POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

22
code
proc

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

KWARTALNIK

SPIS TREŚCI DO TOMU XXIII — 1977

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA

SPIS TREŚCI DO TOMU XXIII

D. J. Bem, Z. Ianelli: Kształtowanie charakterystyk promieniowania anten ultrakrótkofalowych wspomagane komputerem 339
D. J. Bem, W. Waszkis: Mapa numeryczna konduktywności gruntów na terytorium Polski 871
A. Bieńkowski: Wpływ naprężeń ściskających na właściwości magnetyczne stali transformatorowej 645
A. Buyno: Obraz pola magnetycznego na zewnątrz przewodu płaskiego z prądem udarowym 105
K. Cieślicki, M. Roszczyk: Urządzenie do pomiaru psychofizjologicznej funkcji szybkości przedmiotów w ruchu 821
J. Dobrowolski: Algorytmy i struktura zapamiętywania danych techniki macierzy rzadkich do analizy obwodów mikrofalowych opisywanych macierzą rozproszenia 887
A. L. Dobrucki, M. S. Piekarski: Synteza kaskadowa bezstratnych czwórników mikroelektronicznych opisanych macierzą rozproszenia 223
J. Filipczak: Komputerowe projektowanie wydłużników torowych z aproksymacją dokonywaną metodą przesuwania zer 253
L. Frąckowiak: Pulsacja prądu twornika zasilanego z tyrystorowych układów prostowniko-wych z komutacją sztuczną 969
J. Gieras: Teoria maszyn indukcyjnych o dwuwarstwowej części wtórnej 577
H. Gierasimowicz, S. Jankowski: Przepływ prądu przez kulę zasilaną symetrycznie 981
K. A. Grabowski, S. Łęgowski: Pomiar prądów polaryzacji i prądów niezrównoważenia wzmacniaczy operacyjnych w układzie *auto-loop*. Analiza układu pomiarowego 209
A. Handke: Analiza harmonicznych prądu generowanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej przez trójfazowy tyrystorowy prostownik mostkowy 719
E. Hojan, J. Florkowski, M. Niewiarowicz, U. Kokowska: Wykorzystanie metod impulsowych do badań nad głośnikami 169
K. Holejko: Pomiary fazy w obecności wąskopasmowego szumu 487
E. Horoszko. B. Harpula: Trójkanałowy wzbudnik pieca indukcyjnego 161
A. Jezierski: Komputerowa metoda wyznaczania czułości funkcji czwórnikowej 3
P. Jezierski: O pewnych aspektach stosowania metody odbić zwierciadlanych w układach ekranowanych 45
A. Karwowski: Maksymalizacja stosunku mocy sygnału do mocy szumu w dyskretnych układach antenowych 879
J. Kłamka: Fosforek indu — nowy półprzewodnik dla przyrządów mikrofalowych 863
J. Kolasa, H. Bartoszewicz, S. Fita: Bezwzględny wzorzec strumienia magnetycznego 271
A. Kozłowska, H. Pabis: Rozkład strumienia magnetycznego w transformatorach dużych mocy przy ich krótkotrwałych przewzbudzeniach 131
A. Krajewski: Uchyb fazomierzy impulsowych wywołany addytywnym zakłóceniem gaussowskim 13
A. Lewińska-Romicka: Niektóre problemy symulacji cyfrowej przetworników transduktorowych 667
W. Lipiński: Ekranowanie elektromagnetyczne w stanie ustalonym i nieustalonym przy osiowej symetrii pola magnetycznego 31
T. Lipiński, B. Darek: Degradacja diod elektroluminescencyjnych 397

M. Lisowski: Metoda kompensacji prądowej do precyzyjnego pomiaru małych wartości skutecznych prądu przemiennego małej częstotliwości 941
J. Manitius, Z. Kulski: Synteza logicznych algorytmów sterowania (L.A.S.) falowników napięciowych z modulacją szerokości impulsów 93
W. Matulewicz, U. Smoczyńska: Wpływ układu wzbudzenia na stabilność dynamiczną 633
Z. Muszalski: Niektóre aspekty nadmiernej prędkości zużycia szczotek w maszynach elektrycznych 657
Z. Muszalski: Niektóre aspekty nadmiernego zużycia powierzchni ślizgowych kolektorów maszyn elektrycznych 957
W. Nakwaski: Rekombinacja niepromienista w półprzewodnikach. Część I — Rekombinacja fononowa 375
W. Nakwaski: Rekombinacja niepromienista w półprzewodnikach. Część II — Rekombinacja Augera 553
Nguyen Thien: Zastosowanie metody topologicznej Hoanga do analizy układów *RC* z parametrami rozłożonymi 829
T. Nowicki, W. Stańczak: Wybrane aspekty optymalizacji konfiguracji telefonicznej sieci strefowej 237
M. Osiński: Degradacja półprzewodnikowych laserów złączowych. I. Stopniowa degradacja laserów homozłączowych 409
H. Percak: Optymalizacja układu automatycznej regulacji temperatury z regulacją ciągłą, proporcjonalną i sprzężeniem cieplnym 917
W. Pewca, M. Radecki: Wyznaczanie reaktancji uzwojeń transformatorów i rozpływu prądów na grupy równoległe za pomocą modelowania na papierze przewodzącym 463
K. Przanowski: Rola układów przesyłowych prądu stałego w systemach elektroenergetycznych 743
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Komputerowa analiza liniowych układów scalonych metodą macierzy rzadkich 321
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Kryteria oceny filtrów aktywnych *RC* 851
L. Różański, W. Horst: O pewnym sposobie analizy linii długich pasywnych . . . 297
S. Sławiński, A. Lizoń: Dopplerowski radar odzewowy 569
J. Słomczyńska: Numeryczna metoda wyznaczania rozkładu pola magnetycznego magnesu trwałego maszyny elektrycznej po stabilizacji w powietrzu 683
W. Smołuch: Cyfrowe modelowanie układów przekształtnikowych 147
W. Solnica, A. Lewińska-Romicka: System nieniszczących badań i sposoby rejestracji wyników kontroli drutów niemagnetycznych 535
R. Wadas: Statyka i dynamika domen magnetycznych 351
S. Walaszek: Statyczna i dynamiczna analiza procesu badania układu komutacyjnego . . 521
W. Włodarski: Możliwości zastosowania półprzewodnikowych złącz *p-n* jako przetworników dwuparametrowych: ciśnienia i temperatury 389
B. Wolszczak: Modelowanie układów elektronicznych na EMC w dziedzinie prądu stałego 927
Z. Wróbel, J. Hańderek, Z. Ujma: Własności elektryczne tworzyw ceramicznych PZT oraz niektóre ich zastosowania 181
J. Wyżga: Analiza układów przekształtnikowych metodami przestrzeni stanów 113
T. Zajt: Automatyczny mostek do pomiaru elementów *RLC* z wzorcem rezystancji 805
K. Zakrzewski, J. Sykulski: Odbicie zwierciadlane prądów przemiennych w jednostronnym ekranie przewodzącym w świetle metody potencjału wektorowego 73
K. Zakrzewski, J. Sykulski: Pole elektromagnetyczne przewodów równoległych ekranowanych jednostronnie masywnym żelazem 59

M. Zielichowski: Właściwości łuków ziemnozwarciowych w stojanach turbogeneratorów 433
W. Zieniutycz: Elementy analizy jednorezonatorowego filtru YIG 311
M. Zientalski: Wpływ rozrzutu parametrów tranzystorów oraz asymetrii układów na produkty modulacji w modulatorze zrównoważonym 507

CONTENTS

D. J. Bem, Z. Ianelli: Computer Assisted Design of VHF and UHF Antennae 339
D. J. Bem, W. Waszkis: Numerical Map of Ground Conductivity in Poland 871
A. Bieńkowski: Effect of Compressive Stresses on Some Magnetic Properties of Silicon-Iron Steel 645
A. Buyno: Image of Magnetic Field Outside a Flat Conductor with Surge Current 105
K. Cieślicki, M. Roszczyk: A Device for the Measurement of the Psychophysiological Function for Estimating the Velocity of Moving Objects 821
J. Dobrowolski: Algorithms and Storage Scheme in the Sparse Matrix Approach to Computer Aided Analysis of Microwave Circuits 887
A. L. Dobrucki, M. S. Piekarski: Cascade Synthesis of Lossless Microelectronic Two-ports Described by Scattering Matrix 223
J. Filipczak: Computer-aided Cable Building Out Network Design Using the Zero-shifting Approximation Method 253
L. Frąckowiak: Current Pulsation of the Armature Supplied by the SCR Units with Artificial Commutation 969
J. Gieras: Theory of Induction Machines with Double-Layer Secondary 577
H. Gierasimowicz, S. Jankowski: Direct Current Flow Through Symmetrically Supplied Sphere 981
K. A. Grabowski, S. Łęgowski: Measurement of Input Bias Currents and Offset Current of Operational Amplifiers in Auto-loop Circuit. Analysis of Measuring Circuit . . . 209
A. Handke: Analysis of Current Harmonics Generated in Feed Power Network by Threephase Thyristor Bridge Rectifier 719
E. Hojan, J. Florkowski, M. Niewiarowicz, U. Kokowska: Impulse Methods Employed for the Investigation of Loudspeakers 169
K. Holejko: Phase Measurements in the Presence of Narrowband Noises 487
E. Horoszko, B. Harpula: Three Channel Inductor of Induction Furnace 161
A. Jezierski: Computer-based Method of Determining Two-port Parameter Sensitivity 3
P. Jezierski: Some Aspects of Application of Images-Method to Shielded Arrangements 45
A. Karwowski: Signal-to-noise Ratio Maximization for Receiving Arrays 879
J. Klamka: Indium Phosphide — a New Semiconductor for Microwave Devices 863
J. Kolasa, H. Bartoszewicz, S. Fita: The Absolute Standard of Magnetic Flux 271
A. Kozłowska, H. Pabis: Flux Distribution in Large Transformers Under Overfluxing Conditions of Short Duration 131
R. A. Krajewski: Pulse Phasemeter Error Caused by Gaussian Noise 13
A. Lewińska-Romicka: Some Problems of Digital Simulation of Second Harmonic Transducer 667
W. Lipiński: Electromagnetic Screening in Steady and Transient States by Magnetic Field of Cylindrical Symmetry 31
T. Lipiński, B. Darek: Degradation of Electroluminescent Diodes 397
M. Lisowski: Current Compensating Method Allowing Precise Measurements of Root Mean Square l.f. Current Values 941
J. Manitius, Z. Kulski: Synthesis of Logical Algorithms for Control of Tension Inverters with Modulation of Pulse Length 93
W. Matulewicz, U. Smoczyńska: Influence of Exciting System on Dynamic Stability 633

Z. Muszalski: Certain Aspects of Excessive Wear of Collector Sliding Surfaces in Electrical Machines . . . 957
Z. Muszalski: Some Aspects of Excessive Brush Wear Speed in Electrical Machines . . 657
W. Nakwaski: Nonradiative Recombination in Semiconductors. Part 1 — Phonon Recombination . . . 375
W. Nakwaski: Nonradiative Recombination in Semiconductors. Part 2 — Auger Recombination . . . 553
Nguyen Thien: Application of Hoang Topological Method to Analysis of Distributed *RC* Networks . . . 829
T. Nowicki, W. Stańczak: Some Aspects of Optimization of Telephone Network Configuration in Zone . . . 237
M. Osiński: Degradation of Semiconductor Junction Lasers. I. Gradual Degradation of Homojunction Lasers . . . 409
H. Percak: Optimization of Automatic Temperature Control System with Continuous Proportional Control and Thermal Coupling . . . 917
W. Pewca, M. Radecki: Determination of Leakage Reactance of Transformer Windings and Current Distribution in Parallel Groups by Means of Carbon Paper Models . . . 463
K. Przanowski: The Importance of D.C. Transmission in A.C. Power Systems . . . 743
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Evaluation Criteria of *RC* Active Filters 851
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Sparse Matrix Analysis of Linear Integrated Networks . . . 321
L. Różański, W. Horst: A Method of Passive Transmission Lines Analysis . . . 297
S. Sławiński, A. Lizoń: Doppler Response Radar . . . 569
J. Słomczyńska: Numerical Method of Calculating Magnetic Field Distribution in an Electrical Machine Permanent Magnet Stabilized in Air . . . 683
W. Smołuch: Digital Modeling of SCR Circuits . . . 147
W. Solnica, A. Lewińska-Romicka: System of Non-destructive Examination of Non-magnetic Wires and Methods of Recording Results . . . 535
R. Wadas: Statics and Dynamics of Magnetic Domains . . . 351
S. Walaszek: Static and Dynamic Analysis of Commutation Circuit Investigating Process 521
W. Włodarski: Possibilities of Employing Semiconductor *p-n* Junctions as Two-parameters: Pressure and Temperature Converters . . . 389
B. Wolszczak: Computer-aided Modeling of Electronic Circuits in D. C. Domain . . . 927
Z. Wróbel, J. Hańderek, Z. Ujma: Electric and Thermoelectric Properties of PZT Ceramic Materials and Their Applications . . . 181
J. Wyżga: Analysis of SCR-Circuits by State Space Methode . . . 113
T. Zajt: Automatic Measuring Bridge with Resistance Standard for *RLC* Elements . . . 805
K. Zakrzewski, J. Sykulski: Electromagnetic Field of Parallel Conductors with One-sided Solid Iron Shield . . . 59
K. Zakrzewski, J. Sykulski: Image Reflection of Alternating Currents Resulting from Vector Potential Method in One-sided Conductance Shield . . . 73
M. Zielichowski: Properties of Earth-fault Arcs in Turbogenerator Stators . . . 433
W. Zieniutycz: Analysis of Single-stage YIG Passband Filter . . . 311
M. Zientalski: The Effect of Transistor Parameters Scattering and of System Asymmetry on Modulation Products in a Balanced Modulator . . . 507

TABLE DES MATIÈRES

D. J. Bem, Z. Ianelli: Façonnement des caractéristiques du rayonnement des antennes pour ondes très courtes à l'aide d'un caculateur . . . 339
D. J. Bem, W. Waszkis: Carte numérique de la conductivité des sols territoire de la Pologne 871

A. Bieńkowski: Influence des contraintes de compression sur les propriétés magnétique de l'acier pour transformateur 645
A. Buyno: Image du champ magnétique hors du conducteur plat avec courant du choc . 105
K. Cieślicki, M. Roszczyk: Dispositif de mesure de la fonction psychophysiologique de vitesse des objets en marche 821
J. Dobrowolski: Algorithmes et structure de l'enregistrement dans la mémoire des données techniques de la matrice rare pour analyser des circuits micro-ondes décrits par la mémoire de dispersion 887
A. L. Dobrucki, M. S. Piekarski: Synthèse cascade des quadripôles microélectroniques sans dissipation décrits à l'aide de scattering matrice 223
J. Filipczak: Projet des lignes artificielles à approximation obtenue avec la méthode du déplacement des zéros fait à l'aide d'un calculateur 253
L. Frąckowiak: Les fluctuations du courant de rotor alimenté par un redresseur comprenant des thyristors à commutation artificielle 969
J. Gieras: Théorie de machines asynchrones dont le secondaire est à deux couches 577
H. Gierasimowicz, S. Jankowski: Ecoulement du courant par une bille alimentée symétriquement 981
K. A. Grabowski, S. Łęgowski: Mesure des courants de polarisation et de décalage des amplificateurs opérationnels en boucle fermée. Analyse du circuit de mesure 209
A. Handke: Analyse des harmoniques du courant générées dans le réseau d'alimentation électro-énergétique par un redresseur triphasé en pont à thyristor 719
E. Hojan, J. Florkowski, M. Niewiarowicz, U. Kokowska: Application des méthodes à impulsion pour examiner les haut-parleurs 169
K. Holejko: Mesure de la phase en présence du bruit à bande étroite 487
E. Horoszko, B. Harpula: Inducteur à trois canaux du four à induction 161
A. Jezierski: Méthode de la détermination de la sensibilité de la fonction quadripôle à l'aide d'un calculateur 3
P. Jezierski: Certains aspects de l'application de la méthode des réflexions régulières aux systèmes blindés 45
A. Karwowski: Maximisation du rapport du signal au bruit dans le système discret d'antenne 879
J. Klamka: Phosphure d'indium — nouveau semi-conducteur pour les appareils micro-ondes 863
J. Kolasa, H. Bartoszewicz, S. Fita: Un étalon absolu du flux magnétique . . 271
A. Kozłowska, H. Pabis: Distribution du flux magnétique dans les transformateurs de grande puissance pendant les surexcitations de courte durée 131
R. A. Krajewski: Ecart des phasemètres à impulsion produit par une perturbation additive gaussienne 13
A. Lewińska-Romicka: Quelques problèmes de la simulation numérique des transducteurs 667
W. Lipiński: Blindage électromagnétique en état stationnaire et non stationnaire en cas de la symétrie axiale du champ magnétique 31
T. Lipiński, B. Darek: Dégradation des diodes électroluminescentes 397
M. Lisowski: Méthode compensatoire permettant de mesurer avec précision de faibles valeurs efficaces du courant alternatif à basse fréquence 941
J. Manitius, Z. Kulski: Synthèse des algorithmes logiques de commande (LAS) des onduleurs de tension à modulation de la largeur impulsions 93
W. Matulewicz, U. Smoczyńska: Influence du système d'excitation sur la stabilité dynamique 633
Z. Muszalski: Quelques aspects de l'usure excessive des surfaces glissantes des collecteurs des machines électriques 957
Z. Muszalski: Certains aspects de l'usure excessive des balais des machines électriques 657
W. Nakwaski: Recombinaison non-radiative dans les semi-conducteurs. Partie 1 — Recombinaison phononique 375

W. Nakwaski: Recombinaison non-radiative dans les semi-conducteurs. Partie 2 — Recombinaison Auger 553
Nguyen Thien: Application de la méthode topologique de Hoang à l'analyse des circuits *RC* avec les paramètres distribués 829
T. Nowicki, W. Stańczak: Les aspects choisis de l'optimisation de la configuration du réseau téléphonique régional 237
M. Osiński: Dégradation des lasers semi-conducteurs de jonction. I. Dégradation progressive des lasers d'homojonction 409
H. Percak: Optimisation du système automatique de régulation de la température à réglage continu, proportionnel et à couplage thermique 917
W. Pewca, M. Radecki: Détermination des réactances de fuites des enroulements des transformateurs ainsi que la répartition des courants dans enroulements perallèles à l'aide des modèles réalisés sur papier conducteur 463
K. Przanowski: Rôle des réseaux transmetteurs du courant continu dans les systèmes électro-énergétiques 743
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Critères d'estimation des filtres actifs *RC* 851
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Analyse des circuits linéaires intégrés par méthode des matrices creuses à l'aide d'un calculateur 321
L. Różański, W. Horst: Une des méthodes d'analyse des lignes de transmission passives 297
S. Sławiński, A. Lizoń: Radar de réponse de Doppler 569
J. Słomczyńska: Méthode numérique pour calculer la répartition du champ magnétique dans un aimant permanent d'une machine électrique stabilisé dans l'air 683
W. Smołuch: Le modèle numérique des convertisseurs statiques 147
W. Solnica: Le système des épreuves non destructives des fils non magnétiques et les méthodes de l'enregistrement des résults obtenus 535
R. Wadas: Statique et dynamique des domains magnétiques 351
S. Walaszek: Analyse statique et dynamique du processus des essais du circuit de commutation 521
W. Włodarski: Possibilité de l'application des jonctions semi-conducteurs *p-n* comme transducteurs biparamétriques: de pression et de température 389
B. Wolszczak: Simulation des circuits électriques sur l'ordinateur dans le domaine du courant continu 927
Z. Wróbel, J. Hańderek, Z. Ujma: Propriétés électriques et thermo-électriques des matières céramiques PZT et leurs certaines applications 181
J. Wyżga: Analyse des systèmes de convertisseurs statiques par les méthodes des espaces d'états 113
T. Zajt: Pont de mesure automatique pour des éléments *R*, *L*, *C* avec un étalon de résistance 805
K. Zakrzewski, J. Sykulski: Le champ électromagnétique dans le système des conducteurs parallèles blindés unilatéralement par le fer massif 59
K. Zakrzewski, J. Sykulski: Images symétriques des courants alternatifs dans le blindage conductif unilatéral en vertu de la méthode du potentiel vectoriel 73
M. Zielichowski: Proprietés des arcs de court-circuit à la terre dans les stators des turbo-générateurs 433
W. Zieniutycz: L'étude théorique sur le filtre à un résonateur à YIG 311
M. Zientalski: Influence de la dispersion des paramètres des transistors et de l'asymétrie du système sur les produits de modulation dans un modulateur équilibré 507

INHALT

D. J. Bem, Z. Ianelli: Formung von Strahlungscharakteristiken von Ultrakurzwellenantennen unter Anwendung eines Digitalrechners 339
D. J. Bem, W. Waszkis: Numerische Karte der Bodenkonduktivität auf polnischem Gebiet 871

A. Bieńkowski: Einfluss von Druckspannungen auf die magnetischen Eigenschaften des Transformatorstahles 645
A. Buyno; Bild des Magnetfeldes ausserhalb einer Flachleitung mit Stoßstrom 105
K. Cieślicki, M. Roszczyk: Messvorrichtung für die psychophysiologische Geschwindigkeitsfunktion der sich in Bewegung befindlichen Gegenständen 821
J. Dobrowolski: Algorithmen und die Datenspeicherstruktur spärlicher Matrixen zur Analyse von Mikrowellenkreisen, die durch Streumatrixen beschrieben werden 887
A. L. Dobrucki, M. S. Piekarski: Kettensynthese von durch eine Streumatrix beschriebenen verlustfreien mikroelektronischen Zweitoren 223
J. Filipczak: Projektierung von Kunstleitungen mittels einer mit Hilfe von Nullverschiebungen durchgeführten Approximationsmethode unter Anwendung einer elektronischen Rechenmaschine 253
L. Frąckowiak: Ankerstrompulsation bei Einspeisung durch Thyristorengleichrichter mit künstlicher Kommutation 969
J. Gieras: Theoretische Grundlagen für Induktionsmaschinen mit einem doppelschichtigen Sekundärteil 577
H. Gierasimowicz, S. Jankowski: Stromdurchfluss durch eine symmetrisch gespeiste Kugel 981
K. A. Grabowski, S. Łęgowski: Messung von Bias- und Offset-strömen der Operationsverstärker in *Auto-Loop*-Schaltung. Analyse der Meßschaltung 209
A. Handke: Analyse der in einem elektroenergetischen Versorgungsnetz durch dreiphasige Thyristorbrückengleichrichter erzeugten Stromharmonischen 719
E. Hojan, J. Florkowski, M. Niewiarowicz, U. Kokowska: Ausnutzung der Impulsmethoden für Untersuchungen von Lautsprechern 169
K. Holejko: Phasenbemessung unter Schmalbandrauschen 487
E. Horoszko, B. Harpula: Dreirinnen-Induktor eines Induktionsofen 161
A. Jezierski: Komputer-Methode zur Empfindlichkeitsbestimmung von Vierpolfunktionen 3
P. Jezierski: Über Anwendungsaspekte der Abspiegelungs-methode in geschirmten Anordnungen 45
A. Karwowski: Bestimmung des maximalen Signal-Geräusch-Verhältnisses bei diskreten Antennenanlagen 879
J. Klamka: Indiumphosphid — ein neuer Faktor für Mikro-wellenvorrichtungen 863
J. Kolasa, H. Bartoszewicz, S. Fita: Absoluter magnetischer Normalfluss . . . 271
A. Kozłowska, H. Pabis: Magnetflussverteilung in Transformatoren grosser Leistungen bei kurzzeitigen Überregungen 131
R. A. Krajewski: Die durch additive Gauss-Störungen induzierte Abweichung der impulsiven Phasenmesser 13
A. Lewińska-Romicka: Einige Probleme der numerischen Simulation von Förster-Sonden 667
W. Lipiński: Elektromagnetische Abschirmung in stationären und nichtstationären Zustand beim zylindersymmetrischen magnetischen Wechselfeld 31
T. Lipiński, B. Darek: Abbau von Elektrolumineszenzdioden 397
M. Lisowski: Methode der Stromkompensation für Feinmessung der kleinen Effektivwerte des niederfrequenten Wechselstromes 941
J. Manitius, Z. Kulski: Eine Synthese logischer Algorithmen zur Steuerung von Spannungswechselrichtern mit einer Modulation der Impulsbreite 93
W. Matulewicz, U. Smoczyńska: Einfluss des Erregungssystems auf seine dynamische Stabilität 633
Z. Muszalski: Einige Hinweise betreffs übermässigen Verschleisses von Kollektorgleitflächen in elektrischen Maschinen 957
Z. Muszalski: Einige Hinweise betreffs übermässigen Verschleisses von Bürsten in elektrischen Maschinen 657

W. Nakwaski: Nichtstrahlende Rekombination in Halbleitern. Teil 1 — Schallquantrekombination . . . 375
W. Nakwaski: Nichtstrahlende Rekombination in Halbleitern. Teil 2 — Rekombination von Auger . . . 553
Nguyen Thien: Anwendung der Hoangschen topologischen Methode zur Analyse von *RC*-Strukturen . . . 829
T. Nowicki, W. Stańczak: Gewählte Optimierungsaspekte der Gestaltung eines Zonenfernsprechnetzes . . . 237
M. Osiński: Degradation von Halbleiter-Injektionslasern. I. Allmähliche Degradation von Homo-Diodenlasern . . . 409
H. Percak: Optimierung automatischer Temperaturregelungssysteme mit kontinuierlicher und proportioneller Regelung und mit Wärmekopplung . . . 917
W. Pewca, M. Radecki: Bestimmung der Reaktanz von Trafowicklungen und der Stromverteilung in Parallelgruppen mittels Modellierung auf einem Leitpapier . . . 463
K. Przanowski: Bedeutung der Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungen in Wechselstrom-Energiesystemen . . . 743
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Beurteilungskriterien von aktiven *RC*-Filtern . . . 851
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Analyse von linearen, mittels Dünnmatrizen integrierten Systemen, unter Anwendung eines Digitalrechners . . . 321
L. Różański, W. Horst: Zur Analyse passiver Leitungen . . . 297
S. Sławiński, A. Lizoń: Doppler-Sekundärradar . . . 569
J. Słomczyńska: Numerische Methode zur Bestimmung der Magnetfeldverteilung im Permanentmagnet einer elektrischen Maschine nach der Luftstabilisierung . . . 683
W. Smołuch: Digitale Simulation der Stromrichtersysteme . . . 147
W. Solnica, A. Lewińska-Romicka: Ein nichtdestruktives Prüfsystem und Eintragungsmethoden von Kontrollergebnissen bei nichtmagnetischen Drähten . . . 535
R. Wadas: Statik und Dynamik von Magnetdomänen . . . 351
S. Walaszek: Statische und dynamische Analyse der Prüfprozesse einer Fernsprechschalteinrichtung . . . 521
W. Włodarski: Anwendungsmöglichkeiten von *p-n*-Halbleiterübergängen als zweiparameter-Druck- und Temperaturumsetzer . . . 389
B. Wolszczak: Rechnergestützte Gleichspannungsmodellierung elektronischer Netzwerke 927
Z. Wróbel, J. Hańderek, Z. Ujma: Elektrische und thermoelektrische Eigenschaften keramischer Werkstoffe PZT und manche deren Anwendungsmöglichkeiten . . . 181
J. Wyżga: Untersuchung der Stromrichterschaltungen mittels der Zustandsraummethode . . 113
T. Zajt: Automatische Messbrücke für *RLC*-Grössen mit Resistanzstandard . . . 805
K. Zakrzewski, J. Sykulski: Das elektromagnetische Feld des Systems von Parallelen mit einseitigen Schirm aus massivem Eisen . . . 59
K. Zakrzewski, J. Sykulski: Symmetrische Abbildung von Wechselströmen im einseitigen stromleitenden Schirm, entstanden auf Basis der Vektor-Potential-Methode . . . 73
M. Zielichowski: Eigenschaften von Lichtbogenerdschlüssen in Statoren der Turbogeneratoren . . . 433
W. Zieniutycz: Analyse des YIG-Bandpassfilters . . . 311
M. Zientalski: Einfluss der Kenngrössenstreuung von Transistoren und der Schaltungsasymmetrie auf den Anteil der unerwünschten Modulationsprodukte in einem balancierten Modulator . . . 507

СОДЕРЖАНИЕ

Ю. Бем, В. Вашкис: Цифровая карта проводимостей почвы на территории Польши . . . 871

Ю. Бем, З. Иванелли: Формулирование характеристик излучения с.в.ч. антенн с помощью ЭЦВМ . . . 339

Беньковски: Влияние механических напряжений сжатия на некоторые магнитные свойства электротехнической стали . . . 645

Буйно: Распределение магнитного поля снаружи плоского проводника с ударным током . . . 105

Вадас: Статика и динамика магнитных домен . . . 351

Валяшек: Статический и динамический анализ процесса исследования коммутационной схемы . . . 521

Влодарски: О возможности применения полупроводниковых *p-n*-переходов в качестве двупараметрических преобразователей давления и температуры . . . 389

Больщак: Моделирование электронных схем на ЭВМ в области постоянного тока . . . 927

Врубель, Я. Ханьдерек, З. Уйма: Электрические и термоэлектрические свойства керамических материалов PZT и некоторые их применения . . . 181

Выжга: Анализ преобразовательных систем методом пространства состояния . . . 113

Герас: Теория асинхронных машин с двуслойной вторичной частью . . . 577

Герасимович, С. Янковски: Протекание постоянного тока через симметрично питаемый шар . . . 981

А. Грабовски, С. Лэнговски: Измерение токов смещения и тока сдвига операционных усилителей в системе *auto-loop*. Анализ измерительной системы . . . 209

Добровольски: Алгоритм и структура запоминания данных техники редких матриц для анализа с.в.ч.-схем описанных матрицей рассеяния . . . 887

Л. Добруцки, М. С. Пекарски: Каскадный синтез интегральных двухпарополюсников без потерь, описанных матрицей рассеяния . . . 223

Езерски: Метод определения чувствительности функции четырехполюсника при помощи ЦВМ . . . 3

Езерски: О некоторых аспектах применения метода зеркальных отображений в экранированных системах . . . 45

Зайт: Автоматический мостик для измерения элементов с резистанционным эталоном . . . 805

Закшевски, Я. Сыкульски: Симметричное отображение переменных токов в одностороннем проводящем экране, вытекающие из метода векторного потенциала . . . 73

Закшевски, Я. Сыкульски: Электромагнитное поле параллельных проводников с односторонним экраном из массивного ферромагнетика . . . 59

Зелиховски: Свойства дуги при замыканиях на землю в статорах турбогенераторов . . . 433

Зентальски: Влияние разброса параметров транзисторов и ассиметрии схемы на продукты модуляции в балансном модуляторе . . . 507

Зенютич: Элементы анализа однорезонаторного фильтра ИЖГ . . . 311

Карвовски: Максимализация отношения мощности сигнала к мощности шума в дискретных антенных решетках . . . 879

Клямка: Фосфид индия — новый полупроводник для микроволновых приборов . . . 863

Козловска, Г. Пабис: Распределение магнитного потока в мощных трансформаторах при их кратковременном перевозбуждении . . . 131

Коляса, Х. Бартошевич, С. Фита: Абсолютный эталон магнитного потока . . . 271

Краевски: Влияние гауссового шума на погрешность электронных фазометров . . . 13

Левиньска-Ромицка: Некоторые проблемы цифровой симуляции магнитомодуляционных датчиков . . . 667

В. Липиньски: Электромагнитное экранирование в установившемся и неустановившемся режиме при осевой симметрии магнитного поля 31
Т. Липиньски, Б. Дарек: Деградация электролюминесцентных диодов 397
М. Лисовски: Метод компенсации тока для точного измерения малых эффективных значений переменного тока низкой частоты 941
Я. Манитиус, З. Кульски: Синтез логических алгоритмов управления (L.A.S) инверторов напряжения с Ш.И.М. 93
В. Матулевич, У. Смочиньска: Влияние системы возбуждения на динамическую устойчивость 633
З. Мушальски: Некоторые аспекты слишком большой скорости изнашивания электрощеток 657
З. Мушальски: Некоторые аспекты чрезмерного изнашивания скользящих поверхностей коллекторов и колец электрических машин 957
В. Накваски: Безизлучательная рекомбинация в полупроводниках. I — фононная рекомбинация 375
В. Накваски: Безизлучательная рекомбинация в полупроводниках. Часть II. Оже-рекомбинация 553
Нгуен Тьен: Применение топологического метода Хуанга к анализу схем *RC* с распределенными параметрами 829
Т. Новицки, В. Станьчак: Некоторые вопросы оптимализации конфигурации телефонной сети зоны 237
М. Осиньски: Деградация полупроводниковых инжекционных лазеров. I. Постепенная деградация лазеров с гомоструктурными переходами 409
В. Певца, М. Радецки: Определение реактивности рассеяния обмоток трансформаторов и распределение токов в параллельных ветвях при помощи моделирования полей на электропроводящей бумаге 463
Г. Перцак: Оптимализация системы автоматического регулирования температуры с непрерывным, пропорциональным регулированием и тепловым сопряжением . . . 917
К. Пшановски: Роль электропередач постоянного тока в электроэнергетических системах 743
Я. Рошкевич, А. Борыс, Р. Войтына: Критерия оценки активных фильтров *RC* 851
Я. Рошкевич, А. Борыс, Р. Войтына: Анализ линейных интегральных схем с использованием структуры редких матриц 321
Л. Ружаньски, В. Хорст: К методу анализа длинных пассивных линий 297
С. Славиньски, А. Лизонь: Доплеровский эховый радар 569
Е. Сломчиньска: Разностный метод решения распределения магнитного поля постоянного магнита электрической машины после его воздушной стабилизации . . . 683
В. Смолух: Цифровое моделирование преобразовательных схем 147
В. Сольница, А. Левиньска-Ромицка: Система неразрушающих исследований и методы регистрации результатов контроля немагнитных проволок 535
Я. Филипчак: Проектирование искусственных линий с аппроксимацией методом перемещения нулей на ЭЦВМ 253
Л. Фронцковяк: Пульсация тока якоря двигателя питаемого от тирристорных преобразователей с искусственной коммутацией 969
А. Хандке: Анализ гармоник тока генерированных в электроэнергетической питающей сети трехфазным тиристорным выпрямительным мостиком 719
К. Холейко: Измерение фазы в присутствии узкополосного шума 487
Е. Хорошко, Б. Харпуля: Трехканальный индуктор индукционной плавильной печи 161
Э. Хоян, Е. Фльорковски, М. Невяровић, У. Коковска: Использование импульсной техники для оценки громкоговорителей 169
К. Цесьлицки, М. Рощик: Устройство для измерения психофизиологической функции скорости предметов в движении 821

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXIII · ZESZYT 1

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1977

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor naczelny
PROF. DR WITOLD NOWICKI

Zastępca redaktora naczelnego
PROF. DR HAB. TADEUSZ KACZOREK

Członkowie
PROF. DR LEONARD KNOCH, PROF. DR WITOLD ROSIŃSKI
PROF. DR HAB. JANUSZ TUROWSKI

Sekretarz
JANINA MATHEISEL

ADRES REDAKCJI

00-661 Warszawa, Plac Jedności Robotniczej 1
Politechnika, Instytut Telekomunikacji, Gmach Elektroniki, pok. 471

Dyżury Redakcji: poniedziałki i czwartki, godz. 11-13
tel. 28 89 81 lub 210 07-737
Telefony domowe: redaktor naczelny – 17 37 03
zastępca redaktora naczelnego – 44 88 34
sekretarz – 33 84 97

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 720 (612+108)	Oddano do składania 11.IX.1976 r.
Ark. wyd. 20,5, ark. druk. 16,75.	Podpisano do druku w lutym 1977 r.
Papier druk. sat. poencyklop. kl. III, 80 g. 70×100	Druk ukończono w lutym 1977 r.
Zamówienie nr 1311/76	Cena zł 40.— F-28

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 3 — 11

621.3.088.3

Komputerowa metoda wyznaczania czułości funkcji czwórnikowej

ADAM JEZIERSKI (WARSZAWA)

Przemysłowy Instytut Elektroniki

Otrzymano 3.5.1975

Przedstawiona w artykule metoda pozwala na obliczanie czułości dowolnej funkcji czwórnikowej ze względu na zmianę wartości dowolnego elementu należącego do analizowanej sieci liniowej. Metoda opiera się bezpośrednio na twierdzeniu Tellegena i wykorzystuje teorię analizy układów elektronicznych za pomocą sieci dołączonej.

1. WSTĘP

Opracowany i uruchomiony w Politechnice Gdańskiej program analizy liniowych układów elektronicznych WOBO został wykonany w oparciu o metodę macierzy rzadkiej. Zastosowanie metody macierzy rzadkiej powoduje znaczne zmniejszenie ilości operacji długich, potrzebnych do wykonania analizy, w porównaniu z klasycznymi metodami macierzowymi. Wykorzystanie macierzy rzadkiej do rozwiązywania układu równań opisujących sieć liniową zmniejsza także obszar pamięci komputera zajmowany w trakcie obliczeń [3], [4], [7], [2].

Metoda macierzy rzadkich opisuje układ równań inaczej niż klasyczne metody macierzowe. W miejsce macierzy dwuwymiarowej używa się trzech tablic jednowymiarowych, co obok bezspornych zalet wprowadza również pewne ograniczenia. Przykładowo znacznie komplikują się operacje związane z dodawaniem do siebie odpowiednich wierszy czy kolumn, usuwaniem ich z macierzy itp., które to operacje wykorzystywane w metodach klasycznych często upraszczały analizę, np. w programie ECAP II [6].

Opisana w niniejszej pracy metoda obliczania czułości może być zastosowana do wszystkich metod rozwiązywania układów równań liniowych. Pozwala także wykorzystać wszystkie zalety metody macierzy rzadkiej. W programie działającym według schematu blokowego (rys. 4) może być zastosowana macierz rzadka. Czas obliczeń jest wówczas krótszy niż w programie analizy czułościowo-szumowej [2] (np. dla 50 węzłów sieci o 40% krótszy) i znacznie krótszy niż w klasycznych metodach macierzowych.

Obszar pamięci zajmowany w trakcie obliczeń jest taki sam jak w programie WOBO. Dodatkową zaletą programu działającego według schematu blokowego (rys. 4) jest możliwość uzyskania w prosty sposób (tzn. przez ustawienie odpowiednich wydruków) czułości wszystkich parametrów czwórnikowych i roboczych na zmianę wartości żądanych elementów układu.

Zastosowanie przedstawionego sposobu obliczeń do programów działających na zasadzie klasycznych metod macierzowych także powoduje uproszczenie tych programów i skrócenie czasu obliczeń.

2. PODSTAWY MATEMATYCZNE PRZEPROWADZONYCH ROZWAŻAŃ

Jeżeli mamy dane dwie sieci liniowe N i $\hat{N}$, o tym samym grafie skierowanym G, to na podstawie twierdzenia Tellegena zachodzi wzór:

$$\sum_k (\hat{i}_k dv_k - \hat{v}_k di_k) = 0, \tag{2.1}$$

gdzie:

$\hat{i}_k$, $\hat{v}_k$ — prąd i napięcie w k-tej gałęzi układu $\hat{N}$,

di_k, dv_k — przyrosty prądów i napięć w k-tej gałęzi układu N.

Sumowanie zachodzi po wszystkich gałęziach grafu skierowanego G.

Jeżeli układ $\hat{N}$ jest układem dołączonym do układu N, to nie tylko cała suma się zeruje, ale także poszczególne składniki (dla wszystkich k) są równe zeru [1].

W k-tej gałęzi grafu G układu $\hat{N}$ może występować element układu dołączonego do układu N lub element różny od elementu układu dołączonego. W tym przypadku składniki sumy (2.1) pochodzące od tych gałęzi grafu, w których w układzie $\hat{N}$ występuje element dołączony do układu N, są równe zeru. Pozostałe składniki sumy (2.1) mogą być różne od zera [1].

Jeżeli układ N opisany jest macierzą $\underline{Y}$, to układ dołączony do układu N opisany jest macierzą $\underline{Y}^T$ [1].

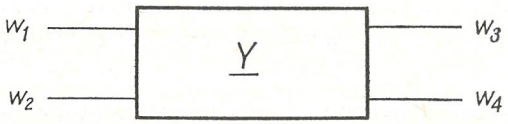
Twierdzenie Tellegena jest słuszne także dla skończonych przyrostów prądów i napięć [1].

3. MODELE DO ANALIZY CZUŁOŚCIOWEJ SIECI LINIOWEJ OPISANEJ MACIERZĄ $\underline{Y}$

W pracy niniejszej obliczana jest czułość S_X^A dla dowolnej sieci liniowej

$$S_X^A = dA/dX,$$

gdzie: A jest dowolnym parametrem czwórnikowym lub roboczym (np. A może oznaczać: T_v, T_I, Z_{11}, Z_{we}, Z_{21}, Y_{wy} itp.), X może przyjmować wartości R, L, C, g_m.

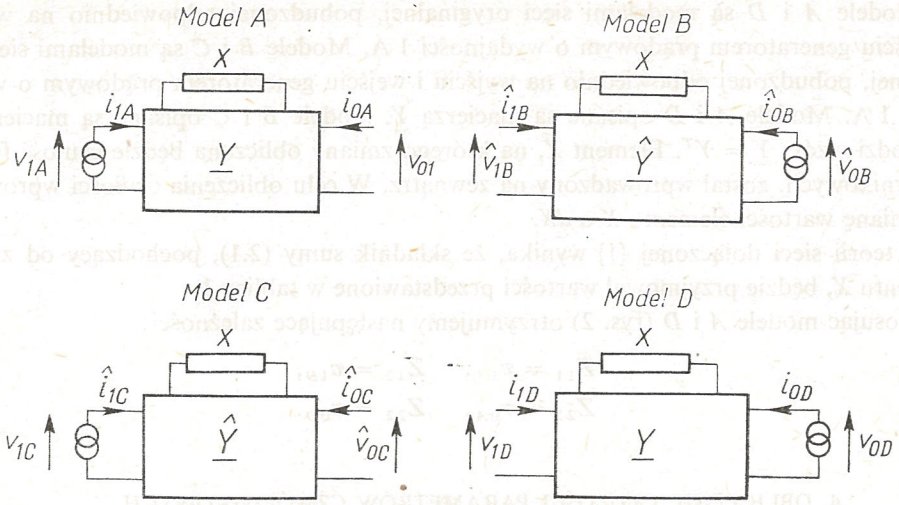


Rys. 1. Czwórnik liniowy opisany macierzą $\underline{Y}$

Zaciski wejściowe oznaczono przez w_1 i w_2, a zaciski wyjściowe przez w_3 i w_4. Metoda pozwala na analizę przy dowolnym wyborze zacisków wejściowych i wyjściowych.

Do analizy czułościowej czwórnika (rys. 1) służą cztery modele sieci przedstawione na rys. 2.

Na rys. 2 wprowadzono dwuindeksowe oznaczenia prądów i napięć. Pierwszy indeks odnosi się do gałęzi grafu, a drugi do modelu, w którym występuje prąd lub napięcie. Przykładowo $\hat{v}_{1C}$ oznacza napięcie wejściowe w modelu C itp.



Rys. 2. Cztery modele sieci opisanej macierzą $\underline{Y}$

Tablica 1

Wartość składnika sumy Tellegena pochodząca od zmian wartości elementu sieci

Element sieci	Składniki sumy Tellegena
G	$v_G \hat{v}_G dG$
C	$j\omega v_C \hat{v}_C dC$
$\Gamma = 1/L$	$v_L \hat{v}_L d\Gamma/j\omega$
g_m	$v_S \hat{v}_S dg_m$
R	$i_R \hat{i}_R dR$

Objaśnienia:

v_G, v_C, v_L, v_S — napięcia odpowiednio na przewodności, pojemności i indukcyjności oraz napięcie sterujące źródłem w układzie oryginalnym,

$\hat{v}_G, \hat{v}_C, \hat{v}_L, \hat{v}_S$ — napięcia odpowiednio na przewodności, pojemności i indukcyjności oraz napięcie sterujące źródłem w układzie dołączonym,

i_R — prąd płynący przez opornik w układzie oryginalnym,

$\hat{i}_R$ — prąd płynący przez opornik w układzie dołączonym

Modele A i D są modelami sieci oryginalnej, pobudzonej odpowiednio na wejściu i wyjściu generatorem prądowym o wydajności 1 A. Modele B i C są modelami sieci dołączonej, pobudzonej odpowiednio na wyjściu i wejściu generatorem prądowym o wydajności 1 A. Modele A i D opisane są macierzą $\underline{Y}$, modele B i C opisane są macierzą $\hat{\underline{Y}}$. Zachodzi wzór: $\hat{\underline{Y}} = \underline{Y}^T$. Element X, na którego zmiany obliczana będzie czułość funkcji czwórnikowych, został wprowadzony na zewnątrz. W celu obliczenia czułości wprowadza się zmianę wartości elementu X o dX.

Z teorii sieci dołączonej [1] wynika, że składnik sumy (2.1), pochodzący od zmiany elementu X, będzie przyjmował wartości przedstawione w tablicy 1.

Stosując modele A i D (rys. 2) otrzymujemy następujące zależności:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= v_{1A}, \quad Z_{12} = v_{1D}, \\ Z_{21} &= v_{0A}, \quad Z_{22} = v_{0D}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

4. OBLICZENIE CZUŁOŚCI PARAMETRÓW CZWÓRNIKOWYCH Z

W punkcie 4 obliczana jest czułość parametrów czwórnikowych Z na zmianę wartości opornika R.

W celu obliczenia czułości Z_{21} wykorzystuje się modele A i B. We wzorze (2.1) tylko składniki związane z wejściem, wyjściem i zmiennym elementem R mogą być różne od zera [1]. Dlatego wzór (2.1) redukuje się do postaci:

$$\hat{i}_{1B}dv_{1A} - \hat{v}_{1B}di_{1A} + \hat{i}_{0B}dv_{0A} - \hat{v}_{0B}di_{0A} + i_{RA}\hat{i}_{RB}dR = 0. \tag{4.1}$$

Z rys. 2 wynikają następujące zależności:

$$i_{0A} = di_{0A} = \hat{i}_{1B} = di_{1A} = 0, \quad \hat{i}_{0B} = 1. \tag{4.2}$$

Uwzględniając zależności (4.2) we wzorze (4.1) otrzymujemy:

$$dv_{0A} = -i_{RA}\hat{i}_{RB}dR. \tag{4.3}$$

Z (4.3) i (3.1) wynika wzór określający sposób obliczania czułości Z_{21}:

$$S_R^{Z_{21}} = -i_{RA}\hat{i}_{RB} = dv_{0A}/dR. \tag{4.4}$$

W celu obliczenia czułości Z_{11} wykorzystuje się modele A i C. Dla modeli A i C suma (2.1) redukuje się do postaci:

$$\hat{i}_{1C}dv_{1A} - \hat{v}_{1C}di_{1A} + i_{RA}\hat{i}_{RC}dR = 0. \tag{4.5}$$

Z rys. 2 wynikają następujące zależności:

$$di_{1A} = 0, \quad \hat{i}_{1C} = 1. \tag{4.6}$$

Uwzględniając zależności (4.6) we wzorze (4.5) otrzymujemy:

$$S_R^{Z_{11}} = -i_{RA}\hat{i}_{RC} = S_R^{Z_{11}}; \tag{4.7}$$

$S_R^{Z_{21}}$ oblicza się przy zastosowaniu modeli D i C korzystając z wzoru (4.8),
$S_R^{Z_{22}}$ oblicza się przy pomocy modeli D i B korzystając z wzoru (4.9)

$$\hat{i}_{1C}dv_{1D} - \hat{v}_{1C}di_{1D} + \hat{i}_{0C}dv_{0D} - \hat{v}_{0C}di_{0D} + i_{RD}\hat{i}_{RC}dR = 0, \tag{4.8}$$

$$\hat{i}_{0B}dv_{0D} - \hat{v}_{0B}di_{0D} + \hat{i}_{RB}i_{RD}dR = 0. \tag{4.9}$$

Uwzględniając zerowanie się niektórych wyrażeń we wzorach (4.8) i (4.9), analogicznie jak przy obliczaniu $S_R^{Z_{11}}$ i $S_R^{Z_{21}}$, otrzymujemy następujące wyniki analizy:

$$S_R^{Z_{22}} = -\hat{i}_{RB} i_{RD}, \tag{4.10}$$

$$S_R^{Z_{12}} = -\hat{i}_{RC} i_{RD}. \tag{4.11}$$

W tablicy 2 przedstawione są wyniki obliczeń dla przypadku, gdy $X \neq R$.

Tablica 2

Wyniki obliczeń dla przypadku, gdy $X = R$

Czułość $S_X^{Z_{mn}} = dZ_{mn}/dX$

Z_{mn}	G	C	$\Gamma = 1/L$	g_m
Z_{11}	$v_{GA}\hat{v}_{GC}$	$j\omega v_{CA}\hat{v}_{CC}$	$v_{LA}\hat{v}_{LC}/j\omega$	$v_{SA}\hat{v}_{SC}$
Z_{12}	$v_{GD}\hat{v}_{GC}$	$j\omega v_{CD}\hat{v}_{CC}$	$v_{LD}\hat{v}_{LC}/j\omega$	$v_{SD}\hat{v}_{SC}$
Z_{21}	$v_{GA}\hat{v}_{GB}$	$j\omega v_{CA}\hat{v}_{CB}$	$v_{LA}\hat{v}_{LB}/j\omega$	$v_{SA}\hat{v}_{SB}$
Z_{22}	$v_{GD}\hat{v}_{GB}$	$j\omega v_{CD}\hat{v}_{CB}$	$v_{LD}\hat{v}_{LB}/j\omega$	$v_{SD}\hat{v}_{SB}$

Napięcia występujące w tablicy 2 oznaczone są za pomocą litery v z dwoma indeksami literowymi — v_{XY}, gdzie: X może przyjmować wartości G, L, C, S, co oznacza, że napięcie v występuje odpowiednio na przewodności, indukcyjności, pojemności lub jest napięciem sterującym $ZPSN$, Y może przyjmować wartości A, B, C, D i wskazuje, w którym modelu występuje napięcie v, daszek wskazuje, że napięcie v występuje w modelu sieci dołączonej.

Na przykład:

v_{LD} — napięcie na indukcyjności L w modelu D,

$\hat{v}_{CC}$ — napięcie na pojemności w modelu C.

5. OBLICZANIE CZUŁOŚCI DOWOLNEJ FUNKCJI CZWÓRNIKOWEJ

Każdą funkcję czwórnikową A można przedstawić w postaci:

$$A = A(Z_{11}, Z_{12}, Z_{21} Z_{22}). \tag{5.1}$$

Czułość S_X^A obliczamy na podstawie wzoru:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{\partial A}{\partial Z_{11}} \cdot \frac{dZ_{11}}{dx} + \frac{\partial A}{\partial Z_{12}} \cdot \frac{dZ_{12}}{dx} + \frac{\partial A}{\partial Z_{21}} \cdot \frac{dZ_{21}}{dx} + \frac{\partial A}{\partial Z_{22}} \cdot \frac{dZ_{22}}{dx}. \tag{5.2}$$

Pochodne cząstkowe można łatwo obliczyć znając postać jawną zależności (5.1), a pochodne zwykłe podane są w tablicy 2.

Wzór (5.3) podaje przykładowy wynik obliczeń w przypadku, gdy A jest napięciową funkcją przenoszenia T_v, a X jest przewodnością G

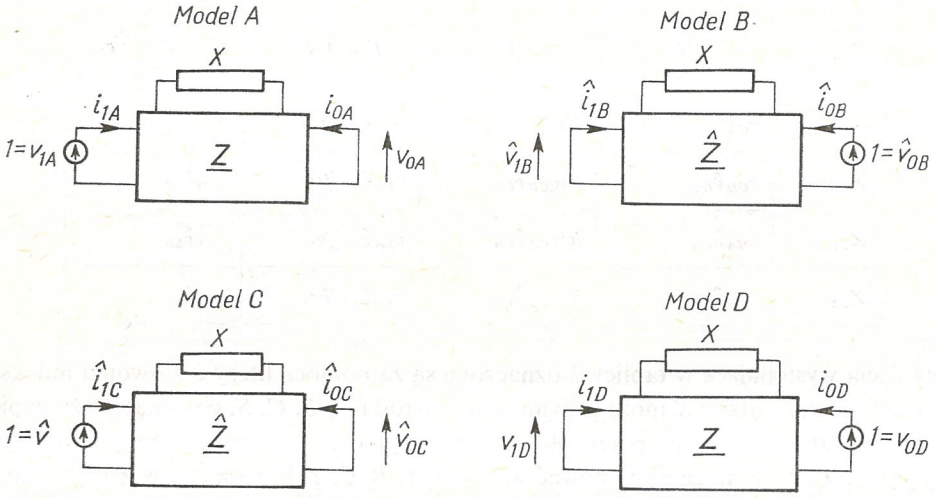
$$dT_v/dG = v_{GA}\hat{v}_{GB}/v_{1A} - v_{GA}\hat{v}_{GC}v_{0A}/v_{1A}^2. \tag{5.3}$$

Wszystkie czułości S_X^A są funkcjami wymiernymi napięć występujących w modelach A, B, C, D.

6. SPOSÓB WYZNACZANIA CZUŁOŚCI S_X^A DLA SIECI LINIOWEJ OPISANEJ MACIERZĄ $\underline{Z}$

Korzystając z czterech modeli sieci opisanej macierzą Z (rys. 3) oraz twierdzenia Tellegena (2.1), można obliczyć wszystkie $S_X^{Y_{mn}}$. Należy uwzględnić, że w sumie (2.1) tylko składniki związane z wejściem, wyjściem i zmiennym elementem X mogą być różne od zera. Mając dane wszystkie $S_X^{Y_{mn}}$ można obliczyć wszystkie S_X^A korzystając z wzoru (6.1), analogicznie jak w punkcie 5

$$A = A(Y_{11}, Y_{12}, Y_{21}, Y_{22}). \tag{6.1}$$



Rys. 3. Cztery modele do analizy czułościowej sieci liniowej opisanej macierzą $\underline{Z}$

7. SCHEMAT BLOKOWY PROGRAMU ANALIZY MAŁOSYGNAŁOWEJ, CZUŁOŚCIOWEJ I SZUMOWEJ

Program, działający według schematu blokowego (rys. 4), rozwiązuje cztery układy równań:

$$\begin{aligned} \underline{Y} \cdot \underline{VA} &= \underline{IA}, \\ \underline{Y}^T \cdot \underline{VB} &= \underline{IB}, \\ \underline{Y}^T \cdot \underline{VC} &= \underline{IC}, \\ \underline{Y} \cdot \underline{VD} &= \underline{ID}, \end{aligned} \tag{7.1}$$

gdzie:

$\underline{IA}$ — pobudzenie układu oryginalnego jedynką prądową na wejściu,

$\underline{ID}$ — pobudzenie układu oryginalnego jedynką prądową na wyjściu,

$\underline{VA}$, $\underline{VB}$, $\underline{VC}$, $\underline{VD}$ — odpowiedzi napięciowe odpowiednio A, B, C, D;

$$\underline{IA} = \underline{IB},$$
$$\underline{IC} = \underline{ID}.$$

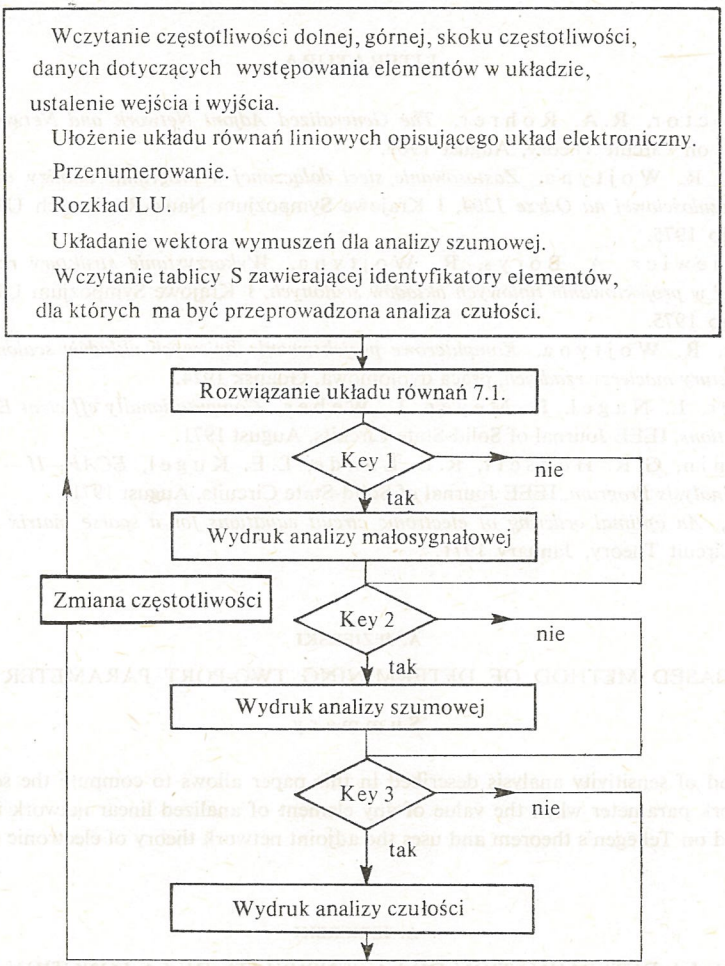
Sposób rozwiązania układów równań (7.1) jest dowolny.

Wszystkie parametry małosygnałowe i czułościowe są funkcjami wymiennymi elementów tablic *VA*, *VB*, *VC*, *VD*.

Włączenie Key 1 powoduje wydruk analizy małosygnałowej.

Włączenie Key 2 powoduje wydruk analizy szumowej.

Włączenie Key 3 powoduje wydruk analizy czułościowej. Użytkownik programu może uzyskać wydruk czułości, interesujących go parametrów sieci, na zmianę wartości elementów, których identyfikatory podaje w tablicy S (rys. 4).



Rys. 4. Schemat blokowy programu analizy małosygnałowej, czułościowej i szumowej

8. PODSUMOWANIE

Zastosowanie czterech modeli przedstawionych na rys. 2 do analizy czułościowej sieci liniowej N sprowadza problem do rozwiązania czterech układów równań (7.1).

W programie pracującym według opisanej metody nie zachodzi konieczność przeprowadzania operacji skreślania wierszy i kolumn macierzy. Jeżeli do rozwiązania układów

równań stosuje się rozkład $\underline{LU}$, to należy wykonać tylko jeden rozkład $\underline{LU}$ w każdej pętli częstotliwości. Wprowadzenie czterech modeli (rys. 2) do obliczeń czułości prowadzonych metodą macierzy rzadkiej pozwala na znaczne skrócenie czasu pracy komputera.

Zastosowanie podanego sposobu obliczeń do programów działających na zasadzie klasycznych metod macierzowych także powoduje uproszczenie tych programów i skrócenie czasu obliczeń. Metoda jest dostosowana do każdego sposobu rozwiązywania równań liniowych.

LITERATURA

1. S.W. Director, R.A. Rohrer, *The Generalized Adjont Network and Network Sensitivities*, IEEE Trans. on Circuit Theory, August 1969.
2. A. Borys, R. Wojtyna, *Zastosowanie sieci dołączonej w programie analizy częstotliwościowej szumowej i czułościowej na Odrze 1204*, I Krajowe Sympozjum Nauk Radiowych URSI, Warszawa, 17—18 lutego 1975.
3. J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna, *Wykorzystanie struktury rzadkiej macierzy admitancyjnej w projektowaniu liniowych układów scalonych*, I Krajowe Sympozjum URSI, Warszawa, 17—18 lutego 1975.
4. A. Borys, R. Wojtyna, *Komputerowe projektowanie liniowych układów scalonych z wykorzystaniem struktury macierzy rzadkich*, praca dyplomowa, Gdańsk 1974.
5. R. Rohrer, L. Nagel, R. Meyer, L. Weber, *Computationally efficient Electronic Circuit noise calculations*, IEEE Journal of Solid-State Circuits, August 1971.
6. F.H. Branin, G.R. Hogsett, R.L. Lunde, L.E. Kugel, *ECAP—II — A New Electronic Circuit Analysis Program*, IEEE Journal of Solid-State Circuits, August 1971.
7. R. Berry, *An optimal ordering of electronic circuit equations for a sparse matrix solutions*, IEEE Trans. on Circuit Theory, January 1971.

A. JEZIERSKI

COMPUTER-BASED METHOD OF DETERMINING TWO-PORT PARAMETER SENSITIVITY

Summary

The method of sensitivity analysis described in this paper allows to compute the sensitivity of any two-port network parameter when the value of any element of analized linear network is changed. This method is based on Tellegen's theorem and uses the adjoint network theory of electronic circuits analysis.

A. JEZIERSKI

MÉTHODE DE LA DÉTERMINATION DE LA SENSIBILITÉ DE LA FONCTION QUADRIPÔLE À L'AIDE D'UN CALCULATEUR

Résumé

La méthode de l'analyse de la sensibilité, présentée dans l'article, permet de calculer la sensibilité quelconque de la fonction quadripôle en considération du changement de la valeur de l'élément quelconque du réseau linéaire analysé.

Cette méthode est basée sur le théorème de Tellegen et met à profit la théorie de l'analyse des circuits électroniques à l'aide du réseau annexé.

A. JEZIERSKI

KOMPUTER-METHODE ZUR EMPFINDLICHKEITSBESTIMMUNG VON VIERPOLFUNKTIONEN

Zusammenfassung

Die in dem Artikel dargestellte Methode erlaubt die Berechnung der Empfindlichkeit einer beliebigen Funktion eines Vierpoles auf Grund der Veränderung eines zu dem analysierten linearen Netz gehörenden Elementes.

Diese Methode beruht auf dem Tellegen-Lehrsatz und nutzt die Analysentheorie elektronischer Systeme mit Hilfe eines angeschlossenen Netzes aus.

А. ЕЗЕРСКИ

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ФУНКЦИИ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА ПРИ ПОМОЩИ ЦВМ

Резюме

Представленный в статье метод позволяет расчитать чувствительность произвольной функции четырехполюсника с изменением произвольного элемента, принадлежащего анализируемой линейной цепи.

Метод обоснован на принципе Tellegena и использует теорию анализа электронных схем при помощи присоединенной цепи.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 13 — 30

621.317.77

Uchyb fazomierzy impulsowych wywołany addytywnym zakłóceniem gaussowskim

RYSZARD A. KRAJEWSKI (GDAŃSK)

Instytut Elektrotechniki Morskiej i Przemysłowej Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 21.1.1975

Dokonano analizy uchybu fazomierzy impulsowych wywołanego obecnością addytywnego zakłócenia gaussowskiego w sygnale pomiarowym. Określono przestrzeń parametrów sygnału pomiarowego, dla których nie występują fałszywe przejścia sygnału pomiarowego przez poziom zerowy powodujące uchyb gruby pomiaru. Wyznaczono zakres roboczy, w którym uchyby grube nie występują oraz obliczono wariancję oceny fazy w tym zakresie. Przedstawiono sposoby zmniejszenia uchybu pomiaru.

1. WSTĘP

Wzrost wymagań odnośnie dokładności pomiarów, a także:
— konieczność dokonywania pomiarów, w których poziom sygnału jest współmierny z poziomem zakłóceń,
— konieczność skracania do minimum czasu pomiaru,
— zmniejszenie instrumentalnych uchybów przyrządów pomiarowych powodujące względne zwiększenie w sumarycznym uchybie udziału uchybu wywołanego zakłóceniami zmuszają w konsekwencji do:
— analizy uchybu wywołanego zakłóceniami i
— poszukiwania metod pomiarowych minimalizujących ten uchyb.

Celem niniejszej pracy jest:
— analiza uchybu fazomierza impulsowego wywołanego obecnością addytywnego zakłócenia gaussowskiego w sygnale pomiarowym,
— przedstawienie procesu powstawania uchybu, oraz
— opisanie stosowanych i proponowanych środków zmniejszających ten uchyb.

Fazomierze impulsowe w procesie pomiaru wykorzystują informację zawartą w chwilach przejść sygnałów pomiarowych przez poziom zerowy oraz informację o znaku pochodnych sygnałów pomiarowych w chwilach przejść. Należą one do najczęściej stosowanych fazomierzy w zakresie częstotliwości do 10 MHz.

Zasada działania fazomierzy impulsowych polega na formowaniu prostokątnych impulsów o długościach równych odstępom pomiędzy chwilami przejść mierzonych harmonicznych przebiegów przez poziom zerowy z określonymi znakami pochodnych, a następnie pomiarze względnego czasu trwania sumy tych odstępów w ustalonym czasie pomiaru.

Zakłócenia towarzyszące sygnałom mierzonym powodują fluktuacje chwil przejść tych sygnałów przez poziom zerowy, a niekiedy nawet pojawienie się dodatkowych przejść, co jest przyczyną uchybu pomiaru. Podobny jakościowo skutek wywołują szumy stopni wejściowych, przesłuchy i fluktuacje poziomu porównania komparatorów w fazomierzu, co jest poważnym źródłem uchybu, w szczególności dla małych napięć przebiegów wejściowych.

Stosowanie filtracji pierwotnych przebiegów pomiarowych pozwala wydatnie zmniejszyć wpływ zakłóceń addytywnych na uchyb pomiaru, jednak zostaje wtedy ograniczony zakres częstotliwości przebiegów mierzonych, a ponadto istnieje konieczność uwzględniania przesunięcia fazy w filtrach, co utrudnia wykonanie pomiaru. Z tego też powodu analiza uchybu wywołana zakłóceniami addytywnymi jest sprawą zasadniczą.

Jeśli czas trwania pomiaru nie jest istotny, o uchybie decyduje uchyb systematyczny, gdyż uchyb przypadkowy można zmniejszyć zwiększając czas trwania pomiaru. Wprowadzenie poprawki do wyniku pomiaru uwzględniającej uchyb systematyczny wywołany zakłóceniami wymaga znajomości a priori lub pomiaru parametrów zakłóceń i parametrów biernych przebiegu harmonicznego oraz znajomości zależności uchybu systematycznego od tych parametrów, która dla fazomierzy impulsowych jest dość złożona. Zakłócenia mogą ponadto powodować błędy grube pomiaru, często trudne do zidentyfikowania, co podważa zaufanie użytkownika do prawidłowości funkcjonowania fazomierza. Czynniki te wywołują tendencję do poszukiwania nieobciążonych reguł decyzyjnych [1] [6] lub dla ustalonych reguł decyzyjnych (algorytmów) określenia przestrzeni parametrów przebiegów pomiarowych, dla której obciążenie analizowanej reguły decyzyjnej oraz prawdopodobieństwo pojawienia się błędu grubego są pomijalnie małe.

W wielu wypadkach zakłócenie jest stochastycznym zakłóceniem gaussowskim lub można je jako takie traktować. Ten model zakłóceń jest ponadto ważny ze względów praktycznych, gdyż analiza innych modeli zakłóceń przypadkowych natrafia na trudności rachunkowe, a symulacja utrudnia uogólnienia. Posługując się modelem gaussowskim można łatwo wyjaśnić proces powstawania uchybu i zaproponować zmniejszające uchyb modyfikacje algorytmu fazomierza, których stosowanie jest celowe także dla zakłóceń addytywnych innego typu.

Analiza uchybu fazomierzy impulsowych przeprowadzona zostanie przy założeniu, że zakłócenia oddziałują tylko na jeden tor pomiarowy fazomierza, co znacznie upraszcza analizę. W praktyce na ogół zakłócenia w jednym z torów pomiarowych mają wpływ decydujący na uchyb. Wyniki pracy można łatwo uogólnić na przypadek niekorelowanych i silnie korelowanych zakłóceń gaussowskich w obydwu torach, co nie wchodzi jednak w zakres niniejszej pracy.

Analizując uchyb fazomierzy impulsowych przyjmiemy, że sygnał pomiarowy $y(t)$ jest sumą przebiegu harmonicznego $s(t, A, x)$ i zakłócenia gaussowskiego $z(t)$, a przebieg odniesienia jest przebiegiem harmonicznym $s(t, 1, 0)$ o jednostkowej amplitudzie:

$$y(t) \triangleq s(t, A, x) + z(t) \qquad t \in [t_a, t_b], \tag{1}$$

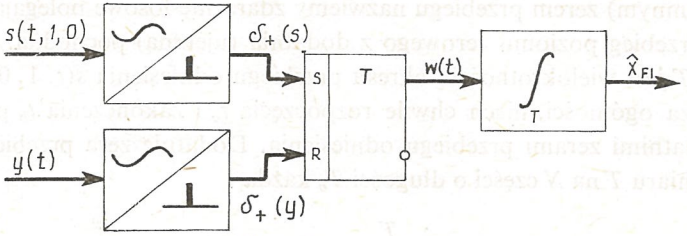
$$s(t, A, x) \triangleq A\cos(\omega_0 t - x) \qquad t \in [t_a, t_b], \tag{2}$$

$$s(t, 1, 0) \triangleq \cos\omega_0 t \qquad t \in [t_a, t_b]. \tag{3}$$

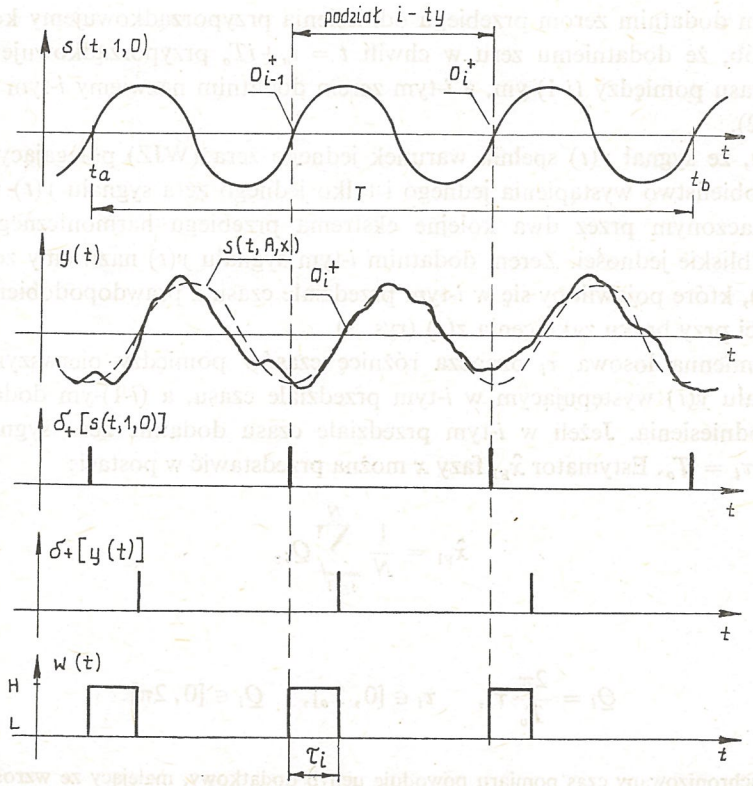
Fazomierz dokonuje oceny $\hat{x}_{FI}$ fazy początkowej x przebiegu harmonicznego $s(t, A, x)$. Obecność zakłócenia $z(t)$ w sygnale pomiarowym $y(t)$ powoduje, że ocena $\hat{x}_{FI}$ różni się od fazy początkowej x. Tematem pracy jest statystyczna analiza tej różnicy.

2. ALGORYTM FAZOMIERZA IMPULSOWEGO FI

Schemat blokowy fazomierza impulsowego FI przedstawia rys. 1. Dyskryminatory przejścia przez poziom zerowy z dodatnią pochodną przebiegu odniesienia $s(t, 1, 0)$ i sygnału pomiarowego $y(t)$ przetwarzają sygnały wejściowe w ciągi impulsów $\delta_+[s(t, 1, 0)]$ i $\delta_+[y(t)]$ (rys. 2). Ciągi impulsów przełączają przerzutnik dwustabilny $S-R$ (*set — reset*) w sposób następujący:



Rys. 1. Schemat blokowy fazomierza impulsowego FI



Rys. 2. Procesy w fazomierzu FI

— każdy impuls z ciągu $\delta_+[s(t, 1, 0)]$ powoduje stan H na wyjściu W przerzutnika $S-R$,
— każdy impuls z ciągu $\delta_+[y(t)]$ powoduje stan L na wyjściu W przerzutnika $S-R$,
— prawdopodobieństwo jednoczesnego wystąpienia impulsu $\delta_+[y(t)]$ i $\delta_+[s(t, 1, 0)]$ jest równe zeru. Układ całkujący (uśredniający) oblicza w czasie pomiaru T

$$T \triangleq t_b - t_a \tag{4}$$

stosunek łącznego czasu przebywania wyjścia W przerzutnika $S-R$ w stanie H do czasu pomiaru T i mnożąc obliczony stosunek przez stały współczynnik dokonuje oceny $\hat{x}_{FI}$ różnicy faz x pomiędzy przebiegiem $s(t, 1, 0)$ i przebiegiem $s(t, A, x)$.

Przyjmujemy, że zakłócenie $z(t)$ jest addytywnym zakłóceniem gaussowskim, stacjonarnym, różniczkowalnym w sensie średniokwadratowym, o zerowej wartości średniej. Dodatnim (ujemnym) zerem przebiegu nazwiemy zdarzenie losowe polegające na przekroczeniu przez przebieg poziomu zerowego z dodatnią (ujemną) pochodną. Zakładamy, że czas pomiaru T jest wielokrotnością okresu przebiegu odniesienia $s(t, 1, 0)$[1)], a ponadto, co nie zmniejsza ogólności, niech chwile rozpoczęcia t_a i zakończenia t_b pomiaru pokrywają się z dodatnimi zerami przebiegu odniesienia. Dodatnie zera przebiegu odniesienia dzielą czas pomiaru T na N części o długości T_o każda

$$N \triangleq \frac{T}{T_o}, \qquad N = [\mathrm{N}]. \tag{5}$$

Kolejnym dodatnim zerom przebiegu odniesienia przyporządkowujemy kolejne liczby w ten sposób, że dodatniemu zeru w chwili $t = t_a + iT_o$ przyporządkowujemy liczbę i. Przedział czasu pomiędzy (i-1)-ym, a i-tym zerem dodatnim nazwiemy i-tym przedziałem czasu (rys. 2).

Załóżmy, że sygnał $y(t)$ spełnia warunek jednego zera (WJZ) polegający na tym, że prawdopodobieństwo wystąpienia jednego i tylko jednego zera sygnału $y(t)$ w przedziale czasu wyznaczonym przez dwa kolejne ekstrema przebiegu harmonicznego $s(t, A, x)$ jest bardzo bliskie jedności. Zerem dodatnim i-tym sygnału $y(t)$ nazwiemy zero dodatnie sygnału $y(t)$, które pojawiłoby się w i-tym przedziale czasu z prawdopodobieństwem równym jedności przy braku zakłócenia $z(t)$ (rys. 2).

Niech zmienna losowa τ_i oznacza różnicę czasów pomiędzy pierwszym dodatnim zerem sygnału $y(t)$ występującym w i-tym przedziale czasu, a (i-1)-ym dodatnim zerem przebiegu odniesienia. Jeżeli w i-tym przedziale czasu dodatnie zero sygnału $y(t)$ nie wystąpi, to $\tau_i = T_o$. Estymator $\hat{x}_{FI}$ fazy x można przedstawić w postaci:

$$\hat{x}_{FI} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} Q_i, \tag{6}$$

gdzie:

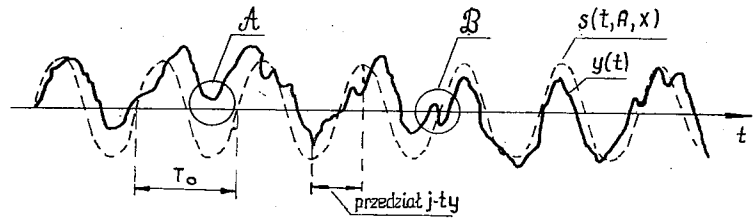
$$Q_i = \frac{2\pi}{T_o} \tau_i, \qquad \tau_i \in [0, T_o], \qquad Q_i \in [0, 2\pi]. \tag{7}$$

[1)] Niesynchronizowany czas pomiaru powoduje uchyb dodatkowy, malejący ze wzrostem czasu pomiaru T. Uchyb ten jest analizowany w pracach [1] [2].

3. WARUNEK JEDNEGO ZERA WJZ

Ustalimy przestrzeń parametrów sygnału $y(t)$, dla której warunek jednego zera WJZ, jedno z przyjętych uprzednio założeń, jest spełniony.

Zdarzeniem $\mathscr{A}_j$ ($j = 1, 2, \ldots, 2N$) nazwiemy zdarzenie polegające na tym, że w chwili wystąpienia j-ego ekstremum przebiegu $s(t, A, x)$ znaki sygnału $y(t)$ i przebiegu $s(t, A, x)$ są różne (rys. 3). Zdarzeniem $\mathscr{B}_j$ ($j = 1, 2, \ldots, 2N$) nazwiemy zdarzenie polegające na tym,



Rys. 3. Realizacja sygnału $y(t)$

że w przedziale czasu pomiędzy j-ym i (j-1)-ym ekstremum przebiegu $s(t, A, x)$ wystąpi zero sygnału $y(t)$ o znaku różnym od znaku zera przebiegu $s(t, A, x)$ w tym przedziale (rys. 3).

Będziemy uważać, że sygnał $y(t)$ spełnia warunek WJZ, jeżeli prawdopodobieństwo P_o tego, że w czasie obserwacji T nie nastąpi ani jedno zdarzenie $\mathscr{A}_j$ lub $\mathscr{B}_j$ jest większe od założonego arbitralnie prawdopodobieństwa $P_{3\sigma} = 0{,}9973$[2)], przy założeniu niezależności zdarzeń $\mathscr{A}_j$ i $\mathscr{B}_j$:

$$P(\mathscr{A}_m \wedge \mathscr{A}_n) = P(\mathscr{A}_m) \cdot P(\mathscr{A}_n), \quad m \neq n, \tag{8}$$

$$P(\mathscr{B}_m \wedge \mathscr{B}_n) = P(\mathscr{B}_m) \cdot P(\mathscr{B}_n), \quad m \neq n, \tag{9}$$

$$P(\mathscr{A}_m \wedge \mathscr{B}_n) = P(\mathscr{A}_m) \cdot P(\mathscr{B}_n), \tag{10}$$

$$m = 1, 2, \ldots, 2N,$$

$$n = 1, 2, \ldots, 2N,$$

$P(\cdot)$ — prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia $(\cdot)$.

Przestrzeń parametrów sygnału $y(t)$ obliczona dla wyżej zdefiniowanego warunku WJZ jest nieznacznie mniejsza od przestrzeni parametrów, dla której słuszne są dalsze rozważania dotyczące fazomierza impulsowego, głównie ze względu na pominięcie istniejącej zależności pomiędzy zdarzeniami $\mathscr{A}_j$ i $\mathscr{B}_n$ ($n = j, j+1$). Przyjęcie niezależności zdarzeń $\mathscr{A}_j$ (8) oraz niezależności zdarzeń $\mathscr{B}_j$ (9) jest uzasadnione małą częstością ich występowania.

Zdarzenia $\mathscr{A}_j$ i $\mathscr{B}_j$ podlegają rozkładowi Poissona. Prawdopodobieństwo P_o tego, że w przedziale czasu T nie wystąpi ani jedno ze zdarzeń $\mathscr{A}_j$ lub $\mathscr{B}_j$ określone jest wzorem

$$P_o = e^{-\lambda} = 1 - \lambda + 0(\lambda^2). \tag{11}$$

[2)] $P_{3\sigma}$ jest prawdopodobieństwem zawierania się wartości zmiennej losowej o rozkładzie normalnym, zerowej wartości średniej i wariancji σ^2 w przedziale -3σ, 3σ. Tutaj wyboru dokonano arbitralnie.

gdzie

$$\lambda = \sum_{j=1}^{2N} [P(\mathscr{A}_j) + P(\mathscr{B}_j)] = 2N[P(\mathscr{A}_j) + P(\mathscr{B}_j)]. \tag{12}$$

Prawdopodobieństwo $P(\mathscr{A}_j)$ zajścia zdarzenia $\mathscr{A}_j$ jest równe prawdopodobieństwu przyjęcia przez proces gaussowski $z(t)$ w chwili wystąpienia minimum przebiegu harmonicznego $s(t, A, x)$ wartości większej od amplitudy A tego przebiegu

$$P(\mathscr{A}_j) = P(z > A) = \frac{1}{2}\left[1 - \Phi\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)\right], \tag{13}$$

gdzie:

$$\Phi(u) \triangleq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt, \tag{14}$$

$$a \triangleq \frac{A}{\sigma_z} \tag{15}$$

σ_z^2 — wariancja procesu $z(t)$. Określona wzorem (15) wielkość a charakteryzuje stosunek sygnału do szumu.

Prawdopodobieństwo $P(\mathscr{B}_j)$ jest równe wartości oczekiwanej $\bar{N}_+$ zer dodatnich w przedziale l o długości $\frac{T_o}{2}$ ograniczonego od góry chwilą wystąpienia minimum przebiegu harmonicznego $s(t, A, x)$. Prawdopodobieństwo $P(\mathscr{B}_j)$ obliczamy metodą Rice'a [3]

$$P(\mathscr{B}_j) = \bar{N}_+ = \int_l p(0^+|t)\, dt, \tag{16}$$

gdzie:

$p(0^+|t)\,dt$ — prawdopodobieństwo przewyższenia poziomu zerowego przez sygnał $y(t)$ w czasie $(t, t+dt)$,

$$p(0^+|t) = 2\pi f_1 \varphi(a\cos\alpha)\left\{\varphi\left(b\sin\alpha\right) - \frac{b}{2}\sin\alpha\left[1 - \Phi\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\sin\alpha\right)\right]\right\}, \tag{17}$$

$$\varphi(u) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2}, \tag{18}$$

$$b \triangleq \frac{a\omega_o}{\sqrt{-\varrho_o''}} = a\frac{f_0}{f_1}, \tag{19}$$

$$\alpha \triangleq \omega_o t - x, \tag{20}$$

$$-\varrho_o'' \triangleq -\varrho_z''(0) \triangleq 4\pi^2 f_1^2 = \frac{4\pi^2}{\sigma_z^2} \int_0^\infty f^2 S_z(2\pi f)\, df, \tag{21}$$

$\varrho_z(\tau)$ — unormowana funkcja korelacji procesu $z(t)$,
$S_z(2\pi f)$ — widmo energetyczne zakłócenia $z(t)$.

Ze wzorów (16) i (17) otrzymujemy:

$$P(\mathscr{B}_j) = \frac{f_1}{f_o}\int_0^{\pi} \varphi(a\cos\beta)\left\{\varphi(b\sin\beta) - \frac{b}{2}\sin\beta\left[1-\Phi\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\sin\beta\right)\right]\right\}d\beta, \tag{22}$$

$$P(\mathscr{B}_j) = \frac{N(0)}{2f_o} - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right), \tag{23}$$

gdzie $N(0)$ jest obliczoną przez Rice'a [3] połową oczekiwanej liczby przekroczeń sygnału $y(t)$ przez poziom zerowy w jednostce czasu.

Ze wzorów (11), (12), (13), (23) wynika, że przestrzeń parametrów sygnału $y(t)$ spełniających warunek WJZ określona jest nierównością

$$1-P_{3\sigma} = 0{,}0027 > 1-P_o = \lambda = N\left[1-2\Phi\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)+\frac{N(0)}{f_o}\right]. \tag{24}$$

Liczbę $N(0)$ można aproksymować wyrażeniami [3] [4] (Dodatek 1):

$$N(0) \simeq f_o\left\{\Phi\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)+\frac{a}{b^2}\varphi(a)\right\}, \quad b \gg 1, \quad b > a, \tag{25}$$

$$N(0) = f_o, \quad b = a, \tag{26}$$

$$N(0) \simeq f_o\left\{\Phi\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right)+\frac{2}{b}\varphi(b)\right\}, \quad a \gg 1, \quad b < a. \tag{27}$$

Warunkowi WJZ (24) można nadać postać:

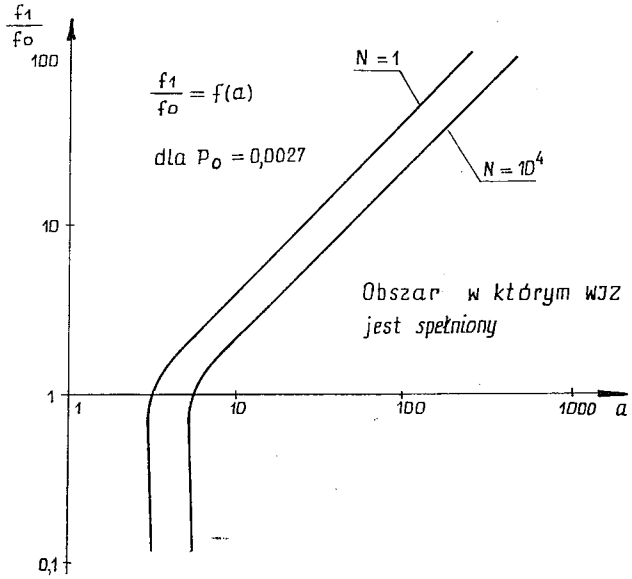
$$\frac{0{,}0027}{N} \geqslant \begin{cases} 1-\Phi\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}\right), & a > 3, \quad \dfrac{b}{a} > 3, \\ 2\left[1-\Phi\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}\right)\right], & a = b, \\ \dfrac{2}{b}\varphi(b)+\Phi\left(\dfrac{b}{\sqrt{2}}\right)-1, & b > 2, \quad \dfrac{a}{b} > 2. \end{cases} \tag{28}$$

Nierówność (28) rozwiązano graficznie, a wynik przedstawia rys. 4. O spełnieniu warunku WJZ decydują dwa parametry:

— parametr a charakteryzujący stosunek sygnału do szumu (15),

— parametr $\frac{f_1}{f_o}$ charakteryzujący względną intensywność widma energetycznego zakłócenia $z(t)$ w funkcji częstotliwości (19) (21).

$$\frac{f_1}{f_o} = \frac{1}{f_o\sigma_z}\left(\int_0^{\infty} f^2 S_z(2\pi f)\,df\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{29}$$



Rys. 4. Warunek WJZ

4. ZMIENNA LOSOWA Q_i

Dla określenia własności statystycznych estymatora $\hat{x}_{\mathrm{FI}}$ należy uprzednio wyznaczyć własności statystyczne zmiennej losowej Q_i (7).

Jeżeli warunek WJZ (28) jest spełniony, to można przyjąć (Dodatek 2), że gęstość prawdopodobieństwa $p(t_{oi})$ chwili t_{oi} wystąpienia i-tego zera dodatniego sygnału $y(t)$ wynosi

$$p(t_{oi}) = \frac{\omega_o a}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{a^2}{2}\left(\omega_o t_{oi} - x + \frac{\pi}{2} - i2\pi\right)^2 \right], \tag{30}$$

$a > 10$, $i = 1, 2, \ldots, N$, $t_{oi} \in R$.

Rozpatrzmy trzy kolejne zera dodatnie sygnału $y(t)$ (rys. 5). Zdarzeniem $\mathscr{H}_1$ nazwiemy zdarzenie polegające na tym, że w i-tym przedziale czasu nie wystąpi zero dodatnie sygnału $y(t)$, a zdarzeniami $\mathscr{H}_2$, $\mathscr{H}_3$ i $\mathscr{H}_4$ odpowiednio, że jako pierwsze zero dodatnie wystąpi $(i-1)$-e, i-te i $(i+1)$-e zero dodatnie sygnału $y(t)$. Zdarzenia $\mathscr{H}_1$, $\mathscr{H}_2$, $\mathscr{H}_3$ i $\mathscr{H}_4$ są powiązane w łańcuch Markowa o schemacie przedstawionym na rys. 6, gdzie prawdopodobieństwo Λ wyjścia ze stanu $\mathscr{H}_3$ wynosi:

$$\Lambda \triangleq 1 - \int_{(i-1)T_o - \frac{T_o}{4}}^{iT_o - \frac{T_o}{4}} p(t_{oi})\, dt_{oi}, \tag{31}$$

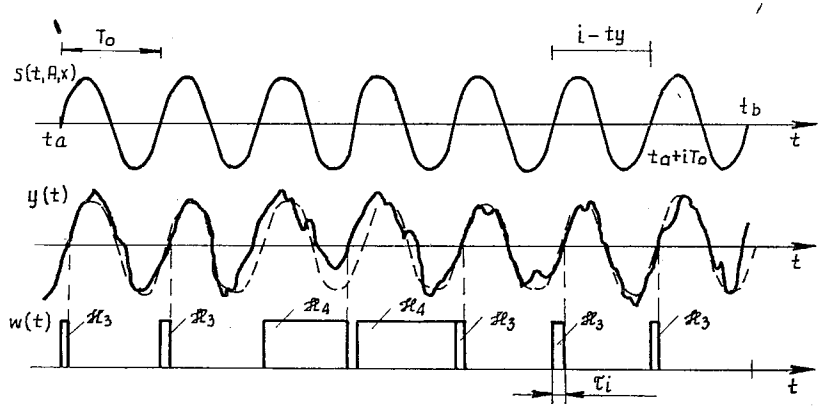
$$\Lambda \simeq F(-a|x|), \quad a > 10, \quad x \in (-\pi, \pi), \tag{32}$$

$F(u)$ — dystrybuanta rozkładu normalnego.

Obliczając prawdopodobieństwa graniczne stanów $\mathscr{H}_1$, $\mathscr{H}_2$, $\mathscr{H}_3$ i $\mathscr{H}_4$ nietrudno jest obliczyć [1] rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej Q_i zdefiniowanej wzorem (7)

$$p(Q_i) = \Lambda(1-\Lambda)\delta(Q_i-2\pi)+a\varphi[a(Q_i-x)]+\Lambda a\varphi[a(Q_i-x-2\pi)],$$
$$x \in [0, \pi), \quad a > 10, \quad Q_i \in [0, 2\pi], \tag{33}$$
$$p(Q_i) = \Lambda(1-\Lambda)\delta(Q_i-2\pi)+a\varphi[a(Q_i-x)]+(1-\Lambda)a\varphi[a(Q_i-x-2\pi)],$$
$$x \in (-\pi, 0], \quad a > 10, \quad Q_i \in [0, 2\pi], \tag{34}$$

gdzie $\delta(u)$ — funkcja delta Diraca.



Rys. 5. Zdarzenia H

Szczególny wypadek multimodalnego, dyskretno-ciągłego rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej Q_i przedstawia rys. 7.

Niech m_{1Q} oznacza wartość średnią, a μ_{kQ} moment centralny k-tego rzędu zmiennej losowej Q_i. Aproksymacje tych momentów dla $a > 10$ wynoszą[3]:

$$m_{1Q} = x+2\pi\Lambda\operatorname{sgn}(\pi-x), \quad x \in [0, 2\pi), \tag{35}$$

$$\mu_{2Q} = \frac{1}{a^2}+4\pi^2\Lambda(1-\Lambda), \tag{36}$$

$$\mu_{3Q} = 8\pi^3\Lambda(1-\Lambda)(1-2\Lambda)\operatorname{sgn}(\pi-x), \quad x \in [0, 2\pi). \tag{37}$$

5. UCHYB FAZOMIERZA IMPULSOWEGO FI

Wprowadzona zależność (35) pozwala obliczyć obciążenie estymatora $\hat{x}_{FI}$ (5), czyli uchyb systematyczny Δ_{FI} fazomierza FI wywołany zakłóceniem $z(t)$

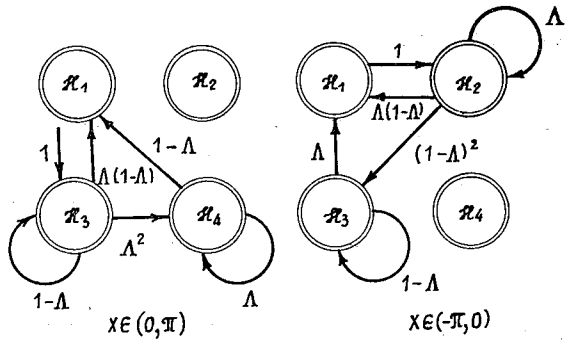
$$\Delta_{FI} \triangleq E\hat{x}_{FI}-x = EQ_i-x = m_{1Q}-x = 2\pi\Lambda\operatorname{sgn}x, \quad x \in (-\pi, \pi), \tag{38}$$

gdzie E — operator uśrednienia.

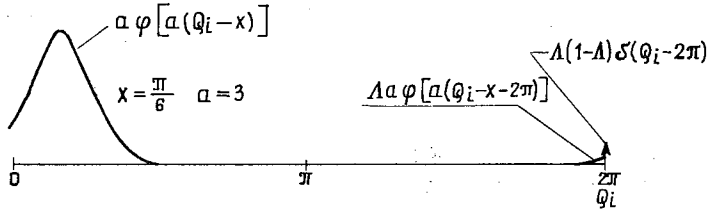
[3] Faza x jest modulo 2π, $x \equiv x+2\pi$.

Celowe jest wprowadzenie pojęcia zakresu roboczego fazomierza FI, w którym obciążenie Δ_{FI} jest praktycznie pomijalne. Analiza wzoru (38) i łańcuchów Markowa (rys. 6) (31), (32) wskazują na ścisły związek pomiędzy prawdopodobieństwem wyjścia procesu ze stanu $\mathscr{H}_3$ a wielkością obciążenia Δ_{FI}. Zakresem roboczym fazomierza nazwiemy umownie zbiór faz $x \in [x_r, 2\pi - x_r]$ spełniających warunek

$$\Lambda \leqslant 1 - P_{3\sigma} = 0{,}0027. \tag{39}$$



Rys. 6. Schemat łańcucha Markowa



Rys. 7. Rozkład zmiennej losowej Q_i

Wartość graniczną x_r zakresu roboczego obliczamy ze wzorów (32), (39):

$$x_r = \frac{3}{a}, \quad a > 10.$$

Z zależności (33) ÷ (39) wynika, że zmienna losowa Q_i w zakresie roboczym ma rozkład normalny o parametrach

$$m_{1Q} = x, \tag{40}$$

$$\mu_{2Q} = \frac{1}{a^2}. \tag{41}$$

Zatem i zmienna losowa $\hat{x}_{FI}$ ma rozkład normalny [5] o parametrach

$$\bar{\hat{x}}_{FI} \triangleq E\hat{x}_{FI} = x, \tag{42}$$

$$\sigma^2_{FI} \triangleq E(\hat{x}_{FI} - E\hat{x}_{FI})^2 = \frac{1}{a^2 N} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} r_{ij}, \tag{43}$$

gdzie: σ^2_{FI} — wariancja estymatora $\hat{x}_{\mathrm{FI}}$, r_{ij} — współczynnik korelacji zmiennych losowych Q_i i Q_j.

Przy przyjętych założeniach współczynnik korelacji r_{ij} jest równy współczynnikowi korelacji pomiędzy chwilami t_{oi} i t_{oj} przejść sygnału $y(t)$ przez poziom zerowy z dodatnią pochodną [1] i równa się w przybliżeniu

$$r_{ij} = \varrho_z[(i-j)T_o]. \tag{44}$$

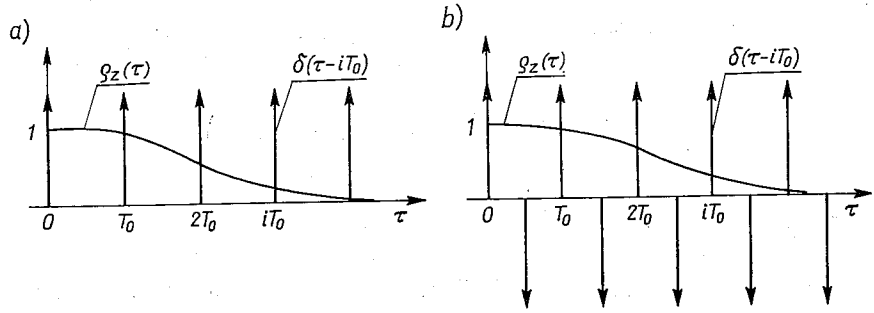
Jeżeli czas pomiaru T jest znacznie większy od czasu korelacji zakłócenia $z(t)$, to ze wzorów (43), (44), [5] otrzymujemy

$$\sigma^2_{\mathrm{FI}} = \frac{1}{a^2 N} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \varrho_z(iT_o), \tag{45}$$

lub w postaci całkowej

$$\sigma^2_{\mathrm{FI}} = \frac{2}{a^2 N} \int_0^{\infty} \varrho_z(\tau) \Big[\sum_{i=0}^{\infty} \delta(\tau - iT_o) \Big] d\tau. \tag{46}$$

Interpretację graficzną wzoru (46) przedstawia rys. 8.



Rys. 8. Funkcje podcałkowe wzorów (46) — a i (48) — b

Analiza wzoru (46) wykazuje, że na wariancję estymatora $\hat{x}_{\mathrm{FI}}$ mają wpływ decydujący zakłócenia, których widmo jest skupione w otoczeniu częstotliwości przebiegu odniesienia, w otoczeniu parzystych i nieparzystych krotności przebiegu odniesienia, a także zakłócenia wolnozmienne w porównaniu z czasem pomiaru T, w tym przypadkowa składowa stała.

Rozrzut ocen w fazomierzu FI jest równy rozrzutowi ocen najczęściej spotykanego w praktyce fazomierza koincydencyjnego [6].

Informacje o postaci rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej $\hat{x}_{\mathrm{FI}}$, gdy faza x nie należy do zakresu roboczego fazomierza zawarte są w pracy [1].

Uchyb dodatkowy, nie ujęty w powyższej analizie powstaje wtedy, gdy sygnał $y(t)$ nie spełnia warunku WJZ. Analiza tego uchybu prowadzi do złożonych zależności o małym praktycznym znaczeniu. Ogólnie można stwierdzić, że w tym wypadku, podobnie jak w wypadku wyjścia procesu ze stanu H_3, należy liczyć się z możliwością powstania błędu grubego pomiaru [1].

6. INNE ALGORYTMY FAZOMIERZY IMPULSOWYCH

Uchybem I-go rodzaju nazwiemy uchyb fazomierza impulsowego, gdy warunek WJZ jest spełniony, a faza x należy do zakresu roboczego fazomierza. Uchybem II-go rodzaju nazwiemy uchyb fazomierza, gdy warunek WJZ jest spełniony, a faza x nie należy do zakresu roboczego fazomierza. Uchybem III-go rodzaju nazwiemy uchyb wywołany fałszywymi przejściami przez zero spowodowany przez sygnał $y(t)$ nie spełniający warunku WJZ.

Istnieje szereg modyfikacji fazomierza FI, które mają na celu:
— zmniejszenie uchybu I-go rodzaju,
— zmianę zakresu roboczego,
— usunięcie uchybu II-go rodzaju,
— zwiększenie przestrzeni parametrów sygnału i zakłócenia, w której uchyby III-go rodzaju nie występują.

W omawianym fazomierzu FI nie została wykorzystana informacja pomiarowa zawarta w ujemnych zerach sygnału $y(t)$, a wykorzystanie której pozwala zmniejszyć uchyb I-go rodzaju i fazomierz, w którym zostanie ona wykorzystana nazwiemy FI1. Zakresy robocze fazomierzy FI i FI1 oraz ich uchyby systematyczne są sobie równe, lecz wariancja σ^2_{FI1} estymatora $\hat{x}_{\mathrm{FI1}}$ wyraża się wzorem [1]:

$$\sigma^2_{\mathrm{FI1}} \triangleq E(\hat{x}_{\mathrm{FI1}} - E\hat{x}_{\mathrm{FI1}})^2 = \frac{1}{2Na^2} \sum_{i=-\infty}^{\infty} (-1)^i \varrho_z\left(i\frac{T_o}{2}\right), \tag{47}$$

$$\sigma^2_{\mathrm{FI1}} = \frac{1}{2Na^2} \int_0^{\infty} \varrho_z(\tau)\left[\sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \delta\left(\tau - i\frac{T_o}{2}\right)\right] d\tau. \tag{48}$$

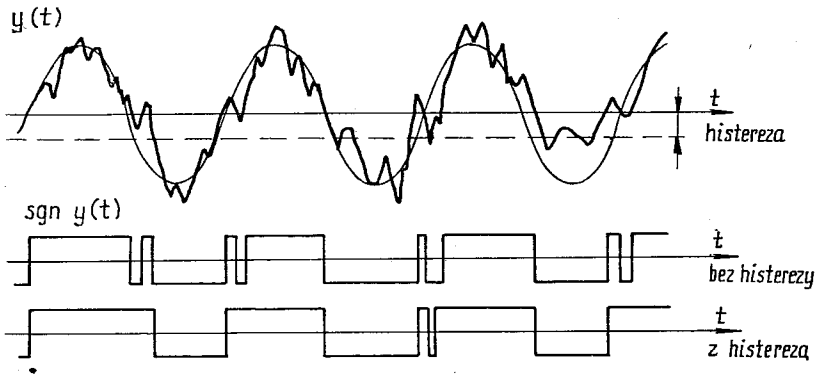
Analiza wzoru (48) (rys. 8) wykazuje, że na wariancję σ^2_{FI1} mają wpływ decydujący zakłócenia, których widmo jest skupione w otoczeniu częstotliwości sygnału odniesienia oraz jej nieparzystych krotności, a więc ogólnie fazomierz FI1 ma przewagę nad fazomierzem FI. Szczególnie cenną zaletą fazomierza FI1 jest słaby wpływ zakłóceń wolnozmiennych (w tym pełzania zera dyskryminatorów przejścia przez poziom zerowy) oraz parzystych harmonicznych sygnału $s(t, A, x)$ na uchyb pomiaru.

W celu zmiany zakresu roboczego fazomierza stosuje się w torze sygnału odniesienia przesuwnik fazy, który powoduje przesunięcie zakresu roboczego o wartość przesunięcia fazy w przesuwniku. Najczęściej ze względu na łatwość realizacji, stosuje się przesunięcie fazy o π rad.

Istnieją fazomierze impulsowe, których zakres pomiarowy przekracza 2π, a więc pozbawione uchybu II-go rodzaju. Do takich fazomierzy należą:
— fazomierze z dzielnikami częstotliwości (np. [7]).
— fazomierz Dunwortha [2].
— fazomierz 39N [8] [9].

Podstawową metodą zmniejszenia uchybu III-go rodzaju jest filtracja wstępna — przed podaniem sygnału pomiarowego na dyskryminator zera. W szczególności zaleca się silnie wytłumić składowe sygnału $y(t)$ o wysokich częstotliwościach w stosunku do częstotliwości

sygnału odniesienia f_o. Nie zawsze jest jednak to możliwe, gdyż filtry wnoszą przesunięcia fazy, a ponadto w fazomierzach szerokopasmowych o miliwoltowej czułości poważnym źródłem szumu są obwody wejściowe fazomierza oraz dyskryminatory zera. Dlatego też niekiedy [10] celowo ogranicza się pasmo częstotliwości w dyskryminatorach zera, co wprawdzie ogranicza pasmo mierzonych częstotliwości, lecz zmniejsza prawdopodobieństwo uchybu III-go rodzaju nie wnosząc znacznych przesunięć fazowych. Do reguły należy natomiast stosowanie dyskryminatorów zera z histerezą. Obecnie dyskryminatory zera w fazomierzach impulsowych tworzy się z kaskadowego połączenia symetrycznych limiterów i przerzutnika Schmitta. Pracę dyskryminatora zera z histerezą ilustruje rys. 9.



Rys. 9. Porównanie dyskryminatorów zera z histerezą i bez histerezy

Histereza dyskryminatora zera zwiększa przestrzeń parametrów zakłócenia, przy których uchyby grube III-go rodzaju nie występują, niemniej niespełnienie warunku WJZ i w tym wypadku wywołuje pewien dodatkowy uchyb systematyczny, który w praktyce może być pomijalny.

7. ZAKOŃCZENIE

Stosując fazomierze impulsowe jako zasadę należy przyjąć spełnienie przez sygnały pomiarowe warunku WJZ. W szczególności znaczne wymagania pod tym względem należy postawić sygnałom fazomierzy zliczających kąty pełne (nawigacja, porównanie fazowe wzorców częstotliwości).

Stosowanie dyskryminatorów zera z dużą histerezą jest zawsze celowe, gdyż histereza zmniejsza prawdopodobieństwo pojawienia się uchybów grubych wywołanych „fałszywymi" przejściami sygnałów pomiarowych przez poziom zerowy, a w szczególności dopuszcza istnienie w zakłóceniu $z(t)$ składowych o bardzo wysokich częstotliwościach, chociaż o małej energii. Inaczej mówiąc, histereza dyskryminatorów łagodzi warunek WJZ (rys. 4) w zakresie dużych stosunków $\frac{f_1}{f_o}$. Próg zadziałania dyskryminatora z histerezą winien być ustawiony tak, jak przedstawiono na rys. 9. Inne ustawienie progu powoduje zależność wyniku pomiaru od amplitudy przebiegu harmonicznego.

W przypadku stosowania jako dyskryminatorów zera kaskadowego połączenia symetrycznych ograniczników i przerzutnika Schmitta zaleca się poprzedzić przerzutnik Schmitta integratorem. Ważny jest w tym wypadku staranny dobór stałej integracji w obydwu torach, tak aby zachodziła kompensacja przesunięć fazowych wprowadzonych przez integratory. W fazomierzach szerokopasmowych wartość stałej integracji zależy od maksymalnej częstotliwości przebiegów mierzonych.

Jeżeli warunek WJZ nie jest spełniony, a ponadto proponowane środki nie likwidują uchybów grubych, to stosować trzeba inne metody pomiaru, a w szczególności metody koincydencyjne [1] [2] [11], które są równie łatwe w realizacji praktycznej jak metody impulsowe, lecz dla posługiwania się nimi warunek WJZ nie musi być spełniony. Fazomierze koincydencyjne mogą być stosowane nawet w przypadku, gdy $a < 1$ [1] [12].

Praca niniejsza wykazuje, że w fazomierzach impulsowych celowe jest wykorzystanie informacji zawartej zarówno w ujemnych jak i dodatnich zerach sygnałów pomiarowych. Sposób ten pozwala zmniejszyć wariancję oceny, usuwa wpływ parzystych harmonicznych przebiegów pomiarowych na wynik pomiaru oraz łagodzi wymagania stawiane dyskryminatorom zera. Efektywność takich fazomierzy, definiowana stosunkiem wariancji fazomierza optymalnego [1] do wariancji fazomierza FK1 (47) (48), dla zakłóceń wąskopasmowych o pulsacji środkowej ω_o, jest bliska jedności [1] [6]. Mimo to algorytmy fazomierzy impulsowych wykorzystujące informację zawartą w dodatnich i ujemnych zerach sygnału nie są często stosowane [8] [9]. Realizacje fazomierzy impulsowych opisane są w publikacjach [13] ÷ [28].

DODATEK 1

Aproksymacja oczekiwanej liczby zer dodatnich $N(0)$ sygnału $y(t)$ w jednostce czasu.

1. We wzorze Rice'a [3, 4]

$$N(0) = f_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)_n}{(n!)^2} \left(-\frac{a^2}{2}\right)^n \; {}_1F_1\left(-\frac{1}{2}; n+1; -\frac{b^2}{2}\right),$$

gdzie

$$(\alpha)_k \triangleq \alpha(\alpha+1) \ldots (\alpha+k-1), \quad k = 1, 2, \ldots,$$

$$(\alpha)_o \triangleq 1,$$

przedstawiając funkcję hipergeometryczną szeregiem asymptotycznym i zamieniając porządek sumowania otrzymujemy

$$N(0) \sim f_1 \frac{b}{\sqrt{2}} \sum_{k=0} \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)_k}{k!} \left(\frac{2}{b^2}\right)^k \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)_n}{n!} \left(-\frac{a^2}{2}\right) \frac{\left(-\frac{1}{2}-n\right)_k}{\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)}.$$

Można wykazać słuszność zależności:

$$\frac{\left(-\frac{1}{2}-n\right)_k}{\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)_k}{\left(\frac{3}{2}-k\right)_n}.$$

A więc

$$N(0)\sim f_1 b\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{k=0}\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)_k^2}{k!}\left(\frac{2}{b^2}\right)^k\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{1}{2}\right)_n\left(-\frac{a^2}{2}\right)^n}{n!\left(\frac{3}{2}-k\right)_n},$$

$$N(0)\sim f_1 b\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{k=0}\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)_k^2}{k!}\left(\frac{2}{b^2}\right)^k\ {}_1F_1\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}-k;-\frac{a^2}{2}\right),$$

$$N(0)\sim f_o\left\{\Phi\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)+\frac{a}{b^2}\varphi(a)+2a\varphi(a)\sum_{k=2}\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)_k^2}{k!}\ {}_1F_1\left(1-k;\frac{3}{2}-k;\frac{a^2}{2}\right)\left(\frac{2}{b^2}\right)^k\right\}.$$

Funkcja hipergeometryczna zdegenerowana ${}_1F_1\left(1-k;\frac{3}{2}-k;\frac{a^2}{2}\right)$ jest wielomianem stopnia $2(k-1)$ zmiennej a

$$N(0)\approx f_o\left\{\Phi\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)+\frac{a}{b^2}\varphi(a)\right\},\qquad b\gg 1,\qquad b>a.$$

2. We wzorze Rice'a [3, 4]

$$N(0)=f_1\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{1}{2}\right)_n}{(n!)^2}\left(-\frac{b^2}{2}\right)^n\ {}_1F_1\left(\frac{1}{2};n+1;-\frac{a^2}{2}\right)$$

przedstawiając funkcję hipergeometryczną szeregiem asymptotycznym i zamieniając porządek sumowania otrzymujemy:

$$N(0)\sim f_1\frac{\sqrt{2}}{a}\sum_{k=0}\frac{\left(\frac{1}{2}\right)_k}{k!}\left(\frac{2}{a^2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)_n\left(\frac{1}{2}-n\right)_k}{n!\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)}\left(-\frac{b^2}{2}\right)^n.$$

Można wykazać, iż:

$$\frac{\left(\frac{1}{2}-n\right)_k}{\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)}=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{\left(\frac{1}{2}\right)_k}{\left(\frac{1}{2}-k\right)_n}.$$

A więc

$$N(0) \sim f_1 \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{k=0} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)_k^2}{k!} \left(\frac{2}{a^2}\right)^k \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)_n}{\left(\frac{1}{2}-k\right)_n n!} \left(-\frac{b^2}{2}\right)^n,$$

$$N(0) \sim f_1 \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{k=0} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)_k^2}{k!} \left(\frac{2}{a^2}\right)^k \; {}_1F_1\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}-k; -\frac{b^2}{2}\right),$$

$$N(0) \sim f_o \left\{ \Phi\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right) + \frac{2}{b}\varphi(b) + \frac{1}{a^2 b}\varphi(b) + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{b}\varphi(b) \sum_{k=2} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)_k^2}{k!} \; {}_1F_1\left(1-k; \frac{1}{2}-k; \frac{b^2}{2}\right) \left(\frac{2}{a^2}\right)^k \right\}.$$

Funkcja hipergeometryczna zdegenerowana ${}_1F_1\left(1-k; \frac{1}{2}-k; \frac{b^2}{2}\right)$ jest wielomianem stopnia $2(k-1)$ zmiennej b

$$N(0) \approx f_o \left\{ \Phi\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right) + \frac{2}{b}\varphi(b) \right\}, \quad a \gg 1, \quad a > b.$$

DODATEK 2

Aproksymacja funkcji $p(0^+|t)$, gdzie (17)

$$p(0^+|t) = 2\pi f_1 \varphi(a\cos\alpha) \left\{ \varphi(b\sin\alpha) - \frac{b\sin\alpha}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{b\sin\alpha}{\sqrt{2}}\right) \right] \right\}.$$

Wykazać można, że

$$\varphi(u) + \frac{u}{2}\Phi\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right) \sim \frac{|u|}{2} + \frac{\varphi(u)}{u^2} \; {}_2F_o\left(1, \frac{3}{2}; -\frac{2}{u^2}\right),$$

gdzie ${}_pF_q$ — szereg hipergeometryczny uogólniony. Stąd

$$p(0^+|t) \sim 2\pi f_1 \varphi(a\cos\alpha) \left\{ -\frac{b\sin\alpha}{2} + \frac{|b\sin\alpha|}{2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\varphi(b\sin\alpha)}{(b\sin\alpha)^2} \; {}_2F_o\left(1, \frac{3}{2}; -\frac{2}{b^2\sin^2\alpha}\right) \right\}.$$

Jeżeli

$$-b\sin\alpha \gg 1,$$

to

$$p(0^+|t) \approx 2\pi f_1 b|\sin\alpha|\varphi(a\cos\alpha) = a\omega_o|\sin\alpha|\varphi(a\cos\alpha).$$

LITERATURA

1. R.A. Krajewski, *Uchyb fazomierzy impulsowych wywołany addytywnym zakłóceniem gaussowskim*, Praca doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1971.
2. A. Dunworth, *A digital phase meter for electronic navigational aids*, Proc. IEEE Australia, 27, 1966, nr 8, s. 213—221.
3. S.O. Rice, *Statistical properties of a sine wave plus random noice*, Bell Sys. Tech. J., vol. 27, nr 1, s. 109—157, March 1948.
4. S.M. Cobb, *The distribution of intervals between zero crossing of sine wave plus random noice and allied topics*, IEEE Trans. on Inform. Theory, April 1965, s. 220—233.
5. B.R. Levin, *Teoretyčeskie osnovy statističeskoj radiotechniki*, t. 1., Sov. Radio, Moskva 1968.
6. R.A. Krajewski, *Algorytmy fazomierzy koincydencyjnych*, Arch. Autom. i Telemech., T. XVIII (1973), Zeszyt 1, s. 355—367.
7. R.L. Ehret, L.E. Wood, M.C. Thompson, *Linear integrated circuit phase meter*, IEEE Trans. Instr. and Measurement, IM — 18, 1969, nr 3, s. 157—160.
8. R.A. Krajewski, *Fazomierz 39-N*, PAK, 1973, nr 4, s. 182.
9. R.A. Krajewski, J. Stolz, *Sposób pomiaru różnicy faz sygnałów harmonicznych i fazomierz do stosowania tego sposobu*, Pat. PRL 67458, zgł. 29.06.1972.
10. R.H. Frater, *A precision phase meter*, IEEE Trans. Instr. and Measurement, IM—15, 1969, nr 1—2, s. 9—19.
11. R.A. Krajewski, *Statystyczna analiza korelatora koincydencyjnego w układzie kwadraturowym* Arch. Autom. i Telemech., T. XVIII, 1973, z. 1, s. 81—96.
12. R.A. Krajewski, Z. Boguś, *Sequential phasemeter*, IEEE Trans. on Instr. and Measur., vol. IM—23, no 1, March 1974, s. 62—67.
13. J.S. Elliott, *A high precision direct-reading loss and phase measuring set for carier frequencies*, Bell Syst. Tech. J. 28, 1962, nr 5, s. 1493—1517.
14. G. Doye, T.W. Wright, *High-speed digital phasemeter*, Electron. Engng. 40, 1968, s. 206—212.
15. D.E. Maxwell, *A 5 to 50 MHz direct reading phase meter with hundreth-degree precision*, IEEE Trans. Instr. and Measurement, IM — 15, 1966, nr 4, s. 304—309.
16. E.C. Bell, R.V. Leedham, *Digital measurement of mean phase shift*, Electron. Engng. 34, 1962, nr 416, s. 664—668.
17. J.G. Kretschmar, *Über Verfahren zur direkten Anzeige der Phasenwinkels*, Wiss. Z. Hochsch. Elektrotechnik Ilmenau, 1962, nr 8, s. 189—198.
18. I.E. Mc Kinney, *Digitized low-frequency phasemeter assembled from logic modules*, J. Res. Nat. Bur. Stand., USA 71 c, 1967, nr 3, s. 227—238.
19. E. Florman, A. Tait, *An electronic phasemeter*, Proc. IRE 37, 1949, nr 2, s. 207—210.
20. N. Hambley, *A low frequency phasemeter*, Electron. Engng. 31, 1959, nr 371, s. 13—19.
21. K. Homilius, *Direkt anzeigender Phasenwinkelmesser mit Transistoren für der Tonfrequenzbereich*, Arch. Tech. Messen V3631 — 8, 1955, s. 221—224.
22. R.E. King, *A pulse phasemeter*, Electron, Engng. 36, 1964, nr 439, s. 615.
23. D.E. Kruse, R.B. Watson, *An improved audio frequency phasemeter*, Audio Engng. 34, 1950, nr 2, s. 9—11.
24. P.N. Nield, *Zero-crossing phasemeter with sense indication*, Electron. Engng 40, May 1968, s. 282—284.
25. J.R. Woodbury, *Measuring phase with transistor flip-flop*, Electronics 34, 1961, nr 38, s. 56.
26. Y.P. Yu, *Zero intercept phase meter*, Electronics 26, 1953, nr 11, s. 178—180.
27. A. Rzęcki, *Pomiar przesunięcia fazowego metodami zliczającymi*, Przegląd Telekom., 1973, z. 10, s. 337—343.
28. A. Rzęcki, *Fazomierz cyfrowy typu FCR-10*, Przegląd Telekom., 1973, z. 5, s. 197—198.

R. A. KRAJEWSKI

PULSE PHASEMETER ERROR CAUSED BY GAUSSIAN NOISE

Summary

This paper deals with the pulse phasemeter error caused by additive gaussian noise in input signal. The space of input signal parameters not caused by false zeros is determined.

Phasemeter operating without blunder range and root-mean-square error in operating range are computed. The ways of error decreasing are also presented.

R. A. KRAJEWSKI

ECART DES PHASEMÈTRES À IMPULSION PRODUIT PAR UNE PERTURBATION ADDITIVE GAUSSIENNE

Résumé

On a analysé l'écart des phasemètres à impulsion produit par la présence d'une perturbation additive gaussienne dans le signal de mesure. On a déterminé l'espace des paramètres du signal de mesure, pour lesquels ne se produisent pas les transitions déformées du signal de mesure par le niveau de zéro, causant un écart de mesure considérable.

On a désigné l'étendue de travail, dans laquelle les écarts sensibles ne se produisent pas, et on a calculé la variation de l'estimation de la phase de cette étendue. On a présenté les modes de diminution de l'écart de mesure.

R. A. KRAJEWSKI

DIE DURCH ADDITIVE GAUSS-STÖRUNGEN INDUZIERTE ABWEICHUNG DER IMPULSIVEN PHASENMESSER

Zusammenfassung

Es wurde eine Analyse der Abweichung bei impulsiven Phasenmessern durchgeführt, die durch additive Gauss-Störungen im Meßsignal hervorgerufen wird. Der Raum der Parameter des Meßsignals wurde bestimmt; für diese Parameter treten keine falschen, eine Grobabweichung der Messungen verursachenden Übergänge des Meßsignals über das Nullniveau auf.

Im weiteren bestimmte man den Arbeitsbereich, wofür keine Grobabweichungen auftreten und berechnete die Variation der Phaseneinschätzung in diesem Bereich. Es wurden Verfahren zwecks Verminderung der Abweichungen angeführt.

Р. А. КРАЕВСКИ

ВЛИЯНИЕ ГАУССОВОГО ШУМА НА ПОГРЕШНОСТЬ ЭЛЕКТРОННЫХ ФАЗОМЕТРОВ

Резюме

В статье рассмотрено влияние гауссового шума на показания электронных фазометров. Определено пространство параметров измерительного сигнала, для которого не возникают ложные нули вызывающие грубые погрешности измерения. Определен диапазон фазовых сдвигов, в котором грубые погрешности не существуют и вычислена среднеквадратическая погрешность в этом диапазоне. Даны рекомендации по уменьшению погрешностей.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 31 — 43

621.3.014.4

Ekranowanie elektromagnetyczne w stanie ustalonym i nieustalonym przy osiowej symetrii pola magnetycznego

WOJCIECH LIPIŃSKI (SZCZECIN)

Instytut Automatyki Przemysłowej Politechniki Szczecińskiej

Otrzymano 1.12.1975

Obliczono prądy wirowe w przewodzącej ferromagnetycznej płycie zaindukowane przez dowolnie zmienny w czasie prąd płynący w cewce cylindrycznej. Podano zależności określające ekranowane pole magnetyczne poza płytą i przeprowadzono obliczenia numeryczne.

1. WSTĘP

Wszelkie badania idące w kierunku znalezienia rozwiązań problemów dotyczących prądów wirowych są wtedy cenniejsze, gdy wyniki ich znajdują zastosowanie praktyczne. Jednak tylko w uproszczonych układach możliwe jest przeprowadzenie analizy rozkładów przestrzennych gęstości prądu i pola magnetycznego. Uzyskanie rozwiązań warunkują tu matematyczne trudności obliczeniowe, które nasilają się w zagadnieniach dotyczących stanów nieustalonych. Wyniki rozwiązań otrzymane dla układów uproszczonych stanowią jednak podstawę wyznaczania parametrów przy projektowaniu rozwiązań praktycznych.

Celem przedstawionego tu opracowania jest analiza ekranowania ferromagnetyczną przewodzącą płytą przy osiowej symetrii pola magnetycznego i przejęciu wzbudzenia w postaci cewki walcowej o skończonych wymiarach. W przypadku innych konfiguracji wzbudnika należy dodatkowo dokonać superpozycji pól magnetycznych od równoważnych mu pętli kołowych lub przeprowadzić obliczenia analogiczne do podanych w pracy dla całkowitego pola.

W wyniku przeprowadzonych rozważań wyznaczono współczynnik skuteczności ekranowania w stanie ustalonym przy wzbudzeniu sinusoidalnie zmiennym. Dodatkowo dla określenia czasu trwania stanu nieustalonego wyznaczono uśrednioną stałą czasową przebiegów. Powyższe zagadnienia odpowiadają analizie następujących równań opisujących rozkład pola w przestrzeni:

$$\begin{aligned} \nabla^2\mathbf{A} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} &= -\mu\mathbf{J}_o, \qquad \mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\Phi, \\ \nabla^2\Phi - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} &= -\varrho/\varepsilon, \qquad \mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}. \end{aligned} \tag{1}$$

Pomijając prąd przesunięcia, przyjmując $\varrho = 0$ i podstawiając $\mathbf{J}_o = \gamma\mathbf{E} + \mathbf{J}$,

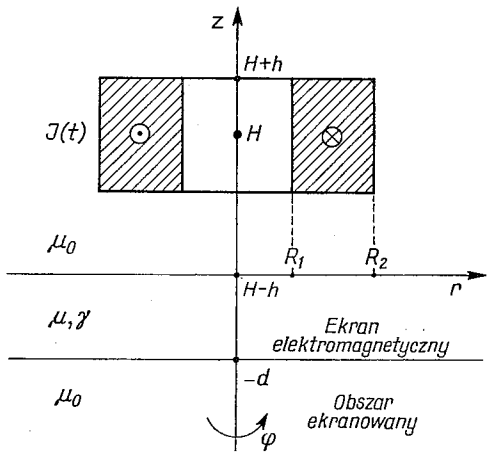
gdzie: $\mathbf{J}$ — gęstość prądu płynącego w cewce, a $\gamma\mathbf{E}$ — gęstość prądu indukowanego w płycie, otrzymuje się po uwzględnieniu $\Phi = 0$ w obszarze przewodzącym:

$$\nabla^2\mathbf{A} - \mu\gamma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = -\mu\mathbf{J}, \qquad \mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\Phi,$$
$$\nabla^2\Phi = 0, \qquad \mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}. \tag{1a}$$

Pominięcie prądu przesunięcia w równaniu (1) jest słuszne dla częstotliwości, przy których cewka i ekran znajdują się w tak zwanej strefie bliskiej, gdzie można pominąć energię promieniowania. Źródłem pola są prądy wzbudzenia płynące w uzwojeniu cewki. Warunki brzegowe odpowiadają natomiast zanikaniu składowych pola elektromagnetycznego w odległości nieskończenie dużej od układu.

2. EKRANOWANIE ELEKTROMAGNETYCZNE W STANIE USTALONYM

Nawiniętą cienkim drutem cewkę walcową o N zwojach i ekran o grubości d przedstawiono na rys. 1. Wektor gęstości prądu ma tylko składową w kierunku φ, której przestrzenny rozkład w obszarze uzwojeń przyjęto jako stały. Dodatkowo założono:
a) sinusoidalną zmienność prądu w czasie i panujący stan ustalony,
b) jednorodność i izotropowość ekranu o konduktywności γ i przenikalności magnetycznej μ,
c) nawinięcie cewki wzbudzającej pole dostatecznie cienkim drutem, wobec czego można pominąć wypieranie prądu w uzwojeniach.



Rys. 1. Przewodząca ferromagnetyczna płyta i cewka walcowa o skończonych wymiarach

Pole elektromagnetyczne wzbudzone przez cewkę ulega stłumieniu podczas przejścia przez płytę do obszaru ekranowego $z < -d$. W przypadku płyty nieprzewodzącej $\gamma = 0$, ekranujące działanie związane jest tylko ze zmianą przestrzennego rozkładu pola magnetycznego, odpowiadającego mniejszemu strumieniowi przechodzącemu do obszaru $z < -d$. Przypadek ten był tematem pracy [11].

Współczynnik skuteczności ekranowania przyjęto jako

$$k = \frac{|\underline{B}|}{B_o}, \quad 1 \geqslant k \geqslant 0, \tag{2}$$

gdzie:

B_o — indukcja magnetyczna w przypadku braku ekranu,

$\underline{B}$ — indukcja magnetyczna po wprowadzeniu ekranu.

Dla gęstości prądu wzbudzającego $J(t) = J\sqrt{2}\sin\omega t$, czyli $\underline{J} = J$ indukcja wzbudzenia $\underline{B_o} = B_o$ jest w fazie z prądem, a składowe wektora wypadkowej indukcji $\underline{B} = B\exp(-j\varphi)$ są odpowiednio przesunięte w czasie. W granicznych przypadkach $\mu = \infty$ lub $\omega\gamma = \infty$ otrzymuje się idealne ekranowanie $k = 0$.

Pole magnetyczne układu opisane zostanie potencjałem wektorowym skierowanym podobnie jak wektor gęstości prądu w kierunku φ. Potencjał wektorowy wzbudzony przez prądy płynące w solenoidzie w przypadku braku ekranu można określić następującą zależnością [13, 22]:

$$A_o = \frac{2\mu_o J}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{w \cdot D \cdot \sin uh}{u(u^2+w^2)} \cdot J_1(wr) \cdot \cos(uz - uH) \cdot du \cdot dw + \text{const}, \tag{3}$$

gdzie

$$D = \int_{R_1}^{R_2} R \cdot J_1(wR) \cdot dR.$$

Indukowane prądy wirowe wytworzą własne pole magnetyczne i dodatkowo obraz pola zostanie zmieniony przez własności ferromagnetyczne płyty. Całkowite pole magnetyczne jest podobnie jak w pracach [3, 4, 6, 7, 10, 14] rozwiązaniem następujących równań różniczkowych cząstkowych:

a) równania Helmholtza $\Delta\underline{\mathbf{A}} = j\omega\mu\gamma\underline{\mathbf{A}}$ w ekranie, (4)

b) równania Poissona $\Delta\underline{\mathbf{A}} = -\mu_o\underline{\mathbf{J}}$ — wewnątrz uzwojeń cewki, (5)

c) równania Laplace'a $\Delta\underline{\mathbf{A}} = 0$ — w powietrzu, (6)

gdzie:

$$\underline{\mathbf{A}} = \underline{A} \cdot \mathbf{1}_\varphi$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{r^2}.$$

Wektor indukcji magnetycznej dany jest jako:

$$\underline{\mathbf{B}} = -\frac{\partial \underline{A}}{\partial z} \cdot \mathbf{1}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial(r\underline{A})}{\partial r} \cdot \mathbf{1}_z. \tag{7}$$

Dodatkowo muszą być spełnione warunki brzegowe na granicy środowisk o różnych przenikalnościach magnetycznych $z = 0$ i $z = -d$. Z symetrii osiowej zagadnienia wynika, że istnieje linia pola magnetycznego pokrywająca się z osią „z", czyli dla $r = 0$, wzdłuż której potencjał wektorowy jest równy zeru. Oznacza to przyjęcie dowolnej stałej w wyrażeniu (3), tak aby potencjał wektorowy zanikał w odległości nieskończenie dużej od układu, czyli const = 0.

Dla określenia całkowitego pola magnetycznego podzielono przestrzeń na trzy obszary i przyjęto:

$$\begin{aligned} z \geqslant 0 \quad & \underline{A} = \underline{A}_0 + \underline{A}_1, \\ 0 \geqslant z \geqslant -d \quad & \underline{A} = \underline{A}_2, \\ -d \geqslant z \quad & \underline{A} = \underline{A}_3, \end{aligned} \tag{8}$$

gdzie:

$\underline{A}_1$ — składowa potencjału wektorowego związana z obecnością ekranu (spełnia równanie Laplace'a),

$\underline{A}_2$ — całkowity potencjał wektorowy w ekranie (spełnia równanie Helmholtza),

$\underline{A}_3$ — całkowity potencjał wektorowy w obszarze ekranowanym spełnia równanie Laplace'a).

Rozwiązując równanie Laplace'a (6) i Helmholtza (4) metodą rozdzielenia zmiennych, otrzymuje się następujące rozwiązanie spełniające warunki $A(r = 0) = 0$ i $A \to 0$ w odległości nieskończenie dużej od układu

$$\underline{A}_1 = \int_0^\infty \underline{C}_1(w) \cdot J_1(wr) \cdot \exp(-wz) \cdot dw, \tag{9}$$

$$\underline{A}_2 = \int_0^\infty [\underline{C}_2(w) \cdot \exp(\beta z) + \underline{C}_3(w) \cdot \exp(-\beta z)] \cdot J_1(wr) \cdot dw, \tag{10}$$

$$\underline{A}_3 = \int_0^\infty \underline{C}_4(w) \cdot J_1(wr) \cdot \exp(wz) \cdot dw, \tag{11}$$

gdzie: $\beta = \sqrt{w^2 + j\omega\mu\gamma}$.

Poszukiwanie rozwiązań w postaci całek w granicach od zera do nieskończoności z rozwiązań elementarnych otrzymanych metodą rozdzielenia zmiennych związane jest z brakiem ograniczenia przestrzennego dla rozpatrywanego obszaru [3, 4, 6, 7, 9, 10, 19]. Nieznane funkcje $\underline{C}_1, \underline{C}_2, \underline{C}_3, \underline{C}_4$ wyznaczone zostaną z warunków granicznych dla $z = 0$ i $z = -d$. Z układu równań

$$\left.\begin{aligned} \underline{A}_0 + \underline{A}_1 &= \underline{A}_2 \\ \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial}{\partial z}(\underline{A}_0 + \underline{A}_1) &= \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial z}\underline{A}_2 \end{aligned}\right\} \text{dla } z = 0,$$

$$\left.\begin{aligned} \underline{A}_2 &= \underline{A}_3 \\ \frac{1}{\mu}\frac{\partial}{\partial z}\underline{A}_2 &= \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial}{\partial z}\underline{A}_3 \end{aligned}\right\} \text{dla } z = -d, \tag{12}$$

po uwzględnieniu przy $H \geqslant h$

$$\int_0^\infty \frac{\sin uh \cdot \cos uH}{u(u^2 + w^2)} \cdot dw = \frac{\pi}{2w^2} \cdot \exp(-wH) \cdot \operatorname{sh} wh,$$

otrzymuje się

$$\begin{pmatrix} \underline{C}_1 \\ \underline{C}_2 \\ \underline{C}_3 \\ \underline{C}_4 \end{pmatrix} = \frac{2\mu_o JD \cdot \exp(-wH) \cdot \operatorname{sh} wh \cdot \frac{1}{w}}{(1+a)^2-(1-a)^2 \cdot \exp(-2\beta d)} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}5[1-\exp(-2\beta d)] \cdot (1-a^2) \\ 1+a \\ -(1-a) \cdot \exp(-2\beta d) \\ 2a \cdot \exp[(w-\beta)d] \end{pmatrix}, \tag{13}$$

gdzie:

$$a = \frac{\beta \mu_o}{w\mu}.$$

Po wyznaczeniu funkcji $\underline{C}_1, \underline{C}_2, \underline{C}_3, \underline{C}_4$ rozkład pola magnetycznego układu dany jest wyrażeniami (9), (10), (11). Chcąc określić skuteczność ekranowania, wyznaczono składową wzdłuż osi z wektora indukcji magnetycznej dla $z \leqslant -d$. Po uwzględnieniu

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}[r \cdot J_1(wr)] = w \cdot J_o(wr)$$

otrzymuje się

$$\underline{B}_z = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\underline{A}_3) = \int_0^\infty \underline{C}_4(w) \cdot w \cdot J_o(wr) \cdot \exp(wz) \cdot dw. \tag{14}$$

Przykładowo na osi cewki ($r = 0$) w przypadku nieobecności ekranu $\mu = \mu_o$ i $\omega\gamma = 0$ (czyli $\beta = w$), wyrażenie (14) przyjmuje postać

$$B_{zo} = \mu_o J \int_0^\infty D \cdot \exp[-w(H-z)] \cdot \operatorname{sh} wh \cdot dw. \tag{15}$$

W przypadku pojedynczej pętli o wysokości $h \to 0$ i nieskończenie małej grubości $R_1 \to R_2 = R$ otrzymuje się po uwzględnieniu następujących zależności

$$\underline{J} \cdot 2/R_2 - R_1/h = N\underline{I}, \qquad D \to R \cdot J_1(wR) \cdot (R_2 - R_1),$$
$$N\underline{I} \text{ — amperozwoje}, \qquad \operatorname{sh}(wh) \to wh,$$

znany wzór:

$$\underline{B}_{zo} = \frac{1}{2}\mu_o N\underline{I} R \int_0^\infty w \cdot J_1(wR) \cdot \exp[-w(H-z)] \cdot dw =$$

$$= \frac{1}{2}\mu_o N\underline{I} \frac{R^2}{[(H-z)^2+R^2]^{3/2}}. \tag{16}$$

Przyjmując nowe zmienne całkowania $x = wH$ i $y = R/H$ i podstawiając wyrażenia (14), (15) do wzoru (2) określającego współczynnik skuteczności ekranowania otrzymuje się ostatecznie:

$$k = \frac{4}{\int_0^\infty E \cdot dx} \cdot \left| \int_0^\infty E \cdot \underline{F} \cdot dx \right|, \tag{17}$$

gdzie:

$$E = \exp\left[-x\left(1-\frac{z}{H}\right)\right] \cdot J_o\left(\frac{rx}{H}\right) \cdot \operatorname{sh}\frac{xh}{H} \cdot \int_{R_1/H}^{R_2/H} y \cdot J_1(xy) \cdot dy, \tag{17a}$$

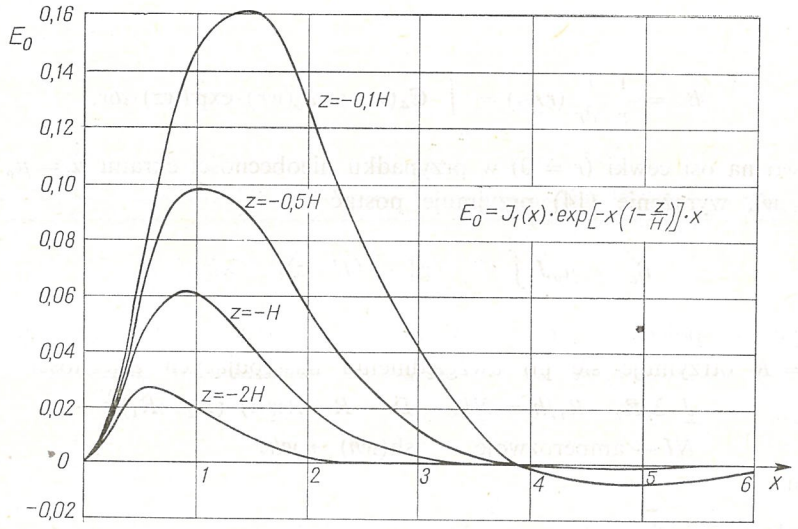
$$\underline{F} = \frac{\exp\left[-(\beta_o - x)\frac{d}{H}\right] \cdot a_o}{(1+a_o)^2 - (1-a_o)^2 \cdot \exp\left(-2\beta_o \frac{d}{H}\right)}, \tag{17b}$$

$$a_o = \frac{\beta_o \mu_o}{x\mu}, \quad \beta_o = \sqrt{x^2 + j\alpha^2 \mu_r}, \quad \alpha = \sqrt{\omega \mu_o \gamma}\, H, \quad \mu_r = \mu/\mu_o.$$

W przypadku pojedynczej pętli o pomijalnie małej powierzchni przekroju wyrażenie (17a) upraszcza się do:

$$E_o = \exp\left[-x\left(1 - \frac{z}{H}\right)\right] \cdot J_o\left(\frac{rx}{H}\right) \cdot x \cdot J_1\left(\frac{xR}{H}\right). \tag{17c}$$

Przebieg funkcji E_o podano na rys. 2.



Rys. 2. Przebieg funkcji E_o dla $r = 0$ i $R = H$

Po przekształceniach można wyrażenie (17) przedstawić w następującej postaci:

$$k = k\left(\frac{r}{H}, \frac{z}{H}, \frac{d}{H}, \frac{h}{H}, \frac{R_1}{H}, \frac{R_2}{H}, \frac{\mu}{\mu_o}, \alpha = \sqrt{\omega \mu_o \gamma}\, H\right) = \frac{4}{\int_0^\infty E \cdot dx} \cdot$$

$$\cdot \sqrt{\left[\int_0^\infty E \cdot \frac{n_1 \cdot n_3 + n_2 n_4}{n_3^2 + n_4^2} \cdot dx\right]^2 + \left[\int_0^\infty E \cdot \frac{n_1 n_4 - n_2 n_3}{n_3^2 + n_4^2} \cdot dx\right]^2}, \tag{18}$$

gdzie:

$$n_1 = L_o \cdot \exp\left[-L_1 \cdot \cos\lambda + x\frac{d}{H}\right] \cdot [\cos\lambda \cdot \cos(L_1 \sin\lambda) + \sin\lambda \cdot \sin(L_1 \cdot \sin\lambda)],$$

$$n_2 = L_o \cdot \exp\left[-L_1 \cdot \cos\lambda + x\frac{d}{H}\right] \cdot [\sin\lambda \cdot \cos(L_1 \cdot \sin\lambda) - \cos\lambda \cdot \sin(L_1 \cdot \sin\lambda)],$$

$$n_3 = 1+2L_o\cdot\cos\lambda+L_o^2\cdot\cos 2\lambda-[(1-2L_o\cdot\cos\lambda+L_o^2\cdot\cos 2\lambda)\cdot\cos(2L_1\cdot\sin\lambda)-$$
$$-2(1-L_o\cdot\cos\lambda)\cdot L_o\cdot\sin\lambda\cdot\sin\cdot(2L_1\cdot\sin\lambda)]\cdot\exp(-2L_1\cdot\cos\lambda),$$
$$n_4 = 2(1+L_o\cdot\cos\lambda)\cdot L_o\sin\lambda+[2(1-L_o\cdot\sin\lambda)\cdot\cos(2L_1\cdot\sin\lambda)\cdot L_o\cdot\sin\lambda+$$
$$+(1-2L_o\cdot\cos\lambda+L_o^2\cdot\cos 2\lambda)\cdot\sin(2L_1\cdot\sin\lambda)]\cdot\exp(-2L_1\cos\lambda),$$

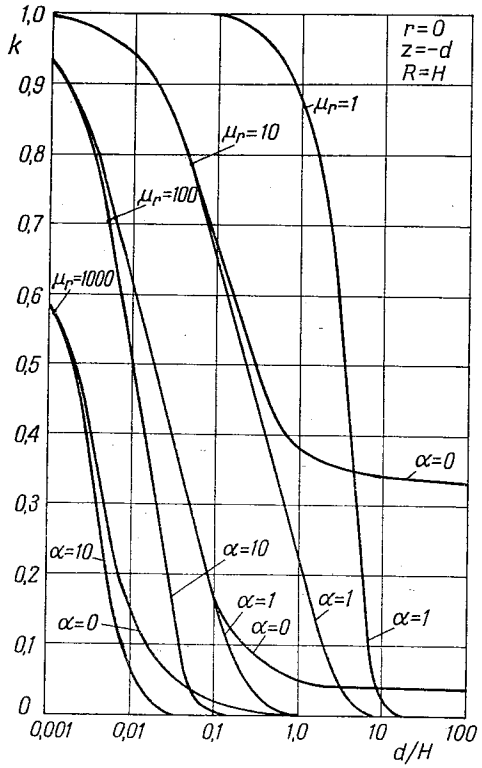
przy oznaczeniach:

$$L_o = \frac{1}{x\mu_r}\sqrt[4]{x^4+\alpha^4\mu_r^2}, \qquad L_1 = L_o\cdot x\cdot\mu_r\cdot\frac{d}{H},$$

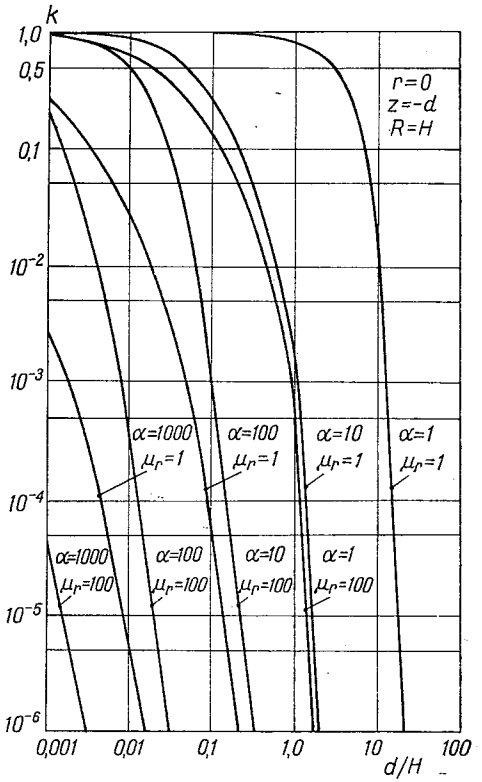
$$\lambda = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\alpha^2\mu_r}{x^2}.$$

Podany w pracy [11] przypadek ekranowania płytą ferromagnetyczną przy pominięciu prądów wirowych odpowiada przyjęciu $\alpha = 0$. Przypadek cienkiego ekranu cylindrycznego stanowiący pewne uzupełnienie powyższych wzorów był tematem pracy [3].

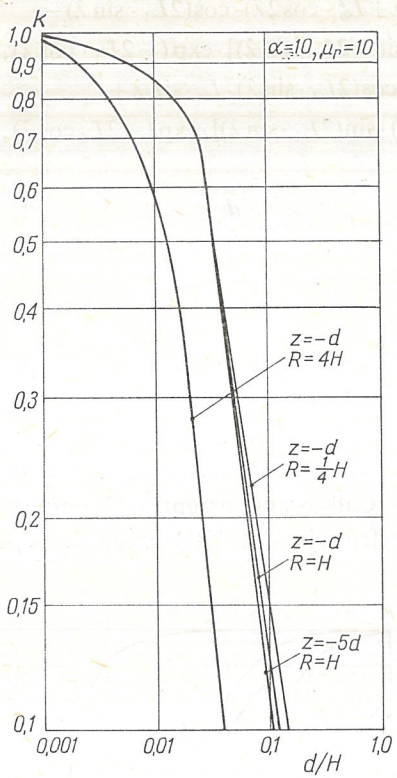
Wyniki obliczeń numerycznych dla pętli i cewki o skończonych wymiarach $R_1 = 0{,}5\,H$, $R_2 = H$, $h = 0{,}5\,H$ podano na rysunkach 3, 4, 5, 6. Całkowanie przeprowadzono według znajdującej się w bibliotece programów maszyny cyfrowej Odra 1204 procedury opartej na regule Simpsona.



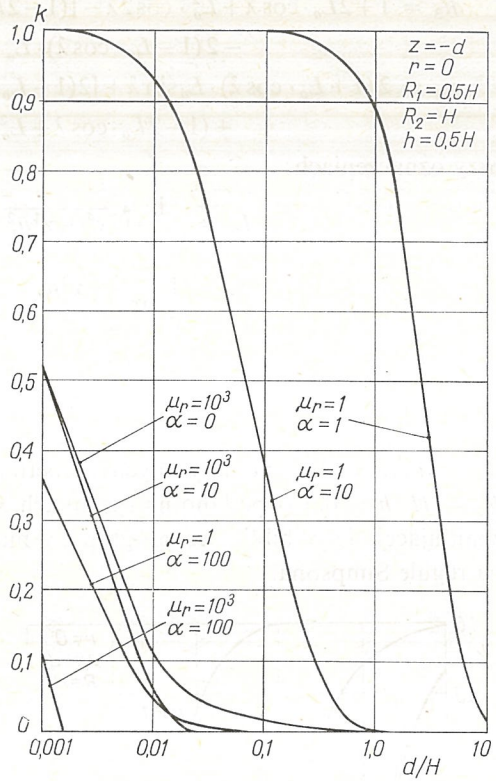
Rys. 3. Współczynnik ekranowania k od pętli liniowej przy $R = H$ w punkcie przestrzeni $r = 0$, $z = -d$, dla małych wartości parametru α



Rys. 4. Współczynnik ekranowania k od pętli liniowej przy $R = H$ w punkcie przestrzeni $r = 0$, $z = -d$, dla wartości parametru α zmiennych od 1 do 1000



Rys. 5. Zależność współczynnika ekranowania k od położenia z na osi $r = 0$ i promienia pętli R. Obliczenia wykonano dla $\alpha = 10$ i $\mu = 10\,\mu_0$



Rys. 6. Współczynnik ekranowania k w punkcie $r = 0$, $z = -d$, dla cewki o skończonych wymiarach $R_1 = 0{,}5\,H$, $R_2 = H$, $h = 0{,}5\,H$

Przy założonej dokładności 0,1%, czasy pracy maszyny przy obliczaniu skuteczności ekranowania dla danych wartości poszczególnych parametrów wynosiły około 20 sekund dla liniowej pętli i około 3 minut dla cewki o skończonych wymiarach. Czas całkowania zależy tylko od grubości cewki, co związane jest z dodatkowymi całkowaniami od R_1 do R_2 według wzoru (17a).

Oczywiste jest, że w przypadku grubości ekranu większej od głębokości wnikania fali elektromagnetycznej pole za ekranem jest praktycznie całkowicie stłumione.

3. EKRANOWANIE ELEKTROMAGNETYCZNE W STANIE NIEUSTALONYM

Dla określenia czasu ustalania się przebiegów dyfuzyjnych (wypieranie prądu, dyfuzja pola magnetycznego do przewodnika, prądy wirowe, procesy cieplne, dyfuzja w roztworach) wprowadzona została określona według znanego kryterium

$$T = \int_0^\infty \frac{B(t) - B(\infty)}{B(0) - B(\infty)} \cdot dt = \frac{\lim\limits_{s \to 0} |s \cdot B(s)|'}{B(0) - B(\infty)} \tag{19}$$

uśredniona stała czasowa [1, 14, 15, 17, 18]. W powyższym wyrażeniu $B(s)$ oznacza transformatę Laplace'a przebiegu czasowego $B(t)$ w danym punkcie przestrzeni. Przyjmując jako wielkość wejściową prąd płynący w uzwojeniach cewki, a jako wielkość wyjściową indukcję magnetyczną w danym punkcie przestrzeni, łatwo można wykazać, że stała czasowa nie zależy od przebiegu $I(t)$

$$\begin{gathered} B(s) = I(s)\cdot K(s), \quad K(s) \text{ — funkcja przejścia,} \\ B(t=0) = 0, \\ B(t\to\infty) = \lim_{s\to 0} s\cdot B(s) = K(s=0)\cdot I(t\to\infty), \end{gathered} \tag{20}$$

$$T = \frac{K(s=0)\cdot\lim\limits_{s\to 0}|s\cdot I(s)|' + I(t\to\infty)\cdot\lim\limits_{s\to 0}|K(s)|'}{-K(s=0)\cdot I(t\to\infty)} = T_o + \frac{\lim\limits_{s\to 0}|K(s)|'}{-K(s=0)};$$

$$T_o = \frac{\lim\limits_{s\to 0}|s\cdot I(s)|'}{-I(t\to\infty)},$$

gdzie T_o — stała czasowa przebiegu wejściowego $I(t)$; przykładowo:

$$I(t) = I_o[1-\exp(-t/T_o)].$$

Obliczona zostanie stała czasowa ekranowania elektromagnetycznego obszaru $z \leqslant -d$ dla układu podanego na rys. 1. Przy założeniu warunków początkowych zerowych nawet w przypadku skokowej zmiany prądu $T_o = 0$ prądy wirowe indukowane w ekranie idealnie zaekranują w chwili $t = 0$ obszar $z \leqslant 0$. Dla czasów $t \to \infty$ stan ustalony dany jest zgodnie z wyrażeniami (13), (14) po przyjęciu $\omega = 0$ czyli $\beta = w$, jako:

$$B_z(t\to\infty) = 4\frac{\mu_o}{\mu_r}\cdot J_o\cdot H\cdot\int_0^\infty \frac{E}{E_1}\cdot dx. \tag{21}$$

W wyrażeniu (21) funkcja E określona jest wzorami (17a) (17c) przy $x = wH$, a funkcja E_1 odpowiednio:

$$E_1 = \left(1+\frac{1}{\mu_r}\right)^2 - \left(1-\frac{1}{\mu_r}\right)^2\cdot\exp\left(-2x\frac{d}{H}\right). \tag{21a}$$

Obliczając następnie licznik wzoru (19) przy dowolnym przebiegu prądu w cewce otrzymuje się:

$$\lim_{s\to 0}|s\cdot B(s)|' = -2\mu_o^2\cdot\gamma\cdot J_o\cdot H^3\int_0^\infty \frac{E\cdot E_2}{x\cdot E_1}\cdot dx - T_o\cdot B(t\to\infty), \tag{22}$$

gdzie:

$$E_2 = \frac{d}{H} - \frac{1}{x} + \frac{2}{E_1}\left\{\left(1+\frac{1}{\mu_r}\right)\cdot\frac{1}{x\mu_r} + \left(1-\frac{1}{\mu_r}\right)\cdot\left[\frac{1}{x\mu_r} + \frac{d}{H}\left(1-\frac{1}{\mu_r}\right)\right]\cdot\exp\left(-2x\frac{d}{H}\right)\right\}. \tag{22a}$$

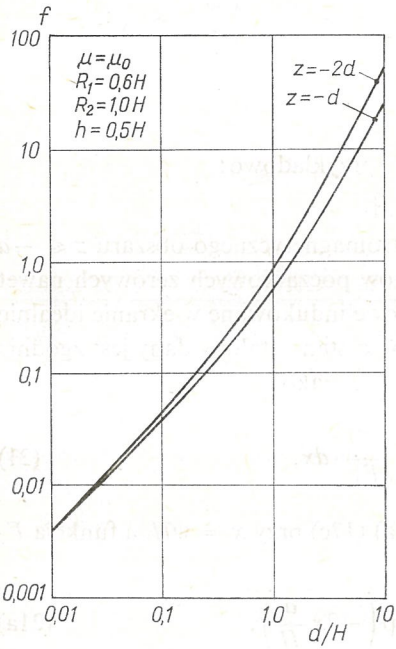
Po podstawieniu wyrażeń (21) i (22) do wzoru (19) otrzymuje się:

$$T - T_o = \mu_o\cdot\gamma\cdot H^2\cdot f\left(\frac{r}{H}, \frac{z}{H}, \frac{d}{H}, \frac{h}{H}, \frac{R_1}{H}, \frac{R_2}{H}, \mu_r = \frac{\mu}{\mu_o}\right), \tag{23}$$

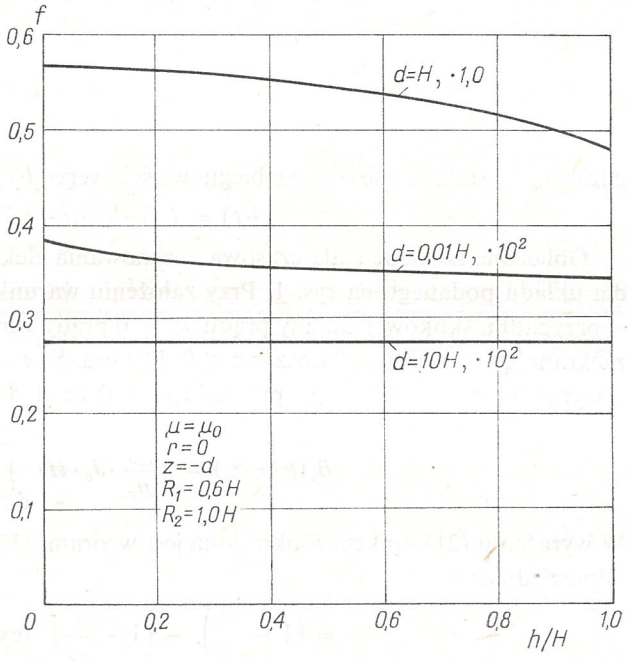
gdzie:

$$f = \frac{\mu_r}{2} \frac{\int_0^\infty \frac{E \cdot E_2}{x \cdot E_1} \cdot dx}{\int_0^\infty \frac{E}{E_1} \cdot dx}. \tag{23a}$$

Po obliczeniach numerycznych podano przebiegi funkcji f dla punktów położonych na osi $r = 0$ dla pętli i dla cewki o skończonych wymiarach $R_1 = 0{,}6\,H$, $R_2 = H$ i $h = 0{,}5\,H$. Wyniki obliczeń przedstawiono graficznie na rysunkach 7, 8.



Rys. 7. Zależność funkcji f na osi $r = 0$ od d, z. Wymiary cewki: $R_1 = 0{,}6\,H$, $R_2 = H$, $h = 0{,}5\,H$



Rys. 8. Zależność funkcji f w punkcie przestrzeni $r = 0$, $z = -d$ od wysokości cewki $R_1 = 0{,}6\,H$, $R_2 = H$

W granicznym przypadku pętli $h = 0$, $R_2 \to R_1 = R$ i nieferromagnetycznego ekranu $\mu = \mu_0$ otrzymuje się:
$r = 0$,

$$f_0 = \frac{d}{2H} \cdot \frac{\int_0^\infty J_1\left(\frac{xR}{H}\right) \cdot \exp\left[-x\left(1-\frac{z}{H}\right)\right] \cdot dx}{\int_0^\infty J_1\left(\frac{xR}{H}\right) \cdot \exp\left[-x\left(1-\frac{z}{H}\right)\right] \cdot x \cdot dx} =$$

$$= \left[\left(\frac{R}{H}\right)^2 + \left(1-\frac{z}{H}\right)^2\right]\left[\sqrt{\left(\frac{R}{H}\right)^2 + \left(1-\frac{z}{H}\right)^2} - \left(1-\frac{z}{H}\right)\right] \cdot \frac{Hd}{2R^2}. \tag{23b}$$

Dla przykładu stała czasowa dla miedzianego ekranu przy

$$R = H = d = -z = 0{,}1 \text{ m}$$ wynosi 0,38 s.

4. ZAKOŃCZENIE

W pracy podano zależności określające ekranujące działanie ferromagnetycznej płyty przewodzącej w stanie ustalonym. Dla określenia czasu trwania stanu nieustalonego wyznaczono stałą czasową, która uwzględniając liniowość zagadnienia nie zależy od przebiegu czasowego sygnału wejściowego.

Przeprowadzone obliczenia numeryczne stanowią częściową tabelaryzację wyników dla pętli z prądem. W przypadku cewki o skończonych wymiarach wykonano numeryczne całkowania dla przyjętych przykładowo wymiarów geometrycznych.

W podanych rozważaniach przyjęto, że przenikalność magnetyczna płyty jest wielkością stałą. Założenie to jest dopuszczalne w szeregu zagadnień wiroprądowych, gdy zmiana przenikalności magnetycznej w szerokich granicach wywiera nieznaczny wpływ na rezultaty obliczeń lub przy pracy w zakresie liniowym.

W przypadku analizy stanu nieustalonego wyprowadzone wzory obejmują również przypadek płyty ferromagnetycznej. Ponieważ jednak problemy wpływu nieliniowości w wiroprądowych zjawiskach przejściowych i dopuszczalność linearyzacji jednoodcinkowej są zagadnieniami obszernymi i dyskusyjnymi nie przeprowadzono obliczeń numerycznych dla $\mu > \mu_0$.

LITERATURA

1. A. Avramescu, *Eindringzeit des elektromagnetischen Feldes und des Wärmefeldes im Leiter*, ETZ-A (1970), 235—238.
2. M. Dąbrowski, *Pole elektromagnetyczne oraz straty od prądów wirowych w środowisku jednorodnym anizotropowym*, Politechnika Łódzka (1966), Elektryka, nr 21.
3. L. Hannakam, *Abschirmung von Zylinderspulen*, ETZ-A (1966), 227—232.
4. L. Hannakam, *Wirbelströme im leitenden Halbraum bei beliebiger Form der erregenden Leiterschleife*, Arch. f. Elektrotech., 54 (1972), 251—261.
5. H. Hofmann, *Das elektromagnetische Feld*, Wien, New York; Springer, 1974.
6. M. Krakowski, *Distribution of active power on surface of ferromagnetic medium due to current in parallel conductors*, Archiwum Elektrotechniki, 19 (1970), z. 3.
7. M. Krakowski, *Active power loss in the ferromagnetic medium due to currents in a multi-conductor system*, Archiwum Elektrotechniki, 19 (1970), z. 1.
8. E. Kącki, *Równania różniczkowe cząstkowe w elektrotechnice*, WNT, Warszawa 1971.
9. W. Lipiński, J. Purczyński, R. Sikora, *Berechnung des Magnetfeldes gleichstromdurchflossener gerader Leiter mittels der Bessel- und Fourier-Transformationen*, Arch. f. Elektrotech., 55 (1973), 312—319.
10. W. Lipiński, R. Sikora, *Verluste und Kraftangriff von Wirbelströmen im leitenden Halbraum bei zylindersymmetrischen magnetischen Wechselfeld*, Arch. f. Elektrotech., 57 (1975).
11. W. Lipiński, *Abschirmung von Zylinderspulen*, Z. f. elektr. Inform. u. Energietechnik, 6 (1976).
12. W. Lipiński, *Siła działająca na umieszczony nad płytą przewodzącą przewód prostokątny z prądem zmiennym*, Archiwum Elektrotechniki (w druku).

13. W. Lipiński, P. Rolicz, R. Sikora, *Zastosowanie przekształceń całkowych do obliczania indukcyjności walcowych cewek powietrznych*, Archiwum Elektrotechniki, 23 (1974), z. 3.
14. W. Lipiński, *Stała czasowa dyfuzji pola magnetycznego do obszaru przewodzącego*, Rozprawy Elektrotechniczne, **22** (1976), z.3.
15. C.I. Mocanu, *Über die Zeitkonstante des Skineffektes*; ETZ-A (1971), 156—161.
16. R. Sikora, W. Lipiński, *Pole magnetyczne w całym obszarze solenoidu Bittera*, Archiwum Elektrotechniki, 24 (1975), z. 2.
17. R. Sikora, W. Lipiński, *Stała czasowa procesów dyfuzyjnych w walcu o skończonej długości*, PAK, (1975), z. 3.
18. R. Sikora, W. Lipiński, *Zur Zeitkonstante bei der Wärmeausbreitung und ähnlichen diffusionsartigen Ausgleichvorgängen in ausgedehnten Körpern*, Messen. steuern. regeln, (1976) H. 1.
19. R.L. Stoll, *The analysis of eddy currents*, Clarendon Press, Oxford (1974).
20. J. Turowski, *Elektrodynamika techniczna*, WNT, Warszawa (1968).
21. L. Urankar, J. Miericke, *Theory of Electrodynamic Levitation with a Continuous Sheet Track*, Applied Physics, V. 3 (1974), N. 1.
22. A. Weigand, *Das magnetische Feld einer von Gleichstrom durchflossenen Zylinderspule*, Deutsche Elektrotechnik, 1952/12.

W. LIPIŃSKI

ELECTROMAGNETIC SCREENING IN STEADY AND TRANSIENT STATES BY MAGNETIC FIELD OF CYLINDRICAL SYMMETRY

Summary

Eddy currents in a conductive ferromagnetic plate are calculated, these are induced by a current, which varies at random with time, in a coaxial cylindrical coil. Relations are derived for the screened magnetic field outside the plate, and these are evaluated numerically.

W. LIPIŃSKI

BLINDAGE ÉLECTROMAGNÉTIQUE EN ÉTAT STATIONNAIRE ET NON STATIONNAIRE EN CAS DE LA SYMÉTRIE AXIALE DU CHAMP MAGNÉTIQUE

Résumé

On a calculé les courants de Foucault dans la plaque ferromagnétique conductive induits par le courant, librement variant dans le temps, passant dans la bobine cylindrique. On a cité les relations déterminant le champ magnétique blindé hors de la plaque et on les a numériquement évaluées.

W. LIPIŃSKI

ELEKTROMAGNETISCHE ABSCHIRMUNG IM STATIONÄREN UND NICHTSTATIONÄREN ZUSTAND BEIM ZYLINDERSYMMETRISCHEN MAGNETISCHEN WECHSELFELD

Zusammenfassung

Berechnet werden Wirbelströme in einer leitenden permeablen Platte, die durch einen zeitlich beliebig veränderlichen Strom einer koaxialen Zylinderspule induziert werden. Es werden Beziehungen für das abgeschirmte magnetische Feld außerhalb der Platte abgeleitet und numerisch ausgewertet.

В. ЛИПИНЬСКИ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ЭКРАНИРОВАНИЕ В УСТАНОВИВШЕМСЯ И НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ПРИ ОСЕВОЙ СИММЕТРИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Р е з ю м е

Вычислены вихревые токи наводимые в проводящей ферромагнитной плите произвольно изменяющимся во времени током протекающим в цилиндрическом соленоиде. Приведены зависимости определяющие экранированное магнитное поле снаружи плиты и произведены числовые расчеты.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 45 — 58

621.3.014.4

O pewnych aspektach stosowania metody odbić zwierciadlanych w układach ekranowanych

PRZEMYSŁAW JEZIERSKI (ŁÓDŹ)

Instytut Elektrotechniki, Oddział Łódzki

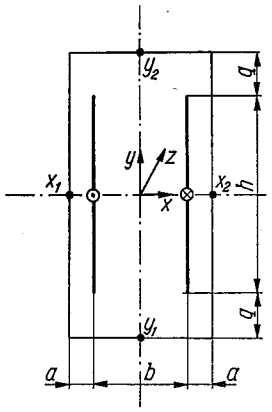
Otrzymano 11.12.1975

W pracy naświetlono fizyczną stronę niektórych wyników obliczania rozkładów natężenia pola magnetycznego metodą odbić zwierciadlanych uzyskanych dla kilku sposobów elektromagnetycznego ekranowania rozważanego układu. Stwierdzono, że użyta metoda, zastosowana bezpośrednio, prowadzi do sprzeczności w przypadku, w którym ekran pokrywa dwie ściany równoległe do płaszczyzny szyn wzbudzających. Przyjęcie dodatkowych warunków precyzujących strukturę rozważanego układu poza płaszczyzną, w której jest on traktowany jako płaski, prowadzi do wyników poprawnych.

1. WSTĘP

Jak ogólnie wiadomo, metoda odbić zwierciadlanych może być wykorzystywana do wyznaczania konfiguracji pola magnetycznego wywołanego przepływem prądu przemiennego w sąsiedztwie ścian zarówno idealnie ferromagnetycznych, jak i idealnie przewodzących [1].

Rozważania niniejszej pracy dotyczą układu opisanego w pracy [2] z tym, że obecnie założono idealne własności środowisk. Układ składa się więc z dwóch nieskończenie cienkich szyn wiodących przemienne prądy o równych wartościach i przeciwnych zwrotach, umieszczonych wewnątrz nieskończenie długiego prostopadłościennego tunelu. Szyny z prądem mają jednakową wysokość h, są nieskończenie cienkie, zajmują pozycję równoległą do siebie i ścian bocznych, od których są oddalone jednakowo (rys. 1). Ściany



Rys. 1. Oznaczenia dotyczące rozpatrywanego układu

tunelu stanowi idealny ferromagnetyk, przy czym ściany te mogą być pokrywane ekranami o nieskończenie wielkiej przewodności. Formalnie, z punktu widzenia metody odbić zwierciadlanych, oznacza to operowanie współczynnikami odbić: dla ścian nieekranowanych (ferromagnetycznych): 1, dla ścian ekranowanych idealnym ekranem elektromagnetycznym: -1. Praca jest poświęcona analizie fizycznej strony niektórych wyników otrzymanych w pracy [2], poszerzonej o rezultaty obliczeń rozkładu pola dla kilku innych układów. Główny nacisk położono na przypadek, w którym ekran elektromagnetyczny pokrywa obie ściany boczne, natomiast ściany górna i dolna wykazują cechy idealnego ferromagnetyku. Zamiar bliższego zbadania tego przypadku został zasygnalizowany w pracy [2].

W pracy operuje się wartościami bezwymiarowymi natężenia pola magnetycznego, tzn. dla otrzymania wyników w [A/m] należy odpowiednie wartości pomnożyć przez $\frac{\sqrt{2}\,Iz}{2\pi h}$ (gdzie: Iz — wartość skuteczna amperozwojów jednej szyny [A] h — wysokość szyny [m]).

2. ROZWAŻANIA OGÓLNE

Zjawiska, które towarzyszą padaniu fali elektromagnetycznej na powierzchnię środowiska przewodzącego są opisane przez równania Maxwella. Gęstość prądu $\bar{\delta}$ i odpowiadające jej natężenie pola magnetycznego $\bar{H}$ określa związek:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{\delta}. \tag{1}$$

Jeżeli rozważania przeprowadzić dla jednej ze ścian pionowych, chwilowo zakładając, że posiada ona skończoną przewodność i przenikalność, to przy padaniu na nią fali, dla której zachodzi

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial_z} &= 0, \\ H_z &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

— zatem fali dwuwymiarowej nie posiadającej składowej natężenia pola magnetycznego w kierunku osi z (rys. 1) — otrzymuje się z (1) wyrażenie na składową styczną H_y w postaci:

$$H_y = \int \delta_z\, dx + \frac{\partial H_x}{\partial y}\, dx. \tag{3}$$

Jeżeli przewodność metalu dąży do nieskończoności (jak w przypadku idealnego ekranu), składowa H_x dąży do zera, co wobec skończonej szybkości zmian w kierunku y powoduje, że znika drugi składnik prawej strony wyrażenia (3) i wtedy

$$H_y = \int \delta_z\, dx, \tag{4a}$$

co jest równoznaczne wyrażeniu

$$H_y = \Theta_{1z} \tag{4b}$$

lub

$$H_y(y) = \Theta_{1z}(y), \tag{4c}$$

gdzie $\Theta_{1z}(y)$ — przepływ prądów wirowych (w kierunku współrzędnej z) przypadający na jednostkę długości mierzonej w kierunku współrzędnej y.

Wykres rozkładu składowej stycznej natężenia pola magnetycznego jest więc jednocześnie wykresem rozkładu prądów wirowych tego ekranu. Pomijając indeksy kierunkowe i wprowadzając wskaźnik t dla podkreślenia, że jest to składowa styczna

$$H_t(y) = \Theta_1(y). \tag{4d}$$

Z wyrażenia (4d) wynika, że całkując składową styczną wzdłuż całego konturu rozpatrywanego obszaru otrzymuje się całkowity przepływ wszystkich elementów ekranu wiodących prądy wirowe. Z drugiej strony całka ta jest równa przepływowi obu szyn wzbudzających, który z założenia jest równy zeru (wobec równych, lecz przeciwnych przepływów obu szyn). Gdyby przepływy poszczególnych szyn były różne, wypadkowy przepływ ekranów byłby równy różnicy przepływów obu szyn. Tak więc przepływ całkowity wszystkich ekranów jest równy zeru:

$$\oint H_t(u)\,du = \oint \Theta_1(u)\,du = 0, \tag{5}$$

gdzie przez u oznaczono umownie współrzędną liczoną wzdłuż konturu rozpatrywanego obszaru.

Oznacza to, że wszystkie prądy płynące przez część ekranu w kierunku z z danym zwrotem w nieskończoności zmieniają znak i zamykają się, płynąc przez pozostałą część ekranu. O zwrocie tych prądów decyduje znak składowej stycznej natężenia pola magnetycznego na powierzchni ekranu.

Równocześnie, ze względu na bilans strumienia, musi być równa zeru całka składowej normalnej H_n wzdłuż całego konturu obszaru:

$$H_n(u)\,du = 0. \tag{6}$$

3. NIEKTÓRE PRZYPADKI EKRANOWANIA UKŁADU

3.1. Wysokość szyn jest mniejsza od wysokości ścian bocznych

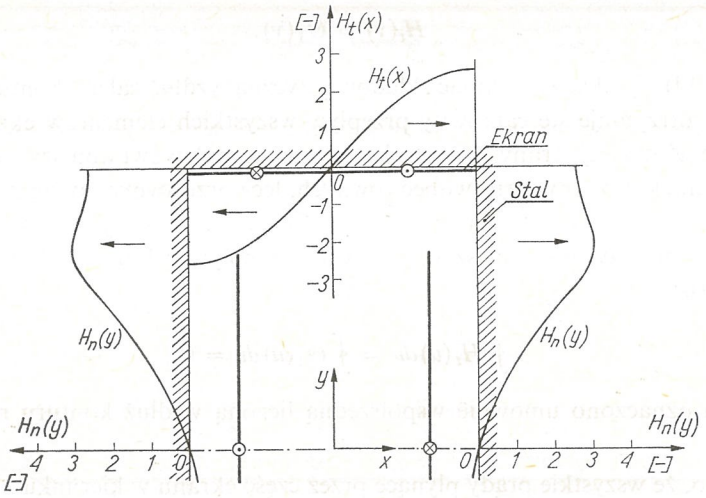
Na rys. 2, 3 i 4 przedstawiono, obliczone metodą odbić zwierciadlanych opisaną bardziej szczegółowo w pracy [2], rozkłady składowych natężenia pola magnetycznego na powierzchni ścian rozważanego układu przy następujących trzech sposobach jego ekranowania: ekran występuje na ścianach górnej i dolnej (rys. 2), ekran pokrywa wszystkie ściany (rys. 3), ekran pokrywa jedną ścianę boczną (rys. 4). Obliczenia wykonano dla układu o wymiarach (rys. 1):

$$a = 0{,}0645 \text{ m}, \quad b = 0{,}251 \text{ m}, \quad h = 0{,}520 \text{ m}, \quad q = 0{,}115 \text{ m}. \tag{7}$$

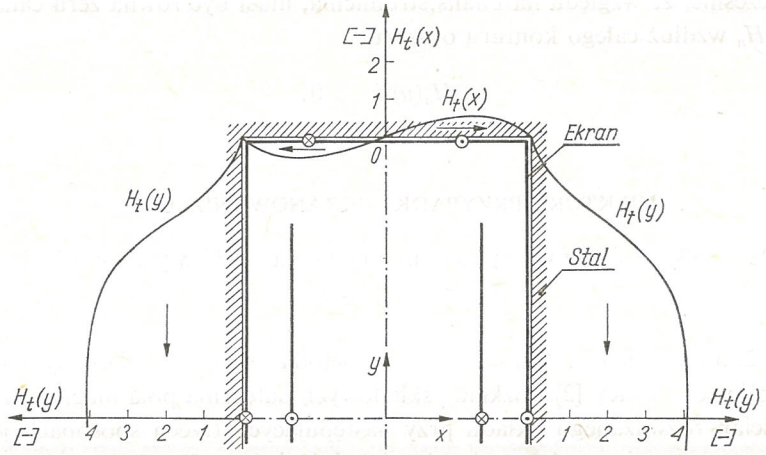
Z powodu symetrii w stosunku do płaszczyzny $y = 0$, rysunki 2, 3 i 4 przedstawiają tylko jedną, górną połowę układu.

Z rozkładu składowej stycznej na rys. 2 wynika, że prądy każdej połowy ścian ekranowanych (tj. górnej i dolnej) zamykają się w obrębie każdego z ekranów.

Na rys. 3 płaszczyzna $x = 0$ dzieli układ na strefy o przeciwnych zwrotach płynących w nich prądów wirowych, równych co do wartości. Podobnie, rys. 4 przedstawia wzajemnie

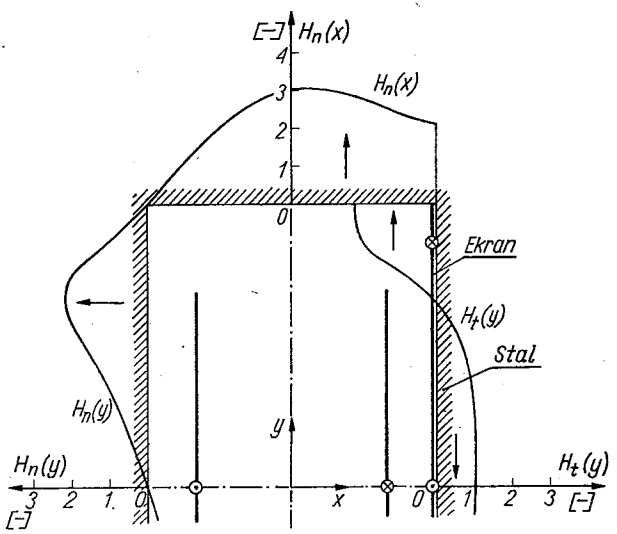


Rys. 2. Rozkłady składowej stycznej i normalnej natężenia pola magnetycznego na ścianach układu z ekranowanymi ścianami — górną i dolną



Rys. 3. Rozkłady składowej stycznej natężenia pola magnetycznego na ścianach układu w pełni ekranowanego

skompensowane przepływy ekranu występującego tu na jednej ścianie bocznej. W wyniku kompensacji przepływu ekranu, ekran ten nie posiada własności ekranujących w stosunku do strumienia, który obejmuje go jako całość. W wyniku tego strumień wnikający do ściany górnej (dolnej) dociera do ściany dolnej (górnej) dwiema drogami: przez ferro-



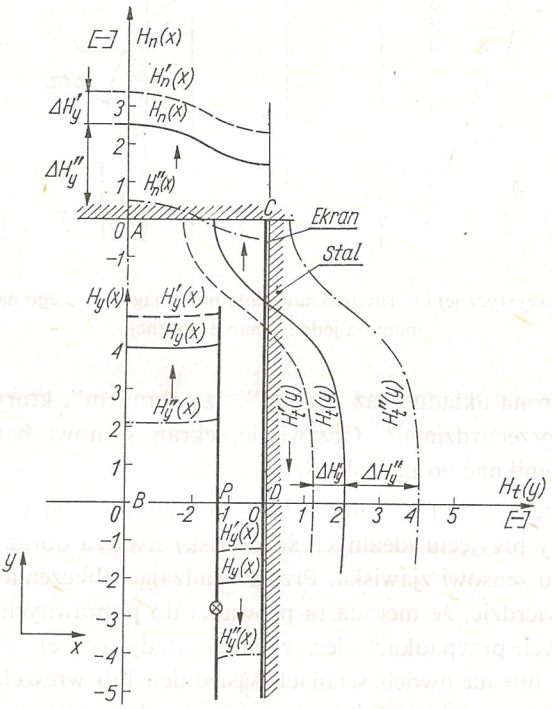
Rys. 4. Rozkłady składowej stycznej i normalnej natężenia pola magnetycznego na ścianach modelu z ekranem na jednej ścianie bocznej

magnetyk, „lewą" stroną układu oraz „prawą", „za ekranem", który takiemu zamykaniu się strumienia nie przeciwdziała[1]. Oczywiście, ekran stanowi barierę dla strumienia, który usiłowałby przeniknąć go na wskroś.

W przypadku trzech wyżej opisanych sposobów ekranowania układu metoda odbić zwierciadlanych (przy przyjęciu idealnych środowisk) stwarza obraz jednoznaczny, odpowiadający fizycznemu sensowi zjawiska. Przeprowadzając obliczenia metodą odbić zwierciadlanych łatwo stwierdzić, że metoda ta prowadzi do poprawnych rezultatów nie tylko w trzech wymienionych przypadkach, lecz również wtedy, gdy ekran występuje na trzech dowolnych ścianach lub na dwóch ścianach sąsiednich lub wreszcie na jednej dowolnej ścianie. Łącznie, wymienione przypadki stanowią wszystkie możliwe sposoby ekranowania układu z wyjątkiem jednego, takiego, w którym ekran pokrywa obie ściany boczne. Ten ostatni stanowi przypadek szczególny, tu bowiem bezpośrednio zastosowana metoda odbić zwierciadlanych (linie ciągłe — rys. 5) nie prowadzi do wyniku poprawnego (wykorzystując symetrię układu wykresy sporządzono dla jego górnej prawej ćwiartki). Z rozkładu składowej stycznej na ekranie jednej ściany wynika, że jego przepływ nie jest równy zeru, co zgodnie z (5) oznacza, że całkowity prąd ekranu jednej ściany znajduje swoją drogę powrotną w ekranie drugiej ściany. To z kolei oznacza, że ekrany obu ścian muszą być ze sobą połączone poza płaszczyzną rysunku, tworząc bezoporowy zwarty zwój. Z drugiej strony — na ścianie górnej (dolnej) występuje rozkład składowej normalnej o stałym znaku. Jeżeli tak, to strumień wnikający do tej ściany zamyka się „za ekranem", co nie jest możliwe ze względu na obecność, jak wyżej stwierdzono, zwartego zwoju utwo-

[1] Zagadnienie podziału strumienia na część „lewą" i „prawą" staje się istotne w przypadku wyznaczania strat w stali o własnościach rzeczywistych.

rzonego przez ekrany obu ścian. Otrzymana sprzeczność wynika z faktu, że w metodzie odbić zwierciadlanych nie uwzględnia się warunków połączenia ekranów poza płaszczyzną, w której badany układ uważa się za płaski (poza płaszczyzną rysunku 5). Metoda odbić zwierciadlanych nie uwzględnia bowiem tego, czy ekrany obu ścian bocznych są elementami niezależnymi (ekran rozwarty), czy też tworzą poza płaszczyzną rys. 5 zwarty zwój (ekran zwarty). To rozróżnienie ma decydujący wpływ na charakter rozpływu prądów w ekranie i konfigurację pola magnetycznego. Dlatego wyniki otrzymane w tym przypadku przy



Rys. 5. Rozkłady składowej H_y natężenia pola magnetycznego na ścianach oraz wewnątrz obszaru odpowiadającego układowi z ekranowanymi ścianami bocznymi (przypadek $q \neq 0$)
linie ciągłe — obliczenie bezpośrednie, linie przerywane — układ z ekranami niezależnymi ścian bocznych, linie kreska–kropka — układ z ekranem zwartym ścian bocznych

zastosowaniu metody odbić zwierciadlanych należy odpowiednio skorygować w sposób, który zostanie podany dalej, przy wykorzystaniu dodatkowych warunków precyzujących strukturę rozważanego układu poza płaszczyzną, w której uważany jest on za płaski. We wszystkich pozostałych przypadkach ekranowania, o których powiedziano, że stanowią układy jednoznaczne, nie są potrzebne dodatkowe założenia, ponieważ układy te nie stwarzają dowolności w stosunku do drogi strumienia oraz prądów wirowych. Inaczej mówiąc, w układach tych prąd ekranów, zmieniając zwrot w nieskończoności, nie napotyka na trudności wobec bezpośredniego połączenia dróg, którymi płynie w obu kierunkach.

W stosunku do układu z rys. 5 należy zatem oddzielnie rozważyć przypadki ekranów: rozwartego i zwartego.

Ekrany niezależne (ekran rozwarty) ścian bocznych

Ekrany obu ścian bocznych stanowią dwa elementy niezależne (lub połączone ze sobą jednostronnie), zatem, zgodnie z (5), przepływy obu ekranów muszą być z osobna równe zeru. Rzeczywiste rozkłady składowej stycznej $H'_t(y)$ na obu ekranach można otrzymać, przesuwając rozkłady obliczone $H_t(y)$ o stałą wartość $\Delta H'_y$:

$$H'_t(y) = H_t(y) + \Delta H'_y \tag{8}$$

w taki sposób, żeby została spełniona zależność (granice całkowania — według rys. 1)

$$\int_{y_1}^{y_2} H'_t(y)\,dy = 0; \tag{9}$$

stąd:

$$\Delta H'_y = -\frac{\int_{y_1}^{y_2} H_t(y)\,dy}{y_2 - y_1}. \tag{10}$$

Jest oczywiste, że ze względu na bilans strumieni, przesunięcie o $\Delta H'_y$ dotyczy nie tylko wartości H_t na powierzchni ekranu, ale również wartości H_y w całej analizowanej przestrzeni, tak więc:

$$H'_y = H_y + \Delta H'_y. \tag{11}$$

W tablicy 1 zestawiono wartości natężenia pola magnetycznego w kilku punktach uwidocznionych na rys. 5.

Tablica 1

Wartości H'_y (ekran rozwarty) w kilku charakterystycznych punktach

	Punkty			
	A	B	C	D
H_y (obl. bezpośrednie)	2,495	4,106	1,452	−2,081
$\Delta H'_y$	0,853			
$H'_y = H_y + \Delta H'_y$	3,348	4,959	2,305	−1,228

Biorąc za podstawę wykres składowej stycznej na ekranie przedstawiony na rys. 5 (linia ciągła), otrzymano zgodnie z (10):

$$\Delta H'_y = 0{,}853. \tag{12}$$

Wynikowe, rzeczywiste rozkłady przedstawiono na rys. 5 liniami przerywanymi.

Strumień trafiający do ściany górnej (dolnej) zamyka się „za ekranami", które, stanowiąc dwie oddzielne części mające skompensowane przepływy (każda z osobna), nie są dla niego przeszkodą. Wartości strumieni jednostkowych, otrzymane po wprowadzeniu operacji (11) zestawiono w tablicy 2, z której wynika spełnienie bilansu strumieni $\Phi'_{BP} = \Phi'_{PD} + \Phi'_{AC}$ (rys. 5).

Tablica 2

Wartości strumieni jednostkowych (ekran rozwarty)

Φ'_{BP}	Φ'_{PD}	Φ'_{AC}	$\Phi'_{PD}+\Phi'_{AC}$
0,626	0,080	0,544	0,624

Ekran zwarty ścian bocznych

Ekrany obu ścian bocznych łączą się ze sobą poza płaszczyzną rysunku w zwarty zwój, który żadnej linii sił nie pozwala zamknąć się „za ekranem" i zmusza cały strumień do powrotu w przestrzeni pomiędzy szynami i ekranem. Na ścianie górnej i dolnej wystąpią obecnie rozkłady $H''_n(x)$, które spełniają warunek (granice całkowania — według rys. 1)

$$\int_{x_1}^{x_2} H''_n(x)\,dx = 0. \tag{13}$$

Wprowadzenie warunku (13) oznacza przesunięcie rozkładów $H_n(x)$ o stałą wartość $\Delta H''_y$. Ze względu na bilans strumieni to przesunięcie musi, podobnie jak poprzednio, dotyczyć wartości H_y w całym analizowanym obszarze. Tak więc wartość rzeczywista wyniesie:

$$H''_y = H_y + \Delta H''_y, \tag{14}$$

gdzie

$$\Delta H''_y = -\frac{\int_{x_1}^{x_2} H_n(x)\,dx}{x_2 - x_1}. \tag{15}$$

Wartości natężenia pola w tych samych co poprzednio punktach, wyznaczone według (14), obejmuje tablica 3 [2].

Odpowiednie, wynikowe rozkłady przedstawiają linie kreska-kropka na rys. 5. Otrzymany tu ostateczny obraz pola na powierzchni ekranu świadczy o stałym znaku i jednakowych wartościach bezwzględnych przepływów obu części ekranu — w obu częściach płynie ten sam prąd, który zamyka się poza płaszczyzną rysunku, zgodnie z sensem fizycznym zjawiska (zwój zwarty). Równocześnie występuje bilans strumieni: $\Phi''_{BP} = \Phi''_{PD}$ (tablica 4).

---

[2] W trakcie pomiarów na modelu mającym ekran zwarty ścian bocznych, z uzwojeniem złożonym z $z = 320$ zwojów, przy prądzie wzbudzającym $I = 30$ A otrzymano w punkcie D [2]:

$$H_{D\,pom} \approx 15\,500 \text{ A/m}.$$

Obliczona w tych warunkach (przy idealnym odbiciu) odpowiednia wartość wynosi (tablica 3):

$$H_{D\,obl} = \frac{\sqrt{2}\cdot 320\cdot 30}{2\pi\cdot 0{,}52}\cdot 4{,}081 = 16\,900 \text{ A/m}. \tag{16}$$

Dla porównania, przy ekranie występującym na wszystkich ścianach w analogicznych warunkach otrzymano [2]: z pomiaru 16 000 A/m, z obliczenia (odbicie idealne) 17 000 A/m, zatem prawie dokładnie tyle, jak w przypadku ekranu zwartego ścian bocznych. Dodatkowe zaekranowanie ścian górnej i dolnej wniosło zatem (przy uprzedniej obecności ekranu zwartego), w przypadku badanego modelu, zmianę bardzo nieznaczną.

Tablica 3

Wartości H_y'' (ekran zwarty) w kilku charakterystycznych punktach

	Punkty			
	A	B	C	D
H_y (obl. bezpośrednie)	2,495	4,106	1,452	−2,081
$\Delta H_y''$	−2,000			
$H_y'' = H_y + \Delta H_y''$	0,495	2,106	−0,548	−4,081

Tablica 4

Wartości strumieni jednostkowych (ekran zwarty)

Φ'_{BP}	Φ''_{PD}
0,268	0,264

3.2. Wysokość szyn jest równa wysokości ścian bocznych

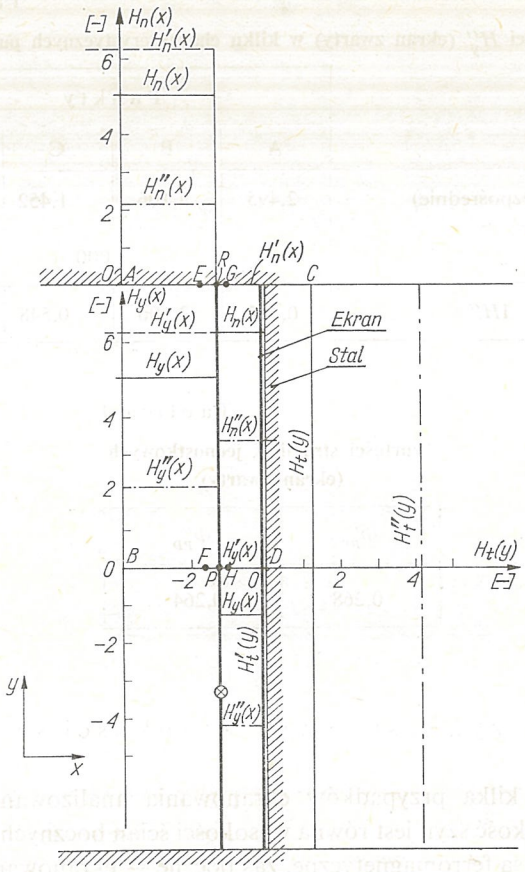
Niżej rozpatrzono kilka przypadków ekranowania analizowanego układu (rys. 1) przy założeniu, że wysokość szyn jest równa wysokości ścian bocznych ($q = 0$). Przyjmując, że ściany górna i dolna są ferromagnetyczne, zaś boczne — ekranowane, otrzymano wyniki obliczeń bezpośrednich, zestawione w tablicy 5. Oznaczenia punktów, dla których prze-

Tablica 5

Wartości H_y (obliczenie bezpośrednie) w kilku charakterystycznych punktach

	Obszar między szynami				Obszar na zewnątrz szyn			
	Punkty							
	A	B	E	F	C	D	G	H
H_y (obl. bezp.)	5,029	5,043	5,031	5,045	−1,250	−1,236	−1,252	−1,238
	średnio 5,037				średnio −1,244			

prowadzono obliczenia oraz odpowiednie rozkłady przedstawiono na rys. 6. Wynikom obliczeń bezpośrednich odpowiadają linie ciągłe. Dla punktów E i F $x = 0{,}108$ m, dla punktów G i H $x = 0{,}135$ m. Bezpośrednio obliczone wartości składowej H_y są więc stałe zarówno w przestrzeni między szynami, jak i poza nimi. Drobne różnice wartości w poszczególnych punktach są następstwem niedokładności obliczeń numerycznych.



Rys. 6. Rozkłady składowej H_y na ścianach oraz wewnątrz obszaru odpowiadającego układowi z ekranowanymi ścianami bocznymi ($q = 0$)

linie ciągłe — obliczenie bezpośrednie, linie przerywane — układ z ekranami niezależnymi ścian bocznych, linie kreska-kropka — układ z ekranem zwartym ścian bocznych

Ekrany niezależne (ekran rozwarty) ścian bocznych

Na obu ścianach bocznych obliczona bezpośrednio wartość (tablica 5) wynosi:

$$H_t = -1{,}244. \tag{17}$$

Dla ekranu rozwartego, zgodnie z (10):

$$\Delta H'_y = -H_t = 1{,}244. \tag{18}$$

Stąd, w przestrzeni pomiędzy szynami i na zewnątrz szyn, zgodnie z (11), wystąpią wartości:

$$H'_{y\,wew} = 5{,}037 + 1{,}244 = 6{,}281, \tag{19a}$$

$$H'_{y\,zew} = -1{,}244 + 1{,}244 = 0. \tag{19b}$$

Przypadkowi ekranów niezależnych odpowiadają na rys. 6 linie kreskowane. W całej analizowanej przestrzeni, w tym również na szynach $H_x = 0$.

Z wyżej otrzymanych rezultatów można wyciągnąć następujące wnioski.

1. Wartości natężenia pola w przestrzeni pomiędzy szynami oraz na zewnątrz szyn są stałe. Wynika to z tego, że odbicia szyn w ścianie górnej i dolnej wydłużają szyny w kierunku pionowym do nieskończoności.

2. Z tego samego powodu składowa H_x w całej przestrzeni jest równa zeru.

3. Po wprowadzeniu warunku (9) (ekran rozwarty) otrzymano rezultat (19a, b), który oznacza, że cała przestrzeń na zewnątrz szyn jest magnetycznie nieaktywna. Brak natężenia pola na powierzchni ekranów jest równoznaczny z brakiem w nich prądu. Jest to fizycznie zrozumiałe w świetle warunku (9); całka stałego przepływu może być zerem tylko wtedy, gdy ten przepływ jest równy zeru. Strumień spomiędzy szyn zamyka się „za ekranami" nie wzbudzając w nich żadnych prądów.

4. Zastosowanie prawa przepływu do przestrzeni pomiędzy szynami pozwala natychmiast stwierdzić, że natężenie pola w tej przestrzeni jest stałe i równe $2\pi \approx 6{,}28$, co odpowiada rezultatowi (19a).

5. Brak prądu w ekranach sprawia, że charakter zjawiska jest niezależny od tego, czy na ścianach bocznych występuje ekran rozwarty, czy obie ściany są ferromagnetyczne (bez ekranu), czy też ekran pojawi się tylko na jednej ścianie bocznej. W tej sytuacji przypisywanie ścianie ekranowanej ujemnego współczynnika odbicia jest czysto formalne, prowadzi jednakże do poprawnego wyniku, do takiego samego, jak przyjęcie współczynnika dodatniego, o czym można się przekonać wykonując obliczenia. W tablicy 6 podano wyniki obliczeń składowej H_y przeprowadzonych dla przypadku wszystkich ścian

Tablica 6

Wartości H_y w kilku charakterystycznych punktach, przy braku ekranu oraz przy zaekranowaniu jednej ściany bocznej

	Obszar między szynami				Obszar na zewnątrz szyn				Uwagi
	Punkty								
	A	B	E	F	C	D	G	H	
H_y (obl. bezpośrednie)	6,300	6,300	6,300	6,300	0,017	0,011	0,017	0,016	brak ekranu
	6,308	6,308	6,312	6,311	0,032	0,031	0,030	0,030	ekran na jednej ścianie bocznej

ferromagnetycznych (brak ekranu), a następnie dla przypadku, gdy ekranowana jest tylko jedna ściana boczna. Wartości podano dla tych samych punktów, jak w tablicy 5.

Rezultaty z tablicy 6 potwierdzają wypowiedziany wniosek: oba przypadki, których dotyczą liczby z tablicy, są tożsame z przypadkiem obustronnego ekranu otwartego (19a, b) (niewielkie różnice wynikają z niedokładności obliczeń numerycznych).

Ekran zwarty ścian bocznych

Wykorzystując wartości średnie z tablicy 5:

$$\left.\begin{aligned} H_{y\,wew} &= 5{,}037, \\ H_{y\,zew} &= 1{,}244 \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

i warunek (13), otrzymuje się dla wymiarów układu (7), zgodnie z (15):

$$\Delta H_y'' = -\frac{2\cdot 0{,}0645(-1{,}244)+0{,}251\cdot 5{,}037}{0{,}380} = -2{,}901. \tag{21}$$

Stąd — zgodnie z (14)

$$H_{y\,wew}'' = 5{,}037-2{,}910 = 2{,}136, \tag{22a}$$

$$H_{y\,zew}'' = -1{,}244-2{,}901 = -4{,}145. \tag{22b}$$

Temu przypadkowi odpowiadają na rys. 6 linie kreska-kropka. Oczywiście, nadal $H_x = 0$.

Wartości strumieni jednostkowych ujmuje tablica 7, z której wynika równość $\Phi_{BP}'' = \Phi_{PD}''$.

Tablica 7

Wartość strumieni jednostkowych (ekran zwarty)

Φ_{BP}''	Φ_{PD}''
0,267	0,268

Z otrzymanych tu rezultatów wypływają następujące wnioski.

1. Obie przestrzenie — pomiędzy szynami i na zewnątrz szyn — są magnetycznie aktywne.

2. W zwartym ekranie płynie prąd, którego wartość można wyznaczyć mnożąc wartość $H_{y\,zew}''$ przez wysokość ściany.

3. Zastosowane do układu prawo przepływu pozwala natychmiast sprawdzić poprawność wyników (22a, b). Otrzymuje się wtedy:

$$H_{y\,wew}'' = 2{,}130, \tag{22c}$$

$$H_{y\,zew}'' = -4{,}153. \tag{22d}$$

4. ZAKOŃCZENIE

W pracy naświetlono fizyczną stronę niektórych wyników uzyskiwanych przy wykorzystaniu metody odbić zwierciadlanych w odniesieniu do układu o rozmaitych sposobach elektromagnetycznego ekranowania ścian. Metoda ta, stosowana bezpośrednio, w przypadku, gdy ekran pokrywa boczne ściany układu, tj. ściany równoległe do płaszczyzny szyn, prowadzi do wyników sprzecznych. Narzucenie dodatkowych warunków, wynikających ze struktury układu występującej poza płaszczyzną, w której jest on traktowany

jako płaski, prowadzi do poprawnego wyniku. W ten sposób można mówić o ekranie ścian bocznych rozwartym oraz zwartym. Po wprowadzeniu wspomnianych warunków rozważania przeprowadzono w odniesieniu do dwóch układów: jednego, w którym wysokość szyn jest mniejsza od wysokości ścian bocznych i drugiego, gdzie wysokość szyn i ścian bocznych są jednakowe. W obu przypadkach otrzymano wyniki odpowiadające rzeczywistości.

LITERATURA

1. J. Turowski, *Elektrodynamika techniczna*, WNT, Warszawa 1968.
2. P. Jezierski, *Zastosowanie metody odbić zwierciadlanych do wyznaczania pola magnetycznego i strat w symetrycznym modelu kadzi o ścianach ekranowanych*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1975, nr 1.

P. JEZIERSKI

SOME ASPECTS OF APPLICATION OF IMAGES-METHOD TO SHIELDED ARRANGEMENTS

Summary

Some physical aspects of calculation results of the magnetic field strength distributions in electromagnetic shielded arrangements obtained by the images method are the subject of the paper. It has been found that this method, applied directly leads to a contradiction when the shieldes walls are parallel to the exciting bars. When additional conditions are introduced, which take into account the physical structure of the system, outside of the plane in which it is regarded as two-dimensional — correct results are obtained.

P. JEZIERSKI

CERTAINS ASPECTS DE L'APPLICATION DE LA MÉTHODE DES RÉFLEXIONS RÉGULIÈRES AUX SYSTÈMES BLINDÉS

Résumé

Dans l'étude on a présenté l'aspect physique de certains résultats des calculs de la répartition de l'intensité du champ magnétique à l'aide de la méthode des réflexions régulières, obtenus pour quelques modes de blindage électromagnétique du système considéré.

On a constaté que la méthode utilisée, appliquée directement mène à une contrariété, dans le cas, où l'écran couvre les deux parois parallèles au plan des rails extitants. L'adaptation des conditions additionnelles précisant le structure du système considéré hors du plan, où il est traité comme plat, donne des résultats positifs.

P. JEZIERSKI

ÜBER ANWENDUNGSASPEKTE DER ABSPIEGELUNGSMETHODE IN GESCHIRMTEN ANORDUNGEN

Zusammenfassung

Im Aufsatz wurde der physikalische Gesichtspunkt mancher Berechnungsergebnisse der Verteilungen magnetischer Feldstärke behandelt, wobei die Berechnungsresultate unter Anwendung der Abspiegelungs methode für einige elektromagnetische Abschirmungsarten der erörterten Anordnung erhalten worden

sind. Es wurde festgestellt, daß bei direkter Anwendung der obengenannten Methode zu einem Widerspruch in dem Falle kommt, wenn die Abschirmung die beiden zu den Schienen parallelen Wände bedeckt. Die Berücksichtigung zusätzlicher Bedingungen, die die Struktur der Abschirmung außerhalb der Fläche definieren, worin die Anordnung als zweidimensional behandelt werden kann, führt zu richtigen Ergebnissen.

П. ЕЗЕРСКИ

О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ЗЕРКАЛЬНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ В ЭКРАНИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ

Р е з ю м е

В труде обсужден физический смысл некоторых результатов расчетов магнитного поля методом зеркальных отображений полученных для нескольких способов электромагнитного экранирования рассматриваемой системы. Констатировано, что использованный метод, применяемый непосредственно, ведет к противоречию в случае, когда экран закрывает две стенки параллельные плоскости возбуждающих шин. Принятие дополнительных предпосылок уточняющих структуру рассматриваемой системы извне плоскости, в которой она принимается за плоскую, ведет к получению правильных результатов.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 59 — 72

538.54

Pole elektromagnetyczne przewodów równoległych ekranowanych jednostronnie masywnym żelazem

KAZIMIERZ ZAKRZEWSKI (ŁÓDŹ), JAN SYKULSKI (ŁÓDŹ)

Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 20.12.1975

W pracy przystosowano metodę potencjału wektorowego do obliczeń pola z uwzględnieniem nieliniowości magnetycznej ekranu. Podano sposób doboru zastępczej przenikalności magnetycznej opierając się na statycznej charakterystyce magnesowania materiału ekranu.

1. WSTĘP

Istotnym problemem przy obliczaniu pola elektromagnetycznego układów rozproszeniowych, ekranowanych masywnym żelazem jest uwzględnienie nieliniowości magnetycznej ekranu, która ma wpływ na pole reakcji prądów wirowych. W obliczeniach opartych na prawie Biota-Savarta zjawisko to jest uwzględniane za pomocą doboru odpowiednich współczynników odbicia prądów. Zastosowanie metody potencjału wektorowego wymaga wprowadzenia zastępczej przenikalności magnetycznej ekranu, co w konsekwencji sprowadza się do linearyzacji magnetycznej środowiska ekranu.

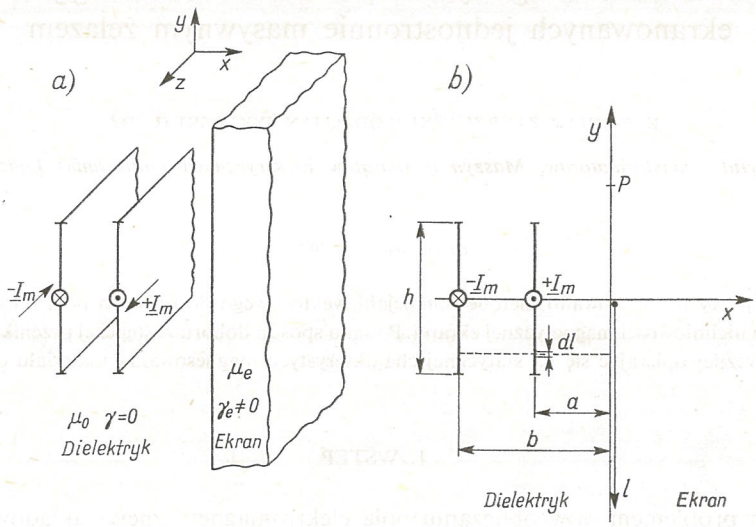
Celem pracy jest przystosowanie metody potencjału wektorowego do obliczania pola elektromagnetycznego układu nieskończenie długich przewodów równoległych, wiodących prąd sinusoidalnie zmienny i zaekranowanych jednostronnie półprzestrzenią ferromagnetyczną o właściwościach masywnego żelaza. Przystosowanie to polega na ustaleniu sposobu określenia reprezentatywnej przenikalności magnetycznej masywnego ekranu ferromagnetycznego z uwzględnieniem zjawiska nieliniowości w głębi ekranu i zmian przenikalności wzdłuż jego wysokości.

Układ przewodów i ekranu, aczkolwiek wyidealizowany, jest często wykorzystywany do analizy pola w przypadku konkretnych rozwiązań konstrukcyjnych transformatorów, maszyn elektrycznych i torów szynowych.

2. POLE ELEKTROMAGNETYCZNE PRZEWODÓW RÓWNOLEGŁYCH

Rozpatrzono układ przewodów w postaci nieskończenie cienkich przewodów taśmowych, wiodących prądy sinusoidalnie zmienne o amplitudach zespolonych $+\underline{I}_m$ i $-\underline{I}_m$ jak na rys. 1.

Przewody te umieszczono w dielektryku o przenikalności magnetycznej μ_o. Układ przewodów jest ekranowany jednostronnie półprzestrzenią ferromagnetyczną o skończonej konduktancji. Zarówno przewody jak i półprzestrzeń rozciągają się w kierunku osi z do nieskończoności, w związku z czym istnieje tylko jedna składowa potencjału wektorowego A w kierunku osi z (indeks z pomijamy).



Rys. 1. Schemat konfiguracji przestrzennej (a) i przekrój układu (b) z ekranem ferromagnetycznym

W obszarze dielektryka spełnione jest następujące równanie

$$\frac{\partial^2 A_d}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_d}{\partial y^2} = 0, \tag{1}$$

w środowisku ekranu

$$\frac{\partial^2 A_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_e}{\partial y^2} = \alpha^2 A_e, \tag{2}$$

gdzie:

$$\alpha = (1+j)k, \tag{3}$$

$$k = \sqrt{\frac{\omega \mu_o \mu_{er} \gamma_e}{2}}, \tag{4}$$

A_d, A_e — potencjał wektorowy w dielektryku i w ekranie,
μ_{er} — względna przenikalność ekranu,
γ_e — konduktancja ekranu,
ω — pulsacja prądu.

Potencjał wektorowy stanowi superpozycję potencjałów wytworzonych elementarnymi prądami $\underline{I}_m \frac{dl}{h}$ na całej wysokości h.

Podobnie jak w pracach [6, 7, 8, 12], określono potencjał wektorowy w dowolnym punkcie dielektryka

$$A_d(x,y) = -\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{4\pi}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \ln\left[\frac{(x+a)^2+(y+l)^2}{(x+b)^2+(y+l)^2}\cdot\frac{(x-b)^2+(y+l)^2}{(x-a)^2+(y+l)^2}\right]dl +$$

$$+\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-(a-x)\lambda}-e^{-(b-x)\lambda}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\cos[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl, \tag{5}$$

i ekranu

$$A_e(x,y) = \frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-a\lambda-x\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}-e^{-b\lambda-x\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\cos[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl. \tag{6}$$

W dowolnym punkcie P na granicy dielektryka i ekranu ($x = 0$) można napisać

$$A_d(0,y) = A_e(0,y) = \frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\cos[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl. \tag{7}$$

Rozkład indukcji w dielektryku (gdzie $x < 0$) w kierunku osi x i y otrzymuje się na podstawie następujących wzorów

$$B_{dx}(x,y) = B_{dn}(x,y) = \frac{\partial A_d(x,y)}{\partial y} =$$

$$= \frac{I_m}{h}\frac{2\mu_o}{\pi}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{x(y+l)\left[\frac{a}{[(x+a)^2+(y+l)^2][(x-a)^2+(y+l)^2]} - \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{b}{[(x+b)^2+(y+l)^2][(x-b)^2+(y+l)^2]}\right]\right\}dl +$$

$$-\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-(a-x)\lambda}-e^{-(b-x)\lambda}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\lambda\sin[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl \quad \text{(dla } x<0\text{)}, \tag{8}$$

$$B_{dy}(x,y) = B_{dst}(x,y) = -\frac{\partial A_d(x,y)}{\partial x} =$$

$$= \frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\int_{\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\frac{a[a^2-x^2+(y+l)^2]}{[(x+a)^2+(y+l)^2][(x-a)^2+(y+l)^2]} - \right.$$

$$+\frac{b[b^2-x^2+(y+l)^2]}{[(x+b)^2+(y+l)^2][(x-b)^2+(y+l)^2]}\Bigg\}dl+$$

$$-\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-(a-x)\lambda}-e^{-(b-x)\lambda}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\lambda\cos[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl \quad \text{(dla } x<0\text{)}. \tag{9}$$

Rozkład indukcji w ekranie ($x > 0$) w kierunku osi x i y otrzymuje się na podstawie wzorów

$$B_{ex}(x,y) = B_{en}(x,y) = \frac{\partial A_e(x,y)}{\partial y} =$$

$$= -\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-a\lambda-x\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}-e^{-b\lambda-x\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\lambda\sin[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl \tag{10}$$

(dla $x > 0$),

$$B_{ey}(x,y) = B_{est}(x,y) = -\frac{\partial A_e(x,y)}{\partial x} =$$

$$= \frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \sqrt{\lambda^2+\alpha^2}\,\frac{e^{-a\lambda-x\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}-e^{-b\lambda-x\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\cos[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl \tag{11}$$

(dla $x > 0$).

Na granicy dielektryk-ekran ($x = 0$) piszemy

— indukcja normalna

$$B_n(0,y) = B_{dn}(0,y) = B_{en}(0,y) =$$

$$= -\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\lambda\sin[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl, \tag{12}$$

— indukcja styczna w dielektryku

$$B_{dst}(0,y) = \frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left[\frac{a}{a^2+(y+l)^2}-\frac{b}{b^2+(y+l)^2}\right]dl+$$

$$-\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\lambda\cos[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl, \tag{13}$$

— indukcja styczna w ekranie po przekształceniu wzoru (11) wynosi

$$B_{est}(0, y) = \frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left[\frac{a}{a^2+(y+l)^2}-\frac{b}{b^2+(y+l)^2}\right]dl+$$

$$-\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er}^2\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}}\left\{\int_0^{\infty}\frac{e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\lambda\cos[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl. \qquad (14)$$

Proponowane przystosowanie metody potencjału wektorowego do obliczeń pola z uwzględnieniem nieliniowości ekranu polega na doborze takiej przenikalności μ_{er} uzasadnionej fizycznie, która daje się określić w sposób prosty i jednoznaczny na podstawie statycznej charakterystyki magnesowania materiału.

3. DOBÓR PRZENIKALNOŚCI EKRANU DO OBLICZEŃ POLA METODĄ POTENCJAŁU WEKTOROWEGO

Wzory (5)÷(11) pozwalają wyznaczyć rozkład pola elektromagnetycznego dla założonych proporcji geometrycznych układu oraz parametrów fizycznych materiału ekranu pod warunkiem, że znana jest przenikalność magnetyczna μ_{er} ekranu.

W metodzie potencjału wektorowego zakłada się, że przenikalność ta jest stała, co wynika z założenia, że rozpatrywane środowisko jest liniowe (tylko wtedy można stosować metodę superpozycji). W związku z tym, że środowisko ekranu jest nieliniowe, zachodzi konieczność przyjęcia jednej wartości przenikalności magnetycznej, reprezentatywnej dla całego obszaru ferromagnetyku.

Strumień magnetyczny związany z falą płaską wnikającą do masywnego żelaza, przy padający na 1 m wzdłuż osi z przy założeniu $\mu_{er} = \text{const}$ jest określony znaną zależnością klasyczną

$$\Phi_{ekl} = \sqrt{\frac{\mu_o\mu_{er}}{\omega\gamma_e}}\,H_{est}, \qquad (15)$$

gdzie:

H_{est} — składowa styczna natężenia pola magnetycznego na powierzchni ekranu,

μ_{er} — przenikalność odpowiadająca wartości H_{est} ze statycznej charakterystyki magnesowania.

W środowisku nieliniowym strumień wykazuje wartości większe od wyznaczonych klasycznie.

Jak wynika z pracy [13] w dowolnym stanie nasycenia masywnego żelaza podstawowa harmoniczna strumienia rzeczywistego i strumień klasyczny związane są zależnością

$$\Phi_e = \Psi\cdot\Phi_{ekl}, \qquad (16)$$

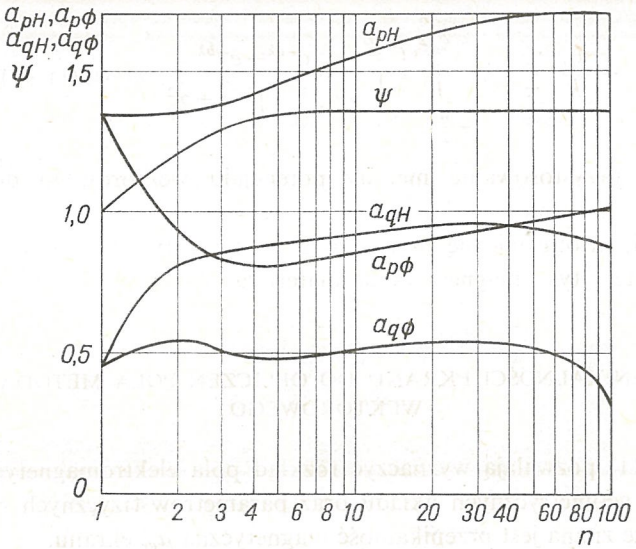
przy czym współczynnik Ψ daje się aproksymować następująco

$$\Psi = 1{,}34(1-0{,}7\,e^{-n}), \qquad (17)$$

gdzie n — wykładnik potęgi we wzorze aproksymującym charakterystykę magnesowania żelaza o postaci

$$H = c \cdot B^n. \tag{18}$$

Przebieg współczynnika Ψ w funkcji wykładnika potęgi n przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Zależność współczynników charakteryzujących masywne żelazo od wykładnika potęgi n przyjętego jako miara stopnia nieliniowości magnetycznej ekranu (według [13])

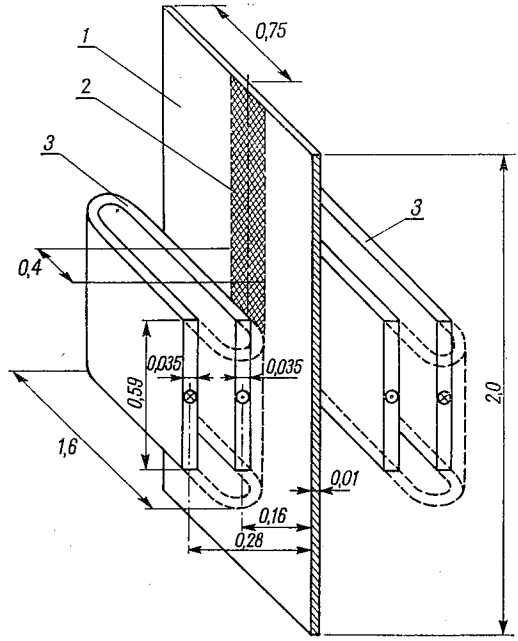
Oznaczenia krzywych w tekście

Współczynnik Ψ można włączyć pod pierwiastek we wzorze (15) i wprowadzić pojęcie zastępczej przenikalności ekranu ferromagnetycznego do obliczeń pola metodą potencjału wektorowego. Przenikalność ta będzie określona wzorem

$$\mu_{er}^{(z)} = \Psi^2 \cdot \mu_{er}. \tag{19}$$

Ze względu na wartość strumienia magnetycznego występującego w ekranie, najistotniejszym obszarem jest fragment rozważanego układu odpowiadający współrzędnym $y = \left(-\frac{h}{4} \div \frac{h}{4}\right)$. W tym obszarze dokonamy doboru zastępczej przenikalności $\mu_{er}^{(z)}$.

Wyidealizowany układ z rys. 1 odtworzono na modelu wykorzystywanym wielokrotnie do badania rozkładu pola i strat w masywnych płytach stalowych [2, 10, 11]. Szkic wymiarowy modelu przedstawiono na rys. 3. Dla tak usytuowanego układu uzwojeń i ekranu sprawdzono doświadczalnie, że w zaznaczonym na rysunku środkowym obszarze ekranu pole wykazuje tylko jedną składową potencjału wektorowego w kierunku osi z. Odpowiada to założeniu nieskończonej długości uzwojeń wzdłuż tej osi. Opis wektorowy pola w rozdz. 2 został przeprowadzony w założeniu nieskończenie cienkich szyn wiodących prąd. Stwierdzono doświadczalnie, że uproszczenie to można także przyjąć dla uzwojenia o skończonej grubości, gdyż nie wpływa ono praktycznie na rozkład pola wytworzony na powierzchni ekranu, pochodzący od uzwojeń rzeczywistych.



Rys. 3. Szkic wymiarowy modelu do badania pola i strat w masywnych płytach przewodzących prąd elektryczny (według [11])

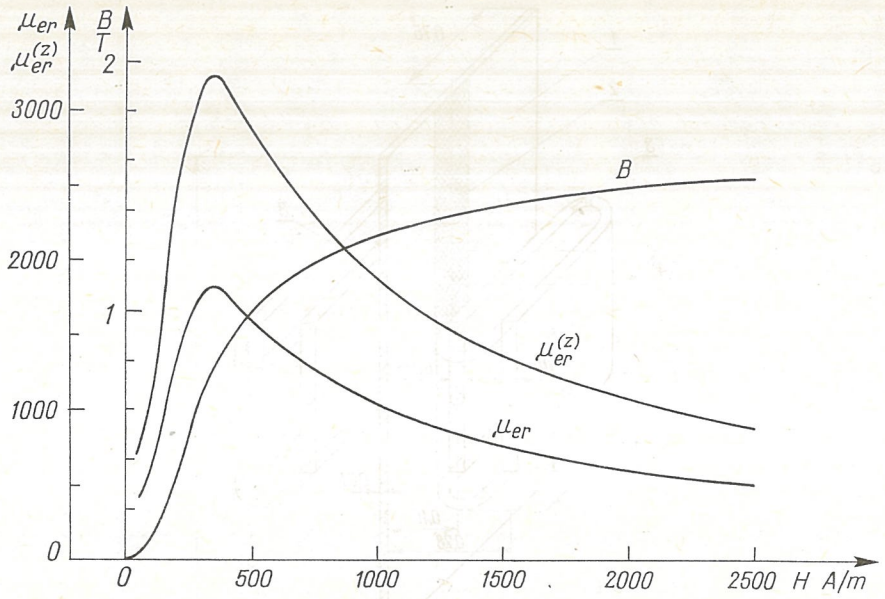
Wymiary podano w metrach; *1* — ekran, *2* — obszar pola płaskorównoległego, *3* — uzwojenie wzbudzające

Powyższy model wykorzystano do uzasadnienia następującego sposobu doboru zastępczej przenikalności $\mu_{er}^{(z)}$.

Zakładamy początkowo, że ekran magnetyczny nie istnieje i obliczamy natężenie pola $H_{d\,st}$ w punkcie o współrzędnych $x = 0$, $y = 0$ (tzn. $H_{d\,st}(0, 0)$). Przyjmując następnie wartość przenikalności $\mu_{er}^{(z)}$ odpowiadającą natężeniu $H_{d\,st}(0, 0)$ ze statycznej charakterystyki magnesowania (patrz rys. 4) obliczamy rozkład pola metodą potencjału wektorowego, uzyskując nową wartość $H'_{d\,st}(0, 0) = H'_{e\,st}(0, 0)$, oraz $H'_{d\,st}\left(0, \frac{h}{4}\right) = H'_{e\,st}\left(0, \frac{h}{4}\right)$ (w punkcie o współrzędnych $x = 0$, $y = \frac{h}{4}$). W następnym etapie obliczeń przyjmujemy przenikalność magnetyczną, która jest równa średniej arytmetycznej przenikalności w punktach $x = 0$, $y = 0$ oraz $x = 0$, $y = \frac{h}{4}$. Powtarzamy iterację dążąc do uzyskania zbieżności reprezentatywnej przenikalności magnetycznej ekranu założonej i wynikającej z obliczeń w następnej iteracji.

Iteracyjny dobór przenikalności ekranu zostanie przedstawiony na przykładzie przy założeniu: $I_m = \sqrt{2} \cdot 12\,000$ A, $h = 0{,}59$ m, $a = 0{,}16$ m, $b = 0{,}28$ m.

Jak wynika z przebiegu obliczeń przedstawionego w tabl. 1, proces iteracji może być zakończony praktycznie po trzech przeliczeniach. Proces ten dla obliczeń technicznych można zakończyć, jeżeli różnica pomiędzy wartością przenikalności założonej i obliczone nie przekracza 5%.



Rys. 4. Statyczna charakterystyka magnesowania materiału ekranu
Krzywą $\mu_{er}^{(z)} = f(H)$ podano dla przypadku $\psi = 1{,}34 = \text{const}$

Tablica 1

Przebieg iteracji w celu określenia $\mu_{er}^{(z)}$

$n > 5$, $\psi = 1{,}34$

Lp.	przenikalność magnetyczna założona $\mu_{er}^{(z)}$	$y = 0$		$y = h/4$		przenikalność wyznaczona $\mu_{er}^{(z)} = \frac{\mu_{er_1}^{(z)} + \mu_{er_2}^{(z)}}{2}$
		natężenie pola magnetycznego H_{st_1}	przenikalność magnetyczna $\mu_{er_1}^{(z)}$	natężenie pola magnetycznego H_{st_2}	przenikalność magnetyczna $\mu_{er_2}^{(z)}$	
	—	A/m	—	A/m	—	—
1	1	2615	860	2370	934	897
2	897	2010	1065	1785	1176	1121
3	1121	1885	1122	1670	1242	1182
4	1182	1855	1136	1645	1256	1196
5	1196	1850	1139	1640	1259	1199
6	1199	1849	1140	1639	1260	1200
7	1200	1849	1140	1639	1260	1200

Opierając się na pomierzonych na modelu wartościach natężenia pola magnetycznego określono z krzywej $\mu_{er}^{(z)}$ na rys. 4 odpowiednie przenikalności i zestawiono w tabl. 2.

Tablica 2

Przenikalność magnetyczna $\mu_{er}^{(z)}$ wyznaczona na podstawie pomiarów i obliczeń iteracyjnych

Lp.	y/h	pomierzone natężenie pola magnetycznego H_{st}	wykładnik potęgi n	współczynnik ψ (z rys. 2)	przenikalność magnetyczna $\mu_{er\,pom}^{(z)}$	przenikalność założona do obliczeń $\mu_{er\,obl}^{(z)}$	rozbieżność przenikalności w % $\mu_{er\,obl}^{(z)}$
	—	A/m	—	—	—	—	%
1	0	1870	6,43	1,34	1131	1200	−5,75
2	0,125	1779	6,12	1,34	1179	1200	−1,75
3	0,25	1584	5,37	1,34	1297	1200	+8,1

Rozbieżności pomiędzy przenikalnością wyznaczoną na podstawie pomiarów i obliczeń iteracyjnych nie przekraczają $\pm 10\%$.

4. OBLICZENIE MOCY CZYNNEJ I BIERNEJ

Przenikalność zastępcza $\mu_{er}^{(z)}$ została tak dobrana, aby strumień obliczony metodą potencjału wektorowego miał wartość zbliżoną do strumienia wnikającego do masywnego żelaza. Dzięki temu uzyskano dobrą zgodność obliczonych składowych indukcji stycznej i normalnej na powierzchni granicznej dielektryk-ekran z wartościami pomierzonymi. Zagadnienie brzegowe rozwiązane w ten sposób z dokładnością wystarczającą do celów technicznych, umożliwia prawidłowe wyznaczenie rozkładu pola magnetycznego w obszarze dielektryka z uwzględnieniem oddziaływania masywnego ekranu.

Na podstawie badań eksperymentalnych i doświadczeń numerycznych stwierdzono, że pole elektromagnetyczne w warstwie ekranu o elementarnej wysokości dy można rozpatrywać w oparciu o teorię fali płaskiej spolaryzowanej.

Rozkład pola elektromagnetycznego w głębi ekranu uzyskany w wyniku metody potencjału wektorowego nie odpowiada rzeczywistości wskutek przyjęcia linearyzacji środowiska ferromagnetycznego. W obliczeniach inżynierskich rozkład ten nie jest interesujący, natomiast istotną rolę odgrywa wartość strat mocy czynnej i biernej wydzielanej w masywnym ekranie. Wartości te dają się obliczyć na podstawie następujących wzorów zamieszczonych w pracy [13], uwzględniających wpływ nieliniowości magnetycznej środowiska w głębi ekranu

$$\Delta P = a_{pH}\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu_m[H_{ey}(0,y)]}{2\gamma}}\,\frac{H_{ey}^2(0,y)}{2} = a_{p\Phi}\omega\sqrt{\frac{\omega\cdot\gamma}{2\cdot\mu_m[H_{ey}(0,y)]}}\,\frac{\Phi_{ey}^2(0,y)}{2}, \tag{20}$$

$$\Delta Q = a_{qH}\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu_m[H_{ey}(0,y)]}{2\gamma}}\,\frac{H_{ey}^2(0,y)}{2} = a_{q\Phi}\omega\sqrt{\frac{\omega\cdot\gamma}{2\cdot\mu_m[H_{ey}(0,y)]}}\,\frac{\Phi_{ey}^2(0,y)}{2}, \tag{21}$$

gdzie:

ΔP i ΔQ — moc czynna i bierna przypadająca na jednostkę powierzchni ekranu,

a_{pH}, $a_{p\Phi}$, a_{qH}, $a_{q\Phi}$ — współczynniki korekcyjne zależne od wykładnika potęgi n według pracy [13] (patrz rys. 2),

$\mu_m[H_{ey}(0, y)]$ — przenikalność magnetyczna ze statycznej charakterystyki magnesowania, odpowiadająca składowej stycznej natężenia pola magnetycznego na powierzchni.

Powyższe zależności można przekształcić do postaci

$$\Delta P(0, y) = \frac{a_{pH}}{\Psi} \frac{\omega}{2\sqrt{2}\,\mu_o} \Phi_{ey}(0, y) \cdot B_{dy}(0, y) =$$

$$= a_{p\Phi} \Psi \frac{\omega}{2\sqrt{2}\,\mu_o} \Phi_{ey}(0, y) \cdot B_{dy}(0, y), \tag{22}$$

$$\Delta Q(0, y) = \frac{a_{pH}}{\Psi} \frac{\omega}{2\sqrt{2}\,\mu_o} \Phi_{ey}(0, y) \cdot B_{dy}(0, y) =$$

$$= a_{q\Phi} \Psi \frac{\omega}{2\sqrt{2}\,\mu_o} \Phi_{ey}(0, y) \cdot B_{dy}(0, y). \tag{23}$$

Przystosowanie wzorów wynikających z metody potencjału wektorowego do obliczania strat i mocy biernej w ekranie jest zatem następujące

$$\Delta P_{obl}(0, y) = \frac{a_{pH}}{\Psi} \frac{\omega}{2\mu_o} \cdot \mathrm{Re}[-jA_e(0, y) \times B^*_{dy}(0, y)] =$$

$$= a_{p\Phi} \Psi \frac{\omega}{2\mu_o} \cdot \mathrm{Re}[-jA_e(0, y) \times B^*_{dy}(0, y)], \tag{24}$$

$$\Delta Q_{obl}(0, y) = \frac{a_{qH}}{\Psi} \frac{\omega}{2\mu_o} \cdot \mathrm{Im}[-jA_e(0, y) \times B^*_{dy}(0, y)] =$$

$$= a_{q\Phi} \Psi \frac{\omega}{2\mu_o} \cdot \mathrm{Im}[-jA_e(0, y) \times B^*_{dy}(0, y)]. \tag{25}$$

Całkowite straty oraz moc bierna wydzielane w pasmie ekranu o szerokości 1 m wzdłuż osi z są określane wzorami

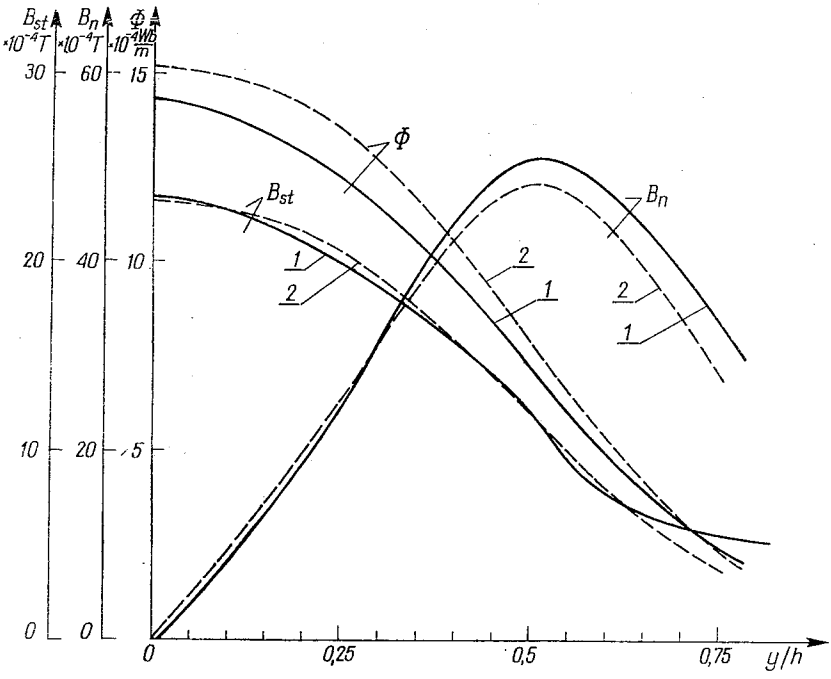
$$P_{obl} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta P_{obl}(0, y)\, dy, \tag{26}$$

$$Q_{obl} = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta Q_{obl}(0, y)\, dy. \tag{27}$$

5. PORÓWNANIE OBLICZEŃ Z WYNIKAMI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

W celu sprawdzenia dokładności obliczeń rozkładu pola magnetycznego metodą potencjału wektorowego, po uprzednim doborze $\mu_{er}^{(z)}$, jak w rozdz. 3, wykonano pomiary rozkładu pola magnetycznego na powierzchni ekranu oraz strumienia w ekranie, wykorzystując wspomniany model fizyczny. Dane modelu i wzbudzenia podano w rozdz. 3.

Wyniki pomiarów i obliczeń według wzorów 5÷11 zaprogramowanych na maszynę cyfrową (Odra 1204 — język Algol 1204) przedstawiono na rys. 5. Przenikalność $\mu_{er}^{(z)} = 1200$. Ze względu na symetrię układu względem osi x przedstawiono wyniki badań i obliczeń pola na granicy dielektryk-ekran dla współrzędnych $y \geqslant 0$.

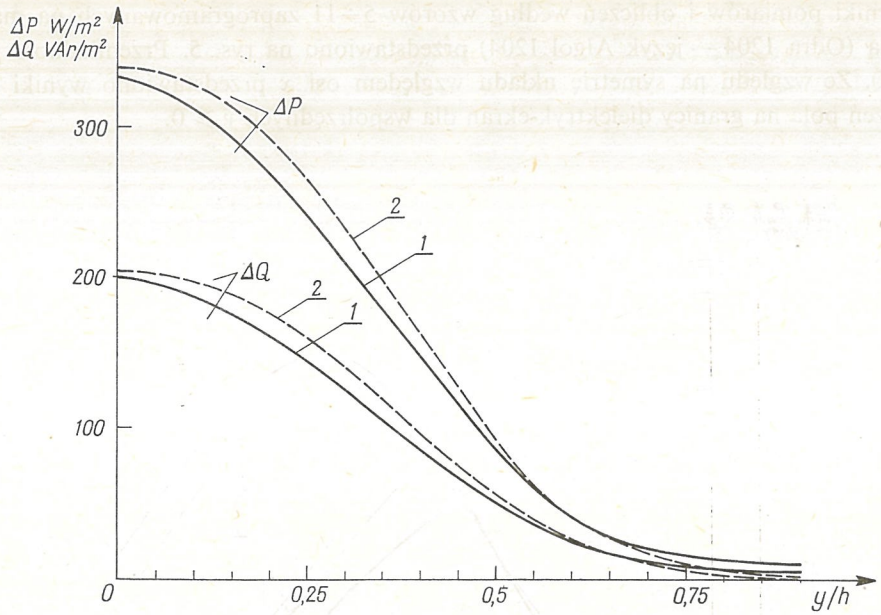


Rys. 5. Rozkład amplitud składowej normalnej B_n i stycznej B_{st} indukcji na powierzchni ekranu oraz strumienia jednostkowego Φ w ekranie wzdłuż wysokości y

Dane obliczeniowe: $\gamma_e = 7 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$, $f = 50$ Hz, $h = 0{,}58$ m, $a = 0{,}16$ m, $b = 0{,}28$ m;
1 — rozkłady pomierzone, *2* — rozkłady obliczone metodą potencjału wektorowego dla $\mu_{er}^{(z)} = 1200$

Jak wynika z porównania rozkładów indukcji stycznej i normalnej, rozbieżności zauważone w zakresie zmian współrzędnej $y = 0 \div \frac{3}{4}h$ nie przekraczają 5%, mimo że różnice pomiędzy przenikalnością ekranu założoną do obliczeń i wynikającą z pomiarów są większe (patrz tabl. 2).

Rozkład strat jednostkowych obliczonych $\Delta P_{obl}(0, y)$ i wyznaczonych na podstawie pomiarów na modelu $\Delta P_{mod}(0, y)$ oraz analogicznych mocy biernych: $\Delta Q_{obl}(0, y)$ i $\Delta Q_{mod}(0, y)$ przedstawiono na rys. 6. W obliczeniach według wzorów (24) i (25) przyjęto następujące wartości współczynników: $\Psi = 1{,}34$, $a_{pH} = 1{,}45$, $a_{qH} = 0{,}87$, zalecane w pracy [13]. Obliczając jednostkową moc czynną i bierną w oparciu o pomierzony rozkład indukcji na modelu wykorzystano wzory (20) i (21), uwzględniając przenikalność $\mu_m[\mathrm{H}] = \mu_o \cdot \mu_{er}[\mathrm{H}]$ (μ_{er} z krzywej na rys. 4) oraz współczynniki a_{pH} i a_{qH} z krzywych na rys. 2.



Rys. 6. Rozkład strat jednostkowych mocy czynnej i biernej w ekranie w funkcji wysokości y
Dane obliczeniowe jak pod rys. 5; *1* — rozkłady wyznaczone na podstawie badań doświadczalnych, *2* — rozkłady obliczone metodą potencjału wektorowego dla $\mu_{er}^{(z)} = 1200$

W wyniku całkowania według zależności (26) i (27) otrzymano następujące wartości mocy:

$$P_{obl} = 158{,}4 \text{ W/m}, \quad P_{mod} = 148{,}8 \text{ W/m},$$

$$Q_{obl} = 96 \text{ VAr/m}, \quad Q_{mod} = 89{,}1 \text{ VAr/m}.$$

Uzyskane rezultaty potwierdzają przydatność przystosowanej metody potencjału wektorowego do obliczania mocy w ekranie, a stwierdzone niedokładności są rzędu 6%.

5. WNIOSKI

Z przedstawionych rozważań wynikają następujące wnioski.

1. W pracy wykazano, że istnieje prosty sposób uwzględniania nieliniowości magnetycznej w głębi ekranu i wzdłuż jego wysokości poprzez dobór reprezentatywnej przenikalności $\mu_{er}^{(z)}$, umożliwiający przystosowanie metody potencjału wektorowego do obliczeń pola elektromagnetycznego w rozpatrywanym układzie ekranowanym jednostronnie masywnym żelazem. Do tego celu niezbędna jest statyczna charakterystyka magnesowania materiału ekranu oraz znajomość współczynnika wzrostu strumienia Ψ, który dla $n \geqslant 5$ jest stały i równy $\Psi = 1{,}34$.

2. Do obliczeń mocy czynnej (strat) i biernej w masywnym ekranie ferromagnetycznym należy zastosować znane współczynniki a_{pH} i a_{qH} wynikające z teorii Nejmana lub $a_{p\Phi}$ i $a_{q\Phi}$ o podobnym znaczeniu wprowadzone w pracy [13] dla fali płaskiej.

3. Dokładność obliczeń składowych pola magnetycznego na powierzchni ekranu, strumienia oraz mocy czynnej i biernej w ekranie jest wystarczająca dla obliczeń praktycznych, gdyż stwierdzone rozbieżności w porównaniu z rezultatami badań doświadczalnych nie przekraczają 10%.

Przyjęty sposób postępowania wykorzystany do analizy stosunkowo prostego układu zaekranowanego stanowi zachętę do opracowania metody obliczeń przydatnej do badania bardziej skomplikowanych układów z uwzględnieniem wielofazowości przewodów, skończonych wymiarów geometrycznych i ekranów wielostronnych.

LITERATURA

1. I.S. Gradsztejn, I.M. Ryżik, *Tablicy integrałow, summ, riadow i proizwiedenij*, Izdatielstwo Nauka, Moskwa 1971.
2. T. Janowski, J. Turowski, *Kryterium wyboru metody pomiaru strat mocy w kadziach transformatorów*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 16, z. 1, 1970, ss. 205—226.
3. M. Kaźmierski, *Ocena przybliżonych metod analizy pola elektromagnetycznego w transformatorach*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 16, z. 1, 1970, ss. 3—26.
4. E. Kącki, *Równania różniczkowe cząstkowe w elektrotechnice*, WNT, Warszawa 1971.
5. B. Konorski, *Elektrotechnika teoretyczna*, Skrypt PŁ, 1962.
6. M. Krakowski, *Active Power Loss in the Ferromagnetic Medium Due to Currents in a Multiconductor System*, Archiwum Elektrotechniki, t. XIX, z. 1, 1970, ss. 85—105.
7. M. Krakowski, *Distribution of Active Power on Surface of Ferromagnetic Medium Due to Currents in Parallel Conductors*, Archiwum Elektrotechniki, t. XIX, z. 3, 1970, ss. 525—538.
8. M. Stafl, *Electrodynamics of Electrical Machines*, Academia — Praha 1967.
9. J. Turowski, *Elektrodynamika techniczna*, WNT, Warszawa 1968.
10. J. Turowski, J. Pawłowski, J. Pinkiewicz, *Badanie modelowe strat rozproszeniowych w transformatorach*, Zesz. Nauk. Polit. Łódzkiej — Elektryka, nr 12/1963, ss. 95—115.
11. J. Turowski, T. Janowski, K. Zakrzewski, *Duży model elektromagnetyczny do badania rozpływu strumienia i strat rozproszeniowych*, KMEliTr. PŁ, opracowanie nr 6z/E6/66, 1966.
12. K. Zakrzewski, J. Turowski, *Metody analizy ekranowania magnetycznego kadzi transformatorów*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 18, z. 3, 1972, ss. 575—601.
13. K. Zakrzewski, *Praktyczna metoda obliczania mocy czynnej i biernej w masywnym żelazie*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 21, z. 1, 1975, ss. 215—233.

K. ZAKRZEWSKI, J. SYKULSKI

ELECTROMAGNETIC FIELD OF PARALLEL CONDUCTORS WITH ONE-SIDED SOLID IRON SHIELD

Summary

The paper deals with the adaptation of the vector-potential method of electromagnetic field calculation taking into account the magnetic nonlinearity of shield.

The manner of magnetic permeability selection on the basis of static magnetic curve is given.

K. ZAKRZEWSKI, J. SYKULSKI

LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS LE SYSTÈME DES CONDUCTEURS PARALLÈLES BLINDÉS UNILATÉRALEMENT PAR LE FER MASSIF

Résumé

On a décrit l'adaptation de la méthode du potentiel vectoriel au calcul du champ électromagnétique, prenant en considération la non linéarité magnétique de l'écran.

On a présénté le mode du choix de la perméabilité équivalente en se basant sur la caractéristique statique de magnétisation du matériau de l'écran.

K. ZAKRZEWSKI, J. SYKULSKI

DAS ELEKTROMAGNETISCHE FELD DES SYSTEMS VON PARALLELEN LEITUNGEN MIT EINSEITIGEM SCHIRM AUS MASSIVEM EISEN

Zusammenfassung

Es wird die Anpassung der Vektor-Potential-Methode zur Berechnung des elektromagnetischen Feldes unter Berücksichtigung der magnetischen Nonlinearität des Schirmes besprochen.

Die Handlungsweise bei der Wahl der vertretenden Permeabilität μ_e auf Grund der statischen Magnetisierungskurve wird beschrieben.

К. ЗАКШЕВСКИ, Я. СЫКУЛЬСКИ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОВОДНИКОВ С ОДНОСТОРОННИМ ЭКРАНОМ ИЗ МАССИВНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА

Резюме

К расчетам электромагнитного поля с учетом магнитной нелинейности экрана приспособлен метод векторного потенциала.

Описан способ избрания эквивалентной магнитной проницаемости на основании статической характеристики намагничивания материала экрана.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 73 — 92

538.54

Odbicie zwierciadlane prądów przemiennych w jednostronnym ekranie przewodzącym w świetle metody potencjału wektorowego

KAZIMIERZ ZAKRZEWSKI (ŁÓDŹ), JAN SYKULSKI (ŁÓDŹ)

Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 20.12.1975

Wyprowadzono współczynniki odbicia prądów przemiennych w jednostronnym ekranie przewodzącym dla układu nieskończenie długich przewodów równoległych, posługując się metodą potencjału wektorowego.

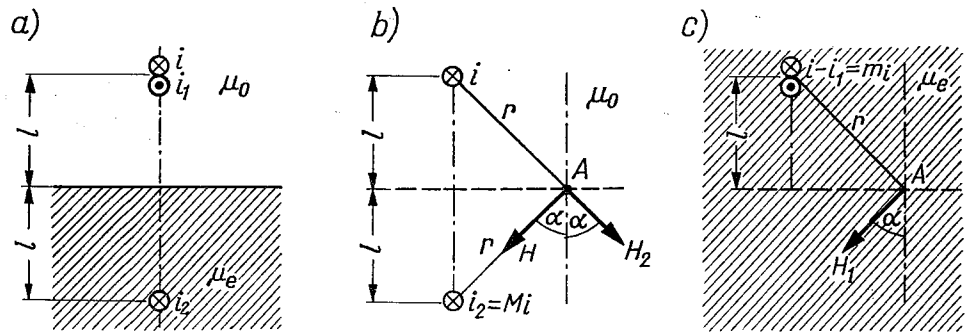
Przedyskutowano zależności współczynników odbicia w funkcji parametrów fizycznych (częstotliwość, przenikalność magnetyczna, konduktancja ekranu) oraz w funkcji konfiguracji przewodów względem ekranu.

Omówiono także tzw. współczynniki odbicia prądu w kierunku stycznym i normalnym, przydatne do obliczeń metodą odbić zwierciadlanych i podano wzory analityczne na określanie tych współczynników.

1. WSTĘP

Współczynniki odbicia zwierciadlanego prądów w środowisku stanowiącym jednostronny ekran magnetyczny są wynikiem rozważań klasycznych i zostały wyznaczone na podstawie warunków brzegowych pola magnetostatycznego na granicy obszarów o różnej przenikalności magnetycznej [5], [8], [9]. Zasadę odbicia zwierciadlanego przypomina rys. 1. Współczynnik M niezbędny do obliczenia pola w środowisku dielektryka wyraża się zależnością:

$$M = \frac{\mu_e - \mu_o}{\mu_e + \mu_o} = \frac{\mu_{er} - 1}{\mu_{er} + 1}. \tag{1}$$



Rys. 1. Odbicie zwierciadlane prądu stałego na granicy dwóch środowisk o skończonych przenikalnościach μ_o i μ_e (według [9])

a) środowisko uwarstwione, b) dielektryk, c) ekran

Współczynnik m w środowisku ekranu jest równy

$$m = \frac{2\mu_o}{\mu_e + \mu_o} = \frac{2}{\mu_{er} + 1}, \tag{2}$$

przy czym μ_{er} — względna przenikalność magnetyczna ekranu.

Wiadomo również, że

$$m = 1 - M. \tag{3}$$

Powyższe współczynniki umożliwiają znalezienie obrazu stałego pola magnetycznego w rozpatrywanym środowisku uwarstwionym.

W polach przemiennych wzory (1) ÷ (3) mogą mieć zastosowanie jedynie w tym przypadku, jeżeli konduktywność ekranu jest równa zeru ($\gamma_e = 0$).

Dla ekranu przewodzącego prąd elektryczny współczynniki odbicia będą zależeć nie tylko od wartości przenikalności magnetycznych μ_e i μ_o, lecz również od częstotliwości, konduktancji i współrzędnych geometrycznych układu. Pomimo znacznie bardziej skomplikowanego przebiegu zjawiska przy prądzie przemiennym, prosta idea odbicia zwierciadlanego stanowi ciągle zachętę do wykorzystania metody współczynników także i w tym przypadku. Jak dotychczas współczynniki te określa się na podstawie badań doświadczalnych. Zakłada się przy tym, że prądy wymuszające i odbite są ze sobą w fazie. Powyższe założenie upraszczające powoduje, że obliczony w następstwie wyznaczonych współczynników rozkład pola i strumienia magnetycznego w ekranie nie odpowiada rzeczywistości.

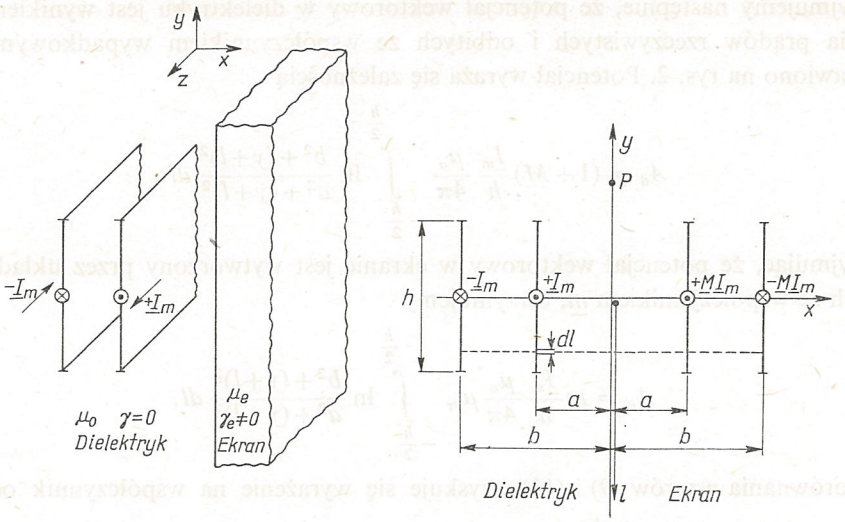
W pracy obliczono analitycznie współczynniki odbicia prądów przemiennych w jednostronnym ekranie przewodzącym prąd elektryczny. Obliczenie to jest możliwe tylko na podstawie jednoznacznej znajomości rozkładu pola w rozpatrywanym układzie. Zakładając, że przenikalność magnetyczna ekranu μ_e jest stała, można posłużyć się metodą potencjału wektorowego, która umożliwia wyznaczenie pola w całym badanym obszarze.

Praca zawiera analizę współczynników odbicia prądów, płynących w dwóch nieskończenie długich i cienkich przewodach płaskich, umieszczonych w pobliżu masywnego ekranu przewodzącego prąd elektryczny.

2. POLE ELEKTROMAGNETYCZNE WYTWORZONE PRZEZ UKŁAD PRZEWODÓW RÓWNOLEGŁYCH I WSPÓŁCZYNNIKI ODBICIA PRĄDÓW

Zakładamy, że tor szynowy jest umieszczony względem ekranu zgodnie z rys. 2. Przyjmujemy, że nieskończenie cienkie szyny znajdujące się w dielektryku ($\mu = \mu_o$) wiodą prąd sinusoidalnie zmienny o amplitudach zespolonych $+\underline{I}_m$ i $-\underline{I}_m$. Rozkład gęstości prądu wzdłuż wysokości przewodów jest równomierny. Półprzestrzeń ekranująca, zastępująca ekran masywny scharakteryzowana jest przenikalnością magnetyczną μ_e oraz konduktywnością γ_e. Zarówno szyny jak i półprzestrzeń rozciągają się w kierunku osi z do nieskończoności.

Układ przyjęty do rozważań charakteryzuje się symetrią pola w płaszczyźnie xy. Potencjał wektorowy A ma tylko jedną składową w kierunku osi z.



Rys. 2. Układ szyn równoległych wiodących prąd z jednostronnym masywnym ekranem przewodzącym

W obszarze dielektryka i ekranu obowiązują następujące zależności wyjściowe:

$$\frac{\partial^2 A_d}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_d}{\partial y^2} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 A_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_e}{\partial y^2} = \alpha^2 A_e, \tag{5}$$

gdzie:

$$\alpha = (1+j)k, \tag{6}$$

$$k = \sqrt{\frac{\omega \mu_o \mu_{er} \gamma_e}{2}}, \tag{7}$$

$$\omega = 2\pi f, \tag{8}$$

A_d, A_e — potencjały wektorowe w dielektryku i w ekranie.

Potencjał wektorowy układu stanowi superpozycję potencjałów wytworzonych elementarnymi prądami $\underline{I}_m \frac{dl}{h}$ na całej wysokości h.

Postępując podobnie jak w pracach [6], [7], [8], [12], [13] określono potencjał wektorowy w punkcie P na granicy dielektryka i ekranu ($x = 0$):

$$A_d = A_e = \frac{\underline{I}_m}{h} \frac{\mu_o}{4\pi} \mu_{er} 4 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{e^{-a\lambda} - e^{-b\lambda}}{\mu_{er}\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \alpha^2}} \cos[\lambda(y+l)]\, d\lambda \right\} dl. \tag{9}$$

Przyjmujemy następnie, że potencjał wektorowy w dielektryku jest wynikiem współdziałania prądów rzeczywistych i odbitych ze współczynnikiem wypadkowym $\underline{M}$ jak przedstawiono na rys. 2. Potencjał wyraża się zależnością

$$A_d = (1+\underline{M})\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{4\pi}\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln\frac{b^2+(y+l)^2}{a^2+(y+l)^2}\,dl. \tag{10}$$

Przyjmując, że potencjał wektorowy w ekranie jest wytworzony przez układ prądów odbitych ze współczynnikiem $\underline{m}$, otrzymujemy

$$A_e = \underline{m}\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{4\pi}\mu_{er}\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln\frac{b^2+(y+l)^2}{a^2+(y+l)^2}\,dl. \tag{11}$$

Z porównania wzorów (9) i (11) uzyskuje się wyrażenie na współczynnik odbicia $\underline{m}$

$$\underline{m} = 4\frac{\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left\{\int\limits_0^\infty \frac{e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\cos[\lambda(y+l)]\,d\lambda\right\}dl}{\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln\frac{b^2+(y+l)^2}{a^2+(y+l)^2}\,dl}. \tag{12}$$

Porównując wzory (9), (10) i (12) otrzymujemy zależność na współczynnik odbicia $\underline{M}$

$$\underline{M} = \mu_{er}\underline{m} - 1. \tag{13}$$

3. ANALIZA WSPÓŁCZYNNIKÓW ODBICIA ZWIERCIADLANEGO

3.1. Współczynniki dla granicznych wartości parametrów

Przeanalizujemy obecnie współczynniki odbicia $\underline{M}$ i $\underline{m}$ w funkcji granicznych wartości parametrów f, γ_e, μ_{er}. W tym celu przyjmować będziemy, że wspomniane wielkości są równe zeru, bądź dążą do nieskończoności.

3.1.1. Częstotliwość $f = 0$ lub $\gamma_e = 0$

Przy założeniu, że częstotliwość $f = 0$ lub konduktywność $\gamma_e = 0$ otrzymuje się $\alpha = 0$. Współczynnik $\underline{m}$ według (12) równa się

$$\underline{m} = \frac{4}{\mu_{er}+1}\frac{\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left\{\int\limits_0^\infty \frac{e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda}}{\lambda}\cos[\lambda(y+l)]\,d\lambda\right\}dl}{\int\limits_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln\frac{b^2+(y-l)^2}{a^2+(y+l)^2}\,dl}. \tag{14}$$

Wykorzystując następującą tożsamość, według [1]:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda}}{\lambda}\cos[\lambda(y+l)]d\lambda = \frac{1}{2}\ln\frac{b^2+(y+l)^2}{a^2+(y+l)^2}, \tag{15}$$

otrzymujemy

$$\underline{m} = \frac{2}{\mu_{er}+1} = m. \tag{16}$$

Współczynnik $\underline{M}$ według (13) równa się

$$\underline{M} = \frac{\mu_{er}-1}{\mu_{er}+1} = M. \tag{17}$$

3.1.2. *Częstotliwość $f \to \infty$ lub $\gamma_e \to \infty$*

W tym przypadku wielkość α wskutek wzrostu części rzeczywistej i urojonej do nieskończoności jest nieskończenie duża ($\alpha \to \infty$). Granica, do której dąży wyrażenie (12), jest następująca

$$\lim_{\alpha\to\infty}\underline{m} = \lim_{\alpha\to\infty} 4\frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda}}{\mu_{er}\lambda+\sqrt{\lambda^2+\alpha^2}}\cos[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl}{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\ln\frac{b^2+(y+l)^2}{a^2+(y+l)^2}dl} = 0. \tag{18}$$

Uwzględniając powyższe we wzorze (13), otrzymujemy

$$\lim_{\underline{m}\to 0}\underline{M} = \lim_{\underline{m}\to 0}(\mu_{er}\underline{m}-1) = -1. \tag{19}$$

3.1.3. *Przenikalność $\mu_{er} = 0$ (idealny diamagnetyk)*

Założenie $\mu_{er} = 0$ pociąga za sobą jednocześnie przyjęcie, że $\alpha = 0$. Wzór (12) przyjmuje postać następującą

$$\underline{m} = 4\frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda}}{\lambda}\cos[\lambda(y+l)]d\lambda\right\}dl}{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\ln\frac{b^2+(y+l)^2}{a^2+(y+l)^2}dl}. \tag{20}$$

Wykorzystując równość (15), otrzymujemy

$$\underline{m} = 2. \tag{21}$$

Po podstawieniu $\mu_{er} = 0$ do wzoru (13), uzyskuje się

$$\underline{M} = -1. \tag{22}$$

3.1.4. *Przenikalność $\mu_{er} \to \infty$ (idealny ferromagnetyk)*

Przyjęcie $\mu_{er} \to \infty$ oznacza jednocześnie, że $\alpha \to \infty$. Granica, do której dąży wyrażenie (12), jest równa

$$\lim_{\substack{\mu_{er}\to\infty \\ \alpha\to\infty}} \underline{m} = \lim_{\substack{\mu_{er}\to\infty \\ \alpha\to\infty}} 4 \frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{e^{-a\lambda} - e^{-b\lambda}}{\mu_{er}\lambda + \sqrt{\lambda^2+\alpha^2}} \cos[\lambda(y+l)]\, d\lambda \right\} dl}{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln \frac{b^2+(y+l)^2}{a^2+(y+l)^2}\, dl} = 0. \tag{23}$$

W celu określenia granicy, do której dąży $\underline{M}$, przedstawimy wyrażenie (13) w postaci rozwiniętej, uwzględniając następnie równość (15)

$$\lim_{\mu_{er}\to\infty} \underline{M} = \lim_{\mu_{er}\to\infty} 4 \frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{e^{-a\lambda} - e^{-b\lambda}}{\lambda + \sqrt{\frac{\lambda^2}{\mu_{er}^2} + \frac{\omega\mu_0\gamma_e}{2\mu_{er}}(1+j)^2}} \cos[\lambda(y+l)]\, d\lambda \right\} dl}{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln \frac{b^2+(y+l)^2}{a^2+(y+l)^2}\, dl} - 1 =$$

$$= 4 \frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{e^{-a\lambda} - e^{-b\lambda}}{\lambda} \cos[\lambda(y+l)]\, d\lambda \right\} dl}{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \ln \frac{b^2+(y+l)^2}{a^2+(y+l)^2}\, dl} - 1 = 1. \tag{24}$$

Analizę współczynników przeprowadzono zakładając, że określoną wartość graniczną przyjmuje tylko jeden parametr. Pozostałe parametry miały wartości skończone, większe od zera.

Szczególnym rodzajem ekranu jest ekran wykonany z nadprzewodnika. W tym przypadku należy założyć jednocześnie idealny diamagnetyzm ($\mu_{er} = 0$) i nadprzewodność ($\gamma_e \to \infty$) środowiska. Jak wynika z dyskusji wzorów (12) i (13) mimo nieskończonej

przewodności decydujący wpływ na wartość współczynnika odbicia wywiera zerowa przenikalność magnetyczna. Współczynniki odbicia określone są zależnościami (21) i (22). Są one jednakowe zarówno dla prądu stałego jak i prądu przemiennego.

W odniesieniu do wyprowadzonych w rozdziale 2 wielkości $\underline{M}$ i $\underline{m}$ można sformułować dwa podstawowe stwierdzenia.

— Współczynniki odbicia wskutek obecności elementu zespolonego α przybierają wartości zespolone i tylko w przypadkach granicznych są równe wartościom rzeczywistym. Oznacza to, że prądy odbite są przesunięte w fazie względem prądów wymuszających.

— Współczynniki odbicia prądów „widziane" z dowolnego punktu P na powierzchni granicznej zależą od położenia tego punktu względem przyjętego początku układu współrzędnych. Tylko w przedstawionych przypadkach granicznych nie zależą one od współrzędnych punktu P.

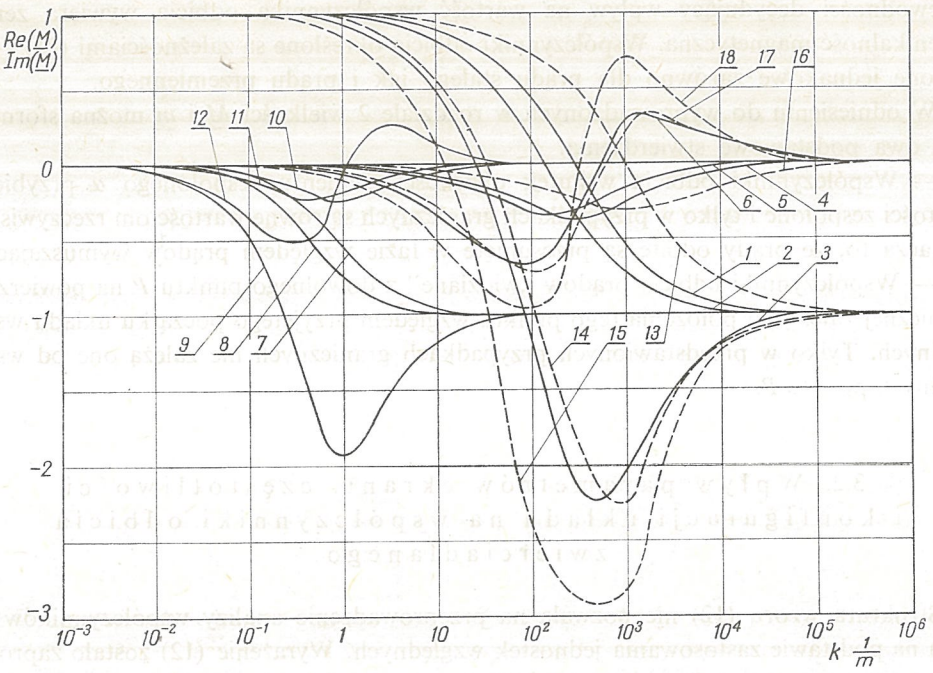
3.2. Wpływ parametrów ekranu, częstotliwości i konfiguracji układu na współczynniki odbicia zwierciadlanego

Struktura wzoru (12) nie pozwala na przeprowadzenie analizy współczynników odbicia na podstawie zastosowania jednostek względnych. Wyrażenie (12) zostało zaprogramowane na maszynę cyfrową[1], co umożliwia przeprowadzenie szybkich obliczeń w różnych wariantach wielkości: h, a, b, μ_{er}, f i γ_e. W rozdziale tym przytoczone zostaną przykładowe obliczenia współczynników odbicia „widzianych" z powierzchni ekranu ($x = 0$).

Pierwsza seria obliczeń dotyczy zmian współczynników $\underline{M}$ i $\underline{m}$ w funkcji k (wzór 7), przy różnych parametrach w postaci przenikalności magnetycznej μ_{er} dla trzech współrzędnych w kierunku osi y, a mianowicie $y = 0$, $y = \frac{1}{2}h$, $y = \frac{3}{4}h$. Do obliczeń przyjęto następujące wymiary geometryczne: $h = 3$ m, $a = 0{,}3$ m, $b = 0{,}6$ m. Wyniki przedstawione zostały na rys. 3 w postaci wykresów części rzeczywistej i urojonej współczynnika $\underline{M}$, natomiast na rys. 4 analogiczne krzywe współczynnika $\underline{m}$. Krzywe obliczone w założeniu $\mu_{er} = 1$ dotyczą współczynników wyznaczonych dla ekranów niemagnetycznych. Wykresy dla ekranów ferromagnetycznych sporządzono w założeniu, że przenikalność $\mu_{er} = 20$. Są one słuszne dla ekranów o przenikalnościach spełniających nierówność $\mu_{er} \geqslant 20$.

Zgodnie z przewidywaniem, dla dużych wartości k rosnących do nieskończoności, współczynnik $\underline{M}$ osiąga wartość rzeczywistą równą $\underline{M} = -1$, a współczynnik $\underline{m} = 0$. Jeżeli $k = 0$, to w przypadku materiału niemagnetycznego współczynniki są równe: $\underline{M} = 0$, $\underline{m} = 1$, natomiast dla ekranu ferromagnetycznego otrzymuje się $\underline{M} = 1$, $\underline{m} = 0$. Jak wynika z przebiegu wykresów w pewnych przedziałach zmienności k składowa rzeczywista współczynnika $\underline{M}$ może osiągać wartości mniejsze od -1, rosnące potem asymptotycznie do wartości -1. Proporcje układu geometrycznego dobrano tak, aby można było przedstawione wyniki odnosić do stosunkowo wysokich uzwojeń np. transformatorów,

[1] Program został opracowany przez J. Sykulskiego na maszynę cyfrową Odra 1204 w języku Algol 1204 i znajduje się w posiadaniu Instytutu Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej.



Rys. 3. Przebieg składowej rzeczywistej Re($\underline{M}$) i urojonej Im($\underline{M}$) współczynnika odbicia w funkcji parametru

$$k = \sqrt{\frac{\omega \mu_e \gamma_e}{2}}$$

Odległości szyn od ekranu: $a = 0{,}3$ m, $b = 0{,}6$ m.

$1 - y = 0$
$2 - y = \frac{h}{2} = 1{,}5$ m
$3 - y = \frac{3}{4}h = 2{,}25$ m
} $h = 3$ m, $\mu_{er} \geq 20$, wykresy $\mathrm{Re}(\underline{M}) = f(k)$

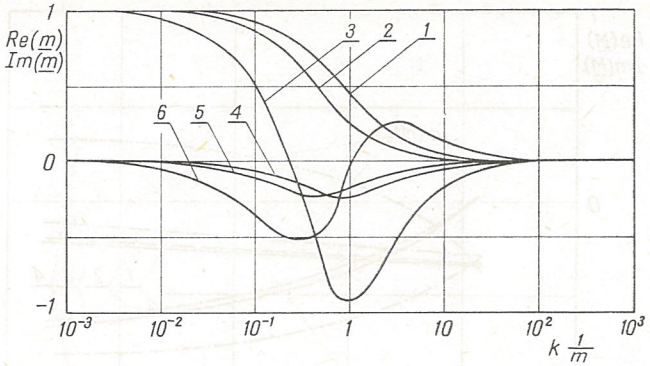
$4 - y = 0$
$5 - y = \frac{h}{2} = 1{,}5$ m
$6 - y = \frac{3}{4}h = 2{,}25$ m
} $h = 3$ m, $\mu_{er} \geq 20$, wykresy $\mathrm{Im}(\underline{M}) = f(k)$

$7 - y = 0$
$8 - y = \frac{h}{2} = 1{,}5$ m
$9 - y = \frac{3}{4}h = 2{,}25$ m
} $h = 3$ m, $\mu_{er} = 1$, wykresy $\mathrm{Re}(\underline{M}) = f(k)$

$10 - y = 0$
$11 - y = \frac{h}{2} = 1{,}5$ m
$12 - y = \frac{3}{4}h = 2{,}25$ m
} $h = 3$ m, $\mu_{er} = 1$, wykresy $\mathrm{Im}(\underline{M}) = f(k)$

$13 - y = 0$
$14 - y = 1{,}5$ m
$15 - y = 2{,}25$ m
} $h = 0$ (przewody punktowe), $\mu_{er} \geq 20$, wykresy $\mathrm{Re}(\underline{M}) = f(k)$

$16 - y = 0$
$17 - y = 1{,}5$ m
$18 - y = 2{,}25$ m
} $h = 0$ (przewody punktowe), $\mu_{er} \geq 20$, wykresy $\mathrm{Im}(\underline{M}) = f(k)$



Rys. 4. Przebieg składowej rzeczywistej Re($\underline{m}$) i urojonej Im($\underline{m}$) współczynnika odbicia w funkcji parametru

$$k = \sqrt{\frac{\omega \mu_e \gamma_e}{2}}$$

Odległości szyn od ekranu: $a = 0{,}3$ m, $b = 0{,}6$ m.

1 — $y = 0$
2 — $y = \frac{h}{2} = 1{,}5$ m
3 — $y = \frac{3}{4}h = 2{,}25$ m
} $h = 3$ m, $\mu_{er} = 1$, wykresy Re($\underline{m}$) = $f(k)$

4 — $y = 0$
5 — $y = \frac{h}{2} = 1{,}5$ m
6 — $y = \frac{3}{4}h = 2{,}25$ m
} $h = 3$ m, $\mu_{er} = 1$, wykresy Im($\underline{m}$) = $f(k)$

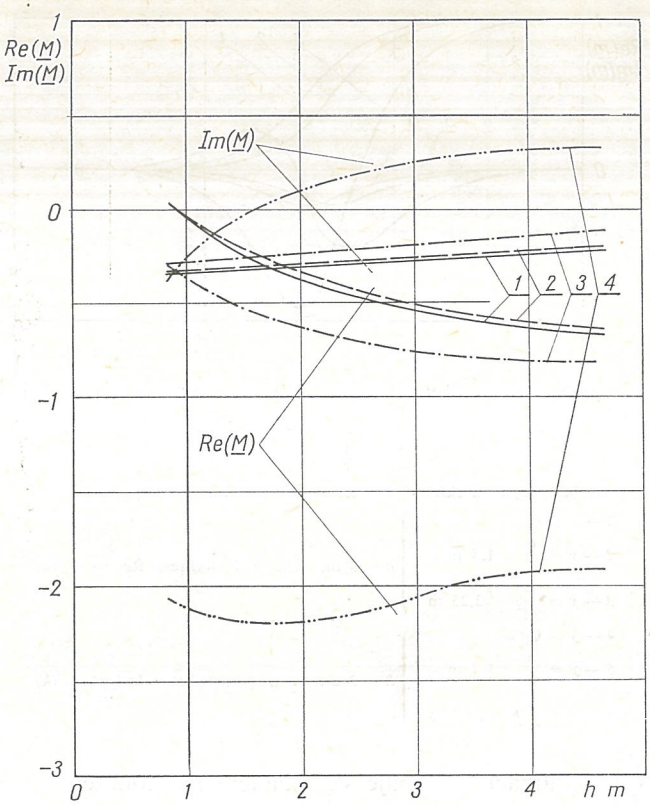
które w pewnych przypadkach zastępuje się układem nieskończenie cienkich szyn ekranowanych jednostronnie.

Jeżeli ekran masywny wykonany jest z miedzi lub aluminium, to przy $f = 50$ Hz wielkości k wynoszą odpowiednio: $k_{Cu} = 106\frac{1}{m}$, $k_{Al} = 85\frac{1}{m}$ i odpowiadające im wartości $\underline{M} \approx -1$ oraz $\underline{m} \approx 0$, niezależnie od współrzędnej y $\left(\text{w zakresie } 0 \div \frac{3}{4}h\right)$.

Dla ekranu ferromagnetycznego przy $k_{Fe} = 1000\frac{1}{m}$ $\left(\mu_{er} = 640,\ \gamma_e = 8 \cdot 10^6 \frac{S}{m},\ f = 50 \text{ Hz}\right)$ współczynniki $\underline{M}$ mają charakter zespolony i są różne dla różnych współrzędnych y (rys. 3), natomiast współczynniki $\underline{m}$ są praktycznie równe zeru.

Aby zilustrować wpływ wysokości szyn wiodących prąd na wartości współczynnika odbicia $\underline{M}$ wykonano serię obliczeń, zakładając stałe proporcje pozostałych wymiarów, a mianowicie $a = 0{,}1h$, $b = 0{,}2h$ oraz środowisko ferromagnetyczne $k_{Fe} = 1000\frac{1}{m}$ jak wyżej. Wykresy składowej rzeczywistej i urojonej współczynnika $\underline{M}$ zamieszczone zostały na rys. 5.

Parametrem jest współrzędna $y = 0, \frac{1}{4}h, \frac{1}{2}h, \frac{3}{4}h$. Część rzeczywista Re($\underline{M}$) w przedziale $0 < y < 1/2h$ (krzywe *1*, *2*, *3*) maleje w miarę wzrostu wysokości szyn h przyj-



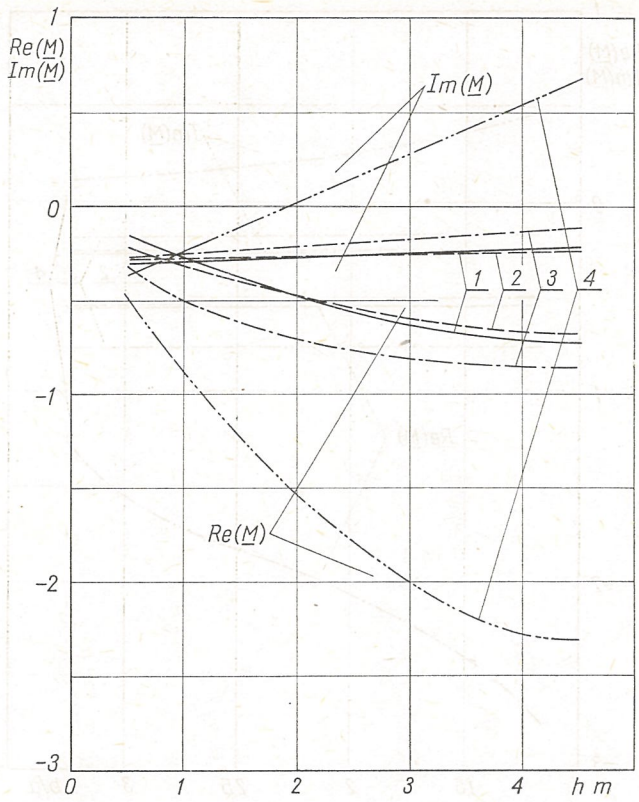
Rys. 5. Zależność składowej rzeczywistej Re($\underline{M}$) i urojonej Im($\underline{M}$) współczynnika $\underline{M}$ od wysokości szyn h przy następujących założeniach: $k = 1000\frac{1}{\text{m}}$, $a = 0{,}1\ h$, $b = 0{,}2\ h$

$1 - y = 0$, $2 - y = \frac{1}{4}h$, $3 - y = \frac{1}{2}h$, $4 - y = \frac{3}{4}h$

mując wartości ujemne, nie mniejsze jednakże od -1. Część urojona Im($\underline{M}$) jest również ujemna, przy czym wykazuje ona wzrost wartości przy zwiększaniu wysokości h. Dla współrzędnej $y = \frac{3}{4}h$ część rzeczywista przyjmuje wartość około -2, natomiast część urojona rośnie od wartości ujemnej, przyjmując dla większych h wartości dodatnie.

Podobne obliczenia w funkcji wysokości szyn, jednakże w założeniu niezmiennych odległości szyn od ekranu: $a = 0{,}3$ m, $b = 0{,}6$ m, przedstawione zostały w postaci wykresów na rys. 6. O ile w przedziale $0 < y < \frac{h}{2}$ przebieg Re($\underline{M}$) i Im($\underline{M}$) jest podobny jak na rys. 5, o tyle dla współrzędnej $y = \frac{3}{4}h$ różnica jest zasadnicza. Część rzeczywista Re($\underline{M}$) maleje intensywnie przy zwiększaniu wysokości h, zaś część urojona Im($\underline{M}$) wzrasta prostoliniowo.

Jak wynika z przedstawionych przykładów obliczeniowych bezwzględna wysokość h rozważanego układu przewodów odgrywa istotną rolę i utrudnia ustalenie w sposób ogólny ewentualnych zastępczych współczynników odbicia, jednakowo słusznych dla



Rys. 6. Zależność składowej rzeczywistej Re($\underline{M}$) i urojonej Im($\underline{M}$) współczynnika $\underline{M}$ od wysokości szyn h przy następujących założeniach: $k = 1000\frac{1}{\text{m}}$, $a = 0{,}3$ m, $b = 0{,}6$ m

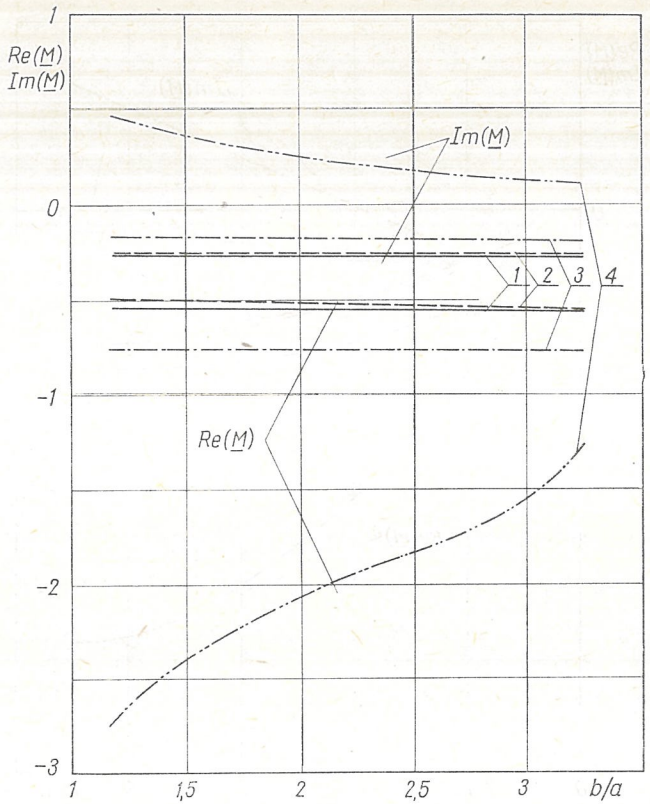
$1 - y = 0$, $2 - y = \frac{1}{4}h$, $3 - y = \frac{1}{2}h$, $4 - y = \frac{3}{4}h$

różnych wysokości przewodów. Rozpatrywany w pracy typowy układ rozproszeniowy można analizować w zależności od przyjętych proporcji układu. Jeśli przyjąć, że wysokość szyn jest stała, można sprawdzić w jakim stopniu współczynniki odbicia $\underline{M}$ zależeć będą od wzajemnej odległości pomiędzy szynami.

W przykładzie obliczeniowym przyjęto: $h = 3$ m, $a = 0{,}3$ m, $k_{\text{Fe}} = 1000\frac{1}{\text{m}}$.

Jak wynika z przebiegu krzywych *1*, *2*, *3* na rys. 7 wyznaczonych dla wysokości leżących w obrębie środka i krawędzi uzwojenia, zarówno składowa rzeczywista jak i urojona $\underline{M}$ są praktycznie niezależne od stosunku b/a decydującego o stopniu rozproszenia. Krzywe *4* wykreślone dla $y = \frac{3}{4}h$ wykazują dużą zmienność zespolonego współczynnika $\underline{M}$ od przyjętej w tym wariancie obliczeniowym zmiennej niezależnej b/a.

Podobne przebiegi uzyskuje się przymując, że wysokość uzwojeń oraz odległość pomiędzy szynami $b-a$ jest stała, natomiast odległość szyn od ekranu a ulega zmianie. W tym celu dokonano obliczeń zakładając następujące dane: $h = 3$ m, $b-a = 0{,}3$ m.



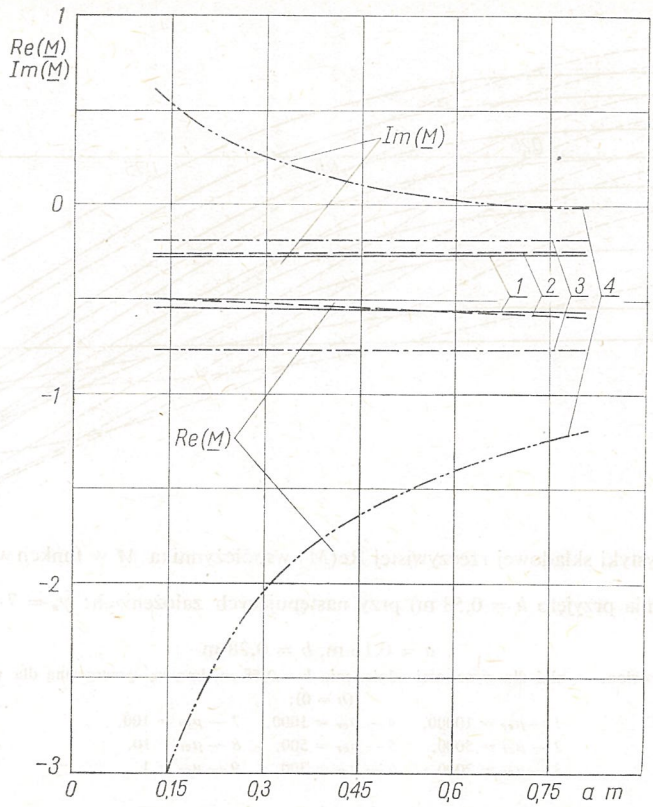
Rys. 7. Zależność składowej rzeczywistej Re($\underline{M}$) i urojonej Im($\underline{M}$) od wzajemnego stosunku odległości od ekranu przy następujących założeniach: $k = 1000\frac{1}{\mathrm{m}}$, $a = 0{,}3$ m, $h = 3$ m

$1 - y = 0$, $2 - y = \frac{1}{4}h$, $3 - y = \frac{1}{2}h$, $4 - y = \frac{3}{4}h$

Rzeczywiste i urojone składowe współczynnika $\underline{M}$ wykreślono w funkcji odległości a przedstawiając wyniki na rys. 8. Również i w tym przypadku można stwierdzić, że dla współrzędnych y obejmujących wysokość uzwojenia współczynnik $\underline{M}$ nie zależy praktycznie od odległości szyn od ekranu. Zależność ta jest odczuwalna, jeśli współrzędne y przybierają wartości większe od $\frac{3}{4}h$ (krzywe *4* na rys. 8).

Pozostaje do rozważenia zależność współczynnika $\underline{M}$ od współrzędnej bieżącej y. Zagadnieniu temu poświęcimy więcej miejsca, łącznie z badaniami doświadczalnymi na modelu. W tym celu przyjmujemy następujące dane wyjściowe, odpowiadające wymiarom posiadanego modelu: $a = 0{,}16$ m, $b = 0{,}28$ m. Przyjęto, że $f = 50$ Hz oraz $\gamma_e = 7 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$. Obliczenia przeprowadzono w dwóch wariantach: dla przewodów punktowych $h = 0$ oraz dla szyn o wysokości $h = 0{,}58$ m. Parametrem jest względna przenikalność magnetyczna ekranu μ_{er}.

Wartości rzeczywiste Re($\underline{M}$) przedstawiono na rys. 9, natomiast urojone Im($\underline{M}$) na rys. 10.



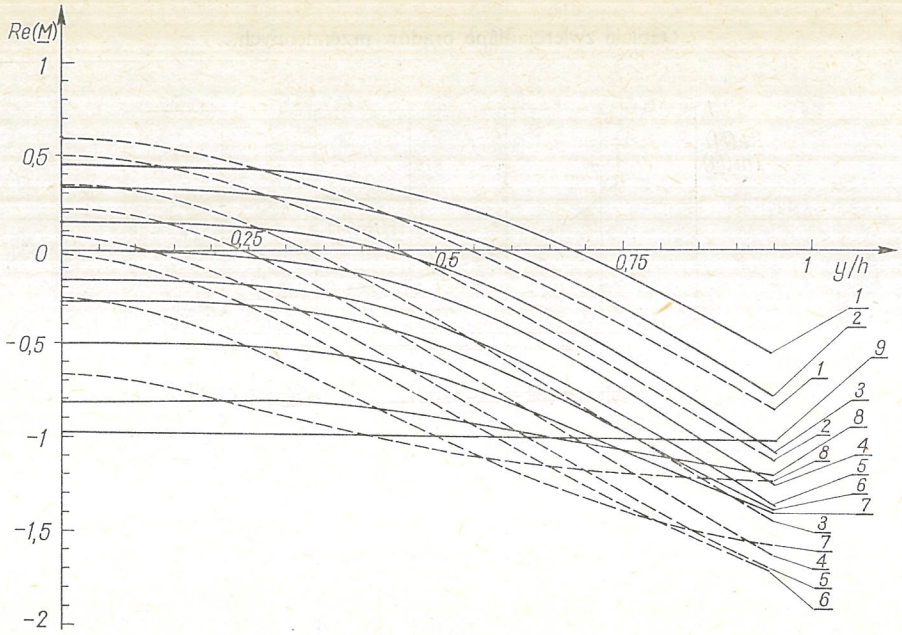
Rys. 8. Zależność składowej rzeczywistej Re($\underline{M}$) i urojonej Im($\underline{M}$) współczynnika $\underline{M}$ od parametru a, przy następujących założeniach: $k = 1000\frac{1}{\text{m}}$, $(b-a) = 0{,}3$ m = const, $h = 3$ m

$1 - y = 0$, $2 - y = \frac{1}{4}h$, $3 - y = \frac{1}{2}h$, $4 - y = \frac{3}{4}h$

Krzywa *9* na rys. 9 odnosi się do materiałów niemagnetycznych, krzywe *4* i *5* mogą służyć jako krzywe odniesienia dla przeciętnych materiałów ferromagnetycznych masywnych, stanowiących ekrany.

Zmienność składowych współczynnika $\underline{M}$ względem y w przypadku przewodów punktowych jest większa, niż dla układu szyn wiodących prąd. Z przedstawionych krzywych wynika, że dla przewodów szynowych lub punktowych ekranowanych materiałem niemagnetycznym współczynnik $\underline{M}$ przyjmuje wartość rzeczywistą równą praktycznie -1 niezależnie od współrzędnej y. Dla ekranu ferromagnetycznego i przewodów punktowych trudno mówić o stałości zespolonego współczynnika $\underline{M}$ w funkcji y. W przypadku rozpatrywanych przewodów szynowych o stałości tej można mówić jedynie w przedziale $y = 0 \div \frac{1}{4}h$, w którym zarówno Re($\underline{M}$) jak i Im($\underline{M}$) wykazują praktycznie stałą wartość.

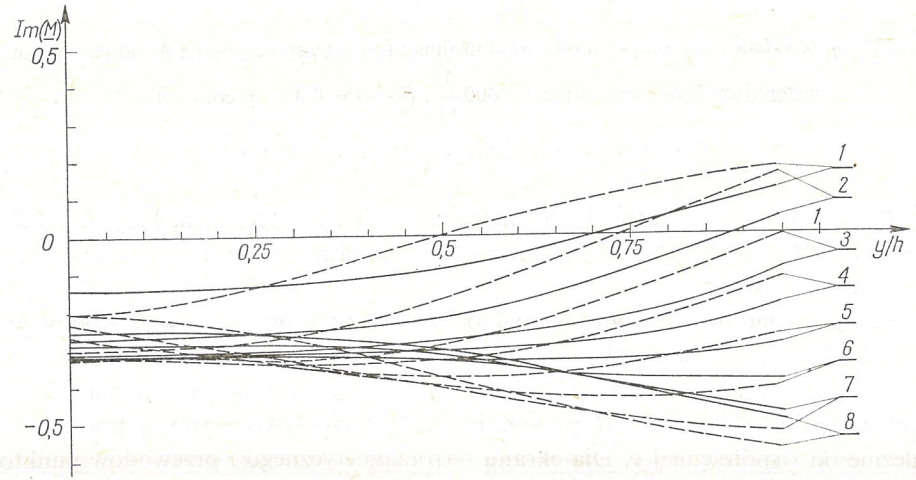
Przyjęcie jednego współczynnika $\underline{M}$ w dużym przedziale zmienności y, aczkolwiek możliwe, jest utrudnione ze względu na brak kryterium jego uśrednienia (uśrednienie powinno obejmować zarówno Re($\underline{M}$) jak i Im($\underline{M}$)).



Rys. 9. Charakterystyki składowej rzeczywistej Re($\underline{M}$) współczynnika $\underline{M}$ w funkcji współrzędnej y (jako wysokość odniesienia przyjęto $h = 0{,}58$ m) przy następujących założeniach: $\gamma_e = 7 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$, $f = 50$ Hz, $a = 0{,}16$ m, $b = 0{,}28$ m

Krzywą ciągłą przedstawiono wyniki dla wysokości odniesienia $h = 0{,}58$ m, krzywą przerywaną dla przewodów punktowych ($h = 0$);

1 — $\mu_{er} = 10000$, *4* — $\mu_{er} = 1000$, *7* — $\mu_{er} = 100$,
2 — $\mu_{er} = 5000$, *5* — $\mu_{er} = 500$, *8* — $\mu_{er} = 10$,
3 — $\mu_{er} = 2000$, *6* — $\mu_{er} = 300$, *9* — $\mu_{er} = 1$



Rys. 10. Charakterystyki składowej urojonej Im($\underline{M}$) współczynnika $\underline{M}$ w funkcji współrzędnej y (jako wysokość odniesienia przyjęto $h = 0{,}58$ m) przy następujących założeniach: $\gamma_e = 7 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$, $f = 50$ Hz, $a = 0{,}16$ m, $b = 0{,}28$ m

Krzywą ciągłą przedstawiono wyniki dla wysokości odniesienia $h = 0{,}58$ m, krzywą przerywaną dla przewodów punktowych ($h = 0$):

1 — $\mu_{er} = 10000$, *4* — $\mu_{er} = 1000$, *7* — $\mu_{er} = 100$,
2 — $\mu_{er} = 5000$, *5* — $\mu_{er} = 500$, *8* — $\mu_{er} = 10$
3 — $\mu_{er} = 2000$, *6* — $\mu_{er} = 300$,
Uwaga: dla $\mu_{er} = 1$ Im($\underline{M}$) = 0

4. WSPÓŁCZYNNIKI ODBICIA W KIERUNKU NORMALNYM I STYCZNYM POLA MAGNETYCZNEGO

Zespolone współczynniki odbicia prądów zdefiniowane wzorami (12), (13) wynikającymi z metody potencjału wektorowego nie były dotychczas stosowane w praktyce obliczeń konstrukcyjnych. Ze względu na swoją skomplikowaną postać oraz zależność od współrzędnych układu nie nadają się do bezpośredniego wykorzystania w klasycznej metodzie odbić zwierciadlanych.

Na użytek klasycznej metody odbić zwierciadlanych wprowadzono pojęcie zastępczych współczynników odbicia prądu w kierunku stycznym i normalnym pola magnetycznego na powierzchni ekranu. Zakłada się, że składowa normalna pola magnetycznego jest wytworzona przez układ prądów $+I_m$ i $-I_m$ odbitych ze współczynnikiem M_n

$$B_n = (1+M_n)\frac{I_m\mu_o}{4\pi h}\ln\left[\frac{(b+x)^2+\left(y-\frac{h}{2}\right)^2}{(a+x)^2+\left(y-\frac{h}{2}\right)^2}\cdot\frac{(a+x)^2+\left(y+\frac{h}{2}\right)^2}{(b+x)^2+\left(y+\frac{h}{2}\right)^2}\right]. \tag{25}$$

Analogicznie składowa styczna pola jest wytworzona przez prądy odbite ze współczynnikiem M_{st}

$$B_{st} = (1-M_{st})\frac{I_m\mu_o}{4\pi h}\left[\operatorname{arctg}\frac{y+\frac{h}{2}}{b+x}-\operatorname{arctg}\frac{y+\frac{h}{2}}{a+x}+\right.$$
$$\left.+\operatorname{arctg}\frac{y-\frac{h}{2}}{a+x}-\operatorname{arctg}\frac{y-\frac{h}{2}}{b+x}\right]. \tag{26}$$

Tak określone współczynniki są zgodne z dotychczas stosowanymi w metodzie odbić przystosowanej do pól przemiennych. Współczynniki te można scharakteryzować następująco:

— współczynniki M_n i M_{st} są wielkościami stałymi i nie zależą od współrzędnych układu,
— są one rzeczywiste, tzn. nie uwzględniają przesunięcia fazowego prądów odbitych względem wymuszających.

Współczynniki te określano na podstawie badań doświadczalnych na modelach bądź na obiektach rzeczywistych, wychodząc z pomierzonych rozkładów indukcji stycznej i normalnej. Z pomiarów tych wynikało, że wykazują one również zależność od współrzędnej y, lecz dają się uśrednić według kryterium założonej zgodności pomierzonych i obliczonych wartości indukcji.

Istnieje możliwość analitycznego określenia wyżej zdefiniowanych zastępczych współczynników M_n i M_{st} metodą potencjału wektorowego przystosowaną do obliczeń układów ekranowanych jednostronnie masywnym ferromagnetykiem.

W pracy [13] zaproponowano sposób uwzględnienia nieliniowości środowiska ekranu poprzez dobór reprezentatywnej przenikalności magnetycznej materiału, umożliwiającej wykorzystanie do obliczeń pola elektromagnetycznego metody potencjału wektorowego.

Sprawdzenie doświadczalne potwierdziło przydatność metody do obliczeń praktycznych układów zaekranowanych, przy czym rozbieżności pomiędzy obliczonymi i pomierzonymi wartościami indukcji i strumienia magnetycznego w ekranie nie przekraczają 10%.

Pamiętając, że

$$B_n = \frac{\partial A_z}{\partial y}, \tag{27}$$

$$B_{st} = -\frac{\partial A_z}{\partial x}, \tag{28}$$

otrzymuje się następujące zależności wynikające z metody potencjału wektorowego (biorąc moduł wyrażenia zespolonego)

$$|B_n(y)|_{x=0} = \left| -\frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{\lambda(e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda})}{\mu_{er}\lambda + \sqrt{\lambda^2+\alpha^2}} \sin[\lambda(y+l)]\,d\lambda \right\} dl \right|, \tag{29}$$

$$|B_{st}(y)|_{x=0} = \left| \frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[\frac{a}{a^2+(y+l)^2} - \frac{b}{b^2+(y+l)^2} \right] dl - \right.$$

$$\left. + \frac{I_m}{h}\frac{\mu_o}{\pi}\mu_{er} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{\lambda(e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda})}{\mu_{er}\lambda + \sqrt{\lambda^2+\alpha^2}} \cos[\lambda(y+l)]\,d\lambda \right\} dl \right|. \tag{30}$$

Z porównania wzorów (25), (26), (29) i (30) otrzymuje się wyrażenia na zastępcze współczynniki odbicia prądu w kierunku stycznym i normalnym wyznaczone analitycznie:

$$M_n = -1 + \frac{4\mu_{er}\left| \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{\lambda(e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda})}{\mu_{er}\lambda + \sqrt{\lambda^2+\alpha^2}} \sin[\lambda(y+l)]\,d\lambda \right\} dl \right|}{\left| \ln\left[\frac{b^2+\left(y-\frac{h}{2}\right)^2}{a^2+\left(y-\frac{h}{2}\right)^2} \cdot \frac{a^2+\left(y+\frac{h}{2}\right)^2}{b^2+\left(y+\frac{h}{2}\right)^2} \right] \right|}, \tag{31}$$

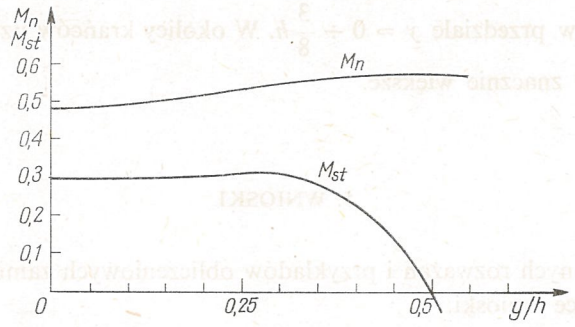
$$M_{st} = 1 -$$

$$+ \frac{\left| 4 \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[\frac{a}{a^2+(y+l)^2} - \frac{b}{b^2+(y+l)^2} \right] dl - 4\mu_{er} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{\lambda(e^{-a\lambda}-e^{-b\lambda})}{\mu_{er}\lambda + \sqrt{\lambda^2+\alpha^2}} \cos[\lambda(y+l)]\,d\lambda \right\} dl \right|}{\left| \operatorname{arctg}\frac{y+\frac{h}{2}}{b} - \operatorname{arctg}\frac{y+\frac{h}{2}}{a} + \operatorname{arctg}\frac{y-\frac{h}{2}}{a} - \operatorname{arctg}\frac{y-\frac{h}{2}}{b} \right|}. \tag{32}$$

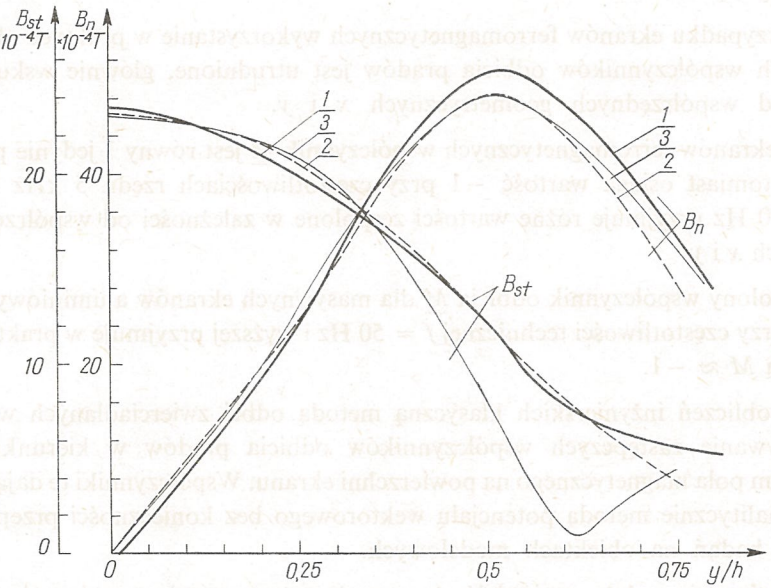
Przykład

Wykorzystując obliczenia i pomiary na modelu zawarte w pracy [13] obliczymy współczynniki M_n i M_{st} zakładając następujące proporcje układu, dane materiałowe oraz częstotliwość f:

$h = 0{,}58$ m, $a = 0{,}16$ m, $b = 0{,}28$ m, $\mu_{er} = 1200$, $\gamma_e = 7 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$, $f = 50$ Hz. Obliczone współczynniki M_n i M_{st} przedstawiono na rys. 11. Zmienność współczynnika dla składowej



Rys. 11. Przebieg wartości współczynników M_n i M_{st} wzdłuż wysokości y, obliczonych dla następujących założeń: $h = 0{,}58$ m, $a = 0{,}16$ m, $b = 0{,}28$ m, $\mu_{er} = 1200$, $\gamma_e = 7 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$, $f = 50$ Hz



Rys. 12. Rozkład amplitud składowej normalnej B_n i stycznej B_{st} indukcji wzdłuż wysokości y na powierzchni ekranu

Dane obliczeniowe: $\gamma_e = 7 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$, $f = 50$ Hz, $h = 0{,}58$ m, $a = 0{,}16$ m, $b = 0{,}28$ m; *1* — rozkład pomierzony na modelu, *2* — rozkład obliczony metodą potencjału wektorowego dla $\mu_{er} = 1200$, *3* — rozkład obliczony przy założeniu uśrednionych wartości współczynników $M_n = 0{,}56$ i $M_{st} = 0{,}3$

normalnej w funkcji y jest stosunkowo niewielka. Współczynnik M_{st} jest praktycznie stały w zakresie $y = 0 \div \frac{3}{8}h$.

Przyjmując następujące uśrednienie współczynników $M_n = 0{,}56$ i $M_{st} = 0{,}3$ obliczamy odpowiednie rozkłady indukcji według wzorów (25) i (26) i porównujemy z wynikami doświadczeń. Jak wynika z rys. 12, dzięki tak określonym współczynnikom otrzymuje się bardzo dobrą zgodność składowej normalnej w zakresie $y = 0 \div \frac{h}{2}$, natomiast składowej stycznej w przedziale $y = 0 \div \frac{3}{8}h$. W okolicy krańców uzwojeń $\left(y \approx \frac{h}{2}\right)$ odstępstwa mogą być znacznie większe.

5. WNIOSKI

Z przeprowadzonych rozważań i przykładów obliczeniowych zamieszczonych w pracy wynikają następujące wnioski.

1. Zespolone współczynniki odbicia prądów w masywnym ekranie jednostronnym wyprowadzone na podstawie metody potencjału wektorowego mają charakter ogólny, gdyż uwzględniają konfigurację geometryczną układu, parametry środowiska ekranu i są funkcją częstotliwości.

2. W przypadku ekranów ferromagnetycznych wykorzystanie w praktyce obliczeniowej zespolonych współczynników odbicia prądów jest utrudnione, głównie wskutek ich zależności od współrzędnych geometrycznych x i y.

3. Dla ekranów ferromagnetycznych współczynnik $\underline{M}$ jest równy 1 jedynie przy prądzie stałym, natomiast osiąga wartość -1 przy częstotliwościach rzędu 5 kHz i wyższych. Przy $f = 50$ Hz przyjmuje różne wartości zespolone w zależności od współrzędnych geometrycznych x i y.

4. Zespolony współczynnik odbicia $\underline{M}$ dla masywnych ekranów aluminiowych lub miedzianych przy częstotliwości technicznej $f = 50$ Hz i wyższej przyjmuje w praktyce wartość rzeczywistą $M \approx -1$.

5. Dla obliczeń inżynierskich klasyczną metodą odbić zwierciadlanych wygodne jest wykorzystywanie zastępczych współczynników odbicia prądów w kierunku stycznym i normalnym pola magnetycznego na powierzchni ekranu. Współczynniki te dają się również określić analitycznie metodą potencjału wektorowego bez konieczności przeprowadzania żmudnych badań na obiektach modelowych.

W zakończeniu należy stwierdzić, że metoda postępowania przedstawiona w pracy, aczkolwiek użyta do analizy stosunkowo prostego układu przewodów z masywnym ekranem jednostronnym, może być zastosowana do przypadków bardziej skomplikowanych uwzględniających skończone wymiary i kształty uzwojeń, ekranowanie dwustronne, ekrany warstwowe itp.

LITERATURA

1. I. S. Gradsztejn, I. M. Ryżik, *Tablicy integralow, summ, riadow i proizwiedenij*, Izdatielstwo Nauka, Moskwa 1971.
2. T. Janowski, J. Turowski, *Kryterium wyboru metody pomiaru strat mocy w kadziach transformatorów*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 16, z. 1, 1970, ss. 205—226.
3. M. Kaźmierski, *Ocena przybliżonych metod analizy pola elektromagnetycznego w transformatorach*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 16, z. 1, 1970, ss. 3—26.
4. E. Kącki, *Równania różniczkowe cząstkowe w elektrotechnice*, WNT, Warszawa 1971.
5. B. Konorski, *Elektrotechnika teoretyczna*, Skrypt PŁ, 1962.
6. M. Krakowski, *Active Power Loss in the Ferromagnetic Medium Due to Currents in a Multiconductor System*, Archiwum Elektrotechniki, t. XIX, z. 1, 1970, ss. 85—105.
7. M. Krakowski, *Distribution of Active Power on Surface of Ferromagnetic Medium Due to Currents in Parallel Conductors*, Archiwum Elektrotechniki, t. XIX, z. 3, 1970, ss. 525—538.
8. M. Štafl, *Electrodynamics of Electrical Machines*, Academia — Praha 1967.
9. J. Turowski, *Elektrodynamika techniczna*, WNT, Warszawa 1968.
10. J. Turowski, J. Pawłowski, J. Pinkiewicz, *Badanie modelowe strat rozproszeniowych w transformatorach*, Zesz. Nauk. Polit. Łódzkiej Elektryka, nr 12/1963, ss. 95—115.
11. J. Turowski, T. Janowski, K. Zakrzewski, *Duży model elektromagnetyczny do badania rozpływu strumienia i strat rozproszeniowych*, KMEL i Tr. PŁ, opracowanie nr 6z/E6/66, 1966.
12. K. Zakrzewski, J. Turowski, *Metody analizy ekranowania magnetycznego kadzi transformatorów*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 18, z. 3, 1972, ss. 575—601.
13. K. Zakrzewski, J. Sykulski, *Pole elektromagnetyczne przewodów równoległych ekranowanych jednostronnie masywnym żelazem*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 23. z. 1, 1977.

K. ZAKRZEWSKI, J. SYKULSKI

IMAGE REFLECTION OF ALTERNATING CURRENTS RESULTING FROM VECTOR POTENTIAL METHOD IN ONE-SIDED CONDUCTANCE SHIELD

Summary

The image reflection coefficients of alternating currents in a one-sided conductance shield are given on the basis of vector-potential method.

The values of coefficients are discussed taking into account the variability of physical shield parameters and configuration of conductor system. The reflection coefficients in the normal and tangential direction are also obtained in the work.

K. ZAKRZEWSKI, J. SYKULSKI

IMAGES SYMÉTRIQUES DES COURANTS ALTERNATIFS DANS LE BLINDAGE CONDUCTIF UNILATÉRAL EN VERTU DE LA MÉTHODE DU POTENTIEL VECTORIEL

Résumé

On a déduit les coefficients des images symétriques des courants alternatifs dans le blindage conductif unilatéral pour un circuit des conducteurs infinis parallèles à l'aide de la méthode du potentiel vectoriel. On a discuté la dépendance de ces coefficients en fonction des paramètres physiques (la fréquence, la perméabilité magnétique μ_e, la conductibilité électrique γ_e du blindage) et de la configuration des conducteurs.

Dans cet article on a décrit aussi les coefficients de courants reéfléchis appelés: normal et tangentiel calculés analytiquement.

K. ZAKRZEWSKI, J. SYKULSKI

SYMMETRISCHE ABBILDUNG VON WECHSELSTRÖMEN IM EINSEITIGEN STROMLEITENDEN SCHIRM, ENTSTANDEN AUF BASIS DER VEKTOR-POTENTIAL-METHODE

Zusammenfassung

Es werden Koeffizienten für eine symmetrische Abbildung von Wechselströmen im einseitigen, stromleitenden Schirm für zwei parallele, unendliche Leitungen von der Vektor-Potential-Methode abgeleitet.

Im weiteren wird die Abhängigkeit dieser Koeffizienten in der Funktion physikalischer Parameter (Frequenz, magnetische Permeabilität μ_e und Leitfähigkeit des Schirmes γ_e) und der Gestaltung von Leitungssystemen besprochen.

In der Arbeit sind auch die sog. Normal- und Tangential-Abbildungskoeffizienten der Ströme auf Grund analytischer Berechnungen angeführt worden.

К. ЗАКШЕВСКИ, Я. СЫКУЛЬСКИ

СИММЕТРИЧНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ ТОКОВ В ОДНОСТОРОННЕМ ПРОВОДЯЩЕМ ЭКРАНЕ ВЫТЕКАЮЩЕЕ ИЗ МЕТОДА ВЕКТОРНОГО ПОТЕНЦИАЛА

Резюме

Определены коэффициенты отображения переменных токов в одностороннем проводящем экране для системы параллельных бесконечных токопроводов при помощи векторного потенциала.

Описана зависимость этих коэффициентов от физических параметров (частота, магнитная проницаемость μ_e, электрическая проводимость γ_e экрана) и геометрической конфигурации системы проводов.

Описаны и приведены аналитические формулы коэффициентов отображения тока в нормальном и тангенциальном направлении, применяемые в практических расчетах методом отображений

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 93 — 103

621.314.572

Synteza logicznych algorytmów sterowania (L.A.S.) falowników napięciowych z modulacją szerokości impulsów

JAN MANITIUS (KRAKÓW), ZBIGNIEW KULSKI (KRAKÓW)

Instytut Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych Akademii Górniczo-Hutniczej

Otrzymano 20.9.1975

W artykule przedstawiono metodę syntezy algorytmów sterowania falowników napięciowych z modulacją szerokości impulsów. Bazą metody jest algorytm sterowania falownika typu $\lambda = \pi$ (przewodzenie jednokrotne) poszerzony o stan beznapięciowy. Proponowana metoda syntezy umożliwia konstrukcję algorytmów sterowania falownika napięciowego, które realizują założony z góry kształt napięcia wyjściowego — niezależny od parametrów obciążenia.

1. WSTĘP

Silnik asynchroniczny jako człon wykonawczy napędu wymaga zastosowania — do zasilania — źródła o regulowanym napięciu i częstotliwości, które powinno zapewniać:
— niezależny kształt napięcia wyjściowego od parametrów obciążenia,
— szeroki przedział zmian napięcia i częstotliwości,
— stabilną regulację prędkości obrotowej silnika w zakresie małych częstotliwości ($1 \div 3$ Hz),
— odpowiedni zestaw harmonicznych napięcia.

Własności falownika — traktowanego jako źródło napięcia — wynikają z zastosowanego algorytmu sterowania elementami (tyrystorami, tranzystorami) jego struktury siłowej.

W pracy przedstawiono metodę syntezy algorytmów sterowania falowników napięciowych z modulacją szerokości impulsów. Podstawą metody jest algorytm sterowania dla falownika z kątem przewodzenia typu $\lambda = \pi$ (przewodzenie jednokrotne) rozszerzony o pojęcie stanu beznapięciowego. Metoda ta pozwala na konstrukcję algorytmu sterowania falownika napięciowego, który realizuje założony z góry kształt napięcia wyjściowego.

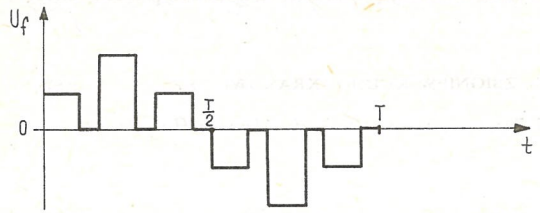
2. SPOSOBY MODULACJI NAPIĘCIA WYJŚCIOWEGO FALOWNIKA

W ogólnym przypadku realizacja modulowanego napięcia wyjściowego falownika może odbywać się dwoma sposobami.

Sposób pierwszy polega na formowaniu napięcia na zaciskach każdej z faz odbiornika metodą pokazaną na rys. 1. Każdy półokres podstawowej harmonicznej fali napięcia fazowego składa się z szeregu impulsów jednej biegunowości, przedzielonych stanami bez-

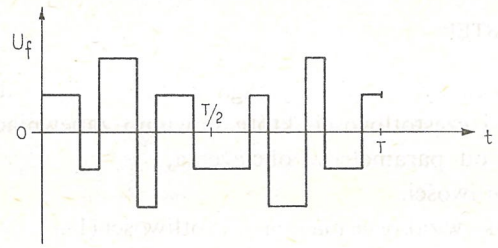
napięciowymi. Odpowiedni kształt napięcia uzyskuje się przez zmianę szerokości i rozmieszczenia stanów beznapięciowych w okresie T.

Sposób drugi polega na wprowadzeniu — za pomocą dodatkowych przełączeń elementów w strukturze — szeregu impulsów znako-przemiennych pokazanych na rys. 2. Żądany kształt napięcia uzyskuje się przez zmianę stosunku szerokości impulsów do-



Rys. 1. Napięcie fazowe odbiornika zrealizowane sposobem pierwszym

datnich i ujemnych. Wymienione wyżej sposoby realizacji modulowanego napięcia wyjściowego mają na celu uzyskanie odpowiedniego zestawu harmonicznych napięcia. Polega to na uzyskaniu możliwie dużej amplitudy podstawowej harmonicznej przy równoczesnej selekcji pozostałych. Zadaniem selekcji jest eliminacja niektórych harmonicznych (np. 3, 5 itp.) oraz zmniejszenie amplitud harmonicznych wysokiego rzędu.



Rys. 2. Napięcie fazowe odbiornika zrealizowane sposobem drugim

Pomijając zagadnienia związane z kryteriami aproksymacji napięcia sinusoidalnego impulsami prostokątnymi, techniczną stroną ich realizacji oraz problemy związane z dodatkowymi stratami w żelazie ΔP_{Fe} silnika asynchronicznego — jako nieistotne z punktu widzenia metody syntezy — w dalszym ciągu zostanie przedstawiony sposób konstrukcji logiki sterowania elementami struktury siłowej falownika.

3. SYNTEZA LOGICZNYCH ALGORYTMÓW STEROWANIA (L.A.S.) FALOWNIKÓW NAPIĘCIOWYCH

3.1. Definicje i założenia

W rozdziale zostanie przedstawiony proponowany zapis algorytmu sterowania falownika, który jest punktem wyjściowym do syntezy.

Pod pojęciem *logiczny algorytm sterowania* (L.A.S.) falownika będziemy rozumieli dyskretną funkcję S o argumentach: 0, 1 — daną w postaci tablicy (macierzy), która razem

ze schematem struktury określa w takcie (przedziale) okresu wyjściowego liczbę elementów sterowanych (tyrystorów, tranzystorów) polaryzowanych dodatnio

$$\mathbf{S} = [a_{i,m}], \tag{1}$$

$$a_{i,m} = \begin{cases} 1 \text{ — obecność polaryzacji dodatniej,} \\ 0 \text{ — brak polaryzacji dodatniej,} \end{cases} \tag{2}$$

gdzie:

i — liczba identyfikacyjna tyrystora, tranzystora układu (fazy): $i = 1, 2, \ldots, 6$,

m — numer taktu względnie przedziału w okresie wyjściowym, $m = 1, 2, \ldots, k$;

k — liczba taktów lub przedziałów.

Polaryzacja dodatnia w przypadku tyrystora oznaczać będzie obecność impulsu bramkowego, a w przypadku tranzystora (np. dla układu rys. 4) spełnienie warunku $U_{BE} > U_{progowe}$. Mówimy wtedy o stanie potencjalnego przewodzenia elementu (stan bezprądowy), w odróżnieniu od stanu przewodzenia (stan prądowy). Przedział, w którym istnieje polaryzacja dodatnia, traktujemy jako przedział lewostronnie domknięty. Przejście elementu ze stanu potencjalnego przewodzenia do stanu przewodzenia odbywa się po spełnieniu warunków:

$$U_{AK}(t) > U_p \tag{3}$$

lub

$$U_{CE}(t) > 0;$$

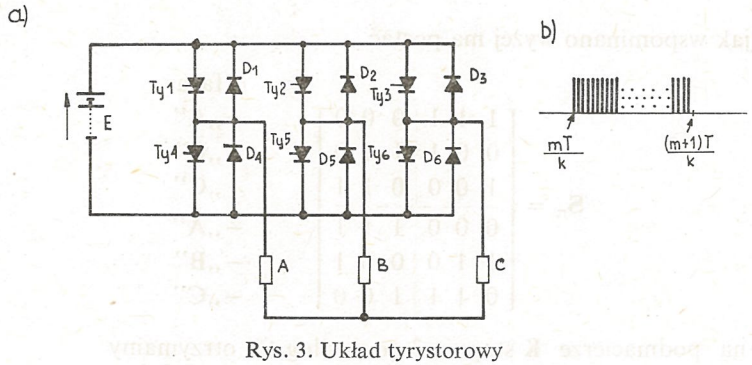
$U_{AK}(t)$ — chwilowa wartość napięcia anoda-katoda,

$U_{CE}(t)$ — chwilowa wartość napięcia kolektor-emiter,

U_p — napięcie przewodzenia tyrystora

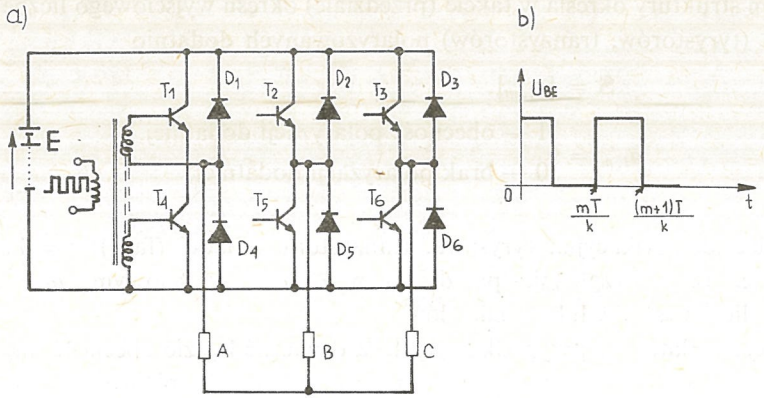
i jest uwarunkowane parametrami obciążenia.

Do dalszych rozważań zostanie przyjęta struktura trójfazowa — mostkowa zrealizowana na tyrystorach lub tranzystorach (rys. 3 oraz 4). Przy tak przyjętych założeniach i określeniach można opisać dowolne logiczne algorytmy sterowania falownika.



Rys. 3. Układ tyrystorowy
a) struktura, b) kształt impulsu polaryzującego

W technice przekształtnikowej praktyczne zastosowanie znajdowały dotąd dwa: z kątem przewodzenia elementów $\lambda = 2\pi/3$ oraz $\lambda = \pi$. Postać funkcji $\mathbf{S}$ dla obu przypadków wyrażają zależności (4). W chwili obecnej są one wypierane przez algorytmy umożliwiające uzyskanie modulowanego kształtu napięcia wyjściowego. Zastosowanie



Rys. 4. Układ tranzystorowy
a) struktura, b) kształt impulsu polaryzującego

ich w systemie: falownik napięcia—silnik asynchroniczny w znacznym stopniu poprawia jego dynamikę

$$\mathbf{S}_{\frac{2\pi}{3}} = \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&1 \\ 0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0 \\ 0&0&1&1&0&0 \\ 0&0&0&0&1&1 \\ 1&1&0&0&0&0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S}_{\pi} = \begin{bmatrix} 1&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&1&1&0 \\ 1&0&0&0&1&1 \\ 0&0&0&1&1&1 \\ 1&1&0&0&0&1 \\ 0&1&1&1&0&0 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

3.2. Własności L.A.S. falownika przy przewodzeniu typu $\lambda = \pi$

Funkcja $\mathbf{S}_{\pi}$ jak wspominano wyżej ma postać

$$\mathbf{S}_{\pi} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1&1&1&0&0&0 \\ 0&0&1&1&1&0 \\ 1&0&0&0&1&1 \\ \hline 0&0&0&1&1&1 \\ 1&1&0&0&0&1 \\ 0&1&1&1&0&0 \end{array}\right] \begin{array}{l} \text{faza} \\ \text{„A”} \\ \text{„B”} \\ \text{„C”} \\ -\text{„A”} \\ -\text{„B”} \\ -\text{„C”} \end{array} \tag{5}$$

Dzieląc ją na podmacierze $\mathbf{K}$ stopnia 3-go według (5) otrzymamy

$$\mathbf{S}_{\pi} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \hline \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{array}\right]. \tag{6}$$

Z zależności (5) oraz (6) wynika

$$\mathbf{K}_{11} = \mathbf{K}_{22}. \tag{7}$$

Jeżeli

$$\mathbf{K}_{11} = [a_{i,m}],$$

gdzie:

$i = 1, 2, 3,$

$m = 1, 2, 3,$

to

$$\mathbf{K}_{12} = \mathbf{K}_{21} = [\bar{a}_{i,m}]. \tag{8}$$

Własności (7), (8) nie dotyczą $\mathbf{S}_{\frac{2\pi}{3}}$.

Własność (7) wynika z symetrycznej pracy grupy katodowej i anodowej, natomiast (8) z warunku bezzwarciowej pracy fazy

$$[a_{i,m}] = [\bar{a}_{i+3,m}] \tag{9}$$

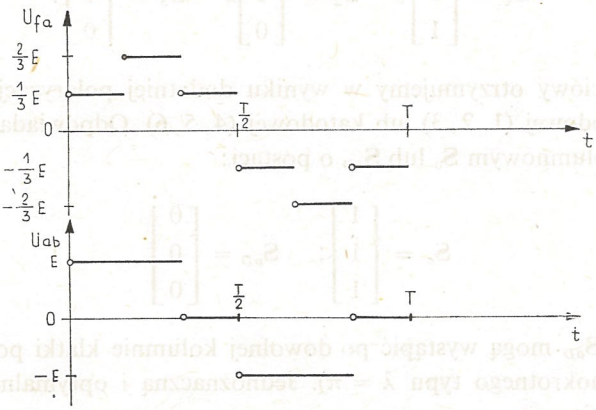
dla

$i = 1, 2, 3,$

$m = 1, 2, \ldots, k.$

Elementy macierzy $\mathbf{K}_{12} = \mathbf{K}_{21}$ są negacją odpowiednich elementów macierzy $\mathbf{K}_{11}$. Macierz $\mathbf{K}_{11}$ o postaci:

$$\mathbf{K}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$



Rys. 5. Napięcie fazowe $U_{fa}(t)$ i międzyprzewodowe $U_{ab}(t)$ odbiornika

będziemy dalej określali mianem *klatki podstawowej* i oznaczali $\mathbf{K}_{\pi}$. Natomiast macierze $\mathbf{K}_{12} = \mathbf{K}_{21}$ o elementach odpowiednio zanegowanych do elementów klatki podstawowej będziemy określali jako *dopełnienie klatki podstawowej* i oznaczali $\mathbf{K}_{\pi}^{D}$. Klatce podstawowej oraz jej dopełnieniu odpowiadają krzywe (kształt) napięć: fazowego i przewodowego, przedstawionych na rys. 5 (krzywe lewostronnie domknięte).

Dla $\mathbf{K}_{\pi}$, $\mathbf{K}_{\pi}^{D}$ zachodzi związek

$$\mathbf{K}_{\pi} + \mathbf{K}_{\pi}^{D} = \mathbf{1}, \tag{11}$$

przy czym

$$\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Na własności (11) opieramy pojęcie wprowadzonego określenia dopełnienie klatki podstawowej.

3.3. Zasady otrzymywania stanu beznapięciowego

W celu uzyskania punktu wyjścia do syntezy dowolnego kształtu napięcia wyjściowego, przy przewodzeniu typu $\lambda = \pi$ (przewodzenie wielokrotne w okresie T), dotychczas wprowadzone pojęcia: klatka podstawowa, dopełnienie klatki podstawowej — rozszerzymy o dwa wektory kolumnowe $\mathbf{S}_o$ oraz $\mathbf{S}_{oD}$ „odpowiedzialne" za stan beznapięciowy.

Klatkę podstawową zapiszemy w postaci 3 wektorów kolumnowych $\mathbf{S}_n$ $(n = 1, 2, 3)$

$$\mathbf{K}_\pi = [\mathbf{S}_1 \ \mathbf{S}_2 \ \mathbf{S}_3], \tag{12}$$

gdzie:

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Stan beznapięciowy otrzymujemy w wyniku dodatniej polaryzacji elementów sterowanych grupy anodowej (1, 2, 3) lub katodowej (4, 5, 6). Odpowiada to w przyjętym zapisie wektorom kolumnowym $\mathbf{S}_o$ lub $\mathbf{S}_{oD}$ o postaci:

$$\mathbf{S}_o = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S}_{oD} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Kolumny $\mathbf{S}_o$ lub $\mathbf{S}_{oD}$ mogą wystąpić po dowolnej kolumnie klatki podstawowej $\mathbf{K}_\pi$ (dla przewodzenia jednokrotnego typu $\lambda = \pi$). Jednoznaczną i optymalną sekwencję zapisu uzyskamy przyjmując:

— po kolumnie zawierającej dwie jedynki ($\mathbf{S}_1$, $\mathbf{S}_3$) stosujemy kolumnę $\mathbf{S}_o$,

— natomiast po kolumnie zawierającej jedną jedynkę ($\mathbf{S}_2$) kolumnę $\mathbf{S}_{oD}$.

Dla kolumn $\mathbf{S}_n$ oraz ich dopełnień $\mathbf{S}_{nD}$ $(n = 0, 1, 2, 3)$ zachodzi

$$\mathbf{S}_n + \mathbf{S}_{nD} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

(patrz kolumny macierzy w wyrażeniu (11)).

3.4. Synteza L.A.S. falownika

Przy wyborze klatki podstawowej istnieje pewna dowolność wynikająca z umownego przyjęcia chwili t_o jako punktu odniesienia napięcia. Z uwagi na to klatkę podstawową wybrano tak, aby odpowiadała ona dodatniej półfali napięcia fazowego fazy A (patrz rys. 5). Należy zaznaczyć, że nie podważa to ogólności rozważań. Syntezy L.A.S. dokonujemy w oparciu o zaprojektowany kształt napięcia fazowego — faza A — tworząc odpowiadającą mu klatkę podstawową $\mathbf{K}_\pi$.

W przypadku dysponowania napięciami międzyprzewodowymi należy przejść na napięcia fazowe według relacji:

$$\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{ab} \\ U_{bc} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Zasady syntezy

1. Obieramy żądany kształt napięcia.
2. Przyjmujemy bazę wyjściową do syntezy w postaci zbioru kolumn $\mathbf{S}_n$; $n = 0, 1, 2, 3$.
3. Dokonujemy podziału okresu wyjściowego T na niezbędną ilość przedziałów lub taktów — k (zależność 2).
4. Wartości napięcia fazowego $\frac{1}{3}E$ odpowiadają kolumny $\mathbf{S}_1$, $\mathbf{S}_3$; napięciu $\frac{2}{3}E$ — kolumna $\mathbf{S}_2$.
5. Ujemnym wartościom napięć $-\frac{1}{3}E$, $-\frac{2}{3}E$ odpowiadają kolumny będące dopełnieniem odpowiednich kolumn: $\mathbf{S}_1$, $\mathbf{S}_2$, $\mathbf{S}_3$, $\mathbf{S}_{1D}$, $\mathbf{S}_{2D}$, $\mathbf{S}_{3D}$.
6. Kolumny $\mathbf{S}_o$, $\mathbf{S}_{oD}$ stosujemy według zasad podanych w rozdz. 3.3.
7. W konstruowanej klatce podstawowej, która odpowiada danemu kształtowi napięcia, kolumny $\mathbf{S}_1$, $\mathbf{S}_2$, $\mathbf{S}_3$ muszą wystąpić co najmniej raz.
8. Funkcję $\mathbf{S}$ tworzymy po określeniu $\mathbf{K}_\pi$ według (15)

$$\mathbf{S} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{K}_\pi & \mathbf{K}_\pi^D \\ \hline \mathbf{K}_\pi^D & \mathbf{K}_\pi \end{array}\right]. \tag{15}$$

4. OGRANICZENIA SYNTEZY

Przedstawiona metoda pozwala na zapis L.A.S. falownika bez ograniczeń (dowolna ilość impulsów w okresie T). Uwzględnienie jednak rzeczywistych własności dynamicznych elementów sterowanych (czas załączania, wyłączania) oraz własności obwodów gaszących — komutacyjnych — ogranicza zbiór możliwych do zrealizowania napięć wyjściowych. Ograniczenia narzucane na L.A.S. zawierają się na obszarze wyznaczonym przez:

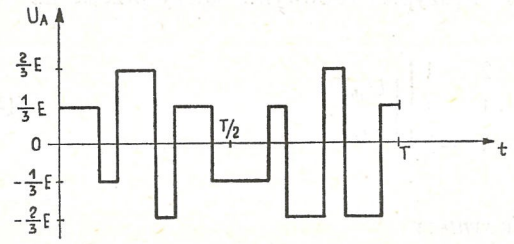
— minimalną szerokość stanu beznapięciowego,
— minimalną szerokość impulsu,
— maksymalną wartość napięcia zasilającego E.

5. PRZYKŁADY SKUTECZNOŚCI SYNTEZY

Poniżej przedstawiono dwa przykłady, które obrazują skuteczność przedstawionej metody.

Przykład 1

Dane jest napięcie fazowe U_A — rys. 6.



Rys. 6. Projektowane napięcie fazowe $U_A(t)$ falownika

Uwaga: Przy syntezie należy pamiętać aby projektowany system napięć wyjściowych był stabilny.

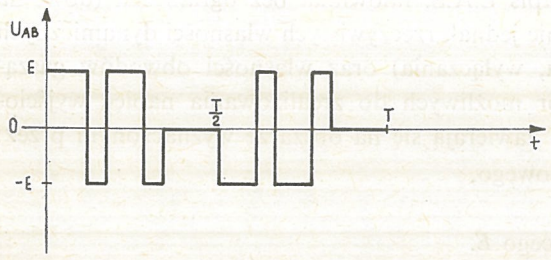
$$\mathbf{S} = \left[\begin{array}{cccccc:cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hdashline 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \overbrace{\qquad\qquad}^{\mathbf{K}_\pi}.$$

Funkcję napięć międzyprzewodowych można otrzymać stosując klatkę podstawową i jej dopełnienie według zależności:

$$\begin{bmatrix} U_{AB(m)} \\ U_{BC(m)} \\ U_{CA(m)} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{K}_\pi \mathbf{K}_\pi^D]; \tag{16}$$

np. $U_{AB(m)}$

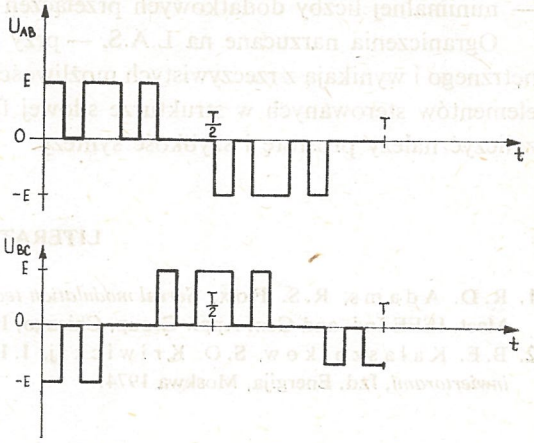
gdzie $U_{AB(m)}$ — wartość napięcia w danym przedziale m (zgodnie z zależnością (1) rozdz. 3).



Rys. 7. Napięcie międzyfazowe $U_{AB}(t)$

Przykład 2

Dane są napięcia międzyprzewodowe, np. U_{AB}, U_{BC} — rys. 8.

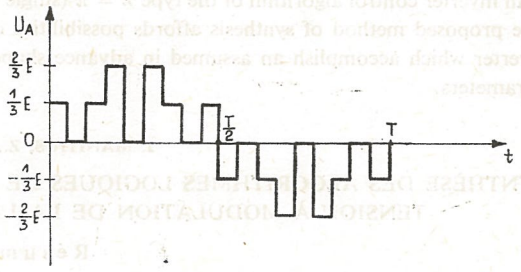


Rys. 8. Założone napięcia międzyprzewodowe $U_{AB}(t)$ oraz $U_{BC}(t)$

Napięcie fazowe U_A po uwzględnieniu zależności (14)

$$U_{A(m)} = \frac{2}{3}U_{AB(m)} + \frac{1}{3}U_{BC(m)}$$

ma postać (rys. 9)



Rys. 9. Projektowane napięcie fazowe $U_A(t)$ falownika

L.A.S. ma postać:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

6. WNIOSKI

Przedstawiona metoda pozwala na konstrukcję i zapis L.A.S. falownika dla dowolnego kształtu napięcia przy przewodzeniu typu $\lambda = \pi$. Pozwala ona na konstrukcję L.A.S. realizującego optymalną regulację napięcia wyjściowego odnośnie:

— pełnej regulacji od zera do wartości maksymalnej,
— maksymalnego stosunku wartości skutecznej 1-szej harmonicznej do skutecznej wartości napięcia wyjściowego.
— minimalnej liczby dodatkowych przełączeń elementów sterowanych.

Ograniczenia narzucane na L.A.S. — przy jego praktycznej realizacji — są typu zewnętrznego i wynikają z rzeczywistych możliwości przełączeniowych (załączanie, wyłączanie) elementów sterowanych w strukturze siłowej falownika. Do zalet proponowanej metody zaliczyć należy prostotę i szybkość syntezy.

LITERATURA

1. R. D. Adams, R. S. Fox, *Serval modulation techniques PWM inverter*, IEEE Conf. Rec. 5th Ann. Meet. IEEE Ind. and Gen. Appl. Group, Chicago, III., 1970, New York.
2. B. E. Kałasznikow, S. O. Kriwickij, I. I. Epsztein, *Sistiemy uprawlenija awtonomnymi inwiertorami*, Izd. Energija, Moskwa 1974.

J. MANITIUS, Z. KULSKI

SYNTHESIS OF LOGICAL ALGORITHMS FOR CONTROL OF TENSION INVERTERS WITH MODULATION OF PULSE LENGTH

Summary

This paper presents an algorithm synthesis method of PWM inverter control. The basis of this method is an inverter control algorithm of the type $\lambda = \pi$ (single conductivity) extended by a tensionless condition. The proposed method of synthesis affords possibilities of designing algorithms for the control of tension inverter which accomplish an assumed in advance shape of the output tension, independent of the load parameters.

J. MANITIUS, Z. KULSKI

SYNTHÈSE DES ALGORITHMES LOGIQUES DE COMMANDE (LAS) DES ONDULEURS DE TENSION À MODULATION DE LA LARGEUR DES IMPULSIONS

Résumé

Dans l'article on a présenté la méthode de synthèse des algorithmes de commande des onduleurs de tension à modulation de la largeur des impulsions. La méthode est basée sur l'algorithme de commande de l'onduleur du type $\lambda = \pi$ (conduction unique) élargi par l'état sans tension. La méthode de synthèse proposée rend possible la construction des algorithmes de commande de l'onduleur de tension réalisant la forme prévue d'avance de la tension de sortie, indépendant des paramètres de la charge.

J. MANITIUS, Z. KULSKI

EINE SYNTHESE LOGISCHER ALGORITHMEN ZUR STEUERUNG VON SPANNUNGSWECHSELRICHTERN MIT EINER MODULATION DER IMPULSBREITE

Zusammenfassung

Im Artikel wurde eine Methode der Algorithmen-Synthese zur Steuerung von Spannungswechselrichtern mit Modulation der Impulsbreite dargestellt. Die Methodenbasis bildet ein Algorithm der Wechselrichter-Steuerung, Typ $\lambda = \pi$ (einmalige Konduktivität), erweitert um den spannungslosen Zustand. Die

vorgeschlagene Methode der Synthese ermöglicht die Konstruktion von Steuerungsalgorithmen eines Spannungswechselrichters, die einen von vornherein angenommenen Verlauf der Ausgangsspannung verwirklichen — unabhängig von den Belastungsparametern.

Я. МАНИТИУС, З. КУЛЬСКИ

СИНТЕЗ ЛОГИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ (L.A.S.) ИНВЕРТОРОБ НАПРЯЖЕНИЯ С Ш.И.М.

Р е з ю м е

В статье представлен метод синтеза алгоритмов управления инверторов напряжения с Ш.И.М. Базой метода является алгоритм управления инвертора типа $\lambda = \pi$ (однократная проводимость) расширенный на нулевое состояние напряжения. Предлагаемый метод синтеза дает возможность конструирования алгоритмов управления инвертора напряжения, которые реализируют предопределенную форму кривой выходного напряжения — независимую от параметров нагрузки.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 105 — 112

621.3.014.33

Obraz pola magnetycznego na zewnątrz przewodu płaskiego z prądem udarowym

ANDRZEJ BUYNO (WARSZAWA)

Instytut Wysokich Napięć Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 25.5.1976

W pracy zastosowano metodę przekształcenia konforemnego zewnętrza prostokąta na zewnętrze koła dla znalezienia obrazu pola magnetycznego w chwili $t = 0_+$ na zewnątrz szyny prostokątnej z prądem udarowym. Wyniki mogą znaleźć praktyczne zastosowanie w metrologii wielkoprądowej oraz konstruowaniu układów generujących strome prądy udarowe.

Badania nad zjawiskiem naskórkowości w przewodach o różnych kształtach przekroju poprzecznego prowadzone były już od początku naszego stulecia. Zainteresowanie badaczy wynikało przede wszystkim z potrzeby rozwiązania zagadnień konstrukcyjnych dotyczących w szczególności projektowania generatorów stromych prądów udarowych, bezpieczników wielkiej mocy, przewodów uziemiających, ekranów urządzeń elektrycznych itp. Większość prac dotyczyła przewodów o kołowym kształcie przekroju poprzecznego powszechnie występujących w obwodach o niezbyt stromych impulsach prądowych [1, 2, 3].

Konieczność stosowania w eksperymentach fizycznych udarów prądowych o nanosekundowych czasach narastania spowodowała postęp w technice wytwarzania impulsów prądowych. Nastąpił wzrost zainteresowań zjawiskami zachodzącymi w układach generujących o małoindukcyjnych, szerokich torach prądowych. Szczególnie interesujące okazały się wyniki prac dotyczących zagadnień rozkładu gęstości prądu w przewodach płaskich podane przez H. Kadena [4], L. Landaua, E. Lifszica [5] oraz P. Zimnego [6]. Pierwszy z nich badając zjawisko wypierania prądu doszedł do wniosku, że przy silnym efekcie naskórkowości linie indukcji pola magnetycznego są styczne do powierzchni przewodnika. Ideę H. Kadena rozwinęli L. Landau i E. Lifszic stwierdzając, że pole magnetyczne wokół nadprzewodnika pokrywa się w przypadku występowania silnego efektu naskórkowości z polem magnetycznym przewodnika. Wnikanie pola magnetycznego do wnętrza przewodnika uzależnione jest od częstotliwości płynącego przez niego prądu. Prostokątny udar prądowy charakteryzuje się w chwili początkowej nieskończenie wielką stromością narastania, a zatem można wówczas traktować przewodnik jako nadprzewodnik. Wektory indukcji pola magnetycznego oraz natężenia pola elektrycznego wewnątrz nadprzewodnika są równe zeru

$$B_1 = 0, \quad E_1 = 0. \tag{1}$$

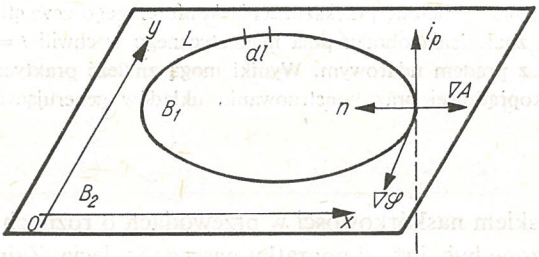
Przy silnym efekcie naskórkowości pole na zewnątrz przewodnika można wyznaczyć jako pole statyczne wokół nadprzewodnika tego samego kształtu [5]. Pole to jest potencjalne, to znaczy istnieje taka funkcja skalarna $\varphi = \varphi(x, y)$, zwana skalarnym potencjałem magnetycznym, że

$$B_2 = -\nabla\varphi. \tag{2}$$

Potencjał φ jest funkcją harmoniczną, to znaczy zachodzi

$$\nabla^2\varphi = 0, \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0. \tag{3}$$

Linie pola magnetycznego przechodzące przez punkt na brzegu obszaru przewodnika, jak wykazał H. Kaden [4], są styczne do powierzchni przewodnika. Stąd składowa normal-



Rys. 1. Gradienty potencjału wektorowego ∇A, skalarnego $\nabla\varphi$ oraz wektor gęstości prądu powierzchniowego i_p w przewodzie o dowolnym kształcie przekroju poprzecznego

na wektora indukcji pola magnetycznego do krzywej L ograniczającej obszar przewodnika jest równa zeru

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{(x,y)\in L} = 0. \tag{4}$$

Korzystając z prawa Ampera można napisać

$$\oint \nabla\varphi dl = -\mu_0 I, \tag{5}$$

gdzie:

I — amplituda prostokątnego udaru prądowego,

dl — wektorowy element krzywej L,

$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{H}{m}$ przenikalność magnetyczna próżni.

Warunki (3), (4), (5) wyznaczają potencjał pola magnetycznego z dokładnością do stałej, a więc jednoznacznie określają zewnętrzne pole B_2.

Wygodniej jest rozpatrywać potencjał pola jako funkcję zmiennej zespolonej $z = x+iy$. Oznaczając przez $A = A(x, y) = A(z)$ funkcję harmoniczną sprzężoną do funkcji $\varphi(z)$ można zapisać

$$\Phi(z) = A(z)+i\varphi(z). \tag{6}$$

Na podstawie równań Cauchy'ego-Riemanna zachodzą zależności

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \qquad \frac{\partial A}{\partial y} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \tag{7}$$

oraz

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} - i\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + i\frac{\partial \varphi}{\partial x}. \tag{8}$$

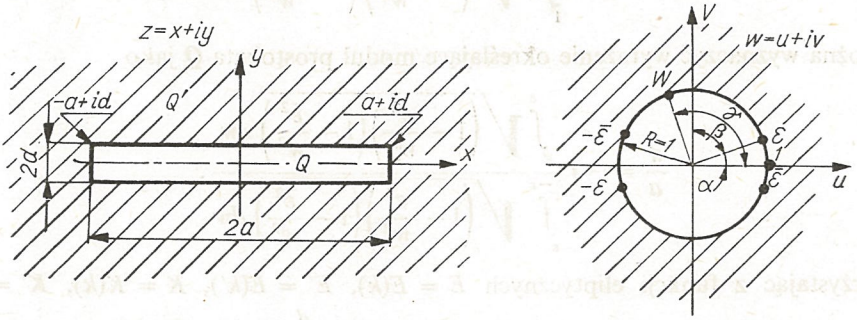
Potencjały zespolone określono na podstawie metody odwzorowań konforemnych przekrojów prostokątnych na kołowe, dla których znane są rozwiązania. Ta nowa aplikacja metody odwzorowań konforemnych jest ciekawa z uwagi na łatwość wyznaczenia rozkładu pola magnetycznego, a co za tym idzie rozkładu gęstości prądu w przewodzie.

Potencjał zespolony dla nieskończenie długiego przewodu o kołowym przekroju poprzecznym leżącego w płaszczyźnie zespolonej $w = u + iv$ ma postać

$$\Phi(w) = \begin{cases} 0 & \text{dla } |w| < R, \\ -\dfrac{\mu_0 I}{2\pi} \ln w & |w| \geqslant R, \end{cases} \tag{9}$$

gdzie R — promień przekroju kołowego.

Linie indukcji magnetycznej są liniami równego potencjału wektorowego. W badanym przypadku równanie linii indukcji magnetycznej jest równaniem okręgu leżącego w płaszczyźnie prostopadłej do osi przewodnika ze środkiem na tej osi. Przy prawidłowym wykreśleniu obrazu pola między dowolną parą sąsiednich linii indukcji powinna być zawarta taka sama część strumienia magnetycznego, to znaczy, że promienie linii indukcji magnetycznej obrazu pola wytwarzanego na zewnątrz przewodnika tworzą postęp geometryczny.



Rys. 2. Odwzorowanie zewnętrza Q' prostokąta Q na płaszczyźnie $z = x+iy$ w zewnętrze koła jednostkowego na płaszczyźnie $w = u+iv$.

Rozważając w płaszczyźnie zespolonej $z = x+iy$ prostokąt Q o bokach $2a$ i $2d$ równoległych odpowiednio do osi x, y i środku w początku układu można stwierdzić, że jeśli funkcja $z = z(w)$ spełnia równanie

$$\frac{dz}{dw} = P\sqrt{\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1 - \frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)} \quad \text{dla } |w| \geqslant 1, \tag{10}$$

gdzie:

P — stała,

$\varepsilon = e^{i\alpha}$,

to funkcja odwrotna $w = w(z)$ spełniająca równanie

$$\frac{dw}{dz} = \frac{1}{P\sqrt{\left(1-\frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}} \tag{11}$$

odwzorowuje konforemnie zewnętrze pewnego prostokąta na zewnętrze koła jednostkowego [7].

Parametry ε i P dobiera się w ten sposób, aby zewnętrze Q' prostokąta Q przechodziło przy odwzorowaniu $w = w(z)$ na zewnętrze koła.

Na podstawie zależności (10) otrzymuje się

$$z(w) = P\int_1^w \sqrt{\left(1-\frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}\,dw + C, \tag{12}$$

przy czym drogę całkowania stanowi dowolna krzywa zawarta w Q' i łącząca punkty 1 i w (rys. 2).

Wierzchołki $a+id$ oraz $-a+id$ prostokąta Q są obrazem odpowiednio punktów ε i $-\bar{\varepsilon}$. Zatem

$$\begin{aligned} a+id &= P\int_1^{\varepsilon} \sqrt{\left(1-\frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}\,dw + C, \\ -a+id &= P\int_1^{-\bar{\varepsilon}} \sqrt{\left(1-\frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}\,dw + C. \end{aligned} \tag{13}$$

Stąd można wyznaczyć wyrażenie określające moduł prostokąta Q jako

$$\frac{d}{a} = -i\,\frac{\int_{\bar{\varepsilon}}^{\varepsilon} \sqrt{\left(1-\frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}\,dw}{\int_{\varepsilon}^{-\bar{\varepsilon}} \sqrt{\left(1-\frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}\,dw}, \tag{14}$$

lub korzystając z funkcji eliptycznych $E = E(k)$, $E' = E(k')$, $K = K(k)$, $K' = K(k')$, których wartości są stabelaryzowane (np. [8]), moduł $\frac{d}{a}$ wyraża się znaną zależnością [9]

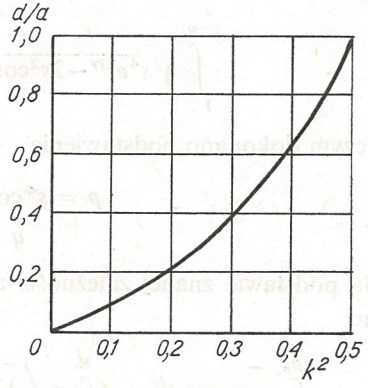
$$\frac{d}{a} = \frac{E-k'^2K}{E'-k^2K'}, \tag{15}$$

którego rozwiązania podano w formie wykresu zamieszczonego na rys. 3. Na tej podstawie z równań (13) można określić stałą P jako

$$P = \frac{d}{2(E-k'^2K)} = \frac{a}{2(E'-k^2K')}. \tag{16}$$

Zatem funkcja $z = z(w)$ określona równaniem (12) przyjmuje postać

$$z(w) = \frac{d}{2(E-k'^2K)} \int_1^w \sqrt{\left(1-\frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}\, dw + C. \tag{17}$$



Rys. 3. Zmienność modułu $\frac{d}{a}$ przekroju prostokątnego przewodu w funkcji k^2

Odwzorowanie $z(w)$ brzegu koła $|w| = 1$ otrzymano w postaci

1° dla $0 \leqslant \gamma \leqslant \alpha$

$$z(e^{i\gamma}) = a + \frac{id}{E-k'^2K}\left[E\left(\arcsin\frac{\sin\gamma}{k}; k\right) - k'^2F\left(\arcsin\frac{\sin\gamma}{k}; k\right)\right]. \tag{18}$$

2° dla $\alpha \leqslant \gamma \leqslant \frac{\pi}{2}$

$$z(e^{i\gamma}) = id + \frac{d}{E-k'^2K}\left[E\left(\arcsin\frac{\cos\gamma}{k'}; k'\right) - k^2F\left(\arcsin\frac{\cos\gamma}{k'}; k'\right)\right].$$

Odwzorowanie okręgów o promieniach $R > 1$ określono przyjmując drogę całkowania wyrażenia (12) najpierw wzdłuż okręgu $R = 1$, a następnie wzdłuż normalnej do okręgu. A zatem dla danego promienia $R_n \geqslant 1$ otrzymuje się

$$z(R_n e^{i\gamma}) = a + \frac{d}{E-k'^2K}\int_1^{e^{i\gamma}} \sqrt{\left(1-\frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}\, dw +$$

$$+ \frac{d}{E-k'^2K}\int_{e^{i\gamma}}^{R_n e^{i\gamma}} \sqrt{\left(1-\frac{\varepsilon^2}{w^2}\right)\left(1-\frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}\, dw. \tag{19}$$

Korzystając z zależności (18) oraz przekształcając drugą część równania przez podstawienie $\varepsilon = e^{i\alpha}$ oraz $w = se^{i\gamma}$ otrzymuje się

$$z(R_n e^{i\gamma}) = a + \frac{id}{E-k'^2K}\left[E\left(\arcsin\frac{\sin\gamma}{k}; k\right) - k'^2F\left(\arcsin\frac{\sin\gamma}{k}k\right)\right] +$$

$$+ \frac{d}{E-k'^2K}\int_1^{R_n} \sqrt{s^4e^{2i\gamma} - 2s^2\cos 2\alpha + e^{-2i\gamma}}\, \frac{ds}{s^2}, \tag{20}$$

gdzie, jak poprzednio, $E\left(\arcsin\frac{\sin\gamma}{k}, k\right)$ i $F\left(\arcsin\frac{\sin\gamma}{k}, k\right)$ całki eliptyczne pierwszego i drugiego rodzaju.

W przedziale zmienności $-\alpha < \gamma < \alpha$ występujące wyrażenie całkowe (20) przyjmie postać

$$\int_1^{R_n} \sqrt{s^4 e^{2i\gamma} - 2s^2\cos 2\alpha + e^{-2i\gamma}}\,\frac{ds}{s^2} = \int_1^{R_n} \sqrt{p+iq}\,\frac{ds}{s^2}, \tag{21}$$

przy czym dokonano podstawienia

$$p = s^4\cos 2\gamma - 2s^2\cos 2\alpha + \cos 2\gamma,$$
$$q = \sin^4 2\gamma - \sin 2\gamma.$$

Na podstawie znanej zależności algebraicznej można wyrażenie (21) przekształcić do postaci

$$\int_1^{R_n} \sqrt{p+iq}\,\frac{ds}{s^2} = \int_1^{R_n} \sqrt{\frac{\sqrt{p^2+q^2}+p}{2}}\,\frac{ds}{s^2} + i\int_1^{R_n} \sqrt{\frac{\sqrt{p^2+q^2}-p}{2}}\,\frac{ds}{s^2}. \tag{22}$$

Dokonując rozdzielenia zmiennej rzeczywistej i zespolonej otrzymuje się wyrażenie określające odwzorowanie konforemne okręgów o promieniach $R_n \geqslant 1$. Z uwagi na występującą symetrię ograniczono się do wyznaczenia zależności w I ćwiartce układu współrzędnych

1° dla $0 \leqslant \gamma \leqslant \alpha$

$$z(R_n e^{i\gamma}) = a + \frac{d}{E-k'^2K}\int_1^{R_n} \sqrt{\frac{\sqrt{p^2+q^2}+p}{2}}\,\frac{ds}{s^2} +$$
$$+ \frac{id}{E-k'^2K}\left[E\left(\arcsin\frac{\sin\gamma}{k}; k\right) - k'^2F\left(\arcsin\frac{\sin\gamma}{k}; k\right) + \right.$$
$$\left. + \int_1^{R_n} \sqrt{\frac{\sqrt{p^2+q^2}-p}{2}}\,\frac{ds}{s^2}\right] \tag{23}$$

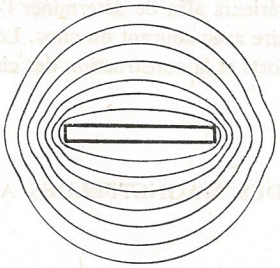
oraz

2° dla $\alpha \leqslant \gamma \leqslant \frac{\pi}{2}$

$$z(R_n, e^{i\gamma}) = \frac{d}{E-k'^2K}\left[E\left(\arcsin\frac{\cos\gamma}{k'}, k'\right) - k^2F\left(\arcsin\frac{\cos\gamma}{k'}, k'\right) + \right.$$
$$\left. + \int_1^{R_n} \sqrt{\frac{\sqrt{p^2+q^2}+p}{2}}\,\frac{ds}{s^2}\right] + i\left[d + \frac{d}{E-k'^2K}\int_1^{R_n} \sqrt{\frac{\sqrt{p^2+q^2}-p}{2}}\,\frac{ds}{s^2}\right]. \tag{24}$$

Obraz pola magnetycznego w chwili $t = 0_+$ na zewnątrz szyny prostokątnej wyznaczony na podstawie zależności (23) i (24) ukazano na rys. 4.

Przedstawiona metoda odwzorowań konforemnych w zasadzie słuszna dla dowolnych przekrojów może być efektywnie stosowana tylko dla specjalnych przekrojów, gdyż wiąże się z efektywną konstrukcją odwzorowania konforemnego. Tablice figur wraz z odpowiednimi wzorami odwzorowującymi podawane są przez wielu autorów (np. [8, 9]). Ciekawy wydaje się fakt, że uzyskane drogą numeryczną linie indukcji magnetycznej nie tworzą



Rys. 4. Obraz pola magnetycznego na zewnątrz przewodu płaskiego z prądem udarowym

krzywych wypukłych. Stanowi to jeszcze jeden argument, że odwzorowane konforemnie figury o skończonych wymiarach mogą ulegać dużym przekształceniom.

Obliczony rozkład pola magnetycznego stanowi punkt wyjścia do wyznaczenia rozkładu gęstości prądu w przewodzie o przekroju prostokątnym. Rozwiązanie powyższego problemu ma aspekty praktyczne szczególnie w metrologii wielkoprądowej oraz konstruowaniu układów generujących strome udary prądowe stosowanych w nowoczesnych eksperymentach fizycznych.

LITERATURA

1. S. Szpor, *Obliczanie przekrojów przewodów na prądy piorunów*, Arch. Elektr., t. 7, z. 2, s. 321, 1958.
2. J. Hryńczuk, *Wpływ naskórkowości udarowej na nagrzewanie przewodów prądem udarowym*, Arch. Elektr., t. 10, z. 1, s. 178, 1961.
3. J.L. Jakubowski, *Metody przybliżone obliczania naskórkowości udarowej*, Arch. Elektr., t. 15, z. 2, s. 203, 1966.
4. H. Kaden, *Wirbelströme-Schirmung in der Nachrichtentechnik*, Springer-Verlag, Berlin 1959.
5. L. Landau, E. Lifszic, *Elektrodynamika ośrodków ciągłych*, PWN, 1960.
6. P. Zimny, *Rozkład gęstości prądu udarowego na przewodach płaskich*, Rozprawy Elektr., t. 16, z. 3. s. 481, 1970.
7. F. Oberhettinger, W. Magnus, *Zastosowanie funkcji eliptycznych w fizyce i technice*, PWN, 1963.
8. N. Achiezer, *Elementy tieorii elipticzeskich funkcji*, GEI, Moskwa 1970.
9. H. Kober, *Dictionary of conformal representations*, Dover publ. inc., USA, 1957.

A. BUYNO

IMAGE OF MAGNETIC FIELD OUTSIDE A FLAT CONDUCTOR WITH SURGE CURRENT

Summary

The paper employs the method of conformal transformation of rectangle exterior in circle exterior in order to find the magnetic field image at moment $t = 0_+$ outside a rectangular rail with surge current. The results obtained can find practical application in high-current metrology and in designing systems generating steep surge currents.

A. BUYNO

IMAGE DU CHAMP MAGNÉTIQUE HORS DU CONDUCTEUR PLAT AVEC COURANT DU CHOC

Résumé

Dans l'étude on s'est servi de la méthode de transformation de l'extérieur conformé du rectangle en cercles extérieurs afin de déterminer l'image du champ magnétique dans le moment $t = 0_+$ hors du rail rectangulaire avec courant du choc. Les résultats peuvent trouver leur application dans la métrologie des courants forts et la construction des circuits générant les courants de choc très inclinés.

A. BUYNO

BILD DES MAGNETFELDES AUßERHALB EINER FLACHLEITUNG MIT STOßSTROM

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Umgestaltungsmethode angewandt, und zwar wurde ein kongesenktes Rechteck extern in ein Kreisextern zwecks Gewinnung eines Magnetfeldbildes im $t = 0_+$ — Moment außerhalb einer recheckigen Schiene mit Stoßstrom umgesetzt. Die Ergebnisse können ihre praktische Anwendung in der Großstrommetrologie sowie beim Konstruieren von Generierungsystemen für steilen Stoßstrom finden.

А. БУЙНО

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СНАРУЖИ ПЛОСКОГО ПРОВОДНИКА С УДАРНЫМ ТОКОМ

Резюме

Для определения картины магнитного поля снаружи прямоугольного шинопровода, через который проникает ударный ток в моменте времени $t = 0_+$, в труде применен метод конформного отображения прямоугольника единичной окружностью. Результаты работы могут найти практическое применение в сильнотоковой метрологии и при конструировании генераторов крутых ударов тока.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 113 — 130

621.314.57/58

Analiza układów przekształtnikowych metodami przestrzeni stanów

JERZY WYŻGA (KRAKÓW)

Instytut Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych Akademii Górniczo-Hutniczej

Otrzymano 17.11.1975

Przedstawiona metoda umożliwia dokładną analizę pracy układów przekształtnikowych z uwzględnieniem działania regulatorów, zarówno w stanach ustalonych jak i dynamicznych. W pracy podano zależności opisujące wielofazowe przekształtniki w układzie gwiazdowym, z obciążeniem typu *RL* i *RLE*, z proporcjonalnym lub proporcjonalno-całkującym regulatorem prądu. Po niewielkich modyfikacjach schematów zmiennych stanu metoda umożliwia analizę bardziej skomplikowanych układów zasilanych z przekształtników statycznych.

1. WSTĘP

Ogólnie stosowana do analizy układów przekształtnikowych metoda schematów strukturalnych opiera się na wyznaczaniu transmitacji poszczególnych członów oraz transmitacji całego układu. Metoda ta traktuje przekształtnik jako człon proporcjonalny z opóźnieniem, co wprawdzie znacznie upraszcza analizę i syntezę układów zasilanych z przekształtników, pomija jednak szereg zjawisk zachodzących w przekształtniku oraz nie pozwala na dokładną analizę pracy układu przekształtnikowego w pewnych szczególnych przypadkach, jak np. granica prądów przerywanych i prądów ciągłych, komutacja wielofazowa itp. Synteza regulatorów dla układów przekształtnikowych przeprowadzona z zastosowaniem omawianej metody, mimo że jest skuteczna, nie uwzględnia szeregu zjawisk, jak na przykład przypadkowych przeregulowań związanych z momentem podania sygnału sterującego i innych.

Analiza układów przekształtnikowych metodami przestrzeni stanów pozwala na dokładne rozpatrywanie zjawisk zachodzących w samym przekształtniku i umożliwia precyzyjny dobór regulatorów dla układów zasilanych z przekształtników statycznych.

Sterowany układ przekształtnikowy można traktować jako układ impulsowy o zmiennej szerokości impulsu i zmiennym takcie impulsowania, w którym impulsy są wycinkami napięcia sinusoidalnego. Na skutek zmian struktury układu, wynikających z działania poszczególnych zaworów, parametry procesu są funkcją czasu, zatem mamy do czynienia z przypadkiem procesu niestacjonarnego.

Praca układu przekształtnikowego charakteryzuje się cyklicznie zmieniającą się strukturą bądź to w wyniku oddziaływania sterowania, bądź w wyniku zjawisk zachodzących w samym przekształtniku. Dla każdej z kolejno po sobie następujących struktur można tak dobrać układ zmiennych, że w poszczególnych przedziałach pracy przekształtnika para-

metry układu nie ulegają zmianie. Można zatem cykl pracy przekształtnika rozpatrywać jako szereg procesów stacjonarnych, które opisuje się układem równań różniczkowych zwyczajnych o stałych współczynnikach.

Zmienne charakteryzujące układ dogodnie jest podzielić na zmienne wejściowe m_i, generowane w innym układzie a wpływające na zachowanie się rozpatrywanego obiektu oraz zmienne stanu x_k opisujące dynamiczne właściwości badanego układu. Zbiór zmiennych wejściowych przedstawia się za pomocą wektora wejścia

$$m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_i \end{bmatrix}, \tag{1.1}$$

a zbiór zmiennych stanu za pomocą wektora stanu

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}. \tag{1.2}$$

Równanie stanu opisujące zachowanie się układu w poszczególnych przedziałach pracy przekształtnika przyjmuje postać:

$$\dot{x}(\tau) = A' \cdot x(\tau) + D \cdot m(\tau), \tag{1.3}$$

gdzie:

A' — macierz układu,

D — macierz sterowania,

lub

$$\dot{v}(\tau) = A \cdot v(\tau), \tag{1.4}$$

gdzie:

A — macierz stanu,

$v(\tau)$ — uogólniony wektor stanu

$$v(\tau) = \begin{bmatrix} m(\tau) \\ x(\tau) \end{bmatrix}.$$

Rozwiązanie powyższego równania jest następujące:

$$v(\tau) = \Phi(\tau) \cdot v(0^+), \tag{1.5}$$

gdzie:

$\Phi(\tau)$ — uogólniona macierz tranzycyjna,

$v(0^+)$ — wektor warunków początkowych.

Macierz tranzycyjną $\Phi(\tau)$ można wyznaczyć z macierzy stanu A na podstawie twierdzenia Sylwestra lub bezpośrednio ze schematu zmiennych stanu.

Dla poszczególnych struktur i związanych z nimi rodzajów pracy przekształtnika uogólnione macierze tranzycyjne $\Phi(\tau)$ posiadają różne postacie. W stanie nieustalonym czas t_{nk}, w którym zachowanie się układu jest określone przez macierz tranzycyjną przypisaną danej strukturze, zależy zarówno od sygnału sterującego jak i od właściwości

samego przekształtnika wraz z jego obwodem obciążenia i nie może być z góry wyznaczony. W związku z tym w każdym z wymienionych przedziałów zostanie wprowadzony czas względny t zmieniający się w przedziale od 0 do t_{nk}.

Indeks n oznacza numer kolejnego taktu pracy przekształtnika, a indeks k kolejną strukturę w obrębie danego taktu. Przy powyższych założeniach równanie 1.5 przyjmie postać:

$$v(t) = \Phi_x(t) \cdot v_{nk}(0^+), \tag{1.6}$$

gdzie:

$$t = \tau - \sum_{1}^{n} \sum_{1}^{k} t_{nk}.$$

Wektor warunków początkowych jest ściśle związany z wartościami zmiennych stanu dla końca okresu poprzedniego

$$v_{nk}(0^+) = B \cdot v(t_{nk}). \tag{1.7}$$

Równanie powyższe nosi nazwę równania tranzycji stanu, a macierz tranzycji B można wyznaczyć na podstawie analizy schematu zmiennych stanu danego układu.

W stanie ustalonym pewne struktury układu przekształtnikowego będą się powtarzały cyklicznie w określonej kolejności, a czasy trwania odpowiednich struktur będą sobie równe. Wartości końcowe wektora zmiennych stanu x dla powtarzającego się cyklu struktur są sobie równe. Opierając się na powyższych przesłankach możliwe jest określenie czasu trwania przebiegów opisanych równaniami odpowiadającymi poszczególnym strukturom a także obliczenie warunków początkowych dla różnych rodzajów pracy przekształtnika, jak na przykład przewodzenie jednofazowe, komutacja dwuzaworowa itp.

Przedstawiona metoda umożliwia analizę pracy układów zasilanych z przekształtników statycznych zarówno w stanach przejściowych jak i ustalonych, przy równoczesnym uwzględnieniu działania regulatora i zakłóceń działających na układ. Jedną z ważniejszych zalet tej metody jest rekurencyjny charakter procedury analitycznej umożliwiający łatwe zaprogramowanie zadania dla maszyny matematycznej, a więc szybkie uzyskanie ścisłych rozwiązań.

2. OPIS SYGNAŁÓW WEJŚCIOWYCH METODĄ ZMIENNYCH STANU

Obwód obciążenia w układzie przekształtnikowym jest zasilany napięciem stanowiącym wycinki przebiegu sinusoidalnego. Kształt napięcia zależy od układu sterowania określającego kąt zapłonu α_n dla n-tego taktu pracy przekształtnika oraz od parametrów obwodu obciążenia i właściwości zaworu określających wartość kąta przewodzenia zaworu β_n, to jest kąta, dla którego prąd zaworu jest większy od wartości prądu podtrzymania.

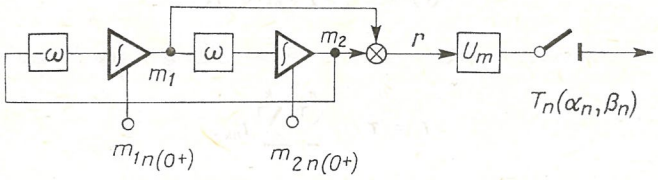
W omawianej metodzie napięcie zasilające przekształtnik traktuje się jako sygnał wejściowy, a schemat zmiennych stanu dla napięcia o opisanym kształcie przedstawia rys. 2.1.

Na podstawie powyższego schematu równanie określające wartość wektora wejścia można zapisać w postaci:

$$\begin{bmatrix} m_{1n} \\ m_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\omega t & 0 \\ 0 & \cos\omega t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{1n}(0^+) \\ m_{2n}(0^+) \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

lub:

$$m_n = \Phi_n(t) \cdot m_n(0^+). \tag{2.2}$$



Rys. 2.1. Schemat zmiennych stanu dla napięć zasilających przekształtnik

Sygnał wejściowy r będący sumą zmiennych wejściowych m_1 i m_2 wyraża się zależnością:

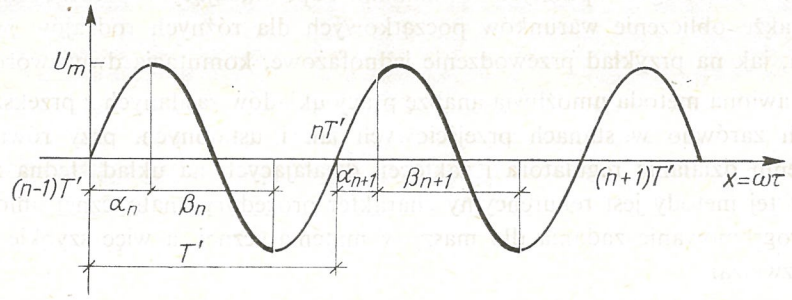
$$r_n = \sin\omega t \cdot m_{1n}(0^+) + \cos\omega t \cdot m_{2n}(0^+). \tag{2.3}$$

Jeżeli warunki początkowe wynoszą:

$$m_{1n}(0^+) = \cos\alpha_n,$$
$$m_{2n}(0^+) = \sin\alpha_n,$$

to r_n jest równe:

$$r_n = \sin(\omega t + \alpha_n). \tag{2.4}$$



Rys. 2.2. Napięcie fazy przekształtnika

Działanie sterowanego zaworu symuluje łącznik Ł załączający się dla n-tego taktu pracy przekształtnika przy kącie α_n, a wyłączający przy kącie β_n. Zatem napięcie zasilające obwód obciążenia ma postać przedstawioną na rys. 2.2 i wynosi dla:

$$\begin{aligned} &(n-1)T' < x < \alpha_n && U_t = 0, \\ &(n-1)T' + \alpha_n < x < (n-1)T' + \alpha_n + \beta_n && U_t = U_m \cdot \sin(\omega t + \alpha_n), \\ &(n-1)T' + \alpha_n + \beta_n < x < nT' + \alpha_{n+1} && U_t = 0, \end{aligned} \tag{2.5}$$

gdzie:

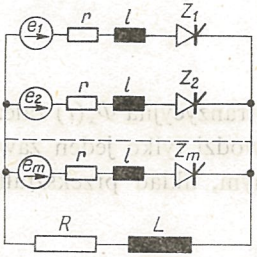
T' — takt przekształtnika wyrażony w radianach,

U_m — szczytowa wartość napięcia zasilającego.

3. PRZEKSZTAŁTNIK WIELOFAZOWY Z OBCIĄŻENIEM TYPU *RL*

Rozpatrzmy przekształtnik wielofazowy obciążony impedancją typu *RL*, uwzględniając równocześnie impedancję transformatora lub sieci zasilającej.

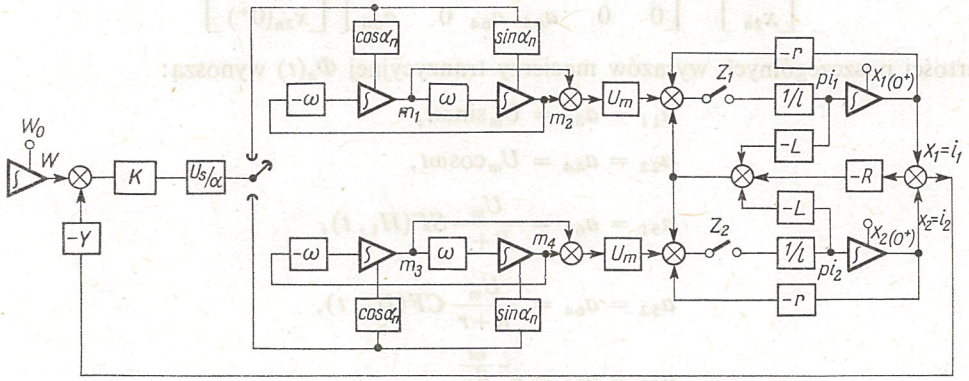
Schemat ideowy omawianego układu przekształtnikowego przedstawia rysunek 3.1.



Rys. 3.1. Schemat ideowy przekształtnika wielofazowego

r — rezystancja układu zasilania, l — indukcyjność układu zasilania, R — rezystancja obciążenia, L — indukcyjność obciążenia, $z_1 - z_m$ półprzewodnikowe zawory sterowane, $e_1 - e_m$ — napięcie zasilające

W układzie przedstawionym powyżej zawory przewodzą kolejno od z_1 do z_m. Schemat zmiennych stanu może jednak zawierać tylko dwa zawory sterowane z_1 i z_2 załączające się na przemian z taktem $T' = 2\pi/m$ (rys. 3.2). Zawór z_1 będzie pracował w taktach niepa-



Rys. 3.2. Schemat zmiennych stanu dla przekształtnika wielofazowego z obciążeniem *RL* i proporcjonalnym regulatorem prądu

rzystych, a zawór z_2 w taktach parzystych. Każdy zawór przewodzi w przedziale β_n/ω, w którym jego prąd jest większy od wartości prądu podtrzymania.

Jeżeli

$$\alpha_n + \beta_n \leqslant T' + \alpha_{n+1}, \tag{3.1}$$

to przekształtnik pracuje w zakresie prądów przerywanych, a więc przewodzi tylko jeden zawór lub w ogóle prąd nie płynie. Dla

$$\alpha_n + \beta_n > T' + \alpha_{n+1} \tag{3.2}$$

mamy do czynienia z ciągłym prądem obciążenia, a praca przekształtnika charakteryzuje się okresem komutacji, w czasie którego przewodzą równocześnie co najmniej dwa zawory.

Stosując dla opisu zjawisk zachodzących w omawianym układzie metodę zmiennych stanu, wyrażenie określające wartość uogólnionego wektora stanu można zapisać w postaci:

$$v_n(t) = \Phi_x(t) \cdot v_n(0^+).$$

Uogólniony wektor stanu $v_n(t)$ zawiera zmienne wejścia i zmienne stanu

$$v_n(t) = \begin{bmatrix} m_n(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \tag{3.3}$$

a macierz tranzycyjna $\Phi_x(t)$ zależy od rodzaju pracy przekształtnika. Dla okresów, w których przewodzi tylko jeden zawór, to znaczy poza obszarami komutacji i przy prądzie przerywanym, układ przekształtnikowy może być opisany równaniami (3.4) lub (3.5)

$$v_n(t) = \Phi_a(t) \cdot v_n(0^+), \tag{3.4}$$

$$\begin{bmatrix} m_{1n} \\ m_{2n} \\ m_{3n} \\ m_{4n} \\ x_{1n} \\ x_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & a_{63} & a_{64} & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{1n}(0^+) \\ m_{2n}(0^+) \\ m_{3n}(0^+) \\ m_{4n}(0^+) \\ x_{1n}(0^+) \\ x_{2n}(0^+) \end{bmatrix}. \tag{3.5}$$

Wartości poszczególnych wyrazów macierzy tranzycyjnej $\Phi_a(t)$ wynoszą:

$$a_{11} = a_{33} = U_m \sin \omega t,$$

$$a_{22} = a_{44} = U_m \cos \omega t,$$

$$a_{51} = a_{63} = \frac{U_m}{R+r} SF(H_1, t),$$

$$a_{52} = a_{64} = \frac{U_m}{R+r} CF(H_1, t),$$

$$a_{55} = a_{66} = e^{-\frac{\omega t}{H_1}},$$

gdzie:

$$H_1 = \frac{\omega}{\Theta_1}, \quad \Theta_1 = \frac{R+r}{L+l},$$

$$SF(H, t) = \frac{\sin(\omega t - \operatorname{arctg} H) + \sin \operatorname{arctg} H \cdot e^{-\frac{\omega t}{H}}}{\sqrt{1+H^2}},$$

$$CF(H, t) = \frac{\cos(\omega t - \operatorname{arctg} H) - \cos \operatorname{arctg} H \cdot e^{-\frac{\omega t}{H}}}{\sqrt{1+H^2}}.$$

Pozostałe wyrazy macierzy tranzycyjnej są równe zeru.

Dla okresów komutacji, w których równocześnie przewodzą dwa zawory, równanie zmiennych stanu przyjmuje postać:

$$v_{nq}(t) = \Phi_b(t) n_{nq}(0^+). \tag{3.6}$$

lub

$$\begin{bmatrix} m_{1nq} \\ m_{2nq} \\ m_{3nq} \\ m_{4nq} \\ x_{1nq} \\ x_{2nq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} & 0 & 0 \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} & b_{56} \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} & b_{64} & b_{65} & b_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{1nq}(0^+) \\ m_{2nq}(0^+) \\ m_{3nq}(0^+) \\ m_{4nq}(0^+) \\ x_{1nq}(0^+) \\ x_{2nq}(0^+) \end{bmatrix}, \tag{3.7}$$

gdzie:

$$b_{11} = b_{33} = U_m \sin \omega t,$$

$$b_{22} = b_{44} = U_m \cos \omega t,$$

$$b_{51} = b_{63} = \frac{U_m}{2}\left[\frac{SF(H_2, t)}{2R+r} + \frac{SF(H_3, t)}{r}\right],$$

$$b_{52} = b_{64} = \frac{U_m}{2}\left[\frac{CF(H_2, t)}{2R+r} + \frac{CF(H_3, t)}{r}\right],$$

$$b_{53} = b_{61} = \frac{U_m}{2}\left[\frac{SF(H_2, t)}{2R+r} - \frac{SF(H_3, t)}{r}\right],$$

$$b_{54} = b_{62} = \frac{U_m}{2}\left[\frac{CF(H_2, t)}{2R+r} - \frac{CF(H_3, t)}{r}\right],$$

$$b_{55} = b_{66} = \frac{1}{2}\left[e^{-\frac{\omega t}{H_2}} + e^{-\frac{\omega t}{H_3}}\right],$$

$$b_{56} = b_{65} = \frac{1}{2}\left[e^{-\frac{\omega t}{H_2}} - e^{-\frac{\omega t}{H_3}}\right],$$

przy czym:

$$H_2 = \frac{\omega}{\Theta_2}, \quad \Theta_2 = \frac{2R+r}{2L+1},$$

$$H_3 = \frac{\omega}{\Theta_3}, \quad \Theta_3 = \frac{r}{l}.$$

Jak wynika ze schematu zmiennych stanu, napięcia wejściowe są sumą m_1+m_2 lub m_3+m_4, a prądy zaworów i_z są równe zmiennym stanu x_1 lub x_2. W oparciu o te wielkości można w prosty sposób obliczyć pozostałe parametry charakteryzujące obwód, jak prąd obciążenia, pochodną prądu czy napięcie odbiornika.

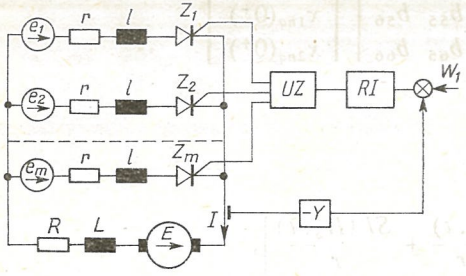
4. PRZEKSZTAŁTNIK WIELOFAZOWY OBCIĄŻONY SILNIKIEM PRĄDU STAŁEGO

Podobnie jak w poprzednim rozdziale, rozpatrzymy prostownik wielofazowy obciążony silnikiem prądu stałego, z uwzględnieniem impedancji obwodu zasilania.

Schemat ideowy układu przedstawia rysunek 4.1.

Założono, że generacja impulsów zapłonowych odbywa się przez porównanie napięcia sterującego z napięciem piłokształtnym. Układ automatycznej regulacji ograniczono do

regulatora prądu, którego parametry zasadniczo wpływają na jakość przebiegów dynamicznych w układach napędowych prądu stałego zasilanych z przekształtników statycznych. Uwzględnienie działania proporcjonalnego regulatora prędkości nie wymaga wprowadzenia dodatkowych zmiennych stanu i dlatego został on pominięty.

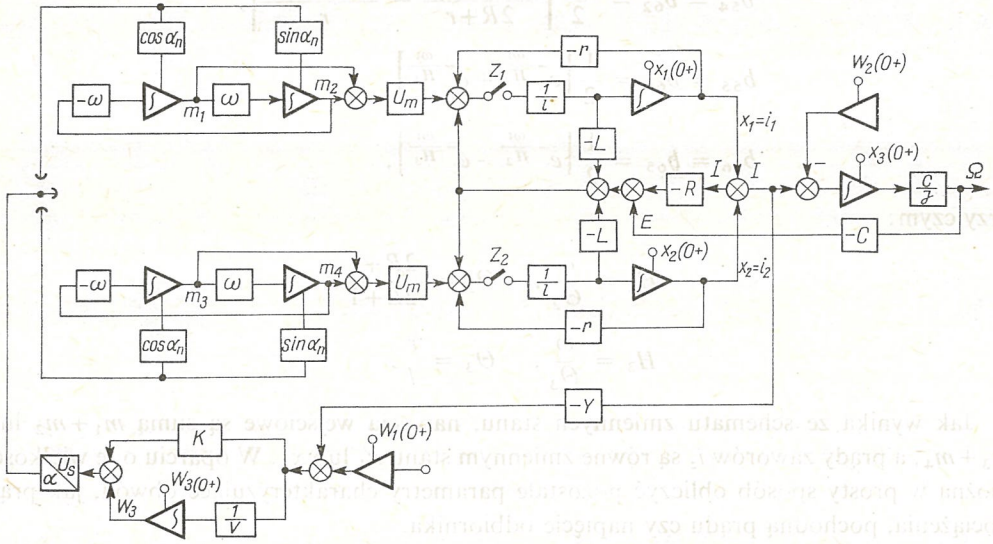


Rys. 4.1. Schemat ideowy przekształtnika wielofazowego z obciążeniem typu *RLE*

r — rezystancja obwodu zasilania, *l* — indukcyjność obwodu zasilania, *R* — rezystancja obwodu głównego, *L* — indukcyjność obwodu głównego, *E* — siła elektromotoryczna silnika, *UZ* — sterownik przekształtnika, *RJ-PI* — regulator prądu silnika, *J* — prąd silnika, *Y* — współczynnik wzmocnienia toru sprzężenia zwrotnego, w_1 — sygnał zadający prąd

Schemat zmiennych stanu omawianego układu przedstawia rysunek 4.2.

Niech układ napędowy posiada moment bezwładności równy *J*, a silnik jest obciążony momentem wywołującym prąd obciążenia $I_m = w_2$. Układ zapłonowy przekształtnika jest sterowany poprzez *PI* regulator prądu, na wejście którego podaje się sygnał zada-



Rys. 4.2. Schemat zmiennych stanu przekształtnika wielofazowego obciążonego silnikiem prądu stałego

jący prąd w_1 i sygnał proporcjonalny do aktualnej wartości prądu silnika, uzyskiwany z przetwornika o współczynniku wzmocnienia — *Y*. Pozostałe parametry wynoszą:

Ω_N — znamionowa prędkość kątowa silnika,

c — stała napięciowa silnika,

K — współczynnik wzmocnienia regulatora prądu,

V — czas zdwojenia regulatora prądu.

Dla przekształtnika z obciążeniem typu *RLE* można wyróżnić trzy podstawowe rodzaje pracy, w których:

a) przewodzi tylko jeden zawór, a pozostałe są w stanie zaporowym,
b) przewodzą dwa zawory równocześnie,
c) nie przewodzi żaden z zaworów.

Dla przypadku a) równanie zmiennych stanu układu przyjmie postać:

$$\begin{bmatrix} m_{1n} \\ m_{2n} \\ m_{3n} \\ m_{4n} \\ x_{1n} \\ x_{2n} \\ x_{3n} \\ w_{1n} \\ w_{2n} \\ w_{3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & a_{55} & 0 & a_{57} & 0 & a_{59} & 0 \\ 0 & 0 & a_{63} & a_{64} & 0 & a_{66} & a_{67} & 0 & a_{69} & 0 \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & 0 & a_{79} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{88} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{99} & 0 \\ a_{101} & a_{102} & a_{103} & a_{104} & a_{105} & a_{106} & a_{107} & a_{108} & a_{109} & a_{1010} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{1n}(0^+) \\ m_{2n}(0^+) \\ m_{3n}(0^+) \\ m_{4n}(0^+) \\ x_{1n}(0^+) \\ x_{2n}(0^+) \\ x_{3n}(0^+) \\ w_{1n}(0^+) \\ w_{2n}(0^+) \\ w_{3n}(0^+) \end{bmatrix} . \tag{4.1}$$

Jeżeli $\Theta_1 = \dfrac{R+r}{L+l}$, $\quad B_1 = J\dfrac{R+r}{c^2}$,

$s_1 = -\lambda_{11}$, $\quad s_2 = -\lambda_{12}$ pierwiastki rzeczywiste równania $s^2+s\Theta_1+\dfrac{\Theta_1}{B_1} = 0$,

$$H_{11} = \frac{\omega}{\lambda_{11}}, \quad H_{12} = \frac{\omega}{\lambda_{12}},$$

to poszczególne wyrazy macierzy Φ_a wynoszą:

$$a_{11} = a_{33} = U_m \sin\omega t,$$

$$a_{22} = a_{44} = U_m \cos\omega t,$$

$$a_{51} = a_{63} = \frac{U_m}{R+r}\,\frac{\Theta_1}{\lambda_{11}-\lambda_{12}}\,[SF(H_{11}, t)-SF(H_{12}, t)],$$

$$a_{52} = a_{64} = \frac{U_m}{R+r}\,\frac{\Theta_1}{\lambda_{11}-\lambda_{12}}\,[CF(H_{11}, t)-CF(H_{12}, t)],$$

$$a_{55} = a_{66} = \frac{1}{\lambda_{11}-\lambda_{12}}\,[\lambda_{11}\cdot e^{-\lambda_{11}t}-\lambda_{12}\cdot e^{-\lambda_{12}t}],$$

$$a_{57} = a_{67} = \frac{\lambda_{11}\cdot\lambda_{12}}{\lambda_{11}-\lambda_{12}}\,[e^{-\lambda_{11}t}-e^{-\lambda_{12}t}],$$

$$a_{59} = a_{69} = 1-\frac{1}{\lambda_{11}-\lambda_{12}}\,[\lambda_{11}\cdot e^{-\lambda_{12}t}-\lambda_{12}\cdot e^{-\lambda_{11}t}],$$

$$a_{71} = a_{73} = \frac{U_m}{R+r}\,\frac{\Theta_1}{\lambda_{11}-\lambda_{12}}\left[\frac{SF(H_{12}, t)}{\lambda_{12}}-\frac{SF(H_{11}, t)}{\lambda_{11}}\right],$$

$$a_{72} = a_{74} = \frac{U_m}{R+r}\,\frac{\Theta_1}{\lambda_{11}-\lambda_{12}}\left[\frac{CF(H_{12}, t)}{\lambda_{12}}-\frac{CF(H_{11}, t)}{\lambda_{11}}\right],$$

$$a_{75} = a_{76} = \frac{1}{\lambda_{11} - \lambda_{12}} [e^{-\lambda_{12} t} - e^{-\lambda_{11} t}] = -\frac{a_{57}}{\lambda_{11} \cdot \lambda_{12}},$$

$$a_{77} = \frac{1}{\lambda_{11} - \lambda_{12}} [\lambda_{11} e^{-\lambda_{12} t} - \lambda_{12} e^{-\lambda_{11} t}] = 1 - a_{59},$$

$$a_{79} = \frac{1}{\lambda_{11} - \lambda_{12}} \left[\frac{\lambda_{11}}{\lambda_{12}} e^{-\lambda_{12} t} - \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{11}} e^{-\lambda_{11} t} \right] - \frac{\lambda_{11} + \lambda_{12}}{\lambda_{11} \cdot \lambda_{12}},$$

$$a_{88} = a_{99} = a_{1010} = 1,$$

$$a_{101} = a_{103} = -\frac{Y}{V} a_{71},$$

$$a_{102} = a_{104} = -\frac{Y}{V} a_{72},$$

$$a_{105} = a_{106} = -\frac{Y}{V} a_{73}$$

$$a_{107} = \frac{Y}{V} \cdot a_{59},$$

$$a_{108} = \frac{t}{V},$$

$$a_{109} = -\frac{Y}{V} (t + a_{79}).$$

Pozostałe wyrazy macierzy są równe zeru.

Gdy równanie $s^2 + a\Theta_1 + \frac{\Theta_1}{B_1} = 0$ ma pierwiastki zespolone $s_{11} = -g_1 - jd_1$, $s_{12} = -g_1 + jd_1$, wyrażenia określające wyrazy macierzy mają postać:

$$a_{51} = a_{63} = \frac{U_m}{R+r} \frac{\Theta_1 \omega}{2 g_1 d_1} [SF2(g_1, d_1, t) - SF1(g_1, d_1, t)],$$

$$a_{52} = a_{64} = \frac{U_m}{R+r} \frac{\Theta_1 \omega}{2 g_1 d_1} \left[2 \frac{g_1}{\omega} e^{-g_1 t} \cdot \sin d_1 t + CF2(g_1, d_1, t) - CF1(g_1, d_1, t) \right],$$

$$a_{55} = a_{66} = e^{-g_1 t} \left[\cos d_1 t - \frac{g_1}{d_1} \sin d_1 t \right],$$

$$a_{57} = a_{67} = -\frac{g_1^2 + d_1^2}{d_1} e^{-g_1 t} \cdot \sin d_1 t,$$

$$a_{59} = a_{69} = 1 - e^{-g_1 t} \left[\cos d_1 t + \frac{g_1}{d_1} \sin d_1 t \right],$$

$$a_{71} = a_{73} = \frac{U_m}{R+r} \frac{\Theta_1}{2 g_1 d_1} [CF1(g_1, d_1, t) - CF2(g_1, d_1, t)],$$

$$a_{72} = a_{74} = \frac{U_m}{R+r} \frac{\Theta_1}{2 g_1 d_1} [SF2(g_1, d_1, t) - SF1(g_1, d_1, t)],$$

$$a_{75} = a_{76} = e^{-g_1 t} \cdot \frac{\sin d_1 t}{d_1},$$

$$a_{77} = e^{-g_1 t}\left[\frac{g_1}{d_1}\sin d_1 t + \cos d_1 t\right] = 1 - a_{59},$$

$$a_{79} = \frac{1}{g_1^2 + d_1^2}\left[e^{-g_1 t}\left(\frac{g_1^2 - d_1^2}{d_1}\sin d_1 t + 2g_1 \cos d_1 t\right) - 2g_1\right],$$

gdzie:

$$SF1(g, d, t) = \frac{\sin\left(\omega t - \operatorname{arctg}\frac{\omega + d}{g}\right) + e^{-gt} \cdot \sin\left(dt + \operatorname{arctg}\frac{\omega + d}{g}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega + d}{g}\right)^2}},$$

$$SF2(g, d, t) = \frac{\sin\left(\omega t - \operatorname{arctg}\frac{\omega - d}{g}\right) - e^{-gt} \cdot \sin\left(dt - \operatorname{arctg}\frac{\omega - d}{g}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega - d}{g}\right)^2}},$$

$$CF1(g, d, t) = \frac{\cos\left(\omega t - \operatorname{arctg}\frac{\omega + d}{g}\right) - e^{-gt} \cdot \cos\left(dt + \operatorname{arctg}\frac{\omega + d}{g}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega + d}{g}\right)^2}},$$

$$CF2(g, d, t) = \frac{\cos\left(\omega t - \operatorname{arctg}\frac{\omega - d}{g}\right) - e^{-gt} \cdot \cos\left(dt - \operatorname{arctg}\frac{\omega - d}{g}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega - d}{g}\right)^2}}.$$

Jeżeli $\alpha_n + \beta_n < T' + \alpha_{n+1}$, to występuje przewodzenie przerywane. W okresie od $\alpha_n + \beta_n$ do $T' + \alpha_{n+1}$ przebiegi dynamiczne zachodzące w układzie opisuje równanie (4.2):

$$V_n(t) = \Phi_c(t)(10, 10) \cdot V_n(0^+), \tag{4.2}$$

gdzie:

$$c_{55} = c_{66} = c_{77} = c_{88} = c_{99} = c_{1010} = 1,$$

$$c_{75} = c_{76} = t,$$

$$c_{79} = -t,$$

$$c_{105} = c_{106} = -\frac{Y}{V}t,$$

$$c_{108} = \frac{t}{V}.$$

Pozostałe wyrazy macierzy tranzycyjnej są równe zeru.

Dla okresu komutacji dwuzaworowej równanie zmiennych stanu wyraża się zależnością:

$$V_n(t) = \Phi_b(t) \cdot V_n(0^+), \tag{4.3}$$

$$\begin{bmatrix} m_{1nq} \\ m_{2nq} \\ m_{3nq} \\ m_{4nq} \\ x_{1nq} \\ x_{2nq} \\ x_{3nq} \\ w_{1nq} \\ w_{2nq} \\ w_{3nq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} & b_{55} & b_{56} & b_{57} & 0 & b_{59} & 0 \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} & b_{64} & b_{65} & b_{66} & b_{67} & 0 & b_{69} & 0 \\ b_{71} & b_{72} & b_{73} & b_{74} & b_{75} & b_{76} & b_{77} & 0 & b_{79} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{88} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{99} & 0 \\ b_{101} & b_{102} & b_{103} & b_{104} & b_{105} & b_{106} & b_{107} & b_{108} & b_{109} & b_{1010} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{1nq}(0^+) \\ m_{2nq}(0^+) \\ m_{3nq}(0^+) \\ m_{4nq}(0^+) \\ x_{1nq}(0^+) \\ x_{2nq}(0^+) \\ x_{3nq}(0^+) \\ w_{1nq}(0^+) \\ w_{2nq}(0^+) \\ w_{3nq}(0^+) \end{bmatrix}. \tag{4.4}$$

Jeżeli przyjmie się następujące oznaczenia:

$$\Theta_2 = \frac{2R+r}{2L+l}, \quad \Theta_3 = \frac{r}{1},$$

$$B_2 = J\frac{2R+r}{2c^2},$$

$s_1 = -\lambda_{12}$, $s_2 = -\lambda_{22}$ pierwiastki rzeczywiste równania $s^2+s\Theta_2+\frac{\Theta_2}{B_2} = 0$,

$$H_{12} = \frac{\omega}{\lambda_{12}}, \quad H_{22} = \frac{\omega}{\lambda_{22}}, \quad H_3 = \frac{\omega}{\Theta_3},$$

wyrazy macierzy Φ_b wynoszą:

$$b_{11} = b_{33} = U_m \sin\omega t,$$

$$b_{22} = b_{44} = U_m \cos\omega t,$$

$$b_{51} = b_{63} = \frac{U_m}{2}\left\{\frac{1}{2R+r}\frac{\Theta_2}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}[SF(H_{12},t)-SF(H_{22},t)]+\frac{1}{r}SF(H_3,t),\right\},$$

$$b_{52} = b_{64} = \frac{U_m}{2}\left\{\frac{1}{2R+r}\frac{\Theta_2}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}[CF(H_{12},t)-CF(H_{22},t)]+\frac{1}{r}CF(H_3,t)\right\},$$

$$b_{53} = b_{61} = \frac{U_m}{2}\left\{\frac{1}{2R+r}\frac{\Theta_2}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}[SF(H_{12},t)-SF(H_{22},t)]-\frac{1}{r}SF(H_3,t)\right\} =$$

$$= b_{51}-\frac{U_m}{r}SF(H_3,t),$$

$$b_{54} = b_{62} = \frac{U_m}{2}\left\{\frac{1}{2R+r}\frac{\Theta_2}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}[CF(H_{12},t)-SF(H_{22},t)]-\frac{1}{r}CF(H_3,t)\right\} =$$

$$= b_{52}-\frac{U_m}{r}CF(H_3,t),$$

$$b_{55} = b_{66} = \frac{1}{2}\frac{1}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}(\lambda_{12}e^{-\lambda_{12}t}-\lambda_{22}e^{-\lambda_{22}t})+\frac{1}{2}e^{-\Theta_3 t},$$

$$b_{56} = b_{65} = \frac{1}{2}\frac{1}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}(\lambda_{12}e^{-\lambda_{12}t}-\lambda_{22}e^{-\lambda_{22}t})-\frac{1}{2}e^{-\Theta_3 t} = b_{55}-e^{-\Theta_3 t},$$

$$b_{57} = b_{67} = \frac{1}{2}\frac{\lambda_{12}\cdot\lambda_{22}}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}[e^{-\lambda_{12}t}-e^{-\lambda_{22}t}],$$

$$b_{59} = b_{69} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(\lambda_{12}-\lambda_{22})}[\lambda_{12}e^{-\lambda_{22}t} - \lambda_{22}e^{-\lambda_{12}t}],$$

$$b_{71} = b_{73} = \frac{U_m}{2R+r}\frac{\Theta_2}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}\left[\frac{SF(H_{22},t)}{\lambda_{22}} - \frac{SF(H_{12},t)}{\lambda_{12}}\right],$$

$$b_{72} = b_{74} = \frac{U_m}{2R+r}\frac{\Theta_2}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}\left[\frac{CF(H_{22},t)}{\lambda_{22}} - \frac{CF(H_{12},t)}{\lambda_{12}}\right],$$

$$b_{75} = b_{76} = \frac{1}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}[e^{-\lambda_{22}t} - e^{-\lambda_{12}t}],$$

$$b_{77} = \frac{1}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}[\lambda_{12}\cdot e^{-\lambda_{22}t} - \lambda_{22}\cdot e^{-\lambda_{12}t}] = 1-2b_{59},$$

$$b_{79} = \frac{1}{\lambda_{12}-\lambda_{22}}\left[\frac{\lambda_{12}}{\lambda_{22}}e^{-\lambda_{22}t} - \frac{\lambda_{22}}{\lambda_{12}}e^{-\lambda_{12}t}\right] - \frac{\lambda_{12}+\lambda_{22}}{\lambda_{12}\cdot\lambda_{22}},$$

$$b_{88} = b_{99} = b_{1010} = 1,$$

$$b_{101} = b_{103} = -\frac{Y}{V}b_{71},$$

$$b_{102} = b_{104} = -\frac{Y}{V}b_{72},$$

$$b_{105} = b_{106} = -\frac{Y}{V}b_{75},$$

$$b_{107} = 2\frac{Y}{V}b_{59},$$

$$b_{108} = \frac{t}{V},$$

$$b_{109} = -\frac{Y}{V}(t+b_{79}),$$

Pozostałe wyrazy macierzy są równe zeru.

W przypadku, gdy równanie $s^2+s\Theta_2+\frac{\Theta_2}{B_2}=0$ ma pierwiastki zespolone $s_1 = -g_2-jd_2$, $s_2 = -g_2+jd_2$, niektóre z wyrazów macierzy $\Phi_b(t)$ ulegają zmianie i wynoszą:

$$b_{51} = b_{63} = \frac{U_m}{2}\left\{\frac{\Theta_2}{2R+r}\frac{\omega}{2g_2d_2}[SF2(g_2,d_2,t) - SF1(g_2,d_2,t)] + \frac{1}{r}SF(H_3,t)\right\},$$

$$b_{52} = b_{64} = \frac{U_m}{2}\left\{\frac{\Theta_2}{2R+r}\frac{\omega}{2g_2d_2}\left[2\frac{g_2}{\omega}e^{-g_2t}\cdot\sin d_2t + CF2(g_2,d_2,t) - CF1(g_2,d_2,t)\right] + \frac{1}{r}CF(H_3,t)\right\},$$

$$b_{55} = b_{66} = \frac{1}{2}\left[e^{-g_2t}\cdot\left(\cos d_2t - \frac{g_2}{d_2}\sin d_2t\right) + e^{-\Theta_3t}\right],$$

$$b_{57} = b_{67} = -\frac{1}{2}\frac{g_2^2+d_2^2}{d_2} e^{-g_2 t}\cdot \sin d_2 t,$$

$$b_{59} = b_{59} = \frac{1}{2} - \frac{e^{-g_2 t}}{2}\left[\cos d_2 t + \frac{g_2}{d_2}\sin d_2 t\right],$$

$$b_{71} = b_{73} = \frac{U_m}{2R+r}\frac{\Theta_2}{2g_2 d_2}[CF1(g_2, d_2, t) - CF2(g_2, d_2, t)],$$

$$b_{72} = b_{74} = \frac{U_m}{2R+r}\frac{\Theta_2}{2g_2 d_2}[SF2(g_2, d_2, t) - SF1(g_2, d_2, t)],$$

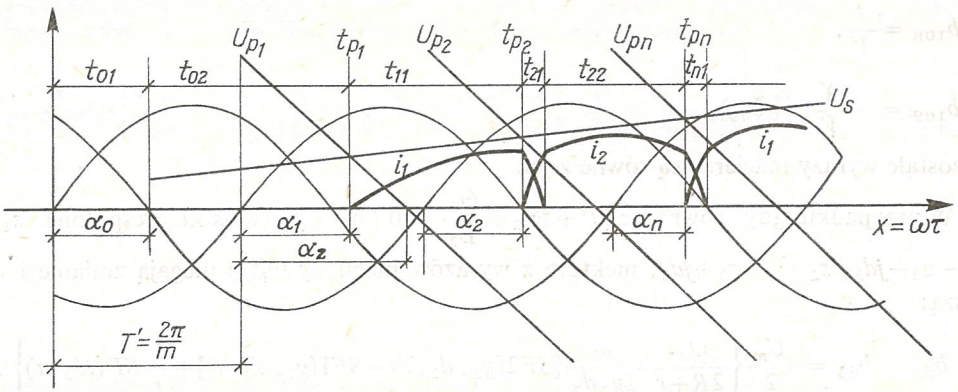
$$b_{75} = b_{76} = e^{-g_2 t}\cdot\frac{\sin d_2 t}{d_2},$$

$$b_{79} = \frac{1}{g_2^2+d_2^2}\left\{e^{-g_2 t}\left[\frac{g_2^2-d_2^2}{d_2}\sin d_2 t + 2g_2\cdot\cos d_2 t\right] - 2g_2\right\},$$

5. WARUNKI WSPÓŁPRACY PRZEKSZTAŁTNIKA Z REGULATOREM

Przy współpracy przekształtnika z regulatorem kąty zapłonu zaworów dla kolejnych taktów mogą być różne. W okresie przewodzenia zaworu regulator nie może oddziaływać na przekształtnik, przyjmuje się zatem, że działanie regulatora jest impulsowe i polega na określeniu kąta zapłonu α_n dla kolejnego taktu pracy.

Zgodnie z zasadami sterowania przekształtnikiem impuls zapłonowy jest generowany w momencie zrównania się napięcia sterującego z napięciem synchronizującym, które najczęściej ma przebieg piłokształtny (rys. 5.1).



Rys. 5.1. Przebieg napięcia synchronizującego w przekształtniku 3-fazowym

Niech czas, dla którego napięcie synchronizujące $u_{pn}(t)$ jest równe napięciu sterującemu u_{sn}, wynosi $t_p(n)$; w tym przypadku kąt wysterowania dla następnego taktu pracy przekształtnika α_n wynosi

$$\alpha_n = \alpha_o + \omega\sum_1^n t_{pn} - \frac{2\pi}{m}n. \tag{5.1}$$

A więc dla wyznaczenia kąta wysterowania α_n dla kolejnego taktu pracy przekształtnika należy określić przebiegi napięcia synchronizującego i napięcia sterującego. Porównanie tych napięć daje czas t_{pn}, na podstawie którego wylicza się kąty α_n.

Napięcie synchronizujące przyjmuje wartość zero dla kątów

$$\alpha_{zn} = \alpha_z + \frac{2\pi}{m} \cdot n \tag{5.2}$$

i wartość u_{pm} dla kątów

$$\alpha_{mn} = \frac{2\pi}{m} \cdot n. \tag{5.3}$$

Stąd przebieg tego napięcia dla n-tego taktu pracy określa się zależnością

$$u_p(n) = u_{pm}\left[1 + \frac{2\pi}{m\alpha_z} \cdot n - \frac{\omega\tau}{\alpha_z}\right]. \tag{5.4}$$

Wprowadzając czas względny liczony od początku kolejnego cyklu pracy przekształtnika otrzymuje się

$$u_p(nk) = u_{pm}\left[1 + \frac{2\pi}{m\alpha_z} n - \frac{\omega}{\alpha_z}\left(\sum_1^n t_{pn} + \sum_1^k t_{nk} + t\right)\right]. \tag{5.5}$$

Napięcie sterujące dla regulatora proporcjonalnego wyraża się zależnością (rys. 3.2)

$$u_s(t) = K[w_o - Y(x_1 + x_2)], \tag{5.6}$$

a dla regulatora typu *PI* (rys. 4.2)

$$u_s(t) = K[w_o - Y(x_1 - x_2)] + w_3. \tag{5.7}$$

Ograniczenie zakresu regulacji kąta wysterowania uzyskuje się nakładając na napięcie sterujące warunek:

$$u_{sG} \geqslant u_s \geqslant u_{sD}. \tag{5.8}$$

6. WARUNKI POCZĄTKOWE

Wyznaczenie wektora kolumnowego warunków początkowych dla zmiennych stanu $x_{nk}(0^+)$ i sygnałów $w_{nk}(0^+)$ jest proste. Jak wynika ze schematów zmiennych stanu wartości początkowe dla kolejnego przedziału pracy przekształtnika są równe wartościom końcowym przedziału poprzedniego, czyli:

$$\begin{vmatrix} x_{nk}(0^+) \\ w_{nk}(0^+) \end{vmatrix} = |I| \cdot \begin{vmatrix} x\left(\sum_1^{k-1} t_{nk}\right) \\ w\left(\sum_1^{k-1} t_{nk}\right) \end{vmatrix}. \tag{6.1}$$

Dla zmiennych wejściowych warunki początkowe $m_{nk}(0^+)$ zależą nie tylko od rodzaju pracy przekształtnika i jego parametrów, lecz także od działania regulatora, który dla każdego kolejnego taktu pracy przekształtnika określa kąt wysterowania α_n zgodnie z zasa-

dami podanymi w poprzednim rozdziale. Zatem dla czasów t_{pn} wektor warunków początkowych narzucony działaniem regulatora wynosi

$$m_n = \begin{vmatrix} \cos\alpha_n \\ \sin\alpha_n \end{vmatrix}. \tag{6.2}$$

Należy przy tym zauważyć, że t_{pn} z nieparzystymi wskaźnikami określają wartości warunków początkowych dla zaworu z_1, a z parzystymi — dla zaworu z_2.

Dla uzyskania warunków początkowych dla dowolnego rodzaju pracy przekształtnika wewnątrz danego cyklu pracy zaworu należy wartości warunków początkowych dla tego zaworu, określone czasem t_{pn}, pomnożyć przez macierz B_{nk} równą

$$B_{nk} = \begin{vmatrix} \cos\left(\omega \sum_1^k t_{nk}\right); & -\sin\left(\omega \sum_1^k t_{nk}\right) \\ \sin\left(\omega \sum_1^k t_{nk}\right); & \cos\left(\omega \sum_1^k t_{nk}\right) \end{vmatrix}, \tag{6.3}$$

$$m_{nk} = B_{nk} \cdot m_n,$$

przy czym, jeżeli dla $t \neq t_{pn}$ prąd zaworu jest równy zeru, macierz B_{nk} jest również równa zeru w całym cyklu pracy zaworu.

Na przykład dla okresu komutacji w drugim takcie pracy przekształtnika, czyli dla czasu t_{p2}, wektor warunków początkowych m_2 wynosi:

dla zaworu z_1 $\quad m_1 = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 \\ \sin\alpha_1 \end{bmatrix}$,

dla zaworu z_2 $\quad m_2 = \begin{bmatrix} \cos\alpha_2 \\ \sin\alpha_2 \end{bmatrix}$.

Macierz B_{11} równa jest

$$B_{11} = \begin{bmatrix} \cos\omega t_{11} & -\sin\omega t_{11} \\ \sin\omega t_{11} & \cos\omega t_{11} \end{bmatrix}.$$

Ponieważ dla zaworu drugiego warunki początkowe są określone działaniem regulatora, wektor warunków początkowych $m_{21}(0^+)$ wynosi:

$$m_{21}(0^+) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1 + \omega t_{11}) \\ \sin(\alpha_1 + \omega t_{11}) \\ \cos\alpha_2 \\ \sin\alpha_2 \end{bmatrix}.$$

7. PODSUMOWANIE

Przedstawiona metoda umożliwia dokładną analizę przebiegów dynamicznych złożonych układów nieliniowych, w skład których wchodzi przekształtnik statyczny, zasilany przez niego odbiornik oraz sterujący układem regulator. Metoda ma szczególne znaczenie dla analizy układów napędowych z przekształtnikami statycznymi. Badania modelowe są utrudnione w tym przypadku z powodu dużej szybkości przebiegów i zakłóceń działają-

cych na układ. Metody analityczne stosowane dotychczas posiłkowały się na ogół licznymi uproszczeniami, które nie pozwalały na dokładne badanie przebiegów dynamicznych omawianych układów pracujących z regulatorami elektronicznymi.

Metoda umożliwia łatwe programowanie zadań dla maszyny cyfrowej.

W opracowaniu przedstawiono równania opisujące przekształtnik, traktowany jako element nieliniowy o działaniu dyskretnym, z obciążeniem typu *RL* lub *RLE* współpracujący odpowiednio z *P* lub *PI* regulatorem prądu. Podano również metodę określania warunków początkowych dla poszczególnych przedziałów pracy przekształtnika. Iloczyn macierzy tranzycyjnej i wektora warunków początkowych daje wektor zmiennych stanu opisujący układ.

Zrównanie napięcia sterującego z napięciem synchronizującym określa początek następnego taktu pracy przekształtnika, a więc nowe warunki początkowe.

Macierz tranzycyjna zmienia się w zależności od wartości zmiennych stanu. Na przykład dla okresu komutacji przyjmuje ona wartości Φ_b, dla okresu zaś kiedy prądy zaworów są równe zeru wartości Φ_c.

Metoda stwarza możliwości bardziej precyzyjnego określenia sposobu doboru regulatorów, szczególnie w tych przypadkach, kiedy czasy regulacji są porównywalne z taktem pracy przekształtnika. Badania układów winny wyjaśnić wpływ niepełnej sterowalności przekształtnika na dynamikę przebiegów prądu i prędkości. Charakter odpowiedzi układu na sygnał sterujący lub na zakłócenie jest bowiem zależny od usytuowania w czasie pojawienia się tego sygnału w stosunku do fazy napięcia zasilającego przekształtnik.

W opracowaniu przedstawiono równania opisujące pracę przekształtnika przy prądach przerywanych oraz przy komutacji dwuzaworowej. Przedstawione równania umożliwiają również rozpatrywanie przypadku komutacji wielozaworowej, którą można traktować jako sumę komutacji dwuzaworowych. Należy w tym celu odpowiednio zaprogramować maszynę liczącą.

LITERATURA

1. J. T. Tou, *Nowoczesna teoria sterowania*, WNT, Warszawa 1967.
2. T. J. Takeuchi, *Theory of SCR Circuits and Application to Motor Control*, El. Eng. Colege Press, Tokyo 1968.
3. P. P. Biringer, *State Space Analysis of SCR Circuits at Steady State*, IFAC Symposium, Vol 1. Duesseldorf 1974.
4. Praca zbiorowa, *Projektowanie przekształtników tyrystorowych*, WNT, Warszawa 1974.
5. N. Matsui, N. Kidera, *Analysis of Rectifier Circuits by State Variable Method*, Electrical Enginering in Japan, Nr 5/1972.

J. WYŻGA

ANALYSIS OF SCR-CIRCUITS BY STATE SPACE METHODS

Summary

The method presented enables accurate analysis of SCR-circuits operation, regarding the action of regulators, both in steady and transient states. The dependences describing multiphase convertors in a star connection with *RL* and *RLE* load type, with proportional or proportional-integral current regulator were given.

The method, slightly modified, makes possible the analysis of more complicated circuits fed by static convertors.

J. WYŻGA

ANALYSE DES SYSTÈMES DE CONVERTISSEURS STATIQUES PAR LES MÉTHODES DES ESPACES D'ÉTATS

Résumé

La méthode qui est présenté ici permet d'analyser exactement le travail des systèmes de convertisseurs statiques en tenant compte du fonctionnement des régulateurs dans les régimes permanents comme dans les régimes dynamiques.

Dans cet article on décrit les relations se rapportant aux convertisseurs statiques polyphasés dans la connexion en étoile avec la charge *RL* et *RLE* et avec le régulateur du courant proportionnel ou proportionnel et intégré.

En se servant de cette méthode, après l'avoir légèrement modifiée, on peut analyser des systèmes compliqués qui sont alimentés par des convertisseurs statiques.

J. WYŻGA

UNTERSUCHUNG DER STROMRICHTERSCHALTUNGEN MITTELS DER ZUSTANDSRAUMMETHODE

Zusammenfassung

Die dargestellte Methode ermöglicht eine genaue Untersuchung der Stromrichterschaltungen unter Berücksichtigung der Einwirkung von Reglern im stationären und dynamischen Zustand.

Im Aufsatz werden Gleichungen für Mehrphasenstromrichter in Sternschaltung mit *RL*- oder *RL-EMK*-Belastung und einem proportionalen oder proportional-integrierenden Stromregler angegeben.

Diese Methode ermöglicht nach kurzen Umformungen auch die Untersuchung komplizierter, über statische Stromrichter gespeister Schaltungen.

Е. ВЫЖГА

АНАЛИЗ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ

Резюме

Представленный метод дает возможность точного анализа работы преобразовательных систем, как в статических так и динамических режимах. В статье приведены зависимости описывающие многофазные преобразователи с соединениями в звезду с нагрузкой типа *RL* и *RLE* с пропорциональным или пропорционально-интегрирующим регулятором тока.

После незначительной модификации метод дает возможность анализа более сложных схем питаемых статическими преобразователями.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 131 — 146

621.314.21

Rozkład strumienia magnetycznego w transformatorach dużych mocy przy ich krótkotrwałych przewzbudzeniach

ALICJA KOZŁOWSKA (ŁÓDŹ), HENRYK PABIS (ŁÓDŹ)

Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 29.1.1976

W artykule podano wzory pozwalające obliczyć wartość strumienia zarówno w poszczególnych częściach obwodu magnetycznego rdzeni 1-fazowych 4-kolumnowych oraz 3-fazowych 5-kolumnowych, jak i wypieranego poza żelazo.

Dokładność uzyskiwanych z tych wzorów wyników sprawdzono wykonując pomiary na rdzeniu modelowym, przy czym stwierdzono dużą ich zgodność. Pomiary wykazały, że szczególnie duże wypieranie strumienia ma miejsce w przestrzeni między kolumnami głównymi a uzwojeniem wzbudzającym, w obszarze stalowych belek jarzmowych oraz w przestrzeni okna na skraju uzwojeń. Stwierdzono poza tym w jakim stopniu jakość blachy wpływa na wartość strumienia wypieranego przy przewzbudzeniach z rdzenia.

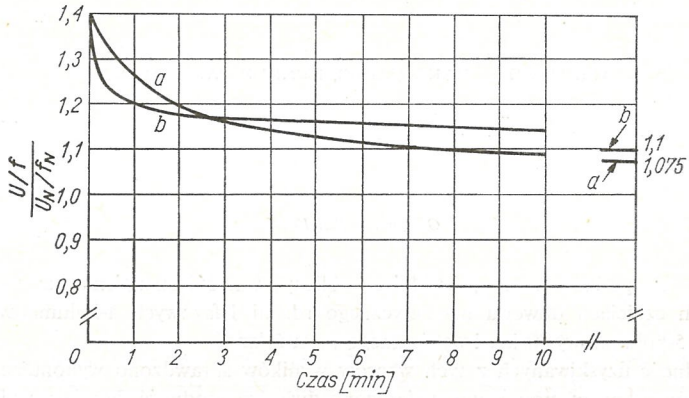
1. WSTĘP

Termin *przewzbudzenie* oznacza stan pracy transformatora przy indukcjach w obwodzie magnetycznym większych od znamionowych. W zależności od czasu trwania i stopnia przewzbudzenia, w transformatorze może wystąpić poważne uszkodzenie lub, w najlepszym przypadku, pogorszenie stanu materiału izolacyjnego. Ogólnie panuje pogląd [2], że przewzbudzenie transformatorów pracujących w układzie energetycznym jest mało prawdopodobne, gdyż margines pomiędzy indukcją znamionową (1,55÷1,75 T) a indukcją nasycenia (1,90÷2,00 T) jest wystarczająco duży, aby zawarte zostały w nim spodziewane odchyłki napięcia i częstotliwości od ich wartości znamionowych. Najczęściej niebezpieczeństwo przewzbudzeń występuje w transformatorach blokowych przy uruchamianiu i odstawianiu generatorów z ruchu, gdyż duża złożoność postępowania obsługi przy tych operacjach, szczególnie w przypadku turbogeneratorów, może doprowadzić do jakichś niedopatrzeń. Przyczyną przewzbudzeń mogą być także gwałtowne odciążenia linii.

O wadze omawianego problemu może świadczyć szereg publikacji ukazujących się w ostatnich latach, np. [1], [2], [7], [9], [10], [11], a także wprowadzone do najnowszych zaleceń międzynarodowych IEC [8] wymaganie stwierdzające, że transformatory blokowe

powinny wytrzymywać trwające 5 sekund 40%-owe wzrosty napięcia na zaciskach uzwojenia generatorowego — wynikające z gwałtownego zdjęcia obciążenia. Jak widać z rys. 1, im stopień przewzbudzenia jest mniejszy, tym dłuższy może być czas jego trwania.

Aby móc ocenić stopień zagrożenia dla izolacji transformatora występujący przy jego przewzbudzeniach, niezbędna jest znajomość rozkładu strumienia zarówno w samym rdzeniu, jak i — przede wszystkim — wypieranego poza jego przestrzeń. W tym celu wypro-



Rys. 1. Krzywe dopuszczalnego stopnia przewzbudzenia [2]
a) według norm VDE 0532/8.64, b) według IEEE

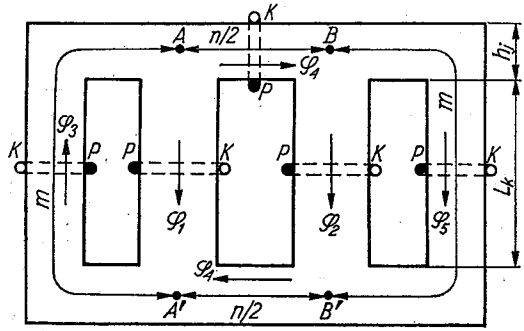
wadzone zostaną wzory pozwalające obliczyć te strumienie, przy czym uwzględniona zostanie w pracy konstrukcja jednofazowa czterokolumnowa i trójfazowa pięciokolumnowa rdzeni, jako typowe dla dużych jednostek. Dokładność wyprowadzonych wzorów sprawdzona zostanie w sposób doświadczalny na modelowym rdzeniu pięciokolumnowym.

2. OBLICZANIE ROZKŁADU STRUMIENIA

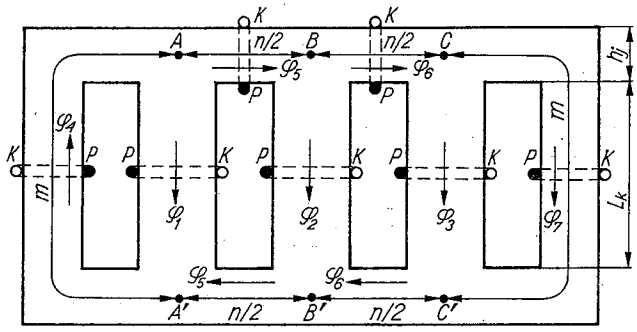
Na rys. 2 i 3 pokazane są oznaczenia strumieni w żelazie oraz poszczególnych odcinków obwodu magnetycznego dla rdzeni omawianej konstrukcji. Na ich podstawie w pracach [3] i [6] wyprowadzone zostały wzory pozwalające obliczyć rozkład strumienia w rdzeniu w warunkach normalnej pracy transformatora. Przy przewzbudzeniach wzory te jednak nie dają dobrych rezultatów. W celu udokładnienia ich uwzględniony został w tej pracy fakt wypierania — przy dużych nasyceniach — strumienia z żelaza do przestrzeni niemagnetycznej, przy czym przyjęte schematy zastępcze pokazane są na rys. 4 i 5[1)].

Niżej podane zostaną zestawy wyprowadzonych wzorów odnoszące się do obu rozważanych konstrukcji rdzenia.

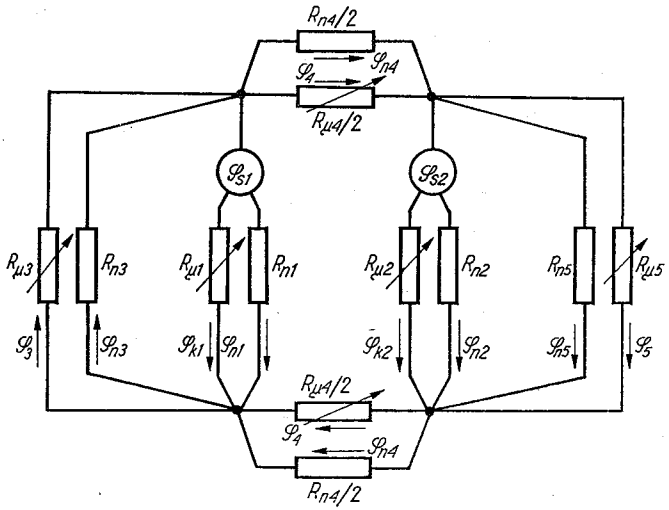
[1)] Uwaga. W pracy symbolami b i φ oznaczone są wartości chwilowe indukcji i strumienia, zaś symbolami B i Φ odpowiednio ich wartości maksymalne.



Rys. 2. Oznaczenia strumieni w rdzeniu jednofazowym czterokolumnowym

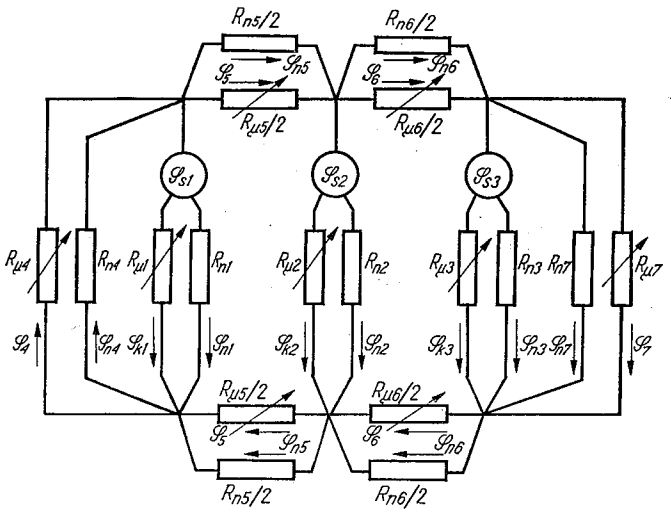


Rys. 3. Oznaczenia strumieni w rdzeniu trójfazowym pięciokolumnowym



Rys. 4. Schemat zastępczy do wyprowadzenia wzorów na rozkład strumienia w rdzeniu jednofazowym czterokolumnowym oraz w przestrzeni otaczającej go

$R_{\mu 1}$, $R_{\mu 2}$ ... $R_{\mu 5}$ — reluktancje poszczególnych części obwodu magnetycznego,
R_{n1}, R_{n2} ... R_{n5} — reluktancje przestrzeni niemagnetycznych, do których wypierany jest strumień,
φ_{s1}, φ_{s2} — sinusoidalnie zmienne strumienie wymuszone przez sinusoidalnie zmienne napięcie zasilające (Φ_s — ich wartość maksymalna)



Rys. 5. Schemat zastępczy do wyprowadzenia wzorów na rozkład strumienia w rdzeniu trójfazowym pięciokolumnowym oraz w przestrzeni otaczającej go

Oznaczenia analogiczne jak na rys. 4

2.1. Rdzeń jednofazowy czterokolumnowy

Zakładając, że strumienie wymuszone przez sinusoidalne napięcie zasilające wyrażone są wzorami

$$\begin{aligned} \varphi_{s1} &= -\Phi_s \sin\omega t, \\ \varphi_{s2} &= -\varphi_{s1}, \end{aligned} \tag{1}$$

otrzymujemy zmiany w czasie indukcji:

a) w odcinkach jarzmowych rdzenia

$$\begin{aligned} b_3 &= -B_s \frac{S_k}{S_j} \frac{\sin\omega t}{1+2\frac{m}{n}\frac{\mu_4}{\mu_3}+2\frac{m}{n}\frac{\mu_0}{\mu_3}\frac{S_{n4}}{S_j}+\frac{m}{m'}\frac{\mu_0 S_{n3}}{\mu_3 S_j}}, \\ b_4 &= B_s \frac{S_k}{S_j}\frac{\sin\omega t}{1+\frac{\mu_0 S_{n4}}{\mu_4 S_j}}+b_3\frac{1+\frac{m}{m'}\frac{\mu_0}{\mu_3}\frac{S_{n3}}{S_j}}{1+\frac{\mu_0 S_{n4}}{\mu_4 S_j}}; \end{aligned} \tag{2}$$

we wzorach tych:

B_s — indukcja obliczeniowa, wynikająca z sinusoidalnego napięcia zasilania oraz przekroju kolumn głównych (występowałaby ona w kolumnach głównych, gdyby nie było wypierania strumienia z żelaza),

S_k i S_j — przekrój żelaza kolumn i jarzm,

m i n — wymiary liniowe jak na rys. 2,

m' — długość linii sił strumienia wypieranego do przestrzeni wokół jarzm powrotnych, przyjmowana jako wysokość kolumny L_k,

μ_3, μ_4 — przenikalności magnetyczne żelaza, odpowiadające indukcjom b_3 i b_4,

S_{n3}, S_{n4} — przekroje przestrzeni niemagnetycznych, przez które przenikają strumienie wyparte z odcinków jarzmowych rdzenia; można je obliczyć:

S_{n3} — jako powierzchnię koła o promieniu równym sumie połowy szerokości jarzma powrotnego i tej części okna skrajnego, która nie jest zajęta przez uzwojenie — zmniejszoną o przekrój jarzma,

S_{n4} — jako powierzchnię koła o promieniu równym połowie sumy wysokości jarzma i kolumny — zmniejszoną o przekrój jarzma;

b) w żelazie kolumny głównej 1

$$b_{k1} = -B_s \frac{\sin\omega t}{1 + \dfrac{\mu_0 S_{n1}}{\mu_1 S_k}}, \tag{3}$$

S_{n1} oznacza tu powierzchnię sumy przekroju kanału między uzwojeniem wzbudzającym a rdzeniem S'_{n1} i przekroju samego uzwojenia wzbudzającego S''_{n1};

c) w wypadkowej przestrzeni kanału i uzwojenia wzbudzającego

$$b_{n1} = -B_s \frac{S_k}{S_{n1}} \frac{\sin\omega t}{2 + \dfrac{\mu_1 S_k}{\mu_0 S_{n1}}}, \tag{4}$$

d) w przestrzeni kanału

$$b'_{n1} = -B_s \frac{S_k}{S'_{n1}} \frac{\sin\omega t}{\left(1 + \dfrac{\mu_1 S_k}{\mu_0 S_{n1}}\right)\left(1 + \dfrac{S''_{n1}}{S'_{n1}}\right)}, \tag{5}$$

e) w przestrzeni uzwojenia wzbudzającego

$$b''_{n1} = -B_s \frac{S_k}{S''_{n1}} \frac{\sin\omega t}{\left(1 + \dfrac{\mu_1 S_k}{\mu_0 S_{n1}}\right)\left(1 + \dfrac{S'_{n1}}{S''_{n1}}\right)}. \tag{6}$$

Wzory (3) ... (6) dotyczyły kolumny 1. Biorąc jednak pod uwagę, że $\varphi_{s2} = -\varphi_{s1}$ (por. zależn. (1)) łatwo można je przekształcić dla kolumny 2.

Jeśli chodzi o strumienie wypierane do przestrzeni wokół odcinków jarzmowych, to można je ująć wzorami:

$$\varphi_{n3} = \varphi_3 \frac{R_{\mu 3}}{R_{n3}}, \qquad \varphi_{n4} = \varphi_4 \frac{R_{\mu 4}}{R_{n4}}. \tag{7}$$

2.2. Rdzeń trójfazowy pięciokolumnowy

Zakładając, że strumienie wymuszone przez sinusoidalne napięcie zasilające zmieniają się według zależności

$$\begin{aligned} \varphi_{s1} &= -\Phi_s \sin(\omega t + 120°), \\ \varphi_{s2} &= -\Phi_s \sin\omega t, \\ \varphi_{s3} &= -\Phi_s \sin(\omega t - 120°), \end{aligned} \tag{8}$$

otrzymujemy zmiany w czasie indukcji:

a) w odcinkach jarzmowych rdzenia

$$\left.\begin{aligned} b_4 &= B_s \frac{S_k}{S_j} \frac{\sin(\omega t-60°)-\sin(\omega t+60°)\dfrac{\mu_0 S_n+\mu_5 S_j}{\mu_0 S_n+\mu_6 S_j}}{1+\dfrac{\mu_0 S_n+\mu_5 S_j}{\mu_0 S_n+\mu_6 S_j}+2\dfrac{m}{n}\dfrac{\mu_5}{\mu_4}+2\dfrac{m}{n}\dfrac{\mu_0 S_n}{\mu_4 S_j}+\dfrac{m}{m'}\dfrac{\mu_0}{\mu_4}\dfrac{S_{n4}}{S_j}+\dfrac{m}{m'}\dfrac{\mu_0}{\mu_4}\dfrac{S_{n4}}{S_j}\dfrac{\mu_0 S_n+\mu_5 S_j}{\mu_0 S_n+\mu_6 S_j}}, \\ b_5 &= -B_s \frac{S_k}{S_j}\sin(\omega t-60°)\frac{1}{1+\dfrac{\mu_0 S_n}{\mu_5 S_j}}+b_4\frac{1+\dfrac{\mu_0 S_{n4}}{\mu_4 S_j}\cdot\dfrac{m}{m'}}{1+\dfrac{\mu_0 S_n}{\mu_5 S_j}}, \\ b_6 &= B_s \frac{S_k}{S_j}\sin(\omega t+60°)\frac{1}{1+\dfrac{\mu_0 S_n}{\mu_6 S_j}}+b_4\frac{1+\dfrac{\mu_0 S_{n4}}{\mu_4 S_j}\cdot\dfrac{m}{m'}}{1+\dfrac{\mu_0 S_n}{\mu_6 S_j}}; \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

we wzorach tych $S_n = S_{n5} = S_{n6}$,

b) w kolumnach głównych

$$\left.\begin{aligned} b_{k1} &= B_s\frac{\sin(\omega t-60°)}{1+\dfrac{\mu_0 S_{n1}}{\mu_1 S_k}}, \\ b_{k2} &= -B_s\frac{\sin\omega t}{1+\dfrac{\mu_0 S_{n2}}{\mu_2 S_k}}, \\ b_{k3} &= B_s\frac{\sin(\omega t+60°)}{1+\dfrac{\mu_0 S_{n3}}{\mu_3 S_k}}, \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

c) wypadkowej w przestrzeni kanału i uzwojenia wzbudzającego kolumny 1

$$b_{n1} = B_s\frac{S_k}{S_{n1}}\frac{\sin(\omega t-60°)}{1+\dfrac{\mu_1 S_k}{\mu_0 S_{n1}}}, \tag{11}$$

d) w przestrzeni kanału

$$b'_{n1} = B_s\frac{S_k}{S'_{n1}}\frac{\sin(\omega t-60°)}{\left(1+\dfrac{\mu_1 S_k}{\mu_0 S_{n1}}\right)\left(1+\dfrac{S''_{n1}}{S'_{n1}}\right)}, \tag{12}$$

e) w przestrzeni uzwojenia wzbudzającego

$$b''_{n1} = B_s\frac{S_k}{S''_{n1}}\frac{\sin(\omega t-60°)}{\left(1+\dfrac{\mu_1 S_k}{\mu_0 S_{n1}}\right)\left(1+\dfrac{S'_{n1}}{S''_{n1}}\right)}. \tag{13}$$

Oznaczenia we wzorach (9) ... (13) są analogiczne, jak omówione szczegółowo przy zależnościach (2) ... (6).

Zmiany w czasie strumieni wypieranych do przestrzeni wokół odcinków jarzmowych ujmują zależności

$$\varphi_{n4} = \varphi_4 \frac{R_{\mu 4}}{R_{n4}},$$

$$\varphi_{n5} = \varphi_5 \frac{R_{\mu 5}}{R_{n5}}, \tag{14}$$

$$\varphi_{n6} = \varphi_6 \frac{R_{\mu 6}}{R_{n6}}.$$

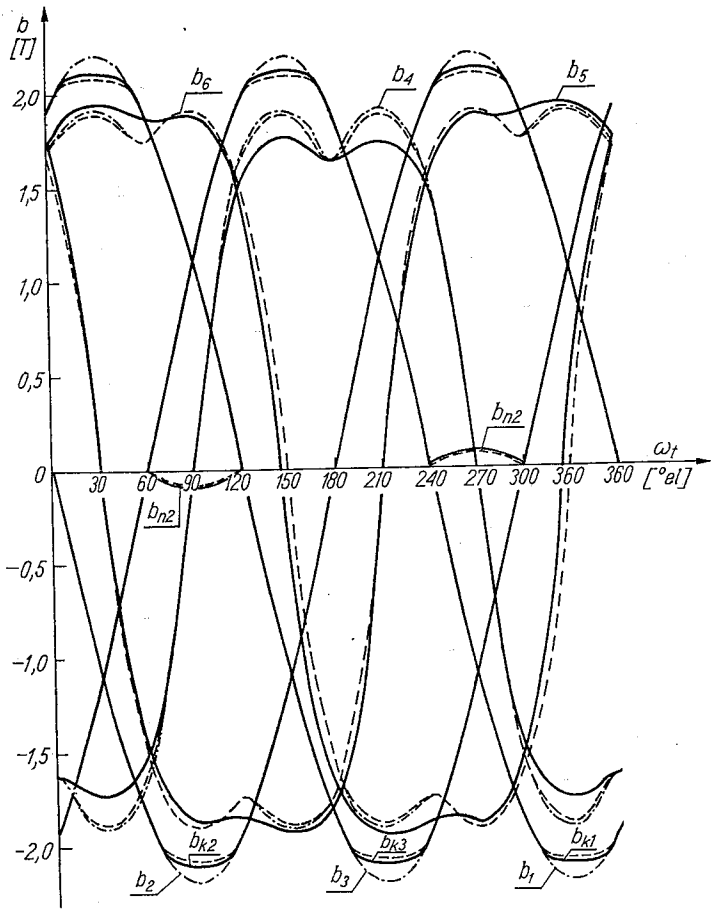
3. DOŚWIADCZALNE SPRAWDZENIE ROZKŁADU STRUMIENIA

Celem sprawdzenia dokładności rezultatów otrzymywanych przy pomocy zamieszczonych wyżej wzorów, przeprowadzono za pomocą wektoromierza firmy AEG oraz oscyloskopu OK-15 szereg pomiarów i badań na pięciokolumnowym rdzeniu modelowym. Metoda ich wykonywania opisana jest w [6]. Ponieważ podane w rozdz. 2 wzory dotyczą przypadku, kiedy w otoczeniu rdzenia nie ma żadnych elementów stalowych, pierwsza seria pomiarów wykonana została w tych właśnie warunkach. W serii drugiej zamiast belek jarzmowych drewnianych zastosowano belki stalowe. Jako wartość indukcji znamionowej przyjęto $B_{zn} = 1{,}7$ T. Ze względu na ograniczone możliwości laboratoryjne badania wykonano przy ok. 30%-wym przewzbudzeniu, a mianowicie przy $B_s = 2{,}2$ T. Dla tejże indukcji, opierając się na wzorach (9) ... (14), wykonano obliczenie rozkładu strumienia przy przewzbudzeniu. Niezbędne dla ich przeprowadzenia dane rdzenia modelowego są następujące: $m = 512$ mm, $n = 400$ mm, $m' = L_k = 210$ mm, $h_j = 55$ mm, $S_k = 77{,}1$ cm^2, $S_j = 44{,}6$ cm^2, blacha M6 — katalog [4]. Wyniki pomiarów oraz obliczeń przedstawione są graficznie na rys. 6 oraz zestawione w tablicy 1.

Tablica 1

Wartości maksymalne indukcji w T pomierzone i obliczone ($B_s = 2{,}2$ T)

		B_4	B_5	B_6	B_k	B_{n4}	B_{n5}	B_{n6}	B_n	B'_n	B''_n
Pomiar	belki stalowe	1,732	1,883	1,899	2,086	0,0012	0,050	0,053	0,074	0,120	0,061
	belki drewniane	1,762	1,923	1,939	2,090	0,001	0,011	0,0124	0,074	0,124	0,060
Obliczenie	z wypieraniem strumienia	1,890	1,890	1,890	2,060	0,0009	0,010	0,0122	0,074	0,074	0,074
	bez wypierania strumienia	1,904	1,904	1,904	2,200	—	—	—	—	—	—



Rys. 6. Charakterystyki indukcji w odcinkach jarzmowych i kolumnach rdzenia modelowego 5-kolumnowego przy przewzbudzeniu $B_t = 1{,}294 \cdot B_{zn} = 2{,}2$ T

——————— pomiar,
— — — — obliczenia za pomocą wzorów uwzględniających rozpraszanie się strumienia,
—·—·—·— obliczenia za pomocą wzorów literaturowych

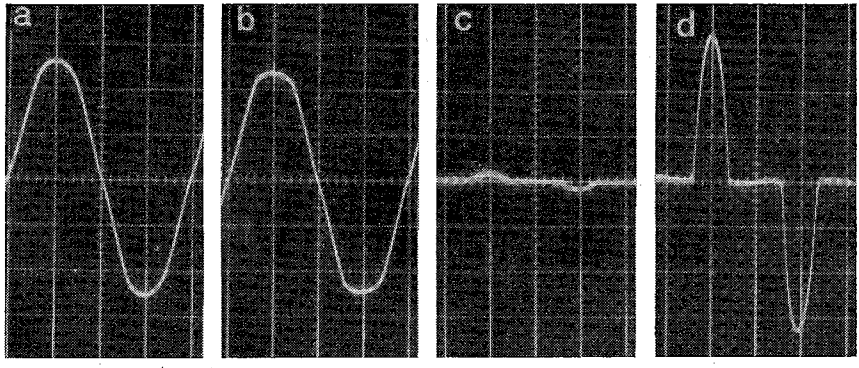
W tablicy 1, dla porównania, zamieszczone są również wartości indukcji obliczone według wzorów podawanych dotychczas w literaturze, a więc bez uwzględnienia wypierania strumienia poza obszar rdzenia. Jak widać otrzymane rezultaty, już nawet przy 30%-wym przewzbudzeniu, wyraźnie odbiegają od pomiaru. Wykorzystanie wzorów podanych w tej pracy przybliża wyniki obliczeń do pomiarów, dając zadowalającą ich zgodność.

Z tablicy 1 widać też, że:

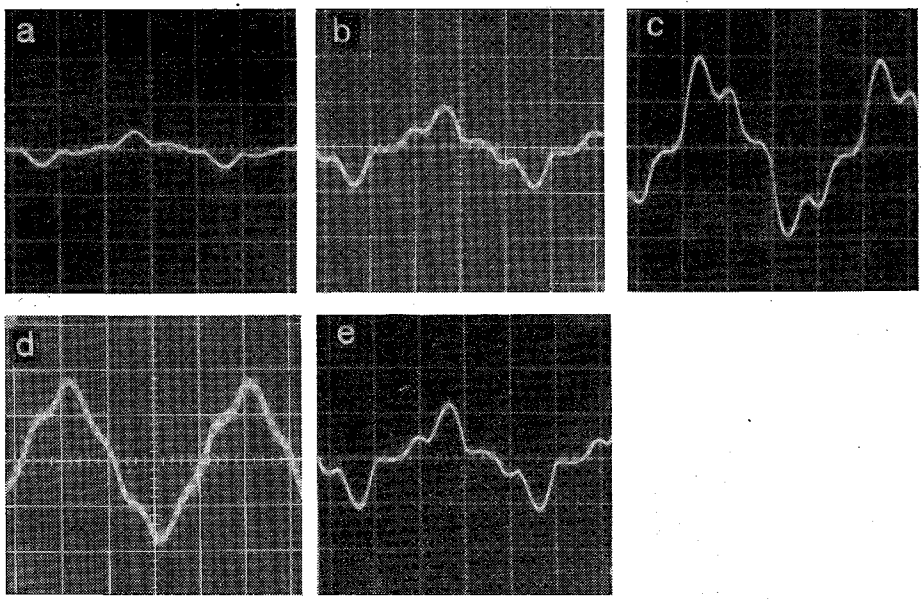
— zastosowanie belek stalowych powoduje jeszcze większe wypieranie strumienia z rdzenia, szczególnie w obszarze poziomych odcinków jarzmowych, gdzie jest ono tu około 50-krotnie większe, niż przy belkach drewnianych,

— gęstość strumienia w obszarze kanału jest znacznie większa, niż w przestrzeni uzwojenia wzbudzającego.

Dla zorientowania się w kształcie przebiegów strumieni wykonano szereg oscylogramów. I tak, oscylogramy pokazane na rys. 7 dotyczą strumienia w kolumnie głównej B oraz wypieranego z niej, na rys. 8 — strumieni wypieranych poza odcinki jarzmowe między kolumnami głównymi, na rys. 9 — strumieni wypieranych z jarzma powrotnego, zaś na rys. 10 — składowych pionowych i poziomych strumienia w przestrzeni okna. Jak widać, strumienie te są bardzo odkształcone, co niewątpliwie daje wzrost strat w masywnych elementach, przez które one przenikają. Istnieje niebezpieczeństwo lokalnych przegrzań nie tylko stalowych belek jarzmowych, ewentualnych śrub lub listw mocujących

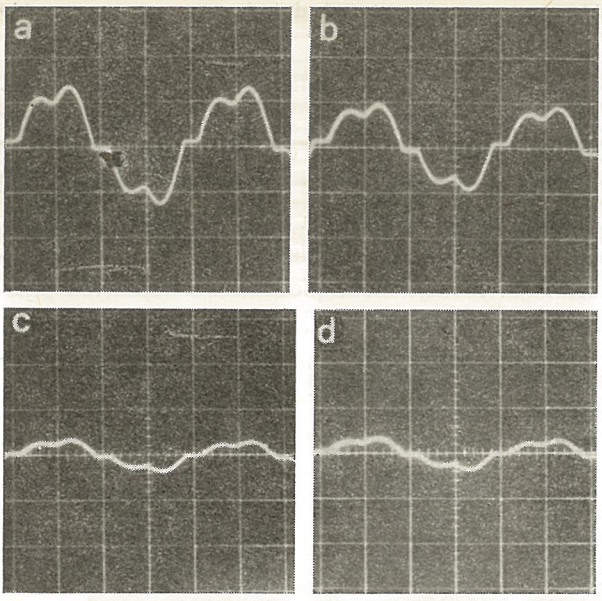


Rys. 7. Zmiany w czasie strumienia: a) w obszarze środkowej kolumny głównej B, kanału i uzwojenia wzbudzającego, b) w kolumnie głównej B, c) wypartego do kanału i uzwojenia wzbudzającego, d) jak w c), ale 15-krotnie powiększony



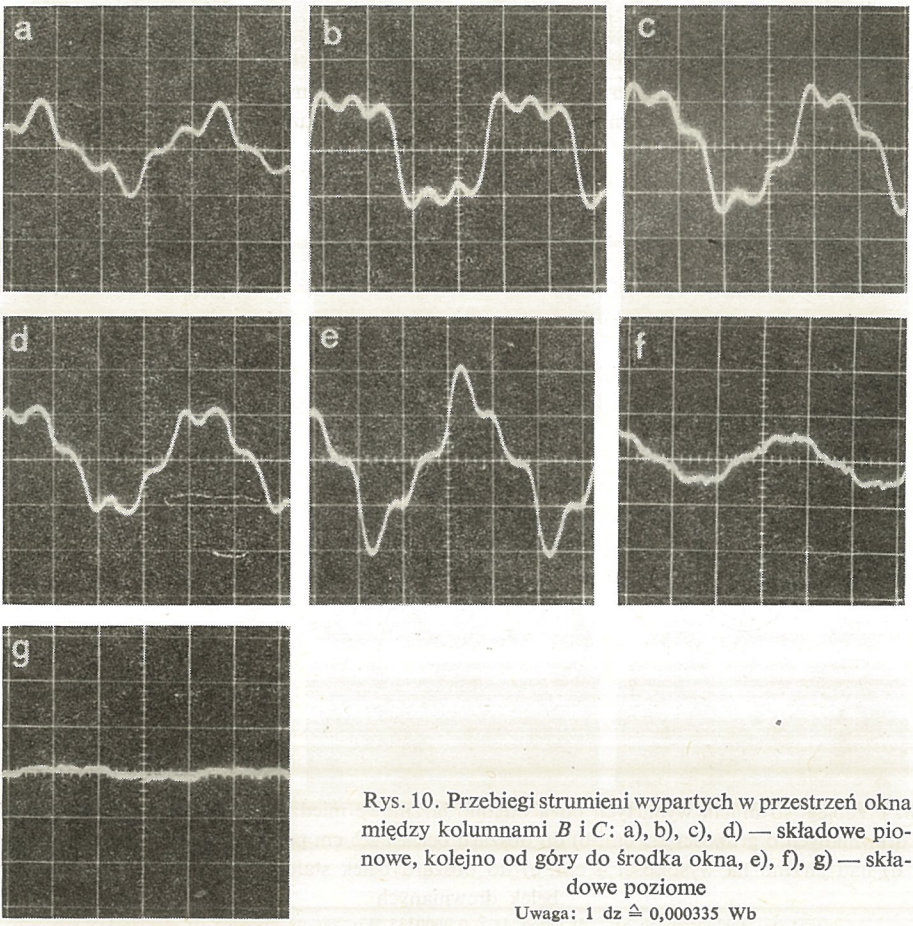
Rys. 8. Przebiegi strumieni wypartych poza odcinki jarzmowe między kolumnami A i B: a) do obszaru belek drewnianych o grubości 2,5 cm, b) do obszaru belek i 2,5 cm poza nie, c) pod jarzmo na wysokości 4 cm, d) nad jarzmo na wysokości 4 cm, e) do obszaru belek stalowych, odpowiadających wymiarom belek drewnianych

Uwaga: na oscylogramach a) ... d) jedna dz $\triangleq$ 0,0000335 Wb, zaś na e) jedna dz $\triangleq$ 0,000335 Wb



Rys. 9. Przebiegi strumieni wypartych z jarzma powrotnego prawego: a) do obszaru okna, b) do obszaru o grubości 2,5 cm równoległego do płaszczyzny blach rdzenia, c) do obszaru o grubości 1,8 cm na zewnątrz jarzma, d) do przestrzeni o grubości 10,6 cm na zewnątrz jarzma

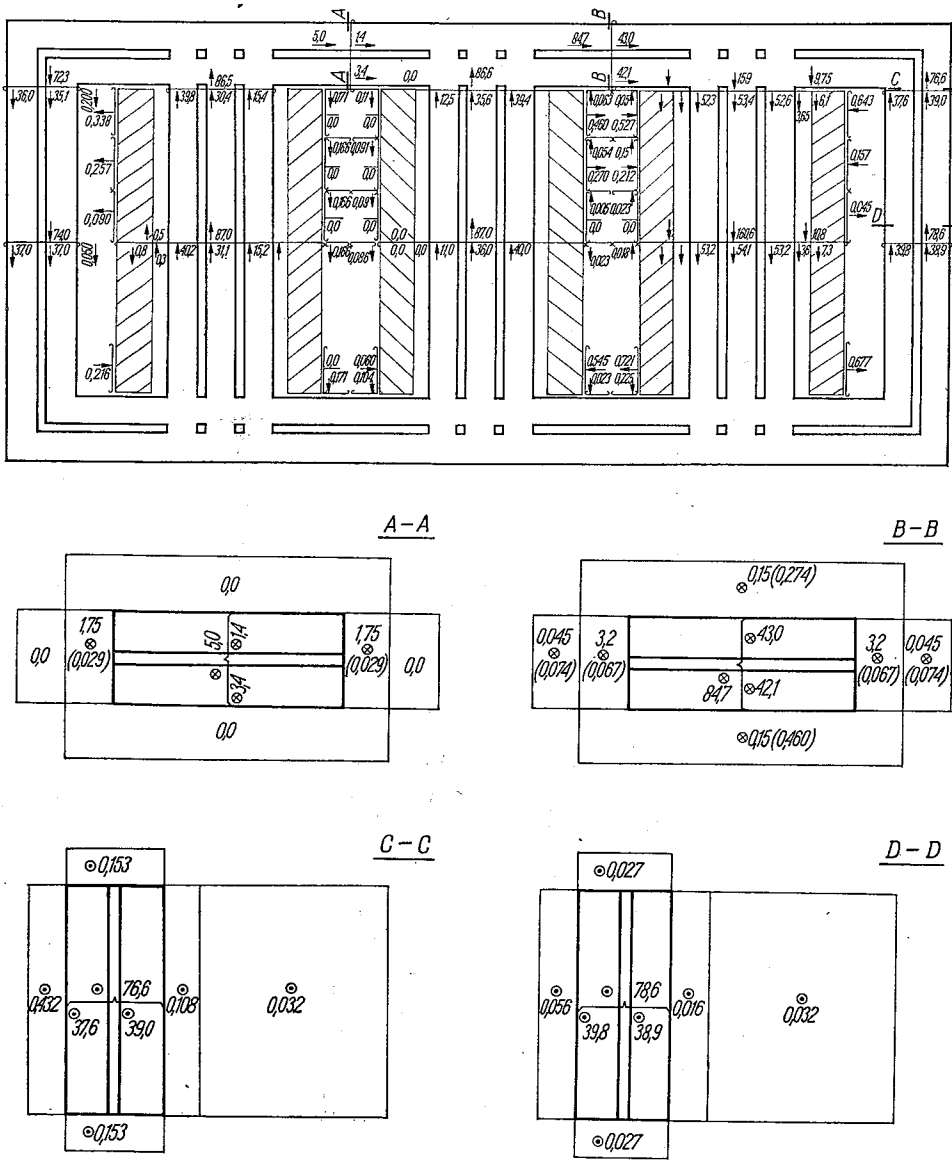
Uwaga: 1 dz ≙ 0,0000335 Wb



Rys. 10. Przebiegi strumieni wypartych w przestrzeń okna między kolumnami *B* i *C*: a), b), c), d) — składowe pionowe, kolejno od góry do środka okna, e), f), g) — składowe poziome

Uwaga: 1 dz ≙ 0,000335 Wb

prowadzonych wzdłuż kolumn, ale również cewek uzwojeń, gdyż, jak wynika z rys. 10 e), f), g), składowe poziome strumienia, szczególnie w obszarze cewek skrajnych, są dość znaczne. Występowanie składowych poziomych strumienia w obszarze okna uwidocznione jest również na rys. 11, przedstawiającym rozkład strumienia w rdzeniu i przestrzeni otaczającej go w chwili, gdy w kolumnie głównej 3 („C") występuje maksimum strumienia.



Rys. 11. Chwilowe wartości strumieni występujących w poszczególnych częściach obwodu magnetycznego 5-kolumnowego rdzenia modelowego oraz w przestrzeni otaczającej go w chwili $\omega t = 30°$ (przy $B_s = 1{,}294 \cdot 1{,}7 = 2{,}2$ T)

Uwagi: 1) podane wartości strumieni należy pomnożyć przez 10^{-4}, aby otrzymać je w weberach,
2) liczby podane w nawiasach (na przekrojach *A*—*A* oraz *B*—*B*) dotyczą belek drewnianych, podczas gdy cały rysunek odnosi się do belek stalowych

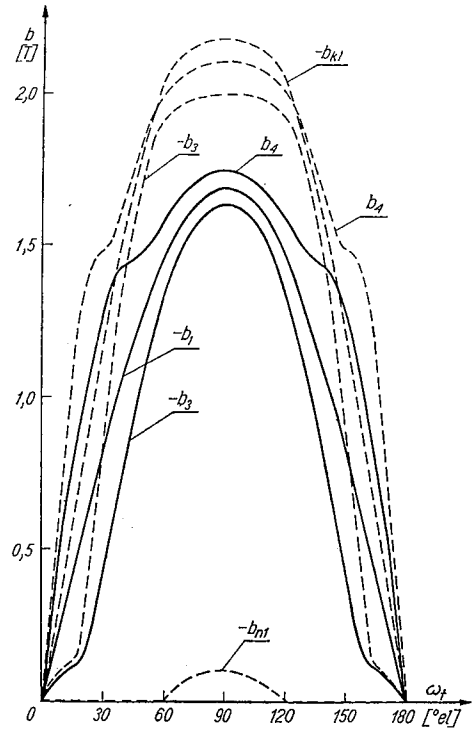
Analogiczne rysunki zostały wykonane dla jeszcze trzech innych charakterystycznych chwil (nie są one tu zamieszczone). Na ich podstawie można określić przebieg linii sił strumienia wypieranego poza obszar rdzenia, a tym samym ocenić obszary, w których występuje szczególnie duże niebezpieczeństwo lokalnych przegrzań.

4. OBLICZENIE ROZKŁADU STRUMIENIA W DUŻYCH RDZENIACH

Pomiary przeprowadzone w rozdz. 3 potwierdziły poprawność podanych w tej pracy wzorów, pozwalających obliczyć rozkład strumienia w stanie przewzbudzeń. Tu, w oparciu o nie, obliczony zostanie rozkład strumienia dla 2 dużych rdzeni przy założeniu 40%-wych przewzbudzeń.

4.1. Rdzeń jednofazowy czterokolumnowy transformatora 200 MVA/$\frac{400}{\sqrt{3}}$ kV

Niezbędne do przeprowadzenia obliczeń dane rdzenia są następujące: $m = 5{,}85$ m, $m' = L_k = 2{,}48$ m, $n = 3{,}96$ m, $S_k = 0{,}8884$ m^2, $S_j = 0{,}4442$ m^2, $S_{n1} = 1{,}600$ m^2, $S_{n3} = 0{,}158$ m^2, $S_{n4} = 6{,}836$ m^2, blacha Z-10 [5].



Rys. 12. Charakterystyki indukcji w odcinkach jarzmowych i kolumnach rdzenia 4-kolumnowego transformatora 1-fazowego 200 MVA/420 kV

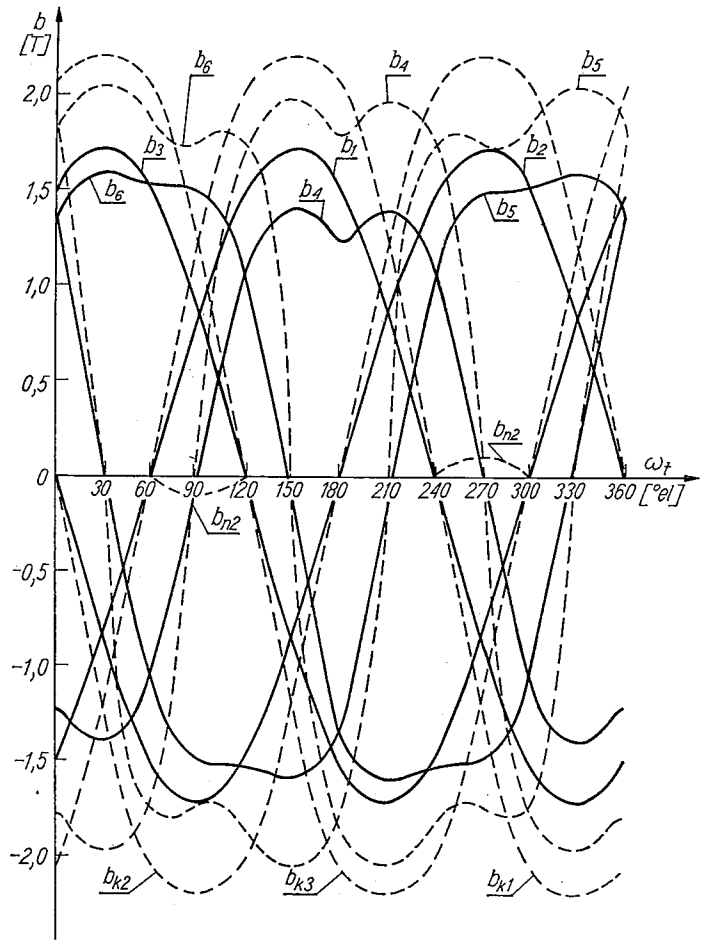
——— przy indukcji $B_{zn} = 1{,}69$ T,

— — — — przy przewzbudzeniu $B_s = 1{,}4 \cdot B_{zn} = 2{,}37$ T

Rezultaty obliczeń dla stanu normalnej pracy i przy 40%-wym przewzbudzeniu, przy założeniu indukcji znamionowej 1,69 T, przedstawione są na rys. 12. Jak widać, przy przewzbudzeniu występuje znaczne spłaszczenie strumienia w kolumnach głównych — około 8% strumienia wymuszonego zostaje wyparte do przestrzeni kanału i uzwojenia wzbudzającego, dając tam wypadkową indukcję równą 0,1 T.

4.2. Rdzeń trójfazowy pięciokolumnowy transformatora 590 MVA/420 kV

Niezbędne do przeprowadzenia obliczeń dane rdzenia są następujące: $m = 6{,}65$ m, $m' = L_k = 2{,}40$ m, $n = 4{,}91$ m, $S_k = 1{,}345$ m^2, $S_j = 0{,}780$ m^2, $S_{n1} = S_{n2} = S_{n3} = 2{,}681$ m^2, $S_{n4} = 0{,}275$ m^2, $S_{n5} = S_{n6} = S_n = 7{,}39$ m^2, blacha Z-10 [5].



Rys. 13. Charakterystyki indukcji w odcinkach jarzmowych i kolumnach rdzenia 5-kolumnowego transformatora 3-fazowego 590 MVA/420 kV

——— przy indukcji $B_{zn} = 1{,}72$ T,

— — — przy przewzbudzeniu $B_s = 1{,}4\ B_{zn} = 2{,}41$ T

Rezultaty obliczeń dla stanu normalnej pracy i przy 40%-wym przewzbudzeniu, przy założeniu indukcji znamionowej 1,72 T, przedstawione są na rys. 13. Jak widać z niego, analogicznie jak przy rdzeniu jednofazowym czterokolumnowym, tu również jest znaczne spłaszczenie strumienia w kolumnach głównych — około 9% strumienia wymuszonego zostaje wyparte do przestrzeni kanału i uzwojenia wzbudzającego, dając tam wypadkową indukcję równą 0,1 T.

Celem zorientowania się, jak wpływa na stopień wypierania strumienia z obwodu magnetycznego gatunek blachy, z której zrobiony jest rdzeń, analogiczne obliczenia przeprowadzono przy założeniu blachy M6 [4], otrzymując w wyniku wartość strumienia wypartego z kolumn głównych do przestrzeni otaczającej je równą 13% strumienia wymuszonego (zamiast 9% przy blasze Z-10). Jeśli chodzi o wypieranie strumienia z odcinków jarzmowych między kolumnami głównymi, to przy belkach drewnianych i blasze Z-10 wynosi ono ok. 7%, zaś przy blasze M6 — około 10%. Wypieranie strumienia z jarzm powrotnych jest stosunkowo nieznaczne.

Podane wyżej liczby uzyskane zostały z obliczeń. Dla pełności rozeznania, jak w zależności od stopnia przewzbudzenia zależy wypieranie strumienia z rdzenia, przeprowadzono na rdzeniu modelowym dodatkowe badania, uzyskując wyniki podane w tablicy 2.

Tablica 2

Wartości strumienia wypieranego z kolumn głównych do przestrzeni niemagnetycznej wokół nich w zależności od stopnia przewzbudzenia transformatora (w stosunku do indukcji znamionowej 1,7 T) — blacha M6

Stopień przewzbudzenia transformatora w [%]	10	20	30	40
Strumień wyparty z kolumn głównych w [%]	0,5	2,5	5,0	8,0

Jak widać, rdzeń modelowy miał inne proporcje niż rdzeń transformatora 590 MVA; tu również wypieranie strumienia rośnie w zasadniczym stopniu w zależności od stopnia przewzbudzenia, przy czym istotniejsze zmiany zaczynają się od 20%-owych przewzbudzeń.

5. UWAGI I WNIOSKI

Na podstawie szeregu przeprowadzonych obliczeń i pomiarów można stwierdzić, co następuje.

1) Podane w pracy wzory pozwalające obliczyć rozkład strumienia przy przewzbudzeniach dają dobre wyniki w porównaniu z rezultatami pomiarów wykonanych z belkami jarzmowymi drewnianymi. Przy belkach stalowych zmienia się praktycznie tylko wypieranie strumienia z poziomych odcinków jarzmowych, a mianowicie rośnie ono wtedy 50- do 70-krotnie w porównaniu do wartości maksymalnych uzyskanych ze wzorów (por. tabl. 1 dotycząca 30%-ego przewzbudzenia).

2) Przy stosowaniu belek stalowych cały wyparty strumień koncentruje się przede wszystkim w nich, a stąd w ich obszarze — w porównaniu z belkami drewnianymi — występuje powiększenie strumienia około 50-krotne (przy 30%-owym przewzbudzeniu).

3) Strumienie wypierane z obwodu magnetycznego są duże i mogą powodować lokalne przegrzania w obszarze stalowych belek jarzmowych a także innych masywnych elementów konstrukcyjnych. Istnieje również duże niebezpieczeństwo przegrzania izolacji uzwojeń, ze względu na znaczne wartości składowych poprzecznych i podłużnych strumienia wypieranego w ich przestrzeń.

4) Strumienie wypierane z żelaza są bardzo odkształcone, co wpływa również na wielkość wywiązujących się strat.

5) Wypieranie strumienia z obwodu magnetycznego jest tym mniejsze, im blacha, z której zrobiony jest rdzeń, ma większą magnesowalność.

6) Zjawisko wypierania strumienia z rdzenia zaczyna być odczuwalne przy przewzbudzeniach większych od 20%-owych.

LITERATURA

1. P. L. Bellaschi, *Overexcitation of Large Generator Transformers*, Abstract 27906 in Electrical and Electronics Abstracts 71, 1968, z. 8, s. 72—73.
2. J. Gantner, F. H. Birch, *Transformer overfluxing protection*, Electra, CIGRE, Nr 31, December 1973, s. 65—83.
3. E. Jezierski, *Transformatory. Podstawy teoretyczne*, WNT, Warszawa 1965.
4. Katalog blach magnetycznych firmy Surahammar.
5. Katalog blach magnetycznych firmy Yawata Iron.
6. A. Kozłowska, *Rozkład strumienia w trójfazowych wieloramowych rdzeniach pięciokolumnowych*, Rozprawy Elektrotechniczne, 16, 1, s. 127—146, 1970.
7. A. H. Locke, *Overexcitation of a Large Generator Transformer*, Minutes of the Thirty-fifth Annual Internationel Conference of Doble Clients, 1968.
8. Publication 76 IEC, *Power Transformers, Part I: General, 8.2. Load rejection on generator transformers*, 1974.
9. C. R. Russell and C. H. Clarridge, *New design overcomes drift in overexcitation protection*, Electrical World, 171, 1969, z. 1, s. 32.
10. W. C. Sealey, *Overexcitation of Power Transformers*, Allis — Chalmers Engineering Review, 30, 1965, z. 4, s. 18—19.
11. C. L. Wagner, *Overexcitation Problems and Protection of Generators and Transformers*, Conference of Protective Relaying, Georgia Institute of Technology, May 4—5, 1967.

A. KOZŁOWSKA, H. PABIS

FLUX DISTRIBUTION IN LARGE TRANSFORMERS UNDER OVERFLUXING CONDITIONS OF SHORT DURATION

Summary

The formulae given in the paper enable us to evaluate the fluxes in various parts of 3-phase 5-limb an 1-phase 4-limb transformer cores as well as the fluxes forced out of the core laminations by such core constructions under overfluxing conditions. The measurements made on model-cores verified the suitable accuracy of the formulae obtained. According to the calculations and measurements, the flux under over-

fluxing conditions is especially intensely forced out of the core laminations into the spaces between the legs and windings energized, into the yoke beams and into the areas of winding edges in the core windows. The distinct influence of the magnetic properties of the core laminations on the fluxes forced out was stated, too.

A. KOZŁOWSKA, H. PABIS

DISTRIBUTION DU FLUX MAGNÉTIQUE DANS LES TRANSFORMATEURS DE GRANDE PUISSANCE PENDANT LES SUREXCITATIONS DE COURTE DURÉE

Résumé

Dans l'article on a cité les formules pour calculer la valeur du flux dans des différentes parties du circuit magnétique des noyaux monophasés à quatre colonnes et triphasés à cinq colonnes ainsi que du flux existant au delà du noyau.

On a constaté une bonne concordance des résultats obtenus à partir de ces formules et par l'expérimentation à l'aide d'un noyau modèle. Les mesures ont montré qu'un spécialement grand repoussage du flux existe dans l'espace entre les colonnes et l'enroulement d'excitation, au voisinage des barres pressant les culasses et dans la région de la fenêtre au bord des enroulements. On a constaté enfin l'influence de la qualité des tôles sur la valeur du flux repoussé du noyau pendant les surexcitations.

A. KOZŁOWSKA, H. PABIS

MAGNETFLUßVERTEILUNG IN TRANSFORMATOREN GROßER LEISTUNGEN BEI KURZZEITIGEN ÜBERERREGUNGEN

Zusammenfassung

Im vorliegenden Artikel wurden Formeln angeführt, die die Wertberechnung eines Flusses sowohl in einzelnen Teilen des Magnetkreises der Kerne der 1-phasigen Vierschenkelkerne und der 3-phasigen Fünfschenkelkerne möglich machen, als auch eines außerhalb des Eisens verdrängten Flusses.

Die Genauigkeit der auf Grund dieser Formeln gewonnenen Ergebnisse wurde bei Messungen am Modellkern geprüft, wobei eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse festgestellt worden ist. Die Messungen erwiesen, daß ein besonders starkes Verdrängen des Flusses im Raum zwischen den Hauptschenkeln und der Erregungswicklung, im Raum der Stahljochbalken und im Fensterraum am Wicklungsrand stattfindet. Außerdem wurde festgestellt, in welchem Maße die Blechqualität den aus dem Kern bei den Übererregungen verdrängten Flußwert beeinflußt.

А. КОЗЛОВСКА, Г. ПАБИС

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОТОКА В МОЩНЫХ ТРАНСФОРМАТОРАХ ПРИ ИХ КРАТКОВРЕМЕННОМ ПЕРЕВОЗБУЖДЕНИИ

Резюме

В статье приведены формулы позволяющие расчитать значения потока так в отдельных элементах магнитного контура 1-фазных 4-х стержневых и 3-х фазных 5-ти стержневых сердечников, как и потока рассеяния. Точность полученных по этим формулам результатов проверялась измерениями на модельном сердечнике, причем получено хорошее совпадение результатов. Измерения показали, что особенно большое рассеяние потока имеет место в пространстве между главными стержнями и возбуждающей обмоткой, в области стальных балок ярма, а также в области окна, на краю обмоток.

Определена также степень зависимости потока рассеяния от качества стали сердечника.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 147 — 160

621.314.57/58

Cyfrowe modelowanie układów przekształtnikowych

WALDEMAR SMOŁUCH (LUBLIN)

Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 11.3.1976

W pracy przedstawiono analizę układów przekształtnikowych w przestrzeni stanu. Zmienną konfigurację układu opisuje macierz transformacji T, której wyrazy są określone na podstawie udowodnionych w pracy zasad wynikających z teorii grafów i sieci.

W przypadku zmiany struktury, przekształceniom podlegają równania oczkowe opisujące układ w stanie przewodzenia wszystkich zaworów.

1. WSTĘP

Dla układów przekształtnikowych współpracujących z przetwornikami elektromechanicznymi istnieje potrzeba opracowania takiego modelu matematycznego systemu, aby niezależnie od złożoności oraz charakteru pracy układu opisywał on w sposób ogólny i jednolity rzeczywisty układ o zmiennej w czasie konfiguracji. Problemami głównie występującymi przy analizie tych układów są: określanie stanu przewodzenia zaworów w przypadku zmiany konfiguracji układu, tworzenie równań więzów kolejnych stanów pracy układu oraz zmniejszenie czasu obliczeń i wielkości rezerwowanej pamięci EMC.

W pracy na podstawie topologicznej analizy obwodów elektrycznych oraz kontragredientnych przekształceń za pomocą macierzy strukturalnych przedstawiono zmienną strukturę układów. Kolejne stany określa się za pomocą macierzy przekształceń $\underline{T}$ zdefiniowanej przez G. Krona [5]

$$\underline{T} \stackrel{\mathrm{df}}{=} [t_{ij}] \tag{1}$$

i jest to przekształcenie i-tych krawędzi (gałęzi) „starych" obwodów do j-tych krawędzi „nowych" obwodów. Jedne z pierwszych zastosowań teorii Krona do układów przekształtnikowych przedstawiono w [17]. Jednak metoda podana w tej pracy ogranicza się jedynie do analizy pojedynczego 3-fazowego mostka tyrystorowego i praktycznie nie jest możliwe wykorzystanie jej dla dowolnie złożonego układu przekształtnikowego, z uwagi na brak ogólnych zasad określania wyrazów macierzy $\underline{T}$.

W niniejszej pracy podaje się zasady, które określają wyrazy macierzy $\underline{T}$ dla kolejnych zmian konfiguracji dowolnego układu przekształtnikowego w zależności od stanu przewodzenia zaworów układu. Zasady te są oparte na dowiedzionych przez autora twierdzeniach z teorii grafów i sieci, podanych w dalszej części artykułu. Graf wraz z odpowiadającą mu liczbą równań stanu jest utworzony dla fikcyjnego stanu, gdy przewodzą wszystkie

zawory układu. Macierz $\underline{T}$ powoduje wyeliminowanie zbioru krawędzi z nieprzewodzącymi zaworami z grafu wyjściowego, co pozwala na dostosowanie liczby równań stanu do aktualnego wymiaru wektora stanu.

Do analizy zastosowano metodę zmiennych stanu i jako zmienne przyjęto: prądy oczkowe $\underline{i}_{OL}$ płynące w indukcyjnościach oraz napięcia oczkowe $\underline{u}_{OC}$ na pojemnościach odpowiednich obwodów. Dla systemów liniowych układów elektromechanicznych można wprowadzić dodatkową zmienną stanu, np.: prędkość kątową mas wirujących [7]. Zastosowanie przekształceń kontragredientnych równań oczkowych za pomocą macierzy $\underline{T}$ i przyjęcie jako zmiennych stanu powyżej podanych wielkości, pozwala na zmniejszenie liczby równań stanu oraz znaczne zmniejszenie liczby równań podlegających przekształceniom. Natomiast metoda podana przez [6] wymaga dla każdej konfiguracji układu, przekształceń m-równań dla m-krawędzi normalnych. Ponadto nie zawsze można określić wyrazy macierzy incydencji oczkowej $\underline{C}$ po zmianie konfiguracji układu. Tej wady nie mają metody analizy cyfrowej podane w [8, 9, 10], lecz wymagają one wczytania wielu danych wejściowych, a ponadto procedura tworzenia drzewa grafu zajmuje znaczny obszar pamięci EMC i nie analizuje grafu wieloczęściowego układów przekształtnikowych. Metody te uniemożliwiają również otrzymanie układu równań opisującego dowolny stan analizowanych układów.

Przedstawiona w dalszej części artykułu metoda pozwoliła na uniknięcie wymienionych powyżej wad.

2. GENEROWANIE DRZEW GRAFU UKŁADU O ZMIENNEJ KONFIGURACJI

W pracy przyjęto pojęcia i definicje z teorii grafów i sieci opierając się na [11, 13].

1. Grafem wyjściowym zorientowanym nazywamy parę uporządkowaną $G = \langle V, R\rangle$ gdzie V jest skończonym zbiorem wszystkich wierzchołków danego układu, a R relacją dwuargumentową (binarną) określoną w zbiorze V.

2. Przestrzenią cykli grafu G jest rodzina zbiorów wektorów $\underline{e}_\mu = \{e_1, \ldots, e_m\}$ określona na zbiorze krawędzi $K = \{k_1, \ldots, k_m\}$, przyporządkowanych każdemu cyklowi, tak że:

$$e_j = \begin{cases} 1, & \text{gdy } k_j \in \underline{e}_\mu, \\ 0, & \text{gdy } k_j \notin \underline{e}_\mu, \end{cases}$$

czyli na zbiorze krawędzi K grafu G została określona macierz incydencji oczkowej $C = [c_{ij}]$ $(i = 1, 2, \ldots, \mu, \quad j = 1, 2, \ldots, m)$.

3. Wymiarem przestrzeni cykli (rozmiarem) grafu G bez punktów artykulacji jest liczba cyklomatyczna:

$$\mu = m - n + p, \tag{2}$$

gdzie:

$K = \{1, 2, \ldots, m\}$ — zbiór krawędzi grafu G,

$V = \{1, 2, \ldots, n\}$ — zbiór wierzchołków grafu G (rząd grafu),

p — liczba części nie spójnego grafu G.

4. Grafem częściowym G' grafu G jest para uporządkowana

$$G' = \langle V, R'\rangle, \text{ gdzie } R' \subset R.$$

5. Drzewem grafu G jest każdy spójny graf częściowy grafu G nie zawierający cyklu.

6. Drzewem własnym dowolnego grafu G bez punktów artykulacji jest zbiór krawędzi zamykających K_z (cięciw) zawierający elementy indukcyjne lub źródła prądowe oraz zbiór krawędzi dopełniających K_d (gałęzi drzewa) zawierający elementy typu pojemnościowego lub źródła napięciowe.

7. Drzewem normalnym dowolnego grafu G bez punktów artykulacji jest zbiór krawędzi zamykających K_z oraz dopełniających K_d zawierający indukcyjności i pojemności. Indukcyjności występujące w zbiorze K_d oraz pojemności w zbiorze K_z nazywa się nadmiarowymi. Elementy aktywne w zbiorach krawędzi występują zgodnie z zasadą podaną dla drzewa własnego.

2.1. Określenie macierzy przekształceń $\underline{T}$ na podstawie analizy grafów

Punktem wyjściowym do analizy układów o zmiennej strukturze za pomocą metody podanej w tej pracy jest utworzenie grafu wyjściowego oraz jego drzewa własnego lub normalnego. Drzewo własne wymaga najprostszego algorytmu układania równań stanu [1, 12]. Opracowano szereg algorytmów automatycznego generowania drzewa grafu z założonym priorytetem [1, 10]. Jednak w celu łatwiejszego określenia wyrazów macierzy przekształceń $\underline{T}$ można przy tworzeniu drzewa grafu kierować się niżej podanymi zasadami. Z tego względu, jak też z powodu możliwości otrzymania dla liniowych systemów rozwiązania analitycznego równań stanów, należy wyjściowe równania układu przedstawić w postaci równań oczkowych.

W celu określenia wyrazów macierzy $\underline{T}$ dla kolejnej konfiguracji dowolnego układu przekształtnikowego muszą być spełnione następujące zależności między zbiorami krawędzi grafu:

1. między zbiorami krawędzi K grafu wyjściowego G zachodzi relacja $K_T \subset K_z$,
2. na zbiorze krawędzi $K \supset (K_T \cup K_z)$ grafu wyjściowego G określono iloczyn kartezjański

$$P = [\langle m_T, m_z \rangle \in (K_T \times K_z)] \equiv (m_T \in K_T) \wedge (m_z \in K_z)$$

i zdefiniowano relację ϱ między krawędziami w następujący sposób:

$$\varrho(k) = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } k \in V_T, \\ 0, & \text{jeżeli } k \notin V_T, \end{cases}$$

gdzie V_T jest zbiorem wierzchołków rzędu drugiego.

Twierdzenie 1. Jeżeli dla podgrafu G' grafu wieloczęściowego G o silnie spójnych grafach częściowych i spełnionej relacji między ich krawędziami $K_T \subset (K_z \cup K_d) \wedge K'_T \subset (K'_z \cup K'_d)$ oraz $K' = \{m'_1, \ldots, m'_l\}$, $K' \subset K$, utworzono różnicę symetryczną $G'' = G \oplus G'$, to otrzymany w wyniku takiej redukcji krawędzi graf G'' posiada liczbę cyklomatyczną o l mniejszą.

Dowód jest natychmiastowy, ponieważ $v_i \in V$, $i = 1, \ldots, n$, $V = V''$, więc $v_i \in V''$ i z zależności (2) wynika, że wartość liczby cyklomatycznej zmniejszy się o wartość l zbioru krawędzi $K \supset K'$.

Twierdzenie 2. Jeżeli dla grafu G oraz grafu G' utworzymy graf $G'' = G \cup G'$ bez punktów artykulacji, to przy pozostałych założeniach jak w twierdzeniu 1 liczba cyklomatyczna grafu G'' zwiększy się o l.

Dowód jest identyczny jak w twierdzeniu 1.

Stosując powyższe zasady tworzenia drzewa grafu wyjściowego oraz twierdzenia 1 i 2 można jednoznacznie określić poszczególne wyrazy macierzy transformacji $\underline{T}$, które będą funkcją jednoargumentową stanu przewodzenia zaworów. Zastosowane twierdzenia pozwalają ustalić wymiar macierzy $\underline{T}$ dla każdej zmiany konfiguracji układu:

1. liczba kolumn odpowiada liczbie cyklomatycznej nowego układu zgodnie z twierdzeniami 1 i 2,
2. liczba wierszy odpowiada liczbie cyklomatycznej układu przed zmianą konfiguracji.

Można zauważyć, że gdy układ nie zmieni swojej konfiguracji jaką posiadał jego graf wyjściowy, to macierz przekształceń $\underline{T}$ pozostanie macierzą jednostkową.

2.2. Wyznaczanie macierzy przekształceń na podstawie kompletnej macierzy incydencji wierzchołków grafu

Algorytm określania wyrazów macierzy $\underline{T}$ na podstawie twierdzeń z teorii grafów jest prosty, lecz podane przez autora w punkcie 2.1 zasady oraz twierdzenia jeszcze nie stosują się dla dowolnej klasy systemów przekształtnikowych.

Uzupełnieniem powyższych twierdzeń jest przedstawione niżej i udowodnione twierdzenie umożliwiające stosowanie macierzy przekształceń $\underline{T}$ oraz metody zmiennych stanu dla dowolnych systemów przekształtnikowych.

Twierdzenie 3. Jeżeli dla grafu G'' zbiór krawędzi $K'' \equiv K_z$ przy $K_z \subset K$ oraz $K'' = \{k_1'', \ldots, k_m''\}$ i $K_z'' = \{k_1'', \ldots, k_z''\}$ zostanie określona rodzina zbiorów wektorów $\underline{e}_\mu''$, tak że:

$$e_j = \begin{cases} 1, & \text{gdy } k_j'' \in \underline{e}_\mu'', \\ 0, & \text{gdy } k_j'' \notin \underline{e}_\mu'', \end{cases}$$

to tak powstała zmodyfikowana macierz incydencji oczkowej $C_k = [c_{ij}]$ $(i = 1, \ldots, \mu'', j = 1, \ldots, m)$ spełnia równanie:

$$\underline{T} = \underline{C}_k^T. \tag{3}$$

Dowód. Jeśli zbiór $K'' \equiv K_z$ i $\underline{e}_\mu''$ jest określony na zbiorze K_z'' tak, że wymiar przestrzeni cykli grafu G'' wynosi $\mu'' = k_z''$, to dla $C_k = [c_{ij}]$ $(i = 1, \ldots, \mu'', j = 1, \ldots, m)$ i $\underline{C}_k^T = [c_{ji}]$ wynika, że $\underline{C}_k^T$ jest odwzorowaniem zbioru K_z w zbiór K_z'' zgodnie z definicją (1) macierzy przekształceń $\underline{T}$, czyli:

$$T = \underline{C}_k^T : K_z \to K_z''.$$

W celu wykorzystania twierdzenia 3 do wyznaczania wyrazów macierzy $\underline{T}$ należy dokonać przekształceń kompletnej macierzy incydencji wierzchołków $\underline{A}_k$ do postaci macierzy incydencji oczkowej $\underline{C}$. Punktem wyjściowym do analizy układu jest utworzenie grafu wyjściowego oraz jego drzewa własnego lub normalnego, a następnie macierzy incydencji $\underline{A}_k$. W przypadku zmiany konfiguracji układu należy określić wyrazy macierzy incydencji $\underline{A}$ usuwając kolejno z grafu:

1. zbiór krawędzi z nieprzewodzącymi zaworami K_T,
2. zbiór wierzchołków V rzędu 1, grafu G.

Algorytm dla tych operacji podany został w [9].

Dokonując podziału macierzy incydencji A na dwie podmacierze:

$$\underline{A} = [\underline{A}_z \vdots \underline{A}_c] \tag{4}$$

oraz wykonując przekształcenia podane w [1, 3] otrzymano macierz incydencji oczkowej o postaci:

$$\underline{C} = [-(\underline{A}_z^{-1} \cdot \underline{A}_c)^T \cdot \underline{I}], \tag{5}$$

gdzie:

$\underline{A}$ — macierz incydencji o wymiarach $n \times k$, $n = w-1$, $k = m+n$,
w — liczba węzłów sieci,
k — liczba krawędzi grafu,
$\underline{A}_z$ — macierz incydencji zbioru krawędzi K_d o wymiarach $n \times n$,
$\underline{A}_c$ — macierz incydencji zbioru krawędzi K_z o wymiarach $n \times m$,
$\underline{I}$ — macierz jednostkowa zbioru krawędzi K_z o wymiarach $m \times m$,
$\underline{C}_z$ — macierz incydencji oczkowej o wymiarach $\mu \times k$.

Na podstawie zależności (4) i (5) oraz definicji drzewa grafu podanej w punkcie 2, można wyciągnąć wniosek ułatwiający podział macierzy incydencji wierzchołków $\underline{A}$ na podmacierze $\underline{A}_z$ i $\underline{A}_c$.

Wniosek 1. Macierz $\underline{A}_z$ jest macierzą kwadratową o wymiarach $n \times n$, zawierającą w każdym z n wierszy co najmniej jeden element niezerowy. Wniosek ten pozwala na uniknięcie czasochłonnego tworzenia drzewa grafu, polegającego na sprawdzaniu incydencji wszystkich wierzchołków krawędzi grafu.

Stosując zależności (3) i (5) oraz wniosek 1 można określić wyrazy macierzy $\underline{T}$ dla dowolnego układu przekształtnikowego po zmianie jego konfiguracji.

3. OKREŚLENIE STANU PRZEWODZENIA ZAWORÓW W PRZYPADKU ZMIANY KOLEJNYCH KONFIGURACJI UKŁADU

Funkcje logiczne stanu przewodzenia zaworów determinują zmiany struktur. W metodzie opisanej w punkcie 2.1 wyrazy macierzy $\underline{T}$ są określone bezpośrednio na podstawie funkcji logicznych oraz twierdzeń 1 lub 2, natomiast w p. 2.2 wyrazy te uzyskuje się po przekształceniach kompletnej macierzy incydencji. Funkcje logiczne stanu przewodzenia zaworów zostały opracowane na podstawie [2, 4, 15].

Funkcja opisująca stan włączenia oraz przewodzenia tyrystora ma postać:

$$F = i_T^* \vee (u_z^* \wedge i_B^*) \equiv 1, \tag{6}$$

gdzie:

u_z^* — najmniejsze napięcie anodowe tyrystora, przy którym można go już wyzwolić prądem bramki (w zapisie binarnym),

u_T^* — napięcie anodowe,

i_B^* — wyzwalający prąd bramki,

i_T^* — prąd podtrzymania tyrystora.

Stan wyłączenia tyrystora jest scharakteryzowany przez funkcję:

$$F = i_T^* \wedge (i_B^* \wedge u_z^*) \equiv 0. \tag{7}$$

Dla diody stan włączenia i przewodzenia:

$$F = i_D^* \vee u_D^* \equiv 1, \tag{8}$$

gdzie: u_D^*, i_D^* — napięcie i prąd anodowy diod (w zapisie binarnym).

Stan wyłączenia:

$$F = i_D^* \wedge u_D^* \equiv 0. \tag{9}$$

W celu wyznaczenia w procesie obliczeń numerycznych funkcji logicznych zaworów danych zależnościami (6) do (9), należy w dyskretnej chwili czasu określić napięcia na krawędziach z przewodzącymi zaworami. Algorytm obliczeń jest następujący:

1. prądy w krawędziach K_z oraz krawędziach incydentnych z nimi o wierzchołku rzędu 1 są znane w każdym kroku obliczeń jako zmienne stanu $\underline{i}_{OL}$,
2. prądy w krawędziach K_d wyznacza się na podstawie kontragredientnego przekształcenia za pomocą macierzy $\underline{C}^T$ zmiennych stanu $\underline{i}_{OL}$:

$$\underline{i}_g = \underline{C}^T \underline{i}_{OL}, \tag{10}$$

3. napięcia na krawędziach K_d i K_z określa się za pomocą macierzy $\underline{A}_z$ i $\underline{A}_c$ zgodnie ze sposobem podanym w [10].

W celu skrócenia czasu obliczeń prądów i napięć gałęziowych koniecznych do określenia funkcji logicznych zaworów należy uwzględnić tylko te części grafu wieloczęściowego, w których te zawory występują.

Podczas pracy układu przekształtnikowego może wystąpić graf niespójny. Dla tego przypadku funkcje logiczne zaworów należy wyznaczyć na podstawie układu równań dla grafu wyjściowego, przyjmując dla części grafu wieloczęściowego, w której występują zawory, $\underline{i}_{OL} = 0$.

4. RÓWNANIA ZMIENNYCH STANU

Punktem wyjściowym do analizy metodą zmiennych stanu jest układ równań oczkowych zestawionych dla drzewa grafu wyjściowego o postaci:

$$\underline{e}_O = \underline{L}_O \frac{d}{dt} \underline{i}_O + R_O \underline{i}_O + \underline{u}_{CO}, \tag{11}$$

$$\frac{d}{dt} \underline{u}_{CO} = \underline{S}_O \underline{i}_O, \tag{12}$$

gdzie:

$\underline{e}_O$ — μ-wymiarowy wektor źródłowych napięć oczkowych,

$\underline{i}_{\hat{O}}$ — μ-wymiarowy wektor prądów oczkowych,

$\underline{R}_O, \underline{L}_O$ — macierze rezystancji i reaktancji oczkowych o wymiarach $\mu \times \mu$,

$\underline{u}_{CO}$ — μ-wymiarowy wektor pojemnościowych napięć oczkowych,

$\underline{S}_O$ — macierz elastancji oczkowych o wymiarach $\mu \times \mu$, $s_{ij} = (c_{ij})^{-1}$.

Po poddaniu układu równań (11) i (12) kontragredientnym przekształceniom za pomocą macierzy $\underline{T}$, równania przyjmą postać:

$$\underline{L}_{On} \frac{d}{dt} \underline{i}_{On} = \underline{e}_{On} - \underline{R}_{On} \underline{i}_{On} - \underline{u}_{COn}, \tag{13}$$

$$\frac{d}{dt} \underline{u}_{COn} = \underline{S}_{On} \underline{i}_{On}, \tag{14}$$

gdzie:

$\underline{T}$ — macierz przekształceń o wymiarach $\mu \times \mu'$,

μ' — liczba oczek niezależnych po zmianie konfiguracji,

$\underline{i}_{On}$ — μ'-wymiarowy wektor prądów oczkowych po zmianie konfiguracji układu,

$$\underline{e}_{On} = \underline{T}^T \cdot \underline{e}_O \quad \text{— } \mu'\text{-wymiarowy wektor,} \tag{15}$$

$$\underline{R}_{On} = \underline{T}^T \cdot \underline{R}_O \cdot \underline{T} \text{ — macierz o wymiarach } \mu' \times \mu', \tag{16}$$

$$\underline{L}_{On} = \underline{T}^T \cdot \underline{L}_O \cdot \underline{T} \text{ — macierz o wymiarach } \mu' \times \mu', \tag{17}$$

$$\underline{S}_{On} = \underline{T}^T \cdot \underline{S}_O \cdot \underline{T} \text{ — macierz o wymiarach } \mu' \times \mu', \tag{18}$$

$$\underline{u}_{COn} = \underline{T}^T \cdot \underline{u}_{CO} \quad \text{— } \mu'\text{-wymiarowy wektor.} \tag{19}$$

Zakładając, że macierz $\underline{L}_{On}$ jest nieosobliwa, po przekształceniach zależności (13) i (14) otrzymano równanie stanu postaci:

$$\underline{\dot{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t), \tag{20}$$

gdzie:

$$\underline{x}(t) = \begin{bmatrix} \underline{i}_{On} \\ \underline{u}_{COn} \end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -\underline{L}_{On}^{-1} \cdot \underline{R}_{On}, & -\underline{L}_{On}^{-1} \\ \underline{S}_{On} \quad , & \underline{O} \end{bmatrix}, \tag{22}$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} -\underline{L}_{On}^{-1} \\ \underline{O} \end{bmatrix}, \tag{23}$$

$$\underline{u}(t) = \underline{e}_{On}. \tag{24}$$

Celem uogólnienia zapisu równań stanu dla układów z osobliwymi macierzami $\underline{L}_{On}$, można na podstawie [1, 6] wyodrębnić dwie klasy oczek:

I klasa — oczka zawierające indukcyjności, pojemności, rezystancje i źródła napięciowe,

II klasa — oczka zawierające rezystancje, pojemności i źródła napięciowe.

Podział ten uwzględnia elementy nadmiarowe występujące w drzewie normalnym. W celu dokonania klasyfikacji należy zbadać elementy leżące na głównej przekątnej macierzy $\underline{L}_{On}$ oraz $\underline{R}_{On}$. Po uwzględnieniu powyższych klas wektory i macierze występujące w równaniach (13) i (14) przyjmą postać:

$$\underline{i}_{On} = \begin{bmatrix} \underline{i}^{I} \\ \underline{i}^{II} \end{bmatrix}, \tag{25}$$

$$\underline{e}_{On} = \begin{bmatrix} \underline{e}^{I} \\ \underline{e}^{II} \end{bmatrix}, \tag{26}$$

$$\underline{L}_{On} = \begin{bmatrix} \underline{L}_{11} & \underline{O} \\ \underline{O} & \underline{O} \end{bmatrix}, \tag{27}$$

$$\underline{R}_{On} = \begin{bmatrix} \underline{R}_{11} & \underline{R}_{12} \\ \underline{R}_{21} & \underline{R}_{22} \end{bmatrix}, \tag{28}$$

$$\underline{u}_{Con} = \begin{bmatrix} \underline{u}_{C}^{I} \\ \underline{u}_{C}^{II} \end{bmatrix}. \tag{29}$$

Po uporządkowaniu równań (13) i (14), wprowadzając (25)÷(29) otrzymano równania zmiennych stanu w nowych współrzędnych, gdzie zmiennymi są: $\underline{i}^{I}$, $\underline{u}_{C}^{I}$ i $\underline{u}_{C}^{II}$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \underline{i}^{I} \\ \underline{u}_{C}^{I} \\ \underline{u}_{C}^{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} & \underline{A}_{13} \\ \underline{A}_{21} & \underline{O} & \underline{A}_{23} \\ \underline{A}_{31} & \underline{O} & \underline{A}_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{i}^{I} \\ \underline{u}_{C}^{I} \\ \underline{u}_{C}^{II} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{O} & \underline{B}_{22} \\ \underline{O} & \underline{B}_{32} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{e}^{I} \\ \underline{e}^{II} \end{bmatrix}. \tag{30}$$

Uzupełnieniem powyższego równania jest równanie algebraiczne:

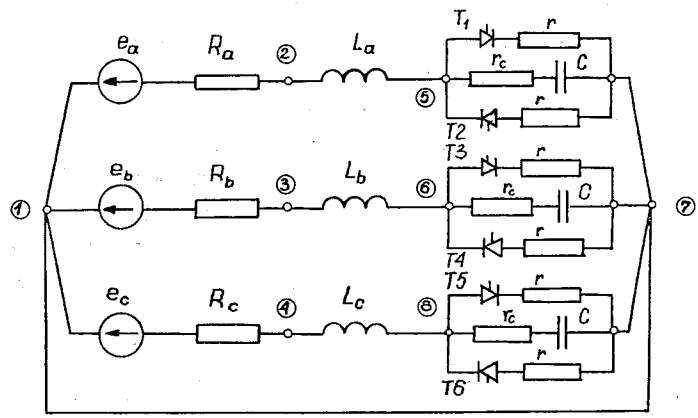
$$\underline{i}^{II} = [\underline{P}_{11} \;\; \underline{P}_{12}]\begin{bmatrix} \underline{i}^{I} \\ \underline{u}_{C}^{II} \end{bmatrix} + \underline{G}\cdot\underline{e}^{II}, \tag{30a}$$

gdzie:

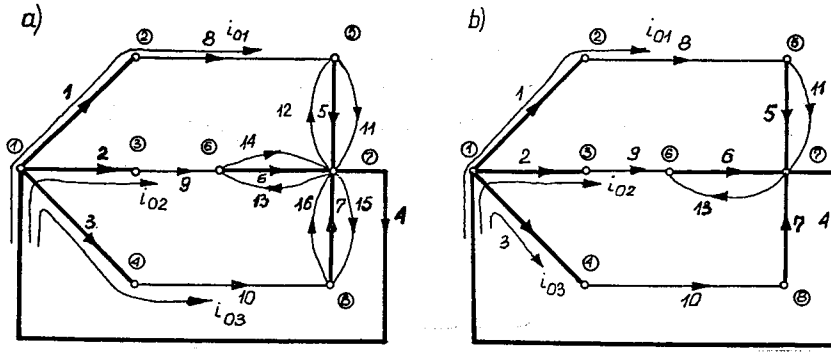
$$\underline{A}_{11} = \underline{L}_{11}^{-1}\cdot\underline{R}_{12}\cdot\underline{R}_{22}^{-1}\cdot R_{21} - \underline{L}_{11}^{-1}\cdot\underline{R}_{11}, \qquad \underline{B}_{11} = \underline{L}_{11}^{-1},$$
$$\underline{A}_{12} = -\underline{L}_{11}^{-1}, \qquad \underline{B}_{12} = -\underline{L}_{11}^{-1}\cdot\underline{R}_{12}\cdot\underline{R}_{22}^{-1},$$
$$\underline{A}_{13} = \underline{L}_{11}^{-1}\cdot\underline{R}_{12}\cdot R_{22}^{-1}, \qquad \underline{B}_{22} = \underline{S}_{12}\cdot\underline{R}_{22}^{-1},$$
$$\underline{A}_{21} = \underline{S}_{11} - \underline{S}_{12}\cdot\underline{R}_{22}^{-1}\cdot\underline{R}_{21}, \qquad \underline{B}_{32} = \underline{S}_{22}\cdot\underline{R}_{22}^{-1},$$
$$\underline{A}_{23} = -\underline{S}_{12}\cdot\underline{R}_{22}^{-1}, \qquad \underline{P}_{11} = -\underline{R}_{22}^{-1}\cdot\underline{R}_{21},$$
$$\underline{A}_{31} = \underline{S}_{21} - \underline{S}_{22}\cdot\underline{R}_{22}^{-1}\cdot\underline{R}_{21}, \qquad \underline{P}_{12} = -\underline{R}_{22}^{-1},$$
$$\underline{A}_{33} = -\underline{S}_{22}\cdot\underline{R}_{22}^{-1}, \qquad \underline{G} = \underline{R}_{22}^{-1}.$$

Jeżeli w równaniu (30) wystąpią osobliwości macierzy $\underline{L}_{11}$ lub $\underline{R}_{22}$, należy wybrać inną konfigurację drzewa grafu.

Przykład 1. Dla układu trójfazowego sterownika mocy o schemacie połączeń przedstawionych na rys. 1 i grafie z rys. 2, podano wyjściowe równanie oczkowe. Dla przypadku przewodzenia dwóch tyrystorów $T1$ i $T4$, po przekształceniu równań za pomocą macierzy $\underline{T}$, otrzymano równania stanu dla tej konfiguracji układu. Wyrazy macierzy transformacji $\underline{T}$



Rys. 1. Schemat układu trójfazowego sterownika mocy z przewodem zerowym, obciążonego trójfazowym odbiornikiem RL, $R_a = R_b = R_c = r_f + R$, $L_a = L_b = L_c = l_f + L$



Rys. 2. Grafy układu z zaznaczonym drzewem własnym
Dla przejrzystości rysunku oznaczono tylko trzy prądy oczkowe
a) Graf wyjściowy układu, b) Graf układu po zmianie jego konfiguracji

zostały określone w oparciu o twierdzenia 1 i 3. Wektory i macierze występujące w równaniach (12) i (11) dla grafu z rys. 2 przyjmą postać:

$$\underline{e}_O = \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{i}_O = \begin{bmatrix} i_{O1} \\ i_{O2} \\ i_{O3} \\ i_{O4} \\ i_{O5} \\ i_{O6} \\ i_{O7} \\ i_{O8} \\ i_{O9} \end{bmatrix}, \quad \underline{u}_{CO} = \begin{bmatrix} u_{ca} \\ u_{cb} \\ u_{cc} \\ u_{ca} \\ u_{ca} \\ u_{cb} \\ u_{cb} \\ u_{cc} \\ u_{cc} \end{bmatrix},$$

$$\underline{R}_O = \begin{bmatrix} R_a+r_c & 0 & 0 & -r_c & r_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_b+r_c & 0 & 0 & 0 & r_c & -r_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_c+r_c & 0 & 0 & 0 & 0 & r_c & -r_c \\ -r_c & 0 & 0 & r+r_c & -r_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_c & 0 & 0 & -r_c & r+r_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_c & 0 & 0 & 0 & r+r_c & -r_c & 0 & 0 \\ 0 & -r_c & 0 & 0 & 0 & -r_c & r+r_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_c & 0 & 0 & 0 & 0 & r+r_c & -r_c \\ 0 & 0 & -r_c & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_c & r+r_c \end{bmatrix},$$

$$\underline{S}_O = \begin{bmatrix} S & 0 & 0 & -S & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 & 0 & 0 & S & -S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & 0 & 0 & 0 & 0 & S & -S \\ -S & 0 & 0 & S & -S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S & 0 & 0 & -S & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 & 0 & 0 & S & -S & 0 & 0 \\ 0 & -S & 0 & 0 & 0 & -S & S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S & 0 & 0 & 0 & 0 & S & -S \\ 0 & 0 & -S & 0 & 0 & 0 & 0 & -S & S \end{bmatrix}.$$

Dla stanu, w którym przewodzą tyrystory $T1$ i $T4$ umieszczone w gałęziach 11 i 13, opisanych funkcjami logicznymi $F_1 = [t_{44}] \equiv 1$, $F_4 = [t_{65}] \equiv 1$, macierz przekształcająca graf wyjściowy oraz układ równań do grafu i układu równań po zmianie konfiguracji przyjmie postać:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tę samą postać macierzy $\underline{T}$ można, dla tego przypadku przewodzenia zaworów, uzyskać stosując twierdzenie 3. Jeżeli otrzymana w wyniku redukcji grafu macierz incydencji wierzchołkowej ma postać:

$$\underline{A} = \left[\begin{array}{ccccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right],$$

to na podstawie (4) i (5) można otrzymać macierz incydencji oczkowej:

$$\underline{C} = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Stosując algorytm przekształceń zgodny z twierdzeniem 3, uwzględniono w macierzy $\underline{C}$ wyrazy, które określają krawędzie należące w grafie wyjściowym do zbioru K_z. Otrzymano zmodyfikowaną macierz $\underline{C}_k$;

$$\underline{C}_k = \left[\begin{array}{ccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

Macierz przekształceń $\underline{T}$ jest określona jako transpozycja macierzy $\underline{C}_k$; $\underline{T} = \underline{C}_k^T$.

Po przekształceniach równań oczkowych zgodnie z zależnościami (15) do (19) otrzymano równania (13) i (14)

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} L_a & & & & \\ & L_b & & & \\ & & L_c & & \\ \hline & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{array}\right] \frac{d}{dt} \left[\begin{array}{c} i_{O1} \\ i_{O2} \\ i_{O3} \\ \hline i_{O4} \\ i_{O5} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} e_a \\ e_b \\ e_c \\ \hline 0 \\ 0 \end{array}\right] - \left[\begin{array}{ccc|cc} R_a+r_c & 0 & 0 & -r_c & 0 \\ 0 & R_b+r_c & 0 & 0 & r_c \\ 0 & 0 & R_c+r_c & 0 & 0 \\ \hline -r_c & 0 & 0 & r+r_c & 0 \\ 0 & r_c & 0 & 0 & r+r_c \end{array}\right] \times$$

$$\times \left[\begin{array}{c} i_{O1} \\ i_{O2} \\ i_{O3} \\ i_{O4} \\ i_{O5} \end{array}\right] - \left[\begin{array}{c} u_{ca} \\ u_{cb} \\ u_{cc} \\ u_{ca} \\ u_{cb} \end{array}\right],$$

$$\frac{d}{dt} \left[\begin{array}{c} u_{ca} \\ u_{cb} \\ u_{cc} \\ u_{ca} \\ u_{cb} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|cc} S & 0 & 0 & -S & 0 \\ 0 & S & 0 & 0 & S \\ 0 & 0 & S & 0 & 0 \\ \hline -S & 0 & 0 & S & 0 \\ 0 & S & 0 & 0 & S \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} i_{O1} \\ i_{O2} \\ i_{O3} \\ \hline i_{O4} \\ i_{O5} \end{array}\right].$$

Po przekształceniach równanie stanu (30) przyjmie postać:

$$\frac{d}{dt} \left[\begin{array}{c} i_{O1} \\ i_{O2} \\ i_{O3} \\ u_{ca} \\ u_{cb} \\ u_{cc} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \hline \underline{A}_{21} & \underline{O} \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} i_{O1} \\ i_{O2} \\ i_{O3} \\ u_{ca} \\ u_{cb} \\ u_{cc} \end{array}\right] + \underline{B}_{11} \cdot \left[\begin{array}{c} e_a \\ e_b \\ e_c \end{array}\right],$$

gdzie:

$$\underline{A}_{11} = \begin{bmatrix} 1/L_a & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_b & 0 \\ 0 & 0 & 1/L_c \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} -r_c & 0 \\ 0 & r_c \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (r+r_c)^{-1} & 0 \\ 0 & (r+r_c)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -r_c & 0 & 0 \\ 0 & r_c & 0 \end{bmatrix} - \right.$$

$$\left. - \begin{bmatrix} R_a+r_c & 0 & 0 \\ 0 & R_b+r_c & 0 \\ 0 & 0 & R_c+r_c \end{bmatrix} \right\},$$

$$\underline{A}_{21} = \begin{bmatrix} S & & \\ & S & \\ & & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -S & 0 \\ 0 & S \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (r+r_c)^{-1} & 0 \\ 0 & (r+r_c)^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -r_c & 0 & 0 \\ 0 & r_c & 0 \end{bmatrix},$$

$$\underline{A}_{12} = -\begin{bmatrix} 1/L_a & & \\ & 1/L_b & \\ & & 1/L_c \end{bmatrix}; \quad \underline{B}_{11} = \underline{L}_{11}^{-1}.$$

Składniki równania (30a) przyjmą postać:

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} (r+r_c)^{-1} & 0 \\ 0 & (r+r_c)^{-1} \end{bmatrix}, \quad \underline{P}_{11} = -\underline{G} \cdot \begin{bmatrix} -r_c & 0 & 0 \\ 0 & r_c & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{P}_{12} = -\underline{G}.$$

Jak wynika z przytoczonego przykładu, zastosowanie przekształceń grafu wyjściowego oraz układu równań do nowego stanu za pomocą macierzy $\underline{T}$ pozwoliło uniknąć pracochłonnego tworzenia grafu i równań stanu w sposób podany w [1, 6, 9]. Dyskusja stabilności całkowania numerycznego [10] układu równań dla grafu o zmiennej konfiguracji wykazała zbieżność metod Rungego-Kutty.

5. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI

Na zakończenie w uzupełnieniu rozważań należy zwrócić uwagę na to, że dla układów przekształtnikowych współpracujących z przetwornikami elektromechanicznymi należy uwzględnić równanie równowagi mechanicznej.

Jak już wspomniano, dla systemów liniowych można przyjąć dodatkowo jako zmienną stanu prędkość mas wirujących ω. Wtedy wektor stanu przyjmie postać:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \underline{i}_O \\ \underline{u}_O \\ \underline{\omega} \end{bmatrix}. \tag{31}$$

W przypadku równań wyjściowych danych zależnościami (14) i (15) można uzyskać analityczną postać rozwiązania równania stanu (30) podaną w [7].

Dla nieliniowych systemów elektromechanicznych (z silnikami indukcyjnymi) nie można przedstawić wektora stanu w postaci (31). Ten typ układów opisany jest układem równań o zmiennych w czasie współczynnikach. Zmienności tej można uniknąć stosując przekształcenia kogredientne do nowych współrzędnych układu [16]. Jest to korzystne w układach o mniej złożonej strukturze (maszyna indukcyjna z przekształtnikiem w obwodzie wirnika lub stojana), kiedy przekształcenie odwrotne trwa krócej niż analiza układu

w jego rzeczywistych współrzędnych przy optymalnej organizacji programu numerycznego całkowania.

Dokładniejsze rozważania dotyczące nieliniowych systemów elektromechanicznych wymagają oddzielnego opracowania.

Układy przekształtnikowe o grafach wieloczęściowych (magnetycznie oddzielonych obwodach) wymagają stosowania do analizy metody prądów oczkowych. Jednocześnie, stosując zmienne stanu: prądy oczkowe $\underline{i_{OL}}$ płynące w indukcyjnościach oraz napięcia oczkowe $\underline{u_{OC}}$ na pojemnościach, zmniejsza się łączną liczbę zmiennych stanu układu. Zastosowanie przekształceń „starych" równań oczkowych do „nowych" równań oczkowych za pomocą macierzy $\underline{T}$ pozwoliło uniknąć pracochłonnego tworzenia drzewa grafu. Zastosowanie macierzy $\underline{T}$ eliminuje konieczność przekształceń za pomocą macierzy $\underline{C}$ m-równań dla m-gałęzi normalnych w przypadku zmiany konfiguracji grafu.

Na zakończenie, należy podkreślić pozostałe zalety podanej w pracy metody, które umożliwiają stosowanie jej do analizy układów przekształtnikowych:

1. jednolity zapis zjawisk elektrycznych w układach elektromechanicznych,
2. modelowanie dowolnego zakresu pracy oraz przewodzenia zaworów o dowolnej aproksymacji charakterystyki statycznej półprzewodników,
3. możliwość otrzymania analitycznej postaci rozwiązania dla liniowych systemów elektromechanicznych.

Dalsze rozważania dotyczące obliczeń numerycznych będą tematem osobnej pracy.

Autor pragnie złożyć podziękowanie Panu prof. dr hab. Michałowi Jabłońskiemu za cenne uwagi i dyskusje, które inspirowały i były pomocne przy pisaniu tej pracy.

LITERATURA

1. D.A. Calahan, *Computer aided network design*, Mc. Graw Hill, New York 1968,
2. A. Czajkowski, *Napęd tyrystorowy prądu stałego*, Politechnika Łódzka, Łódź 1972.
3. H.H. Happ, *Diakoptics and networks*, Academic Press, NY 1971.
4. M. Jabłoński, *Przekształtniki — zagadnienia teorii obwodu*, Politechnika Łódzka, Łódź 1976.
5. G. Kron, *Tensor analysis of networks*, J. Wiley, N. Y. 1949.
6. P. Mutschler, *Verfahren zur digitalen Simulation belibiger Stromrichterschaltungen*, ETZ-A, Bd. 95, H 11, 1974.
7. K. Ogata, *Metody przestrzeni stanów w teorii sterowania*, WNT, Warszawa 1974,
8. K.S. Rao, M.N. Swanny, V. Rajagopolan, *Topological model for a three-phase converter*, IEEE Trans. Ind. Electron. Contr. Instrum, Vol. IECI-22, Apr. 1975.
9. G.N. Revankar, *Topological approach to thyristor-circuit analysis*, Proc. IEE, No 11, 1973.
10. G.N. Revankar, P.K. Srivastava, R.N. Jawle, *Computer analysis of SCR circuits*, IEEE Trans. Ind. Electron. Contr. Instrum, Vol. IECI-22, Febr. 1975.
11. K. Seshu, M.B. Reed, *Linear graphs and electrical networks*, Addision-Wesley, 1961.
12. K. Simonyj, *Theoretische Elektrotechnik*, VEB, Berlin 1971.
13. L. Szamkołowicz, *Teoria grafów skończonych*, Ossolineum, 1971.
14. J. Takeuchi, *Theory of SCR Circuits and application to motor control*, El. Eng. Press, Tokyo 1968.
15. H. Tunia, B. Winiarski, *Podstawy energoelektroniki*, WNT, Warszawa 1975.

16. D.C. White, H.H. Woodson, *Electromechanical energy conversion*, J. Wiley, N. Y. 1959.
17. S. Williams, J. Smith, *Fast digital computation of 3-phase thyristor bridge circuits*, Proc. IEE, No. 7, 1973.
18. S. Williams, J. Smith, *Prediction of performance of synchronous-generator (transformer) bridge-convertor instalations*, Proc. IEE, No. 11, 1975.

W. SMOŁUCH

DIGITAL MODELING OF SCR CIRCUITS

Summary

The paper presents the analysis of SCR circuits in the space of state variables. Matrix of transformation $\underline{T}$ presents the variable configuration of the system. Matrix elements are determined on the basis of principles resulting from graphs and networks theories.

Following a change in system structure, matrix $\underline{T}$ changes and transforms all basic equations.

W. SMOŁUCH

LE MODÈLE NUMÉRIQUE DES CONVERTISSEURS STATIQUES

Résumé

Dans l'étude on a présenté l'analyse des systèmes de convertisseurs statiques dans l'espace d'état. La configuration variable du système est décrite par la matrice de transformation $\underline{T}$, dont les expressions sont désignées à partir des principes démontrés dans l'étude et résultant de la théorie des graphes et des réseaux.

Dans le cas du changement de la structure, sont soumises aux transformations les équations de mailles, décrivant le système à l'état de conduction de toutes les soupapes.

W. SMOŁUCH

DIGITALE SIMULATION DER STROMRICHTERSYSTEME

Zusammenfassung

Es wurden hier Stromrichtersysteme im Zustandsraum analysiert. Die veränderliche Gestaltung des Systems wird durch die Transformationsmatrix $\underline{T}$ beschrieben, deren Ausdrücke in Anlehnung an die in der Arbeit bewiesenen Prinzipien bestimmt werden, und diese entspringen der Graphen- und Netztheorie.

Im Falle einer Strukturänderung unterliegen auch die Maschenformeln einer Umformung, die das im Leitzustand aller Ventile befindliche System beschreiben.

В. СМОЛУХ

ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СХЕМ

Резюме

В труде представлен анализ преобразовательных схем в пространстве переменных состояния.

Изменение конфигурации схемы описывает матрица преобразования $\underline{T}$, элементы которой определены из доказанных в труде принципов вытекающих из теорий графов и цепей.

В случае изменения структуры схемы следует преобразовать принципиальную систему уравнений.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 161 — 167

621.365.5

Trójkanałowy wzbudnik pieca indukcyjnego

EUGENIUSZ HOROSZKO (KRAKÓW), BRONISŁAWA HARPULA (KRAKÓW)

Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

Otrzymano 12.2.1976

Przedmiotem rozważań jest trójkanałowy wzbudnik indukcyjnego pieca kanałowego zasilany z sieci trójfazowej. Przedstawiono model matematyczny tego wzbudnika i rozpatrzono możliwość jego praktycznego zastosowania.

1. WPROWADZENIE

W przemyśle odlewniczym metali nieżelaznych, żeliwa i stali zdobył sobie kanałowy piec indukcyjny już mocno ugruntowane znaczenie praktyczne w jego przeszło 50-letnim zastosowaniu przemysłowym. Tego rodzaju jednostki piecowe budowane są jako piece o bardzo dużych pojemnościach dla różnych rodzajów metali i o dużych mocach. Piece kanałowe są stosowane do topienia metali, przeważnie nieżelaznych, a także do utrzymywania roztopionego metalu. Znaczenie swoje zawdzięczają one nie tylko dobrym własnościom technologicznym, ale również racjonalnemu i oszczędnemu zużyciu energii elektrycznej. Na przestrzeni tych kilkudziesięciu lat rozwój indukcyjnych pieców kanałowych zaznacza się stosowaniem coraz to większych jednostek piecowych o coraz to większych mocach w kanałach lub w ich wzbudnikach.

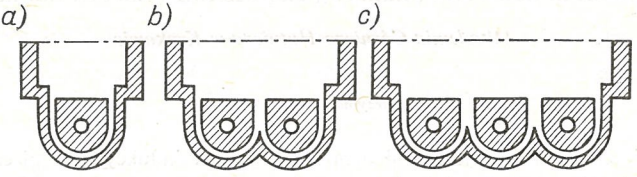
Kanał każdego pieca tego rodzaju stanowi najważniejszą jego część, ponieważ w nim zachodzi przemiana indukcyjnie doprowadzonej przez wzbudnik energii elektrycznej na ciepło potrzebne do topienia, czy podgrzewania metalu. Przenoszenie się natomiast ciepła z kanału do metali znajdującego się w wannie pieca odbywa się drogą mieszania metalu oraz przez przewodnictwo cieplne w roztopionym metalu.

Moc kanału z natury jego konstrukcji jest ograniczona. Wpływa na to utrudniona wymiana wytwarzającej się energii cieplnej między kanałem a wanną piecową oraz nierównomierny rozkład mocy czynnej w przekroju poprzecznym kanału. Okazuje się również przy bardziej wnikliwych badaniach, że moc ta rozkłada się nierównomiernie również wzdłuż kanałów, wskutek czego powstaje różnica mocy pomiędzy poszczególnymi kanałami wówczas, kiedy mamy do czynienia z wzbudnikami wielokanałowymi. Powstaje więc wówczas zjawisko asymetrii mocy w kanałach.

Największa moc, jaką obecnie uzyskuje się w jednym kanale, wynosi 800 kW. Jeżeli wielkość pieca wymaga większej mocy, stosuje się wzbudniki dwukanałowe (rys. 1b), a przy jeszcze większych mocach trzeba stosować zespoły kilku wzbudników dwukanałowych, jak np. w bębnowych piecach kanałowych.

Indukcyjne piece kanałowe stanowią przy jednym kanale jednofazowe obciążenie energetycznej sieci zasilającej, a przy wzbudniku dwukanałowym dwufazowe jej obciążenie. Wskutek powstałej asymetrii obciążenia sieci trzeba stosować specjalne systemy symetryzujące w układzie Scotta lub Steinmetza, które znacznie podrażają koszt całego urządzenia piecowego.

W niniejszej pracy rozpatrzono możliwość zastosowania wzbudnika trójkanałowego (rys. 1c), ponieważ wówczas można by uzyskać w jednym wzbudniku dużą moc 2400 kW



Rys. 1. Schematy wzbudników indukcyjnych pieców kanałowych
a) wzbudnik jednokanałowy, b) wzbudnik dwukanałowy, c) wzbudnik trójkanałowy

i równocześnie symetryczne obciążenie sieci zasilającej bez dodatkowych urządzeń symetryzujących. Tego rodzaju wzbudnik obniżyłby znacznie koszty urządzenia indukcyjnego pieca kanałowego.

2. MODEL MATEMATYCZNY ROZKŁADU MOCY W KANAŁACH

W celu przeanalizowania zagadnienia rozkładu mocy w kanałach wzbudnika trójkanałowego wprowadza się niektóre założenia, oparte na rzeczywistych układach kanałów.

1. Wzbudnik jest zasilany z sieci trójfazowej o napięciach symetrycznych kolejności zgodnej. Wobec tego w kanałach pieca indukują się siły elektromotoryczne $\underline{E}_{\mathrm{I}}$, $\underline{E}_{\mathrm{II}}$, $\underline{E}_{\mathrm{III}}$ o jednakowych modułach i przesunięte względem siebie o 120°:

$$\underline{E}_{\mathrm{I}} = E \exp(j\varphi_0),$$

$$\underline{E}_{\mathrm{II}} = E \exp j(\varphi_0 + 120°),$$

$$\underline{E}_{\mathrm{III}} = E \exp j(\varphi_0 + 240°).$$

2. Kanały rozpatrywanego wzbudnika trójkanałowego są w ten sposób zbudowane, że kanał I styka się galwanicznie na dużej długości z kanałem II, a kanał II z kanałem III, przy czym grubość części wspólnych kanałów jest dwa razy większa niż pojedynczych.

3. Impedancje zastępcze kanałów są uzależnione od wymiarów geometrycznych kanałów, ich odległości od cewki wzbudnika i rodzaju topionego metalu. Ponieważ kanały są tak zbudowane, że zarówno ich części pojedyncze, jak i wspólne mają jednakowe wymiary geometryczne, dlatego też można przyjąć, że impedancje poszczególnych kanałów są równe.

4. Ze względu na dużą odległość kanałów I i III od siebie nie uwzględnia się ich wzajemnego elektromagnetycznego oddziaływania na siebie.

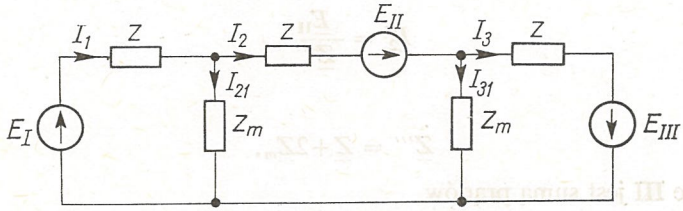
Korzystając z przedstawionych powyżej założeń, wprowadzono schemat zastępczy obwodów kanałów wzbudnika, przedstawiony na rys. 2.

Równania napięciowe dla takiego układu zastępczego mają postać następującą:

$$\begin{aligned} &\underline{E}_{\mathrm{I}} - \underline{I}_1\underline{Z} - \underline{I}_{21}\underline{Z}_m = 0, \\ &\underline{E}_{\mathrm{II}} - \underline{I}_2\underline{Z} + \underline{I}_{21}\underline{Z}_m - \underline{I}_{31}\underline{Z}_m = 0, \\ &\underline{E}_{\mathrm{III}} - \underline{I}_3\underline{Z} + \underline{I}_{31}\underline{Z}_m = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

oraz równania prądów:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{21} &= \underline{I}_1 - \underline{I}_2, \\ \underline{I}_{31} &= \underline{I}_2 - \underline{I}_3. \end{aligned} \tag{2}$$



Rys. 2. Schemat zastępczy kanałów

Z obu układów równań wyznacza się prądy poszczególnych kanałów. Po założeniu, że $Z_m^2 \cong 0$, prądy te wyrażają się następującymi wzorami:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\underline{E}_{\mathrm{I}}}{\underline{Z}+\underline{Z}_m} + \underline{E}_{\mathrm{II}} \frac{\underline{Z}_m}{(\underline{Z}+\underline{Z}_m)(\underline{Z}+2\underline{Z}_m)}, \\ \underline{I}_2 &= \underline{E}_{\mathrm{I}} \frac{\underline{Z}_m}{(\underline{Z}+\underline{Z}_m)(\underline{Z}+2\underline{Z}_m)} + \frac{\underline{E}_{\mathrm{II}}}{\underline{Z}+2\underline{Z}_m} + \underline{E}_{\mathrm{III}} \frac{\underline{Z}_m}{(\underline{Z}+\underline{Z}_m)(\underline{Z}+2\underline{Z}_m)}, \\ \underline{I}_3 &= \underline{E}_{\mathrm{II}} \frac{\underline{Z}_m}{(\underline{Z}+\underline{Z}_m)(\underline{Z}+2\underline{Z}_m)} + \frac{\underline{E}_{\mathrm{III}}}{\underline{Z}+\underline{Z}_m} \end{aligned} \tag{3}$$

oraz prądy w częściach wspólnych kanałów

$$\begin{aligned} \underline{I}_{21} &= \frac{\underline{E}_{\mathrm{I}}}{\underline{Z}+2\underline{Z}_m} - \underline{E}_{\mathrm{II}} \frac{\underline{Z}}{(\underline{Z}+\underline{Z}_m)(\underline{Z}+2\underline{Z}_m)} - \underline{E}_{\mathrm{III}} \frac{\underline{Z}_m}{(\underline{Z}+\underline{Z}_m)(\underline{Z}+2\underline{Z}_m)}, \\ \underline{I}_{31} &= \underline{E}_{\mathrm{I}} \frac{\underline{Z}_m}{(\underline{Z}+\underline{Z}_m)(\underline{Z}+2\underline{Z}_m)} + \underline{E}_{\mathrm{II}} \frac{\underline{Z}}{(\underline{Z}+\underline{Z}_m)(\underline{Z}+2\underline{Z}_m)} - \frac{\underline{E}_{\mathrm{III}}}{\underline{Z}+2\underline{Z}_m}. \end{aligned} \tag{4}$$

Przedstawione powyżej prądy w poszczególnych kanałach $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ można określić jako sumy prądów składowych wywołanych poszczególnymi siłami elektromotorycznymi $\underline{E}_{\mathrm{I}}$, $\underline{E}_{\mathrm{II}}$ i $\underline{E}_{\mathrm{III}}$.

I tak prąd w kanale I jest sumą prądów:

$$\underline{I}_1' = \frac{\underline{E}_{\mathrm{I}}}{\underline{Z}+\underline{Z}_m} = \frac{\underline{E}_{\mathrm{I}}}{\underline{Z}'}, \tag{5}$$

gdzie:

$$\underline{Z}' = \underline{Z}+\underline{Z}_m \tag{6}$$

oraz

$$\underline{I}_1'' = \underline{E}_{\mathrm{II}} \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}^2+3\underline{Z}\underline{Z}_m} = \frac{\underline{E}_{\mathrm{II}}}{\underline{Z}''}, \tag{7}$$

gdzie:

$$\underline{Z}'' = \frac{\underline{Z}^2 + 3\underline{Z}\underline{Z}_m}{\underline{Z}_m}. \tag{8}$$

Natomiast prąd w kanale II jest sumą prądów:

$$\underline{I}_2' = \frac{\underline{E}_I + \underline{E}_{III}}{\underline{Z}''} \tag{9}$$

oraz

$$\underline{I}_2'' = \frac{\underline{E}_{II}}{\underline{Z}'''}, \tag{10}$$

gdzie:

$$\underline{Z}''' = \underline{Z} + 2\underline{Z}_m, \tag{11}$$

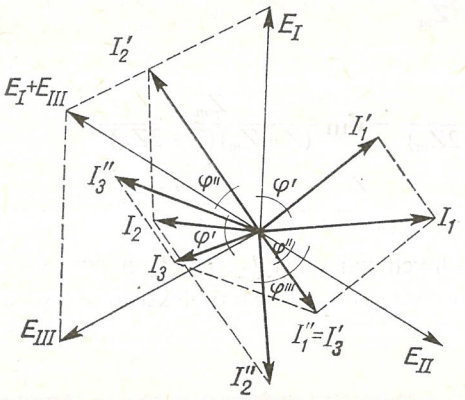
a prąd w kanale III jest sumą prądów

$$\underline{I}_3' = \frac{\underline{E}_{II}}{\underline{Z}''} \tag{12}$$

oraz

$$\underline{I}_3'' = \frac{\underline{E}_{III}}{\underline{Z}'}. \tag{13}$$

Opierając się na powyższych zależnościach można skonstruować wykres wskazowy prądów we wszystkich trzech fazach. Został on przedstawiony na rys. 3.



Rys. 3. Wykres prądów w kanałach wzbudnika

Wykonuje się ten wykres w następujący sposób: prąd $\underline{I}_1$ jest, jak wiadomo, sumą prądu $\underline{I}_1'$ przesuniętego względem SEM E_I o kąt φ', określony impedancją $\underline{Z}'$ oraz prądu $\underline{I}_1''$ przesuniętego względem SEM $\underline{E}_{II}$ o kąt φ'' określony impedancją $\underline{Z}''$.

Natomiast prąd $\underline{I}_2$ jest sumą prądu $\underline{I}_2'$ przesuniętego względem sumy SEM $\underline{E}_I + \underline{E}_{III}$ o kąt φ'', oraz prądu $\underline{I}_2''$, który jest przesunięty względem SEM $\underline{E}_{II}$ o kąt φ''' określony impedancją $\underline{Z}'''$.

Podobnie prąd $\underline{I}_3$ jest sumą prądu $\underline{I}'_3$, który jest przesunięty względem $\underline{E}_{II}$ o kąt φ'' oraz prądu $\underline{I}''_3$ przesuniętego względem $\underline{E}_{III}$ o kąt φ'.

Na podstawie przedstawionego wykresu wskazowego prądów można stwierdzić, że kąty przesunięcia fazowego prądów $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ względem wymuszających ich sił elektromotorycznych są różne, co niezależnie od modułów prądów wpływa również na asymetrię mocy w poszczególnych kanałach.

Moce czynne w poszczególnych kanałach wyrażają się następującymi zależnościami:

$$\begin{aligned} P_I &= E_I I_1 \cos\varphi_1, \\ P_{II} &= E_{II} I_2 \cos\varphi_2, \\ P_{III} &= E_{III} I_3 \cos\varphi_3. \end{aligned} \tag{14}$$

Uwzględniając w powyższych mocach czynnych poprzednio otrzymane zależności (5 ÷ 13), otrzymuje się:

$$\begin{aligned} P_I &= E_I \frac{E_I}{Z'} \cos\varphi' + E_I \frac{E_{II}}{Z''} \cos(120° + \varphi''), \\ P_{II} &= E_{II} \frac{E_{II}}{Z'''} \cos\varphi''' - E_{II} \frac{E_I + E_{III}}{Z''} \cos\varphi'', \\ P_{III} &= E_{III} \frac{E_{II}}{Z''} \cos(120° - \varphi'') + E_{III} \frac{E_{III}}{Z'} \cos\varphi'. \end{aligned} \tag{15}$$

Ponieważ siły elektromotoryczne E_I, E_{II}, E_{III} są równe co do modułu, wyrażenia (15) można ująć w następującej ostatecznej postaci:

$$\begin{aligned} P_I &= \frac{E^2}{Z'} \cos\varphi' + \frac{E^2}{Z''} \cos(120° + \varphi''), \\ P_{II} &= \frac{E^2}{Z'''} \cos\varphi''' - \frac{2E^2}{Z''} \cos\varphi'', \\ P_{III} &= \frac{E^2}{Z''} \cos\varphi' + \frac{E^2}{Z''} \cos(120° - \varphi''). \end{aligned} \tag{16}$$

Na podstawie uzyskanych i powyżej sformułowanych zależności można stwierdzić, że zróżnicowanie mocy czynnej występuje we wszystkich trzech kanałach. W kanale II bowiem wydziela się najmniejsza moc, jest to więc kanał słaby. Największa moc czynna powstaje natomiast w kanale III, jest to więc kanał mocny. W kanale I występuje moc pośrednia.

Całkowita więc moc trójkanałowego wzbudnika rozkłada się nierównomiernie w poszczególnych kanałach. Powstaje zatem wyraźnie zjawisko asymetrii mocy w kanałach. Niezależnie natomiast od tego, jak to wynika z wyrażeń (3), prądy w poszczególnych kanałach są również nierówne. A zatem, pomimo zasilania wzbudnika trójfazowymi napięciami symetrycznymi, obciążenie prądowe trójfazowej sieci zasilającej jest asymetryczne. Tego rodzaju trójkanałowy wzbudnik jest zatem niekorzystny zarówno z punktu widzenia elektrotermicznego, jak i energetycznego.

Dotychczasowe rozważania były prowadzone przy zgodnej kolejności napięć zasilających. Jeżeli natomiast uwzględni się przeciwną kolejność tych napięć, wówczas równania mocy czynnych w poszczególnych kanałach przyjmują postać:

$$P_{\mathrm{I}} = \frac{E^2}{Z'}\cos\varphi' + \frac{E^2}{Z''}\cos(120^\circ - \varphi''),$$

$$P_{\mathrm{II}} = \frac{E^2}{Z'''}\cos\varphi''' - \frac{2E^2}{Z''}\cos\varphi'', \tag{17}$$

$$P_{\mathrm{III}} = \frac{E^2}{Z'}\cos\varphi' + \frac{E^2}{Z''}\cos(120^\circ - \varphi'').$$

Z powyższych wyrażeń wynika, że zmiana kolejności faz napięć zasilających prowadzi jedynie do zmiany ról skrajnych kanałów I i III. Największa bowiem moc wydziela się w kanale I, który staje się kanałem mocnym, a kanał III staje się kanałem pośrednim. Natomiast kanał środkowy II nie zmienia swej roli i jest nadal kanałem słabym.

3. MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA TRÓJKANAŁOWEGO WZBUDNIKA

Układ kanałów w trójkanałowym wzbudniku pieca indukcyjnego budzi nadzieję, że będzie to symetryczny odbiornik energii elektrycznej o równych prądach w kanałach oraz że będzie to równocześnie symetryczne urządzenie elektrotermiczne o równych mocach w kanałach.

Tymczasem, jak wykazuje przedstawiony powyżej model matematyczny rozkładu mocy w kanałach oraz obciążenia poszczególnych faz prądem, przypuszczenie to jest pozorne. Przy zasilaniu bowiem symetrycznymi napięciami z sieci oraz przy symetrycznej budowie kanałów, moce czynne w kanałach rozkładają się asymetrycznie, a fazy sieci energetycznej obciążają się różnymi prądami. We wzbudniku takim powstaje wyraźne zjawisko mocnej i słabej fazy, wskutek czego staje się on urządzeniem asymetrycznym pod względem energetycznym i elektrotermicznym.

Na podstawie przeprowadzonej analizy teoretycznej tego zjawiska nie można określić, jaki stopień asymetrii wchodzi tutaj w rachubę. Jeżeli byłby on mały, można by go pomijać w zastosowaniach przemysłowych. Wielkość tego zjawiska można by określić drogą przeprowadzenia obliczeń konkretnego wzbudnika trójkanałowego, co jednak ze względu na trudności dokładnych obliczeń nie dałoby zadowalających wyników. Znacznie łatwiej i dokładniej byłoby przeprowadzić pomiary wykonanego wzbudnika przemysłowego tego rodzaju. Byłoby to jednak kosztowne.

Zaznaczyć tu należy, że podczas eksploatacji pieca kanały pieca zużywają się nierównomiernie, wskutek czego ich wymiary zmieniają się nierównomiernie względem siebie. Prowadzi to do nierównych parametrów elektrycznych kanałów, a tym samym do jeszcze większej asymetrii wzbudnika.

Zjawisko asymetrii wzbudnika trójkanałowego można by zniwelować lub zanulować drogą zasilania napięciami asymetrycznymi, regulowanymi niezależnie w każdej fazie. Wówczas jednak koszty wykonania tego rodzaju pieców kanałowych znacznie by wzrosły,

co w stosunku do stosowanych już w przemyśle mogłoby stać się nieopłacalne. Tylko szczegółowe badania techniczno-ekonomiczne mogłyby rozwiązać problem praktycznego zastosowania wzbudnika trójkanałowego w budowie dużych indukcyjnych pieców kanałowych.

LITERATURA

1. E. Horoszko, *Ein Beitrag zur Theorie des Induktions-Rinnenofens*, Elektrowärme International nr 3, 1972.
2. E. Horoszko, *Asymetry in induction channel furnace*, Elektrowärme International, No 6, 1975.

E. HOROSZKO, B. HARPULA

THREE CHANNEL INDUCTOR OF INDUCTION FURNACE

Summary

The three channel inductor of induction furnace supplied by a three phase network is considered. The mathematical model of this inductor is given and the possibilities of its practical application are considered.

E. HOROSZKO, B. HARPULA

INDUCTEUR À TROIS CANAUX DU FOUR À INDUCTION

Résumé

Un inducteur à trois canaux du four à induction est le sujet de cet article. On présente le modèle mathématique de cet inducteur et on considère la possibilité de son application industrielle.

E. HOROSZKO, B. HARPULA

DREIRINNEN-INDUKTOR EINES INDUKTIONSOFENS

Zusammenfassung

Es wird ein vom dreiphasigen Netz gespeister Dreirinnen-Induktor des Indusktionsofens betrachtet. Ein mathematisches Modell dieses Induktors wird dargestellt und eine industrielle Anwendung berücksichtigt.

Е. ХОРОШКО, Б. ХАРПУЛЯ

ТРЕХКАНАЛЬНЫЙ ИНДУКТОР ИНДУКЦИОННОЙ ПЛАВИЛЬНОЙ ПЕЧИ

Резюме

Предметом рассуждения является трехканальный индуктор индукционной канальной печи питаемый трехфазной сетью. Представлена математическая модель этой печи и рассмотрена возможность практического применения трехканального индуктора.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 169 — 179

621.395.623.7

Wykorzystanie metod impulsowych do badań nad głośnikami

EDWARD HOJAN (POZNAŃ), JERZY FLORKOWSKI (POZNAŃ),
MAREK NIEWIAROWICZ (POZNAŃ), URSZULA KOKOWSKA (POZNAŃ)

Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, Katedra Akustyki

Otrzymano 11.11.1975

W artykule przedstawiono wstępne wyniki badań nad oceną własności głośnika dynamicznego za pomocą techniki impulsowej. Przytoczono wyniki badań eksperymentalnych wykonanych dla:

a) filtru środkowoprzepustowego stanowiącego uproszczoną wersję elektrycznego schematu zastępczego głośnika typu GD20/6.
b) pełnego schematu elektrycznego tego głośnika.
c) samego głośnika.

Jako sygnały pobudzające stosowano impulsy prostokątne i sinusowe o czasie trwania od 1 do 12 ms. Przy badaniu głośnika do obserwacji reakcji układu na pobudzenie impulsowe użyto metody optycznej. Z obserwacji charakterystyk transjentowych badanych układów wnioskowano o parametrach tych układów.

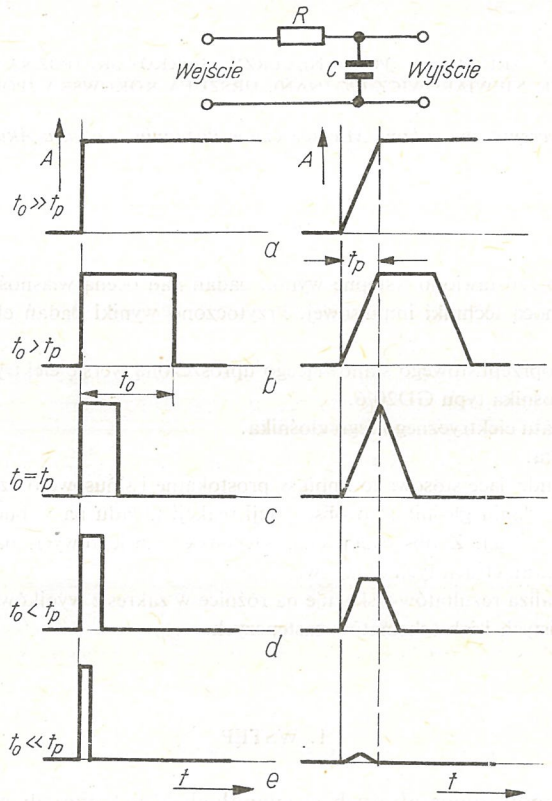
Dokładna analiza rezultatów wskazuje na różnice w zakresie wyników otrzymanych dla układów rzeczywistych i ich schematów zastępczych.

1. WSTĘP

Znaczenie przebiegów nieustalonych w sygnałach akustycznych przy ocenie dźwięków muzyki i mowy w procesie transmisji czy też dla oceny ich barwy i naturalności wykazano w wielu pracach [1 ÷ 6]. Pomimo tego, kryteria stawiane torom transmisyjnym związane są przede wszystkim z metodami pomiarowymi wykorzystującymi stacjonarne pobudzenie toru. W przypadku np. głośnika kryterium to sprowadza się m.in. do posiadania przez głośniki gładkiej charakterystyki częstościowej, otrzymanej w wyniku jego pobudzenia sygnałem sinusowym o ustalonym napięciu i zmieniającej się częstotliwości.

Dążenie do stałej poprawy jakości sprzętu elektro-akustycznego doprowadziło do podjęcia prób oceny własności transmisyjnych głośnika w odniesieniu do sygnałów nieustalonych. Obserwacja sygnałów muzyki i mowy pozwoliła wyznaczyć wielkości czasów narastania i zaniku, którymi charakteryzują się poszczególne sygnały. Głośnik jako przetwornik elektro-mechano-akustyczny charakteryzuje się określonym czasem reakcji na pobudzenie, tzw. czasem ustalania, który zmienia się w funkcji częstotliwości. Pożądane byłoby, aby czasy narastania i zaniku sygnałów akustycznych leżały w zakresie czasu

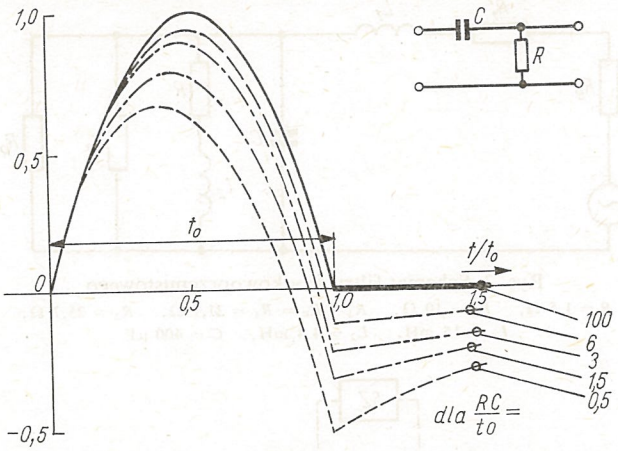
ustalenia głośnika lub były od niego większe. Wpływ wzajemnych stosunków czasowych sygnału i układu transmisyjnego zobrazowano na rys. 1, który przedstawia szkic charakterystyk transjentowych impulsów prostokątnych pobudzających idealny filtr dolnoprzepustowy [10]. Pobudzenie filtru pojedynczym skokiem jednostkowym (rys. 1a) spowoduje wzrost funkcji skoku rejestrowany na wyjściu filtru, będący wynikiem określonej jego reakcji w czasie. Podanie na filtr impulsu prostokątnego (rys. 1b — e) pozwoli zare-



Rys. 1. Charakterystyki transjentowe filtru dolnoprzepustowego pobudzanego impulsem prostokątnym
t_0 — czas trwania impulsu prostokątnego,
t_p = RC — stała czasu filtru dolnoprzepustowego

jestrować na wyjściu filtru również zanik impulsu, który będzie odbiciem jego narastania. Zmniejszając czas trwania impulsu (t_0) w stosunku do ustalonej stałej czasu filtru (t_p) stwierdzamy coraz większe zniekształcanie impulsu. Gdy czas trwania impulsu prostokątnego jest mniejszy (rys. 1 d, e) od stałej czasu filtru, wtedy sygnał na jego wyjściu nigdy nie osiągnie maksymalnej wartości.

Obserwacja impulsów, których obwiednia stanowi połówkę sinusoidy — impuls sin, pobudzających filtr górno-przepustowy, pozwoliła np. zarejestrować na wyjściu filtru [11] tzw. przebicia linii zerowej przez impuls, których głębokość jest znaczna, gdy czas trwania impulsu (t_0) jest odpowiednio większy od stałej czasu filtru, rys. 2. Wyjaśnienie tych zależności związane jest z faktem, że czas trwania impulsu decyduje o szerokości jego



Rys. 2. Charakterystyki transjentowe filtru górnoprzepustowego pobudzonego impulsem sinusowym
t_0 — czas trwania impulsu sinusowego,
$t_p = RC$ — stała czasu filtru górnoprzepustowego

widma w zakresie częstotliwości, a stała czasu określa jego graniczną częstotliwość przenoszenia.

W przedstawionej pracy podjęto próbę wykorzystania techniki impulsowej do badań własności transmisyjnych głośnika dynamicznego, w układzie rzeczywistym jak i w układzie elektrycznego schematu zastępczego.

2. METODYKA POMIARÓW

W technice impulsowej jako sygnały pomiarowe znane są obecnie przede wszystkim: funkcje wykładnicze i skoku jednostkowego, impulsy prostokątne, sinusowe, impulsy Gaussa i Thomsona. Ze względu na bardzo krótki czas narastania i zanikania najostrzejsze wymagania układom transmisyjnym stawiają impulsy prostokątne, a najbardziej zbliżone do najczęściej występujących w dźwiękach mowy i muzyki są impulsy sin. W przeprowadzonych badaniach wykorzystano impulsy prostokątne i impulsy sin.

3. CHARAKTERYSTYKI TRANSJENTOWE BADANYCH UKŁADÓW

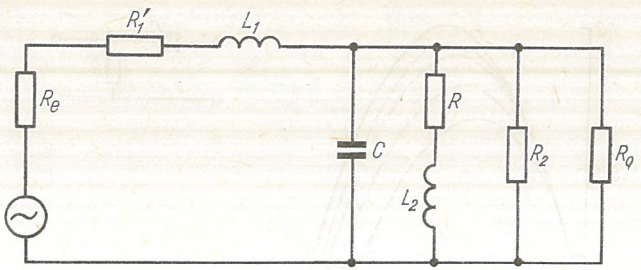
3.1. Filtr środkowo przepustowy

Badany filtr środkowoprzepustowy przedstawia uproszczoną wersję schematu zastępczego głośnika dynamicznego (typ GD20/6). Schemat elektryczny filtru podano na rys. 3, a układ pomiarowy do wyznaczenia charakterystyki transjentowej filtru na rys. 4.

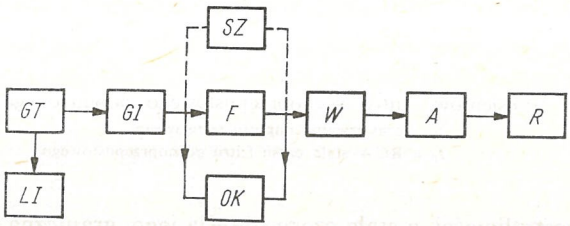
Charakterystyki transjentowe dla impulsów prostokątnych i sinusowych o różnym czasie trwania, zarejestrowane na wyjściu filtru, zestawiono kolejno na rys. 5 i 6.

Przebiegi widmowe zarejestrowane na wyjściu filtru, zgodnie z definicją transmitancji określonej wzorem:

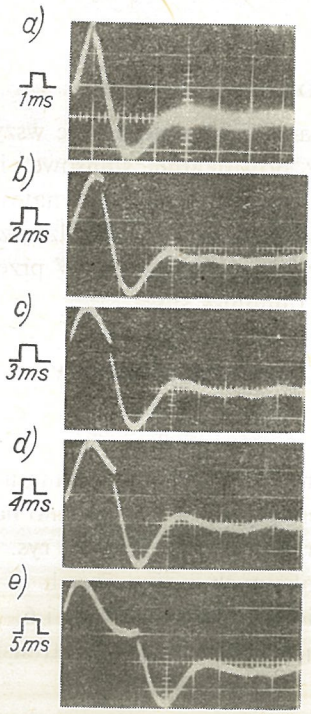
$$K(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}, \tag{1}$$



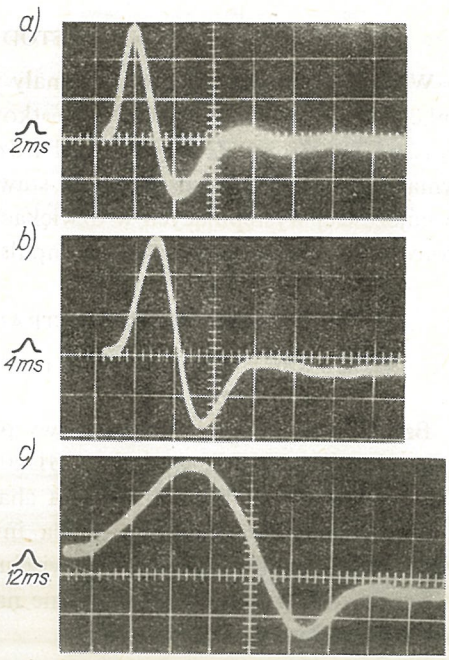
Rys. 3. Schemat filtru środkowoprzepustowego
$R = 1{,}5\ \Omega$, $R_0 = 10\ \Omega$, $R_1' + R_e = R_1 = 21{,}7\ \Omega$, $R_2 = 25{,}7\ \Omega$,
$L_1 = 15$ mH, $L_2 = 4{,}4$ mH, $C = 400\ \mu$F



Rys. 4. Układ pomiarowy filtru środkowoprzepustowego i schematu zastępczego głośnika
LI — licznik częstotliwości, *GT* — generator taktujący, *GI* — generator impulsów, *F* — filtr badany, *OK* — oscyloskop, *SZ* — elektryczny schemat zastępczy głośnika, *W* — wzmacniacz, *A* — analizator heterodynowy, *R* — rejestrator



Rys. 5. Charakterystyki transjentowe filtru środkowoprzepustowego dla impulsów prostokątnych



Rys. 6. Charakterystyki transjentowe filtru środkowoprzepustowego dla impulsów sinusowych

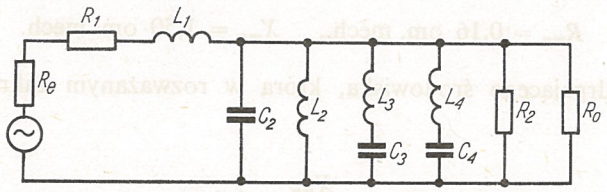
gdzie:
$X(j\omega)$ — zespolona postać widma Fouriera impulsu wejściowego,
$Y(j\omega)$ — „ „ „ „ „ wyjściowego,
dają bezpośrednie informacje o charakterystyce częstotliwościowej filtru.

Celem zwiększenia dokładności pomiarów charakterystykę tę wyznacza się w pasmie częstotliwości, które jest o 10% węższe od zakresu częstotliwości wynikającego z relacji $f \cdot T = 1$. Jak wynika z analizy charakterystyk transjentowych zasadnicze zniekształcenie impulsów prostokątnych jak i amplitudy sin związane jest z ograniczeniem pasma przenoszenia filtrów od dołu. Charakterystyczne dla tego typu ograniczeń przebicie linii zerowej przez końcowe zbocza impulsu występuje dla wszystkich przypadków. Jest ono mniejsze dla impulsu najkrótszego — 1 ms (rys. 5a, 6a), a największe dla najdłuższego (rys. 5e, 6c). Dla impulsów pobudzających o najkrótszym czasie trwania, obserwuje się ponadto na wyjściu filtru malenie amplitudy impulsu przy jednoczesnym wzroście jego szerokości połówkowej. Zniekształcenia tego typu świadczą o ograniczeniu od góry pasma przenoszonych częstości przez układ. Potwierdza to obserwację występowania zaokrągleń końcowego zbocza impulsu po jego przejściu przez filtr.

3.2. Głośnik dynamiczny

a) *Schemat zastępczy*

W kolejnym etapie pracy zrealizowano schemat zastępczy głośnika dynamicznego [13] podany na rys. 7. Parametry wyjściowe badanego głośnika typu GD/16/3, dla obliczenia elementów schematu zastępczego, są następujące: indukcyjność cewki — $L_1 = 0{,}198$ mH,



Rys. 7. Elektryczny schemat zastępczy głośnika dynamicznego
$L_1 = 0{,}198$ mH, $R_e = 100\ \Omega$ $C_2 = 570\ \mu$F
$L_2 = 4{,}7$ mH, $R_0 = 41\ \Omega$ $C_3 = 1{,}52\ \mu$F
$L_3 = 5{,}7$ mH, $R_1 = 3{,}8\ \Omega$ $C_4 = 6{,}5\ \mu$F
$L_4 = 22$ mH $R_2 = 10\ \Omega$

rezystancja cewki — $R_1 = 3{,}8\ \Omega$, długość drutu cewki — $l = 3{,}01$ m, indukcja w szczelinie — $B = 8550$ Gs, masa membrany — $M_m = 1{,}55$ g (74% masy całkowitej), czynna masa zawieszenia membrany (15% masy całkowitej) — $M_{mam} = 0{,}04$ g, masa cewki — $M_{mc} = 0{,}58$ g, masa czynna zawieszenia cewki (27% masy całkowitej cewki) — $M_{mac} = 0{,}17$ g, podatność zawieszenia membrany — $C_{mam} = 9{,}3 \cdot 10^{-4}$ m/N, podatność zawieszenia cewki — $C_{mac} = 33{,}6 \cdot 10^{-4}$ m/N, promień czynny membrany — $r = 6{,}2$ cm, rezystancja mechaniczna strat zawieszeń — $R_{mc} = 0{,}66$ om mech., rezystancja źródła zasilania — $R_e = 100\ \Omega$.

Ponieważ impedancja mechaniczna promieniowania zmienia się wraz z częstotliwością sygnału, w obliczeniach przyjęto jej wartość dla $f = 150$ Hz. Impedancja mechaniczna promieniowania wyraża się wzorem:

$$Z_{mp} = R_{mp} + jX_{mp}; \tag{2}$$

R_{mp} — rezystancja mechaniczna promieniowania,
X_{mp} — reaktancja „ „ „
przy czym:

$$R_{mp} = \pi r_0^2 \varrho_0 C\left[1 - \frac{J_1(\beta r_0)}{\beta r_0}\right], \tag{3}$$

$$X_{mp} = \frac{\pi \varrho_0 c}{2\beta^2} K_1(2\beta r_0), \tag{4}$$

gdzie:

r_0 — promień czynny membrany,
ϱ_0 — gęstość powietrza,
c — prędkość rozprzestrzeniania się dźwięku w powietrzu,
J_1 — f. Bessela,
K_1 — f. Rayleigh'a,

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ — liczba falowa

λ — długość fali.

Na podstawie powyższych wzorów i danych liczbowych obliczono wartości:

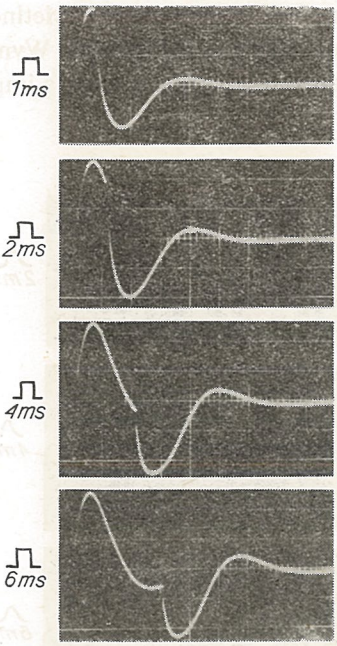
$$R_{mp} = 0{,}16 \text{ om. mech.}, \quad X_{mp} = 1{,}50 \text{ om. mech.}$$

oraz masę współdrgającego środowiska, która w rozważanym zakresie częstotliwości pozostaje stała

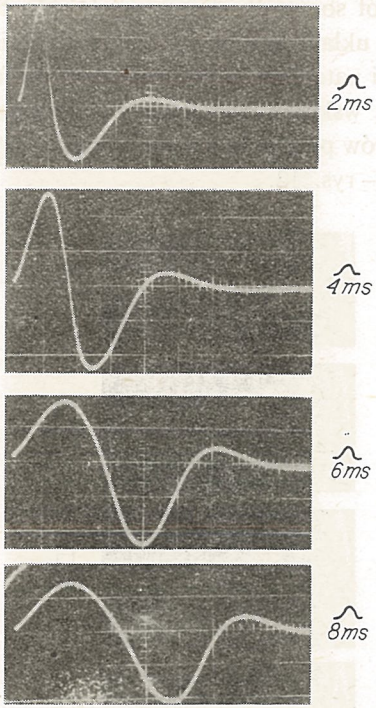
$$M_{mw} = \frac{X_{mp}}{\omega} = 1{,}6 \text{ g}. \tag{5}$$

Wartości elementów schematu zastępczego wynikają z przeniesienia wielkości mechanicznych na stronę elektryczną przy zastosowaniu giratora o elektromechanicznej rezystancji sprzęgającej $Bl = 2{,}6$ Wb/m. Charakterystyki transjentowe schematu zastępczego głośnika wyznaczono za pomocą układu podanego na rys. 4; przebieg tych charakterystyk przy pobudzeniu impulsem prostokątnym podano na rys. 8.

Również i w tym przypadku obserwuje się w charakterystykach transjentowych przebicie linii zerowej przez końcowe zbocze impulsu, co świadczy, jak wspomniano, o ograniczeniu pasma przenoszenia układu w zakresie niskich częstotliwości. Dodatkową wskazówką takiego zachowania się układu jest zwiększające się wraz ze wzrostem czasu trwania impulsu przebicie przez charakterystykę transjentową linii zerowej w kierunku dodatnim. Podobne wyniki otrzymano pobudzając układ impulsami sin (rys. 9).



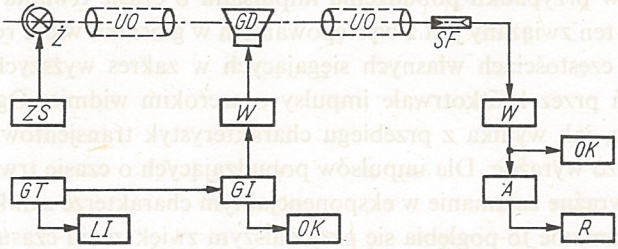
Rys. 8. Charakterystyki transjentowe schematu zastępczego głośnika dynamicznego dla impulsu prostokątnego



Rys. 9. Charakterystyki transjentowe schematu zastępczego głośnika dynamicznego dla impulsu sinusowego

b) *Badania głośnika*

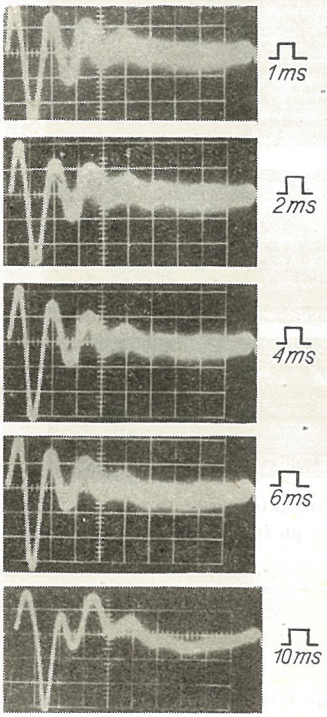
Głośnik, którego dane wykorzystano do konstrukcji badanych poprzednio układów, poddano ocenie impulsowej w układzie przedstawionym na rys. 10. Rejestracji impulsów emitowanych przez badany głośnik dokonano jedynie w odniesieniu do drgań mechanicznych membrany. Jako odbiornika drgań membrany użyto specjalnego układu optycznego. Część nadawczą układu stanowiło źródło światła zasilane prądem stałym z regulowaną przesłoną, wytwarzające wąską wiązkę świetlną w kształcie szczeliny. Część odbiorcza to



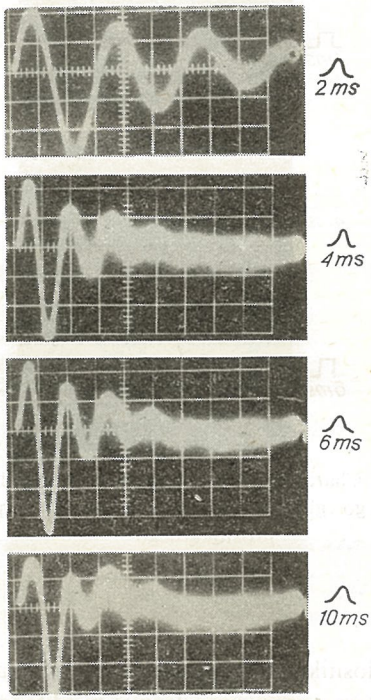
Rys. 10. Schemat blokowy układu pomiarowego głośnika dynamicznego

LI — licznik częstości, *GT* — generator taktujący, *GI* — generator impulsów, *OK* — oscyloskop, *W* — wzmacniacz, *GD* — głośnik, *A* — analizator, *R* — rejestrator, *ZS* — zasilacz stabilizowany, *Ż* — żarówka, *UO* — układ optyczny, *SF* — sonda fotooptyczna

zespół soczewek skupiających oraz fotodioda wraz ze wzmacniaczem. Zasada działania tego układu polega na rejestracji zmian prądu w obwodzie fotodiody, wywołanych zmianami natężenia wiązki padającej na fotodiodę. Zmiany w natężeniu wiązki świetlnej powstają wskutek częściowego przesłaniania wiązki przez drgającą membranę. Wyniki pomiarów przy pobudzeniu głośnika impulsami prostokątnymi pokazuje rys. 11, a impulsami sin — rys. 12.



Rys. 11. Charakterystyki transjentowe głośnika dynamicznego dla impulsu prostokątnego



Rys. 12. Charakterystyki transjentowe głośnika dynamicznego dla impulsu sinusowego

Charakterystyki transjentowe głośnika w odniesieniu do charakterystyk transjentowych układów zastępczych różnią się przede wszystkim znacznie dłuższym czasem zanikania, który przekracza w przypadku pobudzenia impulsami o czasie trwania 1 i 2 ms wartość rzędu 20 ms. Fakt ten związany jest z występowaniem w głośniku wielu różnych elementów mechanicznych o częstościach własnych sięgających w zakres wyższych wartości, pobudzonych do drgań przez krótkotrwałe impulsy o szerokim widmie. Ograniczenie pasma transmisji od dołu, jak wynika z przebiegu charakterystyk transjentowych, jest i w tych przypadkach bardzo wyraźne. Dla impulsów pobudzających o czasie trwania 10 ms i dłuższych wystąpiło wyraźne załamanie w eksponencjalnym charakterze zaniku charakterystyki transjentowej. Załamanie to pogłębia się przy dalszym zwiększeniu czasu trwania impulsu. Wyjaśnienie tego procesu znajdujemy, uwzględniając fakt skupiania się energii impulsu wraz ze wzrostem jego czasu trwania w zakresie niższych częstotliwości, — przy ustalonej jednocześnie częstotliwości rezonansowej głośnika. W efekcie, przy wzroście czasu trwania

impulsu, coraz większa część energii sygnału pobudzającego przypadać będzie poniżej tej częstotliwości rezonansowej.

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Próba wykorzystania metod impulsowych w badaniach przetworników elektroakustycznych pozwoliła:

1. zebrać wstępne informacje o wielkości i jakości zniekształceń transjentowych wprowadzonych przez przetworniki,
2. porównać charakterystyki transjentowe rozważanych przetworników z charakterystykami w układzie ich schematów zastępczych.

Zebrane informacje o wielkości zniekształceń transjentowych wprowadzanych przez przetworniki jak i o różnicach w wynikach otrzymywanych w badaniach układów rzeczywistych i ich schematów zastępczych wymagają szerokich uzupełnień. W przyszłości należy podjąć przede wszystkim próby ich oceny ilościowej.

Wykorzystanie możliwości powstałych dzięki elektronicznej technice obliczeniowej pozwoli prawdopodobnie uchwycić całość zagadnień związanych z impulsowym pobudzeniem przetwornika i ściślej powiązać wyniki eksperymentalne z wynikami obliczeń teoretycznych na drodze tworzenia analogowych schematów zastępczych i ich dopasowaniu do układów rzeczywistych. O korzyściach stosowania metod impulsowych w badaniach przetworników świadczy między innymi fakt, że porównanie charakterystyk transjentowych pozwoliło zwrócić uwagę na różnice w zachowaniu się układu zastępczego i samego głośnika, różnice, które nie zostały wykazane w sposób zdecydowany przy porównaniu charakterystyk częstotliwościowych tych układów. W konsekwencji więc badania te prowadzą do udoskonalenia rozwiązań konstrukcyjnych głośnika, których ostatecznym celem jest polepszenie jego jakości.

LITERATURA

1. H. Backhaus, *Über die Bedeutung der Ausgleichsvorgänge in der Akustik*, Zeitschrf. techn. Physik, XIII (1932), 1, s. 31—46.
2. W. Bürck, P. Kotowski, H. Lichte, *Die Untersuchungen von Einschwingsvorgängen bei elektronischen Übertragungssystem*, Elektrische Nachrichten Technik, 13 (1936), 1, s. 1—10.
3. P. Hohmann, M.M. Londer, *Bestimung von Frequenzgängen elektroakustischer und elektromechanischer Wandler durch Einzelimpulse*, Acustica, 29 (1973), 1, s. 40—46.
4. E. Hojan, *Ocena subiektywna transjentów o różnych obwiedniach i w zależności od czasu ich trwania*, Prace XI Seminarium Otwartego z Akustyki — Poznań, 1964, s. 29—31.
5. E. Hojan, *Subiektywna ocena słyszalności transjentów o dwóch różnych obwiedniach w zależności od częstości wypełniającej*, Archiwum Akustyki, 3 (1967), s. 17—24.
6. E. Hojan, *Badania nad słyszalnością przebiegów transjentowych w zależności od ich obwiedni oraz czasu trwania*, Praca doktorska, Poznań, 1969.
7. H.E. Olson, *Acoustical Engineering*, D. Van Nostrand Company, Inc., 1960.
8. B. Rogala, *Związek między charakterystyką częstotliwościową a charakterystyką impulsową przetworników elektroakustycznych*, Praca doktorska, Wrocław 1963.

9. A. Schaumberger, *Impulse measurements techniques for quality determination in Hi-Fi Equipment, with special emphasis on loudspeakers*, Journal of the Audio Engineering Society, 19 (1971), 2, s. 101—107.
10. A. Schaumberger, *The application of impulse measurement techniques to the detection of linear distortion*, Journal of the Audio Engineering Society, 19 (1971), 8, s. 664—668.
11. A. Schaumberger, *Impulse response of loudspeakers and audiofrequency equipment*, Paper of the AIC Convention, Münich Germany, 3, 1972, s. 14—16.
12. W. Türck, *Über die physiologisch-akustischen Kennzeiten von Ausgleichvorgängen*, Akustische Zeitschrift, 5 (1940), s. 127—145.
13. Z. Żyszkowski, *Podstawy elektroakustyki*, WNT, Warszawa 1966.

E. HOJAN, J. FLORKOWSKI, M. NIEWIAROWICZ, U. KOKOWSKA

IMPULSE METHODS EMPLOYED FOR THE INVESTIGATION OF LOUDSPEAKERS

Summary

The estimation of loudspeaker properties on the basis of impulse technique investigations is the subject of this paper. The results of the experimental investigation have been conducted for:
a) middle band-pass filter which constitutes a simplified version of equivalent circuit of loudspeaker, type GD 20/6.
b) full equivalent electrical circuit of that loudspeaker,
c) loudspeaker itself.
The rectangular and sinus pulses of duration time 1—12 ms were used.

The reaction of loudspeaker under experiment was observed using the optical method. The interpretation of transient characteristics enabled us to determine some parameters of the investigated systems. The precise analysis indicates some differences between the results obtained for the real system (loudspeaker) and its equivalent circuit.

E. HOJAN, J. FLORKOWSKI, M. NIEWIAROWICZ, U. KOKOWSKA

APPLICATION DES MÉTHODES À IMPULSION POUR EXAMINER LES HAUT-PARLEURS

Résumé

Dans l'article on a présenté les résultats préliminaires des recherches sur l'apprécitation des propriétés d'un haut-parleur dynamique à l'aide de la technique d'impulsion. On a cité les résultats des essais expérimentaux pour:
a) le filtre passe-milieu constituant une version simplifiée du schéma électrique équivalent du haut-parleur du type GD 20/6,
b) du schéma électrique complet de ce haut-parleur,
c) du haut-parleur même.

On a pris comme signaux d'excitation les impulsions rectangulaires et sinusoïdales de la durée de 1 à 12 ms. Au cours des essais du haut-parleur on s'est servi de la méthode optique pour observer les réactions du circuit à l'excitation d'impulsion. On a tiré des conclusions sur les paramètres de ces circuits en observant les caractéristiques. Une analyse exacte de ces résultats montre la différence existant dans l'étendue des résultats obtenus pour les circuits réels et leurs schémas équivalents.

E. HOJAN, J. FLORKOWSKI, M. NIEWIAROWICZ, U. KOKOWSKA

AUSNUTZUNG DER IMPULSMETHODEN FÜR UNTERSUCHUNGEN VON LAUTSPRECHERN

Zusammenfassung

Im Artikel wurden Vorergebnisse betreffs Beurteilung von Eigenschaften eines dynamischen Lautsprechers dargestellt, die mit Hilfe der Impulstechnik gewonnen worden sind. Es wurden die Ergebnisse experimenteller Versuche im Bereich folgender Problematik angeführt:

a) eines Bandpasses, der eine vereinfachte Variante eines elektrischen Ersatzschaltplanes für den Lautsprecher Typ GD 20/6 ist,
b) eines vollständigen elektrischen Schemas des gleichen Lautsprechers,
c) des Lautsprechers selbst.

Als erregende Signale wurden rechteckige und sinusoidale Impulse mit der Dauer von 1÷12 ms. angewandt.

Bei der Untersuchung des Lautsprechers wurde die optische Methode für die Beobachtung der Systemreaktion auf Impulserregungen angewandt. Aus der Beobachtung der Transientcharakteristiken der Systeme wurden Schlüsse über die Parameter dieser Systeme gezogen.

Eine genaue Analyse dieser Resultate deutet auf Differenzen im Bereich der gewonnenen wirklichen Anordnungen und deren Ersatzschemen hin.

Э. ХОЯН, Е. ФЛЬОРКОВСКИ, М. НЕВЯРОВИЧ, У. КОКОВСКА

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИМПУЛЬСНОЙ ТЕХНИКИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ГРОМКОГОВОРИТЕЛЕЙ

Резюме

Статья представляет результаты исследований, проведенных для оценки свойств динамического громкоговорителя при помощи импульсной техники. Приведены результаты экспериментальных исследований:

а) полосного фильтра, являющегося упрощенной версией электросхемы заменителя громкоговорителя ГД20/6;
б) полной электросхемы этого громкоговорителя;
в) самого громкоговорителя.

В качестве возбуждающего сигнала применены прямоугольные и синусные импульсы, длительностью от 1 до 12 мсек.

Во время исследования громкоговорителя для наблюдения реакции системы на возбуждение импульсами применен оптический метод.

Из проведенных наблюдений трансентных характеристик исследуемых систем сделаны выводы о параметрах этих систем. Подробный анализ результатов указывает на некоторые различия в диапазоне относительных значений амплитуд.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 1, ss. 181 — 207

621.315.612

Własności elektryczne i termoelektryczne tworzyw ceramicznych PZT oraz niektóre ich zastosowania

ZYGMUNT WRÓBEL (KATOWICE), JAN HAŃDEREK (KATOWICE),
ZBIGNIEW UJMA (SOSNOWIEC)

Instytut Fizyki Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach

Otrzymano 2.2.1976

Dla roztworów stałych typu $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ o różnym składzie procentowym zbadano podstawowe własności elektryczne i termoelektryczne. Ponadto zbadano wpływ niektórych domieszek na te własności dla roztworu o składzie zbliżonym do morfotropowej granicy oddzielającej fazę tetragonalną od romboedrycznej. Stwierdzono wyraźną zależność badanych wielkości od składu procentowego i wyprowadzonych domieszek. Przy przemianach fazowych wywołanych zmianą temperatury lub składu procentowego roztworu zaobserwowano wyraźne anomalie badanych zależności.

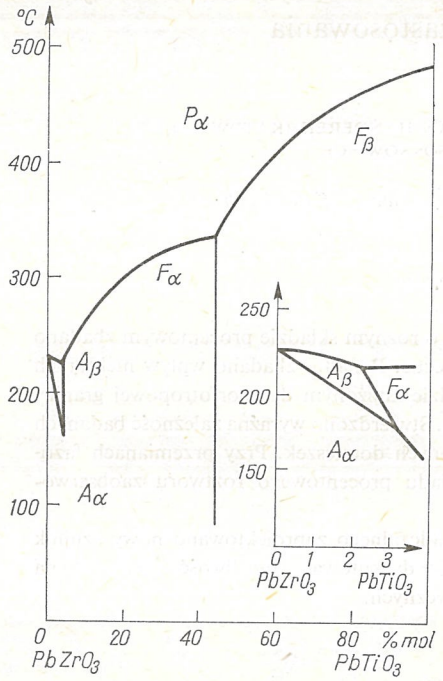
Na podstawie otrzymanego materiału doświadczalnego zaprojektowano nowy czujnik temperatury typu generacyjno-rezystancyjnego oraz dyskutowano możliwość wykorzystania badanych materiałów w generatorach termoelektrycznych.

1. WSTĘP

Przez PZT oznaczone są w technice roztwory stałe typu $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ wytworzone na bazie dwóch związków typu $A^{2+}B^{4+}O_3$, a mianowicie $PbTiO_3$ i $PbZrO_3$. Roztwory PZT są znane przede wszystkim jako materiały o bardzo dobrych własnościach piezoelektrycznych, przy czym własności elektromechaniczne tych roztworów zależą w dużym stopniu od ich składu procentowego. Najlepsze własności piezoelektryczne mają roztwory zawierające około 53% mol $PbZrO_3$ [1 ÷ 7].

Badania strukturalne układu $PbZrO_3$-$PbTiO_3$ przeprowadzili Shirane i inni [8 ÷ 12]. Określili oni wartość stałych sieciowych oraz sporządzili diagram fazowy dla układu $PbZrO_3$-$PbTiO_3$ (rys. 1). Zgodnie z tymi pracami roztwory stałe $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ w zakresie $x = (1{,}00 \div 0{,}95)$ wykazują poniżej punktu Curie własności podobne do własności czystego $PbZrO_3$. Na podstawie badań dielektrycznych, dilatometrycznych, kalorymetrycznych i rentgenowskich stwierdzono występowanie w tym zakresie stężeń czterech faz: dwóch faz antyferroelektrycznych A_α, A_β o symetrii ortorombowej i pseudotetragonalnej, ferroelektrycznej F_α o symetrii romboedrycznej i paraelektrycznej P_α o symetrii regularnej (rys. 1) [10]. Faza antyferroelektryczna A_β jest metastabilna i obserwowana wyłącznie przy ogrzewaniu. Przyłożenie zewnętrznego silnego pola elektrycznego powoduje przejście A_β — F_α ze względu na zbliżone wartości energii swobodnych tych faz. W nieobecności zew-

nętrznego pola elektrycznego próbki o zawartości $PbZrO_3$ w granicach $1{,}00 \geqslant x \geqslant 0{,}97$ wykazują poniżej punktu Curie, zdaniem Sawaguchiego [10], wyłącznie własności antyferroelektryczne. Informacje o badaniach dynamiki przejść fazowych w tym obszarze składów procentowych zawierają prace [12÷13].



Rys. 1. Diagram fazowy $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ [wg 10]

W zakresie $x = (0{,}95 \div 0{,}55)$ badany roztwór stały krystalizuje w układzie romboedrycznym wykazując poniżej T_c własności ferroelektryczne. Między 45% mol a 100% mol zawartości $PbTiO_3$, kryształy roztworu stałego posiadają poniżej punktu Curie symetrię tetragonalną charakterystyczną dla czystego $PbTiO_3$ i również wykazują własności ferroelektryczne. W fazie paraelektrycznej kryształy roztworu stałego $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ posiadają symetrię regularną.

Przenikalność elektryczną w zależności od temperatury oraz składu procentowego roztworu $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ zbadali Gerson i Peterson [13, 14] oraz Shirane, Suzuki i Takeda [8]. Szczegółowe badania w pobliżu granicy rozdzielającej fazę tetragonalną od romboedrycznej ($0{,}46 \leqslant x \leqslant 0{,}60$) wykonali Berlincourt, Smolic, Joffe [1]. Autorzy prac [14÷17] stwierdzili występowanie dyspersji przenikalności elektrycznej oraz silną nieliniową zależność wartości ε od natężenia tak zmiennego, jak i stałego pola elektrycznego.

Badania temperaturowej zależności polaryzacji spontanicznej utrudnia stosunkowo duża wartość przewodnictwa elektrycznego badanych roztworów. Nośniki swobodne powodują znaczną ekranizację polaryzacji, co utrudnia otrzymanie pętli histerezy. Spotykane w literaturze [18÷20] dane dotyczące zależności $P_s = f(T)$ są fragmentaryczne i niejednoznaczne.

Liczba publikacji poświęconych przewodnictwu elektrycznemu oraz innym zjawiskom transportu w roztworach stałych $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ jest niewielka [21÷25]. Przewodnictwo elektryczne roztworów $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ traktowano we wcześniejszych pracach jako drugoplanowe zagadnienie, przy czym badania w tym zakresie koncentrowano przede wszystkim na tworzywach ceramicznych charakteryzujących się optymalnymi własnościami piezoelektrycznymi. W omawianych pracach w oparciu o badania znaku siły termoelektrycznej stwierdzono, że w zakresie 300÷600°C roztwory stałe $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ wykazują przewodnictwo typu *p*. Przeprowadzone dla niektórych składów pomiary współczynnika Seebecka dały wartości zawarte w granicach $\alpha = 0{,}5 \div 1{,}3$ mV/K w zależności od temperatury i składu procentowego [22÷25].

Wzrost modułów piezoelektrycznych, mniejszą skłonność do starzenia i lepszą stabilność temperaturową roztworu $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$ można osiągnąć przez wprowadzenie do podsieci jonów Pb około 5% mol strontu [4, 5]. Najczęściej wykorzystywany w praktyce roztwór stały $(Pb_{0,95}\ Sr_{0,05})\ (Zr_{0,53}\ Ti_{0,47})O_3$ rzadko bywa stosowany w czystej postaci. Wiele jego parametrów ulega dalszym korzystnym zmianom, z punktu widzenia własności elektromechanicznych, jeśli wprowadzi się do niego niewielkie ilości domieszek. W charakterze takich modyfikatorów wprowadza się najczęściej Nb_2O_5, La_2O_3, PbO [4, 5, 22, 26÷31].

Mimo znacznego zainteresowania materiałami typu PZT, ich podstawowe własności elektryczne nie są dotychczas w pełni zbadane. Między innymi jest sprawą otwartą czy faza ferroelektryczna występująca w roztworach zawierających mniej niż 5% mol $PbTiO_3$ jest rzeczywiście metastabilną fazą, wywołaną uprzednim działaniem silnego pola elektrycznego, czy też pojawia się ona spontanicznie bez udziału tego pola. W celu wyjaśnienia tego problemu w niniejszej pracy zbadano dla takich roztworów zmiany temperaturowe przenikalności elektrycznej i polaryzacji spontanicznej oraz przeprowadzono dodatkowe badania metodą termicznej analizy różnicowej.

Dla roztworu PZT nie zostały dotąd przeprowadzone badania zmian temperaturowych przenikalności elektrycznej, przewodnictwa elektrycznego i siły termoelektrycznej w pełnym zakresie stężeń, także poza obszarem morfotropowej granicy oddzielającej fazy romboedryczną i tetragonalną. Uzupełnienie tych badań pozwoli na uzyskanie określonych wniosków dotyczących wykorzystania elektromechanicznych, termoelektrycznych i półprzewodnikowych roztworów PZT w szerszym zakresie ich stężeń. Kierując się wymaganiami stawianymi przy praktycznym wykorzystaniu tworzyw ceramicznych PZT, zbadano także wpływ domieszek Nb_2O_5, La_2O_3, PbO na własności elektryczne roztworu $(Pb_{0,95}\ Sr_{0,05})\ (Zr_{0,53}Ti_{0,47})O_3$. Pewne dane na ten temat można wprawdzie znaleźć w pracach [4, 5, 22, 26÷31], jednakże są to tylko informacje fragmentaryczne. W niniejszej pracy starano się określić nie tylko zmiany temperaturowe przewodnictwa elektrycznego i współczynnika Seebecka, ale także wyznaczyć na podstawie tych zmian podstawowe parametry, opisujące zjawiska transportu swobodnych nośników ładunku.

Wymienione badania zostały przeprowadzone dla materiałów polikrystalicznych. Badania procesów transportu dla ciał polikrystalicznych napotykają na duże trudności. Zamieszczone w niniejszej pracy dane dotyczą głównie zakresu wyższych temperatur, gdzie budzą one mniej wątpliwości [32]. Mimo tego do uzyskanych rezultatów należy podchodzić z pewną ostrożnością. W każdym razie nie mogą one być podstawą jakichś poważ-

niejszych rozważań dotyczących mechanizmu procesu transportu nośników ładunku. Mogą one być natomiast przydatne do przybliżonej oceny badanych zależności i być podstawą oceny przydatności do celów praktycznych tych, tak bardzo interesujących technikę, tworzyw ceramicznych.

Najbardziej znane przykłady zastosowań ferroelektryków w elektronice i mikroelektronice to miniaturowe kondensatory ferroelektryczne o dużej pojemności, ferroelektryczne przetworniki elektromechaniczne, ferroelektryczne elementy nieliniowe, elementy ferroelektryczno-półprzewodnikowe (np. tranzystory polowe), termistory o dodatnim lub ujemnym współczynniku temperaturowym oporu, elementy pamięci elektrycznej itp. [33 ÷ 38].

W technice znanych jest wiele rozwiązań układów automatycznej regulacji temperatury [39]. Interesujące jest wykorzystanie do tego celu lokalnego maksimum i minimum tangensa kąta strat, występującego w ferroelektrykach w pobliżu punktu Curie. Na tej zasadzie działają elementy zwane tandelami [40].

Istnieje jeszcze wiele innych możliwości praktycznego wykorzystania własności ferroelektryków. Badania w tym zakresie często nie wyszły jeszcze poza laboratoria.

2. TECHNIKA EKSPERYMENTU

Przeprowadzenie wymienionych we wstępie badań wymagało odpowiedniego przygotowania próbek ceramicznych. W drodze wielokrotnie powtarzanych prób technologicznych postarano się o uzyskanie tworzyw ceramicznych o możliwie zbliżonej jakości, a szczególnie zbliżonej wielkości krystalitów, porowatości itp.

W celu otrzymania próbek $Pb/Zr_x\,Ti_{1-x}/O_3$ mieszano odpowiednie ilości dokładnie rozdrobnionych materiałów $PbTiO_3$ i $PbZrO_3$. Po uformowaniu, próbki spiekano dwukrotnie w temperaturach 1150°C ÷ 1180°C i 1200°C ÷ 1280°C. W całym zakresie składów procentowych uzyskano tworzywa ceramiczne o małej porowatości. W przypadku stosowania domieszek należało odpowiednio zmienić temperatury spiekania. Na przykład dodanie 1 % molowego La_2O_3 wymagało podwyższenia temperatury spiekania do 1280°C.

Aby ograniczyć do minimum występującą w wysokich temperaturach sublimację PbO, próbki spiekano w grubościennych tyglach wykonanych z gliny ogniotrwałej. W tyglach umieszczono dodatkowo PbO lub mieszaninę $PbO + PbO_2$. Atmosfera nasycona parami PbO zabezpieczała próbki przed ubytkiem tlenku ołowiu, a ponadto część PbO stopiła się ze ściankami tygla tworząc uszczelniające szkliwo. Aby uniknąć stapiania się próbek z materiałem tygla, umieszczono je na podkładzie z ZrO_2.

Przed przystąpieniem do pomiarów odmładzano próbki poprzez ich wygrzewanie w temperaturach wyższych od punktu Curie.

Przenikalność elektryczną w zależności od temperatury badano w procesie ogrzewania i oziębiania przy częstości pola pomiarowego $f = 1$ MHz. Zmiany temperaturowe polaryzacji spontanicznej badano znaną metodą Sawyera-Towera z jej modyfikacją przedstawioną w pracach [41 ÷ 42].

Badając charakterystyki prądowo-napięciowe, sprawdzono dla wszystkich próbek zakres napięć, przy których spełnione jest prawo Ohma. Na tej podstawie dobrano natę-

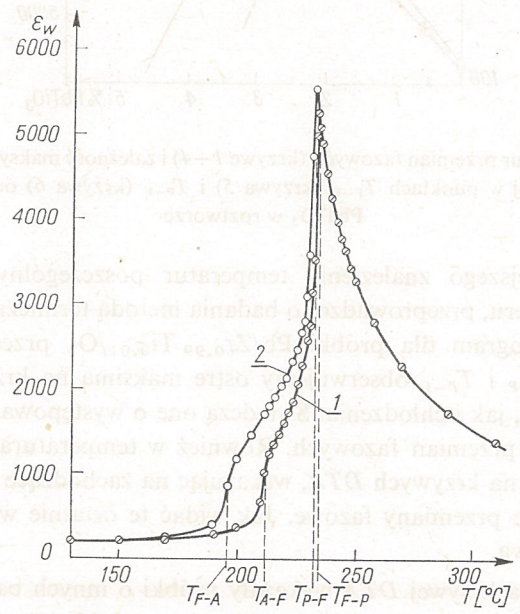
żenia pola pomiarowego dla badania zmian temperaturowych przewodnictwa elektrycznego. Określone w ten sposób pole pomiarowe wynosiło 10 V/cm.

Współczynnik Seebecka wyznaczono z nachylenia prostych na wykresach $E_\alpha = f(\Delta T)$. Do tego celu używano specjalnego urządzenia umożliwiającego automatyczne zmiany wartości i znaku $\Delta T = (T_1 - T_2)$, przy zachowaniu stałej wartości temperatury średniej próbki $\left(T_{śr} = \frac{T_1 + T_2}{2}\right)$, bądź liniowe zmiany temperatury średniej przy zadanej wartości różnicy temperatur ΔT [43]. Zależność $E_\alpha = f(\Delta T)$ bądź $\alpha = f(T_{śr})$ rejestrowano bezpośrednio za pomocą rejestratora XY o dużej czułości napięciowej.

3. WYNIKI DOŚWIADCZALNE

3.1. Własności elektryczne ceramiki PZT o zawartości $PbTiO_3$ do 5%

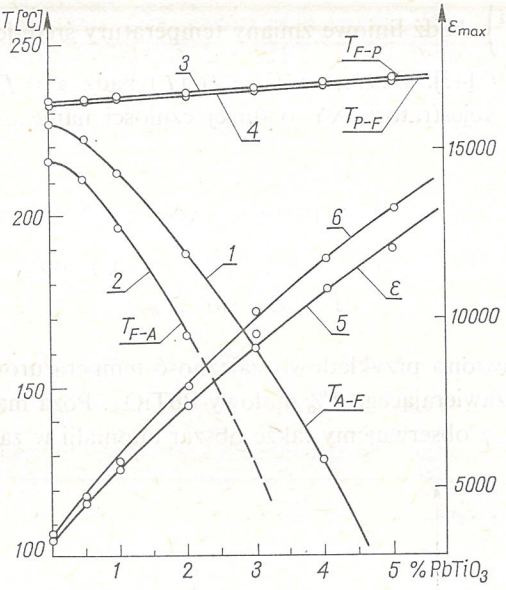
Na rys. 2 przedstawiono przykładowo zależność temperaturową przenikalności elektrycznej dla roztworu zawierającego 1% molowy $PbTiO_3$. Poza maksimum występujących w punktach T_{F-P} i T_{P-F} obserwujemy także obszar anomalii w zakresie temperatur ozna-



Rys. 2. Zmiany temperaturowe względnej przenikalności elektrycznej $Pb/Zr_{0,99}Ti_{0,01}/O_3$ dla procesu ogrzewania (krzywa *1*) i chłodzenia (krzywa *2*)

czonych na rysunku przez T_{F-A} i T_{A-F}. Podobne zależności $\varepsilon(T)$ wykazały inne próbki zawierające do 5% $PbTiO_3$. Wyraźny obszar anomalii w temperaturach T_{F-A} i T_{A-F} występuje tylko dla próbek o mniejszych zawartościach $PbTiO_3$ (do około 2%). Dla większych zawartości $PbTiO_3$ anomalie te są widoczne, lecz rozmyte w szerszym zakresie temperatur.

Od zawartości $PbTiO_3$ zależą wyraźnie maksymalne wartości przenikalności elektrycznej w punktach T_{F-P} i T_{P-F} oraz wartości temperatur T_{A-F} i T_{F-A} (rys. 3). Ze względu na wspomniane wcześniej „rozmycie" $\varepsilon(T)$, temperatury T_{F-A} udało się wyznaczyć tylko dla próbek zawierających do 2% molowych $PbTiO_3$.

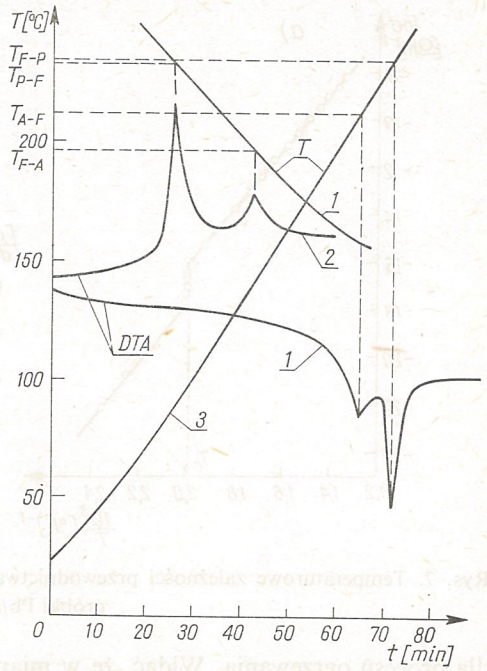


Rys. 3. Zależność temperatur przemian fazowych (krzywe *1÷4*) i zależność maksymalnej wartości względnej przenikalności elektrycznej w punktach T_{F-P} (krzywa *5*) i T_{P-F} (krzywa *6*) od zawartości procentowej $PbTiO_3$ w roztworze

W celu dokładniejszego znalezienia temperatur poszczególnych przejść fazowych i zbadania ich charakteru, przeprowadzono badania metodą termicznej analizy różnicowej. Przykładowy derywatogram dla próbki $Pb/Zr_{0,99}\,Ti_{0,01}/O_3$ przedstawiono na rys. 4. W temperaturach T_{F-P} i T_{P-F} obserwujemy ostre maksima na krzywych *DTA* zarówno w procesie ogrzewania, jak i chłodzenia. Świadczą one o występowaniu w tych temperaturach endotermicznych przemian fazowych. Również w temperaturach T_{A-F} i T_{F-A} występują lokalne ekstrema na krzywych *DTA*, wskazując na zachodzące w tych temperaturach również endotermiczne przemiany fazowe. Jak widać te ostatnie wykazują dużo większą histerezę temperaturową.

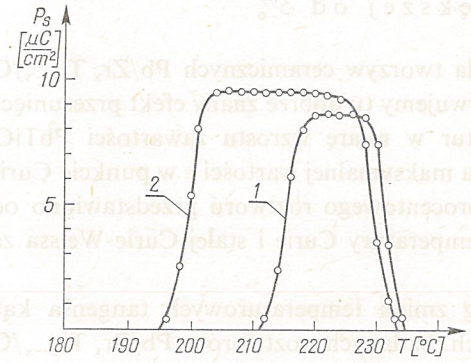
Podobne zmiany na krzywej *DTA* wykazały próbki o innych badanych składach procentowych. Badania derywatograficzne pozwoliły więc na dokładne wyznaczenie temperatur przemian fazowych dla wszystkich badanych próbek. Zależność wyznaczonych w ten sposób temperatur poszczególnych przemian fazowych od zawartości $PbTiO_3$ wykazują dobrą zgodność z danymi przedstawionymi na rys. 3.

Ze wzrostem zawartości $PbTiO_3$ szczególnie wyraźnie obniżają się wartości temperatur T_{A-F} i T_{F-A}. Rośnie więc zakres temperatur, w którym występuje faza przejawiająca się bezpośrednio po przejściu ze stanu paraelektrycznego.

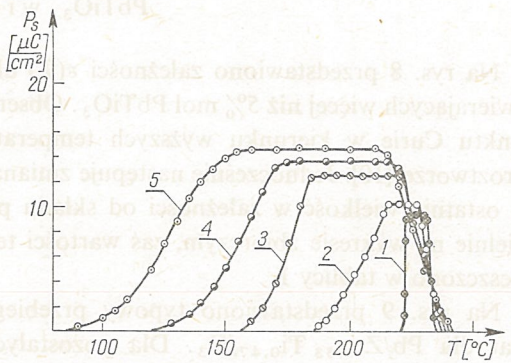


Rys. 4. Termiczna analiza różnicowa dla próbki $Pb/Zr_{0,99}\,Ti_{0,01}/O_3$

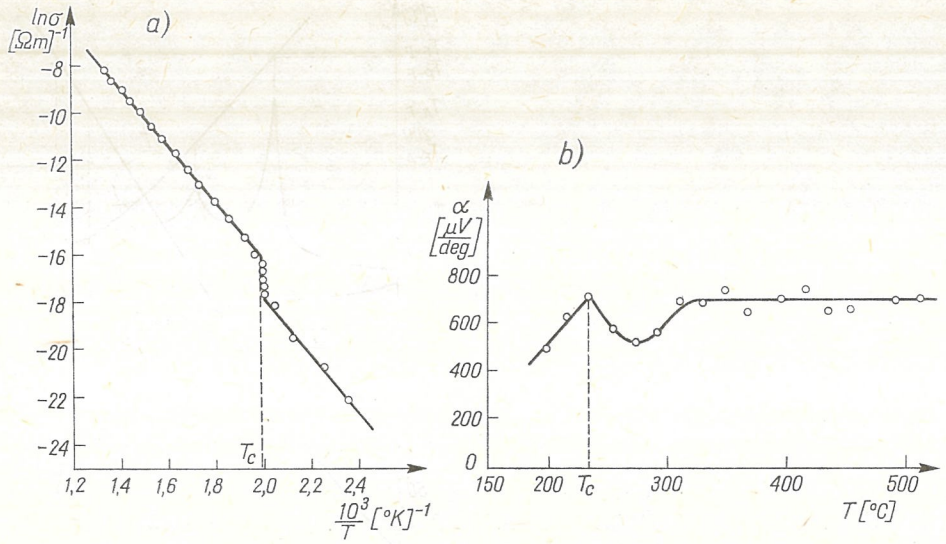
W celu potwierdzenia, że powyższa faza przejściowa posiada własności ferroelektryczne, niezbędne jest wykazanie występowania zjawiska histerezy elektrycznej. Badania rzeczywiście potwierdziły istnienie w tej fazie pętli histerezy elektrycznej. Na podstawie obserwacji zmian temperaturowych tych pętli wyznaczono zależność polaryzacji spontanicznej od temperatury. Na rys. 5 przedstawiono przykładową zależność $P_s(T)$ w procesie ogrzewania (krzywa *1*) i chłodzenia (krzywa *2*) dla próbki $Pb/Zr_{0,99}\,Ti_{0,01}/O_3$. Podobne zależności uzyskano dla pozostałych badanych próbek. Na rys. 6 zestawiono te zależności



Rys. 5. Zmiany temperaturowe polaryzacji spontanicznej $Pb/Zr_{0,99}Ti_{0,01}/O_3$ dla procesu ogrzewania (krzywa *1*) i chłodzenia (krzywa *2*)



Rys. 6. Zmiany temperaturowe polaryzacji spontanicznej w procesie ogrzewania roztworów stałych $Pb/Zr_{1-x}Ti_x/O_3$ dla zawartości $PbTiO_3$ równej odpowiednio: *1* — 0,5%; *2* — 2%; *3* — 3%; *4* — 4%; *5* — 5%



Rys. 7. Temperaturowe zależności przewodnictwa elektrycznego (a) i współczynnika Seebecka (b) dla próbki $Pb/Zr_{0,99}Ti_{0,01}/O_3$

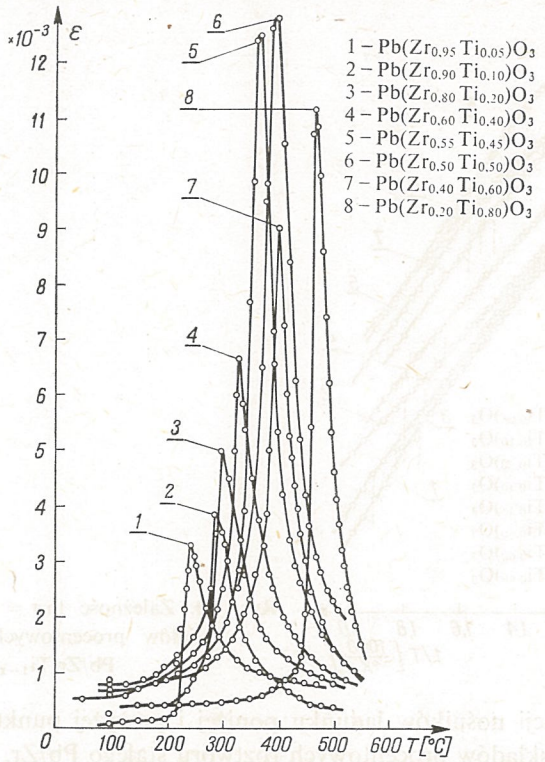
dla procesu ogrzewania. Widać, że w miarę wzrostu zawartości molowej $PbTiO_3$ w ceramikach PZT poszerza się zakres występowania fazy ferroelektrycznej w stronę niższych temperatur oraz rośnie wartość polaryzacji spontanicznej. Na rys. 7 przedstawiono przykładowo zależność temperaturową przewodnictwa elektrycznego i współczynnika Seebecka dla $Pb/Zr_{0,99}\ Ti_{0,01}/O_3$. Charakter tych zależności jest podobny do tych samych zależności uzyskanych dla „czystego" $PbZrO_3$ [18].

3.2. Własności elektryczne ceramiki PZT o zawartości $PbTiO_3$ większej od 5%

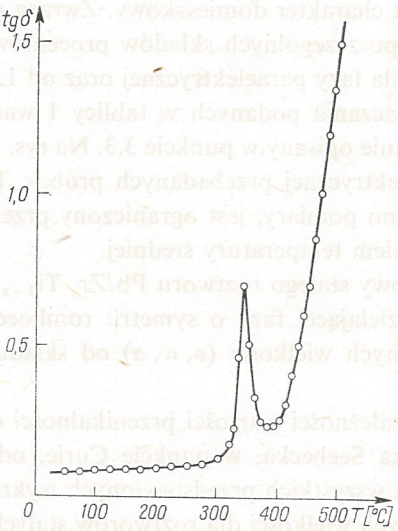
Na rys. 8 przedstawiono zależności $\varepsilon(T)$ dla tworzyw ceramicznych $Pb/Zr_x\ Ti_{1-x}/O_3$ zawierających więcej niż 5% mol $PbTiO_3$. Obserwujemy tu dobrze znany efekt przesunięcia punktu Curie w kierunku wyższych temperatur w miarę wzrostu zawartości $PbTiO_3$ w roztworze [10]. Jednocześnie następuje zmiana maksymalnej wartości ε w punkcie Curie. Tę ostatnią wielkość w zależności od składu procentowego roztworu przedstawiono oddzielnie na wykresie zbiorczym, zaś wartości temperatury Curie i stałej Curie-Weissa zamieszczono w tablicy 1.

Na rys. 9 przedstawiono typowy przebieg zmian temperaturowych tangensa kąta strat dla $Pb/Zr_{0,53}\ Ti_{0,47}/O_3$. Dla pozostałych badanych roztworów $Pb/Zr_x\ Ti_{1-x}/O_3$ obserwowano podobny przebieg zależności $\operatorname{tg}\delta = f(T)$ z charakterystycznym maksimum lokalnym występującym poniżej punktu Curie.

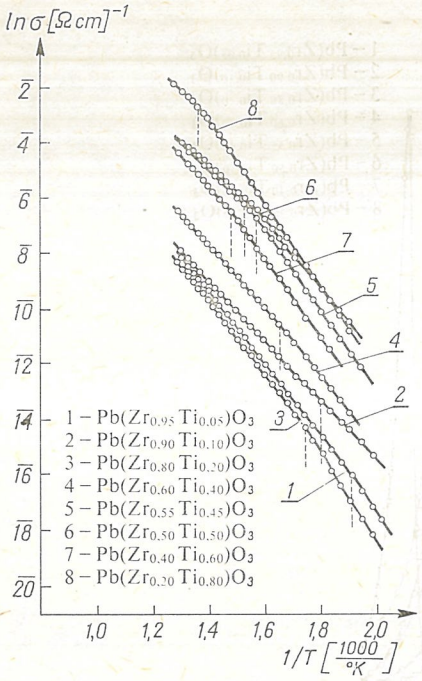
Zależność przewodnictwa elektrycznego od temperatury dla wybranych składów procentowych roztworu stałego $Pb/Zr_x\ Ti_{1-x}/O_3$ przedstawiono na rys. 10 w formie zależności $\ln\sigma = f(1/T)$. Na podstawie prostoliniowych części tej zależności wyznaczono war-



Rys. 8. Zależność przenikalności elektrycznej od temperatury dla poszczególnych roztworów stałych $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$



Rys. 9. Zależność tangensa kąta strat od temperatury dla $Pb/Zr_{0,53}Ti_{0,47}/O_3$



Rys. 10. Zależność $\ln\sigma = f(1/T)$ dla różnych składów procentowych roztworu stałego $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$

tości energii aktywacji nośników ładunku poniżej i powyżej punktu przemiany fazowej dla poszczególnych składów procentowych roztworu stałego $Pb/Zr_x\ Ti_{1-x}/O_3$. Wyliczone wartości zestawiono w tablicy 1. Wartości liczbowe energii aktywacji poszczególnych roztworów w całym zakresie badanych temperatur są mniejsze od szerokości pasma wzbronionego czystych składników wynoszącej $\Phi = 3$ eV [44]. Na tej podstawie można wyciągnąć wniosek, że w badanym zakresie temperatur przewodnictwo elektryczne roztworów stałych $Pb/Zr_x\ Ti_{1-x}/O_3$ ma charakter domieszkowy. Zwraca również uwagę fakt, że wartości energii aktywacji dla poszczególnych składów procentowych różnią się stosunkowo niewiele (od 0,8 do 1,1 eV dla fazy paraelektrycznej oraz od 1,0 do 1,35 eV dla fazy ferroelektrycznej). Sposób wyznaczania podanych w tablicy 1 wartości koncentracji i ruchliwości nośników prądu zostanie opisany w punkcie 3.3. Na rys. 11 przedstawiono zależności $\alpha = f(1/T)$ dla fazy paraelektrycznej przebadanych próbek. Dolny zakres średnich temperatur, w których wykonano pomiary, jest ograniczony przez szybki wzrost oporu elektrycznego próbek z obniżeniem temperatury średniej.

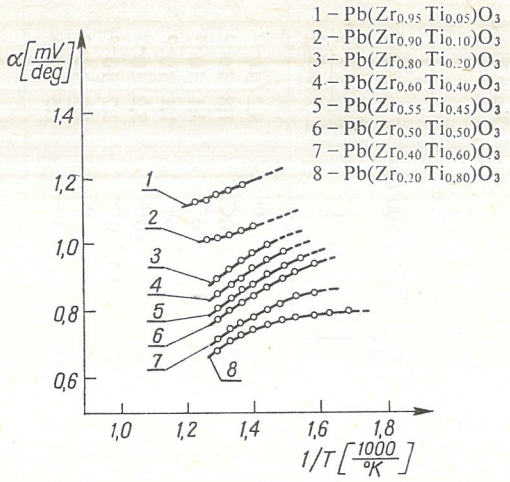
Analizując diagram fazowy stałego roztworu $Pb/Zr_x\ Ti_{1-x}/O_3$ można było oczekiwać, że w pobliżu granicy rozdzielającej fazy o symetrii romboedrycznej i tetragonalnej, na wykresach zależności badanych wielkości (ε, σ, α) od składu procentowego wystąpi lokalne ekstremum.

Na rys. 12 zestawiono zależności wartości przenikalności elektrycznej, przewodnictwa elektrycznego współczynnika Seebecka, w punkcie Curie, od składu procentowego roztworu $Pb/Zr_x\ Ti_{1-x}/O_3$. Na wszystkich przedstawionych wykresach można zaobserwować wyraźne „anomalie" badanych wielkości dla roztworów stałych leżących w pobliżu morfotropowej granicy rozdzielającej fazę tetragonalną od romboedrycznej ($x = 0{,}50 \div 0{,}55$)

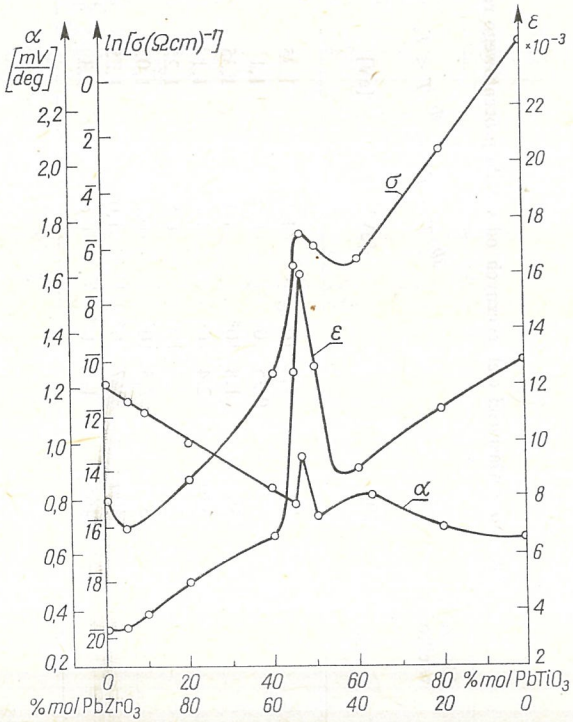
Tablica 1

Zależność własności elektrycznych od składu procentowego roztworu $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$

Mierzone wielkości / Badany materiał	T_c [°C]	C	$\Phi/T > T_c$ [eV]	$\Phi/T < T_c$ [eV]	$\sigma/T = 500°C$ $[\Omega\,cm]^{-1}$	$\alpha/T = 500°C$ $\left[\frac{mV}{°K}\right]$	$n/T = 500°C$ $[cm^{-3}]$	$\mu/T = 500°C$ $\left[\frac{cm^2}{V \cdot sek}\right]$
$Pb(Zr_{0,95}Ti_{0,05})O_3$	246	$1{,}8\ 10^5$	1,1	1,35	$3{,}6\ 10^{-4}$	1,15	$2{,}3\ 10^{16}$	$8{,}2\ 10^{-2}$
$Pb(Zr_{0,90}Ti_{0,10})O_3$	268	$0{,}95\ 10^5$	0,9	1,1	$3{,}7\ 10^{-4}$	1,02	$1{,}1\ 10^{17}$	$1{,}8\ 10^{-2}$
$Pb(Zr_{0,80}Ti_{0,20})O_3$	300	$1{,}8\ 10^5$	1,1	1,35	$2{,}5\ 10^{-4}$	0,9	$4{,}2\ 10^{17}$	$3{,}1\ 10^{-3}$
$Pb(Zr_{0,60}Ti_{0,40})O_3$	330	$2{,}4\ 10^5$	1,05	1,1	$1{,}5\ 10^{-3}$	0,85	$7{,}1\ 10^{17}$	$1{,}1\ 10^{-2}$
$Pb(Zr_{0,55}Ti_{0,45})O_3$	365	$2{,}2\ 10^5$	0,8	1,25	$1{,}9\ 10^{-2}$	0,78	$1{,}7\ 10^{18}$	$5{,}2\ 10^{-2}$
$Pb(Zr_{0,50}Ti_{0,50})O_3$	394	$2{,}3\ 10^5$	0,8	1,05	$1{,}8\ 10^{-2}$	0,72	$3{,}5\ 10^{18}$	$2{,}7\ 10^{-2}$
$Pb(Zr_{0,40}Ti_{0,60})O_3$	400	$1{,}7\ 10^5$	1,0	1,25	$1{,}9\ 10^{-2}$	0,81	$1{,}4\ 10^{18}$	$4{,}9\ 10^{-2}$
$Pb(Zr_{0,20}Ti_{0,80})O_3$	465	$1{,}5\ 10^5$	0,85	1,3	$1{,}5\ 10^{-2}$	0,69	$5{,}2\ 10^{18}$	$1{,}5\ 10^{-1}$



Rys. 11. Zależność $\alpha = f(1/T)$ dla różnych składów procentowych roztworów stałych $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$



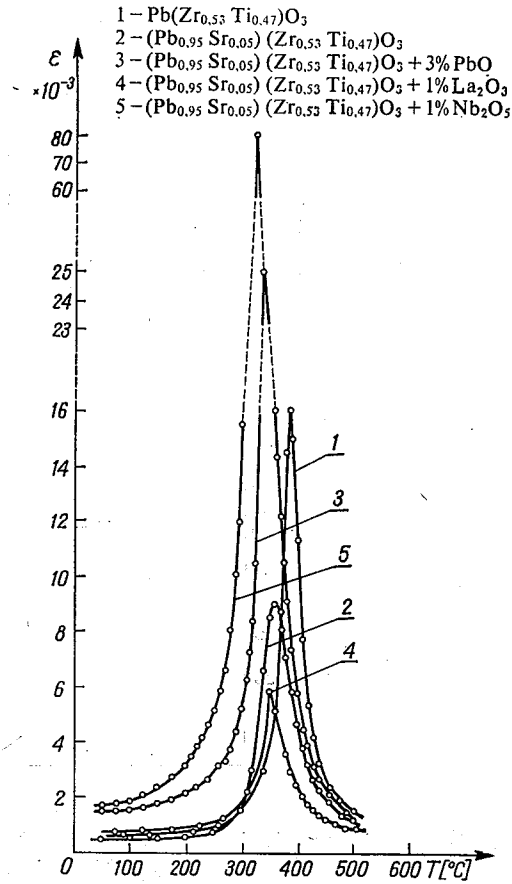
Rys. 12. Zależność przewodnictwa elektrycznego σ, przenikalności elektrycznej ε i współczynnika Seebecka α w punkcie Curie od składu procentowego roztworu $Pb/Zr_xTi_{1-x}/O_3$

oraz w mniejszym stopniu dla $x = 0{,}95$. Podobne anomalie w zależności od składu procentowego roztworu $Pb/Zr_x\,Ti_{1-x}/O_3$ szczególnie dla $x = 0{,}50 \div 0{,}55$ obserwuje się, jak wiadomo z danych literaturowych [1 ÷ 7], dla modułów piezoelektrycznych.

3.3. Wpływ domieszek na własności $Pb/Zr_{0,53}\,Ti_{0,47}/O_3$

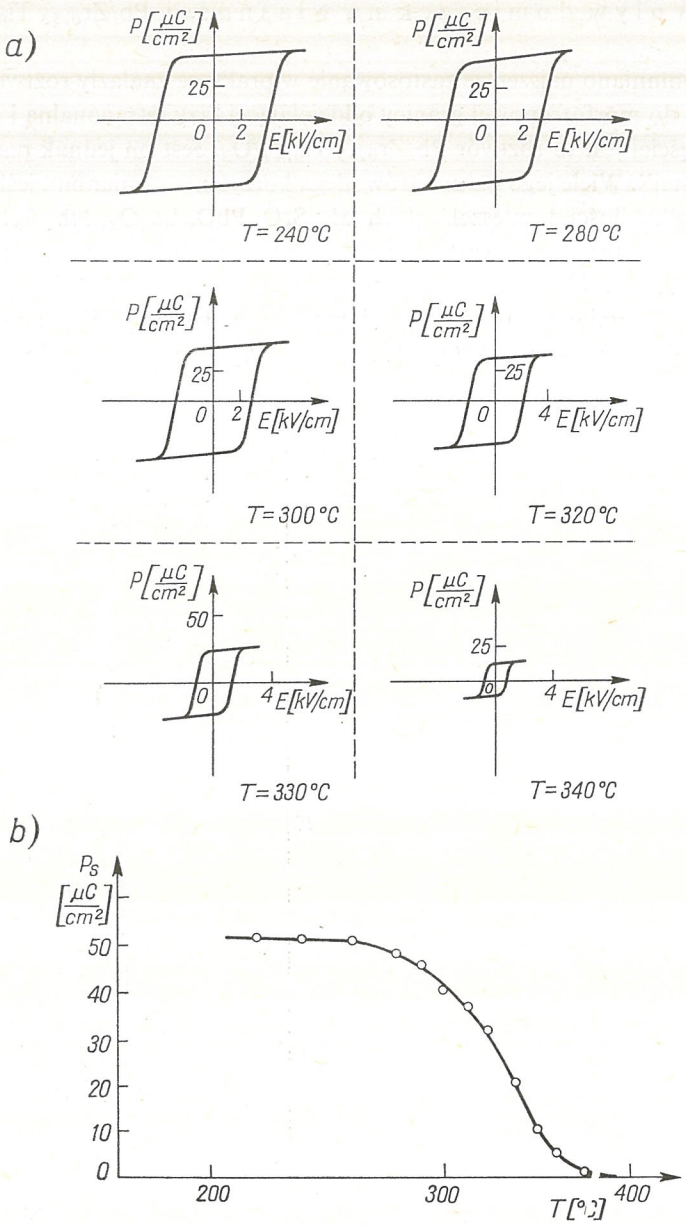
Jak już wspomniano najszersze zastosowanie w praktyce znalazły roztwory PZT o składzie zbliżonym do morfotropowej granicy oddzielającej fazy tetragonalną i romboedryczną (rys. 1). Najczęściej jest to roztwór $Pb/Zr_{0,53}\,Ti_{0,47}/O_3$. Jest on jednak rzadko stosowany w postaci „czystej". Wiele jego parametrów ulega korzystnym zmianom, jeśli wprowadzi się do niego niewielkie ilości domieszek takich jak: SrO, PbO, La_2O_3, Nb_2O_5, itp.

Wpływ tych domieszek na wartości i temperaturowe zmiany przenikalności elektrycznej pokazano na rys. 13. Widzimy, że stosowane domieszki obniżają punkt Curie oraz powodują znaczne zmiany wartości przenikalności elektrycznej. Największy wzrost wartości ε powoduje domieszka Nb_2O_5. Natomiast La_2O_3 powoduje silne zmniejszenie ε.



Rys. 13. Wpływ domieszek na zależność przenikalności elektrycznej od temperatury roztworu stałego $Pb/Zr_{0,53}Ti_{0,47}/O_3$

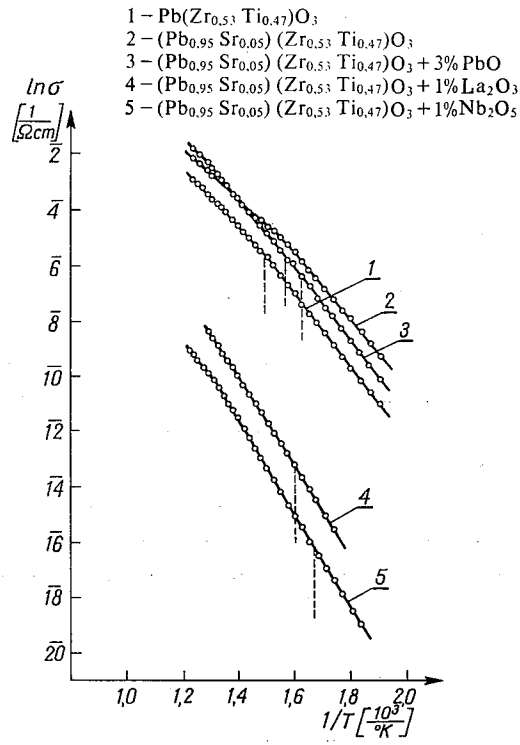
Przykładowe pętle histerezy elektrycznej i zmiany temperaturowe polaryzacji spontanicznej $/Pb_{0,95}\,Sr_{0,05}/\ /Zr_{0,53}\,Ti_{0,47}/O_3 + 1\%\,Nb_2O_5$ przedstawiono na rys. 14. Obserwacje pętli histerezy dla pozostałych domieszkowanych materiałów napotykają na pewne trudności. Powodem tego jest prawdopodobnie ekranowanie polaryzacji spontanicznej przez swobodne nośniki ładunku. Prócz zmian parametrów dielektrycznych i elektrome-



Rys. 14. Pętla histerezy (a) i temperaturowa zależność polaryzacji spontanicznej (b) dla roztworu $/Pb_{0,95}Sr_{0,05}//Zr_{0,53}Ti_{0,47}/O_3 + 1\%$ mol Nb_2O_5

chanicznych stosowane domieszki wywołują bowiem silne zmiany przewodnictwa elektrycznego.

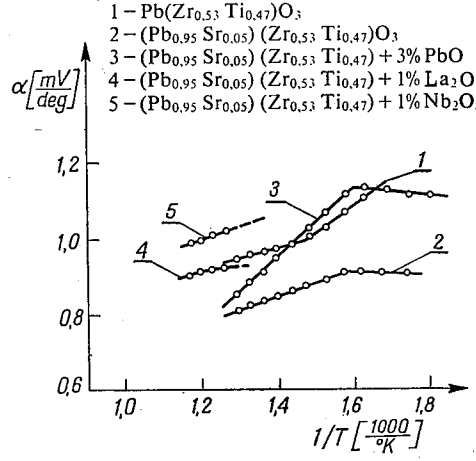
Na rys. 15 przedstawiono zmiany temperaturowe przewodnictwa elektrycznego dla grupy prezentowanych tu materiałów. Widzimy, że dodatki Sr i PbO powodują pewien wzrost przewodnictwa, natomiast La_2O_3 i Nb_2O_5 powodują zmniejszenie przewodnictwa



Rys. 15. Wpływ domieszek na temperaturową zależność przewodnictwa elektrycznego roztworu $Pb/Zr_{0,53}Ti_{0,47}/O_3$

o $2 \div 3$ rzędy wielkości. Materiały o wysokim przewodnictwie wykazują zbliżone wartości energii aktywacji nośników. Podobną wspólną cechę posiadają dwa pozostałe materiały (tablica 2).

Wyznaczone dla tych materiałów zmiany temperaturowe współczynnika Seebecka (α) przedstawiono na rys. 16. W fazie paraelektrycznej ze wzrostem temperatury wartości α



Rys. 16. Wpływ domieszek na temperaturową zależność współczynnika Seebecka roztworu $Pb/Zr_{0,53}Ti_{0,47}/O_3$

dla wszystkich tych roztworów maleją, przy czym zależność $\alpha = f(1/T)$ ma charakter liniowy. W fazie ferroelektrycznej charakter tej zależności ulega zmianie. Dla roztworów z dodatkiem Nb_2O_5 i La_2O_3 o najniższym przewodnictwie elektrycznym nie udało się wyznaczyć wartości α poniżej punktu Curie. Niemniej z danych na rys. 16 widać, że spośród przebadanych materiałów wykazują one największe wartości α.

Jak stwierdzono, ze znaku siły termoelektrycznej zimniejszego złącza w badanym zakresie temperatur wszystkie materiały wykazują przewodnictwo typu *p*. Ten fakt oraz stosunkowo słaby wpływ wprowadzonych domieszek na wartości α zdaje się wskazywać na to, że w procesie przewodnictwa dominującą rolę odgrywają „własne" defekty strukturalne podstawowego materiału, a jony domieszkowe nie powodują istotnych zmian koncentracji nośników mniejszościowych. Pojawienie się znacznej koncentracji tych nośników musiałoby bowiem wywołać zmniejszenie lub nawet zmianę znaku α. W tej sytuacji można z pewnym przybliżeniem przyjąć do dalszych rozważań założenie, że rozpatrywane materiały wykazują przewodnictwo monopolarne.

Powyższe założenia można wykorzystać do stosunkowo prostego oszacowania koncentracji i ruchliwości nośników (w tym przypadku dziur) na podstawie znajomości współczynnika Seebecka i przewodnictwa elektrycznego [45÷47]. Wielkości te mogą być wyrażone wzorami:

$$\alpha = \frac{k}{e}\left(\ln\frac{N_o}{n} + a\right), \tag{1}$$

$$\sigma = en\mu, \tag{2}$$

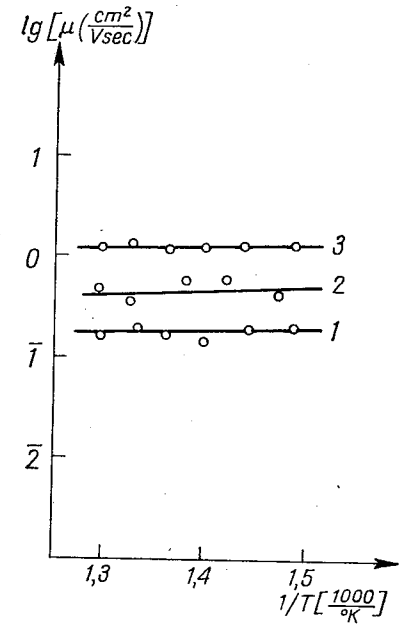
gdzie:

N_o — gęstość stanów w pasmie przewodnictwa,
n, μ — koncentracja i ruchliwość nośników,
a — stała charakteryzująca mechanizmy rozproszenia.

Obliczenie stałej a sprawia duże trudności ze względu na możliwość występowania w badanym materiale różnych mechanizmów rozproszenia. Z rozważań teoretycznych wynika, że w zależności od mechanizmu rozproszenia wartość tej stałej zawiera się w granicach $a = -0{,}5 \div +4$ [48, 49]. Obliczona wartość N_o wynosi $1{,}56 \cdot 10^{22}$ cm^{-3}.

Na rys. 17 przedstawiono wyznaczone na podstawie wzorów (1) i (2) wartości ruchliwości w funkcji temperatury dla $a = -0{,}5$ (krzywa *3*) i dla $a = +4$ (krzywa *1*). Aby ocenić uzyskane wyniki i poprawność przyjętych założeń, przeprowadzono również pomiar ruchliwości metodą Halla. Wartości μ uzyskane tą metodą przedstawia krzywa *2* na rys. 17. Wszystkie dane na rys. 17 dotyczą roztworu $/Pb_{0,95}\,Sr_{0,05}/\ /Zr_{0,53}\,Ti_{0,47}/O_3 + +3\%$ PbO.

Badania efektu Halla w próbkach $Pb/Zr_x\,Ti_{1-x}/O_3$ metodami konwencjonalnymi okazało się bardzo trudne ze względu na małe przewodnictwo elektryczne i niską ruchliwość. Zastosowano zatem metodę prądu zmiennego umożliwiającą dokładny pomiar nawet bardzo małych sygnałów [50]. Zastosowanie techniki podwójnie zmiennoprądowej pozwoliło ponadto wyeliminować szereg efektów towarzyszących (efekty galwanotermomagnetyczne, napięcia kontaktowe oraz szumy własne aparatury pomiarowej). Zastosowana aparatura charakteryzowała się dużą czułością pomiaru ruchliwości nośników prądu



Rys. 17. Temperaturowa zależność ruchliwości nośników prądu w roztworze /$Pb_{0,95}Sr_{0,05}$//$Zr_{0,53}Ti_{0,47}$/ /O_3+3% mol PbO wyznaczona z efektu Seebecka (krzywe *1*, *3*) i efektu Halla (krzywa *2*)

($\mu = 10^{-3}$ cm²/V · sek), przy stosunkowo wysokiej górnej granicy oporności mierzonych próbek (10^6 Ω). Ruchliwość μ_H obliczono ze wzoru [50, 51]

$$\mu_H = 1{,}918 \frac{U_H}{U_o} \cdot \frac{1}{B_z}, \tag{3}$$

gdzie:

μ_H — ruchliwość nośników,
U_o — napięcie z generatora,
U_H — napięcie Halla,
B_z — indukcja magnetyczna.

Porównując wartości ruchliwości nośników, otrzymane przy badaniu efektu Halla, z wartościami μ otrzymanymi z badań współczynnika Seebecka i przewodnictwa elektrycznego (rys. 17), można stwierdzić, że obie te wartości są tego samego rzędu wielkości.

W ten sposób uzyskano potwierdzenie poprawności metody wyznaczania ruchliwości nośników ze znajomości σ i α. Na tej podstawie metodę tę zastosowano także dla pozostałych materiałów. Znając ruchliwość nośników można na podstawie wzoru (2) określić także ich koncentrację. Wartości σ i α dla przykładowej temperatury $T = 500$°C oraz wyznaczone z ich znajomości wartości ruchliwości i koncentracji nośników zestawiono w tablicach 1 i 2.

3.4. Możliwości wykorzystania praktycznego badanych zależności

Uzyskane w niniejszej pracy wyniki doświadczalne dotyczące własności elektrycznych i termoelektrycznych ceramiki PZT sugerują możliwości rozszerzenia wykorzystania tych materiałów, m.in. jako czujników temperaturowych typu generacyjno-rezystancyjnego,

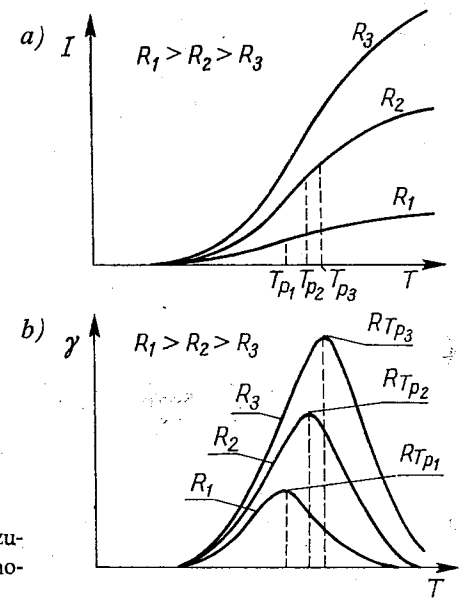
Tablica 2

Wpływ domieszek na własności elektryczne roztworu $Pb/Zr_{0,53}Ti_{0,47}/O_3$

Badany materiał \ Mierzone wielkości	T_c [°C]	C	$\Phi/T > T_c$ [eV]	$\Phi/T < T_c$ [eV]	$\sigma/T = 500°C$ $[\Omega\,cm]^{-1}$	$\alpha/T = 500°C$ $\left[\frac{mV}{°K}\right]$	$n/T = 500°C$ $[cm^{-3}]$	$\mu/T = 500°C$ $\left[\frac{cm^2}{V \cdot sek}\right]$
$Pb(Zr_{0,53}Ti_{0,47})O_3$	385	$1{,}8\ 10^5$	0,85	1,15	$3{,}0\ 10^{-2}$	0,95	$2{,}6\ 10^{17}$	$6{,}0\ 10^{-1}$
$(Pb_{0,95}Sr_{0,05})(Zr_{0,53}Ti_{0,47})O_3$	365	$9{,}0\ 10^3$	0,8	1,0	$8{,}0\ 10^{-2}$	0,81	$1{,}5\ 10^{18}$	$2{,}8\ 10^{-1}$
$(Pb_{0,95}Sr_{0,05})(Zr_{0,53}Ti_{0,47})O_3 +$ $+3\%$ mol PbO	342	$25{,}0\ 10^3$	0,9	1,05	$1{,}0\ 10^{-1}$	0,86	$7{,}1\ 10^{16}$	$7{,}4\ 10^{-1}$
$(Pb_{0,95}Sr_{0,05})(Zr_{0,53}Ti_{0,47})O_3 +$ $+1\%$ mol La_2O_3	350	$6{,}0\ 10^3$	1,3	1,35	$8{,}0\ 10^{-5}$	0,93	$3{,}1\ 10^{17}$	$2{,}6\ 10^{-3}$
$(Pb_{0,95}Sr_{0,05})(Zr_{0,53}Ti_{0,47})O_3 +$ $+1\%$ mol Nb_2O_5	325	$80{,}0\ 10^3$	1,35	1,40	$1{,}8\ 10^{-5}$	1,03	$9{,}8\ 10^{16}$	$1{,}0\ 10^{-3}$

ogniw termoelektrycznych oraz ferroelektrycznych elementów automatycznej regulacji temperatury.

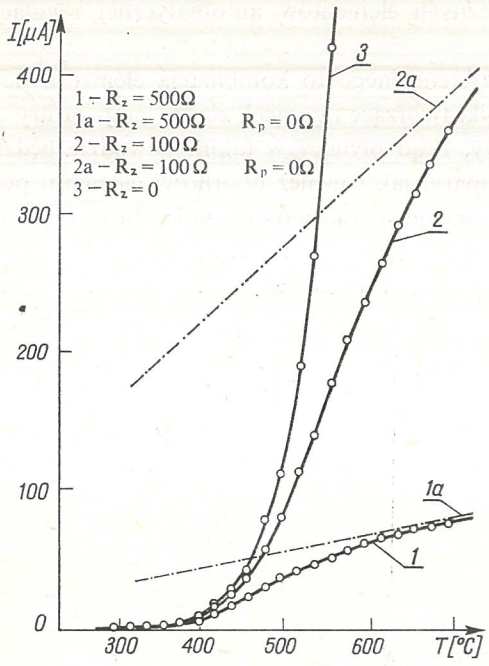
Czujnik temperatury typu generacyjno-rezystencyjnego to kombinacja elementu półprzewodnikowego i termopary [52]. Przewodniki tworzące „gorące" złącze temperatury są połączone poprzez element półprzewodnikowy. Prąd płynący w takim obwodzie będzie funkcją zarówno siły termoelektrycznej termopary, jak również oporności elementu półprzewodnikowego i oporu zewnętrznego. Przykładowe zależności temperaturowe prądu płynącego w obwodzie czujnika tego typu oraz zależność jego czułości od temperatury dla trzech przykładowych oporów zewnętrznych przedstawiono na rys. 18. Zaznaczone na



Rys. 18. Teoretyczna zależność prądu (a) oraz czułości (b) od temperatury dla czujnika generacyjno-rezystencyjnego

rysunku temperatury T_p stanowią wartości, przy których czujnik osiąga maksymalną czułość przy danych wartościach oporu zewnętrznego R_z. Dobierając odpowiedni materiał oraz R_z można przesuwać maksimum czułości do dowolnego punktu T_x, leżącego w interesującym nas przedziale temperatur. Dla zakresów wyższych temperatur mogą tu być wykorzystane tworzywa typu PZT o odpowiednio dobranym składzie.

Na rys. 19 przedstawiono przykładowe charakterystyki $I = f(T)$ dla wykonanego modelu czujnika, w którym zastosowano termoparę żelazo-konstantan oraz próbkę /$Pb_{0,95}$ $Sr_{0,05}$/ /$Zr_{0,53}$ $Ti_{0,47}/O_3 + 3\%$ PbO. W zakresie temperatur zbliżonych do 1000°K, przy doborze oporu miernika prądu równego oporowi próbki w temperaturze T_p, można osiągnąć czułości rzędu $10\left[\frac{\mu A}{°K}\right]$. Zaletą tego czujnika jest więc znaczna czułość i możliwość pracy w wysokich temperaturach. Pewną wadą tych czujników jest możliwość powstawania siły termoelektrycznej na samym elemencie półprzewodnikowym w przypadku występowania różnicy temperatur na jego złączach z przewodami termoparowymi. Wadę tę można wyeliminować przez miniaturyzację elementu. Tę właściwość czujnika można jednakże



Rys. 19. Zależność prądu od temperatury dla czujnika konstantan-/$Pb_{0,95}Sr_{0,05}$//$Zr_{0,53}$ $Ti_{0,47}/O_3$ + 3% mol PbO-żelazo

również wykorzystać do pomiaru gradientu temperatur ciał, w których utrzymuje się stała wartość temperatury średniej.

Duże wartości współczynnika Seebecka roztworów PZT sugerują, że materiały te mogą być wykorzystane do budowy ogniw termoelektrycznych, do bezpośredniego przetwarzania energii cieplnej na energię elektryczną. Z analizy sprawności generatora termoelektrycznego wynika, że współczynnik sprawności tego przetwarzania zależy od współczynnika efektywności $Z = \frac{\alpha^2}{\varrho\lambda}$ (gdzie ϱ, λ współczynniki oporności właściwej i przewodności cieplnej) albo dokładniej, od iloczynu $Z \cdot \frac{T_1 + T_2}{2}$ (gdzie T_1 i T_2 — temperatury odpowiednich złącz ogniwa termoelektrycznego) [53 ÷ 55].

W zakresie wyższych temperatur niektóre z badanych roztworów PZT charakteryzują się wartościami współczynnika z porównywalnymi z wartościami z dla materiałów półprzewodnikowych stosowanych w zbudowanych w USA modelach generatorów termoelektrycznych o sprawności rzędu 15 ÷ 20% [54].

Dodatkową zaletą tworzyw PZT jest możliwość zwiększenia sprawności przez możliwość pracy w wysokich temperaturach średnich (rzędu 1000°C), w których większość stosowanych obecnie związków półprzewodnikowych o dużych wartościach ulega rozkładowi. Sprawność oszacowana dla ogniwa termoelektrycznego, w którym wykorzystano /$Pb_{0,95}$ $Sr_{0,05}$/ /$Zr_{0,53}$ $Ti_{0,47}/O_3$ + 3% PbO przy temperaturze średniej rzędu 1000°K wynosi 10% (rys. 20). Realne jest osiągnięcie jeszcze większej sprawności przez dobór odpowiedniego składu tworzywa PZT, a także skonstruowanie odpowiednich baterii tego typu ogniw.