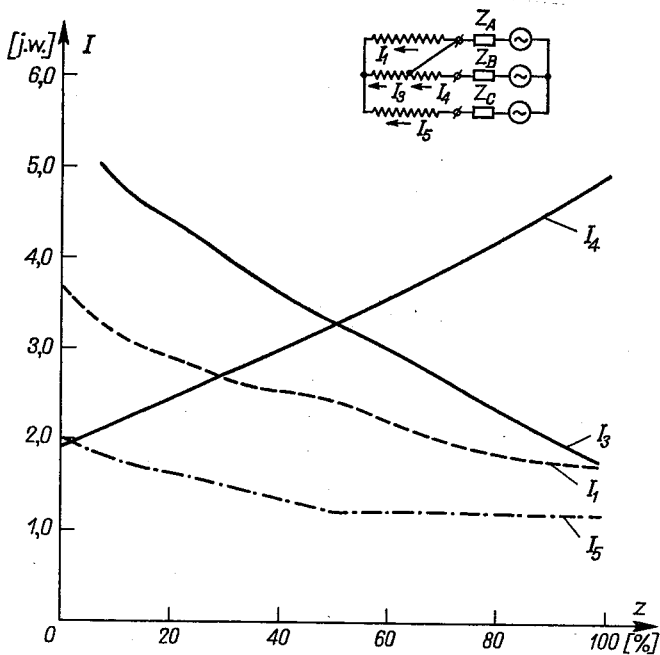
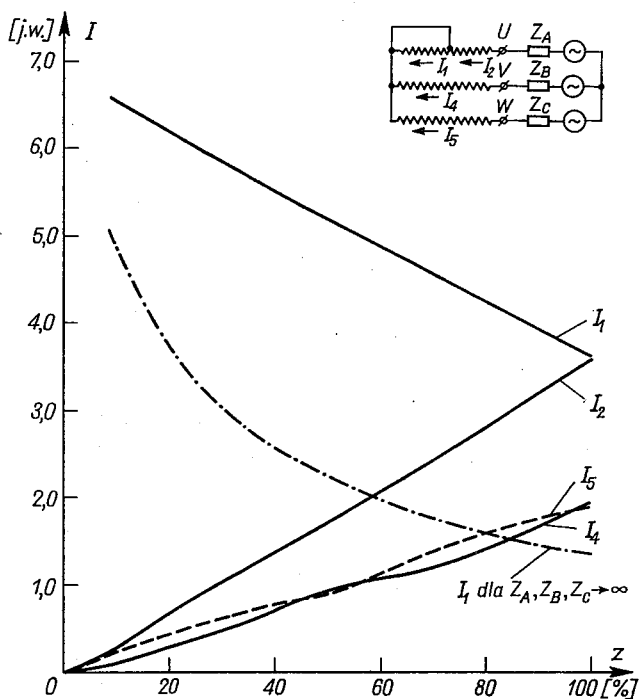




Rys. 9. Prądy przy zwarciu dwufazowym różnych liczb zwojów w maszynie współpracującej z siecią



Rys. 10. Prądy przy zwarciu jednofazowym do punktu zerowego w maszynie samotnej i współpracującej z siecią

Założono, że maszyna współpracuje z siecią o mocy zwarciowej 12 000 MVA za pośrednictwem transformatora o mocy 240 MVA i napięciu zwarcia $u_z = 16\%$. Odpowiada temu wartość impedancji zewnętrznych $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = j0,177$.

5. WNIOSKI

1. Przedstawiona metoda obliczania ustalonych prądów zwarciowych, oparta na teorii form liniowych niesymetrycznych maszyn elektrycznych, pozwala obliczać przy użyciu maszyny cyfrowej prądy dla dowolnego położenia miejsca zwarcia wewnątrz uzwojenia stojana w przypadku zwarć dwufazowych oraz jedno- i dwufazowych z punktem zerowym.

2. Opracowany program na maszynę cyfrową nie obejmuje przypadku zwarć międzyfazowych oraz trójfazowych, niemniej metoda przedstawiona w pracy może być zastosowana także do analizy wyżej wymienionych rodzajów zwarć.

3. Metoda uwzględnia warunki w jakich maszyna znajdowała się przed zwarcie, a więc stan obciążenia oraz układ, w jakim maszyna współpracuje z systemem.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. E. Clarke, Circuit Analysis of A-C Power Systems, Vol. I, II, N.Y. Wiley, 1956.
2. Ch. Concordia, Synchronous Machines, N.Y. Wiley, 1951.
3. Ja. B. Danilewicz, W. W. Dombrowski, J. Ja. Kazowski, Parametry elektrycznych maszyn pierścieniowego toku, "Nauka", Leningrad 1965.
4. K. Jachowicz-Kociółek, Metoda obliczania ustalonych prądów zwarciowych przy zwarciach wewnętrznych w uzwojeniu stojana maszyny synchronicznej, Praca doktorska wykonana w Katedrze Maszyn Elektrycznych i Transformatorów Politechniki Łódzkiej, 1970.
5. J. Ja. Kazowski, Ja. B. Danilewicz, E. Kaszarski, G. Rubison, Anormalnyje reżimy raboty krupnych synchronnych maszin, "Nauka", Leningrad 1969.
6. V. A. Kinitsky, Calculation of Internal Fault Currents in Synchronous Machines. Transaction IEEE, 1965, p. 381.
7. K. P. Kovacs, Symmetrische Komponenten in Wechselstrommaschinen. Birkhäuser, 1962.
8. N. F. Margolin, A. B. Czernin, Metod raszczioa tokow pri wnutriennych zamykaniach w synchronnych generatorach, Moskwa 1937.
9. A. Puchała, Formy liniowe i kwadratowe niesymetrycznych maszyn elektrycznych. Zeszyty Naukowe AGH, Rozprawy z. 27, 1964.
10. A. Puchała, Metoda analizy procesów przejściowych w maszynach elektrycznych z uszkodzonymi uzwojeniami jako podstawa oceny maszyn pracujących w pomieszczeniach zagrożonych wybuchem, Zeszyty Naukowe AGH "Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa", z. 31, 1969.

K. JACHOWICZ-KOCIOŁEK

METHOD OF COMPUTING STEADY-STATE CURRENT BY INTERNAL FAULTS IN STATOR'S WINDING OF A SYNCHRONOUS MACHINE WITH A CYLINDRICAL ROTOR

Summary

The paper deals with a method of computing the steady-state current by internal faults in stator's winding of a cylindrical rotor synchronous machine. An equivalent circuit developed in the paper and

equations derived from it enable to calculate internal fault currents for an arbitrary fault point with the use of a computer. The method is concerned with two-phase faults and single- and two-phase faults with the neutral. As illustration of the method described a calculation is given of internal fault currents in a 200 MW turbogenerator.

K. JACHOWICZ-KOCIOŁEK

LA MÉTHODE DE CALCULE DES COURANTS STATIONAIRES EN CAS DES COURT-CIRCUIT INTERNE DANS L'ENROULEMENT DE STATOR D'UNE MACHINE SYNCHRONE AVEC LE ROTOR CYLINDRIQUE

Résumé

Dans l'article on a présenté une méthode de calcul des courants stationnaires en cas des court-circuit interne dans l'enroulement de stator d'une machine synchrone avec le rotor cylindrique. La méthode est basée sur la théorie des formes linéaires non-symétriques des machines électriques. En partant du circuit équivalent général décrit dans l'article et des équations on peut calculer à l'aide d'une machine à calculer numérique les valeurs des courants de court-circuit. Le point de court-circuit interne peut être dans une place quelconque en cas des court-circuits biphasés et mono- et biphasés avec le point neutre. Comme illustration de la méthode on a présenté le calcul des courants de court-circuit interne dans un tourbogénérateur 200 MW.

K. JACHOWICZ-KOCIOŁEK

BERECHNUNGSVERFAHREN VON DAUERKURZSCHLUSSTRÖMEN BEI INNEREN KURZSCHLÜSSEN IN STATORWICKLUNGEN EINER SYNCHRONMASCHINE MIT ZYLINDERROTOR

Zusammenfassung

In der Arbeit ist ein Berechnungsverfahren von Dauerkurzschlussströmen bei inneren Kurzschlüssen in Statorwicklungen einer Synchronmaschine mit Zylinderrotor angegeben worden. Die Methode basiert auf der Theorie der Linearformen von unsymmetrischen elektrischen Maschinen. In Anlehnung an das in der Arbeit angenommene Ersatzschaltungsschema und die Ausgangsgleichungen können mittels einer elektronischen Rechenmaschine Stromwerte für beliebige Kurzschlussstelle bei Zweiphasenkurzschlüssen und auch bei ein- und zweiphasigen Kurzschlüssen mit Nullpunkt berechnet werden. Als Beispiel wurden Berechnungen der Kurzschluss-Ströme eines 200-MW-Turbogenerators durchgeführt.

К.ЯХОВИЧ-КОТЕЛЕК

МЕТОД РАСЧЕТА УСТАНОВИВШИХСЯ ТОКОВ ВНУТРЕННИХ КОРОТКИХ ЗАМЫКАНИЙ В ОБМОТКЕ СТАТОРА НЕЯВНОПОЛЮСНОЙ СИНХРОННОЙ МАШИНЫ

Резюме

В статье приведен метод расчета установившихся токов внутренних коротких замыканий в обмотке статора неявнополусной синхронной машины. Метод основан на теории линейных форм несимметрических электрических машин. На основе общей схемы замещения также как и основных уравнений возможны расчеты (с применением ЦВН) величин токов коротких замыканий (однофазных, двухфазных и двухфазных с нейтралю) в произвольной точке обмотки. Приведен пример расчета токов короткого замыкания в турбогенераторе мощностью 200 MW.

Dobór mocy znamionowych uzwojeń w transformatorze trójzwojeniowym z punktu widzenia ich wytrzymałości zwarciowej

MACIEJ KOZŁOWSKI (ŁÓDŹ)

Instytut Elektrotechniki, Zakład Transformatorów

Otrzymano 9.3.1971

W pracy rozpatrzono dopuszczalny z punktu widzenia wytrzymałości mechanicznej stopień zmniejszenia mocy uzwojenia wewnętrznego i środkowego w trójzwojeniowym transformatorze o cylindrycznym układzie uzwojeń w porównaniu z jego mocą znamionową. W rozważaniach wzięto pod uwagę przypadki zwarć z udziałem dwóch oraz trzech uzwojeń, jak również wpływ mocy zwarciowych sieci zasilających. Podane wzory i wykresy pozwalają na łatwą ocenę możliwości i zakresu zmniejszenia mocy. W pracy komentuje się aspekty zagadnienia, interesujące zarówno konstruktorów jak i energetyków.

1. WPROWADZENIE

Moce poszczególnych uzwojeń transformatorów trójzwojeniowych powinny być dobierane z uwzględnieniem:

- przewidywanych sposobów obciążenia,
- wpływu przewymiarowania na koszty transformacji,
- malenia kosztów produkcji ze wzrostem liczby jednostek danego typu,
- wpływu doboru mocy na wytrzymałość zwarciową.

Bliższe omówienie ostatniego z wymienionych aspektów poruszonego problemu stanowi treść niniejszej pracy.

Przy zawarcu transformatora trójzwojeniowego z udziałem tylko dwóch uzwojeń słuszną jest zależność

$$i = \frac{100}{u_z} \cdot \frac{1}{\zeta}, \quad (1)$$

w której:

$i = \frac{I}{I_n}$ — krotność prądu przy zwarciu I odniesiona do prądu znamionowego I_n wziętego pod uwagę uzwojenia,

u_z — procentowe napięcie zwarcia danej pary uzwojeń, odniesione do mocy znamionowej transformatora trójzwojeniowego S_n [24],

$\zeta = \frac{S}{S_n}$ — stosunek mocy znamionowej S tego uzwojenia, dla którego wyznacza się krotność prądu i , do mocy znamionowej transformatora (S_n).

Napięcia zwarcia u_z poszczególnych par uzwojeń są zasadniczo stałe i nie zależą od stosunku mocy uzwojeń. Krotność prądu zwarciegogo i przy zwarcu danej pary jest więc odwrotnie proporcjonalna do ζ .

Wychodząc z podstawowych zależności [4] otrzymuje się dla średniego naprężenia σ w przewodach uzwojenia od sił promieniowych prostą zależność

$$\sigma = j_t^2 a l \beta \cdot 10^{-7}, \quad (2)$$

w której:

- j_t — wartość chwilowa gęstości prądu,
- a — wymiar promieniowy (grubość) uzwojenia,
- l — średnia długość zwoju,
- β — współczynnik wypełnienia uzwojenia.

Z zestawienia zależności (1) i (2) jasno wynika, że zmniejszeniu mocy danego uzwojenia w porównaniu z S_n towarzyszy wzrost zagrożenia uzwojenia od sił zwarciegowych.

Przekształcając zależność (2) otrzymuje się dla największej wartości średniego naprężenia od sił promieniowych przy zwarcu σ_0 w uzwojeniu o pełnej mocy S_n wzór

$$\sigma_0 = \frac{2\pi}{3} \cdot 10^{-3} k_u^2 \cdot \frac{S_n}{u_z^2} \cdot \frac{j_n}{e'} \cdot \frac{D}{H}, \quad (3)$$

w którym: $k_u = 1 + \exp\left(-\frac{u_R}{u_X} \pi\right)$ — współczynnik udaru prądowego,

- j_n — skuteczna wartość znamionowej gęstości prądu,
- e' — napięcie na zwój,

H, D — odpowiednio wysokość i średnia średnica uzwojenia.

Według prawa modelu, ważnego przy $j_n = \text{const}$ i $B_k = \text{const}$ (B_k — indukcja w rdzeniu) [4] oraz zachowanych proporcjach wymiarów, $e' \sim S_n^{1/2}$.

Wobec $u_z \approx \text{const}$ i $k_u \approx \text{const}$ (transformatory średniej i dużej mocy)

$$\sigma_0 \sim S_n^{1/2}. \quad (4)$$

Naprężenia w przewodach nie mogą przekraczać określonej wartości σ^* . Z podanych zależności wynika zatem, że:

- przy danej mocy znamionowej S_n transformatora trójuzwojeniowego istnieją graniczne wartości ζ , dalej oznaczone przez ζ^* , określające minimalne moce znamionowe dwóch spośród trzech uzwojeń, przy których naprężenia, występujące w nich przy zwiarcach dwuuzwojeniowych, osiągają dopuszczalne wartości σ^* ,
- wartości ζ^* (przy sztywnej sieci zasilającej) rosną wraz z mocą znamionową transformatora,
- poczynając od pewnej mocy S_n^* (sieć sztywna) zapewnienie właściwej wytrzymałości mechanicznej przy zwiarcach dwuuzwojeniowych, także przy $\zeta = 1$ (wszystkie uzwojenia o pełnej mocy), napotyka na trudności, zmuszające konstruktora do specjalnych zabiegów: zmniejszania gęstości prądu j_n i zwiększania smukłości uzwojenia, charakteryzowanej stosunkiem H/D .

Z podanych zależności wynika, że naprężenia od sił promieniowych w wyraźny, a jednocześnie przejrzysty sposób ograniczają wartości ζ . Brak natomiast tej przejrzystości w odniesieniu do naprężeń od sił osiowych. Przy danym ζ i stosunku H/D zależą one

w znacznym stopniu od szczegółów konstrukcyjnych uzwojenia (np. rozmieszczenia zwojów, liczby i szerokości przekładek międzycewkowych), a także od konstrukcji elementów poza uzwojeniami (np. istnienia i rodzaju ekranu kadzi) i mogą być zmieniane przy projektowaniu w dość szerokich granicach. Stwarza to możliwość uzyskiwania mniejszych zagrożeń od sił osiowych niż promieniowych oraz przyjęcia dopuszczalnych naprężeń od sił promieniowych σ^* za kryterium przy wyznaczaniu ζ^* .

Dla przypadku zasilania zwarcia poprzez dwa, a nie jedno uzwojenie transformatora trójuzwojeniowego należy oczekiwać innych wartości ζ^* , toteż postawiony problem trzeba rozpatrywać oddzielnie dla zwarcia z udziałem dwóch oraz trzech uzwojeń.

2. GRANICZNE WARTOŚCI STOSUNKU MOCY DLA ZWARĆ Z UDZIAŁEM DWÓCH UZWOJEŃ

Przy dwuuzwojeniowym zwarcu wystąpią w uzwojeniu o mocy $S = \zeta S_n$ naprężenia od sił promieniowych:

$$\sigma = \frac{2\pi}{3} 10^{-3} k_u^2 \frac{S}{u_z^2} \frac{j_n}{e} \frac{D}{H} \frac{1}{\zeta^2} = \frac{\sigma_0}{\zeta}. \quad (5)$$

Nie powinny one przekraczać wartości dopuszczalnej σ^* . Stąd minimalny stosunek mocy:

$$\zeta^* = \frac{\sigma_0}{\sigma^*}. \quad (6)$$

Średnie naprężenia od sił promieniowych σ_0 , jakie wystąpiłyby w rozpatrywanym uzwojeniu przy $\zeta = 1$, ujmuje wzór (3). Biorąc pod uwagę, że

$$e' = \frac{\pi^2}{2\sqrt{2}} \cdot f \cdot k_z \cdot D_k^2 B_k, \quad (7)$$

gdzie:

B_k — indukcja maksymalna w kolumnie,

D_k — średnica koła opisanego na przekroju kolumny („średnica kolumny”),

k_z — współczynnik wypełnienia powierzchni koła o średnicy D_k żelazem,

f — częstotliwość,

otrzymuje się

$$\sigma_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} \cdot 10^{-3} \cdot \frac{k_u^2}{k_z \cdot f} \cdot \frac{j_n}{B_k} \cdot \frac{D}{H} \cdot \frac{S_n}{(u_z D_k)^2}. \quad (8)$$

Średnicę kolumny wiąże z mocą typową transformatora S_T wzór Kehsego [4]

$$D_k = \alpha_0 \sqrt[4]{S_T}.$$

W transformatorze trójuzwojeniowym

$$S_T = \frac{1 + \zeta_1 + \zeta_2}{2} S_n = (1 \dots 1,5) S_n. \quad (9)$$

Stąd

$$D_k^2 = \alpha_0^2 \sqrt{\frac{1 + \zeta_1 + \zeta_2}{2}} \sqrt{S_n} = \alpha^2 \sqrt{S_n} \quad (10)$$

oraz

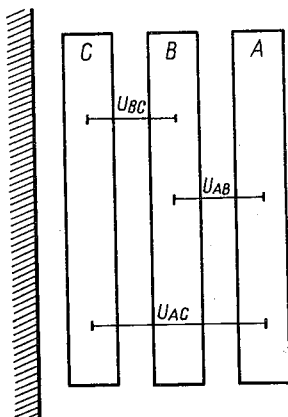
$$\sigma_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} \cdot 10^{-3} \cdot \frac{k_u^2}{\alpha^2 k_z f} \cdot \frac{j_n}{B_k} \cdot \frac{D}{H} \cdot \frac{\sqrt{S_n}}{u_z^2}, \quad (11)$$

gdzie, w myśl zależności (9) i (10),

$$\alpha = (1 \dots 1,11)\alpha_0.$$

W transformatorach o mocach od kilkunastu do kilkudziesięciu MVA współczynnik $k_z = 0,85 \dots 0,87$, a $\alpha_0 = (7,3 \dots 8,5)10^{-3} \text{ m}/(\text{VA})^{1/4}$. Przyjmując do dalszych rozważań $k_z = 0,86$, $\alpha = 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}/(\text{VA})^{1/4}$, $k_u = 1,8$, $f = 50 \text{ Hz}$ oraz wyrażając j_n w A/mm^2 , S_n w MVA, a B_k — jak poprzednio — w T, otrzymuje się wzór przystosowany do obliczania σ_0 w MN/m^2 o postaci

$$\sigma_0 = 640 \cdot \frac{j_n}{B_k} \cdot \frac{D}{H} \cdot \frac{\sqrt{S_n}}{u_z^2}. \quad (12)$$



Rys. 1. Układ uzwojeń na kolumnie przyjęty do rozważań oraz oznaczenia uzwojeń i napięć zwarcia między parami

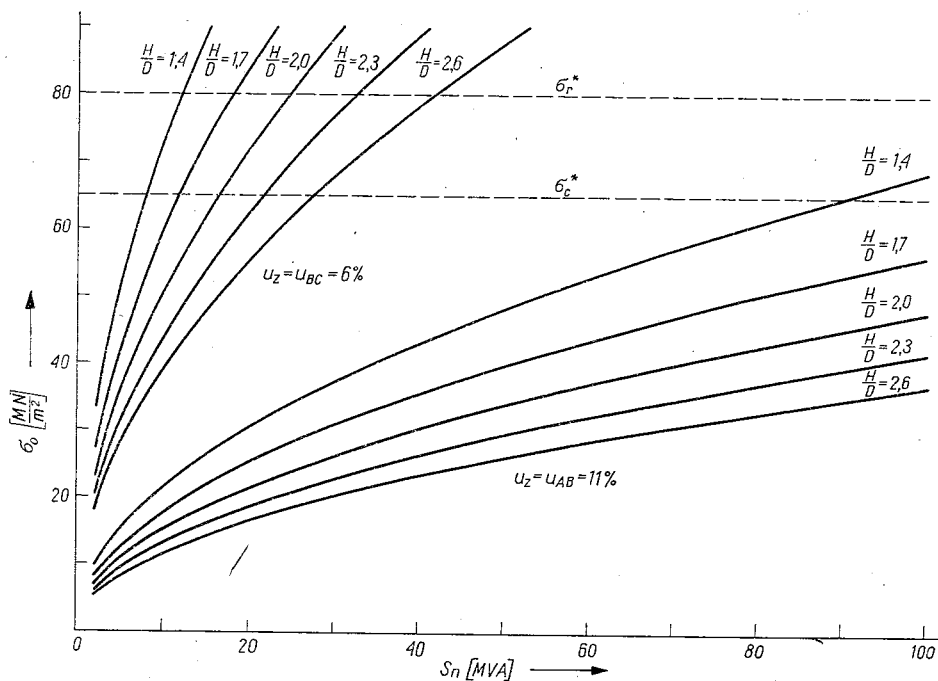
Stosowany w transformatorach trójuzwojeniowych układ uzwojeń przedstawia rys. 1. Podaje on również przyjęte w pracy oznaczenia uzwojeń i napięć zwarcia między poszczególnymi parami. W transformatorach krajowych napięcia zwarcia najczęściej wynoszą:

$$u_{AB} = 11\%; \quad u_{AC} = 18\%; \quad u_{BC} = 6\%.$$

Na rys. 2 przedstawiono dla napięć zwarcia u_{AB} i u_{BC} oraz kilku różnych stosunków H/D zależności σ_0 od znamionowej mocy transformatora S_n , obliczone według wzoru (12) w założeniu

$$j_n = 2,9 \text{ A}/\text{mm}^2; \quad B_k = 1,6 \text{ T}. \quad (13)$$

Dopuszczalne średnie wartości naprężeń rozrywających od sił promieniowych (uzwojenia zewnętrzne) można, w myśl aktualnego rozeznania, przyjmować za równe $\sigma_r^* = 80 \text{ MN}/\text{m}^2$, a ściskających (uzwojenia wewnętrzne) — za równe $\sigma_c^* = 65 \text{ MN}/\text{m}^2$. Naniesiono je także na rys. 2.



Rys. 2. Zależności średnich naprężeń od sił promieniowych σ_0 od znamionowych mocy uzwojeń S_n dla zwarć par $B-C$ i $A-B$, zasilanych ze sztywnej sieci, obliczone według wzoru (12) w założeniu (13); σ_r^* i σ_c^* — dopuszczalne naprężenia średnie odpowiednio rozrywające i ściskające

Tablica
Wartości stosunków H/D dla kilku transformatorów
średniej mocy produkcji fabryki ELTA (Łódź)

moc MVA	uzwojenie	
	wewnętrzne	zewnętrzne
16	1,94	1,42
25	2,60	1,88
40	2,20	1,64
41,67	1,90	1,43
50	2,38	1,92
68	1,82	1,38

Z przebiegu krzywych $\sigma_0 = f(S_n)$ widać, że w rozpatrywanym zakresie mocy tylko w przypadku zwarcia pary $B-C$ uzwojeń (rys. 1) naprężenia od sił promieniowych mogą osiągać wartości przekraczające dopuszczalne i ograniczać moc znamionową (pełną) tych uzwojeń, a więc i moc transformatora. W tabelicy podano stosunki H/D dla uzwojeń wewnętrznych i zewnętrznych kilku transformatorów średniej mocy, budowanych w fabryce ELTA (Łódź). Z porównania liczb zawartych w tej tabelicy z wykresami na rys. 1 wynika, że ściskane uzwojenia wewnętrzne, z racji ich większej smukłości, osiągają wartość do-

puszczalną naprężeń przy większej mocy znamionowej, niż rozrywane uzwojenia zewnętrzne, pomimo $\sigma_c^* < \sigma_r^*$. Można stąd wnioskować, że w transformatorze trójzwojeniowym z uzwojeniami o jednakowej mocy najbardziej zagrożone przy trójfazowych zwarciach dwuuzwojeniowych przez siły promieniowe jest uzwojenie środkowe B (rys. 1).

Obliczenia, rezultaty których przedstawiono na rys. 2, zostały wykonane przy idealizującym warunki zwarcia założeniu ograniczania prądu tylko przez impedancję transformatora. Jeżeli uwzględnić skończoną wartość mocy zwarcia sieci S_z na zasilanych zaciskach transformatora, wzór (11) przybierze postać:

$$\sigma_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} 10^{-3} \frac{k_u^2}{\alpha^2 k_{zf}} \cdot \frac{j_n}{B_k} \cdot \frac{D}{H} \cdot \frac{\sqrt{S_n}}{\left(u_z + \frac{S_n}{S_z} 100\right)^2}, \quad (14)$$

a zależność (12):

$$\sigma_0 = 640 \cdot \frac{j_n}{B_k} \cdot \frac{D}{H} \cdot \frac{\sqrt{S_n}}{\left(u_z + \frac{S_n}{S_z} 100\right)^2} \left[\frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \right]. \quad (15)$$

Ze wzoru (14) łatwo otrzymać związek

$$S_z = \frac{S_n 100}{u_{AB} \sqrt{\frac{\sigma_c^*}{\sigma_r^*}} - u_{BC}} \quad (16)$$

określający moc zwarcia S_z sieci zasilającej zwartą parą $B-C$, przy której zagrożenie uzwojenia B odpowiada występującemu przy zwarcu pary $A-B$ zasilanej z sieci sztywnej, a więc jest równie niewielkie (por. rys. 2). Dla podanych napięć zwarcia i $S_n = 25$ MVA otrzymuje się ze wzoru (16) $S_z = 640$ MVA. Wzór (16) pozwala ocenić rząd wielkości S_z , przy którym rozpatrywany problem wytrzymałości dynamicznej transformatora traci na znaczeniu.

Przyjmując założenia jak (13) oraz $S_z = 1500$ MVA otrzymuje się ze wzoru (15) dla pary $B-C$ uzwojeń o napięciu zwarcia $u_{BC} = 6\%$ rezultaty, przedstawione na rys. 3. W krzywej $\sigma_0 = f(S_n)$ pojawia się maksimum, które występuje przy mocy znamionowej

$$S_{nM} = \frac{1}{3} S_z \frac{u_z}{100} \quad (17)$$

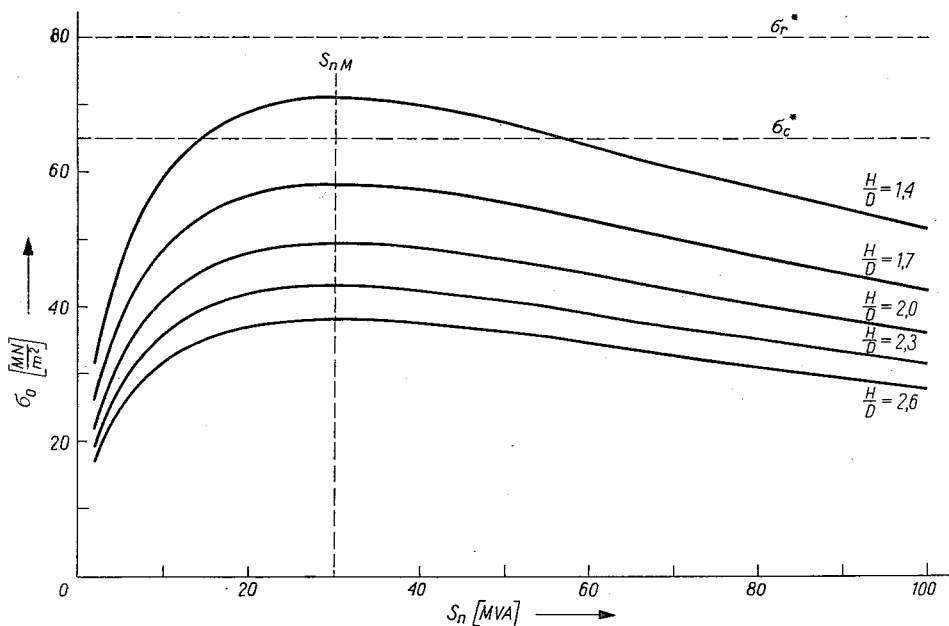
i wynosi

$$\sigma_{0M} = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} 10^{-3} \frac{k_u^2}{\alpha^2 k_{zf}} \cdot \frac{j_n}{B_k} \cdot \frac{D}{H} \cdot \frac{\sqrt{S_{nM}}}{\left(\frac{4}{3} u_z\right)^2}. \quad (18)$$

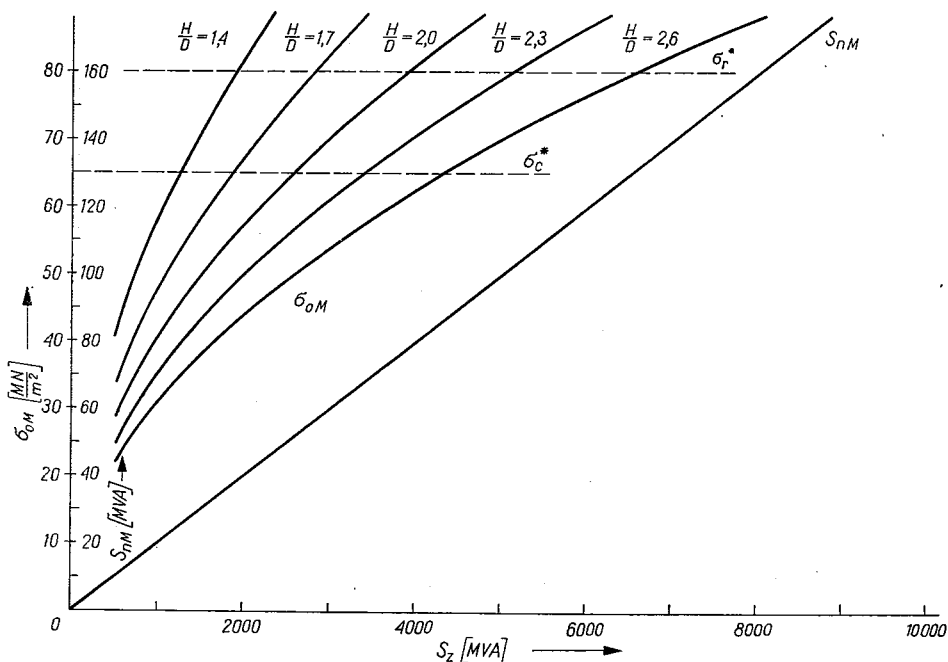
Po przyjęciu parametrów jak do wzoru (12) uzyskuje się związek

$$\sigma_{0M} = 640 \cdot \frac{j_n}{B_k} \cdot \frac{D}{H} \cdot \frac{\sqrt{S_{nM}}}{\left(\frac{4}{3} u_z\right)^2} \left[\frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \right]. \quad (19)$$

Zakładając j_n i B_k jak (13), otrzymuje się dla pary $B-C$ uzwojeń krzywe $S_{nM} = f(S_n)$ oraz $\sigma_{0M} = \varphi(S)$, przedstawione na rys. 4.



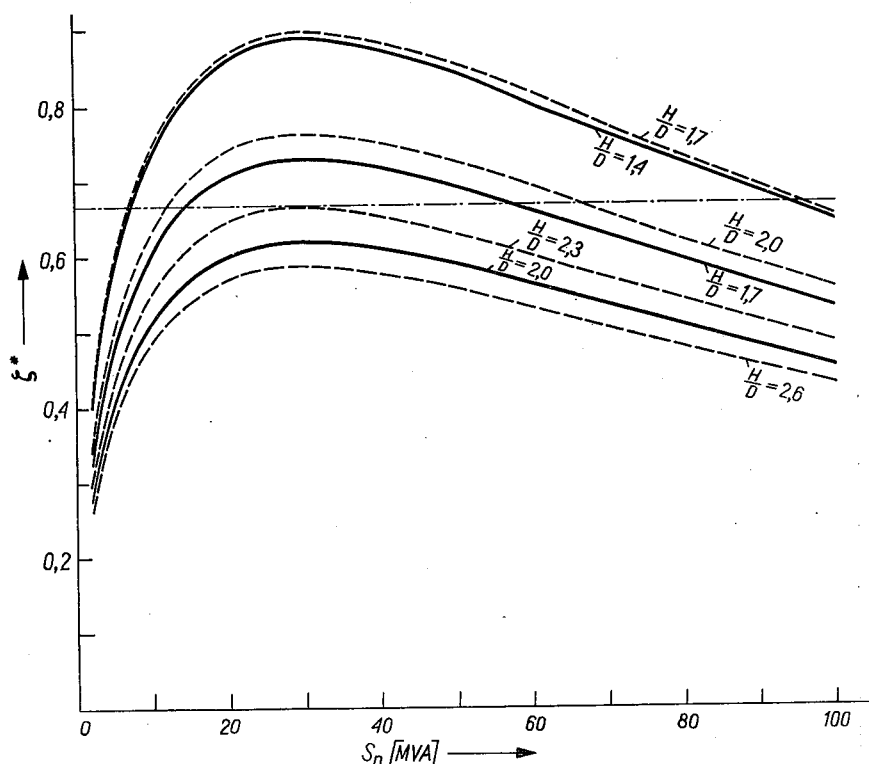
Rys. 3. Zależności średnich naprężeń od sił promieniowych σ_0 od znamionowych mocy uzwojeń S_n przy zwarciu pary B-C ($u_{BC} = 6\%$), zasilanym przez sieć o mocy zwarciowej 1500 MVA, obliczone według wzoru (15) w założeniu (13); S_{nM} — moc uzwojeń, przy której występują naprężenia największe



Rys. 4. Zależność mocy znamionowej transformatora S_{nM} , przy której występuje maksymalne naprężenie rozrywające σ_{0M} , od mocy zwarciowej sieci zasilającej S_z oraz odpowiednie wartości σ_{0M} przy zwarciu pary uzwojeń B-C ($u_z = 6\%$), obliczone według wzorów (16) i (18) w założeniu (13)

Z rys. 4 widać, że tylko przy dużej mocy zwarciowej (≥ 2 GVA) sieci zasilającej zwartą parę $B-C$ uzwojeń ($u_{BC} = 6\%$) należy się liczyć z możliwością przekroczenia przez naprężenia od sił promieniowych w uzwojeniach B i C (rys. 1) wartości dopuszczalnej σ^* przy mocach znamionowych, zawartych w pewnym przedziale obejmującym S_{nM} . Przy wartościach parametrów konstrukcyjnych przyjętych do obliczeń i przy spotykanych w praktyce mocach zwarciowych sieci dołączonych do uzwojeń B i C możliwość budowy układu odpornego na działanie sił promieniowych przy pełnej mocy wszystkich uzwojeń, niezależnie od jej wartości, jest — por. rys. 3 i 4 — niewątpliwa, co więcej, obliczenia potwierdzają istnienie wykorzystywanej przez praktykę możliwości budowy uzwojeń B i C o mocy mniejszej, niż moc znamionowa transformatora ($\sigma_0 < \sigma^*$ — rys. 3).

Dopuszczalny stopień ζ^* zmniejszenia mocy uzwojeń B i C łatwo ustalić w oparciu o ogólne wzory (6) i (14).



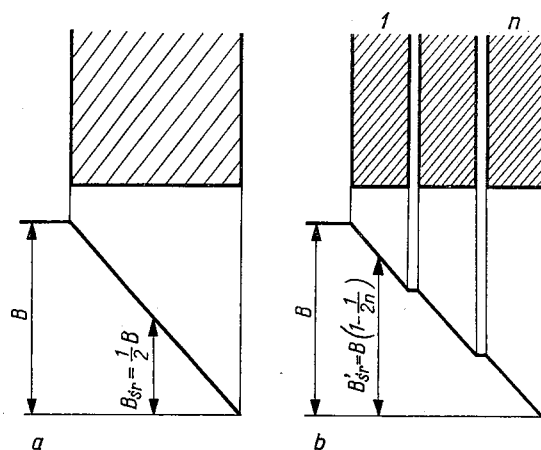
Rys. 5. Zależność dopuszczalnego stopnia zmniejszenia mocy ζ^* uzwojeń B i C od mocy znamionowej transformatora S_n , wyznaczona dla zwarcia pary $B-C$ uzwojeń ($u_{BC} = 6\%$) przy założeniach (13) i mocy zwarciowej sieci $S_z = 1500$ MVA, obliczona w oparciu o wzór (15); linie ciągłe dotyczą uzwojenia B , przerywane — uzwojenia C .

Na rys. 5 przedstawiono dla uzwojeń B i C (rys. 1) zależności $\zeta^* = f(S_n)$ obliczone według wzorów (6) i (15) przy założeniach (13) i $S_z = 1500$ MVA dla zwarcia pary uzwojeń $B-C$ ($u_{BC} = 6\%$). Linie ciągłe dotyczą rozrywanego uzwojenia B , przerywane — ściskanego C . Z wykresów widać, że możliwość wyraźnego zmniejszenia mocy uzwojeń B i C

w transformatorach 16 ... 50 MVA jest — obok mocy zwarciowej sieci — warunkowana ich smukłą konstrukcją. Porównanie liczb z tabl. 1 i parametrów krzywych na rys. 5 prowadzi do wniosku, że bardziej można zmniejszyć moc uzwojenia wewnętrznego C niż środkowego B , co jest w zgodzie z poprzednimi spostrzeżeniami.

Przeprowadzone rozważania oparte są na wzorach, przedstawiających średnie naprężenia w przekroju miedzi całego uzwojenia. Wartości tych naprężeń charakteryzują zagrożenie od sił promieniowych występujące w uzwojeniach bez wewnętrznych osiowych kanałów chłodzących. Taka konstrukcja jest typową dla transformatorów o mocy do kilkudziesięciu megawoltoamperów, a więc w szczególnie interesującym zakresie.

W przypadku istnienia wewnętrznych osiowych kanałów chłodzących w uzwojeniach wskazane jest, przy ostrożnej ocenie zagrożenia od sił promieniowych, niezależne traktowanie każdej części uzwojenia wydzielonej kanałami. W oparciu o przedstawiony na rys. 6



Rys. 6. Rozkład składowej podłużnej indukcji pola rozproszenia wzdłuż szerokości uzwojenia

- a) bez osiowych kanałów chłodzących,
b) z $(n-1)$ -osiowymi kanałami chłodzącymi

przestrzenny rozkład indukcji rozproszenia wzdłuż szerokości uzwojenia przy istnieniu oraz braku kanałów osiowych łatwo ustalić, że przy równomiernym rozmieszczeniu kanałów — do czego się dąży — średnie naprężenie od sił promieniowych w najbardziej narażonej części uzwojenia z kanałami osiowymi spośród n istniejących będzie

$$\chi = 2 - \frac{1}{n} \quad (20)$$

razy większe od średniego naprężenia w przekroju całego uzwojenia. Graniczną wartość ζ_k^* stosunku mocy uzwojenia z kanałami osiowymi do mocy znamionowej transformatora można zatem wyznaczyć ze związku

$$\zeta_k^* = \zeta^* \left(2 - \frac{1}{n} \right), \quad (21)$$

w którym ζ^* — minimalny stosunek mocy dla rozpatrywanego uzwojenia, obliczony według wzorów (6) i (14) bez uwzględnienia istnienia kanałów osiowych.

Z zależności (20) widać, że wprowadzenie już tylko jednego kanału osiowego ($n = 2$) podnosi graniczną wartość ζ o 50%; budowa uzwojeń z kanałami osiowymi o $\zeta < 1$, odpornych na działanie sił promieniowych, możliwa jest tylko w rzadkich przypadkach.

Rozważania tego rozdziału, dotyczące warunków przy zwarciu z udziałem dwóch uzwojeń, można podsumować następująco:

1. W transformatorze trójzwojeniowym o napięciach zwarcia $u_{AC} = 18\%$ $u_{AB} = 11\%$, $u_{BC} = 6\%$ istotne zagrożenia od sił promieniowych mogą wystąpić tylko przy zwarciu pary uzwojeń $B-C$.

2. Przy mocach zwarciovych sieci spotykanych w praktyce nie tylko istnieje w pełnym zakresie mocy znamionowych możliwość budowy transformatorów trójzwojeniowych odpornych na działanie sił elektrodynamicznych przy jednakowych mocach uzwojeń (zwarcia dwuuzwojeniowe), lecz także przy mocach uzwojeń B i C mniejszych od mocy znamionowej transformatora.

3. Krzywe ζ^* dopuszczalnego stopnia zmniejszenia mocy uzwojeń B i C (rys. 5) posiadają płaskie maksimum przy mocy znamionowej transformatora wyrażonej wzorem (17); leży ono wewnątrz przedziału 16...50 MVA, szczególnie interesującego dla praktyki.

4. Wartość ζ^* jest wprost proporcjonalna do znamionowej gęstości prądu w uzwojeniu, a odwrotnie — do maksymalnej indukcji w kolumnie.

5. Przy założonym wykorzystaniu materiałów czynnych (j_n , B_k) wartość ζ^* jest odwrotnie proporcjonalna do smukłości uzwojenia H/D ; uzyskanie małego ζ^* wymaga smukłej konstrukcji transformatora.

6. Stosowanie osiowych kanałów chłodzących we wnętrzu uzwojeń (duże moce znamionowe, przypadki specjalne) znacznie podnosi graniczną wartość ζ .

Podane wzory umożliwiają poprawne konstruowanie transformatorów trójzwojeniowych z omawianego punktu widzenia. Obliczenia można dodatkowo ułatwić, szczególnie w ich początkowej fazie, wykorzystując w nich krzywe z rys. 3, 4 i 5, oparte na wartościach parametrów konstrukcyjnych stosowanych w praktyce.

Oto kilka prostych przykładów, dotyczących transformatora 25 MVA, $u_{BC} = 6\%$ $j_n = 2,9$ A/mm², $B_k = 1,6$ T:

- Wyznaczyć ζ^* dla uzwojeń B i C o smukłości H/D odpowiednio 1,9 i 2,6 przy $S_z = 1500$ MVA. Z rys. 5 odczytuje się $\zeta_C^* = 0,585$, $\zeta_B^* = 0,650$.
- Wyznaczyć najmniejszą smukłość H/D uzwojeń B i C , pozwalającą uzyskać $\zeta_B = \zeta_C = 0,667$ przy $S_z = 1500$ MVA. Z rys. 5 otrzymuje się dla uzwojenia C — 2,28, dla B — 1,84.
- Wyznaczyć graniczną gęstość znamionową prądów w uzwojeniu B i C , pozwalającą uzyskać $\zeta_B = \zeta_C = 0,667$ przy mocy znamionowej sieci i smukłościach uzwojeń jak w przykładzie pierwszym. W oparciu o wzory (6) i (14) otrzymuje się dla uzwojenia C — 3,31 A/mm², dla B — 2,98 A/mm².
- Wyznaczyć moce zwarciovych sieci, przy których $\zeta^* = 0,667$ dla uzwojeń B oraz C o parametrach jak w przykładzie pierwszym. Ze wzorów (6) i (14) otrzymuje się odpowiednio $S_z = 2120$ MVA (uzwojenie C) i $S_z = 1600$ MVA (uzwojenie B).
- Wyznaczyć ζ_k^* dla uzwojeń B i C jak w przykładzie pierwszym przy $S_z = 1500$ MVA dla jednego, dwóch i trzech kanałów osiowych we wnętrzu.

Z zależności (21) otrzymuje się:

liczba kanałów:	1	2	3
uzwojenie B:	0,975	1,082	1,140
uzwojenie C:	0,870	0,975	1,023

Możliwa jest budowa uzwojenia *B* z jednym, a *C* — z jednym i dwoma kanałami chłodzącymi bez ich przewymiarowywania.

3. GRANICZNE WARTOŚCI STOSUNKU MOCY DLA ZWARĆ Z UDZIAŁEM TRZECH UZWOJEŃ

Wśród zwarć z udziałem trzech uzwojeń rozróżnić można zasilanie poprzez dwa uzwojenia transformatora (w obu obwodach niedotkniętych awarią, dołączonych do transformatora, istnieją źródła energii elektrycznej) oraz zasilanie poprzez jedno uzwojenie (jeden z obwodów nie posiada źródeł energii).

Można wykazać [6], że prądy w uzwojeniach i przestrzenne rozkłady indukcji pola rozproszenia, a zatem i siły elektrodynamiczne, przy zwarciu z udziałem trzech uzwojeń praktycznie odpowiadają występującym przy zwarciu dwuuzwojeniowym w przypadku:

- zasilania zwarcia poprzez tylko jedno (dowolne) uzwojenie,
- zwarcia uzwojenia skrajnego (*A* lub *C*, rys. 1) i zasilania obu pozostałych uzwojeń.

W przypadku pierwszym istnieje analogia ze zwarciami pary: uzwojenie zasilane — zwarte, w drugim — ze zwarciami pary: uzwojenie zwarte — środkowe (*B* na rys. 1). Wzory uzyskane w poprzednim rozdziale pozwalają więc na dobór mocy uzwojeń z omawianego punktu widzenia także w wymienionych przypadkach zwarć z udziałem trzech uzwojeń.

Nowe elementy do prowadzonych rozważań, wymagające uwzględnienia, wnosi tylko jeden, ostatni z możliwych przypadków: zwarcie uzwojenia środkowego (*B*) przy zasilaniu obu uzwojeń skrajnych (*A* i *C*). Charakteryzuje go szczególnie duży prąd w uzwojeniu *B* i inny rozkład indukcji pola rozproszenia w obszarze wypełnionym przez to uzwojenie, niż w poprzednio rozpatrywanych i wymienianych przypadkach (rys. 7).

Można wykazać [6], że przy zwarciu na zaciskach uzwojenia *B* (przypadek możliwie groźny):

- przepływy uzwojeń skrajnych są praktycznie takie, jak przy zwarcia (odpowiednio) par uzwojeń *A—B* i *B—C*, zasilanych z tych samych źródeł,
- maksymalny przepływ uzwojenia *B* jest równy, z dostateczną dla prowadzonych rozważań dokładnością, sumie arytmetycznej przepływów maksymalnych uzwojeń *A* i *C*.

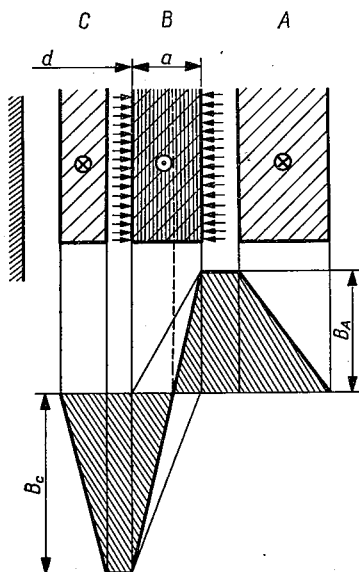
Siły działające na uzwojenia skrajne odpowiadają występującym przy zwarcia par *A—B* i *B—C*, zasilanych odpowiednio przez obwód dołączony do uzwojenia *A* oraz *C*. Inaczej natomiast, niż w przypadkach dotychczas rozpatrywanych, obciążone jest uzwojenie środkowe *B*: część warstw od strony uzwojenia wewnętrznego poddana jest działaniu elektromagnetycznych sił rozciągających, a część — od strony uzwojenia zewnętrznego — działaniu sił ściskających (rys. 7).

Sumaryczną siłę rozciągającą F_C oraz ściskającą F_A uzwojenie B można — po scałkowaniu — wyrazić wzorem (rys. 7):

$$F_C = \frac{1}{2} B_C \theta_B l \cdot \frac{B_C}{B_A + B_C} \cdot v_C; \quad F_A = \frac{1}{2} B_A \theta_B l \cdot \frac{B_A}{B_A + B_C} \cdot v_A, \quad (22)$$

gdzie:

θ_B — przepływ uzwojenia B ,
 v_C, v_A — współczynniki, uwzględniające wpływ różnicy długości zwojów poszczególnych warstw, odpowiednio na siłę F_C i F_A .



Rys. 7. Rozkład składowej podłużnej indukcji pola rozproszenia wzdłuż szerokości układu uzwojeń oraz kierunki działania sił promieniowych na zwarte uzwojenie środkowe przy zasilaniu obu skrajnych

Otrzymuje się (rys. 7):

$$v_C = 1 - \frac{1 + 2 \frac{B_A}{B_A + B_C}}{3 \left(1 + 2 \frac{d}{a} \right)}; \quad v_A = 1 + \frac{1 + 2 \frac{B_C}{B_A + B_C}}{3 \left(1 + 2 \frac{d}{a} \right)} \quad (23)$$

Ponieważ stosunek d/a jest rzędu 10, nie należy oczekiwać większej różnicy wartości współczynników v_A i v_C od jedności niż 3%, co pozwala przyjąć w prowadzonych rozważaniach

$$v_A \approx v_C \approx 1. \quad (24)$$

Charakter wypadkowej siły elektromagnetycznej — rozciągająca, ściskająca — działającej na uzwojenie środkowe B jako całość, można rozróżnić w oparciu o wartość stosunku

$$\frac{F_C}{F_A} = \left(\frac{B_C}{B_A} \right)^2 = \left(\frac{u_{AB} + \frac{S_n}{S_{zA}} 100}{u_{BC} + \frac{S_n}{S_{zC}} 100} \right)^2, \quad (25)$$

w którym:

S_{zA}, S_{zC} — moce zwarciove sieci, dołączonych odpowiednio do uzwojeń A i C .

Jeżeli $F_C > F_A$, uzwojenie jako całość jest rozciągane. Warstwy zewnętrzne, na które działa siła ściskająca F_A , grają rolę podobną jak obwódce przy becce, przeciwdziałając deformacji całego uzwojenia. Różnice wydłużeń warstw rozciąganych (wydłużenia największe w warstwie wewnętrznej) powodują występowanie w przewodach dodatkowych sił, pochodzących od warstwy o mniejszej średnicy, sąsiadującej z rozpatrywaną, przeniesionych poprzez izolację międzywarstwową. W konsekwencji granica między naprężeniami rozrywającymi i ściskającymi w przewodach, w porównaniu ze ściśle zdefiniowaną granicą między siłami elektromagnetycznymi rozciągającymi i ściskającymi, zaznaczoną na rys. 7, przesuwa się w kierunku warstw o średnicy większej; w pewnych przypadkach wszystkie warstwy mogą być rozrywane, mimo działania na część z nich siły ściskającej F_A .

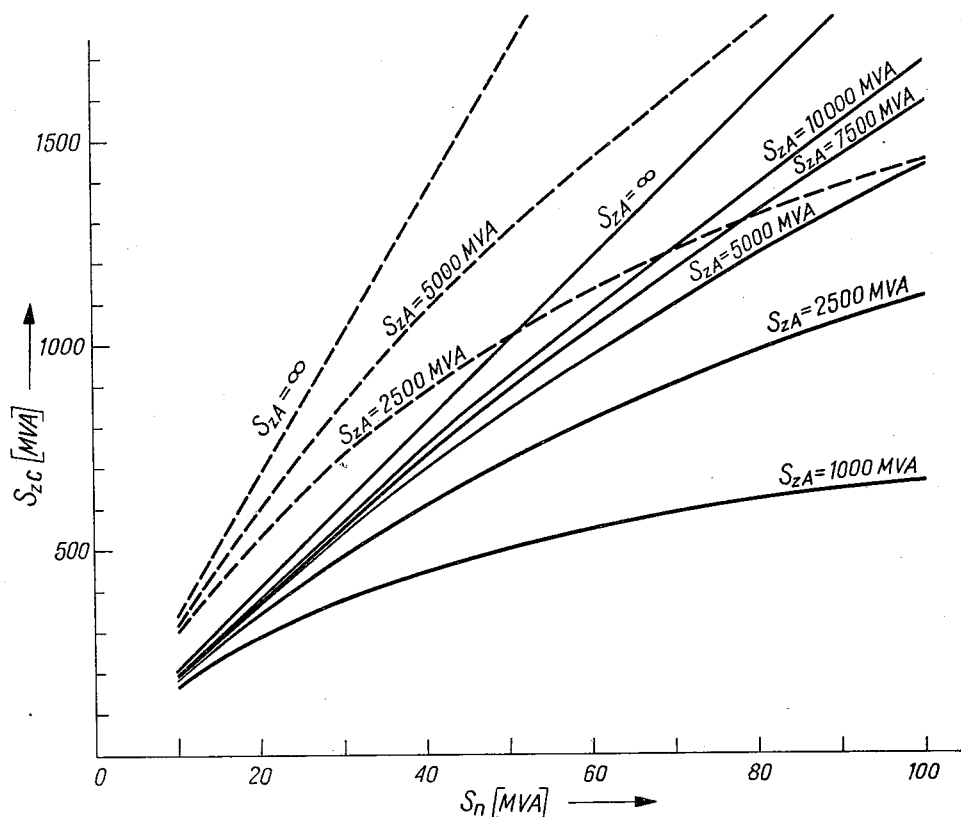
Przy $F_C = F_A$ żadna siła wypadkowa nie działa na uzwojenie B jako całość, nie grozi mu zatem deformacja. Warstwy tego uzwojenia są tylko ściskane równoważącymi się siłami. Przy $F_C < F_A$ występuje analogia do pierwszego z omówionych przypadków z tym, że przeważają siła i naprężenia ściskające.

Charakter wypadkowego obciążenia uzwojenia środkowego przy zadanych parametrach transformatora zależy od mocy zwarciowych sieci dołączonych do uzwojeń skrajnych. Ze wzoru (25) wynika, że siły F_C i F_A równoważą się, gdy

$$S_{zC} = S_{zC}^* = \frac{S_n \cdot 100}{u_{AB} + \frac{S_n}{S_{zA}} 100 - u_{BC}}. \quad (26)$$

Na rys. 8 przedstawiono dla kilku różnych wartości S_{zA} zależność S_{zC}^* , przy której $F_C = F_A$, od mocy znamionowej transformatora S_n w założeniu $u_{AB} = 11\%$, $u_{BC} = 6\%$. Wartości $S_{zC} > S_{zC}^*$ warunkują $F_C > F_A$. Z rysunku 8 widać, że w transformatorach o napięciach zwarcia jak wyżej i mocach znamionowych do 50 MVA przy $S_{zC} \geq 1000$ MVA zwarte uzwojenie B jest jako całość zawsze rozrywane, nawet przy sztywnej sieci, dołączonej do uzwojenia A .

Dla właściwego doboru mocy znamionowej uzwojenia B istotna jest odpowiedź na pytanie, czy jego zagrożenie od sił promieniowych w przypadku zwarcia trójuzwojenowego jest większe niż przy zwarcu dwuuzwojenowym $B-C$, a jeśli tak, to przy jakich parametrach obwodów zasilających to większe zagrożenie występuje. Dla rozróżnienia tego zagadnienia zostaną porównane naprężenia w warstwach przyszczelinowych uzwojenia B — wewnętrznej (rozrywające) i zewnętrznej (ściskające) — z naprężeniem rozrywającym w wewnętrznej warstwie przyszczelinowej przy zwarcu pary uzwojeń $B-C$. Z rozkładu przestrzennego indukcji widać (rys. 7), że w warstwach tych występują naprężenia naj-



Rys. 8. Zależność mocy zwarciowej sieci dołączonej do uzwojenia wewnętrznego C, przy której zwarte uzwojenie środkowe jest rozciągane i ściskane jednakowymi siłami (linie ciągłe) oraz przy której zagrożenie wewnętrznej i zewnętrznej warstwy przyszczelinowej tego uzwojenia przez siły promieniowe jest jednakowe (linie przerywane), od mocy znamionowej transformatora dla kilku różnych mocy zwarciowych sieci, dołączonych do uzwojenia zewnętrznego A

większe. Biorąc pod uwagę wartości indukcji pola rozproszenia i prądów zwarciowych [6], otrzymuje się po przekształceniach:

— stosunek η_r naprężeń rozrywających w wewnętrznej warstwie przyszczelinowej uzwojenia B przy zwarcu zasilanym poprzez uzwojenia A i C i przy zwarcu pary B—C, zasilanym poprzez uzwojenie B

$$\eta_r = \left(\frac{u'_{BC}}{u'_{AB}} \right)^2 \left(1 + \frac{u'_{BC}}{u'_{AB}} \right) \quad (27)$$

— stosunek η_c naprężeń ściskających w zewnętrznej warstwie przyszczelinowej uzwojenia B przy zwarcu zasilanym poprzez uzwojenia A i C, przeliczonych w stosunku dopuszczalnych naprężeń średnich rozrywających (σ_r^*) i ściskających (σ_c^*), do naprężeń rozrywających w przyszczelinowej warstwie wewnętrznej uzwojenia B przy dwuuzwojowym zwarcu B—C zasilanym poprzez uzwojenie B

$$\eta_c = \left(\frac{u'_{BC}}{u'_{AB}} \right)^2 \left(1 + \frac{u'_{AB}}{u'_{BC}} \right) \frac{\sigma_r^*}{\sigma_c^*} \quad (28)$$

W zależnościach (27) i (28)

$$\begin{aligned}u'_{AB} &= u_{AB} + \frac{S_n}{S_{zA}} 100, \\u'_{BC} &= u_{BC} + \frac{S_n}{S_{zB}} 100, \\u''_{BC} &= u_{BC} + \frac{S_n}{S_{zC}} 100.\end{aligned}\quad (29)$$

Z porównania związków (26) i (27) wynika wzór na moc zwarciovą S_{zC}^{**} sieci, dołączonej do wewnętrznego uzwojenia C, przy której $\eta_r = \eta_c$:

$$S_{zC}^{**} = \frac{S_n 100}{\frac{\sigma_c^*}{\sigma_r^*} \left(u_{AB} + \frac{S_n}{S_{zA}} 100 \right) - u_{BC}}. \quad (30)$$

Ma on podobną postać, jak wzór (26), widać jednak, że $S_{zC}^{**} > S_{zC}^*$. Oznacza to — por. wzór (24) i rys. 7 — że wyrównanie zagrożeń wewnętrznej i zewnętrznej warstwy przyszczelinowej uzwojenia środkowego występuje przy $B_C > B_A$, co objaśnia się większą wartością dopuszczalną naprężeń rozrywających niż ściskających. Na rys. 8 przedstawiono także (linie przerywane) krzywe obrazujące zależność S_{zC}^{**} od mocy znamionowej transformatora przy kilku mocach zwarciovych S_{zA} . Przy $S_{zC} > S_{zC}^{**}$ dominuje zagrożenie wewnętrznej, a przy $S_{zC} < S_{zC}^{**}$ — zewnętrznej warstwy przyszczelinowej.

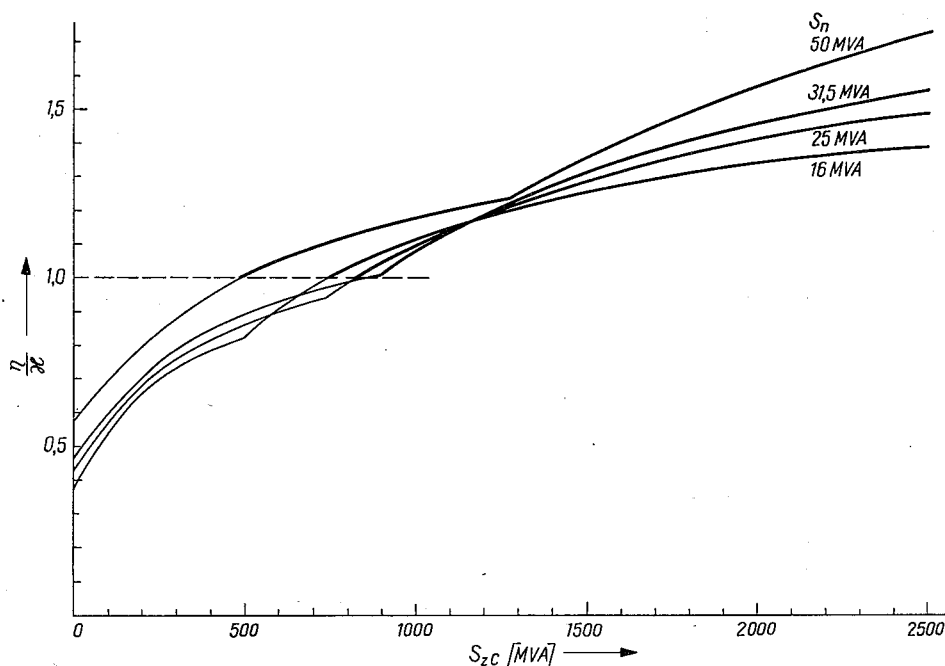
Rozkład sił promieniowych w uzwojeniu B przy rozpatrywanym zwarciu trójzwojeniowym — rozrywanie warstw wewnętrznych przy jednoczesnym ściskaniu zewnętrznych (rys. 7) — jest wytrzymałościowo bardziej korzystny (por. komentarz do wzoru 24), niż przy zwarcu pary B—C (wszystkie warstwy rozrywane). Wyznaczenie dopuszczalnej krotności κ wzrostu naprężeń w warstwach przyszczelinowych przy zwarcu trójzwojeniowym ponad występujące przy zwarcu dwuuzwojeniowym (kryterium: jednakowe zagrożenie od sił promieniowych) jest problemem trudnym, dotychczas w pełni nie rozwiązany; wymaga on poważnych studiów i osobnego opracowania. Aktualnie dostępne dane pozwalają zalecić, do czasu gruntownego rozwiązania wspomnianego problemu, przyjmowanie do obliczeń

$$\kappa = 1,3. \quad (31)$$

Opierając się na tej wartości κ i wzorach (26) i (27) obliczono dla $u_{AB} = 11\%$ i $u_{BC} = 6\%$ oraz $S_{zA} = 5000$ MVA i $S_{zB} = 1500$ MVA stosunki η_r/κ i η_c/κ przy różnych S_{zC} dla kilku mocy znamionowych transformatora. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 9 w funkcji S_{zC} przy mocy znamionowej S_n jako parametrze. Dla $S_{zC} < S_{zC}^{**}$ wykreślono η_c/κ , dla $S_{zC} > S_{zC}^{**}$ — η_r/κ .

Z zależności (27) i (28) łatwo uzyskać wyrażenie na wartość (jednakową) omawianych stosunków przy $S_{zC} = S_{zC}^{**}$:

$$\frac{\eta_c}{\kappa} = \frac{\eta_r}{\kappa} = \frac{1}{\kappa} \frac{\sigma_r^*}{\sigma_c^*} \left(1 + \frac{\sigma_r^*}{\sigma_c^*} \right) \left(\frac{u'_{BC}}{u'_{AB}} \right)^2 = 2,11 \left(\frac{u_{BC} + \frac{S_n}{S_{zB}} 100}{u_{AB} + \frac{S_n}{S_{zA}} 100} \right)^2. \quad (32)$$



Rys. 9. Wpływ mocy zwarciowej S_{zc} sieci dołączonej do uzwojenia wewnętrznego oraz mocy znamionowej S_n transformatora na względne zagrożenie uzwojenia środkowego od sił promieniowych przy zwarcu zasilanym poprzez oba uzwojenia skrajne ($S_{zA} = 5000$ MVA, $S_{zB} = 1500$ MVA; objaśnienia w tekście)

Przyrównując wzór (32) do jedności otrzymuje się związek między mocą znamionową transformatora S_n i mocami zwarciovymi S_{zB} i S_{zA} , określający warunki, przy których jednakowe zagrożenie obu warstw przyszczelinowych uzwojenia środkowego (zwarcie trójuzwojeniowe, $S_{zc} = S_{zc}^{**}$) odpowiada zagrożeniu wewnętrznej warstwy przyszczelinowej tego uzwojenia przy zwarcu pary B — C:

$$\frac{u_{BC} + \frac{S_n}{S_{zB}} 100}{u_{AB} + \frac{S_n}{S_{zA}} 100} = \sqrt{\frac{\kappa}{\frac{\sigma_r^*}{\sigma_c^*} \left(1 + \frac{\sigma_r^*}{\sigma_c^*}\right)}} = 0,69, \quad (33)$$

któremu można nadać również postać:

$$S_n = \frac{0,69 u_{AB} - u_{BC}}{\frac{100}{S_{zB}} - 0,69 \frac{100}{S_{zA}}}. \quad (34)$$

Z zależności (34) dla $S_{zA} = 5000$ MVA i $S_{zB} = 1500$ MVA otrzymuje się $S_n = 31,2$ MVA.

Jeśli moc znamionowa transformatora jest większa od wynikającej ze wzoru (34), to przy zadanych mocach zwarciovych S_{zA} i S_{zB} oraz $S_{zc} = S_{zc}^{**}$ zagrożenie (jednakowe) warstw przyszczelinowych przy zwarcu trójuzwojeniowym będzie większe, niż przy zwarcu dwuuzwojeniowym pary B—C — por. wzór (32). Będzie wówczas istniał pewien zakres mocy zwarciovych $S_{zc} < S_{zc}^{**}$, w którym nie tylko $\eta_c > \eta_r$, lecz również $\eta_c / \kappa > 1$; przy

mocach zwarciovych S_{zc} z tego przedziału o możliwości zmniejszenia mocy znamionowej uzwojenia środkowego ($\zeta_B < 1$) będzie decydować wytrzymałość zewnętrznej warstwy przyszczelinowej.

Jeżeli S_n nie przekracza mocy znamionowej obliczonej ze wzoru (34), wówczas poczynając dopiero od pewnej mocy zwarciovych $S_{zc} \geq S_{zc}^{**}$ zagrożenie uzwojenia przy zwarciu trójzwojeniowym jest większe, niż przy zwarciu pary $B-C$; o możliwości zmniejszenia mocy znamionowej uzwojenia B w tym przypadku decyduje wytrzymałość wewnętrznej warstwy przyszczelinowej ($\eta_r > \eta_c$ i $\eta_r/\kappa > 1$).

Rysunek 9 ilustruje omówione związki. Wynika z niego, że już przy mocach zwarciovych sieci dołączonej do uzwojenia wewnętrznego mniejszych od 1000 MVA należy się liczyć z większym zagrożeniem uzwojenia wewnętrznego B przy zwarciu trójzwojeniowym, niż przy dwuuzwojeniowym, zasilanym z sieci o stosunkowo dużej mocy zwarciovych $S_{zB} = 1500$ MVA, szczególnie przy większych mocach znamionowych transformatora. Ten wzrost zagrożenia, zależny od wartości S_{zc} , a także od S_{zB} wziętej do porównania, może sięgać kilkudziesięciu procent; trzeba go brać pod uwagę przy ustalaniu możliwości zmniejszenia mocy znamionowej uzwojenia środkowego.

Przy małych mocach zwarciovych sieci dołączonej do uzwojenia C — dla parametrów z rys. 9 przy $S_{zc} \leq 500$ MVA — zagrożenie uzwojenia B przy zwarciu trójzwojeniowym wypada mniejsze, niż przy zwarciu pary $B-C$ zasilanym od strony uzwojenia B , jeżeli tylko moc S_{zB} jest na tyle duża, iż zagrożenie uzwojenia B przy zwarciu $B-C$ jest odczuwalnie większe, niż przy zwarciu $A-C$ (por. wzór (16) i komentarz).

Graniczną wartość ζ_{BT}^* stosunku mocy uzwojenia środkowego B do mocy znamionowej transformatora, wynikającą z warunków występujących przy zwarciu tego uzwojenia zasilanym poprzez oba uzwojenia skrajne, wyznacza wzór

$$\zeta_{BT}^* = \zeta_B^* \frac{\eta}{\kappa}, \quad (35)$$

w którym ζ_B^* — minimalny stosunek mocy, obliczony dla uzwojenia B w założeniu zwarcia pary $B-C$ w sposób omówiony w poprzednim rozdziale, η — większy ze stosunków η_r lub η_c , obliczony według wzoru (27) lub (28).

Korzystając ze wzorów (6) i (15) można ogólnej zależności (35) nadać postać:

— dla $S_{zc} \geq S_{zc}^{**}$

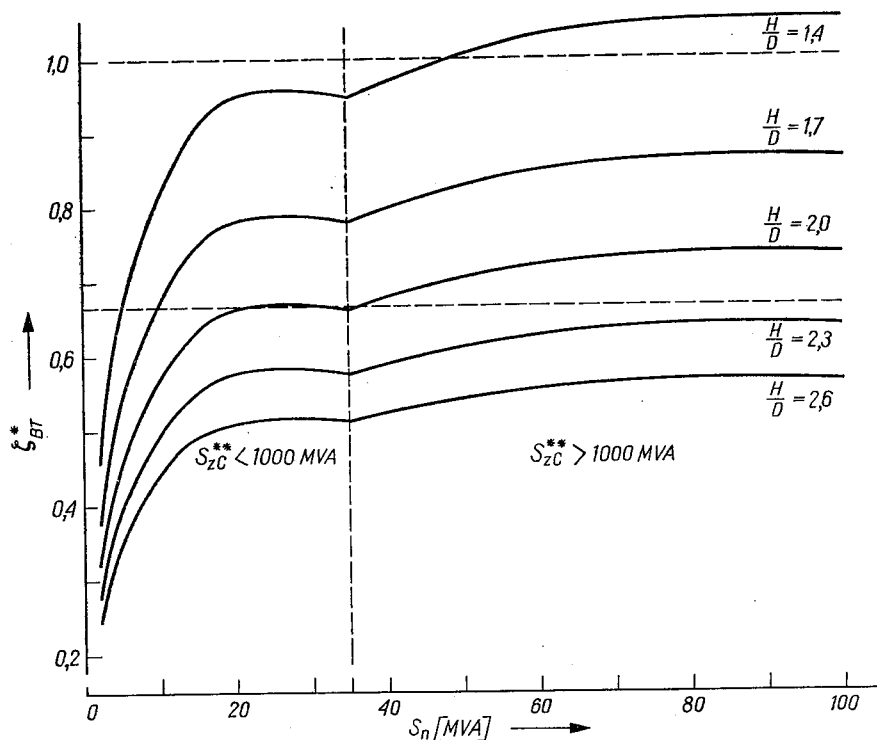
$$\zeta_{BT}^* = 6,15 \frac{j_n}{B_k} \frac{D}{H} \sqrt{S_n} \frac{1}{u'_{BC}} \left(\frac{1}{u'_{AB}} + \frac{1}{u'_{BC}} \right), \quad (36)$$

— dla $S_{zc} < S_{zc}^{**}$

$$\zeta_{BT}^* = 7,58 \frac{j_n}{B_k} \frac{D}{H} \sqrt{S_n} \frac{1}{u'_{AB}} \left(\frac{1}{u'_{AB}} + \frac{1}{u'_{BC}} \right). \quad (37)$$

Do tych wzorów należy podstawić, jak i poprzednio: j_n w A/mm², B_k w T, S_n w MVA.

Na rysunku 10 przedstawiono wyniki obliczeń ζ_{BT}^* , przeprowadzonych przy założeniach (13) dla transformatora trójzwojeniowego o napięciach zwarcia $u_{AB} = 11\%$ i $u_{BC} = 6\%$, przyłączonego do sieci o mocach zwarciovych $S_{zA} = 5000$ MVA i $S_{zC} = 1000$ MVA. Z rysunku widać przejrzystie wpływ mocy znamionowej transformatora S_n i smukłości uzwojenia H/D na graniczną wartość współczynnika obniżenia mocy ζ_{BT}^* . Przy mo-

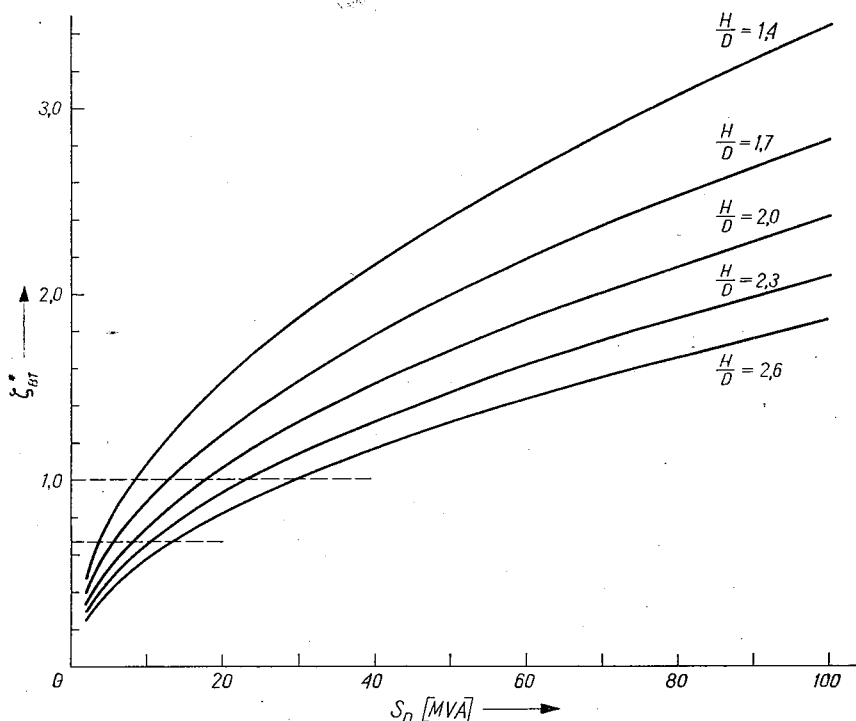


Rys. 10. Zależność dopuszczalnego stopnia zmniejszenia mocy ζ_{BT}^* uzwojenia środkowego B o różnych smukłościach H/D , od mocy znamionowej transformatora S_n , wyznaczona dla warunków zwarcia uzwojenia B , zasilanego poprzez oba uzwojenia skrajne z sieci o mocach zwarciovych odpowiednio $S_{zA} = 5000$ MVA i $S_{zC} = 1000$ MVA; ponadto: $u_{AB} = 11\%$, $u_{BC} = 6\%$, $j_n = 2,9$ A/mm, $B_k = 1,6$ T

cach $S_n \geq 16$ MVA i niewielkich smukłościach uzwojenia B jego budowa przy normalnym wykorzystaniu materiałów czynnych i często stosowanym stosunku mocy $\zeta_B = 0,667$, zaznaczonym na rys. 10, jest w założonych warunkach niemożliwa; zapewnienie zadawalającej wytrzymałości mechanicznej przy rozpatrywanym zwarciu trójuzwojeniowym wymaga wówczas mocy znamionowej uzwojenia B bliskiej S_n .

Rysunek 11 przedstawia zależność ζ_{BT}^* od mocy znamionowej S_n przy różnych smukłościach uzwojenia B w przypadku zasilania uzwojeń A i C z sieci sztywnych; do obliczeń przyjęto założenia (13) i napięcia zwarcia jak poprzednio. Z przebiegu krzywych widać, że w tych warunkach nie tylko budowa uzwojeń o $\zeta_B = 0,667$, ale również i o pełnej mocy ($\zeta_B = 1$) jest przy normalnym wykorzystaniu materiałów czynnych, poza wąskim przedziałem niewielkich mocy i dużych smukłości, niemożliwa. Uzwojenie B musiałoby być, dla sprostania takim warunkom zwarciovym, nawet w stosunku do S_n przewymiarowane, w wielu przypadkach bardzo znacznie. Krzywe przedstawione na rys. 11, w porównaniu z podanymi na rys. 10, pozwalają ocenić wagę realistycznego ustalania mocy zwarciovych sieci; ich przecenienie pociąga za sobą znaczne, a z punktu widzenia faktycznej wytrzymałości mechanicznej zbędne naddatki materiałowe, utrudnia konstruowanie, podnosi cenę i pogarsza szereg istotnych parametrów eksploatacyjnych transformatora.

W przypadku — rzadkim — istnienia osiowych kanałów chłodzących w uzwojeniu środkowym B ocenę jego wytrzymałości mechanicznej przy zwarciu trójzwojeniowym, zasilanym poprzez oba uzwojenia skrajne, można — postępując ostrożnie — oprzeć na średniej wartości naprężeń od sił promieniowych w częściach uzwojenia B sąsiadujących z obu szczelinami rozproszeniowymi, oddzielonych osiowymi kanałami chłodzącymi,



Rys. 11. Zależność dopuszczalnego stopnia zmniejszenia mocy ζ_{BT}^* uzwojenia środkowego B o różnych smukłościach H/D od mocy znamionowej transformatora dla przypadku zwarcia uzwojenia B , zasilanego poprzez dwa uzwojenia skrajne z sieci sztywnych; $u_{AB} = 11\%$, $u_{BC} = 6\%$, $j_n = 2,9$ A/mm², $B_k = 1,6$ T

traktując te części jak niezależne uzwojenia. Bazując na rozkładzie przestrzennym indukcji rozproszenia, jak przedstawiony na rys. 7, i zakładając podział uzwojenia B kanałami osiowymi na n równych części, można wyprowadzić wzory na współczynniki χ wzrostu zagrożenia od sił promieniowych w wyróżnionych częściach uzwojenia B w porównaniu z zagrożeniem całego uzwojenia przy zwarciu pary $B-C$, ocenionym w oparciu o naprężenia średnie bez uwzględnienia istnienia kanałów osiowych. Otrzymuje się:

$$\chi_C = \left(\frac{u'_{BC}}{u''_{BC}} \right)^2 \left(1 + \frac{u'_{BC}}{u'_{AB}} \right) \left[2 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{u'_{BC}}{u'_{AB}} \right) \right], \quad (38)$$

$$\chi_A = \left(\frac{u'_{BC}}{u'_{AB}} \right)^2 \left(1 + \frac{u'_{AB}}{u'_{BC}} \right) \left[2 - \frac{1}{n} \left(1 + \frac{u'_{AB}}{u'_{BC}} \right) \right] \frac{\sigma_r^*}{\sigma_c^*}, \quad (39)$$

gdzie χ_C oznacza współczynnik wzrostu zagrożenia w części uzwojenia B sąsiadującej z wewnętrznym uzwojeniem C , a χ_A — w części sąsiadującej z zewnętrznym uzwojeniem A .

Wzajemny stosunek współczynników χ_C i χ_A zależy od mocy zwarciovych sieci dołączonych do uzwojeń skrajnych. Wyrażenia na χ_C i χ_A różnią się od określających η_c i η_r — wzory (27) i (28) — tylko czynnikiem w nawiasie kwadratowym toteż stosunek S_{zC} do S_{zC}^{**} — wzór (30) — pozwala także ocenić, który ze współczynników χ_C i χ_A jest większy, tj. która ze skrajnych części uzwojenia B jest w danych warunkach zwarciovych bardziej zagrożona. Dopuszczalny stopień zmniejszenia mocy uzwojenia środkowego z kanałami osiowymi ζ_{BTk}^* , warunkowany omawianym zwarcie trójuzwojeniowym, jest wyznaczany przez wzór

$$\zeta_{BTk}^* = \zeta_B^* \chi, \quad (40)$$

w którym χ — większy ze współczynników χ_C , χ_A , a ζ_B^* — dopuszczalny stopień zmniejszenia mocy uzwojenia B , wynikający z warunków zwarcia pary uzwojeń $B-C$, obliczony w sposób podany w poprzednim rozdziale bez uwzględnienia istnienia kanałów osiowych.

Rozważania tego rozdziału, dotyczące zwarcia z udziałem trzech uzwojeń, można podsumować następująco:

1. Spośród możliwych przypadków zwarcia z udziałem trzech uzwojeń tylko zwarcie uzwojenia środkowego, zasilane poprzez oba uzwojenia skrajne, stwarza warunki odmienne z punktu widzenia wytrzymałości mechanicznej od występujących przy zwarciach dwuuzwojeniowych i to tylko dla uzwojenia środkowego B .

2. Zwarte uzwojenie środkowe przy zasilaniu obu skrajnych jest poddawane jednocześnie działaniu promieniowej siły rozrywającej (warstwy wewnętrzne) i ściskającej (warstwy zewnętrzne); każda z tych sił jest rzędu występującej odpowiednio przy zwarcu pary $A-B$ i $B-C$.

3. Charakter wypadkowej siły działającej na uzwojenie B przy omawianym zwarcu (rozciągająca, ściskająca) oraz przewaga zagrożenia wewnętrznych lub zewnętrznych warstw zależy od mocy transformatora, jego napięć zwarcia oraz od mocy zwarciovych sieci dołączonych do uzwojeń skrajnych.

4. Relacja między zagrożeniami uzwojenia B przy zwarcu trój- i dwuuzwojeniowym zależy od napięć zwarcia i mocy transformatora oraz od mocy zwarciovych sieci do niego dołączonych; ujmują ją wzory podane w tekście. Przy normalnie stosowanych napięciach zwarcia ($u_{AB} = 11\%$, $u_{BC} = 6\%$) i stosunkowo dużych mocach zwarciovych sieci połączonych z uzwojeniami A i B ($S_{zA} = 5000$ MVA, $S_{zB} = 1500$ MVA) zagrożenie uzwojenia B w transformatorze o mocy znamionowej do 50 MVA przy zwarcu trójuzwojeniowym tylko wówczas nie przekracza występującego przy zwarcu pary $B-C$, gdy moc zwarciowa sieci połączonej z uzwojeniem C jest mała, $S_{zC} \leq 500$ MVA; warunki przy zwarcu trójuzwojeniowym są wtedy niewiele ostrzejsze od występujących przy niegroźnym zwarcu pary $A-B$. Przy większych mocach zwarciovych S_{zC} zagrożenie zwartego uzwojenia B , zasilanego poprzez obydwa skrajne, zwykle przekracza występujące przy zwarcach dwuuzwojeniowych, decydując o jego wymiarowaniu; należy się liczyć ze wzrostem zagrożenia uzwojenia B o kilkadziesiąt procent (w podanych warunkach przy $S_n \leq 50$ MVA o 20...30%).

5. Przy projektowaniu transformatora trójuzwojeniowego, w szczególności przy ocenie możliwości obniżenia mocy znamionowej uzwojenia środkowego, ewentualność wystąpie-

nia omawianego zwarcia trójzwojeniowego i jego parametry muszą być brane pod uwagę; duży wpływ mocy zwarciovych sieci na zagrożenie uzwojeń, a więc i na ich wymiarowanie, wymaga opierania obliczeń na realistycznie przyjętych warunkach przy zwarcu.

6. Przy większych mocach zwarciovych, w pierwszym rzędzie S_{zc} , możliwość obniżenia mocy uzwojenia B w porównaniu ze znamionową transformatora S_n może nie istnieć; przy szczególnie dużych mocach zwarciovych przyjętych do obliczeń, a także małej smukłości uzwojenia, może nawet wystąpić konieczność zmniejszania wykorzystania miedzi w uzwojeniu B i budowaniu go o mocy faktycznie większej od S_n .

7. Istnienie kanałów osiowych wpływa na wytrzymałość mechaniczną uzwojeń i musi być uwzględniane przy wyznaczaniu granicznej wartości współczynnika obniżenia mocy uzwojenia; stosowne wzory podano w tekście.

Oto kilka prostych przykładów wykorzystania podanych wzorów i wykresów do wyznaczania przy projektowaniu granicznej wartości ζ_{BT}^* ; zostaną one odniesione do transformatora $S_n = 50$ MVA, $u_{AB} = 11\%$, $u_{BC} = 6\%$, $j_n = 2,9$ A/mm², $B_k = 1,6$ T:

— Wyznaczyć ζ_{BT}^* w przypadku $S_{zA} = 5000$ MVA, $S_{zc} = 1000$ MVA, $H/D = 1,9$. Z rys. 10 odczytuje się $\zeta_{BT}^* = 0,75$.

— Wyznaczyć smukłość, przy której $\zeta_{BT}^* = 0,667$ przy innych parametrach jak w przykładzie pierwszym. Z rys. 10 odczytuje się $H/D = 2,12$.

— Wyznaczyć S_{zc} (inne parametry jak w przykładzie pierwszym), przy której $\zeta_{BT}^* = 0,667$. Z rys. 8, a także z rys. 10 widać, że poszukiwana $S_{zc} < S_{zc}^{**}$. Korzystając ze wzoru (37) otrzymuje się $S_{zc} = 650$ MVA.

— Wyznaczyć ζ_B^* dla zwarcia dwuuzwojeniowego przy $S_{zB} = 1500$ MVA; pozostałe parametry jak w przykładzie pierwszym. Z rys. 5 odczytuje się $\zeta^* = 0,63$. Wzrost granicznej mocy uzwojenia B przy zwarcu trójzwojeniowym wynosi $0,75:0,63 = 1,19$. Taki sam wzrost odczytuje się bezpośrednio z rys. 9.

— Wyznaczyć S_{zA} (inne parametry jak w przykładzie pierwszym), przy której $\zeta_{BT}^* = 0,667$. W oczekiwaniu (rys. 8), że po zmniejszeniu S_{zA} nadal będzie $S_{zc}^{**} > 1000$ MVA, ze wzoru (37) otrzymuje się $S_{zA} = 2610$ MVA. Z rys. 8 widać, że założona nierówność jest istotnie spełniona dla obliczonej mocy S_{zA} .

— Wartość ζ_{BT}^* dla warunków jak w przykładzie pierwszym jest ograniczona przez wytrzymałość warstw zewnętrznych uzwojenia B . Jednakowe zagrożenie warstw wewnętrznych i zewnętrznych wystąpiłoby przy mocach zwarciovych: $S_{zA} = 5000$ MVA, $S_{zc} = 1270$ MVA oraz $S_{zA} = 2500$ MVA i $S_{zc} = 1000$ MVA (rys. 8).

— Wyznaczyć j_n , przy której $\zeta_{BT}^* = 0,667$ (inne parametry jak w przykładzie pierwszym). Ze wzoru (37), przeliczając proporcjonalnie otrzymuje się natychmiast $j_n = 2,58$ A/mm².

— Wyznaczyć ζ_{BT}^* w założeniu zasilania zwarcia przez sieci sztywne; pozostałe parametry jak w przykładzie pierwszym. Z rys. 11 odczytuje się $\zeta_{BT}^* = 1,8$. Aby sprostać tak postawionym wymaganiom uzwojenie B musiałoby być skonstruowane jak dla mocy 90 MVA.

— Wyznaczyć ζ_{BTk}^* w założeniu istnienia jednego, dwóch i trzech kanałów osiowych w uzwojeniu B ; inne parametry jak w przykładzie pierwszym. Przyjmując $S_{zB} = 1500$ MVA odczytuje się z rys. 5 $\zeta_B^* = 0,63$ (por. wyżej). Wobec $S_{zc} < S_{zc}^{**}$ współczynnik χ oblicza się ze wzoru (39). Otrzymuje się:

liczba kanałów:	1	2	3
współczynnik χ_A :	1,49	2,03	2,30
ζ_{BTK}^* :	0,94	1,28	1,45

Bez przewymiarowywania możliwa jest budowa uzwojenia B tylko z jednym osiowym kanałem chłodzącym.

4. UWAGI KOŃCOWE

Wyniki rozważań przedstawione w niniejszej pracy ułatwiają właściwy dobór mocy znamionowych uzwojeń transformatora trójuzwojeniowego z punktu widzenia ich wytrzymałości mechanicznej, pozwalając widzieć przejrzystość możliwości w tym zakresie i kierunek ewentualnych zmian w konstrukcji, niezbędnych dla spełnienia postawionych wymagań. Omówienie wzorów i wykresów zawarte w tekście — ich interpretację w szczegółach można rozszerzać — nasuwa kilka uwag ogólnych, których sformułowanie w zamknięciu niniejszej pracy wydaje się celowe.

a) Należy realnie oceniać moce zwarciove sieci, z którymi projektowany transformator ma współpracować i takie wartości przyjmować do obliczeń. Duży wpływ mocy zwarciowych sieci na zagrożenie uzwojeń transformatora prowadzi w przypadku przecenienia tych mocy do budowania transformatorów przewymiarowanych. Nadmierne zapasy wytrzymałości mechanicznej okupuje się wówczas technicznie nieuzasadnionym powiększeniem zużycia materiałów, w tym importowanych (blacha transformatorowa, miedź przewodowa, olej), zwiększeniem kosztów produkcji oraz strat mocy w transformatorze. W konsekwencji przesadne rozszerzenie marginesu bezpieczeństwa pociąga za sobą istotny, a zbędny wzrost kosztów ponoszonych przez gospodarkę narodową na wyprodukowanie i eksploatację transformatora.

b) Warunki przy zwarcu transformatora trójuzwojeniowego zasilanym poprzez dwa pozostałe uzwojenia wnoszą do konstrukcji transformatora nowe elementy tylko wówczas, gdy moc zwarciowa sieci połączonej z uzwojeniem wewnętrznym jest stosunkowo duża ($S_z \geq 500$ MVA). Tylko wtedy stawianie wymagań odnośnie wytrzymałości mechanicznej przy zwarcu z udziałem trzech uzwojeń ma sens techniczny.

c) Celowe jest rozróżnienie transformatorów trójuzwojeniowych przystosowanych i nieprzystosowanych do zwarć z udziałem trzech uzwojeń. Transformatory o często stosowanym stosunku mocy uzwojeń 100: 67: 67 mogłyby stanowić zasadniczą serię, zbudowaną z uwzględnieniem zwarć zasilanych tylko przez jedno uzwojenie. Obok nich, jako wykonania specjalne, mogłyby być budowane transformatory o obficie zwymiarowanych uzwojeniach środkowych, przystosowane do zwarć trójuzwojeniowych. Pozwoliłoby to na właściwsze wykorzystanie materiałów i poprawę parametrów eksploatacyjnych transformatorów trójuzwojeniowych przez:

- unikanie zbędnego przewymiarowywania uzwojenia środkowego oraz dalszych tego konsekwencji w transformatorach licznie przeważającej serii zasadniczej,
- przyjmowanie do danych znamionowych transformatora o obficie zwymiarowanym uzwojeniu środkowym mocy tego uzwojenia, wynikającej z normalnego wykorzystania materiału przewodowego.

d) Warunki prób zwarciovych transformatorów trójzwojeniowych powinny być ustalane równie realistycznie, jak założenia do projektu (por. uwaga a) i w ścisłym z nimi powiązaniu. Badanie transformatora nieprzystosowanego do zwarcia z udziałem trzech uzwojeń w ten właśnie sposób, lub transformatora przystosowanego, ale przy innych mocach zwarciovych sieci zasilających niż uzgodniono w założeniach, byłoby oczywiście niewłaściwe.

e) Celowe jest prowadzenie badań nad dalszym doskonaleniem kryteriów oceny wytrzymałości mechanicznej uzwojeń na etapie projektowania. Pozwoli to, bez obniżania pewności pracy, lepiej wykorzystywać materiały i poprawiać parametry eksploatacyjne transformatorów z oczywistą korzyścią dla gospodarki.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. W. Bołotin, B. P. Makarow, W. A. Kuranow, Proczność i żęstkość wnutrennych obmotok transformatorow, Elektrizestwo, 1964, z. 4.
2. J. Grabowski, Zmiany własności mechanicznych drutów nawojowych w wyniku operacji produkcyjnych i warunków eksploatacji transformatorów olejowych, Zagadnienia Wybrane Elektrotechniki: Transformatory, Instytut Elektrotechniki, Warszawa 1970.
3. E. Jezierski, Z. Kopczyński, Transformator trójzwojeniowy, Przegląd Elektrotechniczny 1952, s. 185.
4. E. Jezierski, Transformatory, Podstawy Teoretyczne, WNT, Warszawa 1965.
5. T. Koter, Spadki napięcia w transformatorze trójzwojeniowym, Przegląd Elektrotechniczny 1955, z. 2/3, s. 192.
6. M. Kozłowski, Prądy w uzwojeniach transformatora trójzwojeniowego przy symetrycznym zwarciu udarowym jednego z uzwojeń, Praca doktorska, Katedra Maszyn Elektrycznych i Transformatorów PŁ, Łódź 1964.
7. M. Kozłowski, Prądy i siły przy trójfazowych zwarcich ruchowych transformatorów z rozdzielonymi uzwojeniami bez wydzielonych uzwojeń regulacyjnych, Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej „Elektryka”, 1968, z. 27.
8. J. Kulikowski, J. Rachwański, Próby wytrzymałości mechanicznej transformatorów w świetle zagrożenia siłami zwarciovymi w eksploatacji, Przegląd Elektrotechniczny, 1960, z. 9, s. 341.
9. J. Kulikowski, Promieniowe siły zwarciove w transformatorach z niesymetrycznymi uzwojeniami cylindrycznymi, Przegląd Elektrotechniczny, 1965, z. 3.
10. K. Kurita, T. Kuriyama, K. Hiraishi, S. Kusumoto, S. Shida, Y. Hori, Mechanical Strenght of Transformer Windings under Short-circuit Condition, IEEE Trans. Power Appar. and Syst., 1969, 88, No 3, s. 222.
11. W. Lech, Próby zwarciove transformatorów, Zagadnienia Wybrane Elektrotechniki: Transformatory, Instytut Elektrotechniki, Warszawa 1970.
12. S. J. Łurie, L. J. Milman, Mechaniczeskije charakteristiki izolacjonnych materiałow obmotok transformatorow, Elektrotechnika, 1964, z. 4.
13. S. J. Łurie, E. J. Lewickaja, L. J. Milman, Problema dinamiczeskoj procznosti transformatorow pri dejstwwii usillii korotkogo zamykanija, Materiały na Sympozjum Transformatorowe w Berlinie, 1969.
14. W. Matthes, Mechanische Beanspruchung der am Eisenkern liegenden Transformatoren-Röhren-Wicklung durch radiale Stromkräfte, ETZ-A, 1962, z. 2, s. 57.
15. L. J. Milman, S. J. Łurie, Rasczot procznosti narużnych obmotok transformatorow pri dejstwwii radialnych usillii korotkogo zamykanija, Elektrizestwo, 1965, z. 8.
16. L. J. Milman, S. J. Łurie, Rasczot procznosti wnutriennych obmotok transformatorow pri dejstwwii radialnych usillii korotkogo zamykanija, Elektrizestwo, 1968, z. 3.

17. L. J. Milman, S. J. Łurie, Prowodnikowyje materiały pri dynamiczeskom izgibie, Elektrotechnika, 1966, z. 9.
18. L. J. Milman, Rasczot mechaniczeskich napriazhenii rastiaženija i szatija s ucetom izmienenija radiusa witkow obmotki, Elektrotechničeskaja Promyszlennost', z. 281.
19. L. J. Milman, Rasczot napriazhenii rastiaženija w naružnych obmotkach transformatorow s ucetom nieliniejnosti mechaniczeskoj charakteristiki prowadnikowego materiała, Elektrotechničeskaja Promyszlennost', 1969, z. 309.
20. L. J. Milman, Eksperimentalnoje isledowanije dinamiczeskoj procznosti obmotok transformatorow pri dejstwii radialnych usilii korotkogo zamykanija. Elektrotechnika 1968, z. 7.
21. L. J. Milman, Czastoty sobstwiennych radialnych kolebanii obmotok transformatorow, Elektrotechničeskaja Promyszlennost', 1969, z. 321.
22. E. T. Norris, The Mechanical Strength of Power Transformers in Service, Proc. IEE, Vol. 104, Part A, s. 289—306.
23. A. Pichon, B. Hochart, F. Saluges, Problems Concerning the Behavior of Transformers on Short-circuit, CIGRE, 1958, Rap. 142, Part I.
24. PN-69/E-05040: Transformatory, Ogólne wymagania i badania.
25. E. Stenkvisť, L. Torske, What is Known about the Ability of Large Power Transformers to Withstand a Short-circuit, ASEA-Research, 1961, z. 6.
26. E. Stenkvisť, Short-circuit Problems in Large Transformers, CIGRE 1956, Rap. No 155.
27. E. Stenkvisť, L. Torske, Short-circuit Problems in Large Transformers, CIGRE 1962, Rap. No 142.
28. M. Waters, The Short-circuit Strength of Power Transformers, Mac Donald, London 1966.
29. M. Waters, Doświadczenia z uszkodzeniami zwarciovymi transformatorów, Materiały II konferencji Transformatorowej PAN, Łódź 1970.

M. KOZŁOWSKI

CHOICE OF RATINGS OF WINDINGS IN THREE-WINDING TRANSFORMER FROM THE VIEWPOINT OF THEIR SHORT-CIRCUIT STRENGTH

Summary

In the paper, the permissible from the mechanical strenght point of view degree of reduction of power of the inside and middle windings in the three-winding transformer with cylindrically arranged windings as compared with its power rating has been discussed. Cases of short-circuits of two or three windings as well as the influence of the short-circuit capacity of the mains have been taken into account. The formulas and curves given permit an easy estimate of the possibility and scope of the power reduction. In the paper the aspects of the problem of interest both for the designer and for the power engineer are commented upon.

M. KOZŁOWSKI

WAHL VON NENNLEISTUNGEN VON WICKLUNGEN IM DREIWICKLUNGS- TRANSFORMATOR HINSICHTLICH IHRER KURZSCHLUßFESTIGKEIT

Zusammenfassung

In dieser Bearbeitung wurde der vom Gesichtspunkt mechanischer Festigkeit zulässige Verminderungsgrad der Leistung interner und mittlerer Wicklung im Dreiwicklungstransformator mit zylindrischer Wicklungsanordnung im Vergleich mit seiner Nennleistung erwogen. Bei den Erwägungen wurden

Kurzschlußfälle bei zwei und drei Wicklungen in Betracht genommen, und auch der Einfluß von Nennleistungen des Stromversorgungsnetzes berücksichtigt. Die angeführten Formeln und Diagramme ermöglichen einfache Bewertung der Möglichkeiten und des Bereichs der Leistungsverminderung. Das Problem wird hier unter verschiedenen Aspekten erörtert, die sowohl Konstrukteure, als auch Energetiker interessieren dürften.

М. КОЗЛОВСКИ

ПОДБОР НОМИНАЛЬНЫХ МОЩНОСТЕЙ ОБМОТОК
В ТРЕХОБМОТОЧНОМ ТРАНСФОРМАТОРЕ
С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ

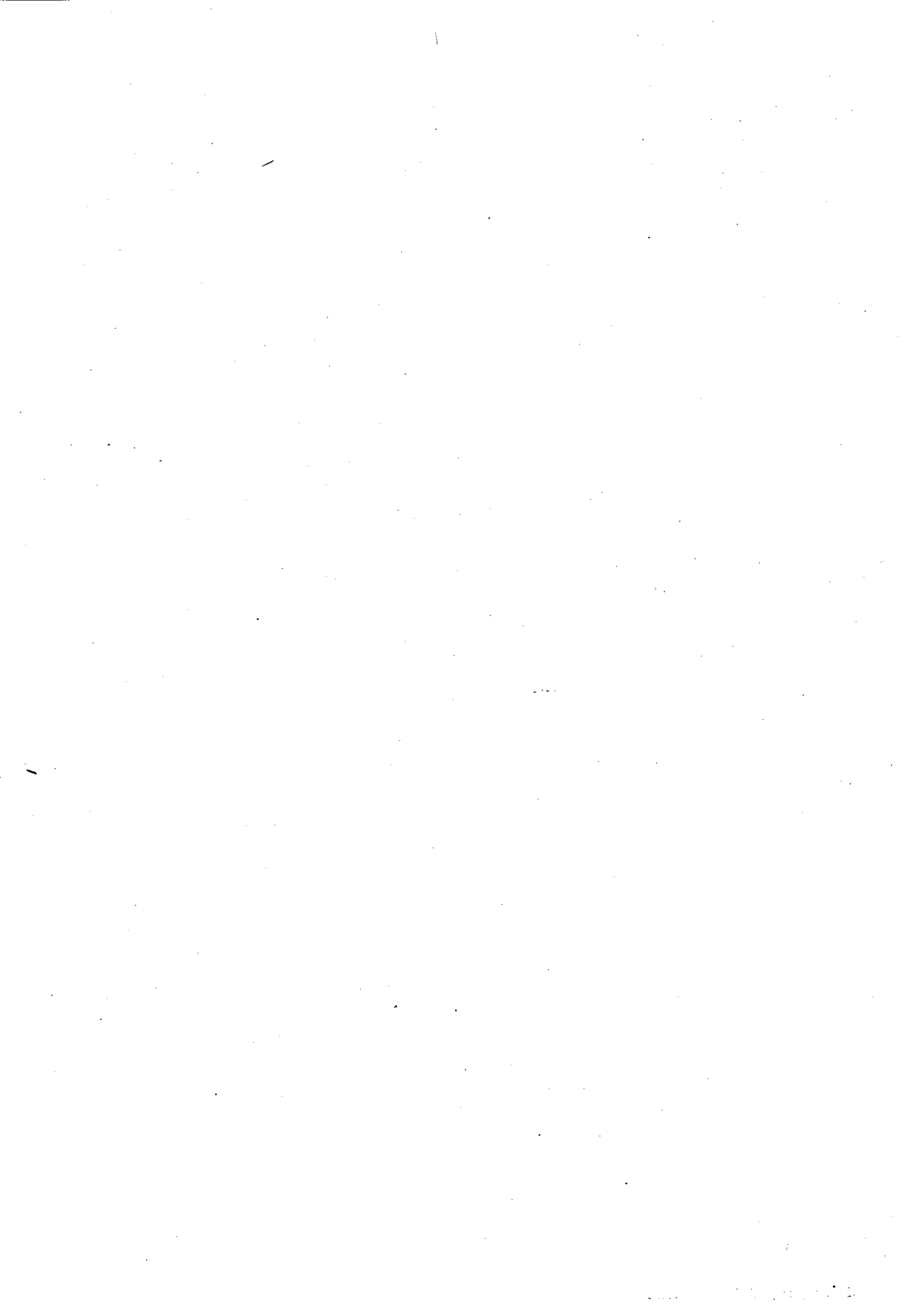
Р е з ю м е

В настоящей статье рассматривается допустимая с точки зрения механической прочности степень уменьшения мощности средней и внутренней обмоток в трехобмоточном трансформаторе с цилиндрической системой обмоток в сравнении с его номинальной мощностью.

В рассуждениях учитываются случаи короткого замыкания с участием двух или трех обмоток и влияние мощности короткого замыкания питающих сетей.

Приведены формулы и чертежи, на основании которых можно легко оценить возможности и диапазон уменьшения мощности.

В работе обсуждены вопросы интересующие как конструкторов так и энергетиков.



Zastępczy schemat cieplny transformatora suchego

WIESŁAW LASOCKI (ŁÓDŹ)

Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 12.3.1971

Podano podstawy budowy schematu cieplnego z uzwojeniami cylindrycznymi. W schemacie wyodrębniono podstawowe elementy: uzwojenie, rdzeń i przegrody izolacyjne. W oparciu o powyższy schemat można obliczać ustalone i nieustalone przebiegi przyrostów temperatury transformatorów.

1. WSTĘP

W procesie obliczania transformatora suchego jednym z trudniejszych zagadnień jest obliczenie cieplne poszczególnych jego części, szczególnie w transformatorze z chłodzeniem naturalnym.

Proces przekazywania ciepła z transformatora suchego do otoczenia przy chłodzeniu naturalnym jest złożony i odmienny od procesu występującego w transformatorze olejowym. W transformatorze olejowym wąska strefa konwekcji oleju w kanale osiowym odprowadzająca ciepło z uzwojeń lub rdzenia powoduje praktycznie cieplne oddzielenie poszczególnych elementów wydzielających ciepło do oleju. W transformatorze suchym, gdzie czynnikiem chłodzącym jest powietrze, strefa konwekcji naturalnej jest zwykle większa od szerokości kanału wentylacyjnego i występuje wzajemne oddziaływanie na siebie elementów wydzielających ciepło.

Ponadto w transformatorze suchym ciepło z uzwojeń i rdzenia odprowadzane jest poza konwekcją także na drodze promieniowania. Powyższe przyczyny powodują, że poszczególne elementy oddające ciepło w transformatorze suchym nie mogą być rozpatrywane oddzielnie, ponieważ tworzą układ „cieplnie sprzężony”. Skomplikowany charakter procesu cieplnego w transformatorze suchym nie pozwala na zastosowanie klasycznych metod obliczania przyrostów temperatury, używanych zwykle dla obliczeń transformatorów olejowych. Analizę przebiegów cieplnych w transformatorach suchych wygodnie jest przeprowadzić stosując metodę zastępczego schematu cieplnego, podobnie jak to jest stosowane do obliczeń cieplnych maszyn elektrycznych wirujących. Artykuł niniejszy omawia podstawy schematu cieplnego transformatora suchego opartego na zasadzie analogii zjawisk cieplnych i elektrycznych.

2. PODSTAWY SCHEMATU CIEPLNEGO

Przyrost temperatury ϑ [deg] ciała, w którym jest wydzielona moc na jednostkę powierzchni (strumień cieplny) $q = \frac{P}{S} \left[\frac{W}{m^2} \right]$ przy współczynniku przyjmowania ciepła $\alpha \left[\frac{W}{m^2 \text{deg}} \right]$ jest określony ogólną zależnością Newtona

$$\vartheta = \frac{q}{\alpha} = \frac{P}{\alpha \cdot S} = \frac{P}{\Lambda_c}, \quad (1)$$

gdzie $\Lambda_c = \alpha \cdot S \left[\frac{W}{\text{deg}} \right]$ jest przewodnością cieplną.

Powyższe ogólne równanie opisujące wymianę ciepła jest analogiczne do równania wyrażającego prawo Ohma w obwodach elektrycznych

$$U = \frac{I}{\Lambda_e}, \quad (2)$$

gdzie:

U — napięcie,

I — prąd,

Λ_e — przewodność elektryczna (konduktacja).

Są trzy typy wielkości występujące w układach cieplnych i elektrycznych: elementy, współczynniki i wielkości zmienne. Poniżej zestawiono te wielkości z zachowaniem najprostszej odpowiedniości między wielkościami elektrycznymi i cieplnymi.

	Interpretacja elektryczna	Interpretacja cieplna
elementy	opornik elektryczny przewodność elektr. kondensator	opornik cieplny przewodność cieplna zbiornik ciepła
współczynniki	pojemność elektryczna $C \left[\frac{As}{V} \right]$ opór elektryczny $R[\Omega]$ przewodność elektryczna $[\Omega^{-1}]$	pojemność cieplna $C \left[\frac{Ws}{\text{deg}} \right]$ opór cieplny $R \left[\frac{\text{deg}}{W} \right]$ przewodność cieplna $\Lambda \left[\frac{W}{\text{deg}} \right]$
wielkości zmienne	prąd elektryczny $I(t)$ [A] potencjał $\varphi(t)$ [V] napięcie $U(t)$ [V]	moc cieplna $P(t)$ [W] temperatura $\Theta(t)$ [°C] różnica temperatur $\vartheta(t)$ [deg]

W oparciu o tę analogię możemy budować i rozwiązywać schematy cieplne w sposób podobny jak buduje się i rozwiązuje schematy sieciowe elektryczne. Prowadzi to do stosowania równań teorii obwodów do rozwiązywania zjawisk cieplnych.

Przewodność cieplna przejmowania ciepła wyraża się następującymi zależnościami: na drodze promieniowania

$$A_r = \alpha_r S_r, \quad (3)$$

na drodze konwekcji

$$A_k = \alpha_k S_k, \quad (4)$$

na drodze przewodzenia

$$A_p = \frac{\lambda S_p}{l}, \quad (5)$$

gdzie:

α_r, α_k — współczynniki przejmowania ciepła na drodze promieniowania i konwekcji,

λ — przewodność ciepła,

l — długość drogi przewodzenia ciepła,

S_r, S_k, S_p — powierzchnie wymieniające ciepło na drodze promieniowania konwekcji i przewodzenia.

W przypadku łącznej wymiany ciepła, np. na drodze konwekcji i promieniowania, przewodność cieplna wyraża się zależnością

$$A_{rk} = \alpha_r S_r + \alpha_k S_k, \quad (6)$$

z której wynika, że

$$A_{rk} = A_r + A_k. \quad (7)$$

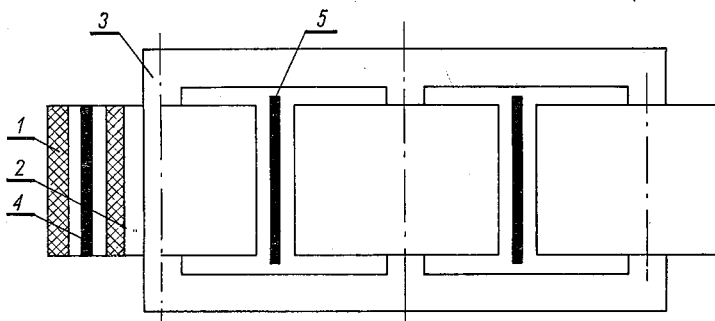
Oznacza to, że przewodności cieplne można łączyć podobnie jak przewodności elektryczne i dokonywać odpowiednich przekształceń.

3. SCHEMAT CIEPLNY

Odtworzenie zjawisk cieplnych występujących w transformatorze metodą schematu cieplnego polega na ustaleniu równoważnego schematu dla poszczególnych elementów i ich powiązania stosownie do wzajemnego oddziaływania cieplnego. W transformatorze, jak pokazano na rys. 1, można wyodrębnić trzy zasadnicze elementy (uzwojenia, rdzeń, przegrody izolacyjne), dla których trzeba oddzielnie zbudować i przeanalizować równoważny schemat cieplny.

3.1. Schemat cieplny uzwojenia

Rozkład przestrzenny temperatury uzwojenia warunkowany jest jego budową i położeniem. Rozpatrywane będą uzwojenia cylindryczne bez kanałów poprzecznych w układzie pionowym. Należy podkreślić, że taki typ uzwojeń jest stosowany w większości budowanych transformatorów.

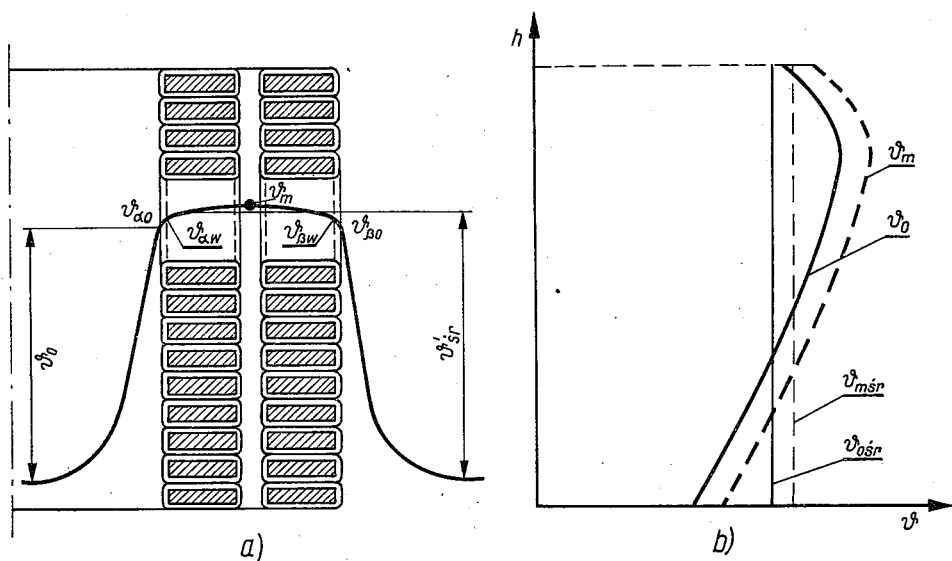


Rys. 1. Główne elementy transformatora suchego

1 — uzwojenie zewnętrzne, 2 — uzwojenie wewnętrzne, 3 — rdzeń, 4 — tuleja izolacyjna między uzwojeniami tej samej kolumny
5 — tuleja izolacyjna między uzwojeniami różnych kolumn

Poglądowy rozkład przyrostów temperatury w uzwojeniu przedstawiono na rys. 2. Poprzeczny rozkład przyrostu temperatury uzwojenia cylindrycznego pokazano na rys. 2a.

Uzwojenia cylindryczne stosowane w transformatorach suchych wykonywane są jako dwuwarstwowe nawijane przewodem profilowym, pomiędzy warstwami stosowane są przekładki z materiału izolacyjnego.



Rys. 2. Poglądowy rozkład przyrostów temperatury uzwojenia

a) miejscowy rozkład poprzeczny,

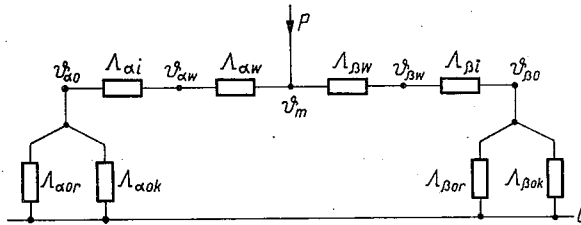
b) rozkład podłużny:

ϑ_m — miejscowy maksymalny przyrost temperatury,
 $\vartheta_{zw}, \vartheta_{bw}$ — miejscowe przyrosty temperatury materiału przewodowego,
 $\vartheta_o, \vartheta_{ao}, \vartheta_{bo}$ — miejscowe przyrosty temperatury powierzchni uzwojenia,
 ϑ'_{sr} — miejscowy średni przyrost temperatury,
 $\vartheta_{msr}, \vartheta_{osr}$ — średni maksymalny i średni powierzchniowy przyrost temperatury wzdłuż wysokości uzwojenia

Jak podano w [3], dla takiego uzwojenia można przyjąć, że maksymalny przyrost temperatury ϑ_m jest równy miejscowemu przyrostowi średniemu ϑ_{sr} , ponieważ przewodność cieplna materiału przewodowego jest w porównaniu z przewodnością cieplną izolacji około

tysiąc razy większa. Oznacza to, że przyrosty temperatury materiału przewodowego są praktycznie równe miejscowemu średniemu przyrostowi temperatury. Przyrosty temperatury powierzchni uzwojenia $\vartheta_{\alpha o}$ i $\vartheta_{\beta o}$ są mniejsze od przyrostu temperatury materiału przewodowego $\vartheta_{\alpha w}$ i $\vartheta_{\beta w}$ o spadek przyrostu temperatury na grubości izolacji przewodów nawojowych. Zewnętrzny przebieg przyrostu temperatury wynika ze spadku temperatury w strefie konwekcji naturalnej i promieniowania.

Rozkład przyrostu temperatury wzdłuż wysokości uzwojenia pokazano na rys. 2b, gdzie ϑ_o przedstawia przyrost temperatury powierzchni uzwojenia. W obliczeniach posługujemy się bardzo często średnią wartością przyrostu temperatury dla całej wysokości uzwojenia. Można wtedy mówić o średniej wartości przyrostu wewnętrznego w uzwojeniu $\vartheta_{m\bar{s}r}$, lub o średniej wartości przyrostu na powierzchni uzwojenia $\vartheta_{o\bar{s}r}$. Zjawiska cieplne zachodzące w uzwojeniu znajdującym się w przestrzeni nieograniczonej innymi ciałami można przedstawić schematem cieplnym jak na rys. 3.



Rys. 3. Schemat cieplny uzwojenia

P — moc wydzielona w uzwojeniu,

$\Lambda_{\alpha w}, \Lambda_{\beta w}$ — przewodności cieplne odpowiadające spadkowi temperatury wewnątrz uzwojenia,

$\Lambda_{\alpha i}, \Lambda_{\beta i}$ — przewodności cieplne odpowiadające spadkowi temperatury na izolacji uzwojeń,

$\Lambda_{\alpha ok}, \Lambda_{\beta ok}$ — przewodności cieplne odtwarzające oddawanie ciepła z powierzchni uzwojenia do otoczenia na drodze konwekcji

$\Lambda_{\alpha or}, \Lambda_{\beta or}$ — przewodności cieplne odtwarzające oddawanie ciepła z powierzchni uzwojenia do otoczenia na drodze promieniowania

Powyższy pełny schemat cieplny może służyć do obliczeń miejscowych przyrostów temperatury, jeżeli poszczególne przewodności cieplne będą uwzględniały miejscowe współczynniki ciepła, lub do obliczeń przyrostów średnich, jeżeli poszczególne przewodności cieplne będą określone jako wartości średnie dla całej wysokości uzwojenia.

Zakładając jednakowe warunki chłodzenia obu powierzchni uzwojenia, co oznacza, że przewodności cieplne do otoczenia spełniają zależność

$$\Lambda_{\alpha or} + \Lambda_{\alpha ok} \approx \Lambda_{\beta or} + \Lambda_{\beta ok}, \quad (8)$$

przyrosty temperatury obu powierzchni uzwojenia będą wówczas do siebie zbliżone

$$\vartheta_{\alpha o} \approx \vartheta_{\beta o} \approx \vartheta_i. \quad (9)$$

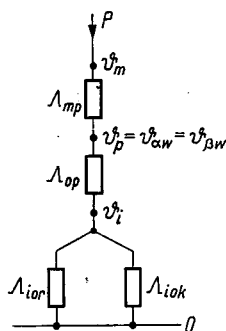
Układ taki pod względem cieplnym będzie symetryczny.

Przyjęcie równości przyrostów temperatur powierzchni α i β uzwojenia pozwala uprościć schemat cieplny do postaci, jak na rys. 4.

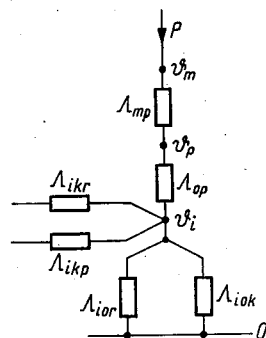
W schemacie na rys. 4 odpowiednie przewodności wynoszą

$$\begin{aligned} \Lambda_{mp} &= \Lambda_{\alpha w} + \Lambda_{\beta w}, \\ \Lambda_{op} &= \Lambda_{\alpha i} + \Lambda_{\beta i}, \\ \Lambda_{ior} &= \Lambda_{\alpha or} + \Lambda_{\beta or}, \\ \Lambda_{io k} &= \Lambda_{\alpha ok} + \Lambda_{\beta ok}. \end{aligned} \quad (10)$$

Uzwojenie w transformatorze wymienia z sąsiednimi elementami ciepło na drodze promieniowania i przewodzenia, a wartość tego ciepła jest zależna od różnicy temperatur powierzchni wymieniających ciepło. Schemat cieplny uzwojenia które wymienia ciepło z innymi elementami transformatora przedstawiono na rys. 5.

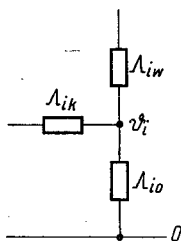


Rys. 4. Zwinięty schemat cieplny uzwojenia



Rys. 5. Schemat cieplny uzwojenia wymieniającego ciepło z sąsiednimi elementami

Przewodność Λ_{ikr} jest przewodnością, za pomocą której ciepło wymieniane jest pomiędzy uzwojeniami lub uzwojeniami i rdzeniem na drodze promieniowania. Przewodność Λ_{ikp} jest przewodnością, za pomocą której ciepło wymieniane jest pomiędzy uzwojeniami lub uzwojeniem i rdzeniem na drodze przewodzenia za pośrednictwem klinów. Zwijając schemat cieplny uzwojenia z rys. 5 otrzymuje się jego prostą postać, jak pokazano na rys. 6.



Rys. 6. Zastępczy schemat cieplny uzwojenia

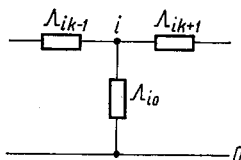
Przewodności cieplne w zastępczym schemacie cieplnym uzwojenia z rys. 6 wynoszą:

$$\begin{aligned} \Lambda_{ik} &= \Lambda_{ikr} + \Lambda_{ikp}, \\ \Lambda_{io} &= \Lambda_{ior} + \Lambda_{iok}, \\ \Lambda_{iw} &= \frac{\Lambda_{mp} + \Lambda_{op}}{\Lambda_{mp} \cdot \Lambda_{op}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Powyższy zastępczy schemat cieplny uzwojenia jest słuszny w założeniu, że temperatury obu powierzchni wymieniających ciepło są praktycznie jednakowe. Dla uzwojeń cylindrycznych, jak pokazano na rys. 2a, dla którego $\vartheta_m = \vartheta'_{sr}$ przewodność cieplna $\Lambda_{mp} \approx \Lambda_{op}$ i $\Lambda_{iw} = \Lambda_{op}$.

3.2. Schemat cieplny przegród izolacyjnych

Przegrody izolacyjne stosowane są czasami pomiędzy uzwojeniami GN i DN oraz pomiędzy kolumnami ze względów izolacyjnych. Przegrody nie są źródłem strat mocy, a ich temperatury są zależne od ciepła przeniesionego na drodze przewodzenia i promieniowania z sąsiednich elementów transformatora. Ze względu na to, że temperatury przegród



Rys. 7. Schemat cieplny przegród izolacyjnych:

$\Lambda_{ik-1}, \Lambda_{ik+1}$ — przewodności odtwarzające przekazywanie ciepła przegrody z innymi elementami transformatora,
 Λ_{io} — przewodności odtwarzające oddawanie ciepła przez przegrody do otoczenia

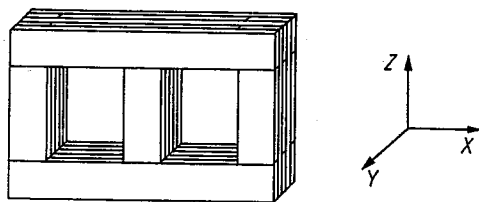
izolacyjnych są wyższe od temperatury otoczenia, oddają one ciepło do otoczenia na drodze konwekcji i promieniowania.

Zjawiska cieplne występujące w przegrodach izolacyjnych mogą być odwzorowane schematem cieplnym, jak na rys. 7.

3.3. Schemat cieplny rdzenia

Do rozważań nad schematem cieplnym rdzenia przyjęto przykładowo rdzeń jak na rys. 8.

Rozkład podłużny i poprzeczny przyrostów temperatury rdzenia jest podobny jak w uzwojeniach.



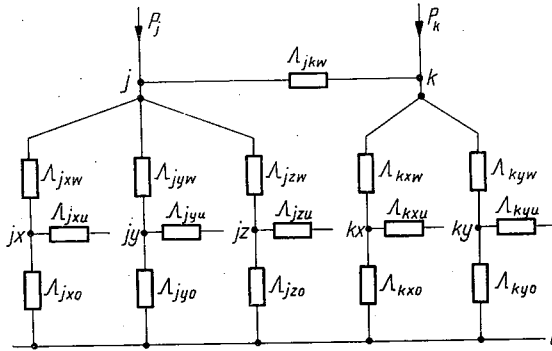
Rys. 8. Rdzeń transformatora

Oznaczając przez k kolumnę, przez j jarzmo oraz przyporządkowując odpowiednim powierzchniom rdzenia indeksy wynikające z przyjętego układu współrzędnych na rys. 8, można narysować schemat cieplny rdzenia, jak na rys. 9.

W schemacie cieplnym rdzenia oznaczają:

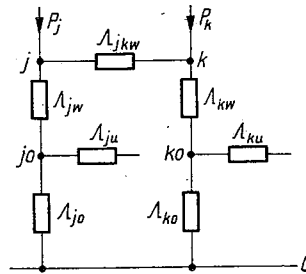
- P_i, P_k — moce wydzielone w jarzmie i kolumnie,
- $\Lambda_{jxw}, \Lambda_{jyw}, \Lambda_{jzw}$ — przewodności wewnętrzne jarzma w kierunkach x, y, z ,
- $\Lambda_{kxw}, \Lambda_{kyw}$ — przewodności wewnętrzne kolumny w kierunkach x, y ,
- $\Lambda_{jxo}, \Lambda_{jyo}, \Lambda_{jzo}$ — przewodności odtwarzające oddawanie ciepła z jarzma do otoczenia w kierunkach x, y, z ,

- $\Lambda_{kxo}, \Lambda_{kyo}$ — przewodności odtwarzające oddawanie ciepła z kolumny do otoczenia w kierunkach x, y ,
- Λ_{jkw} — przewodność wewnętrzna odtwarzająca wymianę ciepła między jarzmem a kolumną,
- $\Lambda_{jxw}, \Lambda_{jyw}, \Lambda_{jzw}$ — przewodności odtwarzające wymianę ciepła jarzma z uzwojeniami w kierunkach x, y, z ,
- $\Lambda_{kxu}, \Lambda_{kyu}$ — przewodności odtwarzające wymianę ciepła kolumny z uzwojeniami w kierunkach x, y .



Rys. 9. Schemat cieplny rdzenia

Rdzeń ze względu na zblachowanie ma różne wartości cieplnej przewodności właściwej w kierunkach x oraz y , jednak, jak wykazują obliczenia [6], różnice temperatur pomiędzy punktami powierzchni rdzenia nie przekraczają 5 deg. Przyjmując w pierwszym przybliżeniu, że wszystkie jarzma oraz kolumny mają jednakowe temperatury, schemat z rys. 9 można uprościć do postaci jak na rys. 10.



Rys. 10. Zwinięty schemat cieplny rdzenia

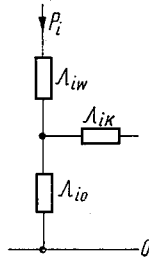
W zwiniętym schemacie cieplnym rdzenia z rys. 9, odpowiednie przewodności wynoszą:

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{jw} &= \Lambda_{jxw} + \Lambda_{jyw} + \Lambda_{jzw}, \\
 \Lambda_{kw} &= \Lambda_{kxw} + \Lambda_{kyw}, \\
 \Lambda_{ju} &= \Lambda_{jxu} + \Lambda_{jyu} + \Lambda_{jzu}, \\
 \Lambda_{ku} &= \Lambda_{kxu} + \Lambda_{kyu}, \\
 \Lambda_{jo} &= \Lambda_{jxo} + \Lambda_{jyo} + \Lambda_{jzo}, \\
 \Lambda_{ko} &= \Lambda_{kxo} + \Lambda_{kyo}.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Przyjmując dalej, że jarzmo i kolumna mają tę samą temperaturę, co oznacza, że brak jest wymiany ciepła pomiędzy tymi elementami, schemat będzie miał postać, jak na rys. 11.

W uproszczonym schemacie cieplnym rdzenia z rys. 11, który jest analogiczny jak schemat cieplny uzwojenia z rys. 6, poszczególne przewodności wynoszą:

$$\begin{aligned} \Lambda_{iw} &= \Lambda_{jw} + \Lambda_{kw}, \\ \Lambda_{io} &= \Lambda_{jo} + \Lambda_{ko}, \\ \Lambda_{ik} &= \Lambda_{ju} + \Lambda_{ku}. \end{aligned} \quad (13)$$



Rys. 11. Uproszczony schemat cieplny rdzenia

Moc tracona w rdzeniu transformatora

$$P_i = P_j + P_k. \quad (14)$$

Jest to moc wydzielona w całym rdzeniu, gdy schemat cieplny jest rozpatrywany dla całego transformatora, lub jest to moc przypadająca na jedną uzwojoną kolumnę, gdy schemat jest rozpatrywany dla jednej uzwojonej kolumny transformatora.

3.4. Schemat cieplny transformatora dla stanu cieplnie ustalonego

Schemat cieplny transformatora składa się zasadniczo z trzech elementów omawianych poprzednio, wzajemnie ze sobą powiązanych zależnie od konstrukcji transformatora.

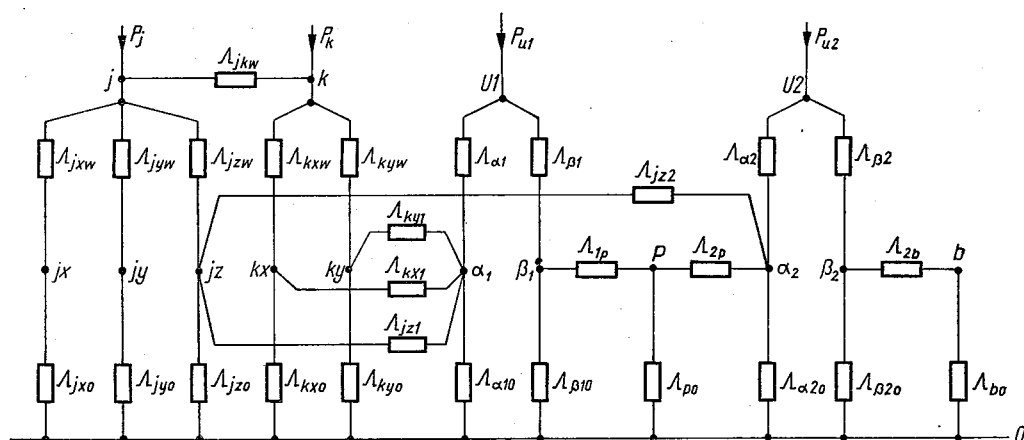
Pełny schemat dla jednej uzwojonej fazy transformatora bez obudowy podano na rys. 12.

W schemacie na rys. 12:

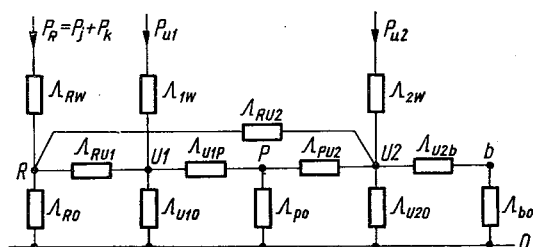
$$\begin{aligned} P_{u1}, P_{u2} &— \text{straty mocy w uzwojeniach,} \\ p &— \text{przegroda izolacyjna,} \\ b &— \text{bariera izolacyjna.} \end{aligned}$$

Posługiwanie się tak rozbudowanym schematem zastępczym jest bardzo utrudnione nawet przy zastosowaniu maszyn matematycznych. W praktyce wyznaczamy zwykle przyrosty średnie poszczególnych elementów posługując się średnimi wartościami współczynników oddawania ciepła, a więc średnimi wartościami przewodności dla danego elementu.

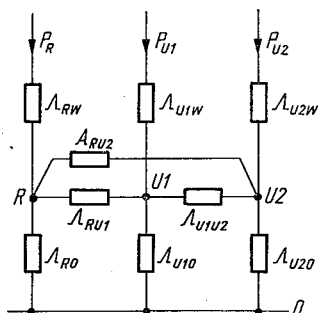
Wykorzystując założenia upraszczające poczynione przy omawianiu poszczególnych elementów transformatora można schemat transformatora sprowadzić do postaci znacznie prostszej, jak na rys. 13.



Rys. 12. Pełny schemat jednej uzwojonej fazy transformatora suchego (bez obudowy)



Rys. 13. Uproszczony schemat cieplny transformatora suchego (bez obudowy)



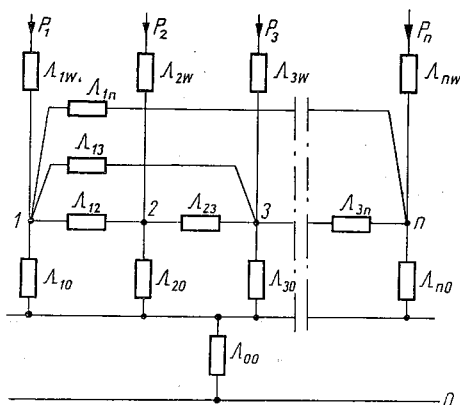
Rys. 14. Zwinięty schemat cieplny transformatora suchego (bez obudowy)

Powyższy schemat można drogą prostych przekształceń zwinąć do postaci, jak na rys. 14.

Schemat cieplny z rys. 14. przedstawia zwinięty schemat transformatora z rys. 13, w którym były zastosowane przegrody i bariery izolacyjne. Taka sama postać schematu będzie dla transformatora bez przegród i barier izolacyjnych. Dla transformatorów o większej liczbie elementów niż trzy, np. dla transformatorów trójuzwojeniowych lub gdy uzwo-

jenie jest wykonane w postaci kilku cylindrów oddzielonych kanałami, można zbudować podobny schemat lecz o większej liczbie węzłów.

Powyższe rozważania dotyczyły transformatora suchego bez obudowy. Jeżeli transformator znajduje się w obudowie, to całe ciepło tracone w nim musi być przekazane przez obudowę do otoczenia.

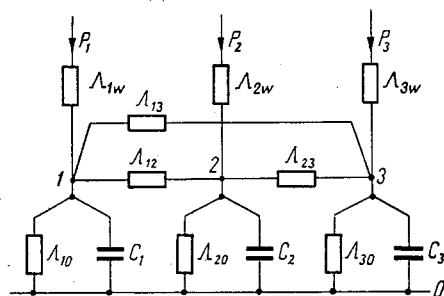


Rys. 15. Schemat cieplny transformatora suchego w obudowie

Schemat cieplny transformatora suchego o n elementach znajdującego się w obudowie przedstawiono na rys. 15.

3.5. Schemat cieplny transformatora suchego dla stanu nieustalonego

Zastępczy schemat elektryczny, który odtwarzałby zjawiska cieplne w stanie nieustalonym zawiera pojemności elektryczne odtwarzające pojemności cieplne układu. Schemat cieplny transformatora suchego dla stanu cieplnie nieustalonego otrzymuje się włączając pojemności cieplne odpowiednich elementów w schemacie dla stanu ustalonego.



Rys. 16. Schemat cieplny transformatora suchego dla stanu nieustalonego

Za pojemność cieplną elementu niejednorodnego przyjęto sumę iloczynów ciepła właściwego c_{wk} i masy m_k danego elementu, np. dla uzwojenia materiału izolacyjnego oraz materiału przewodowego

$$C_i = \sum_{k=1}^n c_{wk} \cdot m_k. \quad (15)$$

Schemat cieplny dla stanu nieustalonego transformatora suchego bez obudowy składający się z rdzenia i dwu uzwojeń podano przykładowo na rys. 16.

4. ZASTOSOWANIE SCHEMATU CIEPLNEGO

W oparciu o zbudowany schemat cieplny dla danego transformatora można wyznaczyć poszukiwane przyrosty temperatur. W tym celu należy wyznaczyć wartości przewodności oraz rozwiązać układ równań opisujący ten schemat. Należy podkreślić, że schemat ten jest układem nieliniowym, gdyż przewodności są funkcjami poszukiwanych przyrostów temperatury. Wyznaczone w ten sposób przyrosty będą średnimi przyrostami powierzchni danych elementów transformatora (ϑ_{osr} na rys. 2b).

Obliczenie wartości średniej przyrostu temperatury uzwojenia na podstawie znanego przyrostu temperatury powierzchni uzwojenia nie przedstawia zasadniczych trudności i jest podane w literaturze [3].

W obliczeniach cieplnych transformatorów wykorzystuje się zwykle średni przyrost, który dla uzwojeń może być sprawdzony doświadczalnie metodą pomiaru rezystancji. Ponadto średnia wartość przyrostu temperatury uzwojeń jest ograniczana przez odpowiednie przepisy.

Przez analogię do uzwojeń można wprowadzić pojęcie średniego przyrostu temperatury rdzenia. Będzie to wartość średnia dla wszystkich powierzchni i średnia dla ich wysokości.

Należy podkreślić, że średni przyrost temperatury rdzenia ma charakter obliczeniowy i w praktyce nie daje się wyznaczyć na drodze pomiarowej. Jak wykazują przeprowadzone obliczenia i pomiary, różnice w wartościach przyrostów temperatury obliczone z wyżej omawianego schematu praktycznie pokrywają się z wartościami średnich przyrostów temperatur wyznaczonymi metodą pomiaru rezystancji uzwojeń. Metoda obliczenia i sprawdzenie doświadczalne będzie podane w jednym z następnych artykułów.

5. WNIOSKI

W transformatorach suchych, ze względu na skomplikowany charakter zjawisk cieplnych, najwygodniej jest wyznaczyć przyrosty temperatury w oparciu o schemat cieplny. Elementy tego schematu cieplnego mogą być wyznaczone na podstawie analogii zjawisk cieplnych związanych z procesami cieplnymi transformatora. Przy pewnych dopuszczalnych założeniach upraszczających schemat ten sprowadza się do prostszego układu zawierającego elementy nieliniowe. Dla wyznaczenia średnich przyrostów temperatur uzwo-

jeń schemat ten może być z powodzeniem stosowany dla potrzeb obliczeń praktyki przemysłowej.

Schemat cieplny uzupełniony zastępczymi pojemnościami cieplnymi pozwala na przeprowadzenie analizy zjawisk cieplnych transformatora w stanie nieustalonym. W oparciu o ten schemat można dokonywać obliczeń charakterystyk cieplno-czasowych transformatora, co może być wykorzystywane przy wyznaczaniu przeciążalności transformatorów suchych.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. G. P o p o v, S. G e n o v, Berechnung der Erwärmung eines Trockentransformators, Wissenschaftl. Z. Elektrotechn., 1, 1965.
2. P. L e i n, Beitrag zur Erwärmungsberechnung von Trockentransformatoren mit axialen Kühlkanälen, Elektr. Nr. 5, 1967.
3. E. J e z i e r s k i, Transformatory. Podstawy teoretyczne, WNT, 1965.
4. E. J u s t, Analogien zwischen elektrischen und thermischen Leitungsvorgänge, Wissenschaftl. Z. der Hochschule Ilmenau, z. 2, 1961.
5. T. K o t e r, W. L a s o c k i, Zagadnienie oddawania ciepła na drodze konwekcji swobodnej z uzwojeń w transformatorach suchych, Materiały II Konferencji Transformatorowej, Łódź 1970.
6. W. G r y g l e w i c z, Analiza metod obliczeniowego wyznaczania ustalonych przyrostów temperatur w transformatorze suchym, Praca dypl. wykonana w Katedrze Maszyn Elektr. i Transf. Pol. Łódzkiej.
7. W. L a s o c k i, Zastosowanie metody schematu cieplnego do wyznaczania ustalonych i nieustalonych przyrostów temperatur uzwojeń w transformatorze suchym, Praca doktorska wykonana w Katedrze Maszyn Elektr. i Transf. Pol. Łódzkiej, 1969.

W. LASOCKI

THERMAL EQUIVALENT CIRCUIT FOR DRY TRANSFORMERS

S u m m a r y

Principles of constructing a thermal equivalent circuit for a dry transformer with vertical cylindrical windings are given. In the paper three main elements of a dry-transformer are assigned: the winding, the core and insulating cylinders. For these elements suitable equivalent circuits are given. Thermal equivalent circuits are presented for a thermal steady state as well as for thermal transients.

W. LASOCKI

LE CIRCUIT ÉQUIVALENT THERMIQUE POUR UN TRANSFORMATEUR SEC

R é s u m é

On a présenté les principes de construction du circuit équivalent thermique d'un transformateur sec aux enroulements cylindriques verticaux. Dans l'article on a distingué trois éléments d'un transformateur: enroulements, noyau et cylindres isolants, pour lesquels on a préparé les circuits équivalents. On présente le circuit équivalent thermique pour transformateurs secs en état thermique stable et transitoire.

W. LASOCKI

ERSATZSCHALTBILDSHEMA DES TROCKENTRANSFORMATORS FÜR WÄRMEERSCHEINUNGEN

Zusammenfassung

In der Arbeit werden die Grundlagen des Ersatzschaltbildschemas des Trockentransformators mit vertikalen Zylinderwicklungen für Wärmeerscheinungen beschrieben. Im Schema wurden drei Grundelemente ausgesondert: Wicklung, Kern und Isolations-scheide. In Anlehnung an obiges Schema können sowohl stabile, als auch unstabile Vorgänge von Wärmezunahme bei Transformatoren berechnet werden.

В. ЛЯСОЦКИ

ТЕПЛОВАЯ СХЕМА ЗАМЕЩЕНИЯ СУХОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Резюме

Представлены основы построения тепловой схемы замещения сухого трансформатора с цилиндрическими обмотками в вертикальном положении. В статье подробно рассматриваются основные элементы трансформатора: обмотка, стержень, изоляционная втулка, для которых поданы тепловые схемы замещения. Представлена также тепловая схема сухого трансформатора для установившегося и не установившегося теплового режима.

KOMITET ELEKTROTECHNIKI
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XVIII·ZESZYT 2

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1972

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny

PROF. DR WITOLD NOWICKI

Członkowie

PROF. TADEUSZ CHOLEWICKI, PROF. EUGENIUSZ JEZERSKI,
PROF. DR WITOLD ROSIŃSKI, PROF. DR STANISŁAW RYŻKO

Sekretarz

JANINA MATHEISEL

ADRES REDAKCJI

*Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1
Instytut Teleelektroniki, Gmach Elektroniki
pokój 343, tel. 21-007-564 oraz 25-09-10*

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

Warszawa, Miodowa 10

Nakład 630 (516+114)	Oddano do składania 27. I. 1972 r.
Ark. wyd. 16,0 ark. druk. 12,25	Podpisano do druku w kwietniu 1972
Papier druk. sat. kl. III, 80 g, 70×100	Druk ukończono w maju 1972
Zamówienie nr 165/72	Cena zł 40.— A-105

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

Przesył energii elektrycznej liniami o napięciu wyższym od 420 kV

KAROL PRZANOWSKI (ŁÓDŹ)

Instytut Elektroenergetyki Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 11.10.1971

Po porównaniu kosztów transportu energii w różnych jej postaciach, wyjaśniono powody, dla których wzrasta znaczenie przenoszenia energii elektrycznej. Porównano techniczne i gospodarcze własności różnych sposobów przesyłania energii elektrycznej: za pomocą linii napowietrznych prądu trójfazowego, linii półfalowych, linii prądu stałego, kabli konwencjonalnych, kabli z izolacją gazową, kabli kriogenicznych i za pomocą mikrofal.

Obszerniej opisano problemy związane z budową układów przesyłowych prądu trójfazowego na napięcia > 420 kV: przepięcia wewnętrzne, wytrzymałość izolacji zewnętrznej i wewnętrznej, ulot, szumy radiofoniczne i akustyczne, wymagania stawiane ochronnikom, transformatorom, dławikom, wyłącznikom.

W zakończeniu autor przedstawił swój pogląd dotyczący budowy w Polsce linii na napięcia wyższe od 420 kV oraz wyliczył zagadnienia, nad którymi, jego zdaniem, powinno się w Polsce pracować.

1. WSTĘP

Zapotrzebowanie na energię w różnych jej postaciach, a przede wszystkim zapotrzebowanie na energię elektryczną z roku na rok wzrasta. W żadnym kraju nie obserwuje się objawów nasycenia energią elektryczną i jedynie w prognozach dotyczących okresu po roku 2000 przewiduje się w USA zmniejszenie przyrostu zużycia energii elektrycznej [1]. Od roku 1881, w którym po raz pierwszy w Europie, podczas wystawy światowej w Paryżu zbudowano instalację elektroenergetyczną służącą do oświetlenia wystawy, a więc od 90 lat, rozwój elektroenergetyki i wzrost zapotrzebowania na energię elektryczną wprawia w zdumienie statystyków i przysparza kłopotów futurologom. Ludzie zajmujący się z różnych powodów elektroenergetyką uważają niemal za prawo przyrody zasadę, że produkcja energii elektrycznej podwaja się w krajach cywilizowanych w ciągu 7 do 10 lat, a więc że roczny przyrost tej produkcji wynosi od ok. 11% do 7%.

Wzrost zapotrzebowania na energię elektryczną, a więc i wzrost produkcji tej energii jest spowodowany w dużym stopniu przez powstawanie nowych technologii w przemyśle oraz nowych potrzeb związanych z komfortem życia. Elektrochemia, elektrometalurgia, elektrotermia, oto dziedziny przemysłowe, w których energia elektryczna znajduje coraz szersze zastosowanie. Widać także nowych poważnych odbiorców przemysłowych w postaci zakładów do odsalania wody morskiej, dużych urządzeń do oczyszczania powietrza

atmosferycznego i elektrycznych samochodów przyszłości. W zakresie komfortu życia można oczekiwać stałego wzrostu zużycia energii elektrycznej przez znane obecnie urządzenia, a w szczególności przez urządzenia klimatyzacyjne uzupełnione przez aparaty do oczyszczania i poprawiania składu powietrza. Przewiduje się, że ok. roku 1990 w wielu dużych miastach w ich obszarach centralnych, energia elektryczna będzie jedynym rodzajem dostarczanej energii, także do ogrzewania mieszkań [1].

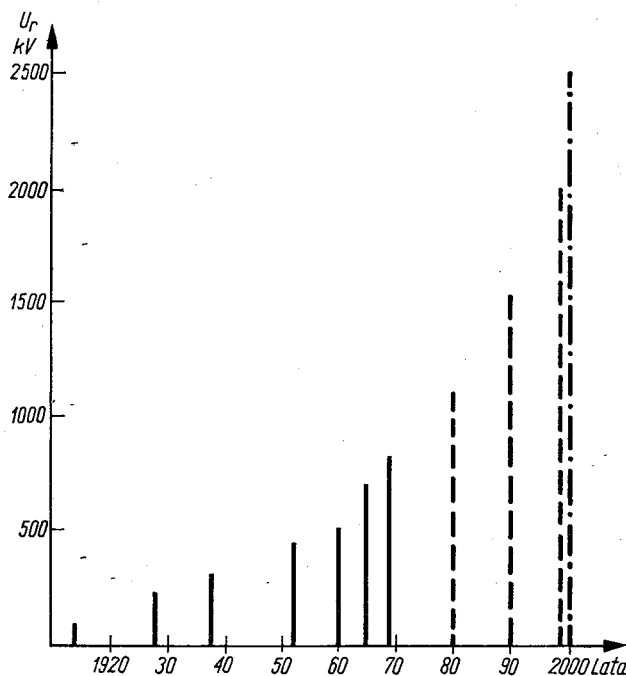
Wzrost zużycia energii oczywiście jest związany ze wzrostem jej transportu. Z ekonomicznego punktu widzenia najkorzystniejszy jest transport energii w postaci ropy naftowej supertankowcami. Następne miejsce zajmują rurociągi naftowe. Jeśli przyjąć, że koszt przesyłu energii w ilości $4,2 \cdot 10^9$ J (10^6 kcal) na odległość 100 km ropociągiem wynosi średnio 1,0, to przy użyciu innych środków transportu i innych nośników energii koszt przesyłu tej samej ilości energii jest równy: gazociągami — 2,5, przy przewozie węgla koleją — 5,2, przy przesyśle liniami elektroenergetycznymi o napięciu 500 kV — 16,7. Taka relacja kosztów odpowiada stosunkom amerykańskim [1]. Chociaż w naszych warunkach inne liczby będą charakteryzowały koszty przesyłu energii, to pozostaną one w ten sam sposób uszeregowane: najtańszy będzie transport energii w postaci ropy naftowej, najdroższy za pośrednictwem elektryczności. Jednakże główną zaletą energii elektrycznej nie jest łatwość jej transportu i niski koszt przesyłania, lecz łatwość i wygoda rozdziału tej energii między dużymi i małymi odbiorcami oraz dogodność jej przetwarzania w inne formy energii. Jak wykazała historia, dążenie do obniżenia kosztów jednostkowych energii elektrycznej i do powiększania niezawodności jej dostarczania doprowadziły do powstania dużych systemów elektroenergetycznych, w których wielkie elektrownie są połączone między sobą oraz z dużymi centrami odbioru za pośrednictwem linii elektroenergetycznych o bardzo wysokich napięciach. Zasada wzrostu systemów elektroenergetycznych głosi konieczność współzależnego powiększania się produkcji energii elektrycznej, mocy jednostkowej największych transformatorów, mocy zainstalowanej poszczególnych elektrowni oraz najwyższego napięcia sieci elektroenergetycznej (rys. 1). Wzrost najwyższego napięcia sieci, a chodzi tu przede wszystkim o sieć o charakterze przesyłowym, jest tu oczywiście pewną miarą wzrostu przepustowości linii elektroenergetycznych tworzących tę sieć. Przepustowość głównej sieci elektroenergetycznej jest bowiem tym parametrem, którego wartość musi się powiększać wraz z rozrostem systemów elektroenergetycznych.

Zarówno w granicach geograficznych jednego systemu elektroenergetycznego (okręgowego lub państwowego), jak i w przypadku połączonej pracy systemów elektroenergetycznych, sieć przesyłowa o odpowiednio dużej przepustowości ma następujące istotne zalety:

- umożliwia w każdych warunkach obciążenia najekonomiczniejszą dostawę energii elektrycznej do odbiorców, z dużym stopniem niezawodności, z uwzględnieniem wszelkich miejscowych różnic w wartości i przebiegu obciążenia, w kosztach wytwarzania energii w elektrowniach oraz w zasobach surowców energetycznych (węgiel kamienny, węgiel brunatny, ropa naftowa, gaz, paliwa rozszczepialne, woda),

- umożliwia prawie swobodny wybór lokalizacji nowych elektrowni i instalowanie w nich ekonomicznych, wielkich turbozespołów, przy uwzględnieniu coraz to ważniejszych i ostrzejszych wymagań dotyczących zanieczyszczania wody i powietrza,

- powiększa niezawodność i ciągłość dostawy energii elektrycznej w szczególności w przypadku bardzo poważnych awarii w elektrowniach, a ponadto pozwala na znaczne



Rys. 1. Wzrost najwyższego napięcia linii przesyłowych p. p. na świecie [7] [22]:

- napięcie linii istniejących
- - - napięcie przewidywane
- · - napięcie nie wykluczone

obniżenie wartości rezerwowych mocy instalowanych w elektrowniach a także utrzymywanych w ruchu.

Bardzo silnego argumentu za koniecznością posiadania w systemie elektroenergetycznym mocnej sieci przesyłowej, a więc sieci o odpowiednio dużej przepustowości i właściwie rezerwowanej, dostarczyła głośna superawaria w układzie elektroenergetycznym zasilającym Nowy York, sześć stanów USA i dwie prowincje Kanady, która miała miejsce w 1965 roku.

Co do wartości przepustowości sieci przesyłowej (główniej sieci systemu elektroenergetycznego) nie ma jednolitych poglądów. Uważa się np., że sieć ta powinna umożliwiać przesyłanie mocy równej co najmniej 15% obciążenia najmniejszego ze współpracujących ze sobą systemów elektroenergetycznych i że nie powinna być mniejsza od mocy największego z turbozespołów pracujących w danym systemie lub w połączonych systemach [2]. Podczas awarii, gdy zachodzi konieczność wykorzystania przepustowości sieci przesyłowej, dostawa energii elektrycznej powinna odbywać się możliwie bez ograniczeń przy zachowaniu napięć i częstotliwości w określonych granicach.

Moc jednostek transformatorowych zainstalowanych w pierwszym szwedzkim układzie przesyłowym na 400 kV uruchomionym w 1952 roku wynosiła $3 \times 115 \text{ MVA} = 445 \text{ MVA}$ mocy trójfazowej. Obecnie można otrzymać transformatory na napięcie 735 kV o mocy trójfazowej 1500 MVA. Turbozespoły są budowane do mocy jednostkowej 1200 MW.

Przewiduje się, że za kilka lat moc ta wzrośnie do 2000 MW, a przy takiej mocy bloków energetycznych, a może i większych, będzie potrzebne napięcie linii przesyłowych rzędu 1200 kV [3].

Wzrost napięcia sieci przesyłowej w systemach elektroenergetycznych jest konsekwencją wzrostu zapotrzebowania na energię elektryczną; zależność ta najwyraźniej występuje w krajach posiadających duże zasoby energii wodnej położone w znacznej odległości od ośrodków odbiorczych. Istotne postępy w budowie układów przesyłowych z liniami na bardzo wysokie napięcia uzyskiwano w związku z budową dużych elektrowni wodnych. Tak było w przypadku wspomnianej wyżej pierwszej linii na 400 kV, której zadaniem było przenoszenie energii elektrycznej z elektrowni wodnych położonych na północy Szwecji do ośrodków odbiorczych znajdujących się w południowej części kraju. Podobnie pierwsza linia na napięcie 735 kV p. p.¹⁾ uruchomiona w 1965 roku w Kanadzie była związana z budową elektrowni wodnych systemu Hydro-Quebec.

Znajdujący się w budowie pierwszy w ZSRR przemysłowy układ przesyłowy p. p. z linią o napięciu 750 kV będzie uruchomiony w 1974 roku. Linia o długości 1100 km ma połączyć systemy energetyczne południa ZSRR (Donbas) z krajami RWPG (przez Lwów). Moc przenoszona przez linię ma być równa 1700 MW trwale i 2000 MW dorywczo [23].

W dalszych częściach artykułu będzie omówiony stan obecny oraz przewidywany rozwój układów przesyłowych p. p. oraz p. s.²⁾ z liniami napowietrznymi, kablowymi i w postaci falowodów. Wymienione będą główne problemy związane z budową poszczególnych rodzajów układów przesyłowych. Obszernie będą potraktowane problemy dotyczące rozwoju układów p. p. na coraz wyższe napięcia. Przedstawione zostaną poglądy na temat przygotowań jakie powinny być podjęte w Polsce w związku ze spodziewanym także u nas wzrostem wartości najwyższego napięcia sieci.

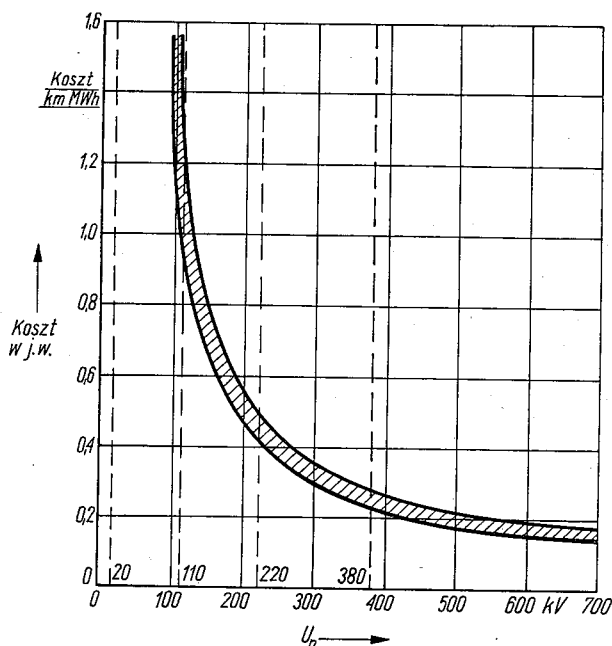
2. STAN OBECNY

Linie prądu przemiennego

Dominującą rolę w budowie linii elektroenergetycznych wysokiego i bardzo wysokiego napięcia grał dotychczas i gra nadal prąd przemienny trójfazowy. Linie przesyłowe p. p. od jedno- do czterotorowych są liniami napowietrznymi. W ciągu najbliższych 20 lat (do ok. 1990 roku) nikt nie przewiduje poważniejszych zmian w tym układzie. Napięcie linii przesyłowych będzie w dalszym ciągu wzrastało zarówno z powodu powiększającego się zapotrzebowania na energię elektryczną, jak i na skutek rosnącej wartości pasów ziemi zajmowanych przez napowietrzne linie oraz stacje elektroenergetyczne. Oczywiście sprzyjającą okolicznością dla wzrostu napięcia roboczego jest obniżanie się jednostkowych kosztów przesyłu energii elektrycznej wraz ze wzrostem napięcia roboczego napowietrznych linii przesyłowych p. p., jakkolwiek spadek tych kosztów jest coraz to mniejszy w miarę powiększania napięcia (rys. 2).

¹⁾ p. p. — prąd przemienny.

²⁾ p. s. — prąd stały.



Rys. 2. Zależność jednostkowego kosztu przesyłu energii elektrycznej od napięcia [4]

Wykorzystanie terenu zajętego przez napowietrzną linię p. p., mierzone w MW przenoszonej przez linię mocy na 1 m szerokości pasa gruntu potrzebnego do przeprowadzenia linii, wzrasta z napięciem linii i z liczbą torów umieszczonych na tym samym słupie (tabl. 1). Wraz z rosnącą wartością gruntów, coraz większe znaczenie będą miały wielotorowe linie na bardzo wysokie napięcia p. p., nawet jeśli wymagane odległości przesyłania mocy nie będą duże.

W obecnych warunkach linie kablowe są jeszcze zbyt drogie, ażeby mogły w skuteczny sposób zastąpić linie napowietrzne i zapobiec dalszemu odrutowywaniu ziemi. Z porównania kosztów jednostki długości linii napowietrznych i kablowych wynika, że przeciętne koszty linii kablowych p. p. są droższe od 3,3 do 4 razy od linii napowietrznych (rys. 3) [4].

Rozwój sieci elektroenergetycznych p. p. oraz linii przesyłowych p. p. jest naturalną konsekwencją wzrostu liczby i mocy odbiorników p. p. jak i wzrostu mocy jednostkowej i ogólnej generatorów p. p. Silnik indukcyjny i transformator, te niezawodne i proste urządzenia o wspaniałej elastyczności pozwalającej na stosowanie ich w szerokim zakresie mocy i napięć, walcnie przyczyniły się do rozpowszechniania prądu przemiennego jako nośnika energii elektrycznej. Naturalne jest, że między generatorami p. p. i odbiornikami p. p. jako element pośredniczący rozwijały się sieci elektroenergetyczne p. p., a linie przesyłowe nawet do długości 1000 km są także liniami prądu przemiennego.

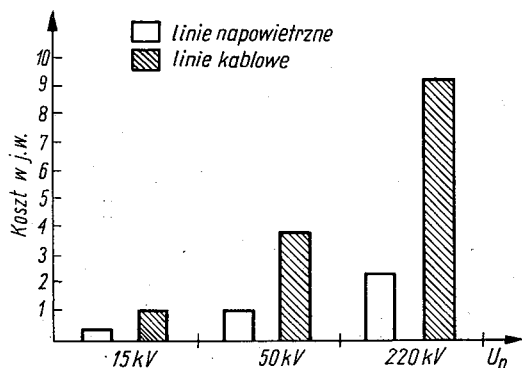
Linie półfalowe

Do przesyłania energii elektrycznej na odległości powyżej 1000 km zaproponowano dostrajanie układu przesyłowego p. p. złożonego z linii długiej i transformatorów na jej krańcach do długości równej ok. połowie długości fali elektrycznej ($\lambda/2$), która przy 50 Hz

Tablica 1

Porównanie niektórych danych linii przesyłowych p. p. na napięcia 220÷750 kV [21]

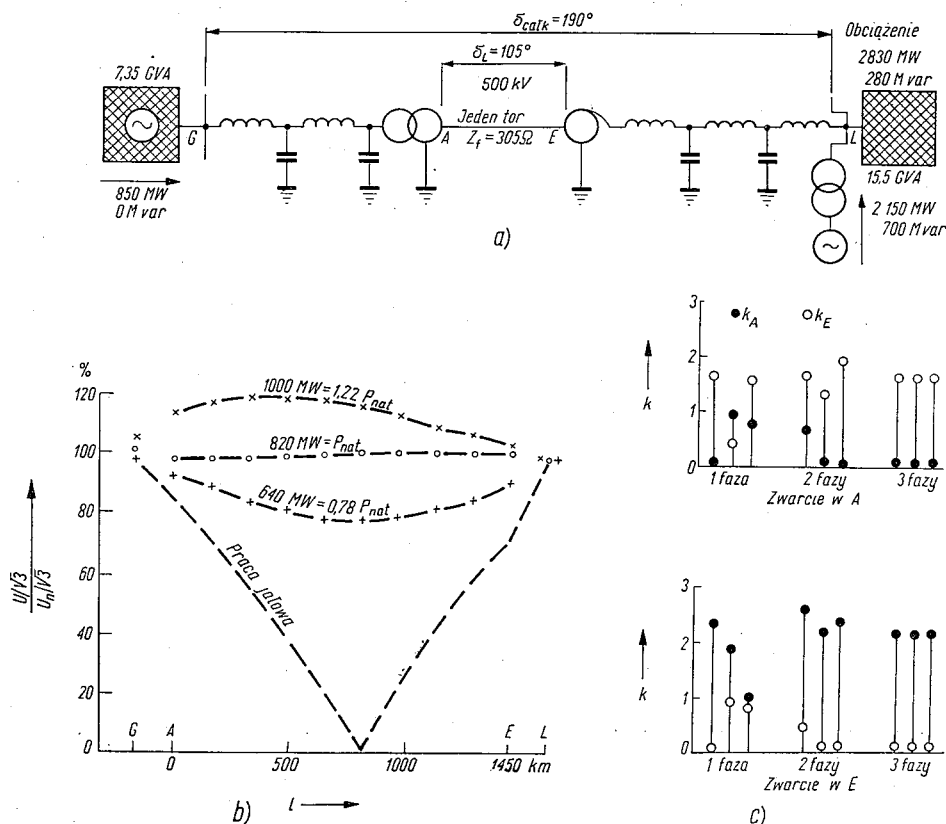
Rodzaj linii	Nap. kV	220	380		750	
	Liczba torów	2	2		4	1 2
Przewody	Rodzaj	Al—Fe 240/40	Al—Fe 240/40	Al—Fe 690/35	Al—Fe 240/40	Al—Fe 690/35
	Liczba przewodów w wiązce	2	4	4	4	4
Moc w MW	Naturalna	330	1200	1200	24 00	2065 4130
	Optymalna	550	1722	3620	3444	3620 7240
	Termiczna	980	3400	6100	6800	6100 12200
Szerokość pasa gruntu potrzebnego dla linii w m		55	70	70	78	92 95
Moc przypadająca na 1 m szerokości pasa gr. MW/m	Naturalna	6,0	17,2	17,2	30,7	22,5 43,5
	Optymalna	10,0	24,6	51,8	44,0	39,4 76,2
	Termiczna	17,8	48,6	87,0	87,0	66,2 128,2



Rys. 3. Porównanie przeciętnych kosztów inwestycyjnych linii napowietrznych i kablowych [4]

wynosi ok. 3000 km. Przy takim sposobie przesyłania energii nie występują trudności z zachowaniem stateczności elektromechanicznej, niepotrzebne są także urządzenia kompensacyjne w linii. Całkowity kąt elektryczny między wektorami napięć na krańcach układu przesyłowego doprowadza się sztucznie do wartości $\delta_{\text{całk}} > 180^\circ \cong \lambda/2$, np. do wartości $\delta_{\text{całk}} = 190^\circ$. W tym celu włącza się na krańcach linii, np. po dolnych stronach transformatorów, dławiki szeregowo i kondensatory równoległe połączone w elementy T . Taki układ działa w sumie, ze względu na stateczność jak układ o kącie $\delta = \delta_{\text{całk}} - 180^\circ$. Na

rys. 4 jest przedstawiony schemat układu przesyłowego z linią o długości 1450 km. Na rysunku pokazano także wartości napięć wzdłuż linii w zależności od przesyłanej mocy [3]. Badania przeprowadzone w ZSRR na połączonych liniach 500 kV o całkowitej długości



Rys. 4. Układ przesyłowy p. p. systemu półfalowego [3]

a — schemat układu, b — względne napięcie fazowe w różnych punktach linii przy różnych przenoszonych mocach, c — współczynniki przebiegowe k przy rozmaitych zwarciach

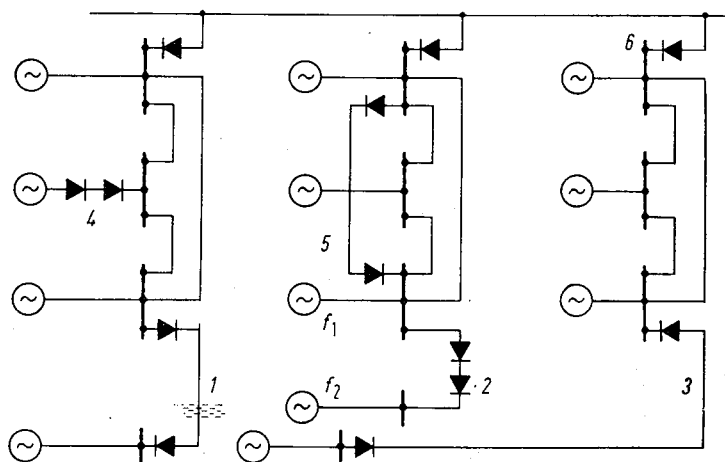
2858 km ($\delta_{\text{calk}} = 187^\circ$) wykazały, że przesył mocy równej mocy naturalnej jest praktycznie możliwy, jeżeli za pomocą szybkich regulatorów napięcia stłumi się samowzbudzenie zasilających generatorów. Wadą układów przesyłowych półfalowych jest to, że nie można w nich instalować stacji pośrednich odbiorczych lub zasilających. Wydaje się, że w przypadku transportu energii elektrycznej na bardzo duże odległości układy przesyłowe prądu stałego będą ze względów gospodarczych korzystniejsze niż układy prądu przemiennego systemu półfalowego [3].

Linie prądu stałego

Urządzenia elektroenergetyczne na prąd przemienny nie wyeliminowały starszych od nich urządzeń na prąd stały (p. s.).

Prąd stały znajduje znowu zastosowanie w wielkiej elektroenergetyce. Napowietrzne linie przesyłowe p. s. na bardzo wysokie napięcia są tańsze od linii p. p. Dzięki temu w ukła-

dach przesyłowych przy dużych odległościach i dużych mocach korzystniejsze są w pewnych warunkach układy przesyłowe p. s. niż układy p. p.: przesyłanie energii elektrycznej za pośrednictwem kabli układanych na dnie morza między stacjami oddalonymi od siebie o kilkadziesiąt do 120 km jest, zgodnie z dotychczasowymi doświadczeniami, tańsze w przypadku użycia p. s. aniżeli p. p. Połączenie dwóch systemów elektroenergetycznych p. p. wykonane za pomocą układu prądu stałego umożliwia wymianę mocy między systemami p. p. przy niezależnej regulacji częstotliwości w każdym z systemów, a więc przy niesynchronicznej pracy systemów. Dodatkowe połączenie dwóch części tego samego systemu elektroenergetycznego p. p. za pomocą układu przesyłowego p. s. może wpłynąć dodatnio



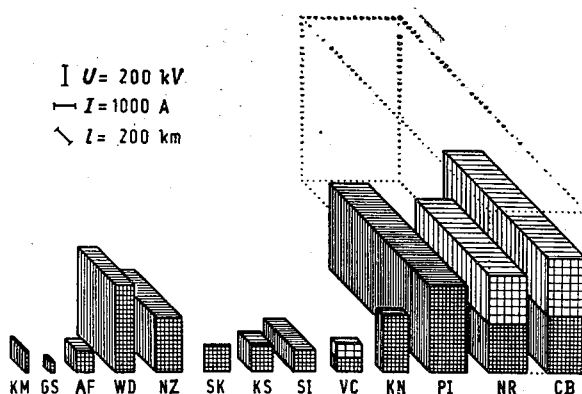
Rys. 5. Możliwości zastosowania układów p. s. w systemach elektroenergetycznych p. p. [5]

1 — przesłanie mocy kablem podmorskim, 2 — połączenie układów p. p. o niejednakowych częstotliwościach, 3 — linia dalekosiężna, 4 — element pośredni między elektrownią i układem p. p. włączony w celu ograniczenia prądu zwarciovego, 5 — wzmocnienie połączeń w sieci p. p. w celu zwiększenia stateczności, 6 — nadrzędna sieć p. s. w stosunku do sieci p. p.

na stateczność pracy równoległej w systemie p. p. bez powiększania w nim mocy zwarciowej, która by wystąpiła, gdyby połączenie wykonano za pośrednictwem linii p. p. Zasadnicze przypadki, w których może być celowe zastosowanie układów prądu stałego, są przedstawione na rysunku 5 [5].

O rozmiarach istniejących lub znajdujących się w budowie układów prądu stałego daje wyobrażenie rysunek 6 [5]. Wymiar pionowy prostopadłościanów przedstawia w skali wartość napięcia stałego układu przesyłowego, wymiar poziomy jest proporcjonalny do prądu stałego tak, że powierzchnie czołowe prostopadłościanów są miarą mocy przenoszonych przez układy. Trzeci wymiar podaje odległość, na którą przesyłana jest moc, a więc długość linii p. s. kablowej lub napowietrznej. Największym z obecnie czynnych układów przesyłowych p. s. jest układ PI (rys. 6), największym znajdującym się w budowie jest układ CB. Układ CB ma służyć do przesyłu mocy 1750 MW (w 1979 r.) z elektrowni wodnych położonych w Mozambiku (Cabora Bassa) do Republiki Południowo-Afrykańskiej. Napięcie linii p. s. wynosi ± 533 kV, a jej długość 1380 km. Każda ze stacji składa się z 8 zespołów prostowników półprzewodnikowych w połączeniu mostkowym. Moc każdego zespołu wynosi 240 MW, napięcie znamionowe — 133 kV. O możliwościach rozwojowych

układów przesyłowych p. s. świadczy projektowany w ZSRR układ: Północny Kazachstan—Rosja Środkowa, do transportu mocy 6000 MW linią p. s. o napięciu 1500 kV, o długości 2500 km. Na rys. 6 układ ten zaznaczono liniami kropkowanymi. Układy przesyłowe p. s. przedstawione na rys. 6 (bez projektowanego wielkiego układu w ZSRR) posiadają łączną zdolność przesyłową powyżej 8000 MW. Chociaż jest to moc niemała, nie świadczy ona o ogólnej konkurencyjności układów p. s. w stosunku do układów p. p.



Rys. 6. Zestawienie istniejących i projektowanych układów przesyłowych p. s. [5]

KM — Kaszyra—Moskwa, GS — Gotland—Szwecja (ład stały), AF — Anglia—Francja, WD — Wołgograd—Donbas, NZ — Nowa Zelandia (między wyspami północną i południową), SK — Sakuma (Japonia), KS — Kontiskan (Szwecja—Dania), SI — Sardynia—Italia, VC — Vancouver (wyspa Vancouver—Kanada, ład stały), KN — Kingsnorth—Londyn, PI — Pacific Intertie (Columbia River—Los Angeles), NR — Nelson—River (Prowincja Manitoba—Winnipeg), CB — Cabora Bassa (Mozambik — Afryka Południowa), Linia kropkowana — Północny Kazachstan—Rosja Środkowa

Układy przesyłowe p. p. są układami powszechnie stosowanymi w elektroenergetyce światowej, natomiast układy przesyłowe p. s. są używane w sytuacjach szczególnych. Dobre wyniki doświadczeń z prostownikami i przekształtnikami półprzewodnikowymi [24] otwierają nowe możliwości przed dalekosieżnymi układami przesyłowymi p. s., w których dotychczas stosowane prostowniki rtęciowe stanowiły słabe ogniwo przesądzające o mniejszej niezawodności tych układów w porównaniu z układami przesyłowymi p. p.

Kable niekonwencjonalne

Nie ustają także prace zmierzające do zastąpienia powszechnie stosowanych linii napowietrznych p. p. i p. s. przez inne elementy przesyłowe. Głównymi zaletami linii napowietrznych są: niski koszt, szybkość budowy i łatwość naprawy. Głównymi wadami tych linii są: zależność od warunków zewnętrznych, przede wszystkim klimatycznych oraz potrzeba szerokiego pasa ziemi wzdłuż całej linii. Takich wad nie posiadają linie kablowe i one też stanowią przedmiot zainteresowań inżynierów.

Przesył dużych mocy elektrycznych za pomocą kabli konwencjonalnych p. p. lub p. s. napotyka na ograniczenia z powodu nagrzewania i wysuszenia gruntu, w którym kable są ułożone. Propozycje ochładzania i nawilżania gruntu wodą rozprowadzaną wzdłuż trasy kablowej rurociągami zaopatrzonymi w dysze nie wydają się obiecujące z powodu niemożliwości zapewnienia równomiernego ochładzania dłuższych linii kablowych. Większe

nadzieje wiąże się obecnie z kablami o żyłach ochładzanych do niskich temperatur (kable kriogeniczne), a także z kablami rurowymi o izolacji gazowej z sześciofluorku siarki SF_6 .

Żyły kabli kriogenicznych mogą być z metali normalnie używanych w kablach konwencjonalnych, a więc z Cu lub Al, albo też z metali lub stopów metali posiadających własności nadprzewodnictwa (nadprzewodniki). Rezystancja żył z Cu lub Al maleje jeśli się je ochładza i osiąga minimalną wartość, opór resztkowy przy temperaturze 0°K . Nadprzewodniki natomiast, ochłodzone poniżej pewnej temperatury (temperatura krytyczna) T_c , tracą nagle rezystancję całkowicie. Dla większości nadprzewodników temperatura skoku T_c jest niższa od 10°K i dlatego może być osiągnięta tylko przy użyciu ciekłego helu jako medium chłodzącego ($4,2^\circ\text{K}$) [6]. Stan nadprzewodnictwa utrzymuje się jednak tylko wówczas, gdy przy odpowiedniej niskiej temperaturze natężenie pola magnetycznego (zewnętrznego, na powierzchni przewodu) nie przekroczy krytycznej wartości H_k . Gdy natężenie pola magnetycznego stanie się większe od krytycznego, przewodnik traci własności nadprzewodnictwa i przechodzi do stanu przewodzenia normalnego. W przypadku tzw. twardych nadprzewodników krytyczna wartość H_k wynosi kilkaset kA/cm. Jest to wartość bardzo duża w porównaniu z natężeniem pola magnetycznego spotykanym w otoczeniu żył kabli konwencjonalnych.

Z opisanych własności kabli z nadprzewodnikami wynika, że w celu utrzymania wymaganej niskiej temperatury żył kabla należy możliwie ograniczyć straty mocy czynnej w kablu, natomiast ażeby nie przekroczyć krytycznego natężenia pola magnetycznego trzeba zachować odpowiednią gęstość prądu. Ze względu na pierwsze wymaganie w korzystniejszych warunkach są kable prądu stałego niż przemiennego, ponieważ w kablach p. p. powstają dodatkowe straty dielektryczne, histerezy i od prądów wirowych. Drugie wymaganie, dotyczące wartości natężenia prądu, łatwo spełnić w normalnych warunkach pracy, natomiast może nie być zachowane podczas przepływu prądów zwarciovych. I tu znowu kable p. s. posiadają przewagę nad kablami p. p. ze względu na łatwość ograniczania prądu zwarciovego w instalacji p. s.

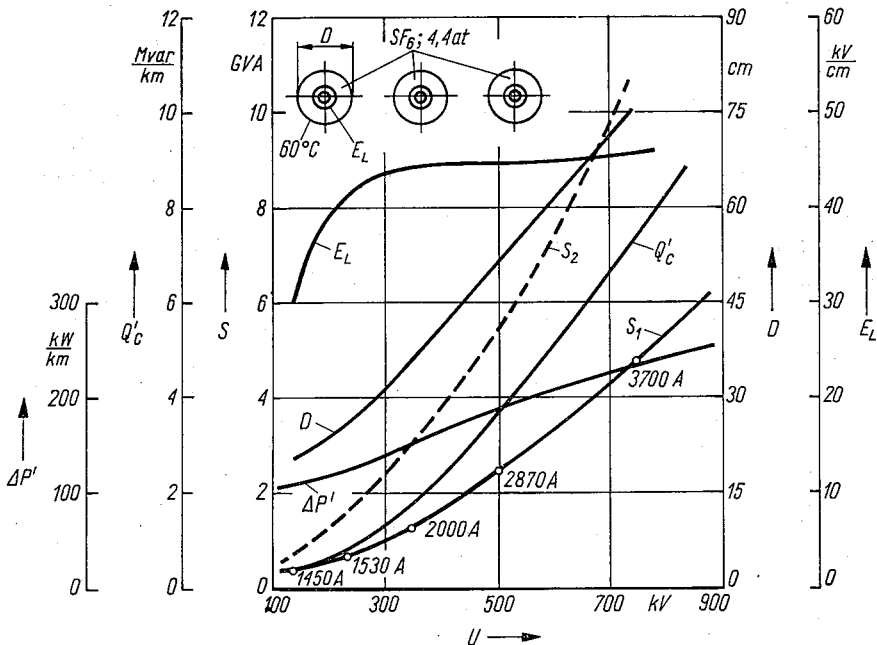
Kable kriogeniczne z żyłami miedzianymi lub aluminiumowymi są chłodzone płynnym azotem (77°K) lub płynnym wodorem (20°K). Izolację cieplną stanowią warstwy folii, metalizowanej w celu ochrony przed promieniami cieplnymi oraz przestrzenie próżniowe. W USA i w Anglii pracuje się nad budową kabli trójfazowych p. p. o żyłach z Cu lub Al na napięcia do 500 kV i o przepustowości do 4500 MVA [6].

Kable kriogeniczne z nadprzewodnikami posiadają następujące warstwy koncentrycznie usytuowane w stosunku do umieszczonego w środku izolowanego nadprzewodnika: płaszcz z ciekłego helu ($4,2^\circ\text{K}$), izolacja próżniowa z warstwami odbijającymi promienie cieplne, płaszcz z ciekłego azotu (77°) zapewniający chłodzenie wstępne, następna izolacja próżniowa. W kablach na prąd stały żyły są z nadprzewodników twardych (np. Nb_3Sn Nb—Ti). Gęstości prądu dochodzą tu do 100 kA/cm^2 . W kablach na prąd przemienny żyły powinny być z nadprzewodników miękkich jak ołów lub niob. Istnieją koncepcje kabli tego rodzaju o długości kilkuset kilometrów i przepustowości ponad 1000 MVA. W USA prowadzone są badania nad kablem p. p. na 345 kV o przepustowości 10000 MVA [3].

Do chłodzenia kabli kriogenicznych i do utrzymywania w nich próżni są potrzebne stacje chłodnicowe i pompowe w odstępach od 5 do 20 km. Mimo to oczekiwana spraw-

ność układów przesyłowych jest wysoka i wynosi, zależnie od długości linii kablowych i od przenoszonych mocy: od 92% do 98% dla układów p. p. i do 99% dla układów p. s. [6]. Niezawodność pracy całego układu przesyłowego z kablami kriogenicznymi jest oczywiście zależna także od niezawodności zasilania i pracy stacji chłodniczych i pompowych, których liczba jest znaczna: od 50 do 200 na 1000 km długości linii kablowej. O teoretycznych dużych możliwościach kabli nadprzewodzących świadczy śmiały projekt układu przesyłowego p. s. na ± 100 kV, 500 kA w celu przenoszenia mocy 100000 MW na odległość 1000 km [3]. Żyły kabla z Nb_3Sn chłodzone ciekłym helem i azotem są umieszczone w przestrzeni próżniowej wewnątrz bloku betonowego o zewnętrznych wymiarach 30×50 cm. Taki kabel mógłby przenieść łączną moc generatorów zainstalowanych obecnie w połączonych systemach elektroenergetycznych Europy Zachodniej (UCPTE). Duża przepustowość kabli kriogenicznych może pozwolić na bezpośrednie wyprowadzenie mocy z elektrowni na napięciu generatorowym z zaoszczędzeniem transformatorów.

Wykorzystując doświadczenia w budowie i eksploatacji okapturzonych rozdzielni wypełnionych sześćfluorkiem siarki (SF_6) zaprojektowano kable rurowe z SF_6 o ciśnieniu



Rys. 7. Kabel trójfazowy o izolacji gazowej (SF_6) [3]

S_1 — przepustowość bez dodatkowego chłodzenia (GVA = 1000 MVA)

S_2 — przepustowość przy dodatkowym chłodzeniu wodą (GVA),

Q'_C — jednostkowa moc ładowania (Mvar/km), $\Delta P'$ — jednostkowe straty mocy czynnej (kW/km), D — średnica rury (cm), E_L — natężenie pola elektrycznego na powierzchni przewodu (kV/cm), U — napięcie międzyprzewodowe (kV)

3 ÷ 5 atmosfer jako materiałem izolującym i równocześnie chłodzącym. Na rys. 7 [3] są przedstawione główne parametry trójfazowej linii kablowej p. p. złożonej z trzech rurowych kabli jednofazowych wypełnionych SF_6 . Kablami chłodzonymi wodą można przenieść 11000 MW przy napięciu 750 kV. W Japonii przeprowadzono już próby z kablem rurowym

wym wypełnionym SF_6 na napięcie 275 kV, zaś w USA ma być zastosowany kabel o długości 183 m na 345 kV o przepustowości 2000 MVA [6]. Jak się wydaje tego rodzaju kable mogą być z powodzeniem stosowane do przenoszenia dużych mocy na krótkie odległości na terenach miejskich. Konkurencyjne w stosunku do tych kabli mogą okazać się szynoprzewody trójfazowe umieszczone na izolacyjnych wspornikach we wspólnej rurze wypełnionej SF_6 . Kształt szyn zapewnia korzystny rozkład pola elektrycznego wewnątrz rury [6].

Falowody

Dla pełności obrazu możliwych nowych urządzeń do przesyłania energii elektrycznej, należy wspomnieć o falowodach rurowych. Moc elektryczna, którą można przenieść falowodem jest określona nie przez napięcie i prąd jak w zwykłych liniach przesyłowych, lecz przez częstotliwość, natężenie pola elektrycznego w rurze i przez jej przekrój. Najkorzystniejsze wydają się fale poprzeczne typu TE_{01} ³⁾ o częstotliwości w paśmie 3 ÷ 10 GHz [7]. Średnia gęstość mocy w powietrzu wewnątrz falowodu może osiągnąć wartość 500 kW/cm². Rura falowodu może być ze stali lub z tworzywa sztucznego. Od wewnątrz pokrywa się ją cienką warstwą miedzi lub aluminium. Falowód można ułożyć pod powierzchnią ziemi. Straty mocy podczas przesyłania energii elektrycznej wywołane są przez prądy płynące wzdłuż falowodu w cienkiej warstwie jego wewnętrznej ściany. Niekorzystnym zjawiskiem jest częściowe przekształcanie się fal roboczych typu TE_{01} w fale pasożytnicze: poprzeczne, magnetyczne typu TM_{11} i poprzeczne elektryczne typów TE_{11} i TE_{12} . To przekształcenie następuje w miejscach naruszenia regularności falowodu, jak przesunięcia jego osi, zmiany średnicy, kryzy, zagięcia wzdłuż trasy. Zamiana części energii fali roboczej w energię fal pasożytniczych zmniejsza sprawność falowodu. Jednakże, jak wynika z obliczeń wykonanych dla falowodu przeznaczonego do przeniesienia mocy 4000 MW na odległość 1000 km, sprawność falowodu może być taka sama jak sprawność napowietrznej linii przesyłowej p. p. na bardzo wysokie napięcie.

Jako generatory fal zarówno w radiotechnice jak i dla celów energetycznych używa się klustronów⁴⁾, które można obecnie budować o mocy wyjściowej 1 MW przy pracy ciągłej: w niedługim czasie ich moc może być powiększona do 10 MW. Budowane obecnie klustrony mają sprawność energetyczną poniżej 90% [6]. Problem wykonania generatorów falowych do celów energetycznych, a więc o dużej mocy wyjściowej i dużej sprawności, czeka jeszcze na rozwiązanie. Także i urządzenia do odwrotnego przetwarzania fal energetycznych w prąd o częstotliwości przemysłowej nie są jeszcze opracowane. Teoretycznie można by fale elektroenergetyczne przysyłać falowodami do poszczególnych odbiorców w celu wykorzystania energii do ogrzewania i oświetlania. Do takiego rozdziału energii można użyć falowodów rurowych o małych średnicach do 6 cm, przy czym potrzebna byłaby uprzednia zmiana typu fal na TE_{11} [8].

Przesył energii za pomocą falowodu jest możliwy na przemian w obydwu kierunkach.

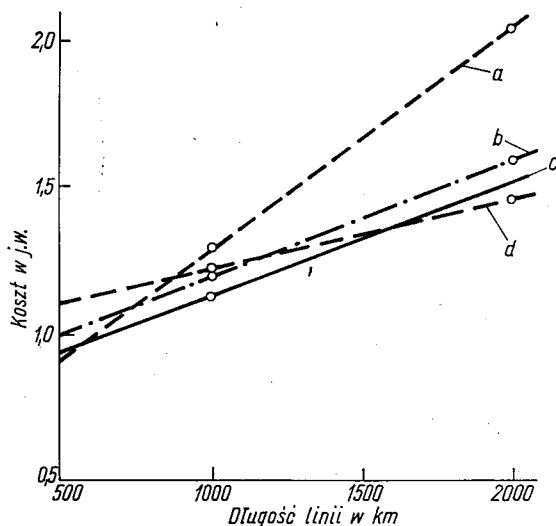
³⁾ TE — fale elektryczne poprzeczne; rodzaj rozkładu pola elektromagnetycznego w falowodzie, charakteryzujący się brakiem składowej wektora E zgodnej z kierunkiem rozchodzenia się fal i występowaniem takiej składowej wektora H . Ogólne oznaczenie TE_{mn} , gdzie m — liczba półokresów w rozkładzie pola wzdłuż dłuższego boku falowodu (prostokątnego), zaś n — jw., ale wzdłuż krótszego boku.

⁴⁾ Klustron — lampa mikrofalowa w której występuje modulacja prędkości elektronów. Służy do wzmacniania lub generacji przebiegów elektrycznych o częstotliwościach od ok. 200 MHz do ok. 75 GHz.

Porównanie gospodarcze

Obecnie brak jeszcze dostatecznie dokładnych i pewnych danych pozwalających na gospodarcze porównanie nowych i dawnych sposobów przesyłania energii elektrycznej. Przytaczane w literaturze zestawienia należy więc przyjmować z ostrożnością.

Orientacyjne koszty przesyłania energii elektrycznej różnymi sposobami są zestawione graficznie na rys. 8 na podstawie danych firmy BBC [7]. Maksymalna przenoszona moc



Rys. 8. Koszt przesyłania energii elektrycznej na różne odległości za pomocą linii różnego rodzaju przy obciążeniu 4000 MW [7]

a — linia napowietrzna p. p.; *b* — linia napowietrzna p. s.; *c* — falowód o średnicy 1,8 m; *d* — kabel nadprzewodzący

wynosi 4000 MW a współczynnik jej wykorzystania przyjęto równy 70%. Najmniej pewne są materiały dotyczące przesyłania energii elektrycznej za pomocą falowodów, ponieważ ten sposób jest jeszcze daleki od konkretnego opracowania.

Z rys. 7 wynika, że przy odległościach do 600 km najekonomiczniejsze są linie napowietrzne p. p., w zakresie 600 ÷ 1600 km — falowody, a powyżej 1600 km — kable z nadprzewodnikami. Uderzające jest, że przy założonej mocy 4000 MW linie przesyłowe p. s. nie są ekonomiczne w całym zakresie od 500 do 2000 km.

Przesyłanie energii elektrycznej za pomocą falowodów można rozważać tylko dla wartości mocy większych od ok. 2000 MW ze względu na wykorzystanie potrzebnego dużego przekroju rury. Dla wartości mocy 2000 ÷ 3000 MW najbardziej ekonomiczny jest przesył za pomocą nadprzewodzących kabli p. s. [6].

3. UKŁADY PRZESYŁOWE PRĄDU PRZEMIENNEGO NA NAPIĘCIA POWYŻEJ 420 kV

Rozważania ogólne

Opierając się na dotychczasowych doświadczeniach oraz na opracowaniach z dziedziny techniki przesyłania energii elektrycznej można wyciągnąć wniosek, że w ciągu najbliższych dwóch a może i trzech dziesięcioleci w sieciach systemów elektroenergetycznych będą

w dalszym ciągu dominowały linie napowietrzne trójfazowego prądu przemiennego. Linie te będą budowane na coraz to wyższe napięcia i nie można obecnie wykluczyć napięcia nawet 2500 kV (rys. 1.). Linie napowietrzne i kablowe prądu stałego będą coraz częściej stosowane w szczególnych przypadkach zestawionych na rys. 5, w miarę wprowadzania doskonalszych i pewniejszych prostowników półprzewodnikowych. Linie kablowe charakteru przesyłowego będą wprowadzone początkowo w terenach gęsto zaludnionych. Będą to prawdopodobnie kable z izolacją gazową z SF_6 , a w późniejszym okresie (pod koniec bieżącego dziesięciolecia) także kable kriogeniczne prądu przemiennego i prądu stałego. Można oczekiwać, że w ciągu dziesięciolecia będą także wybudowane dalekosiężne linie przesyłowe z kabli kriogenicznych p. s.

Najtrudniej jest przewidzieć, kiedy i czy w ogóle znajdą zastosowanie układy przesyłowe z falowodami. Brak tu nie tylko doświadczeń z przesyłaniem dużych mocy za pośrednictwem mikrofal, ale i nie zostały jeszcze opracowane odpowiednio duże generatory tych fal.

W tej sytuacji zupełnie zrozumiałe staje się zainteresowanie elektroenergetyki światowej badaniami nad wprowadzaniem linii napowietrznych p. p. na coraz to wyższe napięcia. W ZSRR, w Europie Zachodniej i w USA są budowane specjalne wielkie laboratoria wysokonapięciowe. Instaluje się doświadczalne linie napowietrzne i modele słupów w skali 1:1. Zawierane są międzynarodowe porozumienia w sprawie wspólnego przeprowadzania badań.

Najtrudniejszym problemem w budownictwie linii napowietrznych bardzo wysokiego napięcia jest dobór izolacji. Odnosi się to zarówno do izolatorów podtrzymujących przewody, jak i do odstępów powietrznych między przewodami nawzajem oraz między przewodami i konstrukcją słupa. Właściwe zaprojektowanie tych izolacji decyduje o kosztach budowy linii i o niezawodności jej pracy. A chodzi tu o linie o długościach setek kilometrów, nawet powyżej tysiąca kilometrów, oraz o przenoszone moce kilkaset lub kilka tysięcy megawatów.

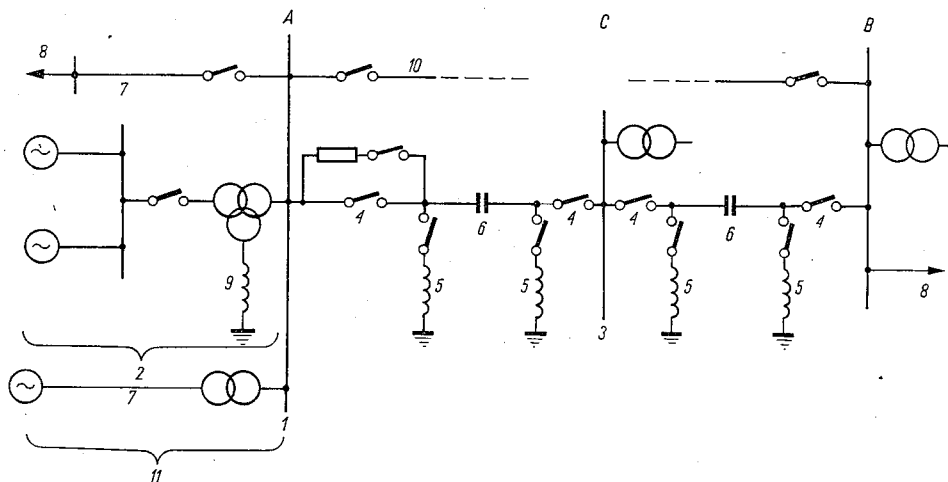
W liniach napowietrznych p. p. wysokiego napięcia do 420 kV potrzebna izolacja przewodów jest określana przy zastosowaniu dwóch głównych kryteriów: wytrzymałości na napięcie probiercze o częstotliwości roboczej oraz wytrzymałości na napięcia udarowe odwzorowujące napięcia atmosferyczne ograniczone przez odgromniki. W liniach napowietrznych o napięciach powyżej 420 kV o izolacji linii decydują przebiegi wewnętrzne, których wartości są różne w zależności od licznych przyczyn wywołujących te przebiegi. Ze względu więc na różny sposób określania potrzebnej izolacji linii wysokiego napięcia, dokonamy ich podziału na linie o napięciu ≤ 420 kV i linie o napięciu > 420 kV. Zgodnie z tytułem artykułu zajmiemy się bliżej problemami związanymi z budową linii o napięciu > 420 kV. Nie będziemy przy tym stosowali nieprecyzyjnych określeń w rodzaju: linie bardzo wysokiego, średnio wysokiego, czy super wysokiego napięcia.

Podstawowy schemat dalekosiężnego układu przesyłowego p. p. na napięcie > 420 kV jest pokazany na rys. 9 [9]. Charakterystyczne dla tych układów są urządzenia i aparaty, znane co prawda już z sieci na napięcie ≤ 420 kV, lecz tu nieodzowne: dławiki poprzeczne, kondensatory szeregowo, wyłączniki z opornikami.

Nikt nie określa obecnie w sposób uzasadniony fizycznych lub technicznych granic najwyższego napięcia linii napowietrznych. Nie wyklucza się możliwości budowy linii

o napięciu rzędu 2500 kV. Natomiast biorąc pod uwagę kryteria gospodarcze nie widzi się obecnie celowości budowy linii o napięciach powyżej 1500 kV.

Bardzo interesujące jest zestawienie faktów historycznych oraz poglądów specjalistów o światowych nazwiskach w sprawie budowy linii elektroenergetycznych na najwyższe napięcia [2].



Rys. 9. Podstawowy schemat układu przesyłowego p. p. na napięcie > 420 kV [9]

1 — Szyny zasilające; 2 — miejscowa elektrownia; 3 — pośrednia stacja wyłącznikowa; 4 — wyłącznik liniowy z opornikiem lub bez niego; 5 — dławiki wysokonapięciowe; 6 — kondensatory szeregowo; 7 — linie przyłączone do szyn zasilających; 8 — odbiory; 9 — dławik; 10 — linia równoległa do linii badanej; 11 — sieć zasilająca; A, B, C — stacje

W roku 1918 wątpiono w możliwości budowy linii na 220 kV ze względu na wytrzymałość izolacyjną powietrza (Scherbius), a w 10 lat później, w 1928 roku, wybudowano pierwszą linię p. p. na napięcie 220 kV. Po dalszych 24 latach (w 1952 r.) uruchomiono w Szwecji linię na 400 kV i po następnych 13 latach, w Kanadzie linię na 735 kV.

W roku 1964 Böcker uważał, że napięcia 1000 do 1500 kV, przy ówczesnych technicznych rozwiązaniach i przy ograniczeniu współczynnika przebiegów wewnętrznych do 1,7, są możliwe, wyższe napięcia nie, z powodu zakrzywienia charakterystyki wytrzymałości elektrycznej powietrza. Ograniczenie mocy pojedynczej elektrowni do 10000 MW, ze względu na lokalną koncentrację energii i na zanieczyszczanie środowiska, pociąga za sobą ograniczenie napięcia linii przesyłowych do 1000 lub 1500 kV zarówno p. p. jak i p. s.

W tym samym roku 1964 Engelhardt twierdził, że ówczesna technika nie pozwala ze względów gospodarczych na dowolne podnoszenie napięcia linii przesyłowych p. p., zysk na kosztach przesyłania maleje bowiem coraz wolniej wraz ze wzrostem napięcia i w końcu całkowicie znika. Nowe możliwości może otworzyć prąd stały.

W roku 1968 Sporn już wyraził pogląd, że napięcia 1050 do 1350 kV a może i wyższe są możliwe w liniach trójfazowych p. p. Należy jednak równolegle rozwijać technikę przenoszenia energii elektrycznej za pomocą p. s.

W roku 1969 Popkow pisał, iż należy wątpić w zrealizowanie linii przesyłowych p. p. o napięciu wyższym od 1250 kV o gospodarczych wskaźnikach dających się zaakceptować. Jednakże takie linie będą potrzebne w latach osiemdziesiątych lub dziewięćdziesiątych.

Żadne z przytoczonych przewidywań nie określa w sposób wyraźny górnej granicy napięcia linii przesyłowych p. p. Ostrożność ta znajduje swoje uzasadnienie. Ostatnio opublikowane wyniki badań radzieckich nad wytrzymałością elektryczną dużych odstępów iskrowych mogą bowiem wpłynąć na sposób projektowania izolacji linii, a więc na jej koszty budowy, a co za tym idzie na wskaźniki ekonomiczne przenoszenia energii.

Badacze radzieccy zakwestionowali prawidłowość przyjmowania wyników badań wytrzymałości elektrycznej powietrza w iskierniku pręt-płyta do wymiarowania odstępów między przewodami linii wysokiego napięcia oraz do ustalania gabarytów słupów [10]. Stwierdzają, że w urządzeniach elektrycznych właściwie nie ma analogów takich iskierników, gdyż początkowe napięcie wyładowania koronowego jest na pręcie iskiernika dość niskie. We wszystkich urządzeniach elektrycznych początkowe napięcie korony przewyższa napięcie robocze, a osiąga się to dzięki odpowiedniemu ukształtowaniu powierzchni części znajdujących się pod napięciem oraz za pomocą ekranów. W ostatnich badaniach radzieckich użyto więc pierścienia o średnicy 3 m, wykonanego z rury o promieniu 6 cm (ekran odgromnika 750 kV), w charakterze jednego bieguna oraz płyty jako drugiego bieguna iskiernika. Taki iskiernik zdaniem badaczy radzieckich odwzorowuje realne warunki wyładowań w urządzeniach elektrycznych. Odstęp między elektrodami wynosił 5 i 10 m. Stwierdzono zasadniczą różnicę między początkową fazą wyładowania w iskiernikach pierścień-płyta i pręt-płyta, co doprowadziło do wniosku, że nie można wyników badań iskiernika pręt-płyta stosować do projektowania konstrukcji elektrotechnicznych. Odnosi się to zarówno do poprzednio opublikowanych w ZSRR badań wpływu warunków meteorologicznych na napięcia wyładowania, jak i badań zależności napięć wyładowania od stronności czoła impulsu. Te badania koniecznie trzeba przeprowadzać w warunkach, w których powstają pola elektryczne typowe dla konstrukcji elektrotechnicznych.

W ten sposób zostały podważone prognozy dotyczące najwyższych wartości napięć oparte na wynikach badań laboratoryjnych. Potwierdziła się także nieodzowność studiów nad modelami w skali 1:1 oraz ważność doświadczeń eksploatacyjnych zebranych podczas pracy linii o napięciach ≤ 420 kV.

Izolacja zewnętrzna

Projektując izolację w przesyłowym układzie elektroenergetycznym, a więc izolację zewnętrzną linii oraz izolację zewnętrzną i wewnętrzną urządzeń stacyjnych należy brać pod uwagę warunki napięciowe jakie mogą powstać podczas normalnej i nienormalnej pracy układów, a także możliwość obniżenia wartości izolacji pod wpływem czynników atmosferycznych lub na skutek starzenia. Izolacja zewnętrzna pogarsza się z powodu osadzania się na jej powierzchni ciał obcych: zabrudzenia lub soli (w pobliżu morza). Izolacja wewnętrzna traci stopniowo swą wartość z powodu starzenia.

Do wymiarowania izolacji istotna jest znajomość najwyższego roboczego napięcia, które może występować w ciągu dłuższego czasu i wobec tego jest uważane za trwałe. Międzynarodowa Komisja Elektrotechniczna (IEC) zaleca następujące najwyższe wartości trwałego napięcia międzyprzewodowego p. p.: 420 kV, 525 kV i 765 kV. Ostatnio dyskutowane są dwie następne wartości największych napięć roboczych: 1100 kV i 1500 kV. Te największe napięcia robocze muszą być oczywiście wytrzymywane przez izolację zewnętrzną po ewentualnym jej zabrudzeniu i podczas złych warunków klimatycznych.

Izolacja wewnętrzna powinna wytrzymywać takie napięcia podczas starzenia się, w okresie, który przyjmuje się jako czas życia urządzenia posiadającego tę izolację.

Przebiegi wewnętrzne powstające w układzie przesyłowym mogą mieć tylko składową przejściową trwającą dziesiąte części sekundy (przebiegi łączeniowe) lub składową przejściową i składową ustaloną, mogące razem trwać do kilku sekund. Składowa ustalona przebiegi ma częstotliwość równą częstotliwości roboczej lub nieznacznie różniącą się od częstotliwości roboczej.

Przebiegi o częstotliwości roboczej (lub w pobliżu częstotliwości roboczej) zjawiające się po krótkim falowym przebiegu przejściowym są następstwem: zwarć doziemnych, nagłego całkowitego lub częściowego odciążenia długich linii przesyłowych, nagłego odciążenia bloku generator-transformator.

Ochronniki zaworowe muszą mieć napięcie gaszenia, od którego zależy poziom ochrony, dostosowane do najwyższego oczekiwanego przebiegi o częstotliwości roboczej, jakie może pojawić się w miejscach zainstalowania ochronników.

Przebiegi o częstotliwości roboczej trwające kilka sekund mają wpływ na wymiarowanie izolacji zewnętrznej zabrudzonej, ważną rzeczą jest więc stosowanie środków ograniczających wartość tych przebiegów i ich długotrwałość.

Podczas zwarć jednofazowych z ziemią, które w liniach o napięciach > 420 kV są prawie jedynymi zakłóceniami, przewody zdrowe mają w stosunku do ziemi napięcie wyższe niż podczas pracy normalnej. Stopień podwyższenia napięcia jest zależny od stosunku impedancji Z_0/Z_1 , a więc od skuteczności uziemienia punktu gwiazdowego sieci i od impedancji linek odgromowych. W celu obniżenia przebiegi o częstotliwości roboczej, występującego podczas trwania zwarcia, należy uziemiać bezpośrednio punkty zerowe transformatorów i ewentualnie stosować linki odgromowe z metali o dobrej przewodności (Al, Cu). Zmniejszając stosunek Z_0/Z_1 do wartości $2,2 \div 2,5$ można obniżyć względny wzrost napięcia podczas zwarcia z ziemią do 1,2 [11].

W układach przesyłowych zawierających linie długie napięcia na krańcach odbiorczych linii mogą znacznie się powiększać w następstwie nagłego całkowitego lub nawet częściowego odciążenia linii. Tego rodzaju przebiegi o częstotliwości roboczej mogą być skutecznie ograniczane przez dławiki bezpośrednio przyłączone do linii na jej początku i końcu. Zadaniem dławików jest kompensowanie poprzecznej pojemności linii (rys. 11-1). W celu ograniczenia przebiegi do względnej wartości 1,2 trzeba np. w linii 765 kV o długości 500 km zainstalować dławiki kompensujące 55% mocy ładowania linii [11].

Znaczne przebiegi o częstotliwości roboczej (lub zbliżonej) powstają na zaciskach generatora, transformatora blokowego i w ewentualnie przyłączonej linii, w przypadku gdy generator zostanie nagle odciążony. Najniekorzystniejszy przypadek ma miejsce, gdy w elektrowni wodnej hydrogenerator pracował przed odciążeniem jako kompensator przewzbudzony. Tego rodzaju przebiegi muszą być ograniczane przez szybko działające urządzenia odwzbudzające.

W chwili powstawania lub likwidowania przebiegów o częstotliwości roboczej zjawiają się dodatkowo krótkotrwałe przebiegi przejściowe o przebiegu na ogół oscylacyjnym. Powstają one więc w chwili wystąpienia zwarcia z ziemią oraz w chwili wyłączania tego zwarcia, w chwili odciążenia linii długiej i w momencie jej wyłączenia, podobnie powstaje przebiegi przejściowe w chwili nagłego odciążenia generatora. Do ograniczania przebiegów

przejściowych są stosowane inne sposoby niż do ograniczania przebiegów o częstotliwości roboczej. Przebiegi przejściowe są przebiegami wewnętrznymi, których omówieniu poświęcimy więcej miejsca.

Przebiegi wewnętrzne

O izolacji linii napowietrznych p. p. decydują wartości przebiegów atmosferycznych oraz przebiegów wewnętrznych, przy czym, jak już o tym była mowa, w liniach na napięcia > 420 kV decydujące znaczenie mają przebiegi wewnętrzne. Należą do nich przebiegi łączeniowe oraz przebiegi powstające podczas awarii i ich likwidacji. Istotną sprawą jest także uwzględnienie obniżenia wytrzymałości elektrycznej izolatorów podczas ich zabrudzenia.

Przebiegi wewnętrzne powinny być ograniczone do takiej wartości, ażeby wymagania stawiane izolacji linii ze względu na te przebiegi nie były większe niż wymagania określone przez inne rodzaje przebiegów. Oczywiście koszt środków do ograniczania przebiegów wewnętrznych nie powinien być większy niż korzyści gospodarcze uzyskane z powodu ograniczenia tych przebiegów. Im wyższe jest napięcie znamionowe linii przesyłowej tym większy musi być stopień ograniczania przebiegów wewnętrznych. Współczynnik przebiegów wewnętrznych k , zdefiniowany przez wzór:

$$k = \frac{U_{p\max} \sqrt{3}}{U_n \sqrt{2}} \approx 1,22 \frac{U_{p\max}}{U},$$

gdzie: $U_{p\max}$ — największa amplituda przebiegu wewnętrznego,

U_n — napięcie znamionowe (międzyprzewodowe) linii, może posiadać następujące największe wartości, zależnie od napięcia znamionowego linii [9]:

U_n	245	525	750	1000 kV
k	3,0	2,5	2,0	$< 2,0$

Z problemem ograniczania przebiegów wewnętrznych oraz odpowiedniego dostosowania izolacji linii przesyłowej związane są następujące zagadnienia:

1. metody określania wartości przebiegów wewnętrznych nieograniczanych oraz różnymi sposobami ograniczanych,
2. metody określania potrzebnej izolacji linii wytrzymałcej zadane przebiegi wewnętrzne z ryzykiem wyznaczającym pożądany stopień niezawodności pracy linii i stacji elektroenergetycznych,
3. wzajemny dobór poziomu przebiegów wewnętrznych ograniczonych oraz poziomu izolacji urządzeń układu przesyłowego z uwzględnieniem probabilistycznego charakteru zarówno przebiegów jak i wytrzymałości izolacji.

Wyznaczenie wartości przebiegów wewnętrznych nieograniczanych lub ograniczonych w projektowanych układach przesyłowych p. p. odbywa się za pomocą analizatorów stanów niestabilnych, które są właściwie modelami badanych obiektów, lub też za pomocą matematycznych maszyn cyfrowych. Prawdliwość metody i wyniku może być sprawdzona przez bezpośredni pomiar w układach istniejących, które jednak z reguły będą się różniły

od układu projektowanego. W przypadku projektowania linii na napięcia wyższe od obecnie stosowanych, różnice te mogą być liczne.

Zarówno w przypadku stosowania analizatora stanów nieustalonych jak i przy użyciu maszyn cyfrowych, muszą być najpierw stworzone modele fizyczne lub matematyczne odpowiadające badanemu obiektowi i badanemu zjawisku. Modele takie są dość złożone i wymagają uwzględnienia dużej liczby parametrów charakteryzujących obiekt i zjawisko. Główne czynniki wpływające na wartości i przebiegi przebiegów wewnętrznych są zestawione w tablicy 2.

Tablica 2

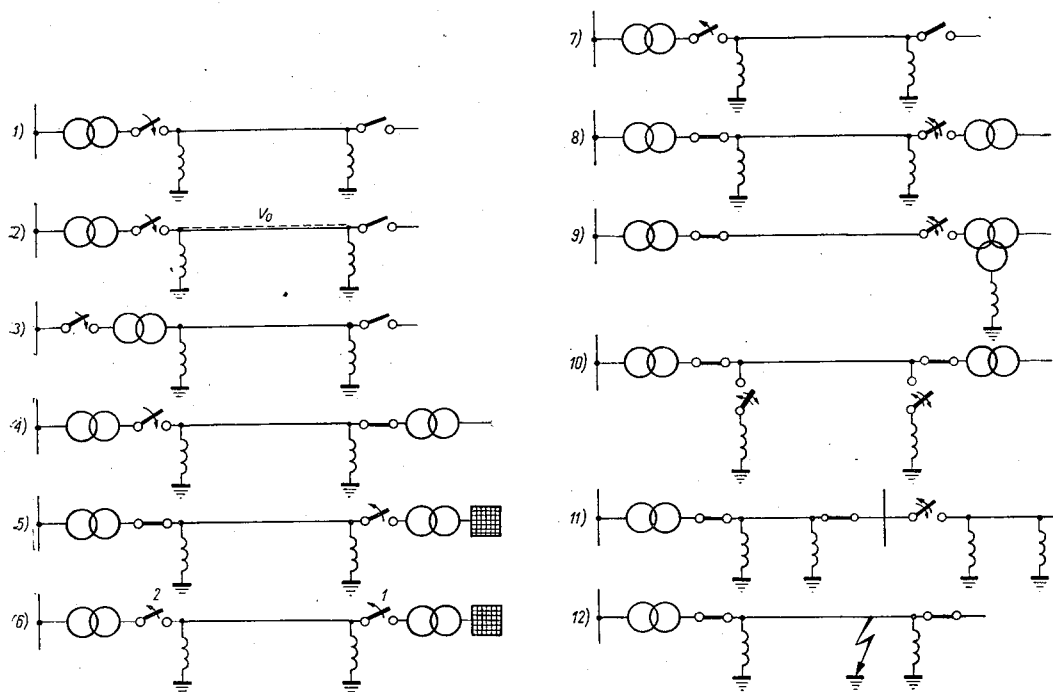
Czynniki mające wpływ na przebiegi wewnętrzne

1. Parametry sieci	
1.1. <i>Elementy sieci</i> Linie napowietrzne i kablowe, szyny	Impedancje podłużne i poprzeczne kolejności zgodnej i zerowej (opór ziemi). Zależność tych impedancji do częstotliwości. Impedancje falowe. Prędkości rozprzestrzeniania się fal
Transformatory mocy, transformatory napięciowe, dławiki poprzeczne	Napięcie zwarcia. Zależność tłumienia procesów przejściowych od częstotliwości. Charakterystyki magnesowania
Generatory	Reaktancje przejściowe i nadprzejściowe. Zależność procesów przejściowych od częstotliwości. Charakterystyki magnesowania
Kondensatory szeregowo	Impedancje i ich zależności od częstotliwości
1.2. <i>Konfiguracja sieci</i> Układ zasilający	Moc zwarcia. Miejscowa elektrownia czy linia zasilająca. Szyny zasilające. Linie równoległe do linii badanej. Odbiory przyłączone od strony zasilania. Pośrednie przyłącza w sieci. Dławik przyłączony do drugiego lub trzeciego uzwojenia transformatora zasilającego. Układ połączeń transformatora.
Linia badana	Długość linii. Kompensacja poprzeczna (dławiki). Kompensacja podłużna (kondensatory). Zakończenie linii (otwarta lub z transformatorem na końcu). Transformatory napięciowe przyłączone do linii. Stacje pośrednie w linii
2. Parametry wyłącznika liniowego	
Charakterystyki dielektryczne załączania i wyłączania. Kolejność pracy biegunów wyłącznika. Różnice mechaniczne i elektryczne w działaniu głównych zestyków wyłącznika. Różnice mechaniczne i elektryczne w działaniu zestyków oporników. Wartości oporów. Okres czasu włączenia oporników.	
3. Warunki eksploatacyjne	
Napięcie i częstotliwość robocza. Czas pracy wyłącznika liniowego. Wyrzósł ładunku resztkowego na badanej linii. Obecność korony. Występowanie nasycenia. Przesyłana moc. Stan wzbudzenia generatorów. Rozpatrywane awarie i ich lokalizacja. Parametry przypadkowe: kąt i chwila włączenia bieguna wyłącznika	

Z zestawienia podanego w tablicy 2 wynika, że liczba czynników od których zależy wartość maksymalna oraz przebieg przepięć wewnętrznych jest tak duża, iż nie można wyników otrzymanych z obliczeń lub pomiarów wykonanych dla jednego układu przesyłowego przenosić na inny układ. Każdy nowy układ przesyłowy na napięcia wyższe od 400 kV, a więc układ projektowany lub układ, który ma powstać z rozbudowy lub zmian w układzie istniejącym, powinien być sprawdzony na przepięcia wewnętrzne. Sprawdzenie to jest tak nieodzowne, jak sprawdzenie na prądy zwarciove, na stateczność współpracy równoległej czy rozkład napięć roboczych podczas różnych warunków pracy. Wynika z tego ważność metod służących do obliczania głównych parametrów charakteryzujących przepięcia wewnętrzne, tzn. wartości maksymalnej przepięcia oraz czasu trwania czoła fali przepięciowej.

Przepięcia wewnętrzne mają przebieg falowy z zawartością składowej o częstotliwości przemysłowej. Uwzględniać należy nie tylko wypadkową falę przepięcia ale i składową o częstotliwości przemysłowej, ponieważ jest ona niekiedy znacznie wyższa od napięcia roboczego [9].

Przepięcie wewnętrzne powstaje głównie na skutek manipulacji łączeniowych (przepięcia łączeniowe) oraz podczas awarii, do których w liniach o napięciu > 420 kV należą przede wszystkim zwarcia jednofazowe (przepięcia zwarciove). Na rys. 10 przedstawiono



Rys. 10. Zestawienie najważniejszych sytuacji, w których powstają przepięcia wewnętrzne [9]

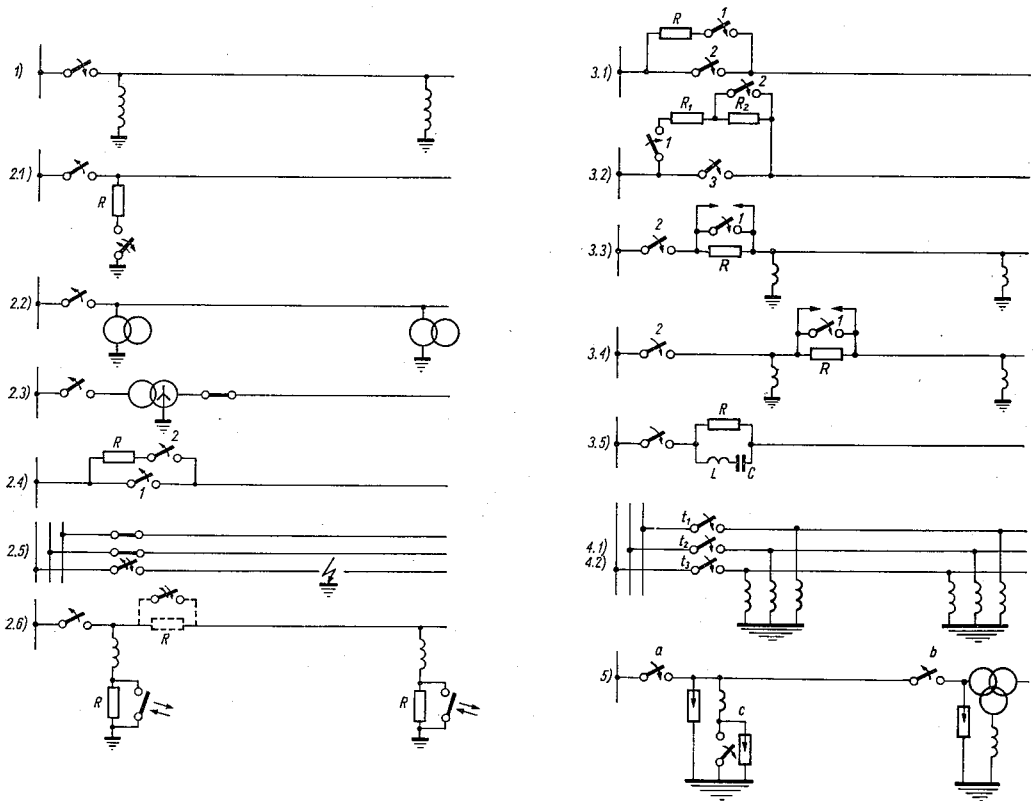
1 — załączanie linii; 2 — SPZ (załączenie linii, na której znajduje się ładunek elektryczny); 3 — załączanie linii wraz z transformatorem (załączenie od strony napięcia dolnego); 4 — załączanie linii kończącej się nieobciążonym transformatorem; 5 — wyłączenie obciążenia na odbiorczym krańcu linii; 6 — wyłączenie obciążenia na odbiorczym krańcu linii z następującym wyłączeniem linii na krańcu nadawczym; 7 — wyłączenie linii nieobciążonej; 8 — włączanie lub wyłączanie nieobciążonego transformatora; 9 — włączanie lub wyłączanie transformatora obciążonego dławikiem; 10 — załączanie lub wyłączanie dławików liniowych; 11 — przełączenia w stacji pośredniej; 12 — powstanie zwarcia jednofazowego

zestawienie najważniejszych sytuacji, w których zabiegi łączeniowe lub też powstanie zwarcia mogą być przyczyną przebiegów wewnętrznych.

W układach przesyłowych, w których nie zastosowano żadnych środków do ograniczania przebiegów wewnętrznych, największe wartości przebiegów występują na ogół podczas załączenia nieobciążonej linii długiej — na otwartym jej krańcu. Jeżeli włączona linia jest bez ładunku elektrycznego, współczynnik przebiegu k jest zazwyczaj mniejszy od 2,5: $k < 2,5$. Podczas załączania linii, na której przewodach znajduje się ładunek elektryczny, resztkowy, co może mieć miejsce np. w czasie SPZ, współczynnik k może być większy. Czas narastania napięcia zawiera się przeważnie w granicach od 100 do 5000 μ s [9].

Wyniki badań laboratoryjnych i obliczeń były w licznych prostych przypadkach sprawdzane w sieciach rzeczywistych. Mimo to nie posiadamy jeszcze pełnego statystycznego obrazu tego zjawiska [9]. Wartości napięć mogą być znacznie różne w różnych układach elektroenergetycznych. W szczególności dotyczy to układów, w których transformatory lub inne nieliniowe elementy są włączane równocześnie z linią. Powstające wówczas wyższe harmoniczne mogą znacznie podwyższyć amplitudę przebiegów wewnętrznych. Podaje się np. rezultaty badań przeprowadzonych w USA na linii łączącej do współpracy dwa systemy elektroenergetyczne. Współczynnik przebiegu k podczas włączania linii napowietrznej wraz z autotransformatorem 345/230 kV osiągnął niespodziewanie dużą wartość 5,95, mimo że włączenie odbywało się za pośrednictwem wyłącznika zaopatrzonego w opornik wstępny. Uważa się, że z powodu przypadkowego charakteru zjawisk przebiegowych, każdy układ przesyłowy powinien być sprawdzony indywidualnie, nie ma bowiem ogólnych prawideł pozwalających na określenie wartości przebiegów wewnętrznych [12].

Przegląd stosowanych obecnie urządzeń do ograniczania przebiegów wewnętrznych, z uwzględnieniem obydwu składowych tych przebiegów: składowej przejściowej i składowej o częstotliwości przemysłowej, przedstawiono na rys. 11 [9]. Na rysunku tym oznaczają: 1 — zastosowanie dławików przyłączonych bezpośrednio do linii przesyłowej, na obydwu jej krańcach w celu ograniczenia przebiegów o częstotliwości przemysłowej, 2 — odprowadzanie ładunków z przewodów linii przesyłowej lub ograniczanie wartości ładunków za pomocą: 2.1 — włączania na krótki czas opornika poprzecznego, 2.2 — transformatorów napięciowych, 2.3 — wyłączania linii razem z transformatorem mocowym, od strony jego niższego napięcia (uzwojenie wyższego napięcia ma punkt gwiazdowy uziemiony), 2.4 — oporników podłużnych, wyłączanych po otwarciu głównych zestyków wyłącznika, 2.5 — stosowania jednofazowego SPZ podczas jednofazowego zwarcia, 2.6 — tłumienia drgań przez rezystory włączane krótkotrwale w obwód drgający złożony z pojemności odłączanej linii i dławików poprzecznych (rezystor może być włączany szeregowo z linią lub szeregowo z dławikiem), 3 — tłumienie składowej przejściowej drgań przebiegu wewnętrznego: 3.1 — przez włączanie pojedynczego rezystora, 3.2 — przez włączanie rezystorów w kilku stopniach, 3.3 — przez włączenie rezystora między wyłącznik liniowy i dławik poprzeczny, 3.4 — przez włączenie rezystora w linię poza dławikiem poprzecznym, 3.5 — przez włączenie w linię obwodu rezonansowego (pochłaniacza fal), 4 — wybór momentu włączania lub wyłączania: 4.1 — synchronizowane włączanie, 4.2 — SPZ przy minimalnym napięciu dudnienia na zestykach wyłącznika, 5 — ograniczenie przebiegów za pomocą ochronników: a — przy włączaniu nieobciążonej



Rys. 11. Przegląd urządzeń do ograniczania przepięć wewnętrznych [9]. Objaśnienia w tekście

linii, b — przy wyłączaniu transformatora obciążonego dławikiem, c — przy wyłączaniu reaktora liniowego.

Podczas eksploatacji układów przesyłowych można unikać sytuacji, w których powstają duże wartości przepięć wewnętrznych. Odpowiednie przepisy ruchowe, ustalające np. kolejność manipulacji łączeniowych mogą być układane także z uwzględnieniem kryterium przepięciowego. Istnienie tego rodzaju ograniczeń eksploatacyjnych można zakładać już podczas projektowania układu przesyłowego.

Warto zwrócić uwagę na metodę synchronizowanego zamykania zestyków wyłącznika opartą na teoretycznych przesłankach. Jeśli mianowicie zestyki wyłącznika liniowego będą zamykane w chwilach gdy nie ma różnicy potencjałów między przewodami linii i doprowadzeniem od strony zasilania, to przepięcie albo w ogóle nie powstanie, albo będzie w znacznym stopniu obniżone. W wyłączniku synchronizowanym każda faza powinna być stosowana oddzielnie w sposób bardzo dokładny. Najkorzystniejsza chwila łączenia jest określana przez komputer, który powinien uwzględniać wartości napięć po stronie liniowej i zasilającej wyłącznika, a także wzajemny wpływ faz na siebie. Ponieważ należy tu uwzględnić także rozbieżność czasów pracy oddzielnych biegunów wyłącznika, koszt takiego urządzenia będzie znaczny, a zadowalająca niezawodność działania trudna do uzyskania [13].

Odgromniki w normalnym rozwiązaniu mogą być użyte do ograniczania przebiegów wewnętrznych, jeżeli współczynnik przebiegowy k jest równy 2 lub większy. Jeżeli ten współczynnik ma być mniejszy od 2, potrzebne byłyby specjalne odgromniki.

W miarę podwyższania znamionowego napięcia linii należy w coraz większym stopniu ograniczać przebiegi wewnętrzne. Uważa się, że dla linii o napięciu 735 kV pożądany jest poziom przebiegów wewnętrznych określony współczynnikiem $k = 1,8 \div 1,9$ [14], dla linii 1100 kV — współczynnikiem $k = 1,5 \div 1,65$, zaś dla linii 1300 kV — współczynnikiem $k = 1,37 \div 1,45$ [13]. Liczne badania przebiegów wewnętrznych wykonane na analizatorach stanów nieustalonych wykazały możliwość ograniczenia k do 1,3, tzn. do wartości, która jest tylko o 30% większa od amplitudy znamionowego fazowego napięcia linii [12] [14]. Rozpatrywane przebiegi są odnoszone w stosunku do ziemi.

Współczynnik k określa największą wartość przebiegu, którą się wyznacza podczas włączania nieobciążonej linii lub podczas SPZ linii, są to bowiem najniekorzystniejsze manipulacje łączeniowe. Jeżeli stosuje się środki do zmniejszania k podczas włączania linii oraz jej SPZ, to może powstać sytuacja, w której przebiegi wewnętrzne innego pochodzenia będą miały wartości większe niż te ograniczone przebiegi podczas włączania linii oraz SPZ. Należy przede wszystkim zwrócić uwagę na przebiegi w czasie zwarć jednofazowych z ziemią i przy ich wyłączeniu. Zwarcia jednofazowe są w liniach o napięciu > 420 kV prawie jedynymi awariami, choć jest także prawdopodobne przerodzenie się takich zwarć w zwarcia dwufazowe z ziemią, jeżeli izolacja linii została dobrana do przebiegów wewnętrznych podczas załączania linii i podczas SPZ, a przebiegi te znacznie ograniczono [14].

Wartości maksymalnych przebiegów wewnętrznych nie są jednakowe we wszystkich punktach układu przesyłowego (rys. 9). Poza tym niektóre manipulacje łączeniowe mogą mieć wpływ na izolację tylko określonych urządzeń i mogą się odbywać niezależnie od innych łączy. Np. transformatory nieobciążone lub obciążone dławikami, liniowe reaktory poprzeczne, mogą być wyłączone lub załączone same, bez równoczesnego wyłączania czy włączania linii. Te elementy mogą być zaprojektowane na inny poziom impulsowej wytrzymałości izolacji niż linia przesyłowa. W szczególności można przyjąć wyższy poziom izolacyjny dla dławików liniowych i dla stacyjnej części układu przesyłowego, aniżeli dla samej linii przesyłowej [9].

W celu określenia potrzebnej wytrzymałości izolacji linii przesyłowej przy zadanym prawdopodobieństwie przeskoku na tej izolacji na skutek przebiegów wewnętrznych, potrzebna jest znajomość rozkładu prawdopodobieństwa występowania maksymalnych wartości tych przebiegów. Powszechnie bowiem przyjmuje się, że w obliczeniach prawdopodobieństwa przeskoku na izolacji linii wystarczy brać pod uwagę maksymalne wewnętrzne przebiegi na dowolnej z trzech faz, nie zajmując się ani przebiegami na pozostałych dwóch fazach, ani przebiegami na wybranej fazie mniejszymi od przebiegu maksymalnego [13].

Czynniki mające wpływ na wartość przebiegu wewnętrznego w danym lub projektowanym układzie przesyłowym (patrz tabl. 2) można podzielić na cztery grupy: 1) czynniki niezależne, związane z parametrami elementów układu, 2) czynniki zależne od warunków eksploatacyjnych dających się z góry przewidzieć, 3) czynniki wprowadzone w celu ograniczenia wartości przebiegów lub zmiany przebiegu przebiegów i 4) czynniki przypadkowe.

Badanie przepięć wewnętrznych zazwyczaj jest dokonywane w ten sposób, że zakłada się stałość czynników grupy 1 i 2, a więc pewne wartości parametrów elementów układu przesyłowego (impedancje, charakterystyki itp), następnie warunki eksploatacyjne (napiecie, częstotliwość, obciążenia itp.) i przy tych stałych czynnikach oblicza się wartości i przebieg przepięć wewnętrznych nieograniczonych oraz ograniczonych w zależności od czynników przypadkowych. Czynnikiem przypadkowym jest chwila zamykania zestyków wyłącznika [9] [12] [13]. W ten sposób otrzymuje się funkcję prawdopodobieństwa występowania określonych cech, charakteryzujących przepięcia wewnętrzne powstające w założonych warunkach. Badanymi cechami są na ogół maksymalne wartości przepięć nieograniczonych oraz ograniczonych.

Wprowadzając środki ograniczające przepięcia wewnętrzne (grupa 3) dobiera się drogą prób zarówno rodzaj środków jak i ich dane charakterystyczne w taki sposób, ażeby uzyskać najkorzystniejsze cechy przepięć, zazwyczaj najmniejszą wartość maksymalną przepięcia czyli jego mini-maksimum.

Temu sposobowi postępowania można zarzucić to, że z grupy czynników eksploatacyjnych (2) wybiera się warunki według jakiejś koncepcji, a więc np. takie, które dadzą prawdopodobnie największe wartości przepięć lub też takie, które występują najczęściej w eksploatacji. Wydaje się, że czynniki grupy 2 powinny być uważane nie jako stałe określone lecz jako zmienne wyznaczające łącznie z czynnikami grupy 3 prawdopodobieństwo pojawienia się interesujących nas cech przepięcia wewnętrznego.

Trzeba także zauważyć, że mało jest w literaturze informacji o sposobach wpływania na kształt fali przepięciowej. Ponieważ stwierdzono, że wytrzymałość odstępów izolacyjnego między przewodami linii napowietrznej jest przy napięciach > 420 kV, a więc przy dużych odstępach, zależna od czasu narastania napięcia [9], można poszukiwać optymalizacji układu izolacyjnego na drodze nie tylko ograniczenia wartości przepięć wewnętrznych, ale i odpowiedniego kształtowania fali przepięciowej. Autor nie znalazł w literaturze materiałów dotyczących tego zagadnienia.

W przyjętych metodach oceny prawdopodobieństwa przeskoku na izolacji linii napowietrznej pod działaniem przepięć wewnętrznych, korzysta się z dwóch zależności: z rozkładu gęstości prawdopodobieństwa przepięć wewnętrznych oraz z rozkładu prawdopodobieństwa przeskoku na izolacji przewodów, spowodowanego przez przepięcia wewnętrzne. Wykazano, że drugi z wymienionych rozkładów prawdopodobieństwa odpowiada w przybliżeniu rozkładowi normalnemu aż do $4\sigma_{kr}$ poniżej krytycznego napięcia wyładowania, gdzie σ_{kr} jest średnim kwadratowym odchyleniem tego napięcia [13].

W dotychczasowej praktyce, stosowanej przy projektowaniu linii na napięcia $550 \div 765$ kV, za napięcie wytrzymywane izolacji powietrza przewód-słup, U_{wytr} , przyjmowano wartość równą krytycznemu napięciu wyładowania U_{kr} , uzyskaną podczas prób z działaniem przepięć wewnętrznych, minus $3\sigma_{kr}$:

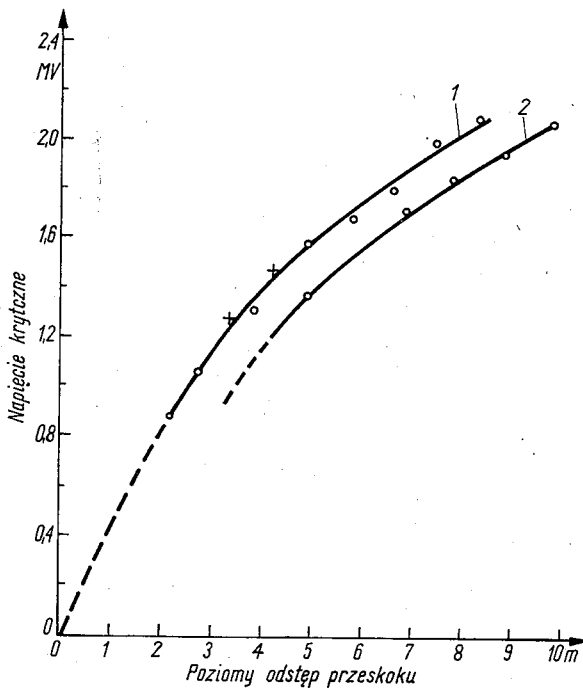
$$U_{wytr} = U_{kr} - 3\sigma_{kr}. \quad (1)$$

Opracowano metodę graficzną pozwalającą na określenie prawdopodobieństwa przeskoku na słupie, spowodowanego działaniem przepięć wewnętrznych o znanym rozkładzie prawdopodobieństwa [13]. Równanie (1) zastosowane do zaprojektowania izolacji na słupach linii $550 \div 765$ kV daje prawdopodobieństwo przeskoku mniejsze od

$1 \cdot 10^{-3}$ a nawet dochodzące do $1 \cdot 10^{-4}$. Oznacza to, że jeden przeskok może zdarzyć się na $1000 \div 10000$ operacji łączeniowych. Jeśli takie małe prawdopodobieństwo przeskoków zostanie potwierdzone wynikami eksploatacji linii $550 \div 765$ kV, konieczna będzie rewizja wartości założonego prawdopodobieństwa przeskoku i powiększenie jej np. do $1 \cdot 10^{-2}$, dopuszczając powstanie jednego przeskoku na 100 operacji łączeniowych [13].

Prawdopodobieństwa przeskoku na izolacji stacji elektroenergetycznych i izolacji linii są od siebie niezależne i mogą mieć różne wartości.

Wymagane odstępy izolacyjne przewód-słup można określić na podstawie badań modelowych w skali 1:1. Zazwyczaj modeluje się słup z przewodem znajdującym się w najgorszej sytuacji pod względem izolacyjnym. W przypadku płaskiego usytuowania przewodów linii jednotorowej — będzie to przewód środkowy. Taki model poddaje się działaniu fal przepięciowych. Na rys. 12 [13] jest podana zależność największego krytycznego napię-



Rys. 12. Największe krytyczne napięcie wyładowania na sucho pod wpływem fal przepięciowych dodatniej biegunowości, w funkcji poziomego odległości między przewodem i słupem, lub między elektrodami iskiernika pręt — płasczyzna [13]

1 — przewód-słup (długość czoła fali od 120 do 340 μ s), 2 — pręt-płasczyzna (w tym przypadku długość czoła fali przepięciowej 180 μ s)

cia wyładowania na sucho, dodatniej biegunowości, od poziomej odległości między przewodem i bokiem słupa. Podczas badań wybierano takie kształty fal przepięciowych, przy których wytrzymałość izolacji jest najmniejsza. Długość czoła tych fal była zmieniana od 120 do 340 μ s, odpowiednio do zmiany odległości przewodu od słupa od 2,2 do 8,5 m. W celach porównawczych umieszczono na tym samym rysunku 12 charakterystykę otrzymaną dla iskiernika pręt-płyta, przy długości czoła fali przepięciowej 180 μ s.

Badania wytrzymałości izolacji powietrznej przy dużych odstępach powietrznych i przy działaniu fal przepięciowych napotyka jeszcze na znaczne trudności, tak że wyniki tych badań uzyskane w różnych placówkach badawczych a nawet w różnych okresach czasu w tej samej placówce nie są jednakowe. Kierunek zmian rezultatów badań w tej dziedzinie jest jednak korzystny i pozwala na coraz to oszczędniejsze wymiarowanie izolacji i słupów.

Ostatnie badania wykazały, że zmniejszenie krytycznego napięcia wyładowania na mokro w porównaniu z krytycznym napięciem wyładowania na sucho jest funkcją stosunku długości łańcucha izolatorów do poziomej odległości między przewodem i słupem. Stosunek ten dla rzeczywistego słupa będzie zawarty w granicach od 1,0 do 1,1. Proponuje się na podstawie wyników badań przeprowadzonych na modelach a sprawdzonych w rzeczywistości, przyjmować w obliczeniach słupów obniżenie krytycznego napięcia wyładowania pod wpływem wilgoci o 4% w porównaniu z krytycznym napięciem wyładowania na sucho [13].

Stwierdzono istotną dla projektowania izolacji na słupach zależność średniego kwadratowego odchylenia σ_{kr} od poziomego odstepu między przewodem a słupem: σ_{kr} wzrastało od 3% do 6% przy wzroście odstepu od 2 do 6 m [13]. Jeżeli ta tendencja powiększania się σ_{kr} wraz z poziomym odstepem między przewodem i słupem będzie potwierdzona i sprawdzona dla odstepów powyżej 6 m aż do 15 m, będzie to miało korzystny wpływ dla projektowania linii o napięciach > 420 kV, w szczególności zaś dla ewentualnych linii o napięciu wyższym niż 1500 kV. Oczywiście jest, że w liniach rzeczywistych prawdopodobieństwo wyładowania pod wpływem przepięć wewnętrznych będzie zależało nie od warunków panujących na jednym słupie lecz na wszystkich słupach linii, będzie więc pewną funkcją także liczby słupów. Jeżeli rozkład prawdopodobieństwa przeskoku na izolacji jednego słupa jest rozkładem normalnym a liczba słupów w linii wynosi n , to liczba przeskoków w linii przypadająca na jedną operację łączeniową P_L wynika z następującej zależności [13]:

$$P_L = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left[1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i) \right] f(U) dU,$$

gdzie:

P_i — prawdopodobieństwo przeskoku na izolacji słupa i , przy wartości przepięcia wewnętrznego U ,

$f(U)$ — rozkład wartości przepięć wewnętrznych.

Izolacja stacji elektroenergetycznych w układach przesyłowych na napięcia > 420 kV powinna, jak i w stacjach na niższe napięcia, zapewniać mniejsze prawdopodobieństwo przeskoków na stacjach niż w liniach. Izolacja stacji, zaprojektowana z uwzględnieniem ograniczenia przepięć wewnętrznych i w taki sposób, ażeby prawdopodobieństwo przeskoku na stacji było równe ok. 0,1 prawdopodobieństwa przeskoku w linii, powinna posiadać krytyczne napięcie wyładowania pod działaniem przepięć wewnętrznych równe od 1,0 do 1,04 wartości krytycznego napięcia wyładowania na izolacji linii. Uwzględniono tu okoliczność, że na stacji liczba punktów, w których może nastąpić przeskok jest znacznie (kilkadziesiąt lub kilkaset) razy mniejsza niż na linii. W przypadku, gdy stosunek prawdopodobieństwa przeskoku na izolacji stacji i izolacji linii ma wynosić ok. 1:100, krytyczne napięcie wyładowania na izolacji stacji powinno być od 5 do 10% wyższe od krytycznego napięcia wyładowania na izolacji linii [13].

Minimalne odstępstwa między częściami urządzeń elektroenergetycznych znajdujących się pod napięciem, a także minimalne odstępstwa między tymi częściami i ziemią są określane w układach przesyłowych o napięciach do 420 kV ze względu na wytrzymałość izolacyjną powietrza na przebiegi atmosferyczne. W urządzeniach na napięcia > 420 kV minimalne odstępstwa muszą być wyznaczane ze względu na wytrzymałość izolacji na przebiegi wewnętrzne. Stwierdzono na podstawie badań przeprowadzonych w sieciach rzeczywistych, a także na modelach, że przebiegi łączeniowe powstające między przewodami (fazami) są zdecydowanie większe niż przebiegi między przewodami i ziemią. Odpowiednio do tego należy inaczej wymiarować wzajemne odstępstwa między przewodami, a inaczej odstępstwa między przewodami i ziemią.

Ochronniki

Ze względów gospodarczych należy jak najbardziej ograniczać przebiegi wewnętrzne, które w układach przesyłowych na napięcia > 420 kV decydują o izolacji urządzeń, a więc i o ich wymiarach. Ze względu na różnorodne przyczyny powstawania przebiegów wewnętrznych i różnorodność środków proponowanych do ich ograniczania (rys. rys. 11 i 12) wydaje się celowe poszukiwanie takiego uniwersalnego sposobu, za pomocą którego można byłoby obniżyć do pożądanego poziomu każde przebiegi wewnętrzne niezależnie od rodzaju przyczyny wywołującej to przebiegi. Takim uniwersalnym środkiem mogłyby być ochronniki zapewniające utrzymanie wartości przebiegów wewnętrznych poniżej określonego poziomu w miejscu zainstalowania ochronników. Ochronniki takie musiałyby być zdolne do pochłaniania i rozpraszania znacznej ilości energii wydzielającej się w nich podczas ograniczania przebiegów wewnętrznych; musiałyby także spełniać ostre wymagania dotyczące napięć zapłonu i gaśnięcia.

Napięcie gaśnięcia ochronnika U_g powinno być większe od najwyższego przebiegu wewnętrznego o częstotliwości roboczej, które może wystąpić w miejscu zainstalowania ochronnika. Tym bardziej U_g musi być większe od najwyższego fazowego napięcia roboczego w układzie: $U_{r\max}/\sqrt{3}$. Własności ochronnika mogą być scharakteryzowane przez dwa wskaźniki α i β [11], z których α przedstawia stosunek wymienionych wyżej napięć:

$$\alpha = \frac{\sqrt{3}U_g}{U_{r\max}}, \quad (2)$$

zaś β jest stosunkiem szczytowej wartości napięcia zapłonu ochronnika pod działaniem fali przebiegiowej U_z do szczytowej wartości napięcia gaśnięcia ochronnika $\sqrt{2}U_g$:

$$\beta = \frac{U_z}{\sqrt{2}U_g}. \quad (3)$$

Współczynnik przebiegu wewnętrznego w stosunku do ziemi k_z można przedstawić w następujący sposób:

$$k_z = \frac{U_{p\max}\sqrt{3}}{U_{r\max}\sqrt{2}} \leq \frac{U_z\sqrt{3}}{U_{r\max}\sqrt{2}} = \alpha_p, \quad (4)$$

gdzie α_p przedstawia względny poziom ochronny dla przebiegów wewnętrznych, zapewniony przez ochronnik.

Uwzględniając (2) i (3) otrzymujemy z równania (4):

$$k_z \leq \alpha_p = \alpha\beta. \quad (5)$$

Z zależności (5) wynika, że poziom ochronny α_p , a zatem i współczynnik przepięciowy k_z zależą od iloczynu $\alpha\beta$ określającego własności ochronnika ograniczającego przepięcia wewnętrzne. Im wyższe jest napięcie układu przesyłowego, tym mniejszy musi być, jak to stwierdziliśmy, współczynnik przepięciowy k_z , a więc i iloczyn $\alpha\beta$, co oznacza stawianie coraz ostrzejszych warunków ochronnikom. Jeśli ochronnik dla napięcia $U_{r,max} = 765$ kV w celu zapewnienia względnego poziomu ochronnego $\alpha_p = 2$, powinien posiadać współczynniki np. równe: $\alpha = 1,38$, $\beta = 1,45$ [11], to dla napięcia 1500 kV, przy $\alpha_p = 1,3$ współczynniki α i β musiałyby mieć wartości zawarte między 1,1 i 1,2. Nie można obecnie przewidzieć, czy możliwe jest wykonanie takich ochronników, tym bardziej że muszą one posiadać dodatkowo własność pochłaniania znacznych ilości energii.

Zabrudzenie izolatorów

Osady obce na izolatorach, a więc zabrudzenia pochodzenia przemysłowego lub sole pochodzenia morskiego, w połączeniu z wilgocią atmosferyczną są przyczyną obniżenia wytrzymałości dielektrycznej powierzchni izolatorów. Daje się ona zaobserwować w szczególności w stosunku do trwale działającego napięcia roboczego, a także w stosunku do przepięć o częstotliwości roboczej, jeżeli czas trwania takich przepięć jest dłuższy od kilku sekund [11]. Przyjętą obecnie miarą oceny wpływu osadów obcych jest stosunek drogi wyładowania pełnego (drogi upływu) do napięcia trwale działającego na izolator (cm/kV). Liczne badania laboratoryjne wykazały jednak, że wyżej określona względna (na 1 kV) droga wyładowania pełnego nie określa jednoznacznie wytrzymałości elektrycznej zabrudzonych izolatorów. Na tę wytrzymałość mają jeszcze wpływ inne czynniki, np. kształt ekranów i grubość pnia izolatora [11].

Na podstawie wyników badań laboratoryjnych nad izolatorami wsporczymi zaopatrzonymi w ekrany opracowano wytyczne zestawione w tabl. 3, które przytaczamy przykładowo

Tablica 3

Wytyczne do badania stopnia zabrudzenia izolatorów wsporczych (stojących) [11]

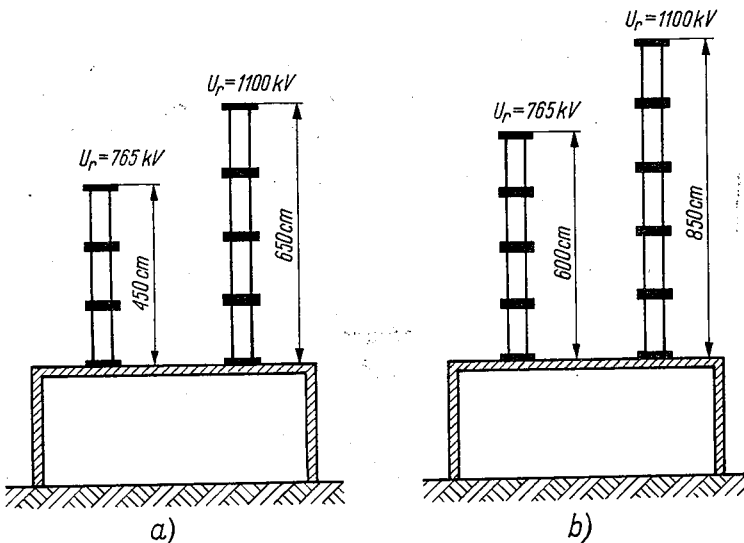
Zabrudzenie	Dopuszczalna przewodność warstwy μS	Względna droga wyładowania pełnego cm/kV _{sk}
Lekkie	3 ... 5	2,5 ... 3,0
Średnie	7 ... 12	3,3 ... 4,0
Duże	15 ... 25	4,5 ... 5,5

[11]. Proponowane długości drogi wyładowania pełnego oraz wartości napięć wytrzymywanych dla izolatorów stojących na napięcia robocze 765 kV i 1100 kV są podane w tabl. 4, a odpowiednie szkice izolatorów, na rys. 13 [11]. Mimo że wysokości izolatorów obliczono dla lekkich i średnich warunków zabrudzeniowych i że ograniczono się do napięcia roboczego 1100 kV, wysokości te są znaczne i wymagają specjalnych rozwiązań konstrukcyjnych, tym bardziej że ze względu na wpływ ziemi na rozkład pola izolatory należy ustawiać na wysokości kilku metrów (ok. 5 m przy 1500 kV) [15]. W odniesieniu do miejsc o dużym

Tablica 4

Droga wyładowania pełnego izolatorów stojących zaopatrzonych w ekrany.
Napięcie wytrzymywane [11]

	Zabrudzenia			
	średnie		lekkie	
Najwyższe napięcie robocze, kV	765	1100	765	1100
Droga wyładowania pełnego, cm	1200	1800	1600	2400
Napięcie wytrzymywane, kV	1300	1700	1550	1950



Rys. 13. Wymiary izolatorów stojących zaopatrzonych w ekrany i pokrytych zabrudzeniem określonym w tablicy 3 [11]

a — zabrudzenie lekkie; b — zabrudzenie średnie

zabrudzeniu należy rozważyć, czy z technicznego i gospodarczego punktu widzenia jest uzasadnione dostosowanie izolacji urządzeń elektrycznych do warunków najgorszych, które przecież nie występują stale. Do rozważenia jest tu możliwość okresowego zmywania izolatorów lub też pokrycie izolatorów warstwami o małej przyczepności, np. silikonowymi.

Izolacja wewnętrzna

Izolacja wewnętrzna elementów układu przesyłowego (transformatorów, przekładników, dławików, kondensatorów) nie jest narażona na wpływy warunków klimatycznych, z wyjątkiem zmian temperatury. Natomiast nie posiada izolacja wewnętrzna własności odnawiania się przez zastosowanie SPZ, jak to ma miejsce w izolacji zewnętrznej, powietrznej. Z tego powodu nie jest tu przydatna metoda koordynacji wytrzymałości izolacji oparta na statystycznej ocenie ryzyka wyładowania. Należy zasadniczo nie dopuszczać do powstania wyładowań wewnątrz wspomnianych elementów. Nowe zalecenia Komitetu 28 IEC [11] przewidują koordynację izolacji z uwzględnieniem starzenia się izolacji we-

wewnętrznej i biorą pod uwagę: 1) wartości napięć występujące podczas pracy normalnej, 2) przebiecia (wzrosty napięcia) krótkotrwałe. Zakłada się przy tym, że wzrosty napięcia nie przekraczają 1,5-krotnej wartości najwyższego dopuszczalnego napięcia roboczego podczas 1 sekundy.

W odniesieniu do izolacji wewnętrznej nie stwierdzono istnienia najniekorzystniejszego kształtu fali przebiecia wewnętrznego, a więc inaczej niż to ma miejsce w odniesieniu do izolacji zewnętrznej. Wybór napięcia probierczego izolacji wewnętrznej ze względu na odporność na działanie przebiec wewnętrznych jest dotychczas sprawą otwartą w skali międzynarodowej. Naturalnie istniejące obecnie urządzenia posiadają wystarczającą wytrzymałość izolacji wewnętrznej na działanie przebiec wewnętrznych. Sprawdza się tę wytrzymałość napięciem probierczym p. p. o wartości 1,5 do 2,0 największego dopuszczalnego napięcia roboczego. Pozostaje więc do rozstrzygnięcia na przyszłość, czy w odniesieniu do izolacji wewnętrznej elementów układu przesyłowego p. p. na napięcia > 420 kV zachować dotychczasowy sposób sprawdzania wytrzymałości tej izolacji, czy też zmienić go obniżając napięcie probiercze p. p., wprowadzając natomiast dodatkowo próbę udarową falami przebieciowymi.

Jeżeli próba izolacji zewnętrznej na przebiecia odwzorowujące przebiecia atmosferyczne straciła na znaczeniu w urządzeniach na napięcia > 420 kV, wobec ważniejszych prób na przebiecia łączeniowe, to nie można tego samego stwierdzić w odniesieniu do izolacji wewnętrznej. Obowiązują tu w dalszym ciągu zasady koordynacji izolacji. Jak dotychczas, rozpoczyna się od poziomu ochronnego odgromnika dla przebiec łączeniowych i atmosferycznych. Poziom izolacyjny elementów układu przesyłowego powinien być wyższy od poziomu ochronnego odgromnika 1,1 do 1,15 razy dla przebiec łączeniowych i 1,2 do 1,3 razy dla przebiec atmosferycznych [11]. Poziom ochronny i poziom izolacyjny określa się za pomocą ograniczonej liczby udarów napięciowych: poziom ochronny jako bezpieczną wartość najwyższą, zaś poziom izolacyjny (napięcie wytrzymywane) — jako bezpieczną wartość najniższą. Wybierając możliwie najmniejsze napięcie gaśnięcia odgromnika, a zatem i najniższy poziom ochronny (związek między obydwojma jest liniowy) można ograniczyć izolację wewnętrzną urządzeń i zmniejszyć jej koszty.

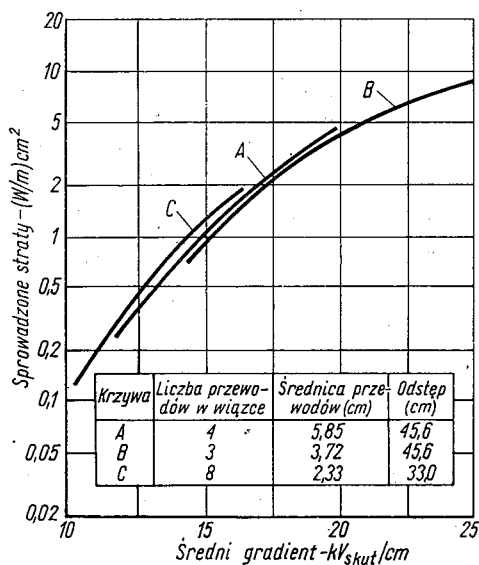
Odgromniki ograniczają w dużym stopniu przebiecia powstające między przewodami i ziemią, nie ograniczają natomiast przebiec między przewodami nawzajem, skutkiem czego izolacja między przewodami (fazami) musi być wymiarowana odpowiednio do rzeczywiste występujących między nimi przebiec. Największe przebiecia między przewodami powstają na otwartym krańcu linii długiej podczas jej włączania na drugim krańcu lub podczas SPZ. Szczęśliwie przebiecia te są mniejsze gdy na końcu linii jest włączony transformator.

Zakłócenia radiofoniczne i akustyczne. Ulot

Badania zakłóceń radiofonicznych, szumów akustycznych oraz ulotu w liniach na bardzo wysokie napięcia doprowadziły do wprowadzenia pojęcia funkcji pobudzenia. Funkcja pobudzenia charakteryzuje sam przewód wiązkowy danej linii. Parametrami funkcji są napięcia, stan powierzchni przewodów, wymiary przewodów i ich rozmieszczenie określające w szczególności pojemność względem ziemi [16] [17]. Wykazano, że funkcja pobudzenia reprezentuje źródło energii w schemacie zastępczym, którego obwody wewnętrzne

zależą od danych charakterystycznych linii przesyłowej, a jego napięcie wyjściowe określa poziom szumów radiowych w pobliżu linii. Stwierdzono, że funkcja pobudzenia dla symetrycznej wiązki przewodów zależy praktycznie tylko od średnicy przewodów składowych i maksymalnego powierzchniowego natężenia pola elektrycznego, a nie zależy bezpośrednio od liczby przewodów w wiązce. Wykonane doświadczenia wykazały, że w celu utrzymania takiego samego poziomu szumów radiowych pochodzących od linii o napięciach > 420 kV jak ten, który jest wywołany przez linie na napięcia niższe, konieczne jest zastosowanie wiązek z 6 do 8 przewodów. Przy zadanym łącznym przekroju przewodów jednej fazy, bardziej skuteczne, ze względu na poziom zakłóceń radiowych, jest powiększenie średnic przewodów składowych niż powiększenie liczby przewodów w wiązce.

Szum akustyczny wywołany przez przewody wiązkowe linii o napięciu > 420 kV podczas dobrej pogody jest nieznaczny. Podczas wilgotnej pogody szum znacznie się powiększa. Wykazano eksperymentalnie, że generowanie mocy akustycznej przez wiązki przewodów może być określone za pomocą tej samej funkcji pobudzenia, która służy do obliczania poziomu szumów radiowych [16] [17]. Posługując się wartością mocy akustycznej wyznaczoną przy użyciu funkcji pobudzenia oraz zasadami rozchodzenia się dźwięku, można obliczyć ciśnienie akustyczne pochodzące od szumu wywołanego przez przewody linii o napięciu > 420 kV podczas wilgotnej i deszczowej pogody. Szum dźwiękowy wiązki przewodów w deszcz jest proporcjonalny do liczby przewodów w wiązce i do średnicy tych przewodów; zależy on od natężenia pola elektrycznego w taki sam sposób jak poziom szumów radiowych. Ze wzrostem odległości od linii szum akustyczny zmniejsza się znacznie wolniej niż szum zakłóceń radiowych [17].



Rys. 14. Sporowadzone wartości strat na koronę w przewodach wiązkowych [16]

Straty na koronę w przewodach wiązkowych były mierzone przy rozmaitych wymiarach wiązek i przy różnych natężeniach pola elektrycznego. Rys. 14 przedstawia względne wartości strat na koronę otrzymane podczas wilgotnej pogody dla wiązek z trzech, czterech

i ośmiu przewodów, w zależności od powierzchniowego natężenia pola elektrycznego [16]. Opracowana teoria pozwala na wyznaczenie strat na koronę w postaci uniwersalnej krzywej obliczeniowej [16] [18]. Odpowiednio do tej teorii rzeczywiste straty na koronę podczas deszczu ΔP_{kor} oblicza się w zależności od intensywności deszczu i względnego natężenia pola na powierzchni przewodu E/E_{kr} (E — średnie natężenie pola, E_{kr} — krytyczne natężenie pola według Peek'a) [18]

$$\Delta P_{kor} = KP_s,$$

gdzie:

K — sprowadzony współczynnik zależny od konstrukcji fazy i od jej pojemności względem ziemi,

P_s — sprowadzone straty na koronę.

Przykładowo obliczone straty na koronę w linii 1000 kV (przewód $4 \times 5,2$ cm), w zależności od intensywności deszczu, zmieniają się od 15 do 131 kW/km [18].

Przeprowadzone pomiary strat wykazują, że sprawność η linii o napięciu > 420 kV jest większa niż sprawność linii o niższym napięciu. Przeciętne wartości strat w linii trójfazowej podczas dobrej pogody wynoszą 5 do 10 kW/km [16].

Główne parametry linii na napięcia > 420 kV

Na podstawie uzyskanych informacji z projektów i z wykonanych układów przesyłowych na napięcia 420 ÷ 765 kV można oszacować główne parametry linii przesyłowych p. p. na napięcia wyższe, aż do 1500 kV. Parametry te są zestawione w tablicy 5 [19].

Przewiduje się, że można uzyskać znaczne oszczędności w budowie słupów linii jeżeli uda się zastosować poprzeczniki z nowych materiałów izolacyjnych.

Transformatory i aparaty

Z budową układów przesyłowych p. p. na napięcia > 420 kV jest ściśle związana budowa transformatorów, dławików, wyłączników, przekładników, kondensatorów, rezystorów i ochronników. Wymieniliśmy tylko te elementy układu przesyłowego, które bezpośrednio są połączone z liniami.

Jeżeli się weźmie pod uwagę, że moc naturalna linii jednotorowej o napięciu 420 kV wynosi 560 MW (tablica 5), zaś linii o napięciu 1500 kV osiąga 8265 MW, a więc jest prawie 15 razy większa, staje się oczywiste jakich poważnych wysiłków wymaga rozwinięcie obecnych transformatorów i autotransformatorów, ażeby uzyskać jednostki dostarczające nie tylko odpowiednio wysokie napięcie ale posiadające także moc dostosowaną do zdolności przesyłowej linii elektroenergetycznej.

Wraz ze wzrostem napięcia linii wzrasta także moc dławików poprzecznych niezbędnych do kompensacji mocy ładowania linii. Moc zainstalowanych dławików potrzebnych dla linii 1500 kV o długości 1000 km wynosi, dla przykładu ok. 14000 Mvar [13]. Moc ta jest większa od całkowitej mocy biernej generatorów i innych jej źródeł, jakie mamy obecnie zainstalowane w naszym kraju. Liczby te dają pojęcie o rozmiarach urządzeń, jakich wymagają układy przesyłowe p. p. o napięciach powyżej 1000 kV.

Przed przemysłem aparatów elektrycznych stawia się wymaganie wyprodukowania wyłączników o prądzie wyłączeniowym 40 kA przy napięciach 765 kV i przy napięciach wyższych (moc wyłączeniowa: 53000 MVA przy 765 kV i ok. 100000 MVA przy 1500 kV). Żąda się skrócenia czasu wyłączania do dwóch okresów i mniej [20].

Tablica 5

Główne parametry jednotorowych linii napowietrznych p. p. na napięcia od 420 kV do 1500 kV [19]

Najwyższe napięcie robocze, kV	420	525	765	1000	1300	1500
Całkowity przekrój przewodów jednej fazy (Al) mm ²	1240	1660	2680	3780	5250	6300
Liczba przewodów w wiązce	2	3	4	6	8	8
Średnica pojedynczego przewodu, mm	34,5	32,4	35,8	34,7	35,5	38,8
Najmniejsza odległość przewodu od słupa, m	3,0	3,9	5,6	7,2	8,5	9,4
Dopuszczalny poziom przepięć wewnętrznych z prawdopodobieństwem 1%	2,65	2,45	2,15	1,85	1,60	1,50
Odstęp przewodu od ziemi w środku przęsła, m	7,2	8,45	10,8	13,1	15,0	16,2
Długość przęsła, m	400	420	445	475	500	515
Odstęp między fazami, m	7,3	9,2	12,8	16,1	19,0	20,8
Długość poprzeczника, m	20,0	25,4	35,6	45,2	53,3	58,4
Całkowita wysokość słupa, m	24,60	28,20	35,50	42,25	47,90	51,55
Szerokość pasa gruntu, m	35,5	42,3	52,0	62,5	72,0	76,5
Największe dopuszczalne natężenia pola na powierzchni wiązki ze względu na zakłócenia radiofoniczne, kV/cm	15,8	15,7	15,35	15,5	15,25	14,85
Opór falowy linii, Ω	284	268	264	249	240	245
Moc naturalna, MW	560	925	1970	3615	6335	8265

Szczególnie dużo wysiłków wymagałoby zbudowanie ochronników zdolnych do ograniczania przepięć wewnętrznych. Wymagania stawiane takim ochronnikom były omawiane w poprzednich częściach artykułu. Nie można przewidzieć czy odpowiednie ochronniki uda się wykonać.

4. ZAKOŃCZENIE

Wzrostowi zapotrzebowania na energię w różnych jej postaciach musi towarzyszyć wzrost transportu energii. Jakkolwiek transport energii elektrycznej nie należy do najtańszych, będzie on w przyszłości stale powiększał się w miarę rozwoju systemów elektro-

energetycznych oraz w związku z budową nowych dużych elektrowni wodnych i elektrowni jądrowych.

Według obecnych poglądów energia elektryczna będzie w najbliższych dziesięcioleciach przenoszona głównie przez linie napowietrzne i kablowe trójfazowe prądu przemiennego.

Ze względów gospodarczych a także ze względu na niezawodność dostarczania energii elektrycznej w warunkach awaryjnych, do przenoszenia dużych mocy elektrycznych nawet na stosunkowo małe odległości będą stosowane wyższe napięcia niż obecnie. Układy przesyłowe prądu stałego będą stosowane w większym zakresie niż obecnie:

- do przesyłu dużych mocy na duże odległości za pomocą linii napowietrznych,
- do transportu energii w warunkach, w których muszą być użyte kable, np. przy połączeniach przez morza, wielkie jeziora lub gęsto zabudowane, rozległe obszary,
- do powiększenia stateczności w systemach p.p. przez równoległą współpracę układów przesyłowych p. p. i p. s.,
- do połączenia systemów p. p. w celu asynchronicznej współpracy,
- do ograniczania mocy zwarciovych, jeżeli okaże się to gospodarczo uzasadnione.

Utworzenie jakiejś nadrzędnej sieci p. s. łączącej do współpracy systemy elektroenergetyczne p. p. jest w nadchodzących dziesięcioleciach, przynajmniej w Europie, nieprawdopodobne [3].

Wydaje się, że kable kriogeniczne, kable silnie chłodzone oraz kable rurowe o izolacji gazowej (SF_6) będą stopniowo wprowadzane, oprócz kabli konwencjonalnych p. p. i p. s., tylko tam, gdzie będą do przesłania bardzo duże moce a nie będzie miejsca dla tras linii napowietrznych. Można oczekiwać, że kable rurowe z SF_6 będą wcześniej stosowane w szerszym zakresie aniżeli kable kriogeniczne. Przesył mocy systemem półfalowym, możliwy technicznie przy bardzo dużych odległościach, nie może konkurować pod względem ekonomicznym z przesyłem za pomocą linii p. s. Najmniej prawdopodobny w nadchodzących dziesięcioleciach wydaje się transport energii elektrycznej za pomocą mikrofal, ponieważ wymaga on uprzedniego odkrycia sposobów budowy mikrofalowych generatorów i przetworników o dostatecznie dużej mocy, o dobrej sprawności i o opłacalnych kosztach. Tak więc w nadchodzących dwu a może i trzech dziesięcioleciach dominujące znaczenie będzie miał transport energii elektrycznej za pomocą linii napowietrznych trójfazowego prądu przemiennego.

Opierając się na obecnie posiadanej wiedzy oraz na doświadczeniach z budowy i z eksploatacji układów przesyłowych na napięcie do 735 kV, można obecnie zaprojektować i wybudować układy przesyłowe p. p. na napięcia do 1500 kV. Jednakże istnieje wiele problemów zasadniczych, które nie zostały rozwiązane do końca i wymagają zarówno opracowania teoretycznego, jak i przede wszystkim doświadczalnego w celu uzyskania lepszych wyników technicznych i ekonomicznych projektowania, budowy i eksploatacji układów przesyłowych na napięcie > 420 kV. Do problemów wymagających dalszych badań należą:

1. *Przebiegi wewnętrzne.* Należy określić pod względem jakościowym i ilościowym możliwie najwięcej rodzajów przebiegów wewnętrznych uwzględniając dostatecznie duży zakres zmian parametrów wpływających na te przebiegi. Należy wziąć pod uwagę zarówno przebiegi powstające między przewodami fazowymi i ziemią, jak i przebiegi występujące między przewodami nawzajem.

Na podstawie badań istniejących układów przesyłowych na napięcia > 420 kV powinny być zestawione statystyczne rozkłady dotyczące rozmaitych rodzajów przebiegów wewnętrznych i rozmaitych cech tych przebiegów i ustalone rozkłady prawdopodobieństwa ich występowania.

2. *Ograniczanie przebiegów wewnętrznych.* Nie została jeszcze dokładnie zbadana techniczna skuteczność stosowania różnego rodzaju pojedynczych sposobów ograniczania przebiegów wewnętrznych w połączeniu z celowością ekonomiczną. Tym bardziej nie ustalono skuteczności stosowania różnych kombinacji kilku sposobów ograniczania przebiegów. Potrzebne są także metody technicznej i ekonomicznej optymalizacji ograniczania przebiegów.

Wydaje się, że szczególną uwagę należy zwrócić na opracowanie teorii i budowy specjalnych ochronników do ograniczania przebiegów wewnętrznych. Ważnym problemem jest tu sterowanie zapłonem i gaśnięciem ochronnika oraz rozpraszanie znacznych ilości energii przez ochronnik.

3. *Wytrzymałość izolacji zewnętrznej i wewnętrznej.* Ustalenie statystycznej wytrzymałości izolacji zewnętrznej i wewnętrznej na różnego rodzaju przebiegi z uwzględnieniem wpływów: dla izolacji zewnętrznej klimatu i zabrudzenia, a dla izolacji wewnętrznej — starzenia. Ustalenie zależności wytrzymałości izolacji od różnych cech przebiegu, od kształtu i rozmieszczenia elektrod i ekranów, od odległości elektrod. Opracowanie metody optymalnego, opartego na materiałach statystycznych i na rachunku prawdopodobieństwa, sposobu doboru wytrzymałości izolacji i środków ograniczających lub zmieniających cechy przebiegów wewnętrznych.

Dodatkowe badania izolacji powietrznej przy odstępach elektrod $12 \div 15$ m powinny rozstrzygnąć niejednolite obecnie poglądy co do stałości lub wzrostu wartości średniego kwadratowego odchylenia napięć krytycznych wyładowania.

4. *Oddziaływanie na środowisko. Korona.* Dalszych badań wymagają wywoływane przez linie o napięciach > 420 kV zakłócenia radiofoniczne i telewizyjne oraz szумы akustyczne. Pozostaje do zbadania wpływ tych linii, a przede wszystkim ich pól elektromagnetycznych na ludzi, zwierzęta i rośliny, ogólnie na środowisko. Wchodzą tu w grę zarówno oddziaływania fizyczne, jak i — w stosunku do ludzi — psychologiczne. Badania te wiążą się ze studiowaniem ulotu i korony.

5. *Problemy mechaniczno-konstrukcyjne.* Poważne zagadnienia mechaniczne i konstrukcyjne narzuca budowa słupów podtrzymujących przewody, konstrukcja izolatorów łańcuchowych a przede wszystkim samych przewodów. Wiązki złożone z 6 do 10 a może i większej liczby przewodów, muszą być zabezpieczone przed splataniem się i przed drganiem.

6. *Transformatory i aparaty.* Z budową układów przesyłowych p. p. na napięcia > 420 kV jest związana w oczywisty sposób konieczność budowy transformatorów i autotransformatorów na tak wysokie napięcia. Odpowiednio do przepustowości linii przesyłowych, moc transformatorów musi być znacznie większa od mocy jednostek obecnie budowanych. Wyłączniki liniowe powinny działać szybciej i być przystosowane do jednofazowego SPZ. Koniecznymi urządzeniami stają się dławiki poprzeczne o dużych mocach na napięcia linii przesyłowych, kondensatory szeregowo oraz rezystory szeregowo, a być może i poprzeczne.

Należy udoskonalić i przystosować do wyższych napięć odgromniki zaworowe oraz opracować teorię i zbudować nowe typy ochronników odpowiednich do ograniczania skutków przepięć wewnętrznych.

Jak wspomnieliśmy wyżej obecny stan wiedzy i technologii pozwala na zaprojektowanie i budowanie układów przesyłowych p. p. aż do napięć 1500 kV mimo, że wiele problemów związanych z budową i eksploatacją linii o napięciach > 420 kV nie jest wyświetlonych do końca.

Nie wyjaśnione jest natomiast pytanie, czy istnieje teoretyczna lub praktyczna granica napięcia układów przesyłowych p. p. powyżej 1500 kV. Nad odpowiedzią na to pytanie pracuje się obecnie w kilku wysokonapięciowych laboratoriach świata, a nawet buduje się specjalne potężne laboratoria (ZSRR, USA, Kanada, Szwecja).

W Polsce musimy także liczyć się z potrzebą transportu coraz większych mocy w warunkach normalnej pracy naszego systemu elektroenergetycznego, a także podczas awarii. Jak się wydaje, wchodzi w rachubę, w okresie następnych trzech dziesięcioleci, przede wszystkim a może i jedynie trójfazowy prąd przemienny. Linie przesyłowe będą w przeważającej mierze napowietrzne, w pojedynczych przypadkach — kablowe.

Można oczekiwać, że istniejące w Polsce napięcie 400 kV nie będzie napięciem najwyższym i że w drugim dziesięcioleciu (po 1980 r.) powstanie potrzeba budowy linii i stacji o napięciu wyższym, 765 kV lub 1100 kV. W tym okresie będą już dostępne dostateczne informacje teoretyczne i technologiczne pozwalające na zaprojektowanie i zbudowanie takich układów przesyłowych.

Wydaje się, że nie jest za wcześnie rozpocząć przygotowania do czekającego nas podwyższenia napięcia linii elektroenergetycznych. Ważne jest tu zarówno badanie pracy istniejących u nas urządzeń na 400 kV i 220 kV, zbieranie i opracowywanie danych statystycznych z eksploatacji tych urządzeń, jak i badania laboratoryjne i teoretyczne związane z ekstrapolacją posiadanych informacji na urządzenia o napięciach wyższych od 420 kV lub bezpośrednio dotyczące napięć wyższych. Istnieje wiele problemów ważnych a jeszcze nie wyjaśnionych do końca, które mogą być opracowane u nas bez angażowania poważniejszych środków. Należą do nich modelowe i teoretyczne badania przepięć wewnętrznych, opracowanie metod optymalizacji stosowania środków do ograniczania przepięć wewnętrznych, opracowanie metod statystycznego i probabilistycznego doboru izolacji poszczególnych części układu przesyłowego, opracowanie teorii badania wpływu urządzeń bardzo wysokiego napięcia na środowisko. Wydaje się, że byłyby celowe i możliwe u nas badania teoretyczne nad nowymi typami ochronników, a także niektóre próby laboratoryjne związane z konstrukcją tych ochronników. Nie na ostatnim miejscu są także poszukiwania nowych materiałów izolacyjnych, a przede wszystkim gazowych podobnych do SF₆, a także poszukiwania i badania nowych rozwiązań kabli z izolacją gazową i rozdzielni zamkniętych z izolacją gazową.

LITERATURA

1. Energy over Long Distans, Energy International, 1970, 7, Nr 8, 24—25.
2. B. Stauch, Energieübertragung mit hochgespanntem Drehstrom, ETZ-A, 91, 1971, H. 1.
3. O. Dietrich, Prinzipien und Grenzen der elektrischen Energieübertragung, ETZ-A, 91, 1970, H. 1, 29—36.

4. A. Imhof, Freileitungen für hohe Spannungen, eine Übersicht, Schw. Techn. Zeit., 1970, Nr 10, 11.
5. K. W. Kanngiesser, HGÜ-Anlagen und ihre Projektierung, ETZ-B, 1970, H. 6, 115—119.
6. A. Weiss, Nichtkonventionelle Verfahren der elektrischen Energieübertragung, ETZ-B, 1970, H. 17, 403—407.
7. Elektropredaczi buduszczo, Elektrochozajstwo za rubieżom, 1971, nr 1.
8. H. Paul, Hochleistungsübertragung über grosse Entfernungen mit Mikrowellen, Bul. Schweiz. Elektrot. Ver. 1969, 609—621.
9. P. Baltensperger, E. Ruos, Switching Overvoltages in EHV and UHV Networks, CIGRE Int. Conf. Large High Tens. Elec. Syst., Paris, 1970 (Prepr.) s.a. Nr 13—14.
10. G. N. Aleksandrow i dr., Issledowanija razwitija iskrowowo razrjada w dlennyh wozdusznich promiežutkach, Elektriczestwo, 1971, nr 3, 31—34.
11. H. Dorsch, W. Rabus, Allgemeine Gesichtspunkte für die Isolationsbemessung von Drehstrom-Höchstspannungsanlagen, ETZ-A, 1970, 91, H. 4.
12. J. K. Dillard, J. M. Clayton, L. A. Kilar Jr., Controlling Switching Surges on 1100 kV Transmission Systems, IEEE Trans. Power Appar. and Syst. 1970, 89, Nr 8, 1752—1759, Discuss 1759—1762.
13. J. K. Dillard, A. R. Hileman, Switching Surge Performance of Transmission Systems, CIGRE, Int. Conf. Large High Tens. Elec. Syst., Paris 1970, (Prepr.) s.a. Nr 33—07.
14. A. Cleroci, A. Taschini, Overvoltages Due to Line Energization and Reenergization Versus Overvoltages Caused by Faults and Fault Clearing in EHV Systems, IEEE Trans. Power. Appar. and Syst. 1970, 89, Nr 5, 922—939. Discuss. 939—941.
15. W. Heise, G. F. Luxa, Die Bemessung der äusseren Isolierstrecken von Geräten für hohe Betriebsspannungen, ETZ-A, 1970, 91, Nr 4.
16. J. G. Anderson, J. M. Schamberger, UHV Transmission Research Results From Project HV-1968—1969, CIGRE, Int. Conf. Large High Tens. Elec. Syst., Paris 1970, (Prepr.) s.a. Nr 31—07.
17. G. W. Juette, L. E. Zaffanella, Radio Noise, Audible Noise, and Corona Loss of EHV and UHV Transmission Lines under Rain: Predetermination Based on Cage Tests, IEEE Trans. Power Appar. and Syst. 1970, 89, Nr 6, 1168—1175, Discuss. 1175—1178.
18. J. J. Clade, C. H. Gary, Predetermination of Corona Losses under Rain: Influence of Rain Intensity and Utilization of a Universal Chart, IEEE Trans. Power Appar. and Syst. 1970, 89, Nr 6, 1179—1184. Discuss. 1185.
19. L. Parés, Considérations sur les lignes à très haute tension de l'avenir, Rev. gén. élec., 1970, 79, Nr 3, 211—224.
20. A. J. Marks, Higher Order Planning Needed for Transmission, Electr. Light and Power, 1969, 47, Nr 10, 62—65.
21. H. Mors, Höchstspannungs-Freileitungen, ETZ-A, 89, 1968, H. 19/20, 493—500.
22. G. N. Aleksandrow, Wozdusznyje linii ultrawysokowo napraženija, Elektriczestwo, 1971, nr 1, 1—4.
23. W. S. Żeleznjak, Elektropredacza 750 kV Donbass-Zapad, Energetyka i Elektryfikacja, 1971, nr 3, 7—9.
24. R. Bartenstein, R. Jötten, HGÜ-Stromrichteranlagen, ETZ-A, 92, 1971, H. 1, 11—13.

K. PRZANOWSKI

ELECTRICAL ENERGY TRANSMISSION WITH LINES HAVIN VOLTAGE OF OVER 420 kV

Summary

Having compared the cost of energy transmission performed with different means one has made clear the a growing importance of electrical energy transmission. Technical and economical properties featuring different methods of electrical energy transmission were compared for: overhead three—phase lines, half wave lines, D.C. lines, conventional cables, cables with gaseous insulation, criogenic cables and microwave

transmission. A detailed description concerns a three—phase transmission system with extra hige voltage (over 420 kV): internal overvoltages, internal and external insultaion strength, corona — phenomenon, radio and acustic noise, the requirements for protecting devices, transformers, reactors and switch — gears are discussed.

K. PRZANOWSKI

ENERGIETRANSPORT MITTELS LEITUNGEN BEI SPANNUNG ÜBER 420 kV

Zusammenfassung

Nach einem Vergleich von Transportkosten verschiedener Energiearten wurden Ursachen der anwachsenden Bedeutung des Transports elektrischer Energie geklärt. Es wurden technische und wirtschaftliche Aspekte verschiedenartigen Transports von Elektroenergie verglichen: mittels Drehstromfreileitungen, Halbwellen-leitungen, Gleichstromleitungen, sowie konventioneller, gasisolierter, kriogenischer Kabeln und mittels Mikrowellen. Eingehend wurden die mit Bau von Transportanlagen für Dreiphasenstrom mit Spannung über 420 kV verbundenen Probleme beschrieben, wie: Innenüberspannung, Festigkeit äusserer und innerer Isolation, Koronaentladung, radiophonische und akustische Geräusche, sowie die an Überspannungsableitern, Transformatoren, Drosseln und Schalter gestellten Anforderungen.

К. ПШАНОВСКИ

ПЕРЕДАЧА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ ПО ЛИНИЯМ СВЕРХВЫСОКИХ НАПРЯЖЕНИЙ (СВЫШЕ 420 кВ.)

Резюме

После сравнения стоимостей передачи энергии в различном ее виде, объясняются причины по которым наблюдается рост значения электрической передачи энергии. Сравниваются технические и экономические особенности различных способов передачи электрической энергии: с помощью воздушных линий трехфазного тока, полуволновых линий, линий постоянного тока, обыкновенных кабелей, кабелей с газовой изоляцией, криогенических кабелей и передачи с помощью микроволн. Более подробно обсуждаются вопросы связанные с постройкой систем передачи трёхфазного тока на напряжения свыше 420 кВ., внутренние перенапряжения, прочность внешней внутренней и изоляции, корона, радиофонические и акустические шумы, требования предъявляемые разрядником, трансформаторам, дросселям, выключателям.

Fale akustyczne w elektronice

WINCENTY PAJEWSKI (WARSZAWA)

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Otrzymano 15.3.1971

W artykule omówiono własności fal akustycznych o częstotliwościach ultradźwiękowych i hiperdźwiękowych oraz sposoby ich generacji w kryształach. Szczególną uwagę poświęcono falom powierzchniowym (Rayleigha, Love'a i innych) ze względu na potencjalne możliwości wykorzystania ich w układach cienkowarstwowych mikrofalowych. Dokonano też przeglądu urządzeń wykorzystujących fale objętościowe i powierzchniowe, takich jak linie opóźniające konwencjonalne i dyspersyjne, falowody, filtry itp.

W drugiej części przedstawiono poglądowo zjawiska fizyczne, jakie towarzyszą falom akustycznym w kryształach piezoelektrycznych i półprzewodnikowych w obecności pola elektrycznego i nośników prądu oraz podano przykłady wykorzystania tych zjawisk we wzmacniaczach, generatorach i układach funkcjonalnych.

1. WSTĘP

Fale sprężyste w ciałach, zwane też akustycznymi, miały do tej pory ograniczone zastosowanie w telekomunikacji. Badania prowadzone w ostatnim dwudziestolecu w dziedzinie generacji i rozchodzenia się fal akustycznych o częstotliwościach setek i tysięcy megaherców przyczyniły się do poznania ich natury fizycznej oraz zjawisk związanych z ich rozchodzeniem się. Początkowo badania te miały na celu zdobycie jeszcze jednej metody badania właściwości ciała stałego w postaci kryształów. Tutaj szczególnie pomocną okazała się interpretacja kwantowa zjawisk falowych. Później odkrycie nowych zjawisk akustycznych w kryształach półprzewodzących, a mianowicie wzajemne oddziaływanie pól elektrycznych i akustycznych, stworzyły perspektywy wykorzystania fal hiperdźwiękowych także i w telekomunikacji.

Obecnie zarysowują się zastosowania praktyczne fal akustycznych w urządzeniach elektronicznych mikrofalowych, które do tej pory były realizowane w oparciu o zjawiska elektromagnetyczne. Przedmiotem badań są falowody, układy hybrydowe, sprzęgacze, wzmacniacze, izolatory, przesuwniki fazowe, układy do obróbki sygnałów mikrofalowych itp. W pierwszym etapie prac wykorzystano fale rozchodzące się w objętości ciała stałego, zwane falami objętościowymi, w następnym okazało się, że korzystniejsze wyniki praktyczne można osiągnąć z falami powierzchniowymi.

Fale powierzchniowe są łatwiej dostępne, ich bieg może być kontrolowany, ich generacja w szerokim zakresie częstotliwości odbywa się za pomocą przetworników elektro-

mechanicznych o dobrych parametrach przetwarzania. Dodatkowo korzystnym aspektem tych fal jest to, że mogą one rozchodzić się w cienkich warstwach metalicznych, dielektrycznych i półprzewodnikowych, których technologia jest opanowana w technice układów scalonych.

2. FALE AKUSTYCZNE

2.1. Fale ultra i hiperdźwiękowe w kryształach

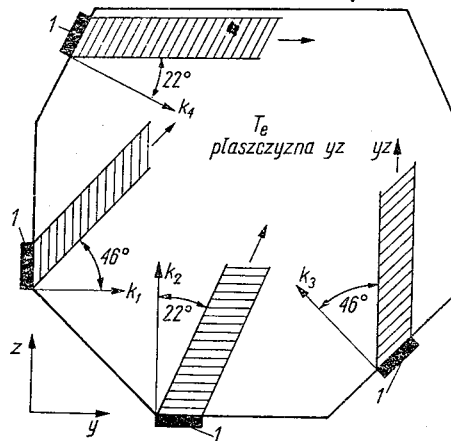
Na wstępie należy zdefiniować, co rozumie się w akustyce pod pojęciem fal hiperdźwiękowych. Kryterium, według którego następuje podział fal akustycznych, podobnie jak w przypadku fal elektromagnetycznych, stanowi częstotliwość. Na ogół w literaturze przyjęto nazywać falami hiperdźwiękowymi fale o częstotliwości wyższej od 1 GHz, zaś fale o częstotliwości niższej — falami ultradźwiękowymi. Podział ten jest oczywiście względny i nie wszędzie uznawany. Częstotliwość fal hiperdźwiękowych jest ograniczona od góry przez strukturę periodyczną kryształu i nie może przekraczać 10^{13} Hz. Maksymalna częstotliwość 10^{13} Hz odpowiada fali akustycznej o długości porównywalnej z wymiarami atomowymi i jest rzędu $5 \text{ \AA}$. Długość fali hiperdźwiękowej o częstotliwości 10^{10} wynosi około $0,5 \mu\text{m}$, jest więc porównywalna z falami światła, z czego wynika, że pomiary w tej dziedzinie powinny być wykonywane z precyzją stosowaną w optyce.

Rozwiązanie równania falowego dla ciała anizotropowego prowadzi do trzech fal różniących się prędkościami i ruchem cząstek ciała podczas ich rozchodzenia się. Czyste fale podłużne lub czyste fale poprzeczne, dla których ruch cząstek ośrodka odbywa się w kierunku rozchodzenia się fali lub prostopadłe do tego kierunku, stanowią przypadki szczególne rozchodzenia się fal w kryształach. Na przykład w układzie heksagonalnym w kierunku osi C (symetrii sześciokrotnej) rozchodzi się czysta fala podłużna oraz fale poprzeczne o dowolnej płaszczyźnie polaryzacji przechodzącej przez oś C . W kierunku prostopadłym do osi C występują trzy różne fale; jedna z nich jest falą podłużną, dwie zaś falami poprzecznymi o polaryzacji prostopadłej i równoległej do osi C . Prędkość fal poprzecznych jest około 2 razy mniejsza od prędkości fal podłużnych. W innych kierunkach kryształu rozchodzą się fale powodujące bardziej skomplikowany ruch cząsteczek mający składową poprzeczną i podłużną drgań. Tego rodzaju fale noszą nazwę quasi poprzecznych lub quasi podłużnych.

Fale akustyczne w kryształach charakteryzują się tym, że ich wektor falowy $\mathbf{k}$ nie jest równoległy do kierunku rozchodzenia się fali (rys. 1), a drgania cząsteczek ośrodka przy przechodzeniu fali mają dwie składowe, równoległą i prostopadłą, do kierunku rozchodzenia się fali.

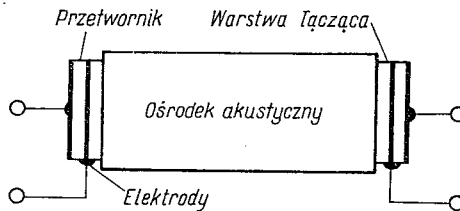
Fale objętościowe w kryształach w zakresie ultradźwiękowym generuje się za pomocą przetworników elektromechanicznych (piezoelektrycznych) — rys. 2 — przyłożonych do kryształu i pokrytych dla lepszego kontaktu akustycznego warstwą smaru lub miękkiego metalu. Przetwornik jest wykonany z kryształu piezoelektrycznego i pobudzany do drgań napięciem elektrycznym. Drgania przetwornika mają składową podłużną i poprzeczną i w związku z tym w kryształcie generowane są trzy fale. W praktyce przez odpowiednie wycięcie przetwornika i odpowiednie położenie płytki można wytworzyć silną pożądaną

falę, której będą towarzyszyć pozostałe dwie, ale znacznie słabsze. Warstwa sprzęgająca przetwornik z ciałem badanym jest źródłem strat energii i to tym większych im wyższa jest częstotliwość fali. Na wyższych częstotliwościach płytki są bardzo cienkie; wprowadzie



Rys. 1. Rozchodzenie się fal akustycznych w ciele anizotropowym (kryształ telluru)

1 — przetwornik na falę ścinającą o polaryzacji drgań w kierunku osi X kryształu
 k_1, k_2, k_3, k_4 — wektory falowe

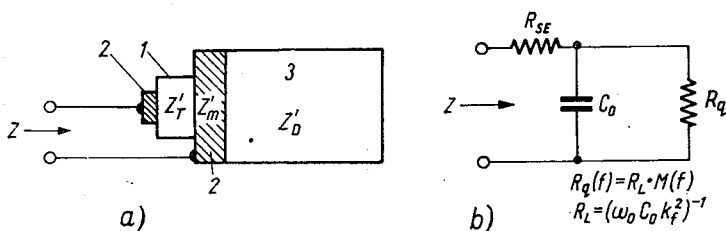


Rys. 2. Przetwornik piezoelektryczny płytkowy generujący falę akustyczną objętościową w środku akustycznym

można wykorzystywać drgania owertonowe płytek grubszych, jednakże straty w takich przetwornikach rosną z częstotliwością. Przetworniki płytkowe wykonuje się z kryształów piezoelektrycznych o dobrych własnościach sprężystych — kwarc, tlenek cynku, nioban lub tantalit litu.

W zakresie częstotliwości od jednego do kilku GHz dobrze pracują przetworniki cienkowarstwowe wykonane z siarczku kadmu, tlenku cynku lub niobanu litu. Podłoże stanowi zazwyczaj kryształ korundu lub kwarcu, na który nakłada się elektrodę w postaci cienkiej warstwy złota, na tę elektrodę nakłada się metodą parowania lub rozpylania katodowego warstwę odpowiedniego kryształu piezoelektrycznego, na tę warstwę z kolei nakłada się drugą elektrodę (rys. 3).

Przetworniki cienkowarstwowe mają szereg zalet, mianowicie można je nakładać bezpośrednio na linię opóźniającą i przez to pracują w znacznie szerszym paśmie częstotliwości przy mniejszej tłumienności niż przetworniki płytkowe dla tej samej częstotliwości.



Rys. 3. Przetwornik piezoelektryczny cienkowarstwowy

a) schemat przetwornika: 1 — warstwa piezoelektryczna, 2 — elektrody, 3 — linia opóźniająca; b) układ elektryczny równoważny przetwornika cienkowarstwowego w pobliżu częstotliwości rezonansowej: R_L — rezystancja promieniowania, C_0 — pojemność, R_{SE} — rezystancja strat po stronie elektrycznej

Tablica 1

Parametry przetworników płytkowych

Materiał	Cięcie	Rodzaj fali	tłumienność		Złącze	k
			GHz	dB		
SO ₂ kryształ	X	podłużna	0,1 ÷ 1	10 ÷ 20	ind	$k_{11} = 0,09$
	Y	poprzeczna	0,1 ÷ 1	15 ÷ 25	ind	$k_{14} = 0,14$
ZnO	Z	podłużna	1 ÷ 2	8 ÷ 10	ind	$k_t = 0,28$
					lub Phenyl Benzoate	$k_{15} = 0,32$
LiNbO ₃	X	poprzeczna	0,1 ÷ 2	2 ÷ 10	ind/	$k_t = 0,68$
	Y/55°	podłużna	0,1 ÷ 0,8	1 ÷ 5	złoto	$k_t = 0,5$

k — współczynnik sprzężenia elektromechanicznego

Tablica 2

Parametry przetworników cienkowarstwowych w zakresie częstotliwości 0,1 ÷ 1 GHz

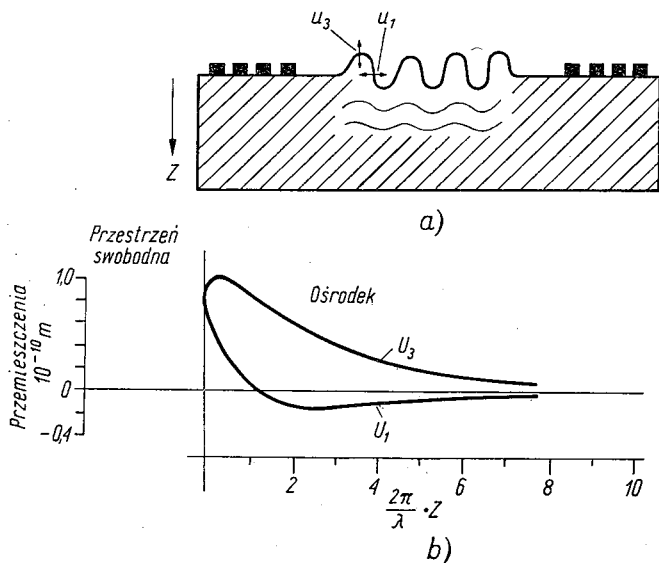
Materiał	k_{ef}	Rodzaj fali	Tłumienność przetwornika w zakresie 0,1 ÷ 1 GHz	Akustyczna imp. właściwa Z_T 10 ⁺⁶ kg/m ² s
CdS	0,12 ÷ 0,150	podłużna	2 ÷ 8 dB	20,7
	0,14 ÷ 0,17	poprzeczna	5 ÷ 10 dB	8,5
ZnO	0,15 ÷ 0,25	podłużna	1 ÷ 4 dB	34,6
	0,12 ÷ 0,18	poprzeczna		15,5
LiNbO ₃ (na szafirze)	0,08	podłużna	9 dB	34,8
		poprzeczna	(0,5 GHz)	22,6

k_{ef} — efektywny współczynnik sprzężenia elektromechanicznego

Przez odpowiednie usytuowanie osi krystalograficznej warstw możliwe jest wyeliminowanie drgań pasożytniczych. W tablicy 1 i 2 zestawiono własności przetworników płytkowych oraz cienkowarstwowych w zakresie częstotliwości od 0,1 do 1 GHz. Jak widać z tablicy, tłumienność przetworników cienkowarstwowych jest mniejsza od tłumienności przetworników płytkowych.

2.2. Fale powierzchniowe

Fale powierzchniowe były znane od dawna z okazji badań fal sejsmicznych w skorupie ziemskiej. Najbardziej znanym rodzajem fal powierzchniowych są fale Rayleigha. W czasie rozchodzenia się fali po powierzchni ciała jego cząsteczki przesuwały się zarówno w kierunku fali jak i kierunku prostopadłym, w wyniku czego ich ruch wypadkowy odbywa się po elipsie (rys. 4a).



Rys. 4. Fala Rayleigha na powierzchni ciała izotropowego

a) przemieszczenia u_1, u_3 cząstek ośrodka; b) przemieszczenia u_1, u_3 w funkcji odległości od powierzchni

Fala Rayleigha może być zatem rozważana jako kombinacja fali powierzchniowej podłużnej i poprzecznej. Prędkość fali Rayleigha jest mniejsza o około 10% od prędkości fali poprzecznej i oblicza się ją dla ciała izotropowego według wzoru

$$V_R = \frac{0,87 + 1,12\sigma}{1 + \sigma}, \quad (1)$$

gdzie: σ — liczba Poissona.

W przypadku ciała anizotropowego współczynnik przy σ wynosi około 1,2 i jest zależny od usytuowania płaszczyzny rozchodzenia się fali, a także od jej orientacji w stosunku do osi krystalograficznych. Prędkość fali Rayleigha dla kilku znanych kryształów podano w tablicy 3. Fala Rayleigha może także rozchodzić się na powierzchni ciała złożonego z dwóch warstw. W tym przypadku, gdy grubość warstwy górnej jest duża w porównaniu z długością fali, w warstwie tej powstaje typowa fala Rayleigha. Natomiast dla częstotliwości niskich, gdy warstwa pierwsza ma małą grubość w stosunku do długości fali, fala Rayleigha ma prędkość odpowiadającą prędkości w warstwie drugiej (dolnej). W warunkach pośrednich fala Rayleigha może istnieć tylko wtedy, gdy prędkość fali w ośrodku dolnym jest większa od prędkości fali w ośrodku górnym. W przypadku próżni nad powierzchnią

ciała prędkość fali Rayleigha jest niezależna od częstotliwości, a zaburzenie ogranicza się do głębokości nieco większej od długości fali. Natomiast w przypadku ciała z warstwą innego ciała na powierzchni prędkość zależy od grubości tej warstwy w stosunku do długości fali, co związane jest z przenoszeniem się zaburzeń na warstwę dolną (rys. 4b).

Tablica 3

Częstotliwości graniczne oraz parametry przetworników fal powierzchniowych (rozdzielczość 1 μm)

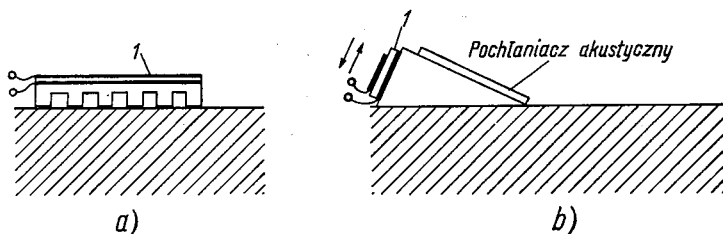
Materiał	Prędkość fal Rayleigha (10^5 cm/s)	Częstotliwość graniczna (MHz)	N_{opt}	B %	$K^2 \times 10^2$
LiNbO ₃	3,48	870	4	24	4,9
SiO ₂	3,13	780	19	5	0,22
ZnS	2,7	675			
ZnO	2,6	650	8	12	1,1
Bi ₁₂ G _e O ₂₀	1,82	450	7	10	1,4
CdS	1,73	430			

B — szerokość pasma w %

N_{opt} — optymalna ilość zębów przetwornika

K — współczynnik sprzężenia elektromechanicznego przetwornika

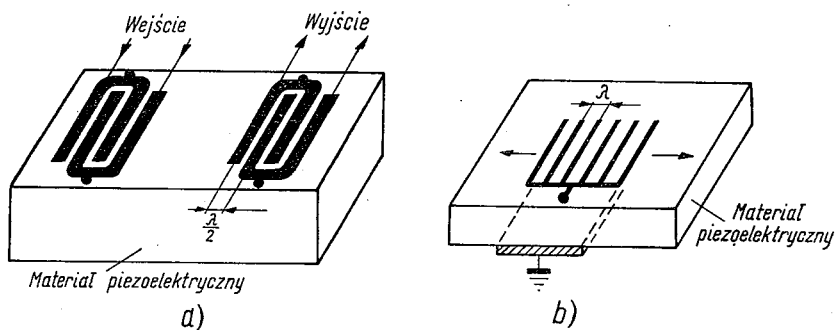
Istnieje kilka sposobów generacji fal Rayleigha na powierzchni ciała stałego. Najdawniej znany i jeszcze stosowany sposób polega na wykorzystaniu energii fali poprzecznej o polaryzacji prostopadłej do powierzchni rozchodzenia się. Do tego celu wykorzystuje się grzebień lub klin mocno przylegający do powierzchni; na boku grzebienia (klina) znajduje się przetwornik drgający drganiami grubościowymi (rys. 5). Ten sposób pobudzenia fali Rayleigha ma tę wadę, że powoduje jednoczesne powstawanie fal objętościowych.



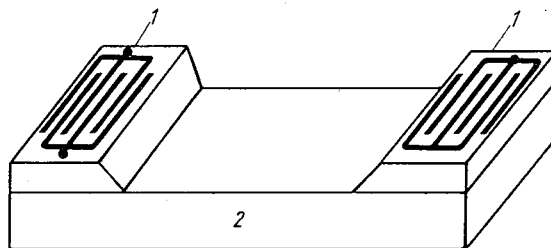
Rys. 5. Przetworniki piezoelektryczne dla generacji fal Rayleigha: a) grzebieniowy, b) klinowy
1 — płytka piezoelektryczna

Falę Rayleigha wytwarza się łatwo na kryształach piezoelektrycznych przez odpowiednio ukształtowane elektrody (rys. 6a). W tym przypadku odległość pomiędzy sąsiednimi elektrodami wynosi pół fali. Przyłożone pole elektryczne odpowiedniej częstotliwości ma składową styczną, która powoduje powstanie fali, o ile istnieje odpowiednie sprzężenie piezoelektryczne, to znaczy w przypadku, gdy odkształcenie wywołane polem elektrycznym posiada składową odpowiadającą odkształceniom zachodzącym podczas ruchu fali

w ośrodku. Przetworniki tego typu wykonane z płytek piezoelektrycznych mogą służyć do pobudzenia fal Rayleigha także w kryształach, który nie posiada własności piezoelektrycznych. Fale Rayleigha można też wzbudzić za pomocą grzebienia elektrod na po-



Rys. 6. Przetwornik na fale Rayleigha na materiale piezoelektrycznym;
a) dwugrzebieniowy, b) jednogrzebieniowy

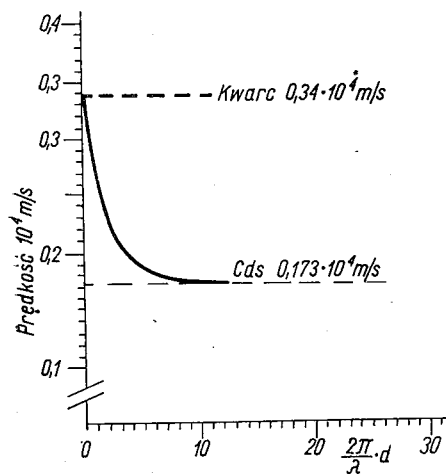


Rys. 7. Wzbudzanie fal Rayleigha w materiale nie posiadającym własności piezoelektrycznych
1 — przetwornik piezoelektryczny, 2 — badany materiał

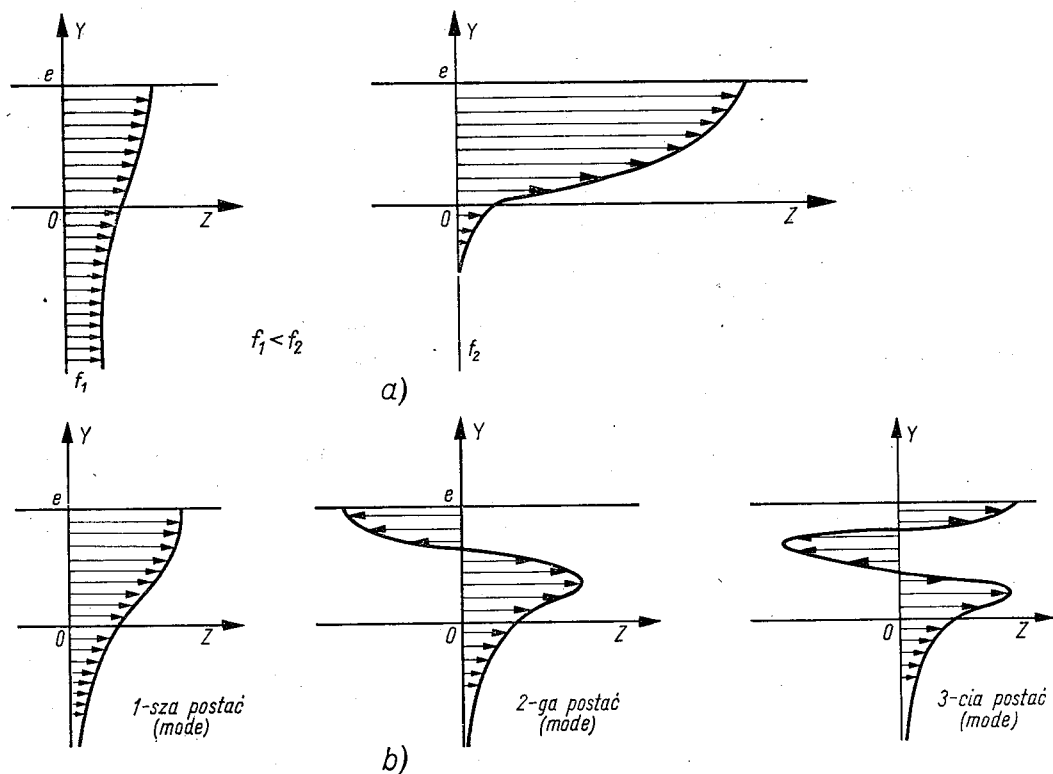
wierzchni płytki i elektrody ciągłej znajdującej się pod spodem płytki (rys. 6b). Ten sposób jest jednak mniej sprawny. W materiale nie mającym własności piezoelektrycznych fale Rayleigha wzbudza się za pomocą przetworników pokazanych na rys. 7.

Fale Love'a

Fala Love'a jest falą powierzchniową, która powstaje w cienkiej warstwie nałożonej na ciało wypełniające półprzestrzeń. Fala Love'a wykazuje zależność prędkości rozchodzenia się od częstotliwości (rys. 8). Drgania cząstek ośrodka odbywają się tutaj w płaszczyźnie ośrodka i są prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali (rys. 9). Ze względu na dyspersję prędkości fal Love'a wykorzystuje się je w urządzeniach kompresji impulsów. Generacja fal Love'a w dowolnym ośrodku odbywa się za pomocą przetworników piezoelektrycznych nałożonych na klin, podobnie jak w przypadku fal Rayleigha, z tą różnicą, że przetwornik ma polaryzację równoległą do płaszczyzny. Inny sposób (rys. 10) polega na wytwarzaniu fal Love'a przez przetworniki przyłożone do krawędzi. Wreszcie sposób najbardziej wydajny, który może być stosowany w przypadku ośrodka piezoelektrycznego, podobnie jak w przypadku fal Rayleigha polega na wytworzeniu pola elektrycznego stycznego do powierzchni, po której rozchodzi się fala za pomocą elektrod grzebieniowych.



Rys. 8. Prędkości fal Rayleigha w warstwie CdS na podłożu kwarcowym w funkcji jej grubości d



Rys. 9. Rozkład przemieszczeń cząstek ośrodka podczas rozchodzenia się fali Love'a;

a) dla dwóch częstotliwości podstawowych [1-sza postać (mode)], b) dla częstotliwości podstawowej podwójnej i potrójnej



Rys. 10. Generacja fal Love'a za pomocą przetwornika piezoelektrycznego na drgania poprzeczne:

1 — przetwornik piezoelektryczny, 2 — warstwa przewodząca falę, 3 — podkład

Ten sposób wymaga jednak istnienia odpowiedniego sprzężenia piezoelektrycznego i może być stosowany tylko w określonych przypadkach. W ciele nie mającym własności piezoelektrycznych można wytworzyć fale Love'a przez naklejenie na powierzchnię odpowiedniej struktury przetwornika grzebieniowego wytworzonego na płycie piezoelektrycznej (rys. 7).

Fale akustoelektryczne (Bleusteina — Gulajewa)

Fale tego typu, odkryte stosunkowo niedawno [3, 6], mogą rozchodzić się tylko w ciałach piezoelektrycznych. Są to fale typu poprzecznego i charakteryzują się nieco większym współczynnikiem sprzężenia elektromechanicznego, niż dla fali Love'a w tym samym materiale. Wytwarza się je za pomocą przetworników grzebieniowych, podobnie jak fale Rayleigha i Love'a. Przetworniki grzebieniowe lub palczaste, jak je można nazywać (digital transducer), (rys. 6a i 6b) odznaczają się dużą sprawnością przetwarzania i są powszechnie stosowane. Jednakże w zakresie powyżej 1 GHz ich struktura jest nadzwyczaj subtelna i wymaga specjalnej techniki wytwarzania grzebieni. Na przykład dla częstotliwości 1,7 GHz i fali powierzchniowej typu Love'a, szerokość przerwy i zęba wynosi $0,3 \mu\text{m}$. Znane metody wytwarzania takich przetworników za pomocą maskownic zawodzą i obecnie do tego celu próbuje się wykorzystać wiązkę elektronową.

W tablicy 3 podano częstotliwości maksymalne (graniczne) fal Rayleigha, jakie można wzbudzić za pomocą przetworników grzebieniowych wykonanych metodą fotolitograficzną, zakładając rozdzielczość $1 \mu\text{m}$. Przetworniki na częstotliwości wyższe wymagają skomplikowanej aparatury, gdyż elektrody są wycinane w cienkiej warstwie metalicznej za pomocą wiązki elektronowej. Najwyższa obecnie osiągnięta częstotliwość dla przetwornika fal powierzchniowych na niobanie litu wynosi 7,6 GHz przy odległości między zębami $0,25 \mu\text{m}$ co odpowiada długości fali Rayleigha $0,5 \mu\text{m}$.

3. FALOWODY — LINIE OPÓŹNIAJĄCE OBJĘTOŚCIOWE

Fale akustyczne mogą spełniać doniosłą rolę w układach mikrofalowych, co wiąże się ze znacznie mniejszą prędkością i małym tłumieniem tych fal (tabl. 4) w porównaniu z prędkością i tłumieniem fal elektromagnetycznych. Umożliwia to uzyskiwanie znacznie dłuższych opóźnień sygnałów przy pomocy mniejszych pod względem wymiarów elementów. Z porównania prędkości fal elektromagnetycznych wynika, że fale elektromagnetyczne odpowiadają milimetrowym falom akustycznym.

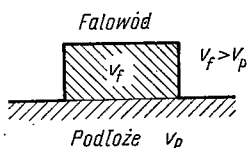
Podstawowymi elementami mikrofalowymi są falowody [2]. Falowody mikrofalowe i ich teoria są dobrze znane, natomiast teoria i technologia falowodów akustycznych jest dopiero w stadium początkowym. Zdawać by się mogło, że istnieje analogia pomiędzy

Tablica 4

Tłumienie fal objętościowych w zakresie GHz dla znanych kryształów

Materiał	Częstotliwość GHz	Tłumienność dB/ μ sek	Rodzaj fali	Tłumienność dB/mm
Szafir Al_2O_3	4,0	4,4	podłużna (c)	0,025
Rutyl TiO_2	2,8	1,9	poprzeczna (c)	0,044
Kwarc SiO_2	1,0	1,7	podłużna (x)	0,3
LiNbO_3	0,5	0,03	podłużna (c)	0,018
LiTaO_3	0,5	0,01	podłużna (c)	0,0068

teorią falowodów elektromagnetycznych i falowodów akustycznych. W rzeczywistości istnieje zasadnicza różnica pomiędzy postaciami obu rodzajów falowodów. Falom sprężystym w ośrodku izotropowym towarzyszy dziewięć składowych pola: trzy odkształcenia i sześć naprężeń. Z tych składowych: trzy są niezależne, natomiast z falami elektromagnetycznymi związane jest sześć składowych, z których tylko dwie są niezależne. Z tego wynika, że w przypadku fal akustycznych w falowodach mogą rozchodzić się trzy klasy różnych postaci fal (mode), podczas gdy w przypadku fal elektromagnetycznych tylko dwie klasy. Ośrodek anizotropowy wprowadza dalsze komplikacje w sposobie rozchodzenia się fal w falowodach. Falowody akustyczne w zakresie mikrofalowym nie są dostatecznie sztywne ze względu na małe przekroje i konieczne jest ich oparcie na podłożu o odpowiedniej wytrzymałości mechanicznej.



Rys. 11. Falwód akustyczny paskowy (White)



Rys. 12. Falwód akustyczny z bruzdami (Ash)

Podstawową własnością falowodu jest to, że energia płynąca przez falwód nie może być rozpraszana na boki, gdyż zwiększa tłumienność wtrąceniową falowodu; z tego względu przekrój falowodu akustycznego ma duże znaczenie. Najprostszym falowodem akustycznym jest falwód o przekroju prostokątnym (White, Seidel) (rys. 11), wsparty na podłożu



Rys. 13. Falwód akustyczny prętowy

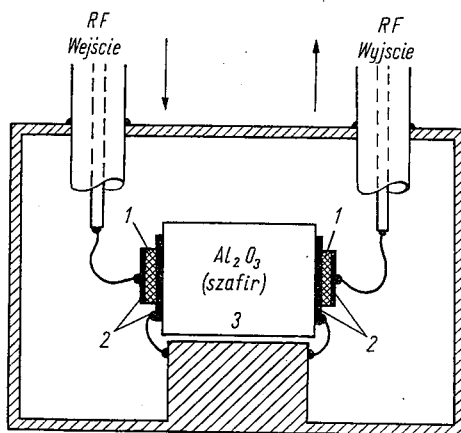


Rys. 14. Falwód akustyczny o przekroju półkolistym

sztywnym, w którym prędkość rozchodzenia się fali jest większa niż w falowodzie. Warunek ten zapewnia koncentrację energii w falowodzie i zapobiega ucieczce energii do podłoża. Inny typ falowodu akustycznego przedstawia rys. 12; tutaj falwód stanowi część materiału ograniczoną dwoma rowkami (Ash). Falowodem akustycznym może być

też pręt o przekroju kolistym lub półkolistym (rys. 13 i 14). Teoria drgań tego rodzaju falowodów jest jeszcze niekompletna i prowadzone są poszukiwania w celu znalezienia falowodów korzystniejszych dla zastosowań praktycznych.

Pierwsze badania w dziedzinie falowodów akustycznych poświęcono falowodom fal objętościowych w postaci linii opóźniających dyspersyjnych i niedyspersyjnych. Słabym punktem tych urządzeń są przetworniki elektromechaniczne, które przekształcają sygnał elektryczny na akustyczny i odwrotnie, gdyż przekształcenie to nie odbywa się bez strat energii. Innym słabym punktem urządzeń na fale objętościowe są trudności związane z manipulacją sygnałem akustycznym. Wykorzystanie fal objętościowych z konieczności ogranicza się do linii opóźniających zwyczajnych i dyspersyjnych. W tym przypadku manipulacja sygnałem odbywa się w układach elektrycznych współpracujących z liniami. Typową linię opóźniającą na fale objętościowe przedstawia rys. 15.



Rys. 15. Konwencjonalna linia opóźniająca

1 — przetwornik piezoelektryczny, 2 — elektrody przetworników, 3 — medium akustyczne

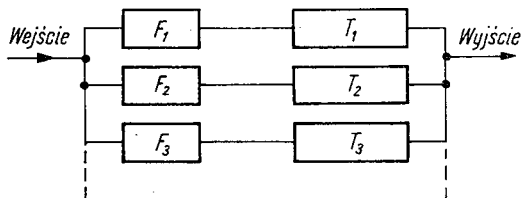
O użyteczności linii opóźniającej decyduje: tłumienność wtrąceniowa, poziom sygnału zakłócającego (trzeciego echa TTS), szerokość pasma częstotliwości oraz uzyskiwane opóźnienie sygnału. Szerokość pasma przepuszczania jest szczególnie ważnym parametrem przy urządzeniach pracujących impulsowo. Zwiększenie szerokości pasma, które jest ograniczone materiałami użytymi na linię, można zwiększyć przez sprzęgnięcie linii z rezonatorami elektrycznymi (metoda trzech rezonatorów).

Obecnie konstruowane linie opóźniające fal objętościowych charakteryzują się następującymi parametrami: opóźnieniem od 0,1 do 20 μs , tłumiennością wtrąceniową od 8 do 70 dB w zakresie częstotliwości od 100 MHz do 12 GHz i szerokością pasma od 3 do 50% (3 dB). Jako przykład można podać tutaj linię opóźniającą na częstotliwości $f_0 = 1,7$ GHz wykonaną z szafiru, dla której opóźnienie wynosi 4,2 μs , trzecie echo jest słabsze od sygnału głównego o 20 dB (TTS) i tłumienność wtrąceniowa dla pasma przepuszczania o szerokości 500 MHz wynosi 32 dB.

W systemie radaru z kompresją impulsu przez antenę wypromieniowywany jest impuls fal o modulowanej częstotliwości. Impuls ten umożliwia wysłanie w przestrzeń znacznej mocy, ponieważ jego długość jest znaczna. Po odbiciu od obiektu impuls wraca i nastę-

pnie ulega kompresji na wejściu do odbiornika. Pozwala to na zwiększenie zasięgu i rozdzielczości radaru.

Kompresja impulsu w czasie polega na tym, że fale o różnej częstotliwości ulegają opóźnieniu w różnym stopniu i sygnały dodają się w tej samej fazie powodując znaczne skrócenie trwania impulsu w czasie. Obwiednia impulsu po przemianie jest transformatą impulsu pierwotnego. Praktycznie kompresja impulsu może być zrealizowana przy pomocy systemu filtrów i linii opóźniających (rys. 16) lub przy pomocy linii opóźniających dyspersyjnych [2].

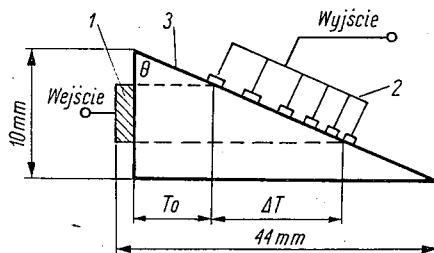


Rys. 16. Schemat układu kompresji impulsu za pomocą linii opóźniających konwencjonalnych T_1 , T_2 , T_3 i filtrów F_1 , F_2 , F_3

Linia dyspersyjna jest to linia opóźniająca, w której fale akustyczne o różnej częstotliwości są w różnym stopniu opóźniane. Zwykle wykorzystuje się przypadek liniowej zależności opóźnienia grupowego od częstotliwości.

Obecnie są w użyciu trzy rodzaje linii dyspersyjnych, różniące się zasadą działania.

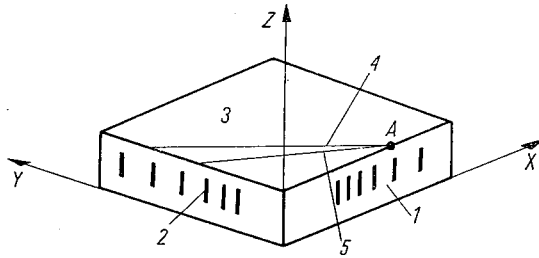
Pierwszy rodzaj linii zaprojektowany przez Mortleya polega na wytworzeniu i odebraniu fal akustycznych za pomocą elektrod o zróżnicowanej szerokości i rozłożonych na powierzchni trapezu z kryształu piezoelektrycznego (kwarcu), tak jak na rys. 17 [15]. Dzięki



Rys. 17. Zasada działania linii opóźniającej dyspersyjnej klinowej
1 — przetwornik napięciowy (CdS), 2 — przetwornik wyjściowy, 3 — ośrodek akustyczny (szafir)

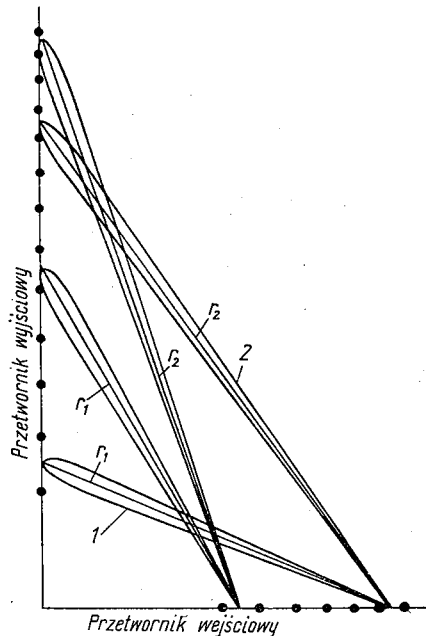
tak rozłożonym elektrodom o różnej szerokości fale różniące się długością o zróżnicowanych pasmach częstotliwości wytwarzają maksymalne napięcie na elektrodach odbiorczych tylko wtedy, gdy padają na elektrodę odpowiedniej szerokości, w rezultacie fale o niższej częstotliwości przechodzą dłuższą drogę; w wyniku tego sygnał elektryczny podlega kompresji na elektrodach odbiorczych linii. W przypadku opisaney linii jako środek akustyczny może być użyty kryształ nie posiadający własności piezoelektrycznych, ale wówczas zamiast elektrod stosuje się w podobny sposób ukształtowane i rozłożone przetworniki piezoelektryczne.

Drugi rodzaj linii, to linie dyfrakcyjne, w których przetworniki rozłożone są na bokach prostopadłościanu (rys. 18) [4]. W tym przypadku następuje wzajemne oddziaływanie na siebie (interferencja) wiązek fal akustycznych wychodzących z przetworników i w re-



Rys. 18. Zasada działania linii opóźniającej dyspersyjnej dyfrakcyjnej

1 — przetwornik wejściowy, 2 — przetwornik wyjściowy, 3 — ośrodek akustyczny, 4 — droga fal wyższej częstotliwości, 5 — droga fal niższej częstotliwości



Rys. 19. Przebieg promieni ultradźwiękowych w linii dyfrakcyjnej z rys. 18

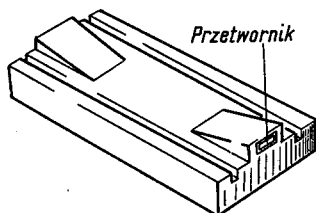
1 — promień ultradźwiękowy niższej częstotliwości, 2 — promień ultradźwiękowy wyższej częstotliwości

zultacie wiązki wypadkowe są odchylone pod różnymi kątami zależnie od częstotliwości (rys. 19) i przechodzą różne drogi zanim dotrą do przetworników odbiorczych [4].

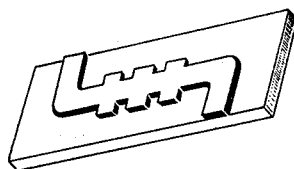
Wreszcie trzeci rodzaj to linie dyspersyjne w ścisłym tego słowa znaczeniu wykorzystujące ośrodek uwarstwiony, złożony z materiałów o prędkościach fal zależnych od częstotliwości. Pozwala to również na przesuwanie w czasie sygnałów o różniących się częstotliwościami.

4. URZĄDZENIA AKUSTOELEKTRONICZNE NA FALE POWIERZCHNIOWE

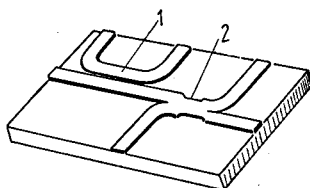
W ostatnich latach, w związku z rozwojem urządzeń mikrofalowych i zastosowaniem obwodów cienkowarstwowych, szczególną uwagę poświęca się liniom opóźniającym na fale powierzchniowe [2]. W przypadku urządzeń na fale powierzchniowe możliwa jest manipulacja sygnałem akustycznym, gdyż prawie cała energia fali koncentruje się w warstwie powierzchniowej linii. Mechanizm tworzenia się tego rodzaju fal na kryształach



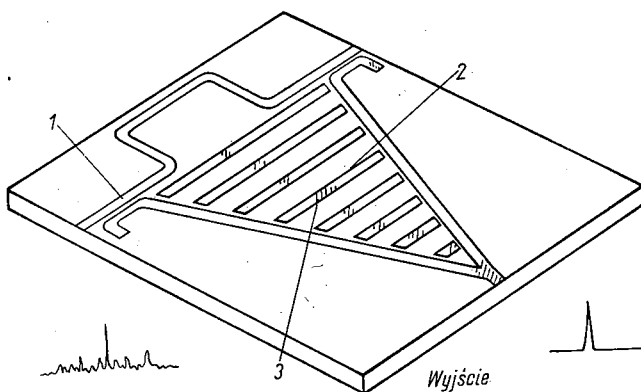
Rys. 20. Linia transmisyjna akustyczna na fale powierzchniowe z przetwornikami klinowymi



Rys. 21. Linia transmisyjna akustyczna z kolankiem i filtrem



Rys. 22. Sprzęgacz akustyczny
1 — kierunkowy, 2 — hybrydowy

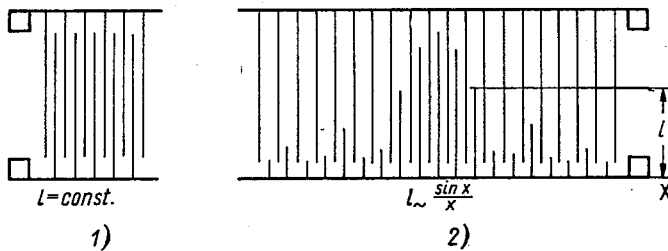


Rys. 23. Akustyczny układ wyrównujący
1 — sprzęgacz kierunkowy, 2 — odcinki linii sprzęgającej, 3 — materiał tłumiący drgania

piezoelektrycznych omówiono w rozdziałach poprzednich. Konstrukcję elementów mikrofalowych na fale powierzchniowe pokazano na rys. rys. 20, 21, 22, 23. Rys. 20 przedstawia falowod (linię opóźniającą) z przetwornikami klinowymi i rowkami, które ograniczają

wiązkę fali do części środkowej linii; powoduje to wzrost dobroci linii. Rys. 21 przedstawia falowód z kolankami i filtrem, rys. 22 — sprzęgacz kierunkowy i hybrydowy, zaś rys. 23 — układ wyrównujący. Elementy na fale powierzchniowe mają szereg zalet, jednakże ich technologia, szczególnie na wysokie częstotliwości, nie jest jeszcze całkowicie opanowana.

Parametry uzyskiwane w przypadku linii opóźniających na fale powierzchniowe są porównywalne z parametrami linii na fale objętościowe. Uzyskiwane opóźnienia dochodzą do 100 μ s w zakresie częstotliwości od 500 MHz do 3 GHz, tłumienność wtrąceniowa dla pasma przenoszenia 1 do 25% wynosi od 10 do 30 dB. Sygnał trzeciego echa jest słabszy o około 15 dB i może być jeszcze bardziej stłumiony w przypadku wykorzystania wzmacniania fali. Ponadto linie opóźniające wykorzystujące fale powierzchniowe można stosować nie tylko do kompresji sygnałów, ale także jako korelatory sygnałów, filtry, elementy pamięci itp. Przykład filtra wykorzystującego fale powierzchniowe przedstawia rys. 24, na którym przez odpowiednie ukształtowanie zębów uzyskuje się na wyjściu odpowiednią charakterystykę częstotliwości [7].



Rys. 24. Filtr, wykorzystujący falę powierzchniową, na 25 MHz, pozwalający na przesłanie pasma częstotliwości o szerokości 2 MHz przy tłumienności wtrąceniowej 20 dB

1 — przetwornik nadawczy, 2 — przetwornik odbiorczy o długości zębów $l \cong \frac{\sin x}{x}$

Zaletami linii opóźniających na fale powierzchniowe jest ich mała waga, możliwość dopasowania akustycznego i elektrycznego oraz mocno stłumione trzecie odbicie (TTS), wadą — dość znaczna jeszcze tłumienność wtrąceniowa. Jak to wynika z ostatnich badań, straty w linii mogą być zredukowane przez zastosowanie lepszych materiałów względnie wykorzystanie efektu wzmacniania fal akustycznych w półprzewodnikach. Podobnie jak w przypadku linii z falami objętościowymi, tak i w przypadku linii na fale powierzchniowe możliwa jest konstrukcja linii dyspersyjnej, przez zmianę szerokości zębów i zmianę odległości między zębami przetworników.

Obwody akustyczne na fale powierzchniowe mogą spełniać taką samą rolę, jak obwody elektromagnetyczne, przy wielokrotnie mniejszych rozmiarach. Przykładowo można podać, że 1 cm^2 powierzchni obwodów akustycznych odpowiada 1 km^2 obwodów elektromagnetycznych. W skali produkcyjnej istnieją jednak poważne trudności technologiczne, jakie stwarzają małe rozmiary elementów oraz mała sprawność przetwarzania sygnałów elektrycznych na akustyczne i odwrotnie, oraz zbyt duże tłumienie warstw cienkich monokrystalicznych w porównaniu z tłumieniem w kryształach litych.

5. ZJAWISKA AKUSTOELEKTRONICZNE W KRYSTALACH

Oddziaływanie fal ultradźwiękowych na pole elektryczne w kryształach przewidział teoretycznie Weinreich [24]. Fala ultradźwiękowa rozchodząca się w kryształ wytwarza lokalne pole elektryczne związane z potencjałem deformacyjnym sieci kryształu. Potencjał deformacyjny powstaje w półprzewodniku na skutek przerwy energetycznej, jaka istnieje pomiędzy pasmem walencyjnym a pasmem przewodzenia; przerwa ta zależy od odkształcenia. Energię potencjalną wolnych elektronów można wówczas wyrazić wzorem

$$U = \Theta \cdot S, \quad (2)$$

gdzie Θ — stała sprzężenia deformacyjnego wynosząca około 10 eV na jednostkę odkształcenia S .

Fali akustycznej w półprzewodniku towarzyszy zatem fala pola elektrycznego, gdyż pole $E = \frac{dU}{dx}$. W kryształach piezoelektrycznych występuje dodatkowo pole elektryczne związane z efektem piezoelektrycznym znacznie silniejsze od pola związanego z potencjałem deformacyjnym. Pole elektryczne zmienne towarzyszące rozchodzeniu się fali sprężystej w kryształach półprzewodnikowych oddziałuje na nośniki prądu, których ruch powoduje wzrost tłumienia fali α

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{\omega^2 \sigma^2}{v_a \epsilon} \cdot K^2, \quad (3)$$

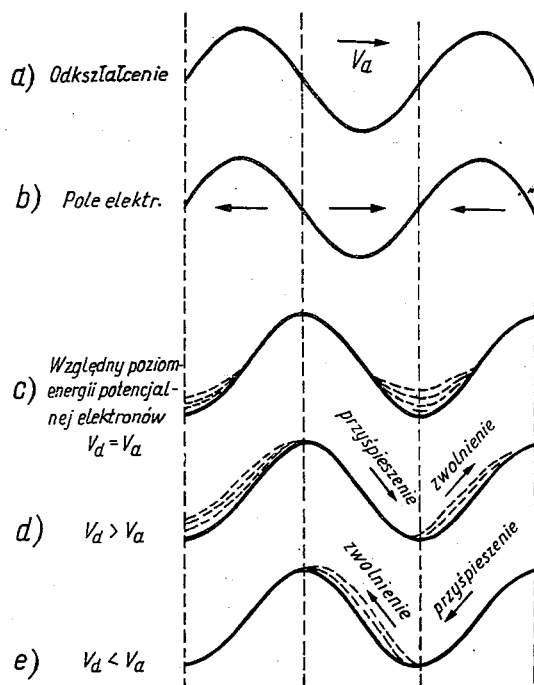
gdzie:

- ω — pulsacja fali akustycznej,
- σ — przewodność kryształu,
- v_a — prędkość fali akustycznej,
- ϵ — przenikalność elektryczna,
- K^2 — współczynnik sprzężenia elektromechanicznego.

Jak się okazuje tłumienie to może maleć, gdy nośniki prądu są przyspieszane zewnętrznym stałym polem elektrycznym. Zjawisko to można wyjaśnić posługując się rys. 25. W kryształach piezoelektrycznych, jak wiadomo, odkształceniu towarzyszy wewnętrzne pole elektryczne i odwrotnie, pole elektryczne powoduje deformacje kryształu.

Rys. 25a przedstawia towarzyszące fali akustycznej odkształcenie, rys. 25b wewnętrzne pole elektryczne, zaś rys. 25c podaje wpływ prędkości elektronów przyspieszonych zewnętrznym polem elektrycznym stałym na tłumienie fali akustycznej. Gdy prędkość elektronów jest równa prędkości fali akustycznej $v_d = v_a$, wówczas elektrony poruszają się wraz z falą i gromadzą się w obszarach o najniższej energii potencjalnej, gdzie wewnętrzne pole elektryczne równa się zeru. Zróżnicowana energia elektronów powoduje to, że rozprzestrzeniają się one w pewnym obszarze (rys. 25c).

Gdy prędkość elektronów przekroczy prędkość fali akustycznej $v_d > v_a$ (rys. 25d), wówczas gromadzą się one w obszarze, gdzie wewnętrzne pole elektryczne skierowane jest przeciwnie niż ruch fali, a to z tego powodu, że pole hamuje ich ruch. W wyniku hamowania ich średnia energia potencjalna ulega zmniejszeniu na korzyść fali energii akustycznej, która ulega wzmocnieniu. Zachodzi tutaj zjawisko analogiczne do zjawiska w lampie z falą bieżącą, z tą różnicą, że w tym przypadku rolę fali elektromagnetycznej



Rys. 25. Schemat wzmacniania fali ultradźwiękowej w kryształach piezoelektrycznych półprzewodnikowych

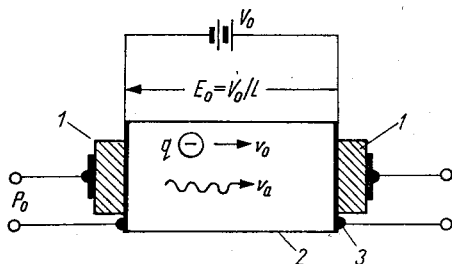
przejmie fala akustyczna. W przypadku, gdy prędkość $v_a \leq v_a$, zachodzi zjawisko odwrotne, a mianowicie zagęszczenie elektronów występuje w polu fali, która stara się przyspieszyć elektrony w kierunku ruchu fali (rys. 25e). W tym przypadku elektrony pobierają energię fali akustycznej, która na skutek tego ulega tłumieniu.

Wzmocnienie oparte na potencjale deformacyjnym jest znacznie słabsze od wzmocnienia uzyskiwanego w kryształach piezoelektrycznych. Sprężenie elektromechaniczne wywołane potencjałem deformacyjnym jest porównywalne ze sprężeniem piezoelektrycznym, ale dopiero w zakresie częstotliwości 100 GHz. Jednakże w tym zakresie częstotliwości tłumienie fali akustycznej w kryształach jest tak silne, że rozróżnienie doświadczalne tych efektów jest niemal niemożliwe.

6. WZMACNIACZ AKUSTOELEKTRONICZNY Z KRYSTAŁU PIEZOELEKTRYCZNEGO

Zjawisko oddziaływania strumienia elektronów na rozchodzenie się fal ultradźwiękowych w kryształach wykorzystał pierwszy White do konstrukcji wzmacniaczy elektronicznych [8] [21].

Zasada działania wzmacniacza przedstawiona jest na rys. 26. W kryształach półprzewodzących piezoelektrycznych rozchodzi się fala akustyczna, która wywołuje okresowe naprężenia, z tym zaś jest związane pole elektryczne wywołane efektem piezoelektrycznym. To wewnętrzne pole elektryczne oddziałuje na wiązkę elektronów. Pole wiązki elektronów z kolei albo osłabia falę akustyczną albo ją wzmacnia, zależy to od prędkości strumienia



Rys. 26. Urządzenie półprzewodnikowe wzmacniające fale objętościowe (względnie sygnał elektryczny)
1 — przetwornik piezoelektryczny, 2 — półprzewodnik, 3 — kontakt omowy

nia elektronów. Wzmocnienie ma miejsce przy prędkości elektronów większej od prędkości fali akustycznej. Wzór na wzmocnienie G fali akustycznej dla układu jednowymiarowego podał White:

$$G = \frac{G_0 \left(\frac{v_0}{v_a} - 1 \right)}{\left(\frac{v_0}{v_a} - 1 \right)^2 + \left(\frac{f}{f_D} + \frac{f_c}{f} \right)^2}, \quad (4)$$

$$G_0 = 8,68\pi K^2 f_0 \frac{l}{v_a}, \quad (5)$$

$$f_D = \frac{v_a^2}{2\pi\mu} (kT/q)^{-1}, \quad (6)$$

$$f_c = \sigma/2\pi\varepsilon, \quad (7)$$

$$v_0 = \mu E_0 = \mu \frac{V_0}{l}, \quad (8)$$

gdzie:

v_0 — prędkość strumienia nośników,

v_a — prędkość fali akustycznej,

μ — ruchliwość nośników,

l — długość próbki,

$\varrho = \sigma^{-1}$ — oporność właściwa (Ω cm),

k — stała Boltzmanna,

T — temperatura bezwzględna ($^{\circ}\text{K}$),

E_0 — natężenie pola elektrycznego,

K — współczynnik sprzężenia elektromechanicznego,

f_c — częstotliwość relaksacji dielektrycznej,

ε — przenikalność elektryczna.

Zależność wzmocnienia od pola elektrycznego E_0 przedstawia rys. 15a. W temperaturze pokojowej

$$f_c = 1800/\varrho\varepsilon',$$

$$f_D = 63,2 \frac{v_a^2}{\mu},$$

gdzie ε' — względna przenikalność elektryczna.

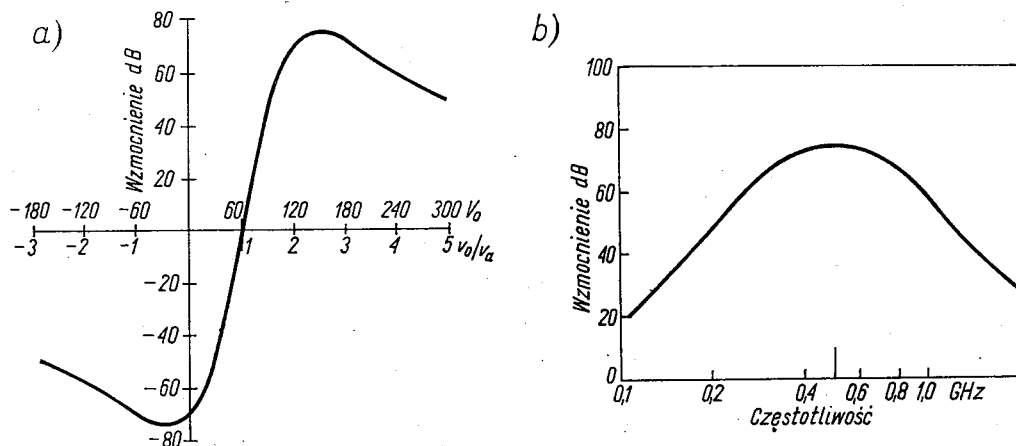
Częstotliwość maksymalnego wzmocnienia

$$f_m = \sqrt{f_c f_D}. \quad (9)$$

Maksymalne wzmocnienie

$$G_m = 8,68\pi K^2 f_m \frac{l}{4v_a}. \quad (10)$$

Zależność wzmocnienia od częstotliwości i pola elektrycznego dla siarczku kadmu podano na rys. 27a i b.



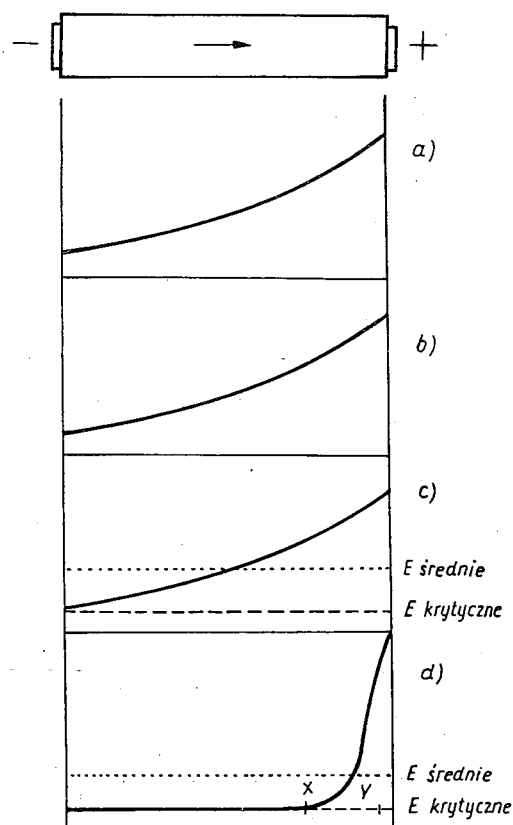
Rys. 27. Zależność wzmocnienia od: a) napięcia stałego, b) częstotliwości — dla wzmacniacza fal objętościowych

W wykonaniu praktycznym wzmacniacz powinien pracować w paśmie częstotliwości maksymalnego wzmocnienia, jednak ogólne wzmocnienie nie powinno przekraczać 80 dB, a to ze względu na niekorzystne zjawisko jednoczesnej generacji i wzmacniania szumów termicznych, które przy wzmocnieniu większym od 80 dB w wyniku powstałej nieliniowości i nasycenia osłabiają właściwy sygnał. Rys. 28 przedstawia powstawanie niejednorodnego pola elektrycznego we wzmacniaczu na skutek wzrostu szumów.

Wzmacniacze wykorzystujące fale podłużne są mniej korzystne od wzmacniaczy na fale poprzeczne. We wzmacniaczach na fale poprzeczne uzyskuje się większe wzmocnienie, gdyż współczynnik sprzężenia elektrycznego i mechanicznego w tym przypadku jest większy (tabl. 5). Zastosowanie wzmacniaczy fal akustycznych w liniach opóźniających pozwala na znaczne stłumienie trzeciego odbicia (TTS), a to ze względu na to, że wzmocnienie fali zachodzi tylko w jednym kierunku. W układach laboratoryjnych udało się stłumić sygnał trzeciego odbicia (TTS) o 40 dB. Ponadto wzmocnienie fali akustycznej pozwala na używanie dłuższych opóźnień sygnałów.

Wzmacniacze akustyczne na fale objętościowe nie znalazły jeszcze praktycznego zastosowania, ze względu na trudności związane z małą wydajnością przetworników, szumami własnymi, mocą traconą w kryształach itp.

Wzmacniacze eksperymentalne na tlenku cynku pracowały w zakresie częstotliwości od 20 do 100 MHz, posiadały 5% pasmo przenoszenia. Natomiast w arsenku galu osiąga-



nięto wzmocnienie 40 dB dla fali poprzecznej w zakresie częstotliwości od 0,4 do 2 GHz.

Główne problemy do rozwiązania w konstrukcji wzmacniaczy — to sprawa odprowadzania ciepła, uzyskanie szerokiego pasma przenoszenia, polepszenie sprawności. Te ostatnie problemy wiążą się ściśle z polepszeniem własności cienkowarstwowych. Ogólnie rzecz biorąc, jak wynika to ze wzoru na moc wyjściową,

$$P_w = \frac{4v_a^2 \varepsilon \sigma^2}{\mu^2 K^2} \left(\frac{f_m}{f_d} \right)^2 \quad (11)$$

Większą moc na wyjściu wzmacniacza otrzymuje się dla kryształów o małym współczynniku sprzężenia elektromechanicznego kosztem wzmocnienia, które jest proporcjonalne do kwadratu współczyn-

Rys. 28. Rozkład pola elektrycznego w kryształach półprzewodnikowych w obecności strumienia akustycznego zewnętrznego

a — strumień elektronów ciepłych, b — rezystancja, c, d — lokalne pole elektryczne

Tablica 5

Własności kryształów używanych na wzmacniacze i generatory fal płaskich objętościowych

Materiał	Rodzaj fali	β	$\varepsilon/\varepsilon_0$	v_a (10^5 cm/sek)	$\frac{\mu}{\text{cm}^2 \text{ v sek}}$	f_d GHz	f_c GHz	f_{max} GHz
CdS	scin. podł.	0,04 0,04	9,0 9,5	1,8 4,4	300 300	0,68 0,41	$f_c = 1800/\sqrt{\varepsilon}$	$f_m = \sqrt{f_c f_d}$
ZnO	scin. podł.	0,053 0,116	8,3 8,8	2,7 6,3	200 200	2,3 12,5		
GaAs	scin.	0,0038	12,5	3,4	8000	0,091		
SbJS (0°C)	podł.	0,87	2200,0	2,75	100	4,6		
InSb	scin.	0,0013	17,0	2,3	5×10^5 (77°K)	0,0025 ($B = 0$) 1,6 ($B = 5$ KG)		

nika sprzężenia elektromechanicznego. Sprawa rozpowszechnienia się wzmacniaczy akustoelektronicznych zależy więc od rozwiązania szeregu problemów, z których ważniejsze już omówiono.

Przy obecnym stanie technologii możliwe jest wykorzystanie praktyczne wzmacniaczy objętościowych w zakresie częstotliwości od 0,1 do 2 GHz. Jako materiał siarczek kadmu jest najlepszy w zakresie częstotliwości do 0,5 GHz, natomiast arsenek galu i antymonek indu w częstotliwości wyższe od 1 GHz. W tym ostatnim przypadku wchodzi w grę poprzeczne pole magnetyczne, którego obecność polepsza parametry wzmacniacza i pozwala na pracę ciągłą wzmacniacza w temperaturze 77°K w zakresie częstotliwości 1÷2 GHz. Obecnie panuje ogólna tendencja wykorzystania kryształów o małym współczynniku sprzężenia elektromechanicznego.

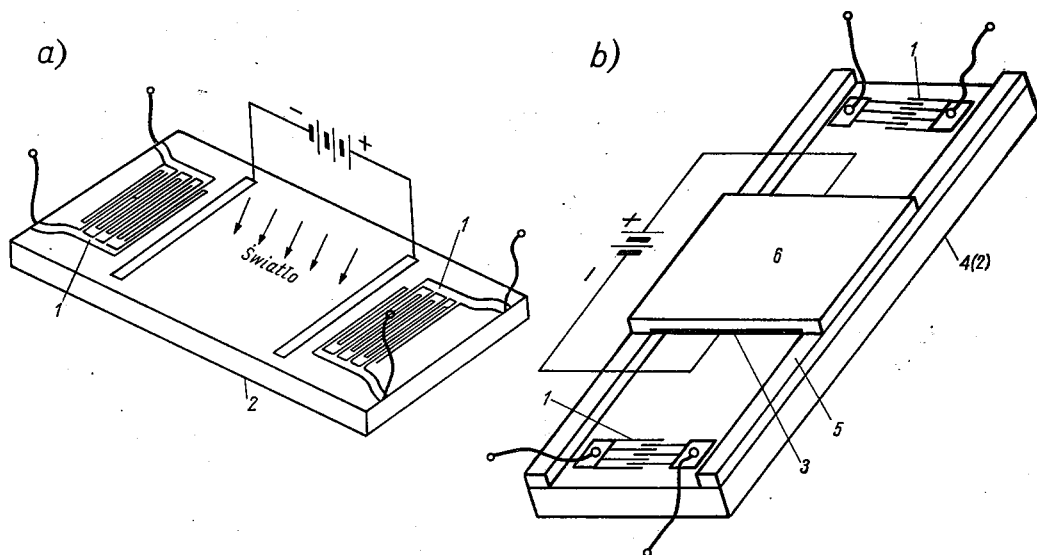
Pomimo znacznych osiągnięć w dziedzinie wzmacniania sygnałów elektrycznych tego typu urządzeniem, nie wytrzymuje ono konkurencji wzmacniacza tranzystorowego.

7. WZMACNIACZE AKUSTOELEKTRONICZNE NA FALE POWIERZCHNIOWE

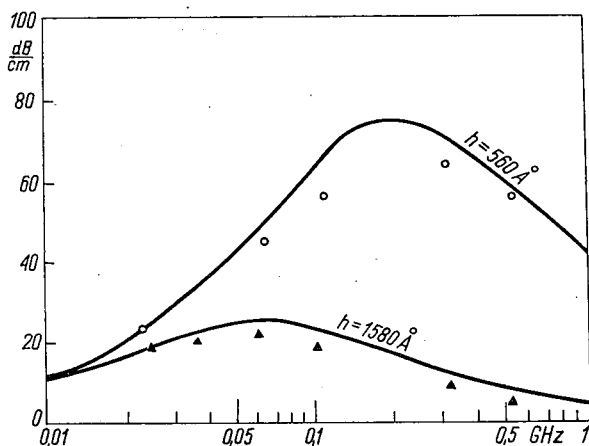
Wzmacniacze na fale powierzchniowe mają korzystniejszy kształt pozwalający na lepsze odprowadzanie ciepła, cała energia zawarta jest w warstwie o grubości równej długości fali powierzchniowej. Stwarzają one też możliwości większej różnorodności konstrukcji ze względu na wykorzystanie kilku warstw z materiałów o dobranych własnościach i korzystny kształt przetwornika. Mogą one znaleźć zastosowanie w liniach opóźniających zarówno z kryształów piezoelektrycznych jak i niepiezoelektrycznych [11].

Wzmacniacze fal powierzchniowych są zatem korzystniejszym wariantem wzmacniaczy akustoelektronicznych. We wzmacniaczach tych falę powierzchniową wytwarza się na powierzchni płytki z kryształu piezoelektrycznego półprzewodnikowego (na przykład CdS), strumień elektronów w warstwie powierzchniowej kryształu jest przyspieszany polem elektrycznym przyłożonym do elektrod pokazanych na schematycznym rysunku 29 a i b. Przewodność warstwy kryształu CdS można zmieniać przez naświetlanie kryształu. Sposób ten jest wygodny w badaniach laboratoryjnych, natomiast byłby bardzo kłopotliwy w zastosowaniach praktycznych. Optymalną wartość oporności kryształu CdS można uzyskać na przykład przez kontrolowaną dyfuzję jonów.

Obecnie znane kryształy półprzewodzące mają zbyt duże tłumienie dla fal powierzchniowych, szczególnie dla wyższych częstotliwości i część wzmocnienia kompensuje tłumienie fali. Wariant drugi wzmacniaczy na falę powierzchniową, przedstawiony na rys. 29b, jest pod tym względem korzystniejszy. Podłoże fali jest tutaj wykonane z kryształu piezoelektrycznego o doskonałych własnościach sprężystych i małym tłumieniu, materiał półprzewodzący (płytką z kryształu krzemu) umieszczony jest nad powierzchnią niobanu. Aby nastąpiło oddziaływanie strumienia nośników (elektronów) z falą powierzchniową, odległość pomiędzy warstwą półprzewodnika i kryształem piezoelektrycznym musi być mniejsza od długości fali; wówczas sprzężenie jest prawie stuprocentowe (Collins). Zależność wzmocnienia od częstotliwości dla wzmacniacza z rys. 29b pokazano na rys. 30. Wzór na wzmocnienie ma podobną postać jak wzór na wzmocnienie fali płaskiej (4), jednakże w tym przypadku odległość pomiędzy warstwą półprzewodnika a powierzchnią



Rys. 29. Wzmocniacze fal powierzchniowych wykonane: *a* — na krysztale piezoelektrycznym półprzewodnikowym CdS, *b* — na krysztale piezoelektrycznym nieprzewodzącym (LiNbO₃) z płytka krzemową
 1 — przetwornik fal powierzchniowych, 2 — ośrodek akustyczny, 3 — półprzewodnik, 4 — materiał piezoelektryczny, 5 — dielektryk, 6 — podkład



Rys. 30. Zależność wzmocnienia od częstotliwości dla wzmacniacza z rys. 29b dla dwóch odległości h pomiędzy powierzchnią półprzewodnika (Si) a powierzchnią krysztalu ($h = 560 \text{ \AA}$, $h = 1580 \text{ \AA}$)

krysztalu warunkuje górną częstotliwość wzmacniacza, gdyż musi być ona mniejsza od długości fali powierzchniowej. Przy obecnych możliwościach konstrukcyjnych osiągnane są częstotliwości rzędu 1 GHz.

Ostatnie badania wykazują, że przy wzmacniaczach na fale powierzchniowe możliwe jest osiągnięcie sprawności 10% dla małych wzmocnień (wtedy gdy wzmocnienie nie prze-

kracza 10 dB). Wzmacniacze na fale powierzchniowe mają możliwą do przyjęcia sprawność oraz charakterystykę częstotliwościową, parametry te ulegają stałej poprawie. W przypadku, gdy jako podłoża fal powierzchniowych użyje się niobanu litu, przetwornik ma tłumienność skuteczną 6 dB i szerokość pasma 25% przy częstotliwości 0,1 GHz.

Jako materiały na wzmacniacze fal powierzchniowych stosowane są kryształy GaAs, InSb w postaci cienkich warstw na podłożu z kryształów LiNbO_3 , $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ i ZnO .

Wymagana ruchliwość nośników w cienkiej warstwie wynosi około $1000 \text{ cm}^2/\text{vsek}$, natomiast koncentracja 10^{12} , 10^{15} na cm^3 . Górną granicę koncentracji i ruchliwości określają straty prędkości dryfowania, przy których uzyskuje się maksymalne wzmocnienie.

Obecne eksperymenty, polegające na zastąpieniu warstw cienkich cienkimi płytkami, wskazują na postęp, jaki jest możliwy w tej dziedzinie. Istnieje też możliwość wykorzystania scalonych obwodów akustycznych, filtrów, linii opóźniających na krzemie zawierającym obwody MOS.

8. DOMENY AKUSTOELEKTRONOWE

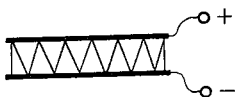
Zjawisko domen akustoelektronowych w kryształach piezoelektrycznych półprzewodnikowych nie jest jeszcze dostatecznie wyjaśnione, co nie przeszkadza jednak w jego wykorzystaniu w elektronice. Jest ono ściśle związane ze wzmacnianiem fal akustycznych w kryształach półprzewodnikowych i jego źródłem jest nierównomierny rozkład pola elektrycznego w kryształach. Domena stanowi obszar kryształu o wymiarze dziesiątek części mikrona, w którym w wyniku lokalnego wzmocnienia fononów termicznych powstaje pole elektryczne większe od pola średniego w kryształach. To pole elektryczne ma tendencję do dalszego wzrostu wywołanego wzrostem energii fononów na skutek wzrostu pola elektrycznego. Domena przesuwa się z prędkością akustyczną od katody do anody skupiając w rezultacie na sobie prawie całkowite pole elektryczne przyłożone z zewnątrz. Powstawanie domen jest możliwe w kryształach o dużej przewodności ($0,1 \div 100 \Omega \text{ cm}^{-1}$).

Elektrony w domenie poruszają się z szybkością fali akustycznej, a prąd elektryczny płynący przez próbkę zależy od przewodności profilu kryształu, przez który przechodzi domena. W ten sposób prąd płynący przez kryształ zmienia się w czasie dokładnie w taki sam sposób, jak zmienia się profil przewodności kryształu. Zjawisko domen wykorzystano w konstrukcji elementów funkcjonalnych.

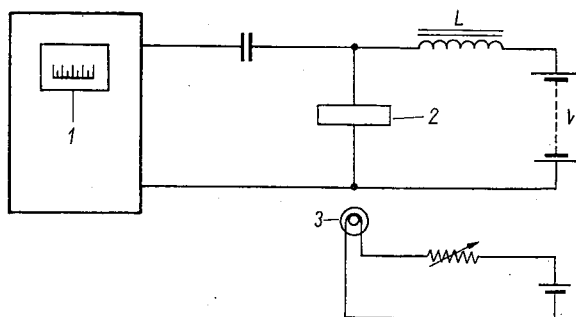
9. OSCYLATORY AKUSTOELEKTRONICZNE

Źródłem oscylacji strumienia akustycznego w kryształach piezoelektrycznym półprzewodnikowym może być, podobnie jak przy oscylatorach optycznych typu Fabry Perrot, postać drgań umiejscowiona w płytce płaskorównoległej (rys. 31). Drgania te ulegają od tłumieniu na skutek zjawiska wzmacniania strumienia akustycznego, ich częstotliwość określają wymiary płytki [9, 13, 14]. Płytką taką włączoną do układu z rys. 32 może generować także napięcie elektryczne zmienne.

Drugi typ oscylatora akustycznego można zbudować wykorzystując zmiany prądu wywołane ruchem domen w pręcie z kryształu. W tym przypadku częstotliwość drgań jest zależna od długości drogi, jaką przebywa domena i od prędkości fali akustycznej (rys. 33).

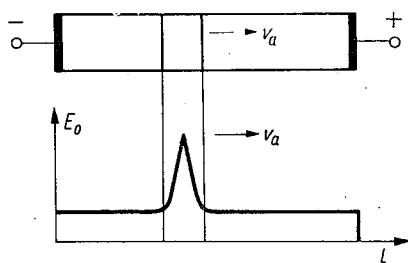


Rys. 31. Oscylator ultradźwiękowy typu Fabry-Perrot



Rys. 32. Układ elektryczny do badania oscylatorów akustoelektronicznych

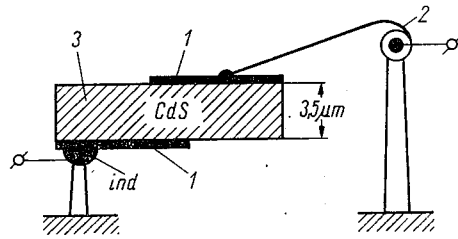
1 — analizator częstotliwości, 2 — płytka drgająca piezoelektryczna półprzewodnikowa, 3 — źródło światła



Rys. 33. Oscylator akustoelektroniczny typu domenowego

Więcej zainteresowania budzi pierwszy typ oscylatora, który doczekał się już realizacji praktycznej, (Marschall) [14], w Royal Radar Establishment. Rozwinięto przy tym nową technikę montażu płytek, która pozwala na wykonanie generatora o znacznie większej sprawności (Marschall) niż dotychczas. Generator ten składał się z płytki CdS o grubości $35\text{ }\mu\text{m}$, pracował na częstotliwości 75 MHz , wymagał napięcia zasilającego tylko $2\div 10\text{ V}$ (rys. 34). Poza tym jego częstotliwość była ściśle określona, w przypadku dostrojenia jego sprawności wynosiła 4% , zaś przy obciążeniu omowym $0,4\%$ termiczny współczynnik częstotliwości $40 \cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}$; dalsze prace są w toku. Rozwiąże się także możliwość od tłumiania rezonatorów piezoelektrycznych przez wykorzystanie efektu akustoelektrycznego [1].

Ogólnie rzecz biorąc, opisane generatory obu typów nie znajdują prawdopodobnie zastosowania jako generatory elektryczne ze względu na ich niską sprawność i wysokie na-



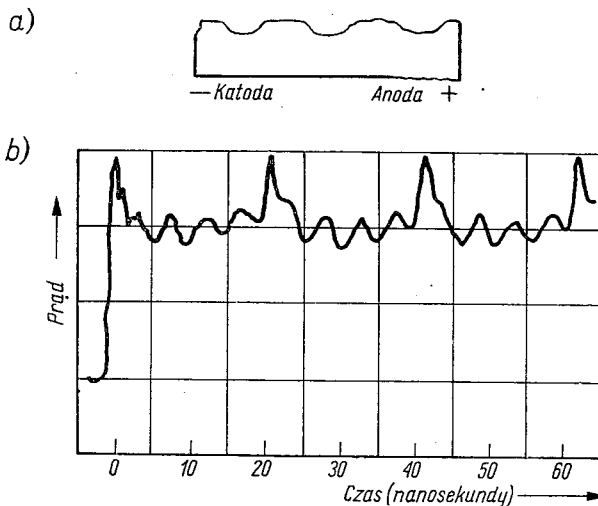
Rys. 34. Oscylator akustoelektroniczny laboratoryjny Fabry-Perrot wykonany z CdS pracujący na częstotliwości 75 MHz:

1 — elektrody, 2 — sprężynka kontaktowa, 3 — płytka CdS

pięcie zasilania, szczególnie że mają poważną konkurencję w postaci generatora Guna. Jednakże generatory te mogą znaleźć zastosowanie do wytwarzania ultradźwięków i hiperdźwięków znacznych mocy, a także w obwodach logicznych i w opto-elektronice, zwłaszcza dlatego, że zastosowanie materiału o dużej ruchliwości nośników pozwoli na obniżenie napięcia zasilającego.

10. UKŁADY FUNKCJONALNE

Zjawisko domen akustycznych w kryształach półprzewodnikowych wykorzystano w urządzeniach pełniących określone funkcje w obwodach logicznych, a więc jako deszyfratory multipleksowe, przeliczniki cyfrowe, linie opóźniające w urządzeniach telewizyjnych i inne [19]. Działanie tych przyrządów polega na tym, że prąd płynący przez kryształ półprzewodnikowy na skutek powstawania domen zmienia się w czasie dokładnie w taki sam sposób, jak zmienia się profil przewodzącego kryształu.



Rys. 35. Schemat działania urządzenia funkcjonalnego D.O.F. i C.

a — pręt półprzewodnikowy z kryształu piezoelektrycznego z nacięciami, b — prąd płynący przez pręt w funkcji czasu

Zmiany profilu przewodności elementu półprzewodnikowego można uzyskać na drodze dyfuzji jonów wzdłuż drogi nośników przez zmianę przekroju elementu, przez oświetlenie części elementu, lub przez działanie polem elektrycznym przyłożonym do elektrod rozłożonych wzdłuż elementu. Jako przykład urządzenia dającego prąd o założonej zmienności może posłużyć pręt wykonany z kryształu półprzewodnikowego z przewężeniami na długości (rys. 35a). Jeden koniec pręta stanowi anodę, drugi katodę. Taki element pozwala na uzyskanie prądu ze skokami o ilości skoków odpowiadającej ilości zwężeń (rys. 35b).

11. ZAKOŃCZENIE

Ten bardzo skondensowany przegląd ostatnich osiągnięć w dziedzinie akustoelektroniki świadczy o dynamicznym jej rozwoju i szerokich możliwościach, jakie stwarza wykorzystanie fal akustycznych w elektronice. Wiele zagadnień przedstawionych tutaj nie znalazło jeszcze wykorzystania praktycznego, jednakże intensywne badania prowadzone w wielu krajach świata świadczą o tym, że oprócz problemów czysto fizycznych istnieją perspektywy nowych zjawisk w życiu gospodarczym krajów. W Polsce prowadzone są badania w tej dziedzinie głównie w Wojskowej Akademii Technicznej; dotyczą one zagadnienia wzmacniania fal objętościowych i powierzchniowych [8], wykorzystania fal powierzchniowych do konstrukcji filtrów pośredniej częstotliwości (30 MHz), linii opóźniających stosowanych w urządzeniach radarowych, wykorzystania efektu wzmacniania w generatorach akustycznych samowzbudnych oraz rezonatorów o zmniejszonym tłumieniu, w zakresie częstotliwości rzędu magaherców. Prace teoretyczne tego ośrodka skupiają się głównie na problemie drgań samowzbudnych [9] oraz falowodach wykorzystujących niejednorodne warunki brzegowe wywołane nałożeniem cienkiej warstwy metalu na powierzchnię, po której rozchodzi się fala powierzchniowa [10]. W Instytucie Podstawowych Problemów Techniki prace mają skromniejszy zasięg i ograniczają się do badania własności przetworników piezoelektrycznych na wysokie częstotliwości oraz do zagadnień propagacji fal w kryształach.

Dziedzina akustyki mikrofalowej wymaga dość kosztownej aparatury pomiarowej i technologicznej oraz wysokiej specjalizacji pracowników do prowadzenia badań i ewentualnej produkcji. Wyniki osiągane w laboratoriach są trudne do adaptacji w przemyśle. Obserwując rozwój tej dziedziny w skali światowej stwierdza się wyraźnie wahania w nasileniu badań i coraz większe wątpliwości co do opłacalności wykorzystania pewnych wyników laboratoryjnych. I tak w związku z Kongresem Akustyki w Tokio w roku 1968 sprawom akustoelektroniki poświęcono specjalne sympozjum w Sendai, na którym referowano wiele ciekawych prac z zakresu wzmacniania fal akustycznych, natomiast na Kongresie Akustyki, który odbył się w roku bieżącym (1971) w Budapeszcie zagadnienie wzmacniania zeszło na dalszy plan, a także liczba referatów z akustoelektroniki wyraźnie zmalała. Jak się zdaje pewne osłabienie badań spowodowane jest dużymi trudnościami technologicznymi i materiałowymi w zakresie mikrofalowym, który ma największe perspektywy na przyszłość.

Część podzespołów akustoelektronicznych znalazła już zastosowanie praktyczne. Są to filtry monolityczne, filtry wykorzystujące fale powierzchniowe oraz różnego rodzaju linie

opóźniające. Wdrażanie innych pomysłów wymaga, być może, bardziej szczegółowych badań. Pod tym względem obserwacja kierunków badań w świecie może dać dużo wskazówek dotyczących optymalnego wykorzystania naszych skromnych środków.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. E. L. Adler, Acoustoelectric Effects in Semiconducting Transducers, IEEE Transactions on Sonic and Ultrasonic, t. SU-16, nr 2, 1969.
2. L. R. Ardkins, T. W. Bristol, P. J. Hagon, A. J. Hughes, Surface Acoustic Waves Devices Applications and Signal Routing Techniques for VHF and UHF, The Microwaves Journal, March 1970.
3. I. L. Bleustein, Some Simple Modes of Wave Propagation in on Infinite Piezoelectric Plate I.A.S.A., t. 45, nr 3, 1969, s. 614—620.
4. G. A. Coquin and R. Tsu, Theory and Performance of Perpendicular Diffraction Delay Line, Proc. IEEE, t. 53, nr 6, 1965.
5. N. F. Foster, Performance of Shear Mode Zinc Oxide Thin Film Ultrasonic Transducers, J. Appl. Phys., t. 40, nr 10, 1969, s. 4202—4204.
6. I. B. Gulajew, Powierzchniowe fale elektroakustyczne w ciałach stałych, Pisma ZETF, t. 9, 1969, s. 63—65.
7. P. Hartemann Dieulesaint, Acoustic Surface Waves Filtres, Electronic Letters, t. 5, nr 25, 1969, s. 637.
8. S. Kaliski, Amplification of Ultra and Hypersonic Surface Waves in Piezo-quartz by a Current Flowing in Semiconducting Boundary Layer, Proc. of Vibr. Probl., t. 4, nr 6, 1965, s. 401—422.
9. S. Kaliski, Selfexcited Vibration of a Bounded Piezoelectric Body Produced by Current Flowing in a Semiconducting Layer, Bul. Ak. Pol. Scie., t. XV, nr 1, 1967.
10. S. Kaliski, Waveguide of Elastic Surface Waves, Bul. Ak. Pol. Scie., t. XVII, nr 10, 1969.
11. G. S. Kino, T. M. Reader, W. W. Harsen, Microwave Acoustic Amplifier, The Microwave Journal, March 1970.
12. M. F. Lewis, Recent Developments in Microwave Ultrasonics, Ultrasonics, t. 8, nr 1, 1970, s. 24—25.
13. F. G. Marshall, Acoustoelectronics and New Ferroelectronics, Electr. Comp., October 1968.
14. F. G. Marshall, Voltage and Conductivity Independent Mode of Operation in Thin Acoustic Electronic Oscillators, Electr. Letters, t. 6, nr 12, 1970, s. 382—384.
15. W. S. Mortley, Pulse Compression by Dispersive Gratings on Crystal Quartz, The Marconi Rev., t. 28, nr 159, 1965, s. 273—293.
16. H. M. Janus, I. D. Maines, Induced Mode Generation and Mode Coupling in CdS Acoustoelectric Oscillator, Solid State Com., t. 8, 1970, s. 427—420.
17. F. A. Olson, Today's Microwave Acoustic (Bulkwave) Delay Lines, The Microwave Journal, March 1970.
18. M. Redwood, R. F. Milson, Piezoelectronic Coupling Coefficient of Interdigital Rayleigh Waves Transducers, Electr. Letters, t. 6, nr 14, 1970.
19. C. P. Sandbank, Synthesis of Complex Electronic Functions by Solid Bulk Effect, Solid State Electr., t. 10, 1967, s. 369—380.
20. H. Thoman, Coupling Measurement of Surface Wave Interdigital Transducers in Piezoelectric Ceramics, Electronics Letters, t. 5, nr 25, 1969, s. 652.
21. D. L. White, W. C. Wang, Active CdS Ultrasonics Oscillator, Phys. Rev., t. 149, 1966, s. 628—630.
22. M. White, Amplification of Ultrasonic Waves in Piezoelectric Semiconductors, J. Appl. Phys., t. 33, 1962, s. 2547—2554.

23. M. White, F. W. Voltmer, Direct Piezoelectric Coupling to Surface Elastic Waves, Appl. Phys. Lett., t. 7, Dec. 15, 1965, s. 314—316.
24. G. Weinreich, Acoustodynamic Effects in Semiconductors, Phys. Rev., t. 104, nr 2, 1956, s. 321—324.

W. PAJEWSKI

ACOUSTIC WAVES IN ELECTRONICS

Summary

In the paper the properties and methods of generation of ultrasonic and hypersonic waves in crystals have been described. Special attention has been paid to surface waves (Rayleigh's, Love's and others') and to their application to microwave circuitry. The components such as nondispersive and dispersive delay lines, filters, wave guides, etc., have been reviewed.

In the second part of the paper the physical phenomena in piezoelectric semiconducting crystals in the presence of current carriers and of an electric field have been analyzed. Also the possibility of their future technical applications such as amplifiers, generators and D.O.F.I.C. has been discussed.

W. PAJEWSKI

AKUSTISCHE WELLEN IN ELEKTRONIK

Zusammenfassung

Im Artikel wurden Eigenschaften akustischer Wellen bei Ultra- und Hyperschall besprochen, sowie Methoden deren Generation in Kristallen. Besondere Aufmerksamkeit wurde Oberflächenwellen (von Rayleigh, Love u.a.) gewidmet in Anbetracht potenzieller Möglichkeit, diese in dünn-schichtigen Mikrowellenanordnungen anwenden zu können. Es wurde auch eine Übersicht über die Umfangs- und Oberflächenwellen nutzenden Vorrichtungen, wie konventionelle und dispersive Verzögerungslinien, Wellenleiter, Filter u.d.gl. gegeben.

Im zweiten Teil des Artikels wurden die akustische Wellen in piezoelektrischen und halbleitenden Kristallen beim Auftreten elektrischen Feldes und Stromträger begleitenden physischen Erscheinungen anschaulich dargestellt. Es wurden auch Beispiele für die Anwendung dieser Erscheinungen in Verstärkern, Generatoren und funktionellen Anordnungen angeführt.

В. ПАЕВСКИ

АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ЭЛЕКТРОНИКЕ

Резюме

В статье описаны свойства акустических волн с ультразвуковыми и гиперзвуковыми частотами и способы их генерации в кристаллах. Особое внимание уделено поверхностным волнам (Рилей, Лова и др.) в виду потенциальных возможностей использования их в тонкопленочных микроволновых системах.

Произведен также обзор установок использующих поверхностные и объемные волны таких как конвенциональные и дисперсионные линии задержки, волноводы, фильтры и т.п.

Во второй части наглядно представлены физические явления сопутствующие акустическим волнам в пьезоэлектрических и полупроводниковых кристаллах при наличии электрического поля и носителей тока, а также приведены примеры использования этих явлений в усилителях, генераторах и функциональных системах.

Pojemności krytyczne i oporności krytyczne liniowego pasywnego czwórnika RC o bezzerowych transmitancjach

STANISŁAW DYMOWSKI (WARSZAWA)

Instytut Podstaw Elektroniki Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 7.7.1970

W pracy zdefiniowano krytyczną oporność wejściową, krytyczną oporność wyjściową, krytyczną pojemność wejściową i krytyczną pojemność wyjściową liniowego pasywnego czwórnika zbudowanego z elementów R lub C . Ponadto przebadano właściwości zdefiniowanych wielkości w przypadku czwórnika o bezzerowych transmitancjach i pokazano, że istnieje możliwość opracowania metody pełnej syntezy czwórnika RC o bezzerowych transmitancjach.

1. WSTĘP

W pracy [1] zamieszczono dowody czterech twierdzeń określających minimalną ilość informacji niezbędną dla całkowitego określenia właściwości liniowego pasywnego czwórnika zbudowanego z elementów R lub C . Z punktu widzenia swoich wartości poznawczych praca [1] stanowi niewątpliwie zamkniętą całość, niemniej podana w omawianej pracy interpretacja elektryczna twierdzeń i bardziej wnikliwe zastanowienie się nad interpretacją elektryczną zdefiniowanych marginesowo w dowodach twierdzeń liczb $R_{10}, R_{20}, C_{10}, C_{20}$ ¹⁾ upoważniają do wysunięcia hipotezy o bardzo dużej wartości użytkowej spostrzeżeń dokonanych w pracy [1] z punktu widzenia zastosowań w teorii syntezy liniowych czwórników pasywnych zbudowanych z elementów R lub C (ewentualnie R lub L).

Niniejsza praca jest pierwszą pracą z cyklu prac poświęconych zastosowaniu pojęć podanych w pracy [1] w teorii syntezy liniowych czwórników pasywnych zbudowanych z elementów R lub C i jej zasadniczym celem jest zdefiniowanie dla czwórników omawianej klasy czterech wielkości charakterystycznych, a mianowicie: krytycznej oporności wejściowej, krytycznej oporności wyjściowej; krytycznej pojemności wejściowej, krytycznej pojemności wyjściowej oraz wykazania niektórych istotnych w teorii syntezy właściwości tych wielkości dla czwórników o bezzerowych transmitancjach.

O ile wiadomo autorowi niniejszej pracy na podstawie znanych publikacji z dziedziny syntezy liniowych czwórników pasywnych zbudowanych z elementów R lub C powyższe wielkości nie były dotychczas definiowane i stosowane w teorii syntezy. Na podstawie

¹⁾ Wszystkie oznaczenia i definicje stosowane w pracy [1] stosowane są w niniejszej pracy bez dodatkowego omawiania. Dodatkowo wprowadzone są oznaczenia: $\wedge$ — koniunkcja, $\Rightarrow$ — implikacja, $St(w)$ — stopień wielomianu w .

uzyskanych dotychczas wyników (będą one treścią następnych prac z niniejszego cyklu) autor pracy stwierdza, że istnieje bardzo precyzyjna i jednocześnie bardzo prosta metoda syntezy liniowych pasywnych czwórników RC o bezzerowych transmitancjach oparta na podanych wyżej pojęciach i z tego powodu szczególną uwagę w niniejszej pracy poświęcono opornościom i pojemnościom krytycznym powyższej podklasy czwórników RC . Wykazanie właściwości oporności i pojemności krytycznych liniowego czwórnika RC , jak i uzasadnienie prawidłowości wspomnianej wyżej metody syntezy wymagają bardzo szczegółowego przebadania właściwości wielomianów charakterystycznych $n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m$ i dlatego też konieczne jest precyzyjne zdefiniowanie pewnych zbiorów funkcji, mimo iż niektórym Czytelnikom może się to wydawać po prostu „przeformalizowaniem” stosowanego zapisu pojęć.

Przyjmijmy następujące cztery definicje.

Definicja 1

$$\mathcal{T}_{RC} = \left\{ F: \bigvee_{H \in \mathcal{R}^+} \bigvee_{\substack{\{k, n\} \subset \mathcal{N} \cup \{0\} \\ k \leq n}} \bigvee_{\{E_0, E_1, \dots, E_k\} \subset \mathcal{R}} \bigvee_{\substack{\{s_1, s_2, \dots, s_n\} \subset \mathcal{R}^- \\ s_1 > s_2 > \dots > s_n}} \right. \\ \left. \left(\bigwedge_{s \in \{s_1, s_2, \dots, s_n\}' \cap \mathcal{X}} F(s) = \frac{\sum_{i=0}^k E_i s^i}{H \cdot \prod_{i=1}^n (s - s_i)} = \frac{\sum_{i=0}^k E_i s^i}{\sum_{i=0}^n G_i s^i} \right) \wedge \left(\bigwedge_{i \in \{0, 1, \dots, n\}} |E_i| \leq G_i \right) \right\}.$$

Definicja 2

$$\mathcal{T}_{RC}^{iu} = \left\{ F: \bigvee_{H \in \mathcal{R}^+} \bigvee_{\substack{\{k, n\} \subset \mathcal{N} \cup \{0\} \\ k \leq n}} \bigvee_{\{E_0, E_1, \dots, E_k\} \subset \mathcal{R}} \right. \\ \left. \bigvee_{\substack{\{s_1, s_2, \dots, s_n\} \subset \mathcal{R}^- \cup \{0\} \\ 0 \geq s_1 > s_2 > \dots > s_n}} \bigwedge_{s \in \{s_1, \dots, s_n\}' \cap \mathcal{X}} F(s) = \frac{\sum_{i=0}^k E_i s^i}{H \cdot \prod_{i=1}^n (s - s_i)} \right\}.$$

Definicja 3

$$\mathcal{T}_{RC}^{ui} = \left\{ F: \bigvee_{H \in \mathcal{R}^+} \bigvee_{\substack{\{k, n\} \subset \mathcal{N} \cup \{0\} \\ k \leq n+1}} \bigvee_{\{E_0, E_1, \dots, E_k\} \subset \mathcal{R}} \right. \\ \left. \bigvee_{\substack{\{s_1, s_2, \dots, s_n\} \subset \mathcal{R}^- \\ s_1 > s_2 > \dots > s_n}} \bigwedge_{s \in \{s_1, \dots, s_n\}' \cap \mathcal{X}} F(s) = \frac{\sum_{i=0}^k E_i s^i}{H \cdot \prod_{i=1}^n (s - s_i)} \right\}.$$

Definicja 4

$$\mathcal{W}_{RC} = \left\{ (n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) : m^2 = n_{zo}n_{oz} - n_{oo}n_{zz} \wedge \frac{m}{n_{oo}} \in \mathcal{T}_{RC}^{iu} \wedge \frac{m}{n_{zz}} \in \mathcal{T}_{RC}^{ui} \wedge \left(\frac{m}{n_{zo}}, \frac{m}{n_{oz}} \right) \subset \mathcal{T}_{RC} \wedge \left(\frac{n_{zo}}{n_{oo}}, \frac{n_{oz}}{n_{oo}}, \frac{n_{zz}}{n_{zo}}, \frac{n_{zz}}{n_{oz}} \right) \subset \mathcal{J}_{RC} \right\}.$$

Łatwo można zauważyć, że $\mathcal{T}_{RC}$ jest zbiorem funkcji posiadających właściwości transmitancji napięciowo-napięciowych i prądowo-prądowych liniowych czwórników pasywnych zbudowanych z elementów R lub C oraz że odpowiednio $\mathcal{T}_{RC}^{iu}$ i $\mathcal{T}_{RC}^{ui}$ są zbiorami funkcji posiadających właściwości transmitancji prądowo-napięciowych i napięciowo-prądowych omawianej klasy czwórników. Z podanej w pracy [1] definicji zbioru $\mathcal{J}_{RC}$ wynika, że

$$F \in \mathcal{J}_{RC} \Rightarrow F \in \mathcal{T}_{RC}^{iu} \quad \text{ i } \quad \frac{1}{F} \in \mathcal{J}_{RC} \Rightarrow F \in \mathcal{T}_{RC}^{ui}.$$

Piątki wielomianów będące elementami zbioru $\mathcal{W}_{RC}$ są piątkami wielomianów charakterystycznych liniowych czwórników pasywnych zbudowanych z elementów R lub C , wobec czego zbiór $\mathcal{W}_{RC}$ jest zbiorem równoważnym zbiorowi klas równoważności liniowych czwórników pasywnych zbudowanych z elementów R lub C .

Pojęcie „synteza liniowego czwórnika pasywnego zbudowanego z elementów R lub C ” użyte powyżej rozumiane jest jako przyporządkowanie piątce wielomianów charakterystycznych będącej elementem zbioru $\mathcal{W}_{RC}$ określonej struktury (klasy struktur) czwórnika.

2. POJEMNOŚCI I OPORNOŚCI KRYTYCZNE CZWÓRNIKA RC

W dowodach twierdzeń 1, 2, 3, 4 w pracy [1] zdefiniowano odpowiednio następujące cztery liczby: R_{20} , R_{10} , C_{10} , C_{20} . Pokazano, że liczby te są jednoznacznie określone przez odpowiednie trójki wielomianów charakterystycznych czwórnika, a mianowicie przez: (m, n_{oo}, n_{zo}) , (m, n_{oo}, n_{oz}) , (m, n_{zz}, n_{zo}) , (m, n_{zz}, n_{oz}) . Z podanej w pracy [1] interpretacji elektrycznej twierdzeń 1, 2, 3, 4 wynika, że liczby R_{10} , R_{20} , C_{10} , C_{20} ograniczają od dołu wartości oporności wzdłużnych odpowiednio po stronach wejściowej i wyjściowej czwórnika i wartości pojemności poprzecznych występujących odpowiednio po stronach wejściowej i wyjściowej czwórnika.

Z punktu widzenia zastosowań w teorii syntezy rozumianej w sposób podany w zakończeniu punktu 1 definicje liczb R_{10} , R_{20} , C_{10} , C_{20} podane w [1] nie są dogodne i dlatego też przyjęte zostaną następujące określenia.

Definicja 5

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, to krytyczną opornością wejściową liniowego czwórnika RC jest

$$R_{10} = \min \left\{ \varrho : \varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} \right] \wedge \frac{m}{n_{zo} - \left(\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} - \varrho \right) n_{oo}} \in \mathcal{T}_{RC} \right\}.$$

Definicja 6

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, to krytyczną opornością wyjściową liniowego czwornika RC jest

$$R_{20} = \min \left\{ \varrho : \varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} \right] \wedge \frac{m}{n_{oz} - \left(\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} - \varrho \right) n_{oo}} \in \mathcal{T}_{RC} \right\}.$$

Definicja 7

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, to krytyczną pojemnością wejściową liniowego czwornika RC jest

$$C_{10} = \min \left\{ \varrho : \varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)} \right] \wedge h(s) = \left(\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)} - \varrho \right) s \wedge \frac{m}{n_{oz} - hn_{zz}} \in \mathcal{T}_{RC} \right\}.$$

Definicja 8

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, to krytyczną pojemnością wyjściową liniowego czwornika RC jest

$$C_{20} = \min \left\{ \varrho : \varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{oz}(s)} \right] \wedge h(s) = \left(\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{oz}(s)} - \varrho \right) s \wedge \frac{m}{n_{zo} - hn_{zz}} \in \mathcal{T}_{RC} \right\}.$$

3. WŁAŚCIWOŚCI OPORNOŚCI I POJEMNOŚCI KRYTYCZNYCH CZWÓRNIKA RC O BEZZEROWYCH TRANSMITANCJACH

W dalszym ciągu niniejszej pracy czwornikiem RC o bezzerowych transmitancjach nazywany będzie czwornik scharakteryzowany piątką wielomianów charakterystycznych $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ takich, że $St(m) = 0$ i $\{St(n_{zo}), St(n_{oz}), St(n_{oo}), St(n_{zz})\} \subset \mathcal{N} \cup \{0\}$. Z powyższego wynika, że dla czwornika o bezzerowych transmitancjach $m(0) \in \mathcal{R}$, a zatem możliwe są trzy przypadki wartości $m(0)$, a mianowicie:

- $m(0) = 0$ — trywialny przypadek czwornika zdegenerowanego nie interesujący w teorii syntezy;
- $m(0) \in \mathcal{R}^+$ — przypadek czwornika, któremu jak wynika z analizy można przyporządkować niezdegenerowaną strukturę drabinkową;
- $m(0) \in \mathcal{R}^-$ — przypadek czwornika, któremu jak wynika z analizy można przyporządkować niezdegenerowaną strukturę drabinkową ze skrzyżowanymi albo zaciskami wejściowymi albo zaciskami wyjściowymi.

Jak wynika z analizy liniowych czworników zbudowanych z elementów R lub C jedyna różnica strukturalna między czwornikami o bezzerowych transmitancjach scharakteryzowanymi tymi samymi wielomianami $n_{oz}, n_{zo}, n_{oo}, n_{zz}$ i posiadającymi różne co do znaku wartości $m(0)$ polega na skrzyżowaniu albo zacisków wejściowych albo zacisków wyjściowych czwornika, a zatem z punktu widzenia poszukiwania metod syntezy czwornika można ograniczyć się jedynie do rozpatrzenia jednego z przypadków wartości $m(0)$. Wobec powyższego w dalszym ciągu pracy rozpatrując czworniki o bezzerowych transmitancjach będziemy zakładali, że $m(0) \in \mathcal{R}^+$. Właściwości pojemności i oporności krytycz-

nych liniowych pasywnych czwórników RC o bezzerowych transmitancjach podane zostaną w postaci poniższych ośmiu twierdzeń i uzasadnione zostaną w dowodach tych twierdzeń.

Twierdzenie 1

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ i $m(0) \in \mathcal{R}^+$. Jeżeli $St(m) = 0$, to $C_{10} = C_{20} = 0$.
Dowód

Rozpatrzmy w pierwszej kolejności krytyczną pojemność wejściową C_{10} . Z definicji 7 wynika, że dla pewnych wartości $\varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)}\right]$ i podanego w definicji wielomianu h powinien zostać spełniony warunek $m/(n_{oz} - hn_{zz}) \in \mathcal{T}_{RC}$. Z kolei z twierdzenia 3 w pracy [1], definicji 1 i założenia $St(m) = 0$ wynika, że powyższy warunek sprowadza się do warunku $n_{oz}(0) - h(0)n_{zz}(0) \geq m(0)$, który ze względu na $h(0) = 0$ i $m/n_{oz} \in \mathcal{T}_{RC}$ jest spełniony dla wszystkich $\varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)}\right]$. Wobec powyższego z definicji 7 wynika $C_{10} = 0$. W analogiczny sposób z definicji 8,1 i twierdzenia 4 w pracy [1] wynika $C_{20} = 0$. $\square$

Twierdzenie 2

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $m(0) \in \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$. Jeżeli $n_{oo}(0) = 0$, to $R_{10} = R_{20} = 0$.

Dowód

Rozpatrzmy przypadek R_{10} . Z definicji 5 wynika, że dla pewnych wartości $\varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)}\right]$ powinien być spełniony warunek

$$\frac{m}{n_{zo} - \left(\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} - \varrho\right)n_{oo}} \in \mathcal{T}_{RC}.$$

Natomiast z twierdzenia 2 w pracy [1], definicji 1 i założenia $St(m) = 0$ wynika, że powyższy warunek sprowadza się do warunku

$$n_{zo}(0) - \left(\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} - \varrho\right)n_{oo}(0) \geq m(0),$$

który ze względu na $n_{oo}(0) = 0$ i $m/n_{zo} \in \mathcal{T}_{RC}$ jest spełniony dla wszystkich $\varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)}\right]$. Zatem z definicji 5 wynika $R_{10} = 0$. Analogicznie, korzystając z definicji 6,2 i twierdzenia 1 w pracy [1], wykazujemy, że $R_{20} = 0$. $\square$

Twierdzenie 3

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $\{m(0), n_{oo}(0)\} \subset \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$.
1. Jeżeli $n_{zo}(0) = m(0)$, to

$$R_{10} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)}.$$

2. Jeżeli $n_{zo}(0) > m(0)$ to

$$R_{10} = 0 \quad \text{gdy} \quad \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} \leq \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}$$

i

$$R_{10} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} - \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} \quad \text{gdy} \quad \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} > \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}.$$

Dowód

Z twierdzenia 2 i lematu 1 w pracy [1] oraz z definicji 1 wynika, że w przypadku $n_{oo}(0) \in \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$ definicja 5 przybiera postać

$$R_{10} = \min \left\{ \varrho : \varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} \right] \wedge \varrho \geq \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} - \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} \right\}.$$

Jeżeli $n_{zo}(0) = m(0)$, to występujący w powyższej definicji zbiór jest zbiorem jednoelementowym zawierającym element $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)}$. Zatem $R_{10} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)}$, co dowodzi słuszności pierwszej części twierdzenia.

Jeżeli $n_{zo}(0) > m(0)$ i $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} \leq \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}$, to otrzymujemy $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} - \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} \in \mathcal{R}^- \cup \{0\}$, a zatem z podanej wyżej definicji wynika $R_{10} = 0$.

Jeżeli natomiast $n_{zo}(0) > m(0)$ i $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} > \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}$, to oczywista jest nierówność

$$0 < \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} - \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} < \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)},$$

a zatem z podanej wyżej definicji wynika słuszność tezy drugiej części drugiego punktu twierdzenia. $\square$

Twierdzenie 4

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $\{m(0), n_{oo}(0)\} \subset \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$.

1. Jeżeli $n_{oz}(0) = m(0)$, to

$$R_{20} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)}.$$

2. Jeżeli $n_{oz}(0) > m(0)$, to

$$R_{20} = 0 \quad \text{gdy} \quad \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} \leq \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}$$

i

$$R_{20} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} - \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} \quad \text{gdy} \quad \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} > \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}.$$

Dowód

Z twierdzenia 1 i lematu 1 z pracy [1] oraz z definicji 1 wynika, że dla $n_{oo}(0) \in \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$ definicja 6 przybiera postać

$$R_{20} = \min \left\{ \varrho : \varrho \in \left[0, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} \right] \wedge \varrho \geq \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} - \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} \right\}.$$

Korzystając z powyższej definicji i wnioskując analogicznie jak w dowodzie twierdzenia 3 wykazujemy słuszność też powyższego twierdzenia. $\square$

Twierdzenie 5

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $\{m(0), n_{oo}(0)\} \subset \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$.
Jeżeli $n_{zo}(0) = m(0)$, to $R_{20} = 0$.

Dowód

Jeżeli $n_{zo}(0) = m(0)$, to wartości wielomianów charakterystycznych w zerze związane są tożsamością

$$m^2(0) = m(0)n_{oz}(0) - n_{oo}(0)n_{zz}(0),$$

czyli prawdziwa jest równość

$$\frac{n_{zz}(0)}{m(0)} = \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}.$$

Z kolei z faktu $n_{zz}/n_{zo} \in \mathcal{J}_{RC}$ wynika następująca nierówność

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} \leq \frac{n_{zz}(0)}{n_{zo}(0)} = \frac{n_{zz}(0)}{m(0)},$$

przy czym znak równości ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy $St(n_{zz}) = St(n_{zo}) = 0$ (por. definicja 1 w pracy [1]). Wobec powyższego prawdziwa jest nierówność

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} \leq \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)},$$

z której wobec oczywistego spełnienia przy przyjętych założeniach warunku $n_{oz}(0) > m(0)$ na podstawie twierdzenia 4 wynika $R_{20} = 0$. $\square$

Twierdzenie 6

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $\{m(0), n_{oo}(0)\} \subset \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$.
Jeżeli $n_{oz}(0) = m(0)$, to $R_{10} = 0$.

Dowód

Warunek $n_{oz}(0) = m(0)$ implikuje równość

$$\frac{n_{zz}(0)}{m(0)} = \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)},$$

a jednocześnie uwzględniając $n_{zz}/n_{oz} \in \mathcal{J}_{RC}$ otrzymujemy

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} \leq \frac{n_{zz}(0)}{n_{oz}(0)} = \frac{n_{zz}(0)}{m(0)},$$

przy czym znak równości ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy $St(n_{zz}) = St(n_{oz}) = 0$. Z powyższych dwóch zależności i twierdzenia 3 wynika $R_{10} = 0$. $\square$

Twierdzenie 7

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $\left\{ m(0), n_{oo}(0), \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)}, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} \right\} \subset \mathcal{R}^+$,

$St(m) = 0$ i $\{St(n_{zo}), St(n_{oz}), St(n_{oo}), St(n_{zz})\} \subset \mathcal{N}$.

Jeżeli $n_{zo}(0) > m(0)$ i $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} > \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}$, to $R_{20} = \mathbb{C}$.

Dowód

Tworzymy pomocnicze wielomiany

$$\bar{n}_{zo} = n_{zo} - \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} n_{oo}, \quad \bar{n}_{zz} = n_{zz} - \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} n_{oz}.$$

Z twierdzenia 2 w pracy [1] i z twierdzenia 3 wynika, że $\bar{n}_{zz}/\bar{n}_{zo} \in \mathcal{J}_{RC}$, a zatem prawdziwa jest nierówność

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\bar{n}_{zz}(s)}{\bar{n}_{zo}(s)} < \frac{\bar{n}_{zz}(0)}{\bar{n}_{zo}(0)} = \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}.$$

Z kolei z podanych w twierdzeniu założeń wynika $St(n_{zz}) = St(n_{oz}) = St(n_{zo}) = n \in \mathcal{N}$. Ponieważ jednocześnie założono $m(0) \in \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$, więc z zależności

$$\bigwedge_{s \in \mathcal{X}} m^2(0) = n_{zo}(s)n_{oz}(s) - n_{oo}(s)n_{zz}(s)$$

wynika $St(n_{zz}) = n$. Rozpatrywane wielomiany mają zatem postać:

$$\begin{aligned} n_{zo}(s) &= D_n s^n + \dots + D_o, & n_{oz}(s) &= E_n s^n + \dots + E_o, \\ n_{oo}(s) &= F_n s^n + \dots + F_o, & n_{zz}(s) &= G_n s^n + \dots + G_o, \end{aligned}$$

przy czym $\{D_o, \dots, D_n, E_o, \dots, E_n, F_o, \dots, F_n, G_o, \dots, G_n\} \subset \mathcal{R}^+$ i $D_n E_n = F_n G_n$. Wobec powyższego otrzymujemy:

$$\bar{n}_{zz}(s) = \left(G_n - \frac{D_o - m(0)}{F_o} E_n \right) s^n + \dots + G_o - \frac{D_o - m(0)}{F_o} E_o,$$

$$\bar{n}_{zo}(s) = \left(D_n - \frac{D_o - m(0)}{F_o} F_n \right) s^n + \dots + m(0),$$

a zatem występująca w nierówności granica wynosi

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\bar{n}_{zz}(s)}{\bar{n}_{zo}(s)} = \frac{G_n F_o - (D_o - m(0)) E_n}{D_n F_o - (D_o - m(0)) F_n} = \frac{G_n F_o - (D_o - m(0)) \frac{F_n G_n}{D_n}}{D_n F_o - (D_o - m(0)) F_n} =$$

$$= \frac{G_n}{D_n} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)}.$$

Mamy więc $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} < \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}$ i z przyjętych założeń wynika $n_{oz}(0) > m(0)$, z czego na podstawie twierdzenia 4 otrzymujemy $R_{20} = 0$. $\square$

Twierdzenie 8

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $\left\{ m(0), n_{oo}(0), \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)}, \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} \right\} \subset \mathcal{R}^+$, $St(m) = 0$ i $\{St(n_{zo}), St(n_{oz}), St(n_{oo}), St(n_{zz})\} \subset \mathcal{N}$.

Jeżeli $n_{oz}(0) > m(0)$ i $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)} > \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}$, to $R_{10} = 0$.

Dowód

Tworzymy pomocnicze wielomiany

$$\bar{n}_{oz} = n_{oz} - \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} n_{oo}, \quad \bar{n}_{zz} = n_{zz} - \frac{n_{oz}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)} n_{zo}.$$

Z twierdzenia 1 w pracy [1] i z twierdzenia 4 wynika, że $\bar{n}_{zz}/\bar{n}_{oz} \in \mathcal{J}_{RC}$, w konsekwencji z tego prawdziwa jest nierówność

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\bar{n}_{zz}(s)}{\bar{n}_{oz}(s)} < \frac{\bar{n}_{zz}(0)}{\bar{n}_{oz}(0)} = \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}.$$

Przyjmując postacie wielomianów $n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}$ takie same jak w dowodzie twierdzenia 7 mamy

$$\bar{n}_{zz}(s) = \left(G_n - \frac{E_o - m(0)}{F_o} D_n \right) s^n + \dots + G_o - \frac{E_o - m(0)}{F_o} D_o,$$

$$\bar{n}_{oz}(s) = \left(E_n - \frac{E_o - m(0)}{F_o} F_n \right) s^n + \dots + m(0),$$

a więc

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\bar{n}_{zz}(s)}{\bar{n}_{oz}(s)} = \frac{G_n F_o - (E_o - m(0)) D_n}{E_n F_o - (E_o - m(0)) F_n} = \frac{G_n F_o - (E_o - m(0)) \frac{F_n G_n}{E_n}}{E_n F_o - (E_o - m(0)) F_n} =$$

$$= \frac{G_n}{E_n} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)}.$$

Z założeń twierdzenia wynika $n_{zo}(0) > m(0)$, a zatem wobec prawdziwości nierówności

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)} < \frac{n_{zo}(0) - m(0)}{n_{oo}(0)}$$

na podstawie twierdzenia 3 otrzymujemy $R_{10} = 0$. $\square$

4. MOŻLIWOŚĆ SFORMUŁOWANIA METODY SYNTEZY LINIOWEGO CZWÓRNIKA RC O BEZZEROWYCH TRANSMITANCJACH

Jak wynika z analizy liniowych czwórników pasywnych zbudowanych z elementów R lub C (por. [4], [5]) czwórnikowi o bezzerowych transmitancjach można przyporządkować strukturę drabinkową zbudowaną z wzdłużnych oporności, poprzecznych pojemności i ewentualnie poprzecznych oporności. Znane w literaturze metody realizacji takich czwórników (por. np. [2], [3], [4], [5]) opierają się na rozwinięciu na ułamek łańcuchowy jednej z następujących czterech funkcji: n_{zz}/n_{zo} , n_{zo}/n_{oo} , n_{oz}/n_{oo} , n_{oz}/n_{zo} i umożliwiają jedynie otrzymanie czwórnika charakteryzującego się jedną z podanych wyżej funkcji i realizującego jedną z bezzerowych transmitancji z dokładnością do stałego rzeczywistego dodatniego współczynnika. We wstępie do niniejszej pracy zaznaczono, że istnieje możliwość przyporządkowania piątce wielomianów charakterystycznych $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ (takich, że $m(0) \in \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$) struktury czwórnika o bezzerowych transmitancjach, czyli, że istnieje możliwość tzw. pełnej syntezy czwórnika o bezzerowych transmitancjach. Zastanówmy się jakie fakty przemawiają za istnieniem takiej możliwości. Rozpatrzmy w pierwszej kolejności przypadek szczególny, w którym $n_{oo}(0) = 0$, tzn. funkcje n_{zo}/n_{oo} , n_{oz}/n_{oo} , m/n_{oo} posiadają bieguny w zerze. Z analizy wynika, że w takim przypadku czwórnik RC o bezzerowych transmitancjach może posiadać strukturę drabinkową, w której występują jedynie wzdłużne oporności i poprzeczne pojemności. Z kolei z interpretacji elektrycznej twierdzeń podanych w pracy [1] wynika możliwość wyłączania wzdłużnych oporności i poprzecznych pojemności z czwórnika scharakteryzowanego daną piątką wielomianów charakterystycznych. Jest to operacja bardzo prosta, gdyż twierdzenia 1 i 2 z niniejszej pracy gwarantują, że w omawianym przypadku pojemności krytyczne i oporności krytyczne czwórnika są równe zeru. Pozostaje jedynie wykazanie, że operacja taka jest zawsze możliwa i ustalenie twierdzeń roboczych, z których wyniknie praktyczna metoda syntezy. W przypadku gdy $n_{oo}(0) \in \mathcal{R}^+$ oporności krytyczne czwórnika nie zawsze są równe zeru, jak to wynika z twierdzeń 3 i 4 podanych w niniejszej pracy. Jednakże twierdzenia 5, 6, 7, 8 gwarantują, że jeżeli jedna z oporności krytycznych jest różna od zera to druga na pewno jest równa zeru. Występowanie oporności krytycznych różnych od zera oznacza występowanie oporności poprzecznych w strukturze czwórnika RC o bezzerowych transmitancjach (por. przykład w pracy [1]), lecz można wykazać, że nie stanowi to przeszkody w wyłączaniu wzdłużnych oporności i poprzecznych pojemności wynikającym z twierdzeń 1, 2, 3, 4 z pracy [1]. Prócz powyższego należy, podobnie jak w przypadku $n_{oo}(0) = 0$, sformułować twierdzenia robocze i podać praktyczną metodę syntezy. Szczegółowa analiza przytoczonych wyżej argumentów oraz sformułowanie praktycznych metod syntezy będą przedmiotem następnych prac.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. S. Dymowski, Opisanie właściwości liniowego pasywnego czwórnika RC trzema wielomianami charakterystycznymi, Arch. Elektr., t. XIX, z. 4, 1970.
2. E. A. Guillemin, Synthesis of RC -Networks, J. Math. Phys., vol. 28, 1949.
3. E. A. Guillemin, A Note on the Ladder Development of RC -Networks, Proc. of IRE, vol. 40, No 4, 1952.
4. E. A. Guillemin, Synthesis of Passive Networks, New York 1965.
5. L. Weinberg, Network Analysis and Synthesis, New York 1962.

S. DYMOWSKI

CRITICAL CAPACITIES AND CRITICAL RESISTANCES OF LINEAR PASSIVE RC TWO-PORT HAVING TRANSMITTANCIES WITHOUT ZEROS

Summary

Critical input resistance, critical output resistance, critical input capacity and critical output capacity of a linear passive two-port built of R or C elements have been defined in the paper. Moreover the properties of defined quantities in the case of a two-port having transmittancies without zeros have been studied and it has been pointed out that there exists a possibility of working out a method of complete synthesis of an RC two-port having transmittancies without zeros.

S. DYMOWSKI

CAPACITÉS CRITIQUES ET RÉSISTANCES CRITIQUES D'UN QUADRIPOLE LINÉAIRE PASSIF AUX TRANSMITTANCES SANS ZÉROS

Résumé

Dans cet article on a défini la résistance critique d'entrée, la résistance critique de sortie, la capacité critique d'entrée et la capacité critique de sortie d'un quadripôle linéaire passif construit des éléments R ou C . On a examiné en outre les propriétés des paramètres définis pour le quadripôle aux transmittances sans zéros et on a démontré qu'il est possible d'élaborer la méthode de la synthèse complète de quadripôle RC aux transmittances sans zéros.

S. DYMOWSKI

KRITISCHE KAPAZITÄTEN UND KRITISCHE WIDERSTÄNDE EINES LINEAREN, PASSIVEN RC -VIERPOLES MIT NULLOSEN GEGENSCHWEINLEITWERTEN

Zusammenfassung

Im Artikel werden sowohl kritische Eingangs- und Ausgangswiderstände, als auch kritische Eingangs- und Ausgangskapazitäten eines aus R - bzw. C -Elementen gebauten linearen, passiven Vierpoles definiert und beschrieben. Es sind auch die Eigenschaften der definierten Grössen für den Vierpol mit nullosen Gegenschweinleitwerten geprüft worden, wobei der Nachweis gebracht worden ist, dass die Möglichkeit besteht, eine Methode der vollen Synthese des RC -Vierpoles mit nullosen Gegenschweinleitwerten auszuarbeiten.

С. ДЫМОВСКИ

КРИТИЧЕСКИЕ ЕМКОСТИ И КРИТИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ
ЛИНЕЙНОГО ПАССИВНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА RC С БЕЗНУЛЬНЫМИ
ПЕРЕДАТОЧНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Резюме

В труде определены критическое входное сопротивление, критическое выходное сопротивление, критическая входная емкость и критическая выходная емкость для линейного пассивного четырехполосника построенного из элементов R или C . Кроме того исследованы свойства определенных величин в случае четырехполосника с безнульными передаточными функциями и показана возможность разработки метода совершенного синтеза линейного четырехполосника RC с безнульными передаточными функциями.

Pewne twierdzenia dotyczące liniowych pasywnych czwórników RC o bezzerowych transmitancjach

STANISŁAW DYMOWSKI (WARSZAWA)

Instytut Podstaw Elektroniki Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 7.7.1970

W pracy sformułowano i dowiedziono pięć twierdzeń stanowiących udokumentowanie wysuniętej w pracy [2] tezy o możliwości opracowania metody pełnej syntezy liniowego czwórnika RC o bezzerowych transmitancjach.

W pracy [2] zdefiniowano pojemności krytyczne i oporności krytyczne liniowego pasywnego czwórnika zbudowanego z elementów R lub C , pokazano niektóre właściwości tych wielkości w przypadku czwórnika o bezzerowych transmitancjach i przedstawiono możliwość opracowania metody syntezy takiego czwórnika na podstawie wyników podanych w pracach [1] i [2]. Celem niniejszej pracy jest wykazanie prawdziwości pięciu twierdzeń będących udokumentowaniem słuszności części argumentów, przemawiających za możliwością opracowania metody syntezy czwórników o bezzerowych transmitancjach, przedstawionych w punkcie 4 pracy [2]. Ponieważ praca ta jest kontynuacją prac [1] i [2], stosowane będą w niej bez dodatkowego wyjaśnienia oznaczenia i definicje wprowadzone w cytowanych pracach.

W ostatnim punkcie pracy [2] zauważono, że szczególnym przypadkiem liniowego pasywnego czwórnika zbudowanego z elementów R lub C jest przypadek, w którym $n_{oo}(0) = 0$. Konsekwencje wynikające z faktu $n_{oo}(0) = 0$ podaje następujące twierdzenie 1.

Twierdzenie 1

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{H}_{RC}$ i $m(0) \in \mathcal{R}^+$, to $m(0) = n_{zo}(0) = n_{oz}(0)$ wtedy i tylko wtedy gdy $n_{oo}(0) = 0$.

Dowód

Z definicji 4 w pracy [2] wynika, że wartości wielomianów charakterystycznych w zerze spełniają tożsamość

$$m^2(0) = n_{zo}(0)n_{oz}(0) - n_{oo}(0)n_{zz}(0).$$

Konieczność:

$$(m(0) = n_{zo}(0) = n_{oz}(0) \Rightarrow n_{oo}(0)n_{zz}(0) = 0) \wedge (m/n_{zz} \in \mathcal{T}_{RC}^w \Rightarrow n_{zz}(0) \in \mathcal{R}^+) \Rightarrow n_{oo}(0) = 0.$$

Dostateczność:

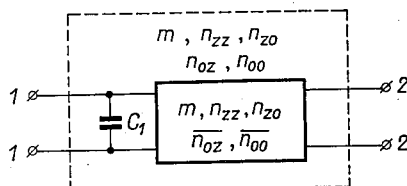
$$(n_{oo}(0) = 0 \Rightarrow m^2(0) = n_{zo}(0)n_{oz}(0)) \wedge (m/n_{zo} \in \mathcal{T}_{RC} \Rightarrow n_{zo}(0) \geq m(0)) \wedge (m/n_{oz} \in \mathcal{T}_{RC} \Rightarrow n_{oz}(0) \geq (0)) \Rightarrow n_{zo}(0) = n_{oz}(0) = m(0). \quad \square$$

W punkcie 4 w pracy [2] stwierdzono, że sformułowane w pracy [1] twierdzenia 3 i 4 umożliwiają wyłączenie z czwórnika pojemności poprzecznych, czyli umożliwiają przedstawienie rozpatrywanego czwórnika w postaci innego czwórnika, posiadającego identyczne z rozpatrywanym trzy wielomiany charakterystyczne, którego zaciski albo wejściowe albo wyjściowe połączone są pojemnością (por. rysunki 4 i 5 w pracy [1]). Ten inny czwórnik otrzymany w wyniku wyłączenia z rozpatrywanego czwórnika pojemności poprzecznych zwany będzie w dalszym ciągu pracy czwórnikiem resztkowym. Właściwości wyłączania pojemności poprzecznych sformułowane zostaną w postaci następujących twierdzeń 2, 3 i 4.

Twierdzenie 2

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $m(0) \in \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$. Jeżeli dla pewnego $n \in \mathcal{N}$ spełnione są warunki $St(n_{oz}) = St(n_{oo}) = n$ i $St(n_{zo}) = St(n_{zz}) = n-1$, to:

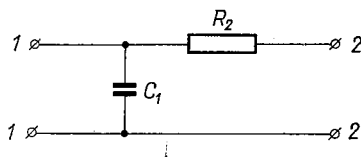
1. W przypadku gdy $n \in \{1\}' \cap \mathcal{N}$ lub gdy $n \in \mathcal{N}$ i $n_{oo}(0) \in \mathcal{R}^+$ możliwe jest wyłączenie pojemności poprzecznej o wartości $C_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)}$ po stronie wejściowej czwórnika i otrzymuje się czwórnik resztkowy (rys. 1) opisany wielomianami charakterystycznymi



Rys. 1. Ilustracja twierdzenia 2.1

$n_{zo}, \bar{n}_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m$, którego zaciski wejściowe połączone są pojemnością o wartości C_1 . W omawianym przypadku $(n_{zo}, \bar{n}_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $St(\bar{n}_{oz}) = St(\bar{n}_{oo}) = n-1$ i wielomiany $\bar{n}_{oz}$ i $\bar{n}_{oo}$ określone są zależnościami:

$$\begin{aligned}\bar{n}_{oz}(s) &= n_{oz}(s) - sC_1 n_{zz}(s), \\ \bar{n}_{oo}(s) &= n_{oo}(s) - sC_1 n_{zo}(s).\end{aligned}$$



Rys. 2. Ilustracja twierdzenia 2.2

2. W przypadku gdy $n = 1$ i $n_{oo}(0) = 0$ czwórnik posiada strukturę „I” i zbudowany jest z dwóch elementów: pojemności poprzecznej o wartości $C_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)}$ i oporności wzdłużnej o wartości $R_2 = \frac{n_{zz}(0)}{n_{zo}(0)}$ (rys. 2).

Dowód

Jeżeli $n \in \{1\}' \cap \mathcal{N}$ lub $n \in \mathcal{N}$ i $n_{oo}(0) \in \mathcal{R}^+$, to z $C_{10} = 0$ (por. twierdzenie 1 w pracy [2]) i z twierdzenia 3 w pracy [1] wynika, że istnieje czwórnik scharakteryzowany piątką wielomianów $(n_{zo}, \bar{n}_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ taką, że $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)} = 0$. Z cytowanego twierdzenia wynika również, że wielomiany n_{oz} i n_{oo} określone równaniami $n_{oz}(s) = \bar{n}_{oz}(s) + sC_1 n_{zz}(s)$, $n_{oo}(s) = \bar{n}_{oo}(s) + sC_1 n_{zo}(s)$ tworzą wraz z wielomianami n_{zo}, n_{zz}, m piątkę wielomianów charakterystycznych czwórnika stanowiącą element zbioru $\mathcal{W}_{RC}$, przy czym $St(n_{oo}) = St(\bar{n}_{oo}) + 1$. Ze względu na $St(m) = 0$ otrzymujemy $St(n_{oz}) = St(\bar{n}_{oz}) + 1$. Możliwa jest zatem operacja polegająca na przejściu od piątki wielomianów $(n_{zo}, \bar{n}_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ do piątki wielomianów $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ przez wyłączenie po stronie wejściowej danego czwórnika pojemności poprzecznej o wartości C_1 . Z podanych wyżej zależności wynikają równości podane w tezie punktu 1 twierdzenia.

Jeżeli natomiast $n = 1$ i $n_{oo}(0) = 0$, to określone w punkcie 1 twierdzenia wielomiany charakterystyczne $n_{zo}, \bar{n}_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m$ nie są elementem zbioru $\mathcal{W}_{RC}$ (por. definicje 2 i 4 w [2] i definicja 1 w [1]). W tym przypadku z twierdzenia 1 wynika $n_{zo}(0) = n_{oz}(0) = m(0)$ i rozpatrywane wielomiany mają następującą postać: $n_{zo}(s) = m(0)$, $m(s) = m(0)$, $n_{oz}(s) = E_1 s + m(0)$, $n_{oo}(s) = F_1 s$, $n_{zz}(s) = n_{zz}(0)$, przy czym $m(0)E_1 = n_{zz}(0)F_1$ i $\{E_1, F_1\} \subset \mathcal{R}^+$. Jeżeli $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, to łatwo można wykazać, że warunkiem koniecznym i wystarczającym realizowalności czwórnika RC o strukturze „I” jest $n_{zo} = m$. Niech z_1 będzie impedancją dwójnika poprzecznego a z_2 impedancją dwójnika wzdłużnego dla czwórnika o strukturze „I”, to $z_1 = n_{zo}/n_{oo}$ i $z_2 = n_{zz}/n_{zo}$. Przy założeniach punktu 2 twierdzenia spełniony jest warunek realizowalności czwórnika RC o strukturze „I” i otrzymujemy

$$z_2(s) = \frac{n_{zz}(0)}{n_{zo}(0)} \quad \text{i} \quad z_1(s) = \frac{n_{zo}(0)}{F_1 s} = \frac{1}{\frac{F_1}{n_{zo}(0)} s}, \quad \text{a stąd}$$

$$C_1 = \frac{F_1}{n_{zo}(0)} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)} \quad \text{i} \quad R_2 = \frac{n_{zz}(0)}{n_{zo}(0)}, \quad \text{co kończy dowód twierdzenia. } \square$$

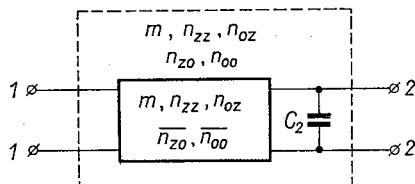
Twierdzenie 3

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $m(0) \in \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$. Jeżeli dla pewnego $n \in \mathcal{N}$ spełnione są warunki $St(n_{zo}) = St(n_{oo}) = n$ i $St(n_{oz}) = St(n_{zz}) = n-1$, to:

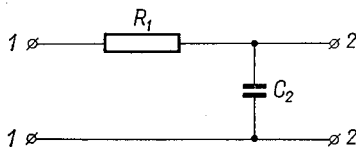
1. W przypadku, gdy $n \in \{1\}' \cap \mathcal{N}$ lub gdy $n \in \mathcal{N}$ i $n_{oo}(0) \in \mathcal{R}^+$, możliwe jest wyłączenie pojemności poprzecznej o wartości $C_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{oz}(s)}$ po stronie wyjściowej czwórnika i otrzymuje się czwórnik resztkowy (rys. 3) opisany wielomianami charakterystycznymi $\bar{n}_{zo}, n_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m$, którego zaciski wyjściowe połączone są pojemnością o wartości C_2 . W omawianym przypadku $(\bar{n}_{zo}, n_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $St(\bar{n}_{zo}) = St(\bar{n}_{oo}) = n-1$ i wielomiany $\bar{n}_{zo}$ i $\bar{n}_{oo}$ określone są zależnościami:

$$\begin{aligned} \bar{n}_{zo}(s) &= n_{zo}(s) - sC_2 n_{zz}(s), \\ \bar{n}_{oo}(s) &= n_{oo}(s) - sC_2 n_{oz}(s). \end{aligned}$$

2. W przypadku gdy $n = 1$ i $n_{oo}(0) = 0$ czwórnik posiada strukturę „T” i zbudowany jest z dwóch elementów (rys. 4): pojemności poprzecznej o wartości $C_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{oz}(s)}$ i oporności wzdłużnej o wartości $R_1 = \frac{n_{zz}(0)}{n_{oz}(0)}$.



Rys. 3. Ilustracja twierdzenia 3.1



Rys. 4. Ilustracja twierdzenia 3.2

Dowód

W rozpatrywanym w punkcie 1 twierdzenia przypadku $n \in \{1\}' \cap \mathcal{N}$ lub $n \in \mathcal{N}$ i $n_{oo}(0) \in \mathcal{R}^+$ i $C_{20} = 0$ (por. twierdzenie 1 w pracy [2]), więc z twierdzenia 4 w pracy [1] wynika, że istnieje czwórnik scharakteryzowany piątką wielomianów $(n_{zo}, \bar{n}_{zo}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ taką, że $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\bar{n}_{oo}(s)}{sn_{oz}(s)} = 0$. Z twierdzenia 4 w pracy [1] wynika również, że jeżeli dana jest

piątka wielomianów charakterystycznych $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ taka, że $\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{oz}(s)} = C_2 \in \mathcal{R}^+$, to wielomiany n_{zo} i $\bar{n}_{zo}$ oraz n_{oo} i $\bar{n}_{oo}$ związane są zależnościami podanymi w tezie punktu 1 twierdzenia. Ponadto z dowodu cytowanego twierdzenia wynika, że $St(n_{oo}) = St(\bar{n}_{oo}) + 1$. Z warunku $St(m) = 0$ wynika w rozpatrywanym przypadku równość granic

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{oz}(s)} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zo}(s)}{sn_{zz}(s)},$$

co jak wynika z dowodu twierdzenia 4 w pracy [1] implikuje $St(n_{zo}) = St(\bar{n}_{zo}) + 1$. Możliwe jest zatem wyłączenie pojemności o wartości C_2 po stronie wyjściowej czwornika i słuszne są pozostałe tezy punktu 1 twierdzenia. Punkt 1 twierdzenia nie jest słuszny w przypadku $n = 1$ i $n_{oo}(0) = 0$, gdyż wówczas $(\bar{n}_{zo}, n_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m) \notin \mathcal{W}_{RC}$. Przy założeniach punktu 2 niniejszego twierdzenia z twierdzenia 1 wynika, że $n_{zo}(0) = n_{oz}(0) = m(0)$, a więc rozpatrywane wielomiany mają następującą postać: $n_{zo}(s) = D_1 s + m(0)$, $n_{oz}(s) = m(0)$, $n_{oo}(s) = F_1 s$, $n_{zz}(s) = n_{zz}(0)$, $m(s) = m(0)$, przy czym $D_1 m(0) = F_1 n_{zz}(0)$ i $\{D_1, F_1\} \subset \mathcal{R}^+$. Łatwo można wykazać, że warunkiem koniecznym i wystarczającym realizowalności

piątki wielomianów $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ w postaci czwórnika RC o strukturze „ T ” jest warunek $n_{oz} = m$. Niech dla czwórnika o strukturze „ T ” z_1 oznacza impedancję dwójnika wzdłużnego, a z_2 impedancję dwójnika poprzecznego, to $z_1 = n_{zz}/n_{oz}$ i $z_2 = n_{oz}/n_{oo}$. Z założeń punktu 2 twierdzenia wynika, że spełniony jest warunek realizowalności czwórnika RC o strukturze „ T ” i otrzymujemy

$$z_1(s) = \frac{n_{zz}(0)}{n_{oz}(0)} \quad \text{i} \quad z_2(s) = \frac{n_{oz}(0)}{F_1 s} = \frac{1}{\frac{F_1}{n_{oz}(0)} s}, \quad \text{a więc}$$

$$R_1 = \frac{n_{zz}(0)}{n_{oz}(0)} \quad \text{i} \quad C_2 = \frac{F_1}{n_{oz}(0)} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{s n_{oz}(s)}, \quad \text{co kończy dowód twierdzenia. } \square$$

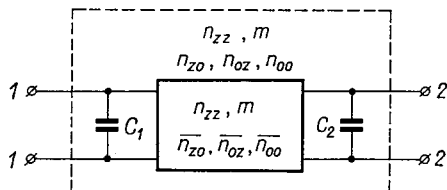
Twierdzenie 4

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $m(0) \in \mathcal{R}^+$ i $St(m) = 0$. Jeżeli dla pewnego $n \in \mathcal{R}$ spełnione są warunki $St(n_{zo}) = St(n_{oz}) = n$, $St(n_{oo}) = n+1$, $St(n_{zz}) = n-1$ to:

1. W przypadku gdy $n \in \{1\}' \cap \mathcal{N}$ lub gdy $n \in \mathcal{N}$ i $n_{oo}(0) \in \mathcal{R}^+$ możliwe jest wyłączenie pojemności poprzecznej o wartości $C_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{s n_{zo}(s)}$ po stronie wejściowej czwórnika

i pojemności poprzecznej o wartości $C_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{s n_{oz}(s)}$ po stronie wyjściowej czwórnika

i niezależnie od kolejności wyłączania tych pojemności otrzymuje się czwórnik resztkowy (rys. 5) opisany wielomianami charakterystycznymi $\bar{n}_{zo}$, $\bar{n}_{oz}$, $\bar{n}_{oo}$, n_{zz} , m , którego zaciski



Rys. 5. Ilustracja twierdzenia 4.1

wejściowe połączone są pojemnością o wartości C_1 , a zaciski wyjściowe pojemnością o wartości C_2 . W omawianym przypadku $(\bar{n}_{zo}, \bar{n}_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, $St(\bar{n}_{zo}) = St(\bar{n}_{oz}) = St(\bar{n}_{oo}) = n-1$ i wielomiany $\bar{n}_{zo}$, $\bar{n}_{oz}$, $\bar{n}_{oo}$ określone są następującymi zależnościami:

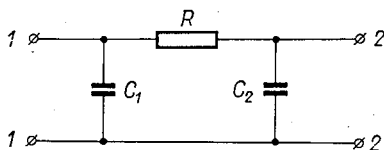
$$\bar{n}_{zo}(s) = n_{zo}(s) - s C_2 n_{zz}(s),$$

$$\bar{n}_{oz}(s) = n_{oz}(s) - s C_1 n_{zz}(s),$$

$$\bar{n}_{oo}(s) = n_{oo}(s) + s^2 C_1 C_2 n_{zz}(s) - s C_1 n_{zo}(s) - s C_2 n_{oz}(s).$$

2. W przypadku gdy $n = 1$ i $n_{oo}(0) = 0$ czwórnik posiada strukturę „ Π ” i zbudowany jest z trzech elementów (rys. 6): pojemności poprzecznej wejściowej o wartości $C_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{s n_{zo}(s)}$, oporności wzdłużnej o wartości $R = \frac{n_{zz}(0)}{m(0)}$ i pojemności poprzecznej

wyjściowej o wartości $C_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{s n_{oz}(s)}$.

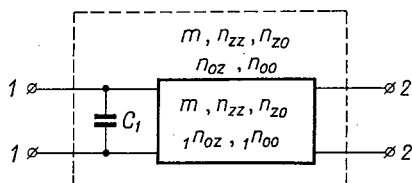


Rys. 6. Ilustracja twierdzenia 4.2

Dowód

Niech $n \in \{1\}' \cap \mathcal{N}$ lub $n \in \mathcal{N}$ i $n_{oo}(0) \in \mathcal{R}^+$. Możliwe są dwa sposoby wyłączenia pojemności: w pierwszej kolejności wyłączenie po stronie wejściowej, a następnie z otrzymanego czwórnika resztkowego po stronie wyjściowej, albo najpierw wyłączenie po stronie wyjściowej a następnie z otrzymanego czwórnika resztkowego po stronie wejściowej. Prześledźmy kolejno obydwie możliwości.

I) Z twierdzenia 3 w pracy [1] i z $C_{10} = 0$ wynika, że można wyłączyć po stronie wejściowej pojemność poprzeczną o wartości $C_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)}$ tak jak to zilustrowano na

Rys. 7. Ilustracja operacji wyłączenia pojemności C_1 w dowodzie twierdzenia 4

rysunku 7. Wielomiany charakterystyczne $1n_{oz}$ i $1n_{oo}$ otrzymanego czwórnika resztkowego, jak wynika z dowodu twierdzenia 3 w pracy [1], określone są zależnościami

$$1n_{oz}(s) = n_{oz}(s) - sC_1 n_{zz}(s),$$

$$1n_{oo}(s) = n_{oo}(s) - sC_1 n_{zo}(s).$$

Z dowodu twierdzenia 3 w pracy [1] wynika prócz tego, że $St(1n_{oo}) = n$ i ze względu na $St(m) = 0$ mamy $St(1n_{oz}) = n - 1$. Wobec powyższego otrzymany po wyłączeniu pojemności C_1 czwórnik resztkowy opisany jest wielomianami charakterystycznymi $1n_{oz}$, n_{zo} , $1n_{oo}$, n_{zz} , m , które jak wynika z twierdzenia 3 w pracy [1] spełniają warunki twierdzenia 3 z niniejszej pracy. Stosując do otrzymanego czwórnika resztkowego punkt 1 twierdzenia 3 otrzymujemy nowy czwórnik resztkowy opisany wielomianami charakterystycznymi $2n_{zo}$, $1n_{oz}$, $2n_{oo}$, n_{zz} , m , przy czym wielomiany $1n_{zo}$ i $2n_{oo}$ określone są zależnościami

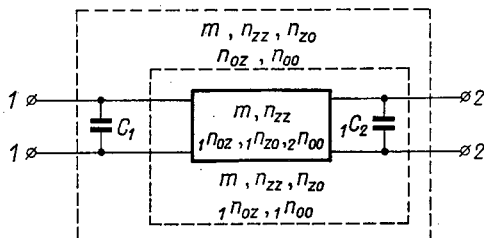
$$1n_{zo}(s) = n_{zo}(s) - 1C_2 sn_{zz}(s),$$

$$2n_{oo}(s) = n_{oo}(s) - 1C_2 sn_{oz}(s),$$

gdzie $1C_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1n_{oo}(s)}{s1n_{oz}(s)}$. Na podstawie twierdzenia 3 otrzymujemy $St(1n_{zo}) = St(2n_{oo}) = n - 1$. Przeprowadzoną wyżej operację zilustrowano na rysunku 8. Wielo-

miany charakterystyczne otrzymanego ostatecznie czwórnika resztkowego są, jak wynika z twierdzenia 3, elementem zbioru $\mathcal{W}_{RC}$.

II) Z twierdzenia 4 w pracy [1] i z $C_{20} = 0$ wynika, że można wyłączyć po stronie wyjściowej czwórnika pojemność poprzeczną o wartości $C_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{oz}(s)}$ w sposób po-

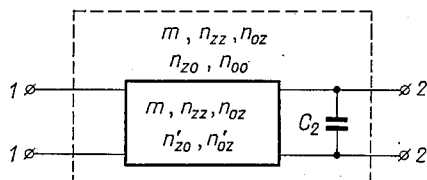


Rys. 8. Ilustracja operacji przeprowadzonej w części I dowodu twierdzenia 4

kazany na rysunku 9. Otrzymany w wyniku tej operacji czwórnik resztkowy posiada różny od rozważanego czwórnika wielomiany charakterystyczne n'_{zo} i n'_{oo} , przy czym jak wynika z dowodu twierdzenia 4 w pracy [1] są one określone zależnościami

$$n'_{zo}(s) = n_{zo}(s) - sC_2 n_{zz}(s),$$

$$n'_{oo}(s) = n_{oo}(s) - sC_2 n_{oz}(s).$$



Rys. 9. Ilustracja operacji wyłączenia pojemności C_2 w dowodzie twierdzenia 4

Z dowodu twierdzenia 4 w pracy [1] mamy również $St(n'_{oo}) = n$ oraz ze względu na $St(m) = 0$ otrzymujemy $St(n'_{zo}) = n - 1$. Z twierdzenia 4 w pracy [1] prócz powyższego wynika $(n'_{zo}, n_{oz}, n'_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, a więc do otrzymanego czwórnika resztkowego można stosować twierdzenie 2 z niniejszej pracy. Na podstawie twierdzenia 2 po stronie wejściowej czwórnika resztkowego wyłączamy pojemność poprzeczną o wartości $C'_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n'_{oo}(s)}{sn'_{zo}(s)}$ i otrzymujemy nowy czwórnik resztkowy opisany wielomianami charakterystycznymi $(n'_{zo}, n'_{oz}, n''_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$, przy czym

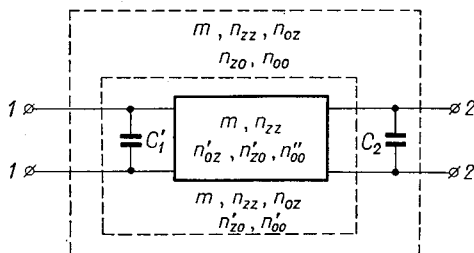
$$n'_{oz}(s) = n_{oz}(s) - sC'_1 n_{zz}(s),$$

$$n''_{oo}(s) = n'_{oo}(s) - sC'_1 n'_{zo}(s)$$

i $St(n'_{zo}) = St(n''_{oo}) = n - 1$. Całość operacji przeprowadzonej w punkcie II niniejszego dowodu zilustrowano na rysunku 10.

Operacje wyłączania pojemności opisane w punktach I i II dowodu zgodnie z tezą punktu 1 twierdzenia powinny prowadzić do identycznych wyników. Należy zatem wykazać, że $C_1 = C'_1$ i $C_2 = {}_1C_2$ oraz $n'_{zo} = {}_1n_{zo}$, $n'_{oz} = {}_1n_{oz}$, $n''_{oo} = {}_2n_{oo}$. W tym celu rozpatrzmy wielomiany n_{zo} , n_{oz} , n_{oo} , n_{zz} w następującej postaci:

$$\begin{aligned}n_{zo}(s) &= D_n s^n + D_{n-1} s^{n-1} + \dots + D_o, \\n_{oz}(s) &= E_n s^n + E_{n-1} s^{n-1} + \dots + E_o, \\n_{oo}(s) &= F_{n+1} s^{n+1} + F_n s^n + \dots + F_o, \\n_{zz}(s) &= G_{n-1} s^{n-1} + G_{n-2} s^{n-2} + \dots + G_o,\end{aligned}$$



Rys. 10. Ilustracja operacji przeprowadzonej w części II dowodu twierdzenia 4

przy czym oczywiście $\{D_o, \dots, D_n, E_o, \dots, E_n, F_1, \dots, F_{n+1}, G_o, \dots, G_{n-1}\} \subset \mathbb{R}^+$ a $F_o \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Ponieważ $St(m) = 0$, więc współczynniki wielomianów przy potęgach s różnych od zerowej związane są zależnościami

$$D_n E_n = F_{n+1} G_{n-1}$$

i

$$D_{n-1} E_n + D_n E_{n-1} = F_{n+1} G_{n-2} + F_n G_{n-1}.$$

Wobec powyższego mamy

$$C_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{s n_{zo}(s)} = \frac{F_{n+1}}{D_n} = \frac{E_n}{G_{n-1}},$$

$$C_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{s n_{oz}(s)} = \frac{F_{n+1}}{E_n} = \frac{D_n}{G_{n-1}}$$

oraz

$${}_1n_{oo}(s) = \left(F_n - \frac{F_{n+1} D_{n-1}}{D_n} \right) s^n + \dots + F_o,$$

$${}_1n_{oz}(s) = \left(E_{n-1} - \frac{E_n G_{n-2}}{G_{n-1}} \right) s^{n-1} + \dots + E_o,$$

$$n'_{oo}(s) = \left(F_n - \frac{F_{n+1} E_{n-1}}{E_n} \right) s^n + \dots + F_o,$$

$$n'_{zo}(s) = \left(D_{n-1} - \frac{D_n G_{n-2}}{G_{n-1}} \right) s^{n-1} + \dots + D_o.$$

Uwzględniając podane wyżej zależności między współczynnikami wielomianów otrzymujemy

$$\begin{aligned} {}_1C_2 &= \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{{}_1n_{oo}(s)}{s \cdot {}_1n_{oz}(s)} = \frac{\frac{F_n D_n - F_{n+1} D_{n-1}}{D_n}}{\frac{E_{n-1} G_{n-1} - E_n G_{n-2}}{G_{n-1}}} = \frac{F_n D_n - \frac{D_n E_n}{G_{n-1}} \cdot D_{n-2}}{D_n \cdot \frac{E_{n-1} G_{n-1} - E_n G_{n-2}}{G_{n-1}}} = \\ &= \frac{F_n G_{n-1} - E_n D_{n-1}}{E_{n-1} G_{n-1} - E_n G_{n-2}} = \frac{D_n E_{n-1} - F_{n+1} G_{n-2}}{E_{n-1} G_{n-1} - E_n G_{n-2}} = \\ &= \frac{D_n E_{n-1} - \frac{D_n E_n}{G_{n-1}} G_{n-2}}{E_{n-1} G_{n-1} - E_n G_{n-2}} = \frac{D_n}{G_{n-1}} = C_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C'_1 &= \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n'_{oo}(s)}{s n'_{zo}(s)} = \frac{\frac{F_n E_n - F_{n+1} E_{n-1}}{E_n}}{\frac{D_{n-1} G_{n-1} - D_n G_{n-2}}{G_{n-1}}} = \frac{F_n E_n - \frac{D_n E_n}{G_{n-1}} E_{n-1}}{E_n \cdot \frac{D_{n-1} G_{n-1} - D_n G_{n-2}}{G_{n-1}}} = \\ &= \frac{F_n G_{n-1} - D_n E_{n-1}}{D_{n-1} G_{n-1} - D_n G_{n-2}} = \frac{D_{n-1} E_n - F_{n+1} G_{n-2}}{D_{n-1} G_{n-1} - D_n G_{n-2}} = \\ &= \frac{D_{n-1} E_n - \frac{D_n E_n}{G_{n-1}} G_{n-2}}{D_{n-1} G_{n-1} - D_n G_{n-2}} = \frac{E_n}{G_{n-1}} = C_1. \end{aligned}$$

Wobec prawdziwości równości $C_2 = {}_1C_2$ i $C_1 = C'_1$ otrzymujemy natychmiast ${}_1n_{zo} = {}_1n'_{zo}$ i ${}_1n_{oz} = {}_1n'_{oz}$. Uwzględniając powyższe wyniki mamy

$$\begin{aligned} {}_2n_{oo}(s) &= n_{oo}(s) - s C_1 n_{zo}(s) - s C_2 (n_{oz}(s) - s C_1 n_{zz}(s)) = \\ &= n_{oo}(s) + s^2 C_1 C_2 n_{zz}(s) - s (C_1 n_{zo}(s) + C_2 n_{oz}(s)) = n'_{oo}(s). \end{aligned}$$

Oznacząc ${}_2n_{oo} = n'_{oo} = \bar{n}_{oo}$, ${}_1n_{zo} = n'_{zo} = \bar{n}_{zo}$, ${}_1n_{oz} = n'_{oz} = \bar{n}_{oz}$ otrzymujemy równania z tezy punktu 1 twierdzenia, co kończy dowód tego punktu twierdzenia.

Jeżeli $n = 1$ i $n_{oo}(0) = 0$, to pierwszy punkt twierdzenia nie jest prawdziwy, gdyż $(\bar{n}_{zo}, \bar{n}_{oz}, \bar{n}_{oo}, n_{zz}, m) \notin \mathcal{W}_{RC}$. W tym przypadku z twierdzenia 1 mamy $n_{zo}(0) = n_{oz}(0) = m(0)$ i wielomiany charakterystyczne przybierają postać: $n_{zo}(s) = D_1 s + m(0)$, $n_{oz}(s) = E_1 s + m(0)$, $n_{oo}(s) = F_2 s^2 + F_1 s$, $n_{zz}(s) = n_{zz}(0)$, $m(s) = m(0)$, przy czym $D_1 E_1 = n_{zz}(0) F_2$ i $\{D_1, E_1, F_1, F_2\} \subset \mathcal{R}^+$. Dla czwórnika typu II przedstawionego na rysunku 11 warunkiem koniecznym i wystarczającym realizowalności jest (por. np. [3])

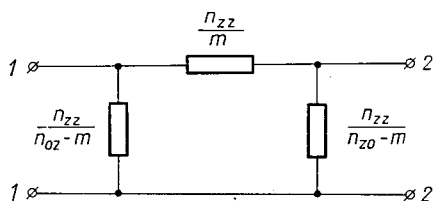
$$\left\{ \frac{n_{zz}}{m}, \frac{n_{zz}}{n_{oz} - m}, \frac{n_{zz}}{n_{zo} - m} \right\} \subset \mathcal{J}_{RC}.$$

W rozpatrywanym przypadku mamy

$$Z_1(s) = \frac{n_{zz}(s)}{m(s)} = \frac{n_{zz}(0)}{m(0)} \quad \text{i} \quad Z_1 \in \mathcal{J}_{RC},$$

$$Z_2(s) = \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s) - m(s)} = \frac{n_{zz}(0)}{E_1 s} = \frac{1}{\frac{E_1}{n_{zz}(0)} s} \quad \text{i} \quad Z_2 \in \mathcal{J}_{RC},$$

$$Z_3(s) = \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s) - m(s)} = \frac{n_{zz}(0)}{D_1 s} = \frac{1}{\frac{D_1}{n_{zz}(0)} s} \quad \text{i} \quad Z_3 \in \mathcal{J}_{RC}.$$



Rys. 11. Czwórnik typu II, dla którego impedancje dwójników składowych wyrażono przez wielomiany charakterystyczne

Ponieważ

$$\frac{E_1}{n_{zz}(0)} = \frac{F_2}{D_1} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{s n_{zo}(s)} = C_1,$$

$$\frac{D_1}{n_{zz}(0)} = \frac{F_2}{E_1} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{s n_{oz}(s)} = C_2,$$

więc oznaczając $\frac{n_{zz}(0)}{m(0)} = R$ otrzymujemy słuszność tezy punktu 2 twierdzenia. $\square$

Opisane wyżej w postaci twierdzeń 2, 3, 4 operacje wyłączania pojemności odnosiły się do trzech przypadków kombinacji stopni wielomianów charakterystycznych liniowego pasywnego czwórnika zbudowanego z elementów R lub C i scharakteryzowanego bezzerowymi transmitancjami. Natychmiast nasuwa się pytanie, czy są to wszystkie możliwe kombinacje stopni wielomianów charakterystycznych czwórnika RC o bezzerowych transmitancjach, w przypadku których możliwe jest wyłączenie pojemności poprzecznych. Odpowiedź na to pytanie zawarta jest w następującym twierdzeniu 5.

Twierdzenie 5

Niech $(n_{zo}, n_{oz}, n_{oo}, n_{zz}, m) \in \mathcal{W}_{RC}$ i $m(0) \in \mathcal{R}^+$. Jeżeli $St(m) = 0$, to dla pewnego $n \in \mathcal{N}$ możliwe są tylko następujące cztery kombinacje wartości $St(n_{zo})$, $St(n_{oz})$, $St(n_{oo})$, $St(n_{zz})$:

- 1) $St(n_{zo}) = St(n_{oz}) = n$, $St(n_{oo}) = n+1$, $St(n_{zz}) = n-1$;
- 2) $St(n_{zo}) = St(n_{zz}) = n-1$, $St(n_{oz}) = St(n_{oo}) = n$;
- 3) $St(n_{zo}) = St(n_{oo}) = n$, $St(n_{oz}) = St(n_{zz}) = n-1$;
- 4) $St(n_{zo}) = St(n_{oz}) = St(n_{oo}) = St(n_{zz}) = n-1$.

Dowód

Założenie $St(m) = 0$ implikuje, że dla dowolnych wartości $St(n_{zo})$, $St(n_{oz})$, $St(n_{oo})$, $St(n_{zz})$ spełnione są warunki

$$\left\{ \frac{m}{n_{zo}}, \frac{m}{n_{oz}} \right\} \subset \mathcal{J}_{RC}, \frac{m}{n_{oo}} \in \mathcal{J}_{RC}^{iu} \text{ i } \frac{m}{n_{zz}} \in \mathcal{J}_{RC}^{ui},$$

a zatem ograniczenia na wartości $St(n_{zo})$, $St(n_{oz})$, $St(n_{oo})$, $St(n_{zz})$ wynikają z warunków

$$W. 1) \left\{ \frac{n_{oz}}{n_{oo}}, \frac{n_{zo}}{n_{oo}}, \frac{n_{zz}}{n_{oz}}, \frac{n_{zz}}{n_{zo}} \right\} \subset \mathcal{J}_{RC},$$

$$W. 2) \bigwedge_{s \in \mathcal{K}} m^2(0) = n_{zo}(s)n_{oz}(s) - n_{oo}(s)n_{zz}(s).$$

Warunek W. 2 równoważny jest warunkowi

$$W. 3) St(n_{zo}) + St(n_{oz}) = St(n_{oo}) + St(n_{zz}).$$

Z właściwości piątek wielomianów charakterystycznych należących do zbioru $\mathcal{W}_{RC}$ wynika, że $St(n_{zo})$ i $St(n_{oz})$ mogą być równe lub mogą różnić się co najwyżej o 1; rozpatrzymy zatem trzy możliwe sytuacje.

$$1) St(n_{zo}) = St(n_{oz}) = n.$$

Z warunku W. 3 wynika $St(n_{oo}) + St(n_{zz}) = 2n$. Z kolei mamy

$$\left\{ \frac{n_{oz}}{n_{oo}}, \frac{n_{zo}}{n_{oo}} \right\} \subset \mathcal{J}_{RC} \Rightarrow St(n_{oo}) = n \vee St(n_{oo}) = n+1$$

i

$$\left\{ \frac{n_{zz}}{n_{oz}}, \frac{n_{zz}}{n_{zo}} \right\} \subset \mathcal{J}_{RC} \Rightarrow St(n_{zz}) = n \vee St(n_{zz}) = n-1.$$

Możliwe są zatem dwa przypadki: albo $St(n_{oo}) = St(n_{zz}) = n$, albo $St(n_{oo}) = n+1$ i $St(n_{zz}) = n-1$ pokrywające się odpowiednio z punktami 4 i 1 twierdzenia.

$$2) St(n_{zo}) = St(n_{oz}) + 1 = n.$$

Z warunku W. 3 wynika $St(n_{oo}) + St(n_{zz}) = 2n-1$, a prócz tego mamy

$$\left(\frac{n_{zo}}{n_{oo}} \in \mathcal{J}_{RC} \Rightarrow St(n_{oo}) = n \vee St(n_{oo}) = n+1 \right) \wedge \left(\frac{n_{oz}}{n_{oo}} \in \mathcal{J}_{RC} \Rightarrow St(n_{oo}) = n-1 \vee \right. \\ \left. \vee St(n_{oo}) = n \right) \Rightarrow St(n_{oo}) = n$$

i

$$\left(\frac{n_{zz}}{n_{zo}} \in \mathcal{J}_{RC} \Rightarrow St(n_{zz}) = n-1 \vee St(n_{zz}) = n \right) \wedge \left(\frac{n_{zz}}{n_{oz}} \in \mathcal{J}_{RC} \Rightarrow St(n_{zz}) = n-2 \vee \right. \\ \left. \vee St(n_{zz}) = n-1 \right) \Rightarrow St(n_{zz}) = n-1.$$

Wobec powyższego w rozpatrywanym przypadku możliwe są jedynie wartości $St(n_{oo}) = n$ i $St(n_{zz}) = n-1$, co odpowiada sytuacji z punktu 3 twierdzenia.

$$3) St(n_{oz}) = St(n_{zo}) + 1 = n.$$

Rozważając w sposób identyczny z przyjętym w punkcie 2 dowodu dochodzimy do wniosku, że możliwa jest tylko sytuacja z punktu 2 twierdzenia, co kończy dowód twierdzenia. $\square$

Z twierdzenia 5 bezpośrednio wynika, że dla czwórnika RC o bezzerowych transmitancjach przypadki omówione w twierdzeniach 2, 3, 4 są jedynymi przypadkami, w których możliwe jest wyłączenie pojemności poprzecznych. Operacja wyłączenia pojemności poprzecznych w przypadkach 1, 2, 3 z twierdzenia 5 sprowadza te przypadki do przypadku z punktu 4 twierdzenia 5. Prócz powyższego warto zauważyć, iż z twierdzenia 5 wynika, że dla liniowego pasywnego czwórnika zbudowanego z elementów R lub C i charakteryzującego się bezzerowymi transmitancjami zawsze dwie z czterech następujących granic

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{oz}(s)}, \quad \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{zz}(s)}{n_{zo}(s)}, \quad \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{zo}(s)}, \quad \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{n_{oo}(s)}{sn_{oz}(s)}$$

są liczbami rzeczywistymi dodatnimi, a dwie są równe zero.

Powyższe w zestawieniu z twierdzeniami 1 i 2 z pracy [1] i z twierdzeniami z pracy [2] potwierdza wysuniętą w punkcie 4 pracy [2] tezę o możliwości opracowania metody pełnej syntezy liniowego czwórnika RC o bezzerowych transmitancjach. Praktyczna metoda syntezy tej klasy czwórników będzie przedmiotem następnej pracy.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. S. Dymowski, Opisanie właściwości liniowego pasywnego czwórnika RC trzema wielomianami charakterystycznymi, Arch. Elektr., t. XIX, z. 4, 1970.
2. S. Dymowski, Pojemności krytyczne i oporności krytyczne liniowego pasywnego czwórnika RC o bezzerowych transmitancjach, Rozpr. Elektr., t. 18, z. 2, 1972.
3. L. Weinberg, Network Analysis and Synthesis, New York 1962.

S. DYMOWSKI

CERTAIN THEOREMS ABOUT LINEAR POSSIBLE RC TWO-PORTS HAVING TRANSMITTANCES WITHOUT ZEROS

Summary

In the paper five theorems have been formulated and proved which support the thesis put forward in [2] about the possibility of working out a method of a complete synthesis of an RC two-port having transmittances without zeros.

S. DYMOWSKI

CERTAINS THÉORÈMES CONCERNANT LES QUADRIPOLES PASSIFS RC AUX TRANSMITTANCES SANS ZÉROS

Résumé

Dans cet article sont formulés et démontrés les cinq théorèmes qui affirment la thèse posée dans l'ouvrage [2] concernant la possibilité de l'élaboration d'une méthode de synthèse complète d'un quadripôle RC aux transmittances sans zéros.

S. DYMOWSKI

EINIGE THEOREM ÜBER LINEARE PASSIVE RC -VIERPOLE MIT NULLOSEN
GEGENSCHWEITWERTEN

Zusammenfassung

In dem Artikel sind fünf Lehrsätze formuliert und bewiesen worden, die das im Artikel [2] vorgetragene Theorem über die Möglichkeit, eine Methode der vollen Synthese eines linearen, passiven RC -Vierpoles mit nullosen Gegenschweitleitwerten auszuarbeiten bestätigen.

С. ДЫМОВСКИ

НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕМЫ О ЛИНЕЙНЫХ ПАССИВНЫХ
ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКАХ RC С БЕЗНУЛЬНЫМИ ПЕРЕДАТОЧНЫМИ
ФУНКЦИЯМИ

Резюме

В труде сформулированы и доказаны пять теорем, которые являются обоснованием тезиса из работы [2] о возможности разработки метода совершенного синтеза линейного четырехполосника RC с безнульными передаточными функциями.

Obliczanie zastępczych parametrów masywnego żelaza

KAZIMIERZ ZAKRZEWSKI (ŁÓDŹ)

Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 18.1.1971

W artykule przedstawiono sposób określenia zastępczych parametrów masywnego żelaza w oparciu o numeryczną metodę obliczania jednowymiarowego pola elektromagnetycznego. Uwzględniono przy tym nieliniowość charakterystyki magnesowania, wykorzystując krzywą magnesowania materiału uzyskaną doświadczalnie.

Dla dowolnego przebiegu wymuszającego natężenia pola magnetycznego na powierzchni określono moc czynną i bierną oraz oporności zastępcze.

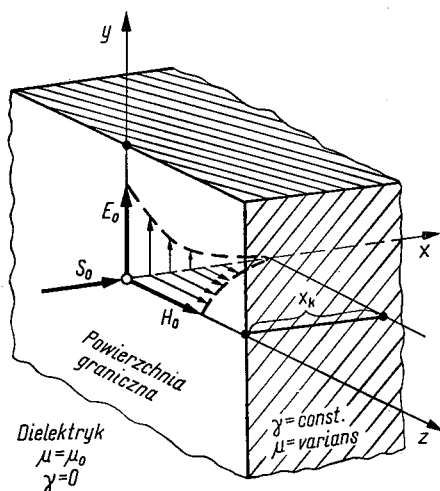
1. WSTĘP

Do analizy pola elektromagnetycznego w masywnych częściach konstrukcyjnych maszyn, transformatorów i innych urządzeń specjalnych spotykanych w elektrotechnice stosuje się w wielu przypadkach teorię fali płaskiej. Obliczenie mocy czynnej wydzielonej w masywnym żelazie można przeprowadzić obecnie z uwzględnieniem nieliniowości środowiska w sposób bardziej dokładny. Wykorzystanie metod modelowania matematycznego pozwala na obliczenie strat mocy z wystarczającą w technice dokładnością kilku procentów [4, 6, 7, 8].

Na rys. 1 przedstawiono wycinek masywnego żelaza wraz z układem wektorów fali elektromagnetycznej na powierzchni, przy czym $\vec{H}_o$ oznacza wektor natężenia pola magnetycznego, $\vec{E}_o$ — wektor natężenia pola elektrycznego, $\vec{S}_o$ — wektor Poyntinga.

Już przy wymuszeniu sinusoidalnego natężenia pola magnetycznego $\vec{H}_o$ na granicy dielektryk-żelazo przebiegi pola elektromagnetycznego odkształcają się na powierzchni i wewnątrz materiału [6, 7, 9]. W przypadku odkształconego wzbudzenia $\vec{H}_o$ zjawisko jest znacznie bardziej skomplikowane.

W artykule podany zostanie sposób ustalania zastępczych parametrów masywnego żelaza na podstawie wyników obliczeń numerycznych, według metody opisanej w pracach [4, 6, 7]. Są to: moc czynna i bierna używane do obliczeń bilansu energetycznego oraz impedancja, rezystancja i reaktancja falowa wykorzystywane, między innymi, do obliczeń parametrów zastępczych obiektów z masywnym żelazem, odwzorowywanych na schematach zastępczych (np. rozruszniki wirowe, schematy zastępcze transformatorów wielkich mocy z uwzględnieniem strat obciążeniowych w stalowych częściach konstruk-



Rys. 1. Fala elektromagnetyczna płaska wnikająca do masywnego żelaza

cyjnych itp.). Znajomość tych parametrów jest szczególnie przydatna w badaniu układów konstrukcyjnych uwarstwionych, zawierających także masywne żelazo, w których stosuje się reguły odbicia i załamania fali płaskiej.

2. MOC CZYNNA W MASYWNYM ŻELAZIE

Średnia wartość strumienia gęstości mocy elektromagnetycznej w okresie czasu T przez powierzchnię jednostkową wycinka masywnego żelaza równa się stratom mocy w materiale poza tą powierzchnią.

Są one równe

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T E_o H_o dt, \quad (1)$$

gdzie E_o i H_o są chwilowymi wartościami natężenia pola elektrycznego i magnetycznego na powierzchni wycinka.

Zgodnie z tą zależnością oblicza się straty mocy czynnej w programie [10] uwzględniającym jednowartościową krzywą magnesowania oraz w programie [11], w którym, poprzez wprowadzenie do obliczeń uzyskanych doświadczalnie statycznych pętli histerezy, uwzględnione zostały straty histerezowe. Do realizacji tych programów wymagana jest znajomość natężenia wymuszającego pola magnetycznego H_o na powierzchni materiału. Przewiduje się zatem „wczytywanie” powyższej funkcji do pamięci maszyny w postaci szeregu Fouriera o skończonej liczbie wyrazów zależnej od przyjętej dokładności odwzorowania:

$$H_o = H_{1m} \sin(\omega t + \varphi_{H1}) + H_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_{H2}) + H_{3m} \sin(3\omega t + \varphi_{H3}) + \dots + H_{nm} \sin(n\omega t + \varphi_{Hn}). \quad (2)$$

Odształconą krzywą E_o uzyskaną w toku obliczeń numerycznych jako zbiór „dyskretnych” wartości można rozłożyć na szereg Fouriera, przy czym podobnie jak w przypadku natężenia pola magnetycznego istnieje szereg możliwości przeprowadzenia analizy harmonicznej. Autor posługiwał się metodą Perryego, aczkolwiek istnieje szereg innych sposobów, jak np. metoda Czebyszewa-Fischer Hinnena, metoda najmniejszych kwadratów itp. Z tych wszystkich metoda Perryego wydaje się być najbardziej rozpowszechnioną:

$$E_o = E_{1m} \sin(\omega t + \varphi_{E1}) + E_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_{E2}) + E_{3m} \sin(3\omega t + \varphi_{E3}) + \dots + E_{pm} \sin(p\omega t + \varphi_{Ep}). \quad (3)$$

Po uwzględnieniu zależności (2) i (3) moc czynną daje się wyrazić następująco:

$$P = \frac{1}{2} [E_{1m} H_{1m} \cos \varphi_1 + E_{2m} H_{2m} \cos \varphi_2 + E_{3m} H_{3m} \cos \varphi_3 + \dots + E_{sm} H_{sm} \cos \varphi_s], \quad (4)$$

gdzie

$$\varphi_k = \varphi_{Ek} - \varphi_{Hk} \quad (k = 1, 2, 3 \dots s) \quad (5)$$

lub inaczej

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_s, \quad (6)$$

gdzie

$$P_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots s)$$

jest mocą czynną, którą niosą ze sobą współdziałające k -te harmoniczne natężeń pól E_k i H_k .

Z definicji impedancji falowej wynika

$$Z_k = \frac{E_{km}}{H_{km}} \quad (k = 1, 2, 3, \dots s). \quad (7)$$

Wtedy moc czynna podobnie jak w obwodzie elektrycznym daje się zapisać inaczej

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} [H_{1m}^2 Z_1 \cos \varphi_1 + H_{2m}^2 Z_2 \cos \varphi_2 + H_{3m}^2 Z_3 \cos \varphi_3 + \dots + H_{sm}^2 Z_s \cos \varphi_s] = \\ &= \frac{1}{2} [H_{1m}^2 R_1 + H_{2m}^2 R_2 + H_{3m}^2 R_3 + \dots + H_{sm}^2 R_s], \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie

$$R_k = Z_k \cos \varphi_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots s). \quad (9)$$

Wyrażenie (4) można zapisać także następująco

$$P = \frac{1}{2} E_{1m} H_{1m} a \cos \varphi_1, \quad (10)$$

gdzie

$$a = 1 + \frac{E_{2m} H_{2m} \cos \varphi_2}{E_{1m} H_{1m} \cos \varphi_1} + \frac{E_{3m} H_{3m} \cos \varphi_3}{E_{1m} H_{1m} \cos \varphi_1} + \dots + \frac{E_{sm} H_{sm} \cos \varphi_s}{E_{1m} H_{1m} \cos \varphi_1} \quad (11)$$

W ten sposób można wyrazić moc czynną w środowisku nieliniowym przy pomocy strat określonych pierwszymi harmonicznymi obu natężeń pól. Straty od wyższych harmoniczných uwzględnia dodatkowy współczynnik $a \neq 1$.

3. OBLICZENIE MOCY BIERNEJ

Moc bierna dla przebiegów sinusoidalnych (k -tych harmoniczných) z definicji jest równa

$$Q_k = \frac{1}{2} E_{km} H_{km} \sin \varphi_k. \quad (12)$$

Sumaryczna moc bierna

$$Q = \frac{1}{2} [E_{1m} H_{1m} \sin \varphi_1 + E_{2m} H_{2m} \sin \varphi_2 + E_{3m} H_{3m} \sin \varphi_3 + \dots + E_{sm} H_{sm} \sin \varphi_s], \quad (13)$$

albo

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} [H_{1m}^2 Z_1 \sin \varphi_1 + H_{2m}^2 Z_1 \sin \varphi_2 + H_{3m}^2 Z_3 \sin \varphi_3 + \dots + H_{sm}^2 Z_s \sin \varphi_s] = \\ &= \frac{1}{2} [H_{1m}^2 X_1 + H_{2m}^2 X_2 + H_{3m}^2 X_3 + \dots + H_{sm}^2 X_s]. \end{aligned} \quad (14)$$

Przez analogię do mocy czynnej, otrzymujemy

$$Q = \frac{1}{2} E_{1m} H_{1m} b \sin \varphi_1, \quad (15)$$

gdzie

$$b = 1 + \frac{E_{2m} H_{2m} \sin \varphi_2}{E_{1m} H_{1m} \sin \varphi_1} + \frac{E_{3m} H_{3m} \sin \varphi_3}{E_{1m} H_{1m} \sin \varphi_1} + \dots + \frac{E_{sm} H_{sm} \sin \varphi_s}{E_{1m} H_{1m} \sin \varphi_1}. \quad (16)$$

Współczynnik $b \neq 1$ uwzględnia moc bierną od wyższych harmoniczných natężenia pola elektrycznego i magnetycznego.

4. ZESPOLONY WEKTOR POYNTINGA I OPORNOŚCI ZASTĘPCZE

Można przyjąć, że straty czynne wyrażone równaniem (10) oraz moc bierna dana zależnością (15) są składowymi zespolonego wektora Poyntinga uzyskanego w wyniku współdziałania sinusoidalnego natężenia pola elektrycznego o amplitudzie E'_{1m} i sinusoidalnego natężenia pola magnetycznego H_{1m} . W związku z tym, że istnieje wpływ od wyższych harmoniczných tych pól scharakteryzowany współczynnikami a i b zastępcze przesunięcie fazowe wspomnianych sinusoid φ_z będzie na ogół inne niż φ_1 .

Można napisać

$$\underline{S} = P + jQ = \frac{1}{2} E_{1m} H_{1m} (a \cos \varphi_1 + j b \sin \varphi_1). \quad (17)$$

Moduł zespolonego wektora Poyntinga równa się

$$S_m = \frac{1}{2} E'_{1m} H_{1m}, \quad (18)$$

przy czym

$$E'_{1m} = E_{1m} \cdot \xi, \quad (19)$$

gdzie

$$\xi = \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi_1 + b^2 \sin^2 \varphi_1}. \quad (20)$$

Zależność (17) można zapisać inaczej

$$\underline{S} = S_m e^{j\varphi_z}. \quad (21)$$

Argument φ_z obliczamy ze wzoru

$$\varphi_z = \arctg\left(\frac{b}{a} \operatorname{tg} \varphi_1\right). \quad (22)$$

Wprowadzając pojęcie zastępczej impedancji, rezystancji i reaktancji falowej otrzymujemy kolejno następujące wyrażenia

$$Z_z = Z_1 \xi, \quad (23)$$

$$R_z = Z_z \cos \varphi_z, \quad (24)$$

$$X_z = Z_z \sin \varphi_z, \quad (25)$$

przy czym

$$\underline{Z}_z = R_z + jX_z, \quad (26)$$

lub inaczej

$$\underline{Z}_z = Z_z e^{j\varphi_z}. \quad (27)$$

Poszczególne składowe zespolonego wektora Poyntinga można przedstawić także w innej postaci:

$$P = \frac{1}{2} H_{1m}^2 R_z, \quad (28)$$

$$Q = \frac{1}{2} H_{1m}^2 X_z. \quad (29)$$

Jeżeli wymiary wycinka masywnego żelaza w kierunku osi y i z wynoszą odpowiednio h i l , to parametry zastępcze można obliczyć następująco:

$$Z'_z = Z_s \frac{h}{l}, \quad (30)$$

$$R'_z = R_z \frac{h}{l}, \quad (31)$$

$$X'_z = X_z \frac{h}{l}, \quad (32)$$

$$P' = \frac{1}{2} H_{1m}^2 R_z l^2 = \frac{1}{2} I_{1m}^2 R'_z = I_{sk}^2 R'_z, \quad (33)$$

$$Q' = \frac{1}{2} H_{1m}^2 X_z l^2 = \frac{1}{2} I_{1m}^2 X'_z = I_{sk}^2 X'_z. \quad (34)$$

Przeprowadzone rozważania mają charakter formalny, gdyż jedynie przesunięcie fazowe φ_1 ma sens fizyczny.

Kąt φ_z jest obliczonym argumentem zespolonego wektora Poyntinga, wynikającym z równoważności mocy czynnej i biernej. Postępowanie takie pozwala jednakże uwzględniać parametry obwodu rzeczywistego w schematach zastępczych, w których występują przebiegi sinusoidalne. Wprowadza się przy tym umowną linearyzację własności magnetycznych środowiska ferromagnetycznego.

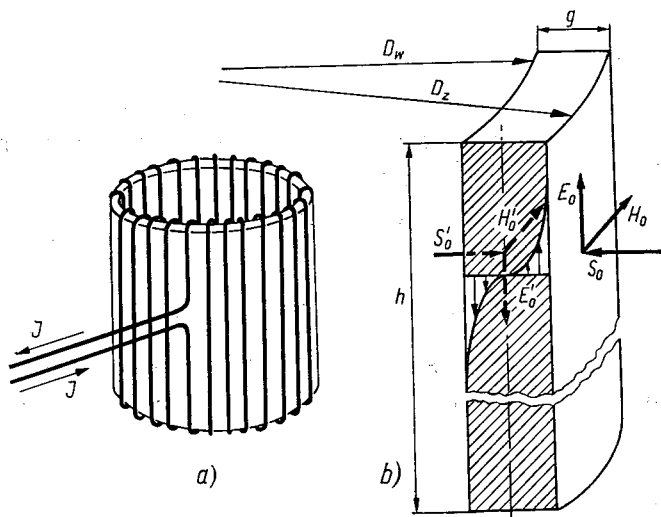
5. PRZYKŁADY OBLICZENIOWE

5.1. Parametry zastępcze ściany stalowej przy odkształconym natężeniu pola magnetycznego H_0

Założymy, że na powierzchnię stalową pada fala elektromagnetyczna, przy czym wymuszające natężenie pola magnetycznego H_0 jest odkształcone. Funkcja wymuszająca ma postać:

$$H_0 = 6000 \sin \omega t + 3000 \sin(3\omega t + \pi) + 1000 \sin 5\omega t,$$

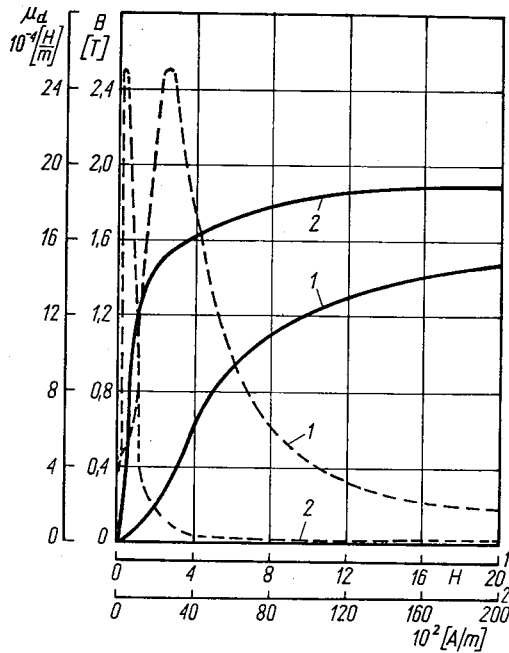
przy czym $\omega = 2\pi f$.



Rys. 2. Układ modelowy do badania pola elektromagnetycznego w masywnym żelazie: a) uzwojony cylinder stalowy, b) wycinek cylindra wraz z układem wektorów dwustronnie wnikającego pola elektromagnetycznego

Zjawisko to można odwzorować na obiekcie modelowym w postaci uzwojonego cylindra stalowego. Jeżeli grubość ścianki cylindra jest większa od podwójnej głębokości praktycznego wnikańia fali, dwustronne padanie fali można zastąpić jednostronnym wnikańiem od strony powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej (patrz rys. 2).

Charakterystyki magnetyczne materiału przedstawiono na rys. 3. Częstotliwość podstawowej harmonicznej $f = 50 \text{ Hz}$, przewodność elektryczna materiału $\gamma = 5,44 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega m}$.



Rys. 3. Charakterystyki magnetyczne badanej próbki stalowej

Na podstawie obliczeń numerycznych stwierdzono, że na głębokości wnikania $x_k > 4,2 \text{ mm}$ najwyższa wartość natężenia pola magnetycznego H jest mniejsza od 5% amplitudy przebiegu natężenia pola magnetycznego H_{om} na powierzchni. Można przyjąć, że głębokość praktycznego wnikania fali $x_k = 4,2 \text{ mm}$.

Na rys. 4 przedstawiona została funkcja wymuszająca H_o i obliczona numerycznie krzywa E_o . W metodzie Perryego przyjęto podział okresu krzywej na 48 odcinków.

Z analizy przebiegów wynika, że amplitudy współdziałających harmonicznych i odpowiednie przesunięcia kątowe wynoszą:

$$\begin{aligned} H_{1m} &= 6000 \text{ A/m}, & E_{1m} &= 0,91 \text{ V/m}, & \varphi_1 &= 0,475, \\ H_{3m} &= 3000 \text{ A/m}, & E_{3m} &= 0,41 \text{ V/m}, & \varphi_3 &= 0,651, \\ H_{5m} &= 1000 \text{ A/m}, & E_{5m} &= 0,095 \text{ V/m}, & \varphi_5 &= 1,06. \end{aligned}$$

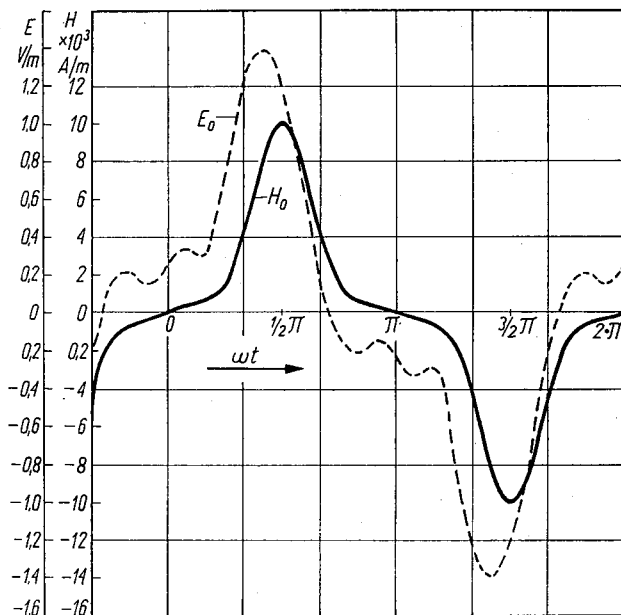
Jednostkowe straty mocy czynnej obliczone na podstawie wzoru (1) wynoszą $P = 2940 \text{ W/m}^2$.

Wykorzystując zależność (11) otrzymujemy:

$$a = 1 + \frac{0,41}{0,91} \frac{3000}{6000} \frac{0,795}{0,89} + \frac{0,095}{0,91} \frac{1000}{6000} \frac{0,446}{0,89} = 1,21.$$

Wtedy tę samą moc czynną można obliczyć w oparciu o wzór (10)

$$P = \frac{1}{2} 0,91 \cdot 6000 \cdot 1,21 \cdot 0,89 = 2940 \text{ W/m}^2.$$



Rys. 4. Przebiegi natężenia pola magnetycznego H_0 i natężenia pola elektrycznego E_0 na powierzchni bocznej masywnego żelaza obliczone numerycznie dla przypadku odkształconego wzbudzenia (przykład 5.1)

W celu określenia mocy bierniej obliczamy według wzoru (16) współczynnik b :

$$b = 1 + \frac{0,41}{0,91} \frac{3000}{6000} \frac{0,604}{0,457} + \frac{0,095}{0,91} \frac{1000}{6000} \frac{0,895}{0,457} = 1,33.$$

Moc bierna na podstawie zależności (15)

$$Q = \frac{1}{2} 6000 \cdot 0,91 \cdot 1,33 \cdot 0,457 = 1660 \text{ VAr/m}^2.$$

Zespolony wektor Poyntinga

$$\underline{S} = (2940 + j 1660) \text{ VA/m}^2.$$

Współczynnik ξ do obliczenia modułu zespolonego wektora Poyntinga równa się z (20)

$$\xi = \sqrt{(1,21)^2 \cdot (0,89)^2 + (1,33)^2 \cdot (0,457)^2} = 1,24.$$

Natężenie pola elektrycznego E'_{1m} z (19)

$$E'_{1m} = 0,91 \cdot 1,24 = 1,13 \text{ V/m}.$$

Moc pozorna według (18)

$$S_m = \frac{1}{2} 1,13 \cdot 6000 = 3390 \text{ VA/m}^2.$$

Argument zespolonego wektora Poyntinga na podstawie (22)

$$\varphi_z = \arctg \frac{1,33}{1,21} 0,513 = 0,515.$$

Impedancja falowa Z_1 z (7) równa się

$$Z_1 = \frac{0,91}{6000} = 1,52 \cdot 10^{-4} \Omega.$$

Oporności zastępcze według (23), (24), (25) wynoszą:

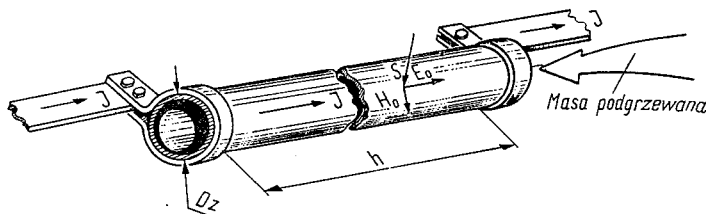
$$Z_z = 1,52 \cdot 10^{-4} \cdot 1,24 = 1,885 \cdot 10^{-4} \Omega,$$

$$R_z = 1,885 \cdot 10^{-4} \cdot 0,87 = 1,64 \cdot 10^{-4} \Omega,$$

$$X_z = 1,885 \cdot 10^{-4} \cdot 0,49 = 0,925 \cdot 10^{-4} \Omega.$$

5.2. Obliczenie parametrów rury stalowej wiodącej sinusoidalny prąd elektryczny

Obliczymy parametry rury stalowej o długości $h = 6 \text{ m}$, średnicy zewnętrznej $D = 0,35 \text{ m}$ i grubości ścianki $g = 10 \text{ mm}$ (znacznie większej od głębokości praktycznego wnikania $x_k \approx 4,5 \text{ mm}$), przez którą przepływa sinusoidalny prąd elektryczny. Rurę wykorzystano do celów grzejnych (patrz rys. 5).



Rys. 5. Rura stalowa użyta do celów grzejnych

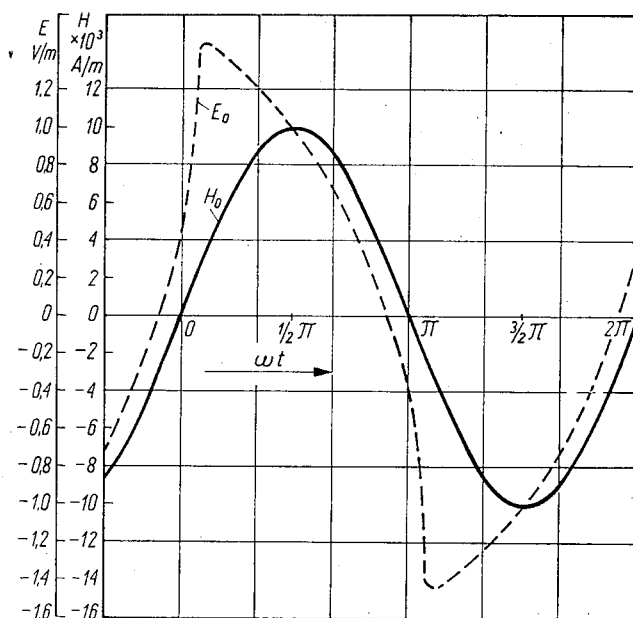
Ze względu na znaczną średnicę obiektu i małą głębokość wnikania, można oprzeć się na wynikach rozważań słusznych dla fali płaskiej. Przyjmujemy, że prąd o częstotliwości $f = 50 \text{ Hz}$ płynący przez rurę ma wartość $I_{sk} = 7,8 \text{ kA}$. Zakładamy, że wpływ efektu zbliżenia jest pomijalny.

Amplituda natężenia pola magnetycznego na powierzchni wynosi

$$H_{om} = \frac{\sqrt{2} I_{sk}}{\pi D_z} = \frac{\sqrt{2} \cdot 7,8 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,35} = 10000 \text{ A/m}.$$

Dla tego przypadku obliczono numerycznie krzywą E_o , przyjmując że charakterystyki magnetyczne i konduktywność materiału są takie same jak w przykładzie 5.1. Również aneżliz harmoniczną przeprowadzono podobnie jak w p. 5.1.

Amplituda I harmonicznej natężenia pola elektrycznego współdziałającej z I harmoniczną natężenia pola magnetycznego o amplitudzie $H_{1m} = H_{om}$ wynosi $E_{1m} = 1,26 \text{ V/m}$. Kąt przesunięcia fazowego $\varphi_1 = 0,55$. Jednostkowe straty mocy czynnej obliczone numerycznie wynoszą $P = 5390 \text{ W}$.



Rys. 6. Przebiegi natężenia pola magnetycznego H_0 i natężenia pola elektrycznego E_0 na powierzchni bocznej rury stalowej dla przypadku sinusoidalnego wzbudzenia (przykład 5.2)

Straty całkowite w odcinku rury o długości h i średnicy D_z wyniosą

$$P' = P \cdot A$$

gdzie $A = \pi D_z h$ — powierzchnia boczna rury,
a zatem

$$P' = \pi D_z h P = \pi \cdot 0,35 \cdot 6 \cdot 5390 = 35,5 \text{ kW}.$$

Zastępcza rezystancja rury w oparciu o zależność (33) równa się

$$R'_z = \frac{P'}{I_{sk}^2} = \frac{35,5 \cdot 10^3}{(7,8 \cdot 10^3)^2} = 0,583 \cdot 10^{-3} \Omega.$$

Jednostkowa moc bierna w oparciu o wzór (15) wynosi

$$Q = \frac{1}{2} \cdot 1,26 \cdot 10000 \cdot 1 \cdot 0,53 = 3340 \text{ VAr/m}^2.$$

Całkowita moc bierna

$$Q' = \pi D_z h Q = \pi \cdot 0,35 \cdot 6 \cdot 3340 = 22 \text{ kVAr}.$$

Reaktancja zastępcza według zależności (34)

$$X'_z = \frac{Q'}{I_{sk}^2} = \frac{22 \cdot 10^3}{(7,8 \cdot 10^3)^2} = 0,365 \cdot 10^{-3} \Omega.$$

Impedancja zastępcza odcinka rury obliczona znanym wzorem wynosi

$$Z'_z = \sqrt{(R'_z)^2 + (X'_z)^2} = \sqrt{(0,583 \cdot 10^{-3})^2 + (0,365 \cdot 10^{-3})^2} = 0,69 \cdot 10^{-3} \Omega.$$

6. ZAKOŃCZENIE

Przedstawione w pracy obliczenie parametrów zastępczych w obwodach z masywnym żelazem opiera się na numerycznej metodzie analizy pola elektromagnetycznego opracowanej wcześniej przez autora. Metoda ta może być wykorzystana praktycznie w takich układach konstrukcyjnych, w których zastosowanie teorii fali płaskiej jest dopuszczalne. Jak wynika z przedstawionych rozważań obliczenie parametrów zastępczych jest możliwe dla dowolnego przebiegu wymuszającego natężenia pola magnetycznego na powierzchni masywnego żelaza.

Dokładność wyników zależy od dokładności zadania funkcji wymuszającej H_0 , dokładności obliczeń numerycznych i rozkładu krzywej natężenia pola elektrycznego E_0 na szereg Fouriera.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. B. K o n o r s k i, Elektrotechnika teoretyczna, Pol. Łódzka, Łódź 1962, skrypt.
2. B. K o n o r s k i, Podstawy elektrotechniki, t. III, Warszawa 1967.
3. L. R. N e j m a n, Powierchnostnyj effiekt w ferromagnitnych tielach, GEJ, Leningrad—Moskwa 1949.
4. Praca zbiorowa pod redakcją K. S. Demirczjana: Rasczot i modelirovanije elektrotechniczeskich ustrojstw s ucetom powierchnostnowo effiekta, Trudy LPJ, wyd. Energija, Moskwa—Leningrad 1966.
5. J. T u r o w s k i, Elektrodynamika techniczna, WNT, Warszawa 1968.
6. K. Z a k r z e w s k i, Wyznaczanie pola elektromagnetycznego i strat mocy w masywnym żelazie z uwzględnieniem nieliniowej przenikalności magnetycznej, Rozprawa doktorska, Pol. Łódzka 1968.
7. K. Z a k r z e w s k i, Analiza pola elektromagnetycznego w masywnym żelazie metodą numeryczną, Archiwum Elektrotechniki, t. XVIII, z. 3, 1969.
8. K. Z a k r z e w s k i, Modelowanie matematyczne pola elektromagnetycznego w masywnym żelazie. Rozprawy Elektrotechniczne, t. XVI, z. 1—2, 1970.
9. K. Z a k r z e w s k i, Pole elektromagnetyczne w masywnym żelazie, Archiwum Elektrotechniki, t. XIX, z. 4, 1970.
10. K. Z a k r z e w s k i, T. D e s p e r a t, Rozkład pola elektromagnetycznego w masywnym żelazie, Program obliczeniowy nr. 801 na maszynę cyfrową GIER, Zakład Obliczeń Numerycznych Uniwersytetu Warszawskiego, 1968.
11. K. Z a k r z e w s k i, F. P i e t r a s, Rozkład pola elektromagnetycznego w materiałach ferromagnetycznych z uwzględnieniem histerezy, Program obliczeniowy nr 1007 na maszynę cyfrową GIER, Zakład Obliczeń Numerycznych Uniwersytetu Warszawskiego, 1970.

K. ZAKRZEWSKI

EQUIVALENT PARAMETERS OF SOLID IRON

Summary

The author considers a method of determining the equivalent parameters of solid iron, taking into account the real magnetization curve. The active power losses, reactive power, equivalent impedance, resistance and reactance are also calculated.

K. ZAKRZEWSKI

DETERMINATION DES PARAMÈTRES ÉQUIVALENTS DU FER MASSIF

Résumé

On a présenté une méthode de la détermination des paramètres équivalents électriques du fer massif, en considération de la courbe d'aimantation non linéaire. On a calculé les pertes, la puissance réactive et les valeurs équivalentes de l'impédance complexe.

K. ZAKRZEWSKI

BERECHNUNG DER ERSATZSCHALTBILDPARAMETERN DES MASSIVEN EISENS

Zusammenfassung

Es wurde eine Berechnungsmethode von Ersatzschaltbildparametern des massiven Eisens in Anlehnung an die Nonlinearität der Magnetisierungskennlinie dargestellt. Es wurden Rechnungsbeispiele der Wirk-, Blindleistung und der Ersatzschaltbildwiderstände beschrieben.

К. ЗАКШЕВСКИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЗАМЕЩЕНИЯ МАССИВНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА

Резюме

В статье описан метод определения параметров замещения массивного ферромагнетика при помощи численных расчетов распределения плоской электромагнитной волны. Учтена реальная характеристика намагничивания материала $B = f(H)$.

Представлен расчет активной и реактивной мощности, активного и реактивного сопротивления замещения, исходя из произвольной формы кривой напряженности магнитного поля на поверхности ферромагнетика.

Wpływ kształtu i położenia osiowych kanałów wentylacyjnych na skuteczność chłodzenia maszyn elektrycznych

HENRYK STANISŁAW KOZŁOWSKI (WARSZAWA), JANUSZ KOSK (WARSZAWA)

Instytut Maszyn Elektrycznych Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 28.6.1971

W artykule przedstawiony jest na przykładzie obliczeniowym problem efektywności osiowego chłodzenia silników indukcyjnych średnich mocy przy zastosowaniu konstrukcji z kanałami w strefie zębów maszyny.

1. WSTĘP

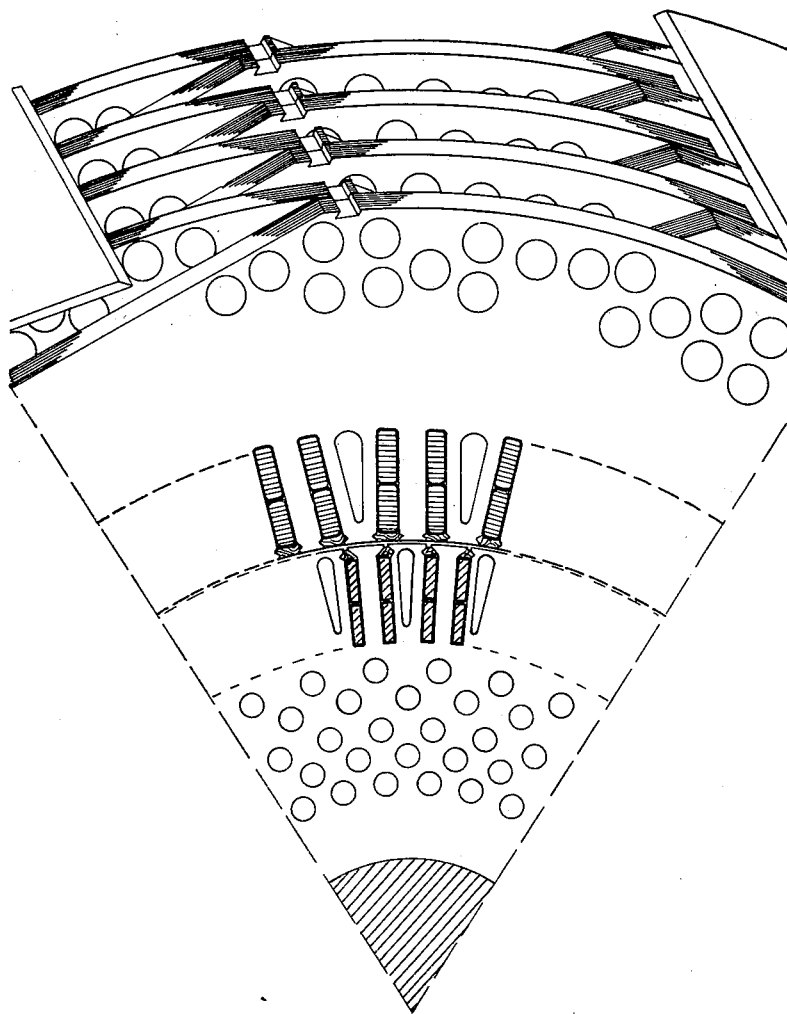
Do niedawna silniki indukcyjne średnich mocy, powyżej 100 kW, budowane były prawie wyłącznie z kanałami wentylacyjnymi promieniowymi. Panowało powszechne przekonanie, że jest to najskuteczniejszy sposób chłodzenia, pozwalający na wykonanie maszyny w mniejszych wymiarach niż przy zastosowaniu wentylacji osiowej. Przewaga ta nie była jednak pewna, zależała od szczegółów konstrukcyjnych. W ostatnich latach widać w prasie fachowej tendencję do szukania takich rozwiązań chłodzenia osiowego, które mogłyby konkurować z promieniowym, przeciwko któremu wysuwane są argumenty technologiczne, eksploatacyjne, a obecnie szczególnej wagi nabrał zarzut, że wstawki dystansowe w kanałach promieniowych wytwarzają dźwięki typu syrenowego.

Nie bez znaczenia jest również zarzut przeciwko kanałom promieniowym, że jeśli rozmieszczenie kanałów wirnika i stojana w którymś z silników nie jest dokładnie takie same, następuje zmniejszenie drożności kanałów a skutkiem tego podwyższenie temperatury maksymalnej. Przy dopuszczonych tolerancjach walcowania różnicach wykonania blachy konieczne jest mierzenie osiowych wymiarów pakietów po ich sprasowaniu, a często i korygowanie przez przepakietowanie. Są to operacje bardzo pracochłonne. W gotowym silniku nie można ani skontrolować położenia kanałów, ani zmierzyć maksymalnej temperatury. Wynika z tego zmniejszenie pewności ruchu — cechy stawianej obecnie na pierwszym miejscu przy ocenie konstrukcji.

Wydaje się, że w nowoczesnych konstrukcjach przewagę zdobędzie chłodzenie osiowe, gdy jego nowe rozwiązania dadzą co najmniej taką samą skuteczność chłodzenia, jaką ma chłodzenie promieniowe.

Praca niniejsza ma na celu szczegółowe poznanie warunków przechodzenia ciepła do kanałów osiowych oraz efektu chłodzenia w zależności od kształtu i miejsca tych kanałów.

Drugim celem pracy jest sprawdzenie na przykładzie obliczeniowym, czy jest możliwe — przy zastosowaniu wentylacji osiowej pokazanym na rys. 1 — układem kanałów utrzymać w granicach dopuszczalnych przepisami temperaturę nagrzania silnika posiadającego takie wymiary, jak najnowocześniejsze silniki odpowiedniej mocy.



Rys. 1. Szkic rdzenia stojana i wirnika

Jako przykład obliczeniowy wzięto silnik pierścieniowy czterobiegunowy, o mocy 500 kW. Dane użytych materiałów izolacyjnych i blach magnetycznych, grubości izolacji, wymiary gabarytowe, długość czoł uzwojenia, wymiar promieniowy szczeliny itd. wzięto takie same, jakie są w najnowszych projektach silnika odpowiedniej mocy z wentylacją promieniową.

2. WSKAZANIA DOTYCZĄCE PROJEKTOWANIA KANAŁÓW OSIOWYCH

Wskazania dotyczące projektowania kanałów osiowych są następujące:

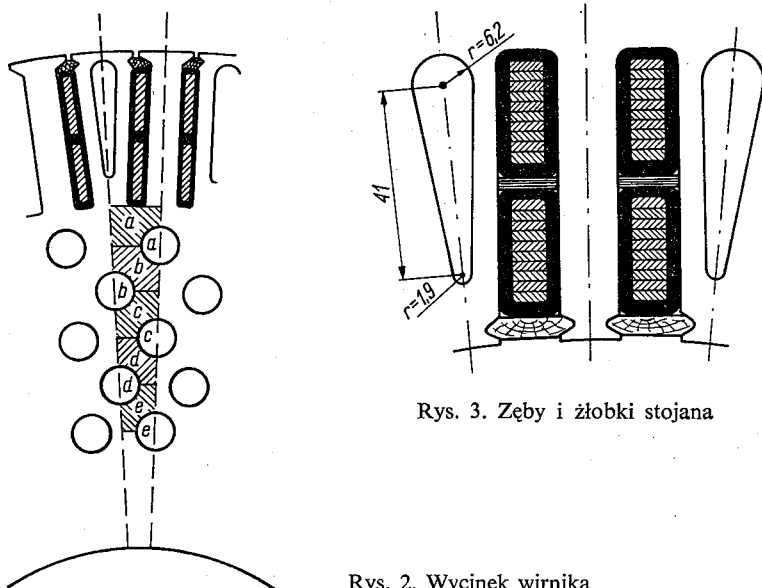
a) kanały osiowe powinny być umieszczone jak najbliżej miejsc, w których wydzielają się ciepło;

b) drogi pomiędzy głównymi źródłami ciepła a chłodzonymi przez powietrze ścianami kanałów powinny prowadzić przez części rdzenia o możliwie dużych przekrojach;

c) jeśli w miejscach dobrze spełniających wskazania a i b przekrój kanałów jest ograniczony, a istnieje możliwość nadania mu wydłużonego kształtu, to kanały takie mogą dać dobry efekt chłodzenia, pomimo tego, że nagrzanie powietrza w nich będzie większe. Będzie to skompensowane zmniejszonym spadkiem temperatury między dużą powierzchnią ścian kanałów a powietrzem. Nie jest to jednak możliwe, jeśli mieszczą się tylko kanały zbyt wąskie, gdyż wtedy, na skutek wielkiego oporu tarcia powietrza o ściany, wydatek powietrza jest zbyt mały a temperatura zbyt duża.

Wskazania a) i b) prowadzą do tego, że byłoby najlepiej, gdyby kanały osiowe znajdowały się w strefie żłobków i zębów. Szczególnie dotyczy to pierścieniowych wirników, w których, praktycznie biorąc, wszystkie straty wydzielają się w tej strefie.

W dawnych konstrukcjach silników średniej mocy nie stosowano kanałów, które spełniałyby powyższe wskazania. W nowoczesnych silnikach, np. w serii Brown Boveri [8] o mocach do 3 MW (przy 4 biegunach) spełnione jest wskazanie a). Jako osiowe kanały wentylacyjne użyte są części żłobków sąsiadujących ze szczeliną, oddzielone od części



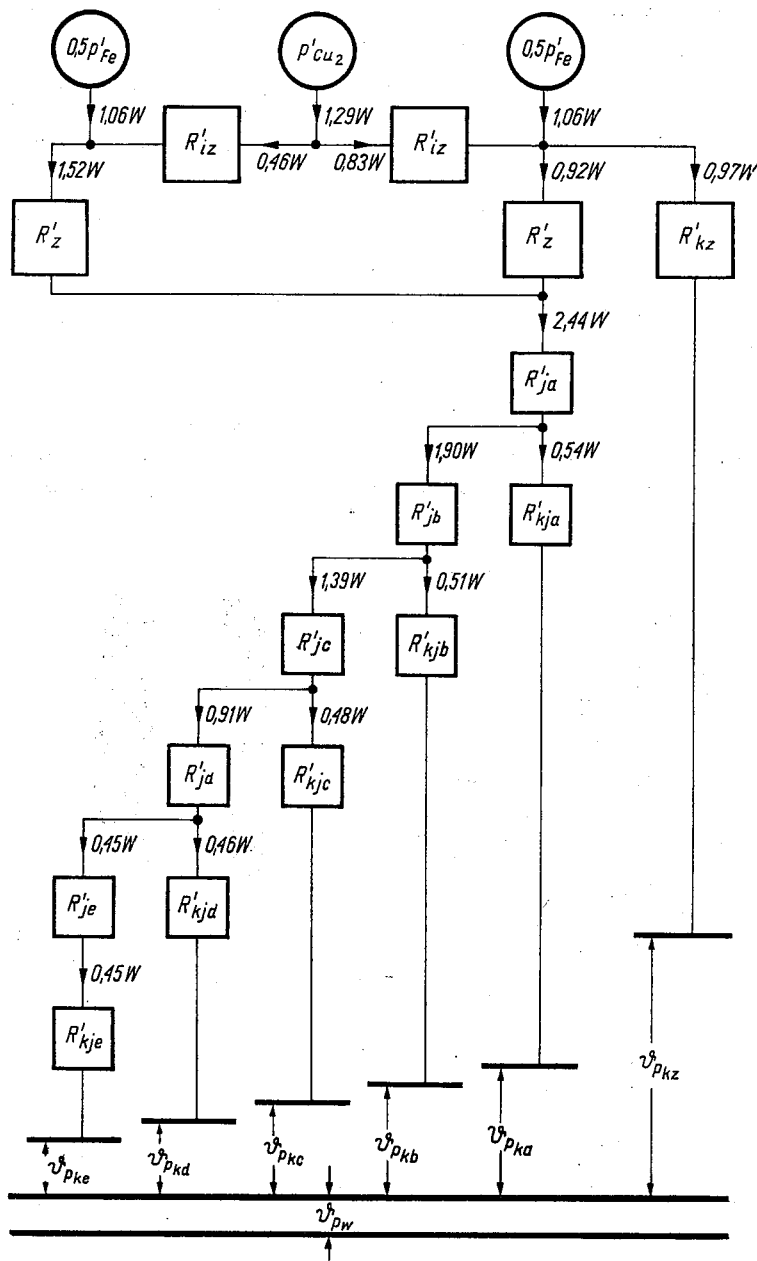
Rys. 3. Zęby i żłobki stojana

Rys. 2. Wycinek wirnika

z uzwojeniem dodatkowymi klinami. Nie zupełnie zaś jest spełnione wskazanie b), bo ciepło z miedzi musi przechodzić wzdłuż wąskich części zębów aby dojść do powietrza w tych kanałach, drogą przez żelazo.

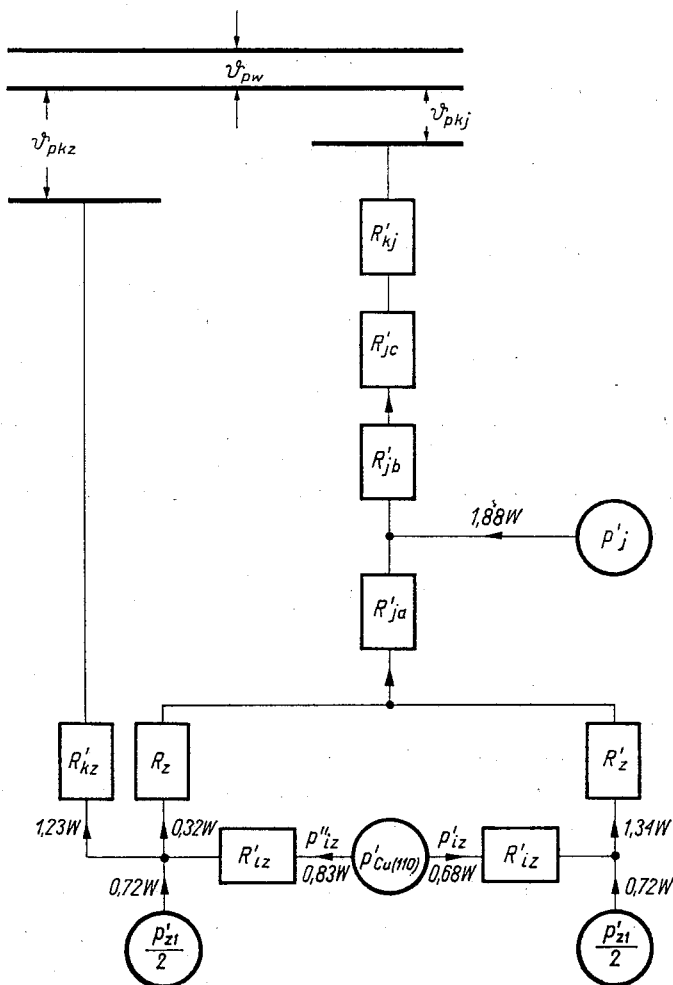
Wskazania a) i b) najlepiej spełniałyby kanały wycięte w zębach, ale w tej wielkości maszynach wypadłyby one zbyt wąskie, tak ze względów technologicznych, jak i aerodynamicznych i cieplnych.

Dwukrotne poszerzenie kanału, który można wyciąć w zębie, daje się uzyskać przez usytuowanie żłobków parami równolegle do siebie, przez co rozszerzenie co drugiego zęba staje się dwa razy większe. Pokazane to jest na rys. 1, 2 i 3.



Rys. 4. Schemat cieplny wycinka rdzenia wirnika

Warunki chłodzenia wszystkich żłobków są wtedy jednakowe, bo każdy z nich ma jedną stronę lepiej chłodzoną. Natomiast co drugi ząb ma wyższą temperaturę. Byłoby to szkodliwe wtedy, gdyby jego temperatura była wyższa niż miedzi, bo wtedy jako maksymalną temperaturę działającą na izolację trzeba byłoby przyjmować tę, którą ma ząb. Jest to łatwe do sprawdzenia na rys. 4 i 5: jeśli ciepło płynie przez izolację w kierunku



Rys. 5. Schemat cieplny wycinka rdzenia stojana

do zęba bez kanału, to znaczy, że ząb ma mniejszą temperaturę niż miedź. Tak jest na obu tych schematach, które wyjaśnione będą później.

Widoczne jest od razu, że taki układ spełnia wskazania a) i b). Żeby się przekonać jak spełnione jest wskazanie c), wykonane zostało obliczenie na przykładzie specjalnie do tego opracowaną metodą. Poza znamionowymi dla tego projektu kanałami w zębach, mogą być zastosowane w jarmach różnego kształtu inne kanały osiowe. Na próbę zastosowano takie, jakie widać na rys. 1.

Rdzeń stojana składa się z 12 pakietów kwadratowych blach z obciętymi rogami. Każdy pakiet przestawiony jest w stosunku do sąsiedniego o 30 stopni. Kanały o przekroju okrągłym poprzedzielane są na cztery części każdy przez kanały śrubowe. Stwarza to dodatkowe zawirowanie powietrza przy zmianach przekrojów i spotykaniu się strug powietrza.

3. SZCZEGÓLNE WYMAGANIA DOTYCZĄCE WSPÓŁCZYNNIKÓW AERODYNAMICZNYCH, CIEPLNYCH I METOD OBLICZANIA

Przed wykonaniem szczegółowych obliczeń wydaje się, że przez wąskie a długie kanały powietrze płynąć będzie w zębach tak powoli i tak bardzo się zagrzeje, że odbieranie ciepła w końcowej części kanału (gdzie występuje maksymalna temperatura) będzie zbyt małe, aby warto było takie kanały stosować. Aby się przekonać, że tak nie jest, trzeba przeprowadzić obliczenie nie wzbudzające żadnych wątpliwości czy wyniki są realne.

Szczególnie ważne dla wiarygodności tego rodzaju obliczeń jest, aby współczynniki tarcia powietrza o ścianki kanałów, współczynniki oddawania ciepła do powietrza i przewodności cieplne materiałów przyjęte były prawidłowo.

Przede wszystkim — współczynnik tarcia o ścianki kanałów ma w tych obliczeniach wielkie znaczenie. Jego wartość, zależna od dokładności wycinania blach, jest różnie podawana w szerokich granicach. Najbardziej przekonująca jest wartość współczynnika oporu aerodynamicznego

$$\xi_t = 0,005 \frac{L}{d},$$

gdzie:

L — długość kanału,

d — średnica kanału.

Wzór ten ma za podstawę bardzo dokładne badania i napisany został [7] dla dużej niedokładności ścianki kanału w stosunku do jego średnicy zastępczej, bo aż 0,05, co odpowiada przyjęciu, że jednostronna nierówność najwęższego z kanałów projektowanego silnika wynosi $0,05 \cdot 12,2 = 0,61$ mm w wirniku, a $0,05 \cdot 13,3 = 0,66$ mm w stojanie, bo jak widać z obliczeń, zastępcza średnica $d'_{kz} = 1,22$ cm dla kanału w zębie wirnika i 1,33 cm w zębie stojana. W praktyce nierówności będą znacznie mniejsze.

Drugim najważniejszym współczynnikiem, który należy obrać ze szczególną ostrożnością, jest α — współczynnik oddawania ciepła przez ścianki kanałów osiowych do powietrza. Jego wartości podawane u różnych autorów są bardzo różne, często błędne i to w niebezpieczną stronę, bo za duże. Ponieważ wszyscy powołują się na doświadczenia Lukego [4], wzięto do obliczeń te współczynniki bezpośrednio od niego. Dla długich osiowych kanałów wzięte zostały najmniejsze wartości z krzywych rys. 17 i 18 [4], na których α podane jest w funkcji miejsca. Przy obliczeniu bowiem maksymalnej, miejscowej temperatury blisko końca kanału, gdzie zawirowanie wejściowe powietrza jest już uspokojone, lepiej jest przyjąć najmniejszy miejscowy współczynnik, niż średni dla całego kanału, podawany zwykle w podręcznikach obliczania maszyn elektrycznych, większy nieraz o kilkadziesiąt procent.

Ważnym współczynnikiem, szczególnie do obliczania cieplnego maszyn z wentylacją osiową, jest przewodność cieplna rdzenia wzdłuż blach. Wynosi ona według Aleksiejewa 0,63, według Dubickiego 0,6, według Otta, Liwschitza, Richtera (gdy blachy izolowane papierem) — 0,56 W/cm°C. Różnice są więc niewielkie. Przyjęto do obliczeń (dla rdzenia z blach izolowanych lakierem) $\lambda_{Fe} = 0,6$.

Przy obliczaniu przekroju kanału uwzględniono nierównomierność rozstawienia otworów w blachach.

4. METODA OBLICZENIA PRZYROSTÓW TEMPERATURY

Założono, że wentylator będzie tak umieszczony, że będzie ssal powietrze przez rdzeń. Można wtedy przyjąć, że spadek ciśnienia na rdzeniu stojana i na rdzeniu wirnika jest jednakowy. Jego wartość została dobrana tak, aby temperatury uzwojeń wirnika i stojana miały wartości dopuszczalne dla izolacji klasy B.

Resztę ciśnienia, to jest jego spadki na krańcowych częściach silnika i potrzebny wentylator można obliczyć później. To co jest podane w obliczeniu przykładu, jest wynikiem wielu korekcji i wymiarów detali rozkroju blach i ciśnienia na rdzeniu, ostatecznie ustalonego na $\Delta H_k = 33 \text{ kG/m}^2$.

Wobec jednakowej klasy izolacji wirnika i stojana temperatury obu tych części maszyn będą prawie jednakowe. Obliczenie cieplne przeprowadzać więc można oddzielnie dla wirnika i dla stojana, co jest równoważne z założeniem upraszczającym, że nie ma ruchu ciepła między tymi częściami maszyn.

Do obliczenia maksymalnego przyrostu temperatury zastosowano metodę równań ruchu ciepła. W omawianym szczególnym przypadku wymaga ona jednak uzupełnienia, ponieważ istnieją dwa rodzaje kanałów z dużą różnicą temperatury powietrza. Do tego celu służy metoda posługująca się schematem cieplnym wycinka rdzenia, ograniczonego osiami sąsiednich zębów, który ma wymiar 1 cm wzdłuż osi maszyny i znajduje się w odległości $0,8 L_{Fe}$ od wejścia do kanału, tj. w przypuszczalnie najbardziej nagrzanym miejscu maszyny (rys. 4 dla wirnika i rys. 5 dla stojana).

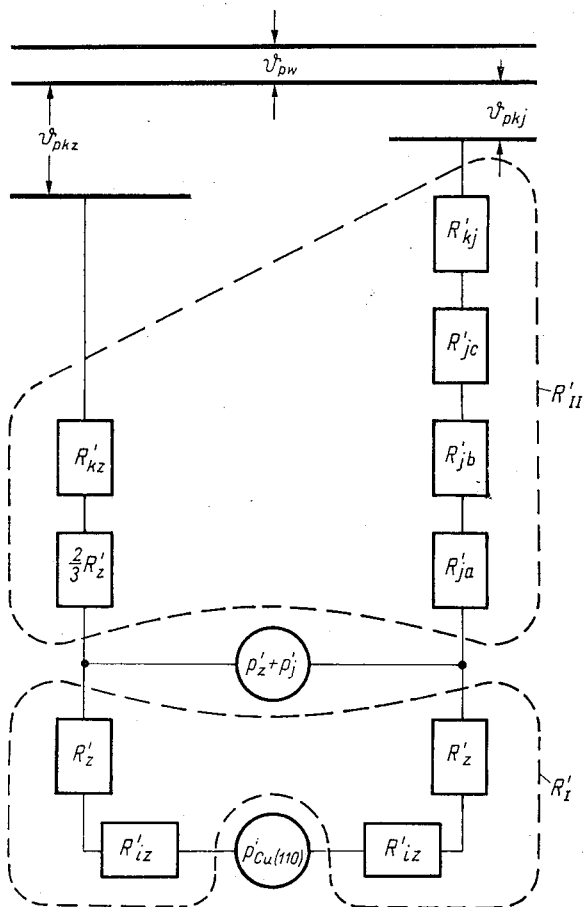
Zakładamy, że wycinek ten nie jest połączony cieplnie z sąsiednimi wycinkami, a całe ciepło w nim wytworzone przechodzi — przez części ścianek kanałów do niego należące — do powietrza już ogrzanego odebraniem strat w połączeniach czołowych jednej strony i 0,8 strat w środkowej części maszyny.

Obliczenie temperatury między tego wycinka da wartość większą niż w rzeczywistości istnieje, gdy ciepło odpływa wzdłuż miedzi w kierunku chłodniejszych części. Jak się okaże z obliczeń, różnica ta wynosi kilkanaście stopni.

Ciepło wytworzone ze strat w miedzi i zębach płynie trzema drogami równolegle: 1) przez ząb bez kanału (połową szerokości) — do kanałów w jarzmie, 2) przez ząb z kanałem — do kanałów w jarzmie, 3) w poprzek jednej strony zęba z kanałem — do kanału w nim. Ogólny przyrost temperatury, liczony od powietrza wchodzącego do maszyny — do miedzi, musi być ten sam na wszystkich trzech drogach. Rozpływ ciepła, decydujący o spełnieniu tego warunku nie jest początkowo znany. Należy go więc założyć i korygować po każdym obliczeniu, aż różnice temperatur będą pomijalne.

Wyniki tej części obliczenia już pozwalają się do pewnego stopnia zorientować czy projekt silnika jest realny. Na ich podstawie warto już w niektórych przypadkach zrobić korekcję projektu, np. jeśli temperatury wirnika i stojana różnią się bardzo od siebie (przy tym samym ciśnieniu powietrza), albo jeśli są widocznie za duże lub za małe. Obraz przyrostów temperatur na poszczególnych częściach dróg cieplnych daje wskazówki jak zmienić na korzyść wymiary szczegółów.

Otrzymane z obliczeń tych wyniki pozwalają na ułożenie metody obliczeniowej, w której równania ruchu ciepła mogą być zastosowane, pomimo znacznej różnicy temperatury powietrza w kanałach w zębach i w jarzmie. Polega ona na zmianie dwóch składników przyrostu temperatury na drodze do kanału w zębie. Przyrost temperatury powietrza zmniejszony jest do takiego, jaki jest w kanałach w jarzmie i, żeby to skompensować,



Rys. 6. Uproszczony schemat cieplny wycinka rdzenia stojana

opór cieplny ścian kanału powiększony jest w takim stosunku, aby spadek temperatury na nim był większy o tyle stopni ile wynosi różnica temperatury powietrza w jednych i drugich kanałach. Do obliczenia współczynników równań ciepła, będzie więc brana

przewodność cieplna ścian kanału w zębach λ_{kz} mnożona przez współczynnik

$$k_k = \frac{\vartheta_{kz}}{\vartheta_{kz} + \vartheta_{pkz} - \vartheta_{pkj}},$$

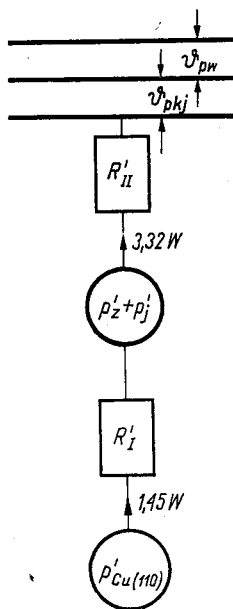
gdzie:

ϑ_{kz} — przyrost temperatury na ścianie kanału w zębach,

$\vartheta_{pkz}, \vartheta_{pkj}$ — przyrosty temperatury powietrza w kanałach w zębach i w kanałach w jarzmie, w miejscach odległych o $0,8 L_{Fe}$ od wejścia.

Wzory szczegółowe do obliczania współczynników równań ruchu ciepła, jak również wzory na przewodności cieplne, podane będą w rozdziale zawierającym przykład obliczeniowy.

Schemat cieplny stojana jest bardziej skomplikowany niż wirnika, bo dochodzą straty w jarzmie, których nie ma w wirniku. To utrudnia obliczenie współczynnika b_z równania ruchu ciepła, który odpowiada w swej pierwszej części tym stratom w żelazie, które przechodzą do miedzi. Gdy są one w dwóch miejscach, rachunek się komplikuje.



Rys. 7. Przekształcony schemat cieplny z rys. 6

Przyjęto tu uproszczenie, polegające na umieszczeniu sumy strat w zębach i jarzmie — między zębami a jarzmem, jak na rys. 6. Ten schemat daje się przekształcić na taki jak na rys. 7, z którego bierzemy przewodności cieplne od źródła strat w żelazie do miedzi i drugą do powietrza we wszystkich kanałach stojana.

To ułatwienie znalezienia wyrazu b_z równania ruchu ciepła jest okupione błędem, który nie może być większy niż różnica rezultatów otrzymanych przy obliczaniu schematami rys. 5 i 7. W tym przykładzie różnica ta wynosi 3°C , może więc być uważana za nieznaczną.

5. PRZYKŁAD OBLICZENIA WENTYLACYJNEGO I CIEPLNEGO PIERŚCIENIOWEGO SILNIKA INDUKCYJNEGO O MOCY 500 kW, CZTEROBIEGUNOWEGO, NA NAPIĘCIU 6 kV, WZNIOS OSI WAŁU $H = 450$ mm

5.1. Obliczenie wirnika

5.1.1. Wymiary wirnika

Średnica wewnętrzna stojana $D = 49,5$ cm, szczelina powietrzna $\delta = 0,14$ cm średnica wirnika $D_2 = 49,22$ cm, średnica wewnętrzna wirnika $D_w = 16$ cm, długość żelaza $L_{Fe} = 44$ cm, liczba żłobków wirnika $Z_2 = 72$, wysokość żłobków wirnika $h_{z2} = 5,2$ cm, szerokość żłobka wirnika $b_{z2} = 0,55$ cm, pręty uzwojenia Cu $20 \times 3,5$ mm o przekroju $S_{Cu} = 69$ mm², długość połowy zwoju $L_{pr} = 88$ cm (poskok uzwojenia 16 żłobków), kanały osiowe w co drugim zębie (rys. 2) o przekroju $q'_{kz} = 1,87$ cm² (ograniczone półokręgami o promieniach: $r = 4$ i $r = 1,5$ mm, o środkach oddległych o 34 mm), kanały w jarzmie o $\varnothing$ 1,3 cm, na 5 okręgach po 36.

5.1.2. Obliczenie wentylacyjne kanałów w zębach

Ogólny przekrój wszystkich kanałów w zębach (przy nierównomierności rozstawienia 0,7 mm):

$$q_{kz} = \frac{Z_2}{2} q'_{kz} = 6,73 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Obwód przekroju kanału w zębie:

$$u'_{kz} = 8,53 \text{ cm},$$

zastępcza średnica kanału w zębie:

$$d'_{kz} = \frac{4q'_{kz}}{u'_{kz}} = 0,875 \text{ cm},$$

współczynnik aerodynamiczny oporu tarcia:

$$\xi_t = 0,005 \frac{L_{Fe}}{d'_{kz}} = 0,251$$

(według nowych badań opisanych w [7] na str. 289 i 304, rys. 10÷24). Współczynnik wejścia do wszystkich kanałów wirnika i stojana i wyjścia z nich do przestrzeni, w której są czoła (zwężenia i rozszerzenia przekroju) obliczono z sumy przekrojów wszystkich kanałów w stosunku do przekroju wolnego miejsca we wnętrzu końcowej części maszyny:

$$\frac{q_{mn}}{q_{wieg}} = \frac{0,101}{0,505} = 0,2.$$

Dla tego stosunku przekrojów, współczynniki oporów aerodynamicznych [1] są następujące:

$$\xi_{zw} = 0,031, \quad \xi_{roz} = 0,04.$$

Opór aerodynamiczny kanałów w zębach wirnika wraz z wejściem do nich i wyjściem z nich

$$Z_{kz} = \frac{\xi_{zw} + \xi_t + \xi_{roz}}{q_{kz}^2} = \frac{0,031 + 0,251 + 0,04}{4,55 \cdot 10^{-5}} = 7080.$$

Wszystkie wydatki i prędkości powietrza w kanałach oraz wynikające z nich współczynniki oddawania ciepła obliczane będą w założeniu, że spadek ciśnienia na oporze Z_{kz} i odpowiednich oporach innych kanałów wirnika i stojana będą równe $\Delta H_k = 33 \text{ kG/m}^2$, wtedy bowiem, jak to wynika z wielokrotnych próbnych obliczeń, temperatura najcieplejszego punktu jest mniejsza od dopuszczalnej dla izolacji klasy B. Wielkości zależne od tego ciśnienia będą oznaczane indeksem (33).

Wydatek i prędkość powietrza w kanałach w zębach:

$$V_{kz(33)} = \sqrt{\frac{\Delta H_k}{Z_{kz}}} = \sqrt{\frac{33}{7080}} = 0,0685 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$v_{kz(33)} = \frac{V_{kz(33)}}{q_{kz}} = 10,15 \text{ m/s}.$$

Współczynnik oddawania ciepła od ścianek kanału do powietrza według krzywych [4] w zależności od odległości od wejścia do kanału, dla miejsca w którym wir wejściowy jest już uspokojony:

$$\alpha_{kz(33)} = 47,5 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

Powierzchnia chłodzona kanałów w zębach wirnika:

$$F_{kz} = u'_{kz} \frac{\dot{Z}_2}{2} L_{Fe} = 8,53 \cdot 10^{-2} \cdot 36 \cdot 0,44 = 1,35 \text{ m}^2.$$

Przewodność ciepła ścianek kanałów w zębach wirnika:

$$A_{kz(33)} = \alpha_{kz(33)} F_{kz} = 64 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

5.1.3. Obliczenie kanałów w jarzmie wirnika

Przekrój każdego z kanałów o średnicy 1,3 cm (po uwzględnieniu nierówności wytłaczania 0,2 mm) jest

$$q''_{kj} = 1,3 \text{ cm}^2.$$

Każde 36 kanałów w jarzmie wirnika, które są położone na tym samym obwodzie, będą traktowane jako osobny odbiornik ciepła, przechodzącego do niego przez części żelazne położone bliżej strefy źródeł ciepła. Wielkości dotyczące takiej grupy będą oznaczone indeksem kj .

Współczynnik tarcia w kanale jarzma:

$$\xi_{t_{kj}} = 0,005 \frac{L_{Fe}}{d_{kj}} = 0,005 \frac{44}{1,3} = 0,169.$$

Opór aerodynamiczny jednego kanału:

$$Z''_{kj} = \frac{\xi_{zw} + \xi_{tkj} + \xi_{roz}}{(q'_{kj})^2} = \frac{0,031 + 0,169 + 0,04}{1,3^2 \cdot 10^{-8}} = 1,42 \cdot 10^7.$$

Wydatek jednego kanału jarzma:

$$V''_{kj(33)} = \sqrt{\frac{\Delta H_k}{Z''_{kj}}} = \sqrt{\frac{33}{1,42 \cdot 10^7}} = 1,525 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}.$$

Prędkość powietrza w kanałach jarzma

$$v_{kj(33)} = \frac{V''_{kj(33)}}{q''_{kj}} = \frac{1,525 \cdot 10^{-3}}{1,3 \cdot 10^{-4}} = 11,75 \text{ m/s}.$$

Współczynnik oddawania ciepła od ścian kanału dla miejsca dalekiego od wejścia [4]:

$$\alpha_{kj(33)} = 56 \text{ W/}^\circ\text{C} \cdot \text{m}^2.$$

Powierzchnia chłodzona grupy kanałów położonych na jednym okręgu:

$$F_{kjo} = 36 \cdot \pi \cdot d_{kj} \cdot L_{Fe} = 36 \cdot 3,14 \cdot 1,3 \cdot 44 \cdot 10^{-4} = 0,647 \text{ m}^2.$$

Przewodność cieplna tej grupy kanałów:

$$\Lambda_{kjo(33)} = \alpha_{kj(33)} \cdot F_{kjo} = 56 \cdot 0,647 = 36,2 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

5.1.4. Obliczenie cieplne wycinka jednej podziałki żłobkowej i 1 cm długości, położonego na odległości 0,8 L_{Fe} od wejścia powietrza do kanału

Jest to obliczenie pomocnicze, robione przy założeniu, że ciepło nie płynie wzdłuż miedzi.

Wielkości odnoszące się do wycinka oznaczone będą znakiem *prim*. Wycinek ograniczony jest osiami sąsiednich zębów (rys. 2). Powierzchnia jego może być podzielona na elementy dróg ciepła. Jednym z tych elementów jest ta część izolacji, która znajduje się pomiędzy miedzią a ściankami żłobka. Jego grubość $b_{iz} = 0,9 \text{ mm}$, zaś suma odcinków mierzonych pośrodku grubości izolacji:

$$u_{iz} = 4(2,0 + 0,09) + 0,35 + 0,09 = 8,8 \text{ cm}.$$

Przewodność cieplną izolacji wycinka w stronę jednego lub drugiego zęba liczymy według wzoru:

$$\Lambda'_{iz} = \frac{\lambda_{iz} 0,5 u_{iz}}{b_{iz}} = \frac{0,0015 \cdot 0,5 \cdot 8,8}{0,09} = 0,0735 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

Jej odwrotność — opór cieplny:

$$R'_{iz} = 13,6 \text{ }^\circ\text{C/W},$$

$\lambda_{iz} = 0,0015$ — przewodność cieplna właściwa izolacji klasy B.

Przewodność cieplna ścianek kanału w zębie na 1 wycinek:

$$\Lambda'_{kz(33)} = \frac{\Lambda_{kz(33)}}{\dot{Z}_2 L_{Fe}} = \frac{64}{72 \cdot 44} = 0,0202 \text{ W/}^\circ\text{C},$$

$$R'_{kz} = 49,7 \text{ }^\circ\text{C/W}.$$

Przewodność cieplna ścianek grupy kanałów w jarzmie (leżących na jednym okręgu) przypadająca na 1 wycinek:

$$\Lambda'_{kjo(33)} = \frac{\Lambda_{kjo(33)}}{\dot{Z}_2 L_{Fe}} = \frac{36,2}{72 \cdot 44} = 0,0114 \text{ W/}^\circ\text{C},$$

$$R'_{kjo(33)} = 87,5 \text{ }^\circ\text{C/W}.$$

Przewodność cieplna w poprzek jednej strony zęba do kanału w nim, przypadająca na 1 wycinek:

$$\Lambda'_s = \frac{\lambda_{Fe} h_z}{0,5 b_z} = \frac{0,6 \cdot 5}{0,5 \cdot 1,1} = 5,45 \text{ W/}^\circ\text{C},$$

$$R'_s = 0,183 \text{ }^\circ\text{C/W}.$$

Opór ten zostanie pominięty ponieważ spadek temperatury na nim wynosi tylko ok. 0,1 °C.

Przewodność cieplna połowy długości, połową szerokości zęba:

$$\Lambda'_z = \frac{\lambda_{Fe} b_z}{h_z} = \frac{0,6 \cdot 1,14}{5,2} = 0,127 \text{ W/}^\circ\text{C},$$

$$R'_z = 7,9 \text{ }^\circ\text{C/W}.$$

Droga ciepła przez wycinek jarzma podzielona zostanie na odcinki: a — pomiędzy obwodem, na którym są dna żłobków a obwodem, na którym leżą osie kanałów najbliższej grupy, b, c, d, e — kolejno między obwodami odpowiadającymi środkom sąsiednich grup. Tymi literami oznaczone będą odpowiednie przewodności i opory cieplne żelaza jarzma $\Lambda'_{ja, b, c, d \text{ lub } e}$ i $R'_{ja, b, c, d \text{ lub } e}$, oraz sąsiednie opory cieplne ścianek kanałów:

$$R'_{kja} = R'_{kjb} = R'_{kjc} = R'_{kjd} = R'_{kje} = R'_{kjo(33)},$$

$$\Lambda'_{ja} = \frac{\lambda_{Fe} b_a}{h_a} = \frac{0,6 \cdot 1,3}{1,3} = 0,6 \text{ W/}^\circ\text{C}, \quad R'_{ja} = 1,67 \text{ }^\circ\text{C/W},$$

$$\Lambda'_{jb} = \frac{\lambda_{Fe} b_b}{h_b} = \frac{0,6 \cdot 1,3}{1,3} = 0,6 \text{ W/}^\circ\text{C}, \quad R'_{jb} = 1,67 \text{ }^\circ\text{C/W},$$

$$\Lambda'_{jc} = \frac{\lambda_{Fe} b_c}{h_c} = \frac{0,6 \cdot 0,9}{1,5} = 0,36 \text{ W/}^\circ\text{C}, \quad R'_{jc} = 2,8 \text{ }^\circ\text{C/W},$$

$$\Lambda'_{jd} = \frac{\lambda_{Fe} b_d}{h_d} = \frac{0,6 \cdot 0,8}{1,5} = 0,32 \text{ W/}^\circ\text{C}, \quad R'_{jd} = 3,1 \text{ }^\circ\text{C/W},$$

$$\Lambda'_{je} = \frac{\lambda_{Fe} b_e}{h_e} = \frac{0,6 \cdot 0,7}{1,6} = 0,3 \text{ W/}^\circ\text{C}, \quad R'_{je} = 3,33 \text{ }^\circ\text{C/W}.$$

Szerokość b i promieniowy wymiar h każdego z odcinków wzięto z rysunku wykonanego w skali.

Źródła ciepła w wycinku o najwyższej temperaturze:
 straty w miedzi przy temperaturze 110°C

$$p'_{\text{Cu}(110)} = \frac{\Delta P_{\text{Cu2}(100)}(1+0,004 \cdot 10)}{\dot{Z}_2 L_{pr}} = \frac{7810 \cdot 1,04}{72 \cdot 88} = 1,29 \text{ W},$$

suma strat dodatkowych stałych i zmiennych w zębach wirnika przeliczona na jeden wycinek

$$p'_{Fe} = \frac{\Delta P_{\text{odod}} + \Delta P_{\text{zmdod}}}{\dot{Z}_2 L_{Fe}} = \frac{4700 + 2045}{72 \cdot 44} = 2,12 \text{ W}.$$

Rys. 4 przedstawia schemat rozplywu ciepła w wycinku wirnika. Płynie ono trzema drogami od miedzi: 1) przez ząb bez kanału do kanałów w jarzmie, 2) przez ząb z kanałem do kanałów w jarzmie i 3) w poprzek połowy szerokości zęba z kanałem do kanału w nim. Część drogi ciepła, która prowadzi przez jarzmo, rozdziela się na 5 części, do każdej grupy kanałów osobno.

Wpisana na schemacie wartość prądów ciepła (w W) jest wynikiem obliczeń, które doprowadziły do jednakowego spadku temperatury na wszystkich drogach od miedzi do powietrza wchodzącego do maszyny. Jest on równy sumie iloczynów oporów cieplnych przez prądy ciepła przez niego płynące, plus podgrzanie powietrza od czoł strony wejściowej ϑ_{pw} i od ścianek kanałów przy przechodzeniu 0,8 długości rdzenia ϑ_{pkj} (z dodatkem znaczka a, b, c, d lub e, zależnie od tego, do którego kanału ciepło dochodzi):

$$\vartheta_{pw} = \frac{0,5 \Delta P_{\text{Cu1}} \frac{L_{pr1} - L_{Fe}}{L_{pr1}} + 0,5 \Delta P_{\text{Cu2}} \frac{L_{pr2} - L_{Fe}}{L_{pr2}}}{1100 V_{(33)}} = 4^\circ\text{C},$$

gdzie $V_{(33)}$ jest to suma przepływów powietrza przez wszystkie kanały silnika, w wirniku i stojanie,

$$\vartheta_{pkz} = \frac{0,8 L_{Fe} \dot{Z}_2 p'_{kz}}{1100 V_{kz(33)}} = 2,3 \frac{p'_{kz}}{V_{kz(33)}},$$

$$\vartheta_{pkja} = 2,3 \frac{p'_{kja}}{V_{kja(33)}} \quad (\text{odpowiednio znaczki } b, c, d, e \text{ dla innych grup kanałów}).$$

W dalszym ciągu obliczeń temperatur wycinka opuszczone będą znaczki (33), a stosowane będą tylko do wielkości wynikowych. Prądy ciepła oznaczone będą przez p' z tymi samymi znaczkami co opory cieplne, przez które przechodzą. Prąd ciepła przechodzący przez izolację w stronę dróg 2 i 3 będzie oznaczony przez p'_{iz} w odróżnieniu od prądu płynącego w kierunku drogi 1.

Obliczenie przyrostów temperatury na drogach schematu wycinka

Spadek temperatury od p'_{Cu2} drogą 1 do połączenia się jej z drogą 2 jest taki sam, jak drogą 2 do połączenia z drogą 1

$$\begin{aligned} \vartheta_{iz+z} &= R'_{iz} p'_{iz} + R'_z p'_z = 13,6 \cdot 0,46 + 7,9 \cdot 1,52 = 18,4^\circ\text{C} = R'_{iz} p''_{iz} + R'_z p''_z = \\ &= 13,6 \cdot 0,83 + 7,9 \cdot 0,91 = 18,4^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Przyrost temperatury na oporach cieplnych jarzma łącznie z nagrzaniem powietrza chłodzącego oznaczmy przez ϑ_j . Na poszczególnych gałęziach tej części schematu wynosi on:

$$\vartheta_{ja} = R'_{ja}p'_{ja} + R'_{kja}p'_{kja} + \vartheta_{pkja} + \vartheta_{pw} = 1,67 \cdot 2,44 + 87,5 \cdot 0,54 + 2,3 \frac{0,54}{0,056} + 4,0 = 77,5^\circ\text{C},$$

$$\vartheta_{jb} = R'_{ja}p'_{ja} + R'_{jb}p'_{jb} + R'_{kjb}p'_{kjb} + \vartheta_{pkjb} + \vartheta_{pw} = 1,67 \cdot 2,44 + 1,67 \cdot 1,9 + 87,5 \cdot 0,51 + 2,3 \frac{0,51}{0,056} + 4,0 = 76,8^\circ\text{C}.$$

W podobny sposób obliczone przyrosty temperatury na innych gałęziach wynoszą:

$$\vartheta_{jc} = 76,9^\circ\text{C}, \quad \vartheta_{jd} = 77,2^\circ\text{C}, \quad \vartheta_{je} = 77,3^\circ\text{C};$$

jako średnią można przyjąć: $\vartheta_j = 77^\circ\text{C}$.

Dla dróg 1 i 2 jest więc:

$$\vartheta_{1max} = \vartheta_{2max} = \vartheta_{iz+z} + \vartheta_j = 18,4 + 77 = 95,4^\circ\text{C}.$$

Na drodze 3 wzrost temperatury wypada z wyliczenia:

$$\begin{aligned} \vartheta_{3max} = \vartheta'_{iz} + \vartheta_{kz} + \vartheta_{pkz} + \vartheta_{pw} &= R'_{iz}p'_{iz} + R'_{kz}p'_{kz} + 2,3 \frac{p'_{kz}}{V_{kz}} + 4 = 13,6 \cdot 0,83 + \\ &+ 49,7 \cdot 0,97 + 2,3 \frac{0,97}{0,0685} + 4 = 96,1^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Różnica pomiędzy wynikami obliczeń temperatur na trzech drogach jest dostatecznie mała, aby, nie robiąc dalszych poprawek w rozplywie ciepła, przyjąć jako przyrost temperatury miedzi w najcieplejszym miejscu, przy $\Delta H_k = 33 \text{ kG/m}^2$ i przy założeniu, że ciepło nie płynie wzdłuż maszyny:

$$\vartheta_{max(33)}^{(+)} = 96^\circ\text{C}.$$

5.1.5. Obliczenie przyrostu temperatury wirnika metodą równań ruchu ciepła

Aby uniknąć trudności obliczeniowych związanych z tym, że temperatura powietrza chłodzącego wzrasta z odległością od jego wejścia do kanału, przyjęte będzie założenie upraszczające, że ścianki kanałów chłodzone są na całej swej długości powietrzem o takiej temperaturze, jaką ma ono w miejscu odległym od wejścia o $0,8 L_{re}$, czyli $20 + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pkj} = 20 + 4 + 20 = 44^\circ\text{C}$, zaś czoła — o takiej, jaką ma ono gdy wychodzi z kanałów, czyli:

$$20 + \frac{\vartheta_{pkj}}{0,8} + \vartheta_{pw} = 49^\circ\text{C}.$$

Wyjściowe straty w miedzi będą liczone przy tych temperaturach. Przez to temperatura maksymalna wypadnie niewiele tylko za duża, co powiększy wiarygodność wniosków o skuteczności takich kanałów.

Równanie ruchu ciepła w czołach uzwojenia wirnika:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - a_{cz}^2 \vartheta + b_{cz} = 0.$$

Obliczenie współczynników tego równania

Ciepłota przewodności właściwa miedzi: $\lambda_{\text{Cu}} = 380 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.

Prędkość obwodowa wirnika: $v_{\text{obw}} = 38,5 \text{ m/s}$.

Prędkość powietrza z jaką omywa ono czoła [5]:

$$v_{\text{Pcz}} = \sqrt{(0,5 v_{\text{obw}})^2 + v_{\text{went}}^2} \simeq 0,5 v_{\text{obw}} = 19 \text{ m/s}.$$

Dla tej prędkości powietrza, z krzywych [4] i z bardzo do nich podobnych krzywych Roth'a, podanych w [3], współczynnik oddawania ciepła od powierzchni izolacji uzwojeń

$$\alpha_{\text{cz}} = 107 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Wypadkowy współczynnik oddawania ciepła przez izolację czoł, o grubości 0,5 mm i od powierzchni tej izolacji do powietrza:

$$\lambda_{\text{cz}} = \frac{\lambda_{\text{iz}} \alpha_{\text{cz}}}{\lambda_{\text{iz}} + \alpha_{\text{cz}} \cdot b_{\text{iz}}} = \frac{0,15 \cdot 107}{0,15 + 107 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} = 79 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Obwód łączny obu prętów wychodzących ze żłobka wirnika, liczony w połowie grubości izolacji:

$$u_{\text{cz}} = 4(20 + 0,5 + 3,5 + 0,5) 10^{-3} = 0,098 \text{ m}.$$

Suma przekrojów miedzi w żłobku:

$$f_{\text{Cu}} = 2 \cdot 69 \cdot 10^{-6} = 1,38 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Współczynnik cieplny oporu dla miedzi:

$$\alpha = 0,004 \text{ } 1/^\circ\text{C}$$

Straty w miedzi przy temperaturze wychodzącego z kanałów powietrza:

$$\Delta P_{\text{Cu2}(49)} = \Delta P_{\text{Cu2}(20)} [1 + \alpha(49 - 20)] = 6020 \cdot 1,116 = 6730 \text{ W}.$$

Straty na 1 m³ miedzi:

$$v_{\text{ocz}} = \frac{\Delta P_{\text{Cu2}(49)}}{\dot{Z}_2 f_{\text{Cu}} L_{\text{pr}}} = \frac{6730}{72 \cdot 1,38 \cdot 10^{-4} \cdot 0,88} = 771000 \text{ W/m}^3.$$

Współczynnik powierzchni chłodzonej [5]: $k_0 = 0,72$,

$$a_{\text{cz}}^2 = \frac{1}{\lambda_{\text{Cu}}} \left[\lambda_{\text{cz}} \frac{u_{\text{cz}}}{f_{\text{Cu}}} k_0 - \alpha v_{\text{ocz}} \right] = \frac{1}{380} \left[79 \frac{0,098 \cdot 0,72}{1,38 \cdot 10^{-4}} - 0,004 \cdot 771000 \right] = 98,8,$$

$$a_{\text{cz}} = 9,95,$$

$$b_{\text{cz}} = \frac{v_{\text{ocz}}}{\lambda_{\text{Cu}}} = \frac{771000}{380} = 2030.$$

Równanie ruchu ciepła w żłobku:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - a_z^2 \vartheta + b_z = 0.$$

Przewodność cieplna izolacji we wszystkich żłobkach wirnika:

$$\lambda_{\text{iz}} = \lambda_{\text{iz}} \frac{u_{\text{iz}} L_{\text{Fe}} \dot{Z}_2}{b_{\text{iz}z}} = \frac{0,15 \cdot 0,088 \cdot 0,44 \cdot 72}{0,9 \cdot 10^{-3}} = 465 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

Do znalezienia przewodności cieplnych potrzebnych do obliczenia współczynników tego równania ruchu ciepła posłużymy się schematem cieplnym wycinka rys. 4. Ogólny opór cieplny jarzma wycinka znajdziemy dodając opory części żelaznych $R'_{je,d,c,b,a}$ i opory przejścia ciepła do powietrza R'_{kj} , jeżeli są połączone w szereg, lub odpowiednie przewodności, jeśli połączenie ich jest równoległe:

$$R'_j = 21,67^\circ\text{C/W},$$

$$\Lambda'_j = 0,0462 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

Całkowita przewodność cieplna połowy długości wszystkich zębów, części żelaznych jarzma i przejścia do powietrza w kanałach jarzma (przy $\Delta H_k = 33 \text{ kG/m}^2$) jest:

$$\Lambda_{z-kj(33)} = \frac{L_{Fe} \dot{Z}_2}{0,5R'_z + R'_j} = \frac{44 \cdot 72}{0,5 \cdot 7,9 + 21,67} = 123,5 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

Do tej przewodności, aby otrzymać całkowitą przewodność cieplną od zębów do powietrza, trzeba dodać przewodność do kanałów w zębach, pomnożoną przez:

$$\begin{aligned} k_k &= \frac{\vartheta_{kz}}{\vartheta_{kz} + \vartheta_{pkz} - \vartheta_{pkj}} = \frac{R'_{kz} \cdot p'_{kz}}{R'_{kz} p'_{kz} + 2,3 \frac{p'_{kz}}{V_{kz(33)}} - 2,3 \frac{p'_{ja}}{180V''_{kj(33)}}} = \\ &= \frac{49,7 \cdot 0,97}{49,7 \cdot 0,97 + 2,3 \frac{0,97}{0,0685} - 2,3 \frac{2,44}{180 \cdot 1,525 \cdot 10^{-3}}} = 0,795. \end{aligned}$$

Całkowita zastępcza przewodność cieplna od zębów do powietrza:

$$\Lambda_{z-p(33)} = k_k \Lambda_{kz(33)} + \Lambda_{z-kj(33)} = 0,795 \cdot 64 + 123,5 = 174 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

Współczynniki równania ruchu ciepła w żłobku

$$a_z^2 = \frac{1}{\lambda_{Cu}} \left[\frac{\Lambda_{iz} \Lambda_{z-p(33)}}{f_{Cu} L_{Fe} \dot{Z}_2 (\Lambda_{iz} + \Lambda_{z-p(33)})} - \alpha v_{oz} \right].$$

Straty w miedzi na 1 m^3 przy temperaturze powietrza $\vartheta_{pkj} = 44^\circ\text{C}$

$$v_{oz} = \frac{\Delta P_{Cu2(20)} [1 + 0,004 \cdot (44 - 20)]}{f_{Cu} L_{pr_2} \dot{Z}_2} = \frac{6020 \cdot 1,096}{1,38 \cdot 10^{-4} \cdot 0,88 \cdot 72} = 755000 \text{ W/m}^3.$$

Po podstawieniu wartości liczbowych:

$$a_z^2 = \frac{1}{380} \left[\frac{465 \cdot 174}{1,38 \cdot 10^{-4} \cdot 0,44 \cdot 72 (465 + 174)} - 0,004 \cdot 755000 \right] = 68,4,$$

$$a_z = 8,28,$$

$$\begin{aligned} b_z &= \frac{1}{\lambda_{Cu}} \left[\frac{\Delta P_{Fe} \Lambda_{iz}}{f_{Cu} L_{Fe} \dot{Z}_2 (\Lambda_{iz} + \Lambda_{z-p(33)})} + v_{oz} \right] = \\ &= \frac{1}{380} \left[\frac{6745 \cdot 465}{1,38 \cdot 10^{-4} \cdot 0,44 \cdot 72 (465 + 174)} + 755000 \right] = 4940. \end{aligned}$$

Współczynnik pomocniczy:

$$e = a_{cz} \sinh \frac{a_{cz} L_{cz}}{2} \cosh \frac{a_z L_{Fe}}{2} + a_z \sinh \frac{a_z L_{Fe}}{2} \cosh \frac{a_{cz} L_{cz}}{2} =$$

$$= 9,95 \sinh \frac{9,95 \cdot 0,44}{2} \cosh \frac{8,25 \cdot 0,44}{2} + 8,25 \sinh \frac{8,25 \cdot 0,44}{2} \cosh \frac{9,95 \cdot 0,44}{2} = 249,$$

$$2A_1 = \left[\frac{b_z}{a_z^2} - \frac{b_{cz}}{a_{cz}^2} \right] \frac{a_z}{e} \sinh \frac{a_z L_{Fe}}{2} = \left[\frac{4940}{68,4} - \frac{2030}{98,8} \right] \cdot \frac{8,28}{249} \cdot 3,005 = 5,16,$$

$$2A_2 = \left[\frac{b_{cz}}{a_{cz}^2} - \frac{b_z}{a_z^2} \right] \frac{a_{cz}}{e} \sinh \frac{a_{cz} L_{cz}}{2} = \left[\frac{2030}{98,8} - \frac{4940}{68,4} \right] \cdot \frac{9,95}{249} \cdot 4,38 = -9,0,$$

$$\vartheta'_{max(33)} = \frac{b_z}{a_z^2} + 2A_2 = \frac{4940}{68,4} - 9,0 = 63,2 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\vartheta_{max(33)} = \vartheta'_{max(33)} + \vartheta_{pkj} + \vartheta_{pw} = 63,2 + 20 + 4 = 87,2 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\vartheta'_{sr(33)} = \frac{2}{L_{Fe} + L_{cz}} \left[\frac{2A_1}{a_{cz}} \sinh \frac{a_{cz} L_{cz}}{2} + \frac{b_{cz} L_{cz}}{2a_{cz}^2} + \frac{2A_2}{a_z} \sinh \frac{a_z L_{Fe}}{2} + \frac{b_z L_{Fe}}{2a_z^2} \right] =$$

$$= \frac{1}{0,44} \left[\frac{5,16 \cdot 4,38}{9,95} + \frac{2030 \cdot 0,44}{2 \cdot 98,8} - \frac{9,0 \cdot 3,005}{8,28} + \frac{4940 \cdot 0,44}{2 \cdot 68,4} \right] = 44,4 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\vartheta_{sr(33)} = \vartheta'_{sr} + 0,5 \vartheta_{pmax} = 44,4 + 0,5 \cdot 33 = 60,9 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Te przyrosty temperatury, tak maksymalny jak i średni, są dopuszczalne dla izolacji klasy B.

5.1.6. Sprawdzenie

Do określenia współczynników a_z i b_z równania ruchu ciepła dla części leżącej w żłobkach, użyte zostały dane otrzymane z obliczeń według schematu wycinka przy założeniu, że ciepło nie płynie wzdłuż miedzi, a więc w innych warunkach niż istnieją w rzeczywistości określonej tym równaniem. Może to być powodem niedokładności, w szczególności chodzi tu o sprawdzenie temperatury powietrza w kanałach zębów do temperatury powietrza w kanałach jarzma i o nieuwzględnienie przy obliczaniu przewodności cieplnej izolacji A_{iz} tego, że prąd cieplny wychodzący z miedzi rozdziela się nierówno na dwie strony żłobka.

Założenie, że ciepło nie płynie wzdłuż prętów uzwojenia jest równoznaczne z podstawieniem do równania ruchu ciepła $\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = 0$. Wtedy, do obliczenia maksymalnego przyrostu temperatury równanie dla czoł nie ma znaczenia, a równanie dla części żłobkowej upraszcza się do: $\vartheta = \frac{b_z}{a_z^2}$ i wyraża przyrost temperatury miedzi ponad temperaturę, jaką

ma powietrze w kanałach jarzma na odległości $0,8 L_{Fe}$ od wejścia. Maksymalny więc przyrost w stosunku do temperatury wchodzącego do maszyny powietrza będzie:

$$\vartheta_{max(33)}^{(s)} = \frac{b_z}{a_z^2} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pkj} = \frac{4940}{68,4} + 4 + 20 = 96,2^\circ\text{C}.$$

Jest to temperatura różniąca się mniej niż o 1°C od tej, którą otrzymano bezpośrednio ze schematu wycinka, bez wyżej wymienionych zmian, to jest od $\vartheta_{max(33)}^{(+)}$.

5.2. OBLICZENIE WENTYLACYJNE I CIEPLNE STOJANA

5.2.1. Wymiary rdzenia i uzwojenia

Bok kwadratu $a = 75$ cm, średnica obcięcia rogów blachy stojana $D_r = 85$ cm, średnica wewnętrzna stojana $D = 49,5$ cm, długość żelaza $L_{Fe} = 44$ cm, liczba żłobków stojana $\dot{Z}_1 = 60$, wysokość zęba stojana $h_z = 6,2$ cm, szerokość zęba stojana $b_z = 1,36$ cm, szerokość żłobka stojana $b_z = 1,23$ cm, uzwojenie dwuwarstwowe, 2×10 przewodów w żłobku: Cu $7 \times 1,7/7,5 \times 2,2$ o przekroju $s_{Cu} = 11,5 \text{ mm}^2$, długość połowy zwoju $L_{pr} = 110$ cm.

Kanały osiowe w co drugim zębie według rys. 3. Przekrój jednego kanału osiowego w zębie: $q'_{kz} = 3,55 \text{ cm}^2$, wszystkich: $q_{kz} = 0,5 \dot{Z}_1 q'_{kz} = 106 \text{ cm}^2$.

Kanały w jarzmie: pakiety blach ułożone są w 3 pozycjach, jak to jest pokazane na aksonometrycznym szkicu, rys. 1, każdy następny jest przekręcony o 30 stopni w stosunku do poprzedniego. Razem jest 12 pakietów. W każdym z rogów są 24 otwory o średnicy $2,2$ cm. Utworzone w ten sposób kanały osiowe są poprzerywane na 4 części każdy przez 4 kanały śrubowe. Ogółem jest 96 kanałów osiowych (a) o długości $4 \times 7,4$ cm każdy i 48 kanałów (b) $4 \times 3,7$ cm każdy.

5.2.2. Obliczenie wentylacyjne kanałów w zębach

Przekrój kanału (z uwzględnieniem nierównomierności rozstawienia żłobków przez współczynnik 0,95) wynosi: $q'_{kz} = 3,55 \text{ cm}^2$. Obwód przekroju kanału: $u_{kz} = 10,7$ cm. Zastępcza średnica do obliczenia współczynnika oporu aerodynamicznego tarcia:

$$d'_{kz} = \frac{4q'_{kz}}{u_{kz}} = 1,33 \text{ cm}.$$

Współczynnik oporu aerodynamicznego tarcia powietrza o ściany kanałów

$$\xi_{tkz} = 0,005 \frac{L_{Fe}}{d'_{kz}} = 0,165,$$

$$\text{opór } Z_{kz} = \frac{\xi_{zw} + \xi_{tkz} + \xi_{roz}}{q_{kz}^2} = \frac{0,031 + 0,165 + 0,04}{1,06^2 \cdot 10^{-4}} = 2120.$$

$$\text{Wydatek } V_{kz(33)} = \sqrt{\frac{\Delta H_k}{Z_{kz}}} = \sqrt{\frac{33}{2120}} = 0,125 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$\text{Prędkość powietrza } v_{kz(33)} = \frac{V_{kz(33)}}{q_{kz}} = 11,6 \text{ m/s}.$$

Przy tej prędkości powietrza, z krzywych Luke dla tego miejsca w kanale, w którym strumień jest najbardziej uspokojony, a więc odbieranie ciepła najgorsze, współczynnik $\alpha_{kz(33)} = 55 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Powierzchnia i przewodność cieplna ścianek kanałów w zębach są:

$$F_{kz} = 0,5 \dot{Z}_1 u_{kz} L_{Fe} = 1,41 \text{ m}^2,$$

$$A_{kz(33)} = \alpha_{kz(33)} F_{kz} = 77,5 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

5.2.3. Obliczenie wentylacyjne kanałów w jarzmie

Współczynniki oddawania ciepła brane będą według krzywych Luke, średnie dla kanałów o długości równej dwóm albo jednej grubości pakietu częściowego, ponieważ przy każdym przejściu przez kanał śrubowy, powstaje ponowne zawirowanie powietrza.

Kanały a)

$$q_a = 3,66 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad F_a = 1,96 \text{ m}^2,$$

$$\sum \xi_a = 0,249, \quad Z_a = 186, \quad V_{a(33)} = 0,423 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$v_{a(33)} = 11,5 \text{ m/s}, \quad \alpha_{a(33)} = 101 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad A_{a(33)} = 198 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

Kanały b)

$$q_b = 1,83 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad F_b = 0,49 \text{ m}^2,$$

$$\sum \xi_b = 0,216, \quad Z_b = 645, \quad V_{b(33)} = 0,226 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$v_{b(33)} = 12,3 \text{ m/s}, \quad \alpha_{b(33)} = 116 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$A_{b(33)} = 57 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

W skład $\sum \xi$ wchodzi współczynniki oporu tarcia, obliczane jak poprzednio, współczynniki zwężenia przy wejściu i rozszerzenia przy wyjściu z rdzenia, takie same jak dla wirnika oraz 3-krotnego rozszerzenia i zwężenia — przy przejściach przez kanały śrubowe.

Kanały śrubowe: łączny przekrój $q_{sr} = 0,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $L_{sr} = 2,5 \text{ m}$, $d'_{sr} = 4,25 \text{ cm}$, współczynnik oporu (24 ostre zakręty) $\sum \xi_{sr} = 1,78$, $Z_{sr} = 31900$, $V_{sr(33)} = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$, $v_{sr(33)} = 4 \text{ m/s}$, $\alpha_{sr} = 20 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$, $F_{sr} = 1,13 \text{ m}^2$, $A_{sr(33)} = 23 \text{ W/}^\circ\text{C}$.

Łączna przewodność cieplna kanałów jarzma stojana:

$$A_{kj(33)} = A_{a(33)} + A_{b(33)} + A_{sr(33)} = 278 \text{ W/}^\circ\text{C}.$$

5.2.4. Przewodności i opory cieplne wycinka rdzenia statora o długości 1 cm, ograniczonego osiami sąsiednich zębów, położonego o $0,8 L_{Fe}$ od wejścia do kanałów

Grubość izolacji między miedzią a żelazem: $b_{iz} = 0,265$ cm. Część obwodu żłobka, przez którą przechodzi ciepło, liczona na połowie grubości izolacji: $u'_{iz} = 2 \cdot 20 \cdot 0,22 + 0,75 + 3 \cdot 0,265 = 10,34$ cm

$$A'_{iz} = \frac{\lambda_{iz} 0,5 u'_{iz}}{b_{iz}} = 0,027 \text{ W/}^{\circ}\text{C}, \quad R'_{iz} = 37 \text{ }^{\circ}\text{C/W},$$

$$A'_{kz(33)} = \frac{A_{kz(33)}}{\dot{Z}_1 L_{Fe}} = \frac{77,5}{60 \cdot 44} = 0,0293 \text{ W/}^{\circ}\text{C}, \quad R'_{kz(33)} = 34 \text{ }^{\circ}\text{C/W},$$

$$A'_z = \frac{\lambda_{Fe} 0,5 b_z}{0,5 h_z} = \frac{0,6 \cdot 0,5 \cdot 1,36}{0,5 \cdot 6,2} = 0,131 \text{ W/}^{\circ}\text{C}, \quad R'_z = 7,6 \text{ }^{\circ}\text{C/W}.$$

Ze względu na to, że w stojanie są straty w jarzmie (które lokujemy w jego środku) dzielimy jarzmo na 3 części: *ja* — wewnętrzny pierścień ($0,5 h_j$), *jb* — zewnętrzny pierścień, oraz *jc* — rogi blach z otworami. Odpowiednie przewodności i opory cieplne są:

$$A'_{ja} = \frac{\lambda_{Fe} 3,14 \cdot D_{ja sr}}{\dot{Z}_1 0,5 h_j} = 0,6 \cdot 3,14 \cdot \frac{65,5}{60 \cdot 0,5 \cdot 7,5} = 0,55 \text{ W/}^{\circ}\text{C}, \quad R'_{ja} = 1,82 \text{ }^{\circ}\text{C/W},$$

$$A'_{jb} = \frac{\lambda_{Fe} 3,14 \cdot D_{jb sr}}{\dot{Z}_1 0,5 h_j} = \frac{0,6 \cdot 3,14 \cdot 73}{60 \cdot 0,5 \cdot 7,5} = 0,613 \text{ W/}^{\circ}\text{C}, \quad R'_{jb} = 1,63 \text{ }^{\circ}\text{C/W},$$

$$A'_{jc} = \frac{\lambda_{Fe} b_{jc sr}}{l_{jc}} = \frac{0,6 \cdot 1,8}{4} = 0,27 \text{ W/}^{\circ}\text{C}, \quad R'_{jc} = 3,7 \text{ }^{\circ}\text{C/W},$$

gdzie $b_{jc sr}$ i l_{jc} — wymiary odcinka 1 podziałki żłobkowej jarzma.

Przewodność i opór cieplny ścianek kanałów w jarzmie:

$$A'_{kj(33)} = \frac{A_{kj(33)}}{\dot{Z}_1 \cdot L_{Fe}} = \frac{278}{60 \cdot 44} = 0,105 \text{ W/}^{\circ}\text{C}, \quad R'_{kj(33)} = 9,5 \text{ }^{\circ}\text{C/W}.$$

Przyrosty temperatury powietrza w kanałach w zębach i w kanałach w jarzmie, w miejscach odległych o $0,8 L_{Fe}$ od wejścia:

$$\vartheta_{pkz} = \frac{0,8 L_{Fe} \dot{Z}_1}{1100 \cdot V_{kz}} \cdot p'_{kz} = 15,3 p'_{kz},$$

$$\vartheta_{pkj} = \frac{0,8 L_{Fe} \dot{Z}_1}{1100 \cdot V_{kj}} \cdot p'_{kj} = 2,84 p'_{kj}.$$

5.2.5. Źródła ciepła w wycinku

W miejscu największego przyrostu temperatury, który w tym przykładzie może wynosić 90°C , straty w miedzi muszą być obliczane przy temperaturze $20 + 90 = 110^{\circ}\text{C}$

$$p'_{Cu1(110)} = \frac{\Delta P_{Cu1(75)}(1 + 35 \cdot \alpha)}{\dot{Z}_1 L_{pr1}} = \frac{8380 \cdot 1,14}{60 \cdot 110} = 1,45 \text{ W}.$$

Straty w zębach, łącznie ze wszystkimi stratami dodatkowymi przy obciążeniu, określonymi na 0,5% mocy, tj. 2500 W, przeliczone na jeden odcinek:

$$p'_{z1} = \frac{\Delta P_{z1} + \Delta P_{dod, obc}}{\dot{Z}_1 \cdot L_{Fe}} = \frac{1320 + 2500}{60 \cdot 44} = 1,44 \text{ W.}$$

Straty w jarzmie:

$$p'_{j1} = \frac{\Delta P_{j1}}{\dot{Z}_1 \cdot L_{Fe}} = \frac{4970}{60 \cdot 44} = 1,88 \text{ W.}$$

5.2.6. Obliczenie przyrostów temperatury według schematu na rys. 5

1) Przez ząb bez kanału do kanałów w jarzmie

$$\begin{aligned} \vartheta_{iz} &= R'_{iz} p'_{iz} = 37 \cdot 0,62 = 22,9 \\ \vartheta_z &= R'_z p'_z = 7,6 \cdot 1,34 = 10,2 \\ \vartheta_{ja} &= R'_{ja} p'_{ja} = 1,82 \cdot 1,66 = 3,1 \\ \vartheta_{jb} &= R'_{jb} p'_{jb} = 1,63 \cdot 3,54 = 5,8 \\ \vartheta_{jc} &= \frac{R'_{jc} p'_{jc}}{3} = \frac{3,7 \cdot 3,54}{3} = 4,4 \\ \vartheta_{kj} &= R'_{kj} p'_{kj} = 9,5 \cdot 3,54 = 33,8 \\ \vartheta_{pkj} &= 2,84 p'_{kj} = 10,1 \\ \vartheta_{pw} &= 4,0 \\ \text{razem} & \quad 94,1^\circ \text{C} \end{aligned}$$

2) Przez ząb kanałem do kanałów w jarzmie

$$\begin{aligned} \vartheta''_{iz} &= R'_{iz} p''_{iz} = 37 \cdot 0,83 = 30,7 \\ \vartheta_z &= R'_z p'_z = 7,6 \cdot 0,32 = 2,5 \\ \vartheta_{ja} &= 3,1 \\ \vartheta_{jb} &= 5,8 \\ \vartheta_{jc} &= 4,4 \\ \vartheta_{kj} &= 33,6 \\ \vartheta_{pkj} &= 10,1 \\ \vartheta_{pw} &= 4,0 \\ \text{Razem} & \quad 95,2^\circ \text{C} \end{aligned}$$

3) W poprzek zęba do kanału w nim

$$\begin{aligned} \vartheta'_{iz} &= R'_{iz} p'_{iz} = 37 \cdot 0,83 = 30,7 \\ \vartheta_{kz} &= R'_{kz} p'_{kz} = 34 \cdot 1,23 = 41,9 \\ \vartheta_{pkz} &= 15,3 \cdot p'_{kz} = 18,8 \\ \vartheta_{pw} &= 4,0 \\ \text{Razem} & \quad 95,4^\circ \text{C} \end{aligned}$$

Nie obliczając dalszych przybliżeń można przyjąć, że rozptyw prądów ciepła oznaczony liczbami watów przy strzałkach na rys. 5 jest właściwy; przyrost temperatury miedzi (w założeniu, że ciepło nie płynie do czoł) wynosi:

$$\vartheta_{\max(33)}^{(+)} = 95^{\circ}\text{C}.$$

5.2.7. Obliczenie przyrostów temperatury metodą równań ruchu ciepła

Z poprzedniego obliczenia otrzymać można, tak jak dla wirnika, współczynnik pozwalający sprowadzić ϑ_{pkz} do ϑ_{pkj} :

$$k_k = \frac{\vartheta_{kz}}{\vartheta_{kz} + \vartheta_{pkz} - \vartheta_{pkj}} = \frac{41,9}{41,9 + 18,8 - 10,1} = 0,83.$$

Przy obliczaniu stojana występuje dodatkowa trudność, polegająca na tym, że w stojanie straty w żelazie występują nie tylko w zębach, lecz również i w jarzmie. Fakt, że ciepło strat w żelazie jest wydzielane w różnych miejscach, utrudnia obliczenie współczynników wchodzących w skład wyrazu b_z równania dla części leżących w żłobkach. Aby to rozwiązać trzeba było zmienić schemat rys. 5 na taki, jaki jest na rys. 6. Wszystkie straty w żelazie są na nim ulokowane na styku zębów z jarzmem. Wtedy łatwo jest ułożyć wzór na tę część wyrazu b_z , która oznacza ciepło na m^3 miedzi przychodzące z żelaza.

Schemat na rys. 6 można przedstawić tak, jak na rys. 7, gdzie:

$$A'_I = \frac{2}{R'_{iz} + R'_z} = \frac{2}{37,0 + 7,6} = 0,0448,$$

$$A_I = A'_I \cdot \dot{Z}_1 \cdot L_{\text{Fe}} = 118 \text{ W}/^{\circ}\text{C}$$

jest to przewodność cieplna do miedzi,

$$A'_{II} = \frac{1}{\frac{2}{3} R'_z + \frac{R'_{kz}}{k_k}} + \frac{1}{R'_{ja} + R'_{jb} + R'_{jc} + R'_{kj}} = 0,092 \text{ W}/^{\circ}\text{C},$$

$$A_{II} = A'_{II} \cdot \dot{Z}_1 \cdot L_{\text{Fe}} = 243 \text{ W}/^{\circ}\text{C}$$

przewodność cieplna do powietrza.

Aby się przekonać, jakiego rzędu wielkości błąd w obliczeniu temperatury może wywołać uproszczenie schematu 5 na schemat 6 lub 7, obliczymy przyrost temperatury według tego ostatniego:

$$\vartheta_I = \frac{P'_{\text{Cu}(110)}}{A'_I} = \frac{1,45}{0,0448} = 32,4^{\circ}\text{C},$$

$$\vartheta_{II} = \frac{P'_{\text{Cu}(110)} + P'_z + P'_j}{A'_{II}} = \frac{4,77}{0,092} = 51,7^{\circ}\text{C},$$

$$\vartheta_{pkj} = 10,1^{\circ}\text{C}$$

$$\vartheta_{pw} = 4,0^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Razem} \quad 98,2^{\circ}\text{C}$$

Jak widać, różnica w wyniku, spowodowana uproszczeniem schematu, wynosi zaledwie 3°C; nie jest ona prawdopodobnie większa niż inne błędy obliczenia, wynikające np. z trudności ustalenia prędkości powietrza w czołach. Można więc użyć A_I i A_{II} do obliczenia współczynników równań ruchu ciepła, tym bardziej że kierunek wywołanego tym błędu daje rezerwę w obliczeniu.

Równanie ruchu ciepła w czołach stojana

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - a_{cz}^2 \vartheta + b_{cz} = 0.$$

Do obliczenia współczynników tego równania, prędkość powietrza omywającego czoła uzwojeń przyjęta została w zależności od prędkości obwodowej wirnika: $v_p = 0,45 v_w = 17,3$ m/s. Przy tej prędkości, według krzywych Luke: $\alpha_{cz} = 99$ W/m² °C. Przy przewodności cieplnej właściwej izolacji: $\lambda_{iz} = 0,15$ W/m °C i grubości izolacji czoł: $b_{iz,cz} = 0,255$ cm, wypadkowy współczynnik oddawania ciepła:

$$\lambda_{cz} = \frac{\lambda_{iz} \alpha_{cz}}{\lambda_{iz} + \alpha_{cz} b_{izcz}} = \frac{0,15 \cdot 99}{0,15 + 99 \cdot 2,55 \cdot 10^{-3}} = 36,9 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Obwód obu boków cewek liczony po środku grubości izolacji:

$$u_{cz1} = 4(10 \cdot 2,2 + 2,5 + 7,5 + 2,5) 10^{-3} = 0,138 \text{ m}.$$

Przekrój miedzi dwóch boków cewek: $f_{Cu1} = 20 \cdot 11,5 \cdot 10^{-6} = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

Temperatura powietrza przy czołach uzwojeń stojana wynosi:

$$20 + \vartheta_{pcz1} = 41 \text{ } ^\circ\text{C},$$

bo

$$\vartheta_{pcz1} = \vartheta_{pw} + \frac{L_{Fe} \dot{Z}_1 P'_{kj}}{1100 V_{kj}} + \vartheta_{pw} = 4 + \frac{44 \cdot 60 \cdot 3,54}{1100 \cdot 0,679} + 4 = 21 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Straty w miedzi przy tej temperaturze:

$$\Delta P_{Cu(41)} = \frac{\Delta P_{Cu(75)}}{1 + \alpha \cdot 34} = \frac{8770}{1,136} = 7750 \text{ W},$$

$$v_{o1} = \frac{\Delta P_{Cu(41)}}{\dot{Z}_1 f_{Cu1} L_{pr}} = \frac{7750}{60 \cdot 2,3 \cdot 10^{-4} \cdot 1,1} = 5,11 \cdot 10^5 \text{ W/m}^3,$$

$$a_{cz}^2 = \frac{1}{\lambda_{Cu}} \left[\lambda_{cz} \frac{u_{cz1}}{f_{Cu1}} k_{o1} - \alpha v_{o1} \right] = 44,1, \quad a_{cz} = 6,65,$$

gdzie:

$$\alpha = 0,004 \text{ 1/} ^\circ\text{C},$$

$k_{o1} = 0,85$ — współczynnik wykorzystania powierzchni czoł

$$b_{cz} = \frac{v_{o1}}{\lambda_{Cu}} = 1345.$$

Równanie ruchu ciepła w żłóbkach stojana:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - a_z^2 \vartheta + b_z = 0,$$

grubość izolacji w żłóbkach: $b_{iz_z} = 0,265$ cm.

Przewodność cieplna od przyjętego w schemacie uproszczonym miejsca źródła ciepła strat w żelazie do miedzi w żłobku:

$$\Lambda_I = 118 \text{ W/}^\circ\text{C},$$

a do powietrza we wszystkich kanałach:

$$\Lambda_{II} = 243 \text{ W/}^\circ\text{C}$$

$$a_z^2 = \frac{1}{\lambda_{\text{Cu}}} \left[\frac{\Lambda_I \cdot \Lambda_{II}}{\Lambda_I + \Lambda_{II} f_{\text{Cu}_1} L_{\text{Fe}} \dot{Z}_1} - \alpha v'_{o_1} \right] = 29,2,$$

$$a_z = 5,41.$$

W tym wzorze $v'_{o_1} = 4,98 \cdot 10^5 \text{ W/m}^3$ jest obliczone ze strat w miedzi nie przy 20°C , lecz przy temperaturze powietrza w najcieplejszym miejscu maszyny, która wynosi: $20 + 4 + 10 = 34^\circ\text{C}$

$$b_z = \frac{1}{\lambda_{\text{Cu}}} \left[\frac{\Delta P_{\text{Fe}} \cdot \Lambda_I}{\Lambda_I + \Lambda_{II} f_{\text{Cu}_1} L_{\text{Fe}} \dot{Z}_1} + v'_{o_1} \alpha \right] = 2570.$$

Wielkość pomocnicza, wprowadzona przy rozwiązywaniu równań:

$$\begin{aligned} e &= a_{cz} \sinh \frac{a_{cz} L_{cz}}{2} \cosh \frac{a_z L_{\text{Fe}}}{2} + a_z \sinh \frac{a_z L_{\text{Fe}}}{2} \cdot \cosh \frac{a_{cz} L_{cz}}{2} = \\ &= 6,65 \sinh \frac{6,65 \cdot 0,66}{2} \cosh \frac{5,41 \cdot 0,44}{2} + 5,41 \sinh \frac{5,41 \cdot 0,44}{2} \cosh \frac{6,65 \cdot 0,66}{2} = 89,8; \end{aligned}$$

$$2A_1 = \left[\frac{b_z}{a_z^2} - \frac{b_{cz}}{a_{cz}^2} \right] \frac{a_z}{e} \sinh \frac{a_z L_{\text{Fe}}}{2} = \left[\frac{2570}{29,2} - \frac{1345}{44,1} \right] \frac{5,41}{89,8} 1,49 = 4,88,$$

$$2A_2 = \left[\frac{b_{cz}}{a_{cz}^2} - \frac{b_z}{a_z^2} \right] \frac{a_{cz}}{e} \sinh \frac{a_{cz} L_{cz}}{2} = \left[\frac{1345}{44,1} - \frac{2570}{29,2} \right] \frac{6,65}{89,8} 4,45 = -17,7;$$

$$\vartheta'_{\max(33)} = \frac{b_z}{a_z^2} + 2A_2 = \frac{2570}{29,2} - 17,7 = 70,3^\circ\text{C},$$

$$\vartheta_{\max(33)} = \vartheta'_{\max(33)} + \vartheta_w + \vartheta_{pkj} = 70,4 + 4 + 10,1 = 84,4^\circ\text{C},$$

$$\begin{aligned} \vartheta'_{sr(33)} &= \frac{2}{L_{\text{Fe}} + L_{cz}} \left[\frac{2A_1}{a_{cz}} \sinh \frac{a_{cz} L_{cz}}{2} + \frac{b_{cz} L_{cz}}{2a_{cz}^2} + \frac{2A_2}{a_z} \sinh \frac{a_z L_{\text{Fe}}}{2} + \frac{b_z L_{\text{Fe}}}{2a_z^2} \right] = \\ &= \frac{2}{1,1} \left[\frac{4,88}{6,65} \sinh 2,2 + \frac{1345 \cdot 0,66}{2 \cdot 44,1} - \frac{17,7}{5,41} \sinh 1,19 + \frac{2570 \cdot 0,44}{2 \cdot 29,2} \right] = 51^\circ\text{C}, \end{aligned}$$

$$\vartheta_{sr(33)} = \vartheta'_{sr(33)} + 0,5\vartheta_{pcz_1} = 51 + 0,5 \cdot 21 = 61,5^\circ\text{C}.$$

6. OBLICZENIE CZĘŚCI WEJŚCIOWEJ I WYJŚCIOWEJ OBWODU WENTYLACYJNEGO SILNIKA

Wymiary otworów w tarczach łożyskowych i w osłonach wzięte są takie same, jak w najnowszych projektach silnika odpowiedniej mocy z wentylacją promieniową. Wentylator odśrodkowy o prostych łopatkach zaprojektowany będzie dla potrzebnego przepływu powietrza i ciśnienia.

6.1. Opory hydrauliczne części wlotowej

Przekrój otworów wlotowych (dwóch), o długości 0,36 m każdy i szerokości 0,335 m, zredukowany o 20% przez siatkę z blachy, wynosi: $q_{wej1} = 2 \cdot 0,8 \cdot 0,36 \cdot 0,335 = 0,193 \text{ m}^2$, opór wejścia:

$$Z_{wej1} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{q_{wej1}^2} = 0,8.$$

Zmiana przekroju po przejściu otworów w tarczy (kwadratowej) na przekrój dwóch prostokątów ograniczonych przez wysokość (bok kwadratu) tarczy: $w_t = 0,86 \text{ m}$ i głębokość $g_t = 0,21 \text{ m}$:

$$q_{wej2} = 2 \cdot w_t \cdot g_t = 0,36 \text{ m}^2.$$

Stąd drugi opór wejścia:

$$Z_{wej2} = \left(\frac{q_{wej2}}{q_{wej1}} - 1 \right)^2 \cdot \frac{6,1 \cdot 10^{-2}}{q_{wej2}^2} = 0,35.$$

Przy przejściu przez osłonę w tarczy wejściowej występuje zwężenie i rozszerzenie strugi powietrza. Przekrój otworu w osłonie, która ma średnicę 0,48 m, po odjęciu przekroju wału, którego średnica jest 0,15 m, wynosi:

$$q_{wej3} = \frac{3,14}{4} (0,48^2 - 0,15^2) = 0,163 \text{ m}^2.$$

Opór

$$Z_{wej3} = \frac{(3+6,1) \cdot 10^{-2}}{q_{wej3}^2} = 3,4.$$

6.2. Opory hydrauliczne części wylotowej

Wejście powietrza do wentylatora to ostry zakręt o 90° i zmniejszenie przekroju ograniczonego okręgami o średnicach 0,525 m i 0,175 m (wał w tym miejscu): $q_{wyj4} = 0,245 \text{ m}^2$ do przekroju wentylatora na średnicy 0,52 m, przy szerokości 0,088 m i przy zasłonięciu 8% przekroju przez łopatki:

$$q_{went4} = 3,14 \cdot 0,92 \cdot 0,52 \cdot 0,088 = 0,132 \text{ m}^2.$$

Opór z tych powodów wynosi:

$$Z_{went4} = \frac{2 \cdot 10^2}{q_{went4}^2} + \left(1 - \frac{q_{went4}}{q_{wyj4}} \right) \cdot \frac{3 \cdot 10^{-2}}{q_{went4}} = 1,96.$$

Rozszerzenie po wyjściu z wentylatora od przekroju wentylatora na średnicy 0,65 m, przy jego szerokości 0,07 m:

$$q_{went2} = 0,132 \text{ m}^2 \text{ do przekroju } q_{wyj5} = 3,14 \cdot 0,81 \cdot 0,175 = 0,445 \text{ m}^2,$$

$$Z_{wyj5} = \left(\frac{q_{wyj5}}{q_{went2}} - 1 \right)^2 \cdot \frac{6,1 \cdot 10^{-2}}{q_{wyj5}^2} = 1,71.$$

Wylot powietrza przez otwory w tarczy o łącznym przekroju

$$q_{wyl_6} = q_{wej_1} = 0,193 \text{ m}^2,$$

$$Z_{wyl_6} = \frac{5,6 \cdot 10^{-2}}{q_{wyl_6}^2} = 1,5.$$

7. PRZEPŁYW POWIETRZA I STRATY WENTYLACYJNE MASZyny

Przepływ przez kanały wirnika:

$$V_{wir} = V_{kz(33)} + V''_{kj(33)} \cdot 180 = 0,0685 + 1,525 \cdot 10^{-3} \cdot 180 = 0,343 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Przepływ przez kanały stojana:

$$V_{st} = V_{kz(33)} + V_{a(33)} + V_{b(33)} + V_{sr(33)} = 0,125 + 0,423 + 0,226 + 0,03 = 0,804 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Całkowity przepływ powietrza chłodzącego przez maszynę:

$$V = V_{wir} + V_{st} = 1,147 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Całkowity spadek ciśnienia na wszystkich oporach maszyny (z wyjątkiem oporu wewnętrznego wentylatora):

$$\begin{aligned} H &= V^2(Z_{wej_1} + Z_{wej_2} + Z_{wej_3} + Z_{went_4} + Z_{wyj_5} + Z_{wyl_6}) + \Delta H_k = \\ &= 1,147^2(0,8 + 0,35 + 3,4 + 1,96 + 1,71 + 1,5) + 33 = 45,8 \text{ kG/m}^2. \end{aligned}$$

Straty wentylacyjne:

$$P_w = 9,81 \frac{H \cdot V}{\eta_w} = 9,81 \frac{45,8 \cdot 1,147}{0,18} = 2800 \text{ W};$$

η_w — sprawność wentylatora.

8. ANALIZA WYNIKÓW I WNIOSKI

Przedstawiona metoda obliczeniowa pozwala na przykładowe porównanie efektywności osiowych kanałów wentylacyjnych w zależności od ich kształtu i położenia. Jako wielkość porównawczą można wziąć moc odbieranego przez powietrze ciepła na jednostkę objętości kanału: $E = \frac{p'}{q}$. Obie te wielkości, odnoszące się do wycinka, są już obliczone a prądy ciepła p' wpisane na schematach rozplywu ciepła.

Kanały w zębach wirnika:

$$E_{kz_2} = \frac{p'_{kz} \cdot 2}{q_{kz}} = \frac{0,97 \cdot 2}{1,87} = 1,04 \text{ W/cm}^3.$$

Kanały w jarzmie wirnika położone najbliżej żłobków:

$$E_{kja} = \frac{p'_{kja} \cdot 2}{q'_{kj}} = \frac{0,54 \cdot 2}{1,3} = 0,83 \text{ W/cm}^3.$$

Kanały jarzma wirnika najdalsze od źródeł ciepła:

$$E_{kje} = \frac{p'_{kje} \cdot 2}{q'_{kj}} = \frac{0,45 \cdot 2}{1,3} = 0,69 \text{ W/cm}^3.$$

Kanały w zębach stojana:

$$E_{kz_1} = \frac{p'_{kz} \cdot 2}{q'_{kz}} = \frac{1,23 \cdot 2}{3,55} = 0,70 \text{ W/cm}^3.$$

Kanały w jarzmie stojana:

$$E_{kji} = \frac{p'_{kj} \cdot Z_1}{q'_{kj}} = \frac{3,54 \cdot 60}{366 + 183 + 75} = 0,34 \text{ W/cm}^3.$$

Co do efektywności tego rodzaju wentylacji osiowej maszyn indukcyjnych pierścieniowych rozpatrywanej mocy, można się spodziewać, że wystarczy ona do utrzymania temperatury w granicach dopuszczalnych dla klasy izolacji B, przy wymiarach gabarytowych i stratach na wentylację nie większych niż przy wentylacji promieniowej.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. A. E. Aleksiejew, Konstrukcja elektrycznych maszyn, Gosenergoizdat, Moskwa 1958.
2. B. Dubicki, Maszyny elektryczne, tom I, PWN, Warszawa 1958.
3. M. Liwschitz, Die elektrischen Maschinen, Bd III, Teubner, Berlin 1934.
4. G. E. Luke, Surface Heat Transfer in Electric Machines with Forced Air Flow, Transactions of A.I.E.E., 1926, p. 1036.
5. J. M. Postnikow, Projektowanie elektrycznych maszyn, GJTL, Kijów 1960.
6. R. Richter, Elektrische Maschinen, Bd I, Springer, Berlin 1936.
7. P. S. Siergiejew, N. W. Winogradow, F. A. Gorjainow, Projektowanie elektrycznych maszyn, Energija, Moskwa 1969.
8. E. Wiedemann, Neue Hochspannungs-Käfiglaufermotoren mittlerer Leistung, BBC Mitteilungen, Nr 9, 1967.
9. Opis patentowy PRL nr 63562.

H. S. KOZŁOWSKI, J. KOSK

THE INFLUENCE OF FORM AND POSITION OF AXIAL VENTILATING DUCTS ON EFFECTIVENESS OF COOLING OF ELECTRIC MACHINES

Summary

The effectiveness of taking off heat according to the form of axial ducts and to the position in which they occur is discussed on a calculating example of four-pole slip-ring motor, rated output being 500 kW, with axial ventilation having ducts in every other tooth, enlarged due to the fact that nuts are in pairs parallel (Figs. 1, 2 and 3).

In such a system of ducts, the calculation of constant coefficients of heat movement equation is obstructed, since the heating of air in the narrow tooth ducts is higher than in the yoke ducts. Thus, a calculation method has been worked out, assuming that the air in the tooth ducts is heated up to the same temperature as in the yoke ducts. To eliminate the error that arises the heat conductivity of the tooth duct wall to the air must be multiplied by correction coefficient k_k . The coefficient k_k must be chosen so that the heat flow

to the individual ducts be proper. This coefficient may be calculated by means of the scheme of heat current flow and of temperature decreases in a sector equal to one rotor tooth pitch (Fig. 4) and to one stator tooth pitch (Fig. 5 and after simplification — Figs. 6 and 7).

The calculation has demonstrated that in spite of the higher heating of air in the narrow tooth ducts, their effectiveness is greater than that of the yoke ducts; and that this effectiveness is crucial for the fact that temperature increases remain within admissible limits. This suggests a possibility of avoiding the radial ducts of mean-power motors, which are technologically unprofitable and produce noises.

H. S. KOZŁOWSKI, J. KOSK

EINFLUSS DER FORM UND LAGE DER AXIALVENTILATIONSKANÄLE AUF DIE KÜHLUNGSWIRKSAMKEIT ELEKTRISCHER MASCHINEN

Zusammenfassung

Am Berechnungsbeispiel eines vierpoligen Schleifringmotors mit Leistung 500 kW, Axialventilation und Kanälen in jedem zweiten Zahn, dessen Ausbreitung durch paarweise parallel auftretende Nuten (Abb. 1, 2 und 3) erreicht wurde, wurde die Wirksamkeit des Wärmeempfangs hinsichtlich der Form der Axialkanäle und deren Unterbringungsstelle untersucht.

Die Berechnung von konstanten Koeffizienten der Gleichungen betrifft Wärmebewegung ist hier dadurch erschwert, dass die Luftwärmung der schmalen Zahnkanäle höher ist, als diese der Jochkanäle.

Es wurde eine Berechnungsmethode bearbeitet deren Prinzip ist, dass die Luft in den Zahnkanälen bis zur gleichen Höhe erwärmt wird, wie in den Jochkanälen. Um den hierdurch entstandenen Fehler auszugleichen, wird die Wärmeleitfähigkeit der Kanalwand im Zahn für Luft durch den Koeffizienten k_k multipliziert. Der Koeffizient k_k muss dabei so gewählt werden, damit richtige Wärmeverteilung in den einzelnen Kanälen erreicht wird. Dieser Koeffizient wird mittels eines Wärmestromverteilungsschemas und des Temperaturabfalls in einem Ausschnitt, der einer Läuferfurnutteilung (Abb. 4), einer Ständerfurnutteilung (Abb. 5) und nach Vereinfachung Abb. 6 und 7 entspricht, berechnet. Die Berechnung ergab, dass trotz der grösseren Luftwärmung in den schmalen Zahnkanälen, ihre Wirksamkeit grosser ist, als in den Jochkanälen. Diese Wirksamkeit entscheidet auch über die Beständigkeit des Temperaturzuwachses in zulässigen Grenzen.

Dieses suggeriert die Möglichkeit die Anwendung von technologisch unvorteilhaften, syrenenartige Geräusche erzeugenden Radialkanälen bei Motoren mittlerer Leistungen zu vermeiden.

Х. С. КОЗЛОВСКИ, Я. КОСК

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ И РАЗМЕЩЕНИЯ АКСИАЛЬНЫХ ВЕНТИЛЯЦИОННЫХ КАНАЛОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОХЛАЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Резюме

На примере расчета асинхронного четырехполосного двигателя с фазным ротором, мощностью 500 квт с аксиальной вентиляцией с каналами в каждом втором зубце, благодаря чему зубцы попарно параллельны (рис. 1, 2 и 3), рассматривается эффективность охлаждения в зависимости от формы аксиальных каналов и их размещения. Расчет постоянных тепловых уравнений, при таком размещении каналов затруднительный ввиду того, что температура воздуха в узких каналах зубцов выше температуры воздуха в каналах сердечника.

Разработан метод вычисления, в котором температуру воздуха зубцевых каналов принимается равной температуре воздуха каналов сердечника. Впоследствии возникшая ошибка корректируется путем умножения тепловой проводимости стенки зубцевого канала на коэффициент кор-

рекции — k_k . Коэффициент коррекции k_k вычисляется по схеме распределения теплового потока и падения температуры элемента соответствующего одному зубцевому делению ротора (рис. 4), статора (рис. 5), а после упрощения (рис. 6 и 7).

По результатам вычислений видно, что несмотря на более высокую температуру воздуха зубцевых каналов, их эффективность больше чем каналов сердечника и они играют решающую роль в удержании установившейся температуры в допустимых пределах. Это наводит мысль о возможности отказа от радиальных каналов, затрудняющих технологию и наводящих звуковые эффекты, в двигателях средней мощности.

Wpływ średnicy wirnika na warunki samohamowności klatkowych silników wykonawczych

ZDZISŁAW KOSOWICZ (WARSZAWA)

Instytut Maszyn Elektrycznych Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 23.4.1971

W przedstawionym artykule omówiono wpływ średnicy wirnika, liczby żłobków i przekroju pręta wirnika na samohamowność dwufazowego silnika wykonawczego z wirnikiem klatkowym. Zagadnienie zostało rozwiązane w oparciu o pełny schemat zastępczy, którego parametry uzależniono od wymiarów konstrukcyjnych pakietu.

1. WSTĘP

Dwufazowe silniki wykonawcze, ze względu na pracę w układach automatycznej regulacji, muszą spełniać szereg wymagań, które czynią z nich maszyny specjalne.

Do głównych wymagań stawianych tego typu maszynom należy zaliczyć:

- a. samohamowność przy braku sygnału sterowania,
- b. możliwie liniowy przebieg charakterystyki mechanicznej i regulacyjnej,
- c. szybkość działania (mała elektromechaniczna stała czasowa),
- d. duży moment rozruchowy.

Niedotrzymanie pierwszego warunku kategorycznie eliminuje dany silnik z pracy w układzie regulacyjnym z powodu niejednoznacznej odpowiedzi (kątownego przesunięcia wału) na zadany sygnał przyłożony do uzwojenia sterującego. Dla zapewnienia tego warunku konieczne jest zwiększenie rezystancji obwodu wirnika do takiej wartości, aby wartość poślizgu krytycznego była większa od jedności, [1] i [3]. Tylko wtedy nastąpi zatrzymanie się wirnika przy braku sygnału przyłożonego do uzwojenia sterowania. Zahamowanie wirnika nastąpi wówczas nie tylko pod wpływem momentu obciążenia i strat mechanicznych, ale i pod wpływem wytworzonego przez sam silnik momentu, którego kierunek będzie przeciwny niż przy zasilaniu dwufazowym.

Wzrost rezystancji obwodu wirnika powoduje także wzrost liniowości charakterystyk mechanicznych i regulacyjnych. Odnośnie tego warunku od silników dwufazowych wymaga się, aby maksymalna różnica pomiędzy rzeczywistą charakterystyką mechaniczną a charakterystyką prostoliniową (idealną), odniesiona do wartości momentu rozruchowego, nie była większa od 0,2.

Z drugiej strony wzrost rezystancji wirnika powoduje malenie wartości momentu rozruchowego, a przez to pogorszenie się właściwości dynamicznych silnika. Dlatego też należy dążyć do wyboru optymalnej wartości rezystancji wirnika, zapewniającej spełnienie w sposób ekstremalny wszystkich wymagań stawianych silnikom wykonawczym.

Ze względu na różnice konstrukcyjne wirnika dwufazowe silniki wykonawcze możemy podzielić na:

- a. silniki kubkowe,
- b. silniki klatkowe,
- c. silniki z litym wirnikiem (masywny wirnik),
- d. silniki z litym wirnikiem pokrytym cienką warstwą miedzi (omiedziowane).

Konstrukcje silników z wirnikiem kubkowym omówione są w pracach [2], [3] i [6].

Zapewnienie wymaganej wartości rezystancji wirnika możemy osiągnąć w silniku z wirnikiem klatkowym przez wykonanie klatki i pierścieni zawierających z materiału o zwiększonej rezystywności (mosiądz, brązy), lub przez zmniejszenie przekroju prętów. Konstrukcja takiego silnika nie różni się niczym od konstrukcji silników asynchronicznych powszechnego użytku.

Najbardziej rozpowszechnione są silniki z wirnikiem kubkowym, z powodu jednoczesnego spełniania większości stawianych im wymagań, dzięki małej grubości cylindra wirnika, a przede wszystkim z powodu małej elektromechanicznej stałej czasowej. Wadą silników o tej konstrukcji jest znaczna wartość prądu magnesującego, która może osiągać 90% wartości prądu znamionowego. Spowodowane to jest dużą szczeliną powietrzną, której wartość jest prawie dwukrotnie większa niż w silnikach z wirnikiem klatkowym. Pociąga to za sobą wzrost przekroju przewodów nawojowych, a tym samym i przekroju żłobka stojana. Wzrost ten prowadzi do zwiększenia wymiarów pakietu, co jest jednoznaczne ze zmniejszeniem wykorzystania materiałów czynnych silnika.

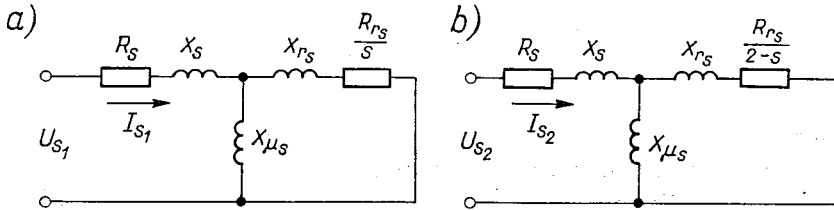
W układach, gdzie może pracować silnik wykonawczy, którego wirnik ma większy moment bezwładności niż tej samej mocy silnik z wirnikiem kubkowym, stosować możemy silniki z wirnikami klatkowymi. Z powodu znacznie mniejszej szczeliny powietrznej wartość prądu magnesującego jest tu znacznie mniejsza, a tym samym mniejsze są rozmiary i ciężar w porównaniu z silnikami kubkowymi tej samej mocy. Poza tym silniki z wirnikami klatkowymi mogą pracować przy temperaturach otoczenia rzędu $200 \div 350^{\circ}\text{C}$ oraz przy bardzo niskich ciśnieniach.

W artykule rozpatrzone zostały warunki samohamowności dla obydwu sposobów sterowania [4], dla silników klatkowych zasilanych napięciem o częstotliwości 50 Hz i liczbie par biegunów $p = 1, 2$ i 3. Jako materiał, z którego wykonane są pręty klatki wirnika i pierścienie zwierające przyjęto aluminium. Przeprowadzone rozważania mogą być rozszerzone i na inne materiały przez podstawienie do otrzymanych zależności jedynie odpowiadających tym materiałom wartości rezystywności.

Analizę pracy dwufazowego silnika przeprowadzono przy pomocy znanych zależności wyprowadzonych dla trójfazowych silników indukcyjnych. Warunki samohamowności zostały wyznaczone w oparciu o pełny schemat zastępczy silnika dwufazowego (rys. 1) [4]. Przy określeniu mocy wewnętrznej wytworzonej przez silnik w stanie zwarcia bardziej przydatna jest przekształcona forma schematu zastępczego, podana na rys. 2., w którym równoległe połączenie obwodu wirnika oraz gałęzi poprzecznej X_{μ} zastąpiono równo-

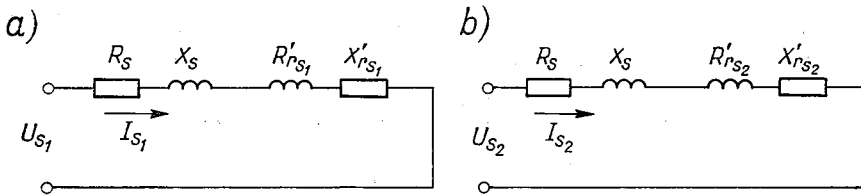
ważną impedancją Z_r . Wartości równoważnych rezystancji i reaktancji w przekształconym schemacie zastępczym dla stanu zwarcia ($s = 1$) wyrażają się następująco:

$$\begin{aligned} R'_r &= \frac{X_\mu^2 R_r}{R_r^2 + (X_\mu + X_r)^2}, \\ X'_r &= \frac{X_\mu R_r^2 + X_\mu X_r (X_\mu + X_r)}{R_r^2 + (X_\mu + X_r)^2}. \end{aligned} \quad (1)$$



Rys. 1. Schematy zastępcze silnika dwufazowego dla obwodu sterowania

a) dla prądów składowych symetrycznych zgodnej kolejności faz, b) dla prądów składowych symetrycznych przeciwnej kolejności faz



Rys. 2. Przekształcony schemat zastępczy obwodu sterowania

a) dla prądów składowych symetrycznych zgodnej kolejności faz, b) dla prądów składowych symetrycznych przeciwnej kolejności faz

Wartości rezystancji i reaktancji poszczególnych obwodów silnika zostały wyznaczone w zależności od wymiarów pakietu stojana i wirnika (D i l) oraz liczby żłobków wirnika Z_2 . Przy wyznaczaniu tych wartości przyjęto założenie upraszczające, że wewnętrzna średnica stojana i średnica wirnika są sobie równe. Przyjęcie tego uproszczenia nie wpływa na otrzymane wyniki, gdyż różnica pomiędzy obydwu średnicami jest rzędu dziesiątych części milimetra.

Wszystkie wartości rezystancji i reaktancji silnika zostały sprowadzone do uzwojenia sterowania i odniesione do reaktancji wywołanej strumieniem głównym X_μ . Wartości względne rezystancji i reaktancji silnika oznaczono w artykule następująco:

$$r_s = \frac{R_s}{X_\mu} \text{ — względna rezystancja uzwojenia sterowania,}$$

$$x_s = \frac{X_s}{X_\mu} \text{ — względna reaktancja uzwojenia sterowania,}$$

$$r_r = \frac{R_r}{X_\mu} \text{ — względna rezystancja wirnika,}$$

$$x_r = \frac{X_r}{X_\mu} \text{ — względna reaktancja wirnika.}$$

$$r'_r = \frac{R'_r}{X_\mu} \text{ — względna równoważna rezystancja według wzoru (1),}$$

$$x'_r = \frac{X'_r}{X_\mu} \text{ — względna równoważna reaktancja według wzoru (1).}$$

Wartość reaktancji wywołanej strumieniem głównym X_μ , do której odniesione zostały wszystkie parametry schematu zastępczego, określona jest wzorem

$$X_\mu = \frac{2}{\pi} \omega \mu_p (z_s k_q)^2 \frac{ID}{p^2 \delta k_c}, \quad (2)$$

gdzie:

- ω — pulsacja,
- μ_p — przenikalność magnetyczna dla powietrza,
- k_c — współczynnik Cartera,
- z_s — liczba zwojów uzwojenia sterowania,
- k_q — współczynnik uzwojenia.

2. REZYSTANCJA I REAKTANCJA UZWOJENIA STEROWANIA

Wartość rezystancji uzwojenia stojana dla fazy sterowania wynosi

$$R_s = \frac{2z_s(l + l_{cz})k_t}{\gamma_s s_p}, \quad (3)$$

gdzie:

- k_t — współczynnik uwzględniający wzrost rezystancji uzwojenia ze wzrostem temperatury,
- l_{cz} — długość połączeń czołowych uzwojenia,
- γ_s — konduktywność uzwojenia stojana.

Długość połączenia czołowego możemy określić jako

$$l_{cz} = 1,7 \beta \tau, \quad (4)$$

gdzie β — współczynnik uwzględniający skróty uzwojenia.

Ponieważ rozpatrywane jest uzwojenie średnicowe, współczynnik $\beta = 1$. Przewodność właściwa miedzi przy 293°K wynosi $56 \cdot 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}}$, a wartość współczynnika k_t przyjęta w dalszych obliczeniach jest równa 1,2, co odpowiada przyrostowi temperatury uzwojenia $\Delta\theta = 55 \text{ deg}$. Wartość rezystancji uzwojenia sterowania wynosi:

$$R_s = \frac{2z_s l k_t k_{cz}}{\gamma_s s_p}, \quad (5)$$

gdzie k_{cz} — współczynnik połączeń czołowych określony wzorem

$$k_{cz} = 1 + 2,7 \frac{D}{pl}. \quad (6)$$

Przy wyznaczaniu wartości współczynnika k_{cz} założono, że długość pakietu stojana jest równa jego średnicy wewnętrznej. W praktyce stosunek $\frac{D}{l}$ waha się w zakresie $0,75 \div 1,5$ i w związku z przyjętym założeniem upraszczającym względne wartości r_s mogą być przy $\frac{D}{l}$ w rozpatrywanym zakresie obarczone średnio 10% błędem. W tablicy 1 podane są średnie wartości współczynnika k_{cz} według wzoru (6) w zależności od liczby par biegunów.

Tablica 1
Wartość współczynnika k_{cz} według wzoru (6) dla $D = l$

p	1	2	3	4
k_{cz}	3,7	2,35	1,9	1,67

Po podstawieniu do wzoru (5) wartości stałych współczynników i odniesieniu tego wyrażenia do wartości reaktancji X_μ określonej wzorem (2) otrzymamy dla $f = 50$ Hz

$$r_s = \frac{2,6 k_{cz} \delta p^2}{s_p z_s D} 10^{-4}. \quad (7)$$

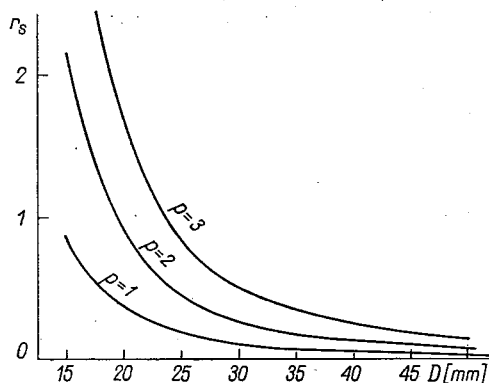
Iloczyn liczby zwojów uzwojenia sterowania i przekroju przewodu nawojowego w zależności od średnicy wewnętrznej pakietu określony jest w pracy [4] wzorem (29):

$$s_p z_s = 0,1 D^2. \quad (8)$$

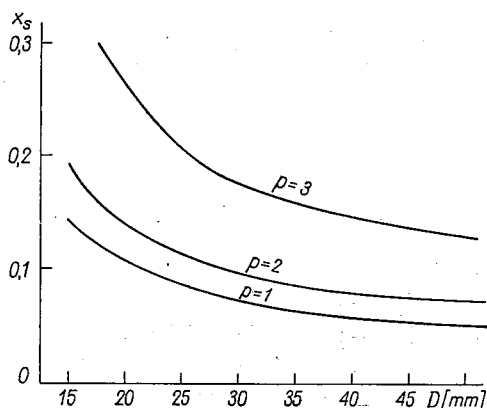
Stąd względna wartość rezystancji uzwojenia sterowania wynosi

$$r_s = 26 k_{cz} \frac{\delta p^2}{D^3} \cdot 10^{-4}. \quad (9)$$

Na rys. 3 podane są względne wartości rezystancji uzwojenia sterowania r_s w zależności od średnicy wewnętrznej pakietu stojana D dla efektywnej wartości szczeliny powietrznej $\delta = 0,4$ mm.



Rys. 3. Zależność rezystancji uzwojenia stojana od średnicy wirnika



Rys. 4. Zależność reaktancji uzwojenia stojana od średnicy wirnika

Reaktancja uzwojenia sterowania określona jest następującym wzorem [6]:

$$X_s = 4\pi\mu_p \frac{f l z_s^2 \sum \lambda}{p q 10^8}, \quad (10)$$

gdzie $\sum \lambda = \lambda_z + \lambda_\delta + \lambda_{cz}$.

Względna wartość reaktancji x_s wynosi:

$$x_s = \frac{X_s}{X_\mu} = 5 \frac{\delta p}{q D} \sum \lambda. \quad (11)$$

Przeprowadzając analizę zmiany wartości czynnika $\frac{\sum \lambda}{q}$ w zależności od średnicy wewnętrznej D , liczby par biegunów p , oraz liczby żłobków na biegun i fazę q (jak w pracy [4] punkt 5) możemy wyznaczyć względne wartości x_s , które zostały podane na rys. 4.

3. REZYSTANCJA OBWODU WIRNIKA

Rezystancja obwodu wirnika (klatki oraz pierścieni zwierających) sprowadzona do uzwojenia sterowania przy uwzględnieniu skosu żłobków wirnika wynosi:

$$R_r = \frac{8(z_s k_q)^2 k_t}{Z_2 k_{sk}^2} \left(R_{pr} + \frac{R_{pn}}{2 \sin^2 \frac{\pi p}{Z_2}} \right), \quad (12)$$

gdzie:

k_t — współczynnik uwzględniający wzrost rezystancji uzwojenia ze wzrostem temperatury,

k_{sk} — współczynnik uwzględniający skos żłobków wirnika

$$k_{sk} = \frac{\sin \frac{\pi p}{Z_2}}{\frac{\pi p}{Z_2}}. \quad (13)$$

Rezystancje pręta wirnika R_{pr} oraz segmentu pierścienia zwierającego R_{pn} określone są następującymi zależnościami:

$$R_{pr} = \frac{\varrho l}{s_{pr}}, \quad (14)$$

$$R_{pn} = \varrho \frac{\pi D_{pn}}{Z_2 s_{pn}}, \quad (15)$$

gdzie:

s_{pr} — przekrój pręta klatki,

s_{pn} — przekrój pierścienia zwierającego,

D_{pn} — średnia średnica pierścienia zwierającego,

ϱ — rezystywność materiału klatki i pierścienia dla aluminium

$$\varrho = \frac{1}{28} 10^{-6} [\Omega \text{m}] \text{ przy } t = 288^\circ \text{K.}$$

Przy wyznaczaniu rezystancji wirnika poczyniono szereg założeń upraszczających. We wzorze (12) wartość $\sin^2 \frac{\pi p}{\dot{Z}_2}$ zastąpiono wartością samego argumentu, co powoduje zwiększenie wartości mianownika tylko o 10%, gdy $\frac{\dot{Z}_2}{2p} > 3$. Warunek ten jest praktycznie zawsze spełniony dla rozpatrywanego zakresu średnic wirnika. Jako średnią wartość średnicy pierścienia zwierającego przyjęto średnicę wirnika. Skutkiem tych założeń powodujących jednoczesny wzrost wartości licznika i mianownika wartość ułamka praktycznie nie odbiega od wartości rzeczywistej.

Wartości prądów przepływających przez pierścień zwierający i przez pręt klatki powiązane są ze sobą następującą zależnością

$$I_{pn} = \frac{I_{pr}}{\frac{2\pi p}{\dot{Z}_2}}. \quad (16)$$

Zakładając jednakowe gęstości prądu w obydwu elementach możemy uzależnić przekrój pierścienia od przekroju pręta

$$s_{pn} = \frac{s_{pr} \dot{Z}_2}{2\pi p}. \quad (17)$$

Podstawiając do wzoru (12) wyrażenia (14) i (15) określające rezystancje pręta i pierścienia oraz wprowadzając przyjęte uproszczenia otrzymamy

$$R_r = \frac{8(z_s k_q)^2 k_t l q}{\dot{Z}_2 k_{sk}^2 s_{pr}} \left(1 + \frac{D}{pl}\right). \quad (18)$$

Dzieląc otrzymaną zależność (18) przez reaktancję X_μ wyrażoną wzorem (2) uzyskamy względną wartość rezystancji wirnika r_r ,

$$r_r = \frac{2k_t k_c}{\mu_p k_{sk}^2} \frac{qp^2 \delta}{\dot{Z}_2 s_{pr} f D} \left(1 + \frac{D}{pl}\right). \quad (19)$$

W dalszych rozważaniach wartości stałych współczynników przyjęto jako liczbowo równe:

$k_t = 1,25$ — co odpowiada przyrostowi temperatury uzwojenia wirnika $\Delta\theta = 60$ deg,
 $k_c = 1,3$ — współczynnik Cartera; wartość ta wynika z przyjętego wykroju blach stojana i wirnika.

Aby nie zaciemniać otrzymanych ogólnych zależności, założono brak skosu żłobków w wirniku. O ile w konkretnym przypadku wirnik będzie wykonany ze skosem, możemy w rozważaniach szczegółowych wprowadzić wartość danego współczynnika k_{sk} .

Stąd wartość względną r_r wyniesie

$$r_r = 2,6 \cdot 10^6 \frac{qp^2 \delta}{\dot{Z}_2 s_{pr} f D} \left(1 + \frac{D}{pl}\right). \quad (20)$$

Wartość rezystywności silnie zależy od sposobu zalewania wirnika i czystości aluminium. Z tego też powodu nie włączono rezystywności do stałej wartości przed wyrażeniem (20), co umożliwia wyznaczenie względnej rezystancji wirnika dla konkretnego materiału użytego na jego uzwojenie.

Zalewanie żłobków wirnika możliwe jest tylko przy aluminiowym uzwojeniu, przez co kształty przekroju żłobka mogą być dowolne. Przy zastosowaniu innych materiałów żłobki wirnika mogą być tylko o przekroju okrągłym. Dlatego też w artykule zostały rozpatrzone wirniki ze żłobkami o przekroju okrągłym, aby otrzymane zależności mogły być technologicznie spełnione dla innych materiałów niż aluminium.

4. REAKTANCJA OBWODU WIRNIKA

Reaktancja obwodu wirnika sprowadzona do uzwojenia sterowania określona jest zależnością

$$X_r = 16\pi f \mu_p l \frac{z_s^2 k_q^2}{k_{sk}^2 \dot{Z}_2} \sum \lambda_2, \quad (21)$$

gdzie $\sum \lambda_2 = \lambda_{z_2} + \lambda_{\delta_2} + \lambda_{cz_2}$. Względna zaś wartość reaktancji wirnika x_r , która jest niezależna od częstotliwości napięcia zasilającego wynosi:

$$x_r = \frac{X_r}{X_\mu} = 16,3 \frac{\delta p^2}{\dot{Z}_2 D} \sum \lambda_2. \quad (22)$$

Tak samo jak przy określaniu rezystancji wirnika i teraz założono, że skos żłobków wirnika nie występuje, stąd $k_{sk} = 1$.

Przewodność magnetyczna żłobkowego strumienia rozproszenia dla żłobka o przekroju kołowym wynosi

$$\lambda_{z_2} = 0,785 + \frac{h_4}{b_4}. \quad (23)$$

Drugi składnik magnetycznej przewodności żłobkowej $\frac{h_4}{b_4}$ ze zmianą średnicy wirnika jest praktycznie stały, bowiem ze wzrostem h_4 następuje także wzrost szerokości szczeliny b_4 . Jako średnią wartość stosunku $\frac{h_4}{b_4}$ do dalszych obliczeń przyjęto 0,5, co odpowiada praktycznemu zakresowi wymiarów h_4 i b_4 ($h_4 = 0,5$, $b_4 = 1,0$ mm).

Stąd wartość pierwszego składnika sumy przewodności magnetycznej wynosi 1,285, a względna wartość reaktancji rozproszenia żłobkowego wirnika jest określona wyrażeniem

$$x_{rz} = 21 \frac{\delta p^2}{\dot{Z}_2 D} \quad (24)$$

Przewodność magnetyczna strumienia rozproszenia w szczelinie powietrznej wynosi

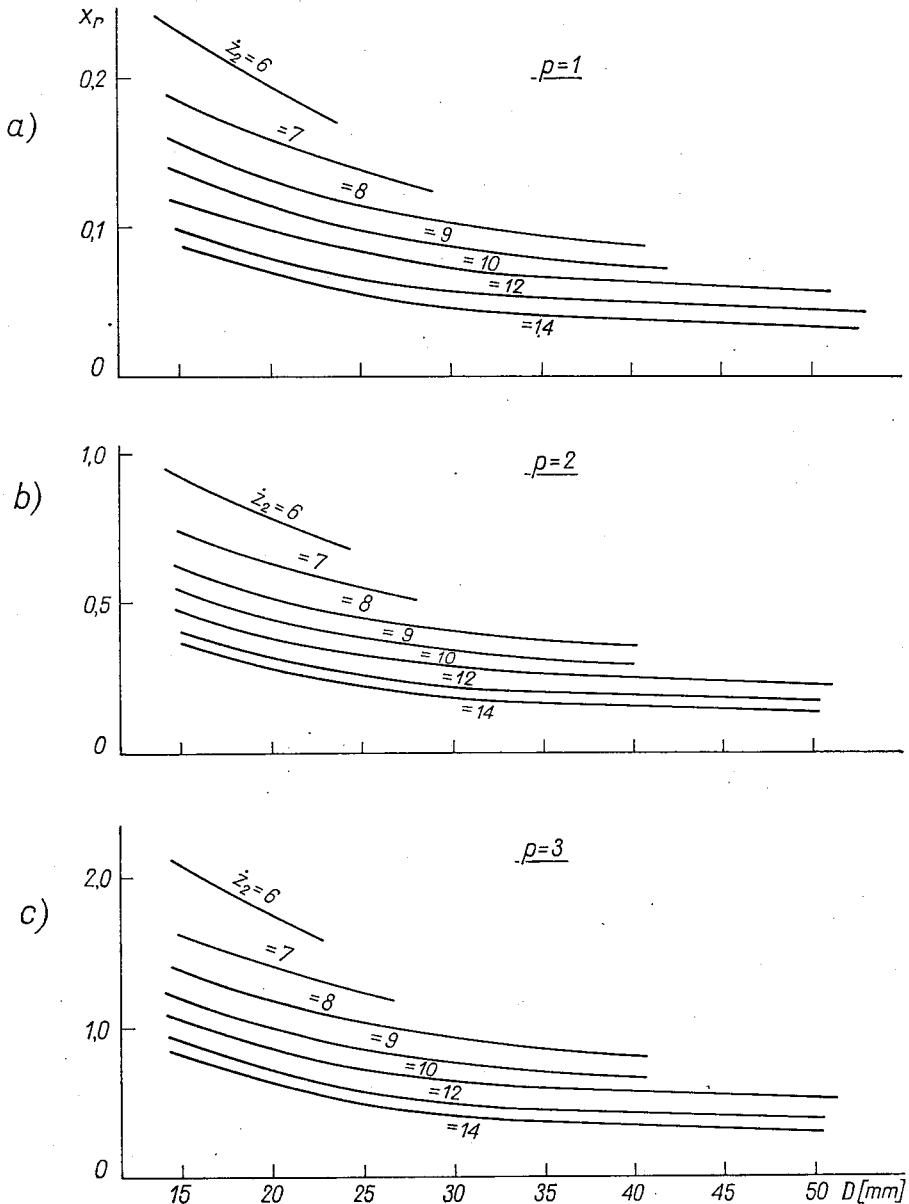
$$\lambda_{\delta_2} = \frac{t_{z_2}}{11,9 \delta k_c} = \frac{\pi D}{11,9 k_c \delta \dot{Z}_2}, \quad (25)$$

gdzie t_{z_2} — podziałka żłobkowa wirnika. Zaś odpowiadająca tej przewodności względna wartość reaktancji, niezależna od wielkości szczeliny powietrznej wynosi

$$x_{r\delta} = 3,3 \frac{p^2}{\dot{Z}_2^2}. \quad (26)$$

Przewodność magnetyczna strumienia rozproszenia wokół pierścieni zwierających określona jest wzorem

$$\lambda_{cz2} = \frac{2,9D_{pn}}{\dot{Z}_2 l \left(2 \sin \frac{\pi p}{\dot{Z}_2} \right)^2} \lg \frac{4,7D_{pn}}{a+2b}. \quad (27)$$



Rys. 5. Zależność reaktancji wirnika od średnicy wirnika

Korzystając z założeń upraszczających wymienionych w punkcie 3 możemy określić wartość λ_{cz_2} dla rozpatrywanego zakresu średnic wirnika i długości pakietu jako równą 0,6, zaś wartość reaktancji odpowiadająca tej przewodności jako wynoszącą

$$x_{r_{cz_2}} = 10 \frac{\delta p^2}{\dot{Z}_2 D}. \quad (28)$$

Suma przewodności magnetycznych w rozpatrywanym zakresie średnic i liczb żłobków wirnika jest praktycznie stała i zawarta w granicach $4 \div 3$. Większe wartości odpowiadają silnikom dwubiegunowym, zaś mniejsze — silnikom o liczbie par biegunów większej od dwóch.

Na rys. 5 podane są względne wartości x_r według wzoru (22), w zależności od średnicy wirnika i liczby żłobków dla $2p = 2, 4$ i 6 , gdy $\delta = 0,4$ mm.

5. WARUNEK SAMOHAMOWNOŚCI PRZY OTWARTYM OBWODZIE STEROWANIA

Uzwojenie sterowania może być zasilane przy użyciu urządzenia stykowego włączającego i wyłączającego napięcie przyłożone do tego uzwojenia. Z chwilą zaniku napięcia sterującego powinno następować natychmiastowe zahamowanie wirnika nie tylko pod wpływem obciążenia i strat, ale pod wpływem momentu wytworzonego przy zasilaniu jednofazowym uzwojenia wzbudzenia.

Przy sterowaniu urządzeniem stykowym wyłączającym napięcie następuje rozwarcie obwodu sterowania, co jest równoznaczne z włączeniem do obwodu impedancji o nieskończenie wielkiej wartości ($Z_d = \infty$).

Na występowanie samohamowności ma wpływ odpowiedni dobór parametrów elektrycznych i magnetycznych silnika. Głównym parametrem, od którego zależeć będzie samohamowność, jest taka wartość rezystancji wirnika, przy której wartość poślizgu krytycznego dla pola wytworzonego przez składową zgodną prądu będzie większa od jedności.

Warunek samohamowności przy otwartym obwodzie sterowania wystąpi, gdy rezystancja wirnika będzie większa od sumy reaktancji głównej i wirnika [4]:

$$R_r \geq X_\mu + X_r. \quad (29)$$

Wyrażając warunek (29) w jednostkach względnych otrzymamy

$$r_r \geq 1 + x_r. \quad (30)$$

Podstawiając do otrzymanej zależności (30) wyrażenia (20) i (22) uzyskamy warunek samohamowności przy otwartym obwodzie sterowania w zależności od wymiarów konstrukcyjnych pakietu silnika

$$2,6 \cdot 10^6 \frac{ep^2 \delta}{\dot{Z}_2 s_{pr} f D} \left(1 + \frac{D}{pl} \right) > 1 + \frac{16,3 \delta p^2 \sum \lambda_2}{\dot{Z}_2 D}. \quad (31)$$

Z otrzymanej zależności wynika, że warunek samohamowności będzie spełniony tylko wówczas, gdy iloczyn liczby żłobków wirnika i przekroju prądu klatki nie będzie

przekraczał wartości dopuszczalnej, która wynosi

$$\dot{Z}_2 s_{pr} < 2,6 \cdot 10^6 \frac{\varrho}{fD} \frac{p^2 \delta}{1 + 16,3 \delta p^2 \frac{\sum \lambda_2}{\dot{Z}_2 D}} \left(1 + \frac{D}{lp}\right). \quad (32)$$

Za przyjęciem iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ jako głównego kryterium dotrzymania warunku samohamowności przemawia fakt bezpośredniej zależności rezystancji wirnika od przekroju pręta i liczby żłobków z jednej strony, zaś z drugiej strony możliwość znacznej zmiany wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ dla danej średnicy i długości pakietu. Jednocześnie posługiwanie się iloczynem $\dot{Z}_2 s_{pr}$ umożliwia wyprowadzenie ogólnych zależności warunku samohamowności bez uwzględnienia kształtu żłobka, a tym samym i liczby żłobków wirnika. Bezpośredni wpływ na dotrzymanie warunku samohamowności ma także materiał prętów oraz częstotliwości napięcia zasilającego, lecz te dane są przeważnie narzucone konstruktorowi.

Wzrost liczby par biegunów powoduje zwiększenie wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$, co związane jest z pewniejszym występowaniem samohamowności. Jednak wzrost liczby par biegunów uwarunkowany jest koniecznością zwiększenia średnicy pakietu do takiego wymiaru, aby możliwe było pomieszczenie w żłobkach zaprojektowanego uzwojenia.

Silniki wykonawcze z wirnikiem klatkowym zasilane są w większości wypadków napięciami o częstotliwości 50 Hz, gdyż wzrost częstotliwości pociąga za sobą konieczność znacznego zmniejszenia przekroju pręta wirnika. Przy małych przekrojach prętów uzyskiwane są niewielkie moce na wale silnika i dlatego, w przypadku zasilania uzwojeń stojana napięciami o częstotliwościach (400 ÷ 500) Hz, klatki wirników powinny być wykonywane z materiałów o zwiększonej rezystywności (brązy, nikielina) i wirniki mogą mieć dużą liczbę żłobków.

Powiększenie szczeliny powietrznej powoduje także wzrost przekroju pręta, co związane jest ze wzrostem mocy na wale silnika. Pamiętać jednak należy, że ze wzrostem szczeliny powietrznej będzie wzrastać wartość prądu magnesującego, a tym samym zanikać przewaga pod tym względem silnika klatkowego nad kubkowym. Wzrost prądu magnesującego może także spowodować przekroczenie dopuszczalnego przyrostu temperatury uzwojeń.

Graniczną wartość przekroju pręta wirnika można określić w zależności od szczeliny powietrznej, gdy dążyć ona będzie do nieskończoności. Rozumowanie to jest rozważaniem teoretycznym, które nie może być zrealizowane w żaden sposób praktyczny, jednak daje ono obraz o dopuszczalnych wartościach przekroju pręta, a tym samym i o mocy silnika z wirnikiem klatkowym. Wyznaczając wartość x_r jako sumę reaktancji od poszczególnych przewodności strumienia rozproszenia (24) (26) i (28) otrzymamy

$$x_r = 31 \frac{\delta p^2}{\dot{Z}_2 D} + 3,3 \frac{p^2}{\dot{Z}_2^2}. \quad (33)$$

Wzór (33) jest jednoważny z wyrażeniem (22) określającym wartość x_r , jednak korzystanie z niego może prowadzić do otrzymania większych wartości granicznych przekroju pręta, bowiem składnik reaktancji odpowiadający strumieniowi rozproszenia w szczelinie powietrznej jest niezależny od wielkości samej szczeliny powietrznej.

Podstawiając do warunku (30) za x_r wartość (33) i określając jak poprzednio iloczyn $\dot{Z}_2 s_{pr}$ otrzymamy

$$\dot{Z}_2 s_{pr} = 2,6 \cdot 10^6 \frac{q}{fD} \frac{p^2 \delta}{1 + 31 \frac{p_2 \delta}{\dot{Z}_2 D} + 3,3 \frac{p^2}{\dot{Z}_2^2}} \left(1 + \frac{D}{pl} \right). \quad (34)$$

Określając granicę, do której dążyć będzie wyrażenie (34) gdy szczelina powietrzna dąży do nieskończoności otrzymamy maksymalną wartość przekroju pręta

$$(\dot{Z}_2 s_{pr})_{gr} = \lim_{\delta \rightarrow \infty} 2,6 \cdot 10^6 \frac{q}{fD} \frac{p^2 \delta}{1 + 31 \frac{p_2 \delta}{\dot{Z}_2 D} + 3,3 \frac{p^2}{\dot{Z}_2^2}} \left(1 + \frac{D}{pl} \right), \quad (35)$$

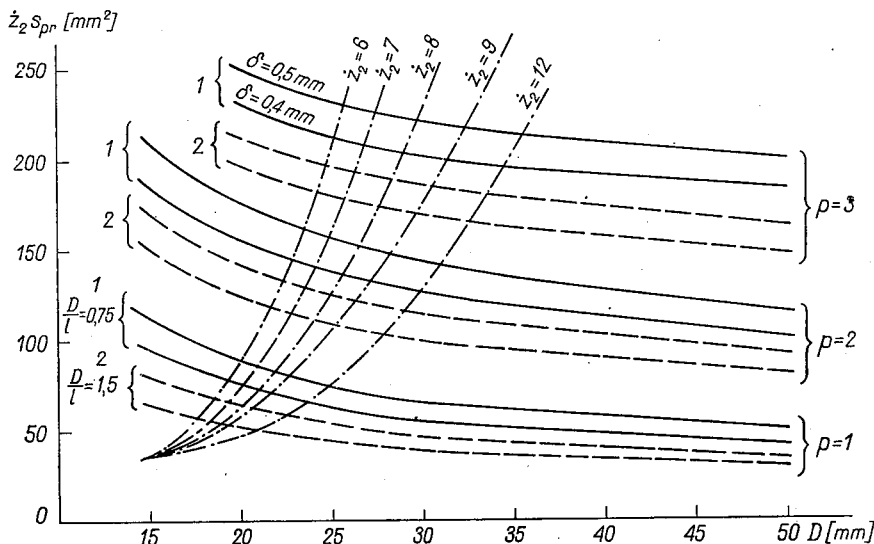
która wynosi

$$(s_{pr})_{gr} = 8,4 \cdot 10^4 \frac{q}{f}. \quad (36)$$

Dla klatki aluminiowej i częstotliwości $f = 50$ Hz otrzymamy

$$(s_{pr})_{gr} = 60 \text{ mm}^2.$$

Z otrzymanej zależności (36) widać jak znaczny wpływ na przekrój pręta ma częstotliwość napięcia zasilającego. Warunek ten odnosi się także do przypadku, gdy następuje wzrost liczby par biegunów. Wyznaczona teoretycznie graniczna wartość przekroju pręta jest niezależna od średnicy wirnika i liczby żłobków.



Rys. 6. Dopuszczalne wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ w zależności od średnicy wirnika przy otwartym obwodzie sterowania

Na rys. 6 podane zostały dopuszczalne wartości iloczynu liczby żłobków wirnika rzekroju pręta $\dot{Z}_2 s_{pr}$ według (32) w zależności od średnicy wirnika D przy stałej liczbie żłobków wirnika i szczeliny powietrznej, dla $f = 50$ Hz i aluminiowej klatki.

Na wykresie (rys. 6) podane zostały wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ w zależności od stosunku $\frac{D}{l}$, którego wartość waha się w przedziale 0,75 do 1,5 — linie ciągłe dla $\frac{D}{l} = 0,75$; linie przerywane dla $\frac{D}{l} = 1,5$ dla $\delta = 0,4$ mm. Przedział tych wartości pokrywa całkowicie praktycznie występujący zakres średnic i długości pakietu. Na wykresie ograniczono się do podania średnich wartości dopuszczalnego iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ w zależności od liczby żłobków wirnika. W rozpatrywanym zakresie liczby żłobków 6 do 14 wartość iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ waha się w granicach 7,5% w stosunku do wartości podanych na wykresie dla $2p = 2$, zaś 10÷15% dla $2p \geq 4$.

Z otrzymanych wykresów widać, że wzrost średnicy wirnika możliwy jest tylko w tym przypadku, gdy wartość iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ będzie malała. Wniosek ten jest przeciwny do ogólnie znanych i przyjętych praw wzrostu mocy maszyny ze wzrostem jej wymiarów geometrycznych. Malenie wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ ze wzrostem średnicy wirnika związane jest z koniecznością zachowania podstawowego warunku samohamowności przy otwartym obwodzie sterowania.

6. WARUNEK SAMOHAMOWNOŚCI PRZY ZAMKNIĘTYM OBWODZIE STEROWANIA

Uzwojenie sterowania w wielu przypadkach zasilane jest poprzez wszelkiego rodzaju wzmacniacze mocy lub selsynowe łącza transformatorowe zapewniające regulację amplitudy napięcia wyjściowego. Przy zastosowaniu tego typu urządzeń doprowadzenie do jednofazowej pracy silnika następuje przez zmniejszenie do zera napięcia sterowania. Ponieważ impedancja wyjściowa tych urządzeń jest porównywalna z impedancją obwodu sterowania, obniżenie napięcia sterowania do zera możemy traktować jako zwarcie obwodu sterowania. Przy większych wartościach impedancji wyjściowej urządzeń zasilających możemy traktować przypadek ten jako włączenie w szereg dodatkowej impedancji w obwód sterowania.

Dla zapewnienia samohamowności przy zwartym obwodzie sterowania wartość poślizgu krytycznego s musi być większa od jedności [1] i jest określona wzorem

$$s_k = r_r \sqrt{\frac{r_s^2 + (1+x_s)^2}{r_s^2(1+x_r)^2 + x_s^2 \left(1+x_r + \frac{x_r}{x_s}\right)^2}} \quad (37)$$

Stąd względna wartość rezystancji wirnika r_r , która zapewnia wymaganą wartość poślizgu krytycznego s_k wynosi

$$r_r = s_k \sqrt{\frac{r_s^2(1+x_r)^2 + x_s^2 \left(1+x_r + \frac{x_r}{x_s}\right)^2}{r_s^2(1+x_s)^2}} \quad (38)$$

Porównując wartość rezystancji wirnika dla zamkniętego i otwartego obwodu sterowania widać, że rezystancja wirnika w przypadku otwartego obwodu musi być większa niż w przypadku zwartego obwodu sterowania. Stąd nasuwa się wniosek, że łatwiej jest używać warunek samohamowności przy zwartym obwodzie sterowania.

Wartość poślizgu krytycznego dla silników wykonawczych powinna być większa od dwóch, aby jak wykazały badania warunek samohamowności występował pewnie dla obydwu sposobów sterowania. Zalecane zaś wartości poślizgu krytycznego ze względu na wymaganą liniowość charakterystyk mechanicznych i regulacyjnych powinny być zawarte w granicach $2 \div 5$.

Włączenie dodatkowych impedancji w obwód sterowania powoduje zmniejszenie wartości poślizgu krytycznego. Wartość rezystancji wirnika konieczna dla zapewnienia samohamowności przy włączonej dodatkowej impedancji w obwodzie sterowania powinna wynosić

$$R_r > X_\mu \sqrt{\frac{(R_s + R_d)^2 \left(1 + \frac{X_r}{X_\mu}\right)^2 + \left[(X_s + X_d) \left(1 + \frac{X_r}{X_\mu}\right) + X_r\right]^2}{(R_s + R_d)^2 + (X_\mu + X_s + X_d)^2}}, \quad (39)$$

gdzie:

R_d — dodatkowa rezystancja w obwodzie sterowania,

X_d — dodatkowa reaktancja w obwodzie sterowania.

Warunek (39) określający wartość rezystancji wirnika jest wyrażeniem ogólnym; jeżeli $R_d = 0$ i $X_d = 0$ otrzymamy wartość R_r dla zwartego ∞ obwodu sterowania według wzoru (38), zaś gdy $R_d = \infty$ i $X_d = \infty$ — dla otwartego obwodu sterowania (29).

Oznaczając we wzorze (37) wartość pierwiastka przez B oraz podstawiając za względną rezystancję wirnika r_r , wartość określoną wyrażeniem (20) otrzymamy

$$s_k = 2,6 \cdot 10^6 \frac{qp^2 \delta}{\dot{Z}_2 s_{pr} f D} \left(1 + \frac{D}{pl}\right) B. \quad (40)$$

Stąd wartość iloczynu liczby żłobków i przekroju pręta $\dot{Z}_2 s_{pr}$ wynosi

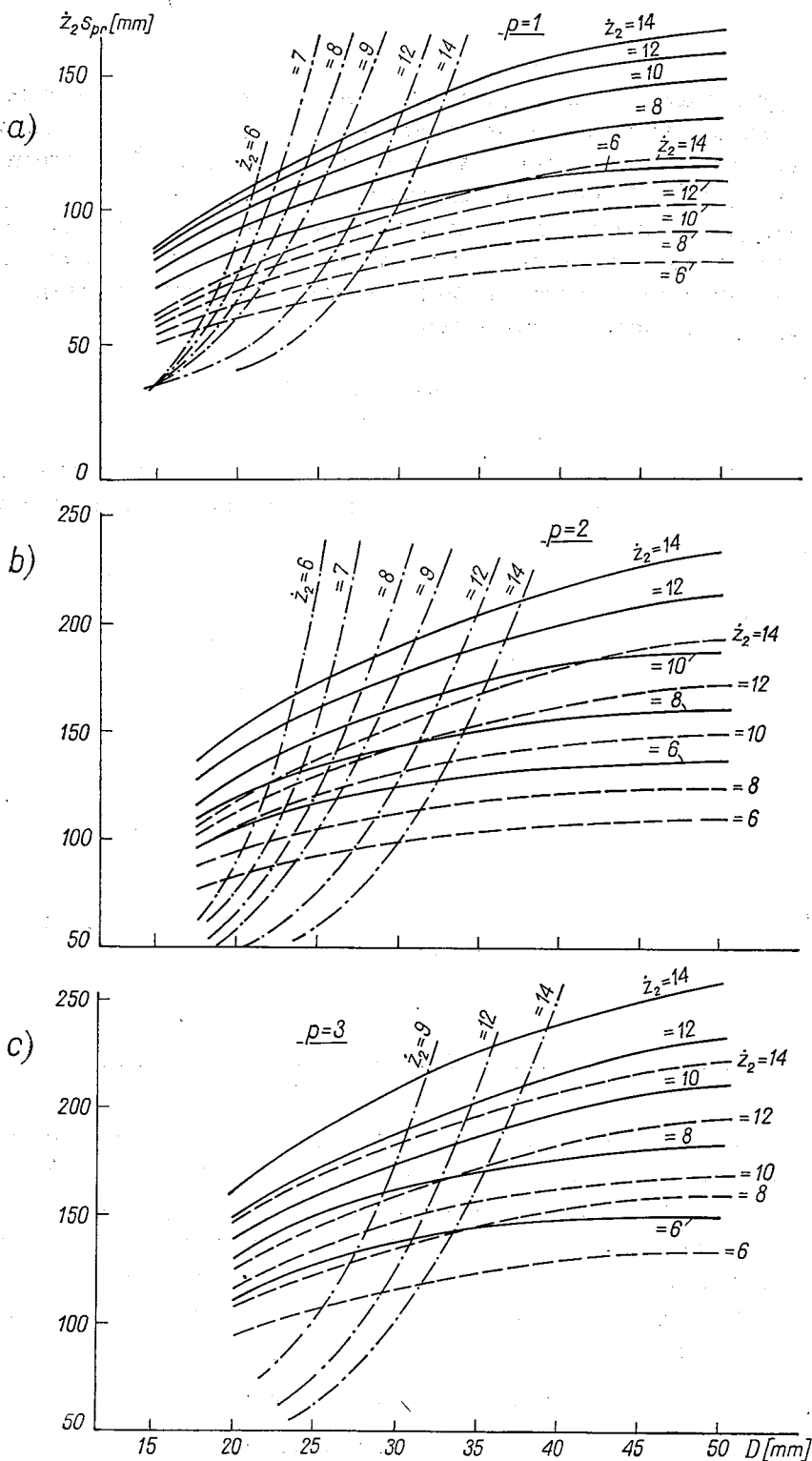
$$\dot{Z}_2 s_{pr} = 2,6 \cdot 10^6 \frac{qp^2 \delta}{f D s_k} \left(1 + \frac{D}{pl}\right) B. \quad (41)$$

Na rys. 7 podane zostały dopuszczalne wartości iloczynu liczby żłobków i przekroju pręta $\dot{Z}_2 s_{pr}$ dla zachowania warunku samohamowności przy zwartym obwodzie sterowania. Podane na wykresie wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ odpowiadają wartości poślizgu krytycznego $s_k = 2$ dla stosunku $\frac{D}{l}$ w zakresie 0,75 do 1,5.

Na dopuszczalną wartość iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ znaczny wpływ ma liczba żłobków wirnika, co widać z otrzymanych wykresów. Spowodowane to jest spadkiem wartości reaktancji wirnika x_r ze wzrostem liczby żłobków wirnika. Maksymalna liczba żłobków wirnika dla danej średnicy ograniczona jest szerokością zębów wirnika, która ze względów mechanicznych i magnetycznych nie powinna być mniejsza od 3 mm.

W porównaniu z wyrażeniem (32) określającym $\dot{Z}_2 s_{pr}$ przy otwartym obwodzie sterowania, wartość iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ przy zamkniętym obwodzie sterowania jest większa.

Z otrzymanej zależności (41) widać, że na wartość iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ ma również wpływ wartość B zależna od rezystancji i reaktancji uzwojenia sterowania.



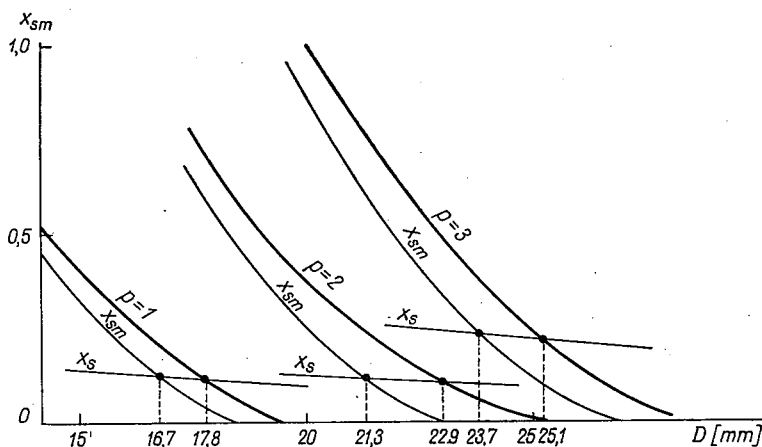
Rys. 7. Dopuszczalne wartości iloczynu $\dot{z}_2 s_{pr}$ w zależności od średnicy wirnika przy zamkniętym obwodzie sterowania

Dokonując analizy wpływu poszczególnych parametrów na wartość pierwiastka B możemy stwierdzić, że wzrost wartości rezystancji i reaktancji uzwojenia sterowania powoduje dążenie rezystancji wirnika do wartości, jaka konieczna jest przy otwartym obwodzie sterowania dla zachowania warunku samohamowności.

Przyrównując do zera pochodną wyrażenia pod pierwiastkiem względem reaktancji uzwojenia sterowania x_s otrzymamy warunek, gdy wartość pierwiastka osiągnie maksimum, a tym samym maksymalną wartość uzyska poślizg krytyczny. Pierwiastek osiągnie wartość maksymalną gdy spełniony będzie warunek

$$1 + x_s = \frac{1 + 2\sqrt{1 + r_s^2(1 + x_r)^2}}{2(1 + x_r)} \quad (42)$$

Spełnienie warunku (42) nie jest możliwe w całym zakresie rozpatrywanych średnic wirnika z powodu niejednakowych zmian wartości rezystancji i reaktancji w zależności od wymiarów pakietu.



Rys. 8. Średnice wirnika zapewniające maksymalne wartości pierwiastka B

Na rys. 8 podane zostały przebiegi określające warunek ekstremum dla rozpatrywanego zakresu średnic oraz możliwe do osiągnięcia wartości reaktancji uzwojenia sterowania x_s . Punkty przecięcia krzywych zaznaczone na wykresie kółeczkami wyznaczają dla danej liczby żłobków wirnika średnice, przy których wartości pierwiastka B będą maksymalne. Z otrzymanych przebiegów widać, że maksymalne wartości pierwiastka B , a tym samym i poślizgu krytycznego, występować będą w zakresie średnic w zależności od liczby par biegunów w zakresie:

$$2p = 2, \quad D = 16,7 \div 17,8 \text{ mm};$$

$$2p = 4, \quad D = 21,3 \div 23,9 \text{ mm};$$

$$2p = 6, \quad D = 23,7 \div 25,0 \text{ mm}.$$

Ze wzrostem średnicy wirnika coraz trudniejsze staje się utrzymanie warunku (42) i następuje odstępstwo od maksymalnej wartości pierwiastka B .

7. PORÓWNANIE OBYDWU SPOSOBÓW UZYSKIWANIA WARUNKÓW SAMOHAMOWNOŚCI

Głównym parametrem decydującym o spełnieniu warunku samohamowności przy jednofazowym zasilaniu silnika wykonawczego jest wartość iloczynu liczby żłobków i przekroju pręta $\dot{Z}_2 s_{pr}$. Dopuszczalne wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ przy danym sposobie sterowania zostały podane w zależności od średnicy wirnika w punktach 5 i 6 na rys. 6 i 7. Z otrzymanych wykresów widać, że ze wzrostem średnicy wirnika wartość iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ wzrasta nieznacznie przy stałej liczbie żłobków wirnika dla zamkniętego obwodu sterowania i maleje dla otwartego obwodu sterowania.

Wzrost liczby żłobków wirnika powoduje pewne zwiększenie wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ reprezentującego powierzchnię przekroju prowadzącą prąd w wirniku. Zapewnienie wymaganej wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ możemy osiągnąć dwoma sposobami; przy dużej liczbie żłobków i małym przekroju pręta lub w relacji odwrotnej. Dokonując ilościowego wyboru czynników wpływających na wartość iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ musimy każdorazowo uwzględnić praktyczne warunki dotyczące realizacji przyjętego wariantu.

Projektując wykroj blach wirnika należy dobrać taką liczbę żłobków oraz ich kształt, aby szerokość zęba wirnika nie była mniejsza od $2 \div 3$ mm. Wartość ta jest uzależniona wymaganiami technologicznymi oraz warunkiem nieprzekroczenia wartości $1T$ indukcji magnetycznej w zębach wirnika. Wysokość jarzma wirnika powinna być tak dobrana, aby zapewnić równomierne nasycenie obwodu magnetycznego. Wpływ wymienionych czynników powoduje niemożliwość analitycznego wyznaczenia optymalnych kształtów przekroju żłobka, a tym samym i przekroju pręta oraz liczby żłobków wirnika zapewniających warunek samohamowności przy jednoczesnym spełnieniu wymagań technologicznych. Zagadnienie to może być rozwiązane jedynie drogą wykreślnego analizowania wykroju blach wirnika dla danej średnicy wirnika i różnej liczby żłobków przy zachowaniu wspomnianych warunków.

Rozpatrzone zostały wykroje blach wirnika o średnicach w zakresie od 15 mm do 50 mm z liczbami żłobków od 6 do 16, przy szerokościach zęba od $2,0 \div 3,0$ mm.

Analizując umieszczone na wspólnych wykresach rys. 6 i 7 wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ możliwe do uzyskania dla danej średnicy (linia przerywano-punktowa) oraz dopuszczalne wartości $\dot{Z}_2 s_{pr}$ (linia ciągła) zapewniające samohamowność przy danym sposobie sterowania i przy określonej liczbie par biegunów, możemy stwierdzić szereg zależności wiążących wymiary konstrukcyjne silnika z warunkiem samohamowności.

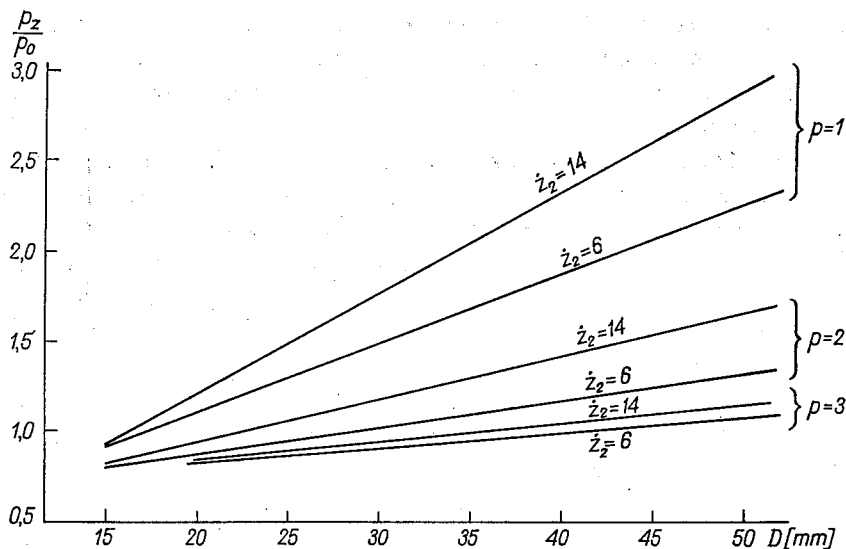
Silniki wykonawcze, klatkowe o średnicach wirnika poniżej 20 mm są zawsze samohamowne tak dla zamkniętego jak i dla otwartego obwodu sterowania. Wynika to z faktu, że w zakresie tych średnic wartość iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$, którą możemy uzyskać jest zawsze mniejsza od wartości dopuszczalnej ze względu na warunki samohamowności.

Ze wzrostem liczby par biegunów następuje powiększenie zakresu średnic, w którym silniki będą zawsze samohamowne.

Dla silników z zamkniętym obwodem sterowania samohamowność występować będzie przy większych średnicach wirnika.

Wzrost długości pakietu w stosunku do średnicy wirnika powoduje, że już przy mniejszych średnicach występować będzie decydujący o właściwościach silnika warunek dopuszczalnego iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$.

Korzystając z określonych na rys. 6 i 7 dopuszczalnych wartości iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ koniecznych dla uzyskania samohamowności przy otwartym i zamkniętym obwodzie sterowania wyznaczone zostały względne moce wewnętrzne rozwijane przez silnik w stanie zwarcia. Na rys. 9 podany został stosunek mocy wewnętrznych przy zamkniętym ob-



Rys. 9. Stosunek mocy wewnętrznych dla zamkniętego i otwartego obwodu sterowania w stanie zahamowanym

wodzie sterowania do mocy wewnętrznej przy otwartym obwodzie sterowania dla $s = 1$ w zależności od średnicy wirnika. Z przedstawionego wykresu widać, że silniki, które zostały zaprojektowane do pracy w układach z zamkniętym obwodem sterowania, będą rozwijały większe moce. Jedynie dla silników o liczbie par biegunów powyżej dwóch sytuacja jest odwrotna. Spowodowane to jest większymi wartościami dopuszczalnego iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ przy otwartym obwodzie sterowania niż przy zamkniętym. Wynika to z proporcjonalnego wzrostu iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ ze wzrostem liczby par biegunów dla otwartego obwodu sterowania, zaś w przypadku zamkniętego obwodu sterowania wzrost liczby par biegunów nie ma tak znacznego wpływu na wartość $\dot{Z}_2 s_{pr}$.

Wzrost liczby zębów wirnika powoduje wzrost mocy rozwijanej przez silnik, co związane jest jednoznacznie ze wzrostem dopuszczalnego iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$.

Silniki wykonawcze z wirnikiem klatkowym konstruowane są na ogół w zakresie średnic wirnika nie przekraczających 40 ÷ 50 mm. Ograniczenie to wynika z powodu znacznego wzrostu momentu bezwładności ze wzrostem średnicy wirnika, który pogarsza własności dynamiczne silnika. Dlatego też w celu uzyskania większych mocy buduje się silniki o dłuższych pakietach.

8. OMÓWIENIE WYNIKÓW

Wyniki teoretycznych rozważań zostały doświadczalnie sprawdzone na wykonanych modelach.

Parametry schematu zastępczego dwufazowego silnika zostały wyznaczone według proponowanej metody, a otrzymane wartości zostały porównane z wynikami uzyskanymi metodą pomiarową [1].

Tablica 2

Dane konstrukcyjne badanych modeli

Lp.	nr modelu	nr modelu	
		1	2
1.	średnica wirnika D [mm]	30	23
2.	długość pakietu l [mm]	70	28
3.	szczelina powietrzna [mm]	0,27	0,25
4.	liczba par biegunów p	2	2
5.	liczba żłobków stojana Z_1	8	8
6.	liczba żłobków wirnika Z_2	11	11
7.	średnica wykroju żłobka wirnika d_1 [mm]	3,1	3,1
8.	średnica pręta wirnika d_{pr} [mm]	2,3	2,4

W tablicy 2 zestawione są dane konstrukcyjne badanych silników. Są to silniki, których wymiary konstrukcyjne odpowiadają zakresowi rozpatrywanemu w artykule. Badane silniki zbudowane są na napięcia zasilające o częstotliwości 50 Hz, a pręty klatki wirnika są wykonane z miedzi.

Tablica 3

Względne wartości parametrów schematu zastępczego według metody proponowanej

parametr	model nr 1			model nr 2		
	wg metody proponowanej	wg metody pomiarowej	błąd w %	wg metody proponowanej	wg metody pomiarowej	błąd w %
względna rezystancja uzwojenia sterowania r_s	0,14	0,152	8,0	0,495	0,449	10,5
względna reaktancja uzwojenia sterowania x_s	0,335	0,3	11,5	0,402	0,356	13,0
względna reaktancja wirnika x_r	0,245	0,268	8,5	0,34	0,37	9,0
dopuszczalny przekrój pręta wirnika dla zapewnienia samohamowności [mm ²]	<4,2	3,95	7,0	<4,9	4,6	6,0

Względne wartości parametrów schematu zastępczego według metody pomiarowej oraz wyznaczone proponowaną metodą zostały podane w tablicy 3. Wartości błędów odniesione zostały do rezultatów uzyskanych metodą pomiarową.

Wartości poślizgów krytycznych występujących w obydwu modelach są następujące:

dla modelu nr 1 — $s_k = 2,23$,

dla modelu nr 2 — $s_k = 1,98$.

Dlatego też badane silniki są samohamowne przy zwartym i otwartym obwodzie sterowania, co potwierdza wyprowadzone w punktach 5 i 6 zależności.

Przedstawiona w artykule metoda wyznaczania parametrów schematu zastępczego obciążona jest średnio 10% błędem, który spowodowany jest przyjętymi założeniami upraszczającymi.

O ile wirniki wykonywane są ze skosem żłobków, to dopuszczalną wartość iloczynu $\dot{Z}_2 s_{pr}$ należy zwiększyć proporcjonalnie do wartości współczynnika skosu, którego wartość w tego typu silnikach waha się w granicach $0,9 \div 0,95$. Analogicznie należy postępować, gdy pręty wirnika wykonane są z innego materiału niż aluminium.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Z. Bajorek, Charakterystyki mechaniczne silnika asynchronicznego w procesie sterowania, Praca doktorska, Kraków 1957.
2. Ju. S. Czeczot, Elektrieskije mikrodwigateli awtomatycznych ustrojstw, Moskwa 1964.
3. Z. Kosowicz, Wpływ wymiarów czynnych na wartości parametrów eksploatacyjnych dwufazowych silników wykonawczych z wirnikiem kubkowym, Praca doktorska, Warszawa 1967.
4. Z. Kosowicz, Wpływ wymiarów pakietu l i D na warunki samohamowności dwufazowych silników wykonawczych z wirnikiem kubkowym, Rózpawy Elektrotechniczne, 1970, z. 3.
5. E. M. Łopuchina, G. S. Somichina, Rasczot asinchronnykh mikrodwigatielej odnofaznogo i triehfaznogo toka, Moskwa 1961.
6. E. M. Łopuchina, G. S. Somichina, Asinchronnyje mikromasziny z polym rotorom, Moskwa 1967.

Z. KOSOWICZ

INFLUENCE OF THE ROTOR DIAMETER OF A SQUIRREL CAGE SERVOMOTOR UPON ITS SELFBREAKING PROPERTIES

Summary

In the paper the influence of the rotor diameter D , the number of slots and the cross section of a rotor bar upon the selfbreaking properties of the squirrel cage servomotor are discussed.

The analysis is based on a complete equivalent circuit of a two phase induction motor whose parameters are determined by the core dimensions of the motor.

Stator and rotor reactances and resistances are given in per unit notation in respect to magnetising reactance X_μ .

The limit values ($\dot{Z}_2 s_{pr}$) of the product of the number of rotor slots and rotor bar cross section which satisfy selfbreaking properties, both for open and closed loop control, are given.

These limits are determined in respect to rotor diameter D and the number of poles $2p$ taking into account technological requirements.