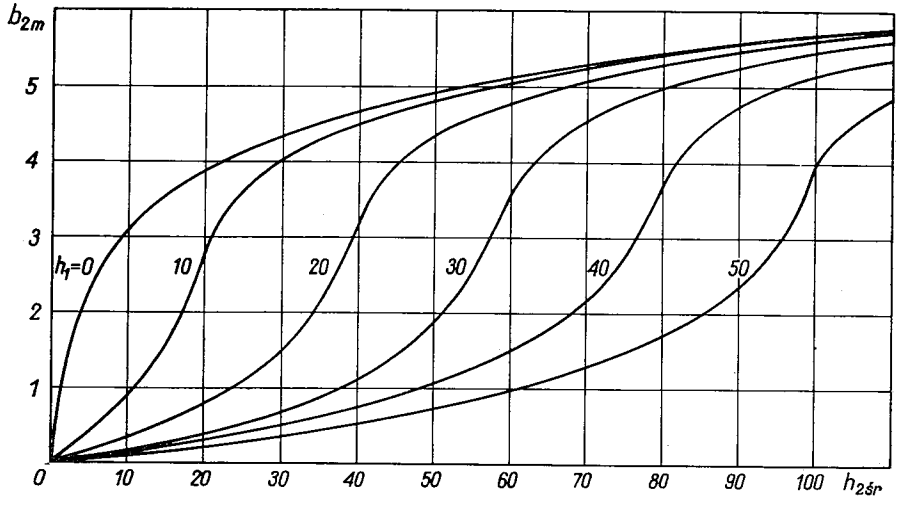
Oznaczając

$$M = \frac{4}{\pi} \frac{1}{I_0(b_{2m})} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{I_{2n+1}(b_{2m})}{2n+1} \tag{26}$$

mamy

$$h_{2śr} = 2kh_1 M. \tag{27}$$

Zależność (27) przedstawia sobą równanie rodziny charakterystyk uniwersalnych. Wykreślone w układzie współrzędnych $(h_{2śr}, h_1)$ odpowiadają one tzw. charakterystykom sterowania uzależniającym wartość średnią prądu wtórnego od wartości stałego prądu pier-



Rys. 7. Uniwersalne charakterystyki magnesowania $b_{2m} = f(h_{2śr}, h_1)$

wotnego. W układzie współrzędnych $(b_{2m}, h_{2śr})$ charakterystyki (27) odpowiadają tzw. charakterystykom równoczesnego magnesowania rdzeni w stałym i zmiennym polu. Dla zastosowania transduktora jako przekładnika, najbardziej interesująca spośród rodziny tych charakterystyk jest krzywa otrzymana w założeniu $h_1 = 0$ (rys. 7). Przedstawia ona uniwersalną zastępczą charakterystykę magnesowania rdzeni przekładnika w polu o indukcji sinusoidalnie zmiennej. Jej równanie, otrzymane z (27), ma postać

$$(h_{2śr})_j = 2I_0(b_{2m}) M. \tag{28}$$

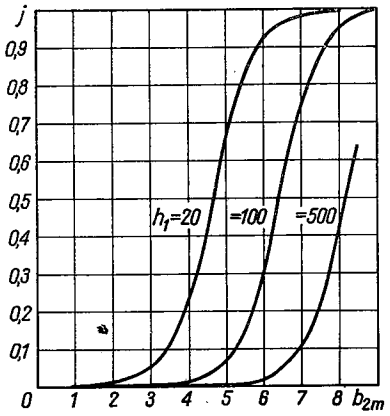
Z definicji zastępczego natężenia pola (21) wynika, że wielkość określona związkiem (28) odpowiada wartości średniej prądu jałowego (prądu początkowego) przekładnika równoległego. Na rys. 8 pokazano krzywe obrazujące zależność stosunku j średnich wartości prądu

jałowowego do prądu znamionowego, od amplitudy składowej zmiennej indukcji, wykreślone na podstawie zależności

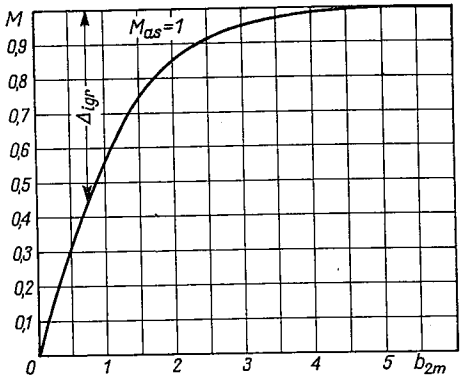
$$j = \frac{(h_{2śr})_j}{h_{2śr}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left[\frac{h_1}{I_0(b_{2m})}\right]^2}}. \tag{29}$$

Uchyb prądowy przekładnika równoległego, wyrażony za pomocą wielkości bezwymiarowych, jest określony wzorem

$$\Delta_i = \frac{h_{2śr}-2h_1}{2h_1}. \tag{30}$$



Rys. 8. Wykres funkcji $j = f(b_{2m})$ wg (29)



Rys. 9. Wykres funkcji $M = f(b_{2m})$

Stąd, po uwzględnieniu związku (27), otrzymano

$$\Delta_i = kM-1. \tag{31}$$

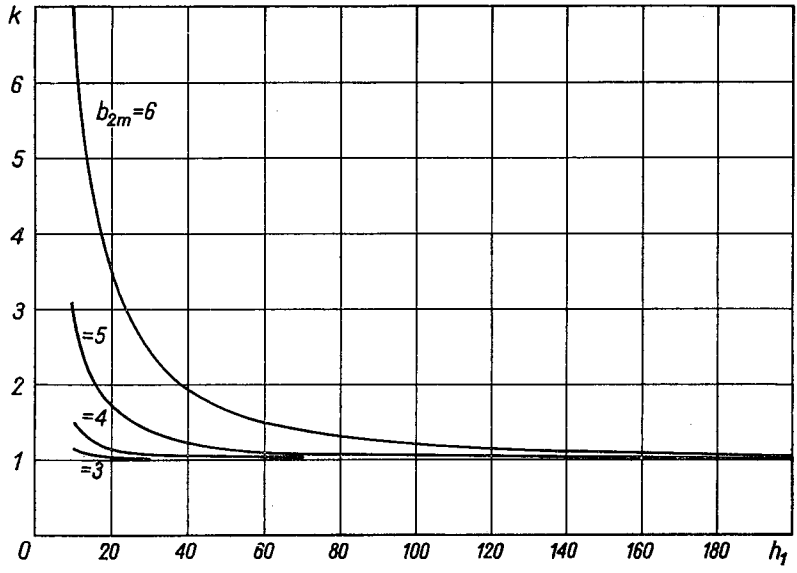
Wielkość M jest zależna tylko od amplitudy składowej zmiennej indukcji b_{2m}, wg (26). Wielkość k, określona wyrażeniem (19), jest funkcją b_{2m} oraz składowej stałej natężenia pola h_1.

Na rys. 9 przedstawiono wykres funkcji $M = f(b_{2m})$. W początkowym zakresie wartości indukcji funkcja $M = f(b_{2m})$ szybko rośnie zbliżając się do swej asymptoty $M_{as} = 1$. Jak łatwo zauważyć, odległość między punktami krzywej $M = f(b_{2m})$ i punktami asymptoty, wyznaczona dla $b_{2m} = \text{const}$, przedstawia w skali wielkości M wartość uchybu przekładnika dla $k = 1$. Uchyb odpowiadający takim warunkom nazwano uchybem granicznym

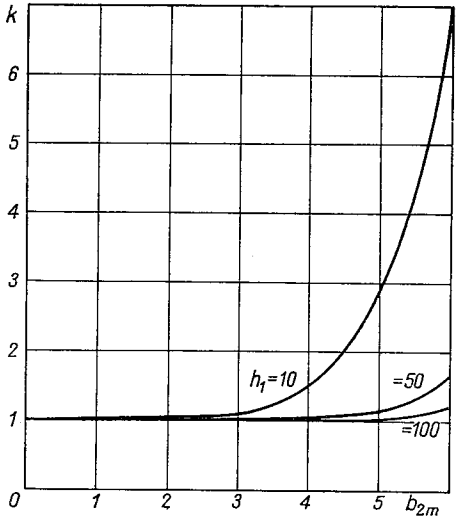
$$\Delta_{igr} = M-1. \tag{32}$$

Związek między wielkością k a składową stałą natężenia pola h_1 ilustrują wykresy przedstawione na rys. 10. Przy wzroście h_1 wartość k maleje dążąc do asymptoty $k_{as} = 1$. Na rys. 11 przedstawiono wykresy zależności $k = f(b_{2m})$ dla różnych wartości parametru h_1.

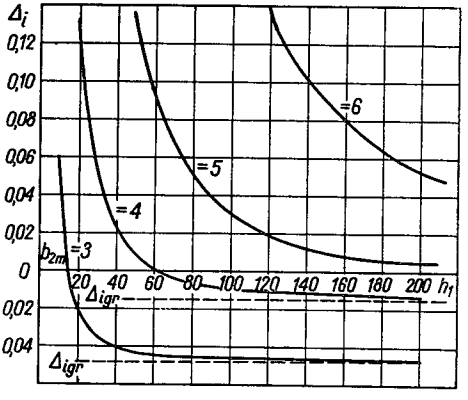
Zależność uchybu przekładnika od wartości prądu pierwotnego lub proporcjonalnej do niego składowej stałej natężenia pola przedstawiana jest zwykle wykreślnie w postaci tzw. charakterystyki uchybowej. Jej przebieg dla zadanej wartości parametru b_{2m} można



Rys. 10. Wykres zależności $k = f(h_1, b_{2m})$



Rys. 11. Wykres zależności $k = f(b_{2m}, h_1)$



Rys. 12. Rodzina uniwersalnych charakterystyk uchybowych $\Delta_i = f(h_1, b_{2m})$ transduktorowego przekładnika równoległego

wyznaczyć korzystając z równania (31), w którym od h_1 zależy tylko wielkość k. Rodzinę typowych charakterystyk uchybowych $\Delta_i = f(h_1)$ przedstawiono na rys. 12. Funkcja $\Delta_i = f(h_1)$ ma przebieg malejący i wbrew wynikom uzyskiwanym w oparciu o metodę aproksymacji wieloodcinkowej, ma ona charakter monotoniczny.

Przy małych natężeniach pola praca przekładnika odbywa się w warunkach odpowiadających stromej części charakterystyki uchybowej. Właściwe dla tego stanu są duże war-

Wartość uchybu prądowego transduktorowego przekładnika równoległego Δ_i w zależności od

h_1 \ b_{2m} / N	1,0	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0	3,4	3,8
	0,561	0,709	0,812	0,881	0,925	0,952	0,970	0,981
10	−0,4345	−0,2825	−0,1720	−0,0896	−0,0188	+0,0598	+0,1721	+0,3542
20	−0,4379	−0,2889	−0,1839	−0,1119	−0,0610	−0,0196	+0,0242	+0,0864
30	−0,4385	−0,2901	−0,1861	−0,1161	−0,0690	−0,0350	−0,0055	+0,0291
40	−0,4387	−0,2905	−0,1869	−0,1176	−0,0718	−0,0404	−0,0161	−0,0084
50	−0,4388	−0,2907	−0,1873	−0,1183	−0,0731	−0,0430	−0,0211	−0,0013
60	−0,4388	−0,2908	−0,1875	−0,1186	−0,0738	−0,0441	−0,0238	−0,0067
70	−0,4389	−0,2909	−0,1876	−0,1189	−0,0742	−0,0452	−0,0254	−0,0099
80	−0,4389	−0,2909	−0,1877	−0,1190	−0,0745	−0,0457	−0,0265	−0,0120
90	−0,4389	−0,2909	−0,1877	−0,1191	−0,0747	−0,0461	−0,0272	−0,0135
100	−0,4389	−0,2910	−0,1878	−0,1192	−0,0748	−0,0464	−0,0277	−0,0145
120	−0,4389	−0,2910	−0,1878	−0,1193	−0,0750	−0,0467	−0,0284	−0,0159
140	−0,4390	−0,2910	−0,1878	−0,1193	−0,0751	−0,0469	−0,0288	−0,0167
160	−0,4390	−0,2910	−0,1879	−0,1194	−0,0752	−0,0471	−0,0291	−0,0172
180	−0,4390	−0,2910	−0,1879	−0,1194	−0,0752	−0,0472	−0,0293	−0,0176
200	−0,4390	−0,2910	−0,1879	−0,1194	−0,0753	−0,0472	−0,0294	−0,0178
300	−0,4390	−0,2910	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0474	−0,0297	−0,0184
400	−0,4390	−0,2910	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0474	−0,0298	−0,0187
500	−0,4390	−0,2910	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0299	−0,0188
600	−0,4390	−0,2910	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0299	−0,0188
700	−0,4390	−0,2911	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0299	−0,0188
800	−0,4390	−0,2911	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0299	−0,0189
900	−0,4390	−0,2911	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0299	−0,0189
1000	−0,4390	−0,2911	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0299	−0,0189
1500	−0,4390	−0,2911	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0299	−0,0189
2000	−0,4390	−0,2911	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0300	−0,0189
2500	−0,4390	−0,2911	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0300	−0,0189
3000	−0,4390	−0,2911	−0,1879	−0,1195	−0,0754	−0,0475	−0,0300	−0,0189

tości uchybu oraz jego zmiany przy małych nawet przyrostach natężenia pola stałego. W zakresie większych wartości h_1 uchyb zmienia się znacznie wolniej i zbliża — przy rosnącej składowej stałej natężenia pola — do swej wartości asymptotycznej.

Każda charakterystyka uchybowa wyznaczona dla określonej wartości indukcji b_{2m} ma odrębną asymptotę. Wszystkie asymptoty charakterystyk uchybowych mieszczą się w obszarze ograniczonym od góry osią odciętych ($\Delta_{igr} = 0$), która stanowi asymptotę dla charakterystyki uchybowej przy $b_{2m} = \infty$, zaś od dołu — asymptotą $\Delta_{igr} = 1$ odpowiadającą charakterystyce dla $b_{2m} = 0$.

W zastosowaniach omawianej metody analitycznej istotną rolę odgrywają również wykresy uchybu Δ_i w zależności od amplitudy składowej zmiennej indukcji b_{2m} dla różnych wartości składowej stałej natężenia pola spełniającej rolę parametru. Wykresy tego typu nazwiemy uniwersalnymi charakterystykami uchybowymi rodzaju drugiego.

Tablica 1

składowej stałej względnego natężenia pola h_1 oraz amplitudy składowej zmiennej indukcji b_{2m}

h_1 \ b_{2m}	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8	6,2	6,6	7,0
N	0,9879	0,9916	0,9953	0,9968	0,9979	0,9986	0,9991	0,9994
10	+0,6552	+1,1372	+1,8883	+3,0142	+4,6805	+7,1227	+10,6865	+15,8796
20	+0,1903	+0,3709	+0,6818	+1,1849	+1,9688	+3,1524	+4,9070	+7,4840
30	+0,0825	+0,1754	+0,3444	+0,6351	+1,1143	+1,8666	+3,0077	+4,7048
40	+0,0422	+0,0988	+0,2042	+0,3923	+0,7176	+1,2491	+2,0776	+3,3294
50	+0,0230	+0,0614	+0,1335	+0,2643	+0,4989	+0,8964	+1,5340	+2,5150
60	+0,0124	+0,0406	+0,0931	+0,1898	+0,3654	+0,6740	+1,1827	+1,9808
70	+0,0059	+0,0278	+0,0681	+0,1411	+0,2783	+0,5243	+0,9404	+1,6063
80	+0,0017	+0,0194	+0,0515	+0,1090	+0,2184	+0,4187	+0,7654	+1,3313
90	−0,0011	+0,0137	+0,0399	+0,0864	+0,1755	+0,3415	+0,6346	+1,1222
100	−0,0031	+0,0095	+0,0316	+0,0700	+0,1439	+0,2834	+0,5342	+0,9591
120	−0,0058	+0,0041	+0,0207	+0,0576	+0,1013	+0,2035	+0,3927	+0,7235
140	−0,0078	+0,0008	+0,0140	+0,0348	+0,0749	+0,1527	+0,3000	+0,5644
160	−0,0085	−0,0013	+0,0097	+0,0260	+0,0573	+0,1185	+0,2360	+0,4518
180	−0,0093	−0,0027	+0,0067	+0,0199	+0,0451	+0,0945	+0,1902	+0,3693
200	−0,0098	−0,0038	+0,0045	+0,0156	+0,0363	+0,0769	+0,1563	+0,3071
300	−0,0110	−0,0063	−0,0005	+0,0052	+0,0151	+0,0342	+0,0718	+0,1464
400	−0,0115	−0,0072	−0,0023	+0,0015	+0,0076	+0,0188	+0,0406	+0,0845
500	−0,0117	−0,0076	−0,0031	−0,0001	+0,0041	+0,0166	+0,0259	+0,0547
600	−0,0118	−0,0078	−0,0035	−0,0010	+0,0022	+0,0076	+0,0178	+0,0381
700	−0,0118	−0,0079	−0,0038	−0,0016	+0,0011	+0,0053	+0,0129	+0,0282
800	−0,0119	−0,0080	−0,0040	−0,0019	+0,0003	+0,0037	+0,0096	+0,0213
900	−0,0119	−0,0081	−0,0041	−0,0022	−0,0001	+0,0026	+0,0074	+0,0168
1000	−0,0119	−0,0082	−0,0042	−0,0024	−0,0005	+0,0019	+0,0059	+0,0135
1500	−0,0120	−0,0083	−0,0044	−0,0029	−0,0013	+0,0001	+0,0021	+0,0057
2000	−0,0120	−0,0083	−0,0045	−0,0029	−0,0016	−0,0005	+0,0008	+0,0029
2500	−0,0120	−0,0083	−0,0045	−0,0030	−0,0018	−0,0008	+0,0002	+0,0017
3000	−0,0120	−0,0083	−0,0045	−0,0030	−0,0019	−0,0009	−0,0001	+0,0010

Analizując na podstawie równania (31) przebieg charakterystyk $\Delta_i = f(b_{2m})$ należy uwzględnić zależność od indukcji b_{2m} zarówno wielkości k (19), jak i wielkości M (26). Z przedstawionych na rysunkach 10 i 11 wykresów wynika, że przy wzroście indukcji wartości k oraz M rosną. W konsekwencji iloczyn kM, którego wartość przy małych indukcjach jest mniejsza od jedności, rośnie wraz z b_{2m}, a odpowiadający mu uchyb $\Delta_i = kM-1$ zwiększa się od -1 do 0, po czym przyjmuje szybko rosnące wartości dodatnie. Powyższe przebiegi ilustrują krzywe przedstawione na rys. 13. Pokazano na nim trzy typowe uniwersalne charakterystyki uchybowe drugiego rodzaju $\Delta_i = f(b_{2m})$ oraz charakterystykę graniczną $\Delta_{igr} = f(b_{2m})$.

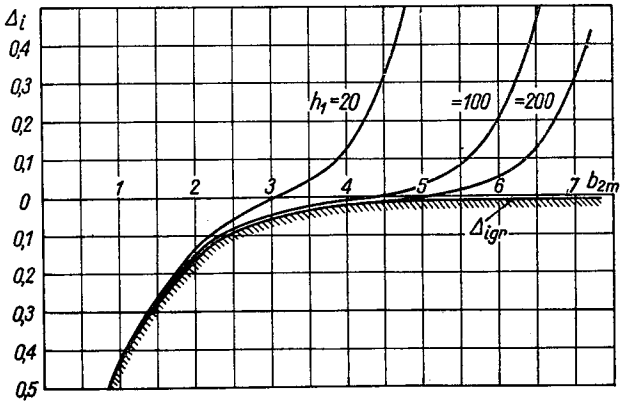
W zakresie małych wartości indukcji charakterystyki uchybowe $\Delta_i = f(b_{2m})$ są usytuowane w bezpośrednim sąsiedztwie charakterystyki granicznej. Wraz ze wzrostem indukcji mierzona w skali Δ_i odległość między tymi charakterystykami, równa $M(k-1)$, wzrasta

tym szybciej, im mniejszej wartości parametru h_1 odpowiada rozważana charakterystyka.

Nierówność

$$M(k-1) \geqslant 0 \tag{33}$$

spełniona dla dowolnych wartości b_{2m} i h_1 dowodzi, że krzywa $\Delta_{igr} = f(b_{2m})$ ogranicza od dołu obszar, w którym mieści się rodzina uniwersalnych charakterystyk uchybowych $\Delta_i = f(b_{2m})$. Można ją uważać za jedną z charakterystyk tej rodziny, odpowiadającą wartości $h_1 = \infty$. Słuszność takiej interpretacji potwierdza fakt rozszerzania zakresu praktycznej styczności krzywej granicznej i charakterystyki $\Delta_i = f(b_{2m})$, przy zwiększaniu wartości parametru h_1.



Rys. 13. Uniwersalne charakterystyki uchybowe drugiego rodzaju $\Delta_i = f(b_{2m}, h_1)$ transduktorowego przekładnika równoległego

Analiza przebiegu uniwersalnych charakterystyk uchybowych umożliwia ustalenie pewnych ogólnych tendencji w wyborze parametrów przekładnika z punktu widzenia założonej dokładności. Należy przy tym brać pod uwagę nachylenie S_h charakterystyki uchybowej $\Delta_i = f(h_1)$, które określa zmiany uchybu występujące przy zmianach wartości wielkości mierzonej (prądu pierwotnego) oraz nachylenie S_b charakterystyki uchybowej $\Delta_i = f(b_{2m})$ stanowiące miarę czułości przekładnika na zakłócenia w postaci wahań napięcia sieci zasilającej obwód wtórny.

Z rys. 12 wynika, że usytuowanie zakresu pomiarowego przekładnika w obszarze małych wartości h_1 jest niekorzystne. Występują tu duże wartości bezwzględne uchybu oraz znaczne jego zmiany przy zmianach h_1. Jest to uwarunkowane dużym procentowym udziałem prądu jałowego w prądzie wtórnym przekładnika (rys. 8).

Przesunięcie zakresu pomiarowego w obszar dużych wartości h_1 spłaszcza charakterystykę uchybową przekładnika, dzięki czemu możliwe jest utrzymanie uchybu w granicach określonych klasą dokładności. Równocześnie maleją zmiany uchybu spowodowane wahaniami napięcia sieci (rys. 13).

W podanej tablicy zestawiono wartości uchybu Δ_i obliczone w zależności od wartości b_{2m} i h_1 wg wzoru (31). Obliczenia wykonano za pomocą elektronicznej maszyny cyfrowej ZAMP II Beta uwzględniając jedenaście wyrazów rozwinięcia (26).

5. WYBÓR PARAMETRÓW PRZEKŁADNIKA

Założenie określonej dokładności, zakresu pomiarowego oraz wahań indukcji nie przedstawia pełnego zespołu warunków niezbędnych dla jednoznacznego określenia parametrów przekładnika, lecz stwarza jedynie pewne ograniczenia w stosunku do wartości, które mogą one przyjąć. Uzupełnieniem wspomnianych warunków są przy projektowaniu założenia natury konstrukcyjnej bądź też ekonomicznej.

Uzasadniona z punktu widzenia dokładności tendencja przesuwania zakresu pomiarowego przekładnika w obszar dużych wartości natężenia pola stałego h_1 wiąże się ze zwiększeniem przepływu uzwojenia pierwotnego i — w konsekwencji — ze wzrostem objętości miedzi. Przyjmując takie rozwiązanie należy — w celu zachowania ciężaru i gabarytów przekładnika — zwiększyć wartość indukcji. Jak wynika z rys. 13, zwiększenie indukcji poza zakres odpowiadający płaskiej części charakterystyki $\Delta_i = f(b_{2m})$ może powodować jednak niedopuszczalne zwiększenie wpływu wahań napięcia pomocniczego. Duża indukcja może być również niekorzystna ze względów izolacyjnych, związanych z wartością szczytową siły elektromotorycznej wzbudzanej w obu częściach uzwojenia pierwotnego, a także z uwagi na nadmierny prąd jałowy.

W celu zilustrowania możliwości zastosowań metody uniwersalnych charakterystyk uchybowych ustalimy na podstawie wyprowadzonych wzorów ograniczenia wartości indukcji b_{2m} i natężenia pola h_1, dopuszczalnych z punktu widzenia założonej dokładności przekładnika. Przyjmujemy, że są dane:

1) zakres pomiarowy n, określony stosunkiem wartości natężenia pola h_{1p} na prawostronnej granicy zakresu pomiarowego do natężenia pola h_{1l} na jego granicy lewostronnej

$$n = \frac{h_{1p}}{h_{1l}},$$

2) wartość maksymalna uchybu dopuszczalnego w tym zakresie Δ_{idop},

3) maksymalne, względne wahania indukcji

$$c = \frac{\Delta b_{2m}}{b_{2m}}$$

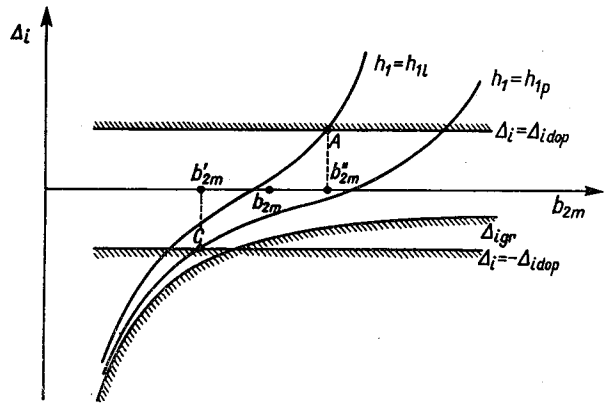
ustalone na podstawie warunków pracy sieci zasilającej obwód wtórny przekładnika.

Na rys. 14 przedstawiono dwie uniwersalne charakterystyki uchybowe drugiego rodzaju wykreślone odpowiednio: dla najmniejszej — h_{1l} oraz największej — h_{1p} wartości składowej stałej natężenia pola w zakresie pomiarowym.

Dla zachowania uchybu przekładnika w granicach wartości dopuszczalnych Δ_{idop}, przy przyjętym zakresie zmian h_1, muszą być spełnione dwa następujące warunki ograniczające wartość indukcji:

a. Indukcja b_{2m} nie może być większa od indukcji b''_{2m} odpowiadającej punktowi A przecięcia charakterystyki uchybowej $\Delta_i = f(b_{2m}, h_{1l})$ z prostą $\Delta_i = +\Delta_{idop}$.

b. Indukcja b_{2m} nie może być mniejsza od indukcji b'_{2m} stanowiącej współrzędną punktu C przecięcia charakterystyki uchybowej $\Delta_i = f(b_{2m}, h_{1p})$ z prostą $\Delta_i = -\Delta_{idnp}$. Korzystając z równania (31) można te warunki zapisać w postaci następujących nierówności:



Rys. 14. Uniwersalne charakterystyki uchybowe drugiego rodzaju przekładnika równoległego

Dla punktu A

$$k''M''-1 \leqslant \Delta_{idop}. \tag{34}$$

Dla punktu B

$$k'M'-1 \geqslant -\Delta_{idop}, \tag{35}$$

gdzie:

$$k'' = \sqrt{1+\left[\frac{I_0(b''_{2m})}{h_{1l}}\right]^2}, \tag{36}$$

$$k' = \sqrt{1+\left[\frac{I_0(b''_{m})}{h_{1p}}\right]^2}, \tag{37}$$

$$M'' = M(b''_{2m}), \quad M' = M(b'_{2m}). \tag{38}$$

Z przekształcenia nierówności (34) z uwzględnieniem (36) otrzymuje się warunek ograniczający najmniejszą — z uwagi na uchyb — wartość natężenia pola stałego w zakresie pomiarowym

$$h_{1l} \geqslant \frac{I_0(b''_{2m})}{\sqrt{\left(\frac{1-\Delta_{idop}}{M''}\right)^2-1}}. \tag{39}$$

Podobnie, przekształcając nierówność (35) otrzymuje się ograniczenie maksymalnej — w zakresie pomiarowym — wartości składowej stałej natężenia pola

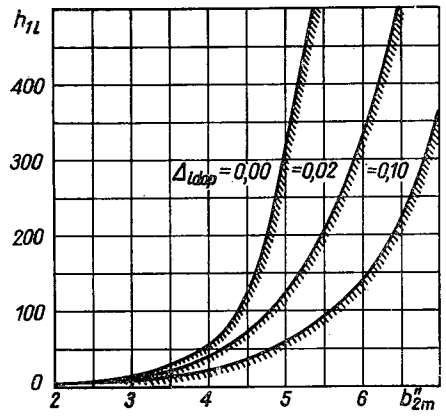
$$h_{1p} \leqslant \frac{I_0(b'_{2m})}{\sqrt{\left(\frac{1-\Delta_{idop}}{M'}\right)^2-1}}. \tag{40}$$

Jak można zauważyć, zależność (40) ma sens tylko dla zakresu indukcji, dla których

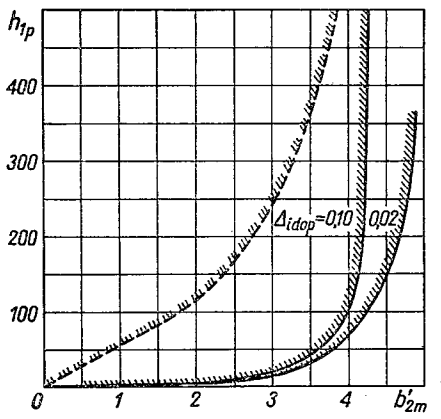
$$-\Delta_{idop} > \Delta_{igr}, \tag{41}$$

tzn. dla zakresu, w którym krzywa graniczna usytuowana jest poniżej prostej $\Delta_i = -\Delta_{idop}$. Przy indukcjach nie spełniających warunku (41) maksymalna wartość h_{1p} nie jest ograniczona przez przyjęte założenia odnośnie wartości Δ_{idop} oraz c.

Dla ilustracji nierówności (39) przedstawiono na rys. 15 krzywe $h_{1l} = f(b''_{2m})$ ograniczające obszary, w których natężenie pola h_1 spełnia tę nierówność. Podobnie, krzywe $h_{1p} = f(b'_{2m})$ pokazane na rys. 16 ograniczają obszary wartości h_1 w myśl warunku (40).



Rys. 15. Krzywe $h_{1l} = f(b''_{2m})$ dla $\Delta_{i\,dop} = \text{const}$



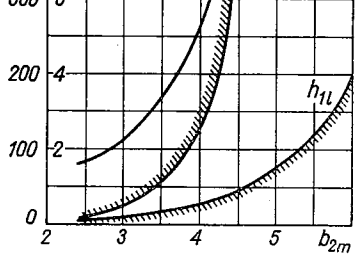
Rys. 16. Krzywe $h_{1p} = f(b'_{2m})$ dla $\Delta_{i\,dop} = \text{const}$

Przy ustalaniu parametrów przekładnika można przyjąć następujący tok postępowania. Dla zadanej wartości uchybu dopuszczalnego $\Delta_i = \pm\Delta_{i\,dop}$ obliczamy, korzystając z zależności (39) i (40), współrzędne punktów krzywych $h_{1l} = f(b''_{2m})$ i $h_{1p} = f(b'_{2m})$. Otrzymane krzywe wykreślamy w skali indukcji b_{2m}, przy czym przyjmujemy, że zachodzą związki

$$b''_{2m} = b_{2m}(1+c), \tag{42}$$

$$b'_{2m} = b_{2m}(1-c), \tag{43}$$

zapewniające zachowanie uchybu przekładnika w granicach określonych wartością $\pm\Delta_{i\,dop}$ przy założonych względnych wahaniach napięcia sieci zasilającej obwód wtórny przekładnika.



Rys. 17. Obszar dopuszczalnych wartości h_1 dla założonej wartości uchybu $\Delta_i = \Delta_{i\,dop} = 0{,}02$ oraz $c = 0{,}1$

Stosunek rzędnych obu krzywych, $h_{1p} = f(b_{2m})$ i $h_{1l} = f(b_{2m})$, wyznacza przebieg funkcji $n = f(b_{2m})$ (rys. 17).

Dla założonej wartości n otrzymuje się z tej krzywej indukcję, zaś z krzywej $h_{1l} = f(b_{2m})$ wartość h_{1l}. Tak wyznaczone parametry odpowiadają najmniejszej objętości miedzi i naj-

większej objętości rdzenia. W przypadku gdy uzyskane proporcje okażą się niekorzystne, można zwiększyć indukcję b_{2m} zwiększając jednocześnie h_{1l} co najmniej do wartości wynikającej z krzywej $h_{1l} = f(b_{2m})$.

Jak wynika z podanych rozważań, metoda uniwersalnych charakterystyk uchybowych umożliwia ograniczenie obszarów wartości h_1 i b_{2m}, w których występują korzystne warunki pracy przekładnika z punktu widzenia jego dokładności. Dysponując dodatkowymi założeniami wynikającymi z warunków konstrukcyjnych bądź też ekonomicznych, można wówczas bez trudności usytuować w skali wartości h_1 zakres pomiarowy przekładnika i wybrać znamionową wartość indukcji. Podstawowe parametry konkretnego przekładnika — indukcję B_{2m}, znamionowe natężenia pola H_{1zn}, przekrój rdzenia, liczby zwojów uzwojeń itp. otrzymuje się drogą prostych przeliczeń na podstawie ogólnie znanych zależności.

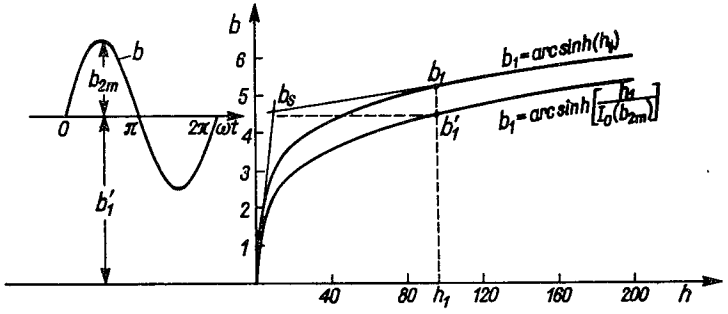
Na zakończenie rozpatrzmy, jak przedstawiają się w świetle metody uniwersalnych charakterystyk uchybowych ograniczenia dopuszczalnych wartości indukcji wprowadzone przez metodę Tołstowa [3].

W rezultacie zastosowania trójodcinkowej aproksymacji charakterystyki magnesowania występują w metodzie Tołstowa ograniczenia przedziału dopuszczalnych wartości indukcji niezależnie od założonej dokładności przekładnika. Stosując przyjęty układ wielkości względnych oraz pomijając pewne współczynniki wynikające z założonych wahań napięcia sieci, można ograniczenia te zapisać w postaci nierówności

$$b_1' \leqslant b_s, \tag{44}$$

$$b_{2m} \leqslant b_s. \tag{45}$$

Znaczenie warunku (44) wyjaśnia rys. 18, na którym przedstawiono: uniwersalną charakterystykę magnesowania $b_1 = \operatorname{arcsinh} h_1$, odcinki linii aproksymującej oraz charakterystykę $b_1 = \operatorname{arcsinh}\left[\frac{h_1}{I_0(b_{2m})}\right]$ obrazującą zależność między składowymi stałymi



Rys. 18. Uniwersalne charakterystyki magnesowania $b = \operatorname{arcsh} h$ i jej trójodcinkowa aproksymacja

natężenia pola i indukcji w obecności pola zmiennego. W przypadku gdy nierówność (44) nie jest spełniona, zakres pracy przekładnika jest usytuowany w obszarze nasyconej części charakterystyki magnesowania i obwód magnetyczny przekładnika ma własność elementu liniowego. W tych warunkach praca przekładnika jset nieprawidłowa, gdyż prąd wtórny nie zależy od prądu pierwotnego.

Warunek (44) zapisany za pomocą funkcji hiperbolicznych, przy wykorzystaniu związku (18), przybiera postać

$$h_1 \leqslant \sinh(b_s) I_0(b_{2m}). \tag{46}$$

Nierówność (46) przedstawia, przy danej wartości b_s i b_{2m}, ograniczenie prawostronnego kresu przedziału pomiarowego, niezależne od przyjętej wartości dopuszczalnego uchybu. Tego rodzaju ograniczenie w metodzie charakterystyk uniwersalnych nie występuje ze względu na nieliniowy charakter funkcji aproksymującej.

W celu porównania ograniczenia (46) z warunkiem (40), uzależniającym największą dopuszczalną wartość h_{1p} od założonej dokładności przekładnika, narysowano na rys. 16 linią przerywaną krzywą $h_{1p} = f(b_{2m})$, odpowiadającą zależności (46). Przyjęto przy tym wg rys. 18 wartość $b_s = 4{,}6$. Na rysunku tym pokazano również krzywe $h_{1p} = f(b_{2m})$ narysowane zgodnie ze związkiem (40). Wzajemne usytuowanie obu rodzajów krzywych wskazuje, że ograniczenie wartości h_{1p} wg warunku (40) jest w zakresie małych wartości indukcji znacznie ostrzejsze od ograniczenie wprowadzonego przez metodę Tołstowa. Przy dużych indukcjach, dla których nie jest prawdziwa nierówność (41), ograniczenie (40) — jak już wspomniano uprzednio — traci moc.

Warunek (45) ogranicza maksymalną amplitudę indukcji do wartości, przy której nie występuje nasycenie rdzeni przekładnika w stanie jałowym. Metoda charakterystyk uniwersalnych podaje podobny warunek w postaci bardziej elastycznej, uzależniając ograniczenie amplitudy indukcji od wartości h_1 oraz założonej wartości uchybu Δ_{idop} (39). Dzięki temu dopuszcza ona stosowanie większych wartości b_{2m} przy dużych natężeniach pola stałego. I tak na przykład jak wynika z rys. 15, można utrzymać uchyb przekładnika w zakresie $\pm 0{,}02$ przy indukcji $b_{2m} = 6$, jeżeli tylko wartość $h_1 > 350$, podczas gdy wg warunku (45) dopuszczalna wartość indukcji — przy aproksymacji trójodcinkowej wg rys. 18 — wynosi $b_{2m} = b_s = 4{,}6$.

Politechnika Łódzka
Wydział Elektryczny
Katedra Elektrotechniki Ogólnej

WYKAZ LITERATURY

1. Krämer W.: Ein neuer Gleichspannungsmesswandler. — ETZ. Vol. 59, 1938, s. 1295—1298.
2. Specht T. R., Wagner K. N.: The Theory of the Current Transductor and its Application in the Aluminium Industry. — AIEE Trans. Vol. 69, p. I, 1950, s. 441—452.
3. Tołstow J. G.: Izmieritielnyje transformatory postojannogo toka. Goseniergoizdat, Moskwa 1951.
4. Belickaja M. S., Limanow E. A.: Transformatory postojannogo toka i naprjażenija. — Enier-gija. Moskwa — Leningrad 1964.
5. Johnson W. C., Merrell B. C., Alley R. E.: Universal Curves for D—C Controllable Reactors. — AIEE Trans. Vol. 68, 1949, s. 31—40.
6. Ładziński R.: Charakterystyki uniwersalne wzmacniaczy magnetycznych. — Arch. Autom. i Tel., tom III, zeszyt 1—2, 1958, s. 17—36.

J. LESZCZYŃSKI

METHOD OF UNIVERSAL ERROR CURVES OF DIRECT-CURRENT TRANSFORMERS

Summary

The article presents a method of analysis of the properties of a direct-current transformer in a shunt system. The method is based on the approximation of the magnetization curve of core material with the

hyperbolic sine function. Due to the introduction of dimensionless magnitudes b and h it has been possible to present the error curves of the transformer in the form of universal curves independent from the core material. Formulas have been derived defining the mean value of the secondary current in the form of a series of Bessel functions of imaginary argument. The applications of the method have been indicated for the selection of the transformer parameters. The enclosed table gives numerical values of the errors dependent on the magnetic field strength and magnetic flux density, calculated with the aid of a computer.

J. LESZCZYŃSKI

LA MÉTHODE DES COURBES D'ERREUR UNIVERSELLES DES TRANSFORMATEURS COURANT CONTINU

Résumé

On a présenté dans l'article la méthode d'analyser les caractéristiques du transformateur courant continu à schéma parallèle, appuyée sur l'utilisation de l'approximation de la courbe d'aimantation du matériel du noyau per la fonction sinus hyperbolique. Grâce à l'introduction des grandeurs sans dimension b et h on a obtenu la possibilité des présenter les courbes d'erreur du transformateur sous la forme des courbes universelles, indépendantes du matériel du noyau. On a déduit des formules déterminant la valeur moyenne du courant secondaire sous la forme de la série de la fonction Bessel de l'argument imaginaire. On a indiqué l'application de la méthode à faire le choix des paramètres du transformateur. Dans le tableau annexé on a donné les valeurs numériques de l'erreur en rélation au champ magnétique et à l'induction, calculées à l'aide de la machine mathématique digitale.

Я. ЛЕЩИНЬСКИ

МЕТОД УНИВЕРСАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТЕЙ ТРАНСФОРМАТОРОВ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Резюме

В статье представлен метод анализа трансформатора постоянного тока при параллельном соединении обмоток, основанный на приближении характеристики намагничивания функцией гиперболический синус. Благодаря введению безразмерних величин b и h явилось возможным представить кривые погрешностей трансформатора как универсальные характеристики независимые от магнитного материала. Выведены формулы, определяющие среднее значение вторичного тока в виде ряда функции Бесселя мнимого аргумента. Даны уравнения универсальных характеристик погрешностей. Указано на применение метода при выборе параметров трансформаторов тока. В приведенной таблице даны численные значения погрешностей в зависимости от напряжения магнитного поля и индукции, расчитанные с помощью электронной цифровой машины.

621.314.222.6

MACIEJ KOZŁOWSKI

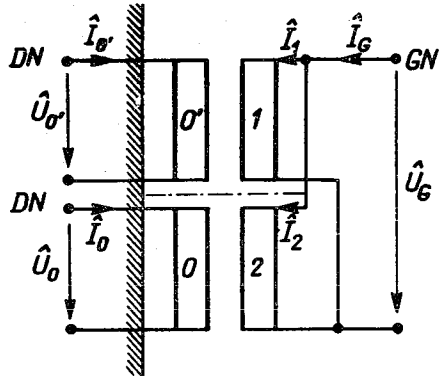
Graniczna obciążalność trwała transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami" przy nierównomiernym obciążeniu uzwojeń

Rękopis dostarczono 1.12.1967

Uzyskano proste wzory pozwalające wyznaczyć — w oparciu o dane wynikające z karty prób — graniczną obciążalność trwałą transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami", stopień wykorzystania jego mocy znamionowej oraz koszty eksploatacji przy nierównomiernym obciążeniu uzwojeń. Wprowadzono wskaźnik umożliwiający ocenę niebezpieczeństwa powstania w tych warunkach przegrzań lokalnych w uzwojeniach, podając, oprócz ujmującej go zależności, także wzór określający wartość graniczną wskaźnika. Jej przekroczenie wymaga zmniejszenia dopuszczalnego obciążenia nierównomiernego do wartości wynikającej ze wzoru — również uzyskanego w pracy. Rozważania ilustrują wyniki obliczeń wykonanych dla transformatora omawianego typu, 63 MVA/112 kV, produkcji ELTA (Łódź).

1. WSTĘP

Trójfazowe transformatory „z rozdzielonymi uzwojeniami" są ostatnio — szczególnie w ZSRR — coraz szerzej stosowane. Posiadają one dwa identyczne uzwojenia dolnego napięcia (*DN*) oraz jedno uzwojenie górnego napięcia (*GN*) o mocy dwukrotnie większej



Rys. 1. Rozmieszczenie uzwojeń na kolumnie oraz przyjęte oznaczenia

niż każdego z uzwojeń *DN*. Rozmieszczenie uzwojeń na kolumnie, w założeniu tych samych kierunków ich nawinięcia, schematycznie przedstawia rys. 1. W praktyce równolegle łączone połówki uzwojenia *GN* są nawijane w kierunkach przeciwnych dla uproszczenia połączeń i zmniejszenia niezbędnego odstępu izolacyjnego między nimi. Impedancja $\hat{Z}_{DD}$

układu jak na rys. 1 przy zwarciu *DN-DN* jest prawie dwukrotnie większa od jego impedancji $\hat{Z}_{GD}$ przy zwarciu *GN*-dowolne z uzwojeń *DN* oraz prawie czterokrotnie większa od impedancji zwarcia

$$\hat{V}_{02} = \hat{Z}_{GD} - \frac{1}{4}\hat{Z}_{DD} \tag{1}$$

dwuuzwojeniowego transformatora, jaki powstaje z rozpatrywanego po równoległym połączeniu ze sobą obu uzwojeń *DN* [3]. Bardziej szczegółowy opis konstrukcji omawianego typu transformatora można znaleźć w pracach [3], [5], [7], [10], [11]. Jego zastosowanie — dzięki stosunkom impedancji zwarcia, jak podane wyżej — pozwala na ok. dwukrotne zmniejszenie prądu przy zwarciu po stronie *DN* [5], [11]. Taki sposób ograniczania prądów zwarcia okazuje się w wielu przypadkach bardziej korzystny od innych [7], stąd wzrost liczby, a także i zakresu stosowania transformatorów „z rozdzielonymi uzwojeniami", który szerzej omówiono w pracy [5].

W artykule [5] wykazano, że praca transformatora rozpatrywanego typu przebiega najkorzystniej, gdy w obu uzwojeniach *DN* płyną jednakowe prądy. Taki sposób eksploatacji uznano za normalny i zalecono odstępstwa od niego ograniczać do niezbędnego minimum. Wyrównanie prądów w uzwojeniach *DN* nie zawsze jednak jest w praktyce możliwe, szczególnie w przypadku transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami", pracującego w sieci jako transformator obniżający. Powstaje wówczas pytanie, jakie trwałe obciążenie transformatora można w takich warunkach dopuścić. Rozpatrzeniu tego zagadnienia jest poświęcony niniejszy artykuł.

2. STRATY OBCIĄŻENIOWE W CAŁYM TRANSFORMATORZE PRZY NIEJEDNAKOWYCH PRĄDACH W UZWOJENIACH DN

2.1. Straty podstawowe

Wzorom określającym prądy w poszczególnych uzwojeniach (rys. 1), wyprowadzonym w pracy [5], można nadać postać:

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_v + \hat{I}_w\hat{\beta}_{02}, \quad \hat{I}_2 = \hat{I}_v - \hat{I}_w\hat{\beta}_{02}, \tag{2}$$

$$\hat{I}_{0'} = -\hat{I}_v - \hat{I}_w, \quad \hat{I}_0 = -\hat{I}_v + \hat{I}_w, \tag{3}$$

w której

$$\hat{I}_v = \frac{\hat{I}_G}{2} = \frac{\hat{U}_G - \dfrac{\hat{U}_0 + \hat{U}_{0'}}{2}}{2\hat{V}_{02}} \tag{4}$$

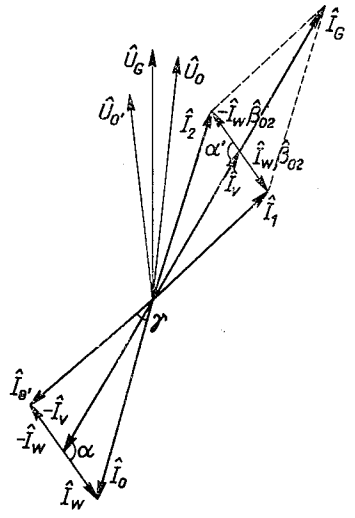
przedstawia składową prądów, jednakową co do wartości skutecznej we wszystkich uzwojeniach, warunkowaną przekazywaniem energii z uzwojeń *DN* do *GN* (lub przeciwnie) i ograniczoną przez impedancję $\hat{V}_{02}$ (1), zaś

$$\hat{I}_w = \frac{\hat{U}_0 - \hat{U}_{0'}}{\hat{Z}_{DD}} \tag{5}$$

składową, wynikającą z wymiany energii między uzwojeniami *DN*. Parametr

$$\hat{\beta}_{02} = \frac{\hat{Z}_{01} - \hat{Z}_{02}}{\hat{Z}_{12}} \tag{6}$$

($\hat{Z}_{kl}$ — impedancja zwarcia pary uzwojeń $k-l$, rys. 1) ma moduł zawsze nieco mniejszy od jedności, zawarty zwykle w przedziale 0,85.... 0,95; $\hat{\beta}_{02}$ można przyjmować za liczbę rzeczywistą [3]. Wzór (6) pozwala obliczyć $\hat{\beta}_{02}$ w oparciu o pomiary podczas montażu transformatora. Wzory podane w pracach [3] i [6] umożliwiają obliczenie tego parametru na podstawie danych konstrukcyjnych.



Rys. 2. Wskazy prądów i napięć przy nierównomiernym obciążeniu uzwojeń *DN* transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami"

Prądy w uzwojeniach *DN* mogą — w przypadku ogólnym — różnić się między sobą zarówno wartością skuteczną, jak i przesunięciem fazowym. Rysunek 2 przedstawia taki przypadek. Pokazano na nim również składowe $\hat{I}_v$ i $\hat{I}_w$. Podstawowe straty obciążeniowe w całym układzie uzwojeń (rys. 1) wyraża ogólny wzór

$$\Delta P_p = m[(I_0^2 + I_{0'}^2) R_0 + (I_1^2 + I_2^2) R_2], \tag{7}$$

w którym R_0 oznacza zmierzoną prądem stałym rezystancję jednego z uzwojeń *DN*, odniesioną do wybranej, wspólnej dla wszystkich uzwojeń liczby zwojów z, R_2 — rezystancję jak wyżej, ale jednej z połówek uzwojenia *GN*, m — liczbę faz transformatora.

Z rysunku 2, wykorzystując twierdzenie cosinusów, otrzymujemy

$$I_0^2 + I_{0'}^2 = 2(I_v^2 + I_w^2); \quad I_1^2 + I_2^2 = 2(I_v^2 + I_w^2 \beta_{02}^2), \tag{8}$$

z czego wynika, że kąt α przesunięcia fazowego prądu $\hat{I}_w$ względem $\hat{I}_v$ nie wpływa na ΔP_p; istnienie wpływu kąta α na straty podstawowe w poszczególnych uzwojeniach jest oczy-

wiste. Podstawiając ostatnie związki do (7) otrzymujemy zależność zgodną z uzyskaną w pracy [5]

$$\Delta P_p = m2[I_v^2(R_0+R_2)+I_w^2(R_0+R_2\beta_{02}^2)] = \Delta P_{pv}+\Delta P_{pw}, \tag{9}$$

gdzie ΔP_{pv} oznacza składnik podstawowych strat obciążeniowych warunkowany przekazywaniem energii z uzwojeń DN do GN (lub odwrotnie), a ΔP_{pw} — składnik, warunkowany wymianą energii między uzwojeniami DN.

Podstawowa rezystancja zwarcia dwuuzwojeniowego transformatora, jaki powstaje z omawianego po równoległym połączeniu ze sobą także obu uzwojeń DN, wynosi $\frac{1}{2}(R_0+R_2)$. Oznaczając podstawowe straty obciążeniowe w takim układzie w znamionowych warunkach przez ΔP_{pv}^*, w oparciu o (4) i (9) uzyskujemy

$$\Delta P_{pv} = mI_G^2\frac{R_0+R_2}{2} = \Delta P_{pv}^*\left(\frac{I_G}{I_{Gn}}\right)^2, \tag{10}$$

gdzie I_{Gn} — znamionowy prąd uzwojenia GN.

Podstawowa rezystancja przy zwarciu DN—DN transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami" wynosi $2(R_0+R_2\beta_{02}^2)$ [3], skąd

$$\Delta P_{pw} = mI_w^2 2(R_0+R_2\beta_{02}^2) = \Delta P_{pw}^*\left(\frac{I_w}{I_{0n}}\right)^2, \tag{11}$$

gdzie I_{0n} oznacza znamionowy prąd uzwojenia DN, a ΔP_{pw}^* — podstawowe straty obciążeniowe przy zwarciu DN—DN w znamionowych warunkach.

Podstawowe straty obciążeniowe w transformatorze „z rozdzielonymi uzwojeniami" przy dowolnym obciążeniu można zatem przedstawić wzorem

$$\Delta P_p = \Delta P_{pv}^*\left(\frac{I_G}{I_{Gn}}\right)^2+\Delta P_{pw}^*\left(\frac{I_w}{I_{0n}}\right)^2. \tag{12}$$

2.2. Straty dodatkowe

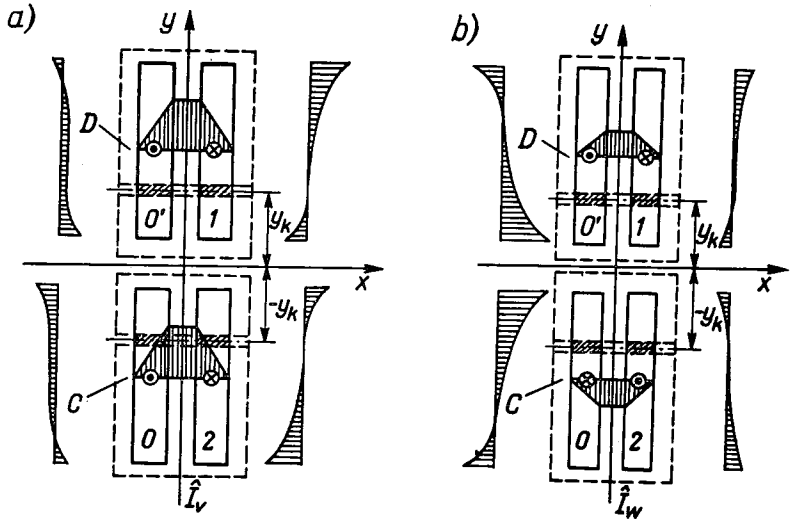
Wartość dodatkowych strat obciążeniowych jest warunkowana rozkładem przestrzennym pola magnetycznego w obszarach wypełnionych materiałami przewodzącymi (uzwojenia, części konstrukcyjne). W obszarach o stałej przenikalności magnetycznej pole rozproszenia jest superpozycją pól wytworzonych oddzielnie przez wyróżnione wyżej składowe $\hat{I}_v$ oraz $\hat{I}_w$ prądów w uzwojeniach. Bliższy opis pól składowych i pola wypadkowego zawiera praca [5]. Rysunek 3 przedstawia rozkład składowej podłużnej $B_y(x)$ oraz poprzecznej $B_x(y)$ wzdłuż osi symetrii przekrojów uzwojeń dla pól rozproszenia wytworzonych odpowiednio przez składowe prądów $\hat{I}_v$ i $\hat{I}_w$. Słuszne są zależności:

— dla składowych poprzecznych:

$$B_{xv}(y_k) = -B_{xv}(-y_k) \quad \text{rys. 3a}$$
$$B_{xw}(y_k) = B_{xw}(-y_k) \quad \text{rys. 3b}$$

— dla składowych podłużnych:

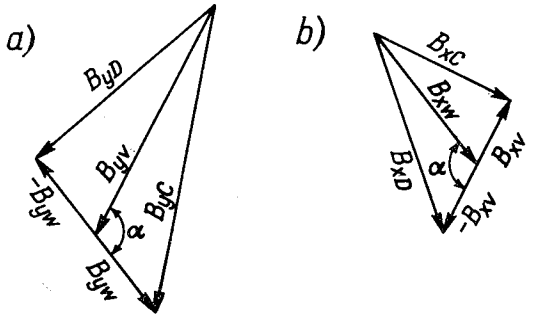
$$B_{yv}(y_k) = B_{yv}(-y_k) \quad \text{rys. 3a}$$
$$B_{yw}(y_k) = -B_{yw}(-y_k) \quad \text{rys. 3b}$$



Rys. 3. Rozkład wzdłuż osi symetrii przekrojów uzwojeń podłużnych i poprzecznych składowych indukcji pól rozproszenia, wytworzonych przez prądy $\hat{I}_v$ (a) oraz $\hat{I}_w$ (b)

Dla obu pól (rys. 3a,b) rozkład $B_x(x)$ wzdłuż szerokości poszczególnych uzwojeń można uważać za stały, a $B_y(x)$ — za symetryczny względem osi y.

Straty dodatkowe w uzwojeniach z technicznie zadowalającą dokładnością można przyjmować za sumę strat wywołanych oddzielnie przez podłużną i poprzeczną składową strumienia rozproszenia [4]; zależą one od kwadratu — odpowiednio — podłużnej i po-



Rys. 4. Składowe podłużne (a) i poprzeczne (b) indukcji w punktach dolnej (C) i górnej (D) części układu, leżących symetrycznie względem osi x (rys. 3)

przecznej składowej indukcji. Dla dwóch punktów leżących wewnątrz uzwojeń w części C i D układu (rys. 3), mających współrzędne (x_k, y_k) i $(x_k, -y_k)$, otrzymamy wypadkowe składowe podłużne indukcji B_{yC} i B_{yD} dodając — zgodnie z poprzednimi zależnościami — do $B_{yv} = B_{yv}(x_k, y_k) = B_{yv}(x_k, -y_k)$ odpowiednio $B_{yw} = B_{yw}(x_k, y_k)$ oraz $-B_{yw} = B_{yw}(x_k, -y_k)$ z uwzględnieniem przesunięcia fazowego prądu $\hat{I}_w$ względem $\hat{I}_v$ (rys. 4a). Znalezienie natomiast wypadkowych składowych poprzecznych indukcji B_{xC} i B_{xD} w wyróżnionych punktach wymaga dodania — z tymże przesunięciem fazowym — do $B_{xw} =$

$= B_{xw}(x_k, y_k) = B_{xw}(x_k, -y_k)$ odpowiednio $B_{xv} = B_{xv}(x_k, y_k)$ oraz $-B_{xv} = B_{xv}(x_k, -y_k)$ (rys. 4b). W oparciu o rys. 4 uzyskuje się natychmiast

$$B_{yC}^2+B_{yD}^2 = 2(B_{yv}^2+B_{yw}^2); \quad B_{xC}^2+B_{xD}^2 = 2(B_{xv}^2+B_{xw}^2).$$

Otrzymane zależności, wobec konstrukcyjnej symetrii układu uzwojeń względem płaszczyzny prostopadłej do osi kolumny pozwalają wnioskować, że suma strat dodatkowych występujących przy nierównomiernym rozkładzie prądów w bezpośrednim otoczeniu wyróżnionych punktów (tak od podłużnej, jak i poprzecznej składowej indukcji) jest równa podwojonej sumie strat dodatkowych w otoczeniu jednego z tych punktów, wywołanych oddzielnie przez pole składowej $\hat{I}_v$ oraz $\hat{I}_w$. Dowolność w wyborze rozpatrywanej pary symetrycznie usytuowanych punktów pozwala wniosek z rozważań uogólnić zarówno na większe, symetrycznie położone obszary w częściach C i D układu (rys. 3), jak i na cały układ uzwojeń. Ponieważ ponadto dla strat dodatkowych, wywołanych w częściach C i D przez pola składowych $\hat{I}_v$ i $\hat{I}_w$, słuszne są związki

$$\Delta P_{dvC} = \Delta P_{dvD} = \frac{\Delta P_{dv}}{2}; \quad \Delta P_{dwC} = \Delta P_{dwD} = \frac{\Delta P_{dw}}{2},$$

straty dodatkowe ΔP_{du} w całym układzie przy nierównomiernym obciążeniu uzwojeń można ująć zależnością

$$\Delta P_{du} = \Delta P_{dv}+\Delta P_{dw}. \tag{13}$$

Wpływ nasycenia czyni podobne rozumowanie dla ferromagnetycznych części konstrukcyjnych mniej dokładnym. Pomijając go otrzymuje się dla strat dodatkowych w tych częściach wzór analogiczny do (13), co pozwala całkowite straty dodatkowe ΔP_d w transformatorze „z rozdzielonymi uzwojeniami" przy niejednakowym obciążeniu uzwojeń ująć związkiem

$$\Delta P_d = \Delta P_{dv}^* \left(\frac{I_G}{I_{Gn}}\right)^2 + \Delta P_{dw}^* \left(\frac{I_w}{I_{0n}}\right)^2 \tag{14}$$

o strukturze analogicznej do wzoru (12). W zależności (14) ΔP_{dw}^* oznacza dodatkowe straty obciążeniowe przy zwarciu DN—DN w znamionowych warunkach, a ΔP_{dv}^* — takież straty przy zwarciu DN, DN—GN: dwuuzwojeniowego transformatora, jaki powstaje z rozpatrywanego po równoległym połączeniu także obu uzwojeń DN.

Słuszność wzoru (14) można sprawdzić wykorzystując wyniki pomiarów przy zwarciu GN—DN, które wchodzi do programu prób odbiorczych transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami". Prądy w uzwojeniach są wówczas równe

$$I_{0'} = 0, \quad I_0 = I_{0n} = I_G = \frac{I_{Gn}}{2},$$

obciążenie uzwojeń DN jest zatem skrajnie nierównomierne, a składowe prądów (por. rys. 2) wynoszą

$$I_w = I_v = \frac{I_G}{2} = \frac{I_{0n}}{2}.$$

Straty dodatkowe w tym przypadku, według (14), ujmuje zależność:

$$\Delta P_{dGD} = \frac{1}{4}(\Delta P_{dv}^*+\Delta P_{dw}^*). \tag{15}$$

Dla dwóch zbudowanych w fabryce ELTA (Łódź) transformatorów „z rozdzielonymi uzwojeniami" o znamionach 63/31,5/31,5 MVA, $112\pm6\times1{,}818/10{,}5/10{,}5$ kV otrzymuje się

ΔP^*_{dv}	ΔP^*_{dw}	ΔP_{dGN} pom.	ΔP_{dGN} obl.	
135	215	82	87,5	kW
125	215	80	85	kW

Straty dodatkowe obliczone według (15) są w tym przypadku o 6...7% większe od pomierzonych przy zwarciu *GN—DN*. Taka dokładność obliczenia jednego ze składników strat jest przy wyznaczaniu obciążalności zupełnie zadowalająca. Konfrontacja obliczeń z pomiarami pozwala przy tym oczekiwać stwarzania przez wzór (13) niewielkiej rezerwy obliczeniowej, co jest korzystne — o czym obszerniej niżej — z uwagi na niebezpieczeństwo przegrzań lokalnych, potęgujące się na ogół przy wzroście nierównomierności obciążenia uzwojeń [5].

2.3. Sumaryczne straty obciążeniowe

Z zależności (12) i (14) wynika, że straty obciążeniowe w transformatorze „z rozdzielonymi uzwojeniami" przy dowolnym obciążeniu można wyrazić wzorem

$$\Delta P = \Delta P_p + \Delta P_d = \Delta P^*_v \left(\frac{I_G}{I_{Gn}}\right)^2 + \Delta P^*_w \left(\frac{I_w}{I_{0n}}\right)^2, \tag{16}$$

w którym ΔP^*_v oznacza straty obciążeniowe przy zwarciu *DN*, *DN—GN*, ΔP^*_w — przy zwarciu *DN—DN*, obie wielkości — przy znamionowych prądach w uzwojeniach zasilanych. Dla zwarcia *GN—DN* (por. wyżej) wzór (16) przybiera postać analogiczną do (15)

$$\Delta P_{GD} = \frac{1}{4}(\Delta P^*_v + \Delta P^*_w). \tag{17}$$

Niżej zestawiono rezultaty obliczeń według zależności (17) z wynikami pomiarów wykonanych na dwóch wspomnianych transformatorach 63MVA/112kV omawianego typu.

ΔP^*_v	ΔP^*_w	ΔP_{GD} pom.	ΔP_{GD} obl.	
377	434	197	203	kW
361	428	192	197	kW

Z porównania wynika, że dla skrajnie niesymetrycznego obciążenia uzwojeń *DN*, jakie występuje przy zwarciu *GN—DN*, ogólny wzór (16) daje rezultaty większe od pomierzonych zaledwie o ok. 3%. Zarówno wartość, jak i kierunek tej rozbieżności są przy prowadzonych rozważaniach w pełni zadowalające.

Przy równomiernym obciążeniu uzwojeń składowa $I_w = 0$ [rys. 2, zależności (2), (3)] i drugi składnik we wzorze (16) znika. Słuszność zależności (16) jest dla tego przypadku oczywista.

3. GRANICZNE OBCIĄŻENIE TRWAŁE PRZY NIEJEDNAKOWYCH PRĄDACH W UZWOJENIACH DN

3.1. Straty w uzwojeniach bardziej obciążonych prądowo

Wprowadźmy oznaczenia

$$\chi_0 = \frac{I_0}{I_{0n}}; \qquad \chi_{0'} = \frac{I_{0'}}{I_{0n}} \tag{18}$$

i przyjmijmy, co nie ogranicza ogólności rozważań, że zawsze $I_0 \geqslant I_{0'}$, a więc $\chi_0 \geqslant \chi_{0'}$. Wyznaczenie granicznej wartości χ_0 dla zadanego obciążenia nierównomiernego stanowi rozwiązanie postawionego zadania.

Odstępstwo obciążenia od zalecanego sposobu pracy transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami", przy którym w obu uzwojeniach *DN* płyną jednakowe prądy [5], charakteryzują dwa niezależne parametry (rys. 2): stosunek wartości skutecznych prądów w uzwojeniach *DN*

$$\eta = \frac{\chi_{0'}}{\chi_0} = \frac{I_{0'}}{I_0} \tag{19}$$

oraz kąt ich przesunięcia fazowego γ; przyjmiemy je za znane.

W oparciu o rys. 2 otrzymuje się

$$I_G = 2I_v = I_0\sqrt{1+\eta^2+2\eta\cos\gamma}; \qquad I_w = \frac{I_0}{2}\sqrt{1+\eta^2-2\eta\cos\gamma}. \tag{20}$$

Wobec $I_{Gn} = 2I_{0n}$, oznaczając

$$b = \frac{\Delta P_w^*}{\Delta P_v^*}, \tag{21}$$

uzyskuje się ze wzoru (16) po uwzględnieniu zależności (20) związek

$$\Delta P = \chi_0^2\left(\frac{1+\eta^2}{2}\cdot\frac{1+b}{2}+\eta\cos\gamma\frac{1-b}{2}\right)\Delta P_v^* = \chi_0^2 A\Delta P_v^* \tag{22}$$

przedstawiający sumaryczne straty obciążeniowe w postaci funkcji rozpatrywanego parametru χ_0, łatwej do wyznaczenia w oparciu o dane znamionowe transformatora.

Rozwiązanie postawionego problemu wymaga znajomości strat obciążeniowych w częściach układu uzwojeń bardziej obciążonych prądowo (0 i 2 na rys. 1), wydzielenia ze strat ΔP odpowiednich składników. Podział strat podstawowych między uzwojenia nie nastręcza trudności. Dla uzwojenia 0 można je np., korzystając z zależności (7), po uwzględnieniu związków (8), (19) i (20), wyrazić wzorem

$$\Delta P_{p0} = \frac{\Delta P_p}{1+\eta^2+\dfrac{R_2}{R_0}\left[\dfrac{1+\eta^2}{2}(1+\beta_{02}^2)+\eta\cos\gamma(1-\beta_{02}^2)\right]} = \xi_0\Delta P_p. \tag{23}$$

Trudności pojawiają się natomiast przy wyodrębnianiu z sumy strat dodatkowych jej składników zlokalizowanych w poszczególnych uzwojeniach, uniemożliwiając dokładny podział tej części strat. Wraz z nierównomiernością obciążenia nie tylko bowiem rośnie

udział strat dodatkowych w sumarycznych stratach obciążeniowych, ale pogłębia się także nierównomierność w ich przestrzennym rozkładzie — ma miejsce koncentracja strat dodatkowych w parze bardziej obciążonych uzwojeń [4], [5]. Zjawisko to ma oczywisty wpływ na dopuszczalne obciążenie nierównomierne transformatora i powinno znaleźć odbicie w prowadzonej analizie. Do dalszych rozważań — upraszczając — przyjmiemy, że stosunek sumarycznych strat obciążeniowych w uzwojeniu *0* przy nierównomiernym obciążeniu transformatora (ΔP_0) do strat w tym uzwojeniu przy równomiernym obciążeniu prądem znamionowym (ΔP_0^*) jest ujmowany zależnością

$$\frac{\Delta P_0}{\Delta P_0^*} = \frac{\xi_0 \Delta P}{\frac{\Delta P_v^*}{2} \cdot \frac{R_0}{R_0+R_2}} = 2\frac{R_0+R_2}{R_0}\xi_0 A\chi_0^2 = AB_0\chi_0^2 \tag{24}$$

Stosunek omawianych strat w uzwojeniu *0* przyjmujemy zatem za równy stosunkowi części sumarycznych strat obciążeniowych w transformatorze, odpowiednio przy obciążeniu nierównomiernym oraz równomiernym, uzyskanych przez podział tych strat w sposób identyczny, jak samych strat podstawowych. Straty dodatkowe poza uzwojeniami występują w odpowiednich proporcjach zarówno w liczniku, jak i w mianowniku zależności (24), co znacznie osłabia ich wpływ na wartość całego omawianego wyrażenia. Stosunek (24), przy stałym parametrze χ_0, decydującym o stosunku strat podstawowych w uzwojeniu *0* w porównywanych przypadkach, rośnie wraz z nierównomiernością obciążenia transformatora, co wyraża się wzrostem wartości iloczynu AB_0. Dla rozpatrywanego transformatora 63 MVA/112 kV, w którym rezystancje uzwojeń R_0 i R_2 w temp. 18°C, odniesione do strony *DN* wynoszą odpowiednio 13,9 i 19 mΩ, a parametr $\beta_{02} = 0{,}915$ i $b = 1{,}15$, otrzymuje się

Parametr η:	1	0,8	0,5	0
$AB_0(\gamma = 0°)$:	1,000	1,005	1,025	1,130
$AB_0(\gamma = 30°)$:	1,015	1,020	1,040	1,130
$AB_0(\gamma = 60°)$:	1,060	1,065	1,075	1,130

Zmiany iloczynu AB_0 w przybliżonym wzorze (24) korespondują więc ze wspomnianym zjawiskiem koncentracji strat dodatkowych w parze bardziej obciążonych uzwojeń, nasilającym się ze wzrostem nierównomierności obciążenia, co świadczy o właściwej strukturze przyjętej zależności. Koncentracja strat dodatkowych grozi powstaniem ognisk lokalnych przegrzań. Ilościowej oceny tego zagrożenia nie można zawrzeć w ogólnych rozważaniach, ponieważ zależy ono nie tylko od parametrów transformatora, ale i od szczegółów jego rozwiązania konstrukcyjnego. W dalszej części opracowania zostaną podane wskaźniki, umożliwiające ocenę niebezpieczeństwa powstania przegrzań lokalnych dla konkretnych konstrukcji. Zmiany wartości iloczynu AB_0 wskazują, że wzór (24) stwarza kilku — kilkunastoprocentową, elastyczną rezerwę obliczeniową, niezbędną z uwagi na występującą, a w ogólnych rozważaniach ilościowo nieuchwytną koncentrację strat. Rezerwa ta może być zadowalająca lub okazać się zbyt mała, zależnie od szczegółów konstrukcyjnych transformatora, toteż w dalszych rozważaniach wskazane jest takie formułowanie ogólnych zależności, aby stworzoną przez wzór (24) rezerwę obliczeniową raczej w rozsądnych granicach powiększać niż zmniejszać.

Analogicznie przyjmiemy, że stosunek sumarycznych strat obciążeniowych w połówce 2 uzwojenia *GN* przy nierównomiernym obciążeniu transformatora (ΔP_2) do strat w tej połówce przy równomiernym obciążeniu prądem znamionowym (ΔP_2^*) wyraża przybliżony wzór

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta P_2^*} = \frac{\Delta P_0 \frac{R_2}{R_0}\left(\frac{I_2}{I_0}\right)^2}{\frac{\Delta P_v^*}{2}\cdot\frac{R_2}{R_0+R_2}} = AB_0\chi_0^2\left(\frac{I_2}{I_0}\right)^2 \tag{25}$$

przekształcony z uwzględnieniem zależności (24). Ze związków (2) i (3) wynika, uwzględniając wartości uzyskiwane przez parametr β_{02}, że prąd I_2 przy dowolnym obciążeniu transformatora nieznacznie tylko się różni od prądu I_0. W prowadzonych rozważaniach można z dostateczną dla nich dokładnością przyjąć, że $I_2 = I_0$. Stąd

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta P_2^*} = AB_0\chi_0^2 = \frac{\Delta P_0}{\Delta P_0^*}. \tag{26}$$

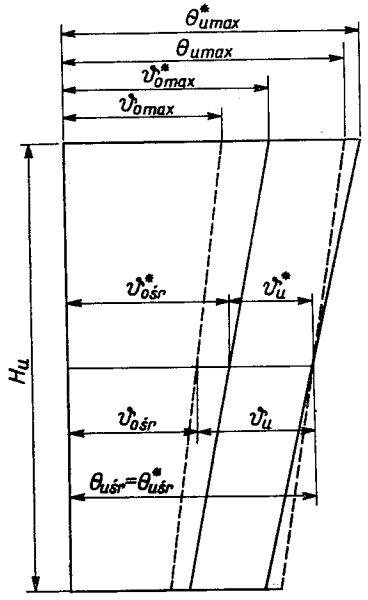
3.2. Kryterium granicznej obciążalności

Z zależności (22) widać, że przy $\chi_0 = 1$ i $\eta < 1$ sumaryczne straty obciążeniowe w transformatorze są mniejsze niż przy jego równomiernym, znamionowym obciążeniu. Stwarza to możliwość trwałego przeciążenia prądowego jednego z uzwojeń *DN* oraz leżącej naprzeciwko niego połówki uzwojenia *GN* w przypadku, gdy brak jest ognisk wyraźnych przegrzań lokalnych, co założymy do dalszych rozważań, tworząc w nich jedynie pewne rezerwy obliczeniowe z uwagi na nieuniknione nierównomierności w rozkładzie strat wewnątrz uzwojeń. Za graniczne przyjmiemy takie obciążenie trwałe, przy którym bardziej nagrzewające się uzwojenie osiągnie średni przyrost temperatury względem otoczenia ($\theta_{u\,śr}$) równy uzyskiwanemu przy równomiernym, znamionowym obciążeniu transformatora ($\theta^*_{u\,śr}$). Związek $\theta_{u\,śr} = \theta^*_{u\,śr}$ można również zapisać w postaci:

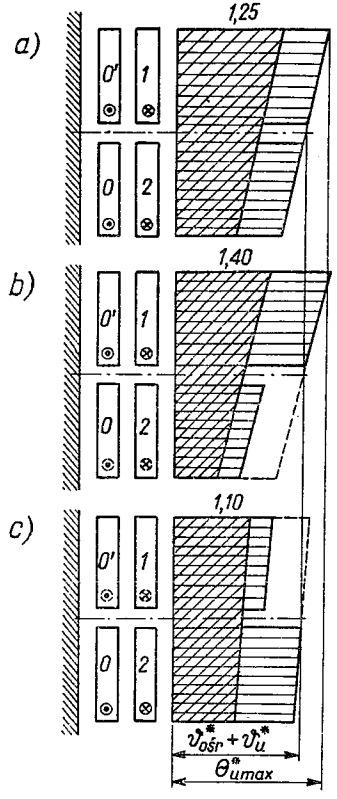
$$\vartheta_{o\,śr} + \vartheta_u = \vartheta^*_{o\,śr} + \vartheta^*_u, \tag{27}$$

w której $\vartheta_{o\,śr}$ i $\vartheta^*_{o\,śr}$ oznaczają średnie przyrosty temperatur oleju względem otoczenia, a ϑ_u i ϑ^*_u — przyrosty temperatur gorętszego uzwojenia względem oleju odpowiednio przy granicznym obciążeniu nierównomiernym oraz (z gwiazdką) w warunkach znamionowych. Przyjęcie za kryterium średniego przyrostu temperatury uzwojeń jest — ogólnie biorąc — bardziej ostrożne niż przyrostu maksymalnego, co uzasadnia rys. 5. Przy spełnieniu warunku (27) oraz stałości stosunku $\vartheta_{o\,max}/\vartheta_{o\,śr}$, warunkowanego sposobem chłodzenia transformatora, przyrost temperatury górnych cewek uzwojenia względem otoczenia, wobec $\vartheta_{o\,śr} < \vartheta^*_{o\,śr}$, jest dla obciążenia nierównomiernego mniejszy niż dla równomiernego — powstaje zatem niewielka rezerwa obliczeniowa.

Dotychczasowe rozumowanie nie uwzględniało faktu, że przeciążone prądowo uzwojenia zajmują tylko połowę wysokości kolumny (rys. 1). Para uzwojeń *0'—1*, leżąca wyżej, znajduje się zawsze w oleju gorętszym, para *0—2* — w oleju zimniejszym. Rysunek 6 przedstawia schematycznie rozkłady przyrostów temperatur oleju i uzwojeń wzdłuż wysokości przy równomiernym, znamionowym obciążeniu (rys. 6a) oraz przy granicznym



Rys. 5. Schematyczny rozkład wzdłuż wysokości przyrostów temperatur oleju i uzwojeń w założeniu $\theta_{u\,śr} = \theta^*_{u\,śr}$



Rys. 6. Wpływ położenia na kolumnie pary przeciążonych prądowo uzwojeń na maksymalny przyrost ich temperatury przy spełnionym związku (27)

obciążeniu nierównomiernym, wyznaczonym w oparciu o kryterium (27), dla przypadku przeciążenia górnej (rys. 6b) oraz dolnej (rys. 6c) pary uzwojeń. Położenie źródeł ciepła względem wylotu gorącego i wlotu zimnego oleju do kadzi wpływa na wartość stosunku $k = \vartheta_{omax}/\vartheta_{ośr}$, co uwzględniono na rys. 6. Przy przeciążeniu pary *0'—1* stosunek k jest większy, przy przeciążeniu pary *0—2* — mniejszy niż przy równomiernym obciążeniu uzwojeń. W pierwszym przypadku, przy zachowaniu zależności (27), spowoduje to wzrost przyrostu temperatury górnych cewek krańcowych względem otoczenia (θ_{umax}) w porównaniu z tym, jaki by wystąpił przy k = const, a w konsekwencji — likwidację poprzednio omówionej rezerwy obliczeniowej. Można oczekiwać uzyskania przez θ_{umax} wartości praktycznie odpowiadającej θ^*_{umax} przy równomiernym, znamionowym obciążeniu. W transformatorze 63 MVA/112 kV $\theta^*_{uśr} = 65°C$, $\theta^*_{umax} = 76°C$, $k^* = 1{,}25$. Przyjmując szacunkowo dla pracy *GN-DN* z wykorzystaniem uzwojenia *0'* $k \approx 1{,}4$, otrzymuje się dla granicznego obciążenia, wynikającego z kryterium (27), $\theta_{umax} = 78°C$ (wartość dopuszczalna 80°C). W przypadku drugim, jak widać z rys. 6c, θ_{umax} utrzymuje się na poziomie $\theta^*_{uśr}$ i jest wyraźnie — o ok. 10°C — niższa od θ^*_{umax}. Przy zadanym parametrze η oraz kącie γ możliwe jest zatem większe obciążenie transformatora w przypadku, gdy $I_0 > I_0'$ niż gdy $I_0 < I_{0'}$. Odnotowując ten fakt w dalszych rozważaniach nie będziemy go brać pod uwagę, prowadząc je — w oparciu o zależność (27) — jak dla mniej korzystnego przypadku. Nierozróżnianie usytuowania na kolumnie pary bardziej obciążonych uzwojeń spowoduje przy $I_0 > I_{0'}$ powstanie dodatkowej rezerwy obliczeniowej, na celowość tworzenia której wskazywano poprzednio.

3.3. Graniczne obciążenie

Konstrukcja „z rozdzielonymi uzwojeniami" stosowana jest w jednostkach średnich i dużych mocy [5], [7], w których olej chłodzony jest sztucznie. Przy sztucznym chłodzeniu przyrost temperatury olej—otoczenie jest proporcjonalny do całkowitych strat w transformatorze [2], można zatem, oznaczając

$$a = \frac{\Delta P^*_v}{\Delta P_z}, \tag{28}$$

gdzie ΔP_z — straty jałowe w transformatorze, dla obciążenia nierównomiernego napisać, wykorzystując wzór (22)

$$\vartheta_{o\,śr} = \vartheta^*_{ośr}\frac{1+aA\chi_0^2}{1+a}. \tag{29}$$

Przyrosty temperatur uzwojenie—olej przy wymuszonym obiegu oleju można przyjmować za proporcjonalne do strat w uzwojeniach, przy krążeniu naturalnym — za proporcjonalne do strat w potędze 0,8 [2]. Do rozważań przyjmiemy proporcjonalność między omawianym przyrostem a stratami, co w drugim z wyróżnionych przypadków, przy przeliczaniu w górę przyrostów temperatur uzwojenie—olej ($\vartheta_u > \vartheta^*_u$), stworzy dodatkową niewielką rezerwę obliczeniową. Uwzględniając zależność (26) otrzymuje się związek

$$\vartheta_u = \vartheta^*_u AB_0\chi_0^2 \tag{30}$$

słuszny zarówno dla przeciążonego prądowo uzwojenia *DN*, jak i odpowiadającej mu połówki uzwojenia *GN*.

Kryterium (27) wraz z zależnościami (29) i (30) pozwala wyznaczyć poszukiwaną graniczną wartość χ_0. Po podstawieniu i przekształceniach otrzymuje się

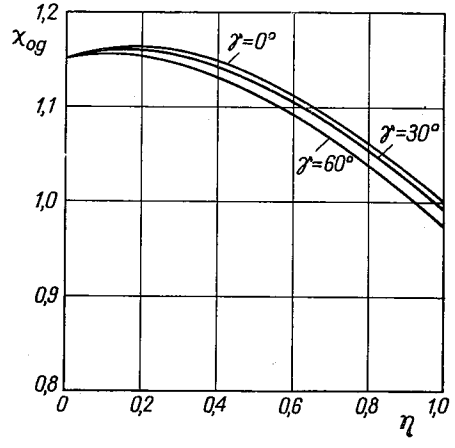
$$\chi_{0g} = \sqrt{\frac{\frac{a}{1+a} + \frac{\vartheta_u^*}{\vartheta_{ośr}^*}}{A\left(\frac{a}{1+a} + B_0 \frac{\vartheta_u}{\vartheta_{ośr}^*}\right)}}, \tag{31}$$

$$A = \frac{1}{2}\left[(1+b)\frac{1+\eta^2}{2} + (1-b)\eta\cos\gamma\right], \tag{32}$$

$$B_0 = \frac{2}{\left(1 + \frac{R_0 + R_2\beta_{02}^2}{R_0 + R_2}\right)\frac{1+\eta^2}{2} + \left(1 - \frac{R_0 + R_2\beta_{02}^2}{R_0 + R_2}\right)\eta\cos\gamma}. \tag{33}$$

We wzorze (31) ϑ_u^* oznacza większy z przyrostów temperatury uzwojenia względem oleju (*DN* lub *GN*) przy równomiernym, znamionowym obciążeniu transformatora.

Zależność (31) wyprowadzono w założeniu, że przy rozpatrywanych obciążeniach nierównomiernych nie tworzą się ogniska wyraźnych lokalnych przegrzań, wyznacza ona zatem istotnie graniczne obciążenie trwałe w tych warunkach. Analiza możliwości powstania wspomnianych ognisk, bazująca na szczegółach konstrukcyjnych, może w pewnych przypadkach doprowadzić do wniosku, że obciążenie dopuszczalne jest mniejsze od granicznego, określonego wzorem (31).



Rys. 7. Krzywe granicznej obciążalności transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami" o dużych napięciach zwarcia 63 MVA/112 kV (ELTA) przy nierównomiernym obciążeniu

Dla przykładowo rozpatrywanego transformatora 63 MVA/112 kV o dużych napięciach zwarcia (odniesione do mocy 31,5 MVA wynoszą: *GN-DN* 16,9%, *DN-DN* 32,5%) w którym $\vartheta_{0śr}^* = 43°C$, $\vartheta_u^* = 22°C$, $\Delta P_z = 49{,}56$ kW ($a = 7{,}6$; $b = 1{,}15$) otrzymujemy przy pomocy zależności (31) krzywe granicznej obciążalności χ_{0g} przedstawione na rys. 7. Wynika z nich, że dla tego transformatora największe spośród dopuszczalnych przeciążeń prądowych przy nierównomiernym obciążeniu uzwojeń wynosi ok. 17%. Wzrost przesunięcia fazowego γ między prądami w uzwojeniach *DN* powoduje zmniejszenie χ_{0g}. Uzys-

kane krzywe posiadają maksimum przy $\eta > 0$, szczególnie wyraźne dla małych kątów γ. Nie wdając się w szczegółowe objaśnienia stwierdzimy jedynie, że występowanie tego maksimum jest konsekwencją uwzględnienia w obliczeniach koncentracji strat obciążeniowych (przy założeniu braku ognisk wyraźnych przegrzań lokalnych) w parze przeciążonych prądowo uzwojeń, a dokładniej — wzrostu koncentracji dla małych η (por. obliczone wartości AB_0), co znajduje swój odpowiednik w zachodzących zjawiskach fizycznych [5].

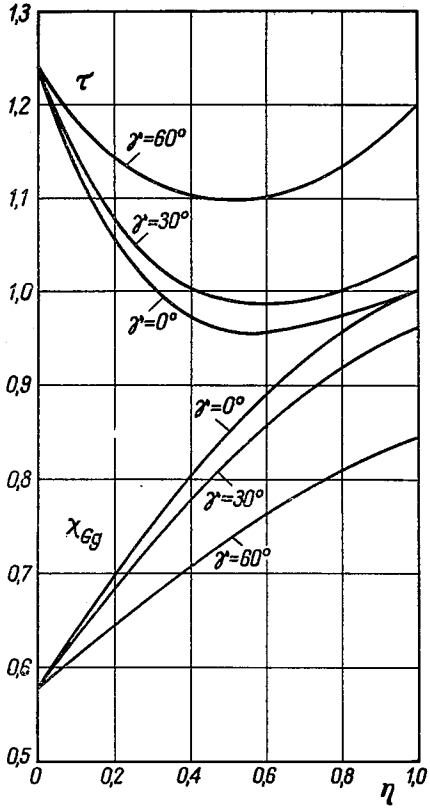
Dla dwuuzwojeniowej pracy *GN-DN* ($\eta = 0$), po uwzględnieniu wzoru na rezystancję zwarcia *GN-DN* [3], [5] oraz związku (17), z zależności (31) otrzymuje się wzór określający dopuszczalne przeciążenie prądowe przy pracy *GN-DN* w postaci uzyskanej w pracy [5].

3.4. Wykorzystanie transformatora przy nierównomiernym obciążeniu

Największą moc, jaką można trwale przesyłać przez transformator przy nierównomiernym obciążeniu uzwojeń, odniesioną do mocy znamionowej, określa współczynnik

$$\chi_{Gg} = \frac{I_{Gg}}{I_{Gn}} = \frac{\chi_{0g}}{2}\sqrt{1+\eta^2+2\eta\cos\gamma} \tag{34}$$

wyznaczony w oparciu o wzór (20). Charakteryzuje on wykorzystanie mocy zainstalowanej



Rys. 8. Stopień wykorzystania mocy znamionowej (χ_{Gg}) oraz straty obciążeniowe na jednostkę mocy odniesione do występujących w warunkach znamionowych (τ) przy nierównomiernym obciążeniu transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami" 63 MVA/112 kV (ELTA)

Straty obciążeniowe przypadające na jednostkę mocy przesyłanej przez transformator charakteryzują koszty eksploatacji. Korzystając ze wzorów (22) i (34) otrzymujemy wyrażenie określające stosunek strat obciążeniowych na jednostkę mocy przesyłanej przy granicznym obciążeniu nierównomiernym (Δp) do strat jak wyżej, ale przy równomiernym obciążeniu znamionowym (Δp^*):

$$\tau = \frac{\Delta p}{\Delta p^*} = A\frac{\chi_{0g}^2}{\chi_{Gg}}. \tag{35}$$

Rysunek 8 przedstawia krzywe $\chi_{Gg} = f(\eta)$ oraz $\tau = \varphi(\eta)$ przy kilku wartościach kąta γ, obliczone według podanych zależności dla przykładowo rozpatrywanego transformatora 63 MVA/112 kV. Z przebiegu krzywych widać, że wzrost kąta γ ogranicza wykorzystanie transformatora i powiększa koszty transformacji. Dla małych kątów γ wpływ nierównomierności obciążenia na koszty przetwarzania energii jest w dużym zakresie zmian η niewielki — w przykładowym transformatorze przy $\gamma \leqslant 30°$ stosunek τ jest bliski jedności (także mniejszy), jeśli $0{,}3 \leqslant \eta \leqslant 1$. Nierównomierność obciążenia wpływa natomiast wyraźnie na parametr χ_G, zmniejszając możliwość wykorzystania mocy zainstalowanej. Z tego względu, jak również z uwagi na wzrost prawdopodobieństwa wystąpienia przegrzań okalnych, wskazane jest ograniczanie pracy transformatora omawianego typu przy obciążeniu nierównomiernym.

4. WSKAŹNIK MOŻLIWOŚCI PRZEGRZAŃ LOKALNYCH

Transformatory „z rozdzielonymi uzwojeniami" omawianej konstrukcji (rys. 1) cechuje skłonność do wytwarzania poprzecznych strumieni rozproszenia [3]. Przenikają one cały układ uzwojeń, docierając do rdzenia i kadzi. Wzrostowi nierównomierności obciążenia uzwojeń *DN* towarzyszy — ogólnie — koncentracja strumienia poprzecznego w obszarze związanym z parą bardziej obciążonych uzwojeń, szczególnie w pobliżu zwróconego ku środkowi kolumny krańca prądowo przeciążonego uzwojenia *DN* [5]. Pociąga to za sobą wyraźny wzrost strat dodatkowych w krańcowych cewkach tego uzwojenia [4], co może prowadzić do ich przegrzania.

Za wskaźnik możliwości przegrzania cewki λ przyjmiemy stosunek występujących w niej strat ΔP_c przy rozpatrywanym obciążeniu nierównomiernym, do strat ΔP_c^* przy równomiernym obciążeniu znamionowym. Założymy, że nagrzanie wyróżnionej cewki przy znamionowym obciążeniu odpowiada średniemu przyrostowi ϑ_u^* temperatury danego uzwojenia względem oleju. Przy właściwej konstrukcji układu uzwojeń i niewielkich różnicach w budowie cewek można uznać, z dokładnością dostateczną dla prowadzonych rozważań, że ma to istotnie miejsce w praktyce [2]. Biorąc pod uwagę podstawowe oraz istotne z punktu widzenia ewentualnego przegrzania straty dodatkowe w cewce od pola poprzecznego otrzymuje się, po uwzględnieniu rezultatów pracy [4]

$$\lambda = \frac{\Delta P_c}{\Delta P_c^*} = \frac{\chi_0^2 + \varkappa_x^* \zeta}{1 + \varkappa_x^*} \tag{36}$$

W tym wzorze $\varkappa_x^*$ oznacza współczynnik strat dodatkowych od pola poprzecznego w rozpatrywanej cewce przy znamionowym obciążeniu równomiernym transformatora.

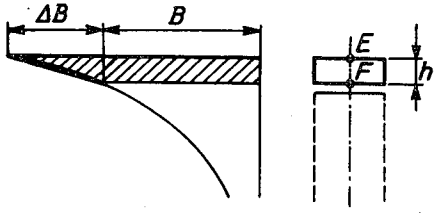
W myśl [4]

$$\varkappa_x^* = \tau_v^*[\Delta B^{*2}+3B^*(B^*+\Delta B^*)]. \tag{37}$$

Współczynnik τ_v^*, charakteryzujący podatność cewki na tworzenie się w niej strat dodatkowych od pola poprzecznego, przy częstotliwości 50 Hz, przewodzie miedzianym i temperaturze 75°C, wyraża wzór przystosowany

$$\tau_v^* = 3{,}025 \cdot 10^{-2}\left(\frac{h}{J}\right)^2 \ [1/\mathrm{kGs}^2], \tag{38}$$

w którym h — wysokość przewodu w mm (por. rys. 9), J — znamionowa gęstość prądu w A/mm^2. Wyrażenie w nawiasie kwadratowym charakteryzuje natomiast rozkład składowej poprzecznej indukcji wzdłuż wysokości cewki (na osi symetrii przekroju) — rys. 9; wartości poszczególnych składników w kGs.



Rys. 9. Rozkład poprzecznej składowej indukcji wzdłuż wysokości wyróżnionej cewki; przyjęte oznaczenia.

Współczynnik ζ ujmuje wpływ zmiany pola poprzecznego w obszarze wypełnionym przez rozpatrywaną cewkę na straty dodatkowe (rys. 9):

$$\zeta = \frac{\Delta B^2+3B(B+\Delta B)}{\Delta B^{*2}+3B^*(B^*+\Delta B^*)}. \tag{39}$$

Składniki indukcji bez gwiazdek dotyczą obciążenia nierównomiernego.

W przykładowym transformatorze 63 MVA/112 kV przy skrajnie nierównomiernym obciążeniu uzwojeń (praca *GN-DN*, $\eta = 0$), w założeniu granicznie dopuszczalnego obciążenia otrzymuje się dla krańcowej cewki uzwojenia *DN* zwróconej ku środkowi kolumny $\zeta = 20$ i $\lambda = 3{,}7$. Wartość λ wskazuje na niemal czterokrotny wzrost strat w rozpatrywanej cewce. Graniczną wartość λ_g wprowadzonego wskaźnika dla wyróżnionej cewki wyznaczymy opierając się na trwale dopuszczalnym przyroście temperatury najgorętszego miejsca w uzwojeniu względem otoczenia $\theta_{ug} = 80°\mathrm{C}$ [2].

Różnica między θ_{ug} i przyrostem temperatury oleju ϑ_0 w otoczeniu rozpatrywanej cewki przy obciążeniu nierównomiernym, odniesiona do ϑ_u^* wskazuje, ilokrotnie może wzrosnąć przyrost temperatury cewki względem oleju w porównaniu z przyrostem występującym przy znamionowym równomiernym obciążeniu. Ten stosunek przyrostów, wobec nierównomiernego rozkładu strat w uzwojeniu oraz dobrej przewodności cieplnej miedzi, jest zawsze mniejszy od poszukiwanego λ_g. Biorąc pod uwagę (29) można napisać:

$$\lambda_g = \frac{\theta_{ug}-\vartheta_0^*\dfrac{1+aA\chi_0^2}{1+a}}{\vartheta_u^* K}, \tag{40}$$

gdzie ϑ_0^* — przyrost temperatury oleju w otoczeniu rozpatrywanej cewki przy znamionowym równomiernym obciążeniu, K — współczynnik uwzględniający mniejszą nierównomierność w rozkładzie temperatur niż strat w uzwojeniu. Dla orientacyjnego obliczenia λ_g można przyjmować [12] $K = 0{,}5 \ldots 0{,}7$, wartości mniejsze — przy większej nierównomierności w rozkładzie przestrzennym poprzecznej składowej indukcji w obszarze uzwojenia.

Konfrontacja wskaźnika λ — zależność (36) — z graniczną wartością λ_g obliczoną według wzoru (40) pozwala ocenić stopień zagrożenia wyróżnionej cewki przegrzaniem, a przy wyborze cewki najbardziej na to narażonej (zwykle skrajnej) — także niebezpieczeństwo lokalnego przegrzania danego uzwojenia. W przykładowo rozpatrywanym przypadku, po podstawieniu $\vartheta_0^* = \vartheta_{śr}^*$ (wyróżniona cewka leży w połowie wysokości kolumny), otrzymuje się $\lambda_g = 3{,}1 \ldots 4{,}3$. Wobec znacznej nierównomierności przestrzennego rozkładu poprzecznej składowej indukcji [3] uzyskana wartość wskaźnika $\lambda = 3{,}7$ pozwala uznać możliwość lokalnego przegrzania obciążonego uzwojenia *DN* za mało prawdopodobną.

Przy nierównomiernym obciążeniu transformatora także cewki skrajne od strony jarzm znajdują się w stosunkowo silnym strumieniu poprzecznym [3]. Z tego względu celowe jest konfrontowanie ze sobą wskaźników λ i λ_g również dla cewek sąsiadujących z górnym jarzmem. Pozwoli to trafniej ocenić niebezpieczeństwo wystąpienia lokalnych przegrzań w uzwojeniach. Przy pracy *GN-DN* przykładowo rozpatrywanego transformatora, w założeniu obciążenia uzwojenia *0'* (rys. 1), otrzymuje się dla górnej cewki skrajnej $\zeta = 13{,}8$ i $\lambda = 2{,}9$. Podstawiając do wzoru (40) $\vartheta_0^* = \vartheta_{0max}^*$ (rys. 5) uzyskuje się $\lambda_g = 2{,}6 \ldots 3{,}6$. Porównanie λ z λ_g potwierdza wniosek o małym prawdopodobieństwie wystąpienia lokalnego przegrzania w uzwojeniu *DN*, wynikający z oceny nagrzania cewki skrajnej, leżącej w pobliżu środka kolumny.

Przy zwykle występujących w transformatorach przyrostach temperatur [2] należy się liczyć z następującymi wartościami wskaźnika λ_g:

Położenie cewki na kolumnie:	środek	góra
Chłodzenie OP i OD:	2,8 ... 3,9	2,2 ... 3,1
Chłodzenie Ok-D i Ok-W:	2,8 ... 3,9	2,6 ... 3,7

Można się nimi posługiwać w przypadku braku danych do obliczenia λ_g według wzoru (40).

Jeżeli wskaźnik λ, wyznaczony zgodnie z zależnością (36), jest większy od górnej granicy λ_g (lub jest jej niepokojąco bliski — obliczenia są przybliżone), największy prąd, jaki można dopuścić w danych warunkach pracy, należy zmniejszyć w porównaniu z poprzednio ustaloną — wzór (31) — wartością graniczną z uwagi na niebezpieczeństwo lokalnego przegrzania uzwojenia. Maksymalną krotność prądu znamionowego χ_{0max}, dopuszczalną bez obawy takiego przegrzania, otrzymuje się z warunku $\lambda = \lambda_g$. Korzystając ze wzorów (36) i (40) oraz z zależności $\zeta = \zeta_n \chi_0^2$, w której ζ_n oznacza wartość parametru ζ przy tej samej nierównomierności obciążenia (η, γ) lecz przy większym z prądów w uzwojeniu *DN* równym znamionowemu, uzyskuje się po przekształceniach:

$$\chi_{0max} = \sqrt{\frac{\frac{\theta_{ug}}{\vartheta_0^*} - \frac{1}{1+a}}{\frac{aA}{1+a} + \frac{1+\varkappa_x^* \zeta_n}{1+\varkappa_x^*} \frac{\vartheta_u^*}{\vartheta_0^*} K}} < \chi_{0g}. \tag{41}$$

Wprowadzony wskaźnik λ, przy znanej kostrukcji transformatora, pozwala w stosunkowo szybki sposób ocenić stopień zagrożenia uzwojeń miejscowym przegrzaniem przy nierównomiernym ich obciążeniu. Wykorzystując podane wzory wystarczy w tym celu wyznaczyć poprzeczne składowe indukcji w punktach E i F (rys. 9) dla jednej lub najwyżej kilku cewek. Przy dokładniejszej analizie możliwości wystąpienia przegrzań lokalnych — konieczność jej przeprowadzenia może np. wynikać z potrzeby maksymalnego wykorzystania transformatora lub z rezultatów wyżej omówionych przybliżonych obliczeń — niezbędne jest bardziej szczegółowe wyznaczenie przestrzennego rozkładu pola rozproszenia, szczególnie w tych częściach powierzchni kadzi i metalowych elementów konstrukcyjnych, w których przewiduje się wystąpienie większych natężeń pola. Można je wyznaczyć np. metodami podanymi w pracach [2], [4], a możliwość wystąpienia przegrzań lokalnych w kadzi, rdzeniu i elementach konstrukcyjnych ocenić w oparciu o kryteria sformułowane w pracach [9], [12].

Instytut Elektrotechniki
Oddział w Łodzi
Zakład Transformatorów

WYKAZ LITERATURY

1. Baturin Ł. A.: Primienienije sdwojenych reaktorow i transformatorow s rasszczeplennymi obmotkami. — Elektriczeskije stancji, 1964, z. 10, s. 47.
2. Jezierski E.: Transformatory. Podstawy teoretyczne. WNT, Warszawa 1965.
3. Kozłowski M.: Impedancje zwarcia trójfazowych transformatorów trójuzwojeniowych „z rozdzielonymi uzwojeniami" bez wydzielonych uzwojeń regulacyjnych. — Rozprawy Elektrot., 1967, z.3.
4. Kozłowski M.: Straty dodatkowe w uzwojeniach transformatorów od poprzecznej składowej strumienia rozproszenia. — Rozprawy Elektrot., 1967, z. 4.
5. Kozłowski M.: Praca trójfazowego transformatora „z rozdzielonymi uzwojeniami" bez wydzielonych uzwojeń regulacyjnych. — Przegląd Elektr., 1967, z. 6.
6. Kozłowski M.: Obliczanie cząstkowych impedancji zwarcia złożonych układów uzwojeń w transformatorach. — Rozpr. Elektrot., 1967, z. 4.
7. Krajz A. G.: Triechfaznyje siłowyje transformatory s rasszczeplennymi obmotkami. — Elektriczestwo, 1966, z. 7, s. 31.
8. Krajz A. G.: Niekotoryje ekspłuatacjonnyje charaktieristiki siłowych transformatorow s rasszczeplennymi obmotkami. — Elektriczeskije Stancji, 1966, z. 6.
9. Mańkin E. A., Morozow D. N.: Stray Losses in Large Power Transformer Cores. CIGRE, 1964, Rep. 128.
10. Pietrow G. N.: Triechobmotocznyje transformatory s rasszczeplennoj obmotkoj. — Wiestnik Elektroprom., 1960, z. 7, s. 44.
11. Polewoj W. A.: Schiemy zamieszczenija transformatorow s rasszczeplennymi obmotkami. — Elektriczestwo, 1949, z. 10, s. 59.
12. Turowski J.: Straty i lokalne przegrzania wywołane strumieniami rozproszenia. — Elektryka P.Ł., 1963, z. 11, s. 89.

M. KOZŁOWSKI

THE CONTINUOUS LIMIT RATING OF THE TRANSFORMER "WITH SPLIT WINDINGS" AT NON-UNIFORM LOADING OF WINDINGS

Summary

There have been obtained simple formulas that allow to determine — basing on data following a test sheet — the continuous limit rating of the transformer "with split windings", the degree of utilization of

its capacity and the costs of service at non-uniform loading of windings. An index has been introduced making it possible to evaluate the danger of arising in these conditions local overheatings in windings. A relation for the index has been given and also a formula determining its maximum value the exceeding of which requires reducing the permissible loading to a value resulting from the formula also obtained in the paper. The considerations are illustrated by the results of calculations carried out for the transformer of described type 63 MVA/112 kV of ELTA (Łódź) manufacture.

M. KOZŁOWSKI

LA CAPACITÉ DE CHARGE BORNE ET STABLE DU TRANSFORMATEUR "AVEC BOBINAGE DIVISÉ" À CHARGE INÉGALE DES ENROULEMENTS

Résumé

On a obtenu des formules simples permettant déterminer — en s'appuyant sur les données résultant de la carte des essais — la capacité de charge borne et stable du transformateur "avec bobinage divisé", le degré de l'utilisation de sa puissance nominale ainsi que les frais d'exploitation à charge inégale des enroulements. On a introduit un indice donnant la possibilité d'évaluer le dangeur de résulter dans ces conditions des surchauffages locaux dans les enroulements, en donnant sa formule générale ainsi que la formule déterminant la valeur borne de l'indice. En cas de surpasser celle-ci il faut diminuer la charge admissible inégale à la valeur résultant de la formule — aussi obtenue dans le travail présent. On a illustré les considérations par les résultats des calculs effectués pour le transformateur du type mentionné, 63 MVA/112 kV, produit à ELTA (Łódź).

M. KOZŁOWSKI

DIE GRENZDAUERBELASTBARKEIT DES TRANSFORMATORS „MIT GETRENNTEN WICKLUNGEN" BEI UNGLEICHMÄßIGER BELASTUNG DER WICKLUNGEN

Zusammenfassung

Im Aufsatz sind einfache Formeln abgeleitet, welche die Grenzdauerbelastbarkeit, Ausnützung der Nennleistung und Betriebskosten eines Transformators „mit getrennten Wicklungen" bei ungleichmäßiger Balastung der Wicklungen auf dem Grund der Angaben aus dem Prüfprotokoll bestimmen laßen. Auch die Formeln für die Vergleichszahl und ihren Grenzwert sind eingeführt, welche die Gefahr der lokalen Überwärmung zu schätzen ermöglichen. Beim Überschreiten des Grenzwertes dieser Vergleichszahl man soll die zuläßige Dauerbelastbarkeit bei ungleichmäßiger Belastung begrenzen. Diese Begrenzung ist mit einer Formel bestimmt, welche auch im Aufsatz abgeleitet wurde. Die Betrachtungen sind mit den Berechnungen für den Transformator „mit getrennten Wicklungen" 63 MVA/112 kV (ELTA — Łódź) illustriert.

М. КОЗЛОВСКИ

ПРЕДЕЛЬНАЯ НАГРУЗОЧНАЯ СПОСОБНОСТЬ ТРАНСФОРМАТОРА С РАСЩЕПЛЕННЫМИ ОБМОТКАМИ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОЙ НАГРУЗКЕ ОБМОТОК

Резюме

Получены простые формулы, позволяющие определить на основании данных из листа испытаний предельную нагрузочную способность трансформатора с расщепленными обмотками, степень использования его номинальной мощности и эксплуатационную стоимость при неравномерной на-

грузке обмоток. Введен коэффициент, позволяющий оценить опасность возникновения в этих условиях местных перегревов в обмотках. Приведены формулы для этого коэффициента и для его предельного значения. Превышение этого значения требует уменьшения допускаемой неравномерной нагрузки до значения, вытекающего из формулы, тоже определенной в статье. Рассуждения иллюстрированы результатами вычислений, выполненных для трансформатора обсуждаемого типа 63000 ква/112 кв, изготовленного на заводе „ЭЛТА" в г. Лодзь.

621.311:621.3.014.36

TADEUSZ BEŁDOWSKI

Analiza przyrostów temperatury konstrukcji stalowych w elektrowniach pod wpływem zmiennych pól magnetycznych prądów zwarciowych

Rękopis dostarczono 14.7.1967

Prądy zwarciowe w nowoczesnych elektrowniach osiągnęły bardzo znaczne wartości. Obserwuje się przy tym stały wzrost wartości prądów zwarciowych.

Powstaje pytanie, czy zmienne pola magnetyczne wytwarzane przez prądy zwarciowe mogą doprowadzić do indukcyjnych przyrostów temperatury konstrukcji stalowych w stopniu zagrażającym ich prawidłowej pracy.

Rozpatrzono najgroźniejszy przypadek zwarcia trójfazowego w odczepie do transformatora potrzeb własnych i przytoczono sposób obliczania prądów zwarciowych w takich warunkach.

Omówiono następnie przebiegi nagrzewania się elementów stalowych w zmiennym polu magnetycznym oraz podano metodę obliczenia strat indukowanych na powierzchni stali, opartą na wykorzystaniu prawa Biota-Savarta i zależności Poyntinga.

Konstrukcje stalowe elektrowni sprowadzono do trzech podstawowych układów zastępczych: elementu masywnego odwzorowanego półprzestrzenią, nieskończenie długiego pręta znajdującego się w powietrzu i nieskończenie długiego pręta zainstalowanego w półprzestrzeni betonowej (konstrukcje żelazobetonowe).

W wyniku przeprowadzonej analizy podano metody obliczania przyrostów temperatury tak odwzorowanych elementów konstrukcyjnych.

W wyniku obliczeń na maszynie cyfrowej stwierdzono, że w największych współczesnych elektrowniach przyrosty temperatury elementów konstrukcyjnych podczas zwarć nie będą większe od kilkunastu °C.

1. WSTĘP

W wielkich współczesnych elektrowniach z dużymi jednostkami, o mocach 200—500 MW, obserwowane są przyrosty temperatury konstrukcji stalowych znajdujących się w pobliżu połączeń szynowych generator—transformator blokowy.

Przyrosty temperatur wywoływane są głównie prądami wirowymi indukowanymi przez silne pola magnetyczne wytwarzane przy przewodzeniu w połączeniach prądów roboczych wielkich maszyn. Badania nad tym zagadnieniem, przeprowadzone w ostatnich latach, pozwalają wyznaczyć zarówno wartość temperatury konstrukcji stalowych, jak i stopień zagrożenia konstrukcji wynikający z podwyższenia ich temperatury [1], [2], [6], [7]. Brak jest natomiast publikacji dotyczących zagadnienia nagrzewania się konstrukcji stalowych w stanach nieustalonych, podczas przepływu przez połączenia prądów zwarciowych.

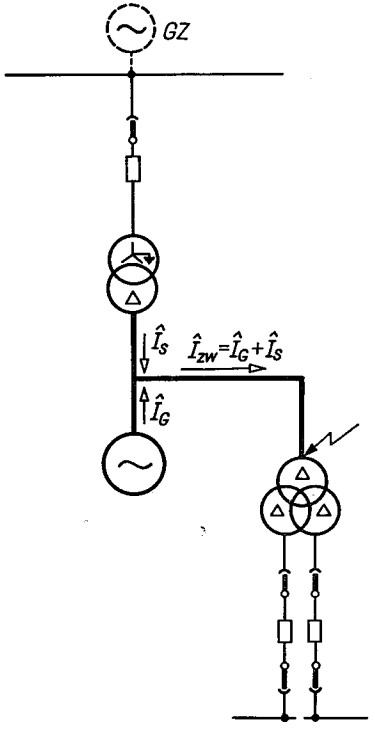
W obecnych warunkach pracy układów elektroenergetycznych prądy zwarciowe osiągnęły tak znaczne wartości, że pomimo krótkich czasów trwania zwarć celowe staje się przeprowadzenie analizy nagrzewania się konstrukcji stalowych w polach magnetycznych prądów zwarciowych oraz zbadanie, czy we współczesnych elektrowniach powstałe w ten sposób przyrosty temperatury konstrukcji mogą zagrozić ich prawidłowej pracy.

2. PRĄDY ZWARCIOWE W ELEKTROWNIACH

2.1. Maksymalne wartości prądów zwarciowych

Największe prądy zwarciowe w elektrowni wystąpią przy zwarciach w obrębie bloku — pomiędzy zaciskami maszyny (bądź w samej maszynie), a przed reaktancjami transformatorów blokowego i odczepowego.

Najgroźniejszy przypadek wystąpi przy zwarciu w odczepie do transformatora potrzeb własnych, bowiem wtedy przez szyny zasilające ten transformator będzie przepływać prąd zwarciowy z generatora i z systemu elektroenergetycznego (rys. 1). Dla generatora zwarcie



Rys. 1. Układ bloku przyjętego za podstawę do obliczeń zwarciowych
I_{zw} — maksymalny prąd zwarciowy, IS — prąd zwarciowy dopływający z systemu do czasu zadziałania zabezpieczeń podstawowych bloku, IG — prąd zwarciowy dopływający z generatora, wyłączany przez urządzenia gaszenia pola

takie w zasadzie jest równoważne zwarciu na zaciskach, bowiem reaktancje połączeń generatorowych są w porównaniu z reaktancjami maszyny bardzo małe (stanowią kilka procent).

Prawdopodobieństwo wystąpienia zwarć w obrębie wielkich bloków elektrowni jest jednak małe. Powstaje pytanie, czy tego rodzaju przypadek może być przyjęty za podstawę do określenie najostrzejszych warunków zwarciowych, zwłaszcza że coraz szersze rozpowszechnianie przewodów osłoniętych (ekranowanych) wydatnie zmniejsza prawdopodobieństwo powstania zwarć w samych połączeniach generatorowych. Statystyki zwarć wykazują jednak możliwość występowania takich zakłóceń w obrębie bloku. Na przykład w krajowych elektrowniach w latach 1960—1963 zanotowano 36 przypadków zwarć w obrębie bloków o mocach większych od 50 MW.

Z niepełnych i trudno dostępnych statystyk zagranicznych wynika, że zwarcia w obrębie bloków mają miejsce i są uwzględniane przy projektowaniu elektrowni [7].

Analizując przyczyny zwarć można zauważyć, że uszkodzenia samych połączeń generatorowych, a zwłaszcza wykonanych w postaci szyn osłoniętych (ekranowanych), praktycznie nie występują. Możliwe i prawdopodobne są natomiast przypadki zwarć w miejscach połączeń szyn z generatorami i transformatorami blokowymi oraz odczepowymi, bądź też w samych transformatorach i generatorach. Prawdopodobne są także uszkodzenia przekładników prądowych zainstalowanych w połączeniach generatorowych.

Wobec możliwości występowania zwarć w obrębie bloku za podstawę dalszych rozważań przyjęto przypadek teoretycznie najgroźniejszy, a mianowicie zwarcie w połączeniach szynowych przy transformatorze odczepowym (rys. 1).

Uwzględniając konsekwentnie warunki najostrzejsze rozpatrywano dalej zwarcie trójfazowe, w obrębie bloku bowiem nie występują zwykle uziemienia punktów zerowych transformatorów oraz generatorów.

Maksymalny prąd zwarciowy w połączeniach szynowych wystąpi do chwili zadziałania zabezpieczeń podstawowych bloku. Będzie on w tym okresie sumą prądu zwarciowego dopływającego z generatora i prądu zwarciowego dopływającego z systemu.

Zabezpieczenie podstawowe bloku wykonane jest z reguły jako różnicowe. Czasy zadziałania takich zabezpieczeń nie przekraczają we współczesnych wykonaniach 0,08 s (maks. 0,1 s). Są więc rzędu czasów własnych zadziałania szybkich regulatorów wzbudzenia.

Można więc do dalszych rozważań przyjąć, że maksymalny prąd zwarciowy w połączeniach wystąpi w okresie od 0 do 0,1 s i że w tym czasie regulatory wzbudzenia nie będą czynne.

W układach wielkich bloków nie są zainstalowane obecnie wyłączniki na napięciu generatorowym. Zabezpieczenie podstawowe bloku działając na wyłącznik po stronie wysokiego napięcia bloku przerwie jedynie zasilanie zwarcia z systemu. Po upływie czasu 0,1 s miejsce zwarcia zasilane będzie dalej przez generator. Wyłączenia zwarcia dokonają dopiero urządzenia gaszenia pola generatora i to po upływie kilku sekund.

2.2. Prądy zwarciowe do chwili zadziałania zabezpieczeń podstawowych bloku

Prąd zwarciowy przy zwarciu na zaciskach generatora

Prąd zwarciowy przy zwarciu na zaciskach generatorów z biegunami utajonymi można obliczyć z zależności ogólnej o postaci [12], [15]:

$$i_A = \frac{E_{dm(n)}}{X_d} \cdot \cos(\omega t+\gamma) + \left[\frac{E'_{dm(n)}}{X'_d} - \frac{E_{dm(n)}}{X_d}\right] \cdot e^{-\frac{t}{\tau'_a}} \cdot \cos(\omega t+\gamma) +$$

$$+ \left[\frac{E''_{dm(n)}}{X''_d} - \frac{E'_{dm(n)}}{X'_d}\right] \cdot e^{-\frac{t}{\tau''_d}} \cdot \cos(\omega t+\gamma) + \frac{E''_{qm(n)}}{X''_q} \cdot e^{-\frac{t}{\tau''_d}} \cdot \sin(\omega t+\gamma) +$$

$$- \frac{U_{m(n)}}{\frac{2X''_d \cdot X''_q}{X''_q - X''_d}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_a}} \cdot \cos(2\omega t+\vartheta_{(n)}+\gamma) - \frac{U_{m(n)}}{\frac{2X''_d \cdot X''_q}{X''_q + X''_d}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_a}} \cdot \cos(\vartheta_{(n)}-\gamma). \quad (1)$$

Dla fazy B i C zależności będą miały analogiczną postać — wystąpią jedynie przesunięcia fazowe pomiędzy prądami w poszczególnych fazach $\left[\omega t, \left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \text{oraz} \left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)\right]$.

W zależności (1) oznaczono:

X_d — reaktancja synchroniczna wzdłużna
X'_d — reaktancja przejściowa główna wzdłużna
X''_d — reaktancja przejściowa wstępna wzdłużna
X''_q — reaktancja przejściowa wstępna poprzeczna
$E_{dm(n)}$ — amplituda *SEM* za reaktancją synchroniczną w chwili poprzedzającej zwarcie
$E'_{dm(n)}$ — amplituda *SEM* za reaktancją przejściową główną wzdłużną w chwili poprzedzającej zwarcie
$E''_{dm(n)}$ — amplituda *SEM* za reaktancją przejściową wstępną wzdłużną w chwili poprzedzającej zwarcie
$E''_{qm(n)}$ — amplituda *SEM* za reaktancją przejściową wstępną poprzeczną w chwili poprzedzającej zwarcie
$U_{m(n)}$ — amplituda całkowitego napięcia na zaciskach maszyny w chwili poprzedzającej zakłócenie
τ_a — stała czasowa twornika
τ'_d — stała czasowa uzwojenia wzbudzającego
τ''_d — stała czasowa uzwojenia tłumiącego
$\vartheta_{(n)}$ — kąt pomiędzy wektorem napięcia $U_{m(n)}$ a wektorem *SEM* $E_{dm(n)}$
γ — kąt początkowy pomiędzy osią fazy A i wzdłużną osią maszyny w chwili zwarcia.

Składnik pierwszy prawej strony zależności wyraża wartość chwilową ustalonego prądu zwarciowego.

Składnik drugi wyraża wartość składowej przejściowej głównej prądu zwarciowego, zanikającego ze stałą czasową τ'_d (zwykle 0,35—3,50 s).

Suma składników trzeciego i czwartego wyraża wartość składowej przejściowej wstępnej, zanikającej ze stałą czasową τ''_d (zwykle 0,01—0,05 s).

Składniki piąty i szósty wyrażają odpowiednio wartości chwilowe składowej okresowej o podwójnej częstotliwości i składowej nieokresowej zanikającej według funkcji wykładniczej o stałej czasowej τ_a (zwykle do 0,1 s).

Amplitudy składowej okresowej o podwójnej częstotliwości są znacznie mniejsze od amplitud o częstotliwości podstawowej, bowiem w zależności określającej składową o częstotliwości podwójnej:

$$i_{ok(2\omega)} = \frac{U_m}{\frac{2X_d'' \cdot X''}{X_q'' - X_d''}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_a}} \cdot \cos(2\omega t + \vartheta_{(n)} + \gamma)$$

różnica wartości $X_q'' - X_d''$ jest dla wielkich maszyn na ogół liczbą bardzo małą.

Z tych względów składowa $i_{ok(2\omega)}$ w dalszych obliczeniach może zostać pominięta.

Również wartość składowej przejściowej wstępnej wzdłużnej $\Delta I_d''$ przy uproszczeniach obliczeń może być pominięta w pierwszej kolejności ze względu na bardzo szybkie jej zanikanie.

Kąt γ charakteryzuje przesunięcie fazowe pomiędzy osią fazy A i wzdłużną osią maszyny w chwili zwarcia.

Maksymalna wartość składowej nieokresowej wystąpi, gdy

$$\cos[\vartheta_{(n)} - \gamma] = 1.$$

Zasadniczy wpływ na wartość prądu zwarciowego będą miały składowe: $I_{d\infty}$, charakteryzująca ustalony prąd zwarciowy, oraz — w mniejszym już stopniu — składowa przejściowa główna $(I_d' - I_{d\infty})$.

Prądy zwarciowe dopływające z systemu elektroenergetycznego

Prąd dopływający z systemu elektroenergetycznego wyznaczyć można z zależności ogólnych (1), podanych w rozdziale poprzednim.

W zależnościach tych należy podstawić odpowiednie wartości charakteryzujące system elektroenergetyczny.

Przy zwarciu w połączeniach generatorowych wystąpi prawie całkowite odciążenie turbozespołu. W tych warunkach nastąpi wzrost prędkości obrotowej maszyny, a więc powstanie przesunięcie fazowe pomiędzy prądem zwarciowym płynącym z generatora a prądem zwarciowym dopływającym z systemu do miejsca zwarcia.

Ze względu na krótki czas wspólnego zasilania zwarcia przez generator i system (około 0,1 s) wpływ regulatora będzie praktycznie pomijalny, bowiem czasy własne zadziałania regulatorów są również rzędu 0,1 s.

Przesunięcie kątowe $\Delta\alpha$ pomiędzy prądami zwarciowymi można wyznaczyć z zależności ($\Delta W = 1$ — całkowite odciążenie maszyny):

$$\Delta\alpha_1 = \frac{k \cdot \Delta W}{2},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\Delta\alpha_n = \Delta\alpha_{n-1} + \frac{k \cdot \Delta W}{2}, \tag{2}$$

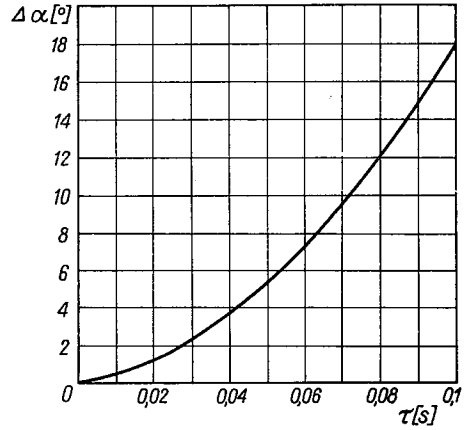
gdzie:

$$k = \frac{360 \cdot f \cdot \Delta\tau^2}{\tau_S},$$

przy czym

$\Delta\tau$ — obliczeniowy przedział czasowy,

τ_S — stała czasowa mechaniczna turbozespołu.



Rys. 2. Zależność pomiędzy przesunięciem kątowym prądu zwarciowego generatora a prądu zwarciowego dopływającego z systemu, w zależności od czasu trwania zwarcia

Współczesne turbogeneratory wielkich mocy, 200—300 MW, mają stałe czasowe τ_S rzędu 4÷6 s, a generatory 500—600 MW — rzędu 3 s.

Na rysunku 2 podano zależność przesunięcia kątowego pomiędzy prądem zwarciowym generatora i prądem zwarciowym dopływającym z systemu — w zależności od czasu trwania zwarcia. Wykres sporządzono dla maszyny 500 MW, o stałej czasowej $\tau_S = 3$ s

2.3. Prądy zwarciowe wyłączane przez urządzenia gaszenia pola

Przy zwarciu na zaciskach generatora i przy braku wyłączników na napięciu generatorowym prądy zwarciowe będą wyłączane przez urządzenia gaszenia pola.

Przebiegi prądów zwarciowych wyłączanych przez te urządzenia należy rozpatrzyć dla czasów większych od 0,08—0,1 s, tj. dla czasów większych od czasów własnych zadziałania tych urządzeń.

Przy czasach większych od 0,1 s można pominąć składową nieokresową prądu zwarciowego oraz składową wstępną, gdyż zarówno τ_a, jak i τ_d'' są zwykle mniejsze od 0,1 s.

Składową okresową prądu zwarciowego przy załączonych urządzeniach gaszenia pola można przedstawić zależnością:

$$(I_{ok})_d = I_{d\infty}(I_d' - I_{d\infty})\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_d'}} + (-I_{d\infty})f(t) + (I_d'' - I_d')\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_d''}},$$
$$(I_{ok})_q = I_q'' \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_q''}}, \tag{3}$$

przy czym funkcja zmiany prądu zwarciowego $f(t)$ ma postać:

$$f(t) = 1 - \frac{\tau_d' \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_d'}} - \tau_e \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_e}}}{\tau_d' - \tau_e}, \tag{4}$$

identyczną jak przy udarowej regulacji wzbudzenia, gdyż zmienią się tylko parametry obwodów wzbudzenia, powodując zmianę wartości stałych czasowych.

Przy udarowej regulacji wzbudzenia stałe czasowe w obwodach wzbudzenia maszyny synchronicznej można przedstawić następującymi zależnościami:

$\tau_e = \frac{L_e}{R_e}$, gdzie: L_e, R_e — indukcyjność i rezystancja obwodu wzbudzenia wzbudnicy,

$\tau'_{d0} = \frac{L_f}{R_f}$, gdzie: L_f, R_f — indukcyjność i rezystancja obwodu wzbudzenia maszyny synchronicznej.

W przypadku kiedy działają urządzenia gaszenia pola, stała czasowa obwodu wzbudzenia wzbudnicy ulegnie zmianie, gdyż należy teraz uwzględnić rezystancję oporników regulacyjnych, zaś stała czasowa obwodu wzbudzenia maszyny synchronicznej musi być obliczona przy uwzględnieniu rezystancji oporników gaszenia pola.

Stałe czasowe w takim układzie są następujące:

$$\tau_e = \frac{L_e}{R_e+R_r} = \frac{X_e}{\omega(R_e+R_r)},$$

$$\tau'_{d0} = \frac{L_f}{R_f+R_g} = \frac{X_f}{\omega(R_f+R_g)},$$

przy czym:

R_r — rezystancja oporników regulacyjnych,

R_g — rezystancja oporników gaszenia pola.

Oznaczając:

$$f_1(t) = -\frac{\tau'_d \cdot e^{-\frac{t}{\tau'_d}} - \tau_e \cdot e^{-\frac{t}{\tau_e}}}{\tau'_d - \tau_e}$$

składową okresową w poprzecznej osi maszyny można przedstawić za pomocą zależności:

$$(I_{ok})_d = (I'_d - I_{d\infty})e^{-\frac{t}{\tau'_d}} + (-I_d)f_1(t) + (I''_d - I'_d)e^{-\frac{t}{\tau''_d}}$$

jak poprzednio:

$$(I_{ok})_q = I''_q \cdot e^{-\frac{t}{\tau''_q}}, \tag{5}$$

stąd wartość skuteczna prądu zwarciowego z generatora do miejsca zwarcia:

$$I_{ok} = \sqrt{(I_{ok})_d^2 + (I_{ok})_q^2}. \tag{6}$$

3. PRZEBIEG NAGRZEWANIA SIĘ KONSTRUKCJI STALOWYCH W ZMIENNYCH POLACH MAGNETYCZNYCH

3.1. Uwagi teoretyczne

Nagrzewanie się stalowych elementów konstrukcyjnych znajdujących się w zmiennych polach magnetycznych jest wynikiem przetwarzania energii pola magnetycznego na energię cieplną w środowisku przewodzącym.

Rozważania można sprowadzić do układu zastępczego, w którym konstrukcje odwzorowuje półprzestrzeń metalowa o powierzchni określonej współrzędnymi ZY i o nieskończonej grubości w kierunku osi OX. Gdy na taką półprzestrzeń pada fala płaska, kierunek jej rozchodzenia się jest prostopadły do powierzchni metalu.

Równanie fali w przewodniku ma postać ogólną (równanie przewodnictwa):

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial X^2} = \mu \cdot \gamma \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial t} \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial X^2} = \mu \cdot \gamma \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial t}, \tag{7}$$

a dla fali sinusoidalnej:

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial X^2} = \alpha^2 \dot{H}_z \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial^2 \dot{H}_y}{\partial X^2} = \alpha^2 \dot{H}_y, \tag{8}$$

przy czym:

$\dot{\alpha} = \sqrt{j \cdot \mu \cdot \omega \cdot \gamma} = (1+j)k = \sqrt{2} \cdot k\, e^{j - \frac{\pi}{4}}$ — zespolony współczynnik tłumienia,

$k = \sqrt{\frac{\omega \gamma \mu}{2}}$ — współczynnik tłumienia fali w metalu,

H_z, H_y — składowe natężenia pola na powierzchni półprzestrzeni.

Moduł składowej czynnej wektora Poyntinga odpowiadający mocy czynnej przepływającej przez jednostkę powierzchni w kierunku osi OX jest równy:

$$T_p = \sqrt{\frac{\mu \cdot \omega}{2\gamma}} \cdot \frac{H_p}{2} \cdot e^{-2\pi k z} [\mathrm{W/m^2}], \tag{9}$$

gdzie:

H_p — natężenie pola na powierzchnię stali w A/m,

$\mu = \mu_r \mu_0$, przenikalność magnetyczna w H/m,

γ — przewodność właściwa metalu w $\frac{1}{\Omega\,\mathrm{m}}$,

$k = \sqrt{\frac{\omega \mu \gamma}{2}}$ w $\frac{1}{\mathrm{m}}$.

Moc fali, podobnie jak i pole, jest tłumiona według funkcji wykładniczej.

Długością fali w metalu λ_k nazywana jest odległość, przy której faza składowych pola zmienia się o 2π.

Wtedy:

$$k \cdot \lambda_k = 2\pi,$$

skąd

$$\lambda_k = 2\pi \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}} = 2\pi \sqrt{\frac{\pi}{f \cdot \mu \cdot \gamma}}. \tag{10}$$

Na głębokość większą od $x = \frac{\lambda_k}{2}$ wnika jedynie $e^{-2\pi 100} = 0{,}185\%$ energii pochłanianej przez metal. Dla stali w zakresie rozpatrywanych przypadków, gdy $H_p = 10^3 - 10^5$ A/m, wartość $x = \frac{\lambda_k}{2}$ jest rzędu 1—3 mm. Konstrukcje stalowe elektrowni mają zwykle znacznie większe wymiary, wobec czego można traktować je jako masywne ciała ferromagnetyczne o nieskończenie wielkiej grubości ($X = \infty$).

Przy takich założeniach fala w konstrukcjach rozchodzi się w jednym kierunku, aż do całkowitego jej wygaśnięcia. Wektor Poyntinga dla dowolnego punktu — we wnętrzu masywnej półprzestrzeni metalowej jest miarą całej mocy jednostkowej traconej w obszarze poza tym punktem. Moc tracona w półprzestrzeni metalowej jest równa modułowi wektora Poyntinga na powierzchni tej przestrzeni ($X = 0$) pomnożonej przez pole tej powierzchni.

Składowa czynna modułu wektorowego wektora Poyntinga na powierzchni konstrukcji stalowych wynosi:

$$T = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\gamma}} \cdot \frac{H_p^2}{2} \tag{11}$$

i odpowiada wartości strat czynnych ΔP w konstrukcjach, odniesionej do jednostki powierzchni tych konstrukcji, stąd

$$T = \Delta P \ [\mathrm{W/m^2}].$$

Należy ponadto zaznaczyć, że w metalu fala rozprzestrzenia się prostopadle do jego powierzchni praktycznie niezależnie od kąta padania na tę powierzchnię, dlatego też wszystkie masywne konstrukcje stalowe znajdujące się w zmiennym polu można rozpatrywać — zgodnie z przyjętym założeniem — jako ciała, na które pada fala płaska.

3.2. Obliczanie wartości strat

W celu obliczenia strat na powierzchni konstrukcji, ze wzoru (11) należy wyznaczyć rozkład natężenia pola magnetycznego na powierzchni tych konstrukcji, a także wyznaczyć wartości przewodności elektrycznej γ i przenikalności magnetycznej μ dla stali.

Pole magnetyczne w otoczeniu szyn można wyznaczyć na podstawie prawa Biota-Savarta.

Analizując zmienność pola w czasie można wyodrębnić dwa charakterystyczne jego przebiegi: gdy występuje składowa nieokresowa prądu zwarciowego i prąd zwarciowy ma przebieg niesymetryczny oraz gdy występują tylko składowe okresowo zmienne i prąd zwarciowy ma przebieg symetryczny.

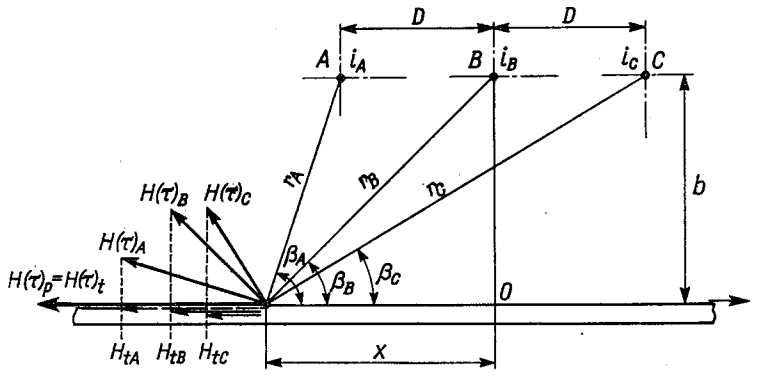
Dla dużych generatorów można przyjąć z pewnym przybliżeniem, że składowa nieokresowa zanika po upływie czasu $\tau_1 = 0{,}1$ s. Przy takim założeniu dla przedziału czasowego $0 \leqslant \tau_1 < 0{,}1$ s wypadkową wartość natężenia pola magnetycznego w każdej chwili i dla każdego punktu w otoczeniu trójfazowym szyn można opisać zależnością:

$$H(\tau) = H(\tau)_A + H(\tau)_B + H(\tau)_C, \tag{12}$$

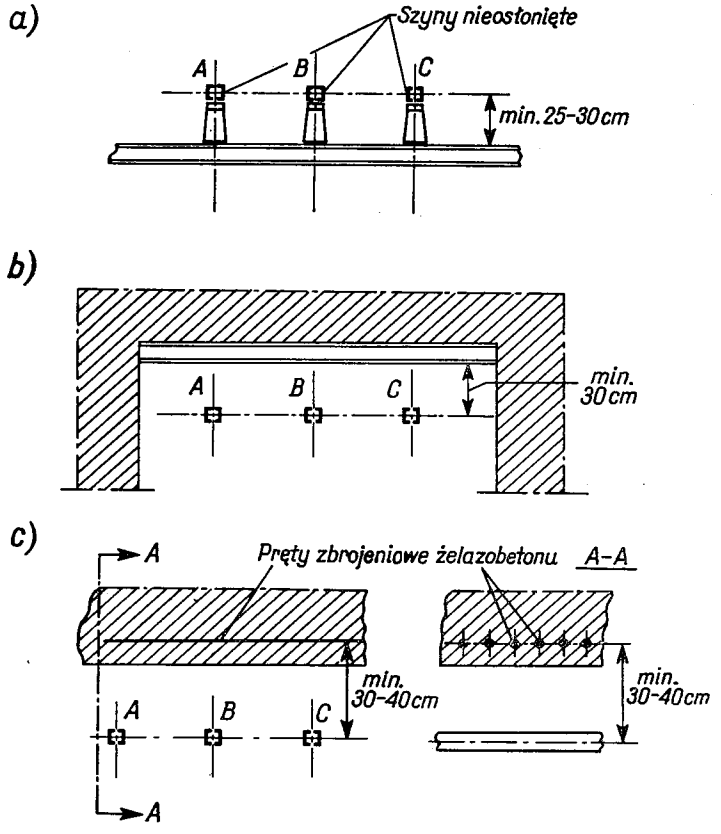
gdzie $H(\tau)_A$, $H(\tau)_B$, $H(\tau)_C$ — wartość w chwili τ natężenia pola magetycznego od prądów zwarciowych w fazach A, B, C.

W elektrowniach, gdzie długości szyn są wielokrotnie większe od odległości pomiędzy szynami a rozpatrywaną konstrukcją, wartości $H(\tau)_A$, $H(\tau)_B$, $H(\tau)_C$ można wyznaczyć z wystarczającą dokładnością ze wzoru dla przewodów nieskończenie długich. Przyjmując oznaczenia takie jak na rys. 3 można wtedy zapisać:

$$H(\tau)_A = \frac{i_A}{2\pi r_A}, \quad H(\tau)_B = \frac{i_B}{2\pi r_B}, \quad H(\tau)_C = \frac{i_C}{2\pi r_C},$$



Rys. 3. Natężenie pola magnetycznego na powierzchni stalowego elementu konstrukcyjnego



Rys. 4. Niektóre stalowe elementy konstrukcyjne elektrowni szczególnie narażone na nadmierne przyrosty temperatury

a) konstrukcja nośna izolatorów szynowych połączeń generatorowych, b) poprzeczna belka konstrukcyjna fundamentu generatora, c) pręty zbrojeniowe żelazobetonu

gdzie:

i_A, i_B, i_C — wartości chwilowe prądów zwarciowych w szynach A, B, C,

r_A, r_B, r_C — odległości punktu, w którym jest obliczone natężenie pola magnetycznego, od osi faz A, B, C.

Wartość natężenia pola na powierzchni konstrukcji stalowej można obliczyć za pomocą różnych metod, np. metodą odbić zwierciadlanych [14].

Zgodnie z początkowym założeniem zakres rozważań jest ograniczony do przypadków najgroźniejszych (rys. 4) [1], [2], [6]. Można więc dalej rozpatrywać tylko konstrukcje stalowe ustawione prostopadle do osi szyn, bowiem konstrukcje stalowe obejmujące przewody szynowe w wielkich elektrowniach nie występują [1], [2].

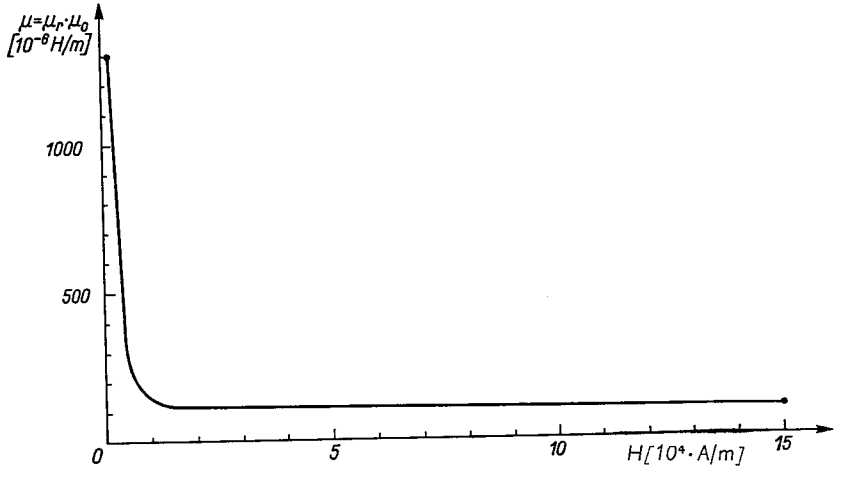
Przy takich założeniach w każdej chwili τ natężenie pola na powierzchni stali $H(\tau)_p$ można wyznaczyć jako składową styczną natężenia pola $H(\tau)_t$ obliczonego dla rozpatrywanego punktu ze wzoru (12).

Natężenie pola magnetycznego na powierzchni stali $H_p = H_t$ będzie ostatecznie równe:

$$H_p = H_t = \frac{i_A}{2\pi r_A}\sin\beta_A + \frac{i_B}{2\pi r_B}\sin\beta_B + \frac{i_C}{2\pi r_C}\sin\beta_C, \tag{13}$$

przy czym oznaczenia przyjęto takie jak na rys. 3.

Wartość składowych stycznych natężenia pola magnetycznego jest podana w odniesieniu do elementarnej powierzchni jednostkowej konstrukcji w określonej chwili czasowej.



Rys. 5. Zależność przenikalności magnetycznej $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$ stali walcowanej od natężenia pola magnetycznego

Rozkład natężenia pola magnetycznego na powierzchni konstrukcji w zależności od miejsca i czasu można wyznaczyć przy zastosowaniu metod numerycznych. Przy obliczaniu tymi metodami wartości strat na powierzchni konstrukcji wartość μ można przyjąć z zależności $\mu = f(H)$ dla stali budowlanych (rys. 7), a zmienność przewodności elektrycznej stali γ od temperatury konstrukcji można wyznaczyć drogą kolejnych przybliżeń.

4. PRZYROSTY TEMPERATURY KONSTRUKCJI STALOWYCH

4.1. Założenia

Wartość strat energii elektrycznej wydzielanych na powierzchnię konstrukcji stalowych jest zmienna w czasie. Przy założeniu zmienności wartości prądów zwarciowych w czasie takim, jak przyjęty w rozdziale 2, strumień cieplny wydzielający się na jednostce powierzchni konstrukcji ma przebieg podany na rys. 6. Funkcja strat $\Delta P(\tau)$, a więc i strumienia cieplnego w czasie posiada nieciągłość w punkcie o odciętej czasowej równej 1/10 sekundy i dzieli się na dwa okresy czasowe $0 < \tau < \tau_1$ i $\tau_1 < \tau$, w których:

a) dla czasu $0 < \tau < \tau_1 = \frac{1}{10}$ s funkcja $\Delta P_1(\tau)$ ma postać okresowo zmienną o skomplikowanym przebiegu,

b) dla czasu $\tau_1 < \tau$ funkcja $\Delta P_2(\tau)$ ma postać sinusoidalnie zmienną, zanikającą wykładniczo:

$$\Delta P_2(\tau) = M \cdot e^{-m\left(\tau - \frac{1}{10}\right)}. \tag{14}$$

Współczynniki M i m charakteryzujące zanikanie tej funkcji można wyznaczyć z zależności (5) i (9). Należy przy tym zaznaczyć, że po upływie czasu $\tau = 5 \div 6$ s funkcja (14) przybiera wartości bardzo małe, tak więc dalsze rozważania ograniczono do czasu $\tau_2 = 6$ s.

Ustalenie najwyższej temperatury elementu konstrukcyjnego wymaga znajomości funkcji opisującej rozkład temperatury w tym elemencie w czasie i przestrzeni.

Określenie rozkładu temperatury, opisanego równaniem Laplace'a, z charakterystycznymi dla rozważanego przypadku warunkami brzegowo — początkowymi, wymaga rozwiązania tego równania.

Dla zagadnienia płaskiego rozwiązanie jest możliwe w przypadku warunków brzegowych zawierających dowolny rozkład funkcji natężenia źródła ciepła na powierzchni elementu. Otrzymane w tym przypadku rozwiązanie ma postać całkową, przy czym dla znalezienia funkcji opisującej rozkład temperatury w postaci analitycznej konieczna jest znajomość — także w postaci analitycznej — funkcji opisującej rozkład natężenia strumienia cieplnego na powierzchni elementu w całym czasie trwania impulsu cieplnego. Rozwiązanie efektywne zależności całkowych możliwe jest jedynie w przypadku bardzo prostych funkcji czasu (np. funkcji stałej lub potęgowej). Bardziej złożona postać funkcji opisującej rozkład w czasie natężenia strumienia cieplnego zmusza do poszukiwania rozwiązania szczególnego dla każdego przypadku, przy użyciu metod numerycznych i przy wykorzystaniu maszyn cyfrowych.

W przypadku zagadnienia osiowo-symetrycznego znalezienie rozkładu funkcji temperatury w czasie i przestrzeni możliwe jest tylko dla stałego w czasie natężenia strumienia cieplnego na powierzchni elementu.

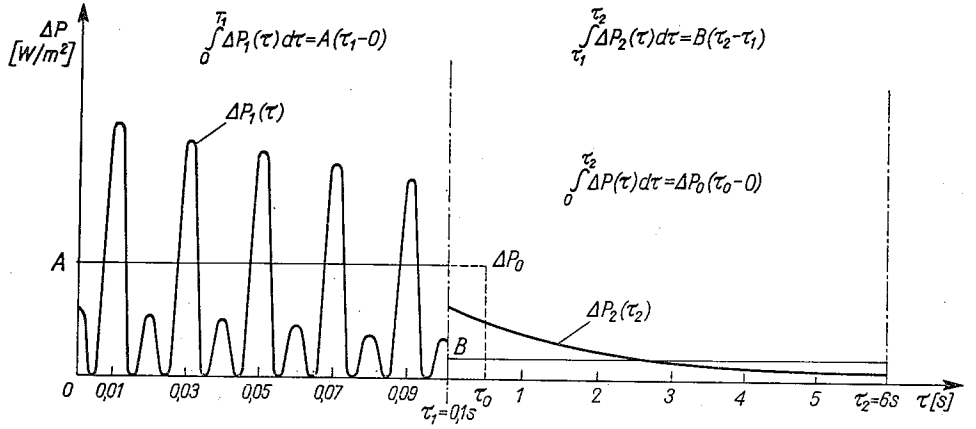
Z omówionych wyżej przyczyn dla określenia maksymalnych przyrostów temperatury elementów konstrukcyjnych w układzie płaskim przyjęto dla obu charakterystycznych okresów a) i b) funkcję źródła ciepła jako stałą i równą średniej wartości funkcji w tych okresach, a mianowicie:

dla okresu a), gdy $0 < \tau < \tau_1 = \frac{1}{10}$ s,

$$A = \frac{1}{\tau_1} \int_0^{\tau_1} \Delta P_1(\tau) d\tau; \tag{15}$$

dla okresu b), gdy $\tau_1 < \tau$,

$$B = \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \Delta P_2(\tau) d\tau. \tag{16}$$



Rys. 6. Przebieg zależności strat na powierzchni konstrukcji stalowych w funkcji czasu $\Delta P = f(\tau)$. W przedziale czasowym $0 < \tau = 0{,}1$ s podano rzeczywisty przebieg funkcji $\Delta P_1(\tau)$, a w przedziale czasowym $0{,}1 < \tau_2 = 6$ s podano obwiednie amplitud funkcji $\Delta P_2(\tau_1)$ zmiennej sinusoidalnie, o częstotliwości 50 Hz

Dla rozwiązania problemu osiowo-symetrycznego założono stałą wartość funkcji rozkładu źródła ciepła, równą średniej wartości funkcji w okresie początkowym a). Czas trwania impulsu dobrano tak, aby ilość wydzielanego ciepła na powierzchni elementu była równa rzeczywiście wydzielającej się ilości ciepła, zgodnie z zależnością:

$$\tau_0 = \frac{\int_0^{\tau_2} \Delta P(\tau) d\tau}{A}. \tag{17}$$

Wartość natężenia powierzchniowego źródła ciepła w okresie $0 \div \tau_0$ oznaczono dalej jako ΔP_0.

Dalsze rozważania dotyczące wyznaczenia maksymalnych przyrostów temperatury konstrukcji sprowadzono do trzech podstawowych przypadków, obejmujących swoim zakresem najbardziej charakterystyczne dla elektrowni rodzaje konstrukcji stalowych, a mianowicie:

a) Masywny element konstrukcyjny, wymieniający ciepło z otoczeniem przy stałym współczynniku przejmowania ciepła na drodze konwekcji swobodnej i promieniowania. Element taki można odwzorować półprzestrzenią $X > 0$. Na powierzchni takiej przestrzeni wydziela się powierzchniowo strumień cieplny. Początkową temperaturę powierzchni założono dla uproszczenia obliczeń jako równą zeru — w ten sposób wyniki obliczeń określą bezpośrednio poszukiwaną wartość przyrostu temperatury Δt. Odwzorowanie masywnego

elementu półprzestrzenią jest analogiczne do układu zastępczego przyjętego za podstawę do rozważań magnetycznych (rozdz. 3). W ten sposób odwzorowano wszystkie konstrukcje stalowe o grubościach większych niż połowa głębokości wnikania fali do metalu (tj. 1÷3 mm), a więc praktycznie wszystkie elementy konstrukcyjne elektrowni wykonane ze stali profilowej.

b) Nieskończenie długi pręt o promieniu R, większym od wartości $\frac{\lambda_k}{2}$ (tj. od połowy-długości fali w metalu — p. 3.1). Tak jak poprzednio założono, że pręt znajduje się w powietrzu i wymienia ciepło na drodze konwencji swobodnej i promieniowania. Powierzchnia pręta posiada temperaturę początkową równą zeru i jest nagrzewana stałym w czasie strumieniem ciepła.

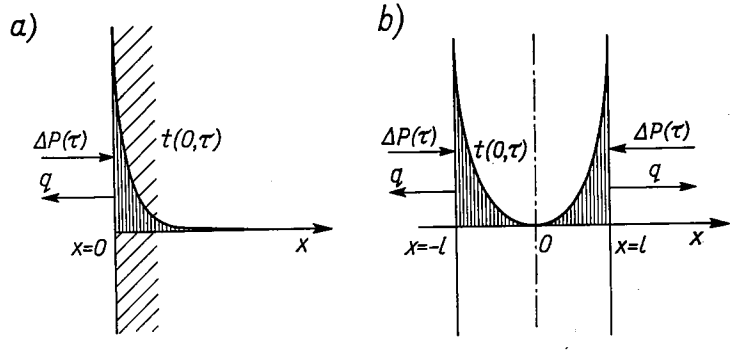
c) Nieskończenie długi pręt o promieniu $R > \frac{\lambda_k}{2}$, znajdujący się w przestrzeni z początkową temperaturą równą 0 (masa betonu). Pręt nagrzewany jest powierzchniowo stałym w czasie strumieniem cieplnym.

Dla wszystkich rozważanych przypadków założono, że pole temperaturowe zależy tylko od jednej zmiennej i od czasu τ (zmienna wartość X dla konstrukcji masywnych i zmienna wartość r dla prętów). Założenie takie jest możliwe do przyjęcia, bowiem poszukiwana jest maksymalna temperatura konstrukcji, przy czym wydzielanie się strumienia cieplnego podczas zwarcia ma bardzo krótki przebieg w porównaniu z czasem przewodzenia ciepła w masywie metalowym [8], [10].

4.2. Nagrzewanie się masywnych elementów konstrukcyjnych (rys. 7)

Temperatura $t(x, \tau)$ w dowolnym punkcie metalu jako funkcja czasu powinna spełniać równanie:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} t(x, \tau) = a \frac{\partial^2}{\partial x^2} t(x, \tau) \tag{18}$$



Rys. 7. Ilustracja przebiegu nagrzewania się masywnego elementu konstrukcyjnego:
a) element jest odwzorowany półprzestrzenią, b) element jest odwzorowany obszarem o grubości $2l$

z warunkami brzegowymi

$$-\lambda\frac{\partial}{\partial\tau}t(x,\tau)+\alpha t(x,\tau)-\Delta P(\tau)=0 \quad \text{dla } x=0,$$

$$t(x,\tau)=0 \quad \text{dla } \tau=0, \tag{19}$$

przy czym:

$\Delta P(\tau)$ — strumień cieplny wydzielany na powierzchni konstrukcji,

α — współczynnik przejmowania ciepła,

a — współczynnik wyrównywania temperatury,

λ — współczynnik przewodności cieplnej elementu.

Wprowadzając oznaczenie:

$$\theta(x,\tau)=t(x,\tau)-\frac{\lambda}{\alpha}\frac{\partial}{\partial X}t(x,\tau) \tag{20}$$

otrzymuje się:

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\theta(x,\tau)=a\frac{\partial^2}{\partial X^2}\theta(x,\tau); \tag{21}$$

równania te posiadają warunki brzegowe

$$\theta(x,\tau)=f(\tau) \quad \text{dla} \quad x=0,$$

$$\theta(x,\tau)=0 \quad \text{dla} \quad \tau=0, \tag{22}$$

gdzie:

$$f(\tau)=\frac{\Delta P(\tau)}{\alpha}.$$

W zależności tej wartość α oznacza średni współczynnik przejmowania ciepła od powierzchni, niezależny od jej temperatury.

Rozwiązanie ogólne równania (21) zgodnie z warunkami brzegowymi (22) ma postać:

$$t(x,\tau)=\frac{2}{\lambda\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-\frac{\alpha\cdot\eta}{\lambda}}\cdot d\eta\int_{\frac{x+\eta}{2\sqrt{a\tau}}}^\infty \Delta P\left[\tau-\frac{(x+\eta)^2}{4a\varepsilon}\right]e^{-\varepsilon^2}\cdot d\varepsilon, \tag{23}$$

gdzie η, ε są zmiennymi całkowania.

Maksymalna temperatura metalu, dla $x=0$, wynosi

$$t(0,\tau)=\frac{2}{\lambda\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-\frac{\alpha}{\lambda}\eta}\cdot d\eta\int_{\frac{\eta}{2\sqrt{a\tau}}}^\infty \Delta P\left[\tau-\frac{\eta^2}{4a\varepsilon}\right]e^{-\varepsilon^2}d\varepsilon. \tag{24}$$

Jeśli przyjąć, że:

$$\Delta P_1(\tau)=A=\text{const} \quad \text{dla } 0<\tau<\tau_1,$$

$$\Delta P_2(\tau)=B=\text{const} \quad \text{dla } \tau_1<\tau,$$

najwyższa temperatura osiągnięta przez powierzchnię ciała dla $x = 0$ będzie równa

$$t(0, \tau) = \frac{A}{\alpha}\left[1-\exp\left(\frac{\alpha^2 a\cdot\tau}{\lambda^2}\right)\Phi^*\left(\frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{a\cdot\tau}\right)\right], \tag{25}$$

gdy $0 < \tau < \tau_1$,

$$t(0, \tau) = \frac{A}{\alpha}\left[1-\exp\left(\frac{\alpha^2\cdot a\cdot\tau}{\lambda^2}\right)\Phi^*\left(\frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{a\cdot\tau}\right)\right] + \\ + \frac{B-A}{\alpha}\left\{1-\exp\left[\frac{\alpha^2}{\lambda^2}a(\tau-\tau_1)\right]\Phi^*\left[\frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{a(\tau-\tau_1)}\right]\right\}, \tag{26}$$

gdy $\tau > \tau_1$,
gdzie:

$\Phi^*(x) = 1-\Phi(x)$, przy czym $\Phi(x)$ jest funkcją błędu.

Gdy w obliczeniach uwzględni się, że masywne ciało posiada skończony wymiar w osi x (np. grubość $2l$) i nagrzewane jest powierzchniowo z obu stron, równanie rozkładu temperatury będzie identyczne jak równanie (18), ulegną zmianie jedynie warunki brzegowe, które przybiorą postać:

$$-\lambda\frac{\partial}{\partial x}t(x, t)+\alpha t(x, \tau)-\Delta P(\tau) = 0 \quad \text{dla } x = \pm l,$$

$$t(x, \tau) = 0 \quad \text{dla } \tau = 0, \tag{27}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}t(x, \tau) = 0 \quad \text{dla } x = 0.$$

Postępując podobnie jak w przypadku półprzestrzeni $x > 0$, otrzymuje się równanie ogólne o postaci:

$$t(x, \tau) = \frac{2a}{\lambda}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{S_n^2\cdot e^{-a\tau S_n^2}\cdot\cos S_n x}{\left[\frac{\alpha}{\lambda}+l\left(S_n^2+\frac{\alpha^2}{\lambda^2}\right)\right]\cos S_n\cdot l}\cdot\int_0^{\tau} e^{a\eta S_n^2}\Delta P(\eta)\cdot d\eta, \tag{28}$$

a najwyższa temperatura osiągnięta przez powierzchnię warstwy $x = \pm l$ będzie równa:

$$t(0, \tau) = \frac{2a}{\lambda}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{S_n^2\cdot e^{-a\tau S_n^2}}{\left[\frac{\alpha}{\lambda}+l\left(S_n^2+\frac{\alpha^2}{\lambda^2}\right)\right]}\int_0^{\tau} e^{a\eta S_n^2}\Delta P(\eta)\cdot d\eta, \tag{29}$$

gdzie S_n są pierwiastkami równania:

$$S\operatorname{tg} S\cdot l = \frac{\alpha}{\lambda};$$

jeśli przyjąć $\Delta P(\tau) = A = \text{const}$ dla $0 < \tau < \tau_1$,
$\Delta P(\tau) = B = \text{const}$ dla $\tau > \tau_1$,
najwyższe temperatury na powierzchniach $x = l$ będą równe

$$t(0,\tau)=\frac{A}{\alpha}\left\{1-\sum_{n=1}^{\infty}e^{-aS_n^2\tau}\frac{2}{\lambda\left[\left(\frac{\alpha^2}{\lambda^2}+S_n\right)l^2+\frac{\alpha}{\lambda}\right]}\right\} \tag{30}$$

dla $0<\tau<\tau_1$,

$$t(0,\tau)=\frac{B}{\alpha}-\sum_{n=1}^{\infty}e^{-aS_n^2\tau}\frac{2\alpha\left[\frac{A}{\alpha}+\frac{B-A}{\alpha}\cdot e^{aS_n^2\tau_1}\right]}{\lambda\left[\left(\frac{\alpha^2}{\lambda^2}+S_n^2\right)\cdot l+\frac{\alpha}{\lambda}\right]} \tag{31}$$

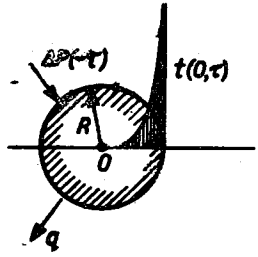
dla $\tau>\tau_1$.

4.3. Nagrzewanie się pręta cylindrycznego (rys. 8)

Rozkład temperatury w nieograniczonym pręcie cylindrycznym o promieniu R i o początkowej temperaturze równej zeru przy wydzielającym się na powierzchni strumieniu cieplnym ΔP_0 opiszemy równaniem:

$$\frac{\partial}{\partial\tau}t(r,\tau)=a\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2}t(r,\tau)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}t(r,\tau)\right], \tag{32}$$

gdzie r — współrzędna określająca odległość punktu, dla którego wyznaczana jest temperatura, przy czym $0<r<R$.



Rys. 8. Ilustracja przebiegu nagrzewania się pręta o promieniu R

Równanie (32) posiada następujące warunki brzegowe:

$$-\lambda\frac{\partial}{\partial r}t(r,\tau)=\Delta P_0 \quad \text{dla } R=r,$$

$$t(r,\tau)=0 \quad \text{dla } \tau=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial r}t(r,\tau)=0 \quad \text{dla } r=0.$$

Ogólne rozwiązanie równania (32) z warunkami brzegowymi (33) ma postać:

$$t(r,\tau)=\frac{2\Delta P_0 a\cdot\tau}{\lambda\cdot R}+\frac{\Delta P_0\cdot R}{\lambda}\left\{\frac{r^2}{2R^2}-\frac{1}{4}-2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-\frac{a\cdot S_n^2\cdot\tau}{R^2}\right]\frac{I_0\left(\frac{r\cdot S_n}{R}\right)}{S_n^2 I_0(S_n)}\right\},$$

gdzie S_n są dodatnimi pierwiastkami równania

$$I_1(S) = 0,$$

przy czym I_0 i I_1 są funkcjami walcowymi Bessela pierwszego rodzaju rzędu zerowego i pierwszego.

Maksymalna temperatura osiągana przez powierzchnie pręta dla $r = R$ wynosi:

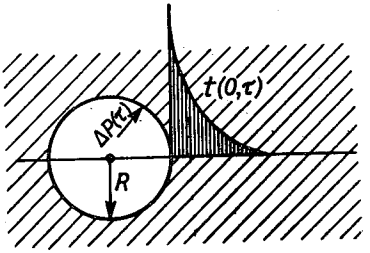
$$t(R, \tau) = \frac{2\Delta P_0 \cdot a\tau}{\lambda R} + \frac{\Delta P_0 R}{\lambda}\left\{\frac{1}{4} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n^2}\exp\left[-\frac{a^2 S_n \tau}{R^2}\right]\right\}. \tag{35}$$

4.4. Nagrzewanie się pręta cylindrycznego w betonie

W tym przypadku poszukuje się temperatury betonu nagrzewanego przez nieskończenie długi pręt (zbrojenie żelazobetonu).

Rozkład temperatury w betonie można określić z równania (32) z zastrzeżeniem, że

$$r \geqslant R,$$



Rys. 9. Ilustracja przebiegu nagrzewania się betonu przy powierzchni pręta o promieniu R

przy warunkach brzegowych:

$$\begin{aligned} -\lambda\frac{\partial}{\partial r}t(r, \tau) &= \Delta P_0 \quad \text{dla } r = R, \\ t(r, \tau) &= 0 \quad \text{dla } \tau = 0, \\ \frac{\partial}{\partial r}t(r, \tau) &= 0 \quad \text{dla } r \to \infty. \end{aligned} \tag{36}$$

Rozwiązanie ogólne równania (32) z warunkami brzegowymi (36) ma postać:

$$t(r, \tau) = -\frac{2(\Delta P_0)_B}{\pi\lambda}\int_0^{\infty}(1 - e^{-a\eta^2\tau}\cdot)\frac{I_0(\eta r)Y_1(\eta R) - Y_0(\eta r)I_1(\eta R)}{\eta^2[I_1^2(\eta R) + Y_1^2(\eta R)]}\cdot d\eta, \tag{37}$$

gdzie Y_0 i Y_1 są funkcjami Bessela.

Dla małych wartości liczby Fouriera $\left(F_0 = \frac{a\tau}{R^2}\right)$, rzędu 0,02, rozwiązanie równania można zapisać w postaci rozwinięcia. Ograniczając się do dwóch pierwszych wyrazów, równanie (37) ma postać:

$$t(r, \tau) = \frac{2(\Delta P_0)_B}{\lambda}\left(\frac{a\cdot R\cdot\tau}{r}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{i\Phi^*\left[\frac{r-R}{2\sqrt{a\tau}}\right] - \frac{3r+R}{4Rr}(a\tau)^{\frac{1}{2}}\cdot i^2\Phi^*\left[\frac{r-R}{2\sqrt{a\tau}}\right] + \ldots\right\}. \tag{38}$$

Maksymalna temperatura osiągnięta bezpośrednio przy powierzchni pręta, dla $r = R$, wynosi:

$$t(R, \tau) = \frac{2(\Delta P_0)_B}{\lambda}(a \cdot \tau)^{\frac{1}{2}} \left\{0{,}5642 - \frac{(a\tau)^{\frac{1}{2}}}{4R} + \ldots\right\}. \tag{39}$$

Stałą występującą w równaniach (37), (38) i (39) można wyznaczyć z warunków brzegowych na granicy dwu obszarów — stalowego pręta cylindrycznego i betonu otaczającego ten pręt, to znaczy dla zmiennej niezależnej r równej promieniowi pręta R. Warunki brzegowe na granicy tych dwu obszarów wymagają równości temperatury obu ośrodków i równości strumieni cieplnych w obu kierunkach, to znaczy do wewnątrz i na zewnątrz powierzchni $r = R$.

Warunki równości temperatury i strumieni cieplnych można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} (t_S)_{r=R} &= (t_B)_{r=R}, \\ \lambda_S\left(\frac{\partial t_S}{\partial r}\right)_{r=R} &= \lambda_B\left(\frac{\partial t_S}{\partial r}\right)_{r=R}. \end{aligned} \tag{40}$$

Stąd można otrzymać

$$\begin{aligned} (\Delta P_0)_B \frac{\sqrt{a_B}}{\lambda_B} &= (\Delta P_0)_S \frac{\sqrt{a_S}}{\lambda_S}, \\ (\Delta P_0)_B + (\Delta P_0)_S &= \Delta P_0. \end{aligned}$$

Rozwiązując powyższy układ równań względem $(\Delta P_0)_B$ i $(\Delta P_0)_S$ otrzymamy

$$(\Delta P_0)_B = \Delta P_0 \frac{\dfrac{\sqrt{a_S}}{\lambda_S}}{\dfrac{\sqrt{a_S}}{\lambda_S} + \dfrac{\sqrt{a_B}}{\lambda_B}}.$$

5. WARTOŚCI PRZYROSTU TEMPERATURY KONSTRUKCJI STALOWYCH ELEKTROWNI PRZY ZWARCIACH WE WSPÓŁCZESNYCH UKŁADACH ELEKTROENERGETYCZNYCH

Na podstawie wzorów podanych w poprzednim rozdziale przeprowadzono obliczenie maksymalnych przyrostów temperatury konstrukcji stalowych podczas zwarcia w wielkiej elektrowni pracującej w rozbudowanym układzie elektroenergetycznym [3].

Do obliczeń przyjęto układ taki jak na rys. 1. Dane generatora 500 MW założone są analogicznie do danych generatorów brytyjskich firmy AIE.

Wielkość elektrowni jak i generatory zbliżonego typu będą charakterystyczne dla krajowego układu elektroenergetycznego w okresie 1975—1985, a poziom mocy zwarciowej odpowiada prognozie rozwoju krajowego układu na rok 1980 [3].

Obliczenia zwarciowe wykonano przy założeniach określonych uprzednio w rozdz. 2.1.

Badano nagrzewanie się konstrukcji stalowych znajdujących się w minimalnych możliwych odległościach od szyn (30 cm — odstęp izolacyjny) przy ich prostopadłym ustawieniu do osi połączeń generatorowych.

Jednostkowe straty mocy na powierzchni konstrukcji obliczono ze wzoru (11) przy pomocy maszyny cyfrowej ELIOTT 803 w Instytucie Elektrotechniki.

Przy założeniach poczynionych w rozdz. 4.1 moce źródła ciepła wynoszą:

$$A = 40 \cdot 10^4 \frac{W}{m^2} = 3{,}45 \cdot 10^5 \text{ kcal/m}^2\text{h},$$

$$B = 1 \cdot 10^4 \frac{W}{m^2} = 8{,}6 \cdot 10^3 \text{ kcal/m}^2\text{h},$$

$$\Delta P_0 = 40 \cdot 10^4 \frac{W}{m^2} = 3{,}45 \cdot 10^5 \text{ kcal/m}^2\text{h}.$$

Do obliczeń przyjęto następujące własności betonu i stali:

$$\lambda_B = 1{,}1 \frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{h}^\circ\text{C}},$$

$$a_B = 1{,}75 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{h}},$$

$$\lambda_S = 39 \frac{\text{kcal}}{\text{m h}^\circ\text{C}},$$

$$a_S = 4{,}5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}^2}{\text{h}}.$$

Ponadto założono czasy trwania impulsu cieplnego:

$$A = 0 \div 2{,}9 \cdot 10^{-5} \text{ h},$$
$$B = 2{,}9 \cdot 10^{-5}\text{h} \div 1{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ h},$$
$$\Delta P_0 = 0 \div 7 \cdot 10^{-5} \text{ h},$$

a współczynnik wymiany ciepła z otoczeniem:

$$\alpha = 5 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot {}^\circ\text{C}}.$$

Z obliczeń otrzymano następujące wyniki:

a) Maksymalny przyrost temperatury powierzchni konstrukcji masywnej: $\Delta t = 16{,}8^\circ\text{C}$. Identyczny jest przyrost temperatury powierzchni konstrukcji o grubości $2l = 10^{-2}$ m.

b) Maksymalny przyrost temperatury pręta o promieniu $R = 10^{-2}$ m, zainstalowanego w powietrzu: $\Delta t = 15{,}2^\circ\text{C}$.

c) Maksymalny przyrost temperatury betonu przy powierzchni pręta zbrojeniowego o promieniu $R = 10^{-2}$ m: $\Delta t = 15{,}5^\circ\text{C}$.

6. WNIOSKI

1) Przedstawiona w pracy metoda obliczeń pozwala wyznaczyć maksymalne przyrosty temperatury konstrukcji stalowych w elektrowniach, wywołane polami magnetycznymi prądów zwarciowych. — Założenia metody obliczeń nawiązują ściśle do rzyczywistych warunków występujących w elektrowniach i układach elektroenergetycznych.

2) Przyrosty temperatury konstrukcji stalowych wywołane polami magnetycznymi prądów zwarciowych w największych współczesnych elektrowniach nie osiągną wartości

zagrażających prawidłowości pracy tych konstrukcji. — Impuls cieplny, pomimo swej wielkiej mocy, trwa tak krótko, że może doprowadzić tylko do maksymalnych przyrostów temperatury rzędu kilkunastu °C.

3) Obliczenia zostały wykonane dla warunków układowych i generatorów, jakie pojawią się w kraju w latach siedemdziesiątych. Należy jednak podkreślić, że wzrost mocy jednostkowej maszyn i mocy zwarciowej następuje bardzo szybko. Przy dalszym wzroście tych mocy impulsy cieplne wywołane prądami zwarciowymi mogą doprowadzić do znacznego powiększenia przyrostów temperatur konstrukcji stalowych w elektrowniach, nawet do wartości niebezpiecznych dla prawidłowej pracy tych konstrukcji.

Politechnika Warszawska
Katedra Elektrowni i Elektroenergetyki

WYKAZ LITERATURY

1. Bełdowski T.: Metoda obliczania przyrostów temperatury konstrukcji stalowych w elektrowniach pod wpływem zmiennych pól magnetycznych o częstotliwości 50 Hz. — Praca doktorska, Katedra Elektrowni i Elektroenergetyki Politechniki Warszawskiej, 1964.
2. Bełdowski T.: Nagrzewanie się konstrukcji stalowych w zmiennych polach magnetycznych. — Przegląd Elektrotechn., 1960, nr 10.
3. Bełdowski T.: Perspektywy wzrostu mocy zainstalowanej elektrowni cieplnych. — Przegląd Elektrotechn., 1967, nr 1.
4. Bełdowski T., Bursztyński J.: Obliczanie prądów zwarciowych. Wyd. II. WNT, Warszawa 1960.
5. Bełdowski T., Bursztyński J.: Obliczanie prądów zwarciowych w elektrowniach. — Przegląd Elektrotechn., 1968, nr 1.
6. Bełdowski T., Zarębski W.: Sprawozdanie z badań nagrzewania się konstrukcji stalowych w polu magnetycznym. Instytut Energetyki ZE/E-5/3/62, 1962.
7. Buchanan G. E.: Laboratory and Field-Test Experience with High-Capacity Isolated Busses, Ibid. v. 78, October 1959.
8. Carslaw H. S., Jeager J. C.: Conduction of Heat in Solids. Clarendon Press, Oxford 1956.
9. Deuring W. G.: Induced Losses in Steel Plates in the Presence of Alternating Current. Ibid. pt III, Power Apparatus and Systems, vol. 76, June 1957.
10. Łykow A. W.: Tieorija tiepłoprowodimosti. GITTL, 1952.
11. Gebhart B.: Heat Transfer. Mc Graw-Hill, 1961.
12. Kończykowski St., Bursztyński J.: Zwarcia w układach elektroenergetycznych. WNT, Warszawa 1963.
13. Nejman Ł. P.: Powierchnostnyj effiekt w fierromagnitnych tiełach. GH, 1967.
14. Turowski J.: Metody obliczania strat dodatkowych wywołanych polem rozproszenia w transformatorze. — Rozprawy Elektrotechn., 1962.
15. Uljanow S. A.: Korotkije zamykanija w elektriczeskich sistiemach, 1952.

T. BEŁDOWSKI

ANALYSIS OF TEMPERATURE INCREMENTS AT STEEL CONSTRUCTIONS IN POWER ELECTRIC PLANTS BY INFLUENCE OF ALTERNATED MAGNETIC FIELDS ISSUED FROM SHORT-CIRCUIT CURRENTS

Summary

Short-circuit currents have been grown to a very high level in modern power electric plants. Constant raising of the short-circuit currents is still observed.

The question is: could the alternated magnetic fields generated by short-circuit currents carry into effect of such temperature increments that working terms of steel constructions appear dangerous.

The most severe cause of three-phase fault on the tap to the supply transformer for own needs of power plants is contemplated.

The calculating rule of short-circuit currents in these cases is quoted.

Heating processes of steel constructions in alternated magnetic field are discussed.

The calculating rule of losses issued from induced currents on surface of steel is given. The rule is supported on Biot-Savart's law and Poynting's relation.

Steel constructions of power electric plants are reduced to the three main elements: massive element, imitated by semi-infinite medium, infinitely-long bar in the air and infinitely-long bar in semi-infinite medium of concrete (armoured concrete construction).

The result of analysis which has been made is the calculating rule of temperature increments in such represented elements.

The result of calculations which has been made by digital computer confirms that temperature increments at main elements of steel constructions in the largest modern power electric plants during the most dangerous faults do not attain a dozen or so degrees of centigrade.

T. BEŁDOWSKI

L'ANALYSE DES ACCROISSEMENTS DE LA TEMPÉRATURE DES CONSTRUCTIONS D'ACIER DANS LES STATIONS ÉLECTRIQUES SOUS L'INFLUENCE DES CHAMPS MAGNÉTIQUES ALTERNATIFS DES COURANTS COURT-CIRCUIT

Résumé

Les courants court-circuit dans les stations électriques contemporaines ont gagné des valeurs très importantes et on observe toujours l'accroissement continu de ces valeurs.

Il arrive une question, si le champ magnétique alternatif, produit par les courants court-circuit, peut conduire aux accroissements inductifs de la température des constructions d'acier dans le degré menaçant leur travail régulier.

On a analysé le cas le plus dangereux de court-circuit dans la connection du transformateur des besoins propres et on a présenté la méthode de calculer les courants court-circuit dans de telles conditions. On a présenté ensuite des procès du chauffage des éléments d'acier dans le champ magnétique alternatif ainsi qu'une méthode de calculer les pertes induites sur la surface d'acier, appuyée sur l'utilisation du principe Biot-Savart et de la dépendance de Poynting.

Les constructions d'acier des stations électriques sont amenées aux trois schémas équivalents principaux: élément massif reproduit par démisurface, infiniment longue perche placée en air et infiniment longue perche installée dans la démisurface de béton (constructions en béton armé).

En résultat de l'analyse exécutée on a donné des méthodes de calculer des accroissements de la température des éléments de construction reproduits d'une manière ci-dessus.

En résultat des calculs à l'aide de la machine mathématique digitale on a établi, que dans les plus grandes stations électriques contemporaines des accroissements de la température des éléments constructifs pendant des courtcircuits ne seront pas plus hauts que de dix à vingt °C.

Т. БЕЛДОВСКИ

АНАЛИЗ ПЕРЕГРЕВА СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В ЭЛЕКТРОСТАНЦИЯХ, ВЫЗВАННОГО ПЕРЕМЕННЫМИ ПОЛЯМИ ТОКОВ КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ

Резюме

Токи короткого замыкания в современных электростанциях приобретают очень большое значения. Эти значения проявляют тенденции дальнейшего увеличения.

Возникает вопрос, могут ли переменные поля, вызванные ними, вести к выступанию перегревов стальных конструкций, угрожающих нормальному режиму этих конструкций.

Рассмотрен самый опасный случай трехфазного короткого замыкания на отводе к трансформатору собственных нужд и приведен метод вычисления токов короткого замыкания в этом случае.

Обсуждены процессы перегрева стальных конструкций в переменном магнитном поле и дан метод расчета потерь, возникающих на поверхности стали, обоснованный на законе Био-Савarта и принципе Умова-Пойтинга.

Стальные конструкции электростанций сведены к трем основным эквивалентным схемам: массивного элемента отображаемого полупространством, бесконечно длинного стержня в воздушной среде и бесконечно длинного стержня в бетонном полумассиве (железобетонные конструкции).

В результате анализа разработаны методы расчета перегрева отображенных таким образом элементов.

Расчеты на цифровой вычислительной машине показали, что в современных электростанциях предельных мощностей перегревы стальных конструкций во время коротких замыканий не будут превышать температур порядка двадцати градусов Цельсия.

621.365.2

FRANCISZEK SONDIJ

Zagadnienie doboru parametrów toru wielkoprądowego w asymetrycznych stalowniczych urządzeniach łukowych

Rękopis dostarczono 13.10.1967

W pracy wyznaczono dla trójfazowego stalowniczego asymetrycznego urządzenia łukowego związek między asymetrią urządzenia a parametrami X, R obwodu zasilającego urządzenie. Uzyskane związki umożliwiają dobór stosunku X/R w zależności od przyjętej asymetrii urządzenia.

Z uzyskanych zależności wynika, w przypadku uwzględniania asymetrii urządzenia, że stosunek X/R może przyjmować względnie znaczne wartości.

Wielkością charakterystyczną dla toru wielkoprądowego stalowniczego pieca łukowego jest stosunek reaktancji X jednego z przewodów toru wielkoprądowego do jego rezystancji R. Stosunek $p = X/R$ jest czynnikiem wpływającym na podstawowe wskaźniki elektryczne pieca łukowego. W szczególności od tej wielkości są uzależnione takie wskaźniki, jak wskaźnik zwarcia eksploatacyjnego, sprawność elektryczna, wskaźnik napięcia łuku, wskaźnik prądu łuku, wskaźnik wykorzystania mocy oraz współczynnik mocy. Zagadnienie doboru właściwej wartości omawianego stosunku reaktancji toru do jego rezystancji, umożliwiającej pracę pieca przy możliwie optymalnych wartościach wyszczególnionych wskaźników, było szczegółowo analizowane [1]. Ustalono [1] również, że najbardziej właściwy zakres wartości tego stosunku powinien mieścić się w granicach $2{,}3 \leqslant p \leqslant 3{,}4$.

We wspomnianej analizie były brane pod uwagę układy symetryczne. Niniejsze rozważania dotyczą stalowniczych urządzeń łukowych o torach płaskich, a więc urządzeń asymetrycznych. Dla takich urządzeń omówiono problem doboru właściwego stosunku $p = X/R$, uwzględniającego wymagania w zakresie asymetrii pieca.

Konsekwencją asymetrii urządzenia, uwarunkowanej budową jego toru, jest — przy zachowaniu symetrycznego układu napięć zasilających oraz symetrii prądowej — nierówny rozkład mocy na poszczególne łuki. W szczególności moc jednej z faz skrajnych przyjmuje wartość największą, a moc pozostałej fazy skrajnej — wartość najmniejszą. Moc fazy środkowej przyjmuje wartość pośrednią. Zjawisko to wpływa niekorzystnie na pracę pieca, a w szczególności powoduje szybkie zużywanie się wyprawy pieca, co z kolei wpływa na koszty produkcji.

Asymetrię trójfazowego pieca stalowniczego o torze płaskim, zasilanego symetrycznym układem napięć, przy zachowaniu równych prądów w poszczególnych fazach, zdefiniowaną jako stosunek różnicy między mocą wydzielaną w łuku jednej z faz skrajnych a mocą łuku fazy środkowej do mocy łuku fazy środkowej, wyznacza się dla przypadku, w którym suma

mocy wydzielanej przez wszystkie łuki osiąga wartość największą, technicznym wskaźnikiem asymetrii K_g [2].

Wymieniony wskaźnik oblicza się ze związku:

$$K_g = \frac{S}{\frac{1}{3}(R_{1c}+R_{3c}-2R_{2c})+\sqrt{\left[\frac{R_{1c}+R_{2c}+R_{3c}}{3}\right]^2+\left[X_{2c}-\frac{R_{3c}-R_{1c}}{3\sqrt{3}}\right]^2}} \tag{1}$$

przy czym

$$S = R_{3c}-R_{2c}+\frac{1}{\sqrt{3}}(X_{3c}-X_{2c}) \tag{2}$$

oraz

$$\left.\begin{aligned} R_{1c} &= R_1-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega(M-N),\\ R_{2c} &= R_2,\\ R_{3c} &= R_3+\frac{\sqrt{3}}{2}\omega(M-N),\\ X_{1c} &= X_1-\omega\frac{M-N}{2},\\ X_{2c} &= X_2-\omega M,\\ X_{3c} &= X_3-\omega\frac{M-N}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

W zależnościach powyższych

$R_{1c}, R_{2c}, R_{3c}, X_{1c}, X_{2c}, X_{3c}$ oznaczają oporności czynne i bierne poszczególnych przewodów toru; uzyskuje się je z trójfazowych pomiarów zwarciowych;

R_1, R_2, R_3, X_1, X_2, X_3 oznaczają oporności czynne i oporności bierne poszczególnych przewodów toru uzyskane z pomiarów, jednak przy zastosowaniu układów pomiarowych, przy których wzajemne oddziaływanie magnetyczne poszczególnych faz toru nie wpływa na wielkości mierzone;

M jest indukcyjnością wzajemną pomiędzy przewodami skrajnymi toru i przewodem środkowym;

N oznacza indukcyjność wzajemną pomiędzy przewodami skrajnymi toru;

$\omega = 2\pi f$, przy czym f oznacza częstotliwość prądu zasilającego piec.

Jeśli przyjmiemy, zgodnie z tendencją występującą w praktyce, że w rozważanym torze zachodzi

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

oraz

$$X_1 = X_2 = X_3 = X,$$

i jeśli uwzględnimy zależności podane w (2) i (3), to wskaźnik asymetrii wyrażony zależnością przedstawioną w (1) daje się sprowadzić do postaci

$$K_g = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}\omega(M-N)}{R_{2c}\sqrt{1+\left[\frac{X_{2c}-\omega\frac{M-N}{3}}{R_{2c}}\right]^2}}. \tag{4}$$

Zależność powyższą można jeszcze nieco uprościć, jeśli się weźmie pod uwagę, że

$$X_{2c} = X-\omega M,$$

a

$$\frac{\omega(M-N)}{3} \ll \omega M.$$

W związku z powyższym wielkość $\frac{\omega(M-N)}{3}$ występującą w zależności (4) można pominąć.

Podaną nierówność można uzasadnić następująco: współczynnik indukcyjności wzajemnej dwóch przewodów równoległych o długości B i odstępie D określa się ze związku

$$M = 2B\left[\ln\frac{2B}{D}-1\right]10^{-7}\ [\mathrm{H}];$$

dla przewodów, pomiędzy którymi odstęp będzie dwukrotnie większy, współczynnik ten będzie wyrażał się podobnym związkiem

$$N = 2B\left[\ln\frac{B}{D}-1\right]10^{2}\ [\mathrm{H}].$$

Wielkości B i D przyjęto w metrach.

Przedstawioną powyżej nierówność można sprawdzić na podstawie analizy wartości stosunku

$$r = \frac{\omega(M-N)}{3\omega M} = \frac{1}{3}\left(1-\frac{N}{M}\right).$$

Wstawiając do powyższej zależności podane wyrażenia na N oraz M otrzymuje się

$$r = \frac{1}{3}\left[1-\frac{\ln\frac{B}{D}-1}{\ln\frac{2B}{D}-1}\right].$$

Przyjmując kolejno

$$\frac{B}{D} = 5 \quad 10 \quad 15 \quad 20$$

otrzymuje się

$$r = 0{,}178 \quad 0{,}115 \quad 0{,}097 \quad 0{,}086.$$

Ponieważ w praktyce zachodzi zawsze $B \gg D$, zatem wielkość $\frac{1}{3}\omega(M-N)$ praktycznie nie wpływa na wartość X_{2c} i dlatego też pominięcie jej w zależności (4) jest uzasadnione.

Zależność podaną w (4) można jeszcze dodatkowo przekształcić biorąc pod uwagę, że

$$\omega(M-N) = \frac{2(R_{3c}-R_{2c})}{\sqrt{3}},$$

co wynika ze związków podanych w (3). Jeśli zatem w równaniu (4) wprowadzimy omówione zmiany, to otrzymamy:

$$K_g = \frac{\frac{4}{3}(R_{3c}-R_{2c})}{R_{2c}\sqrt{1+\left(\frac{X_{2c}}{R_{2c}}\right)^2}} \tag{5}$$

lub też

$$K_g = \frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R_{3c}}{R_{2c}}-1\right)}{\sqrt{1+p^2}}, \tag{6}$$

przy czym

$$p = X_{2c}/R_{2c}.$$

Jak widać z powyższej zależności, asymetria pieca wyrażona technicznym wskaźnikiem asymetrii jest zależna od oporności czynnych toru oraz od stosunku reaktancji przewodu środkowego toru wielkoprądowego do rezystancji tego przewodu.

W przypadku definiowania asymetrii jako stosunku różnicy mocy wydzielanej w łukach faz skrajnych do mocy łuku fazy środkowej, wyznacza się ją technicznym wskaźnikiem asymetrii z zależności

$$K_{gs} = \frac{\frac{4}{3}\left(\frac{R_{3c}}{R_{2c}} - \frac{R_{1c}}{R_{2c}}\right)}{\sqrt{1+p^2}}. \tag{7}$$

Zależność powyższą można łatwo uzyskać na podstawie wprowadzonych założeń i związków oraz przyjętej definicji asymetrii.

Z uwagi na przyjęte założenia, że $R_1 = R_2 = R_3 = R$, zachodzi

$$K_{gs} = 2K_g. \tag{8}$$

Z przedstawionych zależności (6) i (7) jest widoczne, że wzrost czynnika p wpływa korzystnie na asymetrię pieca, powodując jej zmniejszenie.

Asymetria pieca jest zjawiskiem niepożądanym zarówno ze względów elektrycznych, jak również i ekonomicznych.

Wprowadzając przy projektowaniu toru wielkoprądowego warunek określający dopuszczalną asymetrię pieca, a więc przyjmując

$$K_g \leqslant K_{g\,max}$$

lub

$$K_{gs} \leqslant K_{gs\,max}$$

możemy z zależności (6) lub (7) wyznaczyć dopuszczalną wartość stosunku reaktancji do rezystancji projektowanego toru. Warunek nieprzekroczenia dopuszczalnej asymetrii określają zatem nierówności

$$p \geqslant \sqrt{\frac{\left[\frac{4}{3}\left(\frac{R_{3c}}{R_{2c}}-1\right)\right]^2}{K_{g\,max}^2}-1} \tag{9}$$

lub

$$p \geqslant \sqrt{\frac{\left[\frac{4}{3}\left(\frac{R_{3c}}{R_{2c}}-\frac{R_{1c}}{R_{2c}}\right)\right]^2}{K_{gs\,max}^2}-1}. \tag{10}$$

Powyższa nierówność wyznacza dolną granicę wartości czynnika p, warunkującej nieprzekroczenie dopuszczalnej asymetrii $K_{g\,max}$ lub $K_{gs\,max}$.

Przykład liczbowy

Jeśli przyjmiemy, że

$$\frac{R_{3c}}{R_{2c}} = 1{,}2 \ldots 1{,}5,$$

co ma uzasadnienie praktyczne, oraz jeśli założymy, że dopuszczalna wartość technicznego wskaźnika asymetrii, liczona jako różnica mocy łuku fazy skrajnej i mocy łuku fazy środkowej, w stosunku do mocy łuku fazy środkowej wynosi 10%, a więc $K_{g\,max} = 0{,}1$, to obliczona z zależności (9) dolna granica czynnika p wynosi

$$p \geqslant 2{,}47 \quad \text{dla} \quad \frac{R_{3c}}{R_{2c}} = 1{,}2$$

oraz

$$p \geqslant 6{,}57 \quad \text{dla} \quad \frac{R_{3c}}{R_{2c}} = 1{,}5.$$

Należy podkreślić, że przyjętej jako górna granica wartości wskaźnika $K_{g\,max} = 0{,}1$ odpowiada $K_{gs\,max} = 0{,}2$, pod warunkiem, że zachodzi zasłużona w przeprowadzonych rozważaniach zależność $R_1 = R_2 = R_3 = R$.

W omawianym przykładzie asymetria pieca liczona jako stosunek różnicy mocy łuku faz skrajnych w stosunku do mocy łuku fazy środkowej wynosi zatem 20%.

Obliczona w powyższym przypadku asymetria jest znaczna, a jej zmniejszenie wiąże się ze wzrostem czynnika p.

Huta Warszawa

WYKAZ LITERATURY

1. Schwartz T.: Dobór parametrów toru elektrycznego pieca łukowego do produkcji metali. — Arch. Elektrotechn., t. XV, 1966, z. 4.
2. Sondij F.: Ocena pracy asymetrycznego stalowniczego urządzenia łukowego oraz dobór optymalnych warunków jego pracy. — Rozprawy Elektrotechn., t. VII, 1961, z. 3.

F. SONDIJ

THE PROBLEM OF SELECTING PARAMETERS OF A SUPPLYING CIRCUIT IN ASYMMETRIC STEEL MILL ARC DEVICES

Summary

On the basis of the analysis carried out the relation has been determined between the asymmetry of a three-phase asymmetric steel mill arc device and the parameters X, R of the circuit supplying the device. The dependences derived permit to select the relation X/R with regard to the assumed asymmetry of the device.

The dependences derived show that — provided the asymmetry of the device is taken into account — the relation X/R may assume quite appreciable values.

F. SONDIJ

LE CHOIX DES PARAMÈTRES DE LA LIGNE D'ALIMENTATION DES FOURS À L'ARC ASYMÉTRIQUES POUR ACIER

Résumé

À la suite de l'analyse on a defini pour un four triphasé asymétrique à l'arc la dépendance entre l'asymétrie du four et les paramètres X, R de la ligne d'alimentation.

Les relations obtenues donnent la possibilité du choix du rapport X/R en fonction de l'asymétrie.

L'analyse montre, qu'en considérant l'asymétrie, le rapport X/R peut atteindre des valeurs relativement considérables.

Ф. СОНДИЙ

ВОПРОСЫ ВЫЬОРА ПАРАМЕТРОВ „КОРОТКОЙ СЕТИ" АСИММЕТРИЧЕСКИХ ДУГОВЫХ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ УСТАНОВОК

Резюме

На основании проведенного анализа трехфазной дуговой сталеплавильной асимметрической установки, была определена связь асимметрии дуговой установки с параметрами X, R контура.

Все зависимости дают возможность выбора отношения $\frac{X}{R}$ в функции принятой асимметрии.

Из полученных зависимостей получается, что в случае асимметрии установки значение $\frac{X}{R}$ может быть относительно большим.

621.394.625.1

TADEUSZ JANKOWSKI, WOJCIECH ŁĄGWIŃSKI

Zagadnienia realizacji toru cyfrowej rejestracji magnetycznej na przykładzie maszyny UMC-10

Rękopis dostarczono 14.4.1966

W artykule omówiono najważniejsze problemy występujące przy konstrukcji toru cyfrowej rejestracji magnetycznej. Szczególny nacisk został położony na zagadnienie wyboru kodu, budowę układu głowica-nośnik oraz sposób realizacji tranzystorowych układów zapisu i odczytu. W charakterze przykładu przytoczono rozwiązania konstrukcyjne stosowane w maszynie UMC-10

1. WPROWADZENIE

Pod pojęciem toru cyfrowej rejestracji magnetycznej (c.r.m.) będziemy tu rozumieć urządzenie służące do rejestrowania informacji przedstawionej w postaci binarnej na ruchomym nośniku magnetycznym. Tor ten jest nieodłączną częścią składową takich typów pamięci magnetycznych, w których zarówno wprowadzanie, jak i wyprowadzanie informacji polega na wykorzystaniu ruchu nośnika względem głowicy. Podstawą fizyczną działania toru c.r.m. jest właściwa materiałom magnetycznym zdolność zachowywania nabytej energii magnetostatycznej; reprezentacja fizyczna rejestrowanej informacji ulega przy tym zmianom mającym zawsze ten sam charakter. Pełen cykl jej przemian przybiera poniższą postać:

$$U_{wej}(t) \rightarrow i_{gł}(t) \rightarrow \vec{H}_{gł}(t) \rightarrow \vec{M}_n(\vec{p}) \rightarrow U_{wyj_{gł}}(t) \rightarrow U_{wyj}(t),$$

gdzie: $U_{wej}(t)$ i $U_{wyj}(t)$ — przebiegi napięciowe na wejściu i wyjściu toru, $i_{gł}(t)$ — prąd płynący w uzwojeniu głowicy w trakcie utrwalania informacji, $\vec{H}_{gł}(t)$ — natężenie pola rozproszenia szczeliny roboczej w przestrzeni zajmowanej przez nośnik, $\vec{M}_n(\vec{p})$ — natężenie namagnesowania nośnika, $U_{wyj_{gł}}(t)$ — napięcie wyjściowe głowicy w trakcie odtwarzania informacji, $\vec{p}$ — wektor określający położenie danego fragmentu nośnika w przyjętym układzie współrzędnych, t — czas.

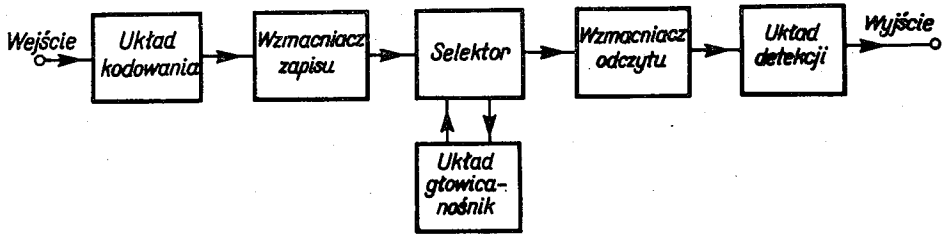
Zarówno przy utrwalaniu, jak i odtwarzaniu zarejestrowanej informacji głowica oddziaływa w każdej chwili czasu jedynie na niewielki fragment nośnika, a ruch nośnika względem głowicy sprawia, że przebieg prądu $i_{gł}(t)$ zamienia się na odpowiedni rozkład natężenia namagnesowania nośnika $\vec{M}_n(\vec{p})$, który z kolei zamienia się na odpowiedni przebieg napięcia wyjściowego głowicy odczytującej. Tak więc zapisanie na nośniku określonej sekwencji przemagnesowań odpowiada zarejestrowaniu wybranej informacji, którą następnie można odtworzyć na podstawie przebiegu napięcia wyjściowego głowicy

odczytującej, a o pojemności pamięci decyduje nie tylko wielkość powierzchni warstwy nośnika, ale również wielkość „elementarnego obszaru" nośnika, na który głowica oddziaływa w każdej chwili czasu, czyli inaczej mówiąc zdolność rozdzielcza układu głowica-nośnik.

Rejestrowana informacja jest dyskretną funkcją czasu i każdemu jej bitowi odpowiada taki sam, skończony przedział czasu. Jeżeli po wprowadzeniu do pamięci informacja ta ma zachowywać nadal podobną formę dyskretną, tym razem jako pewien rozkład przestrzenny, cała powierzchnia nośnika powinna zostać podzielona na mniejsze, równe części przeznaczone do magazynowania poszczególnych bitów.

Zazwyczaj w tym celu wykorzystywana jest tzw. ścieżka zegarowa; przebieg napięcia wyjściowego głowicy odczytującej ciąg równoległych przemagnesowań zapisanych na tej ścieżce daje skalę czasową, która pozwala na synchroniczne wprowadzanie i wyprowadzanie informacji.

Opisując działanie toru c.r.m. można pominąć fakt, że nośnik porusza się względem głowicy, zakładając że głowica współpracuje z obszarem nieruchomego nośnika o wielkości odpowiedniej do zdolności rozdzielczej układu głowica-nośnik, przy czym magnetyzacja tego obszaru ulega odpowiednim zmianom w funkcji czasu. Wprowadzenie takiego modelu ułatwia przedstawienie toru c.r.m.



Rys. 1. Schemat blokowy toru c.r.m.

Na rysunku 1 przedstawiono schemat blokowy toru c.r.m. jako właściwe połączenie kilku typowych elementów. Centralną częścią toru jest układ głowica-nośnik, potraktowany tu jako całość, z pominięciem faktu ruchu nośnika względem głowicy, przy założeniu, że głowica współpracuje z niewielkim obszarem nieruchomego nośnika (o wielkości narzuconej przez zdolność rozdzielczą układu głowica-nośnik), którego namagnesowanie ulega odpowiednim zmianom w funkcji czasu. Pozostałe elementy jak: układ kodowania, układ detekcji, wzmacniacze zapisu i odczytu pełnią funkcje pomocnicze, a przeznaczenie każdego z nich wynika głównie z przytoczonych zmian reprezentacji fizycznej rejestrowanej informacji oraz towarzyszących im zmian kodu.

2. WYBÓR KODU

Pomimo że przeznaczenie każdego z pokazanych na rys. 1 elementów toru c.r.m. jest z góry określone, to jednak ich budowa w mniejszym lub w większym stopniu zależy od wyboru kodu. Teoretycznie istnieje możliwość stworzenia wielu różnych kodów, ponieważ zarówno „jedynka", jak i „zero" mogą zostać utrwalone na nośniku w postaci pojedyn-

czego przemagnesowania, braku takiego przemagnesowania lub też odpowiedniej sekwencji kolejno po sobie następujących przemagnesowań. O wyborze najbardziej odpowiedniego kodu decydują w zasadzie żądana gęstość rejestracji i szybkość przesyłania informacji.

Spośród najczęściej używanych kodów: NRZ1 (tzw. bez powrotu do zera zmodyfikowany) wykorzystuje pojedyncze przemagnesowanie nośnika jako reprezentację „jedynki" i brak takiego przemagnesowania jako reprezentację „zera", kod RB (tzw. z powrotem do polaryzacji) odpowiednio parę przemagnesowań i brak przemagnesowania, a w kodzie PM (tzw. z modulacją fazy) zarówno „jedynka", jak i „zero" są przedstawione jako para przemagnesowań. Na pierwszy rzut oka mogłoby się więc wydawać, że największą gęstość rejestracji zapewnia kod NRZ1. Należy tu jednak rozróżnić gęstość zapisu, która mówi o tym, ile przemagnesowań można zapisać na jednym milimetrze długości ścieżki[1]), oraz gęstość odczytu, mówiącą o tym, jaką ilość przemagnesowań można odczytać na jednym milimetrze długości ścieżki. O gęstości rejestracji decyduje mniejsza z tych dwu wielkości, a więc z zasady gęstość odczytywania [1]. Ponieważ napięcie wyjściowe głowicy odczytującej, zanim zostanie poddane detekcji, musi być wzmacniane, pasmo przenoszenia wzmacniacza odczytu powinno być dobrane odpowiednio do widma częstotliwości wzmacnianych przebiegów, które zależy od szybkości wyprowadzania informacji z pamięci i zastosowanego kodu. Wpływ szybkości wyprowadzania informacji z pamięci na wymaganą charakterystykę częstotliwościową wzmacniacza ujmuje twierdzenie Shanonna — szerokość pasma przenoszenia powinna wzrastać wraz z szybkością przesyłania informacji. Wpływ kodu najłatwiej rozpatrywać dla przypadku stałej szybkości przesyłania traktując napięcie wyjściowe głowicy jako superpozycję odpowiedniego ciągu odpowiedzi napięciowych głowicy na pojedyncze przemagnesowania nośnika. Jeżeli wzmacniacz „przeniesie" poprawnie taki impuls, jakim jest pojedyncza odpowiedź napięciowa głowicy, to również i dowolny ciąg takich impulsów zostanie wzmocniony bez zniekształceń. Z punktu widzenia poprawnego wzmacniania przebiegów napięcia wyjściowego głowicy przypadek wyizolowanej odpowiedzi napięciowej jest przypadkiem najgorszym, bo najtrudniejszym. Przypadek ten jednak nie może mieć miejsca, jeżeli zastosowano kod, w którym zarówno jedynkę, jak i zero reprezentuje parzysta ilość przemagnesowań (zero jest tu uważane za liczbę parzystą). Wówczas najgorszym z możliwych przypadków jest już nie pojedyncze przemagnesowanie, ale para przemagnesowań. Charakterystyka częstotliwościowa wzmacniacza odczytu jest zdeterminowana przez najgorszy przypadek właściwy dla wybranego kodu. Jeżeli przyjąć [2], że odpowiedź napięciowa głowicy na pojedyncze przemagnesowanie nośnika aproksymuje funkcja

$$e_1(t) = E \cdot \exp[-k^2 t^2], \tag{1}$$

widmo częstotliwości tejże odpowiedzi opisuje funkcja

$$G_1(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{k} E \cdot \exp[-\omega^2/4k^2] \tag{2}$$

(rozkład tego widma w funkcji częstotliwości ma ten sam charakter co przebieg odpowiedzi

[1]) Taką nazwę nosi zazwyczaj ślad, jaki głowica pisząca pozostawia na nośniku magnetycznym.

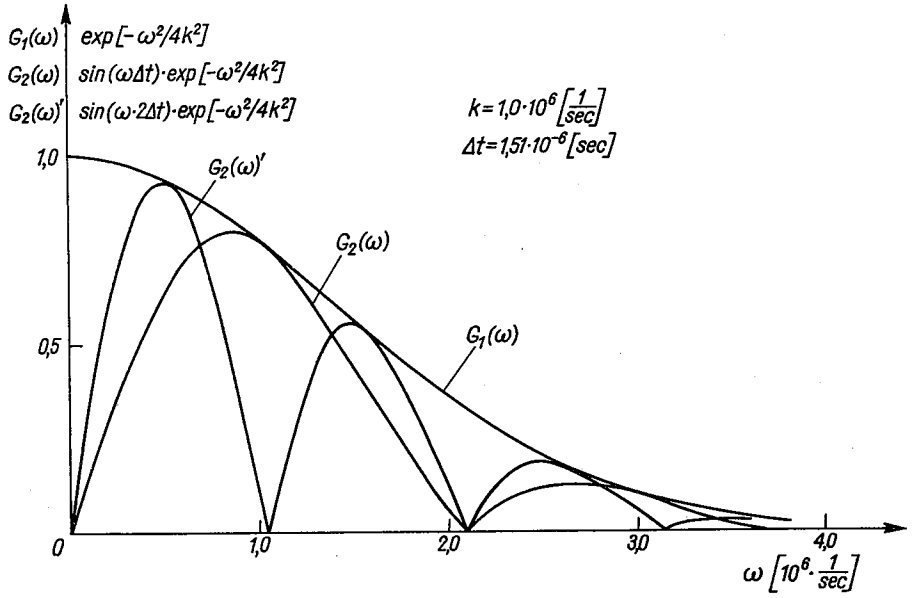
napięciowej w funkcji czasu), natomiast widmo częstotliwości pary odpowiedzi napięciowych[1])

$$e_1(t)-e_1(t+\Delta t) = E\cdot\exp[-k^2t^2]-\exp[-k^2(t+\Delta t)^2] \tag{3}$$

opisuje funkcja

$$G_2(\omega) = E\frac{\sqrt{\pi}}{k}2\sin(\Delta t\omega)\exp\left[-\frac{\omega^2}{4k^2}-j\left(\Delta t\omega-\frac{\pi}{2}\right)\right]. \tag{4}$$

Porównanie modułów funkcji widmowych $G_1(\omega)$ i $G_2(\omega)$ ułatwia rys. 2.



Rys. 2. Wykresy funkcji $e_1(t)$ i $G_1(\omega)$

Jak to wynika z równań (2) i (4), przy zadanej szybkości przesyłania informacji, szerokość pasma przenoszenia wzmacniacza odczytu niezbędna dla poprawnego działania toru c.r.m. powinna być najmniejsza, jeżeli w torze tym zastosowano kod RB, większa, jeżeli kod PM[2]), a największa jeżeli NRZ1 — przy czym, co gorsza, w tym ostatnim przypadku wzmacniacz powinien przenosić również składową stałą napięcia wyjściowego głowicy[3])

Ze wszystkich typowych elementów toru c.r.m., z wyjątkiem układu głowica-nośnik, realizacja wzmacniacza odczytu sprawia na ogół najwięcej trudności, gdyż jest on najbardziej ze wszystkich elementów narażony na działanie zakłóceń. Trudności te mogą zostać złagodzone przez odpowiedni wybór kodu.

Również i budowa wzmacniacza zapisu jest uzależniona od wyboru kodu, chociaż wymagania co do charakterystyki przenoszenia tego wzmacniacza nie występują tu expli-

[1]) Dwa sąsiednie przemagnesowania nośnika z jednego ze stanów nasycenia do drugiego są zawsze przeciwnych znaków.

[2]) Mamy bowiem do czynienia z dwoma rodzajami par odpowiedzi napięciowych

$$e_1(t)-e_1(t+\Delta t) \quad \text{oraz} \quad e_1(t)-e_1(t+2\Delta t).$$

[3]) Jeżeli taka istnieje.

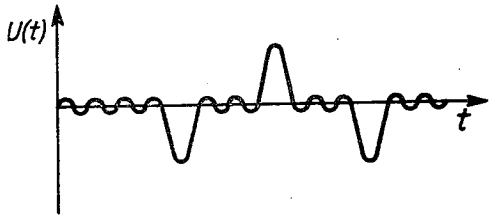
cite. Wzmacniacz zapisu powinien umożliwiać zapisanie określonej ilości przemagnesowań nośnika w jednostce czasu, przy czym podczas zapisywania każdego z nich naczelnym zadaniem tego wzmacniacza jest wymuszenie odpowiedniego przebiegu prądu płynącego w uzwojeniu głowicy. Dlatego też im więcej jest tych przemagnesowań, tym ostrzejsze są wymagania na wzmacniacz zapisu i w pierwszym rzędzie sprowadzają się one do dostarczenia głowicy prądu o zadanym natężeniu w coraz to krótszym czasie. Czas, w ciągu którego powinno zostać zapisane pojedyncze przemagnesowanie nośnika, jest tu odpowiednikiem szerokości pasma przenoszenia wzmacniacza odczytu.

Przy ustalonej szybkości przesyłania informacji ilość przemagnesowań, które należy zapisać w jednostce czasu, jest mniejsza lub większa, zależnie od przyjętego kodu. Ponieważ zazwyczaj głowica stanowi dla wzmacniacza zapisu obciążenie o charakterze prawie wyłącznie indukcyjnym, więc zwiększenie szybkości zapisywania jest utrudnione nawet przy idealnym wzmacniaczu zapisu ze względu na skończoną szybkość narastania prądu w uzwojeniu głowicy. Na przykład przy napięciowym sterowaniu głowicy, maksymalna szybkość zapisywania przemagnesowań wynosi

$$v_p = \frac{U_w}{L_{gł} \cdot i_{mgł}} \text{ przemagnesowań/sek}, \tag{5}$$

gdzie: U_w — napięcie wymuszające w woltach, $L_{gł}$ — indukcyjność głowicy w henrach, $i_{mgł}$ — minimalna wartość prądu $i_{gł}$, która zapewnia pożądany charakter przemagnesowań nośnika.

Jednocześnie nie należy jednak zapominać, że te kody, które wykorzystują minimalną ilość przemagnesowań na jednostkę informacji, jak NRZ czy NRZ1, wymagają, aby istniała możliwość zapisywania stałego poziomu magnetyzacji na odcinkach ścieżki dłuższych niż komórka jednobitowa. W takim przypadku, przy zachowaniu napięciowego sterowania,



Rys. 3. Przebieg napięcia wyjściowego głowicy odczytującej

głowica powinna być sterowana jedynie przez pewną część okresu czasu przeznaczonego na zapisanie jednego bitu, inaczej bowiem przy zapisywaniu dłuższego ciągu, np. „zer", natężenie prądu płynącego w głowicy może narastać do wartości zagrażających całości jej uzwojenia. Przebieg prądu płynącego w uzwojeniu głowicy zapisującej jest więc w przybliżeniu piłozębny i jeżeli jego amplituda będzie zbyt mała, magnetyzacja nośnika nie będzie stała i w napięciu wyjściowym wystąpią charakterystyczne zafalowania (rys. 3), których usunięcie lub chociażby tylko zmniejszenie ich amplitudy, wymaga zwiększenia amplitudy prądu zapisu (często blisko dwukrotnie w stosunku do wartości $i_{mgł}$).

Zapisywanie informacji z dużą szybkością najłatwiej jest zrealizować stosując kody, w których zarówno zero, jak i jedynka są reprezentowane przez co najwyżej jedno przemagnesowanie nośnika. Należy jednak pamiętać, że zastosowaniu kodu tego rodzaju towarzyszy nieodłącznie przedstawienie jednej z tych cyfr jako braku napięcia wyjściowego głowicy odczytującej. Zjawisko przedstawione na rys. 3 staje się wówczas potencjalną przyczyną błędu, utrudniając poprawne odtwarzanie informacji, bądź też — jeżeli chcemy go wyeliminować — powodem zwiększania amplitudy prądu zapisu, co pociąga za sobą utrudnianie szybkiego zapisywania.

W pamięci bębnowej maszyny UMC.-10 zastosowano kod PM głównie dlatego, że cały proces odtwarzania zarejestrowanej informacji jest wówczas bardziej odporny na działanie zakłóceń niż przy zastosowaniu kodów NRZ1 czy RB; w obu ostatnich kodach brak napięcia wyjściowego głowicy odczytującej jest wykorzystywany do stworzenia reprezentacji napięciowej odtwarzanej informacji.

3. UKŁAD GŁOWICA-NOŚNIK

Zarówno magnetyzacja warstwy nośnika, jak i przebieg napięcia wyjściowego głowicy odczytującej zależą od rozkładu pola rozproszenia szczeliny roboczej w obszarze zajmowanym przez nośnik. Mimo że obecność czynnika geometrycznego, jakim jest położenie głowicy względem warstwy nośnika, uwydatnia fakt, iż fizycznie układ głowica-nośnik składa się z dwu zupełnie różnych elementów, funkcjonalnie jako część toru c.r.m., wygodnie jest go opisywać jako całość przy pomocy wielkości zależnych jednocześnie od głowicy, warstwy nośnika i ich wzajemnego położenia.

Najbardziej znamienną cechą tak potraktowanego układu głowica-nośnik jest zdolność selekcji przestrzennej wybranych fragmentów nośnika i to zarówno przy zapisywaniu, jak i odczytywaniu. Dlatego też przyjęło się, że podstawowe pojęcia charakteryzujące układ głowica-nośnik, jako element toru c.r.m., są ściśle związane z jego zdolnością rozdzielczą. Spośród nich do najczęściej używanych należą: odpowiedź napięciowa głowicy na pojedyncze przemagnesowanie nośnika i amperozwoje zapisu[1]). Pierwsze z tych pojęć było już używane poprzednio i jego znaczenie nie powinno budzić wątpliwości, natomiast drugie, jeżeli nie jest dostatecznie zdefiniowane, niesie w sobie potencjaną możliwość nieporozumień. W artykule tym przyjęto, że termin amperozwoje zapisu oznacza maksymalną wielkość wartości chwilowej siły magnetomotorycznej (wywołanej prądem płynącym w uzwojeniu głowicy), n i e z b ę d n ą do przemagnesowania z jednego ze stanów nasycenia do drugiego fragmentu nośnika stanowiącego określonej długości odcinek pojedynczej ścieżki. Zdolność rozdzielcza układu głowica-nośnik powinna być dobrana odpowiednio do zadanej gęstości rejestracji. Zwiększanie gęstości rejestracji przy nie zmienionej zdolności rozdzielczej tego układu w pierwszym rzędzie utrudnia odczytywanie informacji, powodując interferencję odpowiedzi napięciowych głowicy na sąsiednie przemagnesowania nośnika, która jest przyczyną zatracenia zależności fazowych w napięciu wyjściowym głowicy odczytującej. Zwiększanie gęstości rejestracji przy nie zmienionej zdolności rozdzielczej układu

[1]) Te same parametry są najbardziej istotne ze względu na współpracę układu głowica-nośnik ze wzmacniaczami zapisu i odczytu.

głowica-nośnik może również dodatkowo powodować niezamierzone wymazywanie lub zniekształcanie utrwalonej poprzednio informacji, zwłaszcza gdy jest ona zapisywana wyrywkowo na niewielkich odcinkach ścieżki, jak np. w pamięci bębnowej. Z obu tych względów zwiększenie gęstości rejestracji (ilości przemagnesowań na 1 mm długości ścieżki) wymaga zastosowania układu głowica-nośnik o większej rozdzielczości. Nieliniowe właściwości nośnika $\vec{M}_n = f[\vec{H}_{gł}]$ sprawiają, że zazwyczaj bardziej krytyczna sytuacja występuje przy odczytywaniu informacji. Jak wynika z równania (6)[1]),

$$e_1(t) = E \cdot \exp[-kt^2] = k_1 \frac{H_s}{i_{gł}} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{\vec{H}_{gł}(t)}{H_s} \vec{M}_1(\vec{p}(t))\, dV, \tag{6}$$

gdzie:

H_s — moduł natężenia pola magnetycznego, wywołanego przepływem prądu $i_{gł}$ w uzwojeniu głowicy, w odpowiednio wybranym punkcie, np. w głębi szczeliny roboczej,

$\vec{M}_1(\vec{p}(t))$ — zmiany magnetyzacji warstwy nośnika odpowiadające pojedynczemu przemagnesowaniu,

V — objętość nośnika,

k_1 — współczynnik proporcjonalności,

zdolność rozdzielcza układu głowica-nośnik jest uzależniona od właściwości warstwy nośnika i jednocześnie — za pośrednictwem funkcji opisującej rozkład pola rozproszenia szczeliny roboczej głowicy — od wymiarów tej szczeliny i konfiguracji geometrycznej jej biegunów. Przy tym można wykazać, że niezależnie od rozkładu tego pola w obszarze zajmowanym przez nośnik wartość współczynnika „k", który jest miarą zdolności rozdzielczej układu głowica-nośnik przy odczycie, będzie największa, jeżeli funkcja $\vec{M}_1(\vec{p}(t))$ będzie mieć charakter skoku jednostkowego. Z tego względu dobór parametrów warstwy nośnika powinien zapewniać zminimalizowanie wpływu zjawiska demagnetyzacji. Można wykazać, że istnieje określona zależność wiążąca siłę koercji nośnika, jego pozostałość magnetyczną, współczynnik prostokątności pętli histerezy i grubość warstwy nośnika z wielkością wpływu zjawiska demagnetyzacji.

Długość szczeliny roboczej i ewentualnie wymiary jej biegunów można wyznaczyć dopiero wtedy, gdy jest znany rozkład pola rozproszenia szczeliny roboczej głowicy dla zadanej konfiguracji geometrycznej jej biegunów; rozkład ten można wyznaczyć rozwiązując równanie Laplace'a dla potencjału magnetostatycznego przy warunkach brzegowych zadanych przez konfigurację geometryczną biegunów szczeliny roboczej [4]. W tym celu należy rozpocząć od określenia (na podstawie zadanej gęstości rejestracji) minimalnej odległości pomiędzy dwoma sąsiednimi przemagnesowaniami nośnika. Jeżeli odległość tą oznaczyć jako „l", to zarówno długość szczeliny roboczej, jak i grubość jej biegunów można znaleźć rozwiązując graficznie (jeżeli rozkład pola rozproszenia podany jest w postaci wykresów) lub analitycznie nierówność

$$\frac{H_x\left(\frac{l}{\lambda}, \frac{\delta}{\lambda}\right)}{H_s} \leqslant A \frac{H_x\left(0, \frac{\delta}{\lambda}\right)}{H_s},$$

[1]) Porównaj na przykład [4].

gdzie:

H_x — składowa wzdłuż osi x, rys. 4, natężenia pola rozproszenia szczeliny roboczej,

λ — długość szczeliny roboczej,

δ — odległość głowica-nośnik,

A — 0,1, 0,25 lub 0,5, zależnie od dopuszczalnej modulacji amplitudy napięcia odczytu.

Odpowiednią wartość amperozwojów zapisu należy następnie wybrać odpowiednio do właściwości nośnika posługując się również rozkładem pola rozproszenia szczeliny roboczej w przestrzeni zajmowanej przez nośnik, przy czym należy uwzględnić sprawność głowicy reprezentowaną przez czynnik $H_s/i_{gł}$, którego obecność fizycznie oznacza, że zaledwie część strumienia magnetycznego wywołanego przez prąd $i_{gł}$ dociera do biegunów szczeliny roboczej. Ponieważ to ostatnie zjawisko ogranicza zdolność przetwarzania, zminimalizowanie jego wpływu jest jednym z podstawowych wymagań, którego spełnienie powinna zapewniać konstrukcja obwodu magnetycznego i uzwojenia głowicy. O istnieniu różnych dodatkowych wymagań co do konstrukcji głowicy decyduje charakter zmian natężenia i kierunku przepływu prądu w jej uzwojeniu. Wymagania te dotyczą przede wszystkim sposobu budowy rdzenia głowicy i przekładki dystansującej, która wypełnia jej szczelinę roboczą. Zjawisko powstawania prądów wirowych towarzyszące szybkim zmianom kierunku i natężenia prądu płynącego w uzwojeniu głowicy utrudnia budowę litego rdzenia obwodu magnetycznego głowicy, a zarazem stwarza możliwość polepszenia warunków jej pracy, jeżeli szczelina robocza zostanie wypełniona materiałem niemagnetycznym o małej oporności właściwej, który działa wtedy jednocześnie jako przekładka dystansująca i ekran elektrodynamiczny. Zastosowanie takiej przekładki potęguje zależność amperozwojów zapisu od charakteru zmian natężenia prądu w uzwojeniu głowicy, ponieważ skuteczność ekranującego działania przekładki zależy od szybkości tych zmian. Jeżeli więc zadana szybkość przesyłania informacji stwarza możliwość efektywnego wykorzystania ekranującego działania przekładki dystansującej, wydaje się celowe zastosowanie takiego sposobu sterowania głowicy, aby uzyskać stałą i tą samą szybkość narastania i zanikania prądu w jej uzwojeniu.

Mimo niewątpliwej przydatności takich parametrów układu głowica-nośnik jak odpowiedź napięciowa czy amperozwoje zapisu, nie wystarczają one do scharakteryzowania tego układu jako obciążenia wzmacniacza zapisu czy źródła napięcia wejściowego wzmacniacza odczytu. W tym celu stosowane są takie pojęcia, jak impedancja głowicy[1]) przy zapisie i przy odczycie. Rozróżnienie tych impedancji jest konieczne, ponieważ zakres zmian indukcji w rdzeniu głowicy jest zbyt duży, aby można było przyjąć, że jego przenikalność magnetyczna jest stała. Tym niemniej w obu tych procesach impedancja głowicy ma podobny charakter:

$$\hat{Z}_{gł} = j\omega L_{gł} + r_{gł},$$

a ze względu na stosowane obecnie w torach c.r.m. szybkości przesyłania informacji, w obu przypadkach przeważa składowa indukcyjna. Ponieważ, jak wiadomo, napięcie wyjściowe nie obciążonej głowicy odczytującej jest proporcjonalne do ilości zwojów, amplitudę

[1]) Właściwie należałoby tu mówić o impedancji układu głowica-nośnik, jednak wpływ warstwy nośnika na impedancję głowicy można uważać za pomijalny [3].

odpowiedzi napięciowej i impedancję wewnętrzną głowicy można regulować dobierając odpowiednio liczbę zwojów uzwojenia głowicy. Niewielka modyfikacja wzoru (5) pozwoli również lepiej uwidocznić wpływ ilości zwojów głowicy na maksymalną szybkość zapisywania przemagnesowań w przypadku napięciowego sterowania głowicy:

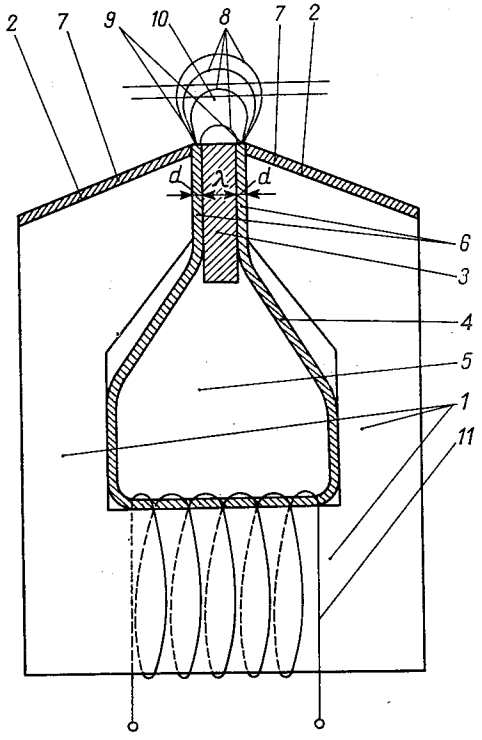
$$v_p = \frac{U_w}{L_{gł} \cdot i_{mgł}} = \frac{U_w}{k_z \cdot n \cdot \theta} \text{ przemagnesowań/sek}, \tag{7}$$

gdzie:

k_z — indukcyjność jednostkowa (na jeden zwój) głowicy w henrach,

n — ilość zwojów,

θ — amperozwoje zapisu.



Rys. 4. Schemat budowy głowicy rejestrującej

1 — jarzmo ferrytowe z masy F-1001, *2* — powierzchnie czołowe rdzenia, *3* — przekładka miedziana grubości 60 μ, *4* — rdzeń permalloyowy — stop Mumetal, grubość 20 μ, *5* — okno rdzenia, *6* — bieguny szczeliny roboczej, *7* — ekrany elektrodynamiczne — miedź, grubość 150 μ, *8* — oczekiwany przebieg linii sił pola rozproszenia szczeliny, *9* — powierzchnie czołowe biegunów szczeliny roboczej, *10* — warstwa nośnika, *11* — uzwojenie głowicy

Tak więc właśnie ilość zwojów głowicy jest tym elementem, który ułatwia „dopasowanie" układu głowica-nośnik do warunków narzucanych przez ograniczenia konstrukcyjne we wzmacniaczach zapisu i odczytu.

Jako przykład realizacji toru c.r.m. zostanie poniżej omówiony tor wykorzystany w pamięci bębnowej maszyny cyfrowej UMC-10. W torze tym zadana gęstość rejestracji wynosiła 14 przemagnesowań nośnika na jeden milimetr długości ścieżki, a szybkość przesy-

łania informacji $2 \cdot 10^5$ bitów/sek, co ze względu na zastosowany kod z modulacją fazy PM odpowiadało $4 \cdot 10^5$ przemagnesowaniom na sekundę.

Aby sprostać tym wymaganiom, zastosowano 20-mikronowej grubości warstwę nośnika, wykonaną na bazie tlenku żelaza γ-Fe_2O_3, o sile koercji 240 Oe, pozostałości magnetycznej 890 Gs i współczynniku prostokątności 0,65, i głowicę rejestrującą wg patentu 48383. Odległość pomiędzy czołem głowicy a warstwą nośnika wynosiła nieco więcej od 30 μ, a wybrane ze względu na odpowiednią rozdzielczość wymiary biegunów i szczeliny roboczej wynosiły odpowiednio (rys. 4), $d = 20\ \mu$ i $\lambda = 60\ \mu$. Przy napięciowym sterowaniu głowicy wymagana wartość amperozwojów zapisu wynosiła 10 Az, podczas gdy czułość napięciowa głowicy S wynosiła:

$$S = \frac{E}{v \cdot n} = 8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V}}{\text{m/sek}} \text{ na zwój},$$

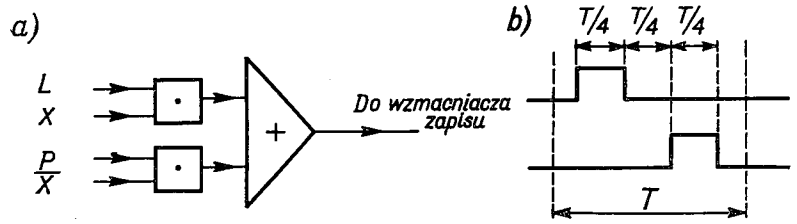
gdzie: v — prędkość ruchu nośnika względem głowicy, a indukcyjność jednostkowa głowicy

przy odczycie $k_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ μH na zwój^2,
przy zapisie $k_z = 4{,}5 \cdot 10^{-2}$ μH na zwój^2,

4. ZAGADNIENIA ZWIĄZANE Z REALIZACJĄ ZAPISU

4.1. Kodowanie

Zapisywana informacja występuje na wejściu toru c.r.m. w postaci pewnego przebiegu elektrycznego, przy czym kolejnym okresom czasu T_i (skala czasowa ścieżki zegarowej) odpowiadają z jednej strony — kolejne wartości tej informacji, a z drugiej — kolejne ele-



Rys. 5. Zasada kodowania
a) przykład połączeń, b) usytuowanie impulsów L i P

mentarne obszary powierzchni nośnika. W przyjętym systemie modulacji fazy kodowanie polega na tworzeniu w każdym okresie właściwej sekwencji dwu impulsów sterujących głowicę. W tym celu tworzymy np. sumy iloczynów (rys. 5), gdzie odpowiednio usytuowane w czasie względem przebiegu ze ścieżki zegarowej impulsy „L" i „P" służą do próbkowania przebiegu $X(T_i)$ reprezentującego informację wejściową, a zarazem zapewniają właściwą synchronizację procesu zapisywania.

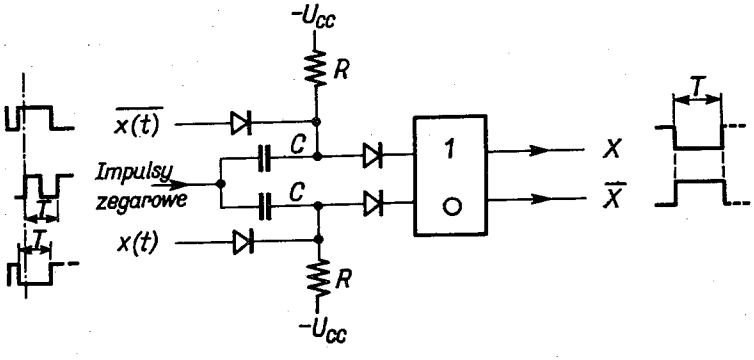
4.2. Sterowanie głowicy

W maszynie UMC-10 przyjęto, zgodnie z dotychczasowymi rozważaniami, piłozębny przebieg prądu głowicy. Wiąże się to z wyborem napięciowego sterowania głowicy. Z podstawowej zależności

$$U_L = L \cdot \frac{di}{dt} \tag{8}$$

widać bowiem, że prąd w indukcyjności narasta praktycznie liniowo dla $U = \text{const}$, co z kolei jest warunkiem prostym do zrealizowania, jeżeli uzwojenie głowicy znajduje się w kolektorowym obwodzie tranzystora, który jest w nasyceniu lub na granicy nasycenia. Przyjęto przy tym głowicę symetryczną (z uzwojeniem o wyprowadzonym środku), która pozwala tu na wykorzystanie układów typu przeciwsobnego[1]).

Wypełnienie impulsów sterujących głowicę wybrano równe 0,5, co odpowiada symetrycznemu przebiegowi piłozębnego prądu. Z układowego punktu widzenia wybór ten jest kompromisem, gdyż wprawdzie dla dłuższych impulsów łatwiej jest uzyskać żądaną amplitudę prądu głowicy, ale za to kłopotliwe są stany przejściowe w indukcyjnościach (głowica, transformatory wzmacniacza).



Rys. 6. Formowanie statycznej reprezentacji przebiegów dynamicznych

W celu zapewnienia właściwych przebiegów napięciowych podczas odczytu, a co za tym idzie szerokich marginesów poprawnej pracy dekodera, niezbędne jest stabilizowanie czasu trwania impulsów „L" i „P" oraz ich faz, tzn. usytuowania w każdym elementarnym okresie T_i. W omawianym torze c.r.m. zostało to zapewnione przez zastosowanie asymetrycznego układu monostabilnego z pojemnościowym sprzężeniem emiterowym[2]) [5] do tworzenia samych impulsów oraz stabilizację przy pomocy diod Zenera napięć zasilających w układach przesuwania fazy.

Łatwo zauważyć z rys. 5b, że przynajmniej dla klasycznych realizacji iloczynów logicznych zmiany wartości zmiennej $X(T_i)$ powinny i mogą zachodzić tylko w przerwach między impulsami „L" i „P". Oznacza to, że nawet dla idealnych tolerancji faz i prostokątnych

[1]) Dla głowic asymetrycznych należałoby stosować układy pozwalające na płynięcie prądu w obu kierunkach: np. połączenie układów *OE* i *OC* albo tranzystorów *p-n-p* i *n-p-n*.

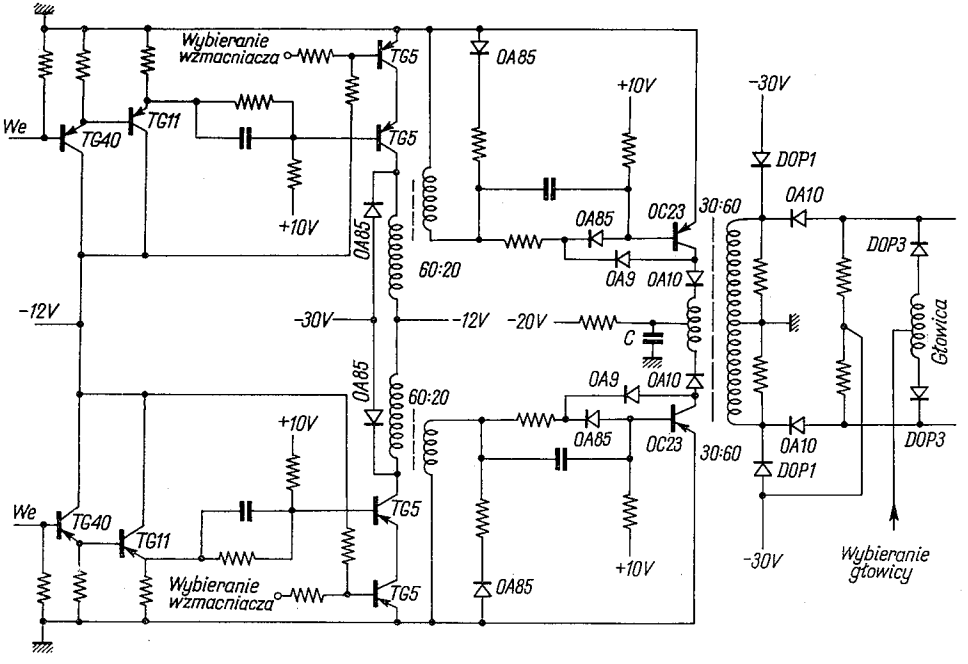
[2]) Układ ten zapewnia dobrą stałość szerokości impulsów.

przebiegów napięciowych minimalne wypełnienie dopuszczalne dla przebiegów reprezentujących zmienną X wynosi 0,75. Ponieważ techniki dynamiczne takie, jak zastosowana w maszynie UMC-10, nie zapewniają powyższych warunków, więc istnieje potrzeba zamiany reprezentacji fizycznej cyfr binarnych z dynamicznej na statyczną. Odpowiada to uzyskaniu wypełnienia równego w przybliżeniu 1.

W tym celu zastosujmy klasyczny układ bistabilny o stanie zmienianym co okres T_i zgodnie z aktualną wartością zmiennej X. Zmiana stanu odbywa się na zasadzie próbkowania przebiegu wejściowego $x(t)$ w odpowiedniej chwili każdego okresu T_i i zrealizowana jest przy pomocy bramek RC. Schemat układu pokazany jest na rys. 6, a przykładowe przebiegi wejściowe i wyjściowe dla ciągu 00110011... na rys. 11. Zauważmy, że uformowany przebieg $x(t)$ jest opóźniony w stosunku do wejściowego $x(t)$. W zależności od opóźnień wprowadzanych przez pozostałe elementy toru c.r.m. fakt ten może być korzystny bądź szkodliwy z punktu widzenia synchronicznej współpracy z całością danego systemu cyfrowego. Zagadnienie opóźnień dla maszyny UMC-10 zostanie wyjaśnione na końcu niniejszej pracy.

4.3. Rozwiązania układowe

Nieco uproszczony schemat ideowy wzmacniacza zapisu zastosowanego w maszynie UMC-10 jest pokazany na rys. 7. Wzmacniacz ten składa się z wejściowych wtórników (tranz. TG40 i TG11), transformatorowych wzmacniaczy impulsowych z szeregowym kluczowaniem (TG5) oraz stopnia mocy pracującego w układzie przeciwsobnym (OC23).



Rys. 7. Wzmacniacz zapisu

Na wejścia układu wchodzą impulsy z układu kodowania, którego zasadę działania wyjaśnia rys. 5, podczas gdy uzwojenie wtórne transformatora wyjściowego steruje zespół głowic, z których tylko jedna jest „wybrana". Przekładnia p transformatora wyjściowego musi być proporcjonalna do napięcia U niezbędnego do wysterowania głowicy. W celu jej określenia przekształcimy równanie (8) do postaci

$$\alpha U_0 p = U = L\frac{\Delta i}{\tau},$$

gdzie:

U_0 — napięcie zasilania tranzystorów OC23,

α — współczynnik <1 ze względu na zabezpieczający dwójnik RC na rys. 7,

$\Delta i \geqslant \frac{\theta}{n}$,

$\tau = \frac{T_i}{4}$ — szerokość impulsów z rys. 5b.

Uwzględniając, że $L = k_z n^2$, otrzymujemy związek pomiędzy p oraz U i ilością zwojów w uzwojeniu głowicy:

$$p = \frac{U}{\alpha U_0} = \frac{\left[k_z \frac{n\Delta i}{\tau}\right] n}{\alpha U_0}. \tag{9}$$

Z równania (9) wynika, że zmieniając p proporcjonalnie do zmian ilości zwojów n zachowujemy stałość iloczynu

$$n\Delta i = \text{const}$$

oraz że

$$U\Delta i = \text{const}.$$

Oznacza to, że zarówno stopień wysterowania głowicy, jak i obciążenie wzmacniacza zapisu nie zmieniają się, o ile $p \div n$. Wybór n jest wtedy w pewnych granicach dowolny i może uwzględniać następujące dodatkowe elementy

A. Ograniczenia n od góry:

1. Maksymalną napięciową wytrzymałość przełącznika separującego wzmacniacz odczytu od głowicy w trakcie zapisu
2. Dopuszczalną względną wartość zakłóceń indukowanych w uzwojeniu głowicy z otoczenia, która dla impedancji wzmacniacza odczytu dostatecznie dużej w porównaniu z $Z_{gł}$ równa się:

$$\frac{\text{zakł. induk. w głowicy} \div n^2}{\text{nominalny sygnał odczytu} \div n} = \gamma \cdot n,$$

gdzie γ — współczynnik proporcjonalności.

B. Ograniczenia n od dołu:

1. Dopuszczalne spadki napięcia na diodach włączonych w szereg z głowicami (diody te służą do wybierania głowic), które dla malejącego n rosną zarówno bezwzględnie, jak i względem U przy założeniu $p \div n$, a co za tym rosnącego Δi

2. Ewent. wpływ indukcyjności doprowadzeń dla rosnącego Δi oraz indukcyjności rozproszenia transformatora
3. Stosunek zakłóceń wprowadzanych przez wzmacniacz odczytu (szumy własne, zakłócenia na szynach zasilania itp.) do wielkości sygnału odczytu.

W maszynie UMC-10 wybrano kompromisowo $n = 2 \times 62$, co dla $\tau \cong 1{,}25$ μs oraz $U = 25$—30V dało maksymalny prąd głowicy $\Delta i \cong 150$ mA. Minimalna wartość (międzyszczytowa) napięcia odczytu wynosiła wtedy około 30 mV *p-t-p* przy szybkości liniowej nośnika około 30 m/sek. Należy przy tym podkreślić dość trudne warunki pracy diod szeregowych (DOP3), które muszą wytrzymywać impulsowo napięcia wsteczne równe około $2U$ oraz przewodzić prąd Δi; każda zmiana n powoduje wzrost bądź napięcia wstecznego, bądź prądu przewodzenia.

Głównym problemem było jednak takie przełączanie tranzystorów mocy, aby były one w stanie dostarczyć prąd rzędu co najmniej 300 mA (dla przekładni $p = 2$) w czasie ok. 1 μs. Najlepsze dostępne w trakcie opracowywania układu tranzystory (OC23—$f_a = 2{,}5$ MHz, $U_{ECmax} = 40$ V, praca w nasyceniu) były zdecydowanie za wolne. Konsekwencją tego były z jednej strony dość duże prądy potrzebne do wysterowania OC23 (a więc obciążenie tranzystorów TG5 pracujących jako drivery), a z drugiej strony straty mocy wydzielanej w kolektorach tranzystorów OC23 w czasie włączania i wyłączania, kiedy płynie skończony prąd kolektora przy stosunkowo dużym napięciu chwilowym. Szczególnie istotna jest tu moc tracona w czasie wyłączania, kiedy występuje przeciąganie prądu kolektora i chwilowe przepięcia na indukcyjności obciążenia. Z tego względu zastosowano w układzie nieliniowe ujemne sprzężenie zwrotne kolektor-baza utrzymując tranzystory OC23 na granicy nasycenia; równocześnie zwrócono maksymalną uwagę na szybkość odcinania tych tranzystorów.

5. ZAGADNIENIA ZWIĄZANE Z ODCZYTEM

W procesie odczytu można wydzielić następujące etapy:

a) Wzmacnianie sygnałów wejściowych do poziomów wymaganych przez dekoder—liniowo, względnie przynajmniej w sposób niezniekształcający cech istotnych dla dekodera (np. przejść przez zero).

b) Ewentualne uwydatnienie cech przebiegu charakterystycznych z punktu widzenia dekodowania. Wykorzystujemy wtedy (najczęściej w ostatnim stopniu wzmacniacza odczytu albo na wejściu dekodera) takie elementy nieliniowe, jak ograniczniki amplitudy i progi napięciowe. Należy jednak pamiętać, że w obecności elementów reaktancyjnych (np. pojemności sprzęgające, transformatory) nieliniowości grożą szkodliwym kumulowaniem energii; z tego względu trzeba wówczas zapewnić bądź małe wypełnienie wzmacnianych sygnałów, bądź też symetrię elementów nieliniowych.

c) Dekodowanie i ewentualne formowanie fizycznej reprezentacji sygnałów wyjściowych zgodnie z wymaganiami układów współpracujących z c.r.m.

Przy odczycie, obok normalnych wymagań co do pewności pracy (rozumianej tu jako stałość wzmocnienia i poprawność dekodowania sygnałów), dużo wyraźniej niż w innych układach techniki cyfrowej występuje zagadnienie odporności na zakłócenia. Można tu rozróżnić dwa problemy:

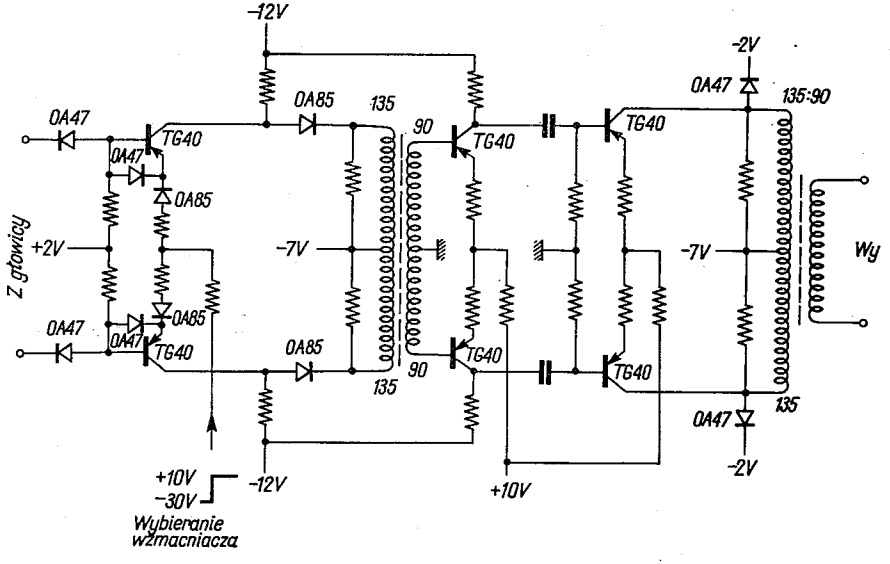
a) profilaktyki, polegającej na właściwym ekranowaniu i filtracji zakłóceń zewnętrznych występujących na skutek sprzężeń indukcyjnych, pojemnościowych, na szynach zasilania itp.

b) rozróżniania sygnałów użytecznych od zakłóceń występujących bądź ze względu na niecałkowite spełnienie warunku a), bądź istniejących już na wyjściu głowicy ze względu np. na niejednorodną strukturę nośnika.

Pierwszy problem związany jest raczej z konstrukcją wzmacniacza odczytu, podczas gdy drugi zależy bardziej od systemu kodowania i realizacji dekodera.

5.1. Wzmacniacz odczytu dla pamięci bębnowej maszyny UMC-10

Nieco uproszczony schemat wzmacniacza pokazany jest na rys. 8. Układ składa się z trzech symetrycznych stopni o łącznym wzmocnieniu około 500 V/V przy 3 dB spadku w pasmie 7÷600 kHz. Pozwala to uzyskać wymaganą przez dekoder falę prostokątną



Rys. 8. Wzmacniacz odczytu

o amplitudzie nie mniejszej niż 3 V *p-t-p* przy poziomie wzmacnianych sygnałów rzędu 30 mV *p-t-p* (por. rozdz. 4.3). Stałość, liniowość i wielkość wzmocnienia określona jest, przy zadanych obciążeniach, przez emiterowe oporniki ujemnego sprzężenia zwrotnego; ostatni stopień pracuje już nieliniowo z ograniczeniem amplitudy wyjściowej przy pomocy diod spolaryzowanych napięciem —2 V.

Wzmacniacz wyłączany jest na czas zapisu przez podanie napięcia —30 V na wspólny opór[1]) emiterów 1 stopnia. W ten sposób można uzyskać szybkie kluczowanie tranzysto-

[1]) Opór ten, wraz z symetrią układu, pozwala na eliminację zakłóceń jednakowego znaku — por. [5].

rów, a przy idealnej symetrii układu sam fakt kluczowania nie powinien być obserwowany w następnych stopniach [5]. Dzięki dodatkowym diodom wzmacniacz jest przy tym odporny na przepięcia rzędu 30 V, występujące na głowicy w trakcie zapisu. W układzie zastosowano nieselekcjonowane tranzystory, diody i oporniki, co spowodowało jednak występowanie na wyjściu pewnych zakłóceń związanych z zapisem i stanów nieustalonych (o stałej czasowej L/R obwodu kolektorów) związanych z kluczowaniem. W praktyce nie przekraczały one poziomów odpowiadających napięciu wejściowemu sygnałów użytecznych rzędu 15 mV, co oznacza tłumienie ok. 2000 razy.

Elektryczna i montażowa symetria układu, wspólne oporniki emiterowe i właściwe usytuowanie przestrzenne wzmacniaczy względem takich źródeł zakłóceń, jak impulsy zegarowe, w połączeniu z małą opornością wejściową (rzędu 2 kΩ), umożliwiło w maszynie UMC-10 uniknąć ekranowania zarówno samych wzmacniaczy, jak i przewodów łączących je z głowicami. Przewody te wykonane zostały w postaci tzw. „skrętki".

Podane powyżej pasmo wzmacniacza spełnia warunki konieczne do poprawnego odtworzenia przebiegów napięciowych z głowicy. Warunki te wynikają z kształtu odpowiedzi głowicy na pojedyncze przemagnesowanie [por. rys. 2 oraz wzór (2)], przyjętego systemu modulacji fazy [por. wzór (4)] oraz częstotliwości podstawowej, równej 200 kHz dla UMC-10. Zauważmy, że pasmo wzmacniacza pozwoliło na wycięcie niektórych zakłóceń, z częstotliwością sieci 50 Hz na pierwszym miejscu. Głównym ograniczeniem w uzyskaniu żądanego pasma były, po zastosowaniu odpowiednich tranzystorów, pojemności poprzeczne i indukcyjności główne transformatorów. Zwiększenie ilości zwojów w celu powiększenia indukcyjności powodowało zwiększenie pojemności i odwrotnie. W celu rozwiązania tego zagadnienia, które dodatkowo utrudnione było wymaganiem małych rozproszeń (czynnik zapewniający symetrię przejść przez zero wyjściowego przebiegu napięciowego), konieczne stało się opracowanie „bezpojemnościowego" nawijania transformatorów. Efektywne pojemności zostały zmniejszone drogą zmniejszenia zmiennych napięć między sąsiednimi warstwami.

6. DEKODOWANIE I FORMOWANIE

Dla każdego systemu kodowania detekcja polega z reguły na wykrywaniu w określonych chwilach każdego okresu T_i bądź znaku odczytywanego napięcia (kierunek przemagnesowywania), bądź obecności albo braku napięcia $\neq 0$ (sam fakt istnienia przemagnesowania). W systemie z modulacją fazy dekodowanie sprowadza się do pierwszego przypadku, przy czym wystarcza zbadać znak tylko w jednym punkcie każdego przedziału T_i.

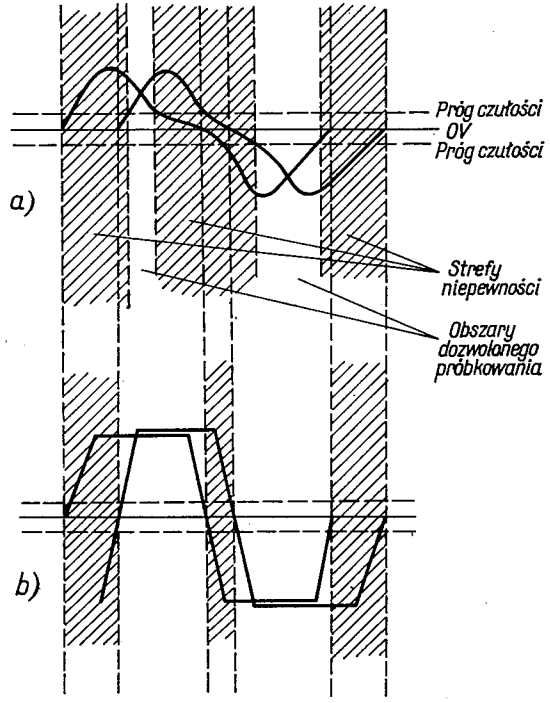
Jak widać z przykładu pokazanego na rys. 11 badanie znaku polega na próbkowaniu napięcia wyjściowego głowicy odczytującej, w bezpośrednim otoczeniu odpowiednich ekstremów lokalnych. W praktyce mogą wystąpić wahania fazy sygnałów wchodzących na dekoder, które spowodowane są:

a) rozrzutem zdolności rozdzielczej głowic,

b) rozrzutem opóźnień wprowadzanych przez wzmacniacze zapisu i odczytu,

c) ewent. wpływem różnych sekwencji bitów na kształt napięć z głowic (dla zbyt małej zdolności rozdzielczej układu głowica-nośnik).

To, wraz z ewent. przesunięciami impulsów próbkujących, zmusza do poszerzenia wycinków przebiegu, które mogą być poddawane próbkowaniu. Uwzględniając dodatkowo skończoną czułość dekodera, niestałość amplitud odczytywanego napięcia oraz obecność zakłóceń widzimy, że z drugiej strony istnieje strefa niepewności, w której nie można dokonywać próbkowania ze względu bądź na błędny znak napięcia badanego, bądź

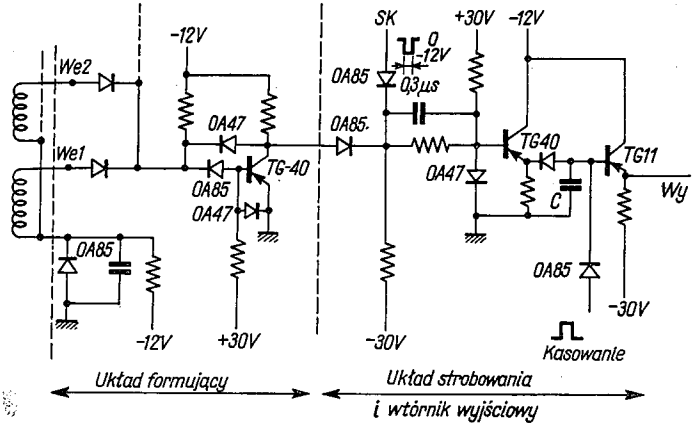


Rys. 9. Strefy niepewności
a) dla względnie małych sygnałów, b) dla sygnałów wzmocnionych i ograniczonych

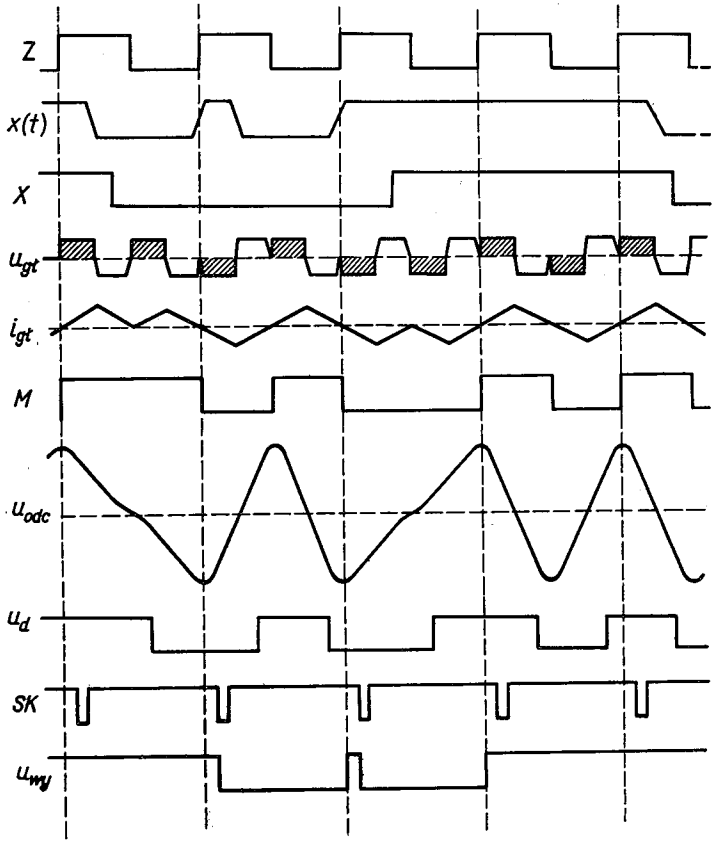
na zbyt małe wartości chwilowe w okolicach przejść przez zero — por. rys. 9a. W tym ostatnim przypadku strefę niepewności można zmniejszyć przez silne wzmocnienie analizowanego przebiegu, a następnie ograniczenie (przycięcie) od góry[1]). Otrzymujemy wtedy dogodny do badania przebieg prostokątny o pewnych wycinkach dozwolonych dla próbkowania; szerokość impulsów próbkujących nie może oczywiście przekraczać obszaru dozwolonego — rys. 9b.

Układ dekodera, który pracuje w taki właśnie sposób, pokazany jest na rys. 10 i składa się z układu formującego, układu strobującego i wyjściowego wtórnika. Do ośmiu wejść dekodera dołączone są uzwojenia wtórne transformatorów wyjściowych ośmiu wzmacniaczy odczytu, z których każdorazowo tylko jeden jest wybrany i pracuje. Sygnały wejściowe są już wstępnie liniowo wzmocnione, a następnie ograniczone w ostatnim stopniu wzmacniacza odczytu. Stąd głównym zadaniem układu formującego, poza realizacją jakby sumo-

[1]) Zauważmy, że w przypadku wykrywania nie znaku, a obecności napięcia $\neq 0$, postępujemy odwrotnie: wpierw wycinamy zakłócenia od dołu przy pomocy progu, a następnie przebieg silnie wzmacniamy.



Rys. 10. Dekoder



Rys. 11. Przebiegi w torze c.r.m. schematycznie

Z — ciąg zegarowy, $x(t)$ — zapisywana informacja na wejściu toru, X — zapisywana informacja po uformowaniu, $u_{gł}$ — napięcie na głowicy w czasie zapisu (zaznaczone przerzuty), $i_{gł}$ — prąd głowicy, M — magnetyzacja, u_{odc} — napięcie na głowicy w czasie odczytu, u_d — napięcie na wyjściu dekodera (uwzględnione opóźnienie układów odczytu), SK — impulsy kontrolne, u_{wy} — uformowane napięcie wyjściowe

wania logicznego, jest poprawienie zboczy oraz dopasowanie poziomów napięć do wymaganych przez układ strobujący. Układ strobujący ma natomiast za zadanie sprawdzenie raz na okres T_i wartości napięcia przebiegu badanego, a następnie zapamiętanie jej do końca tego okresu. Sprawdzenie to (tzw. strobowanie) zrealizowano na zasadzie iloczynu logicznego otwieranego przez wąskie impulsy kontrolne *SK* o szerokości ok. 0,3 μs; obok uniezależnienia się od omawianej wyżej strefy niepewności daje to dodatkowo wycinanie zakłóceń występujących w fazach innych niż faza *SK*. Ujemny poziom analizowanego przebiegu umożliwia impulsom kontrolnym ładowanie pamiętającego kondensatora *C* (przez wtórnik na tranzystorze TG40 i diodę OA47) do napięcia równego ok. −10 V. Napięcie na tym kondensatorze kasowane jest co okres T_i przez odpowiednie impulsy zegarowe, a kształt jego (poziomy napięciowe i przebieg w czasie) pozwala na bezpośrednie sterowanie dalszych układów.

Największą trudnością strobowania jest takie usytuowanie w czasie (faza) szpilek kontrolnych *SK*, aby „trafiały" one zawsze we właściwe punkty badanego przebiegu. W celu rozwiązania tego problemu rozpatrzmy na przykładzie ciągu 00110011... przebiegi występujące w różnych punktach toru c.r.m. (rys. 11).

Zauważmy przede wszystkim przesunięcia fazy spowodowane przez:

a) opóźnienie rzędu $T_i/2$ przebiegu X w stosunku do początku okresu zegarowego; wynika ono z kształtu $x(t)$ i zasady formowania X;

b) przesunięcie maksimów prądu zapisu (modułów) w stosunku do początku kolejnych bitów w reprezentacji X o ok. $\frac{3}{8}T_i$ — spowodowane przez sposób kodowania i sterowania głowicy;

c) opóźnienie przejść przez zero uformowanego napięcia odczytu u_d w stosunku do odpowiadających im maksimów prądu zapisu o $\frac{1}{4}T_i$ ze względu na zasadę pracy układu głowica-nośnik $\left(U = n\frac{d\Phi}{dt}\right)$ oraz o ok. $\frac{1}{8}T_i$ dla $T_i = 5$ μs ze względu na wspomniane już wyżej opóźnienie wprowadzane przez wzmacniacz odczytu i dekoder.

Ponieważ łączne opóźnienie jest równe około $1\frac{1}{4}T_i = \left(\frac{1}{2}+\frac{3}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)T_i$, więc w praktyce oznacza to przesunięcie szpilek kontrolnych o $\frac{1}{4}T_i$ w stosunku do początku okresu i opóźnienie odczytywanej informacji o 1 bit.

Zauważmy, że pewna korekcja opóźnień w torze c.r.m. może być dokonana przez zmianę fazy ciągu X. Dlatego też na rys. 11 nie zostały uwzględnione opóźnienia spowodowane przez wzmacniacz zapisu, ponieważ formalnie można je zastąpić odpowiednią zmianą fazy ciągu X.

7. WNIOSKI

Opisany powyżej tor c.r.m. został uruchomiony na początku 1965 r. i do chwili oddania artykułu do druku (czerwiec 1966) pracuje w sposób zadowalający. Nasuwające się wnioski wynikają zarówno z etapu opracowywania toru, jak i uruchamiania i eksploatacji i odnoszą

się do „osiągów" toru (gęstość rejestracji, szybkość przesyłania informacji, pewność pracy), zagadnień konstrukcyjnych, wymagań odnośnie do elementów i współpracy z urządzeniami zewnętrznymi w stosunku do toru.

Przystępując do budowy prototypu autorzy niniejszego artykułu oczekiwali, że największe trudności będą związane z zapewnieniem odpowiednich parametrów układu głowica-nośnik i konstrukcją wzmacniacza odczytu. W praktyce okazało się, że sprawa uzyskania gęstości rejestracji 14 przemagnesowań/mm z jednej strony, a wyeliminowania wpływu zakłóceń z drugiej strony, nie nastręczała istotnych trudności. Natomiast najwięcej kłopotów przysporzyły wzmacniacze zapisu i selektory głowic, głównie ze względu na brak na rynku krajowym elementów półprzewodnikowych o odpowiednich właściwościach. Odnosiło się to zarówno do tranzystorów mocy (OC23), jak i tranzystorów pracujących jako drivery (TG5). Co więcej, jedyne krajowe diody, które mogły być zastosowane w selektorach głowic, zostały przez fabrykę TEWA wycofane z produkcji (DOP3). W tym stanie rzeczy elementy półprzewodnikowe w kilku punktach toru pracują blisko granicznych wielkości dopuszczalnych napięć prądów i mocy, co na pewno nie sprzyja powiększaniu pewności pracy urządzenia.

Jak wiadomo, tor c.r.m. nie stanowi samodzielnego urządzenia i jednym z problemów jest jego współpraca z pozostałymi częściami danego systemu. Odnosi się to zarówno do poziomów sygnałów wejściowych i wyjściowych, jak i do synchronizacji i zgodności faz. W przypadku maszyny UMC-10 problemy te zostały rozwiązane dość prosto, niemniej jednak należy o nich zawsze pamiętać. W szczególności kłopotliwe mogą być opóźnienia wprowadzane przez tor c.r.m., które czasem mogą być mało zależne od konstruktorów (np. opóźnienia wprowadzane przez wzmacniacze zapisu, odczytu i dekoder).

Politechnika Warszawska
Zakład Budowy Maszyn Matematycznych

WYKAZ LITERATURY

1. Eldrige D. F.: Magnetic Recording and Reproduction of Pulses. — I.R.E. National Convention Record, March 1960.
2. Hoagland A. S.: Digital Magnetic Recording. John Wiley and Sons Inc., 1963.
3. Kalquist O.: Calculation of the Magnetic Field in the Ferromagnetic Layer of a Magnetic Drum. Transaction Royal Inst. of Tech., No 86, 1954.
4. Łągwiński W.: Niektóre zagadnienia rejestrowania informacji w postaci binarnej na nośniku magnetycznym. Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska, 1965.
5. Baranowski J., Jankowski T.: Tranzystorowe układy impulsowe. Wydanie II. WNT, Warszawa 1964.

T. JANKOWSKI, W. ŁĄGWIŃSKI

THE REALISATION PROBLEMS OF MAGNETIC RECORDING CHANNEL (ON THE BASIS OF UMC-10 COMPUTER)

Summary

The main design problems of a magnetic recording channel are described in this paper. The choice of code and the construction of both head-coating unit and transistorized read-write circuits are discussed

in particular. The construction of a magnetic recording channel of UMC-10 computer is shown as an example.

T. JANKOWSKI, W. ŁĄGWIŃSKI

LE PROBLÈME DE LA RÉALISATION DE LA VOIE DE L'ENREGISTREMENT MAGNÉTIQUE DIGITAL SUR L'EXEMPLE DE LA CALCULATRICE UMC-10

Résumé

On a presenté les problèmes les plus importants ayant lieu au cours de la construction de la voie de l'enregistrement magnétique digital. On a analysé avec un soin particulier le problème du choix du code, la construction du système tête — porteur ainsi que le moyen de réaliser les schémas d'enregistrement et de reproduction à transistors. On a donné comme exemple la description des solutions de construction utilisées dans la calculatrice digitale UMC-10.

Т. ЯНКОВСКИ, В. ЛОНГВИНЬСКИ

КОНСТРУКТИРОВАНИЕ ТРАКТА ЦИФРОВОЙ МАГНИТНОЙ ЗАПИСИ НА ПРИМЕРЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ УМЦ-10

Резюме

В статье рассматриваются основные вопросы, возникающие при конструкции тракта цифровой магнитной записи. Подробно рассматриваются вопросы, связанные с выбором кода, конструкцией системы головка-носитель, а также способа реализации транзисторных схем записи и воспроизведения. В статье приводится пример тракта записи-воспроизведения, применяемого в машине УМЦ-10.

621.396.69

LECH SMOCZYŃSKI

Projektowanie szerokopasmowych cyrkulatorów ferrytowych na liniach paskowych

Rękopis dostarczono 13.10.1967

Omówiono znane z literatury wyniki teoretycznej analizy działania cyrkulatora paskowego typu Y oraz parametry cyrkulatorów aktualnie uzyskiwane w praktyce. Wyniki analizy teoretycznej stanowią podstawę opisanej metody projektowania cyrkulatorów paskowych. Przedstawiono zasady postępowania przy wyborze materiału ferrytowego, punktu pracy i optymalnej konstrukcji cyrkulatora paskowego, zapewniające szerokie pasmo użyteczne. Opisaną metodę projektowania wykorzystano przy opracowywaniu szerokopasmowych cyrkulatorów paskowych na pasma L i S. Opisano konstrukcje tych cyrkulatorów i przedstawiono ich charakterystyki.

1. WSTĘP

Cyrkulatory rozgałęzieniowe należą do podzespołów powszechnie stosowanych w mikrofalowych układach laboratoryjnych i w mikrofalowych urządzeniach. W zakresie niższych częstotliwości mikrofalowych, w których stosuje się linie współosiowe, cyrkulatory są wykonywane na liniach paskowych z wyjściami współosiowymi.

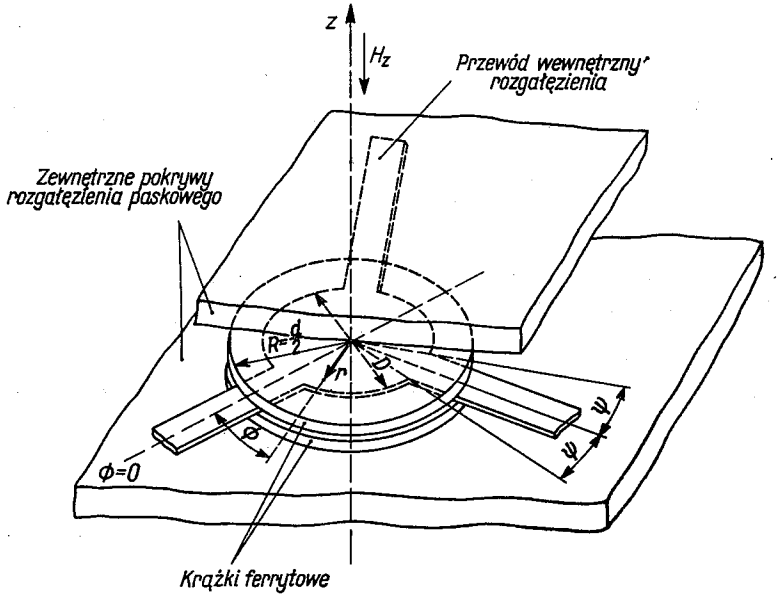
W ostatnich latach obserwuje się znaczny postęp w dziedzinie konstrukcji cyrkulatorów szerokopasmowych [1], [2], [3]. Postęp ten jest w dużym stopniu związany z pojawieniem się szeregu prac teoretycznych wyjaśniających mechanizm działania cyrkulatora paskowego i przedstawiających optymalne metody projektowania [4], [5], [6]. Istotne znaczenie miał również rozwój technologii materiałów ferrytowych o pożądanych parametrach. Szczególnie korzystne okazało się stosowanie do konstrukcji cyrkulatorów szerokopasmowych polikryształów itrowych z domieszkami aluminium [1]; opisane w literaturze cyrkulatory miały dobre parametry w pasmie 1 oktawy. Materiały te są jednak trudno dostępne i kosztowne.

W niniejszym artykule opisano metody postępowania przy optymalizacji cyrkulatora ze względu na szerokość pasma, w przypadku gdy możliwość wyboru materiału ferrytowego jest ograniczona.

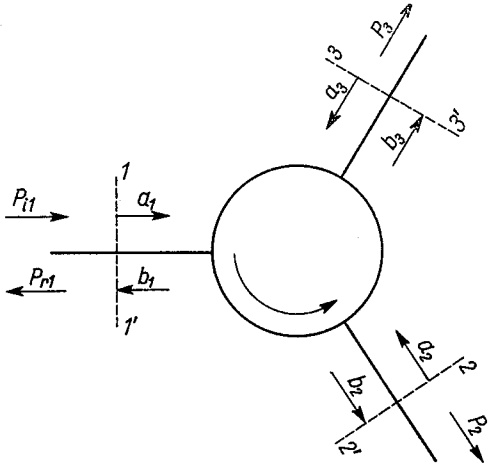
2. ANALIZA MACIERZOWA WŁASNOŚCI CYRKULATORA TRÓJRAMIENNEGO

Trójramienny cyrkulator paskowy stanowi zazwyczaj rozgałęzienie paskowe typu Y z dwoma krążkami ferrytowymi, umieszczonymi symetrycznie po obu stronach przewodu wewnętrznego (rys. 1). Wzdłuż osi symetrii jest przyłożone stałe pole magnetyczne, magnesujące krążki ferrytowe. Przez odpowiedni dobór parametrów geometrycznych rozgałęzie-

nia oraz wartości natężenia pola magnetycznego uzyskuje się dopasowanie rozgałęzienia we wszystkich 3 ramionach, a sygnał doprowadzony do dowolnego z ramion jest przenoszony z minimalnymi stratami do jednego z ramion sąsiednich. Pozostałe ramię jest praktycznie izolowane od wejścia (rys. 2).



Rys. 1. Uproszczony schemat rozgałęzienia paskowego



Rys. 2. Ilustracja zasady działania cyrkulatora trójramiennego

Zasadnicze właściwości cyrkulatora opisują 3 wielkości:

— wejściowy współczynnik odbicia $|\Gamma| = \sqrt{\frac{P_{r1}}{P_{i1}}}$,

— tłumienie zaporowe w dB $\alpha_z = 10\lg\frac{P_{i1}}{P_3}$,

— tłumienie przepustowe w dB $\alpha_p = 10\lg\frac{P_{i1}}{P_2}$,

gdzie:

P_{i1} — moc fali padającej w ramieniu 1,
P_{r1} — moc fali odbitej w ramieniu 1,
P_2 — moc fali wychodzącej z ramienia 2,
P_3 — moc fali wychodzącej z ramienia 3.

Nieco ogólniej można opisać cyrkulator za pomocą powszechnie stosowanej w teori rozgałęzień mikrofalowych macierzy rozproszenia [S], której współczynniki zależą od zdefiniowanych wyżej parametrów cyrkulatora. Za pomocą macierzy rozproszenia można wyrazić zależności między amplitudami $\hat{a}_n$ fal wchodzących do rozgałęzienia i amplitudami $\hat{b}_n$ fal wychodzących z rozgałęzienia:

$$[\mathbf{b}] = [\mathbf{S}] \cdot [\mathbf{a}]. \tag{1}$$

Macierze [**a**] i [**b**] są macierzami kolumnowymi; macierz rozproszenia [S] jest macierzą kwadratową, a dla układów bezstratnych spełnia warunek unitarności:

$$[\mathbf{S}]_t^T \cdot [\mathbf{S}]^* = [\mathbf{I}], \tag{2}$$

gdzie:

$[\mathbf{S}]^T$ — macierz transponowana,
$[\mathbf{S}]^*$ — macierz współczynników sprzężonych,
[I] — macierz jednostkowa.

W dalszym ciągu będziemy rozpatrywali rozgałęzienia o pomijalnych stratach, w których zależność (2) jest spełniona z dobrym przybliżeniem.

Korzystając z równania (2) można łatwo wykazać, że rozgałęzienie trójramienne odwracalne nie może być dopasowane we wszystkich ramionach równocześnie [7].

Macierz symetrycznego i nieodwracalnego rozgałęzienia typu Y ma postać następującą:

$$[\mathbf{S}]_n = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{13} & S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{13} & S_{11} \end{bmatrix} \tag{3}$$

Stosując warunek unitarności (2) do macierzy (3) otrzymamy następujące równania algebraiczne:

$$|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1, \tag{4}$$

$$S_{11} \cdot S_{13}^* + S_{12} \cdot S_{11}^* + S_{13} \cdot S_{12}^* = 0. \tag{5}$$

Jeżeli rozgałęzienie zostanie dopasowane przy zachowaniu symetrii, tzn. $S_{11} = 0$, wówczas możliwe są 2 przypadki:

$$\begin{matrix} |S_{12}| = 0 \\ |S_{13}| = 1 \end{matrix} \quad \text{albo} \quad \begin{matrix} |S_{13}| = 0 \\ |S_{12}| = 1. \end{matrix}$$

Obydwa przypadki opisują cyrkulator idealny o kierunkach cyrkulacji odpowiednio 1→2→3→1 lub 1→3→2→1.

Jeżeli rozgałęzienie nie jest idealnie dopasowane, ale wejściowe współczynniki odbicia w poszczególnych ramionach są małe i rozgałęzienie ma własności cyrkulatora o kierunku cyrkulacji 1→2→3→1, wówczas w równaniach (4) i (5) można pominąć $|S_{11}|^2$ oraz iloczyn $S_{12}\cdot S_{11}^*$. W ten sposób otrzymamy przybliżone zależności:

$$S_{13} \cong \sqrt{1-2|S_{11}|^2} \qquad \text{oraz} \qquad |S_{12}| \cong |S_{11}|. \tag{6}$$

Ponieważ zgodnie z podanymi wyżej definicjami parametrów rzeczywistego cyrkulatora:

$$\alpha_z = 20\lg\frac{1}{|S_{12}|}, \qquad \alpha_p = 20\lg\frac{1}{|S_{13}|}, \tag{7}$$

wszystkie te parametry są określone przez wejściowy współczynnik odbicia $|S_{11}|$. W ten sposób problem konstrukcji cyrkulatora trójramiennego sprowadza się do zagadnienia dopasowania impedancji wejściowej wszystkich 3 ramion. Wniosek powyższy jest również spełniony dla rozgałęzień niesymetrycznych [1].

3. TEORETYCZNE PODSTAWY PROJEKTOWANIA CYRKULATORÓW PASKOWYCH

W przedstawionej wyżej analizie pracy cyrkulatora trójramiennego przyjmowano, że rozgałęzienie jest nieodwracalne, bez fizycznego uzasadnienia tej właściwości. Szereg autorów [8], [9] wykazało, że rozgałęzienie trójramienne może uzyskać właściwości cyrkulatora w wyniku umieszczenia w otoczeniu jego osi symetrii materiału ferrytowego o tensorowej względnej przenikalności magnetycznej:

$$[\boldsymbol{\mu}] = \begin{bmatrix} \mu & j\varkappa & 0 \\ -j\varkappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Rozwiązanie równań pola elektromagnetycznego opisujące efekt cyrkulacji w rozgałęzieniu paskowym, zawierającym 2 wkładki ferrytowe o kształcie krążka (rys. 1), zostało po raz pierwszy uzyskane przez Bosmę [4], [5]. Pole elektryczne tego rozwiązania ma w układzie współrzędnych cylindrycznych tylko jedną składową E_z, która w obszarze każdego z krążków nie zależy od z; rozkład pola w jednym krążku jest lustrzanym odbiciem rozkładu pola w drugim krążku względem płaszczyzny przewodu wewnętrznego. Składowa pola E_z w obszarze krążka ferrytowego spełnia jednorodne równanie falowe:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} + k^2\right] E_z = 0, \tag{9}$$

gdzie:

$$k^2 = \omega^2\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot\mu_{ef}\cdot\mu_0 = \omega^2\cdot\varepsilon_0\cdot\varepsilon\cdot\mu_0\frac{\mu^2-\varkappa^2}{\mu}, \tag{10}$$

ε — stała dielektryczna ferrytu,

μ, $\varkappa$ — składowe tensora Poldera [10].

Równanie (9) ma rozwiązania szczególne na E_z o postaci:

$$E_{zn} = J_n(x)\cdot[a_{+n}\cdot e^{jn\Phi} + a_{-n}\cdot e^{-jn\Phi}], \tag{11}$$

którym zgodnie z równaniami Maxwella odpowiadają składowe $H_{\Phi n}$ pola magnetycznego:

$$H_{\Phi n} = jY_{ef}\left\{a_{+n}\cdot e^{jn\Phi}\cdot\left[J_{n-1}(x)-\frac{n\cdot J_n(x)}{x}\left(1+\frac{\varkappa}{\mu}\right)\right]+\right.$$
$$\left.+a_{-n}\cdot e^{-jn\Phi}\left[J_{n-1}(x)-\frac{n\cdot J_n(x)}{x}\left(1-\frac{\varkappa}{\mu}\right)\right]\right\}, \tag{12}$$

gdzie:

$$Y_{ef} = \sqrt{\frac{\varepsilon\cdot\varepsilon_0}{\mu_0\cdot\mu_{ef}}},$$

$x = kr$,

a_{+n}, a_{-n} — stałe współczynniki ($n = 1, 2, \ldots$).

Składowe pola elektromagnetycznego w obszarze krążka ferrytowego można wyrazić za pomocą sum odpowiednich funkcji (11) i (12). Przyjmując warunki brzegowe spełnione w praktycznym cyrkulatorze:

$$H_\Phi(r = R, \Phi) = \begin{cases} H_1 & \text{dla } -\psi < \Phi < \psi \\ H_1 & \text{dla } 120°-\psi < \Phi < \psi+120° \\ 0 & \text{dla } -120°-\psi < \Phi < \psi-120° \\ 0 & \text{dla pozostałych } \Phi \end{cases} \tag{13}$$

oraz:

$$E_z = \begin{cases} E_1 & \text{dla } \Phi = 0 \\ -E_1 & \text{dla } \Phi = 120° \\ 0 & \text{dla } \Phi = -120° \end{cases} \tag{14}$$

i uwzględniając tylko pierwsze wyrazy szeregów dla $n = 1$ otrzymuje się przybliżone warunki cyrkulacji [6]:

$$kR \cong 1{,}84, \tag{15}$$

$$G_R = \frac{H_1}{E_1} \cong \frac{\pi\cdot\left|\frac{\varkappa}{\mu}\right|\cdot Y_{ef}}{1{,}84\cdot\sqrt{3}\cdot\sin\psi}. \tag{16}$$

Wzór (15) pozwala wyznaczyć średnicę krążka ferrytowego dla założonej częstotliwości pracy cyrkulatora i danych parametrów materiałowych ferrytu, natomiast wzór (16) określa wejściową admitancję rozgałęzienia, gdy warunek (15) jest spełniony. Dobierając odpowiednią wartość natężenia pola magnesującego H_z, od którego zależy stosunek $\left|\frac{\varkappa}{\mu}\right|$ oraz efektywna admitancja falowa ferrytu Y_{ef}, można zapewnić spełnienie warunku

$$R_R = \frac{1}{G_R} = Z_0, \tag{17}$$

gdzie: Z_0 — impedancja falowa sprzęgających linii paskowych. Wówczas rozgałęzienie będzie dopasowane w 3 ramionach, a więc będzie cyrkulatorem. Spełnienie warunku (17) nie jest jednak do tego konieczne, bowiem impedancję R_R można dopasować za pomocą dodatkowego transformatora.

Szczegółowa analiza przybliżonego rozwiązania Bosmy pozwala stwierdzić [6], że w otoczeniu częstotliwości ω_0 określonej przez równanie (15) cyrkulator ma szereg właściwości analogicznych do transmisyjnej wnęki o małych stratach. Na częstotliwości środkowej ω_0 cyrkulator jest dobrze dopasowany, przy czym równocześnie na tej częstotliwości występuje minimum tłumienia przepustowego i maksimum izolacji. Częstotliwość ω_0 jest w przybliżeniu równa:

$$\omega_0 \cong \frac{\omega_+ + \omega_-}{2}, \tag{18}$$

gdzie ω_+ i ω_- są częstotliwościami rezonansowymi normalnych rodzajów rezonansowych dla krążka ferrytowego umieszczonego między krążkami metalowymi, w przypadku gdy $\Psi = 0$ (rys. 1). Częstotliwości ω_+ i ω_- można obliczyć rozwiązując odpowiednie równanie przestępne:

$$J_0(k \cdot R) - \frac{J_1(k \cdot R)}{k \cdot R}\left(1 \pm \frac{\varkappa}{\mu}\right) = 0. \tag{19}$$

Pasmo pracy cyrkulatora jest proporcjonalne do różnicy tych częstotliwości: $|\omega_+ - \omega_-|$, która wzrasta ze zwiększeniem się stosunku $\left|\frac{\varkappa}{\mu}\right|$, co łatwo można stwierdzić na podstawie wzoru (19).

Warunki cyrkulacji (15) i (16) otrzymane przez Bosmę stanowią tylko jedno przybliżone rozwiązanie spośród wszystkich możliwych rozwiązań równania (9) z warunkami brzegowymi (13) i (14). Znane są również [9] inne rozwiązania numeryczne otrzymywane dla szczególnych przypadków rozgałęzień paskowych. Rozwiązania te odpowiadają tzw. wyższym rodzajom cyrkulacji, obserwowanym w praktyce w przypadku stosowania krążków ferrytowych o większych średnicach. Częstotliwości odpowiadające tym rozwiązaniom leżą z reguły między częstotliwościami rezonansowymi odpowiednich rodzajów normalnych krążka ferrytowego. Wyższe rodzaje cyrkulacji nie są wykorzystywane w cyrkulatorach paskowych ze względu na większe wymiary krążków ferrytowych i zazwyczaj węższe pasmo pracy. Ponadto mogą one wywierać szkodliwy wpływ na pracę cyrkulatora w rodzaju podstawowym [10].

Przytoczona wyżej analiza ma ograniczony zakres stosowalności, ponieważ przyjęte założenia upraszczające są spełnione jedynie w zakresie $0 \leqslant \left|\frac{\varkappa}{\mu}\right| \leqslant 0{,}25$. W związku z tym wzory (15), (16) i (18) mogą być wykorzystywane jedynie w przypadku projektowania cyrkulatorów o niewielkiej stosunkowo szerokości pasma. Jednakże szereg wynikających z teorii wniosków, a w szczególności dotyczących charakteru zależności szerokości pasma cyrkulatora od stosunku $\left|\frac{\varkappa}{\mu}\right|$, można wykorzystać przy projektowaniu cyrkulatorów szerokopasmowych.

4. WYBÓR MATERIAŁU FERRYTOWEGO I PUNKTU PRACY CYRKULATORA

Stosunek $\left|\frac{\varkappa}{\mu}\right|$ materiału ferrytowego stosowanego do konstrukcji cyrkulatorów szeroko-

pasmowych, w myśl przedstawionej analizy, powinien być możliwie duży. Równocześnie efektywna przenikalność magnetyczna μ_{ef} powinna możliwie najmniej zmieniać się w funkcji częstotliwości, w otoczeniu częstotliwości środkowej cyrkulatora, a straty magnetyczne i dielektryczne muszą być pomijalnie małe. Wymienione warunki ograniczają stosowalność danego materiału ferrytowego oraz zakres wartości natężenia stałego pola magnesującego. Dla idealnego ferrytu bez strat, namagnesowanego do stanu nasycenia[1]) interesujące nas parametry: $\frac{\varkappa}{\mu}$ oraz μ_{ef} wyrażają się w funkcji częstotliwości, natężenia pola magnesującego i magnetyzacji nasycenia ferrytu w sposób następujący [11]:

$$\frac{\varkappa}{\mu} = \frac{\frac{M_s}{H_i} \cdot \frac{\omega \cdot \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2}}{1 + \frac{M_s}{H_i} \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2}} = \frac{\omega_M \cdot \omega}{\omega_H^2 - \omega^2 + \omega_H \cdot \omega_M}, \tag{20}$$

$$\mu_{ef} = \frac{\mu^2 - \varkappa^2}{\mu} = \frac{\gamma^2 (H_i + M_s)^2 - \omega^2}{\gamma^2 H_i (H_i + M_s) - \omega^2} = \frac{(\omega_H + \omega_M)^2 - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2 + \omega_H \cdot \omega_M}. \tag{21}$$

W powyższych wzorach przyjęto następujące oznaczenia:

ω — częstotliwość pola zmiennego,

$\omega_H = \gamma H_i$ — częstotliwość rezonansu ferromagnetycznego ferrytu,

$\omega_M = \gamma M_s$,

M_s — magnetyzacja nasycenia ferrytu,

H_i — natężenie wewnętrznego stałego pola magnetycznego w materiale ferrytowym,

$\gamma = 2{,}21 \cdot 10^5 \frac{\text{rd}}{\text{sek}} \cdot \frac{A}{m}$ — stosunek żyromagnetyczny.

(Do każdego wzoru należy podstawiać wielkości wyrażone w jednostkach układu MKSA).

Przebiegi stosunku $\frac{\varkappa}{\mu}$ oraz przenikalności efektywnej μ_{ef} w funkcji zredukowanego natężenia wewnętrznego pola magnetycznego $\sigma = \frac{\gamma H_i}{\omega}$ dla różnych wartości magnetyzacji nasycenia M_s przedstawiono na rysunkach 3 i 4. Ze względu na pominięcie strat w materiale zależności te są w przybliżeniu słuszne tylko przy wartościach natężenia pola wewnętrznego dostatecznie różniących się od pola rezonansowego H_0 dla danej częstotliwości ω_0. W pobliżu pola rezonansowego H_0 praca cyrkulatora jest niemożliwa; można natomiast zapewnić spełnienie warunków cyrkulacji (15) i (16) dla natężenia pola wewnętrznego, przy którym straty magnetyczne są pomijalne, zarówno powyżej, jak i poniżej rezonansu ferromagnetycznego. Jak widać z rys. 4, przy wartości natężenia pola wewnętrznego

$$H_i = H_k = H_0 - M_s \tag{22}$$

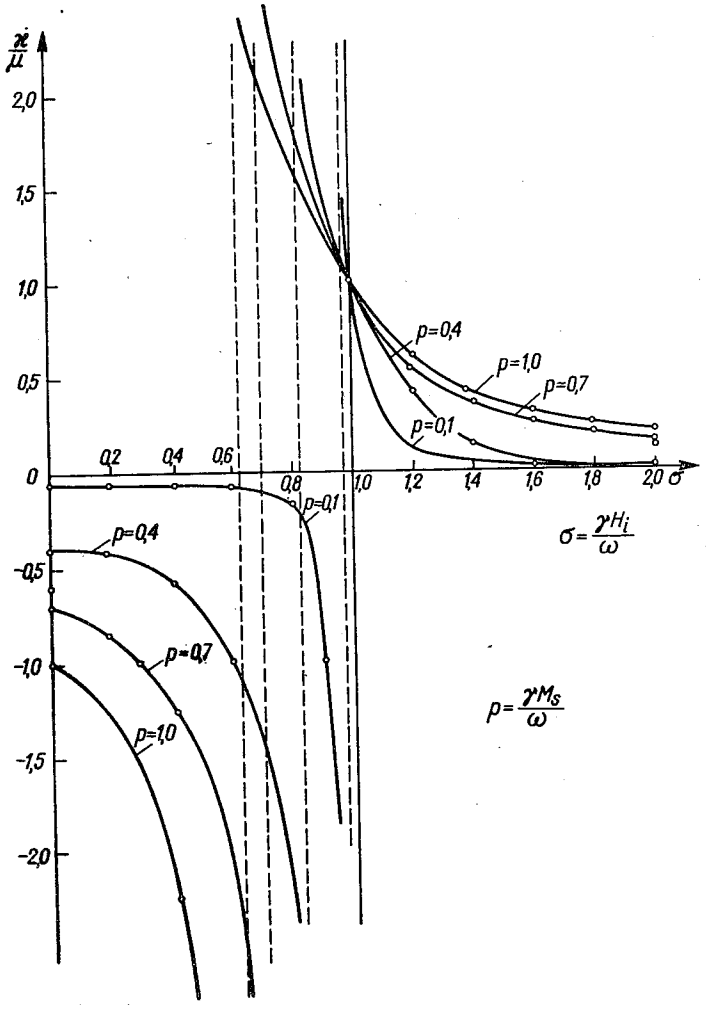
przenikalność efektywna przechodzi przez zero i wobec tego w obszarze poniżej rezonansu ferromagnetycznego można wykorzystywać jedynie natężenie pola $H_i < H_k$. W praktyce

[1]) Dla uproszczenia przyjęto, że nasycenie materiału ferrytowego następuje już przy bardzo małym natężeniu pola wewętrznego H_i, tzn. że podatność magnetyczna dla pola stałego jest duża.

ze względu na straty rezonansowe organiczenie to jest jeszcze silniejsze i natężenie pola wewnętrznego w materiale ferrytowym musi spełniać warunek [12]:

$$H_i < H_0 - M_s - 2\Delta H, \tag{23}$$

gdzie ΔH — szerokość linii rezonansu ferromagnetycznego.



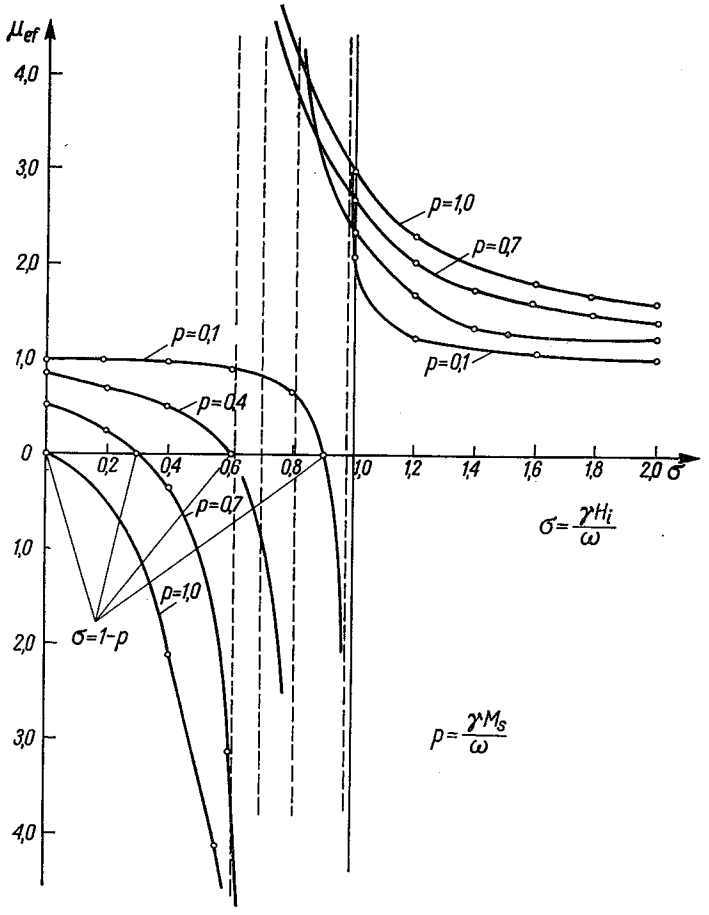
Rys. 3. Charakterystyki $\frac{\varkappa}{\mu} = f(\sigma)$ dla idealnego ferrytu bez strat

Zakres pracy poniżej rezonansu ferromagnetycznego jest ponadto ograniczony od dołu przez obszar strat początkowych w materiale ferrytowym, występujących w zakresie niższych częstotliwości mikrofalowych, do częstotliwości [7]:

$$\omega_s = \gamma(H_a + M_s), \tag{24}$$

gdzie H_a — pole anizotropii ferrytu.

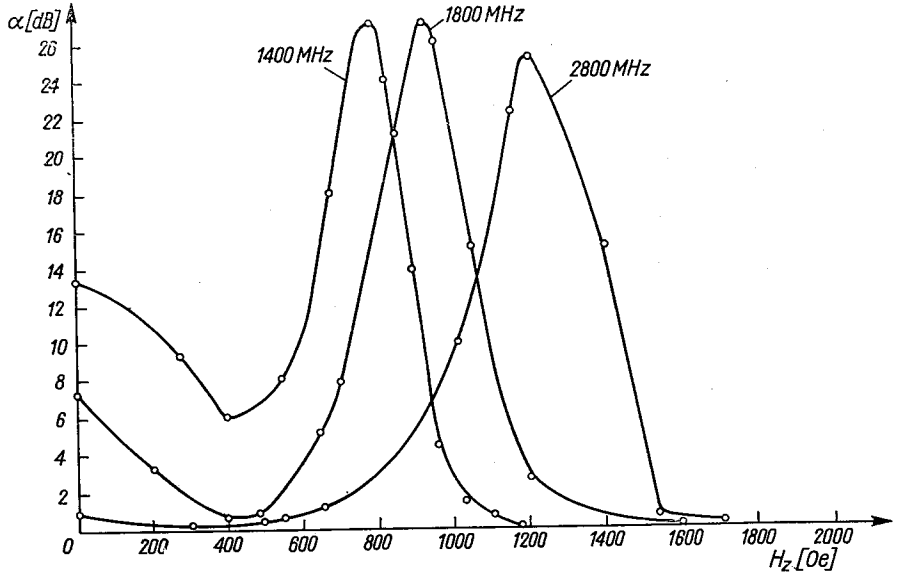
Na ryskunku 5 są przedstawione przebiegi tłumienia pola elektromagnetycznego dla częstotliwości $f_1 = 1400$ MHz, $f_2 = 1800$ MHz i $f_3 = 2800$ MHz w funkcji natężenia pola magnesującego, zmierzone dla odcinka linii paskowej zawierającej dwa krążki z ferrytu mangano-magnezowego o magnetyzacji nasycenia $M_s \cong 600$ Gs. Okazuje się, że dla pewnych materiałów ferrytowych praca cyrkulatora poniżej rezonansu ferromagnetycznego



Rys. 4. Przenikalność efektywna $\mu_{ef} = \varphi(\sigma)$ idealnego ferrytu bez strat

jest niemożliwa w zakresie niższych częstotliwości mikrofalowych, gdyż straty przekraczają wartości dopuszczalne. Przy natężeniu pola $H_i > H_0$ takie ograniczenie teoretycznie nie występuje, gdyż zawsze można namagnesować ferryt do stanu, w którym straty są pomijalnie małe, o ile materiał ma równocześnie mały $\operatorname{tg}\delta$. Z drugiej strony rozpatrując przebiegi na rysunkach 3 i 4 łatwo można zauważyć, że zakres pracy poniżej rezonansu ferromagnetycznego jest korzystniejszy, jeśli chodzi o projektowanie cyrkulatorów szerokopasmowych. Stosunek $\frac{\varkappa}{\mu}$ przyjmuje w tym zakresie dostatecznie duże wartości przy natężeniu pola H_i znacznie różniącym się od pola rezonansowego, przy czym równocześnie przenikalność efektywna μ_{ef} zmienia się nieznacznie w funkcji natężenia pola H_i. Najlepsze

rezultaty uzyskuje się wybierając punkt pracy odpowiadający najniższej wartości natężenia pola wewnętrznego H_i, przy której materiał zostaje nasycony, w tych warunkach bowiem nie występują straty początkowe. Wybór tego punktu ze względu na warunki (23) i (24) jest jednak możliwy tylko w przypadku materiału o małym polu anizotropii H_a i małej



Rys. 5. Tłumienie odcinka linii paskowej zawierającej ferryty Mn-Mg w funkcji natężenia pola magnesującego

szerokości linii rezonansu ferromagnetycznego ΔH. Magnetyzacja nasycenia ferrytu nie może przekraczać pewnej wartości, określonej przez najmniejszą częstotliwość zakresu pracy cyrkulatora, która musi być większa od częstotliwości ω_s określonej wzorem (24). Stosunek $\frac{\varkappa}{\mu}$ dla materiału o większej magnetyzacji nasycenia jest większy przy tej samej wartości natężenia pola wewnętrznego H_i i w związku z tym można uzyskać większe szerokości pasma pracy cyrkulatora, pod warunkiem że straty początkowe będą pomijalnie małe.

5. WYNIKI BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

Znane z literatury [1] modele cyrkulatorów pracujących poniżej rezonansu ferromagnetycznego pokrywają zakres częstotliwości 0,6—8 GHz, przy czym pasma pracy poszczególnych egzemplarzy sięgają pełnej oktawy. W cyrkulatorach tych zastosowano aluminaty itrowe o strukturze granatu, o małej anizotropii, szerokości linii $\Delta H \leqslant 50$ Oe i $\operatorname{tg}\delta \leqslant 2 \cdot 10^{-4}$. Przez odpowiednie domieszkowanie aluminium uzyskiwano wartości magnetyzacji nasycenia w zakresie 150—1780 Gs, co umożliwiło wybranie materiału optymalnego dla każdego zakresu częstotliwości.

Aluminaty itrowe mają bardzo korzystne własności, są jednak kosztowne. W wielu zastosowaniach szerokości pasma pracy wynoszące oktawę nie są konieczne. Możliwe jest natomiast opracowanie cyrkulatorów o dobrych parametrach i nieco węższych pasmach pracy, przy wykorzystaniu tańszych materiałów

W Zakładzie Radioelektroniki ITE opracowano cyrkulatory na pasma L i S [2], [3], [13], [14], wykorzystując ferrochromity mangano-magnezowe opracowane przez doc. dra R. Wadasa [15]. Przy wyborze materiału ferrytowego oraz punktu pracy cyrkulatora na określony zakres częstotliwości kierowano się wyżej omówionymi zasadami. Optymalną strukturę rozgałęzienia paskowego dla poszczególnych zakresów częstotliwości dobrano eksperymentalnie. Jako kryterium wyboru przyjmowano charakterystyki impedancji rozgałęzienia z ferrytem w funkcji częstotliwości. Dla uzyskania szerokopasmowego dopasowania przebieg impedancji powinien być możliwie najlepiej skupiony na wykresie impedancji, na jego osi rzeczywistej. Szczegółowa procedura postępowania przy optymalizacji struktury rozgałęzienia, oraz metoda pomiaru impedancji rozgałęzienia z ferrytem jest opisana we wcześniejszej publikacji [3]. Po uzyskaniu optymalnego skupienia przebiegu impedancji rozgałęzienia dopasowywano ją do impedancji charakterystycznej linii za pomocą ćwierćfalowych transformatorów dielektrycznych.

W opisanym we wcześniejszych publikacjach [2], [3] cyrkulatorze na pasmo S, oznaczonym symbolem CPS1, zastosowano materiał ferrytowy o następujących parametrach (zmierzonych w pasmie 3 cm):

$$M_s = 820 \text{ Gs},$$
$$\Delta H = 240 \text{ Oe},$$
$$\operatorname{tg}\delta = 1{,}1 \cdot 10^{-3},$$
$$\varepsilon' = 10{,}5.$$

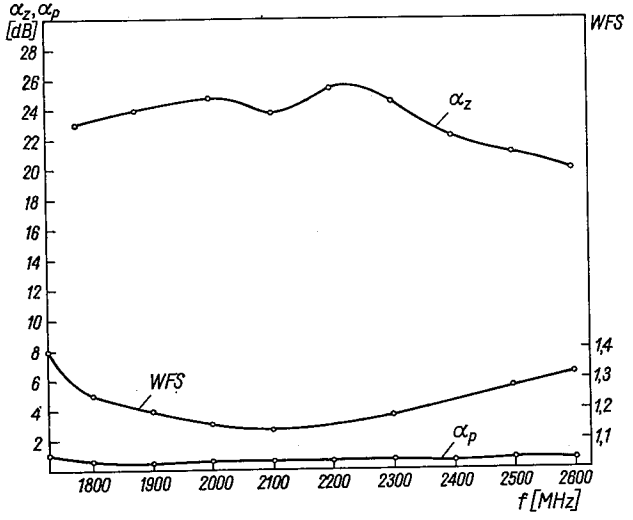
Punkt pracy cyrkulatora znajduje się poniżej rezonansu ferromagnetycznego, a uzyskane pasmo pracy wynosi około 40%.

Dalsze obniżenie magnetyzacji nasycenia ferrytu do wartości $M_s \cong 600$ Gs umożliwiło opracowanie cyrkulatora na pasmo 1,8—2,6 GHz, z punktem pracy poniżej rezonansu ferromagnetycznego, oznaczonego symbolem CPLS2 [13]. Częstotliwość 1,6 GHz jest najmniejszą częstotliwością, przy której straty magnetyczne w punkcie pracy poniżej rezonansu ferromagnetycznego, dla zastosowanego typu materiału, nie przekraczają dopuszczalnej wartości (rys. 5). Równocześnie w tym zakresie częstotliwości bardzo istotną rolę odgrywają straty dielektryczne materiału ferrytowego. Natężenie pola wewnętrznego w materiale ferrytowym jest stosunkowo bliskie wartości pola rezonansowego dla najniższej częstotliwości pracy cyrkulatora i w związku z tym obserwuje się wzrost tłumienia przepustowego w dolnym zakresie częstotliwości (rys. 6).

Tłumienie przepustowe cyrkulatora wzrasta przy zwiększaniu się strat dielektrycznych i magnetycznych w materiale ferrytowym oraz strat w przewodnikach. W praktyce okazało się, że w przypadku gdy $\operatorname{tg}\delta \geqslant 1{,}5 \cdot 10^{-3}$, tłumienie przepustowe cyrkulatora przekracza wartość 0,5 dB, przyjętą jako wartość dopuszczalna.

Optymalną charakterystykę impedancji rozgałęzienia z ferrytem w pasmie 1,8—2,6 GHz uzyskano stosując strukturę paskową, w której średnica centralnej części przewodu

wewnętrznego jest równa $D \cong 0{,}7\ d$, gdzie d jest średnicą krążka ferrytowego. Dla szerokopasmowych cyrkulatorów z punktem pracy poniżej rezonansu ferromagnetycznego stosowanie wzorów (15) i (16) do obliczeń projektowych daje jedynie przybliżone rezultaty. Zasadnicze trudności związane są z określeniem wartości natężenia wewnętrznego pola magnetycznego w materiale ferrytowym, który w tym przypadku może nie być namagnesowany do nasycenia. Średnica krążka ferrytowego cyrkulatora CPLS2 określona eksperymentalnie wynosiła $d = 33$ mm.



Rys. 6. Charakterystyki częstotliwościowe cyrkulatora CPLS2

Opracowanie cyrkulatora na zakres częstotliwości niższych od 1,8 GHz, z punktem pracy poniżej rezonansu ferromagnetycznego okazało się niemożliwe. W związku z tym cyrkulator na pasmo L, oznaczony symbolem CPL1 wykonano w wersji powyżej rezonansowej [14]. Zgodnie z przewidywaniami teoretycznymi cyrkulator z punktem pracy powyżej rezonansu ferromagnetycznego ma znacznie węższe pasmo pracy. W celu uzyskania możliwie szerokiego pasma użytecznego wybrano punkt pracy zapewniający dostatecznie dużą wartość $\left|\frac{\varkappa}{\mu}\right|$. Możliwość takiego wyboru jest jednak ograniczona przez straty rezonansowe występujące przy górnej częstotliwości pasma. W związku z tym należy stosować materiały o wąskiej linii rezonansu ferromagnetycznego i małych stratach dielektrycznych. Materiały o większej magnetyzacji nasycenia zapewniają nieco większe wartości $\left|\frac{\varkappa}{\mu}\right|$ $\left(\text{wzrost } \left|\frac{\varkappa}{\mu}\right| \text{ ze wzrostem } M_s \text{ jest jednak znacznie wolniejszy niż w punkcie pracy poniżej rezonansu ferromagnetycznego}\right)$, jednakże równocześnie wzrasta wartość natężenia zewnętrznego pola magnetycznego potrzebna do namagnesowania ferrytu, a więc mogą wystąpić trudności w uzyskaniu potrzebnego pola. Wobec tego stosowanie materiałów o większej magnetyzacji nasycenia może okazać się niecelowe ze względów konstrukcyjnych.

Materiał ferrytowy zastosowany w cyrkulatorze CPL1 miał następujące parametry (wyznaczone w pasmie 3 cm):

$$\Delta H = 160 \text{ Oe},$$
$$M_s = 480 \text{ Gs},$$
$$\varepsilon' = 8{,}4,$$
$$\operatorname{tg}\delta = 8 \cdot 10^{-4}.$$

Natężenie zewnętrznego pola magnesującego wynosiło $H_z = 1030$ Oe, a średnica krążka ferrytowego $d = 34{,}5$ cm.

Niżej przedstawiono przykładowe obliczenia średnicy krążka ferrytowego cyrkulatora CPL1 dla środkowej częstotliwości pasma $f_0 = 1{,}4$ GHz. Natężenie pola wewnętrznego określono na podstawie pomiarów rezonansu ferromagnetycznego 2 krążków ferrytowych cyrkulatora CPL1, umieszczonych w odcinku linii paskowej. Zewnętrzne pole rezonansowe dla układu 2 krążków wynosiło $H_r \cong 730$ Oe, podczas gdy natężenie pola rezonansowego danego materiału na częstotliwości $f_0 = 1{,}4$ GHz jest $H_0 \cong 500$ Oe. Różnicę:

$$H_{o\,dm} = H_r - H_0 = 230 \text{ Oe}$$

można traktować jako pole odmagnesowania. Wobec tego natężenie pola wewnętrznego w materiale ferrytowym cyrkulatora CPL1 wynosiło:

$$H_i = H_z - H_{o\,dm} = 800 \text{ Oe}.$$

Parametry materiału obliczone dla tego punktu pracy wynoszą:

$$\mu = 2{,}03, \qquad \varkappa = 0{,}592,$$

$$\frac{\varkappa}{\mu} = 0{,}292, \qquad \mu_{ef} = 1{,}85.$$

Dla danej wartości $\frac{\varkappa}{\mu}$ z nomogramu $kR = f\left(\frac{\varkappa}{\mu}\right)$[1] zamieszczonego w pracy Daviesa [9] otrzymamy:

$$kR = \frac{2\pi f_0}{c}\sqrt{\mu_{ef} \cdot \varepsilon'} \cdot R = 1{,}94.$$

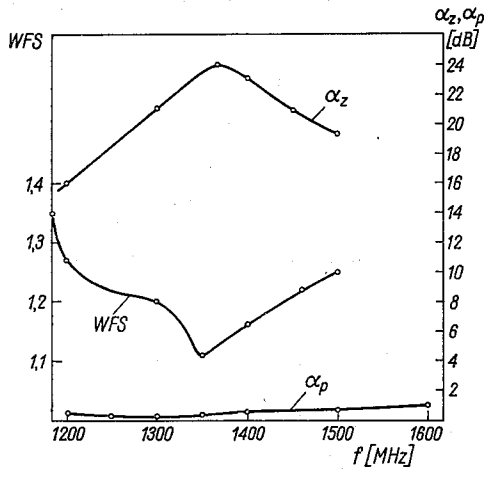
Obliczony stąd promień krążka ferrytowego wynosi:

$$R = \frac{d}{2} = 16{,}7 \text{ mm}$$

co dość dobrze zgadza się z wynikiem eksperymentalnym.

Obliczanie geometrycznych wymiarów ferrytu w praktyce jest utrudnione ze względu na nieznajomość natężenia pola wewnętrznego w materiale. Pole to próbowano wstępnie określać na podstawie nomogramów podanych w literaturze [16], jednak otrzymywano wyniki sprzeczne z wynikami eksperymentalnymi.

[1]) Funkcja $kR = f\left(\frac{\varkappa}{\mu}\right)$ jest uogólnieniem wzoru (15) dla zakresu $\left|\frac{\varkappa}{\mu}\right| \geqslant 0{,}25$.



Rys. 7. Charakterystyki częstotliwościowe cyrkulatora CPL1

Konstrukcja cyrkulatora CPL1 jest analogiczna do cyrkulatora CPLS2; struktura paskowa o średnicy centralnej części przewodu wewnętrznego mniejszej od średnicy krążka ferrytowego okazała się optymalna. Użyteczny zakres częstotliwości cyrkulatora dopasowanego za pomocą transformatora ćwierćfalowego wynosi 1250—1500 MHz. Charakterystyki cyrkulatora CPL1 przedstawiono na rys. 7 (α_z — tłumienie zaporowe, α_p — tłumienie przepustowe).

6. ZAKOŃCZENIE

W artykule przedstawiono zasady postępowania przy wyborze materiału ferrytowego, punktu pracy i optymalnej konstrukcji cyrkulatora paskowego, zapewniające szerokie pasmo użyteczne cyrkulatora. Dalsze poszerzenie pasma pracy cyrkulatorów można ewentualnie uzyskać przez zastosowanie bardziej skomplikowanych transformatorów dopasowujących. W rozpatrywanym tutaj zakresie niższych częstotliwości mikrofalowych transformatory takie są jednak dość skomplikowane i powiększają wymiary gabarytowe cyrkulatora, natomiast uzyskiwane poszerzenie pasma jest stosunkowo niewielkie [17]. Radykalne zwiększenie szerokości pracy można by prawdopodobnie uzyskać w drodze zastosowania nowych, doskonalszych materiałów, np. aluminatów itrowych.

Na zakończenie autor pragnie podziękować doc. drowi R. Wadasowi za opracowanie i dostarczenie materiałów ferrytowych, mgrowi inż. Z. Krzyckiemu za kierowanie pracą, przejrzenie rękopisu i poczynienie cennych uwag oraz kol. M. Dłużyńskiemu za wykonanie rysunków i wykresów.

Instytut Technologii Elektronowej PAN
Zakład Radioelektroniki

WYKAZ LITERATURY

1. Simon J. W.: Broadband Strip — Transmission Line Y — Junction Circulators. — IEEE Trans. on MTT — 13, marzec 1965, str. 335.
2. Działalność naukowa IPPT PAN w roku 1965. PWN, Warszawa 1966, str. 75.

3. Krzycki Z., Smoczyński L.: Szerokopasmowy cyrkulator ferrytowy na linii paskowej na pasmo 10 cm. — Przegląd Elektroniki, 1967 (w druku).
4. Bosma H.: On the Principle of Strip-Line Circulation. — Proc. IEE, vol. 109, pt B, Supl. 21, styczeń 1962, str. 137.
5. Bosma H.: On Strip-Line Y-Circulation at UHF. — IEEE Trans. on MTT-12, styczeń 1964, str. 61.
6. Fay C. E., Comstock R. W.: Operation of Ferrite Junction Circulator. — IEEE Trans. on MTT-13, styczeń 1965, str. 15.
7. Lax B., Button K. J.: Microwave Ferrites and Ferrimagnetics. Mc Graw-Hill Book Company, Inc., New York 1962, str. 517, 541.
8. Milano U., Saunders J. H., Davies L.: A Junction Strip-Line Circulator. — IRE Trans. on MTT-8, maj 1960, str. 346.
9. Davies J. B., Cohen P.: Theoretical Design of Symmetrical Junction Strip-Line Circulators. — IEE Trans. on MTT-11, listopad 1963.
10. Bosma H.: Some Considerations on Broad-Band and Small Circulators for UHF and VHF. — IEE Conference, Publication Nr 13, str. 46—1.
11. Gurewicz A. G.: Ferryty w zakresie mikrofal. PWN, Warszawa 1964.
12. Sokolov J.: Below Resonance Operation of the Strip-Line Y-Circulator. — IEEE Trans. on MTT-12, wrzesień 1964, str. 658.
13. Smoczyński L.: Szerokopasmowy cyrkulator ferrytowy na pasmo 15 cm. — Arch. Elektrotechn. (w druku).
14. Smoczyński L.: Cyrkulator ferrytowy na pasmo 22 cm. — Arch. Elektrotechn., 1967, z. 4.
15. Wadas R.: Niektóre własności ferrochromitu magnezowego $MgCr_{0,6}Fe_{1,1}O_4$ użytego w izolatorze rezonansowym w pasmie S. — Arch. Elektrotechn., t. VIII, 1959, str. 344.
16. Hlawiczka P.: Gyromagnetic Resonance Graphical Design Data. — Proceedings of IEE, 1963, nr 4, str. 665.
17. Anderson L. K.: An Analysis of Broadband Circulators with External Tuning Elements. — IEEE Trans. on MTT-15, styczeń 1967, str. 42.

L. SMOCZYŃSKI

DESIGNING OF BROADBAND STRIP-LINE FERRITE CIRCULATORS

Summary

A summary of a theoretical analysis of the operation of the strip-line Y-junction circulators, and the performance of some circulators recently described in literature, is discussed in the paper. The results of the analysis form a basis for the circulator designing reported here. Described are principles of choosing of a ferrite material, biasing magnetic field, and circulator structure, giving maximum broadbandness. The described method was applied in designing of *L*- and *S*-band strip-line circulators. The geometry and performance of these circulators are presented.

L. SMOCZYŃSKI

LA MÉTHODE DE PROJETER LES CIRCULATEURS DE FERRITE À LARGE BANDE EN LIGNES DE RUBAN

Résumé

On a présenté les résultats connus de la litterature, de l'analyse théorique de l'action du circulataire de ruban type Y ainsi que des paramètres des circulataires obtenus actuellement dans la pratique. Les résultats de l'analyse théorique constituent la base de la méthode de projeter les circulateurs de rubans

présentée ici. On a décrit la manière d'agir pour déterminer le matériel de ferrite, le régime de travail ainsi que la construction optimale du circulateur de ruban assurant une bande large utilisable. La méthode du projeter mentionnée ci-dessus avait été utilisée à élaborer les circulateurs de ruban à large bande pour les bandes L et S. On a présenté les constructions de ces circulateurs ainsi que leurs caractéristiques.

Л. СМОЧИНЬСКИ

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ФЕРРИТНЫХ ЦИРКУЛЯТОРОВ ПОЛОСКОВОГО ТИПА

Р е з ю м е

Обсуждены известные из литературы теоретические результаты по анализу действия У-циркулятора полоскового типа, а также параметры циркуляторов, практически достигаемые в настоящее время. Результаты этого теоретического анализа являются основой описанного метода проектирования циркуляторов полоскового типа.

Представлены основы выбора ферритного материала, постоянного магнитного поля и оптимальной конструкции циркулятора, гарантирующих широкую полосу прибора. Предлагаемый метод проектирования был использован при разработке широкополосных полосковых циркуляторов для диапазонов L и S. Описаны конструкции этих циркуляторов и представлены их характеристики.

621.3.013

RYSZARD ŻUBEREK

Pewne problemy związane z efektami opóźnieniowymi w kulistych próbkach ferrytowych

Rękopis dostarczono 13.10.1967

Przedstawiono problemy związane z efektami opóźnieniowymi spowodowanymi rozmiarami kulistych próbek ferrytowych i przedyskutowano wpływ parametru tłumienia (ΔH) na przesunięcie maksimum krzywej rezonansowej i na zmianę szerokości tej krzywej rezonansowej. Wykorzystano metody obliczeń stosowane przez Artmana [1] i Hurda [3], [4]. Otrzymane wyniki wykazują niewielki wpływ parametru ΔH w zakresie stosowalności powyższych metod, tzn. kiedy rozmiary próbki są małe w porównaniu z długością fali wewnątrz próbki.

Efekty opóźnieniowe związane z rozmiarami próbki ferrytowej o skalarnej przenikalności dielektrycznej i tensorze przenikalności

$$\vec{\mu} = \begin{bmatrix} \mu, & -i\varkappa, & 0 \\ i\varkappa, & \mu, & 0 \\ 0, & 0, & \mu_3 \end{bmatrix}$$

były badane przez różnych autorów [1], [3], [4], [6], [7], [8]. Badano wpływ rozmiarów próbki na zjawiska rezonansowe: zmianę częstotliwości rezonansowej przy stałym polu lub zmianę pola rezonansowego przy stałej częstotliwości oraz na zmianę szerokości krzywej rezonansowej.

Artman [1] badał ten problem korzystając z rozwiązań równań Maxwella wewnątrz próbki ferrytowej przeprowadzonych przez Casimira [2] przy założeniach, że rozmiary kulki są małe w porównaniu z długością fali i że pole zewnętrzne można traktować jako jednorodne i spełniające równania magnetostatyki. Przyjmował on również polaryzację kołową fali i diagonalną postać tensora przenikalności. Elementy na diagonalnej były równe $\mu \pm \varkappa$ (— dla polaryzacji lewoskrętnej, + dla prawoskrętnej). Z tej samej metody Casimira dla uzyskania wartości pól wewnątrz próbki korzystali Tompkins i Spencer [8], którzy rozwiązywali to zagadnienie przez rozważenie zmiany częstotliwości wnęki rezonansowej spowodowanej wprowadzeniem do niej próbki ferrytowej o małych rozmiarach w porównaniu do długości fali i umieszczonej w takim punkcie, w którym pole elektryczne przyjmuje wartość zerową, a pole magnetyczne maksimum swej wartości.

W inny sposób podszedł do zagadnienia Hurd [3], [4], który opracował rozpraszanie płaskiej fali elektromagnetycznej na elipsoidzie mającej tensorową przenikalność magnetyczną i dielektryczną i której rozmiary są małe w porównaniu z długością fali wewnątrz elipsoidy. Rozwiązanie uzyskał przez rozwinięcie składowych pola zmiennego jako szeregu potęgowego λ^{-1} (λ = długość fali) i zastosował to rozwiązanie dla próbki ferrytowej, w której stałe pole magnetyczne jest przyłożone wzdłuż jednej z głównych osi elipsoidy.

Przybliżenie rzędu λ^{-1} przeprowadził dla ogólnej elipsoidy, a rzędu λ^{-2} dla sferoidy, której oś symetrii jest równoległa do kierunku zastosowanego stałego pola magnetycznego.

Wyniki otrzymane przez tych autorów dają gorszą (Artman [1]) lub lepszą (Hurd [4]) zgodność z eksperymentalnym przesunięciem maksimum krzywej rezonansowej dla próbek o dużej szerokości krzywej rezonansowej, rzędu 400 Oe, i magnetyzacji nasycenia rzędu 2000 Gs. Wyprowadzili oni przybliżone wzory na przesunięcie maksimum krzywej rezonansowej przy założeniu, że to przesunięcie $H_R - H_0$ jest mniejsze od połowy szerokości krzywej rezonansowej, tzn., że $\mu'' \gg \mu'$. Stąd we wzorach tych nie występuje szerokość krzywej rezonansowej (ΔH), jest ona natomiast w wyrażeniach wyprowadzonych przez tych autorów na podatność magnetyczną zewnętrzną jako parametr związany z tłumieniem.

W niniejszej pracy starano się więc zbadać wpływ tego parametru (ΔH) na przesunięcie maksimum krzywej rezonansowej i na szerokość tej krzywej określoną w taki sam sposób jak ΔH dla krzywej rezonansowej kuli o promieniu zerowym.

Skorzystajmy najpierw z wyników pracy Artmana. Definiuje on podatność zewnętrzną opierając się na momencie dipolowym kulki. Posługując się zapisem stosowanym przez Hurda [4] oznaczamy podatność zewnętrzną przez ψ, a zatem dla fal spolaryzowanych kołowo ([1] wzór (21))

$$\psi = 3\mu_0 \frac{(\mu \pm \varkappa)V(R) - \mu_0}{(\mu \pm \varkappa)V(R) + 2\mu_0}, \tag{1}$$

$$V(R) = \frac{2U(R)}{2U(R) + RU'(R)}, \qquad U(R) = \frac{1}{R}\frac{d}{dR}\left[\frac{\operatorname{sh}\gamma R}{R}\right], \tag{2}$$

gdzie: $\gamma^2 = -\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\frac{\mu + \varkappa}{\mu_0}(kR)^2$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, R — promień kulki ferrytowej, a prim oznacza pochodną po argumencie.

$$V^{-1}(R) = 1 + \frac{R}{2}\frac{U'(R)}{U(R)} = 1 + \frac{R}{2}\frac{d}{dR}\ln\frac{1}{R}\frac{d}{dR}\left[\frac{\operatorname{sh}\gamma R}{R}\right] \tag{3}$$

i w pierwszym przybliżeniu

$$V(R) = 1 - \frac{\gamma^2 R^2}{10}, \tag{4}$$

a w związku z tym[1])

$$\psi = \psi_0 + \frac{1}{90}\mu_0 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2\left(2\frac{\psi_0}{\mu_0} + 3\right)^2, \tag{5}$$

gdzie ψ_0 jest zewnętrzną podatnością dla kuli o promieniu równym zeru:

$$\psi_0 = \bar{\mu} + \bar{\varkappa} - \mu_0 = 3\mu_0 \frac{\mu + \varkappa - \mu_0}{\mu + \varkappa + 2\mu_0}.$$

Po rozłożeniu na część urojoną i rzeczywistą ($\psi = \psi' - i\psi''$) otrzymamy:

$$\psi'' = \psi_0''\left[1 + \frac{1}{45}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2\left(2\frac{\psi_0'}{\mu_0} + 3\right)\right], \tag{6}$$

[1]) U Artmana [1] we wzorach (23) i (24) jest błąd.

$$\psi' = \psi' + \frac{1}{90}\mu_0 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2\left[\left(2\frac{\psi_0'}{\mu_0}+3\right)^2 - \left(2\frac{\psi_0''}{\mu_0}\right)^2\right]. \tag{7}$$

Biorąc dalej za Artmanem dla kuli

$$\mu + \varkappa - \mu_0 = \mu_0 \frac{M}{H - H_0' + \frac{M}{3} + i\frac{\Delta H}{2}}, \tag{8}$$

gdzie M — magnetyzacja, ΔH — szerokość krzywej rezonansowej dla $R = 0$, H_0' — pole rezonansowe wewnętrzne dla $R = 0$ lub nieograniczonego ośrodka, H — pole zewnętrzne, otrzymamy:

$$\frac{\psi_0'}{\mu_0} = \frac{M\left(\frac{2M}{3}+H-H_0'\right)}{\left[\frac{2M}{3}+H-H_0'\right]^2 + \left(\frac{\Delta H}{2}\right)^2} = \frac{Mx}{x^2+a^2}, \tag{9}$$

$$\frac{\psi_0''}{\mu_0} = \frac{M\frac{\Delta H}{2}}{\left[\frac{2M}{3}+H-H_0'\right]^2 + \left(\frac{\Delta H}{2}\right)^2} = \frac{Ma}{x^2+a^2}, \tag{10}$$

przy czym przyjęliśmy oznaczenia

$$x = \frac{2M}{3} + H - H_0' \quad \text{i} \quad a = \frac{\Delta H}{2}.$$

Znajdując warunek na maksimum ψ'' otrzymujemy równanie na x, a więc na pole H, dla którego będzie zachodził rezonans.

$$x^3 + 3bx^2 + a^2x - a^2b = 0, \tag{11}$$

gdzie

$$b = \frac{\frac{1}{45}M\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2}{1+\frac{1}{15}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2}. \tag{12}$$

Jeśli przyjmiemy, że ΔH jest duże, tzn. jest duże a, wówczas w przybliżeniu

$$H_R - H_0 \simeq b; \tag{13}$$

przez H_0 oznaczyliśmy pole rezonansowe dla ψ_0'', a przez H_R pole rezonansowe dla ψ''. Ponadto dla małych R możemy dalej przyjąć

$$H_R - H_0 = \frac{1}{45}M\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2. \tag{14}$$

Ponieważ w ten sposób otrzymane przesunięcie pola rezonansowego jest dużo mniejsze od obserwowalnych doświadczalnie, Artman [1] zaproponował empiryczny wzór, różniący się od (14) o współczynnik 4:

$$H_R - H_0 = \frac{4}{45}M\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2. \tag{15}$$

Chcąc do rozwiązań wprowadzić parametr ΔH, musimy znaleźć ścisłe rozwiązanie równania (11). Rzeczywistym rozwiązaniem tego równania, gdy $(b^3-a^2b)+\frac{(a^2-3b^2)^3}{27}>0$, jest

$$x=b\left[\sqrt[3]{z-1+\sqrt{(z-1)^2+\left(\frac{z}{3}-1\right)^3}}+\sqrt[3]{z-1-\sqrt{(z-1)^2+\left(\frac{z}{3}-1\right)^3}}-1\right], \tag{16}$$

gdzie wprowadziliśmy oznaczenie $z=\frac{a^2}{b^2}$, natomiast gdy $(b^3-a^2b)^2+\frac{(a^2-3b^2)^3}{27}<0$, wówczas

$$x=b\left[2\sqrt{1-\frac{z}{3}}\cos\left(\frac{\varphi}{3}+\frac{2n\pi}{3}\right)-1\right], \qquad \cos\varphi=\frac{z-1}{\left(1-\frac{z}{3}\right)^{3/2}}, \tag{17}$$

z których bierzemy pierwiastek dla $n=0$ (największy).

Dla dużych ΔH mieliśmy ograniczenie $x\leqslant b$ (13), natomiast dla dużych b (duża magnetyzacja i duże rozmiary próbki) jest ograniczenie

$$x<\frac{a}{\sqrt{3}}, \quad \text{a tym samym} \quad H_R-H_0<\frac{a}{\sqrt{3}}. \tag{18}$$

Z ograniczenia (13) wynika, że rozwiązania (16) i (17) nie mogą dać większej wartości niż (14), a tym samym są one mniejsze od doświadczalnych wartości porównywanych przez Artmana, dla których wprowadził on wzór empiryczny (15).

Również wprowadzone przez nas drugie przybliżenie na funkcję $V(R)$

$$V^{-1}(R)=1+\frac{\gamma^2R^2}{10}-\frac{\gamma^4R^4}{35}, \tag{19}$$

z którego otrzymujemy

$$\begin{aligned}\psi''=\psi_0''\Bigg\{&1+\frac{1}{45}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2\left(\frac{2\psi_0'}{\mu_0}+3\right)\Bigg[1+\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2\left(\frac{7}{45}+\frac{1}{15A}+\right.\\&+\frac{22\psi_0'/\mu_0}{7A}+\frac{2}{9}\frac{\psi_0'}{\mu_0}-\frac{4}{5A}\left)\left[\left(\frac{\psi_0'}{\mu_0}\right)^2+\left(\frac{\psi_0''}{\mu_0}\right)^2\right]\right]+\\&+\frac{1}{90}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2(kR)^4\left[\left(\frac{2\psi_0'}{\mu_0}+3\right)^2-\left(\frac{2\psi_0''}{\mu_0}\right)^2\right]\left(\frac{17}{5A}+\frac{2}{9}\right)\Bigg\},\end{aligned} \tag{20}$$

gdzie

$$A=\left(4-\frac{\psi_0'}{\mu_0}\right)^2+\left(\frac{\psi_0''}{\mu_0}\right)^2,$$

daje tylko zmniejszenie wartości ψ'' dla pola rezonansowego, ale nie zwiększa przesunięcia tego pola rezonansowego.

W podobny sposób możemy skorzystać z pracy Hurda [4], który obliczył z przybliżeniem drugiego stopnia pola elektryczne i magnetyczne na zewnątrz i wewnątrz małej elipsoidy anizotropowej, na którą pada płaska fala elektromagnetyczna. Dla kulistej próbki ferrytowej wprowadza on podatność zewnętrzną dwoma różnymi sposobami: Artmana [1] oraz Tompkinsa i Spencera [8]. Definiując podatność zewnętrzną ψ zależną od rozmiarów próbki przy pomocy metody Artmana, tzn. biorąc jako wielkość podstawową moment dipolowy próbki, otrzymuje [4]

$$\psi = \psi_0+\mu_0(kR)^2\left[\frac{1}{90}\left(5+\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)\left(3+2\frac{\psi_0}{\mu_0}\right)^2-\frac{\psi_0}{\mu_0}-\frac{3}{5}-\frac{1}{2}(\varepsilon-\varepsilon_0)(2\varepsilon-3\varepsilon_0)^{-1}\right]. \tag{21}$$

Stąd jeśli pole rezonansowe ψ_0 jest oznaczone jak poprzednio przez H_0, a przez H_R pole rezonansowe ψ, to przy założeniu, że część urojona ψ jest znacznie większa niż jej część rzeczywista, co jest słuszne przy rezonansie, i że przesunięcie rezonansowe H_R-H_0 jest znacznie mniejsze niż połowa szerokości krzywej rezonansowej, otrzymał on interesującą nas zależność na zmianę pola rezonansowego

$$H_R-H_0 = \frac{2}{45}\left(5+\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)M(kR)^2. \tag{22}$$

Metoda Tompkinsa i Spencera [8] korzysta natomiast z formuły perturbacyjnej wnęki

$$E\frac{\delta f}{f} = (\mu+\varkappa-\mu_0)\int_v \underline{h}\,\mathrm{i}\,\underline{H}d\tau, \tag{23}$$

gdzie f jest częstotliwością, E jest stałą, $\underline{h}$ i $\underline{H}$ są spolaryzowanymi kołowo odpowiednio padającym i wewnętrznym polem magnetycznym, a całkowanie jest przeprowadzone po całej objętości próbki. Równanie (23) jest słuszne, kiedy próbka jest umieszczona w miejscu, gdzie pole elektryczne jest zerowe. Dla próbki kulistej o promieniu R podatność zewnętrzna jest zdefiniowana przez [4]

$$\psi = \frac{3E}{8\pi R^3}\frac{\delta f}{f}, \tag{24}$$

czyli

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_0+(kR)^2\psi_0\left[\frac{1}{45}\left(5+\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)\left(3+\frac{2\psi_0}{\mu_0}\right)-\frac{3}{5}\right],\\ \psi_0 &= \frac{3E}{8\pi R^2}\frac{\delta f}{f} \qquad \text{dla } R\to 0.\end{aligned} \tag{25}$$

Wzór (25) daje również przesunięcie pola rezonansowego wyrażone przez (22) jak wzór (21) przy takich samych założeniach.

Żeby znaleźć zależność przesunięcia pola rezonansowego od szerokości krzywej rezonansowej ΔH, rozłożymy wyrażenie (25) na część rzeczywistą i urojoną ($\psi = \psi'-i\psi''$). Potrzebna nam część urojona wynosi

$$\psi'' = \psi_0''\left\{1+(kR)^2\left[\frac{1}{45}\left(5+\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)\left(4\frac{\psi_0'}{\mu_0}-1\right)-\frac{3}{5}\right]\right. \tag{26}$$

Tablica

Zestawienie wartości eksperymentalnych pola rezonansowego i obliczonych przesunięć pola rezonansowego

Próbka	Średnica d mm	Wartość eksperymentalna Oe	$(R/\lambda)^2 \cdot 10^4$	Przesunięcie pola rezonansowego Oe				
				1.	2.	3.	4.	5.
Cr-10	2,00	3 330	10,9	8,3	34,4	25,8	8,2	22,3
	1,52	3 330	6,3	4,9	20,0	15,0	4,9	14,2
	1,34	3 330	4,8	3,8	15,2	11,4	3,8	11,1
	1,07	3 310	3,2	2,5	10,0	7,5	2,5	7,4
M-11	2,29	3 260	14,4	23,1	92	70,9	23,0	63,4
	2,05	3 260	11,6	19,4	80	57,1	19,4	52,4
	1,85	3 240	9,6	15,6	64	47,3	15,6	44,1
	1,59	3 230	7,3	11,8	48	36,0	11,8	34,3
	1,39	3 220	5,3	8,9	36	26,1	8,9	25,3
	1,19	3 220	4,0	6,9	28	19,7	6,9	19,2
	0,98	3 200	2,6	4,0	16	12,8	4,0	12,6
N-0	2,03	3 060	11,6	38,5	158,8	109,9	29,2	46,5
	1,87	3 060	9,6	32,0	131,2	90,9	25,8	
	1,66	3 050	7,8	26,2	106,8	73,9	22,4	40,5
	1,43	2 990	5,8	19,6	79,6	54,9	17,8	
	1,24	2 990	4,4	14,9	60,4	41,7	13,9	35,8
	0,93	2 980	2,2	7,5	30,0	20,8	7,4	
	0,67	2 960	1,2	4,1	16,4	11,4	4,1	11,0
	0,52	2 940	0,8	2,7	10,8	7,6	2,7	
N-1	1,75	3 050	8,4	28,0	114,8	79,6	21,1	33,6
	1,52	3 030	6,3	21,1	86,0	59,7	17,5	30,5
	1,24	3 020	4,4	14,9	60,0	41,7	13,4	25,9
	1,02	3 000	2,9	9,8	39,6	27,5	9,3	20,8
	0,80	2 985	1,7	5,8	23,2	16,1	5,7	14,2
Z-1	2,53	3 270	17,9	99,7	424,0	290,4	28,1	32,3
	2,28	3 265	14,4	81,1	340,8	233,6	26,9	31,5
	2,12	3 250	12,3	69,7	291,2	199,6	25,9	30,7
	1,93	3 240	10,2	58,3	241,6	165,5	24,7	30,3
	1,74	3 240	8,4	48,3	198,8	136,3	23,2	29,5
	1,50	3 220	6,3	36,5	149,2	102,2	18,4	28,4
	1,27	3 210	4,4	25,6	104,0	71,4	17,6	26,0
	1,05	3 200	3,2	18,7	75,6	51,9	14,5	23,7
	0,60	—	1,0	5,9	23,6	16,2	5,7	14,0

OZNACZENIA DO TABLICY

M — magnetyzacja
ΔH — szerokość krzywej rezonansowej dla kulki o zerowym promieniu
$\varepsilon/\varepsilon_0$ — stała dielektryczna
d — średnica próbki kulistej
R — promień próbki
λ — długość fali w wolnej przestrzeni ($\lambda = 3$ cm)
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Wartość przesunięcia pola rezonansowego jest obliczona:

Znajdując maksimum ψ'' po podstawieniu w miejsce ψ_0' i ψ_0'' wartości danych przez (9) i (10) otrzymujemy równanie

$$x^3+3b^H x^2+a^2x-b^H a^2 = 0, \tag{27}$$

gdzie

$$b^H = \frac{\frac{2}{45}M(kR)^2\left(5+\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)}{1+\frac{2}{15}(kR)^2\left(5+\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)-\frac{3}{5}(kR)^2}. \tag{28}$$

b^H jest blisko trzy razy większe dla średnich wartości $\varepsilon/\varepsilon_0$ w porównaniu z b danym przez (12). Ogólne rozwiązanie równania (27) jest tej samej postaci co równania (11) dane przez (16) i (17) z tym, że w miejsce b należy podstawić b^H dane przez (28). Dla dużych b^H (duża magnetyzacja i duże rozmiary próbki) otrzymujemy taką samą granicę na x jak dla równania (11), mianowicie:

$$x < \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad a = \frac{\Delta H}{2}. \tag{29}$$

Interesującą wielkością jest również szerokość krzywej rezonansowej uwzględniająca rozmiary próbki. Definiujemy ją podobnie jak dla kulki o promieniu zerowym jako różnicę H_1-H_2 dla wartości $\psi'' = \frac{1}{2}\psi_{rez}''$, gdzie przez ψ_{rez}'' oznaczyliśmy wartość ψ'' w rezonansie. Ponieważ dla małych R i dużych szerokości krzywej rezonansowej ośrodka nieograniczonego (lub dla próbki o $R = 0$) przesunięcie pola rezonansowego jest niewielkie, w pierwszym przybliżeniu możemy przyjąć, że $\psi_{rez}'' = \psi_0''{}_{rez}$ i tym samym $\psi' = \frac{1}{2}\psi_{rez}''$. Wówczas z równania (6) możemy otrzymać rozwiązania H_1 i H_2 oraz ich różnicę $\Delta H_R = H_1-H_2$ dającą szerokość krzywej rezonansowej:

---

1. ze wzoru (12)

$$b \cong H_R-H_0 = \frac{\frac{1}{45}M\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2}{1+\frac{1}{15}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2},$$

2. ze wzoru empirycznego Artmana (15)

$$H_R-H_0 = \frac{4}{45}M\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2,$$

3. ze wzoru Hurda (22)

$$H_R-H_0 = \frac{2}{45}M\left(5+\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)(kR)^2,$$

4. z rozwiązania równania (11) danego przez (16) i (17),
5. z rozwiązania równania (27) danego przez (16) i (17) z zastąpieniem b przez b^H danym przez (28).

Wartości eksperymentalne są wartościami pola rezonansowego z pomiarów Z. Krzyckiego [5].
Parametry próbek:

Cr—10	$M = 900$ Gs	$\Delta H = 240$ Oe	$\varepsilon/\varepsilon_0 = 10$
M—11	$M = 1800$ Gs	$\Delta H = 450$ Oe	$\varepsilon/\varepsilon_0 = 10{,}6$
N—0	$M = 3000$ Gs	$\Delta H = 230$ Oe	$\varepsilon/\varepsilon_0 = 13$
N—1	$M = 3000$ Gs	$\Delta H = 165$ Oe	$\varepsilon/\varepsilon_0 = 13$
Z—1	$M = 5000$ Gs	$\Delta H = 120$ Oe	$\varepsilon/\varepsilon_0 = 13.5$

$$\Delta H_R = H_1 - H_2 =$$

$$= \frac{\Delta H}{2}\left(\sqrt{1+\frac{2}{45}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2\left(\frac{2M}{\Delta H}+3\right)}+\sqrt{1+\frac{2}{45}\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}(kR)^2\left(3-\frac{2M}{\Delta H}\right)}\right). \quad (30)$$

Wzór (30) jest słuszny tylko dla małych R i dużych ΔH, kiedy spełnione są powyższe założenia. Daje on wówczas niewielkie poszerzenie krzywej, rzędu paru procent. Np. dla $\Delta H =$ 400 Oe, $M = 2000$ Gs: dla $R = 0{,}3$ mm — $\Delta H_R = 403$ Oe, dla $R = 0{,}6$ mm — $\Delta H_R =$ $= 409$ Oe, dla $R = 0{,}8$ mm — $\Delta H_R = 415$ Oe. Jednak dla $R = 0{,}8$ mm już niezbyt dobrze spełnione są przyjęte wyżej założenia.

Obliczenia numeryczne przesunięć pola rezonansowego przeprowadzono dla kilku próbek o różnych parametrach i porównano je z danymi doświadczalnymi uzyskanymi przez Krzyckiego [5]. Wyniki zestawiono w tablicy. Widzimy, że wartości na przesunięcie pola rezonansowego zgadzają się dość dobrze z wzorem Hurda (22) i empirycznym wzorem Artmana (15) dla próbek Cr-10 i M-11, które mają niewielką magnetyzację i dużą szerokość krzywej rezonansowej, czyli niewielki stosunek $M/\Delta H$ (dla Cr-10 $M/\Delta H = 3{,}75$, dla M-11 $M/\Delta H = 4{,}0$).

Aby sprawdzić wpływ szerokości krzywej rezonansowej na przesunięcie pola rezonansowego, przeprowadzono obliczenia dla próbek N-0 i N-1, które mają taką samą magnetyzację, lecz różne szerokości krzywej rezonansowej. Wartości przesunięcia maksimum krzywej rezonansowej zmierzone doświadczalnie są większe dla próbki N-0, która ma większą szerokość krzywej rezonansowej ($\Delta H = 230$ Oe). Obliczenia teoretyczne uwzględniające ten parametr (ΔH) dają podobne wyniki, tzn. przesunięcie jest większe dla próbki N-0 niż dla próbki N-1, która ma $\Delta H = 165$ Oe, ale wartości tych przesunięć są mniejsze od obserwowalnych doświadczalnie, przy czym lepsze wyniki uzyskuje się korzystając z metody Hurda. Wzór Hurda (22) daje wartości zbliżone do doświadczalnych, ale identyczne dla obydwu próbek. Wzór empiryczny Artmana (15) daje wartości większe od mierzonych doświadczalnie. Nie można stosować ani metody Artmana, ani Hurda dla próbki Z, której magnetyzacja wynosi $M = 5000$ Gs, a szerokość krzywej jest mała $\Delta H = 120$ Oe. Wzory (22) i (15) dają w tym przypadku wartości kilkakrotnie większe od znalezionych doświadczalnie, gdyż nie spełnione są już założenia, żeby przesunięcie $H_R - H_0$ było mniejsze od $\Delta H/2$. Ponieważ dla tej próbki μ jest bardzo duże, długość fali wewnątrz próbki jest już porównywalna z jej rozmiarami, dlatego nie można stosować metody Hurda, polegającej na rozwijaniu pola na szereg potęgowy względem $1/\lambda$. W związku z tym rozwiązania równania (27) dają wartości zbliżone do granicy $\frac{\Delta H}{2\sqrt{3}}$. Dla tej próbki nie można traktować pola jako jednorodnego i należałoby rozpatrywać zjawiska niejednorodne. Aby pozostać przy przybliżeniu pola jednorodnego, trzeba brać próbki o bardzo małych rozmiarach. Wówczas można korzystać z metody Hurda. Uwzględnienie w niej parametru ΔH daje niewielkie poprawki dla próbek o małej magnetyzacji i dużej szerokości krzywej rezonansowej, takich jak np. Cr-10 i M-11. Poprawki wzrastają, gdy wzrasta magnetyzacja lub maleje szerokość krzywej.

Autor pragnie podziękować mgr inż. Z. Krzyckiemu za kierowanie i pomoc w prowadzeniu pracy.

Instytut Technologii Elektronowej PAN
Zakład Radioelektroniki

WYKAZ LITERATURY

1. Artman J. O.: Effects of Size on the Microwave Properties of Ferrite Rods Disks and Spheres. — J. Appl. Phys. 28, 1, 1957, s. 92.
2. Casimir H. B. G.: On the Theory of Addy Current in Ferromagnetic Materials.-Philips Research Rep. 2, 1947, s. 42.
3. Hurd R. A.: Scattering from a Small Anizotropic Ellipsoid. — Can. J. Phys. 36, 8, 1958, s. 1058.
4. Hurd R. A.: The Magnetic Fields of a Ferrite Ellipsoid. — Can. J. Phys. 36, 8, 1958, s. 1072.
5. Krzycki Z.: Pomiary doświadczalne z przygotowywanej pracy doktorskiej.
6. Mercereau J. E.: Ferromagnetic Resonance g-Factor to Order $(kR_0)^2$. — J. Appl. Phys. Suppl. to 30, 4, 1959, s. 184 S.
7. Spencer E. G., Ault L. A., Le Craw R. C.: Intrinsic Tensor Permeabilities on Ferrite Rods, Spheres and Disks. — Proc. IRE 44, 10, 1956, s. 1311.
8. Tompkins J. E., Spencer E. G.: Retardation Effects Caused by Ferrite Sample Size on the Frequency Shift at a Resonant Cavity. — J. Appl. Phys. 28, 9, 1957, s. 969.

R. ŻUBEREK

CERTAIN PROBLEMS CONNECTED WITH RETARDATION EFFECTS IN FERRITE SPHERICAL SAMPLES

Summary

Problems connected with retardation effects due to size of ferrite spherical samples are presented in the paper and the influence of the damping parameter (ΔH) on the shift of the resonance line maximum and on the change of the width of the resonance line is discussed. Calculational methods applied by Artman [1] and Hurd [3], [4] are used. The results obtained show a small influence of the parameter ΔH in the range in which the methods mentioned above can be applied, that is when the sample size is small in comparison with the length of wave inside the sample.

R. ŻUBEREK

CERTAINES PROBLÈMES LIÉS AVEC EFFETS DE RETARD DANS ÉCHANTILLONS SPHÉRIQUES DE FERRITE

Résumé

On a analysé des problèmes, liés avec le retard, causés par les dimensions sphériques des échantillons de ferrite, en particularité l'influence du paramètre caractérisant les pertes (ΔH) sur le déplacement de maximum de la courbe de résonance ainsi que sur le changement du largeur de ce celle-ci. On a utilisé des méthodes de calcul employées par Artman [1] et Hurd [3], [4]. Les résultats obtenus montrent une petite influence du paramètre ΔH dans les limites de l'utilisabilité des méthodes ci-dessus, c. à d. quand les dimensions de l'échantillon sont petites en comparaison avec la longueur de l'onde à l'interieur de l'échantillon.

Р. ЖУБЕРЕК

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ СВЯЗАННЫЕ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В ФЕРРИТОВЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ОБРАЗЦАХ

Р е з ю м е

Рассмотрены проблемы, связанные с запаздыванием вызванным размерами сферических ферритовых образцов и обсуждено влияние параметра, характеризующего потери (ΔH) на сдвиг максимума резонансной кривой и на изменение ширины этой резонансной кривой.

Использованы вычислительные методы применяемые Артманом [1] и Гердом [3], [4]. Полученные результаты указывают на небольшое влияние параметра ΔH в пределах правильности приведенных выше методов, то есть когда размеры образца малы по сравнению с длиной волны внутри образца.

621.395.625.3

ŁADYSŁAW GRONAU

Ocena dynamiki zmiksowanych przebiegów z wielokanałowego magnetofonu studyjnego systemu konwencjonalnego i z przetwarzaniem

Rękopis dostarczono 3.5.1967

Artykuł jest poświęcony zagadnieniu dynamiki jednokanałowego sygnału zmiksowanego z nieskorelowanych przebiegów pochodzących z kilku mikrofonów, zarejestrowanych, a następnie odczytanych w tym celu z szerokiej taśmy magnetofonu wielokanałowego. Rozpatrzony jest wpływ stopnia wysterowania śladów w czasie zapisywania na tę dynamikę oraz wpływ późniejszych zmian poziomów amplitud w procesie miksowania, w dwu systemach rejestracji: konwencjonalnym i z przetwarzaniem. Wyprowadzono zależności i podano wykresy ilustrujące w funkcji tych wpływów typowe sytuacje w czasie pracy. Umożliwiają one wyznaczenie dynamiki osiąganej w tych systemach. Omówiono poszczególne zalety i wady, co pozwala na ocenę obu systemów.

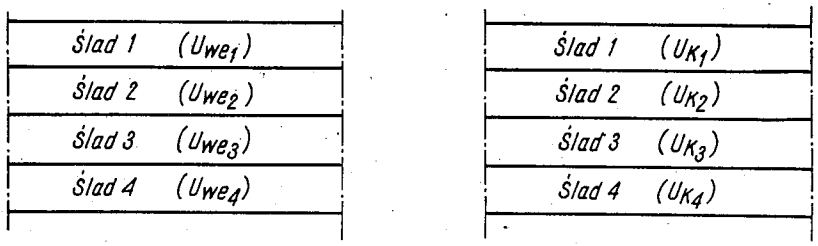
1. WSTĘP

1.1. Uwagi ogólne

Przy realizacji różnych rodzajów audycji bardzo często stosuje się więcej niż jeden mikrofon ewentualnie więcej niż jedną grupę mikrofonów. Dzieje się tak zwłaszcza przy spektaklach muzycznych o dużym zróżnicowaniu rodzajów instrumentów, gdzie każdy instrument czy grupa pewnych instrumentów znajduje się w zasięgu odpowiednio dobranej charakterystyki kierunkowości oddzielnego mikrofonu z własnym torem przesyłowym. Dzięki temu przebiegi elektryczne między torami nie wykazują korelacji. Technika wielomikrofonowa pozwala inżynierowi dźwięku i reżyserowi lepiej wykorzystać walory artystyczne i akustyczne poszczególnych instrumentów i grup instrumentalnych lub solistów, a także uwzględnić w szerszej mierze przestrzenne właściwości samego studia i przy czynności mieszania, czyli tzw. miksowania, umożliwia regulację oraz korekcję równowagi dźwiękowej ostatecznej postaci akustycznego sygnału wyjściowego. Taka forma pracy przy przekazywaniu audycji „na żywo" wymaga od strony inżyniera dźwięku lub reżysera przeprowadzenia pewnej ilości prób nad właściwym rozmieszczeniem instrumentów i rozstawieniem mikrofonów, a następnie nad wymiksowaniem przebiegów z poszczególnych torów mikrofonowych w jeden kanał wyjściowy aż do otrzymania zadowalających rezultatów. Jest to więc forma również uciążliwa dla samych wykonawców.

Nowoczesna technika rejestracji magnetycznej na taśmie wychodzi tutaj naprzeciw, dostarczając przeznaczone do tego celu wielokanałowe aparatury magnetofonowe. Są to

przeważnie czterokanałowe aparatury, pracujące z taśmą magnetyczną o szerokości 1 cala (25,4 mm), na której zapisuje się cztery ślady o nieco mniejszej szerokości — ze względu na wymagane odstępy — niż znormalizowany pełnośladowy zapis na taśmie o szerokości 6,35 mm, stosowany w konwencjonalnej technice rejestracji dźwięku. Po dokonaniu na takiej taśmie jednoczesnego czterośladowego zapisu nieskorelowanych przebiegów elektrycznych pochodzących z czterech mikrofonów czy czterech grup mikrofonowych, czynność miksowania ich wykonuje reżyser dźwięku później, odtwarzając zapis i przenosząc go po odpowiednim wymieszaniu i wyważeniu proporcji poszczególnych przebiegów z czterech kanałów na jeden wspólny kanał wyjściowy, zarejestrowany w końcu jako jeden ślad na



Rys. 1. Rozkład informacji zapisanej na taśmie magnetycznej: (po lewej) w systemie konwencjonalnym — zapis przebiegów wejściowych U_{we_n}, oraz (po prawej) w systemie z przetwarzaniem — zapis przebiegów przetworzonych (wtórnych) U_K

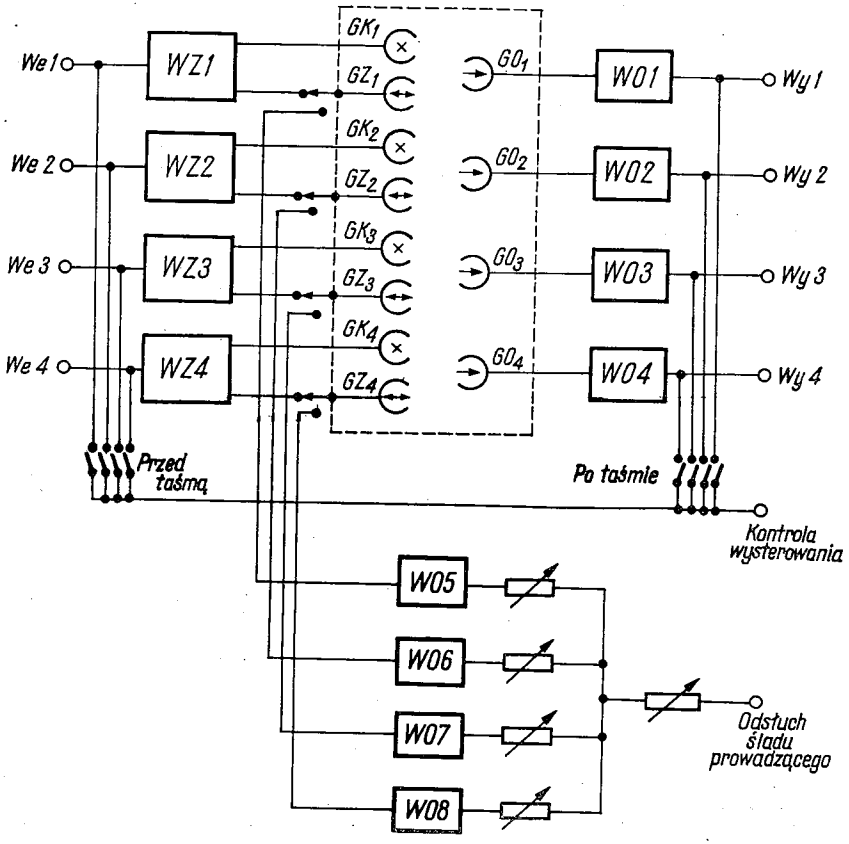
normalnej taśmie 6,35 mm. Taki system pracy w znacznie mniejszym stopniu absorbuje wykonawców, a także stwarza o wiele wygodniejsze warunki pracy reżysera i inżyniera dźwięku. Jakość techniczna tego rodzaju nagrań musi stać na najwyższym poziomie, nie obarczona zniekształceniami i zakłóceniami. Odróżnia się tutaj dwa systemy rejestracji: konwencjonalny i z zapisem przebiegów przetworzonych. System konwencjonalny (powszechnie używany) polega na zapisie danej informacji na jednym oddzielnym śladzie i wymaga w czasie zapisu czterech sygnałów przeprowadzania jednocześnie kontroli i regulacji wszystkich czterech kanałów magnetofonu. System z przetwarzaniem, omówiony w rozdziale 3, zawiera na każdym śladzie magnetycznym wszystkie cztery sygnały wejściowe, różniące się tylko sposobem tzw. wewnętrznego wymieszania. Z teoretycznego punktu widzenia system z przetwarzaniem wykazuje dwie zalety: lepsze wykorzystanie nośnika i łatwiejszą kontrolę wysterowania śladów. Dotąd nie jest on szerzej stosowany, choć prace w tym kierunku[1]) trwają. Rys. 1 ilustruje rozłożenie informacji na poszczególnych śladach magnetycznych w obu systemach rejestracji.

Innym rodzajem pracy przy wykorzystaniu konwencjonalnej rejestracji wielośladowej jest zapis poszczególnych śladów nie jednocześnie, lecz w różnych czasach. Jeden ślad, na przykład z zapisem zespołu orkiestralnego, stanowi tzw. ślad prowadzący, narzucający rytm i odpowiednie tempo, w takt którego następuje „dogrywanie" na pozostałych śladach dodatkowych efektów lub wykonawców, np. solistów. Ten rodzaj pracy nosi często nazwę „Playback" ze względu na związaną z nim konieczność odtwarzania śladu prowadzącego w czasie dokonywania zapisu pozostałych śladów w celu uzyskania synchronizacji brzmie-

[1]) F. Scherer: Ein Mehrkanal-Übertragungssystem mit vergrössertem Geräuschspannungsabstand, Elektronische Rundschau J. 16, H. 2, 1962.

nia. Istotną cechą tego rodzaju pracy jest odtwarzanie danego śladu prowadzącego za pomocą głowicy zapisującej. Pozwala to uniknąć przesunięcia w czasie sygnału „dogrywanego" w stosunku do „prowadzącego". Sposób ten stosowany jest najczęściej w studiach dźwiękowych wytwórni płyt gramofonowych, rzadziej w studiach radiowych i telewizyjnych.

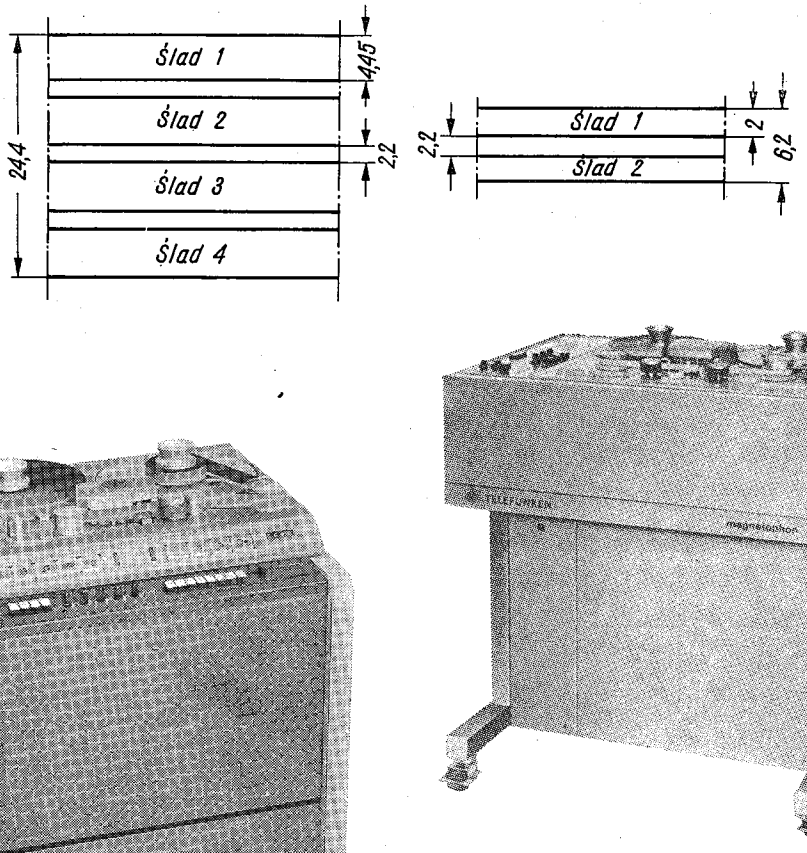
Na rys. 2 pokazany jest schemat blokowy typowej aparatury czterokanałowej, przystosowanej również do formy pracy zwanej „Playback". Rys. 3 przedstawia aparaturę firmy EMT typ „Studer J 37" oraz firmy Telefunken typ „M 10-Vierspur". Obie aparatury



Rys. 2. Schemat blokowy typowego magnetofonu czterokanałowego na taśmę o szerokości jednego cala, przystosowanego do pracy w systemie „Playback". *WZ* — wzmacniacz zapisywania, *WO* — wzmacniacz odczytywania, *GK* — głowica kasująca, *GZ* — głowica zapisująca, *GO* — głowica odczytująca

przeznaczone są do czterośladowego zapisu „mono" na taśmie jednocalowej w powszechnie stosowanym systemie konwencjonalnym. Mogą jednak być łatwo adaptowane do systemu z zapisem sygnałów przetworzonych. System z zapisem sygnałów przetworzonych nie nadaje się do pracy „Playback".

W elektroakustycznym torze przesyłowym studia dźwiękowego magnetofon decyduje o jego ostatecznych parametrach. Zwłaszcza najistotniejsze są tutaj napięcia szumów, jakie towarzyszą sygnałom odczytywanym z taśmy. Ważne jest to w procesie miksowania, pole-



Rys. 3. Magnetofon czterośladowy typu M10 firmy Telefunken (po prawej) i typu Studer J37 firmy EMT (po lewej stronie) oraz wymiary śladów na taśmie magnetycznej o szerokości 1 cala (4 ślady) i $\frac{1}{4}$ cala (2 ślady)

gającym na dodatkowym wzmacnianiu lub tłumieniu indywidualnych sygnałów w celu wypuklenia jednych względem drugich. Gdy sygnałami tymi będą przebiegi uzyskane z odczytu kilku taśm lub kilku śladów taśmy wielośladowej, wówczas należy się liczyć z możliwością otrzymania gorszej dynamiki sygnału po zmiksowaniu niż w przypadku miksowania przebiegów bezpośrednio z torów mikrofonowych, jeśli nie przedsięwzięte będą właściwe środki postępowania.

Celem artykułu jest omówienie zagadnienia dynamiki jednokanałowego sygnału wyjściowego zmiksowanego z przebiegów odczytanych z szerokiej taśmy magnetycznej czterośladowej oraz rozpatrzenie, jaki wpływ na tę dynamikę ma wartość wysterowania tych śladów w czasie zapisywania i dodatkowe zmiany poziomów w czasie miksowania tych przebiegów. Pod tym kątem widzenia następuje próba konfrontacji i oceny obu systemów rejestracji.

1.2. Założenia i określenia

W procesie miksowania przebiegów elektrycznych, które odpowiadają przebiegom akustycznym, ich wartości chwilowe sumują się algebraicznie. Natomiast ich amplitudy sumują się dwojako. Jeśli przebiegi te są w pełni skorelowane, amplitudy sumują się również algebraicznie, zaś w przypadku interesujących nas przebiegów w pełni nieskorelowanych, wartości amplitud podlegają geometrycznemu sumowaniu. Identycznym prawom sumowań amplitud przy mieszaniu podlegają także skuteczne wartości przebiegów.

Warunkiem prawidłowej pracy mikserskiej jest mieszanie przebiegów w pełni nieskorelowanych lub możliwie w najwyższym stopniu nieskorelowanych. Dlatego bardzo istotny jest właściwy dobór charakterystyk kierunkowości zastosowanych mikrofonów i ich usytuowanie w studio dźwiękowym tak, aby każdy z nich odbierał przebieg akustyczny z innego i niezależnego źródła dźwięku. Wówczas przebiegi elektryczne w torach mikrofonowych, dostarczane na poszczególne wejścia magnetofonu wielośladowego (indeks „we") są nieskorelowane i w pełni przydatne w pracy mikserskiej. W takim samym stanie niekorelacji pojawiają się one na wyjściach magetofonu wielośladowego w czasie odczytywania (indeks „wy"), niezależnie od systemu rejestracji, z jakim pracuje aparatura rejestrująca i odczytująca.

Określeniem „kanał magnetofonowy" oznaczany tutaj jest całkowity trakt między daną parą zacisków wejściowych, do której przykłada się jeden z sygnałów wejściowych o amplitudzie $\hat{U}_{we}$, a odpowiadającą jej parą zacisków wyjściowych, z których ten sygnał po odczytaniu z amplitudą $\hat{U}_{wy}$ jest odbierany. W zależności od stosowanego systemu rejestracji (konwencjonalny lub z przetwarzaniem) trakt ten korzysta z jednego lub więcej śladów na taśmie. W konwencjonalnym systemie w danym śladzie zawarty jest tylko jeden z sygnałów wejściowych U_{we} i przesterowanie kanału jest równoznaczne z przesterowaniem przynależnego śladu nośnika. W systemie z przetwarzaniem na danym śladzie znajduje się informacja odpowiadająca sygnałowi wtórnemu U_k, jaki powstaje w tym przypadku z przetworzenia sygnałów wejściowych U_{we} (rys. 1), i przesterowanie kanału w tym przypadku nie oznacza wprost przesterowania śladów nośnika. Dla lepszej jasności tekstu, w miejscach, gdzie to wydaje się celowe, sygnały wejściowe U_{we} i wyjściowe U_{wy} nazywa się sygnałami pierwotnymi dla odróżnienia od sygnałów wtórnych U_K. Szczegółowo omówiono system z przetwarzaniem w rozdz. 3. W związku z powyższym z kanałem magnetofonu wielośladowego, zdefiniowanym jak wyżej, najogólniej biorąc, niekoniecznie wiąże się jeden wydzielony ślad na taśmie, tak jak to jest zawsze w przypadku magnetofonu jednokanałowego.

Zakłada się dalej, że poszczególne kanały magnetofonu wielośladowego w obu systemach pracy są jednakowe, a więc wykazują identyczne parametry z bardzo wąskimi tolerancjami. Oznacza to między innymi, że zarówno amplitudy napięć wejściowych $\hat{U}_{we}$ i wyjściowych $\hat{U}_{wy}$ związane z tym samym wysterowaniem nośnika (ograniczonym dopuszczalnymi zniekształceniami nielinearnymi) są jednakowe, jak również, że napięcia szumów $\hat{U}_{sz}$ poszczególnych wyjść mają jednakowe wartości. W rozdz. 3.5 dokonano próby określenia dopuszczalnego przesunięcia fazowego między kanałami. W systemie z przetwarzaniem podobna definicja odnosi się dodatkowo do omówionych dalej w rozdz. 3 obu rodzajów sygnałów wtórnych $\hat{U}_K$ i $\hat{U}_k$ oraz napięcia szumów $\hat{U}_{szK}$ (jak na rysunkach 4 i 7). Jako napięcie szumów danego kanału przyjmuje się amplitudę sygnału wyjściowego podczas

odczytu nośnika, który został poddany normalnemu procesowi zapisywania przy sygnale wejściowym równym zeru. Zakłada się dalej, że inne rodzaje zakłóceń, jak przydźwięk sieci (głównie 50 i 100 Hz), szumy wzmacniaczy torów mikrofonowych i samych wzmacniaczy magnetofonowych oraz ich zniekształcenia nieliniowe, są na dostatecznie niskim poziomie i można je pominąć.

Jako maksymalny poziom wysterowania nośnika dźwięku przy studyjnej prędkości 38,1 cm/sec przyjmuje się dla szerokości śladu 6,25 mm znormalizowaną wartość strumienia wynoszącą 200 mM, a więc 32 mM/mm szerokości śladu magnetycznego. Przy takim wysterowaniu nowoczesne nośniki gwarantują, że zniekształcenia nielinearne będą znacznie mniejsze od 2%, a pełna dynamika śladu w pasmie częstotliwości 20 Hz—20 kHz będzie rzędu co najmniej 56 dB wartości szczytowej. Przy wyższych wartościach wysterowania — co stosuje się w rejestracji wielośladowej — wzrost zniekształceń nielinearnych jest różny i zależy od typu nośnika. Zapis wielośladowy stawia więc wyższe wymagania stosowanym nośnikom pod względem zniekształceń nielinearnych.

1.3. Pełna dynamika śladu

Określeniem „pełna dynamika śladu" nazwany jest tutaj współczynnik D_p, wyrażający w decybelach (według oznaczeń na rys. 4 i 7) stosunek maksymalnej wartości napięcia $\hat{U}_{K_{max}}$ bezpośrednio na wyjściu wzmacniacza odczytywania *WO* związanego z omawianym śladem magnetycznym taśmy wielośladowej, który wysterowany jest z maksymalnym poziomem 200 mM, do towarzyszącego mu napięcia szumów $\hat{U}_{szK}$, zdefiniowany ogólną zależnością:

$$D_p[\mathrm{dB}] = 20\log\frac{\hat{U}_{K_{max}}}{\hat{U}_{szK}}. \tag{1}$$

Szerokość śladu magnetycznego na taśmie jednocalowej — jak podano na rys. 3 — wynosi 4,45 mm. Wobec tego, aby wartość dynamiki D_p nie uległa zmniejszeniu o ok. 1,5 dB w porównaniu z wartością dynamiki pełnego śladu magnetycznego o szerokości 6,25 mm taśmy ćwierćcalowej, przypadający na 1 mm szerokości śladu strumień wynosi ok. 38 mM. Przy tej wartości zniekształcenia nielinearne dobrej taśmy nie przekraczają 2%.

Można tu jeszcze nadmienić, że w magnetofonach czterośladowych studyjnych na taśmę półcalową (12,7 mm) tego samego typu uzyskana dynamika w identycznych warunkach wysterowania będzie średnio o 4 dB gorsza. W wielu przypadkach można sobie na to pozwolić, gdy nie bez znaczenia są niższe koszty taśm i rozmiary taśmotek.

1.4. Zmiksowany sygnał wyjściowy

Jednokanałowy zmiksowany sygnał wyjściowy (indeks „Σ"), powstały w wyniku zmieszania nieskorelowanych przebiegów pochodzących z wyjść wielokanałowego magnetofonu (indeks „*wy*"), można przedstawić następującą ogólną zależnością:

$$\hat{U}_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{n=1}^{n} p_n^2 U_{wy_n}^2}, \tag{2}$$

gdzie:

p — współczynnik zmiany poziomu poszczególnych przebiegów wyjściowych w czasie miksowania,

n — ilość sygnałów wchodzących do procesu miksowania,

$\hat{U}$ — amplitudy napięcia sygnałów.

Napięcia szumów (indeks „sz"), jakie towarzyszą sygnałom na wyjściu magnetofonu, wchodzą również w proces miksowania i amplituda wypadkowa szumów (indeks „$sz\Sigma$"), jaką obarczony jest jednokanałowy zmiksowany sygnał wyjściowy, ma wartość:

$$\hat{U}_{sz\Sigma} = \sqrt{\sum_{n=1}^{n} p_n^2 \hat{U}_{sz_n}^2}. \tag{3}$$

1.5. Dynamika zmiksowanego sygnału wyjściowego

Ogólne wyrażenie na dynamikę jednokanałowego sygnału wyjściowego zmiksowanego z przebiegów $\hat{U}_{wy_n}$ wykorzystując (2) i (3), można przedstawić w mierze logarytmicznej następującą zależnością:

$$D_\Sigma[\mathrm{dB}] = 20\log\frac{\hat{U}_\Sigma}{\hat{U}_{sz\Sigma}} = 20\log\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{n} p_n^2 \hat{U}_{wy_n}^2}{\sum_{n=1}^{n} p_n^2 \hat{U}_{sz_n}^2}}, \tag{4}$$

gdzie:

$\hat{U}_{wy}$ — amplitudy przebiegów podlegających miksowaniu,

$\hat{U}_{sz}$ — amplitudy towarzyszących im napięć szumów,

p, n — jak w równaniu (2).

Zależność (4) jest ważna przy wszelkiego rodzaju pracy mikserskiej i reżyserskiej. Analiza wartości dynamiki według (4) w przypadku sygnałów z taśmy wielośladowej wymaga uwzględnienia dwóch czynników. Po pierwsze trzeba wziąć pod uwagę stopień wykorzystania pełnego zakresu wysterowania każdego ze śladów magnetycznych nośnika (a więc to, co się działo w czasie zapisywania) i po drugie uwzględnić zmiany poziomów w samym procesie miksowania reprezentowane współczynnikiem p (a więc to, co się dzieje już po odczytaniu tych przebiegów).

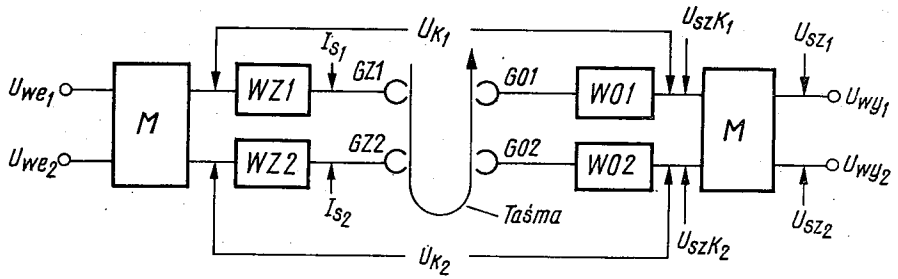
Wpływ tych czynników na dynamikę D_Σ w obu systemach rejestracji jest rozpatrzony w rozdziałach 2 i 3.

2. KONWENCJONALNY SYSTEM ZAPISYWANIA WIELOKANAŁOWEGO

2.1. Zasada pracy

Na rys. 4 jest przedstawiony najogólniejszy schemat blokowy magnetofonu dwuśladowego[1]), a na rys. 7 czterośladowego, będącego przedmiotem rozprawy. Schematy te celowo

[1]) Magnetofonem takim jest także aparatura stereofoniczna, która na taśmie o szerokości 6,35 mm na dwu oddzielnych śladach rejestruje przebiegi elektryczne, będące częściowo skorelowane. Jeśli jednak zastosować dwa oddzielne mikrofony usytuowane według poprzednio podanych wytycznych, wówczas magnetofon stereofoniczny może być wykorzystany jako zwykły magnetofon dwukanałowy, lecz o wąskich śladach zapisu, około 2,2 mm.



Rys. 4. Schemat blokowy dwukanałowej aparatury. *M* — mostek oporowy jako człon liniowego przetwarzania (wewnętrznego wymieszania)

są tak wykonane, aby zilustrować na nich jednocześnie pracę aparatury w obu systemach rejestracji. W systemie konwencjonalnym odpadają człony oznaczone symbolem „*M*", które można potraktować jako *n*-kanałowe wzmacniacze-separatory o takim samym wzmocnieniu, równym jedności. Istnieją wówczas, zgodnie z rysunkami 4 i 7 oraz założeniem przyjętym w rozdz. 1.2, następujące relacje:

$$U_{we_{max}} = U_{K_{max}} = U_{wy_{max}} = U_m \tag{5}$$

oraz:

$$U_{szK} = U_{sz}. \tag{6}$$

Dany kanał magnetofonu w tym systemie rejestracji przenosi od mikrofonu i toru mikrofonowego, poprzez prąd magnesujący w głowicy zapisującej i strumień przynależnego śladu magnetycznego na taśmie, aż po wyjście toru odczytywania jeden w pełni skorelowany i współzależny przebieg elektryczny. W poszczególnych punktach tego kanału różni się on tylko wartością amplitudy, jeśli, jak to jest zazwyczaj spełnione, zniekształcenia nielinearne są bardzo małe. W tym systemie zapisu z pojęciem kanału magnetofonu wiąże się własny, wydzielony ślad magnetyczny na taśmie, na którym zarejestrowane są przebiegi elektryczne danego jednego toru mikrofonowego. Toteż dla jednej częstotliwości sygnału można napisać wyrażenie na napięcie wyjściowe:

$$\hat{U}_{wy} = k_1 \Phi = k_2 I_s = \hat{U}_{we}, \tag{7}$$

gdzie:

Φ — strumień pozostałości magnetycznej nośnika,

I_s — prąd magnesujący w głowicy zapisującej,

$\hat{U}$ — amplitudy napięć,

k — stałe współczynniki proporcjonalności.

Identyczne sytuacje istnieją we wszystkich pozostałych kanałach. Wyznaczanie dynamiki według (4) obejmować powinno dwa zasadnicze, warianty gdy:

1) wysterowanie kanałów, a więc i śladów magnetycznych jest jednakowe,

2) poziom wysterowania jest różny.

Przy jednoczesnym zapisywaniu wszystkich śladów przypadek pierwszy jest uciążliwy do spełnienia. Wymaga on niezależnej regulacji każdego z kanałów, czemu przy czterokanałowym systemie jeden inżynier dźwięku czy reżyser nie jest w stanie sprostać. Z tej przy-

czyny ma się na ogół do czynienia z przypadkiem drugim, o czym będzie mowa w rozdz. 2.5. W systemie „Playback", to jest kolejnego zapisywania poszczególnych śladów, warunek pierwszy nie jest tak trudny do spełnienia i łatwiej jest ustrzec się przed konsekwencjami związanymi z przypadkiem drugim. Ponieważ cały proces nagrania wykonuje się z przeznaczeniem wprowadzenia zróżnicowania poszczególnych przebiegów w czasie miksowania, powyższe warianty — 1) i 2) — muszą być także rozpatrzone dla przypadku, gdy we wzorze (4) współczynnik $p \neq 1$.

Uwzględniając założenia (5) i (6) w (1) otrzymuje się wyrażenie na pełną dynamikę śladu określoną w rozdz. 1.3, jak następuje:

$$D_p[\mathrm{dB}] = 20\log\frac{\hat{U}_m}{\hat{U}_{sz}}, \tag{8}$$

które w tym systemie jest równocześnie pełną dynamiką kanału magnetofonowego.

2.2. Dynamika sygnału zmiksowanego

Wprowadzając wartość amplitudy $\hat{U}_m$ sygnału wejściowego $\hat{U}_{we_n}$, odpowiadającą według (5) pełnemu wysterowaniu śladu magnetycznego, oraz współczynnik $q \leqslant 1$, określający zróżnicowanie rzeczywistych amplitud zapisywanych przebiegów $\hat{U}_{we_n}$ względem amplitudy pełnego wysterowania $\hat{U}_m$, można napisać:

$$\hat{U}_{we_n} = q_n \hat{U}_m. \tag{9}$$

Zgodnie z założeniem w rozdz. 1.2, poszczególne kanały magnetofonu wielośladowego są tak wyregulowane, że:

$$\hat{U}_{we_n} = \hat{U}_{wy_n}, \tag{10}$$

więc i sygnał wyjściowy można wyrazić, posługując się współczynnikiem q, następującą zależnością:

$$\hat{U}_{wy_n} = q_n \hat{U}_m. \tag{11}$$

Podstawiając (11) do (2) otrzymuje się:

$$\hat{U}_\Sigma = \hat{U}_m \sqrt{\sum_{n=1}^{n} p_n^2 q_n^2}. \tag{12}$$

Uwzględniając (12) oraz (3) w (4), a następnie na podstawie (8), otrzymuje się po przekształceniu:

$$D_\Sigma[\mathrm{dB}] = 20\log\frac{\hat{U}_m}{\hat{U}_{sz}} \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{n} p_n^2 q_n^2}{\sum_{n=1}^{n} p_n^2}} = D_p - \Delta D_\Sigma, \tag{13}$$

przy czym:

$$\Delta D_\Sigma[\mathrm{dB}] = 20\log \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{n} p_n^2}{\sum_{n=1}^{n} p_n^2 q_n^2}}. \tag{14}$$

Wyrażenie (14) obrazuje obniżenie dynamiki zmiksowanego sygnału wyjściowego w stosunku do pełnej dynamiki śladu D_p, w zależności od wysterowania poszczególnych śladów (współczynnik q_n) i korekcji amplitud w czasie miksowania (współczynnik p_n).

2.3. Jednakowe wysterowanie kanałów

Jeśli poszczególne kanały, a więc i ślady magnetyczne zostały jednakowo wysterowane, tzn. gdy $q_n = \text{const}$, wówczas zależność (13) upraszcza się do postaci:

$$D_\Sigma[\text{dB}] = 20\log\frac{q\hat{U}_m}{\hat{U}_{sz}}, \tag{15}$$

zaś zależność (14) do postaci:

$$\Delta D_\Sigma[\text{dB}] = 20\log\frac{1}{q}. \tag{16}$$

Ze wzoru (15) wynika, że jednakowe wysterowanie poszczególnych kanałów, a więc i śladów zapisu wielokanałowego w systemie konwencjonalnym jest gwarancją zachowania dynamiki zmiksowanego jednokanałowego sygnału wyjściowego na poziomie dynamiki poszczególnych kanałów i sygnałów przed ich zmieszaniem, niezależnie od wartości wzmocnienia czy tłumienia, jakie w czasie miksowania zastosowano.

Przy pełnym wysterowaniu wszystkich kanałów i śladów, a więc gdy $q_n = q_{max} = 1$, wartość $\Delta D_\Sigma = 0$ dB. Wobec czego zależności (13) i (15) mają postać:

$$D_\Sigma = D_p. \tag{17}$$

Naczelną troską przy rejestracji wielośladowej przeznaczonej do późniejszego miksowania odczytanych przebiegów wyjściowych jest zapewnienie obok pełnej niekorelacji sygnałów, przede wszystkim jednakowego wysterowania wszystkich kanałów oraz pełnego wysterowania śladów.

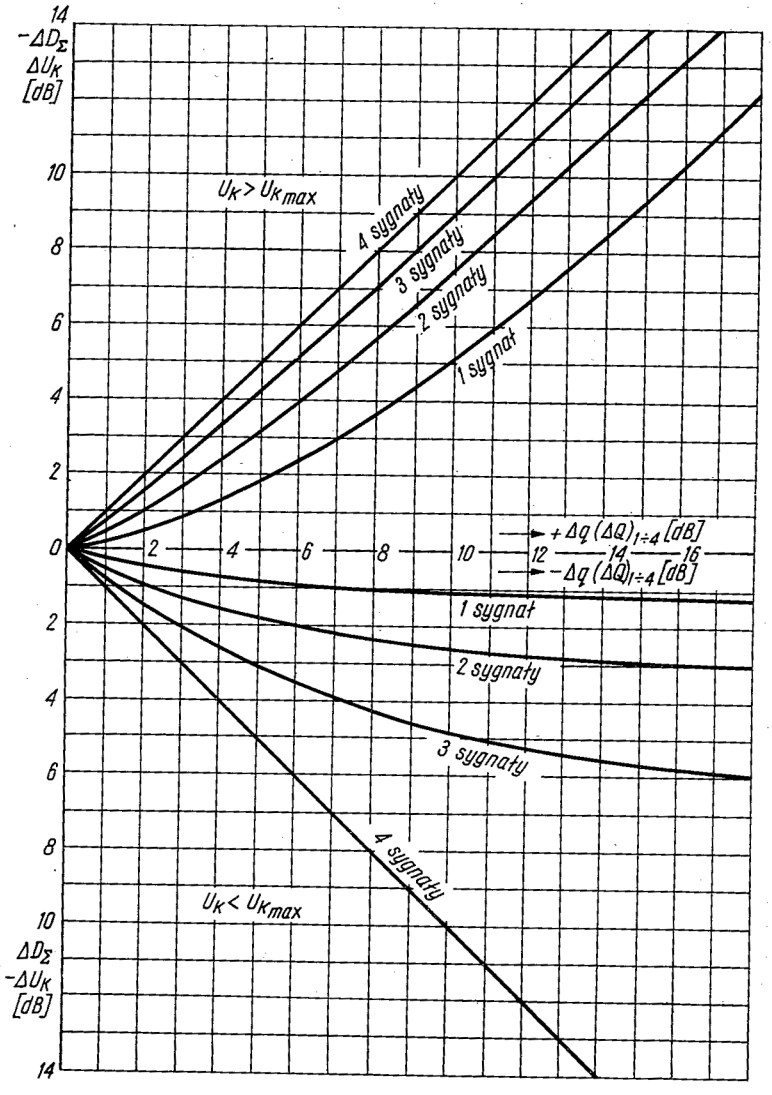
2.4. Różne poziomy wysterowania

W rzeczywistych warunkach pracy poziomy wysterowania poszczególnych kanałów, a więc i śladów na taśmie nie są jednakowe, tzn. $q_n \neq \text{const}$. Oznacza to, że część z nich będzie wysterowana słabiej, więc sumaryczny sygnał wyjściowy z racji niewykorzystania nośnika będzie wykazywał gorszą dynamikę. Stopień pogorszenia będzie zależeć od ilości przebiegów z niedosterowanych śladów „domiksowanych" do przebiegów ze śladów w pełni wysterowanych, jak i z wartości dodatkowego wzmocnienia ich lub tłumienia w czasie miksowania.

Obniżenie dynamiki ΔD_Σ jednokanałowego sygnału wyjściowego w stosunku do pełnej dynamiki śladu D_p można przedstawić, wykorzystując (14), dla przypadków:

a) bez dodatkowej korekcji poziomów, otrzymując dla $p_n = 1$ i $n = 4$:

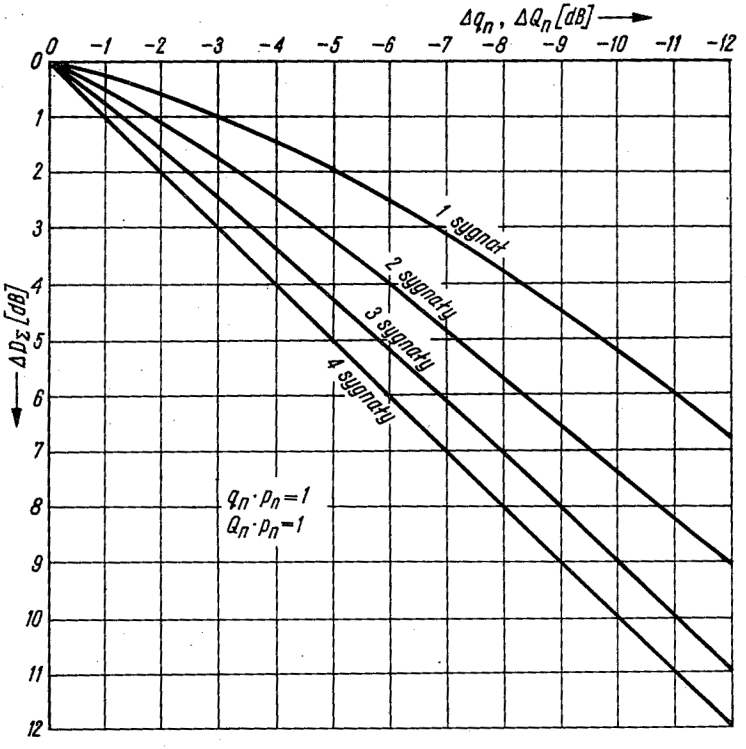
$$\Delta D_\Sigma[\text{dB}] = 20\log\frac{2}{\sqrt{\sum_{n=1}^{4} q_n^2}}; \tag{18}$$



Rys. 5. W odniesieniu do systemu konwencjonalnego: Zmiany dynamiki ΔD_Σ [dB] według zależności (18) jednokanałowego sygnału wyjściowego $\hat{U}_\Sigma$ zmiksowanego z czterech przebiegów o poziomie zapisu $\pm\Delta q_n$ [dB] w stosunku do poziomu pełnego wysterowania $q_{max} = 1$, gdy w procesie miksowania nie zastosowano korekcji amplitud. — W odniesieniu do systemu z przetwarzaniem: Zmiany wysterowania ΔU_K [dB] kanału wtórnego według (33) w funkcji zmian poziomów $\pm\Delta Q_n$ [dB] sygnałów składowych w stosunku do $Q_n = 1$. — Znaki dodatnie oznaczają przesterowanie (górna rodzina krzywych) śladu magnetycznego ponad dopuszczalną wartość i wzrost zniekształceń nielinearnych zapisu

b) z dodatkową korekcją poziomów o takim stopniu, że nastąpi zrównanie wszystkich amplitud do dowolnego poziomu, co określone jest warunkiem $p_n q_n = \text{const}$; otrzymuje się wówczas dla $n = 4$:

$$\Delta D_\Sigma[\text{dB}] = 20\log\frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{4}\left(\frac{1}{q_n}\right)^2}}{2}. \tag{19}$$



Rys. 6. W odniesieniu do systemu konwencjonalnego: Zmiany dynamiki ΔD_Σ [dB] według (19) jednokanałowego sygnału wyjściowego $\hat{U}_\Sigma$ zmiksowanego z czterech przebiegów o poziomie zapisu $-\Delta q_n$ [dB] w stosunku do poziomu pełnego wysterowania 0 dB ($q_{max} = 1$), gdy w procesie miksowania zastosowano taki stopień korekcji amplitud tych przebiegów, że nastąpiło ich zrównanie ($p_n q_n = \text{const}$) do dowolnej wartości. — W odniesieniu do systemu z przetwarzaniem: Zmiany ΔD_Σ [dB] sygnału $\hat{U}_\Sigma$ zmiksowanego z czterech sygnałów wyjściowych, których poziom zapisu różni się o $-\Delta Q$ [dB] od poziomu przy $Q_n = 1$, gdy zastosowano wariant zrównania poziomów w czasie miksowania ($p_n Q_n = \text{const}$)

Zależność (18) jest ogólna, dla dowolnych wartości $q_n \leqslant 1$. Na wykresach na rys. 5 jako jeden wariant przedstawiony jest stan, gdy z czterech sygnałów jednakowych o pełnym wysterowaniu $q_n = 1$ jeden, kilka lub wszystkie zmienią się o $\pm\Delta q$ [dB] w czasie zapisywania, a po odczytaniu nastąpi ich zmiksowanie bez korekcji amplitud.

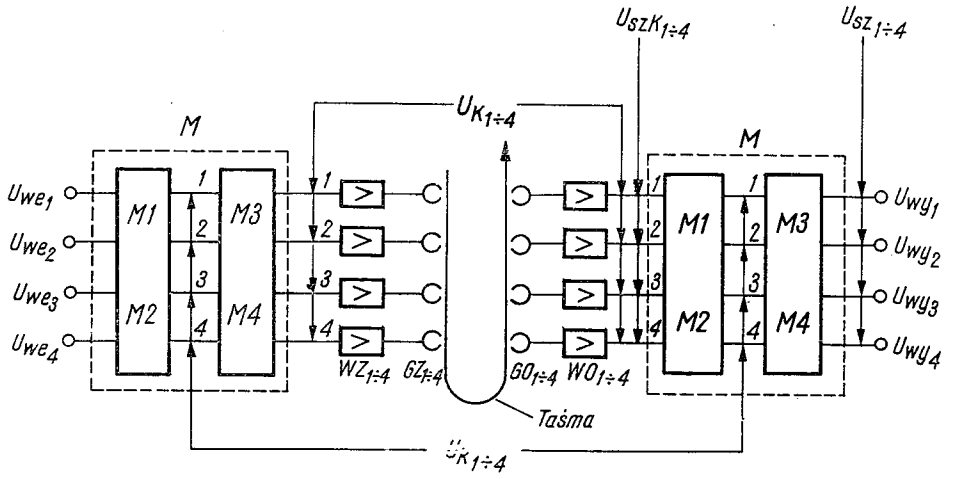
Zależność (19) przedstawia wpływ korekcji amplitud na dynamikę ΔD_Σ, gdy w czasie miksowania sygnałów o poziomach zapisu $\pm\Delta q_n$ zastosowano taki wariant wzmocnień, że $p_n q_n = \text{const}$ i następuje zrównanie wszystkich amplitud. Na rys. 6 przedstawiono to dla

$p_n q_n = 1$. Wyrażenie $p_n q_n = \text{const}$ oznacza, że zrównanie amplitud może nastąpić do dowolnego poziomu, w zakresie liniowego przenoszenia wzmacniaczy, bez wpływu na wartość dynamiki D_Σ.

Wartości uzyskane z równania (19) są zawsze większe przy tym samym zapisie od wartości uzyskanych według (18). Konkretny przykład oraz wpływ innych wartości wzmocnień niż to wynika z (19), podany jest w rozdz. 2.5.

2.5. Kontrola i warunki wysterowania a dynamika po zmiksowaniu

Jak już wspomniano, w systemie jednoczesnego zapisywania wszystkich śladów, jeden inżynier dźwięku czy reżyser nie są w stanie kontrolować i regulować wysterowanie każdego z nich. Stosowany półśrodek w postaci kontroli wyjściowego sygnału już po zmiksowaniu jest w zasadzie pozbawiony sensu, gdyż zanim zdąży miernik zasygnalizować wyższy poziom, to już któryś ze śladów może być nieodwracalnie przesterowany. Ten system



Rys. 7. Schemat blokowy czterokanałowej aparatury magnetofonowej

kontroli jest więc zupełnie nieprzydatny, tym bardziej, że nie wiadomo nawet, który ślad został przesterowany. Z tych względów w dotychczasowej praktyce kontroluje się tylko ten ślad, który zawiera główną informację, a pozostałe zabezpiecza odpowiednim marginesem przed przesterowaniem, obniżając ich poziomy na przykład o 8 dB. Aby po odczytaniu w czasie miksowania nie powstała wskutek tego konieczność stosowania zbyt dużych dodatkowych wzmocnień, rozdział przebiegów — co wiąże się z odpowiednim usytuowaniem mikrofonów — na ślad główny w pełni wysterowany i ślady niedosterowane musi być wnikliwie rozważony.

Jeśli na przykład w systemie czterośladowym na taśmie jednocalowej otrzymano następujące dane: $\hat{U}_m = 1{,}55$ V oraz $q_1 = 1$, $q_2 = q_3 = q_4 = 0{,}4$ [tzn. $\hat{U}_{wy_1} = 1{,}55$ V (0 dB), $\hat{U}_{wy_2} = \hat{U}_{wy_3} = \hat{U}_{wy_4} = 0{,}62$ V (−8 dB)], a napięcie szumów wynosi $\hat{U}_{sz} = 2{,}45$ mV, wówczas na podstawie (8) $D_p = 56$ dB, a dynamika D_Σ według (13) oraz zmiana

dynamiki ΔD_Σ według zależności (14) i (16) lub na podstawie wykresów na rys. 5 i 6 wynoszą odpowiednio jak w rozdz. 2.4:

w przypadku a) $\Delta D_\Sigma = 4{,}3$ dB i $D_\Sigma = 56-4{,}3 = 51{,}7$ dB;

w przypadku b) $\Delta D_\Sigma = 7$ dB i $D_\Sigma = 56-7 = 49$ dB.

Analogicznie, jeśli przyjąć margines -12 dB dla trzech sygnałów niedosterowanych, czyli gdy $q_1 = 1$, $q_2 = q_3 = q_4 = 0{,}25$ [tzn. $\hat{U}_{wy_1} = 1{,}55$ V (0 dB), $\hat{U}_{wy_2} = \hat{U}_{wy_3} = \hat{U}_{wy_4} = 0{,}3875$ V (-12 dB)], otrzymuje się w podobny sposób:

w przypadku a) $\Delta D_\Sigma = 5{,}25$ dB i $D_\Sigma = 56-5{,}25 = 50{,}75$ dB;

w przypadku b) $\Delta D_\Sigma = 11$ dB i $D_\Sigma = 56-11 = 45$ dB.

Jeśli przy korekcji poziomów w czasie miksowania stosować większe wzmocnienia sygnałów słabszych, niż to wynika z warunku zrównania amplitud $p_n q_n = \text{const}$ (rozdz. 2.4.b), wówczas obniżenie dynamiki ΔD_Σ będzie jeszcze większe, niż to wynika z zależności (19) i rys. 6, i wartość D_Σ zbliży się do wartości dynamiki tych sygnałów tym bardziej, im większe będzie ich wzmocnienie. Gdy to samo uczynić z amplitudami sygnałów silniejszych, wówczas ΔD_Σ maleje i wartość według (19) może być mniejsza od (18), a D_Σ zbliży się do wartości dynamiki sygnałów silniejszych. Wynika stąd ważny wniosek, że sygnały, które przeznaczone są do późniejszego wyeksponowania w procesie miksowania, nie powinny być w żadnym przypadku zbyt obniżone w czasie zapisywania.

W świetle powyższego staje się jasne, że aparatury wielośladowe muszą stosować taśmę szeroką, aby wartość D_p była duża. Dzięki taśmie o szerokości 1 cala, szerokość poszczególnych śladów magnetycznych w systemie czterośladowym jest, co prawda, około 30% mniejsza od szerokości pełnego śladu na taśmie normalnej ćwierćcalowej, lecz — jak podano w rozdz. 1.3 — dynamika D_p tego śladu nie uległa zmniejszeniu dzięki zwiększeniu pełnego wysterowania.

Jeśli przy eksploatacji aparatury czterośladowej w tym systemie zajdzie potrzeba przekazywania tylko dwukanałowego, to korzystne jest łączenie po dwa ślady na każdy kanał, gdyż pozwala to uzyskać wzrost dynamiki o 3 dB.

Gdyby nie rosnące niewspółmiernie trudności mechanicznego przesuwu nośnika, można by zbudować aparaturę na taśmę o szerokości 2 cale. Wówczas zapisywanie poszczególnych kanałów mogłoby odbywać się na śladach o podwójnej szerokości, co gwarantowałoby minimalną wartość dynamiki sygnału zmiksowanego, przy pracy z marginesem 8 dB dla trzech kanałów i zastosowaniu wzmocnienia jak w rozdz. 2.4.b na poziomie normalnych aparatur studyjnych, a przy wyższym nieco wysterowaniu nawet wyższą. Względy ekonomiczne (duży koszt aparatury i taśm) i eksploatacyjne (duże gabaryty taśm) powstrzymały przed produkcją takich aparatur, gdyż i na taśmie jednocalowej uzyskana dynamika w odpowiednim systemie pracy może być zadowalająca.

3. SYSTEM WIELOKANAŁOWEGO ZAPISYWANIA Z PRZETWARZANIEM

3.1. Uwagi ogólne

System wielokanałowej jednoczesnej rejestracji z przetwarzaniem polega nie na zapisywaniu na poszczególnych śladach szerokiej taśmy oryginalnych pierwotnych sygnałów wejściowych U_{we}, lecz nowych sygnałów wtórnych oznaczonych jako U_K — rys. 4 i 7 —

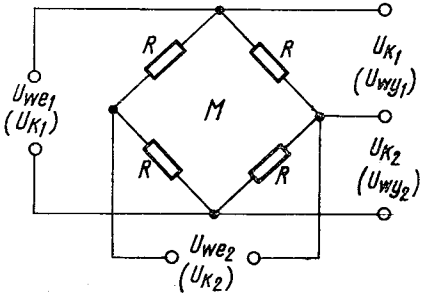
powstałych w liniowym procesie przetworzenia sygnałów pierwotnych U_{we}. Uzyskane w czasie odczytywania sygnały wtórne muszą być wobec tego poddane rozdzieleniu, polegającym na ponownym liniowym przetworzeniu ich w celu otrzymania z powrotem sygnałów pierwotnych. Proces przetwarzania i rozdzielania jest zabiegiem pomocniczym w celu końcowego uzyskania przebiegów pierwotnych. Przy jego rozpatrywaniu dla lepszej jasności najczęściej używane są chwilowe wartości przebiegów, oznaczone małą literą.

W tym systemie rejestracji pojęcie kanału magnetofonowego nie jest związane z jednym wydzielonym śladem magnetycznym na taśmie. Przebiegi elektryczne U_{we} każdego z sygnałów wejściowych rozmieszczone są na wszystkich śladach, tworząc tzw. kanały wtórne, jak to dalej omówiono w rozdz. 3.2.

Trzeba zauważyć, że proces przetwarzania przed rejestracją, polegający na liniowym zmieszaniu chwilowych wartości sygnałów pierwotnych pochodzących z torów mikrofonowych, a następnie na rozdzieleniu ich po odczytaniu, nie ma absolutnie nic wspólnego z samym zagadnieniem miksowania. Mieszanie amplitud wyjściowych magnetofonu wielośladowego, stanowiących przebiegi pierwotne i zwane fachowo miksowaniem, odbywa się za pomocą regulowanych tłumików i dokonuje poza procesem rejestracji, chociaż sam pulpit manipulacyjny z tłumikami może być powiązany mechanicznie z magnetofonem. Proces przetwarzania przed rejestracją i po odczytaniu, który można określić „mieszaniem przejściowym lub wewnętrznym", nie jest regulowany i dokonuje się bez udziału i wpływu obsługi. Jest to wyłącznie wewnętrzna sprawa magnetofonu i jego techniki rejestracji, której celem jest uzyskanie lepszej dynamiki niż w systemie konwencjonalnym.

3.2. Zasada systemu z przetwarzaniem

Najprostszym liniowym układem przetwarzającym jest mostek oporowy, którego zasadę działania ilustruje rys. 8. Mostek taki kosztem 6-decybelowego tłumienia obu sygnałów wejściowych umożliwia uzyskanie sumy i różnicy ich wartości chwilowych.



Rys. 8. Mostek oporowy jako układ przetwarzający. Oznaczenia sygnałów na zaciskach odpowiadają stanowi przy zapisywaniu oraz — w nawiasach — w czasie odczytywania

Ilość podobnych mostków zarówno po stronie zapisywania, potrzebnych do przetwarzania, jak i po stronie odczytywania, potrzebnych do rozdzielania, równa jest ilości sygnałów i śladów na taśmie. Dla wygody liczenia i łatwiejszej interpretacji, wartości chwilowe sygnałów wejściowych są przemnożone przez wartość tłumienia na kolejnych mostkach.

Do przeciwprostokątnych mostka na wejściu zostają doprowadzone nieskorelowane sygnały mikrofonowe $n \cdot u_{we_n}$, zwane pierwotnymi. Jeśli impedancja obciążenia mostka jest o wiele większa od rezystancji mostka R, to na jego zaciskach wyjściowych istnieją sygnały wtórne — rys. 8 — o chwilowych wartościach:

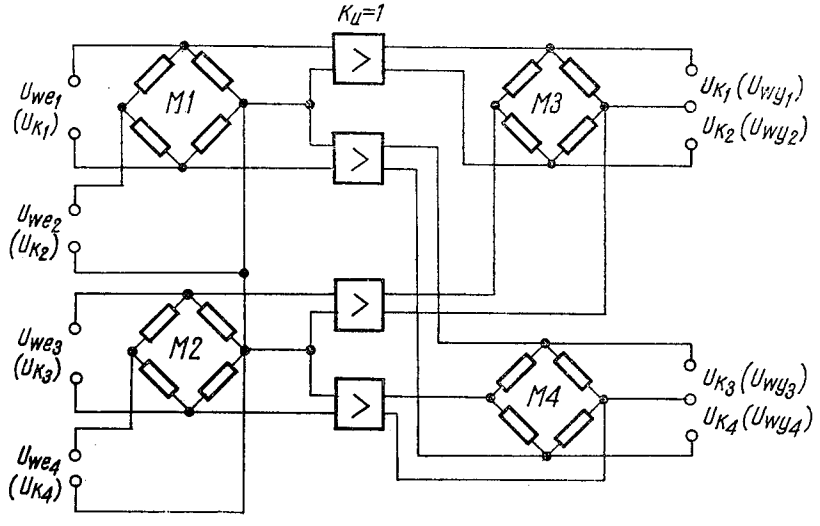
$$u_{K_1} = u_{we_1} + u_{we_2}, \tag{20a}$$

$$u_{K_2} = u_{we_1} - u_{we_2}, \tag{20b}$$

jeśli ograniczyć się do systemu dwukanałowego ($n = 2$, rys. 4). Sygnały wtórne u_{K_n} zostają doprowadzone do wejść wzmacniaczy WZ i zarejestrowane na dwóch oddzielnych śladach magnetycznych na taśmie. Odczytane następnie sygnały u_{K_1} i u_{K_2} zostają liniowo sumowane i odejmowane za pomocą identycznego mostka. W wyniku tego, uwzględniając tłumienie mostka, uzyskuje się następujące chwilowe przebiegi wyjściowe, które odpowiadają pierwotnym:

$$u_{wy_1} = \frac{u_{K_1}}{2} + \frac{u_{K_2}}{2} = u_{we_1}, \tag{21a}$$

$$u_{wy_2} = \frac{u_{K_1}}{2} - \frac{u_{K_2}}{2} = u_{we_2}. \tag{21b}$$



Rys. 9. Układ mostków oporowych w czterokanałowym systemie rejestracji z przetwarzaniem, z oznaczeniem sygnałów przy zapisywaniu oraz — w nawiasach — w czasie odczytywania. Wzmacniacz-separator o wzmocnieniu napięciowym równym jedności

Na rys. 9 jest pokazany układ przeznaczony do pracy czterokanałowej ($n = 4$), w którym następuje dwustopniowe przetwarzanie na czterech mostkach oporowych. Mostki te oddzielone są separatorami w celu uniknięcia wzajemnych oddziaływań. Po przyłożeniu do zacisków wejściowych nieskorelowanych sygnałów o chwilowej wartości $n \cdot u_{we_n} = 4\, u_{we_n}$, jako produkt pierwszego przetworzenia otrzymuje się pierwsze sygnały wtórne o chwilowych wartościach:

$$u_{k_1} = 2u_{we_1} + 2u_{we_2}, \tag{22a}$$

$$u_{k_2} = 2u_{we_1} - 2u_{we_2}, \tag{22b}$$

$$u_{k_3} = 2u_{we_3} + 2u_{we_4}, \tag{22c}$$

$$u_{k_4} = 2u_{we_3} - 2u_{we_4}, \tag{22d}$$

a po drugim przetworzeniu (22a, b, c, d) drugie sygnały wtórne:

$$u_{K_1} = \frac{u_{k_1}}{2} + \frac{u_{k_3}}{2} = u_{we_1} + u_{we_2} + u_{we_3} + u_{we_4}, \tag{23a}$$

$$u_{K_2} = \frac{u_{k_1}}{2} - \frac{u_{k_3}}{2} = u_{we_1} + u_{we_2} - u_{we_3} - u_{we_4}, \tag{23b}$$

$$u_{K_3} = \frac{u_{k_2}}{2} + \frac{u_{k_4}}{2} = u_{we_1} - u_{we_2} + u_{we_3} - u_{we_4}, \tag{23c}$$

$$u_{K_4} = \frac{u_{k_2}}{2} - \frac{u_{k_4}}{2} = u_{we_1} - u_{we_2} - u_{we_3} + u_{we_4}. \tag{23d}$$

Sygnały wtórne określone równaniami (23a, b, c, d) zostają doprowadzone do czterech wzmacniaczy *WZ* i zarejestrowane na czterech oddzielnych śladach magnetycznych na taśmie — rys. 7. Po odczytaniu zostają one dwustopniowo rozdzielone w identycznym układzie, jak na rys. 9. Jako produkt pierwszego rozdziału otrzymuje się pierwsze sygnały wtórne o chwilowych wartościach:

$$\frac{u_{K_1}}{2} + \frac{u_{K_2}}{2} = \frac{u_{k_1}}{2} = u_{we_1} + u_{we_2}, \tag{24a}$$

$$\frac{u_{K_1}}{2} - \frac{u_{K_2}}{2} = \frac{u_{k_3}}{2} = u_{we_3} + u_{we_4}, \tag{24b}$$

$$\frac{u_{K_3}}{2} + \frac{u_{K_4}}{2} = \frac{u_{k_2}}{2} = u_{we_1} - u_{we_2}, \tag{24c}$$

$$\frac{u_{K_3}}{2} - \frac{u_{K_4}}{2} = \frac{u_{k_4}}{2} = u_{we_3} - u_{we_4}, \tag{24d}$$

a następnie po drugim rozdziale właściwe sygnały wyjściowe, których chwilowe wartośc odpowiadają postaciom sygnałów pierwotnych:

$$u_{wy_1} = \frac{u_{k_1}}{4} + \frac{u_{k_2}}{4} = u_{we_1}, \tag{25a}$$

$$u_{wy_2} = \frac{u_{k_1}}{4} - \frac{u_{k_2}}{4} = u_{we_2}, \tag{25b}$$

$$u_{wy_3} = \frac{u_{k_3}}{4} + \frac{u_{k_4}}{4} = u_{we_3}, \tag{25c}$$

$$u_{wy_4} = \frac{u_{k_3}}{4} - \frac{u_{k_4}}{4} = u_{we_4}. \tag{25d}$$

Ponieważ trakt od wejścia wzmacniacza *WZ* poprzez ślad magnetyczny na taśmie aż do wyjścia wzmacniacza *WO* przenosi przebieg wtórny, więc można go nazwać kanałem wtórnym. Przebiegom tym na wyjściu kanału wtórnego, tzn. bezpośrednio po wzmacniaczu *WO* towarzyszy napięcie szumów o amplitudzie U_{szK}, powstałe jako wynik procesu magnesowania nośnika. Podlega ono w czasie rozdziału wraz z sygnałem wtórnym tłumieniu 12 dB na dwóch kolejnych członach mostkowych *M*. Podobnemu tłumieniu podlegają pozostałe szumy U_{szK} i ich suma geometryczna na wyjściu każdego kanału magnetofonowego ma amplitudę:

$$\hat{U}_{sz} = \frac{\hat{U}_{szK}}{2}. \tag{26}$$

3.3. Warunki kontroli wysterowania

Przebiegi elektryczne poszczególnych kanałów wtórnych określone zależnościami (23a, b, c, d) można nazwać w pełni „wymieszanymi wewnętrznie", gdyż w każdym z nich w równym stopniu i z tą samą amplitudą zawarte są wszystkie sygnały pierwotne, różniące się tylko fazą. Każdy sygnał pierwotny wejściowy steruje w tej samej mierze każdym z przebiegów wtórnych, zarejestrowanych następnie na oddzielnych śladach na taśmie. Są to więc przebiegi o identycznym poziomie napięciowym, jeśli sygnały pierwotne wykazują pełną niekorelację.

Z powyższego wynika, że w opisanym systemie rejestracji przebiegów wtórnych, do kontroli wysterowania śladów magnetycznych na taśmie wystarczy tylko jeden miernik przyłączony do któregokolwiek kanału wtórnego, na przykład do wejścia jednego ze wzmacniaczy *WZ* i mierzący jeden z *n* przebiegów U_K. Jest to z punktu widzenia eksploatacji aparatury wielośladowej niezwykle cenna okoliczność, usuwająca dotychczasowe trudności w systemie konwencjonalnym jednoczesnego sterowania i obserwacji wszystkich kanałów w sposób prosty, przy użyciu tylko jednego miernika.

Drugą zaletą tej metody rejestracji są mniejsze wahania poziomów sygnałów wtórnych U_K niż samych sygnałów U_{we}, co pozwala uzyskać mniejsze wahania wysterowania poszczególnych śladów na taśmie. Wynika to z relacji (23), która przy geometrycznym sumowaniu amplitud składowych ma postać:

$$\hat{U}_k^2 = \sum_{n=1}^{4} \hat{U}_{we_n}^2. \tag{27}$$

Gdy na maksymalną wartość $\hat{U}_{Kmax}$ składają się cztery nieskorelowane sygnały wejściowe o jednakowej amplitudzie $\hat{U}_{we}$, wówczas wartość każdej z nich można oznaczyć jako $\hat{U}_M$ i określić relacją:

$$\hat{U}_M = \frac{\hat{U}_{Kmax}}{2}. \tag{28}$$

Podobnie jak w rozdz. 2.2 można tutaj wprowadzić współczynnik $Q_n < 2$ określający zróżnicowanie składowych amplitud zapisu o różnej wartości w stosunku do $\hat{U}_M$ oraz napisać, że:

$$\hat{U}_{we_n} = Q_n \hat{U}_M = \hat{U}_{wy_n}, \tag{29}$$

przy czym przy czterech równych amplitudach i pełnym wysterowaniu $\hat{U}_{Kmax}$ wartość $Q_n = 1$. Wykorzystując (29) w (27) można napisać po przekształceniu:

$$\hat{U}_K = \hat{U}_M \cdot \sqrt{Q_1^2+Q_2^2+Q_3^2+Q_4^2}. \tag{30}$$

Jeśli wyrażenie pierwiastkowe w (30) oznaczyć:

$$A^2 = \sum_{n=1}^{4} Q_n^2, \tag{31}$$

wówczas występujące w czasie pracy wahanie wysterowania $\Delta\hat{U}_K$ kanału wtórnego w funkcji współczynnika A uwzględniając (28) można przedstawić zależnością:

$$\Delta U_K[\text{dB}] = 20\log\frac{\hat{U}_K}{\hat{U}_{Kmax}} = 20\log\frac{A}{2}. \tag{32}$$

Przy pełnym wysterowaniu jest $\Delta U_K = 0$, a więc $A = 2$. Jeśli $A > 2$, nastąpi przesterowanie ($\Delta U_K > 0$), natomiast przy $A < 2$ ma miejsce niedosterowanie ($\Delta U_K < 0$). Istnieje nieskończenie wielka ilość wartości współczynników Q_n (a więc zróżnicowań amplitud U_{we}) spełniających warunek $A = 2$ i rozpatrywanie wpływu zmian ich ΔQ na wahania wysterowania $\Delta\hat{U}_K$ trzeba ograniczyć do najbardziej typowych przypadków. Gdy na przykład w czasie zapisywania z czterech sygnałów pierwotnych $\hat{U}_{we_n}$ o jednakowych początkowo amplitudach ($Q_n = 1$) i przy początkowym warunku $A = 2$ część lub nawet wszystkie uległy obniżeniu lub wzrostowi o $\pm\Delta Q_n$[dB], wtedy oczywiście $A \neq 2$ i zmiany wysterowania $\Delta\hat{U}_K$ według (32) uwzględniając (31) opisane są równaniem:

$$\Delta\hat{U}_K[\text{dB}] = 20\log\frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{4} Q_n^2}}{2}. \tag{33}$$

Równanie (33) co do bezwzględnej wartości decybeli dla $Q = q$ jest identyczne z równaniem (18), toteż wykresy na rys. 5 również są jego ilustracją. Widoczna jest mała zmiana $\Delta\hat{U}_K$ przy znacznych obniżeniach amplitudy jednego czy nawet dwóch sygnałów wejściowych. Właściwość ta wymaga prowadzenia ciągłej kontroli odsłuchowej kanału wtórnego nad obecnością wszystkich sygnałów mikrofonowych, czy któryś z nich przez nieuwagę nie został odłączony lub wyciszony. Zwiększenie natomiast poszczególnych sygnałów wyraźnie zwiększa $\hat{U}_K$, co zapewnia łatwość spostrzeżenia i uniknięcia przesterowania.

Opisany stan w pracy reżyserskiej oznacza ustawienie każdego poszczególnego sygnału mikrofonowego na poziomie −6 dB zgodnie z (28) w nieobecności pozostałych, co łatwo jest uczynić przed rozpoczęciem właściwego nagrania. Występuje tutaj pewne podobieństwo kontroli słuchowej i wzrokowej, jaką i obecnie stosuje się przy jednokanałowej audycji „na żywo", ale już po zmiksowaniu jej z takiej samej ilości sygnałów składowych. Różnica polega głównie na tym, że przebieg wtórny U_K nie ma być przebiegiem już o ostatecznym obrazie dźwiękowym, lecz ma zawsze w pełni wysterować ślad magnetyczny i zawierać wszystkie sygnały pierwotne o tak wstępnie wyważonych amplitudach, aby wystarczyły do późniejszych operacji mikserskich bez uszczerbku dla dynamiki.

Dalszym przypadkiem dostarczającym cennych wniosków jest sytuacja, gdy w czasie zapisywania (przy $A = 2$) poziomy U_{we_n} są różne, czyli $Q_1 \neq Q_2 \neq Q_3 \neq Q_4 \neq 1$. Jeśli nastąpią analogiczne do opisanych poprzednio zmiany poziomów ΔQ_n [dB], wówczas wywołują one mniejsze niż na rys. 5 zmiany ΔU_K, gdy dotyczą sygnałów słabszych ($Q_n < 1$), a większe, gdy spotka to sygnały silniejsze ($Q_n > 1$).

W świetle powyższego celowa, choć nie bezwzględnie konieczna staje się dwuosobowa obsługa. Jedna z osób słuchowo kontroluje za pomocą głośnika wstępne wyważenie proporcji dźwiękowych z uwzględnieniem przeznaczenia wykonywanego zapisu i reguluje w tym celu poziomy wzmocnienia torów mikrofonowych, druga zaś wzrokowo „pilnuje" pełnego wysterowania taśmy, obserwując jeden miernik i regulując poziom kanału wtórnego, utrzymuje tym samym jednakowe wysterowanie wszystkich śladów. Niedosterowanie jednego kanału z sygnałem pierwotnym w przeciwieństwie do systemu konwencjonalnego może być w tym systemie łatwo skompensowane zwiększonym wysterowaniem ogólnym kanału wtórnego. To stanowi dalszą zaletę systemu z przetwarzaniem.

3.4. Wartości dynamiki

Dynamika każdego z czterech kanałów wtórnych jest jednakowa i przy pełnym wysterowaniu określona zależnością (1), zaś dynamika poszczególnych kanałów z sygnałami pierwotnymi określona jest w tych warunkach stosunkiem poszczególnych amplitud $\hat{U}_{wy_n}$ do $\hat{U}_{sz}$ (w dB) i ogólnie może być mniejsza jak i większa od D_p, w zależności od wartości $\hat{U}_{wy_{max}}$. Wzrost dzieje się oczywiście kosztem obniżenia dynamiki pozostałych sygnałów wyjściowych.

Ponieważ sygnał wtórny $\hat{U}_K$ składa się z wymieszanych sygnałów składowych o amplitudach $\hat{U}_{we_n} = \hat{U}_{wy_n}$, więc stanowi on już gotowy produkt miksowania przebiegów pierwotnych bez zmian ich amplitud. Wahania wysterowania ΔU_K według (32) lub (33) są jednocześnie wahaniami dynamiki ΔD_Σ takiego sygnału. Bardzo jednak rzadko zdarza się, aby w procesie miksowania nie zachodziła potrzeba korekcji amplitud sygnałów składowych.

W teoretycznym przypadku, gdy wszystkie sygnały pierwotne zostały zapisane z jednakową amplitudą ($Q_n = 1$) oraz gdy $A = 2$, wówczas po podstawieniu $\hat{U}_{wy_n} = \hat{U}_M$ do (4) i uwzględnieniu (28) oraz (29) otrzymuje się dynamikę sygnału wyjściowego zmiksowanego z takich przebiegów o postaci:

$$D_\Sigma[\mathrm{dB}] = 20\log\frac{\hat{U}_M}{\hat{U}_{sz}} = D_p \tag{34}$$

dla dowolnego stopnia korekcji poziomów w czasie miksowania.

Wymienione warunki wysterowania ($Q_n = 1$) można przyjąć za początkowe, a następnie założyć, że w czasie zapisywania wystąpi niedosterowanie ($A < 2$) kanału wtórnego, gdyż niektóre lub wszystkie sygnały wejściowe U_{we_n} zostały obniżone o ΔQ_n[dB] tak, jak w opisanym przypadku w rozdz. 3.3. Wówczas jeśli zastosować taką korekcję amplitud, że nastąpi z powrotem ich zrównanie, a więc gdy $p_n Q_n = \mathrm{const}$, to obniżenie dynamiki ΔD_Σ będzie zgodne z (19) i wykresami na rys. 6. Dla innych wzmocnień obowiązują wyjaśnienia jak w rozdz. 2.5. Z wykresów 5 i 6 widać, że obniżenie poziomu kanału wtórnego

$\Delta U_K = 1$ dB, spowodowane nieskompensowanym obniżeniem poziomu jednego sygnału składowego o 8 dB, powoduje, że przywrócenie poprzedniej wartości amplitudy pogarsza dynamikę D_Σ o prawie 4 dB, tak jak w systemie konwencjonalnym.

Z powyższego wynika ważny wniosek, że nieskompensowane niedosterowanie kanałów wtórnych upodabnia ten system do systemu konwencjonalnego pod względem uzyskiwanej dynamiki D_Σ. Fakt ten należy zaliczyć do wad tego systemu, z uwagi na to, że utrzymanie pełnego wysterowania wymaga wielkiej uwagi w czasie zapisywania.

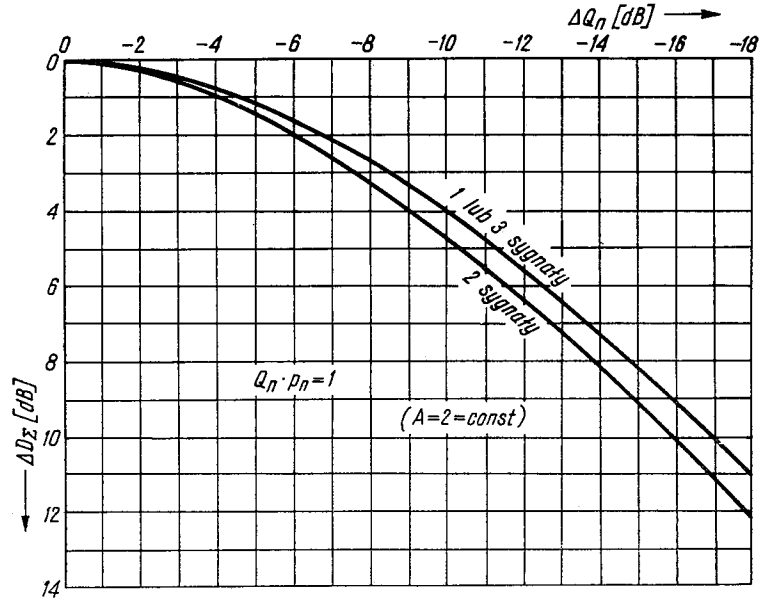
System rejestracji wielośladowej z przetwarzaniem przebiegów wejściowych ma rację bytu tylko wtedy, gdy ściśle jest przestrzegany warunek wysterowania $A = 2$. Gdy w takim przypadku zapis został wykonany z różnymi amplitudami ($Q \neq \text{const}$), a w procesie miksowania zastosować wariant zrównania amplitud ($p_n Q_n = \text{const}$), wówczas dla warunku pełnego wysterowania według (31) jest:

$$\sqrt{Q_1^2+Q_2^2+Q_3^2+Q_4^2} = 2 \tag{35}$$

obniżenie dynamiki ΔD_Σ według (19) dla $q_n = Q_n$ ma postać następującą:

$$\Delta D_\Sigma = 20\log\frac{\sqrt{\frac{1}{Q_1^2}+\frac{1}{Q_2^2}+\frac{1}{Q_3^2}+\frac{1}{Q_4^2}}}{2}. \tag{36}$$

Zależność (36) przy spełnionym warunku według (35) jest zilustrowana wykresami na rys. 10. Interesujący jest tutaj mały wpływ ilości korygowanych przebiegów na wartość dynamiki. Z wykresów wynika, że zrównanie poziomów amplitud nawet trzech sygnałów o rozpiętości w granicach 6 dB, pogarsza dynamikę D_Σ o mniej niż 2 dB, podczas gdy



Rys. 10. Zmiany dynamiki ΔD_Σ [dB] według (36) sygnału $\hat{U}_\Sigma$ zmiksowanego z czterech sygnałów składowych, których poziomy zapisu między sobą (w stosunku do największego) różnią się o $-\Delta Q_n$ [dB], przy czym zapis odpowiada pełnemu wysterowaniu według (35), gdy w czasie miksowania zastosowano wariant zmian poziomów polegający na ich zrównaniu ($p_n Q_n = \text{const}$)

w systemie konwencjonalnym, jak wynika z wykresów na rys. 6, wartość ΔD_Σ = ok. 5,2 dB. Tutaj system rejestracji z przetwarzaniem wykazuje wyraźnie swoje zalety. Z dalszej analizy przeliczeń szczegółowych wynika, że lepiej jest na przykład zapisać trzy sygnały o mniej więcej równym poziomie i nieco niższym od czwartego, którym można wówczas dosterować kanały do pełna, niż gdyby te trzy sygnały miały duże amplitudy, a czwarty był znacznie niższy, chyba, że jest to celowo zamierzone. Przy rozpiętości amplitud poszczególnych sygnałów U_{wy_n} wynoszącej jak poprzednio 6 dB, wzmocnienie słabszych lub stłumienie silniejszych, rzędu 12 dB (a więc znacznie większe, niż to wynika z warunku zrównania amplitud), daje $\Delta D_\Sigma \leqslant 3{,}4$ dB, a przy 20 dB spadek dynamiki $\Delta D_\Sigma \leqslant 4{,}7$ dB. Przy mniejszej rozpiętości poziomów zapisu, rzędu 3 dB, i tych samych wartościach wzmocnień 12 dB i 20 dB, spadek dynamiki ΔD_Σ wynosi odpowiednio 1,7 dB i 2,25 dB.

3.5. Przesłuch międzykanałowy

Odchylenie parametrów między poszczególnymi kanałami magnetofonu, a zwłaszcza kanałami wtórnymi, może spowodować powstawanie przesłuchu międzykanałowego. Dokładne określenie tego przesłuchu jest sprawą trudną, gdyż zależy on także od odchyleń fazowych i amplitudowych w ramach samych kanałów oraz między nimi. Ograniczając się do systemu dwukanałowego i oznaczając przebieg wzmocnienia w funkcji częstotliwości jednego kanału przez p_1, a drugiego przez p_2, można napisać następujące wyrażenie na tłumienie przesłuchu:

$$A_p[\mathrm{dB}] = 20\log\frac{p_1+p_2}{p_1-p_2}. \tag{37}$$

Zakłada się, że tłumienie przesłuchu między dwoma kanałami powinno mieć wartość co najmniej 20 dB w całym pasmie przenoszonych częstotliwości. Z zależności (37) wynika, że odchylenia wartości wzmocnienia nie powinny być większe niż 1,7 dB lub że przesunięcia fazowe poszczególnych kanałów nie powinny przekraczać 35°. Przy istnieniu jednych i drugich odchyleń jednocześnie, tolerancje powyższe zawężają się do wartości 1 dB i 20°. Przy większej ilości kanałów następują dalsze zaostrzenia tolerancji i przy obecnym stanie techniki magnetofonowej dają się jeszcze wypełnić przy prędkości 38,1 cm/sec i systemie czterokanałowym.

Wydaje się jednak, że istnienie przesłuchu nawet rzędu 15 dB nie powinno być szkodliwe z tego względu, że w końcowej fazie następuje zmieszanie przebiegów, przeważnie bez znaczniejszej różnicy poziomu amplitud.

4. RÓWNOLEGŁE WYKORZYSTYWANIE ŚLADÓW

Przy pracy z magnetofonem wielośladowym zdarza się sytuacja, że potrzebna jest mniejsza liczba kanałów niż ilość, w jaką aparatura jest wyposażona. Z poprzednich rozdziałów wynika, że gdy na zaciskach wejściowych danego kanału magnetofonowego nie ma sygnału, to przyporządkowana temu kanałowi para zacisków wyjściowych ma sygnał równy zeru. W przypadku pracy z dwoma tylko sygnałami wejściowymi, dwa kanały magnetofonu wielośladowego byłyby nieczynne. W takim przypadku użytkownicy tych aparatur łączą często po dwa wejścia równolegle. W systemie konwencjonalnym, gdzie

każdy kanał pracuje z jednym swoim śladem na taśmie, postępowanie takie jest słuszne, gdyż wówczas wykorzystuje się wszystkie ślady na taśmie i przy szeregowym łączeniu wyjść odpowiadających sobie można uzyskać dzięki korelacjom sygnałów dwukrotnie wyższe amplitudy wyjściowe $\hat{U}_{wy}$ obu zarejestrowanych sygnałów. To jest oczywiście przyczyną, że dynamika tych sygnałów wzrasta o +3 dB.

W systemie rejestracji z przetwarzaniem kanał magnetofonowy rozgałęzia się na cztery kanały wtórne, zarejestrowane na czterech oddzielnych śladach. Nietrudno jest zorientować się na podstawie równań (20) i (23), że jeśli zastosować tak jak poprzednio równoległe łączenie dwóch wejść na jeden sygnał wejściowy, to połowa kanałów wtórnych będzie nieczynna z uwagi na znoszenie się skorelowanych przebiegów, z jakimi się ma w takim przypadku do czynienia. Wobec tego połowa śladów pozostaje nie zapisana i amplitudy napięć $\hat{U}_{wy}$ na poszczególnych wyjściach są o 3 dB niższe niż w pracy czterokanałowej przy tym samym poziomie szumów. Łącząc odpowiednie dwa wyjścia z sygnałami skorelowanymi, amplitudy $\hat{U}_{wy}$ zwiększają się dwukrotnie, a szumy dodają się geometrycznie, w związku z czym dynamika obu sygnałów wyjściowych jest na poziomie dynamiki analogicznych sygnałów przy pracy czterokanałowej. Równoległe łączenie wejść kanałów nie daje więc tutaj żadnej korzyści, gdyż oba sygnały wejściowe zajęły tylko dwa ślady magnetyczne na taśmie.

Aby uzyskać zapis obu sygnałów wejściowych na wszystkich czterech śladach, należy te sygnały doprowadzić do swoich normalnych zacisków wejściowych, a nie wykorzystane pozostałe wejścia i wyjścia odłączyć. Wtedy, przy pełnym wysterowaniu ($A = 2$), oba sygnały wejściowe $\hat{U}_{we_1}$ i $\hat{U}_{we_2}$ wysterują w pełni wszystkie kanały wtórne, a więc i wszystkie ślady zgodnie z (20) i (23) i na odpowiadających im zaciskach wyjściowych pojawiają się amplitudy napięć $\hat{U}_{wy_1}$ i $\hat{U}_{wy_2}$ o poziomie +3 dB w stosunku do stanu, jaki istnieje przy pracy czterokanałowej. Ponieważ wartość szumów pozostaje bez zmiany, więc dynamiki tych sygnałów wzrastają o +3 dB.

System rejestracji z przetwarzaniem jest pod tym względem wygodniejszy od konwencjonalnego, gdyż nie wymaga dodatkowych połączeń. Analogicznie przy pracy z jednym tylko sygnałem wejściowym na czterech śladach, wzrost dynamiki wyniesie +6 dB.

We wszystkich opisanych przypadkach stosuje się jeden miernik, przyłączony do wejścia jednego ze wzmacniaczy *WZ*, którego wychylenia przy pełnym wysterowaniu są jednakowe.

Autor dziękuje p. mgrowi inż. Tadeuszowi Dąbrowskiemu z Polskiego Radia za uwagi co do układu treści artykułu oraz p. prof. Zbigniewowi Żyszkowskiemu za pełne życzliwości uwagi i trud opracowania recenzji niniejszego artykułu.

Instytut Elektrotechniki

Ł. GRONAU

APPRECIATION OF THE DYNAMICS OF MIXED SIGNALS FROM MULTICHANNEL PROFESSIONAL TAPE RECORDER IN TWO RECORDING SYSTEMS: WITH CONVERSION AND THE CONVENTIONAL ONE

Summary

This paper deals with the problem of the dynamics of single-channel signal, after mixing some uncorrelated signals comming from several microphons. These signals are first recorded on a wide magnetic tape

of a multichannel professional tape recorder, and than played back for this purposes. Corresponding to the recording level of the magnetic tracks and a change of the level in the mixing process, the dynamics problem of the mixed single-channel output signal is discussed in both recording systems: conventional and with conversion, where secondary signals are recorded. Computed relations and diagrams which illustrate this two influences in typical working conditions, are given. This enables us to compute the obtainable value of the dynamics in both systems. Particular advantages and disadvantages has been discussed, which are useful to appreciate both recording systems.

Ł. GRONAU

L'APPRÉCIATION DE LA DYNAMIQUE DES SIGNAUX D'UN MAGNÉTOPHONE DE STUDIO À VOIES MULTIPLES OPÉRANT DANS LES SYSTÈMES: CONVENTIONNEL ET AVEC UNE CONVERSION

Résumé

On a étudié dans cet article la dynamique du signal simple, qui résulte du mélange des signaux non corrélés et descendant de quelques microphones. Ces signaux sont enregistrés et puis reproduits de la large bande magnétique d'un magnétophone à voies multiples. On a examiné l'influence sur cette dynamique du niveau d'enregistrement de la piste magnétique ainsi que l'influence des changements postérieurs du niveau des amplitudes au cours d'effectuer le mélange dans les deux systèmes: conventionnel et avec la conversion. On a donné les relations principales et les figures pour illustrer les situations typiques au cours d'enregistrement, qui rendent possible la détermination de la dynamique obtenue dans ces systèmes. On a fait l'analyse des qualités et des défauts particuliers pour apprécier les deux systèmes.

Ł. GRONAU

DIE ABSCHÄTZUNG DES GERÄUSCHSPANNUNGSABSTANDES DER GEMISCHTEN VORGÄNGE AUS DEM MEHRKANALIGEN STUDIOMAGNETTONGERÄTES IN KONVENTIONELLEN UND MIT UMFORMUNG ARBEITENDEN REGISTRIERSYSTEMS

Zusammenfassung

Dieser Artikel befasst sich mit dem Problem des Geräuschspannungsabstandes eines einkanaligen Signals, das aus dem nichtkorellierten Signalen von einigen Mikrophonen gemischt wurde. Die Mikrophonsignale wurden zu diesem Zweck auf einem breiten Magnetband eines mehrkanaligen Studiomagnettongerätes registriert und nachher wierdergegeben. Untersucht wurde der Einfluss von Aussteuerung der Spuren bei der Aufnahme sowie der Einfluss der späteren Amplituden-änderungen bei der Mischung auf den Geräuschspannungsabstand in beiden Registrierungssystemen: konventionellen und mit umgeformten Eingangssignalen. Gleichungen wurden abgeleitet und Kurven angegeben, die als Funktion dieser Einflüsse typische Situationen illustrieren. Diese Gleichungen und Kurven ermöglichen den erreichbaren Gerauschspannungsabstand in den beiden Systemen zu bestimmen. Einzelne Vor- u. Nachteile wurden besprochen, was eine Abschätzung der beiden Systemen ermöglichte.

Л. ГРОНАУ

ОЦЕНКА ДИНАМИКИ МИКСИИРОВАННЫХ ЗАПИСЕЙ МНОГОДОРОЖЕЧНОГО СТУДИЙНОГО МАГНИТОФОНА ОБЫЧНОЙ СИСТЕМЫ И С ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ

Резюме

В статье рассматривается вопрос динамического диапазона при миксиировании некоррелированных сигналов от нескольких микрофонов в процессе записи этих сигналов на магнитную ленту

многодорожечного магнитофона и их последующего воспроизведения. Рассмотривается вопрос влияния на динамический диапазон уровня помех во время записи и влияние последующих изменений уровня амплитуд в процессе миксиирования в двух системах записи: традиционной и с преобразованием. Установлена зависимость и приведены кривые, иллюстрирующие в ерункции этих влияний типичные положения во время работы, которые дают возможность определить динамику, получаемую в этих системах.

Обсуждаются преимущества и недостатки с целью дать возможность произвести оценку рассматриваемых систем записи.

Już wkrótce ukaże się w druku pierwszy zeszyt nowego wydawnictwa ciągłego Instytutu Technologii Elektronowej PAN pt.

ELECTRON TECHNOLOGY

Wydawnictwo poświęcone jest publikowaniu prac o charakterze teoretycznym, doświadczalnym i konstrukcyjnym, a zwłaszcza

- badaniom własności i metodom wytwarzania nowych materiałów półprzewodnikowych, dielektrycznych, magnetycznych i nadprzewodzących;
- badaniom własności i metodom wytwarzania nowych przyrządów elektronowych, elementów elektronicznych oraz struktur cienkowarstwowych;
- metodom pomiarowym konstrukcji i budowy modelowych urządzeń do pomiarów własności materiałów półprzewodnikowych;
- metodom technologii konstrukcji i budowy urządzeń do pomiarów przyrządów półprzewodnikowych.

Wydawnictwo publikuje prace oryginalne w języku angielskim ze streszczeniami w językach polskim i rosyjskim.

„Electron Technology" można nabywać w Ośrodku Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN (Warszawa, Pałac Kultury i Nauki, wysoki parter).
Adres Redakcji: Warszawa, ul. Świętokrzyska 21, p. 624.

Na treść najbliższego zeszytu składają się prace (w języku angielskim)

- Ritty Szymczak — Struktura magnetyczna ferromagnetyków o jednoosiowej symetrii
- Jerzego Mielnickiego — Oddziaływanie fal spinowych z podłużnymi i poprzecznymi drganiami sieci (H_0 zwrócone wzdłuż kierunku [111])
- Henryka Szymczaka — Pole krystaliczne w spinelach. I. Teoria widma optycznego i EPR jonów Cr^{3+} w Mg Al_2O_4
- Wincentego Pajewskiego — Wpływ fotonów na tłumienie poprzecznej fali ultradźwiękowej w krysztale Cd Se
- Marii Grynglas i Elżbiety Janik — Charakterystyki prąd-napięcie i prąd-temperatura w heterozłączach stopowych p Ge-n Si
- Eugeniusza Kuźmy — Zastosowanie termistorów pośrednio ogrzewanych do pomiaru wartości skutecznej napięcia
- Romualda Wadasa — Momenty magnetyczne w ferrytach.

Wytyczne dla autorów

Komitet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowaniu maszynopisu:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z podwójną interlinią (co drugi wiersz), z marginesem szerokości ok. 3,5 cm z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w dwu egzemplarzach (orginał i pierwsza kopia na papierze maszynowym).

2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskaźniki niżej liter i wykładniki potęg należy pisać szczególnie dokładnie i wyraźnie. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

3. Każda praca powinna być zaopatrzona w streszczenie w języku polskim objętości do jednej strony maszynopisu oraz w cztery streszczenia w językach angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim, z których dwa (w dowolnych językach) mogą być dłuższe, np. objętości 1 strony na każde 20 stron tekstu, dwa zaś krótsze, objętości 10—15 wierszy maszynopisu. W razie niemożności nadesłania streszczeń w językach obcych autor dostarcza odpowiedniki w języku polskim, do każdego języka oddzielny, podając niezbędną do wykonania tłumaczenia obcojęzyczną terminologię.

4. Rysunki, wykresy i zdjęcia należy wykonywać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku. Natomiast pożądane jest zaopatrywanie rysunków w krótki podpis wyjaśniający również wtedy, gdy rysunek omówiony jest w tekście. Ostateczne wykonanie rysunku obowiązuje Redakcję.

5. Wszystkie rysunki, wykresy i zdjęcia należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie stosować takich określeń, jak figura, szkic, rycina, fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy i nazwisko autora.

6. Wszystkie tablice (unikać zbyt dużych), podobnie jak rysunki, należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis objaśniający). Wszelkie zestawienia należy nazywać tablicami (nie tabelami).

7. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, po czym po dwukropku pełny tytuł dzieła lub artykuł, tytułu czasopisma, tom, numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje wykazu powinny być ponumerowane, w tekście — powołania na numer pozycji w nawiasach prostokątnych, na przykład [3].

8. Redakcji przysługuje prawo do przeprowadzenia korekty stylistycznej i do dostosowania oznaczeń oraz układu pracy do norm przyjętych w „Rozprawach".

9. Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu trzech dni. W korekcie autorskiej nie mogą być wprowadzane żadne poprawki tekstu złożonego uprzednio w maszynopisie, które mogłyby spowodować konieczność przełamywania składu drukarskiego.

10. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egzemplarzy odbitek jego pracy. Dodatkowe egzemplarze autor może zamówić w Redakcji na własny koszt przy przesyłaniu maszynopisu swej pracy.

11. **Niezastosowanie się autora do powyższych wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych przez autora materiałów do wymaganej formy.**

Archiwum Automatyki i Telemechaniki

KWARTALNIK

Wydawca Instytut Automatyki PAN
Kwartalnik istnieje od 1956 r.
Objętość 40 arkuszy wyd. rocznie

Komitet Redakcyjny:
Redaktor Naczelny — prof. Zygmunt Szparkowski
Z-ca Redaktora Naczelnego — prof. Władysław Findeisen
Sekretarz — mgr inż. Jerzy Thieme

Tematyka: zagadnienia teorii sterowania, technika systemów, teoria automatów, teoria elementów automatyki, zastosowania układów automatyki, zastosowania maszyn matematycznych w automatyce.
W dziale Przegląd Automatyki i Telemechaniki ukazują się artykuły o charakterze przeglądowym bądź przyczynkowym, przeglądy bibliograficzne, komunikaty o konferencjach, sympozjach i seminariach krajowych i zagranicznych.
Zamieszcza się streszczenia artykułów w językach rosyjskim i angielskim.

Prenumerata roczna 100 zł.
Cena pojedynczego zeszytu 25 zł.

INSTYTUT TECHNOLOGII ELEKTRONOWEJ
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XIV · ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1968

RADA REDAKCYJNA

PROF. TADEUSZ CHOLEWICKI, PROF. BOLESŁAW DUBICKI, PROF. BOLESŁAW KONORSKI, PROF. STANISŁAW RYŻKO, PROF. TADEUSZ ZAGAJEWSKI

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny
PROF. WITOLD NOWICKI

Sekretarz
JULIUSZ MIERZEJEWSKI

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1
Katedra Teletransmisji Przewodowej, Gmach Elektroniki,
pokój 483, tel. 21-007 w. 794

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 680 (557+123)	Oddano do składania 23. VII. 1968 r.
Ark. wyd. 9,25; ark. druk. 7,25+1 wkl.	Podpisano do druku w listopadzie 1968 r.
Papier druk. sat. kl. III, 80 g, 70×100	Druk ukończono w listopadzie 1968 r.
Zamówienie nr 1339/68	Cena zł 40.— N-24

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

621.318.132

TOMASZ POSTUPOLSKI, JACEK KULIKOWSKI

Investigation of Stability of Magnetic Ordering in Perminvar Ferrites

The article has been delivered on 31.1. 1968

Time changes of magnetic initial permeability of a $(Fe_2O_3)_{0,38} \cdot (NiO)_{0,42-x-y} \cdot (CoO)_x \cdot (ZnO)_y$ ferrite system have been investigated.

The cores having induced magnetic anisotropy have been subjected to thermal stresses. In the temperature range of experiment, from +27°C to +55°C, both phenomena — decreasing (disaccommodation) and increasing (accommodation) of permeability with time — were observed.

The dependence of stability of "perminvar-state" on magnetic stresses has been investigated.

The results have been discussed from the physical and practical points of view and practical conclusions have been given.

LIST OF SYMBOLS

DA — disaccommodation of permeability $= \dfrac{\mu(t_1)-\mu(t_2)}{\mu(t_1)}$, $\mu(t_1)$, $\mu(t_2)$ — values of permeability at time t_1 and t_2, respectively,

DF — disaccommodation factor $= \dfrac{DA}{\mu_i \cdot \lg \dfrac{t_2}{t_1}}$,

$E_{[100]}$, $E_{[110]}$, $E_{[111]}$ — magnetocrystalline energy in the direction [100], [110], [111], respectively,

H — magnetic field strength,

H_p — amplitude of the „open field" of perminvar material,

K_1, K_2 — first and second magnetocrystalline anisotropy constants,

L — self-inductance,

S — jump-rise of permeability,

T — temperature,

T_c — Curie point,

c — stress, generally,

„*dem*" — abbreviation of „demagnetization",

f — frequency,

t — time,

β — temperature factor of initial permeability $= \dfrac{\Delta\mu_i}{\mu_i^2 \Delta T}$.

Δ — difference, symbol of the change,
μ — magnetic permeability (real part), generally,
μ_i — initial magnetic permeability.

1. INTRODUCTION

There are many perminvar ferrite materials based on Ni-Zn system containing a small amount of cobalt. These materials are known to be characterized by high field independence of permeability and low losses in a wide range of frequencies [1], [2]. On the other hand no information is available regarding the time stability of permeability of these materials within the working range of temperatures.

The aim of the present investigation is to analyse the effect of various forcing stresses on time-instability of magnetic permeability of ferrites having spinel structure and containing a small amount of cobalt.

The knowledge of the changes of some properties with time, e.g., initial permeability is a very important criterion for technical applications of such materials.

It is known, that the perminvar effect, in these cases, is a consequence of the process of Bloch walls stabilization. This process is accelerated in practice by annealing of the cores during some time at a temperature below their Curie point [2]. After cooling the cores down to the ambient temperature one of the following effects may by expected in the cores:

1° — the process of magnetic ordering, that is the process of stabilization which started during annealing, continues at ambient temperatures;

2° — a change of the course of magnetic ordering process, i.e., process of destabilization, as a consequence of changes of components of free magnetic energy, resulting from cooling the samples.

Either of the above mentioned effects results in changes of some properties of cores with time; these effects limit the technical utility of these ferrite materials within workable temperature. It is not difficult to distinguish between these two effects because in the case of the former process the initial permeability decreases, while in the case of latter process, the initial permeability increases.

It may be presumed on the basis of these ideas that the changes of the magnetic state (in the way of stabilization) are related to some values of temperature or magnetic stresses preceding any experimental observation. With this argument in view it has been planned to subject the samples to the above mentioned stresses to study the time-changes of initial permeability resulting from them.

The problem may now be studied from the point of view of static time-instability of magnetic properties (i.e. in absence of the stresses) and of dynamic time-instability (after being stressed). For this purpose series of experiments have been carried out on specimens which exhibited pronounced perminvar-effect, the details of which have been given in section 2. Just after the specimens have attained the perminvar state the changes of initial permeability with time have been measured under constant and well defined experimental conditions. After the nature of change of permeability of specimens is known, the specimens have been subjected to thermal stress and the changes of permeability with time have

been observed. Afterwards the specimens have been subjected to magnetic stresses in the form of shocks of an alternating magnetic field and similar observations have been made. The behaviour of perminvar cores subjected to pulses of the direct magnetic field and of low temperature stresses, at which the perminvar-effect is destroyed, has already been reported [2].

2. EXPERIMENTAL PROCEDURE

In the preparation of the specimens three different compositions were being utilised from the previously studied system [1]:

$$(Fe_2O_3)_{0,58} \cdot (NiO)_{0,42-x-y} \cdot (CoO)_x \cdot (ZnO)_y$$

where x and y corresponded to:

$$\begin{aligned} &\text{I} - y = 0 && x = 0{,}01 \\ &\text{II} - y = 0{,}15 && \text{,,} \\ &\text{III} - y = 0{,}20 && \text{,,} \end{aligned}$$

In order to obtain a pronounced perminvar effect in the region of temperature $T > -30°C$ in those specimens the content of cobalt was restricted to one mol percent [1]. The materials having compositions corresponding to I, II, III, mentioned above, might have practical utility [1], [2].

Ring specimens having dimensions O.D. $= 30{,}5 \pm 1$, I.D. $= 19{,}7 \pm 0{,}7$ and $h = 6{,}5 \pm 0{,}6$ mm were prepared using a conventional method for such type of ferrites. The initial time of the experiment commenced from the moment the specimens reached room temperature after annealing was designated as $t = 0$.

The number of turns chosen for the winding of all cores was such that their inductance $L \cong 1$ mH. Such value of inductance was chosen in conformity with its recommended value for the experimental set-up at the chosen measure frequency of 10 kHz. The wound ring cores were placed inside a thermostat where at that moment the temperature of the thermostat was $+23°C$. The samples were in the thermostat at $23°C \pm 1{,}5°C$ for 29 hours and after that the samples were heated do $+40°C$, which temperature was reached in 8 hrs (i.e. when $t = 37$ hrs). That temperature corresponded nearly to the technical utility temperature.

The thermostat used in the experiment was a specially designed one where the temperature could be maintained within $\pm 1°C$ and the rate of fluctuation of temperature was less then $\pm 0{,}15°C$ in 24 hrs. In addition, the inner walls of the thermostat were magnetically and electrically screened. Such arrangements made it possible to protect the samples from any undesirable magnetic and thermal perturbations.

The first measurement was made after 46 hours (calculating from initial time $t = 0$ referred to above), which moment was considered to be the starting point, for i.e., when $\frac{\Delta\mu}{\mu} = 0$.

The measurements were being made on the tolerance bridge (type Rel 3R 119c, Siemens), which was used in the experimental set-up shown in Fig. 1. The bridge was used to measure the difference between the inductance of the samples and the standard inductance (the

changes of inductance of the standard coil were very small and were neglected). The bridge could measure the relative change of inductance from about $2 \cdot 10^{-6}$. The changes of permeability were measured at $f = 10$ kHz and at $\bar{H} = 50$ mOe. The intensity of corresponding current was set by attenuator where the input voltage was maintained constant.

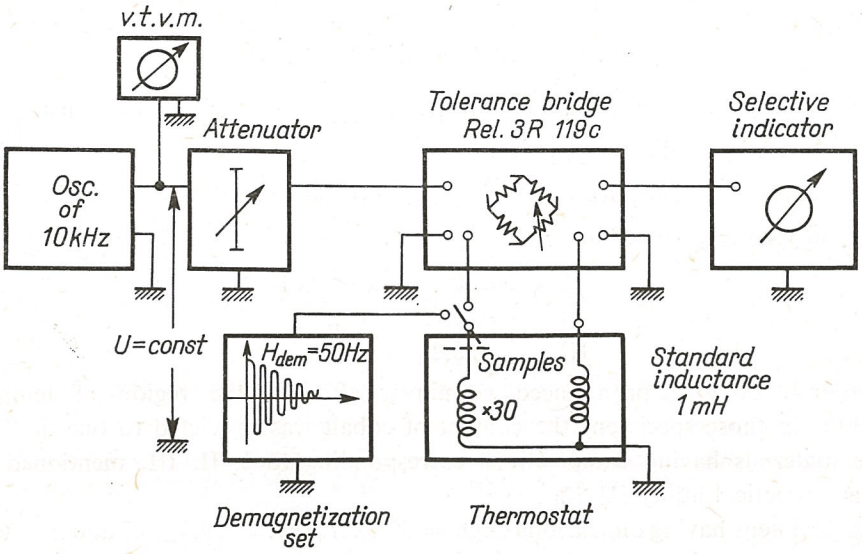


Fig. 1. Experimental arrangement for measurement of changes of permeability

Such high intensity of magnetic field was applied with regard to the sensitivity of the experimental set-up. Since the permeability at 50 mOe was not different from the permeability at 5 mOe, the measured permeability at 50 mOe was taken to be the initial permeability.

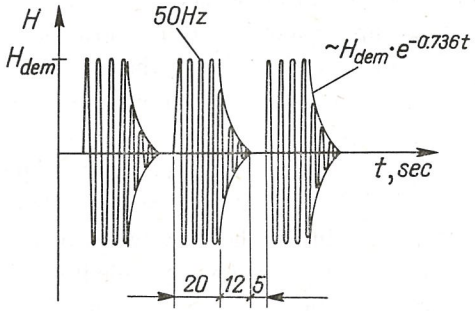


Fig. 2. Form of magnetic stress used in experimental work

During the experimental period of about two years the samples were all the time within the thermostat. The influence of the above mentioned fluctuation of temperature on the initial permeability was eliminated by correcting the obtained values of permeability at the experimental temperature to the corresponding standard experimental temperature (i.e. +40°C).

Table 1

Phases of experiment

Phase number	Conditions of measurement of changes of permeability			Aim of the experiment
	Kind of stress	Period of measurement	Time t calculated from the moment of end of heat treatment	
		days	days	
1	No stresses. The temperature of measurement +40°C	172	1,92—174	Investigation of "static" instability (in absence of stresses)
2	Temperature stress in form of changes from +40°C to +55°C from +55° to +27°C from +27° to +40°C	16 16	174—190 190—206	Investigation of the influence of thermal stresses on the state of magnetic ordering
3	as in 1	320	206—526	Investigation of the effects of thermal stresses (dynamic instability)
4	Magnetic stresses with values given in tabl. 2 at a temperature of measurement of +40°C	121	525—642	Investigation on the resistibility of magnetic ordering to magnetic stresses

Table 2

Some magnetic properties of samples

Group nr	μ_i	β mean value	H_p mean value	T_c	H_{dem}	$\frac{H_{dem}}{H_p} = c$	DF at +40°C
—	Gs/Oe	10^{-6}/°C	Oe	°C	Oe	—	10^{-6}
I	9,6±0,7	132	20	~580	min 3,37 max 60,0	min 0,169 max 3,0	~60
II	47±3	~25	5,5	~450	min 0,346 max 56,6	min 0,063 max 10,3	~47
III	68±3	~25	2,0	~360	min 0,185 max 20,4	min 0,0927 max 10,2	~65

3. RESULTS AND DISCUSSION

3.1. Some general remarks

The average value of the relative change of initial permeability with time for each group and for the first three phases of the experiment are shown in the Fig. 3. It is apparent from the curves in Fig. 3, that it is not easy to analyse in detail the effect of each phase of the experiment but they give an opportunity to compare the relative effects resulting from different stresses. For instance, it is evident that the changes of initial permeability

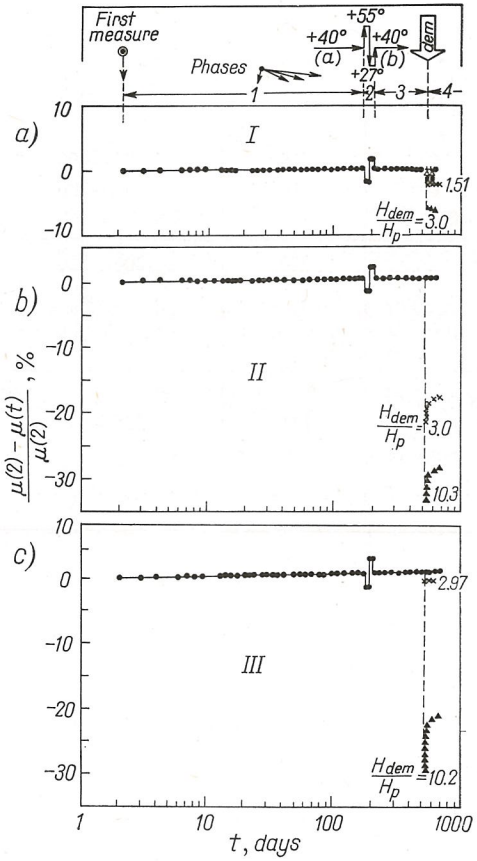


Fig. 3. Average changes of permeability of the samples of group I, II and III corresponding to three phases of experiment. These curves allow to compare the values of changes corresponding to the various kinds of stresses shown schematically at the top of the figure

consequent to magnetic stresses (shown in Fig. 3 arrow marked „*dem*") are the greatest. Such changes are caused due to the fact that the intensities of the stress field are much higher then the open field (vide Table 2). However, for practical applications the probability of such stresses is very little and therefore the changes of permeability due to magnetic stresses may be considered as less important. The changes of initial permeability consequent to temperature stresses (dynamic changes), as can be seen, are much greater than the