Table 2

Values of parameters $\beta_v+\frac{\eta_n^2}{\beta_v}$, $\eta_n+\frac{\beta_v^2}{\eta_n}$ and of attenuation coefficient k_s for small rotary induction machines in case of $v = n = 1$

$\frac{2p\tau}{\pi}$	τ	L_i+2h_{cz}	p	f	β_v	η_n	$\operatorname{tg}\eta_n y$	k_s (steel 55)		$\beta_v+\frac{\eta_n^2}{\beta_v}$	$\eta_n+\frac{\beta_v^2}{\eta_n}$
								for $\mu_{r\max} = 535$	for $\mu_{rs} = 80$		
$\times 10^{-3}$ m	$\times 10^{-3}$ m	$\times 10^{-3}$ m	—	Hz	$\frac{1}{\text{m}}$	$\frac{1}{\text{m}}$	—	$\frac{1}{\text{m}}$	$\frac{1}{\text{m}}$	$\frac{1}{\text{m}}$	$\frac{1}{\text{m}}$
10	5.23	~ 30.0	3	400	600.0	105.0	1	1980	766	618.3	3535.0
22	34.60	~ 96.0	1	50	90.8	32.7	1	700	270	101.2	285.7
32	50.20	~ 128.0	1	50	62.4	24.7	1	700	270	72.2	182.2

Thus in case of induction machines with double-layer secondary the coefficients of reduction of magnetic field intensity are only valid. These coefficients amount to:
— for tangent components

$$\underline{k}_{Hx} = \underline{k}_{Hy} = \frac{(\underline{H}_{x\mathrm{Fe}\nu n})_{z=\delta+d}}{(\underline{H}_{x\nu n})_{z=\delta}} = \frac{(\underline{H}_{y\mathrm{Fe}\nu n})_{z=\delta+d}}{(\underline{H}_{y\nu n})_{z=\delta}} \approx \frac{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}}{\gamma_{\mathrm{Cu}}} \frac{1}{\frac{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}}{\gamma_{\mathrm{Cu}}} \mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n} d + \frac{\underline{\alpha}_{s\nu n}}{\gamma} \mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n} d}; \tag{64}$$

— for normal component

$$\underline{k}_{Hz} = \frac{(\underline{H}_{z\mathrm{Fe}\nu n})_{z=\delta+d}}{(H_{z\nu n})_{z=\delta}} \approx \frac{1}{\frac{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}}{\underline{\alpha}_{s\nu n}} \frac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{Cu}}} \mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n} d + \mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n} d}. \tag{65}$$

In the above expressions (64), (65) the approximate relationship (58) is used. However, taking simplified relationships (56), (57) the expressions (64), (65) can be brought to the form:

$$\underline{k}_{Hx} = \underline{k}_{Hy} = k_{Hx} e^{-j\delta_x} = k_{Hy} e^{-j\delta_y}; \tag{66}$$

$$\underline{k}_{Hz} = k_{Hz} e^{-j\delta_z}. \tag{67}$$

Absolute values of the coefficients $\underline{k}_{Hx}$, $\underline{k}_{Hy}$, $\underline{k}_{Hz}$ express the reduction of amplitudes of individual harmonics of magnetic field intensity after transition through the non-magnetic high current-conducting layer. Magnitudes of the coefficients $\underline{k}_{Hx}$, $\underline{k}_{Hy}$, $\underline{k}_{Hz}$ are equal to:

$$k_{Hx} = k_{Hy} \approx \frac{1}{\sqrt{(M'_{Hx})^2 + (M''_{Hx})^2}}; \tag{68}$$

$$k_{Hz} = \frac{1}{\sqrt{(M'_{Hz})^2 + (M''_{Hz})^2}}; \tag{69}$$

where

$$M'_{Hx} = 1 + \frac{a^2_{R\mathrm{Cu}\nu n} - a^2_{X\mathrm{Cu}\nu n}}{2} k^2_{\mathrm{Cu}\nu} d^2 + a_{R\nu n} \frac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma} k_{s\nu} d;$$

$$M''_{Hx} = a_{R\mathrm{Cu}\nu n} a_{X\mathrm{Cu}\nu n} k^2_{\mathrm{Cu}\nu} d^2 + a_{X\nu n} \frac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma} k_{s\nu} d;$$

$$M'_{Hz} = \frac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{Cu}}} \frac{k^2_{\mathrm{Cu}\nu}}{k_{s\nu}} d \left(a_{R\nu n} \frac{a^2_{R\mathrm{Cu}\nu n} - a^2_{X\mathrm{Cu}\nu n}}{a^2_{R\nu n} + a^2_{X\nu n}} + 2 a_{X\nu n} \frac{a_{R\mathrm{Cu}\nu n} a_{X\mathrm{Cu}\nu n}}{a^2_{R\nu n} + a^2_{X\nu n}} + \frac{a^2_{R\mathrm{Cu}\nu n} - a^2_{X\mathrm{Cu}\nu n}}{2} \frac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma} k_{s\nu} d \right) + 1;$$

$$M''_{Hz} = \frac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{Cu}}} \frac{k^2_{\mathrm{Cu}\nu}}{k_{s\nu}} d \left(2 a_{R\nu n} \frac{a_{R\mathrm{Cu}\nu n} a_{X\mathrm{Cu}\nu n}}{a^2_{R\nu n} + a^2_{X\nu n}} - a_{X\nu n} \frac{a^2_{R\mathrm{Cu}\nu n} - a^2_{X\mathrm{Cu}\nu n}}{a^2_{R\nu n} + a^2_{X\nu n}} + a_{R\mathrm{Cu}\nu n} a_{X\mathrm{Cu}\nu n} \frac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma} k_{s\nu} d \right).$$

Phase shifts between components of magnetic field intensity at the surface of non-magnetic layer and at the surface of ferromagnetic material are expressed as:

$$\mathrm{tg}\,\delta_x = \mathrm{tg}\,\delta_y \approx \frac{M''_{Hx}}{M'_{Hx}}; \tag{70}$$

$$\mathrm{tg}\,\delta_z = \frac{M''_{Hz}}{M'_{Hz}}. \tag{71}$$

In case of the secondary, the solid core of which is made of constructional steel of type 55 produced in Poland and containing 0.52÷0.60% C, the coefficients $k_{Hx}(k_{sv}) = k_{Hy}(k_{sv})$ and $\operatorname{tg}\delta_x(k_{sv}) = \operatorname{tg}\delta_y(k_{sv})$ for $H_{sFe} = 3300$ A/m, $\mu_{rs} = 300$, $\alpha_{pvn} = \text{const}$, $d = \text{const}$ are shown graphically in Fig. 9 and Fig. 10.

8. EDDY CURRENTS IN THE SECONDARY

In the region of the pole pitch the eddy currents flow through closed paths similar to ellipses. As is shown in Fig. 11 most density of this paths is at the edges of the pole-pitch.

The axial currents, i.e. in the y direction of the secondary cooperate with normal components of magnetic flux density in production of drag force. The ν^{th} and n^{th} harmonics

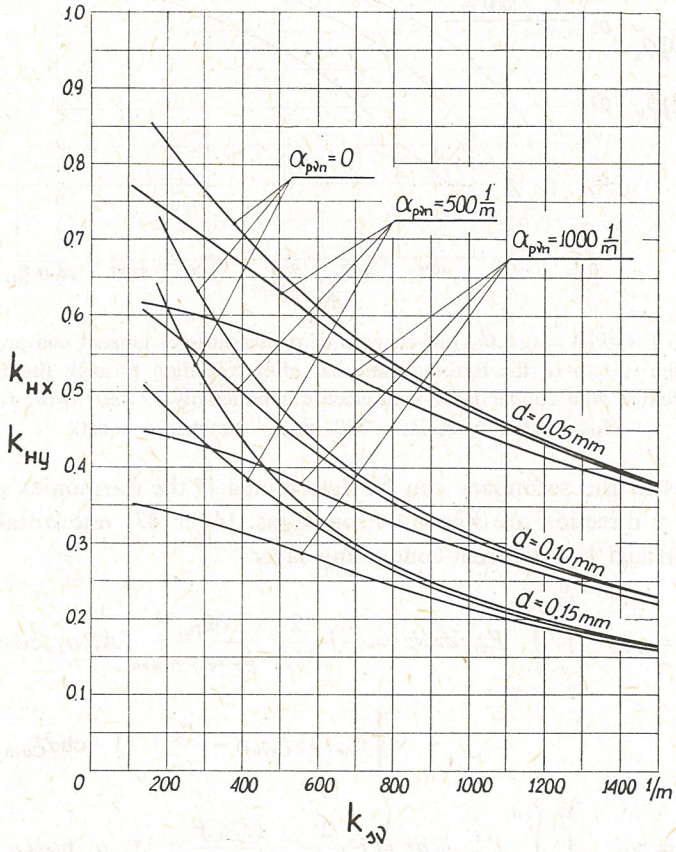


Fig. 9. Coefficients $k_{Hx}(k_{sv}) = k_{Hy}(k_{sv})$ of reduction of amplitudes of tangent components of magnetic field intensity at the surface of the ferromagnetic bar after transition through the non-magnetic layer (steel of type 55 coated with copper layer with electric conductivity 57×10^6 S/m, $f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $H_{sFe} = 3300$ A/m, $\mu_{rs} = 300$, $\alpha_{pvn} = \text{const}$, $d = \text{const}$)

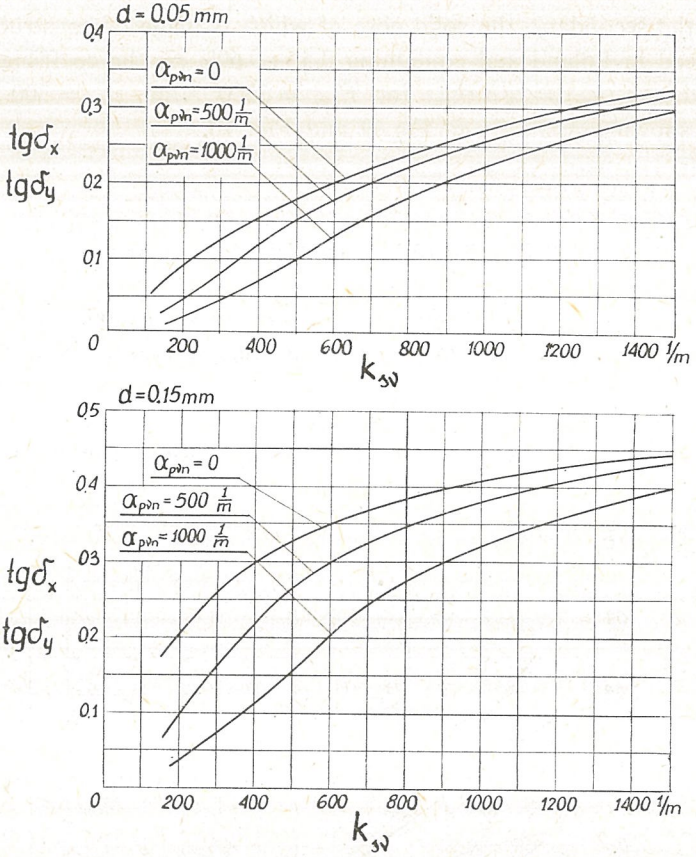


Fig. 10. Coefficient $\operatorname{tg}\delta_x(k_{sv}) = \operatorname{tg}\delta_y(k_{sv})$ of changes of phase shifts of tangent components of magnetic field intensity at the surface of the ferromagnetic bar after transition through the nonmagnetic layer (steel of type 55 coated with copper layer with electric conductivity 57×10^6 S/m, $f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $H_{sFe} = 3300$ A/m, $\mu_{rs} = 300$, $\alpha_{pvn} = \text{const}$, $d = \text{const}$)

of axial currents in the secondary can be determined if the harmonics of electric field intensity in the y direction are known. From eqns. (42), (47) one obtains:
— for the superficial high current-conducting layer

$$\underline{I}^{+}_{2y\mathrm{Cu}vn}(y) = \gamma_{\mathrm{Cu}} \int_{-\frac{\tau}{2v}}^{\frac{\tau}{2v}} \int_{\delta}^{\delta+d} \underline{E}^{+}_{yvn}\,dx\,dz = -j\frac{2}{\underline{M}^{+}_{vn}} \frac{(\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}v})^2}{\beta_v\,\alpha_{pvn}\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}vn}}\,\underline{A}^{+}_{1v}\,a_{1n}\cos(\eta_n y)\times$$

$$\times\left[\underline{\mu}_{re}\operatorname{sh}\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}vn}d - \frac{\underline{\alpha}^{+}_{svn}}{\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}vn}}(1-\operatorname{ch}\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}vn}d)\right]; \qquad (72a)$$

$$\underline{I}^{-}_{2y\mathrm{Cu}vn}(y) = \gamma_{\mathrm{Cu}} \int_{-\frac{\tau}{2v}}^{\frac{\tau}{2v}} \int_{\delta}^{\delta+d} \underline{E}^{-}_{yvn}\,dx\,dz = j\frac{2}{\underline{M}^{-}_{vn}} \frac{(\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}v})^2}{\beta_v\,\alpha_{pvn}\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}vn}}\,\underline{A}^{-}_{1v}\,a_{1n}\cos(\eta_n y)\times$$

$$\times\left[\underline{\mu}_{re}\operatorname{sh}\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}vn}d - \frac{\underline{\alpha}^{-}_{svu}}{\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}vn}}(1-\operatorname{ch}\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}vn}d)\right]; \qquad (72b)$$

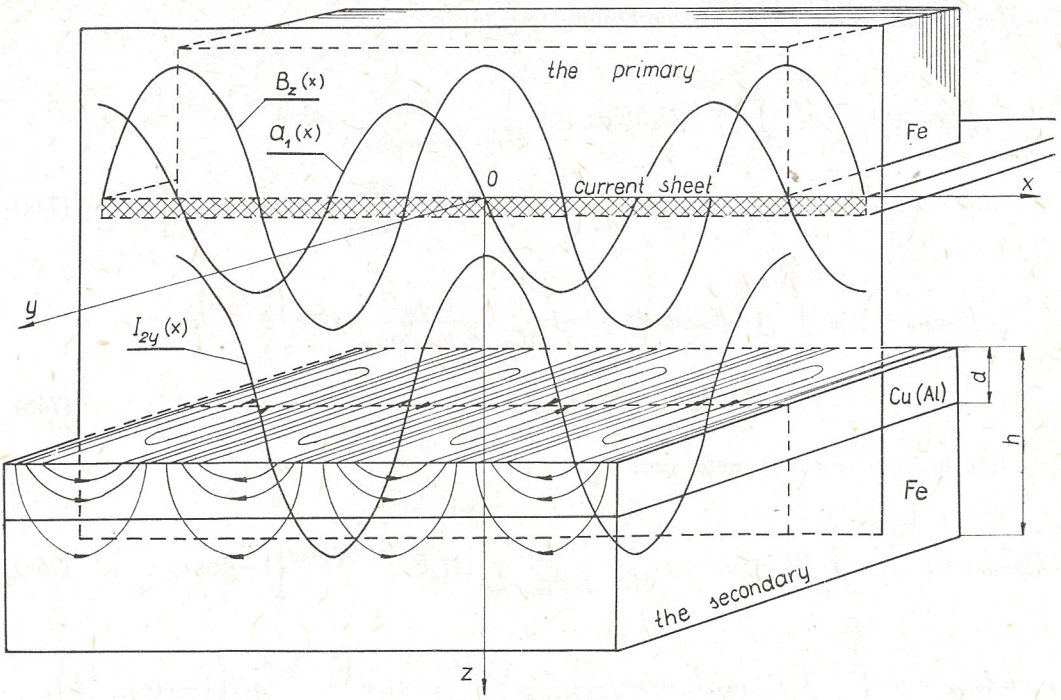


Fig. 11. Paths of eddy currents in the secondary (effect of open magnetic circuit is disregarded)

— for the solid ferromagnetic core

$$\underline{I}^{+}_{2y\mathrm{Fe}\nu n}(y) = \int_{-\frac{\tau}{2\nu}}^{\frac{\tau}{2\nu}} \int_{\delta+d}^{\infty} \underline{E}^{+}_{y\mathrm{Fe}\nu n}\, dx\, dz = -j\frac{2}{\underline{M}^{+}_{\nu n}} \frac{(\underline{\alpha}^{+}_{s\nu})^2}{\beta_\nu \alpha_{p\nu n} \underline{\alpha}^{+}_{s\nu n}} \underline{A}^{+}_{1\nu} a_{1n} \cos(\eta_n y); \qquad (73a)$$

$$\underline{I}^{-}_{2y\mathrm{Fe}\nu n}(y) = \int_{-\frac{\tau}{2\nu}}^{\frac{\tau}{2\nu}} \int_{\delta+d}^{\infty} \underline{E}^{-}_{y\mathrm{Fe}\nu n}\, dx\, dz = j\frac{2}{\underline{M}^{-}_{\nu n}} \frac{(\underline{\alpha}^{-}_{s\nu})^2}{\beta_\nu \alpha_{p\nu n} \underline{\alpha}^{-}_{s\nu n}} \underline{A}^{-}_{1\nu} a_{1n} \cos(\eta_n y). \qquad (73b)$$

From the above equations it follows that distribution of axial currents in the y direction is not uniform. The axial currents reach maximum values at points where the coordinate $y = 0$. At the edges of the secondary, i.e. for $y = \pm\frac{1}{2}L_2$ values of axial currents in case of $n = 1$ are close to zero.

The ν^{th} and n^{th} harmonics of currents along the pole pitch, i.e. in the x direction we can calculate like the axial ones. Eqns. (41), (46) yield:

— for the superficial high current-conducting layer

$$\underline{I}^{+}_{2x\mathrm{Cu}\nu n}(x) = \gamma_{\mathrm{Cu}} \int_{0}^{\pm\frac{L_2}{2n}} \int_{\delta}^{\delta+d} \underline{E}^{+}_{x\nu n}\, dy\, dz = j\frac{1}{\underline{M}^{+}_{\nu n}} \frac{(\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu})^2}{\beta_\nu \alpha_{p\nu n} \underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n}} \underline{A}^{+}_{1\nu} e^{-j\left(\frac{\pi}{2}+\beta_\nu x\right)} a_{1n} \times$$

$$\times \left(1-\cos\eta_n \frac{L_2}{2n}\right)\left[\underline{\mu}_{re}\,\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n} d - \frac{\underline{\alpha}^{+}_{s\nu n}}{\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n}}(1-\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n} d)\right]; \tag{74a}$$

$$\underline{I}^{-}_{2x\mathrm{Cu}\nu n} = \gamma_{\mathrm{Cu}} \int_{0}^{\pm\frac{L_2}{2n}} \int_{\delta}^{\delta+d} \underline{E}^{-}_{x\nu n}\, dy\, dz = -j\frac{1}{\underline{M}^{-}_{\nu n}} \frac{(\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu})^2}{\beta_\nu \alpha_{p\nu n} \underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}\nu n}} \underline{A}^{-}_{1\nu} e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\beta_\nu x\right)} a_{1n} \times$$

$$\times \left(1-\cos\eta_n \frac{L_2}{2n}\right)\left[\underline{\mu}_{re}\,\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}\nu n} d - \frac{\underline{\alpha}^{-}_{s\nu n}}{\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}\nu n}}(1-\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}\nu n} d)\right]; \tag{74b}$$

— for the solid ferromagnetic core

$$\underline{I}^{+}_{2x\mathrm{Fe}\nu n} = \gamma \int_{0}^{\pm\frac{L_2}{2n}} \int_{\delta+d}^{\infty} \underline{E}^{+}_{x\nu n}\, dy\, dz = j\frac{1}{\underline{M}^{+}_{\nu n}} \frac{(\underline{\alpha}^{+}_{s\nu})^2}{\beta_\nu \alpha_{p\nu n} \underline{\alpha}^{+}_{s\nu n}} \underline{A}^{+}_{1\nu} e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\beta_\nu x\right)} a_{1n}\left(1-\cos\eta_n \frac{L_2}{2n}\right); \tag{75a}$$

$$\underline{I}^{-}_{2x\mathrm{Fe}\nu n} = \gamma \int_{0}^{\pm\frac{L_2}{2n}} \int_{\delta+d}^{\infty} \underline{E}^{-}_{x\nu n}\, dy\, dz = -j\frac{1}{\underline{M}^{-}_{\nu n}} \frac{(\underline{\alpha}^{-}_{s\nu})^2}{\beta_\nu \alpha_{p\nu n} \underline{\alpha}^{-}_{s\nu n}} \underline{A}^{-}_{1\nu} e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\beta_\nu x\right)} a_{1n}\left(1-\cos\eta_n \frac{L_2}{2n}\right). \tag{75b}$$

The resultant currents are the sums of currents in the non-magnetic layer and the ferromagnetic core:

— in the y direction

$$\underline{I}^{+}_{2y\nu n}(y) = \underline{I}^{+}_{2y\mathrm{Cu}\nu n}(y) + \underline{I}^{+}_{2y\mathrm{Fe}\nu n}(y) \approx -\int_{-\frac{\tau}{2\nu}}^{\frac{\tau}{2\nu}} (\underline{H}^{+}_{x\nu n})_{z=\delta}\, dx =$$

$$= -j\frac{2}{\underline{M}^{+}_{\nu n}} \frac{1}{\beta_\nu \alpha_{p\nu n}} \underline{A}^{+}_{1\nu} a_{1n} \cos(\eta_n y)\,[\underline{\mu}_{re} \underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n} \mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n} d + \underline{\alpha}^{+}_{s\nu n} \mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n} d]; \tag{76a}$$

$$\underline{I}^{-}_{2y\nu n}(y) = \underline{I}^{-}_{2y\mathrm{Cu}\nu n}(y) + \underline{I}^{-}_{2y\mathrm{Fe}\nu n}(y) \approx -\int_{-\frac{\tau}{2\nu}}^{\frac{\tau}{2\nu}} (\underline{H}^{-}_{x\nu n})_{z=\delta}\, dx =$$

$$= j\frac{2}{\underline{M}^{-}_{\nu n}} \frac{1}{\beta_\nu \alpha_{p\nu n}} \underline{A}^{-}_{1\nu} a_{1n} \cos(\eta_n y)\,[\underline{\mu}_{re} \underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}\nu n} \mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}\nu n} d + \underline{\alpha}^{-}_{s\nu n} \mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{-}_{\mathrm{Cu}\nu n} d]; \tag{76b}$$

$$\underline{I}^{+}_{2x\nu n}(x) = \underline{I}^{+}_{2x\mathrm{Cu}\nu n}(x) + \underline{I}^{+}_{2y\mathrm{Fe}\nu n}(x) \approx \int_{0}^{\pm\frac{L_2}{2n}} (\underline{H}^{+}_{y\nu n})_{z=\delta}\, dy =$$

$$= j\frac{1}{\underline{M}^{+}_{\nu n}} \frac{1}{\beta_\nu \alpha_{p\nu n}} \underline{A}^{+}_{1\nu} e^{-j\left(\frac{\pi}{2}+\beta_\nu x\right)} a_{1n}\left(1-\cos\eta_n \frac{L_2}{2n}\right)[\underline{\mu}_{re} \underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n} \mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n} d + \underline{\alpha}^{+}_{s\nu n} \mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{+}_{\mathrm{Cu}\nu n} d]; \tag{77a}$$

$$\underline{I}^{-}_{2xvn}(x) = \underline{I}^{-}_{2xCuvn}(x) + \underline{I}^{-}_{2xFevn}(x) \approx \int_{0}^{\pm\frac{L_2}{2n}} (\underline{H}^{-}_{yvn})_{z=\delta}\, dy =$$

$$= -j\frac{1}{\underline{M}^{-}_{vn}}\frac{1}{\beta_v \underline{\alpha}_{pvn}} \underline{A}^{-}_{1v} e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\beta_v x\right)} a_{1n}\left(1-\cos\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)\left[\underline{\mu}_{re}\,\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}\,\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}d + \underline{\alpha}^{-}_{svn}\,\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}d\right]. \quad (77b)$$

The mean values of axial currents in the range $-\frac{L_2}{2n} \leqslant y \leqslant \frac{L_2}{2n}$ amount to:

$$\underline{I}^{+}_{2yvn} = \frac{n}{L_2}\int_{-\frac{L_2}{2n}}^{\frac{L_2}{2n}} \underline{I}^{+}_{2yvn}(y)\,dy = -j\frac{4}{\underline{M}^{+}_{vn}}\frac{n}{L_2}\frac{\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}}{\beta_v \eta_n \underline{\alpha}_{pvn}} \underline{A}^{+}_{1v} a_{1n}\sin\left(\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)\times$$

$$\times\left[\underline{\mu}_{re}\,\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}d + \frac{\underline{\alpha}^{+}_{svn}}{\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}}\,\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}d\right]; \quad (78a)$$

$$\underline{I}^{-}_{2yvn} = \frac{n}{L_2}\int_{-\frac{L_2}{2n}}^{\frac{L_2}{2n}} \underline{I}^{-}_{2yvn}(y)\,dy = j\frac{4}{\underline{M}^{-}_{vn}}\frac{n}{L_2}\frac{\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}}{\beta_v \eta_n \underline{\alpha}_{pvn}} \underline{A}^{-}_{1v} a_{1n}\sin\left(\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)\times$$

$$\times\left[\underline{\mu}_{re}\,\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}d + \frac{\underline{\alpha}^{+}_{svn}}{\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}}\,\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}d\right]. \quad (78b)$$

The mean values of currents along the pole pitch in the range $0 \leqslant x \leqslant \frac{\tau}{\nu}$ amount to:

$$\underline{I}^{+}_{2xvn} = \int_{0}^{\frac{\tau}{\nu}} \underline{I}^{+}_{2xvn}(x)\,dx = -j\frac{2}{\underline{M}^{+}_{vn}}\frac{\nu}{\tau}\frac{\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}}{\beta_v^2 \underline{\alpha}_{pvn}} \underline{A}^{+}_{1v} a_{1n}\left(1-\cos\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)\times$$

$$\times\left[\underline{\mu}_{re}\,\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}d + \frac{\underline{\alpha}^{+}_{svn}}{\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}}\,\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}d\right]; \quad (79a)$$

$$\underline{I}^{-}_{2xvn} = \frac{\nu}{\tau}\int_{0}^{\frac{\tau}{\nu}} \underline{I}^{-}_{2xvn}(x)\,dx = j\frac{2}{\underline{M}^{-}_{vn}}\frac{\nu}{\tau}\frac{\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}}{\beta_v^2 \underline{\alpha}_{pvn}} \underline{A}^{-}_{1v} a_{1n}\left(1-\cos\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)\times$$

$$\times\left[\underline{\mu}_{re}\,\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}d + \frac{\underline{\alpha}^{-}_{svn}}{\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}}\,\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}d\right]. \quad (79b)$$

On the basis of eqns. (79a) ÷ (79b) it is possible to determine maximum, active, reactive and root-mean-square values in the region of the pole pitch of ν^{th} and n^{th} harmonics of currents induced by a forward-travelling field and a backward-travelling one.

On the assumption of the distribution of the primary current-density according to rectangular law, from eqns. (78a)÷(79b) it follows, that axial currents are twice as high as currents along the pole-pitch, e.g. for $\nu = n = 1$

$$\underline{I}_{2y}^{+} = 2\underline{I}_{2x}^{+}; \tag{80a}$$

$$\underline{I}_{2y}^{-} = 2\underline{I}_{2x}^{-}. \tag{80b}$$

The above equations (80a), (80b) show that as in Fig. 11 there occurs the branching of axial currents into two paths of transverse currents flowing in the opposite directions.

On the assumption of the real distribution, i.e. according to trapezoidal law of the line-current density of the primary for ν^{th} and n^{th} harmonics we can write:

$$\underline{I}_{2y\nu n} = 2\frac{n}{\nu}\frac{\tau}{L_2}\sin\left(\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)(\underline{I}_{2x\nu n}+\underline{I}_{2\tau\nu n})\frac{\beta_\nu}{\eta_n}. \tag{81}$$

If the end-surfaces of the secondary are not coated with a high current-conducting layer then from eqn. (81) we can determine the harmonics of currents flowing through them:

$$\underline{I}_{2\tau\nu n}^{+} = \underline{I}_{2\tau\mathrm{Cu}\nu n}^{+}+\underline{I}_{2\tau\mathrm{Fe}\nu n}^{+} = -j\frac{2}{\underline{M}_{\nu n}^{+}}\frac{\nu}{\tau}\frac{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{+}}{\beta_\nu^2\alpha_{p\nu n}}\underline{A}_{1\nu}^{+}a_{1n}\cos\left(\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)\times$$

$$\times\left[\underline{\mu}_{re}\,\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{+}d+\frac{\underline{\alpha}_{s\nu n}^{+}}{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{+}}\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{+}d\right]; \tag{82a}$$

$$\underline{I}_{2\tau\nu n}^{-} = \underline{I}_{2\tau\mathrm{Cu}\nu n}^{-}+\underline{I}_{2\tau\mathrm{Fe}\nu n}^{-} = j\frac{2}{\underline{M}_{\nu n}^{-}}\frac{\nu}{\tau}\frac{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{-}}{\beta_\nu^2\alpha_{p\nu n}}\underline{A}_{1\nu}^{-}a_{1n}\cos\left(\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)\times$$

$$\times\left[\underline{\mu}_{re}\,\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{-}d+\frac{\underline{\alpha}_{s\nu n}^{-}}{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{-}}\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{-}d\right]. \tag{82b}$$

The separation of transverse currents into currents flowing through active surface and end-surface depends on the parameter $\cos\left(\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)$, in other words on the dimension of the magnetic circuit and the electric one.

9. VOLTAGES

The voltages at the active surface of the secondary in the region of the pole pitch can be calculated on the basis of electric field distribution. Differentiating eqn. (42) for $z = \delta$ with respect to y we obtain the voltages in the axial direction:

$$\underline{U}_{2y\nu n}^{+}(x) = \int_{-\frac{L_2}{2n}}^{\frac{L_2}{2n}}(\underline{E}_{y\nu n}^{+})_{z=\delta}dy = \frac{2}{\underline{M}_{\nu n}^{+}}\frac{(\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}^{+})^2}{\gamma_{\mathrm{Cu}}\eta_n\alpha_{p\nu n}}\underline{A}_{1\nu}^{+}e^{-j\left(\frac{\pi}{2}+\beta_\nu x\right)}a_{1n}\sin\left(\eta_n\frac{L_2}{2n}\right)\times$$

$$\times\left[\underline{\mu}_{re}\,\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{+}d+\frac{\underline{\alpha}_{s\nu n}^{+}}{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{+}}\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu n}^{+}d\right]; \tag{83a}$$

$$\underline{U}^{-}_{2yvn}(x) = \int_{-\frac{L_2}{2n}}^{\frac{L_2}{2n}} (\underline{E}^{-}_{yvn})_{z=\delta}\,dy = \frac{2}{\underline{M}^{+}_{vn}} \frac{(\underline{\alpha}^{-}_{Cuv})^2}{\gamma_{Cu}\eta_n\alpha_{pvn}} \underline{A}^{-}_{1v} e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\beta_v x\right)} a_{1n} \sin\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right) \times$$

$$\times \left[\underline{\mu}_{re} \operatorname{ch} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d + \frac{\underline{\alpha}^{+}_{svn}}{\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}} \operatorname{sh} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d\right]. \qquad (83b)$$

Differentiating eqns. (41) for $z = \delta$ with respect to x we obtain the voltages along the pole pitch:

$$\underline{U}_{2xvn}(y) = \int_0^{\frac{\tau}{v}} (\underline{E}^{+}_{xvn})_{z=\delta}\,dx = -j \frac{2}{\underline{M}^{+}_{vn}} \frac{\eta_n(\underline{\alpha}^{+}_{Cuv})^2}{\gamma_{Cu}\beta_v^2\alpha_{pvn}} v\underline{A}^{+}_{1v} a_{1n} \sin(\eta_n y) \times$$

$$\times \left[\underline{\mu}_{re} \operatorname{ch} \underline{\alpha}^{+}_{Cuvn} d + \frac{\underline{\alpha}^{+}_{svn}}{\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}} \operatorname{sh} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d\right]; \qquad (84a)$$

$$\underline{U}^{-}_{2xvn}(y) = \int_0^{\frac{\tau}{v}} (\underline{E}^{-}_{xvn})_{z=\delta}\,dx = j \frac{2}{\underline{M}^{-}_{vn}} \frac{\eta_n(\underline{\alpha}^{-}_{Cuv})^2}{\gamma_{Cu}\beta_v^2\alpha_{pvn}} v\underline{A}^{-}_{1v} a_{1n} \sin(\eta_n y) \times$$

$$\times \left[\underline{\mu}_{re} \operatorname{ch} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d + \frac{\underline{\alpha}^{-}_{svn}}{\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}} \operatorname{sh} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d\right]. \qquad (84b)$$

The voltages $\underline{U}^{+}_{2yvn}$, $\underline{U}^{-}_{2yvn}$ have variable values in the x direction. The voltages $\underline{U}^{+}_{2xvn}$, $\underline{U}^{-}_{2xvn}$ have variable values in the y direction. It is intentional to make use of mean values of these voltages.

The mean voltages in the range $-\frac{\tau}{2v} \leqslant x \leqslant \frac{\tau}{2v}$ are:

$$\underline{U}^{+}_{2yvn} = \frac{v}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2v}}^{\frac{\tau}{2v}} \underline{U}^{+}_{2yvn}(x)\,dx = -j \frac{4}{\underline{M}^{+}_{vn}} \frac{v}{\tau} \frac{(\underline{\alpha}^{+}_{Cuv})^2}{\gamma_{Cu}\beta_v\eta_n\alpha_{pvn}} \underline{A}^{+}_{1v} a_{1n} \sin\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right) \times$$

$$\times \left[\underline{\mu}_{re} \operatorname{ch} \underline{\alpha}^{+}_{Cuvn} d + \frac{\underline{\alpha}^{+}_{svn}}{\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}} \operatorname{sh} \underline{\alpha}^{+}_{Cuvn} d\right]; \qquad (85a)$$

$$\underline{U}^{-}_{2yvn} = \frac{v}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2v}}^{\frac{\tau}{2v}} \underline{U}^{-}_{2yvn}(x)\,dx = j \frac{4}{\underline{M}^{-}_{vn}} \frac{v}{\tau} \frac{(\underline{\alpha}^{-}_{Cuv})^2}{\gamma_{Cu}\beta_v\eta_n\alpha_{pvn}} \underline{A}^{-}_{1v} a_{1n} \sin\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right) \times$$

$$\times \left[\underline{\mu}_{re} \operatorname{ch} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d + \frac{\underline{\alpha}^{-}_{svn}}{\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}} \operatorname{sh} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d\right]. \qquad (85b)$$

The mean voltages in the ranges $-\frac{L_2}{2n} \leqslant y \leqslant 0$ and $0 \leqslant y \leqslant \frac{L_2}{2n}$ are:

$$\underline{U}^{+}_{2xvn} = \frac{2n}{L_2} \int_0^{\pm\frac{L_2}{2n}} \underline{U}^{+}_{2xvn}(y)\,dy = -j\frac{4}{\underline{M}^{+}_{vn}} \frac{n}{L_2} \frac{(\alpha^{+}_{Cuv})^2}{\gamma_{Cu}\beta_v^2\alpha_{pvn}} \underline{A}^{+}_{1v} a_{1n} \left[1-\cos\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right)\right] \times$$

$$\times \left[\underline{\mu}_{re} \operatorname{ch} \underline{\alpha}^{+}_{Cuvn} d + \frac{\underline{\alpha}^{+}_{svn}}{\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}} \operatorname{sh} \underline{\alpha}^{+}_{Cuvn} d\right]; \qquad (86a)$$

$$\underline{U}^{-}_{2xvn} = \frac{2n}{L_2} \int_0^{\pm\frac{L_2}{2n}} \underline{U}^{-}_{2xvn}(y)\,dy = j\frac{4}{\underline{M}^{-}_{vn}} \frac{n}{L_2} \frac{(\alpha^{-}_{Cuv})^2}{\gamma_{Cu}\beta_v^2\alpha_{pvn}} \underline{A}^{-1}_{1v} a_{1n} \left[1-\cos\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right)\right] \times$$

$$\times \left[\underline{\mu}_{re} \operatorname{ch} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d + \frac{\underline{\alpha}^{-}_{svn}}{\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}} \operatorname{sh} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d\right]. \qquad (86b)$$

As a rule it is possible to determine the voltages at the end-surfaces precisely only with the aid of analog modelling. It is possible to determine approximately the mean voltages at these surfaces if the dimension h of the secondary is lengthened in the y direction, as in Fig. 12. Additionaly, in case of a rotary machine with solid rotor we have to replace the circle with the area $\frac{\pi D_2^2}{4}$ by an equivalent rectangle the sides of which are equal to $2p\tau$ and $h = \frac{1}{4} D_2$. Thus the mean voltages at the end-surfaces amount to:

$$\underline{U}^{+}_{2\tau vn} = \frac{n}{h} \int_{\pm\frac{L_2}{2n}}^{\pm\left(\frac{L_2}{2n}+\frac{h}{n}\right)} \underline{U}^{+}_{2xvn}(y)\,dy =$$

$$= -j\frac{2}{\underline{M}^{+}_{vn}} \frac{n}{h} \frac{(\alpha^{+}_{Cuv})^2}{\gamma_{Cu}\beta_v^2\alpha_{pvn}} \underline{A}^{+}_{1v} a_{1n} \left\{\cos\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right) - \cos\left[\eta_n \frac{L_2}{2n}\left(1+2\frac{h}{L_2}\right)\right]\right\} \times$$

$$\times \left[\underline{\mu}_{re} \operatorname{ch} \underline{\alpha}^{+}_{Cuvn} d + \frac{\underline{\alpha}^{+}_{svn}}{\underline{\alpha}^{+}_{Cuvn}} \operatorname{sh} \underline{\alpha}^{+}_{Cuvn} d\right]; \qquad (87a)$$

$$\underline{U}^{-}_{2\tau vn} = \frac{n}{h} \int_{\pm\frac{L_2}{2n}}^{\pm\left(\frac{L_2}{2n}+\frac{h}{n}\right)} \underline{U}^{-}_{2xvn}(y)\,dy =$$

$$= j\frac{2}{\underline{M}^{-}_{vn}} \frac{n}{h} \frac{(\alpha^{-}_{Cuv})^2}{\gamma_{Cu}\beta_v^2\alpha_{pvn}} \underline{A}^{-}_{1v} a_{1n} \left\{\cos\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right) - \cos\left[\eta_n \frac{L_2}{2n}\left(1+2\frac{h}{L_2}\right)\right]\right\} \times$$

$$\times \left[\underline{\mu}_{re} \operatorname{ch} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d + \frac{\underline{\alpha}^{-}_{svn}}{\underline{\alpha}^{-}_{Cuvn}} \operatorname{sh} \underline{\alpha}^{-}_{Cuvn} d\right]. \qquad (87b)$$

Approximately we can assume as well that $h_{cz} \cong h$ and then the expression $\cos\left[\eta_n \frac{L_2}{2n}\left(1+2\frac{h}{L_2}\right)\right] \approx 0$.

10. MAGNETIZING FORCES OF THE SECONDARY

The mean magnetizing forces along the pole pitch of the secondary of a machine in which $\delta+d \ll \tau$ can be calculated as follows:

$$\underline{\Theta}^{+}_{2x\mathrm{Fe}\nu n} = \frac{n}{L_2} \int_{-\frac{L_2}{2n}}^{\frac{L_2}{2n}} \int_{-\frac{\tau}{2\nu}}^{\frac{\tau}{2\nu}} (\underline{H}^{+}_{x\mathrm{Fe}\nu n})_{z=\delta+d}\, dx\, dy =$$

$$= j \frac{4}{\underline{M}^{+}_{\nu n}} \frac{1}{L_2} \frac{\underline{\alpha}^{+}_{s\nu n}}{\beta_\nu \eta_n \alpha_{p\nu n}} \underline{A}^{+}_{1\nu} a_{1n} \sin\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right); \tag{88a}$$

$$\underline{\Theta}^{-}_{2x\mathrm{Fe}\nu n} = \frac{n}{L_2} \int_{-\frac{L_2}{2n}}^{\frac{L_2}{2n}} \int_{-\frac{\tau}{2\nu}}^{\frac{\tau}{2\nu}} (\underline{H}^{-}_{x\mathrm{Fe}\nu n})_{z=\delta+d}\, dx\, dy =$$

$$= -j \frac{4}{\underline{M}^{-}_{\nu n}} \frac{1}{L_2} \frac{\underline{\alpha}^{-}_{s\nu n}}{\beta_\nu \eta_n \alpha_{p\nu n}} \underline{A}^{-}_{1\nu} a_{1n} \sin\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right). \tag{88b}$$

Magnetizing forces in the y direction from $-\frac{L_2}{2n}$ to $\frac{L_2}{2n}$ are equal to zero.

11. IMPEDANCE AND TRANSVERSE EDGE EFFECT

In order to enlarge the sphere of applications of derived formulas it is assumed, that the thicknesses of non-magnetic layer at the active surface and at the end-surfaces are different.

Impedance of a single electric circuit in the region of pole pitch can be determined in a simple analytical way if voltages and eddy currents in the secondary are known. The single closed electric circuits with distributed-parameters are replaced by the circuits with concetrated-parameters. It is shown in Fig. 12.

The impedances for ν^{th} and n^{th} harmonics of currents flowing through active surface have the form:

— in case of currents flowing in the y direction

$$\underline{Z}_{2y\nu n} = \frac{\underline{U}_{2y\nu n}}{\underline{I}_{2y\nu n}} = (k_{R\nu n} + jk_{x\nu n}) \frac{\nu L_2}{n\tau} \sqrt{\frac{\omega_{2\nu} \mu_0 \mu_{rs}}{2\gamma}}; \tag{89}$$

— in case of currents flowing along the pole pitch

$$\underline{Z}_{2x\nu n} = \frac{\underline{U}_{2x\nu n}}{\underline{I}_{2x\nu n}} = (k_{R\nu n} + jk_{x\nu n}) \frac{2n\tau}{\nu L_2} \sqrt{\frac{\omega_{2\nu} \mu_0 \mu_{rs}}{2\gamma}}; \tag{90}$$

where

$$k_{R\nu n} = \frac{(a_R a_{R\nu n} + a_X a_{X\nu n}) k_R - (a_X a_{R\nu n} - a_R a_{X\nu n}) k_X}{a^2_{R\nu n} + a^2_{X\nu n}}; \tag{91}$$

$$k_{X\nu n} = \frac{(a_R a_{R\nu n} + a_X a_{X\nu n}) k_R + (a_X a_{R\nu n} - a_R a_{X\nu n}) k_R}{a^2_{R\nu n} + a^2_{X\nu n}}. \tag{92}$$

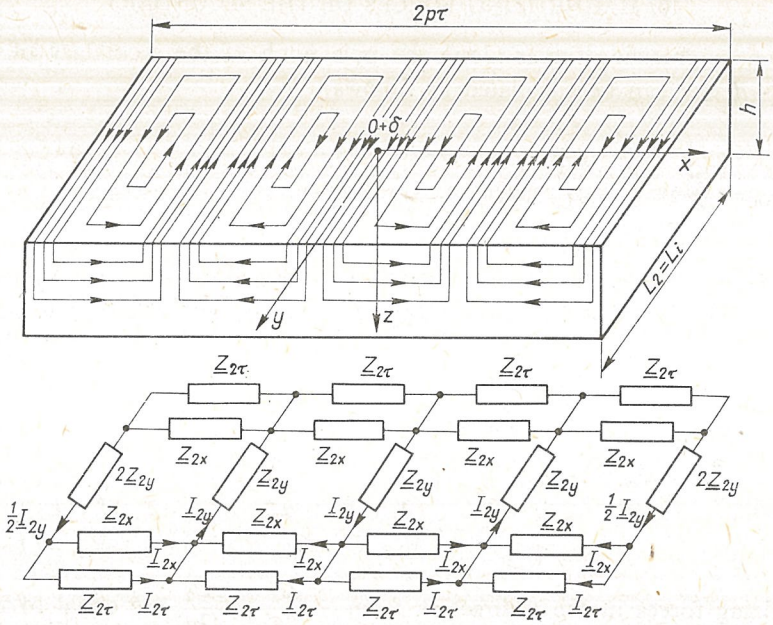


Fig. 12. Equivalent circuits of the secondary (effect of open magnetic circuit is disregarded)

The coefficients k_R and k_X are the same ones as in the one-dimensional analysis of ferromagnetic half-space covered with a high current-conducting layer [10], i.e.:

$$k_R = \mathrm{Re}\left[(a_R + ja_X)\frac{\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}d + \dfrac{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}}{(a_R+ja_X)k_{s\nu}}\dfrac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{Cu}}}\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}d}{\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}d + \dfrac{(a_R+ja_X)k_{s\nu}}{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}}\dfrac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma}\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}d}\right]; \tag{93}$$

$$k_X = \mathrm{Im}\left[(a_R + ja_X)\frac{\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}d + \dfrac{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}}{(a_R+ja_X)k_{s\nu}}\dfrac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{Cu}}}\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}d}{\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}d + \dfrac{(a_R+ja_X)k_{s\nu}}{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}}\dfrac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma}\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}d}\right]. \tag{94}$$

The expressions (89), (90) have been derived making use of the approximate relationship (59). If $k_{\mathrm{Cu}\nu}d < 1$, then

$$k_R = \frac{a_R + (a_R^2 + a_X^2)dk_{s\nu}\dfrac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma}}{1 + 2a_R dk_{s\nu}\dfrac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma} + (a_R^2 + a_X^2)d^2k_{s\nu}^2\left(\dfrac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma}\right)^2};$$

$$k_X = \frac{a_X}{1 + 2a_R dk_{s\nu}\dfrac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma} + (a_R^2 + a_X^2)d^2k_{s\nu}^2\left(\dfrac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma}\right)^2}.$$

In case of a solid ferromagnetic core made of constructional steel of type 55 produced in Poland with contents of 0.52÷0.60% C and coated with a copper layer ($\gamma_{Cu} = 57 \times \times 10^6$ S/m) the runs of coefficients $k_{Rvn}(k_{sv})$ and $k_{Xvn}(k_{sv})$ for $d = \text{const}$ are shown in Fig. 13. The calculations have been performed for magnetic field intensity at the inside layer equal to 3300 A/m.

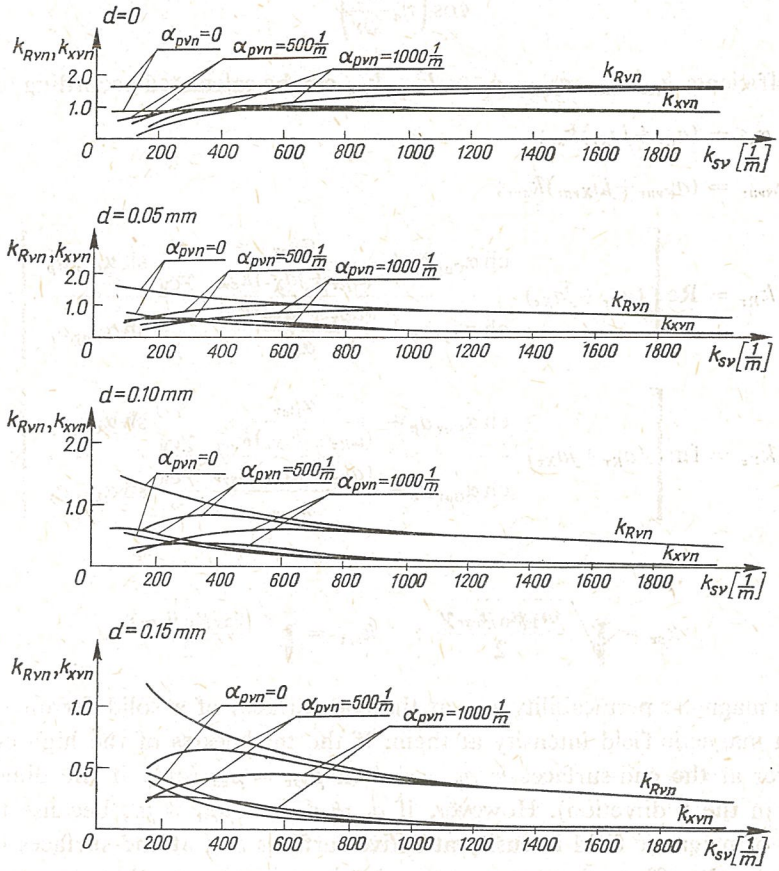


Fig. 13. Coefficients of resistance $k_{Rvn}(k_{sv})$ and reactance $k_{Xvn}(k_{sv})$ in case of the double layer secondary (steel of type 55 coated with a copper layer with electric conductivity 57×10^6 S/m, $f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $H_{sFe} = 3300$ A/m, $\mu_{rs} = 300$, $\alpha_{pvn} = \text{const}$, $d = \text{const}$)

The coefficients k_R, k_X are given in the papers [9, 10].

However, the impedance for v^{th} and n^{th} harmonics of currents flowing through the end-surfaces is:

$$\underline{Z}_{2\tau vn} = \frac{\underline{U}_{2\tau vn}}{\underline{I}_{2\tau vn}} = (k_{Rvn\tau} + jk_{Xvn\tau}) \frac{n\tau}{vh} h_n \sqrt{\frac{\omega_{2v} \mu_0 \mu_{rs\tau}}{2\gamma}}; \tag{95}$$

where

$$k_{Rvn\tau} = \frac{(a_{R\tau} a_{Rvn\tau} + a_{X\tau} a_{Xvn\tau}) k_{R\tau} - (a_{X\tau} a_{Rvn\tau} - a_{R\tau} a_{Xvn\tau}) k_{X\tau}}{a^2_{Rvn\tau} + a^2_{Xvn\tau}};$$

$$k_{X\nu n\tau} = \frac{(a_{R\tau}a_{R\nu n\tau} + a_{X\tau}a_{X\nu n\tau})k_{X\tau} + (a_{X\tau}a_{R\nu n\tau} - a_{R\tau}a_{X\nu n\tau})k_{X\tau}}{a^2_{R\nu n\tau} + a^2_{X\nu n\tau}};$$

$$h_n = \frac{\cos\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right) - \cos\left[\eta_n \frac{L_2}{2n}\left(1 + 2\frac{h}{L_2}\right)\right]}{\cos\left(\eta_n \frac{L_2}{2n}\right)}.$$

The coefficients $a_{R\tau}$, $a_{X\tau}$, $a_{R\nu n\tau}$, $a_{X\nu n\tau}$, $k_{R\tau}$, $k_{X\tau}$ can be calculated according to formulas:

$$\underline{\alpha}_{s\tau} = (a_{R\tau} + ja_{X\tau})k_{s\tau};$$

$$\underline{\alpha}_{s\nu n\tau} = (a_{R\nu n\tau} + ja_{X\nu n\tau})k_{s\nu\tau};$$

$$k_{R\tau} = \mathrm{Re}\left[(a_{R\tau} + ja_{X\tau})\frac{\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}a_p + \frac{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}}{(a_{R\tau} + ja_{X\tau})k_{s\nu\tau}}\frac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{Cu}}}\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}a_p}{\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}a_p + \frac{(a_{R\tau} + ja_{X\tau})k_{s\nu\tau}}{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}}\frac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma}\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}a_p}\right];$$

$$k_{X\tau} = \mathrm{Im}\left[(a_{R\tau} + ja_{X\tau})\frac{\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}a_p + \frac{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}}{(a_{R\tau} + ja_{X\tau})k_{s\nu\tau}}\frac{\gamma}{\gamma_{\mathrm{Cu}}}\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}a_p}{\mathrm{ch}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}a_p + \frac{(a_{R\tau} + ja_{X\tau})k_{s\nu\tau}}{\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}}\frac{\gamma_{\mathrm{Cu}}}{\gamma}\mathrm{sh}\,\underline{\alpha}_{\mathrm{Cu}\nu}a_y}\right];$$

where

$$k_{s\tau} = \sqrt{\frac{\omega_1 \mu_0 \mu_{rs\tau}\gamma}{2}}; \quad k_{s\nu\tau} = \sqrt{\frac{\omega_{2\nu}\mu_0\mu_{rs\tau}\gamma}{2}}.$$

Relative magnetic permeability $\mu_{rs\tau}$ at the end-surfaces of a solid ferromagnetic core depends on magnetic field intensity at them. If the thicknesses of the high current-conducting layer at the end-surfaces is $a_p = d$ then $\mu_{rs\tau} = \mu_{rs}$ (only if the dimension h is lengthened in the y direction). However, if $a_p \neq d$ then $\mu_{rs\tau} \neq \mu_{rs}$ because the tangent component of magnetic field intensity at active surfaces and at end-surfaces is different.

Apart from the effect of open magnetic circuit and assuming that the number of the primary poles is $2p = 2$, the resultant impedance of the secondary is:

— taking into account currents flowing through the end-surfaces

$$\underline{Z}_{2\nu n} = \underline{Z}_{2y\nu n} + 0.5\frac{\underline{Z}_{2x\nu n}\underline{Z}_{2\tau\nu n}}{\underline{Z}_{2x\nu n} + \underline{Z}_{2\tau\nu n}}; \tag{96}$$

— disregarding currents flowing through the end surfaces

$$\underline{Z}_{2\nu n} = \underline{Z}_{2y\nu n} + 0.5\underline{Z}_{2x\nu n}. \tag{97}$$

The secondary appears to have an impedance greater than the natural value, and the cross-gap flux density peaks towards the edges of the primary. This phenomenon is known as the transverse edge effect [1, 3, 15, 19, 21, 23, 29, 30]. In analysis of induction machines the secondary of which has distributed-parameters the impedance-increase factor [21, 23]

due to transverse currents (along the pole pitch) is introduced. This factor is also called „factor of transverse edge effect" and can be defined by the expression:

$$\underline{k}_{zvn} = \frac{\underline{Z}_{2vn}}{\underline{Z}_{2yvn}}. \tag{98}$$

Including currents through the end-surfaces on the basis of relations (89), (90), (95) the impedance-increase factor is expressed by the formula:

$$\underline{k}_{zvn} = 1+\left(\frac{n}{v}\right)^2\left(\frac{\tau}{L_2}\right)^2 h_n \frac{k_{sv\tau}}{2h}\,\frac{1}{C_{vn}^2+D_{vn}^2}\times$$
$$\times\,[k_{Rvn\tau}C_{vn}+k_{Xvn\tau}D_{vn}+j(k_{Xvn\tau}C_{vn}-k_{Rvn\tau}D_{vn})]; \tag{99}$$

where

$$C_{vn} = k_{Rvn}\frac{k_{sv}}{L_2}+k_{Rvn\tau}\frac{k_{sv\tau}}{2h}h_n;$$

$$D_{vn} = k_{Xvn}\frac{k_{sv}}{L_2}+k_{Xvn\tau}\frac{k_{sv\tau}}{2h}h_n.$$

The real as well as the imaginary part of the impedance-increase factor are equal to:

$$\mathrm{Re}[\underline{k}_{zvn}] = k'_{zvn} = 1+\left(\frac{n}{v}\right)^2\left(\frac{\tau}{L_2}\right)^2 h_n\frac{k_{sv\tau}}{2h}\,\frac{k_{Rvn\tau}C_{vn}+k_{Xvn\tau}D_{vn}}{C_{vn}^2+D_{vn}^2};$$

$$\mathrm{Im}[\underline{k}_{zvn}] = k''_{zvn} = \left(\frac{n}{v}\right)^2\left(\frac{\tau}{L_2}\right)^2 h_n\frac{k_{sv\tau}}{2h}\,\frac{k_{Xvn\tau}C_{vn}-k_{Rvn\tau}D_{vn}}{C_{vn}^2+D_{vn}^2}.$$

In case of homogeneous secondary, i.e. if $d = 0$ and $a_p = 0$ the impedance-increase factor has the form:

$$(k'_{zvn})_{d=0,a_p=0} \approx 1+\left(\frac{n}{v}\right)^2\left(\frac{\tau}{L_2}\right)^2\frac{1}{\frac{2h}{L_2}+1};$$

$$(k''_{zvn})_{d=0,a_p=0} = 0.$$

If we assume that currents do not flow through end-surfaces the impedance increase factor is equal to:

$$k_{zvn} = 1+\left(\frac{n}{v}\right)^2\left(\frac{\tau}{L_2}\right)^2. \tag{100}$$

For the ratio $\frac{\tau}{L_2} \leqslant 0.25$ the impedance-increase factor can be calculated from the formula (100). If $\frac{\tau}{L_2} > 0.25$ then it is necessary to take into account currents flowing through end-surfaces.

Including transverse edge effect the expression for impedance is:

$$\underline{Z}_{2\nu n} = \underline{k}_{z\nu n}\underline{Z}_{2\nu n} = (c_{R\nu n}+jc_{X\nu n})\frac{\nu L_2}{n\tau}\sqrt{\frac{\omega_{2\nu}\mu_0\mu_{rs}}{2\gamma}}\,; \tag{101}$$

in which

$$c_{R\nu n} = k'_{z\nu n}k_{R\nu n}-k''_{z\nu n}k_{X\nu n}; \tag{102}$$

$$c_{X\nu n} = k'_{z\nu n}k_{X\nu n}+k''_{z\nu n}k_{R\nu n}. \tag{103}$$

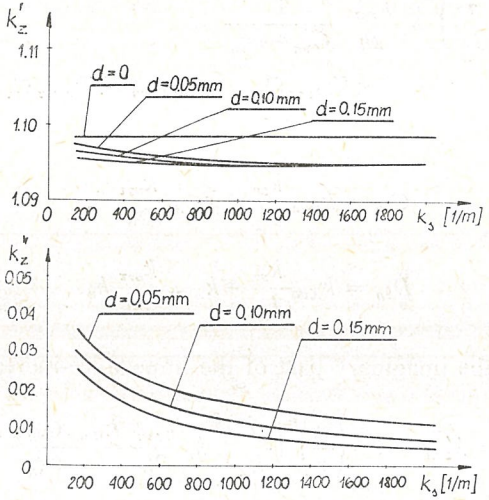


Fig. 14. Impedance-increase factor $\underline{k}_z = k'_z+jk''_z$ for $\nu = n = 1$ in case of the double-layer secondary with the dimensions $L_2 = 0.07$ m and $\tau = 0.0237$ m (steel of type 55 coated with a copper layer with electric conductivity 57×10^6 S/m, $f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $H_{sFe} = 3300$ A/m, $\mu_{rs} = 300$)

Very often $k'_{z\nu n} \gg k''_{z\nu n}\left(\frac{k''_{z\nu n}}{k'_{z\nu n}} < 0.2\right)$. It is shown in Fig. 14. Thus the approximate formula for impedance has a simpler form:

$$\underline{Z}_{2\nu n} \approx (k_{R\nu n}+jk_{X\nu n})k'_{z\nu n}\frac{\nu L_2}{n\tau}\sqrt{\frac{\omega_{2\nu}\mu_0\mu_{rs}}{2\gamma}}\,, \tag{104}$$

because $k'_{z\nu n}k_{R\nu n} \gg k''_{z\nu n}k_{X\nu n}$ and $k'_{z\nu n}k_{X\nu n} > k''_{z\nu n}k_{R\nu n}$.

Taking $m_2 = 2p$, $N_2 = \frac{1}{2}$, $\zeta_2 = 1$, the impedance of the double-layer secondary transformed on the primary side has the form:

— for the forward-travelling field

$$\underline{Z}^{+}_{2\nu n} = R^{+}_{2\nu n}+jX^{+}_{2\nu n} = (c^{+}_{R\nu n}+jc^{+}_{X\nu n})\frac{\nu}{n}Z_c\sqrt{\mu_{rs}[1-\nu(1-s)]}\,; \tag{105a}$$

— for the backward-travelling field

$$\underline{Z}^{-}_{2\nu n} = R^{-}_{2\nu n}+jX^{-}_{2\nu n} = (c^{-}_{R\nu n}+jc^{-}_{X\nu n})\frac{\nu}{n}Z_c\sqrt{\mu_{rs}[1+\nu(1-s)]}\,. \tag{105b}$$

The constant value of impedance modulus which is independent of relative superficial permeability μ_{rs} and slip s amounts to:

$$Z_c = \frac{2m_1(N_1\zeta_1)^2}{p\tau} L_2 \sqrt{\frac{\omega_1\mu_0}{2\gamma}} \,. \tag{106}$$

12. DRAG FORCE

Using the Lorentz equation, the force on the double-layer secondary is equal to the vector product:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\int_{-p\tau}^{p\tau}\int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}}\int_{\delta}^{\delta+d} \gamma_{\mathrm{Cu}}\mu_0(\mathbf{1}_x\underline{E}_x+\mathbf{1}_y\underline{E}_y)\times(\mathbf{1}_x\underline{H}_x+\mathbf{1}_y\underline{H}_y+\mathbf{1}_z\underline{H}_z)\,dx\,dy\,dz+$$

$$+\frac{1}{2}\mathrm{Re}\int_{-p\tau}^{p\tau}\int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}}\int_{\delta+d}^{\infty} \gamma\mu_0\underline{\mu}_{re}(\mathbf{1}_x\underline{E}_{x\mathrm{Fe}}+\mathbf{1}_y\underline{E}_{y\mathrm{Fe}})\times(\mathbf{1}_x\underline{H}_{x\mathrm{Fe}}+\mathbf{1}_y\underline{H}_{y\mathrm{Fe}}+\mathbf{1}_z\underline{H}_{z\mathrm{Fe}})\,dx\,dy\,dz;$$

where

$\gamma_{Cu}(\mathbf{1}_x\underline{E}_x+\mathbf{1}_y\underline{E}_y)$ — current density in the isotropic superficial non-magnetic layer;

$\mu_0(\mathbf{1}_x\underline{H}_x+\mathbf{1}_y\underline{H}_y+\mathbf{1}_z\underline{H}_z)$ — magnetic flux density in the isotropic superficial non-magnetic layer;

$\gamma(\mathbf{1}_x\underline{E}_{x\mathrm{Fe}}+\mathbf{1}_y\underline{E}_{y\mathrm{Fe}})$ — current density in the isotropic ferromagnetic material;

$\mu_0\underline{\mu}_{re}(\mathbf{1}_x\underline{H}_{x\mathrm{Fe}}+\mathbf{1}_y\underline{H}_{y\mathrm{Fe}}+\mathbf{1}_z\underline{H}_{z\mathrm{Fe}})$ — magnetic flux density in the isotropic ferromagnetic material.

The mean force (in a time period) in the x direction is as follows:

$$F_x = F_{x\mathrm{Cu}} + F_{x\mathrm{Fe}}, \tag{107}$$

where

$$F_{x\mathrm{Cu}} = \frac{1}{2}\gamma_{\mathrm{Cu}}\mu_0\,\mathrm{Re}\int_{-p\tau}^{p\tau}\int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}}\int_{\delta}^{\delta+d} \underline{E}_y\underline{H}_z^*\,dx\,dy\,dz; \tag{108}$$

$$F_{x\mathrm{Fe}} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\gamma\mu_0\underline{\mu}_{re}\int_{-p\tau}^{p\tau}\int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}}\int_{\delta+d}^{\infty} \underline{E}_{y\mathrm{Fe}}\underline{H}_{z\mathrm{Fe}}^*\,dx\,dy\,dz\right]. \tag{109}$$

Performing the integration and inserting conjugates of normal components of magnetic field intensity in the y direction according to eqns. (40), (45) and tangent components

of electric field intensity (42), (47), the forces due to ν^{th} and n^{th} harmonics of the electromagnetic field in the x direction are:

— between the primary and superficial non-magnetic layer of the secondary

$$F^{+}_{x\text{Cu}\nu n} = \mu_0 \frac{1}{|\underline{M}^{+}_{\nu n}|^2} \frac{1}{\beta_\nu |\underline{\alpha}^{+}_{\text{Cu}\nu n}|^2} |\underline{A}^{+}_{1\nu}|^2 a_{1n}^2 (k^{+}_{\text{Cu}\nu})^2 p\tau \times \left(\frac{L_2}{2} + \frac{1}{\eta_n}\sin\eta_n \frac{L_2}{2}\cos\eta_n \frac{L_2}{2}\right) \times$$
$$\times \left\{ \frac{1}{2}\frac{1}{k^{+}_{\text{Cu}\nu}} |\underline{\alpha}^{+}_{\text{Cu}\nu n}|^2 \left(|\underline{\mu}_{re}|^2 + \frac{|\underline{\alpha}^{+}_{s\nu n}|^2}{|\underline{\alpha}^{+}_{\text{Cu}\nu n}|^2} \right) \frac{1}{a_{R\text{Cu}\nu n}} \operatorname{sh} 2a_{R\text{Cu}\nu n} k^{+}_{\text{Cu}\nu} d + \right.$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{1}{k^{+}_{\text{Cu}\nu}} |\underline{\alpha}^{+}_{\text{Cu}\nu n}|^2 \left(|\underline{\mu}_{re}|^2 - \frac{|\underline{\alpha}^{+}_{s\nu n}|^2}{|\underline{\alpha}^{+}_{\text{Cu}\nu n}|^2} \right) \frac{1}{a_{x\text{Cu}\nu n}} \sin 2a_{X\text{Cu}\nu n} k^{+}_{\text{Cu}\nu} d +$$
$$- \mu_{rs} k^{+}_{s\nu} (a_{R\nu n}\alpha + a_{X\nu n}\beta) \frac{1}{a_{R\text{Cu}\nu n}} (1 - \operatorname{ch} 2a_{R\text{Cu}\nu n} k^{+}_{\text{Cu}\nu} d) +$$
$$\left. - \mu_{rs} k^{+}_{s\nu} (a_{R\nu n}\beta - a_{X\nu n}\alpha) \frac{1}{a_{X\text{Cu}\nu n}} (1 - \cos 2a_{X\text{Cu}\nu n} k^{+}_{\text{Cu}\nu} d) \right\}; \qquad (110a)$$

$$F^{-}_{X\text{Cu}\nu n} = -\mu_0 \frac{1}{|\underline{M}^{-}_{\nu n}|^2} \frac{1}{\beta_\nu |\underline{\alpha}^{-}_{\text{Cu}\nu n}|^2} |\underline{A}^{-}_{1\nu}|^2 a_{1n}^2 (k^{-}_{\text{Cu}\nu})^2 p\tau \times \left(\frac{L_2}{2} + \frac{1}{\eta_n}\sin\eta_n \frac{L_2}{2}\cos\eta_n \frac{L_2}{2}\right) \times$$
$$\times \left\{ \frac{1}{2}\frac{1}{k^{-}_{\text{Cu}\nu}} |\underline{\alpha}^{-}_{\text{Cu}\nu n}|^2 \left(|\underline{\mu}_{re}|^2 + \frac{|\underline{\alpha}^{-}_{s\nu n}|^2}{|\underline{\alpha}^{-}_{\text{Cu}\nu n}|^2} \right) \frac{1}{a_{R\text{Cu}\nu n}} \operatorname{sh} 2a_{R\text{Cu}\nu n} k^{-}_{\text{Cu}\nu} d + \right.$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{1}{k^{-}_{\text{Cu}\nu}} |\underline{\alpha}^{-}_{\text{Cu}\nu n}|^2 \left(|\underline{\mu}_{re}|^2 - \frac{|\underline{\alpha}^{-}_{s\nu n}|^2}{|\underline{\alpha}^{-}_{\text{Cu}\nu n}|^2} \right) \frac{1}{a_{X\text{Cu}\nu n}} \sin 2a_{X\text{Cu}\nu n} k^{-}_{\text{Cu}\nu} d +$$
$$- \mu_{rs} k^{-}_{s\nu} (a_{R\nu n}\alpha + a_{X\nu n}\beta) \frac{1}{a_{R\text{Cu}\nu n}} (1 - \operatorname{ch} 2a_{R\text{Cu}\nu n} k^{-}_{\text{Cu}\nu} d) +$$
$$\left. - \mu_{rs} k^{-}_{s\nu} (a_{R\nu n}\beta - a_{X\nu n}\alpha) \frac{1}{a_{X\text{Cu}\nu n}} (1 - \cos 2a_{X\text{Cu}\nu n} k^{-}_{\text{Cu}\nu} d) \right\}; \qquad (110b)$$

where

$$\alpha = \mu' a_{R\text{Cu}\nu n} + \mu'' a_{X\text{Cu}\nu n};$$
$$\beta = \mu' a_{X\text{Cu}\nu n} - \mu'' a_{R\text{Cu}\nu n};$$

— between the primary and solid ferromagnetic core of the secondary

$$F^{+}_{x\text{Fe}\nu n} = \mu_0 \mu_{rs} [(\mu')^2 + (\mu'')^2] \frac{1}{|\underline{M}^{+}_{\nu n}|^2} \frac{1}{\beta_\nu a_{R\nu n}} |\underline{A}^{+}_{1\nu}|^2 a_{1n}^2 k^{+}_{s\nu} p\tau \times$$
$$\times \left(\frac{L_2}{2} + \frac{1}{\eta_n}\sin\eta_n \frac{L_2}{2}\cos\eta_n \frac{L_2}{2}\right); \qquad (111a)$$

$$F^{-}_{x\text{Fe}\nu n} = -\mu_0 \mu_{rs} [(\mu')^2 + (\mu'')^2] \frac{1}{|\underline{M}^{-}_{\nu n}|^2} \frac{1}{\beta_\nu a_{R\nu n}} |\underline{A}^{-}_{1\nu}|^2 a_{1n}^2 k^{-}_{s\nu} p\tau \times$$
$$\times \left(\frac{L_2}{2} + \frac{1}{\eta_n}\sin\eta_n \frac{L_2}{2}\cos\eta_n \frac{L_2}{2}\right). \qquad (111b)$$

The forces $F^{+}_{x\mathrm{Cu}}$ and $F^{+}_{x\mathrm{Fe}}$ due to the forward-travelling field are called drag forces or driving forces [7, 18]. The forces $F^{-}_{x\mathrm{Cu}}$ and $F^{-}_{x\mathrm{Fe}}$ due to the backward-travelling field are parasitical breaking forces. If the primary is supplied from a balanced-polyphase source then the forces $F^{-}_{x\mathrm{Cu}}$ and $F^{-}_{x\mathrm{Fe}}$ due to the backward-travelling field are equal to zero. In this case the drag forces reach maximum values.

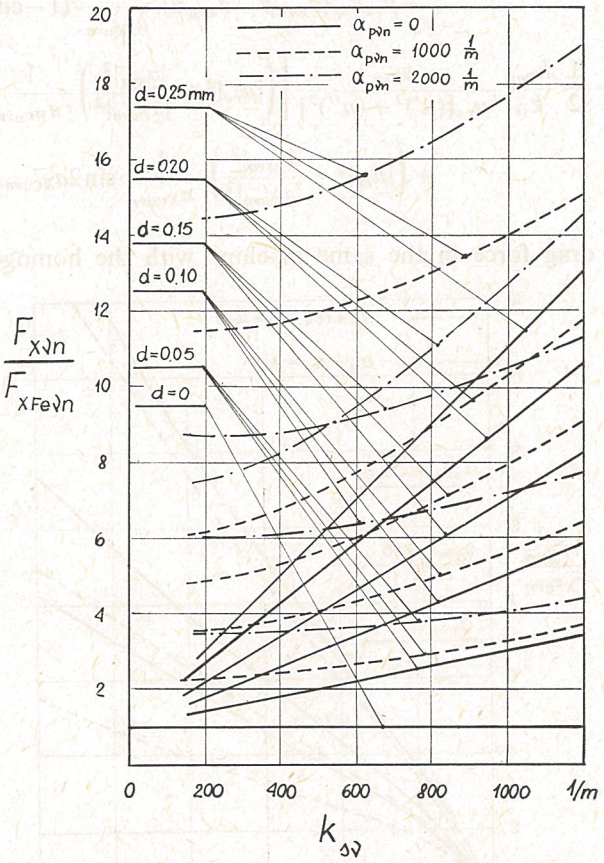


Fig. 15. Influence of attenuation factor k_{sv} and constant α_{pvn} on values of relative drag forces F_{xvn}/F_{xFevn} (the double-layer secondary is made of steel of type 55 coated with a copper layer with electric conductivity 57×10^6 S/m, $f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $H_{sFe} = 3300$ A/m, $\mu_{rs} = 300$)

If the superficial layer does not exist, i.e. $d = 0$, then the forces $F^{+}_{x\mathrm{Cu}}$, $F^{-}_{x\mathrm{Cu}}$ from expression (110a), (110b) are equal to zero.

To analyse the influence of properties and dimensions of the double-layer secondary on the drag force, the relative value of one is introduced:

$$\frac{F_{xvn}}{(F_{xvn})_{d=0}} = \frac{F_{xvn}}{F_{xFevn}} = 1 + \frac{k^2_{Cuv}}{k_{sv}} \frac{a_{Rvn}}{\mu_{rs}[(\mu')^2 + (\mu'')^2]} \frac{1}{|\underline{\alpha}_{Cuvn}|^2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{2} \frac{1}{k_{Cuv}} |\underline{\alpha}_{Cuvn}|^2 \left(|\underline{\mu}_{re}|^2 + \frac{|\underline{\alpha}_{svn}|^2}{|\underline{\alpha}_{Cuvn}|^2} \right) \frac{1}{a_{RCuvn}} \operatorname{sh} 2a_{RCuvn} k_{Cuv} d + \right.$$

$$+\frac{1}{2}\frac{1}{k_{Cu\nu}}|\underline{\alpha}_{Cu\nu n}|^2\left(|\underline{\mu}_{re}|^2-\frac{|\underline{\alpha}_{s\nu n}|^2}{|\underline{\alpha}_{Cu\nu n}|^2}\right)\frac{1}{a_{XCu\nu n}}\sin 2a_{XCu\nu n}k_{Cu\nu}d+$$

$$-\mu_{rs}k_{s\nu}(a_{R\nu n}\alpha+a_{X\nu n}\beta)\frac{1}{a_{RCu\nu n}}(1-\operatorname{ch}2a_{RCu\nu n}k_{Cu\nu}d)+$$

$$-\mu_{rs}k_{s\nu}(a_{R\nu n}\beta-a_{X\nu n}\alpha)\frac{1}{a_{XCu\nu n}}(1-\cos 2a_{XCu\nu n}k_{Cu\nu}d)\Bigg\}\approx$$

$$\approx 1+\frac{1}{2}\frac{k_{Cu\nu}}{k_{s\nu}}\frac{a_{R\nu n}}{\mu_{rs}[(\mu')^2+(\mu'')^2]}\left[\left(|\underline{\mu}_{re}|^2+\frac{|\underline{\alpha}_{s\nu n}|^2}{|\underline{\alpha}_{Cu\nu n}|^2}\right)\frac{1}{a_{RCu\nu n}}\operatorname{sh}2a_{RCu\nu n}k_{Cu\nu}d+\right.$$

$$\left.+\left(|\underline{\mu}_{re}|^2-\frac{|\underline{\alpha}_{s\nu n}|^2}{|\underline{\alpha}_{Cu\nu n}|^2}\right)\frac{1}{a_{XCu\nu n}}\sin 2a_{XCu\nu n}k_{Cu\nu}d\right], \qquad (112)$$

where $(F_{x\nu n})_{d=0}$ — drag force in the same machine with the homogeneous secondary.

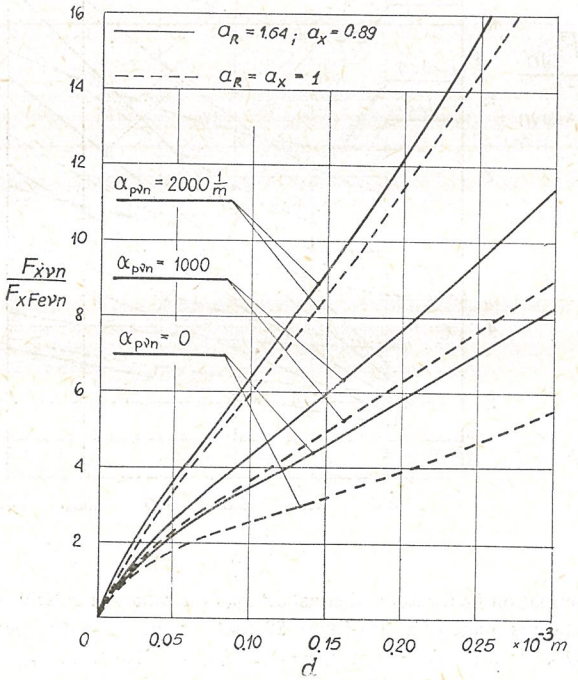


Fig. 16. Influence of thickness d of the high current conducting layer and nonlinear properties of the double-layer secondary on values of relative drag force $F_{x\nu n}/F_{xFe\nu n}$ (the double-layer secondary is made of steel of type 55 coated with a copper layer with electric conductivity 57×10^6 S/m, $f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $H_{sFe} = 3300$ A/m, $\mu_{rs} = 300$)

In the expression (112) the indexes „+" or „−" have been disregarded. Calculations of relative values of forces in the x direction due to the forward-travelling field have been performed for the secondary made of constructional steel of type 55 with contents of 0.52 ÷ ÷ 0.60% C produced in Poland and covered with copper layer ($\gamma_{Cu} = 57\cdot10^6$ S/m). The results for magnetic field intensity at the surface of the solid ferromagnetic core equal

to 3300 A/m ($\mu_{rs} = 300$, $a_R = 1.64$, $a_X = 0.89$) and frequency 50 Hz ($s = 1$) are shown in Fig. 15 and Fig. 16.

The influence of the higher harmonics, finite dimensions of magnetic circuit of the machine, variable magnetic permeability and hysteresis losses in the solid ferromagnetic core is considerable.

13. POWER LOSSES

The power density in the double-layer secondary due to ν^{th} and n^{th} harmonics of penetrating electromagnetic field can be found with the help of normal component of complex Poynting vector $\underline{S}$. The normal component of Poynting vector, i.e. in the z direction is expressed as follows:

— for the forward-travelling field

$$\underline{S}^{+}_{2z\nu n} = \frac{1}{2}(\underline{E}^{+}_{x\nu n}\underline{H}^{+*}_{y\nu n} + \underline{E}^{+}_{y\nu n}\underline{H}^{+*}_{x\nu n})_{z=\delta} \tag{113a}$$

— for the backward-travelling field

$$\underline{S}^{-}_{2z\nu n} = \frac{1}{2}(\underline{E}^{-}_{x\nu n}\underline{H}^{-}_{y\nu n} + \underline{E}^{-}_{y\nu n}\underline{H}^{-*}_{x\nu n})_{z=\delta}. \tag{113b}$$

The harmonics of components of electric field intensity in the x and y direction are expressed by eqns. (41), (42). The harmonics of conjugates of components of magnetic field intensity in the x and y direction can be found on the basis of eqns. (38), (39). Putting eqns. (38), (39), (41), (42) the normal components of Poynting vector for the forward--travelling field as well as the backward-travelling one have the form:

$$\underline{S}_{2z\nu n} = \frac{\underline{\alpha}^2_{Cu\nu}}{\gamma_{Cu}\underline{\alpha}_{Cu\nu n}} \frac{\underline{\mu}_{re}\underline{\alpha}_{Cu\nu n}\operatorname{ch}\underline{\alpha}_{Cu\nu n}d + \underline{\alpha}_{s\nu n}\operatorname{sh}\underline{\alpha}_{Cu\nu n}d}{\underline{\alpha}_{s\nu n}\operatorname{ch}\underline{\alpha}_{Cu\nu n}d + \underline{\mu}_{re}\underline{\alpha}_{Cu\nu n}\operatorname{sh}\underline{\alpha}_{Cu\nu n}d} \frac{1}{\alpha^2_{p\nu n}}\left(\frac{\eta_n^2}{\beta_\nu^2}\sin^2\eta_n y + \cos^2\eta_n y\right)\frac{1}{|N_{\nu n}|^2} \times$$

$$\frac{|A_{1\nu}|^2}{2}a^2_{1n} \approx \frac{\underline{\alpha}_{s\nu}}{\underline{\alpha}_{s\nu n}} \frac{(a_R + ja_X)\operatorname{ch}\underline{\alpha}_{Cu\nu}d + \dfrac{\underline{\alpha}_{Cu\nu}}{k_{s\nu}}\dfrac{\gamma}{\gamma_{Cu}}\operatorname{sh}\underline{\alpha}_{Cu\nu}d}{\operatorname{ch}\underline{\alpha}_{Cu\nu}d + \dfrac{\underline{\alpha}_{s\nu}}{\underline{\alpha}_{Cu\nu}}\dfrac{\gamma_{Cu}}{\gamma}\operatorname{sh}\underline{\alpha}_{Cu\nu}d} \frac{1}{\alpha^2_{p\nu n}}\left(\frac{\eta_\eta^2}{\beta_\nu}\sin^2\eta_n y + \cos^2\eta_n y\right) \times$$

$$\times \frac{1}{|\underline{N}_{\nu n}|^2}\frac{|A_{1\nu}|^2}{2}a^2_{1n}\frac{k_{s\nu}}{\gamma} = (k_{R\nu n} + jk_{X\nu n})\frac{1}{\alpha^2_{p\nu n}}\left(\frac{\eta_n^2}{\beta_\nu^2}\sin^2\eta_n y + \cos^2\eta_n y\right)\frac{1}{|N_{\nu n}|^2}\frac{|A_{1\nu}|^2}{2}a^2_{1n}\frac{k_{s\nu}}{\gamma}. \tag{114}$$

The total power losses per unit area of the secondary are equal to the sum of all harmonics ν and n.

To calculate the total power losses in the secondary the active surface of which has dimensions L_2 and $2p\tau$ we have to integrate the expression (114) from $-\tau p$ to τp with

respect to x, and from $-\frac{1}{2}L_2$ to $\frac{1}{2}L_2$ with respect to y. Assuming that magnetic permeability is independent of the x and y coordinates we obtain:
— for the forward-travelling field

$$\Delta S_2^+ = \Delta P_2^+ + j\Delta Q_2^+ = \sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-p\tau}^{p\tau}\int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \underline{S}_{2z\nu n}^+ dx\,dy =$$

$$= p\tau L_2 \sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}(k_{R\nu n}^+ + jk_{X\nu n}^+)k_{z\nu n}^+ \frac{1}{|N_{\nu n}^+|^2}\frac{1}{\alpha_{p\nu n}^2}\frac{|A_{1\nu}^+|^2}{2}a_{1n}^2\frac{k_{s\nu}^+}{\gamma}; \qquad (115a)$$

— for the backward-travelling field

$$\Delta S_2^- = \Delta P_2^- + j\Delta Q_2^- = \sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-p\tau}^{p\tau}\int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \underline{S}_{2z\nu n}^- dx\,dy =$$

$$= p\tau L_2 \sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}(k_{R\nu n}^- + jk_{X\nu n}^-)k_{z\nu n}^- \frac{1}{|\underline{N}_{\nu n}^-|^2}\frac{1}{\alpha_{p\nu n}^2}\frac{|\underline{A}_{1\nu}^-|^2}{2}a_{1n}^2\frac{k_{s\nu}^-}{\gamma}; \qquad (115b)$$

where

$$\int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}}\left(\frac{\eta_n^2}{\beta_\nu^2}\sin^2\eta_n y + \cos^2\eta_n y\right)dy = \frac{1}{2}L_2\left(1+\frac{\eta_n^2}{\beta_\nu^2}\right) +$$

$$+\frac{1}{\eta_n}\sin\left(\eta_n\frac{L_2}{2}\right)\cos\left(\eta_n\frac{L_2}{2}\right)\left(1-\frac{\eta_n^2}{\beta_\nu^2}\right) \approx \frac{1}{2}L_2\left[1+\left(\frac{n}{\nu}\right)^2\left(\frac{\tau}{L_2}\right)^2\right]. \qquad (116)$$

On account of

$$\frac{1}{2}\left(1+\frac{\eta_n^2}{\beta_\nu^2}\right) \gg \frac{1}{\eta_n}\sin\left(\eta_n\frac{L_2}{2}\right)\cos\left(\eta_n\frac{L_2}{2}\right)\left(1-\frac{\eta_n^2}{\beta_\nu^2}\right)$$

it is possible to pass over the second addend in the integral (116). It is easy to notice that in the first addend the impedance-increase factor according to formula (100) appears, i.e. power losses due to eddy currents in end-surfaces are not included. Therefore the measured power losses in the secondary will be slightly smaller than calculated with the aid of expressions (115a), (115b). To take into account the impedances of end-surfaces we must replace the factor $k_{z\nu n}$ according to formula (100) by the one according to formula (99).

14. PERFORMANCE CHARACTERISTICS

In order to receive the performance characteristics of an induction machine with double-layer secondary the experimental measurements of a small rotary motor as well as single-sided linear motor have been performed. The rotary motor had a solid ferromagnetic rotor made of steel of type 55 ($\gamma = 4.64 \times 10^6$ S/m, $\mu_{r\,max} = 535$) covered with

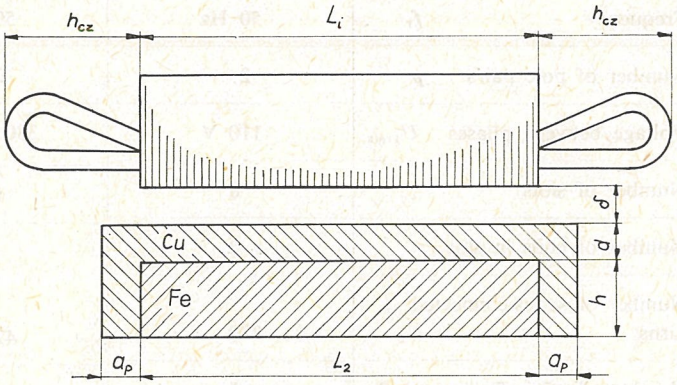


Fig. 17. Dimensions of the primary and the secondary

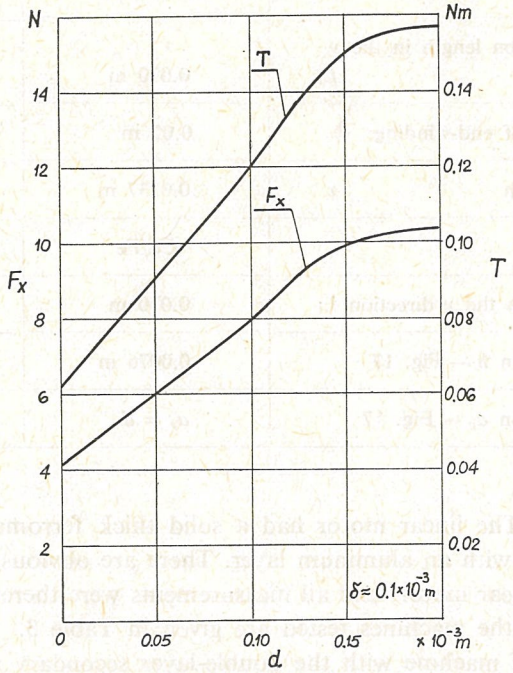


Fig. 18. Torque T and force F_x in the x direction of a small rotary induction motor in dependence on thickness d of the copper layer of the rotor ($f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $\delta \approx 0.0001$ m)

Table 3

Data of tested induction machines with double-layer secondary

Data			Rotary induction motor	Linear induction motor
The primary	Number of phases	m_1	2	3
	Frequency	f_1	50 Hz	50 Hz
	Number of pole pairs	p	2	2
	Voltage between phases	U_{1rms}	110 V	380 V (star)
	Number of slots		8	12
	Number of coils in slot		2	2
	Number of series-connected turns	N_1	880	420
	Number of pairs of current paths		1	1
	Winding factor	ζ_1	1	1
	Diameter of wire		0.00033 m	0.00110 m
	Lamination length in the y direction	L_i	0.070 m	0.0100 m
	Length of end-winding	h_{cz}	0.02 m	0.048 m
	Pole pitch	τ	0.0237 m	0.0501 m
The secondary	Material		Cu/Fe	Al/Fe
	Length in the y direction	L_i	0.070 m	0.100 m
	Dimension h — Fig. 17		0.0076 m	0.0330 m
	Dimension a_p — Fig. 17		$a_p = d$	$a_p = d$

a thin copper layer. The linear motor had a solid thick ferromagnetic track made of steel 55 too, covered with an aluminum layer. There are obvious difficulties in making dynamic tests on a linear motor, and all measurements were therefore made for the slip $s = 1$. Some data of the machines tested are given in Table 3.

The dimensions of machine with the double-layer secondary are shown in Fig. 17. In case of the rotary motor $\delta \approx 0.0001$ m = const, in case of the linear motor $\delta + d \approx$ ≈ 0.0040 m = const.

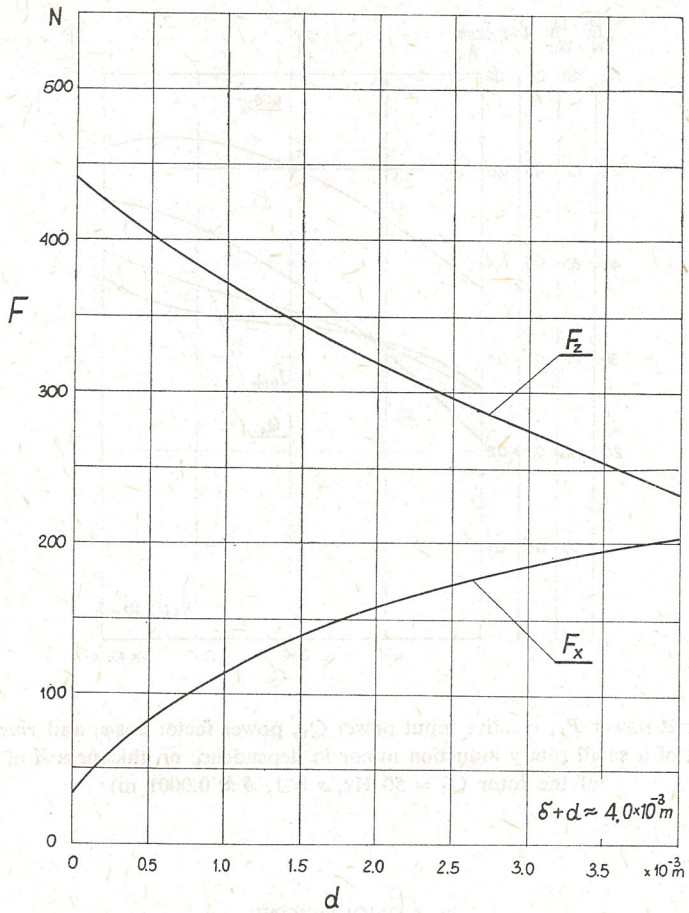


Fig. 19. Drag force F_x and normal attraction force F_z of a single-sided linear induction motor in dependence on thickness d of aluminum layer of the secondary ($f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $\delta+d \approx 0.004$ m)

The performance curves as functions of thickness d of a high current-conducting layer are demonstrated graphically in the following Figures:

— torque T and force F_x in the x direction of rotary motor in Fig. 18;

— drag force F_x and normal attraction force F_z of linear motor in Fig. 19;

— active input power P_1, reactive input power Q_1, power factor $\cos\varphi$, and root-mean-square current I_{1rms} in the stator winding of the rotary motor in Fig. 20;

— active input power P_1, reactive input power Q_1, power factor $\cos\varphi$, and root-mean-square current I_{1rms} in the primary winding of the linear motor in Fig. 21.

The influence of the thickness d of a high current-conducting non-magnetic layer on the performance characteristics of induction machines with the double-layer secondary is considerable.

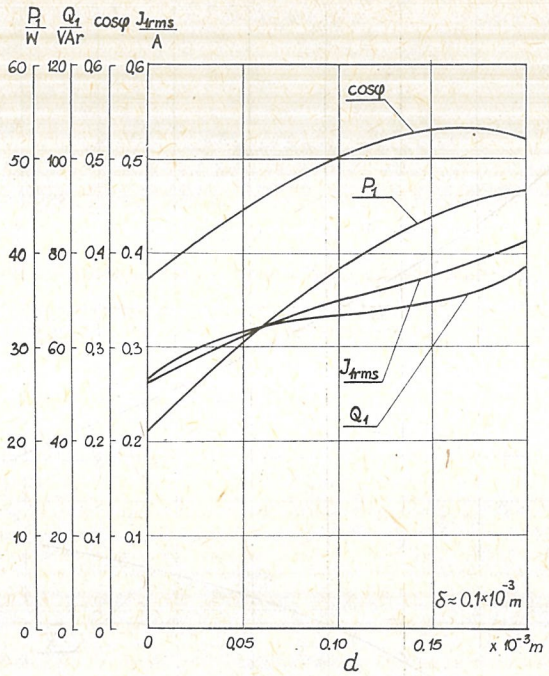


Fig. 20. Active input power P_1, reactive input power Q_1, power factor $\cos\varphi$, and *rms* current I_{1rms} in the stator winding of a small rotary induction motor in dependence on thickness d of the copper layer of the rotor ($f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $\delta \approx 0.0001$ m)

15. CONCLUSIONS

Equations of distribution of electromagnetic field (35)÷(47) give the possibility of determination of the performance characteristics of an induction machine with double-layer secondary more exact than on the assumption of one-dimensional or two-dimensional field distribution. It is possible due to taking into account:

— finite dimensions L_i, L_2 and τ of machine;

— line-current density distribution of the primary in the y direction which is close to the real distribution — expression (8) or (9);

— changes of permeability in the depth of solid ferromagnetic core of the secondary and hysteresis according to the author's method [11].

It is especially valuable in case of calculations of small induction machines and calculations for higher harmonics of field distribution.

The formulas obtained for eddy currents (78a)÷(79b), (82a), (82b), voltages (85a)÷÷(87b), magnetizing forces (88a), (88b), impedances (105a), (105b), drag forces (110a)÷÷(111b), and power losses (115a), (115b) are a basis for calculations and design of induction machines with double-layer secondary.

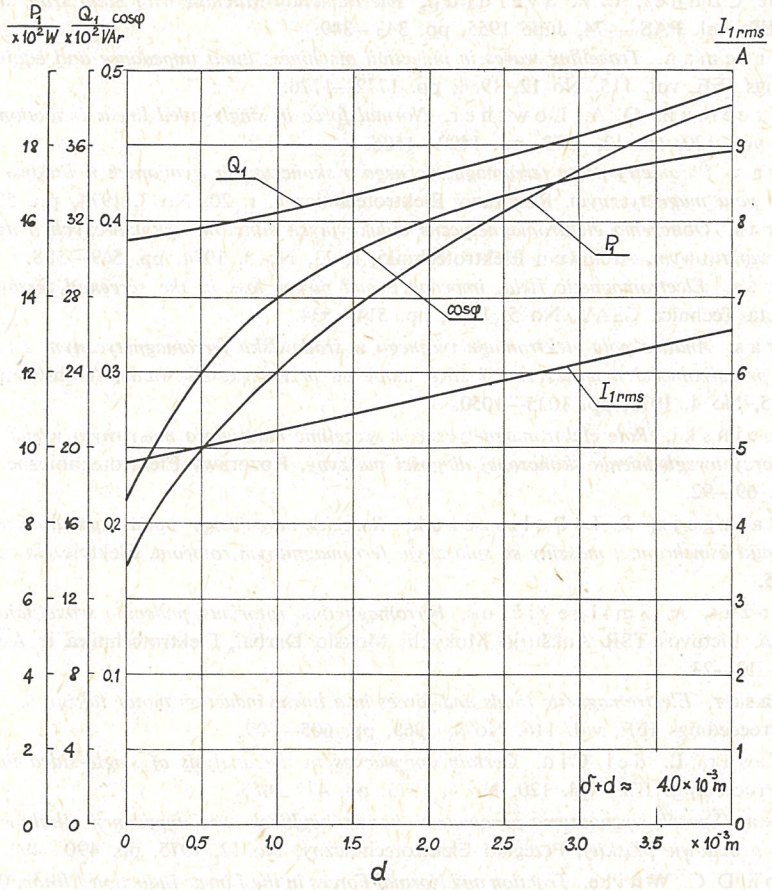


Fig. 21. Active input power P_1, reactive input power Q_1, power factor $\cos\varphi$, and *rms* current I_{1rms} in the primary winding of a single sided linear induction motor in dependence on thickness d of aluminum layer of the secondary ($f_1 = 50$ Hz, $s = 1$, $\delta + d \approx 0.004$ m)

Acknowledgment. The author is indebted to Professor Mirosław Dąbrowski from Technical University of Poznań and Professor Janusz Turowski from Technical University of Łódź for their invaluable advice and encouragement during preparation of the work.

REFERENCES

1. G. Angst, *Polyphase Induction Motor with Solid Rotor; Effects of Saturation and Finite Length*, Transactions AIEE, vol. PAS — 81, February 1962, pp. 902—909.
2. U. Beckert, *Beitrag zur Theorie des Zweiphasenstellmotors mit massivem Stahlläufer*, Wissenschaftliche Zeitschrift der Elektrotechnik, BD 9, No 3, 1969, pp. 169—185.
3. H. Bolton, *Transverse edge effect in sheet-rotor induction motors*, Proceedings of IEE, vol. 116, No 5, pp. 725—731.
4. H. M. Mc Connel, *The Polyphase Induction Machine with Solid Rotor*, Transactions AIEE, vol. PAS — 72, April 1953, pp. 103—111.

5. H. M. Mc Connel, E. F. Sverdrup, *The Induction Machine with Solid Iron Rotor*, Transactions AIEE, vol. PAS — 74, June 1955, pp. 343—349.
6. E. M. Freeman, *Travelling waves in induction machines: input impedance and equivalent circuits*, Proceedings IEE, vol. 115, No 12, 1968, pp. 1772—1776.
7. E. M. Freeman, D. A. Lowther, *Normal force in single-sided linear induction motors*, Proceedings, vol. 120, No 12, 1973, pp. 1499—1506.
8. J. Gieras, *Parametry pręta ferromagnetycznego o skończonych wymiarach w liniowo przemieszczającym się polu magnetycznym*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 20, No 3, 1974, pp. 503—521.
9. J. Gieras, *Obliczenia elektromagnetyczne indukcyjnych silników wykonawczych o masywnym wirniku dwuwarstwowym*, Archiwum Elektrotechniki, t. 23, No 3, 1974, pp. 569—588.
10. J. Gieras, *Electromagnetic field, impedance and power loss in the screened ferromagnetic half-space*, Acta Technica ČSAV, No 5, 1976, pp. 514—534.
11. J. Gieras, *Analiza pola elektromagnetycznego w środowisku ferromagnetycznym z uwzględnieniem zmiennej przenikalności magnetycznej i strat mocy na przemagnesowywanie*, Archiwum Elektrotechniki, t. 25, No 4, 1976, pp. 1035—1050.
12. J. Lasociński, *Pole elektromagnetyczne w szczelinie maszyny o masywnym wirniku ferromagnetycznym przy uwzględnieniu skończonej długości maszyny*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 12, No 1, 1966, pp. 69—92.
13. I. D. Maergojz, B. I. Poliszczuk, *Rasczet magnitnogo polia i paramietrov schiem zamieszczienija asinchronnoj masziny so splosznym ferromagnitnym rotorom*, Elektriczestvo, No 6, 1972, pp. 9—15.
14. S. Marazas, A. Smilgevičius, *Ferromagnetinio rotoriaus, padengto srovei laidžiu sluoksniu, parametrai*, Lietuvos TSR Aukštųjų Mokyklų Mokslo Darbai, Elektrotechnika ir Automatika, II, 1966, pp. 13—23.
15. S. A. Nasar, *Electromagnetic fields and forces in a linear induction motor taking into account edge effects*, Proceedings IEE, vol. 116, No 4, 1969, pp. 605—609.
16. S. A. Nasar, L. del Cid, *Certain approaches to the analysis of single-sided linear induction motors*, Proceedings IEE, vol. 120, No 4, 1973, pp. 477—483.
17. S. Nitka, *Sposób wyznaczenia parametrów konstrukcyjnych oraz impedancji silników indukcyjnych liniowych o budowie płaskiej*, Przegląd Elektrotechniczny, No 12, 1975, pp. 490—494.
18. B. T. Ooi, D. C. White, *Traction and Normal Forces in the Linear Induction Motor*, IEEE Transactions, vol. PAS — 89, April 1970, pp. 638—645.
19. K. Pawluk, W. Szczepański, *Silniki elektryczne liniowe*, WNT, Warszawa 1974.
20. K. P. P. Pillai, *Fundamental-frequency eddy current loss due to rotating magnetic field*; *Part 1. Eddy current loss in solid rotors, Part 2. Eddy current loss in hollow rotors*, Proceedings IEE, vol. 116, No 3, 1969, pp. 407—414.
21. T. W. Preston, A. B. J. Reece, *Transverse edge effects in linear induction motors*, Proceedings IEE, vol. 116, No 6, 1969, pp. 973—979.
22. E. Rummich, *Beitrag zur Berechnung der Trag- und Führungseigenschaften von asynchronen Linearmotoren*, Elektrische Bahnen, vol. 43, 1972, pp. 242—245.
23. R. L. Russel, K. H. Norsworthy, *Eddy currents and wall losses in screened rotor induction motors*, Proceedings IEE, vol. 105 A, 1958, pp. 163—175.
24. C. A. Skalski, *Application of a general analysis for single-sided linear induction motors*, Conference on „Linear Electric Machines", London, October 1974, pp. 197—202.
25. A. Smilgevičius, *O soprotivlienijach ferromagnitnogo rotora s tokoprowodiaszczim pokrytiem*, Sbornik „Elektriczeskije masziny i elektroprivod maloj moszcznosti", Moskva—Leningrad, Nauka, 1960, pp. 90—95.
26. J. Turowski, *Metody obliczania pola i parametrów bieżni indukcyjnych silników liniowych*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 19, No 3, 1973, pp. 371—395.
27. A. I. Voldek, *O teorii asinchronnoj masziny s massivnym ferromagnitnym rotorom*, Elektriczestvo, No 1, 1974, pp. 77—78.

28. A. J. Wood, C. Concordia, *An Analysis of Solid Rotor Machines, Part III. Finite Length Effects, Part IV. An Approximate Nonlinear Analysis*, Transactions AIEE, vol. PAS-79, April 1960, pp. 21—23.
29. H. Yee, T. Wilson, *Saturation and finite length effects in solid rotor induction machines*, Proceedings IEE, vol. 119, No 7, 1972, pp. 877—882.
30. H. Yee, *Effects of finite length in solid rotor induction machines*, Proceedings IEE, vol. 118, No 8, 1971, pp. 1025—1033.

J. GIERAS

TEORIA MASZYN INDUKCYJNYCH O DWUWARSTWOWEJ CZĘŚCI WTÓRNEJ

Streszczenie

Rozwiązano równania trójwymiarowego rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej i w części wtórnej o parametrach rozłożonych maszyny indukcyjnej. Przedstawione rozważania są ogólne i są jednocześnie stosowane do pewnej grupy indukcyjnych maszyn liniowych oraz wirujących. Masywny biegnik maszyny liniowej jak również masywny wirnik maszyny wirującej noszą nazwę „część wtórna o parametrach rozłożonych". Część wtórna posiada strukturę dwuwarstwową, tzn. warstwa zewnętrzna jest dobrze przewodzącą prąd powłoką nieferromagnetyczną, warstwa wewnętrzna zaś jest masywnym ferromagnetycznym prętem traktowanym jako półprzestrzeń. Wielkością wyjściową jest rozkład obciążenia liniowego części pierwotnej. Obciążenie liniowe części pierwotnej jest rozłożone wzdłuż podziałki biegunowej sinusoidalnie, natomiast wzdłuż żłobków oraz połączeń czołowych — trapezoidalnie. Podano krótką analizę pola elektromagnetycznego w części wtórnej. W szczególności analizowano zmiany składowych magnetycznych po przejściu przez zewnętrzną warstwę nieferromagnetyczną. W odniesieniu do materiału ferromagnetycznego części wtórnej uwzględniono zmienność przenikalności magnetycznej oraz zjawisko histerezy tylko w kierunku wnikania pola. Przedmiotem rozważań są również poprzeczne zjawiska krańcowe. Na podstawie trójwymiarowego rozkładu pola wyznaczono prądy wirowe, impedancję, siłę ciągu oraz straty mocy w części wtórnej. Rozważania teoretyczne uzupełniono wynikami pomiarów charakterystyk pracy maszyn indukcyjnych o dwuwarstwowej części wtórnej.

J. GIERAS

THÉORIE DE MACHINES ASYNCHRONES DONT LE SECONDAIRE EST À DEUX COUCHES

Résumé

On a résolu des équations de répartition tridimensionnelle du champ électromagnétique dans l'entrefer et dans le secondaire à des paramètres répartis de la machine asynchrone. Les réflexions présentées sont générales et s'appliquent à un certain ensemble de machines asynchrones linéaires et tournantes. L'induit massif de la machine linéaire ainsi que le rotor massif de la machine tournante s'appellent „secondaire à des paramètres répartis". Le secondaire a une structure composée de deux couches. La couche extérieure, étant un revêtement non magnétique, est un bon conducteur du courant et la couche intérieure est une barre ferromagnétique massive, traitée comme semi-espace. La grandeur initiale est une répartition de densité linéique du courant de l'inducteur. La densité linéique du courant de l'inducteur est répartie de façon sinusoïdale le long du pas polaire et de façon trapézoïdale le long des encoches et des connexions frontales. On a présenté une courte analyse du champ dans le secondaire. On a analysé en particulier les changements de composantes magnétiques, après leur passage par la couche extérieure non magnétique. En ce qui concerne la substance ferromagnétique du secondaire, on a pris en considération

la variation de perméabilité magnétique et le phénomène d'hystérésis magnétique seulement dans la direction de pénétration du champ. Les effets de bord, dus à limitation transversale, sont aussi l'objet des réflexions.

A partir de la répartition tridimensionnelle du champ, on a déterminé courants de Foucault, impédance, force réactive et pertes de puissance dans le secondaire. On a complété des réflexions théoriques par des résultats de mesure des caractéristiques de machines asynchrones dont le secondaire est à deux couches.

J. GIERAS

THEORETISCHE GRUNDLAGEN FÜR INDUKTIONSMASCHINEN MIT EINEM DOPPELSCHICHTIGEN SEKUNDÄRTEIL

Zusammenfassung

Es wurden Gleichungen gelöst, die eine dreidimensionale Zersetzung eines elektromagnetischen Feldes im Luftspalt und im Sekundärteil mit kontinuierlichen Parametern einer Induktionsmaschine betreffen. Die dargelegten Erwägungen werden allgemein gehalten, werden jedoch gleichzeitig für eine Gruppe linearer Induktionsmaschinen und für umlaufende Maschinen angewandt. Sowohl das massivbewegliche Element der linearen Maschine, als auch der massive Läufer der umlaufenden Maschine werden „Sekundärteile mit kontinuierlichen Parametern" genannt. Der Sekundärteil hat eine doppelschichtige Struktur, d.h. daß die Außenschicht wegen ihres nichtmagnetischen Überzuges gut stromführend ist, wogegen die Innenschicht aus einem massiven ferromagnetischen Stab besteht, der als Halbraum angesehen wird. Die Zersetzung der Linienbelastung des Primärteils ist die Ausgangsgröße. Die Linienbelastung des Primärteils ist längst der Polteilung sinusoidal angeordnet, und längst der Nuten und der Stirnwicklung — trapezoidal. Eine kurze Analyse des Elektromagnetfeldes im Sekundärteil wurde angeführt. Insbesondere wurden Änderungen der magnetischen Komponenten nach deren Durchdringung durch die nichtmagnetische Schicht analysiert. Hinsichtlich des ferromagnetischen Stoffes des Sekundärteils wurde die Änderung der ferromagnetischen Permeabilität und die Erscheinung einer magnetischen Hysterese nur in Richtung der Felddiffusion berücksichtigt. Im weiteren wurden auch die Phänomene der breiten Endeffekte erwogen. Auf Grund der dreidimensionalen Zersetzung des Feldes wurden Wirbelströme, Impedanz Schubkraft und Leistungsverluste im Sekundärteil bestimmt. Die theoretischen Erwägungen wurden durch, Meßergebnisse für Betriebskennlinien der Induktionsmaschinen mit doppelschichtigen Sekundärteilen bekräftigt.

Я. ГЕРАС

ТЕОРИЯ АСИНХРОННЫХ МАШИН С ДВУХСЛОЙНОЙ ВТОРИЧНОЙ ЧАСТЬЮ

Резюме

Решено уравнения трехмерного распределения электромагнитного поля в воздушном зазоре и вторичной части с распределенными параметрами асинхронной машины. Представленные рассуждения являются общими и находят применение в некоторых группах линейных и вращающихся машин. Массивный подвижной элемент линейной машины, а также массивный ротор вращающейся машины называется „вторичной частью с распределенными параметрами". Вторичная часть имеет двухслойную структуру: внешний слой это хорошо проводящее электрический ток немагнитное покрытие, внутренний слой это массивный ферромагнитный стержень рассматриваемый как полупространство. Линейную нагрузку первичной части предположено выходной

величиной. Линейная нагрузка первичной части изменяется синусоидально вдоль полюсного деления и трапециеидально вдоль пазов и лобовых соединений. Представлен в сокращенном виде анализ электромагнитного поля во вторичной части, с обращением особого внимания на изменение магнитной составляющей после перехода через внешний немагнитный слой. В ферромагнитном материале вторичной части изменяемость магнитной проницаемости и магнитный гистерезис учтены только в направлении диффузии поля. Приведен также метод подхода к поперечным краевым эффектам. На основании трехмерного распределения поля найдены вихревые токи, комплексное сопротивление, сила тяги и потери мощности во вторичной части. Теоретические рассуждения дополнены результатами измерений рабочих характеристик асинхронных машин с двухслойной вторичной частью.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 3, ss. 633-643

621.3.016.352

Wpływ układu wzbudzenia na stabilność dynamiczną

WACŁAW MATULEWICZ (SOPOT),[1] URSZULA SMOCZYŃSKA (GDAŃSK)

Instytut Automatyki Systemów Energetycznych, Oddział w Gdańsku

Otrzymano 20.5.1976

W artykule przedstawiony został wpływ rodzaju układu wzbudzenia i regulacji napięcia na granicę stabilności dynamicznej. Po wybraniu jednego z układów zbadano wpływ parametrów układu regulacji na tę granicę.

1. WSTĘP

Stabilnością dynamiczną nazywa się stabilność podczas znacznych, nagłych zmian parametrów pracy układu (mocy, napięcia). Obliczenia stabilności prowadzi się zwykle metodami analitycznymi [10, 12, 17, 18], przy stosowaniu założeń upraszczających: w stosunku do generatora synchronicznego — jak w teorii maszyny uogólnionej [1, 2]; podobnie dla układu przesyłowego.

Badania sprowadzają się do określenia czasów dopuszczalnych trwania zaburzenia przy konkretnym poziomie mocy przesyłanej. Najpełniejsze badania stabilności możliwe są do przeprowadzenia jedynie za pomocą maszyn matematycznych, ponieważ można uwzględnić wówczas nieliniowości układów.

Dokładność modelu układu wzbudzenia i regulacji napięcia sprawdzana jest w czasie prób z modelem fizycznym, co było już przedmiotem wielu publikacji.

W [3] przedstawiony został wpływ rodzaju zwarcia na granicę stabilności dynamicznej. Wynika z niego, że najtrudniejszym zaburzeniem jest trójfazowe zwarcie za transformatorem blokowym i taki przypadek został rozpatrzony w artykule.

2. WAŻNIEJSZE OZNACZENIA

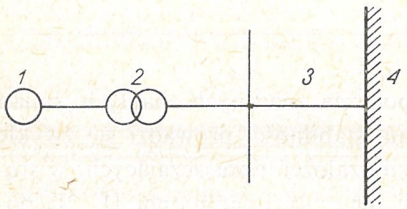
U, u — napięcie,
i — prąd,
M — moment,
r — rezystancja,
L — indukcyjność,
ψ — strumień skojarzony,
Θ — kąt mocy,
k_r, T_r — współczynnik wzmocnienia i stała czasowa regulatora,

[1] Obecnie: *Zakład Maszyn Elektrycznych Politechniki Gdańskiej.*

k_s, T_s — współczynnik wzmocnienia i stała czasowa członu korekcyjnego.
Indeksy:
g — generator,
f — wzbudzenie,
s — sieć sztywna — rozproszenie,
e — obciążenie.

3. OPIS MATEMATYCZNY BADANEGO UKŁADU

Podstawowym układem energoelektrycznym, dla którego przeprowadzone zostały badania, jest układ składający się z generatora (*1*) wyposażonego we wzbudnicę i układ regulacji napięcia, transformatora blokowego (*2*) o reaktancji x_T oraz linii przesyłowej (*3*) o reaktancji x_L. Schematycznie układ taki przedstawiony został na rys. 1.



Rys. 1. Schemat podstawowego układu przesyłowego
1 — generator, *2* — transformator blokowy, *3* — linia przesyłowa, *4* — sieć sztywna

3.1. Generator i obwód obciążenia

Generator i obwód obciążenia został opisany równaniami różniczkowymi w układzie współrzędnych d, q, o. W równaniach tych pominięto nasycenie obwodu magnetycznego oraz napięcie indukowane transformacji. W czasie badań założono, że stała czasowa regulatora turbiny jest na tyle duża w stosunku do czasu trwania procesu przejściowego wywołanego zwarciem, że uzasadnione jest pominięcie wpływu tego regulatora. W [4, 5] przedstawiono wpływ pewnego rodzaju regulatora na granicę stabilności dynamicznej. W tym samym artykule pokazano zależność tej mocy od stałej inercji zespołu. Na podstawie tych charakterystyk można stwierdzić minimalny wpływ stałej inercji na czas dopuszczalny trwania zwarcia dla $H_J = 5 \div 15$ s, przy dowolnym typie regulatora prędkości. Natomiast rodzaj regulatora wpływa na dopuszczalny czas trwania zwarcia.

Po uwzględnieniu także innych założeń upraszczających wymienionych w [2] otrzymano następujący układ równań:

$$0 = \dot{\psi}_{kd} + r_{kd} i_{kd}, \tag{1}$$

$$0 = \dot{\psi}_{kq} + r_{kq} i_{kq}, \tag{2}$$

$$u_f = \dot{\psi}_f + r_f i_f, \tag{3}$$

$$u_d = -\psi_q, \tag{4}$$

$$u_q = \psi_d, \tag{5}$$

$$u = \sqrt{u_d^2 + u_q^2}, \tag{6}$$

$$\psi_{ad} = L_{ad}(-i_d + i_f + i_{kd}), \tag{7}$$

$$\psi_{aq} = L_{aq}(-i_q + i_{kq}), \tag{8}$$

$$\psi_d = \psi_{ad} - i_d L_s, \tag{9}$$

$$\psi_f = \psi_{ad} + i_f L_{fs}, \tag{10}$$

$$\psi_{kd} = \psi_{ad} + i_{kd} L_{kds}, \tag{11}$$

$$\psi_q = \psi_{aq} - i_q L_s, \tag{12}$$

$$\psi_{kq} = \psi_{aq} + i_{kq} L_{kqs}, \tag{13}$$

$$M_e = \psi_d i_q - \psi_q i_d, \tag{14}$$

$$J\omega_o \ddot{\Theta} = M_m - M_e - D\dot{\Theta}, \tag{15}$$

$$P = u_d i_d + u_q i_q, \tag{16}$$

$$Q = u_q i_d + u_d i_q, \tag{17}$$

$$u_d = U_s \cos\Theta - L_e i_d, \tag{18}$$

$$u_q = U_s \sin\Theta + L_e i_q. \tag{19}$$

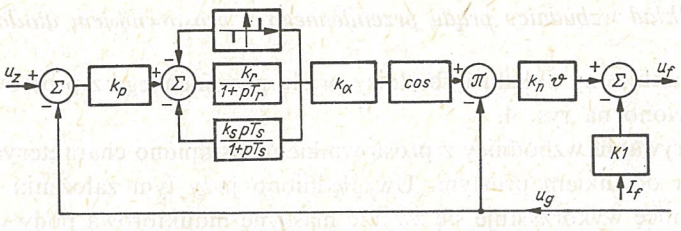
3.2. Wzbudnica i regulator

Badania przeprowadzono dla trzech typów wzbudnic:
— wzbudnica statyczna zasilana napięciem generatora,
— wzbudnica statyczna zasilana z niezależnego źródła,
— wzbudnica prądu przemiennego z prostownikiem diodowym.

a) *Statyczny układ wzbudzenia i regulacji napięcia zasilany napięciem generatora*

Układ taki może być przedstawiony schematem strukturalnym pokazanym na rys. 2. W [14] przeprowadzona została dokładna analiza pracy trójfazowego prostownika tyrystorowego w zastosowaniu do układów wzbudzenia generatorów synchronicznych. W powyższym układzie napięcie wzbudzenia można wyrazić prostą zależnością:

$$u_f = u_g \vartheta k_n \cos\alpha - K_1 i_f, \tag{20}$$



Rys. 2. Schemat blokowy statycznego tyrystorowego układu wzbudzenia zasilanego napięciem generatora

gdzie:

ϑ — przekładnia transformatora wzbudzenia,

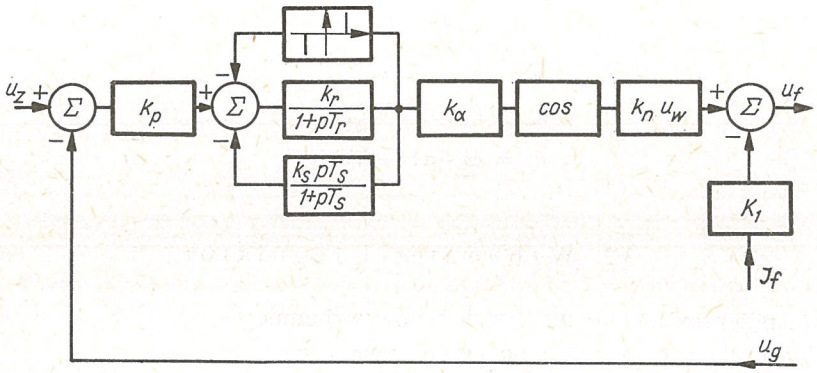
k_n — współczynnik prostownika napięcia,

α — kąt opóźnienia zapłonu tyrystorów.

W powyższym wzorze widać wyraźny związek między napięciem wzbudzenia a napięciem generatora, co jest szczególnie niedogodne w czasie trwania bliskich zwarć.

b) *Statyczny układ wzbudzenia i regulacji napięcia zasilany z niezależnego źródła*

Schemat strukturalny tyrystorowego układu wzbudzenia zasilanego z niezależnego źródła, pokazany został na rys. 3.



Rys. 3. Schemat blokowy statycznego tyrystorowego układu wzbudzenia zasilanego z niezależnego źródła

Układ taki ma pewne zalety w porównaniu z innymi:

— większą prędkość zmiany napięcia wzbudzenia,

— stabilną pracę przy niskich napięciach.

Wyraźną wadą tego rozwiązania jest istnienie dodatkowej maszyny wirującej.

Przemienne napięcie wzbudnicy $U_{w\sim}$ jest stałe, a napięcie wzbudzenia generatora można zapisać jako:

$$u_f = U_{w\sim} k_n \cos\alpha - K_1 i_f, \tag{21}$$

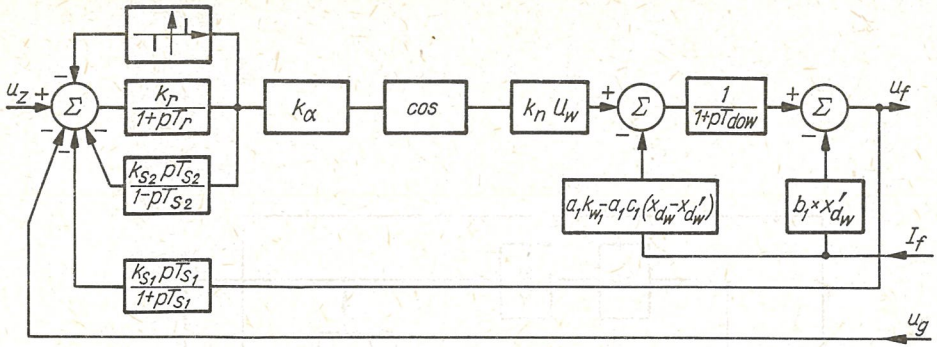
przy uwzględnieniu tych samych założeń co w poprzednim przypadku.

c) *Układ wzbudnicy prądu przemiennego z prostownikiem diodowym*

Schemat strukturalny układu wzbudnicy prądu przemiennego z prostownikiem diodowym przedstawiono na rys. 4.

Przy rozpatrywaniu wzbudnicy z prostownikiem zastąpiono charakterystykę zewnętrzną prostownika odcinkiem prostym. Uwzględniono przy tym założenia opisane w [9].

Jako wzbudnicę wykorzystuje się zwykle maszynę induktorową podwyższonej częstotliwości (400, 500 Hz).



Rys. 4. Schemat blokowy układu wzbudzenia złożony ze wzbudnicy prądu przemiennego i diodowego prostownika wzbudzenia

4. BADANIA MODELOWE

4.1. Schemat blokowy i analogowy

Na podstawie równań (1)÷(19) sporządzono schemat blokowy generatora. Schemat ten został przedstawiony na rys. 5.

Schematy strukturalne układów wzbudzenia i regulacji napięcia były podstawą do wykonania, za pomocą znanych metod [13], schematu analogowego. Schemat ten dostosowany został do zbadania wpływu na granicę stabilności dynamicznej:

— rodzaju układu wzbudzenia i regulacji napięcia,
— pułapu wzbudzenia,
— parametrów regulatora napięcia.

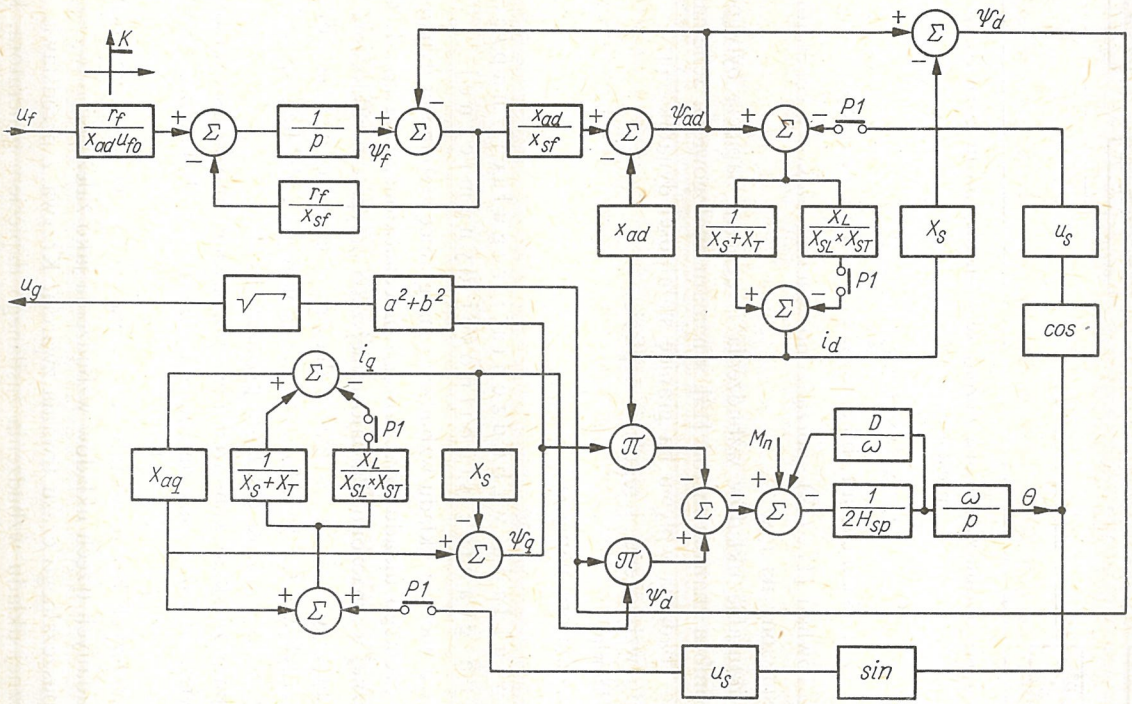
4.2. Wpływ układu wzbudzenia i regulacji napięcia na granicę stabilności dynamicznej

Badanie wpływu rodzaju układu wzbudzenia na granicę stabilności dynamicznej przeprowadzono dla prostego układu przesyłowego przedstawionego na rys. 1. Granicę stabilności dynamicznej wyznaczono dla najtrudniejszego przypadku zakłócenia pracy generatora współpracującego z siecią, to znaczy dla przemijającego zwarcia trójfazowego na początku linii przesyłowej (za transformatorem blokowym). Zakłócenie to było realizowane na modelu przez czasowe działanie przekaźnika $P1$.

Przyjęto wstępnie, że układ wzbudzenia jest pozbawiony możliwości forsowania wzbudzenia, czyli przyjęto współczynnik pułapu wzbudzenia $K = 1$. Badania przeprowadzono dla warunku sieciowego $U_s = U_g = 1$.

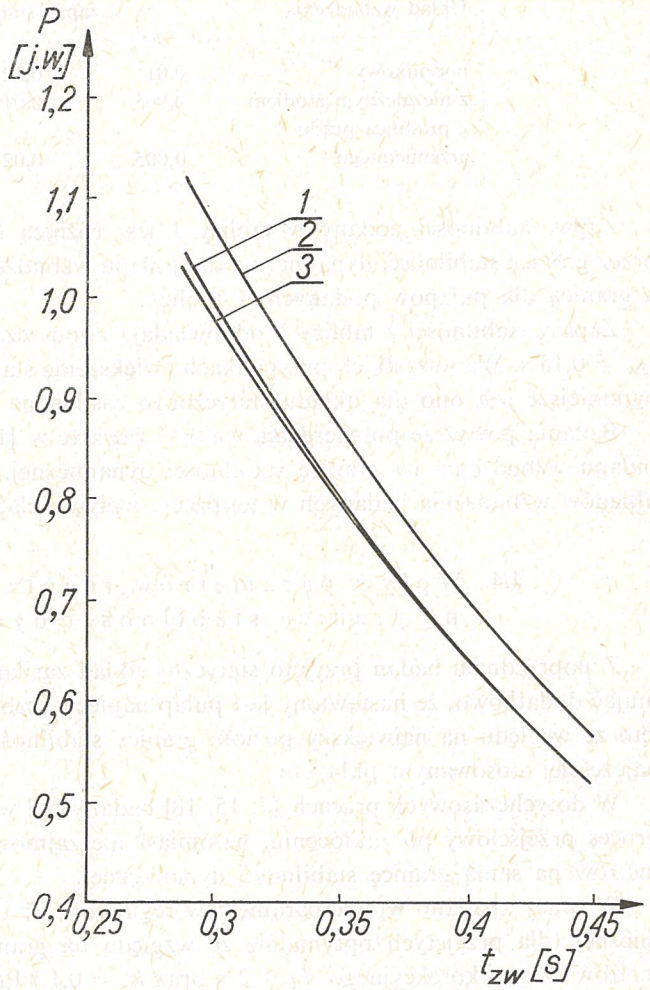
Rezultaty powyższych badań zostały zestawione na rys. 6, przedstawiającym granicę stabilności dla badanych trzech układów wzbudzenia jako zależność mocy czynnej przed zwarciem od dopuszczalnego czasu trwania zwarcia. Krzywa *1* przedstawia granicę stabilności dynamicznej układu wzbudzenia zasilanego napięciem generatora, krzywa *2* — układu wzbudzenia zasilanego z niezależnego źródła, a krzywa *3* — układu wzbudzenia złożonego ze wzbudnicy prądu przemiennego i diodowego prostownika wzbudzenia. Zakładano, że po przeminięciu zwarcia moc przesyłana jest równa początkowej.

Pomiędzy statycznym układem wzbudzenia zasilanym napięciem generatora a układem wzbudnicy z prostownikiem diodowym różnica jest znikoma i różna dla różnych czasów



Rys. 5. Schemat blokowy generatora synchronicznego

zwarcia. Natomiast między wymienionymi dwoma układami a statycznym układem wzbudzenia zasilanym z niezależnego źródła występuje różnica w zapasie stabilności rzędu 0,1. Przez zapas stabilności rozumie się tu bezwzględną różnicę pomiędzy mocami wyznaczonymi granicami stabilności dynamicznej dla poszczególnych rodzajów układów wzbudzenia.



Rys. 6. Wpływ układu regulacji na granicę stabilności dynamicznej
$U_s = U_g = 1$, pułap wzbudzenia $K = 2$
1 — statyczny tyrystorowy układ wzbudzenia zasilany napięciem generatora, *2* — statyczny tyrystorowy układ wzbudzenia zasilany z niezależnego źródła, *3* — układ wzbudzenia złożony ze wzbudnicy prądu przemiennego i diodowego prostownika

4.3. Wpływ pułapu wzbudzenia na granicę stabilności dynamicznej

Dla przedstawionych trzech układów wzbudzenia zbadany został wpływ pułapu wzbudzenia na granicę stabilności dynamicznej. Przyjęto jako pułap odniesienia $K = 1$, a badane były poziomy $K = 1{,}4$; 2; 3,5. Granicę stabilności, tak jak i poprzednio, pomierzono jako zależność mocy czynnej od dopuszczalnego czasu trwania zwarcia.

W tablicy 1 przedstawione zostały zapasy stabilności dla poszczególnych rodzajów układów wzbudzenia.

Tablica 1

Zapasy stabilności dynamicznej dla różnych układów wzbudzenia i różnych pułapów wzbudzenia

Pułap wzbudzenia	1,4	2	3,5
Układ wzbudzenia	zapas stabilności		
bocznikowy	0,01	0,025	0,035
z niezależnym źródłem	0,005	0,015	0,02
z prądnicą prądu przemiennego	0,005	0,02	0,03

Zapas stabilności podany w tablicy 1 jest różnicą bezwzględną mocy wyznaczonej przez granicę stabilności dynamicznej dla pułapu wzbudzenia $K = 1$, jako podstawowego, a granicą dla pułapów podanych w tablicy.

Zapasy stabilności z tablicy 1 odpowiadają dopuszczalnemu czasowi trwania zwarcia $t_{zw} = 0{,}15$ s. We wszystkich przypadkach zwiększenie stabilności jest znikome, przy czym najmniejsze jest ono dla układu statycznego zasilanego z niezależnego źródła.

Badania powyższe potwierdzają wnioski zawarte w [19], dotyczące wpływu krotności pułapu wzbudzenia na granicę stabilności dynamicznej. Jednak ze względu na rodzaje układów wzbudzenia badanych w tej pracy, wpływ pułapu jest mniejszy niż w [19].

4.4. Wpływ parametrów regulatora napięcia na granicę stabilności dynamicznej

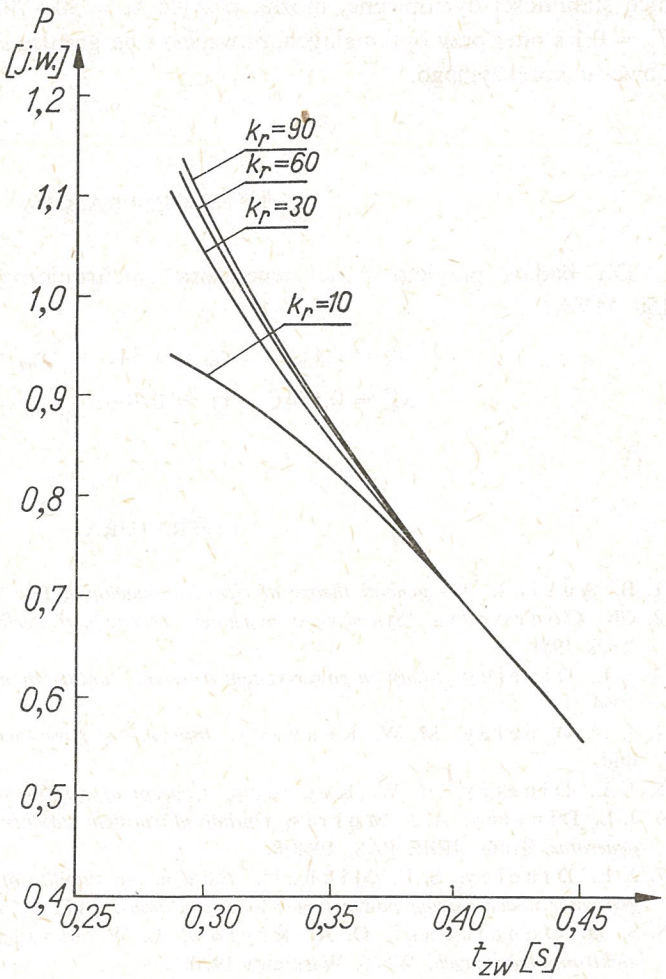
Z poprzednich badań przyjęto statyczny układ zasilany z niezależnego źródła, przyjmując dodatkowo, że nastawiony jest pułap napięcia wzbudzenia $K = 2$. Układ ten przyjęto ze względu na największy poziom granicy stabilności. Natomiast pułap $K = 2$ jest najczęściej stosowanym pułapem.

W dotychczasowych pracach [7, 15, 18] badany był wpływ parametrów regulatora na proces przejściowy po zakłóceniu, natomiast nie zajmowano się wpływem tychże parametrów na samą granicę stabilności dynamicznej.

W pracy zbadano wpływ parametrów regulatora T_r i k_r na granicę stabilności dynamicznej (dla przyjętych optymalnie ze względu na granicę stabilności statycznej parametrów członu korekcyjnego $T_s = 2$ s oraz $k_s = 0{,}1$.) Przyjęto stałą czasową regulatora $T_r = 0{,}1$ s. Wyniki badań przedstawione zostały na rys. 7. Ponadto stwierdzono, że dla stałych czasowych regulatora w granicach $T_r = 0{,}3 \div 0{,}05$ s nie ma istotnych różnic w uzyskanych granicach stabilności dynamicznej.

5. WNIOSKI

Jeżeli przyjąć za kryterium oceny układu wzbudzenia i regulacji napięcia generatora synchronicznego granicę stabilności dynamicznej określonej jak wyżej, to stwierdzić można, że najlepszym układem jest tyrystorowy statyczny układ zasilany z niezależnego źródła, ponieważ zapewnia on największy zapas stabilności.



Rys. 7. Wpływ współczynnika wzmocnienia układu regulacji na granicę stabilności dynamicznej
Stała czasowa układu regulacji $T_r = 0{,}10$ s

Bez względu na rodzaj układu wzbudzenia i regulacji napięcia, wpływ pułapu wzbudzenia na granicę stabilności dynamicznej jest mały i będzie coraz mniejszy wraz z doskonaleniem konstrukcji regulatorów. Można zatem uważać, że kryteriami doboru poziomu wzbudzenia powinny być:

— granica stabilności statycznej,
— kryterium ekonomiczności,
— możliwość techniczna wykonania.

Z przedstawionych trzech układów w tym przypadku najkorzystniejszy jest statyczny układ wzbudzenia zasilany napięciem generatora.

Dla przypadku układu wzbudzenia statycznego zasilanego z niezależnego źródła, można stwierdzić zależność granicy stabilności dynamicznej od parametrów regulatora, przy czym dla dłuższych czasów trwania zwarcia wpływ współczynnika wzmocnienia regulatora jest pomijalny. Optymalnym współczynnikiem wzmocnienia ze względu na gra-

nicę stabilności dynamicznej można przyjąć $k_r = 50 \div 70$, przy przyjętej stałej czasowej $T_r = 0{,}1$ s oraz przy optymalnych, ze względu na granicę stabilności statycznej, nastawach obwodu korekcyjnego.

6. DANE GENERATORA

Do badań przyjęto dane generatora synchronicznego jawnobiegunowego o mocy 150 MVA:

$$x_s = 0{,}1; \quad x_{ad} = 1{,}34; \quad x_{aq} = 0{,}659;$$
$$x''_d = 0{,}154; \quad x''_q = 0{,}206: \quad r_f = 0{,}0004.$$

LITERATURA

1. B. Adkins, *The general theory of electrical machines*, London 1959.
2. Ch. Concordia, *Synchronous machines. Theory and Performance*, John Wiley & Sons, New York 1951.
3. J. L. Dineley, *Study on power-system transient stability by a combined computer*, Power Record, 1964.
4. J. L. Dineley, M. W. Kennedy, *Influence of governors on power-system transient stability*, ibid.
5. J. L. Dineley, M. W. Kennedy, *Concept of synchronous generator stability*, ibid.
6. J. L. Dineley, A. J. Morris, *Optimized transient stability from exciting control of synchronous generator*, Trans. IEEE PAS, 1968/8.
7. J. L. Dineley, S. E. Mikhail, *The dynamic stability of a steam turbine driven synchronous generator under leading power factor load conditions*, ibid., 1975/2.
8. S. Ja. Dunajewski, O. A. Kryłow, Ł. W. Mazja, *Modelowanie elementów układów elektromechanicznych*, WNT, Warszawa 1970.
9. A. Grabowski, *Wybór struktury regulatora napięcia do turbogeneratorów dużej mocy wyposażonych we wzbudnice prądu przemiennego z prostownikami*, praca doktorska, Politechnika Gdańska, 1970.
10. Z. Jasicki, *Zjawiska nieustalone w układach elektroenergetycznych*, WNT, Warszawa 1969.
11. E. W. Kimbark, *Power system stability vIII*, John Wiley & Sons, New York—London 1956.
12. S. Kończykowski, *Podstawy stateczności elektromechanicznej układów elektroenergetycznych*, PWN, Warszawa 1966.
13. L. Levine, *Metody stosowania maszyn analogowych*, WNT, Warszawa 1969.
14. E. Mściwojewski, *Własności statyczne i dynamiczne wybranych układów wzbudzenia i regulacji napięcia samowzbudnych generatorów synchronicznych*, praca doktorska, Politechnika Gdańska, 1968.
15. D. W. Olive, *New techniques for the calculation of dynamic stability*, Trans. IEEE PAS, 1966/7.
16. K. Reichert, L. Nelson, *Rechenmethoden und Modelle für die Untersuchung des Stabilitätsverhaltens grosser Synchronmaschinen*, Brown Boveri Mitt., 1974/11.
17. W. A. Wienikow, *Elektromechaniczeskije pierechodnyje processy w elektriczeskich sistiemach*, GEI, Moskwa—Leningrad 1962.
18. H. Lee, *Region of transient stability in state space for synchronous generator*, Power Record, 1975/3.
19. Zbiór prac, *Sistiemy wozbużdienia, regulirowania i ustoicziwost sinchronnych maszin*, Izdatielstwo „Nauka", Leningrad 1968.

W. MATULEWICZ, U. SMOCZYŃSKA

INFLUENCE OF EXCITING SYSTEM ON DYNAMIC STABILITY

Summary

The article shows how the type of the exciting and voltage regulation system influences the boundary of dynamic stability. Having selected one out of several different exciting and voltage regulation systems, we investigated the influence of the regulation system parameters on the stability boundary.

W. MATULEWICZ, U. SMOCZYŃSKA

INFLUENCE DU SYSTÈME D'EXCITATION SUR LA STABILITÉ DYNAMIQUE

Résumé

Dans l'article on a montré l'influence du genre de système d'excitation et du réglage de la tension à la limite de stabilité dynamique. Après avoir choisi un des systèmes on a étudié l'influence des paramètres du système de réglage sur cette limite.

W. MATULEWICZ, U. SMOCZYŃSKA

EINFLUSS DES ERREGUNGSSYSTEMS AUF SEINE DYNAMISCHE STABILITÄT

Zusammenfassung

In dem Artikel wurde der Einfluß der Art des Erregungs- und Spannungsregelsystems auf die Grenze der dynamischen Stabilität behandelt. Nach der Wahl eines jener Systeme wurde der Einfluß der Parameter des Regelungssystems auf diese Grenze geprüft.

В. МАТУЛЕВИЧ, У. СМОЧИНЬСКА

ВЛИЯНИЕ СИСТЕМЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ НА ДИНАМИЧЕСКУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ

Резюме

В статье представлено влияние рода системы возбуждения и регулирования напряжения на динамическую устойчивость. После избрания одной из систем возбуждения исследовано влияние параметров регулятора на предел устойчивости.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 3, ss. 645-656

621.317.421

Wpływ naprężeń ściskających na właściwości magnetyczne stali transformatorowej

ADAM BIEŃKOWSKI (WARSZAWA)

Instytut Metrologii i Budowy Przyrządów Pomiarowych Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 31.5.1976

Omówiono zależności teoretyczne oraz podano wyniki badań przedstawiające wpływ naprężeń ściskających na właściwości magnetyczne stali transformatorowej E 320. Badania te oraz otrzymane wyniki umożliwiają wyjaśnienie procesów domenowych przy magnesowaniu w obecności naprężeń mechanicznych. Zmiany przenikalności magnetycznej stali transformatorowej od naprężeń mechanicznych pozwalają wnioskować o jej przydatności do budowy przetworników magnetosprężystych służących do pomiaru sił mechanicznych.

1. WSTĘP

Proces magnesowania materiału magnetycznego powoduje naruszenie jego trwałego stanu, charakteryzującego się istnieniem magnetyzacji spontanicznej, występującej w ograniczonych obszarach, zwanych obszarami Weissa lub domenami. Dla materiału nienamagnesowanego magnetyzacja M wyrażająca wypadkowy moment magnetyczny przypadający na jednostkę objętości równa jest zeru, ponieważ wektory magnetyzacji poszczególnych domen stanowią zamknięty układ charakteryzujący się brakiem zewnętrznego momentu magnetycznego. Zewnętrzne pole magnetyczne działające na magnetyk zmienia jego stan magnetyczny porządkując momenty magnetyczne domen w kierunku działającego pola. Magnesowanie odbywa się poprzez przesuwanie się ścian między domenami oraz obroty wektorów magnetyzacji domen. Wzrost objętości domen i zmiana kierunku wypadkowej magnetyzacji domen prowadzą do zmiany kształtu i wymiarów materiału. Zjawisko to zaobserwowane po raz pierwszy w roku 1842 przez Joule'a nosi nazwę magnetostrykcji.

Zjawisko magnetosprężyste, zwane efektem Villariego, będące odwrotnym do zjawiska magnetostrykcji, polega na zmianie namagnesowania magnetyków pod wpływem naprężeń mechanicznych w granicach sprężystości. W materiałach magnetycznych naprężenia wywołane siłami zewnętrznymi działającymi na magnetyk znajdujący się w polu magnetycznym wpływają na jego charakterystykę magnesowania i powodują zmianę jego właściwości magnetycznych.

Zjawisko magnetosprężyste wykorzystywane jest do budowy przetworników służących do pomiaru sił ściskających, rozciągających, momentów skręcających itp. Ze względu na

prostą konstrukcję, trwałość i niezawodność w trudnych warunkach eksploatacji, mogą być one stosowane w różnych dziedzinach przemysłu, tam gdzie wymagane są proste i o mocnej konstrukcji przetworniki pomiarowe.

2. MAGNETOSPRĘŻYSTOŚĆ NA TLE ZJAWISK MAGNETYCZNYCH

Spontaniczna magnetyzacja materiału powoduje naruszenie jego sieci krystalicznej przy przejściu, w procesie chłodzenia, przez punkt Curie ze stanu paramagnetycznego w stan uporządkowany, np. ferromagnetyczny. To samorzutne odkształcenie sieci krystalicznej powodowane jest pojawieniem się struktury domenowej. Kulka o rozmiarach nie większych od pojedynczej domeny, wycięta z kryształu w temperaturze wyższej od temperatury Curie, po ochłodzeniu i pojawieniu się spontanicznej magnetyzacji przekształca się w elipsoidę [1, 3]. Powstanie elipsoidy magnetostrykcji związane jest z anizotropią magnetokrystaliczną, a położenia jej głównych osi zależą od kierunku spontanicznego namagnesowania domeny.

Jeżeli elipsoidy magnetostrykcji układają się równolegle dużymi osiami do kierunku zewnętrznego pola magnetycznego, to ciało wydłuży się (magnetostrykcja dodatnia $\frac{\Delta l}{l} = \lambda > 0$), jeżeli zaś prostopadle, to ciało kurczy się (magnetostrykcja ujemna $\lambda < 0$).

Przyłożenie do próbki ferromagnetycznej pewnego zewnętrznego naprężenia σ, zmienia kierunek spontanicznego namagnesowania. Efekt ten będący efektem odwrotnym do efektu magnetostrykcyjnego, nazywamy efektem magnetosprężystym. Efekty, magnetosprężysty i magnetostrykcyjny, na podstawie zależności termodynamicznych powiązane są następującą zależnością:

$$\frac{1}{l}\left(\frac{\partial l}{\partial H}\right)_{\sigma} = \left(\frac{\partial M}{\partial \sigma}\right)_{H} = d, \tag{1}$$

gdzie d jest czułością piezomagnetyczną (magnetostrykcyjną) [1, 3].

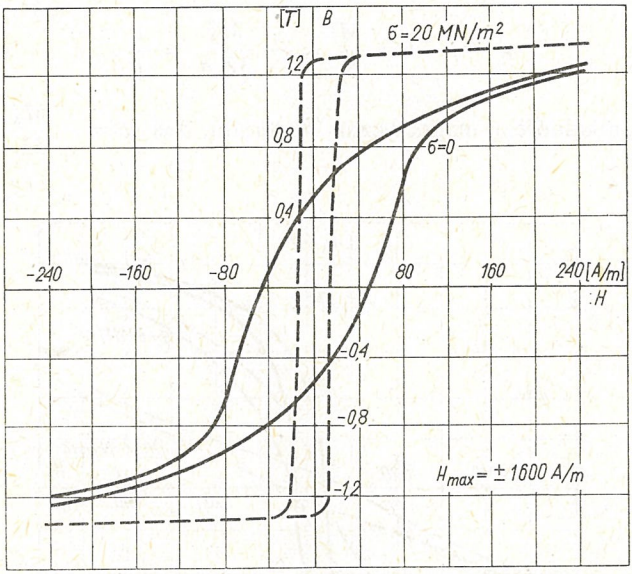
Jeżeli próbka poddana zostanie działaniu naprężeń zewnętrznych, to zmiana jej energii swobodnej przypadającej na jednostkę objętości będzie równa wykonanej pracy, gdy w obecności naprężeń pojawi się magnetostrykcja. Rozpatrując przypadek najprostszy, w którym zakładamy, że magnetostrykcja jest izotropowa, tzn. że $\lambda_{100} = \lambda_{111} = \lambda_s$, otrzymamy dla dowolnej orientacji wektora namagnesowania spontanicznego $\underline{M_s}$ względem osi krystalograficznych zależność na energię magnetosprężystą [1, 4]:

$$E_{\sigma} = -\frac{3}{2}\lambda_s \sigma \cos^2 \varphi, \tag{2}$$

przy czym kąt φ jest kątem między kierunkiem wektorów $\underline{M_s}$ a naprężeniami.

W większości materiałów magnetycznych krzywe magnesowania ulegają dużym zmianom pod wpływem zewnętrznych naprężeń mechanicznych. W przypadku gdy energia anizotropii magnetokrystalicznej E_K jest mała, lub gdy naprężenia są duże, to E_K możemy pominąć. Jeżeli założymy ponadto, że magnetostrykcję można uznać za liniową, to istnieją wtedy dwa przypadki, zależne od iloczynu $\lambda_s \sigma$. Dla $\lambda_s \cdot \sigma > 0$, tj. w przypadku dodatniej magnetostrykcji i naprężeń rozciągających, E_{σ} osiąga minimum, gdy $\varphi = 0$ lub π.

Zatem przy braku innych czynników niektóre domeny będą leżały równolegle, a niektóre antyrównolegle do kierunku działania naprężeń. Jeżeli wzdłuż tego kierunku przyłożymy pole magnesujące, próbka będzie dążyła do tego, by stać się próbką jednodomenową, z kierunkiem magnesowania leżącym wzdłuż kierunku pola. Model ten dobrze opisuje przypadek permaloju o zawartości niklu od ok. 65% dla struktury uporządko-



Rys. 1. Wpływ naprężeń rozciągających σ na pętlę histerezy permaloju 68% Ni [1]

wanej (próbka wolno studzona) do 75% dla próbki hartowanej, przy których to następuje zmiana znaku stałej anizotropii K_1.

Rys. 1 przedstawia pętle histerezy dla próbki wykonanej z tego materiału w przypadku braku i po przyłożeniu do niej naprężeń rozciągających σ.

Dla przypadku $\sigma = 0$ do osiągnięcia nasycenia wymagane jest przyłożenie pewnego pola magnesującego. Jeżeli $\sigma > 0$, wówczas zgodnie z przewidywaniami nasycenie osiąga się już dla znacznie mniejszych wartości pola magnesującego.

Dla przypadku $\lambda_s \sigma < 0$, energia E_σ osiąga minimum, gdy $\varphi = \pi/2$ lub $3/2\pi$, co oznacza, że domeny „starają" się ułożyć prostopadle do kierunku działania naprężeń. Natomiast pole magnesujące przyłożone wzdłuż tego kierunku będzie powodowało obrót wektorów namagnesowania domen w kierunku pola. Przy braku innych czynników komplikujących ten proces, całkowita energia pojedynczej domeny jest równa:

$$E = \left(-\frac{3}{2} \lambda_s \sigma \cos^2 \varphi - H M_s \cos \varphi \right) \cdot V, \tag{3}$$

gdzie φ jest kątem pomiędzy kierunkiem namagnesowania domeny a kierunkiem pola magnesującego i naprężeń, a V jest objętością domeny.

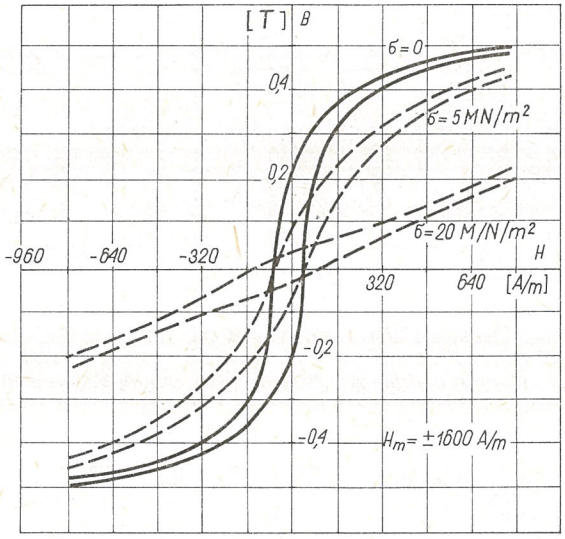
Zastosowanie warunku na minimum energii $\frac{\partial E}{\partial \varphi} = 0$ pozwala wyznaczyć zależność namagnesowania M w kierunku działania naprężeń

$$M = M_s \cos\varphi - \frac{M_s^2}{3\lambda_s \sigma} \cdot H = \varkappa H. \tag{4}$$

Podatność magnetyczna $\varkappa$ materiału wynosi

$$\varkappa = \mu - 1 = \frac{M}{H} = -\frac{M_s^2}{3\lambda_s \sigma} = \frac{a}{\sigma}, \tag{5}$$

gdzie μ jest przenikalnością magnetyczną materiału, zaś $a = -\frac{M_s^2}{3\lambda_s}$ współczynnikiem liczbowym.



Rys. 2. Wpływ naprężeń rozciągających σ na pętlę histerezy niklu [1]

Jeżeli dla niklu, gdzie $\lambda_s < 0$, a K_1 jest względnie małe, przyłożymy wystarczająco duże naprężenia rozciągające σ, wówczas spełnione będą dość dobrze powyższe założenia.

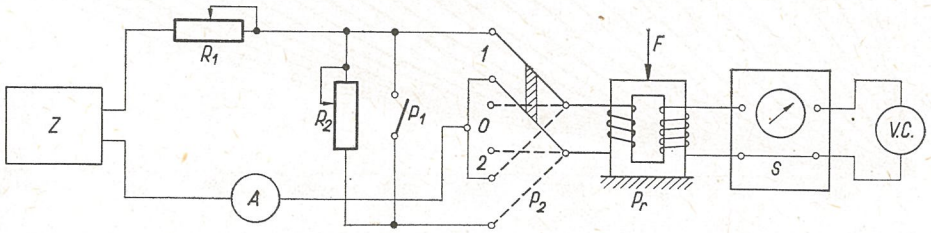
Rys. 2 przedstawia wpływ naprężeń rozciągających σ na pętle histerezy niklu. Z rysunku wynika, jak należało oczekiwać, że przyłożenie naprężeń zmniejsza pozostałość magnetyczną i podwyższa wartość pola magnesującego, konieczną do osiągnięcia nasycenia. Przy wystarczająco dużych naprężeniach obserwuje się [2] zależność liniową opisaną równaniem (4), pomiędzy namagnesowaniem M a polem magnetycznym H.

W magnetykach o $\lambda < 0$, np. nikiel, przyłożenie sił rozciągających powoduje obok odkształceń według prawa Hooke'a odkształcenia magnetosprężyste, przy czym duże osie elipsoid magnetostrykcji będą ustawiały się równolegle do kierunku naprężeń, a więc wektory namagnesowania będą prostopadłe do kierunku naprężeń. Ściskanie zaś powoduje, że duże osie elipsoid magnetostrykcji zajmą położenie prostopadłe do kierunku naprężeń, a więc wektory namagnesowane będą dążyły do ustawienia się równolegle

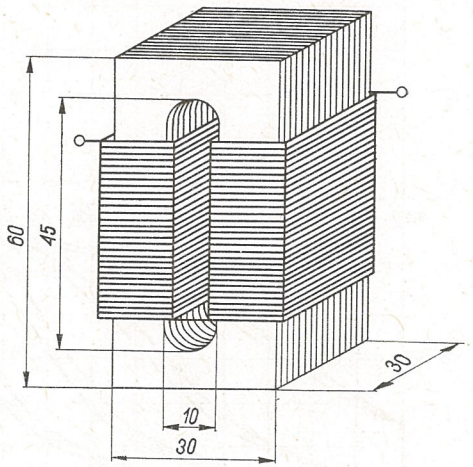
względem kierunku naprężeń. W pierwszym przypadku, przy działaniu zewnętrznego pola magnetycznego zgodnie z kierunkiem naprężeń, namagnesowanie zmniejszy się, w drugim zaś zwiększy się, w stosunku do wartości przy nieobecności naprężeń. W materiałach o magnetostrykcji dodatniej zjawiska mają charakter odwrotny. Rozciąganie powoduje ustawienie wektorów namagnesowania równolegle do kierunku naprężeń, zaś ściskanie prostopadle.

3. WYNIKI POMIARÓW

Badanie właściwości magnetosprężystych przeprowadzono w układzie pomiarowym przedstawionym na rys. 3. Badana próbka (rys. 4), wykonana z płytek ze stali transformatorowej E 320, miała kształt rdzenia, jak w przetwornikach magnetosprężystych dla-

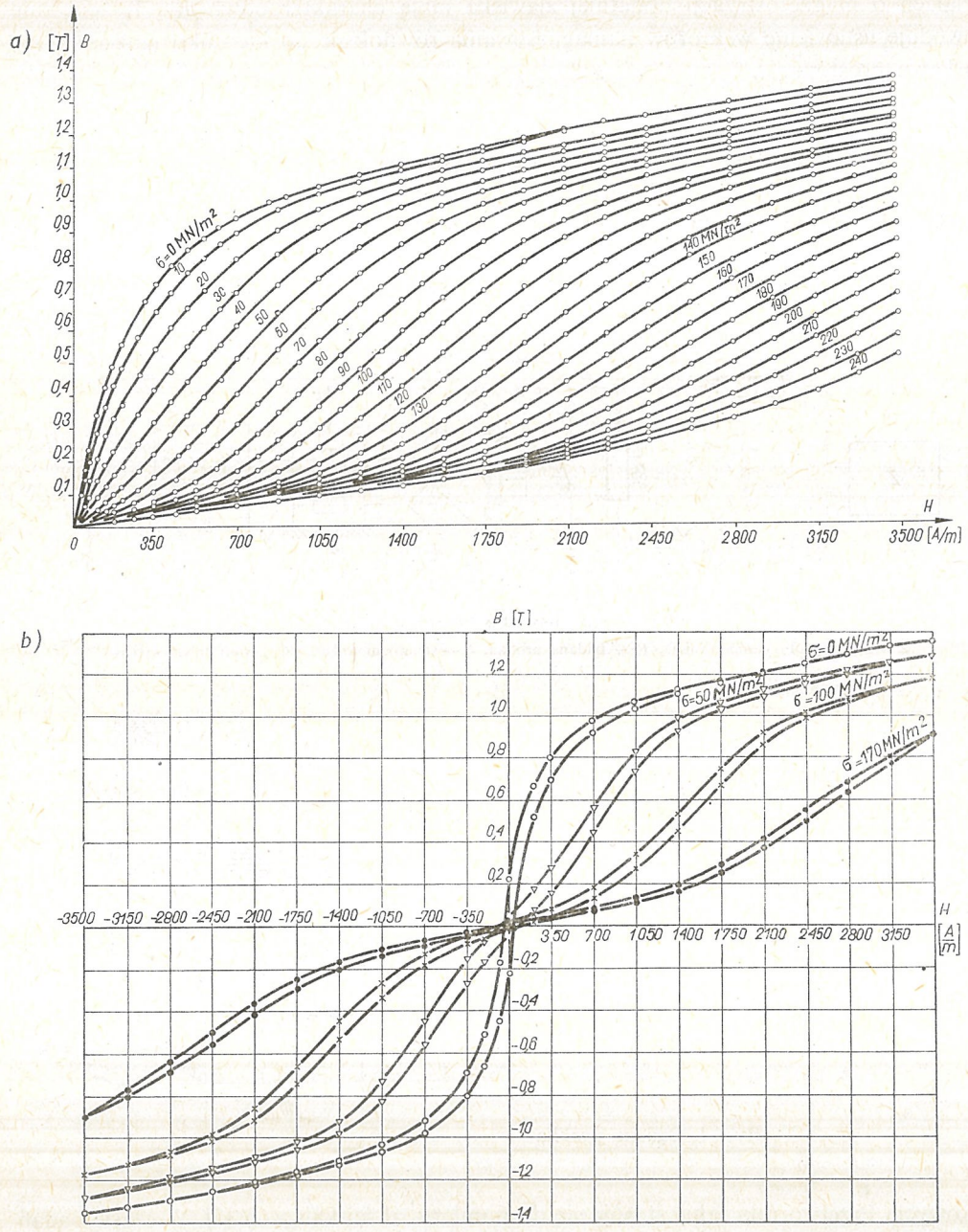


Rys. 3. Schemat układu pomiarowego
Z — zasilacz, *A* — amperomierz, *Pr* — badana próbka, *S* — strumieniomierz, *VC* — woltomierz cyfrowy



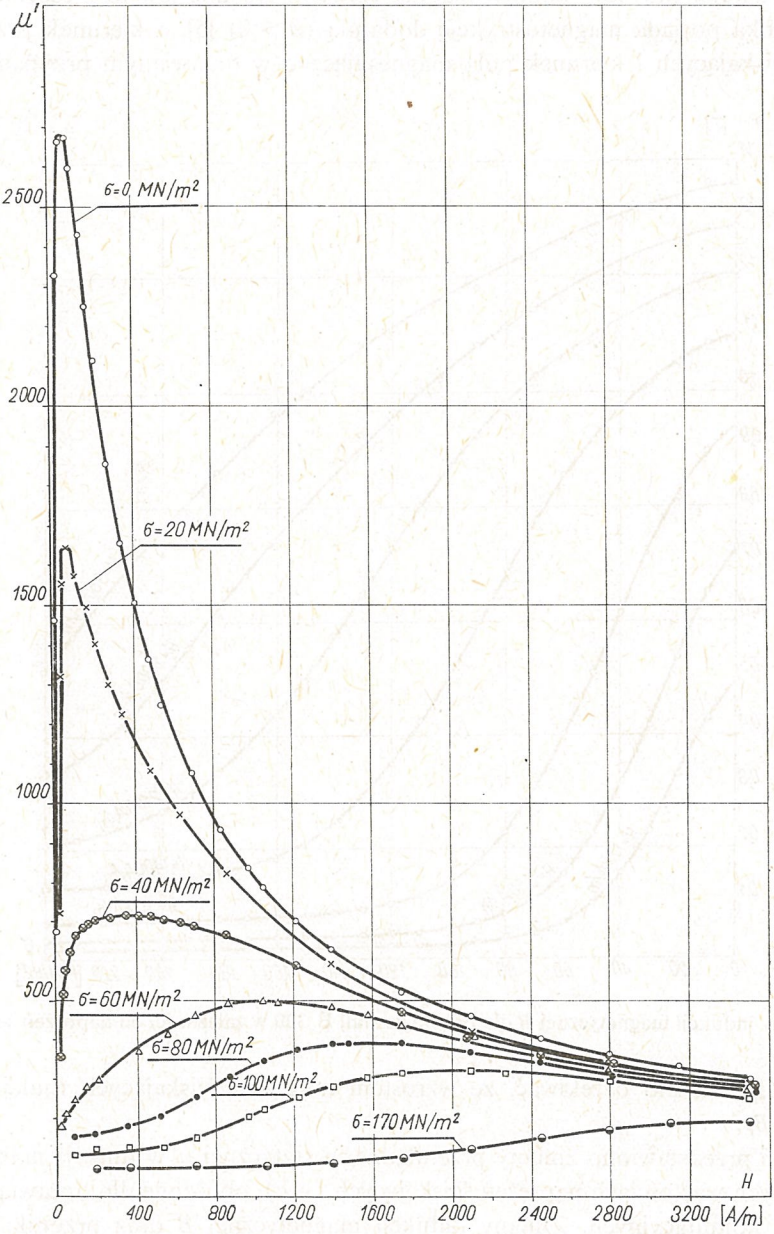
Rys. 4. Badana próbka

wikowych. Przetworniki takie stosuje się do pomiaru sił ściskających [5]. W czasie badań próbkę obciążono na prasie siłą ściskającą do 100 kN. Pomiaru indukcji magnetycznej *B* dokonano przy pomocy strumieniomierza elektronicznego typ 3254 firmy Yokogawa, współpracującego z woltomierzem cyfrowym.



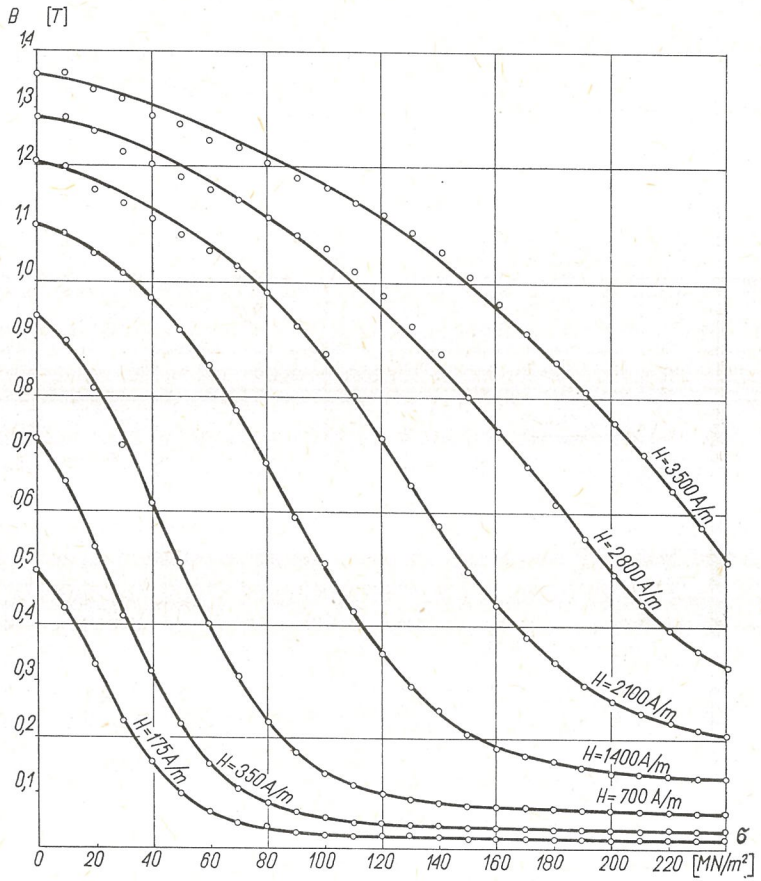
Rys. 5. Zmiany indukcji magnetycznej B dla próbki ze stali E 320 w zależności od naprężeń ściskających σ

a — krzywe magnesowania, b — pętle histerezy



Rys. 6. Zmiany przenikalności statycznej μ' dla próbki ze stali E 320 w zależności od natężenia pola magnetycznego H przy ustalonych wartościach naprężeń ściskających σ

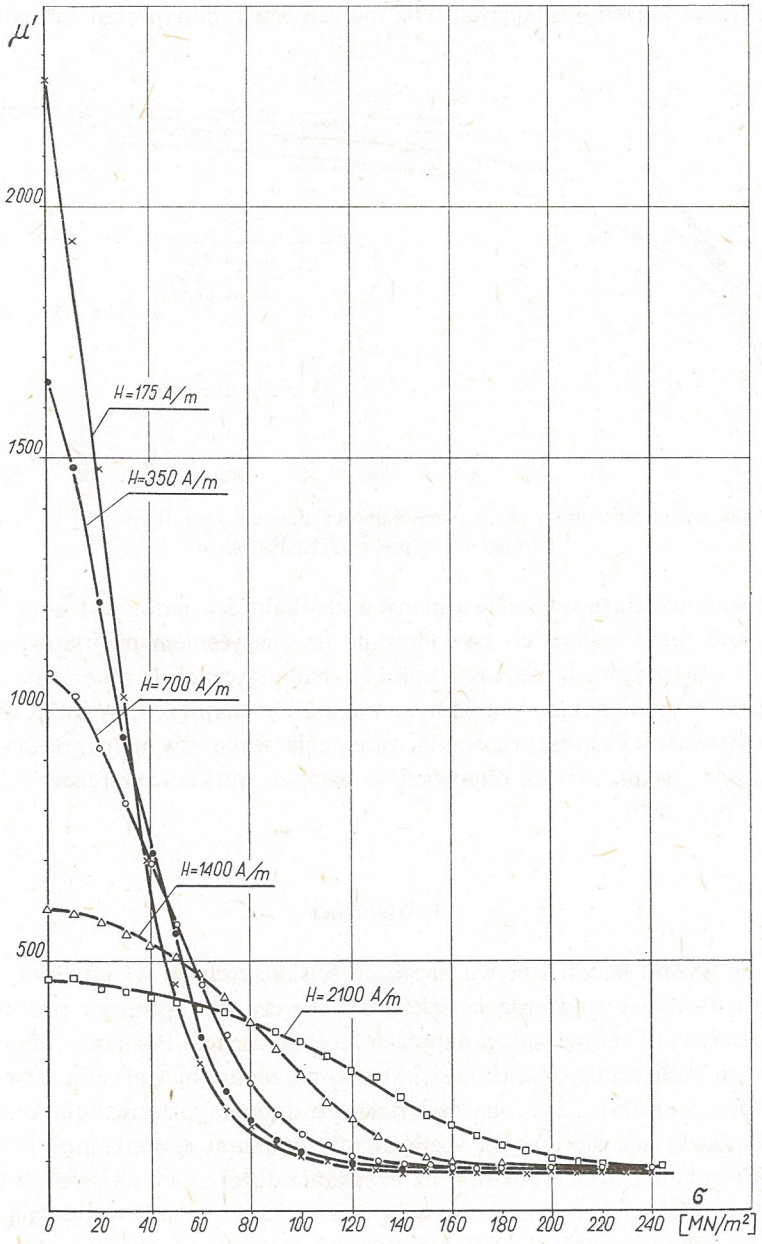
Na rys. 5 przedstawiono krzywe magnesowania oraz pętle histerezy magnetycznej dla badanej próbki w zależności od naprężeń ściskających. Z otrzymanych krzywych wynika, że ze wzrostem naprężeń ściskających zwiększa się energia potrzebna do namagnesowania stali do określonej wartości indukcji magnetycznej B. Zgodne jest to z teorią, ponieważ badana próbka posiada magnetostrykcję dodatnią ($\lambda > 0$) [5], a kierunek przyłożonych naprężeń ściskających i kierunek pola magnesującego w omawianym przypadku pokry-



Rys. 7. Zmiany indukcji magnetycznej B dla próbki ze stali E 320 w zależności od naprężeń ściskających σ

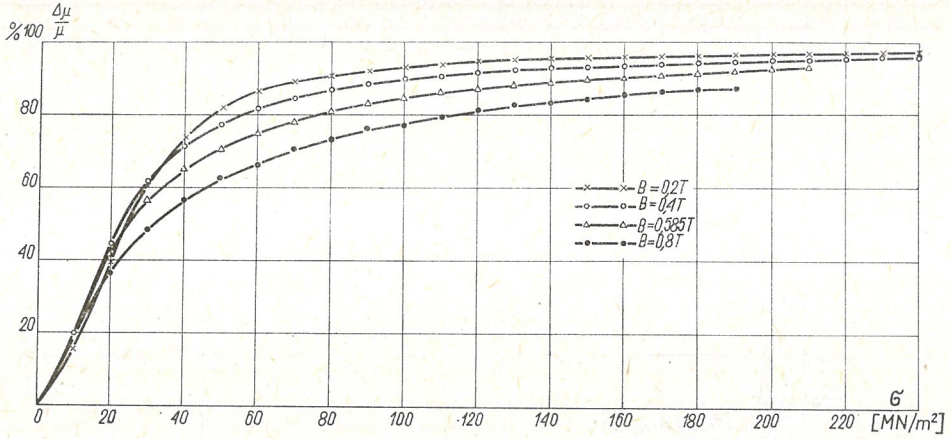
wają się. Jak należało oczekiwać, ze wzrostem naprężeń ściskających maleje indukcja remanencji B_r.

Na rys. 6 przedstawiono zmiany przenikalności statycznej μ' w funkcji natężenia pola H, przy stałych wartościach naprężeń ściskających $(-\sigma)$, obliczone dla omawianej próbki z krzywych komutacyjnych. Zmiany indukcji magnetycznej B oraz przenikalności statycznej μ' w zależności od naprężeń ściskających $(-\sigma)$, przy stałych wartościach pola H obliczone również z krzywych komutacyjnych, przedstawiono odpowiednio na rys. 7 i 8. Zgodnie z zależnością (5), przenikalność μ', szczególnie dla większych wartości naprężeń, maleje w funkcji zmian σ prawie odwrotnie proporcjonalnie do σ.



Rys. 8. Zmiany przenikalności statycznej μ' dla próbki ze stali E 320 w zależności od naprężeń ściskających σ

Magnetosprężyste właściwości materiału charakteryzuje się między innymi jego zmianami przenikalności magnetycznej μ od działających naprężeń mechanicznych. Na rys. 9 przedstawiono względne zmiany $\Delta\mu/\mu$ przenikalności magnetycznej dla badanej próbki, w zależności od naprężeń ściskających. Dla małych wartości naprężeń ściskających obser-



Rys. 9. Zależność względnej zmiany $\Delta\mu/\mu$ przenikalności magnetycznej dla próbki ze stali E 320 w zależności od naprężeń ściskających σ

wuje się stosunkowo duże względne zmiany przenikalności, natomiast przy wzroście naprężeń przyrost $\Delta\mu/\mu$ maleje, co powodowane jest nasyceniem magnetosprężystym.

Poza tym dla większych wartości indukcji magnetycznej B obserwuje się mniejsze wartości $\Delta\mu/\mu$, odpowiadające tym samym wartościom naprężeń. Wynika to z faktu, że dla większych wartości namagnesowania, orientacja wektorów namagnesowania domen M_s jest trwalsza i wymagane są odpowiednio większe wartości naprężeń dla otrzymania tego samego przyrostu.

4. WNIOSKI

Otrzymane wyniki badań wpływu naprężeń ściskających na właściwości magnetyczne stali transformatorowej potwierdzają zależności teoretyczne opisujące procesy magnesowania pod działaniem zewnętrznych naprężeń mechanicznych. Poznanie właściwości magnetosprężystych stali transformatorowej jest istotne z punktu widzenia zastosowania jej do budowy przetworników. Jest ona materiałem o dobrych właściwościach magnetosprężystych. Charakteryzuje się dużymi względnymi zmianami przenikalności magnetycznej od naprężeń mechanicznych i pozwala na uzyskanie dużej mocy wyjściowej budowanych z niej przetworników. Z tego też względu przetworniki te nie wymagają specjalnych wzmacniaczy i mogą bezpośrednio wysterowywać przyrząd pomiarowy. Nasycenie magnetosprężyste stali transformatorowej występuje przy naprężeniach mechanicznych około 200 MN/m^2. Przetworniki magnetosprężyste wykonane z płytek ze stali transformatorowej krzemowej mogą być z powodzeniem stosowane do pomiaru sił ściskających w różnych dziedzinach przemysłu.

LITERATURA

1. R. M. Bozorth, *Ferromagnetism*, D. Van Nostrand Co., New York 1951.
2. R. Becker, M. Kersten, *Die Magnetisierung von Nickeldraht unter starken Zug*, Zs. Phys., **64**, 660—81, 1930.
3. Z. Kaczkowski, *Współczynniki piezomagnetyczne ferrytów magnetostrykcyjnych i ich histereza magnetyczna*, Prace I.F. PAN, No 39, Warszawa 1972.
4. A. H. Morrish, *Fizyczne podstawy magnetyzmu*, PWN, Warszawa 1970.
5. N. M. Gumanjuk, *Magnitouprugije datcziki w awtomatikie*, Izdatielstwo „Tiechnika", Kijew 1972.

A. BIEŃKOWSKI

EFFECT OF COMPRESSIVE STRESSES ON SOME MAGNETIC PROPERTIES OF SILICON-IRON STEEL

Summary

The paper presents theoretical dependences and experimental results of compressive stresses on some magnetic properties of silicon-iron steel E320. The experimental results explain the change of domain structure under mechanical stress. The effect of mechanical stresses on magnetic permeability makes us conclude that silicon-iron steel is a very useful material for the construction of magnetoelastic transducers to measure mechanical forces.

A. BIEŃKOWSKI

INFLUENCE DES CONTRAINTES DE COMPRESSION SUR LES PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES DE L'ACIER POUR TRANSFORMATEUR

Résumé

On a décrit les relations théoriques er les résultats des recherches concernant l'influence des contraintes de compression sur les propriétés magnétiques de l'acier pour transformateurs E320. Ces recherches ainsi que les résultats obtenus permettent d'expliquer les processus de ce domaine apparaissant au cours de magnétisation en présence des contraintes mécaniques. Les changements de perméabilité magnétique de l'acier causés par les contraintes mécaniques permettent de juger de son utilité pour la construction des transformateurs magnéto-élastiques destinés à la mesure des forces mécaniques.

A. BIEŃKOWSKI

EINFLUSS VON DRUCKSPANNUNGEN AUF DIE MAGNETISCHEN EIGENSCHAFTEN DES TRANSFORMATORSTAHLES

Zusammenfassung

Theoretische Zusammenhänge sowie Ergebnisse von Prüfungen weisen auf den Einfluß der Druckspannungen auf die magnetischen Eigenschaften des Transformatorstahles E320 hin.

Forschungen und die gewonnenen Resultate ermöglichen die Erklärung der Domenenprozesse, die bei Magnetisierung in Anwesenheit von Druckspannungen auftreten. Änderungen der magnetischen Permeabilität des Transformatorstahles unter dem Einfluß von mechanischen Spannungen ermöglichen, die Anwendbarkeit des Stahles für den Bau von elektrodynamischen Wandlern zum Messen von mechanischen Kräften einzuschätzen.

А. ВЕНЬКОВСКИ

ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ СЖАТИЯ НА НЕКОТОРЫЕ МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ СТАЛИ

Р е з ю м е

Приведены теоретические зависимости и экспериментальные данные по влиянию механических напряжений сжатия на магнитные свойства электротехнической стали Э 320. Исследования зависимости магнитных свойств от механических напряжений дает возможность выяснения доменных процессов намагничивания при воздействии механических напряжений. Зависимость магнитной проницаемости от механического напряжения дает возможность вывода заключения о пригодности электротехнической стали для создания магнитоупругих датчиков измерения механических усилий.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 3, ss. 657-666

621.3.047.4

Niektóre aspekty nadmiernej prędkości zużycia szczotek w maszynach elektrycznych

ZBIGNIEW MUSZALSKI (GDAŃSK)

Instytut Elektrotechniki Morskiej i Przemysłowej Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 7.6.1976

Nadmierna prędkość zużywania szczotek staje się jednym z poważniejszych problemów związanych z niezawodnością pracy maszyn elektrycznych. W literaturze światowej nadmierną uwagę przywiązuje się do zużycia mechanicznego. Prowadzone w różnych warunkach klimatycznych badania współpracy różnych marek szczotek z pierścieniami wykonanymi z różnych materiałów wykazały, że decydujący wpływ ma gatunek materiału szczotkowego. Najwyższy współczynnik trwałości wykazują szczotki elektrografitowe, najniższy zaś szczotki M83 (z dużą zawartością miedzi). Znane jest zjawisko większego stosunkowo zużycia szczotki elektrografitowej spolaryzowanej katodowo a metalografitowej spolaryzowanej anodowo.

Autor analitycznie wykazuje, że zjawiska te są wynikiem zbyt częstego przewodzenia plazmowego. Na podstawie analizy wzorów na energię przekazywaną przez przewodzenie plazmowe podaje się zalecenia co do doboru materiałów, a na podstawie zjawisk zachodzących na stopie katody zalecenia — co do struktury i ziarnistości materiałów szczotkowych.

1. WPROWADZENIE

Nadmierne zużywanie się elementów zestyku ślizgowego (szczotek, komutatorów i pierścieni ślizgowych) jest jednym z poważniejszych problemów wpływających na niezawodność pracy współczesnych maszyn elektrycznych. W literaturze światowej jednak nadmierną wagę przywiązuje się do zużycia mechanicznego (szlifierskiego). W wyniku takiego podejścia czynione są poszukiwania materiałów odpornych na ścieranie. Duża liczba patentów — różnych technologii materiałów na styki, oraz rozwiązań konstrukcyjnych elementów węzła szczotkowego z jednej strony, a jednocześnie brak artykułów dotyczących teorii tego zagadnienia sugerują, że aczkolwiek poszukiwania te dają czasami dobre wyniki, to jednak są zupełnie przypadkowe. Aspektu zużycia mechanicznego nie można pominąć, należy jednak stwierdzić, że nie jest on czynnikiem decydującym.

Instytut Elektrotechniki Morskiej i Przemysłowej Politechniki Gdańskiej, na zlecenie Ośrodka Badawczo-Rozwojowego Maszyn Elektrycznych w Katowicach, prowadził badania współpracy szczotek z pierścieniami w różnych warunkach klimatycznych. Badano szczotki elektrografitowe marek EG260, EG34D, E13 oraz metalografitowe M68 (o stosunkowo niewielkiej zawartości miedzi) i M83 (o stosunkowo dużej zawartości miedzi).

Szczotki te badano na pierścieniach prasowanych z proszku miedzi, prasowanych z proszku brązoołowiowego oraz na pierścieniach z miedzi litej. Badania prowadzono w klimacie umiarkowanym (N) o następujących parametrach: temperatura około $T = 325$ K i wilgotność $\varphi \cong 65\%$; w klimacie tropikalnym wilgotnym (TH) $T \cong 315$ K i $\varphi = 95\%$; w klimacie tropikalnym suchym (TA) $T \cong 330$ K i $\varphi = 15\%$; ponadto stosowano zapylenie piaskiem o ziarnistości $d \leqslant 60$ μm przy średnim stężeniu około $\gamma = 45$ mg/m^3 powietrza oraz w technoklimacie cementowni (tc) $T \cong 315$ K i $\varphi = 20\%$ zapylenie pyłem cementu o ziarnistości $d \leqslant 5$ μm przy średnim stężeniu około $\gamma = 42$ mg/m^3 powietrza.

Tablica 1

Współczynnik trwałości szczotek (k_s) w klimatach

Marka szczotki	N	TH	TA	tc
El. grafit	$23 \cdot 10^{-12}$	$20 \cdot 10^{-12}$	$29 \cdot 10^{-12}$	$19 \cdot 10^{-12}$
M68	$29 \cdot 10^{-12}$	$32 \cdot 10^{-12}$	$92 \cdot 10^{-12}$	$83 \cdot 10^{-12}$
M83	$119 \cdot 10^{-12}$	$198 \cdot 10^{-12}$	$268 \cdot 10^{-12}$	$212 \cdot 10^{-12}$

Prowadzone badania wykazały, że na prędkość zużycia tych szczotek nieporównanie większy wpływ wywierał gatunek materiału szczotkowego, niż środowisko. Kendall [6] podaje, że optymalny współczynnik trwałości szczotek w jednostkach bezwymiarowych wynosi $4 \cdot 10^{-12}$, jednak jego zadaniem typowe są nieco wyższe wartości zużycia i dla szczotek elektrografitowych pracujących na pierścieniach turbogeneratorów wynoszą $26 \times \times 10^{-12}$ przy polaryzacji katodowej i $10 \cdot 10^{-12}$ przy polaryzacji anodowej. Badania prowadzone w IEMiP w wyżej podanych warunkach wykazały, że średnie zużycie szczotek elektrografitowych — bez względu na materiał pierścienia i warunki środowiskowe — jest zbliżone do wartości podanej przez Kendalla dla szczotek spolaryzowanych katodowo (tablica 1). Znacznie gorsza jest trwałość szczotek metalografitowych (M68 i M83), wyjątek stanowią tu szczotki M68 pracujące w klimacie N, których zużycie leży jeszcze stosunkowo blisko podanej granicy.

Tablica 2

Stosunek trwałości szczotek w danym klimacie do szczotek elektrografitowych (k_s/k_{sE})

Marka szczotki	N	TH	TA	tc
El. grafit.	1,0	1,0	1,0	1,0
M68	0,8	0,6	0,3	0,2
M83	0,2	0,1	0,1	0,1

Z tablicy 1 wynika, że szczotki elektrografitowe największą trwałość wykazują w technoklimacie cementowni, najmniejszą zaś w klimacie tropikalnym suchym TA. Interesujące jest również porównanie trwałości szczotek w danym klimacie w stosunku do trwa-

łości szczotek elektrografitowych (tablica 2) oraz trwałości danych szczotek w stosunku do ich zużycia w klimacie normalnym (*N*) (tablica 3).

Tablica 3

Stosunek trwałości danych szczotek do ich trwałości w klimacie normalnym (*N*)

Marka szczotki	*N*	*TH*	*TA*	*tc*
El. grafit.	1,0	1,1	0,8	1,2
M68	1,0	0,9	0,3	0,4
M83	1,0	0,6	0,4	0,6

Tablica 2 wskazuje, że najbardziej zróżnicowany jest stopień zużycia szczotek M68, natomiast zużycie szczotek marki M83, poza klimatem normalnym, jest zawsze około 10-krotnie większe niż szczotek elektrografitowych. Zużycie szczotek danej marki w klimacie tropikalnym suchym (*TA*) w stosunku do ich zużycia w klimacie normalnym (*N*) jest dla wszystkich przypadków największe. Z tablicy 3 wynika ponadto, że prędkość zużycia szczotek elektrografitowych i szczotek marki M83, w stosunku do ich zużycia w klimacie *N*, jest tego samego rzędu w klimacie *TH* i technoklimacie cementowni. Uwzględniając szereg innych obserwacji oraz uogólnione dane podane przez Liwszica [7] (tablica 4) można wyciągnąć następujące wnioski uogólniające.

Tablica 4

Najbardziej prawdopodobne stosunki niektórych charakterystyk zestyku ślizgowego pod szczotkami różnej biegunowości

Kolektor	Szczotki	
	metalografity	nie zawierające metalu
Komutator	$\Delta u_{(-)} > \Delta u_{(+)}$ $\Delta r_{(-)} < \Delta r_{(+)}$	$\Delta u_{(-)} > \Delta u_{(+)}$ $\Delta r_{(-)} > \Delta r_{(+)}$
Pierścienie	$\Delta u_{(-)} < \Delta u_{(+)}$ $\Delta r_{(-)} < \Delta r_{(+)}$	$\Delta u_{(-)} > \Delta u_{(+)}$ $\Delta r_{(-)} > \Delta r_{(+)}$

Δu — spadek napięcia na rezystancji przejścia szczotki spolaryzowanej katodowo (−) i anodowo (+),
Δr — względne zużycie szczotki

1° Na względną prędkość zużycia szczotek nie ma decydującego wpływu rodzaj kolektora, wartość spadku napięcia (wbrew pewnym sugestiom wynikającym z prac Bära [1, 2] i Mawlanbiekowa [8]) ani również typ klimatu.

2° Decydujący wpływ na zużycie szczotki ma natomiast gatunek szczotki (nie mylić marką szczotki).

2. CZYNNIKI ODDZIAŁUJĄCE NA ZUŻYCIE SZCZOTEK

Na prędkość zużycia szczotek wpływają czynniki mechaniczne, chemiczne i elektryczne. Oddziaływanie każdego z tych czynników ma charakter bardzo złożony, a w dodatku w warunkach zestyków ślizgowych czynniki te współdziałają ze sobą wzmagając prędkość zużycia. Tak np. w zużyciu mechanicznym można wydzielić zużycie zmęczeniowe i zużycie szlifierskie. Bardzo różnorodne przyczyny mogą wpływać na przyśpieszone zużycie wywoływane reakcjami chemicznymi. Na przykład błyskawicznie zużywają się standardowe szczotki, pracujące w atmosferze polimerów krzemo-organicznych wskutek higrofobicznych właściwości krzemu [4, 9] osadzającego się na powierzchniach szczotek. Również inne czynniki chemiczne w zależności od składników technoklimatu i wrażliwości komponentów szczotek na dane składniki mogą przyczyniać się do znacznie zwiększonej prędkości zużycia szczotek.

Czynniki chemiczne nie będą tu analizowane, ponieważ wymagają indywidualnego podejścia do zastosowanej marki szczotek w danym technoklimacie.

Jak wykazały badania (tablica 1) zarówno szczotki elektrografitowe jak i szczotki marki M83 (z wysoką zawartością miedzi) mają bardzo zbliżone wartości współczynnika trwałości w środowisku o dużej zawartości pary wodnej w stosunku do współczynnika w środowisku o stosunkowo dużym stężeniu zanieczyszczenia pyłami ceramicznymi — o zastępczej średnicy $d \leqslant 5$ μm. Z tego porównania można wnioskować, że o prędkości zużycia szczotek nie decyduje zużycie szlifierskie. Najmniejszą wartość współczynnika trwałości wykazują wszystkie badane szczotki w środowisku o takim samym stopniu stężenia zanieczyszczenia pyłami ceramicznymi, ale o średnicy zastępczej $d \leqslant 60$ μm (płukany i przesiewany przez sito piasek morski o kulistym kształcie ziaren). Przy długości szczeliny między dwoma elektrodami $l < 4$ μm następuje zwarcie szczeliny poprzez powstający mostek. Przy odległościach większych na drodze $l \geqslant 6$ μm następuje zwarcie poprzez przewodzenie plazmowe. Porównanie powyższych zjawisk nasuwa wniosek, że nie właściwości szlifierskie lecz średnica ziaren izolacyjnych, poprzez wymuszanie przewodzenia plazmowego [10], decyduje o wzroście prędkości zużycia szczotek.

Mechanizm przewodzenia plazmowego opisują m.in. prace [3, 14]. Z uwagi na elektryczną erozję powierzchni ślizgowych szczotek i kolektorów najistotniejsze są mechanizmy przekazywania im energii. Energia może być przekazywana przez bombardowanie elektronami stopy anody i jonami stopy katody, przez wyhamowanie głowni rozżarzonych par i gazów na stopie anody i katody (głownie te są wytworzone na stopach przeciwnie spolaryzowanych), przez promieniowanie kanału wyładowczego oraz przez bombardowanie gazokinetyczne. Istotne znaczenie mają dwa pierwsze mechanizmy [10, 11].

Energia kinetyczna naładowanej cząstki przy zerowej prędkości początkowej wyraża się przez

$$W = \frac{q^2 E^2 \tau^2}{2m}, \tag{1}$$

gdzie: q — ładunek, m — masa cząstki, E — natężenie pola elektrycznego, τ — czas.

Już z wyrażenia (1) widać, że w tych samych warunkach energia przekazywana przez elektrony jest znacznie większa od energii przekazanej przez jony (ponieważ jak wiadomo

$m_e \ll m_j$). Energia przeniesiona przez elektrony na stopę anody wyrażona jest przez

$$W_e = \left(U_a + \frac{eU_w}{e}\right) \int_0^{\tau_t} I(\tau)\, d\tau. \tag{2}$$

Anodowy spadek napięcia $U_a = 5 \div 10$ V, praca wyjścia elektronu dla węgla $eU_w = 3{,}96 \div 4{,}36$ eV, dla miedzi 4,48 eV, ale dla miedzi utlenionej 2,05 eV.

Spolaryzowana anodowo szczotka pracująca na kolektorze z miedzi (oczywiście z reguły o utlenionej powierzchni) otrzymuje w ten sposób mniejszą porcję energii niż kolektor od spolaryzowanej katodowo szczotki węglowej.

Najpoważniejsze kłopoty sprawia określenie energii przekazywanej przez głownię rozżarzonych par i gazów. Energia ta, przy małych szczelinach jakie występują między powierzchniami ślizgowymi szczotki i kolektora, może w dość istotnym stopniu wpływać na trwałość szczotek. Równanie na energię głowni [10, 11, 14] składa się z kilku czynników, których wartości nie są znane a jedynie bywają szacowane. Jeżeli dla ułatwienia analizy przyjąć, że w przestrzeni międzystykowej niektóre czynniki mają wartości zbliżone, wówczas wyrażenie na energię głowni można wyrazić jako

$$W_g = K' v_g \left[\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) T_g - T_h\right], \tag{3}$$

gdzie: $K' = cf(i, \tau_g)$ przyjęto jako współczynnik proporcjonalności w celu podkreślenia wpływu różnicy temperatur; prędkość głowni wychodzącej ze strony katody jest określona jako $v_{gK} = 10^3$ m/s, natomiast prędkość głowni wychodzącej ze stopy anody jest mniejsza od prędkości dźwięku; $k = c_p/c_v$; M — stosunek prędkości głowni do prędkości dźwięku w parach wyładowania plazmowego; temperatura głowni $T_g \geqslant T_w$ przy czym T_w — temperatura wrzenia materiału elektrody; temperatura powierzchni hamującej $T_h \leqslant T_t$ przy czym T_t — temperatura topnienia elektrody przeciwnej.

W celu umożliwienia przeprowadzenia jakościowej analizy porównawczej należy wprowadzić jeszcze pewne założenia, a mianowicie: w kanale wyładowczym występują tylko pary czystego materiału anody, a więc dla miedzi $k_{Cu} \cong 1{,}5$, dla węgla zaś $k_C \cong 1$; dźwięk w parach kanału wyładowczego rozchodzi się zgodnie z prawem dla gazów doskonałych, tj. $c = \sqrt{\frac{c_p}{c_v}\frac{RT}{\mu}}$, zatem w parach miedzi $c_{Cu} \cong 570$ m/s, zaś w parach węgla $c_C \cong$ $\cong 1170$ m/s, (prędkości te mogą znacznie zmaleć, jeżeli w parach wystąpią kropelki lub cząstki stałe); odpowiednie temperatury mają wartości $T_{tC} = 3900$ K, $T_{tCu} = 1360$ K oraz $T_{wCu} = 2890$ K.

Analizując zatem, przy takich uproszczonych założeniach, energię przekazywaną szczotkom (pracującym na kolektorze miedzianym) przez głownię rozżarzonych par i gazów, otrzymuje się następujące wartości (jakościowe nie ilościowe): szczotka elektrografitowa spolaryzowana katodowo otrzymuje energię proporcjonalną do $W_{gKC/ACu} = -K' 0{,}09 \cdot 10^6$; szczotka elektrografitowa spolaryzowana anodowo otrzymuje energię proporcjonalną do $W_{gAC/KCu} = -K' 1{,}03 \cdot 10^6$; szczotka metalografitowa, o dużej zawartości miedzi (np. M83), spolaryzowana katodowo otrzymuje energię proporcjonalną do

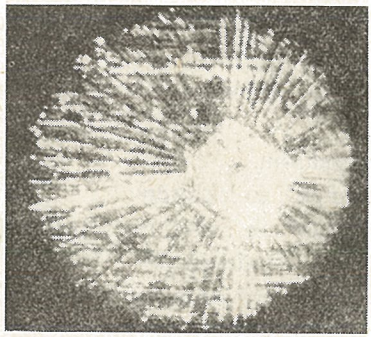
$W_{gKCu/ACu} = K' 0{,}67 \cdot 10^6$; szczotka miedziografitowa spolaryzowana anodowo otrzymuje energię proporcjonalną do $W_{gACu/KCu} = K' 3{,}72 \cdot 10^6$.

Z powyższego wynika, że szczotki elektrografitowe bez względu na polaryzację nie otrzymują poprzez głownię energii z miedzianego kolektora. Natomiast szczotka miedziografitowa otrzymuje na tej drodze pewną porcję energii niezależnie od biegunowości popolaryzacji. Jednak w przypadku polaryzacji anodowej otrzymuje około 5-krotnie większą porcję niż przy polaryzacji katodowej. Powyższe rozważania wyjaśniają przyczynę znacznie większej prędkości zużycia szczotek marki M83 w stosunku do prędkości zużycia szczotek elektrografitowych (tablica 1). Należy przy tym pamiętać, że przez szczotki te przepływał prąd przemienny o częstotliwości $f = 4$ Hz, a więc w każdym okresie każda szczotka była spolaryzowana raz katodowo i raz anodowo.

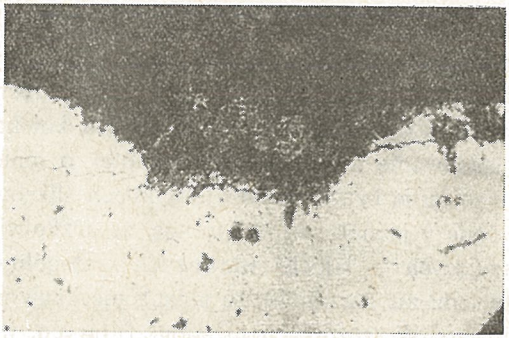
Rozważania te wyjaśniają również przyczynę większego stosunkowego zużycia metalografitowych szczotek spolaryzowanych anodowo (tablica 4). Ponadto na przykładzie zużycia szczotek marki M83 (tablica 1) można przypuszczać, że energia przekazywana przez głownię może mieć stosunkowo dużą wartość. Po pewnym uzupełnieniu dodatkowo dokonanymi obserwacjami [11, 13] można również wyjaśnić charakter zużycia szczotek marki M68. Badania szczotek marki M68 (o stosunkowo niewielkiej zawartości miedzi, wizualnie podobnych do szczotek grafitowych), przy pracy na pierścieniach stalowych ujawniły zjawisko odgrafitowywania powierzchni ślizgowych tych szczotek. Odgrafitowanie nie miało charakteru ciągłego — zjawiało się i znikało. Opierając się na przeprowadzonej wyżej analizie można wnioskować, że w początkowej fazie, wskutek powtarzającego się przewodzenia plazmowego, następuje odmiedziowanie powierzchni ślizgowej szczotki M68, w następnej fazie następuje odgrafitowanie powierzchni, ponowne odmiedziowanie itd. Prócz tego, w tym przypadku zarówno współczynnik k jak i M w wyrażeniu (3) mają wartości pośrednie między czystą miedzią i czystym węglem. Tak więc stosunkowo duża zawartość grafitu w szczotkach M68 hamuje ich prędkość zużycia. Dodatkowo jednak należy zwrócić uwagę, że szczotki zawierające grafit są bardziej uczulone na zawartość wody w otaczającym środowisku. Zatem znaczny wzrost prędkości zużycia tych szczotek w klimatach suchych (tj. w *TA* i *tc*) w stosunku do klimatów wilgotnych *N* i *TH* (tablica 1) jest prawdopodobnie spowodowany dużą różnicą wilgotności.

Inna jednak jest przyczyna większej prędkości zużycia szczotek elektrografitowych spolaryzowanych katodowo w stosunku do szczotek spolaryzowanych anodowo (tablica 4). Badania m.in. Jaskólskiego [5] wykazały, że pod szczotką spolaryzowaną anodowo dominują ziarna zużycia o zastępczej średnicy $d = 3 \div 4{,}5$ μm, natomiast pod szczotką spolaryzowaną katodowo o średnicy $d = 4{,}5 \div 8$ μm. Zdaniem autora zarówno większa średnica zastępcza ziaren zużycia, jak i większa prędkość zużycia elektrografitowych szczotek spolaryzowanych katodowo jest spowodowana impulsowym przewodzeniem stopy katody. Plamka katodowa składa się z szeregu plamek cząstkowych, z których każda przewodzi prąd o gęstości $j = 10^6$ A/cm^2 według Zołotycha i $j = 10^8$ A/cm^2 według Dzierzbickiego. Średnica jednej plamki cząstkowej nie przekracza wartości $Ø = 6$ μm, czas jej trwania do około 3 μs oraz odległość między plamkami $6 \div 15$ μm. Na stopie anody istnieje tylko jedna plamka i trwa tak długo, jak długo trwa przepływ prądu.

Impulsowy przepływ prądu powoduje powstawanie lokalnych płaskich źródeł ciepła. Źródła te mogą powodować powstawanie naprężeń termicznych, spowodowanych falą

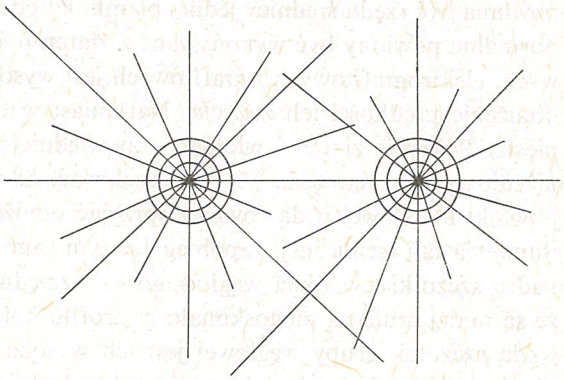


Rys. 1. Obraz promieniowych pęknięć wywołanych falą termiczną (według [14])



Rys. 2. Obraz przekroju krateru erozyjnego z zaznaczonymi mikropęknięciami podpowierzchniowymi (według [14])

termiczną, której zasięg może być znacznie większy od promienia źródła. Wskutek działania naprężeń termicznych [10, 11, 14] powstają mikropęknięcia powierzchniowe i podpowierzchniowe przedstawione na rys. 1 i 2. Rys. 1 obrazuje pierwszą fazę pęknięć, w następnej fazie zjawiają się pęknięcia pierścieniowe. Zatem pod stopą anodową powinny dominować ziarna obramowane pęknięciami pierścieniowymi i promieniowymi. Natomiast na stopie katodowej powstające w pewnej od siebie odległości plamki jak na rys. 3



Rys. 3. Schemat powstawania ziaren zużycia spowodowanych plamkami katodowymi (według [11])

prowadzą do przecięcia promieniowych mikropęknięć różnych plamek. Duża liczba plamek, wysoką częstotliwość ich zmian oraz szkieletowa konstrukcja szczotek są przyczyną wytwarzania ziaren o większej średnicy zastępczej. Te same czynniki są przyczyną większej prędkości zużycia elektrografitowych szczotek spolaryzowanych katodowo w stosunku do takich samych szczotek spolaryzowanych anodowo.

3. WNIOSKI KOŃCOWE

Przeprowadzone wyżej badania i analiza potwierdzają tezę o dominującym wpływie przewodzenia plazmowego na prędkość zużycia szczotek. Przewodzenie plazmowe zachodzi w przypadku powstania szczeliny o długości > 4 μm. Szczelina tego rzędu może powstać wskutek niewłaściwego profilu kolektora, wskutek dostania się pyłów izolacyjnych o średnicy $d > 4$ μm oraz wskutek wytworzenia się klinów hydrodynamicznych

między powierzchniami ślizgowymi szczotki i kolektora, przy dużym stężeniu par wody lub olejów.

Obniżenie efektów elektrycznej erozji szczotek w ogóle można uzyskać przez:
— stałe utrzymanie właściwego profilu kolektora,
— stosowanie większej liczby szczotek o mniejszym przekroju,
— nacinanie bruzd na powierzchniach ślizgowych szczotek i kolektorów.

Należy jednak zwrócić uwagę, że aczkolwiek dla wszystkich rodzajów szczotek (nie pracujących w jakichś warunkach szczególnych) jedną z dominujących przyczyn jest przewodzenie plazmowe, to jednak mechanizmy w skrajnych przypadkach różnią się zasadniczo. W szczotkach metalografitowych, w miarę wzrostu zawartości miedzi wzrasta udział wpływu głowni rozżarzonych par i gazów na wzrost elektrycznej erozji powierzchni ślizgowej szczotek. Wydaje się więc, że w tym przypadku należy dążyć do produkcji szczotek zawierających ziarna metali o wysokiej temperaturze topnienia. Natomiast jednym z decydujących czynników zużycia szczotek elektrografitowych jest istota przewodzenia impulsowego stopy katody oraz mało odporna na falę termiczną, szkieletowa struktura szczotki. Należy więc w tym przypadku dążyć do zmiany struktury szczotki.

Ostatecznie więc, w aspekcie powyższych rozważań, najwłaściwszymi wydają się być szczotki z włókna węglowego, z ewentualną powłoką metalową, jeżeli konieczne jest uzyskanie małego spadku napięcia na rezystancji przejścia. Przy tym średnica włókna powinna być rzędu średnicy jednej plamki katodowej, tj. do około 6 μm. Również szczotki normalne powinny być wykonywane z ziaren o średnicy do 6 μm. Zaletą szczotek węglowych, elektrografitowych i grafitowych jest wysoka temperatura topnienia, co wpływa na obniżenie prędkości ich zużycia. Natomiast wadą ich jest stosunkowo duży spadek napięcia. Pokrycie ziaren i włókien odpowiedniej grubości powłoką metalową sprzyja obniżeniu spadku napięcia. Można oczekiwać, że odpowiednio dobrany materiał i grubość powłoki metalowej będą również sprzyjać obniżeniu prędkości zużycia szczotek wskutek tłumienia fali termicznej, zapobiegając tym samym promieniowym mikropęknięciom. Ponadto szczotki z włókna węglowego są względnie elastyczne, można więc przypuszczać, że są mniej czułe na niedoskonałości profilu kolektora. Z uwagi na żywotność kolektora, wadą szczotek grupy węglowej jest ich wysoka temperatura wrzenia, ale jest to zagadnienie osobne, które będzie omówione później.

LITERATURA

1. G. Bär, *Rauschspannung und Kohlebürstenverschleiss bei elektrischen Schleifringkontakten*, Elektrie, 1973, nr 5.
2. G. Bär, W. Spiegelberg, *Verfahren zur Bestimmung des Kohlebürsten-Verschleisses von Kohlebürsten-Schleifring-Kontakten und Vorrichtung zur Durchführung des selben*, Pat. NRD kl. 21 d 167/05 (Hol r 39/18, G 01 n 3/56) Nr 93197.
3. S. Dzierzbicki, *Prace badawcze z dziedziny łuku elektrycznego prowadzone w Politechnice Łódzkiej w latach od 1968 do 1975*, Przegląd El., 1976, nr 2.
4. G. N. Fridman, *Issledowanija zakonomiernostiej kommutacii w elektriczieskich maszinach postojannowo toka s kremnijorganiczieskoj izolacijej*, Tr. WNJJ Elektromiechanika, 1973, 39.
5. A. Jaskólski, *Założenia elektryczne miniaturyzacji elementów konstrukcyjnych zestyku dynamicznego w maszynach elektrycznych*, Praca doktorska, AGH, Kraków, 1972.

6. P. W. Kendall, I. R. Mc Nab, G. A. Wilkin, *Recent developments in current collection*, Phys. Technol., 1975, nr 3.
7. P. S. Liwszic, *Skolziaszczij kontakt elektricznieskich maszin*, „Energia", Moskwa 1974.
8. Ju. U. Mawlanbiekow, N. A. Morszczakow, Je. W. Szestakow, *Ekspierimientalnoje isledowanije iznosa szczietok wysokoskorestnych kollektornych elektrodwigatielej małoj moszcznosti*, W zb. Elektriczeskije masziny, Kujbyszew, 1975, wydanie 2.
9. Z. Muszalski, K. Iskrzycki, *Wpływ warunków atmosferycznych na niezawodność pracy styku ślizgowego zamkniętych maszyn el.*, Politechnika Gdańska, ZDPUE, Gdańsk 1971.
10. Z. Muszalski, *Analiza zużycia elementów węzła szczotkowego w oparciu o teorię kolekcji plazmowej*, Zesz. Nauk. Politechniki Gdańskiej, Elektryka, 1974, Nr 226.
11. Z. Muszalski, *Weryfikacja struktury produktów zużycia zestyku ślizgowego maszyn elektrycznych na tle klasycznych i nowoczesnych teorii komutacji*, Praca doktorska P.G., Gdańsk 1974.
12. Z. Muszalski, K. Iskrzycki, B. Szostakiewicz, R. Szostakiewicz, K. Cieszkowski, E. Berbeka, J. Strzelczyk, *Badania wpływu warunków atmosferycznych na pracę zestyku ślizgowego w maszynach elektrycznych*, Politechnika Gdańska, Instytut Elektrotechniki Morskiej i Przemysłowej, Gdańsk, 1972—1975.
13. B. Szostakiewicz, R. Szostakiewicz, *Ocena jakości pracy węzła szczotkowego silników dźwigowych w warunkach morskich*, Praca dyplomowa, P.G., Gdańsk 1974.
14. B. N. Zołotych i in., w zb. *Problemy elektricznieskoj obrabotki matieriałow*, AN SSSR 1962 oraz w zb. *Fiziczieskije osnowy elektricznieskoj obrabotki matieriałow*, Nauka, Moskwa 1966.

Z. MUSZALSKI

SOME ASPECTS OF EXCESSIVE BRUSH WEAR SPEED IN ELECTRICAL MACHINES

Summary

Excessive brush wear speed is one of the most important problems connected with the efficient work of electrical machines. Mechanical wear is taken into consideration in world literature. Analysis of collaboration of different markes of brushes with rings made of different materials are carried on in different weather conditions.

These analyses showed that the kind of brush material had a decisive influence. Electrographite brushes have the highest durability factor, and M83 brushes (with a higher content of copper) have a lower factor of durability. The effect of the higher wear of the electrographite brush polarized cathodically and the metalgraphite brush polarized anodically is known.

The author shows analytically that these effects result from too frequent plasma conduction. Recommendations as to the selection of materials are given in conformity with the analysis of formulas for the energy transferred through plasma conduction.

Recommendations as to the structure and graininess of brush materials are given in compliance with the effects which arise on the orders of cathode.

Z. MUSZALSKI

CERTAINS ASPECTS DE L'USURE EXCESSIVE DES BALAIS DES MACHINES ÉLECTRIQUES

Résumé

L'usure précoce des balais est un des problèmes les plus sérieux liés à l'infaillibilité du fonctionnement des machines électriques. Dans les publications mondiales on attribue une importance exessive à l'usure mécanique. Des essais du travail des balais de diverses marques, effectués dans diverses conditions clima-

tiques, avec des bagues exécutées en matériaux de diverses compositions, ont prouvé que l'influence décisive est due à la composition des matériaux employés pour les balais. Le plus grand coefficient de durabilité est obtenu avec des balais en électrographite, tandis que le moins grand est pour les balais M83 (avec une grande teneur de cuivre). On connaît bien le phénomène de plus grande usure des balais en électrographite polarisés en cathodes que celle des balais métalographites polarisés en anodes. L'auteur démontre analytiquement que ces phénomènes sont dus à la conductance plasmique trop fréquente. A partir de l'étude des formules de l'énergie transmise en conductance plasmique, il donne des indications sur le choix des matériaux, leur composition et, en se basant sur l'étude des phénomènes survenant à la surface de la cathode, des indications concernant la structure et la granularité des matériaux des balais.

Z. MUSZALSKI

EINIGE HINWEISE BETREFFS ÜBERMÄSSIGEN VERSCHLEISSES VON BÜRSTEN IN ELEKTRISCHEN MASCHINEN

Zusammenfassung

Übermäßiger Verschleiß an Bürsten ist eins der wichtigeren Probleme, die mit der Betriebssicherheit von elektrischen Maschinen verbunden sind. In der Fachliteratur wird dem mechanischen Verschleiß besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Die unter verschiedenen Klimaverhältnissen durchgeführten Untersuchungen des Zusammenwirkens verschiedener Bürstentypen mit Ringen aus verschiedenem Material haben bewiesen, daß die Art des Bürstenmaterials den entscheidenden Einfluß ausübt. Die längste Lebensdauer weisen Elektrographitbürsten auf, dagegen haben den niedrigsten Faktor Bürsten Typ M83 (mit großem Kupfergehalt).

Bekannt ist das Phänomen eines verhältnismäßig größeren Verschleißes der kathodenseitig polarisierten Elektrographitbürsten, dementgegen anodenseitig polarisierte Metallgraphitbürsten.

Der Autor weißt analytisch nach, daß diese Erscheinung häufig auf die Plasmaleitung zurückzuführen ist. Auf Grund einer Analyse von Gleichungen, die die durch die Plasmaleitung übertragene Energie betreffen, werden Weisungen für die Materialwahl gegeben, auf Grund von Erscheinungen an der Kathode — Weisungen hinsichtlich der Struktur und der Körnung des Bürstenmaterials.

З. МУШАЛЬСКИ

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ СЛИШКОМ БОЛЬШОЙ СКОРОСТИ ИЗНАШИВАНИЯ ЭЛЕКТРОЩЕТОК

Резюме

Чрезмерная скорость изнашивания электрических щеток является одним из важнейших вопросов связанных с надежностью работы электрических машин. В мировой литературе чрезмерное внимание посвящается механическому изнашиванию. Испытание в различных климатических условиях работы разных электрических щеток со скользящими кольцами изготовленными из различных материалов обнаружили, что решающее влияние имеет сорт щеточного материала. Самый высокий коэффициент продолжительности работы констатирован для электрографитных щеток, самый низкий — щеток сорта М83 (с большим содержанием меди). Известно, что выступают явления относительно большего изнашивания электрографитной щетки катодной и металлографитной анодной полярности. Из аналитических испытаний следует, что эти явления возникают вследствие плазмовой проводимости. На основании анализа уравнений передачи энергии через плазмовую проводимость дана рекомендация подбора щеточных материалов, а на основании анализа специфических явлений катодного пятна определяется их структура и грануляция.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 3, ss. 667-682

621.318.435.3

Niektóre problemy symulacji cyfrowej przetworników transduktorowych

ANNA LEWIŃSKA-ROMICKA (WARSZAWA)

Instytut Metrologii i Budowy Przyrządów Pomiarowych Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 31.5.1976

Opisano metody symulacji cyfrowej przetworników transduktorowych z rdzeniem o jednoznacznej i niejednoznacznej charakterystyce magnesowania. Wprowadzone metody mogą znaleźć zastosowanie do modelowania innych układów elektromagnetycznych przy wykorzystaniu maszyn cyfrowych.

1. WSTĘP

Punktem wyjścia do opracowania modelu komputerowego przetwornika jest sformułowanie opisującego go modelu matematycznego oraz przyjęcie funkcji aproksymujących charakterystyki magnesowania rdzeni przetwornika.

Przetwornikiem transduktorowym [1] nazywane jest urządzenie charakteryzujące się czułością na zewnętrzne pola magnetyczne, składające się z rdzeni ferromagnetycznych i zespołu uzwojeń umieszczonych wzdłuż rdzeni. Działanie przetwornika opiera się na nieliniowości krzywej magnesowania rdzeni ferromagnetycznych. Sygnałem wejściowym przetwornika transduktorowego jest składowa wzdłużna mierzonego pola, a sygnałem wyjściowym są składowe napięcia indukowanego w uzwojeniu wyjściowym.

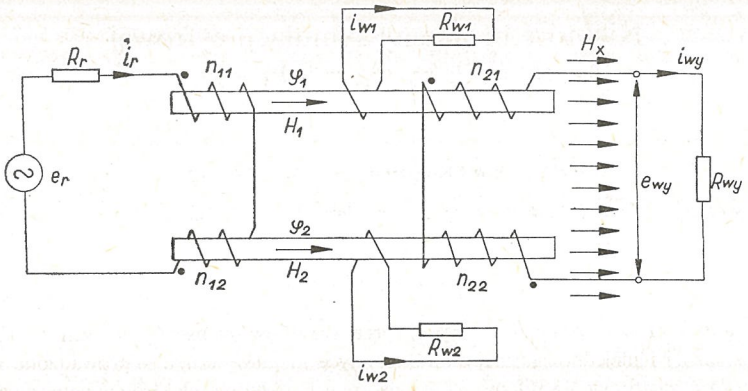
Przetwornik transduktorowy, nazywany w literaturze anglosaskiej *Förstersonde*, *second harmonic detector*, *fluxgate*, a w literaturze rosyjskiej *fierrozond*, *magnitnyj zond* lub *magnitomodulacjonnyj datczik*, został po raz pierwszy skonstruowany przez Friedriecha Förstera z przeznaczeniem do pomiaru pól magnetycznych stałych. Zasadę pracy przetwornika podano w artykule F. Förstera [3] a także w pracach [1, 2, 6]. W pracy [1] znajdzie Czytelnik bibliografię dotyczącą przetworników transduktorowych, zawierającą ponad 200 publikacji.

W niniejszym artykule opisano metody symulacji przetworników transduktorowych dwurdzeniowych o słabym podmagnesowaniu, zastosowanych do pomiaru pól magnetycznych przemiennych [5].

2. MODEL MATEMATYCZNY PRZETWORNIKA

Niżej zostanie sformułowany model matematyczny przetwornika transduktorowego (rys. 1) dla przypadku zasilania rzeczywistego. W szeregu dotychczasowych prac, m.in. [1, 4], wprowadzono model matematyczny (dla przypadku pomiaru pola magnetycznego

stałego) przy założeniu zasilania prądowego lub napięciowego idealnego. Było to w pełni uzasadnione, gdyż rozważania analityczne modeli bardziej skomplikowanych nie dawały pozytywnych wyników.



Rys. 1. Układ przetwornika transduktorowego

Przy modelowaniu przetwornika transduktorowego przyjęto następujące założenia.

1. Uzwojenie robocze składa się z dwóch części o jednakowych liczbach zwojów $n_{11} = n_{12} = n_1$, a uzwojenie wyjściowe z dwóch części o jednakowych liczbach zwojów $n_{21} = n_{22} = n_2$.

2. Uzwojenia umieszczone są na dwóch identycznych rdzeniach. Zależność strumieni φ_1 i φ_2 w rdzeniach od odpowiednich natężeń pól jest opisana wzorami

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi(H_1), \\ \varphi_2 &= \varphi(H_2). \end{aligned} \tag{1}$$

3. Zależność strumienia od pola magnetycznego dla obu rdzeni jest opisana jednoznaczną funkcją lub występuje pętla histerezy.

4. Części uzwojeń roboczego i wyjściowego znajdujące się na jednym rdzeniu są w pełni sprzężone, tzn. pominięto wpływ indukcyjności rozproszenia.

5. Wpływ pojemności między uzwojeniami roboczym i wyjściowym jest pomijalny ze względu na umieszczenie pomiędzy tymi uzwojeniami uzwojenia ekranującego. Jeden koniec uzwojenia ekranującego jest uziemiany.

6. Wpływ prądów wirowych w rdzeniu jest pomijalny. Z pomiarów wynikało, że dla rdzeni z ferrytu 5001 Polfer dla częstotliwości pracy do 100 kHz wpływ prądów wirowych był znikomy i charakterystyki dynamiczne pokrywały się ze statycznymi.

7. Zależności (1) lub analogiczne, uwzględniające histerezę, można uzyskać i przyjąć, że układ ma parametry skupione, a więc jest opisany równaniami różniczkowymi zwyczajnymi.

8. Przetwornik zasilany jest ze źródła rzeczywistego napięciowego lub równoważnego mu prądowego.

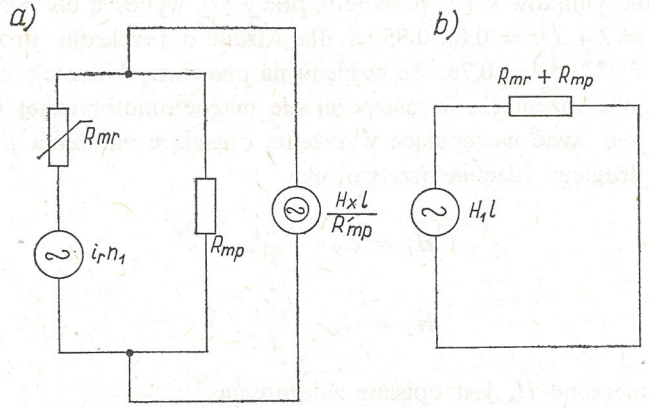
9. Rezystancja obciążenia R_{wy} jest na tyle duża, że prąd uzwojenia wyjściowego $i_{wy} \approx 0$.

10. Rdzenie przetwornika nie wpływają wzajemnie na siebie. Przybliżenie związane z tym założeniem można znacznie zmniejszyć mierząc charakterystyki rdzenia, gdy drugi rdzeń znajduje się w położeniu względem pierwszego takim, jak przy pracy przetwornika.

11. Przetwornik umieszczany jest równolegle do pola mierzonego.

3. OBWÓD MAGNETYCZNY

Schemat zastępczy obwodu magnetycznego jednego rdzenia przedstawiono na rys. 2. Jeśli nie występuje pole mierzone, obwód magnetyczny składa się z nieliniowej reluktancji rdzenia R_{mr}, liniowej reluktancji powietrza R_{mp} oraz siły magnetomotorycznej



Rys. 2. Obwód magnetyczny rdzenia przetwornika

$i_r n_1$. Na opisany obwód magnetyczny działa pole mierzone o natężeniu H_x, które w schemacie zastępczym przedstawiono w postaci źródła magnetycznego prądowego o wydajności $H_x l/R'_{mp}$, przy czym l jest zastępczą długością obwodu magnetycznego rdzenia przetwornika. Wartość l można otrzymać znając nachylenie początkowe $\partial\varphi/\partial(n_1 i_r)|_{n_1 i_r=0}$ zależności strumienia w rdzeniu od działającej nań siły magnetomotorycznej $n_1 i_r = \Theta$ oraz jego wymiary geometryczne

$$l = \frac{\mu_o \mu_c S}{\left.\dfrac{\partial\varphi}{\partial(n_1 i_r)}\right|_{n_1 i_r=0}}, \tag{2}$$

przy czym:

μ_o — przenikalność magnetyczna próżni,
μ_c — przenikalność magnetyczna względna rdzenia (ciała),
S — powierzchnia przekroju rdzenia,
i_r — prąd roboczy magnesujący rdzeń.

Zależność (2) uzyskano korzystając z definicji reluktancji magnetycznej.

Przenikalność μ_c rdzeni oblicza się korzystając z zależności (3), podanej przez Rozenbłata w pracy [7]

$$\mu_c = \frac{\pi\left(l_r^2 - \frac{c}{3} l_{urob}^2\right)}{4S\left(\ln\frac{kl_r}{m+n} - 1\right)}, \tag{3}$$

przy czym:

l_r — długość rdzenia,
l_{urob} — długość uzwojenia roboczego,
S — przekrój poprzeczny czynny materiału rdzenia,
m i n — wymiary poprzeczne rdzenia.

Wartości współczynników k i c, podane w pracy [7], wynoszą dla rdzeni o przekroju cylindrycznym $k = 2{,}4$ i $c = 0{,}8...0{,}85$, a dla rdzeni o przekroju prostokątnym $k = 4 - 0{,}732(1 - e^{-5{,}5m/n})$ i $c = 0{,}75$. Ze względu na przeciwny kierunek nawinięcia uzwojeń roboczych na obu rdzeniach, w zastępczej sile magnetomotorycznej $H_1 l$ w obwodzie z rys. 2b należy podstawić następujące wyrażenia opisujące natężenia pól odpowiednio dla pierwszego i drugiego rdzenia przetwornika

$$H_1 = H_x + \frac{i_r n_1}{l}, \tag{4}$$

$$H_2 = H_x - \frac{i_r n_1}{l}, \tag{5}$$

przy czym pole mierzone H_x jest opisane zależnością

$$H_x = H_o + H_m \sin \Omega t, \tag{6}$$

gdzie:

H_o — składowa stała mierzonego pola,
H_m — amplituda składowej przemiennej,
Ω — pulsacja pola mierzonego.

4. CHARAKTERYSTYKI MAGNESOWANIA

Charakterystyki statyczne rdzeni użytych do budowy przetworników mierzono doświadczalnie w typowych układach ze strumieniomierzem, a charakterystyki dynamiczne — w układzie z oscyloskopem i obwodem całkującym.

Do obliczeń komputerowych potrzebne były zależności strumieni magnetycznych w rdzeniach badanych przetworników od siły magnetomotorycznej.

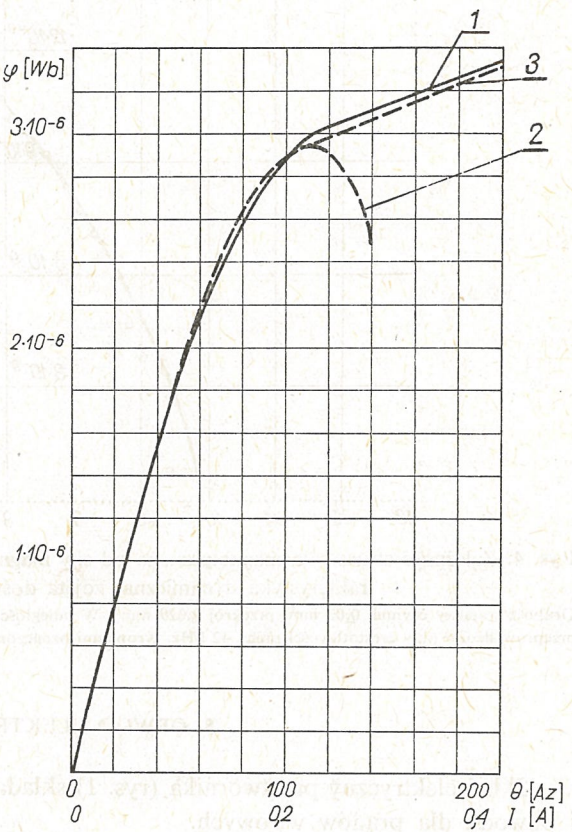
Na rys. 3 przedstawiono statyczną zależność strumienia magnetycznego od siły magnetomotorycznej prostopadłościennego rdzenia z ferrytu 5001 Polfer (krzywa *1*). Z pomiarów wynikało, że dla częstotliwości do 100 kHz wpływ prądów wirowych był znikomy i charakterystyki dynamiczne pokrywały się ze statycznymi, przy czym histereza nie występowała.

Na rys. 3 zaznaczono również (krzywa 2) przyjętą aproksymację charakterystyki magnesowania rdzeni ferrytowych wielomianem trzeciego stopnia typu

$$\varphi = aH - bH^3 \tag{7a}$$

lub

$$\varphi = A_I I - B_I I^3 \tag{7b}$$



Rys. 3. Zależność strumienia magnetycznego od siły magnetomotorycznej rdzenia z ferrytu 5001 Polfer zdjęta doświadczalnie — krzywa 1 (charakterystyka statyczna) Wymiary rdzenia 70 × 3 × 3 mm. W odległości 18 mm od rdzenia znajdował się drugi rdzeń, w położeniu takim, jak w gotowym przetworniku. Linią przerywaną 2 zaznaczono przyjętą aproksymację charakterystyki 1 według zależności (7b), a linią przerywaną 3 według zależności (7c)

oraz wielomianem trzeciego stopnia z częścią liniową (zależność 7c) (krzywa 3)

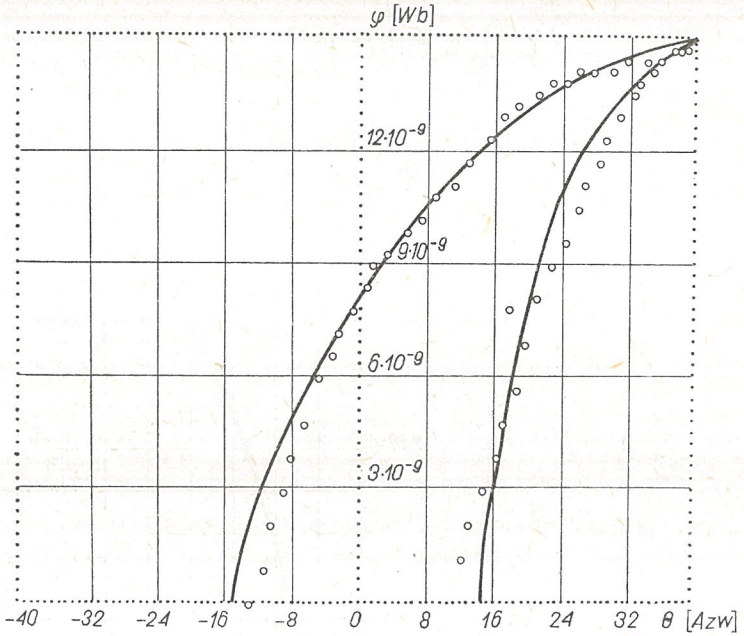
$$\varphi = \begin{cases} aH - bH^3 & \text{gdy} \quad H \leqslant H_B \\ \varphi_B + a_1(H - H_B) & \text{gdy} \quad H > H_B \end{cases}, \tag{7c}$$

przy czym

$$\varphi_B = \varphi(H_B)$$

Przyjęte w niniejszej pracy aproksymacje charakterystyk magnesowania rdzeni dotyczą rdzeni o określonych wymiarach, znajdujących się w konkretnej odległości od siebie i wykonanych z konkretnych materiałów.

Na rys. 4 przedstawiono dynamiczną zależność strumienia od siły magnetomotorycznej rdzenia z permalloyu *C* napylonego na podłożu niemagnetycznym (linia ciągła). Widać tu istotne znaczenie prądów wirowych w rdzeniu. Na rys. 4 zaznaczono również (kropkami) aproksymację przyjętą dla modelowania cyfrowego pętli histerezy.



Rys. 4. Zależność strumienia magnetycznego od siły magnetomotorycznej rdzenia z permalloyu *C* (charakterystyka dynamiczna) zdjęta doświadczalnie (linia ciągła)

Grubość warstwy czynnej 0,03 mm, przekrój 0,029 mm². W odległości 5 mm od rdzenia znajdował się drugi rdzeń. Pomiary przeprowadzono przy częstotliwości pracy 42 kHz. Kropkami oznaczono przyjętą aproksymację charakterystyki doświadczalnej

5. OBWÓD ELEKTRYCZNY

Układ elektryczny przetwornika (rys. 1) składa się z obwodu roboczego, wyjściowego i obwodu dla prądów wirowych.

Przyjmując wyszczególnione wyżej założenia oraz korzystając z II prawa Kirchhoffa i prawa Faraday'a można napisać układ równań opisujący przetwornik:

$$e_r = R_r i_r + n_1 \left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt} \right), \tag{8}$$

$$\varphi_1 = \varphi(H_1), \tag{9}$$

$$\varphi_2 = \varphi(H_2), \tag{10}$$

$$H_1 = H_x + \frac{i_r n_1}{l}, \tag{11}$$

$$H_2 = H_x - \frac{i_r n_1}{l}, \tag{12}$$

$$e_{wy} = n_2\left(\frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{d\varphi_2}{dt}\right), \tag{13}$$

przy czym:

e_r — siła elektromotoryczna źródła zasilającego obwód roboczy

$$e_r = E_{rm}\cos\omega t, \tag{14}$$

R_r — rezystancja obwodu roboczego,

i_r — prąd płynący w uzwojeniu roboczym,

φ_1, φ_2 — strumienie magnetyczne odpowiednio w rdzeniu pierwszym i drugim,

H_1, H_2 — natężenie pola magnetycznego odpowiednio w rdzeniu pierwszym i drugim,

H_x — natężenie pola magnetycznego mierzonego,

n_1, n_2 — liczba zwojów uzwojeń odpowiednio roboczych i wyjściowych,

l — zastępcza długość obwodu magnetycznego przetwornika,

e_{wy} — siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniu wyjściowym.

Podstawiając zależności (11) i (12) do zależności (9) i (10) oraz różniczkując względem czasu otrzymuje się

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial H}\right|_{H_1,\varphi_1} \cdot \frac{dH_1}{dt} = c_1\left(\frac{dH_x}{dt} + \frac{n_1}{l}\frac{di_r}{dt}\right), \tag{15a}$$

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial H}\right|_{H_2,\varphi_2} \cdot \frac{dH_2}{dt} = c_2\left(\frac{dH_x}{dt} - \frac{n_1}{l}\frac{di_r}{dt}\right), \tag{15b}$$

przy czym

$$c_1 = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial H}\right|_{H_1,\varphi_1}, \tag{16}$$

$$c_2 = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial H}\right|_{H,\varphi_2} \tag{17}$$

są nachyleniami krzywych magnesowania (lub pętli histerezy przy niejednoznacznych charakterystykach) w bieżącym punkcie charakterystyk rdzenia.

Podstawiając zależności (15a) i (15b) do równania (8) otrzymuje się

$$e_r - R_r i_r = \frac{n_1^2}{l}(c_1+c_2)\frac{di_r}{dt} + n_1(c_1-c_2)\frac{dH_x}{dt} \tag{18}$$

lub

$$\frac{di_r}{dt} = \frac{e_r - R_r i_r - n_1(c_1-c_2)\dfrac{dH_x}{dt}}{\dfrac{n_1^2}{l}(c_1+c_2)}. \tag{19}$$

Zależność (19) jest równaniem różniczkowym o jednej niewiadomej i_r i dwóch wielkościach zmiennych w czasie w sposób z góry zadany e_r oraz dH_x/dt. Zmienne c_1 i c_2, określone zależnościami (16) i (17), są nieliniowymi funkcjami prądu roboczego, co łatwo sprawdzić różniczkując zależność (7a), a następnie podstawiając zależności (4) i (5).

Istota działania przetwornika transduktorowego polega na wykorzystaniu nieliniowości charakterystyk magnesowania rdzeni i dlatego nie jest dopuszczana linearyzacja równania (19) wokół punktu pracy. Ponieważ prawa strona równania (19) zawiera jawną funkcję czasu, więc nie można stosować płaszczyzny fazowej do jego rozwiązywania. Równanie (19) rozwiązywano numerycznie.

Wprowadzenie zmiennych c_1 i c_2 pozwala na eliminację pochodnych strumienia z zależności (13) opisującej napięcie wyjściowe, która po podstawieniu wyrażeń (15a) i (15b) przyjmuje postać

$$e_{wy} = \frac{n_1 n_2}{l}(c_1 - c_2)\frac{di_r}{dt} + n_2(c_1 + c_2)\frac{dH_x}{dt}. \tag{20}$$

Napięcie wyjściowe przetwornika można więc obliczyć na podstawie zależności (20) znając przebiegi prądu roboczego i pola mierzonego oraz ich pochodnych.

6. ANALIZA SYGNAŁU WYJŚCIOWEGO

W przypadku, gdy pole mierzone jest sinusoidalne

$$H_x = H_m \sin \Omega t, \tag{21}$$

to napięcie wyjściowe jest zmodulowanym sygnałem o częstotliwości $2f$, przy czym f jest częstotliwością napięcia roboczego, a częstotliwość sygnału modulującego jest równa częstotliwości pola przemiennego $\Omega/2\pi$ [1, 2, 5].

Widmo sygnału wyjściowego przetwornika transduktorowego może być określone po przeprowadzeniu analizy zależności (20). Prąd roboczy ze względu na nieparzystość charakterystyki magnesowania zawiera tylko nieparzyste harmoniczne.

Występujące we wzorze (20) zmienne współczynniki c_1 i c_2, określone przez zależności (16) i (17), zawierają tylko parzyste harmoniczne składowej podstawowej prądu roboczego i mierzonego pola. Można to wykazać zakładając rozwinięcie charakterystyki rdzenia w szereg Taylora wokół zera. Biorąc powyższe pod uwagę można łatwo udowodnić, że napięcie wyjściowe zawiera sygnały sinusoidalne o pulsacjach

Ω		3Ω		5Ω		...
$2\omega-\Omega$,	$2\omega+\Omega$	$2\omega-3\Omega$,	$2\omega+3\Omega$	$2\omega-5\Omega$,	$2\omega+5\Omega$	...
$4\omega-\Omega$,	$4\omega+\Omega$	$4\omega-3\Omega$,	$4\omega+3\Omega$	$4\omega-5\Omega$,	$4\omega+5\Omega$	...

(22)

Widmo napięcia wyjściowego przetwornika transduktorowego pokazano na rys. 5. Największą amplitudę mają prążki o pulsacji $2\omega-\Omega$ i $2\omega+\Omega$ i zwykle one są wykorzystywane w przetwornikach transduktorowych. Liniowa zależność amplitudy tych sygnałów od amplitudy mierzonego pola pozwala wykorzystywać je do dokładnych pomiarów słabych pól magnetycznych.

Jeśli okres pola roboczego

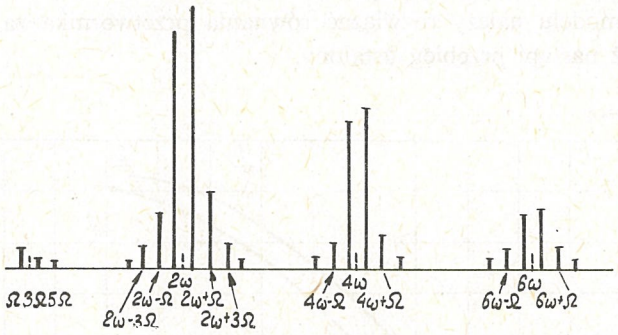
$$T_r = \frac{2\pi}{\omega} \tag{23}$$

jest współmierny z okresem pola mierzonego

$$T_x = \frac{2\pi}{\Omega}, \tag{24}$$

to okres napięcia wyjściowego wynosi

$$T_{wy} = k_1 T_r = k_2 T_x. \tag{25}$$



Rys. 5. Widmo napięcia wyjściowego przetwornika transduktorowego

Amplitudy C_{2M} i C_{2P} składowych o pulsacjach odpowiednio $2\omega-\Omega$ i $2\omega+\Omega$ można wówczas obliczyć korzystając z rozwinięcia w szereg Fouriera zmodulowanej drugiej harmonicznej. Współczynniki rozwinięcia są opisane znanymi zależnościami:

$$A_{2M} = \frac{2}{T_{wy}} \int_0^{T_{wy}} e_{wy}(t)\cos[(2\omega-\Omega)t]\,dt, \tag{26}$$

$$A_{2P} = \frac{2}{T_{wy}} \int_0^{T_{wy}} e_{wy}(t)\cos[(2\omega+\Omega)t]\,dt, \tag{27}$$

$$B_{2M} = \frac{2}{T_{wy}} \int_0^{T_{wy}} e_{wy}(t)\sin[(2\omega-\Omega)t]\,dt, \tag{28}$$

$$B_{2P} = \frac{2}{T_{wy}} \int_0^{T_{wy}} e_{wy}(t)\sin[(2\omega+\Omega)t]\,dt. \tag{29}$$

Amplitudy poszczególnych składowych wynoszą

$$C_{2M} = \sqrt{A_{2M}^2 + B_{2M}^2}, \tag{30}$$

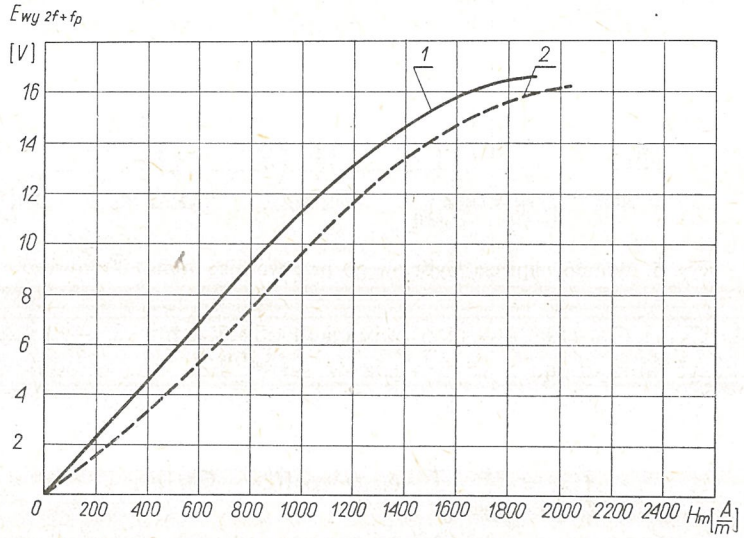
$$C_{2P} = \sqrt{A_{2P}^2 + B_{2P}^2}. \tag{31}$$

Analogicznie można obliczyć amplitudy wyższych parzystych zmodulowanych harmonicznych napięcia wyjściowego.

Jeśli okresy pola roboczego i mierzonego nie są współmierne, to należy szukać granicy A_{2M}, A_{2P}, B_{2M}, B_{2P} przy T_{wy} dążącym do nieskończoności. W praktyce wystarczy wziąć pod uwagę kilka okresów pola.

7. SYMULACJA CYFROWA PRZETWORNIKA TRANSDUKTOROWEGO DLA PRZYPADKU JEDNOZNACZNEJ CHARAKTERYSTYKI MAGNESOWANIA RDZENI

Symulacja cyfrowa przetwornika transduktorowego polega na możliwie dokładnym rozwiązaniu równań przetwornika (8) do (12) oraz znalezieniu sygnału wyjściowego opisanego zależnością (13). Ponieważ przy pomiarach pól magnetycznych sinusoidalnych korzysta się z przetwornika pracującego w stanie ustalonym, więc w celu uzyskania sygnału wyjściowego z modelu należy rozwiązać równania przetwornika za dostatecznie długi odstęp czasu, aż nastąpi przebieg ustalony.



Rys. 6. Zależność składowej napięcia wyjściowego o częstotliwości $2f+f_p$ przetwornika z rdzeniami ferrytowymi od amplitudy pola magnetycznego przemiennego

Liczba zwojów uzwojenia roboczego $n_1 = 500$, uzwojenia wyjściowego $n_2 = 2000$. Badania przeprowadzono przy częstotliwości napięcia roboczego $f = 1$ kHz i częstotliwości pola mierzonego $f_p = 100$ Hz. Wartość skuteczna napięcia roboczego 12,5 V. *1* — charakterystyka eksperymentalna, *2* — charakterystyka uzyskana z symulacji cyfrowej

Jeśli przyjąć aproksymację charakterystyki magnesowania rdzeni funkcją nieliniową, ale nie mającą nasycenia, to przebieg przejściowy trwa teoretycznie nieskończenie długo. Praktycznie, jak to wynika z przeprowadzonych obliczeń, trwa on przez dwa do trzech okresów napięcia roboczego.

Model komputerowy przetwornika transduktorowego z rdzeniami o jednoznacznej charakterystyce magnesowania zawarto w programie dla maszyny cyfrowej ODRA 1304. Algorytm programu oparto na modelu matematycznym przetwornika, opisanym zależnościami (8)÷(13) oraz na przytoczonych uprzednio założeniach, z tym że charakterystykę magnesowania rdzeni aproksymowano wielomianem trzeciego stopnia, uzupełnionym przez część liniową o stałym nachyleniu (rys. 3 — krzywa *3*).

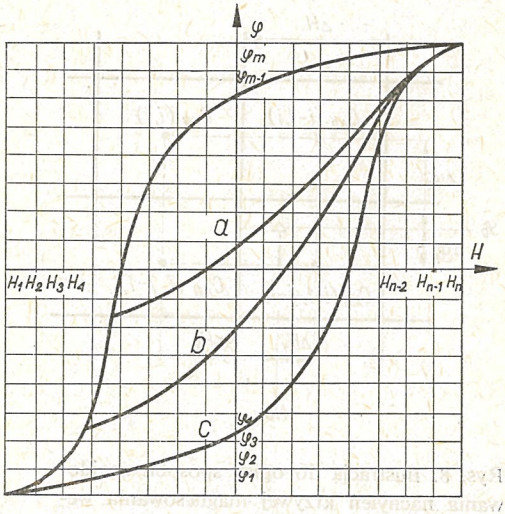
Obliczenia, przewidziane programem są przeprowadzane dla liczby k okresów napięcia roboczego, przy czym $k = \omega/\Omega$, gdzie ω — jest pulsacją napięcia roboczego, a Ω — pulsacją pola mierzonego, poprzedzonych pięcioma okresami rozruchowymi, niezbędnymi do ustalania się prądu roboczego.

Okres napięcia roboczego podzielono na sto jednakowych przedziałów czasowych. Dla każdego przedziału czasowego rozwiązywane są równania opisujące przetwornik, przy czym kolejno obliczane są wartości wyrażeń (14), (4), (5), (16), (17) oraz (19) na podstawie zależności (6). Dalej metodą Eulera lub Rungego-Kutty czwartego rzędu poszukiwana jest wartość prądu roboczego dla każdej chwili czasowej $t+\Delta t$, po czym obliczana jest pochodna czasowa tego prądu dla tej chwili czasowej. W dalszej kolejności według zależności (20) zostaje obliczona wartość chwilowa napięcia wyjściowego. Wartości chwilowe napięć wyjściowych dla poszczególnych chwil skwantowanego czasu są zapamiętywane. Następnie przedziałami, po każdym okresie napięcia roboczego obliczane są wartości całek występujących w zależnościach (26)÷(29). Całki są sumowane dla k okresów napięcia roboczego, po czym wykonywane jest obliczenie amplitud użytecznych składowych napięcia wyjściowego według zależności (26)÷(31).

Przykładowy wynik symulacji cyfrowej dla przetwornika z rdzeniami ferrytowymi (tj. o jednoznacznej charakterystyce magnesowania) pokazano na rys. 6 (krzywa *2*).

8. SYMULACJA CYFROWA PRZETWORNIKA TRANSDUKTOROWEGO Z RDZENIAMI O NIEJEDNOZNACZNEJ CHARAKTERYSTYCE MAGNESOWANIA

W równaniach (8) i (13) opisujących obwód odpowiednio roboczy i wyjściowy przetwornika występują pochodne czasowe strumieni magnetycznych w rdzeniach. Strumienie magnetyczne dla niektórych materiałów magnetycznych (rys. 4) są niejednoznacznymi funkcjami natężeń prądów w obwodach i pól zewnętrznych. Występowanie pętli histerezy



Rys. 7. Ilustracja do opisu metody modelowania pętli histerezy

może wynikać zarówno ze statycznej charakterystyki magnesowania jak i z prądów wirowych.

Zazwyczaj podaje się pętle histerezy materiałów magnetycznych dla dużych jednokierunkowych zmian natężenia pola do nasycenia, a następnie przy zmianie natężenia pola do nasycenia w przeciwnym kierunku.

Pętla histerezy materiału magnetycznego lub rdzenia nie jest wystarczająca dla obliczeń przebiegów prądów i napięć w układach, w których przemagnesowanie następuje

nie zawsze w tym samym zakresie zmian pola, ponieważ możliwe są przebiegi jak na rys. 7.

W metodzie proponowanej przez autorkę zakłada się, że płaszczyznę B, H lub φ, H można podzielić na szereg prostokątów (rys. 7), a następnie przyjąć, że wewnątrz każdego z prostokątów nachylenie charakterystyki $\partial\varphi/\partial H$ może przyjmować dwie wartości C_{ij}^{+} dla $dH/dt > 0$ oraz C_{ij}^{-} dla $dH/dt < 0$,

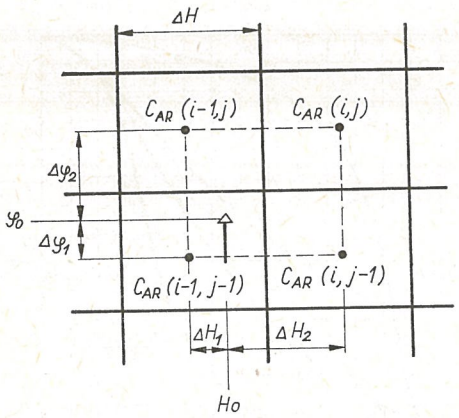
przy czym:
$$H_{i-1} < H < H_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$
$$\varphi_{j-1} < \varphi < \varphi_j, \quad j = 1, 2, \ldots, m. \tag{32}$$

Wyboru wartości $H_1, H_2, \ldots, H_n$ oraz $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$ dokonywano w następujący sposób:
$$H_i - H_{i-1} = \Delta H,$$
$$\varphi_i - \varphi_{i-1} = \Delta\varphi, \tag{33}$$

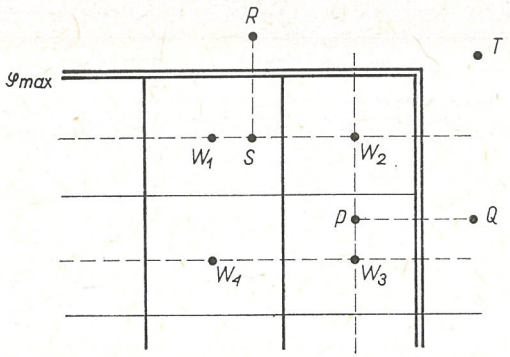
przy czym ΔH i $\Delta\varphi$ są wybranymi wartościami przyrostów.

Zakres zmian indeksów i oraz j powinien być dostatecznie duży, aby przebiegi przybliżać możliwie dokładnie.

Należy zauważyć dalej, że ze względu na symetrię wystarczy znać C_{ij}^{+}, aby można odtworzyć C_{ij}^{-}, ponieważ dla dodatniej wartości strumienia φ i przy wzroście pola H otrzyma się takie samo $\partial\varphi/\partial H$ jak dla wartości $-\varphi$ i przy zmniejszaniu H.



Rys. 8. Ilustracja do opisu sposobu znajdowania nachyleń krzywej magnesowania wewnątrz obszaru rozważań pokazanego na rys. 7



Rys. 9. Ilustracja do opisu sposobu znajdowania nachyleń krzywej magnesowania na zewnątrz obszaru rozważań pokazanego na rys. 7

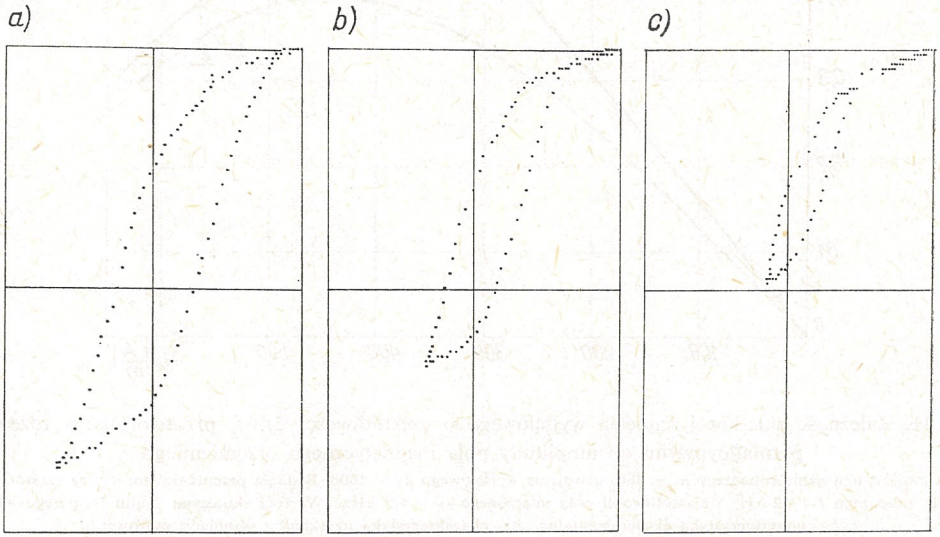
Elementów macierzy C_{AR} zastępującej macierze nachyleń C_{ij}^{+} i C_{ij}^{-} nie trzeba znać w punktach odległych od pętli histerezy (w lewym górnym i prawym dolnym rogu rys. 7).

Pętlę histerezy podzielono na 100 prostokątów ($m = n = 10$) i przyjęto za dokładne wartości nachyleń w środku każdego prostokąta. Wartości nachyleń dla innych punktów

leżących wewnątrz obszaru rozważań (rys. 8) znajdowano stosując interpolację zgodnie z zależnością

$$\frac{\partial\varphi}{\partial H} = C_{AR}(i-1,j-1)\frac{\Delta H_2}{\Delta H}\frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi} + C_{AR}(i-1,j)\frac{\Delta H_2}{\Delta H}\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi} + \\ + C_{AR}(i,j-1)\frac{\Delta H_1}{\Delta H}\frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi} + C_{AR}(i,j)\frac{\Delta H_1}{\Delta H}\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi}. \tag{34}$$

Poza granicami, w których określono prostokąty, a więc opisano wartości nachyleń, przyjęto, że nachylenie krzywej magnesowania rdzenia odpowiada nachyleniu w najbliższym punkcie, w którym można je obliczyć. Na przykład na rys. 9, na którym jako $W_1 \div W_4$ oznaczono punkty o znanym nachyleniu, a linią podwójną oznaczono prawy górny róg rys. 7, przyjęto, że w punktach P i Q, R i S oraz T i W_2 są odpowiednio te same wartości $\partial\varphi/\partial H$.



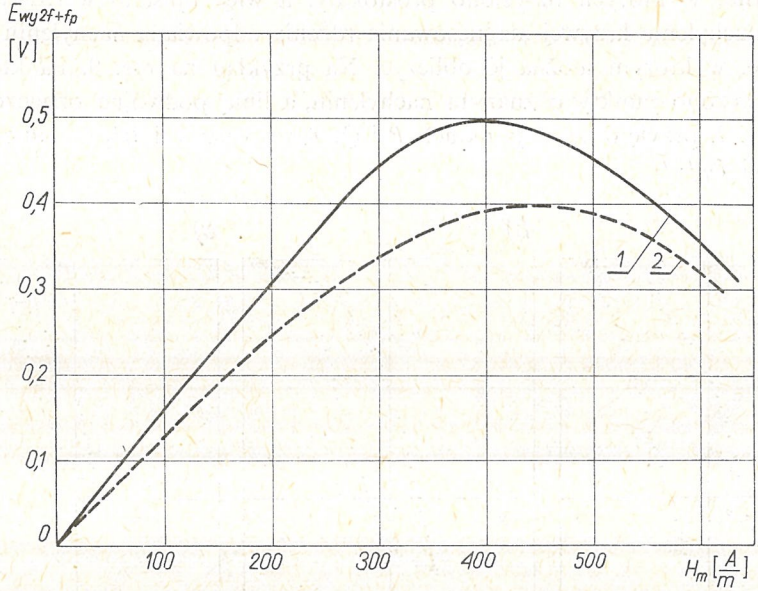
Rys. 10. Pętle histerezy rdzeni permalloyowych przetwornika umieszczonego w polu magnetycznym przemiennym o częstotliwości $f_p = 4{,}2$ kHz i amplitudach:
a) $H_m = 40$ A/m, b) $H_m = 100$ A/m, c) $H_m = 200$ A/m

Algorytm symulacji przetwornika z rdzeniami o charakterystyce magnesowania mającej postać pętli histerezy jest analogiczny jak dla przetwornika z rdzeniami o jednoznacznej charakterystyce magnesowania z tą różnicą, że równanie różniczkowe (8) przekształcone do postaci (19) rozwiązywano metodą Eulera. Metoda Rungego-Kutty zajmowałaby bowiem zbyt dużo czasu w i tak już rozbudowanym programie. Wzięto również pod uwagę fakt, że w przypadku występowania pętli histerezy pomiary dynamicznych charakterystyk magnesowania są mniej dokładne niż pomiary statycznych charakterystyk magnesowania i dla mniej dokładnych danych nie ma potrzeby stosowania zbyt dokładnych metod obliczeniowych.

Na rys. 10 przedstawiono przykładowe przebiegi $\varphi(H)$ na płaszczyźnie H, φ dla przetwornika z rdzeniami permalloyowymi, umieszczonego w polu magnetycznym sinusoidal-

nym o amplitudach 40 A/m, 100 A/m i 200 A/m, uzyskane z przeprowadzonej symulacji cyfrowej. Z rys. 10 widać, że przy słabym polu mierzonym rdzenie przetwornika wprowadzane są w stan nasycenia przy obu kierunkach strumienia, a przy silnym polu — tylko w jednym.

Przykładowy wynik symulacji dla przetwornika z rdzeniami permalloyowymi pokazano na rys. 11 (krzywa *2*).



Rys. 11. Zależność składowej napięcia wyjściowego o częstotliwości $2f+f_p$ przetwornika z rdzeniami permalloyowymi od amplitudy pola magnetycznego przemiennego

Liczba zwojów uzwojenia roboczego $n_1 = 480$, uzwojenia wyjściowego $n_2 = 1600$. Badania przeprowadzono przy częstotliwości napięcia roboczego $f = 42$ kHz i częstotliwości pola mierzonego $f_p = 4{,}2$ kHz. Wartość skuteczna prądu roboczego 60 mA *1* — charakterystyka eksperymentalna, *2* — charakterystyka uzyskana z symulacji cyfrowej

Jak widać z rys. 6 oraz rys. 11, opracowane przez autorkę metody symulacji stosunkowo dokładnie odtwarzają pracę przetwornika transduktorowego i pozwalają na badanie go w szerokim zakresie zmian pola mierzonego. Rezultaty innych badań pozwalają na stwierdzenie, że powyższe dotyczy również szerokiego zakresu zmian warunków zasilania. Dokładność rezultatów uzyskanych z symulacji cyfrowej w liniowym zakresie charakterystyki przetwarzania wynosiła ok. 20%, co stanowi bardzo dobry wynik dla badania obwodów magnetycznych otwartych. Zaproponowana metoda symulacji dla przypadku przetwornika z rdzeniami o charakterystyce z pętlą histerezy jest ogólna i pozwala przeprowadzić obliczenia dla innych układów elektromagnetycznych.

LITERATURA

1. J. W. Afanasjew, *Fierrozondy*, Energija, Leningrad 1969.
2. J. W. Afanasjew, N. W. Studiencow, A. P. Szczełkin, *Magnitomietriczeskije prieobrazowatieli, pribory, ustanowki*, Energija, Leningrad 1972.
3. F. Förster, *Ein Verfahren zur Messung von magnetischen Gleichfeldern und Gleichfeld-differenzen und seine Anwendung in der Metallforschung und Technik*, Zeitschrift für Metallkunde, 1955, Nr 5.
4. J. Kulikowski, *Transduktory parzystych harmonicznych*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. VIII, 1962, Nr 3—4.
5. A. Lewińska-Romicka, *Badanie właściwości przetwornika transduktorowego do pomiaru pól magnetycznych sinusoidalnych*, praca doktorska wykonana w Politechnice Warszawskiej, 1975.
6. M. Małęcz, J. Jaworski, Miernictwo magnetyczne, WNT, Warszawa 1968.
7. M. A. Rozenbłat, *Krasczіotu magnitomodulacjonnych datczikow napriażennosti magnitnowo pola*, Elektriczestwo, 1957, Nr 7.

A. LEWIŃSKA-ROMICKA

SOME PROBLEMS OF DIGITAL SIMULATION OF SECOND HARMONIC TRANSDUCERS

Summary

Methods of digital simulation of second harmonic transducers with cores having one-valued and non-one-valued magnetising characteristics are presented. These methods can also be applied in modelling other electromagnetic systems with the use of digital computers.

A. LEWIŃSKA-ROMICKA

QUELQUES PROBLÈMES DE LA SIMULATION NUMÉRIQUE DES TRANSDUCTEURS

Résumé

On a décrit quelques méthodes de la simulation numérique des transducteurs au noyau qui ont des caractéristiques de magnétisation uniformes et non uniformes.

Les méthodes présentées peuvent être appliquées à la formation des modèles des autres systèmes électro-magnétiques à l'aide des calculateurs numériques.

A. LEWIŃSKA-ROMICKA

EINIGE PROBLEME DER NUMERISCHEN SIMULATION VON FÖRSTER-SONDEN

Zusammenfassung

Es wurden Methoden der numerischen Simulation von Förster-Sonden mit Kernen, die eindeutige bezw. nichteindeutige Magnetisationscharakteristiken aufweisen, beschrieben.

Die beschriebenen Methoden können unter Nutzung numerischer E.D.V.-Anlagen Anwendung bei der Modellierung anderer elektromagnetischen Systeme finden.

А. ЛЕВИНЬСКА-РОМИЦКА

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЦИФРОВОЙ СИМУЛЯЦИИ МАГНИТОМОДУЛЯЦИОННЫХ ДАТЧИКОВ

Р е з ю м е

В труде даны методы цифровой симуляции магнитомодуляционных датчиков с сердечниками с одинозначными и неоднозначными характеристиками намагничивания.

Приведенные методы могут найти применение к моделированию и других электромагнитных систем с помощью цифровых электронных вычислительных машин.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 3, ss. 683-718

621.3.044

Numeryczna metoda wyznaczania rozkładu pola magnetycznego magnesu trwałego maszyny elektrycznej po stabilizacji w powietrzu

JERZYNA SŁOMCZYŃSKA (WARSZAWA)

Instytut Maszyn Elektrycznych Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 16.8.1975

Model teoretyczny związków pomiędzy wielkościami fizycznymi określającymi stacjonarne dwuwymiarowe pole magnetyczne został sformułowany w celu rozwiązania dwóch kolejnych problemów: 1) znalezienia rozkładu pola magnetycznego magnesu namagnesowanego do stanu nasycenia oraz 2) znalezienia rozkładu pola magnetycznego magnesu po stabilizacji w powietrzu. Równanie potencjału wektorowego w postaci uogólnionej dla obu problemów zostało wyprowadzone i przekształcone w algorytm różnicowy. Do rozwiązania otrzymanego układu nieliniowych równań różnicowych użyto iteracyjnej metody sukcesywnej nadrelaksacji w wersji liniowej. Przedstawioną metodę zastosowano do wyznaczenia rozkładu pola magnetycznego sześciobiegunowego magnesu gwiazdkowego prądnicy tachometrycznej.

1. WSTĘP

Tradycyjne podejście stosowane w obliczeniach pól magnetycznych maszyn i urządzeń elektrycznych od przeszło pięćdziesięciu lat opiera się na pojęciu obwodu magnetycznego oraz na prawie Ohma dla obwodu magnetycznego [17]. Podejście to, traktując przestrzenny układ elementów wiodących strumień magnetyczny jako obwód o parametrach skupionych, nie pozwala na określenie zmienności wektora indukcji magnetycznej w badanym obszarze, na precyzyjne obliczenie strumieni rozproszeń, a w konsekwencji — również na optymalizację kształtu projektowanych maszyn i urządzeń. Pomimo tych oczywistych wad, podejście obwodowe było i nadal jest powszechnie stosowane przede wszystkim ze względu na swoją prostotę obliczeniową.

Wraz z rozwojem elektronicznej techniki obliczeniowej oraz metod numerycznych powstały jednak możliwości porzucenia podejścia obwodowego, wprowadzającego nadmiernie uproszczony model rzeczywistości fizycznej, na rzecz podejścia polowego, polegającego na numerycznym rozwiązaniu układu równań algebraicznych, wyprowadzonego z równań Maxwella i określonego na skończonym zbiorze elementów dyskretnych, reprezentującym obszar dwu- lub trój-wymiarowy. W ciągu ostatniego dziesięciolecia E. A. Erdélyi wraz z grupą współpracowników opracował efektywną metodę numeryczną wyznaczania rozkładu stacjonarnego pola magnetycznego w dwuwymiarowych przekrojach maszyn elektrycznych [1], [5], [6], [7], [8], [10], [11], [12], [14], [21]. Metoda ta —

zwana metodą Colorado — stosuje się do maszyn i urządzeń elektrycznych, których elementy ferromagnetyczne wykonane są z izotropowych materiałów magnetycznie miękkich. Metoda Colorado polega na numerycznym rozwiązaniu nieliniowego równania potencjału wektorowego wyprowadzonego z równań Maxwella dla stacjonarnych lub quasistacjonarnych pól magnetycznych wzbudzonych przepływem prądu o gęstości $\vec{J}$:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \begin{cases} \vec{J} \text{ — wewnątrz obszarów prądowych,} \\ 0 \text{ — na zewnątrz obszarów prądowych,} \end{cases} \tag{1}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{2}$$

oraz równania stanu środowiska, określającego związek pomiędzy wektorami indukcji magnetycznej $\vec{B}$ i natężenia pola magnetycznego $\vec{H}$ w danym środowisku magnetycznym. Równanie to — w modelu teoretycznym przyjętym przez twórców metody Colorado — ma postać:

$$\vec{H} = \nu \vec{B}, \tag{3}$$

gdzie ν jest zmiennym współczynnikiem skalarnym zależnym od modułu wektora indukcji magnetycznej w danym punkcie środowiska, a więc również od rozkładu potencjału wektorowego w otoczeniu tego punktu. Współczynnik ν — nazywany reluktywnością (*reluctivity*) — jest odwrotnością przenikalności magnetycznej μ. W równaniu (3) pominięta jest histereza magnetyczna środowiska na skutek zastąpienia pętli histerezy jednowartościową krzywą magnesowania. Nieliniowość tej ostatniej krzywej jest jednak uwzględniona. W środowiskach nieferromagnetycznych równanie (3) zastąpione jest zależnością:

$$\vec{H} = \nu_0 \vec{B}, \tag{4}$$

gdzie ν_0 jest stałą będącą odwrotnością przenikalności magnetycznej próżni μ_0.

Równanie potencjału wektorowego $\vec{A}$ wyprowadzone z równań (1)÷(3) jest nieliniowym równaniem różniczkowym cząstkowym typu eliptycznego, będącym nieliniowym odpowiednikiem równania Poissona. Dla pola magnetycznego określonego w obszarze płaskim — czyli takiego, że $\vec{A} = \vec{e}_z A$, $\vec{J} = \vec{e}_z J$, przy czym oś z jest prostopadła do płaszczyzny, w której leży badany obszar — równanie to przybiera postać:

a) we współrzędnych kartezjańskich (x, y)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu \frac{\partial A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu \frac{\partial A}{\partial y}\right) = -J, \tag{5}$$

b) we współrzędnych biegunowych (ϱ, φ)

$$\frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\nu \frac{\partial A}{\partial \varrho}\right) + \frac{\nu}{\varrho}\frac{\partial A}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\nu \frac{\partial A}{\partial \varphi}\right) = -J. \tag{6}$$

Dokonując transformacji różnicowej równania potencjału wektorowego otrzymuje się zbiór nieliniowych równań algebraicznych określających potencjał wektorowy we wszystkich dyskretnych punktach badanego obszaru płaskiego. Układ ten rozwiązuje się następnie iteracyjną metodą sukcesywnej nadrelaksacji.

Zastosowanie metody Colorado do wyznaczania rozkładu pola magnetycznego magnesów trwałych bądź też urządzeń z magnesami trwałymi wymaga uwzględnienia histerezy magnetycznej, co z kolei prowadzi do konieczności przeformułowania równania środo-

wiskowego, a w konsekwencji także równania potencjału wektorowego. Aby móc rozwiązać to równanie dla pewnego stanu namagnesowania magnesu trwałego należy znać pełną historię magnesowania tego magnesu, czyli zbiór równań środowiskowych posiadających jednoznaczne rozwiązania dla wszystkich kolejno następujących monotonicznych przyrostów zmiennej niezależnej. Każdy z tych przyrostów prowadzi do osobnego równania potencjału wektorowego, które można rozwiązać posługując się odpowiednio zmodyfikowaną metodą Colorado.

Niniejsza praca ma na celu przedstawienie metody wyznaczania dwuwymiarowego rozkładu pola magnetycznego magnesu trwałego maszyny elektrycznej po jego namagnesowaniu do nasycenia, a następnie poddaniu stabilizacji w powietrzu. Tak postawione zagadnienie wymaga zatem kolejnego rozwiązania dwóch problemów polowych. Pierwszy z tych problemów polega na wyznaczeniu rozkładu pola magnetycznego w przekroju poprzecznym magnesu umieszczonego w magneśnicy i magnesowanego do nasycenia, drugi zaś — na wyznaczeniu rozkładu pola magnetycznego powstałego w wyniku stabilizacji w powietrzu. W pierwszym problemie — nazywanym dalej problemem magnesowania — funkcją generującą pole magnetyczne jest pole wektorowe gęstości prądu magnesującego $\vec{J}$, w drugim — nazywanym dalej problemem stabilizacji — funkcją generującą jest pole wektorowe indukcji magnetycznej remanencji $\vec{B}_r$ wyznaczone w wyniku rozwiązania problemu magnesowania.

2. FIZYCZNO-MATEMATYCZNY MODEL POLA MAGNETYCZNEGO MAGNESU TRWAŁEGO

Wobec złożoności rzeczywistości fizycznej uniemożliwiającej dokładne określenie faktycznego rozkładu pola magnetycznego wewnątrz magnesu trwałego jest rzeczą konieczną posłużenie się modelem teoretycznym opartym na pewnej liczbie założeń upraszczających [19], [20]. Następujące trzy założenia stanowią podstawę dalszych rozważań zarówno w problemie magnesowania jak i w problemie stabilizacji.

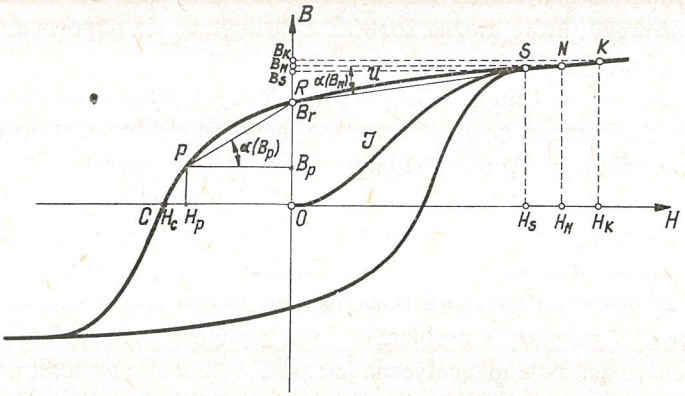
1. Pole magnetyczne jest stacjonarnym polem płaskim, niezmiennym w kierunku osi wału, na którym osadzony jest magnes trwały.
2. Magnes wykonany jest z materiału jednorodnego i izotropowego (nie uwzględnia się lokalnych niejednorodności spowodowanych istnieniem domen magnetycznych).
3. W procesie pierwotnego magnesowania każdy punkt magnesu zostaje namagnesowany do nasycenia, a proces ten opisany jest tą samą krzywą pierwotną.

Pozostałe założenia dotyczą własności bardziej szczegółowych i zostaną wprowadzone w toku omawiania modelu.

2.1. Problem magnesowania

Problem magnesowania rozwiązywany jest w celu znalezienia rozkładu pola wektorowego indukcji magnetycznej remanencji określonego na powierzchni rozważanego przekroju płaskiego magnesu trwałego. Zgodnie z założeniem 3, w procesie pierwotnego magnesowania zależność pomiędzy wektorami indukcji magnetycznej i natężenia pola magnetycznego określona jest tym samym równaniem środowiskowym postaci (3) opisu-

jącym pierwotną krzywą magnesowania $\mathscr{J}$ (por. rys. 1). Pole magnetyczne wewnątrz magnesu podczas pierwotnego magnesowania można zatem uważać za lokalnie-jednowymiarowe, to znaczy takie, że w każdym jego punkcie wektory $\vec{H}$ i $\vec{B}$ są współliniowe, choć w dwóch różnych punktach kierunki te mogą być różne.



Rys. 1. Pętla histerezy materiału magnetycznie twardego

Przypadek lokalnej jednowymiarowości pola magnetycznego można rozszerzyć — przy pewnych dalszych uproszczeniach — na sytuację odmagnesowywania. Załóżmy, że w procesie pierwotnego magnesowania pewien punkt magnesu został namagnesowany do stanu określonego punktem K leżącym na krzywej $\mathscr{J}$ powyżej punktu nasycenia S (por. rys. 1). Wówczas, zawarta pomiędzy punktami K i S część górnej gałęzi $\mathscr{U}$ granicznej pętli histerezy, po której punkt (H, B) — charakteryzujący stan namagnesowania danego punktu magnesu — będzie przemieszczał się podczas monotonicznego zmniejszenia zewnętrznego pola magnesującego, pokrywa się z częścią krzywej pierwotnej. Dopóki więc punkt (H, B) nie znajdzie się poniżej punktu nasycenia S, kierunki wektorów indukcji magnetycznej i natężenia pola pozostają zgodne. Traktując odcinek $\overline{KS}$ jako część krzywej $\mathscr{U}$ można zapisać zależność pomiędzy wektorami $\vec{H}$ i $\vec{B}$ w dowolnym punkcie N tego odcinka jako:

$$\vec{H}_N = \nu(B_N)\left[1 - \frac{B_r}{B_N}\right]\vec{B}_N \quad \text{dla} \quad B_N \geqslant B_S, \tag{7}$$

gdzie:

$$\nu(B_N) = \operatorname{ctg}\alpha(B_N), \tag{8}$$

przy czym B_r oznacza stały moduł wektora indukcji magnetycznej remanencji, $\alpha(B_N)$ jest — jak pokazano na rys. 1 — kątem pomiędzy cięciwą łączącą punkt remanencji R z danym punktem N krzywej $\mathscr{U}$ a prostą równoległą do osi H.

Zależność (7) implikuje jednak pewne istotne założenie dotyczące wektora indukcji magnetycznej remanencji. Jako założenie 4 przyjmuje się więc, że w każdym punkcie magnesu wektor ten zachowuje kierunek wektora indukcji magnetycznej w stanie nasycenia. Zatem:

$$\vec{B}_r = \frac{B_r}{B}\vec{B}, \quad \text{gdzie} \quad B \geqslant B_S \tag{9}$$

oraz

$$\vec{H} = \nu(B)\,(\vec{B}-\vec{B}_r) \quad \text{dla} \quad B \geqslant B_S. \tag{10}$$

Wektor $\vec{B}_r$ jest więc traktowany jako formalny parametr wektorowy związany z krzywą odmagnesowania $\mathscr{C}$, nie zaś jako wektor rzeczywistej indukcji magnetycznej remanencji, którego kierunek lokalnie może się nieco różnić od kierunku wektora indukcji magnetycznej w stanie nasycenia. Konsekwencją formuły (9) jest przyjęcie założenia, że przy zmniejszaniu pola magnesującego do zera kierunek wektora indukcji magnetycznej w dowolnym punkcie magnesu nie ulega zmianie, dopóki magnes znajduje się w tym samym obwodzie magnetycznym magneśnicy, w którym został namagnesowany. Jak zostanie wykazane w następnej części artykułu, powyższe założenie jest ponadto korzystne podczas wyznaczania rozkładu pola magnetycznego po stabilizacji w powietrzu.

2.2. Problem stabilizacji

Wyjęcie magnesu z magneśnicy i umieszczenie go w powietrzu oznacza zmianę otoczenia magnesu, a tym samym zmianę warunku brzegowego na granicy magnesu z otoczeniem. Na skutek tej zmiany wektor indukcji magnetycznej w dowolnym punkcie magnesu może ulec zmianie nie tylko co do modułu lecz i co do kierunku. Dopuszczenie takiej możliwości nie pozwala jednak posługiwać się w dalszym ciągu dotychczasową pojedynczą pętlą histerezy nadającą się wyłącznie do analizy pól $\vec{B}$ i $\vec{H}$ będących współliniowymi polami wektorowymi, zgodnie lub przeciwnie skierowanymi.

Zgodnie z założeniem 1 o dwuwymiarowości pola magnetycznego, pola wektorowe $\vec{H}$ i $\vec{B}$ w magnesie po stabilizacji określone są w tej samej płaszczyźnie przekroju magnesu co pole wektorowe indukcji magnetycznej remanencji $\vec{B}_r$. Zatem każde spośród pól $\vec{H}$ i $\vec{B}$ można uważać za złożenie dwóch pól składowych: równoległego $H_\parallel$, $B_\parallel$ i prostopadłego $H_\perp$, $B_\perp$ do pola $\vec{B}_r$ wyznaczonego w rozwiązaniu problemu magnesowania. Dysponowanie zaś polami współliniowymi pozwala już na posłużenie się pętlą histerezy dla każdego kierunku osobno. Dla zdefiniowania kształtu pętli w obu wymienionych kierunkach przyjęte zostały dwa dodatkowe założenia.

5. Pętla histerezy w kierunku równoległym do $\vec{B}_r$ jest identyczna z krzywą wyznaczoną doświadczalnie dla materiału, z którego wykonano magnes.

6. Pętla histerezy w kierunku prostopadłym do $\vec{B}_r$ jest prostą o nachyleniu względem osi $H_\perp$ równym rewersyjnej przenikalności magnetycznej μ_r.

Założenie 5 jest uzasadnione faktem, że kierunek pola $\vec{B}_r$ — zgodnie z formułą definicyjną (9) — jest identyczny z kierunkiem uprzednio przyłożonego pola magnesującego, a pomiary materiałowe dostarczają informacji o składowej wektora indukcji w kierunku przyłożonego pola nie zaś o jego module [16, str. 311]. Podstawa przyjęcia założenia 6 jest następująca. Ponieważ składowa $\vec{B}_r$ w kierunku prostopadłym do $\vec{B}_r$ jest oczywiście równa zeru, więc pętla histerezy w tym kierunku musi być krzywą przechodzącą przez początek układu współrzędnych $(H_\perp, B_\perp)$. Z braku empirycznej informacji o kształcie tej krzywej przyjęto tu analogiczne uproszczenie, jakie stosuje się wobec cząstkowych pętli histerezy — że jest to prosta o nachyleniu równym przenikalności rewersyjnej μ_r.

Odmienny kształt pętli histerezy w kierunkach równoległym i prostopadłym do $\vec{B}_r$ implikuje, że reluktywność $\hat{\nu}$ magnesu po stabilizacji jest wielkością tensorową, pomimo że materiał, z którego wykonano ten magnes miał przed magnesowaniem własności izotropowe. Wprowadzony tutaj w każdym punkcie magnesu układ współrzędnych jest układem anizotropii normalnej, przy którym tensor reluktywności $\hat{\nu}$ ma postać diagonalną [22, str. 65].

Przyjęte powyżej założenia prowadzą do następujących zależności:

$$H_{\parallel} = \nu_{\parallel}(B_{\parallel} - B_r), \tag{11}$$

gdzie (por. punkt P na rys. 1):

$$\nu_{\parallel} = \begin{cases} \operatorname{ctg}\alpha(B_{\parallel}) & \text{dla} \quad B_{\parallel} \neq B_r, \\ \dfrac{1}{\mu_r} & \text{dla} \quad B_{\parallel} = B_r \end{cases} \tag{12}$$

oraz

$$H_{\perp} = \nu_{\perp} B_{\perp} \tag{13}$$

gdzie

$$\nu_{\perp} = \frac{1}{\mu_r}. \tag{14}$$

Ostatecznie

$$\begin{bmatrix} H_{\parallel} \\ H_{\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_{\parallel} & 0 \\ 0 & \nu_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B - B_{r\parallel} \\ B_{\perp} \end{bmatrix} \tag{15}$$

lub

$$\vec{H} = \nu_{\parallel}(\vec{B}_{\parallel} - \vec{B}_r) + \nu_{\perp}\vec{B}_{\perp}. \tag{16}$$

2.3. Równanie stanu środowiska i równanie potencjału wektorowego uogólnione dla obu problemów

Zależności (10) dla problemu magnesowania oraz (16) dla problemu stabilizacji można sprowadzić do wspólnej postaci:

$$\vec{H} = \nu_{\parallel}(\vec{B} - \vec{B}_r^*), \tag{17}$$

gdzie

$$\vec{B}_r^* = \vec{B}_r + \left(1 - \frac{\nu_{\perp}}{\nu_{\parallel}}\right)\vec{B}_{\perp}. \tag{18}$$

W problemie magnesowania pola $\vec{B}$ i $\vec{B}_r$ są w magnesie współliniowe, zatem $\vec{B}_{\perp} = 0$. Stąd $\vec{B}_r^* = \vec{B}_r$, czyli (17) sprowadza się do (10). Tożsamość wzorów (16) i (17) jest ewidentna.

Równanie (17) daje się łatwo rozszerzyć na pozostałe środowiska występujące w obszarach rozważanych w problemach magnesowania i stabilizacji: materiał magnetycznie

miękki magneśnicy, uzwojenie cewki magnesującej i powietrze. We wszystkich tych środowiskach przyjmuje się $\vec{B}_r^* = 0$, co sprowadza formułę (17) do postaci: $\vec{H} = \nu_{||}\vec{B}$. Przyjmując następnie $\nu_{||} = \nu_{Fe}(B)$ otrzymuje się równanie dla krzywej magnesowania materiału ferromagnetycznie miękkiego, natomiast przy $\nu_{||} = \mu^{-1}$ otrzymuje się zależność (4) obowiązującą w miedzi i w powietrzu. Równanie (17) jest więc uogólnionym równaniem stanu środowiska dla obszarów rozpatrywanych w obu problemach i może być użyte do wyprowadzenia równania potencjału wektorowego.

Zastępując równanie (2) postacią ekwiwalentną $\vec{B} = \mathrm{rot}\vec{A}$ i podstawiając to ostatnie równanie wraz z równaniem (17) do (1) otrzymuje się:

$$\mathrm{rot}[\nu_{||}(\mathrm{rot}\vec{A} - \vec{B}_r^*)] = \vec{J}. \tag{19}$$

Równanie to, zapisane w układzie współrzędnych biegunowych zorientowanym w sposób wyjaśniony w części wstępnej, przybiera postać następującą:

$$\frac{\partial}{\partial\varrho}\left(\nu_{||}\frac{\partial A}{\partial\varrho}\right) + \frac{\nu_{||}}{\varrho}\frac{\partial A}{\partial\varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\nu_{||}\frac{\partial A}{\partial\varphi}\right) =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial\varrho}(\nu_{||}B_{r\varphi}^*) + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial\varphi}(\nu_{||}B_{r\varrho}^*) - \frac{\nu_{||}}{\varrho}B_{r\varphi}^* - J. \tag{20}$$

Linie jednakowego potencjału wektorowego $A = \mathrm{const}$ tworzą poszukiwany rozkład pola wektorowego indukcji magnetycznej w analizowanym obszarze płaskim. Równanie (20) jest nieliniowym równaniem eliptycznym rzędu drugiego. Nieliniowość tego równania kryje się w fakcie, iż w każdym punkcie obszaru wielkości $\nu_{||}$, $B_{r\varrho}^*$, $B_{r\varphi}^*$ są funkcjami wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}$, którego składowe określone są wzorami:

$$B_\varrho = \frac{\partial A}{\varrho\partial\varphi}; \qquad B_\varphi = -\frac{\partial A}{\partial\varrho}, \tag{21}$$

czyli zależy od rozkładu funkcji poszukiwanej A.

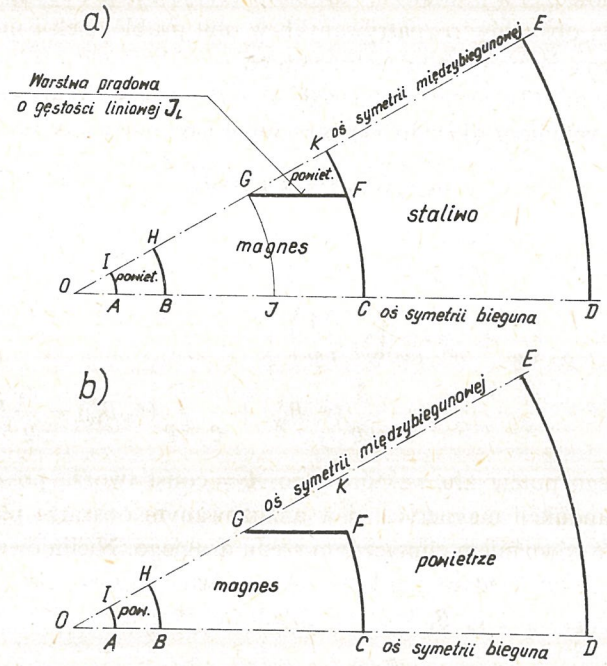
2.4. Obszary określoności równania potencjału wektorowego oraz warunki brzegowe

Równanie (20) rozwiązywane jest w obszarach przedstawionych na rys. 2a — dla problemu magnesowania — i na rys. 2b — dla problemu stabilizacji w powietrzu. Ponieważ rozpatrywany magnes ma kształt symetrycznej, sześciobiegunowej gwiazdki, rozważa się tylko pół podziałki biegunowej, czyli obszar $ADEI$. Warunki brzegowe dla tego obszaru są w obu rozwiązywanych problemach następujące:

1. Wzdłuż $\overline{AD}$: $A = 0$, ponieważ oś bieguna jest linią pola wektorowego indukcji magnetycznej, a więc — w przypadku pól płaskich — linią stałego potencjału wektorowego.

2. Wzdłuż $\overline{AI}$ oraz $\overline{DE}$: $A = 0$, ponieważ zakłada się nieistnienie pola w obszarze o promieniu mniejszym od $\overline{OA}$ oraz na zewnątrz obszaru o promieniu $\overline{OD}$. Warunek zerowości pola na łuku $\overline{AI}$ zamiast na granicy $\overline{BH}$ magnesu z wałem został wprowadzony dla uwzględnienia strumienia rozproszenia przez niemagnetyczny wał magnesu.

3. Wzdłuż $\overline{EI}$: $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$, ponieważ linie pola wektorowego indukcji magnetycznej są prostopadłe do osi symetrii międzybiegunowej, zatem pochodna normalna potencjału wektorowego jest równa zeru.



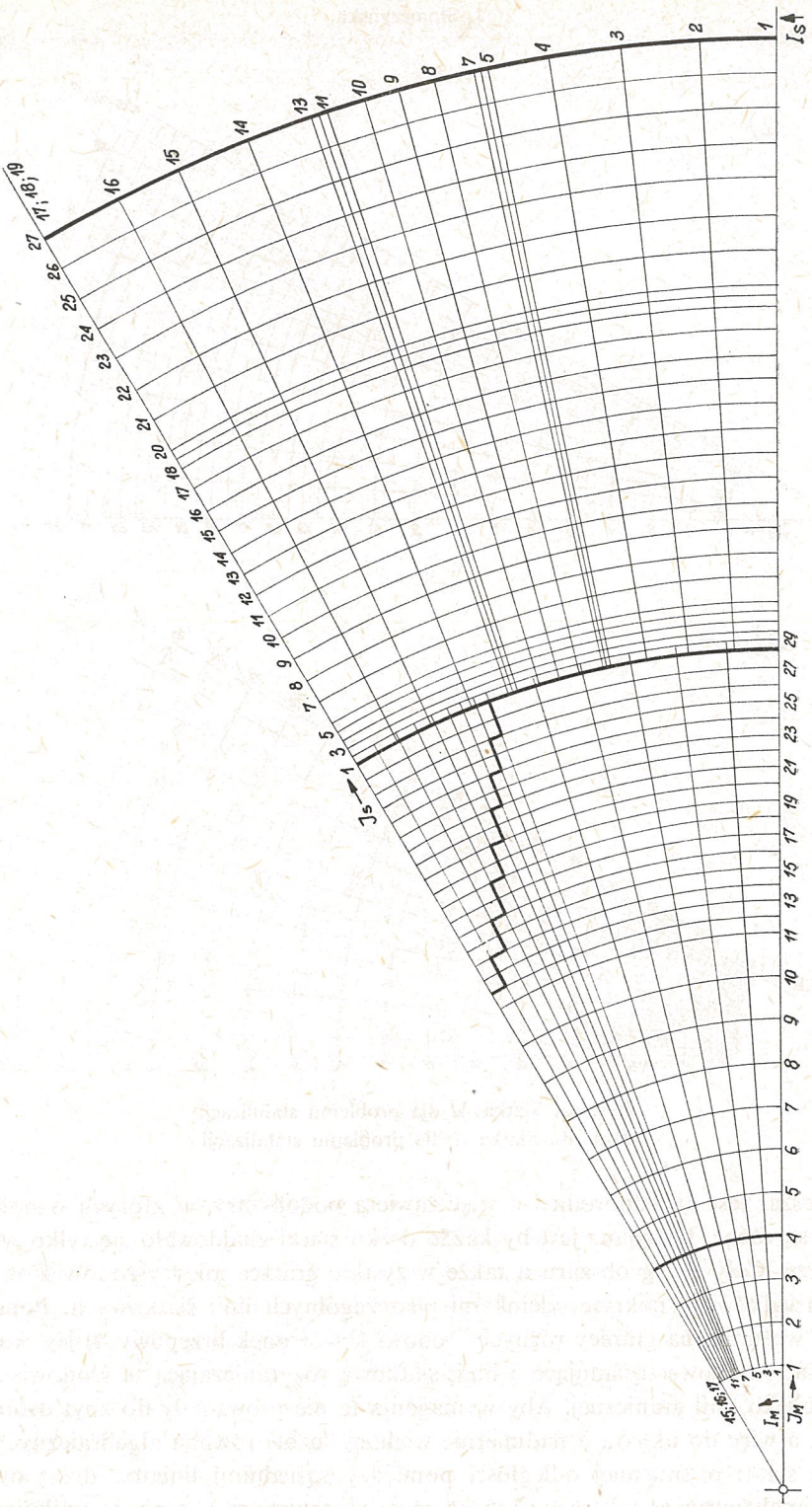
Rys. 2. Obszary rozpatrywane w problemach: a) magnesowania, b) stabilizacji

4. Wzdłuż wszystkich linii granicznych pomiędzy różnymi środowiskami magnetycznymi obowiązuje warunek ciągłości składowej normalnej wektora indukcji magnetycznej oraz składowej stycznej wektora natężenia pola magnetycznego.

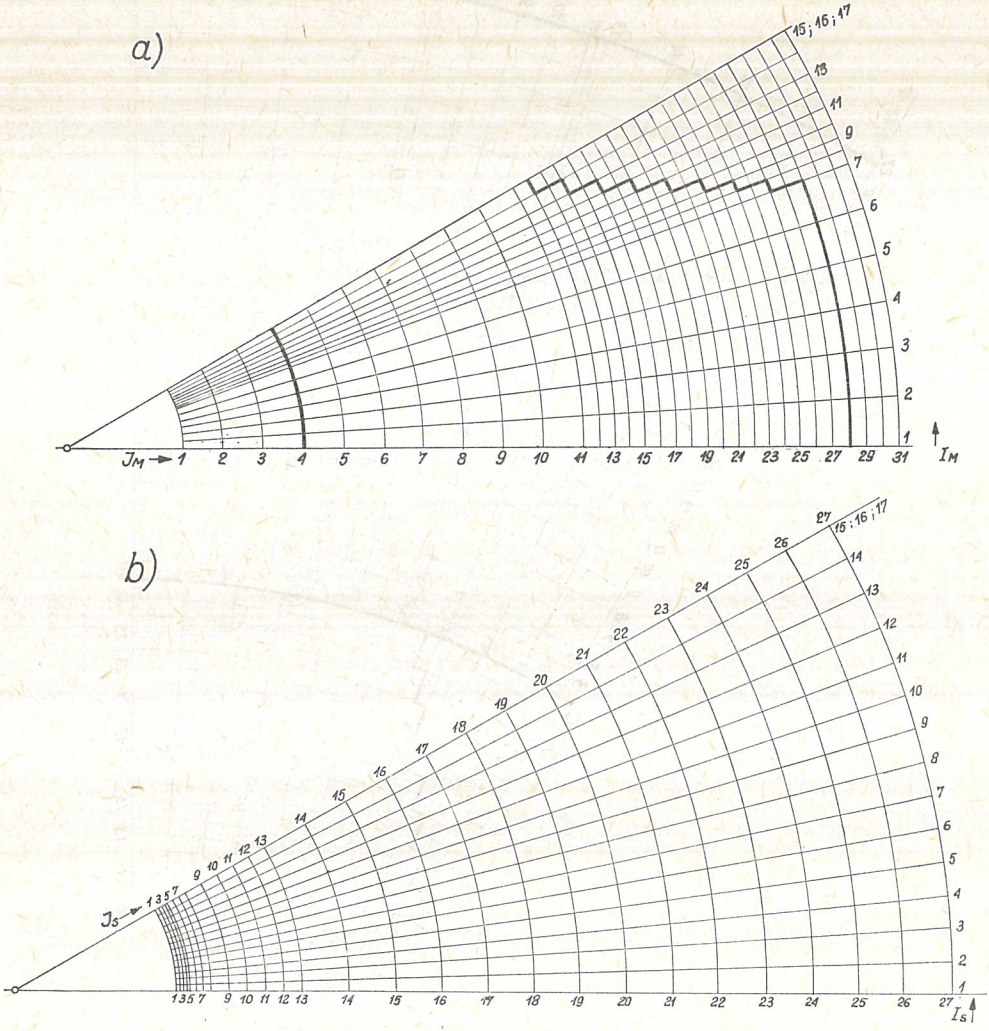
3. SIATKOWA DYSKRETYZACJA OBSZARU I ALGORYTM RÓŻNICOWY

Równanie potencjału wektorowego zostanie rozwiązane metodą różnic skończonych, co wymaga — po pierwsze — wybrania w obszarach przedstawionych na rys. 2a i 2b zbioru punktów dyskretnych, w których będzie się poszukiwać wartości potencjału wektorowego, oraz — po drugie — transformacji równania (20) w równanie algebraiczne (algorytm różnicowy), którego niewiadomą jest wartość potencjału wektorowego w dowolnym punkcie należącym do uprzednio określonego zbioru.

Przy rozwiązywaniu równań różniczkowych cząstkowych w obszarach płaskich metodą różnic skończonych badany obszar pokrywa się siatką utworzoną przez dwie rodziny linii współrzędnych. Węzły siatki wyznaczają zbiór punktów, w których mają być obliczone wartości funkcji poszukiwanej. Wybór układu siatkowego zależy od kształtu obszaru, jego wewnętrznej struktury oraz od sposobu zadania warunków brzegowych. Jeżeli



Rys. 3. Układ siatek M i S pokrywających obszar rozpatrywany w problemie magnesowania



Rys. 4a. Siatka M dla problemu stabilizacji
Rys. 4b. Siatka S dla problemu stabilizacji

badany obszar jest niejednorodny, a więc zawiera podobszary, w których współczynniki równania są różne, pożądane jest by każde oczko siatki znajdowało się tylko w jednym podobszarze. Cały brzeg obszaru a także wszystkie granice międzyśrodowiskowe winny być zatem całkowicie pokryte odcinkami poszczególnych linii siatkowych. Ponadto dla spełnienia warunku na granicy różnych środowisk (warunek brzegowy 4) jest konieczne, by dwie linie siatkowe sąsiadujące z linią siatkową rozgraniczającą te środowiska leżały możliwie blisko linii granicznej. Aby wymagania te nie prowadziły do zbyt drobnej dyskretyzacji, a więc do układu o nadmiernie wielkiej liczbie równań algebraicznych, wprowadza się siatki o zmiennej odległości pomiędzy sąsiednimi liniami, dostosowane do struktury analizowanego obszaru. Jednocześnie stosowanym sposobem uniknięcia nadmiernej liczby węzłów jest pokrywanie tego obszaru nie jedną siatką, lecz dwiema lub

nawet ich większą liczbą. Siatki sąsiadujące ze sobą posiadają na granicy międzysiatkowej dwie wspólne linie umożliwiające interpolacyjne obliczanie wartości funkcji poszukiwanej w węzłach jednej siatki w zależności od jej wartości w węzłach drugiej siatki.

3.1. Wybór siatek

Obszar analizowany w każdym z obu rozwiązywanych problemów pokryto dwiema siatkami biegunowymi o zmiennym skoku zaprojektowanymi w taki sposób, by spełniały wymienione wymagania i zalecenia. Obszar rozważany w problemie magnesowania i przedstawiony na rys. 2a pokryto siatką M składającą się z 17 linii radialnych i 29 linii kołowych oraz siatką S składającą się z 19 linii radialnych i 27 linii kołowych. Siatki te są pokazane na rys. 3. Obszar rozważany w problemie stabilizacji i przedstawiony na rys. 2b pokryto siatką M składającą się z 17 linii radialnych i 31 linii kołowych oraz siatką S składającą się z 17 linii radialnych i 27 linii kołowych. Siatka M przedstawiona jest na rys. 4a, siatka S — na rys. 4b.

3.2. Warunki brzegowe w schemacie różnicowym

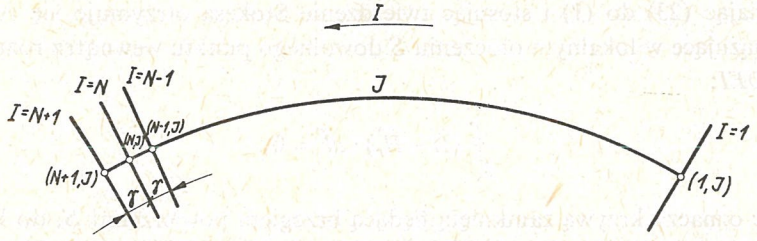
Warunki brzegowe dla problemów magnesowania i stabilizacji — podane w części 2 — zostały określone identycznymi formułami matematycznymi dla obu problemów. Operując oznaczeniami rys. 2 zostanie przedstawiony sposób uwzględnienia tych warunków w schemacie różnicowym.

3.2.1. Warunek Dirichleta $A = 0$

Warunek ten, obowiązujący na liniach $\overline{AD}$, $\overline{AI}$ oraz $\overline{DE}$ realizuje się przez przyjęcie wartości potencjału $A = 0$ we wszystkich węzłach leżących na wymienionych liniach.

3.2.2. Warunek Neumanna $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$

Warunek ten obowiązuje na linii radialnej $\overline{IE}$. Aby zapewnić jego spełnienie wprowadza się dodatkową radialną linię siatkową leżącą po przeciwnej stronie linii $\overline{IE}$ niż obszar $ADEI$. Niech linia $\overline{IE}$ będzie N-tą linią radialną siatki pokrywającej obszar $ADEI$. Wów-



Rys. 5. Warunek brzegowy Neumanna w schemacie różnicowym

czas owa dodatkowa $(N+1)$-sza linia radialna położona jest symetrycznie do linii $(N-1)$-szej względem N-tej linii $\overline{IE}$ (por. rys. 5). Wartości potencjału wektorowego w punktach przecięcia linii radialnych $(N-1)$-szej i $(N+1)$-szej z każdą kołową linią siatkową J muszą spełniać warunek:

$$A(N+1, J) = A(N-1, J). \tag{22}$$

Warunek Neumanna na linii $\overline{IE}$ spełniony jest tym dokładniej, im mniejszy jest kąt γ przesunięcia linii $(N-1)$-szej oraz $(N+1)$-szej względem N-tej linii $\overline{IE}$.

3.2.3. Warunki na granicy różnych środowisk

Spełnienie warunku międzyśrodowiskowego zostało zapewnione przez odpowiedni dobór odległości pomiędzy liniami siatkowymi. Każda granica międzyśrodowiskowa z wyjątkiem linii $\overline{GF}$ została pokryta odcinkami poszczególnych linii siatkowych. Linia $\overline{GF}$ nie dająca się przedstawić dokładnie w siatce biegunowej została aproksymowana linią schodkową składającą się z występujących na przemian odcinków linii kołowych i radialnych. Dwie linie siatkowe sąsiadujące z obu stron z linią pokrywającą lub aproksymującą granicę międzyśrodowiskową zostały umieszczone możliwie blisko linii granicznej.

3.3. Wyprowadzenie algorytmu różnicowego

Równanie (20) ma postać dość złożoną, wobec czego bezpośrednie transformowanie go w układ równań różnicowych za pomocą klasycznie stosowanego rozwinięcia funkcji niewiadomej w szereg Taylora byłoby kłopotliwe. Korzystniej jest zastąpić to równanie równoważnym równaniem całkowo-różniczkowym wyprowadzonym z układu równań (1), (2), (17) przy użyciu twierdzenia Stokesa, a dopiero następnie dokonać transformacji różnicowej otrzymanego w ten sposób równania.

Niech $\vec{J}$ oznacza gęstość prądu w cewce magnesującej nawiniętej na biegunie magnesu w celu namagnesowania tego magnesu do stanu nasycenia. Wówczas cewkę tę można zastąpić równoważną warstwą prądową wzdłuż $\overline{GF}$ (por. rys. 2a) o gęstości liniowej $\vec{J}_l$. W celu uproszczenia ostatecznego równania owa warstwa prądowa jest następnie zastąpiona polem $\vec{H}_r$ określonym w obszarze $JCFG$ i takim, że:

$$\vec{J}_l = \operatorname{rot} \vec{H}_r. \tag{23}$$

Podstawiając (23) do (1) i stosując twierdzenie Stokesa otrzymuje się równanie całkowe obowiązujące w lokalnym otoczeniu S dowolnego punktu wewnątrz rozpatrywanego obszaru $ADEI$:

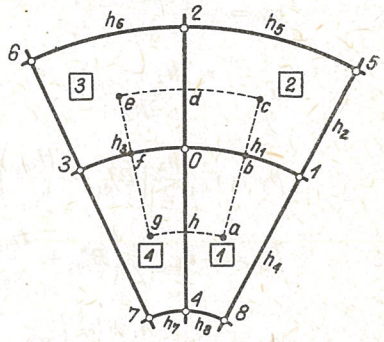
$$\oint_c (\vec{H}-\vec{H}_r) \cdot d\vec{l} = 0, \tag{24}$$

przy czym c oznacza krzywą zamkniętą będącą brzegiem powierzchni S, do której należy ów wewnętrzny punkt obszaru $ADEI$.

Dla problemu magnesowania $\vec{H}_r = 0$ wszędzie poza obszarem *JCFG*. Dla problemu stabilizacji $\vec{H}_r = 0$ w każdym punkcie rozpatrywanego obszaru. Podstawiając (2) i (17) do (24) otrzymuje się równanie:

$$\oint_c \nu_{\parallel} \left(\operatorname{rot} \vec{A} - \vec{B}_r^* - \frac{\vec{H}_r}{\nu_{\parallel}} \right) \cdot d\vec{l} = 0. \tag{25}$$

Równanie to zostanie przetransformowane w algorytm różnicowy potencjału wektorowego w dowolnym węźle wewnętrznym siatki biegunowej. Na rys. 6 przedstawiony jest układ czterech oczek otaczających punkt 0, w którym ma być wyznaczona wartość po-



Rys. 6. Układ oczek wokół wewnętrznego węzła siatki biegunowej

tencjału wektorowego. Punkty a, c, e, g oznaczają środki oczek *1*, *2*, *3*, *4*, punkty b, d, f, h — środki odpowiednich boków siatkowych. Zamkniętą drogę całkowania wokół węzła 0 wyznacza linia przerywana.

Potencjał wektorowy jest funkcją określoną w węzłach siatki. W dowolnym punkcie wewnętrznym oczka przyjmuje się, że wartość potencjału wektorowego jest liniowo zależna od wartości w otaczających węzłach. Prowadzi to do zdefiniowania wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}$ w geometrycznym środku oczka i przyjęcia tej wartości jako stałej na powierzchni oczka. Tensor reluktywności oraz wektory $\vec{B}_r$, $\vec{B}_r^*$, $\vec{H}_r$ jako funkcje wektora $\vec{B}$ określone są na tej samej dziedzinie. Po zastosowaniu transformacji różnicowej do równania (25) zgodnie z powyższymi zasadami otrzymuje się:

$$\left.\begin{aligned}
&\nu_{\parallel 1}\frac{A_o-A_1}{h_1}\frac{h_4}{2}-\nu_{\parallel 1}\left(B^*_{r\varrho 1}+\frac{H_{r\varrho 1}}{\nu_{\parallel 1}}\right)\frac{h_4}{2}+\nu_{\parallel 2}\frac{A_o-A_1}{h_1}\frac{h_2}{2}+\\
&+\nu_{\parallel 2}\left(B^*_{r\varrho 2}+\frac{H_{r\varrho 2}}{\nu_{\parallel 2}}\right)\frac{h_2}{2}+\nu_{\parallel 2}\frac{A_o-A_2}{h_2}\frac{h_1+h_5}{4}-\nu_{\parallel 2}\left(B^*_{r\varphi 2}+\frac{H_{r\varphi 2}}{\nu_{\parallel 2}}\right)\frac{h_1+h_5}{4}+\\
&+\nu_{\parallel 3}\frac{A_o-A_2}{h_2}\frac{h_3+h_6}{4}-\nu_{\parallel 3}\left(B^*_{r\varphi 3}+\frac{H_{r\varphi 3}}{\nu_{\parallel 3}}\right)\frac{h_3+h_6}{4}+\nu_{\parallel 3}\frac{A_o-A_3}{h_3}\frac{h_2}{2}+\\
&+\nu_{\parallel 3}\left(B^*_{r\varrho 3}+\frac{H_{r\varrho 3}}{\nu_{\parallel 3}}\right)\frac{h_2}{2}+\nu_{\parallel 4}\frac{A_o-A_3}{h_3}\frac{h_4}{2}+\nu_{\parallel 4}\left(B^*_{r\varrho 4}+\frac{H_{r\varrho 4}}{\nu_{\parallel 4}}\right)\frac{h_4}{2}+\\
&+\nu_{\parallel 4}\frac{A_o-A_4}{h_4}\frac{h_3+h_7}{4}+\nu_{\parallel 4}\left(B^*_{r\varphi 4}+\frac{H_{r\varphi 4}}{\nu_{\parallel 4}}\right)\frac{h_3+h_7}{4}+\nu_{\parallel 1}\frac{A_o-A_4}{h_4}\frac{h_1+h_8}{4}+\\
&+\nu_{\parallel 1}\left(B^*_{r\varphi 1}+\frac{H_{r\varphi 1}}{\nu_{\parallel 1}}\right)\frac{h_1+h_8}{4}=0.
\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Równanie (26) rozwiązane względem potencjału wektorowego w punkcie 0 prowadzi do formuły algorytmicznej:

$$A_o = \frac{\sum_{i=1}^{4} (\beta_i + \gamma_i) + \sum_{i=1}^{4} \alpha_i A_i}{\sum_{i=1}^{4} \alpha_i}, \tag{27}$$

przy czym:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\nu_{\|_1} h_4 + \nu_{\|_2} h_2}{2h_1}, & \alpha_2 &= \frac{\nu_{\|_2}(h_1+h_5) + \nu_{\|_3}(h_3+h_6)}{4h_2}, \\ \alpha_3 &= \frac{\nu_{\|_3} h_2 + \nu_{\|_4} h_4}{2h_3}, & \alpha_4 &= \frac{\nu_{\|_4}(h_3+h_7) + \nu_{\|_1}(h_1+h_8)}{4h_4} \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

$$\left.\begin{aligned} \beta_1 &= \nu_{\|_1} \frac{h_4}{2}\left(B^*_{r\varrho_1} + \frac{H_{r\varrho_1}}{\nu_{\|_1}}\right), & \beta_2 &= \nu_{\|_2} \frac{h_2}{2}\left(B^*_{r\varrho_2} + \frac{H_{r\varrho_2}}{\nu_{\|_2}}\right), \\ \beta_3 &= -\nu_{\|_3} \frac{h_2}{2}\left(B^*_{r\varrho_3} + \frac{H_{r\varrho_3}}{\nu_{\|_3}}\right), & \beta_4 &= -\nu_{\|_4} \frac{h_4}{2}\left(B^*_{r\varrho_4} + \frac{H_{r\varrho_4}}{\nu_{\|_4}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

$$\left.\begin{aligned} \gamma_1 &= -\nu_{\|} \frac{h_1+h_8}{4}\left(B^*_{r\varphi_1} + \frac{H_{r\varphi_1}}{\nu_{\|_1}}\right), & \gamma_2 &= \nu_{\|_2} \frac{h_1+h_5}{4}\left(B^*_{r\varphi_2} + \frac{H_{r\varphi_2}}{\nu_{\|_2}}\right), \\ \gamma_3 &= \nu_{\|_3} \frac{h_3+h_6}{4}\left(B^*_{r\varphi_3} + \frac{H_{r\varphi_3}}{\nu_{\|_3}}\right), & \gamma_4 &= -\nu_{\|_4} \frac{h_3+h_7}{4}\left(B^*_{r\varphi_4} + \frac{H_{r\varphi_4}}{\nu_{\|_4}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Wyprowadzając powyższą formułę potencjału wektorowego w węźle wewnętrznym 0 użyto informacji o wartościach potencjału w czterech węzłach *1*, *2*, *3*, *4* odległych od punktu 0 o jeden skok siatki. Podobną formułę można otrzymać bezpośrednio z równania różniczkowego rozwijając funkcję A w szereg Taylora w otoczeniu punktu 0, odrzucając człony o pochodnych trzeciego i wyższych rzędów, a następnie zastępując pochodne cząstkowe odpowiednimi ilorazami różnicowymi. Dla siatki o stałym skoku tak wyprowadzoną formułę różnicową zwykło się określać mianem formuły pięciopunktowej. Zależność (27) można zatem nazwać formułą pięciopunktową uogólnioną na siatkę o zmiennym skoku.

Wielkości $\nu_{\|}$ i $\vec{B}^*_r$ zostały zdefiniowane jako funkcje wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}$ wzorami (12), (18) i (9). Aby móc posłużyć się tymi wzorami do wyznaczania współczynników α_i, β_i, γ_i, $i = 1, \ldots, 4$, w algorytmie różnicowym należy zatem określić składowe wektora indukcji magnetycznej w dowolnym oczku siatki. Zgodnie z zależnościami (21) składowe B_{ϱ_1}, B_{φ_1} i moduł B_1 wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}_1$ w środku oczka *1* wyrażają się wzorami:

$$B_{\varrho_1} = \frac{1}{2}\left(\frac{A_o - A_1}{h_1} + \frac{A_4 - A_8}{h_8}\right); \qquad B_{\varphi_1} = -\frac{1}{2}\frac{A_o + A_1 - A_4 - A_8}{h_4}; \tag{31}$$

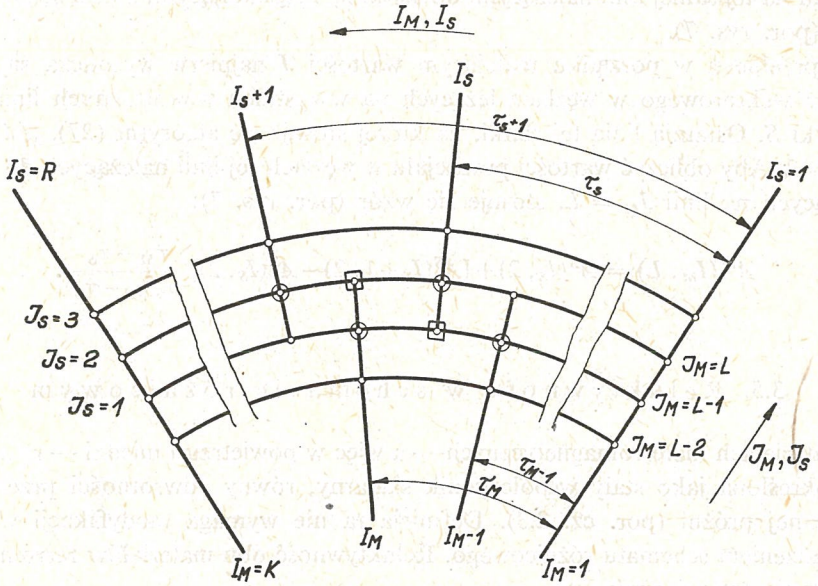
$$B_1 = \sqrt{B^2_{\varrho_1} + B^2_{\varphi_1}}.$$

Równanie (27) jest równaniem nieliniowym, gdyż wartości współczynników α_i, β_i, γ_i służących do wyznaczania potencjału wektorowego w dowolnym węźle wewnętrznym 0

zależą od wartości potencjału w tym węźle oraz w ośmiu węzłach *1*, ..., *8* otaczających punkt 0 w sposób pokazany na rys. 6. Układ równań postaci (27) dla wszystkich wewnętrznych węzłów siatki rozwiązuje się iteracyjną metodą sukcesywnej nadrelaksacji, która zostanie dalej omówiona.

3.4. Interpolacja potencjału wektorowego na granicy różnych siatek

Algorytm (27) służy do wyznaczenia wartości potencjału wektorowego we wszystkich wewnętrznych węzłach każdej z siatek pokrywających analizowany obszar płaski. Przy dwóch lub większej liczbie siatek w obszarze istnieją jednakże węzły wewnętrzne obszaru — a więc takie, w których wartość potencjału nie jest zadana przez warunek brzegowy — nie będące wewnętrznymi węzłami siatki. Węzły te znajdują się na brzegowych



Rys. 7. Interpolacja na granicy dwóch układów siatkowych

liniach siatek, które nie są brzegowymi liniami obszaru. Algorytm (27) nie pozwala na obliczenie wartości potencjału wektorowego w tych węzłach, wobec czego stosuje się formuły interpolacyjne [14]. Jeżeli odległości pomiędzy linią, na której ma być dokonana interpolacja a dwiema liniami sąsiadującymi z ową linią z obu jej stron nie są zbyt duże, a ponadto obszar otaczający tę linię ma własności liniowe, wówczas można stosować interpolację liniową. Ten rodzaj interpolacji zastosowano w niniejszej pracy, gdyż oba wyżej wymienione warunki są spełnione w analizowanych problemach.

Rys. 7 przedstawia schematycznie obszar „zazębiania się" dwóch sąsiadujących siatek. Z czterech przedstawionych na nim kołowych linii siatkowych dwie wewnętrzne stanowią wspólne linie dwóch siatek. Przedostatnia linia kołowa siatki *M* (oznaczona w tej siatce

jako $J_M = L-1$) jest zarazem pierwszą linią kołową siatki S (oznaczoną w tej siatce jako $J_S = 1$). Ostatnia linia $J_M = L$ siatki M jest jednocześnie drugą linią ($J_S = 2$) siatki S. Na każdej z tych dwóch wspólnych linii kołowych znajdują się zarówno węzły siatki M jak i węzły siatki S.

Wartości potencjału wektorowego w wewnętrznych węzłach siatki wyznacza się w myśl formuły (27) kolejno na każdej wewnętrznej linii kołowej, w porządku rosnących lub malejących wartości J. Przy przebiegu w porządku rosnącym ostatnią linią kołową, na której oblicza się wartości potencjału, jest linia $J_M = L-1$. Aby wyznaczyć wartości potencjału w węzłach tej linii należących do siatki S — innymi słowy, aby wyznaczyć wartości potencjału na linii $J_S = 1$ — stosuje się następujący wzór interpolacyjny:

$$A^S(I_S, 1) = A^M(I_M-1, L-1)+[A^M(I_M, L-1)-A^M(I_M-1, L-1)]\frac{\tau_S-\tau_{M-1}}{\tau_M-\tau_{M-1}}. \quad (32)$$

Węzeł $(I_S, 1)$ jest dowolnym węzłem linii $J_S = 1$, węzły $(I_M-1, L-1)$ oraz $(I_M, L-1)$ są węzłami na tej samej linii należącymi do siatki M i sąsiadującymi z obu stron z węzłem siatki S (por. rys. 7).

Przy przebiegu w porządku malejącym wartości J najpierw wyznacza się wartości potencjału wektorowego w węzłach leżących na wszystkich wewnętrznych liniach kołowych siatki S. Ostatnią linią tej siatki, na której stosuje się algorytm (27), jest wówczas linia $J_S = 2$. Aby obliczyć wartości potencjału w węzłach tej linii należących do siatki M, czyli leżących na linii $J_M = L$, stosuje się wzór (por. rys. 7):

$$A^M(I_M, L) = A^S(I_S, 2)+[A^S(I_S+1, 2)-A^S(I_S, 2)]\frac{\tau_M-\tau_S}{\tau_{S+1}-\tau_S}. \quad (33)$$

3.5. Reluktywność w schemacie różnicowym

W materiałach nieferromagnetycznych — a więc w powietrzu i miedzi — reluktywność została określona jako stały współczynnik skalarny, równy odwrotności przenikalności magnetycznej próżni (por. cz. 2.3). Definicja ta nie wymaga modyfikacji w związku z wprowadzeniem schematu różnicowego. Reluktywność obu materiałów ferromagnetycznych zostanie szerzej omówiona.

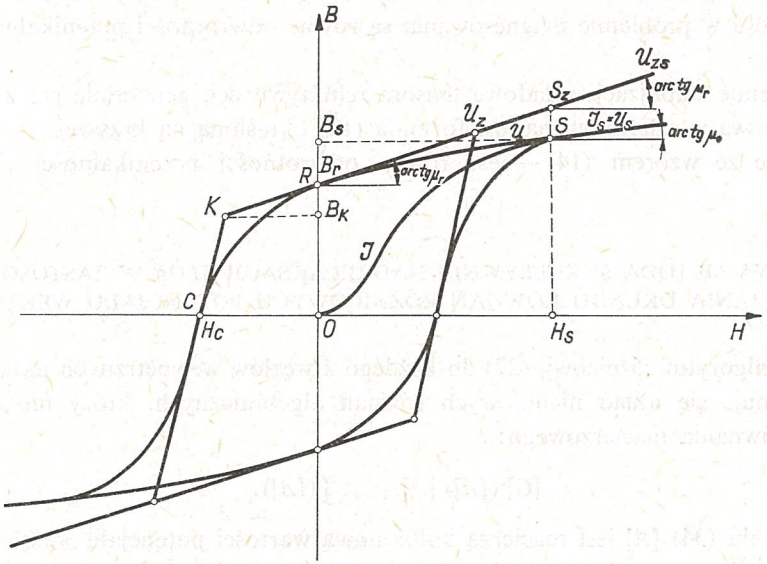
3.5.1. Reluktywność staliwa magneśnicy

W modelu stosowanym przez autorów metody Colorado reluktywność materiału magnetycznie miękkiego definiuje się jako zmienną wielkość skalarną, określoną równaniem (3) na podstawie jednowartościowej krzywej magnesowania [21]. W obszarze rozważanym w problemie magnesowania z materiału magnetycznie miękkiego (staliwo) wykonana jest zwora magneśnicy (por. rys. 2a). Dla potrzeb tego problemu można jednak uprościć charakterystykę magnesowania staliwa zastępując ją prostą styczną do zdjętej doświadczalnie charakterystyki krzywoliniowej w początku układu współrzędnych (H, B). Ta zastępcza charakterystyka dostatecznie dobrze aproksymuje krzywą doświadczalną dla

zakresu zmienności indukcji w zworze, jakiego można oczekiwać po wyłączeniu prądu magnesującego. Modyfikacja charakterystyki magnesowania staliwa upraszcza znacznie program numeryczny. Ponadto jest ona korzystna z punktu widzenia interpolacji potencjału wektorowego we wspólnym obszarze różnych siatek. W problemie magnesowania obszar interpolacyjny znajduje się w zworze magneśnicy. Dzięki przyjęciu liniowych właściwości tego materiału możliwe jest stosowanie interpolacji liniowej.

3.5.2. Reluktywność magnesu trwałego

Aby móc określić reluktywność magnesu zgodnie z modelem teoretycznym przedstawionym w części 2, należałoby dysponować pełną informacją o przebiegu pierwotnej krzywej magnesowania $\mathscr{I}$ oraz górnej gałęzi $\mathscr{U}$ pętli histerezy materiału magnesu w kierunku przyłożonego pola magnesującego. Wprowadzenie tak dokładnej informacji do metody obliczeniowej i programu numerycznego wymagałoby jednak wykonywania specjalnych pomiarów materiałowych, a następnie korektur w programie numerycznym przed każdorazowym zastosowaniem tej metody. Wiadomo bowiem, że pętle histerezy magnesów z różnych wytopów, a nawet egzemplarzy z tego samego wytopu w znacznym stopniu



Rys. 8. Konstrukcja zastępczej pętli histerezy materiału magnetycznie twardego

różnią się kształtem, wobec czego dokładne pomiary dla jednego egzemplarza nie są reprezentatywne dla innych. Aby proponowana tutaj metoda obliczeniowa nie musiała być nieustannie korygowana, wprowadzono zastępczą pętlę histerezy skonstruowaną w sposób przedstawiony na rys. 8. Jest to linia łamana składająca się z prostoliniowych odcinków stycznych do katalogowej krzywej odmagnesowania oraz krzywej do niej symetrycznej względem początku układu współrzędnych w czterech punktach styczności

(O, B_r), (H_c, O), $(O, -B_r)$, $(-H_c, O)$. Składowa $\nu_{||}$ tensora reluktywności magnesu dla problemów magnesowania i stabilizacji zostanie określona na podstawie krzywej $\mathcal{U}_z$ będącej górną gałęzią zastępczej pętli histerezy.

W problemie magnesowania rozważa się sytuację, gdy każdy punkt magnesu jest z założenia namagnesowany do stanu określonego punktem leżącym na krzywej pierwotnej $\mathcal{J}$ powyżej punktu nasycenia S. W problemie tym wystarczy więc posłużyć się tylko odcinkiem $\mathcal{J}_s = \mathcal{U}_s$ zamiast całą krzywą $\mathcal{J}$. Odpowiednikiem tego odcinka na krzywej zastępczej $\mathcal{U}_z$ jest jej część $\mathcal{U}_{zs}$ leżąca powyżej zastępczego punktu nasycenia S_z. Nachylenie odcinka $\mathcal{U}_{zs}$ względem osi H wynosi $\operatorname{arctg}\mu_r$, nie zaś $\operatorname{arctg}\mu_o$, jak w przypadku odcinka $\mathcal{J}_s = \mathcal{U}_s$. Ta różnica nachyleń wymaga osobnego wyjaśnienia.

Problem magnesowania magnesu trwałego jest w referowanej pracy rozwiązywany nie tyle w celu ustalenia rozkładu pola magnetycznego w magnesie namagnesowanym do stanu nasycenia, ile w celu wyznaczenia na tej podstawie rozkładu pola wektorowego indukcji magnetycznej remanencji $\vec{B}_r$ koniecznego do rozwiązania problemu stabilizacji. Po ustaleniu rozkładu pola w magnesie nasyconym, wyznacza się pole $\vec{B}_r$ stosując wzór (9). Przejście to jest jednak dopuszczalne pod warunkiem, że nachylenie krzywej $\mathcal{U}$ powyżej punktu S oraz na odcinku $\overline{RS}$ jest identyczne. Ponieważ nachylenie krzywej $\mathcal{U}$ w punkcie (O, B_r) wynosi $\operatorname{arctg}\mu_r$, przyjęto iż odcinek $\mathcal{U}_{zs}$ nachylony jest pod takim samym kątem. Zgodnie ze wzorem (8) obie składowe tensora reluktywności w dowolnym oczku magnesu w problemie magnesowania są równe odwrotności przenikalności rewersyjnej μ_r.

W problemie stabilizacji składowe tensora reluktywności, generalnie rzecz biorąc, są różne. Składowa $\nu_{||}$ zdefiniowana jest formułą (12) określoną na krzywej $\mathcal{U}_z$. Składowa $\nu_\perp$ — zgodnie ze wzorem (14) — jest równa odwrotności przenikalności rewersyjnej.

4. LINIOWA METODA SUKCESYWNEJ NADRELAKSACJI *SLOR* W ZASTOSOWANIU DO ROZWIĄZANIA UKŁADU RÓWNAŃ RÓŻNICOWYCH POTENCJAŁU WEKTOROWEGO

Stosując algorytm różnicowy (27) do każdego z węzłów wewnętrznych układu siatkowego otrzymuje się układ nieliniowych równań algebraicznych, który można zapisać w postaci równania macierzowego:

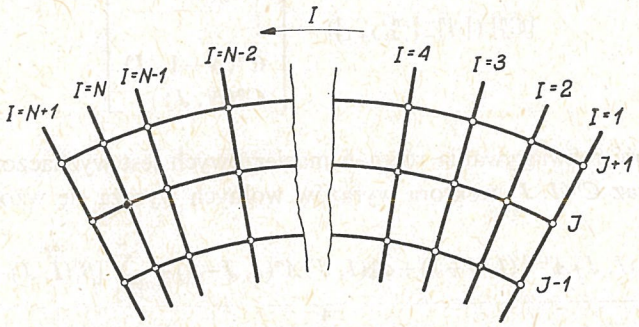
$$[G]([A])[A] = [C]([A]). \tag{34}$$

W równaniu (34) $[A]$ jest macierzą kolumnową wartości potencjału wektorowego we wszystkich węzłach wewnętrznych, $[G]([A])$ jest macierzą współczynników, zaś $[C]([A])$ macierzą kolumnową wyrazów wolnych, czyli takich, w których nie występuje explicite jakakolwiek niewiadoma wartość potencjału. Nieliniowość równania (34) wynika z formuł (27) ÷ (31). Nieliniowość ta oraz fakt, iż macierz $[G]([A])$ ma bardzo małą liczbę elementów niezerowych zdecydowały o wyborze metody iteracyjnej jako narzędzia do rozwiązania równania (34). Każda iteracja składa się z dwóch kroków. W pierwszym obliczana jest macierz współczynników na podstawie macierzy kolumnowej wartości potencjału wyznaczonej w iteracji poprzedniej, w drugim zaś — nowa macierz kolumnowa wartości potencjału na podstawie macierzy współczynników obliczonej w kroku pierwszym.

Wszystkie węzły układu siatkowego połączone są w grupy, z których każda zawiera węzły położone na tej samej linii kołowej J. Dla każdej linii J formułuje się równanie macierzowe postaci (34). W każdej iteracji rozwiązuje się kolejno równania poszczególnych linii najpierw w porządku rosnącego, a następnie w porządku malejącego indeksu J.

4.1. Równanie macierzowe potencjału wektorowego na dowolnej kołowej linii siatkowej

Niech linia J pokazana na rys. 9 oznacza dowolną wewnętrzną linię kołową układu siatkowego. Wartości potencjału wektorowego w jej wszystkich węzłach wewnętrznych



Rys. 9. Grupa węzłów objętych równaniem macierzowym wewnętrznej linii kołowej J

stanowią zbiór niewiadomych macierzowego równania tej linii, które dla n-tej wykonywanej iteracji można zapisać w postaci:

$$[G_J^n]\,([A_{J-1,J,J+1}^{n-1}])\,[A_J^n] = [C_J^n]\,([A_{J-1;J,J+1}^{n-1;n}]), \tag{35}$$

gdzie $[G_J^n]\,([A_{J-1,J,J+1}^{n-1}])$ oznacza macierz współczynników wyznaczoną w iteracji n na podstawie wartości potencjału obliczonych w poprzedniej iteracji o liczbie porządkowej $n-1$, $[A_J^n]$ jest macierzą kolumnową wartości potencjału w węzłach wewnętrznych linii J, która ma być obliczona w iteracji n, natomiast $[C_J^n]\,([A_{J-1;J,J+1}^{n-1;n}])$ jest macierzą kolumnową wyrazów wolnych wyznaczoną w iteracji n częściowo na podstawie rezultatów iteracji $n-1$, częściowo zaś na podstawie rezultatów iteracji n.

Macierz $[G_J^n]\,([A_{J-1,J,J+1}^{n-1}])$ ma postać trójdiagonalną:

$$\begin{bmatrix} 1 & -g_3^n(2,J) & 0 & 0\ldots0 & 0 & 0 & 0 \\ -g_1^n(3,J) & 1 & -g_3^n(3,J) & 0\ldots0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0\ldots0 & -g_1^n(N-1,J) & 1 & -g_3^n(N-1,J) \\ 0 & 0 & 0 & 0\ldots0 & 0 & -[g_1^n(N,J)+g_3^n(N,J)] & 1 \end{bmatrix}, \tag{36}$$

przy czym współczynniki $g_1^n(I,J)$ i $g_3^n(I,J)$ określone są formułami:

$$g_1^n(I,J) = \frac{\alpha_1^n(I,J)}{\sum_{i=1}^{4}\alpha_i^n(I,J)}; \quad g_3^n(I,J) = \frac{\alpha_3^n(I,J)}{\sum_{i=1}^{4}\alpha_i^n(I,J)_i^n}; \quad I = 2,\ldots,N \tag{37}$$

i obliczone ze wzorów (28) na podstawie wartości potencjału uzyskanych w iteracji $n-1$.

Szukaną macierz kolumnową wartości potencjału $[A_J^n]$ oraz macierz kolumnową wyrazów wolnych $[C_J^n]$ ($[A_{J-1,J,J+1}^{n-1,n}]$) można zapisać w postaci rozwiniętej:

$$[A_J^n] = \begin{bmatrix} A^n(2, J) \\ A^n(3, J) \\ \vdots \\ A^n(N-1, J) \\ A^n(N, J) \end{bmatrix}, \tag{38}$$

$$[C_J^n]\,([A_{J-1,J,J+1}^{n-1,n}]) = \begin{bmatrix} C^n(2, J) \\ C^n(3, J) \\ \vdots \\ C^n(N-1, J) \\ C^n(N, J) \end{bmatrix}. \tag{39}$$

Jeżeli kolejność rozwiązywania równań macierzowych jest wyznaczona przez rosnący indeks J, to wyraz $C^n(I, J)$ wektora wyrazów wolnych wyraża się wzorem:

$$C^n(I, J) = \frac{\alpha_2^n(I, J)A^{n-1}(I, J+1) + \alpha_4^n(I, J)A^n(I, J-1) + \sum_{i=1}^{4}[\beta_i^n(I, J) + \gamma_i^n(I, J)]}{\sum_{i=1}^{4}\alpha_i^n(I, J)}, \tag{40}$$

gdzie $I = 2, \ldots, N$.

Przy uporządkowaniu malejącym stosuje się wzór:

$$C^n(I, J) = \frac{\alpha_2^n(I, J)A^n(I, J+1) + \alpha_4^n(I, J)A^{n-1}(I, J-1) + \sum_{i=1}^{4}[\beta_i^n(I, J) + \gamma_i^n(I, J)]}{\sum_{i=1}^{4}\alpha_i^n(I, J)}. \tag{41}$$

Równanie macierzowe (35) dla każdej wewnętrznej linii kołowej J rozwiązuje się stosując algorytm rekurencyjny Thomasa oparty na metodzie eliminacji Gaussa [2], [23]. Algorytm ten jest wyprowadzony drogą przekształcenia macierzy trójdiagonalnej (36) w macierz dwudiagonalną górną, a następnie wyznaczenia wartości potencjału wektorowego w węzłach linii J za pomocą procesu powrotnego jak w metodzie eliminacji Gaussa [20]. Szukane wartości potencjału wektorowego określone są formułami rekurencyjnymi:

$$\left.\begin{aligned} &A^n(N, J) = T^n(N, J), \\ &A^n(I, J) = T^n(I, J) - Q^n(I, J)\cdot A^n(I+1, J), \quad I = N-1, \ldots, 2, \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

przy czym współczynniki $Q^n(I, J)$ oraz $T^n(I, J)$ oblicza się ze wzorów rekurencyjnych:

$$\left.\begin{aligned} &Q^n(1, J) = 0, \\ &Q^n(I, J) = -\frac{g_3^n(I, J)}{1 + g_1^n(I, J)\cdot Q^n(I-1, J)}, \quad I = 2, \ldots, N-1; \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

$$\left.\begin{aligned} T^n(1,J) &= 0,\\ T^n(I,J) &= \frac{g_1^n(I,J)\cdot T^n(I-1,J)+C^n(I,J)}{1+g_1^n(I,J)\cdot Q^n(I-1,J)}; \quad I=2,\ldots,N-1,\\ T^n(N,J) &= \frac{[g_1^n(N,J)+g_3^n(N,J)]\cdot T^n(N-1,J)+C^n(N,J)}{1+[g_1^n(N,J)+g_3^n(N,J)]\cdot Q^n(N-1,J)}. \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

Ze względu na trójdiagonalną postać macierzy wyjściowej (36) koszt procesu eliminacji i procesu powrotnego jest bardzo niewielki. Nie przekracza on $6N$ mnożeń, co jest nieznaczną częścią normalnego kosztu ponoszonego w metodzie eliminacji Gaussa, wynoszącego w przybliżeniu $\frac{N^3}{3}$ mnożeń [24]. Mała ilość działań potrzebnych do rozwiązania równania jest sprawą istotną, gdyż równanie to jest rozwiązywane w każdej iteracji na każdej wewnętrznej linii kołowej układu siatkowego.

4.2. Nadrelaksacja i podrelaksacja w metodzie *SLOR*

Po wyznaczeniu wartości potencjału w węzłach linii J ze wzorów (42), do tychże wartości stosuje się procedurę nadrelaksacji. Polega ona na obliczeniu zmodyfikowanej wartości potencjału A_r^n w każdym węźle linii J, w którym nie obowiązuje warunek brzegowy. Wartości zmodyfikowane oblicza się według wzoru:

$$A_r^n(I,J) = A^{n-1}(I,J)+\omega[A^n(I,J)-A^{n-1}(I,J)], \tag{45}$$

przy czym $1 \leqslant \omega < 2$. Współczynnik ω oznacza współczynnik nadrelaksacji. Jego wartość ustala się dla całego procesu iteracyjnego lub jego części. Metoda sukcesywnej nadrelaksacji jest najszybciej zbieżna, gdy ω przyjmuje wartość optymalną ω_{opt}. W prostszych problemach liniowych można wyznaczyć wartość ω_{opt} drogą analityczną [9]. W problemach bardziej skomplikowanych, w szczególności nieliniowych, wartość tę ustala się metodą prób i błędów [6], [10], [18].

Metoda sukcesywnej nadrelaksacji została pierwotnie opracowana do rozwiązywania problemów liniowych [26]. W problemach nieliniowych jest ona stosowalna pod warunkiem, że macierz współczynników nie zmienia się zbyt szybko podczas procesu iteracyjnego. Aby to osiągnąć, do zmiennych wartości składowej $\nu_{||}$ tensora reluktywności oraz funkcji $\vec{B}_r^*$ stosuje się procedurę podrelaksacji. Procedura ta polega na obliczeniu wartości $\nu_{||}$ oraz $\vec{B}_r^*$ według odpowiednich formuł definicyjnych, a następnie na wyznaczeniu ich wartości zmodyfikowanych ze wzoru analogicznego do wzoru (45), przy czym $\omega < 1$. Wartości zmodyfikowane służą do wyznaczenia macierzy współczynników i macierzy kolumnowej wyrazów wolnych równania (35).

4.3. Kryteria i wskaźniki zbieżności procesu iteracyjnego

Przy rozwiązywaniu układu równań różnicowych jakąkolwiek metodą iteracyjną powstaje pytanie, czy zbiór wartości funkcji poszukiwanej otrzymany w ostatniej wykonanej iteracji odpowiada rozwiązaniu tego układu w uprzednio przyjętych granicach dokład-

ności. Odpowiedzi na to pytanie służą wskaźniki zbieżności obliczane w toku procesu iteracyjnego i oparte na pewnych standardowych kryteriach. Kryteriami przyjętymi w referowanej pracy są wektor pozostałości i wektor różnicy [19], [20].

Na kołowej linii J w iteracji n wektor pozostałości określony jest formułą:

$$[R_J^n] = [A_J^{n-1}] - [G_J^n]([A_{J-1,J+1}^{n-1}])^{-1}[C_J^n]([A_{J-1,J+1}^{n-1}]). \tag{46}$$

Z kolei wektor różnicy $[D_J^n]$ jest wektorem będącym różnicą wektora rozwiązania w iteracji n oraz tego samego wektora otrzymanego w iteracji $n-1$. Zatem:

$$[D_J^n] = [A_J^n] - [A_J^{n-1}]. \tag{47}$$

Do oceny zbieżności procesu iteracyjnego służą cztery zbiorcze wskaźniki charakteryzujące cały zbiór wartości funkcji poszukiwanej i obliczane w każdej iteracji. Wskaźniki te — będące funkcjami składowych wszystkich wektorów pozostałości i różnic — są następujące:

— suma wartości bezwzględnych pozostałości we wszystkich węzłach wewnętrznych $\sum_{i=1}^{N} |R_i^n|$,

— największa wartość bezwzględna pozostałości $|R|_{max}^n$,

— suma wartości bezwzględnych różnic we wszystkich węzłach wewnętrznych $\sum_{i=1}^{N} |D_i^n|$,

— największa wartość bezwzględna różnicy $|D|_{max}^n$.

Proces iteracyjny może być uznany za zbieżny w p iteracjach, jeżeli wartości każdego z tych czterech wskaźników obliczone w dowolnej iteracji o liczbie porządkowej $n \geqslant p$ mieszczą się w zadanych przedziałach dokładności.

5. PROGRAM NA MASZYNĘ CYFROWĄ

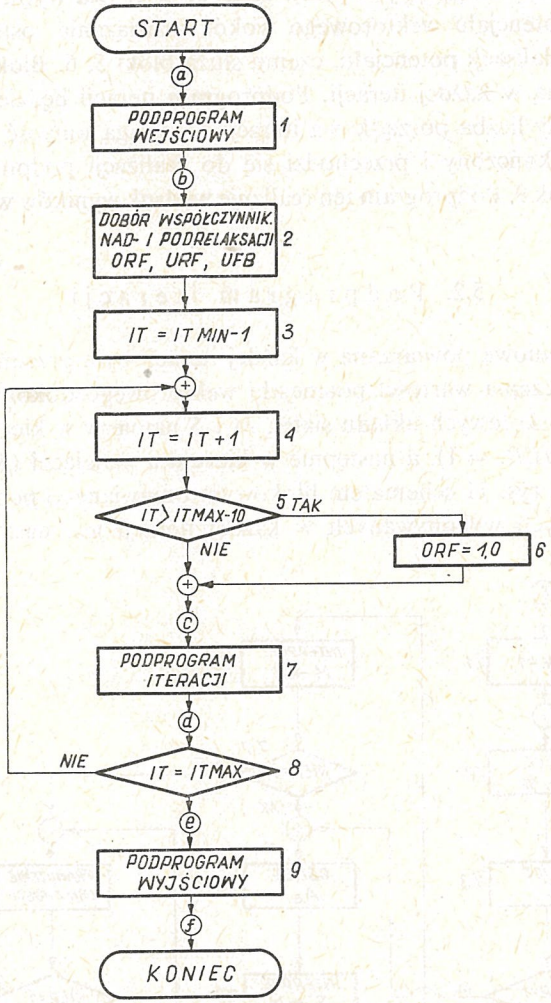
Programy numeryczne dla problemów magnesowania i stabilizacji magnesu trwałego maszyny elektrycznej zostały napisane w języku Fortran IV i mogą być realizowane na dowolnej maszynie cyfrowej wyposażonej w pamięć operacyjną o dużej pojemności oraz w translator tego języka. Ze względu na duże podobieństwo tych programów — wynikające z tej samej postaci równania różniczkowego i algorytmu różnicowego oraz tej samej metody rozwiązywania układu równań różnicowych — zostaną one omówione łącznie. Dalej będzie więc mowa o jednym programie na maszynę cyfrową, przy czym przez program ten będzie się rozumieć zarówno program dla problemu magnesowania jak i program dla problemu stabilizacji.

5.1. Program główny

Omawiany tutaj program numeryczny składa się z programu głównego oraz kilkunastu podprogramów. Jednakże w opisie — dla wyraźniejszej ekspozycji głównych operacji — przyjęty zostanie schematyczny podział na podprogramy nie pokrywający się z rzeczywistą organizacją tego programu. Połączenie pewnych podprogramów w grupy pozwoli bowiem na podkreślenie najistotniejszych elementów procesu obliczeniowego.

Na rys. 10 pokazany jest schemat blokowy programu głównego. Pierwszym blokiem schematu jest podprogram wejściowy wprowadzający następujące informacje konieczne do rozpoczęcia zasadniczych obliczeń:

a) liczbę porządkową pierwszej wykonywanej iteracji oznaczoną w schemacie jako *ITMIN*,
b) liczbę porządkową ostatniej iteracji oznaczoną jako *ITMAX*,



Rys. 10. Schemat blokowy programu głównego

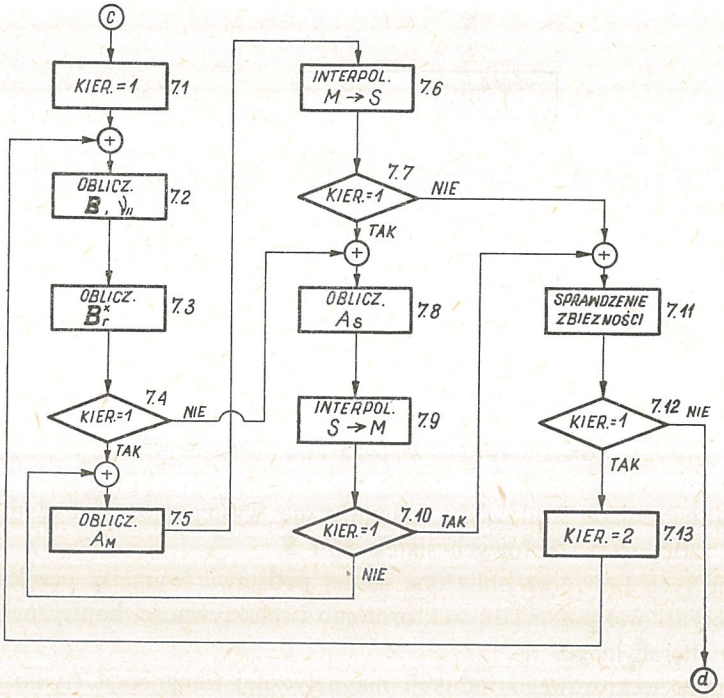
c) dane charakteryzujące środowiska magnetyczne występujące w badanym obszarze,
d) liczbę linii radialnych i kołowych siatek M i S,
e) współrzędne tych linii oraz obliczone na tej podstawie wymiary oczek,
f) wartości początkowe potencjału wektorowego i reluktywności konieczne do rozpoczęcia procesu iteracyjnego,
g) składowe pola wektorowego indukcji magnetycznej remanencji (tylko w problemie stabilizacji).

Blok 2 służy do wprowadzenia wartości współczynnika nadrelaksacji potencjału wektorowego oznaczonego w schemacie jako *ORF*, współczynnika podrelaksacji reluktywności oznaczonego jako *URF* oraz współczynnika podrelaksacji wektora $\bar{B}_r^*$ oznaczonego jako *UFB*. Współczynnik *UFB* występuje tylko w programie dla problemu stabilizacji.

Iteracje wykonywane są kolejno w porządku rosnącym począwszy od $IT = ITMIN$ do $IT = ITMAX$, co realizowane jest przez bloki 3, 4, 8. Dla wytłumienia ewentualnych oscylacji wartości potencjału wektorowego wokół rozwiązania, ostatnie 10 iteracji wykonuje się bez podrelaksacji potencjału, czemu służą bloki 5, 6. Blok 7 przedstawia część programu powtarzaną w każdej iteracji. Podprogram iteracji będzie przedmiotem osobnego omówienia. Gdy liczba porządkowa iteracji *IT* osiąga wartość maksymalną, proces iteracyjny zostaje zakończony i przechodzi się do realizacji podprogramu wyjściowego oznaczonego jako blok 9. Podprogram ten realizuje wydruk wyników wykonanych obliczeń.

5.2. Podprogram iteracji

Procedura obliczeniowa powtarzana w każdej iteracji była przedmiotem części czwartej tej pracy. Wyznaczenia wartości potencjału wektorowego dokonuje się na kolejnych wewnętrznych liniach kołowych układu siatek M i S najpierw w kierunku rosnącej liczby porządkowej linii ($KIER. = 1$), a następnie w kierunku malejącej ($KIER. = 2$). Zgodnie z przedstawionym na rys. 11 schematem blokowym omawianego podprogramu kolejność operacji obliczeniowych wykonywanych w każdej iteracji jest następująca:



Rys. 11. Schemat blokowy podprogramu pojedynczej iteracji

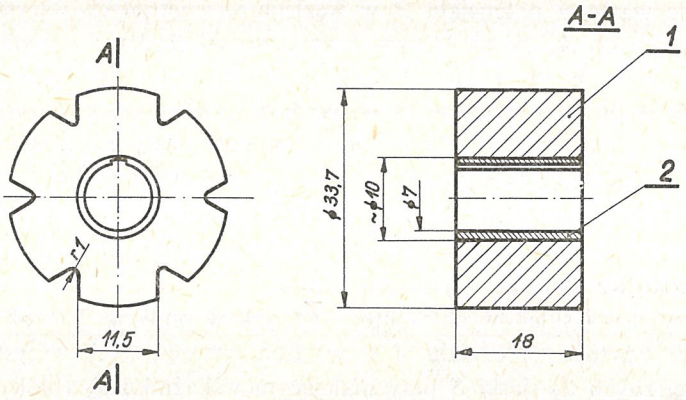
1. obliczenie wartości składowych wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}$ we wszystkich oczkach siatek M i S oraz składowej $\nu_{||}$ tensora reluktywności w tych oczkach, w których nie jest ona stała (blok 7.2),
2. obliczenie wartości składowych wektora $\vec{B}_r^*$ we wszystkich oczkach siatek M i S (blok 7.3),
3. wyznaczenie wartości potencjału A w węzłach wewnętrznych wszystkich kołowych linii wewnętrznych J_M siatki M przy rosnącym wskaźniku J_M (blok 7.5),
4. interpolacja wartości potencjału A z siatki M do siatki S (blok 7.6),
5. wyznaczenie wartości potencjału A w węzłach wewnętrznych wszystkich kołowych linii wewnętrznych J_S siatki S przy rosnącym wskaźniku J_S (blok 7.8),
6. interpolacja wartości potencjału A z siatki S do siatki M (blok 7.9),
7. obliczenie i wydruk wskaźników zbieżności procesu iteracyjnego (blok 7.11),
8. obliczenie wartości składowych wektora indukcji magnetycznej $\vec{B}$ oraz składowej $\nu_{||}$ tensora reluktywności, jak w punkcie 1 (blok 7.2),
9. obliczenie wartości składowych wektora $\vec{B}_r^*$, jak w punkcie 2 (blok 7.3),
10. wyznaczenie wartości potencjału A w węzłach wewnętrznych wszystkich kołowych linii wewnętrznych J_S siatki S przy malejącym wskaźniku J_S (blok 7.8),
11. interpolacja wartości potencjału A z siatki S do siatki M (blok 7.9),
12. wyznaczenie wartości potencjału A w węzłach wewnętrznych wszystkich kołowych linii wewnętrznych J_M siatki M przy malejącym wskaźniku J_M (blok 7.5),
13. interpolacja wartości potencjału A z siatki M do siatki S (blok 7.6),
14. obliczenie i wydruk wskaźników zbieżności procesu iteracyjnego, jak w punkcie 7 (blok 7.11).

Bloki 7.1, 7.4, 7.7, 7.10, 7.12, 7.13 służą do zapewnienia wyżej wymienionej kolejności operacji.

6. ZASTOSOWANIE METODY DO WYZNACZENIA ROZKŁADU POLA MAGNETYCZNEGO SZEŚCIOBIEGUNOWEGO MAGNESU TRWAŁEGO PRĄDNICY TACHOMETRYCZNEJ

Przy wyborze maszyny elektrycznej z magnesem trwałym użytej do sprawdzenia opracowanego modelu teoretycznego oraz dostosowanych do niego metody numerycznej i programu na maszynę cyfrową kierowano się dwoma zasadniczymi względami. Pierwszy z nich jest związany z rozpatrywaniem pola magnetycznego w przestrzeni dwuwymiarowej. Z tego powodu należało wybrać taką maszynę, dla której można założyć niezmienność pola magnetycznego wzdłuż pewnej współrzędnej prostoliniowej trójwymiarowego układu współrzędnych. W szerokiej klasie maszyn elektrycznych za taką współrzędną można uważać oś wału wirnika. Badany magnes powinien więc pochodzić z maszyny należącej do tej klasy. Drugi wzgląd dotyczy kształtu i materiału magnesu trwałego. Ponieważ cechy te muszą być uwzględnione w programie numerycznym, jest rzeczą istotną z punktu widzenia jego uniwersalności by cechy te były typowe dla dość szerokiej klasy maszyn elektrycznych z magnesami trwałymi. Kierując się wymienionymi względami wybrano maszynę elektryczną o wirniku gwiazdkowym wykonanym z typowego materiału magnetycznie twardego. Maszyny o takiej konstrukcji są powszechnie stosowane jako prądnice tachometryczne, traktorowe i lotnicze [3].

Analizowany magnes trwały — pokazany na rys. 12 — wykonany ze stopu Alnico 400 jest wirnikiem jednofazowej prądnicy tachometrycznej GZTK 626 o danych znamionowych: $U_n = 60$ V, $I_n = 0{,}05$ A, $n_n = 3000$ obr./min., $f_n = 150$ Hz. Prądnica ta została zaprojektowana i wykonana w Zakładzie Doświadczalnym ZD-1 Instytutu Elektrotechniki w Warszawie-Międzylesiu.



Rys. 12. Magnes trwały prądnicy GZTK 626: a) widok powierzchni czołowej, b) przekrój wzdłuż osi wału

6.1. Przebieg i zbieżność procesu iteracyjnego

Rozwiązując problemy magnesowania i stabilizacji magnesu trwałego przy użyciu opisanej metody wykonano szereg wstępnych obliczeń przy różnych współczynnikach nadrelaksacji i podrelaksacji. Dla problemu magnesowania najlepszą zbieżność uzyskano przy współczynniku nadrelaksacji potencjału wektorowego $ORF = 1{,}2$ i współczynniku podrelaksacji reluktywności $URF = 0{,}2$; dla problemu stabilizacji — przy współczynnikach: $ORF = 1{,}0$; $URF = 0{,}1$; $UFB = 0{,}1$. Wszystkie rozwiązania otrzymano przy założeniu zerowych wartości początkowych potencjału wektorowego we wszystkich węzłach układu siatkowego.

Wynik procesu iteracyjnego uważa się za zadowalający po p iteracjach, jeżeli dla każdego $n \geqslant p$: $\sum_{i=1}^{N} |R_i^n| \leqslant \varepsilon_1$, $|R|_{max}^n \leqslant \varepsilon_2$, $\sum_{i=1}^{N} |D_i^n| \leqslant \varepsilon_3$, $|D|_{max}^n \leqslant \varepsilon_4$, gdzie $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ są wartościami określającymi graniczną dokładność dla danego problemu. W nieliniowych dwuwymiarowych problemach magnetostatycznych, w których funkcją poszukiwaną jest potencjał wektorowy A, przyjmuje się zazwyczaj, iż [11]:

$0{,}5A_{max}^n \leqslant \varepsilon_1 = \varepsilon_3 \leqslant 1{,}5A_{max}^n$,

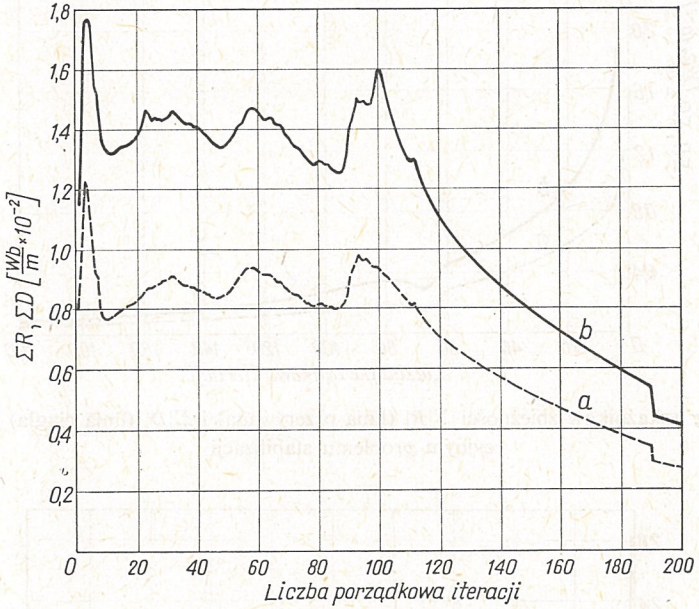
$0{,}5 \times 10^{-2} A_{max}^n \leqslant \varepsilon_2 = \varepsilon_4 \leqslant 1{,}5 \times 10^{-2} A_{max}^n$.

W referowanej pracy przyjęto:

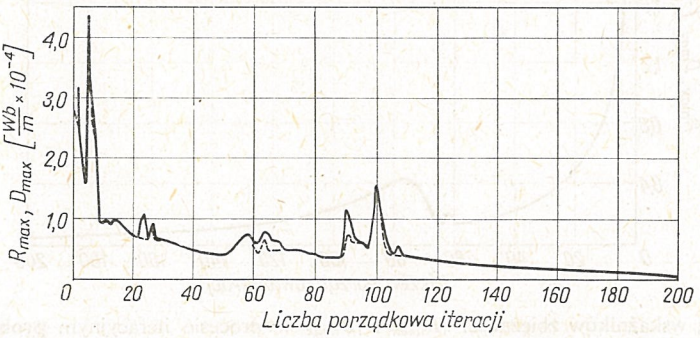
$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_3 = 0{,}6 \times 10^{-2} \text{ Wb/m} \approx 0{,}5\ A_{max}^n, \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_4 = 0{,}6 \times 10^{-4} \text{ Wb/m} \approx 0{,}005\ A_{max}^n, \end{aligned}\right\}$ dla problemu magnesowania,

$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_3 = 0{,}1 \times 10^{-2} \text{ Wb/m} \approx 0{,}5\ A_{max}^n, \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_4 = 0{,}1 \times 10^{-4} \text{ Wb/m} \approx 0{,}005\ A_{max}^n, \end{aligned}\right\}$ dla problemu stabilizacji.

W problemie magnesowania powyższe wymagania zostały spełnione dla wszystkich czterech wskaźników po wykonaniu 180 iteracji, w problemie stabilizacji zaś — po wykonaniu 185 iteracji. Przebieg wskaźników zbieżności w procesie iteracyjnym składającym się z 200 iteracji przedstawiony jest dla problemu magnesowania na rys. 13, 14, a dla

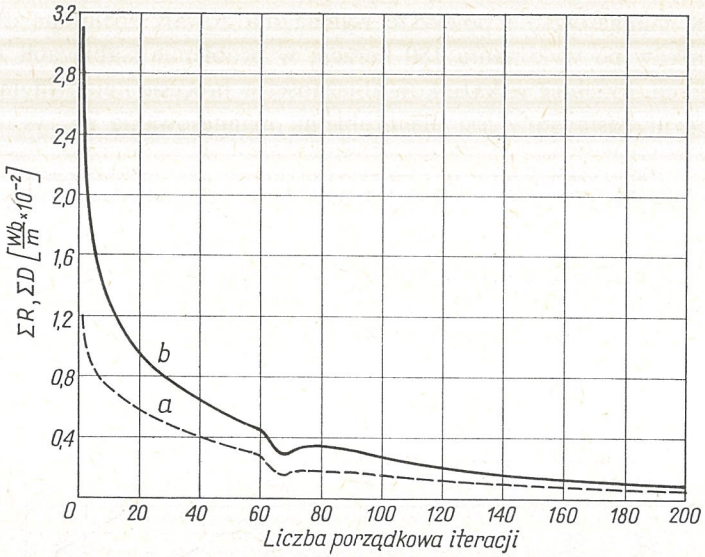


Rys. 13. Przebieg wskaźników zbieżności $\Sigma|R|$ (linia przerywana) i $\Sigma|D|$ (linia ciągła) w procesie iteracyjnym problemu magnesowania

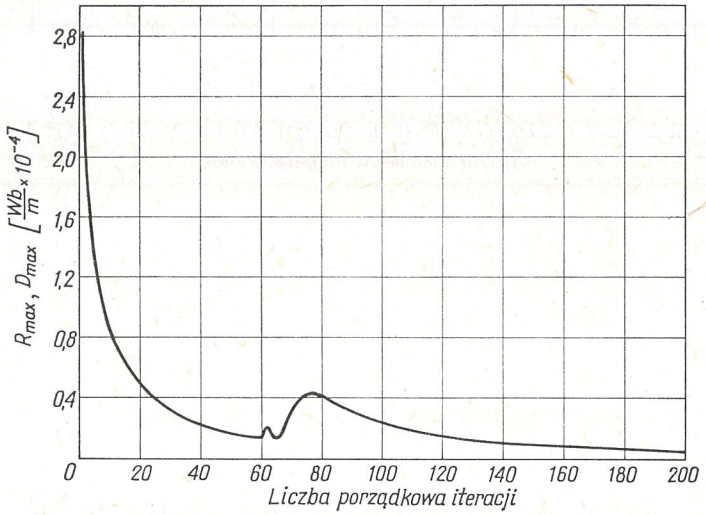


Rys. 14. Przebieg wskaźników zbieżności $|R|_{max}$ (linia przerywana) i $|D|_{max}$ (linia ciągła) w procesie iteracyjnym problemu magnesowania

problemu stabilizacji — na rys. 15 i 16. Porównując te wykresy można zauważyć, że przebieg wskaźników zbieżności jest korzystniejszy w problemie stabilizacji. Jest to spowodowane następującymi cechami problemu stabilizacji w porównaniu z problemem magnesowania: po pierwsze — mniejszą liczbą środowisk magnetycznych w analizowanym obszarze i ich korzystniejszym układem geometrycznym (brak okien powietrznych



Rys. 15. Przebieg wskaźników zbieżności $\Sigma|R|$ (linia przerywana) i $\Sigma|D|$ (linia ciągła) w procesie iteracyjnym problemu stabilizacji



Rys. 16. Przebieg wskaźników zbieżności $|R|_{max}$ i $|D|_{max}$ w procesie iteracyjnym problemu stabilizacji

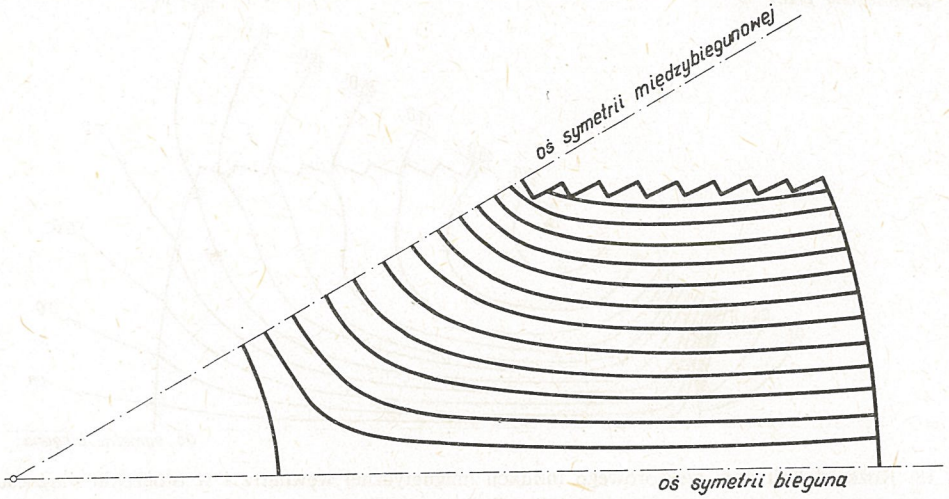
w materiale ferromagnetycznym [4], [6]); po drugie — mniejszymi różnicami w wartościach składowej $\nu_{\parallel}$ tensora reluktywności w tych środowiskach; po trzecie zaś — założeniem jednakowych wartości początkowych każdej ze składowych tensora reluktywności w całym obszarze i wprowadzeniem silnej podrelaksacji składowej zmiennej w toku procesu iteracyjnego.

Problemy magnesowania i stabilizacji magnesu trwałego zostały rozwiązane przy użyciu maszyny cyfrowej CDC 6600 w Courant Institute of Mathematical Sciences w New York

University w Nowym Jorku. Ostateczne obliczenia dla problemu magnesowania wymagały 195 s, a dla problemu stabilizacji 156 s czasu pracy centralnego i peryferyjnego procesora maszyny cyfrowej.

6.2. Rozwiązanie problemu magnesowania

Na rys. 17 przedstawiony jest rozkład linii pola wektorowego indukcji magnetycznej wewnątrz magnesu w stanie jego namagnesowania do nasycenia. Linie stałego potencjału wektorowego $A_i = \text{const}$ (gdzie $i = 1, \ldots, m$, m zaś oznacza liczbę przedstawionych linii)



Rys. 17. Rozkład linii pola wektorowego indukcji magnetycznej wewnątrz magnesu w stanie jego namagnesowania do nasycenia

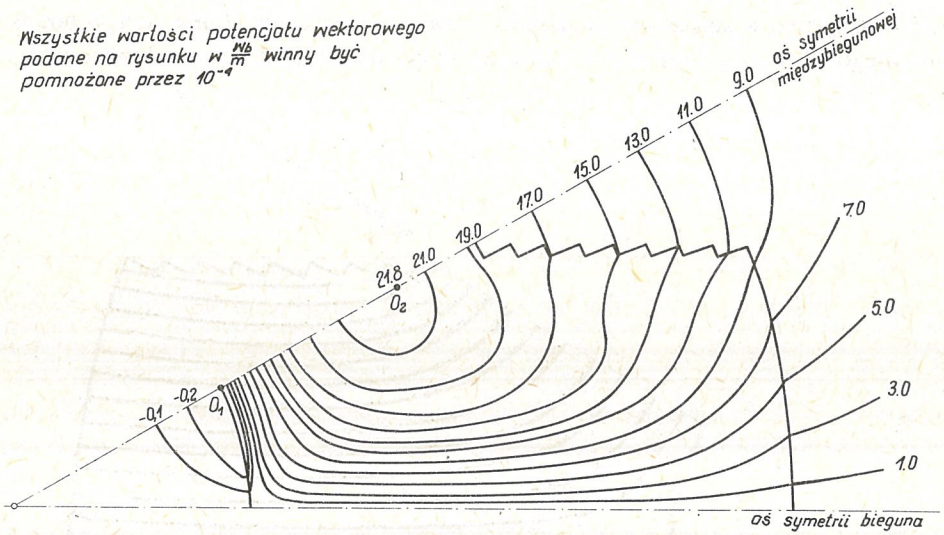
są wykreślone przy $\Delta A = A_{i+1} - A_i = \text{const}$. Zgodnie z założeniem 1 linie te są liniami pola wektorowego indukcji magnetycznej $\vec{B}$ wewnątrz magnesu w stanie nasycenia. Z założenia 4 wynika z kolei, że w dowolnym oczku magnesu wektor $\vec{B_r}$ jest styczny do odpowiedniej linii $A = \text{const}$ przechodzącej przez środek danego oczka. Rys. 17 dostarcza więc graficznej informacji o kierunku wektora $\vec{B_r}$ w dowolnym oczku magnesu.

Rozkład linii pola przedstawiony na rys. 17 jest całkowicie zgodny z oczekiwaniami. Na 4/5 długości bieguna magnesu kierunek linii pola pokrywa się — z dokładnością do 6° — z kierunkiem osi bieguna, przy czym zgodność kierunku poszczególnych linii z kierunkiem osi jest tym większa, im bliżej osi znajduje się dana linia. Linie przecinające oś symetrii międzybiegunowej są prostopadłe do tej osi w lokalnych otoczeniach punktów przecięcia.

Rozkład linii pola uzyskany w rozwiązaniu problemu magnesowania wykazuje duże podobieństwo do wyników uzyskanych przez innych badaczy, którzy zajmowali się polem magnetycznym maszyn elektrycznych o wzbudzeniu elektromagnetycznym [8, rys. 6], [12, rys. 4b]. O znacznym podobieństwie można także mówić w przypadku pewnego rodzaju elektromagnesów [25, rys. 11]. Te podobieństwa przemawiają za prawidłowością uzyskanego rozwiązania.

6.3. Rozwiązanie problemu stabilizacji

Na rys. 18 przedstawiony jest rozkład linii pola wektorowego indukcji magnetycznej wewnątrz magnesu i w pewnym jego otoczeniu po stabilizacji tego magnesu w powietrzu. Prawy brzeg obszaru odpowiada kołowej linii siatkowej $J = 5$ układu siatkowego S. Linie stałego potencjału wektorowego wykreślono przy $A_{i+1} - A_i = 2{,}0 \times 10^{-4} \frac{\text{Wb}}{\text{m}}$ po-



Rys. 18. Rozkład linii pola wektorowego indukcji magnetycznej wewnątrz i w otoczeniu magnesu po stabilizacji w powietrzu

czynając od linii $A_1 = 1{,}0 \times 10^{-4} \frac{\text{Wb}}{\text{m}}$. Dla uwidocznienia strumienia rozproszenia zamykającego się przez niemagnetyczny wał magnesu wykreślono dwie dodatkowe linie o potencjałach równych $-0{,}1 \times 10^{-4} \frac{\text{Wb}}{\text{m}}$ oraz $-0{,}2 \times 10^{-4} \frac{\text{Wb}}{\text{m}}$.

Na rys. 18 widać, że pole wektorowe indukcji magnetycznej $\vec{B}$ w obszarze magnesu zmienia się zarówno co do modułu, jak i co do kierunku. Linie pola zagęszczają się w otoczeniu wewnętrznego obwodu magnesu oraz w otoczeniu osi symetrii bieguna, co wskazuje na wysokie wartości modułu B w tych częściach magnesu. Moduł ten maleje w kierunku punktu O_2, przy czym największy spadek jego wartości następuje na odcinku O_1O_2. Jak ponadto widać z ułożenia linii pola, w otoczeniu punktu O_2 występuje największa w całym obszarze zmiana kierunku wektora $\vec{B}$ wynosząca 180°.

Ocena prawidłowości rozwiązania problemu stabilizacji na podstawie porównania z innymi wynikami nie jest możliwa, gdyż rozwiązania problemów dostatecznie podobnych do omawianego nie były dotychczas przedmiotem publikacji. Istnieje jednak pośredni sposób stwierdzenia prawidłowości uzyskanego rozwiązania. Jak już wielokrotnie podkreślano, problem stabilizacji został rozwiązany za pomocą równania różniczkowego i przy warunkach brzegowych tej samej postaci co w przypadku problemu magnesowania.

Wobec zastosowania tej samej metody numerycznej, programy na maszynę cyfrową były dla obu problemów bardzo zbliżone. Ponieważ problem magnesowania został uznany za rozwiązany poprawnie, gdyż uzyskane wyniki zgadzały się z wynikami innych badań, przeto problem stabilizacji powinien być tak samo oceniony, zwłaszcza, że te warunki brzegowe, które nie zostały zagwarantowane definicyjnie, są spełnione z tą samą wysoką dokładnością co w problemie magnesowania.

6.3.1. Położenie ognisk pola

W dwuwymiarowym obszarze polowym ogniskami pola magnetycznego nazywa się lokalne ekstrema potencjału wektorowego. Indukcja magnetyczna w ognisku pola jest równa zeru, a linia pola redukuje się do punktu. Ogniska pola muszą znajdować się w dziedzinie funkcji generującej owo pole, przy czym ich położenie zależy od struktury geometrycznej i materiałowej obszaru polowego oraz od wartości funkcji generującej [13], [15].

W problemie stabilizacji funkcją generującą pole magnetyczne jest pole wektorowe indukcji magnetycznej remanencji $\vec{B}_r$ określone w obszarze całego magnesu. Dwa ekstrema potencjału wektorowego — oznaczone na rys. 18 przez O_1 (minimum) i O_2 (maksimum) — znajdują się istotnie w dziedzinie funkcji generującej pole.

Położenie ogniska O_1 wynika w sposób oczywisty z kierunku strumienia rozproszenia przez wał magnesu oraz z bezźródłowości pola magnetycznego. Ognisko to nie wystąpiłoby, gdyby założyć, że obwód wewnętrzny magnesu jest linią stałego potencjału wektorowego $A = 0$ i jednocześnie częścią brzegu badanego obszaru płaskiego. Właśnie takie założenie jest zazwyczaj przyjmowane w problemach magnetostatycznych rozwiązywanych metodami numerycznymi. Dla zweryfikowania zasadności tego założenia obszar rozpatrywany w referowanej pracy uwzględniał część wału magnesu. Jak widać na rys. 18, z porównania wartości potencjału na liniach pola zamykających się przez wał z wartościami na liniach pozostałych, strumień rozproszenia przez wał jest w istocie praktycznie pomijalny.

Osobnego komentarza wymaga położenie ogniska O_2. Ognisko to wystąpiło wewnątrz odcinka międzybiegunowego, a nie na granicy magnesu z powietrzem, pomimo iż obliczenia zostały wykonane przy założeniu pewnej preferencji dla kierunku zgodnego z kierunkiem wektora $\vec{B}_r$ w każdym oczku magnesu w stosunku do kierunku prostopadłego. W zależności od wartości składowej $B_{\parallel}$ składowa $\nu_{\parallel}$ tensora reluktywności zmieniała się w granicach od $34783\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{H}}$ dla minimalnej wartości składowej $B_=$ do $256\,410\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{H}}$ dla $B_{\parallel} \geqslant$ $\geqslant 0{,}987$ T. W kierunku prostopadłym do wektora $\vec{B}_r$ przyjmowano zawsze, że wartość składowej $\nu_{\perp}$ tensora reluktywności wynosi $256\,410\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{H}}$. Dla małych wartości składowej $B_{\parallel}$ kierunek zgodny z kierunkiem wektora $\vec{B}_r$ był więc szczególnie preferowany. Pomimo to — jak widać z rys. 18 — w otoczeniu ogniska O_2 preferencja ta okazała się zbyt mała dla zapobieżenia przemagnesowania się części magnesu w efekcie procesu

stabilizacji. Gdyby zaś przyjęto jednakowe wartości składowych tensora reluktywności w obu kierunkach — równoległym i prostopadłym do $\vec{B}_r$ — ognisko O_2 przesunęłoby się jeszcze bardziej w głąb magnesu.

6.3.2. *Obliczenie strumieni magnetycznych przepływających przez graniczne powierzchnie magnesu*

Wartości potencjału wektorowego A wyznaczone w rozwiązaniu problemu stabilizacji stanowią podstawę obliczenia strumieni magnetycznych przepływających przez różne powierzchnie przekroju magnesu. Strumienie te są obliczone w jednostkach układu SI oraz w procentach strumienia Φ_r wytwarzanego przez magnes bezpośrednio po wyłączeniu prądu magnesującego, a także w procentach maksymalnego strumienia magnesu po stabilizacji Φ_{max}.

Strumień magnetyczny przepływający przez połowę przekroju bieguna magnesu po namagnesowaniu do nasycenia i wyłączeniu prądu magnesującego można — zgodnie z założeniem o stałości modułu pola $\vec{B}_r$ w obszarze magnesu — obliczyć ze wzoru:

$$\Phi_r = 0{,}5 B_r b_m l_m = 11\,902{,}5 \times 10^{-8} \text{ Wb},$$

gdzie:

$B_r = 1{,}15$ T — moduł pola $\vec{B}_r$,
$b_m = 0{,}0115$ m — szerokość bieguna magnesu,
$l_m = 0{,}018$ m — długość magnesu w kierunku osi wału.

Maksymalny strumień magnesu po stabilizacji w powietrzu to strumień przepływający przez przekrój $\overline{O_1 O_2}$, czyli przekrój między węzłem ($I = 16$, $J = 4$) a węzłem ($I = 16$, $J = 9$) siatki M. Zatem:

$$\Phi_{max} = [A(16,9) - A(16,4)] l_m = 3973 \times 10^{-8} \text{ Wb} = 33{,}38\%\ \Phi_r.$$

Strumień Φ_1 przepływający przez przekrój międzybiegunowy, czyli między węzłem ($I = 16$, $J = 4$) a węzłem ($I = 16$, $J = 12$) siatki M:

$$\Phi_1 = 3385 \times 10^{-8} \text{ Wb} = 22{,}44\%\ \Phi_r = 85{,}19\%\ \Phi_{max}.$$

Strumień Φ_2 wewnętrznego rozproszenia magnesu, czyli między węzłem ($I = 16$, $J = 9$) a węzłem ($I = 16$, $J = 12$) siatki M:

$$\Phi_2 = 588 \times 10^{-8} \text{ Wb} = 4{,}94\%\ \Phi_r = 14{,}81\%\ \Phi_{max}.$$

Strumień Φ_3 przepływający przez powierzchnię boczną bieguna magnesu, czyli między węzłem ($I = 16$, $J = 12$) a węzłem ($I = 7$, $J = 28$) siatki M:

$$\Phi_3 = 1574 \times 10^{-8} \text{ Wb} = 13{,}23\%\ \Phi_r = 39{,}62\%\ \Phi_{max}.$$

Strumień Φ_4 przepływający przez połowę powierzchni tworzącej bieguna magnesu, czyli między węzłem ($I = 1$, $J = 28$) a węzłem ($I = 7$, $J = 28$) siatki M:

$$\Phi_4 = 1756 \times 10^{-8} \text{ Wb} = 14{,}75\%\ \Phi_r = 44{,}19\%\ \Phi_{max}.$$

Strumień Φ_5 rozproszenia przez wał magnesu, czyli między węzłem ($I = 1$, $J = 4$) a węzłem ($I = 16$, $J = 4$) siatki M:

$$\Phi_5 = 55 \times 10^{-8} \text{ Wb} = 0{,}46\% \ \Phi_r = 1{,}38\% \ \Phi_{max}.$$

Jak widać z powyższych obliczeń stabilizacja magnesu gwiazdkowego w powietrzu jest przyczyną bardzo poważnego zmniejszenia się strumienia magnetycznego magnesu. Maksymalny strumień Φ_{max} wynosi zaledwie 33,38% Φ_r, a strumień $\Phi_3 + \Phi_4$ wypływający z bieguna — tylko 27,98% Φ_r. Strumień Φ_4 wypływający z powierzchni tworzącej bieguna jest niewiele większy od strumienia Φ_3 między powierzchniami bocznymi biegunów i wynosi tylko 14,75% Φ_r. Strumień Φ_2 wewnętrznego rozproszenia magnesu nie jest wprawdzie duży w stosunku do Φ_r (4,94%), lecz odniesiony do strumienia Φ_{max} wynosi 14,81%. Strumień Φ_5 rozproszenia przez wał jest praktycznie pomijalny.

6.4. Wnioski

Otrzymane rezultaty liczbowe wskazują, że zaproponowany model fizyczno-matematyczny pozwala stwierdzić pewne istotne właściwości pola magnetycznego magnesu trwałego, które nie są możliwe do wykrycia przy zastosowaniu klasycznego podejścia obwodowego. Wnioski, które w związku z tym można sformułować, są następujące.

1. Aby wyznaczyć rozkład pola wektorowego indukcji magnetycznej $\vec{B}$ po stabilizacji magnesu trwałego w powietrzu należy uprzednio wyznaczyć rozkład pola wektorowego indukcji magnetycznej remanencji $\vec{B}_r$. Obliczenia wykazały, że rozwiązanie problemu stabilizacji jest czułe na sposób zadania pola $\vec{B}_r$, a kształt linii tego pola nie jest łatwy do estymacji.

2. Po stabilizacji magnesu w powietrzu rozkład pola $\vec{B}$ charakteryzuje się znaczną nierównomiernością i to zarówno pod względem modułu jak i kierunku wektora $\vec{B}$ w obszarze magnesu.

3. W większości rozpatrywanych punktów magnesu wektor indukcji magnetycznej $\vec{B}$ po stabilizacji różni się co do kierunku od wektora indukcji magnetycznej remanencji $\vec{B}_r$ w tym samym punkcie. Stwierdzenie tej różnicy stanowi argument na rzecz analizowania efektu stabilizacji magnesu w powietrzu przy użyciu dwóch a nie jednej pętli histerezy.

4. W efekcie procesu stabilizacji magnesu w powietrzu wystąpiło wewnętrzne ognisko pola. Rezultat ten nie jest korzystny, gdyż — jak wynika z wykonanych obliczeń — strumień magnetyczny ulega nadmiernemu zmniejszeniu, a rozkład jego jest nierównomierny.

Ponieważ rozkład pola magnetycznego wewnątrz magnesu po jego stabilizacji ma wpływ na późniejszy rozkład pola magnetycznego w maszynie elektrycznej, powinno się dążyć do projektowania magnesów o takich własnościach, które zapobiegają występowaniu wewnętrznych ognisk pola i zapewniają możliwie duży strumień z powierzchni roboczej bieguna. Ustalenie takich własności jest jednak możliwe dopiero po wykonaniu kompleksowych obliczeń rozkładu pola dla magnesów z różnych rodzajów materiałów i o różnych kształtach. Należy mieć nadzieję, że podejście zastosowane w referowanej pracy okaże się przydatnym narzędziem w rozwiązywaniu również takich problemów.

LITERATURA

1. S. V. Ahamed, E. A. Erdélyi, *Nonlinear theory of salient pole machines*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-85, Nr 1, January 1966, ss. 61—70.
2. W. F. Ames, *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Barnes and Noble, New York 1970.
3. W. A. Bałagurow, F. F. Gałtiejew, A. W. Łarionow, *Maszyny elektryczne o magnesach trwałych* (tłum. z ros. Z. Życki), WNT, Warszawa 1967.
4. F. De La Vallée Poussin, A. Lion, *Calcul itératif de l'induction magnétique dans les machines électriques*, Rev. Génér. Electr., tome 76, Nr 4, Avril 1967, ss. 731—739.
5. E. A. Erdélyi, S. V. Ahamed, R. D. Burtness, *Flux distribution in saturated d-c machines at no-load*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-84, Nr 5, May 1965, ss. 375—381.
6. E. A. Erdélyi, E. F. Fuchs, *Nonlinear magnetic field analysis of dc machines, part I: Theoretical fundamentals*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, Nr 7, September/October 1970, ss. 1546—1554.
7. E. A. Erdélyi, E. F. Fuchs, *Fields in electrical devices containing soft nonlinear magnetic materials*, IEEE Trans. Magnetics, Vol. MAG-10, Nr 4, December 1974, ss. 1103—1108.
8. E. A. Erdélyi, E. F. Fuchs, D. H. Binkley, *Nonlinear magnetic field analysis of dc machines, part III: Equipotential plots drawn by computer*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, Nr 7, September/October 1970, ss. 1565—1572.
9. G. E. Forsythe, W. R. Wasow, *Finite Difference Methods for Partial Differential Equations*, J. Wiley, New York 1960.
10. E. F. Fuchs, *Numerical Determination of Synchronous Transient and Subtransient Reactances of a Synchronous Machine*, University of Colorado, Boulder 1970 (praca doktorska).
11. E. F. Fuchs, E. A. Erdélyi, *Nonlinear magnetic field analysis of dc machines, part II: Application of the improved treatment*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, Nr 7, September/October 1970, ss. 1555—1565.
12. E. F. Fuchs, E. A. Erdélyi, *Nonlinear theory of turboalternators, part I: Magnetic field at no-load and balanced loads*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-92, Nr 2, March/April 1973, ss. 583—591.
13. B. Hague, *Electromagnetic Problems in Electrical Engineering*, Oxford University Press, London 1929.
14. R. F. Jackson, E. A. Erdélyi, *Combination and separation of coordinates and modular programming for dc machine fields*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, Nr 3, March 1968, ss. 659—664.
15. T. Lehmann, *Déduction des fuites interpolaires d'une bobine inductrice de celles de sa spire équivalente*, Rev. Génér. Electr., Vol. XXXIV, Nr 11, Septembre 1933, ss. 351—356.
16. A. H. Morrish, *Fizyczne podstawy magnetyzmu* (tłum. z ang. L. Dobrzyński, J. Jóźwiak), PWN, Warszawa 1970.
17. R. Richter, *Elektrische Maschinen*, Springer, Berlin 1924.
18. M. S. Sarma, J. C. Wilson, P. J. Lawrenson, A. J. Jokl, *End-winding leakage of high-speed alternators by three dimensional field determination*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-90, Nr 2, March/April 1971, ss. 465—477.
19. J. Słomczyńska, *Nonlinear analysis of the magnetic flux distribution in the magnetized magnet stabilized in air*, IEEE Trans. Magnetics, Vol. MAG-10, December 1974, ss. 1109—1113.
20. J. Słomczyńska, *Pole magnetyczne magnesu trwałego maszyny elektrycznej po stabilizacji w powietrzu*, Politechnika Warszawska, Warszawa 1975 (praca doktorska).
21. F. C. Trutt, E. A. Erdélyi, R. E. Hopkins, *Presentation of the magnetization characteristic of d-c machines for computer use*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-87, Nr 3, March 1968, ss. 665—669.
22. J. Turowski, *Elektrodynamika techniczna*, WNT, Warszawa 1968.
23. R. S. Varga, *Matrix Iterative Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs 1962.

24. J. H. Wilkinson, *Błędy zaokrągleń w procesach algebraicznych* (tłum. z ang. A. i B. Kiełbasińscy), PWN, Warszawa 1967.
25. A. M. Winslow, *Numerical solution of the quasilinear Poisson equation in a nonuniform triangle mesh*, Journ. Comp. Phys. 1967, Vol. 2, Nr 2, ss. 149—172.
26. D. M. Young, *Iterative methods for solving partial difference equations of elliptic type*, Trans. Amer. Math. Soc. 1954, Vol. 76, Nr 2, ss. 92—111.

J. SŁOMCZYŃSKA

NUMERICAL METHOD OF CALCULATING MAGNETIC FIELD DISTRIBUTION IN AN ELECTRICAL MACHINE PERMANENT MAGNET STABILIZED IN AIR

Summary

A theoretical model for the relationship among magnetic quantities describing a stationary two-dimensional field in a permanent magnet is developed and applied to two problems: 1) finding magnetic field distribution in a magnet magnetized to saturation and 2) finding magnetic field distribution in a magnet stabilized in air. The vector potential equation in a form unified for both problems is derived and transformed into a partial-difference algorithm. The numerical iterative line successive-overrelaxation procedure is used to solve the obtained set of nonlinear partial-difference equations. The method is applied to a six-pole permanent magnet rotor of an electrical alternator.

J. SŁOMCZYŃSKA

MÉTHODE NUMÉRIQUE POUR CALCULER LA RÉPARTITION DU CHAMP MAGNÉTIQUE DANS UN AIMANT PERMANENT D'UNE MACHINE ÉLECTRIQUE STABILISÉ DANS L'AIR

Résumé

Le modèle théorique des relations entre les grandeurs physiques, déterminant le champ magnétique stationnaire à deux dimensions dans un aimant permanent, est développé pour résoudre les deux problèmes suivants: 1) calculer la répartition du champ magnétique dans un aimant magnétisé jusqu'à la saturation, 2) calculer la répartition du champ magnétique dans un aimant stabilisé dans l'air. L'équation du potentiel vecteur dans une forme généralisée pour les deux problèmes susnommés a été déduite et transformée en algorithme numérique. Pour résoudre le système d'équations numériques non linéaires on applique une méthode itérative du calcul par maillage et différences finies avec surrelaxation successive. La description du modèle théorique et de la méthode numérique est illustrée par une vérification numérique pour le cas de l'aimant permanent six-polaire d'un alternateur tachymétrique.

J. SŁOMCZYŃSKA

NUMERISCHE METHODE ZUR BESTIMMUNG DER MAGNETFELDVERTEILUNG IM PERMANENTMAGNET EINER ELEKTRISCHEN MASCHINE NACH DER LUFTSTABILISIERUNG

Zusammenfassung

Auf Grund von Beziehungen zwischen physikalischen Größen, die ein stationäres, zweidimensionales Magnetfeld beschreiben, wurde ein theoretisches Modell aufgebaut. Dieses Modell ermöglichte die Lösung von zwei aufeinanderfolgenden Problemen: 1) Ermittlung der Magnetfeldverteilung im Magnet nach

dem Erreichen des Sättigungszustandes, 2) Ermittlung der Magnetfeldverteilung im Magnet nach der Luftstabilisierung. Die Gleichung für das Vektorpotential wurde in einer für beide Probleme verallgemeinerten Form entwickelt, und in einen Differenzalgorithmus umgestaltet. Das auf diese Weise gewonnene System nichtlinearer Differenzgleichungen wurde mit der Iterationsmethode einer sukzessiven Überrelaxation in Linearfassung gelöst. Die dargestellte Methode wurde zur Bestimmung der Magnetverteilung im sechspoligen Sternmagnet eines Tachogenerators angewandt.

Е. СЛОМЧИНЬСКА

РАЗНОСТНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПОСТОЯННОГО МАГНИТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ ПОСЛЕ ЕГО ВОЗДУШНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

Р е з ю м е

Двухмерная стационарная теоретическая модель магнитного поля постоянного магнита электрической машины построена для решения последовательно: 1) распределения магнитного поля внутри магнита намагниченного до насыщения; 2) распределения магнитного поля внутри этого магнита после его воздушной стабилизации. Полученное эллиптическое уравнение магнитного вектор-потенциала преобразовано в разностный алгоритм. Решение системы нелинейных разностных уравнений получено итеративным методом последовательной линейной надрелаксации. Описанный метод использован для решения магнитного поля шестиполюсного постоянного магнита-звездочки тахогенератора.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 3, ss. 719-739

621.3.018.32

Analiza harmonicznych prądu generowanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej przez trójfazowy tyrystorowy prostownik mostkowy

ADAM HANDKE (POZNAŃ)

Instytut Elektroenergetyki Politechniki Poznańskiej

Otrzymano 20.12.1975

W artykule podano wyniki przeprowadzonej analizy harmonicznych prądu wytwarzanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej niskiego napięcia o napięciu znamionowym 380/220 V przez trójfazowe tyrystorowe prostowniki mostkowe, które posiadają w obwodzie obciążenia rezystancje oraz reaktancje indukcyjne o nieskończenie dużej wartości. W analizie uwzględniono pracę dwóch oraz trzech tyrystorów w gałęziach mostka, tzn. uwzględniono kąt komutacji γ. Na rysunkach pokazano graficznie w postaci wykresów, uzyskanych na podstawie wzorów, procentowe zawartości poszczególnych harmonicznych prądu, jakie występują w całkowitym prądzie pobieranym z elektroenergetycznej sieci zasilającej w zależności od kątów wyzwolenia tyrystorów α oraz od kątów komutacji γ.

1. WSTĘP

Niniejszy artykuł stanowi kontynuację problematyki generowania harmonicznych prądu i napięcia w elektroenergetycznej sieci zasilającej niskiego napięcia przez wybrane układy tyrystorowe, którą to problematykę zapoczątkowano w poprzednich artykułach [1], [2]. W powyższych artykułach poddano analizie kilka jednofazowych układów tyrystorowych, które pracowały w najczęściej spotykanych przypadkach obciążenia oraz zwrócono uwagę na trójfazowy tyrystorowy nastawnik prądu przemiennego [1].

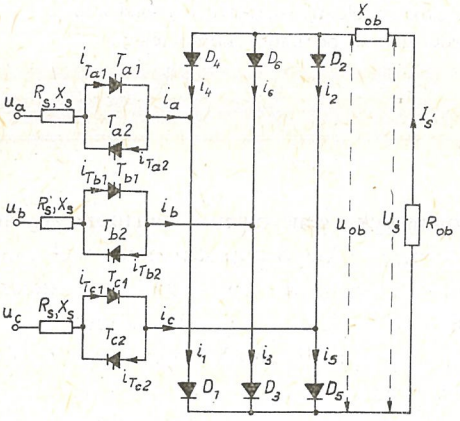
W niniejszej pracy podano wyniki analizy harmonicznych prądu, jakie powstają w elektroenergetycznej sieci zasilającej prądu przemiennego w przypadku załączenia do niej trójfazowych tyrystorowych prostowników mostkowych, posiadających w swoich obwodach obciążeniowych oprócz rezystancji również reaktancje indukcyjne o nieskończenie dużej wartości. Prostowniki tego typu o mocach rzędu kW będą coraz powszechniej stosowane w przemyśle [3]. Należy mieć jednak na uwadze, że jest to jeden z charakterystycznych przypadków obciążenia tego typu prostowników. W praktyce występuje również przypadek obciążenia trójfazowego tyrystorowego prostownika mostkowego układem napędowym i wówczas oprócz rezystancji i reaktancji indukcyjnej pojawi się dodatkowo w obwodzie obciążenia obca siła elektromotoryczna. Ten przypadek obciążenia nie jest przedmiotem niniejszej analizy.

W rozważaniach wprowadzono analogiczne założenia upraszczające jak poprzednio [1], [2], tzn. posłużono się schematami uproszczonymi, nie uwzględniono indukcyjności rozproszenia, pojemności układów ograniczających stromość prądową itp., czyli pominięto te elementy, które nie mają większego wpływu na harmoniczne niższych rzędów analizowane w niniejszej pracy. Nie zajmowano się również zakłóceniami radioelektrycznymi.

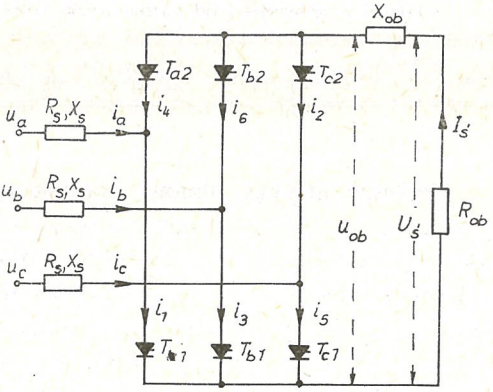
Należy pamiętać, że problem generowania harmonicznych prądu w elektroenergetycznej sieci zasilającej, które z kolei powodują zniekształcenie sinusoidy napięcia, jest tylko jednym z ujemnych efektów wywoływanych w tej sieci przez układy tyrystorowe. Oprócz powyższego problemu istnieje również problem udarów prądowych w tej sieci wywołanych załączaniem oraz zmianami obciążenia układów tyrystorowych. Wyłania się tutaj również wyraźnie trzeci problem, a mianowicie problem mocy biernej w elektroenergetycznej sieci zasilającej.

2. OGÓLNE ZALEŻNOŚCI POMIĘDZY NAPIĘCIAMI I PRĄDAMI W OBWODACH PROSTOWNIKA

Do analizy dlatego wybrano trójfazowy mostkowy prostownik sterowany, gdyż prostowniki tego typu o mocach rzędu kilkudziesięciu kW znajdują powszechne zastosowanie w przemyśle. W niniejszym rozdziale podano niezbędne zależności matematyczne jakie



Rys. 1. Schemat połączeń trójfazowego tyrystorowego prostownika mostkowego z wykorzystaniem tyrystorowych układów odwrotnie równoległych



Rys. 2. Schemat połączeń trójfazowego tyrystorowego prostownika mostkowego z bezpośrednią regulacją w gałęziach mostka

zachodzą pomiędzy napięciami i prądami dla tego typu prostownika, posiadającego w obwodzie obciążenia rezystancję oraz reaktancję o nieskończenie dużej wartości. Zależności te podano z punktu widzenia analizy prądów harmonicznych wytwarzanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej.

Na rys. 1 przedstawiono trójfazowy mostkowy prostownik sterowany, w którym regulację napięcia średniego uzyskuje się przez zastosowanie tyrystorowych układów od-

wrotnie równoległych, załączonych w poszczególnych fazach mostka od strony zasilania prądem przemiennym. Analogiczny efekt regulacyjny można uzyskać przez sterowanie poszczególnych par tyrystorów, które pracują bezpośrednio w gałęziach mostka. Pokazano to na rys. 2. Rezystancję R_s i reaktancję indukcyjną X_s układu zasilającego należy traktować jako sumaryczną wartość reaktancji indukcyjnej sieci zasilającej oraz reaktancji indukcyjnej transformatora zasilającego.

Przy pominięciu spadków napięć na tyrystorach T oraz diodach D w chwili przewodzenia, można dla mostka przedstawionego na rys. 1 napisać następujący układ równań wyjściowych, który w dalszych rozważaniach pozwoli określić wartość prądu średniego, a tym samym amplitudy harmonicznych prądu pobierane z sieci zasilającej

$$\begin{aligned} i_1+i_3+i_5 &= i_2+i_4+i_6 = I_{ś}, \\ i_a &= i_1-i_4 = i_{Ta1}-i_{Ta2}, \\ i_b &= i_3-i_6 = i_{Tb1}-i_{Tb2}, \\ i_c &= i_5-i_2 = i_{Tc1}-i_{Tc2} \end{aligned} \tag{1}$$

oraz

$$\begin{aligned} e_1 &= u_a-u_c = X_s\frac{d}{d\vartheta}(i_a-i_c)+R_s(i_a-i_c)+u_{ob}, \\ e_2 &= u_b-u_c = X_s\frac{d}{d\vartheta}(i_b-i_c)+R_s(i_b-i_c)+u_{ob}, \\ e_3 &= u_b-u_a = X_s\frac{d}{d\vartheta}(i_b-i_a)+R_s(i_b-i_a)+u_{ob}, \\ e_4 &= u_c-u_a = X_s\frac{d}{d\vartheta}(i_c-i_a)+R_s(i_c-i_a)+u_{ob}, \\ e_5 &= u_c-u_b = X_s\frac{d}{d\vartheta}(i_c-i_b)+R_s(i_c-i_b)+u_{ob}, \\ e_6 &= u_a-u_b = X_s\frac{d}{d\vartheta}(i_a-i_b)+R_s(i_a-i_b)+u_{ob}, \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie:

$i_1, i_2, \ldots, i_6$ — wartości chwilowe prądów płynących w poszczególnych gałęziach mostka,

i_a, i_b, i_c — wartości chwilowe prądów płynących w przewodach fazowych mostka,

$i_{Ta_1}, \ldots, i_{Tc_2}$ — wartości chwilowe prądów płynących przez tyrystory połączone w układach odwrotnie równoległych,

u_a, u_b, u_c — wartości chwilowe napięć fazowych sieci zasilającej,

u_{ob} — wartość chwilowa napięcia na obciążeniu,

$I_{ś}$ — wartość średnia prądu, zapis ogólny,

R_s — rezystancja układu zasilającego,

X_s — reaktancja indukcyjna układu zasilającego.

Dla mostka z rys. 2 niektóre równania ulegną uproszczeniu, ponieważ miejsca załączenia diod D w układzie zostaną zajęte przez tyrystory T, zatem

$$\begin{aligned} i_a &= i_1 - i_4, \\ i_b &= i_3 - i_6, \\ i_c &= i_5 - i_2. \end{aligned} \tag{3}$$

Dla uzyskania większej przejrzystości przeprowadzonej analizy, celowe jest przekształcenie równań (2) na podstawie równania (1) do postaci:

$$\begin{aligned} e_1 &= u_a - u_c = X_s \frac{d}{d\vartheta}(i_1 + i_2 - i_4 - i_5) + u_{ob}, \\ e_2 &= u_b - u_c = X_s \frac{d}{d\vartheta}(i_2 + i_3 - i_5 - i_6) + u_{ob}, \\ e_3 &= u_b - u_a = X_s \frac{d}{d\vartheta}(i_3 + i_4 - i_6 - i_1) + u_{ob}, \\ e_4 &= u_c - u_a = X_s \frac{d}{d\vartheta}(i_4 + i_5 - i_1 - i_2) + u_{ob}, \\ e_5 &= u_c - u_b = X_s \frac{d}{d\vartheta}(i_5 + i_6 - i_2 - i_3) + u_{ob}, \\ e_6 &= u_a - u_b = X_s \frac{d}{d\vartheta}(i_6 + i_1 - i_3 - i_4) + u_{ob}. \end{aligned} \tag{4}$$

W rozważaniach założono również, że

$$\begin{aligned} u_a &= E\cos(\vartheta + 60°), \\ u_b &= E\cos(\vartheta - 60°), \\ u_c &= E\cos(\vartheta - 180°); \end{aligned} \tag{5}$$

wówczas

$$\begin{aligned} e_1 &= -e_4 = -\sqrt{3}\, E\sin(\vartheta - 60°), \\ e_2 &= -e_5 = \sqrt{3}\, E\sin(\vartheta + 60°), \\ e_3 &= -e_6 = \sqrt{3}\, E\sin\vartheta. \end{aligned} \tag{6}$$

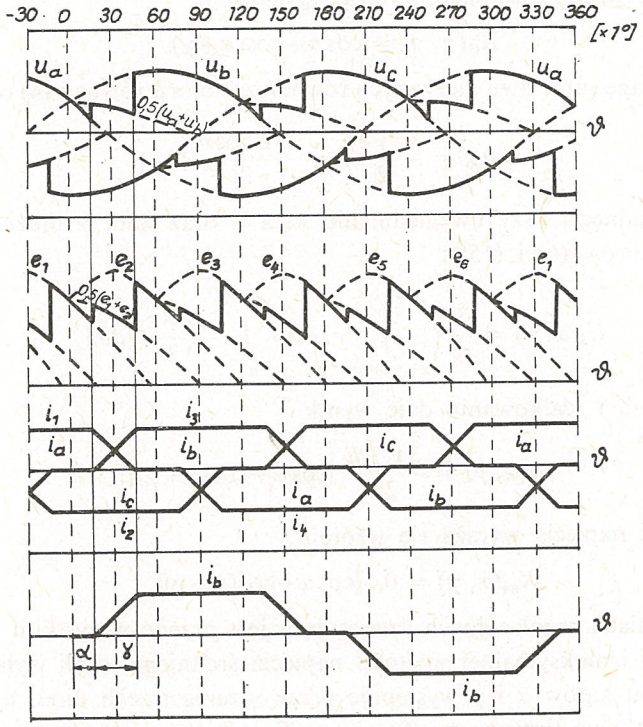
Pracę trójfazowych mostkowych prostowników sterowanych pokazanych na rys. 1 i rys. 2, przedstawiono w postaci przebiegów napięciowych oraz uproszczonych przebiegów prądowych na rys. 3. Uproszczenie polega na przyjęciu liniowej komutacji prądów. W analizie uwzględniono pracę trzech diod D_1, D_2, D_3 sterowanych dodatkowo tyrystorami T_{a1}, T_{c2}, T_{b1} (rys. 1) lub trzech tyrystorów T_{a1}, T_{c2}, T_{b1} (rys. 2). W rozważaniach uwzględniono zatem zjawisko komutacji prądów, co uwzględnia kąt γ na rys. 3. Kąt γ może przyjmować różne wartości, gdyż zależy on od reaktancji indukcyjnej sieci i transformatora zasilającego oraz od wartości prądu obciążenia. Na rys. 3 kąt α oznacza kąt wyzwolenia tyrystorów. Zakres zmiany kątów α i γ rozważono w dalszej części pracy. Okres powtarzania się identycznych przebiegów wynosi 60°. Dla scharakteryzowania pracy układów wystarczy rozpatrzyć dowolny zakres zmiany kąta ϑ, wynoszący 60°. Założono również, że reaktancja indukcyjna obciążenia $X_{ob} \to \infty$.

W przypadku przewodzenia trzech diod zachodzą zależności:

$$i_1 \neq 0, \quad i_2 \neq 0, \quad i_3 \neq 0,$$
$$i_4 = 0, \quad i_5 = 0, \quad i_6 = 0, \tag{7}$$

natomiast z równań (1) wynika, że

$$i_1 + i_3 = i_2 = I_s, \quad i_a = i_1, \quad i_b = i_3, \quad i_c = -i_2. \tag{8}$$



Rys. 3. Przebiegi napięć i prądów dla trójfazowego tyrystorowego prostownika mostkowego

Uwzględniając, że

$$\frac{di_3}{d\vartheta} = -\frac{di_1}{d\vartheta} \tag{9}$$

oraz biorąc różnicę dwu pierwszych równań ze zbioru równań (4) otrzymuje się

$$\frac{di_3}{d\vartheta} = \frac{e_2 - e_1}{2X_s} = \frac{e_3}{2X_s} = \frac{\sqrt{3}\,E\sin\vartheta}{2X_s}. \tag{10}$$

Po scałkowaniu równania różniczkowego (10) otrzymuje się

$$i_3 = -\frac{\sqrt{3}\,E\cos\vartheta}{2X_s} + C. \tag{11}$$

Uwzględniając warunki początkowe, że dla $\vartheta = \alpha$ prąd $i_3 = 0$, otrzymuje się:

$$i_3 = \frac{\sqrt{3}\,E}{2X_s}(\cos\alpha - \cos\vartheta). \tag{12}$$

Jeżeli dodatkowo uwzględni się, że dla $\vartheta = \alpha+\gamma$ prąd $i_3 = I_{ś}(\alpha, \gamma)$, to otrzymuje się wzór na wartość prądu średniego w funkcji kąta α wyzwolenia tyrystorów oraz kąta komutacji γ, który ma postać:

$$I_{ś}(\alpha, \gamma) = \frac{\sqrt{3}E}{2X_s}[\cos\alpha - \cos(\alpha+\gamma)]. \tag{13}$$

Względna wartość prądu średniego wyraża się wzorem:

$$K_{iś}(\alpha, \gamma) = \cos\alpha - \cos(\alpha+\gamma). \tag{14}$$

Biorąc pod uwagę sumę dwu pierwszych równań ze zbioru równań (4) otrzymuje się, że:

$$u_{ob} = \frac{e_1+e_2}{2} = \frac{3E\cos\vartheta}{2}; \tag{15}$$

średnią wartość napięcia przy uwzględnieniu kąta α oraz kąta γ można napisać (przy wykorzystaniu wzorów (6) i (15)):

$$U_{ś}(\alpha, \gamma) = \frac{3}{\pi}\left(\int_{\alpha+\gamma-60°}^{\alpha} e_1\,d\vartheta + \int_{\alpha}^{\alpha+\gamma}\frac{e_1+e_2}{2}\,d\vartheta\right), \tag{16}$$

co po podstawieniu i scałkowaniu daje wynik

$$U_{ś}(\alpha, \gamma) = \frac{3\sqrt{3}E}{2\pi}[\cos\alpha + \cos(\alpha+\gamma)]. \tag{17}$$

Względna wartość napięcia wyraża się wzorem:

$$K_{uś}(\alpha, \gamma) = 0{,}5[\cos\alpha + \cos(\alpha+\gamma)]. \tag{18}$$

Przy zagadnieniach regulacyjnych interesująca jest przede wszystkim możliwość uzyskania minimalnej i maksymalnej wartości napięcia średniego, czyli wyłania się pytanie dla jakiego zakresu kątów α i γ występuje przewodzenie trzech diod, np. D_1, D_2 i D_3 sterowanych dodatkowo tyrystorami T_{a1}, T_{c2} i T_{b1}. Z równania (6) oraz rys. 3 wynika, że dla $\gamma = 0$ napięcie na obciążeniu u_{ob} wtedy równa się zeru, czyli:

$$u_{ob} = e_1 = -\sqrt{3}E\sin(\vartheta - 60°) = 0, \tag{19}$$

gdy kąt $\vartheta = \alpha_{max} = 60°$. Zatem kat α musi spełniać warunek

$$\alpha \leqslant 60°. \tag{20}$$

Z równania (15) i rys. 3 wynika, że przy $\alpha = 0$ graniczne przewodzenia trzech diod wystąpi wówczas, gdy:

$$u_{ob} = \frac{e_1+e_2}{2} = \frac{3}{2}E\cos\vartheta = \frac{3}{2}E\cos 60°, \tag{21}$$

czyli, gdy kąt $\vartheta = \gamma_{max} = 60°$. Zatem kąt γ musi spełniać warunek:

$$\gamma \leqslant 60°. \tag{22}$$

Pod pojęciem granicznego przewodzenia należy więc rozumieć moment przejścia pracy prostownika z trzech do czterech diod przewodzących, sterowanych dodatkowo tyrysto-

rami. Również z równania (15) i rys. 3 wynika, że gdy $\alpha \neq 0$ i $\gamma \neq 0$ napięcie na obciążeniu u_{ob} wtedy równa się zeru, czyli:

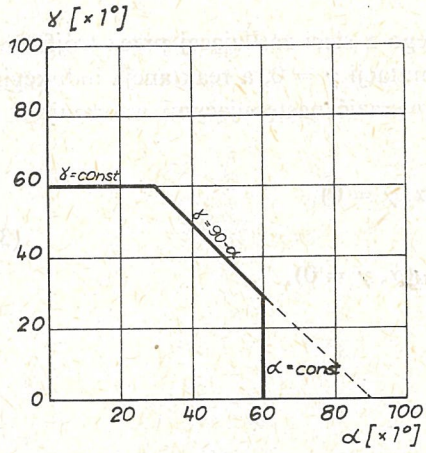
$$u_{ob} = \frac{e_1 + e_2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} E \cos\vartheta = 0, \tag{23}$$

gdy kąt $\gamma = \alpha + \gamma = 90°$. Zatem suma kątów α i γ musi spełniać dodatkowy warunek:

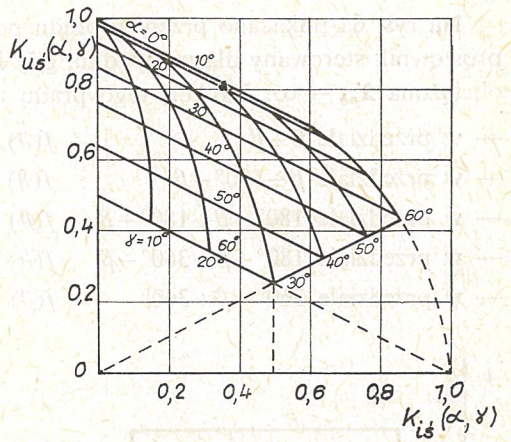
$$\alpha + \gamma \leqslant 90°. \tag{24}$$

Wartości kątów α i γ określone zależnościami (20), (22) i (24) wyznaczają pewien obszar pracy H dla trójfazowego mostkowego prostownika sterowanego, który opisują zależności:

$$\alpha \leqslant 60°, \quad \gamma \leqslant 60°, \quad \alpha + \gamma \leqslant 90°. \tag{25}$$



Rys. 4. Obszar pracy H dla analizowanego prostownika



Rys. 5. Przebiegi wartości względnych napięć $K_{uś}(\alpha, \gamma)$ oraz prądów $K_{iś}(\alpha, \gamma)$ w funkcji kątów α i γ

Obszar pracy H dla trójfazowego mostkowego prostownika sterowanego przedstawiono na rys. 4.

Na rys. 5 pokazano graficzne wartości względne napięć i prądów średnich dla rozpatrywanego obszaru H, jakie uzyskano na podstawie równań (14) i (18) za pomocą maszyny cyfrowej ODRA 1013.

W rozważaniach często przyjmuje się pewien charakterystyczny przypadek pracy układu, który ma miejsce gdy reaktancje indukcyjne w obwodzie komutowanym X_s są bardzo małe, pomijalne, natomiast reaktancja indukcyjna obciążona X_{ob} jest bardzo duża, tzn. $0 \leftarrow X_s \ll X_{ob} \rightarrow \infty$. Jest to równoznaczne z tym, że uwzględnia się pracę tylko dwu diod, np. D_1 i D_2, sterowanych dodatkowo tyrystorami T_{a1} i T_{c2} (rys. 1) lub dwu tyrystorów T_{a1} i T_{c2} (rys. 2). W tym przypadku kąt $\gamma = 0$ i wówczas wzór (17) wyrażający napięcie średnie przyjmie postać:

$$U_{ś}(\alpha, \gamma = 0) = \frac{3\sqrt{3}E}{\pi} \cos\alpha. \tag{26}$$

Natomiast wartość względna napięcia średniego będzie:

$$K_{uś}(\alpha, \gamma = 0) = \cos\alpha. \tag{27}$$

Wartość prądu średniego należy w tym przypadku obliczyć ze wzoru

$$I_{ś}(\alpha, \gamma = 0) = \frac{U_{ś}(\alpha, \gamma = 0)}{R_{ob}} = \frac{3\sqrt{3}\,E}{\pi R_{ob}} \cos\alpha, \tag{28}$$

natomiast jego wartość względna wyrazi się wzorem:

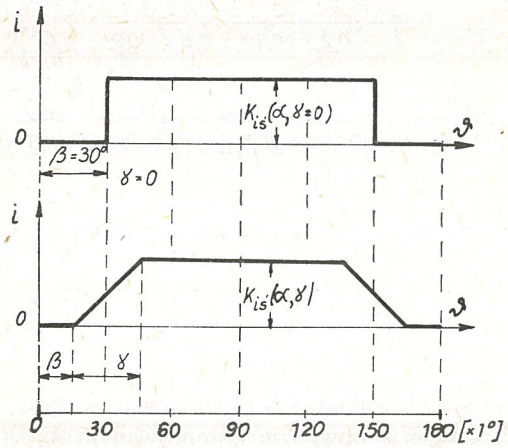
$$K_{iś}(\alpha, \gamma = 0) = \cos\alpha. \tag{29}$$

3. ANALIZA HARMONICZNYCH PRĄDU WYTWARZANYCH W ELEKTROENERGETYCZNEJ SIECI ZASILAJĄCEJ

Na rys. 6a pokazano przebieg prądu pobieranego z sieci zasilającej przez trójfazowy prostownik sterowany dla przypadku, gdy kąt komutacji $\gamma = 0$, a reaktancja indukcyjna obciążona $X_{ob} \to \infty$. Funkcję tego prądu można wyrazić następującymi wzorami:

— w przedziale $0 \div \beta$	$f(\vartheta) = 0,$
— w przedziale $\beta \div 180° - \beta$	$f(\vartheta) = K_{iś}(\alpha, \gamma = 0),$
— w przedziale $180° - \beta \div 180° + \beta$	$f(\vartheta) = 0,$
— w przedziale $180° + \beta \div 360° - \beta$	$f(\vartheta) = -K_{iś}(\alpha, \gamma = 0),$
— w przedziale $360° - \beta \div 360°$	$f(\vartheta) = 0.$

(30)



Rys. 6. Kształty przebiegów prądowych pobieranych z sieci zasilającej przez trójfazowy tyrystorowy prostownik mostkowy a) pominięcie kąta komutacji γ, b) uwzględnienie kąta komutacji γ

Ponieważ powyższa funkcja prądowa spełnia warunki

$$f(\vartheta) = -f(\vartheta + 180°) \quad \text{oraz} \quad f(\vartheta) = f(180° - \vartheta), \tag{31}$$

dlatego można ją przedstawić następującym szeregiem Fouriera

$$i = \sum_{k=1}^{k=n} c_k \sin(k\vartheta + \varphi_{ik}), \tag{32}$$

gdzie:

$$c_k = \frac{4}{\pi} \int_{\beta=30^\circ}^{90^\circ} K_{i\acute{s}}(\alpha, \gamma = 0) \sin k\vartheta \, d\vartheta, \tag{33}$$

$$k = 1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots,$$

φ_{ik} — faza początkowa k-tej harmonicznej prądu,

$K_{i\acute{s}}(\alpha, \gamma = 0)$ — wartość względna prądu średniego zgodnie z wzorem (29).

Po rozwiązaniu zależności (32) i (33) oraz uwzględnieniu zależności (29) dla $\beta = 30°$, otrzymano amplitudy poszczególnych harmonicznych prądu $I_k(\alpha, \gamma = 0)$ w postaci wzoru

$$I_k(\alpha, \gamma = 0) = \frac{4 \cos 30^\circ \cos \alpha}{\pi k} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{\cos \alpha}{k}, \tag{34}$$

gdzie:

$$k = 1, 5, 7, 11, \ldots$$

Dla $\beta = 30°$ wypada trzecia harmoniczna prądu oraz jej wielokrotności. Zatem szereg będzie miał postać:

$$i = \frac{2\sqrt{3} \cos \alpha}{\pi} \left[\sin(\vartheta + \varphi_{i1}) + \frac{1}{5} \sin(5\vartheta + \varphi_{i5}) + \frac{1}{7} \sin(7\vartheta + \varphi_{i7}) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{11} \sin(11\vartheta + \varphi_{i11}) + \ldots \right]. \tag{35}$$

We wzorze (35) przyjęto jako punkt odniesienia względną wartość prądu średniego dla $\alpha = 0$, tzn. $K_{i\acute{s}}(\alpha, \gamma = 0) = 1$.

Dla obliczeń praktycznych, oprócz znajomości bezwzględnych wartości poszczególnych amplitud, bardzo ważną jest również znajomość procentowej zawartości poszczególnych harmonicznych prądu występujących w całkowitym prądzie pobieranym z sieci zasilającej. Chcąc ją obliczyć, trzeba dodatkowo wyznaczyć wartość skuteczną $I_s(\alpha)$ rozpatrywanego przebiegu prądowego w funkcji kąta α, czyli:

$$I_s = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\beta}^{\vartheta=150^\circ} K_{i\acute{s}}^2(\alpha, \gamma = 0) \, d\vartheta}. \tag{36}$$

Po rozwiązaniu zależności (36) otrzymuje się wartość skuteczną prądu $I_s(\alpha)$ w jednostkach względnych w postaci wzoru:

$$I_s(\alpha) = 0{,}8165 K_{i\acute{s}}(\alpha, \gamma = 0). \tag{37}$$

Zatem procentowe zawartości poszczególnych harmonicznych prądu $p_{ik}(\alpha, \gamma = 0)$, występujące w prądzie pobieranym z sieci zasilającej dla rozpatrywanego kąta $\gamma = 0$, można wyrazić wzorem:

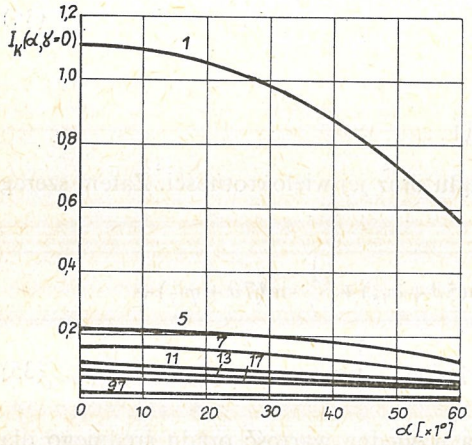
$$p_{ik}(\alpha, \gamma = 0) = \frac{I_k(\alpha, \gamma = 0)}{\sqrt{2}\, 0{,}8165 K_{i\acute{s}}(\alpha, \gamma = 0)} 100. \tag{38}$$

Zależności (34) i (38) rozwiązano na maszynie cyfrowej ODRA 1013, a wyniki pokazano graficznie na rys. 7 i rys. 8.

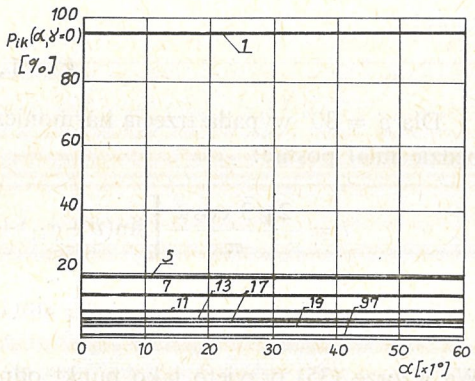
Na rys. 6b pokazano przebieg prądu pobieranego z sieci zasilającej, w przypadku gdy kąt komutacji $\gamma \neq 0$, a reaktancja indukcyjna obciążenia $X_{ob} \to \infty$. Dla ułatwienia obliczeń wprowadzono pojęcie dodatkowego kąta obliczeniowego β, który na podstawie analizy przebiegów prądowych można wyrazić wzorem:

$$\beta = 30° - \frac{\gamma}{2}. \tag{39}$$

Wprowadzenie kąta β jest równorzędne z wprowadzeniem nowego układu współrzędnych.



Rys. 7. Przebiegi bezwzględnych wartości amplitud prądu $I_k(\alpha, \gamma = 0)$ w funkcji kąta α



Rys. 8. Przebiegi procentowych wartości współczynników $p_{ik}(\alpha, \gamma = 0)$ w funkcji kąta α

Funkcja prądowa przedstawiona na rys. 6b spełnia warunek wyrażony wzorem (31) i dlatego wystarczy ją opisać tylko w przedziale kątowym od 0° do $180° - (\beta + \gamma)$, a mianowicie:

— w przedziale $0 \div \beta$ $\quad f(\vartheta) = 0,$

— w przedziale $\beta \div \beta + \gamma$ $\quad f(\vartheta) = \dfrac{K_{i\check{s}}(\alpha, \gamma)}{\gamma}(\vartheta - \beta),$ (40)

— w przedziale $\beta + \gamma \div 180° - (\beta + \gamma)$ $\quad f(\vartheta) = K\ (\alpha, \gamma).$

Można przedstawić ją zatem następującym szeregiem Fouriera

$$i = \sum_{k=1}^{k=n} c_k \sin(k\vartheta + \varphi_{ik}), \tag{41}$$

gdzie:

$$c_k = \frac{4}{\pi}\left[\int_{\beta}^{\beta+\gamma} \frac{K_{i\check{s}}(\alpha, \gamma)}{\gamma}(\vartheta - \beta)\sin k\vartheta\, d\vartheta + \int_{\beta+\gamma}^{90°} K_{i\check{s}}(\alpha, \gamma)\sin k\vartheta\, d\vartheta\right]. \tag{42}$$

Po rozwiązaniu zależności (41) i (42) oraz uwzględnieniu wzoru (14) otrzymuje się następujące wyrażenie na poszczególne amplitudy prądów harmonicznych

$$I_k(\alpha, \gamma) = \frac{8}{\pi} \frac{\cos k\frac{\pi}{6}}{k^2} \frac{\sin k\frac{\gamma}{2}}{\gamma} [\cos\alpha - \cos(\alpha+\gamma)], \tag{43}$$

gdzie:

$$k = 1, 5, 7, 11, \ldots$$

Obliczone na maszynie cyfrowej bezwzględne wartości poszczególnych harmonicznych prądu zgodnie z wzorem (43) przedstawiono graficznie na rys. 9, 10, 11 dla $k = 1, 5, 7$. Obliczenia zakończono dla $k = 121$. Miejsca zerowe jakie przyjmują harmoniczne dla poszczególnych kątów komutacji γ wyznaczono z reguły L'Hospitala.

Wartość skuteczną $I_s(\alpha, \gamma)$ przebiegu prądowego przedstawionego na rys. 6b można wyrazić wzorem:

$$I_s(\alpha, \gamma) = \left[\frac{1}{\frac{\pi}{2}} \int_0^{90^\circ} f(\vartheta)^2 d\vartheta\right]^{\frac{1}{2}} = \left\{\frac{2}{\pi}\left[\int_\beta^{\beta+\gamma} \left(\frac{K_{i\acute{s}}(\alpha, \gamma)}{\gamma}(\vartheta-\beta)^2 d\vartheta + \int_{\beta+\gamma}^{90^\circ} K_{i\acute{s}}(\alpha, \gamma)^2 d\vartheta\right)\right]\right\}^{\frac{1}{2}}. \tag{44}$$

Po rozwiązaniu zależności (44) otrzymano

$$I_s(\alpha, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{3}} K_{i\acute{s}}(\alpha, \gamma) \sqrt{2 - \frac{\gamma}{\pi}}. \tag{45}$$

Zatem procentowe zawartości poszczególnych harmonicznych prądu $p_{ik}(\alpha, \gamma)$ występujące w prądzie pobieranym z elektroenergetycznej sieci zasilającej z uwzględnieniem kąta komutacji γ można napisać

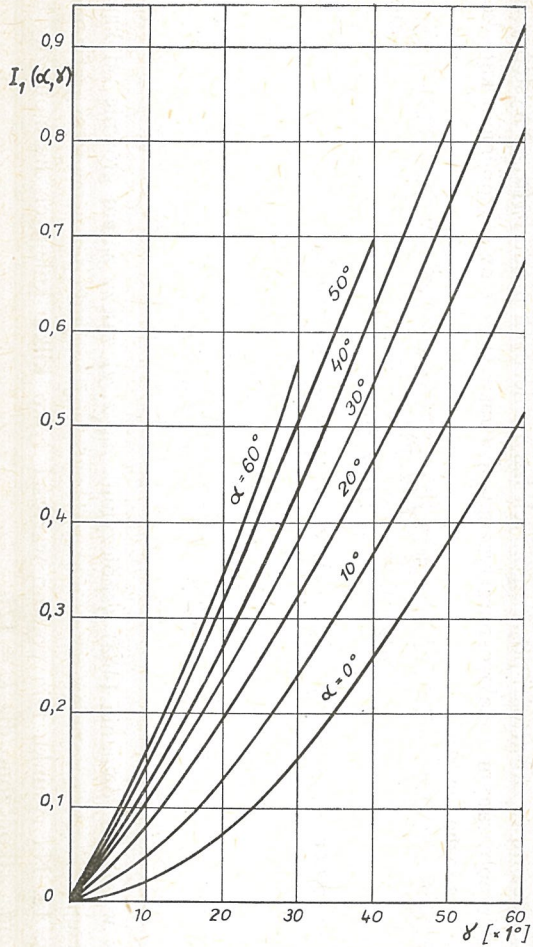
$$p_{ik}(\alpha, \gamma) = \frac{I_k(\alpha, \gamma)}{\sqrt{2} I_s(\alpha, \gamma)} \cdot 100. \tag{46}$$

Po uwzględnieniu zależności (43) i (45) ostatecznie otrzymuje się

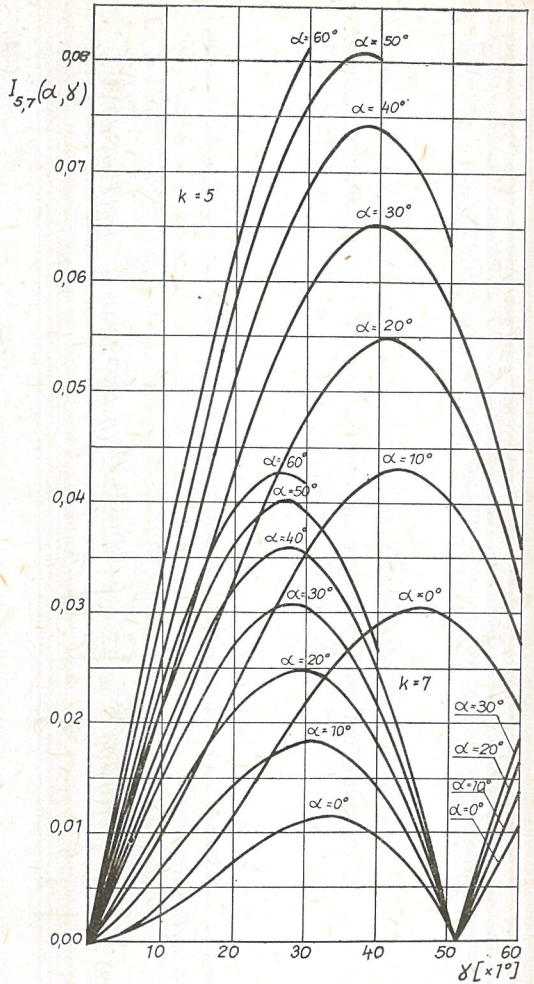
$$p_{ik}(\alpha, \gamma) = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}\gamma} \frac{\cos k\frac{\pi}{6}}{k^2} \frac{\sin k\frac{\gamma}{2}}{\gamma\sqrt{2 - \frac{\gamma}{\pi}}} \cdot 100. \tag{46a}$$

Jak wynika z równania (46a) współczynnik $p_{ik}(\alpha, \gamma)$ zależy zatem głównie od kąta komutacji γ. Funkcję rozwiązano na maszynie cyfrowej, a wyniki przedstawiono graficznie na rys. 12. Na rysunku tym podano wartości tylko kilku kolejnych harmonicznych. Obliczenia zakończono dla $k = 121$.

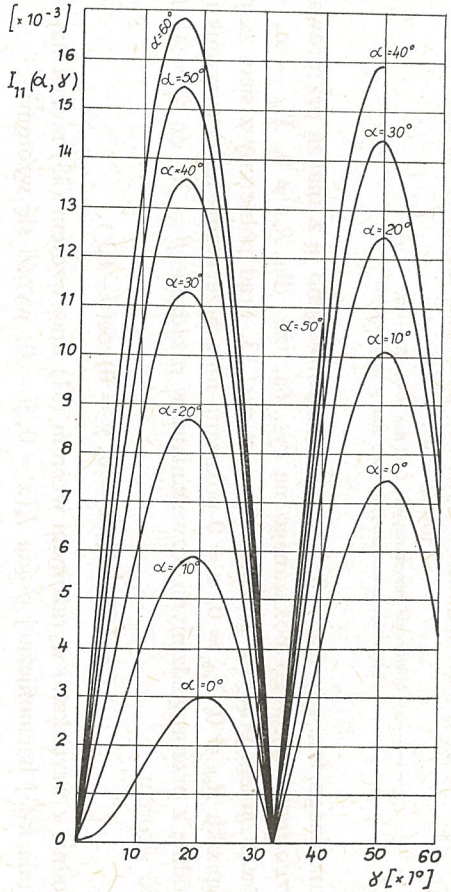
Porównując otrzymane wyniki dla powyższych analizowanych przypadków można stwierdzić, że współczynnik $p_{ik}(\alpha, \gamma)$ dla $\gamma \to 0$ (rys. 12) przyjmuje taką samą wartość co współczynnik $p_{ik}(\alpha, \gamma = 0)$, (rys. 8). Jest to równoznaczne z tym, że dla $\gamma \to 0$ pole przebiegu trapezowego staje się równoważne polu przebiegu prostokątnego.



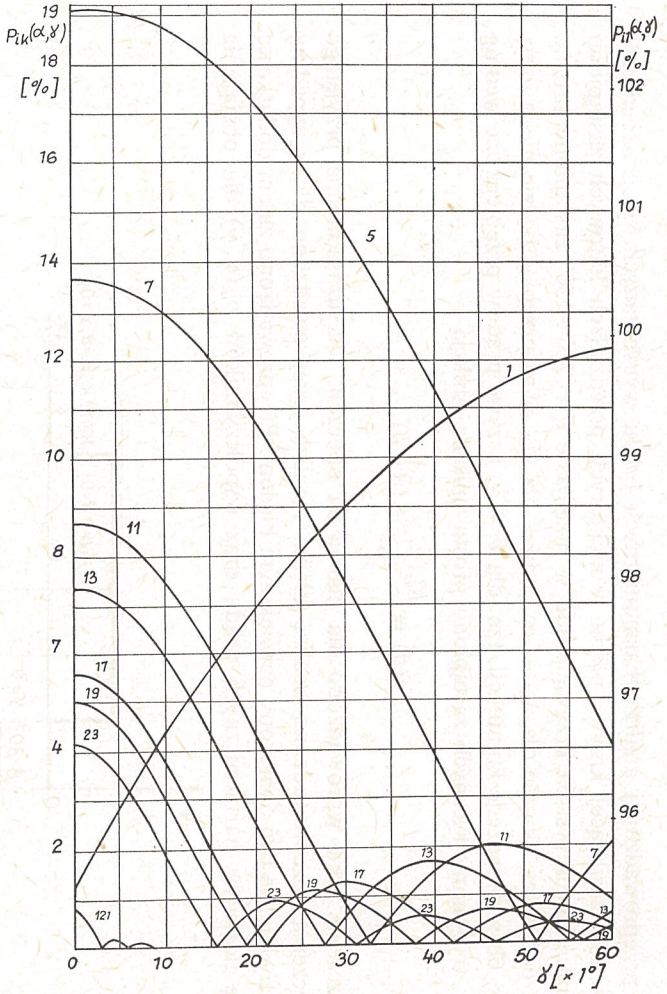
Rys. 9. Przebiegi bezwzględnych wartości amplitud pierwszej harmonicznej prądu $I_1(\alpha, \gamma)$ w funkcji kątów α i γ



Rys. 10. Przebiegi bezwzględnych wartości amplitud piątej i siódmej harmonicznej prądu $I_{5,7}(\alpha, \gamma)$ w funkcji kątów α i γ



Rys. 11. Przebiegi bezwzględnych wartości amplitud jedenastej harmonicznej prądu $I_{11}(\alpha, \gamma)$ w funkcji kątów α i γ



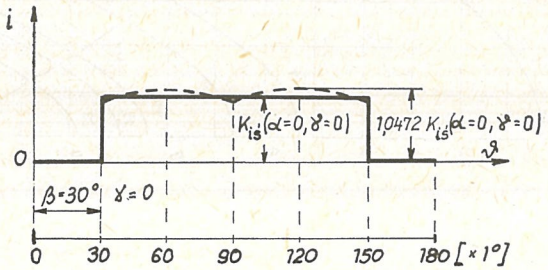
Rys. 12. Przebiegi procentowych wartości współczynników $p_{1k}(\alpha, \gamma)$ w funkcji kąta γ

4. ANALIZA BŁĘDU

W przeprowadzonej analizie harmonicznych prądu wytwarzanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej krzywe prądu w niektórych przedziałach kątowych zastąpiono prostymi. Np. na rys. 6a krzywą prądu w przedziale $\vartheta = 30° \div 150°$ zastąpiono prostą, co jest oczywiście słuszne dla $X_{ob} \to \infty$, jednak dla $X_{ob} \neq \infty$ przebieg będzie nieco inny. Na rys. 6b w przedziale komutacji, tzn. dla $\vartheta = \gamma$, krzywe prądów przebiegające według funkcji trygonometrycznych zastąpiono prostą opisaną funkcją

$$f(\vartheta) = \frac{K_{is}(\alpha, \gamma)}{\gamma}(\vartheta - \beta).$$

Uproszczenie takie wprowadzono dla ułatwienia obliczeń. Dla uzasadnienia przyjętego uproszczenia przeprowadzono analizę błędu. Analizę przeprowadzono dla przypadku, który wydaje się być obarczony największym błędem. Przeprowadzono zatem dodatkową analizę ilościową harmonicznych prądu oraz współczynników $p_{ik}(\alpha, \gamma)$ dla obciążenia



Rys. 13. Porównanie przebiegów prądowych pobieranych z sieci zasilającej przez trójfazowy tyrystorowy prostownik mostkowy dla kątów $\alpha = 0$ i $\gamma = 0$

— — — — obciążenie rezystancyjne, tzn. $R_{ob} \neq 0$, $X_{ob} = 0$,
———— obciążenie impedancyjne, tzn. $R_{ob} \neq 0$, $X_{ob} \to \infty$

rezystancyjnego, tzn. gdy $R_{ob} \neq 0$, $X_{ob} = 0$ oraz porównano ją z analizą przeprowadzoną dla przebiegu prądowego pokazanego na rys. 6a, tzn. dla $R_{ob} \neq 0$, $X_{ob} \to \infty$, $\alpha = 0$. Obydwa przebiegi prądowe przedstawiono na rys. 13. Prąd pobierany z sieci zasilającej w przypadku $R_{ob} \neq 0$, $X_{ob} = 0$, $\alpha = 0$ pokazano linią przerywaną na tym rysunku. Prąd ten zgodnie z przeprowadzonymi rozważaniami w przedziale $\beta = 30°$ do $\vartheta = 90°$ można wyrazić wzorem

$$i = 1{,}0472 K_{is}(\alpha = 0, \gamma = 0)\cos(\vartheta - 60°). \tag{47}$$

Zgodnie z warunkami wyrażonymi wzorem (31) oraz wzorem (33) można napisać, że amplituda k-tej harmonicznej prądu $I_k(\alpha = 0, \gamma = 0)$ wyrazi się wzorem:

$$I_k(\alpha = 0, \gamma = 0) = \frac{4}{\pi} \int_{\beta=30°}^{90°} 1{,}0472 K_{is}(\alpha = 0, \gamma = 0)\cos(\vartheta - 60°)\sin\vartheta \, d\vartheta. \tag{48}$$

Po rozwiązaniu zależności (48) otrzymuje się:
— amplitudę podstawowej harmonicznej prądu $I_1(\alpha = 0, \gamma = 0)$, tzn. dla $k = 1$

$$I_1(\alpha = 0, \gamma = 0) = 1{,}1045 K_{is}(\alpha = 0, \gamma = 0), \tag{49}$$

— amplitudy dalszych harmonicznych prądu $I_k(\alpha = 0, \gamma = 0)$, tzn. dla $k = 5, 7, 11, \ldots$

$$I_k(\alpha = 0, \gamma = 0) = \frac{1{,}0472 K_{i\acute{s}}(\alpha = 0, \gamma = 0)}{\pi} \left[\left| \frac{\cos(k+1)\vartheta}{k+1} - \frac{\cos(k-1)\vartheta}{k-1} \right|_{30^\circ}^{90^\circ} + \right.$$
$$\left. + \sqrt{3} \left| \frac{\sin(k-1)\vartheta}{k-1} - \frac{\sin(k+1)\vartheta}{k+1} \right|_{30^\circ}^{90^\circ} \right]. \tag{50}$$

Wartość skuteczną prądu $I_s(\alpha = 0, \gamma = 0)$ dla rozpatrywanego obciążenia rezystancyjnego obliczono ze wzoru:

$$I_s(\alpha = 0, \gamma = 0) = \sqrt{\frac{4}{2\pi} \int_{-30^\circ}^{30^\circ} [1{,}0472 K_{i\acute{s}}(\alpha = 0, \gamma = 1)\cos\vartheta]^2 d\vartheta}. \tag{51}$$

Po rozwiązaniu zależności (51) otrzymano:

$$I_s(\alpha = 0, \gamma = 0) = 0{,}8172 K_{i\acute{s}}(\alpha = 0, \gamma = 0). \tag{52}$$

Zależności (49), (50), (51) przy założeniu, że $K_{i\acute{s}}(\alpha = 0, \gamma = 0) = 1$ posłużyły do obliczenia procentowych zawartości poszczególnych harmonicznych prądu występujących w prądzie pobieranym z sieci zasilającej, zgodnie z poniższym wzorem:

$$p_{ik}(\alpha = 0, \gamma = 0) = \frac{I_k(\alpha = 0, \gamma = 0)}{\sqrt{2}\, I_s(\alpha = 0, \gamma = 0)} 100. \tag{53}$$

Otrzymane w ten sposób wartości zestawiono w kolumnie 6 tablicy 1. W oparciu o wzory (34) i (53) obliczono procentowe różnice amplitud harmonicznych prądu ΔI_k, zgodnie z poniższym wzorem:

$$\Delta I_k = \frac{I_k(\alpha, \gamma = 0) - I_k(\alpha = 0, \gamma = 0)}{I_k(\alpha, \gamma = 0)} 100 = \frac{I_k^*}{I_k(\alpha, \gamma = 0)} 100. \tag{54}$$

Otrzymane wartości zestawiono w kolumnie 9 tablicy 1. Następnie w oparciu o wzory (38) i (53) obliczono również procentowe różnice współczynników $p_{ik}(\alpha, \gamma = 0)$ oraz $p_{ik}(\alpha = 0, \gamma = 0)$, zgodnie z poniższym wzorem:

$$\Delta p_{ik} = \frac{|p_{ik}(\alpha, \gamma = 0) - p_{ik}(\alpha = 0, \gamma = 0)|}{p_{ik}(\alpha, \gamma = 0)} 100 = \frac{p_{ik}^*}{p_{ik}(\alpha, \gamma = 0)} 100. \tag{55}$$

Otrzymane wartości zestawiono w kolumnie 10 tablicy 1.

W kolumnach 7 i 8 tablicy 1 zestawiono dodatkowo bezwzględne różnice obliczone ze wzorów:

$$I_k^* = |I_k(\alpha, \gamma = 0) - I_k(\alpha = 0, \gamma = 0)|,$$
$$p_{ik}^* = |p_{ik}(\alpha, \gamma = 0) - p_{ik}(\alpha = 0, \gamma = 0)|. \tag{56}$$

Na podstawie analizy błędu można stwierdzić, że przyjęte w rozdziale 3 założenia nie wpływają w decydujący sposób na wynik analizy harmonicznych prądu i dla celów praktycznych są zupełnie wystarczające. W tablicy 1 można zauważyć, że amplitudy podstawowych harmonicznych prądu praktycznie są równe, tzn. $I_1(\alpha, \gamma = 0) = 1{,}1027$, $I_1(\alpha = 0, \gamma = 0) = 1{,}1045$, a błąd $\Delta p_{i1} = 0{,}08\%$. Przyjęte założenia wpływają jedynie na

Tablica 1

Porównanie wyników teoretycznych dla trójfazowego tyrystorowego prostownika mostkowego (dwa przypadki obciążenia)

Lp.	k	$R_{ob} \neq 0, \quad X_{ob} \to \infty$		$R_{ob} \neq 0, \quad X_{ob} = 0$		I_k^*	p_{ik}^*	ΔI_k	Δp_{ik}
		$I_k(\alpha, \gamma = 0)$	$p_{ik}(\alpha, \gamma = 0)$	$I_k(\alpha = 0, \gamma = 0)$	$p_{ik}(\alpha = 0, \gamma = 0)$				
—	—	—	%	—	%	—	%	%	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1,1027	95,49	1,1045	95,57	0,0018	0,08	0,16	0,08
2	5	0,2205	19,09	0,2500	21,63	0,0295	2,54	11,80	11,74
3	7	0,1575	13,56	0,1250	10,82	0,0325	2,74	26,00	25,32
4	11	0,1002	8,67	0,1000	8,66	0,0002	0,01	0,20	0,12
5	13	0,0848	7,34	0,0714	6,18	0,0134	1,16	18,77	18,77
6	17	0,0694	6,04	0,0625	5,41	0,0069	0,63	11,04	11,03
7	19	0,0580	5,02	0,0500	4,33	0,0080	0,69	16,00	15,94
8	23	0,0479	4,15	0,0455	3,94	0,0024	0,21	5,27	5,33
9	25	0,0441	3,82	0,0385	3,33	0,0056	0,49	14,55	14,71
10	95	0,0116	1,00	0,0106	0,92	0,0010	0,08	9,43	8,70
11	97	0,0114	0,98	0,0102	0,88	0,0012	0,10	11,76	11,36

minimalne powiększenie się niektórych harmonicznych prądu kosztem zmalenia innych, co wyraźnie widać z porównania kolumn 3 i 5 tablicy 1. Można zatem przyjąć, że współczynnik zawartości wszystkich harmonicznych w prądzie pobieranym z elektroenergetycznej sieci zasilającej jest w przybliżeniu taki sam.

5. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonej analizy można podać kilka wniosków końcowych dotyczących trójfazowych tyrystorowych prostowników mostkowych obciążonych rezystancją oraz reaktancją indukcyjną o nieskończenie dużej wartości.

a) Procentowe zawartości poszczególnych harmonicznych prądu pobieranego z elektroenergetycznej sieci zasilającej przez trójfazowy tyrystorowy prostownik mostkowy są mniejsze od procentowych zawartości harmonicznych prądu pobieranych przez jednofazowe prostowniki tyrystorowe [1], [2]. Należy jednak mieć na uwadze fakt, że bezwzględne wartości skuteczne poszczególnych harmonicznych prądu jakie będą wytwarzane w elektroenergetycznej sieci zasilającej tak przez jednofazowe jak i trójfazowe prostowniki tyrystorowe będą zależały od mocy poszczególnych układów, gdyż wartości skuteczne prądów fazowych sieci zależą od mocy załączanych, a poszczególne harmoniczne prądów są procentowymi udziałami tych prądów skutecznych. O zawartości prądów harmonicznych w sieci będą zatem decydowały duże jednostki trójfazowe lub większe zgrupowania drobnych układów jednofazowych. Można zatem twierdzić, że o ograniczoności stosowania układów tyrystorowych z punktu widzenia elektroenergetycznej sieci zasilającej będą głównie decydowały moce tych układów.

b) W przewodach fazowych sieci niskiego napięcia, która zasila przeanalizowane prostowniki mostkowe, popłyną tylko nieparzyste harmoniczne prądu dla $k = 5, 7, 11, 13, 17, \ldots$, czyli popłyną wszystkie harmoniczne prądu wytwarzane przez tego typu prostowniki. Harmoniczne te zostaną również przeniesione do przewodów fazowych sieci wysokiego napięcia, gdyż transformatory zasilające, których uzwojenia najczęściej połączone są $\Delta/\curlywedge$, eliminują tylko trzecie harmoniczne prądu oraz ich wielokrotności. W analizowanym przypadku trzecia harmoniczna prądu oraz jej wielokrotności nie są wytwarzane przez trójfazowy tyrystorowy prostownik mostkowy.

c) Procentowa zawartość poszczególnych harmonicznych prądu w elektroenergetycznej sieci zasilającej wytwarzanych przez analizowany trójfazowy tyrystorowy prostownik mostkowy zależy głównie od poszczególnych wartości kąta komutacji γ. Jeżeli kąt komutacji maleje, to współczynnik procentowej zawartości harmonicznych $p_{ik}(\alpha, \gamma)$ rośnie. W skrajnym przypadku, gdy $\gamma \to 0$, co jest równoważne z tym, że pole przebiegu trapezowego staje się równoważne polu przebiegu prostokątnego, można twierdzić, że współczynnik $p_{ik}(\alpha, \gamma = 0)$ otrzymamy również dla przebiegu prostokątnego, tzn. przy analizie pracy dwu tyrystorów w gałęziach mostka staje się on równy współczynnikowi $p_{ik}(\alpha, \gamma)$. Można zatem stwierdzić, że kąt komutacji obniża znacznie pobór harmonicznych z elektroenergetycznej sieci zasilającej.

Należy mieć również na uwadze fakt, że w wyniku niesystematycznej pracy trójfazowego tyrystorowego prostownika mostkowego, np. w przypadku niesymetrycznego wy-

zwalania poszczególnych tyrystorów przez elektroniczne układy wyzwalające, pojawi się w sieci zasilającej inny rozkład harmonicznych prądu aniżeli w analizowanym przypadku. Przypadku tego nie rozpatrywano w niniejszej pracy, gdyż łatwiejszą wydaje się być analiza doświadczalna. Pewne rozważania dotyczące tego problemu podano dla układów jednofazowych w opracowaniu [2].

LITERATURA

1. A. Handke, *Teoretyczna i doświadczalna analiza harmonicznych prądu pobieranych przez wybrane układy tyrystorowe z elektroenergetycznej sieci zasilającej*, Rozprawy Elektrotechniczne, nr 2, 1974.
2. A. Handke, *Analiza harmonicznych prądu i napięcia generowanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej przez niektóre układy tyrystorowe*, Rozprawy Elektrotechniczne, nr 3, 1975.
3. J. Manitius i inni, *Projektowanie przekształtników tyrystorowych*, WNT, Warszawa 1974.

A. HANDKE

ANALYSIS OF CURRENT HARMONICS GENERATED IN FEED POWER NETWORK BY THREEPHASE THYRISTOR BRIDGE RECTIFIER

Summary

The results are given of an analysis of current harmonics in a low voltage alternating current power feed network generated by a threephase bridge rectifier. In the analysis attention is paid to resistance and unlimited inductive reactance loads. Results of the analysis for current harmonics are shown in figures as a function of the ignition angle of thyristors and of overlap angle.

A. HANDKE

ANALYSE DES HARMONIQUES DU COURANT GÉNÉRÉES DANS LE RÉSEAU D'ALIMENTATION ÉLECTROÉNERGÉTIQUE PAR UN REDRESSEUR TRIPHASÉ EN PONT À THYRISTOR

Résumé

Dans l'article on a présenté les résultats de l'analyse des harmoniques du courant générées, dans le réseau d'alimentation électroénergétique de basse tension à la tension nominale de 380/220 V, par des redresseurs triphasés en pont à thyristor, qui ont dans leur circuit de charge des résistances et des réactances inductives infiniment grandes. Dans l'analyse on a pris en considération le travail de deux et de trois thyristors dans les branches du pont, c'est à dire l'angle de commutation γ. Sur les dessins graphiques on a montré, sous formes des diagrammes obtenus à partir des formules, le pourcentage du contenu des harmoniques particulières du courant qui apparaissent dans tout le courant pris dans le réseau d'alimentation électroénergétique en relation aux angles déclenchés des thyristors α et aux angles de commutation γ.

A. HANDKE

ANALYSE DER IN EINEM ELEKTROENERGETISCHEN VERSORGUNGSNETZ DURCH DREIPHASIGE THYRISTORBRÜCKENGLEICHRICHTER ERZEUGTEN STROMHARMONISCHEN

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurden die Ergebnisse einer Analyse der Harmonischen besprochen, die in einem elektroenergetischen Niederspannungsnetz durch dreiphasige gesteuerte Thyristorbrückengleichrichter erzeugt werden. Die Analyse wurde für eine große Impedanzbelastung durchgeführt. Auf den Abbildungen werden die Ergebnisse der Analyse für harmonische Ströme in Abhängigkeit von den Thyristorlöser und den Kommutierungswinkeln gezeigt.

А. ХАНДКЕ

АНАЛИЗ ГАРМОНИК ТОКА ГЕНЕРИРОВАННЫХ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ПИТАЮЩЕЙ СЕТИ ТРЕХФАЗНЫМ ТИРИСТОРНЫМ ВЫПРЯМИТЕЛЬНЫМ МОСТИКОМ

Резюме

Представлены результаты анализа гармоник тока генерированных в электроэнергетической питающей сети переменного тока низкого напряжения трехфазными тиристорными выпрямительными мостиками. Анализ проведен для резистивной и импедансной нагрузки индуктивного характера бесконечного значения. Результаты анализа для гармоник тока показаны на рисунках как функции угла зажигания тиристоров и угла перекрытия.

TREŚĆ

K. Holejko: Phase Measurements in the Presence of Narrowband Noises 487
M. Zientalski: Wpływ rozrzutu parametrów tranzystorów oraz asymetrii układu na produkty modulacji w modulatorze zrównoważonym 507
S. Walaszek: Statyczna i dynamiczna analiza procesu badania układu komutacyjnego . . 521
W. Solnica, A. Lewińska-Romicka: System nieniszczących badań i sposoby rejestracji wyników kontroli drutów niemagnetycznych 535
W. Nakwaski: Rekombinacja niepromienista w półprzewodnikach. Część II — Rekombinacja Augera 553
S. Sławiński, A. Lizoń: Dopplerowski radar odzewowy 569
J. Gieras: Theory of Induction Machines with Double-Layer Secondary 577
W. Matulewicz, U. Smoczyńska: Wpływ układu wzbudzenia na stabilność dynamiczną 633
A. Bieńkowski: Wpływ naprężeń ściskających na właściwości magnetyczne stali transformatorowej 645
Z. Muszalski: Niektóre aspekty nadmiernej prędkości zużycia szczotek w maszynach elektrycznych 657
A. Lewińska-Romicka: Niektóre problemy symulacji cyfrowej przetworników transduktorowych 667
J. Słomczyńska: Numeryczna metoda wyznaczania rozkładu pola magnetycznego magnesu trwałego maszyny elektrycznej po stabilizacji w powietrzu 683
A. Handke: Analiza harmonicznych prądu generowanych w elektroenergetycznej sieci zasilającej przez trójfazowy tyrystorowy prostownik mostkowy 719

CONTENTS — TABLE DES MATIÉRES — INHALT

K. Holejko: Pomiary fazy w obecności wąskopasmowego szumu 505
Mesure de la phase en présence du bruit à bande étroite 505
Phasenbemessung unter Schmalbandrauschen 506
M. Zientalski: The Effect of Transistor Parameters Scattering and of System Asymmetry on Modulation Products in a Balanced Modulator 519
Influence de la dispersion des paramètres des transistors et de l'asymétrie du système sur les produits de modulation dans un modulateur équilibré 519
Einfluss der Kenngrössenstreuung von Transistoren und der Schaltungsasymmetrie auf den Anteil der unerwünschten Modulationsprodukte in einem balancierten Modulator 520
S. Walaszek: Static and Dynamic Analysis of Commutation Circuit Investigating Process 532
Analyse statique et dynamique du processus des essais du circuit de commutation 532
Statische und dynamische Analyse der Prüfprozesse einer Fernsprechschalteinrichtung . . . 533
W. Solnica, A. Lewińska-Romicka: System of Non-Destructive Examination of Non-Magnetic Wires and Methods of Recording Results 551
Le système dans épreuves non destructives des fils non magnétiques et les méthodes de l'enregistrement des résultats obtenus 552
Ein nichtdestruktives Prüfsystem und Eintragungsmethoden von Kontrollergebnissen bei nichtmagnetischen Drähten 552

W. Nakwaski: Nonradiative Recombination in Semiconductors. Part 2. Auger Recombination . . . 567
Recombinaison non-radiative dans les semi-conducteurs. Partie 2. Recombinaison Auger . . 567
Nichtstrahlende Rekombination in Halbleitern. Teil 2. Rekombination von Auger 567
S. Sławiński, A. Lizoń: Doppler Response Radar 574
Radar de réponse de Doppler 574
Doppler-Sekundärradar 575
J. Gieras: Teoria maszyn indukcyjnych o dwuwarstwowej części wtórnej 629
Théorie de machines asynchrones dont le secondaire est à deux couches 630
Theoretische Grundlagen für Induktionsmaschinen mit einem doppelschichtigen Sekundärteil 631
W. Matulewicz, U. Smoczyńska: Influence of Exciting System on Dynamic Stability 643
Influence du système d'excitation sur la stabilité dynamique 643
Einfluss des Erregungssystems auf seine dynamische Stabilität 643
A. Bieńkowski: Effect of Compressive Stresses on Some Magnetic Properties of Silicon-Iron Steel 655
Influence des contraintes de compression sur les propriétés magnétiques de l'acier pour transformateur 655
Einfluss von Druckspannungen auf die magnetischen Eigenschaften des Transformatorstahles 655
Z. Muszalski: Some Aspects of Excessive Brush Wear Speed in Electrical Machines . . 665
Certains aspects de l'usure excessive des balais des machines électriques 665
Einige Hinweise betreffs übermässigen Verschleisses von Bürsten in elektrischen Maschinen 666
A. Lewińska-Romicka: Some Problems of Digital Simulation of Second Harmonic Transducer 681
Quelques problèmes de la simulation numérique des transducteurs 681
Einige Probleme der numerischen Simulation von Förster-Sonden 681
J. Słomczyńska: Numerical Method of Calculating Magnetic Field Distribution in an Electrical Machine Permanent Magnet Stabilized in Air 717
Méthode numérique pour calculer la répartition du champ magnétique dans un aimant permanent d'une machine électrique stabilisé dans l'air 717
Numerische Methode zur Bestimmung der Magnetfeldverteilung im Permanentmagnet einer elektrischen Maschine nach der Luftstabilisierung 717
A. Handke: Analysis of Current Harmonics Generated in Feed Power Network by Three-phase Thyristor Bridge Rectifier 736
Analyse des harmoniques du courant générées dans le réseau d'alimentation électroénergétique par un redresseur triphasé en pont à thyristor 736
Analyse der in einem elektroenergetischen Versorgungsnetz durch dreiphasige Thyristorbrükkengleichrichter erzeugten Stromharmonischen 737

СОДЕРЖАНИЕ

К. Холейко: Измерение фазы в присутствии узкополосного шума 506
М. Зентальски: Влияние разброса параметров транзисторов и ассиметрии схемы на продукты модуляции в балансном модуляторе 520
С. Валяшек: Статический и динамический анализ процесса исследования коммутационной схемы 533
В. Сольница, А. Левиньска-Ромицка: Система неразрушающих исследований и методы регистрации результатов контроля немагнитных проволок 552
В. Накваски: Безизлучательная рекомбинация в полупроводниках. Часть II. Ожерекомбинация 568
С. Славиньски, А. Лизонь: Доплеровский эховый радар 575
Я. Герас: Теория асинхронных машин с двухслойной вторичной частью 630

В. Матулевич, У. Смочиньска: Влияние системы возбуждения на динамическую устойчивость 643
А. Беньковски: Влияние механических напряжений сжатия на некоторые магнитные свойства электротехнической стали 656
З. Мушальски: Некоторые аспекты слишком большой скорости изнашивания электрощеток 666
А. Левиньска-Ромицка: Некоторые проблемы цифровой симуляции магнитомодуляционных датчиков 682
Е. Сломчиньска: Разностный метод решения распределения магнитного поля постоянного магнита электрической машины после его воздушной стабилизации 718
А. Хандке: Анализ гармоник тока генерированных в электроэнергетической питающей сети трехфазным тиристорным выпрямительным мостиком 737

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXIII • ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1977

Wytyczne dla Autorów

Komitet Redakcyjny prosi o przestrzeganie następujących wytycznych przy opracowywaniu maszynopisów artykułów nadsyłanych do opublikowania.

1. *Tematyka, charakter i oryginalność artykułów.* „Rozprawy Elektrotechniczne" są przeznaczone do ogłaszania prac naukowych wchodzących w zakres szeroko pojętej elektrotechniki, zwłaszcza jeżeli traktują one omawiane zagadnienia w sposób możliwie kompletny i zmierzają do osiągnięcia celu informacyjno-dydaktycznego. W związku z tym publikowane prace mogą być w mniejszym lub większym stopniu pracami nieoryginalnymi, jeśli chodzi o treść w nich zawartą, co nie zwalnia Autorów od obowiązku ujęcia tematu w sposób oryginalny. Twórczy wkład Autora może polegać wówczas np. na: porównaniu opisywanych teorii, metod lub systemów, krytycznej ich ocenie, wyciągnięciu własnych wniosków co do celowości takiego lub innego działania, zastosowaniu własnej klasyfikacji zagadnień, prognostyce itp. W szczególności „Rozprawy" ogłaszają takie prace naukowe, które zawierają: analizę porównawczą teorii, metod lub systemów, syntetyczne ujęcia określonego zagadnienia naukowego, omówienie obecnego stanu wybranego działu elektrotechniki, omówienie jego postępów lub tendencji rozwojowych itp.

2. *Wymagania ogólne.* Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie, w dwóch egzemplarzach. Maszynopis powinien być napisany jednostronnie przez czarną taśmę, na maszynie do pisania z niezabrudzonymi i nieuszkodzonymi znakami. Dopuszcza się odręczne czytelne uzupełnianie lub pisanie atramentem albo długopisem kolorem czarnym lub ciemnoniebieskim znaków specjalnych oraz znaków w językach, których alfabetów nie ma na maszynach do pisania, np. znaków matematycznych, chemicznych, liter greckich. Maszynopis powinien być napisany na papierze do maszyn do pisania koloru białego, formatu A4; numeracja ciągła na wszystkich kartkach.

3. *Sposób pisania tekstu.* Tekst w maszynopisie powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjowania (rozstrzelenia), podkreślania i pisania tekstów dużymi literami. Proponowane wyróżnienia Autor może wprowadzić do maszynopisu (zwykłym ołówkiem) za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych (podkreślenie linią przerywaną — spacjowanie, podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa itp.). Na jednej kartce maszynopisu powinno być 30 wierszy po około 60 znaków łącznie z odstępami. Marginesy każdej kartki powinny mieć następujące wymiary: górny — ok. 25 mm, lewy — ok. 35 mm. Tekst maszynopisu powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami; tytuły i podtytuły małymi literami. Akapity należy rozpoczynać z wcięciem równym trzem uderzeniom maszyny do pisania.

4. *Sposób pisania tablic.* Tablice w maszynopisie powinny być napisane w układzie zbliżonym do układu zecerskiego. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi; u góry każdej tablicy podać tytuł.

5. *Sposób pisania wzorów matematycznych.* Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi: strzałki, linie, kropki, daszki itp. powinny być napisane dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

6. *Przygotowanie materiału ilustracyjnego.* Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać zgodnie z obowiązującymi normami, na oddzielnych arkuszach, z podaniem kolejnych numerów rysunków. W maszynopisie artykułu na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku, a na oddzielnym arkuszu wykaz podpisów pod rysunki. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.). U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, tytuł pracy i nazwisko autora. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.

Dalszy ciąg wytycznych na 3 stronie okładki

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXIII · ZESZYT 4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1977

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor naczelny
PROF. DR. WITOLD NOWICKI

Zastępca redaktora naczelnego
PROF. DR HAB. TADEUSZ KACZOREK

Członkowie
PROF. DR LEONARD KNOCH, PROF. DR WITOLD ROSIŃSKI,
PROF. DR HAB. JANUSZ TUROWSKI

Sekretarz
JANINA MATHEISEL

ADRES REDAKCJI

00-661 Warszawa, Plac Jedności Robotniczej 1
Politechnika, Instytut Teleelektroniki, Gmach Elektroniki, pok. 471

Dyżury Redakcji: poniedziałki czwartki, godz. 11-13
tel. 28 89 81 lub 210 07-737
Telefony domowe: redaktor naczelny-17 37 03
zastępca redaktora naczelnege-44 88 34
sekretarz-33 84 97

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUNOWE
Warszaw, Miodowa 10

Nakład 710 (610+100)	Oddan odo składania 23.V. 1977 r..
Ark. wyd. 22,0, druk, 15,75+0,75 luż wkł.	Podpisano do druku we wrześniu 1977 r.
Papier ilustracyjny kl, III, 80 g. 70·100	Druk ukończono we wrześniu 1977 r.
Zamówienie nr 691/77 F-15	Cene zł 40,—

Drukarni im. Rewolucji Raździernikowej, Warszawa

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1977, 23, z. 4, ss. 743 — 803

621.3.051.024

Rola układów przesyłowych prądu stałego w systemach elektroenergetycznych

KAROL PRZANOWSKI (ŁÓDŹ)

Instytut Elektroenergetyki Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 21.6.1976

Artykuł jest monograficznym opracowaniem teoretycznych, technicznych i ekonomicznych podstaw stosowania układów przesyłowych prądu stałego w systemach elektroenergetycznych prądu przemiennego. Podano w nim zasady pracy, techniczne rozwiązania oraz koszty podstawowych elementów układów przesyłowych prądu stałego. Opisano zasadnicze schematy połączeń stacji przekształtnikowych oraz linii i sieci prądu stałego. Naświetlono problem wpływu urządzeń prądu stałego na szeroko rozumiane otoczenie. Zwrócono uwagę na teoretyczne i techniczne problemy znajdujące się w trakcie badań oraz na przewidywany rozwój teorii i zastosowań układów prądu stałego.

Myślą przewodnią artykułu jest zwrócenie uwagi na nowe możliwości jakie stwarza technika prądu stałego i dlatego najwięcej uwagi poświęcono wyjaśnieniu okoliczności, w których — z korzyściami technicznymi i ekonomicznymi — mogą być zastosowane układy przesyłowe prądu stałego w systemach elektroenergetycznych prądu przemiennego. Są to następujące przypadki: 1) człon pośredniczący między generatorami i siecią prądu przemiennego, 2) układy prądu stałego współpracujące równolegle z liniami prądu przemiennego, 3) sieci prądu stałego nałożone na sieci prądu przemiennego jednego lub więcej systemów elektroenergetycznych, 4) wykorzystanie istniejących linii prądu przemiennego do przesyłu mocy za pomocą prądu stałego.

1. WSTĘP

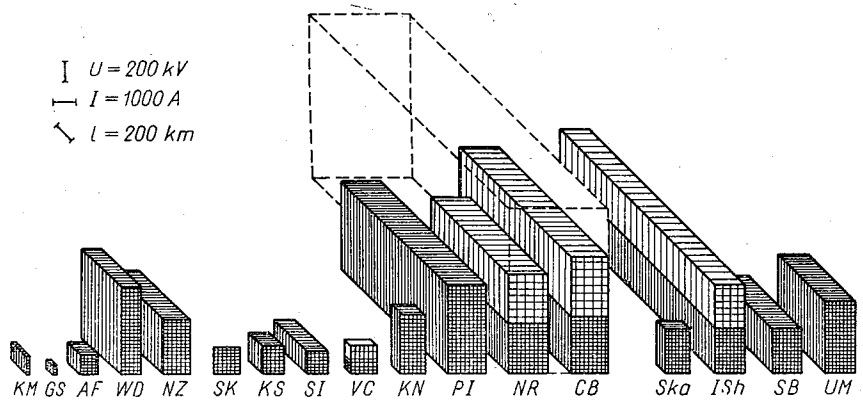
Istniejące systemy elektroenergetyczne są systemami trójfazowego prądu przemiennego. Jednakże rozwój elektroenergetyki rozpoczął się od odkryć związanych z prądem stałym. Galvani, Volta, Ohm ustalali prawa rządzące prądem stałym a pierwsza elektrownia wyposażona w dynamomaszynę zaopatrywała odbiorców w energię elektryczną za pośrednictwem prądu stałego.

W następnym okresie rozwoju elektroenergetyki, który trwa do dzisiaj, prąd stały (p.s) został wyparty przez prąd przemienny (p.p). Stało się to dzięki poznaniu i zastosowaniu zalet wielofazowego p.p. oraz dzięki wprowadzeniu maszyn i aparatów p.p. o właściwościach znacznie lepszych lub w ogóle nieosiągalnych przez urządzenia p.s. Należą do nich: — generatory synchroniczne, które dzięki brakowi komutatora mogą być budowane na znacznie większe moce i wyższe napięcie niż prądnice p.s., — transformatory, które pozwalają w prosty i tani sposób na dostosowanie wartości napięcia sieci elektroenergetycznej do wartości przesyłanej i rozdzielanej mocy, — silniki indukcyjne, proste w budowie, niezawodne w działaniu, tanie, o mocach w bardzo szerokim zakresie wartości, — i wreszcie wyłączniki pozwalające na przerywanie zarówno prądów roboczych jak i zwarciowych i dzięki temu umożliwiające budowę rozgałęzionych i elastycznych rozdzielni i sieci.

Właściwości układów p.p. zaczęły jednak nastręczać trudności w dziedzinie przesyłu

energii elektrycznej oraz w związku z koniecznością utrzymania w synchronizmie współpracujących ze sobą w systemie elektroenergetycznym maszyn. Reaktancja indukcyjna i pojemnościowa linii napowietrznych i kablowych p.p. jest przyczyną kłopotów z mocami biernymi i z utrzymaniem odpowiednich napięć wzdłuż linii przesyłowej a łącznie z charakterystykami elektromechanicznymi maszyn synchronicznych p.p. wpływa ograniczająco na wartości mocy możliwych do przesłania liniami p.p. Elektroenergetycy zwrócili więc swe zainteresowania ponownie ku prądowi stałemu.

Na konferencji CIGRE w Paryżu w roku 1931 po raz pierwszy w historii tej instytucji zajmującej się problemami przesyłu energii elektrycznej Norweg Schjolberg-Henriksen przedstawił referat na temat układów przesyłowych p.s. [1]. Od tego czasu zarówno teoria jak i praktyka dotycząca wykorzystania p.s. do transportu energii elektrycznej zrobiły



Rys. 1. Zestawienie istniejących i projektowanych układów przesyłowych p.s. [3]

KM — Kaszira-Moskwa, *GT* — Gotland (wyspa)-Szwecja (ląd stały), *AF* — Anglia-Francja, *WD* — Wołgograd-Donbas, *NZ* — Nowa Zelandia (między wyspami północną i południową), *SK* — Sakuma (Japonia), *KS* — Kontiskan (Szwecja-Dania), *SI* — Sardynia-Italia, *VC* — Vancouver (wyspa)-Kanada (ląd stały), *KN* — Kingsnorth-Londyn, *PI* — Pacyfik Intertie (Columbia River-Los Angeles), *NR* — Nelson Riwer (Prowincja Manitoba-Winnipeg), *CB* — Cabora Bassa (Mozambik-Afryka Południowa), *Ska* — Skagerrak, *ISh* — Inga-Shaba, *SB* — Square Butta (USA), *UM* — Underwood-Minneapolis (USA). Linia kropkowana — Północny Kazachstan-Rosja Środkowa

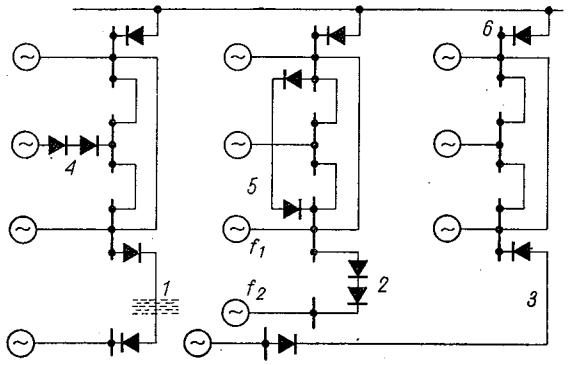
znaczne postępy i obecnie pracuje piętnaście układów przesyłowych p.s. w różnych częściach świata (rys. 1). Okazało się, że wynik porównania układów p.p. oraz p.s. zależy nie tylko od fizycznych właściwości samych prądów i napięć obydwu rodzajów ale w dużym stopniu od właściwości urządzeń zbudowanych dla tych prądów i napięć. I tak, jeśli w dziedzinie przesyłania energii elektrycznej prąd stały okazał się w określonych przypadkach korzystniejszy od prądu przemiennego, to w znacznej mierze dzięki lepszym właściwościom linii, przede wszystkim kablowych ale także i napowietrznych oraz dzięki regulacyjnym charakterystykom zaworów przekształtnikowych.

Aktualnie układy p.s. występują w systemach elektroenergetycznych p.p. jako urządzenia łączące części systemu p.p. w celu wzajemnej współpracy, np. elektrownię z układem odbiorczym lub dwa różne systemy elektroenergetyczne, np. o różnych częstotliwościach prądu przemiennego. Urządzenia p.s. mają wszędzie charakter układów służących do przesyłania znacznych mocy lub do przesyłania mocy wyrównawczych. Źródłami mocy elektrycznych pozostaną jeszcze przez długie lata generatory p.p. Podobnie zdecydowana większość sieci przesyłowych, wszelkie sieci rozdzielcze a także same odbiorniki są i niewątpliwie będą na p.p.

Stosowanie p.s. w systemach elektroenergetycznych rozpoczęło się od wybudowania w roku 1954 szwedzkiego układu przesyłowego na wyspę Gotland, w którym obwód p.s. jest złożony z kabla podmorskiego na 100 kV, jako jednego bieguna i z morza, jako drugiego bieguna. W następnych latach uruchomiono kilkanaście podobnych instalacji, w których kable podmorskie p.s. stanowią linie przesyłowe. Kabel p.s. okazał się znacznie tańszy od kabla p.p. Przy takich samych kosztach można linią kablową p.s. przesłać moc trzykrotnie większą niż linią kablową p.p. [4]. Podobnie koszt linii napowietrznej p.s. jest mniejszy od kosztu linii p.p. o takiej samej przepustowości. Zatem przy dostatecznie długich liniach przesyłowych p.s. oszczędności na ich kosztach, w porównaniu z liniami p.p., pokrywają straty na budowę stacji końcowych, które są droższe dla układów p.s. aniżeli dla układów p.p. Tak więc uważa się, że układy przesyłowe p.s. są ekonomicznie opłacalne, gdy odległość przesyłania jest większa w przypadku linii kablowych od 50÷70 km a w przypadku linii napowietrznych od 650÷1000 km.

Układy przesyłowe p.s. mogą być użyte jako połączenia maszyn i systemów p.p. lub jako połączenia systemów p.p. Dzięki np. połączeniu elektrowni wodnej z systemem p.p. za pośrednictwem układu p.s., prędkość obrotowa hydrogeneratorów może być regulowana niezależnie od wartości i zmian częstotliwości p.p. w systemie elektroenergetycznym, jedynie w celu najekonomiczniejszego wykorzystania zasobów wodnych w elektrowni. Podobnie częstotliwości w dwóch współpracujących systemach p.p. mogą dzięki łączącemu je układowi p.s. mieć różniące się wartości i mogą być regulowane w każdym systemie w sposób niezależny.

Wymienione wyżej zalety układów p.s. były w praktyce najwcześniej wykorzystane i one to były przyczyną wprowadzenia tych układów do systemów elektroenergetycznych jako urządzeń uzupełniających. Stopniowo odkrywano dodatkowe możliwości wykorzysta-



Rys. 2. Możliwości zastosowania układów p.s. w systemach elektroenergetycznych p.p [3]

nia innych cech układów p.s. A więc bardzo szybka (ok. 10 ms) regulacja prądu i mocy w układzie przesyłowym lub sprzęgłowym p.s. zapobiega zwiększeniu prądów zwarciowych w zasilanym systemie p.p. a także pozwala na łatwe zastosowanie techniki SPZ w liniach p.s. dotkniętych przemijającymi zwarciami. Szybka regulacja prądu i mocy p.s. pozwala także na takie wbudowanie układów p.s. do systemów p.p., że układy p.s. powiększają stabilność pracy systemów p.p.

Wymienione przypadki zastosowania urządzeń p.s. w systemach elektroenergetycznych p.p. są zestawione na rys. 2.

Następną korzyść można wyciągnąć z tego, że przy tej samej przepustowości linie p.s. zajmują mniej miejsca niż linie p.p. co ma znaczenie ze względu na ochronę środowiska, a także w terenach gęsto zabudowanych. Równocześnie wpływ linii napowietrznej p.s. na otoczenie jest mniejszy niż linii p.p. o takiej samej przepustowości.

Pole elektromagnetyczne wytwarzane przez przewody linii napowietrznej działa na ludzi i zwierzęta znacznie słabiej w przypadku linii p.s. niż w przypadku linii p.p. Także szumy akustyczne oraz elektromagnetyczne (zakłócenia telefoniczne, radiowe, telewizyjne) są mniejsze od linii p.s. niż od linii p.p.

Wszystkie wymienione zalety układów przesyłowych p.s. sprawiły, że dyskutowana przez wiele lat celowość stosowania tych układów stała się obecnie oczywista i planiści zajmujący się rozwojem systemów elektroenergetycznych powinni brać pod uwagę możliwość wykorzystania układów p.s. jako części wchodzących w skład przyszłych systemów. Można oczekiwać, że i w polskim systemie elektroenergetycznym wystąpią w przyszłości sytuacje, w których okaże się celowe zastosowanie układów p.s.

2. PORÓWNANIE GOSPODARCZE I TECHNICZNE UKŁADÓW P.P. I P.S.

Porównania gospodarcze powinny być dokonywane w odniesieniu do urządzeń technicznych spełniających takie same zadania w takich samych warunkach z taką samą dobrocią. Zadania, warunki i dobroć pracy urządzenia są przy tym określane przez wskaźniki ilościowe i kryteria jakościowe. W gospodarczych porównaniach urządzeń należy także uwzględniać wpływ projektowanych urządzeń na ekonomikę pracy istniejących instalacji technicznych. Do kryteriów oceny dobroci pracy urządzenia trzeba włączyć wpływ urządzenia na jego otoczenie, a przede wszystkim na szeroko rozumiane środowisko człowieka.

Porównanie gospodarcze urządzeń p.p. i p.s., jednakowych w sensie określonym wyżej, może być dokonane jedynie w odniesieniu do układów p.p. i p.s. o charakterze przesyłowym z liniami napowietrznymi lub kablowymi. Inne urządzenia p.s., a więc takie, których głównym przeznaczeniem nie jest transport energii elektrycznej, nie mają takich odpowiedników w urządzeniach p.p., które kwalifikowałyby się do porównań gospodarczych.

W obecnym stanie rozwoju techniki przesyłania mocy elektrycznej układami p.p. oraz p.s. można rozważać następujące przypadki:

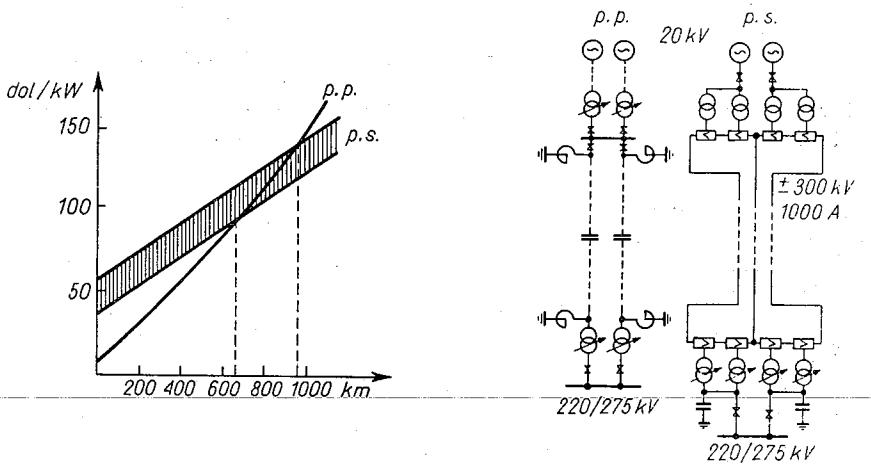
1) przesyłanie mocy elektrycznej albo układem p.p. albo układem p.s.,
2) przesyłanie mocy elektrycznej równocześnie układem p.p. oraz p.s. przy ich równoległym połączeniu.
3) przesyłanie mocy elektrycznej równocześnie prądem przemiennym i prądem stałym, nałożonymi na siebie we wspólnej linii.

Znane autorowi wyniki obliczeń gospodarczych zajmują się tylko przypadkiem pierwszym. Przypadek drugi jest rozważany ze względu na poprawę stabilności połączonych systemów, uzyskiwaną przez dodatkowe wprowadzenie układu p.s. Natomiast autor nie spotkał się z rozważaniami ekonomicznymi dotyczącymi kombinowanego układu przesyłowego p.p.+p.s., którego zadaniem byłoby najbardziej gospodarcze wykorzystanie

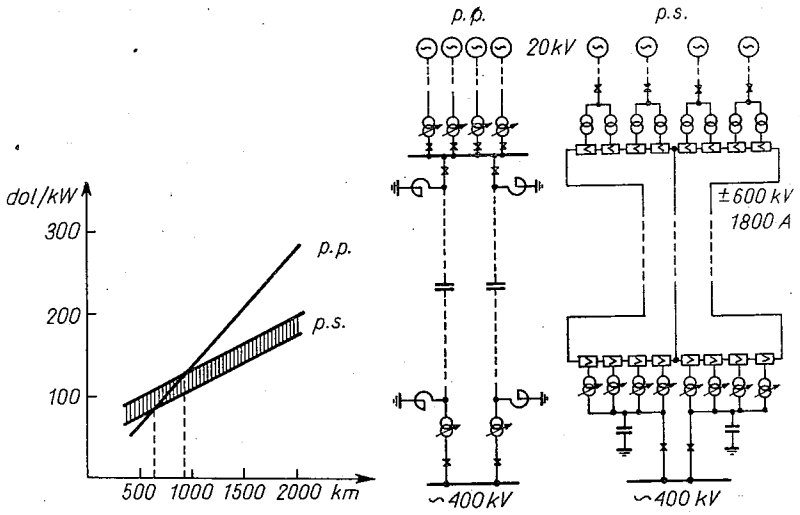
technicznych właściwości obydwu układów, zaprojektowanych równocześnie, jako zespół p.p.+p.s. Realizacja takiego zespołu nie musiałaby się odbywać równocześnie.

Pierwsze obszerne porównanie techniczne i ekonomiczne układów przesyłowych p.p. i p.s. zostało przedstawione na konferencji CIGRE w Paryżu w 1968 r. [4]. Wnioski wynikające z tego porównania, z małymi wyjątkami, nie straciły na aktualności.

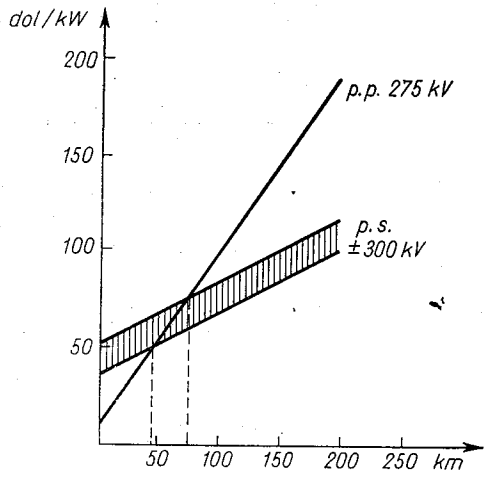
W porównaniach ekonomicznych obliczono jednostkowe koszty przesyłu mocy elektrycznej o wartościach 1080 MW i 2160 MW liniami napowietrznymi i kablowymi p.p. oraz p.s. Rezultaty obliczeń są przedstawione na rysunkach 3...6. Przyjęte ceny odpowiadają poziomowi z roku 1965. Do określenia kosztów stacji przetwornikowych przyjęto zawory rtęciowe łączone w mosty o mocy 270 MW każdy. W przewidywaniu, iż w miarę



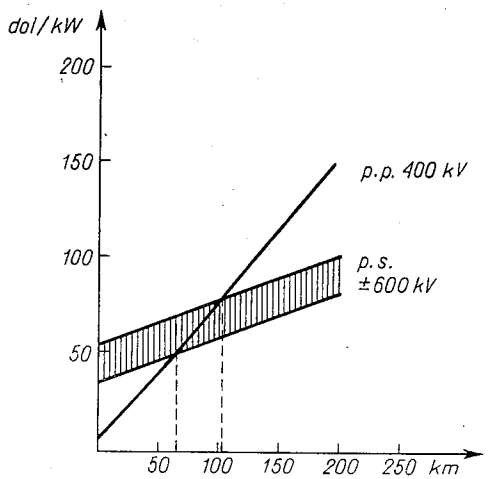
Rys. 3. Koszty przesyłu mocy 1080 MW liniami napowietrznymi p.p. i p.s. [4]



Rys. 4. Koszty przesyłu mocy 2160 7MW liniami napowietrznymi p.p. i p.s. [4]



Rys. 5. Koszty przesyłu mocy 1080 MW liniami kablowymi p.p. i p.s. [4]



Rys. 6. Koszty przesyłu mocy 2160 MW liniami kablowymi p.p. i p.s. [4]

upływu czasu względny koszt stacji przetwornikowych p.s. będzie malał, dodatkowo obliczono koszty przesyłu mocy za pomocą p.s. w założeniu, że koszty końcowych stacji p.s. będą niższe o 40% (dolne krzywe kosztów p.s. na rysunkach 3...6). Jak wynika z wykresów, najmniejsza graniczna odległość, przy której zrównują się koszty przesyłu mocy elektrycznej wynosi dla linii napowietrznej ok. 650 km, a dla linii kablowych 50...70 km., zależnie od wartości przesyłanej mocy. Przy odległościach przesyłu większych od tych granicznych wartości koszty przesyłu mocy elektrycznej są niższe dla p.s. niż dla p.p.

Porównanie techniczne obydwu rodzajów układów przesyłowych, omówione już wyżej, można uzupełnić przez następujące wnioski zawarte w referacie [4]. Przesył mocy kablami podziemnymi wymaga mniej kabli p.s. niż kabli p.p. przy tych samych mocach, można więc uzyskać redukcję potrzebnych wykopów co będzie w przyszłości ważną zaletą w przypadku zasilania obszarów miejskich.

W układach przesyłowych zawierających długie kable podmorskie prąd stały ma znaczną przewagę nad prądem przemiennym także z powodu trudności w skompensowaniu prądu pojemnościowego kabli p.p. ograniczającego zdolność przesyłową tych kabli. Niewątpliwie prąd stały ma wyłączność stosowania w tego rodzaju układach.

Autorzy referatu [4] twierdzą, że także w przyszłości będą istniały sytuacje, w których celowe będzie stosowanie p.s., a więc gdy trzeba będzie linią długą połączyć odległe źródła prądu z ośrodkami odbiorczymi lub też krzyżować większe zbiorniki wody. Wydaje się także, iż obszerne pole zastosowania może znaleźć prąd stały gdy chodzi o wzmocnienie sieci zasilających. Jednym ze sposobów może tu być użycie p.s. w części sieci systemowej, w której regulacyjność jest sprawą pierwszoplanową. W niektórych sieciach, o znacznej rozległości podziemnych linii kablowych, zastosowanie p.s. może być ekonomiczne nawet przy obecnie wysokich kosztach stacji przetwornikowych [4].

W Chicago ze względu na bardzo ograniczone miejsce na prowadzenie linii napowietrznych a nawet linii kablowych przeanalizowano możliwość wprowadzenia potrzeb-

nej mocy elektrycznej z zewnątrz do gęsto zabudowanego miasta za pośrednictwem kabli p.s. Rozważono dwa napięcia: ± 400 kV i ± 500 kV p.s. i porównano je z rozwiązaniem wykorzystującym kable trójfazowego p.p. na 345 kV [2]. Długość rozważanych linii kablowych wynosiła 66 km. Przenoszona moc wynosiła od 1000 MW do 3000 MW. Brano pod uwagę zarówno w odniesieniu do rozwiązania z p.s. jak i z p.p. tylko rozwiązania sprawdzone w eksploatacji. Obliczenia wykazały, że koszt inwestycyjny urządzeń prądu p.p. wypada o 20% wyższy niż urządzeń prądu p.s. Dla granicznej w warunkach Chicago odległości przesyłania mocy 80 km wariant z wykorzystaniem p.s. jest jeszcze bardziej korzystny.

Rozwój techniki przesyłowej za pomocą prądu stałego nie powstrzymuje postępów w technice prądu przemiennego. Zwolennicy p.p. uważają, że jeśli stosunkowo niezłożone obecnie układy przesyłowe p.p. wyposażyć w dodatkowe urządzenia i zastosować wyższy niż obecnie stopień zautomatyzowania regulacji, to układy przesyłowe p.p. będą konkurencyjne z układami p.s. także przy dużych odległościach, a mimo to nie będą ani tak bardzo złożone ani nie będą wymagały tak wyrafinowanej regulacji jak układy przesyłowe p.s. Tymi dodatkowymi urządzeniami są w liniach długich p.p. kondensatory oraz dławiki, które odpowiednio połączone z liniami p.p. szeregowo i równolegle pozwalają na jej „strojenie", tzn. na zmniejszanie lub powiększanie jej kąta falowego [5]. Oznacza to skracanie lub wydłużanie „elektrycznej długości linii". Gdy rzeczywista długość linii przesyłowej p.p. jest mniejsza od ok. 1500 km (przy częstotliwości prądu $f = 50$ Hz), celowe jest zmniejszanie kąta falowego linii do wartości w pobliżu zera. Natomiast gdy rzeczywista długość linii jest większa od ok. 1500 km należy dostroić linię do kąta falowego ok. π, tzn. do długości odpowiadającej połowie fali. W ostatnich latach opracowano teorię i skonstruowano dławiki nasycone o regulowanej reaktancji do poprzecznej kompensacji linii długich o dużych mocach przesyłowych. Dławiki te pozwalają na utrzymanie stałych wartości napięć w punktach pośrednich linii, poprawiają stateczność przejściową układu przesyłowego oraz zmniejszają przepięcia, przy czym zawartość harmonicznych prądu dławika nie osiąga 2% wartości jego prądu znamionowego [6].

Postęp w dziedzinie przesyłu energii elektrycznej za pomocą p.p. sprawia, że nie można twierdzić w sposób ogólny, iż do bardzo dużych odległości przesyłu odpowiedniejszy jest obecnie prąd stały. Wynik porównania tych dwóch technik zależy od wielu czynników i nie da się, bez dokonania szczegółowych analiz, przewidzieć, która z nich będzie w danych warunkach korzystniejsza. Przykładu dość nieoczekiwanego wyniku takiej analizy dostarcza problem transportu dużych ilości energii z arktyki kanadyjskiej do odległych obszarów odbiorczych na południu. Energia znajduje się na dalekiej północy w postaci ropy i gazu. Na południu ma być ona dostarczona odbiorcom w formie elektryczności; zamiana jednej formy energii w drugą może mieć miejsce na północy lub na południu. W porównaniach wzięto pod uwagę transport energii rurociągami w postaci gazu lub ropy oraz liniami elektrycznymi. Transport elektryczny rozważano w trzech wariantach: za pomocą kompensowanych (skracanych) linii p.p., za pomocą linii p.p. strojonych do długości połowy fali i za pomocą linii p.s. Odległość przesyłu energii wynosi ok. 2200 km. Przesyłana moc — 10.000 MW. Przesyłana energia — 72 TWh rocznie.

Analiza wykazała, że najbardziej ekonomiczny z rozważanych sposobów jest transport energii elektrycznej za pomocą linii półfalowych. Przy wyborze wariantu wzięto także pod

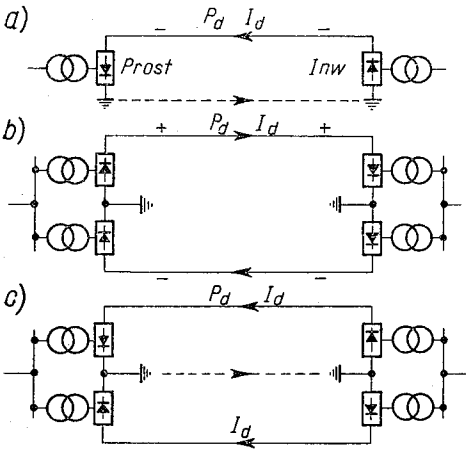
uwagę, że linie elektryczne stanowią mniejsze zagrożenie dla otoczenia niż rurociągi gazowe czy ropowe, również z tego samego względu lepiej mieć wielkie elektrownie na bezludnej północy niż na terenach gęściej zamieszkałych.

3. POŁĄCZENIA UKŁADÓW PRZESYŁOWYCH P.S. URZĄDZENIA I APARATY

3.1. Połączenia układów p.s.

Prawie wszystkie istniejące i projektowane układy przesyłowe p.s. to linie długie prądu stałego posiadające na obydwu krańcach stacje przetwornikowe. Brak wyłączników p.s. nie pozwolił dotychczas na budowę rozgałęzionych sieci p.s.

Podstawowe połączenia układów p.s. przedstawiono na rys. 7 [7].



Rys. 7. Podstawowe schematy połączeń układów przesyłowych p.s.
a — jednoprzewodowy, *b* — dwuprzewodowy różnobiegunowy, *c* — dwuprzewodowy jednakobiegunowy, *Prost.* — prostownik, *Inw.* — inwertor [8]

Układ jednoprzewodowy (rys. 7a) ma obwód prądu stałego złożony z jednego przewodu, zazwyczaj ujemnego oraz z ziemi lub morza.

Układ dwuprzewodowy różnobiegunowy (rys. 7b) posiada dwa przewody: dodatni i ujemny. Na każdym krańcu linii są zainstalowane dwa zespoły przetwornikowe, połączone w szereg. Punkt środkowy między przetwornikami jest uziemiony na jednym lub na obydwu krańcach, część dodatnia i ujemna układu mogą pracować niezależnie. Zazwyczaj obydwie części są obciążone takim samym prądem i wówczas przez ziemię nie płynie żaden prąd. W przypadku uszkodzenia jednego z przewodów drugi przewód wraz z ziemią może przenieść połowę mocy znamionowej układu. Napięcie znamionowe układu dwuprzewodowego różnobiegunowego jest podawane w formie np. ± 400 kV.

Układ dwu lub wieloprzewodowy jednakobiegunowy (rys. 7c) składa się z dwóch lub więcej przewodów o tej samej biegunowości, zazwyczaj ujemnej i z ziemi zamykającej obwód. W przypadku uszkodzenia jednego przewodu przetworniki należące do niego mogą być przełączone na pozostały przewód lub przewody. Wykorzystując ich przeciążalność można przesyłać moc większą niż połowa mocy znamionowej, a czasem i moc

znamionowa, oczywiście kosztem zwiększonych strat mocy w przewodach. W układzie różnobiegunowym przełączenie wszystkich przetworników do pracy na jeden przewód jest bardziej skomplikowane i na ogół niemożliwe ze względu na stopniowaną izolację. Z tych powodów układ jednakobiegunowy jest korzystniejszy od różnobiegunowego w tych przypadkach, w których można dopuścić ciągły przepływ prądu przez ziemię. Dodatkową, już mniejszą, korzyścią są mniejsze straty na koronę. Ujemna biegunowość przewodów jest pożądana z powodu mniejszych zakłóceń radiowych.

We wszystkich opisanych układach, w celu otrzymania odpowiednio wysokiego napięcia stałego, przetworniki są łączone po kilka w szereg po stronie p.s., natomiast równolegle po stronie p.p.

W układach przesyłowych p.s. istotną rolę gra ziemia lub morze. Opór ziemi lub wody morskiej dla prądu stałego jest pomijalnie mały, tak że całkowity opór prądu przez ziemię (morze) jest równy jedynie sumie oporów uziemienia dwóch elektrod na krańcach układu przesyłowego.

Inaczej jest w przypadku prądu przemiennego. Tu prąd powrotny płynie w ziemi lub w morzu tą samą trasą, którą biegnie linia napowietrzna lub kablowa, a rozkład gęstości prądu w przekroju prostopadłym do kierunku trasy jest taki, ażeby wypadkowa impedancja drogi powrotnej, uwzględniając rezystancję ziemi (morza) oraz reaktancję pętli przewód-ziemia, była najmniejsza. Skupienie prądu powrotnego w otoczeniu linii powoduje, że rezystancja ziemi nie może być pominięta dla prądu przemiennego. Dla prądu o częstotliwości 50 Hz wynosi ona, prawie niezależnie od konduktywności gruntu, 0,05 Ω na kilometr trasy linii.

Prąd stały, w stanie ustalonym, także wybiera w ziemi drogę najmniejszego oporu i teoretycznie wykorzystuje całą kulę ziemską.

Korzyści wynikające z faktu, że ziemia (morze) występuje jako przewód powrotny w układach prądu stałego są następujące.

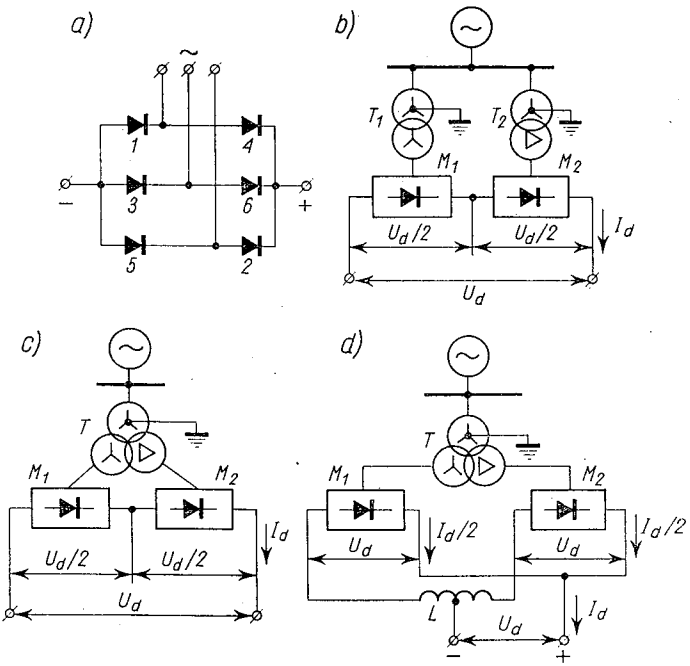
Po pierwsze układ przesyłowy prądu stałego może być budowany w dwóch etapach, jeżeli przepustowość układu ma być początkowo równa połowie przepustowości końcowej lub mniejsza. Można zbudować układ w pierwszym etapie jako jednoprzewodowy (linia napowietrzna lub kablowa) z ziemią jako drugim przewodem, a w drugim etapie — jako układ dwuprzewodowy. W ten sposób duża część kosztów inwestycyjnych całości może być przesunięta do drugiego etapu budowy układu.

Następna korzyść zjawia się po uzupełnieniu układu w drugim etapie do dwuprzewodowego. Mianowicie w przypadku uszkodzenia jednego przewodu linii lub przetwornika, układ przesyłowy może pracować czasowo jako jednoprzewodowy z ziemią, przenosząc prawie połowę mocy układu kompletnego. Dzięki temu niezawodność pracy dwuprzewodowej linii p.s. jest w zasadzie taka jak dwutorowej linii prądu trójfazowego, chociaż linia p.s. ma tylko dwa przewody a nie sześć.

Głównymi urządzeniami układów przesyłowych p.s. są przetworniki. Na jednym krańcu układu przesyłowego przetworniki pracują jako prostowniki, przekształcające prąd przemienny w prąd stały, który służy do przesyłania mocy elektrycznej, na drugim zaś krańcu układu takie same przetworniki pracują jako inwertory, przekształcając prąd stały w prąd przemienny. Obecnie stosowane przetworniki są to wysokonapięciowe zawory elektryczne

rtęciowe, ze sterowaniem siatkowym. W ostatnich latach czynione są pomyślne próby zastąpienia zaworów rtęciowych przez tyrystory.

Zawory elektryczne są łączone w grupy zwane mostami. Rys. 8a przedstawia schemat trójfazowego mostu złożonego z 6 zaworów. Transformator trójfazowy zasilający taki most ma zwykłą konstrukcję stosowaną przy p.p., jedynie izolacja punktu zerowego uz-



Rys. 8. Schematy połączeń mostów prostownikowych [5]

a — most trójfazowy, *b*, *c*, *d* — połączenia dwóch mostów trójfazowych w zespoły 12-fazowe, *1*...*6* — zawory, *T*, T_1, T_2 — transformatory trójfazowe, M_1, M_2 — mosty trójfazowe

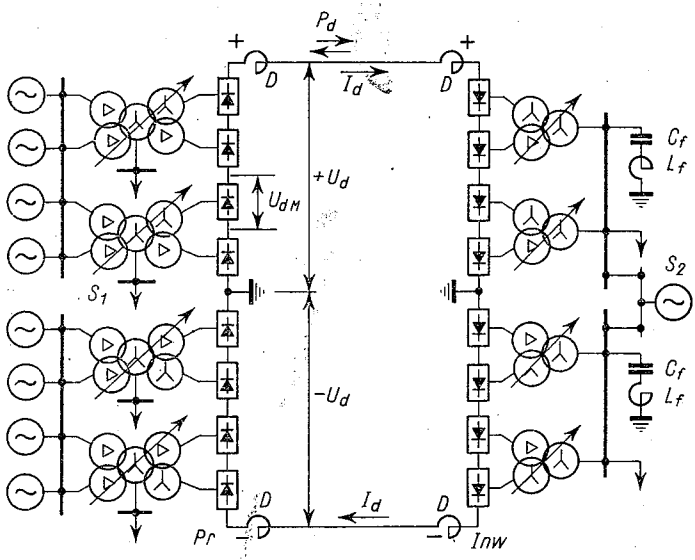
wojenia od strony zaworów musi być obliczona na połowę wyprostowanego napięcia między biegunami mostu.

W układach przesyłowych p.s. dużej mocy stosuje się obecnie 12-fazowe schematy połączeń, które otrzymuje się łącząc w szereg dwa mosty trójfazowe, zasilane przez dwa trójfazowe uzwojenia transformatorów, posiadające przesunięcie fazowe napięć od strony zaworów równe 30° (rys. 8b, c, d) [5].

Przykładowy schemat połączeń układu przesyłowego p.s. Wołgograd-Donbas na napięcie ±400 kV i moc przenoszoną 720 MW przedstawia rys. 9 [5]. Zainstalowano tam jednoanodowe zawory na maksymalne zwrotne napięcie 130 kV i maksymalny anodowy prąd 900 A, w liczbie 6 w każdym moście. Każde dwa mosty są zasilane przez 3 transformatory jednofazowe pięciouzwojeniowe o mocy 3×90 MVA i o napięciach 13,8/89/220 kV. Każda grupa transformatorów wraz z dwoma mostami stanowi blok zaopatrzony w niezależny układ sterowania siatkowego, regulacji i zabezpieczeń. Każdy przetwornikowy most jest obliczony na napięcie wyprostowane U_{dM} = 100 kV i prąd I_{dM} = 900 A.

Połączenie w kaskadę ośmiu mostów pozwoliło na uzyskanie między biegunami układu przesyłowego napięcia 800 kV, a uziemienie punktów środkowych kaskad mostów ustaliło napięcie biegunów w stosunku do ziemi ± 400 kV. Moc przesyłana przez połowę układu $P_d = U_d I_d = 360$ MW, a podczas pracy całego dwuprzewodowego układu pełna moc przesyłowa wynosi 720 MW.

Przepustowość i niezawodność pracy każdego układu przesyłowego prądu stałego jest obecnie determinowana przez zawory. Za pomocą sterowania siatkowego można łatwo



Rys. 9. Zasadniczy schemat połączeń układu przesyłowego p.s. Wołgograd-Donbas na ± 400 kV, 720 MW [5]

Prost. — stacja prostownikowa, *Inw.* — stacja inwertorowa, D — dławiki liniowe, C_f, L_f — filtry wyższych harmonicznych, S_1, S_2 — systemy p.p.

regulować wartość przesyłanej mocy oraz zmieniać jej kierunek a także ograniczać prądy awaryjne, np. podczas zwarcia. Automatyczne utrzymanie zadanych warunków pracy układu przesyłowego p.s. uzyskuje się dzięki praktycznie bezinercyjnemu sterowaniu siatkami zaworów, do czego potrzebna jest niewielka moc elektryczna.

Moc zaworu przyjęto określać jako moc mostu P_{dM} podzieloną przez liczbę n zaworów w moście:

$$P_{zaw} = P_{dM}/n.$$

Maksymalne napięcie zwrotne, które może wystąpić w trójfazowym moście jest o ok. 30% wyższe od wyprostowanego napięcia między biegunami mostu:

$$U_{zwr.max} = 1{,}3\ U_{dM}.$$

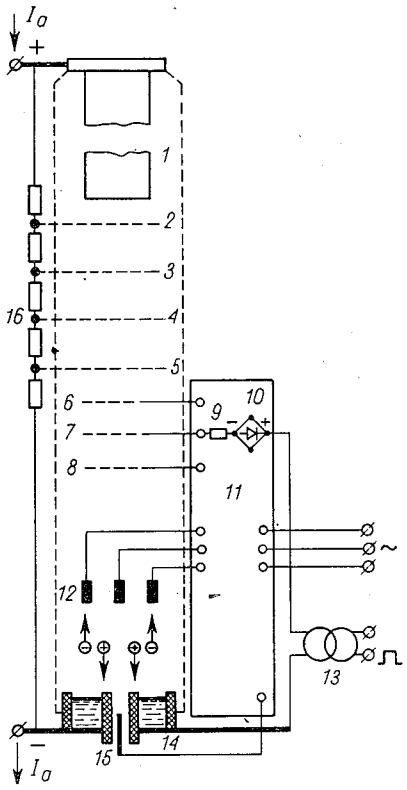
Budowane obecnie zawory wysokonapięciowe rtęciowe przeznaczone do instalacji przesyłowych p.s. dzielą się na: a) jednoanodowe, b) wieloanodowe, c) grupowe. Poza tym wprowadzane są ostatnio bloki tyrystorowe.

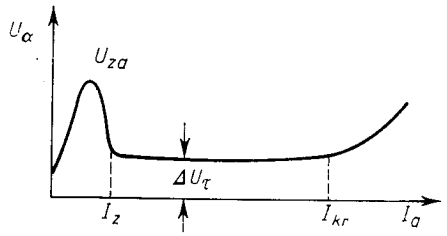
3.2. Właściwości zaworów

3.2.1. Zawory rtęciowe

Zawór rtęciowy jest to aparat jonowy, wypełniony parami rtęci. W jego wnętrzu utrzymywane jest ciśnienie kilku mikronów słupa rtęci i pali się stale łuk pomocniczy. Główne elementy zaworu pokazane są na rys. 10 przedstawiającym schemat zaworu radzieckiego BP-9, którego $U_{zwr.max} = 130$ kV, $I_{d\,max} = 900$ A.

W szczelnym zbiorniku, oznaczonym linią przerywaną, mieści się w dolnej części katoda *14* izolowana od ścian zbiornika i zawierająca rtęć. Katoda jest połączona z transfor-





Rys. 11. Zależność między napięciem anodowym U_a i prądem anodowym I_a w rzeczywistym zaworze rtęciowym [6]

Rys. 10. Schemat zaworu rtęciowego BP-9
Objaśnienia w tekście [6]

matorem impulsowym *13*. W katodę jest wpojony zapłonnik *15*. Nad katodą znajdują się trzy anody wzbudzające *12*, służące do wytwarzania łuku pomocniczego, zasilane z transformatora wzbudzającego. Wyżej znajdują się trzy siatki *6*, *7*, *8*. Siatka *7* jest połączona z prostownikiem *10* zasilanym z transformatora impulsowego *13*. W górnej części zbiornika umieszczona jest anoda wysokonapięciowa *1* oraz cztery wyrównywacze rozkładu napięcia w przestrzeni anodowej *2*, *3*, *4*, *5*, połączone z dzielnikiem napięcia *16*.

Do tego, ażeby zapalił się główny łuk między anodą i katodą zaworu, muszą być spełnione dwa warunki: $U_a \geqslant U_{za}$ i $U_s \geqslant U_{zs}$, przy czym: U_a — oznacza różnicę potencjałów między anodą i katodą, U_s — różnicę potencjałów między siatką sterującą i katodą zaworu, U_{za}, U_{zs} — napięcia zapłonu anody i siatki.

Napięcia zapłonu anody i siatki są w przybliżeniu jednakowe

$$U_{za} = U_{zs} = (100 \div 200)\text{V}.$$

Po zapaleniu się głównego łuku napięcie na zaworze maleje skokiem do wartości $\Delta U_l \cong$ $\cong$ 40 V. Zależność między napięciem anodowym U_a i prądem anodowym I_a dla rzeczywistego zaworu jest przedstawiona na rysunku 11.

Spadek napięcia ΔU_l w zaworze w czasie przewodzenia, nazywany spadkiem na łuku, ma wartość stałą w zakresie zmian prądu anodowego od prądu zapłonu I_z do prądu krytycznego I_{kr}. Przy wzroście prądu anodowego powyżej wartości krytycznej I_{kr} spadek na łuku szybko wzrasta, łuk się zrywa i na zaworze powstają przepięcia zakłócające jego pracę (rys. 11).

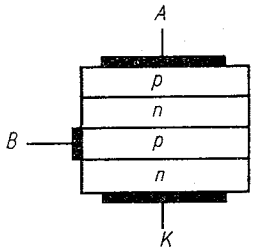
Zawór rtęciowy daje się sterować tylko w ograniczonym zakresie. Można mianowicie wpływać na moment zapalenia się głównego łuku w zaworze, natomiast nie można przez działanie na zawór zgasić łuku, który już się pali. Sterowanie zaworem odbywa się w sposób następujący. W okresie gdy zawór nie przewodzi prądu, na siatce 7 (rys. 10) utrzymuje się napięcie ujemne ok. 100 V. W pożądanej chwili zapalenia głównego łuku podaje się na tę siatkę stromy impuls napięciowy dodatni, o amplitudzie ok. 400 V. Zapewnia to zapalenie się łuku w pożądanej chwili. Długotrwałość dodatniego impulsu siatkowego odpowiada długotrwałości prądu anodowego i wynosi w mierze kątowej $100 \div$ $\div 120°$. Regulacja momentu, w którym doprowadzany jest impuls sterujący do siatki zaworu, odbywa się za pomocą rozmaitych impulsowych obwodów pozwalających na zmianę fazy, kształtu, amplitudy i długotrwałości impulsu. Ręczne i automatyczne sterowanie, regulowanie i zabezpieczenie każdego mostu przetwornikowego polega na odpowiedniej zmianie impulsów pierwotnych w obwodach o niskim napięciu w stosunku do ziemi. Impulsy pierwotne są wzmacniane i przekazywane przez grupowy transformator impulsowy do pierwotnych uzwojeń indywidualnych transformatorów impulsowych izolujących, znajdujących się przy poszczególnych zaworach mostu (*13* na rys. 10). Transformatory izolujące są tu potrzebne ze względu na wysokie potencjały, jakie w stosunku do ziemi posiadają zarówno zawory jak i ich siatki. W niektórych rozwiązaniach impulsy sterujące są przekazywane z potencjału ziemi na potencjały siatek zaworów za pomocą kanałów świetlnych.

3.2.2. Zawory tyrystorowe

W wielu krajach są prowadzone intensywne prace w celu zastąpienia zaworów jonowych przez zawory półprzewodnikowe. Przez wiele lat jednak nie udało się zbudować zaworu półprzewodnikowego wysokonapięciowego o odpowiednio dużej mocy i o cenie konkurującej z ceną zaworu rtęciowego. Można jednak oczekiwać, że w przyszłości będą stosowane w układach przesyłowych prądu stałego bloki tyrystorowe, podobnie jak są one już powszechnie stosowane w instalacjach niższego napięcia, w przemyśle i w transporcie.

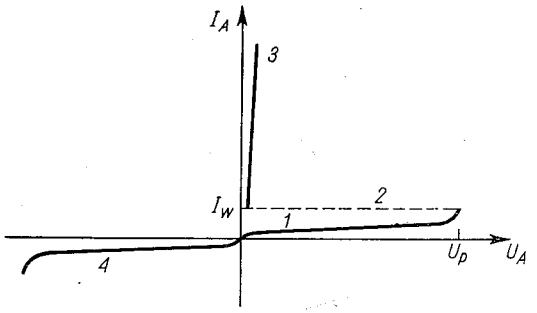
Zawór tyrystorowy jest to przyrząd półprzewodnikowy złożony z czterech warstw o strukturze *p-n-p-n* (rys. 12). Jeśli anoda (*A*) posiada w stosunku do katody (*K*) potencjał

dodatni, tyrystor może znajdować się w jednym z dwóch stanów stabilnych: w stanie blokowania lub w stanie przewodzenia (rys. 13, *1*, *3*). W stanie blokowania przez tyrystor płynie tylko mały prąd anodowy nieznacznie wzrastający wraz z napięciem anodowym (rys. 13, *1*). Gdy napięcie anodowe osiągnie wartość napięcia przełączania U_p — na



Rys. 12. Schemat struktury tyrystora

A — anoda, *K* — katoda, *B* — bramka, *p-n* — warstwy półprzewodnikowe



Rys. 13. Charakterystyka napięciowo-prądowa tyrystora (główna)

U_A — napięcie anodowe, I_A — prąd anodowy, *1* — stabilny stan blokowania *2* — niestabilny stan przełączania, *3* — stabilny stan przewodzenia, *4* — stabilny stan zaworowy

rys. 13, zależną od prądu bramki, następuje przejście tyrystora ze stanu blokowania do stanu przewodzenia. Jednak normalnie stosowany sposób przełączania tyrystora ze stanu blokowania do stanu przewodzenia polega na spowodowaniu przepływu impulsu prądowego między bramką i katodą. Wymagany impuls trwa kilkadziesiąt μs (czas załączania tyrystora) a jego amplituda wynosi kilkadziesiąt do kilkuset mA. Tyrystor wprowadzony w stan przewodzenia pozostaje w nim, także po zaniku prądu bramki, tak długo, jak długo prąd główny płynący między anodą i katodą nie zmniejszy się do minimalnej wartości zwanej prądem wyłączania, I_w — na rys. 13. Tyrystor odzyskuje wówczas zdolność blokowania po czasie nazywanym czasem wyłączania tyrystora. Czas wyłączania tyrystora trwa od kilkunastu do kilkudziesięciu μs [8].

Przy ujemnym napięciu między anodą i katodą tyrystor znajduje się w stanie zaworowym, w którym przez tyrystor płynie niewielki prąd wsteczny. W tym stanie napięcie wsteczne nie może przekroczyć największej szczytowej wartości właściwej dla danego tyrystora.

Tyrystory wchodzące w skład wysokonapięciowego bloku tyrystorowego są charakteryzowane przez średni prąd anodowy I_a oraz maksymalne dopuszczalne powtarzalne napięcie zwrotne $U_{zwr.max}$. Obecnie osiągalne tyrystory posiadają średni prąd anodowy $I_a = 1200\ \text{A} \div 1500\ \text{A}$ i maksymalne powtarzalne napięcie zwrotne $U_{zwr.max} = 2500\ \text{V} \div 3500\ \text{V}$. Największy dopuszczalny prąd udarowy wytrzymany przez tyrystor podczas zwarcia w moście przetwornikowym wynosi 17000 A. Parametr przeciążeniowy ($\int i^2 dt$) osiąga wartość $2 \cdot 10^6\ \text{A}^2\text{s}$ [8] [9].

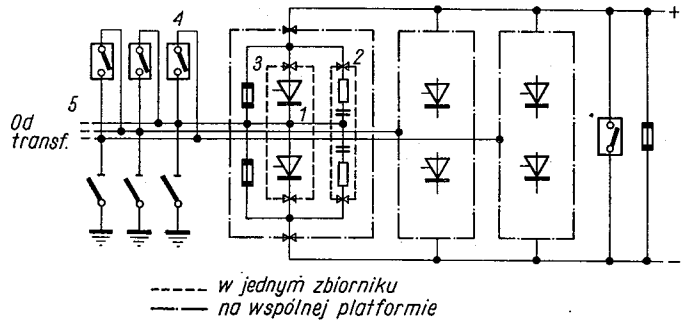
Wysokonapięciowe bloki tyrystorowe składają się z dużej liczby tyrystorów (100 i więcej) łączonych szeregowo i równolegle. W celu ułatwienia konstrukcji i eksploatacji bloku tyrystory są grupowane w tak zwane moduły, łączone w szereg. Wysokonapięciowy blok tyrystorowy składa się z 10 do 20 takich modułów. W każdą gałąź mostu przetwornikowego (rys. 14) włącza się zazwyczaj jeden blok tyrystorowy zwany także zaworem.

Układ sterowania bloków tyrystorowych składa się z generatora impulsów na potencjale ziemi, kanału do przekazywania impulsów na potencjał bloku i urządzenia do doprowadzania impulsów do poszczególnych tyrystorów. Stosuje się transformatorowe i świetlne sposoby przekazywania impulsów sterujących a także kombinacje obydwu sposobów.

W celu zapewnienia właściwego rozkładu napięć i prądów między tyrystorami bloku, stosowane są dodatkowe rezystory, kondensatory i dławiki, których działanie wyrównujące i zabezpieczające jest szczególnie potrzebne podczas stanów awaryjnych: przepięć i przetężeń.

Ze względu na bardzo interesujące rozwiązania techniczne zastosowane w blokach tyrystorowych przeznaczonych dla układu przesyłowego p.s. Cabora Bassa, opiszemy je pokrótce.

Jest to pierwsza instalacja p.s. na dużą moc, w której zastosowano zawory tyrystorowe. Konstrukcja tych zaworów została opracowana wspólnie przez trzy firmy europejskie: AEG-Telefunken, Siemens i Brown Boveri. Przez układ przesyłowy p.s. Cabora Bassa



Rys. 14. Zasadniczy schemat mostu sześciozaworowego z zaworami tyrystorowymi
1 — wysokonapięciowy zawór tyrystorowy, *2* — zewnętrzne obwody tłumiące, *3* — ochronniki, *4* — zwierácze [9]

ma przepływać energia elektryczna z elektrowni wodnych na rzece Zambezi do odległej o 1380 km Pretorii. Pełna moc przesyłowa ma osiągnąć w roku 1979 wartość 1920 MW (±533 kV, 1800 A). Zasadniczy schemat jednego sześciozaworowego mostu 240 MW, 133 kV, 1800 A jest przedstawiony na rys. 14. Ze względów ekonomicznych umieszczono po dwa zawory mostu w jednym zbiorniku (bloku), tak że sześciozaworowy most składa się z trzech zbiorników. Każda ze stacji przetwornikowych będzie zawierała osiem szeregowo połączonych sześciozaworowych mostów, po cztery mosty na każdy biegun.

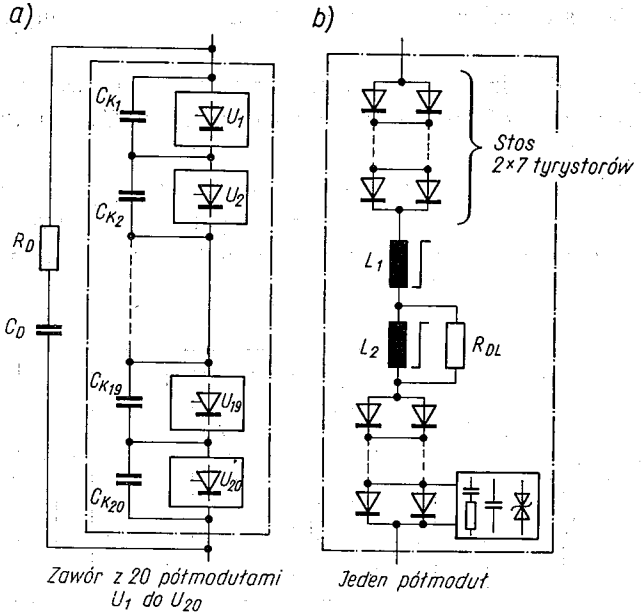
Zbiorniki (bloki) z tyrystorowymi zaworami są ustawione na platformach izolowanych od ziemi, co zapewnia wymienialność bloków. Mogą być one jednakowe dla całego zespołu przetwornikowego.

Ponieważ tyrystory posiadają małą przeciążalność zarówno prądową jak i napięciową, to w celu zapewnienia odpowiedniej niezawodności pracy bloków tyrystorowych konieczne jest stosowanie liczby tyrystorów składowych z nadmiarem. Obliczenia niezawodności pracy bloków tyrystorowych dla układu Cabora Bassa wykazały, że jeśli przyjmie się współczynnik nadmiaru tyrystorów równy 1,1, to jeszcze po pięciu latach eksploatacji

liczba uszkodzonych tyrystorów nie spowoduje obniżenia wytrzymałości napięciowej bloku tyrystorowego poniżej gwarantowanej wartości.

Dopuszczalny zakres zmian temperatury otoczenia jest od $-30°$ do $+40°C$, a maksymalna temperatura chłodzącego oleju wynosi $+40°$ C.

Ze względu na prądowe obciążenie bloków tyrystorowych uznano za konieczne tworzenie łańcuchów tyrystorowych z równolegle połączonych par tyrystorowych (rys. 15).

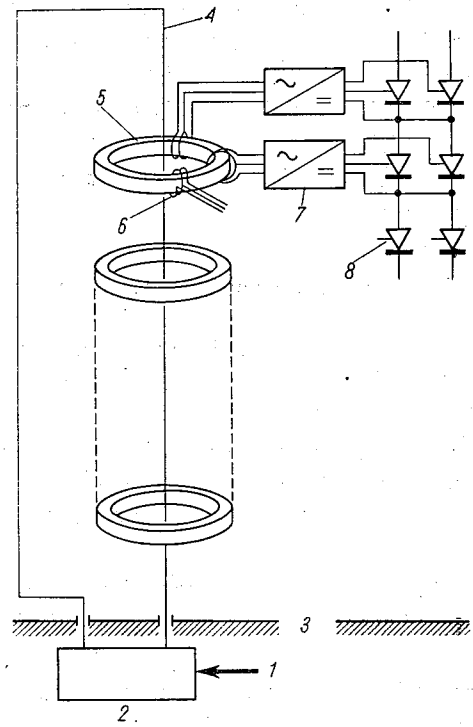


Rys. 15. Schemat połączeń wysokonapięciowego zaworu tyrystorowego (*1* — na rys. 14)
a — zawór złożony z 20 półmodułów U_1 do U_{20}, *b* — jeden półmoduł, *c* — obwody jednej pary tyrystorów, C_{k1} ... C_{k20} — kondensatory kompensujące pojemności własne zaworu, C_D, R_D — obwód tłumiący ograniczający przepięcia komutacyjne, L_1, L_2 — dławiki z rdzeniem nasycającym się, R_{DL} — rezystor, P_1, P_2 — tyrystory, D_1 — dioda, D_2 — ogranicznik napięcia [9]

Liczba szeregowo włączonych par tyrystorów była określana przez zadane wytrzymywane napięcie bloku (365 kV), przez maksymalne dopuszczalne napięcie wsteczne posiadanych tyrystorów, przez współczynnik wykorzystania tyrystorów ze względu na napięcie[1)] i przez współczynnik nadmiaru. Zasadniczy schemat połączenia tyrystorów oraz obwodów tłumiących i wyrównujących przedstawiono na rys. 15. Dokładniejsze wyjaśnienie przeznaczenia poszczególnych obwodów jest podane w [9].

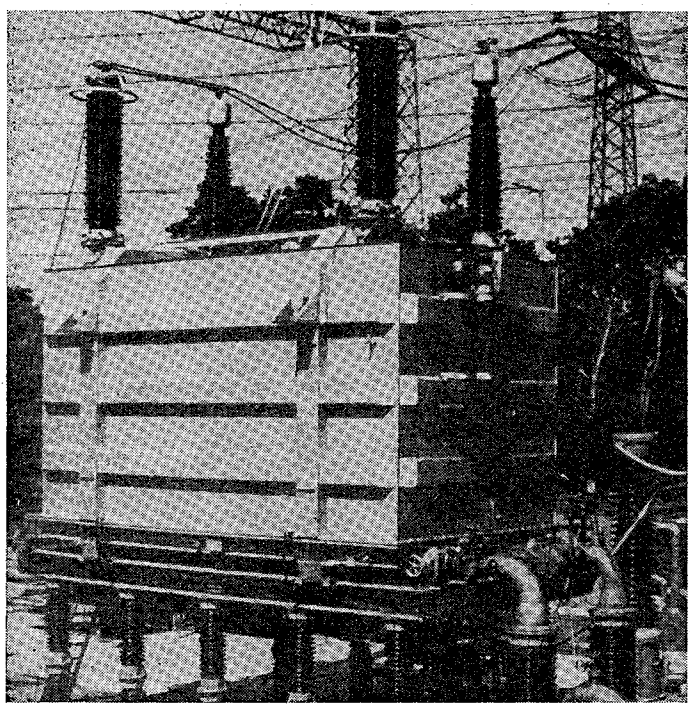
Sterowanie tyrystorami odbywa się za pośrednictwem transformatorów impulsowych (rys. 16). Wzmacniacz impulsów sterujących *2* (rys. 16), odpowiednio do sygnałów na jego wejściu pochodzących z układu regulacyjnego przekształtnika, wysyła serie różnobiegunowych impulsów prądowych przez kabel *4* przepuszczony przez 10 toroidalnych transformatorów impulsowych, z których każdy posiada 28 wtórnych uzwojeń połączonych z urządzeniami sygnałowymi *7*. Odstęp między różnobiegunowymi impulsami prądu na wejściu urządzenia sygnałowego *7* (rys. 16) wynosi ok. 100 μs, czas trwania każdego impulsu $-15 \div 20$ μs. Długotrwałość serii impulsów sterujących wynosi ok. 1,6 ms.

[1)] Odwrotność współczynnika nierównomierności rozkładu napięcia, w najgorszych okolicznościach.



Rys. 16. Schemat impulsowego sterowania tyrystorami

1 — wejście sygnałów oraz zasilanie wzmacniacza, *2* — wzmacniacz impulsów sterujących, *3* — ścianka zbiornika, *4* — kabe zapłonowy układu sterującego, *5* — rdzeń transformatora impulsowego (jeden na każdy moduł, 10 na cały zawór), *6* — uzwojenia wtórne transformatora impulsowego (28 uzwojeń na każdy moduł), *7* — urządzenia sygnałowe (28 urządzeń na każdy moduł), *8* — tyrystory (2 × 28 tyrystorów na każdy moduł) [9]



Rys. 17. Widok wysokonapięciowego bloku tyrystorowego zawierającego dwa zawory 2 × (40 MW, 133 kV, 1800 A) [9]

Jak wspomniano wyżej, dwa bloki tyrystorowe, które są połączone z tą samą fazą mostu przekształtnika, umieszczono we wspólnej kadzi. Wymiary takiego podwójnego zaworu wynoszą $6 \times 3 \times 3{,}8$ m a ciężar z olejem — 70 t (rys. 17).

Dziesięć modułów każdego podwójnego zaworu ułożono jeden na drugim. W środku powstałej kolumny umieszczono transformatory impulsowe z przewleczonym kablem sterującym. Po wyłączeniu zaworów można sprawdzić obwód i charakterystykę każdego tyrystora.

3.2.3. Porównanie wysokonapięciowych zaworów rtęciowych z blokami tyrystorowymi [5]

1. W zaworach rtęciowych nie można uniknąć pewnych nieprawidłowości pracy występujących z regularnością statystyczną. Należą do nich np. odwrotne zapłony i przebicia. W celu ograniczenia następstw zapłonów odwrotnych trzeba specjalnie powiększać reaktancję transformatora zasilającego i wzmacniać jego wytrzymałość dynamiczną.

W blokach tyrystorowych nie występują zapłony odwrotne, dzięki czemu praca urządzeń przekształtnikowych jest łatwiejsza, a konstrukcja transformatorów zasilających — prostsza.

2. Równolegle do mostu złożonego z zaworów rtęciowych musi być włączony zawór bocznikujący, który przejmuje na siebie prąd obciążenia mostu w przypadku zapłonu odwrotnego lub innego nieprawidłowego działania jednego z zaworów mostu i w ten sposób pozwala roboczym zaworom mostu „odpocząć" przez czas $0{,}2 \div 0{,}5$ sek. po przepływie przez nie prądu awaryjnego.

W moście z bloków tyrystorowych nie jest potrzebny zawór bocznikujący, przez co liczba zaworów ulega zmniejszeniu w porównaniu z liczbą zaworów rtęciowych.

3. Mosty z zaworami rtęciowymi muszą być podczas eksploatacji wyłączane na czas potrzebny dla dokonania profilaktycznego przeglądu i drobnych napraw. Mosty z zaworami tyrystorowymi wymagają znacznie mniej zabiegów profilaktycznych.

4. Po dłuższej przerwie w pracy zaworu rtęciowego, ponowne jego uruchomienie wymaga dłuższego czasu, a obciążenie może być powiększane tylko stopniowo.

Bloki tyrystorowe mogą być włączane na pełne obciążenie natychmiast, bez uprzednich przygotowań.

5. W przypadku uszkodzenia zaworu rtęciowego jego wymiana wymaga pewnego czasu.

Bloki tyrystorowe są natomiast konstruowane w taki sposób, że nie trzeba ich wyłączać, jeśli liczba uszkodzonych tyrystorów nie przekroczy określonej liczby, np. 10% ogólnej liczby tyrystorów w bloku.

6. Na stacji, w której znajdują się zawory rtęciowe musi być bardzo czysty warsztat do wykonywania drobnych napraw zaworów; potrzebne są także specjalne stanowiska i wyspecjalizowani fachowcy. Komplikuje to i podraża eksploatację tych zaworów.

W przypadku tyrystorów wystarczy jedynie niewielki warsztat do ich sprawdzania.

7. Zawory rtęciowe wymagają odpowiedniego chłodzenia: temperatura pomieszczenia powinna być w granicach $15 \div 18°C$, a temperatura czynnika chłodzącego zbiornik zaworu — w granicach $25 \div 40°C$ zależnie od typu zaworu, z dokładnością $1 \div 2°C$. Stąd zawory rtęciowe muszą być instalowane w pomieszczeniach zamkniętych.

Tyrystory są znacznie mniej wrażliwe na zmiany temperatury. Upraszcza to bardzo urządzenia chłodzące. Temperatura przejścia *p-n* może zmieniać się w zakresie od -40 do $+125°C$. Bloki tyrystorowe można umieszczać w zbiornikach z olejem i instalować pod gołym niebem podobnie jak transformatory. Odpada konieczność budowy hali zaworów wraz z izolatorami przepustowymi. Stacja staje się bardziej zwarta i przejrzysta.

8. W pomieszczeniach z zaworami rtęciowymi unoszą się pary rtęci szkodliwe dla zdrowia personelu obsługującego zawory. Bloki tyrystorowe nie powodują tych niedogodności.

Oczywiście bloki tyrystorowe mają także i wady, które ograniczają ich zastosowanie [5].

9. Bloki tyrystorowe są elementami, które poddane działaniu przepięć lub przetężeń przekraczających wartości dopuszczalne zostają uszkodzone. W związku z tym bloki tyrystorowe powinny być zabezpieczone ochronnikami i urządzeniami ograniczającymi prąd o charakterystykach sztywniejszych, niż w przypadku zabezpieczeń zaworów rtęciowych (np. z małym rozrzutem napięć przeskoku w ochronnikach).

Zawory rtęciowe inaczej. Mogą one przywracać swoje właściwości, gdy przepięcia lub przetężenia przekraczają nawet o $20 \div 30\%$ wartości normowane.

10. Współczesne bloki tyrystorowe mają trzykrotnie większe straty mocy niż zawory rtęciowe, ze względu na dużą liczbę tyrystorów włączonych szeregowo w bloku i większy spadek napięcia w kierunku przewodzenia. Pociąga to za sobą zwiększenie mocy urządzeń chłodzących.

11. Współczynnik przeciążenia prądowego tyrystora jest $2 \div 2{,}5$ razy mniejszy, niż zaworów rtęciowych.

12. Najmniejszy kąt gaśnięcia bloków tyrystorowych jest równy ok. 4°, podczas gdy w zaworach rtęciowych wynosi $1 \div 2°$.

13. Współczesne bloki tyrystorów są około trzykrotnie droższe od zaworów rtęciowych.

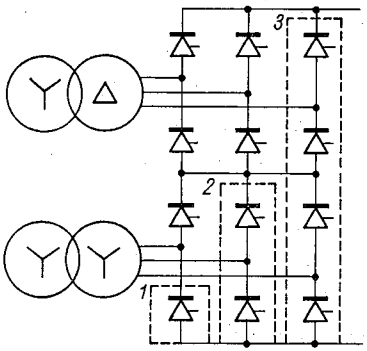
Należy jednak oczekiwać, że wraz ze wzrostem produkcji tyrystorów cena ich będzie malała, a biorąc pod uwagę niezawodność ich pracy i inne techniczne zalety można przewidywać, że w przyszłości w urządzeniach do przesyłu energii elektrycznej za pomocą prądu stałego zawory rtęciowe zostaną wyparte przez bloki tyrystorowe. Można także przypuszczać, że udoskonalenie i potanienie bloków tyrystorowych wpłynie korzystnie na konkurencyjność przesyłu energii elektrycznej za pomocą p.s. w porównaniu z przesyłem za pomocą p.p.

O panujących tendencjach w budowie zaworów dla układów przesyłowych p.s. świadczy fakt, że szwedzka firma ASEA postanowiła od roku 1970 prowadzić badania wyłącznie nad rozwojem zaworów tyrystorowych [10]. Argumentami przemawiającymi za taką decyzją były dobre doświadczenia jakie posiadano w tym czasie z pracy mostu 50 kV, 10 MW, złożonego z wysokonapięciowych bloków tyrystorowych, zainstalowanego w układzie przesyłowym p.s. między lądem stałym a wyspą Gotland. Za najistotniejszą zaletę techniki tyrystorowej uznano elastyczność w wyborze napięciowych i prądowych parametrów zaworu w zasadzie bez ograniczeń znamionowych wartości napięcia i prądu. Pozwala to na optymalizację tak przekształtników jak i całego układu przesyłowego.

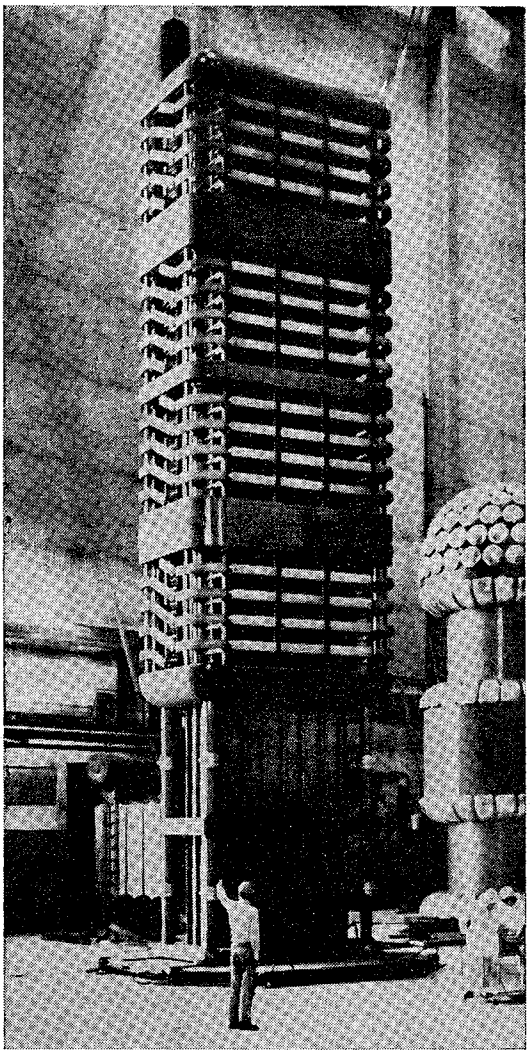
Powszechnie stosowane obecnie 12-fazowe układy przekształtnikowe mogą być otrzymywane przez rozmaite łączenie składników modułów tyrystorowych (rys. 18) [10].

Można taki układ otrzymać z 12 zaworów pojedyńczych, z 6 bloków po 2 zawory w bloku lub z 3 bloków po 4 zawory w bloku.

Uważa się, że można uniknąć szeregowego łączenia mostów, jeśli skonstruuje się zawory tyrystorowe na pełne napięcie. Możliwe jest także zbudowanie jednego dwunastofazowego bloku przekształtnikowego dla jednej połowy dwuprzewodowego układu przesyłowego p.s. Prawdopodobnie byłoby to optymalne rozwiązanie.



Rys. 18. Sposoby grupowania zaworów w 12-fazowym tyrystorowym układzie przekształtnikowym
1) 12 zaworów pojedynczych, 2) 6 bloków po 2 zawory, 3) 3 bloki po 4 zawory [10]



Rys. 19. Blok tyrystorowy zawierający dwa zawory sześciofazowego mostu przekształtnikowego, wykonany przez firmę ASEA dla układu przesyłowego p.s. Inga-Shaba [10]

Jako przykład istniejących tendencji w budowie układów przekształtnikowych mogą służyć dostarczane przez firmę ASEA dla linii p.s. Inga-Shaba w Zairze dwuzaworowe bloki tyrystorowe na napięcie 250 kV. Nowa konstrukcja zawiera w jednej obudowie dwa zawory sześciofazowego mostu. Blok posiada powietrzną izolację i powietrzne chłodzenie. Sześć takich bloków tworzy dwunastofazowy przekształtnik o napięciu 500 kV. Moduły zawierające po sześć szeregowo połączonych tyrystorów są rozmieszczone w poziomych

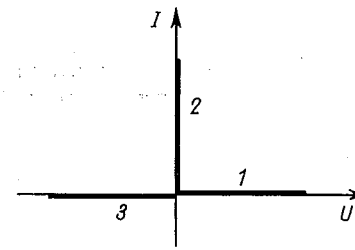
warstwach. Do sterowania tyrystorów zastosowano światłowody. Całkowita wysokość dwuzaworowego bloku wynosi ok. 15 m (rys. 19). Podobnej konstrukcji bloki tyrystorowe mają być zbudowane dla układów przemysłowych p.s. „Norwegia — Dania" oraz „Północna Dakota — Minnesota" [12].

3.3. Zasady pracy układów przekształtnikowych

Charakterystyki pracy układów przesyłowych p.s. wynikają z własności zaworów i z własności schematów, w których te zawory pracują.

W zaworach rtęciowych regulacja siatkowa może opóźnić zapalenie się łuku, lecz gdy przewodzenie zaworu już się rozpoczęło, to regulacja nie może go przerwać. Takie samo ograniczenie istnieje w sterowaniu tyrystora przez sygnał bramkowy. Przerwanie przewodzenia przez zawór jest przede wszystkim zależne od obwodu zewnętrznego p.p. Prąd może przybrać wartość zerową jedynie na skutek działania tego obwodu.

Do dalszych rozważań można przyjąć, że zawory zarówno rtęciowe jak i tyrystorowe posiadają idealną charakterystykę prądowo-napięciową przedstawioną na rys. 20. Prąd



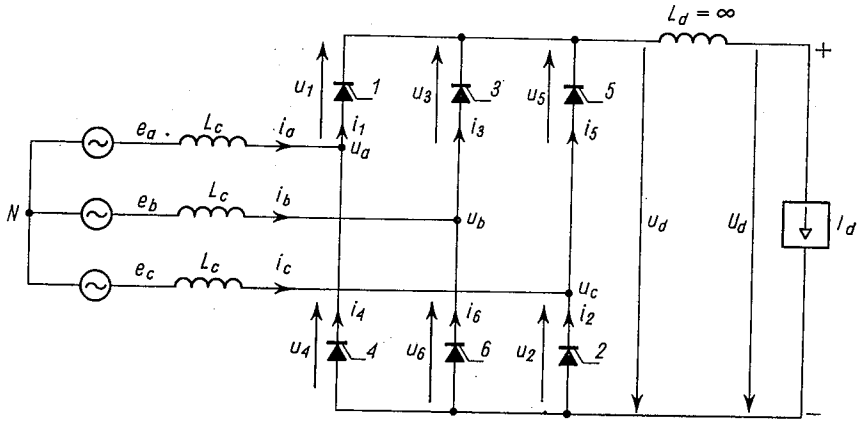
Rys. 20. Idealna charakterystyka zaworu rtęciowego lub tyrystorowego
1 — stan blokowania, *2* — stan przewodzenia, *3* — stan zaworowy

może przepływać przez zawór tylko od anody do katody, przy pomijalnie małym spadku napięcia w zaworze. Zawór w stanie przewodzenia będziemy uważali za zwarty. W innych stanach, tzn. w stanie blokowania, gdy napięcie na zaworze jest dodatnie (*1* na rys. 20) oraz w stanie zaworowym, gdy napięcie na zaworze jest ujemne (*3* na rys. 20), przez zawór nie płynie żaden prąd. Zawór przechodzi ze stanu blokowania do stanu przewodzenia (z *1* do *2* na rys. 20) dzięki sterowaniu siatkowemu w zaworze rtęciowym lub przez sterowanie bramkowe w zaworze tyrystorowym. Ponieważ kierunek przepływu prądu w zaworze nie może zmienić się na przeciwny, to gdy prąd osiągnie wartość zerową — pozostaje zerowy, nawet gdy napięcie na zaworze stanie się ujemne. W zaworze rtęciowym napięcie to musi pozostać ujemne tak długo aż nastąpi dejonizacja przestrzeni połukowej (50 do 400 μs w wysokonapięciowym zaworze rtęciowym, co jest równoważne $1 \div 8°$ sinusoidy napięcia przy 50 Hz). Po dejonizacji ujemne napięcie na siatce blokuje zapłon nawet wówczas, gdy napięcie na zaworze stanie się dodatnie.

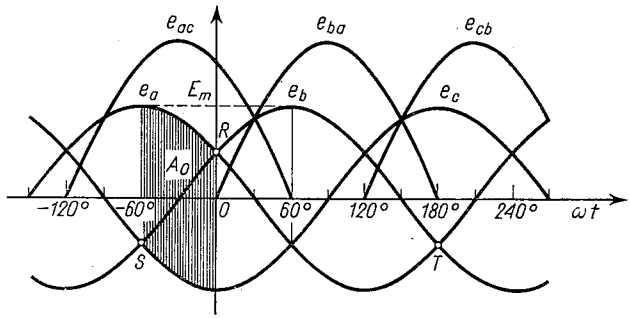
Gdy prąd główny (anoda-katoda) w tyrystorze zmniejszy się do zera, tyrystor nie osiąga zdolności blokowania natychmiast lecz po pewnym czasie, zwanym czasem wyłączania tyrystora a potrzebnym na opróżnienie wszystkich trzech złącz struktury z nośników swobodnych [8]. Czas wyłączania tyrystora jest tego samego rzędu co czas dejonizacji w zaworze rtęciowym, lecz może być znacznie skrócony.

Jeżeli więc napięcie na anodzie zaworu zmienia się sinusoidalnie, to zawór będzie otwarty i będzie przewodził prąd tylko wówczas, gdy anoda będzie posiadała w stosunku do katody potencjał dodatni.

W każdej chwili z grupy zaworów anodowych A (rys. 21), tzn. *2*, *4*, *6*, w stanie przewodzenia znajduje się ten zawór, którego katoda ma najniższy potencjał w stosunku do wspólnego potencjału anod. Z grupy zaworów katodowych K (rys. 21), tzn. *1*, *3*, *5*, przewodzi



Rys. 21. Trójfazowy most przekształtnikowy z zaworami sterowanymi [7]
Numeracja zaworów odpowiada kolejności ich przewodzenia. Objaśnienia w tekście



Rys. 22. Przebieg chwilowych wartości sił elektromotorycznych: fazowych e_a, e_b, e_c i międzyprzewodowych e_{ac}, e_{ba}, e_{cb} [7]

w danej chwili ten, którego anoda ma najwyższy potencjał w stosunku do wspólnego potencjału katod.

Zmieniając moment doprowadzenia dodatniego napięcia do siatki zaworu rtęciowego lub moment doprowadzenia impulsu prądowego do bramki zaworu tyrystorowego, w zależności od przebiegu sinusoidalnego napięcia na anodzie, można zmieniać chwilę powstawania stanu przewodzenia zaworu i przez to równocześnie czas trwania tego stanu podczas każdego okresu sinusoidy napięcia anodowego.

Podstawowe zależności i przebieg pracy przetworników prześledzimy na przykładzie mostu trójfazowego złożonego z sześciu sterowanych zaworów o charakterystykach idealnych (rys. 20, 21) [7].

Most jest zasilany przez źródło sinusoidalnego prądu trójfazowego wytwarzające symetryczny układ sił elektromotorycznych e_a, e_b, e_c (rys. 22). Jak wynika z rysunku 22

$$
\begin{aligned}
e_a &= E_m\cos(\omega t+60°),\\
e_b &= E_m\cos(\omega t-60°),\\
e_c &= E_m\cos(\omega t-180°),\\
e_{ac} &= e_a-e_c = \sqrt{3}E_m\cos(\omega t+30°),\\
e_{ba} &= e_b-e_a = \sqrt{3}E_m\sin\omega t,\\
e_{cb} &= e_c-e_b = \sqrt{3}E_m\cos(\omega t+150°).
\end{aligned}
$$

Po stronie prądu stałego założono istnienie dławika I_d o nieskończenie wielkiej indukcyjności, połączonego w szereg ze źródłem prądu stałego I_d. Źródło to powoduje przepływ prądu stałego o stałym natężeniu tylko wówczas, gdy w moście przekształtnikowym znajduje się w stanie przewodzącym co najmniej jeden zawór górnego rzędu (*1*, *3*, *5*) i co najmniej jeden zawór z dolnego rzędu (*4*, *6*, *2*) (rys. 21).

Do badania przebiegów napięć i prądów w układzie z rysunku 21 stosuje się zasadę superpozycji, przyjmując najpierw, że działa tylko źródło sił elektromotorycznych e_a, e_b, e_c, a źródło prądu jest otwarte i w obwodach nie płyną żadne prądy, a następnie, że działa tylko źródło prądu I_d, natomiast siły elektromotoryczne e_a, e_b, e_c są równe zeru, zaciski zaś, na których one występują, są zwarte.

W drugim przypadku nie ma żadnych napięć w obwodach, ponieważ oprócz reaktancji reprezentowanych przez indukcyjności L_c i L_d nie uwzględniamy żadnych oporów. Przyjmujemy także, iż opór zaworu przewodzącego jest równy zeru.

Założenie, iż dławik w obwodzie prądu stałego L_d (rys. 21) ma indukcyjność nieskończenie wielką, jest równoznaczne z przyjęciem, że prąd stały nie posiada falistości. Takie przyjęcie jest usprawiedliwione tym, że wysokonapięciowe przekształtniki p.s. mają zawsze zainstalowane duże indukcyjności wygładzające (ok. 1 H), a zespoły przetwornikowe używane w układach przesyłowych p.s. są co najmniej sześciofazowe, a najczęściej dwunastofazowe, co już zapewnia znaczną równomierność prądu.

Chociaż, zgodnie z założeniem prąd wyprostowany nie posiada falistości, to jednak napięcie wyprostowane, mierzone między zespołem przekształtnikowym i dławikiem wygładzającym, jest faliste (u_d). Indukcyjności L_c, włączone między źródłem sił elektromotorycznych a mostem, odwzorowujące indukcyjność transformatora zasilającego most powodują, że prądy w gałęziach mostu nie mogą zmieniać swych natężeń w sposób nagły, że więc na komutację jest potrzebny określony czas, któremu odpowiada kąt komutacji.

Liczba równocześnie przewodzących zaworów w moście sześciofazowym może wynosić dwa, trzy lub cztery, zależnie od wartości kąta komutacji. Podstawowe zależności można prześledzić, zakładając, że tylko dwa zawory przewodzą równocześnie, jeden z górnego rzędu i jeden z dolnego rzędu (rys. 21). Niech to będą zawory *1* i *2*. Przeniesienie się prądu z jednego zaworu do drugiego zaworu w tym samym rzędzie nazywa się komutacją. Jeżeli stale mają równocześnie przewodzić tylko dwa zawory, to komutacja musi odbywać się natychmiastowo, bez opóźnienia. Taka komutacja nie jest możliwa, jeżeli w obwodzie źródła zasilającego znajduje się indukcyjność. Można jednak uważać komutację natychmiastową za graniczny przypadek występujący wtedy, gdy iloczyn I_dL_c jest bardzo mały.

Stan, w którym przewodzą zawory *1* i *2*, trwa tylko jedną szóstą okresu (60°). Po nim następują stany, w których przewodzą parami zawory: *2* i *3*, potem *3* i *4*, następnie *4* i *5*, dalej *5* i *6*, potem *6* i *1* i znów *1* i *2* itd. Jeżeli przewodzą np. zawory *1* i *2*, to zawór *3*, jeżeli nie jest sterowany, zapala się wówczas, gdy e_b staje się większe niż e_a, tzn. w chwili odpowiadającej punktowi *R* na rysunku 22. Przyjęto, że w tej chwili $\omega t = 0$. W tym samym momencie, zgodnie z poprzednim założeniem, zawór *1* przestaje przewodzić. W zaworach ze sterowaniem można opóźniać zapłon, nie można natomiast go przyspieszać. Kąt opóźnienia zapłonu oznacza się przez α; odpowiada on czasowi opóźnienia w sekundach: α/ω.

Jeżeli zastosujemy opóźnienia zapłonu α, to zawór *3* zacznie przewodzić, gdy $\omega t = \alpha$, zawór *4* zacznie przewodzić, gdy $\omega t = \alpha + 60°$, zawór *5*, gdy $\omega t = \alpha + 120°$ itd. Kąt opóźnienia α nie może być większy od 180°; np. punkt *T* na rysunku 22 wyznacza graniczny kąt i czas opóźnienia, po którym zawór *3* już nie może się zapalić, ponieważ e_b staje się mniejsze od e_a.

W okresie, gdy przewodzą zawory *1* i *2*, odpowiadającym kątowi 60° (od $-60°$ do 0° na rys. 22), chwilowe napięcie wyprostowane u_d mierzone na zaciskach mostu przed dławikiem L_d (rys. 21) jest równe różnicy $e_a - e_c = e_{ac}$, a więc jest równe odcinkom zawartym między sinusoidami e_a i e_c, między punktami *S* i *R* na rysunku 22. Podobne rzędne równe $e_{bc} = -e_{cb}$ są pokazane w inny sposób na rysunku 23a, dla kąta $\alpha = 0$. Są one równe napięciu u_d po zapaleniu się zaworu *3* a zagaśnięciu zaworu *1*, a więc w okresie, w którym przewodzą zawory *2* i *3*.

Średnie napięcie wyprostowane U_d można obliczyć całkując napięcie chwilowe u_d w przedziale 60°. W przypadku $\alpha = 0$ mamy na podstawie rysunku 22:

$$U_{do} = \frac{3}{\pi} A_o = \frac{3}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} e_{ac} d(\omega t) = \frac{3}{\pi} \int_{-60°}^{0} \sqrt{3}\, E_m \cos(\omega t + 30°) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m 2 \sin 30° =$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m = 1{,}65\ E_m.$$

Napięcie U_{do} jest nazywane *teoretycznym napięciem stałym pracy jałowej*. Można je wyrazić w zależności od wartości skutecznych:

$$U_{do} = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} E_f = 2{,}34\ E_f$$

oraz

$$U_{do} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} E = 1{,}35\ E,$$

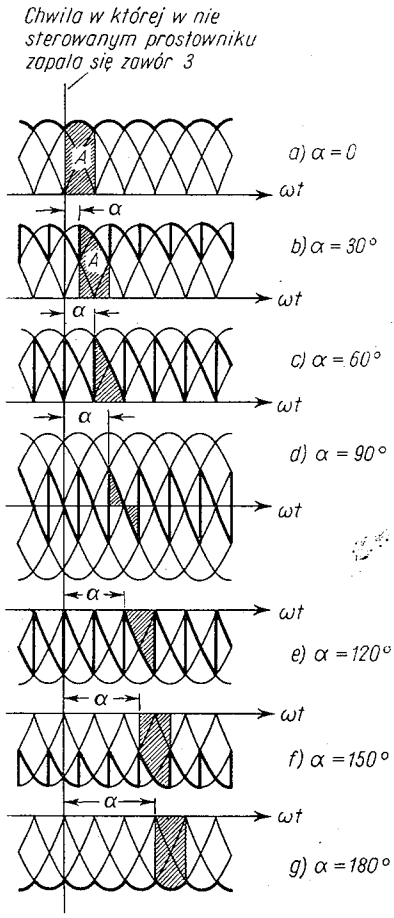
gdzie:

U_{do} — średnie napięcie wyprostowane przy $\alpha = 0$,
E_m — maksymalna wartość fazowej siły elektromotorycznej e_a,
E_f — skuteczna wartość fazowej siły elektromotorycznej e_a,
E — skuteczna wartość międzyprzewodowej siły elektromotorycznej e_{ac}.

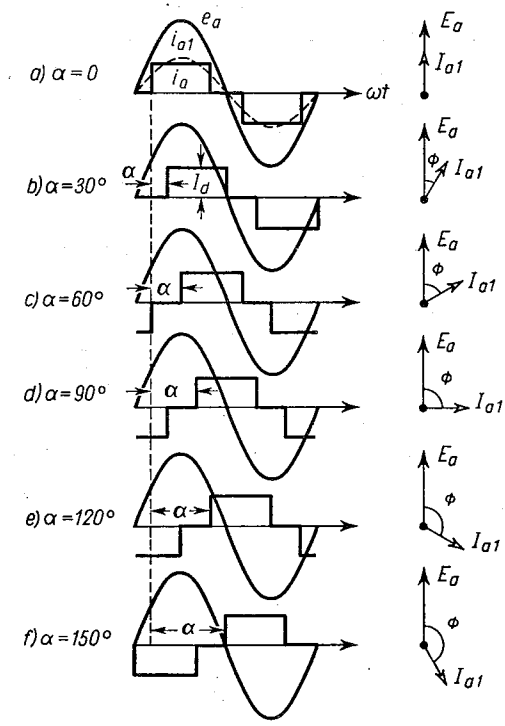
Gdy zapłon odbywa się z opóźnieniem α należy w celu obliczenia U_d powiększyć obydwie granice całkowania o α (rys. 23b do g)

$$U_d = U_{do} \int_{\alpha-60°}^{\alpha} \cos(\omega t + 30°) d(\omega t) = U_{do} \cos\alpha. \tag{1}$$

Z zależności (1) widać, że opóźnienie zapłonu o kąt α pociąga za sobą zmniejszenie średniej wartości napięcia wyprostowanego w stosunku cos α. Ponieważ, jak była o tym mowa, kąt α może zmieniać się od 0 do 180°, cos α zmienia się od 1 do -1, a średnie napięcie wyprostowane U_d od U_{do} do $-U_{do}$. Ponieważ kierunek prądu I_d nie może się zmienić ze względu na jednokierunkowe przewodzenie zaworów, zmiana znaku napięcia wyprostowanego przy nie zmienionym kierunku przepływu prądu jest równoznaczna ze zmianą



Rys. 23. Przebieg chwilowego napięcia wyprostowanego u_d (linia gruba) na zaciskach mostu przekształtnikowego (rys. 21) z uwzględnieniem kąta opóźnienia zapłonu α lecz bez uwzględnienia kąta komutacji [7]



Rys. 24. Zależność między kątem opóźnienia α i kątem fazowym φ [7]

e_a, E_a — siła elektromotoryczna źródła w fazie a, chwilowa i skuteczna, i_a, i_{a1} — chwilowa wartość prądu przemiennego w fazie a oraz chwilowa wartość harmonicznej podstawowej tego prądu, I_{a1} — skuteczna wartość prądu i_{a1}

kierunku przepływu mocy, tzn. z przetwarzaniem jej ze strony p.s. na stronę p.p., a nie jak poprzednio ze strony p.p. na stronę p.s. Innymi słowy mamy do czynienia z inwersją jako procesem przeciwnym do prostowania. Oczywiście przekształtnik nie może być inwertorem, jeśli nie posiada sterowania. Należy także zwrócić uwagę na fakt, że dzięki sterowaniu, powodującemu opóźnienie zapłonu zaworów, można było uzyskać odwrócenie biegunowości napięcia na zaciskach zespołu przekształtnikowego przy równoczesnym zachowaniu potrzebnego do pracy zaworów dodatniego potencjału anody w stosunku do katody.

Na rysunku 23 są pokazane przebiegi napięcia wyprostowanego u_d na zaciskach zespołu przekształtnikowego dla różnych wartości kąta opóźnienia α. Należy zwrócić uwagę na to, że pulsacja napięcia, a zatem i zawartość harmonicznych w napięciu wyprostowanym, wzrastają, gdy kąt α rośnie do 90° i maleją przy dalszym wzroście kąta od 90° do 180°.

Jeżeli pominiemy straty mocy w przekształtniku, to moc po jego stronie p.p. musi być równa mocy po stronie p.s., a zatem:

$$3E_f I\cos\varphi = U_d I_d = (U_{do}\cos\alpha)I_d, \tag{2}$$

gdzie I jest skuteczną wartością podstawowej harmonicznej p.p.

Kształt linii prądu płynącego w fazie a źródła p.p. jest pokazany na rysunku 24 [27]. Kształt ten wynika z zastosowania zasady superpozycji do działania źródeł napięciowego i prądowego w schemacie z rys. 21.

Linia prądu składa się z impulsów prostokątnych dodatnich i ujemnych o wysokości I_d i szerokości $2\pi/3$ rad. Ten kształt jest niezależny od α, jeśli nie uwzględnia się wpływu indukcyjności obwodów na komutację. Po zastosowaniu szeregu Fouriera otrzymuje się amplitudę podstawowej harmonicznej prądu

$$\sqrt{2}I = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_d = 1{,}11\ I_d.$$

Stąd wartość skuteczna podstawowej harmonicznej prądu wypada

$$I = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_d = 0{,}780\ I_d. \tag{3}$$

Jeżeli do równania (2) podstawimy $I = 0{,}78\ I_d$ oraz $U_{do} = 2{,}34\ E_f$, otrzymamy

$$\cos\varphi = \cos\alpha,$$

gdzie φ jest kątem fazowym między wektorem podstawowej harmonicznej prądu i wektorem fazowej siły elektromotorycznej źródła.

Ze związków (2) i (3) jest widoczne, że układ przekształtnikowy pracuje jak transformator, w którym stosunek prądów jest stały (3), natomiast stosunek napięć zmienia się w zależności od kąta opóźnienia α (1), który z kolei można regulować za pomocą siatki zaworu.

Jeżeli nie ma opóźnienia zapłonu, tzn. $\alpha = 0$, nie ma też przesunięcia faz między podstawową harmoniczną prądu przemiennego i sunusoidą fazowej siły elektromotorycznej źródła (rys. 24a). Opóźnienie zapłonu α powoduje przesunięcie fali prądu i jej składowej podstawowej o kąt $\varphi = \alpha$ (rys. 24b-f). W konsekwencji przekształtnik, niezależnie od tego czy pracuje jako prostownik czy jako inwertor, pobiera moc bierną indukcyjną z sieci

p.p. To zachowanie się przekształtnika jest widoczne z wykresów wektorowych podanych z boku na rysunku 24.

Znaki mocy czynnej i biernej od strony p.p. są w prostowniku takie jak w silniku indukcyjnym, a w inwertorze takie jak w generatorze indukcyjnym (asynchronicznym). Inwertor, podobnie jak generator indukcyjny, pracuje najlepiej równolegle z maszynami synchronicznymi, lecz jak generator indukcyjny może być także przystosowany do współpracy z kondensatorami statycznymi.

3.4. Zasady regulacji

Schemat zastępczy układu przesyłowego p.s. może być przedstawiony jak na rysunku 25 [7]. Jest on ważny dla ustalonego stanu pracy i zawiera średnie wartości napięć i prądu. Oznaczenia:

U_{a1}, U_{a2} — napięcia p.p.,

U_{do1}, U_{do2} — teoretyczne napięcia pracy jałowej prostownika i inwertora,

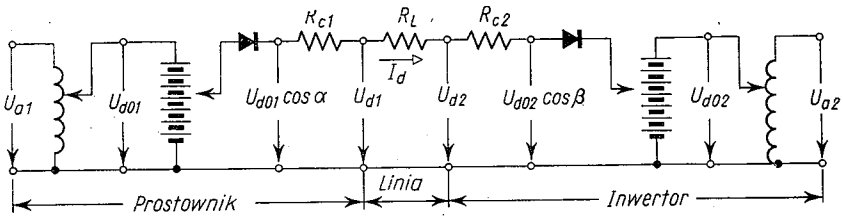
$U_{do1}\cos\alpha$, $U_{do2}\cos\beta$ — wewnętrzne napięcia przy kącie opóźnienia zapłonu α — dla prostownika i β — dla inwertora,

R_{c1}, R_{c2} — zastępcze rezystancje, na których spadki napięcia: I_dR_{c1}, I_dR_{c2} odwzorowują wpływ opóźnienia (kąta) komutacji,

R_L — rezystancja linii przesyłowej,

U_{d1}, U_{d2} — napięcia na zaciskach prostownika i inwertora,

I_d — prąd w linii.



Rys. 25. Schemat zastępczy układu przesyłowego p.s. dla średnich wartości prądów i napięć w stanie pracy ustalonej [7]
Objaśnienia w tekście

Na podstawie schematu z rysunku 25 można napisać:

$$I_d = \frac{U_{do1}\cos\alpha - U_{do2}\cos\beta}{R_{c1}+R_L+R_{c2}}. \tag{4}$$

Rezystancje występujące w mianowniku równania (4) mają praktycznie stałe wartości, wobec tego wartość prądu I_d jest zależna od różnicy napięć wewnętrznych w liczniku ułamka i może być regulowana przez zmianę tych napięć. Oczywiście przez zmianę napięć wewnętrznych można regulować moc p.s. przesyłaną przez linię.

Napięcie wewnętrzne $U_{do1}\cos\alpha$ i $U_{do2}\cos\beta$ mogą być regulowane w dwojaki sposób: przez regulację zaworów lub przez regulację napięcia przemiennego. Regulacja zaworów

przez zmianę kąta opóźnienia α (dla prostownika) lub β (dla inwertora) powoduje zmniejszenie teoretycznego napięcia pracy jałowej U_{do1} lub U_{do2} proporcjonalnie do $\cos\alpha$ lub $\cos\beta$.

Napięcia U_{do1} i U_{do2} są wprost proporcjonalne do napięć p.p. U_{a1} lub U_{a2}, które z kolei mogą być zmieniane przez przestawianie zaczepów tansformatorów przekształtnikowych. Jeżeli układ przesyłowy p.s. jest zasilany z oddzielnej elektrowni p.p. co może mieć miejsce w pojedynczych przypadkach, to napięcie przemienne reguluje się przez zmianę wzbudzenia generatorów.

Regulacja zaworów jest szybka ($1 \div 10$ ms), natomiast regulacja przez zmianę przekładni transformatorów jest powolna (5 do 6 sekund na jeden zaczep). Obydwa sposoby regulowania napięcia są stosowane łącznie. Początkowo działa szybka regulacja (siatkowa lub bramkowa), a następnie przez zmianę zaczepów transformatorów przywraca się właściwe warunki pracy, jeśli zostały one zakłócone (np. kąt zapłonu w prostowniku lub napięcie w inwertorze).

W przypadku pożądanej zmiany kierunku przepływu mocy należy, jak już o tym była mowa, zmienić znaki napięć na obydwu stacjach przekształtnikowych przez odpowiednią zmianę kątów opóźnienia zapłonu α i β. Dzięki temu dotychczasowa stacja prostownikowa staje się inwertorową, a dotychczasowa stacja inwertorowa przechodzi na pracę prostowniko wą. Ponieważ kierunek przepływu prądu przez zawory nie może się zmienić, znak prądu I_d w równaniu (4) powinien pozostać dodatni także po zmianie kierunku przepływu mocy. Po zmianie znaków napięć licznik tego równania powinien być dodatni, co oznacza, że musi być

$$|U_{do2}\cos\beta| > |U_{do1}\cos\alpha|.$$

Należy pamiętać, że w każdym przypadku pracy układu przesyłowego p.s. bezwzględna wartość napięcia zespołu prostownikowego musi być większa od bezwzględnej wartości napięcia zespołu inwertorowego.

Zmiana napięć na przeciwne, bez zmiany kierunku przepływu prądu w linii p.s., oznacza zmianę biegunowości linii, co w pewnych przypadkach nie jest pożądane. Ażeby zachować poprzednią biegunowość linii, instaluje się na obydwu krańcach linii przełączniki usytuowane między linią i układem przekształtnikowym. Zarówno w układzie przesyłowym p.s. jak i w układzie p.p. może być stosowany jeden ze sposobów pracy zapewniający regulację przesyłanej mocy:

1. napięcie jest utrzymywane prawie na stałej wysokości, a prąd zmienia się wraz z mocą,
2. prąd jest utrzymywany o stałym natężeniu, a napięcie zmienia się wraz z mocą.

W systemach elektroenergetycznych p.p. posiadających rozległe sieci o różnych napięciach znamionowych stosowany jest sposób pierwszy, tzn. napięcia poszczególnych sieci są regulowane tylko w małym zakresie, a prądy zmieniają się w zależności od mocy pobieranej przez odbiorniki.

W układach przesyłowych p.s., które jak dotychczas mają tylko dwie stacje krańcowe, mogą być stosowane obydwa rodzaje pracy. Po wprowadzeniu automatycznej regulacji kombinacja tych dwóch rodzajów pracy okazała się najkorzystniejsza.

Prawidłowa regulacja powinna posiadać następujące właściwości:

1 — ograniczać przetężenia, nie dopuszczając do uszkodzenia zaworów lub innych urządzeń znajdujących się w obwodzie prądu,

2 — ograniczać wahania wartości prądu spowodowane wahaniami napięcia p.p.,
3 — utrzymywać możliwie wysoką wartość współczynnika mocy,
4 — zapobiegać zakłóceniom w komutacji inwertorów,
5 — zapobiegać przepływom odwrotnym w prostownikach,
6 — utrzymywać na krańcu odbiorczym napięcie o wartości znamionowej, w celu minimalizacji strat mocy przy danej mocy przesyłanej,
7 — regulować dostarczaną moc lub w pewnych przypadkach, częstotliwość na jednym z krańców.

Nie wdając się w szczegóły można powiedzieć, że obecnie stosowany sposób regulacji w układach przesyłowych p.s. polega na takim sterowaniu prostowników, ażeby w normalnych warunkach napięciowych natężenie prądu stałego było niezmienne, i na takim sterowaniu inwertorów, ażeby w normalnych warunkach napięciowych napięcie wewnętrzne ($U_{do2}\cos\beta$) miało wartość stałą.

3.5. Zabezpieczenia

W układach przesyłowych p.p. stosuje się dwa rodzaje zabezpieczeń:
1 — zabezpieczenia od przepięć, za pomocą linek odgromowych, iskierników i ochronników,
2 — zabezpieczenia od przetężeń, za pomocą bezpieczników, wyłączników, dławików i przekaźników.

W układach przesyłowych p.s. można wyróżnić cztery rodzaje zabezpieczeń:
1 — zabezpieczenia od przepięć, w zasadzie podobne do zabezpieczeń stosowanych w sieciach p.p. choć z pewnymi różnicami,
2 — zabezpieczenia od przetężeń polegające na sterowaniu zaworów,
3 — obwody tłumiące,
4 — dławiki liniowe.

Zabezpieczenia od przetężeń i od zwarć opierają się na sterowaniu zaworów. Odpowiednie sterowanie prostowników i inwertorów pozwala nie tylko na prawie natychmiastowe ograniczenie prądu, np. zwarciowego, ale i na odprowadzenie z linii zmagazynowanej w niej energii elektromagnetycznej, tak że prąd i napięcie w miejscu zwarcia staje się równe zeru. Jeśli zwarcie w linii było łukowe, można po czasie 0,2 do 0,5 s potrzebnym do dejonizacji przerwy połukowej wznowić pracę linii. Proces ten można powtarzać kilkakrotnie, jeżeli za pierwszym razem nie udało się zwarcia usunąć. Idea tego postępowania jest podobna do idei SPZ w liniach p.p. Zasadniczą różnicą jest to, że w układach p.p. operacja SPZ polega na wyłączaniu i załączaniu linii przez wyłącznik, czemu towarzyszą czasem znaczne przepięcia, natomiast w p.s. nie następuje ani nagłe otwarcie obwodu prądu, ani nagłe włączenie go pod pełne napięcie.

Obwody tłumiące. Procesy komutacyjne w zespołach zaworów są przyczyną powstawania oscylacji napięciowych i prądowych, które utrudniają pracę zaworów, a nawet są przyczyną zakłóceń.

Ażeby obniżyć liczbę zapłonów odwrotnych w zaworach rtęciowych, należy zmniejszyć prędkość narastania napięcia odwrotnego oraz utrzymać poniżej przepisanej granicy war-

tość szczytową tego napięcia. Osiąga się to przez włączenie obwodu tłumiącego *RC* równolegle do każdego zaworu. Takie tłumiki spełniają dodatkowo funkcję dzielników napięć przejściowych między dwoma lub większą liczbą mostów połączonych w szereg. Podobne obwody tłumiące są potrzebne równolegle do tyrystorów w celu zapobieżenia ich przebiciu przez napięcie odwrotne, jeśli przekroczy ono znamionową wartość.

W zaworze rtęciowym, w którym stosuje się opóźnienie zapłonu, bezpośrednio po zapłonie powstają prądy oscylacyjne o częstotliwości w dwóch pasmach: $20 \div 60$ kHz i $0{,}5 \div 10$ MHz. Prądy te mają niekorzystne następstwa:

— zgaśnięcie plamki katodowej w następnym zaworze i opuszczenie zapłonu,

— zwiększone prawdopodobieństwo zapłonu odwrotnego w zaworze poprzednim, jeśli czas komutacji jest krótki,

— zakłócenia radiowe.

Zapobiega się tym skutkom lub je ogranicza włączając obwód tłumiący *RL*, tzw. *tłumik anodowy*, w szereg z anodą każdego zaworu rtęciowego.

Dławiki liniowe. Posiadają one indukcyjności od 0,4 do 1,0 H i są włączone szeregowo z każdym biegunem na każdej stacji przetwornikowej (rys. 9).

Reaktory liniowe mają:

— zapobiegać błędnej komutacji inwertora przez ograniczanie prędkości wzrostu prądu stałego podczas komutacji w jednym moście, gdy napięcie stałe w innym moście znika,

— zmniejszać zakres błędnych komutacji w inwertorze podczas obniżenia się napięcia przemiennego,

— wygładzać krzywą prądu stałego, tak ażeby uniknąć jego nieciągłości szczególnie podczas małego obciążenia,

— ograniczać w zaworze bocznikującym prąd spowodowany wyładowaniem pojemności poprzecznych linii p.s. i urządzeń stacyjnych, w przypadku gdy wszystkie zawory bocznikujące należące do jednego bieguna zapaliły się równocześnie,

— ograniczać maksymalną wartość prądu w prostowniku podczas zwarcia w linii p.s.

Pożądane jest, ażeby wybrana indukcyjność dławika liniowego zapobiegała rezonansowi w obwodzie p.s. przy częstotliwości roboczej.

3.6. Wyższe harmoniczne [7]

Przekształtniki są źródłem harmonicznych napięć i prądów zarówno po stronie p.p. jak i p.s. Przekształtnik o liczbie faz q wytwarza harmoniczne rzędu h, przy czym po stronie p.s.

$$h = kq,$$

zaś po stronie p.p.:

$$h = kq \pm 1,$$

gdzie k jest kolejną liczbą naturalną 0, 1, 2, 3...

Większość przekształtników wysokonapięciowych p.s. ma liczbę faz 6 lub 12. Przekształ-

tniki te generują zatem harmoniczne następujących rzędów:

Liczba faz przetwornika q	po stronie p.s. kq	po stronie p.p. $kq \pm 1$
6	0, 6, 12, 18, 24, ...	1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, ...
12	0, 12, 24, ...	1, 11, 13, 23, 25, ...

Wraz ze wzrostem rzędu harmonicznej h amplituda jej maleje: harmoniczna prądu przemiennego rzędu h jest mniejsza niż I_1/h, przy czym I_1 jest amplitudą harmonicznej podstawowej ($h = 1$).

Harmoniczne napięć i prądów mogą być przyczyną szeregu niepożądanych zjawisk: przegrzania kondensatorów i generatorów, niestabilności regulacji przekształtników, zakłóceń w urządzeniach telekomunikacyjnych, w szczególności szumów w liniach telefonicznych. Te niepożądane wpływy występują najsilniej w otoczeniu stacji przekształtnikowych, ale także rozprzestrzeniają się na znaczne odległości.

Głównym sposobem zmniejszania wpływu harmonicznych jest powiększanie liczby faz przekształtników i instalowanie filtrów. Niektóre zespoły przekształtnikowe były zbudowane na dużą liczbę faz, obecnie jednak przeważa pogląd, że w układach przesyłowych p.s. bardziej ekonomiczne jest stosowanie filtrów niż powiększanie liczby faz przekształtników powyżej 12. Filtry są prawie zawsze instalowane po stronie p.p. przetworników. Spełniają one tam dwa zadania: ograniczają harmoniczne p.p. oraz są źródłem mocy biernej o częstotliwości podstawowej.

Po stronie p.s. harmoniczne są ograniczane przez dławiki liniowe i w wielu zespołach przekształtnikowych, zwłaszcza w tych, które są połączone z liniami kablowymi, dodatkowe filtry po stronie p.s. nie są potrzebne. Natomiast w niektórych liniach napowietrznych p.s. trzeba zainstalować filtry, ażeby zapobiec rozprzestrzenianiu się harmonicznych wzdłuż linii i wywoływaniu zakłóceń radiowych i telefonicznych w otoczeniu linii.

3.7. Przerywanie prądu stałego

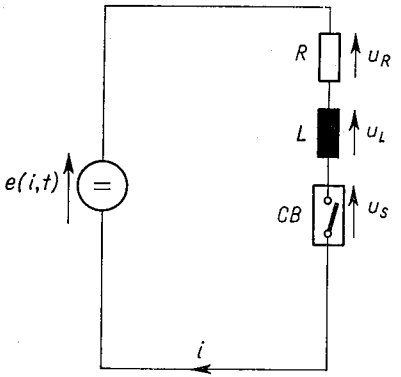
Obwód prądowy układu przesyłowego p.s. może być do badania zjawisk występujących podczas przerywania prądu stałego przedstawiony przez schemat podany na rys. 26 [13]. Na tym schemacie siła elektromotoryczna $e = u_{dp}(i, t) - u_{di}(i, t)$ działa w przeciwnym kierunku do napięć u_R, u_L, u_S. Napięcie $u_{dp}(i, t)$ zasilającego prostownika i przeciwdziałające napięcie $u_{di}(i, t)$ odbiorczego inwertora są zazwyczaj regulowane przez prąd i za pośrednictwem regulacji siatkowej lub bramkowej zaworów i dlatego muszą być uważane za funkcje prądu i oraz czasu t. Przeciwdziałające napięcie, powstające na zaciskach wyłącznika i wprowadzone w schemacie (rys. 26) jako napięcie u_s, zależy od wybranej metody przerywania obwodu i może być funkcją rozmaitych wielkości jak czas, ładunek elektryczny i prąd płynący przez wyłącznik, pochodna prądu itp.

W celu przerwania prądu w obwodzie elektrycznym należy zapewnić spełnienie trzech warunków [13].

1) Należy doprowadzić do zerowej wartości prądu, tzn. urządzenie przerywające powinno zredukować wartość prądu od początkowej wartości $i = i_0$ do wartości $i = 0$.

Jeśli zatem prąd w wyłączniku jest dodatni, muszą zachodzić zależności:

$$\frac{di}{dt} < 0 \quad \text{dla} \quad i_0 \geqslant i \geqslant 0. \tag{5}$$



Rys. 26. Schemat zastępczy układu przesyłowego p.s. do badania zjawiska przerywania prądu stałego [13]
$e = u_{dp}(i, t) - u_{di}(e, t)$, różnica między napięciem źródłowym prostownika i napięciem odbiorczym inwertora, $u_R = iR$;
$u_L = L\frac{di}{dt}$; $u_S = u_S\left(i, \frac{di}{dt}, \int idt, t\right)$

2) Należy rozproszyć energię zmagazynowaną w indukcyjności:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{Li^2}{2}\right) < 0.$$

3) Dla kompletnego przerwania prądu obwód galwaniczny powinien być otwarty gdy $i = 0$, a izolacja urządzenia wyłączającego powinna wytrzymać napięcie powrotne.

W praktyce powinny być spełnione dwa dodatkowe warunki. Przepięcie łączeniowe nie może przekroczyć wartości dopuszczalnej dla izolacji obwodu oraz przerywanie prądu powinno nastąpić w określonym czasie.

W obwodzie p.p. warunki 1) i 2) są spełnione w naturalny sposób, gdy wartość prądu przechodzi przez zero. W przypadku obwodu prądu stałego warunki te musi wytworzyć sam wyłącznik p.s. Na podstawie praw Kirchhoffa można sugerować dwa rozwiązania: wprowadzenie do obwodu p.s. przeciwnapięcia U_s (rys. 26) lub też przeciwprądu o takich wartościach, że całkowity prąd w obwodzie stanie się równy zeru. Następujące po tym rozłączenie obwodu i utworzenie przerwy izolacyjnej odbywa się w taki sam sposób jak w przypadku wyłączania prądu przemiennego.

Przeciwnapięcie U_s musi działać w przeciwnym kierunku niż siła elektromotoryczna e (rys. 26). Z drugiego prawa Kirchhoffa wynika, że:

$$e = U_L + U_R + U_S$$

lub

$$e = L\frac{di}{dt} + Ri + U_S.$$

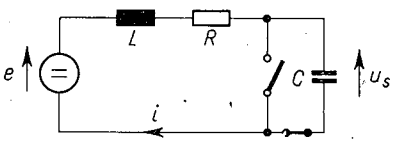
Uwzględniając warunek (1) otrzymujemy:

$$U_L < 0 \text{ oraz } e - Ri - U_S < 0$$

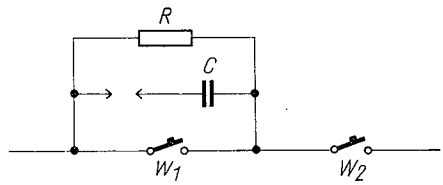
gdy $i_0 \geqslant i \geqslant 0$.

Oznacza to, że dla każdej wartości $i_0 \geqslant i \geqslant 0$ napięcie U_S wytwarzane przez urządzenie przerywające p.s. powinno być większe od różnicy $e - Ri$. Warunek ten może być spełniony przez zwarcie źródła siły elektromotorycznej ($e = 0$) lub przez zmianę jej biegunowości ($e < 0$).

Przerwanie prądu stałego może więc nastąpić na skutek zwarcia źródła napięcia zasilającego obwód co w układzie p.s. daje się wykonać w prosty sposób przez zwarcie mostu



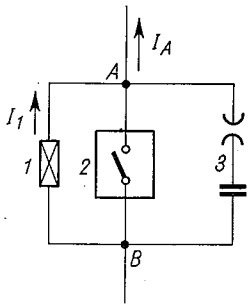
Rys. 27. Przerywanie prądu stałego za pomocą nienaładowanego kondensatora włączanego w obwód p.s. [13]



Rys. 28. Przerywanie prądu stałego za pomocą włączania w jego obwód rezystora i kondensatora [14]

prostownikowego za pomocą zaworu obejściowego. Dodatkowe urządzenie wyłączające nie jest w tym przypadku potrzebne. Gdy napięcie zasilające zostanie zwarte, energia magnetyczna $^1/_2 Li_0^2$, zmagazynowana w obwodzie, utrzymuje przepływ prądu w niezmienionym kierunku, o wartości zanikającej ze stałą czasu $T = L/R$, niezależnie od napięcia zasilającego.

Jeżeli zmienimy biegunowość napięcia zasilającego, zmieni się kierunek przepływu mocy w źródle przy takim samym kierunku przepływu prądu. Dzięki temu źródło będzie



Rys. 29. Schemat „wyłącznika" p.s. [10]
1 — obwód z ochronnikiem p.s. pochłaniający energię, *2* — wyłączniki małoolejowe, *3* — obwód komutujący, z kondensatorem i iskiernikiem

pobierało energię zmagazynowaną w obwodzie i będzie ona szybciej rozproszona niż w przypadku jedynie zwarcia źródła. Ten sposób przerywania prądu w układach przesyłowych p.s. jest możliwy za pomocą regulacji kąta zapłonu w zespole prostownikowym.

Jednym ze sposobów wytwarzania przeciwnapięcia U_s jest ładowanie kondensatora. Jeżeli w obwód p.s., w którym ma być przerwany prąd, wtrącimy kondensator, np. przez

bezłukowe otwarcie łącznika (rys. 27), to napięcie na zaciskach kondensatora C będzie działało jak przeciwnapięcie U_s. Napięcie to, równe

$$U_s = \frac{1}{C}\int idt,$$

jest funkcją czasu oraz zależy od elementów obwodu, od wielkości kondensatora i od warunków początkowych.

W literaturze można znaleźć wiele opisów teoretycznego i praktycznego rozwiązania problemu przerywania prądu w układach przesyłowych p.s. [13, 14].

Podamy pokrótce jedno z tych rozwiązań (rys. 28) [14]. Przez otwarcie wyłącznika pomocniczego W_1 w obwód przerywanego prądu stałego zostaje włączony rezystor R, dzięki czemu główna część energii jest rozproszana w tym rezystorze a nie w łuku wyłącznika. Przełączanie prądu może być ułatwione przez włączenie kondensatora równolegle do wyłącznika W_1. Odbywa się to za pośrednictwem iskiernika zapalającego się, gdy napięcie na łuku wyłącznika osiągnie odpowiednią wartość. Dzięki ładowaniu kondensatora prąd w wyłączniku szybko zanika co ułatwia gaszenie łuku. Po przerwaniu prądu w głównym obwodzie, gdy prąd płynie tylko przez rezystor R, przerywa się ten prąd za pomocą dodatkowego wyłącznika W_2. Łącząc szeregowo opisane układy (rys. 28) można uzyskać urządzenia przerywające prąd stały na rozmaite napięcia znamionowe, dostosowywać je do dopuszczalnych wartości przepięć i natężeń prądów.

Cztery współpracujące ze sobą przedsiębiorstwa zachonioeuropejskie AEG, ASEA, BBC i Siemens opracowały ostatnio i przeprowadziły próby na prototypie wyłącznika p.s. Podczas prób jednego zestawu gaszącego na 200 kV wyłączano za jego pomocą prądy od 500 do 2500 A. w obwodzie p.s. z indukcyjnością od 0,5 do 1,9 H. Każdy zestaw gaszący zawiera wyłącznik małoolejowy p.p. połączony równolegle z obwodem komutującym złożonym z iskiernika i kondensatora (rys. 29). Do zespołu należy także pochłaniacz energii zawierający ochronnik. Ochronnik ten spełnia równocześnie funkcję wyłącznika przerywającego prąd resztkowy. Przez szeregowe łączenie zespołów gaszących można otrzymać wyłączniki na wyższe napięcia [10].

3.8. Podstacje przekształtnikowe

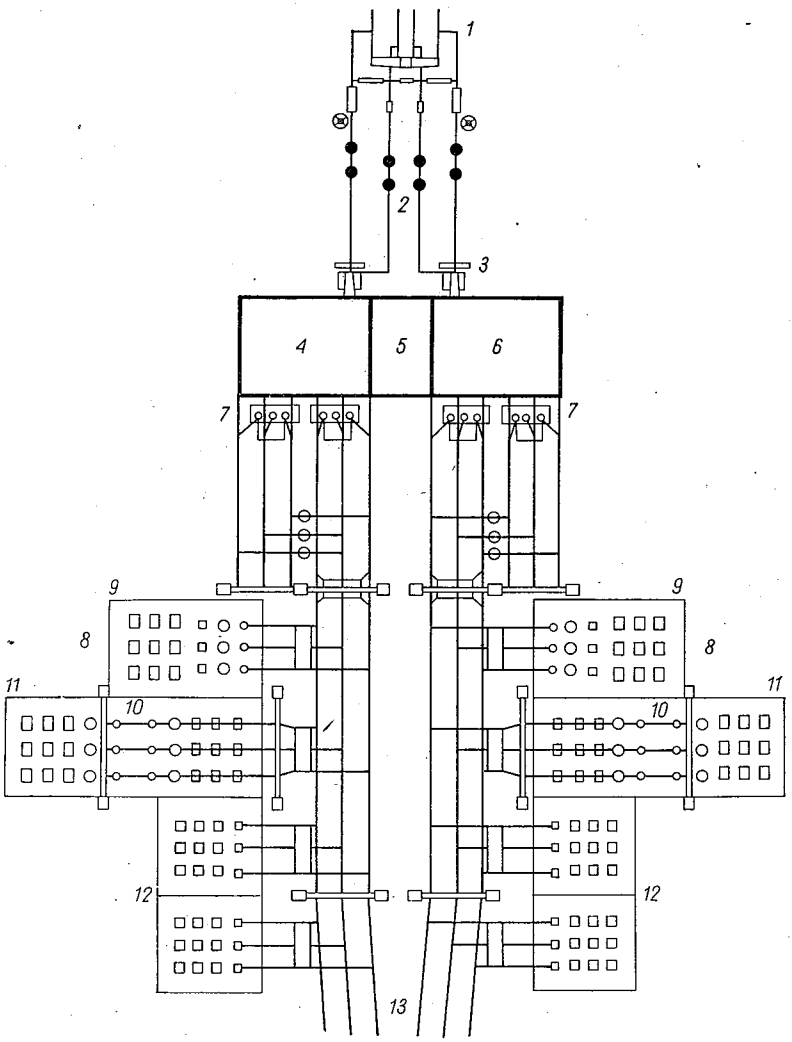
W układach przesyłowych p.s. podstacje przekształtnikowe zajmują więcej miejsca aniżeli podstacje transformatorowe w układach p.p. Dość dużej powierzchni potrzebują w podstacjach przekształtnikowych filtry wyższych harmonicznych oraz źródła mocy biernej a także hale z wysokonapięciowymi zaworami. Wprowadzenie zaworów tyrystorowych pozwoliło na zmniejszenie wymiarów hal a nawet na ich likwidację. Buduje się bowiem obecnie zawory tyrystorowe przystosowane do ustawienia pod gołym niebem.

Wskaźnik wykorzystania powierzchni podstacji przekształtnikowych z zaworami tyrystorowymi wynosi $15 \div 20$ m^2/MW i może być obniżony do 8 m^2/MW [10]. Hala z zaworami wymaga $1 \div 2$ m^2/MW.

Przykładowy plan podstacji przekształtnikowej dla mocy 1000 MW połączonej z linią dwuprzewodową p.s. podaje rysunek 30. Na rysunku widoczne są proporcje między po-

wierzchniami zajmowanymi przez główne urządzenia podstacji. Model hal przekształtnikowych pokazany jest na rys. 31. W każdej z dwóch hal umieszczony jest 12-fazowy przekształtnik tyrystorowy na 500 MW złożony z trzech bloków. Wprowadzenie urządzeń i aparatów okapturzonych z izolacją z sześciofluorku siarki pozwala na zredukowanie powierzchni jednostkowej podstacji p.s. do 1,2 m^2/MW.

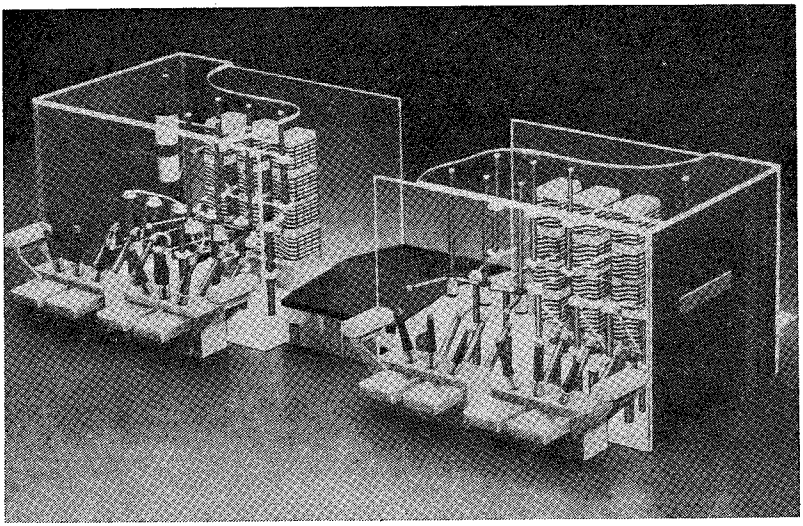
Podczas projektowania podstacji przekształtnikowej p.s. należy starannie ustalić oczekiwane wartości przepięć. Przepięcia te mogą pojawiać się w różnych punktach stacji i mogą mieć rozmaity przebieg — od krótkich impulsów ze stromym czołem do długich fal powstających podczas komutacji. Zabezpieczenie izolacji stanowią w podstacjach



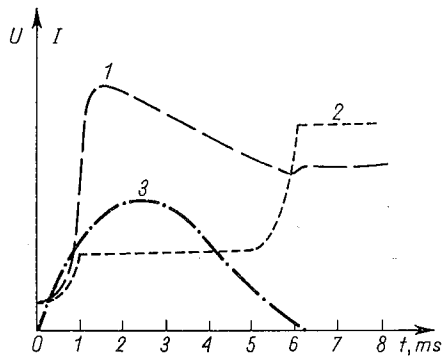
Rys. 30. Plan podstacji przekształtnikowej na moc 1000 MW połączonej z linią dwuprzewodową p.s. [10]
1 — linia przesyłowa p.s. oraz linie prowadzące do uziemiaczy roboczych, *2* — rozdzielnia p.s., *3* — wygładzający dławik p.s., *4* — hala zaworów jednego bieguna p.s., *5* — nastawnia, *6* — hala zaworów drugiego bieguna p.s., *7* — transformator przekształtnikowy, *8* — filtry wyższych harmonicznych po stronie p.p., *9* — filtr wysokich częstotliwości, *10* — filtr 11 harmonicznej, *11* — filtr 13 harmonicznej, *12* — kondensatory dostarczające moc bierną, *13* — rozdzielnia p.p.

przekształtnikowych ochronniki, które udało się dostosować do przepięć rozmaitego rodzaju.

Jeszcze parę lat temu poważnym i nierozwiązanym problemem było zapewnienie gaszenia prądu następczego w takich ochronnikach. Obecnie problem ten jest rozwiązany. W firmie ASEA skonstruowano wysokonapięciowy ochronnik prądu stałego z tzw. „ste-



Rys. 31. Model hal przekształtnikowych z 12 fazowymi mosłami tyrystorowymi po 500 MW na biegun. Zawory tyrystorowe są umieszczone w trzech blokach na biegun [10]



Rys. 32. Porównanie charakterystyki nowego ochronnika p.s. i ochronnika p.p. podczas wyładowania przepięcia łączeniowego [10]

1 — napięcie na standardowym „aktywnym iskierniku" p.p., *2* — napięcie na iskierniku nowego ochronnika p.s., *3* — prąd, *U* — napięcie na iskierniku, *I* — prąd wyładowania, *t* — czas

rowanym aktywnym iskiernikiem", który przepuszcza silne wyładowanie nie tracąc zdolności odnowy swej izolacji [10]. Charakterystyki takiego ochronnika przedstawia rysunek 32. Jak wynika z rysunku napięcia na "sterowanym aktywnym iskierniku" podczas przepływu dużego prądu, jest znacznie mniejsze niż na iskierniku standardowym. Dzięki temu mniejsza jest energia rozpraszana przez iskiernik co jest istotne ze względu na odbudowę wy-

trzymałości elektrycznej po przejściu impulsu. Niższe napięcie na iskierniku sprzyja także obniżeniu napięcia pozostającego na całym ochronniku i przez to obniża poziom napięcia ochronnego.

Odstępy między częściami wiodącymi prąd w podstacji przekształtnikowej i ziemią wyznacza się zakładając, że będą one narażone na przepięcia wewnętrzne typu $100 \div 500/2000 \div 5000$ μs. Wymiarowanie tych odstępów na podstawie charakterystyk napięciowych iskiernika ostrze—płyta, jak to miało miejsce w urządzeniach p.p. na niższe napięcie ($\leqslant 420$ kV), nie jest właściwe, gdyż taki iskiernik nie odwzorowuje we właściwy sposób stacyjnych ukadów o izolacji powietrznej, w których rzeczywisty kształt elektrod różni się zasadniczo od występującego w iskierniku pręt—płyta. Uwzględniając te różnice i opierając się w dużym stopniu na badaniach laboratoryjnych modeli w skali 1:1 można znacznie zredukować odstępy izolacyjne między elementami wysokonapięciowymi podstacji przekształtnikowych. Ma to szczególne znaczenie dla budynkowej części podstacji, np. hali przekształtników, gdzie zmniejszenie liniowych odstępów izolacyjnych powoduje redukcję powierzchni i objętości budynku.

W odniesieniu do izolacji urządzeń zewnętrznych duże znaczenie ma odpowedni wybór drogi wyładowania pełznego na izolacji zabrudzonej, przy czym właściwości izolacyjne tej drogi są różne dla p.p. oraz dla p.s. ze względu na inne prawa rozkładu napięcia, który przy p.s. zależy jedynie od rezystancji tej drogi.

Na podstawie wieloletnich badań można stwierdzić, że [10]:

1) wymagana droga wyładowania pełznego zależy od kształtu izolatora,
2) różne typy izolatorów, posiadające takie same drogi wyładowania pełznego mają zasadniczo różniące się właściwości izolacyjne,
3) odpowiedni typ izolatora można wybrać spośród standardowych izolatorów dostępnych na rynku,
4) jednostkowa droga wyładowania pełznego o wartości $2 \div 2{,}5$ cm/kV jest odpowiednia dla dobrych izolatorów wiszących.

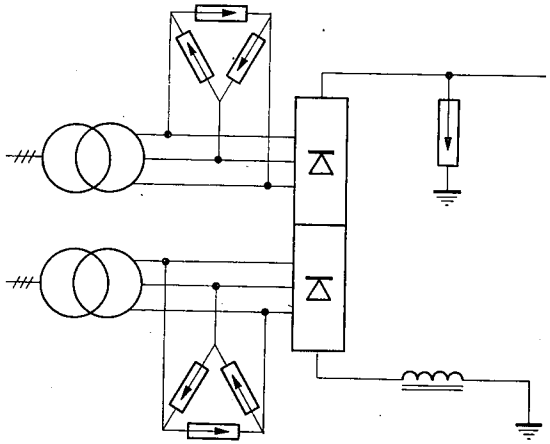
Koordynacja izolacji w stacji przekształtnikowej i izolacji linii wymaga starannych studiów nad kształtem i amplitudą fal przepięciowych oczekiwanych w projektowanych urządzeniach. Zaleca się tu stosować następujące zasady [10]:

1) w celu ograniczenia przepięć dochodzących do stacji przekształtnikowej z sieci p.p. należy zainstalować między tą siecią i przekształtnikami ochronniki włączone międzyprzewodowo; dla zabezpieczenia od przepięć od strony linii p.s. należy włączyć ochronnik między jej biegun i ziemię (rys. 33),
2) zadziałanie ochronnika nie może wpływać na pracę przekształtników,
3) poziom izolacji (napięcie probiercze) każdego elementu głównego obwodu prądowego powinien być dostosowany do poziomu obniżonego przez ochronnik.

Istotnym kryterium oceny podstacji przekształtnikowych jest ich zawodność. W podstacjach z zaworami rtęciowymi współczynnik zawodności, wynoszący w latach 1968 i 1969 ok. 11%, udało się obniżyć do ok. 2% w latach 1971 i 1972. Na podstawie doświadczeń eksploatacyjnych z przekształtnikami tyrystorowymi, popartymi badaniami laboratoryjnymi i obliczeniami, szacuje się wartość współczynnika zawodności tyrystorowych podstacji przekształtnikowych na ok. $0{,}3\% \div 0{,}8\%$ [11] [16]. Jest to wyrażony w procentach

stosunek średniego czasu, podczas którego podstacja jest nieczynna z powodu uszkodzenia jakiegoś jej elementu, do całkowitego czasu obserwacji [10].

Obniżenie współczynnika zawodności podstacji przekształtnikowych do wartości



Rys. 33. Schemat podstawowego zabezpieczenia przekształtników od przepięć za pomocą ochronników [10]

mniejszej od 1% usuwa podstawową wadę układów przesyłowych p.s., mniejszą niezawodność pracy w porównaniu z układami p.p.

Jednostkowy koszt stacji przekształtnikowej o mocy 500 MW i napięciu ± 500 kV wraz z kompletną instalacją i budynkami określa się na ok. $30 \div 40$ dolarów za 1 kW [10].

3.9 Linie przesyłowe p. s.

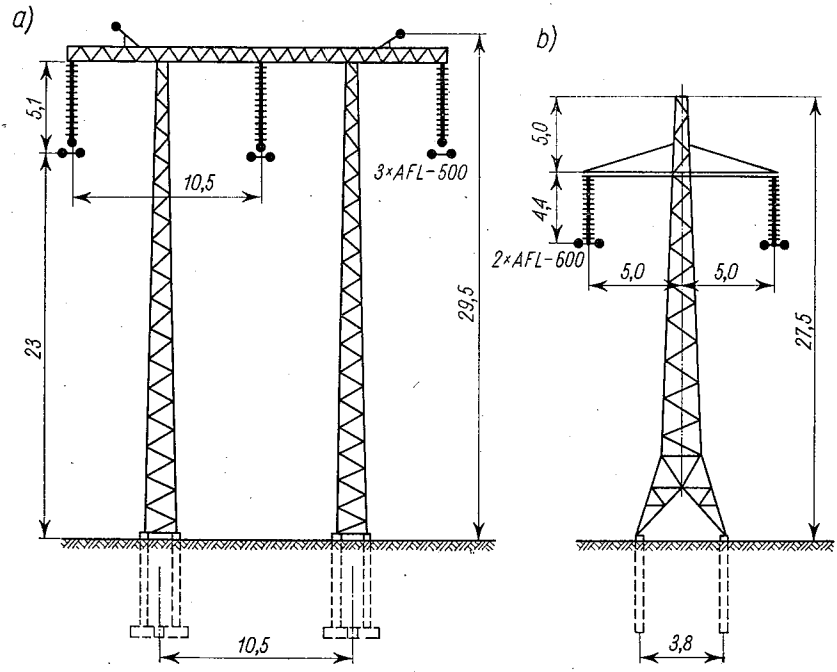
3.9.1. Linie napowietrzne

Przewody w liniach p.s. są takie same jak w liniach p.p. Sumaryczne przekroje przewodów w jednej fazie są w obecnych liniach znaczne, ze względu na duże prądowe obciążenie linii. W liniach 400 kV wynoszą te przekroje $500 \div 1000$ mm^2, w liniach 800 kV— 2500 mm^2 i więcej. W celu zmniejszenia strat na koronę, a także szumów radiowych i akustycznych, stosuje się przewody wiązkowe podwójne przy napięciu 400 kV i poczwórne — przy napięciu 800 kV.

Izolatory dla linii napowietrznych p.s. są takie same jak dla linii p.p., a więc są to łańcuchy złożone z izolatorów talerzowych porcelanowych lub szklanych. Wytrzymałość elektryczna łańcuchów izolatorowych dla p.s. i p.p. jest taka sama, jeśli izolatory są czyste, natomiast gdy izolatory są zabrudzone, a w praktyce taki stan izolatorów jest normalny, wytrzymałość elektryczna izolatorów wiszących dla p.s. jest mniejsza niż dla p.p. W liniach p.s. wytrzymałość elektryczna odstępów powietrznych przewodów — ziemia jest $1{,}5 \div 2$ razy większa dla biegunowości ujemnej przewodu niż dla biegunowości dodatniej.

Słupy dla linii napowietrznych p.s. są przeważnie stalowe, budowane w podobny sposób jak słupy dla linii p.p. Na rysunku 34 [5] podano zestawienie słupów przelotowych: linii p.p. na 500 kV Kujbyszew—Moskwa i linii p.s. na ± 400 kV Wołgograd—Donbas. Prze-

pustowość obydwu linii jest praktycznie taka sama — ok. 700 MW. Ciężar słupa linii p.p. jest ok. 70% większy (7,3 t) od ciężaru słupa p.s. (4,3 t). W linii p.s. ciężar przewodów jest o ok. 50% mniejszy, a zużycie izolatorów o 70% mniejsze niż w linii p.p.



Rys. 34. Porównanie stalowych słupów linii p.p. i p.s. [5]
a — słup linii p.p. 500 kV Kujbyszew-Moskwa, *b* — słup linnii p.s. ±400 kV Wołgograd-Donbas

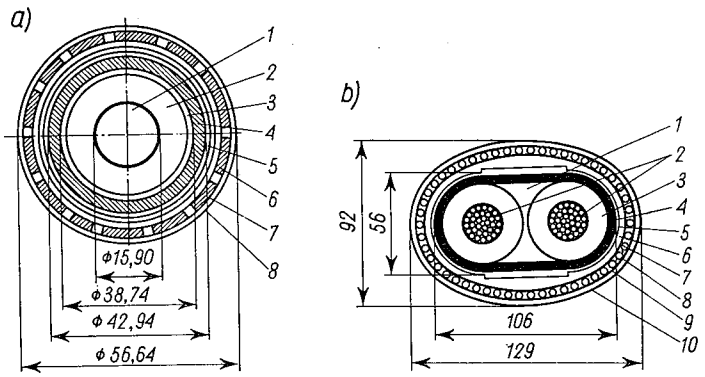
3.9.2. Linie kablowe

Kable p.s. są jedno- lub dwużyłowe, aluminiowe lub miedziane o izolacji papierowej nasyconej masą olejowo-kalafoniową. Kabel posiada płaszcz ołowiany lub aluminiowy i warstwy ochronne. Stosuje się także kable olejowe, gazowe i polietylenowe (rys. 35).

Średnie natężenie pola elektrycznego w kablach p.s. o izolacji z nasyconego papieru wynosi 15÷20 kV/cm, a więc dwa razy więcej niż w kablach p.p. W kablach p.s. olejowych lub gazowych dopuszczalne natężenie pola elektrycznego dochodzi do 30 kV/cm i jest 3-krotnie większe niż w kablach p.p. W kablu p.s. rozkład napięcia na poszczególne warstwy izolacyjne jest korzystniejszy niż w kablu p.p. Wynika to z innych praw rządzących tym rozkładem. W kablu p.s. rozkład napięcia jest zależny od rezystywności warstw izolacyjnych, a w kablu p.p. od ich przenikalności dielektrycznej.

Niekorzystną własnością kabla p.s. jest występująca w nim zależność gradientu pola elektrycznego od temperatury, powodująca tzw. inwersję natężenia pola. Gdy żyła kabla jest chłodna, natężenie pola elektrycznego jest w kablu p.s. i p.p. większe w pobliżu żyły niż w pobliżu płaszcza kabla; gdy żyła obciążona prądowo jest gorąca, sytuacja w kablu p.s. się zmienia, natężenie pola elektrycznego w pobliżu płaszcza kabla staje się większe

niż w pobliżu jego żyły. Warstwy izolacji, znajdujące się w pobliżu żyły obciążonej prądowo, mają wyższą temperaturę niż warstwy położone dalej. Z tego powodu przewodność warstw izolacyjnych znajdujących się blisko żyły powiększa się i natężenie pola elektrycznego, zależne w kablach p.s. jedynie od tej przewodności — zmniejsza się. Następuje inwersja natężenia pola i gradienty natężenia w warstwach izolacji w pobliżu płaszcza kabla powiększają się. Zwiększa to prawdopodobieństwo uszkodzenia izolacji tych warstw, ponieważ



Rys. 35. Przekrój kabli p.s. [5]:

a) kabel na 200 kV, 150 A linii Kaszira-Moskwa

1 — żyła z drutów aluminiowych o łącznym przekroju 150 mm², *2* — izolacja papierowa o grubości 11,3 mm nasycona masą olejowo-kalafoniową, *3* — ekran z metalizowanego papieru, *4* — płaszcz ołowiany, *5* — taśma chlorowinilowa, *6* — taśma nagumowana, *7* — pancerz stalowy, *8* — zewnętrzna warstwa ochronna

b) kabel olejowy na napięcie ±250 kV linii podwodnej Szwecja—Dania (Konti-Skan)

1 — kanał olejowy, *2* — żyła miedziana o przekroju 310 mm², *3* — izolacja papierowa o grubości 12,4 mm, *4* — ekran, *5* — powłoka ołowiana o grubości 3,2 mm, *6* — dwie warstwy stalowych ocynkowanych taśm, *7* — antykorozyjna warstwa z juty i asfaltu, *8* — pancerz z drutów o średnicy 4 mm, *9* — karbowana taśma przymocowana miedzianymi drutami, *10* — zewnętrzna warstwa ochronna

mają one zazwyczaj więcej usterek niż warstwy izolacji przy żyle. Inwersja natężenia pola elektrycznego w kablu p.s. pociąga za sobą konieczność obniżenia dopuszczalnej temperatury żyły kabla p.s. do 50°C, gdy w kablu p.p. dopuszczalna temperatura żyły wynosi 70°C. Zjawisko inwersji natężenia pola powoduje także ograniczenie przeciążalności kabla p.s. Mimo to kable p.s. mają ostatecznie obciążalność roboczą $2 \div 3$ razy większą niż kable p.p.

Główną wadą kabli p.p. jest ograniczenie ich przepustowości przez prądy pojemnościowe, które ze zwiększeniem napięcia kabla i przekroju jego żyły rosną szybciej niż obciążalność prądowa kabla. Największe dopuszczalne obciążenie kabla p.p. przy $\cos\varphi = 1$ określa się geometryczną różnicą obciążalności termicznej S_t i mocy ładowania kabla Q_c:

$$P_{dop} = \sqrt{S_t^2 - Q_c^2}.$$

Ponieważ moc ładowania Q_c zależy także od długości kabla, istnieje taka jego długość, przy której moc ładowania kabla jest równa jego obciążalności termicznej $Q_c - S_t$. Wówczas $P_{dop} = 0$ i kabel nie może przenosić żadnej mocy czynnej. Odpowiadająca tym warunkom długość kabla nazywa się *długością krytyczną*. Krytyczna długość kabla p.p. o izolacji papierowo-olejowej nie przekracza 80 km przy napięciu 110 kV i 40 km przy

napięciu 400 kV. Pojemność linii kablowej p.p. o długości w pobliżu krytycznej należy kompensować dławikami zainstalowanymi w krańcowym przypadku na obydwu końcach linii. Pociąga to za sobą podrożenie linii kablowej p.p. Ładowanie linii kablowej p.s. ma miejsce tylko przy włączaniu linii pod napięcie. Pojęcie krytycznej długości nie istnieje w odniesieniu do kabli p.s.

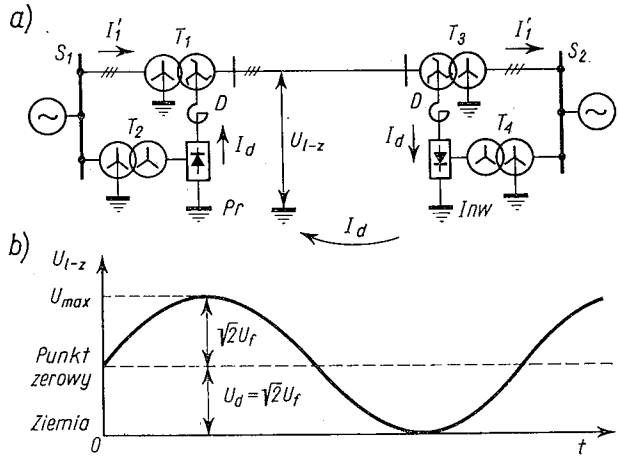
Kable p.s. pozwalają na proste i ekonomiczne przesyłanie dużych mocy elektrycznych przez morza i jeziora, przez trudno dostępne obszary, jak wąwozy górskie lub gęsto zabudowane duże miasta lub kombinaty przemysłowe.

Także kable kriogeniczne p.s. mają przewagę nad kablami kriogenicznymi p.p. Mianowicie kable o żyłach utrzymanych w niskich temperaturach mogą zachować swoje własności doskonałych przewodników, jeśli temperatura żył przewodzących jest odpowiednio niska i gdy równocześnie natężenie pola magnetycznego zewnętrznego na powierzchni żyły nie przekroczy wartości krytycznej [11].

W celu utrzymania wymaganej niskiej temperatury żył kabla należy możliwie ograniczyć straty mocy czynnej w kablu, natomiast ażeby nie przekroczyć krytycznego natężenia pola magnetycznego trzeba zachować odpowiednią gęstość prądu. Kable p.s. są w korzystniejszych warunkach niż kable p.p., ponieważ w kablach p.p. powstają dodatkowe straty: dielektryczne, histerezowe i od prądów wirowych. Ponadto w instalacjach p.s. łatwiej jest ograniczać prądy zwarciowe, stanowiące główne zagrożenie wzrostu natężenia pola magnetycznego na powierzchni żyły kabla.

3.10. Przesłanie mocy za pomocą prądu pulsującego [5]

Interesującą propozycję wysunięto kilkanaście lat temu w Lwowskim Politechnicznym Instytucie, ażeby jedną linią elektroenergetyczną przesyłać energię równocześnie za pomocą prądu przemiennego i prądu stałego (rys. 36). Propozycja ta nie znalazła jeszcze zastosowania i jest w stadium opracowań technicznych.



Rys. 36. Idea układu przesyłowego z prądem pulsującym [5]
a — schemat połączeń, *b* — przebieg napięcia

Idea układu przewiduje przyłożenie dodatkowego napięcia stałego między ziemię i trzy przewody linii trójfazowej p.p. przez przyłączenie na krańcach linii p.p. zespołów przetwornikowych między punktami zerowymi transformatorów i ziemią. Jeżeli np. dodatkowe napięcie stałe będzie równe $\sqrt{2}U_f$ (rys. 36b), to przepustowość linii p.p. powinna powiększyć się trzykrotnie przy takich samych względnych stratach mocy w linii, jeżeli $\cos\varphi = 1$. Dodatkowo w takich liniach mieszanych łatwiejszy jest pobór mocy w punktach pośrednich, aniżeli w linii p.s. W każdym przewodzie linii trójfazowej (rys. 36a) płynie p.p. o skutecznej wartości I_1' oraz prąd stały o natężeniu $\frac{Id}{3}$. Wypadkowy skuteczny prąd:

$$I_f = \sqrt{I_1'^2 + \left(\frac{I_d}{3}\right)^2} = \sqrt{I_1'^2 + I_0^2}.$$

Każdy z przewodów ma w stosunku do ziemi napięcie złożone ze składowej zmiennej i składowej stałej. W przypadku gdy między tymi składowymi zachodzi związek

$$U_d = \sqrt{2}U_f,$$

gdzie U_f — skuteczna wartość napięcia fazowego (rys. 36b), wypadkowe skuteczne napięcie przewód—ziemia wypada

$$U_{wyp} = \sqrt{U_f^2 + U_d^2} = \sqrt{3}U_f.$$

Moc czynna przenoszona przez linię wynosi w tych warunkach:

$$P = 3\left(\sqrt{3}U_f\right)I_f\cos\varphi = 3U_{wyp}I_f\cos\varphi.$$

Wobec tego, przy takim samym prądzie I_f w linii p.p. i w linii mieszanej, jeżeli na linię p.p. będzie nałożone dodatkowe napięcie stałe $U_d = \sqrt{2}U_f$, można nią przesłać moc $\sqrt{3}$ razy większą, a 3 razy większą, gdy założy się, że względne straty mocy mają pozostać bez zmiany.

Układ przesyłowy mieszany różni się od układu przesyłowego p.p. głównie tym, że transformatory T_1 i T_3 (rys. 36a) muszą mieć wzmocnioną izolację i zmienioną konstrukcję, że linia ma obniżony zapas izolacji i że przybywają zespoły przetwornikowe P_r i I_{nw} i ich transformatory T_2 i T_4.

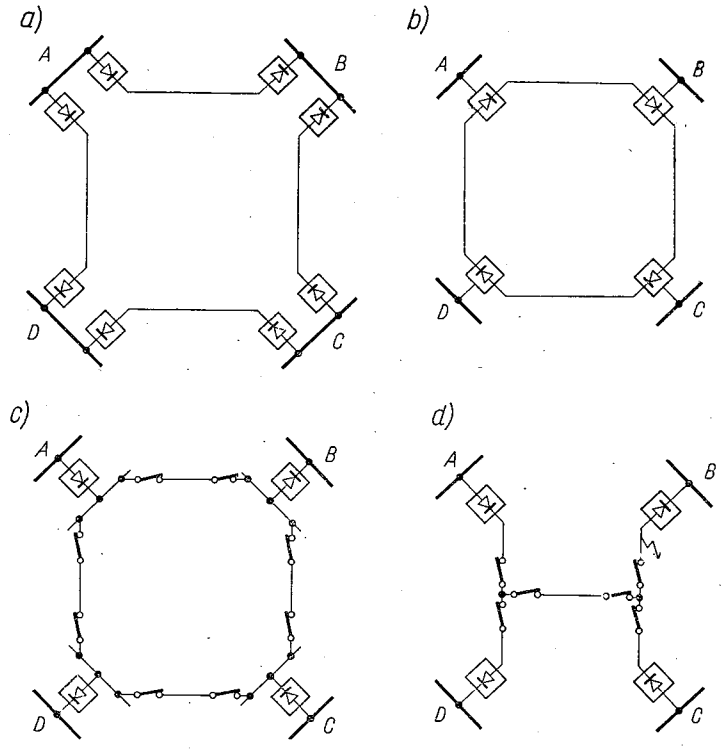
Jeżeli niezawodność przesyłu energii ma być podwyższona, instaluje się drugą linię układu mieszanego, uziemiając punkty środkowe mostów przekształtnikowych. Wówczas prąd stały I_d przeważnie przez ziemię nie płynie, a cały układ przesyłowy pracuje w schemacie „dwa tory — dwa bieguny".

W mieszanym układzie przesyłowym p.p.+p.s. oczywiście komplikuje się schemat w porównaniu z układem tylko p.p. lub tylko p.s. Konstrukcja transformatorów mocowych T_1 i T_3 jest bardziej złożona, a ich praca trudniejsza, ponieważ w uzwojeniach połączonych z linią przepływa p.p. i składowa p.s. Ażeby uniknąć niepożądanego podmagnesowania tych transformatorów przez składową stałą, należy uzwojenia liniowe transformatorów połączyć w zygzak. Układ mieszany p.p.+p.s. wymaga bardziej złożonych zabezpieczeń od przepięć i przetężeń oraz bardziej skomplikowanych urządzeń regulacyjnych. Przypuszcza się jednak, że mieszany sposób przesyłu energii elektrycznej może być w przyszłości zastosowany do okręgowych linii przesyłowych o małej i średniej mocy.

3.11. Układy wielostacyjne p.s.

Układy przesyłowe p.s. obecnie pracujące lub znajdujące się w budowie są liniami o dwustacjach krańcowych. Nie wymagają one wyłączników p.s. Przerywanie prądów roboczych i zwarciowych odbywa się przez odpowiednie sterowanie przekształtników na stacjach krańcowych. Przewiduje się, że w przyszłości mogą wystąpić sieci p.s. o kilku stacjach przekształtnikowych. Wówczas prawdopodobnie pojawi się konieczność użycia wyłączników p.s.

Jeżeli więcej niż dwa systemy elektroenergetyczne, np. cztery, mają współpracować ze sobą asynchronicznie za pośrednictwem linii p.s., to można rozważać schematy połączeń przedstawione na rysunku 37 [16].



Rys. 37. Schemat połączeń czterech systemów elektroenergetycznych p.p. za pośrednictwem sieci p.s. [16] *a* — cztery oddzielne układy przesyłowe p.s., *b* — szeregowe połączenie czterech stacji przekształtnikowych, *c* — linia okrężna p.s. z czterema poprzecznie włączonymi stacjami przekształtnikowymi, *d* — sieć promieniowa z czterema stacjami przekształtnikowym

W schematach 37a i 37b nie ma wyłączników p.s. Regulacja rozpływu mocy i likwidacja zakłóceń, także zwarć, może się odbywać za pomocą stosowanej obecnie techniki sterowania przekształtników.

W schematach 37c i 37d dzięki użyciu wyłączników otrzymuje się układy bardziej elastyczne niż 37a i 37b, umożliwiające swobodniejszą wymianę mocy między poszczególnymi systemami p.p. Schematy według rysunków 37a i 37c zapewniają dwa połączenia między każdymi dwiema stacjami p.p. W układach wykonanych zgodnie ze schematami 37b i 37d

istnieją tylko pojedyncze połączenia między stacjami p.p. Jeżeli trzeba się liczyć z możliwością uszkodzenia linii p.s., to schemat 37c jest lepszy od 37d, który przedstawia właściwie sieć promieniową.

W sieciach p.s. możliwe są dwa rodzaje współdziałania wyłączników p.s. i urządzeń sterujących przekształtniki stacyjne podczas likwidowania zwarć. W pierwszym wyłączniki przerywają prąd zwarciowy w czasie krótszym niż czas potrzebny na przesterowanie przekształtników. Zdolność wyłączalna takich wyłączników musi być dostosowana do wartości prądu zwarciowego. Równocześnie należy się liczyć z powstawaniem w tym przypadku przepięć łączeniowych o wartości $(1{,}6 \div 1{,}7)\ U_d$, gdzie U_d jest napięciem roboczym linii p.s. [16].

W drugim rozwiązaniu prąd zwarciowy jest ograniczany przez przekształtniki. Wyłączniki p.s. działają wolniej (100÷150 ms) a ich zdolność wyłączalna jest dostosowana do wyłączania resztkowych prądów zwarciowych oraz wyłączania prądów roboczych. Analiza i badania modelowe schematów z wyłącznikami p.s. w dwóch typowych układach, zamkniętym (rys. 37c) i promieniowym (rys. 37d), wykazały, że dzięki tym wyłącznikom można podnieść niezawodność i elastyczność sieci p.s.

Wymagania stawiane wyłącznikom p.s. zależą od funkcji jakie mają one spełniać w układach, w których prąd jest regulowany przez przekształtniki stacyjne; wystarczy jeśli zdolność wyłączalna wyłączników p.s. wynosi 1,25 nomalnego prądu obciążenia. Napięcia powrotne są w tym przypadku minimalne [16]. Natomiast jeśli zasilająca stacja p.s. byłaby wyposażona tylko w diody (a więc w przekształtniki niesterowane), wyłączniki p.s. musiałyby mieć dużą zdolność wyłączalną przy przeciwdziałającym pełnym napięciu linii p.s. Wynika z tego, że wybór rodzaju wyłączników i sposobu ich współdziałania ze stacjami przekształtnikowymi będzie zależny od oczekiwanych zakłóceń w pracy poszczególnych elementów sieci p.s. oraz wymaganej niezawodności pracy tej sieci.

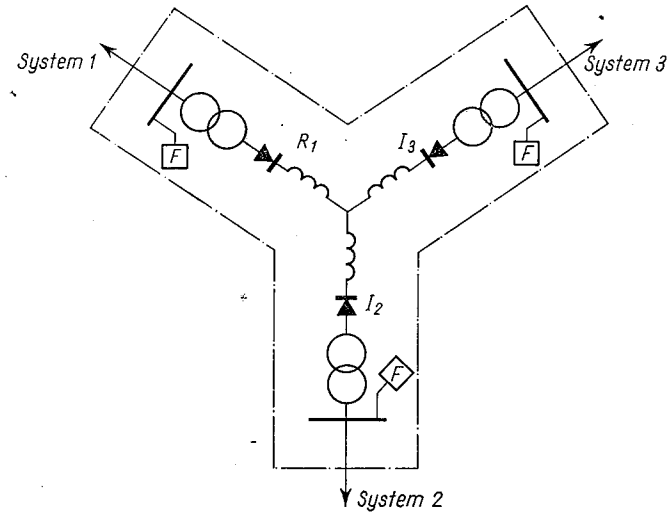
Przykład możliwej asynchronicznej współpracy trzech systemów elektroenergetycznych p.p. za pośrednictwem trzech stacji przekształtnikowych i linii p.s. o długości zerowej jest podany w [17].

Proponowany układ ma usunąć niedogodności istniejące przy synchronicznej współpracy systemów za pośrednictwem linii p.p. Jeżeli bowiem w jednym z systemów znacznie obniży się częstotliwość, zabezpieczenie podczęstotliwościowe może wyłączyć linię sprzęgłową p.p. i to właciwie wtedy, gdy jest ona najbardziej potrzebna. Spowodowany tym wzrost poziomu zawodności sieci w okolicach linii sprzęgłowej może być niedopuszczalny. Słabe sprzężenie między dużymi systemami może okazać się niestabilne.

W celu pełnego wykorzystania linii sprzęgających dwa lub więcej systemów, oddzielnych, sąsiednich lub zachodzących na siebie, linie te powinny pozwalać na możliwie niezależną regulację głównych parametrów pracy systemów, a więc częstotliwości oraz modułów i faz napięć.

Połączenia systemów za pośrednictwem linii p.s. spełniają wymienione warunki i często są ekonomicznie uzasadnione nawet przy dużych długościach tych linii. W celu możliwego zwiększenia niezawodności takich urządzeń celowe jest stosowanie jak najkrótszych linii p.s. a najlepiej linie o długości zerowej. Unika się w ten sposób wpływu zakłóceń w sieci p.s. oraz uzyskuje bardziej skoordynowaną regulację stacji przekształtnikowych dzięki zbyteczności urządzeń telemechanicznych.

Obecny rozwój międzynarodowej wymiany mocy elektrycznej opiera się na międzypaństwowych liniach p.p. Istnieją jednak takie obszary, które nadają się do budowy urządzeń umożliwiających wymianę mocy między wielu systemami lub wielu krajami. Takimi urządzeniami są właśnie stacje przekształtnikowe połączone między sobą liniami p.s. o długościach zerowych. W tym przypadku można użyć maszyny cyfrowej do scentralizowanego sterowania przekształtników bez stosowania urządzeń tele-. Sposób sterowania określony zaprogramowaniem maszyny cyfrowej może być zmieniany, ażeby spełnić



Rys. 38. Schemat asynchronicznej współpracy trzech systemów elektroenergetycznych p.p. za pośrednictwem linii p.s. o długości zerowej [17]
R — prostownik, *I* — falownik

wymagania systemu jako całości lub też wymagania poszczególnych systemów. Sterowalność jest ograniczona jedynie przez dokładność i szybkość działania przetworników użytych do uzyskiwania potrzebnych informacji o stanie systemów. Ogólny schemat proponowanego układu p.s. dla połączenia trzech systemów elektroenergetycznych p.p. jest pokazany na rysunku 38 [17].

4. ZASTOSOWANIE UKŁADÓW P.S. W SYSTEMACH ELEKTROENERGETYCZNYCH P.P.

Ponieważ w żadnym kraju nie przewiduje się osiągnięcia stanu nasycenia we wzroście zapotrzebowania na energię elektryczną, niezbędne jest stałe rozwijanie systemów elektroenergetycznych zarówno pod względem ilościowym jak i jakościowym. Rozwój jakościowy oznacza tu wprowadzanie nowych rozwiązań, doskonalszych pod względem technicznym i ekonomicznym. W krajach europejskich, a więc także i w Polsce, należy rozstrzygnąć podstawowy problem, czy w dalszym rozwoju systemów elektroenergetycznych dążyć do coraz ściślejszej współpracy systemów państwowych czy też zakładać współpracę ograniczoną. A następnie czy współpraca elektroenergetycznych systemów państwowych prądu przemiennego powinna być synchroniczna czy asynchroniczna.

W rosnących systemach elektroenergetycznych wzrastają moce zwarciowe. Należy rozstrzygnąć czy, tak jak obecnie, wystarczą do utrzymania mocy zwarciowych na określonym poziomie metody wynikające z właściwości prądu przemiennego: transformatory sprzęgłowe, dławiki, szybkie rozcinanie sieci, zwieracze, sprzężenia rezonansowe, przerywacze obwodu pobudzane przez wzrost prądu, np. kriosprzężenia.

Wraz z postępującym zamykaniem sieci systemowych komplikuje się regulacja rozpływu mocy. Na rozpływ w sieciach tworzących pierścienie nie można już wpływać samą regulacją częstotliwości. W połączonych systemach, których sieci tworzą oka, rozpływ mocy może być zmieniany tylko przez łączną regulację częstotliwości oraz napięć i ich kątów fazowych.

Podczas zakłóceń zmienia się rozpływ mocy, co może spowodować nie tylko przeciążenia w niektórych liniach sprzęgłowych ale i w różnych słabych punktach sieci w poszczególnych współpracujących systemach, powodując niepotrzebne wyłączenia i rozszerzenie zakłócenia.

W dążeniu do rozszerzania współpracy systemów elektroenergetycznych za pomocą linii p.p. napotykamy na trudności, gdy dokładność regulowania częstotliwości w łączonych systemach jest różna. Współpraca synchroniczna jest w ogóle niemożliwa jeśli częstotliwości znamionowe są niejednakowe.

Wyliczone wyżej komplikacje, których należy oczekiwać przy dalszym rozwoju współpracy systemów elektroenergetycznych, mogą być rozwiązane za pomocą technik prądu przemiennego, z wyjątkiem sprzężenia systemów o różnych częstotliwościach. Omawiane komplikacje mogą być także z powodzeniem pokonane przez zastosowanie układów prądu stałego. Ponieważ w stosunkach europejskich a także i polskich można myśleć w zasadzie tylko o krótkich liniach przesyłowych p.s., o ewentualnym ich zastosowaniu zadecydują przyszłe koszty stacji przekształtnikowych. Ponieważ koszty te maleją a korzyści wynikające z wmontowania układów p.s. do systemów elektroenergetycznych p.p. są poważne, nie można z góry wykluczyć stosowania układów p.s. jako elementów rozwiniętych systemów elektroenergetycznych p.p.

W dalszym ciągu rozważymy cztery przypadki stosowania układów z krótkimi liniami p.s.: 1) jako członów pośredniczących między generatorami i siecią p.p., 2) jako elementów współpracujących w systemie elektroenergetycznym równolegle z liniami p.p., 3) jako sieci p.s. nałożonej na sieci p.p. jednego lub więcej systemów elektroenergetycznych i 4) jako układów, w których istniejące linie p.p. wykorzystuje się jako linie p.s.

Właściwości układów przesyłowych p.s. mogą być w pełni wykorzystane tylko przy odpowiedniej rozbudowie urządzeń sterujących i zabezpieczających. Koszt tych urządzeń jest wyższy niż w układach p.p. i wynosi ok. 5% całkowitego kosztu stacji przekształtnikowych [18]. Urządzenia te powinny bez zastrzeżeń spełniać następujące warunki [18]:

— łatwo i szybko, praktycznie bezinercyjnie, regulować przesyłaną moc,
— ograniczając przetężenia chronić urządzenia przed przeciążeniem,
— nie powiększać mocy zwarciowych w układach p.p.,
— umożliwiać niezależną pracę układów p.p. pod względem wartości częstotliwości i napięć, równocześnie nie wprowadzając ograniczeń co do mocy wymienianych między układami p.p. w stanach bezawaryjnych, a ponadto działać stabilizująco i natychmiast w przypadku braku mocy spowodowanej uszkodzeniami w elektrowniach lub w sieciach,

— nie wprowadzać problemu stabilności w przypadku połączenia systemów p.p. za pośrednictwem długich linii ani w przypadku połączenia dużych systemów p.p. przez linie słabe,
— powiększać stabilność w stanach ustalonych i przejściowych linii długich p.p. za pomocą dodatkowych, równolegle pracujących linii p.s.,
— ograniczać czas działania SPZ do 150÷250 ms w przypadku jednofazowego zwarcia w linii napowietrznej p.s., za pomocą regulacji bramkowej (siatkowej) przekształtników,
— umożliwiać przesyłanie mocy przez ziemię lub przez przewód zerowy, w przypadku wyłączenia jednego z przewodów roboczych, dzięki czemu przez linię p.s. przewód — ziemia może być przesłana moc ograniczona jedynie termiczną obciążalności przewodu.

Szybkość regulowania prądu w linii p.s. jest znaczna. Np. zmiana nastawienia wartości prądu od znamionowej do jej połowy trwa ok. 10 ms. Dzięki dużej prędkości regulowania można ograniczyć prąd zwarciowy w linii p.s. do wartości nie większej niż trzykrotnego prądu znamionowego i sprowadzić ten prąd do zera w ciągu 15 do 30 ms. Można także skutecznie włączyć regulowane układy p.s. do systemu automatycznej regulacji częstotliwości w sieciach p.p.

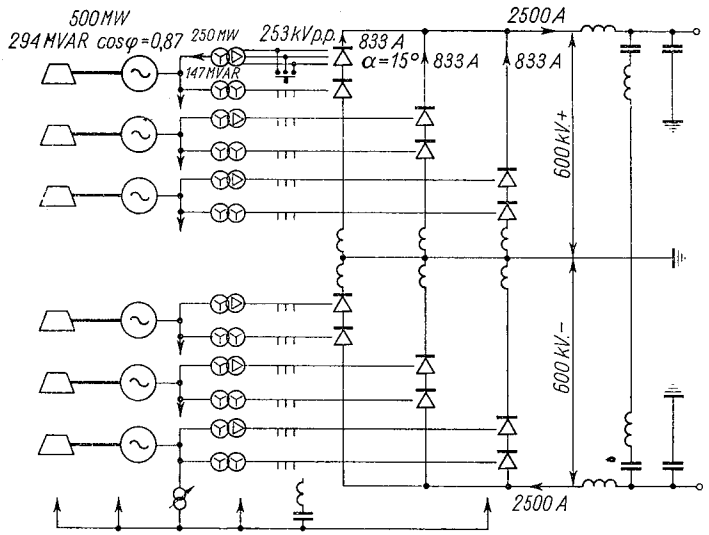
Ponieważ dzięki regulacji prądu można nie dopuścić w układach p.s. do przeciążenia ich elementów, moc interwencyjna przesyłana przez te układy może być utrzymywana na najwyższym dopuszczalnym poziomie bez obawy wyłączeń z powodu przeciążenia. Moc taka może być także dostarczana, gdy częstotliwość w systemach p.p. osiągnie swą najniższą wartość z powodu braku mocy.

4.1. Układ p.s. jako element pośredni między generatorami p.p. i siecią

Moc dostarczana przez elektrownie do sieci p.p. za pośrednictwem układów p.s. może być powiększana bez obawy przekroczenia dopuszczalnych mocy zwarciowych w sieci p.p. Bezpośrednie połącznie stacji przekształtnikowej z generatorami pozwala na poważne oszczędności. Można zaoszczędzić na transformatorach przekształtnikowych, na aparaturze p.p. i na filtrach p.p., jeżeli się odpowiednio zaprojektuje generatory i ich transformatory [18]. Częstotliwość prądu w elektrowni jest niezależna od częstotliwości prądu w sieci, co ma szczególne znaczenie podczas zakłóceń w tej sieci. Praca urządzeń potrzeb własnych w elektrowni, w dużym stopniu wrażliwa na zmiany częstotliwości, staje się niezależna od częstotliwości panującej w sieci zewnętrznej p.p.

Przykładowy schemat bezpośredniego połączenia generatorów dużej elektrowni ze stacją przekształtnikową przedstawia rysunek 39 [19]. Propozycja dotyczy sytuacji, w której cała moc elektrowni jest przesyłana przez linię p.s. Generator, dwa transformatory przekształtnikowe, dwa mosty zaworowe, dławik i urządzenia własnych potrzeb tworzą „jednostkę", bez wyłączników wysokiego napięcia. Dwa mosty „jednostki" są połączone równolegle z takimi samymi mostami innych „jednostek". Przy takim połączeniu niepotrzebne są nie tylko wyłączniki ale i filtry p.p., których koszt wynosi ok. 20% kosztu stacji prze-

kształtnikowej. Zbędne są także transformatory blokowe generatorów oraz rozdzielnia na górne napięcie tych transformatorów. Dławik w linii p.s. ma za zadanie tłumienie fal nadbiegających do stacji przekształtnikowej, dławiki zaś w obwodzie „jednostek" ograniczają prędkość narastania prądu stałego podczas uruchamiania stacji, podczas zwarć w linii p.s. oraz w przypadku zwarć z ziemią powstałych wewnątrz stacji. Omawiany sche-



Rys. 39. Proponowany schemat bezpośredniego połączenia generatorów elektrowni ze stacją przekształtnikową p.s. [19]

mat dotyczy instalacji, w której moc generatorów wynosi 6×500 MW $= 3000$ MW. Napięcie linii dwuprzewodowej p.s. jest równe ± 600 kV, a jej prąd znamionowy 2500 A. Potrzeby własne każdej „jednostki" są zasilane z własnego transformatora pomocniczego przyłączonego do zacisków generatora. Autorzy uważają jednak, że lepszym rozwiązaniem byłoby zainstalowanie dla własnych potrzeb całej elektrowni i stacji przekształtnikowej, oddzielnych generatorów, wówczas bowiem częstotliwość w sieci własnych potrzeb byłaby niezależna od zmian częstotliwości w głównych generatorach zachodzących podczas szybkich zmian obciążenia linii, a przede wszystkim podczas nagłych spadków obciążenia.

Autorzy opisywanego schematu zwracają uwagę, że nie wszystkie problemy związane z jego realizacją zostały opracowane. Należą do nich przede wszystkim współpraca generatorów z bezpośrednio przyłączonymi mostami prostownikowymi oraz regulacja rozpływu prądu w równolegle połączonych mostach i „jednostkach".

Blokowe połączenie generatora z przekształtnikami oraz skasowanie filtrów p.p. sprawia, że wyższe harmoniczne prądu przepływają przez generator powodując: 1) zmianę reaktancji w obwodzie komutacajnym zaworów, 2) dodatkowe nagrzewanie wirnika generatora przez wyższe harmoniczne prądu. Także na skutek blokowego połączenia generatorów z transformatorami przekształtnikowymi powstają w tych elementach inne naprężenia napięciowe niż przy ich zwykłym połączeniu, tzn. za pośrednictwem transformatorów blokowych i rozdzielni p.p.

Badania opublikowane w [20] wykazują, że w przypadku gdy generator w konwencjonalnym wykonaniu jest połączony z dwoma mostami sześciozaworowymi (układ dwunastofazowy) (rys. 39), nie ma żadnych obaw co do prawidłowej pracy układu. Natomiast gdy generator jest połączony, oczywiście przez transformator przekształtnikowy, z jednym tylko sześciozaworowym mostem, obciążalność generatora jest zależna od dopuszczalnej dla tego generatora wartości prądu składowej przeciwnej. Stwierdzono, że przepięcia powstające przy blokowym układzie połączeń nie są większe niż w przypadku schematu konwencjonalnego. Można zatem spodziewać się, że blokowy sposób łączenia generatorów z przekształtnikami, dający znaczne oszczędności, znajdzie w przyszłości zastosowanie.

W odniesieniu do schematu z rys. 39 pozostaje zatem do opracowania metoda prawidłowego rozdziału prądu między równolegle połączone grupy przekształtników.

Nowe możliwości otwierają się w elektrowniach wodnych pompowych połączonych z siecią p.p. za pośrednictwem układów p.s. Dzięki niezależności od częstotliwości sieci, turbina — pompa może posiadać inne prędkości obrotowe dla obydwu kierunków przepływu mocy, za każdym razem optymalne.

Zarówno w przypadku elektrowni wodnej pompowej jak i w innych elektrowniach wodnych połączonych z systemem elektroenergetycznym p.p. poprzez układ p.s. należy starannie zbadać skutki zmian częstotliwości prądu generatorów spowodowane szybkimi zmianami obciążenia linii p.s. W szczególności nagłe i znaczne obniżenie tego obciążenia powodujące podniesienie częstotliwości prądu generatorów nawet od 50 do 60 Hz [21] może mieć bardzo niekorzystny wpływ na pracę własnych potrzeb elektrowni, a także na zachowanie się filtrów p.p. jeżeli je zainstalowano w elektrowni, np. ze względu na zakłócenia telefoniczne spowodowane przez wyższe harmoniczne prądu p.p. Środkami zapobiegającymi niedopuszczalnym zmianiom prędkości obrotowej turbozespołów, a zatem i częstotliwości, są: regulacja obciążenia turbozespołów i ewentualne wyłączanie turbozespołów [21].

4.2. Układy przesyłowe p.s. współpracujące równolegle z sieciami p.p.

Właściwości układów przesyłowych p.s. mogą być wykorzystane w systemach elektroenergetycznych p.p., jeżeli za pośrednictwem linii p.s., krótkich lub nawet o długości zerowej, połączy się różne części systemu p.p. Osiąga się dzięki temu następujące korzyści [18]:

— nie powiększając mocy zwarciowych w łączonych sieciach, uzyskuje się większy stopień ich zamknięcia, korzystniejszą konfigurację sieci i większy stopień rezerwowania mocy [22],
— przez regulację w stacjach p.s. otrzymuje się lepszy rozpływ mocy w sieci p.p.,
— regulacja w stacjach p.s. pozwala na zmianę mocy biernych generowanych, na zmianę rozpływu tej mocy w sieciach p.p. oraz na poprawę poziomu napięcia w sieci p.p. przyłączonej do stacji falownikowej [18], [23],
— dzięki szybkiej regulacji mocy przepływającej przez połączenie p.s. można istotnie poprawić stabilność systemu elektroenergetycznego p.p. zarówno w stanach ustalonych jak i przejściowych [23, 24, 25, 26].

Ponieważ dla utrzymania stabilności ważne jest regulowanie mocy czynnej oddawanej lub pobieranej przez jakąś część systemu elektroenergetycznego, tak ażeby tłumić przejściowe oscylacje, można wykorzystać do powiększenia stabilności regulowaną moc dostarczaną do rozważanej części systemu p.p. przez elektrownię połączoną z tą częścią przez linię p.s. [18].

4.3. Wielostacyjne układy p.s. łączące sieci p.p. lub systemy elektroenergetyczne p.p. w celu współpracy asynchronicznej

Chociaż takie wielostacyjne układy p.s. jeszcze nie istnieją, stwierdzono na podstawie badań teoretycznych i modelowych, że można je zrealizować i że miałyby one techniczną przewagę nad połączeniami wykonanymi za pomocą linii p.p., kiedy łączone sieci lub systemy musiałyby pracować synchronicznie [18].

Wielostacyjne układy p.s. pozwalają na niezależne kształtowanie łączonych sieci p.s. lub systemów p.p. oraz na większą ich niezależność podczas współpracy pod względem zmian częstotliwości, rozpływu mocy biernych i wartości mocy zwarciowych. Stanowi to o przewadze tych układów w porównaniu ze schematem, w którym linie p.s. i p.p. pracują w połączeniach równoległych.

4.4. Wykorzystanie istniejących linii p.p. do przesyłania prądu stałego

W rozwijających się systemach elektroenergetycznych potrzebne są linie przesyłowe o coraz większej przepustowości. Buduje się więc linie napowietrzne p.p. o coraz wyższych napięciach oraz linie wielotorowe. Stosowanie takich rozwiązań napotyka na wzrastające trudności ze względu na konieczną oszczędność ziemi oraz ze względu na ochronę środowiska. Wykorzystanie istniejących linii wysokiego napięcia p.p. do przesyłania mocy, za pomocą p.s. pozwala w wielu przypdkach na znaczne powiększenie przepustowości linii [27]. Mało jest bowiem układów przesyłowych p.p., w których przewody liniowe są obciążone aż do ich termicznej wytrzymałości. W wielu liniach wielotorowych p.p. znamionowa moc przesyłowa jest mniejsza niż moc, którą można by było przesłać tymi liniami za pomocą p.s. W szczególności nie jest wykorzystywana obciążalność prądowa przewodów wiązkowych, które w liniach wysokiego napięcia p.p. są dobierane ze względu na koronę, na zakłócenia radiowe oraz ze względu na wytrzymałość mechaniczną. Natomiast przewody te użyte jako bieguny w linii p.s. mogą być obciążone, jeśli potrzeba niezależnie, aż do termicznej wytrzymałości. Izolacja linii p.p. pozwala na przyjęcie napięcia p.s. w stosunku do ziemi, równego szczytowej wartości napięcia fazowego p.p. a nawet większej, jeżeli czynnikiem ograniczającym nie jest duże zabrudzenie powietrza.

Dodatkową korzyść daje p.s. przez możliwość użycia ziemi jako jednego z przewodów w tych przypadkach, gdy z powodu uszkodzeń pozostaje w pracy nieparzysta liczba przewodów. Przestawianie linii p.p. na pracę jako linii p.s. można uważać za wariant w stosunku do opisanej już propozycji wykorzystywania linii do równoczesnego przesyłania p.p. i p.s. (patrz 3.10).

Takie same rozważania mogą być przeprowadzone w odniesieniu do linii kablowych, ziemnych i podmorskich. W praktyce wykorzystano już takie możliwości przy zasilaniu wyspy Vancouver [28]. W odniesieniu do kabli lądowych problem możliwie dużego ich obciążenia staje się stale ważniejszy w miarę wzrostu miast.

Z trzech przewodów jednotorowej linii trójfazowej można użyć dwóch przewodów jako biegunów plus i minus linii p.s. traktując trzeci przewód jako rezerwowy. Można także ten trzeci przewód wykorzystać jako przewód zerowy w trójprzewodowej linii p.s. lub też połączyć go równolegle z jednym z pozostałych przewodów w celu zmniejszenia oporu linii p.s.

Wiele kombinacji daje się tworzyć w przypadku wielotorowej linii p.p. Np. z sześciu przewodów (faz) dwutorowej linii p.p. można utworzyć jeden, dwa lub trzy dwubiegunowe niezależne obwody p.s.

W każdym z tych przypadków można jeszcze liczyć na dodatkowy przewód jakim w układach p.s. jest ziemia. Jej wykorzystanie w sytuacjach awaryjnych daje istotną przewagę linii p.s. nad linią p.p.

O korzyściach uzyskanych z przestawienia linii p.p. na pracę jako linii p.s. można wnioskować z wartości „teoretycznego wskaźnika polepszenia" [28], który jest stosunkiem największej przepustowości linii p.s. do największej przepustowości linii p.p. w założeniu, że prąd w fazie lub biegunie jest równy termicznej prądowej obciążalności przewodu a napięcie bieguna p.s. w stosunku do ziemi jest równe szczytowej wartości napięcia fazowego p.p. Biorąc pod uwagę możliwość wykorzystania ziemi w przypadku uszkodzenia przewodu i braku bieguna rezerwowego, otrzymuje się następujące wartości „teoretycznego wskaźnika polepszenia" [28]:

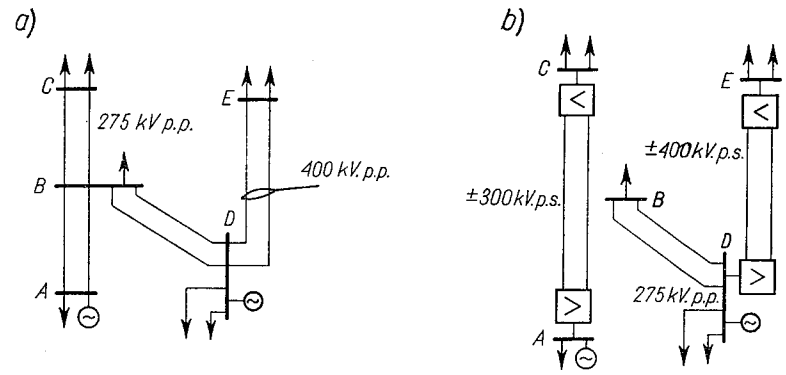
liczba torów p.p.	1	2	3
wszystkie przewody dobre	0,94	1,4	1,3
jeden przewód uszkodzony		2,4	1,9

Wskaźniki te są obliczone w sposób faworyzujący linie p.p., ponieważ w rzeczywistości obciążenia tych linii są mniejsze niż obciążenia wynikające z termicznej wytrzymałości przewodów. Rozważania nad konkretnymi przypadkami wykazują, że „wskaźnik polepszenia" może być znacznie większy niż podano wyżej. Wykazuje to następujący przykład [28].

Dwa duże systemy elektroenergetyczne są połączone liniami o średniej długości ok. 200 km (rys. 40) w celu wzajemnego wykorzystania rezerw mocy w elektrowniach i zoptymalizowaniu całkowitej wytwórczości energii. Istniejące linie p.p. pracujące na napięciu 275 kV mają za małą przepustowość ażeby przenieść wzrastającą moc elektrowni. Budowa dodatkowych linii p.p. nie jest możliwa ze względu na ochronę terenów, przez które przebiegają te linie. Powiększenie przepustowości istniejących linii p.p. jest możliwe, gdy się je wykorzysta jako linie p.s.

Biorąc pod uwagę wytrzymałość izolacji linii na przepięcia, a więc odstępy przewodów, właściwości izolatorów i drogi wyładowania pełznego, można przyjąć, że linia 275 kV p.p. może pracować jako linia ± 300 kV p.s., zaś linia 400 kV p.p. — jako linia ± 400 kV p.s. (rys. 40b). Przestawienie pracy linii może się odbyć w dwóch etapach: w pierwszym

etapie odcinki linii dwutorowej 275 kV p.p. A—B i B—C proponuje się przekształcić w linię p.s. A—C bez stacji pośredniej, złożoną z trzech obwodów dwuprzewodowych na napięcie ± 300 kV; w drugim etapie, jeżeli będzie potrzebne zwiększenie przesyłanej mocy,



Rys. 40. Przykład wykorzystania istniejących linii p.p. do przesyłu mocy za pomocą p.s. [27]
a — schemat istniejącej sieci p.p., *b* — schemat po wprowadzeniu p.s.

można istniejącą linię dwutorową p.p. na 400 kV wykorzystać jako trzy tory linii dwuprzewodowej p.p. o napięciu ± 400 kV. W wyniku takich zmian łączna przepustowość linii wzrasta z 800 MW p.p. do 4000 MW p.s. „Wskaźnik polepszenia" wynosi w tym przypadku aż 5.

Metoda powiększania przepustowości istniejących linii p.p. przez użycie ich do przesyłu p.s. ma tym większe znaczenie, im większą wagę przywiązuje się do niezawodności pracy linii oraz do ochrony środowiska. Metoda ta może być rozważana w sytuacjach, gdy budowa dodatkowych linii p.p. lub też podniesienie napięcia linii istniejących p.p. są niemożliwe ze względu na ich wpływ na środowisko. Chociaż autorzy omawianych propozycji nie zajmują się problemami gospodarczymi można oczekiwać, że ich realizacja byłaby kosztowna i kłopotliwa ze względu na nieuniknione przerwy w dostawie energii elektrycznej w okresie przebudowy. Nie mniej jest to wariant do rozważania w przypadku, gdy przez istniejące szlaki energetyczne ma być przesyłana większa moc z większą niezawodnością lecz bez dodatkowego oddziaływania na środowisko.

5. ODDZIAŁYWANIE URZĄDZEŃ PRZESYŁOWYCH P.S. NA ŚRODOWISKO

Układy przesyłowe p.s. są przyczyną zmian w środowisku. Po pierwsze zarówno linie jak i stacje końcowe zajmują powierzchnie gruntu i zmieniają krajobraz. Pola elektromagnetyczne wytwarzane wokół linii i stacji p.s. powodują szumy elektryczne i akustyczne oraz bezpośrednio działają na ludzi i zwierzęta. Prądy ziemne powodują korozję urządzeń metalowych oraz wprowadzają sygnały zakłócające do kablowych linii obwodów sygnalizacyjnych p.s.

Ponieważ podobne jest oddziaływanie na środowisko układów przesyłowych p.p., ważne jest porównanie stopnia oddziaływań układów p.s. oraz p.p.

Linie p.s., przy takiej samej przepustowości, zajmują mniejszą szerokość pasa gruntu

niż linie p.p. a także mniejszą poprzeczną powierzchnię umyślonego tunelu, którym biegną. Linie p.s. powodują więc mniejsze straty terenu i w mniejszy sposób zmieniają krajobraz. Natomiast stacje przekształtnikowe p.p. wymagają większego terenu aniżeli stacje transformatorowe w układach p.p. W sumie układy przesyłowe p.s. powodują znacznie mniejsze straty gruntów i w mniejszym stopniu wpływają na krajobraz niż układy p.p.

Natężenia szumu akustycznego i szumu elektrycznego pochodzące od linii przesyłowych są zależne przede wszystkim od natężenia pola elektrycznego na powierzchni przewodów. Przy takich samych natężeniach pól elektrycznych na powierzchni przewodów linii dwuprzewodowej p.s. oraz jednotorowej trójfazowej linii p.p. poziomy zakłóceń akustycznych i elektrycznych (radiowych) są dla obydwu rodzajów linii praktycznie jednakowe. Różnica występuje natomiast podczas deszczu: gdy szumy akustyczne i elektryczne pochodzące od linii p.p. wzrastają, to szumy te pochodzące od linii p.s. maleją [29]. Poziom zakłóceń wywołanych przez przewody biegunowości ujemnej w liniach p.s. jest prawie dwukrotnie mniejszy od poziomu zakłóceń od przewodów dodatnich. Wartości napięć zakłócających indukowanych w liniach telekomunikacyjnych są zależne od natężeń prądów wyższych harmonicznych w linii elektroenergetycznej, stąd w przypadku niedostatecznego odfiltrowania tych harmonicznych w stacjach przekształtnikowych zakłócenia w sieciach telekomunikacyjnych od linii p.s. mogą być większe niż od linii p.p.

Stacje przekształtnikowe a w nich głównie same przekształtniki są źródłem zakłóceniowych fal elektromagnetycznych, wytwarzanych podczas procesu komutacyjnego. Dla ochrony przed rozprzestrzenianiem się tych fal stosowane jest ekranowanie hal, w których znajdują się przekształtniki.

Jak wykazały dotychczasowe badania zagrożenie dla ludzi i zwierząt ze strony linii p.s. jest znacznie mniejsze niż przez linię p.p.

Wpływ pola linii elektroenergetycznych na ludzi zależy od wartości natężenia pola elektrycznego oraz od długości czasu przebywania w tym polu. Dopuszczalne, nieszkodliwe, natężenie pola elektrycznego zależy oczywiście od stanu organizmu człowieka (zdrowie, wiek). Należy także stosować inne normy dla personelu obsługującego urządzenia elektryczne a inne dla ludzi postronnych, którzy mogą przypadkowo znaleźć się pod działaniem pola elektrycznego. Personel ruchowy podlega mianowicie okresowym badaniom lekarskim i zakładając, że stan zdrowia jego jest dobry, można — przyjmując większą odporność na działanie pola elektrycznego — dopuścić większe natężenie tego pola niż w stosunku do osób postronnych o nieznanym stanie organizmu.

Norma radziecka [30] dopuszcza następujące maksymalne natężenia pola elektrycznego dla personelu ruchowego bez ograniczania czasu działania pola:

5÷10 kV/m dla pola od prądu przemiennego,

50 kV/m dla pola od prądu stałego.

Jeżeli natężenie pola elektrycznego przekracza podane wyżej wartości, należy ograniczać czas przebywania personelu w tym polu, ażeby uniknąć szkodliwych skutków dla zdrowia:

do 3 godzin, gdy natężenie pola elektrycznego p.p. osiąga 10 kV/m,

do 90 minut, gdy osiąga 15 kV/m,

do 10 minut, gdy osiąga 20 kV/m,

do 5 minut, gdy osiąga 25 kV/m.

W podstacjach elektroenergetycznych p.p. poczynając od napięcia 500 kV wzwyż natężenie pola elektrycznego przekracza wartości dopuszczalne przy długotrwałej pracy (5 kV/m). Pod liniami napowietrznymi p.p. natężenie pola elektrycznego, na wysokości 1,8 m nad ziemią, jest większe od 5 kV/m w obszarze do 12 m dla napięcia 500 kV i do 20 m dla napięcia 750 kV, licząc od pionowej płaszczyzny przeprowadzonej przez przewód skrajny [31].

Pod liniami napowietrznymi p.s. na napięcia do ± 1000 kV, na wysokości 1,8 m nad ziemią natężenie pola elektrycznego nawet bezpośrednio pod przewodami jest znacznie mniejsze od dopuszczalnego (50 kV/m) [31].

Z przytoczonych wyżej danych wynika, że urządzenia p.s. stanowią dużo mniejsze zagrożenie dla ludzi niż urządzenia p.p.

Należy przypomnieć, że opisane wyżej normy dopuszczalnego natężenia pola elektrycznego odnoszą się do personelu fachowego obsługującego urządzenia elektryczne. W stosunku do innych ludzi wymagania normy muszą być ostrzejsze i to w takim stopniu, że uzyskanie odpowiednio małego natężenia pola elektrycznego pod liniami p.p. począwszy od 500 kV będzie wymagało stosowania specjalnych środków ochronnych, jak przewody lub siatki ekranujące podwieszone pod przewodami roboczymi w miejscach skrzyżowań linii z drogami. Rolnicy pracujący pod takimi liniami lub w ich pobliżu będą musieli być pouczeni o istniejącym zagrożeniu, a maszyny rolnicze i pojazdy — dostosowane do poruszania się w polu elektrycznym.

Te często trudne do zrealizowania środki ochrony przed oddziaływaniem linii elektroenergetycznych wysokiego napięcia p.p. nie będą potrzebne w przypadku zastosowania linii p.s. Jest to jedna z poważnych zalet prądu stałego i jeden z istotnych argumentów przemawiających za jego stosowaniem. Argument ten z biegiem czasu będzie miał coraz większą wagę.

Wykorzystanie ziemi w układach przesyłowych p.s. jako jednego z przewodów pociągające za sobą przepływ w ziemi prądu stałego wywołuje niepożądane następstwa, których natężenie jest zależne od gęstości p.s. w ziemi. Następstwa te to korozja metalowych przedmiotów znajdujących się w ziemi a także zakłócenia w pracy urządzeń sygnalizacyjnych na prąd stały, w których sygnały są przesyłane kablami ziemnymi.

Można skutecznie przeciwdziałać wymienionym wyżej niepożądanym następstwom przepływu prądu ziemnego lokalizując elektrody uziemiające z dala od podstacji przekształtnikowych (ok. 10 km) oraz od skupisk urządzeń metalowych umieszczonych w ziemi. Przedmioty metalowe można także zabezpieczyć przed korozją stosując „ochronę katodową" [32]. W celu zapobieżenia fałszywemu działaniu urządzeń sygnalizacyjnych pracujących na prądzie stałym, można zmienić zasadę pracy tych urządzeń. W większej odległości od elektrody uziemiającej (ponad 100 km) gęstość dodatkowego prądu stałego w ziemi spowodowanego przez układ przesyłowy p.s. o całkowitm prądzie w ziemi 1,8 kA jest tak mała, że obecność tego prądu może być całkowicie pominięta [7].

Należy jeszcze wspomnieć o wpływie pola magnetycznego wytworzonego przez jednożyłowy kabel p.s. podmorski lub ziemny albo przez jednoprzewodową linię napowietrzną p.s. Pole to zmienia przebieg linii ziemskiego pola magnetycznego powodując błędne wskazania igły magnetycznej kompasu. Fałszujące działanie dodatkowego pola magnetycznego jest największe, gdy kierunek przebiegu linii jest południkowy. Ażeby uniknąć

błędnych wskazań kompasów (maks. ok. 7°) połączenie Francji z Anglią przez Kanał La Manche wykonano za pomocą dwu kabli podmorskich jednożyłowych ułożonych w odległości wzajemnej 3 m.

6. PORÓWNANIE KOSZTÓW GŁÓWNYCH ELEMENTÓW UKŁADÓW P.S. I P.P.

Pogląd o stosunku kosztów elementów układów przesyłowych p.s. do kosztów elementów układów p.p. mogą dać zestawienia zaczerpnięte z literatury:

W obliczeniach gospodarczych związanych z wyborem wariantu linii przesyłowej o długości 2240 km dla przeniesienia mocy 5 GW lub 10 GW z arktyki kanadyjskiej do obszarów południowych porównano linie p.s. z dwoma rozwiązaniami linii p.p., mianowicie: z linią konwencjonalną skompensowaną za pomocą kondensatorów szeregowych oraz z linią nastrojoną na pół fali. Koszty określone w roku 1973 były następujące [33]:

Rodzaj linii	Napięcie w kV	Koszt linii dol./MW km	Koszt przekształtników kompensacji lub strojenia dol./kW lub kVA*)
Linia p.s.	±500	20	60
	±750	12,5	70
Linia p.p.			
kompenso-	1000	37,4	12
wana	1500	25,0	15
Linia p.p.	1000	37,4	15
półfalowa	1500	25,0	20

*) dla obydwu krańców linii

Jak widać z zestawienia, koszty jednostkowe linii p.s. są znacznie niższe niż koszty linii p.p., natomiast przekształtniki kosztują 4 do 5 razy tyle co urządzenia do kompensacji lub strojenia linii p.p.

Kosztorys projektowy układu p.s. Square Butte na 500 MW, ±250 kV z roku 1973 zawiera następujące pozycje [34]:

elektrownia 500 MW	300 dol/kW,
stacja przekształtnikowa	45 dol/kW,
linia p.s. dwuprzewodowa	34 dol/MW km.

Według nowych koncepcji firmy Westinghouse podstacja przekształtnikowa na moc 1000 MW (napięcia nie podano) okapturzona z izolacją gazową z SF_6 będzie kosztowała ok. 35 dol/kW [35].

Koszty stacji przekształtnikowych podawane w literaturze nie obejmują takiego samego wyposażenia: raz są w nich zawarte także urządzenia p.p. a innym razem tylko urządzenia p.s., nawet bez transformatorów przekształtnikowych. Niestety brak równocześnie wyraźnego określenia wyposażenia, którego dotyczy dany kosztorys.

Można oszacować obecny koszt stacji przekształtnikowej o mocy 500 MW i napięciu

$\pm$250 kV łącznie z transformatorami przekształtnikowymi lecz bez rozdzielni p.p. na 30 dol/MW.

W ciągu 20 lat od wprowadzenia do praktyki układów przesyłowych p.s. jednostkowy koszt stacji przekształtnikowych wzrósł o ok. 20% co zostało spowodowane głównie wprowadzeniem zaworów tyrystorowych zamiast rtęciowych. Wyrażany jest pogląd, że obecna wysokość tego kosztu utrzyma się przez dłuższy czas, ponieważ obniżanie jego spowodowane postępami technologicznymi będzie skompensowane przez tendencje inflacyjne.

7. DALSZY ROZWÓJ TEORII I ZASTOSOWAŃ UKŁADÓW P.S.

Układy przesyłowe prądu stałego są w systemach elektroenergetycznych prądu przemiennego urządzeniami pod względem technicznym bardziej wyrafinowanymi. Są one wytworem wyższego poziomu techniki. Można je porównać z automatyzacją sterowania pracy elektrowni i sieci elektroenergetycznych. Mianowicie im większe stawia się wymagania systemom elektroenergetycznym pod względem niezawodności, wpływu na środowisko i gospodarności, tym szerzej muszą być stosowane rozwiązania, które lepiej odpowiadają nowym zadaniom od rozwiązań dotychczas stosowanych. Na tej właśnie zasadzie prąd stały jest stosowany w coraz to nowych instalacjach i chociaż ilościowy rozwój systemów elektroenergetycznych p.p. znacznie przewyższa ilościowy rozwój układów p.s., to porównanie jakościowego postępu wypada napewno na korzyść układów p.s. W komitetach CIGRE istnieje obecnie przekonanie, że w planach rozwojowych systemów elektroenergetycznych p.p. układanych na dalsze dziesięciolecia należy rozważyć przydatność układów p.s. jako części systemów p.p.

Główną przeszkodą w szerszym stosowaniu układów p.s. jest obecnie wysoka cena zaworów i urządzeń towarzyszących jak również konieczność ich zakupu w jednym z trzech krajów, które urządzenia takie obecnie produkują. Jednakże oczekiwane korzyści ze stosowania prądu stałego są tak znaczne, iż proponuje się branie pod uwagę możliwości wykorzystania właściwości instalacji p.s. nie tylko w krajach uprzemysłowionych ale i w rozwijających się [36]. Uważa się, że przemysł krajów rozwijających się byłby w stanie dostarczyć od 30 do 50% wyposażenia stacji przekształtnikowych, a więc transformatory, dławiki wygładzające, kondensatory i dławiki do filtrów, aparaturę rozdzielczą i urządzenia pomocnicze.

Szybki postęp w technice prądu stałego będzie rozszerzał zakres jego stosowania. Nowe perspektywy otwierają się dzięki:

— ulepszeniom zaworów tyrystorowych,
— wprowadzaniu wyłączników p.s.,
— wykorzystaniu możliwości tworzenia wielostacyjnych rozgałęzionych sieci p.s.

Dzięki tym osiągnięciom można rozważać celowość zastosowania p.s. w szeregu dodatkowych przypadków w stosunku do już znanych, a mianowicie [36]:

1) zbieranie mocy z pewnej liczby elektrowni za pomocą sieci p.s. i dostarczanie jej do ośrodków zapotrzebowania przez małe stacje przekształtnikowe w celu wzmocnienia sieci p.p. o niższych napięciach, np. 30 kV lub 15 kV,
2) zastosowanie mieszanych układów p.p. i p.s. w celu wzmocnienia sieci na obszarach o dużej gęstości odbiorów.

Zastosowanie prądu stałego w tych przypadkach daje następujące korzyści w porównaniu z użyciem p.p.: współpraca asynchroniczna elektrowni połączonych ze wspólną siecią p.p. jest łatwiejsza; całkowite straty w układzie zasilającym są mniejsze; przyłączenie nowych elektrowni nie nastręcza problemów związanych ze stabilnością; istnieje swoboda w dołączaniu elektrowni o różnej wielkości i różnych rodzajów (cieplne, wodne); łatwiej uzyskuje się ekonomiczny rozdział obciążeń między elektrownie; mniejsze jest prawdopodobieństwo rozprzestrzeniania się zakłóceń niż w przypadku współpracy synchronicznej.

W sieciach o dużej gęstości odbiorów zasilanie ich przez układ mieszany p.p./p.s. jest tańsze, poziom mocy zwarciowych jest niższy a całkowite straty w sieci są mniejsze. „Planowane zastosowanie układów p.s. w krajach rozwijających się może przyczynić się do szybszego i bardziej ekonomicznego rozwoju ich systemów elektroenergetycznych" [36].

Przyjmując, że technika prądu stałego będzie w systemach elektroenergetycznych stosowana w coraz szerszym zakresie, należałoby rozszerzać i pogłębiać badania nad teorią i zastosowaniem układów p.s. a także nad teorią i zastosowaniem urządzeń i aparatów wchodzących w skład tych układów.

Jedna z Grup Roboczych CIGRE wylicza następujące tematy dalszych prac obejmujące zarówno techniczne jak i ekonomiczne problemy związane z układami p.s. [4]: ulepszenie i potanienie zaworów tyrystorowych, udoskonalenie regulacji zaworów, optymalizację metod regulowania w połączeniach p.s. włączonych w systemy p.p. z równoczesnym głębszym poznaniem odpowiedzi w stanach przejściowych kombinowanych układów p.p./p.s., powiększenie niezawodności urządzeń i aparatów w stacjach przekształtnikowych, dalsze badania nad własnościami izolacyjnymi materiałów i układów, dalsze badania nad działaniem prądów ziemnych, w szczególności na podziemne urządzenia metalowe.

Ponieważ w izolacji kabla p.s. rozkład napięcia zależy od konduktywności materiału izolacyjnego a ta zmienia się wraz z temperaturą, należy poszukiwać izolacji, w której konduktywność jest całkowicie lub tylko w małym stopniu zależna od temperatury.

Potrzebne są dalsze badania nad współpracą między wyłącznikami p.s. oraz zaworami w stacjach przekształtnikowych. Użycie wyłączników p.s. o dużej zdolności wyłączalnej, ograniczających prąd w sieciach zamkniętych p.s., będzie wymagało niezawodnej metody lokalizacji zwarcia, wyboru i wyłączania właściwych wyłączników. Prąd zwarciowy powinien być przerwany wcześniej, zanim zostanie pobudzone urządzenie sterowania prądu w stacjach. Dotychczas nie opisano w literaturze metod pozwalających na wypełnienie takich warunków [16].

W stacjach przekształtnikowych, w których przewidywane są zmiany częstotliwości p.p., pogarszają się warunki pracy filtrów p.p. Należałoby zbadać wpływ zmiany częstotliwości na pracę filtrów p.p., określić dopuszczalne zmiany częstotliwości ze względu na poszczególne części filtrów lub zaproponować filtry dostosowane do zmieniającej się częstotliwości [21].

W referacie [27] opisano techniczne korzyści możliwe do uzyskania w przypadku wykorzystania istniejących linii p.p. do przesyłu prądu stałego. Rozważania te nie są poparte obliczeniami gospodarczymi i pozostają one do wykonania.

Autor nie znalazł także w literaturze kompleksowego ujęcia problemu regulacji mocy czynnej i biernej, częstotliwości, napięć i prądów w poszczególnych częściach systemu elektroenergetycznego p.p/p.s., a więc w elektrowniach, stacjach p.p., stacjach p.s., liniach p.p. i liniach p.s.

8. ZAKOŃCZENIE

Zadaniem niniejszego artykułu jest przedstawienie ogólnych zasad pracy układów prądu stałego jako elementów łączących systemy elektroenergetyczne prądu przemiennego lub też jako części składowych takiego systemu. Zostały także opisane właściwości układów p.s. oraz przypadki, w których te właściwości mogą być wykorzystane w systemach elektroenergetycznych z korzyściami technicznymi i gospodarczymi.

Autor jest przekonany, że technika prądu stałego będzie coraz szerzej stosowana w systemach elektroenergetycznych i że w polskim systemie elektroenergetycznym, a także w połączonych systemach krajów RWPG powinna być ona wprowadzona już w następnym dziesięcioleciu. Zdaniem autora, nasze instytucje naukowe, biura projektowe, instytuty przemysłowe i sam przemysł powinny rozważyć, czy nie nadszedł właściwy czas ażeby zająć się układami p.s. oraz ich składowymi urządzeniami i aparatami oraz rozpocząć przygotowania do projektowania i budowy tych urządzeń i aparatów zarówno dla potrzeb krajowych jak i na eksport.

LITERATURA

1. F. J. Lane, *High Voltage Direct Current Transmission*, „Electra" — Special Issue, 1972.
2. B. Skoglund, R. A. Naatz, J. L. Whysong, *Comparison of high-capacity AC and DC underground transmission for Commonwealth Edison Company — preliminary study*, „Proc. Amer. Power Conf. Vol. 36", Chicago, III, 1974, 974—980.
3. K. W. Kanngieser, *HGÜ Anlagen und ihre Projektierung*, ETZ-B, 1970, H. 6, 115—119.
4. W. Casson, *A Technical and Economic Comparison Between A. C. and D. C. Transmission*, CIGRE, 1968 Session, Pap. 42/43—01.
5. W. A. Wenikow, *Elektriczeskie sistemy*, T. III, Wysszaja Szkoła, 1972.
6. J. D. Ainsworth, E. Friedlender, K. J. Ralls, *Recent Developments Toward Long Distance A. C. Transmission Using Saturated Reactors*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
7. E. W. Kimbark, *Direct Current Transmission*, Vol. I, Wiley, 1971.
8. J. Luciński, *Układy tyrystorowe*, WNT, 1972.
9. F. C. Beriger, J. Hengsberger, G. W. Juette, *Cabora Bassa HVDC Transmission Oil Coold Outdoor Thyristor Valves*, IEEE Trans. Power Appar. and Syst., 1975, Nr 3, 1061—1069.
10. *The Development of HVDC Technology at ASEA*, ASEA—Journal, 1975, Nr 3.
11. K. Przanowski, *Przesył energii elektrycznej liniami o napięciu wyższym od 420 kV*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1972, z. 2, ss. 247—284.
12. *Energy Project News*, Energy International, 1975, Nr 7.
13. W. Pucher, *Fundamentals of HVDC Interruption*, „Electra", 1968, Nr 5.
14. H. Meyer i inni, *HVDC Switching Devices and Arrangements*, „Electra", 1971, Nr 18.
15. *CIGRE, raport nr 14-06*, Paryż 1974.
16. G. Gatenacci, *Application of HVDC Circuit-Breakers*, Electra, Nr 31, 1973.
17. J. Arillaga, *Asynchronous Interconnection of Several Independent Power Systems*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
18. R. Bartenstein, E. Rumpf, *Solution of Problems on Interconnected AC Systems by Means of HVDC Transmission Systems*, „Electra", 1972, Nr 20.
19. T. E. Calverley, C. H. Ottavay and D.H.A. Tufnell, *Conspect of a Unit Generator Convertor Transmission System*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.