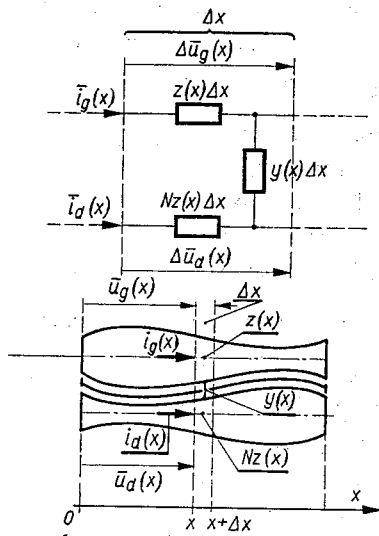




Rys. 6. Model elementarnego odcinka Δx niejednorodnej struktury $\mathcal{L}-\mathcal{Y}-N\mathcal{L}$ oraz oznaczenia prądów i napięć w strukturze

a po podstawieniu odpowiednich wyrażeń otrzymujemy

$$\bar{u}_g(x) = \frac{1}{1+N} [\bar{u}(x) - \bar{u}(0)] - \frac{N}{1+N} Z(x)D, \quad (36)$$

$$\bar{u}_d(x) = -\frac{N}{1+N} [\bar{u}(x) - \bar{u}(0)] - \frac{N}{1+N} Z(x)D, \quad (37)$$

gdzie $Z(x) = \int_0^x z(x)dx$, a $u(x)$ — napięcie „międzywarstwowe”: rozwiązanie równania (24).

Oczywiście, jak łatwo zauważyć z rys. 6, jest

$$\bar{u}_g(x) - \bar{u}_d(x) = \bar{u}(x) - \bar{u}(0) \quad (38)$$

zgodnie z II prawem Kirchhoffa. Wszystkie wielkości zestawione są na rys. 6; prądy $\bar{i}_1(x)$ i $\bar{i}_2(x)$ oznaczono tu, przez analogię do $\bar{u}_g$ i $\bar{u}_d$, odpowiednio $\bar{i}_g(x)$ i $\bar{i}_d(x)$ (prąd „górny” i „dolny”).

Należy zwrócić uwagę na fakt występowania w ogólnej postaci wyrażeń na $\bar{i}_g(x)$ i $\bar{i}_d(x)$ ((33), rys. 6) dwóch składników: proporcjonalnego do pochodnej napięcia $\bar{u}'(x)$, będącego funkcją współrzędnej przestrzennej x oraz składnika niezależnego od x , zawierającego stałą D . Pierwszy składnik wyrażeń reprezentujących prądy występujące w nich niezależnie od sposobu połączeń końcówek struktury i związany jest bezpośrednio z jej opisem za pomocą równań różniczkowych (21), a więc z faktem, że parametry z i y struktury mają charakter rozłożony. Składnik ten znika jedynie w przypadku zerowych warunków brzegowych, czyli gdy w strukturze nie występują zjawiska elektryczne. Drugi składnik

związany jest z koniecznością spełnienia I prawa Kirchhoffa przez prądy dopływające do i odpływające od każdego przekroju struktury, co wyraża się związkiem (19):

$$\bar{i}_g(0^-) + \bar{i}_d(0^-) = \bar{i}_g(0^+) + \bar{i}_d(0^+) = \bar{i}_g(x^-) + \bar{i}_d(x^-) = \bar{i}_g(x^+) + \bar{i}_d(x^+) = D \quad (39)$$

dla każdego $x \in [0, d]$. Związek ten obowiązuje przy dowolnej konfiguracji połączeń końcówek struktury, a więc zasilaniu jej z dwu różnych końców itp. Można zauważyć, że przy pracy struktury w konfiguracji odpowiadającej sposobowi włączenia linii transmisyjnej — a więc traktując końcówki 1—2 jako wejście, 4—3 jako wyjście (rys. 6) — należy zażądać $\bar{i}_g(x) = -\bar{i}_d(x)$ w każdym jej przekroju, czyli tym samym $D = 0$. W przypadku innych konfiguracji pracy wolno, zgodnie z (18), napisać tylko $\frac{d}{dx} \bar{i}_g(x) = -\frac{d}{dx} \bar{i}_d(x)$

i wtedy wystąpić może $D \neq 0$, a odpowiedni składnik prądu nosi charakter prądu wyrównawczego zapewniającego spełnienie prawa Kirchhoffa niezależnie od niesymetrii warunków zasilania²⁾. Dodać należy, że w dowolnej konfiguracji połączeń struktura o stałych rozłożonych pozostaje dla przestrzeni otaczającej elementem skupionym: suma prądów $D = \bar{i}_g + \bar{i}_d$, traktowana jako całkowity prąd płynący od jednego końca struktury ku drugiemu, nie wykazuje zależności od współrzędnej przestrzennej, odpowiadając co do wartości prądowi płynącemu pod wpływem średniej ważonej napięć $\bar{u}_g(d)$ i $\bar{u}_d(d)$: $\frac{N\bar{u}_g(d) + \bar{u}_d(d)}{N+1}$ przez równoległe połączenie impedancji $Z(d)$ i $NZ(d)$. Zależność $\bar{i}_g(x)$

i $\bar{i}_d(x)$ od współrzędnej przestrzennej obserwowana jest jedynie w każdej z warstw oddzielnie i wiąże się ze zmiennym w funkcji x rozplywem prądów pomiędzy górną i dolną warstwą, następującym poprzez rozłożoną admitancję równoległą $y(x)$ [15]. Zauważmy także, że gdy $N = 0$, czyli gdy dolna warstwa struktury doskonale przewodzi, przepływ całego prądu D odbywa się w tej warstwie. Wartość D wobec $NZ(d) = 0$ i $\bar{u}_d(d) = 0$ określana musi być w tym wypadku z warunków brzegowych dla $\bar{i}_d(x)$.

Jako konsekwencję istnienia dwu omówionych składników prądów $\bar{i}_g$ i $\bar{i}_d$ stwierdzić możemy występowanie odpowiadających im członów obliczonych napięć $\bar{u}_g$ i $\bar{u}_d$.

5. POSTAĆ OGÓLNA PARAMETRÓW MACIERZOWYCH STRUKTURY $\mathcal{X}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}$

Pośród nieskończonej liczby układów fundamentalnych $(\bar{u}_I, \bar{u}_{II})$ rozwiązań równania różniczkowego (24) dla ogólnej analizy właściwości struktury $\mathcal{X}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}$ najwygodniej wybrać fundamentalny układ normalny względem punktu $x = 0$ [6], którego funkcje $\bar{u}_I$, $\bar{u}_{II}$ spełniają warunki

$$\begin{cases} \bar{u}_I(0) = 1, & \bar{u}'_I(0) = 0, \\ \bar{u}_{II}(0) = 0, & \bar{u}'_{II}(0) = 1. \end{cases} \quad (40)$$

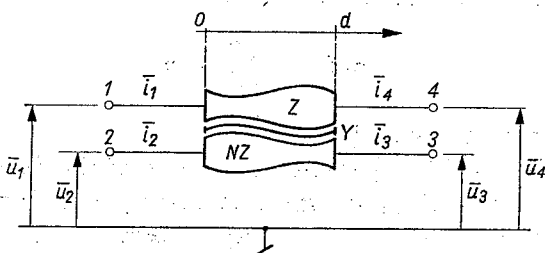
Układ taki istnieje zawsze w zbiorze fundamentalnych układów rozwiązań równania (24): funkcje $\bar{u}_I$ i $\bar{u}_{II}$ tego układu, spełniające warunki (40), utworzyć można zawsze jako kombinację liniową elementów dowolnego innego układu fundamentalnego.

²⁾ Odpowiada on, przy traktowaniu zasilanej niesymetrycznie struktury jako skośnika, tzw. prądowi skośnikowemu [15].

Struktura $\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}$ jest elementem o czterech zaciskach niezależnych i ze względu na możliwość pracy w różnych konfiguracjach jej właściwości obwodowe — analogicznie jak dla struktur $R-C-NR$ [7] — najdogodniej opisać przy pomocy admitancyjnej macierzy nieoznaczonej

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \\ \bar{i}_3 \\ \bar{i}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{u}_3 \\ \bar{u}_4 \end{bmatrix} \quad (41)$$

zastosowanej do układu $4(+1)$ zaciskowego (rys. 7).



Rys. 7. Oznaczenia zacisków oraz wielkości zaciskowych niejednorodnej struktury $\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}$ rozpatrywanej jako element czterech zaciskach niezależnych

Z otrzymanych dotychczas wyrażeń (rys. 6) wynikają związki (42) ÷ (49):

$$\bar{u}_1 - \bar{u}_2 = \bar{u}(0) = a, \quad (42)$$

$$\bar{u}_4 - \bar{u}_3 = \bar{u}(d) = a\bar{u}_1(d) + b\bar{u}_{II}(d), \quad (43)$$

$$\bar{u}_4 - \bar{u}_1 = \bar{u}_g(d) = \frac{1}{1+N} [a(\bar{u}_1(d) - 1) + b\bar{u}_{II}(d)] - \frac{N}{1+N} ZD, \quad (44)$$

$$\bar{u}_3 - \bar{u}_2 = \bar{u}_d(d) = -\frac{N}{1+N} [a(\bar{u}_1(d) - 1) + b\bar{u}_{II}(d)] - \frac{N}{1+N} ZD, \quad (45)$$

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_g(0) = -\frac{b}{(1+N)z(0)} + \frac{N}{1+N} D, \quad (46)$$

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_d(0) = \frac{b}{(1+N)z(0)} + \frac{1}{1+N} D, \quad (47)$$

$$\bar{i}_3 = -\bar{i}_d(d) = -\frac{1}{(1+N)z(d)} [a\bar{u}'_1(d) + b\bar{u}'_{II}(d)] - \frac{1}{1+N} D, \quad (48)$$

$$\bar{i}_4 = -\bar{i}_g(d) = \frac{1}{(1+N)z(d)} [a\bar{u}'_1(d) + b\bar{u}'_{II}(d)] - \frac{N}{1+N} D. \quad (49)$$

Tożsamość Abela (30) dla $\bar{u}_I$, $\bar{u}_{II}$ spełniających warunki (40) przyjmuje postać

$$p(x) [\bar{u}_I(x) \bar{u}_{II}'(x) - \bar{u}_I'(x) \bar{u}_{II}(x)] = p(0), \quad (50)$$

w szczególności

$$\bar{u}_I(d) \bar{u}_{II}'(d) - \bar{u}_I'(d) \bar{u}_{II}(d) = \frac{p(0)}{p(d)} = m. \quad (51)$$

Wprowadzimy dodatkowo oznaczenie

$$\frac{p(0)}{p(x)} \stackrel{\text{df}}{=} m(x), \quad (52)$$

gdzie $p(x)$ — funkcja kształtu struktury; dla $x = d$

$$m(d) = \frac{p(0)}{p(d)} = m. \quad (53)$$

Jest to tzw. współczynnik kształtu [5].

Eliminując ze związków (42) ÷ (49) stałe a , b , D i uwzględniając dodatkowo tożsamość Abela w postaci (51), otrzymujemy w wyniku admitancyjną macierz nieoznaczoną rozwiązanej struktury typu $\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}$. Wyrazy tej macierzy przedstawione są za pomocą funkcji $\bar{u}_I$ i $\bar{u}_{II}$, będących elementami fundamentalnego układu normalnego rozwiązań równania (24) spełniających warunki (40):

$$[\psi_{ij}] = [\psi]_n = \frac{1}{(1+N)Z} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} M \frac{\bar{u}_I(d)}{\bar{u}_{II}(d)} + N & -M \frac{\bar{u}_I(d)}{\bar{u}_{II}(d)} + 1 & M \frac{1}{\bar{u}_{II}(d)} - 1 & -M \frac{1}{\bar{u}_{II}(d)} - N \\ -M \frac{\bar{u}_I(d)}{\bar{u}_{II}(d)} + 1 & M \frac{\bar{u}_I(d)}{\bar{u}_{II}(d)} + \frac{1}{N} & -M \frac{1}{\bar{u}_{II}(d)} - \frac{1}{N} & M \frac{1}{\bar{u}_{II}(d)} - 1 \\ M \frac{1}{\bar{u}_{II}(d)} - 1 & -M \frac{1}{\bar{u}_{II}(d)} - \frac{1}{N} & \frac{M}{m} \frac{\bar{u}_{II}'(d)}{\bar{u}_{II}(d)} + \frac{1}{N} & -\frac{M}{m} \frac{\bar{u}_{II}'(d)}{\bar{u}_{II}(d)} + 1 \\ -M \frac{1}{\bar{u}_{II}(d)} - N & M \frac{1}{\bar{u}_{II}(d)} - 1 & -\frac{M}{m} \frac{\bar{u}_{II}'(d)}{\bar{u}_{II}(d)} + 1 & \frac{M}{m} \frac{\bar{u}_{II}'(d)}{\bar{u}_{II}(d)} + N \end{bmatrix}. \quad (54)$$

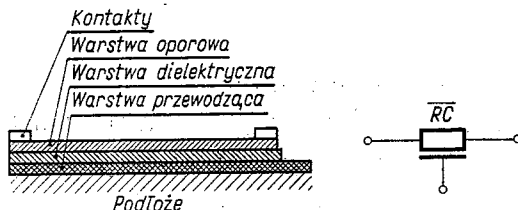
W macierzy tej:

$$Z = \int_0^d z(x) dx, \quad (55)$$

$$M = \int_0^d m(x) dx = \int_0^d \frac{p(0)}{p(x)} dx. \quad (56)$$

Z wyznaczonej w ten sposób macierzy uzyskać można, jako szczególny przypadek, macierz admitancyjną niejednorodnej linii $RC(\mathcal{Z}\mathcal{Y})$ o stałych rozłożonych, podaną przez Ghausi'ego i Kelly'ego w [6]. Linia RC o stałych rozłożonych jest elementem o strukturze

trójkątowej (rys. 8). W linii takiej $N = 0$ i zbudowana jest ona z warstwy oporowej, dielektrycznej oraz przewodzącej; może być więc uważana za szczególny przypadek rozważanej przez nas struktury $\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}$, w której $z(x) = r(x)$, $y(x) = sc(x)$, $N = 0$.



Rys. 8. Realizacja linii $\overline{RC}$ o stałych rozłożonych i jej oznaczenie schematowe

Dzięki zastosowaniu funkcji $\bar{u}_I$ i $\bar{u}_{II}$ będących elementami fundamentalnego układu normalnego rozwiązań równania (24), spełniających warunki (40), uzyskana postać admitancyjnej macierzy nieoznaczonej struktury $\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}$ wiąże parametry macierzowe tej struktury w prosty sposób z rozwiązaniami równania Sturma. Umożliwia to dalsze badanie własności struktury $\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}$ poprzez badanie zachowania się rozwiązań równania Sturma (24).

Otrzymana postać macierzy (54) jest także prostsza od postaci podanej przez K. U. Ahmeda w pracy [16], gdzie parametry macierzowe struktury $\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}$ wyrażone zostały poprzez tzw. funkcje parametrów macierzowych (funkcje charakterystyczne) struktury. Liniowo niezależne rozwiązania równania (24) nie stanowiące fundamentalnego układu normalnego (nie spełniające warunków (40)) służą do wyrażenia funkcji charakterystycznych w dość złożony sposób.

LITERATURA

1. A. Filipkowski, *Mikroelektroniczne układy scalone*, WNT, Warszawa 1966.
2. A. Ambroziak, *Półprzewodnikowe układy scalone*, PWN, Warszawa 1966.
3. M. Biało, *Układy mikroelektroniczne*, WKiŁ, Warszawa 1969.
4. J. Roszkiewicz, *Układy RC o stałych rozłożonych*, WKiŁ, Warszawa 1972.
5. J.J. Kelly, M.S. Ghausi, *Tapered Distributed RC Networks with Similar Immittances*, IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-12, No 4, December 1965, s. 554–558.
6. M.S. Ghausi, J.J. Kelly, *Introduction to Distributed-Parameter Networks*, Holt, Rinehart and Winston, New York 1968.
7. P.S. Castro, W.W. Happ, *Distributed Parameter Circuits and Microsystem Electronics*, Proceedings NEC, 1960, s. 448–460.
8. W.W. Happ, P.S. Castro, *Distributed Parameter Circuit Design Techniques*, Proceedings NEC, 1961, s. 45–70.
9. P.P. Civalieri, *On the Formal Theory of Nonuniform Transmission Lines*, IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-18, No 4, July 1971, s. 479–481.
10. L.S. Pontriagin, *Równania różniczkowe zwyczajne*, PWN, Warszawa 1964.
11. E.L. Ince, *Ordinary Differential Equations*, Dover Publications, New York 1944, 1956.
12. B. Friedman, *Wybrane zagadnienia matematyki stosowanej*, PWN, Warszawa 1966.
13. F.V. Atkinson, *Discrete and Continuous Boundary Problems*, Academic Press, New York 1964; także w jęz. rosyjskim.

14. B. Galiński, *Uogólniona teoria skośnika*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 19, z. 2, 1973.
15. Cz. Rajska, *Teoria skośnika*, Arch. Elektrot., t. II, nr 1, 1953.
16. K. U. Ahmed, *Two-Port Four-Terminal Matrix Parameter Functions of Solvable Distributed Parameter $\mathcal{Z}$ - $\mathcal{Y}$ - $K\mathcal{Z}$ Networks*, IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-19, No 5, September 1972, s. 506—508.

A. CHYRCZAKOWSKI

GENERAL MODEL OF $\overline{RC}$ STRUCTURE WITH DISTRIBUTED PARAMETERS AND ITS MATRIX PARAMETERS

Summary

A model of the $\overline{\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}}$ structure with distributed parameters has been described, where the per-unit-length series impedance z and parallel admittance y are defined by functions of the spatial coordinate:

$$p(x) \in C^1, \quad p(x) \neq 0 \quad \text{and} \quad q(x) \in C \quad \text{respectively,}$$

on the whole length of the structure. General properties of the equations describing the presented model have been discussed. Indefinite admittance matrix of the $\overline{\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}}$ structure, considered as an element with four independent terminals, has been obtained in a general form, which enables further study of the properties of the structure.

A. CHYRCZAKOWSKI

UN MODÈLE GÉNÉRAL DE LA STRUCTURE $\overline{RC}$ À CONSTANTS DISTRIBUÉS ET SES PARAMÈTRES MATRICIELS

RÉSUMÉ

L'article décrit un modèle de la structure $\overline{\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}}$ à constants distribués, dont l'impédance de file unitaire z et l'admittance parallèle unitaire y sont déterminées pour la longueur totale de la structure par les fonctions de la coordonnée spatiale:

$$p(x) \in C^1, \quad p(x) \neq 0 \quad \text{et} \quad q(x) \in C,$$

respectivement. On a discuté des propriétés générales des équations du modèle de la structure et on a déterminé une forme générale de la matrice d'admittance indéterminée pour la structure $\overline{\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}}$, comme un élément à quatre bornes indépendantes. Grâce à cette matrice la recherche ultérieure sur la structure est possible.

A. CHYRCZAKOWSKI

ALLGEMEINES MODELL DER $\overline{RC}$ -STRUKTUR MIT VERTEILTEN PARAMETERN UND SEINE MATRIXPARAMETER

Zusammenfassung

Es wurde ein Modell der $\overline{\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}}$ -Struktur mit verteilten Parametern beschrieben, wo die Serienimpedanz z und die Paralleladmittanz y pro Längeneinheit durch Funktionen der Raumkoordinate:

$$p(x) \in C^1, \quad p(x) \neq 0 \quad \text{und entsprechend} \quad q(x) \in C$$

auf der ganzen Strukturlänge bezeichnet sind. Allgemeine Eigenschaften der Gleichungen, die das dargestellte Modell beschreiben, werden diskutiert, und die unbestimmte Admittanzmatrix der $\overline{\mathcal{Z}-\mathcal{Y}-N\mathcal{Z}}$ -Struktur — betrachtet als Element mit vier unabhängigen Anschlüssen — erhalten. Die Form der unbestimmten Admittanzmatrix ermöglicht eine weitere Untersuchung der Eigenschaften dieser Struktur.

А. ХЫРЧАКОВСКИ

ОБЩАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРЫ $\overline{RC}$ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ И ЕЕ МАТРИЧНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Р е з ю м е

Представлена модель структуры $\overline{\mathcal{Z}}-\overline{\mathcal{Y}}-\overline{N\mathcal{Z}}$ с распределенными параметрами, погонные параметры которой: последовательное сопротивление z и параллельная проводимость y определяются соответственно функциями пространственной координаты:

$$p(x) \in C^1, \quad p(x) \neq 0, \quad q(x) \in C,$$

по всей длине структуры. Продискутированы общие свойства уравнений, описывающих представленную модель и получена общая форма неопределенной матрицы проводимостей структуры, рассматриваемой как элемент с 4-мя независимыми зажимами, которая дает возможность дальнейшего исследования свойств структуры.

1. The first part of the document is a letter from the President of the United States to the Congress, dated January 1, 1861.

2. The second part is a report from the Secretary of the Treasury, dated January 1, 1861.

3. The third part is a report from the Secretary of the Interior, dated January 1, 1861.

4. The fourth part is a report from the Secretary of the Navy, dated January 1, 1861.

Realizacja zer transmitancji w prawej półpłaszczyźnie techniką syntezy łańcuchowej $\pm R, C$

KRYSTYNA STEC (GLIWICE)

Instytut Podstawowych Problemów Elektrotechniki i Energoelektroniki Politechniki Śląskiej

Otrzymano 23.4.1974

W artykule przedstawiono metodę łańcuchowej realizacji zer transmitancji w prawej półpłaszczyźnie w układach $\pm R, C$. Za pomocą odłączenia więcej niż bieguna otrzymano sekcje zerowe typu π , nierealizowalne jako układy $\pm R, C$. Sekcje te zostały następnie zastąpione czwórnikami $\pm R, C$, równoważnymi jeśli chodzi o realizację zer transmitancji.

1. DEFINICJE UŻYTYCH POJĘĆ, PRZYJĘTE OZNACZENIA

1.1. Definicje

Odłączenie:

a) części bieguna funkcji $F(s) = \frac{L(s)}{M(s)}$,

b) bieguna funkcji $F(s) = \frac{L(s)}{M(s)}$,

c) więcej niż bieguna funkcji $F(s) = \frac{L(s)}{M(s)}$ definiują następujące zależności

$$F_1(s) = F(s) - \frac{\gamma k_1 s}{s + \sigma_k} \quad \text{gdy } F(s) \text{ reprezentuje admitancję,}$$

$$F_2(s) = F(s) - \frac{\gamma k_2}{s + \sigma_k} \quad \text{gdy } F(s) \text{ reprezentuje impedancję,}$$

gdzie:

$s = -\sigma_k$ jest biegunem funkcji $F(s)$,

$$k_1 = \operatorname{res} \frac{F(s)}{s} \Big|_{s=-\sigma_k},$$

$$k_2 = \operatorname{res} F(s) \Big|_{s=-\sigma_k};$$

ad a) zachodzi gdy $\gamma < 1$,

ad b) zachodzi gdy $\gamma = 1$,

ad c) zachodzi gdy $\gamma > 1$;

n -drzewo — n oddzielnych podgrafów nie zawierających oczek, każdy z podgrafów jest spójny, które razem wzięte zawierają wszystkie węzły układu.

1.2. Przyjęte oznaczenia

Przyjęto następujące oznaczenia:

C — pojemność,

g — przewodność,

k_i — residuum funkcji w punkcie $s = \sigma_i$;

r — oporność,

y — admitancja,

y_{11}, y_{12}, y_{22} — parametry macierzy admitancyjnej,

$W_{ab, cd}$ — suma iloczynów admitancji 2-drzew (indeksy u dołu oznaczają węzły, przecinki dzielą węzły na grupy należące do różnych podgrafów),

$U_{a, b, cd}$ — suma iloczynów admitancji 3-drzew (indeksy u dołu oznaczają węzły, przecinki dzielą węzły na grupy należące do różnych podgrafów).

1.3. Wprowadzenie

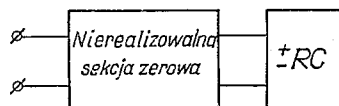
Realizacją zer transmitancji w prawej półpłaszczyźnie zajmowali się S. L. Hakimi i S. Seshu [2] oraz D. L. Losee i S. K. Mitra [3]. Metody stosowane przez nich bądź nie pozwalały na realizację zer w całej prawej półpłaszczyźnie przy równoczesnym wystąpieniu skomplikowanych warunków dodatkowych oddzielnie dla każdego sektora $|\arg s| \geq \frac{\pi}{n}$ [2], bądź przysparzały dużo trudności w wypadku transmitancji będącej ilorazem wielomianów wyższego stopnia [3].

Przedstawiona tu metoda pozwala na realizację zer transmitancji w całej prawej półpłaszczyźnie za pomocą jednakowego algorytmu niezależnie od stopnia tej transmitancji.

2. SEKCJE ZEROWE TYPU π

2.1. Przyjęta procedura realizacji zer

Zera transmitancji realizujemy korzystając z drabinkowego rozwinięcia admitancji wejściowej układu, w oparciu o znaną [1] własność układu drabinkowego, w którym bieguny impedancji gałęzi poziomej są zerami transmitancji układu, jeżeli tylko nie są identyczne z biegunami sąsiadujących z tą gałęzią impedancji przejścia. Podobnie jak w układach



Rys. 1. Założona budowa układu

pasywnych [1] [2], korzystamy z macierzy admitancyjnej czwórnika, tzn. rozwijamy parametr $Y_{11}(s)$ tej macierzy. Z układu drabinkowego wyodrębniamy sekcję zerową typu π . Otrzymana w ten sposób sekcja zerowa nie zawsze będzie realizowalna jako układ $\pm R, C$. Zakładamy jednak, że admitancja układu, który w rozwinięciu stanowi obciążenie sekcji zerowej, musi być realizowalna jako admitancja $\pm R, C$ (rys. 1).

Nierealizowalną sekcję zerową typu π zastąpimy następnie czwórnikiem $\pm R, C$ równoważnym jeśli chodzi o realizację zer transmitancji, a więc posiadającym ten sam parametr $y_{12}(s)$ co nierealizowalna sekcja typu π .

Funkcję $y_{11}(s)$ można przedstawić w następującej postaci [4]

$$y_{11}(s) = g_{11} + k_{11}s + k_{110} \frac{1}{s} + \sum_i \frac{k_{11i}s}{s+s_i}, \quad (1)$$

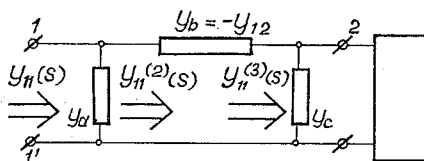
gdzie:

$$\left. \begin{array}{ll} k_{11i} > 0 & \text{dla } s_i > 0, \\ k_{11i} < 0 & \text{dla } s_i < 0, \\ k_{11\infty} \geq 0, \\ k_{110} \leq 0, \\ s_i, g_{11}. \end{array} \right\} \text{ rzeczywiste}$$

Rozważać będziemy układy $\pm R, C$ stabilne zwarciovo, tzn. takie, w których admitancja $y_{11}(s)$ ma bieguny leżące wyłącznie na ujemnej półosi rzeczywistej. Tak więc

$$y_{11}(s) = g_{11} + k_{11\infty}s + \sum_i \frac{k_{11i}s}{s+\sigma_i}, \quad (2)$$

gdzie $\sigma_i > 0$ rzeczywiste.



Rys. 2. Sekcja zerowa typu π

Sekcję zerową typu π (rys. 2) wyodrębniamy z układu o zadanej funkcji $y_{11}(s)$ przez kolejne odłączanie biegunów admitancji (impedancji), za pomocą następującego algorytmu:

1) od funkcji $y_{11}(s)$ odejmujemy $y_a = \frac{\gamma k_{2n}s}{s+\sigma_{2n}}$, tak by spełniony był warunek $y_{11}^{(2)}(s_0) = 0$ (s_0 — żądane zero),
tzn.

$$y_{11}^{(2)}(s) = y_{11}(s) - \frac{\gamma k_{2n}s}{s+\sigma_{2n}} \Big|_{s=s_0} = 0, \quad (3)$$

gdzie:

$$\left. \begin{array}{l} s = -\sigma_{2n} \text{ odłączany biegun} \\ k_{2n} = \text{res } \frac{y_{11}(s)}{s} \Big|_{s=-\sigma_{2n}} \end{array} \right\} \text{ rzeczywiste;}$$

- 2) od funkcji $z_{11}^{(2)}(s) = \frac{1}{y_{11}^{(2)}(s)}$ odłączamy jej biegun w punkcie $s = s_0$, tzn. odejmujemy funkcję $z_b = \frac{k_0}{s-s_0}$ i otrzymujemy:

$$z_{11}^{(3)}(s) = z_{11}^{(2)}(s) - \frac{k_0}{s-s_0}; \quad (4)$$

- 3) od funkcji $y_{11}^{(3)}(s)$ odłączamy admitancję y_c (oczywiście y_c musi być częścią $y_{11}^{(3)}(s)$).

2.2. Realizacja dodatniego zera rzeczywistego $s = \sigma_0$

W układach pasywnych RC ujemne zera rzeczywiste realizuje się przez odłączenie części bieguna, tzn. we wzorze (3) przyjmuje się $\gamma < 1$.

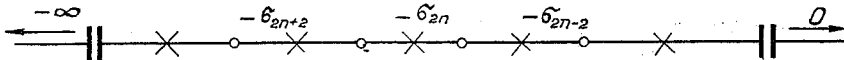
W niektórych przypadkach w układach $\pm R, C$ można zastosować tę metodę także do realizacji dodatnich rzeczywistych zer transmitancji. Prowadzi to do sekcji zerowych realizowalnych jako czwórnik $\pm R, C$ typu π . Metoda ta nie daje jednak wyniku, gdy:]

- 1) $g_{11} > 0$,
gdyż wówczas $y_{11}^{(2)} > 0$ dla wszystkich $\sigma > 0$,
- 2) $|g_{11}| < k_{11\infty} \sigma_0$ przy $g_{11} < 0$,
gdyż wówczas $y_{11}^{(2)} > 0$ dla danego σ_0 , bez względu na to, który biegun odłączamy.
- 3) $g_{11} < -\left[-\sum_i \frac{k_{11i}s}{s+\sigma_i} - \frac{\gamma k_{2n}s}{s+\sigma_{2n}} \right] \Big|_{s=\sigma}$,

przy $g_{11} < 0$, $k_{11\infty} = 0$ i $\sigma > 0$.

Wobec tego do realizacji dodatniego zera rzeczywistego zastosujemy *metodę odłączenia więcej niż bieguna*, tzn. we wzorze (3) przyjmiemy $\gamma > 1$. Metoda ta była dotychczas stosowana [2] w układach pasywnych do realizacji pary zespolonych zer sprzężonych.

Przy odłączeniu więcej niż bieguna, funkcja $y_{11}^{(2)}(s)$ określona za pomocą wzoru (3) nie jest realizowalna jako admitancja $\pm R, C$. Zbadajmy rozkład zer funkcji $y_{11}^{(2)}(s)$.



Rys. 3. Rozkład zer i biegunów funkcji $y_{11}(s)$; $-\sigma_{2n}$ odłączany biegun, $-\sigma_{2n+2}$, $-\sigma_{2n-2}$ bieguny sąsiadujące z $-\sigma_{2n}$

Rys. 3 przedstawia rozkład zer i biegunów funkcji $y_{11}(s)$ na osi rzeczywistej.

Funkcja $y_{11}^{(2)}(s) = g_{11} + k_{11\infty}s + \sum_i \frac{k_{11i}s}{s+\sigma_i} + \frac{1-\gamma k_{2n}s}{s+\sigma_{2n}}$ zdaża na granicach przedziału $s = \sigma \in (-\sigma_{2n+2}, \sigma_{2n})$ do $-\infty$, a na granicach przedziału $s = \sigma \in (-\sigma_{2n}, -\sigma_{2n-2})$ do $+\infty$. W obu wymienionych przedziałach funkcja ta może mieć parzystą ilość zer, zera wielokrotne o krotności parzystej lub nie przechodzić przez zero.

Licznik funkcji $y_{11}^{(2)}(s)$ nie może być stopnia wyższego niż licznik funkcji $y_{11}(s)$, a funkcja $\frac{\gamma k_{2n}s}{s+\sigma_{2n}} \Big|_{s=\sigma}$ przecina funkcję $y_{11}(s)|_{s=\sigma}$ tylko raz w każdym przedziale pomiędzy

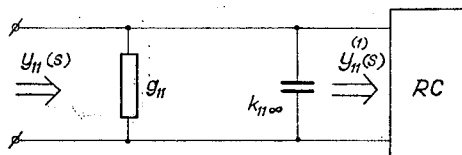
dwoma skończonymi biegunami z wyjątkiem przedziałów $(-\sigma_{2n+2}, -\sigma_{2n})$ i $(-\sigma_{2n}, -\sigma_{2n-2})$. Wobec tego funkcja $y_{11}^{(2)}(s)$ nie może mieć większej ilości zer niż funkcja $y_{11}(s)$ (zero k -krotne uważamy za k zer).

Z tego wynika, że przez odłączenie więcej niż bieguna można zrealizować co najwyżej dwa zera rzeczywiste lub parę zer zespolonych. Równocześnie należy zauważyć, że przy realizacji pojedynczego dodatniego zera rzeczywistego mogą wystąpić zera wielokrotne funkcji $y_{11}(s)$. Zakładamy, że tylko gałąź pozioma sekcji zerowej typu π nie będzie realizowalna jako immitancja $\pm R, C$.

Spełnienie tego warunku uzyskujemy realizując żądane zero w układzie o admitancji wejściowej

$$y_{11}^{(1)}(s) = y_{11}(s) - g_{11} - k_{11\infty}s$$

otrzymanej przez odłączenie od $y_{11}(s)$ przewodności g_{11} i pojemności $k_{11\infty}$ (rys. 4).



Rys. 4. Układ otrzymany po odłączeniu przewodności g_{11} i pojemności $k_{11\infty}$

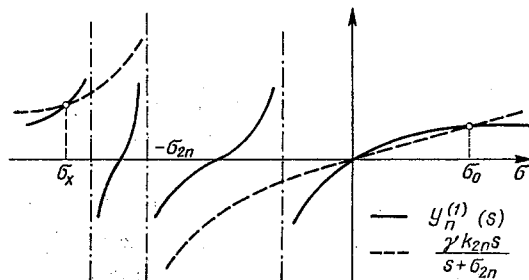
Wzór (3) przyjmie obecnie następującą postać:

$$y_{11}^{(2)}(s) = y_{11}^{(1)}(s) - \frac{\gamma k_{2n}s}{s + \sigma_{2n}} \Big|_{s=\sigma_0} = 0. \quad (5)$$

Jeżeli: $\gamma k_{2n} > y_{11}^{(1)}(\infty)$, to funkcja $y_{11}^{(2)}(s)$ będzie miała dwa nowe zera:

$$s = \sigma_0 > 0 \quad \text{ i } \quad s = \sigma_x \in (-\sigma_{2k}, -\infty),$$

gdzie $-\sigma_{2k}$ jest najmniejszym biegunem funkcji $y_{11}^{(1)}(s)$ (rys. 5).



Rys. 5. Przebieg funkcji $y_{11}^{(1)}(s)$ i $\frac{\gamma k_{2n}s}{s + \sigma_{2n}}$ przy $\gamma k_{2n} > y_{11}^{(1)}(\infty)$

Funkcja

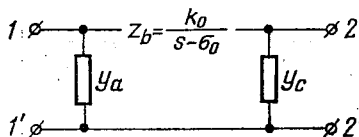
$$z_{11}^{(3)}(s) = \frac{1}{y_{11}^{(2)}(s)} - \frac{k_0}{s - \sigma_0} = z_{11}^{(2)}(s) - \frac{k_0}{s - \sigma_0}$$

jest realizowalna jako impedancja $\pm R, C$, gdyż posiada wyłącznie bieguny rzeczywiste ujemne $s = -\sigma_j$ leżące poza przedziałem $s = \sigma \in (-\sigma_{2n+2}, -\sigma_{2n-2})$, a jej residua w tych biegunach

$$\operatorname{res} z_{11}^{(3)}(s)|_{s=-\sigma_j} = \frac{1}{\frac{d}{ds} \left[y_{11}^{(1)}(s) - \frac{\gamma k_{2n}s}{s + \sigma_{2n}} \right] \Big|_{s=-\sigma_j}} \quad (6)$$

są rzeczywiste dodatnie.

Wyrażenie (6) przyjmuje wartość ujemną dla $s = \sigma_0 > 0$, gdzie σ_0 — realizowane zero. Tak więc $k_0 = \operatorname{res} z_{11}^{(2)}(s)|_{s=\sigma_0} < 0$, a funkcja $z_b = \frac{k_0}{s - \sigma_0}$ nie jest impedancją $\pm R, C$.



Rys. 6. Sekcja realizująca zero $s = \sigma_0$.

W ten sposób otrzymaliśmy sekcję zerową typu π nierealizowalną jako układ $\pm R, C$ (rys. 6).

Ażeby realizacja dodatniego zera rzeczywistego była możliwa, odłączany biegun $s = -\sigma_{2n}$ musi spełniać następujące warunki:

- 1) nie może to być najmniejszy biegun funkcji $y_{11}^{(1)}(s)$, bo wówczas wyrażenie (6) byłoby ujemne dla $s = -\sigma_j < -\sigma_{2n}$,
- 2) $\sigma_{2n} > \left[\frac{y_{11}^{(1)}(\infty)}{y_{11}^{(1)}(\sigma_0)} - 1 \right] \sigma_0$, (7)

co wynika z warunku $\gamma k_{2n} > y_{11}^{(1)}(\infty) = \sum_i k_{11i}$.

2.3. Realizacja zer zespolonych funkcji y_{12} leżących w prawej półpłaszczyźnie

Parę zer sprzężonych $s = \alpha + j\beta$, $s^* = \alpha - j\beta$ ($\alpha > 0$ i $\beta > 0$ rzeczywiste) realizujemy, podobnie jak robi się to w układach pasywnych [2], przez odłączenie więcej niż bieguna funkcji $y_{11}(s)$, tzn. we wzorze (3) $\gamma > 1$ i $s_0 = \alpha \pm j\beta$, tak że

$$y_{11}^{(2)}(s) = y_{11}(s) - \frac{\gamma k_{2n}s}{s + \sigma_{2n}} \Big|_{s=\alpha \pm j\beta} = 0. \quad (8)$$

Zależność (8) może być spełniona tylko wtedy, gdy

$$\gamma k_{2n} = \frac{y_{11}(s)(s + \sigma_{2n})}{s} \Big|_{s=\alpha \pm j\beta},$$

tn. gdy

$$\operatorname{Im} \left\{ \frac{y_{11}(s)(s + \sigma_{2n})}{s} \right\} \bigg|_{s=\alpha \pm j\beta} = 0.$$

Warunek ten spełnia admitancja $\pm R, C$ $y_{11}^{(1)}(s)$, którą otrzymujemy podobnie jak w układach pasywnych [2] przez przesunięcie jednego z zer funkcji $y_{11}(s)$. Wprowadzając funkcję $y_{11}^{(1)}(s)$ w miejsce $y_{11}(s)$ otrzymamy nową postać wyrażenia (8)

$$y_{11}^{(2)}(s) = y_{11}^{(1)}(s) - \frac{\gamma k_{2n}s}{s + \sigma_{2n}} \bigg|_{s=\alpha \pm j\beta} = 0. \quad (9)$$

Ramię poziome sekcji zerowej otrzymamy przez odłączenie od funkcji

$$z_{11}^{(2)}(s) = \frac{1}{y_{11}^{(2)}(s)} \text{ funkcji } z_b(s) = \frac{\delta_1 + j\delta_2}{s - \alpha - j\beta} + \frac{\delta_1 - j\delta_2}{s - \alpha + j\beta}, \text{ gdzie}$$

$$\delta_1 + j\delta_2 = \operatorname{res} z_{11}^{(2)}(s)|_{s=\alpha+j\beta} \text{ i } \delta_1 - j\delta_2 = \operatorname{res} z_{11}^{(2)}(s)|_{s=\alpha-j\beta},$$

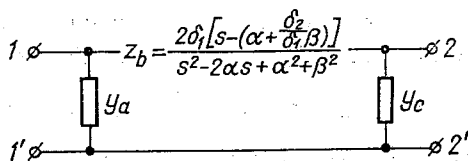
tak że otrzymamy funkcję

$$z_{11}^{(3)}(s) = z_{11}^{(2)}(s) - \frac{\delta_1 + j\delta_2}{s - \alpha - j\beta} - \frac{\delta_1 - j\delta_2}{s - \alpha + j\beta}. \quad (10)$$

Funkcja ta jest realizowalna jako impedancja $\pm R, C$.

Dowód tego jest identyczny z dowodem przeprowadzonym dla przypadku realizacji zer rzeczywistych i prowadzi do wyrażenia (6) dodatniego dla wszystkich biegunów funkcji $z_{11}^{(3)}(s)$.

W ten sposób otrzymaliśmy sekcję zerową typu π realizującą parę zer $s = \alpha \pm j\beta$ lecz nierealizowalną jako układ $\pm R, C$ (rys. 7).



Rys. 7. Sekcja realizująca parę zer sprzężonych $s = \alpha \pm j\beta$

2.4. Modyfikacja nierealizowalnych sekcji zerowych

Otrzymane nierealizowalne sekcje zerowe typu π zostaną zastąpione przez równoważne, jeśli chodzi o parametr y_{12} , realizowalne sekcje $\pm R, C$ wyprowadzone w oparciu o zależność (11) [5]

$$Y = \frac{1}{\Sigma U} \begin{bmatrix} W_{2, 2'} & W_{12', 1'2} - W_{12, 1'2'} \\ W_{12', 1'2} - W_{12, 1'2'} & W_{1, 1'} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\Sigma U = U_{1, 2, 1'2'} + U_{1, 2', 1'2} + U_{12', 2, 1'} + U_{12, 2', 1'}.$$

Funkcje y_{11} , y_{12} , y_{22} czwórników pokazanych na rys. 6 i rys. 7 mają różne mianowniki. Ażeby możliwe było zastąpienie nierealizowalnego czwórnika typu π przez czwórnik realizowalny, admitancje y_a i y_c muszą posiadać biegun $s = -\sigma_{2n}$ oraz impedancja

$$z_b(-\sigma_{2n}) = 0. \quad (12)$$

W przypadku realizacji dodatniego zera rzeczywistego $s = \sigma_0$, warunek (12) pociąga za sobą konieczność realizacji dodatkowego zera admitancji $y_b = -y_{12}$, co uzyskujemy przez całkowite lub częściowe odłączenie od impedancji $z_{11}^{(2)}(s)$ jeszcze jednego bieguna. Najdogodniej jest odłączyć biegun $s = 0$.

Impedancja $z_{11}^{(3)}(s)$ przyjmie teraz następującą postać:

$$z_{11}^{(3)}(s) = z_{11}^{(2)}(s) - \frac{k_0}{s - \sigma_0} - \frac{\varepsilon k}{s} = z_{11}^{(2)}(s) - z_b,$$

gdzie:

$$0 < \varepsilon \leq 1,$$

$$k = \text{res } z_{11}^{(2)}(s)|_{s=0}.$$

Impedancja gałęzi poziomej

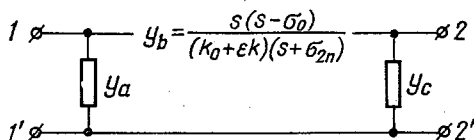
$$z_b = \frac{(k_0 + \varepsilon k) \left[s + \left(\frac{-\varepsilon k \sigma_0}{k_0 + \varepsilon k} \right) \right]}{s - \sigma_0}.$$

Z zależności (12) wynika, że

$$-\frac{\varepsilon k \sigma_0}{k_0 + \varepsilon k} = \sigma_{2n}, \quad (12a)$$

a ponieważ $\sigma_0 > 0$, $k > 0$, $k_0 < 0$ oraz $\sigma_{2n} > 0$, mamy $|k_0| > \varepsilon k$.

Drugie ramię pionowe czwórnika otrzymujemy przez odłączenie od admitancji $y_{11}^{(3)}(s) = \frac{1}{z_{11}^{(3)}(s)}$ jej bieguna w $s = -\sigma_{2n}$, tzn. $y_c = \frac{k_x s}{s + \sigma_{2n}}$, $k_x = \text{res } y_{11}(s)|_{s=-\sigma_{2n}}$. Prowadzi to do zmodyfikowanej sekcji zerowej pokazanej na rys. 8.



Rys. 8. Sekcja realizująca parę zer $s = 0$, $s = \sigma_0$

Jeżeli równanie (12a) nie jest spełnione dla żadnego $\varepsilon \in (0, 1]$, należy odłączyć od $z_{11}^{(2)}(s)$ inny biegun, np. $s = -\sigma_j$. Wówczas

$$z_b = \frac{(k_0 + \varepsilon k_j) \left[s + \frac{k_0 \sigma_j - \sigma_0 k_j}{k_0 + \varepsilon k_j} \right]}{(s - \sigma_0)(s + \sigma_j)},$$

gdzie:

$$0 < \varepsilon \leq 1, \\ k_j = \operatorname{res} z_{11}^{(2)}(s)|_{s=-\sigma_j},$$

a

$$\frac{k_0 \sigma_j - \sigma_0 k_j}{k_0 + \varepsilon k_j} = \sigma_{2n},$$

co może być spełnione tylko dla $|k_0| > \varepsilon k_j$.

W przypadku realizacji pary zer sprzężonych warunek (12) jest spełniony, gdy

$$\sigma_{2n} = -\alpha - \frac{\delta_2}{\delta_1} \beta, \quad (12b)$$

co jest możliwe tylko jeżeli $\frac{\delta_2}{\delta_1} < -\frac{\alpha}{\beta}$.

Przy spełnionej zależności (12b) i $y_c = \frac{k_c s}{s + \sigma_{2n}}$, $k_c = \operatorname{res} z_{11}^{(3)}(s)|_{s=-\sigma_{2n}}$, sekcja pokazana na rys. 7 jest sekcją zmodyfikowaną.

Przedstawione tu zmodyfikowane sekcje zerowe nadal nie są realizowalne jako układy $\pm R, C$, ale można je już zastąpić układami realizowalnymi.

3. REALIZOWALNE SEKCJE ZEROWE

W efekcie zastosowania metody odłączenia więcej niż bieguna otrzymuje się sekcje zerowe typu π nierealizowalne jako układy $\pm R, C$.

Sekcje te chcemy zastąpić sekcjami realizowalnymi równoważnymi otrzymanym sekcjom typu π , jeśli chodzi o realizację zadanych zer transmitancji.

3.1. WYBÓR SEKCJI ZEROWEJ

3.1.1. Założenia

Funkcja $y_{12}(s)$ może przyjąć jedną z dwóch postaci:

a) w przypadku pary zer rzeczywistych

$$y_{12} = -M \frac{s^2 + (\sigma_j - \sigma_0)s - \sigma_j \sigma_0}{s + \sigma_{2n}}, \quad (13a)$$

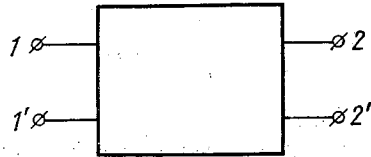
b) w przypadku pary zer sprzężonych

$$y_{12} = M \frac{s^2 - 2\alpha s + \alpha^2 + \beta^2}{s + \sigma_{2n}}, \quad (13b)$$

gdzie $M > 0$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\sigma_0 > 0$, $\sigma_j \geq 0$ i $\sigma_{2n} > 0$ rzeczywiste.

Przyjmujemy następujące założenia:

- 1) projektowana sekcja realizuje te same zera i bieguny funkcji y_{12} co nierealizowalna sekcja typu π , tzn. realizuje parametr $\pm y_{12}$ tej nierealizowalnej sekcji,
- 2) sekcja zerowa jest trójnikiem (czwórnikiem o wspólnym zacisku 1' i 2') $\pm R, C$ (rys. 9),



Rys. 9. Sekcja zerowa

- 3) sekcję konstruujemy w oparciu o zależność

$$y_{12} = -\frac{W_{12,1'2'}}{\Sigma U} \quad [5].$$

(z założenia 2 wynika $W_{12', 1'2} = 0$),

- 4) sekcję budujemy przy użyciu minimalnej ilości elementów,
- 5) w każdej gałęzi występuje jeden tylko element $+g, -g$ lub C ,
- 6) w układzie stosujemy tylko jeden element $-g$ w równoległym połączeniu z pojemnością C (realizacja przy pomocy diody tunelowej),
- 7) projektujemy uniwersalną sekcję zerową, która będzie mogła realizować następujące pary zer:

$$s = \alpha + j\beta, \quad s^* = \alpha - j\beta$$

oraz

$$s = \sigma_0, \quad s = -\sigma_j,$$

gdzie: $\alpha > 0, \quad \beta > 0, \quad \sigma_0 > 0 \quad \text{ i } \quad \sigma_j \geq 0$ rzeczywiste.

3.1.2. Wnioski i uwagi dotyczące przyjętych założeń

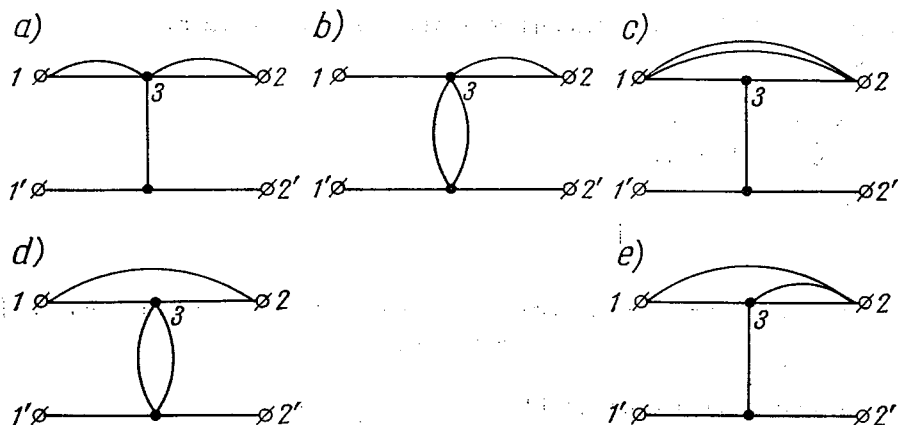
- ad 1) Funkcje $+y_{12}$ i $-y_{12}$ oznaczać będziemy w dalszym tekście przez y_{12} .
- ad 3) Z założenia 2 wynika $\Sigma U = U_{1,2,1'2'}$.
- ad 4) Minimalną ilość pojemności określa stopień wielomianu $W_{12,1'2'}$. W naszym przypadku wynosi on 2. Ilość pozostałych elementów jest określona przez liczbę zer wielomianów $W_{12,1'2'}$ oraz ΣU i wynosi 3.

3.1.3. Struktura sekcji zerowej

Ogólna postać funkcji y_{12} przedstawia się następująco:

$$y_{12} = -\frac{As^2 + Bs + C}{Ds + E}, \quad (14)$$

gdzie stałe A, B, C, D i E są rzeczywiste oraz $A > 0, D > 0$ i $E > 0$, a B i C przyjmują tak wartości dodatnie jak i ujemne, w zależności od tego jakie zera realizujemy.



Rys. 10. Struktury pięcioelementowe

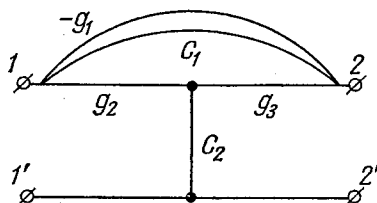
Wartości obu pojemności są jednoznacznie określone przez parametry A i D . Realizacja trzech pozostałych współczynników, tj. B , C i E wymaga użycia trzech nowych elementów. Ze względów praktycznych zakładamy, że będą to oporności, tzn. jeden element $-g$ (założenie 6) i dwa elementy $+g$.

Wobec tego sekcję zerową tworzą następujące elementy:

- 2 pojemności C_1 i C_2 ,
- 1 przewodność ujemna $-g_1$,
- 2 przewodności dodatnie g_2 i g_3 .

Zakładamy przy tym, że C_1 i $-g_1$ są parametrami schematu zastępczego diody tunelowej (połączenie równoległe).

W naszym przypadku każde 2-drzewo składa się z dwóch elementów, tzn. $w-2 = 2$ (w — ilość węzłów). Stąd mamy $w = 4$, a więc wewnątrz czwórnika znajduje się jeden



Rys. 11. Struktura spełniająca przyjęte założenia

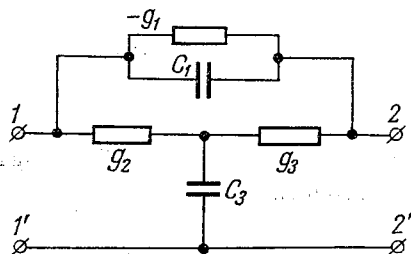
węzeł, który oznaczamy przez 3. W takim razie z pięciu elementów można utworzyć struktury pokazane na rys. 10. Po ich przeanalizowaniu okazuje się, że wszystkie przyjęte założenia może spełniać jedynie struktura przedstawiona na rys. 11. Sekcja ta jest analogiczna z układem stosowanym przez D. L. Losee i K. Mitrę [3] dla zer zespolonych.

Parametry A , B , C , D i E przyjmują wówczas następujące wartości:

$$\left. \begin{aligned} A &= C_1 C_2, \\ B &= C_1(g_2 + g_3) - C_2 g_1, \\ C &= -g_1(g_2 + g_3) + g_2 g_3, \\ D &= C_2, \\ E &= g_2 + g_3. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

3.2. Wyznaczanie wartości elementów uniwersalnej sekcji zerowej

Sekcja przedstawiona jest na rys. 12.



Rys. 12. Sekcja uniwersalna

3.2.1. Realizacja pary zer rzeczywistych $s = \sigma_0$, $s = -\sigma_j$, gdzie $\sigma_0 > 0$ i $\sigma_j \geq 0$

Funkcję y_{12} możemy ogólnie przedstawić w sposób następujący:

$$y_{12} = - \frac{Hs^2 + Hs(\sigma_j - \sigma_0) - H\sigma_j\sigma_0}{Ks + K\sigma_{2n}} = - \frac{H(s - \sigma_0)(s + \sigma_j)}{K(s + \sigma_{2n})}, \quad (16)$$

gdzie $H > 0$ i $K > 0$ rzeczywiste.

Z wyrażeń (14), (15) i (16) otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{H}{K}, \\ C_2 &= K, \\ g_1 &= \frac{H}{K}(\sigma_{2n} + \sigma_0 - \sigma_j), \\ g_2 &= \frac{K\sigma_{2n}}{2} \pm \sqrt{\frac{K^2\sigma_{2n}^2}{4} - H(\sigma_{2n} - \sigma_j)(\sigma_{2n} + \sigma_0)}, \\ g_3 &= \frac{K\sigma_{2n}}{2} \mp \sqrt{\frac{K^2\sigma_{2n}^2}{4} - H(\sigma_{2n} - \sigma_j)(\sigma_{2n} + \sigma_0)}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Ażeby spełniony był warunek, że $g_1 > 0$, $g_2 > 0$ i $g_3 > 0$, musi być

$$\sigma_{2n} > \sigma_j. \quad (18)$$

3.2.2. Realizacja pary zer zespolonych $s = \alpha + j\beta$, $s^* = \alpha - j\beta$ ($\alpha > 0$, $\beta > 0$ rzeczywiste)

Funkcję y_{12} przedstawiamy w następujący sposób:

$$y_{12} = -\frac{H(s^2 - 2\alpha s + \alpha^2 + \beta^2)}{K(s + \sigma_{2n})} \quad (19)$$

gdzie: $H > 0$ i $K > 0$ rzeczywiste.

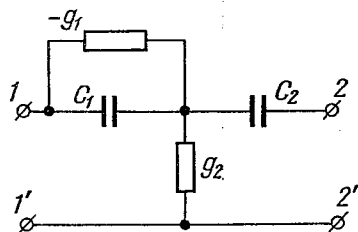
Z wyrażeń (14), i (15) i (19) otrzymamy wartości elementów sekcji:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{H}{K}, \\ C_2 &= K, \\ g_1 &= \frac{H}{K}(\sigma_{2n} + 2\alpha), \\ g_2 &= \frac{K\sigma_{2n}}{2} \pm \sqrt{\frac{K^2\sigma_{2n}^2}{4} - H[(\alpha^2 + \beta^2) + (\sigma_{2n} + 2\alpha)\sigma_{2n}]}, \\ g_3 &= \frac{K\sigma_{2n}}{2} \mp \sqrt{\frac{K^2\sigma_{2n}^2}{4} - H[(\alpha^2 + \beta^2) + (\sigma_{2n} + 2\alpha)\sigma_{2n}]} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

3.3. Przypadki zastosowania sekcji zerowych nie spełniających warunku uniwersalności

Jeśli chodzi o realizację pary zer rzeczywistych $s = \sigma_0$, $s = -\sigma_j$ ($\sigma_0 > 0$ i $\sigma_j \geq 0$ rzeczywiste) należy zauważyć, że:

- (I) sekcja uniwersalna nie jest sekcją o minimalnej ilości elementów, jeżeli $\sigma_j = 0$,
- (II) dla danego $s = -\sigma_j \neq 0$ może zdarzyć się, że niemożliwe będzie równoczesne spełnienie zależności (18) i warunków doboru bieguna $s = -\sigma_{2n}$.



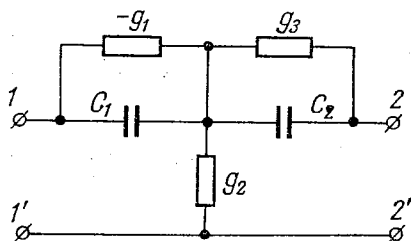
Rys. 13. Sekcja realizująca parę zer $s = \sigma_0$, $s = 0$

W przypadku I możemy, a w przypadku II musimy zrezygnować z zastosowania sekcji uniwersalnej i zastosować sekcje zerowe pokazane na rys. 13 i rys. 14.

Sekcja pokazana na rys. 13 realizuje parę zer rzeczywistych $s = \sigma_0 > 0$ i $s = 0$. Wartości elementów tej sekcji wynoszą

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{K}{2} \pm \sqrt{\frac{K^2}{4} - H}, \\ C_1 &= \frac{K}{2} \mp \sqrt{\frac{K^2}{4} - H}, \\ g_1 &= \frac{H\sigma_0}{C_2}, \\ g_2 &= K\sigma_{2n} + \frac{H\sigma_0}{C_2}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Rys. 14 przedstawia sekcję realizującą parę zer rzeczywistych $s = \sigma_0 > 0$ i $s = -\sigma_j$, gdzie $\sigma_j > 0$.



Rys. 14. Sekcja realizująca parę zer $s = \sigma_0$,
 $s = -\sigma_j$

Wartości elementów tej sekcji wynoszą:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{K}{2} \pm \sqrt{\frac{K^2}{4} - H}, \\ C_2 &= \frac{K}{2} \mp \sqrt{\frac{K^2}{4} - H}, \\ g_1 &= H \frac{\sigma_0 - \sigma_j \pm (\sigma_0 + \sigma_j)}{2 \left(\frac{K}{2} \mp \sqrt{\frac{K^2}{4} - H} \right)}, \\ g_3 &= H \frac{2\sigma_j\sigma_0 \left[\frac{K}{2} \mp \sqrt{\frac{K^2}{4} - H} \right]}{\sigma_0 - \sigma_j \pm (\sigma_0 + \sigma_j)}, \\ g_2 &= K\sigma_{2n} + g_1 - g_3. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

4. PODSUMOWANIE

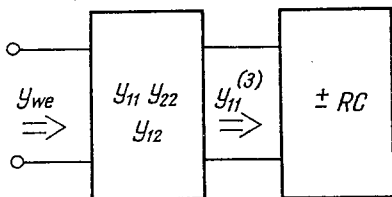
Podane w niniejszej pracy rozwiązanie problemu realizacji zer w prawej półpłaszczyźnie daje dogodnie narzędzie do projektowania układów o zadanym rozkładzie zer i biegunów transmitancji. Przy stosowaniu omówionej tu metody należy, jak zwykle w układach aktyw-

nych, zwrócić baczną uwagę na zachowanie stabilności układu. Zagadnienie to zostało przedstawione w dodatku do niniejszego artykułu.

DODATEK

PROBLEM STABILNOŚCI

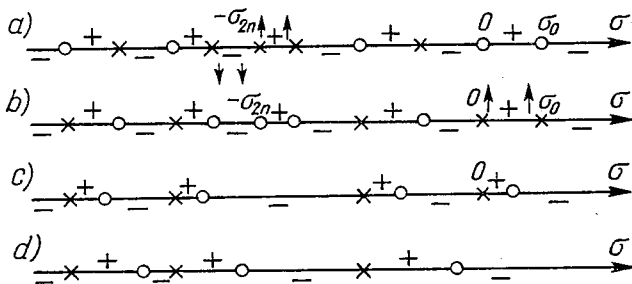
Zakładamy, że układ jest stabilny zwarciovo. Założenie to musi spełniać zarówno układ obciążający sekcję zerową, jak i cały układ pokazany na rys. D1.



Rys. D1. Rozpatrywany układ

Jeżeli przed przystąpieniem do realizacji zer zespolonych od funkcji $y_{11}(s)$ odłączymy ujemny składnik g_{11} , to funkcja obciążająca sekcję zerową będzie przedstawiała admitancję RC , której bieguny znajdują się na ujemnej półosi rzeczywistej. Układ obciążający sekcję zerową będzie więc zwarciovo stabilny. Sprawa komplikuje się nieco przy realizacji dodatniego zera rzeczywistego.

Przyjrzyjmy się rozkładowi zer i biegunów (rys. D2) funkcji otrzymywanych w kolejnych etapach realizacji i żadanego zera. Na rys. D2 oznaczono przy pomocy znaków „+” i „-” znak funkcji w danym



Rys. D2. Rozkład zer i biegunów a) $y_{11}^{(2)}(s)$, b) $z_{11}^{(2)}(s) = \frac{1}{y_{11}^{(2)}(s)}$, c) $z_{11}^{(3)}(s) = z_{11}^{(2)}(s) - \frac{k_0}{s - \sigma_0}$

$$d) \quad z_{11}^{(3)}(s) = z_{11}^{(2)}(s) - \frac{k_0}{s - \sigma_0} - \frac{k}{s}$$

przedziale, przez znak $\uparrow$ zdążanie funkcji do $+\infty$, a przez znak $\downarrow$ zdążanie funkcji do $-\infty$. Te dwa ostatnie znaki występują w sąsiedztwie biegunów.

Na rys. D2d przedstawiono rozkład zer i biegunów impedancji $z_{11}^{(3)}(s)$ odpowiadający układowi stabilnemu zwarciovo. Impedancję $z_{11}^{(3)}(s)$ możemy przedstawić w sposób następujący:

$$z_{11}^{(3)}(s) = -r + \sum_i \frac{k_i}{s + \sigma_i},$$

gdzie $r > 0$, $\sigma_i > 0$ i $k_i > 0$ rzeczywiste.

Podsumowanie

Z przedstawionych rozważań dotyczących stabilności widać, że jesteśmy w stanie zapewnić stabilność zwarciovą układu przy realizacji pary zer sprzężonych $s = \alpha + j\beta$ i $s^* = \alpha - j\beta$ oraz przy realizacji pary zer rzeczywistych $s = \sigma_0 > 0$ i $s = 0$.

Pozostaje natomiast otwarta kwestia zapewnienia stabilności zwarciowej przy realizacji pary zer rzeczywistych o przeciwnych znakach.

LITERATURA

1. B. J. Dasher, *Synthesis of RC Transfer Functions as Unbalanced Two Terminal-pair Networks*, I.R.E. Trans. Circuit Theory, December, 1954, vol. CT-1, No. 4, pp. 20—34.
2. S. L. Hakimi, S. Seshu, *Realization of Complex Zeros of Transmission by Means of RC Networks*, Proc. Natl. Electron. Conf., 1957, No. 13, pp. 1013—1025.
3. D. L. Losee, S. K. Mitra, *Transfer Functions Synthesis of RC Tunnel-Diode Networks*, IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-11, No. 3, Sept. 1964, pp. 357—362.
4. C. L. Phillips, K. L. Su, *Synthesis of Three-Terminal $\pm R, C$ Networks*, IEEE Trans. Circuit Theory, March 1964, vol. CT-11, No. 1, pp. 80—82.
5. K. Stec, *Formuły topologiczne do wyznaczania macierzy admitancyjnej i impedancyjnej czwórnika $\pm R, C, L$ bez sprzężeń magnetycznych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej seria Elektryka, nr 45 (w druku).

K. STEC

REALIZATION OF ZEROS OF TRANSMISSION IN THE RIGHT HALF PLANE WITH THE USE OF $\pm R, C$ CASCADE SYNTHESIS METHOD

Summary

The new method of the cascade realization of zeros of transmission with the use of zero sections of the type π is presented. The work is based on the methods presented by B. J. Dasher [1] and S. L. Hakimi and S. Seshu [2].

The new method allows to realize zeros in the right half plane including the real axis. The unrealizable zero sections of the type π were here obtained. The unrealizable zero sections of the type π were then replaced by the new equivalent two-ports realizable as $\pm R, C$ networks.

K. STEC

RÉALISATION DES ZÉROS DE LA FONCTION DE TRANSFERT DANS LE DÉMI-PLAN DROIT À L'AIDE DE LA MÉTHODE DE LA SYNTHÈSE EN CHAÎNE $\pm R, C$

Résumé

Dans l'article on présente une méthode de la réalisation des zéros de la fonction de transfert dans le demi-plan droit des réseaux $\pm R, C$, à l'aide des sections de zéro type π . Les sections de zéro type π impossible à réaliser sont remplacées par des sections de zéro réalisables comme sections $\pm R, C$. On considère le problème de la stabilité du circuit obtenu.

K. STEC

NULLSTELLENREALISATION DER ÜBERTRAGUNGSFUNKTION IN DER RECHTEN S -HALBEBENE MITTELS DER $\pm R$, C -KETTENSYNTHESEMETHODE

Zusammenfassung

Es wird hier die $\pm R$, C -Kettensynthesemethode zur Realisation der Nullstellen in der rechten S -Halbebene mit Teilvierpolen Typ π gezeigt.

Die hier erhaltenen, unrealisierbaren Teilvierpole Typ π wurden durch neue, äquivalente, realisierbare $\pm R$, C -Teilvierpole ersetzt.

Das Problem der Nebenstabilität dieser Netzwerke wurde hier ebenfalls untersucht.

К. СТЭЦ

РЕАЛИЗАЦИЯ НУЛЕЙ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ В ПРАВОЙ S -ПОЛУПЛОСКОСТИ МЕТОДОМ КАСКАДНОГО СИНТЕЗА $\pm R, C$

Резюме

Показан метод каскадной реализации нулей передаточной функции в правой S -полуплоскости в цепях $\pm R$, C при помощи нулевых секций типа II . Получаемые нереализованные секции типа II , замещаются эквивалентными реализованными секциями. Обсуждена проблема стабильности полученных таким образом цепей.

Analiza harmonicznego prądu i napięcia generowanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej przez niektóre układy tyrystorowe

ADAM HANDKE (POZNAŃ)

Instytut Elektroenergetyki Politechniki Poznańskiej

Otrzymano 20.3.1974

W artykule podano wyniki przeprowadzonej analizy harmonicznego prądu i napięcia wytwarzanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej niskiego napięcia o napięciu znamionowym 380/220 V przez jednofazowe półokresowe i pełnookresowe prostowniki sterowane. Rozpatrzono przypadek obciążenia impedancyjnego o charakterze indukcyjnym powyższych prostowników, przy czym stosunek reaktancji indukcyjnej do rezystancji analizowanych obwodów był nieskończenie wielki. Na poszczególnych rysunkach pokazano graficznie w postaci wykresów uzyskanych na podstawie wzorów procentowe zawartości poszczególnych harmonicznego prądu, jakie występują w całkowitym prądzie pobieranym z elektroenergetycznej sieci zasilającej w zależności od kątów wyzwalania tyrystorów α . Podano również wyniki doświadczalne analizy harmonicznego napięcia jakie występują w napięciu elektroenergetycznej sieci zasilającej, którą obciążono grupą pełnookresowych prostowników sterowanych, posiadających w swych obwodach obciążenia impedancje o charakterze indukcyjnym oraz obce siły elektromotoryczne.

Artykuł niniejszy stanowi kontynuację tematyki zapoczątkowanej w pracy pt.: „Teoretyczna i doświadczalna analiza harmonicznego prądu pobieranych przez wybrane układy tyrystorowe z elektroenergetycznej sieci zasilającej” [1].

1. WSTĘP

Nawiązując do pracy [1] omawiającej zjawisko generowania harmonicznego prądu w elektroenergetycznej sieci zasilającej przez wybrane układy tyrystorowe obciążone rezystancyjnie, należy stwierdzić, że również i układy tyrystorowe zawierające obciążoną impedancję w charakterze indukcyjnym i posiadające często dodatkowo obce siły elektromotoryczne będą coraz powszechniej załączane do czteroprzewodowej sieci zasilającej niskiego napięcia o napięciu znamionowym 380/220 V [3], [4]. Ta powszechna tendencja do stosowania układów tyrystorowych w urządzeniach odbiorczych niskiego napięcia o dość dużych mocach spowoduje generowanie harmonicznego prądu w elektroenergetycznej sieci zasilającej, a tym samym wpłynie na wzrost harmonicznego w jej napięciu. Zbyt duże zniekształcenie sinusoidy napięcia sieci może z kolei wpłynąć na niewłaściwą pracę innych odbiorników, szczególnie odbiorników charakteru pojemnościowego. Dotychczas uwagę główną poświęcono harmonicznemu prądowi i napięciu generowanym w obwodach odbiorczych prostowników niesterowanych. W niniejszej pracy spojrzano na układy tyrystorowe od strony elektroenergetycznej sieci zasilającej.

Analizę harmonicznych przeprowadzono dla jednofazowych półokresowych i pełnokresowych prostowników sterowanych. Szczególną uwagę zwrócono na układy zawierające diody rozładownicze i posiadające w swych obwodach odbiorczych bardzo duże obciążenie impedancyjne o charakterze indukcyjnym [5]. Dla tego przypadku obciążenia przeprowadzono rozważania teoretyczne. Układy tyrystorowe tego typu spotyka się w praktyce w przypadku stosowania filtrów wygładzających w obwodach odbiorczych prostownika, dla uzyskania praktycznie stałego napięcia na odbiorniku regulowanym.

W praktyce przemysłowej może się zdarzyć, że do sieci zasilającej niskiego napięcia prądu przemiennego załączona jest grupa jednofazowych układów tyrystorowych obciążonych impedancyjnie, pracujących przy różnych kątach wyzwalania tyrystorów i posiadających w obwodach odbiorczych obce siły elektromotoryczne. W tym przypadku wygodniejsza jest doświadczalna analiza harmonicznych prądu i napięcia. Dla tego przypadku obciążenia przeprowadzono analizę eksperymentalną.

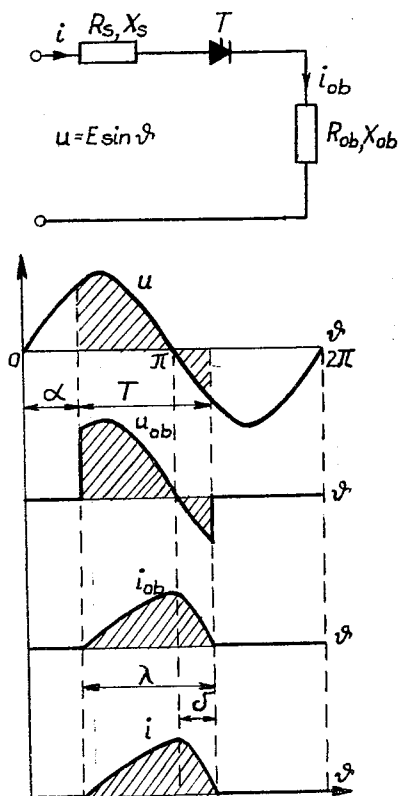
Należy tutaj zaznaczyć, że układy tyrystorowe są również źródłem zakłóceń radioelektrycznych, czyli źródłem napięć, prądów i pól elektromagnetycznych o częstotliwościach rzędu MHz. Jednak z punktu widzenia elektroenergetycznej sieci zasilającej ważna jest znajomość przede wszystkim harmonicznych niższych rzędów, tj. tych harmonicznych, które mają decydujący wpływ na zniekształcenia sinusoidy napięcia sieci zasilającej i dlatego w dalszych rozważaniach posłużono się schematami uproszczonymi, nie uwzględniającymi indukcyjności rozproszenia, pojemności układów ograniczających stromość prądu di/dt itp.

2. JEDNOFAZOWY PÓŁOKRESOWY PROSTOWNIK STEROWANY

Na rys. 1 przedstawiono schemat półokresowego prostownika sterowanego, który obciążono impedancją w charakterze indukcyjnym. W omówionym przypadku reaktancję indukcyjną odbiornika X_{ob} oraz reaktancję indukcyjną sieci zasilającej X_s można dodać i traktować jako jeden element wspólny. W podobny sposób można traktować rezystancję odbiornika R_{ob} i rezystancję sieci zasilającej R_s . Na rys. 1 pokazano również przebiegi napięciowe i prądowe, jakie występują w obwodzie tego prostownika. W tym przypadku tyrystor T nie zostaje wyłączony w punkcie przejścia sinusoidy napięcia przez zero, gdyż energia bierna wprowadzona do odbiornika indukcyjnego powoduje przedłużenie czasu trwania prądu w obwodzie prostownika. Na rysunku tym kąt α oznacza kąt wyzwalenia tyrystora T , kąt λ wyznacza przedział płynięcia prądu obciążenia i_{ob} , a tym samym prądu pobieranego z sieci i , natomiast kąt δ uwzględnia przedłużenie płynięcia tych prądów ponad kąt $\vartheta = 180^\circ$.

Układ ten nie znalazł szerszego zastosowania w praktyce przemysłowej, gdyż pobiera on dużą moc bierną oraz skutek występowania i wydłużenia się kątów δ posiada inny, mniej korzystny zakresysterowania niż układ obciążony tylko rezystancyjnie. Napięcie średnie $U_s(\alpha, \delta)$ nazywane również napięciem stałym, obliczone z zależności

$$U_s(\alpha, \delta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{180+\delta} E \sin \vartheta d\vartheta, \quad (1)$$



Rys. 1. Schemat połączeń oraz przebiegi napięć i prądów dla jednofazowego półokresowego prostownika sterowanego obciążonego impedancją o charakterze indukcyjnym

gdzie:

E — maksymalna wartość napięcia,

$\vartheta = \omega t = \frac{180}{\pi} t$ — faza chwilowa funkcji,

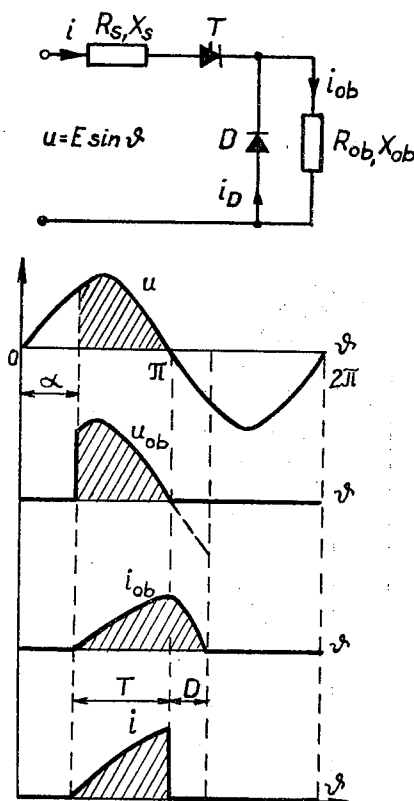
t — czas,

wyniesie

$$U_s(\alpha, \delta) = \frac{E}{2\pi} (\cos \delta + \cos \alpha). \quad (2)$$

Maksymalna wartość napięcia średniego wystąpi więc dla kąta $\delta = 0$, co ma miejsce gdy $X_{ob} + X_s = 0$ a $R_{ob} \neq 0$, tzn. dla obciążenia rezystancyjnego. W skrajnym przypadku gdy $\delta = \alpha = 90^\circ$ napięcie średnie równa się zeru.

Powyższe względy zadecydowały, że zaczęto stosować układ z diodą rozładowczą, który posiada korzystniejsze z punktu widzenia praktyki przemysłowejysterowanie.



Rys. 2. Schemat połączeń oraz przebiegi napięć i prądów dla jednofazowego półokresowego prostownika sterowanego zawierającego diodę rozładowczą oraz obciążonego impedancją o charakterze indukcyjnym

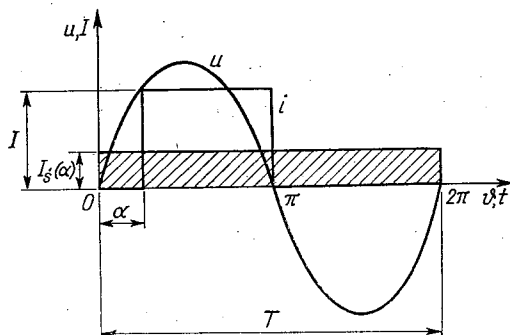
Układ ten pokazano na rys. 2. Na rysunku tym pokazano również przebiegi napięć i prądów dla tego przypadku. Prąd obciążenia i_{ob} można wówczas przedstawić jako sumę prądu średniego obciążenia oraz wartości chwilowych poszczególnych harmonicznych prądu obciążenia, czyli

$$i_{ob} = \frac{E(1 + \cos \alpha)}{2\pi R_{ob}} + \sum_{k=1}^{k=n} i_k(\alpha), \quad (3)$$

gdzie $i_k(\alpha)$ — wartość chwilowa k -tej harmonicznej prądu.

Prądy $i_k(\alpha)$ można obliczyć z ogólnego równania różniczkowego obwodu, znając rozkład wymuszonej funkcji napięcia u_{ob} na szereg Fouriera. Jednak zasadniczym celem przeprowadzonych rozważań jest określenie harmonicznych prądu występujących nie w prądzie obciążenia, lecz w prądzie pobieranym z elektroenergetycznej sieci zasilającej. Podobnie jak prąd obciążenia i_{ob} można również prąd i pobierany z sieci zasilającej przedstawić pewną inną składową stałą oraz pewną sumą innych wartości chwilowych poszczególnych

harmonicznego prądu, pobieranych z sieci zasilającej. Można tutaj w przybliżeniu zastosować ogólną zasadę równości energii dla rozpatrywanych impulsów prądowych. Należy jednak pamiętać, że przy rozpatrywaniu układów prostowniczych stosowana jest również zasada równych strumieni magnetycznych w dławikach i transformatorach zasilających. Analizowany układ prostowniczy nie posiada jednak transformatora, a dodatkowe zniekształcenia napięć i prądów na impedancjach rozproszenia, przynajmniej dla celów praktycznych, mogą być pominięte. Można zatem przyjąć, że energia impulsu prądowego i pobieranego z sieci zasilającej jest w przybliżeniu równa energii impulsu prądowego i_{ob} .



Rys. 3. Przebiegi prądowe w obwodach jednofazowego półokresowego prostownika sterowanego, zawierającego diodę rozładowczą przy założeniu, że reaktancja indukcyjna obciążenia $X_{ob} \rightarrow \infty$, a rezystancja

$$\text{obciążenia } R_{ob} \neq 0, \text{ tzn. } \varphi = \arctg \frac{X_{ob}}{R_{ob}} \rightarrow 90^\circ$$

Zostanie teraz rozpatrzony przypadek obciążenia prostownika sterowanego, bardzo ważny dla praktyki przemysłowej. Jeśli w obwodzie odbiorczym jednofazowego prostownika sterowanego posiadającego diodę rozładowczą, oprócz istniejącej rezystancji R_{ob} i reaktancji indukcyjnej X_{ob} odbiornika, zastosuje się dodatkowo dławik o dużej reaktancji indukcyjnej w celu ograniczenia harmonicznego prądu w odbiorniku, to przy nieskończonej dużej reaktancji indukcyjnej tego dławika, co jest równoznaczne z tym że $X_{ob} \rightarrow \infty$ natomiast $\varphi = \arctg \frac{X_{ob}}{R_{ob}} \rightarrow 90^\circ$, zostaną wytłumione wszystkie harmoniczne prądu $i_k(\alpha)$ określone równaniem (3), a w obwodzie odbiornika popłynie tylko prąd średni $I_s(\alpha)$. Prąd średni $I_s(\alpha)$, nazywany również prądem stałym, popłynie w przedziale kątowym 2π , natomiast impuls prądu pobieranego z sieci zasilającej będzie posiadał kształt prostokąta o wysokości I i wystąpi w przedziale kątowym $\pi - \alpha$, co pokazano na rys. 3. Na podstawie zasady równości energetycznych przebiegów prądowych można napisać

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{180^\circ} I E \sin \vartheta d\vartheta (\pi - \alpha) = I_s(\alpha) U_s(\alpha) 2\pi. \quad (4)$$

Po rozwiązaniu zależności (4) otrzyma się

$$I U_s(\alpha) \cdot (\pi - \alpha) = I_s(\alpha) U_s(\alpha) 2\pi. \quad (5)$$

Stąd

$$I = I_s(\alpha) \frac{2\pi}{\pi - \alpha}. \quad (6)$$

Wstawiając prąd $I_s(\alpha)$ w wartościach względnych otrzyma się, że

$$I = \frac{(1 + \cos \alpha) \pi}{\pi - \alpha}. \quad (7)$$

Jako prąd odniesienia przyjęto tutaj prąd średni

$$I_s(\alpha = 0) = \frac{1}{\pi R_{ob}}, \quad (8)$$

tn. złożono we wzorze (3), że dla $\alpha = 0$ $E = 1$ oraz $i_k(\alpha) = 0$. Zatem impuls prądowy i w przedziale kątowym od α° do 180° można opisać następującą funkcją

$$i = f(\vartheta) = \frac{(1 + \cos \alpha) \pi}{\pi - \alpha}. \quad (9)$$

Powyższą funkcję prądową można przedstawić następującym szeregiem Fouriera

$$i = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{k=n} [V \sqrt{b_k^2 + c_k^2} \sin(k\vartheta + \varphi_{ik})], \quad (10)$$

gdzie:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{180^\circ} f(\vartheta) d\vartheta, \quad (11)$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{180^\circ} f(\vartheta) \cos k\vartheta d\vartheta, \quad (12)$$

$$c_k = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{180^\circ} f(\vartheta) \sin k\vartheta d\vartheta, \quad (13)$$

φ_{ik} — faza początkowa k -tej harmonicznej prądu,

$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$

Po rozwiązaniu zależności od (10) do (13) otrzyma się wzory wyrażające:

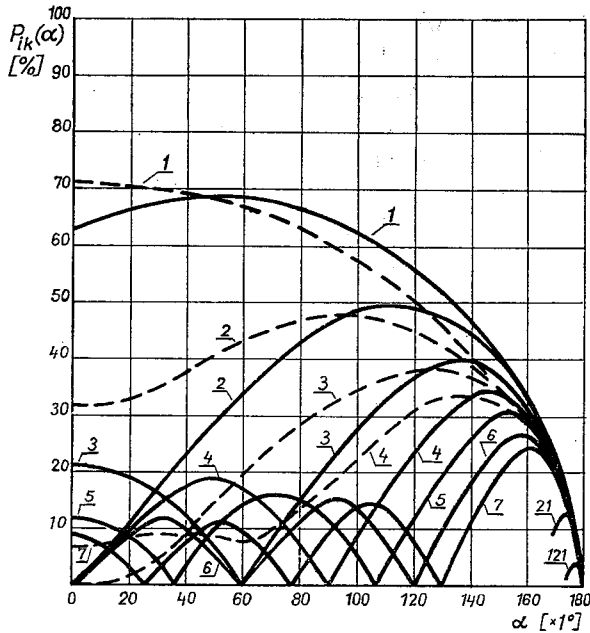
— prąd średni

$$I_s(\alpha) = \frac{a_0}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}, \quad (14)$$

— amplitudy harmonicznych prądu

$$I_k(\alpha) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{(1 + \cos \alpha) \pi}{\pi - \alpha} \right] \sqrt{\left(\frac{\sin k\pi}{k} - \frac{\sin k\alpha}{k} \right)^2 + \left(\frac{\cos k\alpha}{k} - \frac{\cos k\pi}{k} \right)^2}. \quad (15)$$

W celu obliczenia procentowych zawartości poszczególnych harmonicznych prądu $p_{ik}(\alpha)$ jakie występują w całkowitym prądzie pobieranym z sieci zasilającej w zależności



Rys. 4. Przebiegi współczynnika $p_{ik}(\alpha)$ w funkcji kąta α dla jednofazowego półokresowego prostownika sterowanego

— — — — — obciążenie rezystancyjne, ————— obciążenie impedancyjne o charakterze indukcyjnym dla kąta $\varphi \rightarrow 90^\circ$

od kąta α , trzeba było dodatkowo wyznaczyć wartość skuteczną przebiegu $I_s(\alpha)$ w funkcji kąta α , którą można wyrazić następującym wzorem:

$$I_s(\alpha) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{180^\circ} \left[\frac{(1 + \cos \alpha)\pi}{\pi - \alpha} \right]^2 d\vartheta}; \quad (16)$$

stąd

$$I_s(\alpha) = \frac{(1 + \cos \alpha)\pi}{\pi - \alpha} \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{2\pi}}. \quad (17)$$

Zatem wykorzystując wzory (15) i (17) można napisać, że

$$p_{ik}(\alpha) = \frac{I_k(\alpha)}{\sqrt{2} I_s(\alpha)} \cdot 100; \quad (18)$$

stąd

$$p_{ik}(\alpha) = \frac{100}{\sqrt{2}\pi} \sqrt{\left(\frac{\sin k\pi}{k} - \frac{\sin k\alpha}{k} \right)^2 + \left(\frac{\cos k\alpha}{k} - \frac{\cos k\pi}{k} \right)^2} \cdot \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{2\pi}}. \quad (19)$$

Jak wynika ze wzorów (15), (17) i (18), nie było koniecznym określenie nieznanej amplitudy I impulsu prądowego, gdyż wartości te wstawione do wzoru (18) upraszczają się.

Współczynniki $p_{ik}(\alpha)$ stelaryzowano za pomocą maszyny cyfrowej ODRA 1013, a wyniki obliczeń pokazano graficznie na rys. 4. Dla umożliwienia porównania wyników, pokazano również na tym rysunku linią przerywaną niektóre współczynniki $p_{ik}(\alpha)$ dla półokresowego prostownika sterowanego, obciążonego rezystancyjnie [1].

Na podstawie rys. 4 można stwierdzić, że jeżeli półokresowy prostownik sterowany, pracujący z diodą rozładowczą włączoną równolegle z obciążeniem impedancyjnym o charakterze indukcyjnym obciążą się dodatkowo dławikiem o bardzo dużej reaktancji indukcyjnej, tzn. $\varphi \rightarrow 90^\circ$, a jest to układ bardzo ważny dla pracy odbiornika prądu stałego, to mimo że uzyskuje się praktycznie zupełne wytłumienie harmonicznych prądu w obwodzie prądu stałego, jednak z sieci zasilającej będą nadal pobierane harmoniczne prądu o procentowych wartościach tych samych rzędów, co w przypadku obciążenia rezystancyjnego, jedynie rozkład ich w zależności od kąta α jest nieco inny. Prostownik ten pobiera z sieci zasilającej wszystkie harmoniczne prądu (z wyjątkiem $\alpha = 0$), tzn. $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$. Dla $\alpha = 0$ wypadają tylko parzyste harmoniczne prądu, czyli odwrotnie jak dla obciążenia rezystancyjnego. Najgorsza sytuacja kształtuje się dla kąta $\alpha = 120^\circ - 175^\circ$, gdyż wówczas procentowa zawartość 1-szej harmonicznej zaczyna maleć od wartości maksymalnej 68% do wartości 40%, a procentowe zawartości pozostałych harmonicznych prądu przyjmują następujące wartości: 2-ga 45%, 3-cia 40%, 4-ta 34%, 5-ta 30%, 6-ta 27%, 9-ta 22%, 21-sza 8%, a 121-sza jeszcze 2,6%. Na podstawie rys. 4 można jeszcze stwierdzić, że 1-sza harmoniczna prądu stale maleje wraz ze wzrostem kąta α w przedziale od 45° do 180° oraz że dla kątów $\alpha \rightarrow 180^\circ$ współczynniki $p_{ik}(\alpha)$ dla obciążenia indukcyjnego i rezystancyjnego zaczynają przyjmować w przybliżeniu te same wartości.

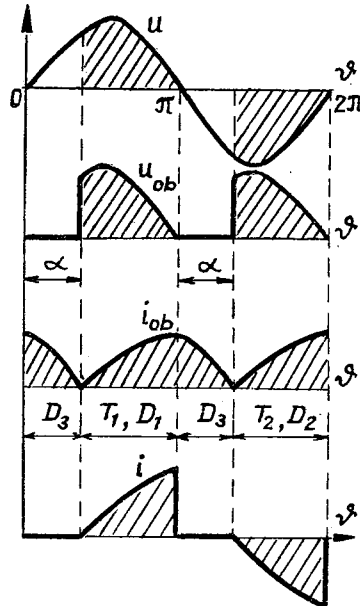
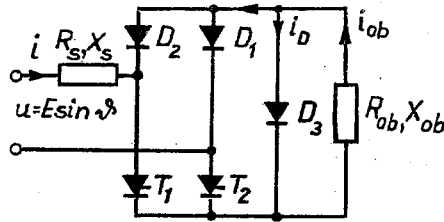
3. JEDNOFAZOWY PEŁNOOKRESOWY PROSTOWNIK STEROWANY

Na rys. 5 pokazano schemat pełnookresowego prostownika sterowanego, który obciążono impedancyjnie, o charakterze indukcyjnym wraz z diodą rozładowczą D_3 . Na rysunku tym pokazano również przebiegi napięć i prądów w obwodach tego prostownika. Wprowadzono tutaj założenia, że $X_{ob} \gg X_s$ oraz $R_s < R_{ob}$. Do analizy dlatego przyjęto ten układ, gdyż znalazł on szersze zastosowanie w praktyce silnoprądowej. Nie wymaga on stosowania transformatora pomocniczego. Jeżeli założy się, że dioda D_3 nie istnieje, to podobnie jak w przypadku prostownika półokresowego, układ ten posiada inny, mniej korzystny zakres wysterowania niż układ obciążony tylko rezystancyjnie, co wyjaśnia wzór:

$$U_s(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{180+\alpha} E \sin \vartheta d\vartheta = \frac{2E}{\pi} \cos \alpha. \quad (20)$$

Jak wynika ze wzoru (20), już dla kąta $\alpha = 90^\circ$ napięcie średnie równa się zeru.

Dalsze rozważania poświęcono analizie prądu pobieranego z sieci zasilającej, biorąc pod uwagę najważniejszy przypadek obciążenia jaki występuje w praktyce, tzn. założono, że dioda D_3 istnieje oraz reaktancja indukcyjna $X_{ob} \rightarrow \infty$, tzn. $\varphi \rightarrow 90^\circ$. Prąd pobierany z sieci kształtowany jest kątami wyzwalania α tyrystorów T_1 i T_2 i posiada przebieg prostokątny, jak to pokazano na rys. 6. Podobnie jak dla prostownika półokresowego, w oparciu



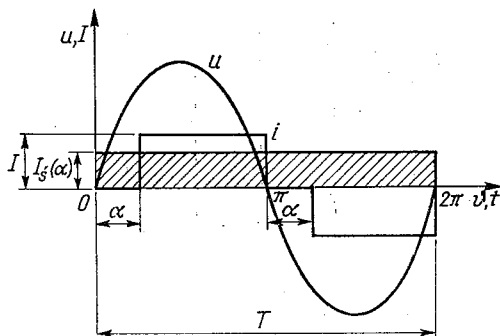
Rys. 5. Schemat połączeń oraz przebiegi napięć i prądów dla jednofazowego pełnookresowego prostownika sterowanego zawierającego diodę rozładowczą oraz obciążonego impedancją o charakterze indukcyjnym

o zasadę równości energii przebiegów prądowych (wzór 4) otrzyma się, że amplituda I impulsu prądowego i pobieranego z sieci zasilającej będzie

$$I = \frac{(1 + \cos \alpha) \pi}{2(\pi - \alpha)}. \quad (21)$$

Prąd pobierany z sieci zasilającej można zatem opisać następującymi wzorami:

$$\begin{aligned} & \text{— w przedziale } 0 \div \alpha & f(\vartheta) &= 0, \\ & \text{— w przedziale } \alpha \div 180^\circ & f(\vartheta) &= \frac{\pi(1 + \cos \alpha)}{2(\pi - \alpha)}, \\ & \text{— w przedziale } 180^\circ \div 180^\circ + \alpha & f(\vartheta) &= 0, \\ & \text{— w przedziale } 180^\circ + \alpha \div 360^\circ & f(\vartheta) &= -\frac{\pi(1 + \cos \alpha)}{2(\pi - \alpha)}. \end{aligned} \quad (22)$$



Rys. 6. Przebiegi prądowe w obwodach jedno-fazowego pełnookresowego prostownika sterowanego zawierającego diodę rozładowniczą przy założeniu, że reaktancja indukcyjna obciążona $X_{ob} \rightarrow \infty$, a rezystancja obciążona $R_{ob} \neq 0$,

$$\text{tzn. } \varphi = \arctg \frac{X_{ob}}{R_{ob}} \rightarrow 90^\circ$$

Po rozwinięciu funkcji $f(\theta)$ na szereg Fouriera otrzymano następujący wzór na amplitudy poszczególnych harmonicznych prądu, zawarte w prądzie pobieranym z sieci zasilającej

$$I_k(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{\pi(1 + \cos \alpha)}{2(\pi - \alpha)} \right] \sqrt{\left(\frac{\sin k\pi}{k} - \frac{\sin k\alpha}{k} \right)^2 + \left(\frac{\cos k\alpha}{k} - \frac{\cos k\pi}{k} \right)^2}, \quad (23)$$

gdzie $k = 1, 3, 5, 7, \dots$ Występują więc tutaj tylko nieparzyste harmoniczne prądu, natomiast składowa stała prądu jest równa zero.

W podobny sposób jak dla półokresowego prostownika sterowanego obliczono:

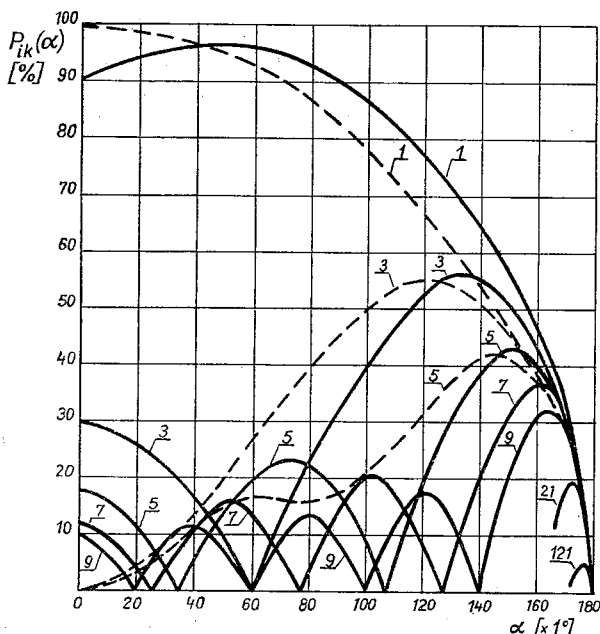
— wartość skuteczną

$$I_s(\alpha) = \frac{\pi(1 + \cos \alpha)}{2(\pi - \alpha)} \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{\pi}}, \quad (24)$$

— procentową zawartość harmonicznych prądu jakie występują w funkcji prądowej

$$p_{ik}(\alpha) = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} \pi \sqrt{\left(\frac{\sin k\pi}{k} - \frac{\sin k\alpha}{k} \right)^2 + \left(\frac{\cos k\alpha}{k} - \frac{\cos k\pi}{k} \right)^2}}{\sqrt{\frac{\pi - \alpha}{\pi}}} \cdot 100. \quad (25)$$

Współczynniki $p_{ik}(\alpha)$ stabelaryzowano za pomocą maszyny cyfrowej ODRA 1013, a wyniki obliczeń pokazano graficznie na rys. 7. Dla porównania wyników pokazano również na tym rysunku linią przerywaną niektóre współczynniki $p_{ik}(\alpha)$ dla pełnookresowego prostownika sterowanego, obciążonego rezystancyjnie [1]. Współczynniki $p_{ik}(\alpha)$ dla obydwu przypadków obciążenia przyjmują wartości tych samych rzędów, jedynie ich rozkład funkcyjny w zależności od kąta α jest nieco inny. Jak wynika z rys. 7 najgorsza sytuacja dla bardzo dużego obciążenia indukcyjnego kształtuje się zatem dla kąta $\alpha = 120^\circ \div 175^\circ$,



Rys. 7. Przebiegi współczynnika $p_{ik}(\alpha)$ w funkcji kąta α dla jednofazowego pełnookresowego prostownika sterowanego

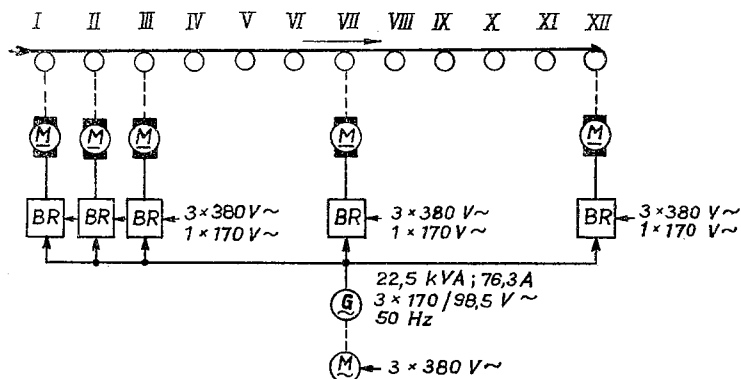
----- obciążenie rezystancyjne, ————— obciążenie impedancyjne o charakterze indukcyjnym dla kąta $\varphi \rightarrow 90^\circ$

gdyż wówczas procentowa zawartość 1-szej harmonicznej maleje od wartości maksymalnej 96% do wartości 50%, a procentowe zawartości pozostałych harmoniczných prądu przyjmują wartości: 3-cia 55%, 5-ta 43%, 7-ma 35%, 9-ta 32%, 21-sza 18%, a 121-sza jeszcze 4%. Również i w tym przypadku 1-sza harmoniczna prądu wraz ze wzrostem kąta α w przedziałach od 45° do 180° stale maleje, oraz dla kątów $\alpha \rightarrow 180^\circ$ współczynniki $p_{ik}(\alpha)$ dla obciążenia rezystancyjnego i indukcyjnego przyjmują te same wartości.

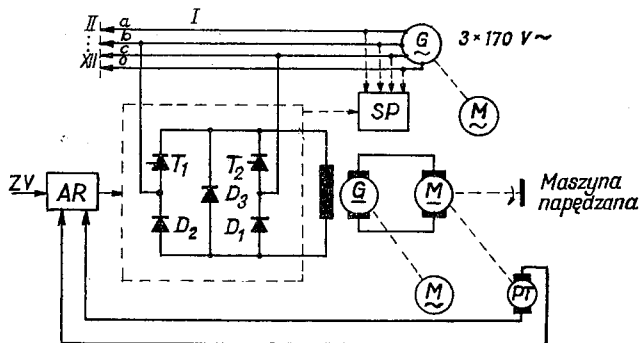
4. DOŚWIADCZALNA ANALIZA KRZYWEJ NAPIĘCIA SIECI ZASILAJĄCEJ, ZNIEKSZTAŁCONEJ PRĄDAMI ODKSZTAŁCONYMI, PRACUJĄCEJ W WARUNKACH PRZEMYSŁOWYCH

Jak już wspomniano na wstępie, trójfazowa sieć prądu przemiennego bardzo często może być obciążona zbiorem jednofazowych układów tyrystorowych pracujących przy różnych kątach wyzwalania tyrystorów α , zawierających diody rozładowcze i impedancyjne o charakterze indukcyjnym oraz posiadających obce siły elektromotoryczne. W praktyce z kolei interesuje nas przede wszystkim procentowa zawartość harmoniczných w jej napięciu, która spowodowana jest pobieraniem prądów odkształconych z tej sieci przez poszczególne jednofazowe układy tyrystorowe. W tym przypadku wygodniejsza jest doświadczalna aniżeli teoretyczna analiza tych harmoniczných napięcia, które mogą wywołać z kolei pobieranie prądów odkształconych przez inne odbiorniki, nie zawierające tyrystorów, a załączone do wspólnej sieci.

Do przykładowej analizy doświadczalnej wybrano pracującą w warunkach przemysłowych trójfazową sieć zasilającą prądu przemiennego o napięciu znamionowym $3 \times 170/98,5$ V, która była obciążona dwunastoma jednofazowymi pełnookresowymi prostownikami sterowanymi, zasilającymi uzwojenia wzbudzenia dwunastu bloków napędowych, co pokazano na rys. 8. Bloki te stanowiły jeden wspólny zespół napędowy maszyny papierniczej,



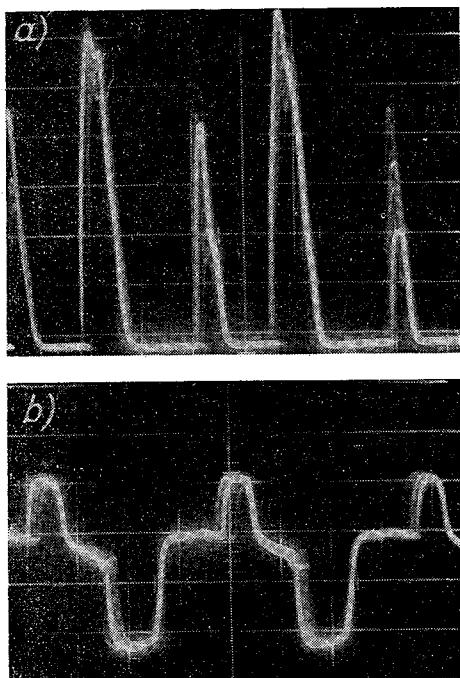
Rys. 8. Ogólny schemat zespołu napędowego maszyny papierniczej



Rys. 9. Ogólny schemat pojedynczego bloku napędowego maszyny papierniczej oraz usytuowanie stanowiska pomiarowego SP

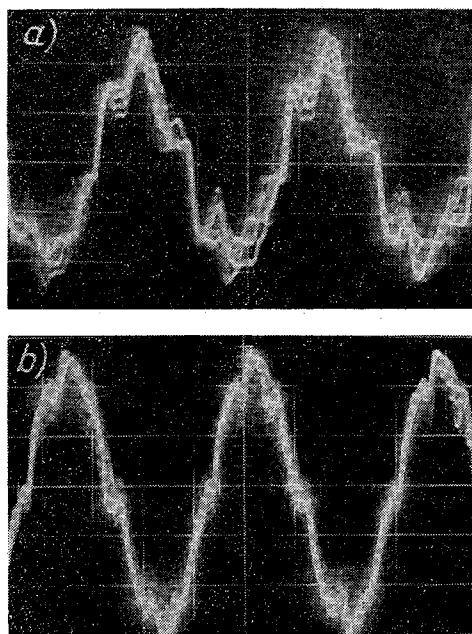
w którym dzięki zastosowaniu układów tyrystorowych można jednocześnie zmieniać prędkości obrotowe wszystkich silników napędowych. Blok regulacyjny BR każdego bloku napędowego zasilany jest z ogólnej trójfazowej sieci zasilającej prądu przemiennego $3 \times 380/220$ V oraz z wydzielonej sieci prądu przemiennego o napięciu $3 \times 170/98,5$ V, połączonej z generatorem o mocy 22,5 kVA i częstotliwości 50 Hz. Wzięte więc do analizy prostowniki sterowane były układami bardzo silnie obciążonymi indukcyjnie i posiadającymi diody rozładowcze, jak to pokazano na rys. 9.

Na rys. 10 pokazano przykładowo przebieg napięcia wyprostowanego oraz prądu pobieranego z sieci $3 \times 170/98,5$ V przez szósty prostownik sterowany. Poszczególne prostowniki pracowały przy kątach wyzwalania tyrystorów $\alpha = 107^\circ \div 119^\circ$, czyli przesuniętych względem siebie od 0° do 12° . Te w przybliżeniu prostokątne i przesunięte względem siebie



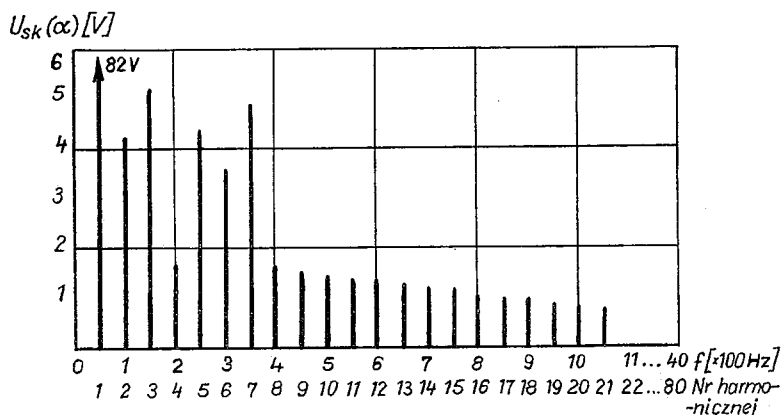
Rys. 10. Przykład oryginalnych oscylogramów napięcia wyprostowanego i prądu pobieranego z sieci zasilającej 3×170 V dla VI bloku napędowego

a — oscylogram napięcia, b — oscylogram prądu



Rys. 11. Oryginalne oscylogramy prądu i napięcia dla sieci zasilającej 3×170 V

a — oscylogram prądu, b — oscylogram napięcia



Rys. 12. Widmo harmoniczných napięcia fazowego dla sieci zasilającej $3 \times 170/98,5$ V

przebiegi prądowe, w wyniku międzyprzewodowego załączenia prostowników sumowały się w przewodzie fazowym, dając kształt prądu jaki pokazano na rys. 11a. Prądy te spowodowały spadki napięcia w przewodach sieci zasilającej, które odejmując się od sinusoidy napięcia wytworzonej przez generator o mocy 22,5 kVA dały przebieg napięcia odkształconego pokazany na rys. 11b. W tablicy 1 podano wartości skuteczne, a na rys. 12 wykreślono widmo harmoniczných napięcia fazowego, które uzyskano za pomocą analizatora typu AH2. Całkowite zniekształcenie sinusoidy napięcia sieci określono za pomocą miernika typu K-104 i wynosiło ono średnio 18%. Należy jeszcze zaznaczyć, że w wyniku nierównomiernego wyzwalania tyrystorów, co wyraźnie widać na rys. 10, pojawiły się w sieci dodatkowo parzyste harmoniczne napięcia. Z rysunku 11 widać również, że niesymetryczne wyzwa-

Tablica 1

Wyniki przeprowadzonej analizy fazowych napięć skutecznych $U_{sk}(\alpha)$ dla trójfazowej sieci prądu przemiennego o napięciu znamionowym $3 \times 170/98,5V$

Lp.	k	f	$U_{sk}(\alpha)$		
			a	b	c
—	—	Hz	V	V	V
1	2	3	4	5	6
1	1	50	82,000	88,000	78,000
2	2	100	4,100	4,300	5,400
3	3	150	5,200	4,100	4,200
4	4	200	1,500	2,800	1,800
5	5	250	4,500	5,200	4,600
6	6	300	3,400	4,200	4,100
7	7	350	4,800	4,800	5,800
8	8	400	1,400	1,500	1,300
9	9	450	1,400	1,300	1,300
10	10	500	1,300	1,300	1,200
11	11	550	1,300	1,200	1,100
12	12	600	1,200	1,400	1,200
13	13	650	1,200	1,300	1,100
14	14	700	1,100	1,200	1,100
15	15	750	0,950	1,100	1,000
16	16	800	0,800	1,000	0,850
17	17	850	0,750	0,950	0,730
18	18	900	0,600	0,900	0,720
19	19	950	0,600	0,850	0,660
20	20	1000	0,550	0,700	0,560
21	21	1050	0,500	0,650	0,510
.					
.					
.					
32	320	16 000	0,024	0,28	0,022
.					
.					
.					

lanie tyrystorów w poszczególnych układach powoduje powstawanie nie pokrywających się przebiegów prądowych i napięciowych w sieci zasilającej, co celowo pokazano w postaci kilku przebiegów na załączonym oscylogramie. Wspomniany przypadek niesymetrii układów tyrystorowych jest przypadkiem bardzo ciekawym i mógłby stanowić oddzielny temat do rozważań teoretycznych.

Przeanalizowana sieć $3 \times 170/98,5$ V, pomimo że była siecią wydzieloną i nietypową, pozwoliła jednak pokazać jak dalece może ulec zniekształceniu sinusoida napięcia w trójfazowej sieci zasilającej prądu przemiennego. Należy pamiętać, że analiza doświadczalna jedynie ułatwia ale nie rozwiązuje problemu w sposób ogólny, teoretyczny.

5. WNIOSKI

Na podstawie uzyskanych wyników można wyprowadzić kilka wniosków.

a) Przeanalizowane jednofazowe układy tyrystorowe obciążone impedancyjnie o charakterze indukcyjnym posiadają, podobnie jak jednofazowe układy tyrystorowe obciążone rezystancyjnie, bardzo korzystne i zachęcające do szerszego stosowania własności regulacyjne, jednak z punktu widzenia elektroenergetycznej sieci zasilającej są również układami kłopotliwymi, gdyż pobierają zbyt duże harmoniczne prądu.

b) Procentowe zawartości poszczególnych harmonicznego prądu pobieranego z elektroenergetycznej sieci zasilającej przez jednofazowe prostowniki tyrystorowe dla obydwu przypadków obciążenia, tj. dla obciążenia impedancyjnego, w którym stosunek reaktancji indukcyjnej do rezystancji jest bardzo duży oraz dla czystego obciążenia rezystancyjnego, przyjmują wartości tych samych rzędów, jedynie ich rozkład w zależności od kąta α jest nieco inny. Największe wartości tych zawartości procentowych występują dla kątów $\alpha = 120^\circ \div 175^\circ$.

c) W przypadku załączenia do trójfazowej elektroenergetycznej sieci zasilającej zbioru jednofazowych układów tyrystorowych pracujących przy różnych kątach wyzwalania tyrystorów i pobierających z niej prądy odkształcone o dużych natężeniach, wygodniejsza jest doświadczalna niż teoretyczna analiza harmonicznego napięcia występujących w tej sieci. Znajomość harmonicznego napięcia zawartych w napięciach fazowych czy międzyprzewodowych sieci a wywołanych prądami odkształconymi odbiorników tyrystorowych jest bardzo ważna z punktu widzenia praktyki przemysłowej, gdyż rzutuje ona na prace innych odbiorników załączonych do tej samej sieci zasilającej.

d) Należy zawsze pamiętać, że w wyniku niesymetrycznego działania elektronicznych układów wyzwalających poszczególne tyrystory, pojawiają się w elektroenergetycznej sieci zasilającej dodatkowo parzyste harmoniczne prądu.

LITERATURA

1. A. Handke, *Teoretyczna i doświadczalna analiza harmonicznego prądu pobieranych przez wybrane układy tyrystorowe z elektroenergetycznej sieci zasilającej*, Rozprawy Elektrotechniczne, nr 2, 1974.
2. A. Handke, *Watomierzowy analizator harmonicznego prądu lub napięcia*, Pomiary, Automatyka, Kontrola, nr 4, 1971.

3. F. E. Gentry i inni, *Tyrystory, półprzewodnikowe prostowniki sterowane*, WNT, Warszawa 1969.
4. Š. M. Razmadze, *Preobrazowatelnye schemy i sistemy*, Vysšaja Škola, Moskva 1967.
5. *Tyrystorowe zespoły napędowe typu TUN*, Katalog APATOR, Toruń 1969.
6. P. Schmied, *Erwägungen zur Einführung von Thyristorlokomotiven*, Eisenbahntechnik, H. 3, Wien 1973.
7. W. Spiridonow, *Kontrola odkształconego napięcia i prądu w układach elektroenergetycznych oraz ochrona urządzeń przed szkodliwym wpływem wyższych harmonicznych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Szczecińskiej, Elektryka, nr 7, 1965.
8. Z. Kuśmirek, *Metody badania odkształconych napięć w układach elektroenergetycznych*, Materiały Sesji Naukowej, Zeszyt nr 3, Politechnika Łódzka, 1970.

A. HANDKE

ANALYSIS OF CURRENT AND VOLTAGE HARMONICS GENERATED IN FEED POWER NETWORK BY SOME THYRISTOR SYSTEMS

Summary

Here are given the results of analysis of current and voltage harmonics in a low voltage, alternating current power feed network generated by monophasic semi-periodical and full-periodical control rectifier. In the analysis attention is paid to reactance impedance load. Results of analysis for current harmonics are shown in the form of diagrams of values of percentage participations of particular current harmonics appearing in total current consumed from the power feed network depending on thyristor release angles. There are shown for example spectrum of voltage harmonics for a power supply network working in industrial conditions.

A. HANDKE

ANALYSE DES COMPOSANTES HARMONIQUES DU COURANT ET DE LA TENSION PRODUITS DANS LE RÉSEAU ÉLECTROÉNERGÉTIQUE ALIMENTAIRE PAR CERTAINS SYSTÈMES À TYRISTORS

Résumé

Cet article présente les résultats de l'analyse des composantes harmoniques du courant et de la tension produits dans le réseau électroénergétique alimentaire de basse tension (la tension caractéristique égale à 380/220 V) par les redresseurs uniphases, commandés, périodiques et semi-périodiques. On considère le cas d'une charge d'impédance de caractère inductif de ces redresseurs, quand, pour les circuits analysés, la réactance inductive est infiniment grande par rapport à la résistance. On présente en forme des diagrammes le pourcentage des différentes composantes harmoniques du courant contenues dans le courant produit dans le réseau électroénergétique alimentaire, en fonction de l'angle de délivrance des thyristors α . On donne aussi les résultats de l'analyse de composantes harmoniques de la tension, contenues dans la tension du réseau électroénergétique alimentaire, chargé d'un groupe des redresseurs périodiques commandés, qui ont dans leurs circuits des charges d'impédance de caractère inductif et des forces électromotrices extérieures.

Cet article est la continuation du sujet, qui était déjà considéré dans le travail: „Analyse théorique et expérimentale des composantes harmoniques du courant prélevées par certains systèmes à thyristors du réseau électroénergétique alimentaire”.

A. HANDKE

ANALYSE DER SPANNUNGS- UND STROMHARMONISCHEN, DIE IN EINEM
ELEKTROENERGETISCHEN VERSORGUNGSNETZ DURCH GEWÄHLTE
THYRISTORSYSTEME ERZEUGT WERDEN

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurden die Ergebnisse einer Analyse der Harmonischen besprochen, die in einem elektroenergetischen Niederspannungsnetz durch gewählte Thyristorsysteme erzeugt werden. Zur Durchführung der Analyse wurden folgende Thyristorsysteme gewählt: einphasiger gesteuerter Einweggleichrichter und einphasiger gesteuerter Zweiweggleichrichter. Die Analyse wurde für Impedanzbelastung durchgeführt. Auf den Abbildungen werden die Ergebnisse der Analyse für harmonische Ströme in Abhängigkeit von den Thyristorauslöserwinkeln α gezeigt. Eine experimentelle Analyse harmonischer Spannungen ist auch in einem Industrierversorgungsnetz durchgeführt worden.

А. ХАНДКЕ

АНАЛИЗ ГАРМОНИК ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ ГЕНЕРИРОВАННЫХ
В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ПИТАЮЩЕЙ СЕТИ НЕКОТОРЫМИ
ТИРИСТОРНЫМИ СИСТЕМАМИ

Резюме

Получены результаты анализа гармоник тока и напряжения генерированных в электро-энергетической питающей сети переменного тока низкого напряжения однофазными однополупериодными и двухполупериодными управляемыми выпрямителями. Анализ проведен для импедансной нагрузки индуктивного характера. Результаты анализа для гармоник тока показаны на рисунках как функции угла зажигания тиристорov. В качестве примера дан экспериментально полученный спектр гармоник напряжения питающей сети работающей в промышленных условиях.

Verdrillungen und Ausgleichstromverluste bei doppelten Transformatorspulenwicklungen

ALEXANDER PETROFF DATSCHEFF (SOFIA, BULGARIEN)

Zentrum für wissenschaftliche Forschungen und Entwicklungstätigkeit der Elektroindustrie (ZNIRD-ELPROM) in Sofia (Bulgarien)

Die Arbeit wurde am 7.5.1974 eingesandt

In der Arbeit analysiert man die bekannten Verdrillungen bei doppelten Transformatorspulenwicklungen mit Hilfe der sogenannten *symbolischen Schemata der Verdrillungen*. Es wird eine neue, vollkommenere Verdrillungsart für solche Wicklungen beschrieben. Für alle betrachteten Fälle werden Formeln zur Ermittlung der Ausgleichstromverluste abgeleitet.

1. EINLEITUNG

Die doppelten Transformatorspulenwicklungen finden in solchen Fällen Anwendung, wenn die übliche einzelne Spulenwicklung als innere Wicklung bei einer Paralleldrahtzahl $m > 6 \div 7$ auszuführen ist [1], [2], [3].

Die doppelte Spulenwicklung besteht aus zwei gleichen einzelnen Spulenwicklungen, die konzentrisch gegeneinander angeordnet und parallel geschaltet werden. Die Enden der beiden einzelnen Spulenwicklungen liegen symmetrisch gegenüber der Trennlinie zwischen diesen Wicklungen. Für jede einzelne Spulenwicklung wird eine Auskreuzung an den Übergangsstellen zwischen den benachbarten Spulen ausgeführt. In der Mitte der Wicklung (nach $\mathcal{W}/2$ Windungen) werden die Paralleldrähte der beiden einzelnen Wicklungen verdrillt (Bild 1).

Ziel der vorliegenden Arbeit ist, die bei der doppelten Spulenwicklungen angewandten Verdrillungsschemata zu analysieren.

2. DOPPELTE SPULENWICKLUNGEN MIT ALLGEMEINER VERDRILLUNG ODER MIT GRUPPENVERDRILLUNG IN DER MITTE

In [1], [2], [3] wird empfohlen, eine allgemeine Verdrillung (Bild 1) oder eine Gruppenverdrillung (Bild 2) in der Mitte der Wicklung auszuführen.

Was die Positionen betrifft, welche die Paralleldrähte in senkrechter Richtung zum Streufluß einnehmen, sind die Wicklungen auf den Bildern 1 und 2 äquivalent den in Bildern 3 und 4 gezeigten mehrlagigen Wicklungen.

Die Lagenzahl der mehrlagigen Wicklung ist der Windungszahl in einer Spule bei der Spulenwicklung gleich. Die Darstellung der doppelten Spulenwicklung als mehrlagige

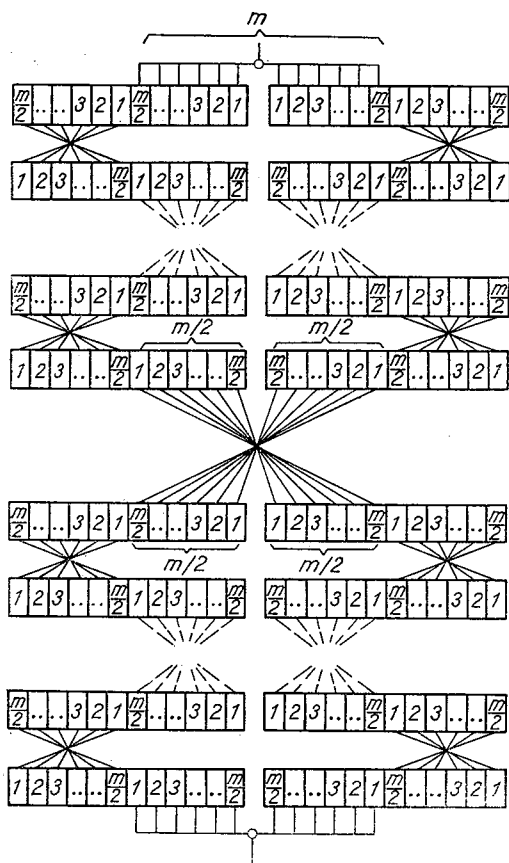


Bild 1. Doppelte Spulenwicklung mit allgemeiner Verdrillung in der Mitte

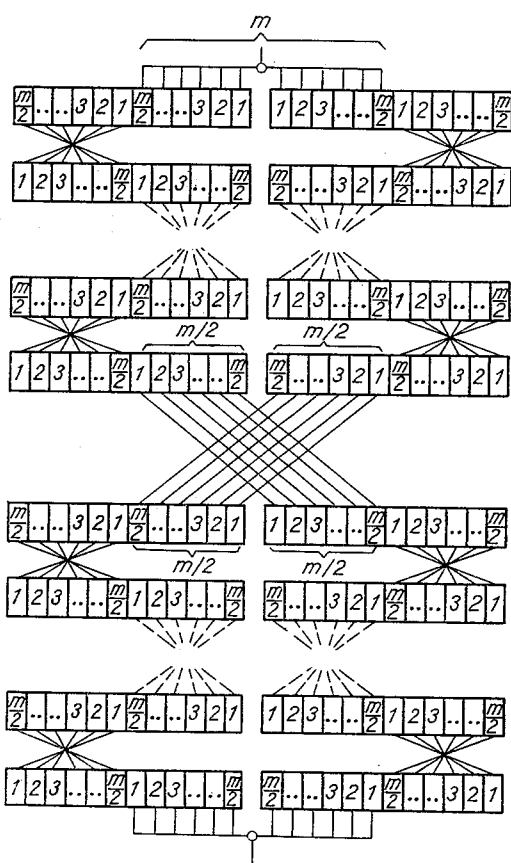


Bild 2. Doppelte Spulenwicklung mit Gruppenverdrillung in der Mitte

Wicklung gestattet es, die Positionen der einzelnen Paralleldrähte anschaulicher zu verfolgen.

Analysiert man die Schemata aus Bildern 1 und 2, bzw. 3 und 4, kann man feststellen, daß die Paralleldrähte für die beiden Schemata ein und dieselben Positionen in Radialrichtung einnehmen, jedoch in verschiedener Reihenfolge. Daraus folgt, daß die doppelte Spulenwicklung mit allgemeiner Verdrillung oder mit Gruppenverdrillung in der Mitte äquivalent in bezug auf die Ausgleichstromverluste sind.

Mit Hilfe des symbolischen Schemas der Verdrillung [4], [5], [6], das in Bild 5 gezeigt wird, werden die Positionsnummern der Paralleldrähte leicht bestimmt. Das symbolische Schema enthält $4n$ Spalten und $m/4$ Zeilen, wobei n die Lagenzahl (bzw. die Windungszahl in einer Spule) ist, und m — die Zahl der Paralleldrähte für die ganze doppelte Wicklung.

Die Zahl der Untergruppen ist $m/4$. Jede Untergruppe enthält $m:m/4 = 4$ Paralleldrähte, die der Wicklung entlang ein und dieselbe Positionen in der Radialwicklung einnehmen, jedoch in verschiedener Reihenfolge.

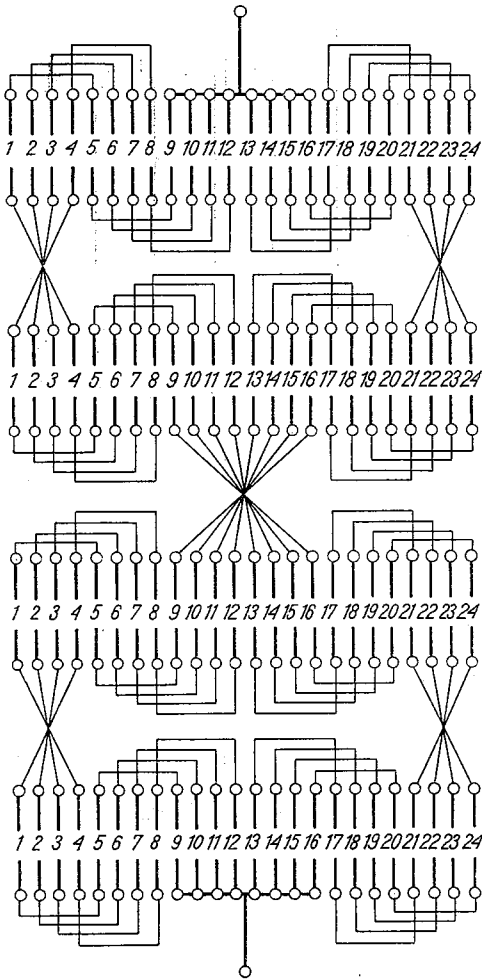


Bild 3. Doppelte mehrlagige Wicklung mit allgemeiner Verdrillung in der Mitte

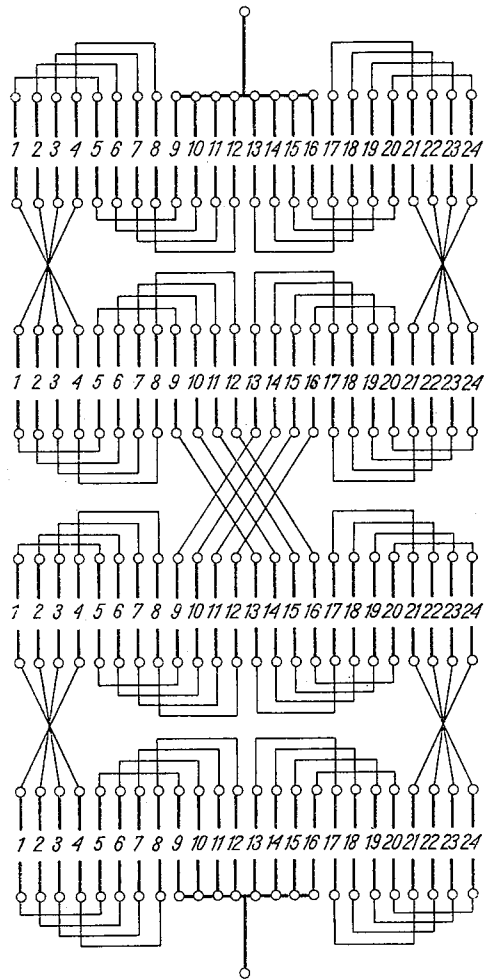
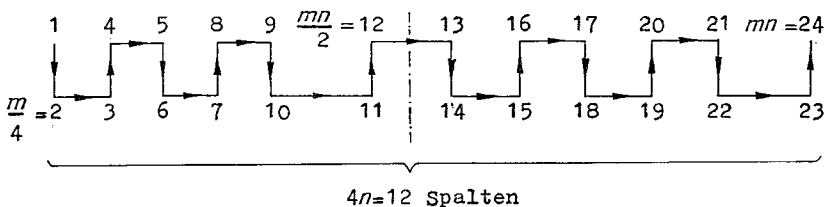


Bild 4. Doppelte mehrlagige Wicklung mit Gruppenverdrillung in der Mitte

Für die im Bild 3 gezeigte Wicklung ($m = 8$, $n = 3$, $mn = 24$) erhält man folgendes symbolisches Schema:



In jeder Zeile des symbolischen Schemas stehen die Positionsnummern der Paralleldrähte, die zu ein und derselben Untergruppe gehören.

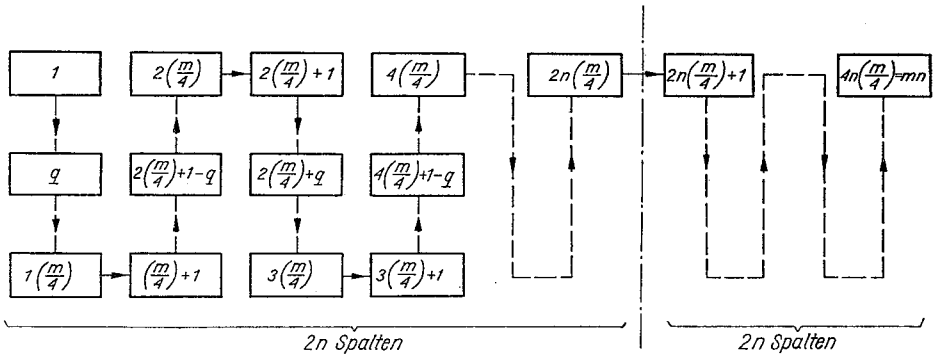


Bild 5. Symbolisches Schema der Verdrehung einer doppelten Spulenwicklung mit allgemeiner Verdrehung oder mit Gruppenverdrehung in der Mitte

Aus Bild 5 werden folgende allgemeine Formeln für die Positionsnummern eines beliebigen Paralleldrahtes q abgeleitet:

— für die ungeraden Spalten des symbolischen Schemas

$$(p-1)\frac{m}{2} + q; \quad (1)$$

— für die geraden Spalten des symbolischen Schemas

$$p\frac{m}{2} + 1 - q, \quad (2)$$

wobei p die laufende Nummer der Spalte des symbolischen Schemas ist ($p = 1 \dots 2n$).

Die bezogene EMK des q -ten Leiters ist:

$$e_q = \frac{1}{4n} \sum_{p=1}^{2n} \left\{ \left[(p-1)\frac{m}{2} + q \right] \left[(p-1)\frac{m}{2} + q - 1 \right] + \left(p\frac{m}{2} + 1 - q \right) \left(p\frac{m}{2} - q \right) \right\}. \quad (3)$$

Nach den Umwandlungen erhält man aus (3)

$$e_q = q^2 - q \left(\frac{m}{2} + 1 \right) + A; \quad (4)$$

dabei ist

$$A = \frac{m^2}{12} (4n^2 - 1) + \frac{m^2 + 2m}{8}. \quad (5)$$

Die mittlere EMK für alle Paralleldrähte bestimmt man mit dem Ausdruck

$$e_{\text{mitt}} = \frac{4}{m} \sum_{q=1}^{m/4} e_q. \quad (6)$$

Setzt man Gl. (4) in Gl. (6) ein, so erhält man

$$e_{\text{mitt}} = -\frac{1}{24} (m^2 + 6m + 8) + A = \frac{m^2 n^2 - 1}{3}. \quad (7)$$

Die Ausgleichstromverluste in der betrachteten Wicklung können mit genügender Genauigkeit unter Berücksichtigung lediglich der aktiven Widerstände der Parallelzweige ermittelt werden. In diesem Fall bestimmt man die Ausgleichstromverluste in Prozenten der Gleichstromverluste mit dem Ausdruck [4], [7], [8]:

$$k_A = 100 \left(\frac{a_{is}}{a} \right)^2 \xi^4 f(m), \% \quad (8)$$

wobei

$$f(m) = \frac{1}{m} \sum_{q=1}^m (e_{mitt} - e_q)^2 = \frac{1}{n_u} \sum_{q=1}^{n_u} (e_{mitt} - e_q)^2. \quad (9)$$

Darin bedeuten: a , a_{is} — Radialbreite des blanken, bzw. isolierten Drahtes; ξ — reduzierte Radialbreite des Drahtes [4]; n_u — Zahl der Untergruppen.

Für die betrachtete Wicklung $n_u = m/4$, daher

$$f(m) = \frac{4}{m} \sum_{q=1}^{m/4} \left[q^2 - q \left(\frac{m}{2} + 1 \right) + \frac{1}{24} (m^2 + 6m + 8) \right]^2. \quad (10)$$

Mit dem Aufschreiben des obigen Ausdrucks ist die Aufgabe für die Ermittlung der Ausgleichstromverluste prinzipiell gelöst. Es müssen lediglich die entsprechenden Umwandlungen durchgeführt werden. Vergleicht man aber das symbolische Schema einer doppelten Spulenwicklung mit allgemeiner oder mit Gruppenverdrillung in der Mitte mit dem symbolischen Schema einer einlagigen Wicklung mit Verdrillung nach K. K. Paluev [4], [5], so kann man eine Ähnlichkeit feststellen.

Bestimmen wir nun den Ausdruck $f(m)$ für die Verdrillung nach Paluev. Die Positionsnummern in Radialrichtung eines beliebigen Paralleldrahtes q sind

$$q; \frac{m}{2} - q + 1; \frac{m}{2} + q; m - q + 1.$$

Daraus ergibt sich die bezogene EMK dieses Drahtes zu

$$\begin{aligned} e_q &= \frac{1}{4} \left[q(q-1) + \left(\frac{m}{2} - q + 1 \right) \left(\frac{m}{2} - q \right) + \left(\frac{m}{2} + q \right) \left(\frac{m}{2} + q - 1 \right) + (m - q + 1)(m - q) \right] = \\ &= q^2 - q \left(\frac{m}{2} + 1 \right) + B, \end{aligned} \quad (11)$$

wobei

$$B = \frac{3}{8} m^2 + \frac{m}{4}. \quad (12)$$

Der Ausdruck für e_{mitt} nach Gl. (6) und (11) ist

$$e_{mitt} = \frac{4}{m} \sum_{q=1}^{m/4} e_q = -\frac{1}{24} (m^2 + 6m + 8) + B = \frac{m^2 - 1}{3}. \quad (13)$$

Daraus ergibt sich

$$f(m) = \frac{1}{m} \sum_{q=1}^m (e_{\text{mitt}} - e_q)^2 = \frac{4}{m} \sum_{q=1}^{m/4} \left[q^2 - q \left(\frac{m}{2} + 1 \right) + \frac{1}{24} (m^2 + 6m + 8) \right]^2. \quad (14)$$

Der obige Ausdruck stimmt mit Gl. (10) überein, die für die doppelte Wicklung mit allgemeiner Verdrillung oder mit Gruppenverdrillung in der Mitte abgeleitet wurde. Daher kommt man zu der Schlußfolgerung, daß die Ausgleichstromverluste in doppelten Spulenwicklungen mit einer allgemeinen Verdrillung oder mit Gruppenverdrillung in der Mitte denen in einer einlagigen Wicklung mit derselben Paralleldrahtzahl und mit Verdrillung nach Paluev gleich sind.

Für die letzte Wicklung gilt der Ausdruck [4], [5]

$$k_A = \frac{100}{45} \xi^4 \left(\frac{a_{\text{is}}}{a} \right)^2 \left[\left(\frac{m}{2} \right)^2 - 1 \right] \left[\left(\frac{m}{4} \right)^2 - 1 \right]. \quad (15)$$

Aus dem obigen Ausdruck ersieht man, daß die Ausgleichstromverluste bei den doppelten Spulenwicklungen von der Lagenzahl (bzw. von der Windungszahl) in einer Spule unabhängig sind.

Bei doppelten Spulenwicklungen mit verhältnismäßig großer Paralleldrahtzahl ($m = 12 \dots 16$) können die Ausgleichstromverluste 10 ... 20% der Gleichstromverluste der Wicklung erreichen. Aus diesem Grund ist es zweckmäßig, ein vollkommeneres Verdrillungsschema in der Mitte der Wicklung aufzustellen.

3. DOPPELTE SPULENWICKLUNGEN MIT SPEZIALGRUPPENVERDRILLUNG IN DER MITTE

Die Verdrillung nach R. G. de Buda führt zu wesentlich kleineren Ausgleichstromverlusten als diese nach K. K. Paluev. Geht man aus den symbolischen Schemata der beiden Verdrillungen aus [4], [5], so kann man für die doppelte Spulenwicklung das in Bild 6 gezeigte Schema aufstellen (bei $m/4 = \text{ganze Zahl}$). Diesem Schema entspricht eine doppelte Wicklung, in deren Mitte eine Spezialgruppenverdrillung ausgeführt wird. Zu diesem Zweck werden die Drähte in vier Gruppen eingeteilt, jede mit $m/4$ Paralleldrähten. Die Leitergruppen werden symmetrisch gegenüber der Trennlinie 0—0' zwischen

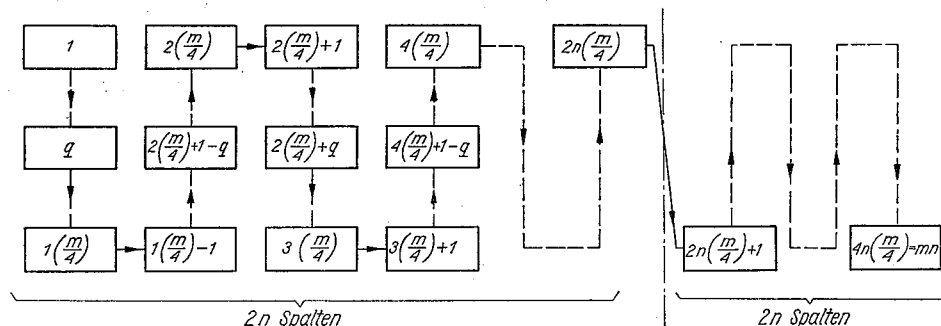


Bild 6. Symbolisches Schema der Verdrillung einer doppelten Spulenwicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte, bei $m/4 = \text{ganze Zahl}$

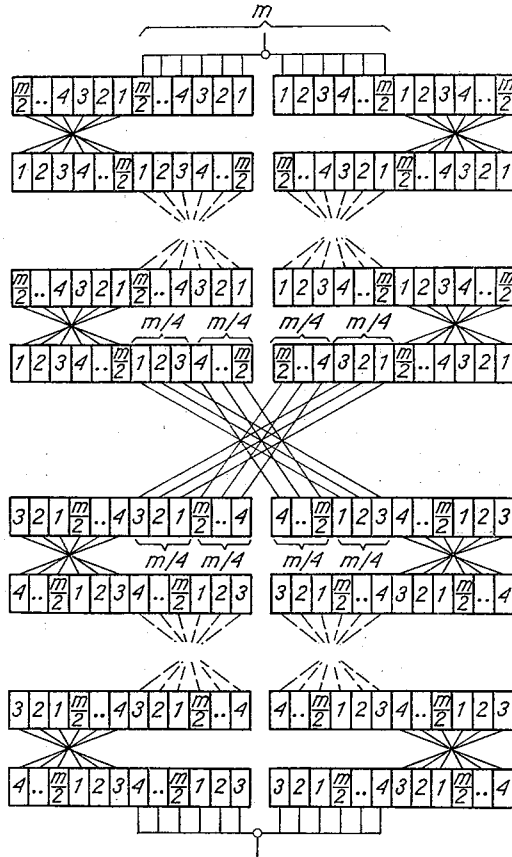
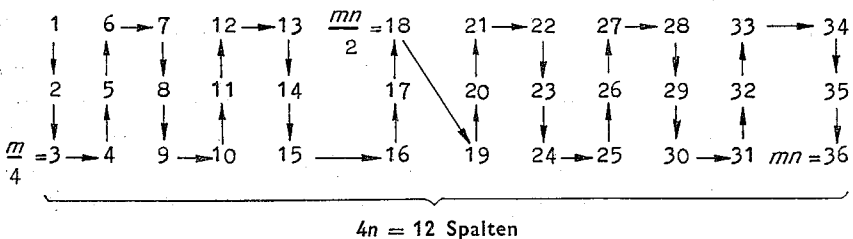


Bild 7. Doppelte Spulenwicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte, bei $m/4 = \text{ganze Zahl}$

den einzelnen Wicklungen ausgekreuzt, wobei die zu einer Gruppe gehörenden Leiter gegeneinander unverdrillt bleiben.

In Bild 7 wird die Ausführung der vorgeschlagenen Verdrillung einer doppelten Spulenwicklung (für $m/4 = \text{ganze Zahl}$) gezeigt. In Bild 8 wird die Ausführung derselben Verdrillung bei einer doppelten mehrlagigen Wicklung dargestellt.

Für die in Bild 8 gezeigte Wicklung ($m = 12$, $n = 3$, $mn = 36$) erhält man folgendes symbolisches Schema



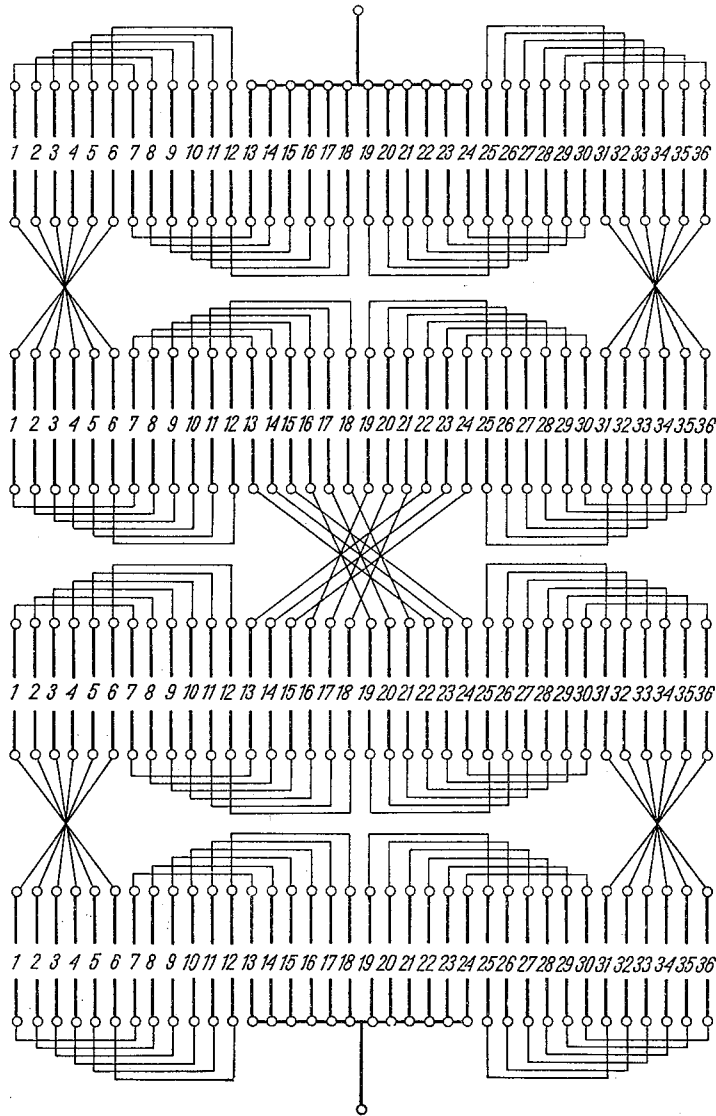


Bild 8. Doppelte mehrlagige Wicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte bei $m/4 = \text{ganze Zahl}$

Ähnlich, wie bei der doppelten Spulenwicklung mit allgemeiner Verdrillung oder mit Gruppenverdrillung in der Mitte ist hier die Zahl der Spalten gleich $4n$ und die Zahl der Zeilen (bzw. der Untergruppen) gleich $m/4$. Jede Untergruppe enthält 4 Paralleldrähte. Die beschriebene Verdrillung kann man auch in den Fällen anwenden, wenn $m/2$ eine ganze ungerade Zahl ist. Die Verdrillungsart in diesem Fall wird in Bild 9 gezeigt.

Wie aus dem Bild ersichtlich ist, enthalten die Gruppen ungleiche Zahl Paralleldrähte und zwar, die außenliegenden zwei Gruppen können je einen Draht mehr (bzw. weniger) als die mittleren zwei Gruppen enthalten, wie dies in den Bildern 10 und 11 (für $m = 10$ und $n = 3$) gezeigt wird.

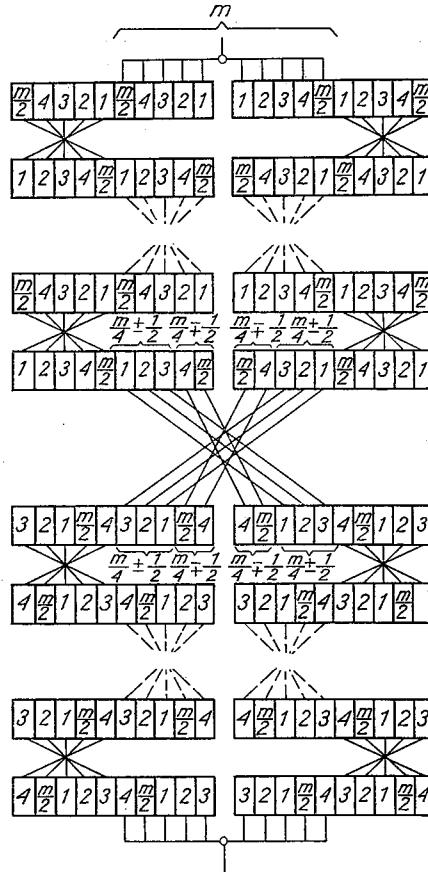


Bild 9. Doppelte Spulenwicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte bei $m/2 =$ ganze ungerade Zahl

Es ist aber leicht zu beweisen, daß die beiden Verdrillungsschemata völlig äquivalent in bezug auf die Ausgleichstromverluste sind, da die Paralleldrähte bei diesen Wicklungen ein und dieselbe Positionen in Radialrichtung einnehmen.

Das symbolische Schema im Fall, wenn $m/2$ eine ganze ungerade Zahl ist, wird im Bild 12 dargestellt.

Zur Ableitung einer allgemeinen Formel für die Ermittlung der Ausgleichstromverluste k_A der doppelten Spulenwicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte verfolgen wir denselben Weg, wie in Punkt 2. Zuerst soll der Fall, wenn $m/4$ eine ganze Zahl ist, betrachtet werden. Die Positionsnummern, die die Paralleldrähte in Radialrichtung einnehmen, können in allgemeiner Form mit Hilfe des symbolischen Schemas ausgedrückt werden (Bild 6). Die Positionsnummern für die erste Hälfte des betrachteten symbolischen Schemas sind den entsprechenden Positionsnummern gemäß Bild 5 gleich.

Für die zweite Hälfte des Schemas nach Bild 12 kann man die Positionsnummern auch auf Grund des Schemas gemäß Bild 5 erhalten, indem man statt q , $m/4 - q + 1$ einsetzt, da die Positionsnummern in umgekehrter Reihenfolge stehen.

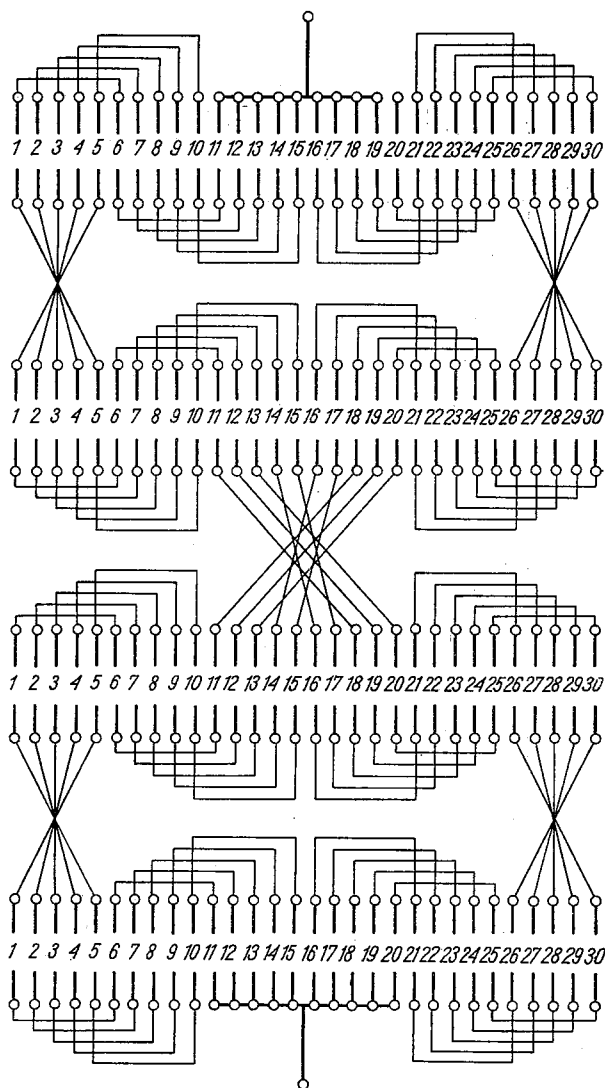


Bild 10. Doppelte mehrlagige Wicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte bei $m/2 = \text{ganze ungerade Zahl}$; die endlichen Gruppen enthalten je einen Draht mehr als die mittleren Gruppen

Schließlich erhält man folgende Ausdrücke für die Positionsnummern bei $m/4 = \text{ganze Zahl}$:

— für die ungeraden Spalten der ersten Hälfte des symbolischen Schemas nach Bild 12 ($p = 1 \dots n$)

$$(p-1)\frac{m}{2} + q; \quad (16)$$

— für die geraden Spalten der ersten Hälfte des symbolischen Schemas ($p = 1 \dots n$)

$$p\left(\frac{m}{2} + 1 - q\right); \quad (17)$$

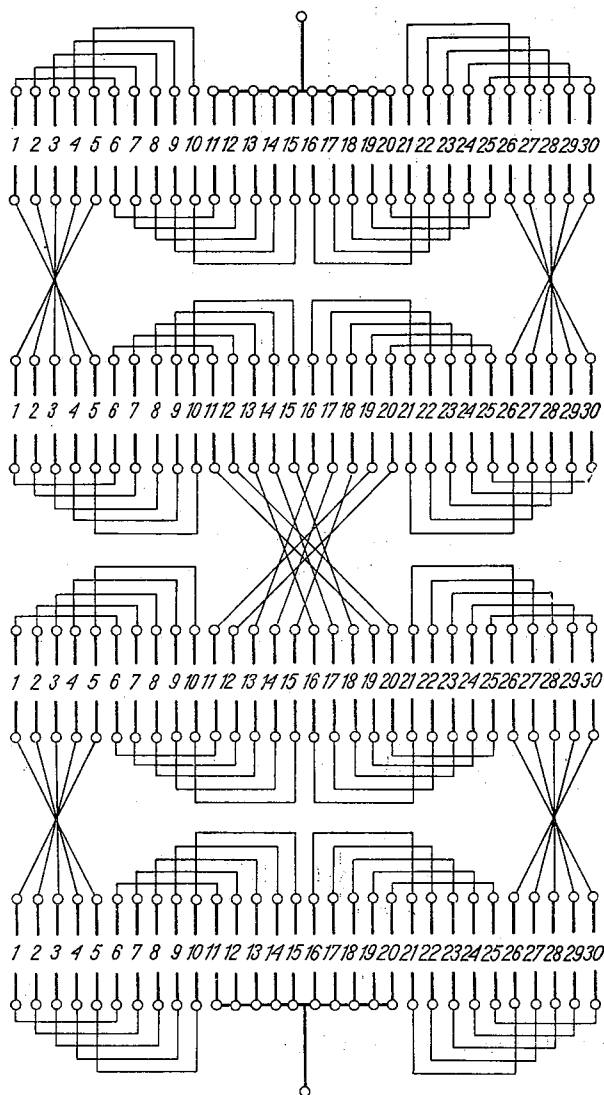


Bild 11. Doppelte mehrlagige Wicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte bei $m/2 =$ ganze ungerade Zahl; die endlichen Gruppen enthalten je einen Draht weniger als die mittleren Gruppen

— für die ungeraden Spalten der zweiten Hälfte des symbolischen Schemas [$p = (n+1) \dots 2n$]

$$(p-1) \frac{m}{2} + \frac{m}{4} - q + 1; \quad (18)$$

— für die geraden Spalten der zweiten Hälfte des symbolischen Schemas [$p = (n+1) \dots 2n$]

$$p \frac{m}{2} + q - \frac{m}{4}. \quad (19)$$

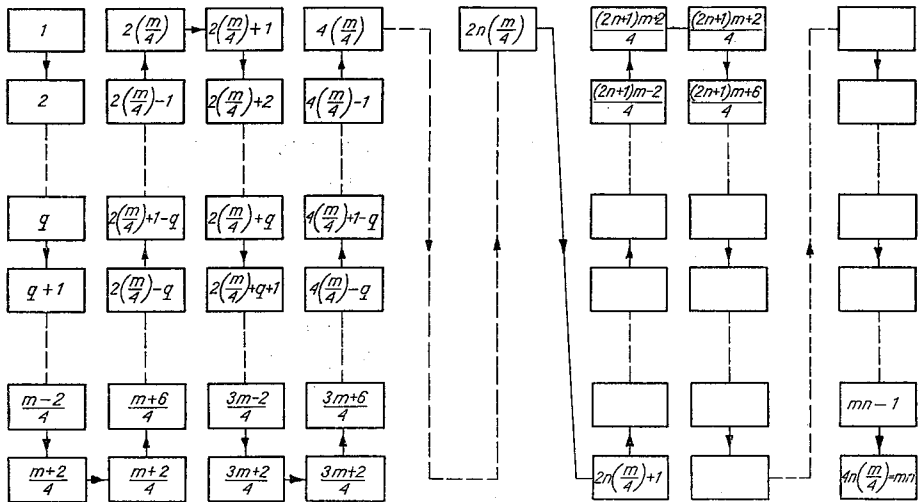


Bild 12. Symbolisches Schema der Verdrillung einer doppelten Spulenwicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte bei $m/2 =$ ganze ungerade Zahl

Auf Grund der obigen Ausdrücke kann man die bezogene EMK eines beliebigen Paralleldrahtes q bestimmen:

$$\begin{aligned}
 e_q = \frac{1}{4n} \left\langle \sum_{p=1}^n \left\{ \left[\left(p-1 \right) \frac{m}{2} + q \right] \left[\left(p-1 \right) \frac{m}{2} + q - 1 \right] + \left(p \frac{m}{2} + 1 - q \right) \left(p \frac{m}{2} - q \right) \right\} + \right. \\
 + \sum_{p=n+1}^{2n} \left\{ \left[\left(p-1 \right) \frac{m}{2} + \frac{m}{4} - q + 1 \right] \left[\left(p-1 \right) \frac{m}{2} + \frac{m}{4} - q \right] + \right. \\
 \left. \left. + \left(p \frac{m}{2} + q - \frac{m}{4} \right) \left(p \frac{m}{2} + q - \frac{m}{4} - 1 \right) \right\} \right\rangle. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Nach entsprechenden Umwandlungen erhält man

$$e_q = q^2 - q \left(\frac{m}{4} + 1 \right) + C, \quad (21)$$

wobei

$$C = \frac{m^2 n^2}{3} + \frac{m^2}{96} + \frac{m}{8}. \quad (22)$$

Der Ausdruck für e_{mitt} kann nach Gl. (7) bestimmt werden, da diese Größe unabhängig von der Verdrillungsart ist [4]. Daraus folgt

$$f(m) = \frac{1}{n_u} \sum_{q=1}^{n_u} (e_{mitt} - e_q)^2 = \frac{4}{m} \sum_{q=1}^{m/4} \left[q^2 - q \left(\frac{m}{4} + 1 \right) + \frac{1}{96} (m^2 + 12m + 32) \right]. \quad (23)$$

Nun soll die obige Beziehung mit dem entsprechenden Ausdruck für $f(m)$ bei einer einlagigen Wicklung mit m Paralleldrähten und mit Verdrillung nach R. G. de Buda verglichen werden. Im letzten Fall sind die Positionsnummern in Radialrichtung des q -ten Paralleldrahtes durch die nachfolgenden Ausdrücke gegeben [4]:

$$q; \frac{m}{2} - q + 1; \frac{3m}{4} - q + 1; \frac{3m}{4} + q. \quad (24)$$

Dementsprechend erhält man folgenden Ausdruck für die bezogene EMK des q -ten Drahtes:

$$e_q = \frac{1}{4} \left[q(q-1) + \left(\frac{m}{2} - q + 1 \right) \left(\frac{m}{2} - q \right) + \left(\frac{3m}{4} - q + 1 \right) \left(\frac{3m}{4} - q \right) + \left(\frac{3m}{4} + q \right) \left(\frac{3m}{4} + q - 1 \right) \right] = q^2 - q \left(\frac{m}{4} + 1 \right) + \frac{11}{32} m^2 + \frac{m}{8}. \quad (25)$$

Der Ausdruck für e_{mitt} kann nach Gl. (13) ermittelt werden. Daraus folgt

$$f(m) = \frac{4}{m} \sum_{q=1}^{m/4} (e_{mitt} - e_q)^2 = \frac{4}{m} \sum_{q=1}^{m/4} \left[q^2 - q \left(\frac{m}{4} + 1 \right) + \frac{1}{96} (m^2 + 12m + 32) \right]. \quad (26)$$

Diese Beziehung ist dem Ausdruck für $f(m)$ nach Gl. (23) gleich.

Folglich sind die Ausgleichstromverluste einer doppelten Spulenwicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte denen in einer einlagigen Wicklung mit derselben Zahl der Paralleldrähte und mit Verdrillung nach R. G. de Buda gleich. Für die letzte Wicklung gilt die Formel [4], [8]

$$k_A = \frac{100}{45} \xi^4 \left(\frac{a_{is}}{a} \right)^2 \left[\left(\frac{m}{4} \right)^2 - 1 \right] \left[\left(\frac{m}{8} \right)^2 - 1 \right] \%. \quad (27)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß die Ausgleichstromverluste in doppelten Spulenwicklungen mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte unabhängig von der Lagenzahl bzw. von der Windungszahl in einer Spule sind.

Vergleicht man Gleichungen (27) und (15), so ist festzustellen, daß die Anwendung der Spezialgruppenverdrillung statt der allgemeinen Verdrillung oder der Gruppenverdrillung in der Mitte der doppelten Spulenwicklung bei einer Zahl der Paralleldrähte $m = 12 \dots 16$ zu einer Herabsetzung der Ausgleichstromverluste von 28...21 mal führt.

Nun soll der Fall betrachtet werden, wenn die Zahl der Paralleldrähte der Bedingung $m/2 =$ einer ganzen ungeraden Zahl entspricht. In diesem Fall bestimmt man die Positionsnummern mit Hilfe des symbolischen Schemas gemäß Bild 12, auf dessen Grundlage man den Ausdruck für e_q aufschreibt. Für die mittlere EMK e_{mitt} gilt hier auch die Beziehung nach Gl. (7). Mit der Bestimmung von e_q und e_{mitt} ist die Aufgabe für die Ermittlung der Ausgleichstromverluste prinzipiell gelöst. Vergleicht man aber die Gleichung für $f(m)$ bei der doppelten Spulenwicklung mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte (bei $m/2 =$ ganze ungerade Zahl) mit dem entsprechenden Ausdruck für $f(m)$ bei einer einlagigen Wicklung mit derselben Zahl Paralleldrähte und mit Verdrillung nach

R. G. de Buda [6], so kann man feststellen, daß diese identisch sind. Daraus folgt, daß die Ausgleichstromverluste in der doppelten Spulenwicklung nach der Formel [6]

$$k_A = \frac{100}{2880} \left(\frac{a_{is}}{a} \right)^2 \xi^4 \left[\left(\frac{m}{2} \right)^2 - 1 \right] \left[\left(\frac{m}{2} \right)^2 + 11 \right] \% \quad (28)$$

berechnet werden können.

Aus dem Vergleich der Gleichungen (28) und (15) kann man ersehen, daß die Ausgleichstromverluste in doppelten Spulenwicklungen mit Spezialgruppenverdrillung in der Mitte wesentlich niedriger als diese bei doppelten Spulenwicklungen mit allgemeiner Verdrillung in der Mitte sind, auch für den Fall, wenn $m/2$ eine ganze ungerade Zahl ist. Bei $m = 14$ nehmen z.B. die Ausgleichstromverluste 12 mal ab.

4. ZUSAMMENFASSUNG

Auf Grund der durchgeführten Untersuchungen kann man die Anwendung der Spezialgruppenverdrillung in der Mitte der doppelten Spulenwicklung empfehlen, welche zu wesentlich niedrigeren Ausgleichstromverlusten als bei der Anwendung der allgemeinen oder der einfachen Gruppenverdrillung für beliebige Zahl der Paralleldrähte führt.

SCHRIFTTUM

1. G. Barbutov, *Wicklung für Transformatoren und Drosseln, aus parallelgeschalteten Drähten ausgeführt*, Patent No 11227/22.2.1966, Kl. 21d², V. R. Bulgarien.
2. W. Pewca, *Doppelspiralwicklung für Transformatoren*, Patent No 57332/9. 1969, V. R. Polen.
3. W. Pewca, *Ein neuer Typ Transformatorwicklungen*, Vortrag auf dem III. Symposium „Probleme des Transformatorenbaues“, Berlin 1969.
4. A. Datscheff, *Spezialleistungstransformatoren*, Verlag Technika, Sofia 1967.
5. A. P. Datscheff, *Eine Verdrillungsart bei einlagigen, eingängigen Wicklungen von Großtransformatoren*, Elektrotechnika, No 7, 1968 (russ.).
6. A. P. Datscheff, *Untersuchung der Ausgleichstromverluste in Transformatorwicklungen mit Verdrillung nach R.G. de Buda bei beliebiger Zahl der Paralleldrähte*, Elektritschestwo, No 5, 1975 (russ.).
7. A. P. Datscheff, *Ermittlung der Ausgleichstromverluste in Transformatorenwicklungen unter Berücksichtigung des tatsächlichen Streufeldverlaufes*, ETZ-A, H. 11, 1970, S. 632—635.
8. A. P. Datscheff, *Über die optimale Ausführung der Verdrillung nach R.G. de Buda bei Transformatorwicklungen*, ETZ-A, H. 4, 1972, S. 190—194.

A. DACZEW

PRZEPLECENIA I STRATY OD PRĄDÓW CYRKULACYJNYCH W CEWKOWYCH UZWOJENIACH PODWÓJNIE-WYWROTKOWYCH

Streszczenie

W pracy analizuje się rodzaje przepleceń stosowane w uzwojeniach cewkowych podwójnie-wywrotkowych, złożonych z dwóch jednakowych uzwojeń wywrotkowych, umieszczonych względem siebie współśrodkowo i połączonych równolegle. Analiza własności rodzajów przepleceń jest przeprowadzana przy pomocy „schematów symbolicznych”, zaproponowanych przez autora.

Rozpatrzono dotychczas stosowane rodzaje przepleceń w uzwojeniach cewkowych podwójnie-wy-
wrotkowych: przeplecenie ogólne (zupełne) lub grupowe w środku uzwojenia. Wyprowadzono wzory na
straty od prądów wyrównawczych (cyrkulacyjnych) w tym przypadku oraz w uzwojeniach warstwowych
z takimi przepleceniami i wykazano, że są one równe stratom w uzwojeniach jednowarstwowych o tej
samej liczbie przewodów równoległych z przepleceniem Pałujewa.

Zaproponowano stosowanie nowego, specjalnego przeplecenia grupowego w środku uzwojenia, sta-
nowiącego znacznie doskonalszy rodzaj transpozycji. Wykazano, że straty dodatkowe od prądów cyrku-
lacyjnych w cewkowych uzwojeniach podwójnie-wywrotkowych są przy tym nowym przepleceniu gru-
powym równe stratom w uzwojeniach jednowarstwowych o tej samej liczbie przewodów równoległych
z przepleceniem de Buda.

Zastosowanie zaproponowanego rodzaju specjalnego przeplecenia grupowego zamiast przeplecenia
ogólnego lub normalnego grupowego w środku uzwojenia daje w cewkowych uzwojeniach podwójnie-
wywrotkowych o całkowitej liczbie przewodów równoległych równej 12...16 zmniejszenie strat dodatko-
wych od prądów cyrkulacyjnych 28...21 raza. Zastosowanie specjalnego przeplecenia grupowego jest
możliwe przy dowolnej liczbie przewodów równoległych w każdej z połówek składowych uzwojenia po-
dwójnie-wywrotkowego.

W pracy wykazano również, że straty dodatkowe od prądów cyrkulacyjnych w cewkowych uzwoje-
niach podwójnie-wywrotkowych nie zależą od liczby warstw, a więc i od liczby zwojów w cewce.

A. DACHEFF

TRANSPPOSITIONS AND CIRCULATING-CURRENT LOSSES IN DOUBLE-CONTINUOUS WINDINGS

S u m m a r y

The present day transformer transposition technique employing double-continuous windings consist-
ing of two equal, concentric placed and parallel connected continuous windings is considered.

A new more efficient transposition technique is put forward.

For all the cases considered new formulae are derived to determine the circulating-current losses

A. DACHEFF

LES TRANSPPOSITIONS ET LES PERTES DES COURANTS DE CIRCULATION DANS LES ENROULEMENTS EN DISQUE ININTERROMPUS

R é s u m é

Cet article concerne les récents schémas de transposition des enroulements des transformateurs doubles,
en disque ininterrompus se composant de deux enroulements en disque ininterrompus identiques, placés
concentriquement et liés parallèlement. L'article présente un nouveau, perfectionné schéma de transposition
du tel enroulement. En tous les cas examinés on déduit les formules déterminantes les pertes des courants
de circulation.

A. ДАЧЕВ

ТРАНСПОЗИЦИИ И ПОТЕРИ ОТ ЦИРКУЛИРУЮЩИХ ТОКОВ ПРИ ДВОЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ КАТУШЕЧНЫХ ОБМОТКАХ

Р е з ю м е

В статье анализируются схемы транспозиций, применяемые при двойных непрерывных ка-
тушечных обмотках, состоящих из двух одинаковых непрерывных катушечных обмоток, распо-
ложенных концентрически одна относительно другой и соединенных параллельно.

Сначала рассматриваются применяемые до сих пор схемы двойных непрерывных катушечных обмоток с общей или групповой транспозицией в середине обмотки.

Анализ свойств транспозиций проведен методом т. н. „символических схем”, предложенных автором.

Выведены формулы для определения потерь от циркулирующих токов в этих случаях и показано, что добавочные потери от циркулирующих токов в двойных непрерывных катушечных или слоевых обмотках с общей или групповой транспозицией в середине равны выступающим в однослойных обмотках с транспозицией Палуева, с тем же самым количеством параллельных проводников.

Далее предлагается выполнить специальную групповую транспозицию в середине обмотки, что ведет к значительно более совершенной схеме транспозиции.

Доказано, что добавочные потери от циркулирующих токов в двойных непрерывных катушечных или слоевых обмотках со специальной групповой транспозицией в середине обмотки равны выступающим в однослойных обмотках с транспозицией де Бюда, с тем же самым количеством параллельных проводников.

Применение специальной групповой транспозиции вместо общей или нормальной групповой транспозиции в середине двойных непрерывных катушечных обмоток с общим количеством параллельных ветвей 12—16 ведет к уменьшению потерь от циркулирующих токов в 28—21 раз.

Применение специальной групповой транспозиции возможно при произвольном числе параллельных проводников одинарных непрерывных катушечных обмоток, из которых состоит двойная обмотка.

В статье показано также, что добавочные потери от циркулирующих токов в двойных непрерывных катушечных обмотках не зависят от числа слоев обмотки, а тем самым от числа витков в катушке.

Pomiary parametrów elementów półprzewodnikowych za pomocą szumów

WITOLD J. STEPOWICZ (GDAŃSK)

Instytut Technologii Elektronicznej Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 27.6.1974

Badania i pomiary zjawisk szumowych są dobrym narzędziem w określaniu właściwości i parametrów elementów półprzewodnikowych. Dotychczas w literaturze opisano szereg metod pomiarowych służących do określania niektórych parametrów tranzystorów bipolarnych, fototranzystorów i złącz p - n . Inne prace dotyczą relacji szumy-dryft oraz szumy-niezawodność elementów półprzewodnikowych. Za pomocą szumów można także określać niektóre parametry fizyczne elementów.

Niniejsza praca zawiera przegląd metod pomiarowych do określania niektórych parametrów i właściwości elementów półprzewodnikowych za pomocą szumów¹⁾.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

A, C, B, D — stałe ze wzorów (10) i (19),

e — ładunek elektryczny elektronu,

f — częstotliwość,

f_{h21e} — częstotliwość odcięcia w układzie wspólnego emitera,

Δf — przedział częstotliwości,

F — wąskopasmowy współczynnik szumów,

g_m — przewodność samoistna przenoszenia,

h_{21e} — małosygnałowa wartość zwarciovego współczynnika przenoszenia prądowego w układzie wspólnego emitera,

h_{21E} — statyczna wartość współczynnika wzmocnienia prądowego w układzie wspólnego emitera,

I_B, I_C, I_E — prądy stałe bazy, kolektora, emitera,

I_{CE0} — prąd zerowy kolektora przy $I_B = 0$,

I_d — prąd diody (z definicji M),

I_{eq} — równoważny prąd szumów określany z zależności $\overline{i^2} = 2eI_{eq}\Delta f$,

I_z — prąd Zenera,

$\overline{i^2}, \overline{i_o^2}$ — średniokwadratowe wartości prądu szumów,

k — stała Boltzmanna,

¹⁾ Niniejsza praca powstała podczas pobytu Autora na Politechnice w Zurychu (ETH) na stypendium rządu szwajcarskiego.

m — wykładnik potęgowy występujący w zależności $I(U)$ dla prądu Zenera,

M — współczynnik powielania lawinowego określony jako $M = \frac{I_d}{I_z}$,

n — wykładnik potęgowy występujący w charakterystyce $I(U)$ złącza $E-B$,

$$I_E \div \exp\left(\frac{eU_{EB}}{nkT}\right),$$

$r_{bb'}$ — oporność rozproszona bazy,

r_{be} — oporność samoistna baza-emiter, $r_{be} = \frac{kT}{eI_B}$, dla $n = 1$,

r_{eb} — oporność samoistna emiter-baza, $r_{eb} = \frac{kT}{eI_E}$, dla $n = 1$.

R, R' — oporności z rys. 1 i 2,

R_G, R_S — oporności generatora,

T — temperatura w skali bezwzględnej,

U_{BR} — napięcie przebicia złącza $p-n$,

U_{CB} — napięcie stałe kolektor-baza,

ω — pulsacja,

τ_o — stała czasowa (wzór (19)).

1. WSTĘP

Zjawiska szumowe są dobrym narzędziem do określania właściwości elementów półprzewodnikowych, przyczyniają się do lepszego zrozumienia zjawisk fizycznych zachodzących w tych elementach, zaś pomiary ilościowe szumów pozwalają wyznaczyć niektóre parametry elementów.

Na przestrzeni ostatnich lat opublikowano szereg prac opisujących metody pomiarowe pozwalające określić niektóre parametry elementów półprzewodnikowych za pomocą szumów. Część tych prac [4, 6, 9, 10] dotyczy pomiarów takich parametrów tranzystorów bipolarnych, jak oporność $r_{bb'}$, przewodność przenoszenia g_m , współczynnik h_{21e} oraz wykładnik potęgowy n występujący w wyrażeniu opisującym charakterystykę $I(U)$ złącza emiter-baza. Dla fototranzystora [13] można na podstawie pomiarów szumowych określić wielkości: $\frac{h_{21e}^2}{h_{21E}}$ oraz f_{h21e} .

Inne prace [1, 15] traktują o współzależnościach między szumami w zakresie małych częstotliwości a dryftem napięcia przebicia diod stabilizacyjnych oraz o wpływie szumów na stabilność elementów. Prace [2, 5, 8, 11, 14, 16, 17] zawierają informacje dotyczące możliwości pomiarów niektórych parametrów fizycznych elementów półprzewodnikowych, jak współczynnik powielania lawinowego w złączu $p-n$, energetyczna gęstość stanów powierzchniowych, koncentracja pułapek oraz stałe czasowe związane z dodatkowymi stanami energetycznymi w objętości i na powierzchni półprzewodnika.

Celem niniejszej pracy jest dokonanie przeglądu obecnych możliwości pomiarów parametrów elementów półprzewodnikowych za pomocą szumów. Przegląd ten nie zawiera opisu układów pomiarowych stosowanych w poszczególnych metodach, a omówienie teorii i wyników z cytowanych prac zredukowano do niezbędnego minimum.

2. POMIAR NIEKTÓRYCH ELEMENTÓW UKŁADU ZASTĘPCZEGO TRANZYSTORA BIPOLARNEGO

W pracy [4] opisano metodę pomiaru oporności rozproszonej bazy $r_{bb'}$, oraz wykładnika potęgowego n w wyrażeniu opisującym charakterystykę $I(U)$ złącza $E-B$ za pomocą szumów. Metoda ta polega na pomiarze zależności współczynnika szumów F od oporności generatora R_G . Pomiary prowadzi się w zakresie częstotliwości, gdzie dominują szumy $1/f$. Dla tego zakresu współczynnik szumów F dany jest wzorem

$$F = \frac{\eta(I_E)}{f} \frac{(R_G + r_{bb'})^2}{4kTR_G} + \frac{\lambda(U_{CB})}{f} \frac{\left(R_G + r_{bb'} + \frac{nkT}{eI_E}\right)^2}{4kTR_G} \quad (1)$$

Wielkości $\eta(I_E)$, $\lambda(U_{CB})$ reprezentują w układzie zastępczym tranzystora generatory szumów, z których pierwszy uzależniony jest od prądu emitera, drugi od napięcia kolektor-baza. Dokładna postać funkcyjna wymienionych wielkości nie jest wymagana w tej metodzie pomiarowej.

Jeżeli założy się, jak w cytowanej pracy [4], że dla małych napięć U_{CB} zachodzi $\lambda(U_{CB}) \simeq 0$, to wyrażenie (1) przyjmuje wtedy postać

$$F = \frac{\eta(I_E)}{f} \cdot \frac{(R_G + r_{bb'})^2}{4kTR_G} \quad (2)$$

Funkcja $F(R_G)$ dana zależnością (2) osiąga minimum dla $R_G = r_{bb'}$, niezależnie od wartości prądu I_E . Wynikająca stąd metoda pomiaru $r_{bb'}$, sprowadza się do znalezienia takiej wartości R_G , przy której współczynnik szumów przyjmuje wartość minimalną.

Jeżeli z kolei przyjmie się, że dla małych prądów emitera zachodzi $\eta(I_E) \simeq 0$, to wówczas współczynnik szumów osiąga wartość minimalną przy oporności R_G równej

$$R_G = r_{bb'} + \frac{nkT}{eI_E} \quad (3)$$

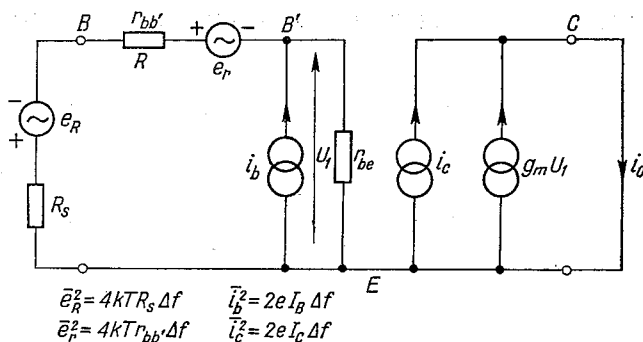
Mając uprzednio wyznaczone $r_{bb'}$, można na podstawie (3) obliczyć wykładnik n .

W pracy [4] oszacowano dokładność pomiaru $r_{bb'}$ na 10% i uzyskano zgodność, w granicach błędu, zmierzonych wartości $r_{bb'}$, z wartościami uzyskanymi inną metodą. Natomiast otrzymane wartości wykładnika n różniły się znacznie od wartości uzyskanych inną metodą.

W pracy [6] podano metodę pomiaru za pomocą szumów oporności rozproszonej bazy $r_{bb'}$, przewodności przenoszenia g_m oraz współczynnika h_{21e} tranzystora. W celu wyznaczenia wymienionych wielkości wykorzystuje się pomiary zwarciovego prądu wyjściowego szumów tranzystora w zakresie średnich częstotliwości, przy których szumy $1/f$ nie odgrywają już roli. Układ zastępczy tranzystora z dołączonym opornikiem generatora z uwzględnieniem źródeł szumów podano dla tego zakresu częstotliwości na rys. 1. Obliczenia zwarciovego prądu szumowego $\bar{i}_o^2$ na wyjściu tranzystora prowadzą do zależności

$$\bar{i}_o^2 = \frac{2kTh_{21e}^2 \Delta f}{(r_{bb'} + r_{be} + R_G)^2} \left[r_{eb} + \frac{(r_{eb} + r_{bb'} + R_G)^2}{r_{be}} + 2(r_{bb'} + R_G) \right] \quad (4)$$

Jest to wzór przybliżony, słuszny po przyjęciu niewystępowania korelacji między generatorami $\bar{i}_c^2$ i $\bar{i}_b^2$ (rys. 1), co w zakresie średnich częstotliwości jest dobrze spełnione.



Rys. 1. Schemat tranzystora z dołączonym opornikiem generatora sygnałów i zwartym wyjściem

Tranzystor zastąpiono szumowym układem zastępczym słusznym w zakresie średnich częstotliwości

Rozważania zawarte w pracy [6] dotyczą sytuacji, gdy dominuje szum cieplny oporności $r_{bb'}$, co można wyrazić w postaci nierówności

$$r_{bb'} \gg \frac{1}{2} r_{be}. \quad (5)$$

Dla badanych w cytowanej pracy tranzystorów ($r_{bb'}$ rzędu 2,5 k Ω , h_{21e} rzędu 2000), nierówność ta była słuszną przy prądach kolektora rzędu kilkudziesięciu mikroamperów i większych.

Ponadto rozpatruje się zależność (4) w zakresie małych prądów, rozumianym jako zakres, w którym zachodzi nierówność

$$r_{bb'} \ll r_{be}. \quad (5a)$$

Wówczas korzystając z określenia I_{eq} (wykaz oznaczeń) oraz przyjmując $R_G = 0$, uzyskuje się z (4)

$$I_{eq} = \frac{2er_{bb'}I_C^2}{kT}. \quad (6)$$

Jak widać ze wzoru (6), pomiar zależności równoważnego prądu szumów w funkcji prądu kolektora pozwala wyznaczyć $r_{bb'}$. Włączenie szeregowo z $r_{bb'}$ oporności R_G daje możliwość, po zmierzeniu zależności $I_{eq} = f(R_G)$, wyznaczenia wartości h_{21e} , bowiem maksymalna wartość I_{eqmax} jest wtedy dana przez

$$I_{eqmax} = \frac{h_{21e}I_C}{2}, \quad (7)$$

przy

$$R_G + r_{bb'} = \frac{kTh_{21e}}{eI_C}. \quad (8)$$

Traktując przyrosty prądu i napięcia w definicji przewodności przenoszenia jako odpowiednie wielkości szumowe, uzyskuje się, gdy nierówności (5) i (5a) są spełnione, następującą zależność

$$g_m = \left(\frac{\bar{i}_0^2}{4kTr_{bb'}\Delta f} \right)^{1/2} = \left(\frac{eI_{eq}}{2kTr_{bb'}} \right)^{1/2}. \quad (9)$$

Jak wynika ze wzoru (9), mając uprzednio wyznaczone r_{bb} , oraz zależność $I_{eq} = f(I_C)$, można wyznaczyć wartość g_m i jej zależność od prądu kolektora $g_m = f(I_C)$.

Autorzy pracy [6] stwierdzili dobrą zgodność wartości parametrów uzyskanych opisaną metodą z wartościami otrzymanymi za pomocą metod konwencjonalnych.

Oporność rozproszoną bazy r_{bb} , można wyznaczyć także z przebiegu zależności współczynnika szumów w funkcji oporności generatora, zmierzonego w zakresie średnich częstotliwości [18]. Zależność tę można zapisać w postaci

$$F = A + \frac{B}{R_G} + CR_G. \quad (10)$$

Wyznaczenie z otrzymanej krzywej $F = f(R_G)$ stałych A , B , C pozwala obliczyć parametry szumowe tranzystora. Oporność r_{bb} , wyznacza się ze związku

$$r_{bb} + \frac{1}{2} r_{eb} = B - \frac{(A-1)^2}{4C}. \quad (11)$$

W cytowanej książce [18] stwierdzono, że metoda pomiaru r_{bb} , za pomocą szumów należy do najdokładniejszych (str. 138).

Dotychczasowe rozważania dotyczące szumowego modelu tranzystora bipolarnego opierały się na założeniu, że obszar bazy można przedstawić poprzez tę samą oporność r_{bb} , zarówno z punktu widzenia szumów cieplnych jak i z punktu widzenia oporności omovej, przez którą przepływa prąd szumów śrutowych bazy i_b . Np. we wzorze (4) w drugim składniku w nawiasie kwadratowym r_{bb} , reprezentuje oporność bazy, na której przepływ prądu szumowego i_b wytwarza pewne napięcie szumowe, zaś w trzecim składniku r_{bb} , określa szumy ciepłe obszaru bazy.

Koncepcję tożsamości omawianych oporności zakwestionował w swoich pracach [9, 10] Knott. Na podstawie pomiarów i obliczeń wykazał on, że oporności te nie są, w ogólnym przypadku, sobie równe. Aby to wykazać, Knott [9] badał napięcie U_1 (rys. 1), w zakresie średnich częstotliwości.

Zakładając, że:

- szumy ciepłe obszaru bazy dane są przez $\overline{e_r^2} = 4kTr_{bb}\Delta f$,
- oporność obszaru bazy dla prądu szumowego i_b może być przedstawiona przez oporność $R \neq r_{bb}$, (rys. 1), wartość napięcia U_1 określa (na podstawie modelu z rys. 1 lub ze wzoru (4), przy spełnieniu warunków (5) i (5a)) następująca zależność

$$\overline{U_1^2} = \overline{i_b^2}(R + R_G)^2 + 4kT(r_{bb} + R_G)\Delta f. \quad (12)$$

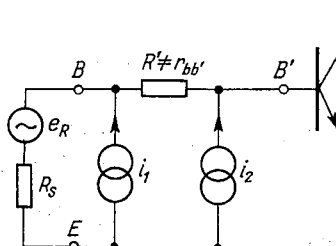
Badanie zależności $\overline{U_1^2} = f(R_G)$ pozwala na sprawdzenie, czy zachodzi dotychczas przyjmowana równość $R = r_{bb}$. Można to uczynić na podstawie kilku pomiarów U_1 i obliczenia z (12) wartości R lub uzyskać tę wartość z nachylenia prostej opisanej wyrażeniem

$$\frac{d(\overline{U_1^2})}{dR_G} = 2\overline{i_b^2}(R + R_G) + 4kT \quad (13)$$

i porównać ją z wartością r_{bb} , uzyskaną innymi metodami. Pomiary wykazały, że $R \cong \cong 1,4 r_{bb}$, natomiast rozważania teoretyczne dały $R = (1,1 \div 1,15) r_{bb}$, w zależności od konfiguracji geometrycznej obszaru bazy.

Trudno dać jednoznaczną ocenę koncepcji Knotta. Można jedynie przypuszczać, zakładając rzetelność pomiarów, że w pracach innych autorów różnica między opornościami R i $r_{bb'}$ była w rzeczywistości nieistotna.

W pracy [10] Knott kwestionuje także możliwość przedstawienia obszaru bazy przez oporność o wartości $r_{bb'}$ dla zakresu częstotliwości, w którym dominują szумы $1/f$. Proponuje on dla tego zakresu częstotliwości schemat zastępczy przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2. Model szumowy tranzystora z dołączonym opornikiem generatora; zakres m.c.z.

Generatory i_1, i_2 reprezentują źródła szumów typu $1/f$. Symbol tranzystora reprezentuje tranzystor idealny

Podany schemat stanowi według Knotta jedno z wielu możliwych przedstawień zachowania tranzystora w zakresie szumów $1/f$. Jak wykazały badania [10], generator i_1 związany jest z szumem na powierzchni półprzewodnika, zaś i_2 w objętości obszaru bazy. Przeprowadzone pomiary dały $R' = (0,4 \div 1,3) r_{bb'}$.

3. POMIARY PARAMETRÓW FOTOTRANZYSTORA

W pracy [13] podano model szumowy fototranzystora oraz wykazano, że niektóre parametry tego przyrządu mogą być wyznaczone za pomocą szumów. Tymi parametrami są: częstotliwość odcięcia f_{h21e} i stosunek współczynników przenoszenia prądowego h_{21e}^2/h_{21E} ; niemożność pomiaru tych wielkości konwencjonalnymi metodami wynika często z braku w fototranzystorze końcówki bazy.

Wyprowadzony w [13] wzór na zwarciovowy prąd szumów na wyjściu fototranzystora (bez składowej $1/f$) ma postać następującą

$$\overline{i_o^2} = 2eI_{CE0} \left[1 + \frac{2h_{21e}^2/h_{21E}}{1 + \left(\frac{f}{f_{h21e}} \right)^2} \right] \Delta f. \quad (14)$$

Ze zmierzonej częstotliwościowej zależności $\overline{i_o^2}$ można, przy $f \ll f_{h21e}$, wyznaczyć h_{21e}^2/h_{21E} , zaś z przebiegu tej zależności w zakresie większych częstotliwości można wyznaczyć częstotliwość odcięcia.

Pomiary przeprowadzone na fototranzystorach z wyprowadzoną końcówką bazy wykazały zgodność wartości parametrów uzyskanych za pomocą szumów z wartościami uzyskanymi konwencjonalnymi metodami. Istnieje więc możliwość stosowania opisanej procedury do wyznaczania dwóch parametrów, charakteryzujących właściwości detekcyjne fototranzystora.

4. WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA POWIELANIA LAWINOWEGO W DIODACH ZENERA

Praca [11] jest przykładem wykorzystania zjawisk szumowych do lepszego zrozumienia zjawisk fizycznych zachodzących w złączu $p-n$ (zjawisko przebicia) a zarazem do wyznaczenia jednego z parametrów złącza (współczynnik powielania lawinowego).

W pracy tej badano szumy diod krzemowych w zakresie napięć zaporowych, przy których występuje wewnętrzna emisja polowa (zjawisko Zenera). Zjawisko Zenera zachodzi przy napięciach przebicia $U_{BR} \leq 3$ V. W zakresie napięć $3 \div 6$ V oprócz zjawiska Zenera występuje równocześnie zjawisko jonizacji lawinowej. W diodach o $U_{BR} \leq 3$ V stwierdzono, że zmierzone szumy śrutowe diody odpowiadają dokładnie wyrażeniu

$$\overline{i^2} = 2eI_z \Delta f. \quad (15)$$

Założenie, że dla napięć $U_{BR} = 3 \div 6$ V powielaniu ulega prąd Zenera I_z , pozwala na następujący zapis uwzględniający współczynnik powielania lawinowego M

$$\overline{i^2} = 2eI_z M^3 \Delta f. \quad (16)$$

Podstawienie zamiast M stosunku prądów I_d/I_z umożliwia wyznaczenie prądu Zenera ze wzoru

$$I_z = \left[\frac{2eI_d^3 \Delta f}{\overline{i^2}} \right]^{1/2}. \quad (17)$$

Pomiar wartości prądów I_d oraz $\overline{i^2}$ w zależności od napięcia na złączu pozwala określić zależność $I_z = f(U)$.

Pomiary wykazały, że zarówno w zakresie napięć do 3 V, jak i w zakresie $3 \div 6$ V, prąd Zenera I_z jest proporcjonalny do U^m

$$I_z \div U^m. \quad (18)$$

Współczynnik powielania lawinowego M wyznacza się ze stosunku zmierzonego prądu I_d i obliczonego z zależności (17) prądu Zenera I_z .

5. BADANIE KORELACJI SZUMY-DRYFT W PRZYRZĄDACH PÓŁPRZEWODNIKOWYCH

Niestabilność przyrządu półprzewodnikowego jest przeważnie rozumiana jako wolne i aperiodyczne zmiany prądu płynącego przez przyrząd. Niepożądane zjawisko niestabilności może być wywołane szumami $1/f$ lub dryftem. Dla przykładu w tranzystorach MOS migracja jonów w warstwie SiO_2 pod wpływem pola elektrycznego określa dryft, zaś przypadkowy wychwyt nośników prądu z kanału przez centra pułapkowe w warstwie SiO_2 determinuje szumy $1/f$. Interesującym wydaje się zbadanie korelacji omówionych dwóch zjawisk: dryftu i szumów $1/f$.

Autorzy pracy [1] przyjmują od razu na wstępie różne pochodzenie fizyczne szumów $1/f$ i dryftu. Dlatego też w cytowanej pracy na podstawie pomiarów i obliczeń oszacowano jedynie kiedy, w funkcji czasu, za niestabilność przyrządu (badano tranzystory MOS) odpowiedzialny jest dryft, a kiedy szumy $1/f$.

Natomiast autorzy pracy [15] wysunęli hipotezę wspólnego pochodzenia fizycznego zjawisk dryftu napięcia przebicia i szumów $1/f$ diod stabilizacyjnych. Aby sprawdzić tę

hipotezę, mierzono dryft napięcia przebicia oraz szumy dwóch typów tych diod i badano korelację wymienionych wielkości. Dla jednego z typów uzyskano współczynnik korelacji, jednak o wartości innej niż przewidywana teoretycznie, drugi typ nie wykazywał żadnej korelacji między opisywanymi zjawiskami. Pozytywny wynik tego eksperymentu ułatwiłby znacznie pomiary stabilności napięcia odniesienia tych diod. Należy dodać, że pomiary przeprowadzono w zakresie częstotliwości $10^{-1} \div 10^{-6}$ Hz, gdzie pomiary szumowe są szczególnie trudne.

Ponieważ badania korelacji szumy-dryft były przedmiotem tylko dwóch prac, z których jedna od razu zakładała brak tej korelacji, trudno uważać to zagadnienie za ostatecznie rozwiązane.

6. POMIARY PARAMETRÓW FIZYCZNYCH ELEMENTÓW PÓLPRZEWODNIKOWYCH ZA POMOCĄ SZUMÓW

Pomiary szumów mogą dostarczyć interesujących informacji o przebiegu zjawisk fizycznych w elementach półprzewodnikowych oraz pozwalają na wyznaczenie niektórych parametrów fizycznych tych elementów. Badanie wpływu metody wytwarzania na szumy pozwala z kolei wnioskować, często w sposób jakościowy, o wpływie technologii na parametry fizyczne determinujące m.in. zjawiska szumowe. Ma to duże znaczenie praktyczne, gdyż ułatwia wytwarzanie elementów o dobrych właściwościach szumowych.

Do pomiaru parametrów fizycznych elementów półprzewodnikowych za pomocą szumów wykorzystuje się przeważnie zakres małych częstotliwości, rozumiany jako zakres, w którym gęstość widmowa mocy szumów zależy od częstotliwości. Za dolną granicę tego zakresu przyjmuje się często $f = 0$, górna granica w istotny sposób zależy od poszczególnych elementów, np. w pracy [2] jest nią dla GaAs $f = 600$ kHz. Opis ilościowy i jakościowy zjawisk szumowych przy m.cz. nie jest sprawą zakończoną. Dla przykładu, Das [3] wymienia pięć obecnie istniejących teorii szumów $1/f$ tranzystorów MOS. Jednoznaczne wyznaczenie pewnych wielkości na podstawie pomiarów szumów w zakresie m.cz. nasuwa szereg trudności i dlatego w wielu pracach zgodność wartości liczbowych parametrów fizycznych uzyskanych przy pomocy szumów z wartościami uzyskanymi innymi metodami służy autorom głównie do uzasadnienia przedstawionych teorii szumów.

Do najczęściej mierzonych wielkości należą gęstości stanów związanych z powierzchnią, pułapkami itp. oraz stałe czasowe określające czas życia nośników na dodatkowych poziomach energetycznych.

W pracy [5] przyjmuje się, że w tranzystorze MOS szumy $1/f$ spowodowane są fluktuacjami potencjału powierzchniowego. Fluktuacje te są wynikiem przypadkowego obsadzenia stanów powierzchniowych i wpływają na prąd kanału. Można więc na podstawie pomiaru szumów prądu kanału wnioskować o energetycznej gęstości stanów powierzchniowych. Podano także, że ta metoda wyznaczania energetycznej gęstości stanów powierzchniowych szczególnie dobrze nadaje się do pomiarów w zakresie silnej inwersji, gdzie inne znane metody zawodzą. Stwierdzono również, że wygrzewanie prowadzi do zmalenia szumów, co jest związane ze zmniejszeniem energetycznej gęstości stanów powierzchniowych.

W pracy [2] opisano pomiary wykonane na arsenku galu typu „n”, który jest używany do wytwarzania m.in. diod Gunna i LSA. Przy pomocy szumów badano występowanie pewnych dodatkowych stanów energetycznych, trudnych do wykrycia innymi metodami. Stany te mają charakter pułapek i pogarszają właściwości wymienionych diod. Dla przyjętego w omawianej pracy modelu szumów m.cz. słuszna jest zależność

$$\frac{\bar{i}^2}{\Delta f} = \frac{D\tau_0}{1 + (\omega\tau_0)^2} \quad (19)$$

Pomiary $\bar{i}^2(f)$ pozwalają wyznaczyć stałą D oraz stałą czasową τ_0 związaną z poziomem pułapkowym. Ze stałej D , mając dodatkowe informacje o innych parametrach fizycznych, można określić gęstość stanów pułapkowych a także obliczyć przekrój czynny pułapki na wychwyt nośnika i położenie poziomu pułapkowego w modelu energetycznym. Jednak w omawianej pracy zaznaczono, że obserwuje się silny wpływ technologii na szumy — w niektórych badanych próbkach w ogóle nie zaobserwowano szumów opisanych wzorem (19). Słuszność wzoru (19) jest ograniczona także przez przyjęcie przy jego wyprowadzaniu jednej stałej czasowej τ_0 związanej ze stanami pułapkowymi, co rzadko w praktyce bywa spełnione.

W pracach [14, 17] badano wpływ liczby dyslokacji na szumy m.cz. w krzemie.

Na podstawie pomiarów [14] prowadzonych z próbkami krzemu typu „n”, w których wytwarzano w sposób kontrolowany określoną liczbę dyslokacji, uzyskano jedynie jakościowe potwierdzenie przyjętego modelu szumowego. Np. rozbieżność między zmierzoną a obliczoną amplitudą szumów była znaczna. Wykazano, że wygrzewanie prowadzi do zmniejszenia szumów związanego ze zmniejszeniem liczby dyslokacji. Wykazano także możliwość interpretacji dyslokacji jako centrów rekombinacyjnych (nośnik może przejść do pasma podstawowego lub przewodnictwa) w zakresie temperatur $300 \div 440$ K, natomiast w zakresie temperatur niższych dyslokacje mają charakter centrów pułapkujących (nośnik może przejść tylko do jednego z pasm).

W pracy [8] opisano doświadczenia wykonane z krzemowymi diodami $p^+n\pi n^+$. Mierzono wpływ domieszek indu, działających jako centra rekombinacyjne, na szumy elementu. Znaleziony czas życia nośników na poziomach indu okazał się zgodny z uzyskanym innymi metodami.

Praca [16] zajmuje się szumami m.cz. w krzemie domieszkowanym złotem. Badania takie są szczególnie istotne, gdyż wiele krzemowych elementów półprzewodnikowych jest domieszkowanych złotem. Z widma szumów wyznaczono stałe czasowe charakteryzujące domieszkę, jak również zbadano wpływ temperatury i pola elektrycznego na stałe czasowe.

7. ZAKOŃCZENIE

Jak wykazano, badania szumów są dobrym narzędziem w poznawaniu zjawisk fizycznych i właściwości elementów półprzewodnikowych; umożliwiają one pomiary niektórych parametrów tych elementów.

Takie parametry tranzystora bipolarnego jak współczynnik h_{21e} , przewodność przenoszenia g_m można mierzyć prostszymi metodami i trudno dopatrywać się w tych przy-

padkach możliwości szerokiego zastosowania metod szumowych. W świetle prac Knotta pomiar oporności rozproszonej bazy za pomocą szumów uważany dotąd za dokładny staje się problematyczny²⁾. Natomiast przydatne okazują się pomiary szumowe w przypadku pomiaru niektórych parametrów fototranzystora.

Pomiary takich parametrów fizycznych jak energetyczna gęstość stanów powierzchniowych, stałe czasowe związane ze stanami energetycznymi itp. oparte są na teoriach szumów niezbyt sprawdzających się w praktyce i dlatego ich przydatność jest często ograniczona. Jednak badanie szumów m.cz. prowadzi do lepszego zrozumienia zjawisk fizycznych zachodzących w elementach półprzewodnikowych oraz pozwala niekiedy wyciągnąć pewne wnioski natury technologicznej. Zgodność wartości parametrów uzyskanych za pomocą szumów z wartościami uzyskanymi innymi metodami może stanowić dobry sprawdzian słuszności wielu teorii szumów.

Prace dotyczące korelacji szumy-dryft należy uważać za wstępne. Dotychczasowe wyniki tych prac nie potwierdzają raczej istnienia wymienionej korelacji. Należy dodać, że obecnie prowadzone są także badania relacji szumy-niezawodność elementów półprzewodnikowych. Ten temat nie został ujęty w niniejszej pracy. Z tej dziedziny można by zacytować pozycje literatury [7, 12].

Interesującą wydaje się możliwość stosowania pomiarów szumowych do określania napięć przebicia niektórych elementów półprzewodnikowych. O wpływie punktu pracy na szumy od dawna wiadomo, jednak brak do tej pory prób powiązania np. wartości prądu szumów złącza $p-n$ z napięciem wstecznym złącza o wartości zbliżonej do napięcia przebicia.

LITERATURA

1. G. G. Bloodworth, R. J. Hawkins, *Drift and Low Frequency Noise*, The Radio and Electronic Eng., 41, 2, 1971, 61—64.
2. J. A. Copeland, *Semiconductor Impurity Analysis from Low Frequency Noise Spectra*, IEEE Tr. on El. Dev., ED-18, 1, 1971, 50—53.
3. B. M. Das, J. M. Moore, *Measurements and Interpretation of Low-frequency Noise in FET's*, IEEE Tr. on El. Dev., ED-21, 4, 1974, 247—257.
4. J. F. Gibbons, *Low-frequency Noise Figure and Its Application to the Measurement of Certain Transistor Parameters*, IRE Tr. on El. Dev., ED-9, 1, 1962, 308—315.
5. S. T. Hsu, *Surface State Related $1/f$ Noise in MOS Transistors*, Solid State El., 13, 12, 1970, 1451—1459.
6. S. T. Hsu, *Noise in High-gain Transistors and Its Application to the Measurement of Certain Transistor Parameters*, IEEE Tr. on El. Dev., ED-18, 7, 1971, 425—431.
7. Y. D. Kim, R. P. Misra, *Noise Spectral Density as a Diagnostic Tool for Reliability of $p-n$ Junctions*, IEEE Tr. on Reliability, R-18, 4, 1969, 197—200.
8. R. W. Knepper, A. G. Jordan, *Electrical Fluctuations in Silicon Double Injection Devices*, Solid State El., 15, 1, 1972, 59—67.
9. K. F. Knott, H. Sutcliffe, *Effects of the Distributed Nature of the Base Resistance on the Manifestation of Noise in Planar Transistors*, Proc. of the Institution of Electrical Eng., 120, 6, 1973.
10. K. F. Knott, *Experimental Location of the Surface and Bulk $1/f$ Noise Currents in Low-noise, High-gain npn Transistors*, Solid State El., 12, 1973, 1429—1435.

²⁾ Najnowsza praca Knotta na ten temat: El. Letters, 11, nr 9, 1975.

11. G. Lecoy, R. Alabedra, B. Barban, *Noise Studies in Internal Field Emission Diodes*, Solid State El., 15, 11, 1972, 1273—1275.
12. Materiały III Sympozjum n.t. niezawodności w elektronice, Budapeszt, 13—16 listopad 1973.
13. F.H. Moneda, E.R. Chenette, A. van der Ziel, *Noise in Phototransistors*, IEEE Tr. on El. Dev., ED-18, 6, 1971, 340—46.
14. A. Nishida, *Effects of Diffusion-induced Dislocation on the Excess Low-frequency Noise*, IEEE Tr. on El. Dev., ED-20, 3, 1973, 221—224.
15. J.A. Ringo, P.O. Lauritzen, *Voltage Drift Related to Low-frequency Noise in Reference Diodes*, Proc. IEEE, 60, 2, 1972, 236—237.
16. L.D. Yau, C.T. Sah, *Temperature and Field Dependence of the Generation-recombination Noise and the Thermal Emission Rates at the Gold Acceptor Center in Silicon*, Solid State El., 13, 11, 1970, 1213—1218.
17. K.K. Yu, A.G. Jordan, R.J. Longini, *Relations Between Electrical Noise and Dislocations in Silicon*, Journal of Applied Physics, 38, 2, 1967, 572—583.
18. A. van der Ziel, *Noise: Sources, Characterization, Measurement*, Prentice Hall, NY, 1970.

W. J. STEPOWICZ

MEASUREMENTS OF CHARACTERISTICS OF SEMICONDUCTOR DEVICES BY MEANS OF NOISE

Summary

Investigations and measurements of noise performance are a convenient approach to determine properties and characteristics of semiconductor devices. So far there have been described many methods employed to find some characteristics of bipolar transistors, phototransistors and $p-n$ junctions. Other papers deal with noise-drift and noise-reliability relations for semiconductor devices. It is possible to measure some physical characteristics of semiconductor devices by means of noise as well.

This paper contains the review of measurement methods to determine some characteristics of semiconductor devices by means of noise.

W. J. STEPOWICZ

MESURAGE DES PARAMÈTRES DES ÉLÉMENTS SEMI-CONDUCTEURS À L'AIDE DU BRUIT DE FONDS

Résumé

Les paramètres du bruit peuvent être traités comme une base pour trouver des autres caractéristiques des dispositifs à semi-conducteurs. Les méthodes correspondantes sont bien connues dans le cas où on considère un transistor bipolaire, un phototransistor ou une jonction $p-n$. Un nombre d'articles concernent le drift-bruit et la réliabilité du bruit des dispositifs à semi-conducteurs. À l'aide de ce bruit on peut aussi déterminer certains paramètres physiques des dispositifs considérés.

Ce travail contient une revue des méthodes du mesurage des certains paramètres des éléments semi-conducteurs à l'aide du bruit de fonds.

W. J. STEPOWICZ

MESSUNGEN DER PARAMETER VON HALBLEITERELEMENTEN MITTELS RAUSCHEN

Zusammenfassung

Untersuchungen und Messungen der Rauscherscheinungen stellen ein gutes Verfahren zur Bestimmung mancher Eigenschaften und Parameter von Halbleiterelementen dar. Bisher wurden viele Methoden beschrieben, die zur Bestimmung von einigen Parametern der Transistoren, Phototransistoren und Dioden dienen.

Andere Beiträge betreffen Verhältnisse zwischen Rauschen-Drift und Rauschen-Zuverlässigkeit. Mittels Rauschen können auch einige physikalische Parameter gemessen werden.

Der hier zusammengefaßte Beitrag enthält eine Übersicht über diejenigen Meßmethoden, die zur Bestimmung von gewissen, mittels Rauschen gemessenen Parametern von Halbleiterelementen ausgenutzt worden sind.

В. СТЕПОВИЧ

ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ ПРИ ПОМОЩИ ШУМОВ

Резюме

Исследования шумовых явлений и измерение их характеристик являются хорошим средством определения свойств и параметров полупроводниковых приборов. До сих пор в литературе описано несколько методов, служащих для определения некоторых параметров транзисторов, фототранзисторов, и диодов. В некоторых статьях рассматривается проблема соотношений шумы—дрейф шумы—надежность. При помощи шумов можно также определить некоторые физические параметры полупроводниковых приборов.

Настоящая статья является обзором методов измерения некоторых параметров полупроводниковых приборов при помощи шумов.

Sprawność tranzystorowych wzmacniaczy mocy klasy D

STANISŁAW KUTA (KRAKÓW), TADEUSZ GRYBA (KRAKÓW)

Instytut Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej

Otrzymano 27.5.1974

W pracy podano teoretyczne zależności określające straty mocy w elementach stopnia końcowego tranzystorowego wzmacniacza mocy klasy D prądu zmiennego. Szeroko omówiono procesy przełączania tranzystorów i występujące w tych procesach straty mocy. W oparciu o uzyskane zależności wyznaczono sprawność energetyczną wzmacniacza.

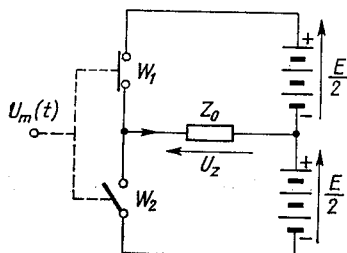
1. WSTĘP

Miniaturyzacja obwodów elektronicznych i wytwarzanie ich techniką scaloną narzuca warunek, aby moc rozpraszana w elementach układu była jak najmniejsza oraz aby parametry stosowanych elementów mogły posiadać duże tolerancje. Zagadnienia te nabierają szczególnego znaczenia w stopniach końcowych mocy. Tranzystorowy wzmacniacz mocy klasy D, zwany również wzmacniaczem z modulacją szerokości impulsu, charakteryzujący się wysoką sprawnością i dużą niezawodnością pracy w szerokim zakresie temperatur, jest rozwiązaniem układowym spełniającym te warunki. Funkcjonalny schemat takiego wzmacniacza składa się z modulatora przekształcającego sygnał ciągły na sygnał impulsowy zmodulowany w szerokości impulsów oraz stopnia końcowego, w którym wykorzystuje się pracę wyłącznikową elementów aktywnych. Elementy aktywne pracujące jako klucze sterowane od stanu odcięcia do nasycenia zapewniają wysoką sprawność przetwarzania energii. Maksymalna moc obciążenia jest określona przez graniczne wartości prądów i napięć zastosowanych elementów aktywnych, a nie przez ich dopuszczalną moc strat. Istotną rolę w tych układach odgrywa dobór elementów ze względu na szybkość ich działania. Straty mocy występujące w procesach przełączania mogą mieć istotny wpływ na ogólną sprawność energetyczną wzmacniacza.

W niniejszym artykule zostały wyznaczone straty mocy w stanach quasi-ustalonych oraz w procesach przełączania w tranzystorowym wzmacniaczu mocy klasy D prądu zmiennego, obciążonego impedancją o charakterze rezystancyjno-indukcyjnym. Obciążenie to spełnia również rolę filtra dolnoprzepustowego, za pomocą którego zostaje wydzielona z przebiegu zmodulowanego składowa o częstotliwości modulującej.

2. BUDOWA I DZIAŁANIE STOPNIA KOŃCOWEGO WZMACNIACZA MOCY KLASY D

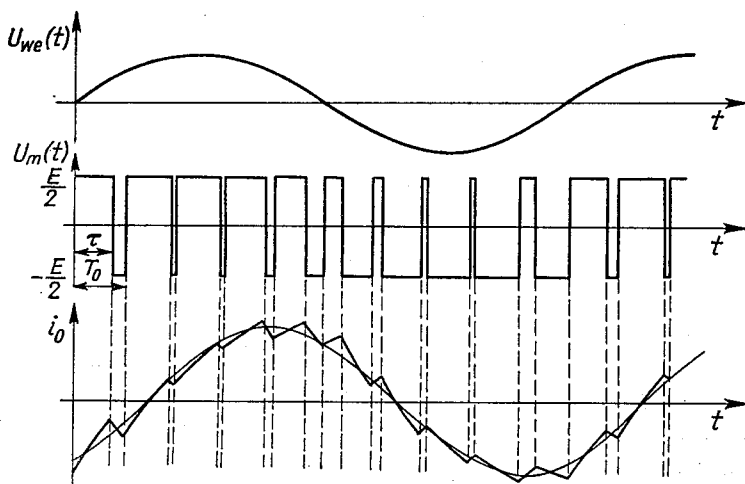
Schemat zastępczy idealnego stopnia końcowego wzmacniacza klasy D przedstawiono na rys. 1. Jest to układ półmostkowy z dzielonym napięciem zasilania, w którym wyłączniki W_1 , W_2 załączone są na przemian. Czasy ich otwarcia i zamknięcia sterowane



Rys. 1. Schemat ideowy wzmacniacza klasy D

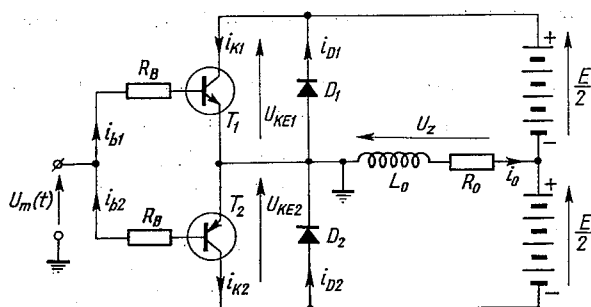
są sygnałem otrzymywanym na wyjściu modulatora szerokości impulsów. Napięcie na zaciskach impedancji obciążenia ma taki sam przebieg jak zmodulowany sygnał sterujący. Przy sinusoidalnym sygnale modulującym przebieg prądu obciążenia jest tylko zbliżony do sinusoidalnego, a w istocie jest on utworzony z odcinków krzywych eksponencjalnych (rys. 2).

Schemat ideowy tranzystorowego stopnia końcowego wzmacniacza klasy D przedstawiono na rys. 3. Układ ten przystosowany jest do sterowania sygnałem zmodulowanym $U_m(t)$, przedstawionym na rys. 2. W czasie trwania dodatniego napięcia na wyjściu mo-

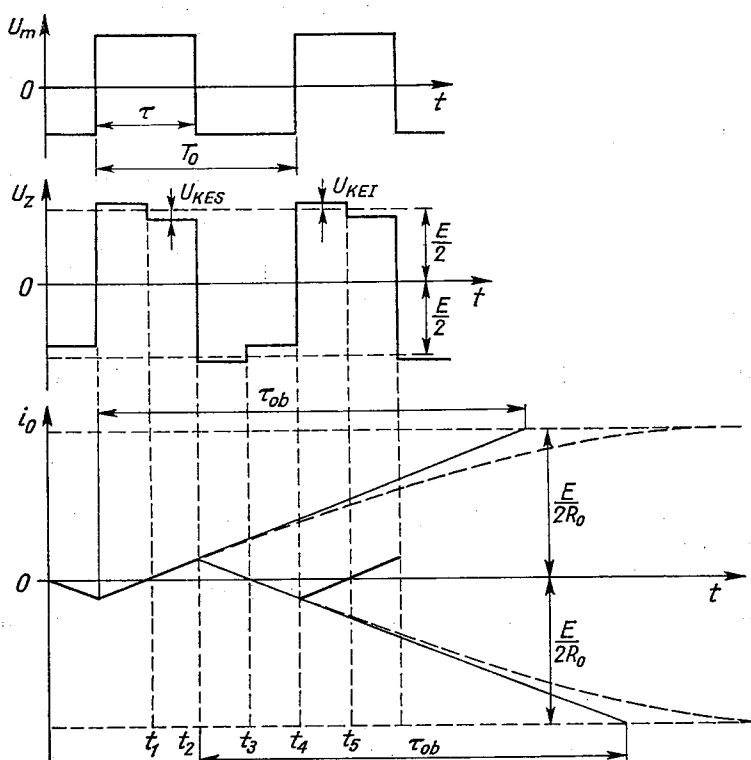


Rys. 2. Przebiegi napięcia i prądu obciążenia stopnia końcowego

dulatora względem masy, tzn. w czasie trwania impulsu τ , tranzystor T_1 znajduje się w stanie nasycenia, zaś tranzystor T_2 w stanie odcięcia. W czasie $T_0 - \tau$, gdy na wyjściu modulatora występuje ujemne napięcie względem masy, tranzystor T_1 znajduje się w stanie odcięcia, natomiast tranzystor T_2 w stanie nasycenia. Przebiegi ustalone prądu oraz napięcia na zaciskach impedancji obciążenia R_o , L_o o stałej czasowej kilka razy większej od okresu sygnału modulowanego T_o , dla zerowego sygnału modulującego (na wyjściu modulatora występuje symetryczna fala prostokątna) przedstawiono na rys. 4.



Rys. 3. Schemat ideowy tranzystorowego stopnia końcowego wzmacniacza klasy D



Rys. 4. Ustalane przebiegi prądu i napięcia na zaciskach impedancji dla zerowego sygnału modulującego

W przedziale czasu t_1 — t_2 prąd obciążenia i_0 , narastając wykładniczo ze stałą czasową obwodu $\tau_{ob} = \frac{L_0}{R_0}$, płynie zgodnie z kierunkiem zastrzałkowanym na rys. 3. oraz zgodnie z normalnym kierunkiem przewodzenia prądu kolektora nasyconego tranzystora T_1 . Napięcie na impedancji obciążenia jest mniejsze od napięcia zasilania $\frac{E}{2}$ o spadek napięcia U_{KES} na nasyconym tranzystorze T_1 . Dioda D_1 spolaryzowana jest w tym czasie niewielkim napięciem U_{KES} w kierunku zaporowym. Na odciętym tranzystorze T_2 oraz

diodzie D_2 spolaryzowanej w kierunku zaporowym występuje prawie pełne napięcie zasilania E .

W przedziale czasu t_2-t_3 SEM samoindukcji obwodu powoduje, że kierunek przepływu prądu i_o nie ulega zmianie, przy czym maleje on wykładniczo ze stałą czasową τ_{ob} . W tym czasie prąd kolektora nasyconego tranzystora T_2 płynie w kierunku inwersyjnym. Napięcie na impedancji obciążenia, o kierunku przeciwnym do zastrzałkowanego, przewyższa napięcie zasilania $\frac{E}{2}$ o niewielki spadek U_{KEI} na nasyconym tranzystorze T_2 dla inwersyjnego kierunku przewodzenia. Dioda D_2 spolaryzowana jest w kierunku przewodzenia napięciem U_{KEI} , jednakże ze względu na małą wartość tego napięcia całkowity prąd obciążenia płynie przez tranzystor T_2 . Tranzystor T_1 znajduje się w stanie odcięcia, zaś dioda D_1 spolaryzowana jest w kierunku zaporowym prawie pełnym napięciem zasilania E .

Odpowiednio w przedziałach czasu t_3-t_4 oraz t_4-t_5 sytuacja jest podobna jak w przedziałach t_1-t_2 oraz t_2-t_3 z tym, że kierunki prądu i napięcia są przeciwne a tranzystory T_1 i T_2 oraz diody D_1 i D_2 zamienione są rolami. Dla sygnału modulującego dowolnie zmieniającego się wokół zera, w stanie ustalonym, zawsze można wyróżnić jeden z wyżej opisanych stanów.

Przy ustalonej pracy wzmacniacza przebiegi napięć i prądów dla ujemnej wartości sygnału modulującego są podobne do przebiegów odpowiadających dodatniej wartości tego sygnału, z tym że kierunki napięcia i prądu obciążenia są przeciwne, a diody D_1 i D_2 oraz tranzystory T_1 i T_2 zamienione są rolami. Przebiegi te natomiast w dość istotny sposób zależą od wielkości prądu obciążenia. Jeżeli wartość bezwzględna prądu obciążenia spełnia warunek:

$$|i_o| \leq \beta_I I_B, \quad (1)$$

gdzie:

β_I — współczynnik wzmocnienia prądowego tranzystora przy pracy inwersyjnej,
 I_B — prąd sterujący bazy,

to przy inwersyjnym kierunku przewodzenia prądu kolektora spadek napięcia na nasyconym tranzystorze jest na tyle mały, że dioda bocznikująca nie bierze udziału w przewodzeniu prądu obciążenia.

Jeżeli natomiast

$$|i_o| > \beta_I I_B, \quad (2)$$

wówczas przy inwersyjnym kierunku przewodzenia prądu kolektora tranzystor wychodzi ze stanu nasycenia, napięcie na nim zwiększa się do wartości ΔU_D , a przez diodę bocznikującą płynie prąd $|i_o| - \beta_I I_B$. Dla obu przypadków procesy komutacji tranzystorów są inne. Szczegółowy opis tych procesów zostanie podany w punkcie 3.4.

3. STRATY MOCY W TRANZYSTORACH I DIODACH BOCZNIKUJĄCYCH

Jak wynika z opisu pracy wzmacniacza, straty mocy występują w każdym tranzystorze podczas jego pracy w obszarze nasycenia (przy normalnym i inwersyjnym kierunku przewodzenia prądu kolektora) odcięcia oraz w obszarze aktywnym, gdy chwilowy punkt pracy tranzystora przemieszcza się z obszaru nasycenia do obszaru odcięcia lub odwrotnie.

Ponadto straty mocy występują w diodach bocznikujących, głównie w czasie ich pracy w kierunku przewodzenia (podczas inwersyjnej pracy tranzystorów). Straty mocy w tranzystorach znajdujących się w stanie odcięcia oraz w diodach przy ich polaryzacji w kierunku zaporowym są pomijalnie małe w porównaniu do pozostałych składowych. Obliczenie strat mocy w stanach nasycenia i w procesach przełączania w ogólnej postaci jest bardzo trudne, ponieważ przebieg prądu obciążenia ma dość złożony charakter.

Również czasy przewodzenia prądu przez poszczególne elementy wzmacniacza są zmienne, przy czym w sposób efektywny można je określić jedynie w przypadku modulacji II-go rodzaju, zaś przy modulacji I-go rodzaju są one określone przez transcendente równania [9].

We wzmacniaczu klasy D prądu zmiennego zmiana prądu obciążenia podążająca w kierunku zmian sygnału modulującego powoduje, że w każdym okresie sygnału modulowanego zmienia się głębokość nasycenia tranzystorów, jak również zmieniają się współczynniki przesterowania w procesie ich przełączania.

Niezależnie od okresu impulsowania, amplituda sygnału sterującego bazy tranzystorów stopnia końcowego jest stała. Dla prawidłowej pracy wzmacniacza musimy dobrać taką wartość prądu sterującego bazy I_B , aby dla szczytowej wartości prądu obciążenia przy maksymalnej głębokości modulacji uzyskać współczynnik przesterowania tranzystorów:

$$S_m = \frac{\beta I_B}{I_m} > 1,$$

gdzie:

β — współczynnik wzmocnienia prądowego tranzystorów,
 I_m — wartość szczytowa prądu obciążenia przy maksymalnej głębokości modulacji ($m = 1$).

Zatem przy sinusoidalnym prądzie obciążenia o zmiennej amplitudzie ($0 < m < 1$) w dowolnym okresie impulsowania wielkość współczynnika przesterowania tranzystorów może być określona równaniem:

$$S = \frac{S_m}{m \cdot \sin \omega t}, \quad \begin{matrix} 0 < \omega t < \pi, \\ 0 < m \leq 1. \end{matrix}$$

Obliczenia poszczególnych rodzajów strat mocy w ogólnej postaci prowadzą do bardzo skomplikowanych wyrażeń, przy tym mało czytelnych. Korzystając z odpowiednich założeń upraszczających można otrzymać wyniki wystarczająco dokładne dla celów praktycznych.

Przyjęto podane niżej założenia.

1. Charakterystyki tranzystorów T_1 i T_2 są jednakowe.
2. Tranzystory sterowane są ze źródła quasi-prądowego napięciem o kształcie idealnych impulsów prostokątnych.
3. Czasy opóźnienia pojemnościowego oraz opóźnienia propagacji tranzystorów, jak również czasy przełączania diod bocznikujących są pomijalnie małe w stosunku do stałej czasowej narastanie prądu kolektora w obszarze aktywnym τ_p .

4. Charakterystyki tranzystorów T_1 i T_2 w obszarze nasycenia są liniowe

$$U_{KES} = r_T \cdot I_K,$$

gdzie r_T — rezystancja statyczna tranzystorów w obszarze nasycenia.

5. Spadki napięć na przewodzących diodach D_1 i D_2 nie zależą od wielkości prądu i wynoszą ΔU_D .

6. Sygnał modulujący poddany jest modulacji szerokości impulsów II-go rodzaju. Pozwala to na efektywne wyznaczanie szerokości impulsu, w dowolnym n -tym okresie impulsowania:

$$\tau_n = \frac{T_o}{2} [1 + m \cdot \sin(\omega n T_o + \varphi_1)], \quad (3)$$

gdzie m — współczynnik głębokości modulacji. Otrzymane wyniki analizy są również słuszne dla innych rodzajów modulacji szerokości impulsów. Wynika to stąd, że za cały okres sygnału modulującego sumaryczny czas, w którym tranzystory T_1 i T_2 przewodzą prąd jest taki sam, jak sumaryczny czas ich nieprzewodzenia dla wszystkich rodzajów modulacji.

7. Stosunek częstotliwości sygnału modulowanego do częstotliwości sygnału modulującego jest liczbą parzystą spełniającą warunek;

$$\xi = \frac{F_o}{f} > 6. \quad (4)$$

Założenie, aby ξ było liczbą parzystą jest potrzebne tylko w celu uproszczenia dalszej analizy, a otrzymane wyniki są słuszne dla dowolnego ξ spełniającego warunek (4).

8. Rzeczywisty przebieg prądu obciążenia, składającego się z odcinków eksponent (rys. 2), aproksymujemy do przebiegu sinusoidalnego

$$i_o = I_m \sin \omega t, \quad (5)$$

którego wartość skuteczna jest taka sama jak przebiegu rzeczywistego, czyli

$$I_m = I_{m1} \sqrt{1 + h_n^2}, \quad (6)$$

gdzie:

I_{m1} — amplituda harmonicznej podstawowej prądu obciążenia,

h_n — współczynnik zniekształceń nieliniowych demodulacji.

9. Za cały okres T_o sygnału modulowanego prąd obciążenia nie zmienia swej biegunowości. Warunek ten jest spełniony, gdy stała czasowa obwodu obciążenia $\tau_{ob} = \frac{L_o}{R_o}$ jest kilka razy większa od okresu impulsowania T_o .

10. Kąt przesunięcia fazowego φ_1 między prądem obciążenia a sygnałem modulującym zawiera całkowitą liczbę wielkości $\frac{2\pi}{\xi}$.

Obliczenia dla dowolnego kąta φ_1 są bardziej złożone, przy czym nie wnoszą one istotnych zmian w analizie strat mocy, zarówno ilościowych jak i jakościowych.

W celu uzyskania zależności energetycznych wzmacniaczy o dowolnych parametrach, poszczególne rodzaje strat mocy odniesiono do szczytowej wartości mocy w obciążeniu:

$$P_{Lm} = \frac{I_m \cdot E}{2}. \quad (7)$$

3.1. Straty mocy w stanie nasycenia przy normalnej pracy tranzystora

Przy wprowadzonych założeniach straty te mogą być określone w następujący sposób:

$$P_{ks} = I_{sk}^2 \cdot r_T, \quad (8)$$

gdzie I_{sk} — skuteczna wartość prądu kolektora liczona za cały okres sygnału modulującego.

Kwadrat skutecznej wartości prądu kolektora możemy wyznaczyć z zależności:

$$I_{sk}^2 = \frac{1}{\xi} \sum_{n=0}^{\frac{\xi}{2}-1} i_{skn}^2, \quad (9)$$

gdzie i_{skn}^2 — kwadrat skutecznej wartości prądu kolektora, wyliczony dla n -tego okresu impulsowania

$$i_{skn}^2 = \frac{1}{T_o} \int_{nT_o}^{nT_o + \frac{T_o}{2} [1 + m \sin(\omega n T_o + \varphi_1)]} I_m^2 \sin^2 \omega t dt. \quad (10)$$

Wykorzystując zależności (7), (8), (9), (10) otrzymujemy względną wartość strat mocy w nasyceniu przy normalnej pracy tranzystora:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{ks} = \frac{P_{ks}}{P_{Lm}} = \frac{m \Delta U_{Tm}}{2 \xi E} \cdot \frac{\cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{\xi}\right)}{\sin \frac{\pi}{\xi}} + \frac{\Delta U_{Tm}}{4E} - \frac{\Delta U_{Tm}}{4 \cdot E} \sum_{p=1,3,5,\dots}^{+\infty} J_p\left(\frac{2\pi}{\xi} m\right) \cos\left[p\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{\xi}\right)\right] \left[\frac{1}{\sin(p+2)\frac{\pi}{\xi}} + \frac{1}{\sin(p-2)\frac{\pi}{\xi}} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

gdzie $\Delta U_{Tm} = I_m \cdot r_T$ — spadek napięcia na nasyconym tranzystorze przy przepływie szczytowej wartości prądu obciążenia przy $m = 1$.

Dla założonych wartości ξ , praktycznie wystarczy uwzględnić tylko funkcję Bessela pierwszego rzędu ($p = 1$).

3.2. Straty mocy w stanie nasycenia przy inwersyjnej pracy tranzystora

Przy inwersyjnej pracy tranzystora możemy przyjąć, że prąd emitera, przy którym tranzystor wychodzi ze stanu nasycenia, jest $a > 1$ razy mniejszy (przy równych prądach bazy) od największego prądu kolektora w stanie nasycenia przy pracy normalnej

$$\beta_I = \frac{\beta}{a}. \quad (12)$$

Wprowadzając oznaczenie: $k_o = \frac{i_o}{I_m}$ — względna wartość prądu obciążenia, możemy stwierdzić, że jeżeli $|i_o| \leq \beta_I \cdot I_B$, czyli $|k_o| \leq \frac{S_m}{a}$, to cały prąd obciążenia płynie przez tranzystor. W tym przypadku względne straty mocy w tranzystorze możemy określić przy pomocy wyrażenia (11) przyjmując odpowiednią wartość rezystancji statycznej tranzystora r_{TI} w obszarze nasycenia dla inwersyjnego kierunku przewodzenia prądu kolektora. Jeżeli natomiast $|k_o| > \frac{S_m}{a}$, to należy uwzględnić rozptył prądu obciążenia w układzie równoległym: tranzystor — dioda bocznikująca.

Przy spełnieniu $\xi > 6$ popełnimy niewielki błąd, jeżeli przyjmiemy, że w ciągu jednego okresu impulsowania prąd obciążenia jest wielkością stałą. Wtedy dla $|i_o| \leq \beta_I \cdot I_B$, czyli $|\sin \omega t| \leq \frac{S_m}{a}$, skuteczną wartość prądu kolektora wyznaczoną za jeden okres impulsowania, w przedziale którego znajduje się moment t , możemy określić zależnością:

$$i_{skI}^2 = I_m^2 \sin^2 \omega t \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{m}{2} \sin(\omega t + \varphi_1) \right]. \quad (13)$$

Jeżeli natomiast $|i_o| > \beta_I \cdot I_B$, czyli $|\sin \omega t| > \frac{S_m}{a}$, wówczas przez tranzystor płynie prąd o wartości $\beta_I \cdot I_B = \frac{S_m}{a} \cdot I_m$, zaś dalszy wzrost prądu obciążenia następuje kosztem powiększenia prądu diody bocznikującej. Przy tym spadek napięcia na tranzystorze i diodzie jest prawie stały i wynosi ΔU_D . Średnia wartość prądu płynącego przez tranzystor wyznaczona za jeden okres impulsowania, w przedziale którego znajduje się moment t wynosi:

$$i_{srI} = I_m \cdot \frac{S_m}{a} \left[\frac{1}{2} - \frac{m}{2} \sin(\omega t + \varphi_1) \right]. \quad (14)$$

Przy odpowiednio dużych wartościach ξ , operację sumowania w wyrażeniu (9) możemy zastąpić przez całkowanie, a moc tracona w tranzystorze przy pracy inwersyjnej wynosi w przybliżeniu:

$$P_{kI} = I_{skI}^2 \cdot r_{TI} + I_{srI} \cdot \Delta U_D, \quad (15)$$

gdzie:

$$I_{skI}^2 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^\gamma i_{skI}^2 d\theta + \int_{\pi-\gamma}^\pi i_{skI}^2 d\theta \right] \quad \text{dla} \quad |\sin\theta| \leq \frac{S_m}{a}, \quad (16)$$

$$I_{srI} = \frac{1}{2\pi} \int_\gamma^{\pi-\gamma} i_{sr} d\theta \quad \text{dla} \quad |\sin\theta| > \frac{S_m}{a}, \quad (17)$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{S_m}{a}\right), \quad (18)$$

$$\theta = \omega t. \quad (19)$$

Wykorzystując zależności (7), (13), (14), (15) otrzymujemy względną wartość strat mocy w tranzystorze przy inwersyjnym kierunku przewodzenia prądu kolektora:

$$\begin{aligned} \overline{P_{kI}} = \frac{P_{kI}}{P_{Lm}} = \frac{\Delta U_{TI}}{\pi E} \left[\frac{\gamma}{2} - \frac{\sin 2\gamma}{4} + \frac{m}{3} \left(\frac{S_m}{a} \right)^2 \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 + \frac{2}{3} m \cos \varphi_1 \cos \gamma - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} m \cos \varphi_1 \right] + \frac{\Delta U_D}{\pi E} \frac{S_m}{a} \left[\frac{\pi}{2} - \gamma - m \cos \varphi_1 \cos \gamma \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

3.3. Straty mocy w diodzie bocznikującej

Moc wydzielającą się w diodzie bocznikującej możemy określić zależnością:

$$P_{Ds} = \Delta U_D \cdot I_{Dsr}, \quad (21)$$

gdzie I_{Dsr} — średnia wartość prądu płynącego przez diodę, wyznaczona za cały okres sygnału modulującego.

Przyjmując te same założenia co w punkcie 3.2, możemy napisać:

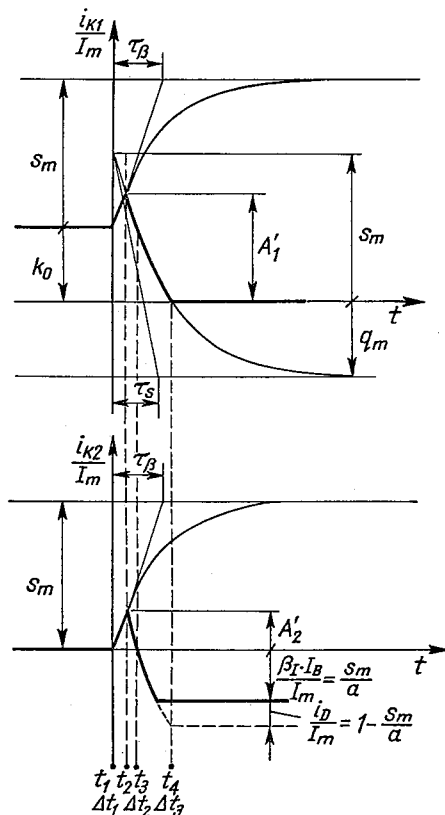
$$I_{Dsr} = \frac{1}{2\pi} \int_\gamma^{\pi-\gamma} I_m \left(\sin\theta - \frac{S_m}{a} \right) \left[\frac{1}{2} - \frac{m}{2} \sin(\theta + \varphi_1) \right] d\theta. \quad (22)$$

Po scałkowaniu wyrażenia (22) i wykorzystaniu zależności (7) i (21) otrzymamy względną wartość strat mocy w diodzie bocznikującej.

$$\overline{P_{Ds}} = \frac{P_{Ds}}{P_{Im}} = \frac{\Delta U_D}{2\pi E} \left[\left(4 + m \frac{S_m}{a} \cos \varphi_1 \right) \cos \gamma - (\pi - 2\gamma) \left(\frac{m}{2} \cos \varphi_1 + \frac{S_m}{a} \right) \right]. \quad (23)$$

3.4. Straty mocy w tranzystorach wydzielone w procesach przełączania

Wyznaczamy najpierw moc wydzielającą się w tranzystorach w procesie wyłączania T_1 i załączania T_2 . Przyjmiemy przy tym, że przed przełączeniem prąd obciążenia płynie przez nasycony tranzystor T_1 zgodnie z jego normalnym kierunkiem przewodzenia prądu kolektora. Przebiegi czasowe prądu kolektora T_1 i T_2 odniesione do maksymalnej wartości



Rys. 5. Przebiegi czasowe prądów kolektorów przy wyłączaniu tranzystora T_1 i załączaniu T_2

prądu obciążenia I_m przedstawiono na rys. 5. Na rysunku tym przyjęto następujące oznaczenia:

$S_m = \frac{\beta I_{BZ}}{I_m}$, $q_m = \frac{\beta I_{BW}}{I_m}$ — współczynniki przesterowania tranzystorów przy załączaniu i wyłączaniu szczytowej wartości prądu kolektora I_m przy maksymalnej głębokości modulacji ($m = 1$),

τ_β , τ_s — stałe czasowe tranzystora dla obszaru aktywnego i nasycenia.

W stanie wyjściowym, czyli w momencie t_1 , prądy i napięcia tranzystorów wynoszą:

$$\frac{i_{K1}(t_1)}{I_m} = \frac{i_o(t_1)}{I_m} = k_o, \quad \frac{i_{K2}(t_1)}{I_m} = 0,$$

$$U_{KE2} \cong E, \quad U_{KE1} \cong 0.$$

W przedziale czasu Δt_1 z obszaru bazy T_1 usuwany jest nadmiarowy ładunek nasycenia, a zmiany prądów kolektorów T_1 i T_2 opisują równania:

$$i_{K2}(t) = S_m I_m (1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}), \quad (24)$$

$$i_{K1}(t) = i_{K2}(t) + i_o = S_m I_m (1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}) + i_o. \quad (25)$$

Tranzystor T_1 wychodzi ze stanu nasycenia w momencie t_2 , gdy prąd jego kolektora osiągnie wartość odpowiadającą ładunkowi bazy na granicy nasycenia, czyli gdy spełniona zostaje zależność:

$$\frac{i_{K1}(\Delta t_1)}{I_m} = (S_m + q_m)e^{-\frac{\Delta t_1}{\tau_\beta}} - q_m = S_m(1 - e^{-\frac{\Delta t_1}{\tau_\beta}}) + k_o. \quad (26)$$

Zakładając, że $\tau_\beta = \tau_s$, z zależności (26) otrzymujemy:

$$\Delta t_1 = \tau_\beta \ln \frac{2S_m + q_m}{S_m + q_m + k_o}. \quad (27)$$

Po czasie Δt_1 następuje szybka zmiana napięć na tranzystorach, tak że:

$$U_{KE1} \cong E, \quad U_{KE2} \cong 0.$$

Dalszy przebieg prądu kolektora T_1 można opisać równaniem:

$$\frac{i_{K1}(t)}{I_m} = (A_1 + q_m)e^{-\frac{t}{\tau_\beta}} - q_m, \quad (28)$$

przy czym:

$$A_1 = \frac{i_{K1 \max}}{I_m} = \frac{i_{K1}(\Delta t_1)}{I_m} = k_o + A_2 = S_m \frac{S_m - k_o}{2S_m + q_m} + k_o, \quad (29)$$

$$A_2 = \frac{i_{K2}(\Delta t_1)}{I_m} = S_m \frac{S_m - k_o}{2S_m + q_m}. \quad (30)$$

Od momentu t_2 prąd kolektora T_1 maleje wykładniczo według zależności (28), osiągając po czasie $\Delta t_2 + \Delta t_3$ wartość równą zeru. Stąd:

$$\Delta t_2 + \Delta t_3 = \tau_\beta \ln \frac{A_1 + q_m}{q_m}. \quad (31)$$

Straty mocy wydzielone w tranzystorach w czasie jednorazowego ich przełączenia wynoszą:

$$P_{wy1 T_1} = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_2 + \Delta t_3} i_{K1}(t) \cdot E dt = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_2 + \Delta t_3} [(A_1 + q_m)e^{-\frac{t}{\tau_\beta}} - q_m] I_m E dt, \quad (32)$$

$$P_{za1 T_2} = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_1} i_{K2}(t) \cdot E dt = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_1} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}) S_m I_m E dt. \quad (33)$$

Przy $\xi > 6$ możemy przyjąć, że względna wartość prądu obciążenia w momencie przełączania tranzystorów w n -tym okresie impulsowania wynosi:

$$k_{on} = \sin \omega n T_o. \quad (34)$$

Na podstawie wyrażeń (32), (33), (34) możemy wyznaczyć moc wydzielającą się w obwodach kolektorów obydwu tranzystorów w czasie jednorazowego ich przełączania w n -tym okresie impulsowania

$$P_I(nT_o) = P_{wy1 T_1}(nT_o) + P_{za1 T_2}(nT_o). \quad (35)$$

Moc strat wszystkich rozpatrywanych przełączeń w ciągu całego okresu sygnału modulującego możemy wyznaczyć z wzoru:

$$P_{p1} = \frac{1}{\xi} \sum_{n=0}^{\frac{\xi}{2}-1} P_I(nT_o). \quad (36)$$

Wykorzystując przy przekształceniach rozwinięcie:

$$\ln(1+x) = \sum_{k=0}^3 a_k x^k; \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (37)$$

gdzie: $a_0 = 0,00049$, $a_1 = 0,98248$, $a_2 = -0,39728$, $a_3 = 0,10784$ oraz związki:

$$\omega T_o = \omega \frac{2\pi}{\Omega_o} = \frac{2\pi}{\xi}, \quad (38)$$

$$x = \frac{\sin \frac{2\pi}{\xi} n}{q_m + S_m}, \quad (39)$$

z równań (7), (32), (36) wyznaczamy względną wartość strat mocy przy rozpatrywanych przełączeniach:

$$\begin{aligned} \bar{P}_1 = \frac{P_{p1}}{\frac{\tau_\beta}{T_o} P_{Im}} = 2 \left[\frac{0,01752}{\xi} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\xi} + \frac{S_m + q_m}{2} \ln \frac{2S_m + q_m}{S_m + q_m} + \frac{0,09932}{S_m + q_m} - \frac{q_m}{2} \ln \frac{S_m + q_m}{2} - \right. \\ \left. - 0,00024(q_m + S_m) - \frac{0,0808 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\xi}}{\xi(S_m + q_m)^2} + \frac{0,02696}{\xi(S_m + q_m)^2} \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{\xi} \right]. \quad (40) \end{aligned}$$

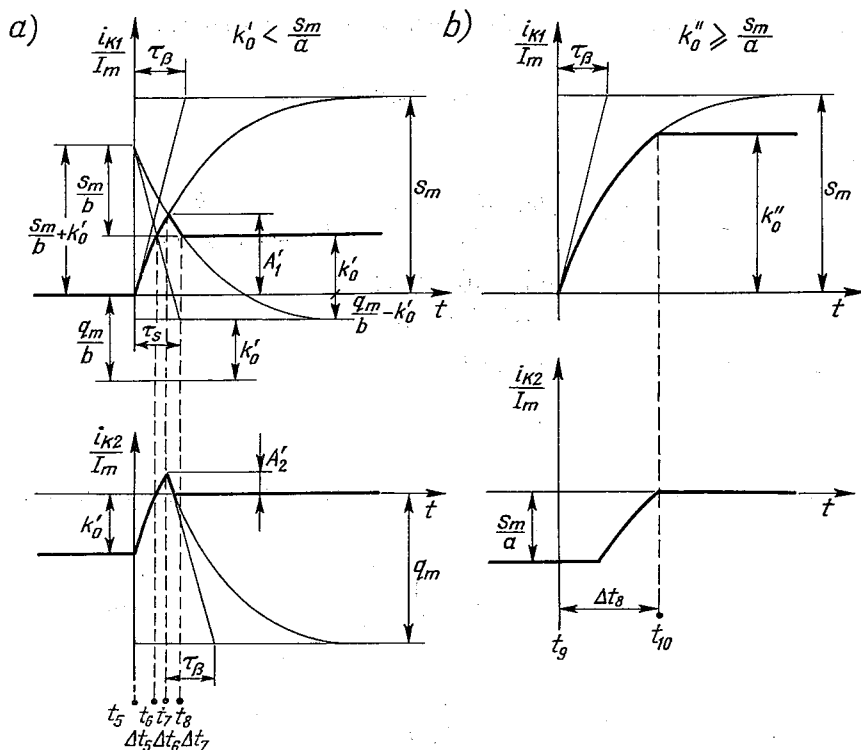
Przeprowadzimy obecnie analizę strat mocy w tranzystorach w procesie przełączania, w przypadku gdy tranzystor T_1 przełączany jest ze stanu odcięcia do stanu nasycenia w obszarze normalnym, zaś tranzystor T_2 ze stanu nasycenia w obszarze inwersyjnym do stanu odcięcia. Przebiegi czasowe prądów kolektorów T_1 i T_2 odniesione do maksymalnej wartości prądu obciążenia I_m przedstawiono na rys. 6. Jeżeli $|i'_o| < \beta_I \cdot I_{BZ}$ ($|k'_o| < \frac{S_m}{a}$), to w stanie wyjściowym przed przełączaniem prądy i napięcia tranzystorów wynoszą:

$$\begin{aligned} \frac{i'_o}{I_m} = k'_o, \quad \frac{i_{K1}(t_s)}{I_m} = 0, \quad \frac{i_{K2}(t_s)}{I_m} = k'_o, \quad \frac{i_{D1}}{I_m} = 0, \\ U_{KE1} \cong E, \quad U_{KE2} \cong 0. \end{aligned}$$

W przedziale czasu $\Delta t_5 + \Delta t_6$, kiedy z obszaru bazy T_2 usuwany jest nadmiarowy ładunek nasycenia, zmiany prądów i_{K1} , i_{K2} możemy opisać równaniami:

$$i_{K1} = \beta I_{BZ} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}), \quad (41)$$

$$i_{K2} = \beta I_{BZ} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}) - i'_o. \quad (42)$$



Rys. 6. Przebiegi czasowe prądów kolektorów przy załączaniu tranzystora T_1 i wyłączaniu T_2

Nadmiarowy ładunek nasycenia bazy T_2 zostaje usunięty w momencie, gdy spełniona zostaje zależność:

$$i_{K2} = \beta I_{BZ}(1 - e^{-\frac{t}{\tau_s}}) - i'_0 = (\beta_s I_{BZ} + \beta_s I_{BW})e^{-\frac{t}{\tau_s}} - \beta_s I_{BW}, \quad (43)$$

gdzie β_s jest średnią wartością współczynnika wzmocnienia prądowego tranzystora przy pracy w obszarze normalnym i inwersyjnym. Przyjęcie średniej wartości β_s odpowiada jednowykładniczej aproksymacji procesu usuwania nadmiarowego ładunku nasycenia z obszaru bazy T_2 , który w istocie jest przebiegiem dwuwykładniczym, ponieważ w momencie t_6 zmienia się kierunek przewodzenia prądu kolektora T_2 .

Przyjmując:

$$\beta_s = \frac{\beta}{b}; \quad b > 1, \quad (44)$$

z zależności (43) dla $\tau_s = \tau_\beta$ otrzymujemy:

$$\Delta t_5 + \Delta t_6 = \tau_\beta \ln \frac{S_m(b+1) + q_m}{b \cdot S_m + q_m - b \cdot k'_0}. \quad (45)$$

Po czasie $\Delta t_5 + \Delta t_6$ następuje przełączenie napięć na tranzystorach, tak że $U_{KE1} \cong 0$, $U_{KE2} \cong E$.

Dalszy przebieg prądu kolektora T_2 możemy opisać równaniem:

$$\frac{i_{K2}(t)}{I_m} = (A'_2 + q_m)e^{-\frac{t}{\tau_\beta}} - q_m, \quad (46)$$

przy czym

$$A'_1 = \frac{i_{K1 \max}}{I_m} = \frac{i_{K1}(\Delta t_5 + \Delta t_6)}{I_m} = S_m \frac{S_m + bk'_o}{S_m(1+b) + q_m}, \quad (47)$$

$$A'_2 = A'_1 - k'_o = \frac{S_m^2 - k'_o(S_m + q_m)}{S_m(1+b) + q_m}. \quad (48)$$

Prąd i_{K2} maleje do zera po czasie Δt_7 ; stąd

$$\Delta t_7 = \tau_\beta \ln \frac{A'_2 + q_m}{q_m}. \quad (49)$$

Straty mocy wydzielone w tranzystorach w czasie jednorazowego ich przełączenia wynoszą:

$$P'_{za1T_1} = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_5 + \Delta t_6} i_{K1}(t) E dt = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_5 + \Delta t_6} S_m I_m E (1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}) dt, \quad (50)$$

$$P'_{wy1T_2} = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_7} i_{K2}(t) E dt = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_7} [(A'_2 + q_m)e^{-\frac{t}{\tau_\beta}} - q_m] I_m \cdot E dt. \quad (51)$$

Na podstawie wyrażeń (34), (50), (51) możemy wyznaczyć moc wydzielającą się w obwodach kolektorów w czasie jednorazowego przełączenia:

$$P'_I(nT_o) = P'_{za1T_1}(nT_o) + P'_{wy1T_2}(nT_o). \quad (52)$$

Inaczej przebiega proces przełączania tranzystorów w przypadku, jeżeli $|i''_o| > \beta_I I_{BZ}$. Do momentu rozpoczęcia przełączania mamy:

$$\frac{i''_o}{I_m} = k''_o, \quad \frac{i_{K1}}{I_m} = 0, \quad \frac{i_{K2}}{I_m} = \frac{\beta_I I_{BZ}}{I_m} = \frac{S_m}{a}, \quad \frac{i_{D1}}{I_m} = k''_o - \frac{S_m}{a},$$

$$U_{KE1} \cong E, \quad U_{KE2} \cong 0.$$

W przedziale czasu Δt_8 (rys. 6b) prąd kolektora T_1 narasta zgodnie z zależnością (41), osiągając w momencie t_{10} wartość prądu obciążenia. Wtedy następuje przełączenie napięć, tak że $U_{KE1} \cong 0$, $U_{KE2} \cong E$ a

$$\Delta t_8 = \tau_\beta \ln \frac{S_m}{S_m - k''_o}. \quad (53)$$

Moc wydzielona w obwodzie kolektora T_1 przy jednorazowym jego wyłączaniu wynosi:

$$P''_{za1T_1} = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_8} i_{K1}(t) E dt = \frac{1}{T_o} \int_0^{\Delta t_8} S_m I_m E (1 - e^{-\frac{t}{\tau_\beta}}) dt. \quad (54)$$

Ponieważ przy tym przełączaniu moc wydzielona w tranzystorze T_2 jest prawie równa zero, więc całkowita moc strat przy jednorazowym przełączaniu tranzystorów w n -tym okresie impulsowania może być przedstawiona w postaci:

$$P_I''(nT_o) = P_{zatT_1}'(nT_o). \quad (55)$$

Wykorzystując rozwinięcie:

$$\ln \frac{1}{1-x} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}, \quad (x^2 < 1) \quad (56)$$

i uwzględniając jego cztery pierwsze składniki oraz zakładając że kąt $\gamma = \arcsin \frac{S_m}{a}$

zawiera całkowitą liczbę wielkości $\frac{2\pi}{\xi}$ i

$$\kappa = \frac{\gamma}{\frac{2\pi}{\xi}}, \quad (57)$$

całkowitą moc strat we wszystkich rozpatrywanych przełączeniach możemy wyznaczyć z zależności:

$$P_{p2} = \frac{1}{\xi} \left[\sum_{n=0}^{\kappa} P_I'(nT_o) + \sum_{n=\kappa+1}^{\frac{\xi}{2}-(\kappa+1)} P_I''(nT_o) + \sum_{n=\frac{\xi}{2}-\kappa}^{\frac{\xi}{2}-1} P_I'(nT_o) \right]. \quad (58)$$

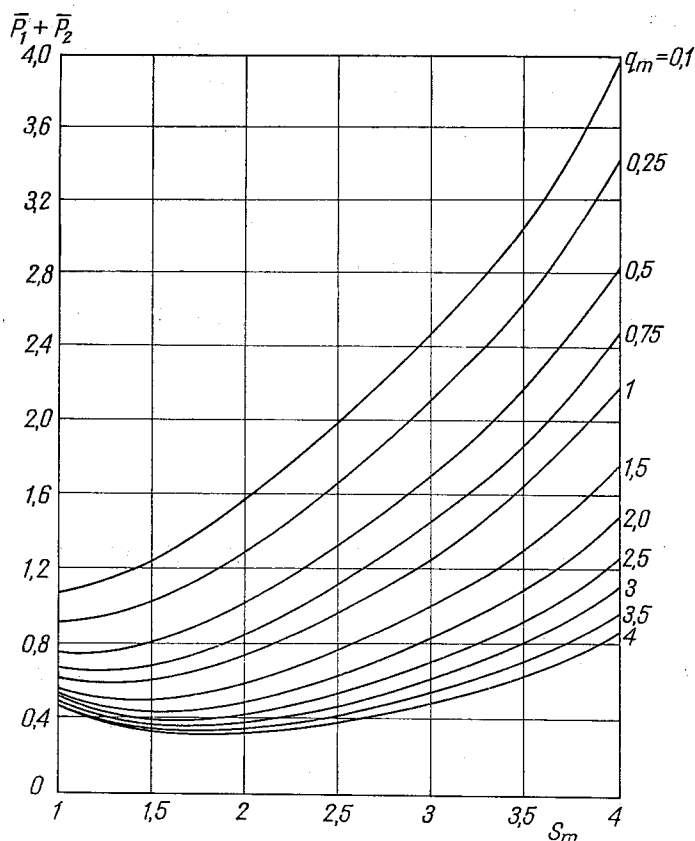
Wykorzystując zależności (7), (52), (55), (58) otrzymujemy względne straty mocy przy rozpatrywanych przełączeniach:

$$\begin{aligned} \bar{P}_2 = \frac{P_{p2}}{\frac{\tau_\beta}{T_o} P_{Im}} = \frac{2}{\xi} & \left\{ 2S_m(\kappa+1) \ln \left(1 + \frac{S_m}{A} \right) - 2q_m(\kappa+1) \ln \frac{B}{q_m(S_m+A)} + \right. \\ & + \frac{2S_m^2 q_m(b-1)}{A \cdot B} \frac{\sin(\kappa+1) \frac{\pi}{\xi} \sin \kappa \frac{\pi}{\xi}}{\sin \frac{\pi}{\xi}} + \frac{1}{2S_m} \left[\frac{\xi}{4} - \kappa - \frac{1}{2} + \frac{\sin(2\kappa+1) \frac{2\pi}{\xi}}{2 \sin \frac{2\pi}{\xi}} \right] + \\ & + \left[\frac{S_m \cdot b^2}{A^2} + \frac{q_m(S_m+q_m)^2}{B^2} \right] \left[\frac{\kappa}{2} - \frac{\cos(\kappa+1) \frac{2\pi}{\xi} \sin \kappa \frac{2\pi}{\xi}}{2 \sin \frac{2\pi}{\xi}} \right] + \\ & \left. + \frac{1}{3S_m^2} \left[\frac{3 \cos(2\kappa+1) \frac{\pi}{\xi}}{4 \sin \frac{\pi}{\xi}} - \frac{\cos(2\kappa+1) \frac{3\pi}{\xi}}{4 \sin \frac{3\pi}{\xi}} \right] \right\}, \quad (59) \end{aligned}$$

gdzie:

$$A = bS_m + q_m,$$

$$B = S_m^2 + q_m(S_m + bS_m + q_m).$$



Rys. 7. Przebieg charakterystyk $\bar{P}_1 + \bar{P}_2 = f(S_m)$ przy $q_m = \text{const}$.

Z analizy równań (40), (59) wynika, że w zależności od rodzaju przełączeń otrzymujemy sprzeczne wymagania co do wartości współczynnika przesterowania S_m przy załączaniu. W obu wypadkach powiększenie współczynnika przesterowania q_m przy wyłączaniu prowadzi do obniżenia strat mocy w procesach przełączania. Dlatego też dla celów praktycznych interesującą zależnością jest charakterystyka sumarycznych strat mocy w procesach przełączania, w zależności od współczynników przesterowania tranzystorów, przy przepływie szczytowego prądu obciążenia w przypadku maksymalnej głębokości modulacji. Przebieg tych charakterystyk $\bar{P}_1 + \bar{P}_2 = f(S_m)$ przy $q_m = \text{const}$ przedstawiono na rys. 7.

Każdej charakterystyce $\bar{P}_1 + \bar{P}_2 = f(S_m)$ przy $q_m = \text{const}$ odpowiada pewna wartość współczynnika przesterowania S_{mopt} , przy której straty mocy w procesach przełączania są najmniejsze. Stosując $q_m > 1$, przy S_{mopt} uzyskujemy tylko nieznaczne obniżenie strat mocy i ze względu na moc źródła sterującego stosowanie tej wartości jest niecelowe. Mając na względzie sprawność całkowitą wzmacniacza (stopnia końcowego łącznie z układem sterującym) najkorzystniej jest stosować współczynnik przesterowania S_m w granicach 1,1 ÷ 1,2.

Analiza strat mocy w procesach przełączania została przeprowadzona przy szeregu założeń upraszczających, które nie zawsze są spełnione. Przyjęcie założenia, że $\tau_\beta = \tau_s$,

powoduje, iż wyznaczone straty mocy są nieco zawyżone. Amplitudy prądów skrośnych występujących w procesach przełączeń (wielkości A_1 , A_2 określone zależnościami (29), (30), (47), (48)) jak również czasy trwania przełączeń są mniejsze, jeśli $\tau_\beta > \tau_s$. Założenie $\tau_\beta = \tau_s$ jest w przybliżeniu spełnione dla tranzystorów z niejednorodną bazą, jak również dla tranzystorów z jednorodną bazą przy pracy w obszarze inwersyjnym. Uwzględnienie dwóch stałych czasowych tranzystora prowadzi do nieliniowych równań, przy pomocy których wyznacza się amplitudy prądów skrośnych. Nie pozwala to na otrzymanie wyrażeń analitycznych nawet bardzo uproszczonych dla określenia strat mocy przy jednorazowym przełączeniu. Pewnym uzasadnieniem przyjęcia $\tau_\beta = \tau_s$ jest fakt, że prądy skrośne osiągały największe wartości w tych okresach, gdy współczynniki przesterowania są również duże.

Dla dowolnego n -tego okresu impulsowania współczynniki przesterowania tranzystorów mogą być w przybliżeniu określone zależnościami:

$$S(nT_o) = \frac{S_m}{\sin(\omega n T_o)}, \quad 0 < \omega n T_o < \pi.$$

$$q(nT_o) = \frac{q_m}{\sin(\omega n T_o)},$$

Praktycznie występuje pewien kres skuteczności zabiegów zmniejszania czasów na rastania i opadania prądów kolektora poprzez zwiększenie współczynników przesterowania. Najmniejsze czasy narastania i opadania prądów kolektora nie mogą być praktycznie mniejsze niż wynosi czas opóźnienia propagacji. W przypadku szybkich tranzystorów czasy te są dużo większe ze względu na pojemności montażowe układów rzeczywistych

4. SPRAWNOŚĆ WZMACNIACZA KLASY D

Znając straty mocy występujące w poszczególnych elementach stopnia końcowego, możemy wyznaczyć sprawność wzmacniacza klasy D. Sprawność określoną jako stosunek mocy nieznieskształconej wydzielającej się na rezystancji obciążenia do mocy dostarczonej do stopnia końcowego możemy przedstawić w postaci:

$$\eta = \frac{P_{L1}}{P_L + \sum P_{st}}, \quad (60)$$

gdzie:

$P_{L1} = \frac{I_{m1}^2 R_o}{2}$ — moc harmonicznego podstawowego prądu obciążenia wydzielająca się w rezystancji obciążenia,

$P_L = \frac{I_m^2 R_o}{2}$ — moc całkowita wydzielająca się w rezystancji obciążenia,

P_{st} — moc strat w poszczególnych elementach stopnia końcowego.

Ponieważ identyczne stany pracy wzmacniacza jakie występują przy dodatnim półokresie prądu obciążenia mają miejsce również przy jego ujemnym półokresie (przy zmienionych rolach tranzystorów T_1 i T_2 oraz diod D_1 i D_2), poszczególne składowe straty mocy wyznaczone w punkcie 3 należy podwoić.

Uwzględniając, że amplituda napięcia na rezystancji obciążenia U_m w przybliżeniu może być wyznaczona z zależności (3):

$$U_m = I_m R_o \cong E \cdot A_1(\xi, m), \quad (61)$$

gdzie:

$$A_1 = \frac{m}{2 \sqrt{1 + \frac{2\pi}{\xi \varepsilon}}},$$

$$\varepsilon = \frac{T_o R_o}{L_o},$$

otrzymujemy:

$$\eta = \frac{A_1(\xi, m)}{A_1(\xi, m) + 2 \left[\overline{P}_{ks} + \overline{P}_{kl} + \overline{P}_{DS} + \frac{\tau_\beta}{T_o} (\overline{P}_1 + \overline{P}_2) \right]} \cdot \frac{1}{1 + h_n^2(m)} 100\%. \quad (62)$$

Należy nadmienić, że każdy ze składników wyrażenia (62) zależy od wartości prądu obciążenia, czyli pośrednio od głębokości modulacji.

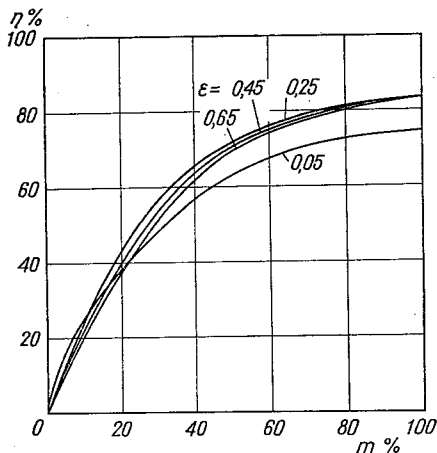
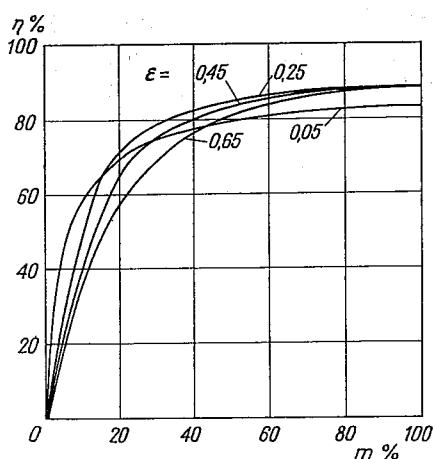
Określając wszystkie parametry obwodu wzmacniacza przy maksymalnej głębokości modulacji $m = 1$, poszczególne składowe strat mocy, jak również sprawność wzmacniacza przy dowolnej głębokości modulacji możemy wyznaczyć przy uwzględnieniu zależności:

$$\begin{aligned} A_1(\xi, m) &= m A_1(\xi, 1), \\ \Delta U_{Tm}(m) &= m \Delta U_{Tm}(1), \\ \Delta U_{TI}(m) &= m \Delta U_{TI}(1), \\ \Delta U_D(m) &= \Delta U_D(1), \\ S_m(m) &= \frac{S_m(1)}{m}, \\ q_m(m) &= \frac{q_m(1)}{m}. \end{aligned} \quad (63)$$

Przebieg charakterystyk $\eta = f(m)$, wyznaczonych w oparciu o zależności (62), (63), przedstawiono na rys. 8.

Otrzymane zależności energetyczne wzmacniacza klasy D pozwalają na dobór jego elementów ze względu na ich szybkość działania. Pozwalają również na stwierdzenie o efektywności takiego sposobu wzmacniania. I tak np. zbudowanie wzmacniacza klasy D sygnałów o częstotliwościach akustycznych wymaga stosowania w stopniu końcowym tranzystorów mocy wielkiej częstotliwości. W przeciwnym wypadku straty mocy w procesach przełączania są znacznie większe od strat w stanach nasycenia. Uzyskiwana w tym przypadku sprawność energetyczna wzmacniacza klasy D jest porównywalna z wartościami otrzymywanymi w konwencjonalnym układzie klasy B.

Ze względu na stopień skomplikowania układu, trudności w doborze odpowiednich elementów mocy stopnia końcowego oraz ich koszt, stosowanie wzmacniacza klasy D sygnałów o częstotliwościach akustycznych jest celowe tylko w przypadkach specjalnych. We wzmacniaczu klasy D przebiegów wolnozmiennych, w którym wymagana częstotli-



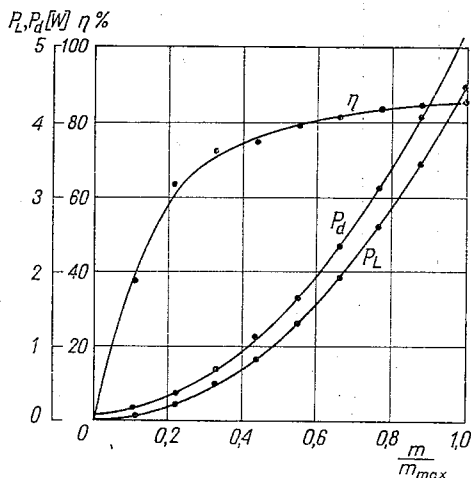
Rys. 8. Przebieg charakterystyk $\eta = f(m)$ wyznaczonych na podstawie zależności teoretycznych
 $\frac{\Delta U_{Tm}(1)}{E} = 0,03$, $\frac{\Delta U_{Tj}(1)}{E} = 0,01$, $\frac{\Delta U_D}{E} = 0,03$, $\frac{\tau_\beta}{T_0} = \begin{cases} 0,01 & \text{na rys. 1,} \\ 0,05 & \text{na rys. 2,} \end{cases} \quad \xi = 100, \quad q_m(1) = S_m(1) = 1,2$

wość sygnału modulowanego jest stosunkowo mała, istnieje możliwość zbudowania stopnia końcowego w oparciu o powszechnie stosowane elementy mocy. W tym przypadku straty mocy w procesach przełączania są porównywalne ze stratami w stanach nasycenia, a uzyskiwane efekty energetyczne są znacznie korzystniejsze w porównaniu z układami konwencjonalnymi. Dlatego też wzmacniacz ten powinien znaleźć szerokie zastosowanie w układach automatyki, w których częstotliwości wzmacnianych sygnałów są niewielkie.

5. WYNIKI POMIARÓW

W praktycznie wykonanym stopniu końcowym wzmacniacza zastosowano parę komplementarną tranzystorów krzemowych typu 2N2905A i 2N2219A. Jako diody bocznikujące zastosowano epitaksjalno-planarne diody krzemowe BAY55 połączone po trzy równolegle. Przy napięciu zasilania $E = 29,6$ [V] i rezystancji obciążenia $R_o = 20$ [Ω] szczytowa wartość prądu obciążenia przy maksymalnej głębokości modulacji ($m_{max} = 0,96$) wynosiła 640 [mA]. Dla tej wartości prądu kolektora i napięcia nasycenia tranzystora $\Delta U_{Tm} = 2$ [V] współczynnik wzmocnienia prądowego zastosowanych tranzystorów wynosił 20. Dla inwersyjnego kierunku przewodzenia prądu kolektora współczynnik ten wynosił $\beta_I = 1,8$. Przy amplitudzie prądu sterującego bazy $I_B = 35$ [mA] współczynniki przesterowania tranzystorów dla szczytowej wartości prądu obciążenia i maksymalnej głębokości modulacji wynosiły 1,1 ($S_m = q_m = 1,1$). Przy małej rezystancji wyjściowej źródła sygnału sterującego (wyjście modulatora zrealizowane w postaci symetrycznego wtórnika emiterowego) i zastosowaniu w bazach tranzystorów stopnia końcowego rezystancji $R_B = 200$ [Ω] w przybliżeniu uzyskano sterowanie prądowe. Stała czasowa narastania prądu kolektora tranzystorów τ_β , określona na podstawie zmierzonego czasu narastania, wynosiła $\tau_\beta = 25$ [ns] [8].

Diody łączone równolegle zostały tak dobrane, aby ich charakterystyki prądowo-napięciowe w kierunku przewodzenia były w przybliżeniu jednakowe. Spadek napięcia na diodach przy przepływie całkowitego prądu $I = 600$ [mA] wynosił $\Delta U_D = 1,2$ [V]. Często-



Rys. 9. Zależności energetyczne dla praktycznego układu wzmacniacza klasy D

$$L_0 = 0,87 \text{ [mH]}, R_0 = 20 \text{ [\Omega]}, F_0 = 50 \text{ [kHz]}, \xi = \frac{1}{\omega} = 100, \\ \varepsilon = 0,46, E = 29,6 \text{ [V]}, m_{max} = 0,96$$

liwość sygnału modulowanego ustalono $F_0 = 50$ [kHz], a częstotliwość sygnału modulującego $f = 500$ [Hz]. Przy indukcyjności obwodu obciążenia $L_0 = 0,87$ [mH] stosunek $\frac{\tau_{obc}}{T_0} = 2,2$. Zastosowanie takich parametrów zapewnia pasmo przenoszenia wzmacniacza przy 3 [dB] spadku wzmocnienia około 3,5 [kHz]. Maksymalny współczynnik zniekształceń nieliniowych demodulacji sygnału wyjściowego dla częstotliwości granicznej wynosił około 8%.

Zależność mocy wydzielającej się w rezystancji obciążenia P_L , mocy P_d dostarczonej ze źródła zasilania do stopnia końcowego oraz sprawności η od głębokości modulacji przedstawiono na rys. 9.

6. WNIOSKI KOŃCOWE

Przyjęcie do analizy szeregu założeń upraszczających powoduje, że otrzymane wyniki mają charakter przybliżony. Jednakże zostały one wyprowadzone przy uwzględnieniu jakościowym zjawisk, a błędy wynikające z nieuwzględniania pewnych ilościowych zależności są dopuszczalne w większości praktycznych przypadków.

Z przeprowadzonej analizy strat mocy w tranzystorach w procesach przełączania wynika, że o efektywności wzmacniacza klasy D w dużym stopniu decyduje właściwy dobór współczynników przesterowania tranzystorów przy załączaniu i wyłączaniu, jak również dobór tranzystorów ze względu na ich szybkość działania.

W spotkanej przez autorów literaturze traktującej o wzmacniaczach klasy D brak jest rozwiązań teoretycznych, które by w sposób ścisły określały zależności energetyczne tych wzmacniaczy. Spotkane rozwiązania dotyczące wzmacniaczy klasy D prądu stałego nie mogą znaleźć zastosowania przy analizie wzmacniaczy prądu zmiennego.

Otrzymane w niniejszym artykule zależności pozwoliły na oszacowanie granicznych możliwości jakimi dysponuje tranzystorowy wzmacniacz mocy klasy D w zakresie sprawności. Uzyskane wyniki eksperymentalne wskazują na słuszność przeprowadzonej analizy.

LITERATURA

1. K. C. Johnson, *Pulse Modulated AF Amplifiers*, Wireless World, 1963, 3, p. 135—136.
2. K. C. Johnson, *A Critique of Class D Amplifiers for A. F.*, Wireless World, 1967, 12, p. 576—580, 1968, 1, p. 645—649, 1968, 2, p. 672—676.
3. S. Kuta, *Ograniczenie częstotliwościowe wzmacniaczy mocy z modulacją szerokości impulsów*, praca doktorska, 1973, AGH Kraków.
4. J. D. Martin, *Theoretical Efficiencies of Class-D Power Amplifiers*, Proc. IEE, Vol. 117, 1970, 6, p. 1089—1090.
5. J. D. Martin, *Class-BD Amplifier Circuits*, Electronics Letters, Vol. 6, 1970, 26, p. 839—841.
6. W. S. Moïn, *Perechodnyj process perekłucenia tranzistorow w schematach statycznych preobrazowarelej*, Elektrotechnika, 1964, 9, s. 36—40.
7. D. Pasquier, *Les amplificateurs classe D*, Toute l'Electronique, 1969, 332, p. 82—85.
8. R. Paul, *Technika pomiarów tranzystorów*, WKŁ, Warszawa 1973.
9. M. Sanchez, F. Popert, *Über die Berechnung der Spektren modulierter Impulsfolgen*, Archiv der Electricischen Übertragung (AEÜ), B9, 1955, 10, s. 441—446.
10. T. G. Schwab, *Pulsdauermodulierte und ihre Anwendung im Niederfrequenzbereich*, Frequenz 22, 1968, 3, s. 69—81.
11. G. F. Turnbull, J. M. Townsend, *A Feedback Pulse Width Modulated*, Wireless World, 1965, 4, p. 160—168.
12. G. F. Turnbull, J. M. Townsend, *Efficiency Considerations in a Class D Amplifier*, Wireless World, 1967, 4, p. 154—158, 1967, 5, 214—217.

S. KUTA, T. GRYBA

EFFICIENCY OF CLASS D TRANSISTOR POWER AMPLIFIERS

Summary

The paper deals with transistor power stage efficiency of class D alternate current amplifiers. On and off switching processes and losses of power are discussed in detail. Amplifier efficiency is determined on the basis of the analysis of these processes.

S. KUTA, T. GRYBA

RENDEMENT DES AMPLIFICATEURS CLASSE D À TRANSISTORS

Résumé

Dans l'article on a présenté des expressions permettant de calculer des puissances dissipées dans des éléments de l'amplificateur classe D à transistors du courant alternatif. On a discuté à fond des commutations des transistors et des dissipations des puissances dans ces processus. Sur la base des résultats obtenus on a trouvé le rendement énergétique de l'amplificateur classe D.

S. KUTA, T. GRYBA

LEISTUNGSFÄHIGKEIT VON TRANSISTORVERSTÄRKERN LEISTUNGSKLASSE D

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden die theoretischen Abhängigkeiten angeführt, die die Leistungsverluste in den Elementen der Endstufe eines Wechselstromtransistorverstärkers Leistungsklasse D bezeichnen. Es wurden die Umschaltungsprozesse von Transistoren und die dabei anfallenden Leistungsverluste ausführlich behandelt. In Anlehnung an die gewonnenen Abhängigkeiten wurde die energetische Leistungsfähigkeit des Verstärkers bestimmt.

С. КУТА, Т. ГРЫБА

К.П.Д. ТРАНЗИСТОРНЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ МОЩНОСТИ КЛАССА D

Резюме

В труде приведены теоретические зависимости определяющие потери мощности в элементах последнего звена транзисторного усилителя мощности класса D переменного тока. Подробно обсуждены процессы переключения транзисторов и сопровождающие эти процессы потери мощности. На основании полученных зависимостей определен энергетический к.п.д. усилителя.

Transkodery liniowe w systemach o modulacji impulsowo-kodowej

Zasady projektowania logicznego

KRZYSZTOF JASIŃSKI (WARSZAWA)

*Instytut Teleelektroniki Politechniki Warszawskiej**Otrzymano 26.4.1974*

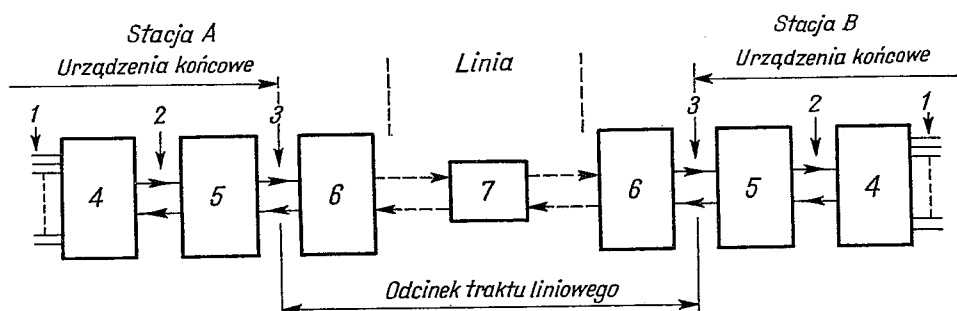
Celem artykułu jest przedstawienie metod syntezy sekwencyjnych układów logicznych w zastosowaniu do projektowania transkoderów liniowych w systemach PCM na przykładzie wybranych transkoderów.

Na wstępie wyjaśniono celowość przetwarzania cyfrowych sygnałów binarnych przed wysłaniem ich w trakt liniowy PCM i dokonano przeglądu najbardziej znanych metod zamiany sygnałów binarnych na sygnały liniowe.

Dalszą część pracy stanowią szczegółowe projekty transkoderów liniowych dla dwóch wybranych kodów — AMI i HDB3.

1. WSTĘP

Jedną z podstawowych zalet wielokrotnego systemu teletransmisyjnego, opartego na modulacji impulsowo-kodowej PCM (Pulse Code Modulation), jest posługiwanie się



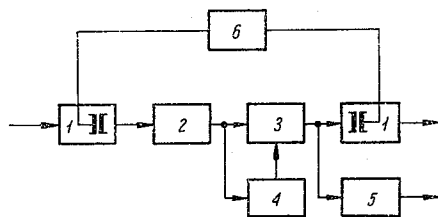
Rys. 1. Struktura traktu liniowego PCM

1 — sygnał analogowy, 2 — sygnał binarny, 3 — sygnał liniowy, 4 — krotnica PCM, 5 — układ wejściowy i wyjściowy, 6 — urządzenia końcowe traktu liniowego, 7 — regenerator,

w procesie przekazywania informacji sygnałem cyfrowym. Sygnał cyfrowy jest, ze względu na swoją strukturę, mniej wrażliwy na zakłócenia niż sygnał analogowy i może być poddany procesowi regeneracji. Dzięki temu można wyeliminować zakłócenia o amplitudzie

mniej od połowy amplitudy przesyłanego sygnału oraz zniekształcenia fazowe i tłumieniowe z poszczególnych odcinków linii pomiędzy urządzeniami regenerującymi. Transmitowane sygnały analogowe przed ich wprowadzeniem do linii są odpowiednio przekształcone na postać cyfrową w urządzeniach końcowych stacji (rys. 1), spełniających również funkcje urządzeń zwielokrotniających.

Urządzenia zwielokrotniające (krotnice) w systemach PCM działają na zasadzie czasowego podziału kanałów; zwielokrotnienie realizowane jest w procesie próbkowania sygnałów analogowych zgodnie z prawem o próbkowaniu. W urządzeniu końcowym stacji w systemie PCM sygnał analogowy jest przekształcany wstępnie w krotnicy na cyfrowy sygnał binarny, a następnie na liniowy sygnał cyfrowy w transkoderze liniowym wchodzącym w skład urządzeń wejściowych (rys. 1). Struktura liniowego sygnału cyfrowego ma istotny wpływ na budowę i działanie urządzeń traktu liniowego. W szczególności wpływa ona na pracę urządzenia regenerującego — regeneratora (rys. 2), którego



Rys. 2. Schemat regeneratora

- 1 — transformator liniowy, 2 — korektor przedwzmacniacz,
3 — układ progowy i formowania impulsów, 4 — układ odtwarzający sygnał zegara, 5 — układ do zdalnej lokalizacji uszkodzeń,
6 — układ zasilania zdalnego

ważnym elementem jest układ odtwarzający sygnał zegara decydujący o ustaleniu właściwego położenia impulsów sygnału w czasie i spełniający istotną funkcję w eliminacji zniekształceń fazowych w przesyłanym sygnale. Stwierdzono, że optymalną postać ze względu na własności transmisyjne ma sygnał przesyłany w kodzie AMI (Alternately Mark Inversion). W kodzie tym elementy 1 sygnału binarnego przedstawione są w postaci impulsów o wypełnieniu 50% i polaryzacji na przemian dodatniej B_+ i ujemnej B_- , zaś elementy 0 sygnału binarnego przyjmują wartość 0 (brak impulsu).

Sygnał liniowy o takiej strukturze ma dwie istotne cechy: jego widmo nie zawiera składowej prądu stałego i jest skupione w połowie częstotliwości f_0 , która odpowiada tzw. przepływności sygnału binarnego.

Pierwsza cecha sprawia, że możliwe jest stosowanie transformatorów w urządzeniach traktu liniowego, co ułatwia realizację układów oraz uproszczenie zasilania zdalnego (poprzez tor pochodny). Druga z wymienionych własności wskazuje, że tłumienność kabla i przeniki można rozpatrywać dla częstotliwości $f_0/2$, przy której występuje skupienie widma energetycznego; ma to korzystny wpływ na pomiary i wykorzystanie kabla. Wadą kodu AMI jest możliwość wystąpienia w sygnale liniowym długich ciągów elementów o wartości 0, które nie dostarczają informacji potrzebnych do odtworzenia sygnału zegara (brak pobudzenia obwodu rezonansowego w układzie odtwarzającym sygnał zegara)

2. METODY PRZETWARZANIA SYGNAŁÓW BINARNYCH DLA WYELIMINOWANIA DŁUGICH SEKWENCJI ZER

W celu wyeliminowania zakłóceń w poprawnym działaniu regeneratora (spowodowanych występowaniem długich ciągów zer), przy jednoczesnej eliminacji składowej prądu stałego, opracowane zostały różne zasady przetwarzania sygnałów binarnych na liniowe sygnały cyfrowe ([1], [2]). Bardziej znane z nich przedstawione zostały poniżej.

K o d P S T. W kodzie PST (Paired Selected Ternary) kolejne pary sygnałów binarnych są zastępowane przez pary sygnałów trójwartościowych według następujących reguł:

kod binarny	0 0	0 1	1 0	1 1
kod PST	B_-B_+	$0B_+$	B_+0	B_+B_-
		albo	albo	
		$0B_-$	B_-0	

gdzie:

- 0 — brak impulsu,
- B_+ — impuls o dodatniej polaryzacji,
- B_- — impuls o polaryzacji ujemnej.

Sekwencje 01 i 10 są kodowane w ten sposób, by impulsy dodatnie i ujemne występowały na przemian jak w kodzie AMI.

K o d B6ZS. W kodzie B6ZS (Bipolar with 6 Zero Substitution) każda sekwencja 6 zer sygnału binarnego jest zastępowana przez ciąg sygnałów trójwartościowych o postaci

$B\ 0\ V\ B\ 0\ V,$

gdzie:

- 0 — brak impulsu,
- B — impuls o polaryzacji przeciwnej do polaryzacji impulsu poprzedniego,
- V — zakłócenie (Violation), impuls o polaryzacji jak poprzedni impuls B .

Pozostałe sekwencje binarne są kodowane jak w kodzie AMI.

K o d HDB3. W kodzie HDB3 (High Density Bipolar) każda sekwencja 4 zer sygnału binarnego jest zastępowana ciągiem sygnałów bipolarnych o postaci

$000V$ albo $B00V$ (oznaczenia jak poprzednio)

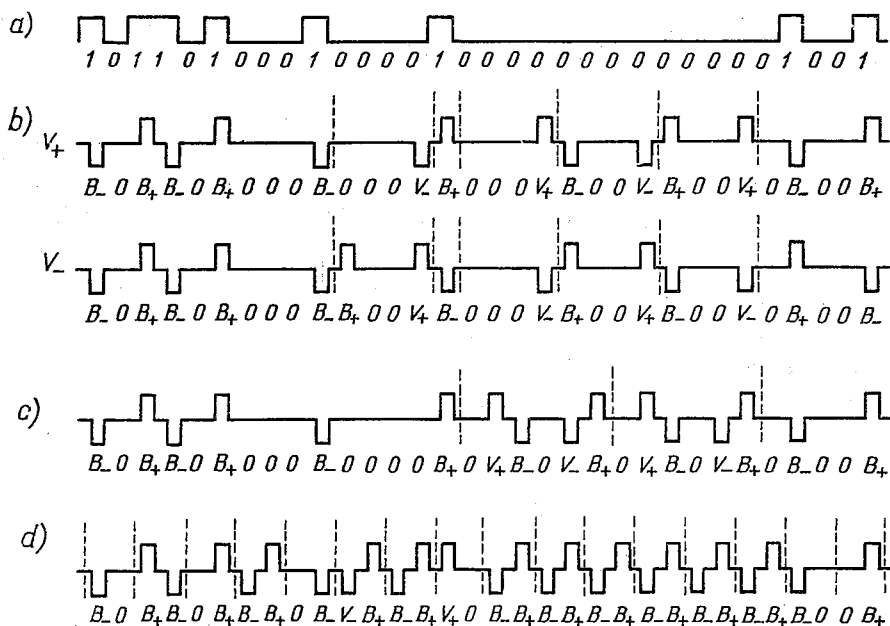
w ten sposób, by każdy impuls B miał polaryzację przeciwną niż poprzedni impuls, a każdy impuls V miał polaryzację przeciwną niż poprzedni impuls zakłócenia. Pozostałe sekwencje binarne są kodowane jak w kodzie AMI. Zasady przetwarzania sygnału binarnego na sygnał liniowy przy pomocy opisanych kodów przedstawione są na rys. 3.

Przy ocenie jakości kodu, z punktu widzenia teorii informacji, ważnym kryterium jest parametr tzw. DSV (Digital Sum Variation) zdefiniowany następująco:

$$DSV = \sum_{i=j}^k a_i,$$

gdzie $a_i \in \{-1, 0, +1\} = \{B_-, 0, B_+\}, \quad j \leq i \leq k.$

Elementy a_i są przyporządkowane kolejnym literom dowolnej skończonej sekwencji sygnałów trójwartościowych, w której a_j jest pierwszym, a a_k ostatnim elementem.



Rys. 3. Zasada przetwarzania sygnału binarnego na sygnał liniowy
a) sygnał binarny, b) sygnał liniowy HDB3, c) sygnał liniowy B6ZS, d) sygnał liniowy PST

Korzystne jest, aby DSV przyjmowała wartość możliwie najmniejszą. Dla kodów PST B6ZS wartość DSV wynosi 3, a dla kodu HDB3 jest równa 2. Wszelkie zakłócenia reguł naprzemienności polaryzacji impulsów w poszczególnych kodach powodują zwiększenie wartości DSV o 1 i mogą być stosunkowo łatwo wykryte.

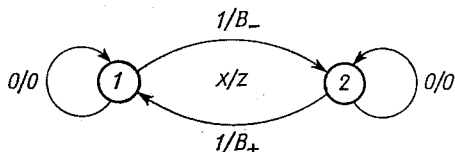
Liniowy sygnał cyfrowy w kodzie HDB3 posiada szereg zalet, takich jak: brak składowej prądu stałego, korzystnie ukształtowane widmo energetyczne, możliwość prostej detekcji błędów na podstawie zakłóceń reguł naprzemiennej polaryzacji impulsów oraz brak ciągów zer dłuższych niż trzy.

Analiza sygnałów zakodowanych przy pomocy wyżej opisanych kodów wskazuje, że sygnał w kodzie HDB3 najlepiej nadaje się do transmisji w systemie PCM. Poniżej przedstawione są szczegółowe projekty układów transkoderów dla kodu AMI i HDB3, optymalnych ze względu na liczbę elementów logicznych potrzebnych do realizacji.

3. PROJEKT TRANSKODERA KODU AMI

Pierwszym etapem projektowania układu logicznego jest przedstawienie jego działania np. w postaci opisu słownego. W przypadku transkodera AMI zadanie polega na zaprojektowaniu układu synchronicznego, na którego wejściu x mogą pojawiać się sygnały 0 i 1, a na wyjściu z sygnały o wartościach 0, B_+ i B_- . Zależności między sygnałami wejściowymi i wyjściowymi są następujące:

- w odpowiedzi na sygnał 0 na wejściu układu na jego wyjściu pojawia się sygnał 0,
- w odpowiedzi na sygnał 1 na wejściu układu na jego wyjściu pojawia się sygnał B_- (B_+), jeżeli odpowiedzią na poprzedni sygnał 1 na wejściu był sygnał B_+ (B_-) na wyjściu.



Rys. 4. Graf stanów transkodera AMI

Powyższemu opisowi odpowiada graf stanów przedstawiony na rys. 4.

Jeżeli odpowiedzią na ostatnią jedynkę na wejściu układu był sygnał B_+ (B_-) na wyjściu, to układ znajduje się w stanie 1 (2).

Grafowi stanów równoważna jest tablica przejść-wyjść układu (tablica 1).

Tablica 1

Tablica przejść-wyjść transkodera AMI

$s \backslash x$	0	1		0	1
1	1	2		0	B_-
2	2	1		0	B_+

Stany i wejścia układu kodujemy kombinacjami binarnymi w następujący sposób:

1—0, 2—1; 0—00, B_- —01, B_+ —10.

Odpowiadająca układowi zakodowana tablica przejść-wyjść przedstawiona jest w tablicy 2.

Tablica 2

Zakodowana tablica przejść-wyjść transkodera AMI

$Q \backslash x$	0	1		0	1
0	0	1		00	01
1	1	0		00	10

Wyznaczone funkcje stanu następnego i wyjściowe mają postać:

$$Q' = x\bar{Q} + \bar{x}Q; \quad z_1 = xQ, \quad z_2 = x\bar{Q}.$$

Przy zastosowaniu przerzutnika typu T i bramek NAND otrzymujemy następujące rozwiązanie:

funkcja sterująca — $T = x$,

funkcje wyjściowe — $z_1 = \overline{x\bar{Q}}$, $z_2 = \overline{xQ}$.

4. PROJEKT TRANSKODERA KODU HDB3

Na wstępie procesu projektowania układu transkodera należy dokładnie sformułować w postaci opisu słownego jego zasady działania: należy zbudować układ cyfrowy, synchroniczny, na wejściu którego mogą się pojawiać sygnały 0 i 1, a na wyjściu sygnały B_+ , 0 i B_- . Zależności między sygnałami na wejściu układu muszą być następujące:

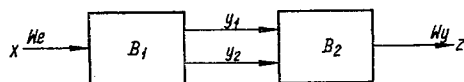
- 1) na każde zero z sekwencji najwyżej 3 zer na wejściu układ odpowiada zerem,
- 2) na każdą jedynekę na wejściu układ odpowiada sygnałem B_+ (B_-), jeżeli poprzednim sygnałem wyjściowym — pomijając sygnały 0 — był sygnał B_- (B_+),
- 3) na każdą sekwencję 0000 na wejściu (kolejność w sekwencji licząc od lewej strony) układ odpowiada:
 - a) sekwencją $000B_+$ ($000B_-$) — w przypadku, gdy sygnał B_+ (B_-) był odpowiedzią na sygnał poprzedzający bezpośrednio sekwencję 0000 na wejściu, a sygnał B_- (B_+) był odpowiedzią na ostatnie zero poprzedniej sekwencji 0000 na wejściu,
 - b) sekwencją B_+00B_+ (B_-00B_-) — w przypadku, gdy sygnał B_- (B_+) był odpowiedzią na sygnał bezpośrednio poprzedzający sekwencję 0000, a sygnał B_- (B_+) był odpowiedzią na ostatnie zero poprzedniej sekwencji 0000.

Z opisu układu wynika, że sygnały na jego wyjściu będą opóźnione o 4 takty zegara względem sygnałów na wejściu, ponieważ w przypadku pojawienia się zera na wejściu układ nie może dać jednoznacznej odpowiedzi „nie znając” następnych trzech sygnałów wyjściowych. Można zatem przedstawić zadany powyżej układ w postaci bloków funkcjonalnych 9 (rys. 5) B_1 i B_2 . Zadaniem bloku B_1 będzie opóźnienie sygnałów wejściowych o 4 takty zegarowe oraz zastąpienie w każdej sekwencji 4 zer ostatniego zera jedyneką

Tablica 3

Tablica przejść-wyjść bloku B_1

stan	odpowiadająca sekwencja				wejście x		y_1	y_2
					0	1		
	$n-3$	$n-2$	$n-1$	n				
b_1	0	0	0	0	b_3	b_4	1	0
b_2	0	0	0	1	b_3	b_4	0	0
b_3	0	0	1	0	b_5	b_6	0	0
b_4	0	0	1	1	b_7	b_8	0	0
b_5	0	1	0	0	b_9	b_{10}	0	0
b_6	0	1	0	1	b_{11}	b_{12}	0	0
b_7	0	1	1	0	b_{13}	b_{14}	0	0
b_8	0	1	1	1	b_{15}	b_{16}	0	0
b_9	1	0	0	0	b_1	b_2	0	1
b_{10}	1	0	0	1	b_3	b_4	0	1
b_{11}	1	0	1	0	b_5	b_6	0	1
b_{12}	1	0	1	1	b_7	b_8	0	1
b_{13}	1	1	0	0	b_9	b_{10}	0	1
b_{14}	1	1	0	1	b_{11}	b_{12}	0	1
b_{15}	1	1	1	0	b_{13}	b_{14}	0	1
b_{16}	1	1	1	1	b_{15}	b_{16}	0	1



Rys. 5. Schemat blokowy transkodera HDB3

(odpowiedzią na ostatnie zero tej sekwencji 0000 jest bowiem sygnał B_+ albo B_-). Blok ten ma dwa wyjścia binarne y_1 i y_2 . Zależności między sygnałami na jego wejściu i wyjściach są następujące:

4a) na wyjściu y_1 pojawia się sygnał 1 tylko w odpowiedzi na pierwsze zero sekwencji 4 zer na wejściu, w pozostałych przypadkach 0;

4b) ciąg sygnałów na wyjściu y_2 powstaje w wyniku opóźnienia o 4 takty zegarowe ciągu sygnałów wejściowych, w którym każda sekwencja 0000 zastąpiona została sekwencją 0001.

Dla spełnienia powyższych zależności układ B_1 musi więc „pamiętać” każde 4 ostatnie sygnały z sekwencji podawanej na jego wejście. Każdy stan wewnętrzny b_i układu B_1 można zinterpretować zatem jako informację o 4 ostatnich sygnałach na wejściu tego układu. W ten sposób działanie bloku B_1 może być dokładnie opisane przy pomocy tablicy przejść-wyjść dla układu Moore’a o 16-tu stanach (tablica 3).

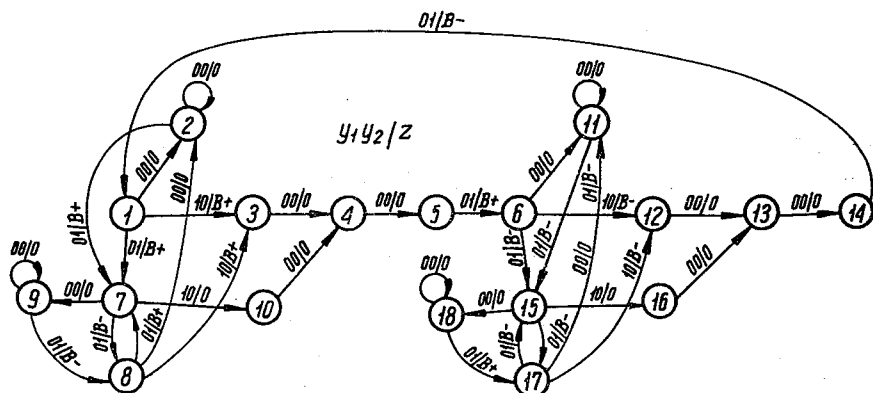
Zbudowaną tablicę przejść-wyjść należy zakodować; najprościej można to zrobić, zastępując każdy stan sekwencją binarną o długości 4 zgodnie z poprzednią interpretacją. Tablica 4 przedstawia zakodowaną tablicę przejść-wyjść układu B_1 . Wyznaczając funkcje stanów następnych i funkcje wyjściowe otrzymujemy:

$$\begin{aligned} Q'_1 &= Q_2, & y_1 &= \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3 \bar{Q}_4, \\ Q'_2 &= Q_3, & y_2 &= Q_1 \\ Q'_3 &= Q_4 + \bar{Q}_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3 \bar{Q}_4 = Q_4 + y_1, \\ Q'_4 &= x. \end{aligned}$$

Tablica 4

Zakodowana tablica przejść-wyjść bloku B_1

$Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 \backslash x$	0	1	y_1	y_2
0 0 0 0	0 0 1 0	0 0 1 1	1	0
0 0 0 1	0 0 1 0	0 0 1 1	0	0
0 0 1 0	0 1 0 0	0 1 0 1	0	0
0 0 1 1	0 1 1 0	0 1 1 1	0	0
0 1 0 0	1 0 0 0	1 0 0 1	0	0
0 1 0 1	1 0 1 0	1 0 1 1	0	0
0 1 1 0	1 1 0 0	1 1 0 1	0	0
0 1 1 1	1 1 1 0	1 1 1 1	0	0
1 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 1	0	1
1 0 0 1	0 0 1 0	0 0 1 1	0	1
1 0 1 0	0 1 0 0	0 1 0 1	0	1
1 0 1 1	0 1 1 0	0 1 1 1	0	1
1 1 0 0	1 0 0 0	1 0 0 1	0	1
1 1 0 1	1 0 1 0	1 0 1 1	0	1
1 1 1 0	1 1 0 0	1 1 0 1	0	1
1 1 1 1	1 1 1 0	1 1 1 1	0	1

Rys. 6. Graf stanów bloku B_2 transkodera HDB3

Stąd rozwiązanie dla układu B_1 przy zastosowaniu przerzutników typu D i bramek typu NAND jest następujące:

$$D_1 = Q_2; \quad D_2 = Q_3; \quad D_3 = \overline{\overline{Q_4 Q_1 Q_2 Q_3 Q_4}}, \quad D_4 = x, \\ y_1 = \overline{\overline{Q_1 Q_2 Q_3 Q_4}}, \quad y_2 = Q_1.$$

Z kolei układ reprezentowany przez blok B_2 będzie spełniał funkcję właściwego kodera. Wejściami układu B_2 będą wyjścia układu B_1 , a działanie jego można precyzyjnie opisać przy pomocy grafu stanów dla układu Mealy'ego.

Na wejściach y_1, y_2 układu B_2 mogą się pojawiać kombinacje:

- 0 0 — gdy na wejściu układu B_1 podana została sekwencja różna od 0000, której pierwszym sygnałem jest 0,
- 0 0 — gdy na wejściu układu B_1 pojawiła się 0000,
- 1 1 — gdy na wejściu układu B_1 podana została sekwencja o dł. 4, której pierwszym sygnałem jest 1.

Kombinacja 11 nie może się pojawiać, gdyż oznacza sprzeczność.

Graf ten konstruuje się w następujący sposób. Przyjmujemy jako stan początkowy 1, który oznacza, że ostatnim sygnałem, jaki pojawił się na wyjściu układu B_2 był sygnał B_- w odpowiedzi na ostatnie zero sekwencji 0000. Wprowadzamy następnie stan 2, do którego przechodzi układ pod wpływem pierwszego zera z sekwencji co najwyżej trzech zer (odpowiada to kombinacji $y_1 y_2 = 00$) i pozostaje w tym stanie pod wpływem kolejnych zer tej sekwencji.

Dla opisanie reakcji układu, znajdującego się w stanie początkowym, na pojawienie się na jego wejściu sekwencji 0000, wprowadzamy kolejno stany 3, 4, 5 i 6. Układ ze stanu początkowego przejdzie pod wpływem pierwszego zera sekwencji 0000 ($y_1 y_2 = 10$) do stanu 3, ze stanu 3 pod wpływem drugiego zera ($y_1 y_2 = 00$) do stanu 4, z kolei trzecie zero ($y_1 y_2 = 00$) spowoduje przejście ze stanu 4 do stanu 5. W stanie 5 pojawienie się na wejściu czwartego zera ($y_1 y_2 = 01$) wywołuje przejście do stanu 6.

Następnie wprowadzamy stan 7, do którego przechodzi układ ze stanu początkowego, gdy na wejściu pojawi się jedynka ($y_1 y_2 = 01$). I tak dalej kolejno uzupełniamy graf

Tablica 5

Tablica przejść-wyjść bloku B_2

$s \backslash y_1 y_2$	00	10	01	11	00	10	01	11
1	2	3	7	—	0	B_+	B_+	—
2	2	—	7	—	0	—	B_+	—
3	4	—	—	—	0	—	—	—
4	5	—	—	—	0	—	—	—
5	—	—	6	—	—	—	B_+	—
6	11	12	15	—	0	B_-	B_-	—
7	9	10	8	—	0	0	B_-	—
8	2	3	7	—	0	B_+	B_+	—
9	9	—	8	—	0	—	B_-	—
10	4	—	—	—	0	—	—	—
11	11	—	15	—	0	—	B_-	—
12	13	—	—	—	0	—	—	—
13	14	—	—	—	0	—	—	—
14	—	—	1	—	—	—	B_-	—
15	18	16	17	—	0	0	B_+	—
16	13	—	—	—	0	—	—	—
17	11	12	15	—	0	B_-	B_-	—
18	18	—	17	—	0	—	B_+	—

układu B_2 nowymi stanami i przejściami, które odpowiadają pojawieniu się różnych sekwencji sygnałów wejściowych. W wyniku otrzymujemy graf stanów bloku B_2 (rys. 6), odpowiadający dokładnie warunkom sformułowanym w punktach 1, 2 i 3; zależności między sygnałami wejściowymi y_1, y_2 a sygnałami wyjściowymi (z_1, z_2) reprezentują przejścia między poszczególnymi stanami.

Dla uzyskania optymalnego rozwiązania układu ze względu na liczbę elementów pamięciowych, należy dokonać minimalizacji liczby jego stanów. W tym celu wygodnie jest posłużyć się tablicą przejść-wyjść, która jest formą opisu równoważną grafowi stanów.

Grafowi stanów projektowanego układu odpowiada tablica przejść-wyjść (tablica 5).

Na podstawie tablicy przejść-wyjść znajdujemy zbiór nietrywialnych par stanów niesprzecznych, który zawiera następujące pary: (1, 2), (1, 8), (2, 8), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (3, 10), (3, 11), (3, 12), (3, 13), (3, 14), (3, 15), (3, 16), (3, 17), (3, 18), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (4, 9), (4, 10), (4, 11), (4, 12), (4, 13), (4, 14), (4, 15), (4, 16), (4, 17), (4, 18), (5, 10), (5, 12), (5, 13), (5, 15), (5, 16), (5, 18), (6, 10), (6, 11), (6, 17), (7, 9), (7, 10), (9, 10), (9, 12), (9, 13), (9, 14), (9, 16), (10, 11), (10, 12), (10, 13), (10, 14), (10, 15), (10, 16), (10, 17), (10, 18), (11, 17), (12, 13), (12, 14), (12, 15), (12, 16), (12, 17), (12, 18), (13, 14), (13, 15), (13, 16), (13, 17), (13, 18), (14, 16), (15, 16), (15, 18), (16, 17), (16, 18).

Do powyższego zbioru dołączamy — korzystając z faktu, że relacja niesprzeczności w zbiorze stanów jest zwrotna i symetryczna — wszystkie pary symetryczne do wymienionych oraz pary typu (S, S). Otrzymany w ten sposób zbiór par stanów niesprzecznych pozwala wyznaczyć dekompozycje dopuszczalne (tj. rodziny podzbiorów stanów zamknięte ze względu na funkcję przejść, w których każdy podzbiór — klasa zawiera stany wza-

jemnie niesprzeczne) o minimalnej liczbie klas. Proces poszukiwania minimalnej dekompozycji dopuszczalnej jest dla układu o kilkunastu stanach bardzo pracochłonny i wymaga posługiwania się EMC. Zadanie minimalizacji liczby stanów B_2 zostało rozwiązane przy wykorzystaniu programu MINIMA na maszynie ODRA 1304 [3]. W wyniku otrzymano jedno rozwiązanie — minimalną dekompozycję dopuszczalną π_d^{min} , której klasy są wzajemnie rozłączne:

$$\pi_d^{min} = \{ \{1, 2, 8\}, \{3, 4, 5, 10, 15, 18\}, \{6, 11, 17\}, \{7, 9, 12, 13, 14, 16\} \}.$$

Identyfikując stany w poszczególnych klasach podziału π_d^{min} , przekształcamy pierwotną tablicę przejść-wyjść i w wyniku otrzymujemy tablicę przejść-wyjść minimalnego układu B_2 (tablica 6).

Tablica 6

Tablica przejść-wyjść minimalnego układu B_2

$y_1 y_2$ s		00	01	10	11	00	01	10	11
(1, 2, 8)	I	I	II	III	—	0	B_+	B_+	—
(3, 4, 5, 10, 15, 18)	II	II	III	IV	—	0	0	B_+	—
(6, 11, 17)	III	III	II	I	—	0	0	B_-	—
(7, 9, 12, 13, 14, 16)	IV	IV	III	II	—	0	B_-	B_-	—

Stany oraz sygnały wyjściowe układu B_2 kodujemy binarnie w następujący sposób:

$$I — 00, \quad II — 01, \quad III — 10, \quad IV — 11,$$

$$B_+ — 10, \quad B_- — 01, \quad 0 — 00.$$

Następnie tworzymy dla tego układu zakodowaną tablicę przejść-wyjść (tablica 7).

Tablica 7

Zakodowana tablica przejść-wyjść bloku B_2

$Q_5 Q_6$ $y_1 y_2$	0 0	1 0	0 1	1 1	0 0	1 0	0 1	1 1
0 0	0 0	0 1	1 0	— —	0 0	1 0	1 0	— —
0 1	0 1	1 0	1 1	— —	0 0	0 0	1 0	— —
1 1	1 1	1 0	0 1	— —	0 0	0 1	0 1	— —
1 0	1 0	0 1	0 0	— —	0 0	0 0	0 1	— —

Dla powyższej tablicy otrzymujemy następujące rozwiązania:
funkcje wyjściowe z_1 i z_2

$$z_1 = \bar{Q}_5(y_2 + y_1 \bar{Q}_6),$$

$$z_2 = Q_5(y_2 + y_1 Q_6),$$

funkcje sterujące elementami pamięciowych Q_5 i Q_6

a) dla przerzutników typu D

$$D_5 = y_2 \bar{Q}_5 + y_1 \bar{Q}_6 + \bar{y}_1 \bar{y}_2 Q_5,$$

$$D_6 = \bar{y}_1 Q_6 + y_1 \bar{Q}_6,$$

b) dla przerzutników typu T

$$T_5 = \bar{y}_2 + y_1 \bar{Q}_5 Q_6 + y_1 Q_5 \bar{Q}_6,$$

$$T_6 = y_1,$$

c) dla przerzutników typu $J-K$

$$K_5 = y_2 + y_1 \bar{Q}_6, \quad J_5 = y_2 + y_1 Q_6,$$

$$K_6 = y_1, \quad J_6 = y_1.$$

Z powyższych rozwiązań najprostszym jest rozwiązanie na przerzutnikach typu $J-K$, gdyż funkcje K_5 i J_5 są czynnikami funkcji wyjściowych. W ten sposób zaprojektowany układ transkodera HDB3 jest układem optymalnym ze względu na liczbę elementów pamięciowych i kombinacyjnych, jego zaletą jest symetryczna struktura funkcji logicznych.

Przedstawione tu rozwiązania transkoderów liniowych AMI i HDB3 zostały zastosowane w testerze regeneratorów (opracowanie Instytutu Teleelektroniki PW) do badania jakości regeneratorów dla systemu PCM-30/32.

LITERATURA

1. CCITT, Commission d'études speciale D-Contributon No 33 Origine; IBM-EUROPE, Titre, *Proposition de code permettant la transmission binaire sans restriction sur des systems de transmission numeriques*, 23 Septembre 1969.
2. CCITT, Comm. Sp. D., Geneva, 8—12 November 1971, Temporary Document No. 10, Source: Régie des Télégraphes et des Téléphones, HDB3 — *line code*.
3. A. Albicki, A. Horoch, *Maszynowa metoda minimalizacji liczby stanów automatów skończonych*, opracowanie RO EPD-IŁ i IT-PW.

K. JASIŃSKI

LINEAR TRANSCODERS IN PCM SYSTEMS PRINCIPLES OF LOGICAL DESIGN

Summary

This article aims at the presentation of the methods of the synthesis of sequential logic circuits with reference to designing linear transcoders in PCM systems.

The presentation is effected on the example of selected transcoders. In the introduction the suitability of transforming digital binary signals before launching them into the linear PCM trunk has been explained. The best known methods of transforming binary signals into linear ones have also been reviewed.

The further parts of the article contain detailed designs of linear transcoders for two codes chosen: AMI and HDB3.

K. JASIŃSKI

TRANSCODEURS LINÉAIRES DANS LES SYSTÈMES MIC PRINCIPES DE LA PRÉPARATION D'UN PROJET LOGIQUE

Résumé

Cet article a pour but de présenter les méthodes de la synthèse des circuits logiques séquentiels appliquées à l'établissement des projets des transcodeurs linéaires dans les systèmes MIC. La présentation est faite sur des exemples des transcodeurs. On explique d'abord pourquoi on transforme des signaux binaires

avant de les lancer sur la voie linéaire MIC et puis on y passe en revue des méthodes les plus connues de la transformation des signaux binaires en linéaires. Finalement on présente des projets détaillés des transcodeurs linéaires pour deux codes: AMI et HDB3.

K. JASIŃSKI

LINEARE TRANSKODER IN SYSTEM MIT IMPULSKODMODULATION PRINZIPIEN LOGISCHEN PROJEKTIERENS

Zusammenfassung

Dieser Artikel enthält die Beschreibung verschiedener Verfahren zur Synthese von Sequential-Schaltungen, die für Projektierungsprozesse von linearen Transkodern PCM zur Anwendung gelangen.

Im ersten Aufsatzteil wird der Zweck der Transformation von binären Signalen erklärt. Es wird auch eine Übersicht über die wichtigsten bekannten Verfahren zur Umgestaltung binärer Signale in lineare gegeben.

Im weiteren werden zwei Entwürfe von linearen Transkodern für die gewählten AMI- und HDB3-Koden ausführlich dargestellt.

К. ЯСИНЬСКИ

ЛИНЕЙНЫЕ ТРАНСКОДЕРЫ В СИСТЕМАХ С ИМПУЛЬСНО-КОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ. ОСНОВЫ ЛОГИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Резюме

Целью статьи является представление метода синтеза секвенционных логических схем для применения к проектированию линейных транскодеров в системах ПЦМ на примере избранных транскодеров.

В начале выяснена целесообразность преобразования бинарных цифровых сигналов перед их передачей в линейный тракт ПЦМ и проведен обзор самых известных методов преобразования бинарных сигналов в линейные сигналы.

Следующей частью труда являются подробные проекты линейных транскодеров для двух избранных кодов — АМИ и ХДБ 3.

Modulatory aktywne dla krajowych urządzeń przemiany grup pierwotnych telefonii 960-krotnej

RYSZARD KRAJEWSKI (GDAŃSK), MARIAN ZIENTALSKI (GDAŃSK)

Instytut Telekomunikacji Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 24.6.1974

W artykule podano oryginalną metodę analizy modulatorów aktywnych z uwzględnieniem napięcia odcięcia tranzystorów oraz przytoczono opracowane układy i uzyskane wyniki badań modulatorów dla stojaka przemienników grup pierwotnych SPGP-TN 960

1. WPROWADZENIE

Stosowane w urządzeniach teletransmisyjnych modulatory diodowe wykazują pewne wady, do których należy zaliczyć: dużą wartość tłumienności dla sygnału użytecznego, ostre warunki dla doboru diod, wymaganie wysokiego poziomu i dużego poboru mocy ze źródła częstotliwości nośnej oraz stwarzanie trudności w dopasowaniu modulatora i filtru. Dlatego w opracowanym w kraju systemie TN-960 zastosowano modulatory aktywne, w których modulacja zachodzi na nieliniowej charakterystyce złącza emiter-baza tranzystora, przy równoczesnym wykorzystaniu jego własności wzmacniających.

W porównaniu z modulatorami diodowymi, modulatory aktywne posiadają następujące zalety:

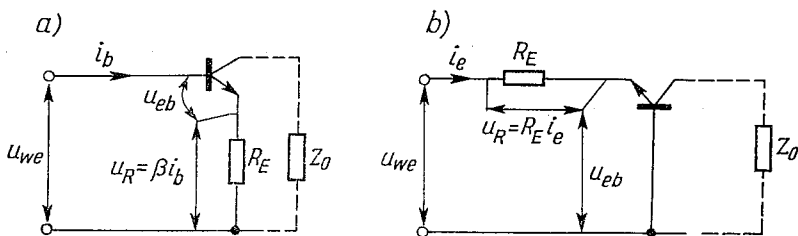
- pobór mocy ze źródła częstotliwości nośnej jest co najmniej o rząd mniejszy,
- poziom użytecznej wstęgi bocznej, w zależności od położenia częstotliwości oraz szerokości pasma, może być wyższy o około 17 dB,
- poziom użytecznej wstęgi bocznej można bez trudu regulować w zakresie ± 4 dB,
- oporności: wejściowa i wyjściowa są w szerokim zakresie rzeczywiste i dobrze odseparowane, dzięki czemu znajdujące się po obu stronach modulatora (demodulatora) filtry mogą być dopasowane niezależnie od siebie, a odbita wskutek niedopasowania druga wstęga boczna, resztkowa nośna oraz wyższe wstęgi boczne, praktycznie nie przedostają się na wejście modulatora.

W literaturze specjalistycznej, np. [4], podaje się niektóre układy modulatorów aktywnych oraz przybliżone metody ich analizy, słuszne dla tranzystorów germanowych, natomiast brak jest bardziej kompleksowego ujęcia tego zagadnienia z uwzględnieniem napięcia odcięcia tranzystorów (spadek napięcia na złączu emiter-baza). Jest to szczególnie istotne dla obecnie stosowanych modulatorów z tranzystorami krzemowymi, w których napięcie odcięcia wynosi ok. $0,6 \div 0,7$ V. Uwzględnienie tego napięcia pozwala nie tylko prawidłowo zaprojektować modulator, ale również dokonać optymalizacji układu.

W artykule podano oryginalną metodę analizy modulatorów aktywnych z uwzględnieniem napięcia odcięcia tranzystorów oraz przytoczono opracowane układy i uzyskane wyniki badań modulatorów (demodulatorów) dla stojaka przemienników grup pierwotnych SPGP-TN 960.

2. ANALIZA MODULATORÓW AKTYWNYCH

Analizę matematyczną modulatorów tranzystorowych rozpoczniemy od modulatora jednotranzystorowego (rys. 1), który nie znajduje zastosowania w teletransmisyjnych systemach wielokrotnych, ale stanowi podstawę do analizy modulatorów bardziej złożonych: dwu- i czterotranzystorowych.



Rys. 1. Układy modulatorów jednotranzystorowych
a) w układzie wspólnego emitera, b) w układzie wspólnej bazy

Przyjmijmy, że napięcie na wejściu układu z rys. 1 będzie sumą dwóch napięć sinusoidalnych:

$$u_{we} = U_F \cos \Omega t + U_f \cos \omega t, \quad (2.1)$$

z których pierwsze przedstawia falę nośną o amplitudzie U_F a drugie falę modulującą o amplitudzie U_f .

Wprowadźmy oznaczenia:

$$\frac{U_f}{U_F} = k \quad \text{oraz} \quad \frac{U_o}{U_F} = q, \quad (2.2)$$

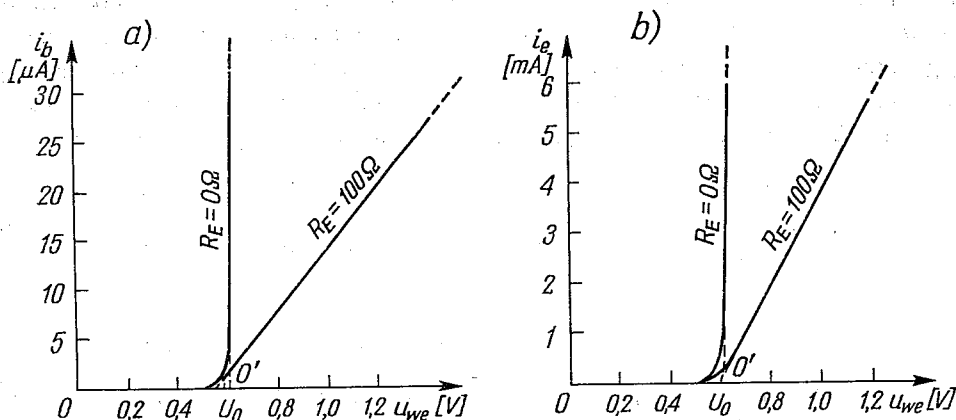
gdzie U_o jest napięciem odcięcia (p. rys. 2), natomiast k i q są liczbami rzeczywistym nieujemnymi.

W praktyce jest na ogół spełniony warunek:

$$q + k \leq 1. \quad (2.3)$$

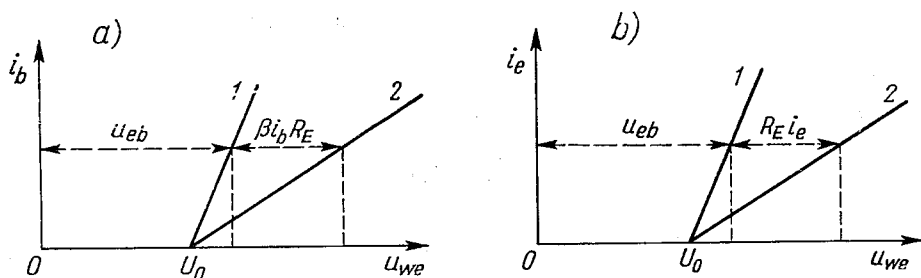
Określenie parametrów modulatora sprowadza się w zasadzie do wyznaczenia amplitud prądów produktów modulacji na jego wyjściu. Dla uzyskania efektu modulacji amplitudy, w omawianych modulatorach tranzystorowych, wykorzystuje się charakterystykę prądowo-napięciową złącza emiter-baza tranzystora: $i_b = f(u_{eb})$ lub $i_e = f(u_{eb})$, tj. zależność prądu bazy lub emitera od napięcia emiter-baza, przy stałym napięciu odpowiednio kolektor-emiter ($U_{ek} = \text{const}$) lub kolektor-baza ($U_{bk} = \text{const}$).

Charakterystyki te są pokazane na przykładzie tranzystora BC 527 na rys. 2 i można je z dużą dokładnością aproksymować prostą łamaną wychodzącą w punkcie 0; odpowia-



Rys. 2. Charakterystyki prądowo-napięciowe tranzystora

a) $i_b = f(u_{eb})$ oraz $i_b = f(u_{we})$, przy $u_{ek} = \text{const}$, b) $i_e = f(u_{eb})$ oraz $i_e = f(u_{we})$, przy $u_{bk} = \text{const}$. Liniami przerywanym zaznaczono na rysunku proste łamane, którymi można aproksymować charakterystyki rzeczywiste



Rys. 3. Charakterystyki aproksymujące zależności prądowo-napięciowe tranzystora

a) zależność $i_b = f(u_{we})$, przy $u_{ek} = \text{const}$ dla tranzystora w układzie wspólnego emitera, b) zależność $i_e = f(u_{we})$, przy $u_{bk} = \text{const}$ dla tranzystora w układzie wspólnej bazy: 1 — bez opornika dodatkowego w obwodzie emitera, 2 — z opornikiem dodatkowym R_E

dającemu napięciu odcięcia U_o (patrz rys. 3). Dla układu z rys. 1a prąd bazy wyrazi się zależnością:

$$i_b = \begin{cases} 0 & \text{dla } u_{we} < U_o, \\ \frac{u_{we} - U_o}{r_b + \beta R_E} & \text{dla } u_{we} \geq U_o, \end{cases} \quad (2.4)$$

gdzie: β jest współczynnikiem wzmocnienia prądowego tranzystora w układzie WE, r_b — opornością złącza emiter-baza w stanie przewodzenia, określoną przez cotanges kąta nachylenia półprostej 1 na rys. 3a, natomiast U_o jest wspomnianym napięciem odcięcia.

Podobnie dla układu wspólnej bazy prąd emitera wyrazi się zależnością (rys. 3b):

$$i_e = \begin{cases} 0 & \text{dla } u_{we} < U_o, \\ \frac{u_{we} - U_o}{r_e + R_E} & \text{dla } u_{we} \geq U_o, \end{cases} \quad (2.5)$$

gdzie przez r_e oznaczono cotangens kąta nachylenia półprostej 1 na rys. 3b.

Dla uzyskania dobrej stabilności modulatora wskazane jest, żeby oporność R_E była jak największa. Zależy to jednak od wymagań stawianych modulatorowi, a w szczególności od jego wzmacnienia (tłumienności) dla częstotliwości użytecznych. Jeśli oporność ta jest równa co najmniej kilkuset omom, jak to ma na ogół miejsce w praktyce, wtedy, uwzględniając (2.1) i (2.2), można zależności (2.4) i (2.5) przepisać w następujący sposób:

$$i_b = \begin{cases} 0 & \text{dla } \cos \Omega t + k \cos \omega t < q, \\ \frac{U_F}{\beta r} (\cos \Omega t + k \cos \omega t - q) & \text{dla } \cos \Omega t + k \cos \omega t \geq q \end{cases} \quad (2.6)$$

oraz

$$i_e = \begin{cases} 0 & \text{dla } \cos \Omega t + k \cos \omega t < q, \\ \frac{U_F}{r} (\cos \Omega t + k \cos \omega t - q) & \text{dla } \cos \Omega t + k \cos \omega t \geq q, \end{cases} \quad (2.7)$$

gdzie $r \cong R_E$.

Rozpatrzmy funkcję

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \cos x + k \cos y < q, \\ \cos x + k \cos y - q & \text{dla } \cos x + k \cos y \geq q, \end{cases} \quad (2.8)$$

gdzie oznaczono: $\Omega t = x$ oraz $\omega t = y$.

Prądy i_b oraz i_e można wyznaczyć z zależności:

$$i_b = \frac{U_F}{\beta r} \cdot f(x, y), \quad (2.9)$$

$$i_e = \frac{U_F}{r} \cdot f(x, y). \quad (2.10)$$

Funkcja $f(x, y)$, którą będziemy nazywać funkcją modulacji, jest różna od zera na płaszczyźnie Oxy w obszarach ograniczonych przez wielogładne krzywe dane równaniami:

$$\cos x + k \cos y = q. \quad (2.11)$$

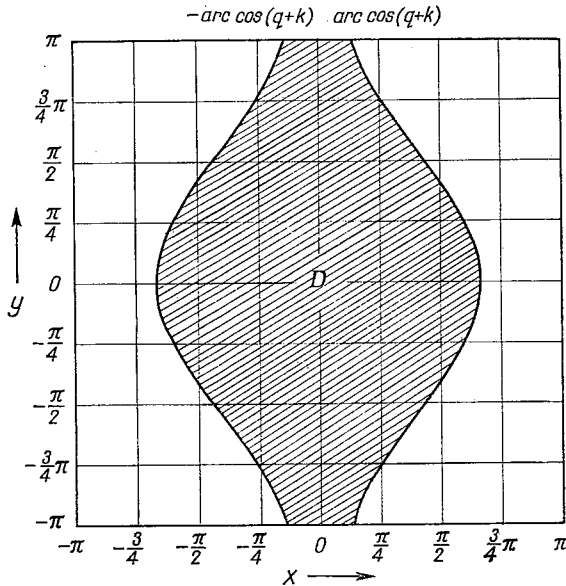
Funkcja $f(x, y)$ jest zatem okresowa względem zmiennych x i y w obszarach o kształcie kwadratu i ograniczonych prostymi o równaniach: $y_1 = n\pi$, $y_2 = (n+2)\pi$ oraz $x_1 = m\pi$ i $x_2 = (m+2)\pi$, gdzie n i m są liczbami całkowitymi. Znajomość przebiegu funkcji $f(x, y)$ w obszarze D (rys. 4) ograniczonym przez proste: $y = \pm\pi$ oraz $x = \pm\pi$ wystarcza do wyznaczenia jej wartości w dowolnym punkcie płaszczyzny Oxy .

Z powyższego wynika, że funkcję $f(x, y)$ można przedstawić podwójnym szeregiem Fouriera [12] względem zmiennych x i y :

$$f(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [A_{\pm mn} \cos(mx \pm ny) + B_{\pm mn} \sin(mx \pm ny)], \quad (2.12)$$

w którym poszczególne współczynniki $A_{\pm mn}$ i $B_{\pm mn}$ wyznaczamy ze wzorów:

$$A_{\pm mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) \cos(mx \pm ny) dx dy \quad \text{dla } m^2 + n^2 \neq 0,$$



Rys. 4. Okres podstawowej funkcji $f(x, y)$ (obszar D)
W części zakreskowanej obszaru D funkcja $f(x, y) \neq 0$

$$B_{\pm mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) \sin(mx \pm ny) dx dy, \quad (2.13)$$

$$A_{00} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) dx dy.$$

Problem wyznaczenia współczynników $A_{\pm mn}$ i $B_{\pm mn}$ sprowadza się więc do obliczenia całek (2.13).

Jak wynika z zależności (2.8), całki (2.13) istnieją tylko w tej części obszaru D , w którym spełniony jest warunek

$$\cos x + k \cos y \geq q.$$

Funkcja $f(x, y)$ jest więc różna od zera wewnątrz konturu określonego równaniem (2.11), tj. w części określonej obszaru na rys. 4. Z symetrii tej części obszaru, w której funkcja $f(x, y) \neq 0$ widać, że współczynniki $B_{\pm mn}$ przy sinusach zerują się, natomiast współczynniki $A_{\pm mn}$ można obliczyć przez całkowanie dla jednej czwartej obszaru i pomnożenie uzyskanych wyników przez cztery.

W tych warunkach wzory (2.13) przyjmą postać:

$$B_{\pm mn} = 0,$$

$$A_{mn} = A_{\pm mn} = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{\pi} \cos ny dy \int_0^{\arccos(q-k \cos y)} (\cos x + k \cos y - q) \cos mx dx, \quad (2.14)$$

$$A_{00} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} dy \int_0^{\arccos(q-k \cos y)} (\cos x + k \cos y - q) dx \quad (2.15)$$

Wzory (2.14) i (2.15) pozwalają wyznaczyć produkty modulacji o częstotliwościach $mF \pm nf$ i składową stałą A_{00} prądów i_b oraz i_e . Współczynniki A_{mn} i A_{00} dają się wyrazić przy pomocy całek M , N , P i Q , które są równe:

$$M(q, k) = \int_0^{\pi} \frac{dy}{\sqrt{1 - (q - k \cos y)^2}}, \quad (2.16)$$

$$N(q, k) = \int_0^{\pi} \frac{\cos y dy}{\sqrt{1 - (q - k \cos y)^2}}, \quad (2.17)$$

$$P(q, k) = \int_0^{\pi} \sqrt{1 - (q - k \cos y)^2} dy, \quad (2.18)$$

$$Q(q, k) = \int_0^{\pi} \arccos(q - k \cos y) dy. \quad (2.19)$$

Całki M , N i P , jak to można wykazać, dają się przedstawić za pomocą całek eliptycznych pierwszego i drugiego rodzaju:

$$M(q, k) = \frac{2}{\sqrt{(1+k)^2 - q^2}} \mathbf{K}(k_0), \quad (2.20)$$

$$N(q, k) = M(q, k) - \frac{2}{k} [\mathbf{K}(k_0) \cdot \varepsilon(\theta, k_0) - \mathbf{E}(k_0) \cdot F(\theta, k_0)], \quad (2.21)$$

$$P(q, k) = \sqrt{(1+k^2) - q^2} \cdot \mathbf{E}(k_0) + \frac{1 - (q-k)^2}{\sqrt{(1+k)^2 - q^2}} \mathbf{K}(k_0) + \\ + 2q[\mathbf{E}(k_0) \cdot F(\theta, k_0) - \mathbf{K}(k_0) \cdot \varepsilon(\theta, k_0)], \quad (2.22)$$

gdzie:

$$k_0 = \sqrt{\frac{4k}{(1+k)^2 - q^2}}, \quad (2.23)$$

$$\theta = \arcsin \sqrt{\frac{1-q+k}{2}}, \quad (2.24)$$

natomiast

$$\mathbf{K}(k_0) = \int_0^{\pi/2} \frac{dy}{\sqrt{1 - k_0^2 \sin^2 y}}, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{E}(k_0) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k_0^2 \sin^2 y} dy \quad (2.26)$$

Wartości współczynników A_{mn} obliczone dla najważniejszych produktów modulacji

Rząd produktu	Rodzaj współczynnika	Częstotliwość prod.	Wartość współczynnika
0	A_{00}	0	$\frac{1}{\pi^2} [-qQ + 2P - 2qkN - (1 - q^2 - k^2)M]$
1	A_{10}	F	$\frac{1}{2\pi^2} [2Q - 3qP + k(1 + q^2 - k^2)N + q(1 - q^2 + k^2)M]$
	A_{01}	f	$\frac{1}{2k\pi^2} [2k^2Q - 3qP + k(1 + 5q^2 - k^2)N + q(3 - 3q^2 - k^2)M]$
2	A_{20}	$2F$	$\frac{1}{9\pi^2} [(8 - 11q^2 - 4k^2)P + qk(1 + 5q^2 - 5k^2)N + (-2 + 7q^2 + 2k^2 - 5q^4 + 5q^2k^2)M]$
	A_{11}	$F \pm f$	$\frac{1}{3k\pi^2} [(2 + q^2 + 2k^2)P - qk(5 + q^2 - k^2)N - (2 - q^2 - 2k^2 - q^4 + q^2k^2)M]$
	A_{02}	$2f$	$\frac{1}{9k^2\pi^2} [-(4 + 11q^2 - 8k^2)P + qk(13 + 17q^2 - 17k^2)N + (4 + 7q^2 - 10k^2 - 11q^4 + 5q^2k^2 + 6k^4)M]$
3	A_{30}	$3F$	$\frac{1}{36\pi^2} [q(47 - 50q^2 - 55k^2)P - k(9 + 11q^2 - 18k^2 - 26q^4 + 17q^2k^2 + 9k^4)N + q(-23 + 49q^2 + 14k^2 - 26q^4 + 17q^2k^2 + 9k^4)M]$
	A_{21}	$2F \pm f$	$\frac{1}{12k\pi^2} [q(-5 + 2q^2 + 13k^2)P + k(3 + 5q - 6k^2 - 2q^4 - q^2k^2 + 3k^4)N + q(5 - 7q^2 - 2k^2 + 2q^4 + q^2k^2 - 3k^4)M]$
	A_{12}	$F \pm 2f$	$\frac{1}{12k^2\pi^2} [q(13 + 2q^2 - 5k^2)P + k(-3 - 25q^2 + 6k^2 - 2q^4 + 5q^2k^2 - 3k^4)N + q(-13 + 11q^2 + 10k^2 + 2q^4 - 5q^2k^2 + 3k^4)M]$
	A_{03}	$3f$	$\frac{1}{36k^3\pi^2} [-q(55 + 50q^2 - 47k^2)P + k(9 + 127q^2 - 18k^2 + 74q^4 - 83q^2k^2 + 9k^4)N + 5q(11 - q^2 - 14k^2 - 10q^4 + 7q^2k^2 + 3k^4)M]$

Tablica 1 c.d.

Rząd produktu	Rodzaj współczynnika	Częstotliwość prod.	Wartość współczynnika
4	A_{40}	$4F$	$\frac{1}{450\pi^2} [(-152 + 959q^2 + 352k^2 - 822q^4 - 1821q^2k^2 - 192k^4)P +$ $+ qk(-73 - 359q^2 + 548k^2 + 462q^4 + 21q^2k^2 - 483k^4)N +$ $+ (92 - 631q^2 - 188k^2 - 1001q^4 + 604q^2k^2 + 96k^4 - 462q^6 -$ $- 21q^4k^2 + 483q^2k^4)M]$
	A_{31}	$3F \pm f$	$\frac{1}{45k\pi^2} [(6 - 12q^2 - 26k^2 + 6q^4 + 83q^2k^2 + 16k^4)P +$ $- qk(6 - 12q^2 + 19k^2 + 6q^4 + 23q^2k^2 - 29k^4)N +$ $- (6 - 18q^2 - 14k^2 + 18q^4 + 37q^2k^2 + 8k^4 - 6q^5 - 23q^4k^2 +$ $+ 29q^2k^2)M]$
	A_{22}	$2F \pm 2f$	$\frac{1}{30k^2\pi^2} [-(8 + 9q^2 - 8k^2 - 2q^4 + 9q^2k^2 + 8k^4)P +$ $+ qk(23 + 9q^2 - 8k^2 - 2q^4 + 9q^2k^2 - 7k^4)N +$ $+ (8 + q^2 - 12k^2 - 11q^4 + 16q^2k^2 + 4k^4 + 2q^6 - 9q^4k^2 +$ $+ 7q^2k^4)M]$
	A_{13}	$F \pm 3f$	$\frac{1}{45k^3\pi^2} [(16 + 83q^2 - 26k^2 + 6q^4 - 12q^2k^2 + 6k^4)P -$ $- qk(61 + 143q^2 - 71k^2 + 6q^4 - 12q^2k^2 + 6k^4)N -$ $- (16 + 67q^2 - 34k^2 - 77q^4 - 13q^2k^2 + 18k^4 - 6q^6 + 12q^4k^2 -$ $- 6q^2k^4)M]$
	A_{04}	$4f$	$\frac{1}{450k^4\pi^2} [-(192 + 1821q^2 - 352k^2 + 822q^4 - 959q^2k^2 + 152k^4)P +$ $+ qk(867 + 3621q^2 - 1252k^2 + 1182q^4 - 1559q^2k^2 +$ $+ 377k^4)N + (192 + 1629q^2 - 448k^2 - 999q^4 - 1276q^2k^2 +$ $+ 316k^4 - 822q^6 + 779q^4k^2 + 103q^2k^4 - 60k^6)M]$

są całkami eliptycznymi zupełnymi odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju, zaś

$$F(\theta, k_0) = \int_0^\theta \frac{dy}{\sqrt{1 - k_0^2 \sin^2 y}}, \quad (2.27)$$

$$\varepsilon(\theta, k_0) = \int_0^\theta \sqrt{1 - k_0^2 \sin^2 y} dy \quad (2.28)$$

są całkami eliptycznymi niezupełnymi pierwszego i drugiego rodzaju.

Całkę (2.19) można wyrazić szeregiem potęgowym, w którym ograniczając się do pierwszych wyrazów rozwinięcia popełnia się dla $q \leq 0,5$ i $k \leq 0,5$ błąd mniejszy od 3%. Wówczas:

$$Q \cong \pi \left[\arccos q - \frac{qk^2}{4} \left(1 + \frac{3}{2}q^2 + \frac{9}{16}k^2 + \frac{15}{8}q^4 + \frac{75}{32}q^2k^2 + \frac{25}{64}k^4 \right) \right]. \quad (2.29)$$

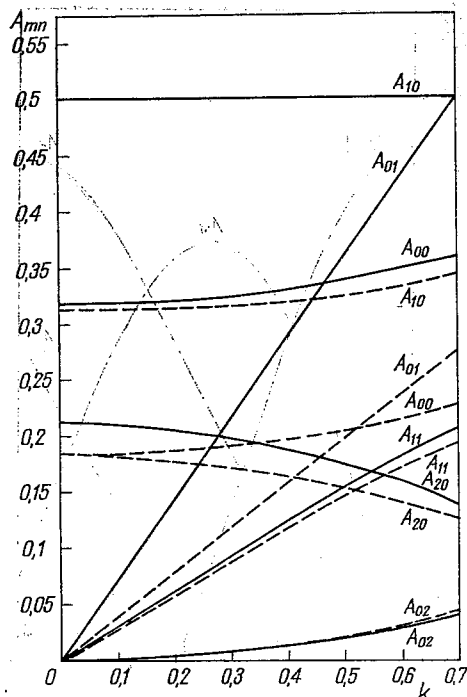
Tablica 2

Wzory przybliżone dla obliczenia współczynników A_{mn} przy założeniu maksymalnej niedokładności przybliżenia: 10% dla produktów do 4-tego rzędu i 20% dla produktów 5-tego i 6-tego rzędu

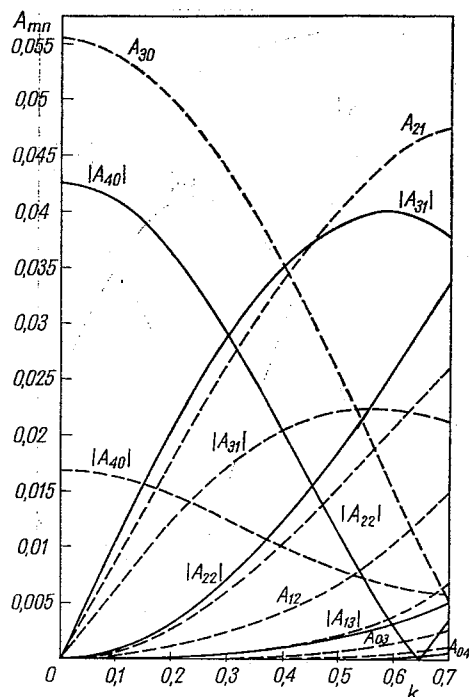
Rząd produktu	Rodzaj współczynnika	Częstotliwość prod.	Wartość współczynnika	Zakres zmian parametrów	Maksymalna niedokładność przybliż.
0	A_{00}	0	$\frac{1}{\pi} \left(1 - q \arccos q - \frac{1}{2} q^2 + \frac{1}{4} k^2 \right)$	$q \leq 0,5$ $k \leq 0,5$	-1,5%
1	A_{10}	F	$\frac{1}{\pi} \left(\arccos q - q + \frac{1}{2} q^3 + \frac{1}{2} q k^2 \right)$	$q \leq 0,5$ $k \leq 0,5$	-3%
	A_{01}	f	$\frac{k}{\pi} \arccos q$	$q \leq 0,5$ $k \leq 0,5$	+3,5%
2	A_{20}	$2F$	$\frac{2}{3\pi} \left(1 - \frac{3}{2} q^2 - \frac{3}{4} k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,4$	-7%
	A_{11}	$F \pm f$	$\frac{k}{\pi} \left(1 - \frac{1}{2} q^2 - \frac{1}{8} k^2 \right)$	$q \leq 0,5$ $k \leq 0,5$	+4,5%
	A_{02}	$2f$	$\frac{k^2}{4\pi} \left(1 + \frac{1}{2} q^2 + \frac{1}{12} k^2 \right)$	$q \leq 0,5$ $k \leq 0,5$	-9%
3	A_{30}	$3F$	$\frac{2q}{3\pi} \left(1 - \frac{3}{2} q^2 - \frac{9}{4} k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,3$	-7,5%
	A_{21}	$2F \pm f$	$\frac{qk}{\pi} \left(1 - \frac{1}{2} q^2 - \frac{3}{8} k^2 \right)$	$q \leq 0,5$ $k \leq 0,5$	+8%
	A_{12}	$F \pm 2f$	$\frac{qk^2}{4\pi} \left(1 + \frac{1}{2} q^2 + \frac{1}{4} k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,4$	-4%
	A_{03}	$3f$	$-\frac{qk^3}{24\pi} \left(1 + \frac{3}{2} q^2 + \frac{9}{16} k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,3$	-9%
4	A_{40}	$4F$	$\frac{1}{\pi} \left(-\frac{2}{15} + q^2 + \frac{1}{2} k^2 - \frac{5}{4} q^4 - \frac{15}{4} q^2 k^2 - \frac{15}{32} k^4 \right)$	$q \leq 0,3$ $k \leq 0,3$	+8%
	A_{31}	$3F \pm f$	$-\frac{k}{3\pi} \left(1 - \frac{9}{2} q^2 - \frac{9}{8} k^2 \right)$	$q \leq 0,3$ $k \leq 0,3$	-8%
	A_{22}	$2F \pm 2f$	$-\frac{k^2}{4\pi} \left(1 - \frac{3}{2} q^2 - \frac{1}{4} k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,4$	+7%
	A_{13}	$F \pm 3f$	$-\frac{k^3}{24\pi} \left(1 + \frac{3}{2} q^2 + \frac{3}{16} k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,3$	+7%
	A_{04}	$4f$	$-\frac{k^4}{192\pi} \left(1 + \frac{9}{2} q^2 + \frac{9}{20} k^2 \right)$	$q \leq 0,3$ $k \leq 0,25$	-9,5%

Tablica 2 c.d.

Rząd produktu	Rodzaj współczynnika	Częstotliwość prod.	Wartość współczynnika	Zakres zmian parametrów	Maksymalna niedokładność przybliż.
5	A_{50}	$5F$	$-\frac{2q}{5\pi} \left(1 - \frac{25}{6}q^2 - \frac{25}{4}k^2 + \frac{35}{8}q^3 + \frac{105}{8}qk^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,2$	-3%
	A_{41}	$4F \pm f$	$-\frac{qk}{\pi} \left(1 - \frac{5}{2}q^2 - \frac{15}{8}k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,2$	-7%
	A_{32}	$3F \pm 2f$	$-\frac{3qk^2}{4\pi} \left(1 - \frac{5}{6}q^2 - \frac{5}{12}k^2 \right)$	$q \leq 0,5$ $k \leq 0,3$	+6%
	A_{23}	$2F \pm 3f$	$-\frac{qk^3}{8\pi} \left(1 - \frac{5}{6}q^2 + \frac{5}{16}k^2 \right)$	$q \leq 0,5$ $k \leq 0,3$	-10%
	A_{14}	$F \pm 4f$	$\frac{qk^4}{64\pi} \left(1 + \frac{5}{2}q^2 + \frac{3}{4}k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,2$	-12,5%
	A_{05}	$5f$	$-\frac{3qk^5}{640\pi} \left(1 + \frac{25}{6}q^2 + \frac{25}{24}k^2 \right)$	$q \leq 0,3$ $k \leq 0,3$	-13,5%
6	A_{60}	$6F$	$\frac{2}{35\pi} \left[1 - \frac{35}{2} \left(q^2 + \frac{1}{2}k^2 \right) + \frac{1225}{24} \left(q^4 + 3q^2k^2 + \frac{3}{8}k^4 \right) \right]$	$q \leq 0,2$ $k \leq 0,2$	+15,5%
	A_{51}	$5F \pm f$	$\frac{k}{5\pi} \left[1 - \frac{25}{2} \left(q^2 + \frac{1}{4}k^2 \right) + \frac{175}{8} \left(q^4 + \frac{3}{4}q^2k^2 + \frac{1}{8}k^4 \right) \right]$	$q \leq 0,2$ $k \leq 0,2$	-10%
	A_{42}	$4F \pm 2f$	$\frac{k^2}{4\pi} \left[1 - \frac{15}{2} \left(q^2 + \frac{1}{6}k^2 \right) + \frac{35}{8}q^2(q^2 + k^2) \right]$	$q \leq 0,3$ $k \leq 0,2$	+2,5%
	A_{33}	$3F \pm 3f$	$\frac{k^3}{8\pi} \left(1 - \frac{5}{2}q^2 - \frac{5}{16}k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,3$	+14%
	A_{24}	$2F \pm 4f$	$\frac{k^4}{64\pi} \left(1 + \frac{5}{2}q^2 + \frac{1}{4}k^2 \right)$	$q \leq 0,4$ $k \leq 0,3$	-14,5%
	A_{15}	$F \pm 5f$	$-\frac{k^5}{64\pi} \left(1 + \frac{15}{2}q^2 + \frac{5}{8}k^2 \right)$	$q \leq 0,3$ $k \leq 0,2$	-16,5%
	A_{06}	$6f$	$\frac{k^6}{2560\pi} \left(1 + \frac{25}{2}q^2 + \frac{25}{28}k^2 \right)$	$q \leq 0,3$ $k \leq 0,2$	-19%



Rys. 5. Zależność współczynników A_{mn} odpowiadających amplitudom produktów modulacji rzędów: zerowego, pierwszego i drugiego od znormalizowanego napięcia modulującego $k = \frac{U_f}{U_F}$, przy parametrze $q = 0$ (linie ciągłe) i $q = 0,3$ (linie przerywane)

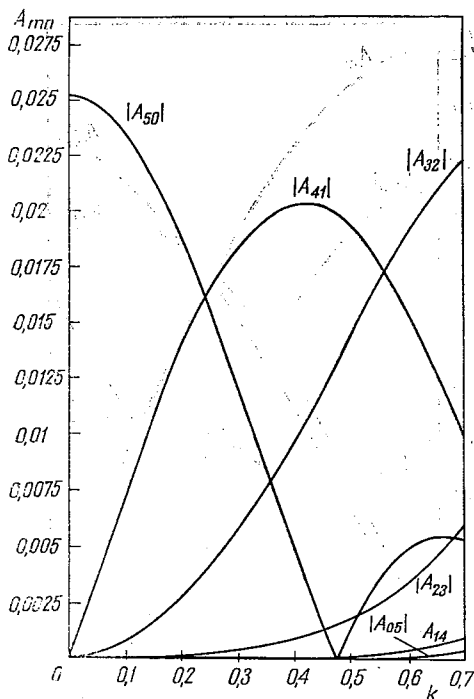


Rys. 6. Zależność współczynników A_{mn} odpowiadających amplitudom produktów modulacji trzeciego i czwartego rzędu od znormalizowanego napięcia modulującego $k = \frac{U_f}{U_F}$ dla $q = 0$ (linie ciągłe) i $q = 0,3$ (linie przerywane)

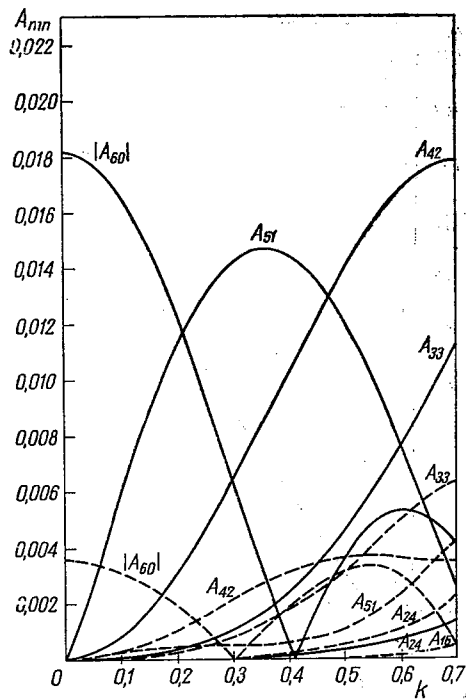
Z podanej wyżej końcowej postaci wzorów wynika, że w ogólnym przypadku, jeżeli nie stosuje się wyrażeń przybliżonych, rozwiązanie całek (2.14) i (2.15) jest bardzo złożone. Widać to jeszcze lepiej z tablicy 1, w której zostały zestawione współczynniki A_{mn} do czwartego rzędu włącznie.

W praktyce jednak parametry q i k mogą być na tyle małe, że można stosować wzory przybliżone. Wzory te zostały zestawione w tablicy 2, gdzie podano w każdym przypadku maksymalne niedokładności dla zadanych wartości parametrów q i k . Niedokładność jest tym większa, im wyższy jest rząd produktu.

Na rysunkach od 5 do 8 pokazano zależność współczynników A_{mn} odpowiadających amplitudom produktów modulacji, do szóstego rzędu włącznie, od znormalizowanego napięcia modulującego $k = \frac{U_f}{U_F}$, przy parametrze q . Z rysunku 5 wynika, że najmniej zależą od parametru q współczynniki: A_{11} (odpowiadający użytecznej wstędze bocznej) oraz A_{02} i A_{20} . Podobnie niewielką zależność od parametru q wykazują współczynniki A_{22} , A_{13} i A_{04} (rys. 6). Widać to jeszcze wyraźniej na rys. 9÷12, na których pokazano zależność współczynników A_{mn} do szóstego rzędu włącznie od znormalizowanego napięcia odcięcia



Rys. 7. Zależność współczynników A_{mn} odpowiadających amplitudom produktów modulacji piątego rzędu od znormalizowanego napięcia modulującego $k = \frac{U_f}{U_F}$ dla $q = 0,3$ (dla $q = 0$ produkty te są równe zero)



Rys. 8. Zależność współczynników A_{mn} odpowiadających amplitudom produktów modulacji szóstego rzędu od znormalizowanego napięcia modulującego $k = \frac{U_f}{U_F}$ dla $q = 0$ (linie ciągłe) i $q = 0,3$ (linie przerywane)

$q = \frac{U_o}{U_F}$, przy parametrze k . Najmniejszą zależność od parametru k wykazują współczynniki A_{00} , A_{10} i A_{20} (rys. 5) oraz współczynniki A_{40} (rys. 6) i A_{51} (rys. 8).

Omawiane wykresy wykonano w oparciu o wyniki obliczeń współczynników A_{mn} przy wykorzystaniu elektronicznej maszyny cyfrowej. Wykresy te umożliwiają optymalizację przemiennika i ustalenie właściwych gabarytów tłumieniowych dla filtrów.

Z przedstawionych wykresów wynika, że produkty modulacji rzędu trzeciego i piątego nie występują, jeżeli parametr q dąży do zera. Jest to możliwe dla dużych amplitud fali nośnej, kiedy można przyjąć, że $q = 0$, lub w przypadku zastosowania stałego napięcia pomocniczego polaryzującego złącze emiter-baza w taki sposób, żeby napięcie odcięcia było skompensowane.

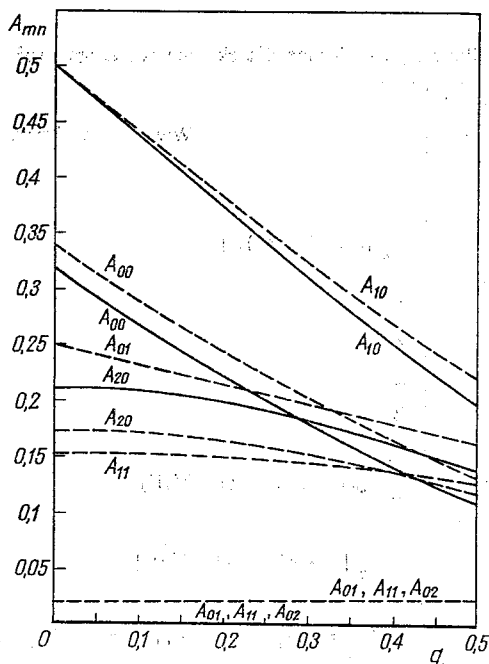
W przypadku, gdy $q = 0$ wyprowadzone wzory, podane w tabelicy 1, znacznie się uproszczą. Widać to z tabelicy 3, w której zestawione zostały współczynniki A_{mn} do piątego rzędu włącznie, obliczone przy założeniu $q = 0$.

Również znacznemu uproszczeniu ulegną wzory przybliżone podane w tabelicy 2. Przybliżone wzory służące do obliczenia ważniejszych współczynników A_{mn} , w przypadku

Tablica 3

Wartości współczynników A_{mn} obliczone dla skompensowanego napięcia odcięcia ($q = 0$)

Rząd produktu	Rodzaj współczynnika	Częstotliwość prod.	Wartość współczynnika
0	A_{00}	0	$\frac{2}{\pi^2} [2E - (1 - k^2)K]$
1	A_{10}	F	$\frac{1}{2}$
	A_{01}	f	$\frac{k}{2}$
2	A_{20}	$2F$	$\frac{4}{9\pi^2} [2(2 - k^2)E - (1 - k^2)K]$
	A_{11}	$F \pm f$	$\frac{4}{3k\pi^2} [(1 + k^2)E - (1 - k^2)K]$
	A_{02}	$2f$	$\frac{4}{9k^2\pi^2} [-2(1 - 2k^2)E + (1 - k^2)(2 - 3k^2)K]$
3	A_{30}	$3F$	0
	A_{21}	$2F \pm f$	0
	A_{12}	$F \pm 2f$	0
	A_{03}	$3f$	0
4	A_{40}	$4F$	$\frac{4}{225\pi^2} [-2(19 - 44k^2 - 24k^4)E + (1 - k^2)(23 - 24k^2)K]$
	A_{31}	$3F \pm f$	$\frac{4}{45k\pi^2} [(3 - 13k^2 + 8k^4)E - (1 - k^2)(3 - 4k^2)K]$
	A_{22}	$2F \pm 2f$	$\frac{4}{15k^2\pi^2} [-(2 - 7k^2 + 2k^4)E + (1 - k^2)(2 - k^2)K]$
	A_{13}	$F \pm 3f$	$\frac{4}{45k^3\pi^2} [(8 - 13k^2 + 3k^4)E - (1 - k^2)(8 - 9k^2)K]$
	A_{04}	$4f$	$\frac{4}{225k^4\pi^2} [-2(24 - 44k^2 + 19k^4)E + (1 - k^2)(48 - 64k^2 + 15k^4)K]$
5	A_{50}	$5F$	0
	A_{41}	$4F \pm f$	0
	A_{32}	$3F \pm 2f$	0
	A_{23}	$2F \pm 3f$	0
	A_{14}	$F \pm 4f$	0
	A_{05}	$5f$	0



Rys. 9. Zależność współczynników A_{mn} odpowiadających amplitudom produktów modulacji do drugiego rzędu włącznie od znormalizowanego napięcia odcięcia $q = \frac{U_o}{U_F}$, przy parametrze $k = 0$ (linie ciągłe) i $k = 0,5$ (linie przerywane)

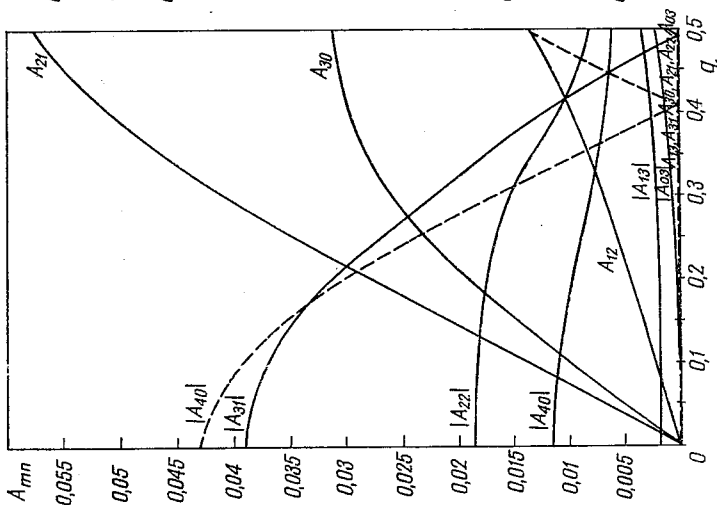
gdy $q = 0$, zestawiono w tablicy 4. Tablica 3 potwierdza, że w przypadku, gdy parametr $q = 0$, to produkty modulacji rzędów nieparzystych i większych od jedności zerują się. Jest to zjawisko bardzo korzystne w praktyce, gdyż ilość niepożądanych produktów modulacji maleje w przybliżeniu dwukrotnie.

Z powyższego wynika, że przez dobór odpowiedniego parametru q — można to uzyskać przez zmianę poziomu fali nośnej lub zmianę napięcia pomocniczego, służącego do kompensacji napięcia odcięcia tranzystorów — można w istotny sposób wpływać na wartość wybranych produktów modulacji.

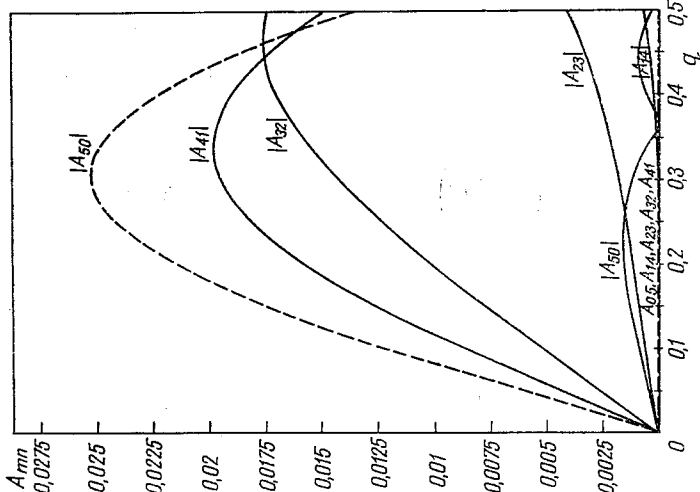
Znajomość współczynników A_{mn} rozwinięcia w szereg Fouriera dwóch zmiennych (2.12) funkcji $f(x, y)$ występującej we wzorach (2.9) i (2.10), pozwala określić produkty modulacji, które się pojawią na wejściu modulatora jednotranzystorowego, tj. odpowiednie składowe prądu bazy (układ WE) lub prądu emitera (układ WB). Ze znajomości prądu bazy lub emitera, wzory (2.9) i (2.10), możemy wyznaczyć prąd kolektora:

$$i_c = \frac{U_F}{r} \cdot f(x, y). \quad (2.30)$$

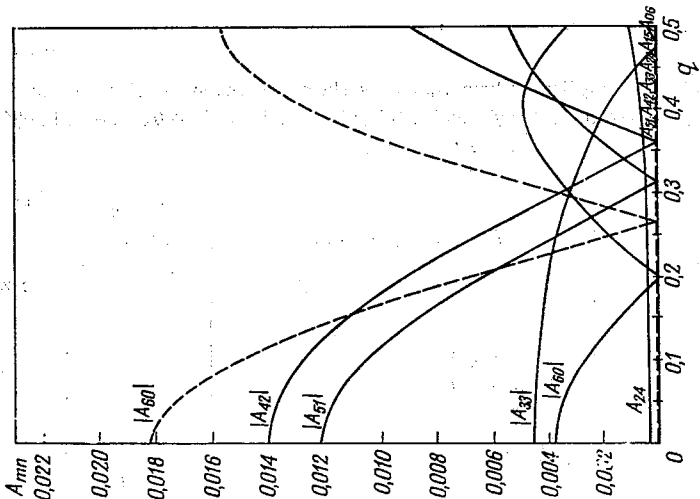
Wzór ten jest taki sam zarówno dla układu WB, jak i WE i pozwala wyznaczyć wszystkie interesujące nas produkty modulacji jakie się pojawią na wyjściu modulatora jednotranzystorowego.



Rys. 10. Zależność współczynników A_{mn} odpowiadających amplitudom produktów modulacji trzeciego i czwartego rzędu od znormalizowanego napięcia odcięcia $q = \frac{U_o}{U_F}$ dla $k = 0,5$ (linie ciągłe) i $k = 0$ (linie przerywane)



Rys. 11. Zależność współczynników A_{mn} odpowiadających amplitudom produktów modulacji piątego rzędu od znormalizowanego napięcia odcięcia $q = \frac{U_o}{U_F}$ dla $k = 0$ (linie przerywane) i $k = 0,5$ (linie ciągłe)



Rys. 12. Zależność współczynników A_{mn} odpowiadających amplitudom produktów modulacji szóstego rzędu od znormalizowanego napięcia odcięcia $q = \frac{U_o}{U_F}$ dla $k = 0$ (linie przerywane) i $k = 0,5$ (linie ciągłe)

Tablica 4

Wzory przybliżone dla obliczenia współczynników A_{mn} przy skompensowanym napięciu odcięcia ($q = 0$) przy założeniu maksymalnej niedokładności przybliżenia: 10% dla produktów do 4-tego rzędu i 20% dla produktów 6-tego rzędu

Rząd produktu	Rodz. współczynnika	Częstotliwość prod.	Wartość współczynnika	Zakres zmian parametrów	Maksymalna niedokładność przybliż.
0	A_{00}	0	$\frac{1}{\pi} \left(1 + \frac{1}{4} k^2 \right)$	$k \leq 1$	-2%
1	A_{10}	F	$\frac{1}{2}$	$k \leq 1$	0
	A_{01}	f	$\frac{k}{2}$	$k \leq 1$	0
2	A_{20}	$2F$	$\frac{2}{3\pi} \left(1 - \frac{3}{4} k^2 \right)$	$k \leq 0,5$	-1,5%
	A_{11}	$F \pm f$	$\frac{k}{\pi} \left(1 - \frac{1}{8} k^2 \right)$	$k \leq 1$	+3%
	A_{02}	$2f$	$\frac{k^2}{4\pi} \left(1 + \frac{1}{12} k^2 \right)$	$k \leq 1$	-4,5%
4	A_{40}	$4F$	$\frac{1}{\pi} \left(-\frac{2}{15} + \frac{1}{2} k^2 - \frac{15}{32} k^4 \right)$	$k \leq 0,5$	+4%
	A_{31}	$3F \pm f$	$-\frac{k}{3\pi} \left(1 - \frac{9}{8} k^2 \right)$	$k \leq 0,5$	-2,5%
	A_{22}	$2F \pm 2f$	$+\frac{k^2}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{4} k^2 \right)$	$k \leq 0,8$	+2,5%
	A_{13}	$F \pm 3f$	$-\frac{k^3}{24\pi} \left(1 + \frac{3}{16} k^2 \right)$	$k \leq 0,8$	-4%
	A_{04}	$4f$	$\frac{k^4}{192\pi} \left(1 + \frac{9}{20} k^2 \right)$	$k \leq 0,5$	-2%

Tablica 4 (c. d.)

Rząd produktu	Rodz. współczynnika	Częstotliwość prod.	Wartość współczynnika	Zakres zmian parametrów	Maksymalna niedokładność przybliż.
6	A_{60}	$6F$	$\frac{2}{35\pi} \left(1 - \frac{35}{4} k^2 + \frac{1225}{64} k^4 \right)$	$k \leq 0,3$	+3%
	A_{51}	$5F \pm f$	$\frac{k}{5\pi} \left(1 - \frac{25}{8} k^2 \right)$	$k \leq 0,4$	-12%
	A_{42}	$4F \pm 2f$	$\frac{k^2}{4\pi} \left(1 - \frac{5}{4} k^2 \right)$	$k \leq 0,6$	-6,5%
	A_{33}	$3F \pm 3f$	$\frac{k^3}{8\pi} \left(1 - \frac{5}{16} k^2 \right)$	$k \leq 0,8$	+4%
	A_{24}	$2F \pm 4f$	$\frac{k^4}{64\pi} \left(1 + \frac{1}{4} k^2 \right)$	$k \leq 0,7$	-3%
	A_{15}	$F \pm 5f$	$-\frac{k^5}{640\pi} \left(1 + \frac{5}{8} k^2 \right)$	$k \leq 0,6$	-5,5%
	A_{06}	$6f$	$\frac{k^6}{2560\pi} \left(1 + \frac{25}{28} k^2 \right)$	$k \leq 0,6$	-12%

2.1. Określenie parametrów modulatorów jedno- tranzystorowych

W praktyce wykorzystuje się cztery układy modulatorów jednotranzystorowych stanowiących podstawę do tworzenia modulatorów bardziej złożonych (dwu i czterotranzystorowych) — p. tablica 5. Są to:

1. układ wspólnego emitera ze źródłem fali nośnej i fali modulującej włączonymi w obwód bazy,
2. układ wspólnej bazy ze źródłami fali nośnej i fali modulującej włączonymi w obwód emitera,
3. układ wspólnego emitera z rozdzielonymi źródłami fali nośnej i fali modulującej, przy czym źródło fali nośnej włączone jest w obwód emitera a źródło fali modulującej w obwód bazy,
4. układ wspólnej bazy z rozdzielonymi źródłami fali nośnej i fali modulującej, przy czym źródło fali nośnej włączone jest w obwód bazy a źródło fali modulującej w obwód emitera. Do układów tych stosuje się w pełni podaną metodę analizy.

Modulator tranzystorowy będziemy charakteryzować przy pomocy następujących parametrów.

Tablica 5

Układy modulatorów jednotranzystorowych

0	1	2	3	4
Układ				
$R_{we_f} [\Omega]$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \beta \cdot R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \beta \cdot R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot R_E$
$R_{we_F} [\Omega]$	$\frac{\pi}{\arccos q - q} \cdot \beta \cdot R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q - q} \cdot R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q - q} \cdot R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q - q} \cdot \beta \cdot R_E$
$S_{(F \pm f)} [S]$	$(1 - \frac{1}{2} q^2 - \frac{1}{8} k^2) \frac{1}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2} q^2 - \frac{1}{8} k^2) \frac{1}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2} q^2 - \frac{1}{8} k^2) \frac{1}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2} q^2 - \frac{1}{8} k^2) \frac{1}{\pi R_E}$

1. Nachylenie przemiany dla użytecznej wstęgi bocznej $S_{(F \pm f)}$, zdefiniowane jako iloraz amplitudy prądu użytecznej wstęgi bocznej do amplitudy napięcia sygnału modulującego na wejściu modulatora

$$S_{(F \pm f)} = \frac{I_{wy(F \pm f)}}{U_f} \quad (2.31a)$$

2. Współczynnik wzmacnienia:

— napięciowej:

$$K = \frac{U_{wy(F \pm f)}}{U_f} = S_{(F \pm f)} \cdot Z_o, \quad (2.31b)$$

gdzie $U_{wy(F \pm f)}$ jest amplitudą napięcia użytecznej wstęgi bocznej na zaciskach oporności obciążenia, natomiast Z_o modulem impedancji obciążenia dla użytecznej wstęgi bocznej,

— mocy:

$$G = \frac{P_{o(F \pm f)}}{P_{we_f}} = 10^{0,1g}, \quad (2.31c)$$

gdzie g jest wzmacnieniem mocy modulatora wyrażoną w decybelach.

3. Wzmocnienie mocy g modulatora wyrażoną w decybelach, która przy rzeczywistym charakterze oporności obciążenia R_o dla użytecznej wstęgi bocznej, jak to ma na ogół miejsce w praktyce, wyrazi się zależnością:

$$g = 20 \lg S_{(F \pm f)} \cdot R_o + 10 \lg \frac{R_{we_f}}{R_o} \text{ [dB]}. \quad (2.32)$$

Wzór ten jest słuszny dla dużej oporności wyjściowej modulatora R_{wy} , tzn. $R_{wy} \gg R_o$. W przeciwnym przypadku oporność R_o we wzorze (2.32) należy zastąpić opornością wypadkową R_{ow} , gdzie:

$$R_{ow} = \frac{R_o \cdot R_{wy}}{R_o + R_{wy}}.$$

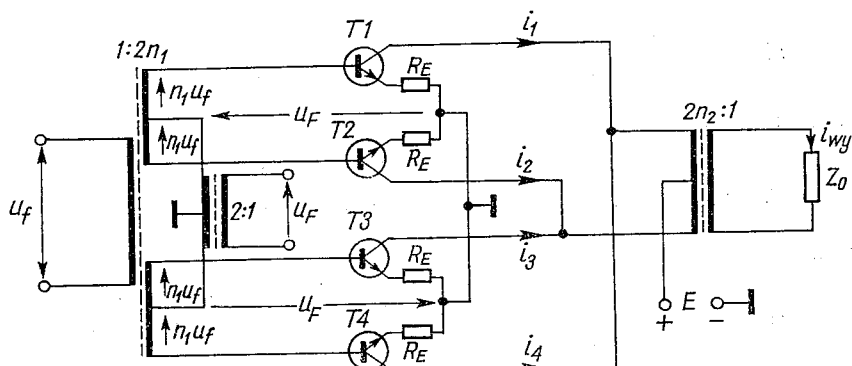
4. Oporność wejściowa modulatora R_{weF} dla fali modulującej.
5. Oporność wejściowa modulatora R_{weF} dla fali nośnej.
6. Prąd zasilania modulatora $I_{zaś}$ pobierany ze źródła prądu stałego.

W tablicy 5 zostały zestawione przybliżone wartości parametrów podstawowych modulatorów jednorozystorowych, wyznaczone przy założeniu małych wartości parametrów k i q w porównaniu z jednością oraz dostatecznie dużych wartości R_E , co ma na ogół miejsce w praktyce. Parametry te wyznaczono przy wykorzystaniu wzorów przybliżonych zestawionych w tablicy 2.

2.2. Określenie parametrów modulatorów złożonych

W teletransmisyjnych systemach wielokrotnych stosuje się modulatory złożone, przede wszystkim dwu- o czterozystorowe. Te ostatnie wykonuje się obecnie przy wykorzystaniu kwartetów tranzystorowych wykonanych techniką cienkowarstwową (np. TAB 101 produkcji Philipsa czy SFC 2001 f-my Sescosem).

Zastosowanie podanej metody analizy modulatora jednorozystorowego pokażemy na przykładzie modulatora podwójnie zrównoważonego, znajdującego częste zastosowanie w urządzeniach teletransmisyjnych i przedstawionego na rys. 13.



Rys. 13. Modulator podwójnie zrównoważony w układzie wspólnego emitera dla fali modulującej i fali nośnej

Uwzględniając oznaczenia z rys. 13, możemy prądy płynące na wejściu poszczególnych tranzystorów wyrazić następująco:

a) dla tranzystora T1

$$i_{b1} = \begin{cases} 0 & \text{dla } u_{we1} < 0, \\ \frac{u_{we1}}{\beta r} = \frac{U_F \cos \Omega t + n_1 U_f \cos \omega t - U_o}{\beta r} & \text{dla } u_{we1} \geq 0, \end{cases}$$

b) dla tranzystora T2

$$i_{b2} = \begin{cases} 0 & \text{dla } u_{we2} < 0, \\ \frac{u_{we2}}{\beta r} = \frac{U_F \cos \Omega t - n_1 U_f \cos \omega t - U_o}{\beta r} & \text{dla } u_{we2} \geq 0, \end{cases}$$

c) dla tranzystora T3

(2.33)

$$i_{b3} = \begin{cases} 0 & \text{dla } u_{we3} < 0, \\ \frac{u_{we3}}{\beta r} = \frac{-U_F \cos \Omega t + n_1 U_f \cos \omega t - U_o}{\beta r} & \text{dla } u_{we3} \geq 0, \end{cases}$$

d) dla tranzystora T4

$$i_{b4} = \begin{cases} 0 & \text{dla } u_{we4} < 0, \\ \frac{u_{we4}}{\beta r} = \frac{-U_F \cos \Omega t - n_1 U_f \cos \omega t - U_o}{\beta r} & \text{dla } u_{we4} \geq 0. \end{cases}$$

Po wprowadzeniu oznaczeń: $\Omega t = x$, $\omega t = y$, $k = \frac{n_1 U_f}{U_F}$ oraz $q = \frac{U_o}{U_F}$, prądy bazy wyrażą się wspólnym wzorem:

$$i_b = \frac{U_F}{\beta r} \cdot f(x, y),$$

gdzie funkcja modulacji ma postać:

— dla tranzystora T1

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \cos x + k \cos y - q < 0, \\ \cos x + k \cos y - q & \text{dla } \cos x + k \cos y - q \geq 0, \end{cases}$$

— dla tranzystora T2

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \cos x - k \cos y - q < 0, \\ \cos x - k \cos y - q & \text{dla } \cos x - k \cos y - q \geq 0, \end{cases}$$

— dla tranzystora T3

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } -\cos x + k \cos y - q < 0, \\ -\cos x + k \cos y - q & \text{dla } -\cos x + k \cos y - q \geq 0, \end{cases}$$

(2.34)

— dla tranzystora T4

$$f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } -\cos x - k \cos y - q < 0, \\ -\cos x - k \cos y - q & \text{dla } -\cos x - k \cos y - q \geq 0. \end{cases}$$

Prąd na wyjściu modulatora z rys. 13 wyraża się w następujący sposób przez prądy kolektora poszczególnych tranzystorów:

$$i_{wy} = n_2(i_1 - i_2 - i_3 + i_4). \quad (2.35)$$

Uwzględniając zależności (2.33) i (2.34) we wzorze (2.35), dostaniemy:

$$i_{wy} = \frac{n_2 U_F}{r} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [A_{\pm mn(1)} - A_{\pm mn(2)} - A_{\pm mn(3)} + A_{\pm mn(4)}] \cos(m\Omega \pm n\omega)t. \quad (2.36)$$

gdzie współczynnik $A_{\pm mn(i)}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) należy wyznaczyć oddzielnie dla każdego tranzystora w układach z rys. 13.

Współczynniki te, jak widać z (2.34) oraz wzoru (2.14), będą równe:

$$a) A_{\pm mn(1)} = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\pi \cos ny dy \int_0^{\arccos(q-k \cos y)} (\cos x + k \cos y - q) \cos mx dx = A_{mn}(q, k), \quad (2.37a)$$

$$b) A_{\pm mn(2)} = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\pi \cos ny dy \int_0^{\arccos(q+k \cos y)} (\cos x - k \cos y - q) \cos mx dx = A_{mn}(q, -k), \quad (2.37b)$$

$$c) A_{\pm mn(3)} = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\pi \cos ny dy \int_{\arccos(q+k \cos y)}^\pi (-\cos x + k \cos y - q) \cos mx dx;$$

wzór ten po podstawieniu $x = \pi - z$ i uwzględnieniu zależności $\pi - \arccos(-q + k \cos y) = \arccos(q - k \cos y)$ przyjmie postać

$$A_{\pm mn(3)} = \cos m\pi \cdot A_{mn}(q, k), \quad (2.37c)$$

$$d) A_{\pm mn(4)} = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\pi \cos ny dy \int_{\arccos(-q-k \cos y)}^\pi (-\cos x - k \cos y - q) \cos mx dx = \\ = \cos m\pi \cdot A_{mn}(q, -k). \quad (2.37d)$$

Po uwzględnieniu zależności (2.37) we wzorze (2.36) i uporządkowaniu wzorów otrzymamy:

$$i_{wy} = \frac{n_2 U_F}{r} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{\pm mn}(q, k) (1 - \cos m\pi) (1 - \cos n\pi) \cos(m\Omega \pm n\omega)t,$$

czyli

$$i_{wy} = \frac{4n_2 U_F}{r} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} A_{\pm(2i+1)(2j+1)}(q, k) \cdot \cos[(2i+1)\Omega \pm (2j+1)\omega]t = \\ = \frac{4n_2 U_F}{r} [A_{11} \cos(\Omega + \omega)t + A_{11} \cos(\Omega - \omega)t + A_{31} \cos(3\Omega + \omega)t + \\ + A_{31} \cos(3\Omega - \omega)t + A_{13} \cos(\Omega + 3\omega)t + A_{13} \cos(\Omega - 3\omega)t + \\ + A_{33} \cos(3\Omega + 3\omega)t + A_{33} \cos(3\Omega - 3\omega)t + \dots]. \quad (2.38)$$

Ze wzoru (2.38) wynika, że na wyjściu modulatora czterotranzystorowego, przy dokładnym zrównoważeniu, pojawiają się produkty będące kombinacjami nieparzystych harmonicznych częstotliwości nośnej i nieparzystych harmonicznych częstotliwości modulującej.

W tablicy 6 zestawiono podstawowe układy modulatorów jedno, dwu- i czterotranzystorowych oraz podano najważniejsze parametry tych modulatorów, umożliwiające projektowanie modulatorów aktywnych dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych.

Podane w tablicy 6 układy modulatorów zrównoważonych i podwójnie zrównoważonych zawierają po kilka transformatorów, w szczególności transformatory: wejściowy

Tablica 6

Podstawowe układy modulatorów jedno-, dwu- i cztero-tranzystorowych

0	1	2	3	4
Układ				
$R_{wef}[S]$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \beta R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \beta R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot R_E$
$R_{wef}[S]$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \beta R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot R_E$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \beta R_E$
$S_{(F \pm f)}[S]$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{1}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{1}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{1}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{1}{\pi R_E}$
Układ				
$R_{wef}[S]$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{\beta R_E}{2n_1^2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{R_E}{2n_1^2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{\beta R_E}{2n_1^2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{R_E}{2n_1^2}$
$R_{wef}[S]$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{\beta R_E}{2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{R_E}{2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{R_E}{2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{\beta R_E}{2}$
$S_{(F \pm f)}[S]$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{2n_1 n_2}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{2n_1 n_2}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{2n_1 n_2}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{2n_1 n_2}{\pi R_E}$
Układ				
$R_{wef}[S]$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{\beta R_E}{4n_1^2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{R_E}{4n_1^2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{\beta R_E}{4n_1^2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{R_E}{4n_1^2}$
$R_{wef}[S]$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{\beta R_E}{4n_1^2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{R_E}{4n_1^2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{R_E}{4n_1^2}$	$\frac{\pi}{\arccos q} \cdot \frac{\beta R_E}{4n_1^2}$
$S_{(F \pm f)}[S]$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{4n_1 n_2}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{4n_1 n_2}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{4n_1 n_2}{\pi R_E}$	$(1 - \frac{1}{2}q^2 - \frac{1}{8}k^2) \frac{4n_1 n_2}{\pi R_E}$

i wyjściowy. Uzasadnione jest to tym, że modulator współpracuje z reguły z filtrami, które są na ogół doziemnie niesymetryczne, natomiast modulatory zrównoważone i podwójnie zrównoważone są układami symetrycznymi względem ziemi. Jednak w pewnych przypadkach szczególnych można wyeliminować transformatory, np. przez wykorzystanie układów tranzystorowych dla odwrócenia fazy.

W tych przypadkach podana wyżej metoda analizy jest w dalszym ciągu aktualna.

3. MODULATOR I DEMODULATOR DLA SPGP TN-960

Modulator ten wchodzi w skład stojaka przemienników grup pierwotnych (SPGP), a jego zadaniem jest „przesunięcie” 5 grup podstawowych B ($60 \div 108$ kHz) w położenie grupy wtórnej ($312 \div 552$ kHz). Demodulator realizuje proces odwrotny.

Wymagania na tranzystorowy modulator (demodulator) dla SPGP są następujące:

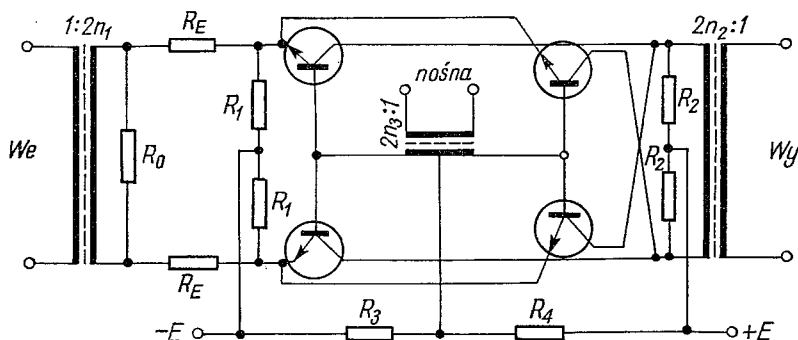
1. częstotliwość fali nośnej F wynosi odpowiednio: 420, 468, 516, 564, 612 lub 444 kHz,
2. pasmo częstotliwości sygnału modulującego f
 - dla modulatora: $60 \div 107,7$ kHz,
 - dla demodulatora: $312 \div 360$, $360 \div 408$, $408 \div 456$, $456 \div 504$, $504 \div 552$ kHz,
3. oporności pracy
 - znamionowa oporność wejściowa: 150Ω niesymetryczna,
 - znamionowa oporność wyjściowa: 75Ω niesymetryczna,
4. tłumienność niedopasowania oporności wejściowej względem oporności znamionowej ≥ 22 dB (2,5 Np),
5. tłumienność skuteczna modulatora: $\leq 2,0 \pm 0,2$ dB ($0,23 \pm 0,02$ Np),
6. nierównomierność charakterystyki w funkcji częstotliwości: $\leq 0,1$ dB (0,01 Np),
7. napięciowy poziom fali nośnej: ≤ -5 dB ($-0,58$ Np),
8. moc fali nośnej pobieranej przez modulator (demodulator): < 3 mW,
9. względny poziom mocy na wejściu modulatora: -38 dBr ($-4,4$ Npr),
10. odstęp poziomu użytecznej wstęgi bocznej od produktów o częstotliwościach:

$$\begin{array}{ll}
 F, 2F & \geq 0 \text{ dB (0 Np)}, \\
 f & \geq 43 \text{ dB (5 Np)}, \\
 2F-f, 2F+f & \geq 52 \text{ dB (6 Np)}, \\
 2f, F-2f, F+2f & \geq 92 \text{ dB (10,5 Np)}, \\
 F-3f, F+3f & \geq 110 \text{ dB (12,5 Np)},
 \end{array}$$

11. napięcie zasilające: $20 \text{ V} \pm 3\%$,

12. wpływ zmian poziomu fali nośnej o ± 2 dB, napięcia zasilającego o $\pm 3\%$ oraz temperatury o $+25^\circ\text{C}$ i -15°C (względem $+25^\circ\text{C}$) na tłumienność skuteczną modulatora powinna być $\leq 0,2$ dB (0,023 Np).

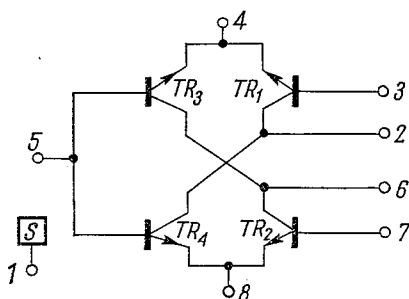
Ze względu na unifikację zespołów przemiany i możliwość wykorzystania układu scalonego TAB 101 modulator został zaprojektowany w układzie przedstawionym na rys. 14.



Rys. 14. Schemat ideowy modulatora dla SPGP TN-960

Układ scalony TAB 101 zawiera kwartet tranzystorowy przedstawiony na rysunku 15. Proces projektowania modulatora aktywnego obejmuje:

- wybór układu modulatora,
- wyznaczenie przekładni transformatorów oraz oporności R_E ,
- obliczenie wartości pozostałych elementów układu,
- sprawdzenia podstawowych parametrów modulatora (p. tablica 6).



Rys. 15. Schemat ideowy kwartetu scalonego TAB 101

W przypadku kompensacji napięcia odcięcia (parametr q określony wzorem (2.2) jest równy 0), podstawę do zaprojektowania modulatora stanowią:

a) warunek na wymagane wzmocnienie lub tłumienie modulatora, dla użytecznej wstęgi bocznej, określone przez parametr ψ :

$$\psi = S_{(F \pm f)} \cdot R_{ow} \sqrt{\frac{R_{wef}}{R_o}} \quad (3.1)$$

(występujące we wzorze (3.1) wyrażenia zostały omówione w rozdziale 2.1),

b) warunek na wymagany odstęp od niepożądanego produktu modulacji, zwykle od produktu o częstotliwości $F \pm 3f$,

c) warunek na dopuszczalną zmianę wzmocności (tłumienności) modulatora przy wzroście poziomu wejściowego o określoną wartość.

W przypadku modulatora podwójnie zrównoważonego (patrz tablica 6) wzór (3.1) przyjmie postać:

$$\psi \cong \frac{4n_1 n_2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{8} k^2\right) \frac{R_{ow}}{R_E} \sqrt{\frac{R_{wef}}{R_o}} \cong \frac{4n_1 n_2}{\pi} \cdot \frac{R_{ow}}{R_E} \sqrt{\frac{R_{wef}}{R_o}}, \quad (3.2)$$

gdzie parametr k jest w tym przypadku równy: $k = \frac{n_1 U_f}{U_F}$.

Warunek b), jak widać z tablicy 4, można przedstawić w następujący sposób:

$$b_{13} = 20 \lg \frac{A_{11}}{A_{13}} \cong 20 \lg \frac{24}{k^2} \cdot \frac{1 - \frac{1}{8} k^2}{1 - \frac{3}{16} k^2} \cong 20 \lg \frac{24}{k^2} = 27,6 + 40 \lg \frac{1}{k} \text{ [dB]}. \quad (3.3)$$

Tablica 7

Wyniki badań modulatora dla SPGP

Tłumienność skuteczna mocy modulatora dla częstotliwości modulującej $f = 84$ kHz i częstotliwości nośnej $F = 612$ kHz przy poziomie napięciowym fali nośnej: $p_F = -5$ dB	w temperaturze $T = +20^{\circ}\text{C}$: $a_s = 0,83$ dB		
	Zmiana tłumienności w temperaturze $T = +50^{\circ}\text{C}$: $\Delta a_s \leq 0,4$ dB		
Charakterystyka amplitudowa — przy wzroście poziomu wejściowego o 23,5 dB: $\Delta a_s < 0,1$ dB			
Tłumienność niedopasowania oporności wejściowej i wyjściowej względem odpowiednich oporności znamionowych: $(150\ \Omega$ i $75\ \Omega)$: $a_{nd} > 21,7$ dB			
Pobór prądu ze źródła napięcia stałego	przez modulator	przez dzielnik R_3/R_4	razem
	1,54 mA	0,3 mA	1,84 mA
Pobór mocy fali nośnej	< 50 μW		

Warunek c) sprowadza się do uwzględnienia zmian nachylenia przemiany dla użytecznej wstęgi bocznej i jak wynika z tablicy 6 wartość zmian $\Delta S_{(F \pm f)}$ wyrażona w dB będzie równa:

$$\Delta S_{(F \pm f)} \cong 20 \lg \frac{1 - \frac{1}{8} k_{nom}^2}{1 - \frac{1}{8} k_{max}^2} \cong 1,1 k_{max}^2, \quad (3.4)$$

gdzie k_{max} jest wartością parametru k po wzroście poziomu wejściowego o określoną wartość.

Podane wyżej zależności są prawdziwe dla zakresu słabych sygnałów, tj. dla przypadku, gdy parametr k jest mały w porównaniu z jednością, co jest na ogół spełnione w praktyce.

Na podstawie opracowanej metody analizy zaprojektowano i przebadano szereg modeli modulatorów (i demodulatorów) dla SPGP. Z punktu 10 wymagań wynika, że przy projektowaniu modulatora dla SPGP należy wziąć pod uwagę wymagany odstęp poziomów użytecznej wstęgi bocznej od poziomów produktu $F \pm 3f$. Wynikająca stąd maksymalna wartość parametru k musi spełniać równanie:

$$27,6 + 40 \lg \frac{1}{k_{max}} = 110,$$

skąd otrzymujemy:

$$k_{max} = 10^{-2,06} \cong 0,01.$$

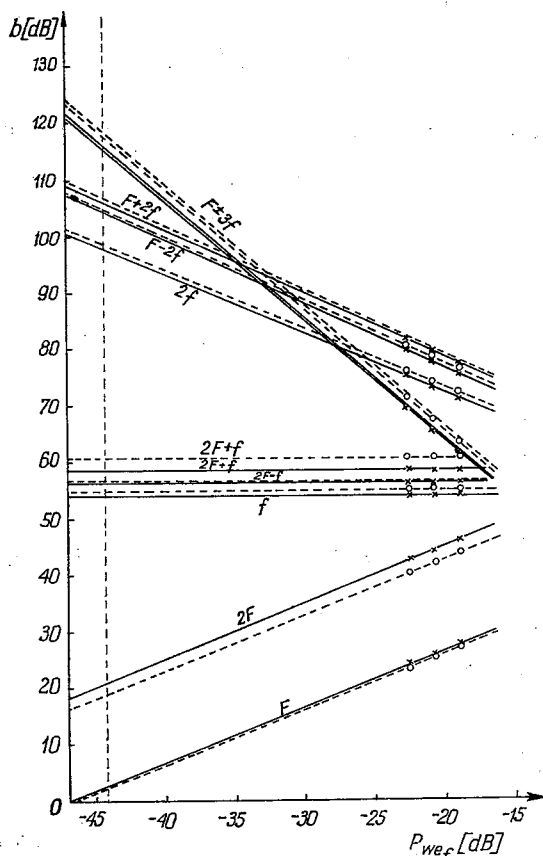
Wyniki pomiarów produktów modulacji modulatora dla SPGP

produkt modulacji	częstotl. produktu kHz	P_{wef} dB	temperatura: $T = +20^{\circ}\text{C}$				temperatura: $T = +55^{\circ}\text{C}$			
			ΔP_{wef} [dB]		odstęp poziomów [dB] dla $P_{wef} = -44,3$ dB		ΔP_{wef} [dB]		odstęp poziomów dla $P_{wef} = -44,3$ dB	
			-1,74	0			-1,74	0		
f	84	-21,7	-80,4	-78,6	-76,9	53,0	-81,1	-79,4	-77,7	53,9
$2f$	168	-21,7	-100,9	-97,4	-93,6	94,3	-101,7	-98,3	-94,3	95,2
$F-3f$	360	-21,7	-95,4	-90,0	-84,3	109,6	-97,2	-91,6	-86	111,2
$F-2f$	444	-21,7	-105,7	-101,9	-97,9	98,7	-106,3	-102,3	-98,4	99,0
$F-f$	528	-21,7	-27,4	-25,6	-23,9	0,0	-27,3	-25,6	-23,8	0,0
F	612	-21,7	-51,0	-51,0	-51,0	2,8	-50,5	-50,5	-50,5	2,26
$F+f$	696	-21,7	-27,5	-25,8	-24,0	0,17	-27,5	-25,7	-24,0	0,2
$F+2f$	780	-21,7	-107,6	-103,7	-99,8	100,0	-107,8	-103,8	-100,0	100,7
$F+3f$	864	-21,7	-95,8	-90,3	-84,8	110,0	-97,6	-92,0	-86,7	111,6
$2F-f$	1140	-21,7	-82,8	-81,0	-79,3	55,2	-84,7	-82,9	-81,1	57,3
$2F$	1224	-21,7	-69,0	-69,0	-69,0	20,9	-66,4	-66,4	-66,4	18,2
$2F+f$	1308	-21,7	-84,6	-82,9	-81,1	57,4	86,9	-85,1	-83,4	59,5

Obliczono następujące wartości elementów dla układu z rys. 14:

$$\begin{array}{lll} n_1 = 1 & R_E = 392 \, \Omega & R_o = 2,3 \, \text{k}\Omega, \\ n_2 = 6 & R_1 = 1,21 \, \text{k}\Omega & R_3 = 3,5 \, \text{k}\Omega, \\ n_3 = 1,39 & R_2 = 10,8 \, \text{k}\Omega & R_4 = 30 \, \text{k}\Omega. \end{array}$$

Wyniki pomiarów zrealizowanego układu przedstawiono w tablicach 7, 8, 9.

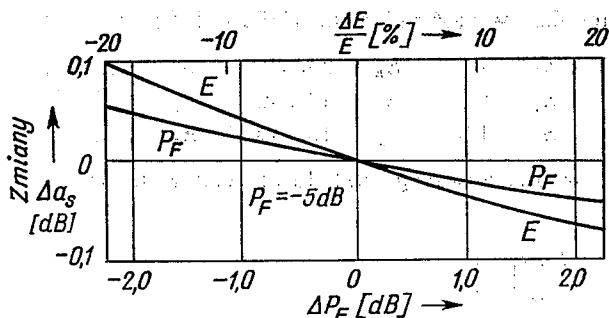


Rys. 16. Zależność odstępów od wstęgi bocznej niepożądanych produktów modulatora dla SPGP od zmian poziomu wejściowego przy temperaturach otoczenia: $+20^\circ\text{C}$ (linie ciągłe), $+55^\circ\text{C}$ (linie przerywane)

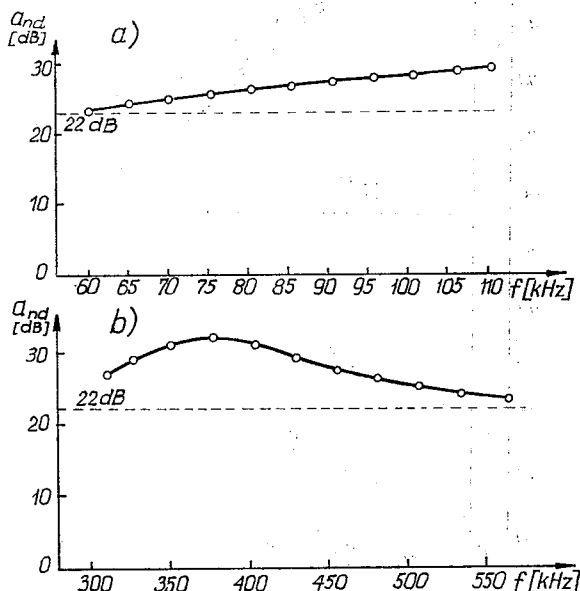
Pomiary produktów modulacji zostały wykonane dla najtrudniejszych warunków, kiedy częstotliwość nośna $F = 612 \, \text{kHz}$. Wyniki pomiarów produktów modulacji zamieszczone w tablicy 8 zostały przedstawione graficznie na rys. 16, na którym wyznaczone zostały przez ekstrapolację odstępów poziomów produktów niepożądanych od poziomu użytecznej wstęgi bocznej. Odstępy te dobrze pokrywają się z wartościami podanymi w tablicy 8.

W tablicy 9 zamieszczone zostały wyniki badań charakterystyki częstotliwościowej modulatora dla SPGP dla najniższej i najwyższej częstotliwości nośnej F .

Zależność tłumienności skutecznej modulatora dla SPGP od zmian poziomu fali nośnej i napięcia zasilania została przedstawiona na rys. 17.



Rys. 17. Zależność tłumienności skutecznej modulatora dla SPGP od poziomu fali nośnej p_F i względnych zmian napięcia zasilającego $\frac{\Delta E}{E}$



Rys. 18. Zależność tłumienności niedopasowania modulatora dla SPGP od częstotliwości po stronie: a — wejściowej, b — wyjściowej

Na rysunku 18 przedstawiono zależność tłumienności niedopasowania po stronie wejściowej (względem oporności 150Ω) i po stronie wyjściowej (względem oporności 75Ω) modulatora dla SPGP.

W tablicy 10 przedstawione zostały wyniki pomiarów i obliczeń dla rozpatrywanego modulatora.

Z przedstawionych wyników badań opracowanego modelu modulatora dla SPGP wynika, że spełnia on postawione założenia.

Również zgodność wyników pomiarów i obliczeń jest, jak widać z tablicy 10, bardzo dobra, co potwierdza przydatność podanej metody analizy modulatorów aktywnych.

Tablica 9

Wyniki pomiarów charakterystyki częstotliwościowej modulatora dla SPGP

$\frac{F}{\text{kHz}}$	$f[\text{kHz}]$	60	65	70	75	80	85	90	95	100	104	107,7
420	$a_s[\text{dB}]$	0,78	0,78	0,78	0,78	0,78	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
612	$a_s[\text{dB}]$	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	0,82	0,82	0,82	0,82	0,82	0,82

Tablica 10

Wyniki pomiarów i obliczeń tłumienności skutecznej oraz odstepu poziomu użytecznej wstęgi bocznej modulatora dla SPGP

układ	P_{wej} dB	Tłumienność skuteczna a_s [dB]		odstęp poziomu użytecznej wstęgi bocznej w decybelach od poziomu produktu					
		obliczona	pomierzona	$F-3f$			$F+3f$		
modulator	-21,7	-0,3	0,82	obliczony	pomierzony	obliczony	pomierzony	obliczony	pomierzony
				66,9	64,3	66,9	64,5		

4. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzone badania zrealizowanych modeli modulatorów (demodulatorów), zaprojektowanych w oparciu o wymagania stawiane przez przemysł krajowy, wskazały na:

1. prawidłowość przeprowadzonej metody analizy modulatorów jednorozmiarowych, a w oparciu o nią — modulatorów dwu- i cztero-tranzystorowych,

2. pełną przydatność podanej metody analizy do projektowania modulatorów aktywnych dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych,

3. korzyści wynikające ze stosowania modulatorów aktywnych dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych, a w szczególności:

— znacznie mniejszy pobór mocy ze źródła częstotliwości nośnej,

— znaczne zmniejszenie tłumienności skutecznej modulatora i wynikające stąd możliwości regulacji poziomu w pewnym zakresie jego zmiany,

— separujące własności modulatora, ułatwiające projektowanie współpracujących z nim filtrów,

4. prawidłowość wyprowadzonych wniosków w toku przeprowadzonej analizy matematycznej.

Przeprowadzone badania modulatorów aktywnych wskazują również na celowość zaprojektowania współpracujących z nimi filtrów. Przy tym należy wziąć pod uwagę korzyści wynikające z obciążenia modulatora (demodulatora) możliwie dużą opornością, co pozwala lepiej wykorzystać własności wzmacniające tranzystorów [7].

Wskazane jest również rozwijanie w kraju prac technologicznych umożliwiających opracowanie uniwersalnego kwartetu scalonego na zakres częstotliwości do $10 \div 20$ MHz, który będzie niezbędny dla nowo opracowanych wysokokrotnych systemów teletransmisyjnych.

LITERATURA

1. F. Błocki, Z. Skarbiński, *Systemy wielokrotne w telekomunikacji*, WNT, 1962.
2. P. Bacquenois, M. A. Roy, S. Talmasky, *Modulateurs à transistors bipolaires et à effet de champ*, Câbles et Transmission, nr 3, 1970.
3. L. Braun, W. Haas, *Primärgruppenumsetzer für Trägerfrequenz -Weitverkehrs-Systeme*, NTZ, Heft 2, 1969.
4. L. T. Kim, *Tranzistornyje amplitudnyje modulatory i demodulatory*, Elektrosviaz, nr 1, 1965.
5. R. Krajewski, *Analiza i metodyka projektowania modulatorów aktywnych dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych*, Praca doktorska obroniona na Wydziale Elektroniki PG w 1973 roku, Promotor doc. M. Zientalski, Gdańsk 1973.
6. E. Koob, H. Koop, H. Ullrich, *Aktive Transistormodulatoren für die Trägerfrequenz-technik*, Frequenz, nr 3, 1966.
7. R. Krajewski, M. Zientalski, *Stojak aktywnych przemienników częstotliwości z filtrami elektromechanicznymi*, Referat wygłoszony na Jubileuszowej Sesji Naukowej Wydziału Elektroniki PG, Gdańsk 1971.
8. H. Krzyżniewski, M. Zientalski, *Aktywne przemienniki częstotliwości z automatyczną regulacją poziomu*, Referat wygłoszony na Jubileuszowej Sesji Naukowej Wydziału Elektroniki PG, Gdańsk 1971.
9. M. E. Mowszowicz, *Prieobrazowатели частоты на транзисторах работавших в ключевом режиме*, Elektrosviaz, nr 1, 1966.

10. M. A. Rakow, *Szerokopółosnyje preobrazowатели частоты на полупроводниковых триодах*, Kijów, 1966.
11. I. M. Ryżyk, I. S. Gradsztejn, *Tablice całek, sum, szeregów i iloczynów*, PWN, 1964.
12. H. J. Strobels, *Mesmodulator für Amplitudenmodulation*, Int. Elektronische Rundschau, Nr 8, 1970.
13. G. Tołstow, *Riady Furie*, Moskwa 1960.
14. W. Volejnik, *Aktive Modulatoren in der Nachrichten-Übertragungstechnik*, Siemens-Zeitschrift, Heft 10, 1972.

R. KRAJEWSKI, M. ZIENTALSKI

ACTIVE MODULATORS FOR POLISH EQUIPMENT CHANGING PRIMARY GROUPS IN MULTIPLEX TELEPHONE SYSTEM TN-960

Summary

The paper describes an original method of active modulators analysis, taking into account initial transistor tension and presents circuits and results of tests of these modulators for primary group modem bay SPGP TN-960.

R. KRAJEWSKI, M. ZIENTALSKI

MODULATEURS ACTIFS POUR L'ÉQUIPEMENT TERMINAL DE MODULATION DES GROUPES PRIMAIRES DU SYSTÈME NATIONAL À 960 VOIES

Résumé

Dans l'article on décrit une nouvelle méthode d'analyse des modulateurs actifs pour les systèmes à courant porteurs, ou on prend en considération la tension initial des transistors. On présente aussi les circuits réalisés et les résultats obtenus pour les modulateurs des groupes primaires du système TN960.

R. KRAJEWSKI, M. ZIENTALSKI

AKTIVE MODULATOREN FÜR INNLÄNDISCHE UMWANDLUNGSVORRICHTUNGEN VON PRIMÄRGRUPPEN 960-FACHER TELEFONIE

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurde die eigene Methode zur Analyse aktiver Modulatoren unter Berücksichtigung der Transistor-abschneidespannung behandelt, die bearbeiteten Systeme und die gewonnenen Untersuchungsergebnisse an Modulatoren für einen Umsetzerstander von SPGP-TN960-Primärgruppen angeführt.

Р. КРАВВСКИ, М. ЗЕНТАЛЬСКИ

**АКТИВНЫЕ МОДУЛЯТОРЫ ДЛЯ УСТРОЙСТВ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ
ПЕРВИЧНЫХ ГРУПП СИСТЕМЫ ДАЛЬНОЙ СВЯЗИ TN-960****Резюме**

В статье представлен оригинальный метод анализа активных модуляторов с учетом напряжения отсечки транзисторов. Приведены электрические схемы, а также представлены результаты исследования модуляторов для стояка преобразователей первичных групп SPGP системы дальней связи TN-960.

Nielinearne czwórniki transmisyjne sygnałów telewizji kolorowej jako układy parametryczne

ALFONS PODEMSKI (PRUSZKÓW)

Instytut Łączności

Otrzymano 8.5.1974

Omówiono podstawowe własności układów parametrycznych. Rozpatrzono możliwości wykorzystania do obliczenia nielinearnych układów przesyłowych sygnałów telewizji kolorowej, metod stosowanych do analizy układów parametrycznych. Przeprowadzono analizę wpływu wzmocnienia różnicowego na pogorszenie jakości obrazu kolorowego.

1. WSTĘP

Całkowity sygnał obrazu kolorowego jest sumą sygnału luminancji, który odpowiada sygnałowi telewizji monochromatycznej i sygnału chrominancji, który zawiera dodatkową informację o kolorze. Tor wizyjny dla przesyłania sygnałów telewizji kolorowej można w praktyce rozpatrywać jako układ składający się z toru luminancji i chrominancji z pokrywającymi się pasmami częstotliwości.

Przesyłanie dwóch sygnałów we wspólnym pasmie częstotliwości przez nielinearny układ przesyłowy jest przyczyną powstawania zniekształceń nielinearnych fazy i amplitudy podnośnej chrominancji. Zniekształcenia te odgrywają szczególną rolę w telewizji kolorowej.

W pracy przeprowadzono analizę układów przesyłowych telewizji kolorowej z nielinearnością dynamiczną oraz wykazano, że można je traktować jako układy parametryczne i do obliczeń stosować metody wykorzystywane do obliczeń układów parametrycznych. Rozpatrzono wpływ wzmocnienia różnicowego na pogorszenie jakości obrazu kolorowego.

2. NIELINEARNE URZĄDZENIA TELEWIZJI KOLOROWEJ JAKO UKŁADY PARAMETRYCZNE

Układ nazywamy parametrycznym, jeżeli jego parametry (rezystancja, indukcyjność, pojemność itd.) zmieniają się w czasie pod wpływem siły zewnętrznej niezależnej od sygnału wejściowego. Układ elektryczny składający się z elementów linearnych i chociaż jednego elementu ze zmiennymi parametrami zalicza się do układów parametrycznych. Układy parametryczne odgrywają bardzo dużą rolę w elektronice. Można mówić w zasadzie o dwóch różnych rodzajach zmian parametrów toru przesyłowego:

a) umyślne sterowanie zmianami parametrów w celu uzyskania różnych przekształceń sygnałów,

b) niesterowane zmiany spowodowane różnymi zjawiskami fizycznymi występującymi przy przesyłaniu sygnałów.

Układy parametryczne można podzielić na: ściśle parametryczne i warunkowo parametryczne (prawie parametryczne). Zaliczenie do jednej albo drugiej grupy zależy od sposobu sterowania parametrami. Przykładem układu ściśle parametrycznego jest układ elektryczny, którego jeden lub kilka parametrów zmienia się za pomocą urządzenia mechanicznego; tor transmisyjny, którego funkcja przenoszenia jest funkcją czasu i zmienia się na skutek warunków rozchodzenia oraz dowolne inne układy, w których między napięciem sterującym a sygnałem nie ma żadnego wzajemnego oddziaływania.

Do układów warunkowo parametrycznych można zaliczyć układy, w których sterowanie parametrami realizuje się za pomocą układów elektronicznych. W tym przypadku na wielkość odpowiedniego parametru ma wpływ napięcie sterujące i sygnał użyteczny, a różnica polega jedynie na stopniu tego oddziaływania. Amplituda napięcia sterującego zwykle wiele razy przewyższa amplitudę sygnału wejściowego. To pozwala pominąć zmiany parametru wywołane oddziaływaniem sygnału i uważać, że prawo zmian parametru odpowiada napięciu sterującemu. W takich warunkach układ w stosunku do małych sygnałów można rozpatrywać jak układ parametryczny. W stosunku do napięcia sterującego zachowuje się on jak element, którego parametry zależą od oddziaływania amplitudy i jest układem nieliniarnym.

Z analizy układów parametrycznych wynika, że istnieje analogia między nimi a układami telewizyjnymi z nieliniowością dynamiczną [4]. Układ telewizyjny z nieliniowością dynamiczną można zaliczyć do układów warunkowo-parametrycznych.

Do układu telewizyjnego doprowadza się całkowity sygnał obrazu kolorowego, który jest sumą dwóch sygnałów. Pierwszy z nich, sygnał chrominancji, odpowiada sygnałowi użytecznemu w układzie parametrycznym, a drugi, sygnał luminancji, spełnia tutaj podwójną rolę. Pierwszą jego funkcją jest głównie przenoszenie informacji o luminancji obrazu, a drugą szkodliwą uboczną jest zmiana parametrów układu.

Ze względu na to, że urządzenia transmisyjne składają się z dużej ilości elementów nieliniarnych nie będzie tutaj rozpatrywany wpływ sygnału luminancji na zmiany parametrów poszczególnych elementów układu, lecz na całkowitą charakterystykę impedancji lub współczynnik przenoszenia całego urządzenia.

Rozpatrzmy teraz ogólny przypadek, gdy jeden lub kilka parametrów układu linearnego są funkcją czasu. Taki układ nazywamy parametrycznym. Zachowanie się układu parametrycznego może być opisane za pomocą funkcji przenoszenia układu. Taką funkcję oznacza się przez $K(i\omega, t)$ i definiuje się [3] za pomocą następującej zależności

$$K(i\omega, t) = \frac{U_y(t)}{U_e(t)}, \quad U_e(t) = e^{j\omega t}, \quad (1)$$

gdzie:

$U_y(t)$ — napięcie wyjściowe,

$U_e(t)$ — napięcie wejściowe.

Innymi słowy $K(i\omega, t)$ jest tego rodzaju funkcją $(i\omega)$ i (t) , że $K(i\omega, t) \cdot e^{j\omega t}$ reprezentuje odpowiedź układu na harmoniczny sygnał wejściowy $U(t) = e^{j\omega t}$.

Funkcja przenoszenia układu parametrycznego ma takie same podstawowe właściwości jak funkcja przenoszenia układu linearnego ze stałymi parametrami. Fizyczne znaczenie $K(i\omega, t)$ może przybierać różną formę. Na przykład gdy $U_e(t)$ i $U_y(t)$ reprezentują prąd i napięcie na dwóch zaciskach układu, $K(i\omega, t)$ może być uważana jako chwilowa impedancja wejściowa układu i może być oznaczona $Z(i\omega, t)$. W innych przypadkach $K(i\omega, t)$ może reprezentować chwilowe wzmocnienie, chwilową admitancję itp., zależnie od fizycznego oznaczenia $U_e(t)$ i $U_y(t)$.

W układach złożonych ściśle określenie funkcji przenoszenia jest zadaniem bardzo trudnym. Istnieją takie układy parametryczne stosowane w praktyce, których analizę można uprościć dzięki wykorzystaniu niektórych przybliżeń wynikających z powolności zmian $K(i\omega, t)$.

Rozpatrzmy układ parametryczny, w którym występuje zmiana parametrów według dowolnie złożonej lecz okresowej zależności, co spowoduje okresowe zmiany w czasie funkcji przenoszenia układu $K(i\omega, t)$. Niech częstotliwość (podstawowa) zmiany funkcji przenoszenia układu będzie Ω . Taką funkcję przenoszenia można przedstawić w postaci szeregu Fouriera [3]

$$K(i\omega, t) = K_0(i\omega) + K_1(i\omega)\cos(\Omega t + \psi_1) + K_2(i\omega)\cos(2\Omega t + \psi_2) + \dots, \quad (2)$$

gdzie: $K_0(i\omega)$, $K_1(i\omega)$, $K_2(i\omega)$ itd. — niezależnie od czasu współczynniki, w ogólnym przypadku zespolone, które mogą być interpretowane jako funkcje przenoszenia czwórników ze stałymi parametrami.

Iloczyn $K_n(i\omega) \cdot \cos(n\Omega t + \psi_n)$ można rozpatrywać jako funkcje przenoszenia czwórnika $K_n(i\omega)$ uzupełnionego urządzeniem zmieniającym tylko wzmocnienie według zależności $\cos(n\Omega t + \psi_n)$.

Rozpatrzmy przypadek, gdy parametry układu są wolnozmiennie ($\Omega \rightarrow 0$); wtedy zależność (2) można zapisać w następującej postaci

$$K(i\omega, t) \approx K_0(i\omega) + K_1(i\omega) + K_2(i\omega) + \dots \quad (3)$$

Z zależności (3) wynika, że w przypadku, gdy częstotliwość zmian parametru Ω dąży do zera, funkcja przenoszenia układu parametrycznego dąży do funkcji przenoszenia układu linearnego ze stałymi parametrami.

Przedstawienie funkcji przenoszenia $K(i\omega, t)$ w postaci zależności (2) pozwala łatwo przekształcić charakter widma w układzie parametrycznym.

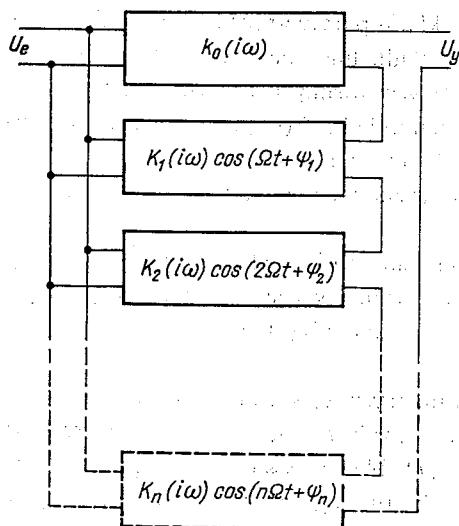
Niech sygnał na wejściu układu będzie sygnałem harmonicznym

$$U(t) = \cos \omega t. \quad (4)$$

Sygnał na wyjściu czwórnika o charakterystyce $K_0(i\omega) = K_0(\omega)e^{i\varphi_0}$ określa się za pomocą wyrażenia

$$U_{cy}(t) = K_0(\omega)\cos(\omega t + \varphi_0). \quad (5)$$

Ten sygnał o częstotliwości ω różni się od sygnału wejściowego tylko amplitudą i fazą. Sygnał na wyjściu drugiego układu przedstawia sobą kaskadowe połączenie dwóch czwórników — jednego z funkcją przenoszenia $K_1(i\omega) = K_1(\omega)e^{i\varphi_1}$ i drugiego z funkcją prze-



Rys. 1. Schemat układu parametrycznego

noszenia $\cos(\Omega t + \varphi_1)$. Sygnał na wyjściu układu można określić za pomocą zależności

$$U_{1y}(t) = K_1(\omega) \cos(\omega t + \varphi_1) \cos(\Omega t + \varphi_1) = \\ = \frac{1}{2} K_1(\omega) \cdot \{\cos[(\omega + \Omega)t + \varphi_1 + \varphi_1] + \cos[(\omega - \Omega)t + \varphi_1 - \varphi_1]\}. \quad (6)$$

Ten sygnał zawiera parę częstotliwości bocznych $\omega + \Omega$ i $\omega - \Omega$.

Sygnał na wyjściu innego dowolnego n -tego układu różni się od $U_{1y}(t)$ współczynnikiem $K_n(\omega)$ i częstotliwościami $\omega \pm n\Omega$ i fazami φ_n

$$U_{ny}(t) = \frac{1}{2} K_n(\omega) \cdot \{\cos[(\omega + n\Omega)t + \varphi_n + \varphi_n] + \cos[(\omega - n\Omega)t + \varphi_n - \varphi_n]\}. \quad (7)$$

Ze schematu zastępczego podanego na rys. 1 wynika, że wyjścia poszczególnych torów są połączone szeregowo. Wypadkowy sygnał jest równy sumie

$$U_y(t) = K_0(\omega) \cos(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} K_n(\omega) \{\cos[(\omega + n\Omega)t + \varphi_n + \varphi_n] + \\ + \cos[(\omega - n\Omega)t + \varphi_n - \varphi_n]\}. \quad (8)$$

Z zależności (8) wynikają następujące właściwości układów ze zmiennymi parametrami. Przy zmianie funkcji przenoszenia według dowolnie złożonej ale okresowo zmieniającej się zależności o częstotliwości podstawowej Ω , harmoniczny sygnał wejściowy o częstotliwości ω dostarcza na wyjściu układu widmo składające się z częstotliwości ω , $\omega \pm \Omega$, $\omega \pm 2\Omega$ + ... itd. Jeżeli do wejścia układu doprowadza się sygnał złożony, to wyżej podane zależności odnoszą się do każdej częstotliwości widma sygnału wejściowego. W układzie parametrycznym nie występuje wzajemne oddziaływanie pomiędzy poszczególnymi składnikami widma i na wyjściu układu nie wystąpią częstotliwości typu $n\omega_1 \pm m\omega_2$, gdzie ω_1 i ω_2 — częstotliwości sygnału wejściowego.

Rozpatrzmy prosty przypadek, gdy całkowity sygnał obrazu kolorowego reprezentuje sygnał pomiarowy składający się z napięcia o małej częstotliwości i względnie dużej amplitudzie $U_L \cos \Omega t$ oraz napięcia o względnie małej amplitudzie i o wielkiej częstotliwości $U_p \cos \omega t$. Taki sygnał doprowadzamy do układu parametrycznego. Przyjmujemy, że zmiany impedancji czwórnika powstają na skutek okresowych zmian równoległej pojemności układu. Ponieważ zmiany pojemności układu są funkcją poziomu napięcia, to możemy powiedzieć, że charakterystyka czwórnika jest funkcją poziomu sygnału luminancji. W rozpatrywanym przypadku sygnału telewizji kolorowej rolę tę spełnia sygnał luminancji, a sygnałem użytecznym jest sygnał chrominancji.

Zmiana impedancji układu spowodowana zmianą pojemności w takt zmian amplitudy sygnału luminancji wywołuje zmiany charakterystyki tłumieniowej i fazowej czwórnika. Ze względu na przyjęte wyżej założenie, że zmienna pojemność jest przyłączona równoległe do układu, zmiany charakterystyki amplitudy i fazy wystąpią jedynie w zakresie górnych częstotliwości sygnału wizyjnego. W związku z tym można przyjąć, że w zakresie małych częstotliwości sygnału wizyjnego rozpatrywany czwórnik jest układem linearnym.

Obliczmy sygnał na wyjściu układu parametrycznego sterowanego całkowitym sygnałem obrazu kolorowego

$$U_c(t) = U_L(t) + U_{ch}(t) = U_L \cos(\Omega t + \varphi) + U_{ch} \cos(\omega t + \varphi). \quad (9)$$

Przy harmonicznym zmianie pojemności współczynnik przenoszenia układu można przedstawić w postaci

$$K(i\omega, U_L) = K_0(i\omega) + K_1(i\omega) \cos(\Omega t + \varphi_1). \quad (10)$$

Napięcie na wyjściu układu z nielinearnością dynamiczną można zapisać następująco

$$U_{cy}(t) = K(i\omega) U_L + K(i\omega, U_L) \cdot U_{ch}, \quad (11)$$

gdzie:

$K(i\omega)$ — współczynnik przenoszenia układu linearnego,

$K(i\omega, U_L/t)$ — współczynnik przenoszenia układu parametrycznego.

Uwzględniając zależności (9), (10) i (11), otrzymamy

$$\begin{aligned} U_{cy}(t) &= K(i\omega) U_L \cos(\Omega t + \varphi) + K(i\omega, U_L) \cdot U_{ch} \cos(\omega t + \varphi) = \\ &= K(i\omega) U_L \cos(\Omega t + \varphi) + K_0(\omega) U_{ch} \cos(\omega t + \varphi) + \\ &+ \frac{1}{2} K_1(\omega) U_{ch} \{ \cos[(\omega + \Omega)t + \varphi_1 + \varphi_1] + \cos[(\omega - \Omega)t + \varphi_1 - \varphi_1] \}. \end{aligned} \quad (12)$$

Z zależności (12) wynika, że na wyjściu układu sygnał o małej częstotliwości nie ulegnie zniekształceniu, natomiast w widmie sygnału chrominancji powstaną nowe składowe, w postaci wstęg bocznych sygnału chrominancji zmodulowanych sygnałem luminancji. Składowe te nie występowały na wejściu układu przesyłowego.

W przeprowadzonych wyżej rozważaniach rozpatrzono powstawanie dodatkowych składowych widma sygnału chrominancji na skutek modulacji amplitudy podnośnej (wzmocnienie różnicowe). Analogicznie można obliczyć dodatkowe składowe widma powstającego na wyjściu układu, w którym występuje zniekształcenie fazy różnicowej.

Przeprowadzone rozważania dotyczyły układów z nielinearnością dynamiczną. W przypadku gdy w układzie przesyłowym obok zniekształceń nieliniarnych dynamicznych wy-

stępują także zniekształcenia nieliniarne statyczne, to w całym pasmie sygnału wizyjnego powstaną dodatkowe składowe widma.

Rozpatrzmy szczegółowo zagadnienie powstawania dodatkowych składowych widma sygnału na skutek zniekształceń wzmacnienia różnicowego.

Jak wiadomo w telewizji wykorzystuje się sposób kolejnego przesyłania elementów obrazu przez okresowe rozłożenie tego obrazu na linie i półobrazy. W związku z tym sygnał telewizyjny można rozłożyć na szereg Fouriera. Ponieważ proces odchylenia składa się z poziomego i pionowego ruchu strumienia elektronowego rozłożenie musi być dokonane w obu kierunkach. Wobec tego nieruchomy obraz może być rozłożony w podwójny szereg Fouriera

$$U(t) = \sum_{m=0}^l \sum_{n=-l}^l U_{mn} \cos[2\pi(mf_H \pm nf_V)t], \quad (13)$$

gdzie:

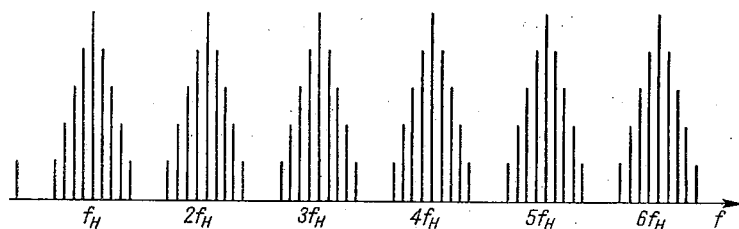
f_H — częstotliwość odchylenia poziomego,

f_V — częstotliwość odchylenia pionowego,

U_{mn} — współczynnik szeregu Fouriera,

mn — liczby całkowite.

Z analizy wyrażenia (13) wynika, że widmo sygnału telewizyjnego zgodnie z teorią Mertza i Graya dla nieruchomego obrazu jest nieciągłe i zależy od częstotliwości odchylenia poziomego f_H i pionowego f_V , a energia jego grupuje się wokół harmonicznym czę-



Rys. 2. Widmo sygnału telewizyjnego

stotliwości linii i bardzo szybko maleje przy oddalaniu się od nich (rys. 2). Wokół każdej harmonicznnej częstotliwości linii są zgrupowane częstotliwości boczne oddalone od siebie o częstotliwość odchylenia pionowego.

Zależność (13) określa jedynie sygnał luminancji. Całkowity sygnał obrazu kolorowego jest sumą sygnału luminancji i sygnału chrominancji

$$U_c(t) = U_L(t) + U_{ch}(t). \quad (14)$$

Sygnał chrominancji z modulacją częstotliwości podnośnej można zapisać następująco:

$$U_{ch}(t) = U_p \cos \left[\omega_p t + k \sum_{m=0}^l \sum_{n=-l}^l \frac{U_{mn}}{m 2\pi f_H \pm n 2\pi f_V} \cdot \cos(m 2\pi f_H \pm n 2\pi f_V)t \right] \quad (15)$$

gdzie:

- U_p — amplituda podnośnej,
- k — współczynnik proporcjonalności,
- ω_p — pulsacja podnośnej chrominancji.

Z analizy wyrażenia (15) wynika, że widmo sygnału z modulacją częstotliwości ma postać bardzo skomplikowaną. Prążki boczne usytuowane są względem fali nośnej w odstępach wszystkich możliwych kombinacji częstotliwości modulujących i ich harmonicznym. Podstawiając zależności (13) i (15) do wzoru (14) otrzymamy wyrażenie na całkowity sygnał obrazu kolorowego

$$U_c(t) = \sum_{m=0}^l \sum_{n=-l}^l U_{mn} \cos 2\pi(mf_H \pm nf_V)t + \\ + U_p \cos \left[\omega_p t + k \sum_{m=0}^l \sum_{n=-l}^l \frac{U_{mn}}{m 2\pi f_H \pm n 2\pi f_V} \cdot \cos(m 2\pi f_H \pm n 2\pi f_V) \right]. \quad (16)$$

Sygnał na wyjściu układu parametrycznego można zapisać następująco

$$U_{cy}(t) = K(\omega) \sum_{m=0}^l \sum_{n=-l}^l U_{mn} \cos 2\pi(mf_H \pm nf_V)t + \\ + \left[K_0(\omega) + \sum_{m=0}^l \sum_{n=-l}^l K_{mn} \cos 2\pi(mf_H \pm nf_V)t \right] \times \\ \times U_p \cos \left[\omega_p t + K \sum_{m=0}^l \sum_{n=-l}^l \frac{U_{mn}}{m 2\pi f_H \pm n 2\pi f_V} \cdot \cos(m 2\pi f_H \pm n 2\pi f_V)t \right]. \quad (17)$$

Z zależności (17) wynika, że w sygnale wizyjnym na wyjściu układu parametrycznego powstaną nowe składowe widma na skutek działania drugiego członu zależności (17). Współczynnik wzmocnienia układu parametrycznego jest określony przebiegiem sygnału luminancji a przesyłany sygnał jest sygnałem z modulacją częstotliwości o bardzo złożonym widmie, dlatego ilość nowych składowych widma jest bardzo duża i trudna do zapisania w prostej postaci.

Powstawanie nowych składowych widma w sygnale chrominancji z podnośną modulacją częstotliwości spowodowane zniekształceniami wzmocnienia różnicowego wpływa na pogorszenie jakości odtwarzanego obrazu kolorowego w systemie SECAM.

Jak wiadomo w systemie SECAM informacje o chrominancji przesyła się na podnośnej z modulacją częstotliwości, dlatego zniekształcenia amplitudy podnośnej nie powinny wprowadzać zniekształceń obrazu kolorowego, ponieważ amplituda podnośnej nie przynosi żadnej informacji.

Badania eksperymentalne wykazały że zniekształcenia wzmocnienia różnicowego w dużym stopniu wpływają na pogorszenie jakości odtwarzanego obrazu kolorowego i nie powinny przekraczać 65—70%. Jak widać istnieje rozbieżność między teorią i praktyką.

Z przeprowadzonych wyżej rozważań wynika, że występowaniu zniekształceń wzmocnienia różnicowego towarzyszy powstanie nowych składowych widma w pasmie sygnału chrominancji, co spowoduje pogorszenie jakości odtwarzanego obrazu kolorowego w systemie telewizji kolorowej SECAM. Oddziaływanie tych składowych widma jest podobne do oddziaływania składowych widma wielkiej częstotliwości sygnału luminancji na sygnał chrominancji. Działanie tych składowych na sygnał chrominancji jest podobne do działania zakłóceń impulsowych w sygnale z modulacją częstotliwości. Jak wiadomo, w przypadku gdy amplituda zakłócenia zbliża się do amplitudy podnośnej, wzrasta bardzo ostro dewiacja pasożytnicza i impuls zakłócający na wyjściu dyskryminatora. Następnie impulsy zakłócające silnie się rozciągają na skutek całkowitego działania korekcji małych częstotliwości. Na obrazie kolorowym zniekształcenia te występują w postaci zakolorowań (smużenia kolorowe) i są wyraźnie zauważalne.

Dla obniżenia tych zniekształceń stosuje się układy przeciwprześwitowe w urządzeniu kodującym. Zasada działania takich układów polega na nieprzerwanej kontroli składowych wielkiej częstotliwości sygnału luminancji mogących powodować powstawanie prześwitów kolorowych oraz na automatycznym zmniejszaniu tych składowych w stosunku do amplitudy podnośnej. Układ taki nie reaguje na składowe widma, które powstały w torze transmisyjnym wskutek wzmocnienia różnicowego.

Z tego wynika, że powstające w torze transmisyjnym nowe składowe widma w sygnale chrominancji z podnośną modulacją częstotliwości spowodowane zniekształceniami wzmocnienia różnicowego można traktować jak zakłócenia impulsowe sygnału z modulacją częstotliwości. Jeżeli amplitudy tych zakłóceń są duże, to wystąpi zauważalne pogorszenie jakości odtwarzanego obrazu kolorowego.

3. ZAKOŃCZENIE

Z przeprowadzonych wyżej rozważań wynikają następujące wnioski.

1. Nielinearne układy przesyłowe sygnałów telewizji kolorowej można zaliczyć do układów parametrycznych.

2. Potraktowanie nieliniarnych układów telewizyjnych jako układów parametrycznych [4] pozwala na zastosowanie zasady superpozycji w odniesieniu do podnośnej chrominancji, co umożliwia dokładne obliczenie wypadkowych zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego kaskadowo połączonych czwórników telewizyjnych.

3. Pogorszenie jakości obrazu kolorowego na skutek zniekształceń wzmocnienia różnicowego podnośnej chrominancji z modulacją częstotliwości występuje na skutek powstawania nowych składowych widma w pasmie sygnału chrominancji.

DODATEK

Układ [2] podany na rys. 3, zawierający element o nielinearnej charakterystyce $i = f(u)$, można wykorzystać do zmiany parametru w czasie z pulsacją Ω .

Niech napięcie przyłożone do układu będzie

$$u = U_0 + U_m \cos \alpha,$$

gdzie $\alpha = \Omega t + \psi$. Prąd płynący przez nieliniarną rezystancję można przedstawić w postaci szeregu Fouriera

$$i = f(u) = f(U_0 + U_m \cos \alpha) = I_{m0} + I_{m1} \cos \alpha + I_{m2} \cos 2\alpha + \dots$$

Wartości amplitud harmonicznych prądu I_{m0} , I_{m1} , I_{m2} ... określa się za pomocą znanych wzorów dla współczynników szeregu Fouriera [2].

Amplitudy harmonicznych I_{m0} , I_{m1} , I_{m2} itd. są funkcjami U_0 i U_m i charakterystyki nielinearnej impedancji. Ograniczając się do trzech składowych szeregu Fouriera można napisać wyrażenie dla prądu w postaci

$$i = I_{m0}(U_0, U_m) + I_{m1}(U_0, U_m) \cos \alpha + I_{m2}(U_0, U_m) \cos 2\alpha.$$

Jeżeli założymy że na nieliniarną rezystancję działa także jednocześnie małe zmienne napięcie Δu , to prąd płynący przez rezystancję jest równy

$$i = f(u + \Delta u) = f(u) + f'(u) \Delta u + \frac{1}{2!} f''(u) \Delta u^2 \dots$$

Ograniczając się do dwóch członów szeregu oraz przyjmując Δu dostatecznie małe w stosunku do u otrzymamy

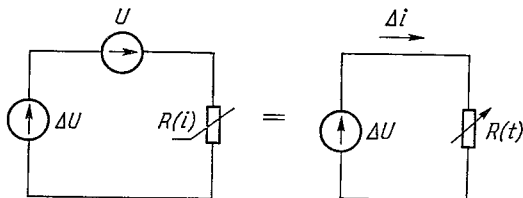
$$i = f(u) + f'(u) \Delta u.$$

Z zależności tej wynika, że prąd płynący przez nieliniarną rezystancję składa się z dwóch składowych

$$i = i(t) + \Delta i,$$

gdzie $i(t) = f(u) = f(U_0 + U_m \cos \alpha)$ określa wartość prądu płynącego przez nieliniarną rezystancję wywołanego przez napięcie $u = U_0 + U_m \cos \alpha$, a

$$i = f'(u) \Delta u = f'(U_0 + U_m \cos \alpha) \Delta u$$



Rys. 3. Schemat układu nielinearnego

określa wartość dodatkowego prądu płynącego przez nieliniarną rezystancję na skutek działania małego napięcia Δu przy obecności napięcia u . W ten sposób Δi jest liniowo zależne od Δu , przy czym współczynnik proporcjonalności $f'(u)$ zmienia się w czasie. Zatem w stosunku do napięcia Δu układ (rys. 3) można rozpatrywać jako układ linearny z rezystancją $R(t)$, której wielkość jest zmienna w czasie

$$R(t) = \frac{1}{f'(U_0 + U_m \cos \alpha)}.$$

Z tego wynika, że elementy nielinearne przy określonych warunkach można w praktyce rozpatrywać jako elementy nielinearne z parametrami zmiennymi w czasie.

LITERATURA

1. I. S. Gonorowski, *Radiotechniczne ciepły i sygnały*, Moskwa 1971.
2. E. Philippow, *Nieliniowa elektrotechnika*, Moskwa 1968.
3. Z. A. Zadeh, *Band-pass Low-pass Transformation in Variable Networks*, PIRE, nr 11, 1950.
4. A. Podemski, *Sumowanie zniekształceń fazy różnicowej i wzmocnienia różnicowego sygnałów telewizyj barwnej*, Praca doktorska, Instytut Łączności, Warszawa 1971.

A. PODEMSKI

NONLINEAR TRANSMISSION FOUR-POLES OF COLOR TV SIGNALS AS PARAMETRIC NETWORKS

Summary

Basic properties of parametric networks are discussed in the article. The possibilities are considered of employing methods used in the analysis of parametric networks for calculating nonlinear color transmitting TV networks. The effect of differential gain on the deterioration of color image quality is analysed.

A. PODEMSKI

LES QUADRIPOLES NON-LINÉAIRES POUR LA TRANSMISSION DES SIGNAUX DE LA TÉLÉVISION EN COULEURS, TRAITÉS COMME DES CIRCUITS PARAMÉTRIQUES

Résumé

Dans l'article on a examiné des propriétés fondamentales des circuits paramétriques. On a considéré des possibilités d'appliquer les méthodes d'analyse des circuits paramétriques à calculer les circuits non-linéaires pour la transmission des signaux de la télévision en couleurs. On a analysé l'influence du gain différentiel exercé sur la qualité des images en couleurs.

A. PODEMSKI

NICHTLINEARE ÜBERTRAGUNGSVIERPOLE VON SIGNALEN DES FARBFERNSEHENS ALS PARAMETRISCHE SCHALTUNGEN

Zusammenfassung

Einleitend wurden Grundeigenschaften parametrischer Schaltungen diskutiert. Im weiteren wurden die Ausnutzungsmöglichkeiten der zur Analyse von parametrischen Schaltungen angeandten Methoden für die Berechnung nichtlinearer Farbfernsehübertragungssysteme erwogen. Auch wurde eine Analyse des Einflusses einer differentialen Verstärkung auf die Verschlechterung des Farbbildes durchgeführt.

А. ПОДЕМСКИ

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ СИГНАЛОВ ЦВЕТНОГО ТЕЛЕВИДЕНИЯ КАК ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Резюме

Обсуждены основные свойства параметрических цепей. Рассмотрены возможности использования методов, применяемых к анализу параметрических цепей — к расчету нелинейных цепей передачи сигналов цветного телевидения. Проведен анализ влияния дифференциального усиления на ухудшение качества цветного изображения.

Niektóre aspekty wyboru dróg w sieciach komputerowych z komutacją pakietów

WOJCIECH MOLISZ (GDAŃSK)

Instytut Telekomunikacji Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 25.6.1974

Wskazano miejsce i znaczenie zagadnienia wyboru dróg przesyłania informacji w projektowaniu sieci komputerowych. Sieć opisano za pomocą macierzy incydencji, a zorientowane gałęzie miały skończone przepustowości. Wprowadzono ilościowe wymagania na przepływy i podano strukturę przesyłanych informacji. Sformułowano zadania optymalnego wyboru dróg dwojakiego rodzaju: minimalizujące koszty lub minimalizujące czas reakcji sieci. Po wykazaniu nieprzydatności praktycznej algorytmów optymalnych omówiono algorytmy suboptymalne, opisujące pracę węzłów. Naszkicowano podejścia deterministyczne i stochastyczne. Z analizy dotychczasowych doświadczeń, najbardziej obiecujące wydały się algorytmy stochastyczne, oparte na węzłowych tabelach opóźnień, aktualizowanych okresowo.

1. WSTĘP

Projektowanie sieci łączności dla komputerów jest zadaniem bardzo złożonym. Ilość doświadczeń zebrana podczas projektowania i wdrażania istniejących sieci jest zbyt mała do stworzenia kompleksowego podejścia metodologicznego. Dużo uwagi poświęca się w tej sytuacji kluczowym zagadnieniom, rozwiązywanym na razie w sposób zaledwie poprawny. Na czele listy zagadnień wymagających poszukiwania lepszych rozwiązań znajduje się w chwili obecnej problem metod wyboru dróg. Problem ten należy rozpatrywać z dwóch punktów widzenia: 1) globalnego, 2) lokalnego.

Pierwsze spojrzenie jest punktem widzenia zewnętrznego obserwatora, oceniającego niektóre parametry eksploatacyjne sieci. Drugie obejmuje sąsiedztwo dowolnego węzła, widziane przez obserwatora znajdującego się w tym węźle. Oba punkty widzenia uzupełniają się wzajemnie dając obraz własności sieci. Dlatego przystępując do pracy projektowej trzeba najpierw zanalizować sieć całościowo, a potem przejść do realizacji algorytmów lokalnych pracy węzłów. Projektant przystępujący do opracowania koncepcji sieci otrzymuje różne wytyczne i założenia. Najważniejsze z tych wytycznych, cechy *dobrych* sieci, to przede wszystkim:

- 1) mały czas reakcji, tzn. szybka obsługa użytkowników,
- 2) duża niezawodność działania,
- 3) duża wierność przesyłanych informacji,

- 4) niski koszt eksploatacji,
- 5) niski koszt budowy,
- 6) łatwość rozbudowy, itd.

Pierwsze 5 wytycznych, to ściśle zadania ilościowe. Nietrudno zauważyć przy tym, że niektóre cele są tu przeciwstawne. Szósta cecha, tj. łatwość rozbudowy stwarza największą trudność, bowiem ewolucja wymagań jest tak szybka, że trudno obecnie przewidzieć, co będzie nawet za 5 lat, tj. po upływie czasu, w jakim obecnie wdraża się niektóre sieci.

W tych warunkach skoncentrujemy uwagę na zagadnieniach wyboru dróg transmisyjnych w sieciach komputerowych z komutacją pakietów — wyboru zapewniającego mały czas reakcji sieci. To świadome zawężenie tematyki artykułu jest z jednej strony odzwierciedleniem niemożności kompleksowego rozwiązania zadań projektowych, zaś z drugiej ma na celu uwypuklenie wagi problemu wyboru dróg z punktu widzenia czasu reakcji.

Projektowana sieć musi spełniać nałożone na nią zadanie w określonych warunkach. W punkcie drugim omówimy zatem ograniczenia ilościowe. W punkcie trzecim przedstawimy aspekty globalne problemu wyboru dróg, a w punkcie czwartym przeniesiemy rozważania do dowolnego węzła sieci.

2. MODEL OGRANICZEŃ W SIECI

Strukturę sieci opisuje się w sposób ogólnie przyjęty za pomocą ważonego grafu zorientowanego. Sieć ma M węzłów i N gałęzi zorientowanych. W węzłach zainstalowane są komputery, a gałęzie stanowią kanały telekomunikacyjne. Informacje przesyłane przez sieć mają postać pakietów danych. Każdy węzeł może wysyłać nowe pakiety, przyjmować pakiety przeznaczone do innych węzłów i albo retransmitować je zaraz po przyjęciu, albo przechować, jeżeli kanały wyjściowe są aktualnie zajęte, oraz może przyjmować pakiety adresowane do niego.

Każda gałąź g_n ma określoną przepustowość c_n ($n = 1, \dots, N$). Jeżeli przez f_n oznaczmy wartość całkowitego przepływu w gałęzi g_n , to warunek realizowalności przepływów zapiszemy w postaci:

$$f_n \leq c_n: \quad n = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Struktura sieci jest podana w formie macierzy incydencji węzły-gałęzie A , której elementy są zdefiniowane następująco:

$$a_{mn} = \begin{cases} +1 & \text{jeżeli gałąź } g_n \text{ wychodzi z węzła } w_m, \\ -1 & \text{jeżeli gałąź } g_n \text{ dochodzi do węzła } w_m, \\ 0 & \text{w innych przypadkach.} \end{cases}$$

Aby sprecyzować założenia o wielkościach ruchu w sieci musimy zająć się bliżej informacjami krążącymi w sieci.

Każdy pakiet składa się z dwóch części: organizacyjnej i informacyjnej. Część organizacyjna zawiera takie dane jak: adres nadania, adres przeznaczenia, priorytet, identyfikator i w zależności od konwencji w danej sieci ewentualne inne dane o strukturze części

informacyjnej, hasła (w przypadku konieczności zabezpieczeń przed dostępem przez niepowołane osoby), okres ważności itp. Po odebraniu pakietu w węźle dokonywana jest analiza jego części organizacyjnej. Wynik tej analizy zależy od zawartości części organizacyjnej oraz od stanu węzła i jego najbliższego sąsiedztwa. Ponieważ każdy węzeł może być źródłem pakietów, jak również miejscem ich przeznaczenia, możemy potraktować problem transportu pakietów jako zagadnienie przepływów wieloskładnikowych, przy czym zbiór informacji utożsamimy ze zbiorem wszystkich pakietów, jakie tylko zostały wygenerowane w interesującym nas okresie czasu.

Do wyjaśnienia pozostaje sposób identyfikacji tych informacji. Jak wiadomo w problemie przepływów wieloskładnikowych operuje się wielkościami przepływów każdego składnika przez każdą gałąź sieci. Nie wchodząc na razie w szczegółową interpretację możemy wprowadzić przepływy, w których rolę indeksu pakietu będzie pełnić adres węzła przeznaczenia, czyli część identyfikatora pakietu. Tak więc f_{ji} będzie oznaczać przepływ w j -tej gałęzi przeznaczony do i -tego węzła. Dzięki temu możemy powiązać przepływy gałęziowe z założeniami, odnośnie wielkości ruchu w sieci. W tym celu wprowadzimy macierz H wymaganych przepływów międzywęzłowych, analogiczną do macierzy występującej w ograniczeniach problemu przepływów wieloskładnikowych.

Element h_{ik} ($i = 1, \dots, M$, $k = 1, \dots, M$) oznacza w terminologii przepływów wieloskładnikowych wymagany przepływ k -tego składnika przepływu z węzła źródłowego i do węzła przeznaczenia k . Jest to więc przepływ pakietów generowanych w węźle i -tym i zawierających adres węzła k -tego.

Wymagania na przesłanie określonych ilości pakietów mają postać:

$$\sum_{j=1}^N a_{mj} \cdot f_{ji} = h_{mi}, \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, M, \\ m = 1, \dots, M. \end{matrix} \quad (2)$$

Ponadto jak zwykle obowiązują warunki nieujemności przepływów:

$$f_{ji} \geq 0, \quad \begin{matrix} j = 1, \dots, N, \\ i = 1, \dots, M. \end{matrix} \quad (3)$$

W ten sposób (1)÷(3) wypełniają listę ograniczeń problemu.

Teraz możemy przejść do zagadnień wyboru dróg najpierw obejmujących zasięgiem całą sieć, a potem zawężając zakres rozważań do najbliższego sąsiedztwa dowolnego węzła.

3. OPTIMALNY WYBÓR DRÓG W SIECI

W poprzednim rozdziale wprowadziliśmy jedynie ograniczenia problemu wyboru dróg, natomiast postać funkcji celu nie została sprecyzowana. Zrobimy to obecnie, przy czym jest oczywiste, że ta postać będzie zarazem decydowała o własnościach sieci. Ogólnym kryterium optymalizacji w zagadnieniach wyboru dróg jest pewna skalarna funkcja przepływów:

$$z(f_{11}, \dots, f_{NM}) \quad (4)$$

podlegająca ekstremalizacji. W najprostszym przypadku poszukuje się:

$$z^* = \min_{f_{11}, \dots, f_{NM}} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M k_{nm} f_{nm}, \quad (5)$$

gdzie k_{nm} jest jednostkowym kosztem przepływu w gałęzi n -tej adresowanego do węzła m -tego.

A więc mamy do czynienia z poszukiwaniem przepływów f_{nm} ($n = 1, \dots, N, m = 1, \dots, \dots, M$) minimalizujących ważoną funkcję (5), mającą sens kosztów całkowitych przepływów w sieci. Wybór dróg wynikający z $f_{11}^*, \dots, f_{NM}^*$ minimalizujący z (5) przy ograniczeniach (1)÷(3) zapewnia wymagane przepływy (o ile są one realizowalne) przy najmniejszych kosztach. Zadanie (1)÷(3), (5) nosi w literaturze nazwę problemu przepływów wieloskładnikowych i było obiektem zainteresowania licznych autorów, między innymi takich jak: Ford-Fulkerson [1], [2], Tomlin [3], Jewell [8], Hu [6], [7], Wollmer [14], Kleitman [9], Gratzner, Steiglitz [5].

Wybór dróg według kryterium minimalnych kosztów może dotyczyć kosztów przepływów bądź kosztów instalacyjnych. W tym drugim przypadku jednak funkcja celu (4) nie przybiera już postaci (5), lecz jest nieliniowa. Okazuje się bowiem, że koszty instalacji gałęzi są wypukłymi funkcjami przepływów. Prawdopodobnie ta jest dobrze znana, a odpowiednie dane można znaleźć np. u Martina [11] lub Kumagai [10]. Ciekawą metodę rozwiązania problemu projektowania dalekosiężnej sieci komputerowej dla wypukłej funkcji kosztów zaproponował Yaged [15]. W omówionych zadaniach doboru trasy mieliśmy do czynienia z deterministycznymi modelami statycznymi. Jeżeli w dalszym ciągu założymy 100% niezawodności sieci, to pozostaniemy w obrębie modeli deterministycznych. Natomiast specyfika wykorzystania sieci dla celów łączności komputerowej zmusza nas do wyjścia poza obręb modeli statycznych. Mamy dwie możliwości wprowadzenia czasu do modelu problemu przepływów: albo do ograniczeń albo do funkcji celu. Pierwszą z tych możliwości wybrał Hu [7]. Tam struktura czasowa macierzy wymaganych przepływów H decyduje o klasie zadania wyboru dróg.

W zadaniach dynamicznego doboru trasy elementy macierzy H są funkcjami czasu. W najogólniejszym przypadku są to procesy stochastyczne. Jednakże stochastyczna generacja pakietów wymaga zupełnie innego podejścia, a jego prezentacja wykracza poza ramy niniejszej pracy.

Drugą z wymienionych możliwości uwzględnienia czasu w modelu przepływów wykorzystali Frank i Chou [3]. Analizując tak ważny parametr, jakim jest czas reakcji sieci mierzony całkowitym średnim opóźnieniem pakietów, zaproponowali oni następującą funkcję celu:

$$\sum_{n=1}^N \left[\frac{d}{c_n - f_n} - \frac{d}{c_n} + \frac{d_c}{c_n} + T_n + T_o \right] f_n. \quad (6)$$

Symbole we wzorze (6) mają następujące znaczenie:

c_n — przepustowość n -tej gałęzi,

f_n — przepływ całkowity w n -tej gałęzi

$$f_n = \sum_{m=1}^M f_{nm}, \quad (7)$$

- d — średnia długość wiadomości w pakiecie (tj. zawartość informacyjna pakietu bez części organizacyjnej),
 d_c — średnia długość pakietu (wraz z częścią organizacyjną),
 T_n — czas przesłania 1 bitu przez gałąź n ,
 T_o — średni czas obsługi pakietu w węźle.

Poszczególne składniki w (6) mają następującą interpretację:

składnik $d \left(\frac{1}{c_n - f_n} - \frac{1}{c_n} \right) = \frac{d}{c_n} \cdot \frac{f_n}{c_n - f_n}$ jest średnim czasem oczekiwania w procesorze komunikacyjnym na wolny kanał; pakiet musi być rozszyfrowany, ustawiony w kolejce zgodnie z priorytetem i musi czekać, aż zwolni się odpowiedni kanał;

składnik $\frac{d_c}{c_n}$ jest czasem wymaganym do przesłania typowego pakietu informacyjnego o długości d_c ;

składniki T_n oraz T_o zostały już wyjaśnione.

Typowe dane liczbowe znanej amerykańskiej sieci Advanced Research Project Agency (ARPA) są następujące [3];

przepustowość gałęzi	— 50 kilobitów/s,
średnia długość części informacyjnej pakietu	— 461 bitów,
długość części organizacyjnej pakietu	— 166 „ ,
czas rozszyfrowania pakietu	— 1 ms,
czas transmisji 1 bitu	— 15 ms,
ilość gałęzi sieci	— 28.

Funkcja celu (6) problemu doboru trasy jest sumą funkcji wypukłych. Problem optymalizacji (1) ÷ (3), (6) jest więc nieliniowy. W wyniku rozwiązania zadania programowania zostanie znaleziony przepływ, spełniający określone wymagania w najkrótszym czasie. Optymalny wybór dróg można w praktyce zrealizować tylko dla małych sieci przy znanej z góry i ustalonej strukturze ruchu. W dużych sieciach optymalny wybór dróg staje się niemożliwy. Jeżeli drogi są wybierane w oparciu o kryterium czasu reakcji, wówczas koszty aktualizacji danych o stanie sieci i optymalizacji w warunkach zmiennego ruchu przekraczają dopuszczalny poziom. Należy pamiętać, że optymalny wybór dróg jest funkcją ruchu wejściowego, tzn. że wygenerowanie nowego pakietu powoduje konieczność aktualizacji stanu sieci, czyli praktycznie każdorazowe znalezienie „nowego rozkładu jazdy” pakietów. Nie należy również zapominać, że wymaga to rozwiązania zadania programowania nieliniowego o kilkudziesięciu zmiennych i kilkudziesięciu ograniczeniach. Jest to nie do przyjęcia, bowiem gdyby nawet zapomnieć o kosztach pracy komputera, to czas obliczeń optymalizacyjnych wielokrotnie przekroczy znaleziony w ich wyniku optymalny czas obsługi pakietów. W przypadku ekonomicznego kryterium wyboru dróg przekroczenie progu czasu opóźnienia może być z tych samych powodów jeszcze większe w porównaniu z przekroczeniem progu kosztów przy optymalizacji czasów. W tych warunkach musimy skoncentrować naszą uwagę na suboptymalnych metodach wyboru dróg, które zapewnią możliwy do przyjęcia czas reakcji sieci. Zdecentralizujemy przy tym sterowanie ruchem, a więc spojrzymy na sieć poprzez pracę dowolnego węzła.

4. SUBOPTYMALNE METODY WYBORU DRÓG

Zanim zajmiemy się algorytmami wyboru dróg, stosowanymi w węzłach, przyjrzyjmy się obsłudze pakietów.

W każdym węźle znajduje się albo komputer komunikacyjny, przeznaczony wyłącznie do obsługi ruchu pakietów i będący elementem większego systemu obliczeniowego, albo komputer wykonujący oprócz zadań komunikacyjnych również zadania obliczeniowe. Do zadań związanych z obsługą pakietów należą między innymi takie, jak:

- 1) przydział pamięci dla nadchodzących pakietów,
- 2) testy kontrolne poprawności pakietów,
- 3) potwierdzenie odbioru poprawnych pakietów lub żądanie powtórnej transmisji,
- 4) aktualizacja danych o stanie sieci i natężeniu ruchu,
- 5) wybór dróg dla wysyłanych pakietów.

Sposób realizacji niektórych z tych zadań jest różny dla różnych sieci, co wpływa na własności użytkowe. W szczególności chodzi tu o rodzaj i sposób wykorzystania sprzężenia zwrotnego, gospodarkę pamięcią operacyjną komputera, a zwłaszcza o strukturę informacji przesyłanych przez sieć. Bliższe omówienie tych zagadnień oderwałoby nas jednak od zasadniczego tematu wyboru dróg. Ponadto znaczenie i obszar tematyczny wymienionych problemów wymagają odrębnego potraktowania.

Algorytmy wyboru dróg dla pakietów w sieci komputerowej powinny spełniać następujące ostre wymagania:

- 1) zapewniać przesyłanie danych bez opóźnień i bezbłędnie,
- 2) „ „ „ „ również w warunkach uszkodzeń węzłów i gałęzi,
- 3) zapewniać adaptację do zmiennego obciążenia sieci (omijanie węzłów przeciążonych lub blokowanie wyjść do przeciążonych kanałów).

Stosowane obecnie algorytmy rozpadają się na dwie główne klasy: deterministyczną i stochastyczną.

W klasie deterministycznej można wyróżnić 3 rodzaje algorytmów:

- 1) optymalny wybór centralny,
- 2) totalna propagacja typu *alarm*,
- 3) suboptymalny wybór ustalony.

Znaczenie praktyczne ma tylko trzeci algorytm. Pierwszy algorytm ma wartość teoretyczną jako odniesienie dla ocen porównawczych. Jego wybitną nieprzydatność praktyczną omówiono w poprzednim rozdziale.

Drugi typ algorytmów można wyjątkowo zastosować tylko w małych sieciach lub w wypadku przekłamań w części organizacyjnej pakietu. W szczególności naturalne jest użycie tego algorytmu w sytuacji, gdy brak adresu węzła przeznaczenia. Jest to jednak sytuacja wyjątkowa.

Trzeci typ algorytmów deterministycznych zilustrujemy pomysłem Franka i Chou [3]. Danymi wyjściowymi są: macierz incydencji oraz macierz wymaganych przepływów. Dla każdego węzła analizuje się drogi do wszystkich tych węzłów, dla których występują niezerowe zapotrzebowania na informacje. Dla każdej pary węzłów poszukuje się ścieżek zawierających najmniejszą liczbę gałęzi. Następnie porządkuje się węzły, tworząc dla każdego i ($i = 1, \dots, M$):

- 1) zbiór węzłów, połączonych bezpośrednio z i ,
- 2) „ „ „ z węzłem i przez 2 gałęzie,
- ⋮
- k) „ „ „ „ „ i przez k gałęzi.

Pakiety wychodzące z węzła i są w pierwszej kolejności kierowane do węzłów połączonych z i bezpośrednio. Tym samym na sieć zostaje nałożona część wymaganych przepływów. Następnie bada się węzły w drugiej grupie, tj. węzły połączone z i poprzez jeden węzeł pośredni, potem węzły w trzeciej grupie itd. Niech $S_{ij}^1, \dots, S_{ij}^k$ oznaczają wszystkie ścieżki z węzła i do węzła j zawierające najmniejszą ilość węzłów pośrednich. Wybieramy ścieżkę, dla której wskaźnik:

$$v_{ij} = \min_k \max_{g_h \in S_{ij}^k} f_{gh}^{ij}, \quad (8)$$

gdzie f_{gh}^{ij} oznacza przepływ w dowolnej gałęzi g_h , należącej do ścieżki S_{ij}^k .

A więc wybierze się tę ścieżkę (w danej grupie), dla której maksymalny przepływ gałęziowy jest najmniejszy. Po tej ścieżce będzie przesyłany cały ruch z węzła i do węzła j .

Po znalezieniu wszystkich ścieżek sporządza się węzłowe tablice dróg. Tablice te w każdym węźle przyporządkowują każdemu węzłowi przeznaczenia węzeł bezpośrednio sąsiadujący z węzłem wysyłającym, do którego należy skierować pakiet. Przykładowo dla i -tego węzła tablica dróg może mieć postać przedstawioną w tablicy 1.

Tablica 1

Tablica dróg i -tego węzła

numer węzła przeznaczenia	1	2	3	4	5	6	...
numer węzła pośredniego	12	17	17	9	5	9	...

W przeciwieństwie do optymalnego wyboru, ścieżki wybrane przy pomocy przedstawionego algorytmu są sztywno związane z daną siecią — nie zależą w ogóle od dynamiki ruchu. Autorzy algorytmu badali sieci 12- i 18-węzłowe dla różnych typów ruchu wejściowego. W każdym wypadku algorytm suboptymalny dawał większe czasy opóźnień w stosunku do algorytmu optymalnego, przedstawionego w poprzednim punkcie, ale też w każdym wypadku trend krzywej średniego czasu opóźnienia w funkcji ilości bitów przypadających na jeden węzeł był dla obu algorytmów taki sam. Trudno jest podawać jakieś oceny ilościowe, bowiem ilość dostępnych danych eksperymentalnych jest znikoma. Wprawdzie Frank i Chou zapewniają, że wpływ zmian ruchu na pogorszenie czasu reakcji sieci nie jest zbyt wielki, ale wniosek ten opierają wyłącznie na wynikach symulacji dwóch sieci przy równomiernych rozkładach gęstości prawdopodobieństw przesyłanych informacji, co nie upoważnia do uogólnień. Pewne badania nad algorytmami ustalonego wyboru prowadził Prosser [12]. Wprawdzie jego artykuł jest stosunkowo stary, ale wnioski nie straciły na aktualności. Algorytmy wyboru ustalonego wymagają stuprocentowo niezawodnych węzłów i gałęzi. Z drugiej strony pozwalają na obsługę dużych strumieni ruchu w sposób bardzo efektywny i stabilny.

Pomimo przedstawionych zalet, algorytmy deterministyczne wyboru dróg ustępują pod wieloma względami algorytmom stochastycznym. Wynika to przede wszystkim z charakteru ruchu wejściowego w sieci komputerowej. Dynamika tego ruchu jest najlepiej oddana przez modele stochastyczne. Wobec tego stochastyczne algorytmy wyboru dróg są z natury rzeczy bardziej dopasowane do cech obsługiwanego ruchu. Przewaga algorytmów niedeterministycznych nad deterministycznymi staje się szczególnie wyraźna w warunkach uszkodzeń węzłów i gałęzi sieci.

Ramy tego artykułu nie pozwalają na szczegółowy opis algorytmów stochastycznych; dokonamy jedynie krótkiego przeglądu za Kleinrockiem [4].

Najprostsza technika, którą należy odnotować polega na całkowicie losowym wyborze drogi pakietu. Jeżeli pakiet dotarł już do węzła i , to następny węzeł zostanie wybrany spośród węzłów sąsiadujących według określonego rozkładu prawdopodobieństwa. Techniki wyboru losowego są nieefektywne ze względu na czas reakcji sieci, ale stabilne ze względu na zmiany ruchu i małe zmiany struktury sieci spowodowane uszkodzeniami węzłów lub gałęzi.

Większość stosowanych praktycznie technik wyboru dróg jest oparta o estymaty czasów opóźnień. Dla każdego węzła tworzy się tablice opóźnień. Wiersze tych tablic odpowiadają węzłom przeznaczenia, zaś kolumny — gałęziom wychodzącym z danego węzła. A więc czas T_{jk}^i z tablicy jest estymatą opóźnienia z analizowanego węzła i do węzła przeznaczenia j w wypadku wykorzystania gałęzi k . Wybór drogi odbywa się na podstawie tablicy ruchu tworzonej z tablicy opóźnień. Tablica ruchu jest analogiczna do tablicy dróg w algorytmie wyboru ustalonego. Jednakże w przeciwieństwie do nieziennej tablicy dróg, tablica ruchu jest stale aktualizowana. Gałąź przyporządkowana jakiemuś węzłowi prze-

Tablica 2

Tablica opóźnień i -tego węzła

		węzły sąsiednie (kanały wyjściowe)			
		5	9	12	17
węzły przeznaczenia	1	0,2	0,1	0,3	0,4
	2	0,4	0,3	0,2	0,5
	—				
	j	0,2	0,1	0,7	0,3
	—				
	M	0,6	1,1	0,9	1,3

(czasy podano w sekundach)

Tablica 3

Tablica ruchu i -tego węzła

numer węzła przeznaczenia	1	2	...	j	...
numer węzła pośredniego	9	12	...	9	...

znaczenia w aktualnej tablicy ruchu zapewnia w danym stanie sieci najmniejsze opóźnienie w kierunku ruchu pakietu.

Zasadę tworzenia tablicy ruchu ilustruje przykład — tablice 2 i 3. Weźmy pod uwagę j -ty wiersz tablicy 2. Jak wynika z przykładowych danych, estymaty czasów transmisji pakietów z węzła i do węzła j wynoszą w analizowanej chwili odpowiednio:

0,2 s, jeżeli pakiet zostanie wysłany do węzła pośredniego nr 5 (sąsiadującego z węzłem i),
lub

0,1 s, jeżeli skorzystamy z pośrednictwa węzła nr 9, lub

0,7 s, jeżeli wyślemy pakiet przez węzeł nr 12, lub

0,3 s, jeżeli węzłem pośrednim będzie węzeł nr 17.

Ponieważ najmniejszy czas zapewnia węzeł nr 9, co zostało zaznaczone prostokątną obwódką, przeto numer tego węzła wchodzi do tablicy ruchu. Stąd w tablicy 3 w j -tej kolumnie występuje cyfra 9. Oznacza to, że w przeciągu czasu, w którym tablica 2 (opóźnień) jest prawdziwa, wszystkie pakiety przychodzące do węzła i -tego a przeznaczone do węzła j -tego należy kierować do węzła nr 9. Podobnie jest dla węzła przeznaczenia nr 1. Ale już dla drugiego węzła najmniejsze opóźnienia zapewnia węzeł 12.

Konkretne algorytmy różnią się sposobem określania i aktualizacji tablic opóźnień oraz sposobem określenia tablic ruchu z tablic opóźnień.

Przykładowo można podać algorytm najkrótszej kolejki do kanałów wyjściowych. Tablica opóźnień zawiera wtedy tylko jeden wiersz, w którym czasy czekania dotyczą kolejek do kanałów wyjściowych. Droga wybrana na podstawie najkrótszej kolejki nie zależy oczywiście od przeznaczenia pakietu, a zatem algorytm minimalizuje czas obsługi pakietu w węźle, a nie czasy transmisji w sieci.

5. WNIOSKI

W chwili obecnej nie są znane metody kompleksowego rozwiązania zadania zaprojektowania sieci komputerowej, spełniającej założone warunki. Wobec niemożliwości rozwiązania zadania o wielu celach trzeba wytypować i rozwiązać zadania odcinkowe, mające zasadniczy wpływ na własności sieci. W szczególności należy rozwiązać problem optymalnego wyboru dróg. Stawianie zadania globalnie optymalnego wyboru dróg nie ma sensu, ponieważ dwa podstawowe kryteria: czasu i kosztów są przeciwstawne. Wobec tego konkretne zadanie optymalizacyjne przybiera postać:

„dokonać takiego wyboru dróg przesyłania informacji w sieci, który przy istniejących ograniczeniach zapewni najmniejszy czas reakcji sieci, tj. najmniejsze opóźnienie w przekazywaniu informacji”.

Zadanie ilościowe przedstawiono w p. 3 artykułu. Wiadomo jak to zadanie rozwiązać, jednakże optymalny algorytm wyboru dróg ma tylko znaczenie teoretyczne. Trudność jego wdrożenia polega na tym, że czas obliczeń znacznie przekracza oszczędność czasu wynikającą z optymalizacji przesyłania informacji. Wniosek uboczny jaki stąd płynie: trzeba szukać polepszenia efektywności przesyłania w decentralizacji sterowania ruchem w sieci.

Nasza uwaga zwraca się w kierunku algorytmów suboptymalnych. Tutaj największe nadzieje wiąże się z algorytmami stochastycznego wyboru dróg. W szczególności obiec-

jące wydają się algorytmy oparte o tablice opóźnień, umieszczone w węzłach i aktualizowane w odpowiedni sposób. Algorytmy te wykazują obecnie niezłe własności operatywne. W szczególności są one odporne na szybkie zmiany strumieni ruchu, jak również na lokalne zmiany struktury sieci, spowodowane uszkodzeniami gałęzi i węzłów.

Na zakończenie trzeba stwierdzić, że w dalszym ciągu problem technik wyboru dróg wymaga intensywnych badań, i to zarówno teoretycznych, jak i w równym stopniu eksperymentalnych.

LITERATURA

1. L. R. Ford, D. R. Fulkerson, *A Suggested Computation for Maximal Multicommodity Network Flows*, Management Science, Vol. 5 (1958), s. 91—101.
2. L. R. Ford, D. R. Fulkerson, *Przepływy w sieciach*, PWN, Warszawa 1969.
3. H. Frank, W. Chou, *Routing in Computer Networks*, Networks, Vol. 1 (1971), s. 99—112.
4. G. L. Fultz, L. Kleinrock, *Adaptive Routing Techniques for Store And- Forward Computer-Communication Networks*, Advanced Research Project Agency of the Department of Defence Report DAHC-15-69-C-0285.
5. F. J. Gratzner, K. Steiglitz, *A Heuristic Approach to Large Multicommodity Flow Problems* Materiały z Sympozjum pn. „Computer-Communications Networks and Teletraffic”, Polytechnic Institute of Brooklyn, April 4—6, 1972.
6. T. C. Hu, *Multi-Commodity Network Flows*, Operations Research, Vol. 11 (1963), s. 344—360.
7. T. C. Hu, *Integer Programming and Network Flows*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1970.
8. W. S. Jewell, *Optimal Flow Through Networks*, Massachusetts Institute of Technology, Operations Research Center, 1958 (cyt. za [15]).
9. D. I. Kleitman, *An Algorithm for Certain Multi-Commodity Flow Problems*, Networks, Vol. 1 (1971), s. 75—90.
10. D. Kumagai, *Cable Communications in Japan*, IEEE Trans. COM-20 (1972), s. 707—717.
11. I. Martin, *Future Developments in Telecommunications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1971.
12. R. I. Prosser, *Routing Procedures in Communication Networks, Part II, Directory Procedures* IRE Trans. CS-10 (1962), s. 329—335.
13. J. A. Tomlin, *Minimum Cost Multicommodity Network Flows*, Operations Research, Vol. 14 (1966), s. 45—51.
14. R. D. Wollmer, *Multicommodity Networks With Resource Constraints: The Generalized Multicommodity Flow Problem*, Networks, Vol. 2 (1972), s. 245—263.
15. B. Yaged, *Minimum Cost Routing for Static Networks Models*, Networks, Vol. (1971), s. 139—172.

W. MOLISZ

SOME ASPECTS OF ROUTING IN COMPUTER NETWORKS

Summary

The place and importance of the routing problems in computer network design have been shown. Network is characterized by its incidence matrix; directed arcs have finite capacities. One has introduced traffic requirements and has described the nature of information transmitted through the network (packets of data). Routing problems of two kinds are formulated as multicommodity flow problems with cost criterion and with time delay criterion. In a brief discussion one has proved the practical inefficiency of optimal algorithms. Then attention has been focused on suboptimal routing, characterizing the work of nodes. One has discussed deterministic techniques as well as stochastic ones. It seems that stochastic

techniques based on minimum delay matrices have the best potential performance to offer in computer-communication networks. These techniques operate in decentralized control environment and can adapt quickly to arc and node failures and to changing input traffic.

W. MOLISZ

CERTAINS ASPECTS DU PROBLÈME DU „ROUTING” DANS LES RÉSEAUX DES ORDINATEURS

Résumé

Dans l'article on a accentué l'importance et on a défini la place occupé par le problème du routing dans l'ensemble des problèmes liés au processus de projeter les réseaux des ordinateurs. Le réseau a été décrit à l'aide de la matrice d'incidence, où des branches orientés avaient des capacités limitées. On a introduit des exigences quantitatives imposées aux écoulements et on a donné la structure des informations transmises. Le routing pose deux sortes des problèmes: trouver le coût de l'exploitation minime et trouver le délai minime. Après avoir établi l'inutilité pratique des algorithmes optimaux, on a considéré des algorithmes sub-optimaux, qui décrivaient le travail des noeuds. On a esquissé deux approches: déterministe et aléatoire. Sur la base de l'expérience actuelle il semble, que les algorithmes stochastiques basés sur les tableaux des retards, actualisés périodiquement dans les noeuds, sont les plus prometteurs.

W. MOLISZ

MANCHE ASPEKTE DER WEGWAHL IN COMPUTERNETZEN MIT PAKETKOMMUTATION

Zusammenfassung

Es wurde auf den Rang und die Bedeutung der Wegwahl für die Informationsübertragung beim Projektieren eines Computernetzes hingewiesen. Das Netz wurde mittels einer Inzidenzmatrix beschrieben, und die orientierten Zweige besaßen eine beschränkte Durchsatzleistung. Es wurden Mengenanforderungen für Strömungen angesetzt, und die Struktur der Informationsströme angeführt. Die Aufgaben der optimalen Wegwahl zweierlei Art wurden wie folgt formuliert: minimalisierende Kosten bzw. minimalisierende Netzreaktionszeit. Nachdem die praktische Untauglichkeit von Optimalalgorithmen bewiesen worden ist, werden die die Arbeit der Knoten beschreibenden suboptimalen Algorithmen erwogen. Deterministische und stochastische Auffassungen wurden angedeutet. Aus der Analyse bisheriger Erfahrungen geht hervor, daß die auf den Knotenverzögerungstabellen basierenden, periodisch aktualisierten stochastischen Algorithme am versprechendsten erscheinen.

В. МОЛИШ

РАЗЛИЧНЫЕ АСПЕКТЫ ВЫБОРА ПУТЕЙ В СЕТЯХ СВЯЗИ ДЛЯ ЭВМ

Резюме

В работе указано место и роль проблемы выбора путей транспорта информации в проектировании сетей связи для электронно-вычислительных машин. Сеть описана при помощи матрицы инцидентности, а ориентированные ребра обладают конечной пропускной способностью. Введены количественные требования на потоки и описана структура передаваемых информации. Сформулированы задачи оптимального выбора путей двух видов: минимизирующие затраты или время запаздывания. После указания практической непригодности оптимальных алгоритмов выбора введены методы суб-оптимальные, описывающие работу узлов. Описаны примеры детерминистических и стохастических техник.

Кажется, что суб-оптимальные алгоритмы стохастического выбора путей, базирующие на узловых таблицах замедлений обладают наилучшими свойствами оперативного действия.

THE JOURNAL OF THE AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL., MAY 1, 1913
Vol. 10, No. 18

THE JOURNAL OF THE AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL., MAY 1, 1913
Vol. 10, No. 18

THE JOURNAL OF THE AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL., MAY 1, 1913
Vol. 10, No. 18

THE JOURNAL OF THE AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL., MAY 1, 1913
Vol. 10, No. 18

THE JOURNAL OF THE AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL., MAY 1, 1913
Vol. 10, No. 18

THE JOURNAL OF THE AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL., MAY 1, 1913
Vol. 10, No. 18

THE JOURNAL OF THE AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL., MAY 1, 1913
Vol. 10, No. 18

THE JOURNAL OF THE AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION
PUBLISHED WEEKLY
CHICAGO, ILL., MAY 1, 1913
Vol. 10, No. 18

TREŚĆ

A. Chyrczakowski: Ogólny model struktury $\overline{RC}$ o stałych rozłożonych i jego parametry macierzowe	587
K. Stec: Realizacja zer transmisji w prawej półpłaszczyźnie techniką syntezy łańcuchowej $\pm R, C$	609
A. Handke: Analiza harmonicznego prądu i napięcia generowanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej przez niektóre układy tyrystorowe	627
A. P. Datscheff: Verdrillungen und Ausgleichstromverluste bei doppelten Transformator-spulenwicklungen	645
W. J. Stepowicz: Pomiary parametrów elementów półprzewodnikowych za pomocą szumów	661
S. Kuta, T. Gryba: Sprawność tranzystorowych wzmacniaczy klasy D	673
K. Jasiński: Transkodery liniowe w systemach o modulacji impulsowo-kodowej. Zasady projektowania logicznego	695
R. Krajewski, M. Zientalski: Modulatory aktywne dla krajowych urządzeń przemiany grup pierwotnych telefonii 960-krotnej	707
A. Podemski: Nielinearne czwórnik transmisyjne sygnałów telewizji kolorowej jako układy parametryczne	739
W. Molisz: Niektóre aspekty wyboru dróg w sieciach komputerowych z komutacją pakietów	749

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

A. Chyrczakowski: General Model of $\overline{RC}$ Structure with Distributed Parameters and Its Matrix Parameters	606
Un modèle général de la structure $\overline{RC}$ à constants distribués et ses paramètres matriciels	606
Allgemeines Modell der $\overline{RC}$ -Struktur mit verteilten Parametern und seine Matrixparameter	606
K. Stec: Realization of Zeros of Transmission in the Right Half Plane with the Use of $\pm R, C$ Cascade Synthesis Method	625
Réalisation des zéros de la fonction de transfert dans le demi-plan droit à l'aide de la méthode de la synthèse en chaîne $\pm R, C$	625
Nullstellenrealisation der Übertragungsfunktion in der rechten S -Halbebene mittels der $\pm R, C$ -Kettensynthesemethode	626
A. A. Handke: Analysis of Current and Voltage Harmonics Generated in Feed Power Network by Some Thyristor Systems	642
Analyse des composantes harmoniques du courant et de la tension produits dans le réseau électroénergétique alimentaire par certains systèmes à thyristors	642
Analyse der Spannungs- und Stromharmonischen, die in einem elektroenergetischen Versorgungsnetz durch gewählte Thyristorsysteme erzeugt werden	643
A. Datscheff: Przeplecenia i straty od prądów cyrkulacyjnych w cewkowych uzwojeniach podwójnie-wywartkowych	658
Transpositions and Circulating-Current Losses in Double-Continuous Windings	659
Les transpositions et les pertes des courants de circulation dans les enroulements en disque ininterrompus	659

W. J. Stepowicz: Measurements of Characteristics of Semiconductor Devices by Means of Noise	671
Mesurage des paramètres des éléments semi-conducteurs à l'aide du bruit de fonds	671
Messungen der Parameter von Halbleiterelementen mittels Rauschen	671
S. K u t a, T. G r y b a: Efficiency of Class D Transistor Power Amplifiers	693
Rendement des amplificateurs classe D à transistors	693
Leistungsfähigkeit von Transistorverstärkern Leistungsklasse D	694
K. J a s i ń s k i: Linear Transcoders in PCM Systems. Principles of Logical Design	705
Transcodeurs linéaires dans les systèmes MIC. Principes de la préparation d'un projet logique	705
Lineare Transkoder im System mit Impulskodmodulation. Prinzipien logischen Projektierens	706
R. K r a j e w s k i, M. Z i e n t a l s k i: Active Modulators for Polish Equipment Changing Primary Groups in Multiplex Telephone System TN-960	737
Modulateurs actifs pour l'équipement terminal de modulation des groupes primaires du système national à 960 voies	737
Aktive Modulatoren für innländische Umwandlungsvorrichtungen von Primärgruppen 960-facher Telefonie	737
A. P o d e m s k i: Nonlinear Transmission Four-Poles of Color TV Signals as Parametric Networks	748
Les quadripôles non-linéaires pour la transmission des signaux de la télévision en couleurs, traités comme des circuits paramétriques	748
Nichtlineare Übertragungsvierpole von Signalen des Farbfernsehens als parametrische Schaltungen	748
W. M o l i s z: Some Aspects of Routing in Computer Networks	758
Certains aspects du problème du „routing” dans les réseaux des ordinateurs	759
Manche Aspekte der Wegwahl in Computernetzen mit Paketkommutation	759

СОДЕРЖАНИЕ

A. X y p ч a k o в с к и: Общая модель структуры RC с распределенными параметрами и ее матричные параметры	607
K. C т э ц: Реализация нулей передаточной функции в правой s -полуплоскости методом каскадного синтеза $\pm R, C$	626
A. X a н д к е: Анализ гармоник тока и напряжения генерированных в электроэнергетической питающей сети некоторыми тиристорными системами	643
A. Д а ч е в: Транспозиции и потери от циркулирующих токов при двойных непрерывных катушечных обмотках	659
B. C т е п о в и ч: Измерения параметров полупроводниковых приборов при помощи шумов	671
C. K у т a, T. Г р ы б a: К.п.д. транзисторных усилителей мощности класса D	694
K. Я с и н ь с к и: Линейные транскодеры в системах с импульсно-кодовой модуляцией. Основы логического проектирования	706
P. K р a e в с к и, M. З е н т a л ь с к и: Активные модуляторы для устройств преобразователей первичных групп системы дальней связи TN-960	738
A. П о д е м с к и: Нелинейные четырехполосники передачи сигналов цветного телевидения как параметрические цепи	748
B. M o л и ш: Различные аспекты выбора путей в сетях связи для ЭВМ	759

Wytyczne dla Autorów

Komitiet Redakcyjny prosi o przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowywaniu maszynopisów artykułów nadsyłanych do opublikowania.

1. *Tematyka i charakter artykułów.* Redakcja przyjmuje do druku prace przeglądowe, kompilacyjne i monograficzne, wchodzące w zakres szeroko pojętej elektrotechniki, które powinny jednak zawierać własny wkład twórczy Autora polegający na: oryginalnym ujęciu zagadnienia, własnej klasyfikacji, krytycznej ocenie (teorii lub metod), wyciągnięciu wniosków co do celowości takiego lub innego działania, prognostyce itp.

2. *Wymagania podstawowe.* Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie, w dwóch egzemplarzach. Maszynopis powinien być napisany jednostronnie przez czarną taśmę, na maszynie do pisania z niezabrudzonymi i nieuszkodzonymi znakami. Dopuszcza się odręczne czytelne uzupełnianie lub pisanie atramentem albo długopisem kolorem czarnym lub ciemnoniebieskim znaków specjalnych oraz znaków w językach, których alfabetów nie ma na maszynach do pisania, np. znaków matematycznych, chemicznych, liter greckich. Maszynopis powinien być napisany na papierze do maszyn lub pisania koloru białego, formatu A4; numeracja ciągła na wszystkich kartkach.

3. *Sposób pisania tekstu.* Tekst w maszynopisie powinien być pisany bez używania wyróżnień a w szczególności nie dopuszcza się spacjowania (rozstrzelenia), podkreślenia i pisania tekstów dużymi literami. Proponowane wyróżnienia Autor może wprowadzić do maszynopisu (zwykłym ołówkiem) za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych (podkreślenie linią przerywaną — spacjowanie, podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa itp.). Na jednej kartce maszynopisu powinno być 30 wierszy po około 60 znaków łącznie z odstępami. Marginesy każdej kartki powinny mieć następujące wymiary: górny — ok. 25 mm, lewy — ok. 35 mm. Tekst maszynopisu powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami; tytuły i podtytuły małymi literami. Akapity należy rozpoczynać z wcięciem równym trzem uderzeniom maszyny do pisania.

4. *Sposób pisania tablic.* Tablice w maszynopisie powinny być napisane w układzie zbliżonym do układu zecerskiego. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi; u góry każdej tablicy podać tytuł.

5. *Sposób pisania wzorów matematycznych.* Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi: strzałki, linie, kropki, daszki itp. powinny być napisane dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

6. *Przygotowanie materiału ilustracyjnego.* Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać zgodnie z obowiązującymi normami, na oddzielnych arkuszach, z podaniem kolejnych numerów rysunków. W maszynopisie artykułu na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odpowiadający numer rysunku, a na oddzielnym arkuszu wykaz podpisów pod rysunki. Wszystkie rysunki wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.). U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, tytuł pracy i nazwisko autora. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.

7. *Streszczenia.* Do każdej nadsyłanej pracy należy dołączyć krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim (w 5 egz.) oraz streszczenia w językach obcych: angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim. W razie niemożności przygotowania streszczeń w językach obcych Autor powinien przynajmniej podać niezbędną do wykonania tłumaczenia obcojęzyczną terminologię.

8. *Literatura.* Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: pierwsze litery imion, nazwisko autora, po czym po przecinku pełny tytuł dzieła lub artykułu; dalej, w przypadku książki — wydawcę, miejsce wydania i rok, a w przypadku artykułu — tytuł czasopisma, numer zeszytu, rok wydania i ewent. numer strony. Pozycje wykazu powinny być ponumerowane.

Uwagi

1. Niezastosowanie się Autora do podanych wyżej wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych materiałów do postaci wymaganej przez Redakcję.

2. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egz. odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze Autor może zamówić w Redakcji na własny koszt.

3. Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem Redakcji.

Rozprawy Elektrotechniczne

Kwartalnik

WARUNKI PRENUMERATY CZASOPISMA

Cena prenumeraty rocznej	zł 160.—
„ „ półrocznej	zł 80.—

Instytucje państwowe, społeczne, zakłady pracy, szkoły itp. mogą zamawiać prenumeratę wyłącznie w miejscowych oddziałach i delegaturach RSW „Prasa — Książka — Ruch”.

Prenumeratorzy indywidualni mogą opłacać prenumeratę w urzędach pocztowych i u listonoszy lub dokonywać wpłat na konto PKO nr 1-6-100020, RSW „Prasa — Książka — Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, Warszawa, ul. Towarowa 28 (w terminie do 10 dnia miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty).

Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę, która jest o 40% droższa od prenumeraty krajowej, przyjmuje RSW „Prasa — Książka — Ruch”. Biuro Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych, Warszawa, ul. Wronia 23, konto PKO nr 1-6-100024.

Bieżące i archiwalne numery można nabywać lub zamawiać we Wzorcowni Wydawnictw Naukowych PAN-Ossolineum-PWN, Warszawa, Pałac Kultury Nauki (wysoki parter) oraz w księgarniach naukowych „Domu Książki”.

Sprzedaż egzemplarzy numerów zdezaktualizowanych, na uprzednie pisemne zamówienie, prowadzi RSW „Prasa — Książka — Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, Warszawa, ul. Towarowa 28.

A subscription order stating the period of time, along with the subscriber's name and address can be sent to your subscription agent or directly to Foreign Trade Enterprise Ars Polona-Ruch, 00-068 Warszawa, 7 Krakowskie Przedmieście, P.O. Box 1001, POLAND.

Please send payments to the account of Ars Polona-Ruch in Bank Handlowy S.A., 7 Traugutt Street, 00-067 Warszawa, POLAND.

Rozpr. Elektrot. T. 21 z. 3, s. 585—764; Warszawa 1975

Indeks 37521/37483

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXI • ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1975

Wytyczne dla Autorów

Komitet Redakcyjny prosi o przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowywaniu maszynopisów artykułów nadsyłanych do opublikowania.

1. *Tematyka i charakter artykułów.* Redakcja przyjmuje do druku prace przeglądowe, kompilacyjne i monograficzne, wchodzące w zakres szeroko pojętej elektrotechniki, które powinny jednak zawierać własny wkład twórczy Autora polegający na: oryginalnym ujęciu zagadnienia, własnej klasyfikacji, krytycznej ocenie (teorii lub metod), wyciągnięciu wniosków co do celowości takiego lub innego działania, prognoście itp.

2. *Wymagania podstawowe.* Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie, w dwóch egzemplarzach. Maszynopis powinien być napisany jednostronnie przez czarną taśmę, na maszynie do pisania z niezabrudzonymi i nieuszkodzonymi znakami. Dopuszcza się odręczne czytelne uzupełnianie lub pisanie atramentem albo długopisem kolorem czarnym lub ciemnoniebieskim znaków specjalnych oraz znaków w językach, których alfabetów nie ma na maszynach do pisania, np. znaków matematycznych, chemicznych, liter greckich. Maszynopis powinien być napisany na papierze do maszyn do pisania koloru białego, formatu A4; numeracja ciągła na wszystkich kartkach.

3. *Sposób pisania tekstu.* Tekst w maszynopisie powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjowania (rozstrzelania), podkreślania i pisania tekstów dużymi literami. Proponowane wyróżnienia Autor może wprowadzić do maszynopisu (zwykłym ołówkiem) za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych (podkreślenie linią przerywaną — spacjowanie, podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa itp.). Na jednej kartce maszynopisu powinno być 30 wierszy po około 60 znaków łącznie z odstępami. Marginesy każdej kartki powinny mieć następujące wymiary: górny — ok. 25 mm, lewy — ok. 35 mm. Tekst maszynopisu powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami; tytuły i podtytuły małymi literami. Akapity należy rozpoczynać z wcięciem równym trzem uderzeniom maszyny do pisania.

4. *Sposób pisania tablic.* Tablice w maszynopisie powinny być napisane w układzie zbliżonym do układu zecerskiego. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi; u góry każdej tablicy podać tytuł.

5. *Sposób pisania wzorów matematycznych.* Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi: strzałki, linie, kropki, daszki itp. powinny być napisane dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

6. *Przygotowanie materiału ilustracyjnego.* Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać zgodnie z obowiązującymi normami, na oddzielnych arkuszach, z podaniem kolejnych numerów rysunków. W maszynopisie artykułu na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku, a na oddzielnym arkuszu wykaz podpisów pod rysunki. Wszystkie rysunki wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.). U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, tytuł pracy i nazwisko autora. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.

cd. na III str. okładki.

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXI·ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1975

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny

PROF. DR WITOLD NOWICKI

Członkowie

PROF. TADEUSZ CHOLEWICKI, PROF. EUGENIUSZ JEZERSKI,

PROF. DR WITOLD ROSIŃSKI

Sekretarz

JANINA MATHEISEL

ADRES REDAKCJI

00-661 Warszawa, Politechnika, Plac Jedności Robotniczej 1
Instytut Teleelektroniki, Gmach Elektroniki, pokój 343, tel. 21-007-564
Telefony domowe: redaktor naczelny – 173703, sekretarz – 338497

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 740 (634+106)	Oddano do składania 25.IV. 1975 r.
Ark. wyd. 10,75, ark. druk. 8,0+luźna wkładka	Podpisano do druku we wrześniu 1975 r.
Papier druk. sat. kl. III, 80 g. 70×100	Druk ukończono w październiku 1975 r.
Zamówienie nr 602/75	Cena zł 40.— B-58

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

The Direct Topological Method in Network Sensitivity Analysis

HOANG SUOC (HANOI, DEMOCRATIC REPUBLIC OF VIETNAM)

High School of Telecommunications, Hanoi

The paper received 27.2.1974

In the article is presented the application of the direct topological method to network sensitivity analysis, with two different approaches. The first approach is a classical one and has been followed so far by most authors on network sensitivity. The second approach is much more „direct” than the first one since it yields results in the form of factor products, particularly convenient for the study of sensitivity functions and for the sensitivity optimization in network synthesis. The second approach is useful too in the sensitivity analysis of networks with magnetic coupling.

1. INTRODUCTION

The direct topological method of network analysis, as stated in some earlier articles [2], [3], [4], [5], is not only apt to solve problems of numerical or symbolical analysis of concrete networks. It is also a convenient means of theoretical investigation in circuit theory. As an illustration, we present in this article the application of the direct topological method to network sensitivity analysis.

In the applications of the method to theoretical problems, it is convenient to make use of quantities named *topological functions* of an n -port [5]. In the case of a twoport, these functions are:

D_{cc} : determinant of the twoport with both ports shorted,

D_{hh} : „ „ „ „ „ „ open,

D_{ch} : „ „ „ with port 1 shorted, port 2 open,

D_{hc} : „ „ „ with port 1 open, ports 2 shorted,

N_{12} : transfer numerator from port 1 to port 2,

N_{21} : „ „ „ „ 2 „ 1.

These notations are easily extended to the case of an n -port.

The concept of *topological functions* is very similar to that of *characteristic polynomials* of a twoport (see for example [1]). The only differences are:

— Characteristic polynomials are determined by the algebraic way and are only defined to a factor: one can multiply or divide them by a common factor, which can be a constant or even a polynomial, whereas topological functions are completely determined by the network topology and can be written down directly by simple visual inspection of the network.

— Topological functions are polynomials only in the case of lumped parameter networks. In the case of distributed parameter networks, they are transcendental functions, more precisely, they are polynomials of Γ , e^Γ and $e^{-\Gamma}$, Γ being the electrical length of the distributed parameter network [5].

The topological functions proved to be very convenient in theoretical investigations in comparison with the algebraic network parameters used so far in circuit theory such as elements of the **Y**-matrix, **Z**-matrix, **A**-matrix or **S**-matrix because:

— They can be readily written down almost without calculations by simple visual inspection of the network structure.

— They are polynomials of network element values (or of Γ , e^Γ and $e^{-\Gamma}$ in the case of distributed networks) and are thus much simpler to manipulate than rational functions in algebraic operations.

We present here two different approaches to network sensitivity analysis and will show that the direct topological method is particularly well adapted to the second one.

2. CLASSICAL APPROACH TO SENSITIVITY

Consider a network containing an immittance or a NRE (non reciprocity element) value, which we denote by the common symbol e . If T is a driving-point or transfer function of the network, the sensitivity S_e^T of T with respect to e is by definition:

$$S_e^T = \frac{d \ln T}{d \ln e} = \frac{dT}{de} \cdot \frac{e}{T}; \quad (1)$$

T is of the form:

$$T = \frac{N}{D} = \frac{N_1 e + N_2}{D_1 e + D_2} \quad (2)$$

where N_1 , N_2 , D_1 , D_2 are polynomials not containing e .

It is easy to verify that:

$$S_e^T = e \left(\frac{N_1}{N} - \frac{D_1}{D} \right), \quad (3)$$

$$S_e^T = \frac{D_2}{D} - \frac{N_2}{N}. \quad (4)$$

From Formula (4) one can deduce all the formulas of each particular case. The following results are straightforward.

2.1. Transfer functions

In the direct topological method, the following formulas are available:

$$D = ZD_h + D_c,$$

$$D = ID_c + D_h,$$

$$\begin{aligned}
D &= D_o - KN^k, \\
N &= ZN_h + N_c, \\
N &= YN_c + N_h, \\
N &= N_o + KN^{ok},
\end{aligned}$$

where the index h (c) denotes the case when Z or Y is removed (shorted), the lower index o denotes the case when the NRE K (and only K) is eliminated. N^{ok} is the algebraic sum of values of all transfer link chains passing through K (and eventually through other NRE's too).

From these formulas one deduces:

$$S_Z^T = \frac{D_c}{D} - \frac{N_c}{N}, \quad (5)$$

$$S_Y^T = \frac{D_h}{D} - \frac{N_h}{N}, \quad (6)$$

$$S_K^T = \frac{D_o}{D} - \frac{N_c}{N}. \quad (7)$$

One can notice that if an impedance Z is changed into admittance $Y = \frac{1}{Z}$, one has:

$$S_Z^T = -S_Y^T$$

since

$$\frac{dZ}{Z} = -\frac{dY}{Y}.$$

One can see that Formula (5) and (6) satisfy this relation by remembering that D and N do not have the same meaning in these two formulas. In Formula (5) one has:

$$\begin{aligned}
D &= ZD_h + D_c, \\
N &= ZN_h + N_c
\end{aligned}$$

whereas in Formula (6) one has:

$$\begin{aligned}
D &= YD_c + D_h, \\
N &= YN_c + N_h.
\end{aligned}$$

This remark is valid for the sensitivity of driving-point functions too.

Example. In the network of Fig. 1, calculate the sensitivity of

$$T = \frac{I}{E}$$

with regard to R , C and S , the internal impedance of the tube being considered as infinite. One has

$$\begin{aligned}
D &= (1 + SR)(1 + R_1 Cs), \\
N &= Cs(1 + SR) - S.
\end{aligned}$$

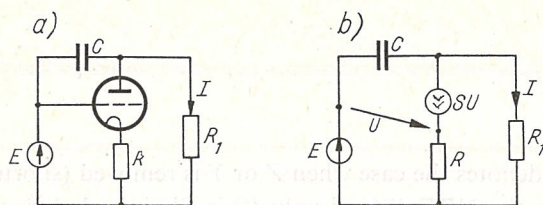


Fig. 1. A triode amplifier cascade

Formulas (5), (6), (7) give:

$$S_R^T = \frac{1}{1+SR} - \frac{Cs-S}{Cs(1+SR)-S},$$

$$S_C^T = \frac{1}{1+R_1Cs} + \frac{S}{Cs(1+SR)-S},$$

$$S_S^T = \frac{1}{1+RS} - \frac{Cs}{Cs(1+SR)-S}.$$

2.2. Driving-point impedances

From the formulas

$$Z_v = \frac{ZD_{ch} + D_{cc}}{ZD_{hh} + D_{hc}},$$

$$Z_v = \frac{YD_{cc} + D_{ch}}{YD_{hc} + D_{hh}},$$

$$Z_v = \frac{D_{co} - KN_c^k}{D_{ho} - KN_h^k},$$

one deduces the following results:

$$S_Z^{Zv} = \frac{D_{hc}}{D_h} - \frac{D_{cc}}{D_c}, \quad (8)$$

$$S_Y^{Zv} = \frac{D_{hh}}{D_h} - \frac{D_{ch}}{D_c}, \quad (9)$$

$$S_K^{Zv} = \frac{D_{ho}}{D_h} - \frac{D_{co}}{D_c}. \quad (10)$$

Example. For the network of Fig. 2, we have in the case of a pentode:

$$D_c = (R_1 + R_2 + SR_1 R_2)(1 + R_3 Cs),$$

$$D_h = 1 + (R_1 + R_2 + R_3)Cs + SR_1(R_2 + R_3)Cs.$$

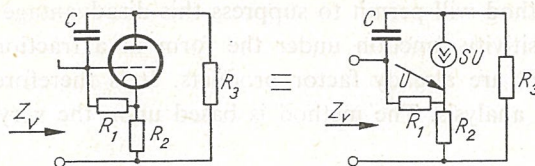


Fig. 2. Input impedance of a triode amplifier cascade

From these expressions one deduces:

$$\begin{aligned}
 S_{R1}^{Z_v} &= \frac{1 + (R_2 + R_3)Cs}{D_h} - \frac{R_2(1 + R_3Cs)}{D_c}, \\
 S_{R2}^{Z_v} &= \frac{1 + (R_1 + R_3)Cs + SR_1R_3Cs}{D_h} - \frac{R_1(1 + R_3Cs)}{D_c}, \\
 S_C^{Z_v} &= \frac{1}{D_h} - \frac{R_1 + R_2 + SR_1R_2}{D_c}, \\
 S_S^{Z_v} &= \frac{1 + (R_1 + R_2 + R_3)Cs}{D_h} - \frac{(R_1 + R_2)(1 + R_3Cs)}{D_c}.
 \end{aligned}$$

2.3. Driving-point admittances

Since

$$Y_v = \frac{1}{Z_v}, \quad \frac{dY_v}{Y_v} = -\frac{dZ_v}{Z_v}$$

one has

$$S_Z^{Y_v} = -S_Z^{Z_v} = \frac{D_{cc}}{D_c} - \frac{D_{hc}}{D_h}, \quad (11)$$

$$S_Y^{Y_v} = -S_Y^{Z_v} = \frac{D_{ch}}{D_c} - \frac{D_{hh}}{D_h}, \quad (12)$$

$$S_K^{Y_v} = -S_K^{Z_v} = \frac{D_{co}}{D_c} - \frac{D_{ho}}{D_h}. \quad (13)$$

3. ANOTHER APPROACH TO SENSITIVITY ANALYSIS

Formulas (5) to (13) are already direct topological formulas since all their terms D_c , D_h , D_{cc} , D_{hh} , etc. can be written down directly from simple visual inspection of the network structure. However, the obtained expressions are not ready to be used yet. If one wants to study the variations of a sensitivity function, for instance to find out its zeros, one must reduce its two terms to the same denominator, remove the redundant terms which might appear in the numerator and, if possible, transform the numerator into a factor product. All these algebraic operations generally require much time and the method cannot be considered as a good direct method.

The following method will permit to suppress this disadvantage: it yields directly the expressions of a sensitivity function under the form of a fraction the numerator and denominator of which are already factor products. It is therefore a completely direct method of sensitivity analysis. The method is based upon the very physical meaning of sensitivity.

3.1. Transfer functions

3.1.1. Sensitivity with regard to impedance Z

Consider a network containing an impedance Z , which we can represent as a three-port (Fig. 3a): the ES (external source) is connected to port 1, the OQ (output quantity) to port 2 and the impedance Z to port 3.

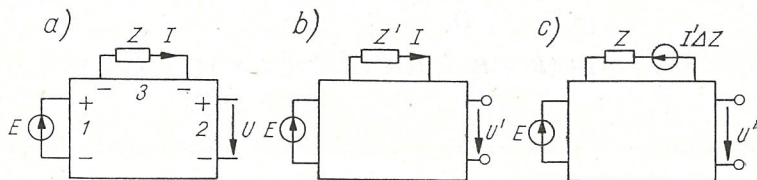


Fig. 3. Sensitivity of a network containing an impedance Z

The current in Z is I and the transfer function in the case of Fig. 3a is:

$$T(Z) = \frac{U}{E}.$$

If Z is changed into:

$$Z' = Z + \Delta Z$$

the current in Z will be I' and the transfer function will be changed into:

$$T(Z') = \frac{U'}{E} = T(Z) + \Delta T.$$

According to a well-known theorem of circuit theory, the network of Fig. 3b can be replaced by its equivalent in Fig. 3c. The impedance Z' is replaced by the impedance Z in series with a dependent source $I'\Delta Z$. Applying the principle of superposition we can write:

$$U' = U + I'\Delta Z \frac{N_{32}}{D}$$

where

N_{32} : transfer numerator from port 3 to port 2,

D : determinant of the network containing Z .

We get successively:

$$T(Z') = \frac{U'}{E} = \frac{U}{E} + \frac{I'}{E} \Delta Z \frac{N_{32}}{D} = T(Z) + \frac{N_{13} N_{32}}{D' D} \Delta Z$$

where

N_{13} : transfer numerator from port 1 to port 3,

D' : determinant of the network containing Z' ,

$$\frac{\Delta T}{\Delta Z} \cdot \frac{Z}{T} = \frac{N_{13}N_{32}}{D'D} \cdot \frac{ZD}{N} = \frac{ZN_{13}N_{32}}{ND'}.$$

Finally:

$$S_Z^T = \lim_{\Delta Z \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta Z} \cdot \frac{Z}{T},$$

$$S_Z^T = \frac{ZN_{13}N_{32}}{ND}.$$

(14)

Example. For the network of Fig. 1, we have:

$$S_R^T = \frac{RN_{13}N_{32}}{ND},$$

$$N_{13} = S(1 + R_1Cs),$$

$$N_{32} = S,$$

$$S_R^T = \frac{RS^2(1 + R_1Cs)}{ND} = \frac{RS^2}{(1 + SR)[Cs(1 + SR) - S]}.$$

One can verify that this result is identical to that obtained above, in a much simpler form.

3.1.2. Sensitivity with regard to admittance Y

Consider a network containing an admittance Y (Fig. 4a). By the same reasoning as for the case of an impedance, we have successively:

$$U' = U + V' \Delta Y \cdot \frac{-N_{32}}{D},$$

$$T(Y') = \frac{U'}{E} = \frac{U}{E} - \frac{V'}{E} \Delta Y \frac{N_{32}}{D} = T(Y) - \Delta Y \frac{N_{13}N_{32}}{D'D},$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta Y} \cdot \frac{Y}{T} = - \frac{YN_{13}N_{32}}{ND'}.$$

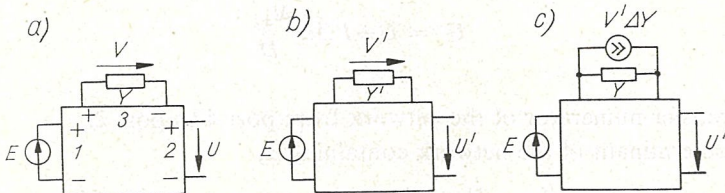


Fig. 4. Sensitivity of a network containing an admittance Y

Finally:

$$S_Y^T = - \frac{YN_{13}N_{32}}{ND}. \quad (15)$$

Example. For the network of Fig. 1, we have:

$$S_C^T = - \frac{CsN_{13}N_{32}}{ND},$$

$$N_{13} = 1 + S(R + R_1),$$

$$N_{32} = -(1 + RS),$$

$$S_C^T = \frac{Cs(1 + RS)[1 + S(R + R_1)]}{ND} = \frac{Cs[1 + S(R + R_1)]}{(1 + R_1Cs)[Cs(1 + SR) - S]}.$$

3.1.3. Sensitivity with regard to NRE value

Consider a network containing an NRE K (it may contain other NRE's beside K), which we can represent as a fourport (Fig. 5a): the ES is connected to port 1, the OQ to port 2, the LQ (leading quantity) of K to port 3 and the DS (dependent source) of K to port 4. In the case of Fig. 5a, the NRE is of the ICIS type, but the reasoning is valid for any type of NRE.

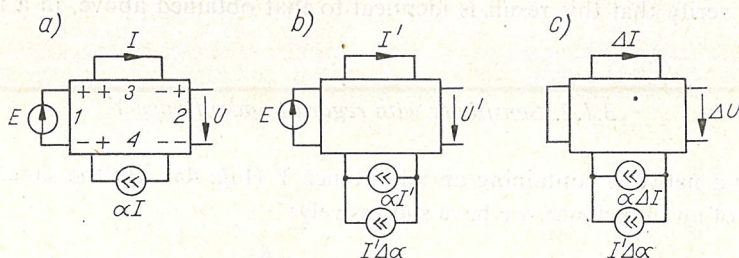


Fig. 5. Sensitivity of a network containing a NRE of ICIS type

If the NRE value is equal to $K = \alpha$, the LQ is I and the OQ is U . Let us change K into $K' = K + \Delta K = \alpha + \Delta\alpha$. An additional DS of emf $I'\Delta\alpha$ will appear and the new values of the LQ and OQ are $I' = I + \Delta I$ and U' . One can see that the electrical state in Fig. 5b is the superposition of those in Fig. 5a and 5c. We have successively:

$$U' = U + I'\Delta\alpha \frac{N_{42}}{D}$$

where

N_{42} : transfer numerator of the network from port 4 to port 2,

D : determinant of the network containing α ,

$$T(\alpha') = \frac{U'}{E} = \frac{U}{E} + \frac{I'}{E} \Delta\alpha \frac{N_{42}}{D} = T(\alpha) + \Delta\alpha \frac{N_{13}N_{42}}{D'D}$$

where D' : determinant of the network containing the NRE $\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$

$$\frac{\Delta T}{\Delta\alpha} \cdot \frac{\alpha}{T} = \frac{\alpha N_{13} N_{42}}{ND'}$$

Finally, by generalizing to all types of NRE:

$$S_K^T = \frac{KN_{13}N_{42}}{ND} \quad (16)$$

Example. For the network of Fig. 1, we have:

$$S_S^T = \frac{SN_{13}N_{42}}{ND},$$

$$N_{13} = 1 + R_1 Cs,$$

$$N_{42} = -1,$$

$$S_S^T = -\frac{S(1 + R_1 Cs)}{ND} = -\frac{S}{(1 + SR)[Cs(1 + SR) - S]}.$$

3.2. Driving-point functions

If in a network the output coincides with the input, transfer functions will become driving-point functions. We must only notice that while the transfer impedance becomes the driving-point impedance, the transfer admittance on the other hand is changed into the opposite of the driving-point admittance. This is clearly shown in Fig. 6. The directions of the voltage U in Fig. 6a (transfer impedance) and in Fig. 6b (driving-point impedance) are in accord while the directions of the current I in Fig. 6c (transfer admittance) and in Fig. 6d (driving-point admittance) are opposite.

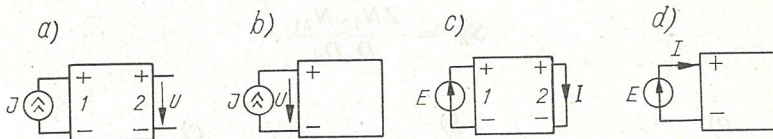


Fig. 6. Correspondence between transfer and driving-point functions

So, formulas for driving-point functions can be derived from Formulas (14), (15), (16) for transfer functions.

Notice that when the output coincides with the input, D is changed into D_h and N into D_c for impedance functions whereas D is changed into D_c and N into D_h for admittance functions.

We have thus:

$$S_Z^v = \frac{ZN_{13}N_{31}}{D_c D_h}, \quad (17)$$

$$S_Y^{Zv} = - \frac{YN_{13}N_{31}}{D_c D_h}, \quad (18)$$

$$S_K^{Zv} = \frac{KN_{13}N_{41}}{D_c D_h}, \quad (19)$$

$$S_Z^{Yv} = - \frac{ZN_{13}N_{31}}{D_c D_h}, \quad (20)$$

$$S_Y^{Yv} = \frac{YN_{13}N_{31}}{D_c D_h}, \quad (21)$$

$$S_K^{Yv} = - \frac{KN_{13}N_{41}}{D_c D_h}. \quad (22)$$

Example. For the network of Fig. 2, we have:

$$\begin{aligned} S_{R_1}^{Zv} &= \frac{R_1 N_{13} N_{31}}{D_c D_h} = \frac{R_1 (1 + R_3 Cs) (1 + R_3 Cs + SR_2)}{D_c D_h} = \\ &= \frac{R_1 (1 + R_3 Cs + SR_2)}{(R_1 + R_2 + SR_1 R_2) [1 + (R_1 + R_2 + R_3) Cs + SR_1 (R_2 + R_3) Cs]}, \\ S_{R_2}^{Zv} &= \frac{R_2 (1 + SR_1) (1 + R_3 Cs + SR_1 R_3 Cs)}{(R_1 + R_2 + R_1 R_2 S) [1 + (R_1 + R_2 + R_3) Cs + SR_1 (R_2 + R_3) Cs]}, \\ S_C^{Zv} &= - \frac{Cs [R_1 + R_2 + SR_1 (R_2 + R_3)]}{(1 + R_3 Cs) [1 + (R_1 + R_2 + R_3) Cs + SR_1 (R_2 + R_3) Cs]}, \\ S_S^{Zv} &= \frac{SR_1 (R_2 - R_1 R_3 Cs)}{(R_1 + R_2 + SR_1 R_2) [1 + (R_1 + R_2 + R_3) Cs + SR_1 (R_2 + R_3) Cs]}. \end{aligned}$$

Let us now consider the network of Fig. 7. Formula (17) gives us:

$$S_Z^{Zv} = \frac{ZN_{12}N_{21}}{D_c D_h}.$$

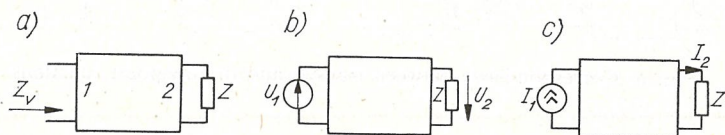


Fig. 7. Correspondence between sensitivity and power transfer ratio

If the network is *reciprocal*, we have

$$\begin{aligned} N_{12} &= N_{21}, \\ S_Z^{Zv} &= \frac{ZN_{12}N_{12}}{D_c D_h}. \end{aligned}$$

Now Figs. 7b and 7c give us:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{ZN_{12}}{D_c},$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_{12}}{D_h}$$

so that we have

$$S_{Z^v}^{Z^v} = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1},$$

$$|S_{Z^v}^{Z^v}| = \frac{|U_2 I_2|}{|U_1 I_1|} = \frac{P_2}{P_1}. \quad (23)$$

where

P_2 : apparent power absorbed by Z ,

P_1 : apparent input power of the network.

If moreover the network is purely resistive, we will have

$$S_{Z^v}^{Z^v} = \frac{P_2}{P_1},$$

P_2 and P_1 being now real active power.

In the same way, one can show that:

$$|S_{Y^v}^{Y^v}| = \frac{P_2}{P_1}. \quad (24)$$

The relations (23) and (24) have been first established by Prof. St. Bellert, employing another method.

3.3. Some identities of the direct topological method

Let us compare Formulas (5) and (14) which both give the expression of S_Z^T . We have the relation:

$$\frac{D_c}{D} - \frac{N_c}{N} = \frac{ZN_{13}N_{32}}{DN}$$

which ought to be an identity.

After some algebraic operations:

$$D_c(N_h Z + N_c) - N_c(D_h Z + D_c) = ZN_{13}N_{32}.$$

We have the following identity:

$$D_c N_h - N_c D_h = N_{13} N_{32} \quad (25)$$

where the indices c , h , and 3 are related to the same immittance of the network.

In the same way, by comparing Formulas (8) and (17), we have the relation:

$$\frac{D_{hc}}{D_h} - \frac{D_{cc}}{D_c} = \frac{ZN_{12}N_{21}}{D_c D_h}.$$

After some algebraic operations:

$$D_{hc}(ZD_{ch} + D_{cc}) - D_{cc}(ZD_{hh} + D_{hc}) = ZN_{12}N_{21}$$

we have the identity:

$$D_{hc}D_{ch} - D_{cc}D_{hh} = N_{12}N_{21} \quad (26)$$

which is a classical result.

Notice that Formula (26) can be derived from Formula (25) by making the output coincide with the input.

4. SENSITIVITY WITH REGARD TO A MUTUAL INDUCTANCE

We have so far considered only the sensitivity with regard to an immittance or a NRE value K which always appears in the expression of network functions with degree 1. Such is not the case of a mutual inductance M coupling two self-inductances L_1 and L_2 : the network functions may contain M with degree 2. We will consider only the sensitivity of transfer functions, since the sensitivity of driving-point functions can be deduced from it.

Consider a network containing two inductances L_1 and L_2 coupled by a mutual inductance M (Fig. 8a). Its equivalent network contains two NRE's with a common value M_s (Fig. 8b). Let us first suppose that the values of the two NRE's are distinct and equal respectively to M_1s and M_2s and that they can vary independently. If M_1 is changed into $M_1 + dM_1$ and M_2 into $M_2 + dM_2$, we get:

$$T(M_1 + dM_1, M_2 + dM_2) = T(M_1, M_2) + \frac{\partial T}{\partial M_1} dM_1 + \frac{\partial T}{\partial M_2} dM_2,$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{M_1}{T} \frac{\partial T}{\partial M_1} \cdot \frac{dM_1}{M_1} + \frac{M_2}{T} \frac{\partial T}{\partial M_2} \cdot \frac{dM_2}{M_2} = S_{M_1}^T \frac{dM_1}{M_1} + S_{M_2}^T \frac{dM_2}{M_2}.$$

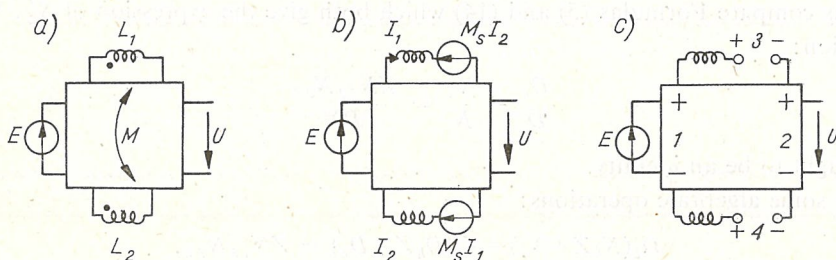


Fig. 8. Sensitivity of a network containing a mutual inductance

Now, according to (16):

$$S_{M_1}^T = M_1 s \frac{N_{13}N_{42}}{ND}, \quad S_{M_2}^T = M_2 s \frac{N_{14}N_{32}}{ND};$$

the ports 3 and 4 being clearly indicated on Fig. 8c.

When M_1 and M_2 are identified, $M_1 = M_2 = M$, $dM_1 = dM_2$, we will get:

$$S_M^T = M_S \frac{N_{13}N_{42} + N_{14}N_{32}}{ND} \quad (27)$$

Example. Calculate the sensitivity of the transfer admittance $T = \frac{I}{E}$ of the network in Fig. 9 with regard to M .

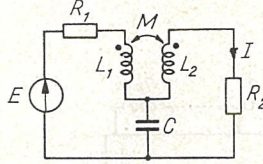


Fig. 9. Transfer function of a network containing M

We get successively:

$$N = 1 + MCs^2,$$

$$D = Cs[(R_1 + L_1s)(R_2 + L_2s) - M^2s^2] + R_1 + R_2 + (L_1 + L_2 - 2M)s,$$

$$N_{13} = 1 + (R_2 + L_2s)Cs,$$

$$N_{42} = 1 + (R_1 + L_1s)Cs,$$

$$N_{14} = N_{32} = -(1 + MCs^2).$$

Finally:

$$S_M^T = \frac{[1 + (R_2 + L_2s)Cs][1 + (R_1 + L_1s)Cs] + (1 + MCs^2)^2}{ND} \cdot M_S.$$

5. SENSITIVITY WITH REGARD TO AN IDEAL TRANSFORMER

Let us consider a network containing an ideal transformer with p coils, the turn proportional numbers of which are $n_1, n_2, \dots, n_p$. One of them, let it be n_p , is equal to unity (Fig. 10a). Suppose the sensitivity of T with regard to n_1 is required. One can use for this purpose the equivalent network of Fig. 10b, containing two NRE's with a common value n_1 : the first is of ICIS type ($n_1 i_1$) and the second is of VCVS type ($n_1 u$). By the same reasoning as above, one easily finds:

$$S_{n_1}^T = n_1 \cdot \frac{N_{13}N_{42} + N_{14}N_{32}}{ND} \quad (28)$$

the ports 3 and 4 being indicated on Fig. 10c.

Example. Calculate the sensitivity of the transfer admittance of the network in Fig. 11 with regard to n_1 .

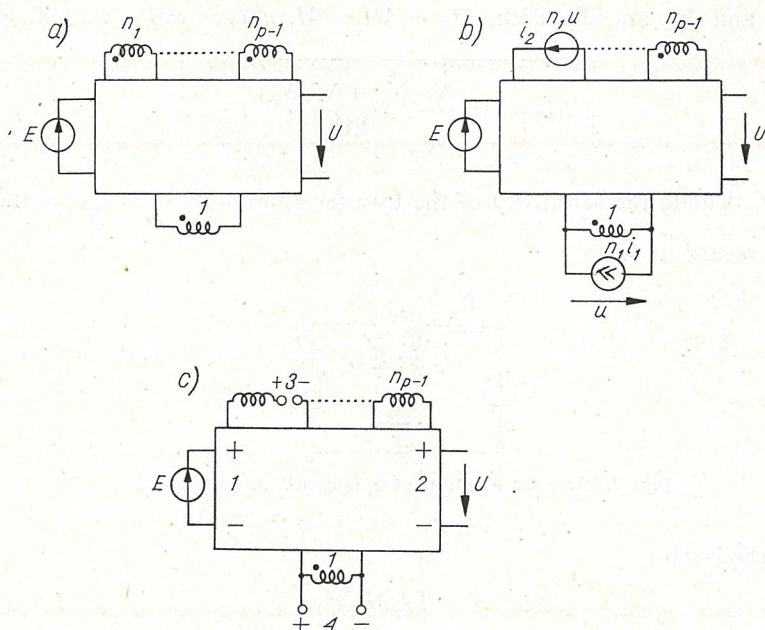


Fig. 10. Sensitivity of a network containing an ideal transformer

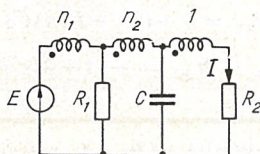


Fig. 11. A network containing an ideal transformer with a unity coil

We get successively:

$$\begin{aligned}
 N &= -n_1(1+n_2) - (n_1+n_2)R_1Cs, \\
 D &= n_1^2R_2 + (n_1+n_2)^2CsR_1R_2 + (1+n_1+n_2)^2R_1, \\
 N_{13} &= n_2^2CsR_2 + CsR_1 + (1+n_2)^2, \\
 N_{42} &= -(1+n_1+n_2)R_1, \\
 N_{14} &= n_1R_2 + (n_1+n_2)CsR_1R_2 + (1+n_1+n_2)R_1, \\
 N_{32} &= n_1(1+n_2) + (n_1+n_2)CsR_1.
 \end{aligned}$$

One gets at last:

$$\mathcal{S}_{n_1}^T = n_1 \cdot \frac{-(1+n_1+n_2)R_1[n_2^2CsR_2 + CsR_1 + (1+n_2)^2] + [n_1R_2 + (n_1+n_2)CsR_1R_2 + (1+n_1+n_2)R_1][n_1(1+n_2) + (n_1+n_2)CsR_1]}{ND}.$$

Let us now consider the general case in which the turn proportional numbers $w_1, w_2, \dots, w_p$ are integers, all different from unity. One can always bring oneself back to the

preceding case by adding a dummy, no-loaded $(p+1)^{th}$ coil with turn number $w_{p+1} = 1$. In order that the network thus formed be not degenerate, the dummy coil is connected to an arbitrary node of the original network by one of its ends. The adding of this coil obviously does not affect in the least the behaviour of the network. As an example, consider the network of Fig. 12 which is identical with that of Fig. 11, except that the turn pro-

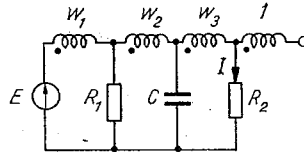


Fig. 12. A network containing an ideal transformer with a dummy unity coil

portional numbers are now w_1, w_2, w_3 , all different from unity. A fourth coil $w_4 = 1$ is added and the calculations are carried out as usual by Formula (28):

$$\begin{aligned} N &= -w_1(w_2 + w_3) - (w_1 + w_2)w_3 R_1 C s, \\ D &= w_1^2 R_2 + (w_1 + w_2)^2 C s R_1 R_2 + (w_1 + w_2 + w_3)^2 R_1, \\ N_{13} &= w_2^2 C s R_2 + w_3^2 C s R_1 + (w_2 + w_3)^2, \\ N_{42} &= -(w_1 + w_2 + w_3) R_1, \\ N_{14} &= w_1 R_2 + (w_1 + w_2) C s R_1 R_2 + (w_1 + w_2 + w_3) R_1, \\ N_{32} &= w_1(w_2 + w_3) + (w_1 + w_2) w_3 C s R_1. \end{aligned}$$

6. SENSITIVITY INVARIANT IN NETWORKS CONTAINING IDEAL TRANSFORMERS

Consider a network containing an ideal transformer with p coils $w_1, w_2, \dots, w_p$, all different from unity. All the network functions are homogeneous function of degree zero of $w_1, w_2, \dots, w_p$. Effectively, all the topological functions (determinants, transfer numerators) are homogeneous quadratic polynomials of $w_1, w_2, \dots, w_p$. If one multiplies all the coil turn proportional numbers by a common factor λ , the value of the network functions will not change

$$T(\lambda w_1, \lambda w_2, \dots, \lambda w_p) = T(w_1, w_2, \dots, w_p).$$

Differentiating both members of this equation with respect to λ , one gets

$$\frac{dT}{d\lambda} = \frac{\partial T}{\partial \lambda w_1} \cdot \frac{\partial \lambda w_1}{\partial \lambda} + \frac{\partial T}{\partial \lambda w_2} \cdot \frac{\partial \lambda w_2}{\partial \lambda} + \dots + \frac{\partial T}{\partial \lambda w_p} \cdot \frac{\partial \lambda w_p}{\partial \lambda} = 0.$$

Making $\lambda = 1$, it comes

$$\frac{dT}{Td\lambda}_{\lambda=1} = \frac{w_1 dT}{Tdw_1} + \frac{w_2 dT}{Tdw_2} + \dots + \frac{w_p dT}{Tdw_p} = 0$$

or

$$S_{w_1}^T + S_{w_2}^T + \dots + S_{w_p}^T = 0. \quad (29)$$

In particular, if the transformer has only two coils w_1 and w_2 , one gets

$$S_{w_1}^T + S_{w_2}^T = 0$$

or

$$S_{w_2}^T = -S_{w_1}^T.$$

7. CONCLUSION

The results stated in this article show that the second approach is in many cases more convenient than the first one, especially when one makes use of the direct topological method:

— The resulting formulas are in a compact form, ready to use, while the classical ones have the form of differences of rational functions with different denominators.

— The numerators and denominators in the resulting formulas are factor products (or sums of factor products), which is very convenient for further use, for example for studying variations of the sensitivity functions or for the sensitivity optimization in network synthesis.

— The new formulas systematically make use of the concept and notation of transfer numerator (N). This makes it possible to write sensitivity functions in the form of factor products. At the same time, it largely contributes to the „directness’ of the method since transfer numerators are usually much easier to write out than determinants by the direct topological method. It is because a given network usually has many trees but only few transfer link chains. The various examples given in this article clearly illustrate this point.

Some authors [1] systematically replace all transfer numerators by their expressions in terms of determinants, on the basis of formulas.

$$N_{12}N_{21} = D_1 D_2 - D_c D_h,$$

$$N_{12} + N_{21} = D_1 + D_2 - D_3,$$

where D_1, D_2, D_3 are determinants of a threeterminal with port 1, 2, 3 respectively short-circuited, and D_c (D_h) is the determinant when all the three ports are short-circuited (open). Such a procedure would be quite disadvantageous for a direct method.

Note. The author has recently been made aware of works in which a method similar to the second approach stated in this article [10] was proposed.

REFERENCES

1. Louis de Pian, *Linear Active Network Theory*, Prentice Hall, Inc., 1962., Englewood Cliffs, N. Y.
2. Hoang Suoc, *Direct Topological Rules for Analysis of Networks without Magnetic Coupling*, *Archiwum Elektrotechniki*, Warszawa, T. 23, 2, 1974.
3. Hoang Suoc, *Direct and Shortcut Topological Rules for Analysis of Networks with Magnetic Coupling*, *Archiwum Elektrotechniki*, Warszawa, T. 23, 2, 1974.
4. Hoang Suoc, *Regular Cycle Sets and Transfer Link Chains in the Direct Topological Method of Network Analysis*, *Archiwum Elektrotechniki*, Warszawa, T. 23, 4, 1974.

5. Hoang Suoc, *Direct Topological Method of Analysis of Distributed Parameter Networks*, Rozprawy Elektrotechniczne, Warszawa, z. 1, 1975.
6. D. A. Calahan, *Modern Network Synthesis*, Hayden Book Company, Inc., N. Y., 1964.
7. D. A. Calahan, *Sensitivity Minimization in Active-RC Synthesis*, Trans. IRE, Vol. CT-9, No 1, 3, 1962.
8. J. G. Truxal and I. M. Horowitz, *Sensitivity Consideration in Active Network Synthesis*, Proc. Second Midwest Symp. on Circuit Theory, Michigan State University, 12, 1956.
9. L. Y. Nagornyy, *Dependence of the Basic Network Parameters on Variation in One of Its Elements*, Telecommunications, No 6, 6. 1961.
10. M. Bychowski, *Osnovy Dinamicheskoy Tocznosti Elektricheskikh i Mechanicheskikh cepiej*, Izd. Akademi Nauk SSSR, Moskwa 1958.

HOANG SUOC

ZASTOSOWANIE BEZPOŚREDNIEJ TOPOLOGICZNEJ METODY DO ANALIZY CZUŁOŚCI UKŁADÓW ELEKTRONICZNYCH

Streszczenie

W artykule podano zastosowanie bezpośredniej topologicznej metody do analizy czułości układów elektronicznych. Przedstawiono dwa różne podejścia do analizy czułości. Pierwsze podejście jest klasyczne i było stosowane dotychczas przez prawie wszystkich autorów. Drugie podejście jest bardziej „bezpośrednie”, gdyż podaje rezultaty w postaci iloczynów czynników, co jest szczególnie wygodne dla badania funkcji czułości i dla optymalizacji czułościowej w syntezie układów elektrycznych. Drugie podejście jest przydatne także do analizy czułości sieci ze sprzężeniem magnetycznym.

HOANG SUOC

LA MÉTHODE TOPOLOGIQUE DIRECTE DANS L'ANALYSE DE SENSIBILITÉ DES CIRCUITS ÉLECTRIQUES

Résumé

Cet article présente l'application de la méthode topologique directe à l'analyse de sensibilité des circuits. Deux manières différentes d'aborder l'analyse de sensibilité ont été traitées, dont la première est classique et a été adoptée jusqu'ici par la plupart des auteurs en sensibilité. La deuxième est bien plus „directe” que la première, puisqu'elle donne les résultats sous forme de produits de facteurs, particulièrement commode à l'étude des fonctions de sensibilité et à l'optimisation de sensibilité en synthèse des circuits. C'est aussi par la deuxième manière qu'on aborde l'analyse de sensibilité des circuits à couplage magnétique.

HOANG SUOC

ANWENDUNG EINER DIREKTEN TOPOLOGISCHEN METHODE ZUR EMPFINDLICHKEITSANALYSE ELEKTRONISCHER SYSTEME

Zusammenfassung

Im Artikel wurde die Anwendung einer direkten topologischen Methode zur Empfindlichkeitsanalyse elektronischer Systeme beschrieben. Es wurden zwei verschiedene Verfahren analysiert. Das erste Verfahren ist klassisch, und wurde bisher von fast allen Verfassern angewandt. Das zweite ist „direkter”, da die Ergebnisse in Form von Faktorenprodukten erhalten werden, was für die Untersuchung, der Empfindlich-

keitsfunktion und für die Empfindlichkeitsoptimierung bei der Synthese elektronischer Systeme besonders günstig ist. Das letztgenannte Verfahren eignet sich auch für die Empfindlichkeitsanalyse eines Netzes mit magnetischer Kopplung.

ХОАНГ СУОЦ

НЕПОСРЕДСТВЕННЫЙ ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ МЕТОД В АНАЛИЗЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Р е з ю м е

В статье показано применение непосредственного топологического метода в анализе чувствительности цепей двумя различными путями. Первый путь является классическим и был до сих пор использован большинством авторов. Второй путь является более „непосредственным”, так как дает результаты в форме произведений множителей, особо удобной для исследования функций чувствительности и для оптимизации чувствительности в синтезе цепей.

Второй путь полезен также для исследования чувствительности цепей с магнитными сопряжениями.

Nowa metoda badania aktywnych układów drabinkowych niejednorodnych ze źródłami sterowanymi

ANDRZEJ CICHOCKI (WARSZAWA), STANISŁAW OSOWSKI (WARSZAWA)

Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Miernictwa Elektrycznego Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 17.7.1974

W artykule przedstawiono nową metodę badania układów drabinkowych, niejednorodnych aktywnych ze źródłami sterowanymi napięciowo i prądowo. Podstawę matematyczną tej metody stanowią zależności odnoszące się do kontynuanty.

Wyrażenia określające odpowiednie transmitancje układu uzyskano opierając się na grafach Coatesa i formułach topologicznych Desoera. Wykorzystując własności kontynuanty podano przykładowo wyrażenia określające czułość funkcji układu na zmianę jego parametrów. Przedstawioną metodę analizy zilustrowano na dwu przykładach: na tranzystorowym wzmacniaczu szerokopasmowym i na układzie filtra elektrycznego.

1. WSTĘP

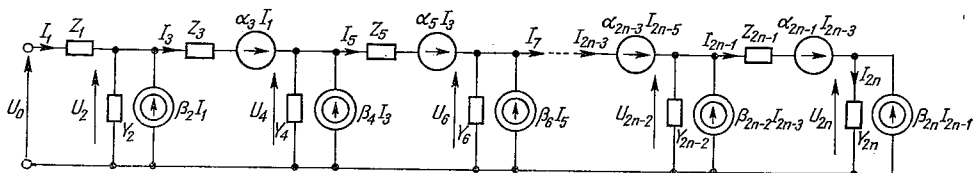
Istnieje wiele różnorodnych metod badania liniowych układów drabinkowych aktywnych, np. macierzowa, dekompozycji, grafów przepływowych [10, 13]. Metody te mają charakter ogólny, lecz obliczenia prowadzone przy ich zastosowaniu, zwłaszcza w odniesieniu do układów o złożonej strukturze, są pracochłonne; dlatego dąży się do znalezienia możliwie prostych algorytmów, dogodnych w obliczeniach numerycznych.

Poniżej przedstawiono nową metodę analizy układów elektrycznych, sprowadzalnych do schematów drabinkowych aktywnych ze źródłami sterowanymi napięciowo i prądowo. Opierając się na grafach Coatesa [4, 5] i teorii kontynuanty [2, 3, 8, 9, 12] podano prostą metodę obliczania dowolnych transmitancji układu. Wyrażenia końcowe zapisano w przejrzystej formie jako iloraz kontynuant.

Uzyskano wyrażenia określające czułość układu na zmianę poszczególnych jego parametrów. Jako przykład zastosowania tej metody rozpatrzono układ tranzystorowego wzmacniacza szeroko-pasmowego i filtra aktywnego na wzmacniaczach napięciowych.

2. UKŁAD DRABINKOWY AKTYWNY ZE ŹRÓDŁAMI STEROWANYMI PRĄDOWO

Rozpatrzmy niejednorodny układ drabinkowy aktywny ze źródłami sterowanymi, przedstawiony na rys. 1.



Rys. 1. Układ drabinkowy aktywny ze źródłami sterowanymi typu CCT i CVT

W każdej gałęzi podłużnej umieszczone są źródła napięcia sterowane prądem (CVT), natomiast w gałęziach poprzecznych źródła prądowe sterowane prądem (CCT). Źródła sterowane są opisane następującymi równaniami:

$$U_{2k+1} = \alpha_{2k+1} I_{2k-1} \quad \text{dla typu CVT}, \quad (1)$$

$$I_{2k} = \beta_{2k} I_{2k-1} \quad \text{dla typu CCT}, \quad (2)$$

$$\text{dla } k = 1 \dots n,$$

przy czym α_{2k+1} i β_{2k} są współczynnikami odpowiednich źródeł sterowanych.

Ograniczono się do rozpatrzenia jednej z możliwych konfiguracji źródeł sterowanych, najczęściej przyjmowanej w pracach poświęconych tej tematyce [11, 13, 14].

Obwód przedstawiony na rys. 1 można, opierając się na prawach Kirchhoffa, opisać układem równań (3):

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= Z_1 I_1 + U_2, \\ (1 + \beta_2) I_1 &= Y_2 U_2 + I_3, \\ U_2 &= Z_3 I_3 + U_4 - \alpha_3 I_1, \\ (1 + \beta_4) I_3 &= Y_4 U_4 + I_5, \\ &\dots\dots\dots \\ (1 + \beta_{2n-2}) I_{2n-3} &= Y_{2n-2} U_{2n-2} + I_{2n-1}, \\ U_{2n-2} &= Z_{2n-1} I_{2n-1} + U_{2n} - \alpha_{2n-1} I_{2n-3} \\ (1 + \beta_{2n}) I_{2n-1} &= Y_{2n} U_{2n}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Układ równań (3) można, po prostych przekształceniach i przyjęciu oznaczeń

$$\left. \begin{aligned} (1 + \beta_{2k}) &= C_{2k-1}, \\ \left(1 + \frac{\alpha_{2k+1} Y_{2k}}{1 + \beta_{2k}} \right) &= C_{2k}, \quad \text{dla } k = 1, 2, \dots, n, \\ \left(Z_{2k+1} - \frac{\alpha_{2k+1}}{1 + \beta_{2k}} \right) &= Z_{S2k+1}, \\ Z_1 &= Z_{S1}, \\ Y_{2k} &= Y_{S2k}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

zapisać w postaci macierzowej

$$\begin{bmatrix} U_0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{S1} & 1 & & & & & \\ -C_1 & Y_{S2} & 1 & & & & \\ & -C_2 & Z_{S3} & 1 & & & \\ & & -C_3 & Y_{S4} & & & \\ & & & \vdots & & & \\ & & & \vdots & & & \\ & & & \vdots & & & \\ & & & -C_{2n-3} & Y_{S2n-2} & 1 & \\ & & & & -C_{2n-2} & Z_{S2n-1} & 1 \\ & & & & & -C_{2n-1} & Y_{S2n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \\ I_3 \\ U_4 \\ \vdots \\ I_{2n-3} \\ U_{2n-2} \\ I_{2n-1} \\ U_{2n} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

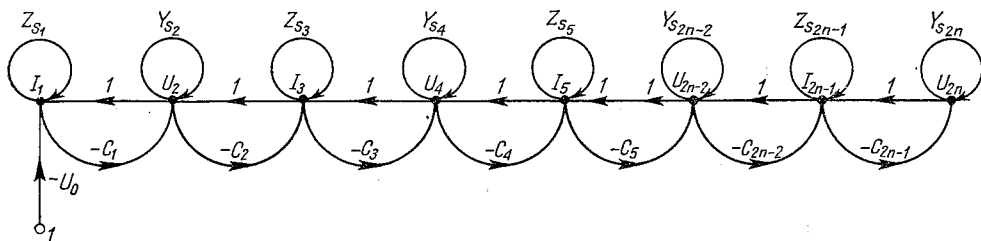
w której $F = A \cdot X$

F — wektor wymuszeń (niesterowane źródła prądu lub napięcia),

A — macierz parametrów obwodu,

X — wektor poszukiwanych prądów i napięć.

Układ równań (5) rozwiążemy przy pomocy grafów Coatesa [4, 5, 6] wykorzystując teorię kontynuanty [3, 8, 9, 12]. Graf Coatesa dla układu równań (5) przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Graf Coatesa dla układu drabinkowego aktywnego opisanego układem równań (5)

Wartość poszukiwaną sygnału X_k (napięcia lub prądu) odpowiadającego k -temu węzłowi znajdziemy na podstawie formuły Desoera [6], która dla naszego przypadku przyjmie postać

$$X_k = \frac{G_k D_k}{D}, \quad (6)$$

gdzie:

G_k — transmitancja kaskady łączącej węzeł wejściowy z k -tym węzłem wyjściowym,

D — wyznacznik główny grafu,

D_k — podwyznacznik grafu odpowiadający tej części grafu, która jest rozłączna z k -tą kaskadą.

Wykorzystując własność, że wyznacznik główny D oraz wszystkie podwyznaczniki D_k można wyrazić w postaci odpowiednich kontynuant [4], zapiszemy rozwiązanie układu równań (5) w postaci:

$$I_{2k-1} = U_0 \left(\prod_{i=1}^{2k-2} C_i \right) \frac{\{Y_{S2k}, Z_{S2k+1}, \dots, Z_{S2n-1}, Y_{S2n}\}}{\{Z_{S1}, Y_{S2}, Z_{S3}, \dots, Z_{S2n-1}, Y_{S2n}\}}, \quad (7)$$

$$U_{2k} = U_0 \left(\prod_{i=1}^{2k-1} C_i \right) \frac{\{Z_{S2k+1}, Y_{S2k+2}, \dots, Z_{S2n-1}, Y_{S2n}\}}{\{Z_{S1}, Y_{S2}, Z_{S3}, \dots, Z_{S2n-1}, Y_{S2n}\}}. \quad (8)$$

W zależnościach (7) i (8) wyrażenia zawarte w nawiasach oznaczają symboliczny zapis kontynuanty.

Wartość kontynuanty można obliczyć korzystając z definicji podanej w pracach [3, 8, 9, 12] lub z reguły iteracyjnej [3] zapisanej w postaci ogólnej:

$$W = \{a_k \div a_n\} = \{a_k, a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_{n-1}, a_n\} = a_k \prod_{i=k+1}^n A_i, \quad (9)$$

przy czym:

$$A_i = a_k \text{ dla } i = k,$$

$$A_i = a_i + \frac{b_{i-1}}{A_{i-1}} \text{ dla } i = k+1, k+2, \dots$$

w której:

W — wartość kontynuanty,

a_i — elementy kontynuanty ($k \leq i \leq n$),

b_i — współczynnik par kontynuanty.

Zależności (7) i (8) pozwalają określić dowolną transmitancję w układzie: impedancja wejściowa układu Z_{wej}

$$Z_{wej} = \frac{U_0}{I_1} = \frac{\{Z_{S1} \div Y_{S2n}\}}{\{Y_{S2} \div Y_{S2n}\}}, \quad (10)$$

wzmocnienie napięciowe K_u

$$K_u = \frac{U_{2n}}{U_0} = \left(\prod_{i=1}^{2n-1} C_i \right) \cdot \frac{1}{\{Z_{S1} \div Y_{S2n}\}}, \quad (11)$$

wzmocnienie prądowe K_I

$$K_I = \frac{I_{2n}}{I_1} = Y_{S2n} \cdot \left(\prod_{i=1}^{2n-1} C_i \right) \cdot \frac{1}{\{Y_{S2} \div Y_{S2n}\}}, \quad (12)$$

impedancja wejściowa widziana z zacisków $2k$

$$Z_{W2k} = \frac{U_{2k}}{I_{2k+1}} = \frac{1}{C_{2k}} \cdot \frac{\{Z_{S2k+1} \div Y_{S2n}\}}{\{Y_{S2k+2} \div Y_{S2n}\}}. \quad (13)$$

Zapis zależności w postaci kontynuanty ze względu na jej szczególne własności pozwala w prosty sposób badać czułość układu. Klasyczną czułość określamy z zależności (według Bode) [1]

$$S_\lambda^W = \frac{d \ln W(s)}{d \ln \lambda} = \frac{\lambda}{W} \cdot \frac{dW(s)}{d\lambda}, \quad (14)$$

w której:

$W(s)$ — badana funkcja obwodu,

λ — parametr, którego wpływ na funkcję $W(s)$ badamy,

S_λ^W — czułość funkcji $W(s)$ względem zmian parametru λ .

Korzystając z przedstawionej wyżej definicji podamy przykładowo wyrażenia określające czułość wzmocnienia napięciowego ze względu na zmianę parametrów obwodu. Wykorzystamy przy tym własność wyłączania dowolnego elementu kontynuanty przed nawias.

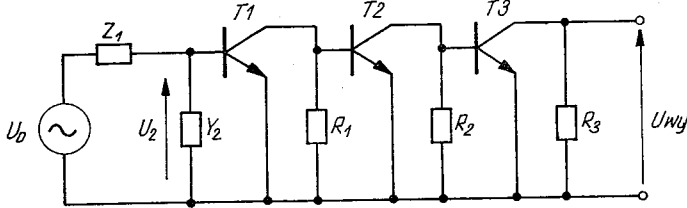
$$S_{Z_{2k+1}}^{K_u} = \frac{-Z_{2k+1}}{\{Z_{S1} \div Y_{S2n}\}} \cdot \frac{\partial \{Z_{S1} \div Y_{S2n}\}}{\partial Z_{2k+1}} \cdot \frac{\partial Z_{S2k+1}}{\partial Z_{2k+1}}, \quad (15)$$

$$S_{Z_{2k+1}}^{K_u} = \frac{-Z_{S2k+1} \cdot \{Z_{S1} \div Y_{S2k}\} \cdot \{Y_{S2k+2} - Y_{S2n}\}}{\{Z_{S1} \div Y_{S2n}\}}, \quad (16)$$

$$S_{Y_{S2k}}^{K_u} = \frac{\alpha_{2k+1} Y_{S2k}}{C_{2k}(1+\beta_{2k})} - Y_{2k} \frac{\{Z_{S1} \div Z_{S2k-1}\}}{\{Z_{S1} \div Y_{S2n}\}} \left[\{Z_{S2k+1} \div Y_{S2n}\} + \frac{\alpha_{2k+1}}{(1+\beta_{2k})} \{Y_{S2k+2} \div Y_{S2n}\} \right], \quad (17)$$

$$S_{\alpha_{2k+1}}^{K_u} = \frac{\alpha_{2k+1} Y_{S2k}}{C_{2k}(1+\beta_{2k})} + \frac{1}{(1+\beta_{2k})} \frac{\{Z_{S1} \div Y_{S2k}\} \{Y_{S2k+2} \div Y_{S2n}\} - Y_{S2k} \{Z_{S1} \div Z_{S2k-1}\} \{Y_{S2k+2} \div Y_{S2n}\}}{\{Z_{S1} \div Y_{S2n}\}}. \quad (18)$$

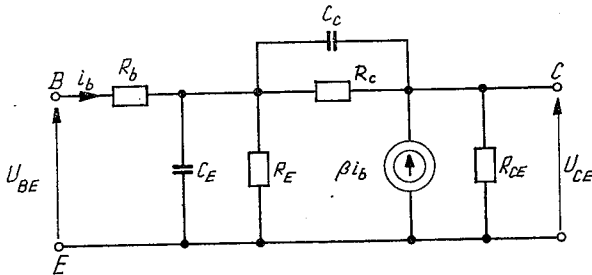
Dzięki wyrażeniu funkcji obwodu za pomocą kontynuant uzyskuje się wyrażenia na czułość bezpośrednio z jej definicji. Otrzymanie takich zależności innymi metodami jest bardzo uciążliwe a zależności końcowe mało przejrzyste.



Rys. 3. Schemat wzmacniacza szerokopasmowego dla średnich i wysokich częstotliwości

Jako przykład zastosowania przedstawionej metody rozpatrzmy tranzystorowy wzmacniacz szerokopasmowy w zakresie średnich i wysokich częstotliwości. Schemat zastępczy rozpatrywanego wzmacniacza w badanym zakresie częstotliwości [13] przedstawia rys. 3.

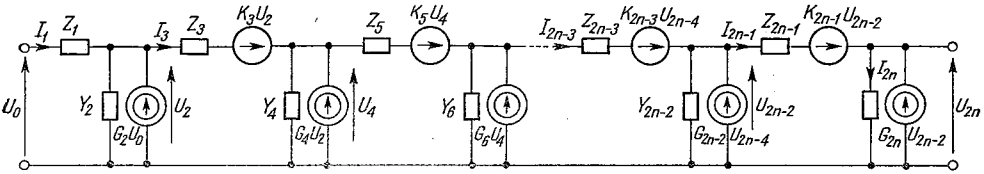
Przyjmujemy schemat zastępczy tranzystora podany przez Giacoletto [7], dobrze opisujący własności dynamiczne tranzystora w szerokim zakresie częstotliwości (rys. 4).



Rys. 4. Schemat zastępczy tranzystora według Giacoletto

Schemat zastępczy po wprowadzeniu następujących oznaczeń dla każdej z kaskad (indeksy dotyczą pierwszej kaskady)

$$\left. \begin{aligned} Z_3 &= R_b, \\ Y_4 &= sC_E + \frac{1}{R_E}, \\ Z_5 &= \frac{R_c}{sC_c \cdot R_c + 1}, \\ Y_6 &= \frac{1}{R_E} + \frac{1}{R_1} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$



Rys. 6. Układ drabinkowy aktywny ze źródłami sterowanymi napięciowo

Współczynniki sterowania źródeł napięciowych sterowanych napięciem (VVT) oznaczono przez k_{2i-1} , zaś źródeł prądowych sterowanych napięciem (VCT) przez g_{2i} . Po przyjęciu oznaczeń prądów i napięć gałęziowych jak na rys. 6, na podstawie praw Kirchhoffa napiszemy:

$$U_0 = Z_1 I_1 + U_2, \quad (26)$$

$$I_1 = Y_2 U_2 + I_3 - g_2 U_0. \quad (27)$$

Po podstawieniu zależności (26) do (27) uzyskuje się:

$$(1 + g_2 Z_1) I_1 = (Y_2 - g_2) U_2 + I_3. \quad (28)$$

Analogicznie postępując otrzymujemy pozostałe równania:

$$(1 + k_3) U_2 = Z_3 I_3 + U_4, \quad (29)$$

$$\left(1 + \frac{g_4 Z_3}{1 + k_3}\right) I_3 = \left(Y_4 - \frac{g_4}{1 + k_3}\right) U_4 + I_5, \quad (30)$$

$$(1 + k_5) U_4 = Z_5 I_5 + U_6, \quad (31)$$

$$\dots \dots \dots \left(1 + \frac{g_{2n} Z_{2n-1}}{1 + k_{2n+1}}\right) I_{2n-1} = \left(Y_{2n} - \frac{g_{2n}}{1 + k_{2n+1}}\right) U_{2n}. \quad (32)$$

Jak widać układ równań opisujący schemat przedstawiony na rys. 6 przyjmie postać macierzową identyczną z postacią (5)

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \quad (33)$$

przy czym poszczególne elementy macierzy $\mathbf{A}$ wynoszą:

$$C_{2i-1} = 1 + \frac{g_{2i} Z_{2i-1}}{1 + k_{2i-1}}, \quad (34)$$

$$C_{2i} = 1 + k_{2i+1}, \quad (35)$$

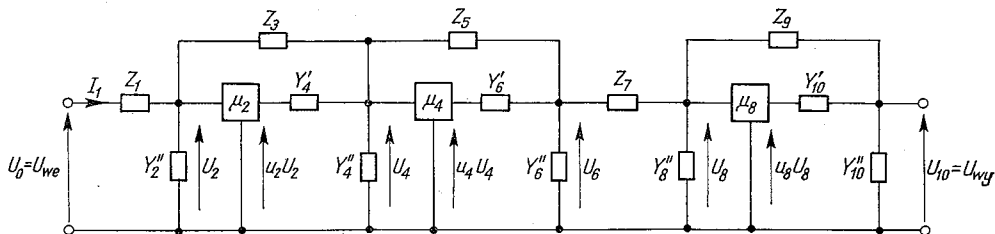
$$Y_{S2i} = Y_{2i} - \frac{g_{2i}}{1 + k_{2i-1}}, \quad (36)$$

$$Z_{S2i-1} = Z_{2i-1}, \quad (37)$$

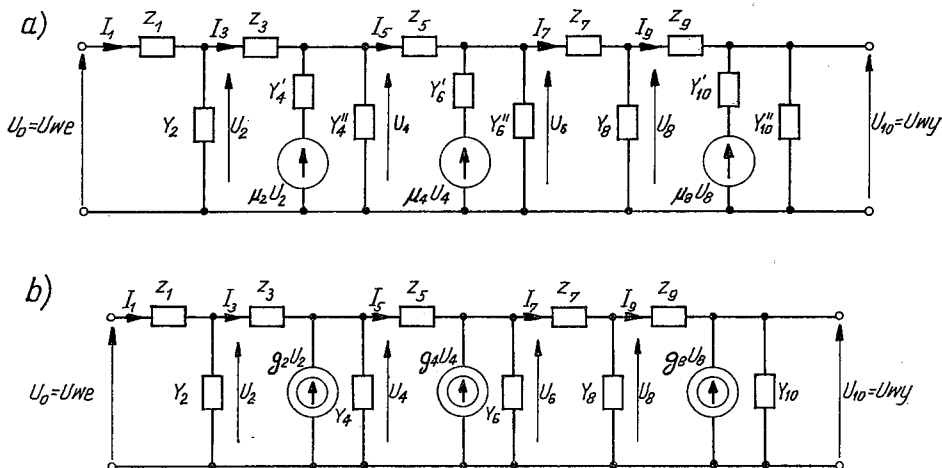
dla $i = 1, 2, \dots, n$ oraz $k_1 = 0$.

Zatem wszystkie zależności podane w postaci ogólnej w punkcie 2 przy uwzględnieniu wyrażeń (34 ÷ 37) są słuszne dla rozważanego przypadku.

Jako przykład zastosowania przedstawionych zależności rozpatrzmy układ filtru elektrycznego na wzmacniaczach napięciowych o skończonych współczynnikach wzmocnienia (rys. 7). Układ taki może realizować funkcję przenoszenia dolno-, górno- lub środkowo-przepustową w zależności od doboru immitancji oraz wzmocnień [10]. Schemat zastępczy takiego filtru przedstawiony został na rys. 8a i 8b.



Rys. 7. Schemat ogólny filtru elektrycznego na wzmacniaczach o skończonym wzmocnieniu



Rys. 8. Zastępczy schemat drabinkowy filtru

a) schemat podstawowy, b) schemat z zastępczymi źródłami prądu

Schemat z rys. 8b jest zgodny ze schematem ogólnym podanym na rys. 6, przy założeniu, że

$$\left. \begin{aligned} n &= 5, \\ k_{2i-1} &= 0, \\ g_2 &= \mu_2 \cdot Y'_4, & Y_2 &= Y''_2, \\ g_4 &= \mu_4 \cdot Y'_6, & Y_4 &= Y'_4 + Y''_4, \\ g_6 &= 0, & Y_6 &= Y'_6 + Y''_6, \\ g_8 &= \mu_8 \cdot Y'_{10}, & Y_8 &= Y''_8, \\ & & Y_{10} &= Y'_{10} + Y''_{10}. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

niach syntezy. Wyprowadzone zależności mają charakter ogólny i słuszne są dla dowolnej, skończonej liczby elementów. Ze względu na iteracyjny charakter obliczania kontynuanty na maszynie cyfrowej liczba uwzględnionych parametrów obwodu nie komplikuje w sposób istotny obliczeń.

LITERATURA

1. G. Bode, *Teoriya cepiej i projektirovanije usilitielej z obrotnoj swiazji*, Izd. po Inostr. Liter., Moskwa 1948.
2. Y. Ceyhun, *On the Properties of Continuants and Sensitivity Computations*, IEEE Trans. on CT, 1973, Mars, p. 167—169.
3. A. Cichocki, S. Osowski, *Algorytm wyznaczania dowolnych transmitancji dla układów drabinkowych niejednorodnych przy zastosowaniu kontynuanty*, Arch. Elektr., z. 4, 1974.
4. A. Cichocki, S. Osowski, *Badanie układów drabinkowych aktywnych*, Arch. Elektr., z. 3, 1975.
5. C. L. Coates, *Flow Graph Solutions of Linear Algebra Equations*, IRE Trans., 1959.
6. C. A. Desoer, *The Optimum Formula for the Gain of a Flow Graph or a Simple Derivation of Coates Formula*, Proc. IRE, May, 1960.
7. L. J. Giacoletto, *Study of p-n-p Alloy Junction Transistor from d-c Through Medium Frequencies*, RCA Rev., 1954.
8. E. J. Grinberg, *O problemach analiza i sinteza prostych liniowych schiem*, Kand. diss., Riga 1958.
9. J. L. Herrero, G. Willoner, *Synthesis of Filters*, Engl. Cliffs., N. J. 1966.
10. L. P. Huelsman, *Theory and Design of Active RC Circuits*, M. G. Hill, 1968.
11. Claude S. Lindquist, *Active Transmissions Lines*, Proc. IRE, August 1969, pp. 1422—1423.
12. T. Muir, *A Treatise on the Theory of Determinantes*, N. J. Dover, 1960, p. 516—565.
13. N. Nikołajenko, *Sintez tranzistornych usilitielej i filtrow*, Izd. Energija, 1970.
14. J. Vlach, T. R. Viswanathan, Singhal, *Active Filters for Intermediate Frequencies Using Low-Gain Transducers*, IEEE Trans. on CAS, No. 1, January 1974.

A. CICHOCKI, S. OSOWSKI

NEW METHOD OF STUDYING NON-HOMOGENOUS ACTIVE LADDER NETWORKS WITH CONTROL SOURCES

Summary

In the paper are analysed active ladder networks with control sources. As the mathematical basis the theory of continuant, Coates signal flow graphs and Desoer topology formula will be used.

In the analysis are determined currents, voltages along the network, transfer functions and their sensitivity.

A. CICHOCKI, S. OSOWSKI

UNE MÉTHODE NEUVELLE D'ÉTUDIER LES SYSTÈMES NON-HOMOGÈNES ACTIFS, À LA STRUCTURE D'ÉCHELLE

Résumé

Dans l'article on presente une méthode nouvelle d'étudier les systèmes non-homogènes, actifs, à la structure d'échelle, avec les sources commandés par la tension et l'intensité du courant. Une base mathématique de cette méthode est constituée par des relations concernant la continuante. On a obtenu les expressions déterminantes les transmittances du système en utilisant les graphes des Coates et les formules

topologiques de Desoer. En profitant des propriétés de la continuante on a donné, en titre d'exemple, les expressions déterminantes la sensibilité des fonctions du systèmes aux variations de ses paramètres. La méthode d'analyse considéré a été illustrée par deux exemples: un amplificateur à transistors et un système d'un filtre électrique.

A. CICHOCKI, S. OSOWSKI

NEUE UNTERSUCHUNGSMETHODE NICHTHOMOGENER AKTIVER LEITERSYSTEME MIT GESTEUERTEN QUELLEN

Zusammenfassung

In diesem Artikel wird eine neue Methode zur Berechnung nichthomogener, aktiver Leitersysteme mit spannungs- und stromgesteuerten Quellen dargestellt.

Hauptausgangspunkte für die vorliegende Methode sind: Kontinuanttheorie, Coatesgraphen und topologische Formeln von Desoer.

Bei der Analyse wurden Ströme, Spannungen längs der Leitersysteme, Übertragungsfunktionen und ihre Empfindlichkeiten berechnet.

A. ЦИХОЦКИ, С. ОСОВСКИ

НОВЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ЦЕПНЫХ СХЕМ С УПРАВЛЯЕМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

Резюме

В настоящей статье представлен новый метод анализа неоднородных цепных схем с управляемыми источниками напряжения и тока. Математической базой является теория и свойства континуанта. Эта теория вместе с графами Коутса и топологическими формулами Десозера позволила определить произвольные передаточные функции системы. Определена тоже чувствительность передаточной функции по напряжению. Показано применение представленного метода к анализу каскадного усилителя и активного фильтра.

Wyznaczanie ustalonych przyrostów temperatury uzwojeń w transformatorze suchym

WIESŁAW LASOCKI (ŁÓDŹ)

Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 25.6.1974

Artykuł jest kontynuacją tematu zagadnień cieplnych w transformatorach suchych [2], [3].

Przedstawiono metodę wyznaczania ustalonych przyrostów temperatury uzwojeń transformatorów suchych na podstawie schematu cieplnego. Podano wyniki pomiarów i obliczeń na modelu oraz na transformatorze suchym budowy otwartej.

1. WSTĘP

Współcześnie obserwuje się, zarówno za granicą jak i w kraju, szeroki wzrost zakresu zastosowania, wielkości produkcji oraz mocy jednostkowych i napięć znamionowych transformatorów suchych. Jest to warunkowane z jednej strony postępowaniem w opanowaniu problemów materiałowych i izolacyjnych, a z drugiej zaletami tej konstrukcji, w pierwszym rzędzie bezpieczeństwem przeciwpożarowym.

W kraju oprócz tradycyjnych zastosowań w górnictwie i przemyśle hutniczym, przewidyje się szerokie wykorzystanie transformatorów suchych jako rozdzielczych instalowanych w budynkach mieszkalnych. Do tych celów opracowuje się obecnie w Polsce serie transformatorów suchych z chłodzeniem powietrznym o mocach rzędu kilkuset kVA i napięciach 10 i 15 kV. Z tego względu zagadnienie projektowania i budowy transformatorów suchych chłodzonych powietrzem nabiera szczególnej wagi. W procesie obliczania cieplnego transformatora suchego zagadnienie sprowadza się do wyznaczenia średnich przyrostów temperatury uzwojeń, które są przedmiotem wymagań stawianych przez przepisy.

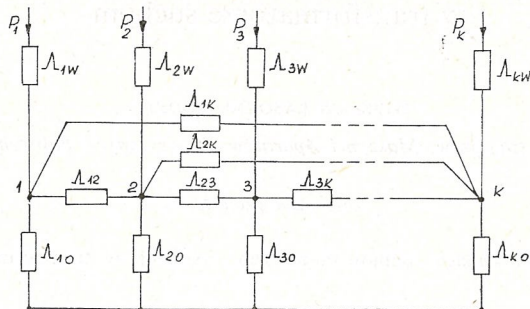
Artykuł omawia metodę wyznaczania przyrostów temperatury uzwojeń w transformatorach suchych budowy otwartej dla stanu cieplnie ustalonego.

Podano metodę linearyzacji równań opisujących zagadnienia cieplne dla przypadku transformatorów bez obudowy przy chłodzeniu naturalnym.

2. SCHEMAT CIEPLNY TRANSFORMATORA SUCHEGO

Podczas pracy transformatora powstają straty mocy w jego elementach, co powoduje ich nagrzewanie. Nagrzane elementy transformatora oddają ciepło do otoczenia oraz wymieniają je między sobą.

Schemat cieplny transformatora (rys. 1) składa się z przewodności cieplnych Λ_{io} , które obrazują przekazywanie ciepła do otoczenia, oraz przewodności Λ_{ik} , przy pomocy których wymieniane jest ciepło pomiędzy poszczególnymi elementami. Zależnie od liczby elementów transformatora suchego schemat jego można przedstawić w postaci jak na rys. 1, w którym węzeł k jest przypisany rdzeniowi.



Rys. 1. Schemat cieplny transformatora suchego bez obudowy dla stanu cieplnie ustalonego

W schemacie na rys. 1:

- P_i — moce wydzielone w i -tych elementach,
- Λ_{iw} — przewodności cieplne odpowiadające spadkowi temperatury wewnątrz i -tych elementów,
- Λ_{ik} — przewodności cieplne odtwarzające przekazywanie ciepła z elementu i do elementu k ,
- Λ_{io} — przewodności cieplne odtwarzające przekazywanie ciepła z i -tego elementu do otoczenia.

W transformatorze suchym rdzeń (element k) może wymienić ciepło z każdym elementem za pomocą jarzm, natomiast uzwojenia czy tuleje izolacyjne tylko pomiędzy sobą.

3. PRZEWODNOŚCI CIEPLNE W ZASTĘPCZYM SCHEMACIE TRANSFORMATORA SUCHEGO

Jak podano w pracy [3], przewodności schematu zastępczego mogą być wyrażone następującymi zależnościami:

przewodności poprzeczne Λ_{ik}

$$\begin{aligned} \Lambda_{ik} &= \Lambda_{ikr} + \Lambda_{ikp} = \varphi_{rik} \cdot S_i \cdot \alpha_{ikn} + \Lambda_{ikp} = \\ &= \varphi_{rik} \cdot S_i \cdot \frac{\varepsilon_i \cdot C_o}{\vartheta_i - \vartheta_k} \left[\left(\frac{273 + t_o + \vartheta_i}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + t_o + \vartheta_k}{100} \right)^4 \right] + \frac{\lambda_{kl} S_{kl}}{d_{kl}}, \end{aligned} \quad (1)$$

przewodności podłużne Λ_{io}

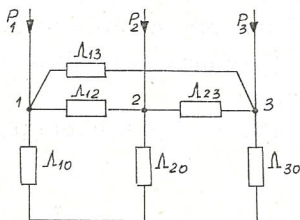
$$\begin{aligned} \Lambda_{io} &= \Lambda_{ior} + \Lambda_{iok} = \varphi_{rio} \cdot S_i \cdot \alpha_{ior} + \varphi_k \cdot S_k \cdot \alpha_{ko} = \\ &= \varphi_{rio} \cdot S_i \cdot \frac{\varepsilon_i \cdot C_o}{\vartheta_i} \left[\left(\frac{273 + t_o + \vartheta_i}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + t_o}{100} \right)^4 \right] + \varphi_k \cdot S_k \cdot 1,38 \cdot \left(\frac{\vartheta_i}{h_i} \right)^{1/4}. \end{aligned} \quad (2)$$

W zależnościach (1) i (2):

- $\Lambda_{ikr}, \Lambda_{ikp}$ — przewodności poprzeczne odtwarzające przekazywanie ciepła na drodze promieniowania i przewodzenia pomiędzy elementami transformatora,
 $\Lambda_{ior}, \Lambda_{io k}$ — przewodności podłużne odtwarzające przekazywanie ciepła na drodze promieniowania i konwekcji do otoczenia,
 $\varphi_{rik}, \varphi_{rio}$ — współczynniki konfiguracji między elementami i, k oraz między i i otoczeniem,
 S_i, S_k, S_{kl} — powierzchnie promieniowania, konwekcji oraz przewodzenia poprzez klina,
 $\varepsilon_{ik}, \varepsilon_i$ — względny oraz zastępczy względny współczynnik promieniowania,
 C_o — stała promieniowania ciała doskonale czarnego,
 t_o — temperatura otoczenia,
 ϑ_i, ϑ_k — przyrosty temperatury elementów i oraz k ,
 λ_{kl} — właściwa przewodność cieplna materiału klina,
 d_{kl} — grubość klina,
 φ_k — współczynnik korekcyjny uwzględniający wpływ szerokości kanału na oddawanie ciepła,
 h — wysokość.

4. RÓWNANIA OPISUJĄCE SCHEMAT CIEPLNY TRANSFORMATORA SUCHEGO

Przy obliczeniach cieplnych transformatorów operuje się zwykle wartością średniego przyrostu temperatury (wartość wyznaczona metodą oporową). W dalszych rozważaniach będą wyznaczone tylko średnie przyrosty temperatury ϑ_i , co oznacza, że w układach równań pominiemy spadki przyrostu temperatury na przewodnościach wewnętrznych Λ_{iw} .



Rys. 2. Schemat cieplny transformatora suchego o trzech elementach wymieniających ciepło

W przypadku najprostszego transformatora suchego występują trzy zastępcze elementy (dwa uzwojenia i rdzeń) — rys. 2. Wprowadzone zależności mogą być rozszerzone na dowolną liczbę elementów transformatora.

Stosując metodę potencjałów węzłowych do schematu cieplnego z rys. 2 można napisać układ równań:

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{11} \vartheta_1 - \Lambda_{12} \vartheta_2 - \Lambda_{13} \vartheta_3 &= P_1(1 + \alpha_1 \vartheta_1), \\
 -\Lambda_{21} \vartheta_1 + \Lambda_{22} \vartheta_2 - \Lambda_{23} \vartheta_3 &= P_2(1 + \alpha_2 \vartheta_2), \\
 -\Lambda_{31} \vartheta_1 - \Lambda_{32} \vartheta_2 + \Lambda_{33} \vartheta_3 &= P_3(1 + \alpha_3 \vartheta_3),
 \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie:

α_i — cieplny współczynnik rezystancji i -tego elementu,
 Λ_{ii} — przewodności własne i -tego węzła

$$\begin{aligned}\Lambda_{11} &= \Lambda_{10} + \Lambda_{12} + \Lambda_{13}, \\ \Lambda_{22} &= \Lambda_{20} + \Lambda_{21} + \Lambda_{23}, \\ \Lambda_{33} &= \Lambda_{30} + \Lambda_{31} + \Lambda_{32}.\end{aligned}\quad (4)$$

Podstawiając (4) do (3) i porządkując otrzymujemy:

$$\begin{aligned}(\Lambda_{10} - \alpha_1 p_1) \vartheta_1 + \Lambda_{12} (\vartheta_1 - \vartheta_2) + \Lambda_{13} (\vartheta_1 - \vartheta_3) &= P_1, \\ \Lambda_{21} (\vartheta_2 - \vartheta_1) + (\Lambda_{20} - \alpha_2 p_2) \vartheta_2 + \Lambda_{23} (\vartheta_2 - \vartheta_3) &= P_2, \\ \Lambda_{31} (\vartheta_3 - \vartheta_1) + \Lambda_{32} (\vartheta_3 - \vartheta_2) + (\Lambda_{30} - \alpha_3 p_3) \vartheta_3 &= P_3.\end{aligned}\quad (5)$$

Z powyższego układu równań wynika, że powiększenie się strat w poszczególnych elementach (uzwojeniach) na skutek wzrostu ich rezystancji jest równoważne ze zmniejszeniem się odpowiednich przewodności Λ_{i0} .

5. ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ

5.1. Metoda numeryczna

Jak wynika z zależności (1) i (2), przewodności w zastępczym schemacie cieplnym transformatora są nieliniowe, tzn. zależne od poszukiwanych przyrostów temperatury. Z powyższego względu układ równań (3) lub (5) nie daje się rozwiązać w sposób ogólny, można natomiast przeprowadzić obliczenia metodą iteracji przy zastosowaniu maszyny cyfrowej. Obliczenia na maszynie cyfrowej dają prawidłowe wyniki, ale mają tę wadę, że nie dają rozwiązania ogólnego, a więc nie pozwalają na przeprowadzenie analizy wpływu poszczególnych czynników na wynik obliczeń.

Analiza taka jest bardzo pomocna dla konstruktora przy projektowaniu.

5.2. Metoda linearyzacji

Układ równań (3) może być rozwiązany w sposób ogólny, jeżeli zastosować odpowiednie uproszczenia i linearyzację.

W przewodności podłużnej Λ_{ior} (2) współczynnik przejmowania ciepła na drodze promieniowania określony jest zgodnie z prawem Stefana Boltzmana

$$\alpha_{ior} = \frac{\varepsilon_i \cdot C_o}{\vartheta_i} \left[\left(\frac{273 + t_o + \vartheta_i}{100} \right)^4 - \left(\frac{273 + t_o}{100} \right)^4 \right], \quad (6)$$

lub w postaci:

$$\alpha_{inr} = \frac{\varepsilon_i \cdot C_o}{100} \left(\frac{546 + 2t_o + \vartheta_i}{100} \right) \left[\left(\frac{273 + t_o + \vartheta_i}{100} \right)^2 + \left(\frac{273 + t_o}{100} \right)^2 \right]. \quad (7)$$