

20. P. C. S. Krishnaya, *Stresses on Generators and Transformers of Block and Double-Block Connections Proposed for HVDC Power Station Infeed*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
21. W. Becker and W. Hochstetter, *HVDC Transmission System Connected to an Isolated Hydro Power Station*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
22. J. Arillaga, A. Brameller, J. Campos-Barros and K. P. Wong, *Fault Level Comparisons in AC and AC/DC Transmission Systems*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
23. H. Kirkman and C. C. Mosher, *Control of Real and Reactive Power to HVDC System to Stabilize AC System*, Part I and II, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
24. W. Casson and F. J. Lane, *Interconnection of Electricity Supply Systems by Means of Combined AC/DC Circuits*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
25. N. G. Hingorani, N. Sato and J. J. Withayathil, *Use of Fast Power Control on Pacific Northwest-Southwest DC Intertie Operating in Parallel with Two A-C Interties*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
26. J. Käuferle, E. Rumpf, *The Influence of HVDC Transmission Systems and Their Control on the Stability of Associated AC Networks*, CIGRE, 1970 Session, Rap. 32-15.
27. K. M. Jones and M. W. Kennedy, *Existing A.C. Transmission Facilities Converted for Use with DC Transmission*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
28. G. M. Dunn and L. A. Bergstron, *Vancouver Island DC Transmission*, ASEA Journal, 1969, Nr 2-3.
29. Konf. CIGRE, Paryż 1972, raport 36-02.
30. *Normy i prawa po ochranie truda pri rabotach na podstancijach i wozdusznyh liniach elektropere-daczi naprjażeniem 400, 500 i 750 kV peremennowo toka promyslennoj czastoty*, No 868-70, SCNTI. Energonot ORGRES, 1972.
31. Ju. A. Morozow, *Zaszczita ljudiej od wozdiejstwija elektriczeskowo polja sosdawajemowo WL swierchwyssokowo naprjażenija*, Promyslennaja energetika, 1974, No 9.
32. S. S. Rokotjan, *Elektropere-daczi postojannowo toka*, (CIGRE 1960), Energetika za rubieżom, 1962.
33. W. Janischewskyj, S. D. T. Robertson, *Economic Comparison of Conventional, Tuned AC and HVDC Lines for Transmission of Energy from the Canadian Arctic*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.
34. Electrical World, 1973, No 180.2.
35. R. L. Schmid, H. E. Spindle, F. S. Heeley, *New Concepts in DC Substation Design* Proc. Amer. Power Conf., Vol 36, Chicago III, 1974, 1025—1030.
36. P. C. S. Krishnaya, *Some Considerations on the Use of HVDC Power Transmission in Developing Countries*, Int. Conf. on High Voltage DC and/or AC Power Transmission, London 1973.

K. PRZANOWSKI

THE IMPORTANCE OF D.C. TRANSMISSION IN A.C. POWER SYSTEMS

Summary

The paper deals with theoretical, technological and economic basis for introducing D.C. transmission in A.C. power systems. The theory of operation, technical solutions and costs of basic equipment involved in D.C. transmission are given. Main connection schemes of converter stations, transmission lines and networks are described. The problem of influence of D.C. devices on broadly conceived environment is discussed. Attention is paid to theoretical and technological problems being studied and to the expected development of D.C. systems in its theoretical aspect and application. The main idea of the paper is to take into account many new possibilities created by the D.C. technology and because of that attention is mostly

paid to the explanation of conditions in which D.C. transmission systems may be applied in A.C. large power systems with technical and economical profits. There are following cases: 1) intermediary link between generators and A.C. network. 2) D.C. transmission cooperating parallel with A.C. transmission lines, 3) D.C. networks put on A.C. networks of one or more power systems, 4) using the existing A.C. lines to the transmission of energy with D.C.

K. PRZANOWSKI

RÔLE DES RÉSEAUX TRANSMETTEURS DU COURANT CONTINU DANS LES SYSTÈMES ÉLECTROÉNERGÉTIQUES

R é s u m é

L'article est une élaboration monographique des principes théoriques, techniques et économiques de l'application des réseaux transmetteurs du courant continu dans les systèmes électroénergétiques du courant alternatif. On a présenté les principes du fonctionnement, les solutions techniques et le coût des éléments principaux des réseaux transmetteurs du courant continu. On a décrit les schémas principaux des couplages des postes convertisseurs statiques ainsi que des lignes et du réseaux du courant continu. On a expliqué l'influence des dispositifs du courant continu sur l'entourage, au sens le plus large de ce mot. On a mis en évidence les problèmes théoriques et techniques, rencontrés au cours des essais, et le développement prévu de la théorie et de l'application des systèmes du courant continu.

L'idée maîtresse de l'article est d'insister sur les nouvelles possibilités créées par la technique du courant continu et c'est pourquoi on a attaché le plus d'importance à expliquer les circonstances dans lesquelles, pour des raisons techniques et économiques, il serait avantageux d'utiliser des réseaux transmetteurs du courant continu dans les systèmes électroénergétiques du courant alternatif. Ce sont les cas suivants: 1) élément intermédiaire entre les générateurs et le réseau du courant alternatif, 2) systèmes du courant continu collaborant parallèlement avec les lignes du courant alternatif, 3) réseaux du courant continu superposés sur les réseaux du courant alternatif d'un seul ou de plusieurs systèmes électroénergétiques, 4) exploitation des lignes existantes du courant alternatif pour la transmission de la puissance à l'aide du courant continu.

K. PRZANOWSKI

BEDEUTUNG DER HOCHSPANNUNGS-GLEICHSTROM-ÜBERTRAGUNGEN IN WECHSELSTROM-ENERGIESYSTEMEN

Z u s a m m e n f a s s u n g

Der Artikel ist eine monographische Bearbeitung der theoretischen, technischen und ökonomischen Grundlagen für die Anwendung von Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungen in Wechselstrom-Energiesystemen. Angegeben wurden darin Arbeitsprinzipien, technische Lösungen sowie Kosten der Hauptelemente von Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungen. Grundsaltungsschemen von Umformerstationen sowie Leitungen und Netzen für Gleichstrom wurden beschrieben und das Problem des Einflusses von Gleichstromanlagen auf die im weiteren Sinne verstandene Umgebung dargestellt. Hingewiesen wurde auf die in Untersuchung befindlichen theoretischen und technischen Probleme sowie die vermutliche Entwicklung von Theorie und Anwendung der Gleichstromanlagen. Der Leitgedanke des Artikels ist der Hinweis auf die neuen Möglichkeiten, welche die Gleichstromtechnik bildet, und deshalb wird die grösste Aufmerksamkeit der Erläuterung der Umstände gewidmet, unter denen Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungen im Wechselstrom-Energiesystemen mit technischen und ökonomischen Vorteilen angewandt werden können. Das sind folgende Fälle: 1) Zwischenglied zwischen den Generatoren und dem Wechselstromnetz, 2) Gleichstromsysteme, die mit Wechselstromleitungen parallel zusammenarbeiten, 3) Gleichstromnetze, die auf Wechselstromnetze eines oder mehrerer Energiesysteme aufgelegt sind, 4) Ausnutzung der bestehenden Wechselstromleitungen zur Leistungsübertragung mittels Gleichstrom.

К. ПШАНОВСКИ

РОЛЬ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ ПОСТОЯННОГО ТОКА
В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Р е з ю м е

Статья является монографической разработкой теоретических, технических и экономических основ применения промышленных установок постоянного тока в электроэнергетических системах переменного тока. Приводятся в ней принципы работы, технические решения, а также стоимость основных элементов систем передачи постоянного тока. Описаны основные схемы соединений преобразовательных станций, а также линий и сетей постоянного тока. Освещена проблема влияния устройств постоянного тока на широко понимаемую окружающую среду. Обращено внимание на исследуемые в настоящее время теоретические и технические проблемы, а также на ожидаемые пути развития теории и применений систем постоянного тока.

Ведущей мыслью статьи является обращение внимания на новые возможности, предоставляемые техникой постоянного тока и поэтому главное внимание уделено выяснению обстоятельств, при которых, с технической и экономической пользой, могут быть применены системы передачи постоянного тока в электроэнергетических системах переменного тока. К таким принадлежат следующие случаи: 1) промежуточные звено между генераторами и сетью переменного тока; 2) системы постоянного тока работающие параллельно с линиями переменного тока; 3) сети постоянного тока наложенные на сети переменного тока одной или большего числа электроэнергетических систем; 4) использование существующих линий переменного тока для передачи мощности постоянным током.

Automatyczny mostek do pomiaru elementów RLC z wzorcem rezystancji

TERESA ZAJT (GDAŃSK)

Instytut Technologii Elektronicznej Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 4.11.1976

W pracy zaprezentowano automatyczny miernik elementów RLC zawierający jedynie wzorzec rezystancji. Opisano zasadę działania sekcji mostkowej miernika oraz wyprowadzono zależność na wartość napięcia równoważnego e_s w warunkach idealnych. Przeanalizowano wpływ rzeczywistych parametrów poszczególnych bloków tworzących sekcję mostkową na wartość napięcia e_s i zinterpretowano otrzymane wyniki.

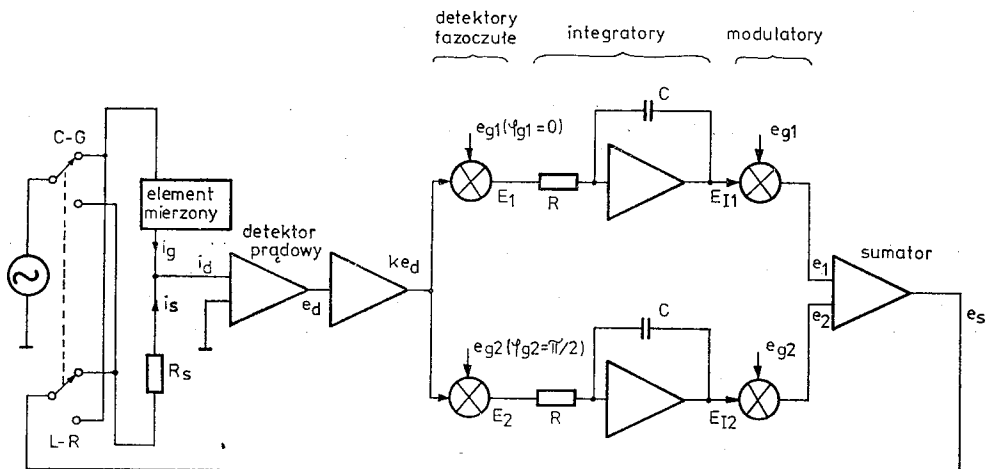
1. WSTĘP

Wśród wielu układów do automatycznego pomiaru elementów RLC na szczególną uwagę zasługuje układ zastosowany w mierniku firmy Hewlett-Packard, model 4271A. Ma on szereg zalet, wyróżniających go z grupy urządzeń tego typu. Przeznaczony jest przede wszystkim do pomiarów małych wartości elementów w obwodach scalonych i cienko-warstwowych obwodach hybrydowych, jak również do pomiarów elementów dyskretnych. Jest on cyfrowym miernikiem automatycznym, charakteryzującym się bardzo małym błędem pomiaru równym 0,1% przy pomiarach pojemności C oraz 0,2% przy pomiarach indukcyjności L , rezystancji R i konduktancji G . Zakresy pomiarowe wynoszą odpowiednio: pojemności od 0,001 pF do 19,000 nF, indukcyjności od 0,1 nH do 1900,0 μ H, rezystancji od 0,001 Ω do 19,000 k Ω oraz konduktancji od 0,01 μ S do 190,00 mS. Miernik ma także możliwość pomiaru współczynnika strat D kondensatorów lub cewek. Wszystkie pomiary odbywają się przy częstotliwości 1 MHz, z dużą szybkością, wynoszącą od 100 ms do 250 ms przy pomiarze składowych $C-G$ i $L-R$ oraz od 160 ms do 400 ms przy pomiarze $C-D$ i $L-D$. Jedną z istotniejszych zalet miernika jest to, że nie wykorzystuje się w nim wzorców pojemności i indukcyjności. Miernik pomyślany jest w ten sposób, że do pomiaru wszystkich wielkości wystarczy wzorzec rezystancji.

2. ZASADA POMIARU SKŁADOWYCH $C-G$ I $L-R$

Metoda pomiarowa, stosowana w mierniku HP 4271 A, oparta jest na połączeniu zmodyfikowanego mostka prądu zmiennego i woltomierza cyfrowego z podwójnym całkowaniem. Można zatem dokonać podziału całego układu pomiarowego na dwie sekcje: sekcję mostkową i sekcję pomiarową. Szczególnie oryginalne jest rozwiązanie sekcji mostkowej, która to sekcja będzie przedmiotem dalszej analizy.

Schemat blokowy sekcji mostkowej miernika przedstawiono na rys. 1. Przy pomiarze składowych C — G przełączniki C — G oraz L — R znajdują się w pozycjach zaznaczonych na tym rysunku. Jeżeli mostek nie jest zrównoważony, wówczas do detektora prądowego dopływa prąd niezrównoważenia i_d , będący różnicą prądów płynących przez mierzoną



Rys. 1. Schemat blokowy sekcji mostkowej automatycznego miernika RLC HP model 4271A

admitancję $Y_x = G_x + j\omega C_x$ oraz rezystor wzorcowy R_s . Przyjmując wykładniczą postać sygnałów e_g oraz e_s

$$e_g = E_g \cos \omega t = \frac{E_g}{2} e^{j\omega t} + \frac{E_g}{2} e^{-j\omega t}, \quad \varphi_g = 0, \quad (1)$$

$$e_s = E_s \cos(\omega t + \varphi_s) = \frac{E_s}{2} e^{j(\omega t + \varphi_s)} + \frac{E_s}{2} e^{-j(\omega t + \varphi_s)}, \quad (2)$$

wartość prądu i_d można wyrazić następującą zależnością

$$i_d = \left[E_g(G_x + j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{j\varphi_s} \right] \cdot \frac{e^{j\omega t}}{2} + \left[E_g(G_x - j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{-j\varphi_s} \right] \cdot \frac{e^{-j\omega t}}{2}. \quad (3)$$

Posługiwanie się wykładniczym zapisem sygnałów e_g oraz e_s jest wygodne ze względu na dalszą analizę.

Na wyjściu detektora prądowego powstaje napięcie niezrównoważenia e_d , które wynosi

$$e_d = R_d \left\{ \left[E_g(G_x + j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{j\varphi_s} \right] \frac{e^{j\omega t}}{2} + \left[E_g(G_x - j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{-j\varphi_s} \right] \frac{e^{-j\omega t}}{2} \right\}, \quad (4)$$

przy czym

$$R_d = \frac{e_d}{i_d}.$$

Napięcie to jest następnie wzmacniane przez wzmacniacz o wzmocnieniu k i poddawane detekcji fazoczułej. Na wyjściach detektorów fazoczułych pojawiają się napięcia stałe E_1 i E_2

$$E_1 = \frac{a}{T} \int_0^T \frac{kR_d}{2} \left\{ \left[E_g(G_x + j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{j\varphi_s} \right] e^{j\omega t} + \left[E_g(G_x - j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{-j\varphi_s} \right] e^{-j\omega t} \right\} \cdot \left(\frac{E_g}{2} e^{j\omega t} + \frac{E_g}{2} e^{-j\omega t} \right) dt, \quad (5)$$

$$E_2 = \frac{a}{T} \int_0^T \frac{kR_d}{2} \left\{ \left[E_g(G_x + j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{j\varphi_s} \right] e^{j\omega t} + \left[E_g(G_x - j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{-j\varphi_s} \right] e^{-j\omega t} \right\} \cdot j \left(\frac{E_g}{2} e^{j\omega t} - \frac{E_g}{2} e^{-j\omega t} \right) dt, \quad (6)$$

przy czym:

a — współczynnik stały, wyrażający sprawność detektorów fazoczułych,

T — okres napięć e_g i e_s .

Napięcie E_1 jest całką z iloczynu sygnałów ke_d i e_{g1} , dla którego $\varphi_{g1} = 0$, natomiast napięcie E_2 jest całką z iloczynu sygnałów ke_d i e_{g2} , dla którego $\varphi_{g2} = \pi/2$. Po wykonaniu tych operacji otrzymujemy:

$$E_1 = \frac{akR_d E_g}{2} \left(G_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} + e^{-j\varphi_s}}{2} \right) = \frac{akR_d E_p}{2} \left(G_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \cos \varphi_s \right), \quad (7)$$

$$E_2 = \frac{akR_d E_g}{2} \left(\omega C_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} - e^{-j\varphi_s}}{2j} \right) = \frac{akR_d E_g}{2} \left(\omega C_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \sin \varphi_s \right). \quad (8)$$

Napięcia te są proporcjonalne do odpowiednich składowych wektora napięcia niezrównoważenia e_d .

Stałe napięcia E_1 i E_2 są następnie całkowane. Na wyjściach integratorów otrzymuje się sygnały E_{I1} oraz E_{I2} określone poniższymi zależnościami:

$$E_{I1} = -\frac{1}{RC} \int \frac{akR_d E_g}{2} \left(G_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} + e^{-j\varphi_s}}{2} \right) d\tau, \quad (9)$$

$$E_{I2} = -\frac{1}{RC} \int \frac{akR_d E_g}{2} \left(\omega C_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} - e^{-j\varphi_s}}{2j} \right) d\tau, \quad (10)$$

przy czym τ — czas pomiaru.

Należy zaznaczyć, że napięcie e_s jest funkcją zmiennej τ .

Napięcia wyjściowe integratorów modulują sygnały odniesienia e_g , przesunięte względem siebie o kąt $\pi/2$. W wyniku tego powstają dwa sygnały e_1 i e_2 przyporządkowane odpowiednim składowym wektora napięcia niezrównoważenia e_d . Oba sygnały e_1 i e_2 mają częstotliwości równe częstotliwości sygnału odniesienia e_g . Napięcia e_1 i e_2 można wyrazić następującymi zależnościami:

$$e_1 = -\frac{b}{RC} \int \frac{akR_d E_g}{2} \left(G_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} + e^{-j\varphi_s}}{2} \right) d\tau \left(\frac{E_g}{2} e^{j\omega t} + \frac{E_g}{2} e^{-j\omega t} \right), \quad (11)$$

$$e_2 = -\frac{b}{RC} \int \frac{akR_d E_g}{2} \left(\omega C_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} - e^{-j\varphi_s}}{2j} \right) d\tau \cdot j \left(\frac{E_g}{2} e^{j\omega t} - \frac{E_g}{2} e^{-j\omega t} \right), \quad (12)$$

przy czym b — współczynnik stały, wyrażający sprawność modulatorów.

Następną operacją wykonywaną przez układ pomiarowy jest sumowanie napięć e_1 i e_2 , w wyniku czego otrzymuje się napięcie e_s

$$e_s = e_1 + e_2 = -\frac{abkR_d E_g^2}{2RC} \int \left[(G_x + j\omega C_x) \frac{E_g}{2} e^{j\omega t} + (G_x - j\omega C_x) \frac{E_g}{2} e^{-j\omega t} + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\omega t + \varphi_s)} + e^{-j(\omega t + \varphi_s)}}{2} \right] d\tau, \quad (13)$$

co można zapisać także w postaci

$$e_s = -\frac{abkR_d E_g^2}{2RC} \int \left[\operatorname{Re}(Y_x E_g e^{j\omega t}) + \frac{e_s}{R_s} \right] d\tau. \quad (14)$$

W celu wyznaczenia napięcia e_s z wyrażenia (14) należy obie strony tego wyrażenia różniczkować względem zmiennej τ . Otrzymane wyrażenie będzie miało wówczas postać

$$e_s' + \frac{abkR_d E_g^2}{2RC} \frac{1}{R_s} e_s = -\frac{abkR_d E_g^2}{2RC} \operatorname{Re}(Y_x E_g e^{j\omega t}). \quad (15)$$

Jest to równanie różniczkowe niejednorodne pierwszego rzędu. Równanie to ma rozwiązanie o postaci

$$e_s = -R_s \cdot \operatorname{Re}(Y_x E_g e^{j\omega t}) \left[1 - \exp \left(-\frac{abkR_d E_g^2}{2RC} \cdot \frac{\tau}{R_s} \right) \right], \quad (16)$$

lub zapisane inaczej

$$e_s = -R_s [G_x E_g \cos \omega t + \omega C_x E_g \cos(\omega t + \pi/2)] \left[1 - \exp \left(-\frac{A}{R_s} \tau \right) \right], \quad (17)$$

przy czym

$$A = \frac{abkR_d E_g^2}{2RC}.$$

Tak zmieniające się napięcie e_s podawane jest na wzorcowy rezystor R_s , powodując zmniejszanie się prądu niezrównoważenia i_d . Po dostatecznie długim czasie τ prąd i_d osiąga wartość zero, a napięcie e_s jest wówczas

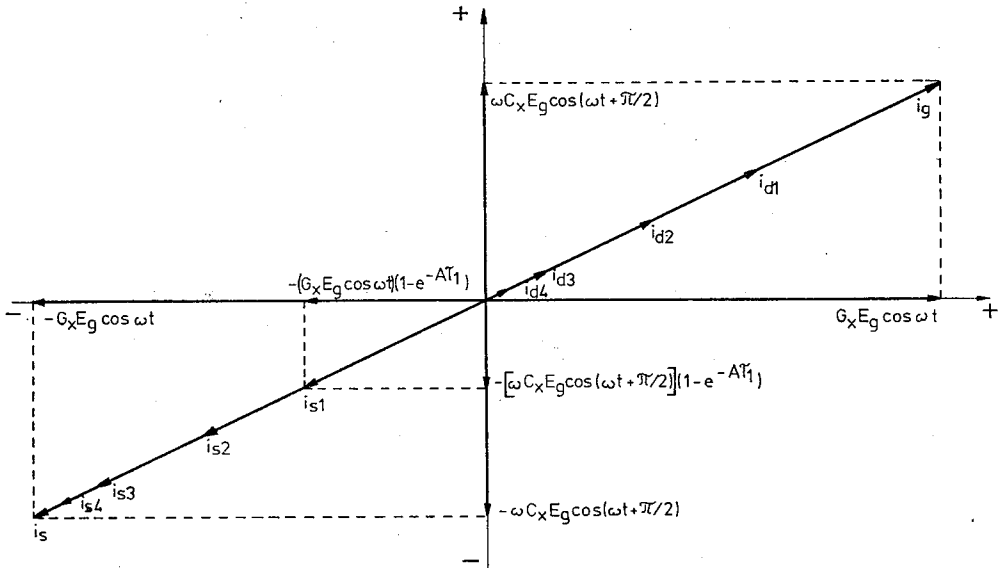
$$e_s = -R_s [G_x E_g \cos \omega t + \omega C_x E_g \cos(\omega t + \pi/2)]. \quad (18)$$

Należy zauważyć, że w stanie ustalonym w sygnale e_s zawarte są w sposób jednoznaczny informacje dotyczące obu składowych mierzonej admitancji Y_x . Zadaniem sekcji pomiarowej jest teraz przetworzenie informacji zawartych w sygnale e_s na wynik pomiaru w postaci cyfrowej, podający bezpośrednio wielkości mierzone G_x oraz C_x .

W analogiczny sposób przebiega pomiar składowych L — R . Różnica polega jedynie na tym, że napięcie z generatora e_g doprowadzane jest teraz do rezystora wzorcowego R_s , natomiast napięcie e_s do impedancji mierzonej $Z_x = R_x + j\omega L_x$. W stanie ustalonym napięcie e_s ma postać

$$e_s = -\frac{1}{R_s} [R_x E_g \cos \omega t + \omega L_x E_g \cos(\omega t + \pi/2)]. \quad (19)$$

Proces równoważenia sekcji mostkowej dla składowych $C-G$ przedstawiono na wykresie wektorowym na rys. 2. W rzeczywistości proces równoważenia przebiega w sposób



Rys. 2. Wektorowe przedstawienie procesu równoważenia sekcji mostkowej

ciągły, jednak dla jego ilustracji pokazano wzajemne zależności między prądami i_g , i_s oraz i_d dla kilku dyskretnych wartości czasu pomiaru τ .

3. ANALIZA PRACY SEKCJI MOSTKOWEJ W WARUNKACH RZECZYWISTYCH

Zależności (16) lub (17) wyprowadzono przy założeniu idealnej pracy wszystkich bloków tworzących sekcję mostkową miernika (rys. 1). W praktycznej realizacji jednak każdy z bloków ma pewne niedoskonałości. W niniejszym rozdziale rozpatrzone będzie wpływ pewnych charakterystycznych cech poszczególnych bloków układu na wartość napięcia e_s , a tym samym na dokładność pomiaru.

3.1. Detektor prądowy

W praktycznie realizowanych detektorach prądowych należy liczyć się z istnieniem rezystancji wejściowej R_w detektora, różnej od zera, oraz z wejściowym prądem polaryzującym I_B i wejściowym napięciem niezrównoważenia U_{os} użytego wzmacniacza operacyjnego. Uwzględniając te wszystkie czynniki, napięcie wyjściowe z detektora prądowego

można zapisać jako

$$e_d = (R_d - R_w) \left\{ \left[E_g(G_x + j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{j\varphi_s} \right] \frac{e^{j\omega t}}{2} + \left[E_g(G_x - j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{-j\varphi_s} \right] \frac{e^{-j\omega t}}{2} + I_B \right\} \pm U_{os}.$$

Po wzmocnieniu i detekcji fazoczułej otrzymuje się w tym przypadku

$$E_1 = \frac{ak(R_d - R_w)E_g}{2} \left(G_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} + e^{-j\varphi_s}}{2} \right),$$

$$E_2 = \frac{ak(R_d - R_w)E_g}{2} \left(\omega C_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} - e^{-j\varphi_s}}{2j} \right).$$

Znikają zatem w wyniku wymnożenia przez sygnały odniesienia oraz po scałkowaniu względem zmiennej t (patrz (5) i (6)) wyrażenia zawierające wielkości I_B oraz U_{os} .

Postępując analogicznie jak w punkcie 2 dochodzi się do wyrażenia na e_s , które w tym przypadku wyraża zależność (20)

$$e_s = -R_s \operatorname{Re}(Y_x E_g e^{j\omega t}) \left[1 - \exp\left(-\frac{abk(R_d - R_w)E_g^2}{2RC} \frac{\tau}{R_s}\right) \right]. \quad (20)$$

Otrzymane wyrażenie wskazuje na to, że w stanie ustalonym, po uwzględnieniu rzeczywistych warunków pracy detektora prądowego, wynik pomiaru jest identyczny jak w warunkach idealnych. Jedynie w procesie równoważenia układu zaznacza się nieznaczny ($R_d \gg R_w$) wpływ rezystancji wejściowej R_w detektora prądowego.

3.2. Wzmacniacz

W umieszczonym po detektorze prądowym rzeczywistym układzie wzmacniacza istotną sprawą jest możliwość wprowadzenia przez ten wzmacniacz dodatkowego przesunięcia fazowego $\pm\gamma$. Po uwzględnieniu tego przesunięcia, sygnał wyjściowy wzmacniacza przyjmuje postać

$$ke_d = kR_d \left\{ \left[E_g(G_x + j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{j\varphi_s} \right] \frac{e^{j(\omega t \pm \gamma)}}{2} + \left[E_g(G_x - j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{-j\varphi_s} \right] \frac{e^{-j(\omega t \pm \gamma)}}{2} \right\}.$$

Po detekcji fazoczułej otrzymuje się

$$E_1 = \frac{akR_d E_g}{2} \left(G_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} + e^{\mp j\gamma}}{2} - \omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} - e^{\mp j\gamma}}{2j} + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \pm \gamma)} + e^{-j(\varphi_s \pm \gamma)}}{2} \right),$$

$$E_2 = \frac{akR_d E_g}{2} \left(G_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} - e^{\mp j\gamma}}{2j} + \omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} + e^{\mp j\gamma}}{2} + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \pm \gamma)} - e^{-j(\varphi_s \pm \gamma)}}{2j} \right).$$

Napięcia E_1 i E_2 są następnie całkowane i po tej operacji służą jako sygnały modulujące sygnały odniesienia e_g , przesunięte względem siebie o $\pi/2$. Po modulacji uzyskuje się:

$$e_1 = -\frac{abkR_dE_g}{2RC} \int \left(G_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} + e^{\mp j\gamma}}{2} - \omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} - e^{\mp j\gamma}}{2j} + \right. \\ \left. + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \pm \gamma)} + e^{-j(\varphi_s \pm \gamma)}}{2} \right) d\tau \cdot \left(\frac{E_g}{2} e^{j\omega t} + \frac{E_g}{2} e^{-j\omega t} \right), \\ e_2 = -\frac{abkR_dE_g}{2RC} \int \left(G_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} - e^{\mp j\gamma}}{2j} + \omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} + e^{\mp j\gamma}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \pm \gamma)} - e^{-j(\varphi_s \pm \gamma)}}{2j} \right) d\tau \cdot j \left(\frac{E_g}{2} e^{j\omega t} - \frac{E_g}{2} e^{-j\omega t} \right).$$

Sygnały e_1 oraz e_2 są dalej sumowane

$$e_s = e_1 + e_2 = -\frac{abkR_dE_g^2}{2RC} \int \left[\left(G_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} + e^{\mp j\gamma}}{2} + j\omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} - e^{\mp j\gamma}}{2} + \right. \right. \\ \left. + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \pm \gamma)} + e^{-j(\varphi_s \pm \gamma)}}{2} + G_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} - e^{\mp j\gamma}}{2} + j\omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} + e^{\mp j\gamma}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \pm \gamma)} - e^{-j(\varphi_s \pm \gamma)}}{2} \right) \frac{e^{j\omega t}}{2} + \left(G_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} + e^{\mp j\gamma}}{2} + j\omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} - e^{\mp j\gamma}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \pm \gamma)} + e^{-j(\varphi_s \pm \gamma)}}{2} - G_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} - e^{\mp j\gamma}}{2} - j\omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\gamma} + e^{\mp j\gamma}}{2} - \right. \\ \left. - \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \pm \gamma)} - e^{-j(\varphi_s \pm \gamma)}}{2} \right) \frac{e^{-j\omega t}}{2} \Big] d\tau.$$

Napięcie e_s , zgodnie z zależnością (3), można przedstawić jako sumę dwóch napięć o pulsacjach $j\omega$ oraz $-j\omega$. W wyrażeniu otrzymanym wyżej można również wyodrębnić składniki o pulsacjach $j\omega$ i $-j\omega$. Przyrównując wyrazy o jednakowych pulsacjach dochodzi się do równań:

$$\frac{E_s}{2} e^{j\varphi_s} e^{j\omega t} = -A \int \left(G_x E_g e^{\pm j\gamma} + j\omega C_x E_g e^{\pm j\gamma} + \frac{E_s}{R_s} e^{j\varphi_s} e^{\pm j\gamma} \right) \frac{e^{j\omega t}}{2} d\tau, \\ \frac{E_s}{2} e^{-j\varphi_s} e^{-j\omega t} = -A \int \left(G_x E_g e^{\mp j\gamma} - j\omega C_x E_g e^{\mp j\gamma} + \frac{E_s}{R_s} e^{-j\varphi_s} e^{\mp j\gamma} \right) \frac{e^{-j\omega t}}{2} d\tau.$$

Różniczkując stronami otrzymane równania uzyskuje się:

$$(E_s e^{j\varphi_s} e^{j\omega t})' + A \frac{e^{\pm j\gamma}}{R_s} (E_s e^{j\varphi_s} e^{j\omega t}) = -A e^{\pm j\gamma} (G_x + j\omega C_x) E_g e^{j\omega t}, \\ (E_s e^{-j\varphi_s} e^{-j\omega t})' + A \frac{e^{\mp j\gamma}}{R_s} (E_s e^{-j\varphi_s} e^{-j\omega t}) = -A e^{\mp j\gamma} (G_x - j\omega C_x) E_g e^{-j\omega t}.$$

$$E_2 = \frac{a'kR_dE_g}{2} \left(\omega C_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} - e^{-j\varphi_s}}{2j} \right).$$

Po integratorach i modulatorach otrzymuje się sygnały e_1 i e_2 :

$$e_1 = -\frac{abkR_dE_g^2}{2RC} \int \left(G_x E_g \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} + e^{-j\varphi_s}}{2} \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \right) d\tau,$$

$$e_2 = -\frac{a'bkR_dE_g^2}{2RC} \int \left(-\omega C_x E_g \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} - \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} - e^{-j\varphi_s}}{2j} \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \right) d\tau.$$

W tym przypadku korzystniej jest posługiwać się zależnościami trygonometrycznymi, w związku z czym powyższe równania można zapisać w postaci:

$$e_1 = -A \int \left(G_x E_g \cos \omega t + \frac{E_s}{R_s} \cos \varphi_s \cos \omega t \right) d\tau,$$

$$e_2 = -A' \int \left[\omega C_x E_g \cos(\omega t + \pi/2) + \frac{E_s}{R_s} \sin \varphi_s \cos(\omega t + \pi/2) \right] d\tau,$$

przy czym:

$$A = \frac{abkR_dE_g^2}{2RC},$$

$$A' = \frac{a'bkR_dE_g^2}{2RC}.$$

Po zsumowaniu napięć e_1 i e_2 otrzymuje się

$$e_s = - \int \left\{ A \left(G_x E_g \cos \omega t + \frac{E_s}{R_s} \cos \varphi_s \cos \omega t \right) + A' \left[\omega C_x E_g \cos(\omega t + \pi/2) + \frac{E_s}{R_s} \sin \varphi_s \cos(\omega t + \pi/2) \right] \right\} d\tau.$$

Napięcie e_s można również przedstawić w postaci trygonometrycznej

$$e_s = E_s \cos \varphi_s \cos \omega t + E_s \sin \varphi_s \cos(\omega t + \pi/2),$$

która w sposób jednoznaczny określa poszczególne składowe tego napięcia. W sygnale uzyskanym po sumatorze występują również wyraźnie dwie składowe prostopadłe napięcia e_s . Z porównania odpowiednich składowych sygnału e_s oraz sygnału otrzymanego po sumatorze wynika, że

$$(E_s \cos \varphi_s \cos \omega t) = -A \int \left[G_x E_g \cos \omega t + \frac{1}{R_s} (E_s \cos \varphi_s \cos \omega t) \right] d\tau,$$

$$[E_s \sin \varphi_s \cos(\omega t + \pi/2)] = -A' \int \left\{ \omega C_x E_g \cos(\omega t + \pi/2) + \frac{1}{R_s} [E_s \sin \varphi_s \cos(\omega t + \pi/2)] \right\} d\tau.$$

Różniczkując otrzymane wyrażenia względem zmiennej τ , rozwiązując równania różniczkowe i sumując otrzymane wyniki dochodzi się do zależności

$$e_s = -R_s G_x E_g \cos \omega t \left[1 - \exp \left(-\frac{A}{R_s} \cdot \tau \right) \right] - \\ - R_s \omega C_x E_g \cos(\omega t + \pi/2) \left[1 - \exp \left(-\frac{A'}{R_s} \cdot \tau \right) \right]. \quad (22)$$

Z porównania wyrażeń (22) i (17) widać, że w stanie ustalonym wyniki pomiarów w rozpatrywanym przypadku i w przypadku idealnym są identyczne.

Ważnym problemem jest również wpływ pasożytniczych przesunięć fazowych sygnałów odniesienia na wartość napięcia e_s . Zakłada się w tym przypadku, że przesunięcia fazowe sygnałów odniesienia e_g wynoszą odpowiednio $\varphi_{g1} = 0 \pm \Theta_1$, $\varphi_{g2} = \pi/2 \pm \Theta_2$. Napięcia E_1 i E_2 mają wówczas postać:

$$E_1 = \frac{a}{T} \int_0^T \frac{kR_d}{2} \left\{ \left[E_g (G_x + j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{j\varphi_s} \right] e^{j\omega t} + \left[E_g (G_x - j\omega C_x) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{E_s}{R_s} e^{-j\varphi_s} \right] e^{-j\omega t} \right\} \left(\frac{E_g}{2} e^{j(\omega t \pm \Theta_1)} + \frac{E_g}{2} e^{-j(\omega t \pm \Theta_1)} \right) dt, \\ E_2 = \frac{a}{T} \int_0^T \frac{kR_d}{2} \left\{ \left[E_g (G_x + j\omega C_x) + \frac{E_s}{R_s} e^{j\varphi_s} \right] e^{j\omega t} + \left[E_g (G_x - j\omega C_x) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{E_s}{R_s} e^{-j\varphi_s} \right] e^{-j\omega t} \right\} \cdot j \left(\frac{E_g}{2} e^{j(\omega t \pm \Theta_2)} - \frac{E_g}{2} e^{-j(\omega t \pm \Theta_2)} \right) dt.$$

Po wykonaniu działań mnożenia i całkowania otrzymuje się:

$$E_1 = \frac{akR_1 E_g}{2} \left(G_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_1} + e^{\mp j\Theta_1}}{2} + \omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_1} - e^{\mp j\Theta_1}}{2j} + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \mp \Theta_1)} + e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_1)}}{2} \right), \\ E_2 = \frac{akR_d E_g}{2} \left(\omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_2} + e^{\mp j\Theta_2}}{2} - G_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_2} - e^{\mp j\Theta_2}}{2j} + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \mp \Theta_2)} - e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_2)}}{2j} \right).$$

W wyniku przejścia napięć E_1 i E_2 przez integratory oraz modulatory, w których sygnały odniesienia e_g są takie same jak w przypadku idealnym, uzyskuje się sygnały e_1 i e_2 o postaci:

$$e_1 = -A \int \left(G_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_1} + e^{\mp j\Theta_1}}{2} - j\omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_1} - e^{\mp j\Theta_1}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \mp \Theta_1)} + e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_1)}}{2} \right) \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} d\tau, \quad (23)$$

$$e_2 = -A \int \left(j\omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_2} + e^{\mp j\Theta_2}}{2} - G_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_2} - e^{\mp j\Theta_2}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \mp \Theta_2)} - e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_2)}}{2} \right) \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2} d\tau. \quad (24)$$

W wyniku sumowania e_1 i e_2 otrzymuje się sygnał e_s

$$e_s = -A \int \left\{ \left[\frac{1}{2} G_x E_g (e^{\pm j\Theta_1} + e^{\mp j\Theta_1} - e^{\pm j\Theta_2} + e^{\mp j\Theta_2}) + j \frac{1}{2} \omega C_x E_g (e^{\pm j\Theta_2} + e^{\mp j\Theta_2} - e^{\pm j\Theta_1} + e^{\mp j\Theta_1}) + \frac{1}{2} \frac{E_s}{R_s} (e^{j(\varphi_s \mp \Theta_1)} + e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_1)} + e^{j(\varphi_s \mp \Theta_2)} - e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_2)}) \right] \frac{e^{j\omega t}}{2} + \left[\frac{1}{2} G_x E_g (e^{\pm j\Theta_1} + e^{\mp j\Theta_1} + e^{\pm j\Theta_2} - e^{\mp j\Theta_2}) - j \frac{1}{2} \omega C_x E_g (e^{\pm j\Theta_2} + e^{\mp j\Theta_2} + e^{\pm j\Theta_1} - e^{\mp j\Theta_1}) + \frac{1}{2} \frac{E_s}{R_s} (e^{j(\varphi_s \mp \Theta_1)} + e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_1)} - e^{j(\varphi_s \mp \Theta_2)} + e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_2)}) \right] \frac{e^{-j\omega t}}{2} \right\} d\tau.$$

Postępując dalej analogicznie jak w punkcie 3.2 i zakładając, że $\Theta_1 \cong \Theta_2$, czyli $e^{\pm j\Theta} - e^{\mp j\Theta} \cong 0$, otrzymuje się wynik w postaci

$$e_s \cong -\frac{1}{2} R_s (G_x + j\omega C_x) E_g e^{j\omega t} \left[1 - \exp \left(-\frac{A}{R_s} \frac{e^{\mp j\Theta_1} + e^{\mp j\Theta_2}}{2} \cdot \tau \right) \right] - \frac{1}{2} R_s (G_x - j\omega C_x) E_g e^{-j\omega t} \left[1 - \exp \left(-\frac{A}{R_s} \frac{e^{\pm j\Theta_1} + e^{\pm j\Theta_2}}{2} \cdot \tau \right) \right]. \quad (25)$$

W stanie ustalonym jest on więc identyczny jak w przypadku idealnym opisanym w punkcie 2.

Sam proces równoważenia przebiega podobnie jak na rys. 3.

3.4 Integratory

W rzeczywistych układach integratorów należy uwzględnić błędy spowodowane wejściowym napięciem i prądem niezrównoważenia. Faktycznie istniejące napięcie na wyjściu integratora ma w tym przypadku wartość

$$U_{wy} = -\frac{1}{RC} \int U_{we} d\tau - \frac{1}{RC} \int U_{os} d\tau - \frac{1}{C} \int I_{os} d\tau - U_{os}.$$

Trzy ostatnie składniki powyższego wzoru wyrażają błędy. Wejściowe napięcie niezrównoważenia powoduje powstanie na wyjściu dodatkowego napięcia narastającego lub opadającego liniowo — zależnie od znaku U_{os} . Prócz tego następuje dodawanie wartości U_{os} do napięcia wyjściowego, co jest również źródłem błędu. Wejściowy prąd niezrównoważenia jest przyczyną dodatkowego ładowania kondensatora.

W rozważanym układzie pomiarowym napięcia wyjściowe integratorów należy zatem wyrazić zależnościami:

$$E_{I1} = -\frac{1}{RC} \int \frac{akR_d E_g}{2} \left(G_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} + e^{-j\varphi_s}}{2} \right) d\tau - \frac{1}{RC} \int U_{os1} d\tau - \frac{1}{C} \int I_{os1} d\tau - U_{os1},$$

$$E_{I2} = -\frac{1}{RC} \int \frac{akR_d E_g}{2} \left(\omega C_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} - e^{-j\varphi_s}}{2j} \right) d\tau - \frac{1}{RC} \int U_{os2} d\tau - \\ - \frac{1}{C} \int I_{os2} d\tau - U_{os2}.$$

Po modulatorach otrzymuje się w tym przypadku

$$e_1 = \left[-A \int \left(G_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} + e^{-j\varphi_s}}{2} \right) d\tau - \frac{E_g}{RC} \int U_{os1} d\tau - \frac{E_g}{C} \int I_{os1} d\tau - \right. \\ \left. - E_g U_{os1} \right] \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}, \\ e_2 = \left[-A \int \left(\omega C_x E_g + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j\varphi_s} - e^{-j\varphi_s}}{2j} \right) d\tau - \frac{E_g}{RC} \int U_{os2} d\tau - \right. \\ \left. - \frac{E_g}{C} \int I_{os2} d\tau - E_g U_{os2} \right] \cdot j \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2}.$$

Sumując e_1 i e_2 dochodzi się do zależności

$$e_s = -A \int \left[G_x E_g \cos \omega t + \omega C_x E_g \cos(\omega t + \pi/2) + \frac{e_s}{R_s} \right] d\tau - \frac{E_g}{RC} \int [U_{os1} \cos \omega t + \\ + U_{os2} \cos(\omega t + \pi/2)] d\tau - \frac{E_g}{C} \int [I_{os1} \cos \omega t + I_{os2} \cos(\omega t + \pi/2)] d\tau - \\ - E_g [U_{os1} \cos \omega t + U_{os2} \cos(\omega t + \pi/2)].$$

Po zróżniczkowaniu względem zmiennej τ obu stron powyższego równania otrzymuje się

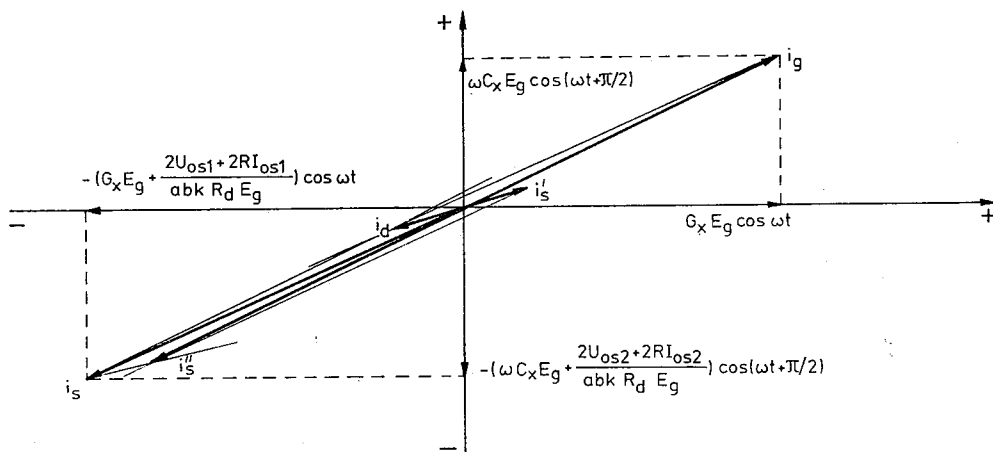
$$e'_s + \frac{A}{R_s} e_s = -A [G_x E_g \cos \omega t + \omega C_x E_g \cos(\omega t + \pi/2)] - \\ - \frac{E_g}{RC} [U_{os1} \cos \omega t + U_{os2} \cos(\omega t + \pi/2)] - \frac{E_g}{C} [I_{os1} \cos \omega t + I_{os2} \cos(\omega t + \pi/2)].$$

Rozwiązaniem tego równania jest wyrażenie

$$e_s = \left\{ -R_s [G_x E_g \cos \omega t + \omega C_x E_g \cos(\omega t + \pi/2)] - \frac{2R_s}{abkR_d E_g} [U_{os1} \cos \omega t + \right. \\ \left. + U_{os2} \cos(\omega t + \pi/2)] - \frac{2RR_s}{abkR_d E_g} [I_{os1} \cos \omega t + I_{os2} \cos(\omega t + \pi/2)] \right\} \times \\ \times \left[1 - \exp \left(-\frac{abkR_d E_g^2}{2RC} \frac{\tau}{R_s} \right) \right]. \quad (26)$$

Wynik uzyskany w tym przypadku odbiega w stanie ustalonym od wyniku otrzymanego w warunkach idealnej pracy układu. Odpowiednie składowe napięcia e_s są powiększone o czynniki zawierające wejściowe napięcie i prąd niezrównoważenia użytych do realizacji integratorów wzmacniaczy operacyjnych. W stanie ustalonym zależność między prądami i_g , i_s oraz i_d przedstawia rys. 4. W związku z istnieniem w wyrażeniu (26) składników

zawierających wielkości U_{os} oraz I_{os} , wartość prądu $i_s > i_g$. Powstaje więc prąd i_d o takiej polaryzacji, która powoduje powstanie dodatkowego prądu i'_s . Suma prądów $i_s + i'_s = i''_s$ daje w wyniku prąd $i''_s = i_g$. Jednak istniejące ciągle napięcia i prądy niezrównoważenia integratorów powodują zmianę wartości prądu i''_s do wartości i_s . Ustala się wobec tego stan, w którym wartość prądu i_d jest różna od zera i zależy ona od wartości U_{os} oraz I_{os} wzmacniaczy operacyjnych. Konieczne jest więc stosowanie w układach integratorów wzmacniaczy operacyjnych o małych wartościach wejściowych napięć i prądów niezrównoważenia.



Rys. 4. Wektorowe przedstawienie stanu równowagi sekcji mostkowej z uwzględnieniem wejściowych napięć i prądów niezrównoważenia integratorów.

W rzeczywistych układach integratorów istnieją jeszcze dodatkowe źródła błędów wynikające ze skończonej wartości wzmocnienia z otwartą pętlą wzmacniacza operacyjnego oraz ze skończonej szerokości pasma częstotliwości. Błędy te można jednak pominąć, gdyż dodatkowy czas opóźnienia τ_o , wywołany ograniczoną szerokością pasma wzmacniacza, jest dużo mniejszy od czasu pomiaru $\tau \gg \tau_o$, natomiast wykładnicze narastanie napięcia wyjściowego do wartości ustalonej przy długim czasie całkowania nie jest szkodliwe, ponieważ rodzaj zmian sygnałów E_{I1} oraz E_{I2} jest właśnie wykładniczo narastający.

3.5. Modulatory

Podobnie jak w detektorach fazoczułych, w rzeczywistych układach modulatorów mogą wystąpić różne wartości sprawności $b \neq b'$. Wpływ sprawności b i b' na wartość napięcia e_s jest identyczny jak w przypadku różnych sprawności detektorów. Słuszna jest zatem i tutaj zależność (22), w której zmieniają się tylko odpowiednio wartości wykładników A i A' .

Rozpatrując rzeczywiste układy modulatorów należy również uwzględnić wpływ pasywnych przesunięć fazowych sygnałów odniesienia e_g . Zakłada się w tym przypadku, że przesunięcia fazowe sygnałów odniesienia doprowadzanych do modulatorów wynoszą odpowiednio $\varphi_{g1} = 0 \pm \Theta_3$, $\varphi_{g2} = \pi/2 \pm \Theta_4$. Interesujące będzie uwzględnienie tych prze-

sunąć fazowych razem z przesunięciami fazowymi Θ_1 i Θ_2 istniejącymi w układach detektorów fazoczułych. Wobec tego zależności (23) i (24) można przepisać w następującej postaci:

$$e_1 = -A \int \left(G_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_1} + e^{\mp j\Theta_1}}{2} - j\omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_1} - e^{\mp j\Theta_1}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \mp \Theta_1)} + e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_1)}}{2} \right) \left(\frac{e^{j(\omega t \pm \Theta_3)}}{2} + \frac{e^{-j(\omega t \pm \Theta_3)}}{2} \right) d\tau, \\ e_2 = -A \int \left(j\omega C_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_2} + e^{\mp j\Theta_2}}{2} - G_x E_g \frac{e^{\pm j\Theta_2} - e^{\mp j\Theta_2}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{E_s}{R_s} \frac{e^{j(\varphi_s \mp \Theta_2)} - e^{-j(\varphi_s \mp \Theta_2)}}{2} \right) \left(\frac{e^{j(\omega t \pm \Theta_4)}}{2} - \frac{e^{-j(\omega t \pm \Theta_4)}}{2} \right) d\tau.$$

Po zsumowaniu i zgrupowaniu wyrazów o częstotliwościach $j\omega t$ oraz $-j\omega t$ otrzymuje się

$$e_s = -A \int \left\{ \frac{1}{2} G_x E_g (e^{j(\pm\Theta_1 \pm \Theta_3)} + e^{j(\mp\Theta_1 \pm \Theta_3)} - e^{j(\pm\Theta_2 \pm \Theta_4)} + e^{j(\mp\Theta_2 \pm \Theta_4)}) + \right. \\ \left. + j\frac{1}{2} \omega C_x E_g (e^{j(\pm\Theta_2 \pm \Theta_4)} + e^{j(\mp\Theta_2 \pm \Theta_4)} - e^{j(\pm\Theta_1 \pm \Theta_3)} + e^{j(\mp\Theta_1 \pm \Theta_3)}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{E_s}{R_s} (e^{j\varphi_s} e^{j(\mp\Theta_1 \pm \Theta_3)} + e^{-j\varphi_s} e^{j(\pm\Theta_1 \pm \Theta_3)} + e^{j\varphi_s} e^{j(\mp\Theta_2 \pm \Theta_4)} - e^{-j\varphi_s} e^{j(\pm\Theta_2 \pm \Theta_4)}) \right] \frac{e^{j\omega t}}{2} + \\ + \left[\frac{1}{2} G_x E_g (e^{j(\pm\Theta_1 \mp \Theta_3)} + e^{j(\mp\Theta_1 \mp \Theta_3)} + e^{j(\pm\Theta_2 \mp \Theta_4)} - \right. \\ \left. - e^{j(\mp\Theta_2 \mp \Theta_4)}) - j\frac{1}{2} \omega C_x E_g (e^{j(\pm\Theta_2 \mp \Theta_4)} + e^{j(\mp\Theta_2 \mp \Theta_4)} + e^{j(\pm\Theta_1 \mp \Theta_3)} - \right. \\ \left. - e^{j(\mp\Theta_1 \mp \Theta_3)}) + \frac{1}{2} \frac{E_s}{R_s} (e^{j\varphi_s} e^{j(\mp\Theta_1 \mp \Theta_3)} + e^{-j\varphi_s} e^{j(\pm\Theta_1 \mp \Theta_3)} - \right. \\ \left. - e^{j\varphi_s} e^{j(\mp\Theta_2 \mp \Theta_4)} + e^{-j\varphi_s} e^{j(\pm\Theta_2 \mp \Theta_4)}) \right] \frac{e^{-j\omega t}}{2} \Bigg\} d\tau.$$

Postępując analogicznie jak w punkcie 3.2 i zakładając, że $\Theta_1 + \Theta_3 \cong \Theta_2 + \Theta_4$, czyli $e^{j(\pm\Theta_1 \pm \Theta_3)} - e^{j(\pm\Theta_2 \pm \Theta_4)} \cong 0$, otrzymuje się wynik w postaci

$$e_s \cong -\frac{1}{2} R_s (G_x + j\omega C_x) E_g e^{j\omega t} \left[1 - \exp \left(-\frac{A}{R_s} \frac{e^{j(\mp\Theta_1 \pm \Theta_3)} + e^{j(\mp\Theta_2 \pm \Theta_4)}}{2} \cdot \tau \right) \right] - \\ - \frac{1}{2} R_s (G_x - j\omega C_x) E_g e^{-j\omega t} \left[1 - \exp \left(-\frac{A}{R_s} \frac{e^{j(\pm\Theta_1 \mp \Theta_3)} + e^{j(\pm\Theta_2 \mp \Theta_4)}}{2} \cdot \tau \right) \right]. \quad (27)$$

Interpretacja otrzymanej zależności jest identyczna jak w przypadku detektorów fazoczułych.

3.6 Sumator

Błąd rzeczywistego układu sumatora może polegać na sumowaniu napięć e_1 oraz e_2 z różnymi współczynnikami stałymi c i c' , czyli

$$e_s = ce_1 + c'e_2.$$

Wpływ współczynników c i c' na wartość napięcia e_s jest taki sam, jak wpływ różnych sprawności detektorów fazoczułych (zależność (22)).

Wystąpienie pasożytniczego przesunięcia fazowego w rzeczywistym wzmacniaczu sumującym nie wpływa również na wartość napięcia e_s w stanie ustalonym.

4. PODSUMOWANIE

Przeprowadzona analiza pozwala określić wpływ ważniejszych parametrów rzeczywistych układów tworzących sekcję mostkową miernika na wartość napięcia e_s , a tym samym na wynik pomiaru.

W oparciu o uzyskane wyniki można stwierdzić, że jedynie integratory wymagają wzmacniaczy operacyjnych o jak najmniejszych wartościach wejściowych napięć i prądów niezrównoważenia. Wpływają one bowiem bezpośrednio na wartość napięcia e_s w stanie ustalonym. Wymagania dotyczące elementów użytych do realizacji pozostałych bloków nie są tak ostre. Bardzo poważną zaletą układu jest to, że nie jest wymagana identyczność takich bloków jak detektory fazoczułe lub modulatory. Pojawienie się dodatkowych przesunięć fazowych w sygnałach odniesienia e_g również nie zniekształca wyniku pomiaru w stanie ustalonym. Pasożytnicze przesunięcie fazowe wzmacniacza zaznacza się tylko w trakcie równoważenia sekcji mostkowej, natomiast nie wpływa na wartość napięcia e_s po zrównoważeniu. Są to zatem podstawowe i bardzo ważne zalety omawianego układu, zapewniające dużą dokładność pomiaru i powtarzalność wyników. Przedstawiona metoda pomiarowa dzięki tym zaletom przewyższa znane wcześniej metody, wykorzystujące transformatorowe mostki różnicowe i przetworniki cyfrowo-analogowe służące do regulacji wartości wzorców lub napięć doprowadzonych do elementu wzorcowego.

LITERATURA

1. Kohichi Maeda, *An Automatic, Precision 1-MHz Digital LCR Meter*, Hewlett-Packard Journal March 1974, s. 2.

T. ZAJT

AUTOMATIC MEASURING BRIDGE WITH RESISTANCE STANDARD FOR *RLC* ELEMENTS

Summary

An automatic measuring bridge for *RLC* elements, containing resistance standard only has been demonstrated in this work.

The operating principle of the bridge section has been described and the dependence of the value balancing voltage e_s under ideal conditions has been also formulated. The influence of true parameters of various blocks forming the bridge section, on e_s voltage value has been analysed and the results thus obtained interpreted.

T. ZAJT

PONT DE MESURE AUTOMATIQUE POUR DES ÉLÉMENTS R, L, C
AVEC UN ÉTALON DE RÉSISTANCE

Résumé

Dans cet ouvrage on a présenté un pont de mesure automatique pour des éléments R, L, C contenant un seul étalon de résistance. On a décrit le principe de fonctionnement de la partie de pont de l'appareil et on a établi les formules donnant la valeur de la tension d'équilibre e_s dans les conditions idéales. On a discuté l'influence des paramètres réels des parties constituant le pont sur la valeur de la tension e_s . On a donné une interprétation des résultats.

T. ZAJT

AUTOMATISCHE MESSBRÜCKE FÜR RLC -GRÖSSEN MIT RESISTANZSTANDARD

Zusammenfassung

In dieser Bearbeitung wurde eine automatische Messbrücke für RLC -Größen dargestellt, die ausschliesslich einen Resistanzstandard enthält. Es wurde das Funktionsprinzip der Messbrückensektion beschrieben sowie die Formel für die Balancespannung e_s unter musterhaften Verhältnissen erstellt. Im weiter wurde der Einfluss der wahren Parameter der einzelnen die Brückensektion bildenden Baugruppen auf den Spannungswert e_s analysiert und die erreichten Ergebnisse interpretiert.

Т. ЗАЙТ

АВТОМАТИЧЕСКИЙ МОСТИК ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ RLC
С РЕЗИСТАНЦИОННЫМ ЭТАЛОНОМ

Резюме

В труде представлен автоматический измеритель элементов RLC , содержащий только лишь эталон резистанции. Описан принцип действия мостиковой секции измерителя и выведена формула на значение балансирующего напряжения e_s в идеальных условиях. Проанализировано влияние действительных параметров отдельных блоков, образующих мостиковую секцию, на значение напряжения e_s и истолкованы полученные результаты.

Urządzenie do pomiaru psychofizjologicznej funkcji oceny szybkości przedmiotów w ruchu

KRZYSZTOF CIEŚLICKI (WARSZAWA), MIROŚLAWA ROSZCZYK (WARSZAWA)

Instytut Automatyki Przemysłowej Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 31.5.1976

W pracy omówiono przeznaczenie, budowę i zasadę działania urządzenia służącego do badania psychofizjologicznej funkcji oceny szybkości przedmiotów w ruchu.

Przedstawiono schemat blokowy zrealizowanego układu pomiarowego i przeprowadzono analizę pracy dolnoprzepustowego filtra RC zastosowanego w układzie.

1. PRZEZNACZENIE URZĄDZENIA I SPOSÓB PRZEPROWADZANIA BADAŃ

Omawiany przyrząd, nazywany dalej wirometrem, jest urządzeniem służącym do badań psychofizjologicznej oceny dostrzegania ruchu, prawidłowości widzenia, koncentracji uwagi, umiejętności porównywania i oceny szybkości przedmiotów w ruchu oraz szybkości podejmowania decyzji. Łącznie z zestawem innych tego typu urządzeń znajduje on zastosowanie w pracowniach psychologów badających i wydających opinie o przydatności do pracy ludzi, których prawidłowe funkcjonowanie aparatu poznawczego determinuje możliwość wykonywania danego zawodu (np. kierowcy, operatorzy dźwigów itp.).

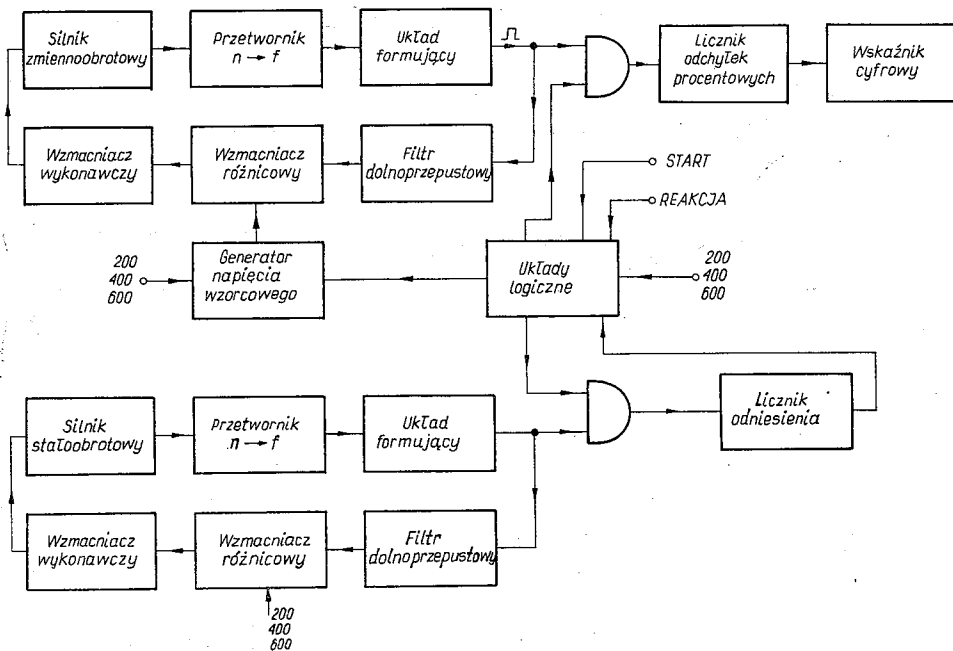
Wirometr zawiera dwie tarcze, z których jedna wiruje ze stałą, wybraną jedną z trzech możliwych, prędkością kątową. Druga tarcza obraca się z prędkością liniowo narastającą lub malejącą.

Moment subiektywnej oceny koincydencji prędkości obrotowych obu tarcz badany winien zasygnalizować naciskając ręką przycisk. Procentowa zgodność prędkości obrotowych tarcz zostaje wówczas automatycznie zmierzona i wyświetlona na wskaźniku cyfrowym. Prędkość obrotową badany szacuje na podstawie obserwacji szybkości poruszania się czarnego krążka namalowanego na obu tarczach w pewnej odległości od osi obrotu.

2. OGÓLNY OPIS URZĄDZENIA

Schemat blokowy omawianego urządzenia przedstawiony jest na rys. 1. Oba silniki zastosowane w urządzeniu sterowane są w zamkniętym układzie regulacji. Z uwagi na ich podobieństwo zostanie rozpatrzony jeden z nich. W pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego znajduje się mechaniczny przetwornik analogowo-cyfrowy przyporządkowujący wielkości analogowej — obrotowi o pewien kąt — ciąg impulsów świetlnych o liczbie doń proporcjonalnej. Strumień modulowanego światła pada na fotodiode umieszczoną w obwodzie

bazy tranzystora. Zmiana rezystancji fotodiody powoduje cykliczne przesuwanie się punktu pracy tranzystora. Na jego kolektorze otrzymujemy zatem przebieg zbliżony do prostokątnego ze składową stałą. Aby uformować z niego przebieg prostokątny zastosowany został przerzutnik Schmitta pracujący w układzie dyskryminatora amplitudy. Następnie impulsy prostokątne podane są na układ normalizujący czas ich trwania. W efekcie



Rys. 1. Schemat blokowy

otrzymujemy ciąg impulsów o standardowej szerokości i amplitudzie, a częstotliwości proporcjonalnej do prędkości obrotowej tarczy.

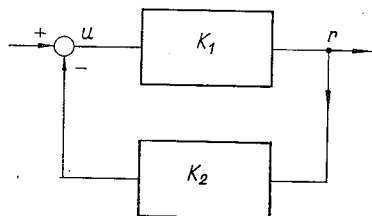
Realizacja układowa wymienionych wyżej podzespołów jest jak najbardziej typowa, nie będą więc one omawiane w dalszej części.

Kolejnym członem jest dolnoprzepustowy filtr drabinkowy RC . Jego zadaniem jest zamiana przebiegu prostokątnego na sygnał napięciowy o wartości proporcjonalnej do częstotliwości. Szczegółowa analiza pracy filtra przeprowadzona będzie w rozdziale 3.

Funkcjonalnie układ sterowania prędkością obrotową silnika możemy przedstawić na uproszczonym schemacie blokowym (rys. 2). Silnik bocznikowy prądu stałego wraz ze wzmacniaczem prądowym traktujemy, przy przyjętych zmiennych wejściowej i wyjściowej, jako człon proporcjonalny o transmitacji K_1 umieszczony w torze głównym. W pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego znajduje się również człon proporcjonalny o transmitacji K_2 przetwarzający wielkość mechaniczną — obroty silnika — na sygnał napięciowy o wartości do nich proporcjonalnej.

Człon sumujący reprezentuje użyty w układzie wzmacniacz różnicowy. Na wejście nieodwracające wzmacniacza podany jest, zależnie od rodzaju pracy silnika, którym steruje, różny sygnał napięciowy. W przypadku sterowania silnikiem wirującym ze stałą prędkością

obrotową podane jest jedno z trzech napięć stałych. Odpowiada to wirowaniu silnika z trzema różnymi stałymi prędkościami. W przypadku silnika obracającego się z prędkością narastającą lub opadającą sygnał jest napięciem liniowo narastającym a następnie malejącym. W zależności od szybkości silnika stałoobrotowego sygnał napięciowy narasta liniowo od 0 lub od dwóch różnych wartości początkowych U_1 , U_2 większych od zera. Napięcia są



Rys. 2. Schemat blokowy układu sterowania prędkością obrotową silnika

tak dobrane, aby prędkość obrotowa silnika narastała od wartości o 200 obrotów na minutę mniejszej do wartości o 200 obrotów na minutę większej od prędkości silnika stałoobrotowego. Prędkości silnika stałoobrotowego wynoszą odpowiednio 200, 400 i 600 obrotów na minutę i zostały określone przez psychologów.

Część pomiarowa wirometru zawiera licznik odniesienia i licznik odchyłek procentowych. Liczniki te są otwierane przez odpowiednie bramki, sterowane z układów logicznych. Licznik odniesienia o pojemności 200 zlicza impulsy o częstotliwości proporcjonalnej do prędkości tarczy stałoobrotowej, a licznik odchyłek procentowych — impulsy o częstotliwości proporcjonalnej do prędkości tarczy zmiennoodrotowej. Czas liczenia impulsów określony jest czasem przepełnienia pierwszego licznika. Ilość impulsów zliczanych przez drugi licznik jest dzielona przez dwa. Na wskaźniku cyfrowym odczytujemy więc w procentach stosunek prędkości tarczy zmiennoodrotowej do prędkości tarczy stałoobrotowej z dokładnością do 0,5%.

Łatwo zauważyć, że czas pomiaru musiał być tak dobrany, aby przy jednostajnym narastaniu prędkości tarczy zmiennoodrotowej liczba przeliczonych impulsów była taka sama jak w przypadku, gdyby w czasie liczenia prędkość tarczy była stała. Przyjmując, że tarcza stałoobrotowa wiruje z prędkością 200 obr./min., a szybkość narastania prędkości obrotowej tarczy zmiennoodrotowej wynosi $2/6$ obr./s² łatwo wyprowadzić zależność na czas trwania pomiaru. Wynosi on:

$$t \leq \sqrt{\frac{6}{x}}, \quad (1)$$

gdzie x — liczba impulsów na pełny obrót tarczy.

Aby zapewnić dokładność 0,5% musi być z drugiej strony spełniona następująca zależność:

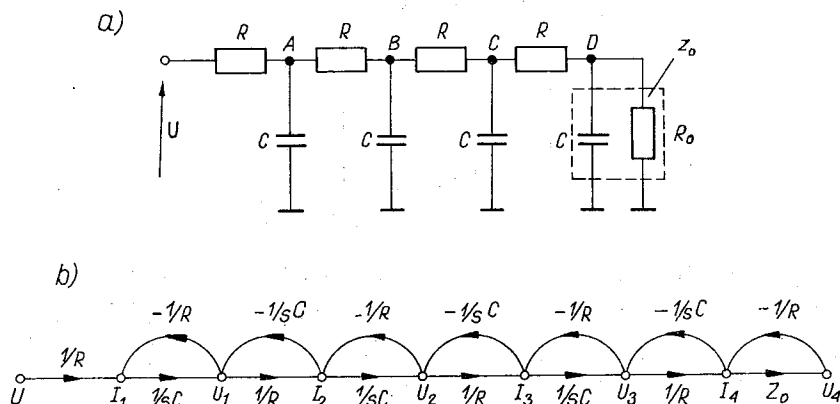
$$x \cdot t = 60. \quad (2)$$

Z podanych wyżej zależności obliczamy, że ilość impulsów $x \geq 600$. Oczywiście w rozważanym układzie przyjęta została minimalna liczba impulsów przypadających na jeden obrót $x = 600$.

3. ANALIZA PRACY DOLNOPRZEPUSTOWEGO FILTRU RC

Jak wspomniano na wstępie, układem zamieniającym znormalizowany ciąg impulsów o częstotliwości proporcjonalnej do prędkości obrotowej silnika na sygnał napięciowy jest dolnoprzepustowy filtr drabinkowy RC . Pokazany jest on na rys. 3a.

Rezystancje R_o obciążające układ reprezentują impedancję wejściową wtórnika emiterowego. Strefa nieczułości wtórnika została w układzie skompensowana diodą włączoną



Rys. 3. Dolnoprzepustowy filtr drabinkowy RC (a) oraz jego graf (b)

w szereg z tranzystorem sterującym filtrem, podnosząc w ten sposób dolny poziom napięcia sygnału prostokątnego.

Transmitancję napięciową filtra drabinkowego najłatwiej wyznaczyć posługując się topologicznymi metodami analizy układów liniowych, np. grafami przepływowymi. Na rys. 3b pokazany jest graf przepływowy omawianej struktury. Napięcia $U_1, \dots, U_4$ są potencjałami węzłowymi węzłów A, B, C, D . Prądy $I_1, \dots, I_4$ są prądami płynącymi przez poszczególne opory R .

Korzystając ze wzoru podanego przez Masona (1)

$$K_u \equiv \frac{U_4}{U} = \frac{\sum_V (-)^{L_V} A_V}{1 + \sum_U (-)^{L_U} A_U^0}, \quad (3)$$

gdzie:

L_V — liczba pętli zawartych w V -tym podgrafie czynnym;

podgrafy czynne stanowią wszystkie możliwe kombinacje ścieżek łączących węzły, między którymi transmitancja nas interesuje oraz z rozłącznych z nimi pętli;

L_U — liczba pętli zawartych w U -tym podgrafie biernym (tj. z usuniętym węzłem źródłowym),

A_V — iloczyn transmitancji ścieżki otwartej łączącej węzły, między którymi transmitancja nas interesuje i transmitancji pętli z nią rozłącznych w V -tym podgrafie;

A_U^0 — transmitancja pętli zawartych w U -tym podgrafie biernym interesująca nas transmitancja zostaje otrzymana natychmiast.

Po prostych przekształceniach przybierze ona postać:

$$K_U = \frac{1}{T^4 s^4 + 7T^3 s^3 + 15T^2 s^2 + 10Ts + 6 \frac{R}{R_o} T^2 s^2 + 10 \frac{R}{R_o} Ts + \frac{4R}{R_o} + 1}, \quad (4)$$

gdzie $T = RC$

Podstawiając wartość stałej czasowej T do wzoru (4) otrzymujemy następującą transmittancję operatorową:

$$K_u = \frac{1}{0,05s^4 + 0,7s^3 + 3,1s^2 + 5s + 1,3}. \quad (5)$$

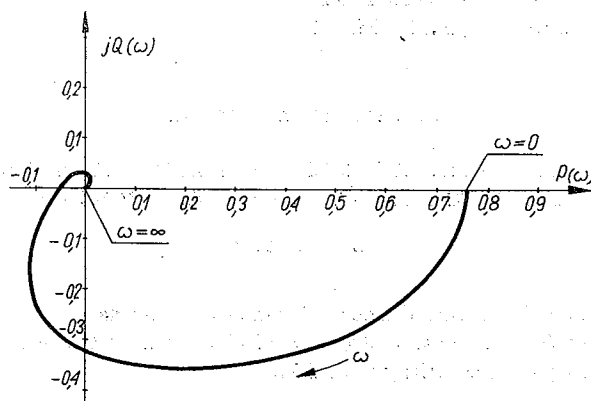
Transmittancję widmową otrzymujemy przez bezpośrednie podstawienie $s = j\omega$ we wzorze (5)

$$K_u(j\omega) = \frac{1}{0,05\omega^4 - 3,1\omega^2 + 1,3 - j(0,7\omega^3 - 5\omega)}; \quad (6)$$

wydzielając część rzeczywistą i urojoną wyrażenia (6) otrzymujemy

$$P(\omega) = \frac{0,05\omega^4 - 3,1\omega^2 + 1,3}{(0,05\omega^4 - 3,1\omega^2 + 1,3)^2 + (0,7\omega^3 - 5\omega)^2}, \quad (7)$$

$$Q(\omega) = \frac{0,7\omega^3 - 5\omega}{(0,05\omega^4 - 3,1\omega^2 + 1,3)^2 + (0,7\omega^3 - 5\omega)^2}.$$



Rys. 4. Charakterystyka amplitudowo-fazowa dolnoprzepustowego filtra RC

Sporządzona w oparciu o wyrażenie (7) charakterystyka amplitudowo-fazowa ma przebieg przedstawiony na rys. 4.

Charakterystykę amplitudową omawianej struktury możemy zapisać:

$$L(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(0,05\omega^4 - 3,1\omega^2 + 1,3)^2 + (0,7\omega^3 - 5\omega)^2}}. \quad (8)$$

Ze wzoru (8) można łatwo obliczyć, że sygnał o częstotliwości np. 1 kHz jest tłumiony przez filtr przy przyjętych wartościach elementów około 120 razy, a o częstotliwości 2 kHz

już ponad 1000 razy w stosunku do składowej stałej przenoszanej przez filtr. Rozwijając ciąg impulsów prostokątnych o szerokości τ , amplitudzie U_0 i częstotliwości f w szereg Fouriera otrzymujemy:

$$f(t) = U_0 \tau f \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\sin k\pi \tau f}{k\pi \tau f} \right) \cos 2k\pi f t \right]. \quad (9)$$

Łatwo obliczyć, że przy częstotliwości $f = 1$ kHz (odpowiada ona wirowaniu tarczy z szybkością 50 obr./min.) amplituda pierwszej harmonicznej sygnału prostokątnego na wyjściu filtru jest około 25 razy mniejsza od składowej stałej i może być już pominięta. Wpływ wyższych harmonicznych jest znikomo mały. Przeprowadzona powyżej analiza oraz badania eksperymentalne wykazały, że tylko początek narastania od zera prędkości tarczy zmiennobrotowej nie jest liniowy. W większości zakresu zmian (od 50 do 800 obr./min.) szybkość narastania prędkości jest stała. Jest to szczególnie ważne z funkcjonalnego punktu widzenia. Obserwując bowiem ruch tarcz, badany może przy stałej szybkości narastania prędkości tarczy zmiennobrotowej oszacować odcinek czasu potrzebny do zrównania się obu prędkości i przygotować do zareagowania.

LITERATURA

1. Yutze Chow, Etienne Cassignol, *Linear Signal-Flow Graphs and Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York—London 1962.
2. J.-C. Gille, *Serwomechanizmy*, PWT, 1961, t.1.

K. CIEřLICKI, M. ROSZCZYK

A DEVICE FOR THE MEASUREMENT OF THE PSYCHOPHYSIOLOGICAL FUNCTION FOR ESTIMATING THE VELOCITY OF MOVING OBJECTS

Summary

The paper contains the description of a device for the measurements of the psychophysiological function for estimating the velocity of moving objects. A block diagram of the device is also presented and an analysis of applied low-pass filter activity is considered.

K. CIEřLICKI, M. ROSZCZYK

DISPOSITIF DE MESURE DE LA FONCTION PSYCHOPHYSIOLOGIQUE DE VITESSE DES OBJETS EN MARCHÉ

Résumé

L'article présente la description d'un appareil de mesure de la fonction psychophysilogique servant à estimer la vitesse des objets en marche.

On a présenté le diagramme fonctionnel et l'analyse du comportement du filtre passe-bas *RC* employé dans ce système.

K. CIEŚLICKI, M. ROSZCZYK

MEßVORRICHTUNG FÜR DIE PSYCHOPHYSIOLOGISCHE
GESCHWINDIGKEITSFUNKTION DER SICH IN BEWEGUNG BEFINDLICHEN
GEGENSTÄNDE

Zusammenfassung

In der Bearbeitung wurden Bestimmung, Bau und Funktionsprinzip einer Vorrichtung beschrieben, die zur Untersuchung der psychophysiologischen Funktion der Geschwindigkeitseinschätzung der sich in Bewegung befindlichen Gegenstände dient.

Ein Blockschaltschema des entwickelten Meßsystems wurde dargestellt, und eine Arbeitsanalyse eines bei dem System angewandten RC-Tiefpaßfilters durchgeführt.

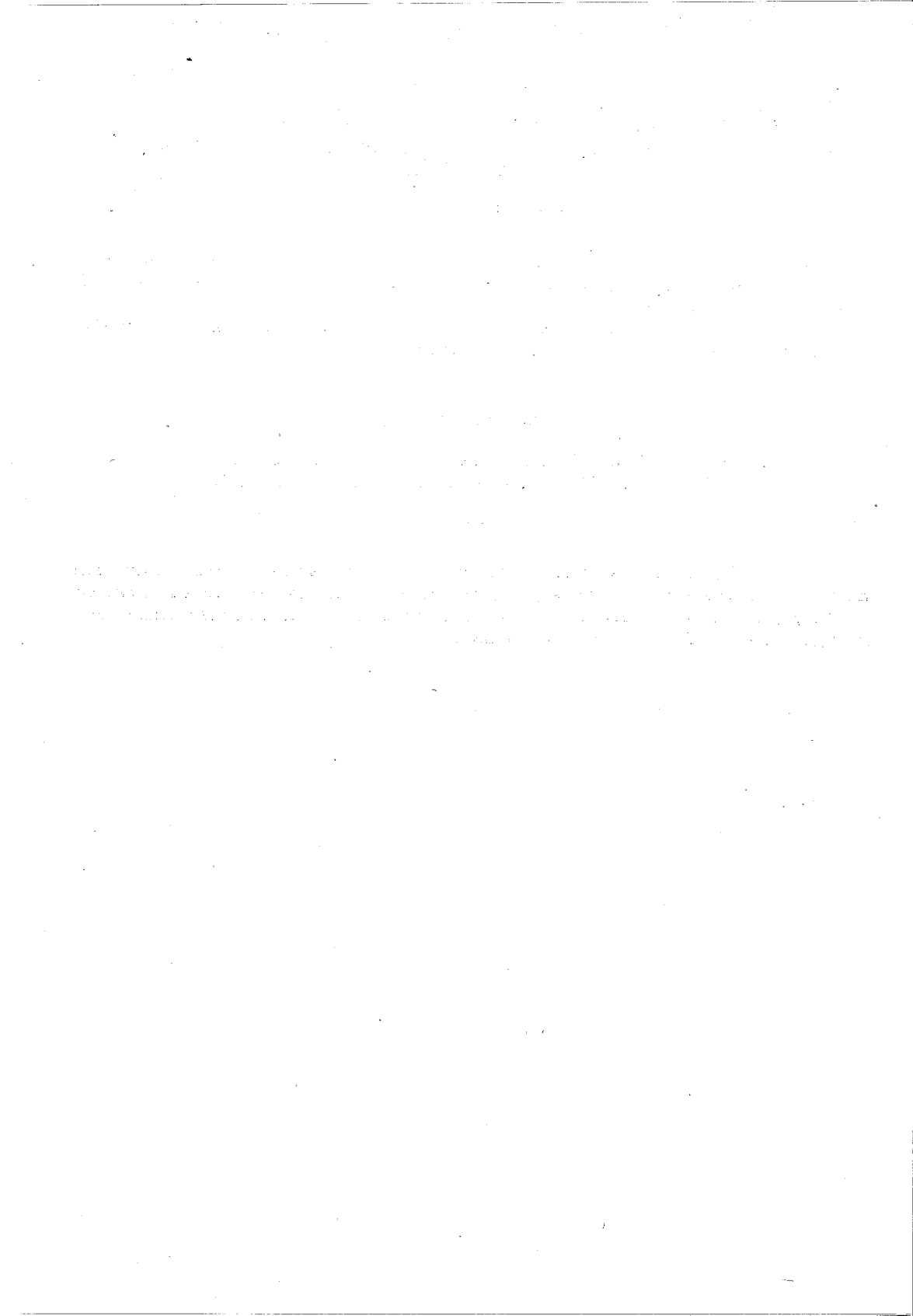
К. ЦЕСЬЛИЦКИ, М. РОЩИК

УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКОЙ
ФУНКЦИИ СКОРОСТИ ПРЕДМЕТОВ В ДВИЖЕНИИ

Резюме

В статье представлено назначение и принцип действия устройства, предназначенного для психофизиологических исследований и функция оценки работы скорости предметов в движении.

Обсуждена функциональная схема измерительной системы и проведен анализ работы нижне-проходного фильтра RC примененного в системе.



Zastosowanie metody topologicznej Hoanga do analizy układów RC z parametrami rozłożonymi

NGUYEN THIEN (HANOI, SOCJALISTYCZNA REPUBLIKA WIETNAMU)

University of Hanoi, Institute of Radiophysics

Otrzymano 18.8.1976

W artykule podano przykłady zastosowań metody topologicznej Hoanga do analizy struktury RC pięciowarstwowej oraz układów zawierających struktury RC z parametrami rozłożonymi. Metodą tą można uprościć analizę oraz bezpośrednio wyznaczyć transmitancje oraz równania charakterystyczne prostych, jak również bardziej skomplikowanych układów.

1. WSTĘP

W ostatnich latach struktury RC o stałych rozłożonych znajdują coraz szersze zastosowanie w układach mikroelektronicznych, zwłaszcza przy realizacji filtrów bezindukcyjnych. Wynika to stąd, że parametry transmitancyjne takich struktur nieznacznie zależą od temperatury, a ich zastosowanie zmniejsza wymiary, ciężar oraz powiększa niezawodność i stałość parametrów urządzeń elektronicznych [1, 2, 3]. Spotyka się także opinie, że zastosowanie zoptymalizowanych struktur tego rodzaju może prowadzić do poprawy jakości wielu układów [7, 8, 9].

Praca niniejsza zawiera przykłady zastosowań metody topologicznej Hoanga do analizy układu generacyjnego, wzmacniacza selektywnego oraz filtru ze strukturami rozłożonymi RC , RGC , $RCNC$, $RCNR$, $RCNRMC$ ¹⁾. Układy te można rozwiązać stosując także inne metody, np. omówione w pracach [10, 11, 12, 13]. Jednakże zastosowanie metody topologicznej Hoanga [4, 5] pozwala uprościć analizę oraz bezpośrednio wyznaczyć transmitancje zarówno prostych, jak również bardziej skomplikowanych układów.

2. ZASADA METODY TOPOLOGICZNEJ HOANGA

Zasady analizy obwodów o parametrach rozłożonych za pomocą metody topologicznej Hoanga zostały przedstawione w pracy [4]. W analizie takiej n -wrotnik omawianego typu jest charakteryzowany przez zbiór funkcji topologicznych D_i , D_{ij} , D_{ijk} ... N^{ij} , N^{ijk} ... Ogólne reguły metody topologicznej [5] są identyczne w przypadku obwodów o paramet-

¹⁾ Symbolami RGC , $RCNC$, $RCNR$, $RCNRMC$ oznaczono wielowarstwowe struktury o parametrach rozłożonych zgodnie z oznaczeniami przyjętymi w pracach [1, 2, 3, 7, 8, 9].

rach skupionych i rozłożonych. Jeżeli rozważany układ jest trójnikiem, wówczas zbiór funkcji topologicznych zawiera następujące funkcje:

$$D_h, D_c, D_1, D_2, D_3, N_3^{12}, N_3^{21}, N_2^{13}, N_2^{31}, N_1^{23}, N_1^{32}; \quad (1)$$

D_h — wyznacznik trójnika przy zaciskach 1-3 i 2-3 rozwartych,

D_c — wyznacznik trójnika przy zaciskach 1-3 i 2-3 zwartych,

D_1 — wyznacznik trójnika przy zaciskach 1-3 zwartych,

D_2 — wyznacznik trójnika przy zaciskach 2-3 zwartych,

D_3 — wyznacznik trójnika przy zaciskach 1-2 zwartych,

N_k^{ij} — licznik przeniesieniowy²⁾ transmitancji trójnika pomiędzy zaciskami i - k oraz j - k ,
gdzie k — zacisk wspólny, $i, j, k \in \{1, 2, 3\}$.

Wymienione powyżej funkcje topologiczne można wyznaczyć w przypadku obwodów o parametrach rozłożonych w sposób dwojaki. Znajomość struktury fizycznej takich obwodów umożliwia wyznaczenie zbioru równań różniczkowych dla funkcji topologicznych [4], którego rozwiązanie prowadzi do określenia poszukiwanych funkcji. Można także skorzystać z zależności wiążących funkcje topologiczne z parametrami transmitancyjnymi trójków składowych, co daje na przykład zależności [4]:

$$\begin{aligned} K_u^{ij} &= \frac{U_j}{U_i} = \frac{N_k^{ij}}{D_i}, \\ K_i^{ij} &= \frac{I_j}{I_i} = \frac{N_k^{ij}}{D_j}, \\ Z_{ij} &= \frac{U_j}{I_i} = \frac{N_k^{ij}}{D_h}, \\ Y_{ij} &= \frac{I_j}{U_i} = \frac{N_k^{ij}}{D_c}. \end{aligned} \quad (2)$$

Można także pokazać, że w przypadku trójnika liniowego zachodzą następujące związki między funkcjami topologicznymi a macierzami trójnika:

$$[Y] = \frac{1}{D_c} \cdot \begin{bmatrix} D_2 & -N_3^{21} \\ -N_3^{12} & D_1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$[Z] = \frac{1}{D_h} \cdot \begin{bmatrix} D_1 & N_3^{21} \\ N_3^{12} & D_2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$[A] = \frac{1}{N_3^{12}} \cdot \begin{bmatrix} D_1 & D_c \\ D_h & D_2 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Zbiór funkcji topologicznych $D_1, D_2, D_c, D_h, N_3^{12}, N_3^{21} \dots$ opisuje określony trójk, natomiast znajomość funkcji transmitancyjnych tego trójnika (np. Z_{ij}, Y_{ij}) pozwala wyznaczyć jego graf sieciowy.

Istotną zaletą metody topologicznej Hoanga jest jej przydatność do analizy zarówno

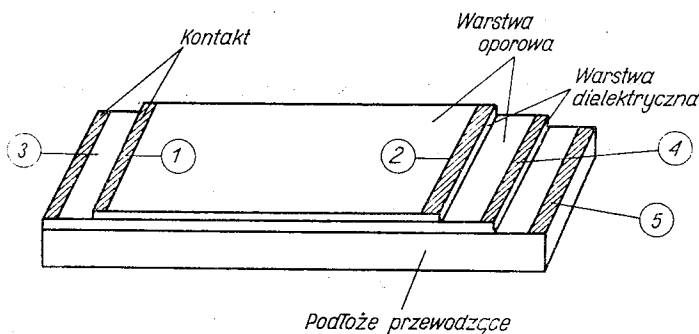
²⁾ Terminologia stosowana w tym artykule jest zgodna z definicjami i nazewnictwem stosowanymi w pracach Hoanga [4, 5].

układów pasywnych jak i aktywnych, przy czym algorytmy wyznaczania odpowiednich transmitancji mają postać ogólną.

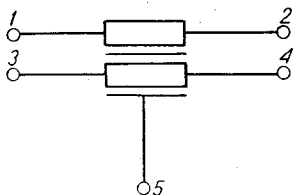
W dalszej części artykułu pokazano przykładowo zastosowanie tej metody do analizy struktury pięciowarstwowej rezystancyjno-pojemnościowej, filtrów pasywnych lub aktywnych ze strukturami RC rozłożonymi oraz wyznaczania równań charakterystycznych układów ze sprzężeniem zwrotnym i strukturami RC rozłożonymi.

3. FUNKCJE TOPOLOGICZNE STRUTURY RC PIĘCIOWARSTWOWEJ

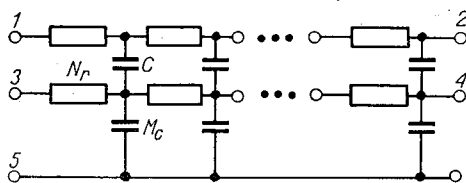
W tym punkcie rozpatrzmy przykład zastosowania metody Hoanga do obliczania funkcji topologicznych struktury RC pięciowarstwowej z warstwami kolejno: przewodzącymi i dielektrycznymi (rys. 1).



Rys. 1. Struktura RC pięciowarstwowa



Rys. 2. Symbol struktury RC pięciowarstwowej

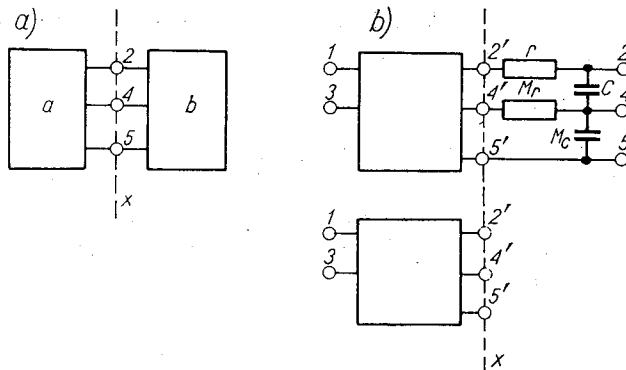


Rys. 3. Przybliżony schemat zastępczy struktury RC pięciowarstwowej

Z punktu widzenia tej metody strukturę RC pięciowarstwową o parametrach rozłożonych można traktować jako układ pięciopozaciskowy przedstawiony na rys. 2. Na rys. 3 przedstawiono układ zastępczy odcinka struktury $RCNRM$ z pięcioma warstwami. Tutaj N , M są współczynnikami określającymi wzajemne proporcje rezystancji oraz pojemności warstw struktury, natomiast r , c oznaczają rezystancję oraz pojemność na jednostkę długości struktury RC .

Analiza bezpośrednia struktury pokazanej na rys. 3 jest bardzo skomplikowana. Można ją jednak uprościć, jeżeli zauważymy, że powstaje ona w wyniku połączenia elementarnych trójkątów składowych. Przykładowo, dzieląc taką ogólną strukturę pięciowarstwową na odcinki otrzymujemy połączenie kaskadowe układów pięciopozaciskowych (rys. 3). Na-

tomiast dla określonego przekroju x (rys. 4a) dostajemy zbiór wspólnych zacisków (2, 4, 5), który możemy traktować jako miejsce równoległe połączenia trójkąta odpowiadającego prawej części linii i trójkąta odpowiadającego lewej części linii.



Rys. 4. Schemat blokowy struktury RC pięciowarstwowej z wyróżnionym przekrojem

Wyznacznik takiego układu ma postać:

$$D = D_h^a D_{245}^b + D_{245}^a D_h^b + D_{25}^a D_{25}^b + D_{45}^a D_{45}^b - 2N_a^{24} N_b^{24}, \quad (6)$$

gdzie:

a — indeks trójkąta leżącego po lewej stronie przekroju x ,

b — indeks trójkąta powstałego z pozostałej części linii,

$D_h^{a,b}$ — wyznacznik układu (a lub b) przy wszystkich zaciskach rozwartych,

$D_{245}^{a,b}$ — wyznacznik układu (a lub b) przy zaciskach (2-4-5) zwartych,

$D_{45}^{a,b}$ — wyznacznik układu (a lub b) przy zaciskach (2-5) zwartych,

$N_{a,b}^{24}$ — licznik przeniesieniowy transmitancji układu (a lub b) pomiędzy zaciskami (2-5) oraz (4-5), przy czym zacisk 5 jest zaciskiem wspólnym (dla uproszczenia indeks „5” u dołu został opuszczony).

Stosując zależności pomiędzy funkcjami topologicznymi trójkątów, przedstawione w pracach [4, 5], wzór (6) może być napisany w postaci

$$D = D_{245}^a D_h^b + D_h^a D_{245}^b + D_{24}^a N_b^{24} + D_{25}^a N_b^{25} + D_{45}^a N_b^{45}. \quad (7)$$

Znając funkcje topologiczne odcinka linii o długości x możemy otrzymać na podstawie wzoru (7) funkcje topologiczne linii dłuższej o odcinek Δx .

Dla odcinka linii RCNRM C o długości $x + \Delta x$ wyznacznik układu przy wszystkich zaciskach rozwartych ma postać

$$\begin{aligned} D_h(x + \Delta x) = & D_{245}(x) s^2 c^2 M \Delta x^2 + D_h(x) (1 + scr \Delta x^2) (1 + \\ & + scr MN \Delta x^2) + D_{24}(x) sc \Delta x + D_{25}(x) s^2 c^2 r MN \Delta x^3 + \\ & + D_{45}(x) sc M (1 + scr \Delta x^2) \Delta x. \end{aligned} \quad (8)$$

W przypadku, gdy Δx dąży do zera, otrzymujemy:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{D_h(x + \Delta x) - D_h(x)}{\Delta x} = \frac{dD_h}{dx} = sc D_{24} + M D_{45}. \quad (9)$$

Analogicznie można wyznaczyć pochodne innych wyznaczników takiego odcinka linii, odpowiadających różnym stanom zaciskowym układu pięcizaciskowego:

$$\frac{dD_{24}}{dx} = MscD_{245}(x) + D_h(x)r(1+N), \quad (10)$$

$$\frac{dD_{245}}{dx} = rND_{25}(x) + D_{45}(x), \quad (11)$$

$$\frac{dD_{45}}{dx} = NrD_h(x) + scD_{245}(x), \quad (12)$$

$$\frac{dD_{25}}{dx} = rD_h(x) + sc(1+M)D_{245}(x), \quad (13)$$

$$\frac{dD_{125}}{dx} = rD_{15}(x) + sc(1+M)D_{1245}(x), \quad (14)$$

$$\frac{dD_{1245}}{dx} = NrD_{125}(x) + rD_{145}(x), \quad (15)$$

$$\frac{dD_{145}}{dx} = NrD_{15}(x) + scD_{1245}(x). \quad (16)$$

Jeżeli z układu równań (9)÷(13) wyeliminujemy wyznaczniki D_{24} , D_{45} oraz D_{25} , wówczas otrzymujemy:

$$\frac{d^2D_h}{dx^2} = scr(1+N+MN)D_h(x) + 2Ms^2c^2D_{245}(x), \quad (17)$$

$$\frac{d^2D_{245}}{dx^2} = 2Nr^2D_h(x) + scr(1+N+MN)D_{245}(x). \quad (18)$$

Z układu równań (18) i (17) dostajemy równanie

$$\frac{d^4D_h}{dx^4} = 2scr(1+N+NM)\frac{d^2D_h}{dx^2} + s^2c^2r^2[(1+N+NM)^2 - 4NM]D_h. \quad (19)$$

Wykorzystując warunki

$$D_h(0) = 0, \quad (20)$$

$$D_{245}(0) = 1,$$

otrzymujemy rozwiązanie równania (19) w postaci:

$$D_h(x) = \frac{sc}{2r} \sqrt{\frac{M}{N}} (\cosh \gamma_1 x - \cosh \gamma_2 x), \quad (21)$$

gdzie:

$$\gamma_1 = \sqrt{scr(1+N+NM+2\sqrt{NM})}, \quad (22)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{scr(1+N+NM-2\sqrt{NM})}.$$

Jeżeli struktura RC ma długość d , wówczas mamy

$$D_h = \frac{sC}{2R} \sqrt{\frac{M}{N}} (\cosh \Gamma_1 - \cosh \Gamma_2). \quad (23)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} R &= rd, \\ C &= cd, \\ \Gamma_1 &= \gamma_1 d, \\ \Gamma_2 &= \gamma_2 d. \end{aligned} \quad (24)$$

Postępując odwrotnie, tzn. korzystając z zależności (17), z równania (18) możemy otrzymać

$$\frac{d^4 D_{245}}{dx^4} = 2scr(1+N+NM) \frac{d^2 D_{245}}{dx^2} + s^2 c^2 r^2 [(1+N+NM)^2 - 4NM] D_{245}, \quad (25)$$

co wobec (20) prowadzi do równania

$$D_{245} = \frac{\cosh \Gamma_1 + \cosh \Gamma_2}{2}. \quad (26)$$

Wobec odwracalności struktury RC przedstawionej na rys. 2 mamy:

$$\begin{aligned} D_{15} &= D_{25}, \\ D_{245} &= D_{135}. \end{aligned} \quad (27)$$

Wartość wyznacznika D_{15} może być obliczona przy użyciu zależności (13), (23) i (26):

$$D_{15} = D_{25} = \frac{sC}{2N} (A_1 \sinh \Gamma_1 + A_2 \sinh \Gamma_2), \quad (28)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{N+NM+\sqrt{NM}}{\Gamma_1}, \\ A_2 &= \frac{N+NM+\sqrt{NM}}{\Gamma_2}. \end{aligned} \quad (29)$$

Układ równań (14)÷(16) prowadzi natomiast do równania:

$$\frac{d^2}{dx^2} [ND_{125} + D_{145}] - scr(1+N+NM)[ND_{125} + D_{145}] = 2 \frac{dD_{15}}{dx} Nr, \quad (30)$$

gdzie D_{15} jest dane zależnością (28).

Rozwiązanie równania (30) ma postać:

$$ND_{125} + D_{145} = \frac{1}{2\sqrt{NM}} (\Gamma_1 A_1 \cosh \Gamma_1 - A_2 \Gamma_2 \cosh \Gamma_2). \quad (31)$$

Różniczkując względem x równania (14) i (16), mnożąc (14) obustronnie przez N , a następnie odejmując stronami otrzymane równania, otrzymujemy:

$$N \frac{d^2 D_{125}}{dx^2} - \frac{d^2 D_{145}}{dx^2} = \frac{dD_{1245}}{dx} sc(N+NM-1). \quad (32)$$

Stosując zależność (15) mamy

$$N \frac{d^2 D_{125}}{dx^2} - \frac{d^2 D_{145}}{dx^2} = scr(N+NM-1)[ND_{125} + D_{145}]. \quad (33)$$

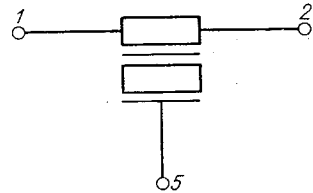
Podstawiając wartość $ND_{125} + D_{145}$ z zależności (31) do równania (32) dostajemy:

$$N \frac{d^2 D_{125}}{dx^2} - \frac{d^2 D_{145}}{dx^2} = \frac{scr(N+NM-1)}{2\sqrt{NM}} (\Gamma_1 A_1 \cosh \Gamma_1 - \Gamma_2 A_2 \cosh \Gamma_2). \quad (34)$$

Różniczkując (31) możemy wyeliminować wyznacznik D_{145} i, w konsekwencji, po scałkowaniu otrzymać:

$$D_{125} = \frac{sCR}{2N\sqrt{NM}} [A_1^2 (\cosh \Gamma_1 - 1) - A_2^2 (\cosh \Gamma_2 - 1)]. \quad (35)$$

Jeżeli badamy własności trójnika utworzonego na podstawie układu pięciozaciskowego z rys. 2 i przedstawionego na rys. 5, wówczas zbiór funkcji topologicznych zawiera następujące elementy: $D_h, D_{125}, D_{15}, D_{25}, D_{12}, N_5^{12}, N_5^{21}$, przy czym wyznaczniki D_h ,



Rys. 5. Trójkąt $RCNRM$ utworzony ze struktury RC pięciowarstwowej

D_{125}, D_{15}, D_{25} są określone wzorami (23), (28) oraz (35). Wykorzystując związki między tymi funkcjami ustalone w pracach [4, 5] możemy wyznaczyć licznik transmitancji rozważanego trójnika odwracalnego (rys. 5) na podstawie zależności:

$$N_5^{12} = N_5^{21} = D_{15}^2 - D_{125} D_h. \quad (36)$$

Podstawiając wartość funkcji D_h, D_{15}, D_{125} do tego wzoru otrzymujemy:

$$N_5^{12} = \frac{sC}{N} \left[A_1 \sinh \frac{\Gamma_1}{2} \cosh \frac{\Gamma_2}{2} + A_2 \sinh \frac{\Gamma_1}{2} \cosh \frac{\Gamma_2}{2} \right], \quad (37)$$

natomiast wyznacznik D_{12} można określić wykorzystując ogólną zależność

$$D_{12} = D_{15} + D_{25} - N_5^{12} - N_5^{21}. \quad (38)$$

Dla trójnika przedstawionego na rys. 5 wyznacznik ten może być napisany w postaci

$$D_{12} = 2(D_{15} - N_5^{12}). \quad (39)$$

Uwzględniając w (39) wzory (26)÷(28) i (36) mamy:

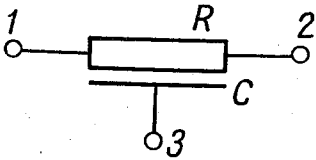
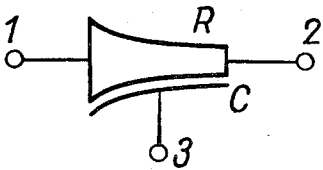
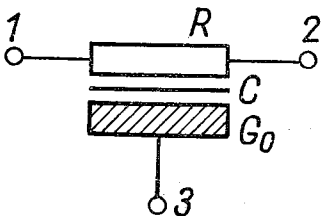
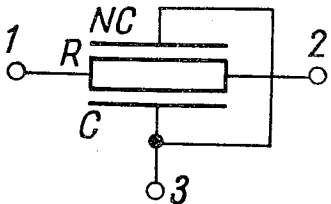
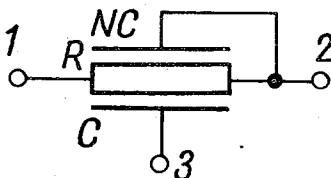
$$D_{12} = \frac{2sC}{N} \cosh \frac{\Gamma_1}{2} \cosh \frac{\Gamma_2}{2} \left(A_1 \sinh \frac{\Gamma_1}{2} - A_2 \sinh \frac{\Gamma_2}{2} \right). \quad (40)$$

W podobny sposób stosując metodę Hoanga można wyznaczyć wszystkie funkcje topologiczne tego 5-wrotnika oraz innych struktur.

W tablicy 1 podano funkcje topologiczne kilku znanych struktur RC z parametrami rozłożonymi.

W ogólnym przypadku struktury te mogą być układami wielozaciskowymi. W praktyce najczęściej spotyka się jednak takie struktury w postaci dwójników lub trójków, kiedy

Funkcje topologiczne struktur RC z parametrami rozłożonymi

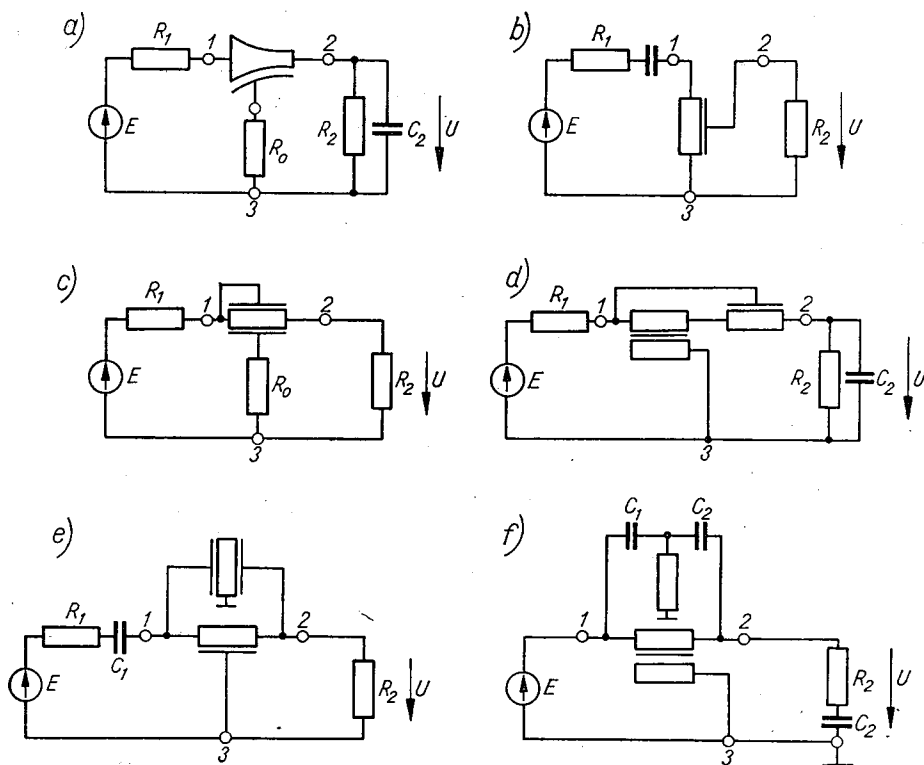
Symbol struktury RC	Funkcje topologiczne trójkątów
1	2
	$D_h = G \sinh \Gamma$ $D_1 = \cosh \Gamma$ $D_2 = \cosh \Gamma$ $D_c = W \sinh \Gamma$ $W = 1/G = \sqrt{\frac{R}{sC}}$ $N^{12} = N^{21} = 1$
	$D_h = \frac{sC}{\Gamma} e^{-B} \sinh \Gamma$ $D_1 = \frac{1}{\Gamma} e^{-B} (B \sinh \Gamma + \Gamma \cosh \Gamma)$ $D_2 = \frac{1}{\Gamma} e^B (-B \sinh \Gamma + \Gamma \cosh \Gamma) \quad B = \frac{al}{2}$ $D_c = \frac{R}{\Gamma} e^B \sinh \Gamma \quad \Gamma = \sqrt{B^2 + sRC}$ $N^{12} = N^{21} = 1$
	$D_h = G \sinh \Gamma$ $D_1 = \cosh \Gamma$ $D_2 = \cosh \Gamma$ $D_c = W \sinh \Gamma$ $N^{12} = N^{21}$ $\Gamma = \sqrt{\frac{\alpha sCR}{\alpha + sCR}}$ $\alpha = RG_0$ $W = \frac{1}{G} = \sqrt{\frac{R}{sC}}$
	$D_h = G \sinh \Gamma$ $D_1 = \cosh \Gamma$ $D_2 = \cosh \Gamma$ $D_c = W \sinh \Gamma$ $N^{12} = N^{21} = 1$ $G = \frac{(N+1)sC}{\Gamma}$ $W = R/\Gamma$ $\Gamma = \sqrt{(N+1)sCR}$
	$D_1 = \frac{1}{(N+1)^2} [N\Gamma \sinh \Gamma + (N^2+1) \cosh \Gamma + 2N]$ $D_2 = \cosh \Gamma$ $D_h = \frac{NG}{(N+1)^2} (\Gamma \cosh \Gamma + N \sinh \Gamma) \quad W = R/\Gamma$ $D_c = W \sinh \Gamma \quad G = \frac{sC(N+1)}{\Gamma}$ $N^{12} = N^{21} = 1 \quad \Gamma = \sqrt{(N+1)sCR}$

1	2
	$D_h = \frac{NG}{(N+1)^2} (\Gamma \cosh \Gamma + N \sinh \Gamma)$ $D_1 = \cosh \Gamma$ $D_2 = \frac{1}{(N+1)^2} [N\Gamma \sinh \Gamma + (N^2+1) \cosh \Gamma + 2N]$ $D_c = W \sinh \Gamma$ $N^{12} = N^{21} = 1$
	$D_h = G \sinh \Gamma$ $D_1 = \cosh \Gamma$ $D_2 = \frac{1}{(N+1)^2} [N\Gamma \sinh \Gamma + G = sC/\Gamma + (N^2+1) \cosh \Gamma + 2N]$ $D_c = \frac{W}{(N+1)^2} (N\Gamma \cosh \Gamma + \sinh \Gamma) \quad W = \frac{R(N+1)}{\Gamma}$ $N^{12} = N^{21} = \frac{N \cosh \Gamma + 1}{N+1} \quad \Gamma = \sqrt{(N+1)sCR}$
	$D_h = \frac{N}{(N+1)^2} [\Gamma \sinh \Gamma + 2N(\cosh \Gamma - 1)]$ $D_1 = \frac{NW}{(N+1)^2} (\Gamma \cosh \Gamma + N \sinh \Gamma)$ $D_2 = D_1$ $D_c = \frac{NW^2}{(N+1)^2} \Gamma \sinh \Gamma$ $N^{12} = N^{21} = \left(\frac{NW}{(N+1)^2} \right) (\Gamma + N \sinh \Gamma)$
	$D_h = G \sinh \Gamma$ $D_1 = \frac{NW}{(N+1)^2} [N\Gamma \sinh \Gamma + (N^2+1) \cosh \Gamma + 2N]$ $D_2 = \cosh \Gamma$ $D_c = \frac{W}{(N+1)^2} (N\Gamma \cosh \Gamma + \sinh \Gamma)$ $N^{12} = N^{21} = \frac{N \cosh \Gamma + 1}{N+1}$
	$D_h = \frac{sC}{2R} \sqrt{\frac{M}{N}} (\cosh \Gamma_1 - \cosh \Gamma_2)$ $D_1 = D_2 = \frac{sC}{N} (A_1 \sinh \Gamma_1 + A_2 \sinh \Gamma_2)$ $D_c = \frac{sCR}{2N\sqrt{NM}} (A_1^2 \cosh \Gamma_1 - 1) - A_2^2 (\cosh \Gamma_2 - 1)$ $N^{12} = N^{21} = \frac{sC}{N} (A_1 \sinh \Gamma_{1/2} \cosh \Gamma_{2/2} + A_2 \sinh \Gamma_{1/2} \cosh \Gamma_{2/2})$ $A_1 = \frac{N+NM+\sqrt{NM}}{\Gamma_1} \quad A_2 = \frac{N+NM-NM}{\Gamma_2}$ $\Gamma_1 = \sqrt{sCR(N+NM+\sqrt{NM})};$ $\Gamma_2 = \sqrt{sCR(N+NM-\sqrt{NM})}$

pozostałe zaciski są zwarte lub rozwarte. Na podstawie podanych funkcji topologicznych takich struktur można z łatwością obliczać transmitancje układów z zadaną strukturą RC o parametrach rozłożonych. Przykłady takich rozważań opartych o podane tutaj zależności są przedstawione dalej.

4. TRANSMITANCJE FILTRU PASYWNEGO Z TRÓJNIKAMI RC O PARAMETRACH ROZŁOŻONYCH

W zależności od funkcji, jaką ma realizować dany filtr, stosujemy różnorodne połączenia różnych rodzajów struktury RC o parametrach rozłożonych oraz elementów o parametrach skupionych. Przykładowe układy tego rodzaju są pokazane na rys. 6. Łatwo



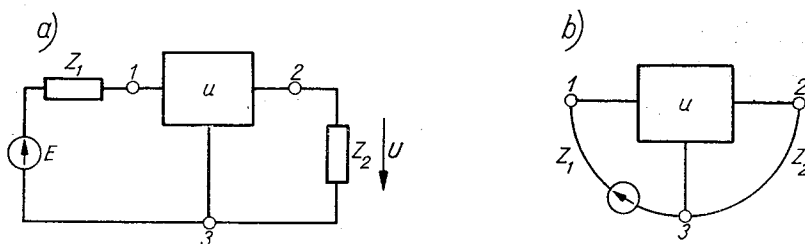
Rys. 6. Filtry ze strukturami RC o parametrach rozłożonych i skupionych

zauważyć, że każdy z układów przedstawionych na rys. 6 może być sprowadzony do postaci ogólnej pokazanej na rys. 7, gdzie:

u — oznaczenie trójkąta zawierającego układ struktur RC z parametrami rozłożonymi oraz elementy RC o parametrach skupionych,

Z_1 — impedancja źródła sterującego,

Z_2 — impedancja obciążenia filtru.



Rys. 7. Ogólna postać filtrów z rys. 6 oraz schemat blokowy takich filtrów

Z definicji Hoanga transmitancja napięciowa filtru ma postać:

$$K_U(s) = \frac{U}{E} = \frac{N^{12}}{D_o}, \quad (41)$$

gdzie:

N^{12} — licznik przeniesieniowy transmitancji łańcucha łączącego źródło sterujące E z wielkością wyjściową U ,

D_o — wyznacznik układu z wyeliminowaniem źródła sterującego E .

Dla obliczenia wyznacznika D_o stosujemy zależność pomiędzy wyznacznikami pasywnych dwójników połączonych ze sobą równolegle na pewnych zaciskach i - j . Otrzymujemy stąd, że wyznacznik układu ma postać:

$$D_o = D_c^a D_h^b + D_h^a D_c^a, \quad (42)$$

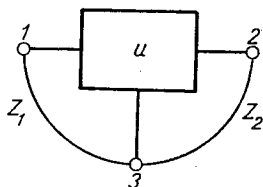
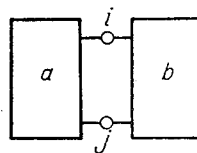
gdzie:

$D_c^{a,b}$ — wyznacznik dwójnika (a lub b) przy zaciskach i - j zwartych,

$D_h^{a,b}$ — wyznacznik dwójnika (a lub b) przy zaciskach i - j rozwartych.

Jeżeli zaciski zostały tak ustalone, że dwójnik a lub b przedstawiony na rys. 10 zawiera tylko jedną gałąź, to wyznacznik układu zawierającego gałąź o impedancji Z lub admittancji Y może być obliczony według wzorów:

$$\begin{aligned} D_o &= Z D_h + D_c, \\ D_o &= Y D_c + D_h. \end{aligned} \quad (43)$$

Rys. 8. Schemat blokowy filtru przedstawionego na rys. 7 z wyeliminowaniem źródła sterującego E 

Rys. 9. Schemat blokowy filtru pokazanego na rys. 7 dla ustalonych par zacisków

Stosując taką procedurę dla zacisków (1-3) układu przedstawionego na rys. 8 otrzymujemy:

$$D_o = Z_1 D_{oh} + D_{oc} \quad (44)$$

gdzie:

D_{oh} — wyznacznik układu z rys. 8 przy zaciskach (1-3) rozwartych,

D_{oc} — wyznacznik tego samego układu przy zaciskach (1-3) zwartych.

Wyznaczniki D_{oh} , D_{oc} odpowiadające układom pokazanym na rys. 4 mogą być obliczone przy użyciu zależności (43), co daje:

$$\begin{aligned} D_{oc} &= Z_2 D_1^u + D_c^u, \\ D_{oh} &= D_2 + Z_2 D_h^u. \end{aligned} \quad (45)$$

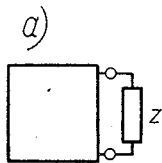
Tutaj symbolami D_1^u , D_2^u , D_c^u , D_h^u oznaczono odpowiednie wyznaczniki trójkąta u . Podstawiając (45) do (44) otrzymujemy wyznacznik D_o w postaci

$$D_o = Z_1 (Z_2 D_h^u + D_2^u) + Z_2 D_1^u + D_c^u. \quad (46)$$

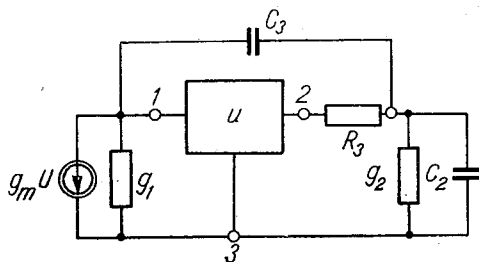
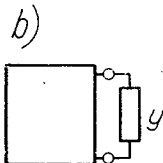
Zgodnie z definicją pojęcia licznika przeniesieniowego podaną przez Hoanga w pracach [4, 5] uzyskujemy

$$N^{12} = \sum_{i=1}^n P^{oi}, \quad (47)$$

gdzie P^{oi} — wartość łańcucha przeniesieniowego układu (por. [4, 5]).



Rys. 10. Ilustracja do obliczania wyznaczników filtra obciążonego dwójnikiem



Rys. 11. Filtr RC zawierający trójkąt u oraz elementy RC skupione

Dla układu przedstawionego na rys. 8 łańcuch przeniesieniowy jest łańcuchem łączącym źródło sterujące z wielkością wyjściową U i przechodzący przez trójkąt u . Wynika stąd, że:

$$N^{12} = P_1^u = Z_2 N_u^{12}, \quad (48)$$

gdzie N_u^{12} — licznik przeniesieniowy transmitancji trójkąta u pomiędzy zaciskami (1-3) oraz (2-3).

Podstawiając zależności (46) i (84) do (41) otrzymujemy ostatecznie transmitancję napięciową filtra przedstawionego na rys. 7 w postaci

$$K_U(s) = \frac{Z_2 N_u^{12}}{Z_1 (Z_2 D_h^u + D_2^u) + Z_2 D_1^u + D_c^u}. \quad (49)$$

Analogicznie można wyznaczyć transmitancje innych filtrów. Np. dla filtra przedstawionego na rys. 11 transmitancja ta ma postać³⁾:

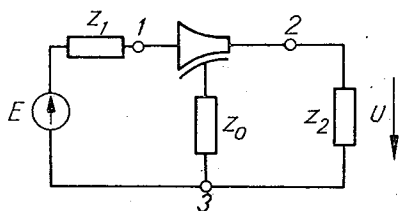
³⁾ Elementy C_2 , C_3 , g_1 , g_2 , R_3 w układzie z rys. 11 mogą być uważane za parametry schematu zastępczego wzmacniacza współpracującego ze strukturą RC o parametrach rozłożonych.

$$K_U(s) = \frac{N_u^{12} + sC_3(R_3 D_1'' + D_c'')}{a_1 D_c'' + a_2 D_1'' + a_3 D_2'' + a_4 D_h'' - a_5}, \quad (50)$$

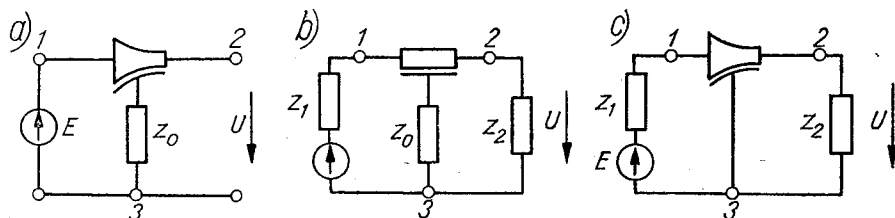
gdzie:

$$\begin{aligned} a_1 &= s^2 C_1 C_2 + s(C_1 g_2 + C_2 g_1 + C_3 g_2 + C_3 g_1) + g_1 g_2, \\ a_2 &= s^2 R_3(C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1) + sR_3(g_1 C_2 + g_1 C_3 + g_2 C_1 + g_2 C_3) + \\ &\quad + s(C_1 + C_3) + g_1(1 + g_2 R_3), \\ a_3 &= s(C_1 + C_3) + g_2, \\ a_4 &= sR_3(C_2 + C_3) + R_3 g_3 + 1, \\ a_5 &= sC_3. \end{aligned}$$

Tytułem kolejnego przykładu obliczmy transmitancję napięciową filtra zerowego zawierającego niejednorodną strukturę RC o parametrach rozłożonych, przedstawionego na



Rys. 12. Filtr zerowy z niejednorodną strukturą RC zbieżną eksponencjalnie



Rys. 13. Przykłady filtrów z rys. 12

a) dla $Z_1 = 0$ oraz $Z_2 = \infty$, b) filtr z linią jednorodną, c) filtr dolnoprzepustowy

rys. 12. Korzystając z zależności (49) oraz tablicy 2, w której podano wartości funkcji topologicznych trójkąta połączonego z dwójnikiem Z_0 , otrzymujemy:

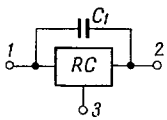
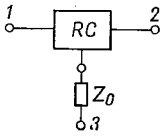
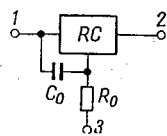
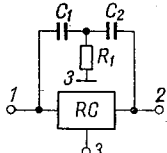
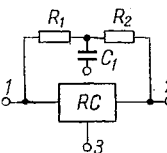
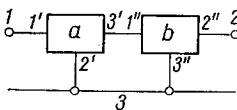
$$K_U(s) = \frac{Z_2(sCZ_0 e^{-B} \sinh \Gamma + I)}{\sinh \Gamma sC(Z_0 Z_1 + Z_1 Z_2 + Z_2 Z_0) e^{-B} + BZ_2 e^{-B} + (R - BZ_1) e^B - 2B \sinh BZ_0 + \cosh \Gamma e^B Z_1 + e^{-B}(Z_2 + Z_0) \cosh B - 2Z_0 \Gamma}. \quad (51)$$

Zależność tę można znacznie uprościć w następujących przypadkach szczególnych:

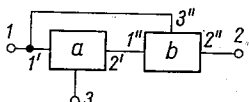
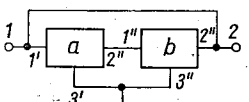
a) $Z_1 = 0$, $Z_2 = \infty$ (rys. 13a)

$$K_U(s) = \frac{sCZ_0 \sinh \Gamma + e^B \Gamma}{\sinh \Gamma(sCZ_0 + B) + \Gamma \cosh \Gamma}, \quad (52)$$

Funkcje topologiczne trójkników złożonych

Układ filtru RC	Funkcje topologiczne filtru
1	2
	$D_h^u = sC_1 D_3 + D_h$ $D_c^u = D_c$ $D_1^u = sC_1 D_c + D_1$ $D_2^u = sC_1 D_c + D_2$ $N_u^{12} = N_u^{21} = sC_1 D_c + N^{12}$
	$D_h^u = D_h$ $D_c^u = Z_0 D_3 + D_c$ $D_1^u = Z_0 D_h + D_1$ $D_2^u = Z_0 D_h + D_2$ $N_u^{12} = N_u^{21} = Z_0 D_h + N^{12}$
	$D_h^u = sC_0 D_1 + D_h$ $D_c^u = (1 + sC_0 R_0) D_c + R_0 D_1$ $D_1^u = (1 - sC_0 R_0) D_1 + R_0 D_h$ $D_2^u = (D_h + sC_0 D_1) R_0 + sC_0 D_c + D_2$ $N_u^{12} = N_u^{21} = (1 + sC_0 R_0) N^{12} + R_0 D_h$
	$D_h^u = s(C_1 + C_2) D_h R_1 + s^2 R_1 C_1 C_2 D_3$ $D_c^u = [1 + s(C_1 + C_2) R_1] D_c$ $D_1^u = [1 + s(C_1 + C_2) R_1] D_1 + sC_2 D_c (1 + sC_1 R_1)$ $D_2^u = [1 + s(C_1 + C_2) R_1] D_2 + sC_1 D_c (1 + sC_2 R_1)$ $N_u^{12} = s^2 C_1 C_2 R_1 D_c + N^{12} [1 + s(C_1 + C_2) R_1]$
	$D_h^u = [1 + sR_1(C_1 + C_2)] D_h + s^2 C_1 C_2 (R_1 D_3 + D_c) + sC_2 D_2$ $D_c^u = D_c (sC_1 R_1 R_2 + R_1 + R_2)$ $D_1^u = D_1 (sC_1 R_1 R_2 + R_1 + R_2) + D_c (1 + sC_1 R_1)$ $D_2^u = D_2 (sC_1 R_1 R_2 + R_1 + R_2) + D_c (1 + sC_2 R_2)$ $N_u^{12} = N_u^{21} = D_c + N^{12} (sC_1 R_1 R_2 + R_1 + R_2)$
	$D_h^u = D_2^a D_h^b + D_h^a D_3^b$ $D_c^u = D_c^a D_2^b + D_3^a D_c^b$ $D_1^u = D_c^a D_h^b + D_3^a D_1^b$ $D_2^u = D_2^a D_2^b + D_h^a D_c^b$ $N_u^{12} = N_u^{21} = N_a^{13} N_b^{12}$

ciąg dalszy tabl. 2

1	2
	$D_h^u = D_3^a D_h^b + D_h^a D_1^b$ $D_c^u = D_c^a D_2^b + D_1^a D_c^b$ $D_1^u = D_c^a D_h^b + D_1^a D_1^b$ $D_2^u = D_c^a D_h^b + D_h^a D_c^b + D_1^a D_3^b + D_2^a D_1^b - N_a^{12} N_b^{12} - N_a^{21} N_b^{21}$ $N_u^{12} = N_u^{21} = N_a^{12} N_b^{12}$
	$D_h^u = D_c^a D_h^b + D_h^a D_c^b + D_1^a D_1^b + D_2^a D_2^b - N_a^{12} N_b^{12} - N_a^{21} N_b^{21}$ $D_c^u = D_c^a D_2^b + D_1^a D_c^b$ $D_1^u = D_c^u$ $D_2^u = D_1^u = D_c^u$ $N_u^{12} = N_u^{21} = D_c^a D_2^b + D_1^a D_c^b$

Uwaga. Wartości funkcji topologicznych konkretnych struktur RC z parametrami rozłożonymi są podane w tablicy 1

b) linia RC jednorodna: $B = 0$ (rys. 13b)

$$K_U(s) = \frac{Z_2(sCZ_0 \sinh \Gamma + \Gamma)}{\sinh \Gamma sC(Z_0 Z_1 + Z_1 Z_2 + Z_2 Z_0) + \cosh \Gamma(Z_0 + Z_1 + Z_2) - 2Z_0 \Gamma}, \quad (53)$$

c) filtr dolnoprzepustowy: $Z_0 = 0$ (rys. 13c)

$$K_U(s) = \frac{Z_2 \Gamma}{\sinh \Gamma(sCZ_1 Z_2 e^{-B} + BZ_2 e^{-B} + R - BZ_1 e^B) + \cosh \Gamma(Z_2 e^{-B} + Z_1 e^B)}. \quad (54)$$

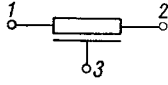
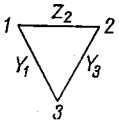
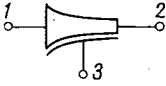
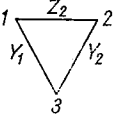
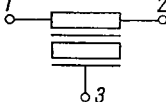
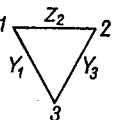
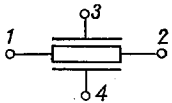
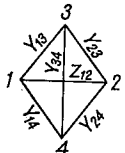
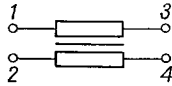
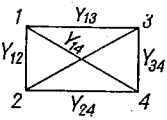
Własności transmisyjne takich układów ze strukturami RC o parametrach rozłożonych można także badać stosując grafy sieciowe układów zastępczych. Wyznaczanie transmitancji na tej drodze jest możliwe przy zastosowaniu jednej z kilku znanych metod, np. metody liczb strukturalnych Bellerta [6], metody grafu przepływowego Masona [14] oraz bezpośredniej metody topologicznej Hoanga [5].

W tablicy 3 zestawiono układy RC o parametrach rozłożonych i odpowiadające im grafy. Wyznaczanie immitancji gałęzi tych układów następuje bezpośrednio w oparciu o wzory (2). Podane zależności mogą być wykorzystane przy ustalaniu algorytmów obliczeniowych dla układów zawierających omówione struktury RC. Analiza własności transmisyjnych takich struktur jest w ogólnym przypadku uciążliwa i praktycznie możliwa tylko przy użyciu maszyn matematycznych.

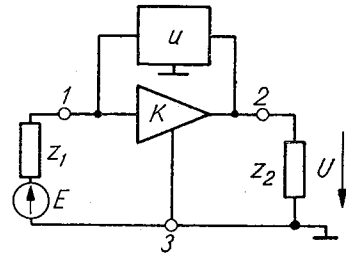
5. TRANSMITANCJE FILTRÓW AKTYWNYCH ZE STRUKTURAMI RC ROZŁOŻONYMI

Zastosowanie metody topologicznej Hoanga pozwala wyznaczać transmitancje układów zarówno pasywnych, jak również aktywnych. W tej części podano przykłady obliczeń transmitancji filtrów aktywnych ze strukturami RC o parametrach rozłożonych, przedsta-

Immitancja sieci zastępczej przykładowych struktur RC z parametrami rozłożonymi

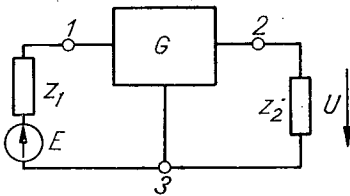
Symbol struktury RC	Sieć zastępcza	Wartość elementów immitancyjnych
		$Y_1 = Y_3 = \frac{\cosh \Gamma - 1}{R \sinh \Gamma}$ $Z_2 = \frac{R \sinh \Gamma}{\Gamma}$ $\Gamma = \sqrt{sCR}$
		$Y_1 = \frac{(-B \sinh \Gamma + \cosh \Gamma) e^B - \Gamma}{e^B R \sinh \Gamma}$ $Y_2 = \frac{(B \sinh \Gamma + \cosh \Gamma) e^{-B} - \Gamma}{e^B R \sinh \Gamma}$ $Z_2 = \frac{1}{\Gamma} R \sinh \Gamma$ $\Gamma = \sqrt{B^2 + sCR}$
		$Y_1 = Y_3 = \frac{2\sqrt{NM}(A_1 \sinh \Gamma_1 + A_2 \sinh \Gamma_2) - 1}{A_1^2(\cosh \Gamma_1 - 1) - A_2^2(\cosh \Gamma_2 - 1)}$ $Z_2 = \frac{1}{2N\sqrt{NM}} sCR [A_1^2(\cosh \Gamma_1 - 1) - A_2^2(\cosh \Gamma_2 - 1)]$ $A_1 = \frac{1}{\Gamma_1} (N + NM + \sqrt{NM}),$ $\Gamma_1 = \sqrt{sCR1 + N + NM + 2\sqrt{NM}}$ $A_2 = \frac{1}{\Gamma_2} (N + NM - \sqrt{NM}),$ $\Gamma_2 = \sqrt{sCR1 + N + NM - 2\sqrt{NM}}$
		$Z_{12} = W \sinh \Gamma$ $Y_{13} = Y_{32} = \frac{G(\cosh \Gamma - 1)}{(N+1) \cosh \Gamma}$ $Y_{14} = Y_{24} = \frac{NG(\cosh \Gamma - 1)}{(N+1) \sinh \Gamma}$ $Y_{34} = \frac{NG[\Gamma \sinh \Gamma + 2(1 - \cosh \Gamma)]}{(N+1)^2 \sinh \Gamma}$ $W = \frac{R}{\Gamma}$ $G = \frac{(N+1)sC}{\Gamma}$ $\Gamma = \sqrt{(N+1)sCR}$
		$Y_{13} = \frac{G(\Gamma + N \sinh \Gamma)}{\Gamma \sinh \Gamma}$ $Y_{24} = \frac{G(N\Gamma + \sinh \Gamma)}{N\Gamma \sinh \Gamma}$ $Y_{12} = Y_{34} = \frac{G}{\Gamma} (\Gamma \cosh \Gamma - 1)$ $Y_{14} = Y_{23} = \frac{G \sinh \Gamma + 1}{\Gamma \sinh \Gamma}$ $W = \frac{(N+1)R}{\Gamma}$ $G = \frac{sC}{\Gamma}$ $\Gamma = \sqrt{(N+1)sCR}$

wionych na rys. 14. Tutaj trójkąt K jest pewnym wzmacniaczem zawierającym n elementów nieodwracalnych, natomiast trójkąt u może być strukturą typu RC , RGC , $RCNC$, $RCNRM$... albo zespołem takich struktur.

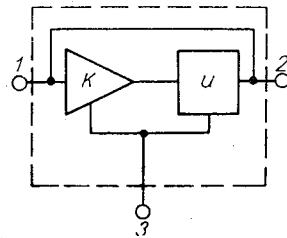


Rys. 14. Filtr aktywny z trójkątem u w pętli sprzężenia zwrotnego

Z punktu widzenia metody topologicznej Hoanga układ z rys. 14 można traktować jako układ z rys. 16, gdzie trójkąt G jest pewnym trójkątem aktywnym zawierającym wewnątrz dwa trójkąty składowe K i u połączone ze sobą równolegle (rys. 16). W ogólnym przypadku



Rys. 15. Filtr aktywny w postaci trójkąta



Rys. 16. Dwa trójkąty połączone ze sobą równolegle

transmitancja aktywnego filtra zawierającego n elementów nieodwracalnych [5] ma postać:

$$K_U(s) = \frac{\Sigma P^o + \mu_1 \Sigma P^{oi} + \mu_1 \mu_j \Sigma P^{o(i,j)} \dots + \mu_1 \mu_j \dots \mu_n \Sigma P^{o(1,2,\dots,n)}}{D_o - \mu_1 N_o^1 - \mu_2 N^2(\mu_1) \dots - \mu_n N^n(\mu_1, \mu_2 \dots \mu_{n-1})}, \quad (55)$$

gdzie:

μ_i — parametr napięciowego źródła sterowanego,

$\sum_{i=1}^n P_o$ — oznacza sumę wartości transmitancji wszystkich łańcuchów przeniesieniowych łączących źródła sterujące μ_i z wielkościami wyjścia U_i przy założeniu, że wydajności wszystkich innych źródeł są równe zero,

$\Sigma P^{o(i,j,\dots,l)}$ — oznacza sumę wartości transmitancji wszystkich łańcuchów przeniesieniowych przechodzących przez $i, j \dots l$ -ty element nieodwracalny bez względu na ich porządek,

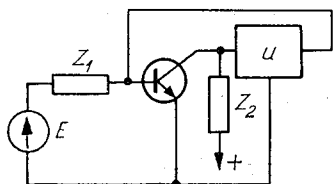
D_o — wyznacznik układu z wyeliminowaniem wszystkich elementów nieodwracalnych,

$N^p(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{p-1})$ — licznik przeniesieniowy transmitancji pomiędzy źródłem sterowanym a wielkością wyjściową.

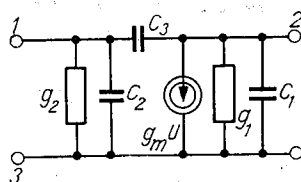
W przypadku gdy trójkąt K zawiera tylko jedno źródło sterowane, transmitancja ma postać

$$K_U(s) = \frac{\Sigma P^o + \mu \Sigma P^{oi}}{D_o - \mu N_o^1}. \quad (56)$$

Wartości funkcji topologicznych występujących we wzorze (55) mogą być obliczone za pomocą metody omówionej poprzednio. Dla przykładu obliczmy transmitancję napięciową filtru aktywnego przedstawionego na rys. 17, gdzie trójnikiem aktywnym K jest



Rys. 17. Przykład filtru aktywnego



Rys. 18. Schemat zastępczy wzmacniacza

wzmacniacz tranzystorowy opisany schematem zastępczym z rys. 18, natomiast filtrem selektywnym w pętli sprzężenia zwrotnego jest trójkąt u . Z grafu wynika, że układ zawiera jedno źródło sterowane $g_m U$, w związku z czym stosując zależność (56) mamy:

$$K_U(s) = \frac{\Sigma P^o + g_m \Sigma P^{oi}}{D_o - g_m N_o^1}, \quad (57)$$

gdzie:

$$\Sigma P_i^o = P_i^o = [1 + Z_2(sC_1 + sC_3 + g_1)]D_c^u + Z_2 D_2^u,$$

$$\Sigma P_i^{o1} = 0,$$

$$D_o = [1 + (sC_1 + g_1)Z_2][(1 + (sC_2 + sC_3 + g_2)Z_1)D_c^u + Z_1 D_1^u] + \\ + Z_2(sC_3 D_c^u + D_2^u)[1 + (sC_2 + sC_3 + g_2)Z_2] + Z_1(sC_3 D_3^u + D_h^u),$$

$$N_o^1 = -Z_1 Z_2(sC_3 D_c^u + N_u^{12}).$$

6. RÓWNANIA CHARAKTERYSTYCZNE GENERATORA ZE STRUKTURĄ RC O PARAMETRACH ROZŁOŻONYCH

W tym punkcie przedstawiono przykłady zastosowań metody topologicznej Hoanga do wyznaczania równania charakterystycznego generatora ze sprzężeniem zwrotnym napięciowym (rys. 19a). Zakładając, że wszystkie elementy obu trójkątów są liniowe, możemy proces powstania drgań zbadać posługując się zależnościami znanymi z teorii układów liniowych.

Z rys. 19b wynika, że układ ten zawiera dwa trójkąty połączone ze sobą równolegle. Równanie charakterystyczne może być zatem napisane przy użyciu macierzy admitancyjnej:

$$|y| = 0, \quad (58)$$

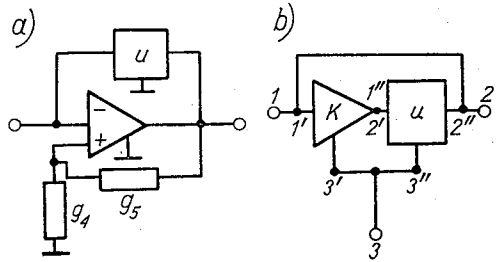
gdzie $[y]$ — macierz wypadkowa układu:

$$[y] = [y_K] + [y_u],$$

zaś $|y|$ — wyznacznik macierzy wypadkowej $[y]$.

Opisując trójniki macierzami łańcuchowymi $|A|$ możemy równanie charakterystyczne układu (15) napisać w postaci

$$|A| + 1 - A_{11} - A_{22} = 0. \quad (59)$$



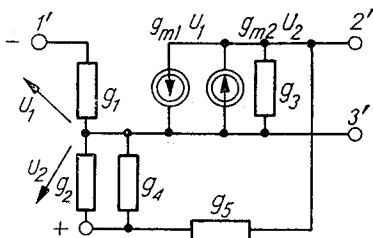
Rys. 19. Przykład generatora z filtrem u w pętli sprzężenia zwrotnego

Jednakże w przypadkach układów skomplikowanych wyznaczenie parametrów takich macierzy nie jest łatwe. Natomiast metoda topologiczna Hoanga daje możliwość wyznaczenia równania charakterystycznego zarówno układów prostych, jak również skomplikowanych. Warunkiem powstawania drgań w generatorze jest spełnienie następującego równania:

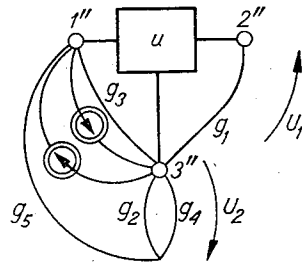
$$D^G = 0, \quad (60)$$

gdzie D^G — wyznacznik układu generacyjnego (rys. 19a).

Warunek (60) wynika z wyrażenia transmitancji filtra aktywnego przy badaniu stanu, w którym istnieje wielkość wyjściowa U przy braku źródła sterującego E .



Rys. 20. Schemat zastępczy wzmacniacza



Rys. 21. Schemat blokowy układu przedstawionego na rys. 19

Dla układu przedstawionego na rys. 19b wyznacznik układu ma postać

$$D^G = D_c^k D_h^u + D_h^k D_c^u + D_1^k D_1^u + D_2^k D_2^u - N_k^{12} N_u^{12} - N_k^{21} N_u^{21}, \quad (61)$$

gdzie:

k — indeks odpowiadający trójnikowi aktywnemu,

u — indeks odpowiadający trójnikowi pasywnemu u w pętli sprzężenia zwrotnego generatora.

W przypadku kiedy wzmacniacz jest dany w postaci schematu zastępczego z rys. 20, układ generacyjny można przedstawić jak na rys. 21. Filtr selektywny ze strukturą RC o parametrach rozłożonych jest traktowany jako trójkąt, natomiast elementy immitancyjne skupione są opisane gałęziami tego grafu.

Z rys. 21 wynika, że graf ten zawiera dwa elementy nieodwracalne: $g_{m1} U_1$, $g_{m2} U_2$, w związku z czym wyznacznik układu ma postać:

$$D^G = D_o - g_{m1} N_o^1 - g_{m2} N^2 g_{m1}, \quad (62)$$

gdzie:

D_o — wyznacznik układu z wyeliminowaniem wszystkich źródeł sterowanych,

N_o^1 — licznik przeniesieniowy pomiędzy źródłem sterowanym $g_{m1} U_1$ a wielkością U_1 przy pominięciu innych źródeł;

N^2 — licznik przeniesieniowy pomiędzy źródłem sterowanym $g_{m2} U_2$ a wielkością U_2 przy istnieniu źródła sterowanego $g_{m1} U_1$.

Analogicznie do omówionych poprzednio przypadków i stosując poprzednie procedury do obliczeń takich funkcji topologicznych otrzymujemy wyznacznik układu generacyjnego w postaci:

$$D^G = (g_1 D_c^u + D_1^u)[(g_2 + g_4 + g_5)g_3 + (g_2 + g_4)g_5] + (g_1 D_2^u + D_2^u)(g_2 + g_4 + g_5) + N_u^{12} g_{m1}(g_2 + g_4 + g_5) - g_{m2} g_5 (g_1 D_c^u + D_1^u).$$

Funkcje topologiczne przykładowych trójkątów u są podane w tablicach 1 i 2.

LITERATURA

1. A. S. Wasiliew, W. W. Galickij, *Tranzistornyje izbiratielnyje usiliteli s raspredeennymi RC strukturami*, Swiaż, 1, 1967.
2. W. W. Galickij, *Tranzistornyje generatory sinusoidalnych kolebanij s raspredeennymi RC strukturami*, Swiaż, 3, 1969.
3. J. Roszkiewicz, *Układy RC o stałych rozłożonych*, Warszawa 1972.
4. S. Hoang, *Direct Topological Method of Analysis of Distributed Parameter Networks*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1, 1975.
5. S. Hoang, *Direct Topological Rules for Analysis of Networks with Magnetic Coupling*, Archiwum Elektrotechniki, 2, 1974.
6. S. Bellert, H. Woźniacki, *Analiza i synteza układów elektronicznych metodą liczb strukturalnych*, Warszawa 1968.
7. A. Filipkowski, *Mikroelektroniczne układy scalone*, Warszawa 1966.
8. B. B. Woo, J. M. Bartelemay, *Characteristics and Applications of Tapered, Thin Film Distributed Parameter Structure*, IEEE International Convention Record, P. 2, 1963.
9. M. Biało, *Układy mikroelektroniczne*, Warszawa 1969.
10. R. Parkin, *Approximations to the Equation Describing Distributed RC Network*, IEEE Trans. Circuit Theory, CT-12, 4, 1965.
11. W. M. Wołkow, W. P. Popow, *K analizu cepiej s raspredeennymi paramietrami*, Elektrowswiaż, No 9, 1966.

12. M. Białko, J. Roszkiewicz, *Metody syntezy układów RC o stałych rozłożonych*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1970.
13. Y. Fu, Y. S. Fu, *Synthesis of Active Distributed Network Theory*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1962.]
14. S. J. Mason, H. Z. Zimmerman, *Electronic Circuit, Signal and System*, J. Wiley, New York 1960.
15. E. W. Zeljach, P. N. Ganskij, *Genieratory, sodierzaszczie idealnyje aktywnyje czetyriechpol-jusniki i RC struktury*, Radiotekhnika i Elektronika, No 2, 1973.

NGUYEN THIEN

APPLICATION OF HOANG TOPOLOGICAL METHOD TO ANALYSIS OF DISTRIBUTED RC NETWORKS

Summary

This paper deals with the application of the Hoang topological method to the analysis of structure fiveterminals and of distributed RC networks.

Owing to the method we can determine directly the expression of the transfer functions and characteristics equations of simple or complex networks.

NGUYEN THIEN

APPLICATION DE LA MÉTHODE TOPOLOGIQUE DE HOANG À L'ANALYSE DES CIRCUITS RC AVEC LES PARAMÈTRES DISTRIBUÉS

Résumé

Dans cet article on a présenté l'application de la méthode topologique de Hoang à l'analyse de la structure RC à cinq couches et des circuits possédant la structure RC avec les paramètres distribués.

Cette méthode permettra de simplifier l'analyse, déterminer directement la transmittance et résoudre les équations caractéristiques simples et compliquées des circuits.

NGUYEN THIEN

ANWENDUNG DER HOANGSCHEN TOPOLOGISCHEN METHODE ZUR ANALYSE VON RC-STRUKTUREN

Zusammenfassung

In dem Artikel wird die Anwendung der topologischen Hoang-Methode zur Analyse der fünfschichtigen RC-Struktur sowie der die RC-Strukturen enthaltenden Systeme mit kontinuierlichen Parametern behandelt.

Mittels dieser Methode kann man die Analyse vereinfachen. Man kann damit auch Übergangsfunktionen, charakteristische Geradengleichungen sowie Gleichungen komplizierterer Systeme unmittelbar bestimmen.

НГУЕН ТЬЕН

ПРИМЕНЕНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОГО МЕТОДА ХУАНГА К АНАЛИЗУ
СХЕМ RC С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Резюме

В статье подано применение топологического метода Хуанга к анализу 5-слойных структур RC и цепей RC с распределенными параметрами.

При помощи этого метода можно значительно упростить анализ и непосредственно определить трансмитанцию и характеристические уравнения как простых так и более сложных систем.

Kryteria oceny filtrów aktywnych RC

JANUSZ ROSZKIEWICZ (GDAŃSK)

Instytut Technologii Elektronicznej Politechniki Gdańskiej

ANDRZEJ BORYS (TCZEW), RYSZARD WOJTYNA (BYDGOSZCZ)

Akademia Techniczno-Rolnicza

Otrzymano 1.7.1976

W pracy przedstawiono nowe spojrzenie na ocenę i analizę filtrów aktywnych RC oraz odpowiednie miary optymalizacyjno-porównawcze, uwzględniające rzeczywiste warunki filtracji. Wykazano, że dla obiektywnej oceny jakości filtrów aktywnych RC istnieje konieczność uwzględniania odpowiednich wymagań dynamicznych, w warunkach równoczesnego pobudzania wejścia układów kilkoma sygnałami. Sformułowano również nową dynamiczną miarę charakterystyk częstotliwościowych uwzględniającą związek pomiędzy realizowaną funkcją transmitancji, dynamiką sygnałów wejściowych i zniekształceniami nieliniowymi.

1. WSTĘP

W większości prac związanych z tematyką analogowych filtrów aktywnych RC rozpatruje się modele liniowe, przyjmując w ocenie ich jakości różne miary optymalizacyjno-porównawcze. Miary te, uwzględniające jedynie zakres liniowy, nie dają w pełni obiektywnych kryteriów oceny filtrów aktywnych, ponieważ rzeczywiste warunki filtracji narzucają z reguły określone wymagania na charakterystyki dynamiczne, zależne od właściwości nieliniowych. Narzuca to konieczność modyfikacji dotychczasowych kryteriów oceny, a tym samym równoczesnego uwzględniania w procesie optymalizacji filtrów aktywnych RC, obok kryteriów pracy liniowej, kryteriów oceniających zachowanie się filtrów w określonych warunkach dynamicznych.

W pracy przedstawiono, obok zwięzłego przeglądu znanych metod oceny filtrów aktywnych RC w zakresie liniowym, niektóre nowe kryteria oceny, uwzględniające warunki pracy dynamicznej. Wykazano, że dla obiektywnej oceny i klasyfikacji filtrów aktywnych RC istnieje konieczność równoczesnego uwzględniania obydwóch rodzajów kryteriów, a niekiedy kompromisowego wyboru pomiędzy tymi kryteriami.

2. MODEL I ANALIZA

Podstawową funkcją filtrów, w tym również filtrów aktywnych RC jest zapewnienie odpowiedniej filtracji sygnałów z określonego widma sygnałów wejściowych, w ustalonych warunkach dynamicznych. Z tego względu model filtru aktywnego jest układem, w którym należy uwzględnić wpływ nieliniowości źródeł aktywnych na warunki filtracji sygnałów wejściowych.

W analizie i syntezie układów i systemów szerokie zastosowanie znalazły metody operatorów całkowych, bazujące na szeregu funkcjonalnym Volterry [1], który wykazał, że każdy funkcjonal $G[x]$ ciągły w obszarze funkcji ciągłych może być przedstawiony jako nieskończona suma regularnych i jednorodnych funkcjonałów $F_n[x(t), b \leq t \leq a]$:

$$G[x] = \sum_{n=1}^{\infty} F_n[x], \quad (1)$$

gdzie:

$$F_n[x] = \int_b^a \dots \int_b^a g_n(\Psi_1 \dots \Psi_n; t) x(\Psi_1) \dots x(\Psi_n) d\Psi_1 \dots d\Psi_n, \quad (2)$$

n — stopień funkcjonału,

$g_n(\Psi_1 \dots \Psi_n; t)$ — jądro Volterry rzędu n .

Szereg opisany wyrażeniem (1) jest zbieżny, jeżeli każdej funkcji $x(t)$ odpowiada określony funkcjonal.

Rozwinięcie w szereg funkcjonałów dane wzorem (1) stanowi podstawę dla analizy układów pobudzanych równocześnie kilkoma sygnałami. Wiener wykazał [2], że odpowiedź $y(t)$ na wyjściu układu jest funkcjonalem pobudzenia $x(t)$ na wejściu układu, a zatem przez analogię do wyrażenia (1) może być przedstawiona w postaci:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t), \quad (3)$$

gdzie

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1 \dots \tau_n) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) \dots x(t-\tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n. \quad (4)$$

Funkcje $h_n(\tau_1 \dots \tau_n)$ reprezentują nieliniowe odpowiedzi impulsowe stopnia n , a ich wielowymiarowe transformaty $H_n(s_1, s_2, \dots, s_n)$ [3] nieliniowe transmitancje stopnia n . Pomiedzy funkcjami $h_n(\tau_1 \dots \tau_n)$ i $H_n(s_1, s_2, \dots, s_n)$ zachodzą związki:

$$H_n(s_1, s_2, \dots, s_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1 \dots \tau_n) \exp \left[- \sum_{i=1}^n s_i \tau_i \right] d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n, \quad (5)$$

$$h_n(\tau_1 \dots \tau_n) = \frac{1}{(2\pi j)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(s_1, s_2, \dots, s_n) \exp \left[\sum_{i=1}^n s_i \tau_i \right] ds_1 ds_2 \dots ds_n. \quad (6)$$

Zastosowanie wielowymiarowej transformacji względem poszczególnych składników wyrażenia (3) daje:

$$\begin{aligned} Y_1(s) &= H_1(s)X(s) \\ Y_2(s_1, s_2) &= H_2(s_1, s_2)X(s_1)X(s_2), \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (7)$$

$$Y_n(s_1, s_2, \dots, s_n) = H_n(s_1, s_2, \dots, s_n) \prod_{i=1}^n X(s_i),$$

gdzie

$$X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st} dt.$$

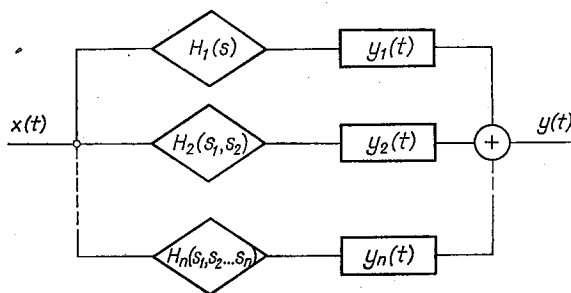
Biorąc wielowymiarową transformację odwrotną wyrażenia (7) oraz przyjmując $t_1 = t_2 = \dots = t_n = t$ otrzymuje się $y_n(t)$ w zależności od nieliniowych transmitancji $H_n(s_1, s_2 \dots s_n)$ i widma sygnału wejściowego $X(s)$:

$$y_n(t) = \frac{1}{(2\pi j)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(s_1, s_2 \dots s_n) \prod_{i=1}^n X(s_i) \exp \left[\sum_{i=1}^n s_i t \right] ds_1 ds_2 \dots ds_n. \quad (8)$$

Podstawiając wzór (8) do wyrażenia (3) otrzymuje się odpowiedź układu $y(t)$ w postaci:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2\pi j)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(s_1, s_2 \dots s_n) \prod_{i=1}^n X(s_i) \exp \left[\sum_{i=1}^n s_i t \right] ds_1 ds_2 \dots ds_n. \quad (9)$$

Z wyrażenia (9) wynika ogólny model układu „wielowejściowego” przedstawiony na rys. 1, w którym uwzględniona jest zależność nieliniowości od częstotliwości. Model ten,



Rys. 1. Wielogłęziowy model filtra aktywnego RC

reprezentujący układ wielogłęziowy, gdzie liczba gałęzi odpowiada uwzględnianemu rzędowi nieliniowości n , może aproksymować rzeczywisty filtr aktywny RC w określonych warunkach pracy dynamicznej. Dla adekwatnej aproksymacji konieczny jest wybór stopnia funkcjonału n , który decyduje o rzędzie nieliniowości wprowadzanej do modelu i zależy od wymagań stawianych filtrom. Z tego punktu widzenia można rozróżnić trzy przypadki: przypadek analizy liniowej ($n = 1$), przypadek analizy małosygnałowej ($n = 2$ lub $n = 3$) i przypadek analizy wielkosygnałowej (dla $n > 3$). W przypadku $n = 1$, aproksymacji rzeczywistego układu w modelu przedstawionym na rys. 1, dokonuje się na drodze wyboru tylko pierwszej gałęzi reprezentującej wyłącznie część liniową filtra. Wybór ten stanowi pierwsze przybliżenie i dlatego też związane z tym przypadkiem kryteria oceny jakości nie mogą stanowić obiektywnej miary porównania i optymalizacji filtrów aktywnych RC. W większości przypadków, zależnie od wymagań stawianych filtrom aktywnym, w procesie oceny i optymalizacji istnieje konieczność rozszerzenia kryteriów oceny o nowe kryteria, uwzględniające zakres pracy małosygnałowej i zakres pracy wielkosygnałowej.

3. KRYTERIA OCENY JAKOŚCI W ZAKRESIE LINIOWYM

Ocena filtrów aktywnych RC w zakresie liniowym ($n = 1$) stanowi krok wstępny w procesie określenia miary porównawczej i optymalizacyjnej. Związane z tym zagadnienia były szeroko opisywane w literaturze. Poniżej przedstawiono syntetyczny przegląd ważniejszych kryteriów oceny w zakresie liniowym, które były publikowane w ostatnich latach.

Elementarne kryteria oceny bazują na czułości pierwszego rzędu wybranych współczynników bikwadratowej transmitancji $H_1(s)$ na zmiany wartości wybranych elementów układu x_i . Najczęściej jako parametry transmitancji wybiera się Q i ω_0 , określające współrzędne położenia pary biegunów sprzężonych na płaszczyźnie zmiennej zespolonej s . Ważniejsze kryteria związane z tymi parametrami określone są przez miary:

$$\sum_i |S_{x_i}^Q|, \quad \sum_i |S_{x_i}^{\omega_0}| \quad (10)$$

lub

$$\sqrt{\sum_i (S_{x_i}^Q)^2}, \quad \sqrt{\sum_i (S_{x_i}^{\omega_0})^2}, \quad (11)$$

gdzie:

$$S_{x_i}^Q = \frac{\partial \ln Q}{\partial \ln x_i}, \quad S_{x_i}^{\omega_0} = \frac{\partial \ln \omega_0}{\partial \ln x_i}.$$

Zastosowanie miar statystycznych [4], [5], [6] prowadzi do kryteriów bardziej obiektywnych niż kryteria bazujące na wzorach (10) i (11). W pracy [4] przedstawiono statystyczną wieloparametrową miarę czułości definiowaną jako:

$$M(\mathbf{x}) = E \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left| \frac{\Delta H_1}{H_1} \right|^2 d\omega \right], \quad (12)$$

gdzie:

$\mathbf{x}$ — wektor zmieniających się wartości parametrów x_i ,

$\Delta H_1 = H_1(j\omega, \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}) - H_1(j\omega, \mathbf{x})$ — zmiana transmitancji pierwszego rzędu spowodowana zmianą wektora $\mathbf{x}$ o $\Delta \mathbf{x}$,

H_1 — transmitancja pierwszego rzędu,

E — wartość oczekiwana,

$\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ — pasmo częstotliwości.

W wyrażeniu (12) autorzy założyli, że elementy wektora $\Delta \mathbf{x}$ (tj. Δx_i) są zmiennymi losowymi o zerowej wartości średniej i znanych statystykach (wariancji). Przyjęcie zerowych wartości średnich zmiennych Δx_i nie zawsze jest słuszne, co wykazał Hilberman [5].

Hilberman [5] opracował kryterium, w którym podstawą miary minimalizacyjno-porównawczej są: $\mu_{\Delta \gamma}$ — wartość średnia względnej zmiany modułu transmitancji H_1 i jej wariancja $\sigma_{\Delta \gamma}^2$:

$$\mu_{\Delta \gamma} = \sum_{i,j,k} (S_{n_k}^{\gamma N_i} S_{x_j}^{n_k} - S_{d_k}^{\gamma D_i} S_{x_j}^{d_k}) \mu_j, \quad (13)$$

$$\sigma_{\Delta \gamma}^2 = \sum_{i,j,k} (S_{n_k}^{\gamma N_i} S_{x_j}^{n_k} - S_{d_k}^{\gamma D_i} S_{x_j}^{d_k})^2 \sigma_j^2, \quad (14)$$

gdzie:

μ_j — wartość średnia zmiennej losowej $\Delta x_j/x_j$,

σ_j^2 — wariancja zmiennej losowej $\Delta x_j/x_j$.

W wyrażeniach (13) i (14) założono brak korelacji między zmiennymi losowymi $\Delta x_j/x_j$ i $\Delta x_k/x_k$, $j \neq k$. Odpowiednie czułości występujące w tych wyrażeniach wynikają z przyjętej faktoryzacji transmitancji H_1 :

$$H_1(s) = \prod_{i=1}^m \frac{n_{2i}s^2 + n_{1i}s + n_{0i}}{d_{2i}s^2 + d_{1i}s + d_{0i}}, \quad (15)$$

$$S_{n_k}^{\gamma_{N_i}} = n_k \frac{\partial \gamma_{N_i}}{\partial n_k}; \quad S_{x_j}^{n_k} = \frac{x_j}{n_k} \frac{\partial n_k}{\partial x_j}, \quad (16)$$

$$S_{d_k}^{\gamma_{D_i}} = d_k \frac{\partial \gamma_{D_i}}{\partial d_k}; \quad S_{x_j}^{d_k} = \frac{x_j}{d_k} \frac{\partial d_k}{\partial x_j}, \quad (17)$$

gdzie:

$$\gamma_{N_i}(\omega) = \ln|-n_{2i}\omega^2 + jn_{1i}\omega + n_{0i}|,$$

$$\gamma_{D_i}(\omega) = \ln|-d_{2i}\omega^2 + jd_{1i}\omega + d_{0i}|.$$

Miary definiowane przez wyrażenia (13) i (14) wykorzystał Shenoj [6], formułując ważne w praktyce i wygodne dla celów optymalizacyjnych kryterium „min-max”;

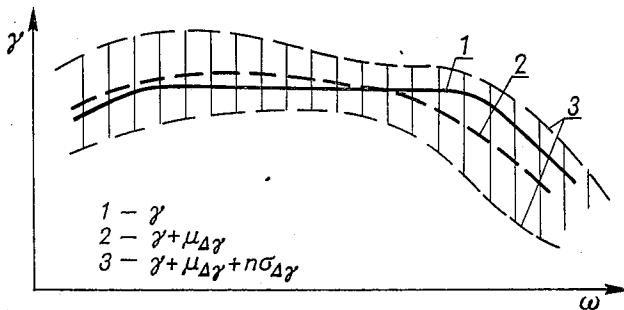
$$M = \min_{x_i} \left[\max_{\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2} (|\mu_{\Delta\gamma}(j\omega)| + n\sigma_{\Delta\gamma}(j\omega)) \right], \quad (18)$$

gdzie:

$\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ — zakres częstotliwości,

n — liczba naturalna, zależna od przyjętego dopuszczalnego rozrzutu wartości $|H_1(j\omega)|$.

Wyrażenie (18) przyjmuje jako podstawę minimalizację największej odchyłki od wartości nominalnej i dopuszczalnego rozrzutu statystycznego modułu transmitancji w wybranym zakresie częstotliwości. Interpretację kryterium „min-max” przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Charakterystyka $\gamma(\omega)$ typowego filtra aktywnego RC

Kryteria statystyczne stanowią połączenie statystycznych rozrzutów produkcyjnych z kompleksową statystyczną analizą zmian parametrów spowodowanych czynnikami

zewnątrznymi, a zatem dają możliwość uwzględniania na etapie optymalizacji projektu nie tylko rozrzutów technologicznych, ale również warunków eksploatacyjnych (wpływy wilgotności, temperatury, starzenia itp.). Z tych względów kryteria statystyczne, a szczególnie kryterium dane wzorem (18), wydaje się być optymalne dla oceny jakości filtrów aktywnych RC w zakresie liniowym.

4. KRYTERIA OCENY W ZAKRESIE MAŁOSYGNAŁOWYM

Istotnym i niezbędnym etapem w analizie i optymalizacji filtrów aktywnych RC , często decydującym o ich jakości, jest badanie charakterystyk dynamicznych. W zakresie małosygnałowym, gdzie zakłada się niewielkie nieliniowości, dla aproksymacji układu rzeczywistego przyjmuje się model trójgałęziowy ($n = 3$). Uzasadnienie wyboru $n = 3$ wynika z ograniczenia analizy do niewielkich nieliniowości, przy których szybkość zbieżności szeregu (9) jest w praktyce wystarczająco duża. W tym zakresie ocena jakości filtrów bazuje na minimalizacji modułów nieliniowych transmitancji $H_2(s_1, s_2)$ i $H_3(s_1, s_2, s_3)$, gdzie $s_n = j\omega_n$. Jako miarę minimalizacyjną przyjmuje się współczynniki intermodulacyjne [7] drugiego i trzeciego rzędu definiowane przez następujące wyrażenia:

$$M_2 = \frac{1}{2} \frac{|H_2(s_1, s_2)|}{|H_1(s_1)||H_2(s_2)|} \sqrt{PR_L}, \quad (19)$$

$$M_3 = \frac{1}{4} \frac{|H_3(s_1, s_2, s_3)|}{|H_1(s_1)||H_1(s_2)||H_1(s_3)|} PR_L, \quad (20)$$

gdzie:

$$s_1 = j\omega_1, s_2 = j\omega_2, s_3 = j\omega_3,$$

PR_L — współczynnik określający normalizację względem ustalonej mocy P (zwykle przyjmuje się $P = 1$ mW) na określonej rezystancji obciążenia R_L .

Wybór częstotliwości ω_1, ω_2 i ω_3 zależy od postawionych wymagań i może być różny dla różnych charakterystyk częstotliwościowych realizowanych przez filtr. Z reguły wyboru tego dokonuje się w ten sposób, aby odpowiednia kombinacja częstotliwości ω_1, ω_2 i ω_3 znajdowała się w pasmie przenoszenia filtru.

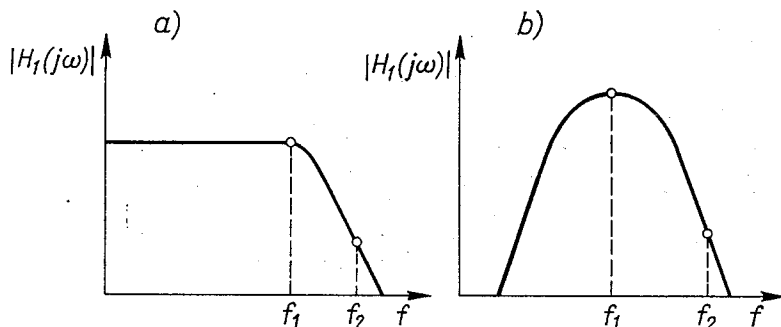
Kryteria (19) i (20) nie oddają w pełni właściwości dynamicznych filtrów, a pozwalają jedynie ocenić zniekształcenia intermodulacyjne, które definiuje się dla przypadku niewielkich nieliniowości. Z punktu widzenia analizy rzeczywistych warunków filtracji, przy odpowiednio dużych poziomach sygnałów wejściowych, kryteria małosygnałowe są niewystarczające.

5. KRYTERIUM OCENY W ZAKRESIE WIELKOSYGNAŁOWYM

W rzeczywistych warunkach pracy dynamicznej filtr aktywny powinien zapewniać odpowiednią filtrację sygnałów wejściowych, zgodną z przebiegiem charakterystyki transmitancji $|H_1(j\omega)|$, przy określonych zniekształceniach nieliniowych sygnału użytecznego. Na wejściu filtru pojawiają się równocześnie z sygnałem użytecznym sygnały zakłócające, których poziom może być większy od poziomu sygnału użytecznego. W praktyce wyma-

gania i przepisy uwzględniają te krytyczne warunki pracy, narzucając pomiar charakterystyk filtrów metodą dwu- lub kilkusygnałową, gdzie równocześnie z sygnałem użytecznym podaje się na wejście sygnał zakłócający o odpowiednio wyższym poziomie. W ten sposób mierzy się tłumienie odstrojonego sygnału zakłócającego względem poziomu sygnału użytecznego przy określonych zniekształceniach nieliniowych. Procedura projektowo-optimalizacyjna filtrów aktywnych RC musi więc uwzględniać powyższe wymagania i warunki, stanowiące obiektywne kryteria narzucane przez praktykę.

W sformułowanym kryterium oceny jakości filtrów aktywnych RC przyjęto przypadek pobudzenia układu dwoma wybranymi sygnałami harmonicznymi o częstotliwościach



Rys. 3. Wybór częstotliwości f_1 i f_2 : a) dla filtru dolnoprzepustowego, b) dla filtru środkowoprzepustowego

f_1 i f_2 , przy czym odpowiednio f_1 wybierana jest z pasma przenoszenia, a f_2 spoza pasma, co przykładowo zilustrowano na rys. 3. Jako miarę oceny przyjęto:

$$M_d = \max \left(\frac{X_{f_2}}{X_{f_1}} \right) \text{ przy } h \leq h_0, \quad (21)$$

gdzie:

X_{f_1} — ustalona amplituda sygnału o częstotliwości f_1 na wejściu,

X_{f_2} — amplituda sygnału odstrojonego o częstotliwości f_2 na wejściu układu, przy której współczynnik h mierzony na wyjściu jest mniejszy lub równy ustalonej przez wymagania dopuszczalnej wartości h_0 .

Współczynnik h jest miarą zniekształceń nieliniowych na wyjściu filtru i jest definiowany następująco:

$$h = \sqrt{\frac{\sum_n (Y_{f_x})^2}{(Y_{f_1})^2}}, \quad (22)$$

gdzie:

Y_{f_x} — amplitudy sygnałów wyjściowych o częstotliwościach f_x stanowiących dowolną kombinację f_1 i f_2 , gdzie $f_x \neq f_1 \neq f_2$,

$Y_{f_1} = X_{f_1} |H_1(f_1)|$ — amplituda sygnału wyjściowego o częstotliwości f_1 .

Wielkość $\sum_n (Y_{f_x})^2$ można wyznaczyć korzystając ze wzoru (9). Zakładamy, że pobu-

dzeniem wejścia są dwa sygnały harmoniczne:

$$X_{f_1} \cos(2\pi f_1 t) = \frac{1}{2} X_{f_1} [\exp(j2\pi f_1 t) + \exp(-j2\pi f_1 t)], \quad (23)$$

$$X_{f_2} \cos(2\pi f_2 t) = \frac{1}{2} X_{f_2} [\exp(j2\pi f_2 t) + \exp(-j2\pi f_2 t)]. \quad (24)$$

Wyznaczając ich transformatory Fouriera mamy:

$$X(\xi) = \frac{X_{f_1}}{2} \delta(\xi - f_1) + \frac{X_{f_1}}{2} \delta(\xi + f_1) + \frac{X_{f_2}}{2} \delta(\xi - f_2) + \frac{X_{f_2}}{2} \delta(\xi + f_2), \quad (25)$$

gdzie δ — funkcja delta Diraca.

Podstawiając wyrażenie (25) do wzoru (9) otrzymuje się:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int \int \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\xi_1 \dots \xi_n) \prod_{i=1}^n \frac{1}{2} \left[X_{f_1} \delta(\xi_i - f_1) + X_{f_1} \delta(\xi_i + f_1) + \right. \\ \left. + X_{f_2} \delta(\xi_i - f_2) + X_{f_2} \delta(\xi_i + f_2) \right] \exp[j2\pi \xi_i t] d\xi_i. \quad (26)$$

Wyrażenie to zawiera iloczyn sumy funkcji delta, który generuje sumę różnych składników o postaci:

$$X_{f_{k1}} \delta(\xi_1 - f_{k1}) X_{f_{k2}} \delta(\xi_2 - f_{k2}) \dots X_{f_{kn}} \delta(\xi_n - f_{kn}), \quad (27)$$

gdzie: $f_{ki} = f_1, -f_1, f_2, -f_2, X_{f_1} = X_{-f_1}, X_{f_2} = X_{-f_2}$.

Wykonując w wyrażeniu (26) wielokrotne całkowanie otrzymuje się:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_m \frac{m! 2^{-n}}{m_1! m_2! m_3! m_4!} H_n(f_{k1} \dots f_{kn}) X_{f_{k1}} \dots X_{f_{kn}} \times \\ \times \exp[j2\pi(f_{k1} + \dots + f_{kn})t], \quad (28)$$

gdzie:

m — wskaźnik sumowania po wszystkich częstotliwościach kombinacyjnych f_x ,

$$f_x = m_1 f_1 - m_2 f_1 + m_3 f_2 - m_4 f_2.$$

Współczynniki m_i określają krotność występowania w częstotliwości f_x częstotliwości f_i , a suma tych współczynników:

$$\sum_{i=1}^4 m_i = n$$

równa się rzędowi nieliniowości.

Z wyrażenia (28) wynikają wartości amplitud sygnałów wyjściowych o częstotliwościach kombinacyjnych f_x :

$$\frac{n! 2^{-n+1}}{m_1! m_2! m_3! m_4!} |H_n(f_{k1} \dots f_{kn})| X_{f_{k1}} \dots X_{f_{kn}}. \quad (29)$$

Sumując kwadraty amplitud dane wzorem (29) otrzymuje się:

$$\sum_n (Y_{fs})^2 = \sum_{n=2}^r \sum_m 2 \left[\frac{n! 2^{-n}}{m_1! m_2! m_3! m_4!} |H_n(f_{k1} \dots f_{kn})| X_{f_{k1}} \dots X_{f_{kn}} \right]^2, \quad (30)$$

gdzie r — zadany rząd nieliniowości.

Interpretacja kryterium według miary danej wzorem (21) wynika z dynamicznego pomiaru charakterystyki częstotliwościowej filtru metodą dwusygnałową. Jeżeli na wejściu filtru podawane są równocześnie dwa sygnały harmoniczne, sygnał użyteczny o częstotliwości f_1 i amplitudzie X_{f_1} (ustalonej przez odpowiednie wymagania) oraz odstrojony

sygnał zakłócający o częstotliwości f_2 i amplitudzie $X_{f_2} \in (X_{f_1}, \left| \frac{H_1(f_1)}{H_1(f_2)} \right| X_{f_1})$, przy której $h \leq h_0$, to M_d określa tłumienie sygnału zakłócającego w warunkach dynamicznych.

Przy ustalonych wartościach X_{f_2} i $h = h_0$ miara M_d może zmieniać się w zakresie:

$$1 < M_d \leq \left| \frac{H_1(f_1)}{H_1(f_2)} \right|, \quad (31)$$

a w przypadku optymalnym $M_d = |H_1(f_1)/H_1(f_2)|$.

6. PODSUMOWANIE

Analiza i optymalizacja filtrów aktywnych RC wymaga wyboru odpowiedniego modelu, uwzględniającego rzeczywiste warunki filtracji. Model aproksymujący filtr aktywny, który z reguły jest układem ze sprzężeniem zwrotnym (często dodatnim), musi być reprezentowany przez układ pobudzany na wejściu równocześnie kilkoma sygnałami, tzw. układ wielowejsciowy, uwzględniający w zależności od stawianych wymagań odpowiedni rząd nieliniowości. Dlatego analiza w zakresie liniowym może stanowić tylko pierwsze przybliżenie lub krok wstępny optymalizacji filtrów aktywnych RC w warunkach dynamicznych. Wśród kryteriów oceny jakości filtrów aktywnych RC w zakresie liniowym podstawowe znaczenie mają kryteria statystyczne, uwzględniające rzeczywiste warunki produkcyjne. Równoległe z tymi kryteriami w ocenie jakości decydujące znaczenie mają kryteria oceny pracy dynamicznej, małosygnałowe i wielosygnałowe. Kryteria małosygnałowe pozwalają ocenić zniekształcenia intermodulacyjne w pasmie przenoszenia filtrów, przy równoczesnym pobudzeniu układu kilkoma, najczęściej trzema sygnałami. Kryteria wielosygnałowe badają zachowanie się charakterystyk częstotliwościowych filtrów w warunkach pracy dynamicznej i uwzględniają, przy określaniu tłumienia sygnałów pasożytniczych, zniekształcenia nieliniowe. Z punktu widzenia rzeczywistych warunków pracy największe znaczenie ma równoczesna optymalizacja filtrów ze względu na wieloparametrowe czułości statystyczne (decydująca o jakości w procesie produkcyjnym) oraz kryteria wielosygnałowe (decydujące o ocenie zachowania się dynamicznej charakterystyki częstotliwościowej). Sformułowane w pracy nowe kryterium wielosygnałowe uwzględnia rzeczywiste warunki pomiaru filtrów oraz związek pomiędzy realizowaną charakterystyką transmitancji a zakresem dynamiki sygnałów wejściowych, określający „transmitancję dynamiczną”. Kryterium to może być uogólnione na kryterium wielosygnałowe, jednak wydawało

się to niecelowe ze względu na znaczną komplikację analizy matematycznej, zwłaszcza, że kryterium oceny dwusygnałowe jest w praktyce wystarczające dla oceny zachowania się charakterystyki częstotliwościowej filtrów w warunkach dynamicznych. Przedstawione kryterium może być istotnym elementem w optymalizacji filtrów aktywnych RC.

LITERATURA

1. V. Volterra, *Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations*, New York, Dover 1959.
2. N. Wiener, *Response of a Nonlinear Device to Noise*, M.I.T. Radiation Lab. Rep., V 165, April, 1942.
3. H. L. Van Trees, *Synthesis of Optimum Nonlinear Control Systems*, The M.I.T. Press, 1962.
4. A. L. Rosenblum, M. S. Ghausi, *Multiparameter Sensitivity in Active RC Networks*, IEEE Trans. on Circuit Theory, November, 1971.
5. D. Hilberman, *An Approach to the Sensitivity and Statistical Variability of Biquadratic Filters*, IEEE Trans. on Circuit Theory, July, 1973.
6. B. A. Sheno, *Optimum Variability Design and Comparative Evaluation of Thin-Film RC Active Filters*, IEEE Trans. on Circuits and Systems, March, 1974.
7. S. Narayanan, *Application of Volterra Series to Intermodulation Distortion Analysis of Transistor Feedback Amplifiers*, IEEE Trans. on Circuit Theory, November, 1970.

J. ROSZKIEWICZ, A. BORYS, R. WOJTYNA

EVALUATION CRITERIA OF RC ACTIVE FILTERS

Summary

In this work a new viewpoint on the performance, analysis and comparative criteria of RC active filters are represented. It is shown that for the objective estimate of RC active filters in the case of an input of two or several signals it is necessary to take into account suitable dynamic requirements. In addition a new dynamic measure of frequency response which relates the realized transmittance function, dynamic ratio of input signals and nonlinear output distortion is formulated.

J. ROSZKIEWICZ, A. BORYS, R. WOJTYNA

CRITÈRES D'ESTIMATION DES FILTRES ACTIFS RC

Résumé

Dans l'étude on a présenté un nouveau regard sur l'estimation et l'analyse des filtres actifs RC et les convenables mesures optimales-comparatives, en tenant compte des conditions réels de filtration. On a démontré que, pour une appréciation objective de la qualité des filtres actifs RC, il est indispensable de prendre en considération des exigences de la dynamique, en conditions d'excitation simultanée d'entrée aux circuits par quelques signaux. On a formulé aussi une nouvelle mesure dynamique des diagrammes de réponse fréquentielle, ayant égard à la relation parmi la fonction de la transmittance réalisée, la dynamique des signaux d'entrée et les déformations non linéaires.

J. ROSZKIEWICZ, A. BORYS, R. WOJTYNA

BEURTEILUNGSKRITERIEN VON AKTIVEN RC-FILTERN

Zusammenfassung

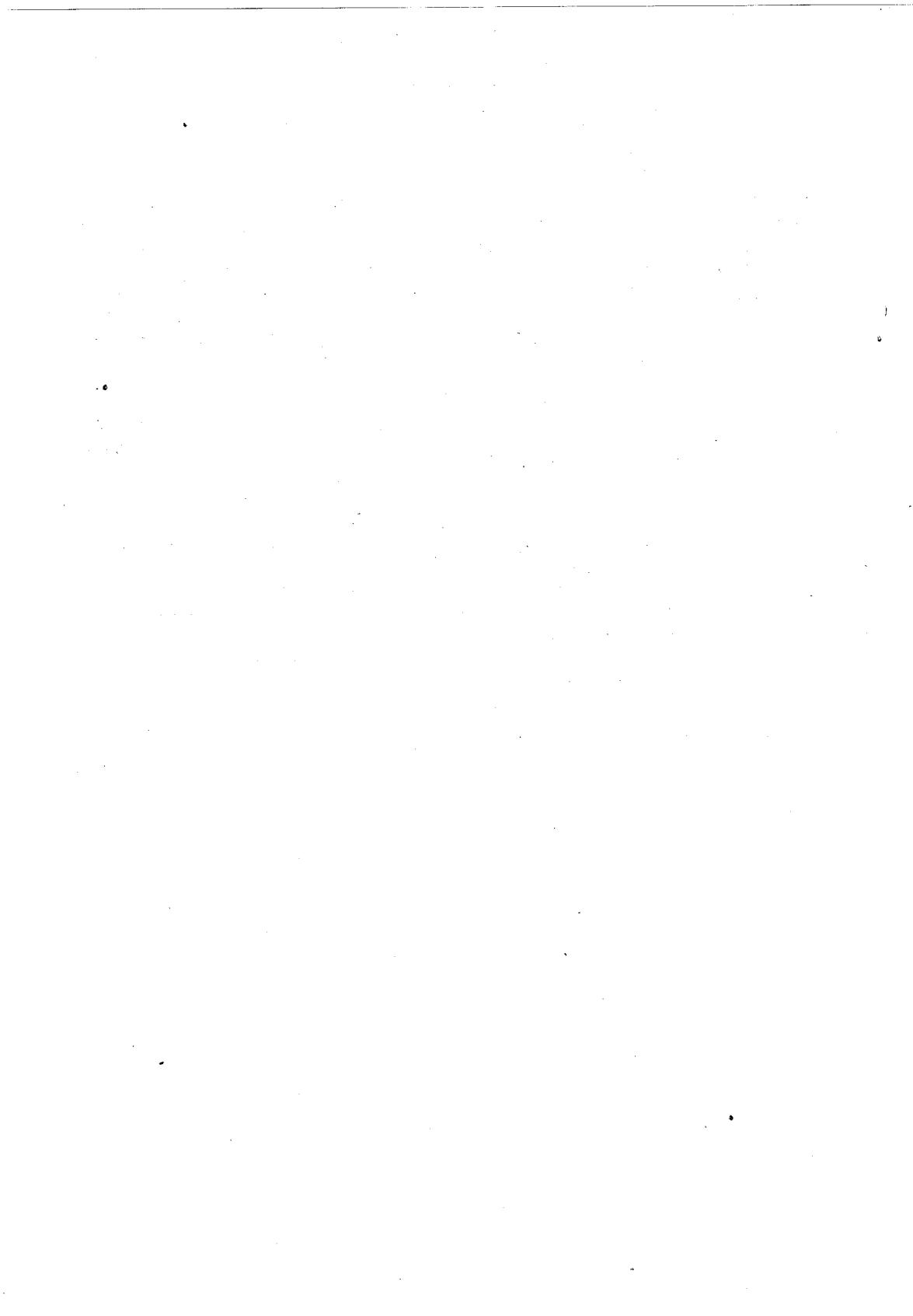
In der vorliegenden Bearbeitung wurden Einschätzung und Analyse von aktiven RC-Filtern, sowie entsprechende, die wahren Filtrationsbedingungen berücksichtigenden Optimierungs-Verhältnismaße unter einem neuen Gesichtspunkt erörtert. Es wurde nachgewiesen, daß für eine objektive Einschätzung der Güte von aktiven RC-Filtern notwendig ist, entsprechende dynamische Anforderungen in Verhältnissen gleichzeitiger Erregung der Systemeingänge durch mehrere Signale zu berücksichtigen. Es wurde auch ein neues dynamisches Maß für die Frequenzcharakteristiken formuliert, das den Zusammenhang zwischen der realisierten Übergangsfunktion, der Dynamik von Eingangssignalen und den nicht linearen Verformungen berücksichtigt.

Я. РОШКЕВИЧ, А. БОРИС, Р. ВОЙТЫНА

КРИТЕРИЯ ОЦЕНКИ АКТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ RC

Резюме

В статье представлено новое воззрение на оценку и анализ активных фильтров RC, а также соответствующие критерии оптимизации и сравнения, учитывающие реальные условия фильтрации. Доказано, что для объективной оценки качества активных фильтров RC необходимо учитывать динамический диапазон при одновременном возбуждении входа схем несколькими сигналами. Сформулирована также новая мера динамического диапазона частотных характеристик, учитывающая зависимость между реализуемой функцией передачи, динамическими свойствами входных сигналов и нелинейными искажениями.



Fosforek indu — nowy półprzewodnik dla przyrządów mikrofalowych

JERZY KLAMKA (WARSZAWA)

Instytut Technologii Elektronowej przy Naukowo-Produkcyjnym Centrum Półprzewodników

Otrzymano 27.9.1976

W artykule przedstawiono właściwości fizyczne fosforku indu oraz omówiono problemy technologiczne związane z wytwarzaniem przyrządów z tego półprzewodnika dla generacji i wzmacniania mikrofal. Wykazano, że dla tego celu InP jest konkurencyjnym materiałem w stosunku do obecnie powszechnie stosowanego arsenku galu. InP jest szczególnie przydatny do konstrukcji przyrządów o małym poziomie szumów pracujących w zakresie fal milimetrowych.

W części końcowej przedstawiono światowy stan osiągnięć w dziedzinie diod generacyjnych wykonanych z InP i pracujących w generatorach mikrofalowych impulsowo lub mocą ciągłą. Omówiono perspektywy rozwoju przyrządów wytwarzanych z fosforku indu.

1. WŁAŚCIWOŚCI FOSFORUKU INDU

W ostatnich latach wiele uwagi poświęca się nowemu materiałowi przydatnemu dla mikrofalowych przyrządów półprzewodnikowych — fosforkowi indu. Ten półprzewodnik, z grupy A^3B^5 (podobnie jak GaAs), posiada właściwości fizyczne czyniące go przydatnym w konstrukcji przyrządów dla generacji i wzmacniania mikrofal. Przede wszystkim wykazuje on efekt objętościowej konduktywności ujemnej. Zjawisko to występuje tu nawet silniej niż w arsenku galu. W rezultacie uzyskuje się większą wartość stosunku maksymalnej prędkości elektronów do minimalnej w ekstremach krzywej $v = f(E)$ (tabl. 1), jak to wynika z rys. 1. W konsekwencji oczekuje się większej sprawności diod Gunna i diod LSA wykonanych z InP (niż z GaAs), gdy technologia tego materiału zostanie dobrze opanowana [1, 2, 3]. Duża sprawność diod jest bowiem szczególnie wymagana w generacji znacznych mocy, a zwłaszcza wówczas, gdy przyrząd posiada dość długi obszar aktywny, którego chłodzenie jest utrudnione, jak to ma miejsce np. w diodach LSA. Przyrządy te pracują bowiem przy częstotliwościach znacznie większych niż te, które wynikałyby z czasu przelotu nośników przez obszar aktywny.

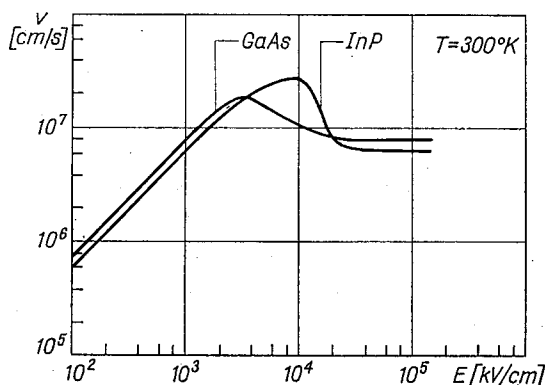
Podstawowe parametry materiałowe fosforku indu podano w tabl. 1. InP, podobnie jak GaAs, jest materiałem kruchym i twardym, co stwarza pewne trudności w jego obróbce jak i dalszej technologii przyrządów z tego półprzewodnika.

W porównaniu z arsenkiem galu, fosforek indu odznacza się większą, o ok. 50%, przewodnością cieplną. Stwarza to lepsze możliwości chłodzenia obszaru aktywnego płytki InP wmontowanej w obudowę przyrządu. Z drugiej jednak strony, z powodu większej

Tablica 1.

Podstawowe parametry arsenku galu i fosorku indu [1, 2, 3, 4]

Półprzewodnik	jednostka	GaAs	InP
Szerokość pasma zabronionego	eV	1,35	1,26
Ruchliwość elektronów	$\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$	8800	4600
Ruchliwość dziur	$\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$	450	150
Maksymalna prędkość elektronów	cm s^{-1}	$1,7 \cdot 10^7$	$2,5 \cdot 10^7$
Pole elektr. (progowe) przy maks. prędkości elektron.	kVcm^{-1}	3,5—4	10—12
Stosunek maks. prędkości elektron. do minimalnej w zakresie pola powyżej wartości progowej (patrz rys. 1)	—	2,2	4,5
Rezystywność półprzewodnika samoistnego	$\Omega \text{ cm}$	10^8	$2 \cdot 10^6$
Stała elektryczna	—	11,5	12
Przewodność cieplna	$\text{W cm}^{-1}\text{C}^{-1}$	0,46	0,68
Temperatura topnienia	$^{\circ}\text{C}$	1238	1058
Ciśnienie par w temp. topn.	Tr	$7,4 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^4$



Rys. 1. Zależności prędkości elektronów od pola elektrycznego w arsenku galu i fosorku indu [5]

wartości pola progowego w InP w porównaniu z GaAs, większa moc wydzielana jest w płytce półprzewodnika powodując wzrost temperatury przyrządu. Gęstość mocy w obszarze aktywnym jest bowiem wprost proporcjonalna do kwadratu pola progowego. Stąd wynika główne ograniczenie mocy wyjściowej diody Gunna dla założonej dopuszczalnej temperatury pracy płytki półprzewodnikowej przyrządu. W przypadku fosorku indu, podobnie jak w arsenku galu, maksymalna temperatura pracy płytki półprzewodnikowej wynosi ok. 300°C.

W celu porównania właściwości mocowych diod Gunna wykonanych z omawianych półprzewodników najwygodniej jest posłużyć się współczynnikiem Pf^2 (gdzie: P — moc wyjściowa, f — częstotliwość). Jak obliczono, dla najlepszych diod wykonanych z GaAs i InP współczynnik ten ma wartość odpowiednio 460 WGHz^2 i 200 WGHz^2 w przypadku pracy falą ciągłą oraz $9,8 \cdot 10^4 \text{ WGHz}^2$ i 1000 WGHz^2 dla przyrządów generujących moc w impulsie [3].

Jak wykazały badania teoretyczne i eksperymentalne, diody Gunna wykonane z InP mają mniejsze szумы (o kilka do 10 dB) niż diody z arsenku galu. Półprzewodnik ten jest zatem obiecujący i szczególnie przydatny dla konstrukcji diod Gunna pracujących w oscylatorach i wzmacniaczach o małym poziomie szumów w zakresie fal o częstotliwości powyżej 20 GHz [6, 7, 8].

Celowość pracy nad fosforem indu i diodami generacyjnymi wykonanymi z tego materiału wynika też z innego względu. Chodzi tu o uzyskanie przyrządu zdolnego do sprawnej pracy w szerszym zakresie częstotliwości, niż mogą to czynić diody z GaAs.

Jak wiadomo ujemna objętościowa konduktywność w arsenku galu jest obserwowana w szerszym przedziale częstotliwości, do 120 a nawet 150 GHz [5, 9]. W praktyce jednak diody Gunna wykonane z tego półprzewodnika mogą pracować w znacznie węższym zakresie, a mianowicie w granicach ok. 100 GHz [2]. Powyżej tej częstotliwości sprawność tych diod gwałtownie maleje wskutek ograniczonego czasu przejścia elektronów między poziomami energetycznymi w pasmie przewodnictwa, w których ruchliwości elektronów różnią się.

W fosforku indu występuje inny mechanizm decydujący o ujemnej objętościowej przewodności niż to ma miejsce w GaAs. Mamy tu bowiem do czynienia z trzypoziomowym przejściem elektronów (w przeciwieństwie do dwupoziomowego w arsenku galu). W wyniku tego oscylacje prądu mają inny kształt fali. Istnieją tu cechy rodzaju pracy, w którym występuje warstwa akumulacyjna [10]. Mechanizm pracy diody Gunna z InP jest jeszcze dyskutowany. Ocenia się jednak, że diody z tego materiału będą mogły pracować w wyższym zakresie częstotliwości niż diody z GaAs, a mianowicie do 150 GHz. Ponadto przy częstotliwościach mniejszych niż 100 GHz diody Gunna z fosforku indu posiadają większą sprawność niż podobne diody z arsenku galu [1, 2, 3, 10].

2. PROBLEMY TECHNOLOGICZNE

W celu pełnego wykorzystania właściwości fosforku indu prowadzone są intensywne badania w zakresie technologii tego materiału jak i technologii przyrządów. Obecnie, obok wielu trudności, które należy przezwyciężyć na drodze do uzyskania przyrządu o przewidywanych teoretycznie właściwościach, są dwie najpoważniejsze, a mianowicie: trzeba uzyskać materiał o doskonałej strukturze krystalicznej, w którym nie byłoby niepożądanych domieszek oraz opanować technologię dobrych kontaktów [2, 3].

Technologia fosforku indu jest bardzo trudna, sprawiają to właściwości tego materiału, m. in. duże ciśnienie par (tabl. 1). Z tego właśnie powodu nie jest on wytwarzany, tak jak inne półprzewodniki stosowane w przyrządach mikrofalowych (krzem, arsenek galu), według znanych metod. Duże ciśnienie par (ok. 21 atmosfer w punkcie topnienia) sprawia, że w przeciwieństwie do tych, monokryształy fosforku indu są wytwarzane ze stopu niestechiometrycznego lub w procesie syntezy [4].

Poszukiwane są coraz nowsze metody wytwarzania monokryształów InP oraz warstw epitaksjalnych z tego materiału. Materiał wyjściowy dla konstrukcji przyrządów wytwarza się obecnie w postaci warstw epitaksjalnych. Są one najczęściej uzyskiwane z fazy gazowej z czystego indu i tróchlorku fosforu. Wzrost warstwy odbywa się na podłożu monokrysta-

licznym InP typu n , silnie domieszkowanym cyną [6, 7, 11]. Rozwijana jest również technika epitaksji z fazy ciekłej [10].

Osobnym problemem w produkcji materiału wyjściowego jest jego właściwe domieszkowanie. Zawartość niepożądanych domieszek degradowuje oczekiwane własności półprzewodnika. W przypadku InP niepożądaną domieszą jest cynk, który poważnie pogarsza parametry diody Gunna. Również obecność chromu w fosforku indu nie jest wskazana, gdyż powoduje on właściwości izolacyjne tego materiału. Efekt ten jest szczególnie szkodliwy w tranzystorach polowych. Wymaga się zatem, aby poziom niepożądanych domieszek był co najmniej o rząd wielkości mniejszy od docelowej koncentracji domieszek. Dla diod Gunna z InP wymagana koncentracja domieszek jest w granicach $10^{15} \div 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, natomiast dla tranzystorów polowych 10^{17} cm^{-3} [2].

Fosforek indu, obok arsenku galu, może posiadać dużą rezystywność (tabl. 1) i stąd jest przydatny jako materiał półizolacyjny dla konstrukcji monolitycznych mikrofalowych układów scalonych.

Obok intensywnych prac prowadzonych nad technologią InP, z myślą o zastosowaniu tego półprzewodnika w przyrządach przeznaczonych do pracy w pasmie fal milimetrowych, poszukuje się również innych materiałów, które mogłyby być użyte do tego celu. Przypuszcza się, że półprzewodniki trójskładnikowe, takie jak np. InGaAs, mogą posiadać wymagane właściwości [2].

W zakresie technologii przyrządów, dominującym problemem, który należy rychło rozwiązać, jest technologia kontaktów o minimalnej rezystancji. Od doskonałości kontaktów metal—InP uzależniona jest bowiem sprawność wytwarzanych diod Gunna, a w konsekwencji moc wyjściowa. Wymagania dotyczące doskonałości kontaktu są tu znacznie większe i jednocześnie trudniejsze do spełnienia, niż w przypadku diod z GaAs. Konieczność uzyskania minimalnej rezystancji jest podyktowana 3-krotnie większą wartością pola progowego w fosforku indu i wynikających już stąd dużych strat mocy. Stąd istnieje pilna potrzeba opanowania technologii kontaktów, które byłyby przydatne do pracy w tych warunkach, a jednocześnie przy dużych gęstościach prądu, rzędu kilku tysięcy A/cm^2 .

Obok zapewnienia małych strat, kontakt powinien też umożliwić dobre chłodzenie obszaru aktywnego w płytce półprzewodnika. Dlatego też obok doboru odpowiednich warstw metali na kontakt omowy oraz procesów technologicznych z tym związanych, opracowuje się też technologię łączenia warstwy kontaktującej z podstawką obudowy przyrządu, która pełni rolę chłodnicy. Ta pośrednia, zintegrowana z płytką półprzewodnika warstwa (nazywana w terminologii angielskiej IHS: *Integrated Heat Sink*), ułatwiająca chłodzenie obszaru aktywnego, jest szczególnie potrzebna w konstrukcji przyrządów z InP. Warstwę zintegrowaną można wytwarzać w procesie elektro-chemicznym. Może ona być wykonana ze złota. Kontakty omowe w dotychczas wykonywanych eksperymentalnych diodach Gunna są tworzone z kilku nakładanych przez naparowanie warstw metali, wygrzewanych następnie w wodorze. Przykłady zestawów takich warstw są następujące: Ti-Pd-Au, Au-In-Ge, Ag-Sn, Ag-Ga [7, 10, 11, 12].

Obok kontaktów, szereg innych fragmentów technologii przyrządów z InP czeka na dokładne opanowanie na takim poziomie, jak to już ma miejsce w przypadku przyrządów krzemowych. Do takich problemów należy np. precyzyjne i powtarzalne trawienie tego

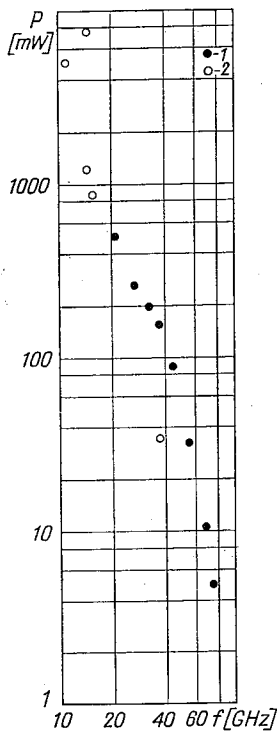
półprzewodnika oraz dyfuzją domieszek, która jest trudniejsza z uwagi na duże ciśnienie par w temperaturze przeprowadzania tego procesu ($700 \div 1000^\circ\text{C}$).

Przyrządy ze strukturą planarną będą wymagać opanowania techniki tworzenia tlenków na powierzchni fosorku indu, przez utlenianie termiczne bądź nakładanie anodowe.

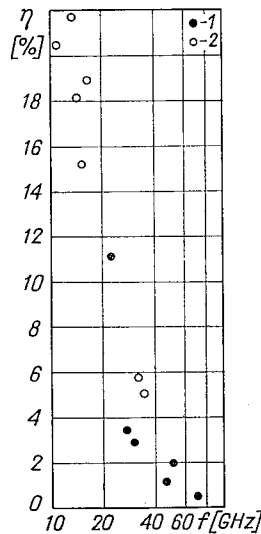
W stadium zerowym opanowana jest implantacja jonów domieszek do InP [3]. Ten proces tworzenia złącz w płytce półprzewodnika jest szczególnie użyteczny i potrzebny w technologii przyrządów stosowanych w zakresie fal milimetrowych.

3. OSIĄGNIĘCIA W DZIEDZINIE DIOD GUNNA

Dotychczasowe osiągnięcia w dziedzinie eksperymentalnych diod Gunna wykonanych z fosorku indu obrazują wykresy mocy i sprawności podane na rys. 2 i 3. Jak widać, dotychczas uzyskano już sprawności diod w generatorach mikrofalowych w granicach 10%



Rys. 2. Osiągane dotychczas moce generowane sygnału przez diody Gunna wykonane z InP [2, 11, 12]

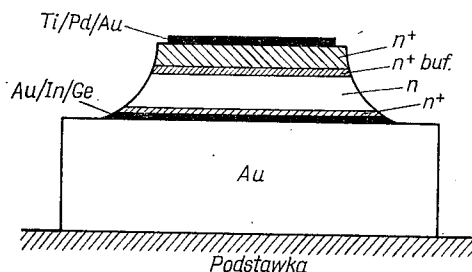


Rys. 3. Osiągane dotychczas sprawności diod Gunna wykonanych z InP [2, 11, 12]

w pracy falą ciągłą i do 22% w pracy impulsowej. Dla porównania, przed 5-ciu laty, osiągnięte wartości tego parametru były około 5 razy mniejsze [13, 14]. W rezultacie w tym samym czasie nastąpił również bardzo duży postęp w zakresie osiąganym mocy diod Gunna. Podawana w 1971 r. najlepsza wartość tego parametru wynosiła zaledwie 60 mW w pracy

ciągłej przy częstotliwości 28 GHz [14]. Inni autorzy informowali jedynie o doświadczalnych diodach Gunna pracujących w generatorach impulsowych.

Przykład struktury złączowej, jednej z najnowszych diod Gunna, przeznaczonej do pracy mocą ciągłą przedstawiono na rys. 4. Tego rodzaju struktura złączowa n^+nn^+ została wykonana techniką epitaksjalną z fazy gazowej na podłożu n^+ o orientacji (100), domieszkowanym cyną. Grubości warstwy buforowej n^+ , warstwy aktywnej n (koncentracja domieszki $2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$) oraz silnie domieszkowanej warstwy n^+ wynoszą odpowiednio 2, 3–4 i 2 μm . Naniesione warstwy kontaktów składały się z metali podanych na rys. 4.



Rys. 4. Struktura złączowa diody Gunna wykonanej z fosorku indu [11]

Na kontakcie katody wytworzono zintegrowaną warstwę złota (IHS), którą przyspawano ultradźwiękowo do miedzianej podstawki, typowej obudowy diody mikrofalowej. Średnice wytwarzanych struktur wynosiły 80 do 140 μm a związana z tym oporność termiczna miała wartość odpowiednio 48 do 23°C/W. Przy tego rodzaju konstrukcji, najlepsze egzemplarze diod Gunna osiągały moc ciągłą 0,25 W przy sprawności 3% i przy częstotliwości 28,5 GHz. Moc tę osiągnięto przy temperaturze płytki InP 300°C podczas zasilania diody napięciem 1,8 wartości napięcia progowego [11].

4. UWAGI I WNIOSKI

Z przedstawionych informacji i rozważań wynika, że fosforek indu staje się jednym z podstawowych materiałów półprzewodnikowych stosowanych w konstrukcji przyrządów mikrofalowych, a zwłaszcza tych, które są przeznaczone do pracy w zakresie fal milimetrowych.

InP jest szczególnie przydatny dla konstrukcji diod Gunna a zwłaszcza diod LSA. Dalszy postęp w technologii tego materiału, a także opanowanie technologii planarnej umożliwi wykorzystanie fosorku indu w produkcji tranzystorów polowych.

Właściwości InP pozwalają uzyskać zarówno generację mikrofal jak i ich wzmacnianie przy niższym poziomie szumów, lepszej sprawności i w szerszym zakresie częstotliwości niż jest to możliwe w przypadku zastosowania arsenku galu. Już obecnie diody Gunna wykonane z fosorku indu posiadają największe sprawności spośród mikrofalowych półprzewodnikowych przyrządów generacyjnych, w których występuje objętościowa konduktywność ujemna.

Dalsza duża poprawa parametrów wymienionych tu przyrządów jest teoretycznie możliwa i nastąpi z chwilą uzyskania doskonalszego fosorku indu i lepszego opanowania szeregu procesów technologicznych.

Duże trudności związane z technologią InP powodują, że przyrządy wykonane z tego materiału dopiero za kilka lat znajdą się na rynku. Materiał ten jest bowiem opóźniony w rozwoju o około 10 lat w stosunku do stanu opanowania wytwarzania arsenku galu.

LITERATURA

1. D. Jones, H.D. Rees, *Overlength modes of InP transferred-electron devices*, Electronics Letters, vol 10, nr 12, 1974.
2. B. Frank, *InP Gunn devices: Where do we stand today*, Microwave Systems News, April/May 1976.
3. B. Berson, *Semiconductors prove fruitful for microwave power devices*, Electronics, Jan. 22, 1976.
4. W. Münch, *Technologie der Galliumarsenid—Bauelemente*, Springer Verlag, Berlin 1969.
5. H.W. Thim, *Active microwave semiconductor devices*, Proc. of 4th European Microwave Conference, 1974, Montreux, Szwajcaria.
6. E.D. Maynard Jr., *Millimeter-wave device development*, Microwave J., March 1976.
7. R. Corlett, I. Griffith, J.J. Purcell, *Indium phosphide CW transferred electron amplifiers*, Gallium Arsenide and Related Compounds 1974, Wyd. The Institute of Physics, London 1975.
8. J.E. Sitch, P.N. Robson, *Noise measure of GaAs and InP transferred electron amplifiers*, Proc. of 4th European Microwave Conference, 1974, Montreux, Szwajcaria.
9. M. Omori, *Gunn diodes and sources with noise characteristics and SOA performance reviewed*, The Microwave J., June 1974.
10. D.J. Colliver, S. Hilsum, J.R. Morgan, H.D. Rees, B.C. Taylor, *The technology and performance of InP tree-level oscillators*, Gallium Arsenide and Related Compounds, 1970, Wyd. The Institute of Physics, London 1971.
11. D.M. Brookbanks, P.M. White, *Design and performance of indium phosphide millimeter wave transferred electron devices*, Proc. of 4th European Microwave Conference, 1974, Montreux, Szwajcaria.
12. D.J. Colliver, L.D. Irving, J.E. Pattison, H.D. Rees, *High-efficiency InP transferred-electron oscillators*, Electronics Letters, vol 10, nr 11, 1974.
13. G. Gibbons, P.M. White, *CW and pulsed indium phosphide transferred electron oscillators*, Proc. 1971 European Microwave Conference, Stockholm.
14. D.J. Colliver, B.A. Prew, H.D. Rees, *InP three level transferred electron devices*, Proc. 1971 European Microwave Conference, Stockholm.

J. KLAMKA

INDIUM PHOSPHIDE—A NEW SEMICONDUCTOR FOR MICROWAVE DEVICES

Summary

In the paper the physical properties of indium phosphide are presented and the problems concerning the technology of InP semiconductor devices for generation and amplification are discussed. For this purpose, indium phosphide is competitive with gallium arsenide, which is in wide use. InP is particularly useful for the construction of low level semiconductor devices operating in millimeter wave range.

In the second part of the paper state of the art power levels and efficiencies for pulsed and C.W. microwave generators are presented. The future on InP devices development is discussed as well.

J. KLAMKA

PHOSPHURE D'INDIUM — NOUVEAU SEMICONDUCTEUR POUR LES COMPOSANTS MICROONDES

R é s u m é

Dans l'article on a présenté les propriétés physiques du phosphure d'indium et on a décrit les problèmes technologiques liés à la production des composants de ce semiconducteur pour la génération et l'amplification des microondes. On a démontré que, pour ce but, InP est un matériau concurrentiel par rapport à arséniure de gallium actuellement partout appliqué. Particulièrement InP est utilisé à la construction des composants au petit niveau de bruit, qui travaillent dans le niveau des ondes millimétriques.

Dans la partie finale on a représenté le progrès atteint au monde dans le domaine des diodes génératives faites en InP et travaillant dans les générateurs microondes à impulsion ou à puissance continue. On a décrit les perspectives de l'expansion des composants faits en phosphure d'indium.

J. KLAMKA

INDIUMPHOSPHID — EIN NEUER HALBLEITER FÜR MIKROWELLENBAUELEMENTEN

Z u s a m m e n f a s s u n g

In dem Aufsatz wurden physikalische Eigenschaften des Indiumphosphids dargestellt, und technische, mit der Herstellung von Bauelementen aus diesem Halbleiter für Generation und Verstärkung von Mikrowellen zusammenhängende Probleme berührt. Es wurde nachgewiesen, daß für diesen Zweck InP mit dem zurzeit üblichen Gallium-arsenid konkurrenzfähig ist. Indiumphosphid ist besonders geeignet als Werkstoff zur Konstruktion von Bauelementen mit niedrigen Geräuschpegel, die im Längenbereich von Millimeterwellen arbeiten.

Im Schlußabsatz wurde der Weltzustand von Erzeugnissen auf dem Gebiet von impulsweise bzw. kontinuierlich arbeitenden Generationsdioden aus InP behandelt, sowie Entwicklungsaussichten der aus Indiumphosphid hergestellten Bauelementen.

Е. КЛЯМКА

ФОСФИД ИНДИЯ — НОВЫЙ ПОЛУПРОВОДНИК ДЛЯ МИКРОВОЛНОВЫХ ПРИБОРОВ

Р е з ю м е

В статье представлены физические параметры фосфида индия и изложены технологические проблемы, связанные с изготовлением из этого полупроводника приборов для генерации и усиления микроволн. Показано, что для этих целей InP является конкурентным материалом по отношению к повсеместно применяемому арсениду галлия. InP является особенно подходящим для конструирования приборов с малым уровнем шумов, работающих в диапазоне миллиметровых волн.

В заключение представлены мировые достижения в области генерирующих диодов из InP работающих в микроволновых генераторах как в импульсном, так и в непрерывном режимах.

Обсуждены перспективы развития приборов, изготовленных из фосфида индия.

Mapa numeryczna konduktywności gruntów na terytorium Polski

DANIEL JÓZEF BEM (WROCŁAW), WIEŚLAW WASZKIS (WROCŁAW)

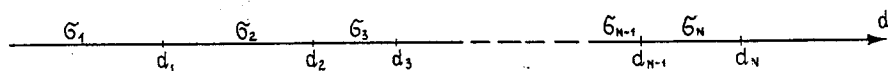
Instytut Telekomunikacji i Akustyki Politechniki Wrocławskiej

Otrzymano 23.8.1976

W pracy opisano sposób tworzenia mapy numerycznej konduktywności gruntów oraz określania profilu konduktywności trasy, stanowiącego podstawę do obliczania rozkładu natężenia pola fali powierzchniowej.

1. WPROWADZENIE

Przy projektowaniu stacji radiofonicznych w zakresie częstotliwości $150 \div 1600$ kHz występuje zagadnienie obliczania natężenia pola fali powierzchniowej. Do praktycznych obliczeń natężenia pola fali elektromagnetycznej rozchodzącej się nad ziemią o zmieniających się wartościach parametrów elektrycznych stosuje się półempiryczną metodę Millingtona [1].



Rys. 1. Trasa niejednorodna złożona z N odcinków jednorodnych

Rozkład natężenia pola wzdłuż trasy niejednorodnej złożonej z N odcinków jednorodnych (rys. 1) wyraża się następującą zależnością

$$E(d) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=1}^{N-1} [E(d_n, \sigma_n) + E(d - d_n, \sigma_{n+1}) - E(d_n, \sigma_{n+1}) - E(d - d_n, \sigma_n)] + E(d, \sigma_1) + E(d, \sigma_N) \right\}, \quad (1)$$

w której:

$E(d, \sigma)$ — natężenie pola w $\text{dB}(\mu\text{V/m})$ w odległości d wzdłuż jednorodnej trasy o konduktywności σ ,

$d_1, d_2, \dots, d_N$ — punkty, w których następuje zmiana konduktywności,

$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$ — konduktywności poszczególnych odcinków trasy,

d — odległość od anteny nadawczej do punktu obserwacji,

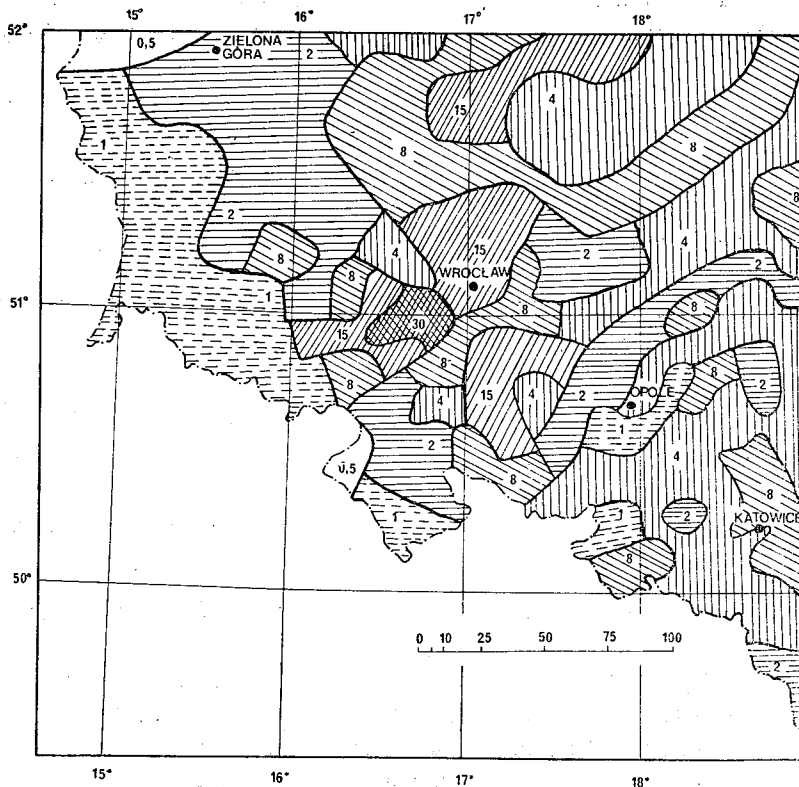
N — najmniejszy wskaźnik, dla którego $d < d_N$.

Obliczenia natężenia pola według zależności (1) ułatwia program „Ground wave” [2]. Przygotowanie danych do programu „Ground wave” jest jednak bardzo pracochłonne.

Tablica 1

Klasy konduktywności na mapie zastępczej konduktywności gruntów na terytorium Polski

Klasa konduktywności		Zakres konduktywności w mS/m
w mS/m	w j.em. CGS	
0,5	$5 \cdot 10^{-15}$	do 0,71
1	$1 \cdot 10^{-14}$	0,71—1,41
2	$2 \cdot 10^{-14}$	1,41—2,83
4	$4 \cdot 10^{-14}$	2,83—5,66
8	$8 \cdot 10^{-14}$	5,66—10,95
15	$15 \cdot 10^{-14}$	10,95—21,21
30	$3 \cdot 10^{-13}$	21,21—42,43
60	$6 \cdot 10^{-13}$	42,43—85
1500	$15 \cdot 10^{-12}$	woda morska — Bałtyk



Rys. 2. Fragment mapy zastępczej konduktywności gruntów na terytorium Polski (oznaczenia klas konduktywności według tabl. 1)

W pracy przedstawiono sposób automatycznego przygotowania danych o profilu konduktywności trasy (rozkład konduktywności gruntów wzdłuż trasy) w postaci dostosowanej do wymagań programu „Ground wave”.

2. MAPA ZASTĘPCZEJ KONDUKTYWNOŚCI GRUNTÓW NA TERYTORIUM POLSKI

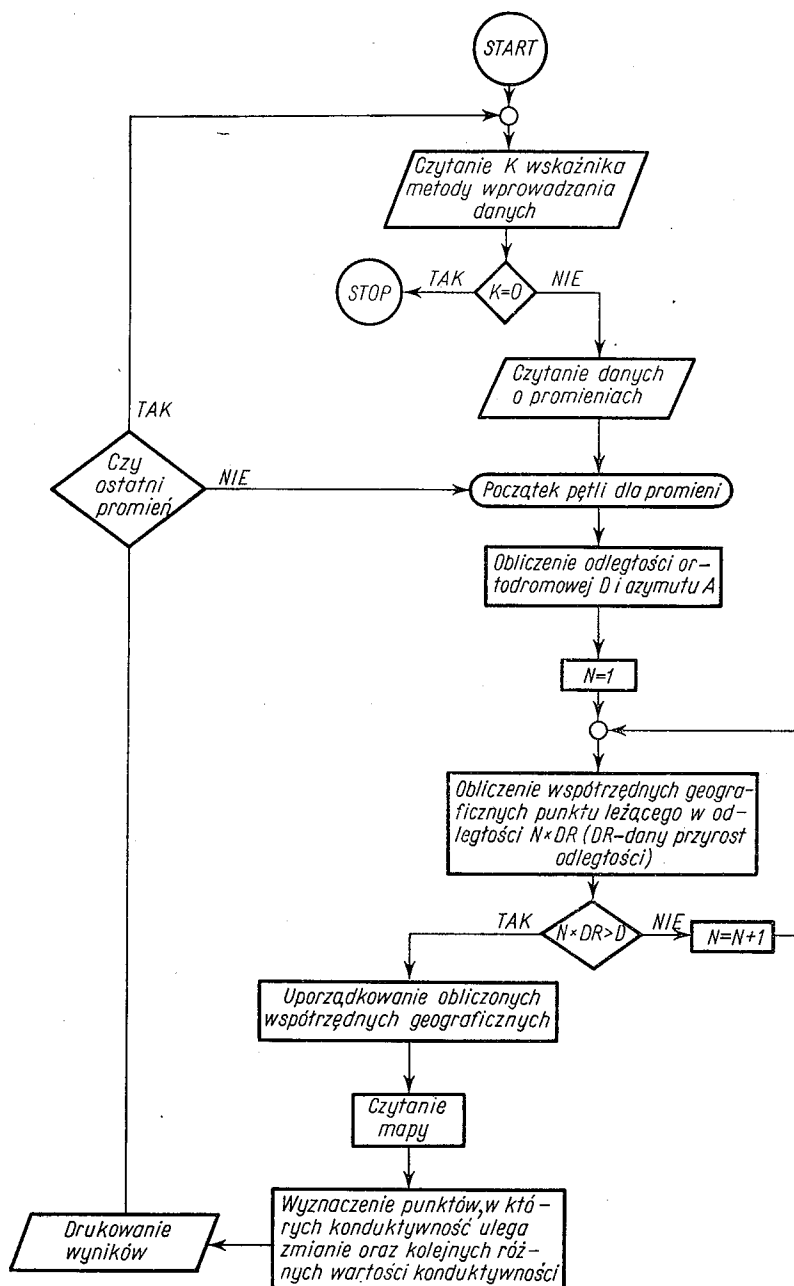
Do wyznaczenia profilu konduktywności trasy potrzebna jest mapa zastępczej konduktywności gruntów na obszarze, na którym leży rozpatrywana trasa. Mapa zastępczej konduktywności gruntów na terytorium Polski została opracowana przez Jasińskiego i Turczyna [3]. Zastępcza konduktywność gruntu jest to taka wartość konduktywności, jaką miałyby warstwa jednorodna, wywołująca taki sam, pod względem jakości i wielkości, wpływ na fale radiowe, jak warstwa ziemi rzeczywistej o tej samej grubości. Podstawą do opracowania mapy były pomiary natężenia pola elektromagnetycznego ośmiu polskich stacji radiofonicznych pracujących w zakresie fal długich i średnich. Na mapie przyjęto dziewięciostopniową klasyfikację przedstawioną w tablicy 1. Ponieważ pomiary konduktywności tras na tym samym obszarze często różnią się więcej niż 1 do 2 w zależności od pory roku, częstotliwości, uchybów przyrządów pomiarowych itd., to nie ma podstaw do stosowania klasyfikacji bardziej gęstej niż 1 do 2. Fragment mapy zastępczej konduktywności gruntów pokazano na rys. 2.

3. NUMERYCZNA MAPA ZASTĘPCZEJ KONDUKTYWNOŚCI GRUNTÓW

Stosowana ogólnie metoda konstruowania map numerycznych polega na tym, że na mapę obszaru, dla którego tworzy się mapę numeryczną, nakłada się siatkę ortogonalną (najczęściej kwadratową) o zadanym skoku. Każdemu kwadratowi w siatce (w ogólnym przypadku jest to kwadrat krzywoliniowy) przypisuje się liczbę wynikającą z własności obszaru ograniczonego tym kwadratem. Następnie tworzy się z tych liczb macierz, która jest właśnie mapą numeryczną. Bezpośrednie zastosowanie opisanej wyżej metody przy sporządzaniu mapy numerycznej konduktywności gruntów jest niedogodne. Do zapewnienia dobrej dokładności odczytu z mapy należałoby przyjąć skok siatki nie większy niż 3', zarówno dla szerokości, jak i długości geograficznej. Ponieważ Polska leży w przybliżeniu między 14° a 24° długości geograficznej wschodniej oraz między 49° a 55° szerokości geograficznej północnej, to mapa zrobiona opisanym wyżej sposobem zawierałaby około 24 000 liczb. Większość tych liczb jest jednak zbędna. Jak widać na rys. 2, obszary o jednakowej konduktywności są dość duże. Wartości konduktywności dla kwadratów leżących całkowicie wewnątrz danego obszaru nie stanowią żadnej istotnej informacji, wystarczy bowiem zapamiętać granice (kontury) obszarów o jednakowych konduktywnościach. Wynika stąd bezpośrednio sposób konstrukcji mapy numerycznej.

Pomiędzy równoleżniki ograniczające Polskę, tj. między 49° a 55° szerokości geograficznej północnej, wpisano 120 linii równoleżnikowych. Daje to odległość między liniami równą 3'. Na każdej linii zaznaczono punkty przecięcia z granicami Polski oraz z konturami obszarów o jednakowej konduktywności. Długości geograficzne punktów przecięcia oraz wartości konduktywności w poszczególnych przedziałach wyznaczonych

przez te punkty są elementami mapy numerycznej. Zbiór wszystkich tych liczb dla wszystkich linii równoleżnikowych daje mapę numeryczną ułożoną w postaci 120 macierzy wierszowych. Ilość danych potrzebnych do zapamiętania w tym rozwiązaniu wynosi około 4 500 liczb.



Rys. 3. Schemat blokowy programu „Ground conductivity”

Algorytm wyznaczania profilu konduktywności trasy na podstawie tak skonstruowanej mapy numerycznej przedstawimy na przykładzie. Założmy, że należy wyznaczyć profil konduktywności wzdłuż promienia między dwoma punktami T i R o zadanych współrzędnych geograficznych.

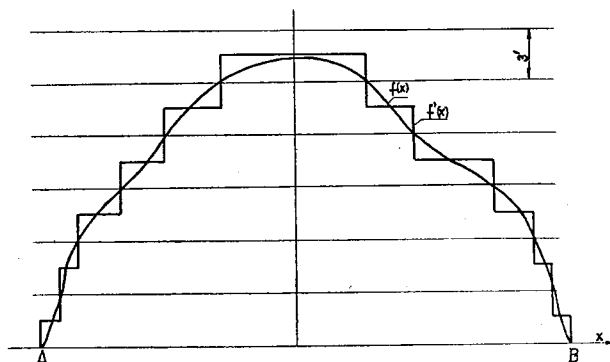
Kolejno wykonuje się następujące operacje:

1. obliczenie odległości ortodromowej TR ,
2. obliczenie azymutu $\overrightarrow{TR}$,
3. obliczenie współrzędnych geograficznych punktów leżących na trasie w odległościach Δ , 2Δ itd.
(Δ — przyrost zmiennej niezależnej) od punktu początkowego T aż do przekroczenia odległości ortodromowej,
4. odpowiednie przegrupowanie obliczonych współrzędnych geograficznych i odczytanie z mapy numerycznej odpowiadających im wartości konduktywności (w przypadku, gdy obliczany punkt wypadnie pomiędzy równoleżnikami, dla których są zapamiętane różne wartości konduktywności, przyjmuje się wartość konduktywności odpowiadającą równoleżnikowi leżącemu bliżej punktu obliczanego),
5. wyznaczenie punktów, w których konduktywność ulega zmianie (odległości liczone w kilometrach od punktu początkowego trasy) oraz kolejnych różnych wartości konduktywności.

Schemat blokowy programu „Ground conductivity”, napisanego według opisanego algorytmu w języku FORTRAN 900, przedstawiono na rys. 3. Program zajmuje około 14 K pamięci operacyjnej maszyny cyfrowej [4].

4. OSZACOWANIE DOKŁADNOŚCI WYZNACZANIA PROFILU KONDUKTYWNOŚCI TRASY

Zakładając, że przyrost Δ odległości wzdłuż trasy jest dostatecznie mały, np. mniejszy od połowy odległości pomiędzy liniami równoleżnikowymi, podstawowy błąd w określaniu profilu konduktywności trasy wynika z aproksymacji konturów obszarów o stałej kon-



Rys. 4. Szacowanie błędu aproksymacji konturu obszaru o jednakowej konduktywności

duktywności za pomocą krzywej schodkowej, jak to pokazano na rys. 4. Błąd ten można zdefiniować następująco

$$\delta = \max_{x \in \langle A, B \rangle} |f(x) - f'(x)|, \quad (2)$$

przy czym:

$f(x)$ — rzeczywisty kontur obszaru,

$f'(x)$ — kontur obszaru aproksymowany krzywą schodkową.

Oczywiście w przedstawionym przykładzie

$$\delta \leq 1,5' (\sim 2,8 \text{ km}).$$

Żądanie zmniejszenia błędu do określonej wartości α odpowiada wymaganiu zmniejszenia odległości między liniami równoleżnikowymi do wartości 2α .

5. ZAKOŃCZENIE

Przedstawiony w pracy algorytm tworzenia map numerycznych konduktywności gruntów może być stosowany również do innych celów, na przykład do kodowania zasięgów radiostacji, sporządzania przybliżonych map administracyjnych itp.

LITERATURA

1. D. J. Bem, *Materiały pomocnicze do obliczeń propagacyjnych*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1974.
2. D. J. Bem, T. Surma, *Obliczanie natężenia pola fali powierzchniowej przy użyciu programu „Ground wave”*, Prace Instytutu Łączności, t. 22, 1975, nr 1, s. 29—39.
3. S. Jasiński, A. Turczyn, *Mapa skutecznej przewodności elektrycznej gruntu terytorium PRL*, Prace Instytutu Łączności, t. 20, 1973, nr 3, s. 36—48.
4. D. J. Bem, W. Waszkis, *Mapa numeryczna konduktywności gruntów na terytorium Polski*, Politechnika Wrocławska, Instytut Telekomunikacji i Akustyki, Komunikat nr K-110, Wrocław 1976.

D. J. BEM, W. WASZKIS

NUMERICAL MAP OF GROUND CONDUCTIVITY IN POLAND

Summary

In the paper a method of plotting of a numerical map of ground conductivity has been described. The map enables to find out in a simple way the distribution of conductivity along a path (conductivity profile), which is a basis for the ground-wave field strength calculations.

D. J. BEM, W. WASZKIS

CARTE NUMÉRIQUE DE LA CONDUCTIVITÉ DES SOLS DU TERRITOIRE DE LA POLOGNE

Résumé

Dans l'ouvrage on a décrit la méthode de faire la carte numérique de la conductivité des sols et de déterminer le profil de la conductivité du trajet, constituant la base pour calculer l'intensité de champ de l'onde de surface.

D. J. BEM, W. WASZKIS

NUMERISCHE KARTE DER BODENKONDUKTIVITÄT AUF POLNISCHEM GEBIET

Zusammenfassung

In der vorstehenden Arbeit wurde die Methode zur Aufstellung einer Karte für die numerische Bodenkonzuktivität, sowie für die Bestimmung des Profils der Konduktivitätsroute beschrieben. Dieses Profil bildet die Grundlage zur Berechnung der Feldstärke der Oberflächenwelle.

Д. Ю. БЕМ, В. ВАШКИС

ЦИФРОВАЯ КАРТА ПРОВОДИМОСТЕЙ ПОЧВЫ НА ТЕРРИТОРИИ ПОЛЬШИ

Резюме

В труде описан метод составления цифровой карты проводимости почвы и определения профиля проводимости трассы, являющегося основой расчета напряженности поля поверхностной волны.

Maksymalizacja stosunku mocy sygnału do mocy szumu w dyskretnych układach antenowych¹⁾

ANDRZEJ KARWOWSKI (WROCLAW)

*Instytut Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii
Politechniki Wrocławskiej*

Otrzymano 28.6.1976

Przedstawiono jednolitą metodę optymalizacji odbiorczego układu antenowego w obecności szumu koherentnego i niekoherentnego. Optymalizację przeprowadzono metodą transformacji liniowych w przestrzeni unitarnej. Analizą objęto układy antenowe złożone z identycznych, bezstratnych, dowolnie rozmieszczonych w przestrzeni lecz jednakowo zorientowanych elementów promieniujących.

1. WSTĘP

Rozważa się liniowe zagadnienie syntezy charakterystyki kierunkowości anteny odbiorczej. Zadanie syntezy polega na takim ukształtowaniu charakterystyki, aby gwarantowała ona maksimum stosunku mocy sygnału do mocy szumów systemu (antena plus odbiornik).

Jeśli antenę odbiorczą stanowi układ antenowy o zadanej geometrii, złożony z dyskretnych elementów promieniujących, to problem syntezy charakterystyki optymalnej (w sensie podanym wyżej) sprowadza się do wyznaczenia zespolonych amplitud prądów pobudzających poszczególne elementy. W pracy podano sposób optymalizacji pobudzenia dla ważnej dla zastosowań grupy układów antenowych, tj. układów złożonych z identycznych, dowolnie rozmieszczonych w przestrzeni lecz jednakowo zorientowanych elementów promieniujących. Optymalizację przeprowadzono oddzielnie dla dwóch przypadków:

- szumu niekoherentnego, scharakteryzowanego funkcją rozkładu temperatury szumów w środowisku otaczającym antenę,
- szumu koherentnego.

W obydwu przypadkach przyjęto, że położenie źródła sygnału użytecznego jest znane i ustalone. W przypadku szumu koherentnego założono ponadto, że także znane i ustalone jest położenie źródeł sygnałów zakłócających.

Do rozwiązania sformułowanego wyżej zagadnienia można zastosować znaną z literatury, uogólnioną procedurę optymalizacyjną, w której podstawową rolę odgrywa twierdzenie o wartościach ekstremalnych ilorazu dwóch form hermitowskich [1, 2, 3].

¹⁾ Praca wyróżniona nagrodą II-go stopnia w ogólnopolskim konkursie n.t. „Metody matematyczne w elektrotechnice” ogłoszonym na 1975 r. przez Oddział Warszawski Polskiego Towarzystwa Elektrotechniki Teoretycznej i Stosowanej oraz Wydział Elektryczny Politechniki Warszawskiej.

W niniejszej pracy optymalizację przeprowadza się metodą transformacji liniowych w przestrzeni unitarnej zaś „kluczem” do rozwiązania problemu jest nierówność Schwartza-Buniakowskiego. Proponowany sposób optymalizacji jest uogólnieniem metody podanej przez Uzkova [4].

2. UKŁADY ANTENOWE

2.1 Charakterystyka promieniowania

Rozważmy układ antenowy złożony z N identycznych, dowolnie rozmieszczonych w przestrzeni lecz jednakowo zorientowanych elementów promieniujących. Przestrzenny rozkład natężenia pola w strefie dalekiej, promieniowanego przez układ, określa funkcja

$$E(\Theta, \Phi) = \sum_i I_i f(\Theta, \Phi) \exp[j\psi_i(\Theta, \Phi)] = \sum_i I_i F_i \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (1)$$

w której:

- I_i — zespolona amplituda prądu pobudzającego i -ty element,
- $f(\Theta, \Phi)$ — unormowana charakterystyka promieniowania elementu,
- $\psi_i(\Theta, \Phi)$ — funkcja określająca fazę pola promieniowanego przez i -ty element (fazę odnosi się do dowolnego punktu wspólnego dla wszystkich elementów układu).

2.2 Zysk energetyczny

Zysk energetyczny układu antenowego (w stosunku do źródła izotropowego) w kierunku Θ_0, Φ_0 definiujemy jako

$$G(\Theta_0, \Phi_0) = 4\pi \frac{|E(\Theta_0, \Phi_0)|^2}{\int_{\Omega} |E(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega} = 4\pi \frac{\left| \sum_i I_i F_i(\Theta_0, \Phi_0) \right|^2}{\int_{\Omega} \left| \sum_i I_i F_i(\Theta, \Phi) \right|^2 d\Omega}, \quad (2)$$

gdzie obszar całkowania jest sferą o jednostkowym promieniu. Wyrażenie (2) możemy przekształcić do postaci

$$G(\Theta_0, \Phi_0) = 4\pi \frac{\left| \sum_i I_i F_i(\Theta_0, \Phi_0) \right|^2}{\sum_i \sum_j I_i \bar{I}_j a_{ij}}, \quad (3)$$

przy czym

$$a_{ij} = \int_{\Omega} F_i \bar{F}_j d\Omega \quad (4)$$

(kreska nad oznaczeniem funkcji lub liczby zespolonej oznacza wielkość sprzężoną).

2.3 Temperatura szumowa systemu

Przyjmijmy, że właściwości szumowe odbiornika współpracującego z anteną mogą być scharakteryzowane przez zastępczą temperaturę szumową odbiornika T_o (odniesioną do zacisków wejściowych odbiornika bezstratnego). Temperatura szumowa systemu jest sumą temperatur szumowych odbiornika i anteny.

O wartości temperatury szumowej anteny decydują na ogół szumy pochodzenia zewnętrznego, tj. szumy środowiska otaczającego antenę. Załóżmy, że szum zewnętrzny jest niekoherentny, a jego przestrzenny rozkład określa funkcja rozkładu temperatury szumów $T(\Theta, \Phi)$. Z praktycznego punktu widzenia założenie znajomości funkcji rozkładu temperatury szumów jest w pełni uzasadnione. Rozkład temperatury szumów nieba (dla różnych zakresów częstotliwości) podaje się w literaturze, a temperaturę szumów ziemi można przyjąć stałą i równą 290 K.

Temperaturę szumów anteny definiujemy następująco:

$$T_A = \frac{D}{4\pi} \int_{\Omega} F^2(\Theta, \Phi) T(\Theta, \Phi) d\Omega, \quad (5)$$

gdzie D oznacza kierunkowość anteny, zaś $F(\Theta, \Phi)$ jej unormowaną charakterystykę promieniowania.

Zdefiniujemy funkcję rozkładu efektywnej temperatury szumów [5]:

$$T_e(\Theta, \Phi) = T_o + T(\Theta, \Phi). \quad (6)$$

Wykorzystując (6), otrzymujemy następujące wyrażenie na temperaturę szumową systemu

$$T_S = T_A + T_o = \frac{D}{4\pi} \int_{\Omega} F^2(\Theta, \Phi) T_e(\Theta, \Phi) d\Omega. \quad (7)$$

Korzystając z definicji kierunkowości

$$D = 4\pi \frac{|E(\Theta, \Phi)|_{\max}^2}{\int_{\Omega} |E(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega} = 4\pi \frac{|E(\Theta, \Phi)|_{\max}^2}{\sum_i \sum_j I_i \bar{I}_j a_{ij}} \quad (8)$$

i unormowanej charakterystyki promieniowania anteny

$$F(\Theta, \Phi) = \frac{|E(\Theta, \Phi)|}{|E(\Theta, \Phi)|_{\max}} = \frac{|\sum_i I_i F_i(\Theta, \Phi)|}{|E(\Theta, \Phi)|_{\max}}, \quad (9)$$

możemy wyrażenie (7) przekształcić do postaci

$$T_S = \frac{\sum_i \sum_j I_i \bar{I}_j b_{ij}}{\sum_i \sum_j I_i \bar{I}_j a_{ij}}, \quad (10)$$

przy czym

$$b_{ij} = \int_{\Omega} F_i \bar{F}_j T_e d\Omega, \quad (11)$$

a współczynniki a_{ij} są określone wzorem (4).

2.4. Stosunek sygnału do szumu

Moc sygnału jest proporcjonalna do zysku energetycznego anteny, zaś moc szumów — do temperatury szumowej systemu.

Uwzględniając zależności (3) i (10), otrzymujemy

$$\frac{P}{N} \sim \frac{G(\Theta_o, \Phi_o)}{T_s} = 4\pi \frac{|\sum_i I_i F_i(\Theta_o, \Phi_o)|^2}{\sum_i \sum_j I_i \bar{I}_j b_{ij}}. \quad (12)$$

3. OPTIMALIZACJA POBUDZENIA UKŁADU ANTENOWEGO W PRZYPADKU SZUMU NIEKOHERENTNEGO

Zdefiniujemy na elementach zbioru charakterystyk promieniowania $\{F_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) operacje dodawania i mnożenia ich przez liczby jako operacje rozumiane w zwykłym sensie dodawania funkcji i mnożenia ich przez liczby.

Zdefiniujemy iloczyn skalarny elementów zbioru $\{F_i\}$

$$(F_i, F_j) = \int_{\Omega} F_i \bar{F}_j d\Omega. \quad (13)$$

Zbiór zespolonych charakterystyk promieniowania poszczególnych elementów układu antenowego jest więc przestrzenią unitarną.

Nie ograniczając ogólności rozważań, można przyjąć, że funkcje F_i są liniowo niezależne. W tym przypadku istnieje unormowany, ortogonalny z wagą $T_e(\Theta, \Phi)$ w obszarze Ω układ funkcji $\{u_1, u_2, \dots, u_N\}$ taki, że każdy z jego elementów jest kombinacją liniową funkcji F_i i odwrotnie, tj.

$$\text{lin}[u_1, u_2, \dots, u_N] = \text{lin}[F_1, F_2, \dots, F_N], \quad (14)$$

przy czym

$$\int_{\Omega} T_e u_i \bar{u}_j d\Omega = \delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j. \end{cases} \quad (15)$$

Na podstawie (14) możemy przedstawić charakterystykę promieniowania układu w postaci

$$E(\Theta, \Phi) = \sum_i \alpha_i u_i, \quad (16)$$

gdzie α_i ($i = 1, 2, \dots, N$) są współczynnikami rozwinięcia funkcji $E(\Theta, \Phi)$ według układu $\{u_i\}$.

Uwzględniając (15) i (16), otrzymujemy

$$\frac{G(\Theta_o, \Phi_o)}{T_s} = 4\pi \frac{|\sum_i \alpha_i u_i(\Theta_o, \Phi_o)|^2}{\sum_i |\alpha_i|^2} = \frac{|\sum_i \alpha_i u_i^0|^2}{\sum_i |\alpha_i|^2}. \quad (17)$$

Ciągi liczb zespolonych $\{\alpha_1, \dots, \alpha_N\}$ i $\{u_1^0, \dots, u_N^0\}$ można utożsamiać z elementami N -wymiarowej przestrzeni unitarnej, tj. zbioru, w którym zdefiniowano operacje dodawania elementów $x = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\}$ i $y = \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N\}$ i mnożenia ich przez liczby zespolone:

$$x+y = \{\xi_1+\eta_1, \dots, \xi_N+\eta_N\} \quad cx = \{c\xi_1, \dots, c\xi_N\} \quad (18)$$

oraz iloczyn skalarny

$$(x, y) = \sum_i \xi_i \bar{\eta}_i. \quad (19)$$

Wyrażenie (17) można zatem przepisać w postaci

$$\frac{G}{T_s} = 4\pi \frac{|(a, \bar{u}^0)|^2}{(a, a)} = 4\pi \frac{|(a, u^0)|^2}{||a||^2}, \quad (20)$$

w której

$$a = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\}, \quad u^0 = \{u_1^0, u_2^0, \dots, u_N^0\}.$$

Korzystając z nierówności Schwartz-Buniakowskiego, mamy

$$\frac{G}{T_s} \leq 4\pi \frac{||a||^2 ||u^0||^2}{||a||^2} = 4\pi ||u||^2. \quad (21)$$

Równość w wyrażeniu (21) zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy

$$a = a^0 = c_1 \bar{u}^0, \quad (22)$$

to znaczy, gdy

$$\alpha_i = \alpha_i^0 = c_1 \bar{u}_i^0, \quad (23)$$

gdzie c_1 jest stałą, niezależną od i .

Ciąg liczb zespolonych $\{\alpha_1^0, \dots, \alpha_N^0\}$ określa pobudzenie układu antenowego, zapewniające maksimum stosunku mocy sygnału do mocy szumów. Wykorzystując relację (14), możemy określić zbiór „rzeczywistych” prądów pobudzających poszczególne elementy układu.

Przedstawiona procedura umożliwia, w ogólnym przypadku, optymalizację pobudzenia ze względu na maksimum stosunku mocy sygnału do mocy szumów systemu (antena + odbiornik). Jest to przypadek o największym znaczeniu praktycznym. Możliwe są także dwa nieco odmienne warianty optymalizacji:

- kładąc $T_e(\theta, \Phi) = T(\theta, \Phi)$, optymalizujemy pobudzenie ze względu na maksimum stosunku mocy sygnału do mocy szumów na zaciskach anteny,
- kładąc $T_e(\theta, \Phi) = 1$, optymalizujemy pobudzenie ze względu na maksimum zysku energetycznego w danym kierunku.

4. OPTIMALIZACJA ODBIORCZEGO UKŁADU ANTENOWEGO W OBECNOŚCI DYSKRETNÝCH, KOHERENTNYCH ŹRÓDEŁ ZAKŁÓCAJĄCYCH

W rozważanym przypadku optymalizacja będzie polegać na wyznaczeniu zbioru prądów pobudzających poszczególne elementy układu, zapewniających maksimum zysku energetycznego w kierunku źródła sygnału użytecznego przy jednoczesnej eliminacji syg-

nałów pochodzących ze źródeł zakłócających. Ten ostatni warunek oznacza, że miejsca zerowe charakterystyki promieniowania układu powinny występować w kierunkach określających położenie źródeł sygnałów niepożądanych.

Jak już zaznaczono w rozdziale 3, optymalizacja pobudzenia układu przy założeniu $T_e(\Theta, \Phi) = 1$ jest równoważna maksymalizacji zysku energetycznego układu. Niech więc zbiór liczb zespolonych $a^0 = \{\alpha_0^1, \dots, \alpha_N^0\}$ określa pobudzenie zapewniające maksimum zysku w zadanym kierunku.

Przypuśćmy, że interesuje nas strata zysku energetycznego (w stosunku do maksymalnej wartości możliwej do uzyskania w układzie) związana z pobudzeniem układu w sposób dowolny, określony przez zbiór współczynników pobudzenia $a = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\}$. Porównania wartości zysku, odpowiadających różnym pobudzeniom można dokonać przez porównanie kwadratów bezwzględnych wartości natężenia pola (w określonym kierunku) przy jednakowych mocach promieniowanych przez układ. Przyjmijmy jednostkowe wartości mocy promieniowanej przy obu pobudzeniach (a^0 i a); oznacza to, że zakładamy

$$\|a^0\| = \|a\| = 1. \quad (24)$$

Na podstawie zależności (20) i (22) definiujemy parametr η określający stratę zysku energetycznego związaną z pobudzeniem układu w dowolny sposób

$$\eta = \frac{G(\Theta_0, \Phi_0)}{G_{\max}(\Theta_0, \Phi_0)} = |(a, a^0)|^2. \quad (25)$$

Przyjmijmy teraz, że położenie $k-1$ ($k < N$) źródeł sygnałów zakłócających jest określone przez współrzędne $(\Theta_1, \Phi_1), (\Theta_2, \Phi_2), \dots, (\Theta_{k-1}, \Phi_{k-1})$, zaś położenie źródła sygnału użytecznego określają współrzędne (Θ_k, Φ_k) . Załóżmy, że N -elementowe ciągi liczb

$$\begin{aligned} a^1 &= \{\alpha_{11}^0, \alpha_{12}^0, \dots, \alpha_{1N}^0\}, \\ a^2 &= \{\alpha_{21}^0, \alpha_{22}^0, \dots, \alpha_{2N}^0\}, \\ &\vdots \\ a^k &= \{\alpha_{k1}^0, \alpha_{k2}^0, \dots, \alpha_{kN}^0\} \end{aligned} \quad (26)$$

spełniające warunek

$$\|a^1\| = \|a^2\| = \dots = \|a^k\| = 1, \quad (27)$$

określają pobudzenia zapewniające maksymalną wartość zysku energetycznego układu w odpowiednich kierunkach (pobudzenia te wyznacza się z warunków typu (22) dla wszystkich k kierunków).

Sformułowane na wstępie zagadnienie optymalizacji sprowadza się do znalezienia zbioru $a = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\}$ współczynników pobudzenia zapewniających maksymalną wartość parametru η w kierunku (Θ_k, Φ_k) przy warunkach dodatkowych:

$$\|a\| = 1 \quad (28)$$

oraz

$$(a, a^1) = (a, a^2) = \dots = (a, a^{k-1}) = 0. \quad (29)$$

Przyjmijmy, że $a^1, a^2, \dots, a^k$ są liniowo niezależne. Istnieje wtedy ortonormalny układ $\{a^1, b^2, \dots, b^k\}$ taki, że

$$\text{lin}[a^1, a^2, \dots, a^{k-1}] = \text{lin}[b^1, b^2, \dots, b^{k-1}], \quad (30)$$

$$b^k = \frac{a^k - \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j b^j}{\|a^k - \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j b^j\|}, \quad (31)$$

gdzie β_j są współczynnikami rozwinięcia elementu a^k według układu $\{b^1, b^2, \dots, b^{k-1}\}$.

Na mocy (29) i (30) poszukiwany element a należy do dopełnienia ortogonalnego podprzestrzeni generowanej przez układ $\{b^1, b^2, \dots, b^{k-1}\}$. Mamy więc

$$|(a, a^k)| = \left| \left(a, \sum_{j=1}^k \beta_j b^j \right) \right| = |\bar{\beta}_k| |(a, b^k)|, \quad (32)$$

skąd na podstawie nierówności Schwartza-Buniakowskiego otrzymujemy

$$|(a, a^k)| \leq |\bar{\beta}_k| \|a\| \|b^k\| = |\bar{\beta}_k|. \quad (33)$$

Równość w wyrażeniu (33) zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy

$$a = c_2 b^k, \quad (34)$$

gdzie c_2 jest dowolną liczbą rzeczywistą lub zespoloną, spełniającą warunek $|c_2| = 1$.

Relacja (14) jednoznacznie przyporządkowuje znalezionemu w ten sposób ciągowi $a = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\}$ ciąg zespolonych amplitud „rzeczywistych” prądów pobudzających poszczególne elementy układu antenowego.

5. WNIOSKI

Przedstawiona metoda w jednolity sposób ujmuje zagadnienie optymalizacji pobudzenia dyskretnych układów antenowych złożonych z identycznych, dowolnie rozmieszczonych w przestrzeni lecz jednakowo zorientowanych elementów. Unifikacja procedury optymalizacji jest możliwa dzięki temu, że rozpatrywany problem jest zagadnieniem liniowym w odróżnieniu np. od syntezy geometrii układu antenowego, która jest zagadnieniem nieliniowym. Pewnym mankamentem opisanej metody jest niekontrolowanie stopnia superkierunkowości układu (dobroci układu).

LITERATURA

1. D. K. Cheng, F. I. Tseng, *Gain optimization for arbitrary antenna arrays*, IEEE Trans. on AP, vol. AP-13, Nov. 1965, pp. 973—974.
2. D. K. Cheng, F. I. Tseng, *Signal-to-noise ratio maximization for receiving arrays*, IEEE Trans. on AP, vol. AP-14, Nov. 1966, pp. 792—794.
3. D. K. Cheng, *Optimization techniques for antenna arrays*, Proc. IEEE, vol. 59, Dec. 1971, pp. 1664—1674.

4. A. I. U z k o v, *K voprosu ob optimal'noj konstrukcii napravlennykh antenn*, Doklady AN SSSR, vol. 53, No. 1, 1946, p. 35.
5. A. K a r w o w s k i, *On the optimum illumination of arrays*, IEEE Trans. on AP (Commun.), vol. AP-23, July 1975, p. 589.
6. A. K a r w o w s k i, *Optymalne pobudzenie układów antenowych*, Archiwum Elektrotechniki (w druku).

A. KARWOWSKI

SIGNAL-TO-NOISE RATIO MAXIMIZATION FOR RECEIVING ARRAYS

S u m m a r y

A unified method for the optimization of receiving arrays in the presence of incoherent and coherent noise sources is presented in the paper. The optimization is performed by a linear transformation (coordinate transformation) method. Arrays of lossless, identical, arbitrarily arranged but uniformly oriented elements are analyzed.

A. KARWOWSKI

MAXIMISATION DU RAPPORT DU SIGNAL AU BRUIT
DANS LE SYSTÈME DISCRET D'ANTENNE

R é s u m é

On présente la méthode uniforme d'optimisation du système d'antenne de réception en présence du bruit cohérent et incohérent. On réalise cette optimisation mettant à profit la transformation linéaire. Les systèmes analysés se composent d'éléments identiques et sans perte; ces éléments ont une configuration quelconque mais une orientation uniforme.

A. KARWOWSKI

BESTIMMUNG DES MAXIMALEN SIGNAL/GERÄUSCH-VERHÄLTNISSES
BEI DISKRETEN ANTENNENANLAGEN

Z u s a m m e n f a s s u n g

Es wird eine einheitliche Optimierungsmethode von Antennenempfangsanlagen beim kohärenten und nicht kohärenten Geräusch dargestellt. Die Optimierung wurde mit Hilfe der Lineartransformation durchgeführt. Der Analyse wurden identische, verlustfreie, räumlich beliebig verteilte Antennenelemente unterzogen.

A. КАРВОВСКИ

МАКСИМАЛИЗАЦИЯ ОТНОШЕНИЯ МОЩНОСТИ СИГНАЛА К МОЩНОСТИ
ШУМА В ДИСКРЕТНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ

Р е з ю м е

Излагается способ оптимализации приемной антенной решетки в присутствии источников когерентного и некогерентного шума. Оптимализация проводится по методу линейных трансформаций. Анализируются решетки состоящие из одинаковых, произвольно расположенных в пространстве но одинаково ориентированных элементов.

Algorytmy i struktura zapamiętywania danych techniki macierzy rzadkich do analizy obwodów mikrofalowych opisywanych macierzą rozproszenia

JANUSZ DOBROWOLSKI (WARSZAWA)

Instytut Podstaw Elektroniki Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 8.11.1976

Korzyści wynikające z wykorzystania techniki macierzy rzadkich w analizie obwodów są dobrze znane. Wynikają one z krótkiego czasu wykonania analiz powtarzanych i dużej oszczędności pamięci operacyjnej EMC.

W niniejszej pracy opisano nową technikę macierzy rzadkich przeznaczoną do rozwiązywania układów równań liniowych, w których macierzą współczynników jest macierz rozproszenia z połączeniami W obwodu mikrofalowego. Technika ta jest oparta na zredukowanej metodzie bi-faktoryzacji, zgodnie z którą wykonywane są tylko operacje arytmetyczne z niezerowymi wyrazami macierzy W . Technika ta polega na generacji sekwencji wskaźników i indeksów określających typ operacji arytmetycznej i adresy zmiennych biorących udział w tych operacjach. Inny podprogram, wykorzystując te sekwencje danych, oblicza znormalizowane fale mocy wszystkich wrót obwodu przy zmieniających się parametrach i różnych pobudzeniach obwodu. Generacja sekwencji liczb całkowitych jest poprzedzona porządkowaniem macierzy W , mającym na celu uzyskanie małej liczby wyrazów nowoutworzonych oraz zapewnienie dużej dokładności rozwiązania.

W pracy prezentowane są szczegółowo algorytmy zastosowane w programach oraz upakowany schemat zapamiętywania danych rzadkiej macierzy rozproszenia z połączeniami. Podano także czasy wykonania, obszar pamięci operacyjnej oraz porównano prezentowaną technikę macierzy rzadkich z tradycyjną techniką na przykładzie wyników analizy jedenastu obwodów mikrofalowych.

1. WPROWADZENIE

Technika macierzy rzadkich odgrywa istotną rolę w zwiększeniu wielkości rozwiązywanych problemów i szybkości działania programów komputerowych przeznaczonych do analizy i projektowania obwodów. Projektowanie obwodów, to znaczy wyznaczanie nominalnych wartości parametrów i ich dopuszczalnych tolerancji poprzez procesy optymalizacyjne, analiza statystyczna, obliczanie wrażliwości, analiza w dziedzinie częstotliwości i inne, jest związane z wykonaniem dużej liczby powtarzanych analiz ze zmieniającymi się wartościami parametrów obwodu. Koniecznym jest więc dysponowanie programem analizy obwodów o krótkim czasie wykonania.

Pewne, na ogół bardzo ogólne metody macierzy rzadkich spotkać można w literaturze. Są one przeznaczone do różnego rodzaju zastosowań. Jednakże największą sprawność obliczeń można uzyskać, gdy przy opracowywaniu danej techniki macierzy rzadkich bierze

się pod uwagę indywidualne właściwości danego problemu, do którego technika ta jest przeznaczona.

W niniejszej pracy prezentowany jest program komputerowy i technika macierzy rzadkich przeznaczona do analizy liniowych obwodów mikrofalowych opisywanych macierzą rozproszenia.

W części drugiej przedstawiono matematyczne sformułowanie problemu analizy obwodu mikrofalowego opisanego macierzą rozproszenia z połączeniami, tak dla obliczania znormalizowanych fal padających i odbitych poszczególnych wrót obwodu, jak i dla wyznaczania wrażliwości pierwszego rzędu.

W trzeciej części pracy omawiana jest metoda numerycznego rozwiązywania problemu oraz dyskutowane optymalne porządkowanie równań i wybór elementów podstawowych zapewniające dużą dokładność rozwiązania oraz mały nakład obliczeniowy.

Część czwarta jest poświęcona szczegółowemu omówieniu schematu zapamiętywania danych rzadkiej macierzy rozproszenia z połączeniami obwodu mikrofalowego.

W części piątej opisano algorytmy podprogramów porządkowania i symulacji redukcji, redukcji i rozwiązania. Podano także szczegółowe schematy opracowanych algorytmów.

Kolejna szósta część pracy ilustruje opisywaną technikę macierzy rzadkich przykładami numerycznymi analizy jedenastu obwodów mikrofalowych. Zawiera ona także porównanie tradycyjnej techniki programowania z opisaną w pracy techniką macierzy rzadkich.

Ostatnia część zawiera wnioski końcowe.

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Dla k -tego elementu (wielowrotnika) układu mikrofalowego o danej macierzy rozproszenia S_k wektory $\mathbf{a}_k$ i $\mathbf{b}_k$ znormalizowanych zespolonych padających i odbitych fal mocy związane są równaniem macierzowym [1]:

$$\mathbf{b}_k = S_k \mathbf{a}_k. \quad (1)$$

Generator mikrofalowy (jednowrotnik), będący jednym z elementów układu, można opisać równaniem liniowym o postaci:

$$b_g = S_g a_g + c_g, \quad (2)$$

gdzie a_g i b_g są, odpowiednio, falą padającą i odbitą wrót generatora, a c_g falą wymuszoną generatora [2].

Grupując razem równania (1) i (2) wszystkich elementów obwodu otrzymuje się układ równań liniowych o postaci

$$\mathbf{S}\mathbf{a} + \mathbf{c} = \mathbf{b}, \quad (3)$$

gdzie

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & S_n \end{bmatrix}. \quad (4)$$

W wyrażeniach powyższych macierze $S_1, S_2 \dots S_n$ są macierzami rozproszenia poszczególnych elementów obwodu mikrofalowego, natomiast wektory $a_1, a_2 \dots a_n, b_1, b_2 \dots b_n$ i $c_1, c_2 \dots c_n$ wektorami fal mocy związanymi z tymi elementami.

Połączenia pomiędzy poszczególnymi wielowrotnikami tworzącymi obwód narzucają ograniczenia na wektory a i b wyrażające się równaniem macierzowym

$$b = \Gamma a, \quad (5)$$

gdzie Γ jest macierzą połączeń obwodu.

Macierz Γ jest macierzą rzadką. Większość wyrazów tej macierzy jest równa zero. Jeśli impedancje odniesienia wrót połączonych ze sobą są rzeczywiste i równe sobie, tylko elementy γ_{ij} i γ_{ji} odpowiadające parom wrót połączonych są niezerowe, równe jedności [3].

Eliminując wektor b z równań (3) i (5) oraz podstawiając

$$W = \Gamma - S, \quad (6)$$

otrzymuje się

$$Wa = c. \quad (7)$$

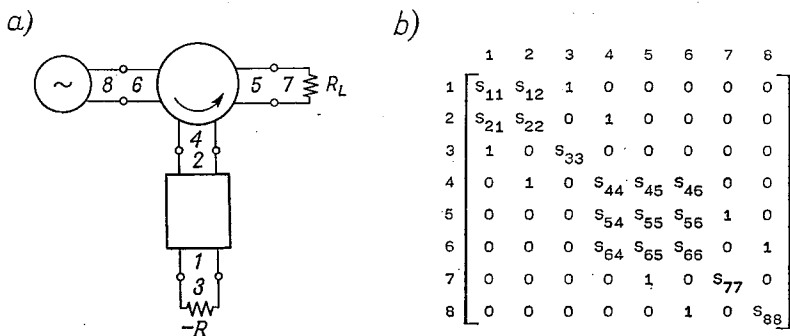
Rozwiązaniem równania (7) jest wektor fal padających na wszystkie wrota obwodu mikrofalowego:

$$a = W^{-1}c. \quad (8)$$

Z kolei podstawienie równania (8) do (5) pozwala obliczyć fale odbite od wszystkich wrót obwodu:

$$b = \Gamma W^{-1}c. \quad (9)$$

Macierz W jest nazywana macierzą rozproszenia z połączeniami. Pozwala ona obliczyć wszystkie fale padające i odbite obwodu gdy dane są fale wymuszone c generatorów. Jednocześnie stanowi ona pełny opis obwodu mikrofalowego, ponieważ informacje o topologii obwodu zawarte są w macierzy Γ , a wartości parametrów rozproszenia obwodu w macierzy S . Rys. 1 przedstawia przykład obwodu mikrofalowego oraz jego macierz rozproszenia z połączeniami W .



Rys. 1. Przykład obwodu mikrofalowego i jego macierzy rozproszenia z połączeniami W

a) obwód wzmacniacza odbiciowego z cyrkulatorem, b) macierz W

Wrażliwości fal padających i odbitych **a** i **b** względem dowolnego zmiennego parametru ϕ , od którego zależą parametry jednego lub większej liczby elementów obwodu, są bardzo istotną informacją tak w procedurach analizy jak i projektowania obwodów.

Wrażliwość fali padającej na r -te wrota obwodu — a_r , jest określona zależnością [2], [4]:

$$\frac{\partial a_r}{\partial \phi} = \gamma_r^T \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \phi}, \quad (10)$$

gdzie γ_r jest wektorem, którego jeden r -ty element jest równy jedności, a wszystkie pozostałe równe zeru:

$$\gamma_r^T = [0, 0, \dots, 1 \dots 0]. \quad (11)$$

Różniczkując równanie (7) względem zmiennego parametru ϕ , mamy

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \phi} = -\mathbf{W}^{-1} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \phi} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{c} = \mathbf{W}^{-1} \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \phi} \mathbf{a}. \quad (12)$$

Po podstawieniu powyższej zależności do równania (10) otrzymuje się wyrażenie określające wrażliwość fali padającej na r -te wrota obwodu względem parametru ϕ :

$$\frac{\partial a_r}{\partial \phi} = \gamma_r^T \mathbf{W}^{-1} \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \phi} \mathbf{a} = \alpha^T \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \phi} \mathbf{a}, \quad (13)$$

gdzie

$$\alpha = (\mathbf{W}^T)^{-1} \gamma_r. \quad (14)$$

jest wektorem fal padających obwodu dołączonego, pobudzanego w r -tych wrotach generatorem o amplitudzie fali wymuszonej γ_r równej jedności.

Zgodnie z zależnością (14) macierz rozproszenia z połączeniami $\hat{\mathbf{W}}$ obwodu dołączonego musi być równa transponowanej macierzy rozproszenia z połączeniami obwodu oryginalnego.

Ponieważ

$$\hat{\mathbf{W}} = \mathbf{W}^T = (\mathbf{\Gamma} - \mathbf{S})^T = \mathbf{\Gamma} - \mathbf{S}^T = \mathbf{\Gamma} - \hat{\mathbf{S}}, \quad (15)$$

więc obwód dołączony ma taką samą topologię co obwód oryginalny, natomiast elementy tego obwodu mają macierze rozproszenia $\hat{\mathbf{S}}_1, \hat{\mathbf{S}}_2, \dots, \hat{\mathbf{S}}_n$ równe transponowanym macierzom rozproszenia odpowiadających im elementom obwodu oryginalnego:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{S}}_1 &= \mathbf{S}_1^T \\ \hat{\mathbf{S}}_2 &= \mathbf{S}_2^T \\ &\dots\dots\dots \\ \hat{\mathbf{S}}_n &= \mathbf{S}_n^T \end{aligned} \quad (16)$$

Obliczenie wrażliwości metodą obwodów dołączonych wymaga wykonania dwóch analiz obwodów o jednakowych topologiach. Zgodnie z zależnością (13), metoda ta pozwala obliczać, na podstawie wyników dwóch analiz, wrażliwości fali padającej a_r względem

dowolnego zmiennego parametru obwodu ϕ_m :

$$G = \nabla a_r = \begin{bmatrix} \alpha^T \frac{\partial S}{\partial \phi_1} a \\ \alpha^T \frac{\partial S}{\partial \phi_2} a \\ \dots \\ \alpha^T \frac{\partial S}{\partial \phi_m} a \end{bmatrix} \quad (17)$$

gdzie ∇ jest operatorem gradientu

$$\nabla^T = \left[\frac{\partial}{\partial \phi_1}, \frac{\partial}{\partial \phi_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial \phi_m} \right]. \quad (18)$$

3. ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE I ALGORYTMY PORZĄDKOWANIA MACIERZY W

W poprzedniej części pracy wyprowadzono równania

$$W a = c, \quad (19)$$

$$W^T \alpha = \gamma, \quad (20)$$

w których W jest zespoloną macierzą kwadratową. Stopień macierzy W jest równy sumie liczb wrót wszystkich elementów obwodu mikrofalowego. Struktura macierzy współczynników obu równań jest identyczna, natomiast struktury wektorów pobudzeń c i γ różnią się.

Technika macierzy rzadkich zastosowana do rozwiązywania równań (19) i (20) opiera się na metodzie rozkładu macierzy W na iloczyn $2n$ macierzy czynnikowych [5].

Podstawowe równanie tej metody ma postać:

$$L^{(n)} L^{(n-1)} \dots L^{(2)} L^{(1)} W R^{(1)} R^{(2)} \dots R^{(n-1)} R^{(n)} = I, \quad (21)$$

gdzie:

$L^{(j)}, j = 1, n$ są lewostronnymi macierzami czynnikowymi,

$R^{(j)}, j = 1, n$ są prawostronnymi macierzami czynnikowymi,

I jest macierzą jednostkową.

Równanie (21) można przekształcić do postaci

$$W^{-1} = R^{(1)} R^{(2)} \dots R^{(n-1)} R^{(n)} L^{(n)} L^{(n-1)} \dots L^{(2)} L^{(1)}. \quad (22)$$

Jak wynika z postaci równania (22) odwrotność macierzy W może być wyrażona jako iloczyn $2n$ macierzy czynnikowych $R^{(j)}$ i $L^{(j)}$ ($j = 1, n$).

Celem określenia macierzy czynnikowych $R^{(j)}$ i $L^{(j)}$ należy rozważyć następującą sekwencję

macierzy pośrednich (patrz równanie (21))

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^{(0)} &= \mathbf{W}, \\ \mathbf{W}^{(1)} &= \mathbf{L}^{(1)}\mathbf{W}^{(0)}\mathbf{R}^{(1)}, \\ \mathbf{W}^{(2)} &= \mathbf{L}^{(2)}\mathbf{W}^{(1)}\mathbf{R}^{(2)}, \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ \mathbf{W}^{(n)} &= \mathbf{L}^{(n)}\mathbf{W}^{(n-1)}\mathbf{R}^{(n)} = \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (23)$$

Równania powyższe opisują, krok po kroku, transformację macierzy współczynników $\mathbf{W}$ do macierzy jednostkowej $\mathbf{I}$.

Do obliczania wyrazów macierzy $\mathbf{W}^{(j)}$, $\mathbf{R}^{(j)}$ i $\mathbf{L}^{(j)}$ służą następujące wzory rekurencyjne.

Zredukowana macierz $\mathbf{W}^{(j)}$

$$\begin{aligned} w_{jj}^{(j)} &= 1, \quad w_{ij}^{(j)} = 0, \quad w_{jk}^{(j)} = 0, \\ w_{ik}^{(j)} &= w_{ik}^{(j-1)} - \frac{w_{ij}^{(j-1)}w_{jk}^{(j-1)}}{w_{jj}^{(j-1)}}, \end{aligned} \quad (24)$$

gdzie j jest indeksem wiodącym oraz $i, k = (j+1), n$.

Lewostronna macierz czynnikowa $\mathbf{L}^{(j)}$

Lewostronne macierze czynnikowe są macierzami bardzo rzadkimi. Różnią się one od macierzy jednostkowej tylko j -tą kolumną, w której:

$$\begin{aligned} l_{jj}^{(j)} &= \frac{1}{w_{jj}^{(j-1)}}, \\ l_{ij}^{(j)} &= -\frac{w_{ij}^{(j-1)}}{w_{jj}^{(j-1)}}, \quad i = (j+1), n. \end{aligned} \quad (25)$$

Prawostronna macierz czynnikowa $\mathbf{R}^{(j)}$

Prawostronne macierze czynnikowe są także bardzo rzadkie. Różnią się one od macierzy jednostkowej tylko j -tym wierszem, w którym:

$$r_{jj}^{(j)} = 1, \quad r_{jk}^{(j)} = -\frac{w_{jk}^{(j-1)}}{w_{jj}^{(j-1)}}, \quad k = (j+1), n. \quad (26)$$

Należy tu podkreślić, że wyrazy diagonalne tych macierzy są równe jedności i tym samym $\mathbf{R}^{(n)} = \mathbf{I}$.

Rozwiązanie układu równań i obliczenie wektora niewiadomych uzyskuje się przez mnożenie, krok po kroku, wektora pobudzeń $\mathbf{c}$ (lub $\boldsymbol{\gamma}$) przez macierze czynnikowe:

$$\mathbf{a} = \mathbf{R}^{(1)}\mathbf{R}^{(2)} \dots \mathbf{R}^{(n-1)}\mathbf{R}^{(n)}\mathbf{L}^{(n)}\mathbf{L}^{(n-1)} \dots \mathbf{L}^{(2)}\mathbf{L}^{(1)}\mathbf{c}. \quad (27)$$

Poniżej w punktach zestawiono właściwości i uwagi dotyczące obu równań (19) i (20); niektóre z nich wynikają z interpretacji fizycznej poszczególnych wielkości, a niektóre z metody numerycznego rozwiązywania tych równań.

1) Macierz $\mathbf{W}$ jest rzadką zespoloną macierzą kwadratową, a jej rząd jest równy sumie wrót wszystkich elementów obwodu.

2) W przypadku ogólnym $\mathbf{W}$ jest macierzą asymetryczną, to znaczy niezerowe elementy macierzy rozmieszczone są symetrycznie względem przekątnej głównej, jednocześnie jednak elementy symetryczne nie są sobie równe co do wartości ($w_{ij} \neq w_{ji}$, $i \neq j$). Tylko w przypadku gdy wszystkie elementy obwodu są elementami odwracalnymi macierz rozproszenia z połączeniami jest macierzą symetryczną.

3) Na przekątnej głównej macierzy $\mathbf{W}$ znajdują się elementy równe współczynnikom odbicia wszystkich wrót obwodu ($w_{ii} = -s_{ii}$). Bardzo często więc elementy w_{ii} mogą mieć wartości bliskie lub równe zeru.

4) Większość wyrazów poza przekątną główną jest równa zeru. Niezerowe wyrazy w_{ij} odpowiadają wrotom należącym do tego samego elementu obwodu oraz wrotom należącym do różnych elementów obwodu połączonych ze sobą. W pierwszym przypadku są to współczynniki transmisji między poszczególnymi wrotami danego elementu obwodu ($w_{ij} = -s_{ij}$), a w drugim przypadku — jedyńki, elementy macierzy $\mathbf{\Gamma}$.

5) Niezerowa struktura macierzy $\mathbf{W}^T$ jest identyczna do struktury macierzy $\mathbf{W}$, a w przypadku gdy wszystkie elementy obwodu są elementami odwracalnymi, spełniona jest zależność $\mathbf{W}^T = \mathbf{W}$.

6) Niezerowa struktura macierzy $\mathbf{W}$ i $\mathbf{W}^T$ jest stała i nie zależy od częstotliwości oraz od zmiennych parametrów obwodu.

7) Wartości wyrazów niezerowych macierzy $\mathbf{W}$ (oprócz wyrazów równych jedności odpowiadających parom wrót połączonych) mogą zmieniać się wraz ze zmianami częstotliwości oraz zmianami wartości parametrów obwodu.

8) W każdym wierszu oraz w każdej kolumnie macierzy $\mathbf{W}$ występuje jedna jedynka (element macierzy $\mathbf{\Gamma}$).

9) Wektory pobudzeń $\mathbf{c}$ i $\mathbf{\gamma}$ mają różną strukturę. Struktury obu wektorów są stałe i nie zależą od częstotliwości.

Przedyskutujemy teraz wykorzystanie powyższych cech i właściwości dla efektywnego zaprogramowania procesu rozwiązywania równań (19) i (20). Rzadkość i tę samą niezerową strukturę macierzy $\mathbf{W}$ i $\mathbf{W}^T$, nie zmieniającą się w sekwencji problemów związanych z analizą i projektowaniem obwodów mikrofalowych, wykorzystano przez zastosowanie zredukowanego algorytmu rozkładu macierzy $\mathbf{W}$ (lub $\mathbf{W}^T$) na macierze czynnikowe $\mathbf{L}$ i $\mathbf{R}$, w którym wykonywane są tylko niezerowe operacje arytmetyczne zgodnie z sekwencjami indeksów i wskaźników, według których określany jest typ operacji oraz adresy zmiennych biorących udział w tych operacjach arytmetycznych. Generacja tablic typu INTEGER zawierających sekwencje indeksów i wskaźników wykonywana jest przez program symulujący proces redukcji macierzy $\mathbf{W}$ (lub $\mathbf{W}^T$). Następnie inny program wykorzystuje wygenerowaną sekwencję danych, wykonuje tylko niezerowe operacje arytmetyczne i oblicza niezerowe elementy macierzy czynnikowych $\mathbf{L}$ i $\mathbf{R}$. Z kolei trzeci podprogram dokonuje obliczeń wektora rozwiązania $\mathbf{a}$ (lub $\mathbf{\alpha}$) mnożąc krok po kroku wektor pobudzeń $\mathbf{c}$ (lub $\mathbf{\gamma}$) przez macierze czynnikowe. Także i w tym procesie wykonywane są tylko niezerowe operacje arytmetyczne. Zastosowana technika macierzy rzadkich jest podobna do programu GNSOINT [6] i [7]. Dzięki takiej organizacji programu symulacja procesu redukcji macierzy $\mathbf{W}$ (słuszna także dla macierzy $\mathbf{W}^T$ obwodu dołączonego) wykonywana jest tylko jeden raz. Wielokrotne analizy obwodu przy zmieniających się wartościach elementów macierzy lub zmieniającym się co do wartości elementów i struktury wektorze pobudzeń są wyko-

nywane natomiast przez powtarzanie tylko procedury redukcji (zgodnie z raz wygenerowaną sekwencją indeksów i wskaźników) oraz procedury rozwiązania. Ponadto w przypadku analizy wrażliwościowej oraz optymalizacji obwodu mikrofalowego składającego się jedynie z elementów odwracalnych, konieczne jest tylko powtórzenie samego podprogramu rozwiązania.

Długość jednowymiarowych tablic zawierających sekwencje indeksów i wskaźników, czas ich generacji oraz czas wykonania podprogramów redukcji i rozwiązania zależą od ilości niezerowych wyrazów macierzy $\mathbf{W}$ oraz ich rozmieszczenia (niezerowej struktury macierzy). Całkowita liczba niezerowych wyrazów macierzy rozproszenia z połączeniami jest równa sumie kwadratów liczb wrót poszczególnych elementów obwodu zwiększonej o N (N — rząd macierzy $\mathbf{W}$), co związane jest z istnieniem elementów niezerowych macierzy połączeń $\mathbf{\Gamma}$. Współczynnik gęstości macierzy¹⁾

$$\mathbf{M} = \sum_{j=1}^n \mathbf{L}^{(j)} + \sum_{j=1}^n \mathbf{R}^{(j)} - \mathbf{I}, \quad (28)$$

zawierającej wszystkie elementy macierzy czynnikowych $\mathbf{L}$ i $\mathbf{R}$, jest zawsze większy od współczynnika gęstości macierzy $\mathbf{W}$, to znaczy w zależności

$$D_M = F D_W \quad (29)$$

F jest większe od jedności. W (29) D_M i D_W oznaczają, odpowiednio, współczynniki gęstości macierzy $\mathbf{M}$ i $\mathbf{W}$. Zależność (29) ilustruje efekt tworzenia się niezerowych wyrazów macierzy czynnikowych $\mathbf{L}$ i $\mathbf{R}$ w miejscach, które w macierzy $\mathbf{W}$ przed jej redukcją były miejscami pustymi. Obecność nowoutworzonych wyrazów niezerowych macierzy czynnikowych $\mathbf{L}$ i $\mathbf{R}$ wynika z zależności (24), (25) i (26). Wyraz macierzy czynnikowej $r_{ji}^{(j)}$, $i = (j+1)$, n (lub $l_{kj}^{(j)}$, $k = (j+1)$, n) może być niezerowy, nawet gdy odpowiadający mu wyraz $w_{ji}^{(0)}$ (lub $w_{kj}^{(0)}$) jest równy zeru, jeśli w co najmniej jednym, poprzednim kroku redukcji macierzy $\mathbf{W}$ iloczyn $w_{jm}^{(m-1)} w_{mi}^{(m-1)}$, $m = 1, (j-1)$ (lub $w_{lj}^{(l-1)} w_{ki}^{(l-1)}$, $l = 1, (j-1)$) jest niezerowy. Przypadek taki oznacza utworzenie nowego wyrazu niezerowego zapełniającego miejsce w macierzy czynnikowej $\mathbf{R}^{(j)}$ (lub $\mathbf{L}^{(j)}$), które w macierzy $\mathbf{W}$ było puste. Im większa jest liczba tworzonych w ten sposób wyrazów niezerowych, tym dłuższe są generowane w procesie symulacji redukcji macierzy $\mathbf{W}$ sekwencje indeksów i wskaźników i tym dłuższy jest czas wykorzystania jednostki centralnej EMC potrzebny na wykonanie podprogramu symulacji, podprogramu redukcji i podprogramu rozwiązania. Duża liczba wyrazów nowoutworzonych zwiększa także wymagania na pojemność pamięci operacyjnej EMC.

Przy opracowywaniu strategii porządkowania wierszy i kolumn macierzy $\mathbf{W}$ mającej na celu uzyskanie małej liczby wyrazów nowoutworzonych, konieczne jest także wzięcie pod uwagę problemu dokładności rozwiązania. Dużą dokładność rozwiązania uzyskuje się przez odpowiedni wybór elementów diagonalnych $w_{jj}^{(j-1)}$, będących elementami podstawowymi kolejnych kroków redukcji macierzy $\mathbf{W}$. Jeśli wartości tych wyrazów są zbyt małe, wynikający stąd błąd zaokrąglenia powoduje zmniejszenie dokładności rozwiązania. Przy wyborze elementów podstawowych w każdym kroku redukcji należy także zwrócić uwagę

¹⁾ Współczynnik gęstości macierzy jest równy liczbie niezerowej wyrazów podzielonej przez N^2 .

na fakt, że zgodnie z przyjętą techniką programowania elementy podstawowe $w_{jj}^{(j-1)}$ wszystkich kroków redukcji w powtarzanych wielokrotnie analizach obwodu nie mogą ulec zmianie, o ile symulacja procesu redukcji a z nim wygenerowanie sekwencji wskaźników, według których wykonywane są powtarzane wielokrotnie redukcje macierzy **W**, zostały raz wykonane.

Elementy diagonalne macierzy rozproszenia z połączeniami **W** są równe współczynnikom odbicia wrót poszczególnych elementów obwodu i w większości przypadków wartości ich są bliskie lub nawet równe zero. Także i pozostałe elementy macierzy **W** będące parametrami rozproszenia wielowrotników obwodu zmieniają swoje wartości w kolejnych analizach i z tych powodów nie jest wskazane używanie ich jako elementów podstawowych.

a)	1	2	3	4	5	6	7	8
1	x	x	1	0	0	0	0	0
2	x	x	0	1	0	0	0	0
3	1	0	x	0	0	0	0	0
4	0	1	0	x	x	x	0	0
5	0	0	0	x	x	x	1	0
6	0	0	0	x	x	x	0	1
7	0	0	0	0	1	0	x	0
8	0	0	0	0	0	1	0	x

b)	1	2	3	4	5	6	7	8
3	1	0	x	0	0	0	0	0
4	0	1	0	x	x	x	0	0
1	x	x	1	0	0	0	0	0
2	x	x	0	1	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	x	0
8	0	0	0	0	0	1	0	x
5	0	0	0	x	x	x	1	0
6	0	0	0	x	x	x	0	1

Rys. 2. Porządkowanie macierzy **W**

a) oryginalna macierz **W** obwodu z rys. 1a), b) uporządkowana wierszowo macierz **W**

Ponieważ w każdym wierszu macierzy **W** znajduje się jeden stały wyraz równy jedności (element macierzy **T**), odpowiednie uporządkowanie kolejności równań pozwala na przemieszczenie tych wyrazów na przekątną główną macierzy **W**. Rys. 2 przedstawia oryginalną macierz rozproszenia z połączeniami obwodu z rys. 1a), oraz macierz **W** uporządkowaną wierszowo, tak aby wyrazy równe jedności znalazły się na przekątnej głównej. Przy takim uporządkowaniu macierzy **W** wyraz podstawowy j -tego kroku redukcji określa zależność

$$w_{jj}^{(j-1)} = 1 - \sum_{k=1}^{j-2} \frac{w_{kj}^{(k)} w_{jk}^{(k)}}{w_{kk}^{(k)}} \quad (30)$$

Jak się okazuje, w przypadku macierzy rozproszenia z połączeniami **W**, mniej niż 50% jedynek występujących na przekątnej głównej ulega modyfikacji wartości, dzięki czemu ponad połowa kroków redukcji posiada element podstawowy równy jedności. Wniosek ten wynika z wyników obliczeń numerycznych różnego rodzaju obwodów mikrofalowych. Wyniki te przedstawiono w części 6 niniejszej pracy. Zastosowany algorytm porządkowania wierszy macierzy **W** opisany powyżej ma na celu zapewnienie jak największej dokładności rozwiązania. Druga część zastosowanego algorytmu porządkowania macierzy **W** ma na celu jak największe wykorzystanie rzadkości macierzy. Jak już podkreślano, celem optymalnego porządkowania wierszy i kolumn macierzy współczynników jest uzyskanie minimalnej liczby elementów powstających podczas obliczeń. Optymalne procedury porządkowa-

nia minimalizujące liczbę nowoutworzonych wyrazów są zagadnieniem interesującym i skomplikowanym. Śledzenie liczby nowoutworzonych wyrazów redukowanej macierzy W jest procesem wymagającym długiego czasu wykonania. Wykrywanie wyrazów nowoutworzonych wymaga tego samego nakładu obliczeniowego co wypełnienie danego miejsca macierzy wartością numeryczną, ponieważ w każdym j -tym kroku redukcji należy sprawdzić wiersze i kolumny macierzy redukowanej $W^{(j-1)}$ czy niezerowy iloczyn $w_{ij}^{(j-1)} w_{jk}^{(j-1)}$ wypełnia puste miejsce macierzy, czy też odejmuje się od istniejącego wyrazu niezerowego. Ponadto sprawdzenie takie musi być wykonane dla wszystkich pozostałych iloczynów $w_{ij}^{(j-1)} w_{jk}^{(j-1)}$ (zależność (24)). Korzyści wynikające z optymalnego wykorzystania rzadkości macierzy mogą okazać się bardzo małe na skutek długiego czasu wykonania algorytmu optymalnego porządkowania macierzy. Z tych powodów w praktyce, dla wszystkich metod rozwiązywania układów równań liniowych techniką macierzy rzadkich, stosowane są algorytmy prawie optymalnego porządkowania macierzy współczynników [8], [9]. Algorytmy takie nie zapewniają uzyskania minimalnej liczby wyrazów nowoutworzonych, ale nie wymagają długich czasowo obliczeń.

W opisanej w niniejszej pracy technice macierzy rzadkich zastosowano następujący algorytm prawie optymalnego porządkowania macierzy W . Zasada tego algorytmu wynika z równania (24). Dla każdego kroku redukcji macierzy W jako wiersz i kolumnę podstawową należy wybrać taką parę — wiersz i kolumna (o tych samych indeksach wierszowych i kolumnowych), która zawiera najmniejszą ilość wyrazów niezerowych, a w przypadku, gdy kryterium to spełnione jest przez więcej niż jedną parę — wiersz i kolumna, jedna z tych par — dowolna może być wybrana na parę podstawową. Taki algorytm porządkowania wymaga jedynie ciągłego przechowywania w pamięci EMC ilości niezerowych wyrazów w każdej kolumnie i w każdym wierszu. Wybór jako wiersza i kolumny podstawowej w każdym kroku redukcji wiersza i kolumny o identycznych wskaźnikach wierszowym i kolumnowym powoduje, że w przypadku przedstawiania miejscami par wiersz—kolumna, przedstawiane są także miejsca wyrazy diagonalne zachowując swoje położenie na przekątnej głównej macierzy redukowanej. Ma to istotne znaczenie dla dokładności rozwiązania.

4. SCHEMAT ZAPAMIĘTYWANIA DANYCH MACIERZY ROZPROSZENIA Z POŁĄCZENIAMI

Dane dotyczące wartości wyrazów macierzy oraz dane strukturalne zapamiętywane są przy użyciu upakowanego schematu zapamiętywania danych. Tylko niezerowe wyrazy macierzy W , z przedstawionymi wierszami tak aby elementy macierzy połączeń Γ równe jedności znajdowały się na przekątnej głównej, są zapamiętywane w trzech jednowymiarowych tablicach typu COMPLEX — CE, RE i DE. W tablicach CE i RE, w dowolnej kolejności, zapamiętywane są niezerowe wyrazy pozadiagonalne będące parametrami rozproszania wszystkich elementów obwodu mikrofalowego. Wyrazy diagonalne, wszystkie równe jedności, są zapamiętywane w oddzielnej tablicy DE. Przy takim schemacie zapamiętywania wartości liczbowych wyrazów macierzy W konieczne są jeszcze dodatkowe informacje dotyczące niezerowej struktury macierzy. Służy do tego specjalny zespół tablic

jednowymiarowych typu INTEGER: ITAGC, LNXTC, LCOL oraz ITAGR, LNXTR i LROW. Tablica ITAGC zawiera indeksy wierszowe wyrazów w tablicy CE, natomiast tablica ITAGR indeksy kolumnowe wyrazów w tablicy RE. W dwóch kolejnych tablicach LCOL i LROW zapamiętywane są wskaźniki adresowe pierwszych niezerowych wyrazów kolejnych kolumn (LCOL) oraz pierwszych niezerowych wyrazów kolejnych wierszy (LROW). Dodatkowe dwie tablice LNXTC i LNXTR zawierają wskaźniki określające położenie (adres) kolejnego wyrazu, odpowiednio, danej kolumny zapisanego w tablicy CE oraz danego wiersza zapisanego w tablicy RE. Element zerowy w tablicy LNXTC oznacza ostatni wyraz w kolumnie, natomiast w tablicy LNXTR ostatni wyraz niezerowy w wierszu macierzy W. Kolejny zespół trzech tablic NOZER, NOZEC i NSEQ służy do zapamiętywania informacji potrzebnych do optymalnego porządkowania wierszy i kolumn macierzy W. Tablice NOZEC i NOZER zawierają liczby określające ilość niezerowych wyrazów pozadiagonalnych, odpowiednio, w każdej kolumnie i w każdym wierszu. Tablica NSEQ musi zawierać początkowo liczby całkowite w sekwencji rosnącej od 1 do N . Po

a)

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	S_{33}	0	0	0	0	0
2	0	1	0	S_{44}	S_{45}	S_{46}	0	0
3	S_{11}	S_{12}	1	0	0	0	0	0
4	S_{21}	S_{22}	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	S_{77}	0
6	0	0	0	0	0	1	0	S_{88}
7	0	0	0	S_{54}	S_{55}	S_{56}	1	0
8	0	0	0	S_{64}	S_{65}	S_{66}	0	1

b)

RE	ITAGR	LNXTC	CE	ITAGC	LNXTC
$S(1,1)$	1	2	$S(1,1)$	3	3
$S(1,2)$	2	0	$S(1,2)$	3	4
$S(2,1)$	1	4	$S(2,1)$	4	0
$S(2,2)$	2	0	$S(2,2)$	4	0
$S(4,4)$	4	6	$S(4,4)$	2	8
$S(4,5)$	5	7	$S(4,5)$	2	9
$S(4,6)$	6	0	$S(4,6)$	2	10
$S(5,4)$	4	9	$S(5,4)$	7	11
$S(5,5)$	5	10	$S(5,5)$	7	12
$S(5,6)$	6	0	$S(5,6)$	7	13
$S(6,4)$	4	12	$S(6,4)$	8	0
$S(6,5)$	5	13	$S(6,5)$	8	0
$S(6,6)$	6	0	$S(6,6)$	8	0
$S(3,3)$	3	0	$S(3,3)$	1	0
$S(7,7)$	7	0	$S(7,7)$	5	0
$S(8,8)$	8	0	$S(8,8)$	6	0
-	0	18	-	0	18
-	0	19	-	0	19
-	0	20	-	0	20
-	0	0	-	0	0

Rys. 3. Schemat zapamiętywania danych rzadkiej macierzy W

a) uporządkowana macierz W obwodu z rys. 1a), b) sekwencje indeksów i wskaźników opisujące niezerową strukturę macierzy W

zakończeniu procesu symulacji redukcji tablica ta będzie zawierała sekwencję indeksów podstawowych kolejnych kroków redukcji wynikającą z zastosowanego prawie optymalnego porządkowania macierzy W.

Na rys. 3 na przykładzie obwodu z rys. 1a) zilustrowano omówiony schemat zapamiętywania danych rzadkiej macierzy W. Jak można zauważyć, w miejscach tablic LNXTC i LNXTR odpowiadających niewykorzystanym miejscom w tablicach CE i RE muszą znajdować się odpowiednie wartości początkowe. W ostatnich miejscach tablic LNXTC i LNXTR muszą być podstawione zera, natomiast wszystkie pozostałe miejsca muszą być kolejno ponumerowane. Podwójne zapamiętywanie pozadiagonalnych niezerowych wyrazów macierzy W w tablicach CE i RE pozwala uniknąć, koniecznego w przypadku

prostsze schematu zapamiętywania danych, czasochłonne wyszukiwania i adresowania wyrazów w jednowymiarowej tablicy danych.

Podwójne zapamiętywanie wyrazów niezerowych nie oznacza także niepotrzebnego zwiększenia obszaru pamięci operacyjnej EMC wykorzystywanego do zapamiętania danych macierzy W , albowiem po zakończeniu pełnego procesu symulacji redukcji macierzy W każdy niezerowy wyraz macierzy czynnikowych L i R jest zapamiętywany tylko jeden raz. Niezerowe wyrazy lewostronnych macierzy czynnikowych są zapamiętywane w tablicy CE, natomiast wyrazy prawostronnych macierzy czynnikowych w tablicy RE. Miejsca w tablicach CE i RE, które podczas wykonywania symulacji kolejnych kroków redukcji stają się niepotrzebne (wolne), są wykorzystywane do zapamiętywania nowopowstałych niezerowych wyrazów redukowanej macierzy W .

5. OPIS ALGORYTMÓW TECHNIKI MACIERZY RZADKICH

5.1. Podprogram symulacji i porządkowania

Podprogram ten służy do symulacji, krok po kroku, procesu redukcji macierzy W . Szczegółowy schemat algorytmu tego podprogramu jest przedstawiony na rys. 4a), b) i c). Symulacja każdego kroku redukcji jest podzielona na dwie części.

5.1.1. Wyszukiwanie wiersza i kolumny podstawowej

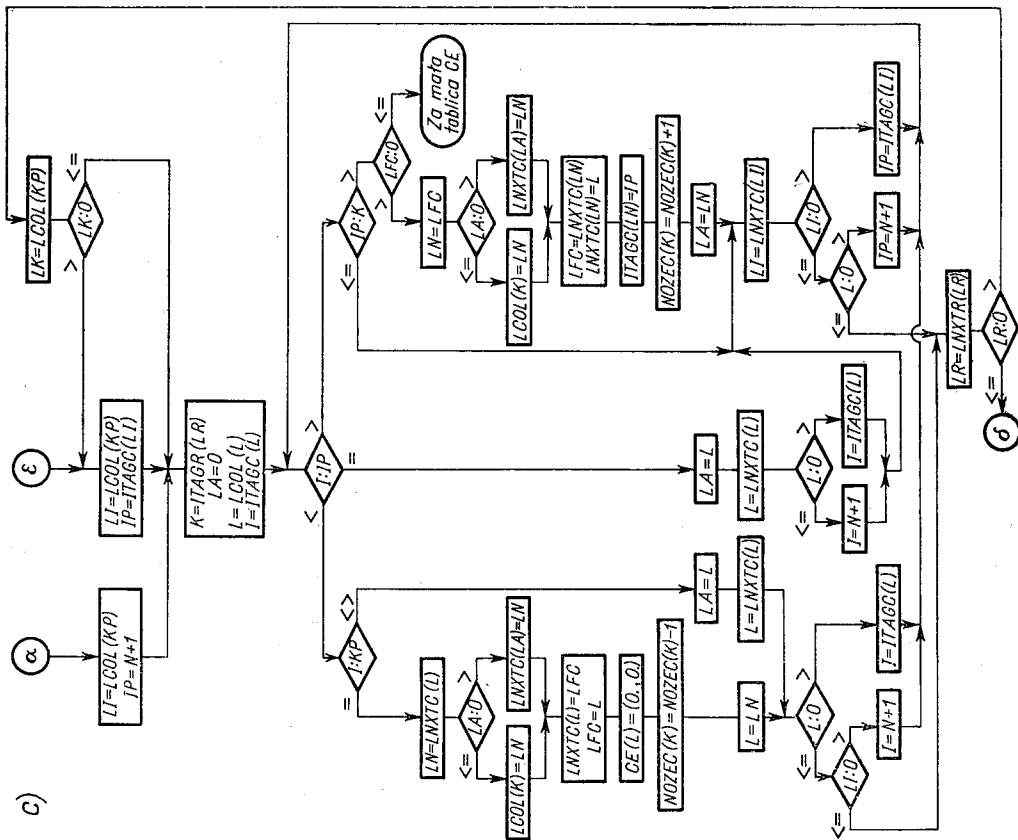
Para: wiersz i kolumna podstawowa danego kroku redukcji jest wybierana spośród wszystkich par wiersz—kolumna (o tych samych indeksach wierszowym i kolumnowym), które w poprzednich krokach symulacji redukcji nie były wierszem i kolumną podstawową. W każdym kroku jest to para zawierająca najmniejszą ilość wyrazów niezerowych. Znalezienie indeksu podstawowego danego kroku symulacji KP nie powoduje przestawiania miejscami wierszy i kolumn (przestawianie miejscami odpowiednich elementów tablic CE i RE). Jedynie wewnątrz tablicy NSEQ dokonywane jest przestawienie dwóch wskaźników. W ten sposób krok po kroku tworzona jest i zapamiętywana w tablicy NSEQ prawie optymalna sekwencja indeksów podstawowych. Schemat algorytmu wyszukiwania indeksu podstawowego KP dla j -tego kroku redukcji przedstawia rys. 4a).

5.1.2. Modyfikacje adresowe i indeksowe

W symulacji każdego kroku redukcji macierzy W porównywane są najpierw, wyraz po wyrazie, wiersz podstawowy KP ze wszystkimi wierszami, których indeks K występuje w kolumnie podstawowej KP. W trakcie porównywania wierszy dokonywane są następujące modyfikacje adresowe i indeksowe.

a) W K -tym wierszu porównywanym z wierszem podstawowym kasowany jest element macierzy W (zapisany w tablicy RE) o indeksie kolumnowym równym indeksowi podsta-

c)



wowemu ($I = KP$). Miejsce to jest wykorzystywane do zapamiętywania nowoutworzonych wyrazów zredukowanej macierzy **W**.

b) Jeśli którykolwiek indeks kolumnowy IP w wierszu podstawowym nie występuje w wierszu porównywanym ($I > IP$ oraz $IP > K$), indeks ten jest dodawany do sekwencji indeksów kolumnowych w tablicy ITAGR (element nowoutworzony). Elementy nowoutworzone są zapamiętywane nie tylko w wolnych miejscach na końcu tablic RE, ITAGR i LNXTR, ale także w miejscach tych tablic, które stają się miejscami wolnymi w trakcie procesu symulacji redukcji.

c) Za każdym razem, gdy kasowany jest lub tworzony nowy niezerowy wyraz macierzy, dokonywane są odpowiednie zmiany adresowe w tablicach LNXTR i LROW. Zmianie ulegają także elementy tablicy NOZER określające aktualną ilość niezerowych wyrazów zredukowanej macierzy **W** w każdym wierszu.

Po zakończeniu procesu porównywania wiersza podstawowego z pozostałymi wierszami następuje porównywanie, wyraz po wyrazie, kolumny podstawowej KP ze wszystkimi kolumnami, których indeks K występuje w wierszu podstawowym KP . W trakcie porównywania kolumn dokonywane są następujące modyfikacje adresowe i indeksowe.

a) W K -tej kolumnie porównywanej z kolumną podstawową kasowany jest wyraz macierzy **W** (zapisany w tablicy CE) o indeksie wierszowym równym indeksowi podstawowemu ($I = KP$). Miejsce to staje się wolnym miejscem wykorzystywanym później do zapamiętywania nowoutworzonych wyrazów niezerowych zredukowanej macierzy **W**.

b) Jeśli którykolwiek indeks wierszowy IP w kolumnie podstawowej nie występuje w kolumnie porównywanej ($I > IP$ oraz $IP > K$), indeks ten jest dodawany do sekwencji indeksów wierszowych w tablicy ITAGC (element nowoutworzony). Analogicznie jak dla wierszy, nowoutworzone wyrazy są zapamiętywane nie tylko na końcu tablic CE, ITAGC i LNXTC, ale także w miejscach, które stają się miejscami wolnymi w trakcie procesu symulacji.

c) Analogicznie jak dla wierszy, kasowanie lub tworzenie nowego wyrazu macierzy zredukowanej powoduje zmiany adresowe w tablicach LNXTC i LCOL oraz zmiany elementów tablicy NOZEC, w której zapamiętywane są ilości niezerowych wyrazów w każdej kolumnie zredukowanej macierzy **W**.

Schemat algorytmu symulacji redukcji macierzy **W** przedstawiony jest na rys. 4b) i c).

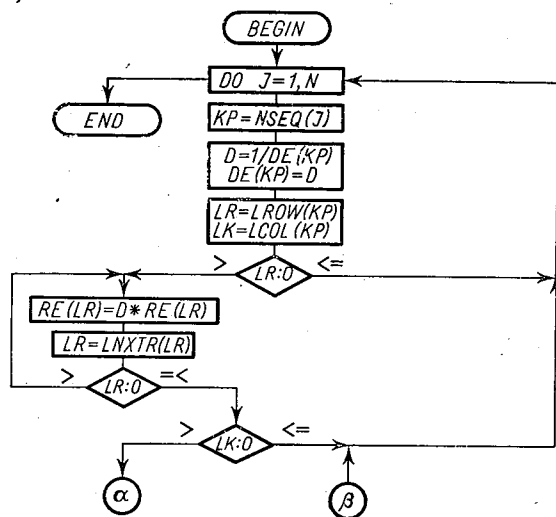
Po zakończeniu podprogramu symulacji tablice LROW, LCOL, ITAGR, ITAGC, LNXTR, LNXTC, NOZER, NOZEC i NSEQ zawierają informacje o strukturze niezerowej wszystkich macierzy czynnikowych **R** i **L**.

W dodatku na przykładzie obwodu mikrofalowego wzmacniacza cyrkulatorowego przedstawiono zawartość tablic ITAGR, LNXTR, LROW, NOZER, ITAGC, LNXTC, LCOL, NOZEC i NSEQ po każdym, kolejnym kroku symulacji redukcji macierzy **W** tego obwodu.

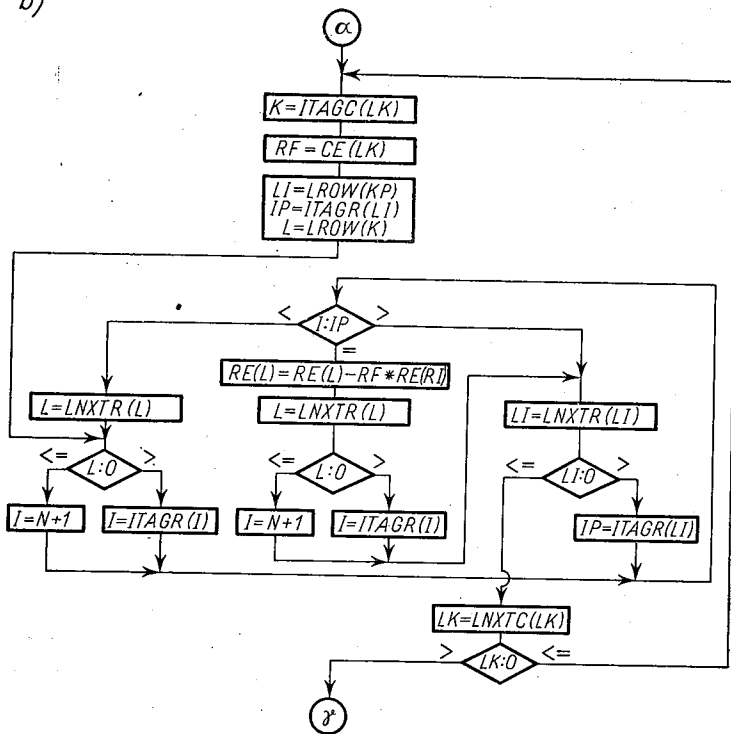
5.2. Podprogram redukcji

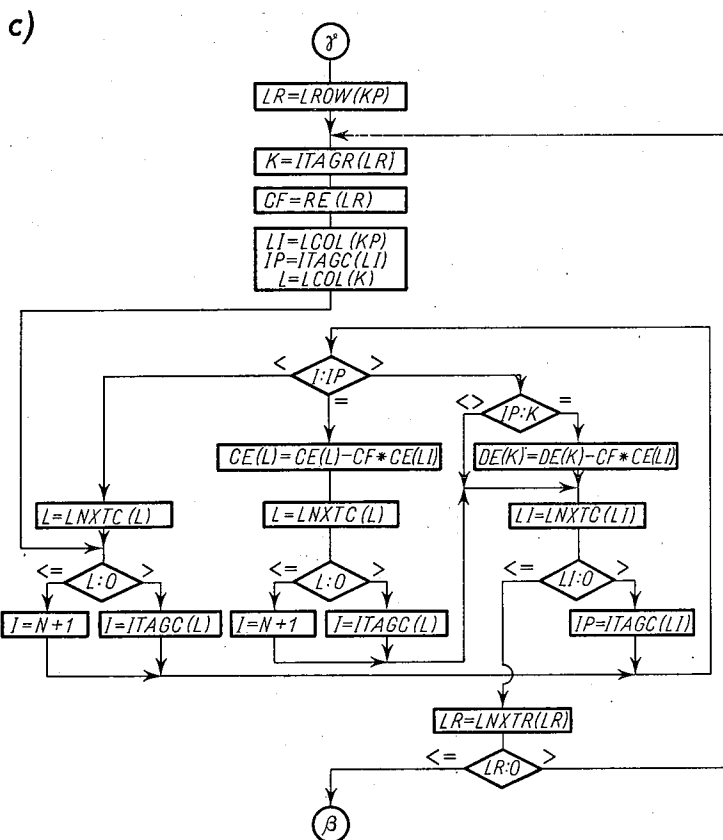
W podprogramie tym dokonywana jest redukcja aktualnej macierzy **W** zgodnie z sekwencjami indeksów i wskaźników utworzonych w podprogramie symulacji. W każdym j -tym kroku redukcji, wykonywanej w kolejności indeksów podstawowych KP zawartych

a)



b)





Rys. 5. Podprogram redukcji

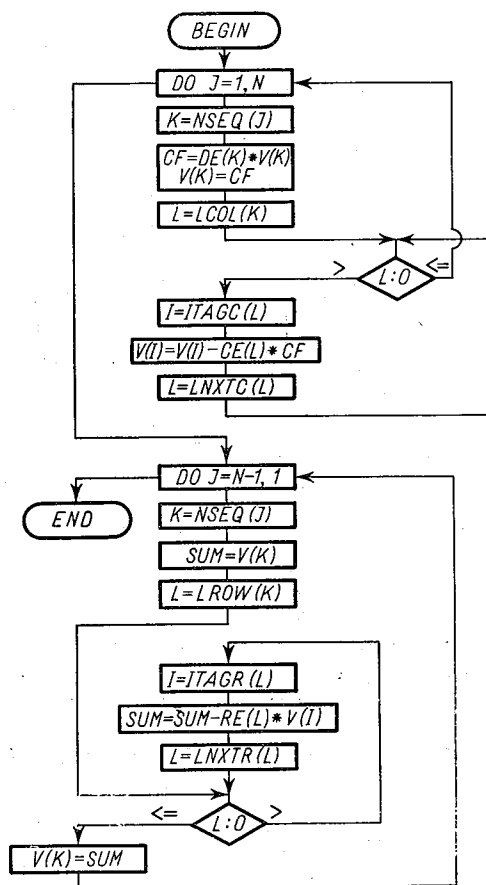
a) odczytanie indeksu podstawowego danego kroku redukcji z tablicy NSEQ, b) obliczanie prawostronnych macierzy czynnikowych
c) obliczanie lewostronnych macierzy czynnikowych

w tablicy NSEQ, obliczany jest najpierw wyraz podstawowy $DE(KP)$, a następnie wartości niezerowych wyrazów j -tej prawostronnej macierzy czynnikowej $R^{(j)}$. W dalszej części algorytmu porównywane są wiersze K , posiadające niezerowe wyrazy w kolumnie podstawowej KP , z wierszem podstawowym KP i obliczane niezerowe wyrazy macierzy zredukowanej $W^{(j)}$ usytuowane nad przekątną główną. Schemat tej procedury przedstawiony jest na rys. 5a) i b).

Po porównaniu wierszy następuje proces porównywania wszystkich kolumn K , posiadających niezerowe wyrazy w wierszu podstawowym danego kroku symulacji KP , z kolumną podstawową. Jednocześnie obliczane są wartości liczbowe niezerowych wyrazów macierzy zredukowanej $W^{(j)}$ usytuowane pod przekątną główną macierzy. W trakcie porównywania kolumn nie jest wykonywana normalizacja kolumny podstawowej, czyli mnożenie niezerowych wyrazów kolumny podstawowej przez odwrotność wyrazu diagonalnego $1/w_{jj}^{(j-1)}$. Operacja ta jest uwzględniona i wykonywana w podprogramie rozwiązania. Schemat algorytmu tego procesu przedstawia rys. 5c). Proces redukcji odbywa się dokładnie według sekwencji indeksów i wskaźników wygenerowanych w podprogramie porządkowania i symulacji.

5.3. Podprogram rozwiązania

Wektor pobudzeń $\mathbf{c}$ lub $\mathbf{y}$ jest zapamiętywany początkowo w jednowymiarowej tablicy typu COMPLEX-V. W podprogramie rozwiązania wektor ten jest krok po kroku transformowany na wektor rozwiązania $\mathbf{a}$ (lub $\mathbf{\alpha}$) przez sukcesywne mnożenie macierzy czynnikowych



Rys. 6. Podprogram rozwiązania

wych przez wektor, jak opisuje to zależność (27). Także i w tej procedurze, której szczegółowy schemat przedstawia rys. 6, wykonywane są tylko nietrywialne działania arytmetyczne, w których udział biorą niezerowe wyrazy kolejnych macierzy czynnikowych $\mathbf{L}$ i $\mathbf{R}$.

6. ILLUSTRACJA NUMERYCZNA

Technika macierzy rzadkich opisywana w niniejszej pracy, przeznaczona do analizy obwodów mikrofalowych opisywanych macierzą rozproszenia z połączeniami $\mathbf{W}$, została specjalnie opracowana do programu komputerowego AAMUS (Automatyczna Analiza

Tablica 1

Dane analizowanych obwodów mikrofalowych

Nr obwodu	Typ obwodu	N	Ilość elementów obwodu				NS
			1-wrotnik	2-wrotnik	3-wrotnik	4-wrotnik	
1	Jednostopniowy transformator impedancji	4	2	1	—	—	6
2	Dwustopniowy transformator impedancji	6	2	2	—	—	10
3	Cyrkulatorowy wzmacniacz odbiciowy	8	3	1	1	—	16
4	Jednostopniowy wzmacniacz tranzystorowy	10	2	4	—	—	18
5	Cyrkulatorowy wzmacniacz odbiciowy	12	3	3	1	—	24
6	Wzmacniacz odbiciowy z dwoma cyrkulatorami	18	4	4	2	—	38
7	Dwurezonatorowy filtr środkowoprzepustowy	26	9	3	—	3	68
8	Przełącznik diodowy	30	6	6	4	—	66
9	Dwustopniowy wzmacniacz tranzystorowy	46	6	14	4	—	98
10	Mieszacz zrównoważony	46	5	10	7	—	108
11	Jednostopniowy zrównoważony wzmacniacz tranzystorowy	68	8	20	4	2	158

Mikrofalowych Układów Scalonych) [10]. Poniżej przedstawiono przykłady numerycznej analizy kilku obwodów mikrofalowych oraz porównanie prezentowanej techniki macierzy rzadkich z tradycyjną techniką programowania. W tablicy 1 zestawiono dane analizowanych obwodów mikrofalowych. Czasy wykonywania poszczególnych podprogramów podane w tablicy 2 zależą istotnie od typu EMC, na której program jest wykonywany. Prezentowane wyniki odnoszą się do EMC typu ODRA 1325 oraz programu napisanego w języku FORTRAN IV. W programach użyto arytmetyki liczb zespolonych. Informacje indeksowo-adresowe zapamiętywane w tablicach typu INTEGER — ITAGR, LNXTR, ITAGC, LNXTC, LROW, LCOL, NOZER, NOZEC i NSEQ (elementy tych tablic) są zapamiętywane w jednym słowie maszynowym. Elementy tablic RE, CE i DE jako zmienne typu COMPLEX wymagają natomiast czterech słów maszynowych. Na rys. 7 porównano czas wykonania jednej analizy obwodu mikrofalowego wykonywanej tradycyjną techniką programowania oraz techniką macierzy rzadkich prezentowaną w niniejszej pracy. W przypadku tradycyjnej techniki programowania z zapamiętywaniem wszystkich wyrazów macierzy W całkowita liczba mnożeń i dzielen w procesie jednego pełnego roz-

Tablica 2

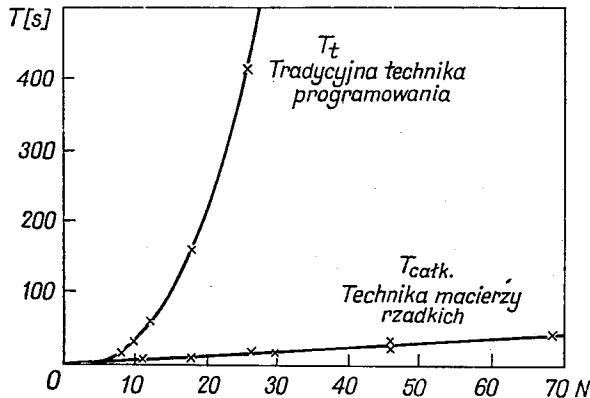
Porównanie czasów wykonania pojedynczych analiz obwodów mikrofalowych techniką tradycyjną i techniką macierzy rzadkich

Nr obwo- du	N	NS	D_w	T_t [s]	T_{sym} [s]	T_{red} [s]	T_{roz-w} [s]	T_{catk} [s]	T_{powt} [s]	NF	D_M	CE_{max}	RE_{max}	Zmiana ny DE
1	4	6	0.625	2.0	1.0	0.5	1.0	2.5	1.5	1	0.687	6	6	2
2	6	10	0.444	6.0	1.0	1.0	0.5	2.5	1.5	2	0.500	10	10	3
3	8	16	0.375	18.0	1.0	1.0	1.0	3.0	2.0	4	0.437	16	16	3
4	10	18	0.280	33.0	1.0	1.0	1.0	3.0	2.0	4	0.320	18	18	4
5	12	24	0.250	56.0	2.0	2.0	1.0	5.0	3.0	5	0.285	24	24	5
6	18	38	0.172	158.0	3.0	3.0	1.0	7.0	4.0	10	0.203	38	38	6
7	26	68	0.139	417.0	8.0	7.0	4.0	19.0	11.0	52	0.254	68	68	7
8	30	66	0.107	689.0	6.0	5.0	3.0	14.0	8.0	23	0.132	66	66	11
9	46	98	0.068	240.7	11.0	9.0	4.0	24.0	13.0	47	0.0902	98	98	20
10	46	108	0.073	2407.0	15.0	16.0	6.0	37.0	22.0	97	0.1186	108	108	13
11	68	158	0.049	7623.0	20.0	19.0	8.0	47.0	27.0	121	0.075	158	158	26

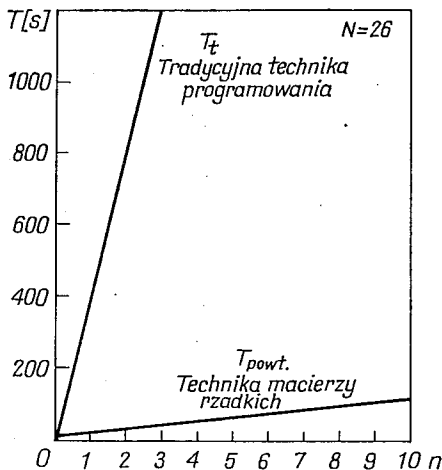
wiązania układu równań $Wa = c$ jest równa [11]:

$$I_{dz} = \frac{N^3}{2} + N^2 - \frac{N}{3}. \quad (31)$$

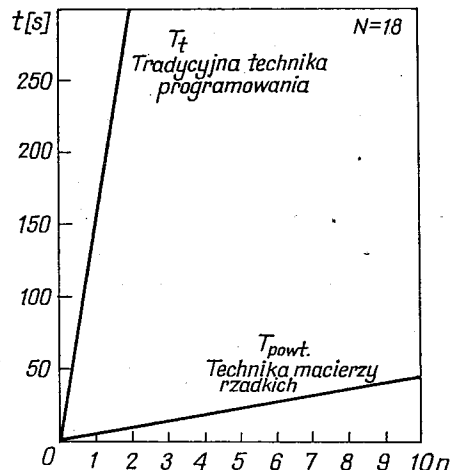
Przy dostatecznie dużym rzędzie macierzy W czas wykonania jednej analizy obwodu jest w przybliżeniu wprost proporcjonalny do trzeciej potęgi rzędu macierzy W — N . W przypadku prezentowanego programu wykorzystującego rzadkość macierzy W czas wykonania jednego pełnego rozwiązania układu równań $Wa = c$ jest w przybliżeniu liniowo proporcjonalny do wymiarów rozwiązywanego problemu. Korzyści wynikające z zasto-



Rys. 7. Porównanie czasów wykonania jednej analizy obwodu tradycyjną techniką programowania i techniką macierzy rzadkich
 N — stopień macierzy W



Rys. 8. Porównanie czasów wykonania analiz wielokrotnych dla techniki macierzy rzadkich i techniki tradycyjnej
 Obwód nr 7, $N = 26$



Rys. 9. Porównanie czasów wykonania analiz wielokrotnych techniką macierzy rzadkich i techniką tradycyjną
 Obwód nr 6, $N = 18$

Tablica 3

Porównanie wymaganych obszarów pamięci operacyjnej dla techniki tradycyjnej i techniki macierzy rzadkich

Nr obwodu	N	NS	Obszar pamięci operacyjnej — ilość słów maszynowych			
			Cała macierz W	Wartości liczbowe wyrazów niezerowych	Informacje indeksowe i adresowe	Macierz rzadka W
1	4	6	64	64	44	108
2	6	10	144	104	70	174
3	8	16	265	160	104	264
4	10	18	400	184	122	306
5	12	24	576	240	156	396
6	18	38	1 256	376	242	618
7	26	68	2 704	648	402	1 050
8	30	66	3 600	648	414	1 062
9	46	98	8 464	968	622	1 590
10	46	108	8 464	1 048	622	1 710
11	68	158	18 496	1 536	972	2 508

sowania prezentowanej techniki są więc tym większe, im większy jest rząd macierzy W. Na rys. 8 i 9 porównano czasy wykonywania wielokrotnych analiz tego samego obwodu. W przypadku techniki macierzy rzadkich tylko w pierwszej analizie wykonywany jest podprogram porządkowania i symulacji, a każda następna wymaga jedynie powtórzenia wykonania podprogramów redukcji i rozwiązania. Korzyści wynikające z techniki macierzy rzadkich rosną wraz ze wzrostem liczby powtórzeń tym silniej, im większy jest wymiar analizowanego obwodu. Porównanie czasów wykonania analiz powtarzanych techniką macierzy rzadkich dla różnej wielkości obwodów mikrofalowych przedstawia rys. 10.

Długości tablic LROW, LCOL, NOZER, NOZEC, NSEQ, DE i V równe są rzędowi macierzy W — N. Nie można natomiast z góry przewidzieć wymaganych wymiarów tablic ITAGR, LNXTR, ITAGC, LNXTC oraz RE i CE, ponieważ zależą one nie tylko od wielkości obwodu, ale także od niezerowej struktury macierzy W. Z doświadczeń uzyskanych z przeprowadzonych obliczeń analiz jedenastu obwodów mikrofalowych przedstawionych w tablicy 2 wynika, że maksymalna, chwilowa długość tablic ITAGR, LNXTR, ITAGC, LNXTC, RE i CE w każdym z analizowanych przypadków obwodów mikrofalowych nigdy nie przekraczała liczby niezerowych pozadiagonalnych wyrazów macierzy W (liczby wyrazów macierzy rozproszenia S wszystkich elementów obwodu). Wniosek powyższy, wynikający z przeprowadzonych badań, pozwala porównać wymagane obszary pamięci operacyjnej EMC dla tradycyjnej techniki programowania oraz prezentowanej techniki macierzy rzadkich.

W pierwszym przypadku obszar pamięci operacyjnej EMC potrzebny do zapamiętania

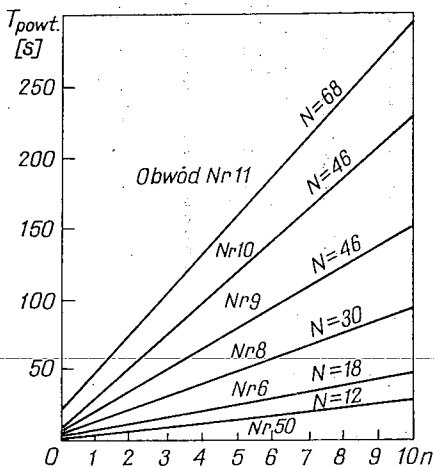
całej macierzy W a także jej macierzy odwrotnej jest równy

$$m_t = 4 N^2 \text{ słów maszynowych.} \quad (32)$$

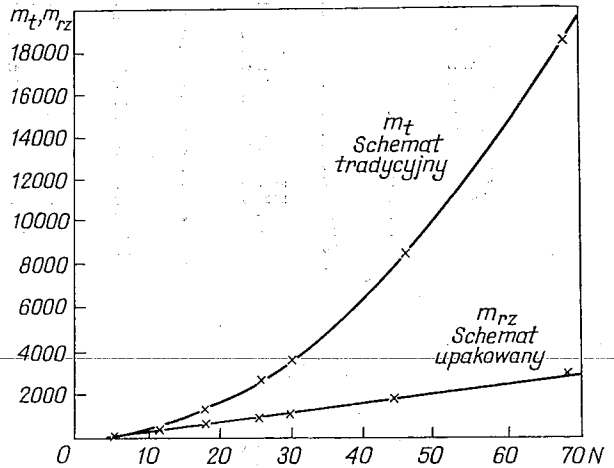
Dla zastosowanego upakowanego schematu zapamiętywania niezerowych wyrazów macierzy W oraz niezerowych wyrazów macierzy czynnikowych R i L potrzebny obszar pamięci operacyjnej EMC jest tylko częścią m , równą:

$$m_{rz} = \underbrace{4(N+2NS)}_{\text{wartości liczbowe wyrazów niezerowych}} + \underbrace{5N+4NS}_{\text{informacje adresowo-indeksowe}}. \quad (33)$$

W zależnościach powyższych N oznacza rząd macierzy W , natomiast NS liczbę niezerowych pozadiagonalnych wyrazów macierzy W (liczba wyrazów macierzy rozproszenia wszy-



Rys. 10. Porównanie czasów wykonania analiz wielokrotnych techniką macierzy rzadkich różnej wielkości obwodów mikrofalowych



Rys. 11. Porównanie upakowanego schematu zapamiętywania danych rzadkiej macierzy W i schematu tradycyjnego

kich elementów obwodu). Porównanie obu schematów zapamiętywania danych macierzy W przedstawia rys. 11. Podobnie jak czas wykonania, także i wymagany obszar pamięci jest w przybliżeniu liniowo proporcjonalny do wielkości analizowanego obwodu.

7. WNIOSKI

Technika macierzy rzadkich opisana w niniejszej pracy, przeznaczona do analizy obwodów mikrofalowych, charakteryzuje się szeregiem zalet.

a) Metoda rozwiązywania układu równań $Wa = c$ oraz zastosowana technika macierzy rzadkich pozwala na wielokrotne analizy obwodu bez powtarzania procesu porządkowania i symulacji redukcji macierzy W . Dzięki temu uzyskuje się wielokrotne skrócenie czasu wykonania analiz powtarzanych.

Przed symulacją

	1	2	3	4	5	6	7	8
1			x					
2		1		x	x	x		
3	x	x	1					
4	x	x		1				
5					1		x	
6						1		x
7				x	x	x	1	
8				x	x	x		1

LF=17

NSEQ	1	2	3	4	5	6	7	8
LROW	14	5	1	3	15	16	8	11
NOZER	1	3	2	2	1	1	3	3
LCOL	1	2	14	5	6	7	15	16
NOZEC	2	2	1	3	3	3	1	1

RE	ITAGR	LNXTX	CE	ITAGC	LNXTC
S(1,1)	1	2	S(1,1)	3	3
S(1,2)	2	0	S(1,2)	3	4
S(2,1)	1	4	S(2,1)	4	0
S(2,2)	2	0	S(2,2)	4	0
S(4,4)	4	6	S(4,4)	2	8
S(4,5)	5	7	S(4,5)	2	9
S(4,6)	6	0	S(4,6)	2	10
S(5,4)	4	9	S(5,4)	7	11
S(5,5)	5	10	S(5,5)	7	12
S(5,6)	6	0	S(5,6)	7	13
S(6,4)	4	12	S(6,4)	8	0
S(6,5)	5	13	S(6,5)	8	0
S(6,6)	6	0	S(6,6)	8	0
S(3,3)	3	0	S(3,3)	1	0
S(7,7)	7	0	S(7,7)	5	0
S(8,8)	8	0	S(8,8)	6	0
-	0	18	-	0	18
-	0	19	-	0	19
-	0	20	-	0	20
-	0	0	-	0	0

Symulacja - krok 1

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1		x					
2		1		x	x	x		
3	x	x	1					
4	x	x		1				
5					1		x	
6						1		x
7				x	x	x	1	
8				x	x	x		1

KP = 1

NSEQ	1	2	3	4	5	6	7	8
LROW	14	5	2	4	15	16	8	11
NOZER	1	3	1	2	1	1	3	3
LCOL	1	2	14	5	6	7	15	16
NOZEC	2	2	1	3	3	3	1	1

RE	ITAGR	LNXTX	CE	ITAGC	LNXTC
S(1,1)	1	17	S(1,1)	3	3
S(1,2)	2	0	S(1,2)	3	4
S(2,1)	3	1	S(2,1)	4	0
S(2,2)	2	0	S(2,2)	4	0
S(4,4)	4	6	S(4,4)	2	8
S(4,5)	5	7	S(4,5)	2	9
S(4,6)	6	0	S(4,6)	2	10
S(5,4)	4	9	S(5,4)	7	11
S(5,5)	5	10	S(5,5)	7	12
S(5,6)	6	0	S(5,6)	7	13
S(6,4)	4	12	S(6,4)	8	0
S(6,5)	5	13	S(6,5)	8	0
S(6,6)	6	0	S(6,6)	8	0
S(3,3)	3	0	S(3,3)	4	0
S(7,7)	7	0	S(7,7)	5	0
S(8,8)	8	0	S(8,8)	6	0
-	0	18	-	0	18
-	0	19	-	0	19
-	0	20	-	0	20
-	0	0	-	0	0

Symulacja - krok 2

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2		1	x					
3			1	x	x	x		
4	x	x	1					
5					1		x	
6						1		x
7				x	x	x	1	
8				x	x	x		1

KP = 2

NSEQ	1	2	3	4	5	6	7	8
LROW	14	5	2	4	15	16	8	11
NOZER	1	3	1	2	1	1	3	3
LCOL	1	4	14	8	6	7	15	16
NOZEC	2	1	1	2	3	3	1	1

RE	ITAGR	LNXTX	CE	ITAGC	LNXTC
S(1,1)	1	17	S(1,1)	3	3
S(1,2)	2	0	S(1,2)	3	17
S(2,1)	6	0	S(2,1)	4	0
S(2,2)	5	3	S(2,2)	4	0
S(4,4)	4	6	S(4,4)	2	2
S(4,5)	5	7	S(4,5)	4	9
S(4,6)	6	0	S(4,6)	4	10
S(5,4)	4	9	S(5,4)	7	11
S(5,5)	5	10	S(5,5)	7	12
S(5,6)	6	0	S(5,6)	7	13
S(6,4)	4	12	S(6,4)	8	0
S(6,5)	5	13	S(6,5)	8	0
S(6,6)	6	0	S(6,6)	8	0
S(3,3)	3	0	S(3,3)	4	0
S(7,7)	7	0	S(7,7)	5	0
S(8,8)	8	0	S(8,8)	6	0
-	0	18	-	0	18
-	0	19	-	0	19
-	0	20	-	0	20
-	0	0	-	0	0

Symulacja - krok 3

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2		1	x	x	x			
3			1	x	x	x		
4	x	x	1					
5					1		x	
6						1		x
7				x	x	x	1	
8				x	x	x		1

KP = 3

NSEQ	1	2	3	4	5	6	7	8
LROW	14	5	2	4	15	16	8	11
NOZER	1	3	1	1	1	1	3	3
LCOL	1	4	14	5	6	7	15	16
NOZEC	2	1	1	3	3	3	1	1

RE	ITAGR	LNXTX	CE	ITAGC	LNXTC
S(1,1)	1	17	S(1,1)	3	3
S(1,2)	2	0	S(1,2)	3	17
S(2,1)	3	1	S(2,1)	4	0
S(2,2)	2	0	S(2,2)	4	0
S(4,4)	4	6	S(4,4)	2	8
S(4,5)	5	7	S(4,5)	2	9
S(4,6)	6	0	S(4,6)	2	10
S(5,4)	4	9	S(5,4)	7	11
S(5,5)	5	10	S(5,5)	7	12
S(5,6)	6	0	S(5,6)	7	13
S(6,4)	4	12	S(6,4)	8	0
S(6,5)	5	13	S(6,5)	8	0
S(6,6)	6	0	S(6,6)	8	0
S(3,3)	3	0	S(3,3)	4	0
S(7,7)	7	0	S(7,7)	5	0
S(8,8)	8	0	S(8,8)	6	0
-	0	18	-	0	18
-	0	19	-	0	19
-	0	20	-	0	20
-	0	0	-	0	0

Symulacja – krok 4

	1	3	2	4	5	6	7	8
1								
3								
2								
4								
5								
6								
7								
8								

KP = 4	LFR = 11	LFC = 7						
NSEQ	1	3	2	4	5	6	7	8
LR0W	14	5	2	4	15	16	9	12
NOZER	1	3	1	2	1	1	2	2
LCOL	1	4	14	8	9	10	15	16
NOZEC	2	1	1	2	2	2	1	1

RE	ITAGR	LNXTX	CE	ITAGC	LNXTC
S(1,1)	1	17	S(1,1)	3	3
S(1,2)	2	0	S(1,2)	3	17
S(2,1)	6	0	S(2,1)	4	0
S(2,2)	5	3	S(2,2)	4	0
S(4,4)	4	6	S(4,4)	2	2
S(4,5)	5	7	S(4,5)	4	5
S(4,6)	6	0	S(4,6)	4	6
S(5,4)	4	1	S(5,4)	7	11
S(5,5)	5	10	S(5,5)	7	12
S(5,6)	6	0	S(5,6)	7	13
S(6,4)	4	8	S(6,4)	8	0
S(6,5)	5	13	S(6,5)	8	0
S(6,6)	6	0	S(6,6)	8	0
S(3,3)	3	0	S(3,3)	4	0
S(7,7)	7	0	S(7,7)	5	0
S(8,8)	8	0	S(8,8)	6	0
-	0	18	-	0	18
-	0	19	-	0	19
-	0	20	-	0	20
-	0	0	-	0	0

Symulacja – krok 5

	1	3	2	4	5	6	7	8
1								
3								
2								
4								
5								
6								
7								
8								

KP = 5	LFR = 9	LFC = 7						
NSEQ	1	3	2	4	5	6	7	8
LR0W	14	5	2	4	15	16	10	13
NOZER	1	3	1	2	1	1	1	2
LCOL	1	4	14	8	9	10	15	16
NOZEC	2	1	1	2	2	2	1	1
RE	ITAGR		LNXTX	CE		ITAGC		LNXTC
S(1,1)	1		17	S(1,1)		3		3
S(1,2)	2		0	S(1,2)		3		17
S(2,1)	6		0	S(2,1)		4		0
S(2,2)	5		3	S(2,2)		4		0
S(4,4)	4		6	S(4,4)		2		2
S(4,5)	5		7	S(4,5)		4		5
S(4,6)	6		0	S(4,6)		4		6
S(5,4)	4		1	S(5,4)		7		11
S(5,5)	5		11	S(5,5)		7		12
S(5,6)	6		0	S(5,6)		7		13
S(6,4)	4		8	S(6,4)		8		0
S(6,5)	7		0	S(6,5)		8		0
S(6,6)	6		12	S(6,6)		8		0
S(3,3)	3		0	S(3,3)		4		0
S(7,7)	7		0	S(7,7)		8		0
S(8,8)	8		0	S(8,8)		6		0
-	0		18	-		0		18
-	0		19	-		0		19
-	0		20	-		0		20
-	0		0	-		0		0

Symulacja – krok 6

	1	3	2	4	5	7	6	8
1								
3								
2								
4								
5								
7								
6								
8								

KP = 7	LFR = 12	LFC = 10						
NSEQ	1	3	2	4	5	7	6	8
LR0W	14	5	2	4	15	16	10	13
NOZER	1	3	1	2	1	1	1	1
LCOL	1	4	14	8	9	13	15	16
NOZEC	2	1	1	2	2	1	1	1
RE	ITAGR	LNXTX	CE	ITAGC	LNXTC			
S(1,1)	1	17	S(1,1)	3	3			
S(1,2)	2	0	S(1,2)	3	17			
S(2,1)	6	0	S(2,1)	4	0			
S(2,2)	5	3	S(2,2)	4	0			
S(4,4)	4	6	S(4,4)	2	2			
S(4,5)	5	7	S(4,5)	4	5			
S(4,6)	6	0	S(4,6)	4	6			
S(5,4)	4	1	S(5,4)	7	11			
S(5,5)	5	11	S(5,5)	7	12			
S(5,6)	6	0	S(5,6)	7	7			
S(6,4)	4	8	S(6,4)	8	0			
S(6,5)	7	9	S(6,5)	8	0			
S(6,6)	6	0	S(6,6)	8	0			
S(3,3)	3	0	S(3,3)	4	0			
S(7,7)	7	0	S(7,7)	8	0			
S(8,8)	8	0	S(8,8)	6	0			
-	0	18	-	0	18			
-	0	19	-	0	19			
-	0	20	-	0	20			
-	0	0	-	0	0			

Symulacja – krok 7

	1	3	2	4	5	7	6	8
1								
3								
2								
4								
5								
7								
6								
8								

KP = 6	LFR =13	LFC =14						
NSEQ	1	3	2	4	5	7	6	8
LR0W	14	5	2	4	15	16	10	0
NOZER	1	3	1	2	1	1	1	0
LCOL	1	4	14	8	9	13	15	0
NOZEC	2	1	1	2	2	1	1	0
RE	ITAGR	LNXTX	CE	ITAGC	LNXTC			
S(1,1)	1	17	S(1,1)	3	3			
S(1,2)	2	0	S(1,2)	3	17			
S(2,1)	6	0	S(2,1)	4	0			
S(2,2)	5	3	S(2,2)	4	0			
S(4,4)	4	6	S(4,4)	2	2			
S(4,5)	5	7	S(4,5)	4	5			
S(4,6)	6	0	S(4,6)	4	6			
S(5,4)	4	1	S(5,4)	7	11			
S(5,5)	5	11	S(5,5)	7	12			
S(5,6)	6	0	S(5,6)	7	7			
S(6,4)	4	8	S(6,4)	8	0			
S(6,5)	7	9	S(6,5)	8	0			
S(6,6)	6	12	S(6,6)	8	0			
S(3,3)	3	0	S(3,3)	4	0			
S(7,7)	7	0	S(7,7)	8	0			
S(8,8)	8	0	S(8,8)	6	10			
-	0	18	-	0	18			
-	0	19	-	0	19			
-	0	20	-	0	20			
-	0	0	-	0	0			

b) Technika ta umożliwia wielokrotne rozwiązywanie układu równań $W\mathbf{a} = \mathbf{c}$ dla różnych wektorów pobudzeń $\mathbf{c}$, bez powtarzania nie tylko procesu porządkowania i symulacji, ale także i procesu redukcji macierzy W . Ma to istotne znaczenie w problemach projektowania obwodów metodami optymalizacyjnymi oraz w analizie i projektowaniu wrażliwości i tolerancji.

c) Technika programowania umożliwia uzyskiwanie krótkich czasów wykorzystania jednostki centralnej EMC, gdyż wykonywane są tylko niezerowe operacje arytmetyczne.

d) Schemat zapamiętywania danych rzadkiej macierzy rozproszenia z połączeniami W znacznie zmniejsza wielkość wymaganego obszaru pamięci operacyjnej.

DODATEK

Poniżej, na przykładzie uporządkowanej wierszowo macierzy rozproszenia z połączeniami W obwodu cyrkulatorowego wzmacniacza odbiciowego z rys. 1a), przedstawiono zawartość tablic NSEQ, LROW, NOZER, LCOL, NOZEC, ITAGR, LNXTR, ITAGC i LNXTC po kolejnych krokach symulacji redukcji. Przez X oznaczone są niezerowe pozadiagonalne wyrazy macierzy, a literą F oznaczono wyrazy nowoutworzone, powstałe w trakcie redukcji. Liczba pozadiagonalnych wyrazów niezerowych macierzy jest równa 16, natomiast wymiar tablic ITAGR, LNXTR, ITAGC i LNXTC — 20. Ostatnie cztery miejsca tych tablic, przed rozpoczęciem procesu redukcji, są miejscami wolnymi przeznaczonymi do zapamiętywania wyrazów nowoutworzonych. Pierwsze wolne miejsce tych tablic — siedemnaste — jest oznaczone jako LF. Indeks podstawowy kolejnych kroków symulacji redukcji jest oznaczony jako KP. LFR oznacza pierwsze wolne miejsce w tablicach RE, ITAGR i LNXTR po kolejnym kroku symulacji, natomiast LFC — pierwsze wolne miejsce w tablicach CE, ITAGC i LNXTC. Po zakończeniu procesu symulacji (po kroku 7) tablice indeksowo-wskaźnikowe zawierają informacje o niezerowej strukturze macierzy czynnikowych L i R . Tablica NSEQ zawiera sekwencję indeksów podstawowych kolejnych kroków symulacji, utworzoną zgodnie z przyjętym algorytmem porządkowania macierzy W , $NSEQ(N) = 1, 3, 2, 4, 5, 7, 6, 8$. W trakcie symulacji powstało cztery nowe wyrazy niezerowe. Na ich zapamiętanie zostały wykorzystane miejsca tablic RE, ITAGR, LNXTR, CE, ITAGC i LNXTC, które stały się miejscami wolnymi w trakcie kolejnych kroków symulacji redukcji, dzięki czemu cztery wolne miejsca na końcu tych tablic nie były wykorzystane. W trakcie kolejnych kroków redukcji, wykonywanej po symulacji, nastąpi modyfikacja wartości trzech jedynek a przekątnej głównej macierzy W . Wyrazy te są oznaczone kółkami.

LITERATURA

1. K. Kurokawa, *Power waves and the scattering matrix*, IEEE Trans., Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-13, March 1965, ss. 194—202.
2. V. A. Monaco, P. Tiberio, *Computer aided analysis of microwave circuits*, IEEE Trans., Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-22, March 1974, ss. 249—263.
3. J. A. Dobrowolski, *Macierz rozproszenia w zastosowaniu do analizy układów mikrofalowych za pomocą elektronicznej maszyny cyfrowej*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1976, z. 4.

4. J. A. Dobrowolski, *Wrażliwości falowe obwodów mikrofalowych*, ukaze się w *Archiwum Elektrotechniki* w 1977.
5. A. Ralston, H. S. Wilf, *Mathematical methods for digital computers*, J. Wiley, New York 1960.
6. F. G. Gustavson, N. Liniger, R. A. Willoughby, *Symbolic generation of an optimal-Crout algorithm for sparse systems of linear equations*, *Journal Ass. Comput. Mach.*, vol. 17, January 1970, ss. 87—109.
7. K. Zollenkopf, *Bi-factorization — basic computation algorithm and programming techniques*, *Proc. of the Oxford Conference of the Inst. Mathematics and its Application*, April 1970, Academic Press, 1971, ss. 75—96.
8. W. Tinney, J. Walker, *Direct solution of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization*, *Proc. IEEE*, vol. 55, Nr 11, ss. 1801—1809.
9. R. A. Willoughby, *A survey of sparse matrix technology*, IBM Research, May 31, 1972.
10. J. A. Dobrowolski, *AAMUS — Automatyczna Analiza Mikrofalowych Układów Scalonych za pomocą komputera*, Raport wewnętrzny, IPE PW, 1976.
11. D. A. Calahan, *Computer aided network design*, Mc Graw Hill, New York 1972.

J. DOBROWOLSKI

ALGORITHMS AND STORAGE SCHEME IN THE SPARSE MATRIX APPROACH TO COMPUTER AIDED ANALYSIS OF MICROWAVE CIRCUITS

Summary

The advantages deriving from sparse matrix approach in circuit analysis are clear. They arise from fast execution and big reduction of memory space.

In this work a new sparse matrix technique for solution sets of linear equations with the scattering connection matrix as the coefficient matrix is described. It utilizes the bi-factorisation method, reduced in order to perform only the operations involving nonzero operands. The approach involves generation sequences of integers denoting operations type and addresses of variables. Then another program executes these sequences of data different values of component parameters and excitations to obtain the normalized waves at all component ports. Generation of the integer sequences is preceded by matrix ordering to reduce the number of fill-in terms and to improve result accuracy.

The algorithms adopted in the program and the storage scheme for sparse connection scattering matrix are presented in details. Timing, storage figures and comparison with traditional techniques are given for 11 analysed microwave circuits.

J. DOBROWOLSKI

ALGORITHMES ET STRUCTURE DE L'ENREGISTREMENT DANS LA MÉMOIRE DES DONNÉES TECHNIQUES DE LA MATRICE RARE POUR ANALYSER DES CIRCUITS MICRO-ONDES DÉCRITS PAR LA MÉMOIRE DE DISPERSION

Résumé

Les profits que l'on tire de l'utilisation de la technique des matrices rares dans l'analyse des circuits sont bien connus. Ils sont dus à la courte durée des analyses répétées et à la grande économie de la mémoire de travail de l'ordinateur.

Dans cette étude on a décrit une nouvelle technique des matrices rares, destinée à résoudre les systèmes d'équations linéaires, dans lesquelles la matrice de dispersion aux connexions W du circuit micro-onde

est la matrice des coefficients. Cette technique est basée sur la méthode réduite de bi-factorisation, conformément à laquelle ne sont réalisées que les opérations arithmétiques aux termes non neutres de la matrice W . Cette technique consiste à la génération des séquences des indices et des index définissant le type de l'opération arithmétique et les adresses des variables employées dans ces opérations. Un autre sous-programme, se servant de ces séquences des données, calcule les ondes normalisées de la puissance de toutes les entrées au circuit pour les paramètres variants et les excitations diverses du circuit. La génération des séquences des nombres entiers est précédée par coordination de la matrice W , ayant pour but, l'obtention d'un petit nombre de terms nouvellement créés et assurant une solution bien précise.

Dans l'étude on a présenté, d'une manière détaillée, les algorithmes utilisés dans les programmes ainsi que le schéma d'enregistrement dans la mémoire des données de la matrice rare de dispersion à connexions. On a donné aussi les durées des opérations, l'étendue de la mémoire de travail et, en se basant sur les résultats de l'analyse, faite sur onze circuits micro-ondes, on a comparé la technique des matrices rares présentée ci-dessus à la technique traditionnelle.

J. DOBROWOLSKI

ALGORITHMEN UND DIE DATENSPEICHERSTRUKTUR SPÄRLICHER MATRIXEN ZUR ANALYSE VON MIKROWELLENKREISEN, DIE DURCH STREUMATRIXEN BESCHRIEBEN WERDEN

Zusammenfassung

Die aus der Anwendung der Technik von spärlichen Matrixen zur Analyse von Kreisen resultierenden Vorteile sind bestens bekannt. Sie sind auf die kurze Durchführungszeit von wiederholbaren Analysen und sehr sparsame Anwendung des EMC-Operationsspeichers zurückzuführen.

In vorliegender Bearbeitung wurde eine neue Technik für die Behandlung spärlicher Matrixen durchgeführt, die zur Lösung von Systemen linearer Gleichungen bestimmt ist, wobei die Streumatrix mit den W -Verbindungen des Mikrowellenkreises die Faktorenmatrix bildet. Diese Technik basiert auf der reduzierten bi-Faktorisationsmethode, wonach nur arithmetische Arbeitsgänge mit nicht nulligen Ausdrücken der W -Matrix durchgeführt werden. Diese Technik beruht auf der Generation der Aufeinanderfolge von Richtwerten und Indexen, die den Typ der arithmetischen Operation und die Stelle der Veränderlichen bezeichnen, die an diesen Arbeitsgängen teilnehmen. Ein anderes Programm nutzt diese Aufeinanderfolge der Daten aus, und berechnet die normalisierten Leistungswellen aller Kreiseingänge bei sich verändernden Parametern und verschiedenen Erregungen des Kreises. Vor der Generation der Aufeinanderfolge ganzer Zahlen erfolgt das Ordnen der W -Matrix, um eine geringe Zahl der neugebildeten Ausdrücke zu gewinnen, und eine große Genauigkeit der Lösung zuzusichern.

Die in den Programmen angewandten Algorithmen werden detailliert dargestellt, sowie das verpackte Schema der Datenspeicherung der spärlichen Streumatrix mit Verbindungen. Es wurden auch die Ausführungszeiten, Bereich des Operationsspeichers angeführt, und auch die behandelte Technik spärlicher Matrixen mit der herkömmlichen Technik an einem Ergebnisbeispiel der Analysen von 11 Mikrowellenkreisen verglichen.

Я. ДОВОЛЬСКИ

АЛГОРИТМ И СТРУКТУРА ЗАПОМИНАНИЯ ДАННЫХ ТЕХНИКИ РЕДКИХ МАТРИЦ ДЛЯ АНАЛИЗА С.В.Ч.-СХЕМ ОПИСАННЫХ МАТРИЦЕЙ РАССЕЯНИЯ

Резюме

Преимущества использования техники редких матриц для анализа схем хорошо известны. Они вытекают из короткого времени повторяемого анализа и значительной экономии оперативной памяти ЭВМ.

В труде описана новая техника применения редких матриц для решения систем линейных уравнений, в которых матрицей коэффициентов является матрица рассеяния с соединениями W микроволновой схемы. Техника обоснована на сокращенном методе би-факторизации, согласно которой проводятся исключительно арифметические действия с ненулевыми выражениями матрицы W . Техника состоит в генерации секвенции степеней и индексов определяющих тип арифметической операции и адресов переменных участвующих в операциях. Следующая подпрограмма, использующая эти секвенции данных рассчитывает нормализованные волны мощности схемы при изменяющихся параметрах и различных возбуждениях схемы. Генерации секвенции целых чисел предшествует упорядочение матрицы W , с целью получения малого количества новообразованных выражений и обеспечивая большой точности решения.

В труде подробно представлены алгоритмы примененные в подпрограммах и „упакованная” схема запоминания данных редкой матрицы рассеяния с соединениями. Приведены также время решения необходимый объем операционной памяти и сравнение предлагаемой техники редких, матриц с традиционной техникой на примере результатов анализа одиннадцати микроволновых схем.

Optymalizacja układu automatycznej regulacji temperatury z regulacją ciągłą, proporcjonalną i sprzężeniem cieplnym

HENRYK PERCAK (WROCŁAW)

Instytut Telekomunikacji i Akustyki Politechniki Wrocławskiej

Otrzymano 4.11.1976

Przedstawiono analizę teoretyczną działania termostatu z regulacją ciągłą, proporcjonalną i sprzężeniem cieplnym. Rozpatrzono wynikające z analizy warunki, jakie winna spełniać optymalna konstrukcja naczynia termostatu. Określono również optymalną wielkość wzmocnienia termoregulatora, zapewniającą kompromis między minimalizacją statycznego błędu regulacji temperatury a uzyskaniem jednocześnie możliwie najmniejszych i możliwie najsilniej tłumionych dynamicznych błędów regulacji. Podano przykład wykorzystania analizy optymalizacyjnej do realizacji konkretnego układu termostatu do stabilizacji temperatury rezonatorów optycznych wysokostabilnych jednomodowych generatorów laserowych He-Ne. Podano wyniki badań i parametry techniczne zrealizowanych układów termostatów.

1. WSTĘP

Procesy ciepłne i elektryczne w termostacie, składającym się z naczynia termostatu i termoregulatora, można podzielić na procesy w stanie ustalonym oraz procesy w stanach nieustalonych. Stan ustalony występuje po okresie dogrzewania termostatu (tzn. po okresie, w którym grzejnik zasilany jest mocą maksymalną) przy powolnych zmianach zakłócających, zachodzących w otoczeniu termostatu lub w poszczególnych blokach układu automatycznej regulacji temperatury (ART). Przebieg powyższych procesów decyduje o parametrach technicznych termostatu. Wynika stąd potrzeba określenia warunków, których spełnienie zapewniłoby optymalną pracę układu ART w stanach przejściowych (nieustalonych) i ustalonych.

Optymalizacja układu ART z regulacją ciągłą, proporcjonalną i sprzężeniem cieplnym ma na celu zapewnienie kompromisu między minimalizacją statycznego błędu regulacji temperatury a uzyskaniem jednocześnie możliwie najmniejszych i możliwie najsilniej tłumionych dynamicznych błędów regulacji.

Celem przeprowadzonej analizy jest określenie warunków, jakie powinna spełniać optymalna konstrukcja naczynia termostatu oraz określenie optymalnego wzmocnienia termoregulatora ze względu na zapewnienie optymalnej — w sensie wyżej podanym — pracy układu ART.

2. ANALIZA TEORETYCZNA

Założono, że termoregulator współpracuje z naczyniem termostatu w warunkach liniowych z pewnym zapasem stabilności. W związku z tym możliwe jest przeprowadzenie

analizy działania układu ART z wykorzystaniem rachunku operatorowego opartego na przekształceniu Laplace'a.

Z punktu widzenia teorii automatycznej regulacji układ ART może być zaklasyfikowany jako tzw. jednoobwodowy układ automatycznej regulacji ze sprzężeniem zwrotnym. Stosując znane metody analizy takich układów [1, 2, 3] oraz zakładając, że:

1. model naczynia termostatu może być rozpatrywany jako szeregowe połączenie członu inercyjnego pierwszego rzędu oraz członu opóźniającego [4],
 2. zastosowany w termoregulatorze wzmacniacz prądu stałego, można — ze względu na dużą stałą czasową naczynia termostatu — traktować jako człon bezinercyjny [5],
 3. układ regulacji ma wystarczający zapas stabilności, gdy jego tzw. wskaźnik oscylacji względem oddziaływania sterującego wynosi 1,6 [1],
- można wprowadzić wzór:

$$(K_r)_{opt} = 0,8 \frac{\tau_n}{\tau_o K_n}, \quad (1)$$

gdzie:

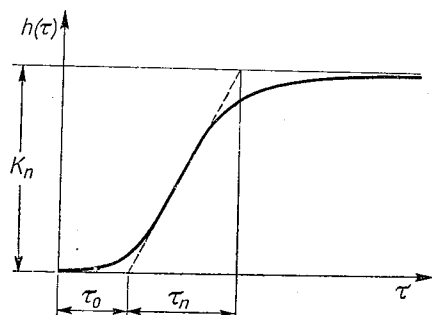
τ_o — czas opóźnienia naczynia termostatu (opóźnienie czasowe między impulsem mocy grzejnika a zmianą temperatury czujnika pod wpływem tego impulsu), o wymiarze s,

τ_n — stała czasowa naczynia termostatu (wymiar s),

K_n — współczynnik transmitancji naczynia termostatu w stanie ustalonym (wymiar K/W),

$(K_r)_{opt}$ — optymalne wzmocnienie termoregulatora typu P (proporcjonalnego), wymiar W/K.

Wzór (1) wyznacza optymalną wartość wzmocnienia termoregulatora, ponieważ wyznacza maksymalną wartość wzmocnienia, przy której układ ART ma jeszcze wystarczający zapas stabilności, gwarantujący odpowiednią jakość procesów przejściowych (możliwie najmniejsze i możliwie najsilniej tłumione dynamiczne błędy regulacji), przy czym jednocześnie ta maksymalna wartość wzmocnienia zapewnia możliwie najmniejszy błąd statyczny regulacji temperatury.



Rys. 1. Charakterystyka dynamiczna naczynia termostatu

τ_o — czas opóźnienia naczynia termostatu,

τ_n — stała czasowa naczynia termostatu,

K_n — współczynnik transmitancji naczynia termostatu w stanie ustalonym,

τ — czas,

$h(\tau)$ — temperatura czujnika temperatury wewnętrznego naczynia termostatu w funkcji czasu

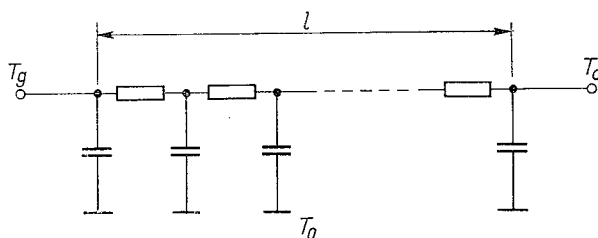
Parametry τ_o , τ_n , K_n można obliczyć na podstawie wyznaczonej eksperymentalnie charakterystyki dynamicznej naczynia termostatu. Charakterystyka ta, o postaci ogólnej jak przedstawiono na rys. 1, opisuje zmiany temperatury czujnika pod wpływem jednostkowego skoku mocy grzejnika [4].

Wskazane jest, aby optymalna wartość wzmocnienia termoregulatora była możliwie duża, gdyż wtedy błąd statyczny regulacji jest mały. Zatem, jak wynika ze wzoru (1), optymalizacja układu ART polega na skonstruowaniu naczynia termostatu w ten sposób, aby spełniony był warunek:

$$\frac{\tau_n}{\tau_o K_n} = \text{maximum} \quad (2)$$

oraz na zbudowaniu termoregulatora w ten sposób, aby jego wzmocnienie miało wartość wyznaczoną przez wzór (1). Przy spełnieniu obu tych warunków układ ART będzie miał jednocześnie mały błąd statyczny oraz optymalne właściwości w stanach przejściowych.

Aby określić sposób realizacji warunku (2), należy przeanalizować, od czego zależy wielkość τ_o . W tym celu należy uwzględnić fizyczny mechanizm transportu ciepła od grzejnika do czujnika temperatury poprzez ciągły ośrodek materialny. Ośrodek ten nie stanowi jednolitego odbiornika ciepła. Energia cieplna jest przekazywana od jednej cząstki materialnej do drugiej, czyli materia tworzy tzw. układ ciągły. Modelem teoretycznym takiego układu może być układ RC o stałych rozłożonych [5].



Rys. 2. Układ zastępczy transmisji ciepła od grzejnika do czujnika

T_g — temperatura grzejnika,
 T_c — temperatura czujnika,
 T_o — temperatura otoczenia,
 l — odległość między czujnikiem a grzejnikiem

Efekt opóźnienia, wpływający na początkową część charakterystyki dynamicznej naczynia termostatu (rys. 1) i określony przez czas opóźnienia τ_o , stanowi konsekwencję wyżej opisanego mechanizmu transportu ciepła.

Odpowiednio do powyższych uwag człon o strukturze continuum RC, stanowiący model teoretyczny (układ zastępczy) fizycznego mechanizmu transportu ciepła od grzejnika do czujnika temperatury, ma postać jak na rys. 2.

W układzie zastępczym przedstawionym na rys. 2 przyjęto następujące założenia upraszczające:

- w celu opisanego trójwymiarowego układu transmisji ciepła zastosowano jednowymiarowe continuum RC.
- założono, że opór cieplny między drutem grzejnym i powierzchnią wewnętrznego naczynia termostatu jest mały i w konsekwencji opór ten pominięto.

Jako konsekwencję powyższych założeń otrzymano, korzystając z wyników teorii stanów nieustalonych w liniach długich przy uwzględnieniu tylko temperaturowej fali padającej, że warunek

$$\tau_o = \text{minimum} \quad (3)$$

jest równoważny warunkowi:

$$\left(\frac{c_w}{\lambda}\right)^{1/2} l = \text{minimum}, \quad (4)$$

gdzie:

c_w — pojemność cieplna właściwa materiału wewnętrznego naczynia termostatu

(wymiar $\frac{J}{m^3 K}$),

λ — przewodność cieplna właściwa materiału wewnętrznego naczynia termostatu

(wymiar $\frac{W}{mK}$),

l — odległość między czujnikiem a grzejnikiem w jednowymiarowym modelu transmisji ciepła grzejnik-czujnik, jak na rys. 2 (l odpowiada grubości ścianek wewnętrznego naczynia termostatu).

Pominięcie temperaturowej fali odbitej jest dopuszczalne ze względu na duże tłumienie tej fali przy jej rozchodzeniu się w metalu.

Można wykazać, że:

$$\frac{\tau_n}{K_n} = C_T, \quad (5)$$

gdzie C_T — sumaryczna pojemność cieplna wewnętrznego i zewnętrznego naczynia termostatu.

Zatem z (3), (4), (5) wynika, że (2) jest równoważne warunkowi:

$$\left(\frac{c_w}{\lambda}\right)^{1/2} \frac{l}{C_T} = \text{minimum}. \quad (6)$$

Ze wzoru (6) wynika, że:

- 1) należy zastosować ośrodek pośredniczący między czujnikiem a grzejnikiem (czyli materiał wewnętrznego naczynia termostatu) taki, aby spełniony był warunek:

$$\frac{\lambda}{c_w} = \text{maximum}, \quad (7)$$

- 2) należy maksymalizować sumaryczną pojemność cieplną C_T ,

- 3) należy minimalizować odległość l między czujnikiem a grzejnikiem.

Żądanie minimalizacji odległości l potwierdza poprawność przyjętego uprzednio założenia upraszczającego, że opór cieplny między drutem grzejnym i powierzchnią wewnętrznego naczynia termostatu jest mały, co stanowi istotną przesłankę przy konstruowaniu termostatu. Duży opór cieplny wydłuża drogę transportu ciepła i dlatego jest sprzeczny z warunkiem (3) minimalizacji czasu opóźnienia τ_o .

Zaburzenia ciepłe rozchodzą się w ośrodku ciągłym jednorodnym drogą przewodnictwa ciepła, zgodnie z prawem Fouriera, określonym następującym cząstkowym równaniem różniczkowym [5]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T,$$

gdzie:

$\frac{\partial T}{\partial \tau}$ — pochodna temperatury względem czasu w punkcie (x, y, z) ,

$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ — operator Laplace'a,

a — współczynnik wyrównania temperatur, mający wymiar $\frac{m^2}{s}$ i określony zależnością:

$$a = \frac{\lambda}{c_w}. \quad (8)$$

Ze wzoru (8) wynika, że warunek (7) jest równoważny warunkowi maksymalizacji współczynnika wyrównania temperatur a . Rozpatrzmy w związku z tym właściwości termiczne podstawowych metali konstrukcyjnych ze względu na warunek maksymalizacji współczynnika a .

Tablica 1

Właściwości termiczne podstawowych metali konstrukcyjnych

Materiał wymiar	Pojemność ciepła właściwa c_w		Przewodność cieplna właściwa λ		Współczynnik wyrównania temperatur a	
	$\frac{J}{cm^3 K}$	%	$\frac{W}{cm K}$	%	$\frac{cm^2}{s}$	%
miedź	3,40	100	3,84	100	1,130	100,0
aluminium	2,40	70	2,10	55	0,875	77,5
mosiądz	3,20	94	1,00	26	0,312	27,6
stal	3,75	110	0,67	17,5	0,1785	15,8

Tablica (1) opisuje właściwości termiczne metali, które stosuje się najczęściej do budowy wewnętrznego naczynia termostatu.

Z tablicy (1) wynika, że z podanych materiałów największą wartość współczynnika a ma miedź, zatem najlepszym materiałem do budowy wewnętrznego naczynia termostatu jest blacha miedziana.

3. WNIOSKI

Z przeprowadzonej analizy teoretycznej wynika, że warunki optymalizacji wymagają, aby wewnętrzne naczynie termostatu zbudować z blachy miedzianej. Grubość blachy miedzianej należy minimalizować w tym zakresie, jaki jest dopuszczalny ze względu na podstawowe wymaganie, aby wewnętrzne naczynie termostatu było w przybliżeniu izotermiczne. Grzejnik należy nawinąć na naczynie wewnętrzne, zapewniając mały opór cieplny między grzejnikiem a blachą naczynia (przy jednoczesnym elektrycznym odizolowaniu od blachy). Wewnątrz naczynia termostatu należy umieścić czujnik temperatury, zapewniając mały opór cieplny między czujnikiem a blachą naczynia, np. przez bezpośrednie przylutowanie.

Pojemność cieplna naczynia wewnętrznego jest wyznaczona przez wymagania konstrukcyjne oraz warunek minimalizacji odległości l między czujnikiem a grzejnikiem przy jednoczesnym spełnieniu wymagania, aby wewnętrzne naczynie termostatu było w przybliżeniu izotermiczne. Zatem sumaryczną pojemność cieplną C_T naczynia termostatu należy maksymalizować poprzez odpowiednią konstrukcję zewnętrznego naczynia termostatu. Powinna to być konstrukcja masywna, wykonana z metalu o dużej pojemności cieplnej właściwej c_w , czyli — jak wynika z tablicy (1) — ze stali.

Rozmiarów naczynia zewnętrznego nie można jednak zwiększać dowolnie z powodu trudności konstrukcyjnych oraz z powodu ograniczeń narzuconych na współczynnik K_n i wiążących się z wartością temperatury stabilizowanej, zakresem zmian temperatury otoczenia i maksymalną mocą grzejnika.

Termoregulator należy skonstruować w ten sposób, aby jego wzmocnienie miało wartość optymalną, wyznaczoną przez wzór (1) dla naczynia termostatu skonstruowanego według powyższych przesłanek.

Czujnik temperatury należy nastawić na wartość stabilizowanej temperatury wewnętrznej termostatu, tzn. na wartość temperatury, która ustali się w punkcie zamontowania czujnika przy średniej temperaturze otoczenia, średniej mocy grzejnika i otwartej pętli ART. W ten sposób spełniony zostanie optymalny warunek działania zamkniętej pętli ART w stanie ustalonym.

4. WYKORZYSTANIE ANALIZY OPTYMALIZACYJNEJ DO REALIZACJI KONKRETNEGO UKŁADU TERMOSTATU

Na podstawie wyników przeprowadzonej analizy opracowano dwa egzemplarze termostatów do stabilizacji temperatury rezonatorów optycznych wysokostabilnych jednomodowych generatorów laserowych He-Ne, promieniujących falę o długości $0,63 \mu\text{m}$.

Naczynie zewnętrzne termostatu wykonane było ze stali i jego wymiary zewnętrzne wynosiły $395 \times 250 \times 170$, natomiast naczynie wewnętrzne wykonane było z blachy miedzianej o grubości 3 mm i jego wymiary wewnętrzne wynosiły $380 \times 195 \times 145$.

W naczyniu wewnętrznym umieszczony był rezonator jednomodowego lasera He-Ne, promieniującego falę o długości $0,63 \mu\text{m}$. Z wymiarów tego rezonatora wynikały wymiary wewnętrzne naczynia wewnętrznego.

Czujnik termostatu zbudowano w układzie mostkowym z wykorzystaniem termistora produkcji krajowej, typu NTCO-11. Termistor ten zaopatrzony jest w radiator, który przylutowano bezpośrednio do wewnętrznej powierzchni miedzianej blachy dolnej ścianki naczynia wewnętrznego, w środku geometrycznym powierzchni dolnej ścianki.

Podstawowe parametry K_n , τ_n , τ_o obu naczyń termostatu były praktycznie jednakowe i wynosiły:

$$K_n \simeq 0,54 \text{ K/W}, \quad (9)$$

$$\tau_n \simeq 2700 \text{ s},$$

$$\tau_o \simeq 5,5 \text{ s}.$$

Parametrom tym odpowiada wyznaczona przez wzór (1) optymalna wartość wzmocnienia termoregulatora

$$(K_r)_{opt} \simeq 720 \text{ W/K}. \quad (10)$$

Umieszczona wewnątrz termostatu rura wyładowcza lasera He-Ne wydzielala moc cieplną

$$P_l \simeq 40 \text{ W}. \quad (11)$$

Moc maksymalna skonstruowanego grzejnika termoregulatora wynosiła

$$P_g \simeq 30 \text{ W}. \quad (12)$$

Przyjęto średnią temperaturę otoczenia

$$(T_o)_{sr} \simeq 293 \text{ K}. \quad (13)$$

Wielkości (9), (11), (12), (13) wyznaczały wartość stabilizowanej temperatury, na którą należało nastawić czujnik, i która wynosiła

$$T_c \simeq 323 \text{ K} \quad (14)$$

a także wyznaczały zakres stabilizowanych zmian temperatury otoczenia, który wynosił od 285 K do 301 K.

Zrealizowana wartość (14) temperatury T_c jest najwyższą dopuszczalną ze względu na poprawne działanie zwierciadeł rezonatora laserowego. Wartości (9) oraz (12) dobrano w ten sposób, aby przy wartościach (11) i (13) możliwe było nastawienie czujnika na wartość (14).

Wzmacniacz mocy termoregulatora można opisać za pomocą modelu liniowego (tzn. można linearyzować) tylko dla małych zmian mocy grzejnika. Dla dużych zmian mocy jest to człon o charakterystyce kwadratowej. Dlatego wzmocnienie linearyzowanego wzmacniacza mocy ma wartość uzależnioną od wartości mocy, wokół której występują małe zmiany mocy. Ta wartość wzmocnienia jest maksymalna przy maksymalnej mocy grzejnika. W związku z tym skonstruowano termoregulator, którego wzmocnienie równe jest wartości wyznaczonej przez wzór (10) przy mocy grzejnika wahającej się wokół wartości zbliżonej do maksymalnej.

Maksymalne wzmocnienie linearyzowanego wzmacniacza mocy wynosiło

$$K_p \simeq 20 \text{ W/V},$$

natomiast wzmocnienie czujnika (wiążące przyrosty napięcia na obciążonym przez wzmacniacz wyjściu mostka z przyrostami temperatury termistora w mostku) wynosiło

$$K_c \simeq 0,36 \text{ V/K}.$$

Dlatego skonstruowano wzmacniacz prądu stałego w termoregulatorze, wzmacniający sygnał między wyjściem czujnika mostkowego a wejściem wzmacniacza mocy, którego wzmocnienie wynosiło

$$K_u = \frac{(K_r)_{opt}}{K_c K_p} = 100 \text{ V/V}.$$

Przy powyższych parametrach naczynia termostatu i termoregulatora przechwyt D wewnętrznego naczynia termostatu w środku geometrycznym wewnętrznej powierzchni dolnej ścianki blachy naczynia wewnętrznego wynosił w obu termostatach

$$D = \frac{\Delta T_c}{\Delta T_o} \simeq 3 \cdot 10^{-3} \text{ K/K},$$

gdzie:

D — przechwyt,

ΔT_c — przyrost temperatury czujnika,

ΔT_o — przyrost temperatury otoczenia.

W bocznych częściach wewnętrznego naczynia termostatu przechwyt był dwukrotnie większy, co było konsekwencją nieizotermiczności wewnętrznego naczynia termostatu.

Przechwyt określa statyczny błąd regulacji. W omawianym przypadku jest to błąd optymalnie mały.

Badano również procesy przejściowe zbudowanych termostatów. Wprowadzano mianowicie zmiany mocy cieplnej wydzielanej przez rurę wyładowczą lasera, zmiany w postaci funkcji skokowej, i rejestrowano powstające przy tym wykładniczo tłumione oscylacje mocy grzejnika. Oscylacje te były w obu termostatach podobne i charakteryzowała je częstotliwość

$$f \simeq 0,02 \text{ s}^{-1}$$

oraz czas zaniku do jednej setnej wartości maksymalnej amplitudy wahań mocy w procesie przejściowym, wynoszący

$$\tau \simeq 90 \text{ s}.$$

Jak wynika z postaci procesów przejściowych, oba termostaty pracowały z zapasem stabilności i, jak wykazała analiza optymalizacyjna, z zapasem optymalnym dla danych, konkretnych warunków.

Uzyskana jednakowa postać procesów przejściowych w obu termostatach oraz jednakowa wartość statycznego błędu regulacji świadczy o powtarzalności eksperymentalnych wyników zastosowania analizy optymalizacyjnej. Ponadto przytoczone konkretne, liczbowe rezultaty zastosowania teorii optymalizacyjnej pozwalają ocenić, jakiego rzędu parametrów termostatu można oczekiwać w konkretnych warunkach eksperymentu.

LITERATURA

1. P. V. Kuropatkin, *Teoria avtomatičeskovo upravlenija*, Vysšaja Škola, Moskva 1973.
2. A. S. Klujev, *Avtomatičeskoje regulirovanije*, Energia, Moskva 1973.
3. V. S. Pugačev, *Osnovy avtomatičeskovo upravlenija*, Nauka, Moskva 1974.
4. L. V. Vengierovskij, A. Ch. Vajnštejn, *Sistemy termostatirovanija v radioelektronike*, Energia, Leningrad 1969.
5. S. Hahn, R. Kuński, *Termostaty elektroniczne*, WNT, Warszawa 1968.

H. PERCAK

OPTIMIZATION OF AUTOMATIC TEMPERATURE CONTROL SYSTEM
WITH CONTINUOUS PROPORTIONAL CONTROL AND THERMAL COUPLING

Summary

The author presents a theoretical analysis of thermostat operation with continuous proportional control and thermal coupling. An optimal construction of thermostat vessel is described and an optimal value of thermoregulator gain is calculated. This value of gain ensures a compromise between minimizing static error of temperature control and simultaneously obtaining possibly smallest and possibly most highly stifled dynamic errors of control. An example of optimizing analysis application to a concrete thermostat system used for temperature stabilization of optical resonators of highly stable single mode He-Ne laser generators is described, too. Results of investigations and technical parameters of thermostat systems constructed are given.

H. PERCAK

OPTIMISATION DU SYSTÈME AUTOMATIQUE DE RÉGULATION DE LA
TEMPÉRATURE À RÉGLAGE CONTINU, PROPORTIONNEL ET À COUPLAGE THERMIQUE

Résumé

On a présenté l'analyse théorique du fonctionnement d'un thermostat à réglage continu, proportionnel et à couplage thermique. On a examiné les conditions obtenues de l'analyse, que doit remplir la construction optimale du récipient du thermostat. On a défini aussi la grandeur optimale de l'amplification du thermorégulateur, assurant un compromis entre la réduction au minimum de l'erreur statique de régulation de la température et, à la fois, l'obtention des moindres que possible et des plus affaiblies erreurs dynamiques de la régulation. On a donné un exemple de l'application de l'analyse d'optimisation à la régulation d'un système concret du thermostat, servant à stabiliser la température des résonateurs optiques des générateurs unimodes à haute stabilité et à laser He-Ne. On a présenté les résultats des recherches et les paramètres techniques de systèmes des thermostats réalisés.

H. PERCAK

OPTIMIERUNG AUTOMATISCHER TEMPERATURREGELUNGSSYSTEME MIT
KONTINUIERLICHER UND PROPORTIONELLER REGELUNG UND MIT WÄRMEKOPPLUNG

Zusammenfassung

Es ist eine theoretische Analyse der Thermostatwirkung mit kontinuierlicher und proportioneller Regelung und mit Wärmekopplung dargestellt worden. Es wurde ebenfalls eine optimale Thermostatgefäßkonstruktion beschrieben, und ein optimaler Thermoreglerverstärkungswert ausgerechnet. Dieser

Verstärkungswert ist ein Kompromiß der Minimalisierung des statischen Temperaturregulierungsfehlers unter gleichzeitiger Einhaltung möglichst kleinster und möglichst kräftig gedämpfter dynamischer Regulierrungsfehler. Ein Anwendungsbeispiel für die Optimal-analyse bei einem konkreten Thermostatsystem zwecks Temperaturstabilisierung von optischen Resonatoren eines hochstabilen He-Ne-Einfrequenzlasergenerators wurde angeführt, auch Forschungsergebnisse und technische Parameter für bereits gebaute Thermostatsysteme.

Г. ПЕРЦАК

ОПТИМАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ
ТЕМПЕРАТУРЫ С НЕПРЕРЫВНЫМ, ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ
РЕГУЛИРОВАНИЕМ И ТЕПЛОВЫМ СОПРЯЖЕНИЕМ

Р е з ю м е

Автор представляет теоретический анализ действия термостата с непрерывным, пропорциональным регулированием и тепловым сопряжением. Изложена оптимальная конструкция термостатического сосуда, а также вычислена оптимальная величина усиления терморегулятора. Эта величина усиления обеспечивает компромисс между минимализацией статической погрешности регулирования температуры и одновременным получением минимальных и возможно интенсивно подавляемых динамических погрешностей регулирования. Приведен пример применения оптимизационного анализа к осуществлению конкретной системы термостата для стабилизации температуры оптических резонаторов высокостабильных одномодовых лазерных генераторов He-Ne. Излагаются результаты исследований и технические параметры построенных систем термостатов.

Modelowanie układów elektronicznych na EMC w dziedzinie prądu stałego

BOGUSŁAW WOLSZCZAK (WROCŁAW)

Instytut Telekomunikacji i Akustyki Politechniki Wrocławskiej

Otrzymano 5.10.1976

Praca dotyczy modelowania na EMC półprzewodnikowych układów elektronicznych w dziedzinie prądu stałego. Przedstawiono sposoby modelowania elementów półprzewodnikowych z uwzględnieniem analizy wrażliwości na rozrzut parametrów i analizy temperaturowej. Podano interpretację fizyczną pochodnych zmiennych elektrycznych sieci.

1. WPROWADZENIE

Projektowanie układów elektronicznych za pomocą EMC zyskuje coraz większą popularność w związku z rozwojem sprzętu informatycznego i odpowiedniego oprogramowania [4]. Proces projektowania składa się z wielu etapów, na których badane są własności elektryczne sieci w dziedzinie prądu stałego (analiza DC), prądu zmiennego, czasu itd. [2, 4]. Analizy te powtarzane są wielokrotnie według schematu projektowania iteracyjnego [4, 5]. Projektowanie iteracyjne jest jednak operatywne tylko wtedy, gdy komunikacja projektant — komputer przebiega w trybie *on-line* za pośrednictwem monitora ekranowego. Dopiero po spełnieniu tych warunków projektant ma możliwość bezpośredniego uczestniczenia w procesie projektowania i podejmowania odpowiednich decyzji.

Projektowanie *on-line* jest obecnie możliwe za pomocą EMC ODRA 1305 w systemie wielodostępnym MOP [13]. W wyniku przeprowadzonych sesji obliczeniowych oceniono interwały czasowe pomiędzy dyrektywą a odpowiedzią jako wystarczająco krótkie, tak że praktycznie projektant odnosi wrażenie, że jest przynaglany do natychmiastowego reagowania na pojawiające się na monitorze informacje. W tej sytuacji efektywne wykorzystanie sesji projektowania *on-line* będzie zależało od analitycznego spojrzenia projektanta na własności badanych konfiguracji układowych. W szybkiej weryfikacji uzyskanych wyników powinno pomóc podane poniżej w zarysie ujednolicenie opisu modelowanych układów elektronicznych i interpretacji poszczególnych pochodnych funkcji układowej.

Zakres tematyki przedstawionej poniżej ograniczono do analizy DC, która jest podstawowym ogniwem w procesie projektowania układów elektronicznych i w analizie wrażliwości funkcji układowej na rozrzut parametrów elementów. Tak więc przedstawione poniżej modele elementów półprzewodnikowych i zakres zmiennych elektrycznych dotyczą tylko analizy DC.

W dalszym ciągu w celu ujednolicenia zapisu i uogólnienia interpretacji wyników analizy

DC przyjęto następujące pojęcia i oznaczenia (rys. 1):

$$x = \begin{bmatrix} E \\ J \end{bmatrix} \text{ — wektor pobudzeń sieci } N,$$

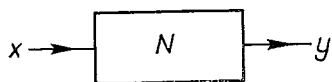
E — wektor niezależnych źródeł napięciowych,
 J — wektor niezależnych źródeł prądowych,

$$y = \begin{bmatrix} U \\ V \\ I \end{bmatrix} \text{ — wektor odpowiedzi sieci } N,$$

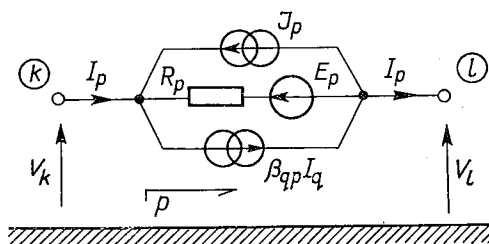
U — wektor napięć gałęziowych,
 V — wektor potencjałów węzłowych,
 I — wektor prądów gałęziowych.

2. MODELOWANIE UKŁADU ELEKTRONICZNEGO NA EMC

W celu formalnego określenia pewnych cech użytkowych analizowanego układu elektronicznego wprowadza się pojęcie funkcji układowej (oznaczonej przez y). Pochodna cząstkowa funkcji układowej y względem poszczególnych parametrów P (tzw. wrażliwość



Rys. 1. Oznaczenie wektora pobudzeń x i wektora odpowiedzi y sieci N analizowanego układu



Rys. 2. Standardowa gałąź sieciowa z indeksem p sterowana prądem gałęzi q

funkcji układowej) jest ogniwnem łączącym dziedzinę parametrów układu elektronicznego z analizą tolerancji [1].

Wybór funkcji układowej zależy od konkretnych zastosowań, natomiast jej postać uwarunkowana jest układem współrzędnych, w którym napisane są macierze sieciowe (np. metoda potencjałów węzłowych, prądów obwodowych lub hybrydowa).

Jeżeli np. sieć będzie opisana węzłową macierzą konduktancji, to analizę wrażliwości funkcji układowej dogodnie jest przeprowadzić przyjmując w zapisie równań tzw. standardową gałąź sieciową (rys. 2).

Elementy półprzewodnikowe analizowanego układu, takie jak tranzystor, dioda półprzewodnikowa, dioda Zenera itp., zastępowane są swoimi schematami równoważnymi [8, 9], tj. odpowiednimi sieciami elektrycznymi, z których każda może być rozłożona na elementarne gałęzie standardowe. Postępowanie to prowadzi do jednolitego zapisu wrażliwości funkcji y :

$$S_i \triangleq \frac{\partial y(P)}{\partial p_i}, \quad (1)$$

gdzie S_i — wrażliwość funkcji układowej $y(P)$ na zmianę i -tej składowej wektora parametrów P .

Zgodnie z przyjętymi w gałęzi standardowej oznaczeniami (rys. 2), zbiór parametrów P będzie się składał z podzbiorów zawierających napięcia E i prądy J źródeł niezależnych, rezystancje gałęziowe R i współczynniki wzmocnienia prądowego β (przyjęcie współczynnika β nie ogranicza zakresu typów źródeł sterowanych, bo może on być stosowany wymiennie na transkonduktancję $g_m = \beta/R$).

Odchylenie funkcji układowej $y = y(P)$ można oszacować szeregiem Taylora (pomijając pochodne cząstkowe drugiego i wyższych rzędów):

$$\Delta y(P) \simeq \sum_{i=1}^n \frac{\partial y(P)}{\partial p_i} \Delta p_i, \quad (2)$$

gdzie:

Δp_i — przyrost parametru p_i ,

Δy — odchylenie funkcji układowej $y(P)$ w otoczeniu nominalnych wartości parametrów elementów układu $P = P_0$,

n — liczba wszystkich parametrów elementów układu.

Podstawiając oznaczenie S_i z definicji (1) do zależności (2) otrzymano:

$$\Delta y(P) \simeq \sum_{i=1}^n S_i \Delta p_i. \quad (3)$$

Jeżeli sieć układu przedstawiona jest za pomocą gałęzi standardowych (rys. 2), to zależność (2) przybiera postać:

$$\Delta y(P) \simeq \sum_{i=1}^r \frac{\partial y}{\partial R_i} \Delta R_i + \sum_{i=1}^e \frac{\partial y}{\partial E_i} \Delta E_i + \sum_{i=1}^j \frac{\partial y}{\partial J_i} \Delta J_i + \sum_{i=1}^b \frac{\partial y}{\partial \beta_i} \Delta \beta_i, \quad (4)$$

lub z uwzględnieniem definicji (1):

$$\Delta y(P) \simeq \sum_{i=1}^r S_i^R \Delta R_i + \sum_{i=1}^e S_i^E \Delta E_i + \sum_{i=1}^j S_i^J \Delta J_i + \sum_{i=1}^b S_i^\beta \Delta \beta_i, \quad (5)$$

gdzie:

r — liczba rezystorów w sieci,

e — liczba niezależnych źródeł napięciowych E ,

j — liczba niezależnych źródeł prądowych J ,

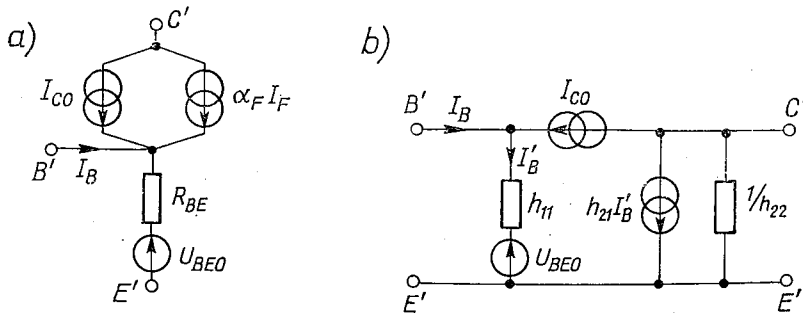
b — liczba prądowych źródeł sterowanych prądem.

Wrażliwości S^R , S^E , S^J , S^β funkcji układowej y mogą być obliczone zgodnie z regułami różniczkowania (jeśli funkcja $y = y(P)$ jest dana w postaci symbolicznej) lub jedną z metod analizy wrażliwości. Bardzo efektywna, zwłaszcza w obliczeniach komputerowych, okazała się metoda sieci dołączonej [6].

Zależność (5) może być również wykorzystywana do oszacowania odchylenia $\Delta y(T)$ funkcji układowej $y(T)$ spowodowanego przyrostem temperatury ΔT . Oddziaływanie temperatury na rozptył prądów w sieci modelowane jest pośrednio za pomocą odpo-

wiednich źródeł napięciowych i prądowych oraz parametrów, których wartości są funkcją temperatury. Przykładowo model temperaturowy tranzystora bipolarnego w obszarze normalnym może być przedstawiony w dwóch konfiguracjach (rys. 3).

Parametry modeli linearyzowanych zależą od punktu pracy każdego elementu i temperatury: $U_{BE0}(T) = f_1(T)$, $I_{CO}(T) = f_2(T)$, $\beta(T) = f_3(T)$ itd. Funkcje f_i są funkcjami aproksymującymi zmiany U_{BE0} , I_{CO} , β w funkcji temperatury, które powinny być ustalone metodami identyfikacji modeli dla każdego typu elementu półprzewodnikowego.



Rys. 3. Linearyzowany model tranzystora bipolarnego: a) w konfiguracji OB, b) w konfiguracji OE

Pochodne $\partial y/\partial E$ i $\partial y/\partial J$ w zależności (4) mogą być zastąpione przez pochodne $\partial y/\partial U_{BE0}$ i $\partial y/\partial I_{CO}$ i w ten sposób zależność tę można wykorzystać do analizy temperaturowej układu elektronicznego. Odchylenie funkcji $\Delta y(T)$ wywołane tylko zmianą temperatury można teraz oszacować na podstawie zależności (5) następująco:

$$\Delta y(T) \approx \sum_{i=1}^t S_i^E \Delta U_{BE0} + \sum_{i=1}^d S_i^E \Delta U_o + \sum_{i=1}^z S_i^E \Delta U_z + \sum_{i=1}^t S_i^J \Delta I_{CO} + \sum_{i=1}^t S_i^B \Delta \beta, \quad (6)$$

gdzie:

- t — liczba tranzystorów w układzie,
- d — liczba diod półprzewodnikowych,
- z — liczba diod Zenera,

ΔU_o — przyrost napięcia w linearyzowanym modelu diody [9],

ΔU_z — przyrost napięcia Zenera

(uwaga: zmiany temperaturowe rezystancji — jako drugorzędne — pominięto).

Przyrosty parametrów ΔU_{BE0} , ΔI_{CO} , $\Delta \beta$ mogą być obliczone pomiarowo jako:

$$\Delta U_{BE0} = U_{BE0}(T_2) - U_{BE0}(T_1),$$

$$\Delta I_{CO} = I_{CO}(T_2) - I_{CO}(T_1),$$

$$\Delta \beta = \beta(T_2) - \beta(T_1),$$

lub jeśli wspomniane funkcje aproksymujące f_i dane są w postaci analitycznej, to przyrosty te (dla małych zmian) mogą być oszacowane następująco:

$$\Delta U_{BE0} \simeq \frac{\partial f_1(T)}{\partial T} \Delta T, \quad (7)$$

$$\Delta I_{CO} \simeq \frac{\partial f_2(T)}{\partial T} \Delta T, \quad (8)$$

$$\Delta \beta \simeq \frac{\partial f_3(T)}{\partial T} \Delta T, \quad (9)$$

gdzie $\Delta T = T_2 - T_1$.

Podstawą wymienionych zależności jest linearyzacja charakterystyk nieliniowych elementów układowych w ich punktach pracy. Jeżeli nie są spełnione warunki małych przyrostów argumentów funkcji układowej y , niezbędne jest obliczanie jej wartości numerycznie dla każdego zbioru argumentów oddzielnie.

Z równań sieciowych opisujących sieć układu tranzystorowego można wyodrębnić układ równań nieliniowych w postaci [12]:

$$\mathbf{I}_N(\mathbf{U}_N) + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{X}, \quad (10)$$

gdzie:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 \oplus \mathbf{T}_2 \oplus \dots \oplus \mathbf{T}_i \oplus \dots \oplus \mathbf{T}_{nq} \oplus \mathbf{D}_d, \quad (11)$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{R(i)} \\ -\alpha_{F(i)} & 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

α_F, α_R — współczynniki wzmocnienia prądowego tranzystora [8, 9],

nq — liczba tranzystorów bipolarnych,

nd — liczba diod półprzewodnikowych,

$\mathbf{D}_d$ — ($nd \times nd$) diagonalna macierz jednostkowa,

$\mathbf{X}$ — wektor pobudzeń (wektor źródeł niezależnych E i J),

$\mathbf{A}, \mathbf{B}$ — macierze współczynników opisujące pozostałą liniową część sieci (tzw. rezystor n -otworowy),

$\mathbf{U}_N$ — wektor napięć na złączach półprzewodnikowych,

$\mathbf{I}_N(\mathbf{U}_N)$ — wektor funkcji opisujących charakterystyki prądowo-napięciowe złącz półprzewodnikowych.

W naszym przypadku wektor $\mathbf{I}_N$ wyrażony jest znanymi funkcjami prądu złącza półprzewodnikowego [8]:

$$\mathbf{I}_N(\mathbf{U}_N) = [g_1(u_1), g_2(u_2), \dots, g_n(u_n)]^t, \quad (13)$$

gdzie:

$$g_i(u_i) = I_s(i)(e^{\lambda_i u_i} - 1), \quad (14)$$

$$\lambda_i = \frac{q}{M_i k T}, \quad (15)$$

$I_s = I_s(T)$ — prąd nasycenia złącza, zależny od temperatury,

t — transpozycja.

Układ równań (10) rozwiązywany jest metodami numerycznymi w sposób iteracyjny [12], aż do uzyskania takich wartości składowych wektora $U_N = \bar{U}_N^*$, które spełniają równania (10) zadaną dokładnością.

Po obliczeniu napięć na złączach $\bar{U}_N^*$ można określić pozostałe niewiadome (tzn. napięcia U_R i prądy I_R w liniowych rezystorach) jako liniową kombinację napięć $\bar{U}_N^*$ i wartości wektora wymuszeń X :

$$\begin{bmatrix} U_R \\ I_R \end{bmatrix} = C \bar{U}_N^* + D X, \quad (16)$$

gdzie C, D — macierze współczynników.

Nominalne napięcia i prądy jakie ustalą się w sieci układu złożonego z elementów półprzewodnikowych o zadanych charakterystykach [8, 9] po włączeniu źródeł zasilających mogą być obliczone odpowiednim programem na podstawie zależności (10) i (16). Wyniki tej analizy określają punkty pracy diod i tranzystorów. W tych punktach pracy można dokonać linearyzacji ich modeli i przeprowadzić analizę wrażliwości funkcji układowej y zgodnie z omówioną metodyką.

W przypadku kiedy zmiany parametrów elementów są duże, trzeba wielokrotnie powtarzać obliczenia numeryczne w celu określenia nowych wartości funkcji y . Zmiany rezystancji liniowych rezystorów powodują zmianę współczynników a_{ij} i b_{ij} macierzy A i B w równaniu (10). Zmiany współczynników wzmocnienia prądowego tranzystorów pojawiają się w równaniu (10) za pośrednictwem macierzy T — zależność (12). Funkcje prądu złącz $I_N(U_N)$ w równaniu (10) uzależnione są od prądu nasycenia I_s (14), a więc jego zmiana powoduje zaburzenie lewej strony równania (10).

Wpływ temperatury może być traktowany tak samo jak zmiany parametrów z uwzględnieniem zmiany wartości temperatury T w zależności (15).

Odchylenie funkcji układowej $\Delta y(P)$ powodowane zmianą parametrów P może być obliczane jako różnica pomiędzy wartością funkcji y w warunkach nominalnych ($P = P_0$) i obliczoną w następnym przebiegu programu wartością funkcji $y = y(P_1)$ dla nowego zbioru parametrów $P = P_1$:

$$\Delta y(P) = y(P_0) - y(P_1). \quad (17)$$

Podobnie po zmianie temperatury, odchylenie funkcji $\Delta y(T)$ jest różnicą pomiędzy wartościami funkcji y dla dwóch różnych temperatur T_0 i T_1 :

$$\Delta y(T) = y(T_0) - y(T_1). \quad (18)$$

Obliczanie odchylenia Δy funkcji układowej y według zależności (17) i (18) jest bardzo czasochłonne (a więc kosztowne), bo wymaga tylokrrotnych powtórzeń obliczeniowych programu (za każdym razem praktycznie od początku) ile jest zmian parametrów i temperatury. Dlatego, jeśli dokładność obliczeń nie jest krytyczna, bardziej efektywna jest linearyzacja charakterystyk elementów nieliniowych i zastosowanie zależności (5) i (6). Przykładowo, jeśli w programie do analizy wrażliwości zostanie zastosowana metoda sieci dołączonej [6], to nominalne wartości napięć i prądów sieci oraz wszystkie współczynniki wrażliwości S_i mogą być wyliczone w jednym i tym samym przebiegu programu.

Tablica 2

Wyniki analizy układu UL 1400 obliczone programem OPAL (jednostki w V, mA, mW, mS)

DC - ANALYSIS PROGRAM OPAL

DATE 24/09/76

PROBLEM 6160

INTEGRATED AMPLIFIER UL 1400

TEMP. = 17.50

POWER SUPPLY

IE(1) = 3.14210E 01 PE(1) = 6.28420E 02

RESISTORS

	VOLTAGE	CURRENT	POWER
R(1) =	1.003452E 01	3.344840E 00	3.356386E 01
R(2) =	9.965480E 00	3.321827E 00	3.310360E 01
R(3) =	2.301333E-01	2.301333E-02	5.296135E-03
R(4) =	4.895941E-01	1.631980E-02	7.990080E-03
R(5) =	9.026553E 00	1.769913E 00	1.597621E 01
R(6) =	2.890676E-01	2.223597E 00	6.427697E-01
R(7) =	2.188236E 00	2.188236E 00	4.788376E 00
R(8) =	1.467865E 00	2.621187E 00	3.847549E 00
R(9) =	8.914408E 00	1.188588E 01	1.059556E 02
R(10) =	7.589541E-01	1.355275E 00	1.028592E 00
R(11) =	5.209263E-03	5.209263E-04	2.713642E-06

TRANSISTORS

	UBC	UBE	IC	IE	IB
Q(1) =	-1.0257E 01	7.0589E-01	1.7292E 00	1.7522E 00	2.3013E-02
Q(2) =	-9.8930E 00	5.9079E-01	1.7200E-02	1.7721E-02	5.2058E-04
Q(3) =	-1.6607E 01	2.0045E-01	2.9179E-02	3.0058E-02	8.7873E-04
Q(4) =	-1.6798E 01	7.1184E-01	2.1935E 00	2.2227E 00	2.9178E-02
Q(5) =	-1.7801E 01	7.1602E-01	2.5916E 00	2.6261E 00	3.4482E-02
Q(6) =	-6.9224E 00	6.6195E-01	2.9813E-01	3.0307E-01	4.9400E-03
Q(7) =	-8.9082E 00	7.0153E-01	1.4514E 00	1.4721E 00	2.0698E-02
Q(8) =	-7.4952E 00	7.6869E-01	2.1217E 01	2.1520E 01	3.0307E-01
Q(9) =	-9.5834E 00	7.4482E-01	8.1782E 00	8.2950E 00	1.1679E-01

SMALL SIGNAL PARAMETERS:

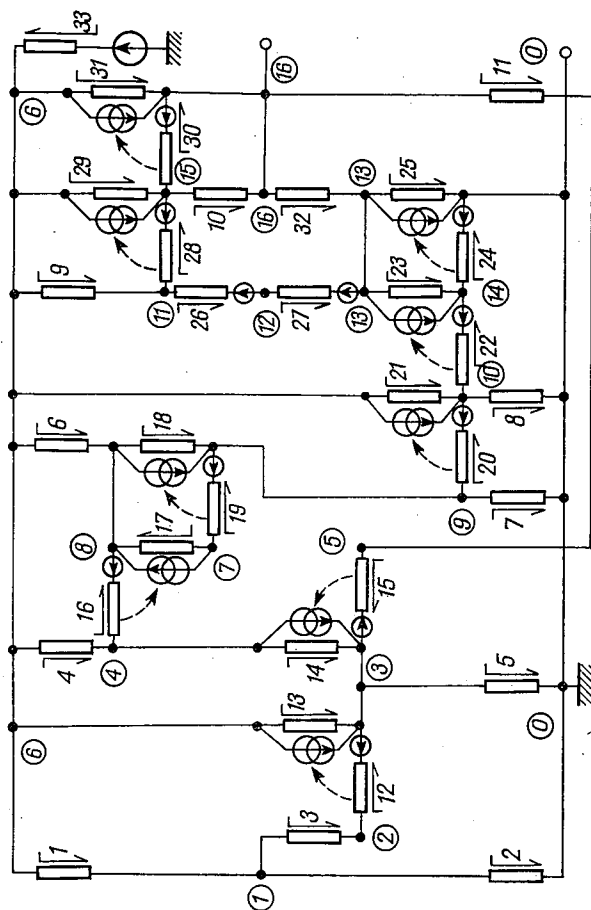
	GMF	RUE	RDEH	UREO
Q(1) =	6.9056E 01	1.4290E-02	1.0861E 00	6.8085E-01
Q(2) =	6.8299E-01	1.4169E 00	4.3924E 01	5.6576E-01
Q(3) =	1.1587E 00	8.3519E-01	2.5891E 01	1.7542E-01
Q(4) =	8.7599E 01	1.1265E-02	8.5617E-01	6.8681E-01
Q(5) =	1.0350E 02	9.5349E-03	7.2465E-01	6.9098E-01
Q(6) =	1.1904E 01	8.2629E-02	5.0404E 00	6.3691E-01
Q(7) =	5.7963E 01	1.7009E-02	1.2077E 00	6.7649E-01
Q(8) =	8.4735E 02	1.1635E-03	8.2610E-02	7.4365E-01
Q(9) =	3.2662E 02	3.0186E-03	2.1432E-01	7.1978E-01

DIODES

	VOLTAGE	CURRENT	POWER	RD	UO
D(1) =	7.5378E-01	1.1865E 01	8.9438E 00	2.1103E-03	7.2874E-01
D(2) =	7.5378E-01	1.1865E 01	8.9438E 00	2.1103E-03	7.2874E-01
D(3) =	7.4861E-01	9.6497E 00	7.2239E 00	2.5948E-03	7.2357E-01

RUNNING TIME 30 SEC

Dane wejściowe układu UL 1400 do programu analizy wrażliwości DCL2 (jednostki w kΩ i V)



>TITLE
UL 1400

>ELEMENTS

R1(6-1)=3.;
R2(1-0)=3.;
R3(1-2)=10.;
R4(6-4)=30.;
R5(3-0)=5.1;
R6(6-8)=.13;
R7(9-0)=1.;
R8(10-0)=.56;
R9(6-11)=.75;
R10(15-16)=.56;
R11(16-5)=10.;
R12(2-3)=1.0861,E=-.68085;
R13(6-3)=1.E5;
R14(4-3)=1.E5;
R15(5-3)=43.924,E=-.56576;
R16(4-8)=25.891,E=-.17542;
R17(7-8)=1.E5;
R18(8-9)=1.E5;
R19(7-9)=.85617,E=-.68681;
R20(9-10)=.72465,E=-.69098;
R21(6-10)=1.E5;
R22(10-14)=5.0404,E=-.63691;
R23(13-14)=1.E5;
R24(14-0)=.08261,E=-.74365;
R25(13-0)=1.E5;
R26(11-12)=.05211,E=-.72874;
R27(12-13)=.05211,E=-.72874;
R28(11-15)=1.2077,E=-.67649;
R29(6-15)=1.E5;
R30(15-16)=.21432,E=-.71978;
R31(6-16)=1.E5;
R32(16-13)=.05259,E=-.72357;
R33(0-6)=.001,E=20.1

>DEFINE

I13=.75.*I12
I14=.30.*I15
I17=.30.*I16
I18=.75.*I19
I21=.75.*I20
I23=.60.*I22
I29=.70.*I28
I25=.70.*I24
I31=.70.*I30
>INPUT 0 2
>OUTPUT 0 16

>NODE 16

>PRINT,SENS

>COMPUTE

>END

>FINISH

tranzystorów i diod w danym punkcie pracy. Parametry te wykorzystano do opisu modeli tych elementów dla potrzeb analizy wrażliwości. Wielkosygnałowe modele Ebersa-Molla tranzystorów zastąpiono równoważnymi modelami linearyzowanymi (rys. 2b) i na podstawie ekwiwalentnej sieci linearyzowanej napisano dane do programu analizy wrażliwości DCL2 [10] (tabl. 3). Ze względu na dużą objętość wyników przedstawiono syntetyczne ich opracowanie.

Przy napięciu zasilającym $E1 = 20$ V otrzymano potencjał zacisku wyjściowego układu $V16 = 9.587$ V, a więc około $1/2 E1$, co oznacza, że rozkład napięć stałych jest zgodny z oczekiwanym. Wzmocnienie napięciowe dla składowych stałych od wejścia (węzły 0-2) do wyjścia (węzły 0-16) wynosi: $.997$ V/V (co jest rezultatem silnego ujemnego sprzężenia zwrotnego dla składowej stałej przez rezystor $R11$). Brak wzmocnienia dla składowych stałych świadczy o dobrych własnościach samostabilizujących tej konfiguracji.

Wektor odpowiedzi układu może zawierać wiele składowych, z których najistotniejsze dla procesu projektowania są dobierane do uformowania funkcji układowej y . Przykładowo przeanalizowano jedną ze składowych (i -tą składową) funkcji układowej $y_i = U_{wyj} = V16$, tzn. napięcie wyjściowe analizowanego układu w celu określenia odchylenia tego napięcia $\Delta y = \Delta U_{wyj} = \Delta V16$ pod wpływem procentowych przyrostów [7] poszczególnych parametrów R, E, J, β elementów sieci:

Tablica 4

Lista parametrów sieci, których procentowe zmiany mają największy wpływ na wartość potencjału węzła 16-go

HIERARCHY OF SENSITIVITY BRANCH		V/%
33	VOLTAGE SOURCE	9.66474E-02
1	RESISTOR	-4.85921E-02
2	RESISTOR	4.82709E-02
12	VOLTAGE SOURCE	6.60538E-03
15	VOLTAGE SOURCE	-5.66749E-03
5	RESISTOR	2.84743E-03
13	BETA	2.79256E-03
3	RESISTOR	-2.24839E-03
12	RESISTOR	-2.44198E-04
7	RESISTOR	-2.07227E-04

NODAL CURRENT UNBALANCES ERROR

NODF:16 ERROR=-1.03225E-05
RUNNING TIME = 3 SEC

$$Q_i = S_i \frac{p_i}{100} = \frac{\partial V_{16}}{\partial p_i} \frac{p_i}{100} [V/\%], \quad (19)$$

gdzie Q_i — odchylenie funkcji układowej y na 1% zmiany i -tego parametru p_i .

Tablica 4 przedstawia listę 10-ciu parametrów P , których zmiana o 1% powoduje największą zmianę napięcia wyjściowego $V16$. W kolejności największych wpływów są to (rysunek na tabl. 1 i 3): źródło zasilające $E1$, rezystory $R1$ i $R2$ dzielnika, napięcia U_{EBO} tranzystorów $Q1$ i $Q2$, rezystor $R5$, parametr h_{21} tranzystora $Q1$ itd.

Drukowana przez program DCL2 lista najkrytyczniejszych elementów sieci pozwala projektantowi szybko ocenić jakiego rzędu i w jakim kierunku (znak) są zmiany obserwo-

wanych składowych funkcji układowej y pod wpływem zmian parametrów gałęziowych. Pochodne funkcji $y(1)$ i współczynnik wrażliwości na procentowe zmiany wartości parametrów $Q(19)$ mogą być wykorzystane do określenia tolerancji poszczególnych elementów [7] jak również do oszacowania odchylenia Δy funkcji y pod wpływem przyrostu temperatury według zależności (6).

4. INTERPRETACJA POCHODNYCH SKŁADOWYCH FUNKCJI UKŁADOWEJ y

Pochodne pewnych składowych funkcji y oprócz sensu matematycznego mają w niektórych przypadkach interpretację miar parametrów roboczych analizowanego układu. Zgodnie z przyjętymi na wstępie oznaczeniami z pochodnych $\partial y / \partial x$ można wyodrębnić szczególne przypadki:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial U_i}{\partial E_j} \quad (20)$$

jest to transmitancja napięciowa od źródła w gałęzi j -tej do zacisków gałęzi i -tej lub napięciowe wzmocnienie skuteczne [3],

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial I_i}{\partial J_j} \quad (21)$$

jest to transmitancja prądowa od źródła w gałęzi j -tej do zacisków gałęzi i -tej lub wzmocnienie prądowe [3],

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial U_i}{\partial J_i} \quad (22)$$

jest to rezystancja wejściowa (wyjściowa) widziana od strony zacisków gałęzi i -tej, które są pobudzane przez źródło prądowe J (w tej samej gałęzi standardowej).

Tak więc pochodne funkcji y po zmiennych elektrycznych mogą być interpretowane jako parametry robocze analizowanego układu.

Podczas obliczeń na EMC zdarzają się pomyłki przy wprowadzaniu danych lub na schemacie równoważnym analizowanego układu, na którym nadmiar liczb (numery węzłów, gałęzi, wartości parametrów itp.) i symboli powiększa prawdopodobieństwo przeoczenia. Jeżeli nie są to błędy fatalne (np. odwrotna polaryzacja źródeł niezależnych, niewłaściwa wartość napięcia lub pominięcie źródła U_{BEO} itp.), to nie wszystkie uzyskane w takim przypadku wyniki analizy wrażliwości są stracone.

Zapis pochodnych napięcia k -tej gałęzi względem parametrów elementów gałęziowych według metody sieci dołączonej [6] pozwala w sposób oczywisty określić ich naturę:

$$\frac{\partial U_k}{\partial R_j} = I_j \hat{I}_j, \quad (23)$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial E_j} = -\hat{I}_j, \quad (24)$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial J_j} = \hat{U}_j. \quad (25)$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial \beta_{ij}} = I_i \hat{U}_j, \quad (26)$$

gdzie:

I, U — prądy i napięcia elementów sieci oryginalnej N ,

$\hat{I}, \hat{U}$ — prądy i napięcia elementów sieci dołączonej $\hat{N}$.

Rozptyw prądów w sieci oryginalnej N zależy od wartości napięć i prądów źródeł pobudzających, natomiast sieć dołączona $\hat{N}$ jest zawsze pobudzana stałymi źródłami jednostkowymi. W związku z tym, jeśli błąd w danych związany jest ze źródłami pobudzającymi sieć oryginalną N , to błędne będą tylko te pochodne, które są funkcją napięć U lub prądów I sieci oryginalnej N , a więc np. zależności (23) i (26), natomiast pochodne wyrażone bezpośrednio przez napięcia $\hat{U}$ i prądy $\hat{I}$ sieci dołączonej $\hat{N}$, np. zależności (24) i (25), będą obliczone poprawnie.

5. PODSUMOWANIE

Wprowadzenie funkcji układowej y pozwala w sposób formalny ująć wymagania elektryczne projektowanego układu. Pochodne cząstkowe tej funkcji umożliwiają przeprowadzenie analizy tolerancji i optymalizacji [1]. W treści części 2 i 4 przedstawiono zarys jednolitej interpretacji pochodnych funkcji y z punktu widzenia analizy wrażliwości na zmiany parametrów elementów układowych, analizy temperaturowej i analizy parametrów roboczych projektowanego układu. Znajomość pochodnych funkcji y i ich właściwa interpretacja rozszerzają zasób informacji o właściwościach elektrycznych analizowanej konfiguracji układowej. Informacje te są niezbędne projektantowi do podejmowania decyzji o kolejnych modyfikacjach wartości elementów lub struktury analizowanej sieci [5].

Przykład analizy struktury zintegrowanego układu elektronicznego (część 3) jest tylko jednym z etapów projektowania iteracyjnego. Przedstawiono w nim wykorzystanie dwóch uzupełniających się programów analizy DC. Program nieliniowej analizy DC może być wykorzystywany do określenia punktów pracy elementów półprzewodnikowych (i odpowiednich modeli linearyzowanych) oraz obliczania kolejnych wartości funkcji y podczas analizy odchylenia Δy przy dużych zmianach parametrów lub temperatury — zależności (17) i (18). Programem analizy liniowej DC mogą być obliczane odpowiednie wrażliwości funkcji układowej $y(1)$ i wykorzystywane do oszacowania odchylenia Δy względem zmian parametrów P lub zmian temperatury T — zależności (5) i (6).

Układy tranzystorowe analizowane programami DCL2 i OPAL na EMC ODRA 1305 w systemie GEORGE 3 w konfiguracji wielodostępnej [13] z monitorami ekranowymi (VIDIMOP) pozwoliły oszacować interwały czasowe oczekiwania na wyniki. Czas oczekiwania w zależności od wielkości sieci wynosi od kilku sekund do 3 minut (analiza nieliniowa układu 15-tranzystorowego). Przykładowo analiza sieci układu UL 1400 (9 tranzystorów, 3 diody) w trybie *on-line* na EMC ODRA 1305 trwała (łącznie z wczytaniem danych i wyprowadzeniem wyników): 30 sekund — analiza nieliniowa programem OPAL i 7 sekund — analiza wrażliwości programem DCL2.

LITERATURA

1. K. Geher, *Teoria tolerancji i wrażliwości układów elektronicznych*, WNT, Warszawa 1976.
2. M. Grobelny, *Projektowanie układów elektronicznych za pomocą komputerów*, WKŁ, Warszawa 1973.

3. M. Grobelny, *Zarys liniowej teorii układów elektronicznych*, WKŁ, Warszawa 1976.
4. M. Grobelny, *Zarys stanu obecnego i perspektywy rozwoju automatyzacji projektowania układów elektronicznych*, Pr. Nauk. Inst. Telekom. P. Wr. 1976, nr 23, materiały z konferencji pt. „Automatyzacja projektowania układów elektronicznych”.
5. B. Wolszczak, *Metodyka projektowania układów tranzystorowych w dziedzinie prądu stałego*, ibidem.
6. B. Wolszczak, *Analiza czułościowa układów elektronicznych za pomocą EMC*, Archiwum Elektrotechniki, t. XIII, z. 1, 1974.
7. B. Wolszczak, *Projektowanie układów elektronicznych wspomagane przez EMC*, Elektronika, nr 11, 1973.
8. B. Wolszczak, *Model tranzystora bipolarnego stosowany w programach analizy układów elektronicznych*, Elektronika, nr 7—8, 1972.
9. B. Wolszczak, *Uniwersalny model tranzystora bipolarnego stosowany w programach analiz układów elektronicznych*, Elektronika, 7/73.
10. B. Wolszczak, K. Łuszczynski, *Program analizy stałoprądowej DCL2 — podręcznik użytkownika*, Inst. Telekom. P.Wr., raport nr D/5, Wrocław 1976.
11. B. Wolszczak, *Program analizy stałoprądowej OPAL — podręcznik użytkownika*, Inst. Telekom. P. Wr., raport 128/D-041/77, Wrocław 1977.
12. B. Wolszczak, *Efektywność procedur numerycznych w analizie stanu ustalonego układów elektronicznych*, komunikat nr I28/K-171/76, Inst. Telekom. P.Wr., Wrocław 1976.
13. *Wprowadzenie do systemu GEORGE 3, Oprogramowanie EMC ODRA serii 1300*, dokumentacja nr 1300201, Mera-Elwro, Wrocław 1973.

B. WOLSZCZAK

COMPUTER-AIDED MODELING OF ELECTRONIC CIRCUITS IN DC DOMAIN

Summary

The paper deals with computer-aided modeling of semiconductor electronic circuits in DC domain. Methods of semiconductor elements modeling with respect to sensitivity analysis of network parameters variations and temperature analysis are presented. A physical interpretation of derivatives of the network electrical variables is given.

B. WOLSZCZAK

SIMULATION DES CIRCUITS ÉLECTRIQUES SUR L'ORDINATEUR DANS LE DOMAINE DU COURANT CONTINU

Résumé

Cet ouvrage concerne la simulation des semi-conducteurs des circuits électriques d'un ordinateur. On présente les possibilités de la simulation des semi-conducteurs des circuits, en analysant la sensibilité sur la distribution des paramètres et les changements de température. On a donné aussi l'interprétation physique des variables électriques du circuit.

B. WOLSZCZAK

RECHNERGESTÜTZTE GLEICHSPANNUNGSMODELLIERUNG ELEKTRONISCHER
NETZWERKE

Zusammenfassung

Vorliegende Arbeit beschreibt ein Problem der rechnergestützten Gleichspannungsmodellierung elektronischer Schaltungen. Es wurden Modellierungsmethoden von Halbleiterelementen hinsichtlich der Empfindlichkeitsanalyse unter dem Gesichtspunkt einer Parametertrennung und der Temperaturanalyse dargestellt. Im weiteren wurde die physikalische Interpretation der Ableitungen für Elektrischenvariablen eines Netzwerks angeführt.

Б. ВОЛЬЩАК

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ НА ЭВМ В ОБЛАСТИ
ПОСТОЯННОГО ТОКА

Р е з ю м е

Работа посвящена моделированию полупроводниковых электронных схем на ЭВМ в области постоянного тока. Рассмотрены методы моделирования полупроводниковых элементов для анализа функции чувствительности к изменениям параметров схемы и температурного анализа. Описана физическая интерпретация произвольных электрических переменных схемы.

Metoda kompensacji prądowej do precyzyjnego pomiaru małych wartości skutecznych prądu przemiennego małej częstotliwości

MICHAŁ LISOWSKI (WROCLAW)

Instytut Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej

Otrzymano 17.8.1976

W pracy opisano nową metodę kompensacji prądu, umożliwiającą precyzyjne pomiary wartości skutecznej natężenia prądu przemiennego bez poboru energii z mierzonego źródła. W metodzie tej prąd mierzony i prąd kompensacyjny mają praktycznie jednakowe kształty. Zgodność kształtów obu prądów uzyskuje się przez odwzorowanie, za pomocą wzmacniacza, kształtu prądu mierzonego w prądzie kompensacyjnym.

Przeprowadzono także analizę metrologiczną układu precyzyjnego kompensatora prądowego małej częstotliwości. Przeanalizowano wpływ zmian wartości i częstotliwości mierzonego prądu na zachowanie się układu oraz czułość i dokładność pomiaru. Podano parametry i wyniki badań wykonanego kompensatora.

Przy współpracy z komparatorem porównującym prąd stały z prądem przemiennym kompensator ten umożliwia precyzyjne pomiary prądu od $20 \mu\text{A}$ do 20 mA w zakresie częstotliwości $50 \div 400 \text{ Hz}$. Stosunek prądu mierzonego do kompensacyjnego został określony z niedokładnością $0,01\%$. Opracowany kompensator umożliwia tysiąckrotne rozszerzenie w dół zakresu komparatorów.

1. WSTĘP

Precyzyjne pomiary wartości skutecznej natężenia prądu przemiennego wykonuje się komparatorami porównującymi prąd przemienny z prądem stałym [1 ... 4]. Komparatory te, nazywane często w literaturze transferami AC/DC, umożliwiają pomiary prądu odkształconego z niedokładnością $0,01 \div 0,05\%$ w zakresie od około 10 mA wzwyż i obciążają mierzone źródło.

Wraz z rozwojem przyrządów pomiarowych i wzorcowych źródeł prądu, czyli tzw. kalibratorów, o znacznie niższych zakresach pomiarowych od zakresów komparatorów, wyłonił się problem rozszerzenia dolnego zakresu komparatorów. Ponadto w pomiarach prądów źródłowych szczególnie ważną rzeczą jest, aby układ pomiarowy nie pobierał energii z mierzonego źródła.

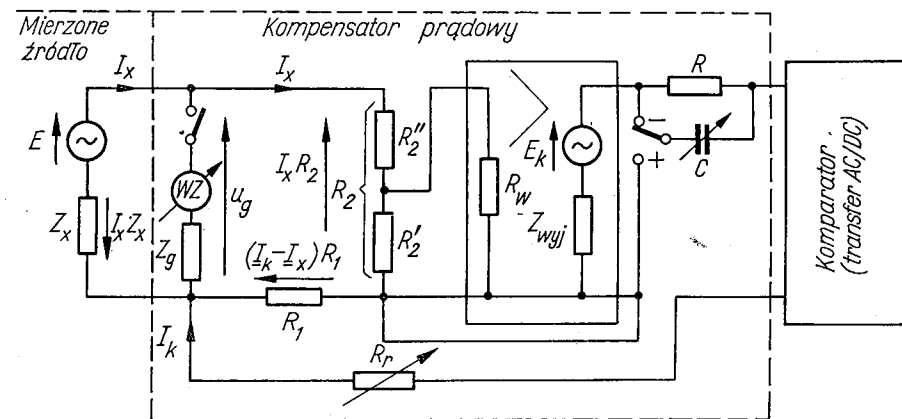
Zakres pomiarowy komparatorów można rozszerzyć w kierunku mniejszych wartości stosując wzmacniacze z ujemnym prądowo-równoległym sprzężeniem zwrotnym. Jednak tego typu wzmacniacze dla wzmocnień większych od około 100 mają błędy większe od około $0,1\%$ [5...9].

Małe wartości prądu przemiennego można również mierzyć kompensatorami prądowymi [10...13]. Charakterystyczną cechą tych kompensatorów jest to, że nie pobierają energii z mierzonego źródła. Kompensatory te, strukturalnie analogiczne do kompensatorów napięciowych, przy prądzie przemiennym mają stosunkowo małą dokładność. Zasadniczą przyczyną dużego błędu są tu różne kształty prądu mierzonego i kompensacyjnego. Zapewniając zgodność przebiegów czasowych obu prądów można znacznie zwiększyć dokładność pomiaru. Zgodność kształtów obydwu prądów autor uzyskał zastępując niezależne źródło prądu kompensacyjnego źródłem sterowanym sygnałem mierzonym. W metodzie tej mierzony prąd wymusza kształt prądu kompensacyjnego.

2. ZASADA DZIAŁANIA PRECYZYJNEGO KOMPENSATORA PRĄDOWEGO MAŁEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

Schemat ideowy kompensatora prądowego, w którym uzyskano zgodność przebiegów czasowych prądów mierzonego i kompensacyjnego [13, 14] przedstawiono na rys. 1. W układzie tym wykorzystano zasadę kompensacji prądowej Merza [15] stosowaną do pomiarów natężenia prądu stałego.

Podstawowymi elementami układu są oporniki kompensacyjne R_1 i R_2 . Spadek napięcia na części opornika R_2 , przez który przepływa mierzony prąd I_x , steruje wzmacniacz mocy.



Rys. 1. Schemat kompensatora prądowego małej częstotliwości wykonanego w Instytucie Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej

WZ — wskaźnik zera; > — wzmacniacz; E_x — napięcie źródłowe obwodu prądu mierzonego; E_k — napięcie źródłowe na wyjściu wzmacniacza; I_x — prąd mierzony; I_k — prąd kompensacyjny; U_g — napięcie na wskaźniku zera; $R_1, R_2 = R_2' + R_2''$ — oporniki kompensacyjne; Z_x — impedancja mierzonego źródła prądu; Z_g — impedancja wskaźnika zera; R_w — rezystancja wejściowa wzmacniacza; Z_{wyj} — impedancja wyjściowa wzmacniacza; R_r — opornik regulacyjny; R, C — opornik i kondensator do kompensacji przesunięć fazowych

Sterowanie wzmacniacza spadkiem napięcia zebranym tylko z części opornika R_2 pozwala na zmniejszenie bocznikującego wpływu rezystancji wejściowej wzmacniacza na wartość rezystancji wypadkowej. Prąd wyjściowy wzmacniacza jest źródłem prądu kompensacyjnego.

Układ równoważy się ręcznie, zmieniając moduł prądu kompensacyjnego I_k opornikiem R_r , a fazę kondensatorem C . Stan równowagi układu wskazuje załączony równolegle do zacisków wejściowych kompensatora wskaźnik zera WZ . Prąd kompensacyjny mierzy się precyzyjnym komparatorem porównującym prąd stały z przemiennym.

W stanie kompensacji spełnione jest równanie

$$(\underline{I}_k - \underline{I}_x)R_1 = \underline{I}_x \left(R_2'' + \frac{R_2' R_w}{R_2' + R_w} \right). \quad (1)$$

Stąd wartość mierzonego prądu określona jest zależnością

$$\underline{I}_x = \underline{I}_k \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2' R_w}{R_2' + R_w} + R_2''}. \quad (2)$$

Przedstawiony kompensator można rozpatrywać jako wzorcowy „przekładnik podwyższający”, na wyjściu którego przyłączony jest komparator. Jego przekładnię, zdefiniowaną jako stosunek prądu mierzonego do prądu kompensacyjnego, określa wzór

$$p = \frac{\underline{I}_x}{\underline{I}_k} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{R_2' R_w}{R_2' + R_w} + R_2''}. \quad (3)$$

Jeżeli rezystancja wejściowa R_w wzmacniacza jest duża, rezystancja wypadkowa opornika R_2'' oraz równolegle połączonych rezystancji R_2' i R_w równa się praktycznie wartości rezystancji opornika R_2 . Wówczas wzory (2) i (3) przyjmą postać

$$\underline{I}_x = \underline{I}_k \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad (4)$$

$$p = \frac{\underline{I}_x}{\underline{I}_k} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (5)$$

Przedstawiony układ zbliżony jest strukturalnie do układu wzmacniacza z prądowo-równoległym sprzężeniem zwrotnym. Zasadniczą różnicę stanowi miejsce przyłączenia wejścia wzmacniacza. W układach ze sprzężeniem zwrotnym wzmacniacz sterowany jest sygnałem błędu, czyli — porównując z przedstawionym układem — z punktów przyłączenia wskaźnika zera.

Dla wzmacniaczy o dużych wzmocnieniach, wartość wzmocnienia określona jest nie tylko przez stosunek rezystancji pętli sprzężenia zwrotnego, ale także przez wzmocnienie wzmacniacza z otwartą pętlą sprzężenia zwrotnego oraz przez współczynniki uwzględniające wpływ impedancji mierzonego źródła i impedancji obciążenia [5]. Natomiast przekładnia zaproponowanego kompensatora, która jest odwrotnością wzmocnienia, określona jest tylko stosunkiem oporników kompensacyjnych.

W przedstawionym układzie występuje również błąd niezrównoważenia określony czułością kompensatora, jednakże — jak wykazały badania — jego wartość jest tak mała, że można ją pominąć.

3. ANALIZA METROLOGICZNA UKŁADU

3.1. Zachowanie się układu przy zmianie wartości i częstotliwości mierzonego prądu

Napięcie wejściowe wzmacniacza (rys. 1) określa zależność

$$\underline{U}_{we} = \underline{I}_x \frac{R'_2 R_w}{R'_2 + R_w}. \quad (6)$$

Stąd napięcie źródłowe na wyjściu wzmacniacza wyrażone jest wzorem

$$\underline{E}_k = \underline{U}_{we} k = \underline{I}_x \cdot k \frac{R'_2 R_w}{R'_2 + R_w}, \quad (7)$$

w którym:

$\underline{U}_{we}$ — napięcie wejściowe wzmacniacza,

k — wzmocnienie napięciowe wzmacniacza.

Dla obwodu prądu kompensacyjnego słuszne jest równanie

$$\underline{E}_k = \underline{I}_k \underline{Z}_k + (\underline{I}_k - \underline{I}_x) R_1, \quad (8)$$

w którym $\underline{Z}_k$ — wypadkowa impedancja obwodu źródła prądu kompensacyjnego.

Podstawiając do równania (8) wzór (7) otrzymuje się

$$\underline{I}_x k \frac{R'_2 R_w}{R'_2 + R_w} = \underline{I}_k \underline{Z}_k + (\underline{I}_k - \underline{I}_x) R_1; \quad (9)$$

stąd

$$\underline{I}_k = \frac{\underline{I}_x}{R_1 + \underline{Z}_k} \left(R_1 + k \frac{R'_2 R_w}{R'_2 + R_w} \right). \quad (10)$$

Po podstawieniu wyrażenia (10) do wzoru (2) otrzymuje się równanie na stan równowagi układu

$$\frac{1}{R_1 + \underline{Z}_k} \left(R_1 + k \frac{R'_2 R_w}{R'_2 + R_w} \right) = \frac{1}{R_1} \left(R_1 + \frac{R'_2 R_w}{R'_2 + R_w} + R'_2 \right). \quad (11)$$

W równaniu powyższym nie występują wielkości $\underline{I}_x$ i $\underline{I}_k$. Zatem równowaga układu nie zależy od wartości mierzonego prądu i prądu kompensacyjnego pod warunkiem, że wielkości wchodzące do równania (11) są liniowe i niezależne od mierzonego prądu. Praktycznie jedynie wzmocnienie wzmacniacza zależy od jego napięcia wejściowego, a zatem i od mierzonego prądu.

Impedancja $\underline{Z}_k$ i wzmocnienie k zależą też od częstotliwości. Jeżeli jednak udział składowej reaktancyjnej w impedancji $\underline{Z}_k$ jest pomijalnie mały, co ma miejsce w praktyce, a wzmacniacz pracuje w części charakterystyki niezależnej od częstotliwości, to wahania mierzonego prądu i jego częstotliwości mają bardzo mały wpływ na równowagę układu. Układ raz zrównoważony może ulec rozrównoważeniu przy zmianie wzmocnienia wzmacniacza. Jednak krótkotrwała stabilność wzmocnienia jest wystarczająca do zachowania równowagi układu.

Podczas pomiaru należy kontrolować równowagę układu i ewentualne odstrojenie od stanu kompensacji zrównoważyć ręcznie.

3.2. Czułość układu

Z rozwiązania równań oczkowych układu przedstawionego na rys. 1 przy założeniu, że $R_w \gg R'_2$ otrzymuje się zależność na prąd w gałęzi galwanometru

$$I_g = \frac{E_x[(R_1 + \underline{Z}_k)(R_1 + R_2) - R_1^2] - \underline{E}_k R_1 \underline{Z}_x}{(\underline{Z}_x + \underline{Z}_g) \left[(R_1 + \underline{Z}_k) \left(R_1 + R_2 + \frac{\underline{Z}_x \underline{Z}_g}{\underline{Z}_x + \underline{Z}_g} \right) - R_1^2 \right]} \quad (12)$$

W stanie kompensacji prąd $I_g = 0$, zatem wzór (12) przyjmuje postać

$$\underline{E}_x[(R_1 + \underline{Z}_k)(R_1 + R_2) - R_1^2] = \underline{E}_k R_1 \underline{Z}_x. \quad (13)$$

Prąd I_g może zmieniać się w czasie pomiaru pod wpływem zmian E_x , E_k i Z_k . Zmiany tych wielkości są przyczyną zmian prądu mierzonego I_x i prądu kompensacyjnego I_k .

Różniczkując wyrażenie (13) otrzymuje się równanie

$$d\underline{E}_x[(R_1 + \underline{Z}_k)(R_1 + R_2) - R_1^2] = d\underline{E}_k R_1 \underline{Z}_x. \quad (14)$$

Dzieląc wyrażenie (14) przez (13) otrzymuje się zależność

$$\frac{d\underline{E}_k}{\underline{E}_k} = \frac{d\underline{E}_x}{\underline{E}_x}. \quad (15)$$

W stanie kompensacji

$$\underline{E}_x = I_x \underline{Z}_x, \quad (16)$$

zatem

$$d\underline{E}_x = dI_x \underline{Z}_x. \quad (17)$$

Z powyższego wynika, że

$$\frac{dI_x}{I_x} = \frac{d\underline{E}_x}{\underline{E}_x} = \frac{d\underline{E}_k}{\underline{E}_k}. \quad (18)$$

Po zróżniczkowaniu wyrażenia (12) i uwzględnieniu zależności (18) otrzymuje się wzór na względną czułość prądową układu kompensacyjnego

$$S_{ul} = \frac{\frac{dI_g}{I_x}}{\frac{d\underline{E}_k}{\underline{E}_k}} = \frac{R_1}{(R_1 + \underline{Z}_k) \left(R_1 + R_2 + \frac{\underline{Z}_x \underline{Z}_g}{\underline{Z}_x + \underline{Z}_g} \right) - R_1^2} \cdot \frac{\underline{Z}_x}{\underline{Z}_x + \underline{Z}_g} \underline{E}_k. \quad (19)$$

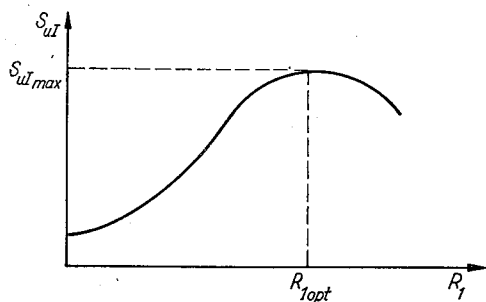
Po podstawieniu $p = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ wyrażenie (19) przyjmie postać

$$S_{ul} = \frac{1}{(R_1 + \underline{Z}_k) \left(\frac{1}{p} + \frac{\underline{Z}_x \underline{Z}_g}{\underline{Z}_x + \underline{Z}_g} \frac{1}{R_1} \right) - R_1} \cdot \frac{\underline{Z}_x}{\underline{Z}_x + \underline{Z}_g} \underline{E}_k. \quad (20)$$

W zależności od doboru rezystancji R_1 , przy stałych pozostałych parametrach równania (20), czułość względna układu zmienia się według wykresu przedstawionego na rys. 2.

Po zróżniczkowaniu wyrażenia (20) i przyrównaniu pochodnej do zera uzyskuje się wzór na optymalną wartość rezystancji R_1 , dla której występuje maksimum względnej czułości układu

$$R_{1\text{opt}} = \sqrt{\frac{\frac{Z_k \frac{Z_x Z_g}{Z_x + Z_g}}{\frac{1}{p} - 1}}}{\quad} \quad (21)$$



Rys. 2. Zależność czułości S_{uI} od wartości rezystancji R_1

4. DOŁADNOŚĆ POMIARU

Wartość mierzonego prądu określa się zgodnie z wzorem (3) zależnością

$$I_x = p I_k. \quad (22)$$

Zatem graniczny błąd systematyczny pomiaru prądu I_x określa wzór

$$|\delta I_x| = |\delta p| + |\delta I_k|, \quad (23)$$

w którym:

δp — błąd przekładni kompensatora prądowego,

δI_k — błąd pomiaru prądu kompensacyjnego I_k .

Błąd pomiaru prądu kompensacyjnego zależy od dokładności zastosowanego komparatora (transfera AC/DC). Na przykład przy zastosowaniu transfera AC/DC firmy FLUKE typu 540B o niedokładności na zakresach prądowych 0,03%, z przyłączonym na wyjściu woltomierzem cyfrowym prądu stałego o niedokładności 0,01%, błąd ten wynosiłby 0,04%. Przy zastosowaniu komparatorów wykonywanych jednostkowo [1...4] błąd ten może wynosić nawet 0,01%.

Błąd przekładni kompensatora prądowego zależy od:

- niedokładności stosunku rezystancji kompensacyjnych,
- wpływu niewiernego odtworzenia przez wzmacniacz kształtu prądu mierzonego w prądzie kompensacyjnym,
- czułości kompensatora,
- wpływu składowej stałej w prądzie kompensacyjnym, wnoszonej przez wzmacniacz,
- wpływu sprzężeń pasożytniczych, szumów i prądów upływnościowych.

4.1. Niedokładność stosunku rezystancji oporników kompensacyjnych

Niedokładność stosunku rezystancji oporników kompensacyjnych przy prądzie przebiegiem zależy od:

- a) niedokładności wyrównania stosunku rezystancji oporników kompensacyjnych $\frac{R_1}{R_1 + R_2}$ (rys. 1) przy prądzie stałym,
- b) wartości stałej czasowej oporników i częstotliwości mierzonego prądu,
- c) wpływu przewodów łączących oporniki kompensacyjne,
- d) rezystancji zestyków i rezystancji izolacji przełącznika zakresów przekładni kompensatora,
- e) rezystancji wejściowej wzmacniacza.

Stosunek rezystancji oporników kompensacyjnych można wyznaczyć przy prądzie stałym na poziomie niedokładności 10^{-6} i wyrównać na poziomie 10^{-5} .

Stała czasowa zawęża pasmo częstotliwości, w którym kompensator może pracować z dużą dokładnością. Jednak w paśmie małych częstotliwości błąd wynikający ze stałej czasowej może być pomijalnie mały. Na przykład w wykonanym modelu, w zakresie do 1500 Hz, stała czasowa powoduje błąd poniżej 10^{-6} [13].

Wzorcowanie układu i wyznaczenie stosunku rezystancji oporników kompensacyjnych należy wykonać razem z wewnętrznymi połączeniami, po zmontowaniu układu kompensatora prądowego.

Przekładnię kompensatora prądowego nastawia się przełącznikiem zmieniając wartość opornika kompensacyjnego R_2 (rys. 1). Wpływ rezystancji zestyków tego przełącznika ujawnia się szczególnie dla największej przekładni kompensatora, tj. gdy R_2 ma najmniejszą wartość. Błąd spowodowany rezystancją zestyków przełącznika można zmniejszyć do wartości pomijalnie małej przez dobór odpowiedniego przełącznika i dobór opornika kompensacyjnego R_2 o dostatecznie dużej wartości.

Rezystancja izolacji przełącznika, na którym zmontowane są oporniki kompensacyjne, boczkuje te oporniki wprowadzając dodatkowy błąd. Błąd ten najbardziej uwidacznia się dla najmniejszej przekładni kompensatora prądowego, tj. gdy opornik kompensacyjny R_2 przyjmie największą wartość rezystancji.

Skończona wartość rezystancji wejściowej wzmacniacza powoduje bocznicowanie opornika kompensacyjnego R'_2 i wpływa na zmianę stosunku rezystancji oporników kompensacyjnych, a zatem i na zmianę przekładni kompensatora prądowego.

Gdyby rezystancja wejściowa wzmacniacza była stała, można by uwzględnić jej wpływ na zmianę przekładni kompensatora prądowego. W rzeczywistości zmienia ona swoją wartość pod wpływem temperatury, napięć zasilających, punktu pracy pierwszego stopnia wzmacniacza itp. W praktyce najwygodniej jest dobrać tak dużą wartość tej rezystancji, aby jej wpływ można pominąć.

4.2. Niewierne odtworzenie przez wzmacniacz kształtu prądu mierzonego w prądzie kompensacyjnym

Mierzony prąd można przedstawić w szeregu Fouriera

$$i_x(t) = \sum_{l=1}^{l=n} I_{ml} \cos(l\omega_1 t + \varphi_l), \quad (24)$$

w którym:

I_{ml} — amplituda l -tej harmonicznej,

ω_1 — pulsacja pierwszej harmonicznej,

t — czas,

φ_l — przesunięcie fazowe l -tej harmonicznej.

Prąd kompensacyjny jest $\frac{1}{p}$ razy większy od prądu mierzonego. Posiada on kształt odwzorowany kształtem prądu mierzonego, jednak to odwzorowanie obarczone jest pewnymi błędami amplitudowymi ΔI_{ml} i fazowymi $\Delta \varphi_l$. Jego przebieg czasowy określa wyrażenie

$$i_k(t) = \frac{1}{p} \sum_{l=1}^{l=n} (I_{ml} + \Delta I_{ml}) \cos(l\omega_1 t + \varphi_l + \Delta \varphi_l). \quad (25)$$

Wartości skuteczne prądu mierzonego i kompensacyjnego wynoszą

$$I_x = \sqrt{\sum_{l=1}^{l=n} I_l^2} = I_1 \sqrt{1 + \sum_{l=2}^{l=n} \left(\frac{I_l}{I_1}\right)^2}, \quad (26)$$

$$I_k = \frac{1}{p} \sqrt{\sum_{l=1}^{l=n} (I_l + \Delta I_l)^2} = \frac{1}{p} (I_1 + \Delta I_1) \sqrt{1 + \sum_{l=2}^{l=n} \left(\frac{I_l + \Delta I_l}{I_1 + \Delta I_1}\right)^2}, \quad (27)$$

gdzie:

I_l — wartość skuteczna l -tej harmonicznej,

ΔI_l — błąd bezwzględny odtworzenia wartości skutecznej l -tej harmonicznej,

l — liczba naturalna,

I_1 — wartość skuteczna pierwszej harmonicznej,

ΔI_1 — błąd bezwzględny odtworzenia wartości skutecznej pierwszej harmonicznej.

Stosując selektywny wskaźnik zera czuły na pierwszą harmoniczną, błąd odtworzenia tej harmonicznej określony jest czułością wskaźnika zera i może być pominięty. Wówczas

$$I_k = \frac{1}{p} I_1 \sqrt{1 + \sum_{l=2}^{l=n} \left(\frac{I_l + \Delta I_l}{I_1}\right)^2}. \quad (28)$$

Pozostałe harmoniczne nie są w pełni skompensowane, gdyż mierzony prąd i prąd kompensacyjny różnią się nieznacznie kształtami. Ta różnica kształtów spowodowana jest

dotatkowymi zniekształceniami prądu kompensacyjnego wprowadzonymi przez wzmacniacz i elementy reaktancyjne w obwodzie prądu kompensacyjnego.

Błąd pomiaru prądu I_x , powstały na skutek niewiernego odtworzenia kształtu krzywej prądu I_x , definiuje wzór

$$\delta I_{x0} = \frac{pI_k - I_x}{I_x} = p \frac{I_k}{I_x} - 1. \quad (29)$$

Podstawiając wyrażenia (26) i (28) do wzoru (29) otrzymuje się

$$\delta I_{x0} = \sqrt{\frac{1 + \sum_{l=2}^{l=n} \left(\frac{I_l + \Delta I_l}{I_1} \right)^2}{1 + \sum_{l=2}^{l=n} \left(\frac{I_l}{I_1} \right)^2}} - 1. \quad (30)$$

Po wprowadzeniu oznaczeń

$$\zeta = \sum_{l=2}^{l=n} \left(\frac{I_l + \Delta I_l}{I_1} \right)^2$$

oraz

$$\xi = \sum_{l=2}^{l=n} \left(\frac{I_l}{I_1} \right)^2$$

wzór (30) przyjmie postać

$$\delta I_{x0} = \sqrt{\frac{1 + \zeta}{1 + \xi}} - 1. \quad (31)$$

Jeżeli $\zeta \ll 1$ i $\xi \ll 1$, wzór (31) można zapisać w postaci

$$\delta I_{x0} = \frac{\zeta - \xi}{2}. \quad (32)$$

Podstawiając do wzoru (32) wyrażenia za ζ i ξ otrzymuje się

$$\delta I_{x0} = \frac{1}{I_1^2} \sum_{l=2}^{l=n} I_l^2 \frac{\Delta I_l}{I_l} + \frac{1}{2} \frac{\sum_{l=2}^{l=n} \Delta I_l^2}{I_1^2}. \quad (33)$$

We wzorze (33) $\frac{\Delta I_l}{I_l}$ oznacza względny błąd modułowy odtworzenia l -tej harmonicznej, gdy występuje kompensacja pierwszej harmonicznej.

Wzmacniacz można rozpatrywać jako źródło harmonicznych sumujących się z harmonicznymi mierzonego prądu. Gdyby przesunięcia fazowe harmonicznych były równe zeru, odpowiednie harmoniczne dodawałyby się algebraicznie. Wówczas błąd bezwzględny odtworzenia l -tej harmonicznej byłby równy l -tej harmonicznej wnoszonej przez wzmacniacz

i elementy korekcji przesunięć fazowych prądu kompensacyjnego. Stąd

$$\frac{\sum_{l=2}^{l=n} \Delta I_l^2}{I_1^2} \leq w^2, \quad (34)$$

gdzie w — współczynnik zniekształceń nieliniowych, wnoszonych przez wzmacniacz i elementy do korekcji przesunięć fazowych prądu kompensacyjnego.

Nachylenie wzmocnienia prądowego wzmacniacza w funkcji pulsacji określa wyrażenie

$$k_i(\omega) = \frac{I_{wyj}(\omega)}{U_{wej}(\omega)}, \quad (35)$$

gdzie:

$I_{wyj}(\omega)$ — prąd wyjściowy wzmacniacza,

$U_{wej}(\omega)$ — napięcie wejściowe wzmacniacza.

Bezwzględna nieliniowość nachylenia wzmocnienia prądowego określa wzór

$$\Delta k_i(\omega) = \frac{\Delta I_{wyj}(\omega)}{U_{wej}(\omega)}, \quad (36)$$

a względną nieliniowość nachylenia wzmocnienia prądowego wyraża zależność

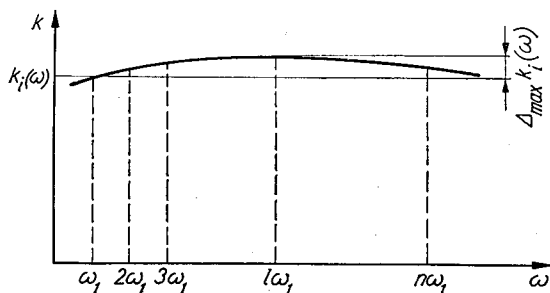
$$\delta k_i(\omega) = \frac{\Delta k_i(\omega)}{k_i(\omega)} = \frac{\Delta I_{wyj}(\omega)}{I_{wyj}(\omega)}. \quad (37)$$

Prąd wyjściowy wzmacniacza jest prądem kompensacyjnym, zatem

$$\delta k_i(\omega) = \frac{\Delta I_{wyj}(\omega)}{I_{wyj}(\omega)} = \frac{\Delta I_l}{I_l}. \quad (38)$$

Zależność nachylenia wzmocnienia prądowego wzmacniacza w funkcji pulsacji przedstawia wykres na rys. 3. Na skutek zniekształceń nieliniowych wzmacniacza wykresy nachylenia wzmocnienia prądowego w funkcji częstotliwości będą się nieznacznie różniły dla różnych wartości napięcia wyjściowego wzmacniacza.

Dla uproszczenia założono graniczny przypadek, że wszystkie harmoniczne są przeno-



Rys. 3. Zależność nachylenia wzmocnienia prądowego wzmacniacza w funkcji pulsacji

szone z jednakowym względnym błędem maksymalnym

$$\delta_{\max} k_i(\omega) = \frac{\Delta_{\max} k_i(\omega)}{k_i(\omega)} = \frac{\Delta_{\max} I_l}{I_l}, \quad (39)$$

gdzie $k_i(\omega)$ — nachylenie wzmocnienia prądowego wzmacniacza.

Podstawiając we wzorze (33)

$$\frac{1}{I_1^2} \sum_{i=2}^{l=n} I_i^2 = h^2, \quad (40)$$

gdzie h — współczynnik zawartości wyższych harmonicznych w mierzonym prądzie, oraz uwzględniając zależności (39) i (40) otrzymuje się ostatecznie zależność

$$\delta I_{x0} \leq h^2 \delta_{\max} k_i(\omega) + \frac{1}{2} w^2. \quad (41)$$

Wzór (41) określa wpływ wierności odtworzenia przez wzmacniacz kształtu prądu mierzonego w prądzie kompensacyjnym na błąd pomiaru wartości skutecznej prądu I_x .

4.3. Składowa stała w prądzie kompensacyjnym wnoszona przez wzmacniacz

Za pomocą komparatora (transfera AC/DC), reagującego na wartość skuteczną prądu, mierzy się prąd kompensacyjny łącznie z jego składową stałą. Wystąpienie składowej stałej w prądzie kompensacyjnym, gdy nie występuje w prądzie mierzonym, powoduje błąd pomiaru.

W dobrze skonstruowanym wzmacniaczu składowa stała może mieć pomijalnie mały wpływ na dokładność pomiaru.

4.4. Niestałość nachylenia wzmocnienia prądowego wzmacniacza w zależności od mierzonego prądu

Niestałość nachylenia wzmocnienia prądowego wzmacniacza w zależności od mierzonego prądu nie wpływa bezpośrednio na dokładność pomiaru, lecz bardzo utrudnia proces równoważenia układu. Dlatego nachylenie wzmocnienia prądowego wzmacniacza w zależności od mierzonego prądu powinno być stałe na czas niezbędny do wykonania pomiaru.

Niestałość tego nachylenia zależy od:

- a) stałości wzmocnienia wzmacniacza,
- b) stałości impedancji w obwodzie prądu kompensacyjnego.

Stałość wzmocnienia wzmacniacza można zapewnić stosując silne ujemne sprzężenie zwrotne i zasilacz o dużej stabilności. Natomiast stałość impedancji w obwodzie prądu kompensacyjnego można zapewnić stosując odpowiednie zestyki w połączeniach tego obwodu. Wpływ zestyków przełączników opornika regulacyjnego R_r (rys. 1) można wyeliminować stosując dekadę typu White'a.

4.5. Przesunięcia fazowe między prądem mierzonym a prądem kompensacyjnym

Przesunięcia te uniemożliwiają doprowadzenie kompensatora do pełnej równowagi. Brak korekcji przesunięcia fazowego powoduje obniżenie czułości kompensatora, zwiększając zarazem błąd pobudliwości. Dlatego w układzie przedstawionym na rys. 1 stosuje się układ korekcji przesunięć fazowych dla harmonicznych podstawowych. Układ ten tworzą opornik R i kondensator C włączone w obwód prądu kompensacyjnego.

4.6. Inne źródła błędów

Błędy spowodowane sprzężeniami pasożytniczymi, szumami i prądami upływnościowymi, w pomiarach prądów powyżej kilku mikroamperów i prądzie kompensacyjnym powyżej kilku miliamperów, w zakresie małych częstotliwości do około 1000 Hz, można przez odpowiednie zabiegi konstrukcyjne sprowadzić do wartości pomijalnie małych.

5. WYKONANIE I WYNIKI BADAŃ KOMPENSATORA

Autor wykonał model kompensatora prądowego oraz przeprowadził badania wszystkich czynników wpływających na dokładność pomiaru. Model ten ma następujące ważniejsze parametry techniczne:

— zakres mierzzonego prądu	$20 \mu\text{A} \div 20 \text{ mA}$,
— zakres częstotliwości	$50 \div 400 \text{ Hz}$,
— przekładnie kompensatora	$10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$
— niedokładność przekładni	$0,01\%$,
— wartość prądu kompensacyjnego	$20 \div 200 \text{ mA}$,
— zasilanie	$220 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$.

Kompensator ten stosowany jest w przemyśle aparatury pomiarowej do wzorcowania i sprawdzania produkowanych w kraju kalibratorów.

Ważniejsze końcowe wyniki badań zestawiono w tablicy 1. Z tablicy tej wynika, że zasadniczy wpływ na dokładność przekładni kompensatora ma błąd wyrównania stosunku rezystancji oporników kompensacyjnych dla prądu stałego oraz błąd od niewiernego odwzorowania przez wzmacniacz kształtu prądu mierzzonego w prądzie kompensacyjnym, który rośnie ze wzrostem zniekształceń mierzzonego prądu.

W najbardziej niekorzystnych warunkach, tj. dla $p = 10^{-3}$ i $f = 50 \text{ Hz}$, graniczny błąd przekładni kompensatora nie przekracza $8,5 \cdot 10^{-5}$ dla zniekształceń mierzzonego prądu $h = 2,8\%$ oraz $1,1 \cdot 10^{-4}$ dla $h = 14\%$.

6. WNIOSKI

Odwzorowanie za pośrednictwem wzmacniacza kształtu prądu mierzzonego w prądzie kompensacyjnym znacznie zmniejsza błędy kompensatora prądowego i umożliwia jego pracę w przypadku zniekształconego prądu mierzzonego, w zakresie częstotliwości uwarun-

Tablica 1

Wyniki badań wykonanego kompensatora

Lp.	Przyczyna błędu	Wartość błędu	U w a g i
1	Niedokładność wyrównania stosunku rezystancji oporników kompensacyjnych przy prądzie stałym	$5 \cdot 10^{-6}$ $28 \cdot 10^{-6}$ $63 \cdot 10^{-6}$	dla $p = 10^{-1}$ dla $p = 10^{-2}$ dla $p = 10^{-3}$
2	Stała czasowa oporników	$8,4 \cdot 10^{-8}$	przy $f = 400$ Hz
3	Rezystancja zestyku przełącznika przekładni	$9,3 \cdot 10^{-6}$	przy $p = 10^{-1}$
4	Rezystancja izolacji	$5,6 \cdot 10^{-6}$	przy $p = 10^{-3}$
5	Rezystancja wejściowa wzmacniacza	$6,2 \cdot 10^{-6}$	przy $p = 10^{-3}$
6	Niewierne odtworzenie przez wzmacniacz kształtu prądu mierzonego w prądzie kompensacyjnym	$1,2 \cdot 10^{-6}$ $3 \cdot 10^{-5}$	dla $h = 2,8\%$ i $f = 50$ Hz dla $h = 14\%$ i $f = 50$ Hz
7	Składowa stała wnoszona przez wzmacniacz	$1 \cdot 10^{-6}$	przy $I_x = 20 \mu A$
8	Szumy i przydźwięk sieci	$3 \cdot 10^{-6}$	przy $p = 10^{-3}$
9	Nieczułość kompensatora	$5 \cdot 10^{-6}$	przy wskaźniku zera o stałej 10^{-6} V/dz

kowanym głównie pasmem przenoszenia wzmacniacza i stałą czasową oporników kompensacyjnych. Kompensator oparty na tej zasadzie, w połączeniu z precyzyjnym komparatorem, może służyć do bardzo dokładnych pomiarów małych wartości skutecznych prądu przemiennego, bez poboru energii z mierzonego źródła.

Dokładność pomiaru prądu zaproponowanym kompensatorem zależy od dokładności przekładni kompensatora i dokładności komparatora. W zakresie małych częstotliwości błąd przekładni kompensatora może być mniejszy od błędu komparatora lub z nim porównywalny. Błąd przekładni wykonanego modelu kompensatora nie przekracza 0,01%, dla prądu o zniekształceniach poniżej 10%, zawierającego nie więcej niż 20 harmoniczných:

Autor pragnie podziękować Panu Profesorowi Jarosławowi Kuryłowiczowi za inspirowanie tematu, zapoznanie się z rękopisem i poczynienie szeregu cennych uwag.

LITERATURA

1. F. L. Hermach, *Thermal Converters as AC-DC Transfer Standards for Current and Voltage Measurements at Audio Frequencies*, National Bureau of Standards, Vol. 48, 1952, nr 2.
2. F. L. Hermach, E. S. Williams, *Thermal Converters for Audio-Frequency Voltage Measurements of High Accuracy*, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-15, December 1966, nr 4, s. 260—268.
3. M. S. Veksler, M. V. Pórov, *Točnye izmerenija veličin peremennogo toka s iskažennoj formoj krivoj v širokom diapazone častot*, Sb. nauč. tr. Ivanov, énerg. in-ta 1972, vyp. 23, s. 74—77.
4. S. Iwamoto, H. Hirayoma, *AC/DC Thermal Converters of the ETL*, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-23, December 1974, nr 4, s. 326—329.
5. F. Arnold, *Gemeinsame Signalflusstheorie des Übertragungs und Fehlerverhaltens der Messverstärker — Grundtypen*, ATM, Z 631—8/9, 1968, nr 1/2.
6. W. Kaiser, *Elektrische Präzisions-Wechselstrom-Messverstärker*, Elektronik, 1957, nr 7, z. 11.
7. G. Fritze, H. Klausche, *Wechselstromverstärker für Präzisionsmessungen*, Siemens-Zeitschrift, 1955, nr 9, z. 10.
8. H. Kalusche, *Präzisions-Wechselstromverstärker*, ATM, Z 631—7, 1964, nr 3.
9. R. Gotszalk, Z. Nawrocki, *Przekładniki elektroniczne i urządzenia do ich wzorcowania*, Pomiary Automatyka Kontrola, 1974, nr 12.
10. W. Geyger, *Wechselstrom-Kompensatoren. Messschaltungen mit Strom-Überlagerung*, ATM, J 94—11, 1937, nr 9.
11. D. Turzeniecka, *O możliwościach zastosowania mostkowego kompensatora prądowego w układach prądu przemiennego*, Zeszyt Naukowy VIII Międzyuczelnianej Narady Metrologów, Łódź 1973.
12. M. Lisowski, *Kompensator prądowy o częstotliwości 50 Hz*, Prace Naukowe Inst. Metrol. Elektr. Politechniki Wrocławskiej, 1976, nr 12.
13. M. Lisowski, *Metoda kompensacji prądu. Analiza metrologiczna pomiaru prądu przemiennego malej częstotliwości*, Praca doktorska, Inst. Metrol. Elektr. Politechniki Wrocławskiej, 1975.
14. M. Lisowski, *Kompensator prądowy*, Patent tymczasowy PRL, 1974, nr 85826.
15. L. Merz, *Theorie der selbstkompensierten Gleichstromverstärker mit direkt wirkender mechanischer Steuerung*, Archiv für Elektrotechnik, 1937, z. 1, s. 1—23.

M. LISOWSKI

CURRENT COMPENSATING METHOD ALLOWING PRECISE MEASUREMENTS OF ROOT MEAN SQUARE I.f. CURRENT VALUES

Summary

In this paper a new method allowing precise measurement of a.c. root mean square current value is described. In this method both measured and compensating currents have nearly the same shape. The identical shape of both currents is obtained by image-conversion in a measured current shape-forming amplifier.

A metrological analysis of a I.f. current precise potentiometer is described, too. The analysis deals with the influence of value and frequency change of the measured current on the measuring accuracy, sensitivity and accuracy of the potentiometer itself.

Metrological properties of such a potentiometer are given. If the potentiometer is coupled to an a.c./d.c. comparator it would allow precise measurements of a.c. currents in the range between $20 \mu\text{A} \div 20 \text{ mA}$ at frequencies between $50 \div 400 \text{ Hz}$.

The ratio of the measured to the compensating current is established within 0,01%. The potentiometer presented makes it possible to enlarge the comparator measuring range one thousand times downward.

M. LISOWSKI

MÉTHODE COMPENSATOIRE PERMETTANT DE MESURER AVEC PRÉCISION DE FAIBLES VALEURS EFFICACES DU COURANT ALTERNATIF À BASSE FRÉQUENCE

Résumé

L'article présente une nouvelle méthode de compensation du courant qui permet de mesurer avec précision les faibles valeurs efficaces d'intensité du courant alternatif à basse fréquence, sans avoir recours à une prise de courant de la source mesurée. Pratiquement, le courant mesuré et le courant de compensation possèdent, dans ce procédé, la même forme. Cette identité de forme, des deux courants en question, est obtenue en reproduisant, à l'aide d'un amplificateur, la forme du courant alternatif dans le courant compensatoire.

On a procédé aussi à l'analyse métrologique du système d'un potentiomètre de précision à basse fréquence. On a étudié l'influence des variations de l'intensité et des fréquences du courant alternatif sur le comportement du système et sur la sensibilité et la précision de mesure. Naturellement, les résultats et les paramètres obtenus au cours de l'étude et concernant le potentiomètre spécialement construit et étudié sont présentés.

À l'aide d'un comparateur du courant continu et alternatif, ce potentiomètre permet de mesurer avec une grande précision le courant à fréquence de 50 à 400 Hz dans les limites entre 20 μA et 20 mA. La relation entre le courant mesuré et le courant compensatoire a été défini avec inexactitude de 0,01%. Le potentiomètre construit pour cette recherche permet d'élargir mille fois environ vers le bas le domaine de mesure des comparateurs utilisés.

M. LISOWSKI

METHODE DER STROMKOMPENSATION FÜR FEINMESSUNG DER KLEINEN EFFEKTIVWERTE DES NIEDERFREQUENTEN WECHSELSTROMES

Zusammenfassung

In dem Artikel wird eine neue Methode der Stromkompensation beschrieben, die eine Feinmessung, des Effektivwertes der Wechselstromstärke ohne Energieentnahme aus der gemessenen Quelle ermöglicht. Bei dieser Methode besitzt der gemessene und der kompensierte Strom praktisch die gleiche Form. Die Übereinstimmung der Formen beider Ströme wird durch Abbildung mittels eines Verstärkers der Form des gemessenen Stromes im Kompensationsstrom erreicht.

Der Artikel enthält auch eine metrologische Analyse des Präzisions-Kompensators für niederfrequente Wechselströme. Er behandelt den Einfluß der Werte- und der Frequenzänderungen des gemessenen Stromes auf das Verhalten der Anordnung sowie auf die Empfindlichkeit und die Meßgenauigkeit.

Eigenschaften und Prüfergebnisse werden angeführt. In Zusammenarbeit mit einem den Gleichstrom mit dem Wechselstrom vergleichenden Komparator ermöglicht dieser Kompensator sehr genaue Strommessungen von 20 μA bis 20 mA im Frequenzbereich von 50 bis 400 Hz. Das Verhältnis des gemessenen Stromes zum Kompensationsstrom ist mit einer Ungenauigkeit von 0,01% bestimmt worden. Dieser Kompensator ermöglicht eine 1000-fache Erweiterung der Untergrenze des Komparatorbereiches.

М. ЛИСОВСКИ

МЕТОД КОМПЕНСАЦИИ ТОКА ДЛЯ ТОЧНОГО ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ
ЭФФЕКТИВНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА НИЗКОЙ ЧАСТОТЫ

Р е з ю м е

В труде приведен новый метод компенсации переменного тока низкой частоты. Этот метод обеспечивает измерение эффективного значения силы переменного тока без потребления энергии от измеряемого источника. Форма кривой компенсационного и измеряемого токов практически одинаковы. Это требование обеспечивается с помощью усилителя.

Далее приведен метрологический анализ описываемого компенсатора тока низкой частоты. Рассмотрено влияние изменений частоты и значения измеряемого тока на равновесие компенсатора и влияние их на чувствительность и погрешности измерения. Приведены основные параметры и результаты испытания для сравнения компенсатора.

Компаратор для сравнения постоянного тока с переменным присоединенный к описываемому компенсатору, обеспечивает точные измерения силы переменного тока значения $20 \text{ мкА} \div 20 \text{ мА}$ частотой $50 \div 400 \text{ Гц}$. Отношение измеряемого и компенсационного токов определено с погрешностью $0,01\%$. Представленный компенсатор изменяет нижний предел применения компараторов в 10^3 раз.

Niektóre aspekty nadmiernego zużycia powierzchni ślizgowych kolektorów maszyn elektrycznych

ZBIGNIEW MUSZAŁSKI (GDAŃSK)

Instytut Elektrotechniki Morskiej i Przemysłowej Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 13.9.1976

Wykazano, że *frittingi* i pyły ceramiczne w bardzo małym stopniu wpływają na wzrost zużycia powierzchni ślizgowych kolektorów (*K*) (komutatorów i pierścieni ślizgowych). Zasadniczą przyczyną bruzdkowania jest skrawanie przez wtłoczone w pory szczotki roztopione wskutek przewodzenia plazmowego cząstki metalu kolektora. W tym przypadku iskrzenie może być wizualnie niedostrzegalne, a efekty mogą być znacznie silniejsze niż przy iskrzeniu dostrzegalnym. Zwiększenie trwałości (*K*) można uzyskać przez taki dobór materiałów, aby temperatura wrzenia kadody była zbliżona do temperatury topnienia anody. Zmniejszenie prawdopodobieństwa osadzenia metalu na powierzchniach ślizgowych szczotek można uzyskać przez nacięcia bruzd oraz zmniejszenie wymiaru *t* szczotki. Zwiększenie twardości (*K*) nie daje pewności zwiększenia ich trwałości.

1. WPROWADZENIE

Nadmierne zużycie powierzchni ślizgowych kolektorów było badane przez wielu badaczy, jednak podane przez nich przyczyny są kontrowersyjne i nieprzekonywające. Badania były prowadzone głównie w kierunku ustalenia przyczyn tak zwanego bruzdkowania komutatorów. Badania nad przyczynami nadmiernego zużycia pierścieni ślizgowych prowadzone są dopiero od paru lat i to zaledwie w paru ośrodkach na świecie.

W środowisku eksploataatorów na ile błędnym na tyle popularnym jest określenie „Szczotki są za twarde, zdzierają komutator, pierścień”. Niemniej jednak i wśród konstruktorów istnieją tendencje do zwiększania twardości kolektorów w celu zwiększenia ich trwałości.

Przedmiotem zainteresowania niektórych badaczy jest wpływ gęstości prądu pod szczotką na zjawisko bruzdkowania komutatora. Inagaki [5] opierając się na badaniach eksperymentalnych stwierdza, że maksymalne zużycie komutatora występuje przy gęstości prądu pod szczotką, zawartej w granicach $j = 2 \div 3 \text{ A/cm}^2$. Zdaniem Neukierchena [10] bruzdy powstają na katodowych szczotkach grafitowych, przy obciążeniu prądem $I < 30 \text{ A}$, zaś na szczotkach metalografitowych przy prądzie $I < 80 \text{ A}$ bez względu na ich wymiary. Lenz [6] twierdzi, że każdy gatunek szczotek ma odpowiednie minimum gęstości prądu, poniżej którego zaczyna się nadmierne zużycie pierścieni. Dla szczotek miedziografitowych to minimum wynosi 6% obciążenia ciągłego. Betz [2] zaś twierdzi, że wzrost zużycia szczotek metalografitowych zachodzi przy wzroście prądu do 5 A.

Inaczej do tego zagadnienia podchodzi Stanley [12], jego zdaniem, przyczyną brudzenia powierzchni ślizgowej kolektora jest przesunięcie granicy tarcia z płaszczyzny szczotka-tlenek miedzi, na płaszczyznę tlenek miedzi-miedź.

Prowadzone od szeregu lat w IEMiP PG badania i obserwacje nie potwierdziły tych sugestii [8]. Pewną dozę słuszności wykazują jedynie sugestie Lenza, z zastrzeżeniem, że minimum prądu zależy nie tylko od marki szczotki, ale również w bardzo silnym stopniu od technoklimatu i parametrów technicznych węzła ślizgowego.

Często również sugeruje się, że przyczyną nadmiernego zużycia kolektorów jest zużycie szlifierskie wskutek znacznego stężenia zapylenia technoklimatu. Oczywiście działanie szlifierskie jest jedną z przyczyn ogólnego wzrostu prędkości zużycia powierzchni ślizgowych kolektorów, nie jest ono jednak czynnikiem decydującym.

W przypadku zwiększenia odporności na ścieranie niesłuszne wydaje się żądanie zwiększenia twardości kolektorów. Jak podaje Sawickij [11], prowadzono szereg prac zmierzających w kierunku ustalenia parametrów wpływających na zwiększenie odporności mosiądzu na ścieranie. Stwierdzono, że odporność ta ściślej wiąże się z wartością modułu sprężystości niż z wartością twardości, określaną metodami wciskania

$$V = K \frac{P \lg \Theta}{E}, \quad (1)$$

gdzie: K — współczynnik proporcjonalności, P — nacisk powierzchniowy, V — objętościowa wartość startego materiału, E — moduł sprężystości.

Dla metali czystych technicznie ustalono później zależność między względną odpornością na ścieranie a modułem sprężystości określoną jako

$$\varepsilon = 0,49 \cdot 10^{-4} E^{1,3}. \quad (2)$$

Zwiększenie niezawodności pracy maszyn kolektorowych, czyli zwiększenie trwałości kolektorów, wymaga świadomego, a tym samym i ekonomicznie uzasadnionego optymalnego doboru materiałów. Konieczne jest więc jak najdalej idące poznanie zjawisk zachodzących w przestrzeni międzystykowej zestyku ślizgowego i powiązanie ich z właściwościami materiałów. Badania mechanizmów przewodzenia w zestyku ślizgowym są prowadzone od wielu lat, ale interpretacje wyników różnią się nieraz zasadniczo [8]. Ponadto, interpretacje te nie dają żadnych podstaw do ukierunkowania technologii produkcji materiałów na styki ślizgowe.

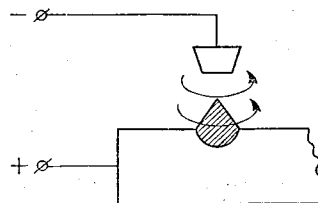
Przyczyną nadmiernego zużycia powierzchni ślizgowej kolektorów mogą być następujące mechanizmy: ścieranie mechaniczne, przebicie cieplne (*fritting*), erozja chemiczna i elektrochemiczna oraz erozja elektroiskrowa.

Zdaniem autora dwa pierwsze mechanizmy nie mają istotnego znaczenia tak długo, dopóki nie doprowadzą do rozwinięcia się mechanizmu erozji elektroiskrowej. Mechanizm erozji chemicznej i elektrochemicznej jest skomplikowany i w bardzo dużym stopniu uzależniony od środowiska. Jednak i on prowadzi zwykle do rozwinięcia się najgroźniejszego z mechanizmów — erozji elektroiskrowej. Mówiąc ogólnie, największym narażeniem jakości pracy zestyku ślizgowego jest przewodzenie plazmowe [7, 8, 9].

2. PRZEWODZENIE W PRZESTRZENI MIĘDZYSTYKOWEJ

Przy pracy współczesnych maszyn elektrycznych na ogół bardzo często dochodzi do utraty bezpośredniego styku między szczotką i kolektorem. Na przykład, jak wykazały badania Jelisiejewa, około 65% działek jest wysuniętych w stosunku do średniej linii profilu komutatora. Na pierścieniach, zwłaszcza silników indukcyjnych, powstają lokalne spłaszczenia spowodowane nierównomiernym ścieraniem. Ścieranie takie może być spowodowane nierównomierną strukturą pierścienia lub synchroniczną zmianą nacisku szczotki. W silnikach wyposażonych w hamulce mogą powstać oparzeliny na powierzchniach ślizgowych kolektorów (wytworzone przez prądy rozruchowe) wskutek zatrzymywania wirnika stale w tym samym położeniu. Zjawisko takie może zaistnieć przy niecentrycznym kole hamulcowym [1], kole pasowym lub lekko zwichrowanej tarczy hamulcowej. Ponadto do utraty styku mogą prowadzić wszelkie zanieczyszczenia środowiska, zarówno płynne jak i stałe.

Znane jest zjawisko powstawania mostków zawierających dwie elektrody, jeżeli odległość między ich najbliższymi punktami nie przekracza $4 \mu\text{m}$. W tłumaczeniu tego efektu ogólnie przyjęty jest mechanizm Holma [4]. Jednak holmowski mechanizm frittingu nie



Rys. 1. Schemat powstawania mostka w szczelinie międzystykowej

wyjaśnia jakie czynniki ograniczają długość mostku do podanej wyżej wartości $4 \mu\text{m}$. Natomiast według [8] mostek wytwarza się wskutek około dziesięciokrotnego wzrostu współczynnika rozszerzalności płynnej cząstki kolektora i wyciśnięcie jej poprzez pole elektromagnetyczne przepływającej strugi prądu. Mechanizm ten zobrazowany jest na rys. 1. Znajdująca się w czaszy roztopiona cząstka metalu tworzy nad linią zerową walec o wysokości

$$\Delta h = \frac{3d^2 + h_t^2}{6d^2} \alpha \Delta T h_t. \quad (3)$$

Powstały w ten sposób walec pole elektromagnetyczne przekształca w stożek o tej samej objętości, czyli

$$\frac{1}{3} \pi \frac{d^2}{4} h = \frac{d^2}{4} \pi \Delta h, \quad (4)$$

gdzie: Δh — wysokość walca ponad czaszą, d — średnica czaszy, h_t — głębokość czaszy, α — współczynnik rozszerzalności płynnej cząstki zawartej w czaszy, ΔT — różnica temperatury cząstki płynnej i temperatury jej topnienia, h — wysokość stożka, czyli długość mostka.

Ponadto zarówno rozkład średnic jak i głębokości stopienia, w funkcji długości szczeliny między elektrodami, są zbliżone do krzywej Gaussa. Te właśnie czynniki ograniczają długość mostka do 4 μm .

Badania prowadzone na celowo zanieczyszczanym różnymi substancjami płynnymi kolektorze [8] wykazały, że przy szczotkach elektrografitowych mostki powstają tylko pod szczotkami spolaryzowanymi katodowo. Następstwem tego zjawiska jest mała zmienność spadku napięcia na rezystancji przejścia szczotek spolaryzowanych katodowo, która nie przekracza 30% oraz bardzo duża, osiągająca 400%, na szczotkach spolaryzowanych anodowo. Natomiast efektem tego zjawiska jest wysoki stopień uczulenia szczotek spolaryzowanych anodowo, na wszelkie zanieczyszczenia powierzchni ślizgowej kolektora. Przy pracy równoległej kilku szczotek prowadzi to do nierównomiernego rozplywu prądów.

Należy jednak zwrócić uwagę, że przyczyną zmian rozplywu prądów może być również wzrost rezystancji przejścia między linką a korpusem szczotki. Badania w tym kierunku były prowadzone w Výzkumný a Vývojový Ústav Elektrických Strojů Točivých-Brno i wykazały, że wzrost rezystancji dla niektórych szczotek może następować stosunkowo szybko, a wartość końcowa może kilkunastokrotnie przekroczyć wartość początkową.

W chwili gdy długość szczeliny przekroczy wartość 4 μm następuje przewodzenie plazmowe. W czasie przewodzenia plazmowego elektrodom przekazywana jest energia [8, 13], której składowe może opisać czterema mechanizmami (decydujące znaczenie mają jednak dwa mechanizmy): bombardowanie elektronami stopy anody

$$W_e = \left(U_A + \frac{eU_w}{e} \right) \int_0^{\tau_i} I(\tau) d\tau \quad (5)$$

oraz wyhamowanie głowni rozżarzonych par i gazów, którą w przybliżeniu można określić przez

$$W_g = K' v_g \left[\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) T_g - T_h \right]; \quad (6)$$

symbole wzorów (5) i (6) są opisane w [9]. Energia W_e może dość znacznie różnić się w zależności od rodzaju kolektora. Czas trwania impulsu prądowego τ_i na pierścieniu ślizgowym jest ograniczony przede wszystkim częstotliwościami drgań szczotki, przy których traci ona kontakt z kolektorem, natomiast na komutatorze zarówno częstotliwością drgań szczotki jak i czasem trwania komutacji. W wyrażeniu tym współczynnik proporcjonalności K' jest w zasadzie funkcją prądu i czasu działania głowni τ_g , który również w pewnym stopniu związany jest z częstotliwością drgań szczotki i okresem komutacji.

W czasie przewodzenia plazmowego kanał wyładowczy rozszerza się przechodząc w pęcherz. Ciśnienie na krawędzi pęcherza może osiągnąć znaczne wartości (w zależności od środowiska nawet do 10^7N/m^2), istnieją zatem obiektywne warunki zarówno dla przewodzenia łukowego jak i iskrowego. Wskutek inercji środowiska pęcherz powiększa swoją objętość jeszcze przez pewien czas po zaniku impulsu [13], skutkiem czego ciśnienie wewnętrzne gwałtownie spada, powodując powtórne wrznięcie roztopionej cząstki anody i wyrzucenie jej w przestrzeń międzystykową. W maszynach elektrycznych, zwłaszcza komutatorowych, dekompresja pęcherza może następować również w czasie trwania impulsu. Sprzyjają temu drgania i porowatość szczotek oraz na komutatorach bruzdy między wylinkami.

3. CZYNNIKI DZIAŁAJĄCE NA ZWIĘKSZENIE PRĘDKOŚCI ZUŻYCIA POWIERZCHNI ŚLIZGOWYCH KOLEKTORÓW

Jednym z czynników wpływających na zużycie powierzchni kolektora są frittingi. Już samo powstawanie mostków jest pewnym ubytkiem materiału kolektora. Ubytek ten wzrasta wskutek wykruszania się mostków i spowodowanego tym wzrostu zużycia szlifierskiego. Zużycie to jest jednak praktycznie pomijalnie małe. Przy przewodzeniu plazmowym gęstości prądu są bardzo duże, rzędu 10^6 A/cm² według Zołotycha [13] lub 10^8 A/cm² według Dzierzbickiego [3]; w prądnicach unipolarnych ze „szczotkami” plynmetalowymi stosowane bywają gęstości $4 \cdot 10^4$ A/cm².

Widać stąd, że prąd w mostku może osiągać gęstości rzędu 10^5 A/cm², a być może i wyższe. Tak więc objętość materiału mostka jest bardzo mała. Z mostka tego wykrusza się zwykle tylko część wierzchołkowa, której wymiary są w granicach klasy chropowatości powierzchni ślizgowych. Mostek nie wiąże się mechanicznie z powierzchnią ślizgową szczotki, w wyniku więc ruchu wirowego kolektora oraz drgań szczotki szybko jest usuwany z przestrzeni międzystykowej.

Poważne zastrzeżenia wzbudza również pogląd Stanleya na przyczyny bruzdkowania kolektorów. Tlenki miedzi odstają od podłoża w temperaturze około 800 K, taki poziom temperatury mogą osiągać tylko bardzo małe powierzchnie lokalne, ponadto grubość warstwy tlenku jest rzędu 0,1 μm, zaś wymiary powierzchniowe rzędu 10 μm. Prawdopodobieństwo wbicia się takiego ziarna w powierzchnię ślizgową szczotki i następnie skrawania kolektora, praktycznie nie istnieje. Nieprawdopodobne jest również, aby współczynnik tarcia między stale drgającą szczotką a taką cząstką był większy niż między cząstką a skrawaną powierzchnią kolektora. Tak więc takie cząstki mogą tylko w niewielkim stopniu zwiększyć właściwości szlifierskie zestyku.

Podobne zjawiska zachodzą w atmosferze silnie zapyłonej pyłami ceramicznymi o zianości do 4 μm. Pyły te zwykle nie wiążą się mechanicznie ze szczotkami, a wskutek drgań szczotki i ruchu obrotowego wirnika szybko są usuwane z przestrzeni międzystykowej. Co prawda ziarna o średnicy do 0,5 μm pod wpływem pola elektrostatycznego mogą przenikać w głąb powierzchni ślizgowych i przez pewien czas wzmacniać ich właściwości ściernie, jednak nie ma to poważniejszego wpływu na trwałość kolektorów.

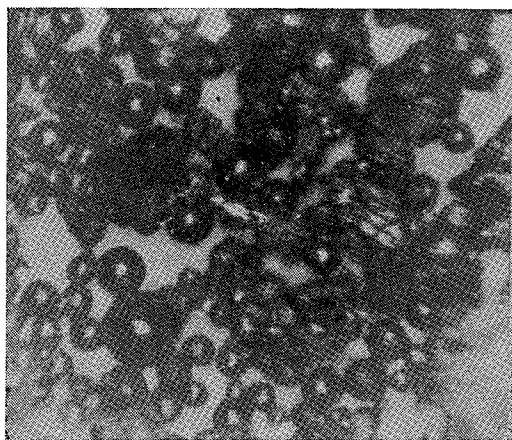
Znacznie poważniejszym czynnikiem wpływającym na wzrost prędkości zużycia powierzchni ślizgowych kolektorów jest przewodzenie plazmowe. Energia przekazywana elektrodom w procesie przewodzenia plazmowego jest proporcjonalna m.in. do czasu trwania impulsu. Jak wspomniano wyżej, czas trwania impulsu na kolektorach pierścieniowych jest ograniczony czasem trwania utraty styku, przy którym długość szczeliny przekracza 4 μm. Natomiast na komutatorze długość impulsu jest ograniczona dodatkowo okresem komutacji. Wynika stąd, że dla takich samych wymuszeń zewnętrznych większy ubytek materiału wystąpi na pierścieniu niż na komutatorze.

Jeżeli częstotliwość drgań szczotki jest stosunkowo niewielka a amplituda stosunkowo duża, wówczas cząstki roztopionego metalu są wyrzucane z przestrzeni międzystykowej w postaci kulek (rys. 2) i czasami wałeczków. W takim przypadku, przy intensywnym iskrzeniu powierzchnia ślizgowa kolektora wygląda jak młoteczkowana (rys. 3). W przypadku jednak, gdy cząstka nie zdąży opuścić przestrzeni międzystykowej i nie zdąży stwar-

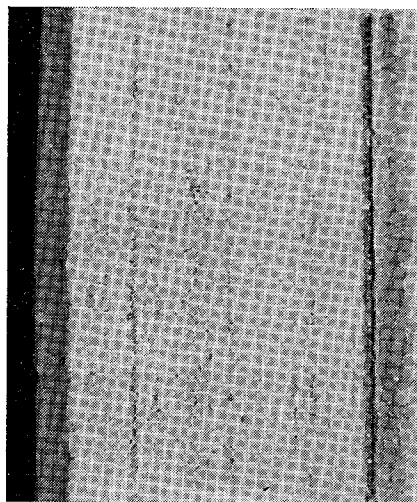
dnież przed opadnięciem szczotki, zostaje częściowo wtłoczona w pory powierzchni ślizgowej szczotki. Taka utleniona wprasowana cząstka skrawa kolektor (rys. 4) powodując jego bruzdkowanie.

Uogólniając można powiedzieć, że stopień narażenia osadami miedzi na powierzchni ślizgowej szczotki spolaryzowanej katodowo wzrasta w miarę wzrostu porowatości szczotki, częstotliwości drgań i czasu przebywania cząstki w przestrzeni międzystykowej oraz zbliżania się amplitudy drgań do wartości średnicy roztopionych cząstek metalu, czyli dla warunków:

$$\frac{S_s}{S_{sr}} > 1; \quad \tau_k > \tau_i + \tau; \quad f_s > \tau^{-1} \quad \text{ i } \quad A_s < \frac{d}{\cos \omega \tau}, \quad (7)$$



Rys. 2. Kuliste i walcowe formy zużycia kolektora powstałe w wyniku przewodzenia plazmowego (powiększenie $\beta = 300$)



Rys. 3. Wycinek powierzchni ślizgowej kolektora uszkodzony wskutek silnego iskrzenia szczotki (powiększenie $\beta = 5$)



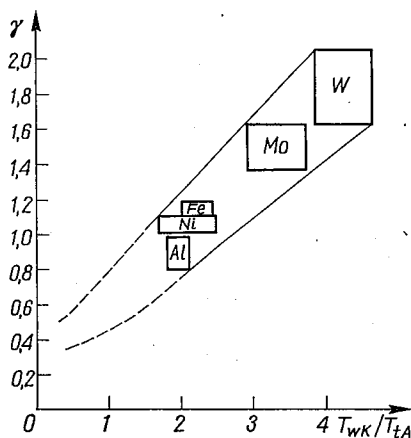
Rys. 4. Produkty zużycia kolektora powstałe w wyniku skrawania (wióry) powierzchni ślizgowej (powiększenie $\beta = 300$)

przy czym: S_s — obliczeniowa powierzchnia ślizgowa szczotki, S_{sr} — rzeczywista powierzchnia ślizgowa szczotki, τ_k — czas przebywania cząstki w przestrzeni międzystykowej lub teoretyczny czas komutacji, τ_i i τ — odpowiednio czas trwania impulsu i czas ochłodzenia cząstki, f_s — częstotliwość drgań szczotki, d — średnica roztopionej cząstki, A_s — amplituda drgań szczotki.

W przypadku spełnienia warunków (7) iskrzenie może być wizualnie niedostrzegalne. Ubytek materiału kolektora może być w tych warunkach stosunkowo duży, ponieważ cząstka osadzona na powierzchni ślizgowej szczotki tak długo skrawa kolektor, dopóki nie zostanie usunięta. Objętość (V_2) ubytku materiału kolektora, wskutek skrawania przez jedną cząstkę osadzoną na powierzchni ślizgowej szczotki ma się w przybliżeniu tak do objętości (V_1) takiej cząstki wyrzuconej z przestrzeni międzystykowej, jak średnica kolektora (D_K) do średnicy cząstki (d), tj.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{D_K}{2d} \quad (8)$$

współczynnik 2 wynika z uproszczonego założenia, że wskutek drgań szczotki, skrawanie trwa przez połowę obrotu kolektora [8]. Wartość V_2 jest proporcjonalna m.in. do d^2 , ta zaś zależy od energii przekazanej kolektorowi w czasie przewodzenia plazmowego. Energia



Rys. 5. Stosunkowa wartość ubytku miedzianej anody w funkcji stosunku temperatury wrzenia katody wykonanej z różnych metali — do temperatury topnienia miedzianej anody

przekazywana przez bombardowanie elektronów (5) jest uzależniona od anodowego spadku napięcia $U_A = 5 \div 10$ V i pracy wyjścia elektronu. Anodowy spadek napięcia w dużym stopniu zależy od temperatury i w zasadzie nie ma większej możliwości wywierania wpływu na tę wartość. Natomiast praca wyjścia $eU_w = 3,96 \div 4,36$ eV dla węgla, 4,48 eV dla czystej miedzi, 2,05 eV dla miedzi utlenionej i np. 1,81 eV dla cuzu. Przez odpowiedni dobór materiałów można więc energię bombardowania zmniejszyć o 20 ÷ 35% przy niezmienionych pozostałych parametrach. Od większej liczby czynników [9] zależy energia przekazywana przez głównię rozżarzonych par i gazów (6). Bardzo poważne znaczenie ma w tym przypadku stosunek temperatury wrzenia katody do temperatury topnienia anody.

Na rys. 5 przedstawiono stosunkową wartość ubytku miedzianej anody w funkcji stosunku temperatury wrzenia katody wykonanej z wolframu (W), molibdenu (Mo), żelaza (Fe), niklu (Ni) i glinu (Al) do temperatury topnienia miedzianej anody ($T_{cu} =$

= 1353 K). Wartość γ jest odniesiona do ubytku przy katodzie miedzianej. Wysokość prostokątów wynika z badań prowadzonych przy energii impulsów o wartościach 0,5; 1; 2 i 3 J, natomiast ich szerokość z różnych wartości temperatury wrzenia podawanej w różnych źródłach. Jeżeli w uzupełnieniu wykresu na rys. 5 uwzględni się, że praca wyjścia elektronu, np. dla wolframu, ma wartość $4,52 \div 4,54$ eV, dla molibdenu $4,20 \div 4,30$ eV a dla niklu $4,83 \div 5,02$ eV, wówczas wyraźnie ujawnia się dominujący wpływ stosunku temperatur katody i anody T_{wK}/T_{tA} na elektroerozję anody.

Analiza według wyrażenia (6), energii przekazywanej miedzianemu kolektorowi przez głównie wykazuje, że spolaryzowany anodowo kolektor otrzymuje energię od spolaryzowanej katodowo szczotki elektrografitowej $W_{gACu/KC} = K' 6,6 \cdot 10^6$; kolektor spolaryzowany katodowo otrzymuje w tych warunkach energię $W_{gKCu/AC} = K' 0,94 \cdot 10^6$; w przypadku szczotek metalografitowych spolaryzowany anodowo kolektor otrzymuje energię $W_{gACu/KCu} = K' 3,72 \cdot 10^6$, natomiast kolektor spolaryzowany katodowo otrzymuje w tych warunkach energię $W_{gKCu/ACu} = K' 0,67 \cdot 10^6$. Powyższe wyniki wyjaśniają przyczynę znacznie mniejszej elektroerozji kolektorów współpracujących ze szczotkami spolaryzowanymi anodowo.

Znane jest również małe zużycie kolektorów wykonanych z materiałów elektrografitowych przy współpracy ze szczotkami elektrografitowymi. Otóż w tych warunkach energia przekazana kolektorowi spolaryzowanemu anodowo jest proporcjonalna do $W_{gAC/KC} = K' 0,6 \cdot 10^6$, zaś przy polaryzacji katodowej $W_{gKC/AC} = K' 0,18 \cdot 10^6$.

Powyższa analiza, aczkolwiek z konieczności bardzo uproszczona, dobrze odzwierciedla znane zjawiska uszkodzenia powierzchni ślizgowych kolektorów maszyn elektrycznych.

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Zasadniczą przyczyną bruzdkowania powierzchni ślizgowej kolektorów jest skrawanie przez utlenione, a uprzednio przegrzane i wtłoczone w pory powierzchni ślizgowych szczotek, cząstki metalu kolektora. Przegrzany metal osadza się na szczotkach wskutek przewodzenia plazmowego, przy spełnionych warunkach (7). W tym przypadku iskrzenie może być niedostrzegalne wizualnie, a efekty mogą być znacznie silniejsze niż przy iskrzeniu wizualnie dostrzegalnym.

Jeżeli przyjąć, że przy optymalnej chropowatości powierzchni ślizgowej nierówności są rzędu $1,5 \mu\text{m}$ oraz, że skrawające ziarno wgłębia się na około $0,33 d$, to wynika stąd, że dla jakości powierzchni groźne są cząstki o średnicy $d > 5 \mu\text{m}$. Do wytworzenia takiej cząstki skrawającej konieczna jest pewna porcja energii. Wartość tej energii różni się w zależności od warunków technicznych (7) oraz od właściwości materiałów zastosowanych w zestyku. Prawdopodobnie nieuwzględnienie tych właśnie czynników jest zasadniczą przyczyną tak daleko posuniętych rozbieżności między poglądami Betza, Inagaki, Neukirchena i Lenza.

W świetle powyższych rozważań widać, że w celu zmniejszenia zużycia kolektorów, a tym samym zwiększenia niezawodności pracy maszyn, wskazane jest stosowanie materiałów o dużym module sprężystości E oraz o możliwie zbliżonej temperaturze wrzenia katody T_{wK} do temperatury topnienia anody T_{tA} . Nie wydaje się słuszne stosowanie materia-

łów o wysokim stopniu twardości, gdyż materiały te są zwykle kruche, a tym samym uczulone na naprężenia wytworzone działaniem fali termicznej [8].

Nieodzowne jest również stałe utrzymanie właściwego profilu kolektora. Profil kolektora powinien zapobiegać powstawaniu (między szczotką i kolektorem) szczeliny przekraczającej wartość 4 μm . Celowi temu sprzyja również odpowiedni dobór oprawek szczotkowych oraz wymiarów szczotek, tak aby nie były spełnione warunki (7). Pozytywną rolę spełniają również nacięcia bruzd spiralnych na kolektorach. Bruzdy takie m.in. wzmagają dekompresję pęcherzy, a to z kolei sprzyja przesunięciu w obszar bruzd, znajdujących się w pęcherzu, roztopionych cząstek metalu i usunięcia ich z przestrzeni międzystykowej. Zmniejsza się więc prawdopodobieństwo wtłoczenia przegrzanego metalu w pory szczotki. Wskazane jest również stosowanie większej liczby szczotek o mniejszych przekrojach. Zwłaszcza wymiar t szczotki powinien być możliwie mały, $10 \div 15$ mm, zaś odległość między sąsiednimi krawędziami jednobiegunowych szczotek (szczotek dzielonych) pracujących na tej samej ścieżce powinna być większa od $5 \div 10$ mm.

LITERATURA

1. K. Aerts, J. Wawrykiewicz, *Badanie pracy zestyku ślizgowego silników asynchronicznych zainstalowanych na żurawicach masowych w Porcie w Gdyni*, Praca dyplomowa, P.G.
2. D. Betz, *Relationship between contract resistance and wear in sliding contacts*, IEEE Trans. Parts. Hybrids, an Packag, 1974, 10, nr 1.
3. St. Dzierzbicki, *Prace badawcze z dziedziny łuku elektrycznego prowadzone w Politechnice Łódzkiej w latach od 1968 do 1975*, Przegląd Elektrotechniczny, 1976, nr 2.
4. R. Holm, *Electric contacts*, Springer, Berlin 1958.
5. Inagaki Dziumnej, Ito Kijasi, *Badanie procesu wypalania miedzi i zużycia komutatorów maszyn prądu stałego*, Toshiba Rev., 1962, Nr 12.
6. R. Lenz, G. Ostermay, K. Wagner, *Über das Bürstenproblem auf Schleifringen von geschlossenen Drehstrom — Asynchronmotoren der Schutzart 1 P 44*, Freiberg. Forschungsh., 1970 A, Nr 472.
7. Z. Muszalski, *Analiza zużycia elementów węzła szczotkowego w oparciu o teorię kolekcji plazmowej*, Zesz. Nauk. P.G. Elektryka, Nr 226.
8. Z. Muszalski, *Weryfikacja struktury produktów zużycia zestyku ślizgowego maszyn elektrycznych na tle klasycznych i nowoczesnych teorii komutacji*, Praca doktorska, Politechnika Gdańska, 1974.
9. Z. Muszalski, *Niektóre aspekty nadmiernej prędkości zużycia szczotek w maszynach elektrycznych*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1977, z. 3.
10. J. Neukirchen, *Mulden, Bänder und Reifen als typische Verschleissformen der Stromwender und schleifings el. Maschinen*, Aus dem Prüffeld der Ringsdorf — Werke, 1954, Nr 1.
11. K. W. Sawickij, Ju. F. Małysziew, *Soprotiwlenije obraziwnomu iznasziwaniju i modul uprugosti termiczieskiej obrabonnoj latuni*, I.W.U.Z. „Fizika”, 1961, Nr 3.
12. I. W. Stanley, *The effect of surface temperature on the friction of electrographite on copper*, Brit. Jour. Appl. Phys., Z. 17, 1966.
13. B. N. Zołoty ch in., w zb. *Problemy elektriczieskoj obrabotki materialow*, AN SSSR 1962 oraz w zb. *Fiziczieskiye osnovy elektriczieskoj obrabotki materialow*, Nauka, Moskwa 1966.

Z. MUSZALSKI

CERTAIN ASPECTS OF EXCESSIVE WEAR OF COLLECTOR SLIDING SURFACES IN ELECTRICAL MACHINES

S u m m a r y

It has been shown that fritting and ceramical dust do not influence wear increase of collector (K) sliding surfaces (commutators and slip rings) appreciably.

Grooving is primarily caused by cutting due to metal collector particles, melted as a result of plasma conduction, embedded in brush pores.

In this case sparking does not have to be visually noticeable but the effect may be considerably greater than in the case of noticeable sparking. A durability increase (K) can be obtained through selecting materials so as to have the cathode boiling point close to the anode melting point. A reduction of the likelihood of metal settling on the brush sliding surface can be obtained through notching the grooves and through reduction of brush size t . An increase of hardness does not ensure an increase of durability.

Z. MUSZALSKI

QUELQUES ASPECTS DE L'USURE EXCESSIVE DES SURFACES GLISSANTES DES COLLECTEURS DES MACHINES ÉLECTRIQUES

R é s u m é

L'auteur montre que le fritting et les poudres céramiques ont une influence minime sur augmentation de l'usure des surfaces glissantes des collecteurs (K) (commutateurs et bagues collectrices). Les particules de cuivre du collecteur, fondues à cause de conductance plasmatique et fourrées dans les fentes des balais, coupent la surface du collecteur. Ce processus constitue la principale cause d'une usure excessive. Le scintillement donc peut être invisible et ses effets peuvent être beaucoup plus forts que ceux causés par le scintillement visible.

On peut obtenir une augmentation de durabilité (K) par un choix propre des matériaux. La température d'ébullition de cathode doit être proche de celle de fusibilité d'anode. On peut obtenir une diminution de probabilité que le cuivre se mette sur les surfaces glissantes des balais en taillant des fentes et en diminuant la dimension t des balais. Par contre, une augmentation de la dureté (K) n'est pas un remède sûr contre l'usure excessive.

Z. MUSZALSKI

EINIGE HINWEISE BETREFFS ÜBERMÄßIGEN VERSCHLEIßES VON KOLLEKTORGLEITFLÄCHEN IN ELEKTRISCHEN MASCHINEN

Z u s a m m e n f a s s u n g

Es wurde gezeigt, daß das *fritting* und die keramischen Staubkörner in einem sehr geringen Maße den Verschleißanstieg von Kollektorgleitflächen (K) (d.h. Kommutatoren und Gleitringen) beeinflusst. Die Hauptursache für die Rillenbildung ist die Zerspanung der durch die Plasmaleitung in die Poren der geschmolzenen Bürsten eingepreßten Metallteile des Kollektors.

In diesem Fall ist die Funkenbildung für das Auge unsichtbar, jedoch kann die Auswirkung bedeutend stärker sein, als bei sichtbarer Funkenbildung. Eine Verlängerung der Lebensdauer der Kollektorgleitflächen (K) kann durch solch eine Material-zusammenstellung erreicht werden, daß die Siedetemperatur der Ka-

thode ungefähr der Schmelztemperatur der Anode entspricht. Die Verringerung der Wahrscheinlichkeit des Absetzens von Metall an den Bürstengleitflächen kann durch „Rillenspannung“ oder durch Verringerung der Bürstengrößen (t) gewonnen werden. Die härtere Gestaltung der K -Flächen bietet keine Gewißheit, ob dadurch die Lebensdauer verlängert wird.

3. МУШАЛЬСКИ

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ЧРЕЗМЕРНОГО ИЗНАШИВАНИЯ СКОЛЬЗЯЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ КОЛЛЕКТОРОВ И КОЛЕЦ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Резюме

Обнаружено, что фриттинг и керамическая пыль в очень малой степени влияют на увеличение изнашивания поверхностей коллекторов и колец (KK). Основной причиной рельефа является срезывание через втолкнутое в трещины щетки расплавленные, из-за плазмовой проводимости, частицы металла KK . В этом случае искрение может быть невидимым, а эффекты заметно больше, чем при наблюдательном искрении. Увеличение продолжительности работы KK можно получить путем такого подбора материалов, чтобы температура кипения катода была близкой температуре плавления анода. Уменьшение вероятности осаждения металла на скользящих поверхностях щеток можно получить применяя резьбу борозд, а также уменьшая размер t -щеток. Увеличение твердости KK не обеспечивает уменьшения его износа.

Pulsacja prądu twornika zasilanego z tyrystorowych układów prostownikowych z komutacją sztuczną

LESZEK FRĄCKOWIAK (POZNAŃ)

Instytut Elektrotechniki Przemysłowej Politechniki Poznańskiej

Otrzymano 20.10.1976

Przedstawiono uproszczoną metodę wyznaczania współczynnika pulsacji prądu twornika na podstawie przebiegu napięcia zasilającego silnik. Wykonano obliczenia współczynnika pulsacji prądu twornika dla częściej stosowanych tyrystorowych układów prostownikowych z komutacją sztuczną. Porównano wyniki dla układów z komutacją sztuczną i komutacją sieciową tyrystorów.

1. WSTĘP

Na tle szybkiego wzrostu zastosowań tyrystorowych układów napędowych prądu stałego, w tym także układów dużych mocy, istotnego znaczenia gospodarczego nabiera problem zmniejszenia poboru mocy biernej oraz ograniczenia odkształceń napięcia w sieciach zasilających. Duże perspektywy rozwojowe posiadają pod tym względem układy ze sztuczną komutacją tyrystorów, realizujące obustronne, symetryczne „obcinanie” sinusoidy napięcia zasilającego (symetryczne wyłączanie) [4]. Konstruowane są one z tyrystorów jednokierunkowych wyposażonych w układy wyłączające.

Z punktu widzenia przebiegu procesów elektromagnetycznych w silniku napędowym podstawowe znaczenie posiada wartość pulsacji napięcia zasilającego silnik. Warunek minimalnej pulsacji napięcia wyjściowego przekształtnika bywa często kryterium nadrzędnym, szczególnie w układach napędowych o szerokim zakresie regulacji prędkości obrotowej. Ze wzrostem pulsacji napięcia rośnie bowiem pulsacja prądu twornika (w silniku szeregowym wzrasta również pulsacja strumienia biegunów głównych), co m.in. obniża współczynnik wykorzystania mocy silnika oraz utrudnia warunki jego komutacji. Pulsację prądu twornika można zmniejszyć na drodze zwiększenia indukcyjności obwodu (włączenie dławika), jednak pogarsza to właściwości dynamiczne układu oraz zwiększa koszt urządzenia. Dlatego podstawowym sposobem ograniczenia pulsacji prądu twornika winien być racjonalny wybór układu przekształtnika dla postulowanego zakresu zmian prędkości obrotowej silnika napędowego.

W pracy przedstawiono uproszczoną metodę wyznaczania współczynnika pulsacji prądu twornika na podstawie przebiegu napięcia zasilającego silnik. W oparciu o zaproponowaną metodę wykonano obliczenia współczynnika pulsacji prądu twornika w funkcji wartości średniej napięcia zasilającego dla kilku częściej stosowanych tyrystorowych układów prostownikowych z komutacją sztuczną i symetrycznym wyłączaniem. Graficznie

przedstawione wyniki porównano z odpowiednimi wynikami uzyskanymi w [2] dla układów z komutacją sieciową bez diody rozładowującej i z diodą rozładowującą.

Stosowane oznaczenia

- e — SEM silnika
- f, f_v — częstotliwość pulsacji; napięcia wyprostowanego, v -tej harmonicznej napięcia wyprostowanego
- i_t, i_{tmax}, i_{tmin} — prąd twornika: wartość chwilowa, wartość maksymalna, wartość minimalna
- i_{tv} — wartość chwilowa v -tej harmonicznej prądu twornika
- i_D — wartość chwilowa prądu diody rozładowującej
- i_T — wartość chwilowa prądu tyrystora
- I_{ot}, I_{tn} — prąd twornika; wartość średnia, wartość skuteczna znamionowa
- K_o — współczynnik obciążenia prądowego silnika
- L_s, L_u, L_z — indukcyjność; silnika, układu prostownikowego, zastępcza obwodu
- p — liczba pulsów układu prostownikowego
- q_t, q_{tn} — współczynnik pulsacji prądu twornika; wartość, wartość dla znamionowego obciążenia silnika
- R_n, R_s, R_u, R_z — rezystancja; znamionowa silnika, silnika, układu prostownikowego, zastępcza obwodu
- S — parametr układu prostownikowego
- t — czas
- u, U_m, U_o, U_{om} — napięcie wyprostowane; wartość chwilowa, wartość maksymalna, wartość średnia, maksymalna wartość średnia
- ΔU_D — spadek napięcia na rezystancji diody w kierunku przewodzenia
- ΔU_T — spadek napięcia na rezystancji tyrystora w kierunku przewodzenia
- $\alpha_z, \alpha_{z1}, \alpha_{z2}$ — kąt załączania tyrystora liczony od punktu komutacji naturalnej; wartość, dolna granica sterowności układu, górna granica sterowności układu
- α_w — kąt wyłączenia tyrystora liczony od punktu komutacji naturalnej
- v — rząd harmonicznej
- ω, ω_v — pulsacja; napięcia wyprostowanego, v -tej harmonicznej napięcia wyprostowanego
- ωt — wartość kąta.

Wielkości w jednostkach względnych oznaczono wskaźnikiem „w”.

Wielkości bazowe

U_{om} — wielkość bazowa napięć wyprostowanych

R_n — wielkość bazowa rezystancji.

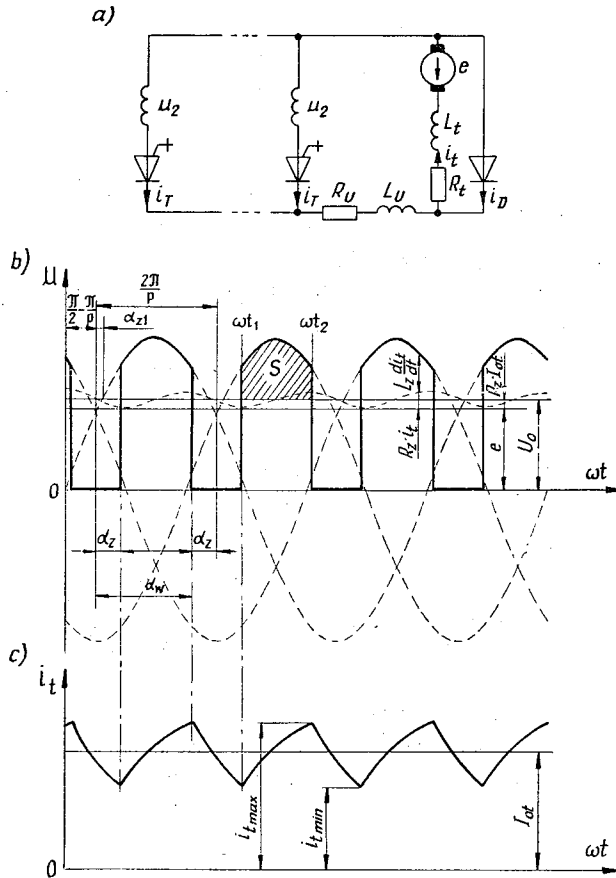
2. WSPÓŁCZYNNIK PULSACJI PRĄDU TWORNIKA

Pulsację prądu charakteryzuje współczynnik pulsacji, którego wartość zależy od liczby pulsów oraz układu połączeń prostownika, kąta załączania tyrystorów, elektromagnetycznej stałej czasowej obwodu prądu wyprostowanego, współczynnika obciążenia silnika

oraz częstotliwości napięcia zasilającego. Zgodnie z definicją według [1], współczynnik pulsacji prądu twornika wyraża się wzorem

$$q_t = \frac{i_{t \max} - i_{t \min}}{2I_{ot}}. \quad (1)$$

Na rys. 1 przedstawiono schemat oraz przebiegi napięcia i prądu twornika zasilanego z p -pulsowego układu prostownikowego ze sztuczną komutacją tyrystorów. Dla uprosz-



Rys. 1. Układ prostownikowy p -pulsowy z wewnętrzną komutacją tyrystorów obciążony silnikiem prądu stałego

a) schemat, b) przebieg napięcia twornika, c) przebieg prądu twornika

czenia pominięto wpływ komutacji zaworów. W ustalonym stanie pracy, równania napięć obwodu mają postać:

— w zakresie przewodzenia tyrystora

$$U_m \sin(\omega t + \alpha_z) = e + \Delta U_T + R_z i_T + \omega L_z \frac{di_T}{d(\omega t)} \quad (2)$$

— słuszne w przedziale

$$\alpha_z \leq \omega t \leq \alpha_w,$$

— w zakresie przewodzenia diody rozładowującej

$$0 = e + \Delta U_D + R_s i_D + \omega L_s \frac{di_D}{d(\omega t)} \quad (3)$$

ślusne w przedziale

$$\alpha_w \leq \omega t \leq \frac{2\pi}{p} + \alpha_z,$$

gdzie

$$0 \leq \alpha_z \leq \frac{\pi}{p},$$

natomiast

$$\alpha_w = \frac{2\pi}{p} - \alpha_z.$$

W analizie przyjęto następujące założenia upraszczające:

- indukcyjność elementów układu jest stała, niezależna od prędkości i prądu twornika,
- SMM reakcji twornika jest skompensowana,
- zawory są elementami idealnymi.

Uwzględniając związek

$$i_t = I_{ot} + \sum_{v=1}^{\infty} i_{tv} \quad (4)$$

wyrażenie (2) przyjmuje postać

$$u = e + R_z \left(I_{ot} + \sum_{v=1}^{\infty} i_{tv} \right) + \omega L_z \frac{d}{d(\omega t)} \sum_{v=1}^{\infty} i_{tv}. \quad (5)$$

Częstotliwość napięcia zasilającego przemysłowe układy prostownikowe wynosi z zasady 50 Hz. Wówczas harmoniczne napięcia i prądu twornika posiadają częstotliwości $f_v = 50 \cdot p \cdot v$ Hz. Można w przybliżeniu przyjąć, że dla częstotliwości tego rzędu spełniony jest warunek

$$\omega L_z \frac{d}{d(\omega t)} \sum_{v=1}^{\infty} i_{tv} \gg R_z \sum_{v=1}^{\infty} i_{tv} \quad (6)$$

i pominąć spadek napięcia wywołany składową przemienną prądu twornika na rezystancji zastępczej obwodu. Uwzględniając ponadto, że

$$U_o = e + I_{ot} \cdot R_z, \quad (7)$$

równanie napięć obwodu przybiera postać:

$$u - U_o = \omega L_z \frac{d}{d(\omega t)} \sum_{v=1}^{\infty} i_{tv}. \quad (8)$$

Prąd twornika (rys. 1c) zmienia wartość w zakresie od $i_{t\min}$ do $i_{t\max}$. Wartość minimalna prądu występuje w chwili ωt_1 odpowiadającej kątowi załączenia tyrystora α_z (gdy $\alpha_z > \alpha_{z1}$) lub kątowi α_{z1} (gdy $\alpha_z < \alpha_{z1}$). Wartość maksymalną osiąga prąd w chwili ωt_2 , odpowiadającej kątowi α_w (gdy $\alpha_w < \alpha_{z2}$) lub kątowi α_{z2} (gdy $\alpha_w > \alpha_{z2}$). Różnicę ekstremalnych wartości prądu twornika otrzymuje się całkując wyrażenie (8) w granicach od ωt_1 do ωt_2 ; otrzymuje się

$$i_{t\max} - i_{t\min} = \frac{1}{\omega L_z} \left[\int_{\omega t_1}^{\omega t_2} u d(\omega t) - U_o(\omega t_2 - \omega t_1) \right]. \quad (9)$$

Wyrażenie w nawiasie kwadratowym oznacza na wykresie $u = f(\omega t)$ pole powierzchni ograniczonej liniami wartości chwilowej oraz wartości średniej napięcia w przedziale od ωt_1 do ωt_2 ; dalej będzie oznaczane przez S (rys. 1b). Wartość S zależy wyłącznie od kąta załączenia tyrystorów i dla dowolnie wybranego układu może być przedstawiona we współrzędnych $S = f(\alpha_z)$.

Aby umożliwić bezpośrednie porównanie układów prostownikowych różnych konstrukcji wygodniej posługiwać się zależnością w jednostkach względnych $S^w = f(U_o^w)$. Jest wówczas

$$S^w = \int_{\omega t_1}^{\omega t_2} u^w d(\omega t) - U_o^w(\omega t_2 - \omega t_1), \quad (10)$$

gdzie:

$$S^w = \frac{S}{U_{om}}; \quad u^w = \frac{u}{U_{om}}; \quad U_o^w = \frac{U_o}{U_{om}}. \quad (11)$$

Wprowadzając wyrażenie (10), wzór na współczynnik pulsacji prądu twornika przyjmuje postać

$$q_t = \frac{S^w}{2K_o \cdot \operatorname{tg} \Theta_z \cdot R_z^w}, \quad (12)$$

gdzie:

$$K_o = \frac{I_{ot}}{I_{tn}}; \quad R_z^w = \frac{R_z}{R_n}; \quad R_n = \frac{U_{om}}{I_{tn}}; \quad \operatorname{tg} \Theta_z = \frac{\omega L_z}{R_z}. \quad (13)$$

Gdy wartość średnia prądu równa jest prądowi znamionowemu silnika, wówczas współczynnik pulsacji wyraża się zależnością

$$q_{tn} = \frac{S^w}{2 \cdot \operatorname{tg} \Theta_z \cdot R_z^w}. \quad (14)$$

Jeżeli z warunków nagrzewania lub komutacji silnika określona jest dopuszczalna wartość współczynnika pulsacji prądu, wówczas — posługując się parametrem S^w — można wyznaczyć wartość elektromagnetycznej stałej czasowej obwodu, a z niej wymaganą indukcyjność zastępczą obwodu

$$L_z = \frac{S^w U_{om}}{2\omega \cdot I_{ot} \cdot q_t}. \quad (15)$$

Parametr S^w , proporcjonalny do współczynnika pulsacji prądu twornika, daje się w prosty sposób wyznaczyć z wykresu przebiegu $u = f(\omega t)$ lub z oscylogramu napięcia twornika.

3. OBLICZANIE WSPÓŁCZYNNIKA PULSACJI PRĄDU W UKŁADACH Z KOMUTACJĄ SZTUCZNĄ

Na podstawie przebiegu $u = f(\omega t)$ z rys. 1b), wartość średnią napięcia wyprostowanego w p -pulsowym tyrystorowym układzie prostownikowym z komutacją sztuczną, wyraża wzór

$$U_o = \frac{p}{\pi} U_m \sin\left(\frac{\pi}{p} - \alpha_z\right). \quad (16)$$

Maksymalna wartość średnia napięcia (dla $\alpha_z = 0$) wynosi

$$U_{om} = \frac{p}{\pi} U_m \sin \frac{\pi}{p}. \quad (17)$$

Po wprowadzeniu zależności (11), (16), (17) i po prostych przekształceniach, wyrażenie (10) przyjmuje ostateczną postać

$$S^w = \frac{\pi}{p \sin \frac{\pi}{p}} (\cos \omega t_1 - \cos \omega t_2) - \frac{\sin\left(\frac{\pi}{p} - \alpha_z\right)}{\sin \frac{\pi}{p}} (\omega t_2 - \omega t_1). \quad (18)$$

Wyrażenie (18) umożliwia wyznaczenie wartości parametru S^w układu prostownikowego ze sztuczną komutacją tyrystorów, o dowolnej liczbie pulsów.

3.1. Tyrystorowy układ prostownikowy 1-fazowy 2-pulsowy

Uproszczone schematy obwodu głównego oraz przebiegi napięcia twornika w zakresie ciągłego przewodzenia prądu, dla kilku różnych wartości kąta załączania tyrystorów, przedstawiono na rys. 2. Podobnie jak na rys. 1, powierzchnia zakreskowana odpowiada wartości parametru S .

Wyrażenie (18) dla tego układu prostownika przyjmuje postać

$$S^w = \frac{\pi}{2} (\cos \omega t_1 - \cos \omega t_2) - \cos \alpha_z (\omega t_2 - \omega t_1). \quad (19)$$

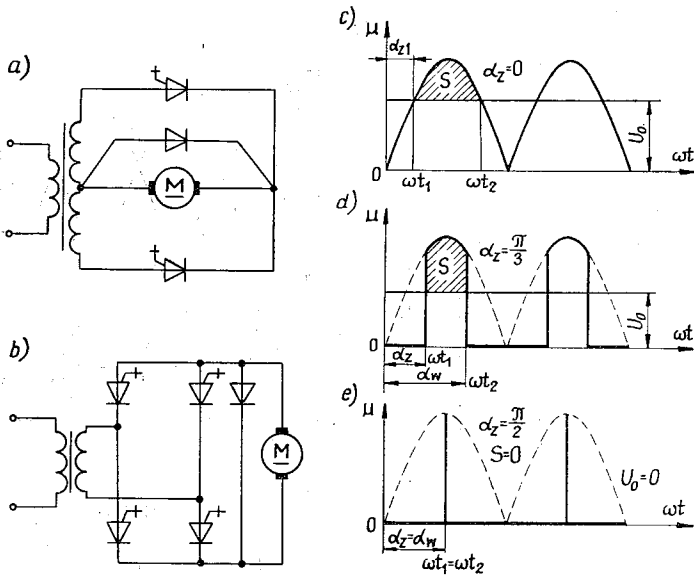
Granice całkowania wynoszą

— dla $0 \leq \alpha_z \leq \alpha_{z1} = \omega t_1$

$$\begin{aligned} \omega t_1 &= \arcsin\left(\frac{2}{\pi} \cos \alpha_z\right), \\ \omega t_2 &= \pi - \arcsin\left(\frac{2}{\pi} \cos \alpha_z\right), \end{aligned} \quad (20)$$

— dla $\omega t_1 \leq \alpha_z \leq \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} \omega t_1 &= \alpha_z, \\ \omega t_2 &= \pi - \alpha_z. \end{aligned} \quad (21)$$



Rys. 2. Schematy a) i b) oraz przebiegi napięcia twornika 1-fazowego 2-pulsowego prostownika tyrystorowego z komutacją sztuczną, c) dla $\alpha_z = 0$, d) dla $\alpha_z = \frac{\pi}{3}$, e) dla $\alpha_z = \frac{\pi}{2}$

Wartości $S^w = f(U_o^w)$ obliczone według (19) z uwzględnieniem (20) i (21) przedstawia charakterystyka $p = 2$ na rys. 5. Obliczenia dla wszystkich układów przeprowadzono dla częstotliwości napięcia zasilającego równej 50 Hz.

3.2. Tyrystorowy układ prostownikowy 3-fazowy 3-pulsowy

Schemat obwodu głównego wraz z przebiegami napięcia twornika w zakresie ciągłego przewodzenia prądu przedstawiono na rys. 3.

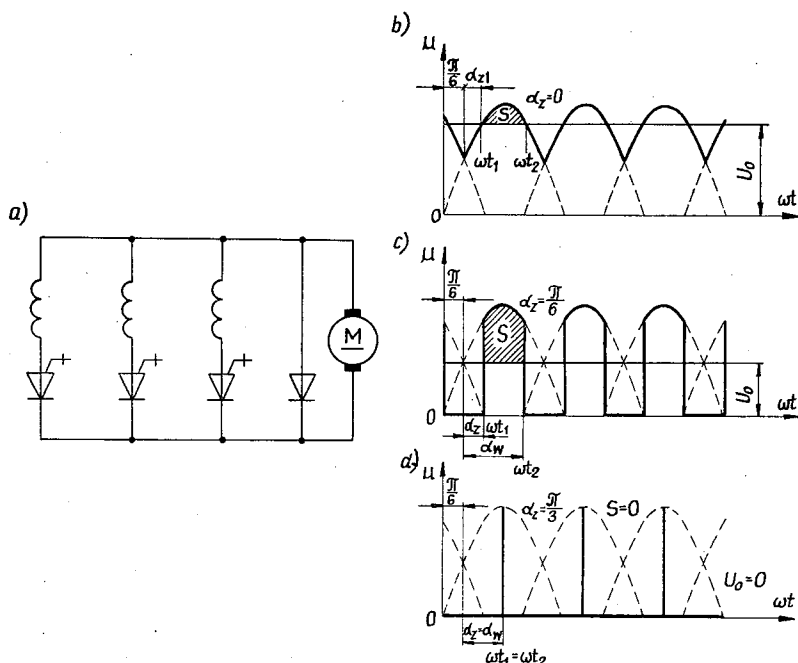
Zgodnie z (18) wyrażenie na parametr S^w w tym przypadku ma postać

$$S^w = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} (\cos \omega t_1 - \cos \omega t_2) - \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha_z \right) (\omega t_2 - \omega t_1). \quad (22)$$

Granicami całkowania są

$$\text{— dla } \frac{\pi}{6} \leq \left(\alpha_z + \frac{\pi}{6} \right) \leq \omega t_1$$

$$\begin{aligned} \omega t_1 &= \arcsin \left[\frac{3}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha_z \right) \right], \\ \omega t_2 &= \pi - \arcsin \left[\frac{3}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha_z \right) \right], \end{aligned} \quad (23)$$



Rys. 3. Schemat a) oraz przebiegi napięcia twornika 3-fazowego 3-pulsowego prostownika tyrystorowego z komutacją sztuczną, b) dla $\alpha_z = 0$, c) dla $\alpha_z = \frac{\pi}{6}$, d) dla $\alpha_z = \frac{\pi}{3}$

$$— \text{ dla } \omega t_1 \leq \left(\alpha_z + \frac{\pi}{6} \right) \leq \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\omega t_1 = \frac{\pi}{6} + \alpha_z, \quad (24)$$

$$\omega t_2 = \pi - \left(\frac{\pi}{6} + \alpha_z \right).$$

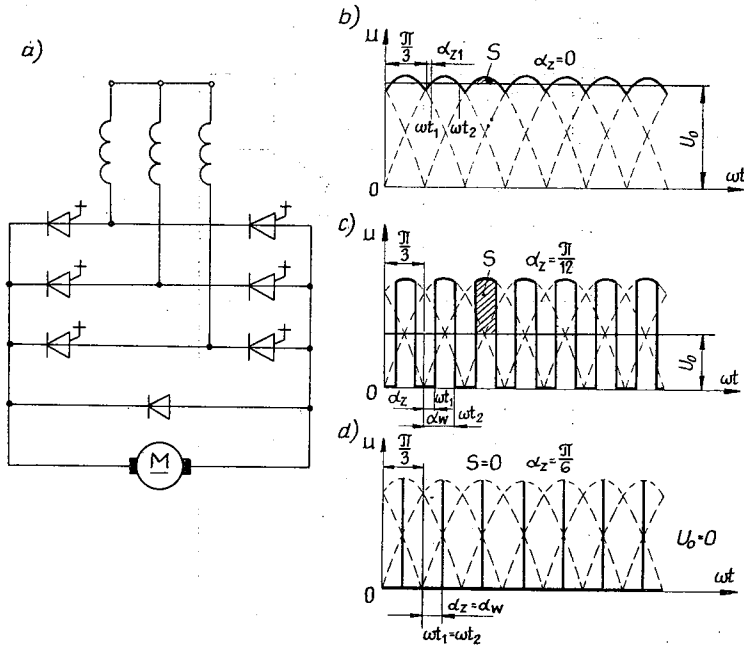
Graficzną ilustracją zależności (22) w granicach określonych wyrażeniami (23) i (24) jest krzywa $p = 3$ na rys. 5.

3.3. Tyrystorowy układ prostownikowy 3-fazowy 6-pulsowy

Schemat obwodu głównego oraz przebiegi napięcia twornika w zakresie ciągłego przewodzenia prądu przedstawiono na rys. 4.

Parametr S^w , zgodnie z (18), wyraża się wzorem

$$S^w = \frac{\pi}{3} (\cos \omega t_1 - \cos \omega t_2) - 2 \sin \left(\frac{\pi}{6} - \alpha_z \right) (\omega t_2 - \omega t_1). \quad (25)$$



Rys. 4. Schemat a) oraz przebiegi napięcia twornika 3-fazowego 6-pulsowego prostownika tyrystorowego

z komutacją sztuczną, b) dla $\alpha_z = 0$, c) dla $\alpha_z = \frac{\pi}{12}$, d) dla $\alpha_z = \frac{\pi}{6}$

Granice całkowania wynoszą

$$- \text{ dla } \frac{\pi}{3} \leq \left(\alpha_z + \frac{\pi}{3} \right) \leq \omega t_1$$

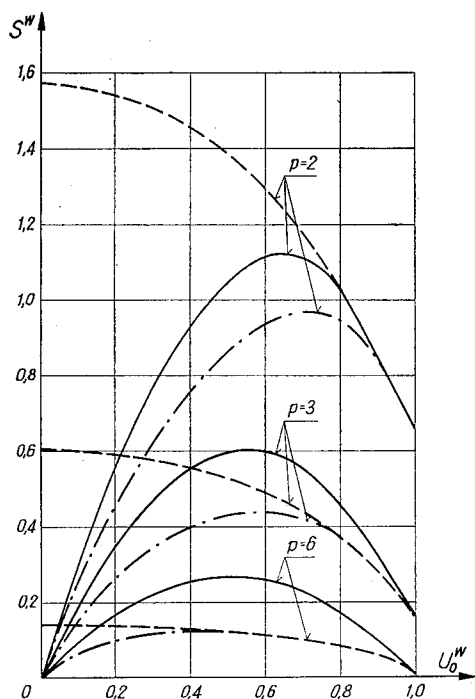
$$\begin{aligned} \omega t_1 &= \arcsin \left[\frac{6}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{6} - \alpha_z \right) \right], \\ \omega t_2 &= \pi - \arcsin \left[\frac{6}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{6} - \alpha_z \right) \right], \end{aligned} \quad (26)$$

$$- \text{ dla } \omega t_1 \leq \left(\alpha_z + \frac{\pi}{3} \right) \leq \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\begin{aligned} \omega t_1 &= \frac{\pi}{3} + \alpha_z, \\ \omega t_2 &= \pi - \left(\frac{\pi}{3} + \alpha_z \right). \end{aligned} \quad (27)$$

Wartości S^w obliczone według (25) z uwzględnieniem (26) i (27) przedstawia krzywa $p = 6$ na rys. 5.

W celach porównawczych na rys. 5 przedstawiono także zależności $S^w = f(U_o^w)$ według [2] dla kilku częściej stosowanych tyrystorowych układów prostownikowych z komutacją sieciową, zarówno bez diody rozładowującej jak i z diodą rozładowującą.



Rys. 5. Przebiegi $S^w = f(U_0^w)$ częściej stosowanych tyrystorowych układów prostownikowych
 --- układy z komutacją sztuczną, ——— układy z komutacją sieciową bez diody rozładowującej, — · — układy z komutacją sieciową z diodą rozładowującą

4. WNIOSKI

Z przeprowadzonych rozważań wynikają następujące wnioski.

1) Tyrystorowe układy prostownikowe z komutacją sztuczną wykazują — w porównaniu z układami z komutacją sieciową bez diody rozładowującej — wyższy współczynnik mocy w całym zakresie regulacji prędkości obrotowej silnika oraz mniejszą pulsację prądu twornika przy prędkościach niższych od $\omega = 0,8 \omega_n$ dla $p = 2$, $\omega = 0,4 \omega_n$ dla $p = 3$ oraz $\omega = 0,15 \omega_n$ dla $p = 6$.

2) Układy z komutacją sztuczną posiadają przewagę także nad układami z diodą rozładowującą, umożliwiając bowiem poprawę współczynnika mocy przy nieznacznym tylko wzroście pulsacji prądu twornika, szczególnie w zakresie niższych prędkości obrotowych.

3) Projektowanie przekształtników tyrystorowych z komutacją sztuczną jest uzasadnione z punktu widzenia poprawy wskaźników energetycznych układu napędowego i winno być brane pod uwagę gdy nie jest wymagana praca falownikowa przekształtnika.

LITERATURA

1. N. A. Alekseeva, G. I. Andreev, Ju. Ja. Morgovskij, *Tiristornye reguliruemye elektroprivody postojannogo toka*, Izdatelstvo Energija, Moskva 1970.
2. L. Frackowiak, *Kryterium oceny prostowników tyrystorowych w układach napędowych prądu stałego*, Zeszyty Naukowe Nr 19, WSI Zielona Góra, 1974.
3. W. Philips, *Berechnung des Oberschwingungsgehaltes von Ankerströmen stromrichter-gespeister Gleichstrommotoren*, ETZ-A, Bd 89 (1968), H.6.
4. V. A. Volkov B. G. Feldman, *Koefficient ispol'zovanija dvigatel'ej postojannogo toka v avtomatizirovannyh sistemach upravlennija tiristornymi elektroprivodami*, Trudy Kaliningrads. techn. in-t ryb. prom-sti i ch-va, vyp. 51, 1973.

L. FRACKOWIAK

CURRENT PULSATION OF THE ARMATURE SUPPLIED
BY THE SCR UNITS WITH ARTIFICIAL COMMUTATION

Summary

A simplified method has been presented of determining the pulsation coefficient of the armature current on the basis of the course of voltage supplying the engine. The pulsation coefficient of the armature current has been counted for the more often used SCR units with artificial commutation. The results have been compared for the units with artificial commutation and with network commutation of SCR.

L. FRACKOWIAK

LES FLUCTUATIONS DU COURANT DE ROTOR ALIMENTÉ
PAR UN REDRESSEUR COMPRENANT DES THYRISTORS
À COMMUTATION ARTIFICIELLE

Résumé

Le coefficient de fluctuation du courant de rotor peut être déterminé d'après une méthode simplifiée, la courbe de tension étant donnée. Le coefficient est calculé pour les redresseurs à thyristors, le plus souvent utilisés. Les résultats obtenus pour les redresseurs à commutation artificielle et à commutation de réseau y sont comparés.

L. FRACKOWIAK

ANKERSTROMPULSATION BEI EINSPEISUNG DURCH THYRISTOREN-
GLEICHRICHTER MIT KÜNSTLICHER KOMMUTATION

Zusammenfassung

Es wird eine vereinfachte Berechnungsmethode für den Pulsfaktor des Ankerstromes aufgrund des Spannungsverlaufes im Einspeisemotor dargestellt. Die Berechnungen des Pulsfaktors wurden für gebräuchliche Thyristorsysteme von Gleichstromrichtern mit künstlicher Kommutation durchgeführt. Man verglich Ergebnisse für Schaltungen mit künstlicher Kommutation der Thyristoren mit denjenigen der Netzkommutation.

Л. ФРОНЦОВЯК

ПУЛЬСАЦИЯ ТОКА ЯКОРЯ ДВИГАТЕЛЯ ПИТАЕМОГО ОТ
ТИРИСТОРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ИСКУССТВЕННОЙ
КОММУТАЦИЕЙ

Р е з ю м е

Представлен упрощенный метод определения коэффициента пульсации тока якоря на основании кривой напряжения питающего двигателя. Произведен расчет коэффициента пульсации тока якоря для различных схем тиристорных преобразователей с искусственной коммутацией. Сравнены результаты расчетов для схем с искусственной коммутацией и схем с естественной коммутацией тириستоров.

Przepływ prądu przez kulę zasilaną symetrycznie

HENRYK GIERASIMOWICZ (WARSZAWA), STANISŁAW JANKOWSKI (WARSZAWA)

Instytut Podstaw Elektroniki Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 13.7.1976

Dla określenia rezystancji substancji ziarnistych konieczna jest znajomość rezystancji przewodzących brył geometrycznych. W pracy zbadano zjawisko przepływu prądu stałego przez symetrycznie zasilaną kulę i określono jej rezystancję.

1. WSTĘP

W wielu zagadnieniach praktycznych konieczna jest znajomość rezystancji substancji ziarnistych. W pierwszym przybliżeniu substancje takie mogą być traktowane jako układy przestrzenne złożone z kul o różnych średnicach. Dlatego też problemem istotnym może być zbadanie zjawiska przepływu prądu przez kulę i określenie jej rezystancji.

Przy przepływie prądu stałego przez bryły gęstość prądu nie jest stała we wszystkich punktach przekroju bryły (inaczej mówiąc nie wszystkie części tego przekroju biorą jednakowy udział w przepływie prądu). Pole elektromagnetyczne, towarzyszące przepływowi prądu stałego przez bryły, noszące nazwę pola przepływowego jest polem potencjalnym stacjonarnym, którego potencjał V spełnia równanie Laplace'a

$$\nabla^2 V = 0.$$

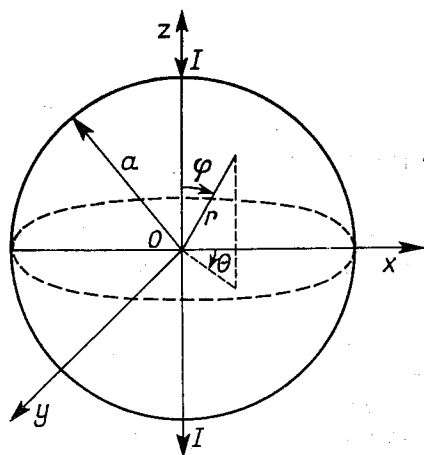
Rozwiązanie zagadnienia przepływu prądu stałego przez bryły sprowadza się do znalezienia rozwiązania równania Laplace'a w całym obszarze bryły, spełniającego jeden z trzech poniżej podanych warunków brzegowych:

- a) dany jest potencjał w każdym punkcie brzegu obszaru ograniczonego,
- b) dana jest pochodna potencjału w kierunku normalnym do brzegu w każdym punkcie brzegu obszaru ograniczonego,
- c) na części brzegu obszaru ograniczonego zadany jest potencjał, na pozostałej zaś części zadana jest pochodna potencjału w kierunku normalnym.

Jeżeli V jest rozwiązaniem równania Laplace'a w całym rozpatrywanym obszarze i spełnia warunki brzegowe na powierzchniach ograniczających ten obszar, to znalezione rozwiązanie jest rozwiązaniem jedynym [2].

2. ROZKŁAD POTENCJAŁU W KULI ZASILANEJ SYMETRYCZNIE

Niech dana będzie jednorodna i izotropowa kula o środku O i promieniu a , wykonana z materiału o przewodności właściwej σ , zasilana symetrycznie prądem stałym o natężeniu I (rys. 1). Jeżeli wprowadzi się układ współrzędnych kulistych r, φ, θ , to zgodnie z rys. 1



Rys. 1. Przewodząca kula zasilana symetrycznie

$$x = r \sin \varphi \cos \Theta,$$

$$y = r \sin \varphi \sin \Theta,$$

$$z = r \cos \varphi.$$

Równanie Laplace'a przyjmuje wówczas postać [2]:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 V}{\partial \Theta^2} = 0.$$

Z uwagi na symetrię względem osi z otrzymuje się:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0. \quad (1)$$

Powyższe równanie może być rozwiązane metodą rozdzielania zmiennych zakładając, że

$$V = R(r)\Phi(\varphi).$$

Wówczas równanie (1) może być zastąpione dwoma równaniami różniczkowymi zwykłymi:

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} - \frac{n(n+1)}{r^2} R = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + \operatorname{ctg} \varphi \frac{d\Phi}{d\varphi} + n(n+1) \Phi = 0, \quad (3)$$

gdzie n jest stałą rozdzielania.

Rozwiązaniem równania (2) są [2]:

$$R = r^{-(n+1)},$$

$$R = r^n,$$

natomiast rozwiązanie równania (3) wyraża się przez funkcje Legendre'a pierwszego i drugiego rodzaju $P_n(\cos \varphi)$ i $Q_n(\cos \varphi)$

$$\Phi = P_n(\cos \varphi),$$

$$\Phi = Q_n(\cos \varphi).$$

Wobec tego rozwiązaniami szczególnymi równania Laplace'a (1) są:

$$V = r^n P_n(\cos \varphi),$$

$$V = r^{-(n+1)} P_n(\cos \varphi),$$

$$V = r^n Q_n(\cos \varphi),$$

$$V = r^{-(n+1)} Q_n(\cos \varphi).$$

Ponieważ zarówno dla $r = 0$ jak i dla $\varphi = 0$ potencjał ma wartość skończoną, należy odrzucić rozwiązania zawierające wykładniki r ze znakiem ujemnym oraz funkcje Legendre'a drugiego rodzaju $Q_n(\cos \varphi)$ pozostaje więc tylko:

$$V = r^n P_n(\cos \varphi).$$

Iloczyn rozwiązania szczególnego i dowolnej stałej jak również dowolna kombinacja liniowa rozwiązań szczególnych jest również rozwiązaniem równania Laplace'a. Wynika stąd, że rozwiązanie może mieć postać:

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \left(\frac{r}{a} \right)^n P_n(\cos \varphi).$$

Ponieważ dla $\varphi = 90^\circ$ potencjał V musi być równy zeru, więc z powyższego szeregu należy usunąć wyrazy parzyste. Wówczas

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} \left(\frac{r}{a} \right)^{2n+1} \cdot P_{2n+1}(\cos \varphi).$$

Współczynnik A_{2n+1} można wyznaczyć z warunków brzegowych [3]:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \sigma \int_0^\delta - \frac{\partial V}{\partial r} 2\pi a^2 \sin \varphi d\varphi = I,$$

$$\left. \frac{\partial V}{\partial r} \right|_{\substack{r=a \\ \varphi > \delta}} = 0.$$

Ostatecznie otrzymuje się:

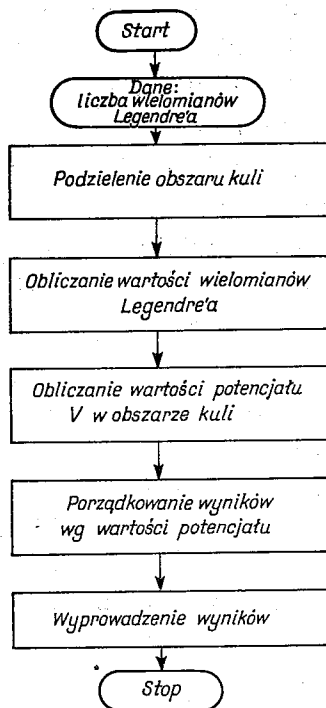
$$V(r, \varphi) = \frac{I}{2\pi a \sigma} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n+3}{2n+1} \left(\frac{r}{a} \right)^{2n+1} \cdot P_{2n+1}(\cos \varphi). \quad (4)$$

Powyższe wyrażenie na potencjał w obszarze kuli jest zbyt złożone, aby mogło posłużyć do analitycznego zbadania rozpyływu prądu. Zadanie to zostało rozwiązane numerycznie. Do zastosowań numerycznych szczególnie dobrze nadaje się rekurencyjna forma wielomianów Legendre'a:

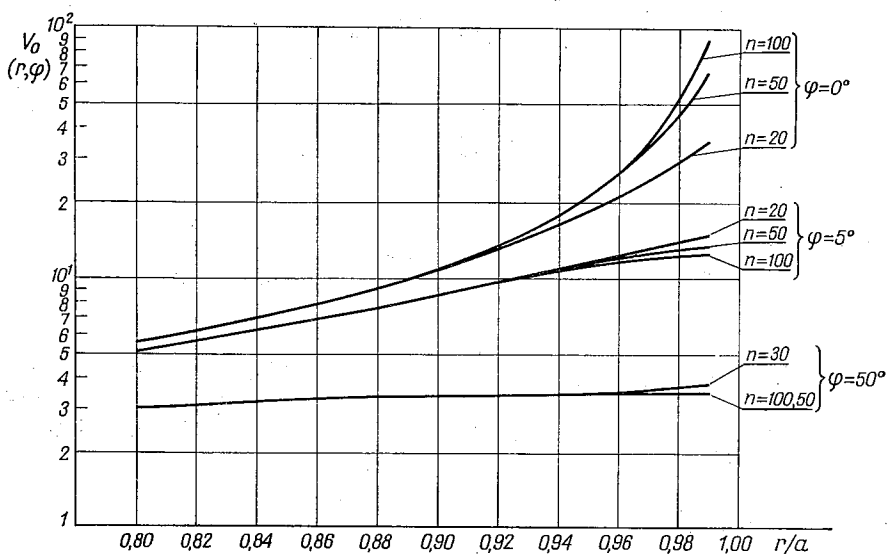
$$P_0(x) = 1,$$

$$P_1(x) = x,$$

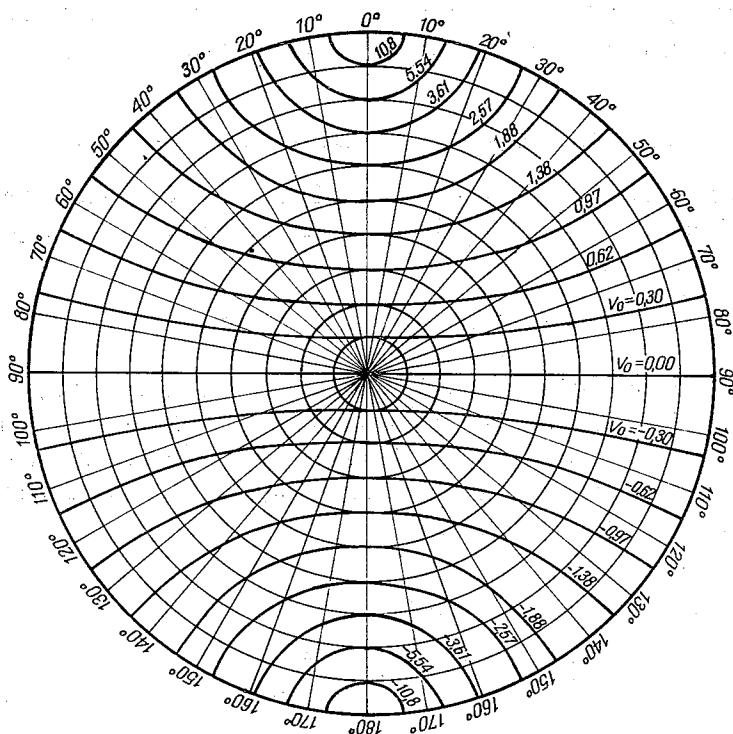
$$P_{k+1}(x) = \frac{2k+1}{k+1} \cdot x \cdot P_k(x) - \frac{k}{k+1} \cdot P_{k-1}(x).$$



Rys. 2. Schemat blokowy programu LEG



Rys. 3. Przebieg zależności $V_0(r, \varphi)$ od stosunku r/a



Rys. 4. Rozkład potencjału w kuli zasilanej symetrycznie

Program maszynowy o nazwie LEG do obliczania potencjału w kuli zasilanej symetrycznie opracowano w języku FORTRAN. Ze względu na symetrię osiową obszaru, obliczenia wykonano dla jednej ćwiartki koła. Ponieważ interesującym wynikiem jest kształt powierzchni ekwipotencjalnych, obliczono wartości funkcji $V_0(r, \varphi)$, proporcjonalnej do potencjału:

$$V_0(r, \varphi) = \sum_{n=0}^k \frac{4n+3}{2n+1} \left(\frac{r}{a}\right)^{2n+1} P_{2n+1}(\cos \varphi). \quad (5)$$

Obszar kuli został podzielony następująco:

- φ w zakresie $0^\circ \div 30^\circ$ co 1° ,
 $30^\circ \div 60^\circ$ co 2° ,
 $60^\circ \div 90^\circ$ co 5° ,
 r/a w zakresie $1 \div 0,8$ co $0,01$,
 $0,8 \div 0,5$ co $0,02$,
 $0,5 \div 0,0$ co $0,05$.

Schemat blokowy programu LEG pokazano na rys. 2.

W celu zbadania zbieżności szeregu (5), obliczenia wykonano dla $k = 20, 50$ i 100 wyrazów szeregu. Jak wynika z rys. 3, na którym przedstawiono zależność V_0 od stosunku r/a dla różnych wartości kąta φ , zbieżność obliczonych wartości potencjału polepsza się

ze wzrostem kąta φ i maleniem stosunku r/a . Przykładowy przebieg powierzchni ekwipotencjalnych $V_o(r, \varphi) = \text{const}$ dla $k = 20$ pokazano na rys. 4.

3. REZYSTANCJA KULI ZASILANEJ SYMETRYCZNIE

Znajomość rozkładu potencjału we wnętrzu kuli pozwala na określenie rezystancji R między dwiema powierzchniami ekwipotencjalnymi przechodzącymi przez punkty o współrzędnych $(r, 0^\circ)$ i $(r, 180^\circ)$

$$R = \frac{2V(r, 0^\circ)}{I} = \frac{1}{\pi a \sigma} V_o(r, 0^\circ). \quad (6)$$

Obliczenia numeryczne rozkładu potencjału we wnętrzu kuli a tym samym i obliczenia rezystancji w oparciu o zależność (6) dają zawsze wyniki przybliżone, z uwagi na uwzględnienie skończonej liczby wyrazów szeregu (5). Dla obliczenia dokładnych wartości rezystancji między powierzchniami ekwipotencjalnymi wystarcza znajomość rozkładu potencjału wzdłuż średnicy kuli $V_o(r, 0^\circ)$.

Przyjmując $r/a = x$ i uwzględniając, że

$$P_{2n+1}(\cos 0^\circ) = 1,$$

$$\frac{4n+3}{2n+1} = 2 + \frac{1}{2n+1},$$

otrzymuje się

$$V_o(r, 0^\circ) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+1} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot x^{2n+1}. \quad (7)$$

Ponieważ:

$$2 \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+1} = 2(x + x^3 + x^5 + \dots) = \frac{2x}{1-x^2}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} x^{2n+1} &= \left(\frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{1} + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3} + \dots \right) = \\ &= \ln \frac{1}{1-x} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}. \end{aligned} \quad (9)$$

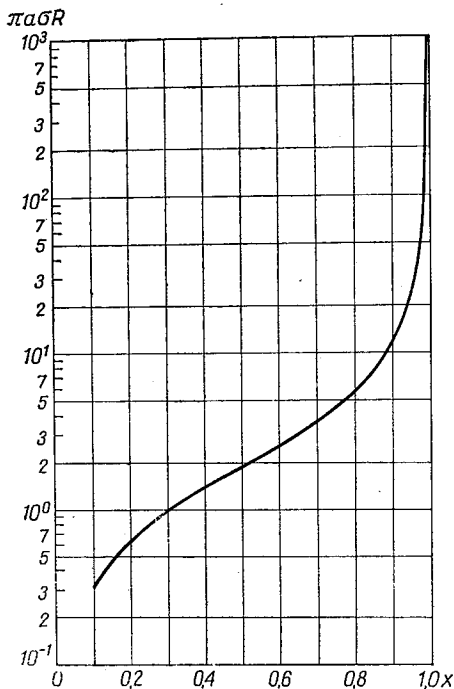
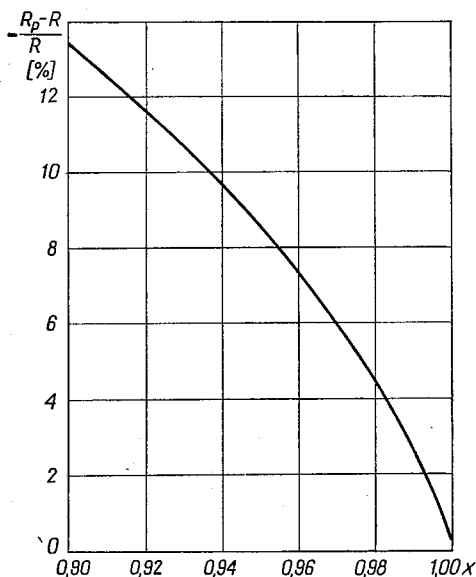
Ostatecznie:

$$V_o(r, 0^\circ) = \frac{2x}{1-x^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}.$$

Biorąc pod uwagę zależność (8) i (9) otrzymuje się:

$$R = \frac{1}{\pi a \sigma} \left(\frac{2x}{1-x^2} + \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} \right). \quad (10)$$

Przebieg zależności $\pi a \sigma R = f(x)$ pokazano na rys. 5.

Rys. 5. Wykres zależności $\pi\sigma R = f(x)$ Rys. 6. Wykres zależności $\frac{R_p - R}{R} = g(x)$

Jak wynika z rys. 3 otrzymany kształt powierzchni ekwipotencjalnych jest zbliżony do powierzchni kulistych. Dla sprawdzenia tej hipotezy założono, że rodzina powierzchni ekwipotencjalnych jest rodziną powierzchni kulistych ortogonalnych do powierzchni rozpatrywanej kuli. Wówczas rezystancja między dwiema powierzchniami ekwipotencjalnymi przechodzącymi przez punkty $(r, 0^\circ)$ i $(r, 180^\circ)$ wyraża się zależnością:

$$R_p = \frac{2x}{1-x^2} \frac{1}{\pi\sigma}.$$

Różnica między wartościami R_p i R odniesiona do wartości rzeczywistej R szybko maleje wraz z wzrostem x (rys. 6), co oznacza, że powierzchnie ekwipotencjalne są coraz bardziej zbliżone do powierzchni kulistych.

Z zależności (10) można określić rezystancję warstwy zawartej między dwiema powierzchniami ekwipotencjalnymi (zakresowany obszar na rys. 7). Jeżeli

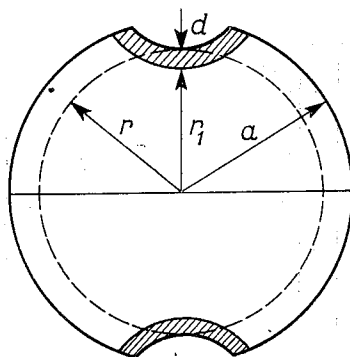
$$r/a = x, r_1/a = x_1, d = r - r_1,$$

wówczas rezystancja warstwy

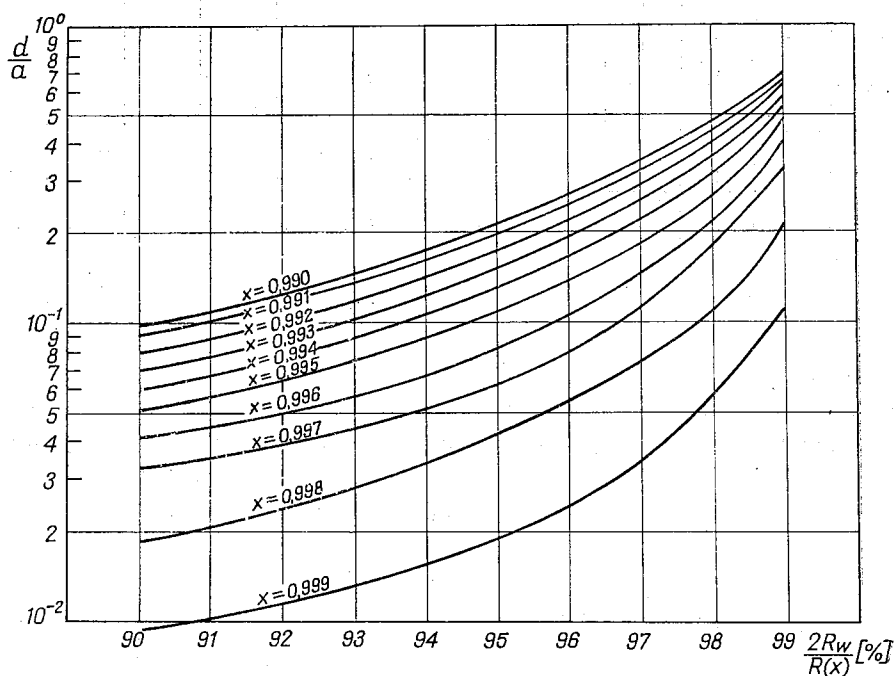
$$R_w = \frac{1}{2} \left[R(x) - R(x_1) \right].$$

Znajomość $R(x)$ i R_w pozwala na określenie grubości warstwy d , której rezystancja stanowi określony procent rezystancji między doprowadzeniami prądu do kuli.

Zależności $\frac{d}{a} = f\left(\frac{2R_w}{R(x)}\right)$ przy $x = \text{const}$ przedstawiono na rys. 8



Rys. 7. Warstwy przewodzące między powierzchniami ekwipotencjalnymi

Rys. 8. Zależność $\frac{d}{a} = f\left(\frac{2Rw}{R(x)}\right)$ dla kuli zasilanej symetrycznie

4. WNIOSKI

Z przeprowadzonych rozważań wynikają następujące wnioski.

a) Rezystancja kuli między punktowymi doprowadzeniami jest nieskończenie wielka i ma wartość skończoną jedynie przy powierzchniach doprowadzeń różnych od zera.

a) Przy powierzchniach doprowadzeń małych w porównaniu z maksymalnym przekrojem kuli o przewodnictwie prądu decydują warstwy leżące w bezpośrednim sąsiedztwie doprowadzeń. Na warstwach tych występuje główna część spadku napięcia wywołanego

przepływem przez kulę prądu stałego. Można wnioskować, że rezystancja między dwoma dowolnymi doprowadzeniami o małych powierzchniach, dostatecznie odległymi od siebie nie będzie zależała od położenia tych doprowadzeń na powierzchni kuli.

c) Ponieważ w strukturze wielu substancji, między innymi ferrytów polikrystalicznych ziarna są połączone między sobą mostkami o przekroju małym w porównaniu z przekrojem ziarna, można wnioskować, że o rezystancji struktury dla prądu stałego będzie w zasadzie decydowała rezystancja mostków.

LITERATURA

1. E. M. Purcell, *Elektryczność i magnetyzm*, PWN, Warszawa 1974.
2. P. Moon, D. E. Spencer, *Teoria pola*, PWN, Warszawa 1966.
3. B. M. Budak, A. A. Samarski, A. N. Tichonow, *Zadania i problemy fizyki matematycznej*, PWN, Warszawa 1965.

H. GIERASIMOWICZ, S. JANKOWSKI

DIRECT CURRENT FLOW THROUGH SYMMETRICALLY SUPPLIED SPHERE

Summary

A knowledge of a conducting solid's resistance is necessary for determination of granular substances resistance. In this paper a phenomenon of direct current flow through a symmetrically supplied sphere is studied. The resistance of the sphere is calculated, too.

H. GIERASIMOWICZ, S. JANKOWSKI

ÉCOULEMENT DU COURANT PAR UNE BILLE ALIMENTÉE SYMÉTRIQUEMENT

Résumé

Pour déterminer la résistance des corps granulaires, il est indispensable de connaître la résistance des solides géométriques conducteurs. Dans l'étude on a examiné le phénomène de l'écoulement du courant continu par une bille alimentée symétriquement et on a fixé sa résistance.

H. GIERASIMOWICZ, S. JANKOWSKI

STROMDURCHFLUSS DURCH EINE SYMMETRISCH GESPEISTE KUGEL

Zusammenfassung

Für die Bestimmung der Resistanz körniger Substanzen ist die Kenntnis der Resistanz von geometrischen Zeitkörpern notwendig. In vorliegender Arbeit wird das Durchflußphänomen von Gleichstrom durch eine symmetrisch gespeiste Kugel wiedergegeben, und ihre Resistanz bestimmt.

Х. ГЕРАСИМОВИЧ, С. ЯНКОВСКИЙ

ПРОТЕКАНИЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА ЧЕРЕЗ СИММЕТРИЧНО ПИТАЕМЫЙ ШАР

Резюме

Для определения сопротивления зернистых веществ необходимо знакомство с сопротивлением проводящих геометрических тел. В работе исследовано явление протекания постоянного тока через симметрично питаемый шар и определено сопротивление этого шара.

TREŚĆ

K. Przanowski: Rola układów przesyłowych prądu stałego w systemach elektroenergetycznych	743
T. Zajt: Automatyczny mostek do pomiaru elementów RLC z wzorcem rezystancji	805
K. Cieśliski, M. Roszczyk: Urządzenie do pomiaru psychofizjologicznej funkcji szybkości przedmiotów w ruchu	821
Nguyen Thien: Zastosowanie metody topologicznej Hoanga do analizy układów RC z parametrami rozłożonymi	829
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Kryteria oceny filtrów aktywnych RC	851
J. Klamka: Fosforek indu — nowy półprzewodnik dla przyrządów mikrofalowych	863
D.J. Bem, W. Waszkis: Mapa numeryczna konduktywności gruntów na terytorium Polski	871
A. Karwowski: Maksymalizacja stosunku mocy sygnału do mocy szumu w dyskretnych układach antenowych	879
J. Dobrowolski: Algorytmy i struktura zapamiętywania danych techniki macierzy rzadkich do analizy obwodów mikrofalowych opisywanych macierzą rozproszenia	887
H. Percak: Optymalizacja układu automatycznej regulacji temperatury z regulacją ciągłą, proporcjonalną i sprzężeniem cieplnym	917
B. Wolszczak: Modelowanie układów elektronicznych na EMC w dziedzinie prądu stałego	927
M. Lisowski: Metoda kompensacji prądowej do precyzyjnego pomiaru małych wartości skutecznych prądu przemiennego małej częstotliwości	941
Z. Muszański: Niektóre aspekty nadmiernego zużycia powierzchni ślizgowych kolektorów maszyn elektrycznych	957
L. Frąckowiak: Pulsacja prądu twornika zasilanego z tyrystorowych układów prostowniczych z komutacją sztuczną	969
H. Gierasimowicz, S. Jankowski: Przeływ prądu przez kulę zasilaną symetrycznie	981

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

K. Przanowski: The Importance of D.C. Transmission in A.C. Power Systems	801
Rôle des réseaux transmetteurs du courant continu dans les systèmes électroénergétiques	802
Bedeutung der Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragungen in Wechselstrom-Energiesystemen	802
T. Zajt: Automatic Measuring Bridge with Resistance Standard for RLC Elements	819
Pont de mesure automatique pour des éléments R, L, C avec un étalon de résistance	820
Automatische Messbrücke für RLC -Größen mit Resistanzstandard	820
K. Cieśliski, M. Roszczyk: A Device for the Measurement of the Psychophysiological Function for Estimating the Velocity of Moving Objects	826
Dispositif de mesure de la fonction psychophysologique de vitesse des objets en marche	826
Messvorrichtung für die psychophysilogische Geschwindigkeitsfunktion der sich in Bewegung befindlichen Gegenstände	827
Nguyen Thien: Application of Hoang Topological Method to Analysis of Distributed RC Networks	849
Application de la méthode topologique de Hoang à l'analyse des circuits RC avec les paramètres distribués	849

Anwendung der Hoangschen topologischen Methode zur Analyse von <i>RC</i> -Strukturen . . .	849
J. Roszkiewicz, A. Borys, R. Wojtyna: Evaluation Criteria of <i>RC</i> Active Filters	860
Critères d'estimation des filtres actifs <i>RC</i>	860
Beurteilungskriterien von aktiven <i>RC</i> -Filtern	861
J. Klamka: Indium Phosphide — a New Semiconductor for Microwave Devices	869
Phosphure d'indium — nouveau semi-conducteur pour les appareils micro-ondes	870
Indiumphosphid — ein neuer Faktor für Mikrowellenvorrichtungen	870
D. J. Bem, W. Waszkis: Numerical Map of Ground Conductivity in Poland	876
Carte numérique de la conductivité des sols du territoire de la Pologne	876
Numerische Karte der Bodenkonduktivität auf polnischem Gebiet	877
A. Karwowski: Signal-to-noise Ratio Maximization for Receiving Arrays	886
Maximisation du rapport du signal au bruit dans le système discret d'antenne	886
Bestimmung des maximalen Signal/Geräusch-Verhältnisses bei diskreten Antennenanlagen	886
J. Dobrowolski: Algorithms and Storage Scheme in the Sparse Matrix Approach to Computer Aided Analysis of Microwave Circuits	913
Algorithmes et structure de l'enregistrement dans la mémoire des données techniques de la matrice rare pour analyser des circuits micro-ondes décrits par la mémoire de dispersion	913
Algorithmen und die Datenspeicherstruktur spärlicher Matrixen zur Analyse von Mikrowellenkreisen, die durch Streumatrixen beschrieben werden	914
H. Percak: Optimization of Automatic Temperature Control System with Continuous Proportional Control and Thermal Coupling	925
Optimisation du système automatique de régulation de la température à réglage continu, proportionnel et à couplage thermique	925
Optimierung automatischer Temperaturregelungssysteme mit kontinuierlicher und proportioneller Regelung und mit Wärmekopplung	925
B. Wolszczak: Computer-aided Modeling of Electronic Circuits in <i>DC</i> Domain	939
Simulation des circuits électriques sur l'ordinateur dans le domaine du courant continu	939
Rechnergestützte Gleichspannungsmodellierung elektronischer Netzwerke	940
M. Lisowski: Current Compensating Method Allowing Precise Measurements of Root Mean Square I.f. Current Values	954
Méthode compensatoire permettant de mesurer avec précision de faibles valeurs efficaces du courant alternatif à basse fréquence	955
Methode der Stromkompensation für Feinmessung der kleinen Effektivwerte des niederfrequenten Wechselstromes	955
Z. Muszalski: Certain Aspects of Excessive Wear of Collector Sliding Surfaces in Electrical Machines	966
Quelques aspects de l'usure excessive des surface glissantes des collecteurs des machines électriques	966
Einige Hinweise betreffs übermäßigen Verschleißes von Kollektorgleitflächen in elektrischen Maschinen	966
L. Frackowiak: Current Pulsation of the Armature Supplied by the <i>SCR</i> Units with Artificial Commutation	979
Les fluctuations du courant de rotor alimenté par un redresseur comprenant des thyristors à commutation artificielle	979
Ankerstrompulsation bei Einspeisung durch Thyristorengleichrichter mit künstlicher Kommutation	979
H. Gierasimowicz, S. Jankowski: Direct Current Flow Through Symmetrically Supplied Sphere	989
Ecoulement du courant par une bille alimentée symétriquement	989
Stromdurchfluss durch eine symmetrisch gespeiste Kugel	989

СОДЕРЖАНИЕ

К. Пшановски: Роль электропередач постоянного тока в электроэнергетических системах	803
Т. Зайт: Автоматический мостик для измерения элементов с резистанционным эталоном	820
К. Цесляцки, М. Рошик: Устройство для измерения психофизиологической функции скорости предметов в движении	827
Нгуен Тьен: Применение топологического метода Хуанга к анализу схем RC с распределенными параметрами	850
Я. Рошкевич, А. Борис, Р. Войтына: Критерия оценки активных фильтров RC	861
Е. Клямка: Фосфид индия — новый полупроводник для микроволновых приборов . .	870
Д. Ю. Бем, В. Вашкис: Цифровая карта проводимостей почвы на территории Польши	877
А. Карвовски: Максимализация отношения мощности сигнала к мощности шума в дискретных антенных решетках	886
Я. Добровольски: Алгоритм и структура запоминания данных техники редких матриц для анализа с.в.ч.-схем описанных матрицей рассеяния	914
Г. Перцак: Оптимализация системы автоматического регулирования температуры с непрерывным, пропорциональным регулированием и тепловым сопряжением . .	926
Б. Вольщак: Моделирование электронных схем на ЭВМ в области постоянного тока	940
М. Лисовски: Метод компенсации тока для точного измерения малых эффективных значений переменного тока низкой частоты	956
З. Мушальски: Некоторые аспекты чрезмерного изнашивания скользящих поверхностей коллекторов и колец электрических машин	967
Л. Фронцковяк: Пульсация якоря двигателя питаемого от тиристорных преобразователей с искусственной коммутацией	980
Х. Герасимович, С. Янковски: Протекание постоянного тока через симметрично питаемый шар	989