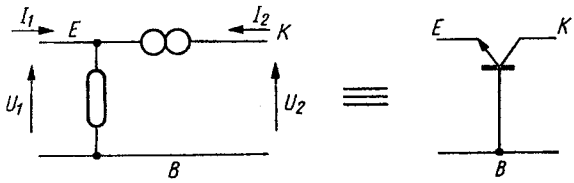
w zależności od tego, w jaki sposób wartości R_1 i R_2 zbliżają się do wartości R. Jedynie tylko w przypadku $R_1 = R_2 = R$ rozpatrywany dwójnik posiada właściwości nulatora, natomiast nieskończenie małe odejście od warunku $R_1 = R_2 = R$ powoduje przejście nulatora w „normalną" impedancję dwójnikową. Mówi się tu o nieskończenie dużej czułości nulatora na zmiany elementów układu, uwypuklające fakt, że właściwości elementów osobliwych nie są osiągane na drodze procesu stopniowego przybliżania, jak to ma miejsce w przypadku np. idealnego transformatora czy idealnego żyratora, gdzie można mówić o lepszej lub gorszej idealizacji w zależności od tego, czy straty są mniejsze czy większe.

2. WŁAŚCIWOŚCI PAR NULATOR — NORATOR

Połączenie pary nulator — norator w sposób pokazany na rysunku 3 [4] reprezentuje właściwości idealizowanego tranzystora. W tym przypadku przyjmuje się, że współczynnik α_0 tranzystora równy jest jedności, a złącze emiter-baza jest diodą idealną o charakterystyce pokazanej na rysunku 4.

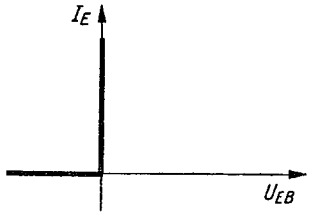


Rys. 3. Reprezentacja idealizowanego tranzystora przy pomocy pary nulator-norator

Model tranzystora z rysunku 3 wskazuje, że jest tu spełniona zależność:

$$I_2 = -I_1, \tag{3}$$

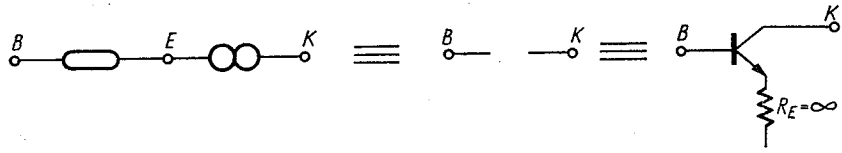
co jest słuszne, gdy $\alpha_0 = 1$ oraz że impedancja wejściowa $Z_{we} = \frac{U_1}{I_1} = 0$, gdyż $U_1 = 0$, co wynika z obecności nulatora na wejściu modelu. To również jest spełnione przy przyję-



Rys. 4. Charakterystyka złącza emiter-baza idealizowanego tranzystora

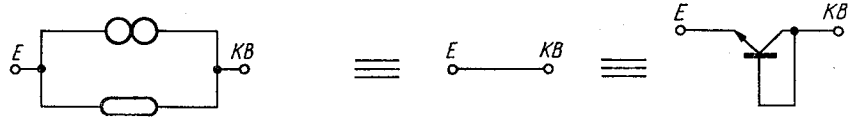
ciu charakterystyki złącza *E-B* jak na rysunku 4. Jednocześnie, ponieważ nulator jest rozwarciem dla prądu, prąd bazy modelu tranzystora jest równy zeru, co również jest spełnione dla $\alpha_0 = 1$.

Szeregowe połączenie nulatora i noratora pokazane na rysunku 5 jest równoważne rozwarciu. Przypadek ten odpowiada idealizowanemu tranzystorowi, w którym obwód emitera jest rozwarty ($R_E = \infty$), co również pokazane jest na rysunku 5.



Rys. 5. Reprezentacja rozwarcia przy pomocy pary nulator-norator

Równoległe połączenie nulatora i noratora pokazane na rysunku 6 równoważne jest zwarciu. Przypadek ten odpowiada idealizowanemu tranzystorowi, w którym baza jest zwarta z kolektorem.

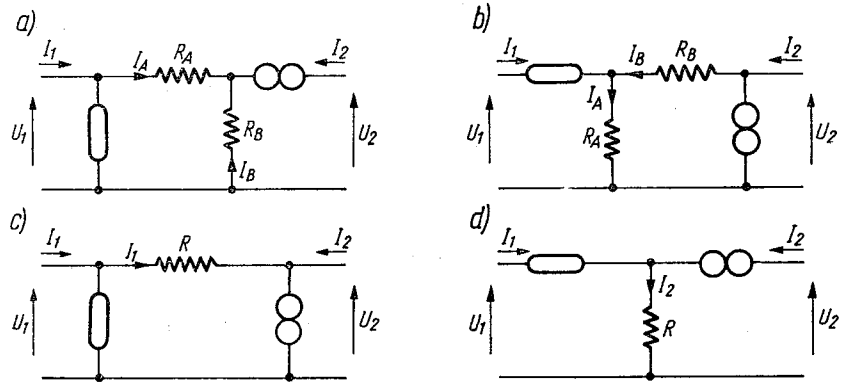


Rys. 6. Reprezentacja zwarcia przy pomocy pary nulator-norator

Korzystając z połączeń par nulator-norator pokazanych na rysunkach 3, 5, 6 można utworzyć szereg użytecznych równoważnych układów tranzystorowych stosowanych w praktycznych realizacjach układów aktywnych.

3. PODSTAWOWE NULATOROWO-NORATOROWE MODELE IDEALNYCH ŹRÓDEŁ STEROWANYCH

Podstawowe modele idealnych źródeł sterowanych złożone z nulatorów, noratorów i oporników przedstawione są na rysunku 7 [3, 5]. Należy podkreślić, że modele te nie



Rys. 7. Podstawowe modele idealnych źródeł sterowanych:
a — źródło prądowe sterowane prądem, *b* — źródło napięciowe sterowane napięciem, *c* — źródło napięciowe sterowane prądem, *d* — źródło prądowe sterowane napięciem

stanowią fizycznych realizacji źródeł sterowanych, gdyż nulatory i noratory występują tu jako odrębne elementy nie mające fizycznych realizacji. Jednakże, korzystając z własności par nulator — norator zobrazowanych na rysunkach 5 i 6, modele przedstawione na rysunku 7 mogą być przekształcone tak, by w zmodyfikowanym modelu występowały pary nulator-norator odpowiadające tranzystorom w sposób pokazany na rysunku 3.

Model z rysunku 7a odpowiada źródłu prądowemu sterowanemu prądem, co można wykazać w sposób następujący: ponieważ nulator stanowi rozwarcie dla prądu, wobec tego $I_1 = I_A$. Natomiast napięcie $U_1 = 0$, gdyż nulator stanowi zwarcie dla napięcia, wobec czego spadek napięcia na oporności R_A jest równy spadkowi napięcia na oporności R_B

$$I_1 R_A = I_A R_A = I_B R_B, \tag{4}$$

skąd:

$$I_B = I_1 \frac{R_A}{R_B}. \tag{5}$$

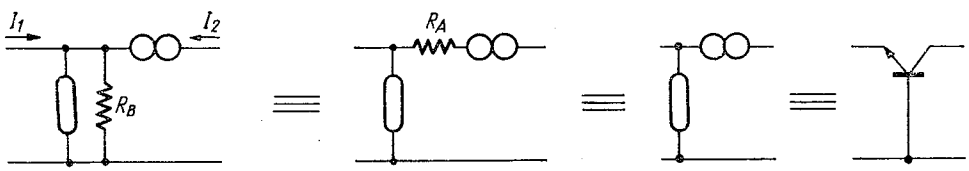
Wobec tego prąd wyjściowy I_2 jest równy:

$$-I_2 = I_1 + I_B = I_1\left(1 + \frac{R_A}{R_B}\right). \tag{6}$$

W przypadkach szczególnych, gdy $R_A = 0$, lub $R_B = \infty$ otrzymuje się układ fizycznie realizowalny, złożony z pary nulator-norator, spełniający zależność:

$$-I_2 = I_1. \tag{7}$$

Układ taki odpowiada pojedynczemu idealizowanemu tranzystorowi pracującemu w konfiguracji o wspólnej bazie, co pokazane jest na rysunku 8.



Rys. 8. Przypadki szczególne modelu źródła prądowego sterowanego prądem

Model z rysunku 7b odpowiada źródłu napięciowemu sterowanemu napięciem, co można wykazać następująco: ponieważ nulator stanowi zwarcie dla napięcia, wobec tego otrzymuje się:

$$U_1 = I_A R_A. \tag{8}$$

Ponieważ jednocześnie nulator stanowi rozwarcie dla prądu, stąd:

$$I_A = I_B. \tag{9}$$

Prąd $I_A = I_B$ jest równy:

$$I_A = I_B = \frac{U_2 - U_1}{R_B}. \tag{10}$$

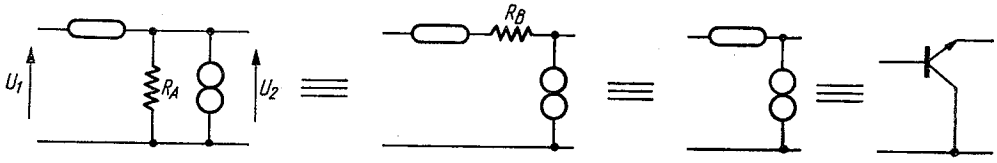
Stąd po prostych przekształceniach otrzymuje się:

$$U_2 = \left(1 + \frac{R_B}{R_A}\right) U_1. \tag{11}$$

W przypadkach szczególnych, gdy $R_B = 0$, lub $R_A = \infty$, otrzymuje się układ fizycznie realizowalny, złożony z pary nulator-norator, spełniający zależność:

$$U_2 = U_1, I_1 = 0 \tag{12}$$

Układ taki odpowiada pojedynczemu idealizowanemu tranzystorowi pracującemu w konfiguracji o wspólnym kolektorze, co pokazane jest na rysunku 9.

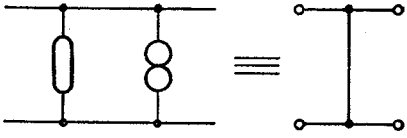


Rys. 9. Przypadki szczególne modelu źródła napięciowego sterowanego napięciem

Model z rysunku 7c odpowiada źródłu napięciowemu sterowanemu prądem, co można wykazać następująco: ponieważ nulator stanowi zwarcie dla napięcia a jednocześnie rozwarcie dla prądu, otrzymuje się bezpośrednio:

$$\begin{aligned} U_2 &= -RI_1, \\ U_1 &= 0. \end{aligned} \tag{13}$$

W przypadku szczególnym, gdy $R = 0$, układ stanowi zwarcie wejścia i wyjścia z zaciskiem wspólnym, co pokazane jest na rysunku 10.



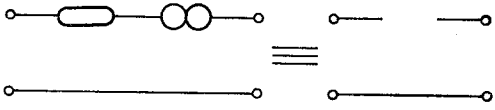
Rys. 10. Przypadek szczególny modelu źródła napięciowego sterowanego prądem

Dla przypadku, gdy $R = \infty$, napięcie U_2 jest nieokreślone, gdyż wówczas $I_1 = 0$.

Model z rysunku 7d odpowiada źródłu prądowemu sterowanemu napięciem, co można wykazać następująco: ponieważ nulator stanowi rozwarcie dla prądu i zwarcie dla napięcia, wobec tego otrzymuje się bezpośrednio:

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{U_1}{R}, \\ I_1 &= 0. \end{aligned} \tag{14}$$

W przypadku szczególnym, gdy $R = \infty$, układ stanowi rozwarcie między wejściem i wyjściem, co pokazane jest na rysunku 11.



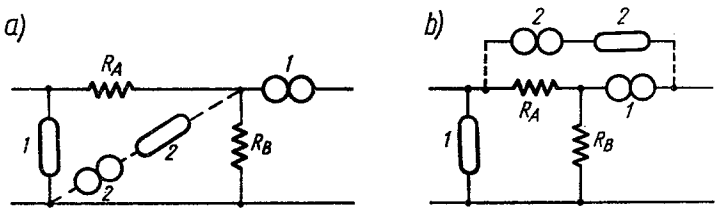
Rys. 11. Przypadek szczególny modelu źródła prądowego sterowanego napięciem

W przypadku gdy $R = 0$, prąd I_2 jest nieokreślony, gdyż wówczas napięcie U_1 jest również równe zeru. Odpowiada to pracy idealizowanego tranzystora w konfiguracji o wspólnym emiterze mającego nieskończoną wartość przewodności wzajemnej g_m.

4. TRANZYSTOROWE REALIZACJE ŹRÓDEŁ PRĄDOWYCH OPARTE NA MODELACH NULATOROWO-NORATOROWYCH

Wychodząc z podstawowych nulatorowo-noratorowych modeli źródeł sterowanych pokazanych na rysunku 7 i korzystając z właściwości par nulator-norator przedstawionych na rysunkach 3, 5, 6 uzyskuje się szereg użytecznych realizacji tranzystorowych, które mogą być zastosowane w praktyce.

Nulatorowo-noratorowy model źródła prądowego sterowanego prądem z rysunku 7a nie zmieni swoich właściwości, jeżeli zostanie dołączona do niego w odpowiedni sposób



Rys. 12. Modyfikacja modelu źródła z rysunku 7a

para nulator-norator reprezentująca rozwarcie. Dwa możliwe sposoby dołączenia takiej pary pokazane są na rysunku 12.

Należy podkreślić, że para nulator-norator reprezentująca rozwarcie powinna być tak dołączona, aby w zmodyfikowanym układzie nulatory i noratory występowały w nowo utworzonych parach mogących reprezentować tranzystory. Korzystając z równoważności pokazanej na rysunku 3 modele z rysunku 12a i 12b mogą być przedstawione w formie układów tranzystorowych pokazanych odpowiednio na rysunku 13a i 13b. Układy te są równoważne.

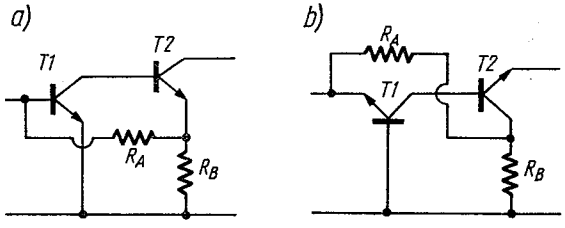
Łatwo tu można zauważyć, że tranzystor $T1$ został utworzony z pary nulator 1 i norator 2, natomiast tranzystor $T2$ z pary nulator 2 i norator 1.

W analogiczny sposób można zmodyfikować nulatorowo-noratorowy model źródła napięciowego sterowanego napięciem z rysunku 7b, co pokazane jest na rysunku 14a i 14b.

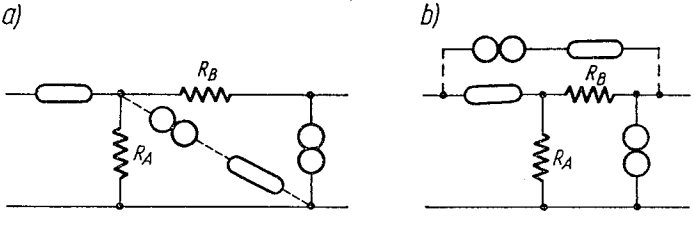
Zastępując mające połączenie ze sobą pary nulator-norator tranzystorami uzyskuje się równoważne realizacje tranzystorowe pokazane odpowiednio na rysunku 15a i 15b.

Możliwe modyfikacje nulatorowo-noratorowego modelu źródła napięciowego sterowanego prądem z rysunku 7c pokazane są na rysunku 16a i 16b. Zastępując pary nulator-norator tranzystorami uzyskuje się równoważne realizacje tranzystorowe pokazane odpowiednio na rysunku 17a i 17b.

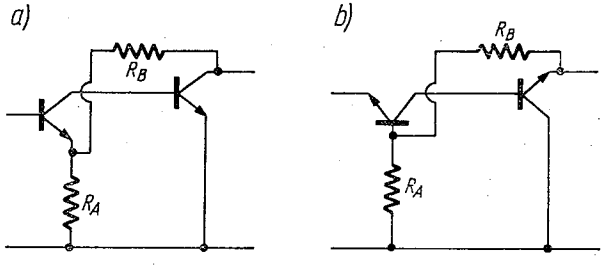
Nulatorowo-noratorowy model źródła prądowego sterowanego napięciem z rysunku 7d ma bezpośredni odpowiednik rzeczywistego układu tranzystorowego. Pokazany jest on na rysunku 18.



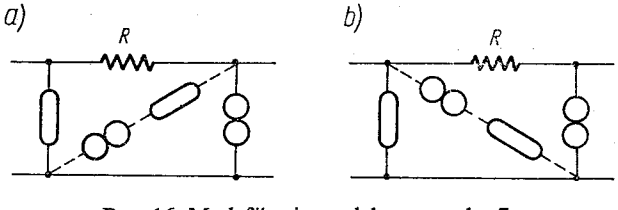
Rys. 13. Układy tranzystorowe odpowiadające modelom z rysunku 12



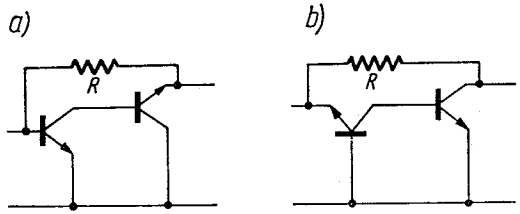
Rys. 14. Modyfikacja modelu źródła z rysunku 7b



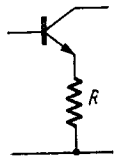
Rys. 15. Układy tranzystorowe odpowiadające modelom z rysunku 14



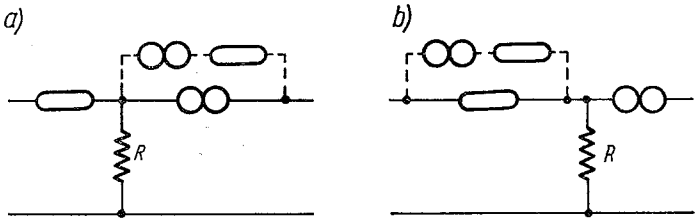
Rys. 16. Modyfikacja modelu z rysunku 7c



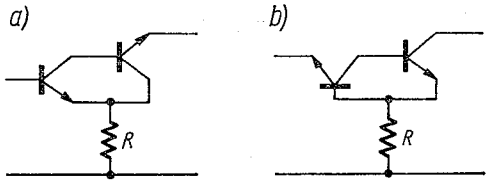
Rys. 17. Układy tranzystorowe odpowiadające modelom z rysunku 16



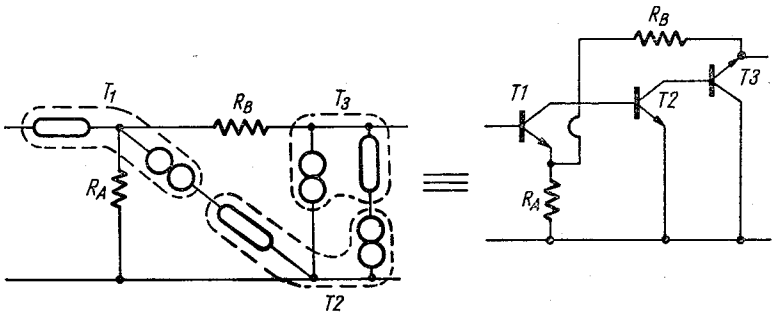
Rys. 18. Układ tranzystorowy odpowiadający modelowi źródła z rysunku 7d



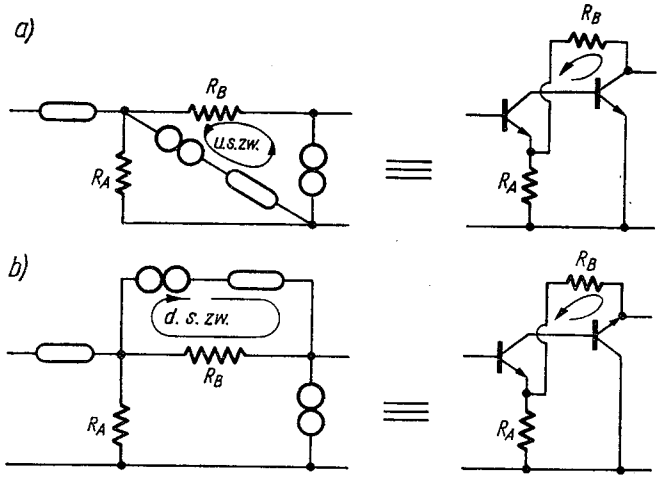
Rys. 19. Modyfikacja modelu z rysunku 7d



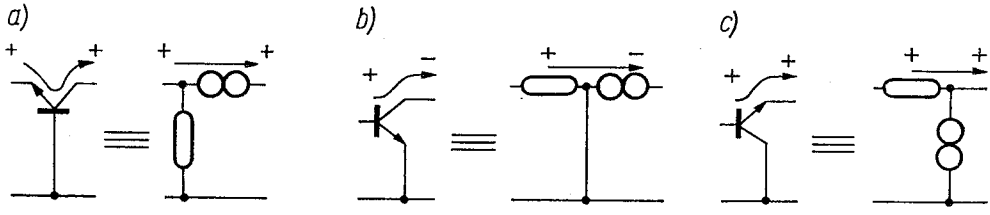
Rys. 20. Układy tranzystorowe odpowiadające modelom z rysunku 19



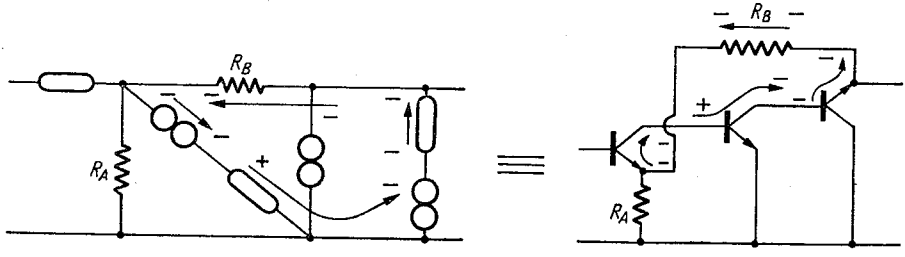
Rys. 21. Dalsza modyfikacja modelu z rysunku 7b i odpowiadający jej układ tranzystorowy



Rys. 22. Modyfikacje modelu z rysunku 7b i odpowiedające im układy tranzystorowe dla przypadków: ujemnego sprzężenia zwrotnego (u.s.zw.) — *a* i dodatniego sprzężenia zwrotnego (d.s.zw.) — *b*



Rys. 23. Sposoby przechodzenia sygnału przez tranzystor i odpowiadający mu model mulatorowo-noratorowy



Rys. 24. Model z rysunku 21 z zaznaczeniem przejścia sygnału i zmiany fazy w pętli sprzężenia zwrotnego

Modyfikacje modelu z rysunku 7d pokazane są na rysunku 19a i 19b. Równoważne realizacje tranzystorowe uzyskane przez zastąpienie par nulator-norator tranzystorami pokazane są odpowiednio na rysunku 20a i 20b.

Przedstawione wyżej sposoby tworzenia układów równoważnych nie są jedynymi. Postępując analogicznie można tworzyć równoważne układy wielotranzystorowe przez dodatkowe odpowiednie dołączanie par nulator-norator nie zmieniające charakteru

modelu wyjściowego. Przykładowo model z rysunku 14a może być dodatkowo zmodyfikowany przez dołączenie do zacisków wyjściowych pary nulator-norator, stanowiącej rozwarcie, a więc nie zmieniającej właściwości modelu. Tak zmodyfikowany model z trzema parami nulator-norator i odpowiadający mu trzytranzystorowy układ równoważny pokazane są na rysunku 21.

Dodając do modelu dodatkowe pary nulator-norator reprezentujące rozwarcie można uzyskać równoważne układy wielotranzystorowe.

5. RODZAJE SPRZĘŻEŃ ZWROTNYCH WYNIKAJĄCE Z MODYFIKACJI MODELI NULATOROWO-NORATOROWYCH

Wszystkie przedstawione w rozdziale 4 realizacje tranzystorowe są układami ze sprzężeniem zwrotnym, przy czym sprzężenie to jest typu ujemnego. Wynika to w sposób oczywisty ze schematów tych układów. Określenie rodzaju sprzężenia zwrotnego na podstawie modelu nulatorowo-noratorowego może nastręczać pewne trudności, gdyż zarówno nulatory jak i noratory nie są elementami skierowanymi (w odróżnieniu np. od idealnych źródeł sterowanych). Stąd też, jeżeli modyfikacja modelu nulatorowo-noratorowego będzie niewłaściwa, odpowiadający modelowi układ tranzystorowy może mieć sprzężenie zwrotne dodatnie uniemożliwiające stabilną pracę.

Jako przykład można rozpatrzyć nulatorowo-noratorowy model podstawowy źródła napięciowego sterowanego napięciem z rysunku 7b. Sposoby modyfikacji prowadzące do ujemnego i dodatniego sprzężenia zwrotnego z uwypukleniem pętli sprzężenia zwrotnego pokazane są odpowiednio na rysunku 22a i 22b, przy czym przypadek *a* odpowiada ujemnemu sprzężeniu zwrotnemu, a przypadek *b* odpowiada dodatniemu sprzężeniu zwrotnemu.

Powstawanie ujemnego lub dodatniego sprzężenia zwrotnego w zmodyfikowanym modelu nulatorowo-noratorowym wiąże się z odwracaniem lub nieodwracaniem fazy napięcia przy przechodzeniu sygnału przez tranzystor i jego nulatorowo-noratorowy model Przedstawione to jest poglądowo na rysunku 23, gdzie strzałka reprezentuje przejście sygnału. W przypadku z rysunku 23b następuje odwrócenie fazy, a w pozostałych dwóch — nie.

Z tych względów, przy modyfikacji modelu nulatorowo-noratorowego przez dodanie par nulator-norator reprezentujących rozwarcie, należy prześledzić zmiany fazy napięcia w pętli sprzężenia zwrotnego, aby uniknąć niepożądanego dodatniego sprzężenia zwrotnego. Przykładowo, na rysunku 24 pokazany jest model z rysunku 21 z zaznaczeniem przejścia sygnału i zmiany fazy w pętli sprzężenia zwrotnego wskazujące na ujemny charakter sprzężenia zwrotnego.

6. ZAKOŃCZENIE

Omówiono właściwości elementów osobliwych nulatora i noratora oraz możliwości zastosowania ich do tworzenia liniowych układów równoważnych na przykładach modeli źródeł sterowanych. Wychodząc z teoretycznych nulatorowo-noratorowych modeli źródeł sterowanych pokazano sposoby ich modyfikacji przez odpowiednie dołączanie

par nulator-norator odpowiadających rozwarciom. Korzystając następnie z równoważności pary nulator-norator i tranzystora uzyskano użyteczne praktyczne układy równoważne. Zwrócono uwagę, że niewłaściwe dołączenie par nulator-norator w celu zmodyfikowania układów może doprowadzić do powstania dodatnich sprzężeń zwrotnych.

Nulatory i noratory są stosowane również do poszukiwania równoważnych układów innych rodzajów, jak np. żyratorów, konwerterów ujemno-impedancyjnych itp.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. H. J. Carlin, D. C. Youla, Network Synthesis With Negative Resistors, PIRE, May 1961, str. 907.
2. H. J. Carlin, Singular Network Elements, IREE Tr, C5-11, March 1964, str. 67.
3. S. K. Mitra, Analysis and Synthesis of Linear Active Networks, J. Wiley a. Sons, N. Y. 1969.
4. B. R. Myers, Nullor Model of a Transistor, PIEEE, July 1965, str. 759.
5. A. C. Davies, Nullator-Norator Equivalent Networks for Controlled Sources, PIEEE, May 1967, str. 722.

M. BIAŁKO

APPLICATION OF NULLATORS AND NORATORS FOR EQUIVALENT LINEAR ACTIVE NETWORK GENERATION

Summary

In the paper definitions and properties of nullators and norators are given. Methods of generation of equivalent networks for controlled sources are presented. It was shown that in some cases positive feedback in modified circuits may occur.

M. BIAŁKO

ANWENDUNG VON NULATOREN UND NORATOREN ZUR BILDUNG GLEICHWERTIGER AKTIVER SCHALTUNGEN

Zusammenfassung

Definitionen und Eigenschaften von Nulatoren und Noratoren wurden genannt, sowie Methoden zur Bildung gleichwertiger Schaltungen für gesteuerte Quellen. Es wurde auf die Möglichkeit hingewiesen, daß positive Rückkopplungen in modifizierten Schaltungen entstehen können.

М. БЯЛКО

ПРИМЕНЕНИЕ НУЛЯТОРОВ И НОРАТОРОВ ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ АКТИВНЫХ СХЕМ

Резюме

В статье дается определение и представление свойства нуляторов и нораторов. Приведены также методы составления эквивалентных схем для зависимых источников. Указано возможность возникновения положительных обратных связей в модифицированных схемах.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1971, 17, z. 3, ss. 411—429

621.317.3

Bezkontaktowe pomiary drgań

ANDRZEJ LIZOŃ (WARSZAWA)

Katedra Radiolokacji Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 13.7.1970

W pracy omówiono zasadę bezkontaktowych pomiarów drgań przedmiotów, wykorzystującą odbicie fali elektromagnetycznej od tej powierzchni. Urządzenie pomiarowe zawiera nadajnik i odbiornik. Wytworzona w nadajniku fala elektromagnetyczna wysyłana jest w kierunku do drgającej powierzchni. Fala odbita odbierana przez odbiornik zawiera modulację fazy z częstotliwością równą częstotliwości drgań i z dewiacją zależną od amplitudy tych drgań.

W pracy przedstawiono własności sygnału odbieranego oraz zasadnicze sposoby wydzielania informacji zawartej w sygnale odbieranym. Następnie omówiono układy wykorzystujące odbiór homodynowy oraz heterodynowy z demodulacją fazy i częstotliwości sygnału odbieranego. Rozpatrzono także własności układu zawierającego nadajnik z sinusoidalną modulacją częstotliwości. W dalszej części przedstawiono czynniki ograniczające możliwość wykrywania drgań: krótkotrwałą, niestałość częstotliwości sygnału nadajnika, szumy własne odbiornika oraz zakłócenia powstające w wyniku szkodliwej modulacji amplitudowej sygnału nadajnika.

Omówione zagadnienia dotyczą wykorzystania zarówno fal radiowych jak i promieniowania laserowego w zakresie świetlnym i podczerwieni.

1. WSTĘP

Bezkontaktowe pomiary drgań przedmiotów mają duże znaczenie w wielu dziedzinach techniki. Umożliwiają one bowiem pomiar częstotliwości i amplitudy drgań przedmiotów trudno dostępnych, znajdujących się na przykład w wysokiej temperaturze lub w próżni. Pozwalają one także pomierzyć drgania o małej energii, których nie można wyznaczyć jakimikolwiek czujnikami kontaktowymi, zmieniającymi znacznie w czasie pomiaru charakter tych drgań.

Pomiary te wykorzystują zwykle odbijanie fal elektromagnetycznych od drgającej powierzchni badanego przedmiotu. Do tego celu wykorzystuje się zarówno fale radiowe, centymetrowe i milimetrowe, jak i promieniowanie laserowe w zakresie bliskiej podczerwieni i światła widzialnego. Zasada pomiaru drgań jest wówczas następująca. Wytwarzane w nadajniku fale elektromagnetyczne skupiane są w wąską wiązkę i skierowywane na drgającą powierzchnię przedmiotu badanego. Fala odbita od tego przedmiotu wraca do odbiornika. W wyniku zmiany odległości między nadajnikiem i przedmiotem drgającym fala odbita jest modulowana w fazie z częstotliwością występujących drgań i z dewiacją proporcjonalną do amplitudy drgań. Po odebraniu tej fali porównuje się zwykle jej fazę

z fazą fali wysyłanej. W wyniku tak uzyskanej demodulacji fali odbieranej otrzymuje się informacje o drganiach badanego przedmiotu. W ten sposób można wykrywać amplitudy drgań rzędu $10^{-2}\mu m$ wykorzystując fale milimetrowe [1] oraz amplitudy rzędu $10^{-4}\mu m$ wykorzystując fale świetlne [2].

Zakres częstotliwości wykrywanych drgań może być bardzo duży i sięga od pojedynczych herców do kilkudziesięciu lub kilkuset kiloherców zależnie tylko od parametrów wykorzystywanej do tego celu aparatury. Dobre skupienie wiązki fal elektromagnetycznych szczególnie przy wykorzystaniu promieniowania laserowego umożliwia analizę przestrzennego rozkładu drgań badanej powierzchni przedmiotu. Osiąga się zdolność rozdzielczą, ograniczoną średnicą wiązki padającej na badaną powierzchnię, nawet rzędu paru milimetrów.

Poniżej omówione zostaną własności sygnału odbieranego odbitego od drgającego przedmiotu, sposoby wydzielania informacji z tego sygnału, zasadnicze typy rozwiązań aparatury pomiarowej i ich właściwości oraz czynniki ograniczające czułość wykrywania drgań.

2. WŁASNOŚCI SYGNAŁU ODBIERANEGO

Wykrywanie i pomiar drgań przedmiotów odbijających fale elektromagnetyczne można wykonać wykorzystując do tego celu urządzenie zawierające nadajnik, wysyłający sygnał niemodulowany oraz odbiornik, odbierający sygnał odbity od drgającej powierzchni.

Analizę występujących wówczas zjawisk można przedstawić w uproszczeniu w sposób następujący. Jeśli sygnał nadajnika określi się zależnością

$$u_n = U_n \sin \Omega t, \tag{1}$$

to sygnał odbierany, odbity od powierzchni przedmiotu drgającej z prędkością znacznie mniejszą od prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych, przyjmuje następującą postać

$$u_0 = U_0 \sin [\Omega (t-t_1)+\varphi_c], \tag{2}$$

gdzie:

t_1 — czas opóźnienia sygnału odbieranego równy $2R/c$,
R — chwilowa odległość między urządzeniem pomiarowym i drgającą powierzchnią przedmiotu,
c — prędkość rozchodzenia się fal elektromagnetycznych,
φ_c — w przybliżeniu stałe przesunięcie fazy powstające przy odbiciu od przedmiotu.

Zależność (2) jest słuszna, jeśli można przyjąć, że drgania powierzchni przedmiotu w granicach obszaru „oświetlonego" przez wiązkę fal elektromagnetycznych polegają na równoległym przemieszczaniu się tej powierzchni.

Dla sinusoidalnych drgań powierzchni odbijającej

$$R = R_0 + \Delta S \cos \alpha \sin \omega t \tag{3}$$

gdzie:

R_0 — średnia odległość,

ΔS — amplituda drgań,

$f = \frac{\omega}{2\pi}$ — częstliwość drgań,

α — kąt pomiędzy kierunkiem przemieszczania się powierzchni drgającej i kierunkiem propagacji fali padającej na tę powierzchnię.

Wówczas sygnał odbierany można określić jako

$$u_0 = U_0 \sin\left[\Omega t - \Omega \frac{2R_0}{c} - \Omega \frac{2\Delta S \cos\alpha}{c} \sin\omega t + \varphi_c\right] =$$

$$= U_0 \sin[\Omega t - \varphi - \Delta\varphi \sin\omega t] = U_0 \sin\varphi_0, \tag{4}$$

gdzie:

$$\varphi = \Omega \frac{2R_0}{c} - \varphi_c = \frac{4\pi R_0 F}{c} - \varphi_c, \tag{5}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\Delta S \cos\alpha}{c} \Omega = \frac{4\pi \Delta S \cos\alpha}{\lambda}, \tag{6}$$

$F = \frac{\Omega}{2\pi}$ — częstotliwość sygnału nadajnika,

λ — długość fali nadajnika.

Z zależności (4) wynika, że sygnał odbierany, odbity od drgającej sinusoidalnie powierzchni przedmiotu, posiada tę samą częstotliwość, co sygnał wysyłany, jest opóźniony w fazie o kąt φ, zależny od średniej odległości od odbijającej powierzchni oraz jest zmodulowany sinusoidalnie w fazie. Częstotliwość modulacji jest równa częstotliwości drgań, dewiacja fazy natomiast jest proporcjonalna do rzutu amplitudy drgań na prostą wyznaczoną przez kierunek propagacji fali padającej na tę powierzchnię. Jeśli drgania powierzchni zachodzą dokładnie wzdłuż kierunku propagacji fali, kąt α równy jest zeru i wówczas dewiacja fazy jest proporcjonalna do amplitudy drgań.

Dewiacja fazy sygnału odbieranego jest tym większa, im mniejsza jest długość fali wysyłanej z nadajnika. Przy małych amplitudach drgań w zakresie fal radiowych dewiacja ta jest zawsze znacznie mniejsza od jedności. W zakresie fal świetlnych i podczerwonych amplitudy wykrywanych drgań mogą być porównywalne z długością fali wysyłanej i wówczas dewiacja fazy sygnału odbieranego może być mniejsza od jedności dla amplitud drgań znacznie mniejszych od długości fali, może jednak być także porównywalna lub znacznie większa od jedności.

Szerokość pasma sygnału odbieranego zależy od dewiacji fazy i częstotliwości drgań i wynosi

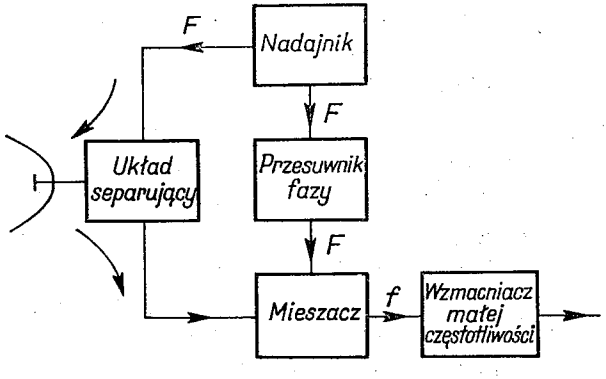
$$B \simeq 2f(\Delta\varphi + 1). \tag{7}$$

Dla dewiacji fazy znacznie mniejszej od jedności szerokość pasma sygnału równa jest podwojonej wartości maksymalnej częstotliwości drgań. Dla dewiacji fazy znacznie większej od jedności szerokość pasma tego sygnału zależy zarówno od częstotliwości jak i od amplitudy drgań.

3. METODY WYDZIELANIA INFORMACJI O DRGANIACH Z SYGNAŁU ODBIERANEGO

Informacja o drganiach badanego przedmiotu zawarta w modulacji fazy sygnału odbieranego może być wydzielona w układzie odbiorczym w wyniku demodulacji zmian fazy lub demodulacji zmian częstotliwości tego sygnału. W pierwszym przypadku sygnał proporcjonalny do zmian fazy uzyskuje się w odbiorniku wprost na wyjściu detektora fazy, w drugim natomiast sygnał ten powstaje po detekcji zmian częstotliwości sygnału odbieranego i scałkowaniu uzyskanego w ten sposób przebiegu. Demodulację fazy stosuje się zwykle przy dewiacji fazy znacznie mniejszej od jedności; demodulację częstotliwości można stosować przy dowolnej dewiacji fazy. Ponieważ jednak skuteczność demodulacji fazy jest znacznie większa od uzyskiwanej przy demodulacji częstotliwości, tę ostatnią stosuje się raczej tylko przy dużych dewiacjach fazy.

Demodulację fazy w najprostszy sposób można uzyskać przy odbiorze homodynowym. W układzie odbiorczym na wejście mieszacza podawany jest wówczas sygnał odbierany oraz sygnał odniesienia o tej samej średniej częstotliwości. Sygnałem tym jest zwykle część sygnału nadajnika. Budowa urządzenia wykorzystującego odbiór homodynowy pokazana jest na rys. 1. Urządzenie to zawiera nadajnik wytwarzający sygnał niemodulo-



Rys. 1. Schemat blokowy układu wykorzystującego odbiór homodynowy

wany. Sygnał ten za pośrednictwem anteny wysyłany jest w kierunku drgającego przedmiotu. Część tego sygnału przez przesuwnik fazy dostarczana jest do mieszacza jako sygnał odniesienia. Do mieszacza tego dochodzi także sygnał odbity od przedmiotu badanego i odebrany przez antenę. Przy małych dewiacjach fazy oraz odpowiednim dobraniu zależności fazowych między tymi sygnałami na wyjściu mieszacza można uzyskać przebieg proporcjonalny do zmian fazy sygnału odbieranego. Mieszacz ten jest zatem detektorem fazy zrealizowanym na częstotliwości sygnału nadajnika.

Analizę pracy urządzenia można przedstawić zakładając dla uproszczenia, że drgania badanego przedmiotu są sinusoidalne. Wówczas sygnał odbierany określony jest zależnością (4), natomiast sygnał odniesienia ma postać

$$u_h = U_h \sin(\Omega t - \varphi_p) = U_h \sin \varphi_h, \tag{8}$$

gdzie φ_p — przesunięcie fazy wnoszone przez przesuwnik fazy. Na wyjściu mieszacza po wyfiltrowaniu składowych małej częstotliwości otrzymuje się

$$u_m = dU_h U_0 \cos(\varphi_h - \varphi_0) = dU_n U_0 \cos(\Delta\varphi \sin \omega t + \varphi - \varphi_p), \tag{9}$$

gdzie d — współczynnik proporcjonalności.

Zależność tę można sprowadzić do postaci

$$u_m = dU_h U_0 \Big\{\cos(\varphi - \varphi_p)\Big[J_0(\Delta\varphi) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\Delta\varphi)\cos 2n\omega t\Big] +$$

$$-2\sin(\varphi - \varphi_p)\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(\Delta\varphi)\sin(2n-1)\omega t\Big\}. \tag{10}$$

$J_n(\Delta\varphi)$ oznacza funkcję Bessela pierwszego rodzaju n-tego rzędu od argumentu $\Delta\varphi$.

Sygnał na wyjściu mieszacza posiada zatem dość złożoną postać. Oprócz składowej o częstotliwości drgań, w sygnale tym występują także harmoniczne tej częstotliwości. Jest to wynikiem nieliniowej charakterystyki układu demodulacji fazy. Wyrażenie to jednak upraszcza się dla przypadku, gdy $\Delta\varphi \ll 1$. Wówczas $J_0(\Delta\varphi) \simeq 1$ oraz

$$J_n(\Delta\varphi) \simeq \frac{1}{n!}\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)^n, \quad n \geqslant 1 \tag{11}$$

i ostatecznie uzyskuje się

$$u_m \simeq dU_h U_0 \left[\cos(\varphi - \varphi_p) - \Delta\varphi \sin(\varphi - \varphi_p)\sin \omega t + \frac{\Delta\varphi^2}{4}\cos(\varphi - \varphi_p)\cos 2\omega t\right]. \tag{12}$$

Pozostałe składowe dla $n > 2$ mogą być wówczas pominięte.

Na wyjściu mieszacza występuje zatem sygnał zawierający oprócz składowej stałej także składową o częstotliwości mierzonych drgań oraz jej drugą harmoniczną. Amplituda składowej o częstotliwości drgań

$$U_{m_1} = dU_h U_0 \Delta\varphi \sin(\varphi - \varphi_p) \tag{13}$$

jest proporcjonalna do dewiacji fazy sygnału odbieranego, a za jej pośrednictwem do amplitudy mierzonych drgań. Zależy ona jednak od przesunięcia fazy $\varphi - \varphi_p$. Maksymalna wartość tej amplitudy występuje dla

$$\varphi - \varphi_p = (2k+1)\frac{\pi}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{14}$$

Amplituda drugiej harmonicznej jest proporcjonalna do kwadratu dewiacji fazy. Wartość jej zależy także od przesunięcia fazy $\varphi - \varphi_p$, dla warunku (14) jest ona jednak równa zeru.

Poprawna demodulacja fazy sygnału odbieranego wymaga zatem spełnienia w czasie pomiaru warunku (14). Warunek ten uwzględniając wyrażenie (5) można przedstawić jako

$$\frac{4\pi R_0}{c} F - \varphi_c - \varphi_p = (2k+1)\frac{\pi}{2}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{15}$$

Z zależności tej wynika, że dla każdej odległości pomiarowej R_0 konieczne jest dobranie przesunięcia fazy φ_p sygnału odniesienia.

Proporcjonalność między amplitudą składowej o częstotliwości drgań i amplitudą mierzonych drgań przy stałej odległości R_0 można zachować utrzymując stałą wartość $\varphi-\varphi_p$. Wymaga to odpowiedniej stałości długotrwałej częstotliwości nadajnika F oraz prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych c. Wymaganą stałość tych parametrów można określić zakładając dopuszczalną zmianę amplitudy sygnału na wyjściu mieszacza pod wpływem zmiany jednego z tych parametrów.

Jeśli przyjąć za dopuszczalne zmiany częstotliwości nadajnika takie, przy których amplituda tego sygnału zmaleje najwyżej o 10%, tzn.

$$\sin\left[\frac{4\pi R_0}{c}(F\pm\Delta F)-\varphi_c-\varphi_p\right]\geqslant 0{,}9, \tag{16}$$

wówczas dopuszczalne odchylenie fazy $\varphi-\varphi_p$ od pożądanej wartości określonej zależnością (14) wynosi

$$\frac{4\pi R_0}{c}\Delta F\leqslant 0{,}45.$$

Stąd dopuszczalna powolna (zachodząca w czasie znacznie dłuższym od czasu propagacji fali od nadajnika do przedmiotu drgającego i do odbiornika) zmienność częstotliwości sygnału nadajnika wynosi

$$\frac{\Delta F}{F}\leqslant\frac{c}{28R_0F}=\frac{\lambda}{28R_0}. \tag{17}$$

Podobnie można wyznaczyć warunek określający dopuszczalne powolne zmiany prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych. Przyjmuje on wówczas identyczną postać

$$\frac{\Delta c}{c}\leqslant\frac{\lambda}{28R_0}. \tag{18}$$

Przy spełnieniu warunków (17) i (18) amplituda drugiej harmonicznej częstotliwości drgań odniesiona do amplitudy składowej podstawowej nie przekroczy wartości

$$\frac{1}{4}\Delta\varphi\operatorname{ctg}\left[(2k+1)\frac{\pi}{2}\pm 0{,}45\right]=0{,}12\Delta\varphi. \tag{19}$$

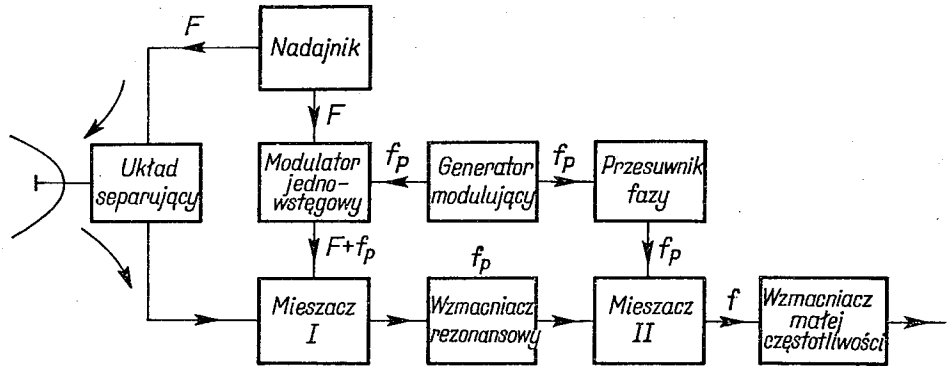
Warunki (17) i (18) w zakresie fal radiowych dla małych odległości nie są zbyt krytyczne. Na przykład dla $\lambda=8$ mm i $R_0=1$ m wymagają one, by

$$\frac{\Delta F}{F}=\frac{\Delta c}{c}\leqslant 2{,}9\cdot 10^{-4}.$$

W zakresie fal podczerwonych i świetlnych lub dla większych odległości nie zawsze mogą one być spełnione. Wymaga to wówczas w czasie pomiaru dodatkowej korekcji różnicy faz między sygnałami dochodzącymi do mieszacza.

Omówiony wyżej sposób demodulacji fazy sygnału odbieranego jest bardzo prosty. Czułość odbioru jest jednak wówczas bardzo mała. Ograniczają ją duże szumy mieszacza w paśmie małych częstotliwości oraz modulacja amplitudowa sygnału nadajnika spowodowana źle odfiltrowanymi napięciami zasilającymi i wibracjami mechanicznymi o częstotliwościach znajdujących się w paśmie mierzonych częstotliwości drgań.

Poprawę czułości odbioru można uzyskać przy odbiorze heterodynowym. Pasmo częstotliwości wzmacnianych na wyjściu mieszacza ulega wówczas przesunięciu w zakres dużych częstotliwości pośrednich. Zmniejsza to jednocześnie wpływ modulacji amplitudowej nadajnika oraz szumów mieszacza. Można to uzyskać w układzie pokazanym na rys. 2.



Rys. 2. Schemat blokowy układu wykorzystującego odbiór heterodynowy z demodulacją fazy

W układzie tym część sygnału nadajnika podawana jest do modulatora jednowstęgowego, na wyjściu którego powstaje sygnał o częstotliwości przesuniętej o wartość równą częstotliwości pośredniej. Po zmieszaniu w mieszaczu tak otrzymanego sygnału heterodyny z sygnałem odbieranym uzyskuje się sygnał o częstotliwości pośredniej zmodulowany w fazie identycznie jak sygnał odbierany. Sygnał ten wzmacniany jest w wąskopasmowym wzmacniaczu częstotliwości pośredniej o szerokości pasma równej szerokości pasma sygnału odbieranego. Demodulacja fazowa wzmocnionego sygnału odbywa się w mieszaczu II, do którego doprowadzony jest sygnał odniesienia o częstotliwości równej częstotliwości pośredniej. Sygnał odniesienia dostarczany jest wprost z generatora modulującego jednowstęgowo sygnał nadajnika.

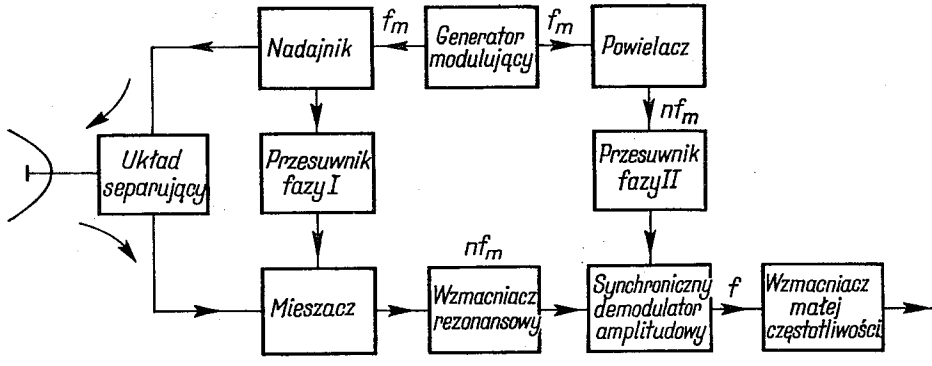
Demodulacja fazowa odbywa się w tym układzie na częstotliwości pośredniej. Własności tej demodulacji są identyczne z omawianymi dla odbioru homodynowego. Konieczne jest zatem dobieranie odpowiedniej zależności fazowej między sygnałem odniesienia i sygnałem wzmacnianym podawanym na wejście mieszacza II. Regulację przesunięcia fazy sygnału odniesienia można wprowadzić na częstotliwości pośredniej, jak pokazano to na rys. 2. Można wprowadzić ją jednak także na częstotliwości wielkiej w torze wytwarzania sygnału heterodyny.

Omówiony sposób odbioru heterodynowego posiada oprócz dużej czułości dodatkową zaletę. Umożliwia on wprowadzenie ogranicznika amplitudy przed demodulacją fazy. Dzięki temu jest możliwe utrzymanie stałego poziomu sygnału na wejściu mieszacza II. W wyniku tego sygnał uzyskany na wyjściu tego mieszacza nie zależy od amplitudy sygnału odbieranego a jedynie od dewiacji fazy tego sygnału. Własności tej nie posiada układ z odbiorem homodynowym.

Poprawę czułości odbioru można także otrzymać stosując sinusoidalną modulację częstotliwości sygnału nadajnika i wzmacniając po mieszaczu sygnał o częstotliwości

równej harmonicznej częstotliwości modulacji. Wybierając odpowiednio dużą częstotliwość modulacji uzyskuje się skuteczne tłumienie szumów mieszacza oraz zakłóceń pochodzących z niepożądanej modulacji amplitudowej sygnału nadajnika.

Schemat blokowy urządzenia wykorzystującego sinusoidalną modulację częstotliwości pokazany jest na rys. 3. Zasada jego działania jest następująca. Zmodulowany sygnał



Rys. 3. Schemat blokowy układu wykorzystującego sinusoidalną modulację częstotliwości nadajnika

ciągły nadajnika wysyłany jest za pośrednictwem anteny w kierunku do drgającego przedmiotu. Część tego sygnału doprowadzona jest do mieszacza jako sygnał heterodyny. W wyniku zmieszania sygnału odbieranego z sygnałem nadajnika na wyjściu mieszacza powstaje sygnał o częstotliwości różnicowej. Sygnał ten dla dewiacji fazy sygnału odbieranego, znacznie mniejszej od jedności, zawiera składowe o częstotliwościach harmonicznych częstotliwości modulującej zmodulowane amplitudowo sygnałem o częstotliwości drgań. Wzmacniacz rezonansowy odbiornika nastrojony jest na jedną z harmonicznych sygnału modulującego. Informację o drganiach wyodrębnia się w wyniku synchronicznej demodulacji amplitudowej wzmocnionego sygnału.

Analizę pracy urządzenia można w uproszczeniu przedstawić w sposób następujący. Jeśli przyjąć, że częstotliwość sygnału nadajnika zmienia się zgodnie z zależnością

$$F(t) = F + \Delta F \sin \omega_m t, \tag{20}$$

sygnał jego można wyrazić jako

$$u_n = U_n \sin\left(\Omega t - \frac{\Delta F}{f_m} \cos \omega_m t + \varphi_1\right), \tag{21}$$

gdzie:

$\frac{\Delta F}{f_m}$ — wskaźnik modulacji sygnału nadajnika,

φ_1 — stałe przesunięcie fazy, zależne od sposobu pomiaru czasu,

Ω — $2\pi F$,

ω_m — $2\pi f_m$.

Sygnał odebrany odbity od drgającej powierzchni przedmiotu określony jest wówczas wyrażeniem

$$u_0 = U_0 \sin\left[\Omega(t-t_1) - \frac{\Delta F}{f_m} \cos \omega_m (t-t_1) + \varphi_1 + \varphi_c\right]. \tag{22}$$

Dla sinusoidalnych drgań powierzchni odbijającej wyrażenie to, podobnie jak wyrażenie (2), po uwzględnieniu, że $\frac{2\Delta s\omega_m \cos\alpha}{c} \ll 1$, można sprowadzić w przybliżeniu do postaci

$$u_0 = U_0 \sin\left[\Omega t - \varphi - \Delta\varphi \sin\omega t - \frac{\Delta F}{f_m}\cos\omega_m\left(t - \frac{2R_0}{c}\right) + \varphi_1\right] = U_0 \sin\varphi_0. \tag{23}$$

W wyniku zmieszania go z częścią sygnału nadajnika spełniającego funkcję sygnału odniesienia

$$u_h = U_h \sin\left[\Omega t - \frac{\Delta F}{f_m}\cos\omega_m t + \varphi_1 - \varphi_p\right] = U_h \sin\varphi_h \tag{24}$$

na wyjściu mieszacza po uwzględnieniu tylko składowych małej częstotliwości otrzymuje się

$$u_m = d U_h U_0 \cos(\varphi_h - \varphi_0) = d U_h U_0 \cos\left[\Delta\varphi \sin\omega t + \varphi - \varphi_p + \beta \sin\omega_m\left(t - \frac{R_0}{c}\right)\right], \tag{25}$$

gdzie

$$\beta = \frac{2\Delta F}{f_m}\sin\omega_m \frac{R_0}{c}. \tag{26}$$

Po przekształceniu tego wyrażenia uzyskuje się [3]

$$u_m = d U_h U_0 \left[J_0(\beta)\cos(\varphi - \varphi_p + \Delta\varphi \sin\omega t) + \right.$$

$$\left. + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n J_n(\beta)\cos\left(\varphi - \varphi_p + \Delta\varphi\sin\omega t + n\frac{\pi}{2}\right)\cos n\left(\omega_m t - \omega_m \frac{R_0}{c} + \frac{\pi}{2}\right)\right]. \tag{27}$$

Widmo tego sygnału skupione jest w pobliżu częstotliwości zerowej oraz wokół kolejnych harmonicznych częstotliwości modulującej. Amplitudy poszczególnych składowych są proporcjonalne do wartości funkcji Bessela $J_n(\beta)$.

Z widma tego wydziela się za pomocą wzmacniacza rezonansowego składowe skupione wokół n-tej harmonicznej. Składowe te poddawane są następnie demodulacji synchronicznej z odpowiednią harmoniczną częstotliwości modulującej

$$u_s = U_s \sin(n\omega_m t + \varphi_s). \tag{28}$$

Po wyfiltrowaniu częstotliwości różnicowej otrzymuje się napięcie zawierające informację o drganiach. Napięcie to ma postać

$$u_d = 2d' U_h U_0 U_s (-1)^n J_n(\beta)\sin\left(\varphi_s + n\omega_m \frac{R_0}{c} - \right.$$

$$\left. - n\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\varphi - \varphi_p + \Delta\varphi\sin\omega t + n\frac{\pi}{2}\right), \tag{29}$$

gdzie d' oznacza współczynnik proporcjonalności. Maksymalna amplituda tego napięcia wystąpi dla odpowiedniego przesunięcia fazy φ_s

$$\varphi_{s\,\mathrm{opt}} = \frac{\pi}{2}(2k+n+1) - n\omega_m \frac{R_0}{c}, \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{30}$$

wnoszonego przez przesuwnik fazy II. Wówczas sygnał na wyjściu demodulatora określony jest zależnością

$$u_d = 2d' U_h U_0 U_s (-1)^n J_n(\beta) \cos\left(\varphi - \varphi_p + \Delta\varphi \sin \omega t + n\frac{\pi}{2}\right). \tag{31}$$

Wyrażenie to ma postać identyczną z otrzymaną przy niemodulowanym sygnale nadajnika [por. zależność (9)]. Urządzenie z modulacją częstotliwości wykorzystuje zatem także demodulację fazy sygnału odbieranego zachodzącą w mieszaczu. Dla poprawnej demodulacji konieczne jest dobieranie odpowiedniego przesunięcia fazy za pomocą przesuwnika fazy I wtrąconego w torze sygnału heterodyny, umożliwiającego spełnienie warunku (14). Otrzymany wówczas sygnał na wyjściu wzmacniacza rezonansowego ma postać przebiegu zmodulowanego w amplitudzie częstotliwością drgań z tłumieniem fali nośnej. Demodulacja synchroniczna tego przebiegu wymaga dodatkowo dobrania przesunięcia fazy φ_s na n-tej harmonicznej częstotliwości modulacji określonego zależnością (30).

W wyniku tak uzyskanej demodulacji sygnału odbieranego uzyskuje się na wyjściu układu odbiorczego sygnał, którego amplituda zależy dodatkowo od funkcji Bessela $J_n(\beta)$, a za jej pośrednictwem od odległości R_0 do drgającego przedmiotu [por. zależność (26)]. Powoduje to zmniejszenie amplitudy sygnału użytecznego w całym zakresie zmiany R_0, ponieważ $J_n(\beta) < 0{,}5$ dla $n \geqslant 2$ (zwykle wybiera się $n \geqslant 3$) oraz dodatkowo występowanie zaników tego sygnału dla takich odległości, dla których $J_n(\beta) = 0$. Omówiono to dokładnie w [3]. Przy odpowiednim doborze wskaźnika modulacji sygnału nadajnika zaniki te występują tylko dla odległości bliskiej zeru oraz dla odległości, przy których opóźnienie sygnału odbieranego jest równe wielokrotnościom okresu modulacji, tzn. dla

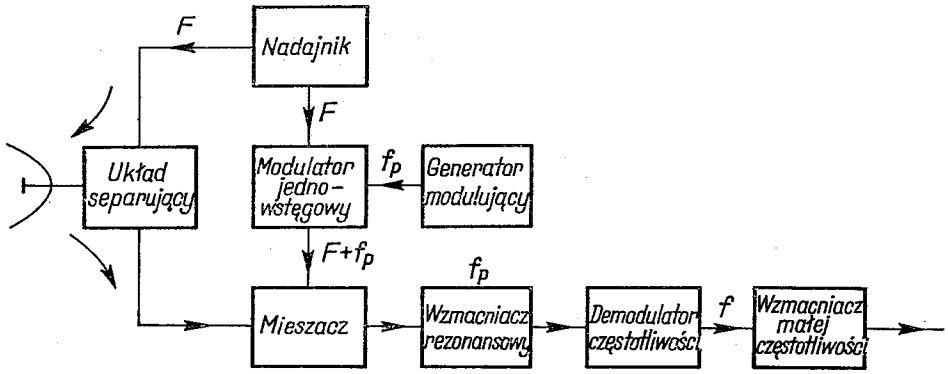
$$R_0 = k\frac{C}{2f_m'}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots. \tag{32}$$

Zanik sygnału dla odległości bliskiej zeru wykorzystywany jest do zwiększenia tłumienia zakłóceń pochodzących ze szkodliwej modulacji amplitudowej sygnału nadajnika przenikającego do mieszacza przez układ separujący. Powoduje to jednak wystąpienie „martwej" strefy w najbliższym otoczeniu urządzenia i możliwość pomiaru drgań tylko z nieco większej odległości. Elimiancję pozostałych zaników można uzyskać wybierając tak częstotliwość modulacji, by zanik sygnału występujący dla $k = 1$ odpowiadał odległości większej od maksymalnej odległości pomiarowej. Zmniejszenie amplitudy sygnału użytecznego zależy od wartości częstotliwości modulacji, dewiacji częstotliwości oraz od numeru wydzielanej harmonicznej częstotliwości modulującej.

Sposób wyboru tych parametrów omówiony jest w [3]. Dla optymalnie wybranych ich wartości uzyskuje się dla maksymalnej odległości pomiarowej zmniejszenie amplitudy sygnału użytecznego o 1,2 dB dla trzeciej harmonicznej, 2dB dla czwartej i 2,5 dB dla piątej harmonicznej.

Informację o drganiach można wydzielić z sygnału odbieranego także w wyniku demodulacji zmian częstotliwości tego sygnału. Można to uzyskać przy odbiorze heterody-

nowym stosując demodulację na częstotliwości pośredniej. Pokazano to na rys. 4. Po demodulacji otrzymuje się wówczas sygnał proporcjonalny do dewiacji częstotliwości, a nie do dewiacji fazy sygnału odbieranego. Poprawną demodulację fazy uzyskuje się umieszczając po demodulatorze częstotliwości filtr całkujący.



Rys. 4. Schemat blokowy układu wykorzystującego odbiór heterodynowy z demodulacją częstotliwości

Zasadniczą cechą tego sposobu demodulacji jest praktycznie niezależność skuteczności demodulacji od powolnej zmiany częstotliwości pośredniej wzmacnianego sygnału lub od zmiany fazy sygnału. Zmiany te mogą wystąpić w wyniku zmiany częstotliwości generatora użytego do modulacji jednowstęgowej, powolnej zmiany częstotliwości nadajnika lub prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych. Dla poprawnej demodulacji w tym przypadku nie jest zatem wymagana duża długotrwała stałość częstotliwości nadajnika, stałość częstotliwości generatora modulującego oraz stałość prędkości propagacji.

Zakres dewiacji częstotliwości, który można poddać demodulacji bez zniekształceń, określony jest zakresem liniowej charakterystyki demodulatora częstotliwości. Przy odpowiednim doborze tej charakterystyki w zależności od szerokości pasma sygnału odbieranego zakres dewiacji nie jest praktycznie ograniczony. Dewiacja fazy sygnału odbitego może być wówczas znacznie większa od jedności.

Demodulacja częstotliwości dzięki swym własnościom umożliwia zatem wykrywanie drgań przy wykorzystaniu bardzo małych długości fal lub przy większych odległościach pomiarowych, gdy trudno zapewnić wymaganą długotrwałą stałość częstotliwości sygnału nadajnika i stałość prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych. Ten rodzaj demodulacji nie ogranicza także od góry zakresu mierzonej amplitudy drgań. Jest to szczególnie ważne w zakresie fal podczerwonych i świetlnych, gdzie amplitudy drgań mogą być znacznie większe od długości fali nadajnika. Ze względu jednak na małą sprawność demodulacji częstotliwości może być ona wykorzystywana raczej tylko przy większych dewiacjach fazy sygnału odbieranego.

4. CZYNNIKI OGRANICZAJĄCE MOŻLIWOŚĆ WYKRYWANIA DRGAŃ

Możliwość wykrywania drgań ograniczają szybkie fluktuacje częstotliwości sygnału nadajnika oraz szumy i zakłócenia powstające w odbiorniku.

Częstotliwość sygnału nadajnika podlega szkodliwej modulacji. Przyczyną tego są tętnienia napięć zasilania i wibracje mechaniczne oraz wpływ szumów na generację sygnału w nadajniku. W pierwszym przypadku modulacja ma charakter okresowy. Widmo przebiegu modulującego zawarte jest wówczas zwykle w zakresie częstotliwości mierzonych drgań. W drugim przypadku modulacja ta ma charakter szumowy, a widmo przebiegu modulującego jest znacznie szersze od zakresu częstotliwości mierzonych drgań.

Wpływ szybkich fluktuacji częstotliwości nadajnika można najłatwiej oszacować w układzie wykorzystującym odbiór homodynowy. Zakładając dla uproszczenia, że częstotliwość sygnału nadajnika zmienia się sinusoidalnie zgodnie z zależnością

$$F(t) = F + \Delta F_z \sin \omega_z t,$$

gdzie:

ΔF_z — szkodliwa dewiacja częstotliwości sygnału nadajnika,

$f_z = \dfrac{\omega_z}{2\pi}$ — częstotliwość szkodliwej modulacji,

sygnał nadajnika, sygnał odbierany i sygnał odniesienia można wyrazić odpowiednio jako

$$u_n = U_n \sin\left(\Omega t - \frac{\Delta F_z}{f_z} \cos \omega_z t + \varphi_1\right), \tag{33}$$

$$u_0 = U_0 \sin\left[\Omega (t - t_1) - \frac{\Delta F_z}{f_z} \cos \omega_z (t - t_1) + \varphi_1 + \varphi_c\right], \tag{34}$$

$$u_h = U_h \sin\left[\Omega t - \frac{\Delta F_z}{f_z} \cos \omega_z t + \varphi_1 - \varphi_p\right]. \tag{35}$$

Wyrażenia (34) i (35) mają identyczną postać jak (22) i (24). Można zatem określić wynik zmieszania sygnału odbieranego z sygnałem odniesienia na podstawie zależności (25) i (26). Przyjmuje ona postać

$$u_m = dU_0 U_h \cos\left[\Delta\varphi \sin \omega t + \varphi - \varphi_p + \frac{2\Delta F_z}{f_z} \sin \omega_z \frac{R_0}{c} \sin \omega_z \left(t - \frac{R_0}{c}\right)\right]. \tag{36}$$

Dla małych częstotliwości f_z można przyjąć uproszczenie

$$\sin \omega_z \frac{R_0}{c} \simeq \omega_z \frac{R_0}{c} \tag{37}$$

wówczas otrzymuje się

$$u_m = dU_0 U_c \cos\left[\Delta\varphi \sin \omega t + \varphi - \varphi_p + 4\pi \Delta F_z \frac{R_0}{c} \sin \omega_z \left(t - \frac{R_0}{c}\right)\right]. \tag{38}$$

Sygnał ten otrzymywany na wyjściu mieszacza zawiera modulację fazy z dewiacją $\Delta\varphi$ będącą wynikiem wykrywanych drgań oraz modulację fazy z dewiacją $4\pi\Delta F_z \dfrac{R_0}{c}$ powstającą pod wpływem szkodliwej modulacji częstotliwości sygnału nadajnika. Jeśli częstotliwości poszczególnych modulacji znacznie różnią się od siebie, można je rozdzielić przez zastosowanie odpowiedniej filtracji. Jeśli jednak częstotliwość szkodliwej modulacji znajduje się w paśmie częstotliwości wykrywanych drgań, wpływ jej można tylko wtedy

pominąć, jeśli dewiacja szkodliwej modulacji fazy będzie znacznie mniejsza od użytecznej dewiacji fazy. Przyjmując, że powinna być ona a razy mniejsza od najmniejszej użytecznej dewiacji fazy, otrzymuje się

$$4\pi \Delta F_z \frac{R_0}{c} \leqslant \frac{\Delta\varphi_{\min}}{a}. \tag{39}$$

Z zależności tej, uwzględniając wyrażenie (6), powstaje warunek

$$\frac{\Delta F_z}{F} \leqslant \frac{\Delta S_{\min} \cos\alpha}{a R_0} \tag{40}$$

określający dopuszczalne względne zmiany częstotliwości nadajnika, o ile zachodzą one z częstotliwością znajdującą się w paśmie częstotliwości drgań. Na przykład dla $R_0 = 1$ m, $a = 10$, $\alpha = 0°$ i minimalnej amplitudy drgań $\Delta S_{\min} = 10^{-1}\mu$m otrzymuje się

$$\frac{\Delta F_z}{F} \leqslant \frac{10^{-7}}{10 \cdot 1} = 10^{-8}.$$

Warunek (40), jak widać z powyższego przykładu, może być trudny do spełnienia dla małych amplitud wykrywanych drgań lub dla większej odległości pomiarowej. Może on być zatem praktycznie ograniczeniem amplitudy wykrywanych drgań.

Zależność (40) wyprowadzona została dla układu z odbiorem homodynowym. Jest ona jednak słuszna także dla pozostałych układów omówionych w rozdz. 3, w których występuje porównywanie częstotliwości sygnału odbieranego z częstotliwością sygnału nadajnika lub z częstotliwością sygnału heterodyny otrzymywanego z odpowiedniej obróbki (np. modulacji jednowstęgowej) sygnału nadajnika. Zależność ta nie jest natomiast słuszna, jeśli sygnał heterodyny w układzie odbiorczym pochodzi z niezależnego generatora. Wymagana wówczas stałość częstotliwości sygnału nadajnika i sygnału heterodyny jest znacznie większa od określonej zależnością (40).

O możliwości wykrywania drgań mogą decydować także fluktuacje częstotliwości generatorów wykorzystywanych do wytworzenia sygnału heterodyny w układach pokazanych na rys. 2 i 4 oraz do modulacji częstotliwości nadajnika w układzie pokazanym na rys. 3. Fluktuacje częstotliwości tych generatorów przenoszą się bowiem wprost jako fluktuacje częstotliwości pośredniej sygnałów otrzymywanych na wyjściu mieszaczy. Wpływ tych fluktuacji na możliwość wykrywania drgań nie jest jednak w tych układach jednakowy. Wszędzie tam, gdzie przy demodulacji porównuje się częstotliwość wzmacnianych sygnałów z częstotliwością sygnałów odniesienia, tzn. w układach z rys. 2 i 3, przy małym wzajemnym opóźnieniu porównywalnych sygnałów wpływ fluktuacji częstotliwości tych generatorów nie jest istotny. Jeśli jednak sygnał wzmacniany poddawany jest demodulacji bez uwzględnienia sygnału odniesienia, tak jak w układzie pokazanym na rys. 4, wpływ tych fluktuacji jest bardzo groźny. Można to wykazać w następujący sposób.

Zakładając dla uproszczenia, że częstotliwość sygnału generatora modulującego zmienia się sinusoidalnie

$$f_p(t) = f_p + \Delta f_z \sin \omega_z t, \tag{41}$$

gdzie:

Δf_z — szkodliwa dewiacja częstotliwości generatora modulującego,

$f_z = \frac{\omega_z}{2\pi}$ — częstotliwość szkodliwej modulacji,

sygnał tego generatora można przedstawić jako

$$u_{p_1} = U_{p_1} \sin\left(\omega_p t - \frac{\Delta f_z}{f_z} \cos\omega_z t + \varphi_1\right), \tag{42}$$

natomiast sygnał o częstotliwości pośredniej na wyjściu mieszacza z uwzględnieniem użytecznej dewiacji fazy

$$u_p = U_p \sin\left(\omega_p t + \Delta\varphi \sin\omega t - \frac{\Delta f_z}{f_z} \cos\omega_z t + \varphi_2\right); \tag{43}$$

φ_1 oraz φ_2 oznaczają tu stałe przesunięcia fazy.

Przyjmując, że podobnie jak przy ocenie stałości częstotliwości sygnału nadajnika wpływ szkodliwych zmian częstotliwości generatora modulującego może być pominięty, jeśli dewiacja fazy jest a razy mniejsza od najmniejszej użytecznej dewiacji, tzn. gdy

$$\frac{\Delta f_z}{f_z} \leqslant \frac{\Delta\varphi_{\min}}{a}, \tag{44}$$

otrzyma się, uwzględniając zależność (6), następujący warunek

$$\frac{\Delta f_z}{f_p} \leqslant \frac{4\pi f_z \Delta S_{\min}}{a f_p \lambda} \cos\alpha, \tag{45}$$

określający dopuszczalne względne zmiany częstotliwości tego generatora. Warunek ten jest słuszny, jeśli częstotliwość szkodliwej modulacji znajduje się w paśmie częstotliwości drgań. Jeśli natomiast częstotliwość szkodliwej modulacji znacznie odbiega od częstotliwości drgań, wpływ fluktuacji częstotliwości generatora modulującego może być znacznie zmniejszony przez zastosowanie odpowiedniej filtracji.

Jeśli przyjąć np., że $\lambda = 8$ mm, $a = 10$, $f_{z\min} = 10$ Hz, $f_p = 30$ MHz, $\alpha = 0°$ i $\Delta S_{\min} = 10^{-1}\mu$m otrzymuje się z zależności (45)

$$\frac{\Delta f_z}{f_p} \leqslant \frac{4\pi \cdot 10 \cdot 10^{-7}}{10 \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 8 \cdot 10^3} \simeq 5 \cdot 10^{-12}.$$

Z przytoczonego przykładu widać, że trudności zapewnienia wymaganej stałości częstotliwości generatora modulującego mogą w zasadniczy sposób ograniczyć możliwość wykrywania drgań lub stosowania układu przedstawionego na rys. 4. Warunek (45) trudny jest jednak do spełnienia głównie w zakresie fal radiowych. Dla mniejszych długości fal w zakresie podczerwieni lub światła widzialnego wymagana stałość częstotliwości tego generatora może być ok. 10^4 razy mniejsza, co możliwe jest do spełnienia nawet przy małych amplitudach drgań mierzonych.

Drugim istotnym czynnikiem ograniczającym możliwość wykrywania drgań są szumy własne układu odbiorczego, głównie szumy mieszacza oraz zakłócenia pochodzące ze szkodliwej modulacji amplitudowej sygnału nadajnika. Sygnał użyteczny może być tylko wówczas wykryty, jeśli amplituda jego przekracza dostatecznie poziom tych zakłóceń.

Szumy wnoszone przez mieszacz zależą od zakresu częstotliwości wzmacnianych po mieszaczu. Zjawisko to występuje zarówno dla mieszaczy wykorzystywanych w zakresie fal radiowych jak również i w zakresie fal podczerwonych lub świetlnych. Dla małych częstotliwości gęstość mocy szumów na wyjściu mieszacza zmienia się w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalnie do częstotliwości i osiąga duże wartości dla bardzo małych częstotliwości. Powyżej pewnej częstotliwości, rzędu 0,1÷ 10 MHz, zależnej od rodzaju elementu wykorzystanego do mieszania, gęstość mocy szumów jest stała i posiada minimalną wartość. Poprawę czułości można zatem uzyskać przez przesunięcie pasma częstotliwości wzmacnianych po mieszaczu do zakresu, w którym gęstość mocy szumów jest minimalna. Przy odbiorze homodynowym zakres częstotliwości wzmacnianych równy jest zakresowi częstotliwości mierzonych drgań i znajduje się zwykle w paśmie częstotliwości akustycznych. Przy odbiorze heterodynowym lub przy modulacji częstotliwości nadajnika wzmacnianie odbywa się w zakresie znacznie większych częstotliwości. Umożliwia to skuteczne zmniejszenie szumów mieszacza.

Oprócz szumów mieszacza istotny jest także wpływ zakłóceń pochodzących ze szkodliwej modulacji amplitudowej sygnału nadajnika. Modulacja ta pochodzi głównie z tętnień napięć zasilania i wibracji mechanicznych, jakim podlega nadajnik. Częstotliwości tych modulacji znajdują się zwykle w paśmie mierzonych drgań. Modulacja ta posiada także charakter szumowy związany z własnościami generacji w nadajniku. Pasmo tych szumów skupionych wokół częstotliwości rezonansowej obwodu nadajnika jest zawsze wielokrotnie większe od zakresu częstotliwości mierzonych drgań. W wyniku bezpośredniej demodulacji sygnału nadajnika zachodzącej w pierwszym mieszaczu powstaje silne tło zakłóceń, utrudniające wydzielanie sygnału użytecznego.

W przypadku wykorzystywania nadajnika niemodulowanego istnieją w zasadzie dwa sposoby tłumienia tych zakłóceń. Pierwszy z nich polega na kompensacji zakłóceń przez zastosowanie mieszacza w układzie zrównoważonym, drugi na przesunięciu pasma częstotliwości wzmacnianych po mieszaczu w zakres częstotliwości, na których zakłócenia spowodowane modulacją amplitudową sygnału nadajnika są już niewielkie. Zagadnienia te omówiono szczegółowo w [4], poniżej przedstawione zostaną tylko jakościowo.

Zastosowanie mieszacza zrównoważonego nawet przy idealnym zrównoważeniu nie umożliwia całkowitego stłumienia tych zakłóceń. Sygnał nadajnika dochodzi bowiem do mieszacza jednocześnie na dwa wejścia: do jednego — jako sygnał heterodyny oraz do drugiego — jako sygnał przenikający z nadajnika wraz z sygnałem odbieranym w wyniku niewystarczającej separacji odbiornika od nadajnika. W mieszaczu zrównoważonym kompensują się wówczas zakłócenia pochodzące z niezależnej demodulacji amplitudowej obu tych sygnałów. Pozostają natomiast zakłócenia powstałe w wyniku wzajemnego oddziaływania na siebie w mieszaczu tych sygnałów. Poziom tych zakłóceń nie zależy od stopnia zrównoważenia mieszacza, a tylko od separacji odbiornika od nadajnika.

Przesunięcie pasma częstotliwości wzmacnianych po mieszaczu uzyskiwane przy odbiorze heterodynynowym w układzie pokazanych na rys. 2 i 4 nie zapewnia także całkowitego stłumienia zakłóceń pochodzących ze szkodliwej modulacji amplitudowej sygnału nadajnika. Do mieszacza dochodzi bowiem sygnał heterodyny wytworzony w wyniku modulacji jednowstęgowej sygnału nadajnika i sygnał nadajnika przenikający w wyniku niewystarczającej separacji odbiornika od nadajnika. Oba te sygnały posiadają identyczną

modulację amplitudową. Na wyjściu mieszacza powstają zatem zakłócenia w wyniku niezależnej demodulacji każdego z tych sygnałów oraz w wyniku wzajemnego oddziaływania ich na siebie. Widmo pierwszych zakłóceń odpowiada widmu przebiegu modulującego, widmo drugich zakłóceń skupione jest wokół częstotliwości pośredniej. Jeśli zatem częstotliwość pośrednia jest dostatecznie duża, zakłócenia powstające w wyniku bezpośredniej demodulacji mogą być stłumione. Pozostają natomiast zakłócenia powstałe z wzajemnego oddziaływania obu sygnałów w mieszaczu. Poziom tych zakłóceń zależy od stopnia separacji odbiornika od nadajnika.

Przy niemodulowanym sygnale nadajnika separacja odbiornika od nadajnika zależy w głównej mierze od sposobu rozwiązywania zespołu antenowego. Przy wykorzystaniu jednej anteny do nadawania i do odbioru separacja ta jest zwykle niewielka. Lepsze wyniki uzyskuje się przy zastosowaniu oddzielnych anten. Znacznie lepszą separację można jednak uzyskać stosując sinusoidalną modulację częstotliwości nadajnika i wzmacniając w odbiorniku tylko część widma sygnału odbieranego. Układ taki pokazany jest na rys. 3. W układzie tym występuje tłumienie na wyjściu mieszacza sygnału nieznacznie opóźnionego względem sygnału nadajnika, użytego jako sygnał heterodyny. Własność ta jest wykorzystywana do stłumienia zakłóceń pochodzących z wzajemnego oddziaływania sygnału heterodyny i sygnału nadajnika przenikającego do mieszacza wraz z sygnałem odbieranym. Dobierając odpowiednio częstotliwość i dewiację modulacji sygnału nadajnika oraz numer harmonicznej wykorzystywanej w części odbiorczej do wydzielenia sygnału użytecznego można uzyskać stłumienie tych zakłóceń odpowiadające zwiększeniu separacji odbiornika od nadajnika o kilkadziesiąt do stu decybeli. Tłumienie zakłóceń pochodzących z bezpośredniej demodulacji można w tym układzie uzyskać przez wybór odpowiednio dużej częstotliwości wzmacnianego sygnału po mieszaczu lub przez zastosowanie mieszacza zrównoważonego.

5. NIEKTÓRE WŁASNOŚCI POMIARU DRGAŃ

Mimo uzyskania prostej zależności wiążącej dewiację fazy sygnału odbieranego odbitego od drgającej powierzchni z amplitudą tych drgań trudno jest korzystając z niej określić w sposób bezwzględny amplitudę mierzonych drgań.

Pierwszą przyczyną tego jest konieczność znajomości kierunku przemieszczania się powierzchni drgającej. Dewiacja fazy sygnału odbitego jest bowiem proporcjonalna do zmian odległości między aparaturą pomiarową i powierzchnią odbijającą, a nie do amplitudy drgań tej powierzchni [por. zależność (6)]. Własność ta wymaga zwykle zapewnienia w czasie pomiaru zgodności kierunku propagacji fali z kierunkiem przemieszczania się powierzchni.

Drugą istotną przyczyną jest to, że napięcie uzyskane po demodulacji sygnału odbieranego zależy nie tylko od dewiacji fazy tego sygnału, ale także od jego amplitudy. Amplituda sygnału odbieranego zależy natomiast od własności odbijania powierzchni drgającej, mocy sygnału nadajnika, parametrów anteny i odbiornika oraz od odległości pomiarowej — parametrów nie znanych dokładnie w czasie pomiaru. Występuje to szczególnie w układach wykorzystujących demodulację fazy na częstotliwości nadajnika, tzn. przy

odbiorze homodynowym i przy sinusoidalnej modulacji częstotliwości nadajnika, gdzie nie można wprowadzić ograniczenia sygnału odbieranego przed demodulacją. Zjawisko to można natomiast wyeliminować przy odbiorze heterodynowym stosując ogranicznik amplitudy we wzmacniaczu pośredniej częstotliwości.

Następną przyczyną może być niewystarczająca separacja odbiornika od nadajnika. Część sygnału nadajnika przenikająca na wejście mieszacza dodaje się wraz z sygnałem odbieranym wytwarzając sygnał wypadkowy o innej dewiacji fazy, zależnej od stosunku amplitud poszczególnych składowych i wzajemnego przesunięcia fazy między nimi. Może to wystąpić we wszystkich układach wykorzystujących niemodulowany sygnał nadajnika. Efekt ten może być natomiast znacznie stłumiony przy sinusoidalnej modulacji częstotliwości nadajnika, gdzie sygnał na wyjściu mieszacza nie zależy od sygnału nadajnika przenikającego wprost do mieszacza.

Czynniki te utrudniają w zasadniczy sposób pomiar bezwzględnej amplitudy drgań powierzchni odbijającej. Pomiar tej amplitudy możliwy jest dopiero po przeskalowaniu wielkości uzyskiwanej na wyjściu urządzenia w określonych warunkach pomiarowych za pomocą innej aparatury, np. czujników kontaktowych. Proporcjonalność wielkości wyjściowej do amplitudy drgań umożliwia wówczas pomiar mniejszych amplitud znajdujących się poza zakresem czułości przyrządów skalujących. Bez dodatkowego skalowania możliwy jest pomiar tylko względnej amplitudy drgań i rozkładu jej w funkcji częstotliwości drgań.

Dzięki dobremu skupieniu wiązki fal wysyłanych z nadajnika na małym obszarze powierzchni drgającej możliwa jest analiza rozkładu przestrzennego tych drgań. W tym celu stosuje się układy antenowe o specjalnej konstrukcji. W zakresie fal radiowych dla małej odległości pomiarowej, mniejszej od długości fali nadajnika, może to być np. otwarte wyjście linii przesyłowej współosiowej lub falowodowej. Dla stałych odległości pomiarowych znacznie większych od długości fali nadajnika układ antenowy można wykonać w postaci anteny reflektorowej eliptycznej, umożliwiającej dobre skupienie fali w drugim ognisku elipsy niezależnie od wymiarów reflektora. Dla odległości pomiarowej zmiennej w dużym zakresie konieczne jest zbudowanie układu antenowego wytwarzającego wiązkę o małej rozbieżności. Wymaga to użycia anteny o wymiarach apertury znacznie większych od długości fali nadajnika. Obszar „oświetlony" badanej powierzchni jest wówczas równy co najmniej aperturze anteny. Własność ta uniemożliwia uzyskanie dużej rozróżnialności przy wykorzystaniu do tego celu fal radiowych.

Przy zmiennej odległości pomiarowej wygodnie jest wykorzystywać promieniowanie laserowe. Otrzymuje się wówczas małą rozbieżność wiązki fal wysyłanych, nawet przy małej aperturze układu optycznego. Promieniowanie laserowe można wykorzystać w jednym z układów omówionych w rozdz. 3. Można je użyć także tylko jako falę nośną modulowaną częstotliwością mikrofalową [5]. Wykrywanie i pomiar drgań realizuje się wówczas na częstotliwości modulującej.

Mimo wielu trudności związanych z realizacją omówionych wyżej sposobów pomiaru drgań posiadają one niezaprzeczalne zalety. Korzystając bowiem z odbicia fali elektromagnetycznej od drgającej powierzchni można zapewnić bezkontaktowy pomiar amplitudy i częstotliwości drgań. Zakres częstotliwości wykrywanych drgań nie jest tu prak-

tycznie ograniczony. Możliwy jest wreszcie pomiar bardzo małych amplitud drgań, trudnych do wykrycia za pomocą innych metod pomiarowych.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. C. F. Augustine, J. E. Ebert, Measure it, but don't touch, Electronics, August 23, 1965, 65—69.
2. G. A. Massey, Laser Vibration Analyzer, Sylvania Electronic System, Mountain View, California, Dec. 1967, N68-17069.
3. A. Lizoń, Radar dopplerowski z sinusoidalną modulacją częstotliwości, Rozprawy Elektrotechniczne, t. XIII, z. 3, 1967, 477—493.
4. A. Lizoń, Radar dopplerowski o fali ciągłej, Rozprawy Elektrotechniczne, t. XIII, z. 2, 1967, 331—345.
5. J. V. Foster, A Laser Device for Remote Vibration Measurement, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-3. Nr 2, March, 1967, 154—157.

A. LIZOŃ

NON-CONTACTING VIBRATION MEASUREMENTS

Summary

The paper deals with the principle of non-contacting vibration measurement of target surface which utilizes the electromagnetic wave reflection from this surface. The measurement device consists of a transmitter and receiver. The wave generated in the transmitter is emitted toward the vibrating surface of the target. The reflected wave received in the receiver includes the phase modulation with frequency equal to the vibration frequency and with deviation dependent upon the amplitude of vibrations.

The paper discusses the properties of the received signal and the basic methods of obtaining information included in the received signal. Homodyne and heterodyne detection systems with demodulation of phase and frequency of the received signal are discussed. The properties of the system consisting of the transmitter with the sinusoidal frequency modulation are also considered. Factors limiting the possibility of vibration detection such as: short-term frequency instability of the transmitter signal, receiver noise, and disturbances resulting from the parasite amplitude modulation of the transmitter signal are presented. The discussed problems relate to the utilization of both radio waves and laser beam in visible and infrared ranges.

A. LIZOŃ

KONTAKTLOSE SCHWINGUNGSBEMESSUNGEN

Zusammenfassung

Im Aufsatz wurden Grundsätze für kontaktlose Schwingungsbemessungen von Gegenständen besprochen, indem die Reflexion elektromagnetischer Welle von diesem Gegestand ausgenutzt worden ist. Die Meßeinrichtung besitzt einen Sender und einen Empfänger. Die im Sender erzeugte elektromagnetische Weille wird in Richtung schwingender Fläche ausgesandt. Die vom Empfänger empfangene Reflexionswelle enthält die Phasenmodulation von einer der Schwingungsfrequenz gleichen Frequenz und einer von der Amplitude dieser Schwingungen bedingte Deviation. Es wurden hierbei Eigenschaften des empfangenen Signals sowie die wichtigsten Aussonderungsmethoden der im empfangenen Signale enthaltenen Auskunft dargestellt.

Im Weiteren wurden die den homodinen und heterodinen Empfang ausnutzenden Anordnungen mit Phasen- und Frequenzdemodulation des empfangenen Signals besprochen. Im nächsten Teil des Aufsatzes wurden die die Nachweismöglichkeit der Schwingungen begrenzenden Faktoren genannt: kurzfristige Labilität der Signalfrequenz des Senders, Eigengeräusche des Empfängers sowie die im Ergebnis schädlicher Amplitudenmodulation entstehenden Störungen. Die erörterten Probleme betreffen die Ausnutzung sowohl von Rundfunkwellen, als auch der Laserstrahlung im Licht- und Subrotbereich.

А. ЛИЗОНЬ

БЕСКОНТАКТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

Резюме

В работе изложен принцип бесконтактных измерений колебаний поверхности объекта, использующих отражение электромагнитных волн от этой поверхности. Измерительное устройство состоит из передатчика и приёмника. Передатчик генерирует электромагнитную волну и излучает её в направлении к этой поверхности. Отраженная волна, принимаемая приёмником, имеет модуляцию по фазе с частотой равной частоте колебаний и с девиацией, зависимой от амплитуды этих колебаний. В работе изложены особенности принимаемого сигнала и способ выделения информации из этого сигнала. Рассмотрены основные системы, использующие гомодинный и гетеродинный приемы с демодуляцией фазы и частоты принятого сигнала. Рассмотрено также особенности измерительного устройства с синусоидальной частотной модуляцией передатчика. В работе рассмотрены основные факторы, ограничивающие обнаружение колебаний: кратковременную нестабильность частоты сигнала передатчика, шумы приёмника и паразитную амплитудную модуляцию сигнала передатчика, просачивающегося на вход приемника. Рассмотренные вопросы существенны при использовании как радиоволн, так и лазерных излучений в диапазоне световых и инфракрасных волн.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1971, 17, z. 3, ss. 431—446

621.318.132

Wpływ histerezy magnetycznej na podział i rozkład strat mocy w blachach ferromagnetycznych

KAZIMIERZ ZAKRZEWSKI (ŁÓDŹ)

Katedra Maszyn Elektrycznych i Transformatorów Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 25.4.1970

W artykule omówiono wpływ histerezy na rozkład gęstości strat mocy wewnątrz blach ferromagnetycznych oraz określono udział strat wiroprądowych i histerezowych.

Rozważania przeprowadzono w oparciu o pojęcie zespolonej przenikalności magnetycznej.

SPIS WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ UŻYTYCH W TEKŚCIE

Symbole greckie

δ — zastępczy kąt histerezy eliptycznej, [1)]

Φ_m — amplituda strumienia magnetycznego w blasze, przypadającego na jednostkę długości wzdłuż osi z,

γ — konduktywność materiału,

μ — amplituda przenikalności zespolonej,

$\underline{\mu} = \mu e^{-j\delta}$ — przenikalność zespolona materiału.

Symbole łacińskie

$$\left.\begin{aligned} a &= \left(\cos\frac{\delta}{2} + \sin\frac{\delta}{2}\right) \\ b &= \left(\cos\frac{\delta}{2} - \sin\frac{\delta}{2}\right) \end{aligned}\right\}$$ współczynniki korekcyjne zależne od kąta histerezy eliptycznej,

c — stosunek strat całkowitych do strat wiroprądowych

d — grubość blachy ferromagnetycznej,

E_{sk} — skuteczna wartość natężenia pola elektrycznego,

f — częstotliwość,

[1)] Zastępczy kąt histerezy δ zdefiniowany jest zależnością

$$\delta = \arcsin\frac{A^*}{\pi B_m^* H_m^*},$$

gdzie:

A^* — liczbowa wartość pola powierzchni pętli histerezy,

B_m^* i H_m^* — liczbowe wartości indukcji i natężenia pola magnetycznego wyrażonych odpowiednio w [T] i [A/m].

$G_{w+h}(x)$ — gęstość całkowitych strat mocy wewnątrz materiału,
$g_H(x)$ — współczynnik rozkładu gęstości strat mocy przy wymuszeniu natężenia pola magnetycznego H_m na powierzchni,
$g_\Phi(x)$ — współczynnik rozkładu gęstości strat mocy przy wymuszeniu strumienia magnetycznego Φ_m w blasze,
H_m — amplituda natężenia pola magnetycznego na powierzchni blachy,
h — stosunek strat histerezowych do wiroprądowych,
$k = \sqrt{\pi f \mu \gamma}$ — współczynnik tłumienia fali elektromagnetycznej,
m — krotność zmian częstotliwości,
$P_h(x)$, P_h — straty histerezowe,
$P_w(x)$, P_w — straty wiroprądowe,
P'_w — straty wiroprądowe w środowisku bezhisterezowym,
$P_{w+h}(x)$, P_{w+h} — straty całkowite,
r — współczynnik ujmujący zależność stosunku P_{w+h}/f od częstotliwości f,
$\underline{S}_m$ — wektor Poyntinga,
w_h — współczynnik, według którego ustala się proporcjonalność strat histerezowych do częstotliwości f,
w_w — współczynnik, według którego ustala się proporcjonalność strat wiroprądowych do kwadratu częstotliwości f^2,
w_o — współczynnik ograniczania strat wiroprądowych wskutek histerezy.

1. WPROWADZENIE

Wpływ histerezy na pobór mocy czynnej i biernej w blachach ferromagnetycznych został omówiony między innymi w pracy [13]. Założono, że przenikalność magnetyczna środowiska ma charakter zespolony, co jest równoznaczne z przyjęciem eliptycznej pętli histerezy materiału magnetycznego.

Wspomniana praca miała na celu wykazanie, jak zależy stosunek strat całkowitych z uwzględnieniem histerezy do strat wiroprądowych w środowisku bezhisterezowym (kąt $\delta = 0$) od iloczynu kd, dla różnych wartości parametru δ. Straty mocy wskutek przemiennego strumienia magnetycznego powodują nagrzewanie się płyt i blach.

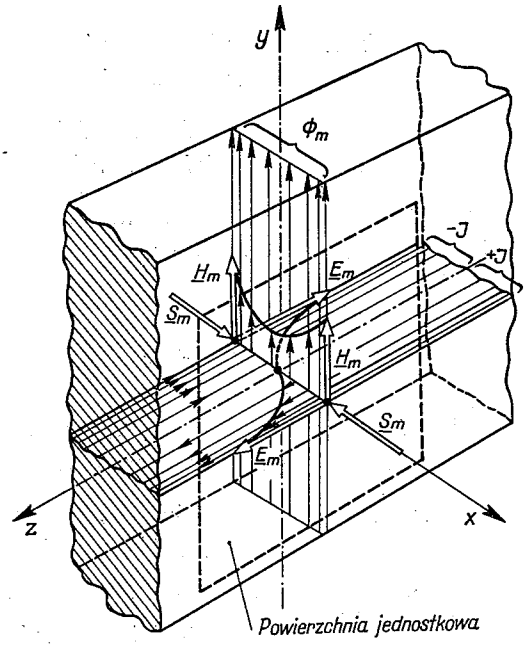
Zjawisko to może być świadomie wykorzystywane w praktyce, albo jako zjawisko niekorzystne celowo ograniczane. Niezbędne obliczenia cieplne, które należy przy tym przeprowadzić, a w szczególności określenie rozkładu temperatury wewnątrz blachy, wymagają znajomości rozkładu strat mocy.

Celem zasadniczym niniejszego artykułu jest określenie wpływu histerezy na podział strat oraz wyznaczenie rozkładu gęstości objętościowej strat wewnątrz blachy.

2. STRATY MOCY W BLASZE FERROMAGNETYCZNEJ

W pracy [13] przyjęto, że pole elektromagnetyczne w blasze powstaje w nałożenia dwóch jednakowych fal elektromagnetycznych płaskich, wnikających do blachy przez

boczne powierzchnie graniczne (patrz rys. 1). Przenikalność zespolona materiału w każdym punkcie blachy, w kierunku magnesowania jest jednakowa $\underline{\mu} = \text{const}$. Analogicznie konduktywność w kierunku przepływu prądów wirowych, w każdym punkcie wewnątrz materiału jest jednakowa $\gamma = \text{const}$.



Rys. 1. Pole elektromagnetyczne w blasze ferromagnetycznej

Rozważania zostały przeprowadzone przy założeniu, że wszystkie przebiegi pola elektromagnetycznego w blasze są sinusoidalne.

2.1. Obliczenie strat wiroprądowych i histerezowych

Straty energii przypadające na jednostkę powierzchni równoległej do płaszczyzny yz i odległej o odcinek x od początku układu współrzędnych są określone składową czynną wektora Poyntinga. Wydzielają się one w prostopadłościanie o podstawie kwadratowej (pole powierzchni równe jedności) i wysokości x.

W cytowanym już artykule [13] zostały podane zależności, według których obliczane są straty całkowite w dwóch zasadniczych przypadkach:

— przy wymuszonym natężeniu pola magnetycznego H_m na powierzchni blachy;

— przy wymuszonym strumieniu magnetycznym Φ_m wewnątrz blachy. Ujmują to następujące wyrażenia:

$$P_{w+h}(x) = \frac{k}{2\gamma} H_m^2 \frac{a \operatorname{sh} 2akx - b \sin 2bkx}{\operatorname{ch} akd + \cos bkd}, \tag{1}$$

$$P_{w+h}(x) = \frac{k^3}{2\mu^2\gamma}\Phi_m^2 \frac{a \operatorname{sh} 2akx - b \sin 2bkx}{\operatorname{ch} akd - \cos bkd}. \tag{2}$$

Straty w objętości wycinka blachy o grubości d przypadające na jednostkę powierzchni, obliczone po podstawieniu $x = \frac{d}{2}$ i po uwzględnieniu dwustronnego padania fali wynoszą:

$$P_{w+h} = \frac{k}{\gamma} H_m^2 \frac{a \operatorname{sh} akd - b \sin bkd}{\operatorname{ch} akd + \cos bkd}, \tag{3}$$

$$P_{w+h} = \frac{k^3}{2\mu^2\gamma}\Phi_m^2 \frac{a \operatorname{sh} akd - b \sin bkd}{\operatorname{ch} akd - \cos bkd}. \tag{4}$$

Straty wiroprądowe można określić w oparciu o rozkład natężenia pola elektrycznego w blasze, uwzględniając jego wartość skuteczną $E_{sk}(x)$.

Są one obliczane następująco:

$$P_w(x) = \int_0^x \gamma E_{sk}^2(x)\,dx. \tag{5}$$

Po uprzednim obliczeniu $E_{sk}(x)$ i dokonaniu szeregu przekształceń otrzymujemy, podobnie jak dla strat całkowitych, dwa następujące wyrażenia:

$$P_w(x) = \frac{k}{2\gamma} H_m^2 \frac{a^2+b^2}{2ab} \frac{b \operatorname{sh} 2akx - a \sin 2bkx}{\operatorname{ch} akd + \cos bkd}, \tag{6}$$

$$P_w(x) = \frac{k^3}{4\mu^2\gamma}\Phi_m^2 \frac{a^2+b^2}{2ab} \frac{b \operatorname{sh} 2akx - a \sin 2bkx}{\operatorname{ch} akd - \cos bkd}. \tag{7}$$

Straty wiroprądowe w objętości wycinka blachy o grubości d obliczone analogicznie jak straty całkowite są równe:

$$P_w = \frac{k}{\gamma} H_m^2 \frac{a^2+b^2}{2ab} \frac{b \operatorname{sh} akd - a \sin bkd}{\operatorname{ch} akd + \cos bkd}, \tag{8}$$

$$P_w = \frac{k^3}{2\mu^2\gamma}\Phi_m^2 \frac{a^2+b^2}{2ab} \frac{b \operatorname{sh} akd - a \sin bkd}{\operatorname{ch} akd - \cos bkd}. \tag{9}$$

W środowisku bezhisterezowym ($a = b = 1$) straty wiroprądowe są równe:

$$P'_w = \frac{k}{\gamma} H_m^2 \frac{\operatorname{sh} kd - \sin kd}{\operatorname{ch} kd + \cos kd}, \tag{10}$$

$$P'_w = \frac{k^3}{2\mu^2\gamma}\Phi_m^2 \frac{\operatorname{sh} kd - \sin kd}{\operatorname{ch} kd - \cos kd}. \tag{11}$$

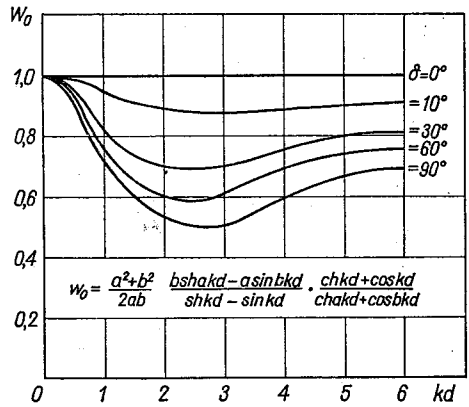
W oparciu o zależności (8) i (10) lub (9) i (11) określimy stosunek strat wiroprądowych, obliczonych z uwzględnieniem histerezy P_w, do analogicznych strat w środowisku bezhisterezowym P'_w

$$w_o = \frac{P_w}{P'_w}. \tag{12}$$

W rezultacie obliczeń otrzymujemy następującą zależność:

$$w_o = \frac{a^2+b^2}{2ab} \frac{b \operatorname{sh} akd - a \sin bkd}{\operatorname{sh} kd - \sin kd} \frac{\operatorname{ch} kd + \cos kd}{\operatorname{ch} akd + \cos bkd}. \tag{13}$$

Wprowadzony wyżej współczynnik w_o jest miarą ograniczania strat wiroprądowych wskutek histerezy. Wykresy współczynnika w_o w funkcji kd, dla różnych wartości parametru δ przedstawione zostały na rys. 2. Można stwierdzić, że w przedziale $2 \leqslant kd \leqslant 3$ występuje



Rys. 2. Wykresy współczynnika ograniczania strat wiroprądowych wskutek histerezy — w_o

największe ograniczanie prądów wirowych i związanych z nimi strat (minimum współczynników w_o). Jeżeli $kd \geqslant 6$, to współczynniki w_o dążą asymptotycznie do wartości ustalonych dla masywnego ferromagnetyka. Wprowadzimy następnie współczynnik c określający stosunek strat całkowitych do wiroprądowych

$$c = \frac{P_{w+h}}{P_w}. \tag{14}$$

Na podstawie zależności (3) i (8) lub (4) i (9) można napisać:

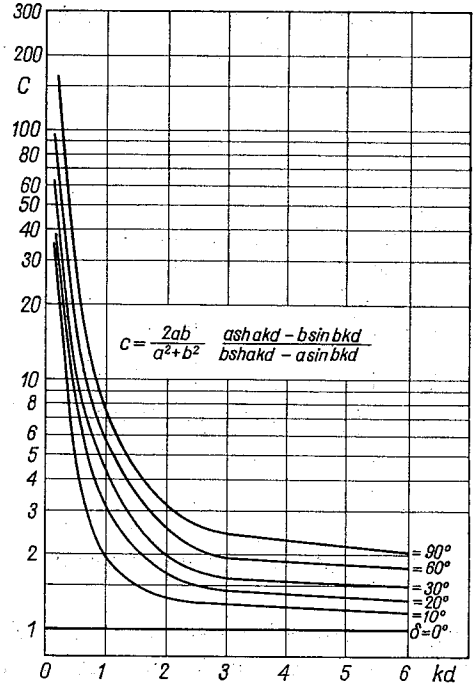
$$c = \frac{2ab}{a^2+b^2} \frac{a \operatorname{sh} akd - b \sin bkd}{b \operatorname{sh} akd - a \sin bkd}. \tag{15}$$

Wykresy współczynnika c w funkcji kd dla różnych wartości parametru δ zamieszczono na rys. 3. Jak należało przypuszczać, w blachach, dla których $kd \leqslant 0{,}5$, występują praktycznie tylko straty histerezowe. Przykładowo biorąc, dla $kd = 0{,}5$ i $\delta = 10°$ współczynnik $c = 5$, natomiast dla kąta $\delta = 20°$ przy tej samej wartości kd współczynnik ten osiąga wartość $c = 10$. W przedziale $0 \leqslant kd \leqslant 0{,}5$ udział strat wiroprądowych w sumarycznych stratach jest minimalny. Jeśli przyjąć, że dla współczesnych materiałów magnetycznych kąty zastępczej histerezy nie przekraczają 30°, to można stwierdzić, że odczuwalna przewaga strat histerezowych występuje w zakresie $0 \leqslant kd \leqslant 1{,}5$.

Krzywe współczynników c maleją monotonicznie od nieskończoności do wartości ustalonych dla masywnego ferromagnetyka. W materiałach masywnych, dla kątów δ nie przekraczających 30° przeważają straty wiroprądowe; w tym przypadku współczynnik $c \leqslant 1{,}5$.

Stosunek strat histerezowych do wiroprądowych wyraża się prostą zależnością:

$$h = \frac{P_h}{P_w} = c - 1. \tag{16}$$



Rys. 3. Stosunek strat całkowitych do strat wiroprądowych — c

Po dokonaniu szeregu przekształceń otrzymujemy następujące wyrażenia na straty histerezowe:

$$P_h = \frac{k}{\gamma} H_m^2 \frac{a^2-b^2}{2ab} \frac{b\,\mathrm{sh}\,akd + a\sin bkd}{\mathrm{ch}\,akd + \cos bkd}, \tag{17}$$

$$P_h = \frac{k^3}{2\mu^2\gamma} \Phi_m^2 \frac{a^2-b^2}{2ab} \frac{b\,\mathrm{sh}\,akd + a\sin bkd}{\mathrm{ch}\,akd - \cos bkd}. \tag{18}$$

W ten sposób zostały określone zarówno straty całkowite P_{w+h} jak również poszczególne składniki: straty histerezowe P_h oraz wiroprądowe P_w.

2.2. Zależność strat od częstotliwości

Zależność strat od częstotliwości jest skomplikowana. Jak wynika z podanych poprzednio wzorów (3), (4), (8), (9), (17), (18) częstotliwość f występuje w tych związkach w postaci wyrażenia $k = \sqrt{\pi f \mu \gamma}$. Wielkość k występuje samodzielnie jak również pod postacią funkcji hiperbolicznych i trygonometrycznych. W przypadku ustalonej wartości amplitudy natężenia pola magnetycznego na powierzchni $H_m = \mathrm{const}$, zależność strat od częstotliwości jest inna niż w założeniu stałości strumienia magnetycznego $\Phi_m = \mathrm{const}$ w blasze.

W przypadku granicznym, dla masywnego ferromagnetyka, straty histerezowe i wiroprądowe w jednakowy sposób zależą od częstotliwości.

Można napisać tutaj następujące wyrażenia:

dla ustalonego H_m na powierzchni

$$P_w \approx \frac{k}{\gamma} H_m^2 \frac{a^2+b^2}{2a}, \tag{19}$$

$$kd \geqslant 6,$$

$$P_h \approx \frac{k}{\gamma} H_m^2 \frac{a^2-b^2}{2a}, \tag{20}$$

$$kd \geqslant 6;$$

dla ustalonej wartości Φ_m wewnątrz materiału

$$P_w \approx \frac{k^3}{2\mu^2\gamma} \Phi_m^2 \frac{a^2+b^2}{2a}, \tag{21}$$

$$kd \geqslant 6,$$

$$P_h \approx \frac{k^3}{2\mu^2\gamma} \Phi_m^2 \frac{a^2-b^2}{2a}. \tag{22}$$

$$kd \geqslant 6.$$

O ile w pierwszym przypadku ((19) i (20)) straty są proporcjonalne do pierwiastka z częstotliwości $(\sqrt{f})$, to w drugim ((21) i (22)) zależą od częstotliwości w potędze 3/2 $\left(f^{\frac{3}{2}}\right)$.

Jak wiadomo, blacha o określonej grubości d może być traktowana jako cienka lub masywna, w zależności od częstotliwości strumienia magnetycznego występującego w jej wnętrzu. Przykładowo biorąc, blachy elektrotechniczne o grubości 0,35 mm stosowane do budowy rdzeni magnetycznych zachowują się jak masywne żelazo przy częstotliwości ok. 2 kHz.

W elektrotechnice, przy badaniu próbek blach i spakietowanych rdzeni obwodów magnetycznych, często zakłada się, że straty wiroprądowe zależą od częstotliwości w drugiej potędze, natomiast histerezowe są wprost proporcjonalne do częstotliwości. Założenie przy tym stałej wartości średniej indukcji w przekroju blachy oznacza, że $\Phi_m = \text{const}$. Można ustalić, w jakim zakresie powyższy pogląd jest słuszny. W tym celu przyjmiemy, że blacha przy określonej częstotliwości f_o charakteryzuje się wielkością $k_o d$ oraz współczynnikami a i b wynikającymi z histerezy.

Krotność zmian częstotliwości wynosi:

$$m = \frac{f}{f_o}, \tag{23}$$

Dzieląc straty wiroprądowe przez f^2 i odnosząc do strat przy częstotliwości f_o otrzymujemy następujące wyrażenie:

$$w_w = \frac{1}{\sqrt{m}} \frac{b \operatorname{sh} \sqrt{m}\, ak_od - a \sin \sqrt{m}\, bk_od}{\operatorname{ch} \sqrt{m}\, ak_od - \cos \sqrt{m}\, bk_od} \frac{\operatorname{ch} ak_od - \cos bk_od}{b \operatorname{sh} ak_od - a \sin bk_od}. \tag{24}$$

Jeżeli $w_w = 1$, to straty wiroprądowe są ściśle proporcjonalne do f^2.

Podobnie postępując w przypadku strat histerezowych (dzieląc przez f) uzyskujemy zależność:

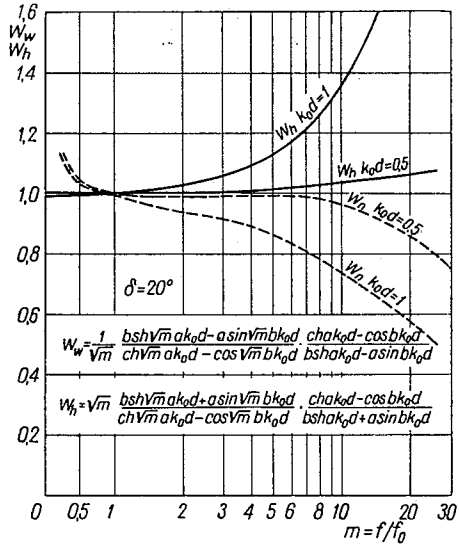
$$w_h = \sqrt{m} \frac{b \operatorname{sh} \sqrt{m}\, ak_od + a \sin \sqrt{m}\, bk_od}{\operatorname{ch} \sqrt{m}\, ak_od - \cos \sqrt{m}\, bk_od} \cdot \frac{\operatorname{ch} ak_od - \cos bk_od}{b \operatorname{sh} ak_od + a \sin bk_od}. \tag{25}$$

Jeżeli $w_h = 1$, to straty histerezowe są proporcjonalne do częstotliwości f.

We wzorach (24) i (25) występują między innymi wielkości a i b zależne od kąta histerezy δ. Na rys. 4 wykreślono wartości współczynników w_w i w_h dla kąta histerezy $\delta = 20°$, uwzględniając dwa przypadki, a mianowicie:

$$k_od = 0{,}5 \quad \text{oraz} \quad k_od = 1{,}0.$$

Dla blachy o wartości parametru $k_od = 0{,}5$ współczynniki w_w i w_h są równe jedności w dużym zakresie zmian częstotliwości, a mianowicie $0{,}5 \leqslant m \leqslant 4$.



Rys. 4. Przykładowe wykresy współczynników w_h i w_w do ustalenia zależności strat histerezowych i wiroprądowych od częstotliwości

W drugim przypadku, gdy $k_od = 1{,}0$, nie ma praktycznie takiego przedziału zmienności m, w którym można mówić o stałości współczynników $w_w = w_h = 1 = \text{const}$, a tym samym o przewidywanej zależności strat od częstotliwości.

Wprowadzone współczynniki w_w i w_h mogą służyć jako kryterium, według którego w każdym przypadku zostanie sprawdzona zależność strat poszczególnych P_h i P_w od częstotliwości f.

W praktyce inżynierskiej znany jest sposób rozdziału strat na histerezowe i wiroprądowe przez pomiar strat całkowitych P_{w+h} w żelazie przy różnych wartościach częstotliwości. Wykres następującej zależności: P_{w+h}/f w funkcji f, który winien być linią prostą, odcina na osi rzędnych wartość P_h/f. Na tej podstawie można wyznaczyć straty histerezowe. Jak wynika z naszych rozważań, dla różnych wartości $k_o d$ i kątów δ szerokość przedziału częstotliwości zapewniającego żądaną zależność strat jest różna, a często sprowadza się do bliskiego sąsiedztwa punktu $m = 1$. W celu dokonania dokładnego rozdziału strat należy we wspomnianej metodzie stosować niewielkie zmiany częstotliwości, na przykład w przedziale $0{,}8 \leqslant m \leqslant 1{,}2$.

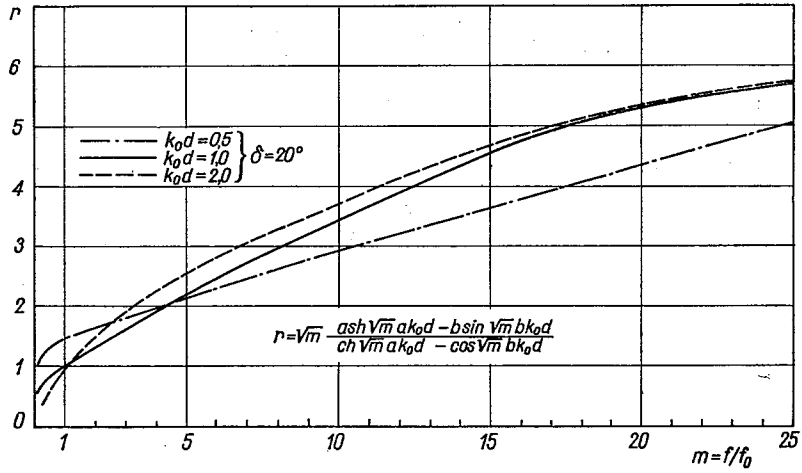
Wykorzystując zależność (4) napiszemy następujące wyrażenie:

$$\frac{P_{w+h}}{f} = \frac{k_o^3}{2\mu^2 \gamma f_o} \Phi_m^2 \cdot r, \tag{26}$$

gdzie

$$r = \sqrt{m}\, \frac{a \operatorname{sh} \sqrt{m}\, ak_o d - b \sin \sqrt{m}\, bk_o d}{\operatorname{ch} \sqrt{m}\, ak_o d - \cos \sqrt{m}\, bk_o d}. \tag{27}$$

Współczynnik r określony wzorem (27) może być, podobnie jak w_w i w_h, kryterium dla metody rozdziału strat. Stałe nachylenie krzywej r, takie jak w punkcie $m = 1$, określa właściwy przedział zmian częstotliwości.



Rys. 5. Przykładowe wykresy współczynnika r ujmującego zależnośc stosunku P_{w+h}/f od częstotliwości

Przykładowe wykresy współczynnika r dla kąta histerezy $\delta = 20°$ zostały przedstawione na rys. 5. Są one potwierdzeniem sugestii odnośnie do rozdziału strat w rdzeniach z blach ferromagnetycznych, gdyż nachylenie krzywych r jest jednakowe i takie jak w punkcie $m = 1$ jedynie w bliskim sąsiedztwie tego punktu. Oznacza to niewielkie, dopuszczalne odchylenie od częstotliwości odniesienia f_o przy pomiarze strat.

3. ROZKŁAD GĘSTOŚCI STRAT MOCY

Straty $P_{w+h}(x)$, $P_w(x)$, $P_h(x)$ zostały odniesione do pola powierzchni jednostkowej, leżącej w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku padania fali. Są to w rzeczywistości straty wydzielające się w prostopadłościanie o podstawie kwadratowej — jednostkowej i wysokości x. Można zatem mówić o objętościowej gęstości strat w blasze ferromagnetycznej, przy czym

$$P_{w+h}(x) = \int_0^x G_{w+h}(x)\,dx, \tag{28}$$

gdzie $G_{w+h}(x)$ — objętościowa gęstość strat całkowitych.

Jak wynika z wzorów (1) i (2), straty $P_{w+h}(x)$ są funkcją górnej granicy całkowania x. Po zróżniczkowaniu wyrażenia (28) i uwzględnieniu (1) i (2) otrzymujemy

$$G_{w+h}(x) = \frac{k^2}{\gamma} H_m^2 \cdot g_H(x), \tag{29}$$

gdzie

$$g_H(x) = \frac{a^2 \operatorname{ch} 2akx - b^2 \cos 2bkx}{\operatorname{ch} akd + \cos bkd} \tag{30}$$

oraz

$$G_{w+h}(x) = \frac{k^4}{2\mu^2\gamma} \Phi_m^2 \cdot g_\Phi(x), \tag{31}$$

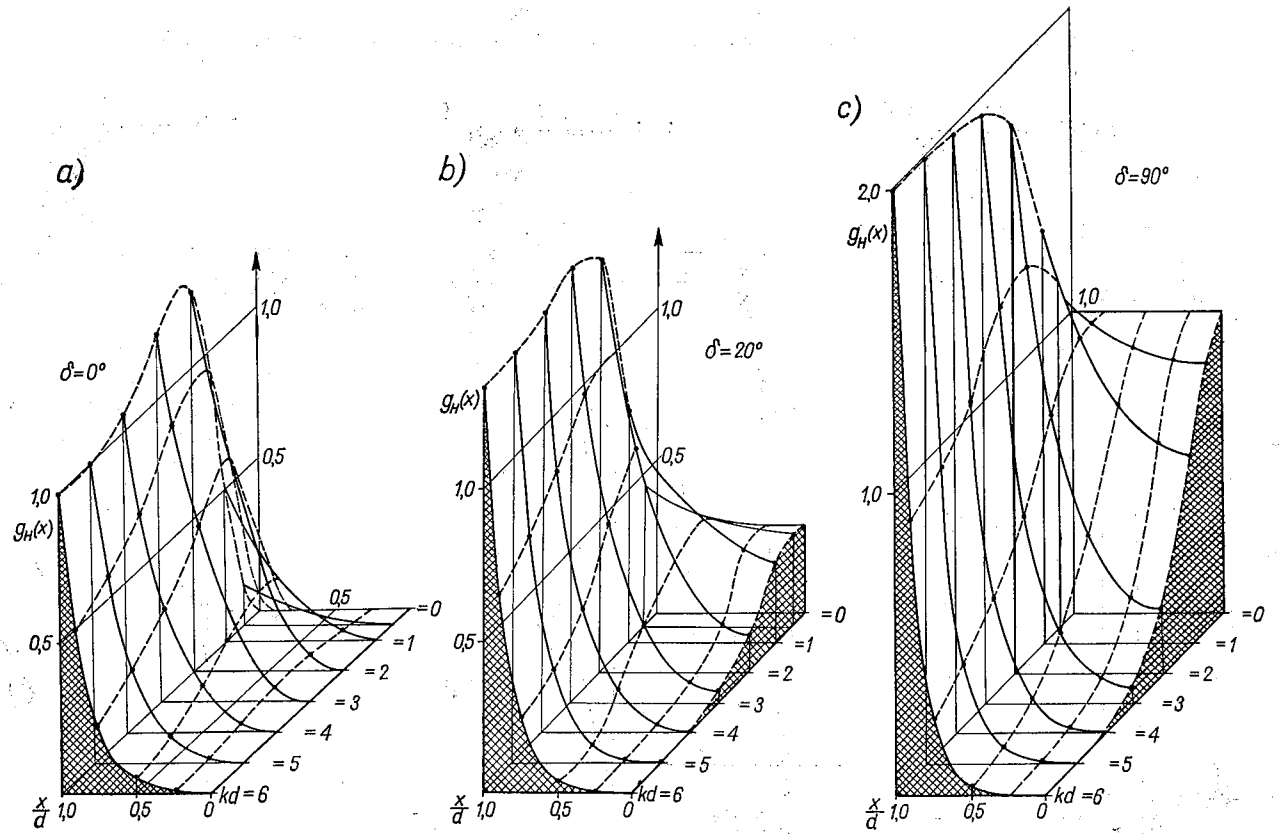
gdzie

$$g_\Phi(x) = \frac{a^2 \operatorname{ch} 2akx - b^2 \cos 2bkx}{\operatorname{ch} akd - \cos bkd}. \tag{32}$$

Rozkład gęstości strat wewnątrz materiału zależy od współczynnika $g_H(x)$ lub $g_\Phi(x)$, czyli od sposobu wymuszenia pola elektromagnetycznego.

Na rys. 6a, 6b, 6c zamieszczono kolejno rozkłady współczynnika gęstości strat $g_H(x)$ w połowie przekroju blachy dla kątów histerezy 0°, 20°, i 90°. Wprowadzenie zmiennego parametru kd pozwoliło na przedstawienie powyższych zależności w układzie trójwymiarowym. Wymienione wykresy przestrzenne dotyczą przypadku, gdy amplituda pola magnetycznego H_m na powierzchni nie ulega zmianie. Gęstość strat przy $kd = 0$ osiąga skończoną wartość, niezależnie od kąta histerezy δ. Jak wynika z przebiegu i wykresów $g_\Phi(x)$ na rys. 7a, 7b, 7c wykonanych dla wymuszonego strumienia Φ_m w blasze, gęstość strat przy $kd = 0$ dąży do nieskończoności dla wszystkich kątów histerezy większych od zera ($0 < \delta \leqslant 90°$).

Dla obydwu przypadków wymuszenia pola elektromagnetycznego, w stosunku do rozkładu gęstości strat mocy można poczynić następujące spostrzeżenia. W środowisku bezhisterezowym rozkład gęstości strat jest krzywą malejącą od wartości występującej na powierzchni do zera w środku blachy; w środku blachy, niezależnie od jej grubości, natężenie prądów wirowych jest zawsze równe zeru. Jeżeli uwzględnić histerezę, to do strat wiroprądowych dodają się straty histerezowe i w przedziale $0 \leqslant kd \leqslant 2$ obserwuje się bardziej równomierne wypełnienie przekroju blachy stratami. W obszarze $0 \leqslant kd \leqslant 0{,}5$ rozkład ten jest praktycznie równomierny. Natomiast dla parametru kd przyjmującego

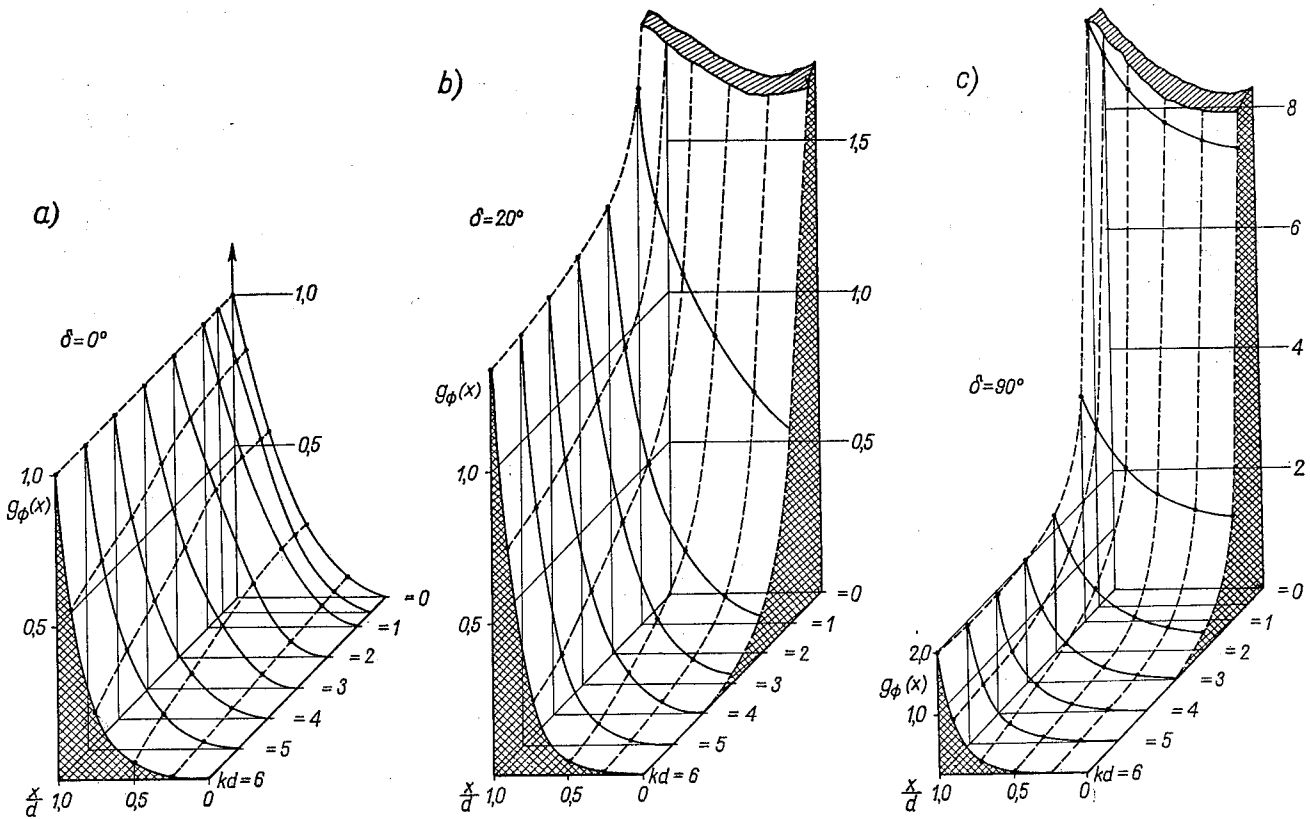


Rys. 6. Rozkład gęstości strat w blasze ferromagnetycznej przy wymuszeniu natężenia pola magnetycznego H_m na powierzchni

6a — środowisko bezhisterezowe

6b — kąt histerezy $\delta = 20°$

6c — kąt histerezy $\delta = 90°$



Rys. 7. Rozkład gęstości strat w blasze ferromagnetycznej przy wymuszeniu strumienia magnetycznego Φ_m

7a — środowisko bezhisterezowe

7b — kąt histerezy $\delta = 20°$

7c — kąt histerezy $\delta = 90°$

wartość $kd \geqslant 4$ wszystkie straty zlokalizowane są przy powierzchniach blachy, podobnie jak w masywnym ferromagnetyku.

W celu uwidocznienia zmian gęstości objętościowej strat na powierzchni blachy w funkcji kd dla różnych wartości parametru δ, na rys. 8 wykreślono zależność:

$$g_H\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{a^2 \operatorname{ch} akd - b^2 \cos bkd}{\operatorname{ch} akd + \cos bkd}. \tag{33}$$

Na rys. 9. przedstawiono wartość współczynnika $g_\Phi\left(\frac{d}{2}\right)$ obliczonego według wzoru:

$$g_\Phi\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{a^2 \operatorname{ch} akd - b^2 \cos bkd}{\operatorname{ch} akd - \cos bkd}. \tag{34}$$

W blachach cienkich ($0 \leqslant kd \leqslant 1$) zwiększenie gęstości strat wskutek histerezy w porównaniu ze środowiskiem bezhisterezowym jest wielokrotne. W masywnych elementach ($kd \geqslant 4$) znacznie mniejsze, lecz również dostrzegalne. W masywnym ferromagnetyku współczynniki $g_H\left(\frac{d}{2}\right)$ i $g_\Phi\left(\frac{d}{2}\right)$ są jednakowe.

4. WNIOSKI

W wyniku przedstawionych rozważań, ujmujących przy przyjętych założeniach w sposób ogólny problem podziału i rozkładu strat mocy w blachach ferromagnetycznych, można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Histereza magnetyczna powoduje ograniczanie prądów wirowych i związanych z nimi strat. Mimo zmniejszenia strat wiroprądowych sumaryczne straty rosną wraz ze zwiększeniem kąta histerezy; wzrasta udział strat histerezowych.

2. Zależność strat całkowitych i strat składowych od częstotliwości jest skomplikowana. O zależności tej decyduje również sposób wzbudzenia pola elektromagnetycznego w blasze. Rozdział strat na histerezowe i wiroprądowe (przy $\Phi_m = \text{const}$) winien być dokonany w oparciu o pomiary strat całkowitych przy niewiele różniących się od siebie częstotliwościach strumienia magnetycznego występującego w blasze.

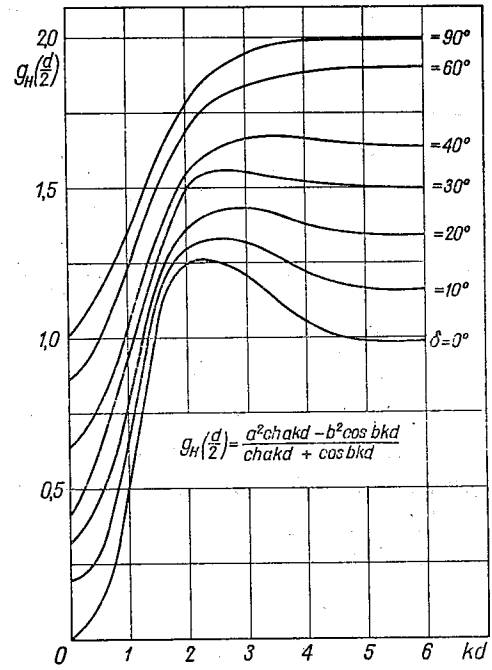
3. Wzrost strat mocy wskutek histerezy zwiększa gęstość strat w blasze. Można tutaj dostrzec dwa wyraźne przedziały kd.

   a) Jeżeli $0 \leqslant kd \leqslant 2$, to wypełnienie przekroju poprzecznego blachy wydzielonymi stratami zwiększa się. Praktycznie równomierny rozkład strat występuje w przedziale $0 \leqslant kd \leqslant 0{,}5$.

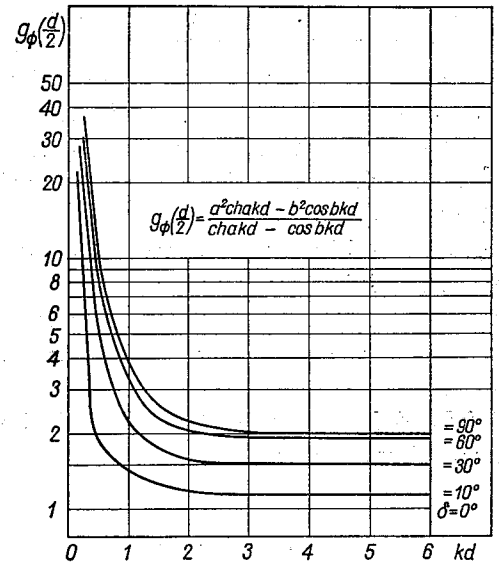
   b) Dla wartości $kd \geqslant 4$ koncentracja strat podobnie jak w masywnym żelazie występuje przy powierzchni blachy.

5. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzona, uproszczona analiza podziału i rozkładu strat mocy w blachach ferromagnetycznych, ze względu na niezbyt skomplikowane wyrażenia analityczne umoż-



Rys. 8. Wykresy powierzchniowych wartości współczynnika rozkładu gęstości strat mocy $g_H\left(\frac{d}{2}\right)$ w blasze przy wymuszeniu natężenia pola magnetycznego H_m na powierzchni



Rys. 9. Wykresy powierzchniowych wartości współczynnika rozkładu gęstości strat mocy $g_\Phi\left(\frac{d}{2}\right)$ przy wymuszeniu strumienia magnetycznego Φ_m w blasze

liwia w praktyce oszacowanie wpływu histerezy na pobór mocy czynnej i gęstość objętościową strat. Dokładne obliczenie pola elektromagnetycznego i strat w materiałach magnetycznych wymaga uwzględnienia rzeczywistych charakterystyk magnesowania środowiska. Problemowi temu poświęcono między innymi szereg prac dotyczących aproksymacji charakterystyk magnesowania oraz wykorzystujących różne sposoby aproksymacji do obliczenia strat [1, 2, 5, 7, 10]. Uzyskanie ogólnego rozwiązania analitycznego równań Maxwella w środowisku nieliniowym jest trudne. Zagadnienie to można rozwiązać prościej i bardziej ogólnie wykorzystując metody numeryczne lub metody modelowania analogowego z uwzględnieniem rzeczywistych charakterystyk materiału magnetycznego wyznaczonych na drodze doświadczalnej. Będzie to przedmiotem następnych publikacji autora, dotyczących analizy pola elektromagnetycznego w materiałach magnetycznych metodą numeryczną zaprogramowaną na maszynie cyfrowej GIER.

W oparciu o uproszczoną analizę wpływu histerezy na straty mocy, przedstawioną w artykule, ocenia się, w których przypadkach należy uwzględnić pętlę histerezy a w których wystarczy wziąć tylko pod uwagę jednowartościową charakterystykę magnesowania (krzywa wierzchołkowa). Obliczenie z wykorzystaniem jednowartościowej krzywej magnesowania trwa bowiem znacznie krócej i wymaga mniejszej ilości danych wprowadzanych do maszyny cyfrowej. Jak wynika z przedstawionej pracy przy stosunkowo wąskich pętlach histerezy ($\delta < 20°$) i $kd \geqslant 3$ można w obliczeniach technicznych pominąć zjawisko histerezy, gdyż jej wpływ na wzrost strat jest niewielki.

W cienkich blachach, $kd < 2$, nawet przy stosunkowo wąskich pętlach histerezy ($\delta < 10°$) konieczne jest odwzorowanie histerezy magnetycznej. Dokładne zbadanie podziału strat i rozkładu gęstości objętościowej tych strat w różnych warunkach wzbudzenia pola elektromagnetycznego będzie możliwe po uprzednim opanowaniu metod obliczeniowych uwzględniających fizyczną naturę rozpatrywanego zjawiska.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. L. A. Bessonov, Električeskije cepi so stalju, Gosenergoizdat, 1948.
2. N. Kesavamurthy, P. K. Rajagopalan, Subba Rao V., Effects of Saturation on the Core Loss of Thin Ferromagnetic Plates Subjected to Alternating Current, Proc. JEE, 110C, 1963.
3. B. Konorski, Podstawy Elektrotechniki, t. III, WNT, Warszawa, 1967.
4. S. D. Kupalan, Teoria pola elektromagnetycznego, WNT, Warszawa, 1967.
5. K. A. Mac Fadyen, Vector Permeability, Journal JEE, 1947.
6. W. Mac Lean, Theory of Strong Electromagnetic Waves i Massive Iron, Journal of Applied Physics, Vol. 25, 1954.
7. L. R. Nejman, Poverchnostnyj effekt v ferromagnitnych provodach i magnitnych cepjach, Električestvo, Nr. 1, 1950.
8. L. R. Nejman, P. A. Kalantarov, Teoretičeskije osnovy elektrotechniki, čast 3, Gosenergoizdat, 1948.
9. L. R. Nejman Poverchnostnyj effekt w ferromagnitnych tiełach, Gosenergoizdat, 1949.
10. Ju. A. Savinovskij, W. S. Nersesjan, Ob aproksimacji processov namagničenija ferromagnitnych serdečnikov c učetom gisteresisa, Električestvo, Nr. 3, 1969.
11. J. Turowski, Wybór optymalnej grubości blachy elektrotechnicznej z punktu widzenia własności rdzeni, Przegląd Elektrotechniczny, Nr. 8, 1964.
12. J. Turowski, Elektrodynamika techniczna, WNT, Warszawa, 1968.

13. K. Zakrzewski, Berechnung der Wirk- und Blindleistung in einem ferromagnetischen Blech mit Berücksichtigung der Komplexen magnetischen Permeabilität, Wiss. Zeitschrift der TH Ilmenau (NRD), 16 (1970), H. 5.
14. K. Zakrzewski, Wyznaczanie pola elektromagnetycznego i strat mocy w masywnym żelazie z uwzględnieniem nieliniowej przenikalności magnetycznej, Rozprawa doktorska, Politechnika Łódzka, 1968.

K. ZAKRZEWSKI

INFLUENCE OF HYSTERESIS ON POWER IN FERROMAGNETIC STEELS

Summary

The paper deals with the influence of hysteresis on power losses in ferromagnetic steels taking into account complex permeability. The losses due to hysteresis are compared with ones due to eddy current.

K. ZAKRZEWSKI

INFLUENCE D'HYSTÉRÉSIS SUR LA DISTRIBUTION DES PERTES DANS LES TÔLES FERROMAGNETIQUES

Résumé

On a déterminé l'influence d'hystérésis sur la distribution des pertes dans les tôles ferromagnétiques tenant compte de la perméabilité complexe.

On a comparé les pertes hystérétiques avec les pertes des courants de Foucault.

K. ZAKRZEWSKI

EINFLUSS DER HYSTERESE AUF DIE VERTEILUNG VON LEISTUNGSVERLUSTEN IN DEN FERROMAGNETISCHEN BLECHEN

Zusammenfassung

Es ist der Einfluss der Hysterese auf die Verteilung der Leistungsverluste in den ferromagnetischen Blechen beschrieben sowie der Anteil von Wirbel- und Hystereseverlusten bestimmt worden.

Die Betrachtungen sind unter Berücksichtigung der komplexen magnetischen Permeabilität durchgeführt worden.

К. ЗАКШЕВСКИ

ВЛИЯНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ В ЛИСТОВОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

Резюме

В статье описано влияние гистерезиса на распределение плотности потерь мощности внутри листового ферромагнетика и определено соотношение потерь гистерезиса и вихревых токов.

В рассуждениях учтена комплексная магнитная проницаемость.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1971, 17, z. 3, ss. 447—474

621.316.1

Zasady konstruowania strukturalnych modeli ekonometrycznych systemów elektroenergetycznych na przykładzie fragmentu modelu systemu polskiego

ZBIGNIEW KOWALSKI (ŁÓDŹ)

Katedra Elektroenergetyki Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 25.5.1970

W pracy przedstawiono podstawowe zasady konstruowania strukturalnych modeli ekonometrycznych systemów elektroenergetycznych i ich przykładowe zastosowanie w odniesieniu do fragmentu modelu ekonometrycznego polskiego systemu elektroenergetycznego[1].

Na wstępie podano sposób ustalania związków stochastycznych między wybranymi zmiennymi charakteryzującymi ten system. Otrzymano w ten sposób oryginalny strukturalny model ekonometryczny. Opierając się na nim wyznaczono model zredukowany, przedstawiający stochastyczne zależności zmiennych objaśnianych („zależnych") od pozostałych zmiennych w modelu („niezależnych").

Model zredukowany stanowi model wyjściowy do wyznaczania prognoz zmiennych objaśnianych w modelu.

Jako zmienne objaśniane modelu przyjęto rozległości elektroenergetycznych linii niskiego (Y_5), średniego (Y_2) i wyższego (Y_4) napięcia (110 kV) oraz liczności elektroenergetycznych stacji średniego napięcia (Y_1) i wyższego napięcia (Y_3). Zmiennymi „niezależnymi" modelu są: liczność drobnych odbiorców energii elektrycznej (X_1), zużycie energii elektrycznej przez tych odbiorców (X_2) i zużycie energii elektrycznej przez wszystkich odbiorców z dostaw energetyki zawodowej (X_3).

Przedstawiono zasady przejścia z modelu oryginalnego do zredukowanego i odwrotnie. Przejście ze zredukowanej postaci modelu do postaci oryginalnej wymaga spełnienia specjalnych warunków, zwanych warunkami identyfikalności; podano je w pracy.

Zaproponowano weryfikację równań modeli ekonometrycznych za pomocą kryteriów matematyczno-statystycznych, które przedstawiono w artykule. Są to kryteria: przypadkowości odchyleń, stopnia regresji, minimalnej liczności szeregów chronologicznych i dodatkowe kryterium prostej postaci aproksymaty. Podano propozycje praktycznego stosowania tych kryteriów oraz przykłady ich zastosowania w odniesieniu do rozpatrywanego modelu ekonometrycznego polskiego systemu elektroenergetycznego.

Podano określenie integralnego strukturalnego modelu ekonometrycznego oraz skonstruowano integralny model ekonometryczny systemu polskiego, obejmujący wymienione zmienne, dotyczący lat 1950—1966.

---

[1] Artykuł stanowi skrót fragmentów pracy autora pt.: „Elementy teorii modeli ekonometrycznych systemów elektroenergetycznych i niektóre jej zastosowania w odniesieniu do systemu polskiego", wykonanej w 1968 r. w Katedrze Elektroenergetyki Politechniki Łódzkiej.

Zaproponowano definicję prawidłowości ekonometrycznej symptotycznej, spełniającej określone warunki matematyczno-statystyczne oraz określono przyczynową prawidłowość ekonometryczną.

Badając rozpatrywany przykładowo model stwierdzono, że zredukowane równanie ekonometryczne, przedstawiające stochastyczną zależność rozległości linii średniego napięcia od liczności drobnych odbiorów i zużycia przez nich energii elektrycznej, przedstawia prawidłowość ekonometryczną.

Strukturalne modele ekonometryczne systemów elektroenergetycznych mogą być bazą szeregu metod prognoz oraz stanowią podstawę określenia podobieństwa systemów elektroenergetycznych.

1. WSTĘP

System elektroenergetyczny charakteryzuje się licznymi wielkościami i wskaźnikami, ulegającymi na ogół zmianom w czasie, jak np. zużyciem surowca energetycznego na wyprodukowanie energii elektrycznej, roczną produkcją tej energii, mocą osiągalną, liczbą elektroenergetycznych stacji i rozległością linii różnych napięć, liczbą odbiorców energii elektrycznej itp.

Na ogół te wielkości i wskaźniki (zmienne systemowe) są nawzajem od siebie zależne, bądź też jedne z tych zmiennych determinują drugie.

Zmienne systemowe są najczęściej zmiennymi losowymi przyczynowymi (nie wylosowanymi), bowiem ich wartości kształtowane są pod wpływem wielu czynników, często o charakterze przypadkowym. Są to czynniki przede wszystkim techniczne i gospodarcze, jak również polityczne, społeczne, psychologiczne itp. Rola tych czynników w procesie kształtowania się rozpatrywanej zmiennej jest różna.

Istnieje możliwość analitycznego przedstawiania związków między zmiennymi systemowymi w postaci równań stochastycznych, nazywanych ze względów historycznych również równaniami ekonometrycznymi.

System elektroenergetyczny jest obiektem gospodarczo-technologicznym. Nazywanie tych związków stochastycznych równaniami ekonometrycznymi jest również uzasadnione.

W pracy niniejszej pragniemy przedstawić rezultaty próby zbudowania fragmentu uproszczonego strukturalnego modelu stochastycznego polskiego systemu elektroenergetycznego, przy czym jednak zasadniczym celem pracy jest podanie zasad postępowania przy konstruowaniu tego typu modeli ekonomicznych.

Celowe jest zbudowanie modelu stochastycznego systemu obejmującego wszystkie istotne zmienne systemowe. Jest to jednak obszerny problem obliczeniowy, którego rozwiązanie wymaga bardzo pojemnych maszyn matematycznych. Z tego powodu ograniczymy się tu do rozpatrzenia zależności stochastycznych w odniesieniu tylko do niektórych przez nas celowo wybranych zmiennych systemowych, obejmujących rozdzielczo-odbiorczą część systemu.

Przyjmiemy następujące zmienne systemowe, których kształtowanie się będziemy rozpatrywać:

1) rozległość elektroenergetycznych linii niskiego napięcia (Y_5),
2) liczność elektroenergetycznych stacji średniego napięcia (Y_1),
3) rozległość elektroenergetycznych linii średniego napięcia (Y_2),

4) liczność elektroenergetycznych stacji wyższego napięcia (Y_3),

5) rozległość elektroenergetycznych linii wyższego napięcia (Y_4).

Są to tzw. w ekonometrii zmienne endogeniczne lub zmienne objaśniane („zależne"). Zmienne te nazywać będziemy *zmiennymi objaśnianymi*. Przyjmujemy, że wartości tych zmiennych objaśnianych odnoszą się do stanu na koniec danego roku. Rozpatrywać więc będziemy zmienne roczne, odnoszące się do polskiego systemu elektroenergetycznego (w skrócie: PSE).

2. USTALENIE PODSTAWOWACH ZWIĄZKÓW STOCHASTYCZNYCH MIĘDZY ZMIENNYMI SYSTEMOWYMI. MODEL ORYGINALNY

Załóżmy, że równania stochastyczne mają charakter indeterministyczny i są wielowymiarowymi funkcjami regresji o postaci ogólnej

$$Y_t = f(z_{1t}, z_{2t}, \ldots, z_{Rt}), \tag{1}$$

gdzie

$z_{1t}, z_{2t}, \ldots, z_{Rt}$ — wartości *zmiennych objaśniających* w czasie t, zwanych również predeterminowanymi, kształtujących zmienną Y w czasie t (Y_t), znane z pomiarów lub obliczeń, lub z pomiarów i obliczeń, nazywane dalej *wartościami statystycznymi*,

Y_t — wartość zmiennej objaśnianej, wyznaczona z (1) przy zadanych z_{1t}, $z_{2t}, \ldots, z_{Rt}$, różniąca się od znanej wartości statystycznej y_t o odchylenie $\varepsilon_t = y_t - Y_t$, którą nazwiemy *wartością regresyjną* zmiennej Y w czasie t,

$t = 1, 2, \ldots, n$ — wskaźnik czasu, któremu przyporządkowane są kolejne lata kalendarzowe.

Zmienne $Z_1, Z_2, \ldots, Z_R$ nazywać będziemy *zmiennymi* objaśniającymi.

Wśród zmiennych objaśniających mogą być również zmienne Y, które są zmiennymi objaśnianymi w innym równaniu modelu. Zmienne te nazywać będziemy *zmiennymi objaśniającymi endogenicznymi*.

Pozostałe zmienne objaśniające stanowią tzw. *zmienne objaśniające egzogeniczne*, nie objaśniane w całym modelu.

W pracy tej nie będziemy rozpatrywać zmiennych objaśniających endogenicznych z opóźnieniem czasowym. Formalnie zmienne te możemy włączyć do zbioru zmiennych objaśniających egzogenicznych.

Zmienne objaśniane i objaśniające (endogeniczne i egzogeniczne) oznaczać będziemy ogólnie dużymi literami odpowiednio Y i Z (Y, X), a ich wartości statystyczne w czasie t — małymi literami odpowiednio y_t, z_t(y_t, x_t).

W całym modelu może być I zmiennych endogenicznych $Y_1, Y_2, \ldots, Y_I$ oraz K zmiennych egzogenicznych $X_1, X_2, \ldots, X_K$.

Zakładamy, że równania stochastyczne są liniowe, a spośród zmiennych objaśniających wybieramy tylko te zmienne techniczne, które według naszego przeświadczenia w istotny sposób wpływają na kształtowanie się rozpatrywanych zmiennych objaśnianych w PSE.

Wpływ innych czynników na daną zmienną objaśnianą uwzględnimy tylko globalnie, przez wprowadzenie wyrazu wolnego, stałego w rozpatrywanym przedziale czasu.

Rozległość elektroenergetycznych linii niskiego napięcia (Y_5) (w skrócie: linii n.n.) zależy przede wszystkim od liczby drobnych odbiorców energii elektrycznej (X_1). Niezależnie bowiem od rodzaju sieci niskiego napięcia, uwarunkowanej głównie typem zabudowy mieszkalnej (wsie, miasta, różne typy wsi, różna zabudowa i wielkość miast) linie n.n. łączą odbiorców (instalacje odbiorcze) ze stacjami transformatorowymi średniego napięcia typu „średnie napięcie na niskie napięcie" (w skrócie: stacje śr/n). Wzrost liczby drobnych odbiorców warunkuje więc wzrost długości linii n.n.

Możemy więc napisać

$$Y_{5t} = d_5 + b_{51} x_{1t}, \tag{2}$$

gdzie: d_5 — wyraz wolny, b_{51} — parametr.

W dalszych równaniach (3)÷(7) literą d oznaczać będziemy wyraz wolny, a literami a i b — parametry równań.

Na liczność stacji średniego napięcia (Y_1) ma wpływ przede wszystkim liczba drobnych odbiorców (X_1), jak również pobór mocy przez tych odbiorców w szczycie obciążenia rozpatrywanych stacji. To obciążenie zaś daje się przedstawić w formie zależności od rocznego poboru energii elektrycznej przez tych odbiorców (X_2). Możemy więc napisać

$$Y_{1t} = d_1 + b_{11} x_{1t} + b_{12} x_{2t}. \tag{3}$$

Linie średniego napięcia (Y_2) (do 40 kV włącznie) zasilają stacje śr/n (Y_1') oraz stacje „średnie napięcie na średnie napięcie" Y_1'' (w skrócie: śr/śr). Długość linii średniego napięcia (śr. n.) zależy więc przede wszystkim od liczby tych stacji.

Zatem

$$Y_{2t} = d_2' + a_{21}' y_{1t}' + a_{21}'' y_{1t}''. \tag{4}$$

Liczba stacji śr/śr (Y_1'') w PSE jest mała w porównaniu z liczbą stacji śr/n (Y_1'). Według danych statystycznych w 1966 r. stosunek $\frac{y_{1t}''}{y_{1t}'} 100 = 1{,}68\%$. Istnieje więc podstawa do uproszczenia równania (4) do postaci

$$Y_{2t} = d_2 + a_{21} y_{1t}, \tag{5}$$

gdzie $y_{1t} = y_{1t}' + y_{1t}''$ — znana liczność stacji średniego napięcia (o górnym średnim napięciu) w roku t.

Ze względu na warunek $y_1'' \ll y_1'$ wielka część linii średniego napięcia wyprowadzona jest ze stacji sieciowych „wyższe napięcie na średnie napięcie" (stacje w/śr) o liczbie y_{3t} lub ze stacji „najwyższe napięcie na wyższe i średnie napięcie" (stacje nw/śr) o liczbie y_{6t}. Liczba wszystkich stacji o górnym napięciu 220 kV w PSE w 1966 r. wynosiła 5,4%, a w 1955 r. — 3,7% liczby stacji w/śr. Większość linii średniego napięcia zasilana jest więc ze stacji w/śr; są to przeważnie stacje „110 kV na średnie napięcie".

Liczba stacji w/śr (Y_3) zależy więc od liczby stacji śr/n (Y_1) zasilanych liniami śr. n. Stacje w/śr zasilają także bezpośrednio i pośrednio licznych wielkich odbiorców przemysłowych. Stacje w/śr rozprowadzają większość energii elektrycznej pobranej w ciągu roku przez wielkich odbiorców z energetyki zawodowej. Na przykład w 1966 r. na 31.070 GWh energii dosłanej do sieci 110 kV (35,7% z sieci 220 kV i 400 kV, 64,2% z elektrowni zawodowych i 0,1% z energetyki przemysłowej) — jedynie 576 GWh (ok. 1,9%) zostało przesłane z sieci 110 kV do sieci 220 kV.

Na liczbę stacji w/śr wpływa niewątpliwie obciążenie szczytowe sieci wyższego napięcia, a to z kolei jest stochastycznie zależne od rocznej energii pobranej z tej sieci przez wielkich i drobnych odbiorców (X_3') (bezpośrednio z sieci 110 kV i pośrednio z sieci śr. n. i sieci n.n.).

Przyjmiemy tu dalsze uproszczenie zakładając, że energia X_3' jest proporcjonalna do energii pobranej bezpośrednio przez wielkich i drobnych odbiorców z energetyki zawodowej (X_3).

W takim razie

$$Y_{3t} = d_3 + a_{31} y_{1t} + b_{33} x_{3t}. \tag{6}$$

Rozległość linii wyższego napięcia (przeważnie 110 kV oraz 60 kV) zależy przede wszystkim od liczby stacji w/śr, które zasilane są z tych linii, tj.

$$Y_{4t} = d_4 + a_{43} y_{3t}. \tag{7}$$

W ten sposób otrzymujemy model składający się z pięciu następujących równań:

$$\left.\begin{aligned}
&1)\ Y_{1t} = d_1 + b_{11} x_{1t} + b_{12} x_{2t},\\
&2)\ Y_{2t} = d_2 + a_{21} y_{1t},\\
&3)\ Y_{3t} = d_3 + a_{31} y_{1t} + b_{33} x_{3t},\\
&4)\ Y_{4t} = d_4 + a_{43} y_{3t},\\
&5)\ Y_{5t} = d_5 + b_{51} x_{1t}.
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Jest to *wstępny model oryginalny.*

Strukturalne modele ekonometryczne przede wszystkim według prac [10] i [11] można podzielić na modele:

a) jedno- i wielowymiarowe,
b) proste (rekursywne), złożone i mieszane,
c) współzależne i rekurencyjne,
d) statyczne i dynamiczne,
e) zupełne i niezupełne,
f) oryginalne i zredukowane,
g) przyczynowe i symptotyczne,
h) identyfikowalne i nieidentyfikowalne,
i) dopuszczające istnienie błędów w wartościach zmiennych i błędów w równaniach modeli;
j) makromodele i mikromodele,
k) liniowe i nieliniowe.

Rozpatrywany model oryginalny (8) jest przede wszystkim modelem wielowymiarowym, mieszanym, liniowym.

Model ten można podzielić na dwa niezależne modele: model I, zawierający równania (1), (2), (3) i (4) i model II, którym jest równanie (5).

Model I jest modelem złożonym, ponieważ w równaniach (2), (3) i (5) występują zmienne objaśniające endogeniczne. Jest to również model rekurencyjny, gdyż w równaniach (2), (3) i (4) występuje jednostronna zależność między zmiennymi objaśnianymi a niektórymi zmiennymi objaśniającymi endogenicznymi, spełniającymi rolę zmiennych objaśnianych w poprzednich równaniach modelu.

Model ten jest także modelem zupełnym, ponieważ liczba opisowych równań modelu równa się liczbie występujących w nim zmiennych objaśnianych, oraz modelem statycznym, bowiem nie występują w nim zmienne objaśniające endogeniczne z opóźnieniem czasowym, np. $y_{i,t-1}$ oraz czasowe zmienne jako zmienne objaśniające egzogeniczne, np. czas t.

Model II jest oryginalnym i zarazem zredukowanym jednowymiarowym, statycznym modelem prostym.

Każde równanie α modelu I, gdy $\alpha = 1, 2, \ldots, M$, można napisać w dwojakiej postaci a mianowicie:

1)
$$Y_{\alpha t} = \sum_{i=1,\,\text{lecz}\, i\neq\alpha}^{I} a_{\alpha i} y_{it} + \sum_{K=1}^{K} b_{\alpha k} x_{kt} + d_\alpha, \tag{9a}$$

lub
$$Y_{\alpha t} = \sum_{i=1,\,\text{lecz}\, i\neq\alpha}^{I} a_{\alpha i} y_{it} + \sum_{k=1}^{K'=K+1} b_{\alpha k} x_{kt}, \tag{9b}$$

gdzie:

I — liczba zmiennych objaśnianych w modelu,

K — liczba zmiennych objaśniających egzogenicznych w modelu,

$b_{\alpha,K+1} = d_\alpha$, $x_{K+1,t} = 1 = \text{const.}$ — sztuczna zmienna objaśniająca egzogeniczna.

W rozpatrywanym przez nas modelu $M = I = 4$, $K = 3$;

2)
$$\sum_{i=1}^{I} a_{\alpha i} y_{it} + \sum_{k=1}^{K} b_{\alpha k} x_{kt} + d_\alpha + \varepsilon_{\alpha t} = 0, \tag{10a}$$

lub
$$\sum_{i=1}^{I} a_{\alpha i} y_{it} + \sum_{k=1}^{K'=K+1} b_{\alpha k} x_{kt} + \varepsilon_{\alpha t} = 0, \tag{10b}$$

przy czym $a_{\alpha i} = -1$, gdy $\alpha = i$, zaś

$$\varepsilon_{\alpha t} = y_{\alpha t} - Y_{\alpha t} \tag{11}$$

jest odchyleniem bezwzględnym.

Model I można więc zapisać w dwojakiej postaci macierzowej:

1)
$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{a}'\mathbf{y}_t + \mathbf{b}\mathbf{x}_t, \tag{12}$$

gdzie
$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{Y}_t = [Y_{\alpha t}]_{i=1,2,\ldots,I}^{\alpha=1,2,\ldots,I}, \quad \mathbf{y}_t = [y_{it}]^{i=1,2,\ldots,I}, \quad \mathbf{x}_t = [x_{kt}]^{k=1,2,\ldots,K'} \\ &\mathbf{a}' = [a_{\alpha i}]_{i=1,2,\ldots,I}^{\alpha=1,2,\ldots,I}, \text{ lecz } a_{\alpha i} = 0, \text{ gdy } \alpha = i, \quad \mathbf{b} = [b_{\alpha k}]_{k=1,2,\ldots,K'}^{\alpha=1,2,\ldots,I}; \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

2)
$$\mathbf{a}\mathbf{y}_t + \mathbf{b}\mathbf{x}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t = \mathbf{0}, \tag{14}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{a} = [a_{\alpha i}]_{i=1,2,\ldots,I}^{\alpha=1,2,\ldots,I}, \text{ lecz } a_{\alpha i} = -1, \text{ gdy } \alpha = i, \\ &\boldsymbol{\epsilon}_t = [1]^I [\varepsilon_{\alpha t}]^{\alpha=1,2,\ldots,I}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

W celu zachowania zasady dodawania macierzy (12) lub (14) może się okazać w niektórych przypadkach celowość wprowadzenia sztucznych zmiennych $y_{it} = 1 = \text{const}$, gdy $I < K'$ lub $x_{kt} = 1 = \text{const}$, gdy $K' < I$.

Rozpatrywany wstępny model I można zatem przedstawić w dwojakiej macierzowej postaci rozwiniętej

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \\ Y_{3t} \\ Y_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ y_{3t} \\ y_{4t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 & b_{14} \\ 0 & 0 & 0 & b_{24} \\ 0 & 0 & b_{33} & b_{34} \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ x_{3t} \\ x_{4t} \end{bmatrix} \tag{16}$$

lub

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & -1 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ y_{3t} \\ y_{4t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 & b_{14} \\ 0 & 0 & 0 & b_{24} \\ 0 & 0 & b_{33} & b_{34} \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ x_{3t} \\ x_{4t} \end{bmatrix} + [1]^4 \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{4t} \end{bmatrix} = 0 \tag{17}$$

3. MODEL ZREDUKOWANY

Model zredukowany jest modelem oryginalnym przekształconym w taki sposób, że każde równanie $i = 1, 2, \ldots, I$ modelu zredukowanego ma postać

$$Y_{it}^{\square} = \sum_{k=1}^{K} c_{ik} x_{kt} + c_i = \sum_{k=1}^{K'=K+1} c_{ik} x_{kt}, \tag{18}$$

gdzie: $c_i = c_{ik}$, gdy $k = K'$ — wyraz wolny równania,

c_{ik} — parametry równania modelu zredukowanego.

Model zredukowany odgrywa zasadniczą rolę w matematycznych metodach prognoz zmiennych objaśnianych w modelu na podstawie przewidywanych (w oparciu o inne metody) wartości zmiennych objaśniających egzogenicznych.

Wprowadzając odchylenie bezwzględne

$$e_{it} = y_{it} - Y_{it}^{\square} \tag{19}$$

równanie (18) można napisać w innej, następującej postaci

$$y_{it} = \sum_{k=1}^{K'} c_{ik} x_{kt} + e_{it}. \tag{20}$$

Model zredukowany w postaci macierzowej można więc wyrazić dwojako:

1) $$\mathbf{Y}_t^{\square} = \mathbf{c}\mathbf{x}_t \tag{21a}$$

lub

2) $$\mathbf{y}_t = \mathbf{c}\mathbf{x}_t + \mathbf{e}_t, \tag{21b}$$

gdzie:

$$\mathbf{Y}_t^{\square} = [\mathbf{Y}_{it}^{\square}]^{i=1,2,\ldots,I}, \quad \mathbf{c} = [c_{ik}]_{k=1,2,\ldots,K'}^{i=1,2,\ldots,I}, \quad \mathbf{e}_t = [1]^I [e_{it}]^{i=1,2,\ldots,I}. \tag{22}$$

Zredukowany model wstępny odnoszący się do systemu polskiego będzie przedstawiał się więc następująco:

$$\begin{bmatrix} Y_{1t}^{\square} \\ Y_{2t}^{\square} \\ Y_{3t}^{\square} \\ Y_{4t}^{\square} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ x_{3t} \\ x_{4t} \end{bmatrix} \tag{22a}$$

lub

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ y_{3t} \\ y_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ x_{3t} \\ x_{4t} \end{bmatrix} + [1]^4 \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \\ e_{3t} \\ e_{4t} \end{bmatrix} \tag{22b}$$

Między odchyleniami w modelu oryginalnym ($\varepsilon_{\alpha t}$) i w modelu zredukowanym (e_{it}) zachodzą związki:

$$e_{it} = \varepsilon_{\alpha t} + Y_{\alpha t} - Y_{it}^{\square}, \text{ gdy } \alpha = i, \tag{23}$$

przy czym $Y_{\alpha t}$ i $Y_{it}^{\square}$ — wartości regresyjne.

Jeżeli znane są wartości parametrów modelu oryginalnego ($a_{\alpha i}$ i $b_{\alpha k}$), można łatwo obliczyć parametry c_{ik} modelu zredukowanego.

Mnożąc lewostronnie (14) przez $\mathbf{a}^{-1}$, gdy det $\mathbf{a} \neq 0$, otrzymuje się (21b), gdzie

$$\mathbf{c} = -\mathbf{a}^{-1}\mathbf{b}, \tag{24}$$

$$\mathbf{e}_t = -\mathbf{a}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t = -\mathbf{a}^{-1}[\varepsilon_{\alpha t}]^{\alpha=1,2,\dots I} = [1]^I [e_{it}]^{i=1,2,\dots,I}. \tag{25}$$

W odniesieniu do równania (22b) w rezultacie odwrócenia macierzy $\mathbf{a}$ w (17) według jednego ze znanych sposobów i pomnożenia przez $\mathbf{b}$ otrzymuje się

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}, & 0, & c_{14} \\ a_{21}b_{11}, & a_{21}b_{12}, & 0, & c_{24} \\ a_{31}b_{11}, & a_{31}b_{12} & b_{33}, & c_{34} \\ a_{31}a_{43}b_{11}, & a_{31}a_{43}b_{12} & a_{43}b_{33}, & c_{44} \end{bmatrix}, \tag{26}$$

gdzie $$[c_{i4}]^{i=1,2,3,4} = [c_i]^{i=1,2,3,4} = -\mathbf{a}^{-1}[b_{k4}]^{k=1,2,3,4} = -\mathbf{a}^{-1}[d_\alpha]^{\alpha=1,2,3,4}. \tag{27}$$

Zredukowany model wstępny I będzie miał więc postać następującą:

$$\left.\begin{aligned} Y_{1t}^{\square} &= c_1 + c_{11}x_{1t} + c_{12}x_{2t}, \\ Y_{2t}^{\square} &= c_2 + c_{21}x_{1t} + c_{22}x_{2t}, \\ Y_{3t}^{\square} &= c_3 + c_{31}x_{1t} + c_{32}x_{2t} + c_{33}x_{3t}, \\ Y_{4t}^{\square} &= c_4 + c_{41}x_{1t} + c_{42}x_{2t} + c_{43}x_{3t}. \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

Zachodzi przy tym $c_1 = b_1$, $c_{11} = b_{11}$, $c_{12} = b_{12}$, czyli $Y_{1t}^{\square} = Y_{1t}$. Widać z (28), że rozległość elektroenergetycznych linii średniego napięcia (Y_2) stochastycznie nie zależy tu od zużycia energii elektrycznej przez odbiorców przemysłowych — podobnie jak liczność elektroenergetycznych stacji średniego napięcia (Y_1).

4. IDENTYFIKACJA MODELU I OBLICZENIE JEGO PARAMETRÓW

Przez identyfikację modelu rozumieć będziemy postępowanie mające na celu:

a) wybór odpowiedniej metody wyznaczania parametrów modelu oryginalnego i modelu zredukowanego,

b) zbadanie, czy spełnione są warunki, zwane *warunkami identyfikalności modelu*, umożliwiające jednoznaczne wyznaczenie wartości parametrów modelu oryginalnego na podstawie parametrów modelu zredukowanego.

O ile istnieje możliwość bezpośredniego obliczenia parametrów $a_{\alpha i}$ i $b_{\alpha k}$ modelu oryginalnego, nie zachodzi konieczność badania warunków identyfikalności. Może się jednak okazać, zwłaszcza w przypadku pewnych modeli współzależnych, że bezpośrednie obliczenie parametrów $a_{\alpha i}$ i $b_{\alpha k}$ jest niemożliwe lub utrudnione. Wtedy do obliczenia tych parametrów można zastosować metodę pośrednią, a mianowicie najpierw obliczyć parametry c_{ik} modelu zredukowanego, a następnie parametry modelu oryginalnego.

Parametry c_{ik} modelu zredukowanego można obliczyć najprostszą metodą najmniejszych kwadratów bezwzględnych lub względnych, np. [6].

Metoda polegająca na obliczeniu parametrów modelu oryginalnego na podstawie obliczonych metodą najmniejszych kwadratów parametrów modelu zredukowanego nazywa się *pośrednią metodą najmniejszych kwadratów*.

O ile istnieje możliwość przejścia z modelu zredukowanego do modelu oryginalnego, oznacza to, że model jest identyfikowalny.

Aby można było wyznaczyć parametry modelu oryginalnego na podstawie znanych parametrów modelu zredukowanego, muszą być spełnione tzw. warunki identyfikalności modelu.

Identyfikacji podlega każde równanie modelu oryginalnego, w którym występują zmienne objaśniające endogeniczne, jako zmienne objaśniane w innym równaniu modelu.

Opierając się częściowo na pracy Wł. Bukietyńskiego [14] podamy warunki identyfikalności w przypadku ogólnym modelu współzależnego.

Dowolne równanie α modelu oryginalnego jest identyfikowalne, jeżeli spełniony jest warunek

$$I+K-(I_\alpha+K_\alpha) \geqslant I-1, \tag{29}$$

gdzie:

I — liczba zmiennych objaśnianych w modelu,

K — liczba zmiennych objaśniających egzogenicznych w modelu,

I_α i K_α — jak wyżej, lecz w rozpatrywanym równaniu α.

Jeżeli

$$I+K-(I_\alpha+K_\alpha) = I-1, \tag{29a}$$

równanie jest jednoznacznie identyfikowalne, jeżeli natomiast

$$I+K-(I_\alpha+K_\alpha) > I-1, \tag{29b}$$

równanie jest niejednoznacznie identyfikowalne, a jeżeli

$$I+K-(I_\alpha+K_\alpha) < I-1 \tag{29c}$$

równanie α jest nieidentyfikowalne.

W przypadku pierwszym (29a) istnieje jedno jedyne rozwiązanie, polegające na jednoznacznym obliczeniu parametrów $a_{\alpha i}$ i $b_{\alpha k}$ w równaniu α modelu oryginalnego na podstawie znajomości parametrów modelu zredukowanego.

W przypadku drugim (29b) rozwiązań może być więcej, zwykle dwa, a w przypadku trzecim (29c) nie można obliczyć parametrów $a_{\alpha i}$ i $b_{\alpha k}$ znając parametry modelu zredukowanego.

Istnieje ogólny sposób wyznaczania parametrów modelu oryginalnego na podstawie znanych parametrów modelu zredukowanego. Parametry te można mianowicie obliczyć z następującego układu równań macierzowych:

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)} \qquad \mathbf{b}_\alpha = -\mathbf{a}_\alpha \mathbf{c}_{ik} \\ &\text{b)} \qquad \mathbf{0} = \mathbf{a}_\alpha \bar{\mathbf{c}}_{ik}, \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

gdzie:

$\mathbf{b}_\alpha$ — uporządkowany wiersz parametrów $b_{\alpha k} \neq 0$ (macierz o wymiarach $1 \times K_\alpha$) występujących w równaniu α modelu oryginalnego (14) przy wartościach x_{kt} tworzących macierz $\mathbf{x}_{\alpha t}$, przy czym $\mathbf{x}_{\alpha t}$ — uporządkowana kolumna wartości x_{kt} zmiennych X_k występujących w równaniu α (macierz o wymiarach $K_\alpha \times 1$),

$\mathbf{a}_\alpha$ — uporządkowany wiersz parametrów $a_{\alpha i} \neq 0$ (macierz o wymiarach $1 \times I_\alpha$) występujących w równaniu α przy wartościach y_{it} tworzących macierz $\mathbf{y}_{\alpha t}$, gdzie $\mathbf{y}_{\alpha t}$ — uporządkowana kolumna wartości y_{it} zmiennych Y_i występujących w rozpatrywanym równanniu α modelu (14) (macierz o wymiarach $I_\alpha \times 1$),

$\mathbf{c}_{ik}$ — uporządkowana macierz o wymiarach $I_\alpha \times K_\alpha$ parametrów c_{ik} w równaniu (21b), związanych z wartościami y_{it} zmiennych Y_i macierzy $\mathbf{y}_{\alpha t}$ i z wartościami x_{kt} zmiennych X_k macierzy $\mathbf{x}_{\alpha t}$,

$\bar{\mathbf{c}}_{ik}$ — uporządkowana macierz o wymiarach $(I-I_\alpha) \times K_\alpha$ parametrów c_{ik} związanych z wartościami zmiennych Y_i macierzy $\bar{\mathbf{y}}_{\alpha t}$ i wartościami zmiennych X_k macierzy $\mathbf{x}_{\alpha t}$, przy czym $\bar{\mathbf{y}}_{\alpha t}$ — uporządkowana kolumna wartości y_{it} zmiennych Y_i nie występujących w równaniu α [macierz o wymiarach $(I-I_\alpha) \times 1$].

Układ równań (30) jest układem z $I_\alpha + K_\alpha - 1$ niewiadomymi $a_{\alpha i}$ i $b_{\alpha k}$ (względem parametrów c_{ik}), występującymi w równaniu α modelu oryginalnego (14); $a_{\alpha i} = -1$, gdy $\alpha = i$ zgodnie z założeniem przy zapisie modelu oryginalnego w postaci (14).

Szczegółowy zapis (30) w odniesieniu do poszczególnych równań modelu oryginalnego (14) podano niżej.

Równanie 1

$$\mathbf{b}_\alpha = \mathbf{b}_1 = [b_{11}, b_{12}, b_{14}], \ \mathbf{x}_{\alpha t} = \mathbf{x}_{1t} = \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ x_{4t} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{a}_\alpha = \mathbf{a}_1 = -1, \quad \mathbf{y}_{\alpha t} = \mathbf{y}_{1t} = y_{1t},$$

$$\mathbf{c}_{ik} = [c_{11}, c_{12}, c_{14}], \qquad \mathbf{c}_{\bar{i}k} = \begin{bmatrix} c_{21}, & c_{22}, & c_{24} \\ c_{31}, & c_{32}, & c_{34} \\ c_{41}, & c_{42}, & c_{44} \end{bmatrix},$$

więc

a) $$[b_{11}, b_{12}, b_{14}] = -(-1)\,[c_{11}, c_{12}, c_{14}],$$

b) $$\mathbf{0} = (-1)\begin{bmatrix} c_{21}, & c_{22}, & c_{24} \\ c_{31}, & c_{32}, & c_{34} \\ c_{41}, & c_{42}, & c_{44} \end{bmatrix}.$$

Z równania a) wynika bezpośrednio: $b_{11} = c_{11}$; $b_{12} = c_{12}$ i $b_{14} = d_1 = c_{14} = c_1$, co oznacza, że równanie oryginalne α nie zawierające zmiennych objaśniających endogenicznych, objaśnianych w innym równaniu modelu, pokrywa się z odpowiednim równaniem i modelu zredukowanego, więc $Y_{\alpha t} = Y_{it}^{\square}$, gdy $i = \alpha$.

Równanie b) jest sprzeczne i nie odgrywa żadnej roli w takich przypadkach.

Równanie 2.

$$\mathbf{b}_\alpha = \mathbf{b}_2 = b_{24}, \qquad \mathbf{x}_{\alpha t} = \mathbf{x}_{2t} = x_{4t},$$

$$\mathbf{a}_\alpha = \mathbf{a}_2 = [a_{21}, -1], \qquad \mathbf{y}_{\alpha t} = \mathbf{y}_{2t} = \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{c}_{ik} = \begin{bmatrix} c_{14} \\ c_{24} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{c}_{\bar{i}k} = \begin{bmatrix} c_{34} \\ c_{44} \end{bmatrix}.$$

Zatem

a) $$b_{24} = -[a_{21}, -1]\begin{bmatrix} c_{14} \\ c_{24} \end{bmatrix},$$

b) $$\mathbf{0} = [a_{21}, -1]\begin{bmatrix} c_{34} \\ c_{44} \end{bmatrix}.$$

Z b) wynika $a_{21} = \dfrac{c_{44}}{c_{34}} = \dfrac{c_4}{c_3}$; a dalej wstawiając b) do a) jest

$$b_{24} = -\frac{c_{44}}{c_{34}}c_{14} + c_{24} = -\frac{c_4}{c_3}c_1 + c_2.$$

Parametr a_{21} zależny jest tylko od wyrazów wolnych modelu zredukowanego, które nie mają stochastycznych związków ze zmiennymi objaśnianymi i objaśniającymi. Zatem w tym przypadku parametr a_{21} nie jest jednoznacznie określony.

W przypadku modelu bez wyrazu wolnego macierze $\mathbf{b}_\alpha$, $\mathbf{x}_{\alpha t}$, $\mathbf{c}_{ik}$ i $\mathbf{c}_{\bar{i}k}$ nie występują; można założyć, że są macierzami zerowymi; wtedy

a) $$\mathbf{0} = -[a_{21}, -1]\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

b) $$\mathbf{0} = [a_{21}, -1]\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Z a) lub b) wynika, że parametr a_{21} może przyjmować dowolne wartości, a więc jest niejednoznacznie określony.

W przypadku równania 2 zachodzi związek $I+K-(I_\alpha+K_\alpha) = 4+4-(2+1) = 5 > I-$ $-1 = 3$, co oznacza, że równanie jest niejednoznacznie identyfikowalne.

Równanie 3

$$I+K-(I_\alpha+K_\alpha) = 8-(2+2) = 4 > 3,$$

a więc równanie to jest również niejednoznacznie identyfikowalne. Istotnie, równania (30) mają postać:

a) $$[b_{33}, b_{34}] = -[a_{31}, -1]\begin{bmatrix} c_{13} & c_{14} \\ c_{33} & c_{34} \end{bmatrix},$$

b) $$\mathbf{0} = [a_{31}, -1]\begin{bmatrix} c_{23}, & c_{24} \\ c_{43}, & c_{44} \end{bmatrix}.$$

Ponieważ $c_{23} = 0$ (patrz model zredukowany (28)), parametr a_{31} w przypadku modelu bez wyrazu wolnego ($c_{43} = 0$, $c_{24} = 0$ i $c_{44} = 0$) jest stochastycznie niejednoznacznie określony (może przyjmować matematycznie dowolną wartość), a w przypadku modelu z wyrazem wolnym $a_{31} = \infty$, co jest sprzeczne stochastycznie.

Równanie 4

$$I+K-(I_\alpha+K_\alpha) = 8-(2+1) = 5 > 3.$$

Równanie to, podobnie jak równanie 2, jest niejednoznacznie identyfikowalne.

Z powyższego wynika, że nie jest możliwe obliczenie parametrów równań 2,3 i 4 modelu oryginalnego w oparciu o uprzednio obliczone parametry modelu zredukowanego.

Powstaje więc problem wyboru metod obliczania parametrów modelu oryginalnego.

W oparciu o prace ekonometryczne możemy stwierdzić, że istnieją metody obliczania parametrów liniowych równań ekonometrycznych niezależnie od typów modeli utworzonych z tych równań.

Stosowane są przede wszystkim metody: najmniejszych kwadratów, pośrednia metoda najmniejszych kwadratów (jak wyżej), podwójna metoda najmniejszych kwadratów, metoda największej wiarogodności i metoda ograniczonej informacji. Ostatnio opracowano nową metodę — metodę najmniejszych kwadratów względnych [4], która może być również zastosowana do obliczania parametrów oryginalnych równań ekonometrycznych [6].

W pracy [6] przedstawiliśmy praktyczne zasady obliczania parametrów strukturalnych modeli ekonometrycznych niektórymi wymienionymi metodami i przykłady zastosowania w przypadku rozpatrywanego uproszczonego modelu ekonometrycznego PSE.

Wszystkie z tych metod są umowne. Uwzględniając skromne doświadczenia można zalecić praktycznie metodę najmniejszych kwadratów (względnych i bezwzględnych) oraz podwójną metodę najmniejszych kwadratów, nie wymagających założeń dotyczących rozkładu i niezależności odchyleń.

Z punktu widzenia praktycznych zastosowań strukturalnych modeli ekonometrycznych najbardziej przydatny jest model zredukowany, parametry którego możemy obliczać najprostszą metodą najmniejszych kwadratów.

Niemniej obliczenie najpierw parametrów modelu oryginalnego, a następnie wyznaczenie parametrów modelu zredukowanego w oparciu o model oryginalny, może sprawić, że ze względu na warunki matematyczno-statystyczne model zredukowany może być lepszy od tegoż modelu, którego parametry obliczone są bezpośrednio.

Podstawowe warunki matematyczno-statystyczne, a przede wszystkim kryterium przypadkowości odchyleń i stopnia regresji, jakie winny być spełnione w odniesieniu do każdego równania modelu, wydają się być zasadniczymi kryteriami wyboru metod obliczania parametrów strukturalnych modeli ekonometrycznych systemów elektroenergetycznych oraz wyboru wartości parametrów obliczonych różnymi metodami.

5. MATEMATYCZNO-STATYSTYCZNE KRYTERIA WYBORU I OCENY RÓWNAŃ MODELU

Wydaje się, że niezależnie od typu modelu ekonometrycznego, w odniesieniu do każdego jego równania winny być spełnione pewne umowne warunki — kryteria, które stają się podstawą wyboru lub oceny tego równania.

Są to kryteria matematyczno-statystyczne i kryterium przyczynowości. To ostatnie jest bazą wyjściową formułowania równań modelu oryginalnego pierwotnego, w którym uwzględnione są zasadnicze zmienne wpływające na kształtowanie się zmiennych objaśnianych. Równania oryginalne pierwotne, o ile nie spełniają wymaganych warunków matematyczno-statystycznych, mogą być zmienione przez włączenie do nich nowych zmiennych objaśniających, drogą zmiany wykładnika potęgi zmiennych objaśniających, przez obliczenie parametrów równań inną metodą lub w inny sposób.

Wydaje się nam, że w odniesieniu do równania ekonometrycznego, które według naszej koncepcji w przypadku systemów elektroenergetycznych traktujemy indeterministycznie, winny być spełnione następujące matematyczno-statystyczne warunki — kryteria:

1) przypadkowości odchyleń,
2) stopnia regresji,
3) minimalnej liczności szeregów statystycznych,
4) prostej postaci aproksymaty.

Równanie, w odniesieniu do którego spełnione są kryteria przypadkowości odchyleń i stopnia regresji, możemy nazwać równaniem ekonometrycznym symptotycznym lub regresyjnym. W pracy tej używać będziemy nazwy *równanie ekonometryczne regresyjne.*

Kryterium minimalnej liczności szeregów chronologicznych powinno być spełnione niezależnie od weryfikacji kryteriów 1 i 2, przed przystąpieniem do wyznaczania parametrów równania modelu.

Kryterium prostej postaci aproksymaty jest kryterium dodatkowym, podyktowanym względami praktycznymi.

5.1. Kryterium przypadkowości odchyleń

Niech — jak poprzednio

$$Y_t = f(y_{it}, x_{kt}),$$

$$\text{gdy } i = 1, 2, \ldots, I, \; k = 1, 2, \ldots, K, \tag{31}$$

będzie wartością regresyjną równania ekonometrycznego modelu oryginalnego, przy czym y_{it} i x_{kt} są to znane (ustalone drogą pomiarów i obliczeń) wartości statystyczne zmiennych objaśniających w danym równaniu; $t = 1, 2, \ldots, n$ — indeks czasu (czas).

Zakładamy, że parametry równania (31) są obliczone według z góry przyjętej metody.

Różnica

$$\varepsilon_t = y_t - Y_t \tag{32a}$$

stanowi odchylenie bezwzględne między wartością statystyczną zmiennej objaśnianej y_t i wartością regresyjną Y_t tej zmiennej; różnice zaś

$$\varepsilon_t^* = 100\varepsilon_t/y_t \tag{32b}$$

lub

$$\varepsilon_t^{*\prime} = 100\varepsilon_t/Y_t \tag{32c}$$

są odchyleniami względnymi procentowymi.

Ciągi: (ε): $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$; (ε^*): $\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*, \ldots, \varepsilon_n^*$ lub $(\varepsilon^{*\prime})$: $\varepsilon_1^{*\prime}, \varepsilon_2^{*\prime}, \ldots, \varepsilon_n^{*\prime}$ są ciągami odchyleń.

Przyjmujemy umownie, że w odniesieniu do równania (31) jest spełnione kryterium przypadkowości odchyleń, jeżeli ciąg odchyleń (ε) spełnia *minimalny warunek przypadkowości odchyleń* ε_t.

Załóżmy dalej, że określenia: przypadkowość odchyleń tworzących ciąg, przypadkowość ciągu odchyleń i przypadkowość rozkładu odchyleń są równoważne.

Minimalny warunek przypadkowości odchyleń w odniesieniu do rozpatrywanych równań ekonometrycznych systemów elektroenergetynczych proponujemy sprawdzać przede wszystkim za pomocą testu serii. Wydaje się nam bowiem w oparciu m.in. o praktyczne własne doświadczenia, że test ten jest łatwy w zastosowaniu, a rezultaty jego używania nie budzą istotnych wątpliwości. Test znaków, również stosowany do weryfikacji hipotezy o przypadkowości odchyleń, aczkolwiek także łatwy w praktycznych zastosowaniach nieraz budzi zastrzeżenia. Poza tym stwierdziliśmy w kilkuset przypadkach, że o ile test serii daje wskazania dodatnie, pozwalające na przyjęcie hipotezy H_p o przypadkowości odchyleń, to również dodatnie wskazania daje test znaków. Odwrotnie — często przy dodatnich wskazaniach testu znaków, występują ujemne wskazania testu serii, co i tak nie pozwala na przyjęcie wymienionej hipotezy. Inne testy, jak Pietmana [3] lub Yule-Kendalla [13] są uciążliwe w zastosowaniach lub nie przystosowane do praktycznych celów.

Przez minimalny warunek przypadkowości odchyleń na poziomie istotności α, sprawdzany testem serii, rozumieć będziemy warunek

$$m > m_d, \tag{33}$$

gdzie:

m — liczba serii znaków występująca w badanym ciągu (ε),

m_d — krytyczna dolna liczba serii na poziomie α.

Wartości m_d są stabilizowane, np. [1], [9]. W pracy [7] podane są praktyczne wskazówki dotyczące stosowania testu serii, a w pracy [8] — uwagi ogólne o stosowaniu testów statystycznych w technice.

Jeżeli $m \leqslant m_d$, nie można przyjąć hipotezy H_p, że ciąg odchyleń (ε) jest przypadkowy.

W praktyce badania modeli ekonometrycznych systemów elektroenergetycznych proponujemy przyjmować do testu serii poziom istotności $\alpha = 0{,}1$.

W taki sam sposób można weryfikować hipotezę o przypadkowości odchyleń w odniesieniu do równań zredukowanego modelu ekonometrycznego, które mają postać $Y_t^{\square} = f(x_{kt})$, gdy $k = 1, 2, \ldots K$.

Odchyleniami bezwzględnymi są w tym przypadku odchylenia

$$e_t = y_t - Y_t^{\square}, \tag{34a}$$

a odchyleniami względnymi odchylenia

$$e_t^* = 100 e_t / y_t \tag{34b}$$

$$\text{lub } e_t^{*\prime} = 100 e_t / Y_t^{\square}. \tag{34c}$$

5.2. Kryterium minimalnej liczności szeregów statystycznych

Wartości liczbowe x_t i y_t zmiennych X i Y, gdy $t = 1, 2, \ldots, n$, występujących w strukturalnych równaniach ekonometrycznych tworzą szeregi, które nazywamy czasowymi szeregami statystycznymi lub w skrócie szeregami statystycznymi. Liczność tych szeregów (n) stanowi jednocześnie okres czasu, mierzony w jednostkach czasu, w odniesieniu do którego konstruowany jest model ekonometryczny.

Podobnie jak w odniesieniu do ekonometrycznych modeli tendencji rozwojowych [7], minimalna liczność szeregów statystycznych uwarunkowana jest przede wszystkim następującymi względami:

1) warunkami matematyczno-statystycznymi,
2) okresem prognoz.

Warunki matematyczno-statystyczne wynikają z praktycznej stosowalności metod obliczeniowych w procesie konstruowania i badania modeli ekonometrycznych.

Metody predykcji i okres prognoz związane są z praktycznym zastosowaniem modeli ekonometrycznych do szacowania prognoz zmiennych objaśnianych w modelu.

Analizując różne, dotychczas stosowane metody matematyczno-statystyczne, związane z konstruowaniem i badaniem właściwości modeli ekonometrycznych, okazuje się, że minimalna liczność ($n_{\min}$) rozpatrywanych szeregów statystycznych zależy przede wszystkim od zakresu stosowalności testu serii do sprawdzania przypadkowości odchyleń.

Na poziomie istotności $\alpha = 0{,}1$ $n_{\min} = 10$ w przypadku wszystkich możliwych rzadziej występujących liczb znaków odchyleń jednego rodzaju $n_1 \leqslant n_2$. Gdy liczba znaków rzadziej występujących $n_1 = 3$ i 4, $n_{\min} = 8$ i 9.

Na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$, $n_{\min} = 14$ niezależnie od n_1. Na tym poziomie, gdy $n_1 = 3$ i 4, $n_{\min} = 9$, 10, 11, 12 i 13; gdy $n_1 = 5$, $n_{\min} = 10$, 11, 12 i 13, a gdy $n_1 = 6$, $n_{\min} = 12$ i 13.

Podane wartości $n_{\min}$ dotyczą liczności szeregów odchyleń niezerowych. Ze względu na małe prawdopodobieństwo pojawienia się w praktyce odchyleń zerowych, można założyć, że liczby $n_{\min}$ równają się minimalnym licznościom szeregów stytystycznych.

Z powyższego wynika, że ponieważ nie jest z góry znana liczba znaków odchyleń rzadziej występujących (n_1), minimalne liczności szeregów statystycznych powinny praktycznie wynosić:

$$n_{\min} = 10 \text{ na poziomie istotności } \alpha = 0{,}1$$

i

$$n_{\min} = 14 \text{ na poziomie istotności } \alpha = 0{,}05.$$

Okres prognoz przy założonych przypuszczalnych błędach prognoz i zadanym prawdopodobieństwie błędu prognozy, opartych na strukturalnych modelach ekonometrycznych, nie jest jednoznacznie określony i może być różny w odniesieniu do różnych równań tego samego modelu i do różnych modeli. Nie jest to duży okres. Z naszego skromnego doświadczenia wynika, że w zasadzie okres ten nie przekracza połowy okresu, w odniesieniu do którego został skonstruowany model. Z drugiej strony okres ten nie jest praktycznie większy od przeciętnie 5 lat. Z tego powodu, można wysunąć przypuszczenie, że w odniesieniu do strukturalnych modeli ekonometrycznych, ze względu na okres prognoz, minimalna liczność szeregów statystycznych nie powinna być w zasadzie mniejsza od 10.

5.3. Kryterium stopnia regresji

Stopień regresji (aproksymacji) stanowi względną porównywalną miarę różnic wartości statystycznych zmiennych objaśnianych y_t i wartości wielowymiarowej aproksymaty stochastycznej $Y_t = f(y_{it}, x_{kt})$ w całym rozpatrywanym przedziale czasowym. Stopień ten według [4] określony jest wzorem

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \varepsilon_t^{*2}} \tag{35a}$$

lub

$$s' = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \varepsilon_t^{*\prime 2}}\,. \tag{35b}$$

W licznych praktycznych przypadkach, gdy $n \geqslant 10$, będzie $s \approx s'$.

Stopień regresji w odniesieniu do rozpatrywanych równań strukturalnych (oryginalnych lub zredukowanych) jest wskaźnikiem, którego wartość może być podstawą wyboru najlepszej metody obliczania parametrów równania ekonometrycznego oraz ustalenia struktury tego równania. Duża wartość stopnia aproksymacji może być powodem włączenia do równania strukturalnego nowej zmiennej objaśniającej lub zmiany postaci równania.

Można ustalić klasyfikację „dobroci" równania ekonometrycznego (aproksymaty) w zależności od wartości stopnia regresji.

Na przykład równanie ekonometryczne jest aproksymatą (funkcją regresji): bardzo dobrą, gdy $s \leqslant 2\%$; dobrą, gdy $2\% < s \leqslant 4\%$; zadowalającą, gdy $4\% < s \leqslant 6\%$ i niezadowalającą, gdy $s > 6\%$ itp.

Założenie a priori stopnia regresji przy konstrukcji równania ekonometrycznego uwarunkowane jest przede wszystkim od przyjęcia średnich procentowych błędów prognoz opartych na tym równaniu. Wydaje się słuszne stwierdzenie, że przeciętnie błędy te nie są mniejsze od stopnia regresji. Na przykład, jeżeli pragniemy wyznaczyć prognozy na kilka lat naprzód z przewidywanym średnim kwadratowym błędem 5%, to stopień regresji nie może przekraczać tej liczby.

5.4. Kryterium prostej postaci aproksymaty

Równanie ekonometryczne, jako wielowymiarowa aproksymata stochastyczna (funkcja regresji), nie powinno być w zasadzie bardzo złożone, mieć skomplikowaną budowę. O ile zjawiska przyczynowe nie narzucają z góry złożonej postaci aproksymaty, postać ta powinna być jak najprostsza. Przy prostej postaci równania ekonometrycznego może się okazać jednak, że stopień regresji jest niezadowalający. W takim przypadku równanie to należy modyfikować przez włączenie do niego nowej dalszej zmiennej objaśniającej lub przez zmianę jego postaci. Jeżeli jednak równanie pierwotne i ulepszone nie różnią się istotnie między sobą, celowy jest wybór równania pierwotnego.

Zaproponujemy praktyczny sposób postępowania zmierzającego do oceny nieistotności różnicy między dwoma strukturalnymi równaniami ekonometrycznymi — pierwotnym i ulepszonym.

Do tego celu przystosujemy znane w statystyce testy, a mianowicie test G. W. Snedencora, zwany testem F [12] i test H. L. Hartera [2], zwany testem F^* — podobnie jak to uczyniliśmy w odniesieniu do ekonometrycznych modeli tendencji rozwojowych [7].

Wysuwamy hipotezę H_r, że dwie aproksymaty (równania stochastyczne) $Y_{1t} = f_1(y_{it}, x_{kt})$ (aproksymata I) i $Y_{2t} = f_2(y_{it}, x_{kt})$ (aproksymata II) nie różnią się istotnie między sobą na poziomie istotności α. Hipotezę tę zweryfikujemy testami F i F^*.

Za sprawdzian testu F przyjmiemy stosunek

$$F = \frac{s_2^2}{s_1^2}, \text{ gdy } s_2^2 > s_1^2, \tag{36}$$

gdzie:

s_1 — stopień regresji w przypadku aproksymaty I,

s_2 — jak wyżej, lecz aproksymaty II.

Krytyczne wartości F_g testu F na poziomie $\alpha = 0{,}1$, który proponujemy w praktyce badań równań ekonometrycznych systemów elektroenergetycznych, podane są m.in. w [1] i [12].

Jeżeli $F < F_g$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_r na poziomie α, że aproksymaty I i II istotnie różnią się, a gdy $F \geqslant F_g$, możemy przyjąć hipotezę alternatywną $\overline{H}_r$, że aproksymaty te różnią się istotnie.

Sprawdzianem testu F^* jest stosunek

$$F^* = \frac{r_2}{r_1}, \text{ gdy } r_2 > r_1, \tag{37}$$

gdzie:

r_2 — największa bezwzględna różnica między dwoma odchyleniami ε_t^* lub $\varepsilon_t^{*\prime}$

w przypadku aproksymaty II,

r_1 — jak wyżej, lecz aproksymaty I.

Krytyczne górne wartości F_g^* testu F^* podane są w [2] dla $n \leqslant 15$.

Jeżeli $F^* < F_g^*$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_r na poziomie α.

Hipotezę H_r przyjmujemy, gdy wskazania obu testów na tym samym poziomie są dodatnie, tj. gdy $F < F_g$ i $F^* < F_g^*$. Dotyczy to przypadków, gdy $n \leqslant 15$. Gdy zaś $n > 15$, weryfikacji hipotezy H_r możemy dokonać tylko w oparciu o wskazania testu F.

Testy F i F^* są opracowane przy założeniu, że rozkłady odchyleń są normalne. Jeżeli rozkładów tych nie można uznać za normalne, wskazania tych testów musimy traktować za przybliżone.

Dokonamy przykładowo próby konstrukcji strukturalnego oryginalnego i zredukowanego modelu ekonometrycznego polskiego systemu elektroenergetycznego, określonego ogólnie równaniami (8) za okres lat 1956—1965, zakładając minimalną liczność szeregów statystycznych $n = 10$.

Oddzielnie zbadamy model I, obejmujący równania 1—4 w (8), i model II, tj. równanie 5 w (8).

Tablica 1

Dane statystyczne rozpatrywanych zmiennych charakteryzujących polski system elektroenergetyczny w latach 1956—1965

Rok	t	y_{1t}	y_{2t}	y_{3t}	y_{4t}	y_{5t}	x_{1t}	x_{2t}	x_{3t}
—	lata	tys. szt.	Mm	szt.	Mm	Mm	mln odb.	TWh	TWh
1956	1	32,540	81,5	124	7,85	98,8	4,467	2,833	12,625
1957	2	35,320	84,7	125	8,42	117,1	4,801	3,226	13,666
1958	3	37,980	91,5	136	8,90	131,6	5,113	3,646	15,235
1959	4	41,497	97,0	150	9,70	153,4	5,507	4,132	16,839
1960	5	44,011	101,8	170	10,54	175,1	5,888	4,650	18,811
1961	6	47,409	107,4	195	11,44	189,2	6,278	5,039	21,156
1962	7	50,361	113,6	232	12,20	201,1	6,633	5,507	23,258
1963	8	55,789	120,0	241	13,00	214,9	6,981	5,457	24,789
1964	9	61,224	126,8	269	13,92	229,4	7,346	5,645	27,286
1965	10	66,778	133,9	311	14,83	244,9	7,707	6,217	30,266

W tablicy 1 zestawiono wartości statystyczne zmiennych występujących w modelu.

Parametry modelu I wyznaczone zostały podwójną metodą najmniejszych kwadratów, a modelu II — metodą najmniejszych kwadratów względnych, według specjalnych programów maszynowych.

W rezultacie rozpatrywany model I ma postać:

a) Model oryginalny

$$\left.\begin{aligned}
&1)\ Y_{1t} = -25{,}224+17{,}467x_{1t}-7{,}238x_{2t} && \text{[tys. szt.]}\\
&2)\ Y_{2t} = 31{,}746+1{,}566y_{1t} && \text{[Mm]}\\
&3)\ Y_{3t} = -45{,}056+2{,}057y_{1t}+7{,}016x_{3t} && \text{[szt.]}\\
&4)\ Y_{4t} = 3{,}983+0{,}036y_{3t} && \text{[Mm],}
\end{aligned}\right\} \qquad (38)$$

gdzie: x_{1t} w milj. szt., x_{2t} w TWh, y_{1t} w tys. szt., x_{3t} w TWh, y_{3t} w szt.

b) Model zredukowany

$$\left.\begin{array}{lll} 1)\ Y_{1t}^{\square} = Y_{1t} & & [\text{tys. szt.}] \\ 2)\ Y_{2t}^{\square} = -7{,}765+27{,}361x_{1t}-11{,}337x_{2t} & & [\text{Mm}] \\ 3)\ Y_{3t}^{\square} = -96{,}945+35{,}932x_{1t}-14{,}889x_{2t}+7{,}016x_{3t} & & [\text{szt.}] \\ 4)\ Y_{4t}^{\square} = 0{,}464+1{,}304x_{1t}-0{,}540x_{2t}+0{,}255x_{3t} & & [\text{Mm}] \end{array}\right\} \quad (39)$$

Niektóre parametry wymienionych równań stochastycznych mają znaki ujemne. Znakom tym nie można przypisać takiego samego znaczenia jak w równaniach fizycznych. Wartości i znaki tych parametrów mogą zależeć od przyjętych jednostek zmiennych występujących w modelu.

Sprawdzimy kryterium przypadkowości odchyleń w odniesieniu do każdego równania.

Tablica 2

Wyniki weryfikacji hipotezy H_p o przypadkowości odchyleń równań modelu ekonometrycznego z wyrazem wolnym (38) i (39) i bez wyrazu wolnego (40) i (41) oraz stopień regresji s, w %

Równanie		1		2		3		4	
Model:		o.	z.	o.	z.	o.	z.	o.	z.
a) z wyrazem wolnym	s	1,28	1,28	1,23	1,16	3,67	3,81	2,70	0,37
	H_p	—	—	+	+	+	+	+	+
b) bez wyrazu wolnego	s	3,77	3,77	5,55	4,00	3,44	2,80	9,58	10,58
	H_p	—	—	—	+	+	+	—	—

o. — model oryginalny, z. — model zredukowany,
(+) — przyjęcie hipotezy H_p, (−) — odrzucenie hipotezy H_p

W tablicy 2 zestawiono wyniki weryfikacji hipotezy H_p o przypadkowości odchyleń za pomocą testu serii na poziomie $\alpha = 0{,}1$. W tablicy tej zestawiono również wartości stopnia regresji s.

Wnioski z rezultatów podanych w tej tablicy są następujące:

a) równania 2, 3 i 4 — zarówno modelu oryginalnego, jak i zredukowanego — spełniają kryterium przypadkowości odchyleń, natomiast równanie 1 kryterium tego nie spełnia,

b) równania modelu oryginalnego (38) i zredukowanego (39) są dobrymi lub bardzo dobrymi aproksymatami.

Zakładając, że graniczny dopuszczalny w rozpatrywanym modelu stopień regresji równa się 6%, równania 2, 3 i 4 są ekonometrycznymi równaniami regresyjnymi.

Równania rozpatrywanego modelu I zawierają wyraz wolny. Wprowadzenie tego wyrazu do równań ma stanowić również ulepszenie modelu. Sprawdzimy, czy ulepszenie to jest istotne.

Model oryginalny bez wyrazu wolnego jest następujący:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ Y_{1t} = 4{,}772\, x_{1t} + 4{,}001\, x_{2t} \\ &2)\ Y_{2t} = 2{,}205\, y_{1t} \\ &3)\ Y_{3t} = -2{,}467\, y_{1t} + 15{,}315\, x_{3t} \\ &4)\ Y_{4t} = 0{,}055\, y_{3t}, \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

a model zredukowany bez wyrazu wolnego ma postać:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ Y_{1t}^{\square} = Y_{1t} \\ &2)\ Y_{2t}^{\square} = 10{,}522 x_{1t} + 8{,}823\, x_{2t} \\ &3)\ Y_{3t}^{\square} = -11{,}772\, x_{1t} - 9{,}871\, x_{2t} + 15{,}315\, x_{3t} \\ &4)\ Y_{4t}^{\square} = -0{,}646\, x_{1t} - 0{,}542\, x_{2t} + 0{,}841\, x_{3t}. \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

W tablicy 2 zestawiono również wyniki weryfikacji hipotezy H_p i wartości stopnia regresji s w odniesieniu do równań modeli (40) i (41).

W tablicy 3 zestawiono wartości sprawdzianów F i F^* testów F i F^* do weryfikacji hipotezy H_r o nieistotności różnicy między odpowiednimi równaniami modeli z wyrazem wolnym i bez wyrazu wolnego. Na poziomie $\alpha = 0{,}1$ dla $n = 10$ krytyczne wartości obu tych testów równają się $F_g = 2{,}32$, $F_g^* = 1{,}62$.

Tablica 3

Wyniki weryfikacji hipotezy H_r o nieistotności różnic między odpowiednimi równaniami modelu z wyrazem wolnym i modelu bez wyrazu wolnego

Równanie	1			2			3			4		
Model	F	F^*	H_r	F	F^*	H_r	F	F^*	H_r	F	F^*	H_r
oryginalny	2,94	2,33	—	4,52	4,03	—	1,06	1,11	+	3,55	2,88	—
zredukowany	2,94	2,33	—	3,45	3,33	—	1,36	1,27	+	13,7	12,9	—

(+) – równania różnią się nieistotnie, (–) — równania różnią się istotnie

Z tablicy 3 wynika, że równania 1, 2 i 4 modeli bez wyrazu wolnego i z wyrazem wolnym istotnie różnią się między sobą, przy czym równania te z wyrazem wolnym są lepszymi aproksymatami ze względu na wartość stopnia regresji. Oprócz tego w odniesieniu do równań 1, 2 i 4 bez wyrazu wolnego nie spełnione jest zasadnicze kryterium przypadkowości odchyleń. Natomiast nie ma istotnej różnicy między równaniami 3 z wyrazem wolnym i bez wyrazu wolnego — zarówno w odniesieniu do modelu oryginalnego, jak i zredukowanego. Równanie 3 modelu bez wyrazu wolnego charakteryzuje się mniejszym stopniem regresji. Równanie to wydaje się być więc lepsze od analogicznego równania z wyrazem wolnym.

Rozpatrzmy z kolei model II o postaci pierwotnej $Y_{5t} = d_5 + b_{51} x_{1t}$.

Parametry tego modelu zostały wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów bezwzględnych i względnych. Lepsza okazała się metoda najmniejszych kwadratów względnych. Stosując tę metodę otrzymaliśmy

$$Y_{5t} = -104{,}2 + 46{,}05\, x_{1t} \qquad [\text{Mm}],$$

przy czym x_{1t} — w mln szt. odbiorców.

W odniesieniu do tego równania nie spełniony jest jednak warunek przypadkowości odchyleń sprawdzony testem serii na poziomie $\alpha = 0{,}1$ (i $\alpha = 0{,}05$).

Dokonajmy ulepszenia tego modelu przez zwiększenie o jeden stopnia wielomianu aproksymacyjnego, tj. sprowadzając go do postaci

$$Y_{5t} = d_5 + b'_{51}x_{1t} + b''_{51}x^2_{1t}. \tag{42}$$

Parametry modelu (42) obliczyliśmy metodą najmniejszych kwadratów względnych. W rezultacie

$$Y_{5t} = -237{,}4 + 89{,}49x_{1t} - 3{,}703\, x^2_{1t} \quad [\mathrm{Mm}] \tag{43}$$

Równanie to spełnia warunek przypadkowości odchyleń. Stopień regresji $s = 0{,}86\%$. Równanie (43) jest więc równaniem regresyjnym.

Proponowane wyżej kryteria wyboru i oceny strukturalnych równań (modeli) ekonometrycznych należy traktować jako kryteria wyboru wstępnego.

W celu ostatecznej oceny modelu (równania) strukturalnego do wyznaczania prognoz lub wyboru modelu najlepszego spośród modeli wariantowych, najlepsze wydają się być kryteria oparte na wskaźnikach charakteryzujących zbiory błędów prognoz obliczonych według tego modelu po wygaśnięciu prognoz. Obliczenie tych wskaźników umożliwia lub ułatwia integralny model strukturalny, skonstruowany według poniżej podanych zasad.

6. INTEGRALNY MODEL EKONOMETRYCZNY

Modele ekonometryczne systemu elektroenergetycznego konstruowane są przede wszystkim w celu szacowania na ich podstawie prognoz krótkookresowych. Wydaje się oczywistym fakt, że zasadnicze znaczenie w metodach prognoz krótkookresowych ma model skonstruowany za okres obejmujący lata przeszłe licząc od ostatniego roku włącznie poprzedzającego początek okresu prognozy.

Model ten nazwaliśmy [5], [7], *podstawowym składowym modelem ekonometrycznym.* Model podstawowy może być modelem przypadkowym. Jego równania mogą spełniać kryterium przypadkowości odchyleń i mogą być dobrymi aproksymatami tylko w odniesieniu do danego okresu czasu, dla którego model ten został zbudowany. Model ten nie dostarcza żadnych informacji dotyczących zmian wartości jego parametrów i informacji odnoszących się do skuteczności prognoz opartych na tym modelu.

Z tych powodów w odniesieniu do ekonometrycznych modeli tendencji rozwojowych wysunęliśmy koncepcję konstruowania tzw. integralnych modeli ekonometrycznych [7]. Nie ma żadnych przeszkód, aby koncepcję tę rozszerzyć na strukturalne modele ekonometryczne systemów elektroenergetycznych i uogólnić na dowolnego typu modele ekonometryczne, których równania traktowane są jako ogólnie wielowymiarowe aproksymaty stochastyczne.

Niech $w_1, w_2, \ldots, w_N$ będzie N-letnim szeregiem chronologicznym wszystkich zmiennych (objaśnianych i objaśniających) występujących w rozpatrywanym modelu, przy czym w_t, gdy $t = 1, 2, \ldots, N$, obejmuje zmienne y_{it}, gdy $i = 1, 2, \ldots, I$ oraz x_{kt}, gdy $k = 1, 2, \ldots, K$. Wartości statystyczne y_{it} i x_{kt} są znane.

Szereg $w_1, w_2, \ldots, w_N$ jest *głównym szeregiem chronologicznym.* Wskaźnik czasu N

tego szeregu dotyczy zwykle ostatniego roku, w odniesieniu do którego znane są wartości statystyczne zmiennych w modelu; rok ten poprzedza zwykle początek okresu prognozy.

W szeregu głównym możemy wyodrębnić kolejne, następujące po sobie n-letnie szeregi składowe o liczbie v, a mianowicie:

$$\text{szereg } I_1: w_1, w_2, \ldots, w_n,$$
$$\text{szereg } I_2: w_2, w_3, \ldots, w_{n+1}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\text{szereg } I_v: w_{N-n+1}, w_{N-n+2}, \ldots, w_N.$$

Szereg I_v nazwaliśmy *podstawowym szeregiem składowym.*

W oparciu o szereg podstawowy konstruuje się podstawowy model ekonometryczny.

Załóżmy, że w oparciu o każdy szereg składowy został skonstruowany strukturalny model ekonometryczny, składający się z równań, których postać jest niezmienna. Otrzymamy w ten sposób v składowych modeli ekonometrycznych zawierających równania $Y_{it_{(\gamma)}} = f_i(y_{it_\gamma}, x_{kt_\gamma})$, przy czym można założyć $t_\gamma = 1, 2, \ldots, n$ dla każdego $\gamma = 1, 2, \ldots, v$.

Jeżeli istnieje dostatecznie duże prawdopodobieństwo, że każde równanie składowe $Y_{it_{(\gamma)}} = f_i(y_{it_\gamma}, x_{kt_\gamma})$ jest równaniem regresyjnym, to równanie $Y_{it} = f_i(y_{it}, x_{kt})$ nazwiemy *integralnym* (strukturalnym) *równaniem ekonometrycznym.*

Model składający się z równań integralnych jest modelem integralnym.

Pod pojęciem dostatecznie dużego prawdopodobieństwa rozumieć będziemy prawdopodobieństwo $p \geqslant 0{,}75$ [5], [7].

Liczba modeli składowych (v) zależna jest przede wszystkim — podobnie jak w przypadku integralnych ekonometrycznych modeli tendencji rozwojowych — od okresu prognozy i warunku istnienia trendu parametrów modeli składowych [5].

Uwzględniając te przyczyny (zakładając, że okres prognoz $T \leqslant 5$ lat), minimalna liczba modeli (szeregów) składowych winna ogólnie wynosić $v_{\min} = 10$, lecz praktycznie może być niejednokrotnie $v_{\min} = 8$.

Ze względu na wymaganą minimalną liczność składowych szeregów chronologicznych $n_{\min} = 10$ oraz minimalną ich liczbę $v_{\min} = 8 \div 10$, liczność głównego szeregu chronologicznego nie może być praktycznie mniejsza od $N_{\min} = n_{\min} + v_{\min} - 1 = 17$, 18 lub 19 lat.

Zakładając $v = 8$, $n = 10$ ($N = 17$) dokonamy przykładowo próby konstrukcji modelu integralnego w odniesieniu do każdego równania modelu zredukowanego I (28) oraz modelu II (42) za okres od 1950 r. do 1966 r.

Wartości statystyczne zmiennych modelu zawarte są w pracy [5].

Wartości parametrów modeli składowych modelu I, obejmujące okresy 10-letnie, podane są w pracy [6].

W tablicy 4 zestawiono rezultaty weryfikacji hipotezy o przypadkowości odchyleń H_p, sprawdzonej za pomocą testów serii i znaków na poziomie $\alpha = 0{,}1$, w odniesieniu do każdego modelu składowego. W tablicy tej podano również wartości stopnia regresji (s).

Z rezultatów podanych w tablicy 4 wynikają następujące wnioski:

1) każde równanie badanego modelu strukturalnego można uznać za równanie integralne, a zatem strukturalny model ekonometryczny obejmujący równania (28) i (42) jest modelem integralnym,

2) przeciętnie każde równanie integralne modelu charakteryzuje się dobrym stopniem regresji.

Badając oryginalny model strukturalny z wyrazem wolnym możemy również stwierdzić, że model ten jest modelem integralnym.

Tablica 4

Wyniki weryfikacji hipotezy o przypadkowości odchyleń (H_p) i stopień regresji (s, w %) w odniesieniu do równań badanego modelu strukturalnego zredukowanego

Równanie		1. ($Y_1^{\square} = Y_1$)		2. ($Y_2^{\square}$)		3. ($Y_3^{\square}$)		4. ($Y_4^{\square}$)		5. ($Y_5^{\square} = Y_5$)	
Model nr	lata	H_p	s	H_p	s	H_p	s	H_p	s	H_p	s
1	1950—1959	+	2,23	+	2,48	+	3,05	—	7,35	+	3,57
2	1951—1960	+	1,61	+	2,59	+	2,03	—	7,96	+	2,18
3	1952—1961	+	1,35	—	2,00	+	2,69	+	7,35	+	2,50
4	1953—1962	+	1,07	+	1,08	+	4,82	+	2,58	+	2,96
5	1954—1963	+	1,33	+	0,82	+	3,56	+	2,01	+	2,47
6	1955—1964	+	0,73	+	1,21	—	3,48	+	0,94	+	1,34
7	1956—1965	—	1,28	+	1,16	+	3,81	+	0,77	+	0,86
8	1957—1966	—	2,40	+	0,77	+	3,11	+	0,77	+	0,93
średni stopień regresji (%)			1,50		1,52		3,32		3,72		2,10

(+) — przyjęcie hipotezy H_p, (−) — odrzucenie hipotezy H_p

7. PRAWIDŁOWOŚĆ EKONOMETRYCZNA

W odróżnieniu od równań matematycznych opisujących zjawiska fizyczne, równania ekonometryczne mają charakter równań stochastycznych, odnoszących się ściśle tylko do badanego obiektu, np. systemu elektroenergetycznego i ściśle do określonego przedziału czasowego. Prawa fizyczne obejmują swym zasięgiem świat, a liczne z nich obszar poza nim. Czas ważności podstawowych, wykrytych praw fizycznych nie jest bliżej określony. Praw fizycznych nie można więc utożsamiać z prawidłowościami ekonomicznymi. Nieuzasadnione wydaje się również przypisywanie zjawiskom społecznym i gospodarczym, opisywanym równaniami ekonometrycznymi, roli praw. Z tego powodu, o ile w dostatecznie dużym przedziale czasu stwierdzimy, że dane równanie ekonometryczne zachowuje swą postać, możemy ewentualnie równanie takie nazywać prawidłowością ekonometryczną, a nie prawem, jak to się często spotyka jeszcze w ekonomii czy ekonometrii, a zwłaszcza w pracach autorów państw zachodnich.

Zaproponujemy tu bliższe określenie prawidłowości ekonometrycznej odnoszącej się do systemów elektroenergetycznych ewentualnie do innych obiektów gospodarczych czy gospodarczo-technologicznych.

Wyróżnimy tu ekonometryczną prawidłowość symptotyczną i ekonometryczną prawidłowość przyczynową.

Prawidłowością ekonometryczną symptotyczną nazywać będziemy równanie ekonometryczne (stochastyczne) typu $Y_t = f(z_{1t}, z_{2t}, \ldots, z_{Kt})$, stanowiące matematyczny opis

kształtowania się zmiennej objaśnianej Y w zależności od zmiennych objaśniających $Z_1, Z_2, \ldots, Z_K$ w określonym przedziale czasowym obejmującym N jednostek czasu, spełniające następujące warunki:

1) równanie to jest równaniem integralnym,

2) równanie to jest równaniem ekonometrycznym regresyjnym głównego szeregu chronologicznego,

3) prawdopodobieństwo (p), że równanie to skonstruowane w oparciu o dowolne $(n+r)$ — letnie szeregi chronologiczne, gdy $r = 1, 2, \ldots$, lecz $n+r < N$, może być uznane za równanie ekonometryczne regresyjne, jest dostatecznie duże.

Przez dostatecznie duże prawdopodobieństwo rozumieć będziemy — podobnie jak w odniesieniu do równania integralnego — prawdopodobieństwo $p \geqslant 0{,}75$.

O ile struktura równania, stanowiącego prawidłowość ekonometryczną symptotyczną, może być wyjaśniona przez zjawiska ekonomiczne, technologiczne, społeczne i inne, prawidłowość taką można nazwać *ekonometryczną prawidłowością przyczynową*.

Warunek 3 jest warunkiem ostrym i trudnym technicznie do sprawdzenia, bowiem w szeregu N-letnim możemy wyodrębnić bardzo dużo szeregów składowych $(n+r)$-letnich. Mogą to być np. szeregi o indeksach czasu: $1, 2, \ldots, 11$, $2, 3, \ldots, 12$ itd; $1, 2, \ldots, 12$, $1, 2, \ldots, 13$ itd.; $1, 3, 5, \ldots, 13$ itd.; $1, 4, 7, \ldots, N$ itd.

Z tego powodu praktycznie można ograniczyć się do warunków 1 i 2, przy czym w tym przypadku prawidłowość ekonometryczną spełniającą tylko te warunki musimy uznać za prawidłowość w przybliżeniu.

Warunki 1, 2 i 3 można połączyć w jeden ogólny, a mianowicie równanie ekonometryczne można uznać za symptotyczną prawidłowość ekonometryczną, gdy istnieje dostatecznie duże prawdopodobieństwo, że równanie to jest równaniem ekonometrycznym regresyjnym w odniesieniu do każdego składowego szeregu chronologicznego $(n+r)$-letniego, gdy $r = 0, 1, 2, \ldots$.

W świetle tej definicji równanie to nie musi być równaniem regresyjnym głównego szeregu chronologicznego.

Zbadamy w oparciu o warunki 1 i 2, czy równania rozpatrywanego modelu PSE w postaci oryginalnej i zredukowanej mogą być uznane w przybliżeniu za prawidłowości ekonometryczne w przyjętym przedziale czasowym.

Tablica 5

Wyniki weryfikacji hipotezy o przypadkowości odchyleń (H_p) i stopień regresji (s, w %) w odniesieniu do równań głównego szeregu chronologicznego

Model	oryginalny		zredukowany	
Równanie	H_p	s	H_p	s
1	—	7,50	—	7,50
2	—	5,25	+	1,61
3	—	10,59	—	15,81
4	—	14,64	—	6,31
5	—	4,73	—	4,73

Warunek 1 jest spełniony w przypadku wszystkich rozpatrywanych równań modelu I oryginalnego i zredukowanego oraz modelu II.

Zbadamy kryterium przypadkowości odchyleń i obliczymy stopień regresji w odniesieniu do równań szeregu głównego N-letniego.

W tablicy 5 zestawiono rezultaty tych badań i obliczeń. Wynika z nich, że tylko równanie 2 modelu zredukowanego I przedstawia symptotyczną prawidłowość ekonometryczną stochastycznego kształtowania się rozległości linii średniego napięcia ($Y_2^{\square}$) w zależności od liczności drobnych odbiorców energii elektrycznej (x_1) i od poboru przez nich tej energii (x_2)

6. WNIOSKI

1. Strukturalne modele ekonometryczne odnoszące się do zmiennych charakteryzujących systemy elektroenergetyczne są lub mogą być ważną formą przedstawiania rozwoju tych systemów.

2. Wyróżnia się dwa zasadnicze rodzaje modeli ekonometrycznych — modele oryginalne i modele zredukowane. Modele oryginalne zawierają równania ekonometryczne przedstawiające stochastyczne związki między wszystkimi badanymi zmiennymi. Modele strukturalne, będące przekształceniem modeli oryginalnych, składają się z równań ekonometrycznych, stanowiących zależności funkcyjne zmiennych objaśnianych („zależnych") od zmiennych objaśniających („niezależnych").

3. Istnieje możliwość bezpośredniego obliczania parametrów równań modeli zredukowanych za pomocą najprostszych metod najmniejszych kwadratów względnych lub bezwzględnych.

4. Wyznaczanie parametrów równań modelu oryginalnego, o ile jest potrzebne, na podstawie uprzednio obliczonych parametrów modelu zredukowanego jest możliwe, o ile są spełnione specjalne warunki, zwane warunkami identyfikalności.

5. Równania ekonometryczne, jako wielowymiarowe aproksymaty stochastyczne, winny spełniać kryteria matematyczno-statystyczne; są to kryteria podstawowe i dodatkowe. Podstawowymi są kryteria: przypadkowości odchyleń i stopnia regresji (aproksymacji), którego wartość winna być z góry założona. Równania ekonometryczne spełniające kryteria podstawowe są równaniami regresyjnymi. Dodatkowe kryteria to: kryterium minimalnej liczności szeregów chronologicznych i kryterium prostej postaci równania ekonometrycznego.

6. Minimalna liczność szeregów chronologicznych, w oparciu o które konstruuje się składowe modele ekonometryczne i wyznacza ich parametry, nie powinna być w zasadzie mniejsza od 10.

7. Do wyznaczania prognoz w oparciu o strukturalne modele ekonometryczne i formułowania prawidłowości ekonometrycznych proponuje się integralny strukturalny model ekonometryczny, obejmujący co najmniej 8 kolejnych składowych modeli ekonometrycznych. Model integralny umożliwia sprawdzenie skuteczności prognoz w przeszłości.

8. Określona w pracy prawidłowość ekonometryczna ma charakter stochastyczny, jej definicja bowiem opiera się na założeniach matematyczno-statystycznych i odnosi się

tylko do określonego czasu. Z tego powodu równanie ekonometryczne, które może być uznane za prawidłowość ekonometryczną, nie może być prawem — chyba, że nazwiemy go prawem stochastycznym. Proponujemy jednak nie nadużywać pojęcia prawa, zachowując je do bardziej stałych zjawisk w przyrodzie.

9. Rozpatrywany przykładowo w pracy strukturalny model ekonometryczny, jako uproszczony fragmentaryczny model polskiego systemu elektroenergetycznego w latach 1950—1966, jest modelem integralnym. Jedno ze zredukowanych równań tego modelu może być uznane za prawidłowość ekonometryczną kształtowania się rozległości linii średniego napięcia w zależności od liczności drobnych odbiorców i zużycia przez nich energii elektrycznej.

10. Przedstawione w pracy zasady konstruowania strukturalnych modeli ekonometrycznych systemów elektroenergetycznych bez zmian można przetransformować w odniesieniu do ekonometrycznych modeli tendencji rozwojowych systemów, bowiem te ostatnie modele o postaci $Y_t = f(x_t) = f(t)$ są szczególnym, prostym przypadkiem rozpatrywanych w pracy zredukowanych modeli wielowymiarowych.

7. ZAKOŃCZENIE

Integralne strukturalne modele ekonometryczne systemów elektroenergetycznych mogą być podstawą licznych krótkookresowych metod predykcji zmiennych charakteryzujących te systemy — podobnie jak integralne ekonometryczne modele tendencji rozwojowych.

Skonstruowany w ramach pracy model ekonometryczny dotyczy tylko ilościowego kształtowania się niektórych zmiennych systemowych w rozdzielczo-odbiorczej części systemu. Celowe jest zbudowanie pełniejszego modelu obejmującego tę część systemu, wiążącego nie tylko rozpatrywane w pracy zmienne ilościowe, lecz i jakościowe, jak np. globalne lub średnie moce stacji transformatorowych średniego i wyższego napięcia, ich obciążenia lub wskaźniki obciążeniowe, wskaźniki dotyczące linii różnych napięć itp. Wskazane byłoby również zamiast liczności odbiorców statystycznych (obrachunkowych) rozpatrzyć liczność lub gęstość odbiorców faktycznych.

Modele ekonometryczne systemów elektroenergetycznych mogą być bazą określenia podobieństwa systemów elektroenergetycznych.

Zagadnienia te mogą stanowić tematy oddzielnych prac. Odrębnego przedstawienia wymaga również problem właściwości odchyleń odnoszących się do rozpatrywanych w pracy modeli strukturalnych.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. L. N. Bolšev i N. W. Smirnov, Tablicy matematičeskoj statistiki, A. N. SSSR, „Nauka", Moskva 1965.
2. H. L. Harter, Percentage Points of the Ratio of Two Rangers and Power of the Assiociated Test, Biometrica 1963, s. 187.
3. Z. Hellwig, Regresja liniowa i jej zastosowania w ekonomii. PWE, wyd. 3, Warszawa 1967.

4. Z. Kowalski, Wyznaczanie parametrów funkcji aproksymacyjnych według kryterium najmniejszych kwadratów względnych, Archiwum Elektrotechniki, 1969, z. 3.
5. Z. Kowalski, Metody predykcji wielkości i wskaźników charakteryzujących systemy elektroenergetyczne oparte na ekonometrycznych modelach tendencji rozwojowych, Rozprawy Elektrotechniczne 1970, z. 3.
6. Z. Kowalski, Metody obliczania parametrów strukturalnych modeli ekonometrycznych systemów elektroenergetycznych, Rozprawy Elektrotechniczne 1970, z. 4.
7. Z. Kowalski, Zasady konstruowania ekonometrycznych modeli tendencji rozwojowych systemów elektroenergetycznych, Rozprawy Elektrotechniczne 1971, z. 1.
8. Z. Kowalski, Metody weryfikacji hipotezy o normalnym rozkładzie elementów o małej liczności, Rozprawy Elektrotechniczne 1971, z. 1.
9. D. B. Owen, Handbook of Statistical Tables, London 1962, Pergamon-Press. Tłum. ros., Sbornik statističeskich tablic, Vyč. Centr. A. N. SSSR, Moskva 1966.
10. Z. Pawłowski, Modele ekonometryczne równań opisowych, PWN, Warszawa 1963.
11. Z. Pawłowski, Ekonometria, PWN, Warszawa 1966.
12. W. Volk, Statystyka stosowana dla inżynierów, WNT, Warszawa 1965.
13. G. W. Yule i M. G. Kendall, Wstęp do teorii statystyki, PWN, Warszawa 1966.
14. Wł. Bukietyński, Niektóre teoretyczne problemy statystycznej analizy popytu, Wrocław 1963, Wyższa Szkoła Ekonomiczna, rozprawa doktorska.

Z. KOWALSKI

PRINCIPLES OF CONSTRUCTING STRUCTURAL ECONOMETRIC MODELS OF POWER SYSTEMS ON THE BASIS OF PART OF THE POLISH SYSTEM

Summary

The paper presents basic principles of constructing structural models of power systems and an example of their application in relation to a fragment of the econometric model of the Polish power system.

Following the original model, a reduced one was determined. Methods of transforming the original model into the reduced one and vice versa are given.

A verification of econometric model equations by means of mathematical-statistical criteria is proposed. Principles of the practical application of these criteria are given, illustrated with examples related to the model under consideration.

A definition is given of an integral structural econometric model. An integral econometric model related to selected variables characteristic of the Polish power system in 1950—1966 has been constructed by way of example.

A definition of symptotic econometric regularity is proposed and causal econometric regularity is defined in the paper.

Z. KOWALSKI

KONSTRUKTIONSPRINZIPIEN FÜR STRUKTURELLE ÖKONOMETRISCHE MODELLE VON ELEKTROENERGETISCHEN SYSTEMEN ANHAND EINES FRAGMENTS POLNISCHEN SYSTEMS

Zusammenfassung

In diesem Aufsatz wurden die Grundsätze für strukturelle ökonometrische Modelle elektroenergetischer Systeme sowie Beispiele für ihre Anwendung in Bezug auf ein Fragment des ökonometrischen Modells des polnischen Systems angeführt.

Es wurde zuerst das Originalmodell, und dann ein reduziertes Modell bestimmt, wobei Methoden einer Umgestaltung des Originalmodels zu einem reduzierten Modell und umgekehrt angegeben worden sind.

Eine Überprüfung der Gleichungen von ökonometrischen Modellen mittels mathematisch-statistischer Kriterien wurde vorgeschlagen. Es wurden praktische Grundsätze für die Anwendung dieser Kriterien anhand Beispiele in Bezug auf das erörterte Modell angeführt.

Es wurde eine Bezeichnung für ein integriertes strukturelles ökonometrisches Modell gebracht, und beispielsweise ein integriertes ökonometrisches Modell, das sich auf gewählte Variablen des polnischen elektroenergetischen Systems in den Jahren 1950—1966 bezieht, konstruiert.

Man hat eine Definition für die sympthomatische ökonometrische Regelmäßigkeit vorgeschlagen sowie die kausale ökonometrische Regelmäßigkeit bestimmt.

З. КОВАЛЬСКИ

ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ СТРУКТУРАЛЬНЫХ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ПОЛЬСКОЙ СИСТЕМЫ

Резюме

Автором представлены основные методы построения структуральных эконометрических моделей электроэнергетических систем и их применение при построении фрагмента модели польской электроэнергетической системы.

Сначала была создана оригинальная модель а затем преобразованная модель. Представлены также методы преобразования моделей.

Автором предложена проверка эконометрических моделей при помощи математическо-статистических критерий. Представлены практические методы применения этих критериев.

Представлено определение комплексной эконометрической модели. В качестве примера построена комплексная эконометрическая модель относящаяся к переменным, характеризующим польскую энергосистему.

Предложено определение симптотических эконометрических правильностей а также определение причинной эконометрической правильности.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1971, 17, z. 3, ss. 475—490

621.365.3

Wyznaczanie charakterystyk elektrycznych przewodów grzejnych pracujących w przedmuchu

TADEUSZ SCHWARTZ (WARSZAWA)

Katedra Elektrotermii Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 25.8.1970

Podano sposób wykonania układu do badania elektrycznych przewodów grzejnych oporowych przeznaczonych do pracy w przedmuchowych urządzeniach elektrotermicznych.

Przedstawiono wyniki badań wykonanych za pomocą tego układu ujmując je opisowo równaniem kryterialnym.

Zaproponowano nowy sposób ujęcia zależności ujawniającej wpływ konwekcji wymuszonej na stan pracy elektrycznych przewodów grzejnych, pozwalający bezpośrednio wymiarować takie przewody na podstawie znanej prędkości przedmuchiwanego powietrza, wiadomego natężenia prądu i wymaganej temperatury roboczej.

1. WSTĘP

Elektryczny przewód grzejny oporowy o określonych wymiarach geometrycznych, zasilany stałą mocą elektryczną P przetwarzającą się w nim na ciepło Joule'a, może — jak wiadomo — osiągnąć dowolną temperaturę.

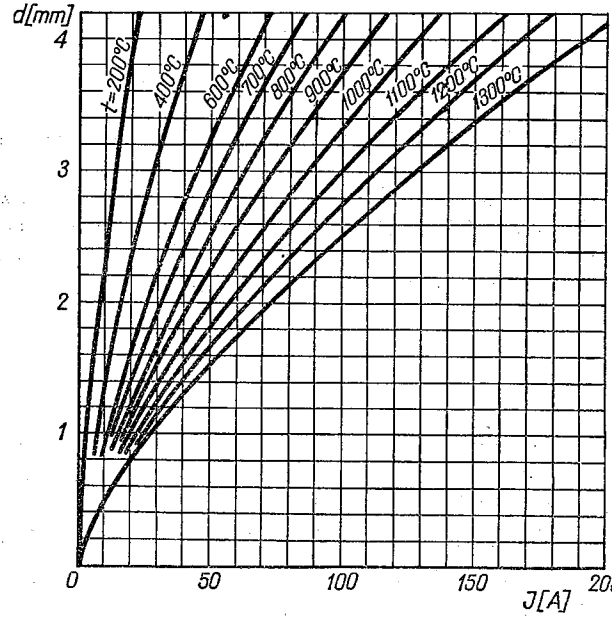
Gdyby doskonała izolacja termiczna uniemożliwiała przewodowi oddawanie ciepła, co zalicza się do warunków teoretycznych, wówczas, od chwili włączenia mocy P, temperatura przewodu wzrastałaby proporcjonalnie do upływu czasu.

Gdy oddawanie ciepła jest możliwe, co zawsze zachodzi w praktyce, temperatura przewodu wzrasta nie liniowo lecz wykładniczo, dążąc asymptotycznie do temperatury *ustalonej*, inaczej *stacjonarnej*.

Przy określonej mocy P temperatura stacjonarna zależy wyłącznie od *oporu cieplnego* środowiska otaczającego przewód grzejny. Ponieważ ten opór w elektrycznych urządzeniach grzejnych bywa rozmaity, jako zależny od ich konstrukcji, wobec tego do określania rozmaitych warunków termicznych obrano jako porównawczy *układ odniesienia*. W układzie tym, obranym umownie, występuje ściśle określony opór cieplny i praca przewodu w takim układzie jest opisana charakterystyką przewodu. Charakterystyka przewodu w układzie odniesienia, przy znanym materiale oporowym, jest zależnością wiążącą tylko trzy parametry: geometryczny, elektryczny i termiczny. Są nimi średnica d przewodu (dla przewodów o przekroju kołowym), prąd I zasilający przewód grzejny i temperatura stacjonarna t przewodu panująca na jego powierzchni zewnętrznej.

W układzie odniesienia przewód o średnicy d zasilany prądem I jest rozpięty poziomo i oddaje w stanie stacjonarnym ciepło otaczającemu go *spokojnemu* powietrzu o stałej — z dala od przewodu — temperaturze wynoszącej 20°C, utrzymującej się na tej wartości dzięki warunkom gwarantującym dostatecznie dużą pojemność cieplną otoczenia. Wymiana ciepła w tym układzie odbywa się więc drogą promieniowania (radiacji) i drogą unoszenia *swobodnego*, inaczej drogą *naturalnej* konwekcji cieplnej.

Wytwórnia obowiązana jest podawać w katalogach, w ujęciu tabelarycznym lub wykreślnym, charakterystykę układu odniesienia dla każdego rodzaju wyrabianych przez nią przewodów grzejnych. Charakterystyka taka pozwala prawidłowo zaprojektować przewód grzejny (to znaczy określić średnicę i długość) przeznaczony do pracy w warunkach odmiennych od panujących w układzie odniesienia dzięki współczynnikowi korektury temperatury [1].



Rys. 1. Charakterystyka układu odniesienia elektrycznego przewodu grzejnego oporowego pracującego w spokojnym powietrzu ($w = 9$)

Na rys. 1 jest pokazana przykładowa charakterystyka przewodu grzejnego wykonanego z ferchromalu (stop żelaza, chromu, glinu i małych ilościowo domieszek innych pierwiastków). Jest to pęk krzywych, ponieważ stan pracy w układzie odniesienia jest opisany przez funkcję

$$d = f(I, t) \tag{1}$$

Warunki odmienne od panujących w układzie odniesienia, wymagające posłużenia się współczynnikiem korektury o teoretycznym zakresie wartości od 0 do 1, a praktycznym — najczęściej od 0,3 do 0,8, nie obejmują stanów pracy przewodu w powietrzu poddanym siłom zewnętrznym wytwarzającym *przedmuch*.

Gdy prócz radiacji cieplnej wchodzi w grę konwekcja *wymuszona* wywołana przewiewem, wówczas charakterystyką, jak na rys. 1, nie można się posługiwać. W strudze przetłaczanego powietrza oddawanie ciepła przez przewód jest bardziej intensywne. Na stan pracy przewodu wpływa wówczas dodatkowo prędkość w przedmuchiwanego powietrza. Skutkiem tego w przedmuchu, przy tym samym zasilającym przewód prądzie I, stacjonarna temperatura przewodu jest mniejsza niż w powietrzu, na które nie wywiera ciśnienia dmuchawa (wentylator).

W dmuchawy wyposażone są wszystkie elektryczne urządzenia grzejne przedmuchowe (przewiewowe), do których należy między innymi wiele typów elektrycznych pieców służących do cieplnej obróbki metali w stosunkowo niskich temperaturach roboczych (do ok. 700°C) nie zapewniających dostatecznej wymiany ciepła drogą promieniowania.

Projektowanie (wymiarowanie) przewodów grzejnych przeznaczonych do pracy w przedmuchu wymaga oparcia się na stanach odniesienia opisanych funkcją

$$d = f(I, t, w). \tag{2}$$

Wyznaczaniu tego rodzaju charakterystyk (2), których brak dawał się dotychczas dotkliwie odczuwać poświęcono badania wykonane pod kierunkiem Katedry Elektrotermii Politechniki Warszawskiej, opisane niżej.

2. UKŁAD POMIAROWY

Wymianą ciepła drogą konwekcji wymuszonej zajmowało się, jak wiadomo, wielu badaczy. Wyniki takich badań opisane są z reguły równaniami kryterialnymi. Zapisy te są funkcjami inwariantów, nazywanych też kryteriami podobieństwa. Zmienną zależną jest kryterium Nusselta *Nu*. To kryterium definiują czynniki, z których najważniejszym w interesującym nas przypadku jest współczynnik konwekcyjnego przejmowania ciepła. Tego rodzaju zapisy nie są dla celów elektrotermicznych odpowiednie. Pracę przewodu w przedmuchu charakteryzuje bowiem nie tylko współczynnik konwekcyjnego przejmowania ciepła. Dlatego w podstawowych założeniach badań zamierzonych do wykonania w zaprojektowanym i wykonanym układzie wprowadzono innowację. Mianowicie, za cel uznano uzyskanie kryterialnego równania opisującego wymianę ciepła nie tylko drogą konwekcji wymuszonej ale również drogą radiacji i następnie wyzyskanie wyników badań do celów podobnych, jakim służą charakterystyki sporządzane dla przewodów pracujących w powietrzu spokojnym. Cel ten jest możliwy do osiągnięcia pod warunkiem zmodyfikowania pojęcia inwariantu Nu. Pojęciu temu można z jednakową słusznością nadać tradycyjne znaczenie klasyczne, jak i przypisać mu definicję posługującą się *całkowitym* współczynnikiem przejmowania ciepła. Tak rozumiany współczynnik jest bowiem algebraiczną sumą jednakowo mianowanych wielkości określających odpływ ciepła z przewodu dwutorową drogą: radiacji i konwekcji.

Zgodnie z zasadą odtwarzalności badań, niżej przedstawione będą dane charakteryzujące stanowisko badawcze zbudowane specjalnie do tego celu, ale rozebrane następnie w celu uzyskania miejsca dla innych układów.

Głównymi częściami układu do badania wpływu przedmuchu na pracę elektrycznych przewodów grzejnych były: kanał z prostownikiem strugi powietrznej, dmuchawa oraz urządzenia pomiarowe i zasilające o następujących wielkościach znamionowych [2].

Kanał powietrzny

Kanał powietrzny wykonano z metalowego przewodu rurowego o przekroju kołowym, o wewnętrznej średnicy wynoszącej 200 mm; całkowita długość kanału wynosiła 18 m.

Dmuchawa

Dmuchawa wmontowana na wlocie kanału powietrznego miała nominalną wydajność 3000 m^3 powietrza na godzinę i była napędzana silnikiem elektrycznym o mocy 3 kW. Prąd magnesujący tego silnika prądu stałego pobierano ze stabilizowanego magnetycznie prostownika półprzewodnikowego; prąd doprowadzany do wirnika pobierano z amplidyny. Liczbę obrotów tego silnika napędzającego dmuchawę stabilizowano, dzięki temu uniezależniając ją od wahań napięcia sieci. Uznawano liczbę obrotów dmuchawy za ustabilizowaną, gdy tachometr klasy 0,5 nie wykazywał jej zmian mimo wahań napięcia sieci.

Prostownik strugi powietrza

Prostownik strugi powietrza mający długość 300 mm wmontowano w kanał powietrzny w odległości 100 cm od dmuchawy. Prostownik został wykonany z blachy mosiężnej o grubości 0,2 mm; składał się on z przylegających do siebie kanałów o przekroju kwadratowym 20×20 mm, wypełniających prześwit kanału powietrznego i przepuszczających powietrze w kierunku równoległym do geometrycznej osi podłużnej tego kanału.

Zwężka pomiarowa

W odległości 500 cm od końca prostownika strugi powietrza, licząc w kierunku przedmuchu, wbudowano w kanał powietrzny zwężkę potrzebną do mierzenia prędkości przedmuchiwanego powietrza. W charakterze zwężki zastosowano kryzę ostrobrzeżną o wewnętrznej średnicy wynoszącej 158 mm. Stopień przewężenia zwężki, zdefiniowany ilorazem powierzchni pola najmniejszego przekroju strugi powietrza i pola otworu przelotowego kryzy, wynosił 0,624. Przy wymienionej długości prostego odcinka kanału powietrznego przed zwężką, wynoszącej 500 cm, odcinek kanału za zwężką wynosił 120 cm.

Manometr

Różnicę ciśnień, potrzebną do obliczania prędkości strugi powietrznej przy użyciu wyżej wymienionej zwężki, mierzono mikromanometrem kompensacyjnym typu Askania, umożliwiającym odczyt z dokładnością do 0,01 mm słupa wody.

Uchwyt przewodu grzejnego

W kanale powietrznym wykonano szczelinę prostopadłą do jego geometrycznej poziomej osi. Odmierzając długości jak wyżej w kierunku zgodnym z ruchem powietrza wtłaczanego przez dmuchawę do kanału, szczelinę ulokowano w odległości 620 cm od zwężki pomiarowej. Odcinek kanału przed szczeliną, wynoszący 500 cm, przeznaczono do mierzenia temperatury w różnych punktach strugi powietrza.

Szczelina w kanale powietrznym została wymiarowo dostosowana do wsuwanego w nią wspornika przewodu grzejnego, przy czym wspornikowi nadano kształt ramy.

Prosty odcinek badanego przewodu grzejnego, jak w układzie odniesienia bez przedmuchu, osadzano w przeciwległych bokach ramy wspornikowej wyposażonej w zewnętrznie osadzone zaciski prądowe. We wsporniku przewidziano otwory służące do wprowadzania obwodu termometrycznego.

Termometr

Za najodpowiedniejszy do mierzenia temperatury badanego przewodu grzejnego uznano termometr termoelektryczny. Gałęzie termoelementu wykonywano z manganinu i z konstantanu dobierając jak najcieńsze przewody z tych materiałów w stosunku do badanych przewodów grzejnych w celu zredukowania do minimum odprowadzania ciepła przez przewodzenie i zakłócania pola temperatury. Spoiny pomiarowe termoelementów wykonywano za pomocą łuku elektrycznego w atmosferze beztlenowej. Spoinę termoelementu umieszczano w otworze badanego przewodu grzejnego. Otwór był drążony prostopadle do geometrycznej osi przewodu grzejnego w miejscu dzielącym długość przewodu na połowy. Otwory borowano wiertłami o średnicach od 0,2 do 0,3 mm, czego z czasem zaniechano ze względu na trudności technologiczne, przechodząc na drążenie metodą obróbki elektroiskrowej o wiele łatwiejszej, zwłaszcza w odniesieniu do przewodów grzejnych o średnicy rzędu jednego milimetra.

Do utrzymywania stałej temperatury wolnych końców termoelementów był używany ultratermostat zapewniający stałość tej temperatury z dokładnością do $\pm 0{,}05°C$.

Do mierzenia siły termoelektrycznej termoelementu stosowano kompensator klasy 0,1.

Prócz temperatury przewodu grzejnego badania wymagały znajomości temperatury powietrza przetłaczanego przez kanał. Do tych pomiarów służył laboratoryjny termometr rtęciowy pozwalający odczytywać mierzoną temperaturę z dokładnością do $\pm 0{,}05°C$.

Barometr

Ciężar właściwy przetłaczanego powietrza określano na podstawie ciśnienia mierzonego barometrem rtęciowym, laboratoryjnym.

Źródło napięcia zasilające przewód grzejny

Po wsunięciu ramy wspornikowej z zamocowanym w niej przewodem grzejnym do szczeliny kanału powietrznego, geometryczna oś tego przewodu przecinała prostopadle geometryczną oś kanału powietrznego w punkcie stanowiącym środek kołowego przekroju kanału. W tym stanie zasilano badany przewód prądem elektrycznym.

Wstępne pomiary wykonano zasilając przewody grzejne kolejno ze źródła napięcia zmiennego a następnie ze źródła napięcia stałego. Po stwierdzeniu, że rodzaj źródła napięcia nie ma wpływu na wyniki pomiarów, ograniczono się w badaniach do stosowania źródła napięcia stałego wygodniejszego do regulacji.

Jako źródło napięcia użyto prądnicę prądu stałego o regulowanym prądzie magnesującym. Prąd ten był stabilizowany i kontrolowany. Wielkością kontrolną był spadek napięcia na normalnym oporze klasy 0,005, o wartości znamionowej 10^{-4} oma, mierzony kompensatorem prądu stałego. Dobierając natężenie prądu magnesującego ustalano

natężenie prądu czerpanego z prądnicy i zasilającego przewód grzejny. Prąd zasilający przewód grzejny mierzono magnetoelektrycznym amperomierzem klasy 0,2.

W trakcie wstępnych pomiarów ze źródłem napięcia zmiennego do mierzenia prądu zasilającego przewód grzejny był używany elektrodynamiczny amperomierz tej samej klasy.

3. ZAKRES BADAŃ

Temperatura wdmuchiwanego powietrza

Ze względu na analogię do układu odniesienia przewodów pracujących w powietrzu spokojnym, wszystkie badania w przedmuchu za pomocą wyżej opisanego układu pomiarowego wykonano utrzymując stałą temperaturę 20°C powietrza wdmuchiwanego do kanału.

Temperatura przewodów grzejnych

Temperaturę badanych oporowych przewodów grzejnych ustalano wybierając żądane wartości w zakresie od 200°C do 800°C.

Materiały oporowe

Badano przewody grzejne o przekroju kołowym produkcji polskiej, BAILDONAL i produkcji szwedzkiej, KANTHAL [3], [4].

Asortyment przewodów grzejnych

Zbadano przewody o średnicach zewnętrznych wynoszących od około 1 do około 4 mm.

Prędkość przedmuchiwanego powietrza

Prędkość powietrza przedmuchiwanego przez kanał probierczy przy założonych warunkach pracy przewodów grzejnych wymagała regulacji w zakresie od około 4 m/s do około 24 m/s.

4. ZASADA POMIARU

Przed badaniami stanów pracy w przedmuchu każdy przewód oporowy był poddany procesowi starzenia przez przeciąg 2 godzin w temperaturze 1000°C i następnie pomiarow jego rezystywności w stanie zimnym i w stanie gorącym odpowiadającym temperaturze probierczej.

Do mierzenia rezystancji w stanie zimnym stosowano mostek Thomsona klasy 0,05.

Rezystancję w stanie gorącym wyznaczano mierząc w temperaturze określonej wyżej opisaną metodą termoelektryczną natężenie prądu elektrycznego w przewodzie i spadek napięcia na przewodzie grzejnym o długości jednego metra przy użyciu miernika o oporze wewnętrznym 10^4 omów.

Każdy z tak przygotowanych przewodów po umieszczeniu w kanale przedmuchowym był badany w następujący sposób.

Utrzymując stałą temperaturę (20°C) powietrza wdmuchiwanego do kanału probierczego dobierano natężenie prądu elektrycznego zasilającego przewód grzejny i prędkość przedmuchiwanego powietrza w sposób umożliwiający utrzymanie stałej, żądanej temperatury badanego przewodu.

W stanie ustalonym mierzono natężenie prądu elektrycznego I[A] zasilającego przewód grzejny, różnicę ciśnień h (mm H_2O] w układzie pomiarowym ze zwężką i ciśnienie barometryczne.

Do wielkości obliczanych należały: obciążenie powierzchniowe przewodu grzejnego q[W/cm^2], całkowity współczynnik przejmowania ciepła α [kcal/h.m.°C], prędkość przedmuchiwanego przez kanał powietrza w [m/s], liczba Nusselta, liczba Reynoldsa, gęstość przedmuchiwanego powietrza.

Gęstość powietrza obliczano na podstawie wskazań barometru.

Do obliczania prędkości przetłaczanego powietrza służyło wyrażenie o końcowej postaci

$$w = A \cdot k \cdot \sqrt{h},$$

w której oznaczają: A — współczynnik zależny od ciśnienia barometrycznego, h — różnica ciśnień w układzie zwężki pomiarowej, k — poprawka [5].

W opływowej warstwie powietrza wokół przewodu grzejnego występujący uskok temperatury wymaga posługiwania się wartościami średnimi parametrów fizycznych powietrza określających inwarianty. Przez różnych badaczy przyjmowane są różne średnie. Potrzebne jest więc wyjaśnienie, że w omawianych obliczeniach przyjęto takie, jakimi posługiwał się Nusselt. Mianowicie średnią wartość y parametru x będącego funkcją temperatury, $x = f(t)$, wyznaczano z zależności

$$y = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_r}^{t_p} f(t) \cdot dt, \tag{3}$$

biorąc całkę w granicach od temperatury t_p powietrza do temperatury t_r przewodu grzejnego, przy $\Delta t = t_r - t_p$.

Całkowanie wykonywano metodą graficzną posiłkując się wartościami parametrów powietrza, $x = f(t)$, branymi z tablic opracowanych przez Instytut Techniczno-Fizyczny w Braunschweigu.

Nie należy zapominać, że zgodnie z wprowadzoną modyfikacją pojęcia inwariantu Nu, wyznaczający go współczynnik odpływu ciepła α z przewodu grzejnego do przedmuchiwanego powietrza uznany został jako równy ilorazowi strumienia cieplnego q i nadtemperatury Δt.

Sposoby obliczania innych wielkości, jako elementarnie proste w zakresie termokinetyki układów elektrotermicznych [1], nie wymagają komentarzy.

Jeden z protokołów badań zawierający wielkości zmierzone i obliczone jest podany przykładowo w tab. 1.

Tablica 1

Pomiar natężenia prądu elektrycznego w zależności od prędkości prądu powietrza przy stałej temperaturze przewodu, $t_r = 800°C$

Średnica przewodu grzejnego $d = 1{,}805$ mm
Materiał oporowy przewodu: kantal A1
Ciśnienie barometryczne $p = 765{,}1$ Tr
Gęstość powietrza $\varrho = 1{,}211$ kg/m
(Przykład protokółu badania oporowego przewodu grzejnego w przedmuchu powietrza)

I	q	α	Nu	h	w	Re
A	$\frac{W}{cm^3}$	$\frac{kcal}{hm^2 °C}$		mm H_2O	$\frac{m}{s}$	
63,1	41,05	453	18,76	141,1	22,60	605
62,5	40,40	445	18,43	124,8	21,26	570
61,3	38,74	427	17,69	97,3	18,77	502
60,7	37,98	419	17,36	86,9	17,75	475
59,4	37,40	412	17,07	68,70	15,78	423
57,5	34,08	376	15,57	48,25	13,25	355
56,4	32,79	361	14,95	35,64	11,40	305
54,9	31,10	343	14,18	22,64	9,11	244
51,2	27,39	302	12,50	8,90	5,75	154

5. WYNIKI BADAŃ

Zebrane eksperymentalnie informacje zawarte w protokołach, których wzór przedstawia tab. 1, podzielono na zbiory odpowiadające temperaturom probierczym przewodów grzejnych.

W każdym zbiorze o parametrze $t_r = \text{const}$ obliczone wartości kryteriów Nusselta i Reynoldsa posłużyły do wykonania wykresów $Nu = f(Re)$.

Wykresy sporządzono w prostokątnym układzie współrzędnych o skalach logarytmicznych na osi rzędnych (Nu) i osi odciętych (Re).

Wartości liczbowe Nu i Re naniesione na tym wykresie w postaci punktów utworzyły linie proste załamane w punktach odpowiadających pewnym wartościom liczby Reynoldsa.

Punkty załamania wynikają ze zmiany charakteru przepływu strugi powietrza przetłaczanego przez kanał, mianowicie przejściu przedmuchu z przepływu laminarnego na turbulentny. Zmianę tę wywołuje zmiana prędkości w powietrza będącej argumentem liczby Re.

Po zużytkowaniu w ten sam sposób każdego zbioru otrzymano rodzinę krzywych w postaci prostych załamanych [6]. Poszczególne proste tej rodziny wykazały różne kąty nachylenia. W celu uzyskania uogólnionego równania typu

$$Nu = C \cdot Re^n, \tag{4}$$

używanego często do aproksymacji krzywych ilustrujących wymianę ciepła z udziałem konwekcji wymuszonej, należało więc najpierw wyznaczyć wartości współczynnika C

i wykładnika n (4) oraz krytyczne wartości Re_k odpowiadające miejscu załamania empirycznie otrzymanych krzywych.

Dla kilku temperatur t_r przewodu grzejnego, w przyjętym zakresie zmienności, C i n występujące w (4), oraz wartości Re_k, obliczone z przebiegu krzywych, są podane w tablicy 2.

Tablica 2

Wartości liczbowe współczynnika C i wykładnika n równania (4) oraz krytyczne wartości liczb Re i Nu w zależności od temperatury t_r przewodu grzejnego pracującego w przedmuchu powietrza

t_r	$Re < Re_k$		$Re_k < Re$		Wartości krytyczne	
°C	C	n	C	n	Re_k	Nu_k
200	0,620	0,49	0,331	0,58	1086	18,88
400	1,062	0,42	0,582	0,51	888	17,66
600	1,821	0,35	1,025	0,44	591	17,22
800	3,117	0,28	1,804	0,37	436	17,15

Ponieważ, jak z tego wynika (tab. 2), C, n i Re_k są zależne od temperatury t_r przewodu grzejnego, usiłowano uogólnić wyniki sprowadzając je do równania (4) po aproksymowaniu zmienności C i n równaniami o argumencie t_r.

Po dokładnym zbadaniu rodziny krzywych wykryto, że zmiany wartości C i n, a także zmiany wartości krytycznej liczby Reynoldsa Re_k odpowiadające załamaniom, dają się zapisać w stosunkowo prosty sposób przy operowaniu temperaturą bezwzględną T_r przewodu grzejnego i temperaturą bezwzględną T_p powietrza, a w szczególności przy posługiwaniu się wskaźnikiem

$$\Theta = T_r/T_p, \tag{5}$$

w którym T_r i T_p wyrażone są w °K.

Ustalono w ten sposób, że wartość kryterium Reynoldsa wyznaczająca miejsce załamania każdej z krzywych obrazujących zależność $Nu = f(Re)$ przy $t_r = \text{const}$ daje się obliczyć za pomocą prostego wyrażenia

$$\lg Re_k = 3{,}35 - 0{,}194\,\Theta. \tag{6}$$

Następnie wykryto, że w uogólnionym równaniu (4), przyjmującym po zlogarytmowaniu postać

$$\lg Nu = n \cdot \lg Re + \lg C, \tag{7}$$

szukane ogólne wyrażenia określające n i $\lg C$ mają równie proste postacie.

Mianowicie, przy przepływie laminarnym, gdy

$$Re < Re_k, \tag{8}$$

wówczas

$$n = 0{,}650 - 0{,}1\Theta \tag{9}$$

oraz

$$\lg C = 0{,}342(\Theta - 2{,}20); \tag{10}$$

natomiast przy przepływie turbulentnym, gdy

$$Re_k < Re, \tag{11}$$

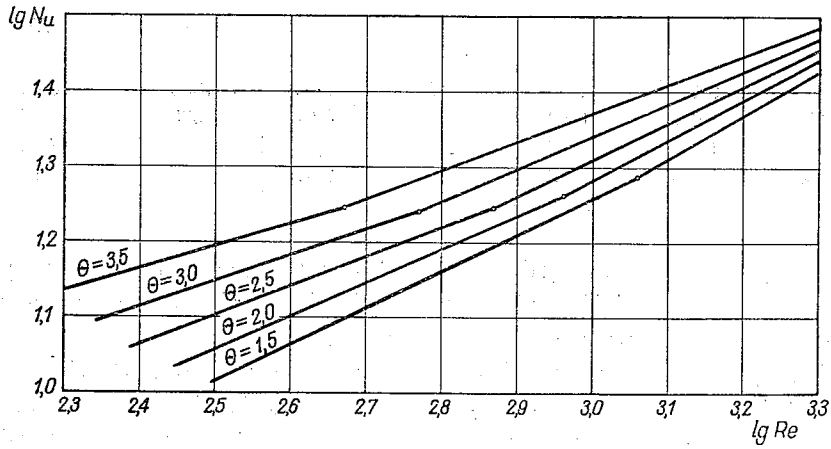
wówczas

$$n = 0{,}74 - 0{,}1\Theta \tag{12}$$

oraz

$$\lg C = 0{,}360(\Theta - 2{,}95). \tag{13}$$

W interpretacji geometrycznej uogólnione równanie (4) dla kilku w praktyce interesujących wartości zmiennego parametru, jakim jest wskaźnik Θ, jest przedstawione na rys. 2.



Rys. 2. Interpretacja graficzna równania kryterialnego (4) po wprowadzeniu parametru Θ (5)

Występujące w wyrażeniach (6), (9), (10), (12), (13) niektóre wartości liczbowe ograniczono upraszczająco do ilości znaków dających się wyzyskać przy użyciu suwaka logarytmicznego uznając, że taki rachunek daje wyniki dostatecznie dokładne w zakresie obliczeń służących celom technicznym.

Uzyskane wyrażenie w postaci (4) lub (7) z uwzględnieniem warunków (8) i (11) stanowi kompletny zapis wszystkich wyników wykonanych badań, [2]. Wyrażenie to nie nastręcza żadnych trudności rachunkowych i ze względu na liniowe zależności (9), (10), (12), (13) może być używane dla wszystkich wartości liczby Re interesujących w praktyce elektrotermicznej.

Ponieważ zmodyfikowana liczba Nusselta

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}, \tag{14}$$

zgodnie z założeniem zależy od całkowitego współczynnika przyjmowania ciepła α, a prócz tego od przewodności cieplnej właściwej λ powietrza i od liniowego wymiaru odniesienia, równemu średnicy d przewodu grzejnego, a liczba Reynoldsa

$$Re = \frac{w \cdot d}{v} \tag{15}$$

— od współczynnika lepkości kinematycznej v powietrza, od wymiaru liniowego d i od prędkości w przetłaczanego powietrza, więc, z uwzględnieniem parametru Θ (5), zależność (4) jest funkcją argumentów tworzących, łącznie z wielkościami zmierzonymi podczas badań, zbiór wielu zmiennych ($d, I, t_r, \Delta t, q, \alpha, w$), którymi w praktyce można się posługiwać w różnoraki sposób.

Na przykład strumień cieplny q, inaczej obciążenie powierzchniowe przewodu grzejnego, może służyć do posługiwania się metodą obciążenia powierzchniowego [1] przy wymiarowaniu przewodów przeznaczonych do pracy w przedmuchu.

Można również ustalać związki między wielkościami opisującymi pracę przewodu grzejnego w układzie odniesienia i wielkościami charakteryzującymi pracę przewodu w przedmuchu, to znaczy korygować charakterystykę układu odniesienia (rys. 1) [6].

Ograniczając się jednak do celu zapowiedzianego we wstępie, rozpatrywane będą niżej tylko wielkości występujące w funkcji

$$f(d, I, t_r, w) = 0. \tag{16}$$

Postępowanie jest w tym przypadku następujące.

Wychodząc z definicji strumienia cieplnego q, określającej go ilorazem mocy P zasilającej przewód grzejny i zewnętrznej powierzchni walcowej S tego przewodu o średnicy d i o długości l,

$$q = \frac{P}{S},$$

przy

$$S = \pi d \cdot l,$$

$$P = I^2 R,$$

$$R = \varrho_t \frac{l}{s},$$

$$s = 0{,}25\pi d^2,$$

gdzie

ϱ_t — rezystywność materiału oporowego w temperaturze t_r, otrzymujemy

$$q = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot \varrho_t \cdot \frac{I^2}{d^3}. \tag{17}$$

Ponieważ — zgodnie z prawem Newtona — także

$$q = \alpha \cdot \Delta t, \tag{18}$$

więc, z przyrównania prawych stron równań (17) i (18), całkowity współczynnik przejmowania ciepła z przewodu grzejnego przez jego otoczenie

$$\alpha = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \frac{\varrho_t}{\Delta t} \frac{I^2}{d^3}, \tag{19}$$

skąd, przy λ oznaczającym przewodność cieplną właściwą powietrza,

$$\frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{\varrho_t}{\lambda \cdot \Delta t} \cdot \frac{I^2}{d^2}. \tag{20}$$

Z zależności (4), po uwzględnieniu liczb Nu (14) i Re (15), mamy

$$\frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = C \frac{d^n \cdot w^n}{v^n}, \tag{21}$$

więc z przyrównania prawych stron równań (20) i (21), otrzymujemy

$$C \frac{d^n \cdot w^n}{v^n} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot \left(\frac{\varrho_t}{\lambda \cdot \Delta t}\right) \cdot \frac{I^2}{d^2},$$

skąd

$$d = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{2/(n-2)} \cdot \left(\frac{\varrho_t \cdot v^n}{C \cdot \lambda \cdot \Delta t}\right)^{1/(n-2)} \cdot I^{2/(n-2)} \cdot w^{n/(2-n)}, \tag{22}$$

albo, po oznaczeniu

$$F = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{2/n-2} \cdot \left(\frac{\varrho_t \cdot v^n}{C \cdot \lambda \cdot \Delta t}\right)^{1/n-2}, \tag{23}$$

$$p = \frac{2}{n-2}, \tag{24}$$

$$r = \frac{n}{2-n}, \tag{25}$$

$$d = F \cdot I^p \cdot w^r, \tag{26}$$

co jest jedną z postaci równania (16), ponieważ F (23), p (24) i r (25) są funkcjami temperatury t_r przewodu grzejnego.

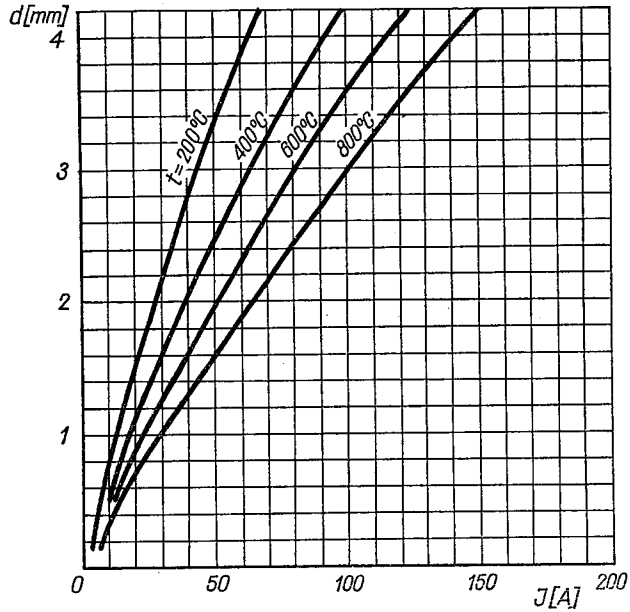
Wprowadzonemu wyrażeniu (26) nadano postać wzoru określającego średnicę d przewodu grzejnego w zależności od jego temperatury t_r, zasilającego go prądu I i od prędkości w przedmuchiwanego powietrza, dlatego, że w zadaniach inżynierskich odnoszących się do projektowania przewodów grzejnych ta średnica d jest wielkością szukaną. Jednak matematyczne wyrażenie (22), lub w skróconym zapisie (26), mimo że wartościowe z uwagi na jego ścisłość, nie jest wygodne do użytku w praktyce ze względu na jego złożoność. Z tego powodu, występującego też przy matematycznym opisie charakterystyki układu odniesienia bez przedmuchu, operatywne w zastosowaniu może być tylko równoznaczne z nim (22) zestawienie tabelaryczne lub też wykres. Wykres może być wykonany dla dowolnej wartości w, i przedstawia wówczas charakterystykę pracy przewodu grzejnego poddanego przedmuchowi powietrza o prędkości $w = \text{const}$, co spełniają z reguły elektrotermiczne urządzenia przedmuchowe.

Wykonane badania pozwalają charakterystykę

$$d = f(I, t_r) \quad \text{przy } w = \text{const}$$

wykreślić bez żadnych trudności dla dowolnej wartości w w stosowanym przy badaniach zakresie od ok. 5 do ok. 20 m/s, wyczerpującym prędkości stosowane w praktyce w elektrycznych urządzeniach grzejnych oporowych wyposażonych w dmuchawy.

Na rys. 3 jest pokazana przykładowa charakterystyka stanów pracy przewodów grzejnych w przedmuchu powietrza o często w praktyce stosowanej prędkości $w = 10$ m/s. Wykreślono ją na podstawie wyżej opisanych wyników badań dla przewodów grzejnych o własnościach identycznie tych samych (ferchromale), jakie miały przewody, którym odpowiada pokazana na rys. 1 charakterystyka układu odniesienia bez przedmuchu.



Rys. 3. Charakterystyka elektrycznego przewodu grzejnego oporowego pracującego w przedmuchu powietrza o prędkości $w = 10$ m/s

Na rys. 3 pokazane są przebiegi $Nu = f(Re)$ w sąsiedztwie punktów krytycznych; w razie potrzeby linie proste można przedłużyć nieco, uzyskując dane dla liczb Re od około 40 do około 4000 mogących wchodzić w grę w elektrotermii.

6. ZAKOŃCZENIE

Uprzednie badania wymiany ciepła między walcem i przedmuchiwanym powietrzem, spośród których wyróżniają się prace Hilperta [7], Windinga [8] i Michiejewa [9], nie uwzględniały w dostatecznym stopniu potrzeb elektrotermicznych, bądź ze względu na średnice, bądź też z uwagi na stosowane temperatury robocze. Niezależnie od tego, wynikające z poprzednich prac wartości liczbowe współczynnika przejmowania ciepła drogą konwekcji wymuszonej, α_k, wykazują dość znaczne rozbieżności.

Nieliczne dotychczasowe badania uwzględniające w większym stopniu wymagania elektrotermiczne, zwłaszcza wykonane przez Swieńczańskiego i Małysziewa [10], [11], nie prowadzą do rezultatów obranych za cel niniejszej pracy, która wobec tego daje wyniki nowe.

Celowość podjęcia omówionych badań uzasadnia też dodatkowo — na co warto zwrócić uwagę — niedogodność posługiwania się w zagadnieniach elektrotermicznych współczynnikiem α_k wymiany ciepła drogą konwekcji. Trzeba bowiem wówczas uzupełniająco wyznaczać współczynnik przepromieniowywania α_p miarodajny dla radiacyjnej wymiany ciepła towarzyszącej konwekcji. Z określaniem tego współczynnika związane są dodatkowe trudności i niedokładności wynikające z braku dokładnych danych o emisyjności przewodów. Emisyjność, inaczej stopień czerni, materiału oporowego używanego na przewody grzejne zależy między innymi od temperatury roboczej przewodu i od jego stopnia zestarzenia zależnego od czasu użytkowania.

W rezultacie wykonania opisanych badań otrzymano dane w pełnym dla elektrotermii zakresie temperatur roboczych (do 800 °C), ale przede wszystkim, dzięki nowej interpretacji wyników, uzyskano charakterystykę pracy przewodów bardzo operatywną w praktyce. Mianowicie zastosowanie prawa Newtona (18) do obliczenia całkowitego współczynnika przejmowania ciepła $\alpha = \alpha_k + \alpha_p$ i zmodyfikowanie na jego podstawie liczby Nu (14) pozwoliło uzyskać równanie kryterialne (4) z istotnym dla elektrotermii parametrem termicznym Θ (5). Sposób ten, niezależnie od tego, że pozwala wyznaczać zależności

$$q = f(t_r), \text{ przy } d = \text{const i przy } w = \text{const}$$

oraz

$$q = f(d), \text{ przy } t_r = \text{const i przy } w = \text{const},$$

umożliwił, jak wykazano, uzyskanie zależności (26) w postaci charakterystyki

$$d = f(I, t_r) \text{ przy } w = \text{const},$$

nie podawanej dotychczas w literaturze naukowo-technicznej.

Z charakterystyki takiej, jak na rys. 3, uzyskuje się bezpośrednio odpowiedź w zasadniczej dla projektanta kwestii dającej się wyrazić pytaniem: jaką średnicę powinien mieć przewód, by przy danym prądzie zasilającym go i przy założonej prędkości przedmuchu osiągnął żądaną temperaturę roboczą w stanie cieplnie ustalonym.

Z charakterystyki przedstawionej na rys. 3 bezpośrednio odczytuje się na przykład, że przy założonej prędkości przedmuchu 10 m/s i przy danym prądzie zasilającym 80 A uzyska się żądaną temperaturę 400°C, gdy zastosuje się przewód o średnicy 3,6 mm.

Ponadto charakterystyka taka, jak na rys. 3, w zestawieniu z charakterystyką jak na rys. 1, pozwala stwierdzić, że temperatura tego samego przewodu ferchromalowego o średnicy 3,6 mm zasilanego prądem o tym samym natężeniu 80 A wzrośnie do wartości 800°C, czyli o 100%, po zaniku przedmuchu ($w = 0$), co może być interesujące przy rozpatrywaniu stanu pracy elektrycznego urządzenia przedmuchowego w przypadku uszkodzenia dmuchawy.

Z wymienionych względów wydaje się godne zalecenia, by wytwórnie przewodów grzejnych oporowych, prócz danych o pracy przewodów w układzie odniesienia bez przedmuchu, dostarczały odbiorcom ich wyrobów także dane o pracy tych przewodów w przedmuchu, w ujęciu tabelarycznym lub wykreślnym, jak na rys. 3, co najmniej dla paru prędkości powietrza stosowanych w elektrycznych urządzeniach grzejnych przedmuchowych. W związku z tym nasuwa się też wniosek o celowości objęcia normalizacją prędkości przedmuchu w urządzeniach elektrotermicznych, z wytypowaniem kilku prze-

pisowych, co wprowadziłoby ład w postaci ujednolicenia informacji podawanych przez wytwórnie przewodów grzejnych.

Niniejsza rozprawa nie wyczerpuje zagadnień projektowania elektrycznych elementów grzejnych oporowych przeznaczonych do pracy w przedmuchu. Podanie jednak metody badań i sposobu interpretacji wyników tych badań zachęcą, być może, do podjęcia, na podstawie przedstawionych zasad, otwartych jeszcze tematów, do których między innymi należą na przykład: zagadnienie stanu pracy elektrycznych skrętek grzejnych w przedmuchu, jak też zagadnienie stanu pracy przewodów grzejnych prostych i skrętek w przedmuchu powietrza o rozmaitych temperaturach.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. T. Schwartz, Termokinetyka układów elektrotermicznych, WNT, Warszawa 1966.
2. Z. Chojnacki, Wyznaczanie obciążalności powierzchniowej przewodów grzejnych w warunkach wymuszonej konwekcji, Praca doktorska pod kierunkiem prof. dra T. Schwartza, Warszawa—Poznań 1965 (Maszynopis powielony).
3. BAILDONAL, materiały oporowe na elementy grzejne, Katowice. Znak: 2265/61-N-10-3100.
4. KANTHAL, Podręcznik, Wyd.: Aktiebolaget Kanthal; wyd. z r. 1960.
5. T. Kuratow, Pomiary przepływów cieczy par i gazów, Wydawnictwo Górniczo-Hutnicze, Katowice 1958.
6. T. Schwartz, Z. Chojnacki, Korektura temperatury przewodów grzejnych przeznaczonych do pracy w przedmuchu, (Maszynopis powielony), Wyd.: Stowarzyszenie Elektryków Polskich, Łódź 1969.
7. R. Hilpert, Wärmeabgabe von geheizten Drähten und Rohren in Luftstrom, Forschung a. d. Geb. d. Ingenieurwes. 1933, 5, 215—224.
8. C. Winding, Heat Transfer Coefficients in Staggered Tube Bank, Ind. and Eng. Chemistry, 1938, 8, 215.
9. M. A. Michiejew, Żurnał tiechnicz. fizyki, 1943, 6, 311.
10. A. D. Swienczanskij, Elektriczeskije promyszlenyje pieczi, Gosenergoizdat, Moskwa—Leningrad 1959.
11. A. D. Swienczanskij, S. A. Małyszjew, Rasczet nagriewatielnych elementow elektriczeskich kaloryfierow, Elektriczestwo, 1952, 11, 53.

T. SCHWARTZ

DETERMINATION OF CHARACTERISTICS OF ELECTRIC RESISTANCE WIRES USED IN DRAUGHT

Summary

A method of constructing a network for testing of electric resistance wires to be used in blowoff electrothermal devices was given.

The results of investigations made using the network and a criterion equation embracing these findings were described. Here was suggested a new way to formulate the equation which expresses the influence of forced convection on working state of electric resistance wires. The new formulation allows to determine the dimensions of wires having known velocity of air, operation current and temperature.

T. SCHWARTZ

MANIÉRE DE DÉSIGNER LES CARACTÉRISTIQUES DES CONDUCTEURS ÉLECTRIQUES CHAUFFANTS REFROIDIS PAR BALAYAGE

Résumé

On a présenté la manière de construire le système pour examiner les conducteurs électriques chauffants à resistance, destinés à être utilisés dans les dispositifs électrothermiques à balayage.

On a présenté les résultats des expériences obtenus avec ce système et, en conclusion, on en a tiré une équation de critère.

T. SCHWARTZ

BESTIMMUNG VON CHARAKTERISTIKEN DER IM DURCHBLASEN ARBEITENDEN ELEKTRISCHEN HEIZLEITER

Zusammenfassung

Es wurde ein Herstellungsverfahren einer Anlage zur Untersuchung elektrischer Widerstandsleiter angegeben, die zum Arbeitseinsatz in elektrothermischen Durchblasegeräten bestimmt sind.

Ergebnisse der mittels dieser Anlage durchgeführten Versuche wurden beschreibend durch eine Kriterialgleichung dargestellt.

Es wurde eine neue Erfassungsart der den Einfluß erzwungener Konvektion auf den Arbeitseinsatz elektrischer Heizleiter aufweisenden Abhängigkeit vorgeschlagen. Dieser Einsatz läßt es zu, solche Heizleiter auf Grund bekannter Geschwindigkeit der durchgeblasenen Luft, bekannter Stromstärke und erforderlicher Arbeitstemperatur unmittelbar zu bemessen.

Т. ШВАРЦ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПРОВОЛОК, РАБОТАЮЩИХ В ПРОТОКЕ

Резюме

В статье представлен способ изготовления испытательного стенда для проверки электрических нагревательных проволок, предназначенных для работы в электротермических устройствах с протоком воздуха.

Представлены также результаты исследований, выполненные на этом стенде и обобщающие их критериальное уравнение. Предложен новый метод подхода к уравнению, представляющему влияние вынужденной конвекции на режим электрических нагревательных проволок. Достоинством метода является возможность рассчета проволок по данным скорости протока воздуха, силе тока и рабочей температуре.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1971, 17, z. 3, ss. 491—516

621.316.84

Struktura i własności rezystorów grubowarstwowych na bazie palladu i srebra

ANDRZEJ KUSY (RZESZÓW)

Wyższa Szkoła Inżynierska, Rzeszów

Otrzymano 8.8.1970

Oprócz najczęściej stosowanych w technologii grubowarstwowej past rezystywnych zawierających Pd i (lub) PdO, Ag oraz szkliwo, stosuje się ostatnio także i inne kompozycje rezystywne. Dokonano przeglądu past z punktu widzenia parametrów elektrycznych rezystorów, z uwzględnieniem wpływu ich procesu wytwarzania i struktury. Porównano własności rezystorów z różnych materiałów z rezystorami Pd/PdO/Ag. Podano opis reakcji chemicznych zachodzących w warstwach Pd/PdO/Ag w czasie wypalania, w oparciu o dane literaturowe oraz przeprowadzone badania strukturalne i termograwimetryczne.

Przedstawiono koncepcję ilościowego ujęcia kinetyki reakcji podczas wypalania oraz składu fazowego warstwy, na podstawie określonych z rentgenogramów wartości stałej siatki a stopu PdAg oraz wprowadzonych i obliczonych współczynników $\varkappa$ i γ. Wartości tych współczynników wyznaczono dla dwóch kompozycji o składzie 57,3% szkliwa i Pd/Ag = = 1: Pd+Ag+szkliwo oraz PdO+Ag+szkliwo. Uzyskane wyniki umożliwiają ocenę wpływu γ i $\varkappa$ na rezystywność warstwy.

Przedstawiono sugestie dotyczące wpływu struktury na parametry rezystorów: temperaturowy współczynnik rezystancji, napięciowy współczynnik rezystancji, szumy i stabilność z punktu widzenia udziału poszczególnych faz w przewodnictwie elektrycznym warstwy, ze szczególnym uwzględnieniem mechanizmu przewodnictwa stopu PdAg.

1. KOMPOZYCJE REZYSTYWNE

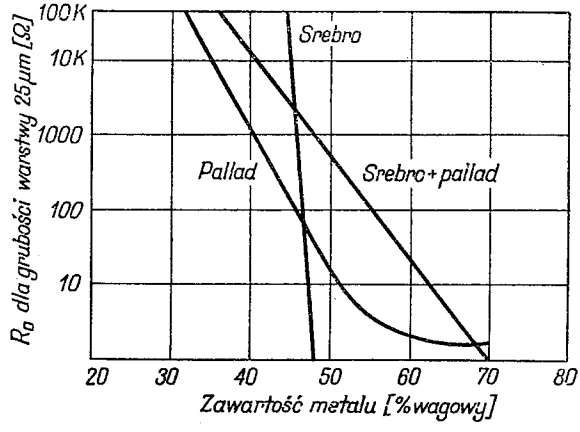
Kompozycje rezystorowe stanowią proszki metali i (lub) tlenków metali oraz szkliwa, które odpowiednio rozdrobnione a następnie zmieszane na sucho w młynku kulowym, tworzą po dodaniu nośnika organicznego pastę o własnościach reologicznych umożliwiających jej sitodrukowanie. Do wytwarzania rezystorów stosuje się najczęściej proszki palladu i srebra o średniej wielkości cząstki w zakresie 0,1—0,5 μm [9]. Szkliwo, zwykle ołowiowo-borokrzemowe, dobiera się tak, aby ulegało rozpływowi poniżej temperatury wytrzymania[1]; dla rezystorów Pd/PdO/Ag jego temperatura rozpływu powinna się znajdować w pobliżu 600°C [2, 18]. Odpowiednie uziarnienie szkliwa uzyskuje się poprzez mielenie w młynie kulowym a następnie na drodze sedymentacji; ziarno szkliwa jest zwykle mniejsze od kilku lub kilkudziesięciu μm.

---

[2] Temperatura wytrzymania jest to temperatura szczytowa środkowego etapu procesu wypalania.

W przypadku rezystorów Pd/PdO/Ag, których rezystancja na kwadrat, $R_{\square}$, jest przy ustalonym składzie wyjściowym, regulowana przez ilość powstałego w efekcie wypalania tlenku palladu, stosowanie srebra jest pożądane z następujących powodów:

— zmniejsza nachylenie krzywej zależności rezystancji od zawartości procentowej składników metalicznych, czego ilustrację stanowi rys. 1, a przez to zmniejsza rozrzut związany z niedokładnością odważania składników pasty i umożliwia uzyskiwanie szerokiego zakresu wartości rezystancji na kwadrat (1Ω — kilkaset kΩ);



Rys. 1. Zależność rezystancji na kwadrat, dla warstwy o grubości 25μm, od zawartości procentowej proszków metali w kompozycji

— zmniejsza wielokrotnie zmiany rezystancji w czasie, związane z dodatkowym utlenianiem palladu lub redukcją PdO, przez związanie nieutlenionego palladu w stopie PdAg;

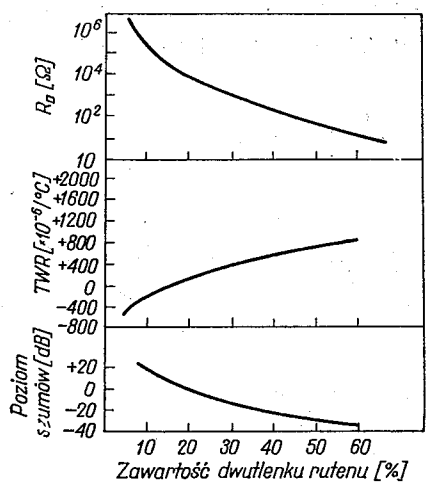
— zmniejsza temperaturowy współczynnik rezystancji i współczynnik szumów.

W ostatnich latach stosuje się z dużym powodzeniem pasty rezystywne zawierające tylko jeden rodzaj metalu lub tlenku i korzysta się również z metali nieszlachetnych. Mimo jednak, że badane są coraz to nowe materiały, to rezystory Pd/PdO/Ag będą jeszcze przez długi okres czasu stosowane, szczególnie w sprzęcie powszechnego użytku, maszynach matematycznych, układach dużej mocy itd. Do metali, które mogą być stosowane bez składnika stabilizującego, jakim jest Ag dla past Pd/PdO/Ag, należą: Ru, Tl, Sn, In i inne.

Przeprowadzone przez kilku autorów [1, 10] eksperymenty wykazały, że RuO_2 lub Ru mogą być z powodzeniem stosowane jako alternatywne materiały wyjściowe w stosunku do Pd/PdO/Ag, przy czym preferuje się dwutlenek rutenu w porównaniu z rutenem. Badania Schäffera, Schneidereita i Gerharda monokryształów RuO_2 wykazały, że jego rezystywność wynosi około 50×10^{-6} Ωcm [24], czyli jest prawie 20 000 razy mniejsza niż rezystywność tlenku palladu. W związku z tym, do uzyskiwania glazur rezystywnych

[3]) Grubość warstw zmienia się zwykle w technologii grubowarstwowej od kilku do kilkudziesięciu μm, ale najczęściej wynosi ok. 25μm. Rezystancję na kwadrat określa się w odniesieniu do tej właśnie grubości. Jeśli grubość warstwy przy podawaniu $R_{\square}$ nie jest określona, to należy ją przyjmować jako równe 25μm.

opartych na dwutlenku rutenu, nie są wymagane dodatki metaliczne takie jak srebro lub złoto. Dwuskładnikowa kompozycja RuO_2+szkliwo umożliwia uzyskanie szerokiego zakresu rezystancji na kwadrat, małego współczynnika temperaturowego rezystancji (TWR) i niskiego poziomu szumów. Zmiany wartości tych parametrów w zależności od zawartości procentowej RuO_2 w kompozycji przedstawia rys. 2 [1]. Niewątpliwą zaletą tej kompozycji jest również fakt, że w przeciwieństwie do PdO, przy ogrzewaniu RuO_2 aż

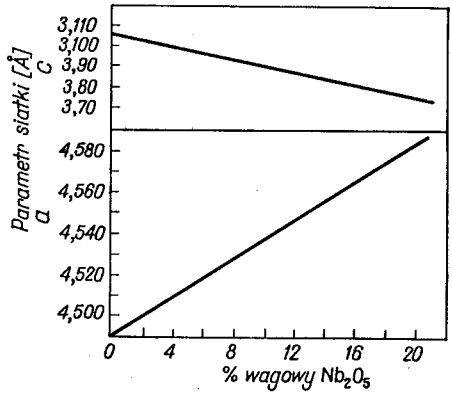


Rys. 2. Własności elektryczne rezystorów grubowarstwowych na bazie dwutlenku rutenu

do 1000°C, nie zachodzą w nim prawie żadne zmiany chemiczne. Dzięki temu wymagania odnośnie dokładnej powtarzalności parametrów wypalania nie są tak krytyczne jak dla past opartych na palladzie i srebrze. Krytyczne są jednak warunki wytwarzania dwutlenku rutenu; bardzo ważne są tu rozmiary krystalitów, które mogą się zmieniać od 50 do 12000 angstremów; istotne są również rozkłady rozmiarów. Dwutlenek rutenu o składzie stechiometrycznym jest uzyskiwany z trudnością. Zawiera on zwykle pewną liczbę defektów anionowych (brak tlenu), prawdopodobnie związanych z odpowiednimi ilościami jonów Ru^{+++} w miejsce Ru^{++++} [10]. Sugeruje to elektronowe przewodnictwo tego tlenku. Jego rezystywność jest ściśle uzależniona od koncentracji centrów Ru^{+++}, a zatem od stopnia niestechiometryczności składu, którego kontrola podczas wytwarzaniu RuO_2 sprawia duże trudności. Tak więc punkt ciężkości problemu powtarzalności rezystancji kompozycji Pd/PdO/Ag leży raczej w kontroli parametrów procesu wypalania warstwy, natomiast dla przypadku kompozycji z dwutlenku rutenu — głównie w utrzymaniu odpowiednich warunków przy wykonywaniu proszku RuO_2. Z pomocą przychodzi tu metoda kontroli wartościowości kationów, sugerowana już w 1950 r. przez Verwey'a i współpracowników [27], w odniesieniu do półprzewodnikowych tlenków metali. Polega ona na wprowadzaniu odpowiednich jonów do siatki krystalicznej tlenku, np. jednowartościowych jonów litu w miejsce dwuwartościowych jonów niklu w NiO:

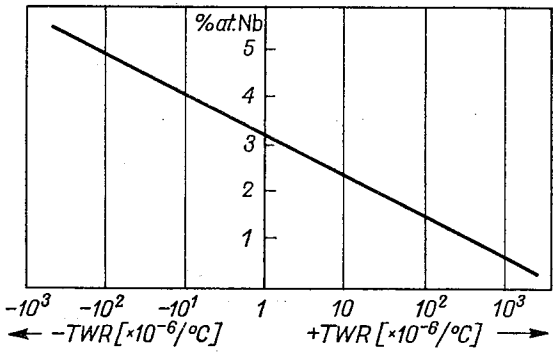
$$Li_\delta^+ Ni_{(1-2\delta)}^{++} Ni^{+++} \delta 0. \tag{1}$$

Jak widać ze wzoru (1), koncentracja centrów Ni^{+++} jest równa koncentracji domieszki δ. Wprowadzenie jonów Li^{+} do siatki krystalicznej tlenku niklu wpływa na zwiększenie koncentracji dziur i zmniejszenie jego rezystywności. Tlenek palladu jest również półprzewodnikiem typu p, a ilość dziur można w nim zwiększać także przez wprowadzenie do siatki krystalicznej jonów jednowartościowych. Koncentrację nośników w RuO_2 można regulować przy pomocy pierwiastka pięciowartościowego, który stabilizuje liczbę centrów Ru^{+++}. Iles wykazał, że przy domieszkowaniu dwutlenku rutenu pięciotlenkiem niobu, występuje liniowa zależność parametrów a i b tetragonalnego układu krystalograficznego RuO_2 od zawartości procentowej domieszki, co ilustruje rys. 3. Umożliwia to



Rys. 3. Wpływ zawartości procentowej Nb_2O_5 w dwutlenku rutenu na parametry jego siatki krystalicznej

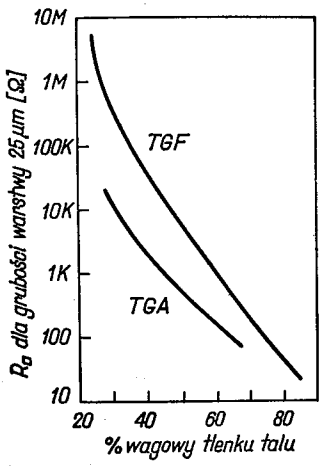
wprowadzenie pierwszego stopnia kontroli procesu przez monitowanie RuO_2 promieniami rentgenowskimi przed wykonaniem użytecznej do produkcji rezystorów pasty. Kontrolując stopień domieszkowania uzyskuje się nie tylko poprawę powtarzalności wartości rezystancji; można również wpływać na parametry rezystorów, np. na temperaturowy współczynnik rezystancji. Ponieważ TWR dwutlenku rutenu jest podobnie jak w przypadku metali, silnie dodatni, to wprowadzenie kompensującego tlenku o ujemnym TWR może dać w efekcie zmniejszenie temperaturowego współczynnika rezystancji do żądanej wartości, co pokazano na rys. 4, na przykładzie domieszkowania RuO_2 przy pomocy



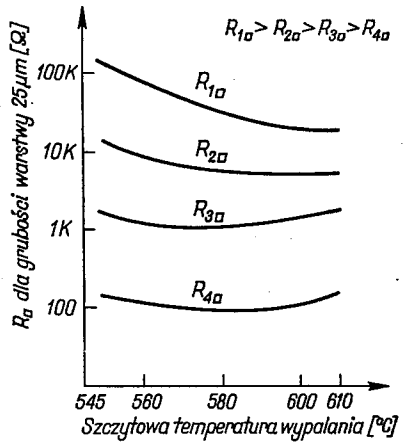
Rys. 4. Zależność współczynnika temperaturowego warstwy od zawartości Nb_2O_5 w RuO_2

Nb_2O_5. Oprócz tego, zmniejszenie TWR rezystorów z kompozycji RuO_2+szkliwo, można uzyskać przez zastosowanie szkliwa nie zawierającego tlenku ołowiu, np. szkliwa cynkowo- lub kadmowo-borokrzemowego.

Rozdrobnione tlenki talu Tl_2O_3 i Tl_2O (zawartość Tl_2O od 0 do 50%, pozostałość Tl_2O_3) zmieszane ze szkliwem na bazie ołowiowo-borokrzemowej z dodatkami Al_2O_3 i Na_2O i wypalone w temperaturach 400—600°C, dają warstwy o rezystancjach na kwadrat w zakresie 50Ω—200 kΩ, w zależności od składu i sposobu wypalania [14]. Zależność rezystancji na kwadrat dla warstwy o grubości 25μm od procentowej zawartości tlenków talu w kompozycji, pokazana jest na rys. 5, natomiast zależność $R_\square$ od szczytowej temperatury wypalania ilustruje rys. 6. Wspomniana mieszanina tlenków talu jest materiałem,



Rys. 5. Zmiany wartości rezystancji na kwadrat w zależności od zawartości procentowej tlenków talu w warstwie, dla dwóch rodzajów kompozycji



Rys. 6. Zależność wartości rezystancji od temperatury wypalania dla rezystorów opartych na tlenkach talu; czas trwania całego cyklu wypalania — 9 min

którego własności elektryczne związane są z niestechiometrycznością składu w kierunku niedomiaru tlenu; spiekane polikrystaliczne tlenki talu charakteryzują się rezystywnością rzędu 500×10^{-6}Ω cm i niewielkim dodatnim współczynnikiem temperaturowym rezystancji [5]. Zmiany rezystancji tlenku talu z temperaturą wykazują, że ma on TWR pośredni pomiędzy dużym dodatnim charakterystycznym dla metali oraz dużym ujemnym charakterystycznym dla półprzewodników. Rozproszenie w ośrodku izolującym wprowadza pewną „liczbę rezystancji" międzycząstkowych, co jest związane z ujemnym TWR, częściowo kompensującym niewielki dodatni TWR samych tlenków. Mechanizm przewodnictwa wypalonej struktury rezystywnej nie jest dokładnie znany. Tlenki talu w odróżnieniu od dotychczas omawianych tlenków PdO i RuO_2 rozpuszczają się częściowo w szklistej macierzy; jony talu są tak rozłożone w szkliwie, że zmniejszają jego rezystywność. W czasie oziębiania następuje częściowa rekrystalizacja tlenków talu w szkliwie, co daje w efekcie strukturę zawierającą macierz szklaną z rozpuszczonymi w niej kryształkami tlenków talu, otaczającą przewodzące, nie rozpuszczone ziarna tlenków talu. Kompozycje zawierające Tl_2O_3, Tl_2O i szkliwo mają trzy niewątpliwe zalety:

1) są wielokrotnie tańsze od past opartych na metalach szlachetnych i ich tlenkach;
2) z uwagi na stosunkowo niskie temperatury wypalania, pozwalają na stosowanie podłoży tańszych niż wymagany dla past Pd/PdO/Ag alund, takich jak mika i szkło;
3) nie są tak czułe na warunki wypalania jak inne struktury rezystywne.

Jako przykład ilustrujący ostatnią z wymienionych zalet może służyć tablica 1 oraz rys. 6. Zarówno szumy jak i współczynnik napięciowy rezystancji, dla rezystorów na bazie tlenków talu, rosną ze wzrostem rezystancji na kwadrat. Jest to związane z obecnością

Tablica 1

Wpływ atmosfery pieca na rezystancję na kwadrat warstw opartych na tlenkach talu

atmosfera pieca	rezystancja na kwadrat warstwy dla dwóch różnych kompozycji [Ω]	
powietrze	149	3000
azot	145	3000

mikropęknięć i mikronieregularności w ścieżkach przewodzących struktury rezystora, która dla większych zawartości procentowych szkliwa charakteryzuje się bardzo dużą liczbą styków między skupiskami przewodzącymi; rezystywność tych styków zależna od natężenia lokalnego pola elektrycznego, będącego funkcją przyłożonego do rezystora napięcia, stanowi jedną z głównych przyczyn nieliniowości napięciowej. Poziom szumów zawiera się dla omawianych kompozycji od -30 dB dla $R_{\square} = 100\ \Omega$ do -2 dB dla $R_{\square} = 100\ k\Omega$, natomiast napięciowy współczynnik rezystancji (NWR) można uznać za niemierzalny dla podanego zakresu rezystancji na kwadrat. Najważniejszymi wadami rezystorów na bazie tlenków talu są: toksyczność materiału wyjściowego oraz najgorsza z dotychczas omówionych kompozycji stabilność.

Do uzyskiwania bardzo dużych wartości rezystancji na kwadrat, od 10^4 do $10^{11}\Omega$ stosuje się dwuskładnikową kompozycję SnO_2+szkliwo [6]. Największe trudności są tu związane z wykonaniem odpowiedniego dwutlenku cyny, który wytwarza się przez spalanie proszku stopu cyny i antymonu uzyskując proszek o ekstremalnie małym ziarnie rzędu 0,1 μm. Jest to proces stosunkowo trudny w porównaniu z wytwarzaniem materiałów: Pd, PdO, Ag.

Znacznie lepsze parametry posiadają opracowane ostatnio przez dwie firmy amerykańskie pasty o handlowych nazwach Birox i Firon[3]. Są one jednak dużo droższe od omówionych do tej pory kompozycji. Pasta typu Birox jest oparta na różnych tlenkach rutenu [7]. Wytwarzane z niej rezystory mają bardzo gładkie powierzchnie i są odporne na ścieranie, dzięki czemu nadają się doskonale do wykonywania potencjometrów. Pasta Firon zawiera proszki platyny oraz innych metali szlachetnych i pozwala uzyskiwać

[4] Pasta typu Birox stanowi opracowanie firmy du Pont, natomiast pasta typu Firon została opracowana przez firmę Electro Materials Corporation.

wysokostabilne rezystory, nadające się szczególnie do zastosowań w zakresie małych częstotliwości i prądu stałego [13]. Zmiany wartości rezystancji rezystorów wykonanych z tej kompozycji, w czasie 10 000 godzin, w temperaturze 150°C wynoszą 0,4%, zaś przy obciążeniu ich mocą 7,75 W/cm^2 w tym samym czasie, 0,5% [19]. Jej dużą zaletą jest również możliwość wytwarzania rezystorów o dokładności większej niż 10% bez stosowania doregulowywania. Jest to związane z faktem, że w czasie wypalania w warstwie nie zachodzą prawie żadne reakcje chemiczne. Rezystory wykonane z pasty Firon charakteryzują się stosunkowo wysokim poziomem szumów i dużymi napięciowymi współczynnikami rezystancji. Jest to spowodowane obecnością w warstwie dużych cząstek platyny. Najważniejszą wadę tej pasty stanowi jednak cena; jest ona od 20 do 50 razy droższa niż pasty oparte na palladzie i srebrze [13].

Osobny rodzaj kompozycji stanowią zawiesiny bazujące nie bezpośrednio na metalach szlachetnych i ich tlenkach, a na tzw. żywiczanach tych metali, czyli solach kwasów żywicowych. Są tu stosowane dwa sposoby wytwarzania rezystorów. Pierwszy polega na tym, że mieszanina żywiczanów rutenu oraz jednego lub dwu metali z grupy Au, Pd, Pt, w postaci roztworów, jest mieszana ze szkliwem o bardzo małym ziarnie, skutkiem czego każda cząstka szkliwa jest dokładnie zwilżona roztworem żywiczanów. Ta mikstura jest następnie stopniowo ogrzewana do ok. 370°C i stale mieszana w celu usunięcia składników organicznych i doprowadzenia do rozkładu żywiczanów [29]. Otrzymany materiał jest z kolei proszkowany i prażony w temperaturach rzędu 450°C, po czym powstały produkt jest jeszcze raz gruntownie proszkowany i w efekcie uzyskuje się suchy proszek zawierający bardzo małe cząstki szkliwa pokryte jeszcze mniejszymi cząstkami metali. Stosunek wagowy metali do szkliwa zależy tu zarówno od ilości użytego szkliwa, jak również od składu wyjściowego roztworu żywiczanów oraz zawartości procentowej metalu w każdym z żywiczanów, zdefiniowanym w procesie jego wytwarzania. W wyniku ogrzewania szkliwa i roztworu żywiczanów pozostaje tylko szkliwo i metale. Uzyskana w ten sposób mieszanina jest następnie mieszana z odpowiednim nośnikiem organicznym, który nadaje jej własności pasty. Proces wypalania warstw można przeprowadzać dwoma metodami:

— stosując tzw. powolne wypalanie, polegające na umieszczeniu podłoża z warstwami w piecu zimnym a następnie zastosowaniu konwencjonalnego wypału w temperaturze wytrzymania 780—850°C w czasie 20—30 minut;

— stosując tzw. szybkie wypalanie, polegające na umieszczeniu podłoża w piecu uprzednio nagrzanym do temperatury w zakresie 800—1100°C i wyjęciu po 5 do 30- minutowym wypalaniu.

Stosuje się tu szkliwo ołowiowo-borokrzemowe z dodatkami: ZnO, MgO, ZrO_2. Uzyskane w opisany sposób rezystory posiadają parametry nie gorsze niż rezystory Pd/PdO/Ag, są jednak droższe i przy dużej zalecie, jaką jest prostota procesu wypalania i związana z tym stosunkowo duża dokładność, cechują się dosyć trudnym technologicznie etapem przygotowywania pasty.

Inny sposób wytwarzania rezystorów z żywiczanów metali jest lansowany przez belgijską firmę Sprague World Trade Corporation. W metodzie tej kompozycja nanoszona na podłoże techniką sitodruku zawiera żywiczany dużej liczby metali takich jak: Pt, Rh, Ni, Ir, Mo, Ti, Cr, Zr i Ta. Z uwagi na bardzo małe ziarno fazy stałej w paście, rzędu 0,01 μm [13], oraz grubości warstwy po wypaleniu rzędu 450 do 1500 Å, konieczne jest

stosowanie podszkliwiania podłoży. Charakterystyczne dla tej techniki jest to, że grubość warstwy rezystywnej przed wypaleniem wynosi ok. 20 μm, natomiast po wypaleniu grubość zmniejsza się znacznie poniżej 1 μm. Tak znaczne zmniejszenie grubości jest związane z rozkładem żywiczanów do pierwiastków metalicznych i składników organicznych, które ulegają spaleniu w procesie wypalania warstwy. Operacje sitodrukowania kolejnych warstw rezystora wykonuje się w następującej kolejności:

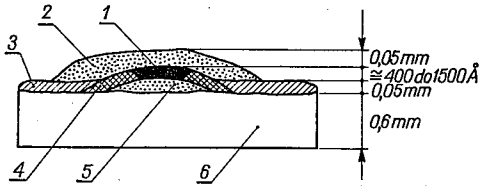
— warstwa szkliwa (underglaze);

— warstwa przewodząca PtAu, stanowiąca bezpośredni kontakt do warstwy rezystywnej;

— warstwa przewodząca Ag, stykająca się ze ścieżką PtAu (warstwa srebrna może stanowić również jedną z okładek kondensatora, szczególnie w przypadku zastosowania podłoża z ceramiki o dużej stałej dielektrycznej, np. opartej na tytanianie baru);

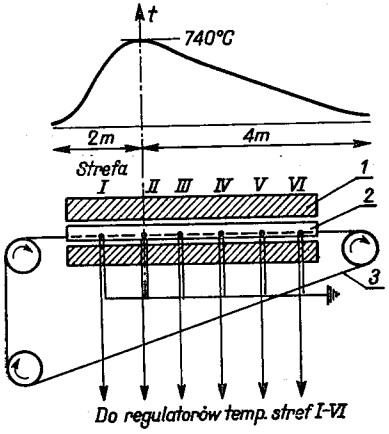
— warstwa rezystywna;

— warstwa szkliwa stanowiąca pokrycie ochronne (overglaze).



Rys. 7. Struktura rezystora firmy Sprague, wykonanego techniką „Sandwich", przez kolejne sitodrukowanie i wypalanie: warstwy szkliwa, przewodników PtAu, przewodników Ag, warstwy rezystywnej, warstwy szkliwa zabezpieczającego; 1 — warstwa rezystywna, 2 — zaszkliwienie, 3 — przewodnik srebrny, 4 — przewodnik platyno-złoty, 5 — podszkliwienie, 6 — podłoże ceramiczne

Po każdej z wymienionych operacji następuje wypalanie, przy czym temperatura wypalania obniża się w miarę, jak postępują kolejne operacje sitodruku. Struktura tak otrzymanego rezystora pokazana jest na rys. 7. Wypalanie przeprowadza się w wielostrefowym



Rys. 8. Budowa i typowa charakterystyka wypalania pieca do produkcji mikroukładów firmy Sprague; 1 — zolacja pieca, 2 — mufa kwarcowa, 3 — transporter

piecu przepływowym w temperaturach nie przekraczających 800°C [23]. Schemat budowy pieca przepływowego i rozkład temperatury w rurze pieca pokazano na rys. 8. Zastosowanie elektrody PtAu pośredniczącej między przewodnikiem Ag a rezystorem, ma na celu zabezpieczenie warstwy rezystywnej przed migracją jonów srebra. Mimo pozornie skomplikowanej budowy rezystora, technologia jego wytwarzania jest stosunkowo prosta i umożliwia uzyskiwanie zadowalających parametrów elektrycznych. A oto niektóre z nich:

zakres wartości rezystancji	10Ω—1MΩ,
TWR w zakresie −55÷+125°C	$\pm 500 \times 10^{-6}$/°C,
współczynnik szumów	0,1 μ V/V/dekadę,
NWR	75×10^{-6}/V.

2. KINETYKA REAKCJI CHEMICZNYCH ZACHODZĄCYCH W WARSTWACH REZYSTYWNYCH Pd/PdO/Ag W CZASIE WYPALANIA

Przeprowadzone badania strukturalne oraz dane literaturowe [11, 18] prowadzą do wniosku, że w czasie wypalania zachodzą w warstwie rezystywnej następujące reakcje:

$$\mathrm{Pd} \xrightarrow[300^\circ\mathrm{C}]{[\mathrm{O_2}]} \mathrm{PdO} + \mathrm{Pd} \xrightarrow[500^\circ\mathrm{C}]{[\mathrm{Ag}]} \mathrm{PdO} + \mathrm{PdAg} + \mathrm{Pd}. \tag{2}$$

Po wypaleniu nośnika organicznego dla temperatur większych od 300°C zachodzi reakcja utleniania palladu do tlenku palladu, a następnie, dla temperatur większych od 500°C, rozpoczyna się również tworzyć stop PdAg. Ponieważ przeprowadzone badania strukturalne nie wykazały obecności wolnego srebra w strukturze rezystywnej, wobec tego należy sądzić, że srebro wchodzi w całości w stop PdAg, natomiast pallad może się utlenić do PdO, albo wejść w skład stopu, albo z powodu braku kontaktu z atmosferą i srebrem pozostać wolnym Pd metalicznym i stanowić czwartą, śladową fazę struktury warstwy. Ponieważ srebro może wiązać zarówno pallad wolny jak i Pd z tlenku, wobec tego dla temperatur powyżej 500°C ustala się charakterystyczna i inna dla każdej chwili procesu wypalania równowaga termodynamiczna reakcji:

$$\mathrm{PdO} \rightleftharpoons \mathrm{Pd} + 1/2\,\mathrm{O_2}. \tag{3}$$

Stałą równowagi tej reakcji można przedstawić zależnością:

$$k = [\alpha_{\mathrm{Pd}}]\,[p_{\mathrm{O_2}}] \tag{4}$$

gdzie:

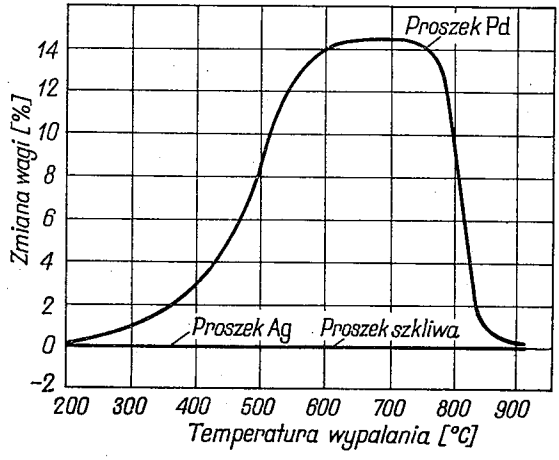
k — stała równowagi,

α_{Pd} — aktywność palladu w stopie,

$p_{\mathrm{O_2}}$ — ciśnienie cząstkowe tlenu w atmosferze pieca [at].

Aktywność palladu w stopie jest wielkością bezwymiarową zależną od temperatury i składu stopu; przyjmuje ona wartości od 0 dla 100% atomowo Ag i 0% atomowo Pd, do 1 dla 0% atomowo Ag, 100% atomowo Pd. Ciśnienie cząstkowe tlenu zależy od składu atmosfery oraz temperatury pieca. Tak więc stała równowagi termodynamicznej k jest skomplikowaną funkcją kilku zmiennych, związanych zarówno z parametrami wyjściowymi kompozycji jak i parametrami procesu wypalania, co bardzo utrudnia ilościową ocenę kinetyki reakcji w warstwie rezystywnej.

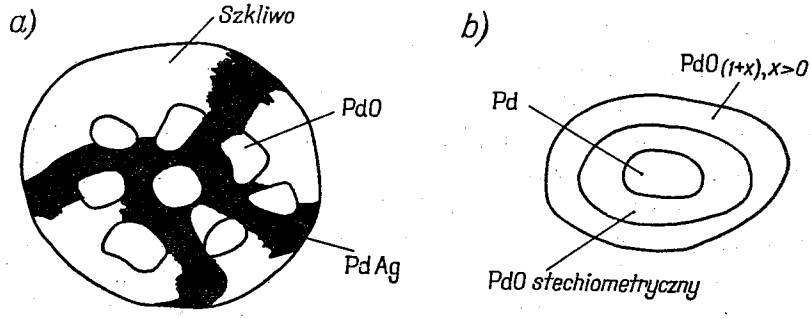
Badania termograwimetryczne przeprowadzone przez różnych autorów [9, 17] wykazały, że proszek palladu ogrzewany w powietrzu utlenia się do PdO, przy czym intensywność tej reakcji osiąga maksimum dla temperatur w zakresie 700°C÷750°C [17]. Jak wynika z prostych przeliczeń, przy założeniu, że uzyskuje się całkowite utlenienie (stechiometryczny skład PdO), przyrost wagi powinien wynosić ok. 15,04%. Natomiast dane zarówno Hoffmana, jak Krahla i Bogenschutza wskazują na fakt, że utlenianie nie jest całkowite; podawany przez tych autorów przyrost wagi wynosi od 13 do 14,5%. Zmiany wagi proszków: Pd, Ag i szkliwa w zależności od temperatury wypalania przedstawiono na rys. 9. Badania własne prowadzone w piecu komorowym w warunkach typowych dla



Rys. 9. Względne zmiany wagi jako funkcja temperatury wypalania dla proszków: Pd, Ag, szkliwo

wypalania rezystorów (czas narastania temperatury 20 min, czas wytrzymania w temperaturze 750°C 5 min i czas ochładzania do temperatury otoczenia 5 min) wykazały przyrosty wagi równe 11,9%. Wskazuje to na prawdopodobnie jeszcze mniejszy stopień utlenienia.

Z drugiej strony przeprowadzone przez Melana i Monesa badania przewodnictwa spiekanych tabletek PdO, wykazały, że ma ono charakter dziurowy i jest związane z niestechiometrycznością składu w kierunku nadmiaru tlenu [21]. Ponieważ własne badania



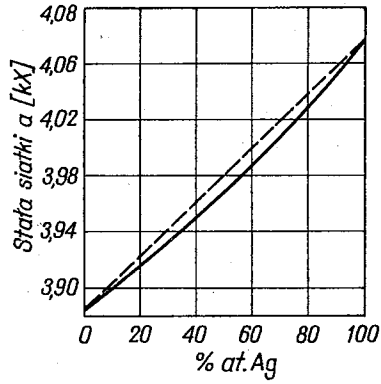
Rys. 10. Struktura rezystora Pd/PdO/Ag: a) struktura fazowa warstwy, b) budowa ziaren PdO w warstwie

rentgenograficzne potwierdzają obecność śladów Pd w strukturach z kompozycji Pd + +szkliwo, a także Pd + Ag + szkliwo, więc jedyne wyjaśnienie istniejącej tu pozornej sprzeczności, polegającej na związanym z nadmiarem tlenu przewodnictwie dziurowym PdO w warstwie przy jednoczesnej obecności w niej śladów wolnego Pd jest możliwe, jeśli przyjąć koncepcję ziaren PdO o niejednakowym stopniu utlenienia.

Strukturę warstwy Pd/PdO/Ag oraz przypuszczalną budowę ziaren PdO przedstawiono odpowiednio na rys. 10 a i b.

3. STRUKTURA WARSTW REZYSTYWNYCH Pd/PdO/Ag

Rentgenograficzna analiza fazowa potwierdziła występowanie zasadniczych faz PdO i PdAg w strukturach rezystywnych. Obecność tych faz wykryto przez porównanie rentgenogramów próbek warstw i materiałów wyjściowych, tzn. proszków PdO, Pd i Ag. Samo porównanie rentgenogramów umożliwia jednak tylko jakościową ocenę struktury warstw i to z pewnym przybliżeniem, gdyż ustalenie występowania wolnych atomów Pd jest niekiedy bardzo trudne. Metoda ta nie pozwala również ocenić stopnia niestechiometryczności tlenku palladu. Wykorzystując jednak zależność stałej siatki krystalicznej PdAg od jego składu, można określić ilościowy skład fazowy warstwy. Zależność liniowa stałej siatki od składu stopu jest postulowana przez prawo Vergarda.



Rys. 11. Zależność stałej siatki stopu PdAg od jego składu

Tę zależność ilustruje krzywa przerywana na rys. 11. Odchylenie od tego prawa — krzywa ciągła na rys. 11 — związane jest ze stopniowym zapełnianiem się orbitalu *d* stopu. Według danych literaturowych [4] orbital 5*s* palladu jest częściowo zapełniony, kosztem występowania dziur w orbitalu 4*d*. W czasie tworzenia się stopu, orbital 4*d* zostaje stopniowo zapełniany przez elektrony 5*s* srebra i przy zawartości 62% at. srebra jest on zapełniony całkowicie. Dla tej zawartości procentowej Ag występuje największe odchylenie od prawa Vergarda. Korzystając ze wzoru na stałą siatki układu regularnego:

$$a = \frac{\lambda}{2\sin\Theta_i}(h_i^2+k_i^2+l_i^2)^{1/2}, \tag{5}$$

gdzie:

a — stała siatki w Å,

h_i, k_i, l_i — wskaźniki Millera i-tej płaszczyzny krystalograficznej,

Θ_i — kąty dyfrakcji,

można na podstawie pomiarów odległości kolejnych prążków symetrycznych na rentgenogramie i korzystając z danych kamery obliczyć stałą siatki.

Przeprowadzone obliczenia pozwalają wnosić o ilości powstałego PdO i PdAg w warstwie. Obliczenia wykonano dla dwóch próbek: Pd + Ag + szkliwo i PdO + Ag + szkliwo, o składzie wyjściowym umożliwiającym porównanie zarówno rezystancji na kwadrat jak i składów fazowych: 57,3% szkliwa, w odniesieniu do srebra i palladu w paście, stosunek atomowy Pd/Ag = 1. Szczytowa temperatura wypalania próbek wynosiła 750°C. Znając stałą siatki stopu PdAg, można, korzystając z wykresu przedstawionego na rys. 11 (krzywa ciągła), określić skład procentowy fazy stopu w warstwie. Na tej podstawie można z kolei oszacować w sposób ilościowy zarówno kinetykę reakcji w warstwie w czasie wypalania, jak również skład fazowy, decydujący o własnościach elektrycznych warstwy. Ocena ta opiera się na następujących założeniach:

— pomija się śladową ilość wolnych atomów Pd w wypalonych strukturach;

— wszystkie atomy srebra ulegają związaniu w stopie (założenie to znajduje ścisłe potwierdzenie w danych doświadczalnych).

Przyjmując te założenia wprowadzono i obliczono dwa współczynniki:

$$\gamma = \frac{\text{liczba utlenionych atomów Pd}}{\text{liczba atomów Pd w stopie}},$$

i

$$\varkappa = \frac{\text{liczba utlenionych atomów Pd}}{\text{liczba atomów Pd w stopie} + \text{liczba atomów Ag w stopie}}.$$

Wyniki pomiarów i obliczeń zestawiono w tablicy 2. Współczynnik γ, którego wartość może zmieniać się teoretycznie od 0 do nieskończoności, określa kinetykę reakcji w czasie wypalania. Współczynnik $\varkappa$ natomiast określa skład fazowy warstwy oraz pozwala wyciągnąć wnioski odnośnie jej własności elektrycznych. Jego najmniejsza wartość wynosi 0, natomiast największa jest równa wartości przyjętego stosunku atomowego Pd/Ag w składzie wyjściowym i dla omawianych próbek wynosi 1. Pośrednie wartości doświadczalne γ i $\varkappa$ zależą przede wszystkim od: składu wyjściowego, temperatury, atmosfery i czasu wypalania oraz rodzaju i uziarnienia zastosowanych materiałów.

Zależność wartości wprowadzonych współczynników oraz rezystancji na kwadrat warstwy od rodzaju użytych materiałów oraz stosunku Pd/Ag w składzie wyjściowym można ocenić na podstawie tablicy 2, a także wartości γ i $\varkappa$ odpowiadających warstwie przewodzącej o stosunku Pd/Ag = 1/4. Według danych Millera [22], opartych na badaniach rentgenograficznych, struktura przewodnika wypalanego w atmosferze powietrza i posiadającego stosunek Pd/Ag = 1/4 nie zawiera wcale PdO, co odpowiada $\gamma = 0$ i $\varkappa = 0$.

Interpretacja tych danych jest następująca. W warstwie przewodzącej kinetyka reakcji zmierza jedynie w kierunku tworzenia stopu, co daje w efekcie warstwę nie zawierającą PdO i posiadającą bardzo małą wartość rezystancji na kwadrat, rzędu setnych części oma.

Zastosowanie w materiale wyjściowym PdO zamiast Pd (tablica 2) powoduje utrudnienie łączenia się palladu w stop PdAg ($\gamma = 2{,}39$ dla PdO+Ag+szkliwo i $\gamma = 1{,}97$ dla Pd+ +Ag+szkliwo), co daje w efekcie powstanie w warstwie większej ilości PdO ($\varkappa = 0{,}579$ dla PdO+Ag+szkliwo i $\varkappa = 0{,}496$ dla Pd+Ag+szkliwo). Rezystancja na kwadrat warstwy PdO+Ag+szkliwo jest prawie pięciokrotnie większa niż $R_\square$ warstwy Pd+Ag+

Tablica 2

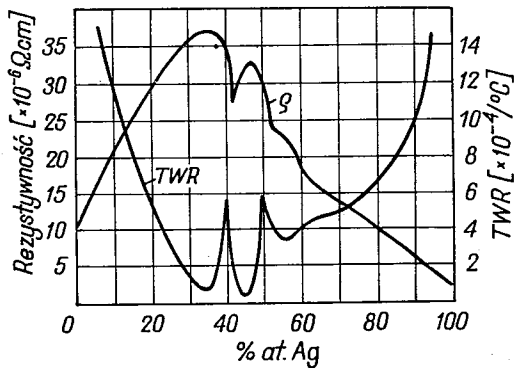
Ilościowa ocena struktury warstwy na podstawie obliczonych z rentgenogramów wartości stałej siatki stopu PdAg dla próbek z kompozycji: Pd+Ag+szkliwo, PdO+Ag+szkliwo; zawartość szkliwa 57,3%, Pd/Ag= 1

próbka	a^* [kX]	skład stopu		$\varkappa$	γ	$R_\square$ [kΩ]
		Pd[%]	Ag[%]			
Pd+Ag+szkliwo	4,019	25,2	74,8	0,496	1,97	0,5
PdO+Ag+szkliwo	4,029	21	79	0,579	2,39	2,5

* 1 kX = 1,00202Å

+szkliwo, co jak należy przypuszczać jest w głównej mierze spowodowane różnicą zawartości PdO w warstwach. Różnica w rezystancjach na kwadrat może być do pewnego stopnia wynikiem niejednakowej wielkości krystalitów PdO w obu strukturach.

Wpływ zmiany rezystywności stopu na $R_\square$ ze zmianą jego składu działa w kierunku przeciwnym niż różnica zawartości PdO w warstwie i można go uznać za pomijalnie mały. Wynika to z krzywej przedstawiającej zależność rezystywności PdAg od jego składu, pokazanej na rys. 12 [25]. Mianowicie z danych w tablicy 2 widać, że stop w próbce Pd+ +Ag+szkliwo posiada o 4,2% Ag mniej niż stop w próbce PdO+Ag+szkliwo, co po odczytaniu zmiany rezystywności PdAg z rys. 12, dla punktu krzywej odpowiadającej



Rys. 12. Zależność rezystywności i TWR stopu PdAg od jego składu

74,8% at. Ag, daje efektywne zmniejszenie rezystywności przy rozważanej zmianie składu z około $12 \times 10^{-6}\Omega$ cm na około $10 \times 10^{-6}\Omega$cm. Tak więc mimo mniejszej rezystywności PdAg w próbce PdO+Ag+szkliwo jej rezystancja na kwadrat jest prawie pięciokrotnie

większa, co należy tłumaczyć większym stosunkiem atomowym fazy tlenku do fazy stopu czyli większą wartością współczynnika $\varkappa$.

Zależność rezystancji na kwadrat warstwy od struktury omówiono do tej pory, biorąc pod uwagę tylko ilościowy skład fazowy. Podejście takie nie ujmuje następujących czynników:

— stopnia i rodzaju niestechiometryczności składu tlenku palladu,
— wielkości skupisk poszczególnych faz,
— zawartości śladów wolnego palladu itp.

Wpływ pierwszego i ostatniego czynnika można wytłumaczyć w następujący sposób. W stosunku do składu stechiometrycznego tlenek palladu może się cechować niecałkowitym oraz nadmiernym utlenieniem. Biorąc pod uwagę przeprowadzone badania rentgenograficzne oraz dane literaturowe [2, 11, 18], należy przypuszczać, że struktura warstwy może zawierać w różnych jej punktach tlenek $PdO_{(1+x)}$, gdzie $x > 0$, o różnym stopniu niestechiometryczności składu oraz wolny Pd, który nie uległ wcale utlenieniu. Przewodnictwo tlenku nadmiarowego jest typu p, przy czym koncentracja dziur rośnie ze wzrostem nadmiaru tlenu, determinującego liczbę centrów Pd^{+++}. Wzrost stopnia utlenienia zarówno z punktu widzenia rezystancji na kwadrat jak i innych własności rezystora może działać w dwu przeciwnych kierunkach:

1) utlenianie wolnych atomów Pd zwiększa stopień utlenienia PdO w warstwie i rezystancję na kwadrat,

2) utlenianie $PdO_{(1+x)}$, gdzie $x > 0$, zwiększa liczbę centrów Pd^{+++} i zmniejsza rezystancję na kwadrat.

Zjawiska te, podobnie jak i wpływ wielkości skupisk poszczególnych faz, są skomplikowane i trudne do zbadania szczególnie w złożonej strukturze rezystywnej.

4. STRUKTURA A WŁASNOŚCI REZYSTORÓW Pd(PdO)Ag

4.1. Temperaturowy współczynnik rezystancji

Ponieważ mikroukłady mogą podlegać fluktuacjom temperatury w zakresie $-50°C$ do $+150°C$ lub więcej, wobec tego ważne jest, aby rezystory posiadały możliwie jak najmniejszy TWR, w celu zapewnienia stabilności pracy układu. TWR jest zdefiniowany jako nachylenie krzywej $R = f(T)$ rezystora w danym punkcie tej krzywej. Maksymalny, praktycznie dopuszczalny współczynnik temperaturowy rezystancji powinien być mniejszy co do bezwzględnej wartości niż $\pm 300 \times 10^{-6}/°C$, co odpowiada 3% zmianie wartości rezystancji przy zmianie temperatury o 100°C. Rezystory Pd/PdO/Ag o średnich wartościach rezystancji na kwadrat (od 1000 Ω do 20 000 Ω) posiadają stosunkowo nieduże TWR rzędu $\pm 150 \times 10^{-6}/°C$. W miarę oddalania się od podanego zakresu wartości $R_{\square}$, temperaturowe współczynniki rezystancji rosną.

Rezystywność warstwy można określić wzorem [11]:

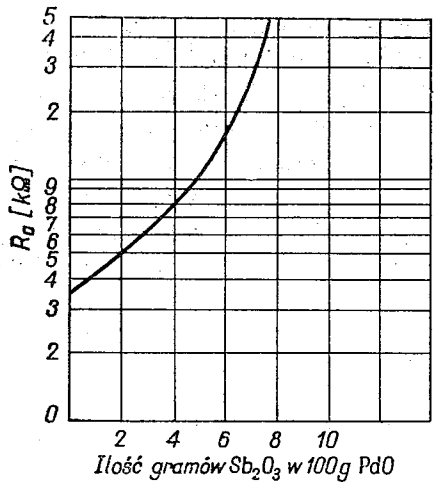
$$\varrho = ATe^{\alpha/kT} \tag{6}$$

gdzie:

T — temperatura w °K,
α — energia aktywacji,

k — stała Boltzmana,
A — stała materiałowa.

Zależność $\varrho = f(T)$ wykazuje minimum dla $T = \alpha/k$, co wyjaśnia fakt istnienia dodatnich i ujemnych TWR. Rezystory Pd/PdO/Ag charakteryzują się najczęściej dodatnimi temperaturowymi współczynnikami rezystancji. Ujemny TWR jest związany albo z typowym dla półprzewodników samoistnych wzrostem liczby nośników w tlenku palladu, albo z przewodnictwem na zasadzie „tunelowania" w szkliwie [24]. Badania PdO wykazały, że charakteryzuje się on ujemnym TWR [3]. Dowody półprzewodnikowych właściwości PdO przedstawili również Melan i Mones [21], badając wpływ domieszkowania litem (stabilizacja centrów Pd^{+++} — malenie rezystywności) oraz antymonem (likwidacja centrów Pd^{+++} — wzrost rezystywności). Zależność $R_\square$ warstwy od stopnia domieszkowania PdO przez Sb_2O_3 ilustruje rys. 13.



Rys. 13. Wpływ domieszkowania tlenku palladu trójtlenkiem antymonu na $R_\square$ warstwy Pd/PdO/Ag

Dodatnie temperaturowe współczynniki rezystancji są związane z wpływem fazy PdAg, w której wzrost temperatury powoduje wzrost rezystywności. Temperaturowy współczynnik rezystancji oraz rezystywność stopu PdAg zależą silnie od jego składu. Ilustruje to rys. 12. Ze wzrostem zawartości srebra rezystywność stopu początkowo rośnie, natomiast TWR maleje. Pierwsze minimum temperaturowego współczynnika rezystancji występuje dla 34% at. Ag i odpowiada mu największa wartość rezystywności stopu. Drugie minimum TWR, o wartości mniejszej niż pierwsze, ma miejsce dla 44% at. Ag i odpowiada mu drugie maksimum rezystywności. Dla większych zawartości procentowych srebra TWR i rezystywność stopu odpowiednio rośnie i maleje. Tak więc temperaturowy współczynnik rezystancji zachowuje się przy zmianie składu odwrotnie niż rezystywność.

Opisane zależności można wyjaśnić na podstawie modelu mechanizmu przewodnictwa stopu PdAg. Ostatnie orbitale elektronowe palladu i srebra są obsadzone następująco: $4d^{10}$, $5s^0$ — dla Pd i $4d^{10}$, $5s^1$ — dla Ag. Orbital $4d^{10}$ palladu nie jest jednak całkowicie zapełniony. Mianowicie we długdanych Köstera i Hagmanna pallad posiada 0,57 dziury

w orbitalu $4d$ na jeden atom [16]. W czasie tworzenia się stopu srebro oddaje początkowo dla niewielkich zawartości Ag 1 elektron na atom do orbitalu $4d$ palladu. Gdyby sytuacja taka miała miejsce również dla większych zawartości Ag, to już dla 37,5% at. srebra orbital d byłby całkowicie zapełniony. Jednakże dopiero stop o zawartości ok. 62% at. Ag posiada całkowicie zapełniony orbital d [4, 16]. Dla większych zawartości srebra oddaje ono bowiem tylko 0,4 elektrona na atom do orbitalu d, natomiast 0,6 elektrona na atom do wspólnego orbitalu s stopu. Przewodność elektryczną stopu PdAg można w związku z powyższym przedstawić wzorem:

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_d = eN_s\mu_s + eN_d\mu_d, \tag{7}$$

gdzie:

σ — przewodność elektryczna stopu,
N_s — koncentracja elektronów w orbitalu s stopu w jednostce objętości,
N_d — koncentracja dziur w orbitalu d stopu w jednostce objętości,
μ_s — ruchliwość elektronów w orbitalu s stopu,
μ_d — ruchliwość dziur w orbitalu d stopu.

W przypadku czystego Pd, N_s jest liczbą elektronów w orbitalu s równą liczbie dziur w orbitalu d N_d. Pallad posiada w 20°C rezystywność równą $10{,}85\times10^{-6}$ Ω cm oraz TWR równy $3{,}6\times10^{-3}$/°C [28]. Wzrost zawartości procentowej srebra, które początkowo oddaje 1 elektron/atom, powoduje stopniowe zapełnianie orbitalu d, a przez to zmniejszenie liczby nośników. Zmniejszenie to, przy założeniu takiej zawartości procentowej Ag, iż oddaje ono po jednym elektronie/atom, można przedstawić następującymi zależnościami:

$$N_s = N_s^{\mathrm{Pd}} - \frac{p}{100} N_s^{\mathrm{Pd}}, \tag{8}$$

$$N_d = N_d^{\mathrm{Pd}} - \frac{p\cdot 1}{100} N_A^{\mathrm{Pd}} - \frac{p}{100} N_d^{\mathrm{Pd}}, \tag{9}$$

gdzie:

N_s^{Pd} — liczba elektronów w orbitalu s palladu w jednostce objętości,
N_d^{Pd} — liczba dziur w orbitalu d palladu w jednostce objętości,
N_A^{Pd} — liczba atomów palladu w jednostce objętości,
p — procent atomowy srebra w stopie.

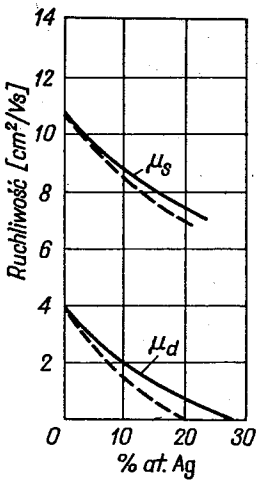
Ostatnie składniki wyrażeń (8) i (9) reprezentują wpływ zmniejszania liczby atomów Pd przez podstawianie ich atomami Ag, natomiast składnik $\frac{p\cdot 1}{100} N_A^{\mathrm{Pd}}$ określa liczbę wprowadzonych atomów srebra, a zatem liczbę elektronów oddanych do orbitalu d. Wpływ zmiany liczby obsadzeń orbitali na rezystywność można jednak uznać za pomijalnie mały w porównaniu ze wzrostem rezystywności spowodowanym rozpraszaniem swobodnych elektronów na atomach srebra, które wbudowują się w siatkę krystaliczną palladu jako jony.

Pole kulombowskie tych jonów powoduje rozpraszanie nośników i zmniejszenie ich ruchliwości. Wynika to z rys. 14 [16], na którym przedstawiono zależność ruchliwości dziur — μ_d i elektronów — μ_s od zawartości procentowej srebra w stopie. Krzywe przerywane na tym rysunku reprezentują zmiany ruchliwości, jakie istniałyby przy nieuwzględ-

nieniu zmniejszenia liczby obsadzeń, czyli zmiany związane z rozpraszaniem nośników na jonach srebra. Köster i Hagmann wyznaczyli te krzywe na podstawie pomiarów wartości stałej Halla R_H i przewodności σ oraz wzoru:

$$R_H = -\left(\frac{\mu_s}{\sigma}\right)^2 eN_s + \left(\frac{\mu d}{\sigma}\right)^2 eN_d \tag{10}$$

i wzoru (7), wstawiając w miejsce N_s i N_d wartość 0,57 N_A^{Pd}, określającą równe sobie ilości elektronów oraz dziur w jednostce objętości czystego palladu. Krzywe ciągłe, uwzględniające zmniejszenie liczby obsadzeń orbitali zostały wyznaczone na podstawie tych samych pomiarów i wzorów, z tą różnicą, że w miejsce N_s i N_d wstawiono wartości obliczone ze wzorów (8) i (9). Z rys. 14 wynika poza tym, że udział przewodnictwa dziurowego μ_d w σ jest dla zawartości Ag powyżej 20% całkowicie do pominięcia. Wpływ rozpraszania



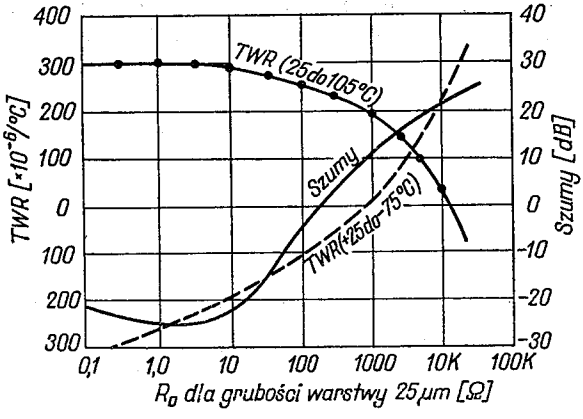
Rys. 14. Ruchliwość elektronów μ_s i dziur μ_d, odpowiednio w orbitalu s i d stopu; krzywe przerywane reprezentują zmiany ruchliwości przy nieuwzględnieniu zmiany liczby obsadzeń orbitali

nośników na jonach srebra staje się dla większych zawartości Ag coraz to mniejszy. Dlatego też rezystywność stopu po przejściu przez maksimum w zakresie zawartości Ag 30 do 50% at., zaczyna jednostajnie maleć do wartości charakterystycznej dla srebra. Tak więc dla zawartości Ag mniejszych niż 20% at. za przewodzenie prądu odpowiedzialne są przede wszystkim elektrony z orbitalu s (dziury w paśmie d odgrywają drugorzędną rolę), natomiast dla zawartości Ag większych niż 20% at., bezpośredni udział dziur zostaje całkowicie wyeliminowany.

W celu wyjaśnienia zmian temperaturowego współczynnika rezystancji stopu ze zmianą składu należy zauważyć, że przy pominięciu przewodnictwa dziurowego, rezystywność PdAg można traktować jako sumę trzech składników. Składnika związanego z rozpraszaniem elektronów z orbitalu s na jonach srebra, niezależnego od temperatury oraz dwóch składników zależnych liniowo od temperatury, reprezentujących rozpraszanie elektronów z orbitalu s w orbitalu d oraz w orbitalu s. Jeżeli orbital d jest całkowicie zapełniony (ma to miejsce np. dla takich metali szlachetnych jak serbro i złoto), to człon związany z rozpraszaniem elektronów w orbitalu d jest równy zero. W przypadku stopu PdAg występuje to dla zawartości srebra większych niż około 62% at. Jeśli chodzi o roz-

praszanie elektronów w orbitalu *s*, to jest ono dla mniejszych koncentracji Ag niezależne od składu stopu. Początkowe malenie TWR ze wzrostem zawartości Ag aż do ok. 62% at. jest więc związane ze zmniejszaniem się liczby dziur w orbitalu *d* stopu, które rozpraszają coraz to mniej elektronów z orbitalu *s*, przez co maleje zasadniczy człon rezystywności zależny od temperatury. Udział współczynnika temperaturowego fazy PdAg w wypadkowym TWR warstwy zależy nie tylko od samej wartości współczynnika, ale również od odpowiadającej jej wartości rezystywności stopu. Na TWR warstwy ma bowiem wpływ zmiana wartości rezystancji stopu przy zmianie temperatury o 1°C równa iloczynowi wartości rezystywności i temperaturowego współczynnika rezystancji dla określonego składu PdAg.

TWR warstwy jest więc swego rodzaju superpozycją wpływów poszczególnych faz: fazy PdAg o charakterze przewodnika, której rezystywność może zmieniać się od ok. 10 do 40×10^{-6} Ωcm, a współczynnik temperaturowy od kilkudziesięciu do ok. 3600×10^{-6}/°C, fazy PdO o charakterze półprzewodnika o rezystywności dużo większej i silnie zależnej od stopnia niestechiometryczności składu, oraz fazy szkliwa o przewodnictwie typu jonowego z możliwością występowania „tunelowania". Zależność TWR warstwy od rezystancji na kwadrat dla dwóch zakresów temperatur: +25 do +105°C (krzywa ciągła) oraz +25 do −75°C (krzywa przerywana) przedstawiono na rys. 15, natomiast zależność

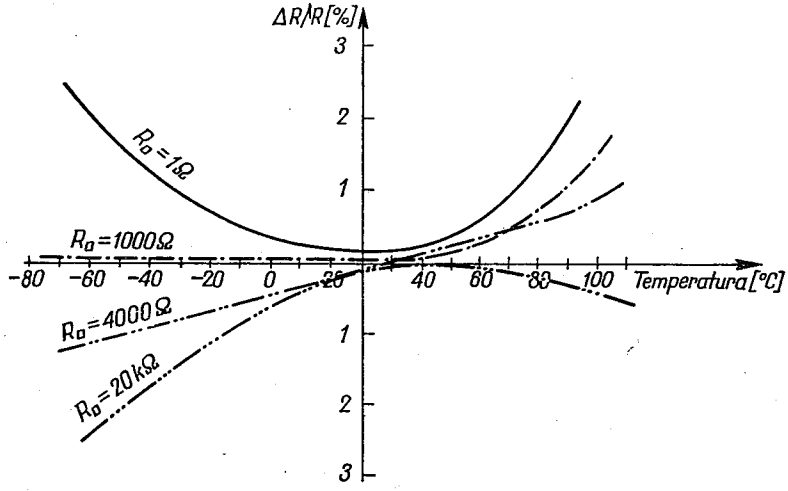


Rys. 15. Szumy i TWR rezystorów grubowarstwowych Pd/PdO/Ag; podłoże alundowe (96% Al_2O_3), elektrody srebrne, temperatura wypalania 750°C, czas 10 min

zmian rezystancji od temperatury dla różnych $R_\square$ przedstawiono na rys. 16. Jak wynika z obydwóch rysunków temperaturowy współczynnik rezystancji może być albo dodatni albo ujemny; jego znak i wartość zależą od składu fazowego warstwy oraz od temperatury pomiaru, co potwierdza wnioski, jakie wynikają ze wzoru (6). Korzystając z wprowadzonego uprzednio współczynnika $\varkappa$, określającego stosunek atomowy tlenku do stopu w warstwie, można powiedzieć, że struktury o małej wartości $\varkappa$ charakteryzują się dodatnim TWR, natomiast struktury o dużej wartości $\varkappa$, ujemnym TWR.

W przedstawionym ujęciu nie uwzględniono wpływu podłoża. Niedopasowanie współczynników rozszerzalności liniowej podłoża i warstwy oraz składników metalicznych

i szkliwa w samej warstwie, ma również duże znaczenie [9,21]. Ponieważ kompromis wyszczególnionych wpływów jest trudny do osiągnięcia, szczególnie dla bardzo małych i bardzo dużych wartości $R_{\square}$, wobec tego często rezygnuje się z osiągnięcia pomijalnie małej wartości TWR i projektując układ uwzględnia się tak współczynniki temperaturowe poszczególnych jego elementów, aby układ jako całość pracował stabilnie.



Rys. 16. Zależność zmian wartości rezystancji od temperatury dla różnych $R_{\square}$ warstwy

4.2. Napięciowy współczynnik rezystancji (NWR)

Niepożądaną własnością niektórych rezystorów grubowarstwowych jest ich czułość na przyłożone napięcie. Ponieważ wartość NWR może być niekiedy bardzo duża, dziesięciokrotna zmiana napięcia powoduje dla bardzo dużych $R_{\square}$ zmiany wartości rezystancji rzędu kilku procent [2]. W pewnych rodzajach zastosowań może to dyskwalifikować rezystor.

Problemy związane zarówno z pomiarem jak i normalizacją pomiarów wynikają z trudności oddzielenia NWR i TWR. Przyłożenie napięcia powoduje bowiem wydzielenie mocy w rezystorze i zmiana wartości rezystancji jest wynikiem superpozycji zmian od napięcia i od temperatury. Jednym z rozwiązań, które umożliwiają unifikację metody pomiarowej, jest ocena nieliniowości napięciowej poprzez pomiar amplitudy trzeciej harmonicznej przy zasilaniu rezystora sygnałem sinusoidalnym. Prowadząc pomiar impulsowo, można prawie całkowicie oddzielić NWR od TWR. Ponieważ między stabilnością długoterminową rezystora w różnych warunkach a jego NWR lub współczynnikiem szumów istnieje pewna korelacja, tzn. rezystory o dużym NWR lub o dużych szumach są niestabilne albo wręcz ulegają zniszczeniu zupełnemu w krótkim czasie, więc pomiar amplitudy trzeciej harmonicznej umożliwia kontrolę jakości produkcji przez wstępne wyeliminowanie elementów potencjalnie zawodnych. Stosując tę metodę można zmniejszyć liczbę „złych" elementów (potencjalnie zawodnych) o ok. 50% [15].

Chociaż przyczyny, które powodują występowanie NWR, są słabo znane, to jednak można tu podać pewne ogólne stwierdzenia [2]:

— duże wartości NWR są charakterystyczne dla krótkich i wąskich rezystorów oraz dla dużych wartości rezystancji na kwadrat,

— występowanie nieliniowości napięciowej związane jest między innymi z wpływem natężenia pola elektrycznego na ruchliwość nośników oraz z interakcją na granicy powierzchni elektroda-rezystor.

Problem, jaki sobą przedstawia napięciowy współczynnik rezystancji, jest jednak często minimalizowany przez zastosowanie odpowiedniej geometrii rezystorów albo całkowicie pomijany.

4.3. Szumy

Szumy stanowią małe fluktuacje wartości rezystancji przy przyłożeniu do rezystora napięcia stałego, spowodowane przez różne czynniki, z których należy wymienić: zjawiska na granicach faz lub na granicach cząstka-cząstka, zanieczyszczenia, mikro- i makronieregularności struktury itp. Bezwzględny pomiar współczynnika szumów jest bardzo trudny. Jak wynika z danych literaturowych [9, 19], przyrządem, który pozwala mierzyć współczynnik szumów rezystorów w sposób powtarzalny jest miernik typu Quan Tech Laboratories. Pomiary utrudnia tu złożoność ekranowania.

Wartość współczynnika szumów określa się zwykle w odniesieniu do poziomu sygnału 1 μV w zakresie jednej dekady częstotliwości. Rezystory drutowe charakteryzują się pomijalnie małym współczynnikiem szumów rzędu -30dB (0,03 μV/V). Uzyskiwanie rezystorów o niskim poziomie szumów jest ostatnio w mikroelektronice szczególnie ważne z uwagi na występującą stale tendencję do zmniejszania napięć zasilania tranzystorów. Rezystory grubowarstwowe cechuje stosunkowo duży współczynnik szumów, szczególnie w zakresie większych wartości $R_{\square}$ (rys. 15). W porównaniu z jednorodnymi rezystorami, np. typu drutowego o niskim poziomie szumów, strukturę rezystywną składającą się z trzech zasadniczych faz cechuje nieregularność struktury jako całości, a także w zakresie pojedynczej fazy. Poziom szumów jest odwrotnie proporcjonalny do częstotliwości i wprost proporcjonalny do natężenia prądu przepływającego przez rezystor. Tak np. przy zasilaniu rezystora Pd/PdO/Ag o rezystancji na kwadrat 100 kΩ prądem o natężeniu 1 μA, współczynnik szumów był duży do częstotliwości 30 kHz, natomiast przy zasilaniu prądem o natężeniu 5μA zmalał do wartości pomijalnie małej dopiero przy 200 kHz [2]. Przedstawione wyżej dane ograniczają w znacznym stopniu zastosowanie rezystorów Pd/PdO/Ag o dużych wartościach $R_{\square}$ w krytycznych z punktu widzenia poziomu szumów mikroukładach, jakimi są np. przedwzmacniacze napięciowe. Małe wartości współczynnika szumów są charakterystyczne dla rezystorów o rezystancjach na kwadrat nie przekraczających 1 kΩ (rys. 15); większe wartości $R_{\square}$ cechuje poziom szumów większy niż 0 dB.

4.4. Niestabilność

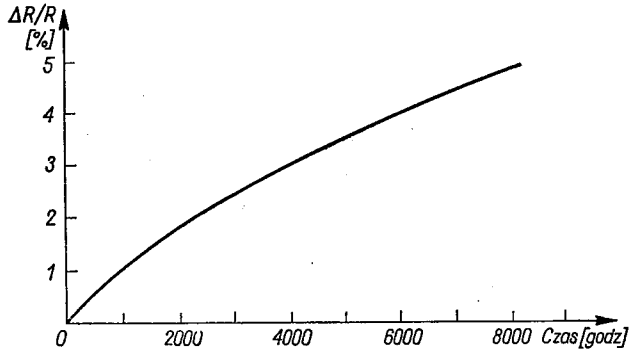
Pod pojęciem niestabilności należy tu rozumieć zmienność wartości rezystancji w czasie składowania oraz pod obciążeniem w różnych warunkach klimatycznych. Niestabilność

rezystorów grubowarstwowych Pd/PdO/Ag określa się zwykle w następujących warunkach zewnętrznych:

1) dla temperatury 150°C,

2) dla obciążenia w podwyższonej temperaturze (zwykle 50, 70 i 90°C) i wilgotności (najczęściej 95% ww.).

Oprócz wymienionych warunków zewnętrznych stosuje się także, jednak rzadziej, badania na udary termiczne. Obciążenia podaje się w odniesieniu do mocy nominalnej (np. 0,1, 0,5, 1,0 mocy nominalnej), albo przez podanie gęstości powierzchniowej mocy, tzn. mocy przypadającej na jednostkę powierzchni rezystora (najczęściej od 6 do 10 W/cm^2). Zmiany wartości rezystancji w czasie są mniejsze dla warunków wymienionych w punkcie 2) aniżeli w punkcie 1) [8,2]. Typowa zależność względnych zmian rezystancji od czasu starzenia pokazana jest na rys. 17 [20].



Rys. 17. Stabilność długoterminowa rezystorów Pd/PdO/Ag starzonych w 150°C

Rezystory Pd/PdO/Ag charakteryzują się przeważnie dodatnimi zmianami wartości rezystancji, szczególnie dla większych $\varkappa$. Przyczynami niestabilności są tu zmiany odchylenia od stechiometryczności składu PdO w wypalonym rezystorze. Rola srebra polega na związaniu nieutlenionego palladu w stopie PdAg i zmniejszeniu intensywności reakcji utleniania i redukcji w czasie działania na rezystor czynników powodujących jego zmiany. Jeśli PdO w warstwie ma nadmiar tlenu, to jego dodatkowe utlenienie powoduje zwiększenie koncentracji centrów Pd^{+++} i zmniejszenie wartości rezystancji, natomiast ucieczka tlenu — zwiększenie wartości rezystancji. Jeżeli natomiast tlenek palladu jest niedotleniony, np. w środku skupisk PdO, to jego dodatkowe utlenienie wiąże się ze wzrostem wartości rezystancji, zaś ucieczka tlenu powoduje jej zmniejszenie. Reasumując, można opierając się na wynikach przeprowadzonych badań strukturalnych, które potwierdziły obecność śladów Pd szczególnie dla krótszych długości fali promieniowania rentgenowskiego, zaproponować następujący obraz zmian odchylenia od stechiometryczności składu PdO w warstwie. Skupiska tlenku palladu posiadają na powierzchni nadmiar tlenu, natomiast idąc w głąb ziaren, występuje ujemny gradient stopnia utleniania a wnętrza ziaren są całkowicie niedotlenione i zawierają wolne atomy Pd. Na skutek oddziaływania na warstwę tlenu z powietrza, szczególnie w podwyższonej temperaturze, w skupiskach PdO występują powolne reakcje zmierzające do wyrównania stopnia utlenienia, co powoduje zwiększenie

rezystywności tych skupisk, a przez to zwiększenie wartości rezystancji warstwy. Tak więc powierzchnie ziaren tracą nadmiar tlenu (czy to przez jego ucieczkę z warstwy, czy też przez dyfuzję w głąb ziaren), przez co koncentracja dziur w PdO maleje i rezystywność tlenku rośnie, natomiast wnętrza ziaren ulegają utlenieniu, co również daje w efekcie wzrost wartości rezystancji warstwy. Zasadnicze przyczyny dodatnich zmian wartości rezystancji można zebrać w następujące grupy:

1) powolne utlenianie śladów wolnego palladu w warstwie,

2) częściowy „powrót" stopu PdAg do wolnego Ag oraz wolnego Pd, który może być następnie utleniony,

3) domieszkowanie fazy PdO przez niepożądane zanieczyszczenia, dające jony trójwartościowe i będące źródłem pułapek ładunku,

4) utrata tlenu z bogatych w tlen powierzchni skupisk PdO,

5) zjawiska na powierzchni rozdziału rezystor-elektroda, powodujące wzrost rezystywności styku.

Ujemne zmiany wartości rezystancji występują rzadziej i są podobnie jak dodatnie zmiany spowodowane powolnymi reakcjami zachodzącymi w strukturze warstwy. Wpływ tych reakcji jest szczególnie istotny dla struktur o małym $\varkappa$ i małej zawartości procentowej szkliwa, przy obciążeniu rezystora i w warunkach dużej wilgotności. Przyczyny ujemnych zmian wartości rezystancji, szczególnie dla krótszych czasów, można wyjaśnić konsekwentnie dopełniającym się procesem tworzenia stopu PdAg. Zwiększenie temperatury wypalania powyżej 750°C powoduje zwiększenie intensywności redukcji PdO i odpowiednie zwiększenie intensywności tworzenia się stopu. Ta ostatnia reakcja jest zasadniczo ograniczona do czasu trwania cyklu wypalania, lecz może trwać nadal w zmniejszonym zakresie przez pewien czas po wypaleniu [8]. Ujemne zmiany wartości rezystancji w czasie dla rezystorów pod obciążeniem są spowodowane migracją jonów srebra z elektrod (zjawisko to jest szczególnie ważne dla elektrod srebrnych i w warunkach dużej wilgotności) oraz zmianami na powierzchniach styków pomiędzy poszczególnymi fazami materiału rezystora. Te zmiany są, przy określonym poziomie mocy, istotniejsze dla struktur o większej zawartości szkliwa. Na powierzchniach styku cząstek wytwarza się wtedy większy efekt cieplny. Ciepło może powodować rozkład tlenku palladu, co prowadzi do zmniejszenia rezystywności styków, a przez to do zmniejszenia wartości rezystancji warstwy.

5. ZAKOŃCZENIE

Z przedstawionego w pierwszej części pracy przeglądu kompozycji rezystorowych wynika, że obecnie istnieje kilka technik określanych wspólnym mianem technologii wytwarzania rezystorów grubowarstwowych. Określenie „grubowarstwowe", jakie się powszechnie przyjęło, jest niekiedy niezbyt ścisłe. Tak np. rezystory firmy Sprague World Trade Corporation z punktu widzenia grubości warstwy należałoby raczej określać mianem cienkowarstwowych. To, że zalicza się je do tej samej grupy co rezystory Pd/PdO/Ag jest związane z faktem, że zarówno jedne jak i drugie wytwarzane są za pomocą tego samego procesu technologicznego, polegającego na następujących po sobie kolejno operacjach

sitodruku i wypalania. Tak więc właściwiej byłoby określać wszystkie rezystory grubowarstwowe mianem „sitodrukowo-wypalanych"; w publikacjach zagranicznych spotyka się ostatnio również skrót „PAF" (printed and fired) w odniesieniu do omawianych rezystorów, który je bardzo trafnie określa.

Z przedstawionego przeglądu kompozycji widać także, że w zależności od wymagań i dziedziny zastosowania można preferować różne pasty, poczynając od najtańszych opartych na tlenkach talu, poprzez oparte na palladzie i srebrze oraz na dwutlenku rutenu, aż do najdroższych firmowych past o handlowych nazwach Firon i Birox. Mimo jednak, że pojawiają się coraz nowsze techniki oraz wytwarzane są coraz lepsze materiały na kompozycje rezystywne, to wydaje się, że rezystory Pd/PdO/Ag, które w latach 1960—66 zapoczątkowały nowy kierunek technologii mikroukładów hybrydowych, zwany technologią grubowarstwową, będą jeszcze przez długi okres czasu stosowane.

Poznanie skomplikowanej struktury warstw Pd/PdO/Ag oraz zachodzących w nich w czasie wypalania reakcji chemicznych pozwala przewidywać parametry elementów. W pracy pominięto wpływ parametrów procesu sitodruku na własności rezystorów, jest to bowiem zagadnienie odrębne tematycznie i stanowi przedmiot osobnych badań. Przedstawione wyniki badań strukturalnych pozwalają na wyciągnięcie pewnych wniosków odnośnie wpływu ilościowego składu fazowego warstwy na jej rezystancję na kwadrat, a także pozostałe własności. Przy ustalonej zawartości procentowej szkliwa, własności rezystora zależą mianowicie od stosunku atomowego fazy tlenku do fazy stopu, który wyraża ilościowo wprowadzony w pracy współczynnik $\varkappa$. Istnieje możliwość analitycznego powiązania parametrów rezystora z ilościowym składem fazowym warstwy poprzez pomiar stałej siatki stopu PdAg dla różnych składów wyjściowych. Ze wzrostem współczynnika $\varkappa$ rośnie rezystancja na kwadrat, natomiast pozostałe parametry zmieniają się w sposób trudny do jednoznacznej oceny. Ogólnie można stwierdzić, że przewodnictwo PdO jest typu dziurowego i TWR z nim związany jest ujemny, a stop PdAg jest przewodnikiem o TWR dodatnim. Rezystywność i temperaturowy współczynnik rezystancji stopu są funkcją jego składu. Zmiany TWR fazy PdAg są spowodowane przede wszystkim zapełnianiem się orbitalu *d* stopu w miarę wzrostu zawartości Ag i maleniem rozpraszania elektronów z orbitalu *s* w orbitalu *d*, natomiast zmiany rezystywności są uwarunkowane głównie rozpraszaniem nośników na jonach srebra. Jeśli chodzi o stabilność, to przy dużych i średnich $\varkappa$ występują dodatnie zmiany rezystancji podczas starzenia w podwyższonej temperaturze, a dla małych $\varkappa$ w warunkach podwyższonej wilgotności i pod obciążeniem występują zmiany ujemne. Szkliwo zabezpiecza warstwę przed wpływem otoczenia i zmniejsza zmiany w czasie. Napięciowy współczynnik rezystancji i współczynnik szumów rosną zwykle ze wzrostem wartości $R_{\square}$. Rezystory Pd/PdO/Ag mają dużo większe szumy od rezystorów drutowych i cienkowarstwowych, co wiąże się z obecnością szkliwa, mikropęknięć oraz różnego rodzaju nieregularności w materiale warstwy.

W przedstawionym ujęciu struktury rezystorów wpływ szkliwa potraktowano pobieżnie. Jego parametry a szczególnie temperatura początku i końca rozpływu, rezystywność i skład chemiczny mają również duży wpływ na własności warstw. Istotne znaczenie ma także uziarnienie składników wyjściowych oraz materiał podłoża. Zbadanie wpływu oddziaływania tych czynników na strukturę umożliwi lepsze opanowanie procesu techno-

logicznego z punktu widzenia uzyskiwania optymalnych w danym zastosowaniu parametrów elementów.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. H. C. Agnus, P. E. Gainsbury, Glaze Resistors with Ruthenium Dioxide, Electronic Components, January, 1958.
2. D. Auda, M. Schneider, Ceramic Glazes for Thick Film Microelectronics, Ceramic Bulletin, Vol. 47, Nr 6, 1968.
3. H. Casey, W. Mulligan, J. Woods, Resistive Metal-Glaze and Its Product Applications, Ceramic Bulletin, Vol. 42, Nr 9, 1963.
4. B. R. Coles, The Lattice Spacings of Nickel-Copper and Palladium-Silver Alloys, Journal of the Institute of Metals, Vol. 84, Nr 346, 1956.
5. F. M. Collins, C. F. Parks, M. B. Redmount, Thallium Oxide Resistive Glazes, Conference on Thick Film Technology, April, 1968, London.
6. J. Dearden, Thick Film High-Value Tin Oxides Glaze Resistors, Conference on Thick Film Technology, April, 1968, London.
7. W. A. Hille-Dahl, Aktualny stan technologii i zastosowań mikroukładów grubowarstwowych, Konferencja Techniczna, listopad, 1969, Warszawa.
8. R. C. Headly, Reliability Characteristics of Palladium-Silver Thick Film Resistors, Conference on Thick Film Technology, April, 1968, London.
9. L. C. Hoffman, Precision Glaze Resistors, Ceramic Bulletin, Vol. 42, Nr 9, 1963.
10. G. S. Iles, Ruthenium Glazes for Thick Film Circuits, The Radio and Electronics Enginneer, November, 1968.
11. R. Ilgenfritz, Thick Film Hybrid Microelectronic Circuit Technology, SCP and Solid State Technology, Vol. 9, Nr 6, 1966.
12. W. Kalita, B. Rząsa, Stabilność rezystorów grubowarstwowych, Prace ITE Politechniki Wrocławskiej, Nr 2, 1970.
13. D. Keyser, Własności past dla mikroukładów grubowarstwowych, Konferencja Techniczna, styczeń, 1970, Warszawa.
14. K. M. Kim, Resistor Composition, patent USA, Nr 3 238 151, March, 1966.
15. P. L. Kirby, Non-Linearity Measurments Improve Resistor Stability, Electronic Components, Nr 5, 1968.
16. W. Köster, D. Hagmann, Die Mischkristalle des Palladiums mit seinen Nachbarelementen in Periodischen System, Zeitschrift fur Metallkunde, Heft 11, 1961.
17. P. H. Krahl, A. F. Bogenschutz, Thermogravimetrische Untersuchung der Einbrennreaktion von Siebdruckwiderstandspasten, Metall, 22 Jahrgang, Heft 10, 1968.
18. A. Kusy, Porównanie charakterystyk wypalania i rezystywności rezystorów grubowarstwowych wykonanych z kompozycji: Pd + szkliwo, PdO + szkliwo, Pd + Ag + szkliwo, PdO + Ag + szkliwo, Prace ITE Politechniki Wrocławskiej, Nr 2, 1970.
19. D. G. Lane, High Stability Thick-Film Resistors for Commercial Application, Solid State Technology, Nr 6, 1968.
20. E. H. Melan, Stability of Palladium Oxide Glaze Resistors, Microelectronics and Reliability, Vol. 6, Nr 1, 1967.
21. E. H. Melan, A. H. Mones, The Glaze Resistors its Structure and Reliability, Proceedings Electronic Components Conference, Washington DC, May, 1964.
22. C. F. Miller, Silver-Palladium Fired Electrode, Electronics Components Conference, Washington DC, May, 1968.
23. R. Rommens, A. de Keiser, Wytwarzanie mikroukładów grubowarstwowych, kondensatorów monolitycznych oraz zastosowanie w liniowych i cyfrowych układach, Konferencja Techniczna, grudzień, 1968, Warszawa
24. R. F. Russel, Control Factors in the Manufacture of Thick-Film Circuits, Microelectronics and Reliability, Vol. 6, Nr 2, 1968.

25. E. M. Sawickij, W. P. Poliakowa, M. A. Tylkina, Spławy palladia, Nauka, Moskwa, 1967.
26. H. Schäffer, G. Schneidereit, W. Gerhard, RuO_2 Chemischer Transport, Eigenschaften, termischer Zerfall, Zeitschrift für anorganische und allgemeine Chemie, Band 319, Januar, 1963.
27. E. J. W. Verwey, P. W. Haaijman, F. C. Romeijn, G. W. Cesterhout, Controlled-Valency Semiconductors, Philips Research Reports, Nr 5, 1950.
28. G. Zwingmann, Über einige elektrische und mechanische Eigenschaften binären Legierungen des Palladiums, Zeitschrift für Metallkunde, Heft 5, 1963.
29. Patent Specification Nr 1 022 793, Ruthenium and Ruthenium Alloys Metal-Glass Resistance Materials and Resistance Elements Constructed Therfrom, August, 1965, The Patent Office, London.

A. KUSY

THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF THICK FILM RESISTORS ON THE BASIS OF PALLADIUM AND SILVER

Summary

Except for resistor inks containing Pd and/or PdO, Ag and glaze, which are the most frequently used in the thick film technology, other resistive compositions have also come into use recently. A review of resistive inks from the viewpoint of resistor electrical parameters, considering the influence of the film structure and production process has been made. Properties of resistors made of certain materials and those of Pd (PdO) Ag resistors have been compared. A description of chemical reactions which occur in Pd(PdO) Ag films during firing has been made on the basis of literature data and of structural and thermogravimetric investigations carried out. A quantitative conception of reaction kinetics during firing and phase constitution of the film, on the basis of values of lattice spacings a of PdAg alloy evaluated from X-ographs, has been described, introducing and evaluating two coefficients $\varkappa$ and γ. The values of these coefficients for two compositions containing 57,3% of the glaze and Pd/Ag = 1:Pd+Ag+glaze and PdO+Ag+glaze have been calculated. Suggestions dealing with an influence of the structure on the resistor parameters: temperatura coefficient of resistance, voltage coefficient resistance, noise and stability in a view point of share of separate phases in electrical conduction of the film, in particular taking into considerations the mechanism of conduction oi PdAg alloy, have been presented.

A. KUSY

STRUCTURE ET PROPRIETES DES RESISTORS A GROSSE COUCHE A BASE DE PALLADIUM ET D'ARGENT

Résumé

En dehors des pâtes résistantes contenant Pd et/ou PdO, Ag et du verre, qui sont souvent appliquées dans la technologie des éléments a grosse couche, on emploie aussi d'autres compositions résistantes. On examine des pâtes du point de vue des paramètres èlèctriques des résistors en considerant l'influence de leur structure et du procédé de fabrication. On compare les propriétés des résistors de matières différentes avec les résistors Pd(PdO)Ag. On décrit des réactions chimiques qui adviennent dans les couches Pd(PdO)Ag pendant le brûlage, en s'appuyant sur les données de littérature et les recherches structurelles et thérmogravimétriques. On présente la conception quantitative de la cinétique chimique pendant le brûlage et la conception de la composition phasale de la couche, sur la base des valeurs (qui sont determinées par roentgenographie) de la constante du réseau „a" pour l'alliage PdAg et sur la base des coéfficients λ et $\varkappa$. Les valeurs de ces coéfficients sont etablies pour deux compositions: 57,3% de verre, Pd/Ag = = 1−Pd+Ag+verre et Pd+Ag+verre. Les resultats obtenus permettent de préciser l'influence de γ et $\varkappa$ sur la résistance de la couche. On propose les suggestions concernant l'influence de la structure sur les

paramètres des résistors: un coéfficient de résistance de temperature, un coéfficient de résistance de tension, les bruits et la stabilité considérés du point de vue de la participation de chaque phase dans la conduction electrique de la couche, tenant surtout compte du mécanisme de la conduction de l'alliage PdAg.

A. KUSY

STRUKTUR UND EIGENSCHAFTEN DER DICKSCHICHTWIDERSTÄNDE AUF PALLADIUM UND SILBERBASIS

Zusammenfassung

Es wurden letztens außer der am häufigsten in der Dickschichttechnologie angewandten Widerstandspasten, die Pd und/oder PdO, Ag und Glasur enthalten, auch andere Widerstandskompositionen verwendet. Es erfolgte eine Übersicht der Pasten vom Gesichtspunkt elektrischer Widerstandsparameter aus unter Berücksichtigung des Einflusses deren Herstellungsprozesse und der Struktur. Man verglich Widerstandseigenschaften verschiedener Materiale mit den Pd(PdO)Ag-Widerständen.

Es wurde auf Grund von Literatur sowie eigener durchgeführter thermogravimetrischer und struktureller Versuche eine Beschreibung der während des Ausbrennens in den Pd(PdO)Ag-Schichten auftretenden chemischen Reaktionen angegeben. Weiterhin wurde ein Vorschlag für quantitative Erfassung der Reaktionskinetik während des Ausbrennens gemacht, sowie der Phasenzusammensetzung der Schichte auf Grund der durch Röntgenbilder bestimmten Wertkonstante „*a*" der PdAg-Legierung, auch der eingeführten und berechneten Koeffizienten γ und $\varkappa$. Die Werte dieser Koeffizienten sind für zwei Kompositionen mit 57,3% Glasur und Pd/Ag = 1: Pd+Ag+Glasur und PdO+Ag+Glasur bestimmt worden. Die so erzielten Ergebnisse ermöglichen eine Einschätzung des Einflusses von γ und $\varkappa$ auf den Flächenwiderstand der Schichte.

Suggestionen betreffend den Einfluß folgender Struktur auf die Widerstandsparameter wurden vorgetragen: den Temperaturwiderstandskoeffizient, den Spannungswiderstandskoeffizient, Geräusche und die tabilität vom Gesichtspunkt des Anteils einzelner Phasen in der elektrischen Leitfähigkeit der Schichte aus unter besonderer Berücksichtigung des Leitungsmechanismus der PdAg-Legierung.

А. КУСЫ

СТРУКТУРА И СВОЙСТВА ТОСТОПЛИНОЧНЫХ РЕЗИСТОРОВ НА ОСНОВЕ ПАЛЛАДИЯ И СЕРЕБРА

Резюме

Кроме применяемых чаще всего в толстоплёночной технологии резистивных паст, содержащих Pd (PdO), Ag, а также стекло, в последнее время применяются также и другие резистивные композиции. Осуществлён обзор паст с точки зрения электрических параметров резисторов с учётом влияния процесса их изготовления и структуры. Сравниваются свойства резисторов, основанных на различных исходных материалах с резисторами Pd(PdO)Ag. Описаны химические реакции, возникающие а плёнках Pd(PdO)Ag во время обжига, на основе литературных данных, а также проведенных структурных и термогравиметрических исследований. Представлена концепция количественной оценки кинетики реакции во время обжига, а также фазового состава плёнки, основанной на определённых из рентгенограмм значений константы кристаллической решётки а сплава PdAg, а также введенных и вычисленных коэффициентов $\varkappa$ и γ. Значения этих коэффициентов определяются для двух композиций с содержанием 53,7% стекла при PdAg = I:Pd+Ag+стекло и PdO+Ag+стекло. Полученные результаты позволяют оценить влияние γ и $\varkappa$ на удельное сопротивление плёнки. Обсуждаются предположения относительно влияния структуры на параметры резисторов: температурный коэффициент сопротивления, коэффициент сопротивления по напряжению, шумы и устойчивость с точки зрения доли отдельных фаз в электропроводности плёнки, с особенным учетом механизма проводности сплава PdAg.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1971, 17, z. 3, ss. 517—540

621.372.83

Własności sprzęgaczy kierunkowych stosowanych w mikrofalowych układach scalonych

RYSZARD VOGEL (GDAŃSK)

Zakład Technologii Mikrofalowej, Instytut Technologii Elektronicznej Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 18.7.1970

W pracy przedstawiono zarys teorii czterowrotników dwugałęziowych i pierścieniowych. Wykorzystano do tego celu metodę odbić zwierciadlanych, na podstawie której wyznaczono macierze rozproszenia tych układów. Interpretacja poszczególnych współczynników macierzy [*S*] pozwoliła określić warunki, jakie należy spełnić, aby rozważane czterowrotniki posiadały własności idealnych sprzęgaczy kierunkowych, tzn. aby charakteryzowały się w środku pasma dopasowaniem na wejściach oraz nieskończenie wielką izolacją między wybraną parą wejść. Określono również zależność sprzężenia między wybranymi wejściami od impedancji charakterystycznych poszczególnych ramion sprzęgacza. Bardziej szczegółowo omówiony został przypadek sprzęgaczy 3-dB, a mianowicie obliczono charakterystyki częstotliwościowe parametrów tych układów, przy czym uwzględniono również wpływ niedokładnej realizacji impedancji charakterystycznych sprzęgaczy na ich parametry.

1. WSTĘP

Do podstawowych obwodów pasywnych stosowanych w technice mikrofalowej, a w szczególności w mikrofalowych układach scalonych (MUS), zaliczyć można sprzęgacze kierunkowe. W tym ostatnim zastosowaniu realizowane są one na ogół w oparciu o niesymetryczne linie paskowe (NLP) na podłożach ceramicznych (najczęściej Al_2O_3) o dość dużej wartości względnej stałej dielektrycznej (ε_r rzędu $9 \div 10$). Przyjęcie takiej techniki realizacji pozwala na konstrukcje miniaturowych podzespołów odbiorczych, wśród których na szczególne wymienienie zasługują, produkowane już w tej chwili seryjnie, mieszacze zrównoważone. Mieszacze te, z reguły, realizowane są na drodze integracji miniaturowych diod Schottky'ego, ze strukturą 3-decybelowych sprzęgaczy gałęziowych lub pierścieniowych.

Konstrukcja i zasada działania tych sprzęgaczy znana jest od dawna i opisana w literaturze [1], podana tam jednak strona teoretyczna jest niepełna i nie posiada dość ogólnego charakreru.

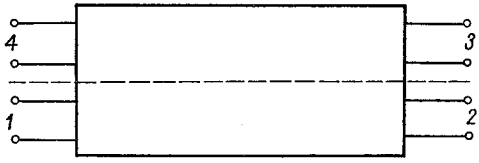
Ze względu na zwiększone w ostatnich latach zainteresowanie tymi obwodami, wynikające ze stosowania ich w MUS, celowe jest przedstawienie ich teorii w możliwie ogólnej i jednolitej formie, co pozwoli na uzyskanie informacji dotyczących zarówno projektowania, jak też technologii wykonania.

Zwłaszcza ostatni z wymienionych tu etapów realizacji sprzęgaczy wymaga dokładnej znajomości ich charakterystyk, uwzględniających nieidealne spełnienie założeń teoretycznych przyjętych przy projektowaniu. Wynika to ze specyfiki realizacji MUS, która w przeciwieństwie do metod konwencjonalnych nie pozwala na eksperymentalne korekty wymiarów, wykonanych wstępnie układów. Jakiekolwiek zmiany wymiarów pociągają za sobą konieczność powtórzenia całego procesu realizacji.

Aby określić własności tych sprzęgaczy, należy uzyskać wyrażenia wiążące z sobą sygnały w ich czterech wejściach. Wyrażenia te mogą być ujęte w formie macierzowej i opisane jedną ze znanych macierzy: $[Z]$, $[Y]$, $[A]$, $[S]$ lub $[T]$. Ze względu na przejrzystość i łatwą interpretację fizyczną, najbardziej celowe wydaje się zastosowanie falowych macierzy transmitancji $[T]$ i rozproszenia $[S]$. Wyrazy tych macierzy bezpośrednio określają współczynniki odbicia w poszczególnych wejściach czterowrotnika, jakim jest sprzęgacz, a także współczynniki transmisji (sprzężenia) między wejściami. Ogólne metody opisu czterowrotników przy użyciu macierzy $[S]$ i $[T]$, omówione są dokładnie w literaturze [2], brak jednak dotąd jednolitego omówienia własności wyżej wymienionych typów sprzęgaczy kierunkowych. Wydaje się, że wprowadzenie identycznego opisu własności tych sprzęgaczy byłoby celowe ze względu na łatwość porównania z sobą ich parametrów roboczych. Uzyskane informacje pozwolą również na jednolite metody ich projektowania.

W celu uzyskania macierzy rozproszenia czterowrotników, jakimi są interesujące nas sprzęgacze, wykorzystać można ich symetrię, co pozwoli na zastosowanie metody odbić lustrzanych [2] przy pobudzeniu wejścia w fazie i przeciwfazie.

Załóżmy w naszych rozważaniach, że symetryczny czterowrotnik, przedstawiony schematycznie na rys. 1, pobudzony jest jedynie na wejściu pierwszym i że znormalizowana amplituda sygnału równa jest 2. Taki rodzaj pobudzenia równoważny jest parze sygnałów



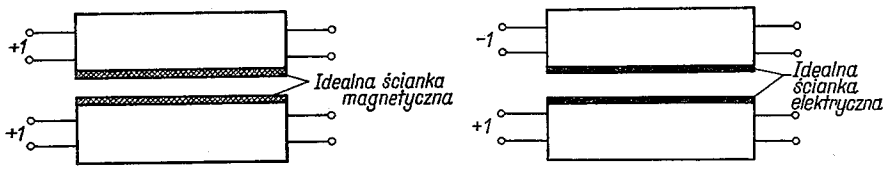
Rys. 1. Struktura symetrycznego czterowrotnika

w fazie i o amplitudzie jednostkowej na wejściu pierwszym i parze sygnałów w przeciwfazie i o amplitudzie jednostkowej na wejściu czwartym. Jeżeli teraz zgrupujemy fale w fazie i przeciwfazie (względem płaszczyzny symetrii) w wejściach 1 i i 4, to możemy rozpatrywać dwa przypadki — jeden gdy czterowrotnik pobudzony jest w wejściach 1-szym i 4-tym sygnałami w fazie o amplitudzie jednostkowej, a drugi — gdy w wejściach tych sygnały jednostkowe będą charakteryzować się fazą przeciwną. Przy pobudzeniu w fazie prąd w płaszczyźnie symetrii będzie równy zeru, co jest równoważne rozwarciu, natomiast przy pobudzeniu w przeciwfazie, napięcie w tej płaszczyźnie przyjmie wartość zerową, co odpowiada zwarciu. Tak więc płaszczyznę symetrii można zastępować odpowiednio idealną ścianką magnetyczną i idealną ścianką elektryczną. Widzimy więc, że symetryczny czterowrotnik można zastąpić dwoma parami niezależnych dwuwrotników. Ilustruje to rys. 2.

Falowe macierze transmitancji i rozproszenia tych dwuwrotników mogą być przedstawione w następującej formie:

$$[S]_e = \begin{bmatrix} S_{11e} & S_{12e} \\ S_{21e} & S_{22e} \end{bmatrix}; \qquad [T]_e = \begin{bmatrix} T_{11e} & T_{12e} \\ T_{21e} & T_{22e} \end{bmatrix}$$

$$[S]_o = \begin{bmatrix} S_{11o} & S_{12o} \\ S_{21o} & S_{22o} \end{bmatrix}; \qquad [T]_o = \begin{bmatrix} T_{11o} & T_{12o} \\ T_{21o} & T_{22o} \end{bmatrix}.$$



Rys. 2. Pary dwuwrotników dla pobudzenia wejścia 1 i 4 w fazie i przeciwfazie

Występujące w tych macierzach indeksy „*e*" i „*o*" oznaczają odpowiednio pobudzenie synfazowe (parzyste — od angielskiego „even") i w przeciwfazie (nieparzyste — od angielskiego „odd").

Aby uzyskać wynikowe macierze czterowrotnika należy odpowiednio złożyć wyrazy wyżej podanych macierzy dwuwrotników, uwzględniając przy tym znaki na wejściach. Należy pamiętać, iż amplituda sygnału pobudzającego wejście pierwsze miała wartość równą 2 i w związku z tym uzyskane poprzez złożenie wyrazy macierzy czterowrotnika trzeba podzielić przez 2.

Określone na tej drodze współczynniki rozproszenia symetrycznego czterowrotnika przyjmują postać:

$$\begin{aligned}
S_{11} &= \frac{1}{2}(S_{11e}+S_{11o}) = \frac{1}{2}\left(\frac{T_{21e}}{T_{11e}} + \frac{T_{21o}}{T_{11o}}\right), \\
S_{12} &= \frac{1}{2}(S_{12e}+S_{12o}) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{T_{11e}} + \frac{1}{T_{11o}}\right), \\
S_{13} &= \frac{1}{2}(S_{12e}-S_{12o}) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{T_{11e}} - \frac{1}{T_{11o}}\right), \\
S_{14} &= \frac{1}{2}(S_{11e}-S_{11o}) = \frac{1}{2}\left(\frac{T_{21e}}{T_{11e}} - \frac{T_{21o}}{T_{11o}}\right), \\
S_{22} &= \frac{1}{2}(S_{22e}+S_{22o}) = \frac{1}{2}\left(\frac{T_{12e}}{T_{11e}} + \frac{T_{12o}}{T_{11o}}\right), \\
S_{23} &= \frac{1}{2}(S_{22e}-S_{22}{}^{o}) = \frac{1}{2}\left(\frac{T_{12e}}{T_{11e}} - \frac{T_{12o}}{T_{11o}}\right).
\end{aligned} \tag{2}$$

Przy pełnej symetrii czterowrotnika ostatnie dwa wyrażenia można pominąć, gdyż $S_{11} = S_{22}$ i $S_{14} = S_{23}$.

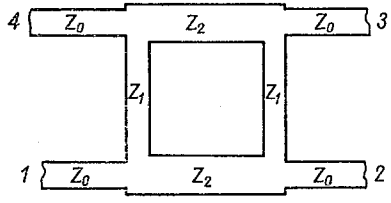
Na podstawie podanych tu zależności można stwierdzić, że gdy oba składowe dwuwrotniki są dopasowane, tzn. $S_{11e} = 0$ i $S_{11o} = 0$, to wynikowy czterowrotnik jest idealnie dopasowany oraz idealnie kierunkowy. Jeżeli natomiast dopasowany jest tylko jeden z dwuwrotników (np. $S_{11o} = 0$), to dopasowanie i kierunkowość czterowrotnika związane są z sobą w sposób jednoznaczny, a mianowicie

$$S_{11} = S_{14} = \frac{1}{2} S_{11e}.$$

W ogólnym przypadku wielkości te nie są z sobą jednoznacznie powiązane.

2. DWUGAŁĘZIOWE SPRZĘGACZE KIERUNKOWE

Przytoczoną wyżej metodę odbić lustrzanych zastosujemy teraz do analizy dwugałęziowego sprzęgacza kierunkowego, przedstawionego na rys. 3. Stosowanie tej metody



Rys. 3. Struktura dwugałęziowego sprzęgacza kierunkowego

jest możliwe ze względu na symetrię rozważanego układu. Symetria ta powoduje, że współczynniki macierzy rozproszenia sprzęgacza spełniają następujące zależności:

$$\begin{aligned} S_{11} &= S_{22} = S_{33} = S_{44}, \\ S_{12} &= S_{21} = S_{34} = S_{43}, \\ S_{13} &= S_{31} = S_{24} = S_{42}, \\ S_{14} &= S_{41} = S_{32} = S_{23}. \end{aligned} \tag{3}$$

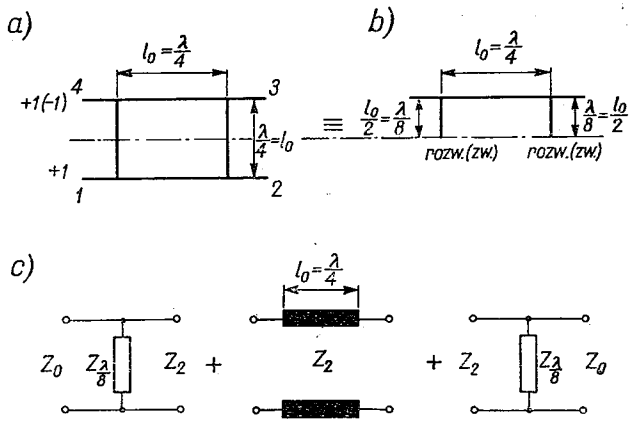
Stosując metodę odbić lustrzanych, wydzielamy dwie pary dwuwrotników, różniące się sposobem pobudzenia. Schematycznie przedstawia to rys. 4.

Impedancje $Z_{\frac{\lambda}{8}}$ [1], w zależności od rodzaju pobudzenia, są impedancjami wejściowymi odcinka linii o długości $\frac{\lambda}{8}$ (dla częstotliwości środkowej), odpowiednio zwartego (dla pobudzenia w przeciwfazie) i rozwartego (dla pobudzenia w fazie) na końcu.

---

[2] W pracy dużymi literami Z oznaczono bezwzględne wartości impedancji, natomiast impedancje znormalizowane oznaczono małymi literami z. Dla uproszczenia rozważań założono bezstratność prowadnic falowych oraz pominięto wpływ schematu zastępczego „rozgałęzienia T".

Falowe macierze transmitancji obu dwuwrotników (dla obu przypadków pobudzeń) możemy uzyskać mnożąc przez siebie falowe macierze transmisji elementów składowych wydzielonych na rys. 4.



Rys. 4. Zastosowanie metody odbić zwierciadlanych w przypadku czterowrotnika dwugałęziowego: a) struktura czterowrotnika dwugałęziowego, b) równoważny dwuwrotnik, c) dwuwrotniki składowe

Macierze tych elementów składowych mają następującą postać:

— dla pierwszej impedancji bocznikującej

$$[T_1]_{\substack{e\\o}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Z_2}{Z_o}}\begin{bmatrix} 1+\frac{Z_0}{Z_2}\pm j\frac{Z_o}{Z_1}t^{\pm 1}; & 1-\frac{Z_o}{Z_2}\pm j\frac{Z_o}{Z_1}t^{\pm 1} \\ 1-\frac{Z_o}{Z_2}\mp j\frac{Z_o}{Z_1}t^{\pm 1}; & 1+\frac{Z_o}{Z_2}\mp j\frac{Z_o}{Z_1}t^{\pm 1} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

— dla szeregowego odcinka linii

$$[T_2] = \frac{1}{1+t^2}\begin{bmatrix} 1-t^2+j2t; & 0 \\ 0 \quad ; & 1-t^2-j2t \end{bmatrix}, \tag{5}$$

— dla drugiej impedancji bocznikującej

$$[T_3]_{\substack{e\\o}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Z_o}{Z_2}}\begin{bmatrix} 1+\frac{Z_2}{Z_o}\pm j\frac{Z_2}{Z_1}t^{\pm 1}; & 1-\frac{Z_2}{Z_o}\pm j\frac{Z_2}{Z_1}t^{\pm 1} \\ 1-\frac{Z_2}{Z_o}\mp j\frac{Z_2}{Z_1}t^{\pm 1}; & 1+\frac{Z_2}{Z_o}\mp j\frac{Z_2}{Z_1}t^{\pm 1} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

gdzie $t = \operatorname{tg}\frac{\pi l}{\lambda}$. Górne znaki oraz indeksy dotyczą pobudzenia w fazie, natomiast dolne — w przeciwfazie.

Wynikowe macierze można uzyskać z pomnożenia macierzy składowych

$$[T]_{\substack{e\\o}} = [T_1]_{\substack{e\\o}}\cdot[T_2]\cdot[T_3]_{\substack{e\\o}}. \tag{7}$$

Dla częstotliwości środkowej, tzn. dla $t = 1$, przyjmują one postać:

$$[T]_{\substack{e\\o}} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \mp 2\frac{Z_2}{Z_1} + j\left(\frac{Z_o}{Z_2} - \frac{Z_oZ_2}{Z_1^2} + \frac{Z_2}{Z_o}\right); & j\left(\frac{Z_o}{Z_2} - \frac{Z_oZ_2}{Z_1^2} - \frac{Z_2}{Z_o}\right) \\ -j\left(\frac{Z_o}{Z_2} - \frac{Z_oZ_2}{Z_1^2} - \frac{Z_2}{Z_o}\right); & \mp 2\frac{Z_e}{Z_1} - j\left(\frac{Z_o}{Z_2} - \frac{Z_oZ_2}{Z_1^2} + \frac{Z_2}{Z_o}\right) \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Na podstawie (2) możemy już teraz określić wyrazy macierzy rozproszenia czterowrotnika:

$$S_{11} = \frac{z_2^2 - \left(\frac{z_2}{z_1^2} - \frac{1}{z_2}\right)^2}{M},$$

$$S_{12} = \frac{-j2\left(\frac{1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1^2} + z_2\right)}{M},$$

$$S_{13} = \frac{4\frac{z_2}{z_1}}{M},$$

$$S_{14} = \frac{j2\frac{z_2}{z_1}\left(\frac{1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1^2} - z_2\right)}{M}, \tag{9}$$

gdzie: $M = 4\frac{z_2^2}{z_1^2} + \left(\frac{1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1^2} + z_2\right)^2$.

Wszystkie wchodzące do tych ostatnich wyrażeń impedancje są wielkościami znormalizowanymi względem Z_o, tzn.

$$z_1 = \frac{Z_1}{Z_o}; \quad z_2 = \frac{Z_2}{Z_o}; \quad z_o = 1. \tag{10}$$

Przytoczona tu macierz $[S]$ dotyczy przypadku ogólnego i można stwierdzić, że podział mocy między poszczególne wyjścia czterowrotnika, jak też dopasowanie w wejściach i izolacja między wybraną parą wejść, zależą od wyboru impedancji charakterystycznych poszczególnych odcinków linii ćwierćfalowych. Aby zapewnić dopasowanie na wejściach i wyjściach oraz nieskończoną izolację między wybraną parą wejścia i wyjścia, należy tak dobrać wielkości impedancji, aby spełnić warunki:

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0, \tag{11}$$

$$S_{14} = S_{41} = S_{23} = S_{32} = 0, \tag{12}$$

lub

$$S_{12} = S_{21} = S_{34} = S_{43} = 0. \tag{13}$$

Porównując odpowiednie współczynniki macierzy rozproszenia do zera, możemy stwierdzić, że spełnienie warunków (11) i (12) uzyskamy, gdy impedancje charakterystyczne spełniać będą zależność:

$$z_1^2 z_2^2 = z_1^2 - z_2^2, \tag{14}$$

co odpowiada

$$z_2 = \frac{z_1}{\sqrt{1+z_1^2}},$$

natomiast warunki (11) i (13) spełnione będą, gdy

$$z_1^2 z_2^2 = z_2^2 - z_1^2, \tag{15}$$

co odpowiada

$$z_1 = \frac{z_2}{\sqrt{1+z_2^2}}.$$

Dla warunku (14) macierz rozproszenia przyjmie postać:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 \; ; & -jz_2 \; ; & -\frac{z_2}{z_1}; & 0 \\ -jz_2 \; ; & 0 \; ; & 0 \; ; & -\frac{z_2}{z_1} \\ -\frac{z_2}{z_1}; & 0 \; ; & 0 \; ; & -jz_2 \\ 0 \; ; & -j\frac{z_2}{z_1}; & -jz_2 \; ; & 0 \end{bmatrix}. \tag{16}$$

Widzimy więc, że przy pobudzeniu np. wejścia 1-go, sygnał dzieli się między wyjścia 2 i 3, przy czym sygnały w tych wyjściach są przesunięte względem siebie w fazie o 90°. Wyjście 4 jest niepobudzone, czyli spełniony jest warunek na idealną izolację.

Podział mocy między poszczególne wyjścia (2-gie i 3-cie przy pobudzeniu wejścia 1-go) zależy od wzajemnego doboru impedancji Z_2 i Z_1 przy jednoczesnym spełnieniu warunku (14). Sprzężenie między wejściem 1-szym a wyjściem 3-cim można zdefiniować następująco:

$$C_{31} = 10\lg\frac{1}{|S_{31}|^2} = 20\lg\frac{z_1}{z_2} = 10\lg(1+z_1^2). \tag{17}$$

Na podstawie zależności (14) i (17) można wyznaczyć wymagane wartości impedancji charakterystycznych poszczególnych gałęzi, zapewniających określone sprzężenie. Zależność tę ilustruje rys. 5.

Z rysunku tego wynika, że ze względu na ograniczone możliwości realizacji linii o wysokich impedancach charakterystycznych, trudno jest w praktyce uzyskać sprzężenia słabsze niż 10 dB.

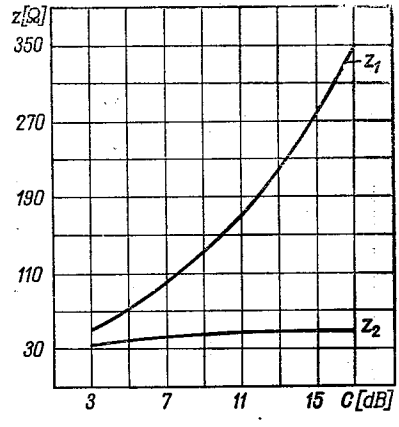
Widać również, że szczególnie interesujący, z punktu widzenia zastosowania w mieszaczach zrównoważonych, przypadek sprzężenia 3-decybelowego zachodzi, gdy impedancje Z_1 i Z_2 spełniają warunek:

$$z_1 = 1; \quad z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}. \tag{18}$$

W praktyce, najczęściej, przyjmuje się wartość impedancji $Z_0 = 50\ \Omega$, co w połączeniu z warunkiem (18) daje wartości impedancji Z_1 i Z_2 równe odpowiednio 50 Ω i 35, 36 Ω.

Przy tym ostatnim warunku macierz rozproszenia przyjmuje postać:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix}. \tag{19}$$



Rys. 5. Impedancje charakterystyczne ramion sprzęgacza dwugałęziowego w funkcji sprzężenia

Analogicznie można uzyskać macierz rozproszenia sprzęgacza dla warunku (15). Mianowicie

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 \; ; & 0 \; ; & -\frac{z_1}{z_2}; & -jz_1 \\ 0 \; ; & 0 \; ; & -jz_1 \; ; & -\frac{z_1}{z_2} \\ -\frac{z_1}{z_2}; & -jz_1 \; ; & 0 \; ; & 0 \\ -jz_1 \; ; & -\frac{z_1}{z_2}; & 0 \; ; & 0 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

Różnica w porównaniu z przypadkiem poprzednim polega na tym, iż przy doprowadzeniu sygnału do wejścia 1-go dzieli się on między wyjścia 3 i 4, przy czym sygnały wyjściowe, podobnie jak poprzednio, przesunięte są względem siebie w fazie o 90°. Niepobudzonym w tym przypadku wyjściem jest wyjście 2-gie.

Dla sprzęgacza 3-dB-go impedancje muszą spełniać warunek

$$z_2 = 1; \qquad z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \tag{21}$$

a macierz rozproszenia ma postać:

$$[S] = -\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 1 & j & 0 & 0 \\ j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{22}$$

Przypadki rozważane wyżej dotyczą częstotliwości środkowej pasma pracy, tzn. takiej, przy której spełniony jest warunek

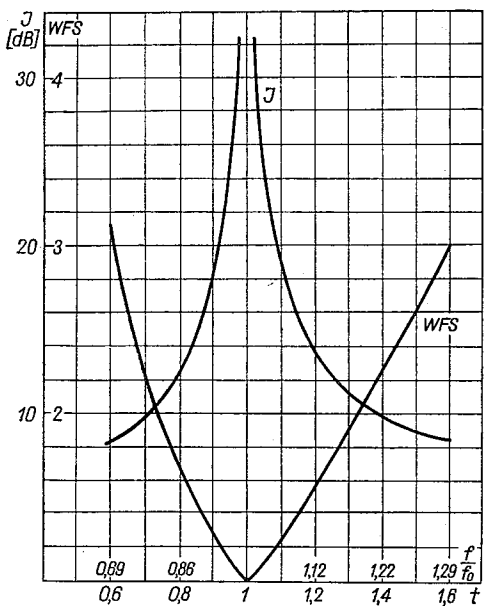
$$t = \operatorname{tg}\frac{\pi l}{\lambda} = 1.$$

Chcąc zbadać zachowanie parametrów czterowrotnika w funkcji częstotliwości należy skorzystać z ogólnych zależności (2)÷(7). Zakładamy przy tym, że impedancje charakterystyczne poszczególnych gałęzi sprzęgacza powiązane są zależnością:

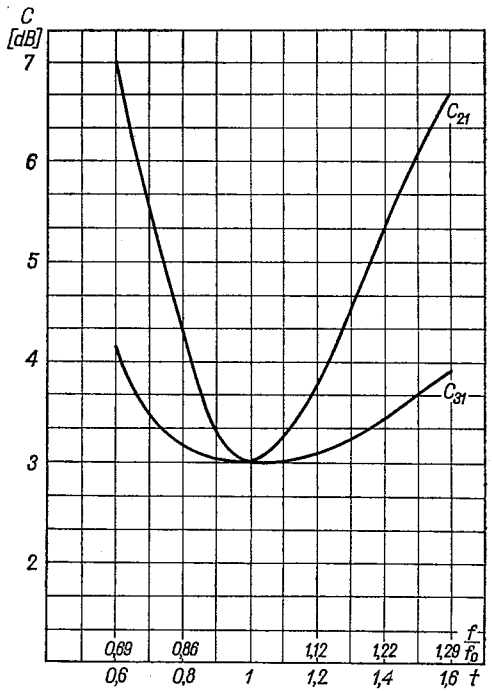
$$\frac{Z_o}{Z_2} = \frac{Z_1}{Z_2} = A_1, \tag{23}$$

gdzie A_1 może przyjmować dowolną wartość. Oczywiście w szczególnym (idealnym) przypadku $A_1 = \sqrt{2}$, co odpowiada idealnemu sprzęgaczowi 3-decybelowemu.

Wyniki obliczeń, ze względu na skomplikowaną postać, podane są na końcu pracy (w dodatku), natomiast w formie wykreślnej — dla przypadku sprzęgacza 3-decybelowego ($A_1 = \sqrt{2}$) — przedstawione są na rys. 6 i rys. 7.



Rys. 6. Częstotliwościowe charakterystyki *WFS* i izolacji 3-dB-sprzęgacza dwugałęziowego



Rys. 7. Częstotliwościowe charakterystyki sprzężenia 3-dB- sprzęgacza dwugałęziowego

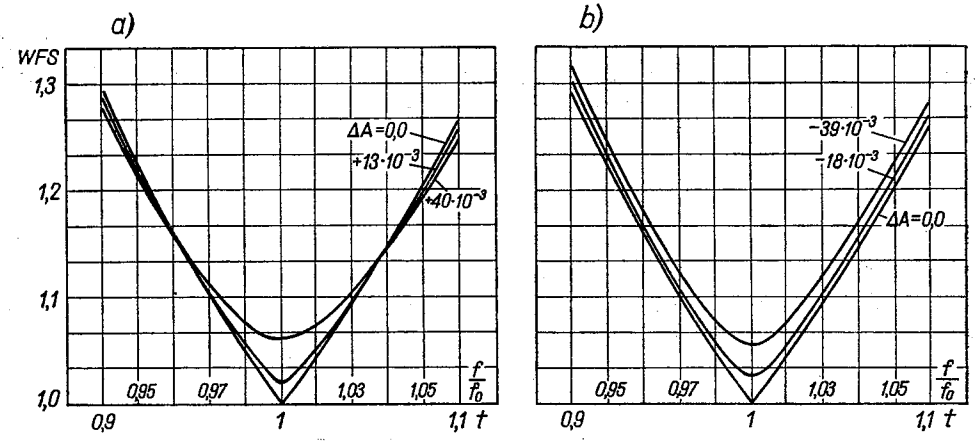
Wykresy te dotyczą parametrów roboczych sprzęgacza, powiązanych z współczynnikami macierzy rozproszenia w następujący sposób:

— współczynnik fali stojącej

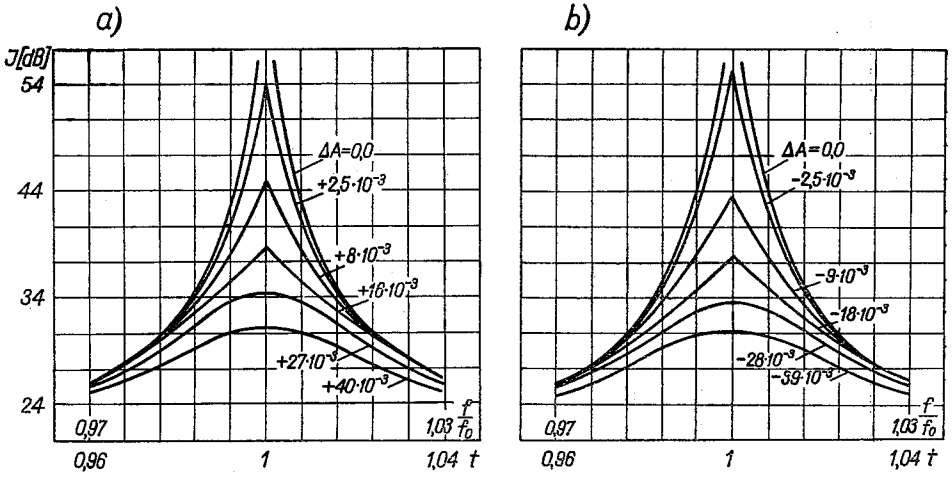
$$WFS = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|}, \tag{24}$$

— izolacja między wejściem 1-szym i 4-tym (lub 2-gim i 3-cim)

$$I = 10\lg\frac{1}{|S_{14}|^2} \quad [\mathrm{dB}], \tag{25}$$



Rys. 8. Częstotliwościowe charakterystyki *WFS* sprzęgacza dwugałęziowego w zależności od parametru ΔA, gdzie $\Delta A = A_1 - \sqrt{2}$
a) $\Delta A > 0$, b) $\Delta A < 0$



Rys. 9. Częstotliwościowe charakterystyki izolacji sprzęgacza dwugałęziowego w zależności od parametru ΔA, gdzie $\Delta A = A_1 - \sqrt{2}$
a) $\Delta A > 0$, b) $\Delta A < 0$

— sprzężenie między wejściem 1-szym i 2-gim

$$C_{21} = 10 \lg \frac{1}{|S_{12}|^2} \quad [\mathrm{dB}], \tag{26}$$

— sprzężenie między wejściem 1-szym i 3-cim

$$C_{31} = 10 \lg \frac{1}{|S_{13}|^2} \quad [\mathrm{dB}]. \tag{27}$$

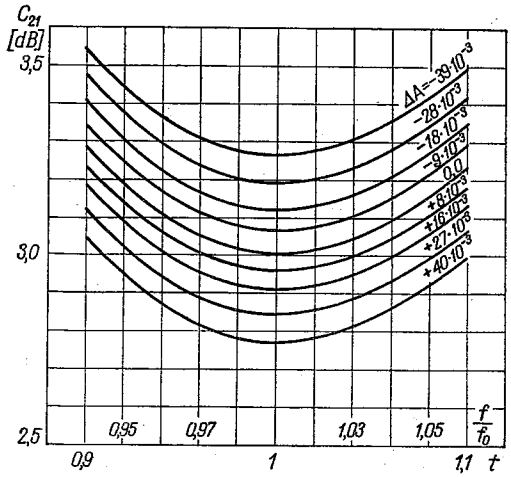
Z przedstawionych tu wykresów widać, że ten typ sprzęgacza jest dość selektywny i zarówno *WFS* na wejściu, jak też izolacja między wejściami, silnie zależą od częstotliwości. W 10% paśmie częstotliwości izolacja idealnego sprzęgacza jest większa niż 20 dB, a *WFS* mniejszy niż 1,15. W tym samym paśmie odchyłki sprzężenia C_{21} od wartości 3 dB nie przekraczają 0,1 dB, a odchyłki sprzężenia C_{31} są pomijalne.

W przypadku praktycznej realizacji sprzęgacza należy się liczyć z nieidealnym spełnieniem warunku $A_1 = \sqrt{2}$, na co składać się mogą między innymi takie czynniki jak niedokładność wykonania prowadnic falowych i przybliżony charakter wzorów na impedancję charakterystyczną prowadnicy (np. *NLP*).

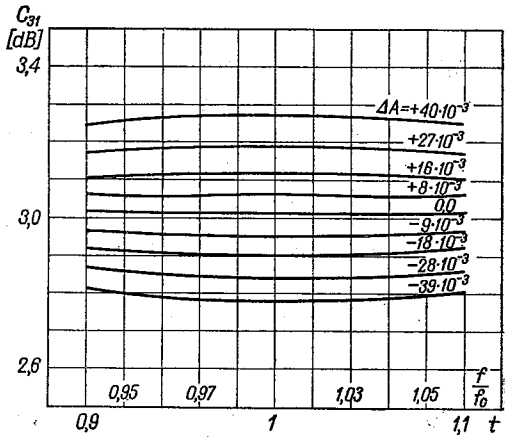
Wpływ tolerancji wykonania poszczególnych gałęzi sprzęgacza, przy użyciu *NLP*, na parametry robocze w środku pasma, przy założeniu idealności wzorów na impedancję charakterystyczną, został rozpatrzony w pracy [3].

Traktując A_1 jako parametr i opierając się na wyrażeniach podanych w Dodatku, sytuację tę można rozpatrzyć bardziej ogólnie, tzn. można określić zmianę parametrów roboczych sprzęgacza w całym paśmie częstotliwości, przy nieidealnym jego zrealizowaniu. Ilustrują to rys. 8, 9, 10 i 11.

Na podstawie tych charakterystyk, można stwierdzić, że nieidealne spełnienie warunku: $A_1 = \sqrt{2}$, pogarsza parametry sprzęgacza w pobliżu częstotliwości środkowej (zwłaszcza



Rys. 10. Częstotliwościowe charakterystyki sprzężenia C_{21} sprzęgacza dwugałęziowego w zależności od parametru ΔA ($\Delta A = A_1 - \sqrt{2}$)



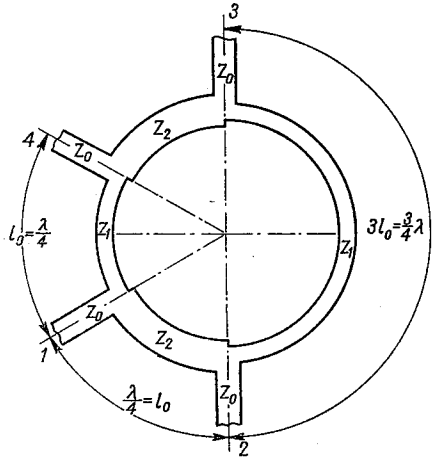
Rys. 11. Częstotliwościowe charakterystyki sprzężenia C_{31} sprzęgacza dwugałęziowego w zależności od parametru ΔA($\Delta A = A_1 - \sqrt{2}$)

jeśli chodzi o *WFS* oraz izolację), natomiast w miarę oddalania się od środka pasma wpływ niedokładnej realizacji maleje, a w przypadku *WFS* i izolacji przestaje odgrywać rolę.

3. SPRZĘGACZE PIERŚCIENIOWE

Drugim rozważanym tu typem sprzęgacza kierunkowego jest sprzęgacz pierścieniowy. Jak już wspomniano, zasada działania tego sprzęgacza jest opisana w literaturze [1], tak więc zajmiemy się jedynie ujednoliceniem jego analizy, w sposób analogiczny jak to zrobiono w przypadku poprzednim.

Struktura tego czterowrotnika przedstawiona jest schematycznie na rys. 12.

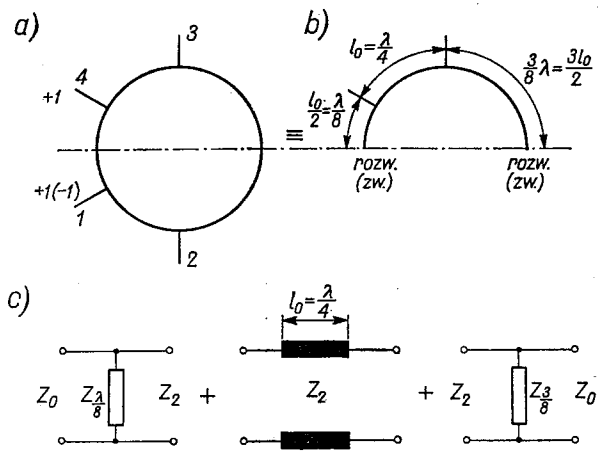


Rys. 12. Struktura sprzęgacza pierścieniowego

Falowe macierze transmitancji i rozproszenia mogą być określone analogicznie jak w przypadku poprzednim, tzn. przy zastosowaniu metody odbić lustrzanych. Jest to możliwe, gdyż rozważany czterowrotnik charakteryzuje się symetrią względem osi poziomej. Na rys. 13 schematycznie przedstawiono strukturę dwuwrotników dla pobudzenia parzystego i nieparzystego.

Impedancje $Z_{\lambda/8}$ i $Z_{\frac{3}{8}\lambda}$, w zależności od rodzaju pobudzenia, są impedancjami wejściowymi odcinków linii $\lambda/8$ i $\frac{3}{8}\lambda$ (dla częstotliwości środkowej), odpowiednio zwartych (dla pobudzenia w przeciwfazie) i rozwartych (dla pobudzenia w fazie) na końcu.

Falowe macierze transmitancji dwóch pierwszych elementów składowych, a mianowicie pierwszej impedancji bocznikującej oraz szeregowego odcinka linii, mają postać identyczną jak w przypadku opisanego wyżej sprzęgacza dwugałęziowego i są odpowiednie wyrażone zależnościami (4) i (5).



Rys. 13. Zastosowanie metody odbić zwierciadlanych w przypadku czterowrotnika pierścieniowego a) struktura czterowrotnika pierścieniowego, b) równoważny dwuwrotnik, c) dwuwrotniki składowe

Macierz reprezentująca bocznikujący odcinek linii o długości $\frac{3}{2}l$ ma postać następującą:

$$[T_3]_{\substack{e\\o}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Z_o}{Z_2}}\begin{bmatrix} 1+\frac{Z_2}{Z_o}\pm j\frac{Z_2}{Z_1}\left[\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi l}{\lambda}\right)\right]^{\pm 1}; & 1-\frac{Z_2}{Z_o}\pm j\frac{Z_2}{Z_1}\left[\operatorname{tg}\left(3\frac{\pi l}{\lambda}\right)\right]^{\pm 1} \\ 1-\frac{Z_2}{Z_o}\mp j\frac{Z_2}{Z_1}\left[\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi l}{\lambda}\right)\right]^{\pm 1}; & 1+\frac{Z_2}{Z_o}\mp j\frac{Z_2}{Z_1}\left[\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi l}{\lambda}\right)\right]^{\pm 1} \end{bmatrix} \tag{28}$$

Wprowadzając zmienną $t=\operatorname{tg}\frac{\pi l}{\lambda}$ oraz korzystając ze znanej zależności trygonometrycznej:

$$\operatorname{tg}\frac{3\pi l}{\lambda} = \frac{3\operatorname{tg}\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)-\operatorname{tg}^3\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)}{1-3\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)}, \tag{29}$$

macierz tę możemy przedstawić w formie:

$$[T_3]_{\substack{e\\o}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Z_o}{Z_2}}\begin{bmatrix} 1+\frac{Z_2}{Z_o}\pm j\frac{Z_2}{Z_1}\left(\frac{t^3-3t}{3t^2-1}\right)^{\pm 1}; & 1-\frac{Z_2}{Z_o}\pm j\frac{Z_2}{Z_1}\left(\frac{t^3-3t}{3t^2-1}\right)^{\pm 1} \\ 1-\frac{Z_2}{Z_o}\mp j\frac{Z_2}{Z_1}\left(\frac{t^3-3t}{3t^2-1}\right)^{\pm 1}; & 1+\frac{Z_2}{Z_o}\mp j\frac{Z_2}{Z_1}\left(\frac{t^3-3t}{3t^2-1}\right)^{\pm 1} \end{bmatrix}. \tag{30}$$

Wynikową macierz transmitancji dla obu przypadków pobudzeń można uzyskać wymnażając przez siebie macierze odpowiadające elementom składowym

$$[T]_{\substack{e\\o}} = [T_1]_{\substack{e\\o}}[T_2][T_3]_{\substack{e\\o}}. \tag{31}$$

Dla częstotliwości środkowej, tzn. przy warunku $t = 1$

$$[T]_{\substack{e\\o}} = \begin{bmatrix} \frac{j}{2}\left(\frac{Z_o}{Z_2}+\frac{Z_oZ_2}{Z_1^2}+\frac{Z_2}{Z_o}\right); & \pm\frac{Z_2}{Z_1}+\frac{j}{2}\left(\frac{Z_o}{Z_2}+\frac{Z_oZ_2}{Z_1^2}-\frac{Z_2}{Z_o}\right) \\ \pm\frac{Z_2}{Z_1}-\frac{j}{2}\left(\frac{Z_o}{Z_2}+\frac{Z_oZ_2}{Z_1^2}-\frac{Z_2}{Z_o}\right); & -\frac{j}{2}\left(\frac{Z_o}{Z_2}+\frac{Z_oZ_2}{Z_1^2}+\frac{Z_2}{Z_o}\right) \end{bmatrix}, \tag{32}$$

a po znormalizowaniu wszystkich impedancji względem Z_o

$$[T]_{\substack{e\\o}} = \begin{bmatrix} \frac{j}{2}\left(\frac{1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1^2}+z_2\right); & \pm\frac{z_2}{z_1}+\frac{j}{2}\left(\frac{1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1^2}-z_2\right) \\ \pm\frac{z_2}{z_1}-\frac{j}{2}\left(\frac{1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1^2}-z_2\right); & -\frac{j}{2}\left(\frac{1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1^2}+z_2\right) \end{bmatrix}. \tag{33}$$

Korzystając z zależności (2) możemy określić macierz rozproszenia czterowrotnika:

$$[S] = \frac{1}{z_1^2+z_2^2+z_1^2z_2^2}\begin{bmatrix} z_2^2z_1^2-z_1^2-z_2^2; & -j2z_2z_1^2\ ; & 0\ ; & -j2z_2^2z_1 \\ -j2z_2z_1^2\ ; & z_2^2z_1^2-z_1^2-z_1^2; & j2z_2^2z_1\ ; & 0 \\ 0\ ; & j2z_2^2z_1\ ; & z_2^2z_1^2-z_1^2-z_2^2; & -j2z_2z_1^2 \\ -j2z_2^2z_1\ ; & 0\ ; & -j2z_2z_1^2\ ; & z_2^2z_1^2-z_1^2-z_2^2 \end{bmatrix} \tag{34}$$

Widzimy więc, że bez względu na dobór impedancji charakterystycznych poszczególnych gałęzi, czterowrotnik ten charakteryzuje się nieskończenie wielką izolacją między wejściami 1-szym i 3-cim (2-gim i 4-tym). Można również stwierdzić, że przy pobudzeniu gałęzi pierwszej (lub 4-tej) sygnał dzieli się, w stosunku uzależnionym od doboru impedancji charakterystycznych, między wyjście 2-gie i 4-te (lub 1-sze i 3-cie), przy czym sygnały w tych wyjściach są względem siebie w fazie i przesunięte o $-90°$ względem sygnału wejściowego. Przy pobudzeniu wejścia 2-go (lub 3-go) sygnał dzieli się między wyjścia 1-sze i 3-cie (lub 2-gie i 4-te), przy czym sygnały wyjściowe są w przeciwfazie przesunięte względem sygnału na wejściu odpowiednio o $90°$ i $-90°$.

W przypadku ogólnym nie jest zapewnione dopasowanie na wejściach, lecz można je uzyskać przez odpowiedni dobór impedancji charakterystycznych. Należy w tym celu zapewnić spełnienie następującego warunku:

$$z_1^2+z_2^2 = z_1^2z_2^2, \tag{35}$$

który w przypadku zamiany impedancji na admitancję $\left(Y_1 = \frac{1}{z_1},\ Y_2 = \frac{1}{z_2}\right)$ przyjmuje postać:

$$y_1^2+y_2^2 = 1. \tag{36}$$

Macierz rozproszenia czterowrotnika może być teraz przedstawiona w formie:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0\ ; & -jy_2; & 0\ ; & -jy_1 \\ -jy_2; & 0\ ; & jy_1\ ; & 0 \\ 0\ ; & jy_1\ ; & 0\ ; & -jy_2 \\ -jy_1; & 0\ ; & -jy_2; & 0 \end{bmatrix}. \tag{37}$$

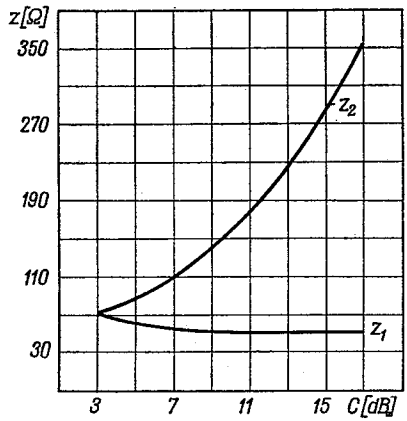
Jak widać z przytoczonej tu macierzy, w zależności od wyboru wielkości admitancji charakterystycznych (impedancji), oczywiście przy jednoczesnym spełnieniu warunku (41), uzyskamy różny podział mocy między wyjścia 2-gie i 4-te (przy pobudzeniu wejścia 1-go). Przy uwzględnieniu warunku (35), współczynniki sprzężenia określone są następująco:

$$C_{21} = 10\lg\frac{1}{y_2^2} = 10\lg z_2^2 = 10\lg\frac{z_1^2}{z_1^2-1}, \tag{38}$$

$$C_{41} = 10\lg\frac{1}{y_1^2} = 10\lg z_1^2 = 10\lg\frac{z_2^2}{z_2^2-1}. \tag{39}$$

Tak więc $C_{21} = C_{41} + 10\lg(z_2^2-1)$.

Na rys. 14 przedstawiono zależność impedancji charakterystycznych, spełniających warunek na idealne dopasowanie na wejściu, w funkcji sprzężenia C. Z wykresu tego



Rys. 14. Impedancje charakterystyczne ramion sprzęgacza pierścieniowego w funkcji sprzężenia

widać, że w miarę osłabiania sprzężenia impedancja charakterystyczna z_1 maleje asymptotycznie do wartości 50 Ω (przy założeniu $Z_o = 50\ \Omega$), natomiast impedancja z_2 wzrasta nieograniczenie.

Zarówno z macierzy (37), jak też z rys. 10 wynika, że chcąc uzyskać równomierny podział mocy między wyjścia, tzn. aby zrealizować sprzęgacz 3-decybelowy, należy spełnić warunek

$$y_1 = y_2 (z_1 = z_2), \tag{40}$$

który po uwzględnieniu warunku na dopasowanie na wejściach (35) sprowadza się do postaci:

$$z_1 = z_2 = \sqrt{2}. \tag{41}$$

Jeżeli np. w rozwiązaniu praktycznym, przyjmiemy $Z_o = 50\ \Omega$, to impedancje charakterystyczne poszczególnych ramion 3-decybelowego sprzęgacza pierścieniowego są sobie równe i przyjmują wartość 70, 71 Ω.

Aby określić parametry robocze tego sprzęgacza w funckji częstotliwości, należy przeprowadzić zupełnie analogiczne obliczenia jak w przypadku sprzęgacza dwugałęzio-

wego, tzn. należy obliczyć współczynniki macierzy transmitancji dwuwrotników dla pobudzenia w fazie i przeciwfazie. Podobnie jak w poprzednim przypadku wprowadzamy oznaczenia

$$\frac{Z_o}{Z_1} = \frac{Z_o}{Z_2} = A_2, \tag{42}$$

przy czym A_2 w ogólnym przypadku przyjmuje wartości dowolne, a dla idealnego sprzęgacza 3-decybelowego równa jest $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Wyniki obliczeń współczynników macierzy transmitancji dwuwrotników dla obu pobudzeń oraz uzyskane na ich podstawie współczynniki macierzy rozproszenia czterowrotnika podane są w Dodatku na końcu pracy.

Dla przypadku sprzężenia 3-decybelowego, co odpowiada $A_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, współczynniki te przyjmują wartości równe podanym w pracy [4]. Obliczone na ich podstawie parametry robocze sprzęgacza:

— współczynnik fali stojącej

$$WFS = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|}, \tag{43}$$

— izolacja między wejściem 1-szym i 3-cim

$$I = 10\lg\frac{1}{|S_{13}|^2}, \tag{44}$$

— sprzężenie między wejściem 1-szym i 2-gim

$$C_{21} = 10\lg\frac{1}{|S_{12}|^2}, \tag{45}$$

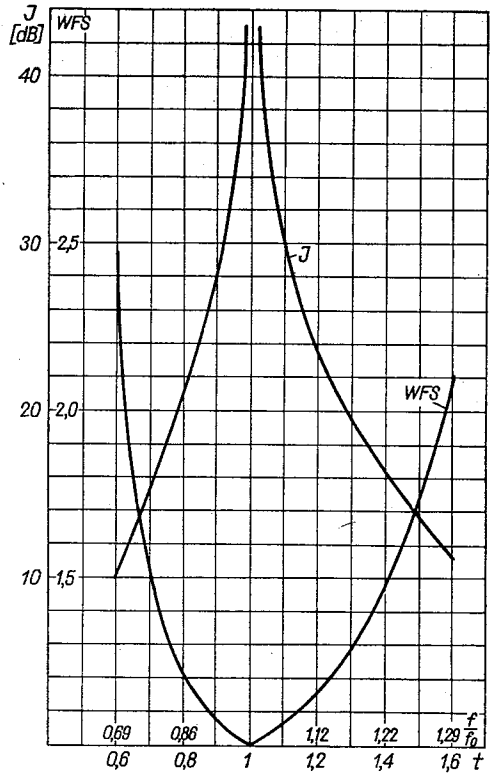
— sprzężenie między wejściem 1-szym i 4-tym

$$C_{41} = 10\lg\frac{1}{|S_{14}|^2} \tag{46}$$

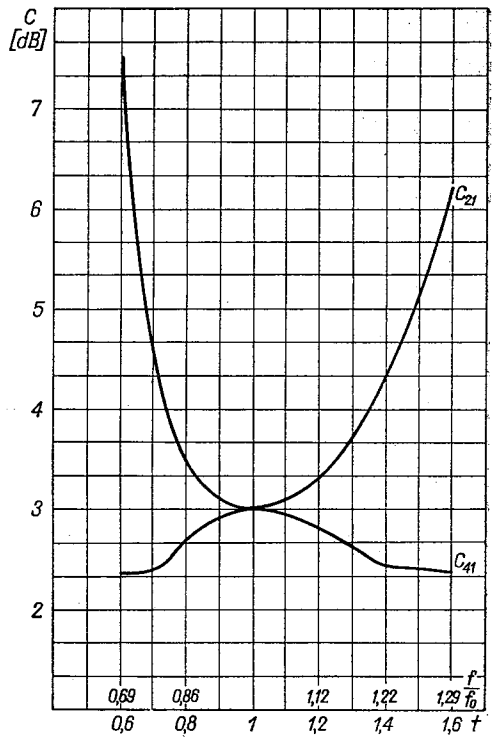
przedstawione są na rys. 15 i 16.

Widzimy, że w 10%-pasmie izolacja idealnego 3-decybelowego sprzęgacza pierścieniowego jest większa niż 33 dB, a wejściowy *WFS* mniejszy niż 1,05. W paśmie tym sprzężenie C_{41} maleje względem poziomu 3 dB o około 0,025 dB, a sprzężenie C_{21} wzrasta względem tego samego poziomu o około 0,03 dB. Tak więc różnica w podziale mocy między wyjście 2-gie i 4-te jest rzędu 0,05 dB.

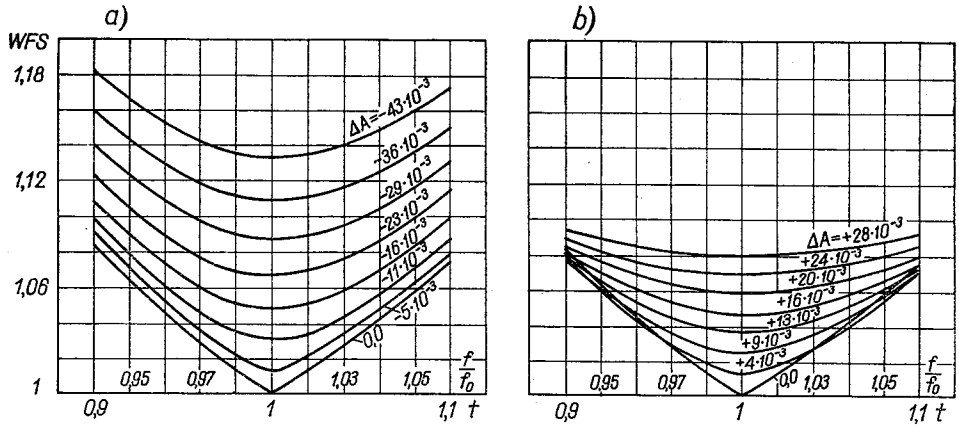
Podobnie jak w przypadku sprzęgacza dwugałęziowego należy się liczyć z nieidealną realizacją sprzęgacza, w związku z czym parametr A_2 przyjmować będzie wartości różne od $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Prosty przypadek nieidealnej realizacji 3-dB-sprzęgacza pierścieniowego przy użyciu *NLP*, został rozpatrzony w cytowanej wyżej pracy [3], w której, jak już wspomniano, uwzględniono jedynie wpływ tolerancji wykonania linii na parametry robocze dla środka



Rys. 15. Częstotliwościowa charakterystyka *WFS* i izolacji 3-dB-sprzęgacza pierścieniowego



Rys. 16. Częstotliwościowe charakterystyki sprzężeń C_{21} i C_{41} 3-dB-sprzęgacza pierścieniowego

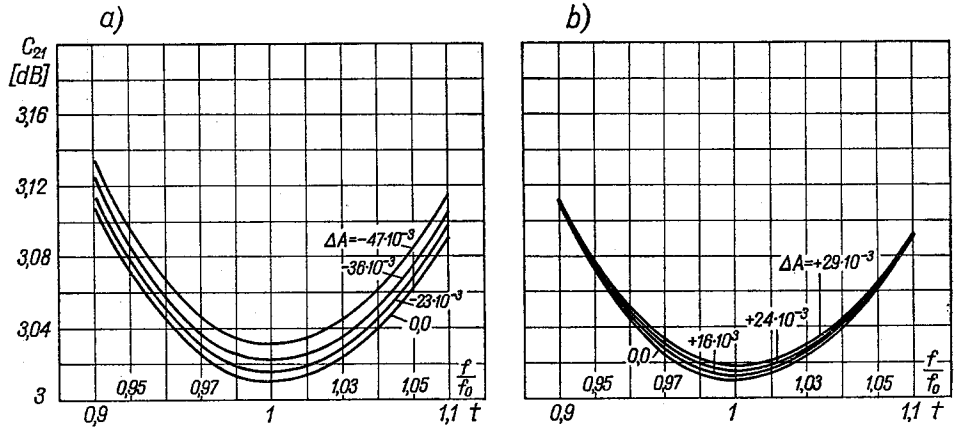


Rys. 17. Częstotliwościowe charakterystyki *WFS* sprzęgacza pierścieniowego w zależności od parametru

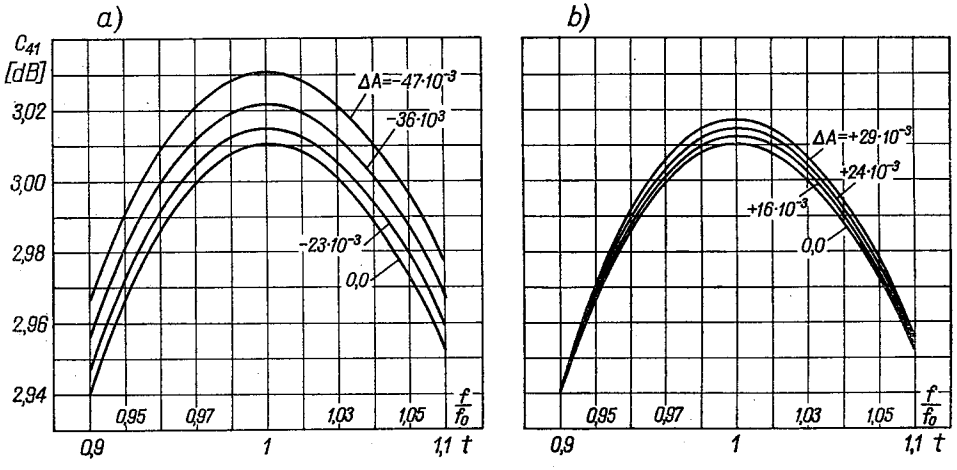
$$\Delta A = A_2 - 1/\sqrt{2}$$

a) $\Delta A < 0$, b) $\Delta A > 0$

pasma, przy założeniu poprawności wzorów projektowych na imepdancję charakterystyczną *NLP*. Podane w Dodatku zależności (55)÷(58) pozwalają określić charakterystyki częstotliwościowe parametrów roboczych sprzęgacza dla przypadków, gdy $A_2 \neq \frac{1}{\sqrt{2}}$. Charakterystyki te, dla różnych wartości ΔA, traktowanych jako parametr (gdzie ΔA



Rys. 18. Częstotliwościowe charakterystyki sprzężenia C_{21} sprzęgacza pierścieniowego w zależności od parametru ΔA, gdzie $\Delta A = A_2 - 1/\sqrt{2}$
a) $\Delta A < 0$, b) $\Delta A > 0$



Rys. 19. Częstotliwościowe charakterystyki sprzężenia C_{41} sprzęgacza pierścieniowego w zależności od parametru ΔA, gdzie $\Delta A = A_2 - 1/\sqrt{2}$
a) $\Delta A < 0$, b) $\Delta A > 0$

oznacza odchyłkę od wartości nominalnej $A_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$), przedstawione są na rys. 17, 18, 19. Nie przytoczono tu częstotliwościowej charakterystyki izolacji sprzęgacza, gdyż jest ona prawie identyczna z charakterystyką idealną (dla $A_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$), przedstawioną na rys. 15.

Analizując przedstawione tu charakterystyki można stwierdzić, że nieidealne spełnienie warunku $A_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, wpływa przede wszystkim na pogorszenie wejściowego *WFS*. Pozostałe parametry robocze — izolacja I oraz sprzężenie C_{21} i C_{41} — zmieniają się w sposób nieznaczny w stosunku do przypadku idealnego.

4. PODSUMOWANIE

Jak wynika z przeprowadzonych wyżej rozważań, czterowrotniki dwugałęziowe i pierścieniowe, przy spełnieniu określonych warunków na impedancje charakterystyczne poszczególnych ramion, posiadają przy częstotliwości środkowej własności idealnych sprzęgaczy kierunkowych. Wielkość sprzężenia może być w pewnym zakresie (organiczonym możliwościami praktycznymi) ustalona przez dobór impedancji charakterystycznych, przy jednoczesnym zapewnieniu warunków na dopasowanie wejść i nieskończenie wielką izolację.

Z porównania obu typów sprzęgaczy wynika, że czterowrotnik dwugałęziowy jest bardziej selektywny niż pierścieniowy. Jeśli chodzi o wpływ nieidealnej realizacji na parametry robocze tych układów, to okazuje się, że sprzęgacz pierścieniowy jest mniej „czuły" na odchyłki od nominalnych wartości impedancji, a tym samym jest łatwiejszy do wykonania. Widać więc, że jeśli chodzi o parametry elektryczne, sprzęgacze pierścieniowe górują nad dwugałęziowymi, jednakże ze względu na ich mniej wygodną geometrię są rzadziej niż dwugałęziowe stosowane w mikrofalowych układach scalonych realizowanych w oparciu o *NLP*.

Dodatek

Obliczenie charakterystyk częstotliwościowych parametrów roboczych sprzęgacza dwugałęziowego

Korzystając z ogólnych zależności (2)÷(7) na macierze transmitancji dwuwrotników składowych, uzyskać można współczynniki falowych macierzy transmitancji dla parzystego i nieparzystego pobudzenia:

$$
\begin{aligned}
T_{11e} &= \frac{1}{A_1(1+t^2)}\{A_1(1-t^2)-2t^2+jt[(1-t^2)(A_1+1)+A_1^2]\},\\
T_{22e} &= \frac{1}{A_1(1+t^2)}\{A_1(1-t^2)-2t^2-jt[(1-t^2)(A_1+1)+A_1^2]\},\\
T_{12e} &= \frac{jt}{A_1(1+t^2)}[A_1^2-1-t^2+A_1(1-t^2)],\\
T_{21e} &= \frac{-jt}{A_1(1+t^2)}[A_1^2-1-t^2+A_1(1-t^2)];
\end{aligned}
\tag{47}
$$

$$
T_{11o} = \frac{1}{A_1 t(1+t^2)}\{t[A_1(1-t^2)+2]+j[t^2(1+A_1^2)-1-A_1(1-t^2)]\},
$$

$$T_{22o} = \frac{1}{A_1 t(1+t^2)} \{t[A_1(1-t^2)+2]-j[t^0(1+A_1^2)-1-A_1(1-t^2)]\},$$
$$T_{12o} = \frac{j}{A_1 t(1+t^2)} [t^2(A_1^2-1)-1-A_1(1-t^2)], \tag{48}$$
$$T_{21o} = \frac{-j}{A_1 t(1+t^2)} [t^2(A_1^2-1)-1-A_1(1-t^2)].$$

Możemy teraz, korzystając ze wzorów (2), określić współczynniki macierzy rozproszenia. Wartości bezwzględne tych współczynników dostarczają informacji na temat własności częstotliwościowych sprzęgacza.

Mianowicie $|S_{11}|$ jest modułem współczynnika odbicia, a więc określa *WFS* na wejściach sprzęgacza $|S_{14}|$ określa izolację między odpowiednimi wejściami, a $|S_{12}|$ oraz $|S_{13}|$ określają stopień podziału mocy. Po niezbędnych obliczeniach wyrażenia te można przedstawić w następującej postaci:

$$|S_{11}| = \frac{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}{c_1}, \tag{49}$$

gdzie:

$$a_1 = -A_1[A_1(A_1+1)^2(t^{12}+1)+2(A_1+1)^2(A_1^3+A_1^2+A_1-1)t^8+1)-A_1(4A_1^5+14A_1^4+22A_1^3+ +19A_1^2+10A_1+5)t^4(t^4+1)+2(A_1^7+4A_1^6+10A_1^5+16A_1^4+14A_1^3+4A_1^2-2A_1+2)t^6],$$
$$b_1 = A_1(A_1+1)t(t^2-1)[(A_1^3+A_1^2-2A_1-1)(t^8+1)-(3A_1^4+6A_1^3+4A_1^2+6A_1)t^2(t^4+1)+ +2(A_1^5+3A_1^4+5A_1^3+3A_1^2-4A_1+1)t^4],$$
$$c_1 = 2[A_1^2(A_1+1)^2(t^{12}+1)+(A_1^6+2A_1^5+3A_1^4+2A_1^3+1)t^2(t^8+1)-(2A_1^7+6A_1^6+8A_1^5+3A_1^4+ +2A_1^3+A_1^2-4)t^4(t^4+1)+(A_1^8+4A_1^7+10A_1^6+12A_1^5+6A_1^4-4A_1^3+6)t^6];$$

$$|S_{14}| = \frac{\sqrt{d_1^2+e_1^2}}{c_1}, \tag{50}$$

gdzie:

$$d_1 = (A_1+1)(t^2-1)[(2A_1^4+A_1^3+A_1^2-2)t^2(t^6+1)+2(2A_1^4-3)t^4(t^2+1)- -A_1^2(A_1+1)(t^{10}+1)],$$
$$e_1 = t[(A_1^6+2A_1^5+2A_1^4+3A_1^3+5A_1^2+A_1-4)t^2(t^6+1)+(A_1^6-A_1^5-2A_1^4+ +2A_1^3+4A_1^2-2A_1-12)t^4(t^2+1)-A_1(A_1^4+4A_1^3+5A_1^2+A_1-1)(t^{10}+1)];$$

$$|S_{12}| = \frac{\sqrt{f_1^2+g_1^2}}{c_1}, \tag{51}$$

gdzie:

$$f_1 = A_1(A_1+1)(1-t^4)[2(A_1^4+2A_1^3+3A_1^2-A_1-2)t^4-2(A_1^3+1)t^2(t^4+1)+A_1(A_1+1)(t^8+1)],$$
$$g_1 = A_1 t(t^2+1)[A_1^2(3A_1^3+7A_1^2+8A_1+2)t^2(t^4+1)-(A_1^4+2A_1^3+3A_1^2+3A_1+1)(t^8+1)- -2(A_1^6+3A_1^5+6A_1^4+6A_1^3+3A_1^2-3A_1-1)t^4];$$

$$|S_{13}| = \frac{\sqrt{k_1^2+l_1^2}}{c_1}, \tag{52}$$

gdzie:

$$k_1 = A_1(t^2+1)[A_1(A_1+1)^2(t^{10}+1)-(2A_1^4+5A_1^3+6A_1^2+3A_1+2)t^2(t^6+1)+ +2(2A_1^3+2A_1^2+A_1-3)t^4(t^2+1)],$$
$$l_1 = A_1(A_1+1)t(t^4-1)(t^2+1)[(A_1^3+3A_1^2+2A_1+1)(t^4+1)- -(A_1^4+2A_1^3+2A_1^2+4A_1-2)t^2].$$

OBLICZENIE CHARAKTERYSTYK CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH SPRZĘGACZA PIERŚCIENIOWEGO

Opierając się na wyrażeniach (4), (5), (30), (31) można obliczyć współczynniki macierzy transmitancji dwuwrotników dla pobudzenia w fazie i przeciwfazie. Współczynniki te przyjmują postać:

$$
\begin{aligned}
T_{11e} &= \frac{1}{A_2(1+t^2)}\left\{A_2\left(1-t^2\frac{7t^2-5}{3t^2-1}\right)-jt\,[A^2(t^2-3)-1]\right\},\\
T_{22e} &= \frac{1}{A_2(1+t^2)}\left\{A_2\left(1-t^2\frac{7t^2-5}{3t^2-1}\right)+jt\,[A_2^2(t^3-3)-1]\right\},\\
T_{12e} &= \frac{t}{A_2(1+t^2)}\left\{2A_2t\frac{t^2+1}{3t^2-1}-j\,[A_2^2(t^2-3)+1]\right\},\\
T_{21e} &= \frac{t}{A_2(1+t^2)}\left\{2A_2t\frac{t^2+1}{3t^2-1}+j\,[A_2^2(t^2-3)+1]\right\};
\end{aligned}
\tag{53}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{11o} &= \frac{1}{A_2t(1+t^2)}\left\{A_2t\left(\frac{5t^2-7}{t^2-3}-t^2\right)+j\,[A_2^2(3t^2-1)+t^2]\right\},\\
T_{22o} &= \frac{1}{A_2t(1+t^2)}\left\{A_2t\left(\frac{5t^2-7}{t^2-3}-t^2\right)-j\,[A_2^2(3t^2-1)+t^2]\right\},\\
T_{12o} &= \frac{1}{A_2t(1+t^2)}\left\{2A_2t\frac{t^2+1}{t^2-3}+j\,[A_2^2(3t^2-1)-t^2]\right\},\\
T_{21o} &= \frac{1}{A_2t(1+t^2)}\left\{2A_2t\frac{t^2+1}{t^2-3}-j\,[A_2^2(3t^2-1)-t^2]\right\}.
\end{aligned}
\tag{54}
$$

Podstawienie wyrażeń (53) i (54) do zależności (2) prowadzi już bezpośrednio do wyznaczenia współczynników macierzy rozproszenia sprzęgacza pierścieniowego. Wartości bezwzględne tych współczynników, określające parametry robocze sprzęgacza, przyjmują postać następującą:

$$
|S_{11}| = \frac{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}{c_2}, \tag{55}
$$

gdzie:

$$
\begin{aligned}
a_2 = {} & -9A_2^6(t^{20}+1)-(162A_2^8-132A_2^6+14A_2^4)t^2(t^{16}+1)+(2160A_2^8-1237A_2^6+\\
& +80A_2^4+26A_2^2)t^4(t^{12}+1)-(11448A_2^8-6128A_2^6+40A_2^4+260A_2^2-\\
& -18)t^6(t^8+1)+(30480A_2^8-15266A_2^6-80A_2^4+1030A_2^2-120)t^8(t^4+1)+\\
& +(-42572A_2^8+19992A_2^6+108A_2^4-1464A_2^2+236)t^{10},\\
b_2 = {} & A_2t\,[(27A_2^6-24A_2^4)(t^{18}-1)+(-675A_2^6+464A_2^4-73A_2^2)t^2(t^{14}-1)+(5436A_2^6-4040A_2^4+\\
& +819A_2^2-36)t^4(t^{10}-1)+(-20332A_2^6+15576A_2^4-3761A_2^2+276)t^6(t^6-1)+(39066A_2^6-\\
& -29048A_2^4+7635A_2^2-712)t^8(t^2-1)],\\
c_2 = {} & 2\,[9A_2^6(t^{20}+1)+(81A_2^8-150A_2^6+40A_2^4)t_2(t^{16}+1)-(1080A_2^8-1357A_2^6+470A_2^4-\\
& -40A_2^2)t^4(t^{12}+1)+(5724A_2^8-6328A_2^6+2380A_2^4-328A_2^2+9)t^6(t^8+1)-(15240A_2^8-\\
& -15146A_2^6+5578A_2^4-1016A_2^2+60)t^8(t^4+1)+(21286A_2^8-19556A_2^6+7640A_2^4-\\
& -1328A_2^2-+118)t^{10}];
\end{aligned}
$$

$$
|S_{14}| = \frac{\sqrt{d_2^2+e_2^2}}{c_2}, \tag{56}
$$

gdzie:

$$
\begin{aligned}
d_2 = {} & A_2^2\,[-9A_2^4(t^{20}-1)+(168A_2^4-32A_2^2)t^2(t^{16}-1)+(-1171A_2^4+432A_2^2-36)t^4(t^{12}-1)+\\
& +(3696A_2^4-2048A_2^2+240)t^6(t^8-1)+(-4762A_2^4+2672A_2^2-436)t^8(t^4-1)],
\end{aligned}
$$

$$e_2 = A_2 t\,[-A_2^4(27A_2^2+6)(t^{18}+1)+(405A_2^6-4A_2^4-11A_2^2)t^2(t^{14}+1)+(-2196A_2^6+518A_2^4+ +115A_2^2-18)t^4(t^{10}+1)+(5068A_2^6-1630A_2^4-423A_2^2+102)t^6(t^6+1)+(-3506A_2^6+ +738A_2^4+127A_2^2-116)t^8(t^2+1)];$$

$$|S_{12}| = \frac{\sqrt{f_2^2+g_2^2}}{c_2}, \tag{57}$$

gdzie:

$$f_2 = A_2^2\,[-9A_2^4(t^{20}-1)+(150A_2^4-52A_2^2)t^2(t^{16}-1)+(-1087A_2^4+576A_2^2-30)t^4(t^{12}-1)+ +(3700A_2^4-2040A_2^2+232)t^6(t^8-1)+(-5078A_2^4+2176A_2^2-470)t^8(t^4-1)],$$

$$g_2 = A_2 t\,[-27A_2^6(t^{18}+1)+(405A_2^6-102A_2^4-31A_2^2)t^2(t^{14}+1)+(-2196A_2^6+694A_2^4+183A_2^2- -18)t^4(t^{10}+1)+(5068A_2^6-1246A_2^4-315A_2^2+102)t^6(t^6+1)+(-3506A_2^6+270A_2^4- -29A_2^2-116)t^8(t^2+1)];$$

$$|S_{13}| = \frac{\sqrt{k_2^2+l_2^2}}{c_2}, \tag{58}$$

gdzie:

$$k_2 = A_2^2\,[9A_2^4(t^{20}+1)+(-150A_2^4+10A_2^2)t^2(t^{16}+1)+(709A_2^4-136A_2^2-12)t^4(t^{12}+1)+ +(-1000A_2^4+200A_2^2+40)t^6(t^8+1)+(-718A_2^4+136A_2^2+12)t^8(t^4+1)+2(1150A_2^4- -210A_2^2-40)t^{10}],$$

$$l_2 = A_2^3 t\,[A_2^2(27A_2^2+18)(t^{18}-1)+(-243A_2^4-126A_2^2+31)t^2(t^{14}-1)+(684A_2^4+316A_2^2- -165)t^4(t^{10}-1)+(-316A_2^4-164A_2^2+87)t^6(t^6-1)+(-1270A_2^4-624A_2^2+283)t^8(t^2-1)].$$

Autor składa wyrazy podziękowania Panu doc. drowi hab. inż. Krzysztofowi St. Grabowskiemu za wiele cennych uwag, które były pomocne w opracowaniu niniejszego artykułu.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. J. Reed, G. E. Wheeler, A Method of Analysis of Symmetrical Four-Port Networks, IRE Trans., MTT-14, ss. 246—252, 1956.
2. A. Ł. Fieldsztiejn, Ł. R. Jawicz, Sintiez czietyriochpoljusnikow i wosmipoljusnikow na SWCZ, Izdatielstwo „Swjaź", Moskwa 1965.
3. R. Vogel, Effects of Dimensional Tolerances on the Performance of Microstrip Components, Proceedings of The Fourth Colloquium on Microwave Communication, Budapest, 21—24 April, 1970.
4. Ł. G. Małoraćkij, K analizu gibridnowo kolca, Radiotiechnika, t. 22, nr 9, 1967.

R. VOGEL

PROPERTIES OF DIRECTIONAL COUPLERS EMPLOYED IN MICROWAVE INTEGRATED CIRCUITS

Summary

The paper discussed briefly some theoretical aspects regarding the four-ports of a two-branch line and ring type. The analysis is performed with the use of the even and odd excitation method. On the basis of this method the scattering wave matrix has been derived. The coefficients of this matrix permit to determine directly circuit parameters such as input voltage standing wave ratio, coupling and isolation. The interpretation of these coefficients yields also the conditions which have to be satisfied in order to obtain an ideal performance directional coupler, i.e. matching at inputs and infinite isolation between the input

and non-excited output. In this way, the dependence between the characteristics impedances of coupler arms and coupling coefficients is also determined. The properties of 3-dB couplers are described more thoroughly i.e. their parameters and frequency characteristics are given, and the characteristic impedance dependence on inaccuracy of realisation of such couplers is also discussed.

R. VOGEL

LES PROPRIETÉS DES COUPLEURS DIRECTIFS APPLIQUÉS DANS LES CIRCUITS INTÉGRÉS À MICROONDES

Résumé

Dans cet article on présente l'étude théorique des octôpoles à deux branches et des octopôles annulaires. On calcule des matrices de dispersion de ces montages en utilisant la méthode des reflections images. Une discussion de coéfficients de ces matrices permet de définir les conditions dans lesquellelles octopôles considerés ont les proprietés des coupleurs directifs ideaux, c.-a-d. les cas ou ils sont caractérisés sur la fréquence centrale par l'adaptation des entrées et l'isolation infinite des deux entrées convenablement choisiers. On calcule aussi une dépendence de couplage entrée-sortie de l'impedance caractéristique des branches. Dans le cas des coupleurs 3 dB discutés d'une façon plus détaillée on étudie la dépendence des paramètres de fréquence tenant compte d'une réalisation inexacte des impedances caractéristiques.

R. VOGEL

EIGENSCHAFTEN DER IN VERKOPPELTEN MIKROWELLENANORDNUNGEN ANGEWANDTEN RICHTKOPPLERLEITUNGEN

Zusammenfassung

In dem Aufsatz wurde ein Abriss der Theorie von Achtpolen in der Form von Zweigleitungskopplern und Ringleitungen angegeben. Zu diesem Zweck wurde die Spiegelreflexionsmethode angewandt, mit Hilfe deren die Streumatrizen S dieser Anordnungen berechnet wurden. Die Interpretation der Matrixkoeffizienten führte zur Aufstellung von Bedingungen, die erfüllt werden müssen, damit die Achtpole Eigenschaften idealer Richtkoppler besitzen, d.h. in der Bandmitte Anpassung an den Eingängen und unendlich grosse Isolation zwischen einem ausgesuchten Eingangspaar aufweisen.

Es wurde auch die Abhängigkeit der Kopplung zwischen dem Eingang und den Ausgängen von den Wellenimpedanzen der Richtkopplerarme ermittelt. Die 3-dB-Koppler wurden ausführlicher behandelt, mit Berechnung der Freqzuenzkennlinien der Parameter dieser Anordnungen, wobei auch der Einfluss der Ausführungstoleranzen der Wellenimpedanzen von Richtkopplerleitungen auf ihre Eigenschaften berücksichtigt wurde.

Р. ВОГЕЛЬ

СВОЙСТВА НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В МИКРОВОЛНОВЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМАХ

Резюме

В статье изложены элементы теории разветвленных и гибриднокольцевых восьмиполюсников. Введение метода зеркальных отражений позволило определить матрицы рассеяния таких схем. На основании элементов матриц рассеяния определены условия, которые должны быть выпол-

нены, чтобы использованные схемы имели свойства идеальных направленных ответвителей (идеальную направленность и идеальное согласование всех плеч).

Рассмотрена зависимость между переходными ослаблениями плечей и волновыми сопротивлениями ветвей ответвителя. Более подробно рассмотрены ответвители с 3 дб. ослаблением по мощности, а именно: расчитаны частные характеристики рабочих параметров, а также проанализировано, как измиеняютця эти характеристики, если волновые сопротивления выполнены не точно.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1971, *17*, z. 3, ss 541—561

621.385.6

Układ automatycznej regulacji częstotliwości klistronu z dyskryminatorem mikrofalowym

MACIEJ KRAWCZYK (WARSZAWA)

Instytut Fizyki PAN, Zakład Magnetyków, Warszawa

Otrzymano 26.8.1970

Na wstępie artykułu omówiono zalety i wady najczęściej stosowanych układów automatycznej regulacji częstotliwości klistronu, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowania tych układów w spektroskopii oraz wprowadzono klasyfikację układów ARCz. Następnie podano schemat blokowy i szczegółowo omówiono działanie części mikrofalowej opisywanego układu ARCz. Na podstawie analizy rozpływu fal w części mikrofalowej układu wyprowadzono wyrażenie charakteryzujące zależność między różnicą prądów diod mikrofalowych, stanowiącą sygnał błędu, a fazą współczynnika odbicia rezonatora. Analogiczne zależności wyprowadzono dla wszystkich opisanych w artykule układów ARCz opartych na zasadzie porównywania przebiegów o częstotliwości podstawowej. W tablicy 1 zebrano cechy charakteryzujące przeanalizowane układy mikrofalowe i następnie podkreślono takie zalety opisywanego układu jak: przystosowanie do pracy z rezonatorem roboczym spektrometru lub z rezonatorem pomocniczym, łatwość zestrojenia wynikającą z zastosowania tylko jednego elementu regulacyjnego i stosunkowo wysoką czułość. W dalszej części artykułu opisano, zaznaczoną szkicowo, część elektroniczną omawianego układu ARCz. W zakończeniu podano możliwość modyfikacji części mikrofalowej układu ARCz; otrzymuje się układ charakteryzujący się prostszą częścią elektroniczną.

1. WSTĘP

Zwiększenie stałości częstotliwości przebiegów generowanych przez źródła mocy mikrofalowej pozwala na zwiększenie czułości i rozdzielczości pomiarowych układów mikrofalowych i umożliwia dokładniejsze zrównoważenie mikrofalowych układów mostkowych. Stałość częstotliwości przebiegów generowanych przez klistron, stanowiący źródło mocy mikrofalowej w laboratoryjnych układach pomiarowych, zależy głównie od stałości napięć źródeł zasilających, stałości częstotliwości własnej wnęki klistronu i stałości obciążenia. W celu zredukowania niestabilności częstotliwości klistronów stosuje się najczęściej następujące metody:

a) Zastosowanie wysokostabilnych zasilaczy klistronów, ze szczególnie dobrą stabilizacją źródła napięcia zasilającego reflektor klistronu.

b) Umieszczenie klistronu w kąpieli olejowej, co — powodując zwiększenie bezwładności cieplnej i mechanicznej całego układu (klistron, olej, zbiornik) — w znaczny sposób

przeciwdziała wpływom zmian temperatury i wilgotności otaczającego powietrza oraz wpływom drgań akustycznych przenoszonych przez powietrze i drgań mechanicznych na częstotliwość własną wnęki rezonatora. Umieszczenie klistronu w pojemniku hermetycznym pozwala praktycznie na całkowite wyeliminowanie wpływu zmian ciśnienia atmosferycznego na wnękę klistronu.

c) Zastosowanie izolatorów ferrytowych, słabe sprzężenie wnęki klistronu z układem mikrofalowym oraz sprzężenie wnęki klistronu z wnęką dodatkową o większej dobroci ograniczają wpływ zmian obciążenia na częstotliwość klistronu.

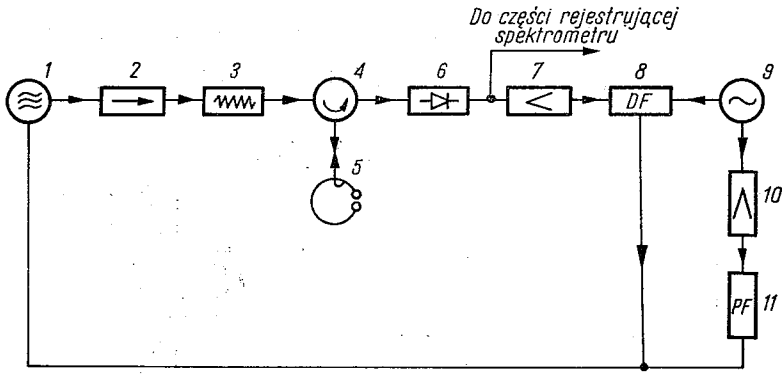
Wymienione wyżej sposoby, stosowane w celu zwiększenia stałości częstotliwości klistronu, nie zawsze zapewniają osiągnięcie wymaganej wielkości współczynnika stabilizacji[1]. Powiększenie tego współczynnika może być osiągnięte przy zastosowaniu układów stabilizacji elektronowej, w których częstotliwość przebiegu generowanego przez klistron porównuje się z częstotliwością wzorcową, uzyskując na wyjściu układu porównującego napięcie błędu. Faza tego napięcia zawiera informację o kierunku, a amplituda — o wielkości różnicy między częstotliwością przebiegu generowanego przez klistron a częstotliwością wzorca. Jako wzorce częstotliwości mikrofalowej stosowane są najczęściej wnęki mikrofalowe o dużej dobroci. Napięcie błędu po odpowiednim wzmocnieniu dostarczane jest jako napięcie korygujące do zasilacza klistronu, przestrajając go elektronowo w kierunku zmniejszenia różnicy między częstotliwością generowaną a częstotliwością wzorca. Dodatkową zaletą stabilizacji elektronowej jest możliwość przestrajania klistronu (w niewielkim zakresie) przez zmianę częstotliwości wnęki wzorcowej.

Właściwość ta ma bardzo duże znaczenie w mikrofalowych układach spektroskopowych, w których próbka substancji paramagnetycznej lub ferromagnetycznej umieszczona jest w rezonatorze mikrofalowym o dużej dobroci. Przy odpowiedniej wartości zewnętrznego, stałego pola magnetycznego próbka absorbuje moc mikrofalową powodując jednocześnie przestrojenie rezonatora, co zmienia warunki pomiaru. Potraktowanie tego rezonatora roboczego jako wnęki wzorcowej umożliwia nadążanie częstotliwości klistronu za zmieniającą się częstotliwością rezonatora. Pozwala to na obserwację niezniekształconej składowej urojonej (sygnał absorpcji) i kompensację składowej rzeczywistej (sygnał dyspersji) podatności magnetycznej próbki.

Klasyczny układ ARCz klistronu, zastosowany w prostym spektrometrze mikrofalowym, przedstawiony jest na rys. 1 [1]. W powyższym układzie klistron jest modulowany częstotliwościowo przez generator częstotliwości pomocniczej. Tak więc moc mikrofalowa nie jest skupiona w jednym prążku o danej częstotliwości, ale w widmie składającym się z pewnej ilości prążków odległych od siebie o częstotliwość pomocniczą i rozłożonych symetrycznie wokół prążka głównego. Widmo to przechodzi przez izolator ferrytowy, tłumik i cyrkulator, i dochodzi do rezonatora wykorzystywanego dla celów ARCz jako wnęka wzorcowa. W przypadku występowania względnego rozstrojenia wnęki i klistronu, współczynnik odbicia wnęki wprowadza odpowiednie przesunięcie fazy prążków widma,

[1] Współczynnik stabilizacji równa się stosunkowi zmian częstotliwości bez układu stabilizującego do zmian częstotliwości z układem stabilizującym.

które po odbiciu od rezonatora i przejściu przez cyrkulator docierają do diody mikrofalowej. W wyniku demodulacji, na diodzie mikrofalowej pojawia się przebieg o częstotliwości pomocniczej, którego faza zawiera informację o rozstrojeniu względnym klistronu i wnęki. Otrzymany przebieg po odpowiednim wzmocnieniu porównywany jest w dy-



Rys. 1. Klasyczny układ ARCz klistronu z modulacją częstotliwości (1 — klistron, 2 — izolator ferrytowy 3 — tłumik regulowany, 4 — cyrkulator, 5 — rezonator roboczy, 6 — detektor, 7 i 10 — wzmacniacze 8 — dyskryminator fazy, 9 — generator częstotliwości pomocniczej, 11 — przesuwnik fazy)

skryminatorze fazy z przebiegiem odniesienia. Na wyjściu dyskryminatora fazy uzyskuje się napięcie błędu, którego amplituda zależy od wielkości, a faza — od kierunku rozstrojenia względnego. W opisanym układzie napięcie błędu dostarczane jest do zasilacza klistronu jako napięcie korekcyjne, które przestraja klistron w kierunku powodującym zmniejszenie rozstrojenia względnego.

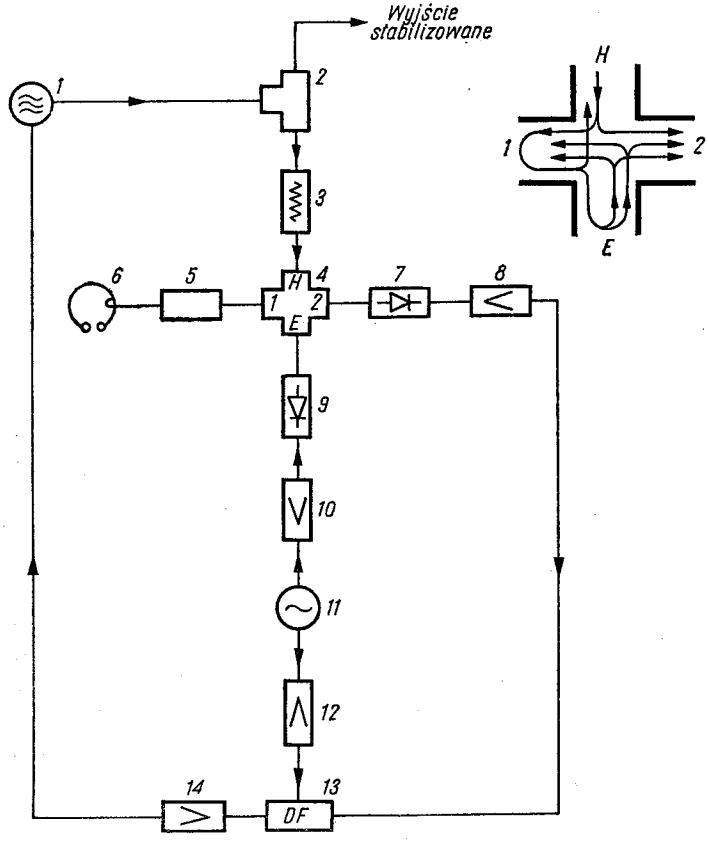
Zasadniczą i w zasadzie jedyną zaletą układów klasycznych ARCz jest ich prostota, wyrażająca się m.in. w tym, że nie wymagają one żadnych dodatkowych elementów mikrofalowych (elementy mikrofalowe od 1 do 6 stanowią składniki części mikrofalowej spektrometru). Wady klasycznych układów ARCz związane są z modulacją częstotliwościową klistronu, co prowadzi do generacji widma częstotliwości skupionych wokół częstotliwości podstawowej i powoduje:

a) zmniejszenie rozdzielczości spektrometru. Umieszczona w rezonatorze próbka substancji wykazuje własności absorpcyjne, przy danej częstotliwości przebiegu mikrofalowego, dla charakterystycznej wartości natężenia pola magnetycznego. W przypadku występowania widma częstotliwości wystąpi więc poszerzenie sygnału absorpcji w funkcji natężenia pola magnetycznego;

b) zmniejszenie czułości spektrometru. Rozłożenie mocy mikrofalowej na całe widmo częstotliwości zmniejsza znacznie moc skupioną w prążku głównym, w porównaniu z przypadkiem generacji jednoczęstotliwościowej. Czułość spektrometru jest również ograniczona przez efekt mieszania na diodzie przebiegów o częstotliwościach harmonicznych oraz przez ewentualną interferencję z prążkami widma związanymi z modulacją pola magnetycznego;

c) ograniczenie możliwości dokładnej kompensacji układów mostkowych. W bardziej złożonych spektrometrach, w celu uzyskania dużej czułości, stosuje się źródła mikrofalowe o wyższej mocy i precyzyjnie równoważone układy mostkowe. Dokładne zrównoważenie takich układów jest praktycznie możliwe tylko dla przebiegów o jednej częstotliwości.

Opisane wyżej wady klasycznych układów ARCz klistronu były powodem poszukiwania innych rozwiązań. W roku 1947 R. V. Pound [2] opublikował układ (rys. 2), w którym tylko część mocy mikrofalowej odsprzężona dla celów ARCz od części mikrofalowej spektrometru poddawana jest mieszaniu z częstotliwością przebiegu pomocniczego.



Rys. 2. Układ ARCz klistronu R. V. Pounda z generatorem częstotliwości pomocniczej (1 — klistron, 2 — rozgałęzienie typu T, 3 — tłumik regulowany, 4 — magiczne T, 5 — układ dopasowujący, 6 — rezonator pomocniczy, 7 — detektor, 8 — wzmacniacz, 9 — mieszacz, 10 i 12 — wzmacniacz buforowy, 11 — generator częstotliwości pomocniczej, 13 — dyskryminator fazy, 14 — wzmacniacz prądu stałego)

Moc mikrofalowa generowana przez klistron (1) i skupiona całkowicie w przebiegu o częstotliwości podstawowej ulega podziałowi w rozgałęzieniu typu T (2). Część tej mocy, wykorzystywana dalej do celów ARCz, dochodzi do magicznego T (4). Połowa tej mocy skierowana jest do rezonatora pomocniczego (6), od którego odbija się i powraca do magicznego T z amplitudą i fazą zależną od relacji między częstotliwością klistronu

a częstotliwością rezonatora. Moc ta ulega w magicznym *T* dalszemu podziałowi 3-decybelowemu i przedostaje się do ramion *E* i *H*. W ramieniu *E* umieszczona jest dioda mieszająca (9) zasilana z generatora częstotliwości pomocniczej (11). Współczynnik odbicia tej diody zmienia się zależnie od przyłożonego napięcia przebiegu pomocniczego. W związku z tym moc odbita od diody mieszającej skupiona jest głównie w dwóch przebiegach o częstotliwościach różniących się od częstotliwości podstawowej o częstotliwość pomocniczą. Przebiegi te, po dalszym podziale w magicznym *T* dochodzą do diody detekcyjnej (7), do której dochodzi również przebieg o częstotliwości podstawowej. Na wyjściu diody detekcyjnej pojawia się przebieg o częstotliwości pomocniczej, w którego fazie zawarta jest informacja o względnym rozstrojeniu klistronu i rezonatora pomocniczego. Przebieg ten, po odpowiednim wzmocnieniu, porównywany jest w dyskryminatorze fazy (13) z przebiegiem odniesienia. Napięcie wyjściowe pobierane z dyskryminatora fazy, o amplitudzie zależnej od wielkości i o fazie zależnej od kierunku rozstrojenia względnego, przesyłane jest jako napięcie korekcyjne do zasilacza klistronu.

Zasadniczą zaletą opisanego układu jest znaczne obniżenie mocy prążków bocznych na wyjściu stabilizowanym. Do wad można zaliczyć:

a) Brak eliminacji sygnału dyspersji. Częstotliwość klistronu jest porównywana z częstotliwością rezonatora pomocniczego, a nie z częstotliwością rezonatora roboczego spektrometru.

b) Brak całkowitej likwidacji prążków bocznych i przebiegów o innej fazie. Bezpośrednio po odbiciu od rezonatora 1/4 części mocy przedostaje się do ramienia *H* magicznego *T* i dalej do wyjścia stabilizowanego. Faza tego przebiegu może być różna od fazy przebiegu stabilizowanego. Do wyjścia stabilizowanego przedostają się również przebiegi o częstotliwościach prążków bocznych po ich odbiciu od rezonatora i podziale w magicznym *T*. Zastąpienie tłumika (3) izolatorem ferrytowym lub zastosowanie izolatora ferrytowego dodatkowo pozwala na znaczne osłabienie mocy tych fal.

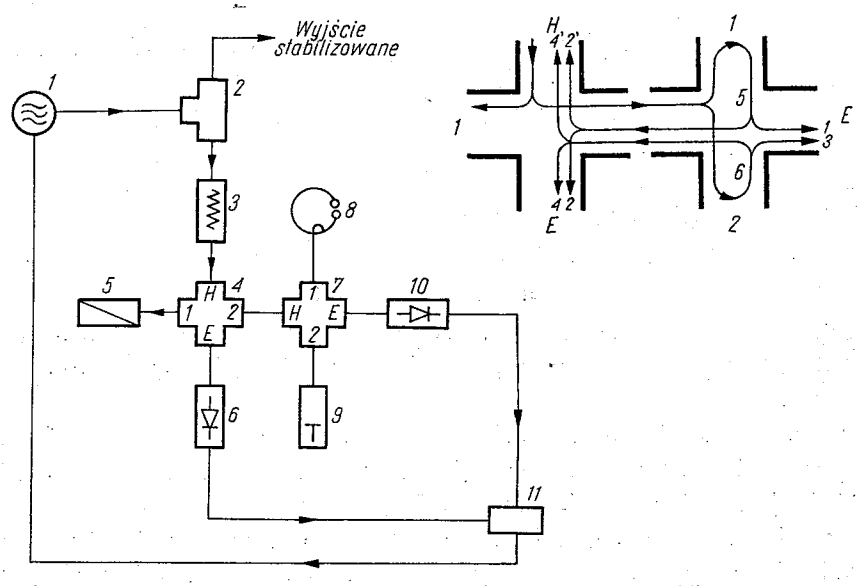
c) Osłabiony do poziomu 1/4 mocy generowanej poziom fali dochodzącej do rezonatora pomocniczego.

d) Możliwość wzbudzania w rezonatorze pomocniczym rezonansów na częstotliwościach prążków bocznych.

Ostatnia wada nie występuje w innym układzie R. V. Pounda, tzw. „equal arm" [3], w którym diody zamienione są miejscami w stosunku do opisanego wyżej układu, co jednak powoduje przeszło dwukrotny wzrost amplitudy prążków bocznych w ramieniu *H*. Układ C. N. Owstona [4], będący modyfikacją układu R. V. Pounda [2], zapewnia eliminację sygnału dyspersji, ponieważ wnęka wzorcowa jest w tym układzie jednocześnie rezonatorem roboczym, jednak nie likwiduje całkowicie przebiegów o częstotliwościach prążków bocznych. Przebiegi te, dochodząc do rezonatora roboczego, mogą być przyczyną dodatkowych rezonansów oraz pewnego zmniejszenia czułości i rozdzielczości spektrometru.

Całkowity brak prążków bocznych stanowi główną zaletę innego układu R. V. Pounda [2] o podanym niżej schemacie blokowym (rys. 3). Część mocy mikrofalowej, podobnie jak w poprzednim układzie, dochodzi do ramienia *H* magicznego *T* (4). Rozpływ fal w połączonych ze sobą dwóch magicznych *T* (4) i (7) podany jest na rysunku schematycznym. Fale 1 i 2 dochodzące do diod detekcyjnych zawierają informację o względ-

nym rozstrojeniu klistronu i rezonatora. Zwieracz (9) powinien być tak ustawiony, aby różnica faz między falami 5 i 6 była równa 90°, co powoduje, przy zgodności częstotliwości klistronu i rezonatora, że przesunięcia fazowe między falami 1 i 3 oraz 2 i 4 będą również wynosiły 90°. Przy rozstrojeniu fala 6 będzie posiadała dodatkowe przesunięcie fazowe stanowiące informację o wielkości i kierunku rozstrojenia. W takim przypadku przesunięcia fazowe między falami 1 i 3 oraz 2 i 4 ulegną zmianie w przeciwny sposób, co będzie przyczyną przeciwnych zmian sum wektorowych fal dochodzących do diod 6 i 10.



Rys. 3. Układ ARCz klistronu R. V. Pounda z dwoma magicznymi T (1 — klistron, 2 — rozgałęzienie typu T, 3 — tłumik regulowany, 4 i 7 — magiczne T, 5 — obciążenie dopasowane, 6 i 10 — detektor, 8 — rezonator pomocniczy, 9 — zwieracz regulowany, 11 — wzmacniacz prądu stałego)

Różnica prądów tych diod zawiera sygnał błędu o natężeniu proporcjonalym do wielkości i polaryzacji zależnej od kierunku rozstrojenia względnego. Jak wynika z analizy rozpływu fal (rys. schematyczny oraz rys. 9), fale 2 i 4 posiadają amplitudy o $1/\sqrt{2}$ mniejsze odpowiednio od fal 1 i 3, co powoduje, że przy braku rozstrojenia względnego wystąpi różnica prądów diod (6) i (10). Aby umożliwić zestrojenie układu na zero różnicy prądów diod przy zgodnych częstotliwościach klistronu i rezonatora, wprowadza się przed lub za diodą (10) tłumik regulowany. Po zestrojeniu części mikrofalowej układu ARCz różnica prądów diod zostaje wzmocniona we wzmacniaczu prądu stałego i jako napięcie korekcyjne skierowana jest do zasilacza klistronu.

Główną zaletą tego układu jest całkowity brak prążków bocznych na wyjściu stabilizowanym. Układ ten posiada jednak szereg wad, do których można zaliczyć:

a) Brak eliminacji sygnału dyspersji. Częstotliwość klistronu jest porównywana z częstotliwością rezonatora pomocniczego, a nie z częstotliwością rezonatora roboczego spektrometru.

b) Dwuelementowe strojenie części mikrofalowej układu ARCz. Zwieraczem (9) należy ustawić właściwą różnicę faz fal 5 i 6 równą 90°, a tłumikiem — stłumić ampli-

tudy fal 1 i 3 do poziomu fal 2 i 4. Trudność zestrojenia związana jest z rozdzieleniem obserwacji wpływu zwieracza i tłumika na kompensację prądów diod.

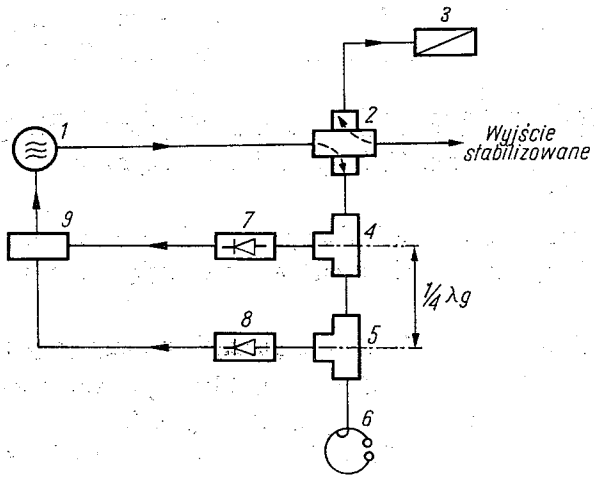
c) Osłabiony do poziomu $\leqslant 1/8$ mocy generowanej poziom fali dochodzącej do rezonatora pomocniczego.

d) Możliwość przedostania się do wyjścia stabilizowanego fal 2′ i 4′ o przesunięciu fazy równym 90°.

e) Trudności związane ze wzmacnianiem stałego prądu o słabym natężeniu i zmiennej polaryzacji występującego na wyjściu symetrycznym względem masy układu.

Pewne zwiększenie poziomu mocy fali dochodzącej do rezonatora pomocniczego uzyskuje się w układzie R. V. Pounda [3], w którym rozgałęzienie typu *T* (2) i magiczne *T* (4) zostały zastąpione sprzęgaczem kierunkowym. W układzie tym około czterokrotnie wzrasta również różnica prądów diod (6) i (10) przy danym rozstrojeniu w stosunku do układu z rys. 3.

W roku 1951 G. Pircher [5] opublikował układ ARCz z falą stojącą (rys. 4).



Rys. 4. Układ ARCz klistronu G. Pirchera (1 — klistron, 2 — sprzęgacz kierunkowy, 3 — obciążenie dopasowane, 4 i 5 — rozgałęzienie typu *T*, 6 — rezonator pomocniczy, 7 i 8 — detektor, 9 — wzmacniacz prądu stałego)

Układ ten, podobnie jak i poprzedni, nie zawiera prążków bocznych. Część mocy mikrofalowej, po przejściu przez sprzęgacz kierunkowy (2) dochodzi do rezonatora (6), od którego odbija się i powtórnie przechodzi przez rozgałęzienia typu *T* (4) i (5). Między sprzęgaczem kierunkowym (2) a rezonatorem (6) powstaje fala stojąca, której lokalne wartości napięcia detekowane są przez detektory (7) i (8). Różnica prądów diod (7) i (8), stanowiąca sygnał błędu, jest następnie wzmacniana we wzmacniaczu prądu stałego. Występujące na wyjściu wzmacniacza prądu stałego napięcie korekcyjne, o amplitudzie zależnej od wielkości i fazie zależnej od kierunku rozstrojenia względnego, przesyłane jest do zasilacza klistronu.

Główną zaletą tego układu, podobnie jak poprzedniego, jest całkowity brak prążków bocznych na wyjściu stabilizowanym. Do wad układu można zaliczyć:

a) Brak eliminacji sygnału dyspersji. Częstotliwość klistronu jest porównywana z częstotliwością rezonatora pomocniczego, a nie z częstotliwością rezonatora roboczego spektrometru.

b) Trudności związane ze strojeniem części mikrofalowej układu. Z analizy rozpływu fal (rys. 11) i ze wzoru na różnicę prądów i_{3c} wynika że:

1) odległości między osiami symetrii rozgałęzień typu T (4) i (5), co zostało zaznaczone na rys. 4, oraz między osią symetrii rozgałęzienia typu T (5) a rezonatorem (6) powinny być równe $1/4\ \lambda_g$, co powoduje, że omawiany układ posiada właściwości selektywne i może pracować poprawnie tylko z klisterem generującym przebieg o długości fali równej λ_g;
2) prądy diod (7) i (8) mają różne wartości natężenia przy zgodności częstotliwości klistronu (1) i rezonatora (6), co wymaga odpowiedniej kompensacji (przy prawidłowej kompensacji pierwszy człon we wzorze na i_{3c} powinien być równy zeru) możliwej jednak tylko dla jednej wartości Γ;
3) charakterystyka $|i_{3c}| = f(\omega)$ nie jest symetryczna względem prostej $\omega = \omega_o$, co jest przyczyną różnej skuteczności działania układu ARCz dla przeciwnych odstrojeń.

Selektywność układu można zmniejszyć przez wprowadzenie przesuwników fazy między elementami (4) i (5) oraz (5) i (6), co jednak doprowadza do trójelementowego strojenia całego układu.

c) Trudności związane ze wzmacnianiem prądu stałego o słabym natężeniu i zmiennej polaryzacji występującego na wyjściu symetrycznym względem masy układu.

Ogólnie układy ARCz klistronów można podzielić na trzy grupy:

1. Układy z modulacją częstotliwościową przebiegu generowanego przez klistron lub z modulacją częstotliwości rezonansowej rezonatora (np. [1]).

2. Układy z wytwarzaniem dodatkowych przebiegów mikrofalowych, np. na zasadzie mieszania części przebiegu podstawowego z przebiegiem pomocniczym (np. [4]).

3. Układy z porównywaniem, np. w mostkach mikrofalowych, przebiegów o częstotliwości podstawowej (np. [2]).

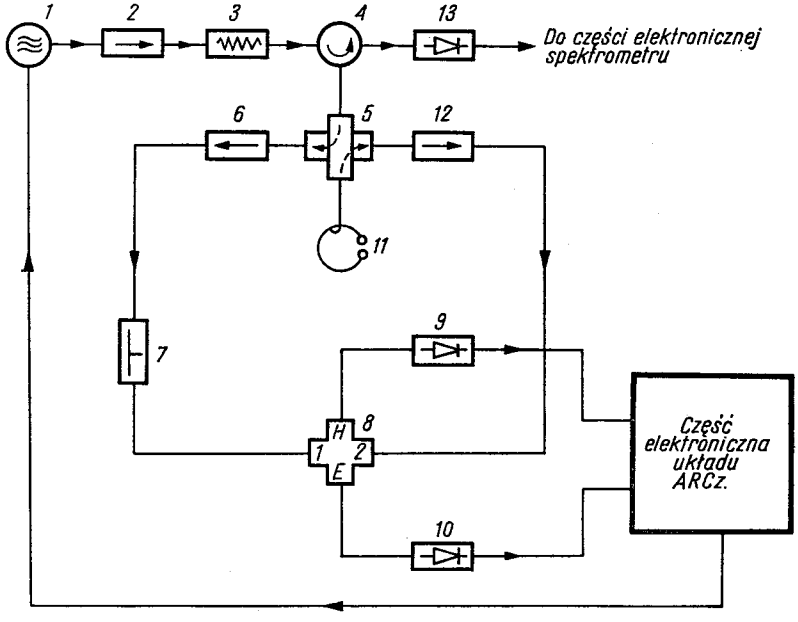
Układy z grupy 1 znajdują zastosowanie głównie w przypadkach, gdy duża czułość i rozdzielczość układu pomiarowego nie jest istotna. Układy z grupy 2, szczególnie układ N. C. Owstona i pochodne, zapewniają uzyskanie znacznie większej rozdzielczości i czułości, jednak fakt przedostawania się do wyjścia stabilizowanego części mocy skupionej w prążkach bocznych może utrudnić dokładne zrównoważenie mostków mikrofalowych. Przebiegi o częstotliwościach prążków bocznych mogą również wzbudzić dodatkowe rezonanse we wnękach mikrofalowych. Należące do grupy 3 układy R. V. Pounda i G. Pirchera są całkowicie pozbawione przebiegów o częstotliwościach różnych od częstotliwości podstawowej, jednak trudności związane z zestrojeniem rozbudowanej części mikrofalowej układu i ze wzmocnieniem sygnału błędu w klasycznych wzmacniaczach prądu stałego oraz brak eliminacji sygnału dyspersji sprawiły, że są one stosunkowo rzadko stosowane.

2. UKŁAD ARCz KLISTRONU

Superheterodynowe spektrometry, charakteryzujące się wysoką czułością, wymagają zastosowania w części mikrofalowej bardzo dokładnie zrównoważonego układu mostkowego. Dokładność zrównoważenia układu mostkowego uzależniona jest głównie od ilości i poziomu mocy dodatkowych przebiegów mikrofalowych. Całkowitym brakiem przebiegów dodatkowych charakteryzują się układy z grupy 3, do której można zaliczyć opisany niżej układ ARCz klistronu.

2.1. Część mikrofalowa układu ARCz klistronu

Schemat blokowy części mikrofalowej układu ARCz, współpracującej ze szkicowo zaznaczonym prostym spektrometrem, przedstawiony jest na rys. 5.



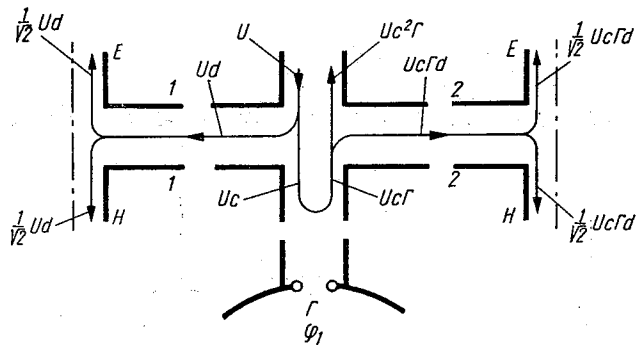
Rys. 5. Układ ARCz opisany w tekście (część mikrofalowa) z rezonatorem roboczym (1 — klistron, 2, 6 i 12 — izolator ferrytowy, 3 — tłumik regulowany, 4 — cyrkulator, 5 — sprzęgacz kierunkowy, 7 — przesuwnik fazy, 8 — magiczne *T*, 9, 10 i 13 — detektor, 11 — rezonator roboczy)

Moc generowana przez klistron (1), skupiona całkowicie w przebiegu o częstotliwości podstawowej, przechodzi przez izolator ferrytowy (2), tłumik regulowany (3), cyrkulator (4) i dochodzi do sprzęgacza kierunkowego (5).

Główna część mocy przechodzi przez sprzęgacz kierunkowy, odbija się od rezonatora roboczego i przez sprzęgacz oraz cyrkulator dochodzi do diody detekcyjnej (13). Wymienione wyżej elementy mikrofalowe wchodzą w skład prostego spektrometru i zostały uwzględnione dla podkreślenia współpracy z częścią mikrofalową ARCz. Jedynie sprzęgacz kierunkowy nie jest elementem koniecznym do pracy spektrometru, a został wprowadzony jako element sprzęgający część mikrofalową spektrometru z częścią mikrofalową ARCz

klistronu. Izolatory ferrytowe (6) i (12), umieszczone na wyjściu ramion pomocniczych sprzęgacza powodują, że układ tych trzech elementów jest praktycznie nieprzezroczysty od strony części mikrofalowej ARCz z jednoczesnym zachowaniem niezmienionego współczynnika odsprzężenia od strony części mikrofalowej spektrometru. To praktycznie jednokierunkowe sprzężenie zabezpiecza część mikrofalową spektrometru przed przedostaniem się do niego przebiegów mikrofalowych poprzednio odsprzężonych do celów ARCz. Mimo, że fale te posiadają częstotliwość podstawową, to jednak ich ewentualny powrót do części mikrofalowej spektrometru może utrudnić zestrojenie układu mostkowego, ze względu na różnicę faz. Dlatego też tak istotne jest wprowadzenie dużego tłumienia dla przeciwnego kierunku propagacji.

Fale występujące w ramionach pomocniczych sprzęgacza kierunkowego, po przejściu przez izolatory ferrytowe (6) i (12), skierowane są do ramion 1 i 2 magicznego T (rys. 6). Na rysunku tym pominięto izolatory ferrytowe jako elementy nieistotne przy analizie rozpływu fal. Przesuwnik fazy (7) (również pominięty na rys. 6) służy do równoważenia



Rys. 6. Schemat rozpływu fal w układzie z rys. 4 (U — amplituda fali wejściowej, d i c — amplitudowe współczynniki rozpływu fal[2]) w sprzęgaczu kierunkowym, Γ — moduł współczynnika odbicia rezonatora roboczego, φ_1 — faza współczynnika odbicia rezonatora roboczego)

układu i może być umieszczony na wyjściu dowolnego ramienia pomocniczego sprzęgacza kierunkowego. W przypadku ogólnym, kiedy amplitudy i fazy fal w ramionach 1 i 2 magicznego T są dowolne, wypadkowe fale w ramionach E i H są proporcjonalne odpowiednio do różnicy i sumy wektorowych wartości fal wejściowych. Zależność ta została przedstawiona na poniższym wykresie wektorowym (rys. 7).

Wartości modułów fal wypadkowych określone są podanymi niżej wzorami:

$$U_H^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1 U_2 \cos\gamma.$$

$$U_E^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1 U_2 \cos\gamma,$$

[2] Amplitudowe współczynniki rozpływu fal w sprzęgaczu kierunkowym oznaczone literami d i c są stosunkami odpowiednio amplitudy fali w ramieniu pomocniczym do amplitudy fali na wejściu ramienia głównego oraz amplitudy fali na wyjściu ramienia głównego do amplitudy fali na wejściu ramienia głównego. Wartości liczbowe tych współczynników są związane z wyrażoną w decybelach wartością sprzężenia „s" sprzęgacza kierunkowego w następujący sposób:

$$-s = 20\lg d; \quad c = \sqrt{1-d^2}.$$

Przyjmując zależność kwadratową między amplitudą fali a prądem diody mikrofalowej otrzymuje się następujące wyrażenie na różnicę prądów, stanowiące sygnał błędu:

$$i_{3d} = 4U_1 U_2 \cos\gamma,$$

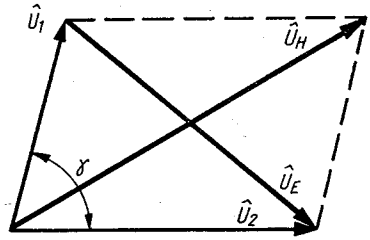
a po podstawieniu odpowiednich wartości na U_1, U_2 i γ:

$$i_{3d} = 2U^2 d^2 c\Gamma \cos(\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3) = U^2 K_{3d}\Gamma\cos\gamma,$$

gdzie:

φ_2 — kątowa różnica dróg fal U_1 i U_2,

φ_3 — przesunięcie fazowe wprowadzone przez przesuwnik fazy.



Rys. 7. Ilustracja zależności amplitudowych i fazowych w magicznym T (U_1 — fala w ramieniu 1, U_2 — fala w ramieniu 2, U_E — fala w ramieniu E, U_H — fala w ramieniu H)

Jak wynika z wyrażenia na i_{3d} symetryzowanie amplitud fal[3] przez odpowiednie tłumienie fali dochodzącej do ramienia 1 magicznego T jest nie tylko niekonieczne, ale wręcz niewskazane, ponieważ prowadzi do zmniejszenia wartości iloczynu $U_1 \cdot U_2$, który — szczególnie w zakresie małych rozstrojeń — decyduje o stromości charakterystyki $i_{3d} = f(\varphi_1)$. Z omawianego wzoru wynika również, że zestrojenie mikrofalowej części układu ARCz, tj. doprowadzenie do równości $i_{3d} = 0$ przy dostrojonym rezonatorze ($\varphi_1 = 0$), sprowadza się tylko do takiego ustawienia przesuwnika fazy, aby suma przesunięć fazowych $\varphi_2+\varphi_3 = 90°$. Omawiany układ ARCz może pracować również z rezonatorem pomocniczym. W takim przypadku cyrkulator (4) występujący w schemacie na rys. 5 należy zastąpić sprzęgaczem kierunkowym (rys. 8).

W związku z wprowadzeniem dodatkowego sprzęgacza wyrażenie na różnicę prądów w tym układzie będzie następujące:

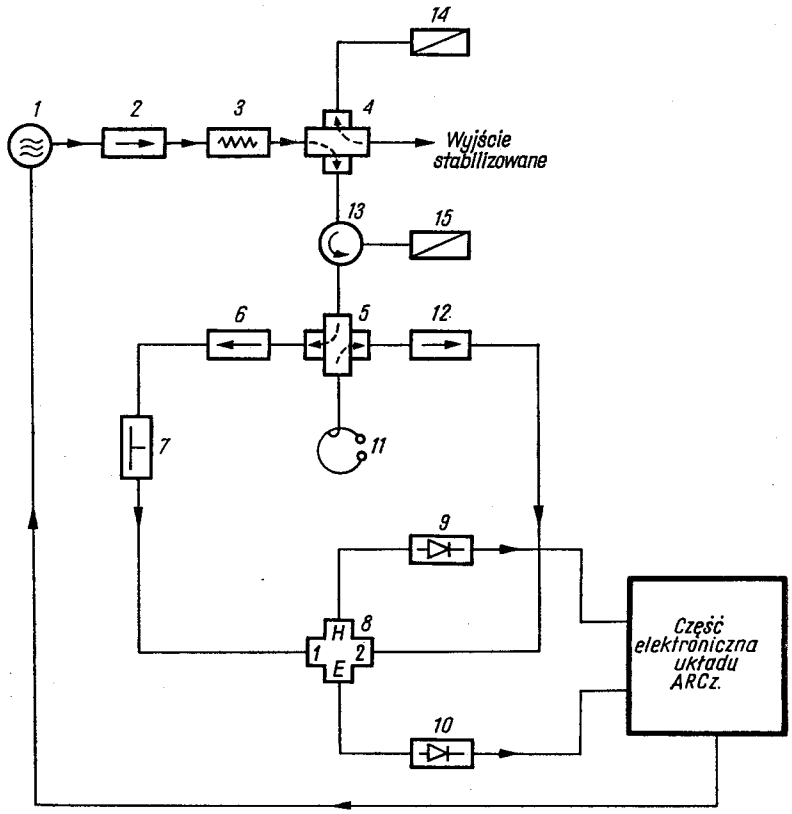
$$i_{3e} = 2U^2 d^2 d_1^2 c\Gamma\cos\gamma = U^2 K_{3e}\Gamma\cos\gamma,$$

gdzie d_1 — amplitudowy współczynnik rozpływu fal w sprzęgaczu dodatkowym.

Podstawowym zadaniem mikrofalowej części układów ARCz, należących do grupy 3, jest przekształcenie różnicy faz między przebiegami o częstotliwości podstawowej w sygnał błędu zawierający informację o kierunku i wielkości rozstrojenia względnego. Wydaje się więc oczywiste, że w tych układach przebieg charakterystyki $i = f(\omega)$ ma zasadnicze znaczenie dla porównania i oceny pracy części mikrofalowych tych układów.

W związku z powyższym przeprowadzono obliczenie różnic prądów dla opisanych we wstępie układów R. V. Pounda i G. Pirchera. Schematy rozpływu fal dla tych układów

[3] Czynność ta jest konieczna w innych układach należących do grupy 3.



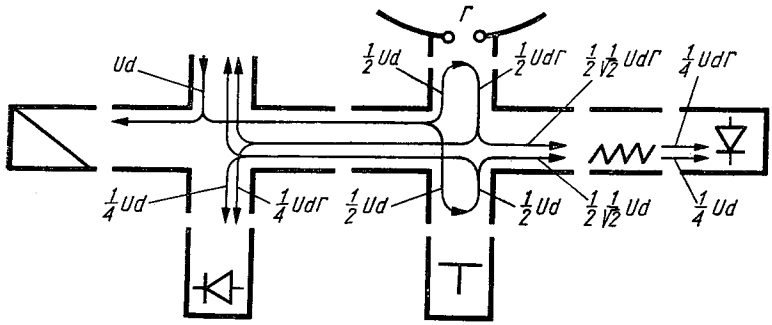
Rys. 8. Układ ARCz opisany w tekście (część mikrofalowa) z rezonatorem pomocniczym (1 — klistron, 2, 6 i 12 — izolator ferrytowy, 3 — tłumik regulowany, 4 i 5 — sprzęgacz kierunkowy, 7 — przesuwnik fazy, 8 — magiczne T, 9 i 10 — detektor, 11 — rezonator pomocniczy, 13 — cyrkulator, 14 i 15 — obciążenie dopasowane)

przedstawione są na rys. 9, 10 i 11. Różnice prądów w powyższych układach, obliczone w analogiczny sposób jak i_{3d}, wyrażone są następującymi wzorami:

$$i_{3a} = U_{D1}^2 - U_{D2}^2 = \left[\left(\frac{1}{4}Ud\Gamma\right)^2 + \left(\frac{1}{4}Ud\right)^2 + \frac{1}{8}U^2d^2\Gamma\cos\gamma\right] +$$
$$-\left[\left(\frac{1}{4}Ud\Gamma\right)^2 + \left(\frac{1}{4}Ud\right)^2 - \frac{1}{8}U^2d^2\Gamma\cos\gamma\right] =$$
$$= \frac{1}{4}U^2d^2\Gamma\cos\gamma = U^2K_{3a}\Gamma\cos\gamma,$$

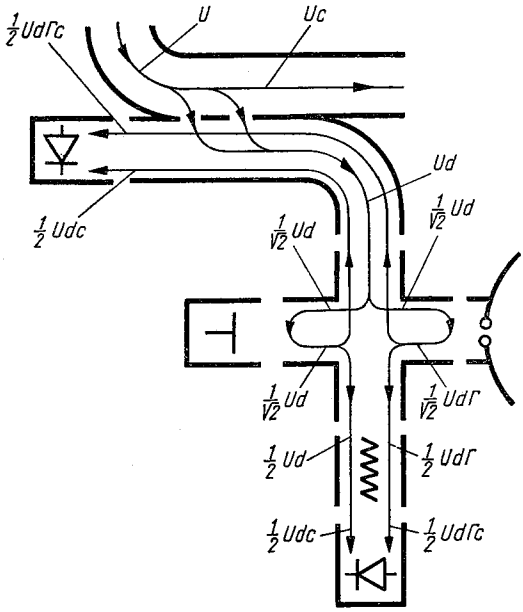
$$i_{3b} = U_{D1}^2 - U_{D2}^2 = \left[\left(\frac{1}{2}Ud\Gamma c\right)^2 + \left(\frac{1}{2}Udc\right)^2 + \frac{1}{2}U^2d^2\Gamma c^2\cos\gamma\right] +$$
$$-\left[\left(\frac{1}{2}Ud\Gamma c\right)^2 + \left(\frac{1}{2}Udc\right)^2 - \frac{1}{2}U^2d^2\Gamma c^2\cos\gamma\right] =$$
$$= U^2d^2\Gamma c^2\cos\gamma = U^2K_{3b}\Gamma\cos\gamma,$$

$$
\begin{aligned}
i_{3c} = U_{D1}^2 - U_{D2}^2 &= [(Ud_1cd)^2 + (Ud_1c^2\Gamma d)^2 + 2(Ud_1cd)(Ud_1c^2\Gamma d)\cos\gamma] + \\
&\quad - [(Ud_1d)^2 + (Ud_1c^3\Gamma d)^2 - 2(Ud_1d)(Ud_1c^3\Gamma d)\cos\gamma] = \\
&= (Ud_1d)^2(c^2 + c^2\Gamma^2 - 1 - c^6\Gamma^2) + 4U^2d_1^2d^2c^3\Gamma\cos\gamma = \\
&= (Ud_1d)^2[c^2\Gamma^2(1-c^4) - (1-c^2)] + U^2K_{3c}\Gamma\cos\gamma .
\end{aligned}
$$

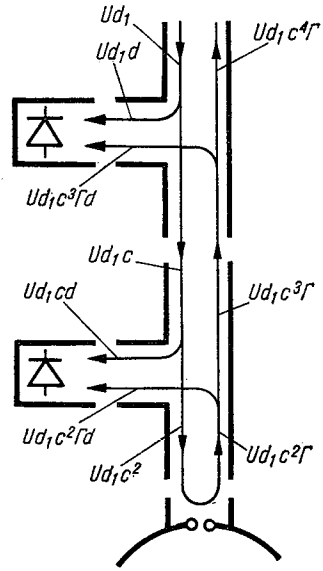


Rys. 9. Schemat rozpływu fal w układzie R. V. Pounda z dwoma magicznymi T

Ponieważ z zasady częstotliwość klistronu jest utrzymywana przez układ ARCz w bliskim otoczeniu częstotliwości rezonansowej rezonatora, istotne znaczenie posiada kąt nachylenia charakterystyki $i = f(\omega)$ dla punktu $\omega = \omega_0$. Tangens tego kąta, zwany dalej współczynnikiem transformacji, przyjęto jako liczbową miarę sprawności działania mikrofalowych części porównywanych ze sobą układów ARCz. Obliczenie tego współczynnika



Rys. 10. Schemat rozpływu fal w układzie R. V. Pounda ze sprzęgaczem i magicznym T



Rys. 11. Schemat rozpływu fal w układzie G. Pirchera

Tablica 1

Cechy charakterystyczne układów ARCz należących do grupy 3

Cecha układu	Układy ARCz należące do grupy 3				
	a) układ R. V. Pounda z dwoma mag. T	b) układ R. V. Pounda ze sprzęgaczem i mag. T	c) układ G. Pirchera	d) układ opisany w artykule współpracujący z rezonatorem roboczym	e) układ opisany w artykule współpracujący z rezonatorem pomocniczym
Znormowana amplituda fali na wejściu rezonatora	$0{,}5d$	$0{,}707d$	d_1c^2 [4]	c	d_1c [4]
Zasadniczy układ pracy	ze rezonatorem odbiciowym pomocniczym	z rezonatorem odbiciowym pomocniczym	z rezonatorem odbiciowym pomocniczym	z rezonatorem odbiciowym roboczym	z rezonatorem odbiciowym pomocniczym
Zestrojenie układu	dwuelementowe: tłumikiem i zwieraczem	dwuelementowe: tłumikiem i zwieraczem	a) jednoelementowe: tłumikiem (układ selektywny) b) trójelementowe: tłumikiem i przesuwnikami fazy	jednoelementowe: przesuwnikiem fazy	jednoelementowe: przesuwnikiem fazy
Układowy współczynnik transformacji:					
1. wyrażenie ogólne	$0{,}25d^2$	d^2c^2	$4d_1^2d^2c^3$ [4]	$2d^2c$	$2d_1^2d^2c$ [4]
2. wartość wyrażenia ogólnego					
a) 10dB: $d = 0{,}3162$, $c = 0{,}9487$;	0,0250	0,0900	0,0707	0,1897	0,0707
b) 15dB: $d = 0{,}1778$, $c = 0{,}9841$;	0,0080	0,0306	0,0224	0,0622	0,0224
c) 20dB: $d = 0{,}1000$, $c = 0{,}9950$;	0,0025	0,0099	0,0071	0,0199	0,0071

[4] Wielkość d_1 związana jest ze sprzęgaczem kierunkowym (element 2 na rys. 4 lub element 4 na rys. 8) o wartości sprzężenia 10, 15 i 20dB, a wielkości d i c — ze sprzęgaczem kierunkowym (element 5 na rys. 8) lub rozgałęzieniami typu T (elementy 4 i 5 na rys. 4) posiadającymi stałą wartość sprzężenia równą 3dB.

jest możliwe po wyrażeniu wielkości Γ i φ_1, występujących we wzorach na różnicę prądów, przez: β — sprzężenie rezonatora, Q_0 — dobroć rezonatora nieobciążonego, ω — częstotliwość klistronu, ω_0 — częstotliwość rezonansowa rezonatora oraz zróżniczkowanie względem ω. Ponieważ jednak przy porównywaniu działania układów należy ujednolicić parametry elementów współpracujących z układem tj. klistronu (moc i częstotliwość) oraz rezonatora (sprzężenie, dobroć, częstotliwość), wystarczy porównać ze sobą tylko układowe współczynniki transformacji K_{3a}, K_{3b}, K_{3c}, K_{3d} i K_{3e}, które grupują wyrazy charakteryzujące liczbowo rozpływ fal w porównywanych układach. Wyniki porównania układowych współczynników transformacji umieszczone są w tablicy 1, w której podane zostały również inne cechy charakterystyczne omawianych układów ARCz z grupy 3.

Do zalet układów 3*d* i 3*e* w porównaniu z układami 3*a*, 3*b* i 3*c* można zaliczyć:

1) większą wartość amplitudy przebiegu dochodzącego do rezonatora; np. przy sprzężeniu 10 dB znormowana amplituda przebiegu wynosi w układzie 3*d* około 0,95, podczas gdy w układzie 3*c* — 0,28,

2) możliwość pracy tak z rezonatorem roboczym, co jest bardzo istotne w spektrometrii mikrofalowej ze względu na możliwość eliminacji sygnału dyspersji, jak również z rezonatorem pomocniczym,

3) łatwość zestrojenia części mikrofalowej wynikającą z zastosowania tylko jednego elementu regulacyjnego (przesuwnika fazy),

4) większa czułość wyrażająca się w wartościach układowych współczynników transformacji; wartości tych współczynników w układzie 3*d* są odpowiednio około 8- i 2-krotnie większe od współczynników w układach 3*a* i 3*b*, jedynie w układzie 3*e* współczynniki te osiągają poziom o około 25% niższy w porównaniu z układem 3*b*.

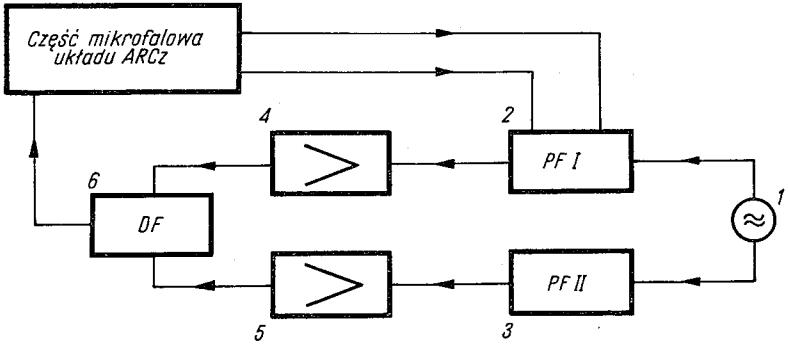
Możliwość pracy tak z rezonatorem roboczym, jak i pomocniczym stanowi o uniwersalności tego układu, którego wyjątkowa łatwość zestrojenia ma duże znaczenie przy jego uruchomieniu. Całkowity brak jakichkolwiek przebiegów dodatkowych wprowadzanych przez opisany układ do części mikrofalowych spektrometrów lub innych układów pomiarowych pozwala na osiągnięcie w tych układach wysokiej czułości i rozdzielczości, a stosunkowo wysoka czułość samej części mikrofalowej układu ARCz łagodzi wymagania stawiane opisanej dalej części elektronicznej tego układu.

2.2. Część elektroniczna układu ARCz klistronu

Informacja o wielkości i kierunku rozstrojenia względnego zawarta jest we wszystkich układach ARCz należących do grupy 3 odpowiednio w wielkości natężenia i znaku sumy prądów diod mikrofalowych, umieszczonych na wyjściu części mikrofalowej tych układów. Wypadkowy prąd jest jednak zbyt słaby, aby mógł być wykorzystany do sterowania elektrodą czynną klistronu w stopniu wystarczającym do odpowiednio skutecznej likwidacji rozstrojenia względnego. Zadaniem części elektronicznej układu ARCz jest więc przetworzenie słabego sygnału błędu na napięcie korekcyjne przesyłane do zasilacza klistronu. Sygnał błędu charakteryzuje się słabym natężeniem (np. przy braku rozstrojenia względnego natężenie tego sygnału równe jest zeru), zmienną polaryzacją oraz faktem, że jest on jako

prąd stały pobierany ze źródła o wyjściu symetrycznym względem masy. Wzmacnianie sygnału błędu przy użyciu wzmacniacza prądu stałego [2] jest bardzo kłopotliwe i nie zapewnia, głównie ze względu na tzw. płynięcie zera, odpowiedniości między charakterystyką sygnału błędu i charakterystyką napięcia korekcyjnego w funkcji rozstrojenia, szczególnie w zakresie małych rozstrojeń względnych.

W opisanym układzie ARCz przeprowadzono próbę ominięcia trudności związanych z klasycznym wzmacnianiem prądu stałego. W części elektronicznej układu ARCz (rys. 12) zastosowano generator pomocniczy z podwójnym wyjściem sygnału.



Rys. 12. Układ ARCz opisany w tekście (część elektroniczna) (1 — generator częstotliwości pomocniczej 2 i 3 — przesuwnik fazy, 4 i 5 — wzmacniacz częstotliwości pomocniczej, 6 — dyskryminator fazy)

Przebiegi o częstotliwości pomocniczej, po przejściu przez przesuwniki fazy i wzmacniacze, porównywane są w dyskryminatorze fazy, na którego wyjściu występuje stałe napięcie korekcyjne o poziomie zależnym od wielkości, i polaryzacji — od znaku różnicy między fazami porównywanych sygnałów. Układy generatora i wzmacniaczy wykonane są w sposób typowy i nie wymagają dokładniejszego omówienia. Przesuwnik fazy II jest przesuwnikiem regulowanym ręcznie i służy do zestrojenia układu na $U_{\mathrm{kor}} = 0$ przy zerowym sygnale błędu. Najistotniejszymi elementami składowymi części elektronicznej układu ARCz są: przesuwnik fazy I i dyskryminator fazy.

Zadaniem przesuwnika fazy I (rys. 13), sterowanego sygnałem błędu, jest modulacja fazy przebiegu o częstotliwości pomocniczej.

Sygnał z generatora, po przejściu przez transformator Tr2 dochodzi do układu złożonego z elementów C, L, $D1$ i $D2$ o impedancji $\hat{Z}$ zależnej od oporności diod R_{D1} i R_{D2} będącej funkcją napięcia błędu

$$\hat{Z} = \frac{(R_{D2}-jX_C)(R_{D1}+jX_L)}{R_{D1}+R_{D2}+j(X_L-X_C)} = \frac{R_{D1}R_{D2}+X_LX_C+j(R_{D2}X_L-R_{D1}X_C)}{R_{D1}+R_{D2}+j(X_L-X_C)}.$$

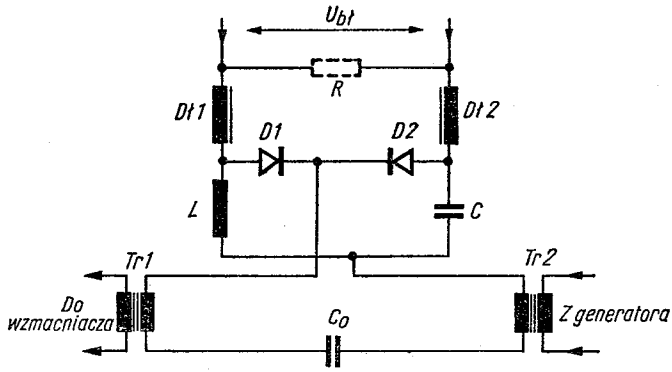
Dla uzyskania symetrycznej charakterystyki przesunięcia fazy w funkcji napięcia błędu należy zastosować diody $D1$ i $D2$ o możliwie najbardziej zbliżonych charakterystykach oraz dobrać takie wartości indukcyjności i pojemności, aby $X_C = X_L = X$. Tak więc

$$\hat{Z} = \frac{R_{D1}R_{D2}+X^2}{R_{D1}+R_{D2}} + jX\frac{R_{D2}-R_{D1}}{R_{D2}+R_{D1}}.$$

Przesunięcie fazowe tego układu można wyrazić następująco:

$$\alpha = \operatorname{arctg} X \frac{R_{D2} - R_{D1}}{R_{D2} R_{D1} + X^2}.$$

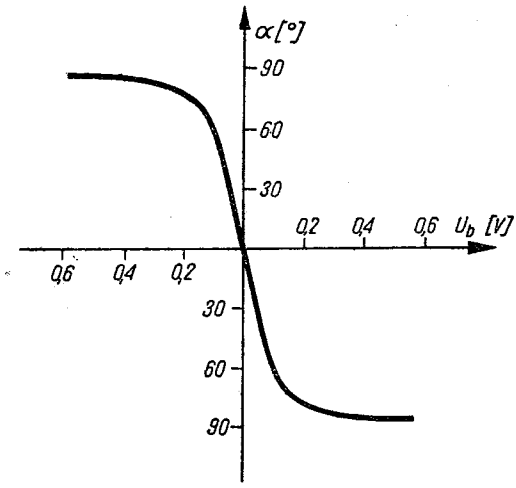
Jak wynika z powyższego wzoru, charakterystyka przesunięcia fazowego w funkcji napięcia błędu zależy w zasadniczy sposób od charakterystyk diod $D1$ i $D2$. Przyjmując,



Rys. 13. Schemat przesuwnika fazy I

że zależność oporności przeciętnej diody ostrzowej w funkcji napięcia scharakteryzowana jest w tablicy 2, można oszacować przebieg charakterystyki przesunięcia fazowego przebiegu pomocniczego w funkcji napięcia błędu.

Po uwzględnieniu założonych oporności diod $D1$ i $D2$ obliczono w przybliżeniu wyrażenie na $\operatorname{tg}\alpha$ będące funkcją X. Przyjmując wartość $X = 10^4$ otrzymuje się poszukiwaną charakterystykę $\alpha = f(U_{bł})$ rys. 14, o dużym nachyleniu w zakresie małych amplitud napięcia błędu.



Rys. 14. Przykładowa charakterystyka przesunięcia fazowego w funkcji napięcia błędu

Dla diod o charakterystykach bardziej zbliżonych do idealnych, szczególnie w zakresie polaryzacji dodatnich, charakterystyka przesuwnika fazowego posiada jeszcze większy współczynnik nachylenia dla małych rozstrojeń. Jak wynika z tablicy 2, istotne znaczenie dla kształtu charakterystyki posiada właściwy dobór oporności urojonej X. Ze wzoru na sumę prądów diod mikrofalowych i_{3d} widać, że zależność sygnału błędu od rozstrojenia względnego w zakresie małych rozstrojeń ma przebieg liniowy.

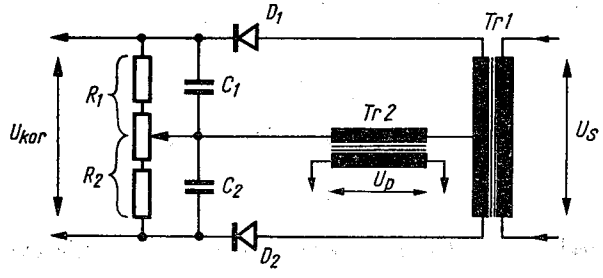
W związku z tym charakterystyka przesunięcia fazowego przebiegu pomocniczego w funkcji rozstrojenia rezonatora, tj. zależność $\alpha = f(\varphi_1)$, będzie posiadała podobny przebieg jak na rys. 14. Przebieg pomocniczy po zmodulowaniu fazy napięciem błędu

Tablica 2

Charakterystyki przesuwnika fazy II

Napięcie	V	+0,6	+0,4	+0,2	0	−0,2	−0,4	−0,6
Oporność	Ω	220	330	10^3	10^4	10^5	$2\cdot 10^5$	$3\cdot 10^5$
$\operatorname{tg}\alpha = f(X)$		$\frac{-3\cdot 10^5\cdot X}{660\cdot 10^5+X^2}$	$\frac{-2\cdot 10^5\cdot X}{660\cdot 10^5+X^2}$	$\frac{-10^5\cdot X}{1000\cdot 10^5+X^2}$	0	$\frac{+10^5\cdot X}{1000\cdot 10^5+X^2}$	$\frac{+2\cdot 10^5\cdot X}{660\cdot 10^5+X^2}$	$\frac{+3\cdot 10^5\cdot X}{660\cdot 10^5+X^2}$
tg α dla	$X = 10^4$	−18	−12	−5	0	+5	+12	+18
	$X = 10^5$	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3
	$X = 10^3$	−4,5	−3	−1,5	0	+1,5	+3	+4,5

przechodzi przez transformator $Tr1$ do wzmacniacza. Zastosowanie na wejściu i wyjściu przesuwnika fazy I transformatorów umożliwia przyłączenie do przesuwnika fazy I źródła sygnału błędu symetrycznego względem masy. Pojemność C_o, zabezpieczająca symetrię obciążenia diod mikrofalowych dla przeciwnych polaryzacji sygnału błędu, wraz z pojemnością C ograniczają dla prądu stałego układ przesuwnika fazy I do obwodu złożonego z elementów $DŁ$ 1, $D1$, $D2$ i $DŁ2$. W przypadku nieprawidłowej pracy diod mikrofalowych, ze względu na obciążenie zbyt dużą opornością $R_{D1}+R_{D2}$, należy obwód zabocznikować odpowiednio dobranym opornikiem R. Zmodulowany fazowo przebieg pomocniczy po wzmocnieniu we wzmacniaczu 4 dochodzi do pierwotnego uzwojenia transformatora $Tr1$ dyskryminatora fazy (rys. 15).



Rys. 15. Schemat dyskryminatora fazy

Przy braku napięcia na uzwojeniu wtórnym transformatora $Tr2$ przebieg ten przechodzi przez diody $D1$ i $D2$ w przeciwnych półokresach i jest filtrowany w układach R_1C_1 i R_2C_2. Napięcie korekcyjne, będące różnicą napięć występujących na opornikach R_1 i R_2, jest w tym przypadku równe zeru. Wprowadzenie na transformator $Tr2$ przebiegu odniesienia o fazie przesuniętej o 90° w stosunku do fazy przebiegu sygnału U_s nie powoduje zmian napięcia korekcyjnego, a jedynie zmniejsza przesunięcie fazy między sumarycznymi przebiegami dochodzącymi do diod $D1$ i $D2$ do 90° przy równych amplitudach. Tak zestrojony układ dyskryminatora fazy znajduje się w stanie równowagi. Każda natomiast dodatkowa zmiana różnicy przesunięć fazowych między przebiegami dochodzącymi do transformatorów $Tr1$ i $Tr2$ powoduje powstanie napięcia korekcyjnego proporcjonalnego do:

$$U_{kor} = 2U_p U_s \cos(90° + \alpha),$$

gdzie:

U_s — amplituda przebiegu pomocniczego z modulowaną fazą,

U_p — amplituda przebiegu pomocniczego z regulowaną fazą.

Napięcie korekcyjne przesyłane jest następnie do zasilacza klistronu i dochodzi do elektrody czynnej z polaryzacją zapewniającą zmniejszenie rozstrojenia względnego.

3. ZAKOŃCZENIE

Opisany układ ARCz klistronu charakteryzuje się prostą budową części mikrofalowej wykonanej z typowych elementów falowodowych. Pewne obawy mogą budzić wymagania stawiane diodom występującym parami na wyjściu części mikrofalowej, w przesuwniku fazy I i w dyskryminatorze fazy. Charakterystyki diod wchodzących w skład danej pary powinny być jednakowe i stabilne w czasie. Spełnienie tych wymagań dla obecnie produkowanych diod nie stanowi problemu niemożliwego do rozwiązania, a stały postęp w zakresie produkcji elementów półprzewodnikowych niewątpliwie ułatwi jeszcze bardziej precyzyjne parowanie tak diod mikrofalowych, jak i diod pracujących przy niższych częstotliwościach. Należy podkreślić, że niewielkie różnice między charakterystykami poszczególnych diod występujących w danej parze są kompensowane w procesie zestrajania układu. Duża czułość części mikrofalowej (tab. 1) oraz znaczne wzmocnienie w części elektronicznej układu powodują, że cały układ pracuje w niewielkim otoczeniu punktu równowagi, co dodatkowo wpływa na zmniejszenie skutków występowania pewnych różnic między charakterystykami diod.

Zestrojenie układu jest czynnością bardzo prostą i sprowadza się do kolejnego zrównoważenia części mikrofalowej przy pomocy przesuwnika fazy ($U_{bł} = 0$) i części elektronicznej przy pomocy przesuwnika fazy II ($U_{kor} = 0$).

Omawiany układ ARCz klistronu został zbudowany w zasadzie do współpracy z czułym spektrometrem EPR-u, ale może być również zastosowany do stabilizowania częstotliwości klistronu względem częstotliwości wnęki wzorcowej w innych pomiarowych układach mikrofalowych (rys. 8).

W przypadku wystąpienia trudności związanych ze wzmacnianiem prądu stałego, tj. z wykonaniem części elektronicznej odpowiednio wysokiej jakości, można wprowadzić

modyfikację części mikrofalowej opisanego układu polegającą na włączeniu między elementy 12 i 8 (rys. 5 i rys. 8) cyrkulatora ferrytowego z głowicą zaopatrzoną w diodę mieszającą, zasilaną z generatora częstotliwości pomocniczej. Tak zmodyfikowany układ, zachowując wszystkie zalety opisanego poprzednio układu i należąc do grupy 2 układów ARCz, charakteryzuje się tym, że sygnał błędu związany jest z parametrami przebiegu pomocniczego, którego wzmocnienie nie stwarza zasadniczych trudności.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. E. F. Grant, An Analysis of the Sensing Method of Frequency Control for Microwave Oscillators, Proc. of the IRE, 943, 1949.
2. R. V. Pound, Frequency Stabilization of Microwave Oscillators, Proc. of the IRE, 12, 1405, 1947.
3. A. F. Harvey, Microwave Engineering, Academic Press London and New York, 1963, 944—949.
4. C. N. Owston, Automatic Frequency Control for an Electron Spin Resonance Spectrometer, I. Sci. Instrum, 41, 11, 1964.
5. G. Pircher, Stabilization of Frequency with Microwave Discriminators, Onde Elect. 1951, 31, p. 144.

M. KRAWCZYK

A CIRCUIT OF AUTOMATIC FREQUENCY CONTROL OF MICROWAVE OSCILLATORS WITH MICROWAVE DISCRIMINATOR

Summary

A new circuit of automatic frequency control for microwave oscillators is described in the paper. The main characteristic of this circuit is that there is no auxillary frequency in its microwave part. The circuit controls a frequency of a microwave oscillator comparing it with the frequency of the measuring cavity or an auxiliary cavity. The microwave part is balanced only by one microwave element. A method of d.c. amplification of frequency difference signal is described at the end of the paper.

M. KRAWCZYK

LE CIRCUIT POUR LE CONTRÔLE AUTOMATIQUE DE FRÉQUENCE DES OSCILLATEURS MICROONDES AVEC LE DISCRIMINATEUR MICROONDE

Résumé

L'article contient la description d'un nouveau circuit pour le contrôle automatique de fréquence dans les oscillateurs microondes. L'absence de la fréquence auxiliaire dans la partie microonde du circuit est son trait le plus caracteristique. Le circuit contrôle la fréquence d'un oscillateur microonde en comparison avec la fréquence d'une cavité de mesurement, ou d'une cavité auxiliaire. La partie microonde est contrbalancée par un seul élément microonde. La méthode d'amplification d.c. de signal de la différence des fréquences est décrite dans la partie finale de l'article.

M. KRAWCZYK

SCHALTUNG FÜR AUTOMATISCHE FREQUENZREGELUNG VON MIKROWELLENOSZILLATOREN MIT MIKROWELLENDISKRIMINATOR

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurde eine neue Schaltung für automatische Frequenzregelung von Klystronen beschrieben. Das Hauptmerkmal dieser Schaltung beruht auf voller Eliminierung von Hilfsfrequenzen

im Mikrowellenteil der Schaltung. Die beschriebene Schaltung vergleicht die Klystronfrequenz mit der Frequenz des Arbeitshohlraums bzw. Hilfshohlraums. Der Mikrowellenbauteil der Schaltung wird mit Hilfe eines einzigen Mikrowellenbauelementes balanciert. Zum Schluss wurde ein Gleichstromverstärkungserfahren für Fehlersignale beschrieben.

М. КРАВЧИК

СХЕМА АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ КЛИСТРОНОВ С СВЧ ДИСКРИМИНАТОРОМ

Резюме

В статье описана новая схема автоматической подстройки частоты клистронов. Главной характерной чертой этой схемы является полное отсутствие с СВЧ области дополнительных частот. Описанная схема позволяет сравнить частоту клистрона с частотой рабочего или отдельного резонатора. СВЧ область этой схемы балансируется при помощи только одного микроволнового элемента. В конце статьи описан также метод усиления постоянного тока сигнала ошибки.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1971, 17, z. 3, ss. 563—590

621.391.1:621.394.1

O pewnych statystycznych charakterystykach błędów transmisji binarnej

MIECZYSŁAW RYDEL (WARSZAWA)

Instytut Teleeletroniki Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 14.7.1970

Artykuł dotyczy błędów powstających w łączach transmisji binarnej. Przeprowadzono pewne rozważania teoretyczne, potrzebne do właściwej analizy i interpretacji wyników pomiarów błędów transmisji, podano krótki opis i wyniki badań eksperymentalnych.

W szczególności wprowadzono określenie stochastycznych funkcji błędów, a mianowicie: bieżące przedziałowe liczby elementów błędnych, liczby n-elementowych bloków błędnych oraz odpowiednie elementowe i blokowe stopy błędów. Omówiono prawdopodobieństwa związane z funkcjami błędów i podano określenia częstości będących estymatorami tych prawdopodobieństw. Omówiono parametry rozkładów związanych z funkcjami błędów, określono średnie przedziałowe stopy błędów i średnie przedziałowe liczby elementów błędnych w bloku, znaleziono związki między tymi wielkościami. W oparciu o dane znane z literatury pokazano, że na podstawie znajomości średnich przedziałowych stóp błędów: blokowej i elementowej, określonych w danym przedziale czasu dla określonej liczby n elementów w bloku, można wnioskować o pewnych rozkładach w przedziałach „przeciętnych" liczb elementów błędnych w blokach o dowolnych (byle niezbyt małych) liczbach elementów. Określono współczynniki będące miarą wpływu wahań poziomu transmisji na błędy powstające w łączu transmisji binarnej. Podano krótki opis i rezultaty badań eksperymentalnych, przedyskutowano otrzymane wyniki. Sformułowano szereg wniosków.

1. WPROWADZENIE

Transmisja binarna polega na przesyłaniu ciągów sygnałów elementarnych, odpowiadających ciągom elementarnych symboli (0 lub 1), przy czym czas trwania każdego z elementarnych sygnałów jest jednakowy i równy odstępowi elementarnemu. Jeżeli elementarne sygnały: nadany i odebrany są zgodne, to znaczy, że dany symbol został przesłany bezbłędnie; jeżeli sygnały nadany i odebrany są niezgodne, oznacza to, że nastąpił błąd transmisji. Błędy te mogą być dwojakiego rodzaju: typu 0-1, kiedy przy nadaniu symbolu 0 odebrano symbol 1, i typu 1-0, kiedy przy nadaniu symbolu 1 odebrano symbol 0. Obydwa typy błędów mogą być traktowane oddzielnie lub łącznie. W niniejszej pracy obydwa typy błędów będą traktowane łącznie bez ich rozróżniania, ponieważ w transmisji binarnej obydwa typy błędów są jednakowo szkodliwe.

W celu oceny przydatności łączy telekomunikacyjnych dla transmisji danych, będącej na ogół transmisją binarną, można, przy zastosowaniu odpowiedniej aparatury pomia-

rowej [1], wykrywać, zliczać i rejestrować błędy powstające w trakcie transmisji, przy czym chodzi tu oczywiście o tzw. błędy pierwotne, tj. błędy, jakie powstawałyby w łączu transmisji danych bez zastosowania systemów protekcyjnych.

Przy badaniu pewnej populacji łączy przyjęto następujący sposób pomiarów. Pomiary wykonywano w czasie od godziny 8°° do godziny 20°°, przy czym co 15 minut dokonywano odczytów stanu liczników rejestrujących:

a) liczbę błędnie odebranych sygnałów elementarnych[1)],

b) liczbę błędnych bloków zawierających: $m = 1, 2, 3, \ldots 7$ oraz $m \geqslant 8$ błędnych elementów.

Stosowano szybkość modulacji 1200 bodów, informacja była nadawana w blokach zawierających po $n = 448$ elementów. W trakcie pomiarów rejestrowany był poziom średniej mocy sygnału odbieranego. Głównym celem pomiarów było przekonanie się, czy i w jakim stopniu można ocenić przydatność łącza dla transmisji binarnej, na podstawie krótkotrwałych pomiarów eksploatacyjnych.

W wyniku pomiarów uzyskano pewien materiał pomiarowy dotyczący błędów transmisji pojawiających się w określonej populacji łączy. W trakcie analizy uzyskanego materiału pomiarowego zaszła konieczność dokładniejszego sprecyzowania pewnych pojęć i znalezienie pewnych zależności dotyczących niektórych parametrów statystycznych związanych z błędami transmisji tak, aby wnioski wysnute na podstawie analizy statystycznej zebranego materiału mogły być możliwie wyczerpujące i aby odpowiednie parametry możliwie dobrze charakteryzowały daną populację łączy. Wyniki pomiarowe oraz odpowiednie rozważania teoretyczne są przedmiotem niniejszej pracy.

2. ROZWAŻANIA TEORETYCZNE

2.1. Stochastyczne funkcje błędów

Podamy kilka określeń dotyczących rozkładu błędnych elementów na osi czasu.

Określenie 1. Bieżącą elementową stopę błędów będziemy nazywali funkcją stochastyczną

$$X(t) = \sum_k I_k(t - t_{oo}), \quad k = \ldots -1, 0, 1, 2 \ldots, \tag{1}$$

gdzie

$$I_k(t) = \begin{cases} A_k & \text{dla } (k-1)\Theta < t \leqslant k\Theta = t_k, \\ 0 & \text{dla pozostałych } t, \end{cases} \tag{2}$$

i gdzie z kolei

$$A_k = \begin{cases} 1 & \text{z prawdopodobieństwem } p_k, \\ 0 & \text{z prawdopodobieństwem } q_k = 1 - p_k. \end{cases} \tag{3}$$

We wzorach powyższych Θ jest odstępem elementarnym, a t_{oo} — czasem odniesienia[2)].

[2)] W dalszym ciągu błędnie odebrany sygnał elementarny będziemy nazywać krótko błędnym elementem.

[3)] Można przyjmować, że t_{oo} jest np. czasem włączenia aparatury pomiarowej.

O k r e ś l e n i e 2. Przedziałową bieżącą liczbą elementów błędnych będziemy nazywali funkcję stochastyczną określoną wzorem

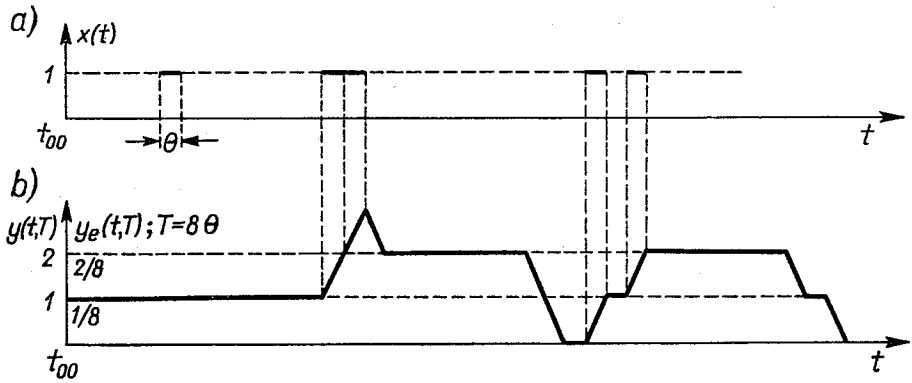
$$Y(t, T) = \frac{1}{\Theta} \int_{t-T}^{t} X(t')dt'. \tag{4}$$

O k r e ś l e n i e 3. Przedziałową bieżącą elementową stopą błędów będziemy nazywali funkcję stochastyczną

$$Y_e(t, T) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} X(t')dt' = \frac{\Theta}{T} Y(t, T). \tag{5}$$

Funkcję $X(t)$ można interpretować jako przypadkowy ciąg elementów błędnych na osi czasu (rys. 1a).

Funkcję $Y(t, T)$ można interpretować jako liczbę elementów błędnych zawartych w przedziale $(t-T, t]$.



Rys. 1. Przykłady realizacji: a) bieżącej elementowej stopy błędów, b) bieżącej przedziałowej liczby błędów $Y(t, T)$ i bieżącej przedziałowej stopy błędów $Y_e(t, T)$ dla $T = 8\Theta$

Funckję $Y_e(t, T)$ można interpretować jako liczbę elementów błędnych zawartych w przedziale $(t-T, t]$ odniesioną do liczby elementów o szerokości Θ zawartych w tym przedziale.

Z powyższych określeń wynikają następujące własności funkcji $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$.

W ł a s n o ś ć 1. Funkcje $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$ są ciągłe w sensie stochastycznym. Własność ta wynika z faktu, iż wszystkie możliwe realizacje procesów $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$ są ciągłe (rys. 1b).

W ł a s n o ś ć 2. Funkcje $Y(t, T)$ i $Y_e'(t, T)$ spełniają zależności (addytywność):

$$Y(t_{02}, T_{12}) = Y(t_{01}, T_1) + Y(t_{02}, T_2), \tag{6a}$$

$$Y_e(t_{02}, T_{12}) = \frac{T_1}{T_{12}} Y_e(t_{01}, T_1) + \frac{T_2}{T_{12}} Y_e(t_{02}, T_2), \tag{6b}$$

gdzie:

$$t_{o1} = t_{oo}+T_1, \qquad t_{o2} = t_{oo}+T_1+T_2, \qquad T_{12} = T_1+T_2. \tag{6c}$$

Własności te wynikają z addytywności całek występujących w określeniach 2 i 3. Zależności (6) można uogólnić i napisać

$$Y(t_{oN}, T_{1N}) = \sum_{i=1}^{N} Y(t_{oi}, T_i), \tag{7a}$$

$$Y_e(t_{oN}, T_{1N}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{T_i}{T_{1N}} Y_e(t_{oi}, T_i), \tag{7b}$$

gdzie

$$t_{oi} = t_{oo}+\sum_{j=1}^{i} T_j, \qquad T_{1N} = \sum_{i=1}^{N} T_i. \tag{7c}$$

Jeżeli wszystkie T_i są sobie równe, tj. jeżeli $T_i = T_o$, to

$$Y(t_{oN}, NT_o) = \sum_{i=1}^{N} Y(t_{oi}, T_o), \tag{8a}$$

$$Y_e(t_{oN}, NT_o) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} Y_e(t_{oi}, T_o), \tag{8b}$$

$$t_{oi} = t_{oo}+iT_o. \tag{8c}$$

Czasy t_{oi} można interpretować np. jako czasy odczytu stanu licznika błędów.

W ł a s n o ś ć 3. Procesy $Y(t_k, T)$ i $Y_e(t_k, T)$ o dyskretnym czasie

$$t = t_k = k\Theta, \qquad k = 1, 2, 3, \ldots \tag{9a}$$

przy

$$t_{oo} = 0\ ^{3)}, \qquad T = N_{ET}\cdot\Theta, \tag{9b}$$

gdzie N_{ET} jest liczbą naturalną, są procesami o skwantowanych wartościach (przypadkowych): całkowitych nieujemnych w przypadku procesu Y, a wymiernych — w przypadku procesu Y_e.

Odnośnie rozkładu błędnych bloków na osi czasu można podać następujące określenia.

O k r e ś l e n i e 4. Przedziałową bieżącą blokową stopą błędów będziemy nazywać funkcję stochastyczną

$$Z_B(t, T, n) = \frac{1}{N_{BT}} Z(t, T, n) = \frac{\Theta_B}{T} Z(t, T, n), \tag{10}$$

gdzie:

N_{BT} — liczba bloków w przedziale o długości T,

$\Theta_b = n\Theta$ — czas trwania bloku,

n — liczba elementów w bloku,

---

[3] Można przyjąć założenie ogólniejsze $t_{oo} = k_o\Theta$, k_o — liczba całkowita.

$Z(t, T, n)$ — przypadkowa przedziałowa liczba bloków błędnych (zawierających przynajmniej jeden element błędny) zawartych w przedziale $(t-T, t]$.

Zauważmy, że jeżeli czas jest zmienną dyskretną określoną wzorami (9) oraz jeżeli

$$T = N_{BT} \cdot \Theta_N = N_{BT} \cdot n \cdot \Theta, \tag{11}$$

gdzie N_{BT} jest liczbą naturalną, to procesy $Z(t_k, T, n)$ i $Z_B(t_k, T, n)$ będą procesami o skwantowanych wartościach: całkowitych nieujemnych w przypadku procesu Z, a wymiernych w przypadku procesu Z_B.

Przy analizie wyników eksperymentalnych można przyjmować, że warunki (9) i (11) są spełnione. Można przypuszczać, że ewentualne błędy wynikające z niespełnienia tych warunków będą bardzo małe, ponieważ najmniejszy czas pomiędzy odczytami stanu liczników $T_o \gg \Theta_B > \Theta$.

Wprowadzone wyżej funkcje stochastyczne: $X(t)$, $Y(t, T)$, $Y_e(t, T)$, $Z(t, T, n)$ będziemy dalej nazywali funkcjami błędów.

2.2. Rozkłady prawdopodobieństwa funkcji błędów

Wyżej określone funkcje błędów opisane są rozkładami prawdopodobieństwa, które mogą być szacowane na podstawie wyników eksperymentalnych. Przedyskutujemy kolejno kilka przypadków.

a) Wielowymiarowa funkcja rozkładu prawdopodobieństwa procesu $X(t)$

Z procesem $X(t)$ — por. określenie 1 — związana jest wielowymiarowa funkcja prawdopodobieństwa (wielopunktowa)

$$f_{xn}(x_1, x_2, \dots x_n, t_1, t_2, \dots t_n) = p\{X(t_1) = x_1, X(t_2) = x_2 \dots X(t_n) = x_n\}, \tag{12}$$

przy czym x_i mogą przyjmować wartości 0 lub 1. Jedynym interesującym przypadkiem jest przypadek, gdy czasy t_i spełniają warunki (9), tj. gdy $t_i = t_{ki}$, przy czym $k_i \neq k_j$, gdy $i \neq j$. Opierając się na wynikach pomiarowych uzyskanych w przyjęty przez nas sposób nie można bezpośrednio wnioskować o funkcji określonej wzorem (12), mówiącej o prawdopodobieństwach uzyskania określonych ciągów błędów. Zagadnieniem wyznaczania tych prawdopodobieństw nie będziemy się zajmować, nadmienimy tylko, że wiadomo [6], [4], iż rozkłady (12) nie są rozkładami dwumianowymi, co wynika stąd, iż powstające w łączu błędy nie są wzajemnie niezależne i mają tendencję do grupowania się w serie.

Jeżeli proces $X(t)$ jest procesem stacjonarnym (w wąskim sensie), to funkcja (12) nie zależy od wartości czasów $t_i = t_{ki}$ tylko od różnic $t_j - t_i = t_{kj} - t_{ki}$, a zatem od różnic wskaźników $k_i - k_j$.

Na podstawie znajomości rozkładu $f_{xn}(x_1, x_2, \dots x_n, t_{k1}, t_{k2}, \dots t_{kn})$ można wyznaczyć jednowymiarową funkcję prawdopodobieństwa

$$f_x(x, t_k) = \sum_{x_2=0}^{1} \sum_{x_n=0}^{1} f_{xn}(x, x_2 \dots x_n, t_k, t_{k2} \dots t_{kn}), \tag{13}$$

lub

$$f_x(x, t_k) = \begin{cases} p_k, & X = 1, \\ q_k = 1 - p_k, & X = 0. \end{cases} \tag{14}$$

Jeżeli proces jest stacjonarny, to p_k nie zależy od t_k i otrzymuje się rozkład dwupunktowy niezależny od czasu. Należy tu zwrócić uwagę na fakt, iż założenie stacjonarności procesu nie jest sprzeczne z przyjęciem, iż błędy mogą mieć tendencję do grupowania się w serie.

b) *Jednowymiarowe funkcje rozkładów prawdopodobieństw procesów* $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$

Można określić rozkłady (obowiązuje założenie (9) dotyczące dyskretności procesów)

$$f_y(y, t_{oi}, T) = P\{Y(t_{oi}, T) = y\}, \tag{15a}$$

$$f_{ye}(y_e, t_{oi}, T) = P\{Y_e(t_{oi}, T) = y_e\}, \tag{15b}$$

Pierwsza z tych funkcji określa prawdopodobieństwo pojawienia się y elementów błędnych w przedziale czasowym $(t_{oi} - T, t_{oi}]$, druga określa prawdopodobieństwo zdarzenia polegające na tym, iż elementowa stopa błędów zaobserwowana w tym samym przedziale będzie równa y_e.

Ponieważ

$$P\{Y_e(t_{oi}, T) = y_e\} = P\left\{\frac{\Theta}{T} Y(t_{oi}, T) = \frac{\Theta}{T} y\right\} = P\{Y(t_{oi}, T) = y\},$$

przeto

$$f_y(y, t_{oi}, T) = f_{ye}(y_e, t_{oi}, T). \tag{16}$$

Estymatorem powyższych funkcji rozkładów może być częstość względna

$$W_y(y, t_{oi}, T) = \frac{\begin{matrix}\text{(liczba przedziałów } (t_{oi} - T, t_{oi}] \text{ zawierających } y \\ \text{elementów błędnych)}\end{matrix}}{\text{(liczba wszystkich przedziałów } (t_{oi} - T, t_{oi}])}. \tag{17}$$

c) *Jednowymiarowa funkcja rozkładu prawdopodobieństwa warunkowego procesu* $Y(t, T)$.

Można określić rozkład prawdopodobieństwa warunkowego (obowiązują założenia (9) dotyczące dyskretności procesu)

$$f_y|_{y \neq 0}(y, t_{oi}, T) = P\{Y(t_{oi}, T) = y|_{y \neq 0}\}, \tag{18}$$

mówiącą o prawdopodobieństwie pojawienia się y elementów błędnych w przedziale $(t_{oi} - T, t_{oi}]$, jeżeli wiadomo, że przedział ten zawierał przynajmniej jeden element błędny[4]. Prawdopodobieństwo tego ostatniego zdarzenia wynosi

$$1 - f_y(0, t_{oi}, T),$$

wobec czego

$$f_y|_{y \neq 0}(y, t_{oi}, T) = \frac{f_y(y, t_{oi}, T)}{1 - f_y(0, t_{oi}, T)}. \tag{19}$$

---

[4] Taki przedział będziemy czasem nazywać krótko przedziałem błędnym.

Estymatorem powyższego rozkładu może być częstość względna

$$W_y|_{y\neq 0}(y, t_{oi}, T) = \frac{\begin{pmatrix}\text{liczba przedziałów } (t_{oi}-T, t_{oi}] \text{ zawierających } y \\ \text{elementów błędnych}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\text{liczba wszystkich przedziałów } (t_{oi}-T, t_{oi}] \\ \text{obarczonych błędami}\end{pmatrix}}. \tag{20}$$

d) Rozkłady procesu $Y(t, T)$ w przedziałach przeciętnych.

Jeżeli proces $Y(t, T)$ jest stacjonarny, w wąskim sensie, w przedziale $(t_{oN}-T_{SN}, t_{oN}]$ będącym rozłączną sumą przedziałów $(t_{oi}-T, t_{oi}]$ o szerokości $T=\frac{1}{N}T_{SN}$, to wtedy funkcje (15a) i (18) nie będą w przedziale $(t_{oN}-T_{SN}, t_{oN}]$ zależały od czasu t i można je będzie interpretować jako prawdopodobieństwa:

$f_y(y, T)$ — pojawienia się y elementów błędnych w dowolnym podprzedziale o szerokości T zawartym w przedziale $(t_{oN}-T_{SN}, t_{oN}]$,

$f_y|_{y\neq 0}(y, T)$ — pojawienia się y elementów błędnych w dowolnym podprzedziale o szerokości T zawartym w przedziale $(t_{oN}-T_{SN}, t_{oN}]$.

Odpowiadające tym funkcjom częstości będą:

$$\tilde{W}_y(y, T, t_{oN}, T_{SN}) = \frac{\begin{pmatrix}\text{liczba podprzedziałów o szerokości } T, \text{ należących do} \\ (t_{oN}-T_{SN}, t_{oN}], \text{ a zawierających } y \text{ elementów błędnych}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\text{liczba wszystkich podprzedziałów o szerokości } T, \\ \text{należących do } (t_{oN}-T_{SN}, t_{oN}]\end{pmatrix}} \tag{21}$$

oraz

$$W_y|_{y\neq 0}(y, T, t_{oN}, T_{SN}) = \frac{\begin{pmatrix}\text{liczba podprzedziałów o szerokości } T, \text{ należących do} \\ (t_{oN}-T_{SN}, t_{oN}], \text{ a zawierających } y \text{ elementów błędnych}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\text{liczba wszystkich podprzedziałów o szerokości } T, \\ \text{należących do } (t_{oN}-T_{SN}, t_{oN}] \text{ obarczonych błędami}\end{pmatrix}}. \tag{22}$$

W przypadku stacjonarności procesu $Y(t, T)$ częstości $\tilde{W}$ są bardziej wiarogodnymi estymatorami odpowiednich prawdopodobieństw od częstości W, ponieważ obliczane są na podstawie większej (N razy) liczby próbek. Jeżeli jednak proces $Y(t, T)$ nie jest stacjonarny, to funkcje $f_y(y, T) = \tilde{f}_y(y, T)\, t_{oN}, T_{SN})$ i $f_y|_{y\neq 0}(y, T) = f_y|_{y\neq 0}(y, T, t_{oN}, T_{SN})$, szacowane na zasadzie częstości $\tilde{W}_y$ i $\tilde{W}_y|_{y\neq 0}$, należy rozumieć jako odpowiednie prawdopodobieństwa pojawienia się y elementów błędnych w wylosowanym na chybił trafił „przeciętnym" podprzedziale o szerokości T[5] należącym do przedziału $(t_{oN}-T_{SN}, t_{oN}]$.

W związku z powyższym funkcje $\tilde{f}_y$ i $\tilde{f}_y|_{y\neq 0}$ można nazwać r o z k ł a d a m i w p r z e d z i a ł a c h p r z e c i ę t n y c h p r o c e s u $Y(t, T)$.

e) Rozkłady liczby elementów błędnych w bloku n-elementowym.

Z określenia procesu $Y(t, T)$ wynika, że $Y(t_k, \Theta_B)$, $\Theta_B = n\Theta$ jest liczbą (przypadkową) elementów błędnych w bloku n-elementowym zajmującym przedział $(t_k-\Theta_b, t_k]$. Wobec tego prawdopodobieństwo pojawienia się m elementów w tym bloku wynosi

$$P_B(m, n, t_k) = f_y(m, t_k, n\Theta), \tag{23}$$

[5] Przy założeniu, że prawdopodobieństwo wylosowania każdego z tych podprzedziałów jest jednakowe.

gdzie f_y jest funkcją określoną czasem (15a). Tak określony rozkład nie może być oszacowany na zasadzie wyników pomiarowych.

Jednakże, z wyników pomiarów dokonywanych w przedziale czasowym $(t_{oi}-T, t_{oi}]$ liczby bloków zawierających m elementów błędnych można wnioskować o pewnym rozkładzie błędnych elementów w przeciętnych blokach $P_B(m, n, t_{oi}, T)$, mówiącym o prawdopodobieństwie pojawienia się m elementów błędnych w wylosowanym na chybił trafił „przeciętnym" bloku n-elementowym zawartym w przedziale $(t_{oi}-T, t_{oi}]$. Oczywiście, jeżeli w tym przedziale $Y(t_k, n\Theta)$ jest stacjonarna, to rozkład $P_B(m, n, t_{oi}, T)$ jest identyczny z rozkładem określonym wzorem (23) — por. punkt d.

Można również mówić o prawdopodobieństwie warunkowym

$$P_{B|Bb}(m, n, t_{oi}, T) = \frac{P_B(m, n, t_{oi}, T)}{1-P_B(0, n, t_{oi}, T)} \tag{24}$$

pojawienia się m elementów w przeciętnym bloku zawartym w przedziale $(t_{oi}-T, t_{oi}]$, jeżeli wiadomo, że blok zawierał przynajmniej jeden element błędny[6] Z prawdopodobieństwem tym związana jest częstość względna

$$W_{B|Bb}(m, n, t_{oi}, T) = \frac{\begin{pmatrix}\text{liczba bloków zawartych w przedziale } (t_{oi}-T, t_{oi}] \\ \text{obarczonych } m \text{ elementami błędnymi}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\text{liczba wszystkich bloków błędnych} \\ \text{zawartych w przedziale } (t_{oi}-T, t_{oi}]\end{pmatrix}}. \tag{25}$$

f) Jednowymiarowe funkcje rozkładów prawdopodobieństw procesów $Z(t, T, n)$ i $Z_B(t, T, n)$

Analogicznie jak dla procesów Y i Y_e — por. p. 6 — można określić funkcje rozkładów dla procesów Z i Z_B; obowiązują przy tym założenia (9) i (11) dotyczące dyskretności procesów:

$$f_z(z, t_{oi}, T, n) = P\{Z(t_{oi}, Z, n) = z\}, \tag{26a}$$

$$f_{zB}(z_B, t_{oi}, T, n) = P\{Z_B(t_{oi}, T, n) = z_B\}, \tag{26b}$$

przy czym (por. p. b)

$$f_z(z, t_{oi}, T, n) = f_{zB}(z_B, t_{oi}, T, n). \tag{27}$$

Pierwsza z tych funkcji określa prawdopodobieństwo pojawienia się z bloków błędnych w przedziale czasowym $(t_{oi}-T, t_{oi}]$, druga określa prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, iż blokowa stopa błędów zaobserwowana w tym samym przedziale będzie równa z_B.

Estymatorem powyższych funkcji może być częstość względna

$$W_z(z, t_{oi}, T, n) = \frac{\begin{pmatrix}\text{liczba przedziałów } (t_{oi}-T, t_{oi}] \text{ za-} \\ \text{wierających } z \text{ bloków błędnych}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\text{liczba wszystkich przedziałów} \\ (t_{oi}-T, t_{oi}]\end{pmatrix}}. \tag{28}$$

[5] Blok taki będziemy czasem nazywać krótko blokiem błędnym.

Analogicznie jak w p. c) dla procesu Y można określić prawdopodobieństwo pojawienia się z bloków błędnych w przedziale $(t_{oi}-T, t_{oi}]$, jeżeli wiadomo, że przedział ten zawierał przynajmniej jeden blok (a więc przynajmniej jeden element) błędny. Prawdopodobieństwo to jest równe

$$f_z|_{y\neq 0}(z, t_{oi}, T) = \frac{f_z(z, t_{oi}, T)}{1-f_y(0, t_{oi}, T)}; \tag{29}$$

podobnie jak w p. d) dla procesu Y można określać rozkłady w przedziałach przeciętnych dla procesu Z.

2.3. Momenty rozkładów

Przedyskutujemy pewne momenty związane z rozkładami omawianymi w punktach poprzednich.

a) Wartości oczekiwane procesów X, Y i Y_e.

Wartość oczekiwana bieżącej elementowej stopy błędów, na podstawie określenia 1, wynosi

$$\overline{X}(t) = E\{X(t)\} = 1\cdot p_k + 0\cdot q_k = p_k, \qquad t_{oo}+t_{k-1} < t \leqslant t_{oo}+t_k. \tag{30}$$

Funkcja $\overline{X}(t)$ reprezentuje krzywą schodkową, przedziałami stałą. W szczególności, gdy proces $X(t)$ jest stacjonarny, to $p_k = p$ (niezależność od k) i wtedy

$$\overline{X}(t) = p. \tag{31}$$

Na podstawie określeń 2 i 3 znajdujemy wartości oczekiwane procesów Y i Y_e

$$\overline{Y}(t, T) = E\{Y(t, T)\} = \frac{1}{\Theta}\int_{t-\tau}^{t} \overline{X}(t')dt', \tag{32}$$

$$\overline{Y}_e(t, T) = E\{Y_e(t, T)\} = \frac{\Theta}{T}\overline{Y}(t, T) = \frac{1}{T}\int_{t-T}^{t} \overline{X}(t')dt. \tag{33}$$

Jeżeli $X(t)$ jest stacjonarna, to

$$\overline{Y}(t, T) = \overline{Y}(T) = \frac{T}{\Theta}p, \tag{34}$$

$$\overline{Y}_e = \overline{Y}_e(t, T) = p. \tag{35}$$

Ze wzorów (30) i (31) widać, że określenie funkcji $X(t)$ jako bieżącej elementowej stopy błędów jest usprawiedliwione w sensie wartości oczekiwanej.

Wielkość $\overline{Y}_e(t, T)$ będziemy nazywali średnią przedziałową elementową stopą błędów. Wielkość ta w przypadku kanału telekomunikacyjnego stacjonarnego jest niezależna od czasu t i szerokości przedziału T — por. wzór (35) — jednakże, gdy kanał jest niestacjonarny (niestacjonarność $X(t)$), to zależna jest ona zarówno od czasu trwania pomiaru T, jak i od momentu odczytu rejestratora błędów t. Można

się jednak spodziewać, że jeżeli szerokość przedziału T jest dostatecznie mała, to w przedziale $(t-T, t]$ proces $X(t)$ będzie mógł być uważany za stacjonarny i w takim przypadku będzie można wnioskować o elementowej średniej stopie błędów X na podstawie statystycznych pomiarów przedziałowej elementowej stopy błędów $Y_e(t, T.)$.

Jako estymatory wartości oczekiwanych przyjmiemy odpowiednie średnie arytmetyczne.

b) Funkcje korelacyjne procesów X, Y i Y_e

Przyjęty przez nas sposób badań nie pozwala określać funkcji korelacyjnej $K_x(t_1, t_2)$ procesu $X(t)$ na drodze doświadczalnej, a nie dysponujemy danymi, które umożliwiłyby wyznaczenie tej funkcji na drodze teoretycznej. Wstępna analiza materiału pomiarowego wskazuje jednak na to, iż w pewnych obszarach $(t-T, t]$ proces $X(t)$ może być uważany za stacjonarny. W dalszych rozważaniach będziemy przyjmowali istnienie funkcji $K_x(t_1, t_2)$ oraz będziemy zakładali pewne właściwości tej funkcji w celu uzyskania zależności przydatnych dla dyskusji danych eksperymentalnych.

Biorąc pod uwagę, że funkcja korelacyjna procesu $Y(t, T)$ wyraża się wzorem

$$K_y(t_1, t_2) = E\{Y(t_1, T)\cdot Y(t_2, T)\} - E\{Y(t_1, T)\}\cdot E\{Y(t_2, T)$$

na zasadzie określenia 2 (wzór 4), po prostych przekształceniach znajdziemy

$$K_y(t_1, t_2) = \frac{1}{\Theta^2} \int_{t_1-T}^{t_1} dt_1' \int_{t_2-T}^{t_2} K_x(t_1', t_2')\, dt_2'. \tag{36}$$

Na zasadzie wzoru (5) można znaleźć funkcję korelacyjną procesu $Y_e(t, T)$. Wyraża się ona wzorem

$$K_{ye}(t_1, t_2) = \frac{\Theta^2}{T^2} K_y(t_1, t_2). \tag{37}$$

Jeżeli założyć, że proces $X(t)$ jest stacjonarny w szerokim sensie, tj. że $X(t) = \overline{X}$ oraz $K_x(t_1, t_2) = K_x(t_2-t_1) = K_x(\tau')$, to na podstawie wzoru (36), po pewnych przekształceniach[7] można znaleźć

$$K_y(t_1, t_2) = \frac{1}{\Theta^2} \int_0^T \int_0^T K_x(\xi_1-\xi_2+t_1-t_2)\, d\xi_1\, d\xi_2. \tag{38}$$

Funkcja ta, a wobec tego i funkcja $K_{ye}(t_1, t_2)$ — wzór (37) —, zależą jedynie od różnicy czasów $\tau = t_2-t_1$. Ponieważ wtedy, gdy proces $X(t)$ jest stacjonarny, również wartości oczekiwane $\overline{Y}$ i $\overline{Y}_e$ nie są zależne od czasu — por. wzory (34) i (35) — przeto stacjonarność procesu $X(t)$ pociąga za sobą stacjonarność procesów $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$.

c) Wariancje i odchylenia standardowe procesów X, Y i Y_e.

Wariancja procesu $X(t)$ na podstawie określenia 1 wyraża się wzorem

$$\begin{gathered} \sigma_x^2 = D^2\{X(t)\} = E\{X^2(t)\} - E^2\{X(t)\} = p_k - p_k^2 = p_k\cdot q_k, \\ t_{oo}+t_{k-1} < t \leqslant t_{oo}+t_k. \end{gathered} \tag{39}$$

[7] Należy w całce (36) zamienić zmienne całkowania.

Gdy proces jest stacjonarny, to $p_k = p$, $q_k = q$ i będzie

$$\sigma_x^2 = p \cdot q \approx p. \tag{40}$$

Wariancje procesów $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$ na zasadzie wzorów (36) i (37) wyrażają się wzorami

$$\sigma_y^2 = D^2\{Y(t, T)\} = K_y(t, t) = \frac{1}{\Theta^2} \int_{t-T}^{t} dt_1' \int_{t-T}^{t} K_x(t_1', t_2')\, dt_2', \tag{41}$$

$$\sigma_{ye}^2 = D^2\{Y_e(t, T)\} = K_{ye}(t, t) = \frac{\Theta^2}{T} K_y(t, t). \tag{42}$$

Jeżeli proces $X(t)$ jest stacjonarny, to na podstawie wzoru (38) znajdziemy

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{\Theta^2} \int_0^T \int_0^T K_x(\xi_1 - \xi_2)\, d\xi_1\, d\xi_2. \tag{43}$$

Uwzględniając parzystość funkcji korelacyjnej $K_x(\tau)$, całkę (43) można przedstawić w postaci całki pojedyńczej[8]. Korzystając z takiego przekształcenia i uwzględniając je we wzorach (43) i (42) znajdziemy wariancje

$$\sigma_y^2 = \frac{2}{\Theta^2} \int_0^T (T - \tau) \cdot K_x(\tau)\, d\tau, \tag{44}$$

$$\sigma_{ye}^2 = \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) K_x(\tau)\, d\tau. \tag{45}$$

Przedyskutujemy te ostatnie zależności dla pewnych założeń dotyczących funkcji korelacyjnej $K_x(\tau)$.

1° Jeżeli $\int_0^\infty |K_x(\tau)|\, d\tau < \infty$, to ze wzorów (44) i (45) wynika, że

$$\sigma_y^2 \to \infty, \qquad \sigma_{ye}^2 \to 0, \qquad \text{gdy} \qquad T \to \infty.$$

Jest to oczywiste, jeżeli przypomnieć, że $Y(t, T)$ jest liczbą błędnych elementów w przedziale o szerokości T, a $Y_e(t, T)$ jest stopą błędów określoną dla takiego przedziału.

2° Jeżeli zasięg (czas) korelacji R procesu X jest znacznie mniejszy od długości przedziału pomiarowego T, tj. jeżeli

$$\int_R^\infty K_x(\tau)\, d\tau = \int_R^T K_x(\tau)\, d\tau = 0 \qquad \text{oraz} \qquad R \ll T, \tag{46}$$

[8] Podobna całka często jest rozpatrywana w teorii procesów stochastycznych — zob. np. Swiesznikow [7] str. 35 i 36.

to

$$\sigma_{ye}^2(T) = \frac{2}{T}\int_0^T \left(1-\frac{\tau}{T}\right)K_x(\tau)d\tau \approx \frac{2}{T}\int_0^\infty K_x(\tau)d\tau.$$

Wobec tego odchylenia standardowe dla rozpatrywanego przypadku spełniają zależność

$$\frac{\sigma_{ye}(T_1)}{\sigma_{ye}(T_2)} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}, \tag{47}$$

z której wynika, że jeżeli spełnione jest założenie (46), to odchylenie standardowe przedziałowej elementowej stopy błędów jest odwrotnie proporcjonalne do długości przedziału pomiarowego T. Zauważmy, że założenie (46) jest równoważne (w przybliżeniu) założeniu, że liczby błędów w sąsiednich i rozłącznych przedziałach elementarnych są niezależne. Tak więc wzór (47) można uważać za odpowiednik „prawa pierwiastkowego" dotyczącego średnich arytmetycznych odpowiednio n_1 i n_2 niezależnych zmiennych przypadkowych o identycznych funkcjach rozkładów.

3° Jeżeli zasięg (czas) korelacji R procesu X jest znacznie większy od długości przedziału pomiarowego T, tak iż można uważać, że

$$K_x(\tau) = \sigma_x^2, \quad \text{gdy} \quad 0 \leqslant \tau \leqslant T,$$

to

$$\sigma_{ye}^2 = \frac{2\sigma_x^2}{T}\int_0^T \left(1-\frac{\tau}{T}\right)d\tau = \sigma_x^2. \tag{48}$$

Wobec tego dla rozpatrywanego przypadku odchylenie standardowe przedziałowej elementowej stopy błędów jest równe odchyleniu standardowemu bieżącej stopy błędów, bez względu na długość przedziału pomiarowego T.

W przypadku ogólnym, dowolnej funkcji korelacyjnej o nieznanym kształcie, nie można wnioskować o zachowaniu się odchylenia standardowego σ_{ye} jako funkcji długości przedziału pomiarowego T.

Estymatorami zgodnymi i nieobciążonymi wariancji mogą być wariancje empiryczne S_y^2 i S_{ye}^2 określone wzorami

$$S_y^2(t_{oi}, T) = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}[y_k(t_{oi}, T)-\bar{y}(t, T)]^2, \tag{49a}$$

lub

$$S_y^2(t_{oi}, T) = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N} y_k^2(t_{oi}, T)-\bar{y}^2(t_{oi}, T) \tag{49b}$$

oraz

$$S_{ye}^2(t_{oi}, T) = \frac{1}{N_{ET}} S_y^2(t_{oi}, T), \tag{50}$$

gdzie

$y_k(t_{oi}, T)$ — zmierzone liczby błędów w przedziale $(t_{oi}-T, t_{oi}]$ dla k-tego łącza badanej populacji,

$\bar{y}(t_{oi}, T)$ — średnia arytmetyczna liczby błędów $y_k(t_{oi}, T)$,

N — liczba, próbek

N_{ET} — liczba elementów transmisji w przedziale o szerokości T.

d) Średnia przedziałowa stopa błędów, średnie liczby elementów błędnych w blokach n-elementowych.

Średnią przedziałową blokową stopą błędów będziemy nazywali wartość oczekiwaną

$$\bar{Z}_B(t, T, n) = E\{Z_B(t, T, n)\} = \frac{\Theta_B}{T}\bar{Z}(t, T, n), \tag{51}$$

którą można szacować na podstawie odpowiedniej średniej arytmetycznej wyników pomiarowych.

Interesującymi wielkościami są średnie liczby elementów błędnych w blokach. Ze względów, o których była mowa w p. 2.2.e, można mówić jedynie o średnich przedziałowych liczbach elementów błędnych w bloku, które można określić wzorami:

$$\bar{m}(t_{oi}, T, n) = \sum_{m'=1}^{n} m' \cdot p_B(m', n, t_{oi}, T), \tag{52a}$$

$$\bar{m}_{Bb}(t_{oi}, T, n) = \sum_{m'=1}^{n} m' p_{BBb}(m', n, t_{oi}, T). \tag{52b}$$

Wielkość $\bar{m}$ należy rozumieć jako średnią liczbę elementów błędnych w przeciętnym bloku należącym do przedziału $(t_{oi}-T, t_{oi})$, natomiast wielkość $\bar{m}_{Bb}$ — jako średnią liczbę elementów błędnych w przeciętnym bloku błędnym.

Przy zastosowaniu metody rejestracji błędów, o jakiej była mowa w rozdz. 1, bezpośrednie zastosowanie wzoru (52) nie jest możliwe, ponieważ liczba bloków zawierających liczbę elementów błędnych, równa lub większa od 8, rejestrowana jest łącznie. Wielkości określone wzorami (52) można jednak związać z blokową przedziałową stopą błędów i z elementową przedziałową stopą błędów, mamy bowiem

$$\frac{\bar{m}(t_{oi}, T, n)}{n} = \bar{Y}_e(t_{oi}, T) \tag{53}$$

oraz

$$\bar{m}_{Bb}(t_{oi}, T, n) = \frac{\bar{m}(t_{oi}, T)}{\bar{Z}_B(t_{oi}, T, n)}. \tag{54}$$

Zależność (53) jest oczywista. Zależność (54) wynika ze wzorów (52b) i (24), jeżeli wziąć pod uwagę, że prawdopodobieństwo znalezienia bloku błędnego w przedziale $(t_{oi}-T, t_{oi})$ jest równe średniej przedziałowej stopie blokowej $\bar{Z}_B(t_{oi}, T, n)$.

Ze wzorów (53) i (54) wynika wzór

$$\overline{m}_{Bb}(t_{oi}, T, n) = n \frac{\overline{Y}_e(t_{oi}, T)}{\overline{Z}_B(t_{oi}, T, n)}. \tag{55}$$

Ponieważ najmniejsza możliwa liczba elementów błędnych w bloku błędnym wynosi jeden, a największa — n, przeto

$$1 \leqslant \overline{m}_{Bb}(t_{oi}, T, n) \leqslant n. \tag{56}$$

Jeżeli liczba bloków zawarta w przedziale o długości T jest dostatecznie duża (w naszym przypadku, przy $T = T_o = 15$ min i blokach 448-elementowych przy szybkości modulacji 1200 bodów, liczba ta $N_{BT} \approx 2400$), to na podstawie znajomości wielkości $\overline{m}_{Bb}$ możemy wnioskować o seryjności pojawienia się błędów w blokach. Gdyby bowiem błędne elementy były rozmieszczone na osi czasu w sposób równomierny, to, przy elementowej stopie błędów $\leqslant \frac{1}{N_{BT}}$, uzyskiwałoby się wartość $\overline{m}_{Bb}$ równą lub bliską jedności. Gdyby natomiast błędy pojawiały się w długich seriach, to wartości $\overline{m}_{Bb}$ byłyby duże, zbliżone do wartości n.

W przyjętej metodzie pomiaru liczba n elementów w bloku była stała.

Posługując się związkiem

$$P_1(n) = n^{1-\alpha} \cdot p, \tag{57}$$

gdzie $P_1(n)$ jest prawdopodobieństwem odebrania n-elementowego bloku zawierającego przynajmniej jeden element błędny, p-elementową stopę błędów, α — stałą, wyprowadzonym przez Purtowa, Zamrija i Zacharowa [3], [4][9] i identyfikując wielkości $P_1(n)$ i p odpowiednio z wielkościami $\overline{Z}_B(t_{oi}, T, n)$ i $\overline{Y}_e(t_{oi}, T, n)$, otrzymamy związek

$$\overline{Z}_B(t_{oi}, T) = n^{1-\alpha} \cdot \overline{Y}_e(t_{oi}, T). \tag{58}$$

Przekształcając wzór (58) możemy napisać

$$n^{-\alpha} = \frac{1}{n} \frac{\overline{Z}_B(t_{oi}, T)}{\overline{Y}_e(t_{oi}, T)}. \tag{59}$$

Stąd na zasadzie wzoru (55)

$$\alpha = \frac{\log \overline{m}_{Bb}(t_{oi}, T, n)}{\log n}. \tag{60}$$

Wielkość α jest niezależna od n, może ona jednak być zależna od czasu t_{oi} i długości przedziału T. Ze wzoru (60) wynika, że dla dwóch różnych długości bloków n_1 i n_2, przy stałych wartościach t_{oi} i T, będzie

$$\frac{\log \overline{m}_{Bb}(t_{oi}, T, n_1)}{\log n_1} = \frac{\log \overline{m}_{Bb}(t_{oi}, T, n_2)}{\log n_2}. \tag{62}$$

---

[9]) Przy wyprowadzeniu tego związku zakładano, że $\frac{m}{n} \leqslant 1$ (n nie może więc być zbyt mała) i milcząco przyjęto, że kanał jest stacjonarny, tj. że $P_1(n)$ i p nie są zależne od czasu. Aby uzyskać zależność ogólniejszą można te wielkości traktować jako parametry rozkładów w przedziałach przeciętnych —zob. p. 2.2.

Wzór ten pozwala obliczać średnie przedziałowe liczby elementów błędnych w błędnych blokach n_1-elementowych na podstawie znajomości (np. wyznaczonej z pomiarów) średnie przedziałowej liczby elementów błędnych w błędnym bloku n_2-elementowym.

Cytowani wyżej autorzy Purtow, Zamrij i Zacharow sformułowali wzory przybliżone pozwalające obliczać prawdopodobieństwo $P_m(n)$ odebrania bloku zawierającego m lub więcej elementów błędnych w bloku n-elementowym. Dla $m = 1$, $P_1(n)$ wyraża się wzorem (57), natomiast dla $m \geqslant 2$:

$$P_m(n) = n^{1-\alpha} p \prod_{i=2}^{m} \frac{\left(\frac{i-1}{n}\right)^{1-\alpha} - \frac{i-1}{n}}{\left(\frac{i}{n}\right)^{1-\alpha} - \frac{i-1}{n}}. \tag{63}$$

Jeżeli we wzorach (57) i (63) uwzględnić wielkość α wyznaczoną na podstawie wzoru (69), oraz uwzględnić $p = \overline{Y}_e(t_{oi}, T)$, to można wyznaczać prawdopodobieństwa $P_m(n, t_{oi}, T)$, które należy rozumieć jako odpowiednie prawdopodobieństwa w przedziałach przeciętnych — por. p.2.2.d i e — będące sumarycznymi prawdopodobieństwami związanymi z prawdopodobieństwami $p_B(m, n, t_{oi}, T)$ określonymi w p. 2.2.e.

2.4. Korelacja między wahaniami poziomu mocy sygnału odbieranego i błędami transmisji

W trakcie pomiarów oprócz zliczania elementów i bloków błędnych rejestrowano poziom średniej mocy sygnału odbieranego, przy czym można było wyodrębnić przedziały, w których poziom ten ulegał gwałtownym wahaniom. Ponieważ odczytów dokonywano w odstępach 15-minutowych, przeto cały przedział pomiarowy 12-godzinny podzielony jest na podprzedziały o długości $T_o = 15$ min.

W celu oszacowania wpływu wahań poziomu na powstawanie błędów transmisji można posłużyć się współczynnikiem

$$\lambda = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{liczba elementów błędnych w podprzedziałach}\\ \text{o długości } T_o \text{ z wahaniami poziomu}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{całkowita liczba elementów błędnych}\\ \text{w całym przedziale pomiarowym}\end{array}\right)}, \tag{64}$$

mówiącym o tym, jak część liczby elementów błędnych pojawia się w podprzedziałach, w których wykryto wahania poziomu.

Dla oceny związku pomiędzy wahaniami poziomu mocy sygnału a powstającymi w łączu błędami transmisji można posłużyć się współczynnikiem korelacji pomiędzy następującymi zdarzeniami:

A: pojawienie się podprzedziału o długości T_o z wahaniami poziomu,

B: pojawienie się podprzedziału o długości T_o z elementami błędnymi.

Współczynnik ten wyraża się wzorem [5]:

$$\varrho = \frac{P(A \cdot B) - P(A) \cdot P(B)}{\sqrt{P(A)\,[1-P(A)] \cdot P(B)\,[1-P(B)]}}, \tag{65}$$

gdzie $P(A)$, $P(B)$ i $P(A \cdot B)$ są prawdopodobieństwami realizowania się odpowiednio zdarzeń A, B oraz $A \cdot B$, przy czym $A \cdot B$ jest zdarzeniem będącym koincydencją zdarzeń A i B. Prawdopodobieństwa te można oszacować na podstawie następujących częstości

$$W(A \cdot B) \frac{\left(\begin{array}{c}\text{liczba podprzedziałów o długości } T_o \text{ z ele-}\\ \text{mentami błędnymi i wahaniami poziomu}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{całkowita liczba podprzedziałów}\\ \text{o długości } T_o\end{array}\right)}, \tag{66}$$

$$W(A) = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{liczba podprzedziałów o długości } T_o\\ \text{z wahaniami poziomu}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{całkowita liczba podprzedziałów}\\ \text{o długości } T_o\end{array}\right)}, \tag{67}$$

$$W(B) = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{liczba podprzedziałów o długości } T_o\\ \text{z elementami błędnymi}\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}\text{całkowita liczba podprzedziałów}\\ \text{o długości } T_o\end{array}\right)}. \tag{68}$$

3. BADANIA EKSPERYMENTALNE [10)]

3.1. Uwagi wstępne

Badania przeprowadzono na grupie 22 łączy dalekosiężnych trwałych, niekomutowanych (z wyłączeniem central), w relacji o długości około 300 km. Łącza transmisji binarnej realizowano w kanałach telefonicznych systemu 12-krotnego telefonii nośnej, pracującego na torach kablowych symetrycznych.

Stosowano metodę pomiaru i rejestracji błędów omówioną w p. 1. Na każdym z łączy zliczano błędy transmisji w czasie dnia pomiarowego trwającego od godziny 8^{00} do godziny 20^{00} ($t_{oo} = 8^{00}$, $t_{ON} = 20^{00}$, $T_{SN} = 12$ godzin). Stan liczników błędów odczytywany był co 15 minut ($T_o = 15$ min), a więc w czasach $t_{o1} = 8^{15}$, $t_{o2} = 8^{30}$, ... $t_{ON} = 20^{00}$. W przypadku gdy w pewnym przedziale pomiarowym $(t_{oi} - T_o, t_{oi}]$ praca łącza została zakłócona czynnikami zewnętrznymi, np. włączenie się ekipy konserwacyjnej, to przedział taki nie był uwzględniany w analizie błędów transmisji.

W wyniku pomiarów uzyskano dane, dzięki którym, przy zastosowaniu wzorów (6), (7), (8) i (10) można było znaleźć realizacje przedziałowych funkcji błędów $Y(t_{oi}, T)$, $Y_e(t_{oi}, T)$, $Z(t_{oi}, T)$ i $Z_B(t_{oi}, T)$ w odpowiednich chwilach t_{oi} i dla długości przedziałów pomiarowych T będących całkowitą wielokrotnością długości przedziałów podstawowych $T_o = 15$ min. Odpowiednie ciągi wyników pomiarów błędów, uzyskane dla każdego dnia pomiarowego i dla każdego łącza, traktowane są przy analizie jako oddzielne realizacje odpowiednich przedziałowych funkcji błędów. Jakkolwiek liczność próby jest niewielka (22), to jednak, jak się przekonamy, można na jej podstawie dokonać dosta-

[10)] Badania te były organizowane przez grupę pracowników Katedry Teletransmisji Przewodowej Politechniki Warszawskiej.

tecznie wiarogodnych oszacowań pewnych parametrów dotyczących badanej populacji łączy.

W trakcie analizy wyników pomiarowych badano następujące parametry statystyczne.

1° Średnie przedziałowe bieżące liczby elementów błędnych $\bar{Y}(t, T)$ i średnie przedziałowe bieżące elementowe stopy błędów $\bar{Y}_e(t, T)$ dla różnych długości przedziałów pomiarowych T. Estymatorami tych wielkości były odpowiednie średnie arytmetyczne.

2° Empiryczne odchylenia standardowe procesów $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$ dla różnych długości przedziałów pomiarowych T. Wielkości te obliczane były na podstawie wzorów (49b) i (50). Na podstawie znajomości powyższych wielkości można było zbadać, czy i w jakim stopniu proces $Y_e(t, T)$ może być uważany za stacjonarny i oszacować odpowiednie średnie przedziałowe stopy błędów.

3° Rozkłady empirycznych średnich przedziałowych elementowych stóp błędów i rozkłady odpowiednich empirycznych odchyleń standardowych, dla różnych wartości długości przedziału pomiarowego T. Znajomość tych rozkładów z jednej strony pozwala wnioskować o dokładności oszacowań odpowiednich parametrów średnich, z drugiej — wnioskować o zależności odpowiednich średnich od wartości długości przedziału pomiarowego, por. p. 2.3 a) c).

4° Empiryczne rozkłady elementów błędnych w przedziałach przeciętnych 15-minutowych $\tilde{W}_y(y, T_o, t_{ON}, T_{SN})$ i $\tilde{W}_y|_{y\neq 0}(y, t_o, t_{ON}, T_{SN})$ — por. p. 2.2. d) — dla pełnego dnia pomiarowego $T_{SN} = 12$ godz. i obliczenia odpowiednich średnich przedziałowych liczb elementów błędnych.

5° Średnie przedziałowe blokowe $n = 448$ stopy błędów.

6° Warunkowy empiryczny rozkład w przedziale przeciętnym liczby elementów błędnych w bloku błędnym $W_{B|Bb}(m, n, t_{ON}, T_{SN})$ dla pełnego dnia pomiarowego $T_{SN} = 12$ godzin i obliczenie odpowiednich średnich przedziałowych liczb elementów błędnych w bloku błędnym — por. p. 2.2e) oraz p. 2.3.d).

7° Współczynnik występujący we wzorach (57) i (63). Współczynnik ten można niezależnie obliczyć z danych wynikających z p. 4° i z p. 6°. Powinien on być niezależny od liczby elementów w bolku — por. wzory (60) i (62).

8° Współczynnik korelacji pomiędzy wahaniami poziomu i błędami transmisji.

3.2. Wyniki eksperymentalne

Omówimy uzyskane empiryczne charakterystyki statystyczne błędów transmisji, o których była mowa w p. 3.1.

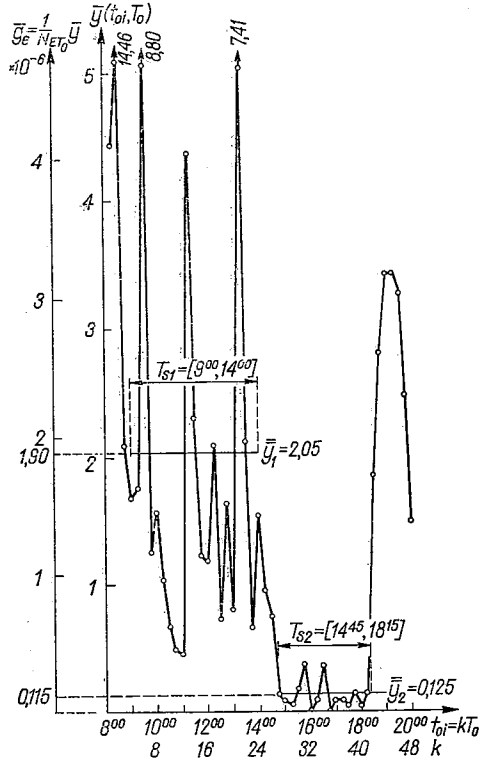
a) Średnie arytmetyczne realizacji porcesów $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$.

Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono średnie arytmetyczne $\bar{y}(t_{oi}, T)$ i $\bar{y}_e(t_{oi}, T)$ realizacji procesów $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$ w funkcji czasu. Rys. 2 dotyczy średnich dla $T = T_o = 15$ min., a rys. 3 — dla $T = T_o = 120$ min. Z rysunków można wysnuć następujące wnioski.

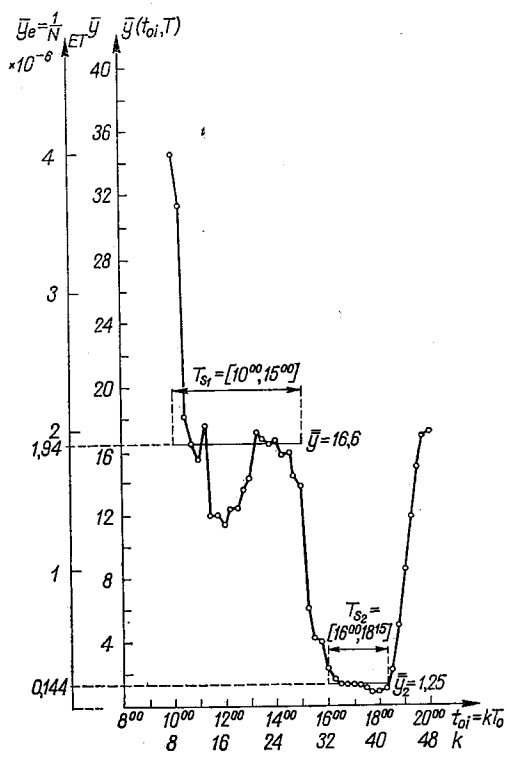
1° Dla 15-minutowego przedziału pomiarowego uzyskano duży rozrzut średnich (rys. 2). Rozrzut ten maleje ze wzrostem przedziału pomiarowego (rys. 3). Można uważać,

że czas trwania pomiaru rzędu 2 do 3 godzin pozwala wyznaczać elementową stopę błędów z wystarczającą dokładnością[11].

2° Funkcje $Y(t, T)$ oraz $Y_e(t, T)$ bieżącej przedziałowej liczby błędów i odpowiedniej stopy błędów są niestacjonarne ze względu na wartości oczekiwane. Wartości te wykazują duże zmiany w funkcji pory doby. Można jednak wyodrębnić pewne przedziały, w których funkcje te w przybliżeniu można uznać za stacjonarne. Tak np. dla funkcji $Y(t, 15\text{ min.})$ i $Y_e(t, 15\text{ min.})$ można przyjąć przedziały stacjonarności:



Rys. 2. Średnie arytmetyczne empirycznych przedziałowych bieżących liczb elementów błędnych $\bar{y}(t_{oi}, T_o)$ i odpowiadające im średnie arytmetyczne bieżących przedziałowych stóp błędów $\bar{y}_e(t_{oi}, T_o)$ w funkcji czasu przy $T = T_o = 15$ min.



Rys. 3. Średnie arytmetyczne empirycznych przedziałowych bieżących liczb elementów błędnych. $\bar{y}(t_{oi}, T)$ i odpowiadające im średnie arytmetyczne bieżących przedziałowych stóp błędów $\bar{y}_e(t_{oi}, T)$ przy $T = 4\ T_o = 2$ godz. w funkcji czasu

$\{T_{S1}\} = [9^{00}, 14^{00}]$ i $\{T_{S2}\} = [14^{45}, 18^{15}]$, a dla funkcji $Y(t, 120\text{ min.})$ i $Y_e(t, 120\text{ min.})$ można przyjąć przedziały stacjonarności $\{T_{S1}\} = [10^{00}, 15^{00}]$ i $\{T_{S2}\} = [16^{00}, 18^{15}]$.

Powyższe przedziały stacjonarności zaznaczono na rysunkach 2 i 3 oraz zaznaczono średnie elementowe stopy błędów $\bar{\bar{y}}_e$ w tych przedziałach. Wartości te zaokrąglone do dwóch cyfr znaczących wraz ze średnią stopą błędów $\bar{y}_e$ (20^{00}, 12 godz.) wyznaczoną dla pełnego seansu pomiarowego zestawiono w tablicy 1. Wartości elementowych stóp błędów

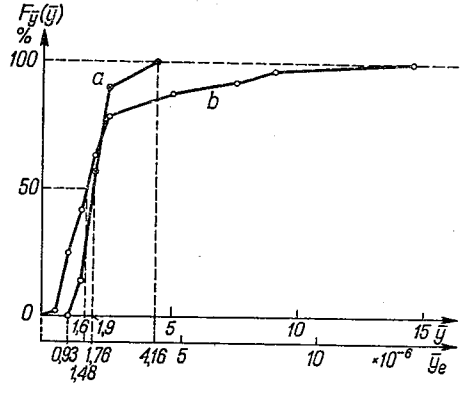
[11] Dokładność ta, przy małych stopach błędów, nie musi być duża, chodzi tu raczej o rząd wielkości.

Tablica 1

Średnie przedziałowe elementowe stopy błędów

Długość przedziału pomiarowego T	0,25 godz.		2 godz.		12 godz.
Przedział stacjonarności $\{T_s\}$	9^{00}, 14^{00}	14^{45}, 18^{15}	10^{00}, 15^{00}	16^{00}, 18^{15}	—
Średnia elementowa stopa błędów y_e	$1{,}9 \cdot 10^{-6}$	$1{,}2 \cdot 10^{-7}$	$1{,}9 \cdot 10^{-6}$	$1{,}4 \cdot 10^{-7}$	$1{,}6 \cdot 10^{-6}$

wskazują na to, że średnie elementowe stopy błędów w przedziałach stacjonarności przedpołudniowych równe $1{,}9 \cdot 10^{-6}$ są niewiele większe od średniej elementowej stopy błędów za okres 12-godzinny $1{,}6 \cdot 10^{-6}$. Średnie elementowe stopy w popołudniowych przedziałach stacjonarności są przeszło o rząd wielkości mniejsze. W przedziale $(8^{00}, 14^{00}]$ elementowa stopa błędów $\bar{y}_e$ wynosi $2{,}5 \cdot 10^{-6}$, a więc nieco więcej niż w przedpołudniowych przedziałch stacjonarności.



Rys. 4. Empiryczne dystrybuanty średnich arytmetycznych
a) przedziałowej liczby elementów błędnych $\bar{y}(t_{oi}, 15 \text{ min})$, $8^{15} \leqslant t_{oi} \leqslant 14^{00}$, oraz odpowiedniej przedziałowej elementowej stopy błędów $\bar{y}_e(t_{oi}, 15 \text{ min})$,
b) zmiennej losowej $\frac{T_o}{T}\bar{y}(t_{oi}, T) = \frac{1}{8}\bar{y}(t_{oi}, 2 \text{ godz.})$, $10^{00} \leqslant t_{oi} \leqslant 15^{00}$, oraz odpowiedniej przedziałowej elementowej stopy błędów $\bar{y}_e(t_{oi}, 2 \text{ godz.})$

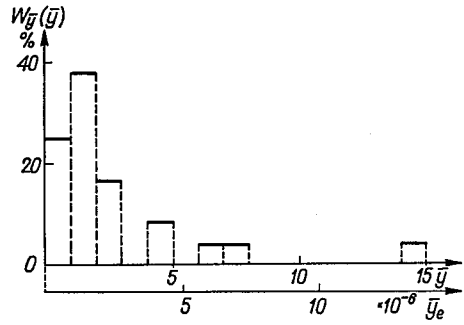
Na rys. 4 przedstawiono empiryczne dystrybuanty średnich arytmetycznych $\bar{y}(t_{oi}, T)$ i $\bar{y}_e(t_{oi}, T)$ dla $T = T_o = 15$ min. i $t_{oi} \in \{T'_{S1}\} = [8^{15}, 14^{00}]$ [12] oraz dla $T = 2$ godz. i $t_{oi} \in \{T'_{S2}\} = [10^{00}, 15^{00}]$. [13] Rys. 4 skonstruowano na podstawie danych zawartych w rysunkach 2 i 3. Z rysunku 4 widać, że rozrzut średnich arytmetycznych znacznie się

[12] Przedział $\{T'_{s1}\}$ odpowiada w przybliżeniu przedziałowi stacjonarności $\{T_{s1}\} = [9^{00}-14^{00}]$.

[13] Zmienną przypadkową $\bar{y}(t_{Oi}, 2 \text{ godz.})$ zastąpiono zmienną $\frac{0{,}25}{2}\bar{y}(t_{Oi}, 2 \text{ godz.})$, aby uzyskać tę samą skalę dla zmiennych $\bar{y}_e(t_{Oi}, 2 \text{ godz.})$ i $\bar{y}_e(t_{Oi}, 15 \text{ min.})$ — por. wzory (7) i (16).

zmniejsza ze wzrostem długości przedziału pomiarowego T. Na rys. 4 zaznaczono wartości median dla obydwu dystrybuant, Mediany te, wynoszące: $1{,}48 \cdot 10^{-6}$ dla $T_o = 15$ min. i $1{,}76 \cdot 10^{-6}$ dla $T = 2$ godz., są nieco mniejsze od wartości średniej ze średnich $\bar{\bar{y}}_e = 1{,}9 \cdot 10^{-6}$ (tablica 1).

Na rys. 5 przedstawiono częstość względną pojawiania się średnich arytmetycznych przedziałowej liczby błędów i elementowej stopy błędów w odpowiednich przedziałach



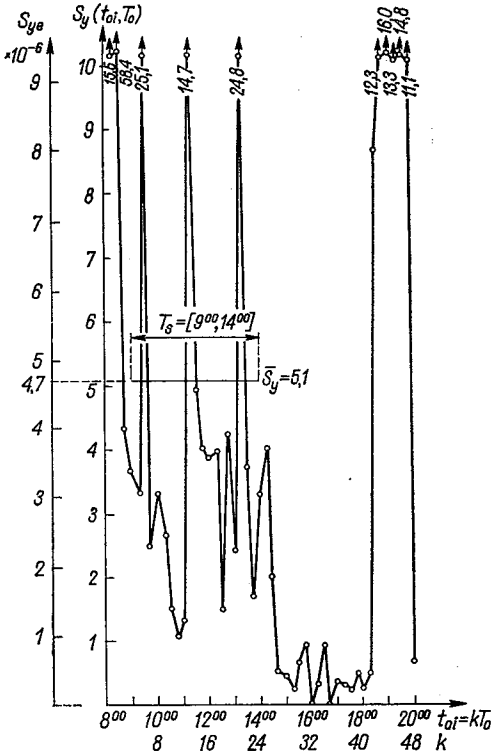
Rys. 5. Częstości względne średnich arytmetycznych przedziałowej liczby elementów błędnych i elementowej stopy błędów dla $T_o = 15$ min. oraz $8^{15} \leqslant t_{oi} \leqslant 14^{00}$

dla $T_o = 15$ min. i $t_{oi} \in \{T'_S\}$ (wykres z rys. 5 odpowiada krzywej a przedstawionej na rys. 4). Z rysunku tego widać, że najbardziej prawdopodobne wartości bieżącej stopy błędów przypadają w otoczeniu średniej stopy błędów w przedziale stacjonarności ($\bar{\bar{y}}_e = 1{,}9 \cdot 10^{-6}$).

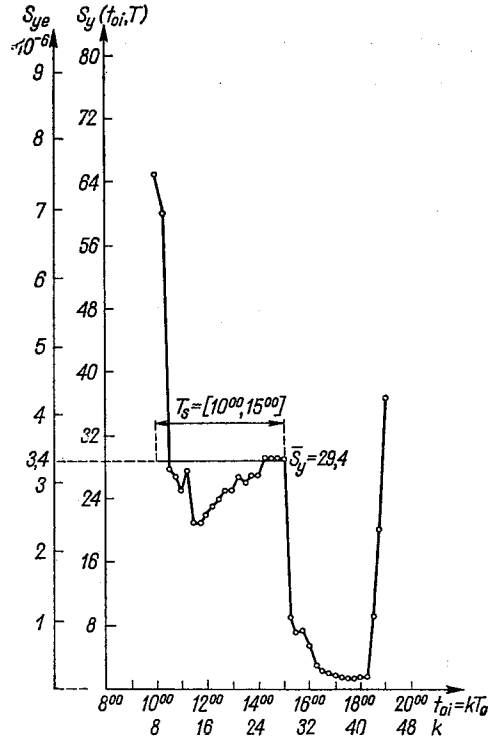
b) Empiryczne odchylenia standardowe procesów $Y(t, T)$ i $Y_e(t, T)$

Na podstawie wzorów (49b) i (50) obliczono wartości empirycznych odchyleń standardowych. Wyniki obliczeń dla $T = T_o = 15$ min. i dla $T = 2$ godz. przedstawiono na rysunkach 6 i 7. Z rysunków tych widać, że odchylenia standardowe podlegają dużym rozrzutom, które maleją ze wzrostem T. Podobnie jak w przypadku średnich arytmetycznych, odchylenia standardowe są wyraźnie zależne od czasu, jednakże można wyróżnić przedziały stacjonarności pokrywające się w zasadzie z odpowiednimi przedziałami dotyczącymi średnich arytmetycznych. Średnie wartości odchyleń standardowych w tych przedziałach wynoszą: $\sigma_{ye} = 4{,}7 \cdot 10^{-6}$ dla $T = T_o = 15$ min. i $\{T_S\} = [9^{00}, 14^{00}]$ oraz $\sigma_{ye} = 3{,}4 \cdot 10^{-6}$ dla $T = 2$ godz. i $\{T_s\} = [10^{00}, 15^{00}]$.

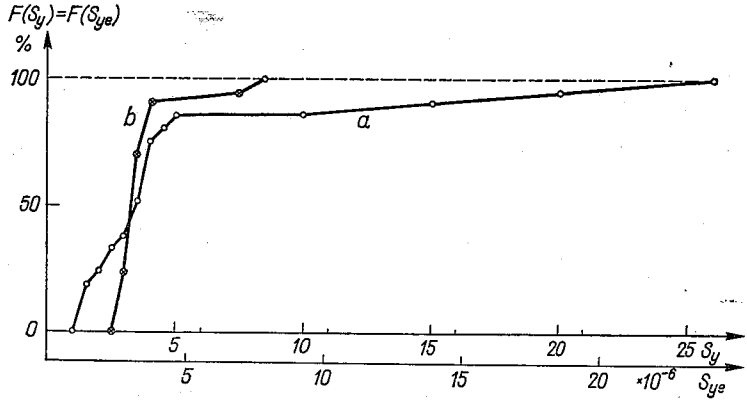
Na podstawie danych zawartych na rysunkach 6 i 7 skonstruowano rys. 8, na którym przedstawiono dystrybuanty empirycznych odchyleń standardowych w przedziałach stacjonarności: krzywa a) dotyczy przedziału pomiarowego o długości $T_o = 15$ min., a krzywa b) — przedziału pomiarowego $T = 2$ godz. Z rysunku widać, że rozrzut empirycznych odchyleń standardowych zmniejsza się ze wzrostem szerokości przedziału pomiarowego T, co pociąga za sobą zmniejszanie się wartości średniej odchylenia standardowego — por. pokazane wyżej wartości. Odchylenie standardowe maleje więc wolniej ze wzrostem T niż $1/\sqrt{T}$ — por. wzór (47). Można więc przypuszczać, że zasięg (czas) korelacji $K_x(\tau)$ jest duży, co jest potwierdzeniem wyników znanych z literatury — zob.



Rys. 6. Empiryczne odchylenia standardowe bieżących przedziałowych liczb elementów błędnych i odpowiednich stóp błędów w funkcji czasu $T = T_o = 15$ min.



Rys. 7. Empiryczne odchylenia standardowe bieżących przedziałowych liczb elementów błędnych i odpowiednich stóp błędów w funkcji czasu $T = 2$ godz.

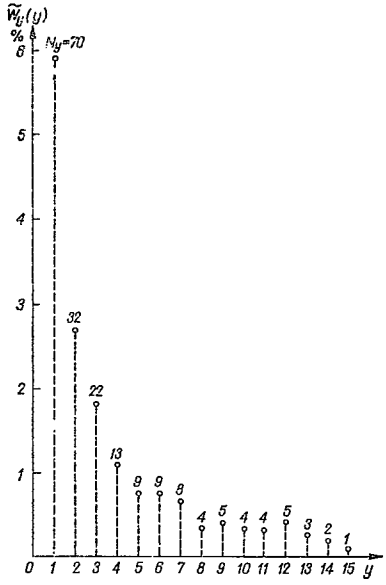


Rys. 8. Empiryczne dystrybuanty odchyleń standardowych:
a) $S_y(t_{oi}, T_o)$ oraz $S_{ye}(t_{oi}, T_o)$ dla $T_o = 15$ min., $9^{00} \leqslant t_{oi} \leqslant 14^{00}$,
b) $\frac{T_o}{T} S_y(t_{oi}, T) = \frac{1}{8} S_y(t_{oi}, T)$ oraz $S_{ye}(t_{oi}, T)$ dla $T = 8\ T_o = 2$ godz., $10^{00} \leqslant t_{oi} \leqslant 15^{00}$

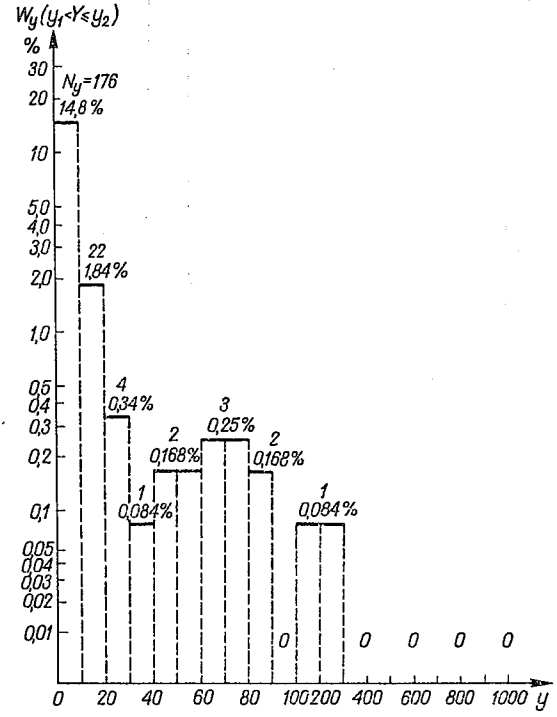
np. [6]. Jednocześnie jest to potwierdzeniem znanego z literatury faktu, iż błędy powstające podczas transmisji binarnej nie są niezależne.

c) Rozkłady w przedziałach przeciętnych $W_y(y, T_o, t_{ON}, T_{SN})$ procesu $Y(t, T)$

Na rysunkach 9 i 10 przedstawiono empiryczne rozkłady w przedziałach przeciętnych $\tilde{W}_y(y, T_o, t_{ON}, T_{SN})$ liczb błędów w przedziałach pomiarowych o długości $T_o = 15$ min,. dotyczące pełnego dnia pomiarowego ($t_{ON} = 20^{00}$, $T_{SN} = 12$ godz.) — por. p. 2.2 d), wzór (21). Na rysunkach tych przy odpowiednich punktach wpisano liczbę N_y oznaczającą w przypadku rys. 9, liczby przedziałów 15-minutowych zawierających y elementów błędnych, a w przypadku rys. 10 — liczbę przedziałów 15-minutowych zawierających liczbę ele-



Rys. 9. Empiryczny rozkład w przeciętnym przedziale 15-minutowym: liczby elementów błędnych i elementowej stopy błędów, dla $8^{15} \leqslant t_{oi} \leqslant 20^{00}$ i dla liczby elementów błędnych $y \leqslant 15$



Rys. 10. Empiryczny rozkład w przeciętnym przedziale 15-minutowym: liczby elementów błędnych i elementowej stopy błędów, dla $8^{15} \leqslant t_{oi} \leqslant 20^{00}$ i dla liczby elementów błędnych $y \leqslant 300$. Skala osi odciętych — logarytmiczno liniowa

mentów błędnych mieszczących się w odpowiednich przedziałach $(y_1, y_2]$ oznaczonych na osi odciętych. Całkowita liczba analizowanych przedziałów 15-minutowych wynosiła $N_{T_o} = 1194$.

Częstość względna pojawienia się przedziałów 15-minutowych bezbłędnych wynosi

$$\tilde{W}_y(y = 0) = 81{,}8\%.$$

Na podstawie powyższej wartości i na podstawie rys. 9 można stwierdzić, że najbardziej prawdopodobne są przedziały 15-minutowe bezbłędne.

Jeżeli przedział obarczony jest błędem, to najprawdopodobniej będzie to jeden element błędny ($\tilde{W}_y(y=1)=5{,}85\%$). Przebieg funkcji $\tilde{W}_y(y)$ oraz wartość średnia liczba błędów za 12-godzinny dzień pomiarowy, przeliczona — por. wzór (7) i p. 2.3 d) — na 15-minutowy przedział pomiarowy, a wynosząca.

$$\bar{y}(t_{ON}, T_{SN}, T_o) = \frac{T_o}{T_{SN}}\bar{y}(t_{ON}, T_{SN}) = 1{,}73\frac{\text{elementów błędnych}}{\text{błędny przedz. 15 min.}}$$ [14]

świadczą, że pojawianie się błędów dłuższymi seriami jest względnie mało prawdopodobne. Tak np. uzyskana częstość pojawiania się liczby większej niż 10 w przeciętnym przedziale 15-minutowym wynosi w przybliżeniu (rys. 9):

$$1{,}84+0{,}34+0{,}08+0{,}17+0{,}25+0{,}17+0{,}08 \approx 3\%.$$

Na podstawie rozkładu $\tilde{W}_y(y, T_o, t_{ON}, T_{SN})$ odpowiadającego prawdopodobieństwu $f_y(y, T_o, t_{ON}, T_{SN})$ — por. p. 2.2.d) — można natychmiast znaleźć rozkład warunkowy $\tilde{W}_{y|y\neq 0}(y, T_o, t_{ON}, T_{SN})$ odpowiadający prawdopodobieństwu pojawienia się y błędnych elementów w przeciętnym przedziale 15-minutowym błędnym, należącym do całego dnia pomiarowego. W tym celu wystarczy skalę rzędnych wykresów na rys. 9 i 10 pomnożyć przez wielkość

$$\frac{1}{1-\tilde{W}_y(y=0)} = \frac{1}{1-0{,}818} = 5{,}5.$$

Można teraz obliczyć średnią liczbę elementów błędnych w przeciętnym przedziale 15-minutowym należącym do dnia pomiarowego. Liczba ta jest równa

$$\bar{m}_{Tob}(t_{ON}, T_{SN}, N_{ETo}) = \frac{\bar{y}(T_{ON}, T_{SN}, T_o)}{1-\tilde{W}_y(y=0)} = 5{,}5\cdot 1{,}73 = 9{,}5\frac{\text{elementów błędnych}}{\text{błędny przedział 15 min.}}.$$

Tak więc, jakkolwiek dłuższe serie błędnych elementów w przedziałach 15-minutowych są względnie mało prawdopodobne, to jednak wartość średnią w błędnym przedziale 15-minutowym otrzymuje się dosyć dużą. Wpływ na tę wartość mają dłuższe serie, które jednak zdarzają się.

Przedział 15-minutowy można uważać za długi blok o liczbie elementów wynoszącej

$$N_{ETo} = 1200\cdot 60\cdot 15 = 1{,}08\cdot 10^6.$$

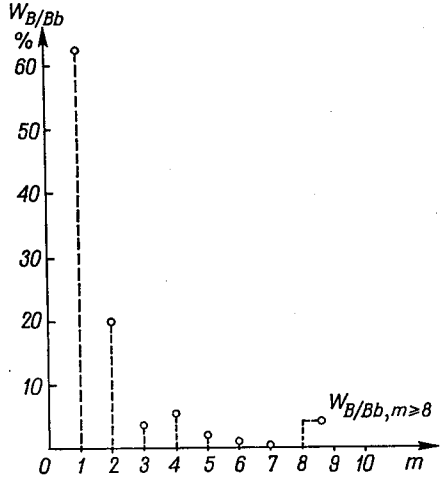
d) Blokowa średnia przedziałowa stopa błędów

Z wyników pomiarów obliczono średnie blokowe przedziałowe stopy błędów. Dla przedziału (8^{00}, 20^{00}]: $\bar{Z}_B(20^{00}$, 12 godz.) $=2{,}8\cdot 10^{-4}$, dla przedziału [8^{00}, 14^{00}]: $\bar{Z}_B(14^{00}$]: 6 godz.) $=3{,}8\cdot 10^{-4}$.

e) Warunkowy empiryczny rozkład liczby elementów błędnych w przeciętnym, 448-elementowym bloku błędnym

[14] Wartość ta odpowiada wartości oczekiwanej zmiennej Y o rozkładzie przedstawionym na rysunkach 9 i 10.

Rozkład ten, por. 2.2. e) i wzór (25), dla pełnego dnia pomiarowego (8^{00}, 20^{00}] przedstawiono na rys. 11. Z rysunku tego widać, że najbardziej prawdopodobne są pojedyncze błędy w blokach. Prawdopodobieństwo pojawienia się bloków błędnych z m elementami błędnymi szybko maleje ze wzrostem m. Częstość pojawiania się bloków z $m \geqslant 8$ elementami błędnymi wynosi około 4,5%, a więc jest względnie mała.



Rys. 11. Warunkowy empiryczny rozkład liczby elementów błędnych w przeciętnym, 448-elementowym bloku błędnym, dla $8^{15} \leqslant t_{oi} \leqslant 20^{00}$

Średnią liczbę błędnych elementów w przeciętnym bloku błędnym, w założeniu, że blok zawiera $m < 8$ liczbę elementów błędnych oceniono

$$\overline{m}_{B,m<8} \approx 2{,}1.$$

Średniej liczby błędnych elementów w bloku błędnym nie można bezpośrednio obliczyć na podstawie zarejestrowanych danych pomiarowych (brak szczegółowego rozkładu błędnych elementów dla $m \geqslant 8$). Wielkość tę można jednak obliczyć na podstawie wzoru (55) i oszacowanych poprzednio elementowych i blokowych stóp błędów:

dla przedziału (8^{00}, 20^{00}]: $\overline{m}(20^{00}, 12 \text{ godz.}, 448) =$

$$= 448\,\frac{1{,}6\cdot 10^{-6}}{2{,}8\cdot 10^{-4}} \approx 2{,}5\,\frac{\text{elementów błędnych}}{\text{blok błędny}},$$

dla przedziału (8^{00}, 14^{00}]: $\overline{m}(14^{00}, 6 \text{ godz.}, 448) =$

$$= 448\,\frac{2{,}5\cdot 10^{-6}}{3{,}8\cdot 10^{-4}} \approx 3{,}0\,\frac{\text{elementów błędnych}}{\text{blok błędny}}.$$

f) Obliczenie współczynnika α występującego we wzorach (57) i (63)

Współczynnik ten oblicza się ze wzoru (6). Dla danych z p. c) dla przedziału (8^{00}, 20^{00}] znajdujemy

$$\alpha = \frac{\log 9{,}5}{\log 1{,}08\cdot 10^{6}} = 0{,}146,$$

natomiast dla danych z p. e) (przedział jak wyżej) znajdujemy

$$\alpha = \frac{\log 2{,}5}{\log 448} = 0{,}151.$$

Uzyskane, na podstawie danych dotyczących bloków o bardzo znacznie różniących się długościach, wartości α różnią się jedynie nieznacznie (3,3% w stosunku do $\alpha = 0{,}15$). Można stąd wnioskować o stosowalności zależności (57) i (63) do rozkładów błędów w badanej populacji łączy.

g) Korelacja pomiędzy wahaniami poziomu mocy sygnału odbieranego i błędami transmisji

Przy zastosowaniu wzoru (64) obliczono współczynnik λ. Współczynnik ten wynosi

$\lambda = 71{,}3\%$ dla przedziału $(8^{00}, 14^{00}]$,

$\lambda = 89{,}5\%$ dla przedziału $(14^{00}, 20^{00}]$,

$\lambda = 76{,}7\%$ dla przedziału $(8^{00}, 20^{00}]$,

Z danych tych wynika, że około 80% błędnych elementów powstaje w okresach, w których widoczne są wahania poziomu mocy sygnału.

Obliczono przy zastosowaniu wzorów (66), (67) i (48) dla przedziału $(8^{00}, 20^{00}]$

$$W(A \cdot B) = 8{,}6\%, \quad W(A) = 21{,}4\%, \quad W(B) = 17{,}7\%.$$

Na zasadzie tych wartości i wzoru (65) obliczono współczynnik korelacji pomiędzy wahaniami poziomu i błędnymi elementami w przedziałach 15-minutowych należących do przedziału $(8^{00}, 20^{00}]$. Współczynnik ten wynosi

$$\varrho \approx 0{,}3.$$

Biorąc powyższe dane pod uwagę można stwierdzić, że

1° elementy błędne pojawiają się nie we wszystkich lecz jedynie w około 1/3 spośród przedziałów 15-minutowych z wahaniami poziomu,

2° w dużej części przedziałów 15-minutowych, w których występują wahania poziomu i elementy błędne, występują dłuższe serie elementów błędnych.

4. ZAKOŃCZENIE

Na podstawie przytoczonych wyżej rozważań i wyników eksperymentalnych można wypowiedzieć szereg wniosków.

Elementowe i blokowe stopy błędów, które są najbardziej bezpośrednimi parametrami charakteryzującymi błędy transmisji binarnej, są wielkościami silnie zależnymi od czasu zakończenia pomiaru i długości trwania pomiaru. Wielkości te zależą od pory doby, w której przeprowadzane są pomiary. W związku z tym, jeżeli operuje się pojęciem stopy błędów, to trzeba zawsze mieć na uwadze średnie przedziałowe stopy błędów i podawać dane dotyczące przedziałów, w których te stopy błędów zostały oszacowane. Zależność stóp błędów od pory doby związana jest zapewne z nierównomiernym obciążeniem w ciągu doby relacji telefonicznej oraz z zabiegami konserwacyjnymi na sąsiednich łączach. Długo-

okresowe zmiany średnich przedziałowych stóp błędów w poszczególnych dniach są znacznie mniejsze od zmian dobowych.

W niniejszym artykule takich długookresowych zmian nie uwzględniono, ograniczając się do badania i oszacowania średnich przedziałowych stóp błędów w godzinach przedpołudniowych i popołudniowych oraz do oszacowania 12-godzinnych dziennych stóp błędów (przedział od godz. 8^{00} do 20^{00}). Można przypuszczać, że wartość oczekiwana $\overline{X}(t)$ bieżącej stopy błędów jest w pewnym przybliżeniu funkcją okresową o okresie równym jednej dobie, wykazując jednocześnie duże zmiany w obrębie każdego okresu, przy czym w pewnych przedziałach „stacjonarności" $\overline{X}(t)$ można uważać za stałą. Zmiany te ulegają wygładzeniu przy całkowaniu — por. wzór (33) — tak, iż przedziałowe średnie stopy błędów wykazują tym mniejsze fluktuacje, im większa jest długość przedziału pomiarowego T. Efekt takiego wygładzania widać wyraźnie, jeżeli porównać wykresy przedstawione na rysunkach 2 i 3; w szczególności widać zmalenie popołudniowego przedziału stacjonarności przedstawionego na rys. 3 w porównaniu do odpowiedniego przedziału stacjonarności z rys. 2. Dla długookresowych stóp błędów ($T \to \infty$), dla których przedział pomiarowy obejmowałby wiele dób, dobowe fluktuacje malałyby do zera.

Jeżeli przedziały pomiarowe są szersze niż odpowiednie przedziały stacjonarności bieżącej średniej stopy błędów $\overline{X}(t)$, to uzyskanie średnie przedziałowe stopy błędów należy traktować jako parametry rozkładów w przedziałach przeciętnych, o jakich była mowa w p. 2.2.

Wybór przedziału czasu, w którym powinny być określane parametry statystyczne łączy, powinien w zasadzie zależeć od użytkownika urządzeń transmisji danych, ponieważ system transmisji optymalny dla jednego przedziału czasu, może być nieoptymalny dla innego. Jeżeli chodzi jednak o ocenę jakości danej populacji łączy z punktu widzenia jej przydatności dla transmisji binarnej bez precyzowania systemu, to wydaje się, że można się oprzeć na najgorszych wartościach stóp błędów, tj. wartościach dotyczących godzin przedpołudniowych. Wydaje się, że wystarczające będą pomiary o czasie trwania około 2 godzin, najlepiej w godzinach przedpołudniowych, przy czym powinna być rejestrowana zarówno przedziałowa elementowa stopa błędów jak i blokowa stopa błędów.

Znajomość średniej przedziałowej stopy błędów i średniej przedziałowej blokowej stopy błędów, określonej dla danej liczby elementów w bloku, pozwala wyznaczać rozkłady liczb elementów błędnych w przeciętnych blokach o dowolnej w zasadzie liczbie elementów — por. p. 2.3 d). Znajomość takich rozkładów pozwala w pewnym stopniu ocenić efektywność systemów transmisji danych, które mogą pracować na danym typie łączy — por. [4] — co umożliwia właściwy wybór systemu.

Autor pragnie wyrazić podziękowanie kolegom: doktorowi Władysławowi Majewskiemu i magistrowi Andrzejowi Kostce za zachętę do podjęcia tematyki dotyczącej błędów transmisji binarnej i za wiele cennych uwag wypowiadanych w trakcie dyskusji poświęconych tej tematyce.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. A. Albicki, J. Pęcherski, Urządzenie do analizy błędów w kanałach transmisji binarnej, cz. I i cz. II, Przegląd Kolejowy Elektrotechniczny, nr 1 (styczeń 1968), str. 17—23 oraz nr 2 (luty 1968) str. 50—54.

2. L. P. Purtow, A. S. Zamrij, J. F. Szapowałow, Charakter rospriedielienija oszibok w tieliefonnych kanałach pri pieriedacze diskretnych signałow, Elektroswiaź, nr 6, str. 31—41.
3. L. P. Purtow, A. S. Zamrij, A. I. Zacharow, Osnownyje zakonomiernosti rozpriedielienija oszibok w diskretnych kanałach swiazi, Elektroswiaz, nr 2, 1967, str. 1—8.
4. L. P. Purtow, A. S. Zamrij, A. I. Zacharow, Razczot niekotorych charakteristik sistem pieriedaczi dannych s uczetom raspriedielienija oszibok w realnych kanałach, Elektroswiaź, nr 7, 1967, str. 1—9.
5. Z. Pawłowski, Wstęp do statystyki matematycznej, PWN, Warszawa 1966.
6. Statistika oszibok pri pieriedacze cifrowej informacji, Moskwa 1966. Zbiór tłumaczeń z angielskiego artykułów następujących autorów:
   a) R. L. Townsend, (IEEE Trans. on Comm, Electr.-March 1963);
   b) R. Grimmond (The Computer Journ., July 1962);
   c) R. Anderson, T. De Freese i inni (IEEE Inst. Convention Record, 1964);
   d) R. Townsend, R. Watts (B.S.T.J, nr 6 1964);
   e) E. J. Hoffman (Proc. Nat. Electr. Conf., XVI, 1960);
   f) E. O. Elliot (B.S.T.J., nr 1 1965 oraz B.S.T.J. nr 5, 1963);
   g) F. P. Corr (IEEE Trans. on Comm. Syst., C.S. — 12 (2) 1964);
   h) P. Mertz (IRE Trans. on Comm. Syst. CS-9 (2), 1961 oraz CS-9 (4) 1961);
   i K. Smith, J. Bowen L. Joyce (Brit. IRE 24 (4) 1962);
   j) J. Berger, B. Mandertrot (I.B.M.J. (3), 1963).
7. A. A. Swiesznikow, Prikładnyje metody teorii stuczajnych funkcji, Leningrad 1961.

M. RYDEL

ON SOME STATISTICAL CHARACTERISTICS OF ERRORS IN BINARY TRANSMISSION

Summary

The article deals with errors in binary transmission. Some theoretical considerations and definitions included are useful for the proper analysis and interpretation of the results of measurements of errors. A short description of measurements of errors and the results of such measurements are given. These results show that the „running interval" error rates are non-stationary processes. It has been roughly checked that in definite intervals of time formulas for the probability of errors evaluated by Soviet writers Purtov, Zamri and Zakharov are valid for the measured binary channels. Correlation coefficients between error rates and variations in signal power level in the channel are roughly established. Some conclusions are evaluated.

M. RYDEL

BEITRAG ZU EINIGEN STATISTISCHEN CHARAKTERISTIKEN VON FEHLERN BINÄRER TRANSMISSION

Zusammenfassung

Der Aufsatz betriefft die in den Leitungen binärer Transmission entstandenen Fehler. Theoretische Erwägungen wurden angeführt, die zur richtigen Analyse und Interpretation von Meßergebnissen der Transmissionsfehler erforderlich sind; auch wurden eine kurze Beschreibung und die Ergebnisse experimenteller Versuche gebracht.

Im Besonderen wurden Bezeichnungen für stochastische Fehlerfunktionen eingeführt, u.zw.: laufende Intervallzahlen der Fehlerelemente, Zahlen für n-Fehlerelementenblocks sowie entsprechende Elementen-

und Blockfehlerfüße. Es wurden Zusammenhänge zwischen diesen Größen gefunden. In Anlehnung an Literatur wurde gezeigt, daß auf Grund bekannter Durchschnittsfehlerintervallfüße: der Block- und Elementargröße, die im gegebenen Zeitintervall für bestimmte Blockzahlen der n-Elemente ermittelt werden, Schlüsse über gewisse Gruppierungen in Intervallen „durchschnittlicher" Fehlerelementenzahlen in Blocks mit beliebigen (aber nicht zu geringen) Elementenzahlen gezogen werden können. Es wurden Koeffizienten bestimmt, die die Grösse des Einflusses von Horizontalschwankungen der Transmision auf die in der Leitung binärer Transmission entstehenden Fehler bezeichnen. Im Weiteren wurden eine kurze Beschreibung und die Ergebnisse von Experimentalversuchen angeführt, und diese einer Diskussion unterzogen. Eine Reihe von Schlüssen wurde formuliert.

М. РЫДЕЛЬ

НЕКОТОРЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОШИБОК В БИНАРНЫХ КАНАЛАХ

Резюме

В работе даны некоторые теоретические рассуждения и дефиниции, необходимые для анализа и интерпретации результатов измерений ошибок. Даны также результаты таких измерений ошибок. Из этих результатов следует, что формулы, полученные советскими авторами Пуртовым. Замрим и Захаровым для вероятностей ошибок, могут быть применены для измеримых каналов, Даны коэффициенты корреляций между ошибками и уровнем мощности в канале.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1971, 17, z. 3, ss. 591—593

Polemiki

Od Redakcji

Komitet Redakcyjny postanowił wprowadzić do zeszytów „Rozpraw Elektrotechnicznych" — tytułem próby — dział pod nazwą Polemiki, mając oczywiście na myśli polemiki natury naukowej. Na początek publikujemy polemikę na temat ochrony szybowców od elektryczności atmosferycznej.

Dział ten będzie utrzymany, o ile Czytelnicy nasi zechcą kierować do Redakcji swoje wypowiedzi polemiczne, nawiązujące do artykułów publikowanych na łamach „Rozpraw".

STANISŁAW SZPOR (GDAŃSK)

PRĄD PIORUNOWY I OCHRONA SZYBOWCÓW

W latach 1960—1963 J. Bader, J. L. Jakubowski i J. J. Zieliński opublikowali w Rozprawach [1, 2] dwa artykuły o piorunochronach dla szybowców. Proponowany sposób ochrony, oparty na obliczeniach i badaniach laboratoryjnych na modelach (połączenia metalowe między końcami skrzydeł, kadłuba i sterów oraz przewody na kabinie) nie nasuwa zastrzeżeń, z wyjątkiem przyjętych parametrów piorunowych do obliczeń przekroju przewodów pirunochronowych.

Autorzy ci przyjmują stosunkowo małe wartości prądowe: wartość szczytową 100 kA oraz parametr energetyczny $Si^2dt = 375\,000$ kAi$^2 \cdot \mu$s. Wartość 100 kA jest zbliżona do założonej w r. 1956 dla polskich piorunochronów wiejskich typu lekkiego, ażeby uzasadnić oszczędnościowy przekrój 10 mm^3 stali. Oszczędność ta jest uzasadniona tym, że stopienie piorunochronu nie powoduje śmierci człowieka.

Autorzy artykułów o szybowcach przyjmują dopuszczalny przyrost temperatury przewodu 100°C, co jest słuszne wobec niebezpieczeństwa zapalenia budulca skrzydeł, kadłuba i sterów. Może nawet przydałoby się więcej ostrożności wobec możliwości bardzo wysokiej temperatury wyjściowej w czasie upałów. Wynika z takich obliczeń przekrój przewodu glinowego 7,6 mm^2.

Zdaniem autora należy przyjmować znacznie ostrzejsze parametry piorunowe, jakie zdarzają się wyjątkowo, na przykład w około 0,1% piorunów. Stosunkowo ostre warunki prądowe wykazały polskie rejestracje [3, 4, 5, 6, 7]. Autor wyjaśnił to znacznymi uchybami w dawniejszych badaniach najliczniejszych, tj. amerykańskich, radzieckich i niemieckich [5, 6, 7]. Dyskusja nad referatem o badaniach amerykańskich [7] na kwartalnym kongresie IEEE w Chicago uznała argumenty autora. Podobnie specjalistom niemieckim przedstawiono krytykę w niemieckim czasopiśmie Elektrie.

Wartość szczytowa 100 kA jest przekraczana przez około 5% piorunów, wartość 250 kA przez około 1%, wartość 400...500 kA prawdopodobnie przez jakieś 0,1%.

Przyjmowanie tej największej wartości 500 kA dla szybowców można uzasadnić tym, że zapalenie szybowca grozi nieuchronną śmiercią załogi. Przyjęcie nie całkiem pewnych piorunochronów dla szybowców byłoby rzeczą nieprzyjemną dla latających załóg, które nie mogą zadowolić się prawdopodobieństwem ochrony 95%. Zresztą ogłoszono w prasie, że piorunochron krytykowany wyżej jest całkowicie bezpieczny.

Przyjmując wartość 500 kA otrzymuje się minimalny przekrój przewodu glinowego około 35 mm^3.

Jednakże można uzasadnić pewne złagodzenie. Mianowicie największe wartości udaru prądowego w piorunie występują tylko na dole, skąd wyrusza fala wyładowania głównego. Natomiast największe prawdopodobieństwo spowodowania iskry przez szybowiec występuje na górze, w strefie największych

gradientów (około 5 kV/cm w porównaniu z wartościami kilkadziesiąt ... kilkaset V/cm na dole). Tam na górze dochodzi już tylko końcowa część fali udarowej. Zarazem czas trwania tej części jest znacznie skrócony.

Ostatecznie autor zaleca przekrój przewodu glinowego 16 mm^2, tj. 2 razy większy niż według rozwiązania krytykowanego wyżej.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. J. Bader, J. L. Jakubowski, J. Zieliński, Zagrożenie piorunowe szybowców, Rozprawy El. 1960, str. 45.
2. J. Bader, J. L. Jakubowski, J. Zieliński, Ochrona szybowców od elektryczności atmosferycznej, Rozprawy El. 1963, str. 203.
3. S. Szpor, E. Wasilenko, J. Samuła, E. Dytkowski J. Suchocki, B. Zaborowski, Résultats des enregistrements de coups de foudre en Pologne, Conf. Int. Grands Réseaux El. 1964, r. 329.
4. S. Szpor, E. Wasilenko, J. Samuła, E. Dytkowski, J. Suchocki, B. Zaborowski, Wyniki rejestracji piorunowych w Polsce, Przegląd El. 1964, str. 117.
5. S. Szpor, Sprawnienije kriwych raspriedielenija amplitud tokow mołnij po izmierienijam w razlicznych stranach, Elektriczestwo 1968, nr 6, str. 12.
6. S. Szpor, Vergleich der in Mittel- und Westeuropa gemessenen Blitzstrom-Scheitelwerte, Elektrie, 1969, str. 342.
7. S. Szpor, Comparison of Polish Versus American Lightning Records, Power Apparatus and Systems, 1969, str. 649.

JERZY JANUSZ ZIELIŃSKI (WARSZAWA)

UWAGI O RÓŻNICACH MIĘDZY OCHRONĄ ODGROMOWĄ SZYBOWCÓW I BUDOWLI NAZIEMNYCH

Wyniki przeprowadzonych przed dziesięciu laty w Politechnice Warszawskiej prac nad ochroną odgromową szybowców zostały opublikowane w latach 1959—63 w czasopismach krajowych [3, 4] i zagranicznych [2]. Obecnie uzyskano wypowiedź polemiczną [1], w której S. Szpor krytykuje wyniki praktyczne (przekrój przewodów) i przyjęte do ich określenia założenia wyjściowe (parametry prądu pioruna).

W ostatnich latach w ramach organizacji międzynarodowych, jak CIGRE czy Blitzschutzkonferenz, dyskutowano nad możliwością występowania bardzo dużych prądów pioruna przy wyładowaniach doziemnych. Inicjatywa tej dyskusji wyszła do grupy badaczy polskich pod kierunkiem S. Szpora, która uzyskała rejestracje prądów piorunowych sięgających 0,5 MA, a więc znacznie większych od notowanych w publikacjach zagranicznych. Niezależnie od interpretacji dyskutantów dotyczącej ścisłości zmierzonych wartości czy prawdopodobieństwa ich występowania, uznano powszechnie za udowodnioną możliwość występowania prądów piorunów doziemnych znacznie większych od 200 kA — wartości przyjmowanej niejednokrotnie dotąd jako górna granica przy obliczaniu linii elektroenergetycznych czy instalacji piorunochronnych budowli.

Jednakże powyższe wnioski dotyczące wyładowań piorunowych w obiekty naziemne nie mogą mieć — jak sugeruje to S. Szpor [1] — zastosowania do wyładowań w szybowce lub inne obiekty latające. Niewątpliwie liczba rejestracji wyładowań w obiekty latające jest znacznie mniejsza niż w naziemne. Względy ekonomiczne nie pozwoliły na prowadzenie takich badań w Polsce, oparto się zatem głównie na wynikach badań amerykańskich wykonanych w okresie ostatniej wojny, a opublikowanych w r. 1946 i w latach następnych. Rezultaty wskazują na znacznie większą częstość wyładowań o stosunkowo niewielkiej wartości szczytowej prądu. I tak, jeśli jako przeciętną dla piorunów doziemnych przyjmuje się kilkadziesiąt kiloamperów, to dla piorunów trafiających w obiekty latające — kilka kiloamperów. Jedną z przyczyn tego jest fakt, że obiekt latający znacznie częściej znajduje się na drodze wyładowań między chmurami niż wyładowań doziemnych

(J. H. Hagenguth ocenia np., że prądy między chmurami są o rząd wielkości mniejsze niż doziemne). Ponadto istotny wpływ na zmniejszenie wartości prądów trafiających w obiekt latający ma lokalne zwiększenie natężeń pola w pobliżu tego obiektu do wartości znacznie przekraczającej natężenie w pobliżu ziemi.

Poszukując dla szybowców przykładowo granicznej wartości prądu o takim prawdopodobieństwie występowania jak postulowane [1] na podstawie oceny stosowanej dla budowli naziemnych 0,1%, trzeba uwzględnić fakt, że z piorunami doziemnymi można porównywać zaledwie 0,1 ... 1% wyładowań trafiających w szybowiec [3]; pozostałe charakteryzują się znacznie mniejszymi wartościami prądu. Tak więc prawdopodobieństwo przekroczenia wartości prądu przyjmowanego jako graniczny do określenia ochrony szybowców [2, 3, 4] jest z pewnością znacznie mniejsze niż proponowane dla piorunów doziemnych 0,1% jako odpowiadające prądowi 500 kA [1].

Przekroje wyliczone na podstawie wyników zagranicznych badań obiektów latających i ich interpretacji [4] podobnej do podanej skrótowo wyżej są wprawdzie parokrotnie mniejsze od obliczonych przez S. Szpora [1], ale te wynikają z parametrów piorunów doziemnych a nie piorunów trafiających w obiekty latające. W tej sytuacji autor nie widzi nieścisłości w obliczeniach dawniejszych [4], opartych na znacznie bardziej sprecyzowanych założeniach, niż proponowana np. w zakończeniu wypowiedzi polemicznej [1] ponad dwukrotna zmiana zalecanego przekroju.

Na zakończenie warto by poruszyć jeszcze jeden aspekt zagadnienia ochrony szybowców, nie uwzględniony, jak wydaje się, w wypowiedzi polemicznej. Założenie jej autora [1] dotyczące przyrównania prawdopodobieństwa zagrożenia załogi szybowca do zagrożenia użytkowników budowli naziemnej można by odwrócić. Dlaczego mieszkańcy czy pracownicy w budynkach mają być w czasie burzy narażeni tak samo, jak wyczynowi sportowcy podejmujący świadomie lot na fali prądów termicznych, w pobliżu chmur burzowych, w celu osiągnięcia rekordowych wyników? To tak, jakby dla przeciętnego przechodnia przewidywać takie samo prawdopodobieństwo wypadku, jak dla wyczynowca-automobilisty na torze wyścigowym. Wydaje się, że bardziej słuszna byłaby ocena, w jakim stopniu zwiększy się niebezpieczeństwo lotu szybowcowego wskutek zagrożenia burzowego dla określonej (np. 99,9-procentowej) skuteczności ochrony. Jednak zagadnienia te ważne i mogące być podobnie interpretowane w wielu dziedzinach pracy zawodowej, sportu, komunikacji itp. niewątpliwie wykraczają poza ramy poruszone w omawianych publikacjach.

LITERATURA

1. S. Szpor, Prąd piorunowy i ochrona szybowców, Rozprawy Elektrotechniczne, z. 3. 1971.
2. J. Zieliński, Protection d'un planeur contre les effects du coup de foudre et de l'électricité atmosphérique, Aero Revue 1959, N° 9, s. 599.
3. J. Bader, J. L. Jakubowski, J. Zieliński, Zagrożenie piorunowe szybowców, Rozprawy Elektrotechniczne, t. VI, 1960, z. 1/2, s. 45.
4. J. Bader, J. L. Jakubowski, J. J. Zieliński, Ochrona szybowców od elektryczności atmosferycznej, Rozprawy Elektrotechniczne, t. IX, 1963, z. 1/2, s. 203.

Pozostałe źródła według literatury w poz. 3 i 4.

TREŚĆ

CONTENTS—TABLE DES MATIÉRES—INHALT

СОДЕРЖАНИЕ

KOMITET ELEKTROTECHNIKI
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XVII · ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1971

TREŚĆ

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

СОДЕРЖАНИЕ

KOMITET ELEKTROTECHNIKI
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XVII·ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1971

ADRES REDAKCJI

Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1
Instytut Teleektroniki, Gmach Elektroniki
pokój 343, tel. 21-007-564 oraz 25-09-10

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 630 (513+117)	Oddano do składania 21. VII. 1971 r.
Ark. wyd. 11,75 ark. druk. 8,0+1 wkł.	Podpisano do druku w listopadzie 1971
Papier druk. sat. kl. III, 80 g, 70×100	Druk ukończono w listopadzie 1971
Zamówienie nr 997/71	Cena zł 40.— U-107

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE, 1971, 17, 4, ss. 599—616

621.372

Metody syntezy układów $\overline{RC}$ o stałych rozłożonych

Część II

Metody syntezy układów aktywnych

MICHAŁ BIAŁKO (GDAŃSK), JANUSZ ROSZKIEWICZ (GDAŃSK)

Instytut Technologii Elektronicznej Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 18.5.1970

W pracy przedstawione są wybrane metody syntezy układów aktywnych *RC* z jednorodnymi liniami $\overline{RC}$. Pokazano, że wybór właściwej transformacji i aproksymacji funkcji syntetyzowanej pozwala w sposób prosty adaptować część znanych metod syntezy układów aktywnych $\overline{RC}$ z elementami o stałych skupionych. Przedstawione metody syntezy zilustrowane są przykładami.

1. WSTĘP

Jednym z najistotniejszych problemów w projektowaniu i konstrukcji układów mikroelektronicznych jest eliminacja indukcyjności. Znane technologie mikroelektroniczne uniemożliwiają realizacje cewek indukcyjnych o dużej dobroci i małych gabarytach. Bezindukcyjne realizacje mikroelektronicznych filtrów pasmowych i wąskopasmowych prowadzą do syntezy układów aktywnych *RC*. Nowym elementem układów mikroelektronicznych jest linia $\overline{RC}$, stanowiąca strukturę o stałych rozłożonych. Zastosowanie linii $\overline{RC}$ wymaga modyfikacji istniejących metod syntezy układów aktywnych *RC*. Modyfikacja polega na przekształceniu funkcji realizowanej w danym modelu syntezy na płaszczyznę nowej zmiennej zespolonej. Przekształcenia nazywane transformacją płaszczyzny częstotliwości zespolonej przedstawione zostały w sposób usystematyzowany w części I niniejszej pracy (vide Rozprawy Elektrotechniczne, 1971, z. 1), dotyczącej metod syntezy układów pasywnych.

Zasadniczym problemem syntezy układów aktywnych z linią $\overline{RC}$ jest aproksymacja. Celem tej aproksymacji jest przybliżenie danej funkcji realizowanej przez odpowiednią funkcję na wybranej płaszczyźnie nowej zmiennej zespolonej.

Problemy związane z syntezą układów aktywnych z zastosowaniem jednorodnej linii $\overline{RC}$ przedstawione są w dalszej części pracy.

2. FUNKCJA PRZENOSZENIA — APROKSYMACJE

W części I niniejszej pracy przedstawiono usystematyzowane rodzaje transformacji, niezbędne do przekształcenia funkcji jednorodnych układów RC o stałych rozłożonych w funkcje wymierne, realizowane na płaszczyźnie nowej zmiennej zespolonej. Spośród znanych transformacji, w syntezie układów aktywnych z jednorodną linią $\overline{RC}$, szczególnie interesująca jest transformacja O'Shea opisana wyrażeniem (9), podanym w części I:

$$Z^{\circ}(p) = \sqrt{sRC}\,\mathrm{sh}\sqrt{sRC}\,Z(s)\Big|_{p=\mathrm{ch}\sqrt{sRC}}$$

Przemawia za nią przede wszystkim prostota oraz szeroki zakres typów immitancji linii $\overline{RC}$, które reprezentuje.

W syntezie układów aktywnych jako podstawę rozważań przyjmuje się funkcję przenoszenia, która na przetransformowanej płaszczyźnie p przyjmuje postać:

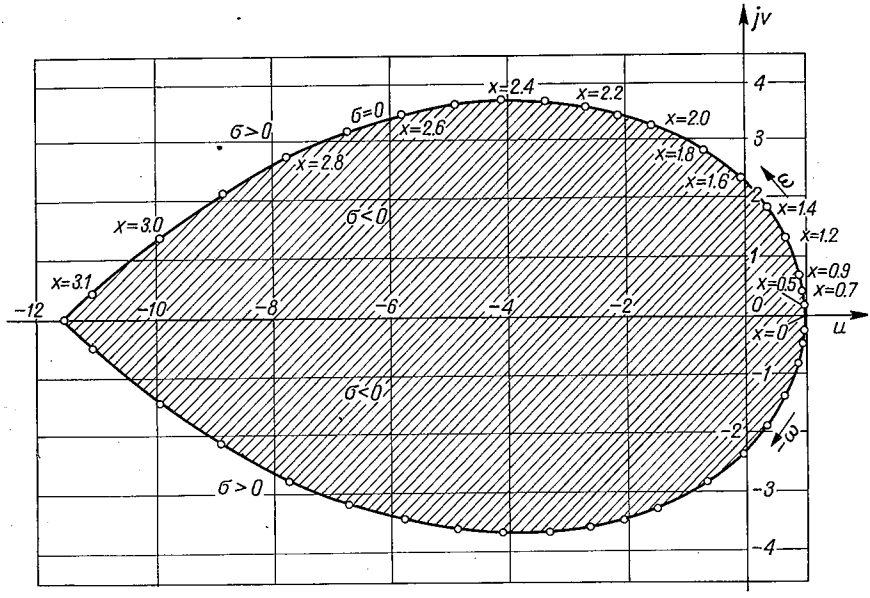
$$K(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{n_0+n_1p+\ldots+n_kp^k}{d_0+d_1p+\ldots+d_mp^m} \tag{1}$$

gdzie:

$p = \mathrm{ch}\sqrt{sRC}$,

$s = \sigma+j\omega$.

Wyrażenie (1) opisuje funkcję przenoszenia układu aktywnego RC po transformacji na płaszczyznę nowej zmiennej zespolonej $p = u+jv$. Bieguny i zera tej funkcji mogą być



Rys. 1. Obszar stabilności na płaszczyźnie $p = \mathrm{ch}\sqrt{sRC} = u+jv$, gdzie: $s = \sigma+j\omega$ i $\omega RC = 2x^2$

położone dowolnie na płaszczyźnie p, jednak kryterium stabilności ogranicza położenie biegunów do obszaru przedstawionego na rysunku 1. Obszar ten wynika z ograniczenia położeń biegunów do lewej półpłaszczyzny częstotliwości zespolonych $s = \sigma+j\omega$.