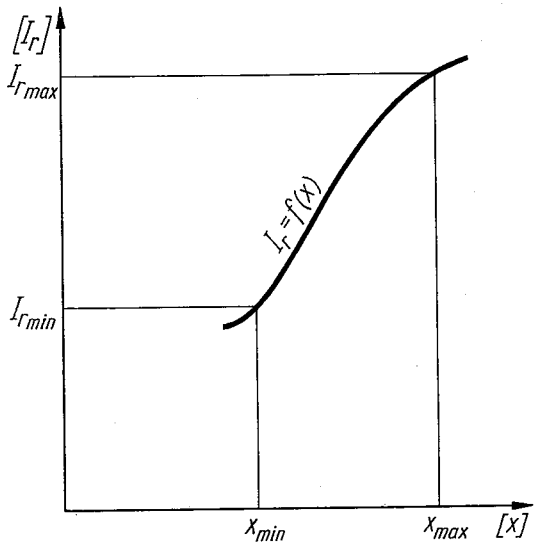
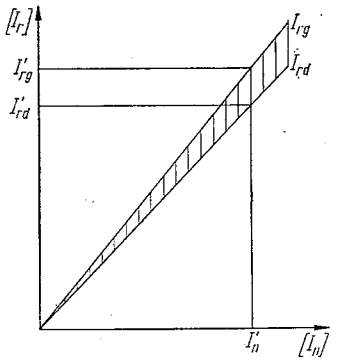
Ze względów konstrukcyjno-mechanicznych zmiana położenia mechanizmu nastawczego może się odbywać w granicach od x_{min} do x_{max}, co odpowiada wartościom prądów rozruchowych $I_{r\,min}$ oraz $I_{r\,max}$ (rys. 1).



Rys. 1. Przebieg zależności wartości rozruchowych przekaźnika termobimetalowego od położenia mechanizmu nastawczego

x_{min}, x_{max} — zakres regulacji mechanizmu nastawczego, $I_{r\,min}$, $I_{r\,max}$ — zakres zmian wartości prądu rozruchowego



Rys. 2. Wykres relacji pomiędzy wartością prądu nastawczego a dopuszczalnymi wartościami prądów rozruchowych

I_{rd}, I_{rg} — ograniczenie dolne i górne dopuszczalnych wartości prądów rozruchowych

Zgodnie z zależnością (3) wartości prądu nastawczego I_n odpowiada przedział dopuszczalnych wartości prądów rozruchowych ograniczony wartością dolną

$$I_{rd} = 1{,}05\, I_n \tag{5a}$$

oraz wartością górną

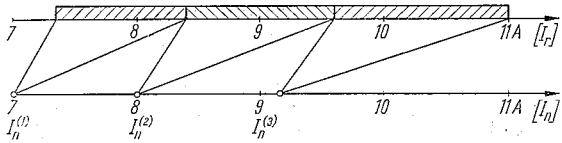
$$I_{rg} = 1{,}20\, I_n. \tag{5b}$$

Wykres relacji (5) przedstawiono na rys. 2.

Z relacji powyższej wynika, że kolejne wartości prądów nastawczych, przy których przedziały dopuszczalnych wartości prądów rozruchowych nie zachodzą na siebie, tworzą postęp geometryczny o ilorazie

$$q = \frac{1{,}20}{1{,}05} = \frac{8}{7}. \tag{6}$$

Jeżeli stosunek kolejnych wartości prądów nastawczych przekaźnika jest mniejszy od tej wartości, to przedziały dopuszczalnych wartości prądów rozruchowych zachodzą na siebie i oba punkty nastawcze mogą wypaść w tym samym miejscu.



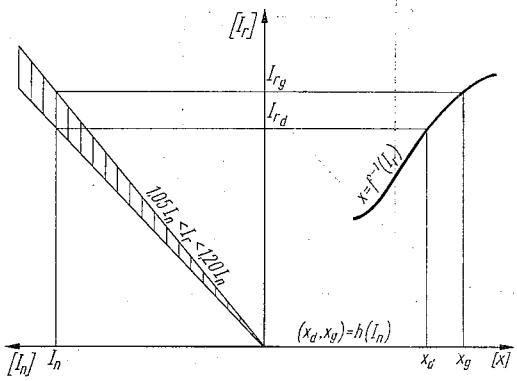
Rys. 3. Przedziały dopuszczalne wartości prądów rozruchowych dla ciągu prądów nastawczych $I_n^{(1)} = 7$ A, $I_n^{(2)} = 8$ A, $I_n^{(3)} = 9{,}14$ A tworzących postęp geometryczny o ilorazie $q = \frac{8}{7}$

Wykres podziałki przekaźnika odpowiadający ciągowi prądów nastawczych tworzących postęp geometryczny o ilorazie $q = \frac{8}{7}$ przedstawiono na rys. 3.

Z zależności (3) oraz (4) możemy wyznaczyć zakres dopuszczalnych położeń mechanizmu nastawczego (x_d, x_g) odpowiadający prądowi nastawczemu I_n w postaci

$$(x_d, x_g) = [f^{-1}(I_{rd}), \quad f^{-1}(I_{rg})] = h(I_n). \tag{7}$$

Wykres relacji (7) pomiędzy prądem nastawczym a dopuszczalnym zakresem położeń mechanizmu nastawczego przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Wykres relacji pomiędzy prądem nastawczym I_n a zakresem dopuszczalnym położeń mechanizmu nastawczego (x_d, x_g)

Powiemy, że przekaźnik termobimetalowy jest wyskalowany zgodnie z wymaganiami normy [5], jeżeli punkt nastawczy x_n na podziałce przekaźnika, odpowiadający prądowi nastawczemu I_n, spełnia relację

$$x_d < x_n < x_g. \tag{8}$$

4.3. Przedział ufności dla położenia pośredniego punktu nastawczego

Załóżmy, że pewna partia przekaźników została wyskalowana przy użyciu jednej z podanych powyżej metod skalowania laboratoryjnego dla trzech wartości prądów nastawczych

$$I_n^{(1)}, I_n^{(2)}, I_n^{(3)} \tag{9}$$

zgodnie z wymaganiami normy [5]. Jeżeli charakterystyki układów nastawczych przekaźników byłyby liniowe oraz jeżeli skalowanie odbywałoby się dla ściśle określonej krotności prądu rozruchowego, wówczas położenia wzajemne punktów nastawczych na skali przekaźników odpowiadałyby stosunkom wartości prądów nastawczych

$$I_n^{(1)}:I_n^{(2)}:I_n^{(3)} = x_n^{(1)}:x_n^{(2)}:x_n^{(2)}, \tag{10}$$

gdzie $x_n^{(1)}$, $x_n^{(2)}$, $x_n^{(3)}$ — położenia punktów nastawczych.

W praktyce wzajemne położenie punktów nastawczych na skali przekaźnika obarczone jest błędami losowymi. Oznaczmy przez zmienną losową

$$y = \frac{x_n^{(3)} - x_n^{(1)}}{x_n^{(3)} - x_n^{(1)}} \tag{11}$$

położenie względne pośredniego punktu nastawczego $x_n^{(2)}$ względem skrajnych punktów nastawczych $x_n^{(1)}$ oraz $x_n^{(3)}$.

Przy założeniu normalności rozkładu zmiennej y, co dla konkretnych wyników pomiarów może być potwierdzone odpowiednim testem i wykonując ciąg pomiarów wzajemnego położenia punktów nastawczych na skali dla odpowiednio dużej liczby przekaźników (rzędu kilkudziesięciu lub kilkuset sztuk) jesteśmy w stanie wyznaczyć z odpowiednią dokładnością przedział ufności zarówno dla wartości średniej zmiennej losowej jak i dla konkretnej jej realizacji.

Przedział ufności dla konkretnej realizacji zmiennej losowej y otrzymuje się z zależności

$$P\{\bar{y} \pm U_\alpha \sigma\} = 1 - \alpha, \tag{12}$$

gdzie:

$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ — średnia arytmetyczna z wyników próby,

$1-\alpha$ — założony współczynnik ufności,

U_α — wartość standaryzowanej zmiennej losowej dla przyjętego współczynnika ufności,

$\sigma \approx s = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$ — odchylenie standartowe rozkładu zmiennej losowej (w przybliżeniu równe odchyleniu standartowemu wyznaczonemu z dużej próby).

Jako wielkość porównawczą dla oceny szerokości otrzymanego przedziału ufności zmiennej y określimy przedział dopuszczalnej zmienności względnej prądów rozruchowych dla pośredniego punktu nastawczego w postaci

$$\delta = \frac{1{,}20 I_n^{(3)} - 1{,}05 I_n^{(2)}}{I_n^{(3)} - I_n^{(1)}} = \frac{0{,}15 I_n^{(2)}}{I_n^{(3)} - I_n^{(1)}}. \tag{13}$$

Jeżeli zachodzi relacja

$$2U_\alpha\sigma < \frac{0{,}15I_n^{(2)}}{I_n^{(3)}-I_n^{(1)}}, \tag{14}$$

to powiemy, że rozrzut położenia pośredniego punktu nastawczego nie przekracza wartości dopuszczalnej ze względu na zakres dopuszczalny zmian wartości prądu rozruchowego.

W przypadku zachodzenia relacji (14) położenie pośredniego punktu nastawczego możemy wyznaczyć na podstawie położenia punktów skrajnych z zależności

$$x_n^{(2)} = x_n^{(1)}+\bar{y}(x_n^{(3)}-x_n^{(1)}), \tag{15}$$

gdzie $\bar{y}$ — wartość średnia zmiennej losowej.

4.4. Przykład liczbowy

Ocenę możliwości skalowania statystycznego punktu nastawczego pośredniego w przekaźnikach termobimetalowych o wartościach prądów nastawczych 9 A; 10,5 A; 12,0 A przeprowadzono na podstawie pomiarów próby losowej 50 egzemplarzy wyskalowanych w trzech punktach nastawczych. Wartość położeń punktów nastawczych $x_n^{(1)}$, $x_n^{(2)}$, $x_n^{(3)}$ danego przekaźnika wyznaczono za pomocą pomiaru liczby prążków na pokrętle nastawczym zawartych pomiędzy ogranicznikiem ruchu pokrętła a danym punktem nastawczym. Na podstawie otrzymanych wyników pomiarów z zależności (11) wyznaczono wartości zmiennej losowej y dla poszczególnych przekaźników.

Szereg rozdzielczy oraz wyniki obliczeń parametrów rozkładu zmiennej losowej y podano w tablicy.

Tablica

Parametry rozkładu zmiennej losowej y dla 50 egz. przekaźników termobimetalowych

y_j	n_j	$\dot{y}_j$	$\dot{y}_j n_j$	$\bar{y}$	$(\dot{y}_j-\bar{y}^2$	$(\dot{y}_j-\bar{y})^2 n_j$	σ
0,45÷0,50	4	0,475	1,90		0,011449	0,045796	
0,50÷0,55	9	0,525	4,73		0,003249	0,029241	
0,55÷0,60	18	0,575	10,35	0,582	0,000049	0,000882	0,054
0,60÷0,65	14	0,625	8,75		0,001849	0,025886	
0,65÷0,70	5	0,675	3,38		0,008649	0,043245	
Σ	50	—	29,11	—	—	0,145050	—

Przy założonym współczynniku ufności $1-\alpha = 0{,}99$ z zależności (12) wyznaczono szerokość przedziału ufności dla konkretnej realizacji zmiennej losowej y i porównano jego szerokość z szerokością przedziału dopuszczalnej zmienności względnej prądów rozruchowych wyznaczonego z zależności (13):

$$2U_\alpha\sigma = 2\cdot 2{,}58\cdot 0{,}054 = 0{,}279 < 0{,}525 = \frac{0{,}15\cdot 10{,}5}{12{,}0-9{,}0} = \delta.$$

W rozpatrywanym przypadku zachodzi relacja (14), w związku z czym położenie pośrednich punktów nastawczych w danej populacji przekaźników można wyznaczać metodą statystyczną z zależności

$$x_n^{(2)} = x_n^{(1)} + 0{,}582(x_n^{(3)} - x_n^{(1)}).$$

5. WNIOSKI

Wyznaczono analitycznie oraz przedstawiono wykreślnie relacje pomiędzy wartościami prądów nastawczych, przedziałami dopuszczalnych wartości prądów rozruchowych oraz przedziałami dopuszczalnych położeń punktów nastawczych na podziałce przekaźników termobimetalowych. Podano kryterium oceny możliwości wyznaczania statystycznego pośrednich punktów nastawczych na podziałce przekaźnika oraz podano metodę efektywnego wyznaczania takiego punktu.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. S. Firkowicz, Statystyczne badanie wyrobów, WNT, Warszawa 1970.
2. E. Kaspar, Thermo-Bimetalle in der Elektrotechnik, VEB, Berlin 1960.
3. G. Królikowski, R. Niewiedział, Możliwość wykorzystania metod skróconego nagrzewania przekaźników termobimetalowych przy ich nastawianiu eksploatacyjnym, Gospodarka Paliwami i Energią, 1970, nr 4.
4. E. Pakulski, Wzorcowanie przekaźników termobimetalowych, Inf. dla konstr. ZPM i AE ORŁN, 1968.
5. PN-67/E-88506, Przekaźniki termobimetalowe nadmiarowo-prądowe pierwotne. Wymagania i badania.
6. Klockner Moeller, Hauptpreisliste, Bonn 1971.

W. BOBROWSKI

CERTAIN PROBLEMS OF STATISTICAL CALIBRATING OF THERMOBIMETAL RELAYS

Summary

The paper deals with problems of thermobimetal relay calibrating and contains a discussion of statistical methods of calibrating.

W. BOBROWSKI

GEWÄHLTE PROBLEME STATISTISCHER GRADIERUNG VON BIMETALLRELAIS

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurden einige mit der Gradierung von Bimetallrelais zusammenhängenden Probleme erörtert sowie die Möglichkeit erwogen, die Lage der Einstellpunkte unter Anwendung statistischer Methoden zu bestimmen.

В. БОБРОВСКИ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКИ ТЕРМОБИМЕТАЛЛИЧЕСКИХ РЕЛЕ

Резюме

В статье обсуждены некоторые вопросы калибровки тепловых реле и рассмотрена возможность применения статистической калибровки.

TREŚĆ

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

СОДЕРЖАНИЕ

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XIX · ZESZYT 3

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1973

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1
Instytut Teleelektroniki, Gmach Elektroniki
pokój 343, tel. 21-007-564 oraz 25-09-10

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 670(545+125)	Oddano do składania 8 III 1973 r.
Ark. wyd. 13,75 ark. druk. 10,75	Podpisano do druku w lipcu 1973 r.
Papier druk. sat. kl. III, 80 g, 70×100	Druk ukończono w lipcu 1973 r.
Zamówienie nr 433/73 R—12	Cena zł 40.—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 3, s 411—422

621.372.6

Warunki realizowalności i metody realizacji macierzy $[Y]$ za pomocą $(n+1)$-zaciskowej sieci zbudowanej z elementów R, C, żyrator

HENRYK SOŁTYSIK (WARSZAWA)

Instytut Podstaw Elektroniki Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 24.11.1972

W pracy wykazano (por. twierdzenia 3 i 4), że wymierna rzeczywista macierz o wymiarach $n \times n$ jest realizowalna jako macierz admitancyjna $[Y]$ układu n-wejściowego o wspólnym zacisku odniesienia i strukturze o n węzłach niezależnych za pomocą układu zbudowanego z elementów R, C i $I\dot{Z}$ (żyratorów impedancyjnych), jeżeli elementy k_{ij} macierzy liczbowych $[k_{ij}^{(y)}]$, wynikających z rozkładu (17) macierzy symetrycznej, spełniają warunek dominacji (6), a elementy y_{ij}^{ss} macierzy skośno-symetrycznej są realizowalne jako admitancje żyracji typu Y_{RC}.

W pracy tej będzie rozpatrzona możliwość realizacji wymiernej rzeczywistej macierzy o wymiarach $n \times n$ jako macierzy admitancyjnej $[Y]$ układu n-wejściowego o $(n+1)$-zaciskach, o wspólnym zacisku odniesienia i strukturze o n węzłach niezależnych. Realizowalność tej macierzy rozpatrzymy w klasie elementów RC: żyrator, przy czym żyrator jest tutaj rozumiany w sensie ogólnym, tzn. jako żyrator impedancyjny opisany następującymi równaniami:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= -z_1 I_2 \\ U_2 &= z_2 I_1 \end{aligned}\right\} \quad \text{lub} \quad \left.\begin{aligned} I_1 &= y_2 U_2 \\ I_2 &= -y_1 U_1 \end{aligned}\right\}, \tag{1}$$

gdzie: z_1, z_2 (y_1, y_2) — impedancje (admitancje) żyracji żyratora. Zastosowanie żyratora impedancyjnego w znacznym stopniu pozwala na uwzględnienie nieidealności żyratora realnego, a zatem może być rozszerzony zakres częstotliwości dla układów żyratorowych.

Wybór takiej struktury układu realizującego macierz $[Y]$ został podyktowany względami praktycznymi, gdyż większość układów zawierających elementy aktywne (np. tranzystor) ma wspólny zacisk odniesienia (uziemienie), a poza tym powyższa struktura daje możność swobodnego łączenia równoległego wielu układów omawianego typu. Strukturę taką będziemy w dalszym tekście nazywać uziemionym układem $(n+1)$-zaciskowym.

Rozważając możliwość realizacji macierzy admitancyjnej $[Y]$ o elementach

$$y_{ij} = \frac{n_{ij}}{d},$$

gdzie:

n_{ij} — wielomian o współczynnikach rzeczywistych,

d — wielomian o współczynnikach rzeczywistych nieujemnych,

w postaci uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego, zakładamy, że liczba zacisków jest równa liczbie węzłów znajdujących się w układzie, co oznacza, że rozpatrywana sieć ma n węzłów niezależnych, a jej graf jest spójny (jednoczęściowy). Wobec powyższego macierz $[Y]$ rozpatrywanej sieci ma postać

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11}, & y_{12}, & \dots, & y_{1n} \\ y_{21}, & y_{22}, & \dots, & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n1}, & & \dots, & y_{nn} \end{bmatrix}.$$

W przypadku analizy omawianej sieci metodą potencjałów węzłowych powyższa macierz jest macierzą admitancji węzłowych, a bilans prądów dla danego węzła wyraża się zależnością

$$\sum_{i=1}^{m} y_{ki} U_i = J_k,$$

gdzie: J_k — algebraiczna suma wydajności prądowych źródeł dochodzących do k-tego węzła,

U_i — gałęziowy spadek napięcia, przy czym $U_i = U_{km} = V_k - V_m$, $k \neq m$.

Zakładając, że w sieci nie występują sprzężenia między gałęziami, elementy y_{kk} macierzy admitancji węzłowych $[Y]$ (admitancje własne węzłów) są równe sumie algebraicznej admitancji wszystkich gałęzi dochodzących do k-tego węzła, natomiast $y_{jk} = y_{kj}$, $k \neq j$, (admitancje wzajemne) są równe pomnożonej przez minus jeden admitancji wspólnej gałęzi bezpośrednio łączącej k-ty węzeł z j-tym. Z powyższego wynika, że na to, aby symetryczna macierz $[Y]$ zbudowana z funkcji wymiernych y_{ij} była realizowalna jako macierz uziemionego pasywnego układu $(n+1)$-zaciskowego konieczne jest, aby macierz ta była macierzą wymierną rzeczywistą dodatnią (wrd) [2, 10].

Zgodnie z notacją węzłową mamy

$$y_{ii} = y_i + \sum_{j=1,\, j\neq i}^{m} y_{ij}, \qquad i \in \{1, 2, \dots, n\}, \qquad j \in \{1, 2, \dots, n\}, \tag{2}$$

gdzie:

y_{ii} — admitancja własna i-tego węzła,

y_i — admitancja wejściowa i-tego węzła,

y_{ij} — admitancje wzajemne.

Mając daną macierz $[Y]$ uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego o znanych elementach y_{kl} możemy określić admitancje wejściowe na podstawie następującej zależności

$$y_i = y_{ii} - \sum_{j=1,\, j\neq i}^{m} y_{ij}. \tag{3}$$

Niech $y_{ij} = g_{ij} \in \mathscr{R}$ (gdzie: $\mathscr{R}$ — zbiór liczb rzeczywistych); wówczas (3) przybiera postać

$$g_i = g_{ii} - \sum_{j=1,\, j\neq i}^{m} g_{ij}. \tag{4}$$

Z zależności (4) wynika, że g_i może być dodatnie, ujemne lub równe zero. Jeśli układ zbudowany jest z elementów pasywnych, g_i nie może przybierać wartości ujemnych (tzn. że $g_i \geqslant 0$). Uwzględniając fakt, że wyrazy macierzy admitancji węzłowych $[Y]$ leżące poza główną przekątną mnożone są przez minus jeden, można napisać warunek, jaki muszą spełniać elementy danej macierzy liczbowej $[Y]$ realizowalnej za pomocą sieci pasywnej:

$$g_{ii} \geqslant \sum_{j=1,\, j\neq i}^{m} |g_{ij}|. \tag{5}$$

Warunek ten jest analogiczny do znanego w rachunku macierzowym określenia macierzy dominacyjnej, które brzmi [1]: dowolna $n \times n$ macierz symetryczna $[A] = [a_{ij}]$, $a_{ij} \in \mathscr{R}$, nazywa się macierzą dominacyjną, jeśli wszystkie elementy a_{ii} spełniają warunek Hadamarda

$$a_i = a_{ii} - \sum_{j=1,\, j\neq i}^{m} |a_{ij}| \geqslant 0, \qquad i \in \{1, 2, \ldots, n\}. \tag{6}$$

W dalszym tekście będziemy korzystać ze znanych właściwości macierzy dominacyjnych (patrz : [1] — str. 106 i str. 276, [5] — str. 161), które można sformułować w postaci następującego twiedzenia:

T w i e r d z e n i e 1. Każda macierz dominacyjna $[A] = [a_{ij}]$ jest macierzą dodatnio półokreśloną, a jej wyznacznik spełnia nierówność

$$\det [A] \geqslant a_1 a_2 \ldots a_n \geqslant 0.$$

1. WARUNKI REALIZOWALNOŚCI MACIERZY [Y] ZA POMOCĄ SIECI ZBUDOWANEJ Z ELEMENTÓW R, C

Symetryczną macierz admitancyjną układu zbudowanego z elementów RC można przedstawić w następującej postaci

$$[Y] = [k^{(0)}] + s[k^{(\infty)}] + \sum_{\nu} \frac{s}{s+\sigma_\nu} [k^{(\nu)}] =$$

$$= \begin{bmatrix} k_{11}^{(0)}, & \ldots, & k_{1n}^{(0)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}^{(0)}, & \ldots, & k_{nn}^{(0)} \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} k_{11}^{(\infty)}, & \ldots, & k_{1n}^{(\infty)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}^{(\infty)}, & \ldots, & k_{nn}^{(\infty)} \end{bmatrix} + \sum_{\nu} \frac{s}{s+\sigma_\nu} \begin{bmatrix} k_{11}^{(\nu)}, & \ldots, & k_{1n}^{(\nu)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}^{(\nu)}, & \ldots, & k_{nn}^{(\nu)} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

gdzie $[k^{(0)}]$, $[k^{(\infty)}]$, $[k^{(\nu)}]$ macierze liczbowe o lementach $k_{ij} \in \mathscr{R}$.

Warunkiem koniecznym i wystarczającym na to, aby macierz $[Y]$ określona przez (7) była macierzą admitancyjną układu RC jest warunek, aby macierze $[k^{(0)}]$, $[k^{(\infty)}]$ i $[k^{(\nu)}]$ były dodatnio półokreślone (patrz [3], str. 253). Aby macierz admitancyjna $[Y]$ była reali-

żowalna jako macierz admitancji węzłowych pasywnego, uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego, zbudowanego z elementów RC, macierze liczbowe $[k^{(0)}]$, $[k^{(\infty)}]$, $[k^{(\nu)}]$ muszą spełniać warunek dominacji wynikający z warunku Hadamarda $k_{ii} \geqslant \sum |k_{ij}|$, przy czym: $k_{ii} > 0$, $k_{ij} \leqslant 0$ dla $j \neq i$.

Korzystając z twierdzenia dotyczącego realizowalności symetrycznej macierzy rzeczywistej $n \times n$ jako macierzy konduktancyjnej rezystancyjnego układu n-wejściowego zawierającego $n+1$ zacisków, gdzie jeden z nich jest wspólny dla pozostałych n (patrz [10], str. 366) oraz korzystając z własności macierzy dominacyjnych przedstawionych w pracy [8], można zatem sformułować następujące twierdzenie:

Twierdzenie 2. Symetryczna macierz admitancyjna $[Y]$ o wymiarach $n \times n$ jest realizowalna jako macierz admitancji węzłowych pasywnego, uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego zbudowanego z elementów RC (o jednym zacisku wspólnym dla pozostałych n), wtedy i tylko wtedy, gdy:

1° macierz $[Y]$ można przedstawić w postaci (7), przy czym macierze $[k]$ są macierzami dominacyjnymi, tzn. $k_{ii} \geqslant \sum_{j=1,\, j\neq i}^{m} |k_{ij}|$,

2° elementy leżące poza główną przekątną w macierzach $[k]$ są niedodatnie.

W przypadku, gdy daną macierz admitancyjną $[Y]$ realizujemy za pomocą pasywnego układu $2n$-zaciskowego (tzn. gdy nie występuje żądanie istnienia zacisku wspólnego), wtedy warunek 2° nie musi być spełniony. W tym przypadku warunek dominacji 1° jest warunkiem dostatecznym dla realizowalności (ale nie jest warunkiem koniecznym, [10, 8, 4]).

2. WARUNKI REALIZOWALNOŚCI MACIERZY $[Y]$ ZA POMOCĄ SIECI ZBUDOWANEJ Z ELEMENTÓW R, C, $\dot{Z}$ (ŻYRATOR IDEALNY)

Określając warunki realizowalności macierzy $[Y]$ za pomocą sieci RC: $\dot{Z}$ rozpatrzymy najpierw warunki realizowalności $[Y]$ przy użyciu elementów R, L, C, a dopiero potem przy użyciu elementów R, C, $\dot{Z}$, tzn. przy pomocy elementów RC i żyratorów idealnych. Żyrator nazywamy żyratorem idealnym jeśli w równaniach (1) $z_1(s) = z_2(s) = r$.

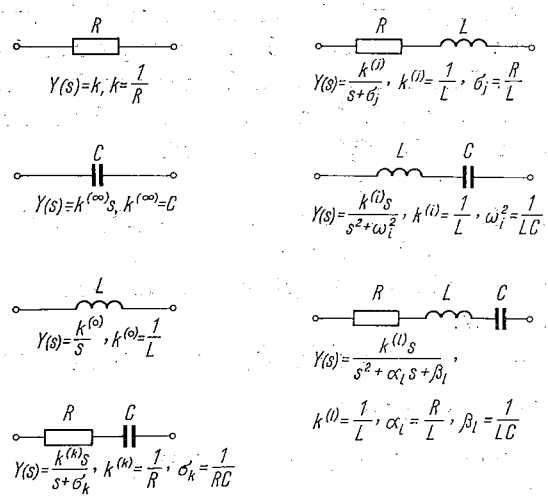
Jak wiadomo, dowolną macierz kwadratową $[A] = [a_{ij}]$ można przedstawić w postaci sumy macierzy symetrycznej i skośnosymetrycznej:

$$[A] = [A^s] + [A^{ss}],$$

gdzie: $[A^s] = \frac{1}{2}([A]+[A_T])$, $[A^{ss}] = \frac{1}{2}([A]-[A_T])$. Macierz admitancyjną $[Y]$ układu można zapisać w postaci

$$[Y] = [Y^s] + [Y^{ss}] = [Y^{ss}] + \begin{bmatrix} y_{11}^s, & \ldots, & y_{1n}^s \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{n1}^s, & \ldots, & y_{nn}^s \end{bmatrix}, \tag{8}$$

gdzie $y_{lk}^s = y_{kl}^s$. Rozpatrując macierz admitancji węzłowych $[Y^s]$ uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego zbudowanego z elementów R, L, C zauważamy, że w układzie tym



Rys. 1. Dwójniki występujące w układzie realizującym macierz $[Y^s]$

między dowolnymi węzłami mogą występować dwójniki połączone równolegle, pokazane na rys. 1, wobec czego, każdy z elementów y_{ij}^s macierzy $[Y^s]$ można zapisać jako

$$y_{ij}^s(s) = k+sk^{(\infty)}+\frac{1}{s}k^{(0)}+\sum_i \frac{s}{s^2+\omega_i^2}k^{(i)}+\sum_j \frac{1}{s+\sigma_j}k^{(j)}+$$
$$+\sum_k \frac{s}{s+\sigma_k}k^{(k)}+\sum_l \frac{s}{s^2+\alpha_l s+\beta_l}k^{(l)}. \tag{9}$$

Macierz symetryczną $[Y^s]$ realizowalną za pomocą elementów R, L, C w uziemionym układzie $(n+1)$-zaciskowym można zatem przedstawić w postaci

$$[Y^s] = \begin{bmatrix} k_{11}, & \ldots, & k_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}, & \ldots, & k_{nn} \end{bmatrix} + s\begin{bmatrix} k_{11}^{(\infty)}, & \ldots, & k_{1n}^{(\infty)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}^{(\infty)}, & \ldots, & k_{nn}^{(\infty)} \end{bmatrix} + \frac{1}{s}\begin{bmatrix} k_{11}^{(0)}, & \ldots, & k_{1n}^{(0)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}^{(0)}, & \ldots, & k_{nn}^{(0)} \end{bmatrix} +$$
$$+\sum_i \frac{s}{s^2+\omega_i^2}\begin{bmatrix} k_{11}^{(i)}, & \ldots, & k_{1n}^{(i)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}^{(i)}, & \ldots, & k_{nn}^{(i)} \end{bmatrix} + \sum_j \frac{1}{s+\sigma_j}\begin{bmatrix} k_{11}^{(j)}, & \ldots, & k_{1n}^{(j)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}^{(j)}, & \ldots, & k_{nn}^{(j)} \end{bmatrix} +$$
$$+\sum_k \frac{s}{s+\sigma_k}\begin{bmatrix} k_{11}^{(k)}, & \ldots, & k_{1n}^{(k)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}^{(k)}, & \ldots, & k_{nn}^{(k)} \end{bmatrix} + \sum_l \frac{s}{s^2+\alpha_l s+\beta_l}\begin{bmatrix} k_{11}^{(l)}, & \ldots, & k_{1n}^{(l)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1}^{(l)}, & \ldots, & k_{nn}^{(l)} \end{bmatrix}, \tag{10}$$

gdzie $k_{ij} \in \mathscr{R}$.

Jeśli macierz $[Y^s]$ ma być realizowalna jako macierz admitancji węzłowych uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego zbudowanego z elementów R, L, C, to macierze $[k]$ muszą spełniać warunek dominancji, a ponadto wszystkie elementy k_{ij}, dla $i \neq j$, muszą być niedodatnie.

Z równań żyratora (1) wynika, że admitancja żyracji żyratora włączonego między węzły $k-l$ sieci $(n+1)$ -węzłowej ma jedynie wpływ na odpowiedni element y_{kl} i y_{lk} macierzy $[Y]$,

natomiast nie ma wpływu na pozostałe elementy. Macierz skośnosymetryczną $[Y^{ss}]$ ($y_{jk}^{ss} = -y_{kj}^{ss}$, $y_{jj}^{ss} = 0$) można zatem zrealizować za pomocą żyratorów włączonych między odpowiednie węzły sieci. Ponadto, z rozważań przeprowadzonych w [3] str. 269—270 wynika, że w klasie układów RC: $\dot{Z}$ można zrealizować macierz skośnosymetryczną $[Y^{ss}] = [y_{jk}^{ss}]$ w przypadku, gdy $y_{jk}^{ss}(s) = \text{const} \in \mathscr{R}$.

Zatem słuszne jest twierdzenie:

Twierdzenie 3. Macierz admitancyjna $[Y] = [Y^s]+[Y^{ss}]$ o wymiarach $n \times n$, przedstawiona w postaci (8) i (10), jest realizowalna jako macierz admitancji węzłowych pasywnego uziemionego układu $(n+1)$-węzłowego zbudowanego z elementów R, C, $\dot{Z}$, wtedy i tylko wtedy, gdy:

1° elementy macierzy liczbowych $[k_{ij}^{(\nu)}]$, $k_{ij} \in \mathscr{R}$, spełniają warunek dominacji: $k_{ii} \geqslant \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} |k_{ij}|$ i są niedodatnie dla $i \neq j$,

2° elementy y_{jk}^{ss} macierzy skośnosymetrycznej $[Y^{ss}]$ przybierają wartości rzeczywiste, tzn. $y_{jk}^{ss}(s) = \text{const} \in \mathscr{R}$.

Z rozważań przeprowadzonych w tym punkcie oraz z własności żyratora, która mówi, że żyrator o impedancji żyracji $z(s) = r$ obciążony dwójnikiem o impedancji $Z_0(s) = \dfrac{1}{sC}$ symuluje indukcyjność wynika, że sieć zbudowaną z elementów R, L, C zawsze można zrealizować za pomocą układu RC: $\dot{Z}$ lecz nie odwrotnie.

3. WARUNKI REALIZOWALNOŚCI MACIERZY $[Y]$ ZA POMOCĄ SIECI ZBUDOWANEJ Z ELEMENTÓW R, C, $I\dot{Z}$ (ŻYRATOR IMPEDANCYJNY)

Zajmiemy się teraz określeniem warunków realizowalności wymiernej macierzy admitancyjnej $[Y] = [Y^s]+[Y^{ss}]$ za pomocą uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego zbudowanego z elementów R, C i żyratorów impedancyjnych. Chcąc wyznaczyć warunki realizowalności macierzy $[Y]$ w klasie układów RC: $I\dot{Z}$ wystarczy określić warunki realizowalności macierzy skośnosymetrycznej $[Y^{ss}]$ i macierzy symetrycznej $[Y^s]$.

3. 1. Warunki realizowalności macierzy skośnosymetrycznej $[Y^{ss}]$

Macierz skośnosymetryczną można zapisać w następującej postaci:

$$[Y^{ss}] = \begin{bmatrix} 0, & y_{12}^{ss}, & y_{13}^{ss}, & \ldots, & y_{1n}^{ss} \\ -y_{21}^{ss}, & 0, & y_{23}^{ss}, & \ldots, & y_{2n}^{ss} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -y_{n1}^{ss}, & -y_{n2}^{ss}, & & \ldots, & 0, \end{bmatrix}, \tag{11}$$

gdzie $y_{ij}^{ss} = y_{ji}^{ss}$, $y_{ij}^{ss} \in \mathscr{W}$ (zbiór funkcji wymiernych rzeczywistych). Elementy y_{ij}^{ss} są funkcjami wymiernymi rzeczywistymi, które można przedstawić w następującej postaci

$$F(s) = y_{ij}^{ss}(s) = \frac{b_n s^n + b'_{n-1} s^{n-1} + \ldots + b'_1 s + b'_0}{a_m s^m + a'_{m-1} s^{m-1} + \ldots + a'_1 s + a'_0} =$$

$$= \frac{b_n}{a_m} \cdot \frac{s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \ldots + a_1 s + a_0} = H \frac{N(s)}{D(s)}, \tag{12}$$

gdzie: N i D wielomiany o rzeczywistych współczynnikach odpowiednio stopnia n i m, przy czym $n, m \in \{0, 1, 2, \ldots\}$.

Funkcję F można zapisać w postaci

$$\frac{N(s)}{D(s)} = s^r + A_1 s^{r-1} + A_2 s^{r-2} + \ldots + A_{r-1} s + A_r + \frac{N_1(s)}{D(s)}, \tag{13}$$

gdzie: $r = n - m \geqslant 0$, $A_k \in \mathscr{R}$. Współczynniki A_k oraz współczynniki wielomianu $N_1(s)$ można wyznaczyć, znając współczynniki wielomianów $N(s)$ i $D(s)$, za pomocą algorytmu podanego w dodatku.

Problem realizacji macierzy skośnosymetrycznej (11) o elementach określonych zależnością (12) można sprowadzić do rozważenia realizacji funkcji $\frac{N}{D}$ o postaci (13). Funkcje typu (13) są elementami macierzy $[Y^{ss}]$, wobec czego realizacje tych funkcji sprowadzają się do równoległego włączenia, między zaciski i-j, żyratorów o admitancjach żyracji typu $A_k s^k$ oraz żyratora o admitancji żyracji typu $\frac{N_1}{D}$. W układach praktycznych realizujących żyratory, admitancja żyracji zależy zazwyczaj od określonego elementu (lub elementów) występujących w układzie realizującym żyrator rzeczywisty. W realizacjach tranzystorowych jest to zazwyczaj impedancja emitera i wobec tego problem sprowadza się do realizacji admitancji typu $A_k s^k$ oraz $\frac{N_1}{D}$. W pracy [9] wykazano, że każdą admitancję typu $A_p s^p$ i B_q/s^q, A_p, $B_q \in \mathscr{R}^+$ (zbiór liczb rzeczywistych dodatnich), można zrealizować za pomocą żyratorów reaktancyjnych i rezystancyjnych obciążonych odpowiednio oporem R_0 lub pojemnością C_0. W przypadku, gdy współczynnik A_k jest ujemny, admitancję żyracji typu $A_k s^k$ realizuje się za pomocą żyratora charakteryzującego się przeciwnym kierunkiem żyracji.

Przed szczegółowym rozważeniem realizacji admitancji typu $\frac{N}{D}$ należy zastanowić się jakie warunki musi spełniać wielomian D. Z punktu widzenia stabilnej pracy układu wyrazy macierzy $[Y]$ nie mogą posiadać biegunów w półpłaszczyźnie $\operatorname{Re} s \geqslant 0$, tzn. wszystkie pierwiastki wielomianu D muszą znajdować się w lewej półpłaszczyźnie.

Rozpatrzymy teraz funkcję wymierną $\frac{N_1}{D}$, gdzie N_1 — wielomian o współczynnikach rzeczywistych, przy czym zera N_1 mogą leżeć w dowolnym miejscu płaszczyzny zespolonej. Funkcję $\frac{N_1}{D}$ można zapisać w postaci:

$$\sum_{k=0}^{n-r} \frac{h_k s^k}{D(s)}, \qquad h_k \in \mathscr{R}. \tag{14}$$

Z teoretycznego punktu widzenia poszczególne wyrazy sumy (14) reprezentujące odpowiednie admitancje żyracji są zawsze realizowalne przy użyciu żyratorów impedancyjnych w myśl twierdzenia 4 z [9]. Z praktycznego punktu widzenia, tzn. z punktu widzenia możliwości realizacji technicznych, interesujący jest przypadek, kiedy poszczególne admitancje żyracji wyrażone przez $\frac{N_1}{D}$ będą admitancjami typu Y_{RC}.

Jeśli funkcja $\frac{N_1}{D}$ ma być realizowalna jako admitancja żyracji typu Y_{RC}, to zera wielomianu D winny być rzeczywiste ujemne, a stopień N_1 może być co najwyżej o jeden większy od stopnia wielomianu D. Korzystając z twierdzenia o rozkładzie RC: — RC wielomianów (patrz dodatek), można zatem funkcję wymierną rzeczywistą $\frac{N_1}{D}$ przedstawić w następującej postaci:

$$\frac{N_1}{D} = \frac{N_1^a - N_1^b}{D} = Y_{RC}^a - Y_{RC}^b, \tag{15}$$

przy czym zera wielomianów N_1^a i N_1^b leżą na ujemnej półosi rzeczywistej lub w początku układu współrzędnych.

Admitancję Y_{RC}^a realizuje się za pomocą żyratora o admitancji żyracji równej Y_{RC}^a, natomiast $-Y_{RC}^b$ realizuje się za pomocą żyratora o admitancji żyracji Y_{RC}^b charakteryzującego się przeciwnym kierunkiem żyracji.

3.2. Warunki realizowalności macierzy symetrycznej $[Y^s]$

Macierz symetryczna admitancji węzłowych $[Y^s]$ uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego ma postać

$$[Y^s] = \begin{bmatrix} y_{11}^s, & -y_{12}^s, & \ldots, & -y_{1n}^s \\ -y_{21}^s, & y_{22}^s, & \ldots, & -y_{2s}^s \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -y_{n1}^s, & & \ldots, & y_{nn}^s \end{bmatrix}, \qquad y_{ij}^s = y_{ji}^s.$$

Elementy y_{ij}^s macierzy są funkcjami wymiernymi rzeczywistymi, które można zapisać w następujący sposób

$$F(s) = y_{ij}^s(s) = H\frac{N(s)}{D(s)} = H\frac{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{s^m + a_{m-1}s^{m-1} + \ldots + a_1 s + a_0}, \tag{16}$$

gdzie $H \in \mathscr{R}^+$.

W pracy [9] wykazano, że funkcję rzeczywistą wymierną $F = y_{ij}^s$, o nieujemnych rzeczywistych współczynnikach b_k, a_k można zrealizować jako immitancję dwójnika zbudowanego z elementów R, C oraz żyratorów reaktancyjnych i rezystancyjnych. Ze względu na stabilność pracy układu realizującego macierz $[Y]$, elementy y_{ij}^s macierzy nie mogą mieć biegunów dla Re $s \geqslant 0$. Funkcję (16) można przedstawić w postaci analogicznej do (13), przy czym współczynniki A_p winny być rzeczywiste nieujemne. Macierz $[Y^s]$ można zapisać w następujący sposób

$$[Y^s] = \sum_{p=-r}^{r} s^p [k^{(\nu_p)}] + \sum_i \frac{s}{s^2+\omega_i^2}[k^{(i)}] + \sum_j \frac{1}{s+\sigma_j}[k^{(j)}] + \\ + \sum_k \frac{s}{s+\sigma_k}[k^{(k)}] + \sum_l \frac{s}{s^2+\alpha_l s+\beta_l}[k^{(l)}]. \tag{17}$$

Z powyższych rozważań wynika, że słuszne jest następujące twierdzenie:

Twierdzenie 4. Wymierna rzeczywista macierz admitancyjna $[Y] = [Y^s]+[Y^{ss}]$ o wymiarach $n\times n$ i o elementach $y_{ij} = \frac{n_{ij}}{d}$ (gdzie d — wielomian Hurwitza) jest realizowalna jako macierz admitancji węzłowych uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego zbudowanego z elementów R, C, $I\dot{Z}$ wtedy, gdy:

1° elementy macierzy liczbowych $[k_{ij}^{(y)}]$, $k_{ij} \in \mathscr{R}$, wynikających z rozkładu (17), spełniają warunek dominacji $k_{ii} \geqslant \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} |k_{ij}|$ i są niedodatnie dla $i \neq j$,

2° elementy y_{ij}^{ss} macierzy skośnosymetrycznej $[Y^{ss}]$ można przedstawić w postaci (13) i (15), tzn. są one admitancjami żyracji typu Y_{RC}.

Przykład

Zrealizować następującą macierz admitancyjną

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{2s^3+5s^2+3s+2}{s^2+s} & 0 & -2s \\ \frac{4s}{s+1} & \frac{s^4+9s^3+22s^2+8s+s}{s^3+5s^2+4s} & -2 \\ -2s & 0 & \frac{3s^4+3s^3+2s^2+4s+1}{s+1} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{2s}{s+1} & 0 \\ \frac{-2s}{s+1} & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2s^3+5s^2+3s+2}{s(s+1)} & \frac{-2s}{s+1} & -2s \\ \frac{-2s}{s+1} & \frac{s^4+9s^3+22s^2+8s+3}{s(s+1)(s+4)} & -1 \\ -2s & -1 & \frac{3s^4+3s^3+2s^2+4s+1}{s+1} \end{bmatrix},$$

przy czym:

$$y_{11}^s(s) = 2s+\frac{3s^2+3s+2}{s(s+1)} = 2s+\frac{2}{s}+\frac{3s+1}{s+1} = 2s+\frac{2}{s}+1+\frac{2s}{s+1},$$

$$y_{33}^s(s) = 3s^3+2s+\frac{2s+1}{s+1} = 3s^3+2s+1+\frac{s}{s+1},$$

$$y_{22}^s(s) = s+\frac{4s^3+18s^2+8s+3}{s(s+1)(s+4)} = s+\frac{3/4}{s}+\frac{4s+1}{s+1}+\frac{1/4}{s+4} =$$

$$= \left(\frac{2s}{s+1}+1\right)+\underbrace{\left(s+\frac{3/4}{s}+\frac{s}{s+1}+\frac{1/4}{s+4}\right)}_{y_2}.$$

Macierz tę można ostatecznie zapisać w następującej postaci:

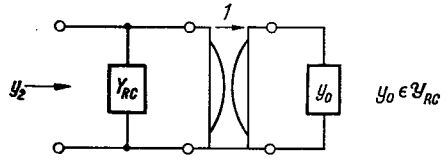
$$[Y] = [Y^{ss}]+s^3\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} + s\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{s}\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+\frac{s}{s+1}\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + y_2\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

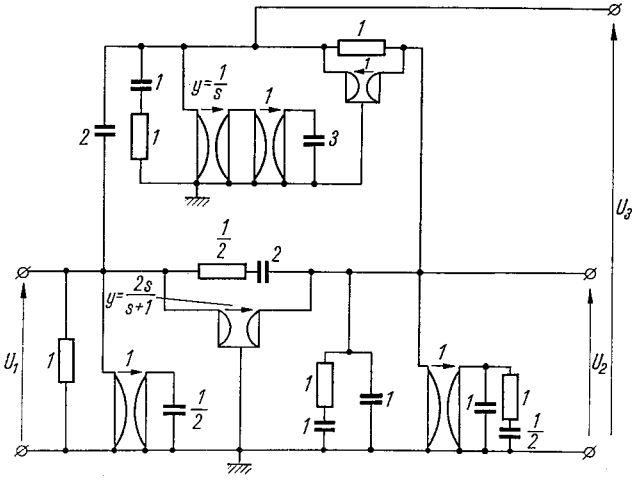
Rozpatrując admitancję y_2 zauważamy, że do jej realizacji potrzebne są dwa żyratory. Stosując rozkład RC: RL wielomianów [6], admitancję y_2 można zrealizować za pomocą jednego żyratora idealnego, bowiem

$$y_2 = s + \frac{s}{s+1} + \frac{3/4}{s} + \frac{1/4}{s+4} = Y_{RC} + Y_{RL} = \frac{s(s+2)}{s+1} + \frac{s+3}{s(s+4)},$$

co realizujemy za pomocą układu z rys. 2, gdzie $y_0 = \frac{s(s+4)}{s+3}$. Ostateczny układ realizujący daną macierz admitancyjną w klasie układów RC: $I\dot{Z}$ pokazany jest na rys. 3.



Rys. 2. Układ realizujący admitancję y_2



Rys. 3. Ostateczny układ realizujący zadaną macierz $[Y]$

4. ZAKOŃCZENIE

W niniejszej pracy wykazano (por. twierdzenia 3 i 4), że macierz wr $[Y]$ o wymiarach $n \times n$ jest realizowalna w klasie układów RC: $I\dot{Z}$ jako macierz admitancji węzłowych uziemionego układu $(n+1)$-zaciskowego, gdy elementy k_{ij} macierzy liczbowych $[k_{ij}^{(\nu)}]$ wynikających z rozkładu (17) macierzy symetrycznej spełniają warunek dominacji (6), a elementy y_{ij}^{ss} macierzy skośnosymetrycznej są realizowalne jako admitancje żyracji typu Y_{RC}.

Metody syntezy układów w klasie RC: $I\dot{Z}$, mimo pewnych wad, wydają się być metodami atrakcyjnymi głównie ze względu na małą czułość układów żyratorowych i ich stabilną pracę, możliwość realizacji w postaci układów scalonych oraz możliwość zastosowania metod syntezy RC: $I\dot{Z}$ do układów o stałych rozłożonych.

Niewątpliwie jedną z najważniejszych zalet stosowania w syntezie żyratorów impedancyjnych jest możliwość uwzględnienia w znacznym stopniu nieidealności praktycznie

konstruowanych żyratorów, wskutek czego zakres częstotliwości stosowania modeli syntezy żyratorowej może być rozszerzony.

DODATEK

1° Twierdzenie o rozkładzie RC: —RC [6]. Niech dane będą określone na zbiorze liczb zespolonych wielomiany P i q o współczynnikach rzeczywistych, przy czym zakłada się, że wielomian q ma tylko zera pojedyńcze ujemne. Jeżeli

$$\mathrm{st}(q) \geqslant \mathrm{st}(P)-1,$$

to

$$\frac{P}{q} = Y^a - Y^b, \quad \text{gdzie} \quad Y^a, Y^b \in \mathscr{Y}_{RC}.$$

2° Funkcję wymierną rzeczywistą $F(s)$ określoną zależnością:

$$F(s) = \frac{b_n}{a_m} \cdot \frac{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{a_m + s_{m-1}s^{m-1} + \ldots + a_1 s + a_0} = H\frac{N(s)}{D(s)}$$

można zapisać w następującej postaci

$$\frac{N(s)}{D(s)} = A_0 s^r + A_1 s^{r-1} + A_2 s^{r-2} + \ldots + A_{r-1}s + A_r + \frac{N_1(s)}{D(s)},$$

gdzie: $r = n-m \geqslant 0$, $\dfrac{N_1(s)}{D(s)} = \dfrac{A_{r+1}s^{m-1} + A_{r+2}s^{m-2} + \ldots + A_{r+m-1}}{D(s)}$.

Współczynniki A_i wyznaczamy według następującego algorytmu:

$$\begin{aligned}
A_0 &= 1\\
A_1 &= b_{n-1} - a_{m-1}\\
A_2 &= b_{n-2} - a_{m-2} - A_1 a_{m-1}\\
A_3 &= b_{n-3} - a_{m-3} - A_1 a_{m-2} - A_2 a_{m-1}\\
A_4 &= b_{n-4} - a_{m-4} - A_1 a_{m-3} - A_2 a_{m-2} - A_3 a_{m-1}\\
A_5 &= b_{n-5} - a_{m-5} - A_1 a_{m-4} - A_2 a_{m-3} - A_3 a_{m-2} A_4 a_{m-1}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
A_p &= b_{n-p} - a_{m-p} - A_1 a_{m-p+1} - A_2 a_{m-p+2} - \ldots - A_{p-1} a_{m-1}.
\end{aligned}$$

Współczynniki $A_{r+1}, A_{r+2}, \ldots, A_{r+m-1}$ obliczamy w analogiczny sposób, jednak należy pamiętać, że na wartości tych współczynników mają jedynie wpływ A_j dla $j = 1, 2, \ldots, r$.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. F. R. Gantmacher, Tieoria matric, Moskwa 1966.
2. E. A. Guillemin, Synthesis of Passive Networks, J. Wiley, Inc., New York 1965.
3. L. P. Huelsman, Theory and Design of Active RC Networks, McGraw-Hill Book Co., New York 1968.
4. L. P. Huelsman, Circuits, Matrices, and Linear Vector Spaces, McGraw-Hill Book Co., New York 1963.
5. A. P. Miszyna, I. W. Proskuriakow, Algebra wyższa, PWN, Warszawa 1966.
6. S. K. Mitra, Analysis and Synthesis of Linear Active Networks, J. Wiley, Inc., New York 1969.
7. R. W. Newcomb, Linear Multiport Synthesis, McGraw-Hill Book Co., New York 1966.
8. P. Slepian, L. Weinberg, Synthesis Applications of Paramount and Dominant Matrices, Proc. Nat. Electronics Conf., Vol. 14, 1958.
9. H. Sołtysik, Some Realizability Conditions of the RC Networks Containing Active and Reactive Gyrators, Bull. de L'Acad. Pol., Ser. techn., Vol. XIX, No 6, 1971.
10. L. Weinberg, Network Analysis and Synthesis. McGraw-Hill Book Co., New York 1962.

H. SOŁTYSIK

THE REALIZABILITY CONDITIONS AND A METHOD OF REALIZATION OF THE MATRIX $[Y]$ BY $(n+1)$-TERMINALS NETWORK BUILT OF R, C ELEMENTS AND IMPEDANCE GYRATORS

Summary

In the paper shown (see: theorèmes 3 and 4) that an $n \times n$ real rational matrix is realizable as the short-circuit admittance matrix of n-port network containing only $n+1$ terminals, one of which is a ground terminal for all the ports, by network built of RC elements and impedance gyrators if k_{ij} terms of matrix of coefficients $[k_{ij}^{(\nu)}]$, arising from decomposition (17) of symmetric matrix, satisfying the dominant condition (6) and y_{ij}^{ss} terms of skewsymmetric matrix are realizable as RC admittances of gyration.

H. SOŁTYSIK

LES CONDITIONS ET LA MÉTHODE DE RÉALISATION DE LA MATRICE $[Y]$ À L'AIDE DE RÉSEAU $(n+1)$-BORNES CONTENANT R, C ÉLÉMENTS ET GYRATEURS IMPÉDANCES

Résumé

Dans cet ouvrage on a prouvé (voir: théorèmes 3 et 4) qu'une matrice rationnelle et réelle $n \times n$ peut être realisée comme une matrice admittance de système n-entrée contenant seulement n+1 bornes, dont un est commun pour n bornes restants, à l'aide de réseau contenant RC éléments et gyrateurs impédances, quand k_{ij} termes de matrice de coefficients $[k_{ij}^{(\nu)}]$, résultant de décomposition (17) de la matrice symétrique, remplissent la condition de domination (6), et y_{ij}^{ss} termes de matrice antisymétrique sont réalisables comme RC admittances de gyration.

H. SOŁTYSIK

BEDINGUNGEN DER REALISITÄT SOWIE REALISIERUNGSMETHODEN DER MATRIX $[Y]$ MITTELS EINES AUS R-, C- UND GIRATOR-ELEMENTEN ERBAUTEN $(n+1)$-KLEMMENNETZES

Zusammenfassung

Im Aufsatz wurde nachgewiesen (vergl. Theorem 3 and 4), dass eine messbare, wirkliche Matrix mit Abmessungen $n \times n$ als Admittanzmatrix $[Y]$ eines n-Eingangssystems mit gleicher Beziehungsklemme und einer Struktur mit n unabhängigen Knotenpunkten mittels eines aus R-, C- und GI- (Impedanzgirator)-Elementen erbauten Systems realisierbar ist, falls die k_{ij}-Elemente der Zahlenmatrix $[k_{ij}^{(\nu)}]$, die aus der Verteilung (17) der symetrischen Matrix resultieren, die Dominanzbedingung (6) erfüllen, und das y_{ij}^{ss}-Element der quer-symetrischen Matrix als Girationsadmittanz Typ Y_{RC} realisiert werden.

Г. СОЛТЫСИК

УСЛОВИЯ РЕАЛИЗУЕМОСТИ И МЕТОД РЕАЛИЗАЦИИ МАТРИЦЫ $[Y]$ ПРИ ПОМОЩИ $(n+1)$-ЗАЖИМНОЙ ЦЕПИ ПОСТРОЕННОЙ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ R, C И ИМПЕДАНСНЫХ ГИРАТОРОВ

Резюме

В труде доказано (см. теоремы 3 и 4), что рациональная вещественная $n \times n$ матрица может быть реализирована как матрица комплексных проводимости $[Y]$ n-входной цепи, с общим зажимом отнесения, при помощи цепи построенной из элементов R, C и $I\dot{Z}$ (импедансных гираторов) если элементы k_{ij} матриц коэффициентов $[k_{ij}^{(\nu)}]$, получаемых из разложения (17) симметрической матрицы, удовлетворяет условие (6), а элементы y_{ij}^{ss} косо-симметрической матрицы могут быть реализированы как комплексные проводимости гиратора типа Y_{RC}.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 3, s 423—435

621.374.4

Analiza ustalonych stanów pracy elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości

JERZY PASTERNAK (KRAKÓW)

Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica
Instytut Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych
Zakład Elektrotermii

Otrzymano 17.7.1972

We wstępie omówiono zalety jakie posiadają elektrotermiczne urządzenia indukcyjne zasilane z elektromagnetycznych potrajaczy częstotliwości. Następnie wybrano spośród kilku potrajaczy — potrajacz typu Spinelli. Jest on najczęściej stosowany w urządzeniach indukcyjnych. Dla tego typu potrajacza przeprowadzono analizę ustalonych stanów pracy przy zastosowaniu zastępczej charakterystyki magnesowania typu hiperbolicznego. Do analizy przyjęto pewne założenia upraszczające. W wyniku przeprowadzonych rozważań podano równania dla ustalonych stanów pracy. Dla stanu jałowego są to zależności (17), dla stanu obciążenia — zależności (15), (16), (24), (25) i (26), a dla stanu zwarcia — zależności (18). Na podstawie tych zależności wykreślono niektóre charakterystyki dla tych stanów pracy; pokazano je na rysunkach 3, 4, 7, 8, 10. Następnie na wykonanym modelu potrajacza przeprowadzono pomiary i na ich podstawie wyznaczono charakterystyki. Ze względu na prawie identyczne przebiegi charakterystyk obliczonych i zmierzonych, w zakresie od zera do wartości znamionowanych napięcia U_{m1}^{I}, charakterystyk zmierzonych nie przytoczono w artykule. Dane charakterystyki — zmierzona i obliczona — nie przecinały się. Przy porównaniu ich przyjęto jako miarę dobroci przybliżenia stosunek powierzchni zawartej między obydwiema rozpatrywanymi krzywymi do powierzchni ograniczonej charakterystyką zmierzoną. Największa wartość tego stosunku wynosiła 6%.

1. WSTĘP

Rozwój skrośnego nagrzewania indukcyjnego spowodował szerokie zastosowanie elektrotermicznych urządzeń indukcyjnych zasilanych częstotliwością sieciową oraz całkowitymi jej wielokrotnościami. Z urządzeń zwielokrotniających częstotliwość opartych na nieliniowych elementach ferromagnetycznych, w grzejnictwie indukcyjnym zastosowano przede wszystkim potrajacze częstotliwości sieciowej.

Wprowadzenie tych potrajaczy rozszerzyło zakres stosowanych w grzejnictwie indukcyjnym wartości częstotliwości i pozwoliło w niektórych przypadkach zastąpić nagrzewanie przy częstotliwości sieciowej nagrzewaniem przy częstotliwości trzykrotnie większej. Zastosowanie wyższej częstotliwości musi być oczywiście poprzedzone dokładną analizą czynników wpływających na proces grzania, a zależnych od częstotliwości. Do czynników

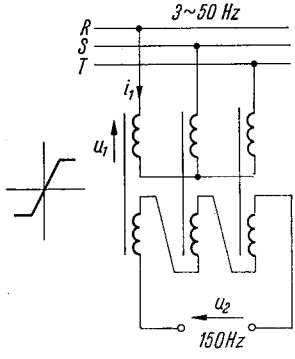
tych należy między innymi rozkład mocy grzejnej w nagrzewanym wsadzie, wartość sił elektrodynamicznych między wzbudnikiem a wsadem, wartość pojemności baterii kondensatorów. Należy zaznaczyć, że elektromagnetyczny potrajacz częstotliwości symetryzuje obciążenie sieci trójfazowej, co jest cenną zaletą, gdyż większość urządzeń indukcyjnych jest jednofazowa. Trójfazowe piece tyglowe i nagrzewnice są bardzo rzadko stosowane w związku z trudnościami konstrukcyjnymi i eksploatacyjnymi.

Według danych z literatury [4, 8], koszt urządzenia indukcyjnego z potrajaczem częstotliwości różni się nieznacznie od kosztu urządzenia o częstotliwości sieciowej.

Elektromagnetyczne potrajacze częstotliwości skutecznie konkurują z przemiennikami tyrystorowymi z uwagi na prostotę budowy, pewność ruchu oraz — przynajmniej obecnie — mniejsze koszty. Przemienniki tyrystorowe są natomiast stosowane w grzejnictwie indukcyjnym do wyższych częstotliwości.

2. ELEKTROMAGNETYCZNY POTRAJACZ CZĘSTOTLIWOŚCI TYPU SPINELLI

Istnieje kilka rodzajów elektromagnetycznych potrajaczy częstotliwości. W urządzeniach indukcyjnych stosowane są przede wszystkim potrajacze typu Spinelli (rys. 1). Ten typ będzie dalej analizowany.



Rys. 1. Elektromagnetyczny potrajacz częstotliwości 50 Hz typu Spinelli

Elektromagnetyczny potrajacz częstotliwości, którego schemat pokazano na rysunku 1, składa się z trzech jednakowych, jednofazowych transformatorów, których uzwojenia pierwotne są połączone w gwiazdę, a wtórne w otwarty trójkąt. Zakłada się, że układ ten zasilany jest trójfazowym napięciem symetrycznym. Praca transformatorów odbywa się w zakresie nasycenia ich rdzeni żelaznych (indukcja w rdzeniu $B = 2{,}2 \div 2{,}3$ T). Chwilowe wartości wtórnych napięć fazowych wynoszą:

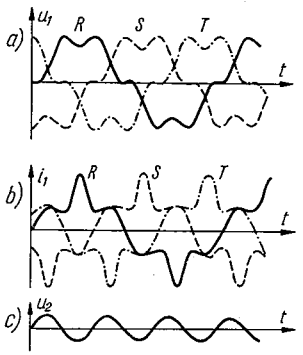
$$\begin{bmatrix} u_{2R} \\ u_{2S} \\ u_{2T} \end{bmatrix} = \sum_{k=1,\,3,\,5,\,7,\,\ldots} U_{m2k} \begin{bmatrix} \sin k(\omega t+\varphi_k) \\ \sin k(\omega t-120^\circ+\varphi_k) \\ \sin k(\omega t-240^\circ+\varphi_k) \end{bmatrix}, \tag{1}$$

gdzie indeks m oznacza wartość maksymalną.

Dla uzwojenia wtórnego połączonego w otwarty trójkąt, wypadkowe napięcie wynosi:

$$u_2 = 3 \sum_{k=3,9,15,21\ldots} U_{m2k} \sin k(\omega t + \varphi_k). \tag{2}$$

Na rysunku 2 pokazano zmierzone na modelu elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości przebiegi fazowego napięcia u_1 i prądu i_1 po stronie pierwotnej oraz wypadkowego napięcia u_2 po stronie wtórnej.



Rys. 2. Zależności od czasu: a) napięć fazowych u_1, b) prądów fazowych i_1, c) napięcia wypadkowego u_2

3. ANALIZA STANÓW PRACY ELEKTROMAGNETYCZNEGO POTRAJACZA CZĘSTOTLIWOŚCI

Analizę stanów pracy potrajacza częstotliwości rozpoczęto od przyjęcia zastępczej charakterystyki magnesowania. Charakterystyki te dzielą się na sześć następujących odmian: liniowe, hiperboliczne, wielomianowe, paraboliczne, wykładnicze i trygonometryczne [11]. Materiały magnetyczne z których wykonuje się rdzenie transformatorów tworzących potrajacze częstotliwości posiadają charakterystyki magnesowania, które najczęściej aproksymuje się zastępczymi charakterystykami typu liniowego, hiperbolicznego i wielomianowego.

W niniejszym artykule wprowadzono do analizy hiperboliczną zastępczą charakterystykę magnesowania. Przy aproksymacji tej wygodnie jest wprowadzić dwa układy wielkości odniesienia. W pierwszym układzie przyjmuje się następujące trzy wielkości podstawowe, będące wielkościami odniesienia:

— indukcję magnetyczną B_p,
— natężenie pola magnetycznego H_p,
— częstotliwość f_p.

Niektóre wielkości elektryczne charakteryzujące elektromagnetyczny potrajacz częstotliwości można wyrazić przez podane powyżej wielkości odniesienia. Oznaczono je indeksem I. Poniżej podano zależności na: napięcie U^{I}, natężenie prądu I^{I}, moc pozorną S^{I}, impedancję Z^{I}, strumień magnetyczny Φ^{I}, pojemność C^{I}, indukcyjność własną L^{I} i czas t^{I} wyrażone w tych wielkościach odniesienia:

$$
\begin{aligned}
U^{\mathrm{I}} &= \frac{U}{\omega_p w B_p s}, \\
I^{\mathrm{I}} &= \frac{Iw}{H_p l} = \frac{H}{H_p} = H^{\mathrm{I}}, \\
S^{\mathrm{I}} &= \frac{S}{\omega_p B_p H_p s l}, \\
Z^{\mathrm{I}} &= \frac{Z H_p l}{\omega_p w^2 B_p s}, \\
\Phi^{\mathrm{I}} &= \frac{\Phi}{B_p s} = \frac{B}{B_p} = B^{\mathrm{I}}, \\
C^{\mathrm{I}} &= C \omega_p w^2 \frac{B_p s}{H_p l}, \\
L^{\mathrm{I}} &= \frac{L H_p l}{\omega_p w^2 B_p s}, \\
t^{\mathrm{I}} &= t \omega_p.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

W równaniach (3) poszczególne wielkości oznaczają:

s — powierzchnia poprzecznego przekroju jednej kolumny rdzenia,
l — średnia długość drogi strumienia magnetycznego,
w — ilość zwojów odpowiedniego uzwojenia,
ω_p — pulsacja odpowiadająca częstotliwości podstawowej f_p.

W przypadku zastosowania funkcji zastępczej w postaci

$$H = \alpha \operatorname{sh} \beta B, \tag{4}$$

jako wielkości odniesienia najwygodniej jest przyjąć:

$$
\begin{aligned}
H_p &= \alpha, \\
B_p &= \frac{1}{\beta}.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Drugi układ wielkości odniesienia opiera się na dwóch wielkościach:
— na napięciu wyjściowym przy stanie jałowym potrajacza U_{20},
— na prądzie wyjściowym przy zwarciu potrajacza I_{2z}.

Układ ten stosuje się tylko przy analizie strony wtórnej elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości. Poszczególne wielkości wyrażone w tym układzie oznaczymy indeksem II. Poniżej podano zależności na: napięcie U^{II}, siłę elektromotoryczną E^{II}, natężenie prądu I^{II}, impedancję Z^{II} i moc pozorną S^{II} wyrażone w wielkościach odniesienia:

$$U_2^{\mathrm{II}} = \frac{U_2}{U_{20}},$$

$$E_2^{\mathrm{II}} = \frac{E_2}{U_{20}},$$

$$I_2^{II} = \frac{I_2}{I_{2z}}, \tag{6}$$

$$Z_2^{II} = Z_2 \frac{I_{2z}}{U_{20}},$$

$$S_2^{II} = S_2 \frac{1}{U_{20} I_{2z}}.$$

Do dalszej analizy przyjęto następujące założenia upraszczające:

1) straty w miedzi i w żelazie elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości są pomijalne,

2) rdzenie transformatorów tworzących elektromagnetyczny potrajacz częstotliwości posiadają identyczne charakterystyki magnesowania,

3) źródło zasilające jest nieskończenie dużej mocy,

4) źródło zasilające posiada trójfazowy symetryczny układ napięć.

Równania dla strony pierwotnej elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości wyrażone w pierwszym, przyjętym układzie wielkości odniesienia, przy uwzględnieniu powyższych założeń upraszczających są następujące:

$$U_{m1}^{I} \begin{bmatrix} \sin(t^{I}+30^\circ) \\ \sin(t^{I}-90^\circ) \\ \sin(t^{I}+150^\circ) \end{bmatrix} \sqrt{3} = \frac{d}{dt^{I}} \begin{bmatrix} \Phi_R^{I}-\Phi_S^{I} \\ \Phi_S^{I}-\Phi_T^{I} \\ \Phi_T^{I}-\Phi_R^{I} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$i_{2R}^{I}+i_{1S}^{I}+i_{1T}^{I} = 0.$$

Napięcie na zaciskach strony wtórnej określa się zależnością:

$$u_2^{I} = \frac{d}{dt^{I}}(\Phi_R^{I}+\Phi_S^{I}+\Phi_T^{I}). \tag{8}$$

Wyrażenie powyższe zawiera jako składową podstawową trzecią harmoniczną napięcia i wyższe harmoniczne będące wielokrotnością trzech. Ponieważ badania jakie przeprowadzono przy pomocy analizatora harmonicznych na modelu elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości wykazały, że amplituda napięcia dziewiątej harmonicznej nie przekracza 5% amplitudy trzeciej harmonicznej, można napisać

$$u_2^{I} = U_{m2}^{I} \sin(3t^{I}-\varphi). \tag{9}$$

Natężenie prądu po stronie wtórnej wyrazi się zależnością

$$\hat{I}_2^{I} = \frac{\hat{U}_2^{I}}{Z_2^{I}}, \tag{10}$$

gdzie $\hat{U}_2^{I} = U_2^{I} e^{-j\varphi}$.

Charakterystyki magnesowania opisano zastępczą charakterystyką sinus hiperboliczny Dla obwodów magnetycznych otrzymujemy wyrażenie

$$\begin{bmatrix} i_{1R}^{I} \\ i_{1S}^{I} \\ i_{1T}^{I} \end{bmatrix} + i_2^{I} = \begin{bmatrix} \operatorname{sh}\Phi_R^{I} \\ \operatorname{sh}\Phi_S^{I} \\ \operatorname{sh}\Phi_T^{I} \end{bmatrix}. \tag{11}$$

Z równań (7), (8) i (9) otrzymuje się

$$\begin{bmatrix} \Phi_R^{\mathrm{I}} \\ \Phi_S^{\mathrm{I}} \\ \Phi_T^{\mathrm{I}} \end{bmatrix} = -U_{m1}^{\mathrm{I}} \begin{bmatrix} \cos t^{\mathrm{I}} \\ \cos(t^{\mathrm{I}}-120^\circ) \\ \cos(t^{\mathrm{I}}-240^\circ) \end{bmatrix} + \frac{1}{9} U_{m2}^{\mathrm{I}} \cos(3t^{\mathrm{I}}-\varphi)+C. \tag{12}$$

Powyższe równanie jest rozwiązaniem zagadnienia w sensie rozwikłania układu równań. W rozwiązaniu szczegółowym należy uwzględnić, że napięcie U_{m2}^{I} nie jest zadane, tylko ustala się ono odpowiednio do równania (10). Stała C w równaniu (12) jest, dla analizowanego przypadku, równa zeru, gdyż nie występuje dodatkowy stały strumień.

Z równań (10), (11) i (12) — przy równoczesnym wykorzystaniu znanych, poniższych zależności

$$\begin{aligned} \mathrm{ch}(x\cos\alpha) &= \mathscr{I}_0(x)+2\sum_{k=1}^{\infty}\mathscr{I}_{2k}(x)\cos 2k\alpha, \\ \mathrm{sh}(x\cos\alpha) &= 2\sum_{k=0}^{\infty}\mathscr{I}_{2k+1}(x)\cos(2k+1)\alpha, \end{aligned} \tag{13}$$

gdzie: $\mathscr{I}_k(x)$ — zmodyfikowana funkcja Bessela k-tego rzędu z argumentem zespolonym, — otrzymuje się po przekształceniach prąd w fazie np. R

$$\begin{aligned} i_{1R}^{\mathrm{I}} = &\left[2\sum_{k=0}^{\infty}\mathscr{I}_{2k+1}(U_{m1}^{\mathrm{I}})\cos(2k+1)t^{\mathrm{I}}\right]\cdot\left[\mathscr{I}_0\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)+\right. \\ &\left.+2\sum_{k=1}^{\infty}\mathscr{I}_{2k}\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)\cos 2k(3t^{\mathrm{I}}-\varphi)\right]-\left[2\sum_{k=0}^{\infty}\mathscr{I}_{2k+1}\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)\cos(2k+1)(3t^{\mathrm{I}}-\varphi)\right]\times \\ &\times\left[\mathscr{I}_0(U_{m1}^{\mathrm{I}})+2\sum_{k=1}^{\infty}\mathscr{I}_{2k}(U_{m1}^{\mathrm{I}})\cos 2kt^{\mathrm{I}}\right]. \end{aligned} \tag{14}$$

W prądzie i_{1R}^{I} zawierającym nieskończone widmo harmonicznych można wyodrębnić harmoniczną podstawową i trzecią, a pominąć pozostałe harmoniczne. Wyrażenie na harmoniczną podstawową i trzecią składa się z nieskończonej liczby wyrazów zawierających zmodyfikowane funkcje Bessela od zerowego rzędu do rzędu nieskończoności. Jeśli uwzględni się, że wartości funkcji Bessela maleją w miarę wzrostu rzędu tej funkcji, można dla uproszczenia obliczeń ograniczyć się do uwzględnienia tylko dwóch piewszych wyrazów zawierających funkcje zerowego, pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu. Błędy wynikające z tych uproszczeń są praktycznie pomijalnie małe.

Wyniki można zapisać w postaci symbolicznej, oznaczając przebiegi sinusoidalne w rachunku symbolicznym jako liczby rzeczywiste.

Po przekształceniach otrzymujemy

$$\hat{I}_1^{\mathrm{I}} = j\sqrt{2}\left[-\mathscr{I}_1(U_{m1}^{\mathrm{I}})\mathscr{I}_0\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)+\mathscr{I}_2(U_{m1}^{\mathrm{I}})\mathscr{I}_1\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)e^{-j\varphi}\right], \tag{15}$$

$$\hat{I}_2^{\mathrm{I}} = j\sqrt{2}\left[-\mathscr{I}_3(U_{m1}^{\mathrm{I}})\mathscr{I}_0\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)+\mathscr{I}_0(U_{m1}^{\mathrm{I}})\mathscr{I}_1\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)e^{-j\varphi}\right]. \tag{16}$$

Na podstawie powyższych równań można przeanalizować poszczególne stany pracy elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości.

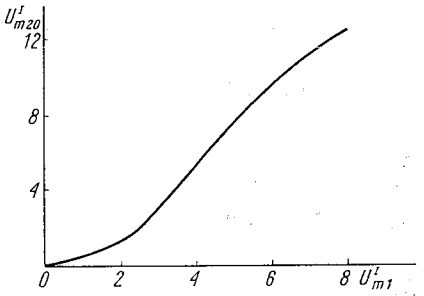
Dla stanu jałowego otrzymujemy następujące zależności

$$U_{m2}^{\mathrm{I}} = U_{m20}^{\mathrm{I}},$$

$$\frac{\mathscr{I}_0(U_{m1}^{\mathrm{I}})}{\mathscr{I}_3(U_{m1}^{\mathrm{I}})} = \frac{\mathscr{I}_0\left(\frac{1}{9}U_{m20}^{\mathrm{I}}\right)}{\mathscr{I}_1\left(\frac{1}{9}U_{m20}^{\mathrm{I}}\right)}, \tag{17}$$

$$\varphi_0 = 0.$$

Na rysunku 3 pokazano charakterystykę stanu jałowego wykreśloną na podstawie zależności (17).



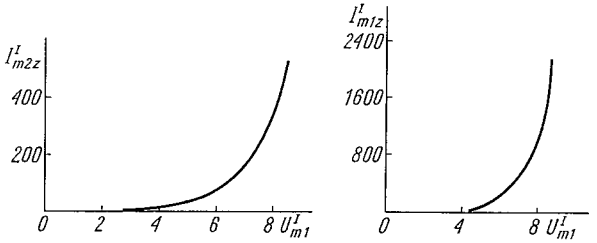
Rys. 3. Charakterystyka stanu jałowego elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości

Poszczególne punkty tej charakterystyki znajdowano obliczając lewą stronę równania (17) dla dowolnych wartości U_{m1}^{I}, a następnie prawą stronę tegoż równania dla dowolnych wartości U_{m20}^{I}. Te wartości, które spełniały powyższe równanie wyznaczały kolejne punkty charakterystyki.

Dla stanu zwarcia otrzymujemy, korzystając z równań (15) i (16), następujące zależności:

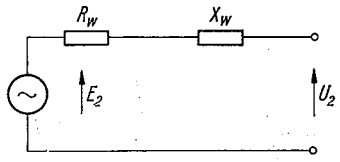
$$\begin{aligned} I_{m1}^{\mathrm{I}} &= I_{m1z}^{\mathrm{I}} = 2\mathscr{I}_1(U_{m1}^{\mathrm{I}}), \\ I_{m2}^{\mathrm{I}} &= I_{m2z}^{\mathrm{I}} = 2\mathscr{I}_3(U_{m1}^{\mathrm{I}}). \end{aligned} \tag{18}$$

Na rysunku 4 pokazano charakterystyki stanu zwarcia wykreślone na podstawie zależności (18).



Rys. 4. Charakterystyki stanu zwarcia elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości

Do analizy stanu obciążenia wygodnie jest wprowadzić schemat generatorowy elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości. Jest on przedstawiony na rysunku 5.



Rys. 5. Schemat generatorowy elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości

Hipotetyczny generator posiada źródło siły elektromotorycznej oraz wewnętrzne oporności: rezystancję i reaktancję indukcyjną. Wartość rezystancji wewnętrznej stanowi kilka procent wartości reaktancji wewnętrznej i w dalszych rozważaniach może być pomijana.

Równanie (16) wyrażone w drugim układzie wielkości odniesienia ma postać

$$n\hat{U}_2^{\mathrm{II}} + jX_w^{\mathrm{II}}\hat{I}_2^{\mathrm{II}} = 1, \tag{19}$$

gdzie

$$\hat{U}_2^{\mathrm{II}} = U_2^{\mathrm{II}} e^{-j\varphi},$$

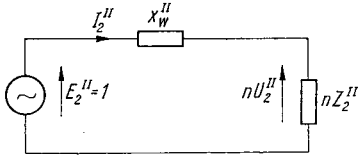
$$\hat{I}_2^{\mathrm{II}} = I_2^{\mathrm{II}} e^{-j(\varphi+\psi)},$$

$$X_w^{\mathrm{II}} = \frac{1}{\mathscr{I}_0\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)}, \tag{20}$$

$$n = \frac{\mathscr{I}_1\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)\mathscr{I}_0(U_{m1}^{\mathrm{I}})U_{m20}^{\mathrm{I}}}{\mathscr{I}_0\left(\frac{1}{9}U_{m2}^{\mathrm{I}}\right)\mathscr{I}_3(U_{m1}^{\mathrm{I}})U_{m2}^{\mathrm{I}}}, \tag{21}$$

ψ — kąt impedancji obciążenia.

Z równania (19) wynika schemat generatorowy obciążonego elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości pokazany na rysunku 6.



Rys. 6. Schemat generatorowy obciążonego elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości

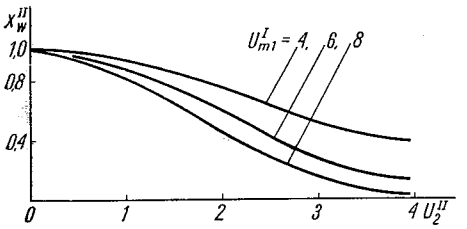
Zależności wewnętrznej reaktancji tego potrajacza X_w^{II} i współczynnika n od napięcia na zaciskach wyjściowych dla różnych napięć zasilających podano na rysunkach 7 i 8.

Według równania (19) miejscem geometrycznym sumy wektora (nU_2^{II}) i wektora $(X_w^{\mathrm{II}}I_2^{\mathrm{II}})$ jest okrąg. W przypadku uwzględnienia dalszych wyrazów nieskończonego

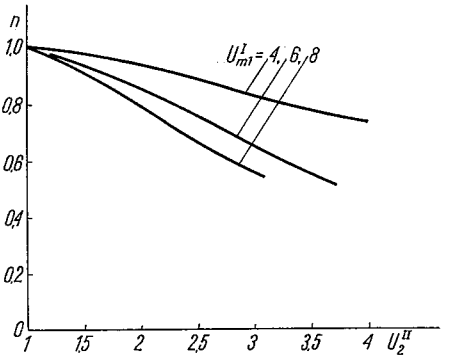
szeregu we wzorach (15) i (16) miejsce geometryczne tej sumy wektorów odbiega od okręgu. Korzystanie z równań (15) i (16) daje dobre przybliżenie, jeżeli spełnione są nierówności:

$$U_{m1}^{\mathrm{I}} < 6, \tag{22}$$

$$-\frac{\pi}{6} < \psi < \frac{\pi}{2}. \tag{23}$$

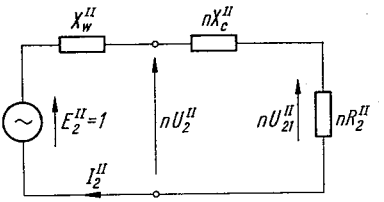


Rys. 7. Zależność wewnętrznej reaktancji elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości od napięcia na zaciskach wyjściowych dla różnych napięć zasilających



Rys. 8. Zależność współczynnika n od napięcia na zaciskach wyjściowych dla różnych napięć zasilających

Elektromagnetyczny potrajacz częstotliwości posiada dużą wewnętrzną reaktancję indukcyjną, która znacznie pogarsza jego współczynnik mocy. W celu polepszenia tego współczynnika włącza się szeregowo w obwód wtórny baterię kondensatorów. Schemat takiego układu pokazano na rysunku 9.



Rys. 9. Schemat generatorowy obciążonego elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości z włączoną szeregowo baterią kondensatorów do poprawy współczynnika mocy

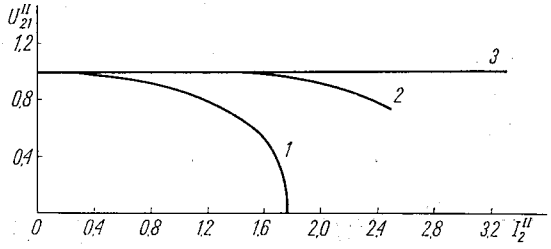
Na podstawie powyższego rysunku można określić, w sposób formalny, następujące wielkości:

$$I_2^{\mathrm{II}} = \frac{1}{\sqrt{(X_w^{\mathrm{II}} - nX_c^{\mathrm{II}})^2 + (nR_2^{\mathrm{II}})^2}}, \tag{24}$$

$$U_{21}^{\mathrm{II}} = \frac{R_2^{\mathrm{II}}}{\sqrt{\left(\frac{X_w^{\mathrm{II}}}{n} - X_c^{\mathrm{II}}\right)^2 + (R_2^{\mathrm{II}})^2}}, \tag{25}$$

$$U_2^{II} = \sqrt{\frac{(R_2^{II})^2 + (X_c^{II})^2}{\left(\frac{X_w^{II}}{n} - X_c^{II}\right)^2 + (R_2^{II})^2}}. \tag{26}$$

Z tych równań oraz z wykresów podanych na rysunkach 7 i 8 można wykreślić charakterystyki zewnętrzne elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości. Wykreślanie tych charakterystyk jest kłopotliwe, gdyż dla każdego punktu pracy należy uwzględniać, że współczynnik n zależy od U_2^{II} (wzór 21). Na rysunku 10 pokazano charakterystyki zewnętrzne $U_{21}^{II} = f(I_2^{II})$ dla U_{m1}^{I} = const i dla różnych wartości X_c^{II}.



Rys. 10. Charakterystyki zewnętrzne elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości $U_{21}^{II} = f(I_2^{II})$

wykres 1 — dla $X_c^{II} = 1$
wykres 2 — dla $X_c^{II} = 0{,}8$
wykres 3 — dla $X_c^{II} = 0{,}6$
} U_{m1}^{I} = const

4. BADANIA LABORATORYJNE

W Zakładzie Elektrotermii Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie wykonano model fizyczny elektromagnetycznego potrajacza częstotliwości typu Spinelli. Do budowy tego modelu przyjęto następujące założenia:

— moc wyjściowa potrajacza ok. 1 kW,
— napięcie zasilania: 3 × 380 V,
— materiał rdzeni: blacha transformatorowa walcowana na zimno o grubości 0,35 mm,
— chłodzenie: powietrzne naturalne,
— typ potrajacza: transformatorowy, uzwojenia 150 Hz połączone w otwarty trójkąt.

Potrajacz zestawiono z trzech transformatorów jednofazowych o mocy 600 VA każdy i przekładni 380 V/220 V. Dla tego potrajacza wyznaczono na podstawie pomiarów elektrycznych charakterystyki stanu jałowego, obciążenia i zwarcia. Wwzystkie pomiary wielkości prądów i napięć wykonano przy użyciu typowych elektromagnetycznych mierników na częstotliwość 50 Hz, mierząc skuteczne wartości prądów i napięć. Dodatkowy uchyb częstotliwościowy mierników elektromagnetycznych przy częstotliwości 150 Hz jest rzędu klasy miernika, gdy mierniki te są klasy 0,5 i gorszej. Moc mierzono watomierzami elektrodynamicznymi o pomijalnym uchybie częstotliwościowym. Wyznaczone na podstawie pomiarów charakterystyki stanów pracy potrajacza częstotliwości porównano z charakte-

rystykami obliczonymi na podstawie zależności (17), (18), (20), (21), (24), (25) i (26). Zależność (4) posiada dla analizowanego potrajacza następującą postać

$$H = 10{,}8 \operatorname{sh} 1{,}7B \tag{27}$$

Przy obliczaniu współczynników α i β, które mają wymiar zgodny z układem SI, skorzystano ze wskazówek podanych przez [6]. Ze względu na prawie identyczne przebiegi charakterystyk obliczonych i zmierzonych w zakresie od zera do wartości znamionowych napięcia U_{m1}^{I}, nie przytoczono ich w niniejszym opracowaniu ograniczając się tylko do podania przebiegów na rysunkach 3, 4, 7, 8, 10. Dane charakterystyki — zmierzona i obliczona — nie przecinały się. Przy porównaniu ich przyjęto jako miarę dobroci przybliżenia stosunek powierzchni zawartej między obydwiema rozpatrywanymi krzywymi do powierzchni ograniczonej charakterystyką zmierzoną. Największa wartość tego stosunku, w podanym powyżej zakresie zmienności napięcia U_{m1}^{I}, wynosiła 6%.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. P. W. Ainscow, The Use of 150 Hz Power in Induction Melting and Induction Heating, V Congres International D'Electrothermie, Wiesbaden 1963.
2. A. M., Bamdas, W. A. Kulinicz, S. W. Szapiro, Staticzeskije elektromagnitnyje preobrazowatieli czastoty i czisła faz, G. E. I. Moskwa, Leningrad 1961.
3. P. P. Biringer, Static Frequency Changers, IEEE Transactions on Magnetics, Vo. Mag — 5, 1969, Nr 3.
4. M. Brüderlink, P. Mertens, Statische Frequenzvervielfacher für die induktive Erwärmung, Elektrowärme, 1963, Nr 6.
5. H. Geisel, Statische Frequenzverdreifacher und ihre Anwendung für das induktive Erwärmen, Elektrowärme, 1962, Nr 12.
6. T. Janowski, J. Wawszczak, Napięcie wyjściowe transformatorowego potrajacza częstotliwości, Przegląd Elektrotechniczny, 1972, Nr 1.
7. R. Lethen, Die Bedeutung der statischen Frequenzumformung für die induktive Erwärmung, Elektrowärme, 1961, Nr 1.
8. R. Lethen, Statische Frequenz-Transformatoren für die induktive Erwärmung, V Congres International D'Elektrothermie, Wiesbaden 1963.
9. W. Liwiński, Magnetyczny statyczny potrajacz częstotliwości, Przegląd Elektrotechniczny, 1967, Nr 2.
10. P. Mertens, Statische Frequenverdreifacher zur Umformung von 50 Hz Drehstrom in 150 Hz Zweiphasenstrom, ETZ-A, 1963, Nr 8.
11. P. J. Nowacki, Obliczanie nieliniowych obwodów elektrycznych i magnetycznych, PWN, Warszawa 1959.
12. J. Pasternak, Charakterystyki statycznego potrajacza częstotliwości, Przegląd Elektrotechniczny, 1967, Nr 8.
13. J. Pasternak, Praca elektrotermicznego urządzenia indukcyjnego zasilanego z potrajacza częstotliwości, Rozprawa doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza Kraków, 1971, (Biblioteka Główna AGH Kraków).
14. J. Pasternak, Statyczne przemienniki częstotliwości, Przegląd Elektrotechniczny, 1966, Nr 4.
15. K. Wajs, Funkcje zastępcze charakterystyk magnesowania, Przegląd Elektrotechniczny, 1968, Nr 6.

J. PASTERNAK

THE ANALYSIS OF OPERATIONAL STEADY STATES OF THE ELECTROMAGNETIC FREQUENCY TRIPLER

Summary

The introduction describes the advantages of the electrothermal inductive appliances supplied from electromagnetic frequency triplers. Then the Spinelli tripler was chosen from among different kinds of triplers. This is the tripler very often employed in the inductive appliances. The analysis of the operational steady states with the application of the hyperbolical type equivalent function of magnetising characteristics was carried over. Some simplifications were made for the analysis. As a result of the considerations carried out, the general equations for steady states were given. The obtained dependences are: for the idle state — (17), for the on-load state — (15), (16), (24), (25), (26), and for the short circuited state — (18). Basing on these dependences some characteristics for these operational states were plotted. These characteristics for these operational states were plotted. These characterististics are shown in Figs. 3, 4, 7, 8, 10. On the basis of the measurements carried out on the executed model of the tripler the characteristics were calculated. Due to the fact that the characteristics: calculated and measured in the range from zero to the rating values U_{m1}^{I}, were almost identical, the measured characteristics are not shown in this paper. The given characteristics — the measured and the calculated ones — did not intersect. When comparing them, the ration of area between both considered curves to the area limited by the measured characteristics was assumed as a rate of the quality of aproximation. The highest value of this ratio was 6%.

J. PASTERNAK

ANALYSE VON STATIONÄREN BETRIEBSZUSTÄNDEN DES ELEKTROMAGNETISCHEN FREQUENZVERDREIFACHERS

Zusammenfassung

In der Einleitung wurden die Vorzüge der von elektromagnetischen Frequenzverdreifachern gespeisten Elektrowärme-Induktionsanlagen besprochen. Es wurde von einigen Verdreifachern der Spinelli-Verdreifacher gewählt, der in Induktionsanlagen am häufigsten verwendet wird. Für den Verdreifacher dieser Art wurde eine Analyse von stationären Betriebszuständen unter Anwendung magnetischer Ersatzkennlinie in Form einer Hyperbel durchgeführt. Zur Analyse wurden bestimmte vereinfachende Voraussetzungen angenommen. Im Ergebnis der durchgeführten Erwägungen wurden auch die Gleichungen für stationäre Betriebszustände angegeben. Für den Freilauf sind es die Beziehungen (17), bei Belastung — die Beziehungen (15), (16), (24), (25) und (26) und bei Kurzschluss — die Beziehungen (18). Auf Grund dieser Beziehungen wurden manche Kennlinien für diese Betriebszustände aufgezeichnet. Diese Kennlinien sind in Bilder 3, 4, 7, 8, 10 eingetragen worden. Mit Hilfe des ausgeführten Modells des Verdreifachers wurden Messungen durchgeführt, auf deren Grund Kennlinien aufgezeichnet wurden. Wegen des fast gleichen Verlaufen der berechneten und der bemessenen Kennlinien im Bereich von Null bis zu den Nennwerten der Spannung U_{m1}^{I} wurden die bemessenen Kennlinien im vorliegenden Beitrag nicht angeführt. Die angegebenen Kennlinien — d.i. die bemessene und die berechnete — erweisen keine Durchschnittspunkte. Bei deren Vergleich wurde als Gütefaktor der Annäherung das Verhältnis der zwischen beiden betrachteten Kurven bestehenden Fläche zu der durch die bemessene Kennlinie begrenzten Fläche angenommen. Der Maximalwert für dieses Verhältnis betrug 6%.

Е. ПАСТЕРНАК

АНАЛИЗ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА РАБОТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО УСТРОИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ

Резюме

Во введении автор обсуждает достоинства электротермических индукционных устройств питаемых электромагнитными утроителями частоты. Из нескольких утроителей для обсуждения избран утроитель типа Спинелли. Чаще всего он применяется в индукционных устройствах. Проведен анализ установившегося режима работы для утроителя этого типа, при применении эквивалентной магнитной характеристики гиперболического типа. При анализе приняты некоторые упрощающие предпосылки. Результатами рассуждений являются уравнения установившегося режима работы. Для холостого хода представлены зависимости (17), для нагрузки зависимости (15), (16), (24), (25) и (26), а для короткого замыкания — (18). На их основании автор вычерчивает некоторые характеристики для этих режимов работы, приведенные на рисунках 3, 4, 7, 8, 10. На изготовленной модели утроителя проведены измерения, по которым определены экспериментальные характеристики. Поскольку пробеги вычисленных и экспериментальных характеристик от нуля до значения номинального напряжения U_{m1}^{I} почти одинаковы, экспериментальные характеристики в статье не приведены. Соответственные экспериментальные и вычисленные характеристики не пересекались. При их сравнении в качестве критерия добротности приближения принято отношение поверхности находящейся между двумя рассматриваемыми кривыми, к поверхности ограниченной экспериментальной характеристикой. Максимальное значение этого отношения составляют 6%.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 3, s 437—464

621.311

Kompleksowa automatyzacja systemów elektroenergetycznych

JAN KOŻUCHOWSKI (WARSZAWA)

Instytut Elektroenergetyki Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 9.2. 1972

W artykule przedstawiono dotychczasowy rozwój automatyzacji systemów elektroenergetycznych i wynikające z niego tendencje do kompleksowego rozwiązywania układów kontroli i sterowania. Przegląd oparto o literaturę fachową oraz wyniki prac badawczych własnych lub kierowanych przez autora nad tworzeniem nowoczesnych realizacji technicznych w tym zakresie, sprawdzonych w warunkach ruchowych w krajowym systemie. Wszystkie procesy podstawowe i pomocnicze, kwalifikujące się do automatyzacji, sklasyfikowano według cechy czasu potrzebnego na przeprowadzenie operacji przerwania lub odpowiedniego skorygowania ich przebiegów, ponieważ czas ten odgrywa bardzo istotną rolę przy ustalaniu parametrów konstrukcyjnych i warunków pracy zarówno urządzeń zbierania, przesyłu i przetwarzania informacji, jak i układów złożonych z tych urządzeń. W przekroju funkcjonalnym są one związane z ruchem, przygotowaniem do ruchu, przygotowaniem inwestycji, wykonawstwem inwestycyjnym i działalnością administracyjną. Pominięto lub tylko marginesowo potraktowano autonomiczne układy kontroli i sterowania, które, wydaje się, nie będą podlegały integracji przy tworzeniu automatyki kompleksowej, obejmującej cały ciąg danego procesu w skali systemowej, lub też zestawy urządzeń energetycznych realizujące wspólnie to samo zadanie — do zespołu systemów włącznie. Za podstawową jednostkę układu kontroli i sterowania przyjęto zespół sterowania wyposażony w maszyny cyfrowe i urządzenia peryferyjne. Zespoły takie przewidziano na każdym poziomie podziału systemu dokonanego pod kątem widzenia optymalnej struktury zarządzania. Są one połączone między sobą, dla obiegu i przetwarzania informacji wewnętrznych, oraz z obiektami energetycznymi systemu i instytucjami zewnętrznymi w celu zbierania danych, oddziaływania na wspomniane obiekty oraz udzielania informacji zawiadamiających. Na tej podstawie podano układy sterowania podstawowych procesów.

System elektroenergetyczny jest obiektem o bardzo złożonej wielopoziomowej strukturze, zmieniającej się ustawicznie w czasie i przestrzeni na skutek zarówno bieżącego tworzenia najkorzystniejszych zestawów urządzeń wytwórczych czy przesyłowych znajdujących się jednocześnie w ruchu, jak i przede wszystkim ciągłego załączania i wyłączania odbiorów energii elektrycznej. W obiekcie tym zachodzi szereg podstawowych i pomocniczych procesów, mieszczących się w różnych horyzontach czasowych i posiadających różne zasięgi przestrzenne: ograniczone do niewielkich obszarów, na przykład tylko do poziomu elektrowni, pozornie ograniczone, na przykład związane z wytwarzaniem, przesyłem i rozdziałem mocy biernej na poziomie okręgu energetycznego, jeśli nie występuje deficyt tej mocy (w tym ostatnim przypadku muszą być one podporządkowane układowi nadrzędnemu, wymuszającemu doprowadzenie brakującej mocy z innych okręgów), wreszcie

obejmujące cały zestaw urządzeń systemowych, jak to ma miejsce przy regulacji częstotliwości i mocy wymienianej z systemami elektroenergetycznymi sąsiednich państw, przy jednoczesnym wymuszaniu ekonomicznego rozdziału obciążeń między elektrownie krajowe.

Wszystkie wspomniane procesy powinny być przeprowadzane w oparciu o wspólne kryterium minimalizacji kosztów jednostki energii elektrycznej dostarczonej do miejsc odbioru, przy zachowaniu istniejących ograniczeń technicznych i ekonomicznych. Pod tym ostatnim warunkiem rozumie się na przykład narzucone wskaźniki i dyrektywy, wynikające z powiązania działalności gospodarczej systemu z analogiczną działalnością innych jednostek gospodarki narodowej. Realizacja tak postawionych zadań napotykała do niedawna na bardzo duże trudności, powodowane głównie brakiem odpowiednich środków technicznych. Przejawiło się to w powstawaniu lokalnych, węzłowych układów kontroli, zabezpieczeń i regulacji, o świadomie zawężonym zakresie działania, z reguły jednoparametrowych.

Dopiero w ostatnich latach — dzięki postępowi technicznemu, zwłaszcza w dziedzinie elektroniki, i rozwojowi prac teoretycznych dotyczących identyfikacji obiektów oraz optymalizacji ich pracy — wystąpiła tendencja do rozbudowywania i integrowania wspomnianych układów i powstały warunki umożliwiające kompleksową automatyzację systemów elektroenergetycznych. O tym jakie będą przyjęte kryteria techniczno-ekonomiczne i społeczne tej automatyzacji w różnych krajach zadecydują w dużej mierze względy subiektywne, zmienne w czasie, zależne na przykład od nawyków zawodowych personelu poszczególnych komórek organizacyjnych i schematu organizacyjnego przedsiębiorstwa energetycznego, ale nie wywrze to znaczniejszego wpływu na ramowe rozwiązanie tego problemu, które według przewidywań autora nie odbiegnie zasadniczo od przedstawionego poniżej. Tym czytelnikom, którzy wątpią w stosunkowo szybkie — w bieżącym dziesięcioleciu — zrealizowania podanego rozwiązania, autor pragnie przypomnieć, że jeszcze pięć lat temu kwestionowano w naszym kraju celowość i możliwość wdrożenia układu automatycznej regulacji mocy i częstotliwości, a dwa lata temu — wdrożenia układu automatycznej regulacji wytwarzania i przesyłu mocy biernej. Oba powyższe układy zostały już wypróbowane z pozytywnym wynikiem w krajowym systemie elektroenergetycznym.

Procesy występujące w systemach elektroenergetycznych na skutek dużych awaryjnych zakłóceń odbywają się w paśmie częstotliwości 10^3 Hz $\div$ 10^{-2} Hz. Zagrażają one bezpieczeństwu urządzeń oraz równowadze synchronicznej pracy systemu, dlatego też powinny być możliwie szybko wykrywane i eliminowane. Informacje o nich są największej wagi ze względu na ewentualne straty ponoszone zarówno przez system, jak i odbiorców energii. Powinny być one zbierane i przetwarzane z możliwie najmniejszym opóźnieniem, przy możliwie najwyższym wskaźniku niezawodności. Ich dokładność odgrywa drugorzędną rolę. Procesy te staną się sterowalne w szczególnych przypadkach z chwilą rozszerzenia się zakresu wykorzystywania nowoczesnych maszyn matematycznych.

W normalnych warunkach ruchowych procesy technologiczne wytwarzania, przesyłu i rozdziału energii elektrycznej są ściśle związane z przebiegiem jej zapotrzebowania przez odbiorców. To zapotrzebowanie ma składowe szybkozmienne w paśmie 1 Hz$\div$$10^{-1}$ Hz, składowe średniozmienne w paśmie 10^{-1} Hz$\div$$10^{-4}$ Hz i składowe wolnozmienne z długimi okresami: od doby do roku. Informacje w procesach szybkozmiennych, wywołanych

zwykłymi, ruchowymi zakłóceniami, jak: załączaniem i wyłączaniem odbiorów, niestabilnością procesu spalania pyłu węgla brunatnego w kotłach bloków energetycznych, są potrzebne tylko w tych przypadkach, gdy mogą być wykorzystane do poprawy warunków pracy systemu, na przykład przez formowanie sygnałów różniczkowych pierwszego i wyższych rzędów w układach regulacji wzbudzenia hydrogeneratorów dużej mocy, czy do opisu właściwości dynamicznych systemu, przy stosowaniu metod statystycznych, wykorzystywanego przy projektowaniu układów automatycznej regulacji. Waga tych informacji i wynikające z niej wymagania odnośnie dokładności, dopuszczalnego opóźnienia, niezawodności przesyłu i przetwarzania itp. zależą od celu ich zbierania. W pierwszym z podanych przykładowo zastosowań waga ta jest bardzo duża, bo wchodzi w rachubę utrzymanie równowagi pracy systemu, w drugim — niewielka, wobec zbierania i przetwarzania danych w dłuższych okresach czasu. Pośrednie miejsce zajmują informacje dotyczące zbierania danych mierzalnych, ale nie regulowanych, wykorzystywanych w kompleksowej automatyzacji systemu.

Procesy średniozmienne mogą być regulowane, więc i informacja o nich powinna spełniać wymagania pod tym kątem widzenia; jej dokładność zależy od przyjętych stref tolerancji zmian wartości parametrów regulowanych, opóźnienie — od rodzaju procesu. Na przykład regulacja mocy wymiennej między systemami elektroenergetycznymi sąsiednich państw powinna być stosunkowo wolna, bo w przeciwnym razie traci się część korzyści wynikających ze współpracy — pomoc w pokrywaniu kołysań obciążenia, a prócz tego niepotrzebnie zużywa się elementy urządzeniowe. Dlatego też regulator takiego układu jest z reguły typu *I*, całkujący. Identyfikacja procesów wolnozmiennych jest potrzebna przede wszystkim do opracowywania prognoz zapotrzebowania na energię i pokrycie tego zapotrzebowania. Jest oczywiste, że im dłuższy okres objęto przewidywaniem, tym może być ono mniej dokładne i oparte o informacje zbierane z większym opóźnieniem [8, 25].

Z analizy dotychczasowego przebiegu automatyzacji systemów wynika, że obejmowała ona kolejno procesy technologiczne i pomocnicze w coraz dłuższych horyzontach czasowych. W pierwszej fazie rozwinęły się układy pomiarowe wielkości elektrycznych i nieelektrycznych, charakteryzujących bezpośrednio procesy wytwarzania, przesyłu i rozdziału energii elektrycznej, oraz zabezpieczenia działające w czasach rzędów setnej, dziesiątej części sekundy i sekundy. W drugiej kolejności, nie biorąc pod uwagę stosunkowo nielicznych przypadków, nastąpiło wdrażanie układów regulacji poszczególnych parametrów technologicznych, jak: poziomu wody w walczakach kotłów, ciśnienia pary, temperatury pary przegrzanej itp., umożliwiających utrzymywanie wartości tych parametrów w zadanych tolerancjach i charakteryzujących się czasami przebiegów regulacyjnych rzędu minuty. Następnie zostały rozpoczęte prace nad automatyką sekwencyjną rozruchów i odstawień z ruchu energetycznych urządzeń wytwórczych, przeprowadzającą ten proces w czasie rzędu godziny. Wreszcie ostatnio wyraźnie zarysowała się możliwość automatycznego zbierania, przetwarzania i bieżącego wykorzystywania danych dla zwiększenia pewności pracy urządzeń poprzez oddziaływania profilaktyczne oraz dla zwiększenia efektywności przebiegu remontów. Cykl obiegu tego rodzaju informacji jest rzędu doby.

Fakt stałego i coraz szybszego wydłużania się cykli operacyjnych przeprowadzanych automatycznie sugeruje przewidywanie dalszego rozwoju automatyzacji pod tym kątem widzenia. Nie jest to jednak jedyne kryterium, choć odgrywa ważną rolę z racji swej wielo-

rakiej przydatności (wyznaczanie wymaganej pewności pracy urządzeń zbierania, przetwarzania i zdalnego przesyłania informacji, wybór struktury matematycznego modelu sterowania itd.). Postęp techniczny umożliwia stałe rozszerzanie zakresu automatyzacji procesów, które już uprzednio były nią objęte, trzeba więc w prognozie uwzględnić całą wstęgę horyzontów czasowych — od najkrótszych do najdłuższych, wchodzących w rachubę przy tego rodzaju rozważaniach.

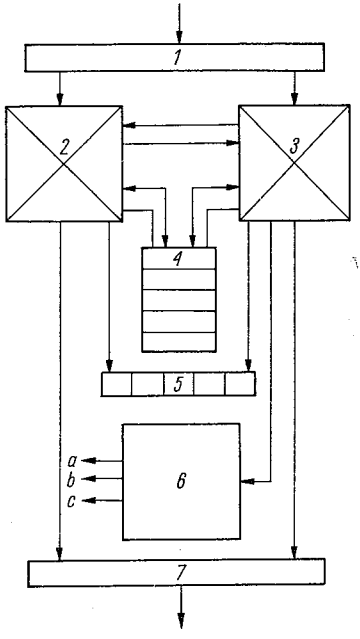
I tak na przykład istnieje pilna potrzeba opracowania układów profilaktycznej kontroli i zabezpieczeń urządzeń wytwórczych, jak kotłów i turbin, z uwagi na wysoką awaryjność tych urządzeń. Sygnalizowanie w porę przekroczeń granicznych wartości gradientów temperatury w miejscach połączeń elementów konstrukcyjnych o różnych grubościach ścianek, temperatury łożysk, prędkości przepływu wody w rurach kotła, zużywania się elementów pod wpływem tarcia itp., oraz wyłączanie ręczne lub automatyczne urządzeń zagrożonych stało się, jak uczy doświadczenie, konieczne, a jest już obecnie możliwe do zrealizowania. Wiadomo również, że zabezpieczenie pracy równoległej maszyn synchronicznych w przypadkach nieprzewidzianych zakłóceń nie może być rozwiązane w sposób właściwy, to znaczy bez utrzymywania nadmiernej rezerwy mocy, bo brak jest do tego odpowiednich urządzeń. W ciągu pierwszej sekundy od momentu wystąpienia zakłócenia maszyny synchroniczne są najbardziej zagrożone utratą równowagi. Żeby w porę oddziałać w kierunku wzmocnienia wzajemnej więzi między wirnikami, należałoby zlokalizować obszar zagrożenia w celu skrócenia czasu zbierania informacji przez maszynę cyfrową, zebrać z tego obszaru informacje o możliwościach manewru, przy rezygnacji ze zbierania w tym czasie danych z całego pozostałego obszaru systemowego i wreszcie sam manewr przeprowadzić — oddziałać na wzbudzenie maszyny, wyłączyć odpowiednie odbiory itp., w łącznym czasie nie przekraczającym setnej części sekundy (czasy własne urządzeń wykonawczych są rzędu dziesiętnych części sekundy), a to jak wspomniano nie wchodzi obecnie w rachubę i musi być odłożone na dalsze lata.

Jednoczesne rozpatrywanie wszystkich procesów przewidzianych do automatyzacji na danym etapie jest konieczne z tego powodu, ponieważ w wielu przypadkach mogą być one sterowane przez te same maszyny cyfrowe i urządzenia peryferyjne, co ma istotne znaczenie przy wyznaczaniu efektywności ekonomicznej projektowanych układów sterowania. Przykładem, świadczącym o różnych podejściach w praktyce do powyższego zagadnienia, są różne opinie w naszym kraju i np. Czechosłowacji (Międzynarodowe Sympozjum Polskiego Towarzystwa Cybernetycznego, Wrocław, 1971 r.) co do celowości stosowania maszyn cyfrowych w układach sterowania bloków energetycznych 200 MW. Nie bez wpływu na wyniki analizy w tym zakresie pozostają również przyjęte kryteria kalkulacyjne, częściowo bardzo subiektywne, jak: minimalizacji zużywanej energii pierwotnej lub kosztu tej energii, minimalizacji obsługi czy maksymalizacji dyspozycyjności urządzeń energetycznych oraz sposoby tworzenia struktur systemów informacyjnych, czy węziej — systemów sterowania.

Wychodząc z powyższego, proponuje się podział automatyzowanych procesów na następujące grupy: a) zabezpieczenie ruchu, b) ruch, c) przygotowanie do ruchu, d) przygotowanie do nowych inwestycji, e) wykonawstwo inwestycji i f) administracja.

Przewiduje się, że procesy te będą kontrolowane i sterowane przez zespoły, nazywane w dalszym ciągu zespołami sterowania, połączone siecią przesyłu informacji między sobą, z obiektami systemowymi i z instytucjami zewnętrznymi (otoczeniem). Jako wyposażenie

typowe zespołu przyjmuje się zestaw urządzeń, przedstawiony na rys. 1, złożony z dwóch maszyn matematycznych, z których jedna pracuje w czasie rzeczywistym (bieżąco), druga służy do wykonywania obliczeń, gdy zachodzi tego potrzeba, i z szeregu urządzeń peryferyjnych. Zespoły sterowania lokalizuje się w ośrodkach dyspozycyjnych (decyzyjnych) systemu elektroenergetycznego, ale z tego nie wynika, by układy informacyjny i sterowania pokrywały się ze schematem organizacyjnym energetyki. Wyjaśnia to następujący przykład.



Rys. 1. Układ strukturalny zespołu sterowania
1 — wejście, 2 — maszyna cyfrowa pracująca bieżąco, 3 — maszyna cyfrowa pracująca na żądanie, 4 — bank danych, 5 — indykacja wybranych wielkości, 6 — centralny rejestrator przekroczeń, przełączeń i zadziałań, 7 — komutator wyjść

Informacja zawiadamiająca o aktualnej rezerwie ruchowej mocy powinna być doprowadzona do zespołu sterowania najwyższego poziomu, do centralnego ośrodka dyspozycyjnego, ponieważ optymalizacja zestawu urządzeń jednocześnie pracujących oraz optymalizacja rozdziału obciążeń czynnych między te urządzenia wymagają centralnego ujęcia kontroli i sterowania całego systemu elektroenergetycznego. Jest ona uzyskiwana przez dokonywanie pomiarów aktualnego obciążenia czynnego poszczególnych turbozespołów, tworzenie sumy z pomierzonych wartości w elektrownianym zespole sterowania, przesłania tej sumy do nadrzędnego zespołu sterowania okręgiem, dodawanie jej do analogicznych sum uzyskiwanych ze wszystkich okręgowych elektrowni i wreszcie przesyłanie tej sumy sum do zespołu sterowania centralnego ośrodka. Można byłoby również przesyłać wyniki pomiarów obciążeń poszczególnych turbozespołów bezpośrednio do najwyższego poziomu, z pominięciem zespołu okręgowego, ale takie rozwiązanie obciążałoby niepotrzebnie sieć zdalnego przesyłu informacji (zamiast kilku — kilkaset zakodowanych wartości) i pozbawiałoby niższe szczeble organizacyjne możliwości wykorzystywania tej informacji na inne potrzeby.

Przejście strumienia informacyjnego przez zespoły sterowania niższych szczebli nie wynika tu z warunku funkcjonalności, lecz z przesłanek ekonomicznych. Z tych samych względów nie wszystkie okręgi energetyczne czy tym bardziej zakłady sieciowe, a nawet elektrownie trzeba wyposażyć we własne zespoły sterowania. Droga przepływu strumienia powinna być możliwie najkrótsza, ale pod warunkiem zabezpieczenia realizacji zadań. Kończy się ona na wejściach, a zaczyna na wyjściach każdego z zespołów. A więc, jak wspomniano, układ organizacyjny przedsiębiorstwa energetycznego, w sensie administracyjnym, nie musi pokrywać się z układem informacyjnym czy układem sterowania.

Rozróżnia się następujące strumienie:

a) wewnętrzne zawiadamiające I_{wz},

b) wewnętrzne dyspozycyjne I_{wd},

c) zewnętrzne zawiadamiające I_{zz},

d) zewnętrzne dyspozycyjne I_{zd}.

Strumienie wewnętrzne zawiadamiające przenoszą informację o wykonaniu lub niemożliwości wykonania poleceń zespołu nadrzędnego, jak również o wszelkich zmianach stanu lub warunków pracy elementów systemowych mających wpływ na sposób kontroli i sterowania. W przypadku zespołu n-tego poziomu

$$I^n_{wz} = I^n_{wz-} + I^n_{wz+},$$

gdzie:

$I^n_{wz-} = \sum_{i=1}^{n-1} I^i_{wz-}$ — suma strumieni doprowadzonych do wejść n-tego zespołu z zespołów niższych, i-tych poziomów,

$I^n_{wz+} = \sum_{i=n+1}^{v} I^i_{wz+}$ — suma strumieni wysyłanych z wyjść n-tego zespołu do zespołów wyższych, i-tych poziomów,

v — liczba poziomów, na które został podzielony system elektroenergetyczny.

Strumienie wewnętrzne dyspozycyjne przenoszą informacje o zmianach algorytmów kontroli i sterowania oraz polecenia dotyczące zmiany zestawów urządzeń systemowych lub ich warunków pracy. Dla zespołu n-tego poziomu

$$I^n_{wd} = I^n_{wd-} + I^n_{wd+},$$

gdzie:

$I^n_{wd+} = \sum_{i=1}^{n-1} I^i_{wd+}$ — suma strumieni wysyłanych z wyjść n-tego zespołu do zespołów niższych, i-tych poziomów,

$I^n_{wd-} = \sum_{i=n-1}^{v} I^i_{wd-}$ — suma strumieni doprowadzanych do wejść n-tego zespołu z wyjść zespołów wyższych, i-tych poziomów;

$$I^n_{zz} = I^n_{zz-} + I^n_{zz+},$$

gdzie:

$I^n_{zz-} = \sum_{i=1}^{n-1} I^i_{zz-}$ — suma strumieni doprowadzanych do wejść n-tego zespołu z obiektów energetycznych systemowych niższych, i-tych poziomów,

$I^n_{zz+} = \sum_{i=1}^{k} I^k_{zz+}$ — suma strumieni wysyłanych z wyjść n-tego zespołu do instytucji zewnętrznych, takich jak jednostki administracyjne przemysłu elektroenergetycznego, biura projektów, instytuty, przedsiębiorstwa współpracujące itp., k — liczba instytucji zewnętrznych.

Strumienie zewnętrzne dyspozycyjne przenoszą informacje wymuszające utrzymywanie zadanych wartości parametrów, zmianę tych wartości, zmianę składu urządzeń jednocześnie pracujących lub polecające przesłanie danych charakteryzujących stan i pracę urządzeń w okresach przeszłych, postęp prac inwestycyjnych itp. Dla zespołu n-tego poziomu

$$I^n_{zd} = I^n_{zd-} + I^n_{zd+},$$

gdzie:

$I^n_{zd-} = \sum_{i=1}^{k} I^i_{zd-}$ — suma strumieni doprowadzanych do wejść n-tego zespołu z instytucji zewnętrznych,

$I^n_{zd+} = \sum_{i=1}^{n-1} I^i_{zd+}$ — suma strumieni wysyłanych z wyjść n-tego zespołu do obiektów energetycznych systemowych niższych, i-tych poziomów.

Przepływ powyższych strumieni przedstawiono schematycznie na rys. 2. Jak wspomniano nie wszystkie poziomy, na które podzielono system, opłaca się wyposażać we własne zespoły sterowania. Dotyczy to np. poziomu poszczególnych urządzeń pomocniczych, czy wyższego poziomu kontroli i sterowania grup tych urządzeń, bo tu w pełni wystarczają układy bądź autonomiczne, bądź podporządkowane zespołowi sterowania na poziomie elektrowni.

Rys. 2. Schemat blokowy zespołu sterowania n-tego poziomu

1 — zespół sterowania, I^n_{wd} — informacje wewnętrzne dyspozycyjne, I^n_{wz} — informacje wewnętrzne zawiadamiające, I^n_{zd} — informacje zewnętrzne dyspozycyjne, I^n_{zz} — informacje zewnętrzne zawiadamiające. Znak — odnosi się do wejścia, znak + do wyjścia zespołu

Procesy wywołane dużymi zakłóceniami mogą być eliminowane lub opanowywane na podstawie informacji lokalnych lub też przesyłanych zdalnie z wyższych poziomów, powodujących zadziałanie odpowiednich zabezpieczeń. I tak: prądy zwarcia, niedopuszczalnie długo trwające przeciążenia prądowe urządzeń, przepięcia, przesuwanie się względem siebie wirników maszyn synchronicznych grożące utratą równowagi ich pracy równoległej, obniżanie się częstotliwości z powodu deficytu mocy czynnej przekraczające tolerancję,

nadmiernie wzrastające obroty turbin, spadki prędkości przepływu wody w rurach kotła poniżej wartości krytycznej oraz szereg innych zjawisk niebezpiecznych dla urządzeń i pracy systemu charakteryzują się jedną lub kilkoma wielkościami X_i

$$I_{zz}^{z} = F(X_1, X_2, \ldots, X_m).$$

Zabezpieczenie, które ma charakterystykę

$$I^{z} = G(X_1, X_2, \ldots, X_m)$$

zadziała, gdy

$$I_{zd}^{z} = I_{zz}^{z} - I^{z} > 0.$$

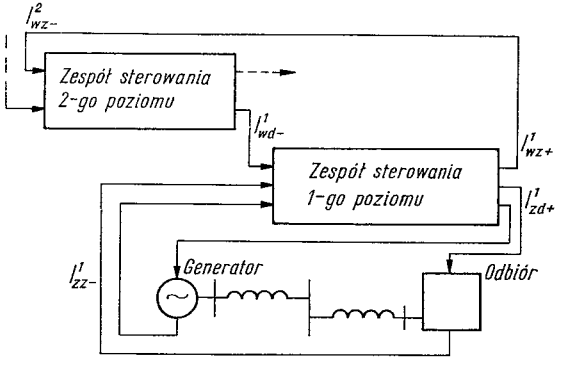
Jeśli odbywa się to poprzez lokalny pomiar wartości I_{zz}^{z}, ograniczony do wybranego obiektu danego poziomu, np. generatora, transformatora, linii, nawet gdy czujniki pomiarowe umieszczone są na przeciwległych końcach tej linii, zabezpieczenie tworzy układ autonomiczny w sensie funkcjonalnym, spełniający swe zadania w odniesieniu do lokalnego, chronionego obiektu czy procesu, którym został przyporządkowany. Jego działanie nie powinno odbijać się ujemnie na bezpieczeństwie innych obiektów systemowych, bo to świadczyłoby o konieczności ujęcia również tych ostatnich w jeden zabezpieczany zespół. Z drugiej strony byłby on zbyt rozwinięty, gdyby wyłączał wraz z zagrożonymi i niezagrożone obiekty.

Powyższe uwagi, dotyczące projektowania autonomicznych układów, odnoszą się do wszystkich tego typu układów, oczywiście przy zastąpieniu kryterium zabezpieczenia urządzeń przed skutkami zakłóceń innymi właściwymi kryteriami. Układy takie powinny być połączone z zespołami sterowania wyższego poziomu, w celu przekazywania informacji o wyłączeniach obiektów. Umożliwia to zbieranie danych statystycznych na bieżąco i wyprowadzanie na tej podstawie szeregu wskaźników, między innymi wskaźnika pewności pracy poszczególnych urządzeń systemowych i ich zespołów, jak również, w poszczególnych przypadkach, zmianę nastaw zabezpieczeń pozostałych w ruchu urządzeń. Przykładem zabezpieczeń pobudzanych zdalnie do zadziałania przez informację przesłaną z zespołu sterowania najwyższego, centralnego poziomu są układy chroniące cały system energetyczny lub jego podsystemy przed utratą stabilności czy, w szczególnych przypadkach, układy samoczynnego częstotliwościowego odciążania.

Problem utrzymania równowagi wymaga ujęcia w skali całego systemu. Jeśli nie można utrzymać równowagi całego systemu, trzeba dążyć do ograniczenia wypadających z pracy jego fragmentów w sposób możliwie najkorzystniejszy. To również wymaga zastosowania centralnego układu sterowania. Algorytmy zadane w tym celu centralnemu zespołowi sterowania mogą mieć różną strukturę, bo zależą od ogólnej koncepcji rozwiązania tego zagadnienia, od stojących do dyspozycji środków technicznych, zwłaszcza maszyn cyfrowych, efektów ekonomicznych czy stopnia zagrożenia systemu elektroenergetycznego przez prawdopodobne zakłócenia. W skrajnych przypadkach służą one do wyznaczania ogólnych zadań dla zespołów sterowania niższych poziomów (np. polecenie: „wyłączyć daną moc sumaryczną odbiorów na danym obszarze"), lub zadań szczegółowych dla poszczególnych urządzeń energetycznych w całym systemie. Między tymi dwoma przypadkami, z których pierwszy odpowiada hierarchicznemu, a drugi centralnemu układowi sterowania, istnieje

cały szereg przypadków pośrednich. Cechą ich wspólną jest to, że tworzy się dla nich modele matematyczne, w których występują wielkości zmienne X_i mierzone zdalnie (z reguły: napięcia węzłów, kąty rozchylenia wirników względem przyjętego wskazu odniesienia, prądy stojanów i prądy wzbudzenia generatorów oraz kompensatorów, położenia zaworów turbin) i dodatkowo wielkości stałe C_i, przy danej konfiguracji sieci elektrycznych, jak impedancje własne i wzajemne „widziane" z szyn poszczególnych elektrowni. Wspomniane modele różnią się natomiast tym, że każdy z nich powstał na podstawie innego schematu zastępczego dla systemu, a więc różnej liczby generatorów zastępczych, odbiorów, węzłów itp.

Wariant hierarchicznego układu (rys. 3), przedstawiony swym fragmentem dwupoziomowym, odpowiada założeniu, że cały podsystem pierwszego poziomu „widziany" z drugiego, nadrzędnego poziomu, sprowadza się do jednej szyny, do której jest przyłączony jeden zastępczy generator i jeden zastępczy odbiór o mocach odpowiednio równych sumie mocy wszystkich rzeczywistych generatorów i odbiorów tego podsystemu. Zespół sterowania pierwszego poziomu działa jednak już zgodnie z algorytmem własnym, sporządzonym w oparciu o schemat rozwinięty z większą liczbą zastępczych generatorów i odbiorów połączonych siecią elektryczną o zastępczych impedancjach.



Rys. 3. Schemat hierarchicznego układu sterowania zabezpieczającego równowagę
1 — zespół sterowania 1 poziomu, 2 — zespół sterowania 2 poziomu, 3 — zastępczy odbiór

Kontrolowanie zapasu równowagi statycznej z reguły nie wymaga przeprowadzania operacji obliczeniowych i dlatego wchodzi tu w rachubę układ centralny. Przy takim rozwiązaniu wyznaczanie kąta między siłami elektromotorycznymi każdej pary generatorów odbywa się przez sumowanie przesunięć fazowych napięć wszystkich sąsiednich węzłów sieciowych na dowolnie wybranym torze łączącym tę parę, lub bezpośrednio.

W pierwszym przypadku potrzebna jest znajomość rozpływów prądów w systemie i moduł napięcia w jednym z węzłów, w drugim — przesunięć fazowych sił elektromotorycznych rozpatrywanej pary generatorów względem tego samego wskazu odniesienia, mierzonych zdalnie. Metody obliczeniowe i pomiarowe uzupełniają się z punktu widzenia kontroli poprawności wyników i dlatego powinny być stosowane równolegle, tym bardziej, że są one przydatne także przy rozwiązywaniu innych zagadnień, jak: wyznaczanie względnych przyrostów strat sieciowych na potrzeby ekonomicznego rozdziału obciążeń, kontrola przeciążeń linii itp.

Należy również podkreślić, że bezpośredni pomiar kąta między siłami elektromotorycznymi zagrożonej pary generatorów umożliwia szybsze oddziałanie w kierunku wzmocnienia równowagi, co nabiera znaczenia, gdy śledzi się stan pracy systemu elektroenergetycznego w strefach zagrożenia, gdy wartości kontrolowanych parametrów zbliżają się do krytycznych. Jest to szczególnie ważne przy przewidywanych znacznych zakłóceniach. Im szybciej przeprowadzi się operację zapobiegawczą, tym większe są szanse powodzenia. Pod tym względem układ hierarchiczny ma przewagę na innymi.

W podobny sposób trzeba rozwiązać układ sterujący samoczynne częstotliwościowe obciążenia systemu elektroenergetycznego, współpracującego z systemami sąsiednimi poprzez linie o stosunkowo słabej zdolności przesyłowej. Gdy w sąsiednich systemach wystąpi awaryjny deficyt mocy, częstotliwość zaczyna spadać, co powoduje z jednej strony, na skutek działania pierwotnych regulatorów turbin, wzrost mocy oddawanej przez generatory, z drugiej — ubytek mocy pobieranej przez znaczną część odbiorów (pompy odśrodkowe, wentylatory itp.), a więc nadwyżkę mocy w rozpatrywanym systemie. Nadwyżka ta przepływa do sąsiednich systemów, przyjmując w miarę upływu czasu stabilizowania się częstotliwości na nowym poziomie (około minuty) coraz większe wartości. Może to doprowadzić do niedopuszczalnego przeciążenia wspomnianej linii międzysystemowej, a więc i do jej wyłączenia. Oznaczałoby to jednak niepotrzebne obniżenie korzyści wynikających z współpracy międzysystemowej i dlatego w takich sytuacjach zamiast wyłączać odbiorców, czyli samoczynnie odciążać system, trzeba szybko ograniczyć moc wytwarzaną lub włączyć dodatkowo odbiory, np. uruchomić pompy elektrowni wodnej pompowej.

W przypadku deficytu mocy we własnym systemie, zabezpieczenia tego rodzaju powinny działać przeciwnie. Wymaga to sterowania nimi z wyższych poziomów, najlepiej poprzez układ hierarchiczny. Ten ostatni jest również bardzo przydatny przy tworzeniu barier przeciwko rozchodzeniu się zakłóceń w głąb systemu na skutek niewłaściwego zadziałania poszczególnych przekaźników. W przypadku, gdy zespół sterowania poziomu, na którym wystąpiło zakłócenie, nie może jego skutków opanować poprzez szereg własnych podukładów hierarchicznie ze sobą powiązanych, interweniować powinien zespół sterowania następnego, wyższego poziomu itd.

O angażowaniu środków w zabezpieczenia systemu powinny decydować przede wszystkim względy ekonomiczne: straty u odbiorców powodowane przerwą w dostawie energii elektrycznej i straty powstałe na skutek zniszczenia nie wyłączonych w porę urządzeń systemowych. Pierwszy z tych składników, niesłusznie w praktyce z reguły pomijany, jest już sam wielokrotnie wyższy od nakładów na realizację przedstawionych tu rozwiązań technicznych i dlatego te ostatnie w systemach ekonomicznie prowadzonych są w pełni uzasadnione.

Technologiczny proces wytwarzania, przesyłu i rozdziału energii przebiega przy ciągłych zakłóceniach, które wywołują zmiany wartości parametrów decydujących o bezpieczeństwie urządzeń energetycznych lub osiągnięciu optymalnych warunków przemian, zgodnie z przyjętym kryterium celu. Żeby nie dopuścić do przekroczenia zadanych tolerancji wspomnianych wartości, trzeba oddziaływać na ten proces, regulować w oparciu o bieżące, poprzez pomiar uzyskiwane informacje. Liczbę i wymogi odnośnie jakości informacji ustala się dla poszczególnych członów strumienia energetycznego, poczynając od źródła jego powstawania — elektrowni, kończąc w miejscu jego odbioru — u użytkownika.

Najbardziej złożonym procesem technologicznym w elektrowniach cieplnych jest wytwarzanie pary, bo wiąże się z nim, po każdorazowym naruszeniu równowagi, szereg jednocześnie występujących przebiegów o różnych charakterystykach dynamicznych, opisywanych różniczkowymi równaniami nieliniowymi. Ponieważ analiza tego rodzaju przebiegów nasuwa bardzo poważne trudności, z reguły przyjmuje się uproszczone schematy strukturalne kotła w postaci szeregowo połączonych ze sobą liniowych członów inercyjnych pierwszego rzędu z opóźnieniem, np. przy rozpatrywaniu regulacji ciśnienia pary, bądź całkujących i inercyjnych pierwszego rzędu z opóźnieniem, np. przy rozpatrywaniu regulacji zasilania kotła w wodę, a więc członów, zależnie od procesu, opisanych transmitancjami operatorowymi

$$G(s) = \prod_{i=1}^{n} = \frac{k_i}{1+T_i s} e^{-\tau_i s},$$

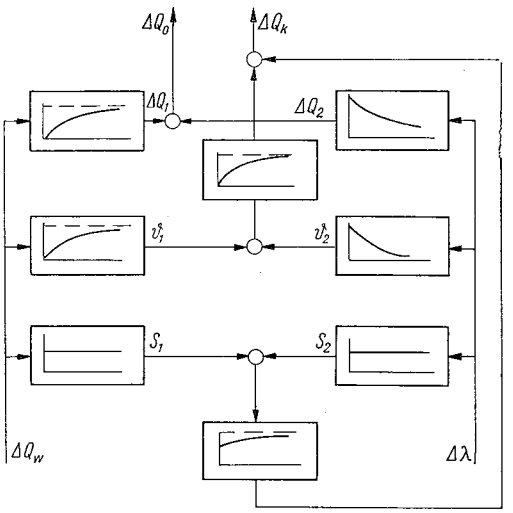
lub

$$G(s) = \prod_{i=1}^{n} = \frac{k_i}{s(1+T_i s)} e^{-\tau_i s},$$

gdzie:

T — stała czasowa członu inercyjnego,
τ — opóźnienie czasowe,
k — współczynnik wzmocnienia,
n — liczba członów

i stosuje się odrębne układy regulacji poszczególnych węzłów: spalania, ciągu, zasilania, odmulania, temperatury przegrzewu itd. Na rys. 4 przedstawiono schemat blokowy procesu wymiany ciepła przy takim uproszczeniu [21]. Można oczekiwać, że postęp techniczny

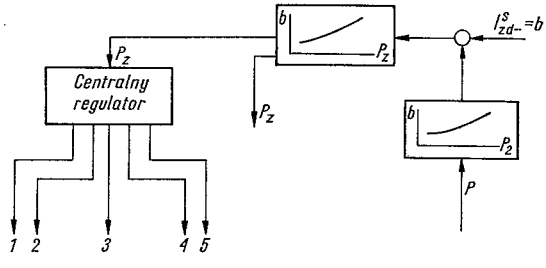


Rys. 4. Schemat blokowy przenoszenia ciepła przez powierzchnie: opromieniowaną i konwekcyjną
Q — przyrost ciepła doprowadzonego w paliwie, λ — przyrost nadmiaru powietrza, V_1 — przyrost ilości gazów, V_2 — przyrost ilości powietrza, $\vartheta_{1,2}$ — temperatura, $Q_{1,2}$ — przyrosty ciepła, Q_o — ciepło pobrane przez powierzchnię opromieniowaną, Q_k — ciepło pobrane przez powierzchnię konwekcyjną

zarówno w odniesieniu do metod pomiarowych i analitycznych, jak i aparatury pomiarowo-regulacyjnej umożliwi w najbliższych latach ściślejszą identyfikację urządzeń cieplnych, tak jak to już zostało osiągnięte w zakresie identyfikacji systemu.

Ilości pary zapotrzebowanej przez turbinę w jednostkę czasu powinny być bezpośrednio podporządkowane: ilości spalanego paliwa, doprowadzonego powietrza do komory paleniskowej, usuwanych z tej komory spalin, doprowadzonej wody zasilającej, odprowadzonych odmulin i wreszcie wtrysku wody schładzającej lub spalin zależnie od sposobu schładzania względnie podgrzewania pary dla utrzymania temperatury przegrzewu, choć zależnościowe powiązania niektórych z tych parametrów są słabe. Przy takim podporządkowaniu uzyskuje się najkrótsze przebiegi regulacyjne i najwęższe możliwe tolerancje wielkości regulowanych, dzięki jednoczesnemu oddziaływaniu na wszystkie urządzenia wykonawcze obwodów regulacyjnych.

Zastosowanie jednego centralnego regulatora, reagującego na sygnał proporcjonalny do obciążenia kotła, ma również tę zaletę, że umożliwia łatwe włączenie układu regulacji pracy kotła do nadrzędnego układu systemowego poprzez przetwornik przekształcający sygnał zadawanej zdalnie mocy (obciążenia), przesyłany z zespołu najwyższego poziomu na sygnał wejściowy tego regulatora lub, jak się przewiduje, zespołu sterowania blokiem energetycznym (rys. 5). O tym, że taki zespół blokowy zostanie w najbliższych latach wprowadzony, świadczą między innymi opracowania modeli matematycznych optymalnego

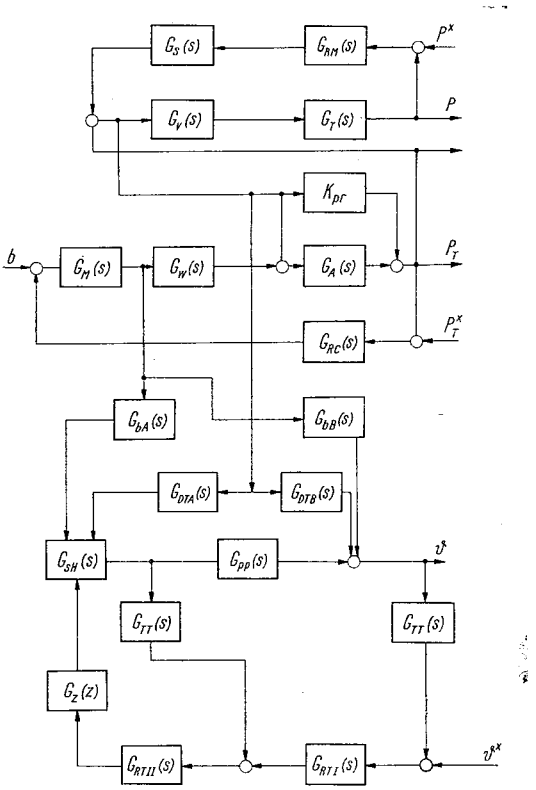


Rys. 5. Schemat blokowy układu regulacji mocy z sygnałem obciążenia podanym na wejście centralnego regulatora

1 — centralny regulator, 2 — regulacja paliwa, 3 — regulacja zasilania kotła w wodę, 4 — regulacja powietrza, 5 — regulacja ciągu, 6 — regulacja temperatury przegrzewu pary, P — moc wytwarzana, P_z — moc zadana, odpowiadająca aktualnej wartośc współczynnika b, zgodnie z charakterystyką $b = F(P)$, b — względny przyrost zużycia paliwa umownego

spalania paliwa poprzez bieżącą analizę składu spalin, integrowanie układów węzłowych (przykład takiej integracji podano na rys. 6 [23]), nakładanie wspomnianego sygnału mocy, jako pomocniczego — wyprzedzającego, na sygnał ciśnienia pary w walczaku lub przed turbiną. Wprowadzenie tego ostatniego sygnału jest wyraźnym przejawem tendencji do przyspieszania regulacji, a więc i zmniejszania odchyleń wielkości regulowanej. Zanim bowiem — na skutek zmiany obciążenia czyli zmiany stopnia otwarcia zaworów turbinowych, wymuszonej sygnałem centralnego regulatora systemowego — zmienią się po pewnym czasie wartości parametrów regulowanych na tyle, by pobudzić do działania regulatory urządzeń wykonawczych, te ostatnie zaczynają już działać bezzwłocznie pod wpływem wyprzedzającego sygnału regulatora centralnego. Skuteczność tej korekty zależy od odpowiedniego doboru wzmocnień.

Sygnał centralnego regulatora może być różnie formowany, tak jak różnie rozwiązuje się problem optymalizacji gospodarki mocą czynną w skali systemu. Istnieją tu zasadniczo dwie koncepcje. Jedna z nich, zdaniem autora trafna, wynika z założenia, że w przyszłości cały technologiczny proces wytwarzania energii elektrycznej zostanie w pełni zautomatyzowany. Przemawiają za tym duża zmienność warunków eksploatacyjnych, krótki — jak na możliwości ręcznego manewru — czas przebiegów przejściowych wywołanych zakłóceniami stanów równowagi, zwłaszcza cieplnej, opieranie decyzji wpływających na przebieg procesu wyłącznie o informacje uzyskiwane poprzez pomiar.



Rys. 6. Schemat blokowy trójparametrowego układu regulacji bloku energetycznego [23]

P^x — moc zadana, P_T^x — ciśnienie zadane, ϑ^* — temperatura zadana, P — moc wytwarzana, P_T — ciśnienie pary przed turbiną, ϑ — temperatura pary za kotłem, b — ilość paliwa, $G_M(s)$ — transmitancja przygotowania i transportu paliwa, $G_s(s)$ — transmitancja serwomotoru zaworów regulacyjnych, $G_{RM}(s)$ — transmitancja regulatora mocy, $G_W(s)$ — transmitancja wytwarzania pary, $G_A(s)$ — transmitancja własności akumulacyjnych kotła, $G_v(s)$ — transmitancja opisująca przestrzenie szkodliwe turbiny, $G_{RC}(s)$ — transmitancja regulatora ciśnienia, $G_{RT}(s)$ — transmitancja regulatora temperatury, $G_D(s)$ — transmitancja członu różniczkującego, $G_{TT}(s)$ — transmitancja miernika temperatury, $G_Z(s)$ — transmitancja zaworu regulującego dopływ wody chłodzącej, $G_{SH}(s)$ — transmitancja schładzacza pary, $G_{PP}(s)$ — transmitancja przegrzwacza pary, $G_{bA}(s)$, $G_{bB}(s)$ — transmitancje zastępcze związane ze zmianą ilości paliwa, $G_{DTA}(s)$, $G_{DTB}(s)$ — transmitancje zastępcze związane ze zmianą natężenia przepływu pary

Główną przeszkodą w przyjęciu takiego rozwiązania jest jeszcze ciągle brak bieżącego rozpoznania procesu spalania węgla w kotłach i wynikającej stąd możliwości optymalnego

regulowania tego procesu. Po pokonaniu tej trudności, a można oczekiwać, że stanie się to w najbliższych latach, będzie można wyznaczać dwa podstawowe wskaźniki przy ustalaniu ekonomicznego rozdziału obciążeń między energetyczne urządzenia wytwórcze znajdujące się jednocześnie w ruchu i przy tworzeniu optymalnych zestawów wspomnianych urządzeń, a mianowicie: względne zużycie umownego paliwa na dodatkowo wytworzoną jednostkę energii elektrycznej i jednostkowe zużycia paliwa (iloraz całkowitej ilości paliwa zużywanego na wytworzenie całkowitej ilości energii elektrycznej przez tę energię). Gdy system pracuje bez połączeń z sąsiednimi systemami elektroenergetycznymi, wówczas ekonomiczny rozdział obciążeń najwygodniej jest połączyć z automatyczną regulacją częstotliwości według zależności

$$\int \Delta f \cdot dt = b,$$

gdzie:

Δf — odchylenie częstotliwości ruchowej systemu względem częstotliwości zadanej 50 Hz,

b — względny przyrost zużycia umownego paliwa.

Działanie układu regulacyjnego jest następujące. Do centralnego regulatora zespołu sterowania najwyższego poziomu doprowadzany jest sygnał proporcjonalny do całki z odchylenia częstotliwości; całkowanie odbywa się bez przerwy, a wartości całki podawane są w zadanych odstępach czasu rzędu minut. Gdy stan równowagi zostanie zachwiany, na przykład przez załączenie dodatkowego odbioru, wówczas częstotliwość obniża się, wartość całki rośnie, proporcjonalnie z wartością całki rośnie wartość sygnału b na wyjściu regulatora centralnego przesyłana do regulatorów turbin objętych układem regulacji, regulatory te powodują większe otwarcie zaworów turbinowych, rośnie moc wytwarzana, częstotliwość rośnie aż do powrotu do wartości zadanej z uwzględnieniem tolerancji i na tym poziomie utrzymuje się do momentu następnego zakłócenia. Zmiany obciążenia P turbozespołów, wymuszone sygnałem b, powinny odpowiadać charakterystyce względnych przyrostów zużycia umownego paliwa $b = F(P)$, otrzymywanej na podstawie bezpośrednio mierzonych zmiennych parametrów procesu spalania. Do czasu rozwiązania problemu takich pomiarów, charakterystykę modeluje się techniką analogową lub cyforwą, wykorzystując wyniki okresowo przeprowadzanych pomiarów ruchowych kotła i wczytuje się ją w pamięć urządzenia rozdzielczego maszyny cyfrowej objętego lokalnym układem automatycznej regulacji kotłów i turbin danej elektrowni. Jest to jednak bardzo niedokładne przedstawienie rzeczywistej zależności, ponieważ pomiary ruchowe przeprowadza się w dużych odstępach czasu — rok i rzadziej, w określonych warunkach eksploatacyjnych (jakość paliwa, szczególnie zmienna w przypadku węgla brunatnego, stan zaszlakowania kotła itp.), w stosunkowo wąskim zakresie zmian obciążeniowych i zaledwie przy kilku wybranych obciążeniach. Stąd też, na skutek stale zmieniających się warunków eksploatacyjnych i dużej dowolności w sporządzaniu charakterystyki o znacznej krzywiźnie na podstawie tylko $3 \div 4$ punktów, błędy przy posługiwaniu się nią mogą wynosić nawet kilkadziesiąt procent [1, 6, 7, 9, 10, 11].

Gdy system elektroenergetyczny współpracuje z systemami sąsiednich państw i wymienia z nimi per saldo moc P_w, utrzymywaną na zadanym poziomie zgodnie z umowami między-

narodowymi, wówczas sygnał wejściowy centralnego regulatora jest funkcją tej mocy o postaci zależnej od przyjętej zasady współpracy.

Najogólniejszy zapis równania regulacji jest następujący:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(k_1 \Delta P_w + k_2 \Delta f) + (k_3 \Delta P_w + k_4 \Delta f) + \int (k_5 \Delta P_w + k_6 \Delta f)\, dt = b.$$

Stąd, poza rozpatrzonym uprzednio przypadkiem szczególnym

$$\int k_6 \Delta f \cdot dt = b,$$

otrzymuje się dalsze:

a) przy utrzymywaniu przez dany system wyłącznie częstotliwości

$$k_4 \Delta f + \int k_6 \Delta f.\, dt = b,$$

lub w celu jeszcze większego przyśpieszenia przebiegów regulacyjnych

$$k_2 \frac{\mathrm{d}\Delta f}{\mathrm{d}t} + k_4 \Delta f + \int k_6 \Delta f \cdot dt = b;$$

moc wymieniona P_w utrzymywana jest w tym przypadku przez sąsiednie systemy,

b) przy utrzymywaniu wyłącznie stałej mocy P_w

$$\int k_6 \Delta P_w \mathrm{d}t = b,$$

lub

$$k_3 \Delta P_w + \int k_5 \Delta P_w = b,$$

lub

$$k_1 \frac{\mathrm{d}P_w}{dt} + k_3 \Delta P_w + \int k_5 \Delta P_w\, dt = b;$$

częstotliwość utrzymywana jest w tym przypadku przynajmniej przez jeden największy z sąsiednich systemów,

c) przy warunku $P_w = \text{const}$ każdy system przejmuje zmiany zapotrzebowania mocy przez własnych odbiorców i pomaga sąsiednim systemom, nie tylko w stanach przejściowych po wystąpieniu zakłóceń, ale i w przypadku powstałego u nich deficytu mocy

$$\int (k_5 \Delta P_w + k_6 \Delta f)\, dt = b,$$

lub

$$k_3 \Delta P_w + k_4 \Delta f + \int (k_5 \Delta P_w + k_6 \Delta f)\, dt = b,$$

lub

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(k_1 \Delta P_w + k_2 \Delta f) + k_3 \Delta P_w + k_4 \Delta f + \int (k_5 \Delta P_w + k_6 \Delta f)\, dt = b.$$

Gdy nie wszystkie urządzenia wytwórcze mogą nadążyć za wymuszeniami zmian obciążenia z powodu niedostatecznej zdolności regulacyjnej, wówczas centralny regulator wysyła sygnały odpowiadające poszczególnym członom wypisanych równań: sygnał całkowy odbierany jest przez urządzenia o największych ograniczeniach przyrostów mocy

w czasie, a sygnał proporcjonalny i ewentualnie różniczkowy przez urządzenia tzw. buforowe, bardziej elastyczne. Po przejęciu uderzeń obciążeniowych w pierwszej fazie regulacji, urządzenia buforowe samoczynnie zmieniają swe obciążenia tak, by zachować zapas mocy regulacyjnej potrzebnej do przejęcia następnego uderzenia, powodując tym w drugiej fazie regulacji odpowiednio wolne zmiany obciążeń pozostałych urządzeń.

Ten sposób regulacji, łącznie z właściwym zamodelowaniem charakterystyki $b = F(P)$ umożliwia opanowanie trudności związanych z ograniczeniami przyrostów mocy turbozespołów w czasie, a tym samym pozwala całkowicie wyeliminować ręczną regulację rzekomo niezbędną z uwagi na wspomniane trudności. Należy dodać, że przy sterowaniu zespołem systemów energetycznych państw sąsiadujących ze sobą dopiero taka pełna automatyzacja pozwala wyciągnąć maksymalne korzyści ekonomiczne, bo stwarza możliwości obiektywnego manewru w skali całego zespołu.

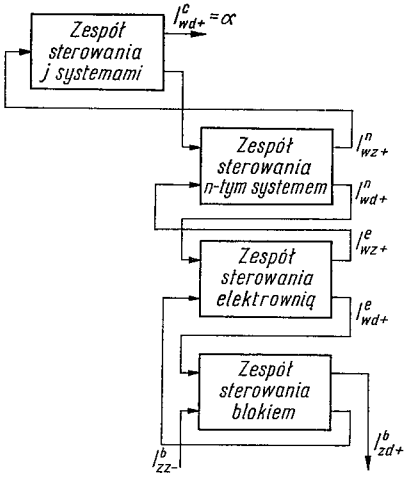
W tym przypadku regulator centralny kontroluje wszystkie systemy i ingeruje, gdy w części z nich powstanie deficyt mocy, który może być pokryty przez systemy pozostałe. Odbywa się to w sposób zależny od przyjętej zasady współpracy. Wchodzą w rachubę trzy warianty, a mianowicie wymiana przy:

a) zadanej mocy P_w,

b) zadanej energii E_w w danym okresie $t_2 - t_1$, $E_w = \int_{t_2}^{t_1} P_w dt$,

c) równych względnych przyrostach kosztów b.

Przy przyjęciu pierwszego lub drugiego wariantu centralny regulator zespołu systemów, po otrzymaniu informacji zawiadamiającej I^s_{wz} o powstałym deficycie, przesyła informację I^c_{wd} do centralnych regulatorów systemów zmieniających warunki wymiany (rys. 7) — P_w lub E_w, wymuszającą automatyczne przestawienie nastawnika wielkości P_w lub E_w na nowe odpowiednie wartości. Gdy obowiązuje trzeci wariant, informacja I^c_{wd} wymusza zmianę wartości współczynnika α korygującego względny przyrost kosztów energii elek-



Rys. 7. Schemat układu regulacji zespołu systemów elektroenergetycznych

1 — zespół sterowania j systemami elektroenergetycznymi, 2 — zespół sterowania n-tym systemem elektroenergetycznym, 3 — zespół sterowania blokiem energetycznym

trycznej według zależności $b = \alpha b$. Regulator systemowy, który otrzymał polecenie przyjęcia nowej zadanej wartości α, przesyła z kolei sygnał I^s_{wd} do wszystkich podległych mu regulatorów elektrownianych, zmieniający położenie nastawników skali rzędnych rzeczywistych charakterystyk $b = F(P)$. Im niższą wartość α zada się danemu systemowi, tym staje się on jakby bardziej ekonomicznie produkującym energię elektryczną, tym więcej eksportuje jej do sąsiednich deficytowych systemów.

Jedyną lukę przedstawia jeszcze operacja wczytywania charakterystyki $b = F(P)$ w odpowiednie zespoły sterowania. Wydaje się, że zastąpienie tej charakterystyki bieżącymi pomiarami, przetwarzanymi przez maszynę cyfrową jest tylko kwestią czasu. Prace w tym kierunku są stale rozwijane i w ich efekcie uzyskano już cząstkowe rozwiązania. Jako przykład podano poniżej dwa wzory [24, 25] służące do wyznaczania minimum strat wylotowych i niecałkowitego spalania na podstawie analizy składu chemicznego spalin:

a) dla kotła opalanego węglem kamiennym

$$\frac{dq_{str}}{dO_2} = \left\{1783 + 5512{,}4\frac{dCO'}{dO_2} + [133{,}7 + 1{,}3(RO_2 + CO')]\frac{dT_{sp}}{dO_2}\right\} \times$$
$$\times (21 - O_2 + -\mathrm{RO}_2 - 0{,}605\, CO') - [17832(21 - O_2) -$$
$$- 5512{,}4 + CO - 133{,}8(T_{sp} - T_0)]\left(\frac{dRO_2}{dO_2} + 0{,}605\frac{dCO'}{dO_2}\right) = 0,$$

b) dla kotła opalanego węglem brunatnym

$$\frac{dq}{dO_2} = \left\{17235 + 5748{,}2\frac{dCO'}{dO_2} + \left[133{,}7 + 3{,}36(RO_2 + CO')\frac{dT_{sp}}{dO_2}\right]\right\} \times$$
$$\times (21 - O_2 + -RO_2 - 0{,}605\, CO') - [17235(21 - O_2) -$$
$$- 5748{,}2\, CO' - 133{,}8(T_{sp} - T_0)] \times \left(\frac{dRO_2}{dO_2} + 0{,}605\frac{dCO'}{dO_2} + 1\right) = 0,$$

gdzie:

O_2 — udział molowy wolnego tlenu w spalinach suchych u wylotu kotła,
CO' — suma udziałów molowych gazów palnych CO, H_2 i CH_4,
RO_2 — udział molowy dwutlenku węgla z uwzględnieniem dwutlenku siarki,
T_{sp} — temperatura spalin u wylotu kotła °K,
T_0 — temperatura powietrza przed wlotem do podgrzewacza powietrza °K.

Z ciekawszych opracowań teoretycznych związanych z identyfikacją systemu na potrzeby automatycznej regulacji mocy i częstotliwości, zmierzających do uściślenia zapisu jego transmitancji, można przykładowo podać metodę [13, 14] wyznaczania tzw. współczynnika K w MW/Hz, czyli odwrotności statyzmu systemowego, w przypadku dowolnej liczby n systemów połączonych ze sobą liniami wymiany.

Prowadzi ona do wzoru

$$K_i = \frac{\alpha_i}{\sigma^2} + \frac{1}{2}\left(K \pm \sqrt{K^2 - \frac{4(\sigma_f^2\sigma_i^2 - \alpha_i^2)}{\sigma_f^4}}\right),$$

gdzie:

K_i — współczynnik i-tego systemu,

$K = \sum_{i=1}^{n} K_i$,

σ_f^2 — wariancja częstotliwości: $\sigma_f^2 = E(f)^2$,

σ_i^2 — wariancja salda mocy wymienianej i-tego systemu:

$$\sigma_i^2 = E(P_1)^2,$$

α_i — kowiariancja między częstotliwością a bilansem mocy wymiennej i-tego systemu: $\alpha_i = E(fP_1)$.

Parametry σ_f^2, σ_i^2, α_i oblicza się na podstawie pomiarów i podstawia do wzoru na K_i. Po zsumowaniu stronami układu równań K_i otrzymuje się

$$f(K) = (n-2)K \pm \sum_{i=1}^{n} \sqrt{K^2 - \frac{4(\sigma_f^2\sigma_i^2 - \alpha_i^2)}{\sigma_f^4}}$$

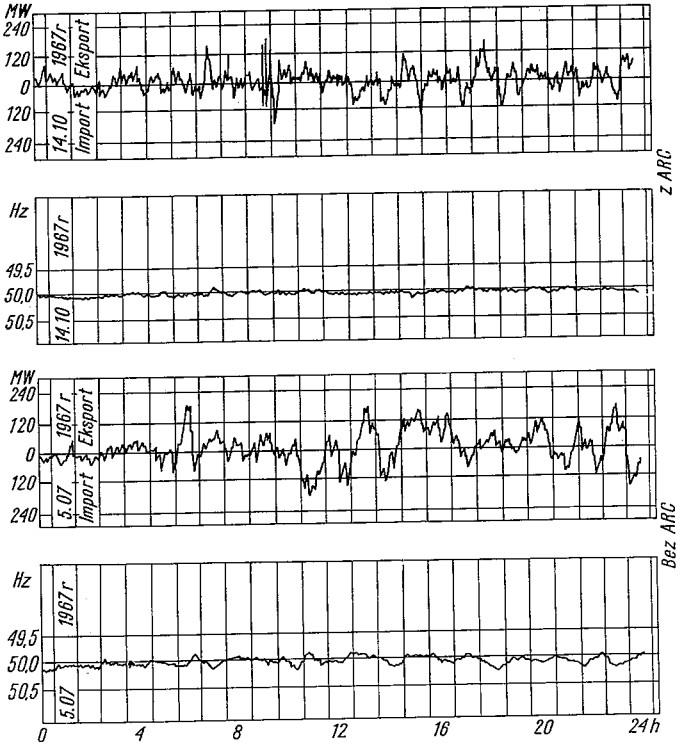
równanie z jedną niewiadomą. O wyborze znaku przed pierwiastkami decydują wartości drugich członów podpierwiastkowych. Po wyznaczeniu K, znajduje się poszczególne współczynniki K_i.

Automatyczna regulacja według podanych zasad została opracowana i wypróbowana z pozytywnym wynikiem w krajowym systemie elektroenergetycznym. W szczególności zidentyfikowano system na jej potrzeby, dobrano regulator i przeprowadzono międzynarodowe próby w ramach RWPG. Rysunek 8 przedstawia jeden z wyników uzyskanych w czasie wspomnianych prób.

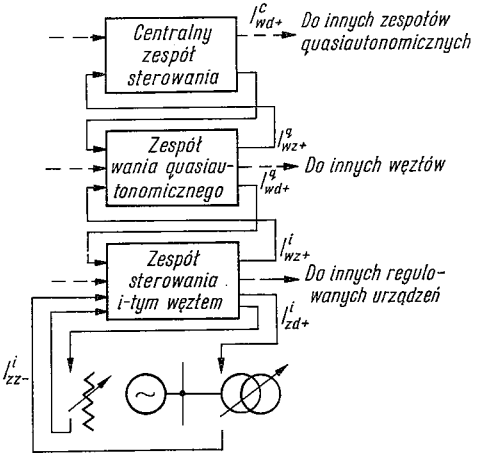
Automatyczna regulacja wytwarzania i rozdziału mocy biernej w systemie była jeszcze do niedawna realizowana poprzez układy autonomiczne, obejmujące poszczególne urządzenia, jak: regulatory synchroniczne, kompensatory, baterie kondensatorów czy transformatory z regulacją zaczepową pod obciążeniem. Te stosunkowo proste układy przede wszystkim z uwagi na zdeterminowane właściwości statyczne i dynamiczne regulowanych obiektów są ostatnio rozbudowywane dla zespołów urządzeń systemowych lokalnych, podsystemów i systemów w dwóch podstawowych wariantach.

a) W węzłach systemu elektroenergetycznego ustawia się lokalne regulatory z wczytanymi w nie algorytmami oddziaływania na wzbudzenie maszyn synchronicznych lub ustawienie przełącznika zaczepów transformatorów czy innych urządzeń, zależnie od aktualnych potrzeb ruchowych, w celu utrzymania w zadanych przedziałach wartości napięcia względnie mocy biernej. Lokalne regulatory są wykonywane techniką analogową lub cyfrową (minikomputery), przy czym w tym ostatnim przypadku uzyskuje się większą elastyczność z punktu widzenia zmian programów. Programy są zadawane okresowo lub w zależności od potrzeb przez zespoły sterowania wyższego poziomu.

b) Zespół sterowania poziomu, na którym można w normalnych warunkach ruchowych optymalizować gospodarkę mocą bierną w sposób autonomiczny, obejmuje regulator centralny połączony siecią zdalnego przesyłu informacji z wszystkimi regulowanymi urządzeniami, służącymi do wytwarzania lub rozdziału tej mocy (rys. 9). Sygnały wyjściowe



Rys. 8. Wykresy salda wymiany mocy i częstotliwości przy ręcznej i automatycznej regulacji



Rys. 9. Schemat układu sterowania mocą bierną

1 — centralny zespół sterowania, 2 — zespół sterowania quasiautonomicznego, 3 — zespół sterowania *i*-tym węzłem

I^{o}_{zd} regulatora oddziaływują na elementy wykonawcze urządzeń regulowanych, zmieniając prąd wzbudzenia maszyn synchronicznych, ustawienie przełączników zaczepów itp. tak długo, dopóki poprzez sprzężenie zwrotne regulator nie uzyska informacji o wykonaniu zadania osiągnięcia żądanej wartości napięcia lub mocy. Regulator wymusza wytwarzanie z rozpływ mocy biernej bądź według algorytmu stałego, wczytanego przez personel lokalnej komórki dyspozycji mocy, bądź też zmiennego, automatycznie wprowadzanego przez maszynę cyfrową wykonującą optymalizacyjne obliczenia w oparciu o bieżące uzyskiwane pomiary wartości kontrolowanych parametrów systemowych. W obu wariantach zespół sterowania poziomu nadrzędnego zadaje w podległej mu sieci wartości napięć na szynach transformatorów łączących ją z siecią rozpatrywanego poziomu i te napięcia muszą być utrzymane przez wspomniany regulator. W przypadku deficytu mocy biernej na rozpatrywanym poziomie, układ regulacji traci autonomię — zostaje podporządkowany analogicznemu układowi poziomu nadrzędnego, którego regulator optymalizuje wówczas gospodarkę mocą bierną w skali swego i niższych poziomów. Za kryterium optymalizacyjne przyjmuje się minimalizację strat sieciowych powodowanych przepływem mocy biernej łącznie ze stratami ponoszonymi przez odbiorców na skutek niedotrzymania napięć, przy zachowaniu zadanych ograniczeń [12].

Z dwóch przedstawionych, podstawowych wariantów automatycznej regulacji, tylko ten drugi, zdaniem autora, jest perspektywiczny, bo umożliwia w sposób najkorzystniejszy dalszą rozbudowę automatyki kompleksowej, obejmującej cały krajowy system elektroenergetyczny, i zapewnia znacznie szybsze oraz elastyczniejsze oddziaływanie na obiekty energetyczne aniżeli układ zaprojektowany według pierwszego wariantu. Układ z lokalnymi regulatorami może jedynie odegrać pomocniczą, czasową rolę w fazie identyfikowania systemu na potrzeby regulacji, doboru regulatorów, ich nastaw itd. Na rys. 10 podano wyniki takich prób, przeprowadzonych w jednej z sekcji krajowego systemu. Wyprowadzone wnioski stanowią wystarczającą podstawę do zaprojektowania docelowego, hierarchicznego układu regulacji według drugiego wariantu.

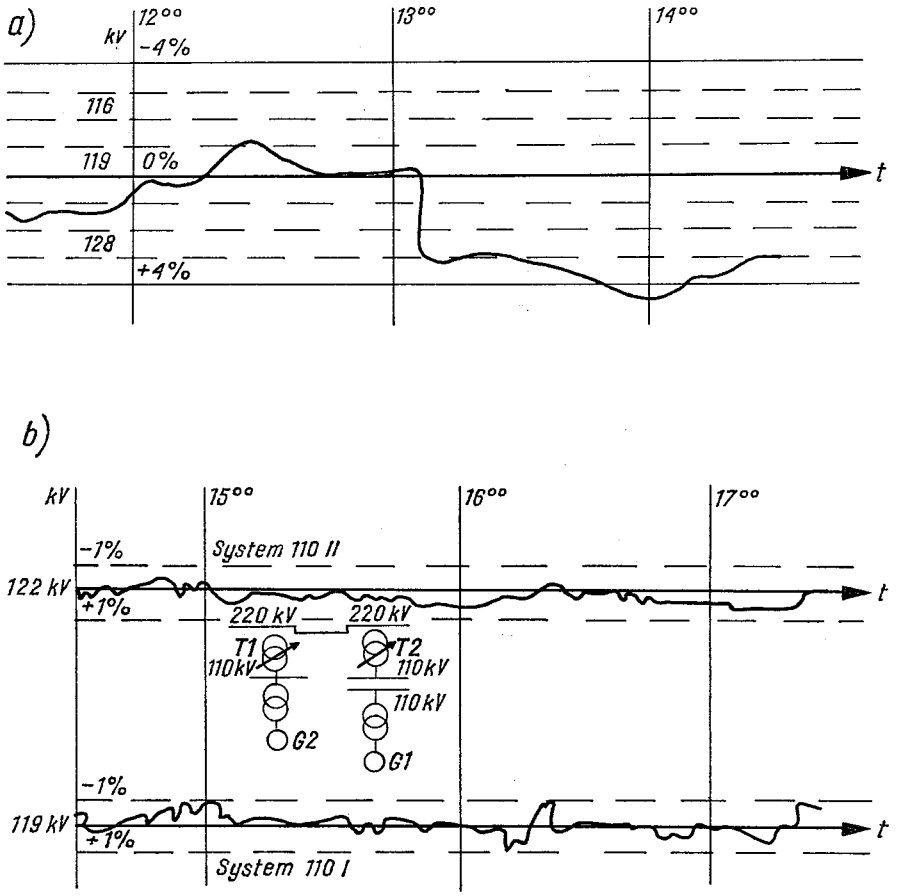
Procesy przebiegające w okresach około godziny są związane przede wszystkim ze zmianą składu urządzeń znajdujących się jednocześnie w ruchu oraz z operatywnym oddziaływaniem na ruch przez dyspozycję mocy. W grupie pierwszej najważniejszą pozycję, z punktu widzenia automatyzacji, zajmują rozruch i odstawianie urządzeń energetycznych cieplnych, jak: kotłów, turbin, bloków, zarówno ze względu na złożoność tego manewru, jak i znaczne efekty ekonomiczne, które można uzyskać w skali całego systemu poprzez bieżącą optymalizację zestawów. Dotychczasowy rozwój prac teoretycznych i wdrożeniowych w powyższym zakresie charakteryzują cztery etapy obejmujące odpowiednio, kolejno automatyzację:

a) poszczególnych urządzeń pomocniczych jak wentylatorów, pomp, młynów itd. w odrębnych układach regulacji programowej,

b) grup urządzeń pomocniczych, ujmowanych wspólnym układem regulacji programowej,

c) całego zestawu urządzeń podstawowych i pomocniczych jednym wspólnym układem trójpoziomowym: dolnym i średnim poziomem utworzonym odpowiednio przez wspomniane układy indywidualnej i grupowej regulacji oraz górnym poziomem wyposażonym

w zespół sterowania przeprowadzający poszczególne operacje rozruchu lub odstawiania już nie według stałego programu, lecz na podstawie aktualnego stanu urządzeń i procesu technologicznego (rozkład temperatury wzdłuż turbiny, która jeszcze nie wystygła po ostatnim odstawieniu, ciśnienie pary itp.). Powyższy układ, przedstawiony na rys. 11, umożliwia minimalizację czasu przeprowadzania całego procesu przy uwzględnieniu ograniczeń technicznych i ekonomicznych. Dodatkowo na rys. 12 podano dla przykładu schemat funkcjonalnego uruchamiania wentylatora ciągu na najniższym poziomie,



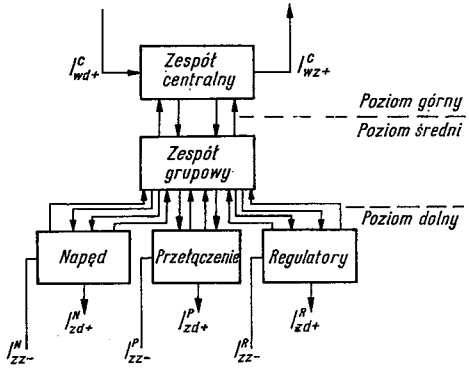
Rys. 10. Przebiegi zmian napięcia:
a) bez automatycznej regulacji, b) z automatyczną regulacją [30]

d) uruchamianie i odstawianie urządzeń podstawowych, wyposażonych w układy wymienione w punkcie c), przez podporządkowanie tych ostatnich centralnemu zespołowi sterowania, zainstalowanemu w systemowej dyspozycji mocy i połączonemu ze sterowanymi elektrowniami siecią zdalnego, dwukierunkowego przesyłu informacji. Teoretyczne podstawy dla optymalizacji zestawów urządzeń jednocześnie pracujących są wystarczające [5, 15, 16, 20], również realizacja techniczna układu nadrzędnego nie nasuwa trudności,

trzeba jednak przed przystąpieniem do tej ostatniej odpowiednio przygotować urządzenia elektrowniane, co nie pociąga za sobą większych kosztów.

W odniesieniu do elektrowni wodnych, rozwiązanie zdalnego uruchamiania, odstawiania i przeprowadzania zmian obciążenia jest nieporównywalnie prostsze i dlatego zostało już stosunkowo dawno w wielu przypadkach wdrożone. Poziom, z którego są one sterowane zależy od przydzielonych im zadań. Gdy na przykład odgrywają rolę elektrowni interwencyjnych w skali całego systemu, zostają podporządkowane centralnemu zespołowi sterowania.

Automatyczne tworzenie optymalnych konfiguracji sieci elektrycznych jest stosunkowo proste i wchodzi w rachubę na każdym poziomie sterowania. Zmiany połączeń sieci wiążą się ze zmianami nastaw jej zabezpieczeń i dlatego zespół sterowania powinien przeprowadzać obie operacje jednocześnie, otrzymując, jak we wszystkich poprzednich przypadkach, informacje zwrotne potwierdzające wykonanie poleceń.



Rys. 11. Trójpoziomowy układ sterowania rozruchem i odstawianiem urządzeń

Formowanie informacji decyzyjnych w zespołach sterowania powyższej grupy pocesów opiera się o prognozę krótkoterminową zmian obciążenia systemu elektroenergetycznego oraz o bieżąco przeprowadzane pomiary napięć lub mocy w węzłach systemowych. Model prognozy, przy założeniu że obciążenie to jest procesem stacjonarnym i ergodycznym, przedstawiono [28] przykładowo w postaci

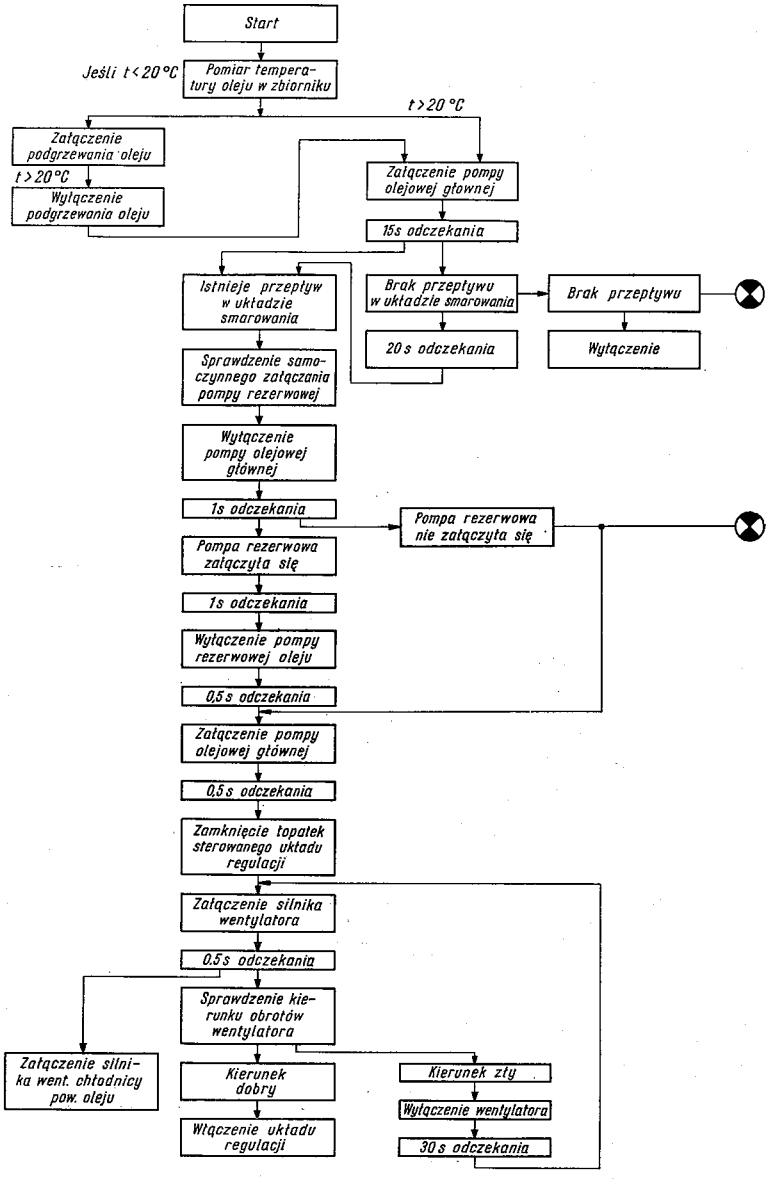
$$P(t) = m(t) + \sigma(t) \cdot y(t),$$

gdzie:

$m(t)$ — średnie zapotrzebowanie mocy,
$\sigma(t)$ — dyspersja zapotrzebowania mocy,
$y(t)$ — proces stacjonarny.

Założono, że na średnią zapotrzebowanie mocy $m(t)$ wywierają wpływ pogoda i program telewizyjny, natomiast proces $y(t)$ jest od nich niezależny.

Wszystkie powyżej rozpatrzone procesy charakteryzują się tym, że kwalifikują się do pełnej automatyzacji, niezbędnej wtedy, gdy czasy przeprowadzania operacji kontroli



Rys. 12. Schemat funkcjonalny uruchamiania wentylatora ciągu [22]

1 — start, 2 — pomiar temperatury oleju w zbiorniiu, 3 — załączenie podgrzewania oleju, 4 — załączenie pompy olejowej głównej, 5 — wyłączanie podgrzewania oleju, 6 — 15 sekund odczekania, 7 — istnieje przepływ w układzie smarowania, 8 — brak przepływu w układzie smarowania, 9 — brak przepływu, 10 — sprawdzenie samoczynnego załączenia pomocy rezerwowej, 11 — 20 sekund odczekania, 12 — wyłączenie, 13 — wyłączenie pompy olejowej głównej, 14 — 1 sekunda odczekania, 15 — pompa rezerwowa nie załączyła się, 16 — pompa rezerwowa załączyła się, 17 — 1 sekunda odczekania, 18 — wyłączenie pompy rezerwowej, 19 — 0,5 sekundy odczekania, 20 — załączenie pompy olejowej głównej, 21 — 10 sekund odczekania, 22 — zamknięcie łopatek sterowniczych układu regulacji, 23 — załączenie silnika wentylatora, 24 — 0,5 sekundy odczekania, 25 — sprawdzenie kierunku obrotów wentylatora, 26 — kierunek zły, 27 — załączenie silnika wentylatora chłodnicy pow. oleju, 28 — kierunek dobry, 29 — wyłączenie wentylatora, 30 — włączenie układu regulacji, 31 — 30 sekund odczekania

oraz sterowania są krótsze od kilkudziesięciu minut i pożądanej przy czasach dłuższych — około godziny, jeśli człowiek nie musi operatywnie współdziałać z automatyką, stanowić ogniwa układu sterowania, jak na przykład w procesie remontu. Przejście z układów zamkniętych do otwartych wydaje się występować przy wspólnym dla nich horyzoncie godzinowym, typowym dla operatywnego działania komórek dyspozycji mocy, które są wyposażone w maszyny cyfrowe rejestrujące i wykonujące obliczenia.

Zakres operatywnego działania dyspozycji mocy, związanego z automatycznym zbieraniem i przetwarzaniem danych o pracy systemu w celu kontroli i podejmowania decyzji przekazywanej do wykonania personelowi podległych komórek organizacyjnych, zależy od przyjętych zasad, kryteriów i wynikających stąd modeli matematycznych, według których przeprowadzadza się poszczególne procesy.

W odniesieniu do zasad, trzeba na przykład uwzględnić: stopień administracyjnej zależności służb dyspozytorskich rozpatrywanego systemu od centrali zespołu współpracujących z nim systemów elektroenergetycznych innych państw, stopień decentralizacji zbiorów informacji — czy gromadzić na najwyższym poziomie w państwowej dyspozycji mocy, dane o zmianach charakterystyk względnych przyrostu zużycia paliwa przez urządzenia wytwórcze każdej elektrowni i przesyłać w określonych odstępach czasu $15 \div 30$ minut dyspozycje z jaką mocą powinny one pracować, czy też ograniczyć się do podawania bieżąco wszystkim elektrowniom jednego wspólnego dla nich sygnału, automatycznie zadawanej wartości względnego zużycia paliwa i sporadycznie kontrolować, poprzez rejestrację, jego dotrzymywanie.

W odniesieniu do kryteriów, trzeba na przykład ustalić czy gospodarka mocą bierną ma być prowadzona przy minimum kosztów ponoszonych wyłącznie przez system, czy też łącznie przez system i odbiorców, z uwagi na straty, jakie ci ostatni ponoszą na skutek złej jakości energii elektrycznej. Gdy chodzi o modele, to zasadniczy wpływ na ich strukturę ma wybór metod opisywania warunków pracy systemu.

Przy zastosowaniu szeroko rozbudowanego układu zdalnych pomiarów i sygnalizacji stanów, co zdaniem autora jest konieczne i w pełni ekonomicznie uzasadnione, w modelach wystąpią głównie wielkości mierzone, jak: napięcia, prądy, moce czy wskaźniki stanów, położenie przełączników zaczepów itp. W przeciwnym przypadku w modelach są wykorzystane wielkości statystyczne, tworzone na podstawie danych zapisywanych lokalnie i przekazywanych do wykorzystania jednostkom nadrzędnym. Ale modele drugiego typu mogą być również bardzo przydatne przy rozbudowanym układzie pomiarowym, zwłaszcza gdy chodzi o podejmowanie decyzji, wywierających wpływ na pracę systemu po upływie dłuższych okresów czasu.

W wielu przypadkach może okazać się korzystne stosowanie modeli typu pośredniego, w których obok wielkości bieżąco mierzonych występują wielkości statystyczne. Metod takich opracowano wiele [2, 3, 17, 18]; o przewadze jednej nad drugą można się wypowiedzieć jedynie w odniesieniu do konkretnego systemu, przyjętych zasad i obowiązujących ograniczeń, dlatego też tu ich nie podano. Po dokonaniu ich wyboru można przystąpić do tworzenia tak zwanych banków danych na poszczególnych poziomach sterowania i ustalić parametry układu zbierania, przesyłu i przetwarzania informacji. Potrzeba rozwinięcia prac w tym kierunku w ujęciu kompleksowym, na tle automatyzacji całego systemu elektroenergetycznego, jest oczywista i bardzo pilna.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. Charęza, Stabilność i jakość automaytycznej regulacji mocy czynnej i częstotliwości praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 1964.
2. E. Domagała, Zastosowanie programowania do ekonomicznego rozdziału obciążeń, praca doktorska, Politechnika Śląska, 1971.
3. H. Gładyś, Nowa metoda obliczeniania ekonomicznego rozdziału obciążeń pomiędzy współpracującymi systemami elektroenergetycznymi, praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 1969.
4. T. Halawa, Wyznaczanie rzeczywistej mocy regulacyjnej w systemie energetycznym, praca doktorska, Politechnika Wrocławska , 1963.
5. W. Koś, Hierarchiczny system sterowania. Zastosowanie w energetyce, TA/6/64-N, 1964, Instytut Automatyki Systemów Energetycznych.
6. J. Kożuchowski, Automatyczna regulacja mocy czynnej i częstotliwości w systemach elektroenergetycznych oparte na ekonomicznym rozdziale obciążeń, Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, 1957.
7. J. Kożuchowski, Wybrane zagadnienia automatycznej regulacji mocy czynnej i częstotliwości w układach energetycznych, PAN, Biuro Studiów Elektryfikacji Polski, symb. tem. v.s. 1958.
8. J. Kożuchowski, Effect on Automatic Frequence of Active Power in Power Systems, Międzynarodowy Kongres IFAC, 1960.
9. J. Kożuchowski, Koncepcja systemu regulacji mocy i częstotliwości przewidzianego dla polskiego układu elektroenergetycznego oraz wstępna ocena dotychczasowych prób regulacji, Konferencja naukowa PAN, Komitet Elektrotechniki, 1962, druk. Energopomiar, Gliwice.
10. J. Kożuchowski, Automatische Frequenz- und Wirkleistungregelung in elektrischen Energiesystemen, Energietechnik, Nr 1, 1963.
11. J. Kożuchowski, Automatyzacja przemysłu energetycznego, Zeszyty Naukowe AGH, 1967, Krajowa Konferencja Automatyki.
12. E. Krzysztoń, Funkcjonalność działania automatycznej regulacji mocy biernej w węźle elektroenergetycznym, Prace Instytutu Automatyki Systemów Energetycznych, 1969, Zeszyt 15, str. 171—186; PIASE, 1970, Zeszyt 19, str. 89—100.
13. J. Malkiewicz, Wyznaczanie zależności, między wahaniami mocy wymiennych a częstotliwością w systemach energetycznych, PIASE, 1965, Zeszyt 10, str. 193—212.
14. J. Malkiewicz, S. Trybuła, Metoda wyznaczania statyzmów połączonych systemów elektroenergetycznych, PIASE, 1968, Zeszyt 10, str. 65—82.
15. J. Michalczyk, A. Wrona, Funkcje systemu centralnej rejestracji i przetwarzania danych PRc-1, PIASE, 1965, Zeszyt 6, str. 73—80.
16. J. Michalczyk, Z. Mikołajczyk, Struktura systemu centralnej rejestracji i przetwarzania danych PRc-1, PIASE, 1965, Zeszyt 6, str. 101—112.
17. L. R. Mromliński, Ocena możliwości dotrzymania założonego terminu wykonania przedsięwzięcia w metodzie PERT, PIASE, 1965, Zeszyt 6, str. 213—223.
18. L. R. Mromliński, Krytyczna ocena nowoczesnych metod organizacji przedsięwzięć w budownictwie sieciowym, praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 1967.
19. J. Pietras, Radiotelemetryczny system kontroli rozpływu mocy w sieciach energetycznych, PIASE, 1965, Zeszyt 6, str. 171—182.
20. A. Pogorzelski, Metoda ekonomicznego rozdziału obciążeń w systemie elektroenergetycznym z uwzględnieniem uruchamiania i odstawiania urządzeń wytwórczych, praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 1969.
21. P. Profos, Die Regelung von Dampfanlagen, Springer-Verlag, 1962.
22. C. Siwek, B. Bielowski, Sterowanie sekwencyjne, 1965, IASE, N-III-1.8.
23. F. Strzelczyk, Wybrane zagadnienia z regulacji ciśnienia i temperatury pary pierwotnie przegrzanej bloku energetycznego pracującego w dużym systemie elektroenergetycznym, praca doktorska, Politechnika Łódzka, 1970.

24. K. Taramina, Metoda optymalizacji procesu spalania w kotłach parowych opalanych węglem kamiennym i brunatnym, oparte na pomiarze składu chemicznego spalin zawilżonych, PIASE, 1968, Zeszyt 10, str. 109—128.
25. K. Taramina, Układ pomiarowy do ciągłego wyznaczania straty wylotowej wyraźnej w kotłach parowych, PIASE, Zeszyt 6, str. 3—20.
26. K. Taramina, Teoretyczne podstawy ciągłego pomiaru straty wylotowej wyraźnej w kotłach parowych, praca doktorska, Politechnika Śląska, 1963.
27. W. A. Wienikow, G. A. Kiengierliński, Informacja w elektroenergetyce.
28. A. Wojnar, Krótkoterminowa prognoza zapotrzebowania mocy do sterowania systemem elektroenergetycznym, praca doktorska, Politechnika Śląska, 1971.
29. Zbiorowa praca, Analiza i prognoza obciążeń elektroenergetycznych, WNT, Warszawa 1971.

J. KOŻUCHOWSKI

COMPLEX CONTROL OF POWER SYSTEMS

Summary

In the article the survey of hitherto development and the resulting tendency for the future complex solutions of power system control and management are presented. This survey is based on available publications and scientific work carried out and put to test in technical applications by the author and his assistants.

Both main and auxiliary processes have been qualified according to time needed for their breaking or keeping up in due limits, this criterion being very important in the choice of proper parameters for computers and edsign of data processing and control systems.

As for their function, they are connected with technological processes, preparation to above mentioned processes, preparation to new investments, performance of investments and management. Autonomous systems, not likely to be integrated together in a complex one for the whole chosen process, for the team of power systems devices or even the whole power system have been omitted or mentioned only.

The basic unit in a control and management system is a team of two digital machines with their additional devices suggested. Such teams are envisioned on every of the levels into which the whole power system has been divided in view of optimal control and management. They are connected with each other and also with power systems devices and external institutions to receive or send both kinds of information: data and decisions.

On this basis main solutions of the problem are presented.

J. KOŻUCHOWSKI

AUTOMATISATION COMPLÉTE DU RÉSEAU ÉLÉCTROÉNERGÉTIQUE

Résumé

L'article présente le développement de l'automatisation du réseau électroénérgétique jusqu'à nos jours et les tendances futures en résultant pouvant servir à résoudre pleinment les systèmes de controle et de commande. Ce point de vue est basé sur la littérature profesionnelle et sur les rèsultats d'études personnelles ou réalisées sous la direction de l'auteur, ayant pour but une résolution moderne de ce probléme technique, vérifiée pratiquement dans les conditions d'exploitation de réseau électroénergétique national. Tous les processus principaux et auxiliaires se qualifiant à leur automatisation on été classés d'après le temps nécessaire pour réaliser une opération de coupure ou une correction appropriés de leur évolution, celui-ci jouant un role primordial dans la détermination des paramètres de construction et des conditions de travail pour

l'appareillage de réception, de transmission et de traitement d'informations aussi bien que pour des systèmes composés de cet appareillage.

Du point de vue fonctionnel celui-ci est lié aux problèmes concernant l'exploitation, la préparation au service, la préparation aux investissements, la réalisation des investissements et l'activité administrative. On a omis, ou traité seulement d'une manière superficielle, les systèmes de controle — commande autonomes, qui, semble-t-il, ne seront pas soumis à l'intégration dans cette réalisation de pleine automatisation embrassant la séquence entière d'un processus déterminé à l'echelle d'un réseau régional ou bien d'un groupe de dispositifs énergétiques réalisant la meme tâche, jusqu'à un ensemble de réseaux régionaux y compris.

Comme unité élémentaire d'un système de controle-commande on a choisi un ensemble de commande équipé de calculateurs numériques avec appareillage périférique. De tels ensembles on été prévue à chaque niveau de l'échellement du réseau éxécuté sous l'angle de la structure de gestion optimale.

J. KOŻUCHOWSKI

KOMPLEXE AUTOMATISIERUNG ELEKTROENERGETISCHER SYSTEME

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurde die bisherige Entwicklung der Automatisierung elektroenergetischer Systeme und die daraus folgenden Tendenzen einer komplexen Lösung der Kontroll- und Steuersysteme dargestellt. Die Übersicht wurde auf Grund der Fachliteratur und eigener Forschungsergebnisse des Verfassers bezw. der Ergebnisse unter seiner Leitung geführter Versuche betreffs Erzeugung moderner technischer Realisationen in diesem Bereich dargestellt, die sich in Betriebsbedingungen im Inlandssystem bereits bewährt haben.

Alle Grund- und Hilfsvorgänge, die sich zur Automatisierung eigneten, wurden hinsichtlich der für die Ausführung von Unterbrechungsoperationen oder für entsprechende Korrigierungen ihrer Verläufe nötige Zeit klassifiziert, weil diese eine wesentliche Rolle beim Feststellen der Konstruktionsparameter und Arbeitsbedingungen sowohl der Sammel-, Übertragungs- und Datenverarbeitungseinrichtungen von Industrieanlagen, als auch der aus diesen Anlagen bestehenden komplexen Systeme spielt.

Diese Parameter sind mit den Betrieben, dessen Vorbereitung, der Investitionsvorbereitung und -führung sowie mit administrativer Tätigkeit verbunden.

Nicht berücksichtigt bezw. nur oberflächlich behandelt wurden automatische Kontroll- und Steuersysteme, die wahrscheinlich bei Bildung komplexer Automatisierung nicht integriert werden. Die komplexe Automatisierung umfasst systemweise den ganzen Processgang bezw. ganze Gruppen von energetischen Anlagen, die gemeinsam eine und dieselbe Aufgabe realisieren, einschliesslich der Systemsätze.

Als Grundeinheit der Kontroll- und Steuersysteme wurde eine mit Digitalrechnern und Zubehöranlagen bestückte Steuergruppe angenommen. Solche Gruppen wurden auf jeder Stufe des unter dem Gesichtspunkt optimaler Verwaltungsstruktur eingestellter Systems vorgesehen. Sie sind sowohl miteinander verbuden zwecks Umlaufs und der Verarbeitung innerer Informationen, als auch mit den energetischen Objekten des Systems und mit Ausseninstitutionen, um Daten zu sammeln, auf erwähnte Objekte einzuwirken und Informationen zu erteilen. Ferner wurden diese Steuersysteme Grundprozessen unterzogen.

Я. КОЖУХОВСКИ

КОМПЛЕКСНАЯ АВТОМАТИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Резюме

В статье дан обзор современного состояния вопроса автоматизации ЭЭС и возникающие из него тенденции. Обзор произведен на основании имеющейся по этим вопросам литературы, а также собственных результатов полученных автором и руководимыми им коллективами. Результаты

проверены в условиях эксплуатации национальной ЭЭС. Все процессы подлежащие автоматизации склассифицированы в отношении времени необходимого для выполнения операции прекращения, или коррекции протекания процесса. Как показано, время играет существенную роль как для определения конструкционных параметров устройств предназначенных для получения, передачи и преобразования информации так и для систем построенных из этих устройств. Функционально они связаны с эксплуатацией и ее подготовкой, подготовкой инвестиции и ее исполнением, а также административной деятельностью. Не рассматривались, или частично обсуждены автономные системы контроля и управления, которые, как кажется, не будут подвергаться интеграции при осуществлении комплексной автоматизации. В качестве основной единицы системы контроля и управления принят узел управления снабженный в счетно-решающее цифровое устройство. Такие узлы управления предусмотрены на каждом уровне с точки зрения оптимальной структуры управления. Эти уровни связаны между собой, а также с энергетическими объектами информационными потоками.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 3, s 465—486

621.314.223

Pojemnościowy rozkład napięcia w autotransformatorze

ROMUALDA RYDLEWICZ (ŁÓDŹ)

Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 26.6.1972

W pracy omówiono pojemnościowe rozkłady napięć w uzwojeniach autotransformatora, uzyskane pod wpływem pobudzenia dokonanego udarem prostokątnym (a więc dla granicznych wartości stromości czoła), odpowiednio na zacisku liniowym *GN* i *DN*. Autotransformator wykazuje tu wyraźną specyfikę polegającą na elektrycznym połączeniu dwóch uzwojeń o różnych poziomach izolacji i różnych napięciach znamionowych.

Rozpatrzono autotransformator dwuuzwojeniowy w dwóch wariantach:
— bez ekranu elektrostatycznego,
— z ekranem elektrostatycznym.

Wyprowadzone wzory celem sprawdzenia zastosowano praktycznie. Dla autotransformatora bez ekranu elektrostatycznego wykorzystano transformator modelowy połączony autotransformatorowo; dla autotransformatora z ekranem elektrostatycznym model Abettiego autotransformatora energetycznego 100 MVA.

Wartości uzyskane z wzorów wyprowadzonych w niniejszym opracowaniu pokrywają się z dokładnością techniczną z rozkładami uzyskanymi doświadczalnie. Zbieżność wyników pomiaru z obliczeniem zależy od dokładności wyznaczenia siatki pojemnościowej badanego obiektu.

1. WSTĘP

1.1. Ogólne wprowadzenie

Analiza naprężeń izolacji w autotransformatorze energetycznym ulegającym wpływom przepięć udarowych wymaga dobrego rozpoznania i możliwości odtwarzania zjawisk zachodzących w nim w warunkach udarowych.

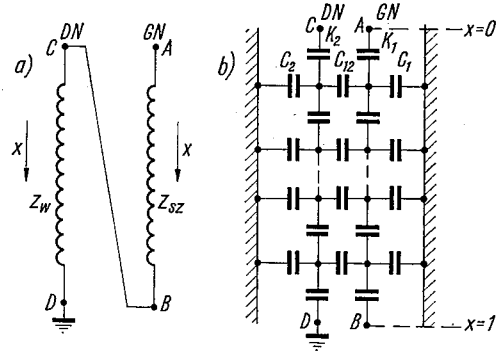
Przedmiotem rozważań w niniejszym opracowaniu są rozkłady napięć w uzwojeniach autotransformatora uzyskane pod wpływem pobudzenia dokonanego udarem prostokątnym, a więc dla granicznych wartości stromości czoła na zacisku liniowym *GN* i *DN* odpowiednio. Dla uskokowego (nieskończenie stromego) wzrostu napięcia od 0 do U można przyjąć, że każdy zwój uzwojenia zachowuje się jak przewodzący pierścień nie połączony galwanicznie z sąsiednim. Rozkład napięcia w takim stosie pierścieni zależy tylko od sprzężeń pojemnościowych, a więc od pojemności doziemnych, pojemności podłużnych (międzycewkowych, międzyzwojowych) i od pojemności międzyuzwojeniowych. Dlatego w teorii zjawisk udarowych nazywa się rozkładem pojemnościowym i teore-

tycznie pojawia się w chwili $t = 0_+$ przy udarze prostokątnym, gdzie występują graniczne warunki stromości czoła. Wyznaczenie rozkładu początkowego jest ważne z punktu widzenia określenia obwiedni oscylacji napięć względem ziemi. Rozkłady napięć uzyskane dla pobudzenia skokowego są granicznymi w porównaniu z każdym innym kształtem udaru.

Niniejsze opracowanie stanowi I część cyklu obejmującą tylko rozkłady początkowe w uzwojeniach szeregowym i wspólnym autotransformatora. Druga część, która jest przygotowywana do druku będzie obejmowała drgania w czasie z uwzględnieniem tłumienia wewnętrznego.

1.2. Założenia i oznaczenia

Do analizy przyjęto autotransformator dwuuzwojeniowy traktując uzwojenie wyrównawcze w energetycznym autotansformatorze jako ekran uziemiony ze względu na małą moc i napięcie uzwojenia wyrównawczego w porównaniu z napięciem i mocą pozostałych dwóch uzwojeń. Można rozszerzyć analizę na przypadek autotransformatora dwuuzwojeniowego, ponieważ jak wynika z [6] istnieje ze względów ekonomicznych tendencja do budowy autotransformatorów energetycznych bez uzwojenia wyrównawczego.



Rys. 1

a) Układ połączeń autotransformatora bez ekranu elektrostatycznego: *sz* — uzwojenie szeregowe, *w* — uzwojenie wspólne, b) siatka pojemnościowa

Rozpatrzono autotransformator dwuuzwojeniowy o układzie połączeń jak na rys. 1. Uzwojenia autotransformatora są cewkowane. Oznaczenia uzwojeń i zacisków są następujące:

A-B — uzwojenie szeregowe *GN*,
- *A* — zacisk liniowy uzwojenia szeregowego *GN*,
- *B* — zacisk uzwojenia szeregowego połączony elektrycznie z zaciskiem liniowym *DN*,

C-D — uzwojenie wspólne *DN*,
- *C* — zacisk liniowy uzwojenia wspólnego *DN*,
- *D* — zacisk zerowy uzwojenia *DN* (jest jednocześnie zaciskiem zerowym autotransformatora)

Przyjęto następujące oznaczenia pojemności całkowitych występujących w siatce pojemnościowej autotransformatora:

C_{01} — pojemność do ziemi obiektu dołączonego do zacisku liniowego GN,

C_1 — pojemność doziemna uzwojenia szeregowego,

C_2 — pojemność doziemna uzwojenia wspólnego,

C_{12} — pojemność między uzwojeniem szeregowym i wspólnym,

K_1 — pojemność wzdłużna międzycewkowa i międzyzwojowa uzwojenia szeregowego,

K_2 — pojemność wzdłużna międzycewkowa i międzyzwojowa uzwojenia wspólnego,

C_{1E} — pojemność do ekranu uzwojenia szeregowego.

Oznaczono całkowity wymiar poosiowy uzwojenia jako l. Wymiar długości uzwojenia będzie rozpatrywany z punktu widzenia odległości od końca liniowego uzwojenia i wyrażony jako X; dla prostoty wyrażeń matematycznych przyjęto bieżącą współrzędną niezależną odległości $x = \frac{X}{l}$. Stąd dla odpowiednich zacisków uzwojenia zgodnie z przyjętymi oznaczeniami:

— dla zacisków liniowych uzwojeń szeregowego i wspólnego — odpowiednio $p \cdot A$ i $p \cdot C$, $x = 0$,

— dla zacisku B uzwojenia szeregowego i dla zacisku D uzwojenia wspólnego $x = 1$.

Rozpatrzono zasilanie udarem o kształcie prostokątnym i wartości maksymalnej U_u. Rozkład napięcia $u(x)$ będzie przyjęty jako wartość względna $u(x) = \frac{U(x)}{U_u}$, co jest równoznaczne z przyjęciem wielkości $u(x) = 1$ dla tych zacisków autotransformatora, gdzie jest przyłożony udar i $u(x) = 0$ dla zacisków uziemionych. Odpowiednio napięcia względne:

— dla uzwojenia wspólnego

$$u_2(x) = \frac{U_2(x)}{U_u},$$

— dla uzwojenia szeregowego

$$u_1(x) = \frac{U_1(x)}{U_u}.$$

Ogólne warunki brzegowe

Dla zacisku uziemionego przez pojemność C_{01}

$$u(x) = m_1 \frac{du(x)}{dx}, \quad \text{gdzie} \quad m_1 = \frac{K_1}{C_{01}},$$

$$u(x) = \frac{K_1}{C_{01}} \frac{du(x)}{dx}.$$

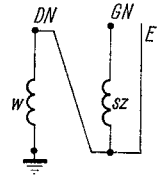
Dla zacisku uziemionego bezpośrednio $C_{01} = \infty$

$$(ux) = 0.$$

Dla zacisku izolowanego $C_{01} = 0$

$$C_{01} u_1(x) = K_1 \frac{du_1(x)}{dx} \quad \text{i} \quad \frac{du_1(x)}{dx} = 0.$$

Uwaga. Dla przypadków rozpatrywania autotransformatora z ekranem w indeksie oznaczeń odpowiednich wielkości będzie dodawana litera *E*. Jak widać z rys. 1b siatka elektrostatyczna autotransformatora jest taka sama jak transformatora. Z rys. 1a i 2 widać specyfikę autotransformatora polegającą na elektrycznym połączeniu dwóch uzwojeń o różnych poziomach izolacji i różnych napięciach znamionowych. Uwzględniono to przy rozpatrywaniu warunków brzegowych w dalszym toku niniejszego opracowania.



Rys. 2. Układ połądzeń autotransformatora z ekranem elektrostatycznym
E — ekran elektrostatyczny

Ponieważ siatka pojemnościowa jest analogiczna, to równanie różniczkowe sprzężeń pojemnościowych (1) podane w [7] można tu odpowiednio zastosować

$$\frac{d^4u}{dx^4} - a\frac{d^2u}{dx^2} + bu = 0; \tag{1}$$

(1) jest to równanie różniczkowe 4-go rzędu jednorodne liniowe o współczynnikach stałych dla autotransformatora bez ekranu) mających postać:

$$\begin{aligned} b &= \frac{Cp_1Cp_2}{K_1K_2} - \frac{C_{12}^2}{K_1K_2}, \qquad Cp_1 = C_1 + C_{12}, \\ a &= \frac{Cp_1}{K_1} + \frac{Cp_2}{K_2}, \qquad Cp_2 = C_2 + C_{12}. \end{aligned} \tag{1a}$$

Całkę ogólną równania (1) można wyrazić następująco:

$$u(x) = Ae^{r_1x} + Be^{r_2x} + Ce^{r_3x} + De^{r_4x}. \tag{1b}$$

Analizując siatkę pojemnościową autotransformatora z ekranem elektrostatycznym (rys. 2) otrzymano równanie różniczkowe 4-go rzędu niejednorodne liniowe o współczynnikach stałych (2)

$$\frac{d^4u}{dx^4} - a'\frac{d^2u}{dx^2} + b'u = d. \tag{2}$$

Lewa strona tego równania ma postać taką jak równanie (1), różni się od niego tylko współczynnikami a' i b'

$$\begin{aligned} a' &= \frac{C'_{p1}}{K_1} + \frac{C_{p2}}{K_2}, \quad C'_{p1} = C_{1E} + C_{12}, \\ b' &= \frac{C'_{p1}C_{p2} - C_{12}^2}{K_1K_2}, \end{aligned} \tag{2a}$$

gdzie zgodnie z oznaczeniami C_{1E} jest pojemnością uzwojenia szeregowego względem ekranu. Pozostałe oznaczenia pozostają bez zmian. Wyraz wolny d jest kombinacją pojemności siatki elektrostatycznej i zależy:

— od miejsca przyłożenia udaru,

— od rozpatrywanego uzwojenia.

Całka ogólna równania liniowego niejednorodnego jest sumą dwu całek:

— całki ogólnej równania jednorodnego (1) o postaci 2b

$$u'_E(x) = A_E e^{r_1 x} + B_E e^{r_2 x} + C_E e^{r_3 x} + D_E e^{r_4 x}, \tag{2b}$$

— całki szczególnej równania niejednorodnego (2) o postaci

$$u''_E(x) = \frac{d}{b'}. \tag{2c}$$

Rozwiązanie ogólne na rozkład napięcia początkowego dla autotransformatora z ekranem jest następujące:

$$u_E(x) = A_E e^{r_1 x} + B_E e^{r_2 x} + C_E e^{r_3 x} + D_E e^{r_4 x} + u''_E(x). \tag{3}$$

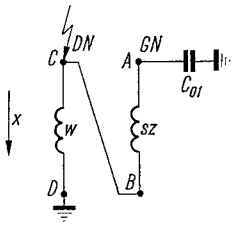
2. POCZĄTKOWY (POJEMNOŚCIOWY) ROZKŁAD NAPIĘCIA PRZY ZASILANIU UDAREM OD STRONY *DN*

2.1. Autotransformator bez ekranu elektrostatycznego

Schemat autotransformatora przyjęty do analizy jest przedstawiony na rys. 3. Siatka pojemnościowa jak na rys. 1b.

Warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} &\text{dla } x = 0 \quad && u_1(x) = m_1 \frac{du_1(x)}{dx}, \quad m_1 = \frac{K_1}{C_{01}}, \\ & && u_2(x) = 1; \\ &\text{dla } x = 1 && u_1(x) = 1, \\ & && u_2(x) = 0. \end{aligned} \tag{4}$$



Rys. 3. Schemat autotransformatora bez ekranu elektrostatycznego przyjęty do rozważań w p. 2.1

Równania różniczkowe sprzężeń pojemnościowych w rozpatrywanym przypadku są liniowe jednorodne o postaci (1) odpowiednio:

— dla uzwojenia szeregowego

$$\frac{d^4 u_1}{dx^4} - a\frac{d^2 u_1}{dx^2} + bu_1 = 0, \tag{5}$$

— dla uzwojenia wspólnego

$$\frac{d^4u_2}{dx^4}-a\frac{d^2u_2}{dx^2}+bu_2=0. \tag{6}$$

Rozwiązanie równań różniczkowych (5) i (6) pozwala uzyskać równania na rozkłady napięć w uzwojeniu szeregowym i wspólnym:

— w uzwojeniu szeregowym

$$u_1(x)=C_1'e^{r_1x}+C_2'e^{r_2x}+C_3'e^{r_3x}+C_4'e^{r_4x}, \tag{7}$$

— w uzwojeniu wspólnym

$$u_2(x)=C_1''e^{r_1x}+C_2''e^{r_2x}+C_3''e^{r_3x}+C_4''e^{r_4x}, \tag{8}$$

gdzie r_1, r_2, r_3, r_4 są pierwiastkami równania liniowego dwukwadratowego o postaci

$$\begin{aligned} &r^4-ar^2+b=0,\\ &a=\frac{C_{p1}}{K_1}+\frac{C_{p2}}{K_2}, \qquad C_{p1}=C_1+C_{12},\\ &b=\frac{C_{p1}C_{p2}}{K_1K_2}-\frac{C_{12}^2}{K_1K_2}, \qquad C_{p2}=C_2+C_{12}, \end{aligned} \tag{5a}$$

przy czym:

$$\begin{aligned} r_3&=-r_1,\\ r_4&=-r_2,\\ r_1&=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{C_{p1}}{K_1}+\frac{C_{p2}}{K_2}\right)-\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{C_{p1}}{K_1}-\frac{C_{p2}}{K_2}\right)^2+\frac{C_{12}^2}{K_1K_2}}},\\ r_2&=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{C_{p1}}{K_1}+\frac{C_{p2}}{K_2}\right)+\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{C_{p1}}{K_1}-\frac{C_{p2}}{K_2}\right)^2+\frac{C_{12}^2}{K_1K_2}}}. \end{aligned} \tag{9}$$

Ponieważ rozpatrywany układ uzwojeń jest sprzężony pojemnościowo, więc istnieje zależność między stałymi całkowania z równania (7) i (8) przez odpowiednie pojemności występujące w siatce pojemnościowej, jak na rys. 1b:

$$\begin{aligned} C_1'&=\frac{C_1''}{C_{12}}(C_{p2}-K_2r_1^2)=C_1''M,\\ C_2'&=\frac{C_2''}{C_{12}}(C_{p2}-K_2r_2^2)=C_2''N,\\ C_3'&=\frac{C_3''}{C_{12}}(C_{p2}-K_2r_1^2)=C_3''M,\\ C_4'&=\frac{C_4''}{C_{12}}(C_{p2}-K_2r_2^2)=C_4''N,\\ M&=\frac{C_{p2}-K_2r_1^2}{C_{12}},\\ N&=\frac{C_{p2}-K_2r_2^2}{C_{12}}. \end{aligned} \tag{10}$$

Rozpatrując warunki brzegowe (4) z uwzględnieniem zależności (10) znaleziono wyrażenia na stałe całkowania równań (7) i (8) — określając w ten sposób rozkłady napięć pojemnościowych w uzwojeniach. Otrzymane wzory na stałe całkowania zestawiono w tabl. 1. Są to wzory uproszczone, gdyż w większości przypadków praktycznych dla autotransformatorów energetycznych $r_2 > r_1 > 4$ [1]. Pierwiastki r_1 i r_2 równań różniczkowych (5) i (6) zależą od wzajemnego stosunku pojemności doziemnych, międzyuzwojeniowych i podłużnych.

Tablica 1

Zestawienie wzorów uproszczonych na stałe całkowania dla rozkładu pojemnościowego wg (8) w uzwojeniu wspólnym i dla rozkładu napięcia wg (7) w uzwojeniu szeregowym
Wzory odnoszą się do załączonego schematu

Uzwojenie wspólne: $u_2(x) = C_1'' e^{r_1 x} + C_2'' e^{r_2 x} + C_3'' e^{r_3 x} + C_4'' e^{r_4 x}$				
obciążenie zacisku A	C_1''	C_2''	C_3''	C_4''
$m_1 = \frac{C_{01}}{K_1}$	$-\frac{e^{-r_1}}{N-M}$	$\frac{e^{-r_2}}{N-M}$	$\frac{-N(m_1 r_2+1)}{m_1(Mr_1-Nr_2)-(N-M)}$	$\frac{M(m_1 r_1+1)}{m_1(Mr_1-Nr_2)-(N-M)}$
$m_1 = 0$			$\frac{N}{N-M}$	$\frac{-M}{N-M}$
$m_1 = \infty$			$\frac{-Nr_2}{Mr_1-Nr_2}$	$\frac{Mr_1}{Mr_1-Nr_2}$
Uzwojenie szeregowe: $u_1(x) = C_1' e^{r_1 x} + C_2' e^{r_2 x} + C_3' e^{r_3 x} + C_4' e^{r_4 x}$				
obciążenie zacisku A	C_1'	C_2'	C_3'	C_4'
$m_1 = \frac{C_{01}}{K_1}$	$-\frac{N-M}{Me^{-r_1}}$	$\frac{Ne^{-r_2}}{N-M}$	$\frac{-MN(m_1 r_2+1)}{m_1(Mr_1-Nr_2)-(N-M)}$	$\frac{MN(m_1 r_1+1)}{m_1(Mr_1-Nr_2)-(N-M)}$
$m_1 = 0$			$\frac{MN}{N-M}$	$\frac{-MN}{N-M}$
$m_1 = \infty$			$\frac{-MNr_2}{Mr_1-Nr_2}$	$\frac{MNr_1}{Mr_1-Nr_2}$

Dla uzwojeń cewkowych, pojemności doziemne C_1 i C_2, międzyuzwojeniowe C_{12} są dużo większe od pojemności podłużnych K_1 i K_2; dlatego r_1 i r_2 osiągają duże wartości.

Założenia upraszczające:

$$\mathrm{sh}\, r_1 \approx \mathrm{ch}\, r_1 \approx \frac{e^{r_1}}{2},$$

$$\mathrm{sh}\, r_2 \approx \mathrm{ch}\, r_2 \approx \frac{e^{r_2}}{2}, \tag{11}$$

$$e^{-r_1} \ll 1,$$
$$e^{-r_2} \ll 1.$$

Wzory pełne podano w [5].

Z tablicy 1 wynika następujący wniosek:

— jeżeli zacisk D jest uziemiony, a tak musi być we wszystkich przypadkach autotransformatorów bez uzwojenia wyrównawczego, to stałe całkowania C_1', C_2', C_1'', C_2'' nie zależą od stanu obciążenia pojemnością C_{01} zacisku liniowego A, podczas gdy stałe C_3', C_4', C_3'', C_4'' od tego obciążenia zależą.

Z tego wynika drugi wniosek:

— pojemnościowy rozkład napięcia w uzwojeniu szeregowym i wspólnym w zakresie $0{,}5 \leqslant x \leqslant 1$ jest jednakowy niezależnie od wartości pojemności C_{01}.

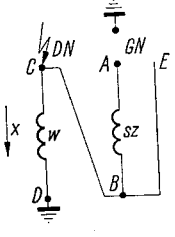
2.2. Autotransformator z ekranem elektrostatycznym

Przyjęto, że ekran elektrostatyczny zajmuje całą wysokość uzwojenia, oraz że na całym ekranie występuje napięcie równe napięciu zacisku liniowego DN. W rozpatrywanym w p. 2 przypadku jest to napięcie udarowe $u = 1$.

Warunki brzegowe:

$$\text{dla } x = 0 \quad u_2(x) = 1, \quad \text{dla } x = 1 \quad u_2(x) = 0,$$
$$\frac{du_1(x)}{dx} = 0, \qquad u_1(x) = 1. \tag{12}$$

Rozpatrywano przypadek, gdy p. A jest nieobciążony z zewnątrz, jako skrajny w przebiegach udarowych (w p. A najwyższy potencjał). Na ekranie E występuje napięcie $U_E = U_u$, a dla wielkości względnych $u_E = \dfrac{U_E}{U_u} = 1$.



Rys. 4. Schemat autotransformatora z ekranem elektrostatycznym przyjęty do rozważań w p. 2.2

Równania różniczkowe sprzężeń pojemnościowych w rozpatrywanym przypadku są równaniami niejednorodnymi liniowymi czwartego rzędu o współczynnikach stałych o postaci (2) i odpowiednio

— dla uzwojenia szeregowego

$$\frac{d^4u_1}{dx^4} - a_E\frac{d^2u_1}{dx^2} + b_E u_1 = d_1, \tag{13}$$

— dla uzwojenia wspólnego

$$\frac{d^4u_2}{dx^4} - a_E\frac{d^2u_2}{dx^2} + b_E u_2 = d_2, \tag{14}$$

gdzie wyrazy wolne d_1 i d_2 podane są zależnością (14a)

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{C_{1E}C_2 + C_{12}}{K_1 K_2}, \\ d_2 &= \frac{C_{1E}C_{12}}{K_1 K_2}. \end{aligned} \tag{14a}$$

Współczynniki a_E i b_E mają taką samą postać jak (5a), jedynie zamiast pojemności C_1 względem ziemi występuje pojemność C_{1E} — do ekranu

$$C_1 \Rightarrow C_{1E}.$$

Rozwiązując równania różniczkowe (13) i (14) uzyskano pojemnościowe rozkłady napięć odpowiednio:

— w uzwojeniu szeregowym

$$u_{1E}(x) = C'_{1E}e^{r_1x} + C'_{2E}e^{r_2x} + C'_{3E}e^{r_3x} + C'_{4E}e^{r_4x} + d'_1, \tag{15}$$

— w uzwojeniu wspólnym

$$u_{2E}(x) = C''_{1E}e^{r_1x} + C''_{2E}e^{r_2x} + C''_{3E}e^{r_3x} + C''_{4E}e^{r_4x} + d''_2, \tag{16}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} d'_1 &= \frac{d_1}{b_E} = \frac{C_{1E}(C_2 + C_{12})}{C_{p1}C_{p2} - C_{12}^2}, \\ d''_2 &= \frac{d_2}{b_E} = \frac{C_{1E}C_{12}}{C_{p1}C_{p2} - C_{12}^2}. \end{aligned} \tag{17}$$

Zależność między stałymi całkowania z równań (15) i (16) jest analogiczna jak podana równaniem (10):

$$\begin{aligned} C'_{1E} &= C''_{1E}M, & M &= \frac{C_{p2} - K_2 r_1^2}{C_{12}}, \\ C'_{2E} &= C''_{2E}N, & & \\ C'_{3E} &= C''_{3E}M, & N &= \frac{C_{p2} - K_2 r_2^2}{C_{12}}. \\ C'_{4E} &= C''_{4E}N, & & \end{aligned} \tag{18}$$

Uwzględniając warunki brzegowe (12) oraz zależność (18) otrzymano następujące wyrażenia na stałe całkowania:

— równania (16)

$$\begin{aligned} C''_{1E} &= \frac{e^{-r_1}(1 - d'_1 + d''_2 N)}{M - N}, \\ C''_{2E} &= \frac{-e^{-r_2}(1 - d'_1 + d''_2 M)}{M - N}, \\ C''_{3E} &= \frac{-Nr_2(1 - d''_2)}{Mr_1 - Nr_2}, \\ C''_{4E} &= \frac{Mr_1(1 - d''_2)}{Mr_1 - Nr_2}; \end{aligned} \tag{19}$$

— równania (15)

$$
\begin{aligned}
C'_{1E} &= \frac{Me^{-r_1}(1-d'_1+d''_2N)}{M-N}, \\
C'_{2E} &= \frac{-Ne^{-r_2}(1-d'_1+d''_2N)}{M-N}, \\
C'_{3E} &= \frac{-MNr_2(1-d''_2)}{Mr_1-Nr_2}, \\
C'_{4E} &= \frac{MNr_1(1-d''_2)}{Mr_1-Nr_2}.
\end{aligned}
\tag{20}
$$

Wzory podane zależnościami (19) i (20) są uproszczone na takiej samej zasadzie, jak zależności zestawione w tabl. 1, p. 2.1 na stałe całkowania układu bez ekranu.

Znając pojemności siatki pojemnościowej transformatora, można wyznaczyć rozkłady napięć w uzwojeniu szeregowym i wspólnym dla autotransformatora bez uzwojenia wyrównawczego, z ekranem elektrostatycznym przy zaatakowaniu udarem prostokątnym od strony zacisku *DN*.

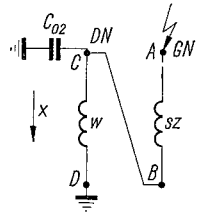
3. ROZKŁAD POJEMNOŚCIOWY PRZY POBUDZENIU UDAREM PROSTOKĄTNYM OD STRONY *GN*

3.1. Autotransformator bez ekranu elektrostatycznego

Schemat autotransformatora i siatkę pojemnościową przyjęto do analizy według rys. 1. Na rys. 5 zaznaczono warunki brzegowe.

Warunki brzegowe:

$$
\begin{aligned}
&1)\ x = 0 \qquad u_1(x) = 1, \\
&2)\ x = 1 \qquad u_2(x) = 0, \\
&3 \text{ i } 4)\ u_1(x)_{x=1} = u_2(x)_{x=0} = u_0; \qquad u_0 = -\frac{I}{C_0}, \\
&I = I_{K1(x=1)} - I_{K2(x=0)}.
\end{aligned}
\tag{21}
$$



Rys. 5. Schemat autotransformatora bez ekranu elektrostatycznego przyjęty do rozważań w p. 3.1

Obowiązują te same oznaczenia, założenia i uproszczenia co w pierwszej części niniejszego opracowania. Równanie różniczkowe sprzężeń pojemnościowych (1) zachowuje swoją ważność zarówno dla uzwojenia szeregowego jak i wspólnego. Po rozwiązaniu otrzymano równania na pojemnościowe rozkłady napięcia odpowiednio:

— dla uzwojenia szeregowego

$$u_1(x) = A'_1 e^{r_1 x} + A'_2 e^{r_2 x} + A'_3 e^{r_3 x} + A'_4 e^{r_4 x}, \tag{22}$$

— dla uzwojenia wspólnego

$$u_2(x) = A_1 e^{r_1 x} + A_2 e^{r_2 x} + A_3 e^{r_3 x} + A_4 e^{r_4 x}. \tag{23}$$

Ze względu na inne warunki graniczne, określone zależnościami (21), inną postać będą miały wzory na stałe całkowania A_1, A_2, A_3, A_4. Wzory uproszczone na stałe całkowania w rozpatrywanym przypadku są następujące:

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{m_{20}(r_2-r_1)e^{-r_1}-(N-M)e^{-2r_1}}{\Delta'},\\
A_2 &= \frac{-m_{20}(r_2-r_1)e^{-r_2}+(N-M)e^{-2r_2}}{\Delta'},\\
A_3 &= \frac{m_{20}\left[(Mr_1-Nr_2)\dfrac{K_1}{K_2}-(N-M)r_2\right]+N-M}{\Delta'},\\
A_4 &= \frac{-m_{20}\left[(Mr_1-Nr_2)\dfrac{K_1}{K_2}-(N-M)r_1\right]-(N-M)}{\Delta'},\\
\Delta' &= (M-N)\left\{\left[\frac{K_1}{K_2}(Mr_1-Nr_2)+Mr_2-Nr_1\right]m_{20}+N-M\right\}
\end{aligned} \tag{24}$$

gdzie $m_{20} = \dfrac{K_2}{C_{02}}$. Inne oznaczenia jak w punkcie 1 niniejszego opracowania.

Zależność między stałymi całkowania z równań (22) i (23) jest analogiczna jak (10) w p. 2.1:

$$\begin{aligned}
A'_1 &= A_1 M,\\
A'_2 &= A_2 N,\\
A'_3 &= A_3 M,\\
A'_4 &= A_4 N.
\end{aligned} \tag{25}$$

Rozpatrzono przypadek, gdy punkt wspólny C i B (zacisk liniowy DN) jest nieobciążony z zewnątrz, tzn. $C_0 \cong 0$, jako skrajny w przebiegach udarowych. Wtedy $m_{20} = \infty$ i wzory (22) przybierają postać:

$$\begin{aligned}
A_{11} &= \frac{(r_2-r_1)e^{-r_1}}{\Delta'_1},\\
A_{21} &= \frac{-(r_2-r_1)e^{-r_2}}{\Delta'_1},\\
A_{31} &= \frac{(Mr_1-Nr_2)\dfrac{K_1}{K_2}}{\Delta'_1},
\end{aligned} \tag{26}$$

$$A_{41} = \frac{-(Mr_1 - Nr_2)\dfrac{K_1}{K_2}}{\Delta_1'},$$

$$\Delta_1' = (M-N)\left[\frac{K_1}{K_2}(Mr_1 - Nr_2) + Mr_2 - Nr_1\right],$$

$$A_{11}' = \frac{M(r_2 - r_1)e^{-r_1}}{\Delta_1'},$$

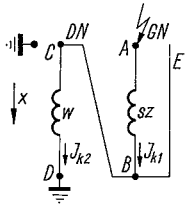
$$A_{21}' = \frac{-N(r_2 - r_1)e^{-r_2}}{\Delta_1'},$$

$$A_{31}' = \frac{M(Mr_1 - Nr_2)\dfrac{K_1}{K_2}}{\Delta_1'}, \tag{27}$$

$$A_{41}' = \frac{-N(Mr_1 - Nr_2)\dfrac{K_1}{K_2}}{\Delta_1'}.$$

3.2. Autotransformator wyposażony w ekran elektrostatyczny

Założenie. Wzdłuż całej wysokości ekranu występuje napięcie równe napięciu panującemu na zacisku liniowym DN. W rozpatrywanym przypadku $u_E = u_* = u_{1(x=1)} = u_{2(x=0)}$.



Rys. 6. Schemat autotransformatora z ekranem elektrostatycznym przyjęty do rozważań w p. 3.2

Oznaczenia jak w p. 1.2 i 2.2.

Warunki brzegowe:

1) dla $x = 0$ $\quad u_1(x) = 1$,

2) dla $x = 1$ $\quad u_2(x) = 0$,

3) $u_1(x)_{x=1} = u_2(x)_{x=0}$, (28)

4) $I = I_{K1(x=1)} - I_{K2(x=0)} = 0$,

$$K_1 \frac{du_1(x)}{dx} \text{ dla } x = 1 \quad = K_2 \frac{du_2(x)}{dx} \text{ dla } x = 0.$$

Równania różniczkowe sprzężeń pojemnościowych są następujące:
— dla uzwojenia szeregowego

$$\frac{d^4u_1}{dx^4}-a_E\frac{d^2u_1}{dx^2}+b_Eu_1 = d_1u_*, \tag{29}$$

— dla uzwojenia wspólnego

$$\frac{d^4u_2}{dx^4}-a_E\frac{d^2u_2}{dx^2}+b_Eu_2 = d_2u_*. \tag{30}$$

Są to równania różniczkowe liniowe niejednorodne czwartego rzędu o współczynnikach stałych, podobne do równań (13) i (14). Całki ogólne równań liniowych jednorodnych są analogiczne jak (15) i (16).

W rozpatrywanym przypadku na ekranie występuje zgodnie z założeniem praktycznie napięcie takie samo jak w p. *B*, tj. u_1(dla $x = 1$) lub u_2(dla $x = 0$) w p. *C*. Jego wartość względną oznaczono symbolem

$$u_* = \frac{U_*}{U_u}.$$

W związku z tym całki szczególne równań niejednorodnych (29) i (30) będą miały obecnie postać

$$\begin{aligned} u''_{1E}(x) &= d'_1u_*, \\ u''_{2E}x &= d''_2u_*. \end{aligned} \tag{31}$$

Rozkłady napięć dla obu uzwojeń z ekranem są następujące:
— dla uzwojenia szeregowego

$$u_1(x) = A'_{1E}e^{r_1x}+A'_{2E}e^{r_2x}+A'_{3E}e^{r_3x}+A'_{4E}e^{r_4x}+d'_1u_*, \tag{32}$$

— dla uzwojenia wspólnego

$$u_2(x) = A_{1E}e^{r_1x}+A_{2E}e^{r_2x}+A_{3E}e^{r_3x}+A_{4E}e^{r_4x}+d''_2u_*. \tag{33}$$

Zależności między stałymi całkowania są analogiczne jak poprzednio:

$$\begin{aligned} A'_{1E} &= A_{1E}M, \\ A'_{2E} &= A_{2E}N, \\ A'_{3E} &= A_{3E}M, \\ A'_{4E} &= A_{4E}N. \end{aligned} \tag{34}$$

Z równania (33) określono napięcie u_*

$$\begin{aligned} u_* &= u_2 \quad \text{dla } x = 0, \\ u_* &= \frac{A_{1E}+A_{2E}+A_{3E}+A_{4E}}{1-d''_2}. \end{aligned} \tag{35}$$

Podstawiając (34) i (35) odpowiednio do równań (32) i (33) otrzymano:
— dla uzwojenia szeregowego

$$\begin{aligned} u_1(x) = {} & A_{1E}Me^{r_1x}+A_{2E}Ne^{r_2x}+A_{3E}Me^{r_3x}+A_{4E}Ne^{r_4x}+ \\ & + \frac{d'_1}{1-d''_2}(A_{1E}+A_{2E}+A_{3E}+A_{4E}), \end{aligned} \tag{36}$$

— dla uzwojenia wspólnego

$$u_2(x) = A_{1E}e^{r_1x}+A_{2E}e^{r_2x}+A_{3E}e^{r_3x}+A_{4E}e^{r_4x}+\frac{d_2''}{1-d_2''}(A_{1E}+A_{2E}+A_{3E}+A_{4E}). \tag{37}$$

Wartości współczynnika r_1, r_2, r_3, r_4 wyznacza się z wzoru (9) p. 2.1, d_1' i d_2'' z wzoru (17) p. 2.2.

Stałe całkowania $A_{1E}, A_{2E}, A_{3E}, A_{4E}$ wyznaczono z warunków brzegowych podanych zależnościami (28) otrzymując:

$$\begin{aligned}
A_{1E} &= \frac{(r_2-r_1)(1-d_1'+Nd_2'')e^{-r_1}}{\Delta''},\\
A_{2E} &= \frac{-(r_2-r_1)(1-d_1'+Md_2'')e^{-r_2}}{\Delta''},\\
A_{3E} &= \frac{\frac{K_1}{K_2}[(Mr_1-Nr_2)(1-d_1')+MNd_2''(r_1-r_2)]+(M-N)r_2(1-d_2'')}{\Delta''},\\
A_{4E} &= \frac{-\frac{K_1}{K_2}[(Mr_1-Nr_2)(1-d_1')+MNd_2''(r_1-r_2)]+(M-N)r_1(1-d_2'')}{\Delta''},\\
\Delta'' &= (M-N)\left\{\left[\frac{K_1}{K_2}(Mr_1-Nr_2)+r_1-r_2\right](1-d_1')+\left[\frac{K_1}{K_2}MN(r_1-r_2)+\right.\right.\\
&\quad\left.\left.+(Nr_1-Mr_2)\right]d_2''+Mr_2-Nr_1+r_2-r_1\right\}.
\end{aligned} \tag{38}$$

Wzory (38) są uproszczone na zasadzie podanej w p. 2.2 opracowania.

4. ZASTOSOWANIE PRAKTYCZNE WYPROWADZONYCH WZORÓW

4.1. Pojemnościowe rozkłady napięcia przy zaatakowaniu udarem zacisku liniowego DN

4.1.1. Autotransformator bez ekranu elektrostatycznego

Do badań pojemnościowego rozkładu napięcia w dwuuzwojeniowym autotransformatorze bez ekranu wykorzystano transformator modelowy, którego dokładny opis znajduje się w pracy doktorskiej [5] str. 34.

Pojemności $C_1, C_{12}, K_1, K_2, C_2$ obliczono metodą strefową [3] [2], przy czym pojemności C_1, C_{12}, C_2 pomierzono również mostkiem rezonansowym LC.

Całkowite pojemności przyjęte do obliczeń pojemnościowych rozkładów napięcia są następujące:

$$C_1 = 157\ \text{pF}, \quad K_1 = 4{,}1\ \text{pF},$$
$$C_2 = 552\ \text{pF}, \quad K_2 = 3{,}4\ \text{pF}.$$
$$C_{12} = 757\ \text{pF},$$

Wykorzystując wzory (9) z p. 2.1 obliczono r_1 i r_2

$$r_1 = 9{,}25,$$

$$r_2 = 22{,}85.$$

Dla wszystkich przypadków obciążenia zacisku liniowego *GN* podanych w tabl. 1 obliczono stałe całkowania, które zestawiono w tabl. 2.

Równania (7) i (8) p. 2.1 przyjmują dla badanego modelu następującą postać:

— dla uzwojenia szeregowego wg równania (7)

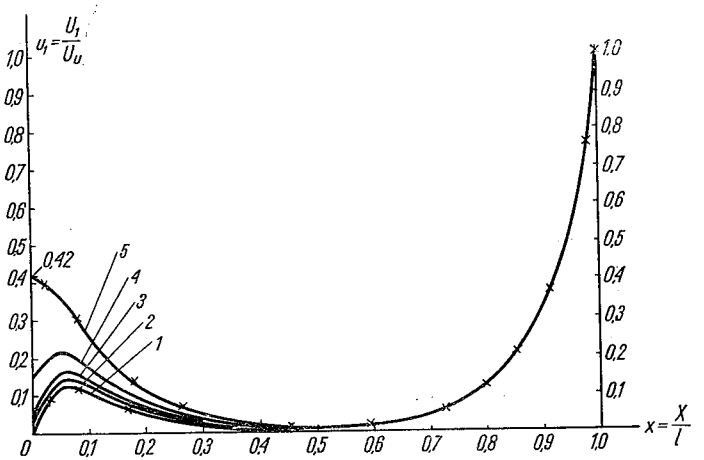
$$u_1(x) = C_1' e^{9,25x} + C_2' e^{22,85x} + C_3' e^{-9,25x} + C_4' e^{-22,85x},$$

— dla uzwojenia wspólnego wg równania (8)

$$u_2(x) = C_1'' e^{9,25x} + C_2'' e^{22,85x} + C_3'' e^{-9,25x} + C_4'' e^{-22,85x}.$$

Wartość x zmienia się w przedziale $0 \leqslant x \leqslant 1$.

Następnie dla wszystkich pięciu przypadków wyszczególnionych w tabl. 2 napięcia $u_1(x)$ i $u_2(x)$ zostały obliczone przez maszynę cyfrową. Wyniki te przedstawiono w postaci graficznej na rys. 7 i 8.



Rys. 7. Pojemnościowy rozkład napięcia w uzwojeniu szeregowym autotransformatora dwuuzwojeniowego

krzywa 1 dla $C_{01} = \infty$ $m_1 = 0$
„ 2 dla $C_{01} = 1000$ pF $m_1 = 0{,}004$
„ 3 dla $C_{01} = 500$ pF $m_1 = 0{,}008$
„ 4 dla $C_{01} = 100$ pF $m_1 = 0{,}04$
„ 5 dla $C_{01} = 0$ $m_1 = \infty$
x — punkty pomiarowe

W celu sprawdzenia prawidłowości omówionych powyżej obliczeń, siatkę pojemnościową badanego autotransformatora odwzorowano na analizatorze sieciowym, na którym doświadczalnie wyznaczono rozkład wzorca dla wszystkich warunków wyszczególnionych w tabl. 2. Wyniki badań wykazały dobrą zgodność z wynikami obliczeń, co uznano za potwierdzenie słuszności metody obliczeniowej.

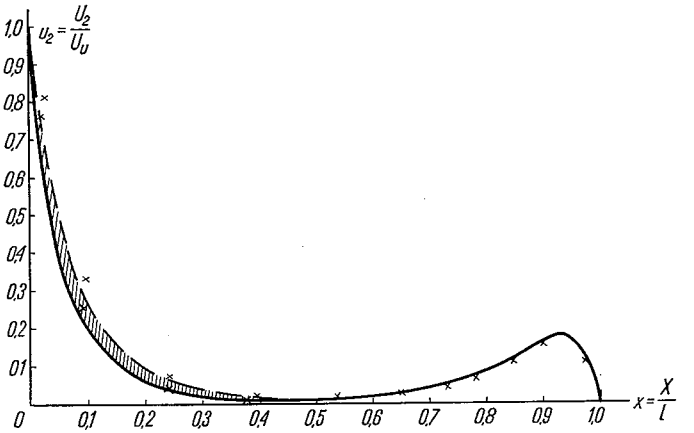
Tablica 2

Zestawienie wartości liczbowych stałych całkowania dla pojemnościowego rozkładu napięcia w uzwojeniu wspólnym i dla rozkładu napięcia w uzwojeniu szeregowym

Obliczenia wg wzorów zestawionych w tabl. 1

Obciążenie zacisku A	C_1''	C_2''	C_3''	C_4''	C_1'	C_2'	C_3'	C_4'	$m_1 = \frac{K_1}{C_{01}}$
$C_{01} = 0$ $m_1 = \infty$	$0{,}489 \cdot 10^{-4}$	$-0{,}61 \cdot 10^{-10}$	0,533	0,467	$0{,}656 \cdot 10^{-4}$	$0{,}376 \cdot 10^{-10}$	0,715	−0,289	∞
$C_{01} = 100$ pF $m_1 = 0{,}04$			0,394	0,606			0,528	−0,376	0,04
$C_{01} = 500$ pF $m_1 = 0{,}008$			0,338	0,662			0,453	−0,410	0,008
$C_{01} = 1000$ pF $m_1 = 0{,}004$			0,328	0,672			0,439	−0,417	0,004
$C_{01} = \infty$ $m_1 = 0$			0,316	0,684			0,424	−0,424	0

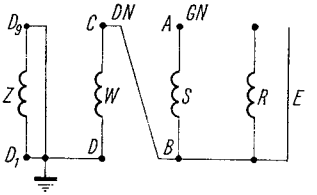
Na rys. 7 i 8 punkty z pomiaru oznaczono krzyżykami.



Rys. 8. Pojemnościowy rozkład napięcia w uzwojeniu wspólnym autotransformatora dwuuzwojeniowego linia ciągła dla $C_{01} = \infty$, linia przerywana dla $C_{01} = 0$, w polu zakreskowanym mieszczą się pojemnościowe rozkłady napięć dla $0 < C_{01} < \infty$, x — punkty pomiarowe

4.1.2. Autotransformator z ekranem elektrostatycznym

Do badań pojemnościowych rozkładów napięcia w autotransformatorze wyposażonym w ekran elektrostatyczny wykorzystano autotransformator 100 MVA, którego szczegółowy opis znajduje się w pracy [4]. Ponieważ wymieniona praca dotyczyła autotransformatora regulacyjnego z uzwojeniem wyrównawczym, wybrano przypadek położenia przełącznika zaczepów jak na rys. 9.



Rys. 9. Schemat połączeń uzwojeń autotransformatora 100 MVA dla pozycji przełącznika zaczepów 14/1 E — ekran elektrostatyczny, R — uzwojenie regulacyjne, sz — uzwojenie szeregowe, W — uzwojenie wspólne, Z-D_1D_9 — uzwojenie stabilizujące

Jak widać z rys. 9 uzwojenie regulacyjne (R) odgrywa rolę ekranu, a zwarte i uziemione uzwojenie stabilizacyjne (D_1, D_9) — rolę ziemi (uziemionego ekranu) dla uzwojenia wspólnego. Całkowite pojemności szeregowe i wzdłużne potrzebne do obliczeń wzięto z załącznika z tabl. Z2-1 pracy [4] i zamieszczono w tabl. 3.

Wszystkie wielkości potrzebne do obliczenia pojemnościowego rozkładu napięcia

— w uzwojeniu szeregowym wg (15) p. 2.2,

— w uzwojeniu wspólnym wg (16) p. 2.2,

Tablica 3

Zestawienie pojemności przyjętych do obliczeń w p. 4.1.2 i 4.2

Oznaczenia pojemności przyjęte w niniejszym opracowaniu	Oznaczenia pojemności wg pracy [5]	Pojemność uzwojeń	Wartość pojemności w nF
C_{1E}	C_{RS}	szeregowo-regulacyjne	142,3
C_2	C_{WZ}	wspólne-stabilizujące	105,0
C_{12}	C_{SW}	szeregowo-wspólne	98,4
K_1	K_S	szeregowe	1,8
K_2	K_W	wspólne	1,2

wyznaczono podstawiając określone pojemności z tabl. 3 odpowiednio do wzorów (9), (5a), (17), (18), (19), (20) uzyskując co następuje:

$$r_1 = 9{,}28, \quad r_3 = -9{,}28,$$

$$r_2 = 14{,}75, \quad r_4 = -14{,}75,$$

$$C'_{1E} = 0{,}46 \cdot 10^{-5}, \quad C'_{2E} = 0{,}89 \cdot 10^{-7}, \quad C'_{3E} = 0{,}313, \quad C'_{4E} = -0{,}196,$$

$$C''_{1E} = 0{,}46 \cdot 10^{-5}, \quad C''_{2E} = -0{,}155 \cdot 10^{-6}, \quad C''_{3E} = 0{,}312, \quad C''_{4E} = 0{,}340,$$

$$d'_1 = 0{,}718,$$

$$d''_2 = 0{,}348.$$

Równania (15) i (16) przyjmują dla badanego autotransformatora następującą postać
— dla uzwojenia szeregowego

$$u_1(x) = 0{,}46 \cdot 10^{-5} e^{9{,}28x} + 0{,}89 \cdot 10^{-7} e^{14{,}75x} + 0{,}313 e^{-9{,}28x} - 0{,}196 e^{-14{,}75x} + 0{,}718,$$

— dla uzwojenia wspólnego

$$u_2(x) = 0{,}46 \cdot 10^{-5} e^{9{,}28x} - 0{,}155 \cdot 10^{-6} e^{14{,}75x} + 0{,}312 e^{-9{,}28x} + 0{,}340 e^{-14{,}75x} + 0{,}348.$$

Wielkość x zmienia się w przedziale $0 \leqslant x \leqslant 1$.

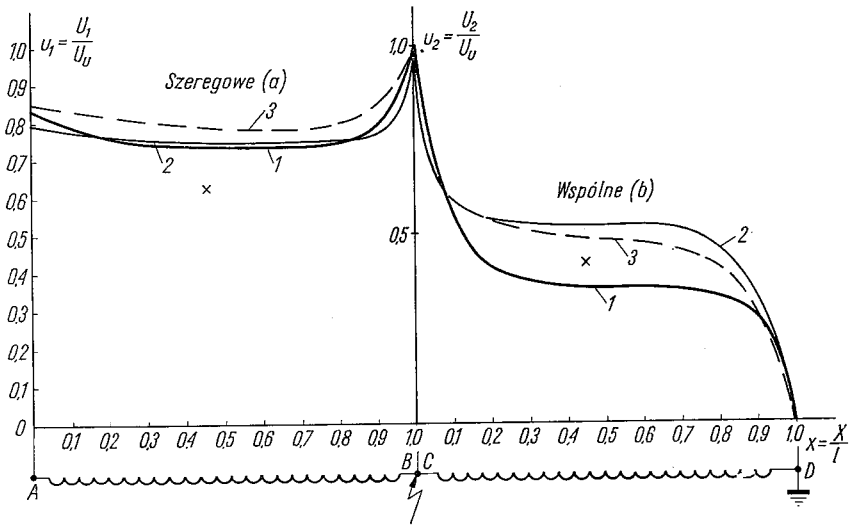
Po stabelaryzowaniu danych przez maszynę cyfrową, uzyskano rozkłady napięć w uzwojeniu szeregowym i wspólnym jak na rys. 10 (linia ciągła 1). Rozkłady te porównano na rys. 10 z uzyskanymi doświadczalnie w pracy [4] str. 86.

Uwagi i wnioski. Na rys. 10 podano dwa przebiegi zdjęte doświadczalnie dla dwóch skrajnych przypadków położenia przełącznika zaczepów: krzywa 2(14,27) i krzywa 3(14,1). Krzywa 1 — rozkład pojemnościowy uzyskany według wyprowadzonych wzorów. Punkty oznaczone symbolem x są to punkty uzyskane metodą podaną w pracy [4].

Porównując ze sobą wszystkie rozkłady można stwierdzić, że:

1) wartości napięć wg wzorów wyprowadzonych w niniejszym opracowaniu pokrywają się, z dokładnością techniczną, z rozkładami uzyskanymi doświadczalnie,

2) zastosowanie wzorów daje pojemnościowy rozkład napięcia wzdłuż całego uzwojenia a nie tylko w wybranych punktach.



Rys. 10. Pojemnościowe rozkłady napięć w uzwojeniu szeregowym (a) i wspólnym (b) dla autotransformatora (100 MVA) z ekranem elektrostatycznym

krzywa *1* obliczona wg p. 4.1.2, krzywa *2* pozycja przełącznika zaczepów 14/27, krzywa *3* pozycja przełącznika zaczepów 14/1 (krzywe 2 i 3 uzyskane doświadczalnie wg pracy [4]) *x* — punkty wyznaczone metodą podaną w pracy [4]

4.2. Pojemnościowe rozkłady napięcia przy zaatakowaniu udarem zacisku liniowego *GN*

Pojemnościowe rozkłady napięcia przy zaatakowaniu udarem zacisku liniowego *GN* sprawdzono na autotransformatorze opisanym w p. 4.1.2. Równania określające rozkłady napięć w autotransformatorze z ekranem elektrostatycznym są następujące:

— dla uzwojenia szeregowego

$$u_1(x) = 0{,}149 + 0{,}76 \cdot 10^{-6} e^{9{,}28x} + 0{,}19 \cdot 10^{-7} e^{14{,}75x} + 0{,}59 e^{-9{,}28x} + 0{,}26 e^{-14{,}75x},$$

— dla uzwojenia wspólnego

$$u_2(x) = 0{,}072 + 0{,}744 \cdot 10^{-6} e^{9{,}28x} - 0{,}318 \cdot 10^{-7} e^{14{,}75x} + 0{,}578 e^{-9{,}28x} - 0{,}444 e^{-14{,}75x}.$$

W autotransformatorze bez ekranu elektrostatycznego:

— dla uzwojenia szeregowego

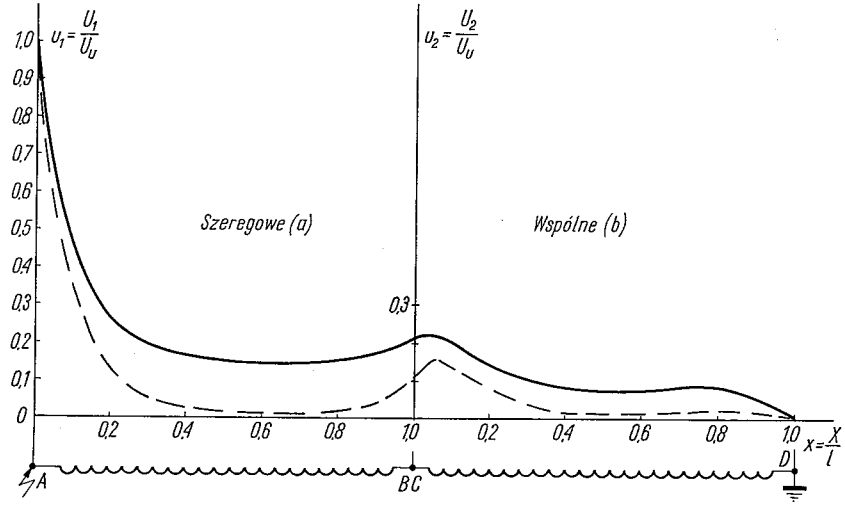
$$u_1(x) = 0{,}67 \cdot 10^{-5} e^{9{,}28x} + 0{,}16 \cdot 10^{-7} e^{14{,}75x} + 0{,}68 e^{-9{,}28x} + 0{,}32 e^{-14{,}75x},$$

— dla uzwojenia wspólnego

$$u_2(x) = 0{,}65 \cdot 10^{-5} e^{9{,}28x} - 0{,}28 \cdot 10^{-7} e^{14{,}75x} + 0{,}664 e^{-9{,}28x} - 0{,}548 e^{-14{,}75x},$$

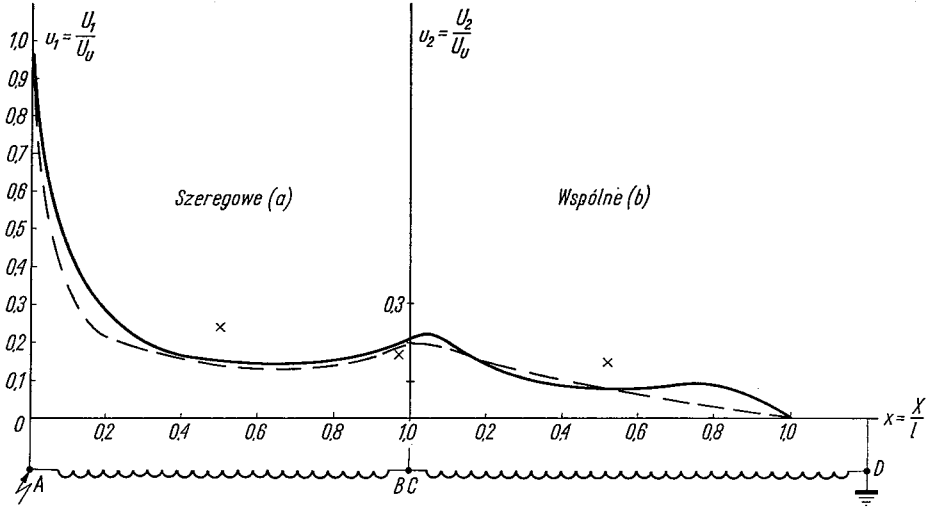
$$\text{dla } 0 \leqslant x \leqslant 1.$$

Po stabelaryzowaniu danych przez maszynę cyfrową, uzyskane rozkłady napięć przedstawiono graficznie na rys. 11, a następnie porównano je na rys. 12 z rozkładem uzyskanym doświadczalnie wg wyników z pracy [4] ze str. 84. Również zgodność rozkładów doświadczalnych z uzyskanymi obliczeniowo wg wzorów w rozdz. 2.1 jest zadowalająca.



Rys. 11. Pojemnościowe rozkłady napięć w uzwojeniu szeregowym (a) i wspólnym (b) dla autotransformatora 100 MVA obliczone wg p. 4.2

Linia ciągła dla autotransformatora z ekranem elektrostatycznym, linia przerywana dla autotransformatora bez ekranu



Rys. 12. Pojemnościowe rozkłady napięć w uzwojeniu szeregowym (a) i wspólnym (b) dla autotransformatora z ekranem elektrostatycznym (100 MVA)

Linia ciągła — obliczane wg p. 4.2, linia przerywana — uzyskane doświadczalnie w pracy [4], x — punkty wyznaczone metodą podaną w pracy [4]

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. P. A. Abetti, Electrostatic Voltage Distribution and Transfer in 3 Winding Transformers, Trans. AIEE, 1954.
2. A. K. Łochanin, V. M. Pogostin, Prodolnaja emkost katusecnych obmotok transformatora, Elektrotechnika, nr 12, 1965.
3. Zagadnienia izolacyjne w transformatorach, Instytut Elektrotechniki, skrypt, Warszawa 1960.
4. A. Rosicki, Metody obliczania i sprawdzania wytrzymałości udarowej autotransformatorów regulacyjnych chronionych odgromnikami wewnętrznymi, Rozprawa doktorska, Łódź 1971.
5. R. Rydlewicz, Doziemne przepięcia udarowe w autotransformatorze dwuuzwojeniowym zaatakowanym udarem od strony DN, Rozprawa doktorska, Łódź 1970.
6. J. Rachwalski, Analiza celowości stosowania uzwojeń wyrównawczych w autotransformatorach najwyższych napięć, Przegląd Elektrotechniki, nr 10, 1964.
7. B. Heller, A. Veverka, Surge Phenomena in Electrical Machines, Czechoslovak Academy of Sciences, Praga 1968.

R. RYDLEWICZ

CAPACITANCE VOLTAGE DISTRIBUTION IN AUTOTRANSFORMER

Summary

In the paper equations are derived concerning electrostatic voltage distribution in the autotransformer windings with an electrostatic screen and without one. Electrostatic voltage distribution establishes immediately in time $t = 0^+$ along all the autotransformer windings when an impulse voltage with an infinitely steep front is applied upon the HV or LV terminal. The relations were practicaly proved on real models.

The obtained distributions are different from some published until now because of autotransformer specific properties not always taken properly into account.

R. RYDLEWICZ

LA DISTRIBUTION CAPACITIVE DE TENSION DANS L'AUTOTRANSFORMATEUR

Résumé

L'article présente des équations décrivant la distribution capacitive de tension dans l'enroulement série et shunt d'un autotransformateur avec l'écran électrostatique et sans écran. La distribution de tension le long de l'enroulement apparait dans le moment $t = 0^+$ sous l'excitation de la terminaison HT on BT par une tension de choc rectangulaire. On a verifié les formules sur les modèles practiques.

Les distributions obtenues diffèrent des formes utilisées dans les nombreuses publications, la spécifique d' un autotransformateur n'étant pas souvent suffisamment pris en compte.

R. RYDLEWICZ

KAPAZITIVE SPANNUNGSVERTEILUNG IN AUTOTRAFOS

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurden kapazitive Spannungsverteilungen in der reihen und gesamten Wicklungen des Autotrafos mit und ohne elektrostatischen Schirm dargestellt. Die Spannungsverteilungen längst der Wicklungen treten im Moment $t = 0^+$ unter dem Einfluss der Erregung auf, die durch die rechteckige

Stosspannung an der Linienklemme HS oder NS hervorgerufen wird. Die ausgeführten Gleichungen wurden praktisch an Modellen geprüft.

Die erreichten Spannungsverteilungen unterscheiden sich von denen, die schon in der Fachliteratur beschrieben worden sind dadurch, da die Beschaffenheit des Autotrafos nicht immer richtig berücksichtigt worden ist.

Р. РЫДЛЕВИЧ

ЕМКОСТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ОБМОТКАХ АВТОТРАНСФОРМАТОРА

Резюме

В работе представлены уравнения определяющие емкостные распределения напряжений в обмотках автотрансформатора: рядовой и совместной без электростатического экрана и с экраном. Емкостные распределения напряжений вдоль обмоток выступают во время $t = 0^+$ если прямоугольный импульс приложить к зажиму ВН или НН.

Теоретические формулы подтверждены экспериментальным исследованием моделей.

Полученные результаты отличаются от результатов расчетов полученных классическими методами, которые не всегда учитывают специфические свойства автотрансформатора.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 3, s 487—502

621.376.56

Optymalizacja charakterystyki kompresji próbek sygnałów mowy w systemach modulacji impulsowo-kodowej

ANDRZEJ DOBROGOWSKI (POZNAŃ)

Instytut Automatyki Politechniki Poznańskiej

Otrzymano 28.3.1972

W pracy rozważono zagadnienie optymalizacji segmentowych charakterystyk kompresji. Jako wskaźnik jakości charakterystyki kompresji przyjęto odpowiadającą jej minimalną wartość stosunku sygnału do zniekształcenia kwantowania w zadanym przedziale wartości skutecznych sygnału. Dla charakterystyki optymalnej wskaźnik jakości osiąga wartość maksymalną.

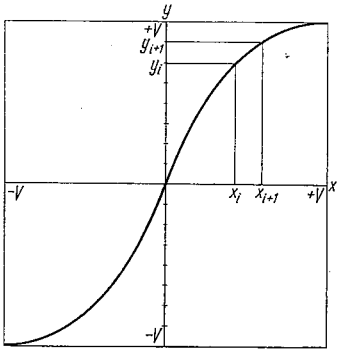
W pracy przedstawiono metodę, przy pomocy której można znaleźć parametry optymalnej segmentowej charakterystyki kompresji. Przedstawiono także metodę oszacowania dokładności rozwiązania optymalnego.

1. WSTĘP

Sygnały mowy przesyłane w systemach modulacji impulsowo-kodowej zostają poddane procesom próbkowania i kwantowania. Próbkowanie sygnału o ograniczonej wstędze z częstotliwością większą od podwojonej najwyższej częstotliwości zawartej w sygnale pozwala na dokładne odtworzenie tego sygnału. Proces kwantowania wprowadza zniekształcenie sygnału, bowiem każda próbka należąca do pewnego zakresu wartości zwanego stopniem kwantowania zostaje zastąpiona próbką reprezentującą ten zakres. Jakość kwantowania jest tym gorsza, im mniejszy jest stosunek sygnału do zniekształcenia (szumu) kwantowania. Zatem sposób kwantowania próbek powinien zależeć od ich wartości. Ze względu na właściwości słuchu kwantowanie sygnału mowy powinno także uwzględniać częstość występowania określonych wartości próbek.

Reguła ustalająca sposób kwantowania sygnału nosi nazwę charakterystyki (prawa) kompresji [1, 5, 8]. Ogólny kształt charakterystyki kompresji przedstawiono na rys. 1. Charakterystyka kompresji wiąże sygnał y poddany kwantowaniu równomiernemu z sygnałem x kwantowanym nierównomiernie. Przyporządkowuje ona w sposób pokazany na rys. 1 amplitudy decyzyjne układów równomiernie kwantującego i nierównomiernie kwantującego. Amplitudy decyzyjne dzielą cały zakres kwantowania na stopnie kwantowania. Zakres kwantowania w przypadku transmisji telefonicznej różni się od zakresu sygnału, bowiem ze względów ekonomicznych dopuszcza się znaczne zniekształcenia największych wartości chwilowych sygnału, ponieważ występują z małym prawdopodobieństwem.

Zakres kwantowania rozciąga się od ujemnej do dodatniej wirtualnej amplitudy decyzyjnej. Wirtualna amplituda decyzyjna jest to teoretyczna amplituda decyzyjna, która ma wartość, w przypadku sygnałów dodatnich, o jeden stopień kwantowania większą, a w przypadku sygnałów ujemnych o jeden stopień kwantowania mniejszą od odpowiednio największej dodatniej lub najmniejszej ujemnej rzeczywiście zrealizowanej w układzie kwantującym amplitudy decyzyjnej [2]. Próbki przekraczające wirtualne amplitudy decyzyjne podlegają obcinaniu szczytowemu.



Rys. 1. Ogólny kształt charakterystyki kompresji
V — wirtualna amplituda decyzyjna, y_i, y_{i+1} — amplitudy decyzyjne układu równomiernie kwantującego, x_i, x_{i+1} — amplitudy decyzyjne układu nierównomiernie kwantującego

Należy zauważyć, że kompresja nie zmienia zakresu kwantowania sygnału, zatem wirtualne amplitudy decyzyjne przed i po kompresji są identyczne. Potencjalną charakterystykę kompresji stanowi każda ciągła jednowartościowa krzywa łącząca punkty o współrzędnych ustalonych przez wirtualne amplitudy decyzyjne, symetryczna względem początku układu i mająca nachylenie w początku układu większe od jedności.

Kwantowanie w stopniach zależnych od wartości próbek można uzyskać dwiema metodami. W metodzie piewszej próbki sygnału przechodzą przed kwantowaniem przez kompresor momentalny, którego amplitudową funkcją przenoszenia jest charakterystyka kompresji. Kwantowanie sygnału na wyjściu kompresora w równych stopniach jest jednoznaczne z kwantowaniem sygnału wejściowego w stopniach o zmiennej wielkości. W metodzie drugiej niejednakowe stopnie kwantowania uzyskuje się w nieliniowym koderze. W obu przypadkach rozkład wielkości stopni kwantowania jest określony przez charakterystykę kompresji.

Jako wskaźnik jakości kwantowania powszechnie przyjmuje się stosunek średniej mocy sygnału do średniej mocy zniekształcenia kwantowania. Jeżeli charakterystyka kompresji zostanie tak unormowana, że wirtualne amplitudy decyzyjne wynoszą $+1$ i -1, to w przypadku parzystej funkcji gęstości rozkładu wartości chwilowych sygnału stosunek ten jest określony zależnością:

$$\frac{\overline{S}}{\overline{N}_q} = \frac{x_{sk}^2}{2\int_0^1 N_q(x)p(x)\,dx + 2\int_1^\infty N_p(x)p(x)\,dx}, \tag{1}$$

gdzie:

$\bar{S}$ — średnia moc sygnału,

$\bar{N}_q$ — średnia moc zniekształcenia kwantowania,

x — wartość chwilowa sygnału wyrażona w jednostkach względnych w odniesieniu do wirtualnej amplitudy decyzyjnej,

x_{sk} — wartość skuteczna sygnału odniesiona do wirtualnej amplitudy decyzyjnej,

$p(x)$ — gęstość rozkładu wartości chwilowych sygnału,

$N_q(x)$ — moc zniekształcenia kwantowania odpowiadająca próbce o wartości x mieszczącej się w zakresie kwantowania,

$N_p(x)$ — moc zniekształcenia wynikającego z obcinania szczytowego.

Średnia moc sygnału wynosi:

$$\bar{S} = x_{sk}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x)\,dx. \tag{2}$$

Moc zniekształcenia kwantowania $N_q(x)$ oblicza się ze wzoru:

$$N_q(x) = \frac{1}{3r^2[y'(x)]^2}. \tag{3}$$

We wzorze tym:

r — liczba stopni kwantowania,

$y'(x)$ — pochodna funkcji określającej charakterystykę kompresji.

Moc zniekształcenia wynikającego z obcinania szczytowego wynosi:

$$N_p(x) = (x-x_o)^2 \quad \text{dla} \quad |x| > 1, \tag{4}$$

gdzie x_o — amplituda reprezentująca stopień kwantowania sąsiadujący z wirtualną amplitudą decyzyjną. Dla rzeczywistych warunków

$$\int_1^{\infty} (x-x_o)^2 p(x)\,dx \approx \int_1^{\infty} (x-1)^2 p(x)\,dx. \tag{5}$$

Jako model matematyczny gęstości rozkładu wartości chwilowych sygnału mowy przyjęto podobnie jak w innych pracach [1, 4, 5, 6, 8] funkcję:

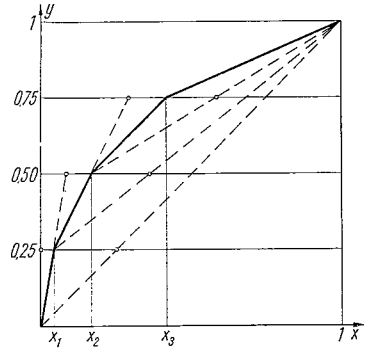
$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2}x_{sk}} e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}|x|}. \tag{6}$$

Stosunek średniej mocy sygnału do średniej mocy zniekształcenia kwantowania jest funkcją wartości skutecznej sygnału. Żądając optymalnego, w sensie przyjętego kryterium, przebiegu tej funkcji w zadanym przedziale wartości skutecznych sygnału można wyznaczyć odpowiednią charakterystykę kompresji.

W artykule przedstawiono, na przykładzie charakterystyki siedmiosegmentowej, metodę wyznaczania optymalnej charakterystyki kompresji.

2. CHARAKTERYSTYKA SIEDMIOSEGMENTOWA

Charakterystyka siedmiosegmentowa składa się z siedmiu odcinków linii prostej zawartych w obszarze pomiędzy dodatnią a ujemną wirtualną amplitudą decyzyjną. W każdym z kwadrantów, w których przebiega charakterystyka, znajdują się cztery odcinki. Odcinki leżące najbliżej początku układu w pierwszym i trzecim kwadrancie mają identyczne nachylenie. Ze względu na symetrię charakterystyki względem początku układu w dalszym ciągu rozważono przebieg charakterystyki siedmiosegmentowej jedynie w pierwszym kwadrancie (rys. 2). Punkty załamania charakterystyki są określone współrzędnymi (x_1; 0,25), (x_2; 0,5) oraz (x_3; 0,75).



Rys. 2. Siedmiosegmentowa charakterystyka kompresji — pierwszy kwadrant

Ustalenie wartości x_1, x_2, x_3 określa przebieg charakterystyki. Z warunku stwierdzającego, że charakterystyka kompresji jest krzywą wypukłą, która w przypadku pracy bez kompresji przechodzi w linię prostą łączącą początek układu z punktem (1,1), można wyprowadzić związki określające zbiór D dopuszczalnych wartości dla x_1, x_2, x_3.

Dopuszczalny przedział wartości dla x_1 podaje nierówność:

$$0 \leqslant x_1 \leqslant \frac{1}{4}. \tag{7}$$

Przy ustalonej wartości x_1 granice dolna i górna przedziału wartości x_2 są wyznaczone odpowiednio przez odcięte punktów przecięcia prostej $y = 0{,}5$ z prostą, której fragmentem jest pierwszy segment charakterystyki oraz z prostą przechodzącą przez punkty (x_1; 0,25 i (1,1).

Przedział dopuszczalnych wartości dla x_2, jak można łatwo dowieść, jest określony nierównością:

$$2x_1 \leqslant x_2 \leqslant \frac{2}{3}x_1 + \frac{1}{3}. \tag{8}$$

Jeżeli ustalono przebieg dwóch pierwszych segmentów charakterystyki (ustalone x_1 i x_2), to granice dolna i górna przedziału wartości x_3 są wyznaczone odpowiednio przez odcięte punktów przecięcia prostej $y = 0{,}75$ z prostą, na której leży drugi segment charakterystyki

oraz z prostą, która łączy punkty $(x_2; 0{,}5)$ i $(1{,}1)$. Wynika stąd, że wartości, które może przyjmować x_3 leżą w przedziale:

$$2x_2 - x_1 \leqslant x_3 \leqslant \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}. \tag{9}$$

W oparciu o wzory podane we wstępie można dowieść, że stosunek średniej mocy sygnału mowy do średniej mocy zniekształcenia kwantowania wyrażony w decybelach, przy kwantowaniu w 128 stopniach, w przypadku charakterystyki siedmiosegmentowej jest określony zależnością:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_{sk}) = 10 \lg \frac{\bar{S}}{\bar{N}_q} =$$

$$= 10 \lg \frac{x_{sk}^2}{\frac{16}{3 \cdot 128^2}\left[x_1^2\left(1 - e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_1}\right) + (x_2 - x_1)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_1} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_2}\right) + (x_3 - x_2)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_2} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_3}\right) + (1 - x_3)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_3} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}}\right)\right] + x_{sk}^2 e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}}}. \tag{10}$$

Stosunek ten jest funkcją wartości skutecznej sygnału oraz parametrów charakterystyki x_1, x_2, x_3. Te ostatnie przyjmują wartości ze zbioru D określonego nierównościami (7), (8) i (9).

3. KRYTERIUM OPTYMALNOŚCI CHARAKTERYSTYKI SIEDMIOSEGMENTOWEJ

Za optymalną siedmiosegmentową charakterystykę kompresji uznano taką charakterystykę, dla której minimalna wartość stosunku średniej mocy sygnału do średniej mocy zniekształcenia kwantowania, wyrażonego w decybelach, w zadanym przedziale wartości skutecznych sygnału jest maksymalna.

Niech

$$\begin{gathered} \Psi(x_1, x_2, x_3) = \min \varphi(x_1, x_2, x_3, x_{sk}), \\ x_{sk} \in [a, b], \end{gathered} \tag{11}$$

gdzie:

funkcja $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_{sk})$ jest określona wzorem (10),

x_1, x_2, x_3 należą do zbioru D określonego nierównościami (7), (8), i (9),

$a \leqslant x_{sk} \leqslant b$,

$\Psi(x_1, x_2, x_3)$ — minimalna wartość φ w przedziale $[a, b]$.

Zadaniem postępowania optymalizacyjnego jest znalezienie wartości J określonej równaniem:

$$\begin{gathered} J = \max \Psi(x_1, x_2, x_3), \\ x_1, x_2, x_3 \in D. \end{gathered} \tag{12}$$

Przedział $[a, b]$ wartości skutecznych sygnału został ustalony na podstawie analizy przebiegu funkcji $\varphi(x_{sk})$ odpowiadającej siedmiosegmentowej charakterystyce kompresji

określonej w dokumencie CCITT [3] jako charakterystyka o stosunku nachyleń sąsiednich segmentów 4:4:4 (tabl. 1). Przyjęto wartość $a = 6{,}310 \cdot 10^{-3}$ oraz $b = 1{,}995 \cdot 10^{-1}$. Wybrany przedział obejmuje zakres wartości skutecznych sygnału wynoszący trzydzieści decybeli.

Tablica 1

Zależność stosunku sygnału do zniekształcenia kwantowania od wartości skutecznej sygnału

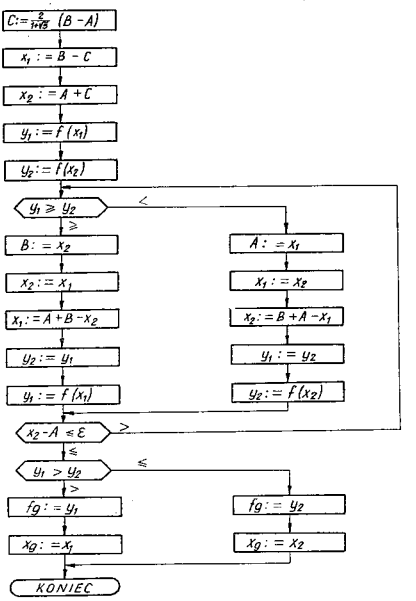
x_{sk}	charakterystyka kompresji		
	optymalna	o stosunku nachyleń 4:4:4	aproksymująca $A = 87{,}6$
	$\frac{\overline{S}}{\overline{N}_q}$	$\frac{\overline{S}}{\overline{N}_q}$	$\frac{\overline{S}}{\overline{N}_q}$
dB	dB	dB	dB
−60	13,189	13,463	10,998
−58	15,189	15,462	12,998
−56	17,188	17,461	14,998
−54	19,183	19,447	16,997
−52	21,154	21,377	18,993
−50	23,049	23,137	20,966
−48	24,776	24,565	22,865
−46	26,246	25,580	24,594
−44	27,439	26,294	26,060
−42	28,368	26,909	27,245
−40	28,934	27,552	28,216
−38	28,955	28,200	29,012
−36	28,494	28,706	29,563
−34	27,910	28,960	29,795
−32	27,520	29,036	29,796
−30	27,455	29,115	29,773
−28	27,711	29,317	29,869
−26	28,182	29,609	30,062
−24	28,682	29,832	30,198
−22	29,039	29,861	30,154
−20	29,227	29,752	29,986
−18	29,333	29,641	29,828
−16	29,149	29,308	29,445
−14	27,439	27,492	27,560
−12	23,562	23,572	23,591
−10	19,183	19,185	19,190
−8	15,355	15,355	15,357
−6	12,230	12,230	12,230
−4	9,725	9,725	9,725
−2	7,728	7,728	7,728
0	6,140	6,140	6,140

Przeprowadzone badania wykazały, że w takim właśnie zakresie mieści się około 98% rozmawiających [6].

4. OPIS POSTĘPOWANIA OPTYMALIZACYJNEGO

Maksymalną wartość J funkcji $\Psi(x_1, x_2, x_3)$ znaleziono metodą kolejnej zmiany parametrów [7]. Efektywne zastosowanie tej metody wymagało oszacowania możliwie małego zbioru wyjściowego wartości parametrów charakterystyki kompresji, w którym znajduje się rozwiązanie optymalne. Zbiór taki oszacowano wykorzystując informację o przebiegu funkcji $\varphi(x_{sk})$ dla siedmiosegmentowej charakterystyki kompresji o stosunku nachyleń sąsiednich segmentów 4: 4: 4.

Zastosowanie metody kolejnej zmiany parametrów dla rozwiązania rozważanego zagadnienia przebiega w sposób następujący. Ustalając wartości np. dwóch pierwszych zmiennych ($x_1 = x_{10}$, $x_2 = x_{20}$) przekształca się funkcję Ψ we funkcję trzeciej zmiennej: $\Psi = \Psi(x_3)$. Korzystając z algorytmu obliczeń, którego schemat blokowy podano na rys. 3, znajduje się wartość maksymalną tej funkcji i odpowiadającą jej wartość zmiennej ($x_3 = x_{31}$). Z kolei ustala się wartość pierwszej zmiennej ($x_1 = x_{10}$) i trzeciej zmiennej, która przyjmuje wartość maksymalizującą ($x_3 = x_{31}$) i oblicza się wartość maksymalną funkcji $\Psi = \Psi(x_2)$ będącej obecnie funkcją drugiej zmiennej oraz maksymalizującą wartość zmiennej ($x_2 = x_{21}$). W następnym kroku oblicza się wartość maksymalną funkcji $\Psi = \Psi(x_1)$ i odpowiadającą jej wartość zmiennej ($x_1 = x_{11}$), przy czym $x_2 = x_{21}$ i $x_3 = x_{31}$. Kontynuując opisane postępowanie znaleziono przybliżoną wartość maksymalną funkcji $\Psi(x_1, x_2, x_3)$ i odpowiadające jej wartości x_1, x_2, x_3.



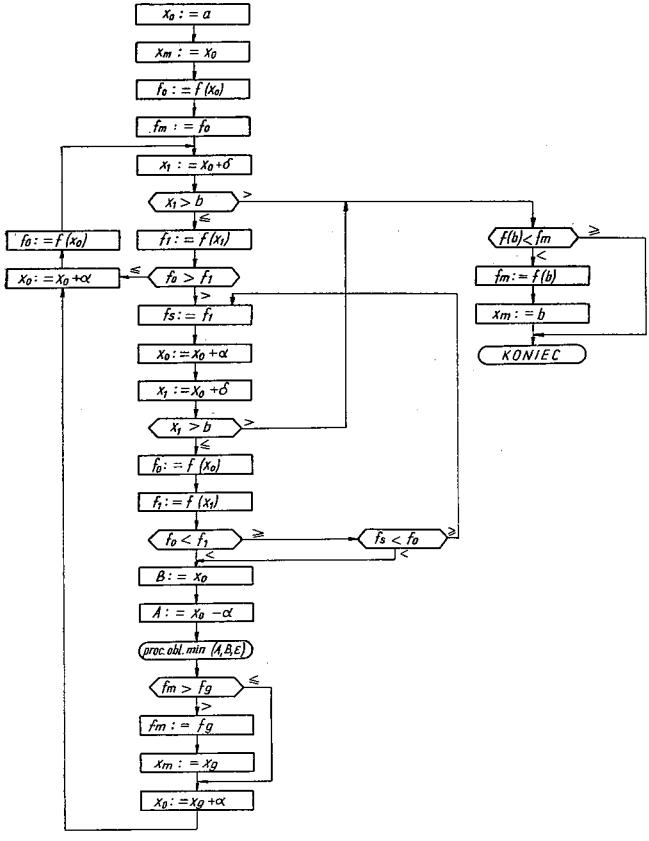
Rys. 3. Schemat blokowy obliczania wartości maksymalnej funkcji jednomodalnej

Zastosowany algorytm jest zbieżny do ekstremum lokalnego, dlatego w oparciu o znalezione pierwsze przybliżenie rozwiązania optymalnego wykazano, że otrzymane rozwiązanie leży w otoczeniu rozwiązania dokładnego. Istota zastosowanej w tym celu metody

jest taka sama jak metody użytej dla oszacowania zbioru wyjściowego wartości parametrów charakterystyki kompresji, w którym znajduje się rozwiązanie optymalne. W artykule metodę tę zilustrowano na przykładzie oszacowania dokładności rozwiązania optymalnego.

Program pokazany na rys. 3 pozwala na znalezienie z dokładnością ε wartości maksymalnej funkcji $f(x) = \Psi(x)$ jednomodalnej w przedziale $[A, B]$. Obliczona wartość maksymalna jest oznaczona przez f_g i osiągana jest w punkcie x_g.

Dla obliczenia wartości funkcji Ψ przy ustalonych x_1, x_2, x_3 zastosowano algorytm, którego schemat blokowy pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Schemat blokowy obliczania ψ (x_1, x_2, x_3)

Program oblicza najmniejszą wartość f_m funkcji $f(x) = \varphi(x_{sk})$ wielomodalnej w przedziale $[a, b]$ z dokładnością określoną przez ε w procedurze znajdowania wartości minimalnej funkcji jednomodalnej. Odległość pomiędzy kolejnymi ekstremami funkcji $f(x)$ jest mniejsza od $\alpha + \delta$ przy czym $\alpha \gg \delta$. Dla znalezienia minimum funkcji jednomodalnej $f(x)$ wykorzystano procedurę obliczenia wartości maksymalnej funkcji przedstawioną na rys. 3. Według tej procedury obliczono wartość maksymalną funkcji $-f(x)$.

5. OSZACOWANIE DOKŁADNOŚCI ROZWIĄZANIA OPTYMALNEGO

Algorytm zastosowany dla znalezienia optymalnych wartości parametrów siedmiosegmentowej charakterystyki kompresji jest zbieżny do ekstremum lokalnego. Należy więc wykazać, że uzyskane rezultaty są dostatecznie bliskie dokładnemu rozwiązaniu.

Przy pomocy metody kolejnej zmiany parametrów znaleziono charakterystykę kompresji, dla której

$$\Psi = \Psi_1 = 27{,}435 \text{ dB}. \tag{13}$$

Tak więc parametry charakterystyki optymalnej należą do zbioru wartości, dla którego słuszna jest zależność:

$$\Psi(x_1, x_2, x_3) \geqslant \Psi_1. \tag{14}$$

Oznaczmy przez $D_{\Psi 1}$ zbiór wartości parametrów x_1, x_2 i x_3, które należą do zbioru D określonego nierównościami (7) i (8), (9) i jednocześnie spełniają nierówność (14) Zbiór taki trudno jest wyznaczyć, dlatego dokonano jedynie oszacowania tego zbioru określając zbiór $E_{\Psi 1}$ spełniający zależność

$$D_{\Psi 1} \subset E_{\Psi 1} \subset D. \tag{15}$$

Dla uproszczenia dalszych zapisów wprowadzono oznaczenia:

$$h(x_1, x_2, x_3, x_{sk}) = x_1^2\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_1}\right)+(x_2-x_1)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_1}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_2}\right)+$$

$$+(x_3-x_2)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_2}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_3}\right)+(1-x_3)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_3}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}}\right), \tag{16}$$

$$k = \frac{16}{3\cdot 128^2}. \tag{17}$$

Parametry ze zbioru $D_{\Psi 1}$ spełniają dla każdego $x_{sk} \in [a, b]$ zależność:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_{sk}) \geqslant \Psi_1. \tag{18}$$

Podstawiając do (18) zależność (10) po uwzględnieniu oznaczeń (16) i (17) otrzymujemy:

$$10\lg\frac{x_{sk}^2}{kh(x_1, x_2, x_3, x_{sk})+x_{sk}^2 e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}}} \geqslant \Psi_1. \tag{19}$$

Stąd

$$h(x_1, x_2, x_3, x_{sk}) \leqslant \frac{x_{sk}^2\left(10^{-\frac{\Psi_1}{10}}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}}\right)}{k} = H_{x_{sk}}. \tag{20}$$

Po podstawieniu do (20) kolejno:

$$x_{sk} = a = 6{,}310\cdot 10^{-3} \quad \text{i} \quad \Psi_1 = 27{,}435, \tag{21}$$

$$x_{sk} = c = 3{,}000\cdot 10^{-2} \quad \text{i} \quad \Psi_1 = 27{,}435, \tag{22}$$

$$x_{sk} = b = 1{,}995\cdot 10^{-1} \quad \text{i} \quad \Psi_1 = 27{,}435, \tag{23}$$

otrzymano odpowiednio

$$h(x_1, x_2, x_3, a) \leqslant H_a = 2{,}208 \cdot 10^{-4}, \tag{24}$$

$$h(x_1, x_2, x_3, c) \leqslant H_c = 4{,}991 \cdot 10^{-3}, \tag{25}$$

$$h(x_1, x_2, x_3, b) \leqslant H_b = 1{,}186 \cdot 10^{-1}. \tag{26}$$

Wartość $c \in [a, b]$ wybrano blisko wartości x_{sk}, dla której $\varphi(x_{sk})$ ma minimum lokalne.

Ponieważ $x_1 \leqslant x_2 \leqslant x_3 \leqslant 1$, zatem wszystkie składniki sumy po prawej stronie wzoru (16) są nieujemne. Wynika stąd, że

$$h(x_1, x_2, x_3, a) \geqslant x_1^2\left(1 - e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1}\right). \tag{27}$$

Łącząc nierówności (27) i (24) otrzymujemy:

$$H_a \geqslant x_1^2\left(1 - e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1}\right). \tag{28}$$

Rozwiązanie (28) po podstawieniu danych liczbowych daje oszacowanie x_1 z góry:

$$x_1 \leqslant x_{1g} = 0{,}0151. \tag{29}$$

Dla oszacowania z dołu wartości x_3 wykorzystano oczywistą nierówność:

$$H_b \geqslant (1-x_3)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{b}x_3} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{b}}\right). \tag{30}$$

Rozwiązanie (30) daje w wyniku:

$$x_3 \geqslant x_{3d} = 0{,}227. \tag{31}$$

Zauważmy, że

$$H_a \geqslant (x_2-x_1)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_2}\right) \geqslant (x_2-x_{1g})^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_{1g}} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_2}\right). \tag{32}$$

Stąd

$$x_2 \leqslant x_{2g} = 0{,}0960. \tag{33}$$

Oszacowanie x_2 z dołu uzyskano z nierówności

$$H_c \geqslant (x_3-x_2)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_2} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_3}\right) \geqslant (x_{3d}-x_2)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_2} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_{3d}}\right). \tag{34}$$

Otrzymano

$$x_2 \geqslant x_{2d} = 0{,}0411. \tag{35}$$

Rozważając nierówność:

$$H_a \geqslant (x_2-x_1)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_2}\right) \geqslant (x_{2d}-x_1)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1} - e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_{2d}}\right), \tag{36}$$

uzyskano

$$x_1 \geqslant x_{1d} = 0{,}00733. \tag{37}$$

Na podstawie (9)

$$x_3 \leqslant x_{3g} = 0{,}548. \tag{38}$$

Uzyskane dotychczas oszacowanie zbioru wartości parametrów, do którego należą parametry optymalizujące charakterystykę siedmiosegmentową jest mało precyzyjne, ponieważ przy oszacowaniu wykorzystano tylko jeden składnik sumy po prawej stronie wzoru (16).

Obecnie wykorzystamy zależność:

$$H_a \geqslant h(x_1, x_2, x_3, a) \geqslant x_1^2\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1}\right)+(x_2-x_1)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_2}\right)+$$
$$+(x_3-x_2)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_2}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_3}\right). \tag{39}$$

Na podstawie (39), przyjmując $x_3 = x_{3d}$, można napisać nierówność:

$$H_a \geqslant x_1^2\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1}\right)+(x_2-x_1)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_2}\right)+$$
$$+(x_{3d}-x_2)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_2}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_{3d}}\right). \tag{40}$$

Podstawiając do (40) wartości $x_1 \in [x_{1d}, x_{1g}]$ uzyskujemy odpowiednie nierówności na x_2. Analiza tych nierówności prowadzi do wniosku, że:

$$x_2 \leqslant x_{2g} = 0{,}048. \tag{41}$$

W dalszym ciągu rozważań przy oszacowaniach uwzględniono dwa składniki sumy ze wzoru (16).

Zauważmy najpierw, że x_1 musi spełniać nierówność:

$$x_1^2\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_1}\right) \geqslant x_{1d}^2\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_{1d}}\right) \tag{42}$$
$$\text{dla } x_{sk} \in [a, b].$$

Podobnie:

$$(x_2-x_1)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_1}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_2}\right) \geqslant (x_{2d}-x_{1g})^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_{1g}}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_{2d}}\right), \tag{43}$$

$$(x_3-x_2)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_2}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_3}\right) \geqslant (x_{3d}-x_{2g})^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_{2g}}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_{3d}}\right), \tag{44}$$

$$(1-x_3)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_3}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}}\right) \geqslant (1-x_{3g})^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}x_{3g}}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{x_{sk}}}\right). \tag{45}$$

Tak więc:

$$H_b \geqslant (1-x_3)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{b}x_3}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{b}}\right)+(x_{3d}-x_{2g})^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{b}x_{2g}}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{b}x_{3d}}\right). \tag{46}$$

Podstawiając do (46) wartość x_{2g} z (41) i x_{3d} z (31) stwierdzono, że nierówność ta jest spełniona dla:

$$x_3 \geqslant x_{3d} = 0{,}241. \tag{47}$$

Nierówność (46) wykorzystano ponownie kładąc $x_{3d} = 0{,}241$. W rezultacie otrzymano:

$$x_3 \geqslant x_{3d} = 0{,}245. \tag{48}$$

Dla poprawienia oszacowania x_2 z dołu posłużono się zależnością:

$$H_c \geqslant (x_{2d}-x_{1g})^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_{1g}}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_{2d}}\right)+(x_{3d}-x_2)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_2}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_{3d}}\right). \tag{49}$$

Rozwiązanie (49) po podstawieniu wartości x_{1g} z (29), x_{2d} z (35) i x_{3d} z (48) daje w wyniku:

$$x_2 \geqslant x_{2d} = 0{,}045. \tag{50}$$

Dokładniejsze oszacowanie x_3 z góry przeprowadzono w oparciu o nierówność:

$$H_c \geqslant (x_{2d}-x_{1g})^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_{1g}}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_{2d}}\right)+(x_3-x_{2g})^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_{2g}}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{c}x_3}\right). \tag{51}$$

Stąd

$$x_3 \leqslant x_{3g} = 0{,}259. \tag{52}$$

Dalej oszacowano z góry x_1 z nierówności:

$$H_a \geqslant x_1^2\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1}\right)+(x_{2d}-x_{1g})^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_{1g}}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_{2d}}\right), \tag{53}$$

rozwiązanie której daje:

$$x_1 \leqslant x_{1g} = 0{,}0141. \tag{54}$$

Po podstawieniu do (53) $x_{1g} = 0{,}0141$ otrzymano

$$x_1 \leqslant x_{1g} = 0{,}0138. \tag{55}$$

Oszacowanie x_1 z dołu poprawiono rozważając nierówność:

$$H_a \geqslant x_{1d}^2\left(1-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_{1d}}\right)+(x_{2d}-x_1)^2\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_1}-e^{-\frac{\sqrt{2}}{a}x_{2d}}\right). \tag{56}$$

Rozwiązując (56) po podstawieniu odpowiednich oszacowań uzyskano w wyniku:

$$x_1 \geqslant x_{1d} = 0{,}0088. \tag{57}$$

Wykorzystanie otrzymanego oszacowania ponownie w nierówności (56) prowadzi do rezultatu:

$$x_1 \geqslant x_{1d} = 0{,}0090. \tag{58}$$

Tak więc wartości parametrów optymalizujące siedmiosegmentową charakterystykę kompresji dla $x_{sk} \in [6{,}310 \cdot 10^{-3};\ 1{,}995 \cdot 10^{-1}]$ są zawarte w przedziałach wyznaczonych nierównościami:

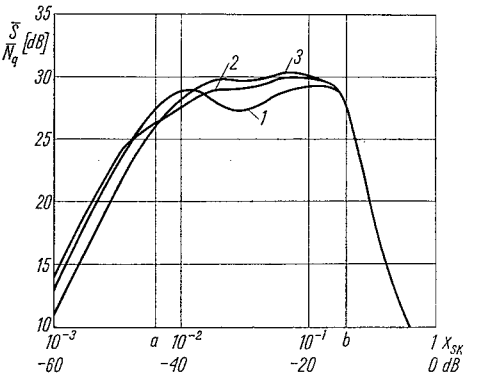
$$\begin{aligned} 0{,}0090 &\leqslant x_{1opt} \leqslant 0{,}0138, \\ 0{,}045 &\leqslant x_{2opt} \leqslant 0{,}048, \\ 0{,}245 &\leqslant x_{3opt} \leqslant 0{,}259. \end{aligned} \tag{59}$$

6. OPTYMALNA SIEDMIOSEGMENTOWA CHARAKTERYSTYKA KOMPRESJI

Siedmiosegmentowa charakterystyka kompresji, optymalna w sensie przyjętego kryterium dla wartości skutecznych sygnału należących do przedziału $[6{,}310 \cdot 10^{-3};\ 1{,}995 \times \times 10^{-1}]$, jest określona parametrami:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0{,}0121413, \\ x_2 &= 0{,}0474201, \\ x_3 &= 0{,}2490400. \end{aligned} \tag{60}$$

Zależność stosunku sygnału do zniekształcenia kwantowania od wartości skutecznej sygnału dla charakterystyki optymalnej podano w tabl. 1 i przedstawiono na rys. 5 (krzywa 1). Zależność tę porównano z analogicznym związkiem dla charakterystyki siedmiosegmentowej o stosunku nachyleń sąsiednich segmentów 4: 4: 4 (tabl. 1, krzywa 2 na rys. 5)



Rys. 5. Stosunek sygnału do szumu kwantowania dla siedmiosegmentowych charakterystyk kompresji

1 — charakterystyka optymalna, 2 — charakterystyka o stosunku nachyleń sąsiednich segmentów 4: 4: 4, 3 — charakterystyka aproksymująca charakterystykę $A = 87{,}6$

oraz dla charakterystyki siedmiosegmentowej aproksymującej charakterystykę logarytmiczną typu $A = 87{,}6$ [3] (tabl. 1, krzywa 3 na rys. 5). Parametry charakterystyki siedmiosegmentowej o stosunku nachyleń 4: 4: 4 przyjmują wartości:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0{,}0117647, \\ x_2 &= 0{,}0588235, \\ x_3 &= 0{,}2470588. \end{aligned} \tag{61}$$

Parametry charakterystyki siedmiosegmentowej aproksymującej charakterystykę typu $A = 87{,}6$ wynoszą:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0{,}0156250, \\ x_2 &= 0{,}0625000, \\ x_3 &= 0{,}2500000. \end{aligned} \tag{62}$$

Wartości charakterystyczne funkcji $\varphi(x_{sk})$, gdy $x_{sk} \in [6{,}310 \cdot 10^{-3};\ 1{,}995 \cdot 10^{-1}]$, dla trzech rozważanych charakterystyk siedmiosegmentowych podano w tabl. 2, gdzie ζ oznacza maksymalną wartość funkcji $\varphi(x_{sk})$.

Tablica 2

Wartości charakterystyczne funkcji $\varphi\{x_{sk} \in [6{,}310 \cdot 10^{-3};\ 1{,}995 \cdot 10^{-1}]\}$ dla siedmiosegmentowych charakterystyk kompresji

Charakterystyka kompresji	Ψ	ζ	$\zeta - \Psi$
optymalna	27,439	29,333	1,894
o stosunku nachyleń 4: 4: 4	26,294	29,861	3,567
aproksymująca charakterystykę $A = 87{,}6$	26,059	30,198	4,139

Wartości różnic ζ-Ψ w tabl. 2 wskazują na korzystną cechę przyjętego kryterium optymalizacyjnego polegającą na tym, że uzyskana charakterystyka daje względnie równy jakościowo przebieg procesu kantowania w całym zakresie wartości skutecznych sygnału, dla którego optymalizowano charakterystykę.

7. PODSUMOWANIE

Rozpatrzone w pracy zagadnienie syntezy polega na znalezieniu optymalnych parametrów segmentowej charakterystyki kompresji, co z matematycznego punktu widzenia sprowadza się do znalezienia ekstremum funkcji wielu zmiennych przy zadanym zbiorze dopuszczalnych wartości tych zmiennych. Jako wskaźnik jakości charakterystyki kompresji uznano odpowiadającą jej minimalną wartość stosunku sygnału do zniekształcenia kwantowania w zadanym przedziale wartości skutecznych sygnału. Dla charakterystyki optymalnej wskaźnik jakości osiąga wartość maksymalną.

Przyjęte kryterium optymalizacyjne odpowiada dążeniu, aby każdy rozmówca, którego wysiłek głosowy koresponduje z rozpatrywanym zakresem wartości skutecznych sygnału był możliwie najlepiej słyszany. Charakterystyka optymalna daje względnie równą jakość kwantowania.

Rozpatrywane kryterium pozwala stwierdzić, czy przy pomocy charakterystyki kompresji o danej liczbie segmentów, może być osiągnięta konieczna minimalna wartość stosunku sygnału do zniekształcenia kwantowania w zadanym przedziale wartości skutecznych sygnału.

Przedstawiona w pracy metoda określenia optymalnej charakterystyki siedmiosegmentowej i oszacowania dokładności rozwiązania optymalnego może być zastosowana także dla charakterystyki o większej liczbie segmentów.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. Bleickardt, Der Einfluss der Quantisierung in PCM — Systemen, Dissertation ETH, Juris — Verlag, Zürich 1963.
2. F. Błocki, Sprawozdanie z posiedzenia Grupy XV, Genewa, luty 1966, Instytut Łączności, Warszawa.
3. CCITT, Choice of Compression Law for PCM Transmission Systems, Study Group XV, Working Party On Question 33, Document No. 9, Contribution by the United Kingdom Administration, Geneva 1966.
4. W. B. Davenport, An Experimental Study of Speech — Wave Probability Distributions, J. Acoust. Soc. Am., 24, July 1952, s. 390.
5. A. Dobrogowski, Analiza jedno- i wielowartościowych charakterystyk kompresji, Prace Instytutu Łączności, 14, 4, 1967, s. 3.
6. R. F. Purton, A Survey of Telephone Speech — Signal Statistics and their Significance in the Choice of a PCM Companding Law, Proc. IEE, 109, Part B, January 1962, s. 60.
7. H. H. Rosenbrock, C. Storey, Computational Techniques for Chemical Engineers, Pergamon Press, Oxford—London—Edinburgh—New York—Toronto—Paris—Frankfurt 1966.
8. B. Smith, Instantaneous Companding of Quantized Signals, Bell Syst. Tech. J., 36, May 1957, s. 653

A. DOBROGOWSKI

OPTIMIZATION OF THE COMPRESSION CHARACTERISTIC OF THE SPEECH SIGNAL SAMPLES IN THE PULSE CODE MODULATION SYSTEMS

Summary

The paper deals with the optimization of segmented compression characteristics. A minimum value of the ratio of the mean signal power to the mean power of the quantization distortion in a given interva of the effective signal value is used as an index of the quality of the compression characteristic. The quality index reaches the maximum value for the optimal characteristic.

A calculation method of the parameters of the optimal characteristic is given. A method of the estimation of the accuracy of the optimal solution is also presented.

A. DOBROGOWSKI

OPTIMALISATION DE CARACTÉRISTIQUE DE LA COMPRESSION À SEGMENTS DU SIGNAL DE LA PAROLE DANS LES SYSTÉMES À MODULATION CODÉE PAR IMPULSION

Résumé

On a examiné le problème d'optimalisation des caractéristiques de la compression à segments.

Comme l'indicateur de qualité pour la caractéristique de la compression on a pris la valeur minimale de rapport entre le signal et le bruit de quantification, considerée dans un intervalle donné de valeurs efficaces du signal. Pour la caractéristique optimale, l'indicateur de qualité atteint sa valeur maximale.

Une méthode permettant de trouver les paramétres de la caractéristique optimale de la compression à segments a été présentée ainsi que celle d'estimation de la précision de solution optimale.

A. DOBROGOWSKI

OPTIMIERUNG DER SAMPLE-KOMPRESSIONSCHARAKTERISTIK DES SPRACHSIGNALS IN DEN PULS-CODE-MODULATION-SYSTEMEN

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird das Problem der Optimierung von Segment-Kompressionscharakteristiken betrachtet. Als Qualitätsfaktor der Kompressionscharakteristik wird der minimale Wert des Verhältnisses der mittleren Signalleistung zur mittleren Quantisierungsverzerrungleistung im bestimmten Bereich es Signaleffektivwertes angenommen. Der Qualitätsfaktor erreicht den maximalen Wert für die optimale Charakteristik.

In der Arbeit wird die Methode dargestellt, die ermöglicht die Parameter der optimalen Segment-Kompressionscharakteristik zu bestimmen. Weiterhin wird auch die Methode der Genauigkeitsschätzung der optimalen Lösung vorgetragen.

А. ДОБРОГОВСКИ

ОПТИМИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПРЕССИИ СИГНАЛА РЕЧИ В СИСТЕМАХ С КОДОВО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Резюме

В статье рассуждается проблема оптимизации сегментных характеристик компрессии. Качественным показателем характеристики компрессии является соответствующее ей минимальное значение отношения мощности сигнала к мощности шума квантования в определенном интервале эффективного значения сигнала. Для оптимальной характеристики качественный показатель приобретает максимальное значение.

В статье представлен метод поиска параметров оптимальной сегментный характеристики. Изложен тоже метод определения точности оптимального решения.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 3, s 503—515

621.394.1

Efektywna sprawność transmisji kilku systemów transmisji danych ze sprzężeniem zwrotnym decyzji

ANDRZEJ DĄBROWSKI (WARSZAWA)

Instytut Teleelektroniki Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 22.6.1972

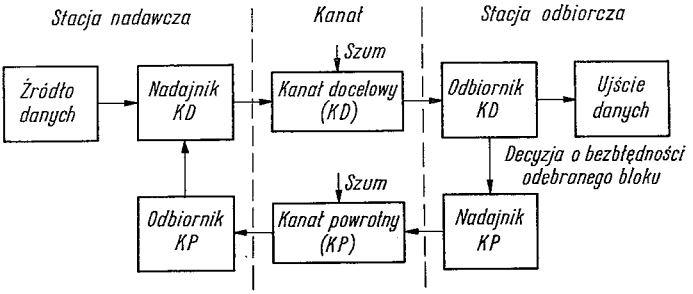
W artykule porównano efektywność kilku wariantów systemów transmisji danych ze sprzężeniem zwrotnym decyzji w funkcji parametrów systemu: długości bloku i maksymalnego czasu opóźnienia pętli, przy założeniu kanału binarnego, symetrycznego, bezpamięciowego.

1. WSTĘP

Urządzenia transmisji danych powinny między innymi zapewniać wysoką wiarygodność przekazywanych wiadomości. Zastosowanie dowolnej metody zabezpieczenia transmisji przed błędami powoduje pewne zmniejszenie sprawności przesyłania. W chwili obecnej najszersze zastosowanie w systemach pracujących w łączach telefonicznych znalazła metoda decyzyjnego sprzężenia zwrotnego, umożliwiająca skuteczne zabezpieczenie transmisji przed błędami przy dużej efektywności i jednocześnie stosunkowo niewielkim skomplikowaniu aparatury.

2. SYSTEMY ZE SPRZĘŻENIEM ZWROTNYM DECYZJI

Na rys. 2.1 przedstawiono blokowy schemat systemu transmisji danych ze sprzężeniem zwrotnym decyzji.



Rys. 2.1. Blokowy schemat systemu ze sprzężeniem zwrotnym decyzji

W nadajniku następuje:

1) kodowanie danych, tzn. łączenie pewnej liczby elementów sygnału podstawowego w jeden zespół, który po dodaniu elementów zabezpieczających (kontrolnych, synchronizujących, służbowych itp.) tworzy całość zwaną blokiem zabezpieczonym;

2) modulacja, czyli przekształcenie sygnału podstawowego w sygnał elektryczny dogodniejszy do przesyłania w kanale docelowym.

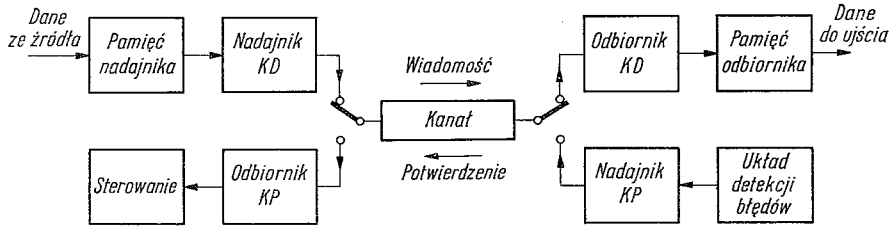
W odbiorniku na podstawie elementów kontrolnych podejmowana jest decyzja punktowa:

1. *odebrano blok bezbłędny* — dane przekazywane są do ujścia, zostaje przesłany w kanale powrotnym sygnał mający sens akceptacji, co upoważnia nadajnik do wysyłania następnego bloku;

2. *odebrano blok z błędem* — w kanale powrotnym przesłany zostaje sygnał *powtórz* powodujący retransmisję zakwestionowanego bloku, zmagazynowanego w pamięci nadajnika. W przypadku gdy odbiornik dysponuje pamięcią, dane nie są przesyłane do ujścia (tzw. systemy z *czystą taśmą*), w przeciwnym przypadku dane są przesyłane z odpowiednią sygnalizacją błędów.

Porównane zostaną trzy warianty systemów ze sprzężeniem zwrotnym decyzji.

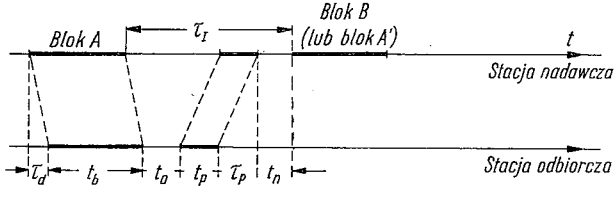
Wariant I — system z potwierdzaniem w kanale informacyjnym (semiduplex system (2))



Rys. 2.2. System wariantu I z wyodrębnionymi pamięciami

W wariancie I kolejny blok wysyłany jest po przyjęciu przez nadajnik potwierdzenia odbioru bloku poprzedniego. Kierunek transmisji jest przełączany specjalnymi znakami. Cykl pracy systemu pokazano na rys. 2.3. Czas pomiędzy końcem transmisji bloku a początkiem transmisji bloku następnego wysyłanych przez nadajnik nazywamy czasem opóźnienia pętli τ_I. Jak wynika z rys. 2.3

$$\tau_I = \tau_d + t_o + t_p + \tau_p + t_n,$$

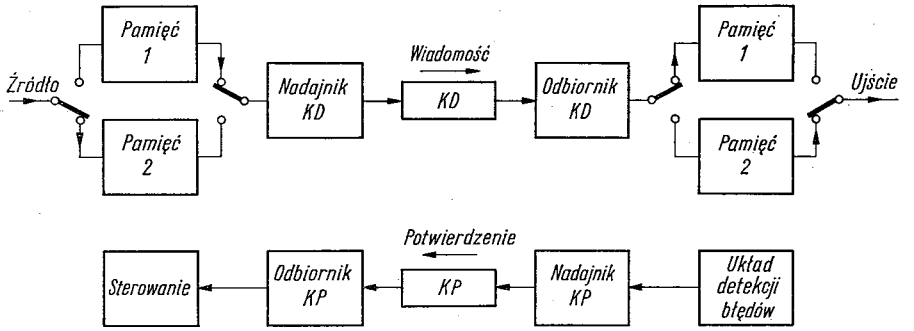


Rys. 2.3. Sygnały stacji nadawczej i odbiorczej dla systemu wariantu I

gdzie: τ_I — czas opóźnienia pętli wariantu I,
τ_d — czas propagacji sygnału od nadajnika do odbiornika,
t_o — czas przełączania odbiornika,
t_p — czas nadawania sygnału powrotnego,
τ_p — czas propagacji sygnału od odbiornika do nadajnika,
t_n — czas przełączania nadajnika,
t_b — czas nadawania bloku w kanale docelowym.

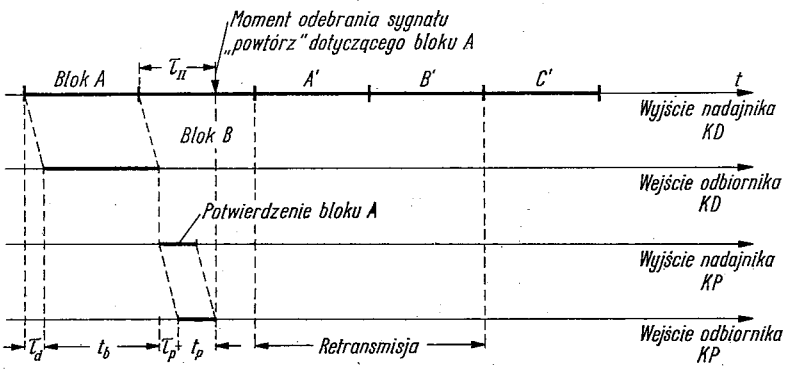
Wymagana pojemność pamięci w urządzeniach końcowych w systemach pracujących z *czystą taśmą* równa jest liczbie elementów bloku (długości bloku niezabezpieczonego).

Wariant II — system o stałym cyklu powtarzania (storage — change system)



Rys. 2.4. System wariantu II; $q = 2$

Bloki wysyłane są kolejno z komórek pamięci nadajnika. Podczas transmisji w kanale głównym i-tego bloku, w kanale zwrotnym przyjęty zostaje sygnał zwrotny dotyczący bloku $(i-q+1)$-go (rys. 2.5), gdzie q — cykl powtarzania. W przypadku sygnału *powtórz* następuje retransmisja bloku zakwestionowanego i $q-1$ bloków następnych.



Rys. 2.5. Sygnały na wejściach i wyjściach nadajnika i odbiornika dla wariantu II; $q = 2$. Blok A — odebrany z błędem, A', B' — poprawnie

Dla poprawnej pracy systemu jest konieczne (rys. 2.5), aby:

$$(q-2)t_b < \tau_{II} < (q-1)t_b, \tag{2.1a}$$

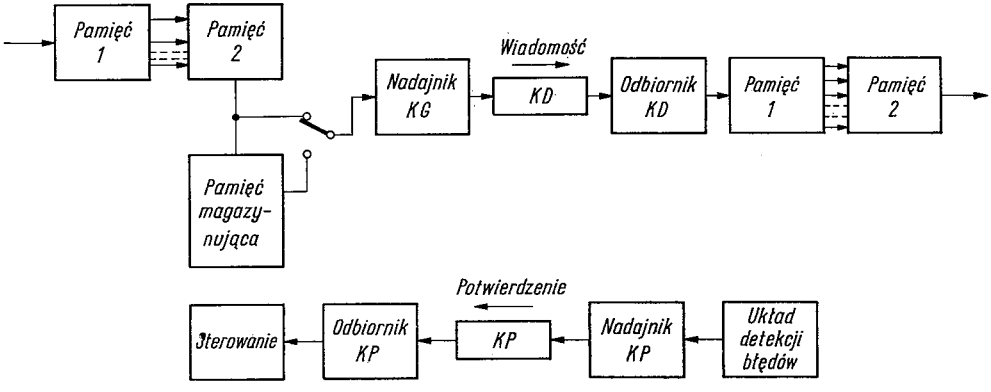
$$\tau_{II} = \tau_d + \tau_p + t_p, \tag{2.1b}$$

gdzie: τ_{II} — czas opóźnienia pętli wariantu II,
q — cykl powtarzania,
t_b — czas nadawania bloku w kanale docelowym,
τ_d — czas propagacji sygnału w kanale docelowym,
τ_p — czas propagacji sygnału w kanale powrotnym,
t_p — czas nadawania sygnału w kanale powrotnym.

Maksymalny możliwy czas opóźnienia pętli, dla którego projektowany jest system, przy założonej szybkości modulacji V_m, narzuca minimalne wartości q i t_b, przy czym możliwa jest praca tylko w pewnym zakresie zmian τ_{II} tak, aby było można skorelować przychodzące potwierdzenia z odpowiednimi blokami.

Pojemność pamięci nadajnika wynosi q bloków, pojemność pamięci odbiornika w systemach z *czystą taśmą* wynosi 2 bloki. Ta ostatnia wartość wynika z konieczności jednoczesnego przyjmowania przez odbiornik kolejnego bloku w czasie, gdy poprzedni przekazywany jest do ujścia.

Wariant III — system z kontrolą czasu opóźnienia pętli (delay time controlled system)



Rys. 2.6. System wariantu III

W nadajniku blok przekazywany jest równolegle z pamięci 1 do pamięci 2 pomiędzy dwoma cyklami pracy. Pamięć 2 przekazuje blok do kanału, a jednocześnie do pamięci magazynującej, której pojemność jest taka, że iloczyn liczby bloków zmagazynowanych i czasu transmisji bloku jest mniejszy od maksymalnego dopuszczalnego opóźnienia pętli.

W wyposażeniu nadajnika znajduje się urządzenie mierzące czas od końca transmisji pierwszego bloku do chwili rozeznania pierwszego potwierdzenia, czyli aktualny czas opóźnienia pętli. Umożliwia to podczas dalszej pracy korelację przychodzących potwierdzeń z odpowiednimi blokami. Praca systemu jest podobna do waraintu II (rys. 2.5) z tym, że cykl powtarzania zależy od aktualnego τ_{III}.

Opóźnienie pętli wyrażone w długościach bloku nazywamy znormalizowanym czasem opóźnienia pętli L

$$L = \left[\frac{\tau}{t_b}\right]. \tag{2.2}$$

Liczbę bloków magazynowanych w pamięci magazynującej oznaczamy przez M. Oczywiście

$$M > L_{\max}.$$

Pojemność pamięci całego urządzenia wynosi $(4+M)$ bloków.

Przykład

Dla porównania z wariantem II niech $M = 8$, $n_{\mathrm{III}} = 64$. Dla wariantu II przy tym samym $\tau_{\max}$ i $q = 2$ mamy $n_{\mathrm{II}} = n_{\mathrm{III}}$. $M = 512$, gdzie: n_{II} = długość bloku zabezpieczonego wariantu II,
gdzie: n_{II} — długość bloku zabezpieczonego wariantu II,
n_{III} — długość bloku zabezpieczonego wariantu III.
Dla podanych wyżej wartości pojemność pamięci w systemie wariantu III wynosi około 1/3 pojemności w wariancie II.

Opisane wyżej warianty muszą współpracować ze źródłami dysponującymi pamięcią wyjściową, sterowanymi z nadajnika i zatrzymywanymi w okresach retransmisji. Istnieje możliwość współpracy systemu transmisji danych ze źródłem o stałej wydajności. W tym przypadku źródło przekazuje dane do dodatkowej pamięci buforowej nadajnika ze stałą szybkością R_Z, mniejszą od maksymalnej szybkości transmisji R_t, tak że system pracuje ze stałą efektywnością

$$E = \frac{R_z}{R_t}. \tag{2.3}$$

Gdy retransmisja nie jest żądana, dane transmitowane są z szybkością R_z, natomiast gdy nastąpi retransmisja powodująca częściowe wypełnienie bufora, system zaczyna pracować z większą szybkością R_t aż do momentu, gdy bufor wróci do stanu początkowego. Zmiana szybkości transmisji może być w prosty sposób realizowana przez stosowanie tzw. *elementów wypełniających*, gdy bufor jest pusty, przy stałej szybkości modulacji. Podobna procedura może być stosowana dla ujścia danych. W [4] dokonano analizy zależności pomiędzy efektywnością systemu, pojemnością pamięci buforowej, długością bloku i oczekiwanym czasem przepełnienia bufora w funkcji elementowej stopy błędów i czasu opóźnienia pętli.

3. EFEKTYWNE SZYBKOŚCI TRANSMISJI

Rozważymy system transmisji binarnej w kanale docelowym. Dla zabezpieczenia przed błędami stosuje się kodowanie w blokach oraz sprzężenie zwrotne decyzji. Efektywna szybkość transmisji wyraża się w tym przypadku wzorem:

$$V_{ef} = \frac{R}{1+r} \cdot V_m \quad \text{bit/sek}, \tag{3.1}$$

gdzie:

V_{ef} — efektywna szybkość transmisji zdefiniowana jako stosunek liczby poprawnie odebranych elementów informacyjnych sygnału do czasu transmisji,

V_m — szybkość modulacji równa liczbie elementów sygnału przesyłanych w ciągu sekundy (w bodach),

R — sprawność transmisji, współczynnik równy stosunkowi liczby bloków odebranych bez błędu w pewnym okresie czasu do liczby bloków nadanych w tym czasie,

r — rozwlekłość kodu, współczynnik równy stosunkowi liczby elementów zabezpieczających do liczby elementów informacyjnych w bloku.

Ponadto założymy:

1° statystyka błędów w kanale docelowym może być opisana modelem kanału symetrycznego, bezpamięciowego (model Bernoulliego),

2° wpływ błędów w kanale powrotnym na sprawność transmisji jest pomijalnie mały.

Niech S_E będzie elementową stopą błędów w kanale głównym. Prawdopodobieństwo błędnego elementu p_e przy założeniu 1°:

$$p_e \to S_E. \tag{3.2}$$

Prawdopodobieństwo błędnego bloku P_r przy założeniu 1° wynosi:

$$P_r = 1-(1-p_e)^n, \tag{3.3}$$

gdzie: n — jest długością bloku (liczbą elementów bloku).

Rozważmy system wariantu II. Odebranie bloku z błędem powoduje powtórzenie q bloków. Jeżeli blok retransmitowany zostanie odebrany ponownie błędnie, następuje kolejna retransmisja.

Liczba bloków nadanych potrzebnych do poprawnego odebrania jednego bloku jest przy założeniu 2° funkcją losową X przyjmującą wartości x_i z prawdopodobieństwem p_i; $P(X = x_i) = p_i$.

Zmienna losowa X przyjmuje wartości:

$$x_0 = 1; \quad x_1 = 1+q; \quad x_2 = 1+2q; \ldots ; x_k = 1+kq \ldots \tag{3.4}$$

z prawdopodobieństwami:

$$p_0 = 1-P_r; \quad p_1 = P_r(1-P_r); \quad p_2 = P_r^2(1-P_r) \ldots p_k = P_r^k(1-P_r), \tag{3.5}$$

gdzie: k — liczba retransmisji.

Oczywiście

$$\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1. \tag{3.6}$$

Wartość oczekiwania zmiennej losowej X wynosi:

$$E(X) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k x_k = 1+q\frac{P_r}{1-P_r}. \tag{3.7}$$

Z definicji zmiennej losowej X oraz sprawności retransmisji R wynika, że dla dostatecznie dużej liczby bloków

$$R \to \frac{1}{E(X)}. \tag{3.8}$$

Uwzględniając (3.7) otrzymujemy ostatecznie wyrażenie na sprawność transmisji dla wariantu II

$$R_{\mathrm{II}} = \frac{1}{1+q\dfrac{P_r}{1-P_r}}; \qquad P_r = 1-(1-p_e)^n. \tag{3.9}$$

Podobne rozważania prowadzą w przypadku wariantu III do wyrażenia

$$R_{\mathrm{III}} = \frac{1}{1+(L+1)\dfrac{P_r}{1-P_r}}; \qquad P_r = 1-(1-p_e)^n. \tag{3.10}$$

W wariancie I powtarzany jest tylko jeden blok, ale pomiędzy transmisjami kolejnych bloków istnieje niewykorzystany czas τ_{I}. Podstawiając $q = 1$ w (3.9) oraz uwzględniając wpływ czasu opóźnienia pętli τ_{I} otrzymujemy dla wariantu I:

$$R = \frac{t_b}{t_b+\tau_{\mathrm{I}}}(1-P_r), \tag{3.11a}$$

$$P_r = 1-(1-p_e)^n.$$

$$R = \frac{n}{n+V_m\cdot\tau_{\mathrm{I}}}(1-P_r), \tag{3.11b}$$

4. PORÓWNANIE EFEKTYWNOŚCI WARIANTÓW I, II i III

System wariantu I może pracować na łączu w zasadzie o dowolnej wartości czasu opóźnienia pętli, przy czym aktualna wartość τ wpływa bezpośrednio na uzyskiwaną sprawność transmisji. W wariantach II i III istnieją ograniczenia na τ.

Z rys. 2.5 wynika, że w wariancie II prawidłowa korelacja odpowiedzi z właściwymi blokami następuje przy warunku

$$(q-2)t_b < \tau_{\mathrm{II}} < (q-1)t_b. \tag{4.1}$$

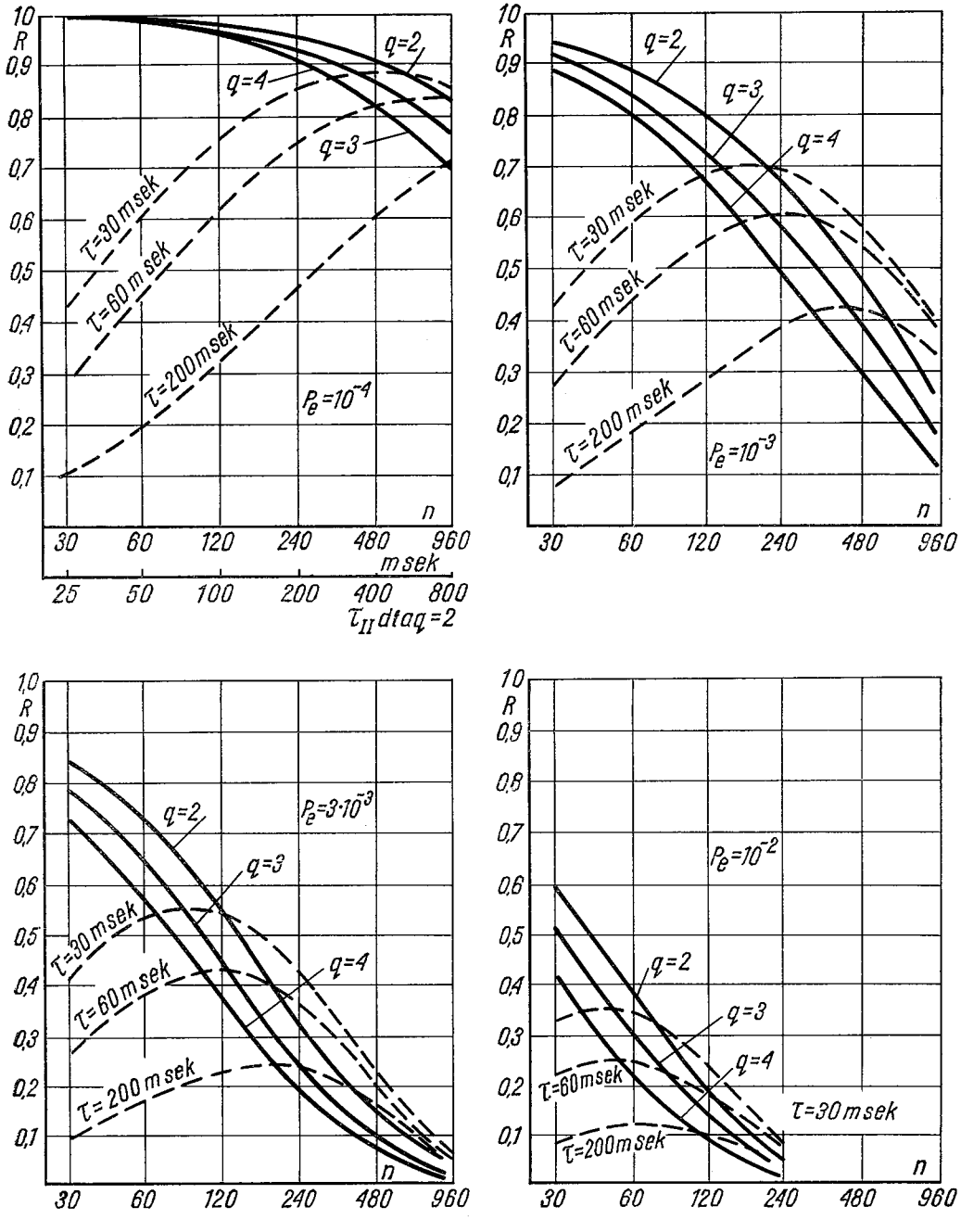
W wariancie III wymagane jest, aby

$$\mathrm{M} > L_{\max}. \tag{4.2}$$

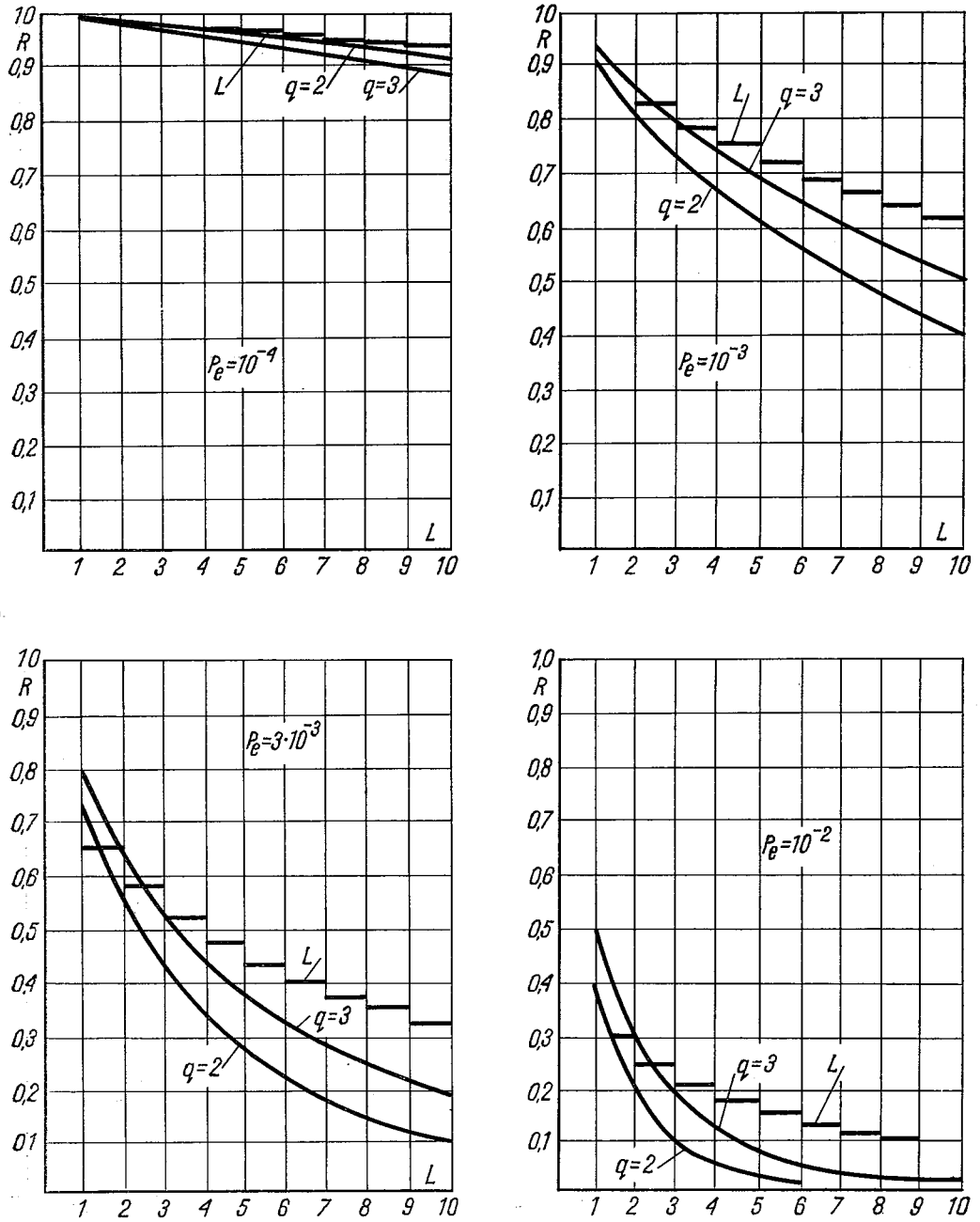
W celu porównania różnych warunków systemu, konieczne jest założenie, że praca odbywa się przy jednakowej wartości $\tau_{\max}$.

Dla wariantu II dla równych wartości q uwzględniając, że

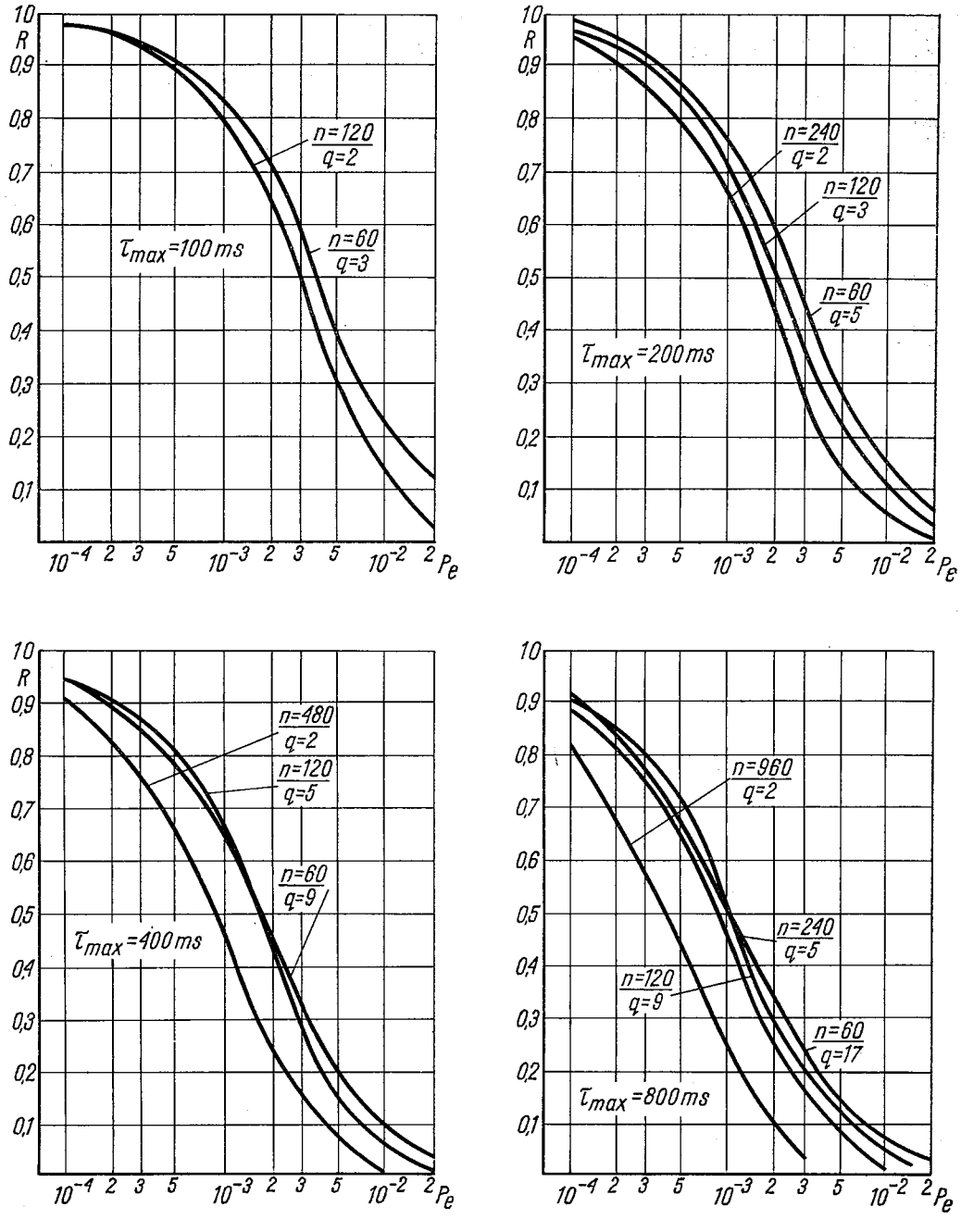
$$t = n/V_m \tag{4.3}$$



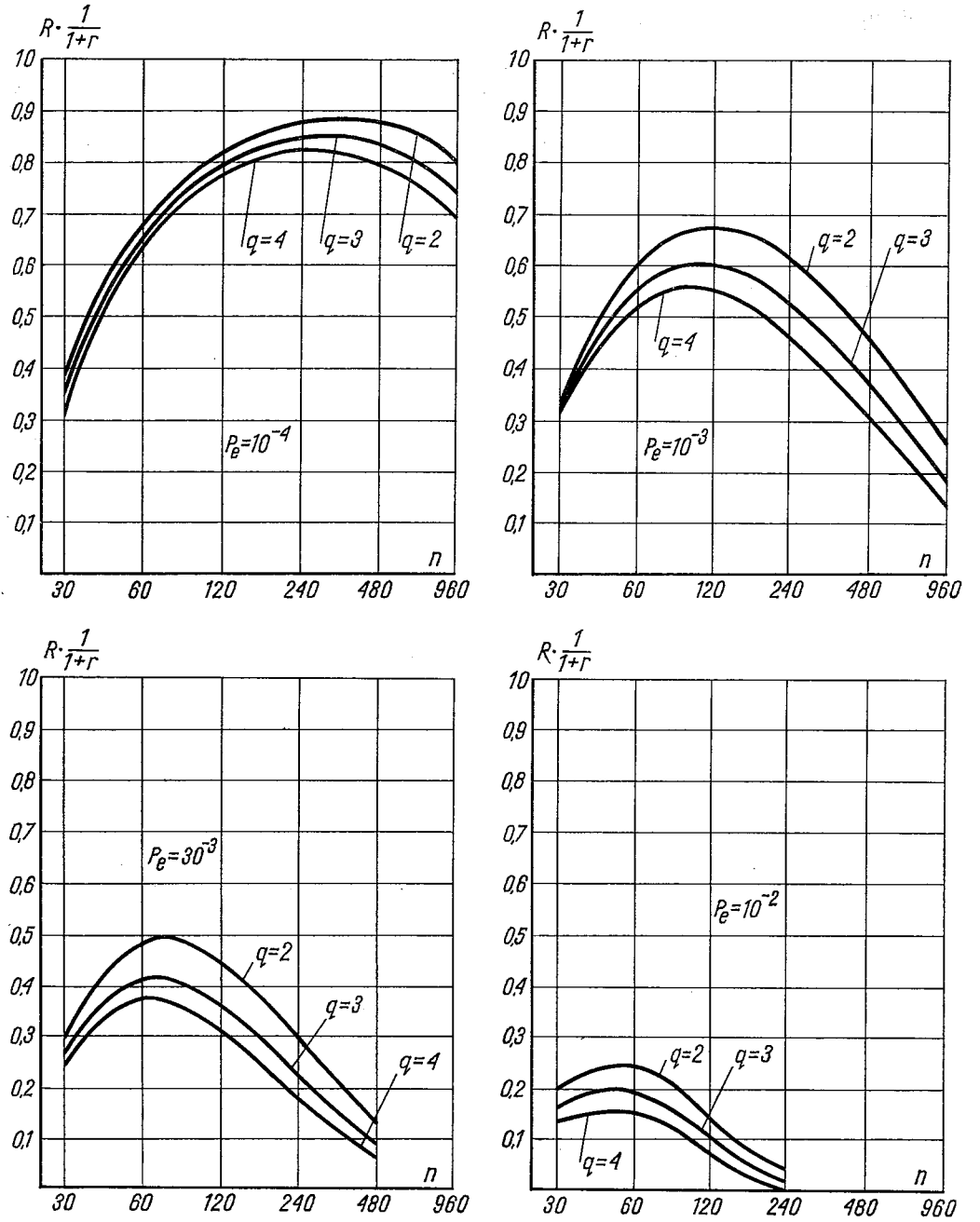
Rys. 4.1. Sprawność transmisji w funkcji długości bloku n, $V_m = 1200$ bodów (wariant I — linie przerywane, wariant II — linie ciągłe)



Rys. 4.2. Sprawność transmisji systemów wariantów II i III w funkcji znormalizowanego opóźnienia pętli $\left(L = \frac{\tau}{t_b}\right.$, przyjęto $t_b = 50$ msek, $n_L = 60$, $V_m = 1200$ bodów$\left.\right)$



Rys. 4.3. Sprawność transmisji w funkcji elementowej stopy błędów p_s dla kilku systemów wariantu II o identycznym czasie opóźnienia pętli τ; $V_m = 1200$ bodów



Rys. 4.4. Wyrażenie $R \cdot \frac{1}{1+r}$ w funkcji długości bloku dla systemu wariantu II. Założono stałą liczbę elementów zabezpieczających $n_k = 20$

i przyjmując jednakowe τ mamy

$$n = \frac{V_m \cdot \tau_{\max}}{q-1} \tag{4.4}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{q_2-1}{q_1-1}. \tag{4.5}$$

Wyniki obliczeń sprawności transmisji dla różnych wariantów systemu przedstawione są na rysunkach 4.1 ÷ 4.4.

5. WNIOSKI

1. Wariant I charakteryzuje się dużą prostotą układową. Ponieważ sprawność transmisji w tym przypadku jest funkcją t_b (3.11a)

$$R \div \frac{t_b}{t_b+\tau_{\mathrm{I}}},$$

widocznym jest, że system może osiągać dużą efektywność w przypadku stosowania długich bloków, niewielkich szybkości modulacji, krótkich czasów przełączania i pracy na krótkich łączach o małych czasach propagacji (rys. 4.1). Należy jednak dodać, że wariant I jest jedynym, który umożliwia pracę w łączach nie zapewniających jednoczesnej transmisji w dwóch kierunkach.

2. W systemach wariantu II korzystna jest ze względu na sprawność transmisji praca z krótkimi blokami (n = 60 ... 240) przy odpowiednio dobranym q (rys. 4.3, 4.4). Z drugiej strony zwiększenie wartości q powoduje zmniejszenie dopuszczalnych zmian τ_{II}, przy których system może pracować. Wpływ czasu opóźnienia pętli τ na sprawność transmisji jest przy realnych wartościach $\tau_{\max}$ (np. 200 msek) znacznie słabiej dostrzegalny niż w systemach wariantu I.

3. System wariantu III umożliwia przez automatyczny dobór współczynnika q pracę z szybkością transmisji bliską maksymalnej możliwej do uzyskania dla dowolnych wartości τ (rys. 4.2). Należy zwrócić uwagę, że dla wariantu III, R_{III} jest funkcją aktualnego L, natomiast R_{II} jest funkcją $\tau_{\mathrm{II}\max}$ i nie ulega zmianie, gdy $\tau_{\mathrm{II}} < \tau_{\mathrm{II}\max}$ (rys. 4.2).

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Praca zbiorowa, Transmisja Danych, Problemy Telekomunikacji, WKiŁ, zeszyt 10, Warszawa 1966.
2. Comparison of error protection methods for data transmission on tekephone channels, CCITT COM Sp. A — N°3E, May 1969.
3. Code-independent error control system, CCITT Volume III, Recomendation V.41.
4. M. Fisz, Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna, PWN, Warszawa 1969.
5. F. E. Froechlich, R. R. Anderson, Data transmission over a selfcontained error detection and retransmission channel, B.S.T.J., Jan. 1964.

A. DĄBROWSKI

THE EFFICIENCY OF SEVERAL DATA TRANSMISSION SYSTEMS WITH FEEDBACK

Summary

This paper discusses the relationships among the efficiency of several data transmission systems with feedback and their parameters: the block length and the maximum round-trip transmission delay.

Binary transmission on channel with gaussian additive noise is considered.

A. DĄBROWSKI

EFFEKTIVER ÜBERTRAGUNGSWIRKUNGSGRAD EINIGER DATENÜBERTRAGUNGSSYSTEME MIT ENTSCHEIDUNGSRÜCKKOPPLUNG

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurde die Effektivität einiger Variablen von Datenübertragungssystemen mit Entscheidungsrückkopplung in Funktion der Kennwerte des Systems verglichen, d.i. der Blocklänge und maximaler Zeit der Schlingenverzögerung, bei Anbıingung eines binär-, symetrischen und speicherlosen Kanals.

А. ДОМБРОВСКИ

ЭФФЕКТИВНАЯ СКОРОСТЬ ПЕРЕДАЧИ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Резюме

Проведена оценка эффективности нескольких систем передачи данных с обратной связью в зависимости от следующих параметров: длины блока и максимальной задержки канала.

Рассматривается модель двоичного стационарного, симметрического канала, без памяти.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 3, s 517—560

621.315.36

Optymalizacja budowy ekranów wielodrutowych przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości Część I. Podstawy teoretyczne

ZDZISŁAW PERKOWSKI (WARSZAWA)

Przedsiębiorstwo Doświadczalne Przemysłu Kabli i Sprzętu Elektrotechnicznego „Kablosprzęt", Ożarów Mazowiecki

Otrzymano 25.7.1972

W pierwszej części pracy przedstawiono przybliżoną teorię przenikania pola magnetycznego quasistacjonarnego przez wielodrutowe ekrany przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości i wypływające z teorii możliwości optymalizacji budowy takich ekranów z punktu widzenia ich własności sprzężeniowych.

Wykorzystując wspomniane możliwości przeprowadzono badania dużej liczby próbek przewodów współosiowych z ekranami wielodrutowymi o różnej budowie, a uzyskane wyniki badań, łącznie z wynikami podanymi w pracach [3,6], wykorzystano do ustalenia przytoczonych w drugiej części niniejszej pracy optymalnych parametrów konstrukcyjnych ekranów wielodrutowych o postaci oplotów. Własności sprzężeniowe oplotów o budowie optymalnej porównano z analogicznymi własnościami dotychczas stosowanych oplotów o dużej gęstości.

1. WPROWADZENIE

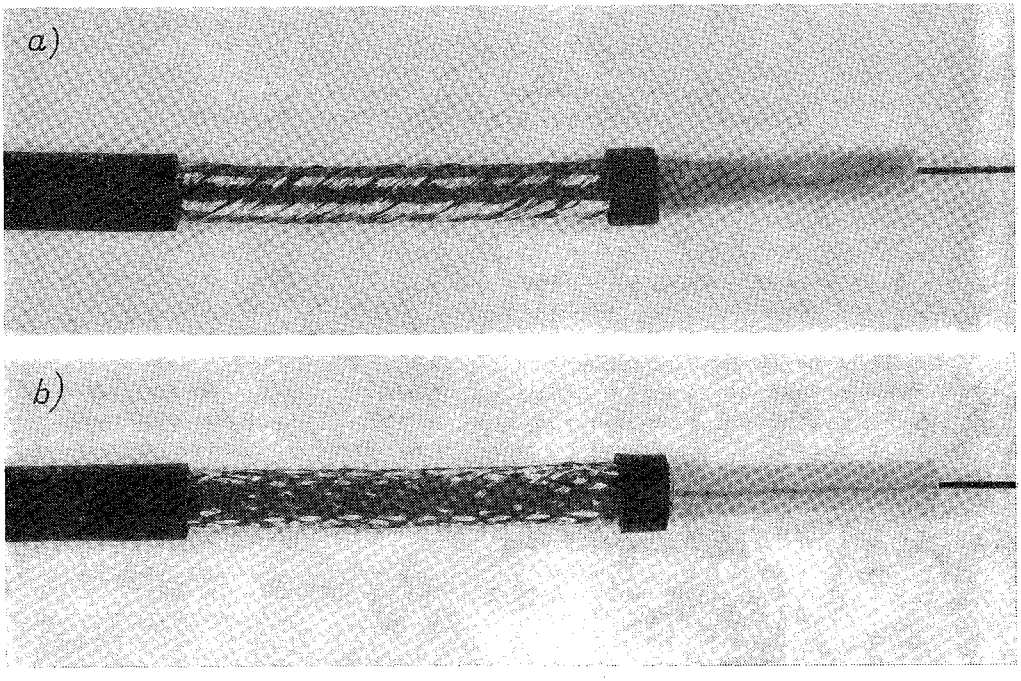
W wielu urządzeniach telekomunikacyjnych występuje konieczność stosowania giętkich przewodów współosiowych, których żyły zewnętrzne, pełniące jednocześnie rolę ekranów, wykonywane są najczęściej w postaci obwojów (rys. 1a) lub oplotów (rys. 1b) z dużej liczby jednakowych drutów o przekroju poprzecznym kołowym. Zgodnie z rys. 1a obwój uzyskuje się przez spiralne nawinięcie na izolowaną żyłę wewnętrzną — pod kątem ζ względem prostopadłej do osi symetrii tej żyły — pasma składającego się z n równoległych drutów o promieniach przekrojów poprzecznych r_o. Otrzymuje się w ten sposób warstwę drutów o średnim promieniu przekroju r_2, równym sumie promienia r_i przekroju poprzecznego izolacji oraz promienia r_o przekroju drutu. Gęstość takiej warstwy charakteryzuje współczynnik gęstości obwoju k_o, równy stosunkowi części powierzchni walca o promieniu r_2, zakrytej przez druty obwoju, do całkowitej powierzchni walca:

$$k_o = \frac{nr_o}{\pi r_2 \sin\zeta}. \tag{1}$$

Występujący w wyrażeniu (1) kąt obwoju można określić z zależności:

$$\operatorname{tg}\zeta = \frac{h}{2\pi r_2}, \tag{2}$$

w której h oznacza skok obwoju, równy — mierzonej wzdłuż prostej równoległej do osi symetrii obwoju — odległości dwóch sąsiednich punktów osi symetrii tego samego drutu, zajmujących jednakowe położenia w przekroju poprzecznym obwoju.



Rys. 1. Obwój (*a*) i oplot (*b*) jako ekrany przewodów współosiowych

Oplot z n drutów o promieniach przekrojów poprzecznych r_o stanowi strukturę geometryczną bardziej skomplikowaną niż obwój. Całkowita liczba drutów n jest w przypadku oplotu podzielona na parzystą liczbę m pasm, z których każde zawiera najczęściej jednakową liczbę drutów p ($n = mp$). Połowa pasm nawijana jest na izolowaną żyłę wewnętrzną — pod kątem oplotu ζ względem prostopadłej do osi symetrii żyły, ze skokiem oplotu h — w jednym kierunku, a druga połowa pasm nawijana jest pod takim samym kątem i z jednakowym skokiem w drugim kierunku, przy czym podczas nawijania pasma jednego i drugiego kierunku wzajemnie się przeplatają (rys. 1b). Po usunięciu pasm jednego kierunku otrzymuje się obwój z $n/2$ drutów o współczynniku gęstości w myśl związków (1) i (2) równym:

$$k_1 = \frac{nr_o}{2\pi r_2 \sin\zeta} = \frac{nr_o}{h\cos\zeta}. \tag{3}$$

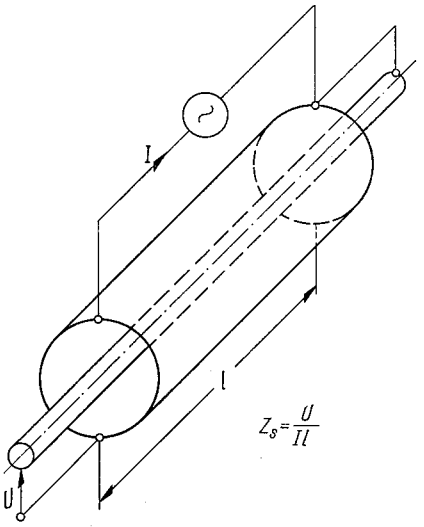
W przypadku oplotu parametr k_1 jest współczynnikiem gęstości dla pasm jednego kierunku i nosi nazwę współczynnika krycia jednostronnego. Promień r_2 oznacza wówczas średni promień przekroju poprzecznego oplotu, równy w przybliżeniu sumie promienia przekroju poprzecznego izolacji r_i oraz średnicy drutu oplotu $2r_o$.

Kąt oplotu ζ określony jest jak w przypadku obwoju zależnością (2), a skok oplotu h jest równy skokowi obwoju pasmami jednego kierunku.

Jest rzeczą oczywistą, że własności sprzężeniowe toru współosiowego z żyłą zewnętrzną wielodrutową o postaci obwoju albo oplotu, charakteryzujące przenikanie pola elektromagnetycznego z wnętrza toru do jego zewnętrznego otoczenia lub w kierunku przeciwnym, różnią się od analogicznych własności toru współosiowego z żyłą zewnętrzną o postaci jednolitego cylindra.

Przenikanie pola elektromagnetycznego z zewnętrznego otoczenia do wnętrza toru współosiowego charakteryzuje jednostkowa impedancja sprzężeniowa Z_s żyły zewnętrznej tego toru, równa odniesionemu do jednostki długości toru stosunkowi napięcia zakłóceń U, pojawiającego się w elektrycznie krótkim zwartym na końcu odcinku tego toru o długości l, do prądu zakłócającego I przepływającego po żyle zewnętrznej (rys. 2):

$$Z_s = \frac{U}{Il}. \tag{4}$$



Rys. 2. Definicja jednostkowej impedancji sprzężeniowej

Pojęcie jednostkowej impedancji sprzężeniowej wprowadził S. A. Schelkunoff [13], który wykazał, że wielkość ta w przypadku żyły zewnętrznej o postaci jednolitego cylindra wyraża się następującą zależnością przybliżoną:

$$Z_{sc} = R_{co} \frac{j^{\frac{1}{2}} kt}{\mathrm{sh} j^{\frac{1}{2}} kt}. \tag{5}$$

W zależności tej R_{co} oznacza jednostkową rezystancję cylindra dla prądu stałego, t — grubość ścianki cylindra, a k — współczynnik prądów wirowych ($k^2 = \omega\mu\sigma$, przy czym ω jest pulsacją prądu, μ — przenikalnością magnetyczną cylindra, a σ — jego konduktywnością).

Zależność (5) wskazuje, że moduł impedancji sprzężeniowej szybko zmniejsza się ze wzrostem częstotliwości prądu zakłócającego, a zgodność tej zależności z wynikami pomiarów sprawdzili H. Ochem [9], J. Bourseau, H. Sandjivy [1] i inni. Charakter zmian impedancji sprzężeniowej jednolitego cylindra determinuje wpływ zjawiska naskórkowości; ze wzrostem częstotliwości maleje bowiem gęstość prądu zakłócającego i natężenie pola elektrycznego na powierzchni wewnętrznej cylindra, w następstwie czego zmniejsza się napięcie zakłócające U wewnątrz toru (całka natężenia pola elektrycznego).

Badania wykazały, że z punktu widzenia własności transmisyjnych żyła zewnętrzna wielodrutowa przewodu współosiowego, o postaci obwoju albo oplotu, zachowuje się tak, jak jednolity cylinder o pewnej równoważnej grubości i rezystancji dla prądu stałego równej rezystancji rozpatrywanej żyły [10]. Należy się zatem spodziewać, że z punktu widzenia własności sprzężeniowych żyła taka w pewnym zakresie częstotliwości będzie zachowywać się również jak jednolity cylinder o wyżej wspomnianych własnościach.

Doświadczenie wskazuje, że tak jest w istocie jedynie przy małych i średnich częstotliwościach; odpowiednie wyniki pomiarów podają L. Krugel [6], G. Buhmann i R. Schlamp [2] oraz E. Homann [3]. Przy dużych częstotliwościach impedancja sprzężeniowa żyły zewnętrznej wielodrutowej oprócz składnika Z_{sc}, zdeterminowanego przez zjawisko naskórkowości w równoważnym jednolitym cylindrze, zawiera jeszcze składnik reaktancyjny ωL_s, rosnący w przybliżeniu proporcjonalnie ze wzrostem częstotliwości, czyli:

$$Z_s = Z_{sc} + j\omega L_s. \tag{6}$$

W przypadku żyły zewnętrznej o postaci obwoju indukcyjność sprzężeniowa L_s jest w głównej mierze określona przez strumień wzdłużnego, równoległego do osi toru pola magnetycznego o natężeniu I/h, wytwarzanego wewnątrz przewodu przez prąd zakłócający I płynący po żyle zewnętrznej; potwierdzają to wyniki badań uzyskane przez H. Ochema [9], G. Buhmanna i R. Schlampa [2] oraz innych. Wartość impedancji sprzężeniowej jest wówczas bardzo duża już przy stosunkowo niewielkich częstotliwościach, co wyklucza możliwość stosowania obwojów jako ekranów przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości.

Indukcyjność sprzężeniowa żyły zewnętrznej o postaci symetrycznego oplotu, to znaczy takiego, w którym pasma jednego i drugiego kierunku zawierają jednakową liczbę identycznych drutów, jest w zasadzie zdeterminowana przez strumień magnetyczny poprzecznego, prostopadłego do osi toru pola magnetycznego, przenikającego z zewnętrznego otoczenia do wnętrza toru. Pole magnetyczne wzdłużne wewnątrz toru praktycznie nie występuje, ponieważ pasma jednego i drugiego kierunku wytwarzają pole wzdłużne o prawie identycznym co do wartości bezwzględnej natężeniu, lecz o przeciwnych kierunkach.

Kompensacja wzdłużnego pola magnetycznego wewnątrz toru jest niepełna w przypadku żyły zewnętrznej o postaci oplotu niesymetrycznego, o niejednakowej liczbie drutów w pasmach jednego i drugiego kierunku, bowiem pasma te przewodzą wówczas różne prądy. Z tego powodu impedancja sprzężeniowa oplotu niesymetrycznego jest przy dużych częstotliwościach znacznie większa od impedancji sprzężeniowej oplotu symetrycznego,

w związku z czym oplot niesymetryczny również nie nadaje się na ekrany przewodów wielkiej częstotliwości.

Związki (5) i (6) wskazują, że przy odpowiednio dużych częstotliwościach, przy których składnik Z_{sc} jest dostatecznie mały w porównaniu ze składnikiem reaktancyjnym $j\omega L_s$, impedancja sprzężeniowa rośnie proporcjonalnie do częstotliwości, a jej wartość jest zdeterminowana przez indukcyjność sprzężeniową L_s. Proporcjonalność do częstotliwości impedancji sprzężeniowej oplotu powyżej 5 MHz potwierdzili eksperymentalnie L. Rohde [12], H. Larsen [7], H. Jungfer [4] i inni, przy czym H. Larsen stwierdził tę proporcjonalność w zakresie częstotliwości do 200 MHz, podczas gdy H. Jungfer — w zakresie do 1000 MHz.

Niezależność od częstotliwości indukcyjności sprzężeniowej oplotu wskazuje, że w zakresie wielkich częstotliwości optymalizacja jego budowy sprowadza się do uzyskania minimum tej indukcyjności. Do znalezienia wspomnianego minimum niezbędna jest jednak znajomość zależności indukcyjności sprzężeniowej od poszczególnych parametrów konstrukcyjnych oplotu.

Próbę wyjaśnienia związków indukcyjności sprzężeniowej z budową oplotu podjął już H. Larsen [7], który na podstawie niepełnych badań doszedł do wniosku, że indukcyjność sprzężeniowa L_s jest w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalna do gęstości oplotu. Bardziej systematyczne badania przeprowadził L. Krügel [6], któremu zawdzięcza się wykrycie zależności wspomnianej indukcyjności od kąta oplotu. Uważał on oplot za transformator o dwóch sprzężonych ze sobą, nawiniętych w przeciwnych kierunkach uzwojeniach, a indukcyjność sprzężeniową oplotu traktował jak indukcyjność rozproszenia takiego transformatora. Na podstawie pomiarów impedancji sprzężeniowej wielkiej liczby próbek o różnej budowie L. Krügel wyznaczał zależność indukcyjności sprzężeniowej i odpowiadającego jej współczynnika rozproszenia od kąta oplotu, lecz nie dostrzegł występowania wartości minimalnych tej indukcyjności, gdyż badał oploty o kącie mniejszym od 45°.

Systematyczne badania oplotów podjął E. Homann [3], który stwierdził istnienie optymalnej budowy oplotu przy kątach większych od 45°, a ponadto doświadczalnie sprawdził charakter zależności impedancji sprzężeniowej od współczynnika krycia jednostronnego, od kąta oplotu, a także od liczby drutów w paśmie. Nie wyjaśnił on jednak istoty zjawiska przenikania pola przez oplot i jego związku z optymalnymi właściwościami oplotu, a te wyniki badań, które uzyskał, przedstawił w niezbyt czytelnej postaci.

Celem niniejszej pracy jest wypełnienie luk zawartych w dotychczasowych publikacjach dotyczących własności sprzężeniowych ekranów wielodrutowych. W pierwszej jej części przytoczono przybliżoną teorię przenikania pola magnetycznego quasistacjonarnego przez takie ekrany, począwszy od struktur geometrycznych nieskomplikowanych, a kończąc na najprostszym oplocie, oraz wynikające z teorii możliwości optymalizacji budowy tego rodzaju ekranów. W drugiej części pracy omówiono natomiast metodykę badań impedancji sprzężeniowej i podano uzyskane z pomiarów dużej liczby próbek o różnej budowie optymalne parametry konstrukcyjne symetrycznych oplotów. W oparciu o wspomniane dane opracowano nomogram do projektowania oplotów o budowie optymalnej, a własności sprzężeniowe kilku takich oplotów porównano z analogicznymi własnościami dotychczas stosowanych oplotów o dużej gęstości.

2. PRZENIKANIE POLA MAGNETYCZNEGO QUASISTACJONARNEGO PRZEZ WIELODRUTOWE EKRANY PRZEWODÓW WSPÓŁOSIOWYCH

2.1. Ekran z równoległych do osi przewodu pojedynczych drutów

Z punktu widzenia struktury geometrycznej najprostszym ekranem wielodrutowym jest obwój o kącie 90°, to znaczy ekran z równoległych do osi toru współosiowego pojedynczych drutów o przekroju poprzecznym kołowym. Z uwagi na prostotę struktury analiza przenikania pola magnetycznego quasistacjonarnego przez taki ekran jest także najprostsza, co umożliwia zastosowanie różnych środków analizy matematycznej i wybór optymalnej metody, która najszybciej prowadzi do celu, również w przypadkach struktur bardziej skomplikowanych.

Jak już wspomniano — celem analizy jest zbadanie możliwości optymalizacji struktury ekranu, to znaczy znalezienie takiej struktury, przy której przenikanie pola magnetycznego poprzez ekran jest najmniejsze. Ze względu na zakres zastosowania ekranu cel ten ma być osiągnięty w paśmie wielkich częstotliwości, w którym przenikanie pola magnetycznego w pełni charakteryzuje indukcyjność sprzężeniowa ekranu. Zagadnienie sprowadza się wówczas do wyznaczenia indukcyjności sprzężeniowej ekranu w zakresie wielkich częstotliwości jako funkcji parametrów konstrukcyjnych ekranu i znalezienia takich parametrów, przy których wspomniana indukcyjność osiąga minimum.

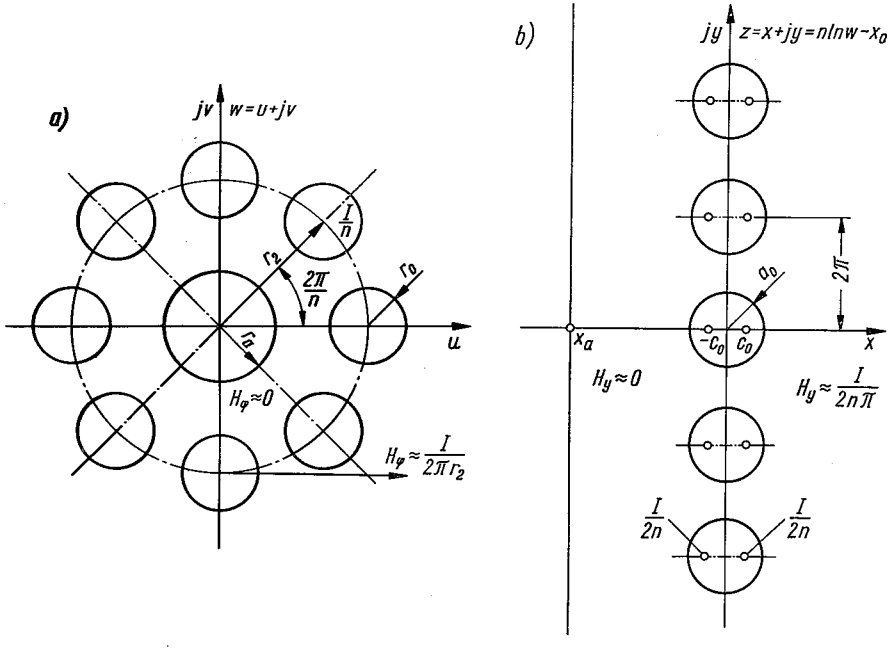
Ograniczenie analizy do zakresu wielkich częstotliwości upraszcza ją radykalnie. Z uwagi na bardzo małą głębokość wnikania prądu i pola elektromagnetycznego pod powierzchnię drutu można wówczas założyć, że prądy przewodzone przez poszczególne druty mają charakter prądów powierzchniowych, w związku z czym zgodnie z prawem Ampere'a pole magnetyczne wewnątrz drutów jest równe zeru. Konsekwencją tego faktu jest znikanie składowej natężenia pola magnetycznego normalnej do powierzchni dowolnego drutu w jego otoczeniu zewnętrznym, o czym można się przekonać stosując prawo Gaussa do takiej powierzchni.

W rezultacie wektor natężenia pola magnetycznego w zewnętrznym otoczeniu drutów jest zawsze styczny do powierzchni drutów, a więc ślady tych powierzchni na płaszczyźnie prostopadłej do osi symetrii drutów są liniami sił pola magnetycznego i liniami ekwipotencjalnymi potencjału wektorowego. Pomijając zmiany potencjału wektorowego wzdłuż osi drutów jako bardzo małe wobec zmian w płaszczyźnie prostopadłej do osi drutów można rozpatrywać pole magnetyczne w otoczeniu drutów jako pole dwuwymiarowe, dające się aproksymować polem skończonej liczby źródeł liniowych [10].

Jeżeli bezpośrednia aproksymacja pola magnetycznego wielkiej częstotliwości, wytwarzanego przez rozpatrywany ekran, jest utrudniona z uwagi na złożoną strukturę geometryczną śladu tego ekranu na płaszczyźnie prostopadłej do jego osi symetrii, to wspomnianą strukturę można odwzorować konforemnie na inną, prostszą strukturę, w której aproksymacja staje się łatwiejsza. Wykorzystuje się przy tym fakt, że równanie Laplace'a, jakie spełnia dwuwymiarowy potencjał wektorowy w zewnętrznym otoczeniu drutów ekranu, jest niezmiennicze wobec odwzorowania konforemnego. Ponadto niezmiennicze są również prądy całkowite przewodzone przez poszczególne druty i strumienie magnetyczne [8], co daje

możliwość obliczania indukcyjności własnej lub wzajemnej rozpatrywanego ekranu przy wykorzystaniu uzyskanego za pomocą odwzorowania konforemnego obrazu, bez konieczności powrotu do struktury wyjściowej.

Opisana procedura może być z powodzeniem zastosowana do analizy przenikania pola magnetycznego quasistacjonarnego z zewnętrznego otoczenia do wnętrza toru współosiowego poprzez ekran z równoległych do osi toru pojedynczych drutów. Założymy, że żyła zewnętrzna rozpatrywanego toru współosiowego składa się z dużej liczby n równoległych do osi toru drutów, o promieniu przekrojów poprzecznych r_0, równomiernie rozmieszczonych na okręgu o promieniu r_2 przechodzącym przez osie symetrii drutów. Ślad takiego toru na prostopadłej do jego osi symetrii płaszczyźnie, którą będziemy uważać za płaszczyznę zmiennej zespolonej $w = u+jv$, przedstawiony jest na rys. 3a. Oś symetrii toru, będąca jednocześnie osią symetrii żyły wewnętrznej o promieniu r_a, przecina płaszczyznę w w punkcie $w = 0$.



Rys. 3. Przekrój poprzeczny żyły zewnętrznej toru współosiowego, składającej się z równoległych do osi toru drutów (*a*) i odwzorowanie tego przekroju (*b*)

Dla uproszczenia analizy ślad toru na płaszczyźnie w odwzorujemy konforemnie za pomocą funkcji

$$z = n\ln w - x_o, \tag{7}$$

w której

$$x_o = \frac{n}{2}\ln(r_2^2 - r_o^2), \tag{8}$$

na strukturę periodyczną na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z, przedstawioną w przybliżeniu na rys. 3b. Przy takim odwzorowaniu, przybliżonym obrazem okręgu o promieniu r_0, położonego na płaszczyźnie w, którego środek symetrii znajduje się w punkcie $w = r_2$, jest okrąg o promieniu

$$a_o = \frac{n}{2} \ln \frac{r_2 + r_o}{r_2 - r_o} \approx \frac{nr_o}{r_2} \tag{9}$$

i środku symetrii umiejscowionym w punkcie $z = 0$ na płaszczyźnie z; ślad powierzchni żyły wewnętrznej o promieniu r_a na płaszczyźnie w odwzorowuje się natomiast na prostą równoległą do osi y i przecinającą oś x w punkcie $x_a = n \ln r_a - x_o$.

Przybliżonymi odwzorowaniami sąsiednich okręgów położonych na płaszczyźnie w są okręgi o jednakowych promieniach a_o na płaszczyźnie z, lecz o środkach symetrii położonych w punktach $z = \pm j2\pi$ itd., w wyniku czego przybliżonym obrazem śladu z rys. 3a żyły zewnętrznej toru współosiowego jest zespół n równomiernie rozmieszczonych okręgów o promieniach a_o i środkach położonych na osi y. Ze względu na niejednoznaczność odwzorowania każdemu następnemu przyrostowi kąta na płaszczyźnie w o kąt pełny odpowiada opisany już obraz na płaszczyźnie z, lecz przesunięty wzdłuż osi y o $2n\pi$, a zatem obraz ten należy traktować jako fragment struktury nieskończonej, którą można rozpatrywać jako ślad na płaszczyźnie z nieskończenie długiego szeregu prostopadłych do tej płaszczyzny drutów o promieniach przekroju poprzecznego a_o. Lewej półpłaszczyźnie z odpowiada wnętrze śladu na płaszczyźnie w toru współosiowego o żyle zewnętrznej wielodrutowej, natomiast prawej półpłaszczyźnie z odpowiada zewnętrzne otoczenie tego śladu.

Jeżeli żyła zewnętrzna wielodrutowa przewodzi prąd zakłócający I, a więc każdy z jej drutów prąd I/n, to w dużej odległości r od osi s symetrii toru, wielokrotnie większej od promienia r_2, natężenie pola magnetycznego będzie mieć tylko jedną składową H_φ, zgodnie z prawem Ampere'a równą ilorazowi $I:(2\pi r)$. Potencjał wektorowy takiego pola ma wówczas także tylko jedną składową A_s, określoną tak samo, jak w przypadku pojedynczego prądu liniowego, prostopadłego do płaszczyzny w i przecinającego tę płaszczyznę w punkcie $w = 0$:

$$A_s = -\frac{I}{2\pi} \ln r. \tag{10}$$

Kierunek wektora potencjału wyznacza kierunek przepływu prądu; ten ostatni będziemy uważać za dodatni wtedy, gdy prąd płynie w kierunku wzrostu współrzędnej s.

Dla ułatwienia przekształceń matematycznych wprowadza się pojęcie potencjału zespolonego, zdefiniowanego w następujący sposób [8]:

$$Z(w) = X(u, v) + jY(u, v) = -j \frac{I}{2\pi} \ln w. \tag{11}$$

Nietrudno sprawdzić, że składowa urojona tego potencjału jest tożsamościowo równa potencjałowi wektorowemu A_s pola magnetycznego, natomiast jego składowa rzeczywista jest potencjałem skalarnym pola magnetycznego.

Znając potencjał zespolony (11) pola magnetycznego żyły zewnętrznej wielodrutowej na płaszczyźnie w w dużej odległości od tej żyły, a ponadto znając funkcję (7) odwzorowującą ślad toru na tej płaszczyźnie na strukturę periodyczną z rys. 3b, można przez podsta-

wienie związku (7) do wyrażenia (11) uzyskać potencjał zespolony pola magnetycznego w prawej półpłaszczyźnie z przy $x \to \infty$. Z dokładnością do stałej addytywnej potencjał ten będzie równy:

$$Z(z) = -j\frac{Iz}{2n\pi}. \tag{12}$$

Różniczkując potencjał zespolony $Z(z)$ względem zmiennej z otrzymuje się wielkość zespoloną $H^*(z)$ sprzężoną z natężeniem pola magnetycznego [8]:

$$H^*(z) = \frac{dZ(z)}{dz}. \tag{13}$$

W myśl związku (12) pole magnetyczne w prawej półpłaszczyźnie z jest więc przy dużych, dodatnich wartościach x polem jednorodnym o natężeniu $I:(2n\pi)$, skierowanym wzdłuż osi y.

Pole magnetyczne zewnętrzne przenika częściowo do wnętrza toru współosiowego przez szczeliny pomiędzy drutami, jednakże w dużej odległości od żyły zewnętrznej przy $w \to 0$ jego natężenie powinno być bliskie zeru. Oznacza to, że w lewej półpłaszczyźnie z przy $x \to -\infty$ pole magnetyczne winno znikać.

Prąd całkowity I/n każdego z drutów żyły zewnętrznej jest niezmiennikiem odwzorowania konforemnego, w związku z czym prąd całkowity każdego drutu nieskończonego szeregu, którego ślad przedstawiony jest na rys. 3b, jest także równy I/n. Z uwagi na wpływ pola magnetycznego, wytwarzanego przez prądy sąsiednich drutów, bardzo silny przy małych odległościach drutów, linie ekwipotencjalne potencjału wektorowego mają kształt zbliżony do linii sił pola magnetycznego dwóch identycznych źródeł liniowych. Dla uzyskania możliwie dokładnego modelu pola należy zatem prąd całkowity każdego drutu zastąpić dwoma prądami liniowymi o natężeniu $I/2n$ i o współrzędnych $x = \pm c_o$ oraz $y = 2m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \ldots$), jak to uwidoczniono na rys. 3b.

Sumując potencjały zespolone pola magnetycznego poszczególnych prądów liniowych otrzymuje się wypadkowy potencjał zespolony struktury periodycznej z rys. 3b:

$$\begin{aligned} Z_o(z) &= -j\frac{I}{4n\pi}[\ln(z-c_o)+\ln(z-c_o+j2\pi)+\ln(z-c_o-j2\pi)+ \\ &+\ln(z-c_o+j4\pi)+\ln(z-c_o-j4\pi)+\ldots+\ln(z+c_o)+\ln(z+c_o+j2\pi)+ \\ &+\ln(z+c_o-j2\pi)+\ldots] = -j\frac{I}{4n\pi}\Bigg\{2\ln 2+2\sum_{m=1}^{\infty}\ln(2m\pi)^2+ \\ &+\ln\frac{z-c_o}{2}\prod_{m=1}^{\infty}\left[1+\left(\frac{z-c_o}{2m\pi}\right)^2\right]+\ln\frac{z+c_o}{2}\prod_{m=1}^{\infty}\left[1+\left(\frac{z+c_o}{2m\pi}\right)^2\right]\Bigg\}. \end{aligned} \tag{14}$$

Wykorzystując zależność:

$$\operatorname{sh} w = w\prod_{m=1}^{\infty}\left(1+\frac{w^2}{m^2\pi^2}\right) \tag{15}$$

można z dokładnością do stałej addytywnej przedstawić potencjał zespolony pola zespołu źródeł liniowych z rys. 3b, które nazwiemy polem pierwotnym, w następującej postaci:

$$Z_o(z) = -j\frac{I}{4n\pi}\ln 4\left(\operatorname{sh}\frac{z-c_o}{2}\operatorname{sh}\frac{z+c_o}{2}\right) = -j\frac{I}{4n\pi}\ln 2(\operatorname{ch}z-\operatorname{ch}c_o). \tag{16}$$

Rachunek z dokładnością do stałej jest całkowicie wystarczający, gdyż pochodna stałej jest zerem, a więc pole magnetyczne jest określone jednoznacznie.

Parametr c_o należy tak dobrać, ażeby odpowiednia linia ekwipotencjalna składowej urojonej Y_o potencjału zespolonego $Z_o(z)$ pola pierwotnego była możliwie najbardziej zbliżona do okręgu o promieniu a_o i środku symetrii położonym w początku układu $z = 0$, bowiem przy dużych częstotliwościach składowa Y_o (potencjał wektorowy pola magnetycznego) przyjmuje, praktycznie rzecz biorąc, wartości stałe na powierzchniach przewodzących. Można na przykład zażądać, ażeby potencjał wektorowy Y_o przyjmował jednakowe wartości w punktach $z = a_0$ oraz $z = ja_o$, a wówczas wspomniany parametr będzie określony zależnością:

$$\operatorname{ch}c_o = \frac{1}{2}(\operatorname{ch}a_o+\cos a_o). \tag{17}$$

Różniczkując potencjał $Z_o(z)$ względem zmiennej z otrzymuje się wartość sprzężoną H_o^* z natężeniem pola magnetycznego piewotnego:

$$H_o^*(z) = -j\frac{I}{4n\pi}\cdot\frac{\operatorname{sh}z}{\operatorname{ch}z-\operatorname{ch}c_o}, \tag{18}$$

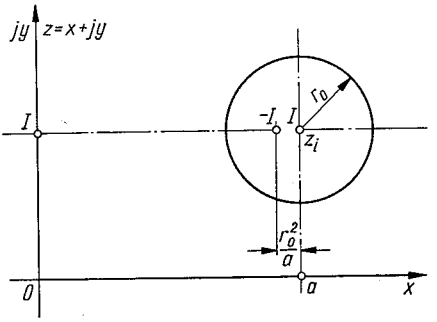
a zatem natężenie H_o wypadkowego pola wszystkich prądów liniowych z rys. 3b przy dużych wartościach bezwzględnych x przyjmuje wartość $I:(4n\pi)$ w prawej półpłaszczyźnie z oraz wartość $-I:(4n\pi)$ w lewej półpłaszczyźnie z. Ażeby otrzymać wypadkowe pole magnetyczne o natężeniu $I:(2n\pi)$ w prawej półpłaszczyźnie z i jednocześnie brak pola magnetycznego w lewej półpłaszczyźnie z przy dużych bezwzględnych wartościach x należy więc strukturę periodyczną z rys. 3b umieścić w jednorodnym, dodatkowym polu magnetycznym o natężeniu $I:(4n\pi)$ i o potencjale zespolonym

$$Z_1(z) = -j\frac{Iz}{4n\pi}. \tag{19}$$

Umieszczenie drutu o promieniu a_o w jednorodnym zmiennym w czasie polu magnetycznym, skierowanym prostopadle do jego osi symetrii, spowoduje pojawienie się w tym drucie prądów wirowych, które wytworzą w zewnętrznym otoczeniu drutu własne pole magnetyczne, tak zwane pole reakcji. Ażeby wyznaczyć potencjał tego pola przeanalizujemy wpływ zmiennego pola magnetycznego pojedynczego prądu liniowego o natężeniu I na idealnie przewodzący cylinder o promieniu przekroju poprzecznego r_o, którego oś symetrii, równoległa do prądu liniowego, przecina pod kątem prostym płaszczyznę z w punkcie $z = z_i$, a odległość tej osi od punktu przecięcia prądu liniowego z płaszczyzną z wynosi a (rys. 4). Dla uproszczenia założymy, że przed umieszczeniem w zmiennym polu magnetycznym cylinder nie przewodził prądu, co jak się później okaże, nie ma wpływu na rachunek.

Zmienne pole magnetyczne o bardzo dużej częstotliwości, wytworzone przez prąd liniowy I, wywoła pojawienie się na powierzchni idealnie przewodzącego cylindra prądów powierzchniowych, których kierunek zgodnie z regułą Lenza będzie przeciwny do prądu I na części powierzchni zwróconej w stronę tego prądu i zgodny z prądem I na części powierzchni zwróconej w stronę przeciwną, przy czym suma tych prądów dla całej powierzchni cylindra jest równa zeru. W myśl metody obrazów elektrycznych pole magnetyczne reakcji wytwarzane przez te prądy w zewnętrznym otoczeniu cylindra pokrywa się z polem magnetycznym dwóch prądów liniowych $+I$ oraz $-I$ (dipola liniowego), z których pierwszy umiejscowiony jest na osi cylindra ($z = z_i$), a drugi w odległości r_o^2/a od tej osi na odcinku prostej łączącej tę oś z zewnętrznym prądem liniowym wytwarzającym pierwotne pole magnetyczne. Potencjał zespolony $Z_{2i}(z)$ pola reakcji cylindra przewodzącego na pole prądu liniowego można więc zgodnie z rys. 4 przedstawić w postaci:

$$Z_{2i}(z) = -j\frac{I}{2\pi}\left[\ln(z-z_i)-\ln\left(z-z_i+\frac{r_o^2}{a}\right)\right] = j\frac{I}{2\pi}\ln\left[1+\frac{r_o^2}{a(z-z_i)}\right]. \tag{20}$$



Rys. 4. Reakcja idealnie przewodzącego cylindra na zmienne pole magnetyczne wytwarzane przez prąd liniowy

Przy dużej odległości a prądu liniowego i cylindra przewodzącego pole magnetyczne o natężeniu $I:(2\pi a)$, wytwarzane na osi cylindra przez wspomniany prąd może być traktowane jak pole jednorodne o natężeniu $H_1(z)$, w związku z czym po zastosowaniu w wyrażeniu (20) przybliżonego logarytmowania otrzymuje się następującą zależność potencjału pola reakcji od natężenia pola pierwotnego i wymiarów cylindra:

$$Z_{2i}(z) = H_1(z)\cdot\frac{r_o^2}{z-z_i}. \tag{21}$$

Zgodnie z ostatnią zależnością potencjał Z_2 (z) pola magnetycznego reakcji m-tego drutu o promieniu a_o z rys. 3b na pole jednorodne o potencjale (19) będzie równy:

$$Z_{2m}(z) = j\frac{I}{4n\pi}\cdot\frac{a_0{}^2}{z-j2m\pi}. \tag{22}$$

Potencjał zespolony $Z_2(z)$ pola reakcji siatki równoległych drutów nie jest równy sumie potencjałów (22) pola reakcji poszczególnych drutów, gdyż ślad pojedynczego drutu na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z nie byłby wówczas linią ekwipotencjalną potencjału wektorowego $Y = Y_o+Y_1+Y_2$ wypadkowego pola magnetycznego. Ażeby otrzymać

przybliżoną wartość potencjału $Z_2(z)$ należy zmniejszyć sumę wyrażeń typu (22) a_1 razy, przy czym współczynnik a_1 powinien być tak dobrany, żeby $Y_1(a_o, 0)+Y_2(a_o, 0) = 0$, bowiem wówczas odpowiednie linie ekwipotencjalne wypadkowego pola o potencjale zespolonym $Z = Z_o+Z_1+Z_2$ są najbardziej zbliżone do okręgów o promieniach a_o. Mnożąc wyrażenie (22) przez współczynnik a_1 i sumując potencjały $a_1 Z_{2m}$ pola reakcji wszystkich drutów otrzymuje się następujący rezultat:

$$Z_2(z) = -\frac{a_0^2 a_1 I}{8n\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{j\frac{z}{2}+m\pi} = j\frac{a_0^2 a_1 I}{8n\pi} \operatorname{cth}\frac{z}{2}. \tag{23}$$

Sumując składowe urojone potencjału Z_1 pola dodatkowego i potencjału Z_2 pola reakcji przy $z = a_o$ otrzymuje się wartość współczynnika a_1:

$$a_1 = \frac{2}{a_o} \operatorname{th}\frac{a_o}{2}, \tag{24}$$

wobec czego wypadkowy potencjał zespolony pola magnetycznego w otoczeniu płaskiego modelu z rys. 3b żyły zewnętrznej wielodrutowej z rys. 3a będzie równy:

$$Z(z) = -j\frac{I}{4n\pi}\left[\ln 2(\operatorname{ch} z-\operatorname{ch} c_o)+z-a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2} \operatorname{cth}\frac{z}{2}\right]. \tag{25}$$

Do wyznaczenia indukcyjności sprzężeniowej L_s żyły zewnętrznej wielodrutowej o budowie zgodnej z rys. 3a niezbędna jest znajomość strumienia magnetycznego Φ wnikającego do wnętrza toru współosiowego, równego strumieniowi magnetycznemu przenikającemu z prawej półpłaszczyzny z do obszaru położonego w lewej półpłaszczyźnie z między osią y i równoległą do niej prostą, przecinającą oś x w punkcie x_a (prosta ta jest odwzorowaniem śladu na płaszczyźnie w żyły wewnętrznej toru). Wspomniany strumień jest iloczynem różnicy potencjałów $Y(-a_o, 0)-Y(x_a, 0)$, w myśl związków (17) i (25) równych $(-x_a \gg a_o)$:

$$Y(-a_o, 0) = -\frac{I}{4n\pi} \ln(\operatorname{ch} a_o-\cos a_o), \tag{26}$$

$$Y(x_a, 0) \approx -\frac{I}{4n\pi} a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2} \tag{27}$$

oraz przenikalności magnetycznej μ_o dielektryka wypełniającego tor, w związku z czym indukcyjność sprzężeniowa L_s jest określona zależnością:

$$L_s = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_o}{4n\pi}\left[a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2} - \ln(\operatorname{ch} a_o-\cos a_o)\right]. \tag{28}$$

Uzyskana zależność wskazuje, że indukcyjność sprzężeniowa osiąga minimum przy ściśle określonej gęstości optycznej żyły zewnętrznej wielodrutowej z rys. 3a. Położenie minimum można określić po zróżniczkowaniu wyrażenia (28) i przyrównaniu pochodnej do zera, w wyniku czego otrzymuje się równanie:

$$\frac{\operatorname{sh} a_o+a_o}{\operatorname{ch} a_o+1} = \frac{\operatorname{sh} a_o+\sin a_o}{\operatorname{ch} a_o-\cos a_o}. \tag{29}$$

Przybliżonym rozwiązaniem tego równania jest $a_0 = 1{,}83$, a zatem optymalna gęstość optyczna a_0/π żyły zewnętrznej wielodrutowej o budowie zgodnej z rys. 3a jest równa 0,582.

Istnienie optymalnej gęstości optycznej żyły zewnętrznej wielodrutowej, przy której indukcyjność sprzężeniowa osiąga minimum, jest następstwem współdziałania dwóch zjawisk fizycznych: zjawiska przenikania pola magnetycznego przez szczeliny między drutami i zjawiska bliskości. Jest rzeczą oczywistą, że przenikanie pola przez szczeliny jest tym mniejsze, im węższe są te szczeliny i z tego powodu przy bardzo małych gęstościach optycznych żyły zewnętrznej wielodrutowej indukcyjność sprzężeniowa szybko maleje w miarę zmniejszania się odległości między drutami. Wraz ze zmniejszaniem się odległości między drutami potęguje się jednak oddziaływanie zmiennego pola magnetycznego wytworzonego przez sąsiednie druty na rozkład gęstości prądu na powierzchni każdego drutu (zjawisko bliskości), w następstwie czego rośnie gęstość prądu i natężenie pola magnetycznego na powierzchni wewnętrznej żyły zewnętrznej. W rezultacie przy określonej gęstości optycznej uzyskuje się najmniejszą indukcyjność sprzężeniową żyły zewnętrznej wielodrutowej, a dalsze zwiększanie gęstości optycznej powoduje wzrost tej indukcyjności z uwagi na dominujący wpływ zjawiska bliskości. Ilustracją tego rodzaju zależności indukcyjności sprzężeniowej od gęstości optycznej są wyniki obliczeń, uzyskane z zależności (28) dla toru współosiowego z żyłą zewnętrzną jak na rys. 3a o wymiarach $r_2 = 1{,}55$ mm oraz $r_0 = 0{,}075$ mm i przytoczone w tablicy 1.

Tablica 1

Zależność jednostkowej indukcyjności sprzężeniowej żyły zewnętrznej wielodrutowej od liczby drutów i współczynnika gęstości optycznej

n	k_0	L_s nH/m
8	0,123	24,64
16	0,246	4,97
32	0,493	0,36
64	0,986	0,53

Zastosowana wyżej metoda, bazująca na wykorzystaniu przybliżonego odwzorowania konforemnego, nie nadaje się do stosowania w przypadkach torów współosiowych, których ekrany wielodrutowe zbudowane są z nawiniętych spiralnie drutów, bowiem pole magnetyczne wokół takich ekranów nie jest już polem dwuwymiarowym, lecz trójwymiarowym. Wynika stąd konieczność poszukiwania innej metody przybliżonej, która dawałaby praktycznie takie same rezultaty i byłaby stosowalna w przypadku ekranów ze spiralnie nawiniętych drutów.

Przy rozpatrywaniu zjawisk elektromagnetycznych zachodzących w jednolitej, cylindrycznej żyle zewnętrznej powszechnie przyjmowane jest uproszczenie, polegające na pominięciu krzywizny tej żyły [5, 11], praktycznie nie wpływające na rezultaty analizy. Odpowiednikiem takiego uproszczenia w przypadku żyły zewnętrznej wielodrutowej byłoby

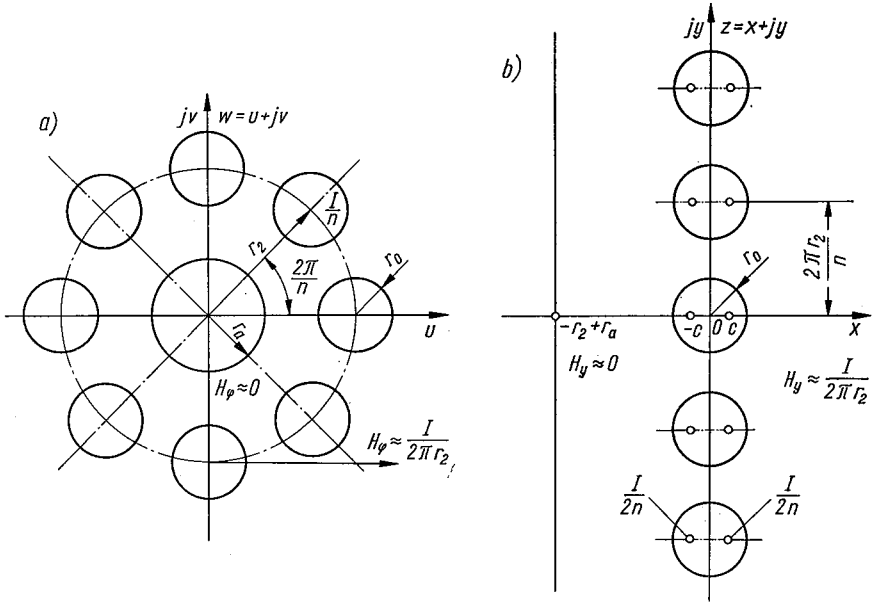
pominięcie krzywizny okręgu o promieniu r_2, jak gdyby okrąg ten stanowił odcinek o długości $2\pi r_2$ prostej, wzdłuż której w jednakowych odstępach równych $(2\pi r_2):n$ rozmieszczone są druty o promieniach r_o. Obraz żyły zewnętrznej wielodrutowej z równoległych do osi toru drutów, uzyskany w wyniku pominięcia krzywizny okręgu o promieniu r_2, przedstawiony jest na rys. 5b.

Jest rzeczą oczywistą, że jednocześnie ze zmianą geometrii żyły zewnętrznej należy także zmienić geometrię pola magnetycznego, zastępując pole poprzeczne o natężeniu H_φ w zewnętrznym otoczeniu żyły polem jednorodnym w prawej półpłaszczyźnie z (przy $x \to \infty$), którego natężenie winno być równe natężeniu pola poprzecznego w bezpośrednim sąsiedztwie żyły, to znaczy

$$H_y \approx \frac{I}{2\pi r_2}. \tag{30}$$

W lewej półpłaszczyźnie z, w dużej odległości od uproszczonego obrazu żyły wielodrutowej, pole magnetyczne winno znikać, podobnie jak wewnątrz żyły wielodrutowej.

Przyjmiemy tak jak poprzednio, że żyła zewnętrzna wielodrutowa przewodzi prąd zakłócający I, a więc każdy z jej drutów — prąd o natężeniu I/n, który zastąpimy dwoma prądami liniowymi o natężeniach $I:(2n)$, ulokowanymi w punktach o odciętych $\pm c$ (rys. 5b).



Rys. 5. Przekrój poprzeczny żyły zewnętrznej toru współosiowego, składającej się z równoległych do osi toru drutów przed (*a*) i po (*b*) pominięciu krzywizny okręgu o promieniu r_2

Wypadkowy potencjał zespolony $Z_o(z)$ pola magnetycznego wszystkich prądów liniowych z rys. 5b, czyli potencjał tak zwanego pola pierwotnego, jest sumą potencjałów zespolonych poszczególnych prądów liniowych:

$$Z_o(z) = j\frac{I}{4n\pi}\left[\ln(z-c)+\ln\left(z-c+j\frac{2\pi r_2}{n}\right)+\ln\left(z-c-j\frac{2\pi r_2}{n}\right)+\ln\left(z-c+j\frac{4\pi r_2}{n}\right)+\right.$$

$$\left.+\ln\left(z-c-j\frac{4\pi r_2}{n}\right)+\ldots+\ln(z+c)+\ln\left(z+c+j\frac{2\pi r_2}{n}\right)+\ln\left(z+c-j\frac{2\pi r_2}{n}\right)+\ldots\right]=$$

$$= -j\frac{I}{4n\pi}\left\{2\ln\frac{2r_2}{n}+4\sum_{m=1}^{\infty}\ln\frac{2m\pi r_2}{n}+\ln\frac{n(z-c)}{2r_2}\prod_{m=1}^{\infty}\left[1+\left(\frac{n(z-c)}{2m\pi r_2}\right)^2\right]+\right.$$

$$\left.+\ln\frac{n(z+c)}{2r_2}\prod_{m=1}^{\infty}\left[1+\left(\frac{n(z+c)}{2m\pi r_2}\right)^2\right]\right\}. \tag{31}$$

Z dokładnością do stałej addytywnej można ten potencjał przedstawić w postaci:

$$Z_o(z) = -j\frac{I}{4n\pi}\ln\left[4\operatorname{sh}\frac{n(z-c)}{2r_2}\operatorname{sh}\frac{n(z+c)}{2r_2}\right] =$$

$$= -j\frac{I}{4n\pi}\ln 2\left(\operatorname{ch}\frac{nz}{r_2}-\operatorname{ch}\frac{nc}{r_2}\right). \tag{32}$$

Parametr c podobnie jak poprzednio można dobrać tak, żeby składowa urojona Y_0 potencjału $Z_o(z)$ przyjmowała jednakowe wartości w dwóch punktach $z = r_o$ oraz $z = jr_o$ okręgu będącego śladem jednego z drutów na płaszczyźnie z. Wprowadzając wielkości pomocnicze a_o i c_o, zdefiniowane w następujący sposób:

$$a_o = \frac{nr_o}{r_2}, \tag{33}$$

$$c_o = \frac{nc}{r_2}, \tag{34}$$

otrzymuje się wówczas zależność, identyczną ze związkiem (17), umożliwiającą określenie parametru c.

Wartość sprzężoną H_o^* z natężeniem pola magnetycznego pierwotnego wyznacza się w myśl relacji (13) przez zróżniczkowanie potencjału $Z_o(z)$ względem zmiennej z:

$$H_o^*(z) = -j\frac{I}{4\pi r_2}\cdot\frac{\operatorname{sh}\frac{nz}{r_2}}{\operatorname{ch}\frac{nz}{r_2}-\operatorname{ch}c_o}. \tag{35}$$

Przy dużych wartościach bezwzględnych x natężenie pola pierwotnego przyjmuje więc wartość $I:(4\pi r_2)$ w prawej półpłaszczyźnie z oraz wartość $-I:(4\pi r_2)$ w lewej półpłaszczyźnie z. Ażeby otrzymać w tych samych warunkach odpowiednio wartość określoną związkiem (30) oraz natężenie pola równe zeru należy zatem obraz z rys. 5b umieścić w jednorodnym, dodatkowym polu magnetycznym o natężeniu $I:(4\pi r_2)$ oraz o potencjale zespolonym

$$Z_1(z) = -j\frac{Iz}{4\pi r_2} = -j\frac{I}{4n\pi}\cdot\frac{nz}{r_2}. \tag{36}$$

Zanurzeniu uproszczonego modelu żyły zewnętrznej wielodrutowej w polu poprzecznym jednorodnym o potencjale (36) towarzyszy pojawienie się prądów wirowych w poszczególnych drutach i wytwarzanego przez te prądy w zewnętrznym otoczeniu drutów pola magnetycznego reakcji. Zgodnie ze związkiem (21) potencjał $Z_{2m}(z)$ pola reakcji m-tego drutu wyraża się zależnością:

$$Z_{2m}(z) = j\frac{I}{4\pi r_2}\cdot\frac{r_o^2}{z-j\dfrac{2m\pi r_2}{n}}. \tag{37}$$

Podobnie jak poprzednio, wypadkowy potencjał zespolony pola reakcji wszystkich drutów otrzymuje się w pierwszym przybliżeniu przez pomnożenie sumy potencjałów (37) pola reakcji poszczególnych drutów przez współczynnik korekcyjny a_1 zapewniający spełnienie równości:

$$Y_1(r_o, 0)+Y_2(r_o, 0) = 0. \tag{38}$$

Otrzymuje się wówczas związek:

$$Z_2(z) = a_1\sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_{2m}(z) = j\frac{a_0^2 a_1 I}{8n\pi}\operatorname{cth}\frac{nr_o}{2r_2}, \tag{39}$$

którego uwzględnienie w równości (38) daje wartość współczynnika korekcyjnego określoną przez zależność (24).

Wypadkowy potencjał zespolony pola magnetycznego w otoczeniu modelu z rys. 5b żyły zewnętrznej wielodrutowej jest sumą potencjałów zespolonych pola pierwotnego, pola dodatkowego i pola reakcji:

$$Z(z) = -j\frac{I}{4n\pi}\left[\ln 2\left(\operatorname{ch}\frac{nz}{r_2}-\operatorname{ch}c_o\right)+\frac{nz}{r_2}-a_o\operatorname{th}\frac{a_o}{2}\operatorname{cth}\frac{nz}{2r_2}\right]. \tag{40}$$

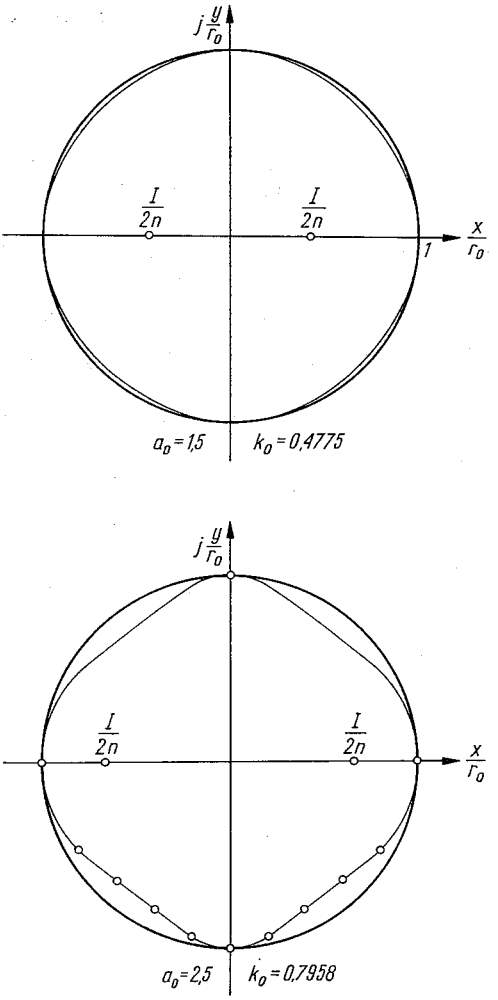
Składowa urojona tego potencjału w punktach $z = -r_0$ (powierzchnia żyły zewnętrznej wielodrutowej) oraz $z = -r_2+r \approx -r_2$ (powierzchnia żyły wewnętrznej) przyjmuje następujące wartości:

$$Y(-r_o, 0) = -\frac{I}{4n\pi}\ln 2\left(\operatorname{ch}\frac{nr_o}{r_2}-\operatorname{ch}c_o\right) = -\frac{I}{4n\pi}\ln(\operatorname{ch}a_o-\cos a_o), \tag{41}$$

$$Y(-r_2, 0) \approx -\frac{I}{4n\pi}a_o\operatorname{th}\frac{a_o}{2}, \tag{42}$$

identyczne z wartościami (26) i (27). Oznacza to, że strumień pola magnetycznego wnikającego do wnętrza toru, zdeterminowany przez różnicę wartości (41) i (42) potencjałów, jest identyczny z obliczonym przy wykorzystaniu przybliżonego odwzorowania konforemnego, a więc indukcyjność sprzężeniowa żyły zewnętrznej wielodrutowej po pominięciu krzywizny okręgu o promieniu r_2 nie ulega zmianie i wyraża się zależnością (28). Obydwie przedstawione wyżej metody przybliżone są zatem równorzędne i dają w wyniku identyczne zależności indukcyjności sprzężeniowej od gęstości żyły wielodrutowej oraz jednakową wartość optymalną parametru $a_o = 1{,}83$.

Jest rzeczą oczywistą, że wspomniana wartość optymalna parametru a_o, przy której indukcyjność sprzężeniowa żyły zewnętrznej wielodrutowej osiąga minimum, określa położenie tego minimum tylko z pewnym stopniem dokładności, ponieważ została wyznaczona przy wykorzystaniu metod przybliżonych. Dokładne położenie minimum można byłoby znaleźć tylko wówczas, gdyby linie ekwipotencjalne potencjału wektorowego Y wypadkowego pola magnetycznego pokrywały się z okręgami o promieniach r_o, będącymi śladami na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z powierzchni drutów żyły zewnętrznej.



Rys. 6. Kształt linii ekwipotencjalnych przybliżonego potencjału wektorowego pola magnetycznego pierwotnego żyły zewnętrznej z równoległych do osi toru współosiowego drutów (okręgi są śladami powierzchni drutów) przy różnej gęstości optycznej żyły

O wartości potencjału wektorowego wypadkowego pola żyły zewnętrznej wielodrutowej o małej gęstości optycznej decyduje potencjał wektorowy Y_o pola pierwotnego, w związku z czym kształt linii ekwipotencjalnych tego potencjału jest wskaźnikiem dokładności związ-

ku (28) indukcyjności sprzężeniowej z gęstością optyczną żyły zewnętrznej wielodrutowej poprzez parametr a_o. Przykłady takich linii dla dwóch wartości parametru a_o przedstawione są na rys. 6 wraz z okręgami o prominiach r_o. Na rysunku zaznaczono ponadto położenie prądów liniowych $I:(2n)$, którymi zastąpiono prąd całkowity I/n przewodzony przez każdy drut.

Zgodnie z rys. 6 linia ekwipotencjalna potencjału Y_o tylko nieznacznie różni się od okręgu o promieniu r_o przy wartości $a_o = 1{,}5$, co oznacza, że aproksymacja wypadkowego pola magnetycznego żyły zewnętrznej wielodrutowej za pomocą pola źródeł liniowych przy $a_o \leqslant 1{,}5$ jest dobra. Przy dużych wartościach a_o dokładność aproksymacji jest gorsza.

2.2. Ekran z równoległych do osi przewodu pasm dwudrutowych

Ekrany w postaci oplotów wykonywane są z przeplatających się wzajemnie pasm wielodrutowych. Z uwagi na przeplecenia druty w pasmie stykają się ze sobą praktycznie na całej długości, w związku z czym pasmo zachowuje się podobnie jak jednolity pasek metalowy o takiej samej szerokości. Z tego powodu własności sprzężeniowe ekranu wielodrutowego zależą od liczby drutów w pasmach.

Charakter zależności własności sprzężeniowych ekranu od liczby drutów w pasmie można wyjaśnić na przykładzie toru współosiowego, którego żyła zewnętrzna składa się z $n/2$ równoległych do osi symetrii toru pasm dwudrutowych, zawierających po dwa jednakowe druty o promieniu przekroju poprzecznego r_o i równomiernie rozmieszczonych na okręgu o promieniu r_2 przechodzącym przez osie symetrii drutów. Ślad takiej żyły zewnętrznej na płaszczyźnie przekroju poprzecznego toru, którą będziemy uważać za płaszczyznę zmiennej zespolonej, po pominięciu krzywizny okręgu o promieniu r_2 (po zastąpieniu okręgu odcinkiem o długości $2\pi r_2$ prostej o równaniu $x = 0$) przyjmuje kształt pokazany na rys. 7.

Rozmieszczone równomiernie wzdłuż odcinka prostej o długości $2\pi r_2$ pasma dwudrutowe ze stykających się ze sobą drutów o promieniu przekroju poprzecznego r_o (rys. 7) będziemy traktować jako fragment struktury nieskończonej, składającej się z takich pasm rozlokowanych wzdłuż całej osi urojonej w jednakowych, równych $(4\pi r_2):n$ odległościach, mierzonych pomiędzy osiami symetrii pasm. Założenie takie gwarantuje przybliżoną równoważność pola magnetycznego w otoczeniu żyły zewnętrznej z pasm dwudrutowych analogicznemu polu w otoczeniu płaskiej siatki z identycznych pasm.

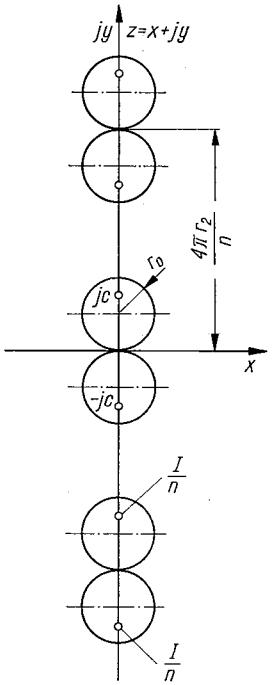
Podobnie jak poprzednio przyjmiemy, że żyła zewnętrzna przewodzi prąd zakłócający I, a więc każdy z jej drutów oraz każdy z drutów struktury z rys. 7 przewodzi prąd I/n, który w przypadku wspomnianej struktury zastąpimy prądem liniowym przecinającym oś urojoną płaszczyzny z w punkcie o rzędnej $\pm c \pm m\dfrac{4\pi r_2}{n}$ $(m = 0, 1, 2, \ldots)$. Potencjał zespolony pola magnetycznego pierwotnego płaskiego modelu żyły zewnętrznej z pasm dwudrutowych, równy sumie potencjałów zespolonych poszczególnych źródeł liniowych, wyrazi się wówczas zależnością:

$$Z_o(z) = -j\frac{I}{2n\pi}\ln\left[4\mathrm{sh}\frac{n(z+jc)}{4r_2}\,\mathrm{sh}\frac{n(z-jc)}{4r_2}\right] = -j\frac{I}{2n\pi}\ln 2\left(\mathrm{ch}\frac{nz}{2r_2}-\cos\frac{nc}{2r_2}\right) =$$

$$= -j\frac{I}{2n\pi}\ln 2\left(\mathrm{ch}\frac{a_o z}{r_o}-\cos c_o\right), \tag{43}$$

w której:

$$a_o = \frac{nr_o}{2r_2}; \qquad c_o = \frac{nc}{2r_2} = \frac{a_o c}{r_o}. \tag{44}$$



Rys. 7. Ślad żyły zewnętrznej toru współosiowego, składającej się z równoległych do osi toru pasm dwudrutowych, na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z po pominięciu krzywizny okręgu o promieniu r_2

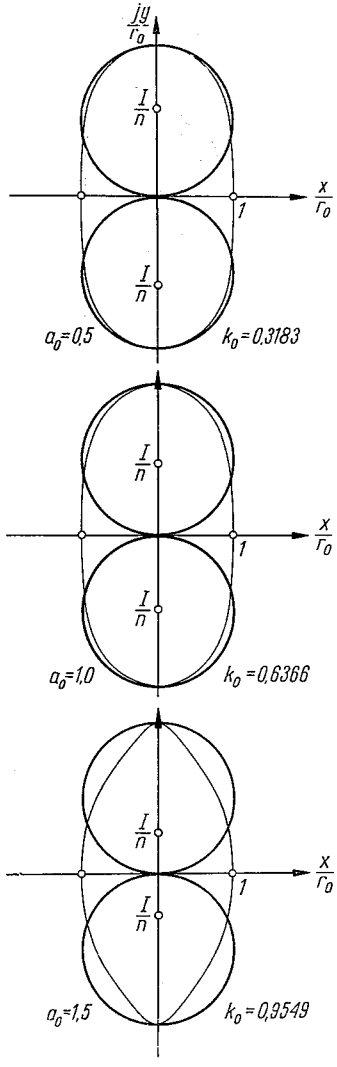
Przy niezbyt dużych gęstościach optycznych żyły zewnętrznej z pasm dwudrutowych linie ekwipotencjalne składowej urojonej Y_0 potencjału (43) pola pierwotnego dość dobrze naśladują ślady powierzchni drutów na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z przy takim doborze parametru c, przy którym wspomniana składowa przyjmuje jednakowe wartości w punktach $z = r_o$ oraz $z = j2r_o$ (por. rys. 8). Przyjęcie warunku $\mathrm{Im}Z_o(r_o) = \mathrm{Im}Z_o(j2r_o)$ daje wartość parametru c_o określoną przez następujący związek:

$$\cos c_o = \frac{1}{2}(\mathrm{ch}\,a_o + \cos 2a_o) \tag{45}$$

i zgodnie z rys. 8 jest równoważne zastąpieniu pasma dwudrutowego pojedynczym drutem owalnym o grubości $2r_o$ i szerokości $4r_o$.

Różniczkując potencjał (43) pola pierwotnego względem zmiennej z otrzymuje się wartość sprzężoną H_o^* z natężeniem tego pola:

$$H_o^*(z) = -j\frac{I}{4\pi r_2}\cdot\frac{\operatorname{sh}\dfrac{a_o z}{r_o}}{\operatorname{ch}\dfrac{a_o z^1}{r_o}-\cos c_o}. \tag{46}$$



Rys. 8. Kształt linii ekwipotencjalnych przybliżonego potencjału wektorowego pola magnetycznego pierwotnego żyły zewnętrznej z równoległych do osi toru współosiowego pasm dwudrutowych (okręgi są śladami powierzchni drutów) przy różnej gęstości optycznej żyły

Zgodnie z ostatnim związkiem przy dużych wartościach bezwzględnych x natężenie pola magnetycznego pierwotnego przyjmuje następujące wartości:

$$H_o(z) \underset{x \to \infty}{\to} j\frac{I}{4\pi r_2}; \qquad H_o(z) \underset{x \to -\infty}{\to} -j\frac{I}{4\pi r_2}. \tag{47}$$

Traktując zatem lewą półpłaszczyznę z jako odpowiednik wnętrza toru współosiowego, w którym natężenie pola w dużej odległości od żyły zewnętrznej winno być bliskie zeru, należy płaski model wspomnianej żyły umieścić w jednorodnym, dodatkowym polu magnetycznym o natężeniu $I:(4\pi r_2)$ oraz o potencjale zespolonym

$$Z_1(z) = -j\frac{I}{2n\pi}\cdot\frac{a_o z}{r_o}. \tag{48}$$

Umieszczenie płaskiej siatki pasm dwudrutowych w jednorodnym, poprzecznym polu magnetycznym o potencjale (48) powoduje pojawienie się w poszczególnych drutach wzdłużnych prądów wirowych, wytwarzających w otoczeniu zewnętrznym drutów poprzeczne pole reakcji. W myśl związków (21), (37) i (39) potencjał zespolony pola magnetycznego reakcji można przedstawić w postaci:

$$Z_2(z) = j\frac{I}{4n\pi}a_o^2 a_1\left[\operatorname{cth}\frac{a_o(z+jr_o)}{2r_o} + \operatorname{cth}\frac{a_o(z-jr_o)}{2r_o}\right] =$$

$$= j\frac{I}{2n\pi}\cdot\frac{a_o^2 a_1 \operatorname{sh}\frac{a_o z}{r_o}}{\operatorname{ch}\frac{a_o z}{r_o} - \cos a_o}. \tag{49}$$

Traktując pasmo dwudrutowe jak drut owalny o grubości $2r_o$ i szerokości $4r_o$ współczynnik korekcyjny a_1 należy dobrać tak, żeby spełniony był warunek $\operatorname{Im} Z_1(r_o) + \operatorname{Im} Z_2(r_o) = 0$, ponieważ wówczas linia ekwipotencjalna potencjału wektorowego wypadkowego pola magnetycznego będzie najbardziej zbliżona do przekroju poprzecznego wspomnianego drutu. Przytoczony warunek daje następującą wartość współczynnika a_1:

$$a_1 = \frac{\operatorname{ch} a_o - \cos a_o}{a_o \operatorname{sh} a_o}. \tag{50}$$

Zgodnie z zasadą superpozycji potencjał zespolony wypadkowego pola magnetycznego w otoczeniu płaskiej siatki pasm dwudrutowych jest sumą potencjałów zespolonych pola pierwotnego, pola dodatkowego i pola reakcji:

$$Z(z) = -j\frac{I}{2n\pi}\left[\ln 2\left(\operatorname{ch}\frac{a_o z}{r_o} - \cos c_o\right) + \frac{a_o z}{r_o} - \frac{a_o^2 a_1 \operatorname{sh}\frac{a_o z}{r_o}}{\operatorname{ch}\frac{a_o z}{r_o} - \cos a_o}\right]. \tag{51}$$

Składowa urojona tego potencjału w punktach $z = -r_o$ (powierzchnia drutu owalnego zastępującego pasmo dwudrutowe) oraz $z \approx -r_2$ (powierzchnia żyły wewnętrznej toru współosiowego) przyjmuje następujące wartości:

$$Y(-r_o, 0) = -\frac{I}{2n\pi}\ln 2(\mathrm{ch}\,a_o - \cos c_o) = -\frac{I}{2n\pi}\ln(\mathrm{ch}\,a_o - \cos 2a_o), \tag{52}$$

$$Y(-r_2) \approx \frac{I}{2n\pi}a_o^2 a_1 = \frac{I}{2n\pi}a_o\frac{\mathrm{ch}\,a_o - \cos a_o}{\mathrm{sh}\,a_o}, \tag{53}$$

których różnica determinuje wartość strumienia magnetycznego pola wnikającego do wnętrza toru współosiowego o jednostkowej długości. Modelująca wspomniany strumień jednostkowa indukcyjność sprzężeniowa toru współosiowego z żyłą zewnętrzną z równoległych do osi toru pasm dwudrutowych wyraża się więc zależnością:

$$L_s = \frac{\mu_o}{2n\pi}\left[a_o\frac{\mathrm{ch}\,a_o - \cos a_o}{\mathrm{sh}\,a_o} - \ln(\mathrm{ch}\,a_o - \cos 2a_o)\right], \tag{54}$$

w której a_0 jest parametrem określonym przez związek (44).

Zależność indukcyjności sprzężeniowej toru o żyle zewnętrznej z pasm dwudrutowych od parametru a_o ma charakter podobny do analogicznej zależności, uzyskanej dla toru z żyłą zewnętrzną z pojedynczych drutów. Przy ściśle określonej wartości a_o wspomniana indukcyjność osiąga minimum, a następnie wzrasta w miarę zwiększania się wartości bezwzględnej różnicy tego parametru i jego optymalnej wartości.

Wartość optymalną parametru a_o, przy której indukcyjność sprzężeniowa toru o żyle zewnętrznej z pasm dwudrutowych osiąga minimum, można wyznaczyć po zróżniczkowaniu prawej strony wyrażenia (54) i przyrównaniu pochodnej do zera. Otrzymuje się wówczas równanie:

$$\frac{\mathrm{ch}\,a_o - \cos a_o}{\mathrm{sh}\,a_o} + 2a_o\frac{\mathrm{sh}\,a_o \sin a_o + \mathrm{ch}\,a_o \cos a_o - 1}{\mathrm{ch}\,2a_o - 1} - \frac{\mathrm{sh}\,a_o + 2\sin 2a_o}{\mathrm{ch}\,a_o - \cos 2a_o} = 0, \tag{55}$$

którego przybliżonym rozwiązaniem jest $a_0 = 1{,}028$. Optymalna gęstość optyczna $\frac{2a_o}{\pi}$ żyły zewnętrznej z pasm dwudrutowych wynosi zatem w przybliżeniu 0,655 i jest nieco większa niż w przypadku żyły zewnętrznej z pojedynczych drutów.

Zwiększenie optymalnej gęstości żyły zewnętrznej toru współosiowego z pasm dwudrutowych w stosunku do analogicznego parametru żyły zewnętrznej z pojedynczych drutów wypływa z faktu, że pasmo dwudrutowe zachowuje się jak jednolity pasek metalowy o szerokości dwukrotnie większej od średnicy drutu. Nie trzeba bowiem dowodzić, że w takim przypadku oddziaływanie zjawiska bliskości na rozkład prądu na powierzchni drutów jest słabsze, w związku z czym zjawisko przenikania pola przez szczeliny między drutami dominuje w szerszym zakresie zmian gęstości optycznej żyły zewnętrznej.

Stosując metodę analogiczną do wyżej podanej można wykazać, że optymalna gęstość optyczna ekranu z równoległych do osi toru pasm wielodrutowych jest tym większa, im większa jest liczba drutów w pasmie.

2.3. Ekran o postaci obwoju z pojedynczych drutów

Przedmiotem analizy będzie obecnie żyła zewnętrzna toru współosiowego o postaci obwoju o średnim promieniu r_2, nawiniętego ze skokiem h z n pojedynczych drutów o promieniu przekroju poprzecznego r_0 na izolowaną żyłę wewnętrzną. Kąt ζ nawinięcia takiego obwoju określony jest zależnością (2).

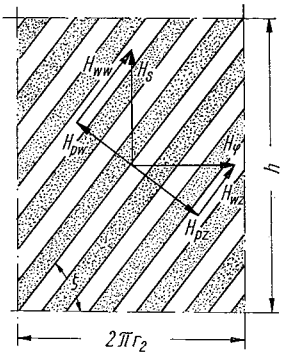
Traktując obwój jako warstwę przewodzącą w kierunku nawinięcia prąd zakłócający I otrzymuje się z równań elektromagnetyki składowe wektora natężenia pola magnetycznego wewnątrz toru współosiowego ($r \leqslant r_2$):

$$H_s = \frac{I}{h}, \tag{56}$$

i na zewnątrz toru ($r \geqslant r_2$):

$$H_\varphi = \frac{I}{2\pi r} \tag{57}$$

w cylindrycznym układzie współrzędnych r, φ, s, którego oś s pokrywa się z osią symetrii toru współosiowego. Po przecięciu obwoju równolegle do osi symetrii toru i rozwinięciu w płaską siatkę zgodnie z rys. 9 można zatem przyjąć, że w dużej odległości od siatki od strony wewnętrznej występuje pole magnetyczne jednorodne o natężeniu określonym przez zależność (56), natomiast od strony zewnętrznej — pole magnetyczne jednorodne o natężeniu określonym przez zależność (57) przy $r = r_2$.



Rys. 9. Obwój o długości jednego skoku h po rozwinięciu w płaską siatkę z pojedynczych drutów

Wektory H_s i H_φ, tworzące z osiami drutów płaskiej siatki kąty ζ oraz $\frac{\pi}{2} - \zeta$, wygodniej jest zastąpić składowymi wzdłużnymi, równoległymi do osi drutów i poprzecznymi, prostopadłymi do tych osi. Zgodnie z rys. 9 składowe poprzeczna i wzdłużna wektora H_s (wnętrze toru współosiowego) są równe:

$$H_{pw} = -\frac{I}{h}\cos\zeta = \frac{I}{2\pi r_2}\left(\sin\zeta - \frac{1}{\sin\zeta}\right), \tag{58}$$

$$H_{ww} = \frac{I}{h}\sin\zeta = \frac{I}{2\pi r_2}\cos\zeta, \tag{59}$$

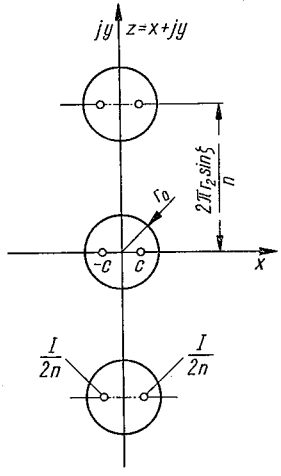
natomiast analogiczne składowe wektora H_φ (zewnętrzne otoczenie toru współosiowego) wynoszą:

$$H_{pz} = \frac{I}{2\pi r_2}\sin\zeta, \tag{60}$$

$$H_{wz} = \frac{I}{2\pi r_2}\cos\zeta = H_{ww}. \tag{61}$$

Można zatem uważać, że płaska siatka z pojedynczych drutów, uzyskana w wyniku rozwinięcia obwoju, zanurzona jest w jednorodnym polu magnetycznym wzdłużnym o natężeniu określonym przez zależność (61), natomiast w dużej odległości od siatki pole magnetyczne poprzeczne przechodzi stopniowo w pole jednorodne o natężeniu danym przez związek (58) po stronie wewnętrznej i przez związek (60) po stronie zewnętrznej. Podobnie jak poprzednio wycinek uwidoczniony na rys. 9 należy traktować jako fragment siatki nieograniczonej, o takich samych odstępach i średnicach drutów.

Pole magnetyczne w otoczeniu nieograniczonej siatki najwygodniej jest analizować metodą potencjału zespolonego, wybierając zgodnie z rys. 10 płaszczyznę przekroju poprzecznego siatki jako płaszczyznę zmiennej zespolonej z i przyjmując, że lewa półpłaszczyzna z odpowiada wnętrzu toru współosiowego, a prawa — jego zewnętrznemu otoczeniu.



Rys. 10. Przekrój poprzeczny rozwiniętego obwoju na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z

Konsekwencją założenia, że obwój z n drutów przewodzi prąd zakłócający o natężeniu I jest fakt, że każdy z drutów obwoju, a więc i każdy z drutów nieograniczonej siatki z rys. 10, przewodzi prąd o natężeniu I/n. Analogicznie jak wyżej zastąpimy każdy taki prąd dwoma prądami liniowymi o natężeniach $I:(2n)$, usytuowanymi w punktach o odciętych $\pm c$ i rzędnych będących całkowitą wielokrotnością odległości drutów równej $(2\pi r_2 \sin\zeta):n$ (rys. 10).

Potencjał zespolony pola magnetycznego pierwotnego, równy sumie potencjałów zespolonych wszystkich źródeł liniowych z rys. 10, wyrazi się zależnością:

$$Z_o(z) = -j\frac{I}{4n\pi}\left\{2\ln\frac{2r_2\sin\zeta}{n} + 4\sum_{m=1}^{\infty}\ln\frac{2m\pi r_2\sin\zeta}{n} + \right.$$

$$\left. +\ln\frac{n(z-c)}{2r_2\sin\zeta}\prod_{m=1}^{\infty}\left[1+\left(\frac{n(z-c)}{2m\pi r_2\sin\zeta}\right)^2\right] + \ln\frac{n(z+c)}{2r_2\sin\zeta}\prod_{m=1}^{\infty}\left[1+\left(\frac{n(z+c)}{2m\pi r_2\sin\zeta}\right)^2\right]\right\}. \quad (62)$$

Po wprowadzeniu wielkości pomocniczych a_o i c_o zdefiniowanych w następujący sposób:

$$a_o = \frac{nr_o}{r_2\sin\zeta}; \qquad c_o = \frac{a_o c}{r_o} = \frac{nc}{r_2\sin\zeta} \quad (63)$$

zależność (62) można z dokładnością do stałej addytywnej przedstawić w postaci:

$$Z_o(z) = -j\frac{I}{4n\pi}\ln\left[4\,\mathrm{sh}\frac{a_o(z-c)}{2r_o}\,\mathrm{sh}\frac{a_o(z+c)}{2r_o}\right] =$$

$$= -j\frac{I}{4n\pi}\ln 2\left(\mathrm{ch}\frac{a_o z}{r_o} - \mathrm{ch}\,c_o\right). \tag{64}$$

Stosując identyczne jak w p. 2.1 kryterium doboru położenia źródeł liniowych, parametr c_0 można wyznaczyć z równania (17). Taki dobór położenia źródeł liniowych gwarantuje, jak wiadomo, ekwipotencjalność punktów przecięcia śladów drutów na płaszczyźnie z z osią y oraz punktów o odciętych $x = \pm r_o$ tych śladów (rys. 6).

Wielkość sprzężoną z natężeniem pola magnetycznego pierwotnego otrzymuje się po zróżniczkowaniu potencjału zespolonego (64) względem zmiennej z:

$$H_o^*(z) = -j\frac{I}{4\pi r_2 \sin\zeta}\cdot\frac{\mathrm{sh}\dfrac{a_o z}{r_o}}{\mathrm{ch}\dfrac{a_o z}{r_o} - \mathrm{ch}\,c_o}. \tag{65}$$

Przy dużych wartościach bezwzględnych x pole pierwotne staje się zatem polem jednorodnym, o natężeniu $I:(4\pi r_2 \sin\zeta)$ w prawej półpłaszczyźnie z i o natężeniu $-I:(4\pi r_2 \sin\zeta)$ w lewej półpłaszczyźnie z.

Ponieważ pole magnetyczne wypadkowe (składowa poprzeczna) w dużej odległości od siatki przechodzi w pole jednorodne o natężeniu określonym przez wyrażenie (58), bądź przez wyrażenie (60), to rozpatrywaną siatkę należy umieścić w dodatkowym, jednorodnym polu poprzecznym o natężeniu

$$H_1 = j\frac{I}{4\pi r_2}\left(2\sin\zeta - \frac{1}{\sin\zeta}\right) \tag{66}$$

i o potencjale zespolonym

$$Z_1(z) = j\frac{I}{4n\pi}\cdot\frac{a_o z}{r_o}\cdot\cos 2\zeta. \tag{67}$$

Indukowane w drutach przez pole dodatkowe prądy wirowe wytworzą w otoczeniu drutów pole magnetyczne reakcji. Zgodnie z zależnością (21) potencjał zespolony pola reakcji m-tego drutu będzie równy:

$$Z_{2m}(z) = \frac{I}{8n\pi}\cdot\frac{a_o^2\cos 2\zeta}{j\dfrac{a_o z}{2r_o} - m\pi}, \tag{68}$$

natomiast przez analogię do związku (23) potencjał zespolony pola reakcji całej siatki będzie pomnożoną przez współczynnik korekcyjny a_1 sumą potencjałów wszystkich drutów siatki:

$$Z_2(z) = a_1\sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_{2m}(z) = -j\frac{I}{8n\pi}a_0^2 a_1\cos 2\zeta\,\mathrm{cth}\frac{a_o z}{2r_o}. \tag{69}$$

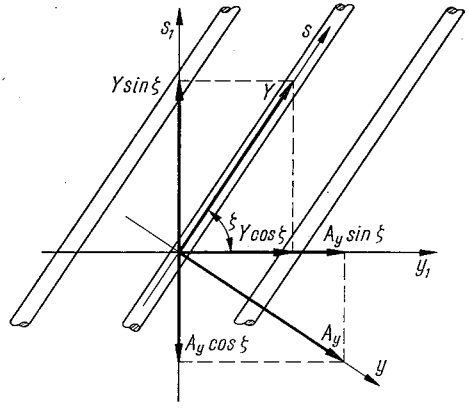
Przy założeniu, że $Z_1(r_o)+Z_2(r_o) = 0$ współczynnik a_1 wyraża się wzorem (24).

Wypadkowy potencjał zespolony pola magnetycznego poprzecznego w zewnętrznym otoczeniu siatki jest sumą potencjałów zespolonych pola pierwotnego, pola dodatkowego i pola reakcji:

$$Z(z) = -j\frac{I}{4n\pi}\left[\ln 2\left(\operatorname{ch}\frac{a_o z}{r_o} - \operatorname{ch} c_o\right) - \frac{a_o z}{r_o}\cos 2\zeta + a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2}\cos 2\zeta \operatorname{cth}\frac{a_o z}{2r_o}\right]. \tag{70}$$

Znając wypadkowy potencjał zespolony pola magnetycznego poprzecznego w otoczeniu siatki z równoległych drutów, uzyskanej w wyniku rozwinięcia obwoju, można przystąpić do obliczania strumienia magnetycznego pola wnikającego do wnętrza toru współosiowego i modelującej ten strumień indukcyjności sprzężeniowej. Przy obliczaniu wspomnianego strumienia należy jednak pamiętać o wpływającym na wartość strumienia jednorodnym polu magnetycznym wzdłużnym, którego natężenie w zewnętrznym otoczeniu siatki wyraża się zależnością (61).

Wartość strumienia najwygodniej jest określić w układzie współrzędnych prostokątnych x, y_1, s_1, którego oś s_1 jest równoległa do osi s toru współosiowego z żyłą zewnętrzną o postaci obwoju i przecina pod kątem $\frac{\pi}{2} - \zeta$ osie symetrii drutów (rys. 11). W takim



Rys. 11. Składowe potencjału wektorowego pola magnetycznego rozwiniętego obwoju

układzie współrzędnych składowa urojona $Y(x, y)$ potencjału zespolonego (70), równa potencjałowi wektorowemu pola magnetycznego poprzecznego, będzie mieć kierunek zgodny z kierunkiem przepływu prądu (wzdłuż drutów), jak to zaznaczono na rys. 11, natomiast potencjał wektorowy A_y pola magnetycznego wzdłużnego, określony przez zależność:

$$A_y = \frac{Ix}{2\pi r_2}\cos\zeta \tag{71}$$

jest wektorem prostopadłym do wektora Y (rys. 11).

W przyjętym układzie współrzędnych składowa wzdłużna A_w potencjału wektorowego będzie równa:

$$A_w = Y\sin\zeta - A_y\cos\zeta \tag{72}$$

i zgodnie ze związkami (70) i (71) w punktach o współrzędnych $(-r_0, 0, 0)$ oraz $(-r_0, 0, 0)$ przyjmie następujące wartości:

$$A_w(-r_o, 0, 0) \approx Y(-r_o, 0)\sin\zeta = -\frac{I\sin\zeta}{4n\pi}\ln(\mathrm{ch}\,a_o - \cos a_o), \tag{73}$$

$$A_w(-r_2, 0, 0) = Y(-r_2, 0)\sin\zeta - A_y\cos\zeta = \frac{I\sin\zeta}{4n\pi}\cos 2\zeta\, a_o\,\mathrm{th}\frac{a_o}{2}, \tag{74}$$

podczas gdy składowa poprzeczna potencjału wektorowego będzie określona przez zależność:

$$A_p = Y\cos\zeta + A_y\sin\zeta \tag{75}$$

i w punkcie o współrzędnych $(-r_o, 0, 0)$ przyjmie wartość:

$$A_p(-r_o, 0, 0) \approx Y\cos\zeta = -\frac{I\sin\zeta}{4n\pi}\mathrm{ctg}\,\zeta\ln(\mathrm{ch}\,a_o - \cos a_o). \tag{76}$$

Utożsamiając składową wzdłużną A_w potencjału wektorowego rozwiniętego obwoju z potencjałem wektorowym A_s pola poprzecznego w otoczeniu obwoju można określić strumień pola poprzecznego, wnikającego przez obwój do wnętrza toru współosiowego, z następującej zależności:

$$\Phi_p \approx \mu_o[A_w(-r_o, 0, 0) - A_w(-r_2, 0, 0)], \tag{77}$$

a dzieląc ten strumień przez prąd I przewodzony przez obwój można wyznaczyć składową L_{sp} indukcyjności sprzężeniowej, reprezentującą strumień pola poprzecznego:

$$L_{sp} = -\frac{\mu_o\sin\zeta}{4n\pi}\left[a_o\,\mathrm{th}\frac{a_o}{2}\cos 2\zeta + \ln(\mathrm{ch}\,a_o - \cos a_o)\right]. \tag{78}$$

Traktując z kolei składową poprzeczną A_p potencjału wektorowego rozwiniętego obwoju jako przyrost składowej A_φ pola magnetycznego wzdłużnego wewnątrz obwoju — w stosunku do analogicznego pola magnetycznego zastępującej obwój cienkiej warstwy przewodzącej w kierunku nawinięcia — można zgodnie z prawami elektrodynamiki przyrost $\Delta\Psi$ strumienia sprzężonego Ψ_w pola wzdłużnego obwoju przedstawić w postaci:

$$\Delta\Psi_w = \mu_o\mathrm{ctg}\,\zeta\, A_p(-r_o, 0, 0), \tag{79}$$

a dzieląc ten przyrost przez prąd I można znaleźć przyrost składowej L_{sw} indukcyjności sprzężeniowej, reprezentującej pole magnetyczne wzdłużne wewnątrz toru współosiowego. W związku z tym składowa L_{sw} indukcyjności sprzężeniowej wyrazi się zależnością:

$$L_{sw} = \frac{\mu_o}{4\pi}\mathrm{ctg}^2\zeta - \frac{\mu_o\sin\zeta}{4n\pi}\mathrm{ctg}^2\zeta\ln(\mathrm{ch}\,a_o - \cos a_o), \tag{80}$$

której pierwszy, powszechnie znany składnik jest indukcyjnością sprzężeniową zastępującej obwój cienkiej warstwy przewodzącej w kierunku nawinięcia.

Całkowita indukcyjność sprzężeniowa żyły zewnętrznej o postaci obwoju z równomiernie rozmieszczonych pojedynczych drutów o promieniu przekrojów poprzecznych r_o,

nawiniętych na izolowaną żyłę wewnętrzną o promieniu $r_2 - r_o$ pod kątem ζ względem prostopadłej do osi symetrii toru współosiowego, jest sumą składowych L_{sp} i L_{sw}:

$$L_s = \frac{\mu_o}{4\pi}\operatorname{ctg}^2\zeta - \frac{\mu_o \sin\zeta}{4n\pi}\left[a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2}\cos 2\zeta + \frac{1}{\sin^2\zeta}\ln(\operatorname{ch} a_o - \cos a_o)\right], \tag{81}$$

przy czym parametr a_o wyraża się wzorem (63).

Ostatnia zależność obejmuje dwa składniki, z których pierwszy zależy wyłącznie od kąta nawinięcia obwoju, a drugi ponadto od struktury obwoju poprzez parametr a_o. Należy zatem sprawdzić czy istnieje możliwość optymalizacji budowy obwoju poprzez dobór struktury o takiej wartości parametru a_o, przy której indukcyjność sprzężeniowa obwoju osiąga minimum. W tym celu należy zróżniczkować prawą stronę zależności (81) i przyrównać pochodną do zera, w wyniku czego otrzymuje się równanie:

$$\frac{\operatorname{sh} a_o + a_o}{\operatorname{ch} a_o + 1}\cos 2\zeta + \frac{1}{\sin^2\zeta}\cdot\frac{\operatorname{sh} a_o + \sin a_o}{\operatorname{ch} a_o - \cos a_o} = 0. \tag{82}$$

Po wprowadzeniu wielkości pomocniczych

$$M = \frac{\operatorname{sh} a_o + a_o}{\operatorname{ch} a_o + 1}; \qquad T = \frac{\operatorname{sh} a_o + \sin a_o}{\operatorname{ch} a_o - \cos a_o} \tag{83}$$

można ostatnie równanie sprowadzić do równania kwadratowego

$$\cos^2 2\zeta - \cos 2\zeta - \frac{2T}{M} = 0 \tag{84}$$

o następującym rozwiązaniu:

$$\cos 2\zeta = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{8T}{M}}\right). \tag{85}$$

Opierając się na tym rozwiązaniu nietrudno sprawdzić, że optymalizacja struktury obwoju jest możliwa wyłącznie przy kątach obwoju większych od 74,1°, które w praktyce nie są stosowane. Nie ma to jednak znaczenia, ponieważ w wyniku optymalizacji drugi składnik zależności (81), znacznie mniejszy od pierwszego, osiąga minimum, w związku z czym całkowita indukcyjność sprzężeniowa obwoju zmienia się niezauważalnie.

Ze związku (85) wynika również charakter zależności optymalnej wartości parametru a_o od kąta obwoju. W pobliżu kąta obwoju o wartości 74,1° optymalna wartość parametru a_o jest bliska π (optymalna gęstość optyczna jest bliska jedności), natomiast ze wzrostem kąta obwoju optymalna wartość a_o zmniejsza się systematycznie aż do wartości $a_o = 1{,}83$ (gęstość optyczna 0,582) przy kącie obwoju 90°, uzyskanej w p. 2.1 dla żyły zewnętrznej z pojedynczych, równoległych do osi toru współosiowego drutów. Jest to konsekwencja faktu, że przy kącie obwoju równym 90° zależność (81) przechodzi w wyrażenie (28).

2.4. Ekran o postaci oplotu z pojedynczych drutów

Matematyczny model zjawiska przenikania pola magnetycznego quasistacjonarnego poprzez oplot z drutów o przekroju kołowym nie może być modelem prostym z uwagi na bardzo złożoną strukturę geometryczną oplotu (rys. 1b). O ile w przypadku idealnie wy-

konanego obwoju z drutów odległości między osiami ich symetrii a osią symetrii żyły wewnętrznej toru współosiowego były jednakowe, o tyle w przypadku oplotu wspomniane odległości zmieniają się z uwagi na przeplecenia poszczególnych pasm drutów. Przy długości toru współosiowego z żyłą zewnętrzną o postaci oplotu równej wielokrotności skoku oplotu, każde pasmo praktycznie na połowie długości toru — z wyjątkiem najbliższego otoczenia miejsc przepleceń — przylega bezpośrednio do powierzchni zewnętrznej izolacji żyły wewnętrznej, natomiast na pozostałej połowie długości jest odseparowane od powierzchni izolacji warstwą drutów należących do innych pasm. Ponadto w jednym, dowolnie wybranym przekroju poprzecznym toru, co drugie pasmo spośród ułożonych w tym samym kierunku drutów przylega do powierzchni zewnętrznej izolacji, podczas gdy pasma położone między wspomnianymi wyżej pasmami są odseparowane od powierzchni izolacji warstwą drutów.

Analiza przenikania zmiennego pola magnetycznego przez tak złożoną strukturę geometryczną, jaką stanowi oplot, byłaby niemożliwa bez poczynienia szeregu uproszczeń. Przede wszystkim przyjmiemy, że w jednym przekroju poprzecznym toru współosiowego wszystkie druty należące do pasm jednego kierunku przylegają do powierzchni zewnętrznej izolacji, podczas gdy druty pasm drugiego kierunku są odseparowane od powierzchni izolacji warstwą drutów pierwszego kierunku. Przy takim założeniu żyła zewnętrzna bardzo krótkiego wycinka toru współosiowego, położonego między dwoma płaszczyznami prostopadłymi do jego osi symetrii, stanowi podwójny obwój z jednakowej liczby identycznych drutów. Taki podwójny obwój można natomiast rozpatrywać jako dwa pojedyńcze obwoje o takiej samej budowie, nawinięte z jednakowymi skokami w przeciwnych kierunkach.

Ponadto nie będziemy brać pod uwagę najbliższego otoczenia miejsc krzyżowań pasm drutów dwóch różnych kierunków, jak gdyby żyła zewnętrzna o postaci oplotu składała się wyłącznie z bardzo krótkich w kierunku wzdłużnym fragmentów podwójnego obwoju. W konsekwencji przyjętych uproszczeń wystarczy zatem zbadać warunki przenikania pola magnetycznego quasistacjonarnego przez podwójny obwój.

Przystępując do analizy sformułowanego wyżej problemu przyjmiemy, że żyła zewnętrzna toru współosiowego, składająca się z dwóch pojedynczych, przylegających do siebie obwojów o średnim promieniu przekroju poprzecznego r_2, nawiniętych w przeciwnych kierunkach pod jednakowym kątem ζ i z jednakowym skokiem h — każdy z $n/2$ równomiernie rozmieszczonych drutów o promieniu przekroju poprzecznego r_o — przewodzi prąd zakłócający I. Rozdział tego prądu pomiędzy poszczególne druty żyły zewnętrznej należy przyjąć identyczny, jak w przypadku oplotu, co wymaga wyjaśnienia.

Badania przeprowadzone przez L. Krügela [6] wykazały, że indukcyjność sprzężeniowa oplotu nie zależy od stanu powierzchni drutów i przy jednakowej budowie geometrycznej oplotu jest identyczna w przypadku zastosowania drutów gołych, ocynowanych, posrebrzonych, jak i polakierowanych. Rezultat tych badań dowodzi, że prąd zakłócający płynie wzdłuż drutów, a rezystancje kontaktowe między drutami różnych kierunków nie odgrywają praktycznie żadnej roli.

Jak już wspomniano wcześniej, każdy drut oplotu — przy długości toru równej wielokrotności skoku oplotu — na połowie swej długości przebiega w wewnętrznej warstwie drutów, a na pozostałej długości — w zewnętrznej warstwie drutów oplotu; dzięki temu

każdy drut oplotu znajduje się w identycznej sytuacji geometrycznej względem zewnętrznego pola magnetycznego wytwarzanego przez prąd przewodzony przez oplot. Jeżeli zatem nie ma możliwości przepływu prądu z jednego drutu do jakiegokolwiek innego poprzez rezystancje kontaktowe, co jest faktem stwierdzonym doświadczalnie, to zgodnie z prawem indukcji elektromagnetycznej rozdział prądu przewodzonego przez symetryczny oplot (o jednakowej liczbie identycznych drutów w pasmach obu kierunków) pomiędzy poszczególne jego druty jest równomierny. W rozpatrywanym modelu oplotu — o postaci podwójnego obwoju — należy więc przyjąć, że każdy drut modelu przewodzi prąd zakłócający I/n.

Stosując prawo Ampere'a w przypadku toru współosiowego z żyłą zewnętrzną o postaci opisanego wyżej podwójnego obwoju, przewodzącego równomiernie rozdzielony pomiędzy poszczególne druty prąd I, można się przekonać, że w dużej odległości od żyły zewnętrznej prąd I nie wytwarza wzdłużnego pola magnetycznego, równoległego do osi symetrii toru, zarówno wewnątrz toru, jak i w jego zewnętrznym otoczeniu. Natężenie poprzecznego pola magnetycznego w zewnętrznym otoczeniu toru jest natomiast określone przez zależność (57), podczas gdy wewnątrz toru pole poprzeczne również znika (także w dużej odległości od żyły zewnętrznej).

Rozwijając podwójny obwój w płaską siatkę składającą się z dwóch warstw drutów i traktując lewą stronę siatki jako odpowiednik wnętrza toru współosiowego można zatem uważać, że w dużej odległości od siatki pole magnetyczne powinno znikać po jej lewej stronie, natomiast po prawej stronie powinno przechodzić w pole jednorodne o natężeniu $I:(2\pi r_2)$, którego wektor jest prostopadły do osi symetrii toru. Wspomnianą siatkę należy rozpatrywać jako fragment siatki nieograniczonej.

W pierwszym etapie analizy można pominąć wzajemny wpływ pola magnetycznego każdej z warstw drutów na pozostałą, rozpatrując oddzielnie pole magnetyczne warstwy wewnętrznej i warstwy zewnętrznej. Analizując pole magnetyczne wytwarzane przez warstwę wewnętrzną można wybrać płaszczyznę przekroju poprzecznego tej warstwy jako płaszczyznę zmiennej zespolonej z_1, a prostopadłą do niej oś symetrii jednego z drutów jako oś s_1 układu współrzędnych, traktując punkt przecięcia się tej osi z płaszczyzną z_1 jako początek układu ($z_1 = 0, s_1 = 0$). Odległości osi symetrii sąsiednich drutów warstwy, równomiernie rozmieszczonych wzdłuż osi y_1, są w takim układzie współrzędnych równe $(4\pi r_2 \sin\zeta):n$ (rys. 12).

Zastępując prąd I/n, przewodzony przez każdy drut, dwoma prądami liniowymi umiejscowionymi zgodnie z rys. 12 w punktach o odciętych $x_1 = \pm c$ i sumując potencjały zespolone wszystkich prądów liniowych, otrzymuje się — z dokładnością do stałej addytywnej — potencjał zespolony pola magnetycznego pierwotnego wewnętrznej warstwy drutów w postaci:

$$Z_{ow}(z_1) = -j\frac{I}{4n\pi}\ln 2\left(\operatorname{ch}\frac{a_o z_1}{r_o} - \operatorname{ch} c_o\right), \tag{86}$$

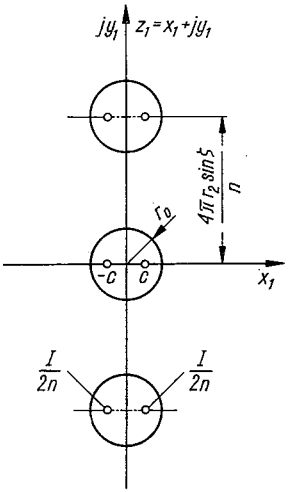
przy czym:

$$a_o = \frac{nr_o}{2r_2\sin\zeta}; \quad c_o = \frac{a_o c}{r_o} = \frac{nc}{2r_2\sin\zeta}. \tag{87}$$

Przy niezmienionym — w stosunku do poprzednio stosowanego — kryterium doboru położenia prądów liniowych parametr c_0 jest określony przez zależność (17).

Pole magnetyczne pierwotne opisane przez potencjał zespolony (86) przy dużych wartościach bezwzględnych x przechodzi w pole jednorodne o natężeniu w lewej półpłaszczyźnie z_1 równym $-I:(8\pi r_2 \sin\zeta)$, podczas gdy pole wypadkowe wewnętrznej warstwy drutów winno tam znikać. Z tego powodu wspomnianą warstwę należy umieścić w jednorodnym, dodatkowym polu magnetycznym o natężeniu $I:(8\pi r_2 \sin\zeta)$ i o potencjale zespolonym

$$Z_{1w}(z_1) = -j\frac{I}{4n\pi}\cdot\frac{a_o z_1}{r_o}. \tag{88}$$



Rys. 12. Przekrój poprzeczny rozwiniętej wewnętrznej warstwy drutów zastępującego oplot podwójnego obwoju na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z_1

Indukowane w drutach przez to pole prądy wirowe wytworzą w zewnętrznym otoczeniu warstwy pole reakcji, którego potencjał zespolony zgodnie ze związkami (21) ÷ (24) będzie równy:

$$Z_{2w}(z_1) = j\frac{I}{4n\pi}a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2}\operatorname{cth}\frac{a_o z_1}{2r_o}. \tag{89}$$

Potencjał zespolony wypadkowego pola magnetycznego wewnętrznej warstwy drutów, równy sumie potencjałów zespolonych pola pierwotnego, pola dodatkowego i pola reakcji, wyraża się zatem zależnością:

$$Z'_w(z_1) = -j\frac{I}{4n\pi}\left[\ln 2\left(\operatorname{ch}\frac{a_o z_1}{r_o} - \operatorname{ch} c_o\right) + \frac{a_o z_1}{r_o} - a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2}\operatorname{cth}\frac{a_o z_1}{2r_o}\right]. \tag{90}$$

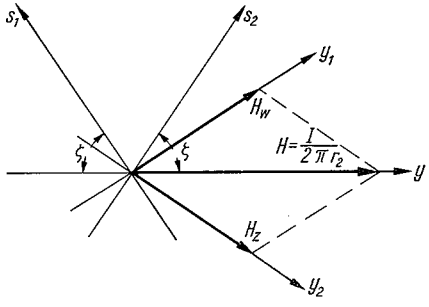
Rozpatrując z kolei pole magnetyczne wytwarzane przez zewnętrzną warstwę drutów można wybrać płaszczyznę jej przekroju poprzecznego jako płaszczyznę zmiennej zespolonej z_2, a prostopadłą do niej oś symetrii jednego drutu — jako oś s_2 układu współrzędnych, obierając jednocześnie ślad tej osi na płaszczyźnie z_2 jako początek układu ($z_2 = 0$, $s_2 = 0$). Przy takim wyborze układu współrzędnych dzięki identycznej strukturze geo-

metrycznej obu warstw otrzymuje się dla warstwy zewnętrznej sytuację tożsamą z przedstawioną na rys. 12 po zastąpieniu płaszczyzny z_1 płaszczyzną z_2. Nie trzeba dowodzić, że potencjał zespolony wypadkowego pola magnetycznego warstwy zewnętrznej można wówczas otrzymać z wyrażenia (90) po zastąpieniu zmiennej z_1 zmienną z_2:

$$Z_z'(z_2) = -j\frac{I}{4n\pi}\left[\ln 2\left(\operatorname{ch}\frac{a_o z_2}{r_o} - \operatorname{ch} c_o\right) + \frac{a_o z_2}{r_o} - a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2}\operatorname{cth}\frac{a_o z_2}{2r_o}\right]. \tag{91}$$

Przy dużych wartościach bezwzględnych x_2 pole magnetyczne warstwy zewnętrznej znika w lewej półpłaszczyźnie z_2, natomiast w prawej półpłaszczyźnie z_2 przechodzi w pole jednorodne, o liniach sił równoległych do osi y_2 i o natężeniu równym $I:(4\pi r_2 \sin\zeta)$.

Dzięki znikaniu pola magnetycznego obu warstw drutów przy dużych ujemnych wartościach $x_1 = x_2 - 2r_o$, pole wypadkowe po lewej stronie rozwiniętego podwójnego obwoju, uzyskiwane w wyniku superpozycji pól obu warstw, również znika zgodnie z jednym spośród warunków brzegowych. Nietrudno sprawdzić, że przy dużych dodatnich wartościach $x_1 = x_2 - 2r_o$, dwa wektory natężenia pól (wytwarzanych przez dwie warstwy) o identycznych modułach równych $I:(4\pi r_2 \sin\zeta)$, z których jeden ma kierunek osi y_1, a drugi — kierunek osi y_2, dają w wyniku superpozycji pole magnetyczne jednorodne o natężeniu $I:(2\pi r_2)$, dzięki czemu spełniony jest drugi warunek brzegowy (rys. 13).



Rys. 13. Superpozycja zewnętrznego pola magnetycznego obu warstw drutów rozwiniętego podwójnego obwoju

Potencjały zespolone (90) i (91) determinują pole magnetyczne w otoczeniu obu warstw drutów pod warunkiem braku wzajemnego wpływu jednej warstwy na drugą, podczas gdy w rzeczywistości oddziaływanie jednej z warstw na drugą może być bardzo silne. Zanurzenie jednej warstwy w zmiennym polu magnetycznym drugiej warstwy powoduje pojawienie się w drutach pierwszej warstwy prądów wirowych, które wytworzą w otaczającej warstwę przestrzeni dodatkowe pole reakcji. Potencjał dodatkowego pola reakcji można wyznaczyć jedynie metodą kolejnych przybliżeń, gdyż pole reakcji wytwarzane przez jedną warstwę indukuje z kolei prądy wirowe w drugiej warstwie, wytwarzające dodatkowe pole reakcji drugiego rzędu itd. Wypadkowe pole reakcji znika w nieskończoności, a zatem nie wpływa na warunki brzegowe.

Ażeby zbytnio nie komplikować czytelności wyników rachunku ograniczymy się jedynie do pierwszego przybliżenia, to znaczy do określania potencjału zespolonego Z_3 dodatkowego pola reakcji pierwszego rzędu. Ponadto przyjmiemy, że charakter funkcji $Z_3(z)$

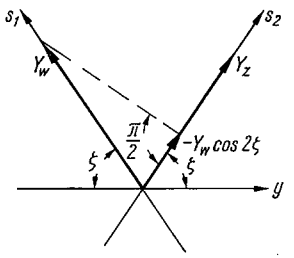
jest identyczny, jak określonej zależnością (89) funkcji $Z_{2w}(z_1)$, jak gdyby pole wytwarzane przez warstwę oddziaływującą na pozostałą warstwę było polem jednorodnym. Rozpatrując zatem wpływ pola magnetycznego warstwy wewnętrznej na umieszczoną w tym polu warstwę zewnętrzną będziemy poszukiwać potencjału zespolonego dodatkowego pola reakcji tej ostatniej warstwy na pole warstwy wewnętrznej w następującej postaci:

$$Z_{3z}(z_2) = j\frac{I}{4n\pi}A\operatorname{cth}\frac{a_o z_2}{2r_o}. \tag{92}$$

Potencjał zespolony wypadkowego pola magnetycznego warstwy zewnętrznej z uwzględnieniem oddziaływania warstwy wewnętrznej będzie wówczas sumą potencjałów (91) i (92):

$$Z_z(z_2) = -j\frac{I}{4n\pi}\left[\ln 2\left(\operatorname{ch}\frac{a_o z_2}{r_o} - \operatorname{ch} c_o\right) + \frac{a_o z_2}{r_o} - \left(A + a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2}\right)\operatorname{cth}\frac{a_o z_2}{2r_o}\right]. \tag{93}$$

Oddziaływanie pola warstwy wewnętrznej na warstwę zewnętrzną, determinujące wartość stałej A, zależy od kąta oplotu. Dzieje się tak dlatego, że wzdłużne prądy wirowe w drutach warstwy zewnętrznej, wytwarzające w otoczeniu tej warstwy dodatkowe, poprzeczne pole reakcji, indukuje jedynie składowa pola magnetycznego warstwy wewnętrznej, prostopadła do osi symetrii drutów warstwy zewnętrznej. Składowa ta jest z kolei zdeterminowana przez składową potencjału wektorowego warstwy wewnętrznej $Y'_w = \operatorname{Im} Z'_w$, równoległą do osi symetrii drutów warstwy zewnętrznej, zgodnie z rys. 14 równą $-Y'_w \cos 2\zeta$.



Rys. 14. Określenie składowej, równoległej do osi symetrii drutów warstwy zewnętrznej, potencjału wektorowego pola magnetycznego wytwarzanego przez warstwę wewnętrzną

Stałą A należy tak dobrać, żeby przyrost składowej potencjału wektorowego, równej $-Y'_w \cos 2\zeta$, w obrębie grubości warstwy zewnętrznej został całkowicie skompensowany przez przyrost potencjału wektorowego $\operatorname{Im} Z_{3z}$ dodatkowego pola reakcji o potencjale zespolonym (92), to znaczy:

$$Z_{3z}(r_o) - Z_{3z}(-r_o) - [Z'_w(3r_o) - Z'_w(r_o)]\cos 2\zeta = 0. \tag{94}$$

Spełnienie powyższego warunku gwarantuje bowiem przybliżoną ekwipotencjalność powierzchni drutów warstwy zewnętrznej (stałość potencjału wektorowego na tych powierzchniach) w wypadkowym polu magnetycznym, uzyskanym w wyniku superpozycji pola obu warstw, z uwzględnieniem oddziaływania warstwy wewnętrznej na zewnętrzną.

Po podstawieniu do warunku (94) odpowiednich wartości potencjałów uzyskanych ze związków (90) i (92) uzyskuje się równanie:

$$2A\,\mathrm{cth}\frac{a_o}{2}+\cos 2\zeta\left[\ln\frac{\mathrm{ch}\,3a_o-\mathrm{ch}\,c_o}{\mathrm{ch}\,a_o-\mathrm{ch}\,c_o}+2a_o-a_o\,\mathrm{th}\frac{a_o}{2}\left(\mathrm{cth}\frac{3a_o}{2}-\mathrm{cth}\frac{a_o}{2}\right)\right]=0, \tag{95}$$

z którego po wykonaniu niezbędnych przekształceń otrzymuje się wartość stałej A:

$$A=-\frac{1}{2}\cos 2\zeta\,\mathrm{th}\frac{a_o}{2}\left(\ln\frac{2\mathrm{ch}\,3a_o-\mathrm{ch}\,a_o-\cos a_o}{\mathrm{ch}\,a_o-\cos a_o}+2a_o\frac{\mathrm{sh}\,2a_o+2\mathrm{sh}\,a_o}{\mathrm{sh}\,2a_o+\mathrm{sh}\,a_o}\right). \tag{96}$$

Analizując wpływ pola magnetycznego warstwy zewnętrznej na warstwę wewnętrzną będziemy poszukiwać potencjału zespolonego dodatkowego pola reakcji warstwy wewnętrznej na pole wytwarzane przez warstwę zewnętrzną w postaci:

$$Z_{3w}(z_1)=j\frac{I}{4n\pi}B\,\mathrm{cth}\frac{a_o z_1}{2r_o}. \tag{97}$$

W konsekwencji potencjał zespolony pola magnetycznego warstwy wewnętrznej wyrazi się zależnością:

$$Z_w(z_1)=-j\frac{I}{4n\pi}\left[\ln 2\left(\mathrm{ch}\frac{a_o z_1}{r_o}-\mathrm{ch}\,c_o\right)+\frac{a_o z_1}{r_o}-\left(B+a_o\,\mathrm{th}\frac{a_o}{2}\right)\mathrm{cth}\frac{a_o z_1}{2r_o}\right]. \tag{98}$$

Oddziaływanie pola warstwy zewnętrznej na warstwę wewnętrzną również zależy od kąta oplotu i analogicznie, jak poprzednio, jest całkowicie zdeterminowane przez składową potencjału wektorowego Y_z warstwy zewnętrznej, równoległą do osi symetrii drutów warstwy wewnętrznej i równą $-Y_z\cos 2\zeta$. Stałą B dobiera się podobnie jak poprzednio, żądając, żeby przyrost wspomnianej składowej w granicach grubości warstwy wewnętrznej został całkowicie skompensowany przez przyrost składowej urojonej potencjału zespolonego (97), co prowadzi do warunku:

$$Z_{3w}(r_o)-Z_{3w}(-r_o)-[Z_z'(-r_o)-Z_z'(-3r_o)]\cos 2\zeta=0. \tag{99}$$

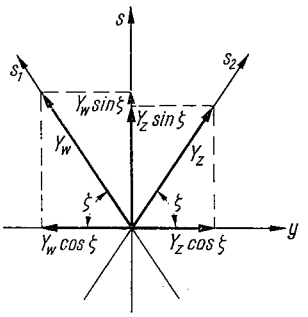
Podstawiając do tego warunku odpowiednie wartości potencjałów uzyskane ze związków (91) i (97) otrzymuje się po przekształceniach następującą wartość stałej B:

$$B=-\frac{1}{2}\cos 2\zeta\,\mathrm{th}\frac{a_o}{2}\left(\ln\frac{\mathrm{ch}\,a_o-\cos a_o}{2\mathrm{ch}\,3a_o-\mathrm{ch}\,a_o-\cos a_o}+2a_o\frac{\mathrm{sh}\,2a_o+2\mathrm{sh}\,a_o}{\mathrm{sh}\,2a_o+\mathrm{sh}\,a_o}\right). \tag{100}$$

Wyrażenia (93) i (98), w których występują stałe A i B dane przez związki (96) i (100), określają w pierwszym przybliżeniu potencjały zespolone wypadkowego pola magnetycznego, wytwarzanego przez zewnętrzną i wewnętrzną warstwę drutów, z uwzględnieniem wzajemnego wpływu jednej warstwy na drugą. W wyniku superpozycji pól wytwarzanych przez obie warstwy można zatem otrzymać pole wypadkowe w zewnętrznym otoczeniu płaskiej siatki z dwóch warstw drutów, uzyskanej po rozwinięciu zastępującego oplot podwójnego obwoju. Znajomość tego pola daje z kolei możliwość wyznaczenia indukcyjności sprzężeniowej.

Składowe potencjału wektorowego wypadkowego pola magnetycznego obu warstw drutów wyznaczymy w nowym układzie współrzędnych x, y, s, którego oś x pokrywa się z osiami x_1 oraz x_2 dwóch uprzednio stosowanych układów, oś s jest równoległa do osi

symetrii rozpatrywanego toru współosiowego i tworzy kąty $\frac{\pi}{2}-\zeta$ z osiami s_1 oraz s_2, natomiast początek układu znajduje się na płaszczyźnie oddzielającej obydwie warstwy drutów ($x = x_1 - r_o = x_2 + r_o$). Potencjał wektorowy Y_w pola magnetycznego wytwarzanego przez wewnętrzną warstwę drutów ma kierunek osi s_1, natomiast potencjał wektorowy pola wytwarzanego przez warstwę zewnętrzną jest skierowany zgodnie z osią s_2, jak to uwidoczniono na rys. 15. Uwzględniając wzajemne przesunięcie osi x, x_1 i x_2 składową



Rys. 15. Wyznaczenie składowych wzdłużnej (A_s) i poprzecznej (A_y) potencjału wektorowego wypadkowego pola magnetycznego obu warstw drutów

wzdłużną A_s (skierowaną wzdłuż osi s) oraz składową poprzeczną A_y (skierowaną wzdłuż osi y) na powierzchni wewnętrznej ($x = -2r_o$) podwójnej siatki z drutów można zgodnie z rys. 15 przedstawić w postaci:

$$A_s(-2r_o, 0, 0) = [Y_w(-r_o, 0) + Y_z(-3r_o, 0)]\sin\zeta, \tag{101}$$

$$A_y(-2r_o, 0, 0) = [Y_w(-r_o, 0) - Y_z(-3r_o, 0)]\cos\zeta, \tag{102}$$

natomiast składowa wzdłużna przy $x = -r_2$ będzie w przybliżeniu równa:

$$A_s(-r_2, 0, 0) \approx [Y_w(-r_2, 0) + Y_z(-r_2, 0)]\sin\zeta. \tag{103}$$

Występujące w ostatnich wyrażeniach wartości potencjałów mogą być znalezione ze związków (93) i (98); są one równe:

$$Y_w(-r_o, 0) = -\frac{I}{4n\pi}\left[\ln(\operatorname{ch} a_o - \cos a_o) + B\operatorname{cth}\frac{a_o}{2}\right], \tag{104}$$

$$Y_w(-r_2, 0) \approx -\frac{I}{4n\pi}\left(B + a_o\operatorname{th}\frac{a_o}{2}\right), \tag{105}$$

$$Y_z(-3r_o, 0) = -\frac{I}{4n\pi}\left[\ln(2\operatorname{ch}3a_o - \operatorname{ch}a_o - \cos a_o) - 3a_o + \left(A + a_o\operatorname{th}\frac{a_o}{2}\right)\operatorname{cth}\frac{3a_o}{2}\right], \tag{106}$$

$$Y_z(-r_2, 0) \approx -\frac{I}{4n\pi}\left(A + a_o\operatorname{th}\frac{a_o}{2}\right). \tag{107}$$

W celu wyznaczenia indukcyjności sprzężeniowej zastępującego oplot podwójnego obwoju, z równomiernym rozdziałem prądu, należy przyjąć, że wartości składowej A_s

potencjału wektorowego wewnątrz toru współosiowego z żyłą zewnętrzną o postaci takiego obwoju są dane przez wyrażenia (101) i (103), natomiast składowa A_φ potencjału wektorowego na powierzchni wewnętrznej żyły zewnętrznej jest określona przez równość (102). Przy takich założeniach strumień magnetyczny Φ_p pola poprzecznego, wnikającego do wnętrza toru współosiowego o jednostkowej długości, będzie w przybliżeniu równy:

$$\Phi_p = \mu_o[A_s(-2r_o, 0, 0) - A_s(-r_2, 0, 0)], \tag{108}$$

podczas gdy przypadający na jednostkę długości toru strumień sprzężony Ψ_w pola magnetycznego wzdłużnego, pojawiającego się wewnątrz toru, będzie określony przez następującą zależność przybliżoną:

$$\Psi_w = \mu_o \operatorname{ctg}\zeta A_y(-2r_o, 0, 0) = \mu_o \operatorname{ctg}^2\zeta[Y_w(-r_o, 0) - Y_z(-3r_o, 0)]\sin\zeta. \tag{109}$$

W świetle przytoczonych relacji składowa L_{sp} jednostkowej indukcyjności sprzężeniowej rozpatrywanego modelu oplotu, reprezentująca strumień pola poprzecznego wewnątrz toru współosiowego, jest równa:

$$L_{sp} = \frac{\Phi_p}{I} = \frac{\mu_o \sin\zeta}{4n\pi}\left[3a_o + a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2} - \left(A + a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2}\right)\left(\operatorname{cth}\frac{3a_o}{2} - 1\right) + \right.$$
$$\left. - B\left(\operatorname{cth}\frac{a_o}{2} - 1\right) - \ln(\operatorname{ch} a_o - \cos a_o) - \ln(2\operatorname{ch} 3a_o - \operatorname{ch} a_o - \cos a_o)\right], \tag{110}$$

natomiast składowa L_{sw} jednostkowej indukcyjności sprzężeniowej tego modelu, reprezentująca strumień pola wzdłużnego wewnątrz toru, wynosi:

$$L_{sw} = \frac{\Psi_w}{I} = \frac{\mu_o \sin\zeta}{4n\pi}\operatorname{ctg}^2\zeta\left[-3a_o + \left(A + a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2}\right)\operatorname{cth}\frac{3a_o}{2} - B\operatorname{cth}\frac{a_o}{2} + \right.$$
$$\left. + \ln(2\operatorname{ch} 3a_o - \operatorname{ch} a_o - \cos a_o) - \ln(\operatorname{ch} a_o - \cos a_o)\right]. \tag{111}$$

Wypadkowa indukcyjność sprzężeniowa zastępującego oplot podwójnego obwoju, przypadająca na jednostkę długości toru współosiowego, jest sumą składników L_{sp} oraz L_{sw} i po uwzględnieniu związków (96) i (100) daje się przedstawić w postaci:

$$L_s = \frac{\mu_o}{4n\pi\sin\zeta}\left\{(1 - \cos 2\zeta)a_o \operatorname{th}\frac{a_o}{2} - 3a_o\cos 2\zeta + a_o\cos 2\zeta\,\frac{\operatorname{sh} 2a_o - \operatorname{sh} a_o}{\operatorname{sh} 2a_o + \operatorname{sh} a_o} + \right.$$
$$+ a_o\cos 2\zeta\left(1 + \frac{\operatorname{sh} a_o}{\operatorname{sh} 2a_o + \operatorname{sh} a_o}\right)\left[1 - \operatorname{th}\frac{a_o}{2}(1 - \cos 2\zeta) - \cos 2\zeta\,\frac{\operatorname{sh} 2a_o - \operatorname{sh} a_o}{\operatorname{sh} 2a_o + \operatorname{sh} a_o}\right] +$$
$$+ \left(\frac{1}{2}\cos^2 2\zeta\,\frac{\operatorname{sh} 2a_o - \operatorname{sh} a_o}{\operatorname{sh} 2a_o + \operatorname{sh} a_o} + \frac{1}{2}\cos 2\zeta - 1\right)\ln(\operatorname{ch} a_o - \cos a_o) +$$
$$\left. + \frac{1}{2}\cos 2\zeta\left(1 - \cos 2\zeta\,\frac{\operatorname{sh} 2a_o - \operatorname{sh} a_o}{\operatorname{sh} 2a_o + \operatorname{sh} a_o}\right)\ln(2\operatorname{ch} 3a_o - \operatorname{ch} a_o - \cos a_o)\right\}. \tag{112}$$

Nietrudno sprawdzić, że indukcyjność sprzężeniowa L_s, dana przez ostatnią zależność, osiąga minimum przy ściśle określonych wartościach parametru a_o, zależnych od kąta oplotu ζ. Ażeby znaleźć te wartości należy zróżniczkować prawą stronę równości (112) wzglę-

dem a_o i przyrównać pochodną do zera, w wyniku czego — po uporządkowaniu — otrzymuje się następujące równanie kwadratowe:

$$\cos^2 2\zeta\left[P(S-U-R)+\frac{1}{2}N(T-W+2a_oP)+Q(M-N-2a_oP)\right]+$$

$$+\cos 2\zeta\left[P(a_o+R)+Q(1-M)-M+N+\frac{1}{2}(T+W)-3\right]+M-T=0, \tag{113}$$

zawierające niżej podane wielkości pomocnicze:

$$N=\frac{\operatorname{sh}2a_o-\operatorname{sh}a_o}{\operatorname{sh}2a_o+\operatorname{sh}a_o};\quad P=\frac{\operatorname{sh}a_o(\operatorname{ch}2a_o-1)}{(\operatorname{sh}2a_o+\operatorname{sh}a_o)^2}; \tag{114}$$

$$Q=1+\frac{\operatorname{sh}a_o}{\operatorname{sh}2a_o+\operatorname{sh}a_o};\quad R=a_o\operatorname{th}\frac{a_o}{2};\quad S=\ln(\operatorname{ch}a_o-\cos a_o); \tag{115}$$

$$U=\ln(2\operatorname{ch}3a_o-\operatorname{ch}a_o-\cos a_o);\quad W=\frac{6\operatorname{sh}3a_o-\operatorname{sh}a_o+\sin a_o}{2\operatorname{ch}3a_o-\operatorname{ch}a_o-\cos a_o} \tag{116}$$

oraz wielkości pomocnicze M i T zdefiniowane przez związki (83).

Przy kącie $\zeta = 45°$ równanie (113) przyjmuje postać warunku (29), a zatem najmniejszą indukcyjność sprzężeniową podwójnego obwoju przy równomiernym rozdziale prądu uzyskuje się wówczas przy współczynniku krycia jednostronnego $k_1 = 0{,}582$. Ze związków (96) i (100) wynika, że stałe A i B są wtedy równe zeru, dzięki czemu znika oddziaływanie jednej warstwy drutów na drugą. W tych warunkach zależność (112) przyjmuje kształt:

$$L_s=\frac{\mu_o\sqrt{2}}{4n\pi}\left[a_o\operatorname{th}\frac{a_o}{2}-\ln(\operatorname{ch}a_o-\cos a_o)\right], \tag{117}$$

a indukcyjność sprzężeniowa jest $\sqrt{2}$-krotnie większa od indukcyjności sprzężeniowej żyły zewnętrznej składającej się z jednej warstwy drutów, równoległych do osi toru współosiowego.

Przy kątach ζ mniejszych od 45° wynikająca z równania (113) optymalna wartość parametru a_o, przy której indukcyjność sprzężeniowa osiąga minimum, szybko rośnie w miarę zmniejszania kąta i przy $\zeta = 40°$ osiąga wartość $a_o = \pi$, której odpowiada wartość współczynnika krycia jednostronnego $k_1 = 1\left(k_1 = \frac{a_o}{\pi}\right)$. Zwiększanie kąta ζ nawijania drutów na izolację żyły wewnętrznej toru współosiowego powoduje zatem systematyczne zmniejszanie się optymalnej gęstości optycznej żyły zewnętrznej wielodrutowej o postaci podwójnego obwoju, przy czym zgodnie z równaniem (113) tendencja taka utrzymuje się do wartości kąta równej w przybliżeniu 60°, powyżej której równanie (113) nie ma pierwiastków rzeczywistych. Brak rozwiązań rzeczywistych równania (113) nie świadczy jednak o zaniku wspomnianej tendencji, bowiem równanie to uzyskano stosując metodę przybliżoną, która daje dobre przybliżenie jedynie przy słabym oddziaływaniu jednej warstwy drutów na drugą, mającym miejsce przy kątach ζ różniących się niewiele od 45°.

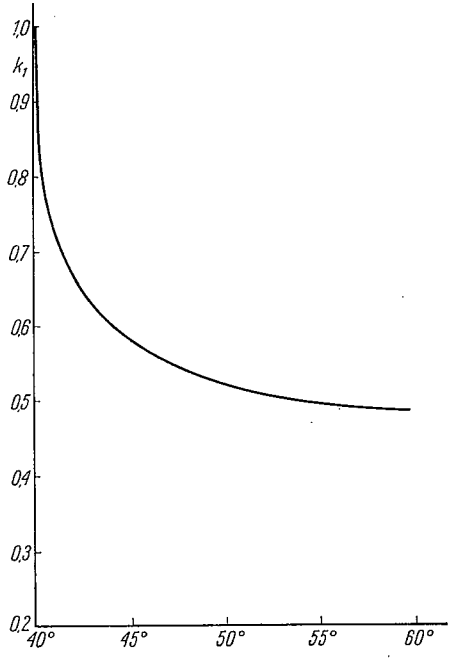
Uzyskane z równania (113) optymalne wartości parametru a_o i współczynnika krycia jednostronnego k_1 ekranu o postaci podwójnego obwoju — z równomiernym rozdziałem

prądu pomiędzy poszczególne druty — zestawiono w tablicy 2. Zależność optymalnej wartości współczynnika k_1 od kąta ζ nawinięcia drutów przedstawiono ponadto na rys. 16.

Tablica 2

Zależność optymalnego kąta nawinięcia drutów podwójnego obwoju od parametru a_0 i współczynnika krycia jednostronnego przy równomiernym rozdziale prądu

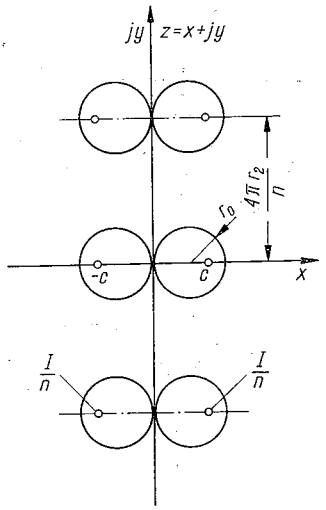
a_0	k_1	ζ
π	1,000	40,0°
2,40	0,764	40,6°
1,83	0,582	45,0°
1,60	0,509	51,4°
1,55	0,493	55,1°
1,53	0,487	59,5°



Rys. 16. Zależność optymalnej wartości współczynnika krycia jednostronnego od kąta nawinięcia drutów żyły zewnętrznej toru współosiowego o postaci podwójnego obwoju, z równomiernym rozdziałem prądu między poszczególne druty

Dla sprawdzenia możliwości optymalizacji struktury geometrycznej żyły zewnętrznej o postaci podwójnego obwoju z równomiernym rozdziałem prądu przy kątach nawinięcia drutów większych od 60° zbadamy własności sprzężeniowe ekranu, składającego się z dwóch warstw równomiernie rozmieszczonych, równoległych do osi toru współosiowego

drutów o promieniach przekroju poprzecznego r_o. Założymy, że w każdej warstwie znajduje się $n/2$ drutów i że są one równomiernie rozmieszczone na powierzchni izolacji żyły wewnętrznej, a średni promień przekroju poprzecznego takiego ekranu jest równy r_2. Rozwijając ten ekran w płaską siatkę uzyskuje się strukturę o przekroju poprzecznym uwidocznionym na rys. 17.



Rys. 17. Przekrój poprzeczny rozwiniętego ekranu z dwóch warstw równoległych do osi toru współosiowego drutów na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z

Traktując rozpatrywany ekran jak model żyły zewnętrznej toru współosiowego o kącie oplotu bliskim 90° należy założyć, że wszystkie druty ekranu przewodzą jednakowe prądy I/n, które można zastąpić pojedynczymi prądami liniowymi ulokowanymi zgodnie z rys. 17 w punktach o odciętych $\pm c$. Potencjał zespolony pola magnetycznego piewotnego daje się wówczas przedstawić w postaci:

$$Z_o(z) = -j\frac{I}{2n\pi}\ln 2\left(\mathrm{ch}\frac{a_o z}{r_o} - \mathrm{ch}\, c_o\right), \tag{118}$$

przy czym:

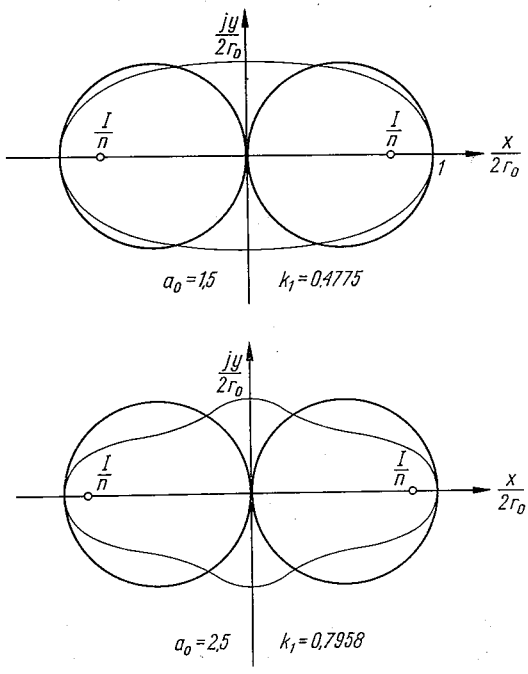
$$a_o = \frac{nr_o}{2r_2}; \qquad c_o = \frac{a_o c}{r_o} = \frac{nc}{2r_2}. \tag{119}$$

Parametr c można tak dobrać, żeby potencjał wektorowy Y_o pola pierwotnego przyjmował jednakowe wartości w punktach $z = 2r_o$ oraz $z = jr_o$, co jest równoważne zastąpieniu dwóch drutów o przekroju kołowym jednym drutem owalnym. Otrzymuje się wówczas następujący związek:

$$\mathrm{ch}\, c_o = \frac{1}{2}(\mathrm{ch}\, 2a_o + \cos a_o) \tag{120}$$

umożliwiający wyznaczenie parametru c.

Przy takim doborze parametru c linie ekwipotencjalne potecnjału wektorowego pola pierwotnego mają kształt przedstawiony na rys. 18; aproksymacja jest więc dobra jedynie przy małych wartościach parametru a_o.



Rys. 18. Kształt linii ekwipotencjalnych przybliżonego potencjału wektorowego pola magnetycznego pierwotnego żyły zewnętrznej z dwóch warstw równoległych do osi toru współosiowego drutów (okręgi są śladami powierzchni drutów) przy dwóch różnych wartościach parametru a_o

W lewej półpłaszczyźnie z, którą będziemy uważać za odpowiednik wnętrza toru współosiowego, przy dużych wartościach bezwzględnych x wypadkowe pole magnetyczne winno znikać; ponieważ pole pierwotne staje się wówczas polem jednorodnym o natężeniu $-I:(4\pi r_2)$, to dla spełnienia warunków brzegowych strukturę z rys. 17 należy umieścić w jednorodnym polu magnetycznym o natężeniu $I:(4\pi r_2)$ i potencjale zespolonym

$$Z_1(z) = -j\frac{I}{2n\pi}\cdot\frac{a_o z}{r_o}. \tag{121}$$

Potencjał zespolony pola magnetycznego reakcji określimy oddzielnie dla każdej warstwy drutów, a sumę potencjałów zespolonych pola reakcji lewej warstwy (Z_{2l}) i prawej warstwy (Z_{2p}) będziemy uważać za potencjał reakcji dwuwarstwowego ekranu. Zgodnie ze związkami (21) do (23) wspomniane potencjały będą równe:

$$Z_{2l}(z) = j\frac{I}{4n\pi}a_o^2 a_1 \operatorname{cth}\frac{a_o(z+r_o)}{2r_o}, \tag{122}$$

$$Z_{2p}(z) = j\frac{I}{4n\pi}a_o^2 a_1 \operatorname{cth}\frac{a_o(z-r_o)}{2r_o}, \tag{123}$$

wobec czego potencjał zespolony wypadkowego pola magnetycznego ekranu o strukturze zgodnej z rys. 17 można przedstawić w postaci:

$$Z(z) = -j\frac{I}{2n\pi}\left\{\ln 2\left(\mathrm{ch}\frac{a_o z}{r_o} - \mathrm{ch}\, c_o\right) + \frac{a_o z}{r_o} - \frac{a_o^2 a_1}{2} \times \right.$$
$$\left. \times \left[\mathrm{cth}\frac{a_o(z-r_o)}{2r_o} + \mathrm{cth}\frac{a_o(z+r_o)}{2r_o}\right]\right\}. \tag{124}$$

Parametr a_1 należy tak dobrać, żeby w punkcie $z = 2r_o$ potencjał wektorowy pola reakcji kompensował potencjał wektorowy pola dodatkowego, ponieważ wówczas powierzchnie drutów będą w przybliżeniu powierzchniami ekwipotencjalnymi. Kładąc $Z_1(2r_o)+Z_2(2r_o) = 0$ otrzymuje się następującą wartość parametru a_1:

$$a_1 = 2\frac{\mathrm{ch}\,2a_o - \mathrm{ch}\,a_o}{a_o\,\mathrm{sh}\,2a_o}. \tag{125}$$

Strumień magnetyczny pola poprzecznego, wnikającego przez ekran do wnętrza toru współosiowego, jest zdeterminowany przez różnicę wartości potencjału wektorowego wypadkowego pola w punktach $z = -2r_o$ oraz $z \approx -r_2$. Zgodnie ze związkami (120) (124) i (125) wartości te są równe:

$$\mathrm{Im}\,Z(-2r_o) = -\frac{I}{2n\pi}\ln(\mathrm{ch}\,2a_o - \cos a_o), \tag{126}$$

$$\mathrm{Im}\,Z(-r_2) \approx -\frac{I}{2n\pi}2a_o\frac{\mathrm{ch}\,2a_o - \mathrm{ch}\,a_o}{\mathrm{sh}\,2a_o}, \tag{127}$$

wobec czego jednostkowa indukcyjność sprzężeniowa ekranu wyraża się wzorem:

$$L_s = \frac{\mu_o}{2n\pi}\left[2a_o\frac{\mathrm{ch}\,2a_o - \mathrm{ch}\,a_o}{\mathrm{sh}\,2a_o} - \ln(\mathrm{ch}\,2a_o - \cos a_o)\right]. \tag{128}$$

Różniczkując prawą stronę ostatniego wzoru względem parametru a_o i przyrównując pochodną do zera otrzymuje się równanie:

$$2\frac{\mathrm{ch}\,2a_o - \mathrm{ch}\,a_o}{\mathrm{sh}\,2a_o} + 2a_o\frac{\mathrm{ch}\,3a_o + 3\mathrm{ch}\,a_o - 4}{\mathrm{ch}\,4a_o - 1} - \frac{2\,\mathrm{sh}\,2a_o + \sin a_o}{\mathrm{ch}\,2a_o - \cos a_o} = 0, \tag{129}$$

którego rozwiązanie daje optymalną wartość parametru $a_o = 1{,}302$, przy której ekran dwuwarstwowy z równoległych do osi symetrii toru drutów, przewodzących jednakowe prądy, ma najlepsze własności ekranujące. Optymalna wartość współczynnika krycia jednostronnego takiego ekranu jest więc równa $\frac{2a_o}{\pi} = 0{,}414$. Porównanie tej wartości z danymi zamieszczonymi w tablicy 2 wskazuje, że jest ona najmniejsza, co świadczy o zmniejszaniu się optymalnej gęstości optycznej ekranu o postaci podwójnego obwoju — przy równomiernym rozdziale prądu — ze wzrostem kąta nawinięcia drutów w pełnym zakresie kątów, przy których możliwa jest optymalizacja budowy ekranu, to jest w granicach od 40° do 90°.

3. PODSUMOWANIE

Przytoczone rozważania dowodzą, że istnieją możliwości optymalizacji struktury geometrycznej ekranów wielodrutowych przewodów współosiowych z punktu widzenia ich własności sprzężeniowych, charakteryzujących przenikanie pola magnetycznego wielkiej częstotliwości. Oznacza to, że spośród wielu możliwych wariantów struktury ekranu wielodrutowego, o różnej gęstości optycznej i niejednakowych pozostałych parametrach, tylko jeden wariant, o ściśle określonej budowie geometrycznej, daje najlepsze własności ekranujące. Zmiana jakiegokolwiek parametru struktury geometrycznej w stosunku do optymalnej, na przykład zmniejszenie lub zwiększenie gęstości optycznej, prowadzi zawsze do pogorszenia własności ekranujących.

Największe znaczenie praktyczne ma możliwość optymalizacji struktury geometrycznej symetrycznego oplotu, jedynego ekranu wielodrutowego stosowanego w przewodach współosiowych wielkiej częstotliwości. Analiza przeprowadzona na zastępujących oplot uproszczonych modelach wykazała, że optymalizacja budowy oplotu jest możliwa jedynie przy kątach ułożenia drutów większych od 40°, a optymalna gęstość optyczna zmniejsza się ze wzrostem kąta oplotu. Ponadto okazało się, że optymalna gęstość optyczna ekranu z pasm dwudrutowych jest większa od analogicznego parametru ekranu z pojedynczych drutów, w związku z czym należy oczekiwać, że optymalna gęstość optyczna oplotu zwiększa się ze wzrostem liczby drutów w pasmach.

Stwierdzone zależności wskazują kierunki poszukiwań nowych rozwiązań konstrukcyjnych oplotów, które ze względów natury ekonomicznej powinny mieć możliwie małą liczbę drutów w pasmach i możliwie duże kąty ułożenia drutów, bowiem wówczas uzyskuje się bardzo dobre własności ekranujące przy znacznie mniejszej od dotychczasowej masie oplotu.

Z uwagi na stosowanie metod przybliżonych do uproszczonego w stosunku do oplotu modelu, jakim jest podwójny obwój z równomiernym rozdziałem prądu między poszczególne druty, nie należy oczekiwać zgodności ilościowej uzyskanych metodami analitycznymi rezultatów z wynikami eksperymentu. Nie budzi natomiast wątpliwości możliwość uzyskania zgodności jakościowej, ponieważ natura zjawisk elektromagnetycznych w podwójnym obwoju i pojedynczym oplocie jest identyczna. Tak na przykład, można z góry przewidzieć, że wynikający ze wzajemnego oddziaływania jednej warstwy drutów na drugą charakter zależności gęstości optycznej od kąta ułożenia drutów jest taki sam w przypadku oplotu oraz podwójnego obwoju. Jeżeli bowiem druty należące do pasm ułożonych w dwóch różnych kierunkach przecinają się pod kątem prostym, to pole wytworzone przez druty pasm jednego kierunku nie indukuje wzdłużnych prądów wirowych w drutach pasm drugiego kierunku bez względu na to, czy jest to podwójny obwój, czy oplot. Przy kątach ułożenia pasm mniejszych od 45° wzdłużne prądy wirowe powstające w rozpatrywanej warstwie pod wpływem sąsiedniej warstwy drutów mają kierunek przeciwny do wzdłużnych prądów wirowych płynących w drutach warstwy odosobnionej, co osłabia pole reakcji i zwiększa optymalną gęstość optyczną, natomiast przy kątach większych od 45° obydwa rodzaje wzdłużnych prądów wirowych mają ten sam kierunek, dzięki czemu wzmacnia się pole reakcji i zmniejsza optymalna gęstość ekranu.

Podobnie jest również z wypływem szerokości pasma na optymalną gęstość optyczną,

która zwiększa się ze wzrostem liczby drutów w pasmie z uwagi na coraz słabszy wpływ zjawiska bliskości.

W oparciu o przedstawione wyżej przesłanki podjęto badania, których wyniki podane będą w drugiej części pracy; ukaże się ona w następnym zeszycie „Rozpraw Elektrotechnicznych".

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. J. Bourseau, H. Sandjivy, La mesure de l'impédance de couplage et son application a l'étude des écrans pour câbles, Câbles et Transmission, t. 10, 1956, nr 1, str. 11—30.
2. G. Buhmann, R. Schlampp, Flexible TF-Koaxialfernkabel, SEL Nachrichten, t. 9, 1961, nr 1, str. 5—13.
3. E. Homann, Geschirmte Kabel mit optimalen Geflechtschirmen, Nachrichtentechnische Zeitschrift, t. 21, 1968, nr 3, str. 155—161.
4. H. Jungfer, Die Messung des Kopplungswiderstandes von Kabelabschirmungen bei hohen Frequenzen, Nachrichtentechnische Zeitschrift, t. 9, 1956, nr 12, str. 553—560.
5. H. Kaden, Wirbelströme und Schirmung in der Nachritchtentechnik, Springer-Verlag, Berlin,J.F. Bergmann, München 1959.
6. L. Krügel, Abschirmwirkung von Aussenleitern flexibler Koaxialkabel, Telefunken-Zeitung, t. 29, 1956, nr 114, str. 256—266.
7. H. Larsen, Die Messung der elektrischen Dichtigkeit von Hochfrequenzleitungen im UKW-Bereich, Telegraphen-Frensprech-Technik, t. 33, 1944, nr 7/8, str. 133—137.
8. T. Łapiński, Z. Perkowski, Przewody telekomunikacyjne, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1972.
9. H. Ochem, Der Kopplungswiderstand koaxialer Leitungen, Z. Hochfrequenztechnik und Elektroakustik, t. 48, 1936, nr 6, str. 182—191.
10. Z. Perkowski, T. Łapiński, Nowoczesne kable telekomunikacyjne, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1968.
11. S. Ramo, J. R. Whinnery, Fields and Wawes in Modern Radio, John Wiley and Sons, New York 1944.
12. L. Rohde, Der Rohrdraht als Hochfrequenzleitung, Z. Hochfrequnztechnik und Elektroakustik, t. 62, 1943, str. 1—6.
13. S. A. Schelkunoff, The Electromagnetic Theory of Coaxial Transmission Lines and Cylindrica Shields, Bell System Technical Journal, t. 13, 1934, str. 532—579.

Z. PERKOWSKI

OPTIMIZATION OF CONSTRUCTION OF MULTIWIRE SCREENS FOR HIGH FREQUENCY COAXIAL CABLES PRINCIPLES OF THE THEORY

Summary

In the first part of this work has been presented an approximative theory of penetration of magnetic quasistationary field through multiwire screens of high frequency coaxial cables, connected with optimization of screen constructions.

Measurements were made for a large number of cable samples with multiwire screens of various constructions. The obtained results of measurements with the results given in [3,6] have been used for a design of optimum braid constructions described in the second part of the work. Screening efficiency of optimum braids have been compared with present constructions with high filling factor.

Z. PERKOWSKI

L'OPTIMISATION DE CONSTRUCTION DES ÉCRANS MULTICONDUCTEURS DES CÂBLES COAXIAUX POUR HAUTES FRÉQUENCES PRINCIPES DE LA THÉORIE

Résumé

La première partie presente une théorie approximative de la pénétration du champ magnétique quasistationaire par les écrans multiconducteurs des câbles coaxiaux pour hautes fréquences, en tenant compte l'optimisation de construction des écrans.

On a examiné un grande nombre d'échantillons des câbles blindés aux écrans différemment construits. Les résultats obtenus, avec ceux donnés dans les articles [3, 6], ont servi à déterminer des paramètres optimales des constructions des tresses, décrites dans la seconde partie. L'éfficacité des tresses à construction optimale a été comparée avec celle des tresses jusqu'ici appliquées, à haute densité optique.

Z. PERKOWSKI

OPTIMALISIERUNG DES AUFBAUES VON REUSENAUSSENLEITERN DER KOAXIALEN HOCHFREQUENZLEITUNGEN

Zusammenfassung

Im ersten Teil dieser Arbeit wird die Näherungstheorie des Durchgriffs des magnetischen, quasistationären Feldes durch Reusenaussenleitern koaxialer HF-Leitungen und Optimierungsmöglichkeiten des Aufbaues solcher Leiter vorgetragen.

Im Zusammenhang mit dieser Theorie werden die Messungen an grosser Zahl von Leitungen mit verschiedenem Aufbau von Aussenleitern durchgeführt. Die messresultate werden in Verbindung mit Resultaten der Arbeiten [3,6] zur Wahl von Aufbaudaten der optimalen, im zweiten Teil dieser Arbeit beschriebenen Drahtgeflechte benutzt. Die Schirmwirkung von optimalen Geflechten wird mit gleicher Eigenschaft der bisher angewandten Geflechte mit grossem Bedeckungsgrad verglichen.

З. ПЭРКОВСКИ

ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ МНОГОПРОВОЛОЧНЫХ ЭКРАНОВ КОАКСИАЛЬНЫХ РАДИОЧАСТОТНЫХ КАБЕЛЕЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Резюме

В первой части статьи представлена приближенная теория приникновения квазистационарного магнитного поля через многопроволочные экраны коаксиальных радиочастотных кабелей и на основе этой теории возможности оптимизации конструкции таких экранов с точки зрения их экранирующих свойств.

Используя вышеуказанные возможности проведены исследования большого числа образцов коаксиальных кабелей с многопроволочными экранами различной конструкции.

Полученные результаты исследований совместно с результатами указанными в работах [3, 6], использованы для определения приведенных во второй части настоящей статьи оптимальных конструкционных параметров многопроволочных экранов в виде оплеток. Экранирующие свойства оплеток оптимальной конструкции сравнены с соответствующими свойствами применяемых до настоящего времени оплеток большой плотности.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 3, s 561—578

621.397.132

Analiza metod sumowania fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego sygnałów telewizji barwnej

ALFONS PODEMSKI (WARSZAWA)

Instytut Łączności

Otrzymano 11.5.1972

Rozpatrzono różne metody sumowania zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego na częstotliwości podnośnej sygnału chrominancji. Dokonano oceny poszczególnych metod obliczania wypadkowych zniekształceń różnicowych w kaskadowo połączonych telewizyjnych układach przesyłowych. Podano wyniki badań eksperymentalnych.

WSTĘP

Jednym z podstawowych czynników wpływających na jakość odtwarzanego obrazu telewizyjnego są zniekształcenia sygnału. Szczególny wpływ na jakość obrazu kolorowego mają zniekształcenia fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego.

Zniekształcenia różnicowe są pewnym specyficznym rodzajem zniekształceń nielinearnych, które powstają na skutek oddziaływania sygnału luminancji na amplitudę i fazę podnośnej chrominancji przy przesyłaniu ich przez nielinearne układy przesyłowe. Zniekształcenia różnicowe odgrywają dużą rolę przy określaniu przydatności poszczególnych członów toru przesyłowego dla potrzeb telewizji kolorowej.

Sygnał telewizyjny przesyłany ze studia do odbiornika przechodzi przez szereg układów transmisyjnych, z których każdy wprowadza zniekształcenia. Zniekształcenia te sumują się w określony sposób i na wyjściu kaskadowo połączonych układów występuje zniekształcenie wypadkowe.

Maksymalna wartość zniekształceń dla całego toru przesyłowego jest określona dopuszczalnym pogorszeniem jakości odtwarzanego obrazu, dlatego możliwość obliczenia prawidłowej wartości wypadkowego zniekształcenia dla całego toru przesyłowego posiada podstawowe znaczenie przy eksploatacji urządzeń telewizyjnych.

Istnieje kilka propozycji sposobów obliczania sumarycznych zniekształceń różnicowych [1] [2] [3] [4] [5] [6], w których uwzględniono jedynie wartości maksymalne zniekształceń wprowadzane przez poszczególne urządzenia przesyłowe. Prawidłowe obliczenie sumarycznych zniekształceń jest utrudnione, ponieważ w poszczególnych urządzeniach wartości maksymalne zniekształceń mogą być dodatnie lub ujemne, a przy tym mogą występować przy różnych poziomach sygnału luminancji. Wyniki uzyskane za pomocą tych wzorów są obarczone znacznym błędem.

W celu uzyskania bardziej dokładnych wyników została opracowana nowa metoda sumowania zniekształceń różnicowych [7] [8] polegająca na tym, że sumuje się zniekształcenia przy określonych poziomach sygnału, zamiast sumowania wartości maksymalnych. Ponieważ w telewizji poziom sygnału wizyjnego na wejściu i wyjściu urządzeń jest znormalizowany i najczęściej wynosi 1 V wartości międzyszczytowej, więc wybrany poziom, przy którym przeprowadza się sumowanie, odpowiada tej samej wartości napięcia sygnału we wszystkich urządzeniach toru transmisyjnego.

W niniejszej pracy przeprowadzono analizę poszczególnych metod sumowania zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego na częstotliwości podnośnej sygnału chrominancji oraz podano wyniki badań eksperymentalnych.

2. METODY OBLICZANIA WYPADKOWYCH ZNIEKSZTAŁCEŃ FAZY RÓŻNICOWEJ I WZMOCNIENIA RÓŻNICOWEGO NA CZĘSTOTLIWOŚCI PODNOŚNEJ SYGNAŁU CHROMINANCJI

2.1. Sumowanie wartości maksymalnych zniekształceń

Zagadnienie obliczania wypadkowych zniekształceń w telewizyjnych układach przesyłowych oraz ich rozkład na poszczególne odcinki toru transmisyjnego posiada podstawowe znaczenie przy eksploatacji urządzeń telewizyjnych.

W związku z wzrastającą w ostatnich latach międzynarodową wymianą programów telewizyjnych, powstała konieczność opracowania międzynarodowych norm, które powinny określać układy przesyłowe przeznaczone do tego celu, jak również ustalać metody kontroli parametrów jakościowych. Do projektowania i obliczania systemów transmisyjnych sygnałów telewizyjnych na dalekie odległości CCIR i CMTT określiły warunki odnoszące się do hipotetycznej linii odniesienia, która może być linią radiową lub kablową.

Główne cechy linii hipotetycznej są następujące:

1) długość linii od wejścia do wyjścia sygnału wizyjnego wynosi 2500 km,
2) linia jest podzielona na trzy równe odcinki przez dwie stacje pośrednie, w których może zachodzić demodulacja sygnału,
3) trzy odcinki linii stroi się niezależnie, następnie łączy się je między sobą bez jakiejkolwiek dodatkowej regulacji lub wzajemnej korekcji,
4) linia nie zawiera przemienników standardów ani regulatorów impulsów synchronizujących.

Do obliczania dopuszczalnych zniekształceń [9] dla linii krótszych lub dłuższych niż 2500 km określono prawa, według których sumuje się podstawowe typy zniekształceń powstających w telewizyjnych układach przesyłowych. Należy zaznaczyć, że dane obliczone tą metodą dają tylko orientacyjne wartości określonych parametrów. Obliczenie przeprowadza się w sposób następujący. Jeżeli przez D_n oznaczyć dopuszczalną wartość zniekształceń dla n odcinków linii, to ponieważ hipotetyczna linia odniesienia składa się z trzech odcinków, dopuszczalną wartość zniekształceń dla tej linii oznaczymy przez D_3. Poszukiwaną wartość zniekształcenia określa się za pomocą zależności:

$$D_n = D_3\left(\frac{n}{3}\right)^{\frac{1}{p}}, \tag{1}$$

gdzie wykładnik p charakteryzuje prawo sumowania danego zniekształcenia. Tak na przykład dla $p = 1$ zachodzi sumowanie algebraiczne, przy $p = 2$ mamy sumowanie geometryczne, przy $p = \frac{3}{2}$ sumowanie z wykładnikiem $p = \frac{3}{2}$.

W tablicy podano wartości wyrażenia $\left(\frac{n}{3}\right)^{\frac{1}{p}}$ dla różnej liczby odcinków.

Tablica

Wartości wyrażenia $\left(\frac{n}{3}\right)^{\frac{1}{p}}$ dla różnych odcinków linii

n	$\left(\frac{n}{3}\right)^{\frac{1}{p}}$		
	$p = 1$	$p = 3/2$	$p = 2$
1	0,33	0,48	0,58
2	0,67	0,70	0,82
3	1,00	1,00	1,00
4	1,33	1,21	1,15
5	1,67	1,41	1,29
6	2,00	1,59	1,41
7	2,33	1,76	1,53
8	2,67	1,92	1,63
9	3,00	2,08	1,73

W skład telewizyjnego toru przesyłowego wchodzą przeważnie różne urządzenia, wzmacniacze, nadajniki, linie radiowe i kablowe, urządzenia rejestrujące itd. Dla takiego toru przesyłowego złożonego z różnych urządzeń połączonych kaskadowo stosuje się wzór bardziej ogólny [1]

$$D_s = \left(\sum_{i=1}^{n} D_i^p\right)^{\frac{1}{p}}, \tag{2}$$

gdzie:

D_i — zniekształcenia poszczególnych urządzeń,

D_s — sumaryczne zniekształcenie,

p — wykładnik potęgi.

Wzór (2) stosuje się dla trzech wartości wykładnika potęgowego. W przypadku sumowania algebraicznego $p = 1$ zależność (2) przyjmie postać następującą:

$$D_s = D_1 + D_2 + \ldots + D_n \tag{3}$$

W przypadku sumowania geometrycznego $p = 2$ wzór (2) przyjmie postać następującą:

$$D_s = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + \ldots + D_n^2}. \tag{4}$$

Przeprowadzone badania [1] wykazały, że sumaryczne zniekształcenia są najbardziej zbliżone do wartości uzyskanych za pomocą pomiarów dla $p = \frac{3}{2}$. Podstawiając do zależności (2) $p = \frac{3}{2}$ otrzymamy:

$$D_s = \left(\sum_{i=1}^{n} D_i^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\sqrt{D_1^3} + \sqrt{D_2^3} + \ldots + \sqrt{D_n^3}\right)^2}. \tag{5}$$

Sumaryczne zniekształcenie różnicowe można obliczyć także ze średniej geometrycznej sumy i sumy kwadratów wartości maksymalnych zniekształceń poszczególnych urządzeń [2] za pomocą następującej zależności:

$$D_s = \sqrt[3]{(D_1 + D_2 + \ldots + D_n)(D_1^2 + D_2^2 + \ldots + D_n^2)}. \tag{6}$$

Wyżej podane wzory są stosowane do obliczania różnego rodzaju sumarycznych zniekształceń toru przesyłowego sygnałów telewizyjnych. CCIR na Plenarnym Posiedzeniu w Oslo w 1966 roku zaleciło [5] stosować zależność (5) do obliczania sumarycznej fazy i wzmocnienia różnicowego.

W pracy [4] autor proponuje do obliczania zniekształceń fazy różnicowej następującą zależność:

$$\varphi_{rs} = \sqrt{\frac{\varphi_{r1}^2 + \varphi_{r2}^2 + \ldots + \varphi_{rn}^2}{3}}, \tag{7}$$

gdzie:

φ_{rs} — sumaryczna faza różnicowa,

$\varphi_{r1} \ldots \varphi_{rn}$ — maksymalne wartości fazy różnicowej w poszczególnych urządzeniach

a do obliczania wzmocnienia różnicowego analogiczną zależność

$$K_{rs} = \sqrt{\frac{K_{r1}^2 + K_{r2}^2 + \ldots + K_{rn}^2}{3}}, \tag{8}$$

gdzie:

K_{rs} — sumaryczne wzmocnienie różnicowe,

$K_{r1} \ldots K_{rn}$ — wartość maksymalna wzmocnienia różnicowego w poszczególnych urządzeniach.

Związek między zniekształceniami całego toru przesyłowego sygnałów telewizji kolorowej a zniekształceniami poszczególnych jego odcinków został omówiony w japońskim dokumencie [10] złożonym do CCIR oraz w pracy [6].

Do obliczania sumarycznych zniekształceń różnicowych autor proponuje dwa wzory w zależności od rodzaju kaskadowo połączonych urządzeń. Jeżeli wszystkie urządzenia są takie same, wtedy należy stosować wzór (3) na sumę arytmetyczną. W przypadku gdy urządzenia połączone kaskadowo są różnego typu, do obliczania sumarycznych zniekształceń należy zastosować następujący wzór:

$$D_s = \alpha(D_1 + D_2 + \ldots + D_n), \tag{9}$$

gdzie:

D_s — sumaryczna wartość zniekształcenia,

$D_1 \ldots D_n$ — wartości maksymalne zniekształceń w poszczególnych urządzeniach,

$\alpha = \frac{5}{6}$ dla $n = 2$,

$\alpha = \frac{4}{5}$ dla $n = 3$,

$\alpha = \frac{3}{4}$ dla $n = 4$,

n — ilość urządzeń połączonych kaskadowo.

Z analizy wyżej podanych metod sumowania wartości maksymalnych zniekształceń różnicowych wynika, że obliczenie prawidłowej wypadkowej wartości zniekształcenia na wyjściu kaskadowo połączonych urządzeń jest zagadnieniem bardzo trudnym. Badania eksperymentalne wykazały [11], że wyniki uzyskane przy wykorzystaniu tych wzorów są obarczone znacznym błędem. Wzory te wykorzystuje się do sumowania różnych zniekształceń.

Wydaje się, że będą duże trudności przy znalezieniu ogólnego wzoru do obliczania sumarycznych zniekształceń poszczególnych parametrów sygnału telewizyjnego, ze względu na zasadnicze różnice między nimi. Na przykład wypadkowe wzmocnienie i wypadkowe przesunięcie fazy oblicza się za pomocą różnych wzorów; z tego wynika, że sumaryczne zniekształcenie każdego z nich powinno się także obliczać za pomocą różnych wzorów.

Ze względu na różnorodność charakteru zniekształceń sygnału telewizyjnego wydaje się, że są bardzo małe szanse na opracowanie ogólnego wzoru do obliczania sumarycznych zniekształceń wszystkich parametrów sygnału telwizyjnego. W związku z tym najwłaściwszą drogą na obecnym etapie jest prowadzenie badań w celu określenia praw sumowania indywidualnie dla każdego parametru sygnału.

2.2. Sumowanie charakterystyk zniekształceń

Zniekształcenia sygnału telewizyjnego można podzielić na dwie grupy:

1. zniekształcenia wprowadzające nieodwracalne zmiany kształtu sygnału,
2. zniekształcenia wprowadzające odwracalne zmiany kształtu sygnału.

Do pierwszej grupy można zaliczyć wszelkiego rodzaju szumy i zakłócenia. Do drugiej grupy — charakterystykę tłumieniową grupowego czasu przejścia, fazę różnicową i wzmocnienie różnicowe. Nie ulega wątpliwości, że zniekształcenia te sumują się w różny sposób, dlatego wzory do ich obliczania powinny być różne.

Drugą właściwością parametrów sygnału telewizyjnego jest zależność zniekształceń od innego parametru; na przykład charakterystyka tłumieniowa i grupowego czasu przejścia są funkcją częstotliwości, a faza różnicowa i wzmocnienie różnicowe są funkcją poziomu sygnału luminancji. Zniekształcenie należące do tej grupy powinno określać się za pomocą charakterystyk. Z punktu widzenia sumowania zniekształceń jest to bardzo istotne, ponieważ wówczas wiadomo, przy jakiej częstotliwości względnie przy jakim poziomie sygnału

występują dane zniekształcenia w poszczególnych ogniwach toru przesyłowego. W zależności od kształtu i znaku charakterystyk zniekształceń poszczególnych urządzeń sumaryczne zniekształcenia będą się wzmagać lub kompensować.

W celu uzyskania bardziej dokładnych wyników, została opracowana nowa metoda obliczania sumarycznych zniekształceń [7] [8] [14], polegająca na sumowaniu zniekształceń przy określonych poziomach sygnału luminancji.

Czwórnik telewizyjny o charakterystykach fazowych i tłumieniowych zależnych od poziomu sygnału jest układem nielinearnym. Sygnał telewizyjny zmienia się od poziomu odpowiadającego czerni do poziomu odpowiadającego bieli. Jeżeli przez taki układ będziemy przesyłać sygnał telewizji kolorowej, to powstaną różnicowe zmiany fazy i amplitudy podnośnej chrominancji, natomiast przy przesyłaniu podnośnej przy jednym poziomie sygnału luminancji zniekształcenia różnicowe nie wystąpią, ponieważ dla określonego poziomu sygnału nielinearny układ przesyłowy zachowuje się jak układ linearny w odniesieniu do podnośnej. To pozwala na zastąpienie układu [7] nielinearnego n układami linearnymi odpowiadającymi określonym poziomom luminancji w zakresie biel-czerń i zastosowanie do obliczeń metod używanych do obliczania układów linearnych. Analiza sumowania zniekształceń różnicowych na podnośnej chrominancji została przeprowadzona w pracach [7], [8] [14], gdzie zostały wyprowadzone wzory do obliczania wypadkowych zniekształceń w kaskadowo połączonych telewizyjnych układach przesyłowych. Ponieważ zniekształcenia fazy różnicowej są różne od zniekształceń wzmocnienia różnicowego, dlatego wzory do obliczania wypadkowych zniekształceń są różne.

Jeżeli charakterystyki fazy różnicowej poszczególnych urządzeń są dane w postaci analitycznej, to wzór na sumaryczne zniekształcenia ma postać następującą [7]

$$\varphi_{rs}(L) = \sum_{i=1}^{m} \varphi_{ri}(L), \tag{10}$$

gdzie:

$\varphi_{rs}(L)$ — charakterystyka fazy różnicowej na wyjściu kaskadowo połączonych układów,

$\varphi_{ri}(L)$ — charakterystyki fazy różnicowej poszczególnych urządzeń.

W praktyce zwykle występują trudności przy analitycznym określaniu charakterystyk, wówczas wypadkowe zniekształcenia można obliczyć za pomocą następującej zależności:

$$\begin{aligned} \varphi_{rs1} &= \sum_{i=1}^{m} \varphi_{r1i}, \\ \varphi_{rs2} &= \sum_{i=1}^{m} \varphi_{r2i}, \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \varphi_{rsn} &= \sum_{i=1}^{n} \varphi_{rni}, \end{aligned} \tag{11}$$

gdzie:

φ_{rs} — sumaryczna faza różnicowa przy określonych poziomach sygnału na wyjściu układu,

φ_{ri} — faza różnicowa przy określonych poziomach sygnału w poszczególnych urządzeniach.

Za pomocą zależności (11) można określić charakterystykę sumarycznej fazy różnicowej w zakresie od bieli do czerni obliczając wartości funkcji przy kilku poziomach. Zniekształcenia fazy różnicowej sumują się algebraicznie przy określonych poziomach sygnału luminancji.

Jeżeli maksymalne wzmocnienie podnośnej we wszystkich układach występuje przy tym samym poziomie luminancji, to wypadkową charakterystykę wzmocnienia różnicowego można obliczyć za pomocą następującej zależności [7]:

$$
\begin{aligned}
K_{rs1} &= \sum_{i=1}^{m} K_{r1i} - \sum_{j\neq 1}^{m} K_{r1j}K_{r1l} + \sum_{\substack{j\neq l\\ j\neq q\\ q\neq l}}^{m} K_{r1j}K_{r1l}K_{r1q} + \ldots + (-1)^m \prod_{i=1}^{m} K_{r1i},\\
K_{rs2} &= \sum_{i=1}^{m} K_{r2i} - \sum_{j\neq l}^{m} K_{r2j}K_{r2l} + \sum_{\substack{j\neq l\\ j\neq q\\ q\neq l}}^{m} K_{r2j}K_{r2l}K_{r2q} + \ldots + (-1)^m \prod_{i=1}^{m} K_{r2i},\\
K_{rsn} &= \sum_{i=1}^{m} K_{rni} - \sum_{j=l}^{m} K_{rnj}K_{rnl} + \sum_{\substack{j\neq l\\ j\neq q\\ q\neq l}}^{m} K_{rnj}K_{rnl}K_{rnq} + \ldots + (-1)^m \prod_{i=1}^{m} K_{rni},
\end{aligned}
\tag{12}
$$

gdzie:

K_{rs} — sumaryczne wzmocnienie różnicowe przy określonych poziomach sygnału luminancji na wyjściu kaskadowo połączonych urządzeń,

K_{ri} — wzmocnienie różnicowe przy określonych poziomach w poszczególnych urządzeniach.

Z wyrażenia (12) wynika, że sumaryczne zniekształcenia w pierwszym rzędzie zależą od sumy zniekształceń poszczególnych czwórników a następnie od kombinacji ich iloczynów. Ponieważ dalsze składniki sumy w małym stopniu wpływają na wartość sumarycznych zniekształceń, dlatego w obliczeniach praktycznych wystarczy uwzględnić tylko pierwsze dwa człony wzoru a dalsze można pominąć. W takim przypadku wzór (12) przymie postać następującą:

$$
\begin{aligned}
K_{rs1} &\approx \sum_{i=1}^{m} K_{r1i} - \sum_{j\neq l}^{m} K_{r1j}K_{r1l},\\
K_{rs2} &\approx \sum_{i=1}^{m} K_{r2i} - \sum_{j\neq l}^{m} K_{r2j}K_{r2l},\\
&\;\;\vdots\\
K_{rns} &\approx \sum_{i=1}^{m} K_{rni} - \sum_{j\neq l}^{m} K_{rnj}K_{rnl}.
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Jeżeli maksymalne wzmocnienie podnośnej w poszczególnych układach występuje przy różnych poziomach sygnału luminancji, wtedy do obliczania wypadkowej charakterystyki wzmocnienia różnicowego [7] [14] należy stosować wzór następujący:

$$K_{rs1} = 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{r1i} + \sum_{j\neq l}^{m} K_{r1j}K_{r1l} - \sum_{\substack{i\neq l,\\ j\neq q,\\ q\neq l}}^{m} K_{r1j}K_{r1l}K_{r1q} + \ldots + (-1)^m \prod_{j=1}^{m} K_{r1i}}{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{rpi} + \sum_{j\neq l}^{m} K_{rpj}K_{rpl} - \sum_{\substack{j\neq l,\\ j\neq q,\\ q\neq l}}^{m} K_{rpj}K_{rpl}K_{rpq} + \ldots + (-1)^m \prod_{im1}^{m} K_{rpi}},$$

$$K_{rs2} = 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{r2i} + \sum_{j\neq l}^{m} K_{r2j}K_{r2l} - \sum_{\substack{i\neq l,\\ j\neq q,\\ q\neq l}}^{m} K_{r2j}K_{r2l}K_{r2q} + \ldots + (-1)^m \prod_{i=1}^{m} K_{r2i}}{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{rpi} + \sum_{j\neq l}^{m} K_{rpj}K_{rpl} - \sum_{\substack{j\neq l,\\ j\neq q,\\ q\neq l}}^{m} K_{rpj}K_{rpl}K_{rpq} + \ldots + (-1)^m \prod_{i=1}^{m} K_{rpi}}, \tag{14}$$

$$K_{rsn} = 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{rni} + \sum_{j\neq l}^{m} K_{rnj}K_{rnl} - \sum_{\substack{i\neq l,\\ j\neq q,\\ q\neq l}}^{m} K_{rnj}K_{rnl}K_{rnq} + \ldots + (-1)^m \prod_{i=1}^{m} K_{rni}}{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{rpi} + \sum_{j\neq l}^{m} K_{rpj}K_{rpl} - \sum_{\substack{j\neq l,\\ j\neq q,\\ q\neq l}}^{m} K_{rpj}K_{rpl}K_{rpq} + \ldots + (-1)^m K_{rpn}},$$

gdzie K_{rpi} — wzmocnienie różnicowe przy poziomie o maksymalnym wzmocnieniu podnośnej na wyjściu kaskadowo połączonych układów.

Wzór (14) jest zależnością ogólną i może być stosowany w przypadkach, gdy maksymalne wzmocnienie podnośnej we wszystkich układach występuje przy tym samym poziomie sygnału luminancji, jak również w przypadku gdy występuje przy różnych poziomach sygnału. Zależność (12) jest szczególnym przypadkiem wzoru (14). Gdy maksymalne wzmocnienie podnośnej występuje we wszystkich układach przy tym samym poziomie sygnału luminancji, wtedy zależność (14) przyjmie postać wzoru (12).

Dla obliczeń praktycznych można dalsze człony wzoru (14) pominąć; wtedy otrzymamy:

$$K_{rs1} \approx 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{r1i} + \sum_{i\neq l}^{m} K_{r1j}K_{r1l}}{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{rpi} + \sum_{j\neq l}^{m} K_{rpj}K_{rpl}},$$

$$K_{rs2} \approx 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{r2i} + \sum_{j\neq l}^{m} K_{r2j}K_{r2l}}{1 - \sum_{i-1}^{m} K_{rpi} + \sum_{j\neq l}^{m} K_{rpj}K_{rpl},} \tag{15}$$

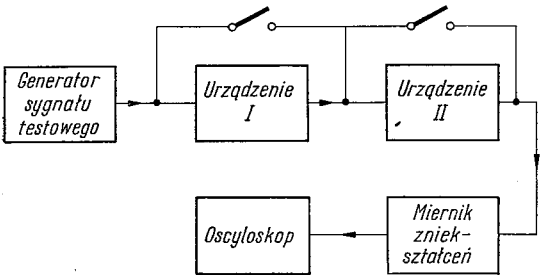
$$K_{rsn} \approx 1 - \frac{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{rni} + \sum_{j \neq l}^{m} K_{rnj} K_{rnl}}{1 - \sum_{i=1}^{m} K_{rpi} + \sum_{j \neq l}^{m} K_{rpl} K_{rpj}}. \tag{15}$$

Z zależności (14) i (15) wynika, że sumaryczne zniekształcenia wzmocnienia różnicowego zależą od wzajemnego ich stosunku przy poziomach sygnału w poszczególnych układach, a w przypadku gdy minimalne zniekształcenia występują przy różnych poziomach, wówczas sumaryczne zniekształcenia odpowiednio się zmniejszają.

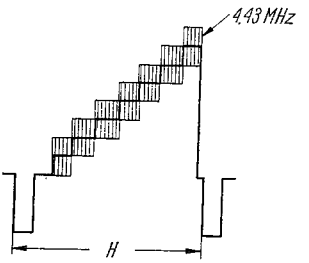
3. WYNIKI OBLICZEŃ I POMIARÓW

W celu sprawdzenia wyżej podanych wzorów do obliczania sumarycznych zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego kaskadowo połączonych telewizyjnych układów przesyłowych oraz porównania uzyskanych wyników z wartościami uzyskanymi za pomocą pomiaru, przeprowadzono szereg pomiarów różnych urządzeń telewizyjnych. Schemat blokowy układu pomiarowego pokazano na rys. 1. W tym układzie przeprowadzono najpierw pomiar zniekształceń różnicowych poszczególnych urządzeń, a następnie łączono je kaskadowo i dokonywano pomiaru sumarycznych zniekształceń.

Jako sygnał testowy wykorzystano sygnał schodkowy z nakładką podnośnej chrominancji (rys. 2).



Rys. 1. Schemat blokowy ujładu pomiarowego



Rys. 2. Sygnał testowy do pomiaru zniekształceń różnicowych

Ze względu na to, że przyczyny powstawania fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego mogą być różne i zależą od rodzaju przesyłanego sygnału telewizyjnego (sygnał wizyjny, sygnał z modulacją amplitudy, sygnał z modulacją częstotliwości) pomiary przeprowadzono dla różnych wariantów połączeń urządzeń telewizyjnych. W celu wszechstronnego zbadania zagadnienia, obok eksploatowanych nadajników telewizyjnych, linii radiowych, wzmacniaczy i urządzeń komutujących, do badań wykorzystywano urządzenie do wprowadzania zniekształceń i korektory zniekształceń różnicowych o regulowanych charakterystykach.

Wykorzystanie układów o regulowanych charakterystykach zniekształceń pozwoliło na porównanie wyników obliczeń z wynikami pomiarów urządzeń o bardzo różnorodnych kształtach charakterystyk i różnych wielkościach zniekształceń.

W celu przeprowadzenia oceny różnych wzorów stosowanych do obliczania sumarycznych zniekształceń różnicowych wypadkowe zniekształcenia obliczono przy pomocy wszystkich omawianych wzorów, a wyniki obliczeń porównano z sumaryczną wartością zmierzoną. Niektóre wyniki obliczeń pokazano na rys. 3÷12. Szczegółowe wyniki badań są zawarte w pracy [11]. Na rysunkach przedstawiono błąd metody jako funkcje poszczególnych wzorów. W celu uproszczenia zapisu na osi poziomej poszczególne wzory oznaczono za pomocą kolejnych liter alfabetu, a mianowicie:

A — pomierzona sumaryczna maksymalna wartość zniekształceń,

B — sumaryczna maksymalna wartość zniekształceń obliczona metodą sumowania zniekształceń przy określonych poziomach sygnału; dla fazy różnicowej obliczona za pomocą zależności (11) a dla wzmocnienia różnicowego za pomocą zależności (13) lub (15),

C — suma arytmetyczna wartości maksymalnych obliczona za pomocą zależności (3),

D — suma geometryczna wartości maksymalnych obliczona za pomocą zależności (4),

E — sumaryczna wartość zniekształceń obliczona według zależności (5),

F — sumaryczna wartość zniekształceń obliczona za pomocą wzoru (6),

G — sumaryczna wartość zniekształceń obliczona według wzoru (7) lub (8),

H — sumaryczna wartość zniekształceń obliczona według zależności (9).

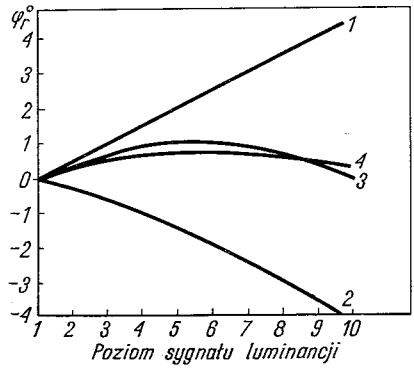
W celu uzyskania lepszych możliwości oceny poszczególnych praw sumowania oraz określenia zależności błędu sumowania od charakterystyk zniekształceń różnicowych poszczególnych urządzeń, wykresy charakterystyk błędu zostały umieszczone pod rysunkami charakterystyk zniekształceń różnicowych poszczególnych urządzeń.

Na rys. 3÷12 podano kilka przykładów charakterystyk zniekształceń różnicowych oraz charakterystyk błędu metod kilku różnych urządzeń telewizyjnych. Z analizy charakterystyk błędu metod sumowania podanych na rys. 3÷12 wynika, że w większości rozpatrywanych przypadków błędy metody można podzielić w zasadzie na trzy grupy: błędy małe, średnie i duże.

Małe błędy występują przy dodawaniu zniekształceń metodą sumowania przy określonych poziomach sygnału luminancji oraz przy sumowaniu algebraicznym (C), jeżeli wartości maksymalne zniekształceń różnicowych są tego samego znaku i występują przy tym samym poziomie sygnału luminancji. W takim przypadku błąd sumowania jest równy błędowi występującemu przy metodzie sumowania zniekształceń przy określonych poziomach sygnału luminancji. Małe błędy metody występują także przy obliczaniu sumarycznych zniekształceń za pomocą zależności (7) lub (8), w przypadku gdy zniekształcenia są przeciwnego znaku. W niektórych przypadkach (np. gdy zniekształcenia jednego urządzenia są znacznie większe od drugiego) małe błędy metod sumowania [11] mogą wystąpić także przy obliczaniu za pomocą wzorów (5), (6) i (9).

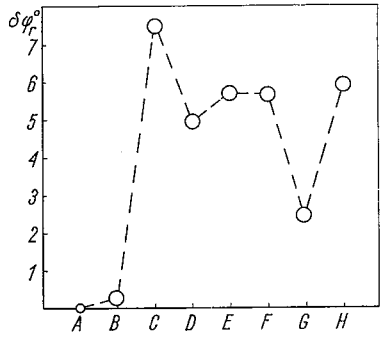
Średnie błędy metod sumowania występują zwykle przy obliczaniu wypadkowych zniekształceń za pomocą zależności (5), (6), (7) a w niektórych przypadkach za pomocą wzoru (9).

Największe błędy metod sumowania występują zwykle przy sumowaniu, jeżeli zniekształcenia są przeciwnego znaku i tego samego rzędu wielkości. Jeżeli zniekształcenia są tego samego znaku i występują przy tym samym poziomie sygnału luminancji, to największy błąd występuje przy obliczaniu za pomocą zależności (7) i (8).

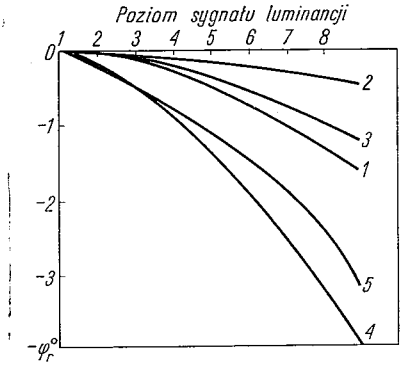


Rys. 3. Charakterystyka fazy różnicowej linii radiowej i wzmacniacza wizyjnego

1) charakterystyka linii radiowej, 2) charakterystyka wzmacniacza, 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona, 4) charakterystyka sumaryczna obliczona

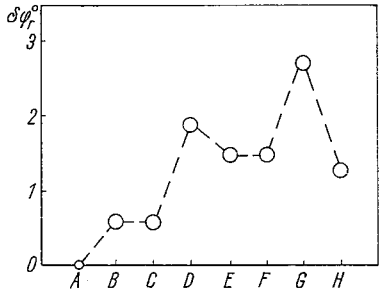


Rys. 4. Błąd obliczonej sumarycznej fazy różnicowej układu o charakterystykach z rys. 3

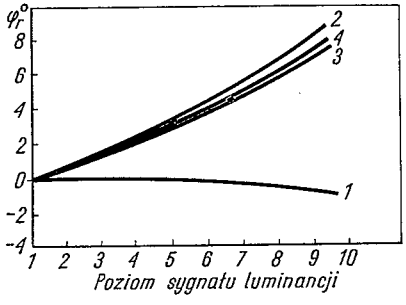


Rys. 5. Charakterystyki fazy rżónicowej wzmacniaczy rozdzielczych

1) charakterystyka wzmacniacza I, 2) charakterystyka wzmacniacza II, 3) charakterystyka wzmacniacza III, 4) charakterystyka sumaryczna pomierzona, 5) charakterystyka sumaryczna obliczona

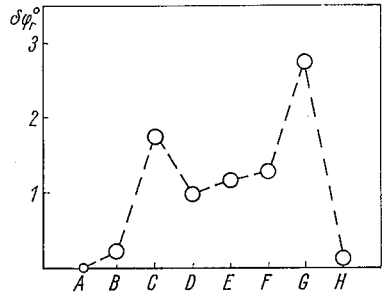


Rys. 6. Błąd obliczonej sumarycznej fazy różnicowej układu o charakterystykach z rys. 5

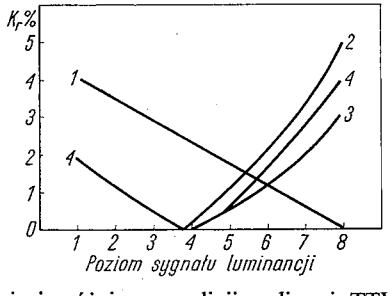


Rys. 7. Charakterystyki fazy różnicowej linii radiowej i nadajnika TV

1) charakterystyka linii radiowej, 2) charakterystyka nadajnika TV, 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona, 4) charakterystyka sumaryczna obliczona

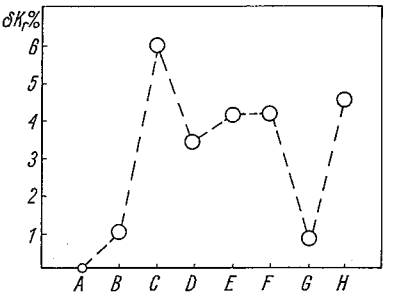


Rys. 8. Błąd fazy różnicowej układu o charakterystykach z rys. 7

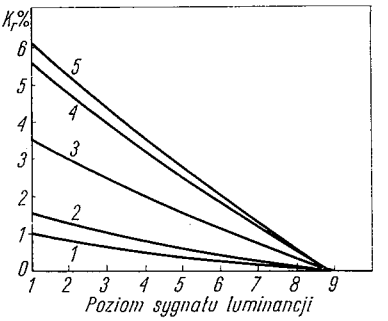


Rys. 9. Charakterystyki wzmocnienia różnicowego linii radiowej TTV 205 i wzmacniaczy w ZCE

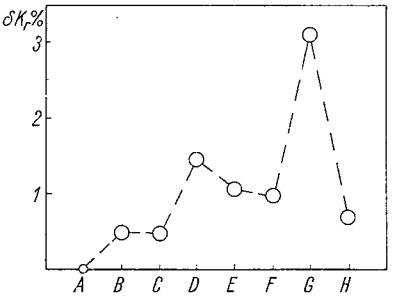
1) charakterystyka linii radiowej, 2) charakterystyka wzmacniaczy, 3) charakterystyka sumaryczna pomierzona, 4) charakterytyka sumaryczna obliczona



Rys. 10. Błąd obliczonego sumarycznego wzmocnienia różnicowego urządzeń o charakterystykach z rys. 9



Rys. 11. Charakterystyka wzmocnienia różnicowego trzech wzmacniaczy rozdzielczych
1) charakterystyka wzmacniacza nr 1, 2) charakterystyka wzmacniacza nr 2, 3) charakterystyka wzmacniacza nr 3, 4) charakterystyka sumaryczna pomierzona, 5) charakterystyka sumaryczna obliczona



Rys. 12. Błąd obliczonego sumarycznego wzmocnienia różnicowego układu o charakterystykach z rys. 11

Duże błędy mogą także wystąpić jednocześnie [11] przy sumowaniu za pomocą zależności (3) i (7) lub (8). Taki przypadek może wystąpić, jeżeli charakterystyki zniekształceń różnicowych są przeciwnego znaku a ich ekstrema występuje przy różnych poziomach sygnału luminancji.

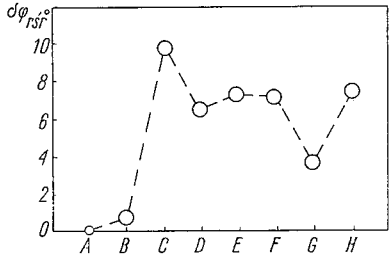
Najbardziej zmiennymi punktami charakterystyk błędu metod sumowania są punkty *C* i *G*. W zasadzie te dwa punkty zwykle się zmieniają; gdy charakterystyka w jednym osiąga minimum to w drugim maksimum.

Z analizy charakterystyk błędu metod sumowania opartych na zasadzie dodawania wartości maksymalnych wynika, że zależą one od kształtu i znaku charakterystyk znie-

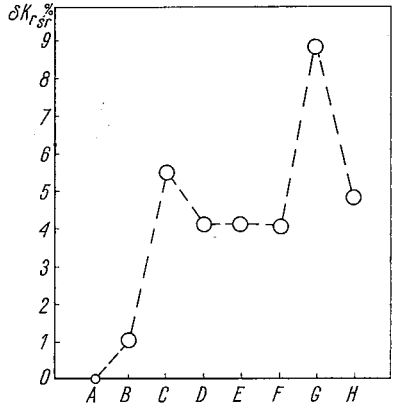
kształceń różnicowych poszczególnych urządzeń połączonych kaskadowo, stosunku zniekształceń różnicowych w poszczególnych urządzeniach i wielkości zniekształceń.

Metoda sumowania zniekształceń przy określonych poziomach sygnału luminancji teoretycznie zapewnia bezbłędne obliczenie sumarycznych zniekształceń. W praktyce jednak występują pewne błędy, które są spowodowane błędami przyrządów pomiarowych i wpływem zniekształceń nielinearnych składowych małych częstotliwości sygnału wizyjnego [12].

W celu uzyskania lepszych możliwości porównania metody sumowania zniekształceń różnicowych przy poziomach sygnału z metodami opartymi na zasadzie sumowania wartości maksymalnych obliczono średnie błędy sumarycznej fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego. Na rys. 13 pokazano charakterystyki średniego błędu sumarycznej fazy



Rys. 13. Średni błąd obliczonej sumarycznej fazy różnicowej



Rys. 14. Średni błąd obliczonego sumarycznego wzmocnienia różnicowego

różnicowej, a na rys. 14 średniego sumarycznego wzmocnienia różnicowego z 23 układów kaskadowo połączonych telewizyjnych urządzeń przesyłowych. Z rys. 13 i 14 wynika, że średni błąd fazy różnicowej obliczony metodą sumowania funkcji jest 4,3÷11,8 razy mniejszy od błędu metod opartych na zasadzie sumowania wartości maksymalnych, a średni błąd wzmocnienia różnicowego jest 3,6÷7,5 razy mniejszy od metod opartych na zasadzie sumowania wartości maksymalnych.

4. WNIOSKI

Z przeprowadzonych wyżej rozważań wynikają następujące wnioski.

1. Zniekształcenia różnicowe sumuje się przy określonych poziomach sygnału luminancji.

2. Wypadkowe zniekształcenia fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego na wyjściu kaskadowo połączonych telewizyjnych układów przesyłowych należy obliczać za pomocą różnych wzorów.

3. Prawa sumowania zniekształceń różnicowych są niezależne od rodzaju przesyłanego sygnału, kształtu charakterystyk, wielkości zniekształceń i ilości układów.

4. Urządzenia telewizyjne wykorzystywane do przesyłania sygnałów telewizji kolorowej należy określać za pomocą charakterystyk zniekształceń różnicowych.

5. Jeżeli w układach przesyłowych występują zniekształcenia nielinearne małych częstotliwości, to należy uwzględnić ich wpływ na sumowanie zniekształceń różnicowych.

6. Metody obliczania wypadkowych zniekształceń różnicowych oparte na zasadzie sumowania wartości maksymalnych są obarczone dużym błędem, zależnym od kształtu charakterystyk zniekształceń poszczególnych urządzeń, wielkości zniekształceń i ilości urządzeń połączonych kaskadowo.

7. Metoda sumowania zniekształceń różnicowych przy określonych poziomach sygnału luminancji jest kilka razy dokładniejsza od metod opartych na zasadzie sumowania wartości maksymalnych.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Dokument CMTT/7-E, 8 January 1962, Requirements for the Transmission of Monochrome Television Signals, Cumulative Distortions in Multilinie Connexions.
2. H. Dobesch und W. Heller, Zur Frage der Tolerierung und Aufteilung der Parameterwerte auf die Abschnitte des Bildübertragungs-Kanals, Technische Mitteilungen RFZ, 3/1968.
3. Doc. CMTT/7-E, 8 January 1962, Transmission of Monochrome and Colour Television Signals Over Long Distances.
4. P. M. Kopyłow, Diferencjalnyje iskażenia w cwietnom telewideniu, Elektroswiaź, nr 3/1968.
5. Dokument końcowy z XI Plenarnego Posiedzenia CCIR Oslo 1966, Doc. CMTT/1007-E, 19 July 1966.
6. Y. Itoh, System Designing of Color Television Facilities, Journal of the SMPTE, Vol. 76, December 1967.
7. A. Podemski, Sumowanie zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego na częstotliwości podnośnej sygnału chrominancji, Monografie ITR, nr 3, 1967.
8. A. Podemski, Sumation of Nonlinear Distortions on the Chrominance Signal Subcarier, Radio Television, nr 5, 1968.
9. Dokumenty X Plenarnej Sesji CCIR, Genewa 1963, tom V.
10. Doc. CMTT/16-E, 31 May 1965, Transmission of Colour Television Signal Over Long Distances.
11. A. Podemski, Sumowanie zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego sygnałów telewizji barwnej, Praca doktorska, Instytut Łączności, Warszawa 1971.
12. A. Podemski, Summation of Differential Distortions at the Chrominance Sub-Carrier Frequency in Circuit With Statical Non-Linearity, Radio Television, 6/1970.
13. A. Podemski, Obliczanie sumarycznych zniekształceń różnicowych sygnału chrominancji w telewizyjnych układach przesyłowych, Prace Instytutu Łączności, nr 3/59) 1971.
14. A. Podemski, Sumowanie zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego, Prace Instytutu Łączności 2(50) 1968.

A. PODEMSKI

ANALYSIS OF DIFFERENT METHODS IN ADDING UP OF DIFFERENTIAL PHASE AND DIFFERENTIAL GAIN OF COLOUR TELEVISION SIGNALS

Summary

Different methods of adding up of distortions in differential phase and differential gain in signal subcarrier frequency were studied. Several methods of calculating the resulting differential distortions in cascade-connected television transmission network were examined. The results of the experiments were announced.

A. PODEMSKI

ANALYSE DES MÉTHODES D'ADDITION DE LA PHASE DIFFÉRENTIELLE ET DU GAIN DIFFÉRENTIEL DES SIGNAUX DE TÉLÉVISION EN COULEUR

Résumé

On a considéré les differentes méthodes d'addition des distortions de phase différentielle et du gain différentiel de la sous-porteuse du signal de chrominance.

On a apprécié les méthodes particulières du calcul des résultantes des distortions différentielles dans les circuits de transmission de télévision connectés en cascade. On a présenté les résultats des recherches expérimentales.

A. PODEMSKI

ANALYSE VON METHODEN DER DIFFERENTIALPHASEN-SUPERPOSITION UND DER VERSTÄRKUNG DES DIFFERENTIALSIGNALS FARBIGEN FERNSEHENS

Zusammenfassung

Es wurden verschiedene Methoden der Superposition von Differentialphasenverzerrungen auf die Höhenfrequenz des Chrominanzsignals analysiert. Man erwog die einzelnen Methoden resultierender Berechnung von Differentialverzerrungen in kaskadenartig verbundenen, übertragenden Fernsehsystemen. Ergebnisse experimenteller Versuche wurden angeführt.

А. ПОДЕМСКИ

АНАЛИЗ МЕТОДОВ СУММИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФАЗЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УСИЛЕНИЯ СИГНАЛОВ ЦВЕТНОГО ТЕЛЕВИДЕНИЯ

Резюме

Рассмотрены различные методы суммирования искажений дифференциальной фазы и дифференциального усиления на поднесущей сигнала цветности.

Приведена оценка отдельных методов вычисления результирующих дифференциальных искажений для каскадно соединенных четырехполюсников. Приводится результаты экспериментальных исследований.

TREŚĆ

CONTENTS — TABLE DES MATIÉRES — INHALT

СОДЕРЖАНИЕ

Wytyczne dla Autorów

Komitet Redakcyjny prosi o przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowywaniu maszynopisów artykułów nadsyłanych do opublikowania.

1. Redakcja przyjmuje prace przeglądowe, kompilacyjne i monograficzne, które powinny zawierać własny wkład twórczy Autora polegający na: oryginalnym ujęciu zagadnienia, własnej klasyfikacji, krytycznej ocenie (teorii lub metod), wyciągnięciu wniosków co do celowości takiego lub innego działania, prognostyce itp. Artykuły należy nadsyłać w dwóch egzemplarzach.

2. *Wymagania podstawowe.* Maszynopis powinien być napisany jednostronnie przez czarną taśmę, na maszynie do pisania z niezabrudzonymi i nieuszkodzonymi znakami. Dopuszcza się odręczne czytelne uzupełnianie lub pisanie atramentem albo długopisem kolorem czarnym lub ciemnoniebieskim znaków specjalnych oraz znaków w językach, którach alfabetów nie ma na maszynach do pisania, np. znaków matematycznych, chemicznych, liter greckich. Maszynopis powinien być napisany na papierze do maszyn do pisania koloru białego, formatu A4; numeracja ciągła na wszystkich kartkach.

3. *Sposób pisania tekstu.* Tekst w maszynopisie powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjowania (rozstrzelenia), podkreślania i pisania tekstów dużymi literami. Proponowane wyróżnienia Autor może wprowadzić do maszynopisu (zwykłym ołówkiem) za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych (podkreślenie linią przerywaną — spacjowanie, podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa itp.). Na jednej kartce maszynopisu powinno być 30 wierszy po około 60 znaków łącznie z odstępami. Marginesy każdej kartki powinny mieć następujące wymiary: górny — ok. 25 mm, lewy — ok. 35 mm. Tekst maszynopisu powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami; tytuły i podtytuły małymi literami. Akapity należy rozpoczynać z wcięciem równym trzem uderzeniom maszyny do pisania.

4. *Sposób pisania tablic.* Tablice w maszynopisie powinny być napisane w układzie zbliżonym do układu zecerskiego. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi; u góry każdej tablicy podać tytuł.

5. *Sposób pisania wzorów matematycznych.* Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi: strzałki, linie, kropki, daszki itp. powinny być napisane dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

6. *Przygotowanie materiału ilustracyjnego.* Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać zgodnie z obowiązującymi normami, na oddzielnych arkuszach, z podaniem kolejnych numerów rysunków. W maszynopisie artykułu na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku, a na oddzielnym arkuszu wykaz podpisów pod rysunki. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.). U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, tytuł pracy i nazwisko autora. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.

dalszy ciąg Wytycznych na następnej stronie

7. *Streszczenia.* Do każdej nadsyłanej pracy należy dołączyć krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim (w 5 egz.) oraz streszczenie w językach obcych: angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim. W razie nienadesłania streszczeń w językach obcych Autor powinien podać niezbędną do wykonania tłumaczenia obcojęzyczną terminologię.

8. *Literatura.* Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury cytowanej w tekście, wymieniając w następującej kolejności: pierwsze litery imion, nazwisko autora, po czym po przecinku pełny tytuł dzieła lub artykułu; dalej, w przypadku książki — wydawcę, miejsce wydania i rok, a w przypadku artykułu — tytuł czasopisma, numer zeszytu, rok wydania i ewent. numer strony. Pozycje wykazu powinny być ponumerowane.

Uwagi

1. Niezastosowanie się Autora do podanych wyżej wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych materiałów do wymagań Redakcji.

2. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egz. odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze Autor może zamówić w Redakcji na własny koszt.

3. **Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni** pod adresem Redakcji.

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XIX · ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1973

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1
Instytut Teleelektroniki, Gmach Elektroniki
pokój 343, tel. 21-007-564 oraz 25-09-10

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 670(545+125)	Oddano do składania 5. VI. 1973 r.
Ark. wyd. 13,5 ark. druk. 10,25+1 wkł.	Podpisano do druku we wrześniu 1973 r.
Papier druk. sat. kl. III, 80 g, 70×100	Druk ukończono w październiku 1973 r.
Zamówienie nr 867/73 R—12	Cena zł 40.—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 4, ss. 583—596

517.512

Dyskretne przekształcenie Fouriera przebiegów o widmie uciętym. Właściwości i metody obliczania

ANDRZEJ GIEŁCZYŃSKI (ŁÓDŹ)

Instytut Automatyki i Elektroniki Politechniki Łódzkiej
Zespół Urządzeń Półprzewodnikowych

Otrzymano 10.11.1972

W pracy omówiono dyskretne przekształcenie Fouriera i jego podstawowe własności. Omówiono szczegółowo algorytm bardzo szybkiego obliczania dyskretnego przekształcenia Fouriera przy użyciu maszyny cyfrowej. Na zakończenie przedstawione zostały przykładowe wyniki obliczeń widma przy wykorzystaniu omawianego algorytmu oraz wskazano możliwości praktycznego jego wykorzystania.

1. WSTĘP

W rozwiązywaniu wielu zagadnień — zarówno matematycznych, jak i fizycznych — dotyczących układów liniowych bardzo pomocne są liniowe przekształcenia całkowe. Rolę szczególną spełnia przekształcenie Fouriera. Chociaż można uważać je tylko za funkcjonał matematyczny, to jednak transformaty Fouriera mają określone znaczenie fizyczne, tak jak funkcje, z których powstały. W zagadnieniach związanych z identyfikacją obiektów metodą reflektometrii czasowej [5] przekształcenie Fouriera może być wykorzystane jako aparat przejścia z otrzymanych na podstawie pomiarów przebiegów czasowych na charakterystyki częstotliwościowe.

Zastosowanie metod cyfrowych stwarza konieczność próbkowania przebiegów rzeczywistych zjawisk fizycznych w dyskretnych punktach czasu. Zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu [1] próbki takie dokładnie odwzorowują przebieg ciągły, jeżeli posiada on ograniczone widmo, tzn. jeżeli jego transformata Fouriera jest różna od zera tylko w skończonym przedziale. Widmo takie nazywamy uciętym.

Analiza cyfrowa prowadzi do pojęcia dyskretnego przekształcenia Fouriera. Obliczanie go nawet przy wykorzystaniu maszyn cyfrowych pochłaniało stosunkowo dużo czasu. Fakt ten w znacznym stopniu ograniczał praktyczne wykorzystanie przekształcenia Fouriera. W r. 1965 została podana przez Cooley'a i Tukey'a [4] metoda bardzo efektywnego obliczania dyskretnego przekształcenia Fouriera, nazwana Fast Fourier Transform (FFT). Algorytm ten pozwala na znaczne skrócenie czasu obliczeń i umożliwia tym samym szersze wykorzystanie przekształcenia Fouriera do analizy zagadnień praktycznych.

2. DYSKRETNE PRZEKSZTAŁCENIE FOURIERA

Jak już powiedziano, przebiegi o uciętym widmie mogą być dokładnie odwzorowane na podstawie zbioru próbek. Transformatę uciętą można napisać dla dowolnej funkcji $g(t)$ w postaci ogólnej:

$$F(f) = \Pi\left(\frac{f}{2f_g}\right) \cdot G(f),^{1)} \tag{2.1}$$

a funkcję, której ta transformata odpowiada, w postaci:

$$f(t) = \operatorname{sinc} 2f_g t * g(t).^{2)} \tag{2.2}$$

We wzorach tych f_g jest częstotliwością odcięcia, $G(f)$ i $F(f)$ są transformatami Fouriera odpowiednio funkcji $g(t)$ i $f(t)$.

Na podstawie zbioru próbek $f(t) \cdot \text{Ш}\left(\frac{t}{\Delta t}\right)^{3)}$ można w sposób jednoznaczny odtworzyć funkcję $f(t)$. Przy założeniu, że próbkowanie odbywa się w odstępach $\Delta t = 1/2f_g$ funkcję $f(t)$ można przedstawić w postaci [1]:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n \cdot \Delta t) \operatorname{sinc} \frac{t - n \cdot \Delta t}{\Delta t}. \tag{2.3}$$

Próbki $f(n \cdot \Delta t)$ muszą być pobierane w punktach jednakowo odległych od siebie, o nie więcej niż $1/2f_g$. Oznacza to, że jeżeli próbkowanie będzie odbywać się w odstępach czasu Δt, to w widmie funkcji nie będą reprezentowane składowe o częstotliwościach większych niż $f_g = 1/2\Delta t$.

Widma funkcji spotykanych w praktyce nie są idealnie skończone. Z drugiej strony, każdy fizyczny przebieg ma zawsze częstotliwość, powyżej której składowe widma są tak małe, że można je dla określonych zastosowań pominąć. Przyjmując, że dany przebieg ma widmo ucięte popełniamy wobec tego błąd, który w konkretnych zastosowaniach twierdzenia o próbkowaniu powinien być oszacowany.

---

1) $\Pi(x)$ jest funkcją prostokątną, którą można opisać w sposób następujący:

$$\Pi(x) = \begin{cases} 0, & |x| > 1/2 \\ 1, & |x| < 1/2 \end{cases}$$

2) $\operatorname{sinc} x = \dfrac{\sin \pi x}{\pi x}$. Transformatą Fouriera funkcji $\operatorname{sinc} x$ jest funkcja prostokątna $\Pi(v)$.

3) $\text{Ш}(x)$ jest nieskończonym ciągiem impulsów Diraca $\delta(x)$ występujących w jednostkowych odstępach:

$$\text{Ш}(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x-n), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

Mnożenie funkcji $f(x)$ przez dystrybucję $\text{Ш}(x)$ próbkuje tę funkcję w jednakowych odstępach zmiennej x. Dokładne omówienie dystrybucji $\text{Ш}(x)$ i dystrybucji $\delta(x)$ podane jest przez Bracewella [1].

Parę przekształceń Fouriera, tj. przekształcenie proste i odwrotne definiujemy zwykle za pomocą wzorów[4]:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot \exp(-j2\pi ft)dt,$$
$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f) \cdot \exp(+j2\pi ft)df. \tag{2.4}$$

Wartość widma w dyskretnym punkcie częstotliwości otrzymamy kładąc w miejsce f częstotliwość nf_T:

$$G(nf_T) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot \exp(-j2\pi nf_T t)dt. \tag{2.5}$$

Jeżeli na miejsce $g(t)$ podstawimy funkcję $g_1(t)$ posiadającą z praktycznego punktu widzenia widmo ucięte i taką, że:

$$g_1(t) = 0 \quad \text{dla} \quad t < 0 \quad \text{i} \quad t > T, \tag{2.6}$$

to wtedy całkę we wzorze (2.5) możemy aproksymować za pomocą sumy:

$$G_1(nf_T) \cong \sum_{k=0}^{N-1} g_1(t_k) \cdot \exp(-j2\pi nf_T t_k) \cdot \Delta t \tag{2.7}$$

gdzie:

$n = 0, 1, 2, \ldots N-1,$

$k = 0, 1, 2, \ldots N-1,$

N — liczba próbek,

Δt — przedział próbkowania; $\Delta t = \dfrac{T}{N}$,

$t_k = k \cdot \Delta t.$

Po prostych przekształceniach i oznaczając $g_1(t_k) = X_k$ mamy:

$$G_1(nf_T) = \frac{T}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot \exp(-j2\pi nk/N) = \frac{T}{N} A_n, \tag{2.8}$$

gdzie:

$$A_n = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot \exp(-j2\pi nk/N), \qquad n = 0, 1, 2, \ldots N-1. \tag{2.9}$$

Wzór (2.9) przyjmuje się za definicję[5] dyskretnego przekształcenia Fouriera [2, 3]. Wyrażenie A_n nazywa się n-tym współczynnikiem dyskretnego przekształcenia Fouriera. Wzór ten można napisać w nieco innej postaci:

$$A_n = \sum_{k=0}^{N-1} X_k W^{nk}, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots N-1, \tag{2.10}$$

---

[4] Spotyka się również inne wzory definiujące przekształcenie Fouriera, różniące się miejscem występowania współczynnika 2π, [1].

[5] Jako współczynniki dyskretnego przekształcenia Fouriera przyjmuje się też A_n/N, lub $A_n/\sqrt{N}$.

gdzie:

$$W = \exp(-j2\pi/N). \tag{2.11}$$

Dyskretne przekształcenie odwrotne definiuje się [2] wzorem:

$$X_l = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} A_n W^{-nl}, \quad l = 0, 1, 2, \ldots N-1. \tag{2.12}$$

Podstawiając (2.10) do (2.12) otrzymamy po przekształceniach:

$$X_l = X_k \quad \text{dla} \quad l = k.$$

Łatwo można wykazać ważną własność dyskretnego przekształcenia Fouriera:

$$\begin{aligned} A_n &= A_{N+n} = A_{2N+n} = \ldots \\ X_l &= X_{N+l} = X_{2N+l} = \ldots \end{aligned} \tag{2.13}$$

Dyskretne przekształcenie Fouriera składa się ze skończonej liczby współczynników A_n. Tym samym zawiera informacje o widmie tylko w skończonym przedziale częstotliwości. Dyskretne przekształcenie Fouriera reprezentuje zatem widmo ucięte.

Jeżeli $g_1(t)$ będzie pojedyńczym segmentem funkcji okresowej o okresie T i częstotliwości powtarzania $f_T = 1/T$, to związek między współczynnikami A_n dyskretnego przekształcenia Fouriera a zespolonymi współczynnikami c_n szeregu Fouriera odpowiadającego funkcji okresowej [6] można zapisać w postaci:

$$c_n = \frac{A_n}{N}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots N-1. \tag{2.14}$$

3. OBLICZANIE DYSKRETNEGO PRZEKSZTAŁCENIA FOURIERA PRZY UŻYCIU MASZYNY CYFROWEJ

Obliczanie dyskretnego przekształcenia Fouriera bezpośrednio ze wzorów (2.9) lub (2.10) nawet przy użyciu maszyny cyfrowej jest, jak już wspomniano, bardzo czasochłonne. Ponieważ należy obliczyć N współczynników A_n, z których każdy jest sumą N składników, zatem liczba operacji matematycznych — a tym samym i czas obliczeń — są proporconalne do N^2.

Poniżej omówiony zostanie algorytm pozwalający na znaczne skrócenie czasu obliczeń. Znany jest on w zagranicznej literaturze fachowej pod nazwą Fast Fourier Transform (FFT). Ze względu na podobieństwo przekształceń danych wzorami (2.10) i (2.12) algorytm ten może być użyty z równym powodzeniem do obliczania dyskretnego przekształcenia prostego, jak i odwrotnego.

Istnieją zasadniczo dwie, równoważne wersje omawianego algorytmu, z których każda posiada szereg modyfikacji [2, 7]. Rozpatrzymy tutaj wersję podaną przez Cooleya i Tukeya [4], przy czym ograniczymy się do obliczania przekształcenia prostego.

Niech dany przebieg czasowy $g_1(t)$ posiadający z praktycznego punktu widzenia widmo ucięte i spełniający warunek (2.6) będzie reprezentowany przez zbiór N próbek X_k, $k =$

$= 0, 1, 2, \ldots N-1$. Podzielmy ten zbiór na dwa podzbiory: pierwszy, składający się z próbek o numerach parzystych i drugi — z próbek o numerach nieparzystych

$$\begin{aligned} X_k^{(0)} &= X_{2k}, \\ X_k^{(1)} &= X_{2k+1}, \end{aligned} \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \frac{N}{2}-1. \tag{3.1}$$

Każdy z tych podzbiorów zawiera o połowę mniej elementów, niż zbiór pierwotny X_k.

Utwórzmy dla każdego z tych podzbiorów dyskretne przekształcenie Fouriera:

$$\begin{aligned} A_n^{(0)} &= \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} X_k^{(0)} \exp(-j4\pi nk/N), \\ A_n^{(1)} &= \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} X_k^{(1)} \exp(-j4\pi nk/N), \end{aligned} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \frac{N}{2}-1. \tag{3.2}$$

Przekształcenie zbioru próbek X_k dane wzorem (2.9) można z kolei napisać w postaci:

$$A_n = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \{X_k^{(0)} \exp(-j4\pi nk/N) + X_k^{(1)} \exp[-j2\pi n(2k+1)/N]\}, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots N-1. \tag{3.3}$$

Wynika stąd związek między przekształceniami zbiorów $X_k^{(0)}$, $X_k^{(1)}$ i X_k:

$$A_n = A_n^{(0)} + \exp(-j2\pi n/N) A_n^{(1)}, \qquad 0 \leqslant n \leqslant \frac{N}{2}-1. \tag{3.4}$$

Wykorzystując zależność (2.13) otrzymamy drugą połowę zbioru współczynników A_n $\left(\frac{N}{2} \leqslant n \leqslant N-1\right)$:

$$\begin{aligned} A_{n+N/2} &= A_n^{(0)} + \exp\left[-j2\pi\left(n+\frac{N}{2}\right)\Big/N\right] A_n^{(1)} = \\ &= A_n^{(0)} - \exp(-j2\pi n/N) A_n^{(1)}, \qquad 0 \leqslant n \leqslant \frac{N}{2}-1. \end{aligned} \tag{3.5}$$

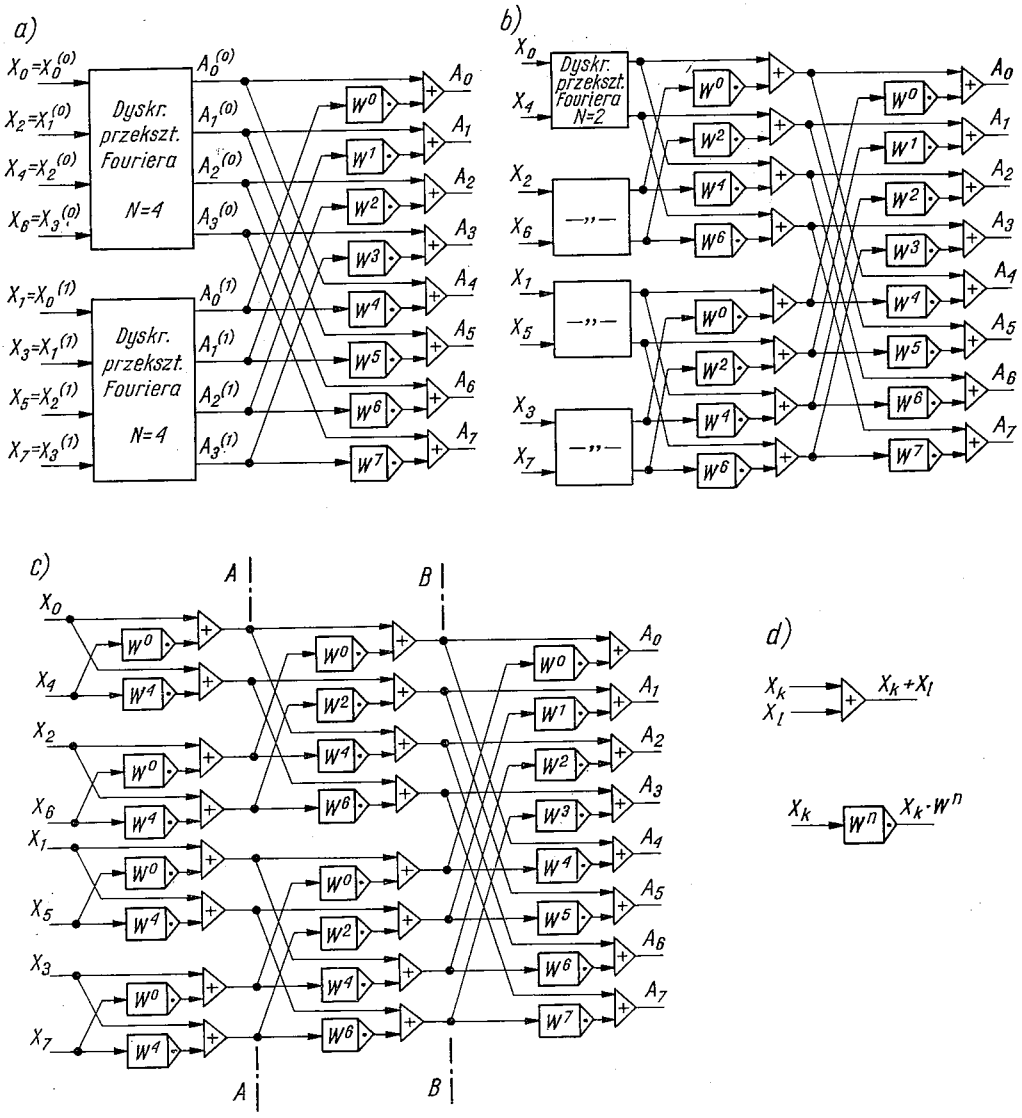
Ostatecznie, biorąc pod uwagę zależność (2.11), mamy:

$$\begin{aligned} A_n &= A_n^{(0)} + W^n A_n^{(1)}, \\ A_{n+N/2} &= A_n^{(0)} + W^{(n+N/2)} A_n^{(1)} = A_n^{(0)} - W^n A_n^{(1)}, \end{aligned} \qquad 0 \leqslant n \leqslant \frac{N}{2}-1. \tag{3.6}$$

Zależności te pozwalają nam obliczyć dyskretne przekształcenie Fouriera A_n zbioru X_k zawierającego N próbek na podstawie przekształceń $A_n^{(0)}$ i $A_n^{(1)}$ zbiorów $X_k^{(0)}$ i $X_k^{(1)}$, z których każdy zawiera $N/2$ próbek. Zilustrowano to graficznie na rys. 1a. Dla uproszczenia przyjęto liczbę próbek zbioru X_k $N = 8$. Na schemacie tym prostokątami oznaczono bloki wykonujące dyskretne przekształcenie Fouriera dla zbioru składającego się z liczby próbek podanej wewnątrz prostokąta. Ze schematu widać, że np.: $A_6 = A_2^{(0)} + W^6 A_2^{(1)}$ (por. ze wzorem (3.6)).

Postępując dalej analogicznie możemy przekształcenia $A_n^{(0)}$ i $A_n^{(1)}$ zredukować do obliczania dyskretnego przekształcenia Fouriera podzbiorów składających się z $N/4$ ele-

mentów. Redukcję możemy przeprowadzać dopóty, dopóki liczba próbek będzie podzielna przez 2. W przypadku, gdy $N = 2^r$ możemy przeprowadzić r takich redukcji. W ostatnim etapie będziemy musieli obliczyć dyskretne przekształcenie Fouriera dla zbioru składa-



Rys. 1. Kolejne etapy redukcji obliczeń dyskretnego przekształcenia Fouriera dla liczby próbek $N = 8$ (a, b, c) i funkcje użytych na schematach bloków (d)

jącego się z jednej próbki. Jest oczywiste, że w tym przypadku $A \equiv X$ (wartość dyskretnego przekształcenia Fouriera jest wartością próbki).

Kolejne etapy redukcji dla zbioru składającego się z $N = 8$ elementów X_k pokazane są na rys. 1b, c. Na schemacie z rys. 1c występują tylko operacje sumowania i mnożenia.

Liczba węzłów, w których następuje sumowanie wynosi $8 \cdot 3 = 24$. Również liczba operacji mnożenia jest równa $8 \cdot 3 = 24$.

Ogólnie, dla obliczenia dyskretnego przekształcenia Fouriera przebiegu reprezentowanego przez zbiór $N = 2^r$ próbek potrzeba $N \cdot \log_2 N$ operacji sumowania i $N \cdot \log_2 N$ operacji mnożenia — razem $2N \cdot \log_2 N$ operacji matematycznych.

W przypadku, gdy N nie jest potęgą liczby 2 ale jest podzielne przez czynnik p, można utworzyć p podzbiorów próbek $X_k^{(i)} = X_{pk+i}$, z których każdy zawiera N/p elementów. Dla każdego z tych podzbiorów istnieje dyskretne przekształcenie Fouriera $A_n^{(i)}$. Przez liniową kombinację tych przekształceń można otrzymać przekształcenie zbioru X_k:

$$A_{n+mN/p} = \sum_{i=0}^{p-1} A_n^{(i)} W^{i(n+mN/p)}, \qquad \begin{array}{l} m = 0, 1, 2, \ldots p-1, \\ n = 0, 1, 2, \ldots N/p-1. \end{array} \tag{3.7}$$

Obliczanie dyskretnego przekształcenia Fouriera może być w tym przypadku bardziej uproszczone, jeżeli liczba próbek N da się rozłożyć na więcej czynników [7].

Jak widać ze schematu pokazanego na rys. 1c, dany zbiór próbek X_k musi być uporządkowany w pamięci maszyny nie według kolejnych numerów, a w pewien szczególny sposób. Wynika to z opisanego wyżej sposobu dzielenia zbiorów próbek na podzbiory. Numer pozycji, na której należy umieścić kolejną próbkę otrzymamy, jeżeli:

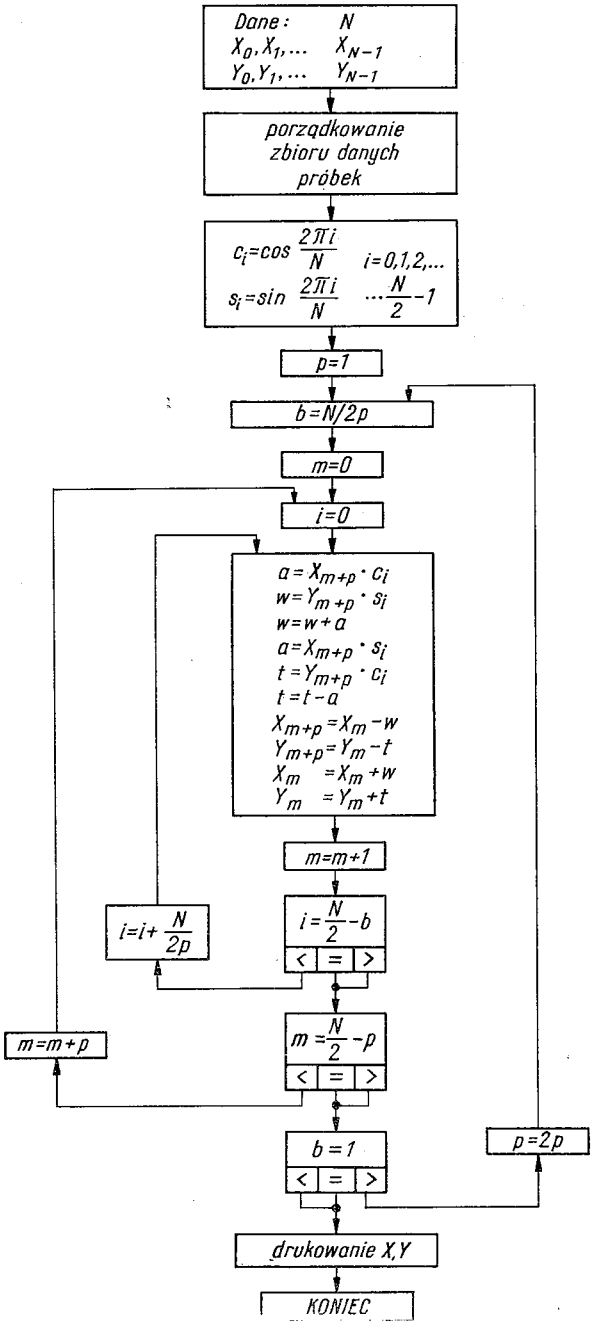
1. liczbę będącą numerem kolejnym próbki przedstawimy w systemie dwójkowym,
2. dokonamy „zwierciadlanego odbicia" tak napisanej liczby,
3. otrzymaną liczbę przedstawimy na powrót w systemie dziesiętnym. Np. próbkę $X_6 \equiv X_{(110)_2}$ należy umieścić na pozycji $(011)_2 \equiv 3$.

Ogólnie rzecz biorąc, transformacji mogą być poddane wielkości zespolone. Stąd, dla wprowadzenia do maszyny N danych próbek, w jej pamięci musi być zarezerwowana liczba miejsc równa $2N$. Podkreślić należy, że ta liczba miejsc w zupełności wystarcza na dokonanie wszystkich obliczeń. Wynika to z faktu, że dokonując obliczeń „krok po kroku" otrzymywane rezultaty pośrednie możemy zapisywać w tych samych miejscach pamięci, z których pobierane były dane do obliczeń. Przez obliczanie „krok po kroku" należy tu rozumieć obliczanie wartości najpierw we wszystkich węzłach znajdujących się (por. rys. 1c) wzdłuż pionowej linii *A-A*, następnie we wszystkich węzłach wzdłuż linii *B-B*, itd. Wartości przypisane każdemu z węzłów „oddziaływują" tylko na dwa bezpośrednio następujące węzły, te zaś „pobierają informacje" tylko z dwóch węzłów poprzedzających. Można więc, dokonując obliczeń jednocześnie dla dwóch węzłów, wpisać otrzymane wyniki w te miejsca pamięci, gdzie zapisane były wartości przypisane węzłom poprzedzającym, ponieważ nie będą one już potrzebne do dalszych obliczeń. Pozwala to znacznie zmniejszyć wymaganą pojemność pamięci maszyny.

Na rys. 2 pokazano układ blokowy programu na maszynę cyfrową, wykonany według schematu podanego na rys. 1c. Na schemacie tym przez X_k oznaczono wartości rzeczywiste próbek, przez Y_k — wartości urojone. Uwzględniono ponadto oczywistą zależność:

$$W^i = \exp(-j2\pi i/N) = \cos 2\pi i/N - j \cdot \sin 2\pi i/N. \tag{3.8}$$

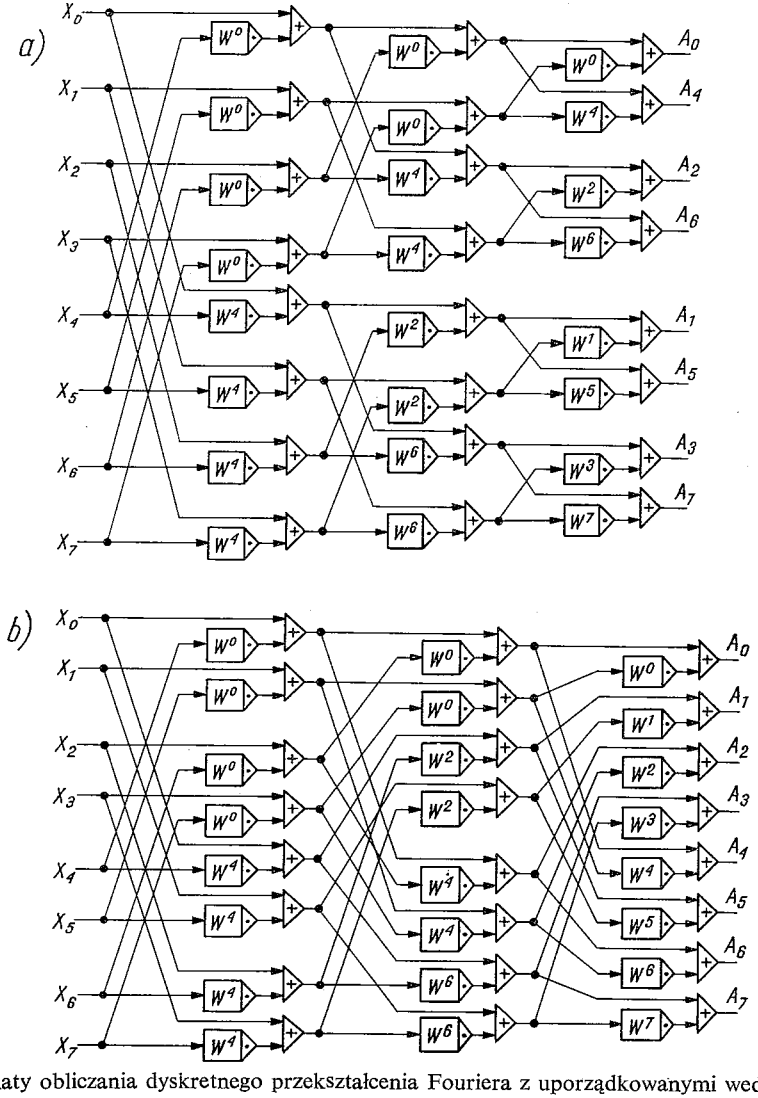
Schemat z rys. 1c można łatwo przekształcić do postaci pokazanej na rys. 3a. Dane wejściowe na tym schemacie uporządkowane są według swych kolejnych numerów. Za to otrzymane wyniki nie są ułożone kolejno i wymagają właściwego uporządkowania.



Rys. 2. Schemat blokowy programu na maszynę cyfrową dla szybkiego obliczania dyskretnego przekształcenia Fouriera

Ponadto wykładniki potęgi przy współczynnikach W występują również w szczególnym, omówionym poprzednio porządku, co może stanowić niedogodność w czasie obliczeń. Podany przez Cooleya oryginalny algorytm [4] odpowiadał temu schematowi.

Jeszcze inną postać schematu z rys. 1c pokazano na rys. 3b. W tym przypadku zarówno dane wejściowe, jak i otrzymane wyniki zapisane są w pamięci maszyny kolejno, według



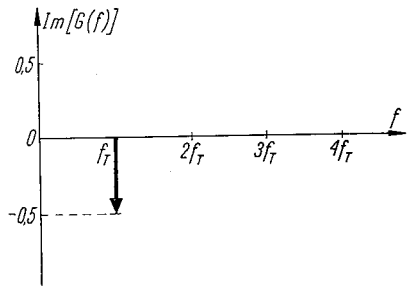
Rys. 3. Schematy obliczania dyskretnego przekształcenia Fouriera z uporządkowanymi według kolejnych numerów: a) próbkami, b) próbkami i wynikami

wzrastających numerów. Także współczynniki W^i uporządkowane są według wzrastających potęg. Jednakże w tym przypadku wyniki pośrednie nie mogą być zapamiętywane w sposób, który omówiono dla przypadków podanych na rys. 1c i 3a. Stwarza to konieczność zarezerwowania dodatkowej liczby miejsc w pamięci maszyny, która wobec tego musi mieć większą pojemność.

4. WYNIKI OBLICZEŃ I UWAGI KOŃCOWE

Przy użyciu omówionego w rozdziale 3 algorytmu obliczone zostały widma kilku prostych funkcji. Wyniki obliczeń przedstawione są na rys. 4÷8.

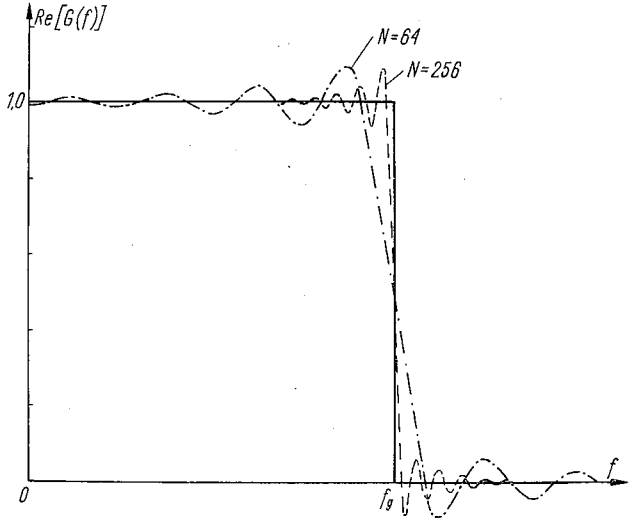
Na rys. 4 pokazana jest część urojona widma funkcji $g(t) = \sin 2\pi f_T t$. Część rzeczywista widma tej funkcji jest równa zeru. Obliczenia wykonano wprowadzając do maszyny



Rys. 4. Widmo $G(f)$ funkcji $g(t) = \sin 2\pi f_T t$ ($\mathrm{Re}[G(f)] = 0$)

$N = 64$ próbki i $N = 128$ próbek. Dla wartości $f = nf_T$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ (część rzeczywista widma) i $n = 0, 2, 3, 4, \ldots$ $n \neq 1$ (część urojona widma) otrzymano wartości bardzo bliskie zera (znacząca cyfra występowała dopiero na dziewiątym miejscu po przecinku). Dla $f = f_T$ otrzymano wartość widma $\mathrm{Im}[G(f)] = 0{,}500000$.

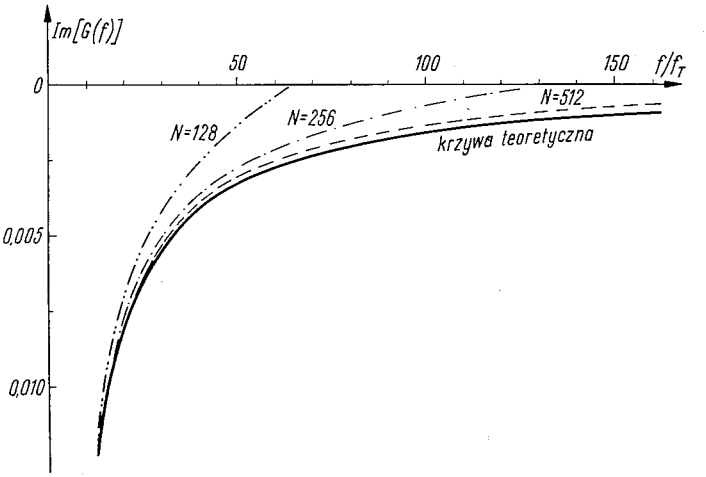
Na rys. 5 pokazane są wyniki obliczeń widma funkcji $g(t) = \mathrm{sinc}\, t$. Jak wiadomo, funkcja ta posiada widmo równomierne dla częstotliwości mniejszych od częstotliwości odcięcia f_g. Dla częstotliwości $f > f_g$ widmo funkcji $\mathrm{sinc}\, t$ równa się zeru.



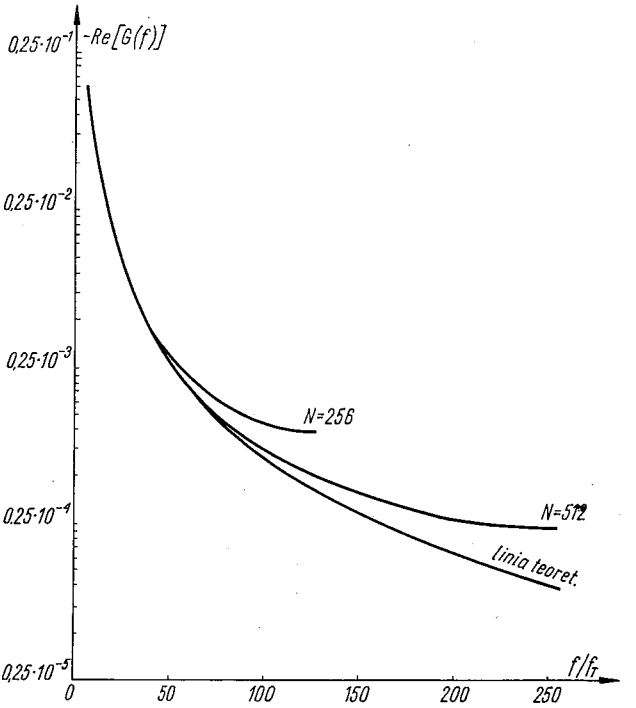
Rys. 5. Widmo $G(f)$ funkcji $g(t) = \mathrm{sinc}\, t$ obliczone na maszynie cyfrowej dla różnej liczby próbek N
Linią ciągłą narysowano przebieg teoretyczny (f_g — częstotliwość odcięcia)

Na rys. 6 pokazano wyniki obliczeń widma skokowego impulsu jednostkowego $g(t) = 1(t)$. Widmo to — w sensie dystrybucyjnym — jest równe $\frac{1}{2}\delta(f) - j \cdot 1/2\pi f$.

Widmo przebiegu narastającego wykładniczo $g(t) = (1 - e^{-t/\tau}) \cdot 1(t)$ pokazano na rys. 7 (część rzeczywista) i rys. 8 (część urojona). Na rys. 7 wartości widma (oś rzędnych) odło-



Rys. 6. Widmo $G(f)$ impulsu skokowego $g(t) = 1(t)$ obliczone dla różnych wartości N

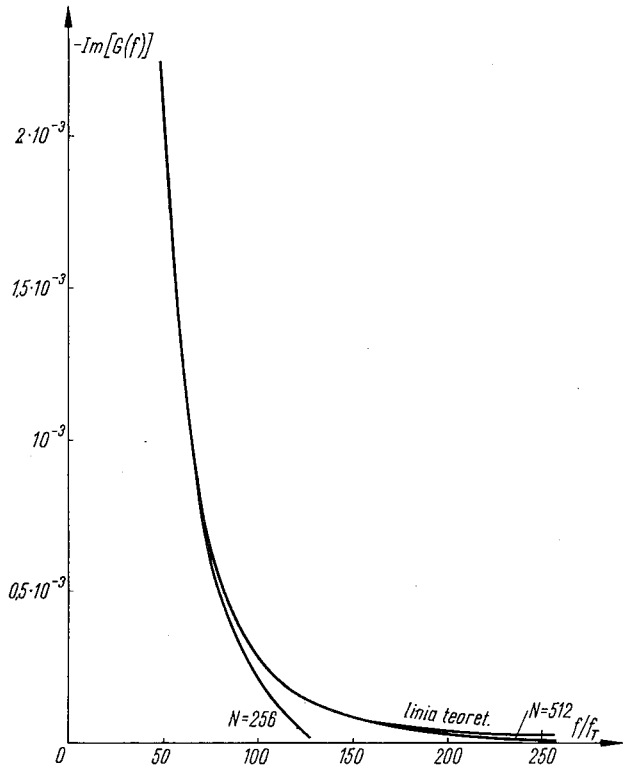


Rys. 7. Część rzeczywista widma $G(f)$ funkcji $g(t) = (1 - e^{-t/\tau}) \cdot 1(t)$

żone zostały w skali logarytmicznej. Do obliczeń przyjęto przedział próbkowania $T = 1/f_T = 25{,}6\tau$.

Błąd w otrzymanych wynikach powodowany jest:

1. założeniem, że próbkowana funkcja równa się zeru na zewnątrz przedziału próbkowania,
2. przyjęciem skończonej liczby próbek,
3. sposobem próbkowania — próbkowanie odbywa się w równych odstępach, niezależnie od stromości próbkowanej funkcji.



Rys. 8. Część urojona widma $G(f)$ funkcji $g(t) = (1-e^{-t/\tau}) \cdot 1(t)$

Zagadnienie dokładności obliczenia widma omówioną metodą nie zostało objęte niniejszą pracą i wymaga odrębnego opracowania.

Zasadniczą zaletą omawianej metody jest znaczne skrócenie czasu obliczeń. Jak wykazano wcześniej, w przypadku wykorzystania tego algorytmu liczba operacji matematycznych jest proporcjonalna do $2N \cdot \log_2 N$. W porównaniu z liczbą operacji przy użyciu metod konwencjonalnych (N^2) liczba ta jest mała. Oczywiście skrócenie czasu obliczeń zależy w tym przypadku od liczby próbek N. Tak np. dla $N = 1024 = 2^{10}$ stosunek ten wynosi: $N^2/2N \cdot \log_2 N \approx 50$.

Tak znaczne skrócenie czasu obliczeń pozwala na szersze praktyczne wykorzystanie aparatu przekształcenia Fouriera. W szczególności należy tu wskazać dziedzinę cyfrowej

analizy widmowej, analizę widma energii, zagadnienia związane z modelowaniem filtrów, czy też — o czym wspomniano na wstępie — obliczanie charakterystyk częstotliwościowych na podstawie pomierzonych charakterystyk czasowych, z zastosowaniem do zagadnień identyfikacji obiektów.

Autor wyraża podziękowanie doc. drowi hab. inż. Zdzisławowi Korcowi za przejrzenie pracy i cenne uwagi.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. R. Bracewell, Przekształcenie Fouriera i jego zastosowania, WNT, Warszawa 1968.
2. W. T. Cochran i inni, What is the Fast Fourier Transform?, IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-15, No. 2, June 1967.
3. J. W. Cooley, P. A. W. Lewis, P. D. Welch, The Finite Fourier Transform, IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-17, No. 2, June 1969.
4. J. W. Cooley, J. W. Tukey, An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, Math. of Comput., Vol. 19, pp. 297—301, April 1965.
5. Z. Korzec, Reflektometria czasowa w zastosowaniu do pomiaru właściwości dynamicznych przyrządów półprzewodnikowych, Prace ITE PAN, zeszyt III/10, Warszawa 1970.
6. J. Osiowski, Zarys rachunku operatorowego. Teoria i zastosowania w elektrotechnice, WNT, Warszawa 1972.
7. R. C. Singleton, An Algorithm for Computing the Mixed Radix Fast Fourier Transform, IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-17, No. 2, June 1969.

A. GIEŁCZYŃSKI

DISCRETE FOURIER TRANSFORM OF A FREQUENCY BAND-LIMITED WAVEFORMS. PROPERTIES AND METHOD FOR EFFICIENT COMPUTING

Summary

In this paper the discrete Fourier transform and some of its properties are discussed. The fast method for computing this transform by means of digital computers is derived. Examples are included to demonstrate the concepts involved and some practical applications are shown.

A. GIEŁCZYŃSKI

DISKRETE FOURIERSCHE UMWANDLUNG DER VORGÄNGE MIT ANGESCHNITTENEM SPEKTRUM. EIGENSCHAFTEN UND BERECHNUNGSMETHODEN

Zusammenfassung

Im Aufsatz wurden die diskrete Fouriersche Umwandlung und ihre Grundeigenschaften besprochen. Man erwog im Einzelnen den Algorythmus einer sehr schnellen Berechnung der diskreten Fourierschen Umwandlung unter Anwendung eines Digital-Rechners. Im letzten Abschnitt wurden Berechnungsergebnisse für das Spektrum unter Anwendung des in Rede stehenden Algorythmus angeführt; es wurde auch auf seine praktische Anwendungsweise hingewiesen.

А. ГЕЛЧИНСКИ

ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ СИГНАЛОВ С ОГРАНИЧЕННЫМ СПЕКТРОМ — СВОЙСТВА И МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Резюме

В труде описано дискретное преобразование Фурье и представлены его основные свойства. Подробно обсужден алгоритм очень быстрого исчисления дискретного преобразования Фурье при помощи цифровой вычислительной машины. В заключение представлены результаты расчета спектра при использовании этого алгоритма и показаны возможности его практического применения.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1973, 19, z. 4, ss. 597—607

621.318.5

Niektóre zagadnienia oceny techniczno-ekonomicznej przekaźników

JAN ŁYSKANOWSKI (WARSZAWA)

Instytut Elektrotechniki

Otrzymano 27.9.1972

W artykule określono stany przydatności i nieprzydatności ekonomicznej przekaźnika i wyznaczono analitycznie obszar jego przydatności ekonomicznej.

Korzystając z analizy kosztów całkowitych wyrobu określono funkcję kosztów przekaźnika jako zależność od intensywności uszkodzeń tegoż przekaźnika. Podano również przykład graficzny obszaru przydatności ekonomicznej przekaźnika.

1. WSTĘP

Analiza techniczno-ekonomiczna jest niezbędnym czynnikiem w procesie realizacji przekaźników stosowanych w układach zabezpieczeń elektroenergetycznych lub trakcyjnych.

W pracy przedstawiono niektóre zagadnienia oceny przydatności ekonomicznej przekaźnika zabezpieczeniowego. Konieczność tego opracowania wynikła z potrzeby oceny jakości trakcyjnych przekaźników zabezpieczających stosowanych w taborze trakcji elektrycznej.

Celem tej pracy jest udoskonalenie analizy techniczno-ekonomicznej przekaźnika zabezpieczeniowego oraz wyznaczenie wektora kosztów rozumianego jako n-wyrazowy ciąg liczbowy jego współrzędnych, którymi są koszty elementów przekaźnika.

2. STAN ZAGADNIENIA

Dla realizacji wymagań stawianych przekaźnikowi, jest konieczne spełnienie relacji — układów nierówności określających: więzy funkcjonalne lub warunki działania przekaźnika, więzy realizacyjne lub funkcje wiążące parametry wielkości zasilających, oraz warunki ograniczające — i doprowadzenie ich do wspólnej postaci [6].

Układem warunków prawidłowego działania przekaźnika zabezpieczeniowego nazwano wyrażenie

$$g_k(X, A) \leqslant 0, \quad k = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

w którym $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ jest wektorem zmiennych decyzyjnych, $A = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ jest wektorem parametrów.

Układ warunków (1) określa zbiór rozwiązań dopuszczalnych

$$A_r = \{X : g_k(X, A) \leqslant 0\}, \tag{2}$$

stanowiący analityczny zapis związków pomiędzy parametrami pracy, których spełnienie jest konieczne dla poprawnej realizacji wszystkich wymagań stawianych temu przekaźnikowi.

W procesie realizacji przekaźników zabezpieczających wymaga się przeprowadzania analizy techniczno-ekonomicznej, od wyniku której uzależnia się decyzję prowadzenia dalszych etapów realizacji. Zwraca się przy tym szczególną uwagę na opłacalność produkcji przekaźników, w niewielkim natomiast stopniu uwzględnia się interesy eksploatacji.

Koszty przekaźników zabezpieczeniowych zależą przecież nie tylko od kosztów produkcji ale od wielu innych czynników, z których najważniejsze to intensywność uszkodzeń, parametry wyjściowe, koszty napraw (remontów), koszty eksploatacji itp.

W celu głębszej analizy tego zagadnienia zdefiniowano w pracy przestrzenie kosztów przekaźnika oraz obszar jego przydatności ekonomicznej.

Możliwość zapisu tego obszaru pozwoliła na realizację jednego z etapów teoretycznej syntezy, tj. znalezienie i wyznaczenie nie jednego, lecz całego zbioru znamionowych położeń punktów stanu ekonomicznego i przejście do kolejnego etapu syntezy, który polega na wyznaczeniu jednego z punktów stanu ekonomicznego jako optymalnego.

W literaturze [2] jest wyrażony pogląd, że istnieje zależność między kosztami wyrobów (przekaźników) a czynnikami podanymi wyżej, ale ustalenie dokładnej postaci dla tej zależności może być osiągnięte tylko w drodze szczegółowej analizy danych ekonomicznych związanych z produkcją dotychczasowych wyrobów i to z analizą przeprowadzoną na przestrzeni kilku lat. Korzystając z danych z cytowanej literatury wyznaczono zależność funkcyjną kosztów i intensywności uszkodzeń przekaźników zabezpieczających.

3. OKREŚLENIE OBSZARU PRZYDATNOŚCI EKONOMICZNEJ PRZEKAŹNIKA ZABEZPIECZENIOWEGO

3.1. Stany ekonomiczne przekaźników zabezpieczeniowych

Stan ekonomiczny przekaźnika można wyznaczyć w zależności od stosunku zachodzącego pomiędzy wymaganiami co do kosztów przekaźnika a stopniem realizacji tych wymagań.

Określając funkcję, którą mają realizować koszty przekaźnika w zależności od jego parametrów a_i, przez

$$\varphi_z = f(a_i) \tag{3}$$

oraz funkcję, którą rzeczywiście realizują koszty

$$\varphi_r = f(a_i), \tag{3a}$$

można powiedzieć, że

a) przekaźnik znajduje się w stanie przydatności ekonomicznej, jeżeli jest spełniona tożsamość

$$\varphi_z \equiv \varphi_r, \tag{4}$$

b) przekaźnik znajduje się w stanie nieprzydatności ekonomicznej, jeżeli

$$\varphi_z \not\equiv \varphi_r. \tag{4a}$$

3.2. Przestrzeń kosztów przekaźnika

Jeżeli przez $C_1, C_2, \ldots, C_n$ zostaną oznaczone odpowiednie zbiory wartości kosztów n elementów przekaźnika mające tę własność, że dla dowolnej możliwej wartości c_{ki} kosztu c_k zachodzi inkluzja

$$c_{ki} \in c_k, \quad k = 1, 2 \ldots n, \tag{5}$$

to iloczyn kartezjański zbiorów

$$M = C_1 \times C_2, \times, \ldots, \times C_l, \tag{6}$$

nazwiemy przestrzenią kosztów M. Jeżeli $l = n$, przestrzeń nazywa się pełną, a jeżeli $l < n$ — nazywa się zredukowaną.

Przestrzeń l kosztów można interpretować geometrycznie jako l-wymiarową przestrzeń euklidesową, przy czym współrzędne każdego punktu tej przestrzeni są równe odpowiednim wartościom kosztów przekaźnika.

Jeżeli w przestrzeni kosztów zostanie wybrany punkt w o współrzędnych odpowiadających ustalonym stanom ekonomicznych

$$c_1 = \gamma_1, \quad c_2 = \gamma_2, \ldots, \quad c_n = \gamma_n, \tag{7}$$

to punkt ten nazywa się punktem stanu ekonomicznego przekaźnika, jeżeli jest spełniona inkluzja

$$\{w(\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n)\} \in M. \tag{8}$$

3.3. Określenie obszaru przydatności ekonomicznej przekaźnika

Zbiór punktów w stanu przydatności ekonomicznej nazwano obszarem przydatności ekonomicznej A_e i określono za pomocą relacji

$$A_e = \{w: F(w) = 1\} \subset M. \tag{9}$$

Relację tę można wyrazić słowami: obszarem przydatności ekonomicznej przekaźnika zabezpieczeniowego nazwiemy podzbiór punktowy przestrzeni kosztów M, zawierający jako elementy jedynie te wszystkie punkty w stanu ekonomicznego, którym odpowiada stan przydatności ekonomicznej danego przekaźnika, określony funkcją zdaniową $F(w) = 1$. Przestrzeń M może być przy tym zarówno nieskończona, jak i ograniczona.

Przestrzeń M jest ograniczona, jeżeli chociaż jeden z przedziałów wartości parametrów kosztów jest przynajmniej jednostronnie ograniczony. Ograniczenie to wystąpi, gdy wartości pewnej liczby a spośród n parametrów kosztów są ustalone. Otrzymuje się wtedy w przestrzeni M pewien zbiór $n-a$-wymiarowy.

Podzbiór taki w szczególnych przypadkach tworzy niepustą koniunkcję z obszarem A_e i nosi nazwę zredukowanego obszaru przydatności ekonomicznej A_{ez}.

4. WYZNACZANIE ANALITYCZNE OBSZARU PRZYDATNOŚCI EKONOMICZNEJ PRZEKAŹNIKA ZABEZPIECZENIOWEGO

4.1. Zagadnienia ogólne

Analiza zależności między kosztami wyrobów a ich niezawodnością wymaga współpracy z wieloma zakładami, zebrania obszernych i dostatecznie bogatych w informację danych. Jest więc bardzo pracochłonna i z pewnością będzie w przyszłości konieczna. Dla orientacyjnych wyników zadowolimy się więc danymi podawanymi w literaturze adoptując je odpowiednio do własnych potrzeb.

Funkcją niezawodności wyrobu — przekaźnika jest znana funkcja $\lambda(t)$ nazywana również funkcją ryzyka albo intensywnością uszkodzeń przekaźnika.

Przebieg funkcji $\lambda(t)$ zależy od zachodzących w rozważanych wyrobach procesów adaptacji i zużycia. Proces adaptacji ma wpływ na przebieg funkcji $\lambda(t)$ w początkowym okresie pracy wyrobów (dla małych t) i następnie zanika, zaś proces zużycia powoduje monotoniczny wzrost funkcji $\lambda(t)$.

W dalszych rozważaniach zakładamy, że w rozpatrywanym zakresie czasu wpływ tych procesów jest pomijalny, funkcja $\lambda(t)$ jest wielkością stałą λ niezależną od czasu pracy wyrobów t, a rozkład trwałości T jest rozkładem wykładniczym o parametrze $b = \frac{1}{\lambda}$.

Podstawowym wymaganiem w stosunku do przekaźnika jest spełnienie przez niego zadanej funkcji kosztów. Wymaganie to, po odpowiednim przekształceniu, można zapisać w postaci zestawu nierówności typu

$$f_i(C_X, C) \leqslant 0, \quad i = 1, 2 \dots n, \tag{10}$$

gdzie:
$C_X = (c_{x1}, c_{x2}, \dots, c_{xr})$ jest wektorem zmiennych decyzyjnych,
$C = (c_1, c_2, \dots, c_q)$ jest wektorem kosztów,
przy czym

$$r+q = n.$$

Za pomocą tych nierówności obszar przydatności ekonomicznej przekaźnika zabezpieczeniowego można zapisać następująco:

$$A_e = \{C_x : f_i(C_X, C) \leqslant 0, i = 1, 2 \dots n\}. \tag{11}$$

W układzie nierówności (11) brak jest cechy stanowiącej czynnik rządzący wyborem rozwiązania optymalnego spośród rozwiązań wynikających z obszaru przydatności ekonomicznej przekaźnika. Cechę tę uzależnia się od zmiennych oraz kosztów i przyjmuje się jako funkcję celu $g(C_x, C)$. Żąda się przy tym, aby wartość funkcji celu była największa lub najmniejsza w obszarze przydatności ekonomicznej.

Funkcje $f_i(C_x, C)$ oraz $g(C_x, C)$ stanowią model matematyczny przydatności ekonomicznej przekaźnika.

Jakie wielkości, od których zależą funkcje wchodzące w skład nierówności i zbioru funkcji celu, należy traktować jako zmienne decyzyjne, a jakie jako parametry, jest decyzją wstępną konstruktora. Podstawą podjęcia przez niego decyzji jest między innymi