

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

*całe
pr.*

*22
H*

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

KWARTALNIK

SPIS TREŚCI DO TOMU XXIV — 1978

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA

SPIS TREŚCI DO TOMU XXIV

A. Albicki, T. Kamiński, B. Błażucki: Przegląd metod kodowania stanów wewnętrznych automatów asynchronicznych	119
A. Apanasewicz: Metoda obliczania rozkładu pola elektromagnetycznego na powierzchni metalowej częściowo ekranowanej idealnym ekranem elektrycznym lub magnetycznym . . .	15
Z. Bajorek: Rozpływ prądów w transformatorze przy niesymetrii zasilania i obciążenia . . .	333
D. J. Bem: Wpływ błędów amplitudowych i fazowych na właściwości kierunkowe ultrakrótko- falowych anten nadawczych telewizyjnych i radiofonicznych	931
R. Białobrzęski: O pewnym błędzie pomiaru mocy średniej sygnałów losowych	415
R. Biernacki: Synteza dwójników RC ze stratnymi kondensatorami	283
A. Buyno: Rozkład gęstości prądu udarowego w przewodniku prostokątnym	85
A. Chwaleba, B. Moesche: Piezozłączowe przetworniki tunelowe ciśnienia hydrostatycz- nego	533
A. Cichocki, S. Osowski: Synteza N -wrotnika o wielokanałowej strukturze RC ze wzmacniaczami napięciowymi	265
M. Dąbrowski: Korygowanie błędów drogą dekodowania większościowego	653
Ł. Gronau: Studium zniekształceń sygnału rejestrowanego na taśmie z niejednostajną pręd- kością biegu	431
M. Jabłoński: Prosta metoda obliczania dławików z rdzeniami stalowymi stosowanych w prze- kształtnikach energetycznych	55
W. Janke, S. Święciński, B. M. Wilamowski: Stałoprądowy model tranzystora bipolarnego dla szerokiego zakresu prądów i temperatur	181
J. Kaliński: Pomiary tłumienia sygnału mikrofalowego w warunkach przemysłowych . . .	137
A. Ketner: Wpływ głębokości splatania cewek na rozkład przepięć piorunowych wzdłuż uzwojeń transformatorów	837
A. Kozłowski: Metody analizy wielodostępowych systemów teleinformatycznych wykorzy- stujących kanał radiowy w schemacie dostępu niekontrolowanego	689
A. Kurbiel: Model matematyczny stalowego urządzenia łukowego	373
A. Kusy: Problemy teoretyczne szumów typu $1/f$	715
W. Lipiński: Zastępczy schemat impedancji cewki z umieszczoną wewnątrz kulą przewodzącą .	31
Z. Lisik: Metody wyznaczania rozkładu temperatury w półprzewodnikowej płytce przyrządów półprzewodnikowych	795
A. Małąg: Struktury periodyczne i ich zastosowanie do przyrządów optoelektroniki pół- przewodnikowej	191
W. Matulewicz: Badanie równowagi statycznej za pomocą maszyny cyfrowej	855
W. Matulewicz, T. Sylwanowicz: Metoda aproksymacji funkcji odwzorowującej na- sycenie maszyn elektrycznych	781
W. Mitkowski: Wybrane układy drabinkowe	627
B. Moeschke, M. Stabrowski: Problemy aproksymacji charakterystyk prądowo-napię- ciowych diod tunelowych	315
Z. Nawrocki: Analiza metrologiczna układów różnicowych i kompensacyjno-różnicowych stosowanych do sprawdzania przekładników	867
G. Pankanin, T. Wierzbiца: Analiza rezonansowej metody pomiaru pojemności kond- ensatorów o dużych stratach	297
H. Perca k: Tranzystorowy wzmacniacz prądu stałego o dużym zakresie zmian napięcia wyjścio- wego	597
J. Prokop: Opis matematyczny maszyn elektrycznych metodą przestrzeni stanów	813
J. Prokop: Opis matematyczny maszyn prądu stałego metodą przestrzeni stanów	399

W. Przyborowski: Naprężenia elektromagnetyczne na powierzchni statora turbogenera- tora	961
J. Purczyński: Wykorzystanie metody rozdzielania zmiennych do analizy pól magnetycznych	231
J. Sikora, S. Wincenciak: Zastosowanie metody elementu skończonego do analizy pól elektromagnetycznych w środowiskach nieliniowych o symetrii osiowej	767
J. Skierski: Analiza wybiegu grupowego silników asynchronicznych dużej mocy	893
M. Stabrowski, S. Tumański: Komputerowa metoda określania właściwości dyna- micznych elektrycznych czujników temperatury	525
M. Stegner-Dems: Analiza modeli matematycznych silnika synchronicznego z punktu wi- dzenia stabilności pracy	351
W. J. Stepowicz: Interpretacja charakterystyk statycznych zaporowo spolaryzowanego krze- mowego złącza $p-n$	307
S. Szpor: Idee przesyłu energii elektrycznej z zastosowaniem kompensacji dławikowej niby- ciągłej	389
I. Tatarski: Czułość drugiego rzędu	43
H. Trzaska: Wzorzec natężenia pola elektromagnetycznego z wykorzystaniem odcinka linii TEM	745
Z. Trzaska: Metoda elementów skończonych rozwiązania stanu nieustalonego w jednowymia- rowym układzie o parametrach rozłożonych	3
Z. Trzaska: Wyznaczanie metodą elementów skończonych ustalonego rozkładu temperatury w obszarze z kablem energetycznym	881
S. Urbański: Minimalizacja uchybu dynamicznego w napędowym układzie stabilizacji pręd- kości	829
S. Urbański: Zbiory linii pierwiastkowych jako narzędzie badania i projektowania dynamiki układów z silnikami prądu stałego	611
K. Walewski: Analiza strat komutacyjnych w tranzystorowym wzmacniaczu mocy klasy D	627
A. Wojtkiewicz: Filtr cyfrowy dopasowany do sygnału z liniową modulacją częstotliwości	97
B. Wolszczak: Efektywność zmodyfikowanych metod iteracyjnych Newtona w analizie stanu ustalonego układów elektronicznych	253
M. Zalcman: Analiza i optymalizacja systemu o rezerwie rozgałęzionej w aspekcie niezawod- ności	949
A. Zborucki: Analiza układu pojemnościowo-rezystancyjnego mostka podwójnie równo- ważonego	495
R. Zielonko, A. Królikowski, J. Hoja: O pewnej koncepcji diagnostyki uszkodzeń w analogowych układach elektronicznych	511
M. Zientalski: O pewnej metodzie przyspieszania procesu regulacji poziomu	677
M. Zientalski: Procesy przejściowe w łańcuchu regulatorów poziomu	469
M. Zientalski: Własności dynamiczne urządzeń automatycznej regulacji poziomu dla tele- transmisyjnych systemów wielokrotnych	451

CONTENTS

A. Albicki, T. Kamiński, B. Błażucki: State Assignment for Asynchronous Automata — A Survey	119
S. Apanasewicz: Method of Calculating Electromagnetic Field Distribution on Metal Surface Partly Screened with Ideal Electric or Magnetic Screen	15
Z. Bajorek: Propagation of Currents in the Transformer at Feed and Load Asymmetry	333
D. J. Bem: Effects of Amplitude and Phase Errors on Radiation Patterns of VHF and UHF Bro- adcasting Arrays	931
R. Białobrzeski: Certain Error of Measurement of Random Signals' Mean Power	415
R. Biernacki: Synthesis of Two Terminal RC Networks with Nonideal Capacitors	283
A. Buyno: Surge Current Density Distribution in Rectangular Conductor	85
A. Chwaleba, B. Moeschke: Piezjunction Tunnel Converters of Hydrostatic Pressure	533
A. Cichocki, S. Osowski: Synthesis of N -ports in RC Multichannel Structure with Vol- tage Amplifiers	265

M. Dąbrowski: Error Correction with the Aid of Majority-Logic Decoders	653
Ł. Gronau: An Error Analysis of Tape-Recorded Data Signals with Speed Variations in Tape Transport	431
M. Jabłoński: Simple Method of Computation of Series-Reactors with Core Applied in Static Converters	55
W. Janke, S. Świeciński, B.M. Wilamowski: DC Bipolar Transistor Model for a Wide Range of Currents and Temperatures.	181
J. Kaliński: Microwave Attenuation Measurements under Industrial Conditions	137
A. Ketner: The Influence of Depth of the Interleaved Coils on Lightning Overvoltage Distribution in Transformer Windings	837
A. Kozłowski: Methods of Analysis of Packet Switching Networks Using a Radio Channel in the Random Access Mode	689
A. Kurbiel: Mathematical Model of Steelmaking Arc Appliance	373
A. Kusy: Theoretical Problems of $1/f$ Noise	715
W. Lipiński: Equivalent Circuit of the Impedance of the Coil with a Conducting Sphere	31
Z. Lisik: Methods of Determining Temperature Distribution in a Semiconductor Chip of Semiconductor Devices	795
A. Małag: Periodic Structures and Their Application in Semiconductor Optoelectronic Devices	191
W. Matulewicz: Study of Static Stability on Digital Computer	855
W. Matulewicz, T. Sylwanowicz: Approximation of Saturation Function Including Saturation Effects of Electrical Machines	781
W. Mitkowski: A Class of Ladder Networks	627
B. Moeschke, M. Stabrowski: Approximation of Tunnel Diodes Volt-Ampere Characteristics	315
Z. Nawrocki: Metrological Analysis of Differential Testing and Differential Compensating Testing Applied to Measured Transformer Tests	867
G. Pankanin, T. Wierzbica: Resonance-Differential Method of Measuring Capacity of Capacitors with High Losses	297
H. Percak: A Great Output-Voltage Range Transistor D. C. Amplifier	597
J. Prokop: Mathematical Description of d.c. Machines by Space States Method	399
J. Prokop: Mathematical Description of Electric Machines by the Space States Method	813
W. Przyborowski: Electromagnetic Stresses of Forces in Stator of Large Generator	961
J. Purczyński: Application of the Separation of Variables Method to Magnetic Fields Analysis	231
J. Sikora, S. Wincenciak: Application of Finite Element Method to Analysis of Electromagnetic Fields in Nonlinear Media with Axis Symmetry	767
J. Skierski: Analysis of Group-Run-Down of High Power Induction Motors	893
M. Stabrowski, S. Tumański: Computer-Aided Analysis of Dynamic Parameters of Electrical Temperature Transducers	525
M. Stegner-Dems: Analysis of Synchronous Motor Mathematical Models with Regard to Operating Stability	351
W. J. Stepowicz: Interpretation of DC Characteristics of Reverse-Biased Silicon $P-N$ Junction	307
S. Szpor: Transmission Line with Transverse Quasi-Continuous Compensation	389
I. Tatała: Second Order Sensitivity	43
H. Trzaska: Electromagnetic Field Standard with TEM Transmission Line	745
Z. Trzaska: Finite Element Method of Solution of Steady State Temperature Distribution in Non-Homogeneous Region with Power Cable	881
Z. Trzaska: Finite Element Solution of Transients in Lossy One-Dimensional Parameter Distributed	3
S. Urbański: Minimizing Transient State Dynamic Error in Speed Stabilizing Control System	829
S. Urbański: Sets of Root-Loci as Aid to Study and Design of Dynamics of Systems with D.C. Motors	611
K. Walewski: Analysis of Switching Losses in a Class D Transistor Power Amplifier	627
A. Wojtkiewicz: A Digital Filter Matched to the Chirp Signal	97

B. Wolszczak: Effectiveness of the Modified Newton Iteration Methods Applied to Nonlinear DC Analysis of Electronic Circuits	253
M. Zalcman: Analysis and Optimization of Dendritic Reserve System with Respect to Reliability	949
A. Zborucki: An Analysis of the Capacitance-Resistance Double-Balanced Bridge	495
R. Zielenko, A. Królikowski, J. Hoja: Some Conception of Fault Diagnosis in Analog Electronic Circuits	511
M. Zientalski: A Method of Speeding Up the Level Control Process	677
M. Zientalski: Dynamic Properties of Automatic Level Control for Multiple Transmission Systems	451
M. Zientalski: Transient Processes in Level Controlling Trains	469

TABLE DES MATIÈRES

A. Albicki, T. Kamiński, B. Błażucki: Présentation des méthodes de codage des états intérieurs des automates asynchrones	119
S. Apanasewicz: Méthode de calculer le champ électromagnétique sur la surface métallique partiellement écranisée par l'écran parfait électrique ou magnétique.	15
Z. Bajorek: Répartition des courants dans un transformateur pour l'alimentation et de charge asymétriques	333
D. J. Bem: Influence des erreurs d'amplitude et de phase sur les propriétés de directivité des antennes d'émission	931
R. Białobrzewski: Certaine erreur de mesure de puissance moyenne des signaux aléatoires	415
R. Biernacki: Synthèse des dipôles en RC à condensateurs imparfaits.	283
A. Buyno: Répartition de densité de courant de choc dans un conducteur rectangulaire	85
A. Chwaleba, B. Moeschke: Convertisseurs piézojonctions mesurer la pression hydrostatic	533
A. Cichocki, S. Osowski: Synthèse des N -portes à structure multivoie en RC aux amplificateurs de tension	265
M. Dąbrowski: Correction des erreurs à l'aide de décodage majoritaire.	653
Ł. Gronau: Etude des déformations du signal enregistré sur la bande menée avec la vitesse variée	431
M. Jabłoński: Simple méthode de calcul des selfs-séries avec noyau ferromagnétique pour convertisseurs statiques	55
W. Janke, S. Święciński, B. M. Wilamowski: Modèle à courant continu d'un transistor bipolaire pour une large étendue des courants et des températures	181
J. Kaliński: Mesures de l'affaiblissement du signal des micro-ondes dans les conditions industrielles	137
A. Ketner: Influence de la profondeur d'entrelacement sur la répartition des surtensions de choc le long des enroulements des transformateurs	837
A. Kozłowski: Méthode d'analyse des systèmes téléinformatiques multiaccessibles utilisant la voir radioélectrique dans le schéma de l'accès incontrôlé	689
A. Kurbel: Modèle mathématique d'un dispositif à arc pour sidérurgie.	373
A. Kusy: Problèmes théoriques des bruits du type $1/f$	715
W. Lipiński: Schéma équivalent de l'impédance de la bobine à boucle conductrice placée au dedans	31
Z. Lisik: Méthode de détermination de la répartition des températures dans une plaque semiconductrice des appareils semiconductrices	795
A. Małag: Structures périodiques et leur application dans les dispositifs de l'opto-électronique des semiconducteurs	191
W. Matulewicz: Essais de l'équilibre à l'aide d'un calculateur numérique	855
W. Matulewicz, T. Sylwanowicz: Approximation de la fonction descriptive de saturation du circuit magnétique des machines électriques	781

W. Mitkowski: Certains systèmes échelles	627
B. Moeschke, M. Stabrowski: Problèmes d'approximation des caractéristique des diodes tunnel	315
Z. Nawrocki: Analyse métrologique des méthodes différentielle et différentielle-d'opposition appliquées à vérifier les transformateurs de mesure	867
G. Pankanin, T. Wierzbica: Méthode résonnante-différentielle de mesure de capacité des condensateurs à pertes importantes	297
H. Percak: Amplificateur à courant continu à transistors à large étendue de variations de tension de sortie	597
J. Prokop: Description mathématique des machines à courant continu à l'aide de la méthode d'espace des états	813
J. Prokop: Description mathématique des machines électriques par méthode de l'espace d'états	399
W. Przyborowski: Pressions électromagnétiques sur la surface d'un stator de turbogénérateur	961
J. Purczyński: Application de la méthode de séparation des variables dans l'analyse des champs magnétiques	231
J. Sikora, S. Wincenciak: Application de la méthode d'élément fini à l'analyse des champs électromagnétiques dans les milieux non linéaires à symétrie axiale	767
J. Skierski: Analyse de l'arrêt du groupe des moteurs asynchrones à grande puissance	893
M. Stabrowski, S. Tumański: Méthode de désigner à l'aide d'un calculateur des propriétés dynamiques des détecteurs électriques de température	525
M. Stegner-Dems: Analyse des modèles mathématiques du moteur synchrone vu la stabilité de son travail	351
W. J. Stepowicz: Interprétation des caractéristiques statiques d'une jonction $p-n$ en silicium polarisée à blocage	307
S. Szpor: Idée d'une ligne de transport d'énergie électrique avec compensation transversale quasi-continue	389
I. Tatar: Sensibilité du second ordre	43
H. Trzaska: Etalon d'intensité de champ électromagnétique mettant à profit le tronçon de la ligne TEM	745
Z. Trzaska: Méthode d'éléments finis appliquée à la résolution de l'état stationnaire de la répartition de température dans une région du câble souterrain	3
Z. Trzaska: Méthode d'éléments finis appliquée à la résolution de l'état transitoire dans un système unidimensionnel à paramètres continus	881
S. Urbański: Minimisation de l'écart dynamique dans la système de commande de stabilisation tachymétrique	829
S. Urbański: Ensembles des lieux des racines servant à l'examen et à la conception de la dynamique des systèmes de moteurs à courant continu	611
K. Walewski: Analyse des pertes de commutation dans l'amplificateur de puissance à transistors de classe D	627
A. Wojtkiewicz: Filtre numérique adapté à un signal „chirp”	97
B. Wolszczak: Efficacité des méthodes modifiées itératives de Newton dans l'analyse du régime permanent des circuits électroniques	253
M. Zalcman: Analyse et optimisation du système à réserve ramifiée dans l'aspect de fiabilité	949
A. Zborucki: Analyse du système d'un pont de résistances capacitatives au double équilibrage	495
R. Zielonko, A. Królikowski: Certaine conception du diagnostic des pannes survenues dans les circuits électroniques analogues	511
M. Zientalski: Certaine méthode accélérée du processus de réglage du niveau	677
M. Zientalski: Propriétés dynamique des dispositifs de réglage automatique de niveau pour les systèmes multiplex de télétransmission	451
M. Zientalski: Processus de transmission dans un train de régulateurs de niveau	469

INHALT

A. Albicki, T. Kamiński, B. Błażucki: Übersicht über die Verfahren für die Zustandskodierung von asynchronen Automaten	119
S. Apanasewicz: Berechnungsmethode für die elektromagnetische Feldverteilung auf einer durch einen idealen elektrischen oder magnetischen Schirm teilweise abgeschirmten Metalloberfläche	15
Z. Bajorek: Stromverteilung im Transformator bei Speisungs- und Belastungsasymmetrie	333
D. J. Bem: Einfluss der Amplituden- und Phasenfehler auf die Strahlungsdiagramme von Ultrakurzwellen-TV- und Rundfunksendeantennen	931
R. Biało brzeski: Über einen Messfehler bei Bemessung der mittleren Leistung stochastischer Signale	415
R. Biernacki: Synthese von <i>RC</i> -Zeipolen mit Verlustkondensatoren	283
A. Buyno: Verteilung der Stosstromdichte in rechteckiger Leitung	85
A. Chwaleba, B. Moeschke: Piezoverbundene Tunnelumsetzer des hydrostatischen Druckes	533
A. Cichocki, S. Osowski: Systeme des Mehrtors in der Mehrkanalstruktur mit einem <i>RC</i> -Netzwerk und Spannungsverstärkern	265
M. Dąbrowski: Fehlerkorrektur mittels Mehrheitsdekodierung	653
Ł. Gronau: Studium über Verzerrungen eines auf ein Band mit Geschwindigkeitsschwankungen angenommenen Signals	431
M. Jabłoński: Einfache Berechnungsmethode der für Stromrichter verwendeten Reihenschlussdrosselspulen mit Eisenkern	55
W. Janke, S. Świąciński: Ein Gleichstrom-Transistor-Modell für breite Temperatur- und Strombereiche	181
J. Kaliński: Bemessung der Mikrowellendämpfung unter industriellen Bedingungen	137
A. Ketner: Einfluss der Verflechtungstiefe der Spulen auf die Verteilung der Gewitterüberspannung längs der Transformationswicklungen	837
A. Kozłowski: Durchführungsmethoden für Analysen mehrzugänglicher teleinformativer Systeme, die den Rundfunkkanal im Schema eines unkontrollierten Zugangs ausnutzen	689
A. Kurbiel: Mathematische Modell einer Lichtbogenofenanlage eines Stahlwerks	373
A. Kusy: Theoretische Probleme des $1/f$ -Rauschens	715
W. Lipiński: Ersatzschaltung der Impedanz einer Spule mit einer leitenden Kugel im Mittelpunkt	31
Z. Lisik: Bestimmungsmethode der Temperaturverteilung in einer Halbleiterplatte der Halbleiterelementen	795
A. Małag: Periodische Strukturen und ihre Anwendung in optoelektronischen Halbleitervorrichtungen	191
W. Matulewicz: Untersuchung des statischen Gleichgewichts unter Anwendung eines Digitalrechners	855
W. Matulewicz, T. Sylwanowicz: Approximation einer die Sättigung von Elektromaschinen abbildenden Funktion	781
W. Mitkowski: Untersuchungen mit gewählten Leitersystemen	627
B. Moeschke, M. Stabrowski: Probleme der Approximation von Kennlinien der Tunnelioden	315
Z. Nawrocki: Methodologische Analyse von Differential- und Kompensations-Differential-Schaltungen für Messwandlerprüfungen	867
G. Pankanin, T. Wierzbica: Resonanz-Differential-Methode für Kapazitätsmessungen bei grossen Verlusten	297
H. Percak: Transistor-Gleichstromverstärker mit grossem Ausgangsspannungsbereich	597
J. Prokop: Mathematische Darstellung von Gleichstrommaschinen unter Anwendung der Zustandsraummethode	813
J. Prokop: Mathematische Darstellung der Elektromaschinen mittels der Zustandsmethode	399
W. Przyborowski: Elektromagnetische Spannung an der Innenfläche eines Turbogenerators	961

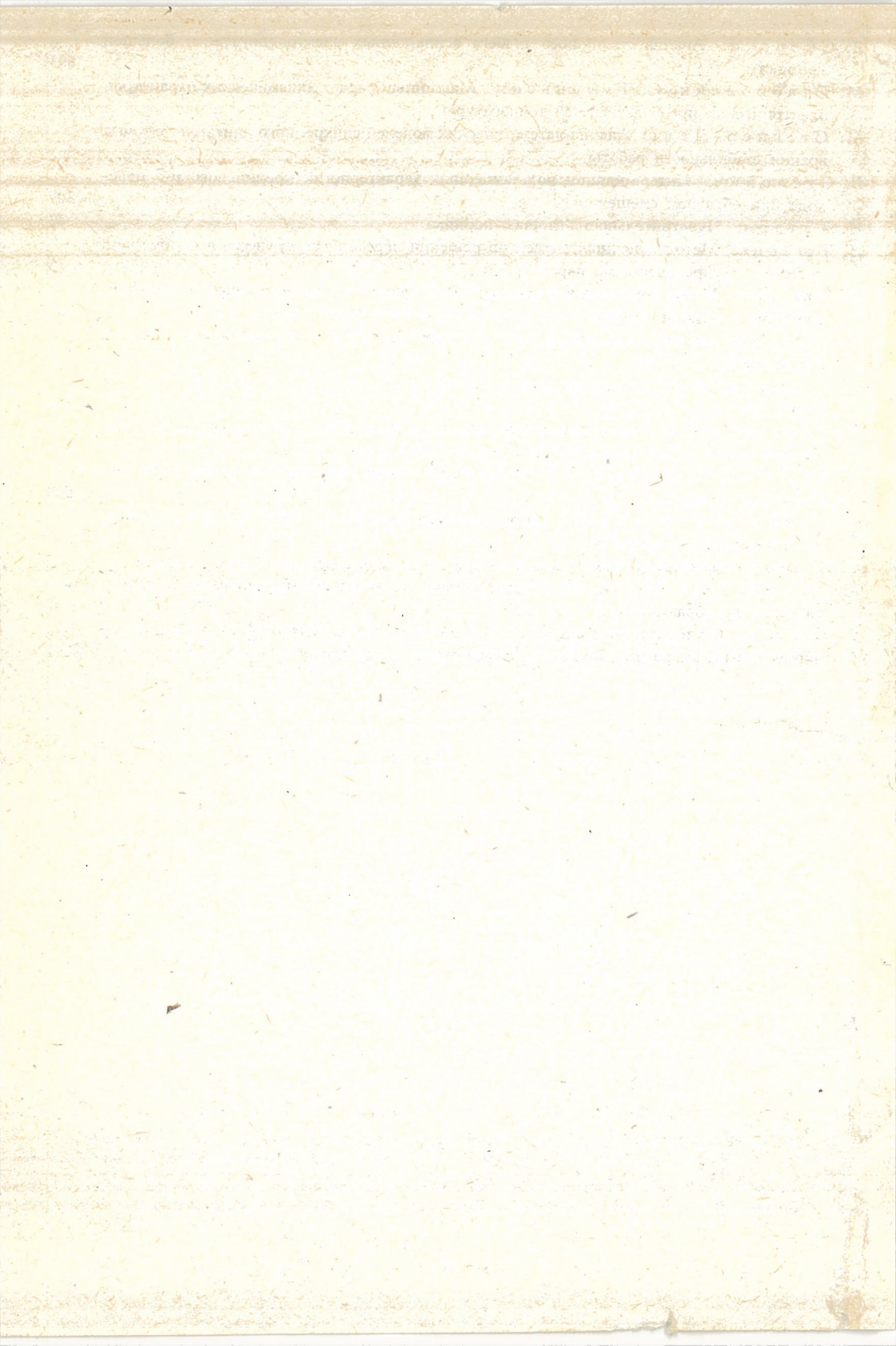
J. Purczyński: Anwendung der Methode der Variablentrennung zur Analyse des magnetischen Feldes	231
J. Sikora, S. Wincenciak: Anwendung der Methode eines beendeten Elements zur Analyse elektromagnetischer Felder in unlinearen achsensymmetrischen Medien	767
J. Skierski: Analyse des Gruppenausläufer von Asynchronmotoren grosser Leistungen	893
M. Stabrowski, S. Tumański: Rechnergestützte Methode für die Bestimmung dynamischer Eigenschaften von elektrischen Temperaturwandlern	525
M. Stegner-Dems: Analyse mathematischer Modelle eines Synchronmotors vom Gesichtspunkt seiner Betriebsstabilität	351
W. J. Stepowicz: Interpretation von Kennlinien des rückwärtspolarisierten Silizium-Übergangs $P-N$	307
S. Szpor: Grundsätze für eine Übertragungs-Freileitung mit einer quasisteter Querkompensation	389
I. Tataara: Theorie der Empfindlichkeit 2. Ordnung	43
H. Trzaska: Intensitätsmodell eines elektromagnetischen Feldes unter Ausnutzung des Linienabschnitts TEM	745
Z. Trzaska: Methode der beendigten Elemente zur Bestimmung der stabilen Temperaturverteilung im Stromkabelraum	3
Z. Trzaska: Methode der beendigten Elemente zur Bestimmung des instabilen Zustandes in einem eindimensionalen System mit verteilten Parametern	881
S. Urbański: Gewinnung von Minimalwerten der dynamischen Abweichung im Antriebssystem der Geschwindigkeitsstabilisierung	829
S. Urbański: Wurzelliniennetze als Untersuchungs- und Projektierungsinstrumente für die Dynamik von Systemen mit Gleichstrommotoren	611
K. Walewski: Analyse der Kommutationsverluste im Transistorleistungsverstärker der D-Klasse	627
A. Wojtkiewicz: Zahlenfilter für ein Signal mit linearer Frequenzmodulation	97
B. Wolszczak: Effektivität der modifizierten iterativen Newton-Methoden in der rechnergestützten Gleichspannungsanalyse elektrischer Netzwerke	253
M. Zalcman: Analyse und Optimierung eines abgezweigten Reservesystems hinsichtlich des Zuverlässigkeitsaspektes	949
A. Zborucki: Analyse eines Kapazitäts-Resistanz-Systems bei einer doppelt ausgewuchteten Brücke	495
R. Zielonko, A. Królikowski, J. Hoja: Beitrag zur gewissen Konzeption einer Beschädigungsdiagnostik bei analogen elektronischen Systemen	511
M. Zientalski: Beitrag zur Methode des Beschleunigens von Regelungsverläufen	677
M. Zientalski: Dynamisches Verhalten von automatischen Pegelregelungs-Vorrichtungen in Multiplex-Übertragungssystemen	451
M. Zientalski: Einschwingvorgänge in einer Pegelreglerkette	469

СОДЕРЖАНИЕ

А. Альбицки, Т. Каминьски, Б. Блажукки: Методы кодирования внутренних состояний асинхронных автоматов	119
С. Апанасевич: Метод расчета распределения электромагнитного поля на металлической поверхности, частично экранированной идеальным электрическим или магнитным экраном	15
З. Байорек: Распределение токов трансформатора при несимметрии питания и нагрузки	333
Д. Ю. Бем: Влияние амплитудных и фазовых погрешностей на свойства передаточных радиовещательных и телевизионных ультракоротковолновых направленных антенн	931
Р. Бернацки: Синтез двухполюсников RC содержащих конденсаторы с потерями	283
А. Буйно: Распределение плотности ударного тока в прямоугольном проводнике	85
Р. Бялобжеки: О некоторой погрешности измерения средней мощности случайных сигналов	415
К. Валевски: Анализ коммутативных потерь в транзисторном усилителе мощностей	

типа Д	627
А. В о й т к е в и ч: Цифровой согласованный фильтр для импульсных сигналов с линейной частотной модуляцией	97
Б. В о л ь щ а к: Эффективность модифицированных итерационных методов Ньютона в анализе статического режима электронных схем	253
Л. Г р о н а у: К вопросу искажений записи сигнала на ленте с непостоянной скоростью хода	431
М. Д о м б р о в с к и: Исправление ошибок поэлементным декодированием	653
М. З а л ь ц м а н: Анализ и оптимизация системы с разветвленным резервом в аспекте надежности	949
А. З б о р у ц к и: Анализ схемы емкостно-резистантного моста с двойным уравниванием	495
Р. З е л о н к о, А. К р у л и к о в с к и, Е. Х о я: О некоторой концепции диагностики повреждений в аналоговых электронных схемах	511
М. З е н т а л ь с к и: Об одном из методов ускорения процесса регуляции уровня	677
М. З е н т а л ь с к и: Динамические свойства устройств автоматической регуляции уровня для телетрансмиссионных многократных систем	451
М. З е н т а л ь с к и: Переходные процессы в цепи регуляторов уровня	469
Е. К а л и н ь с к и: Измерения затухания с.в.ч. сигналов в промышленных условиях . .	137
А. К о з л о в с к и: Методы анализа многодоступных систем радиопередачи данных со свободным доступом к радиоканалу	689
А. К у с ы: Теоретические проблемы шумов $1/f$	715
А. К у р б е л ь: Математическая модель сталеплавильной дуговой печи	373
А. К э т н э р: Влияние глубины трансформации катушек на распределение импульсных перенапряжений в обмотках трансформаторов	837
В. Л и п и н ь с к и: Схема замещения импеданса катушки с шаром-проводником	31
З. Л и с и к: Методы определения распределения температур в полупроводниковой пластинке полупроводниковых приборов	795
А. М а л ь о н г: Периодические структуры и их применение в оптоэлектронных полупроводниковых приборах	191
В. М а т у л е в и ч: Исследование статической устойчивости При помощи ЦВМ	855
В. М а т у л е в и ч, Т. С и л ь в а н о в и ч: Аппроксимация функции отображающей насыщение электрических машин	781
В. М и т к о в с к и: Некоторые лестничные схемы	627
Б. М о о ш к е, М. С т а б р о в с к и: Проблемы аппроксимации вольтамперных характеристик туннельных диодов	315
З. Н а в р о ц к и: Метрологический анализ дифференциальных схем и компенсационно-дифференциальных схем применяемых для проверки измерительных трансформаторов	867
Г. П а н к а н и н, Т. В е ж б и ц а: Резонансно-дифференциальный метод измерения емкости с большими потерями	297
Г. П е р ц а к: Транзисторный усилитель постоянного тока с большим диапазоном изменений выходного напряжения	597
Я. П р о к о п: Математическое описание машин постоянного тока методом пространства состояний	813
Я. П р о к о п: Математическое описание электрических машин методом пространства состояний	399
Я. П у р ч и н ь с к и: Использование метода разделения переменных для анализа магнитных полей	231
В. П ш и б о р о в с к и: Электромагнитные напряжения на поверхности статора турбогенератора	961
Я. С и к о р а, С. В и н ц е н ц и к: Применение метода конечных элементов к анализу электромагнитных полей в неоднородной среде с осевой симметрией	767

Я. Скерски: Анализ группового выбега асинхронных электродвигателей большой мощности	893
М. Стабровски, С. Туманьски: Машинный расчет динамических параметров электрических преобразователей температуры	525
М. Стегнер - Демс: Анализ математических моделей синхронного двигателя с точки зрения стабильности работы	351
В. Степович: Интерпретация вольтамперных характеристик кремниевого $p-n$ перехода при обратном смещении	307
И. Татара: Чувствительность второго порядка	43
З. Тшаска: Метод конечных элементов решения переходного процесса в одномерной системе с распределенными параметрами	3
З. Тшаска: Метод конечных элементов решения установившегося распределения температуры в области проложенного в земле энергетического кабеля	881
Х. Тшаска: Эталон напряжения электромагнитного поля с использованием отрезка линии передачи ТЕМ	745
С. Урбаньски: Минимизация динамической погрешности в приводной системе стабилизации скорости	829
С. Урбаньски: Корневые годографы как основа исследования и проектирования динамики систем с электродвигателями постоянного тока	611
А. Хвалеба, Б. Моэшке: Преобразователи гидростатического давления не туннеленых $p-n$ переходах	533
А. Цихоцки, С. Осовски: Синтез многополосников в многоканальной структуре РС с усилителями напряжения	265
С. Шпор: Идеи передаточной линии с поперечной квазинепрерывной компенсацией	389
М. Яблоньски: Простой метод расчета серийных дросселей применяемых в энергетических преобразователях	55
В. Янке, С. Сьвенциньски, Б. Вилимовски: Статическая модель биполярного транзистора в широком диапазоне токов и температур	181



POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXIV · ZESZYT 1

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1978

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor naczelny

PROF. DR WITOLD NOWICKI

Zastępca redaktora naczelnego

PROF. DR HAB. TADEUSZ KACZOREK

Członkowie

PROF. DR LEONARD KNOCH, PROF. DR WITOLD ROSIŃSKI

PROF. DR HAB. JANUSZ TUROWSKI

Sekretarz

JANINA MATHEISEL

ADRES REDAKCJI

00-661 Warszawa, Plac Jedności Robotniczej 1
Politechnika, Instytut Telekomunikacji, Gmach Elektroniki, pok. 471

Dyżury Redakcji: poniedziałki i czwartki, godz. 11-13

tel. 28 89 81 lub 210 07-737

Telefony domowe: redaktor naczelny - 17 37 03

zastępca redaktora naczelnego - 44 88 34

sekretarz - 33 84 97

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

Warszawa, Miodowa 10

Nakład 710 (605+105)	Oddano do składania 30.IX.1977 r.
Ark. wyd. 19,0, ark. druk. 14,25.	Podpisano do druku w lutym 1978 r.
Papier ilustrac. sat. kl. III, 80 g. 70×100	Druk ukończono w lutym 1978 r.
Zamówienie nr 1325/77	Cena zł 40.— S-83

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

Finite Element Solution of Transients in Lossy One-Dimensional Parameter Distributed Systems

ZDZISŁAW TRZASKA (WARSZAWA)

Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Miernictwa Elektrycznego Politechniki Warszawskiej

The paper received 10.7.1976

The transient problem in one-dimensional parameter distributed system is formulated in terms of the finite element process based on the Galerkin principle. The method is applied to a mathematical model of the non-uniform active system with passive parameters $R(x)$, $C(x)$ depending on space coordinate x only, and with active parameters $e(x, t)$, $j(x, t)$ depending on both space coordinate x and time variable t . The non-homogeneous Dirichlet and Fourier boundary conditions are taken into consideration. In one of the approaches presented the initial conditions are transformed into appropriate boundary conditions. Two different ways in the finite element method are presented in the paper.

1. INTRODUCTION

Numerical methods applied to the solutions of transient problems in parameter-distributed systems can be divided into two main groups:

- methods based on the calculations of the inverse of the Laplace or Fourier transforms,
- methods based on the calculations of direct solutions of partial differential equations which describe the studied systems.

In the past, many network theorists used direct methods for solutions of transient problems in parameter-distributed systems. These methods have become more and more attractive with the increasing availability of modern digital computers and associated equipment. Especially since the finite element method has some outstanding advantages which make it very useful. The finite element method was originally developed for the numerical solution of two- and three-dimensional field problem, governed by partial differential equation of the elliptic type, e.g. the Laplace and Poisson equations [11], [15]. Applications of the finite element method to the solution of time-dependent problems was suggested, among others, by O. C. Zienkiewicz in [15] and by M. Zlamal in [16].

In this paper the finite element method is applied to the computations of the transient voltage distribution in a one-dimensional system with passive parameters depending on the space coordinate and with active parameters depending on both the space coordinate and the time variable. The two different approaches in the formulation of the finite element

equations for transient voltage distribution are presented. The first one reduces the solution of the partial differential equation of the second order with terms depending on the time variable to the solution of linear algebraic equations. In this case the solution domain is divided into finite elements in space and time. The second approach reduces the solution of the system-governed equation to the solution of a finite number of ordinary differential equations of the first order.

In general the non-homogeneous Dirichlet and Fourier boundary as well as non-zero initial conditions are considered adequately.

2. BOUNDARY CONDITIONS-FORMULATIONS OF THE FINITE ELEMENT EQUATIONS OF TRANSIENT VOLTAGE DISTRIBUTIONS

In this section the partial differential equation which governs the transient phenomena in one-dimensional R , C parameter-distributed system with the distributed active elements will be transformed into finite element equations. The mathematical model of the analyzed

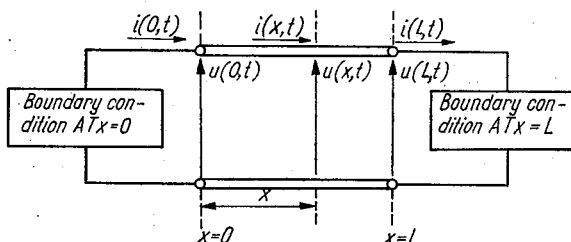


Fig. 1. Non-uniform $R(x)$, $C(x)$, $e(x, t)$, $j(x, t)$ parameter-distributed one-dimensional system

system is presented in Fig. 1. The passive parameters $R(x)$, $C(x)$ are the positive continuous function of the space coordinate and the linear density of the active elements $e(x, t)$, $j(x, t)$ is the continuous functions of the space coordinate and time variable. The space coordinate is measured from the beginning of the system and the time variable is computed

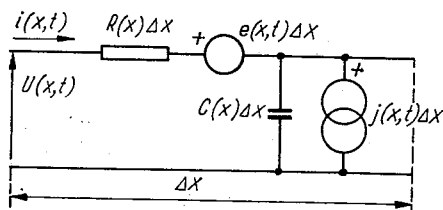


Fig. 2. Mathematical model of Δx -length element of the system

from the state change in this system. The governed equations of the transient problem have the form (Fig. 2)

$$-u_x = Ri + e, \quad (1)$$

$$-i_x = Cu_t - j, \quad (2)$$

where the subindices x and t denote the partial differentiations in respect to x and t .

From equation (1) it is seen that current distribution can be calculated easily after computations of the voltage distribution. Thus we have

$$i = -(u_x + e)R^{-1}. \quad (3)$$

Then we can limit the considerations to the voltage distribution only. From equations (1) and (2), after differentiation in respect to x and rearranging, we obtain the equation governing the voltage distribution which has the form

$$(R^{-1}u_x)_x = Cu_t + f, \quad (4)$$

where the function $f = f(x, t)$ denotes the influence of the active elements on the transient phenomena in the studying system.

Comparing equations (1), (2) and (4) we have

$$f = -(j + e_x). \quad (5)$$

To solve equation (4) we must define the boundary and initial conditions in the system. The Dirichlet and Fourier boundary conditions have often appeared in the R, C parameter-distributed systems. From the mathematical point of view these conditions are taken into consideration in this paper as two separate cases of the boundary conditions. The Galerkin variational method will be used to obtain the adequate functional.

a. Non-homogeneous Dirichlet conditions

In this case the equations which describe the voltage at both endpoints of the system have the form

$$u_z = g_z, \quad (6)$$

where $z = 0$ and $z = L$, respectively.

The time dependent functions $g_z = g_z(t)$ express the parameter of the active elements connected at the beginning $x = 0$ and at the end $x = L$ in the system.

The initial conditions, i.e. the voltage values at $t = 0$ and $t = T$, are described by the following formulae

$$u(0) = q_0, \quad u(T) = q_T, \quad (7)$$

where T denotes the value of the time variable for which the voltage distribution in the system are known.

The functions $q_0 = q_0(x)$ and $q_T = q_T(x)$ are continuous with the variations of space coordinate x . In this manner we have obtained system equations (4), (6) and (7) which permit us to apply the finite element method. For this purpose we use the Galerkin variational method [1, 4, 8, 16] and for equation (4) we form the functional

$$H = \int \int_P \left\{ \frac{1}{2} [R^{-1}(u_x)^2 - 2Cu_t] + fu \right\} dx dt, \quad (8)$$

where P denotes the region bounded by the lines: $x = 0$, $x = L$, $t = 0$ and $t = T$.

All functions in the integral expression are continuous and thus the functional H is not infinite.

Now to apply the finite element method we divide the whole region P into n triangles, where the r -th triangle ($r = 1, 2, \dots, n$) has the surface denoted by P_r ($P = \sum_{r=1}^n P_r$). Generally, $P_k \neq P_l$ for $k \neq l$; $k, l = 1, 2, \dots, n$. The voltage u^r over the triangle P_r we express as the linear function of the nodal-triangle voltage u_h , where $h = k, l, m$ (Fig. 3). Thus we can write

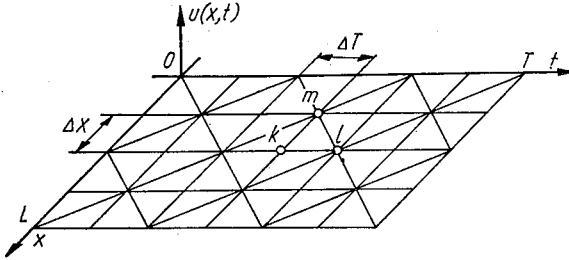


Fig. 3. Solution domain divided into finite elements in space and time

$$u_r = [w_k, w_l, w_m][u_k, u_l, u_m]', \quad (9)$$

where the index „'” denotes the transposition of the row matrix; and the coefficients w_h ($h = k, l, m$) denote the approximative function.

In the case of linear approximations the coefficients w_h are expressed by the formulae

$$w_h = a_{0h} + a_{1h}x + a_{2h}t \quad (10)$$

for $h = k, l, m$ respectively.

It is evident that the following equalities must be verified

$$u^r(x_h, t_h) = u_h. \quad (11)$$

To calculate the unknown coefficients a_{jh} ($j = 0, 1, 2$; $h = k, l, m$) we apply the formula (11) to the equation (10) and we obtain the following matrix equation

$$\begin{bmatrix} a_{0k} & a_{0l} & a_{0m} \\ a_{1k} & a_{1l} & a_{1m} \\ a_{2k} & a_{2l} & a_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_k & t_k \\ 1 & x_l & t_l \\ 1 & x_m & t_m \end{bmatrix}^{-1}. \quad (12)$$

Now by substitutions of values a_{jh} in equation (10) we obtain for w_h the following formulae

$$\begin{aligned} w_k &= x_l t_m - x_m t_l + (t_l - t_m)x + (x_m - x_l)t, \\ w_l &= x_m t_k - x_k t_m + (t_m - t_k)x + (x_k - x_m)t, \\ w_m &= x_k t_l - x_l t_k + (t_k - t_l)x + (x_l - x_k)t. \end{aligned} \quad (13)$$

In addition, it is easy to see that the following expressions are verified

$$w_h(x_s, t_s) = \begin{cases} 1 & \text{for } s = h \\ 0 & \text{for } s \neq h \end{cases}, \quad (14)$$

where $h = k, l, m$.

Thus we can apply the variational principle. According to this principle the solution of the studying problem minimizes the functional H over the whole region P and also

over each region P_r ($r = 1, 2, \dots, n$). This statement shows us how to obtain the final solution. For this purpose we differentiate the functional H in respect of each voltage u^r ($r = 1, 2, \dots, n$) and subsequently, after the addition of all derivatives, we equate the result to zero.

In the r -th element the derivative of the functional (8) in respect of voltage u_h can be expressed by the formula

$$\left\{ \frac{\partial H}{\partial u_h} \right\}^r = \left\{ \iint \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial u_h} R^{-1} (u_x)^2 - 2 \frac{\partial}{\partial u_h} C u u_t + \frac{\partial}{\partial u_h} f u \right] dx dt \right\}^r \quad (15)$$

for $h = k, l, m$.

Next we calculate these derivatives for the whole region P and the result obtained is compared to zero. Thus we have

$$\sum_{r=1}^n \left\{ \frac{\partial H}{\partial u_h} \right\}^r = 0. \quad (16)$$

The equation (16) can be rewritten in the matrix form

$$[S_{ij}] [u_i] = [F_i] \quad \text{for } i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (17)$$

The elements S_{ij} and F_i of the respective matrix in the equation (17) must be calculated from the following formulae

$$S_{ij} = \sum_d \iint_{P_d} [w_{ix} R^{-1} w_{jx} - C w_i w_{jt} + w_j w_{it}] dx dt, \quad (18)$$

$$F_i = - \iint_{P_d} w_i f dx dt,$$

where d denotes a triangle which has vertices i, j .

For the v -th nodes placed on the boundary of the region P the voltage values u_v are known and for these voltages the equation of the type (17) is neglected. In consequence the new terms of the form $(-S_{iv} u_v)$ must be added in the right hand-side of the equation (17). In this manner we reduce the problem to the solution of a finite number of simultaneous algebraic equations (17). The solution of these equations yields the transient voltage distributions within the area under consideration. The matrix $[S_{ij}]$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) is symmetrical and moreover it has a great number of zero-equal elements. Thus the solution of the system equations (17) can be obtained by application of the sparse-matrix method.

b. The non-homogeneous Fourier boundary conditions

In the case of the Fourier boundary conditions which are frequently named as the „third kind boundary conditions” [7, 8] another approach must be applied for the finite element formulation of the system equations. Now we divide the region P into sub-regions P' and P'' ($P = P' + P''$), where the first region is described by the expressions $0 < x < L$ and $0 \leq t \leq T$. However the region P'' is part of the boundary of P and is described by

equations $x = 0$, $x = L$. The non-homogeneous boundary conditions of the third kind can be formulated in general by the following expressions

$$u_z + h_z u_x|_{x=z} = h_z g_z \quad (19)$$

where $z = 0$ and $z = L$, respectively.

As in the previous section we describe the time-boundary conditions by the formulæ expressed

$$u(0) = q_0, \quad u(T) = q_T \quad (20)$$

where h_z and g_z express the influence of passive and active elements connected at the endpoints of the system; the functions q_0 and q_T are continuous with variations of the space coordinate x .

Now we can return to equation (4) and to functional H in which we must take into consideration equations (19). In consequence we have

$$H = \int_{P'} \int \left[\frac{1}{2} (R^{-1}(u_x)^2 - 2Cu u_t) + fu \right] dx dt + \sum_z \int_0^T (u_z + h_z u_x + h_z g_z) u dt. \quad (21)$$

After the differentiation of the functional H in respect of each node voltage u_i we obtain for the total number of nodes in the region P a system of algebraic simultaneous equations of equation type (17) but now the matrix element S_{ij} and F_i must be calculated from the following formula, where $z = 0, L$, respectively

$$\begin{aligned} S_{ij} = & \sum_d \int_{P'_d} (w_{ix} R^{-1} w_{jx} - w_i C w_{jt} - w_j C w_{it}) dx dt + \\ & + \sum_z \int_0^T [(2w_i + h_z w_{ix}) w_j + h_z w_i w_{jx}] dt, \quad (22) \\ F_i = & - \int_{P'_d} w_i f dx dt - \sum_z \int_0^T h_z g_z w_i dt \end{aligned}$$

for $i, j = 1, 2, \dots, n$; $z = 0$ and $z = L$.

In expressions (22) d denotes in P the triangle which has vertices i and j . For practical applications a standard computer program can be used to calculate the above expressions.

In the case of Neuman boundary conditions we can start from equation (19) by putting $h_z = \infty$ and finally we can use the appropriate formula for S_{ij} and F_i .

Finally we ascertain that the presented consideration has changed from an initial-boundary value problem into a boundary value one.

3. INITIAL CONDITIONS-FORMULATION OF THE FINITE ELEMENT EQUATIONS OF TRANSIENT VOLTAGE DISTRIBUTIONS

In this section another approach of the finite element method of the calculation of transient-distributed system is presented. Now we transform the initial-boundary value problem into an initial value problem only. The starting points in this approach are equa-

tions (4) and (6) with initial conditions expressed by equation

$$u(0) = q_0. \quad (23)$$

To obtain solution $u(x, t)$ we divide region $0 \leq x \leq L$ and $t \geq 0$ into finite elements for the space coordinate by simply using the following transformation G_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) so that

$$G_i(x_j) = \begin{cases} 1 & \text{for } i = j \\ 0 & \text{for } i \neq j \end{cases} \quad (24)$$

It is convenient in practice to divide the interval $(0, L)$ into n equal elements of length $h = n^{-1}L$. Starting from the Galerkin principle we assume solution of the voltage equation (4) in the form

$$u = \sum_{i=0}^n N_i(x) u_i(t). \quad (25)$$

In this way we obtain a solution which, at each point x_i , is a continuous time-varying function; and in addition, the solution at the fixed moment $t_k \geq 0$ is the piece-wise function of the space coordinate.

The procedure of the finite element discretization of solution $u(t_k, x)$ is presented in Fig. 4.

Next, by using the steady-state variational principle [4] we can write the functional in the form

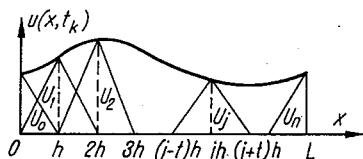


Fig. 4. Space finite element discretization of solution $u(x, t_k)$ for $x \in (0, L)$

$$H'' = \int_0^L \left[\frac{1}{2} R^{-1}(u_x)^2 - C u u_t + f u \right] dx. \quad (26)$$

The desired solution must minimize the functional (26). By calculations of the derivative of this functional in respect of voltage u_i we have

$$\frac{\partial H''}{\partial u_i} = \int_0^L \left(N_{ix} R^{-1} \sum_j N_{jx} u_j - N_i C \sum_j N_j u_{jt} + N_i f \right) dx \quad (27)$$

where $j = 0, 1, 2, \dots, n$.

The above differentiation is repeated for each $i = 0, 1, 2, \dots, n$ and after adding the results we compare it to zero. In consequence for the whole interval $(0, L)$ we obtain the system of ordinary linear differential equations of the first order. Thus we write it in the matrix form

$$[A_{ij}][u_{it}] + [B_{ij}][u_i] = [W_i] \quad (28)$$

where $i, j = 0, 1, 2, \dots, n$ and the respective matrix element have values

$$A_{ij} = \int_0^L N_i C N_j dx, \quad B_{ij} = \int_0^L N_{ix} R^{-1} N_{jx} dx, \quad W_i = \int_0^L N_i f dx. \quad (29)$$

Matrix $[A_{ij}]$ is non-singular and thus we can transform equation (28) into the form

$$[u_{it}] + [D_{ij}][u_i] = [Y_i] \quad (30)$$

where the new matrices are calculated from the relations

$$\begin{aligned} [D_{ij}] &= [A_{ij}]^{-1} [B_{ij}], \\ [Y_i] &= [A_{ij}]^{-1} [W_i]. \end{aligned} \quad (31)$$

In this way the solution of equation (4) with the boundary initial conditions (6) and (23) are transformed into the solution of the matrix ordinary differential equation (31). To obtain the solution of this equation new initial conditions must be specified, e.g. must be given all values u_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) at moment $t = 0$. In order to obtain these values we utilize the original initial conditions prescribed by equation (23). After using transformation G_i we obtain

$$G_i(q_0) = \begin{cases} u_i(0) & \text{for } x = x_i \\ 0 & \text{for } x \neq x_i \end{cases} \quad (32)$$

Now to solve matrix differential equation (30) with initial conditions (32) we can use a standard computer program in which the sparse-matrix technique can be applied. As the result the transient voltages in discrete points x_i are obtained.

4. NUMERICAL SOLUTION

As a check to see if the approach described above is valid, it is applied to a one-dimensional problem which describes the longitudinal distribution of the voltage in a system with uniformly distributed R, C parameters. The homogeneous Dirichlet space-boundary conditions are taken into consideration. The governing differential equation has the form

$$(RC)^{-1} u_{xx} = u_t \quad (33)$$

subject to conditions

$$\begin{aligned} u_0 &= u_L = 0, \\ u(0) &= U_0, \\ u(T) &= U_T. \end{aligned} \quad (34)$$

It is evident that instead of the non-homogeneous Dirichlet conditions the homogeneous ones can be taken into consideration by using an appropriate transformation of the new depended value; as is shown in [8]. The results obtained by the finite element method with the solution domain divided into finite elements in space and time are presented in Fig. 5. In this figure the finite element results are compared with the exact solu-

tion of the above problem which, for $t \geq 0$, has the form

$$u = u(x, t) = U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \left[1 - (-1)^n \sin \frac{n\pi x}{L} \right] \exp(-a^2 n^2 t) \quad (35)$$

where $a = (RCL)^{-1}\pi$.

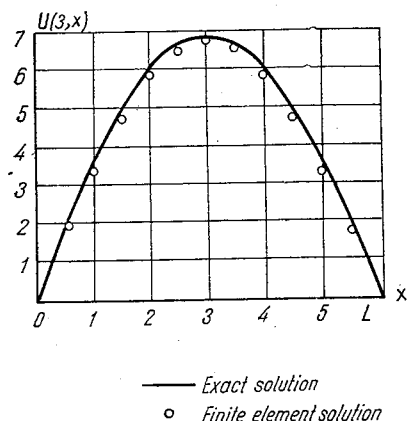


Fig. 5. Numerical results obtained by time-space finite element method and by exact method

From Fig. 5 it is easy to see that the results computed by the finite element method conform well with the exact solution ones. The accuracy is better when the finite elements are smallest. The symmetry and great sparsity of the matrix $[S_{ij}]$ assure a relative low time consumption in computer calculations.

5. CONCLUSIONS

In this paper finite element methods for transient voltage distribution computations in a one-dimensional parameter-distributed system are formulated like a space-time boundary value problem or like an initial-value problem. In the first case the finite element solutions are obtained in the domain divided into finite element in space and time. In principle connected with the above method, the solution must be known when $t = T$, where T is some arbitrary but fixed later time. The solution of the partial differential equation (4) is transformed into the solution of the finite number of the algebraic simultaneous equations (17). The sparse-matrix technique can be applied because the resulting system matrix is symmetrical and has a great number of zero-value elements.

In the second approach the finite element solution is obtained in the domain divided into finite element in space only. A finite number of the ordinary differential equations of the first order (30) is obtained. The piece-wise initial conditions are obtained by use of an appropriate triangular transformation (32) of the original initial condition prescribed by equation (23).

The method presented in this paper permits an easy introduction of non-uniformly distributed passive and active elements. One of these methods is successfully used for calculating voltage transients in a uniform R, C parameter-distributed system with non-

-zero initial conditions. The accuracy of the calculated transient voltages depends on the grid size in the time-space domain. By sufficient reduction of the grid size it is possible to obtain any desired degree of accuracy, but a large-size memory computer is indispensable. For a simple numerical solution, where comparison with the exact solution was possible, the finite element method showed good agreement.

REFERENCES

1. I. Babuska, *The finite element method for elliptic differential equations*, in: „Numerical Solutions of Partial Differential Equations — II SYNSPADE 1970”, Ed. B. Hubbard, New York: Academic Press, 1971, pp. 69—101.
2. T. Cholewicki, *Elektryczne linie długie i układy łańcuchowe niejednorodne* [in Polish], PWN, Warszawa 1974.
3. P. Ciarlet, *Conforming and nonconforming finite element methods for solving the plate problem*, in: „Lecture Notes in Mathematics”, N° 363, Ed. A. Dold and B. Eckman, Berlin: Springer-Verlag, 1974, pp. 21—31.
4. A. R. Forsyth, *Calculus of Variations*, New York: Dover Publications, 1960.
5. T. Fried, *Finite element analysis of time dependent phenomena*, AIIA Journal, vol. 7, pp. 1170—1173, June 1969.
6. F. Kikuchi, *On a finite element scheme based on the discrete Kirchhoff assumption*, Num. Math. vol. 24, pp. 211—231, February 1975.
7. A. R. Mitchell, *An introduction to the mathematics of the finite element method*, in: „The Mathematics of Finite Elements and Applications”, Ed. J. R. Whiteman, London, New York: Academic Press, 1973, pp. 37—58.
8. J. L. Lions, *Cours d'Analyse Numerique*, Paris: Herman, 1973.
9. S. Preuss, *High order approximations to Sturm-Liouville eigenvalues*, Num. Math., vol. 24, 241—247, July 1975.
10. J. Robinson, *Integral Theory of Finite Element Methods*, New York: J. Wiley, 1973.
11. G. Strang, *The finite element method and approximation theory*, in: Numerical Solutions of Partial Differential Equations — II. SYNSPADE 1970, Ed. B. Hubbard, New York: Academic Press, 1971, pp. 208—261.
12. Z. Trzaska, *Use of the Sturm-Liouville operators to the study transient phenomena in a nonuniform long transmission line*, London: IEE Conf. Public., N° 116, pp. 199—204, July 1974.
13. Z. Trzaska, *Computations of transient voltages in a nonuniform onedimensional RC active distributed system with dielectric losses*, in: Proc. The Third International Symposium on Network Theory, Split, Septem. 1975, pp. 535—543.
14. M. R. Wohlers, *Lumped and Distributed Passive Network*, New York: Academic Press, 1969.
15. O. C. Zienkiewicz, *The Finite Element Method in Engineering Sciences*, New York: McGraw-Hill, 1971.
16. M. Zlamal, *On the finite element method*, Num. Math., vol. 12, pp. 394—402, 1970.

Z. TRZASKA

METODA ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH ROZWIĄZANIA STANU NIEUSTALONEGO W JEDNOWYMIAROWYM UKŁADZIE O PARAMETRACH ROZŁOŻONYCH

Streszczenie

Opis stanu nieustalonego w jednowymiarowym układzie o parametrach rozłożonych jest przedstawiony w ujęciu elementów skończonych, które opiera się na metodzie Galerkin. Metoda ma zastosowanie do modelu matematycznego niejednorodnego układu aktywnego o parametrach $R(x)$, $C(x)$ zależnych

tylko od współrzędnej przestrzennej x oraz o parametrach elementów aktywnych $e(x, t)$ oraz $j(x, t)$ zależnych zarówno od współrzędnej przestrzennej x , jak i od czasu t . Rozważono przypadek niejednorodnych warunków brzegowych typu Dirichleta i Fouriera. W jednym z rozważanych przypadków opisu badanego stanu nieustalonego warunki początkowe zostały przetransformowane do odpowiednich warunków brzegowych.

W artykule przedstawione zostały dwa odrębne sposoby rozwiązania badanego zagadnienia metodą elementów skończonych.

Z. TRZASKA

MÉTHODE D'ÉLÉMENTS FINIS APPLIQUÉE À LA RÉOLUTION DE L'ÉTAT TRANSITOIRE DANS UN SYSTÈME UNIDIMENSIONNEL À PARAMÈTRES CONTINUS

Résumé

Dans cet article on a présenté la description des phénomènes transitoires se produisant dans un système unidimensionnel en se servant de la méthode des éléments finis. La méthode variationnelle conduit à minimiser l'expression fonctionnelle de l'énergie dans le domaine de résolution, c'est à dire dans la région des coordonnées x (distance) et t (temps).

On a montré qu'il y a deux méthodes de résolution de ce type de problème: transformation du problème initial en un problème aux limites ou discrétisation du domaine de résolution seulement à la distance. Ces deux types de systèmes d'équations sont présentés dans le cas général du système nonhomogène.

Z. TRZASKA

METHODE DER BEENDIGTEN ELEMENTE ZUR BESTIMMUNG DES UNSTABILEN ZUSTANDES IN EINEM EINDIMENSIONALEN SYSTEM MIT VERTEILTEN PARAMETERN

Zusammenfassung

Die Beschreibung des instabilen Zustandes in einem eindimensionalen System mit verteilten Parametern wird hinsichtlich der beendeten Elemente dargestellt, wobei diese Auffassung auf die Galerkin-Methode zurückgreift. Im allgemeinen wird das System mit nicht homogenen passiven und aktiven Parametern untersucht.

Wir suchen die Lösung in Form von Randbedingungen des Raumkoeffizienten x und des Zeitkoeffizienten t . Die approximative Lösung der Ausbreitung der Spannung wird mittels Dirichlet- oder Fourier-Randbedingungen bestimmt.

Im Artikel wurden zwei verschiedene Verfahren zur Lösung des untersuchten Problems mit Hilfe der Methode beendeter Elemente angeführt.

З. ТРАСКА

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РЕШЕНИЯ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЕ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Резюме

Анализ переходного процесса в одномерной системе с распределенными параметрами представлен при использовании конечных элементов, обоснованных на принципе Галеркина. Предлагаемый метод применим к математической модели неоднородной активной системы с распре-

деленными параметрами $R(x)$, $C(x)$, зависящими только от пространственной переменной x , а также активными элементами с параметрами $e(x, t)$ и $j(x, t)$, зависящими от пространственной x и временной t переменных. Рассматривается случай неоднородных граничных условий типа Дирихле и Фурье. В одном из излагаемых случаев рассматриваемого процесса начальные условия трансформированы к соответствующим граничным условиям. Два различных метода решения с использованием конечных элементов детально исследуются на примере линии при постоянном возмущении.

Metoda obliczania rozkładu pola elektromagnetycznego na powierzchni metalowej częściowo ekranowanej idealnym ekranem elektrycznym lub magnetycznym

STANISŁAW APANASEWICZ (ŁÓDŹ)

Instytut Elektrotechniki, Oddział w Łodzi

Otrzymano 13.10.1976

W pracy przedstawiono metodę obliczania rozkładu pola elektromagnetycznego przy istnieniu obszaru metalowego częściowo ekranowego idealnym ekranem elektrycznym lub magnetycznym dla modelu mającego zastosowanie w technice transformatorowej. Fakt istnienia ekranu idealnego uwzględnia się w warunkach brzegowych:

- a) w przypadku ekranu elektrycznego zakłada się znikanie na nim pola elektrycznego i składowej normalnej indukcji magnetycznej oraz dopuszcza się nieciągłość składowej stycznej pola magnetycznego,
- b) w przypadku ekranu magnetycznego zakłada się znikanie na nim składowej stycznej pola magnetycznego i dopuszcza się nieciągłość składowej normalnej indukcji magnetycznej.

Rozwiązanie odpowiednich równań pola elektromagnetycznego sprowadza się do rozwiązania nieskończonego układu równań algebraicznych.

1. UWAGI WSTĘPNE

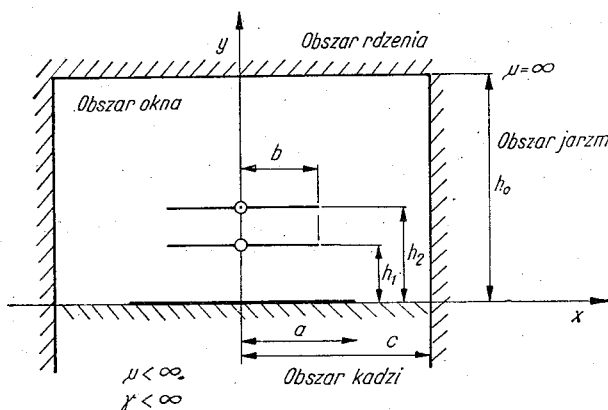
Obliczanie rozkładu pola elektromagnetycznego w obszarach z ekranami o skończonych wymiarach, potrzebnego np: do wyznaczania strat dodatkowych, jest bardzo trudnym problemem nawet dla stosunkowo prostych modeli matematycznych reprezentujących zazwyczaj tylko w pewnym przybliżeniu model rzeczywisty. Gdy ekran pokrywa cały brzeg obszaru, to w wielu przypadkach można otrzymać rozwiązanie nawet w jawnej postaci [2, 8, 9]; natomiast, gdy ekran pokrywa tylko część brzegu, co często jest uzasadnione względami ekonomicznymi i technicznymi, to można oczekiwać tylko na rozwiązanie przybliżone, które nie jest łatwo otrzymać nawet przy przyjęciu dodatkowych uproszczeń. Takim dodatkowym uproszczeniem, przyjętym w niniejszej pracy jest założenie, że ekran jest idealny, nieskończenie cienki. Oznacza to pominięcie struktury wewnętrznej ekranu, a fakt jego istnienia i oddziaływania na pole uwzględnia się w obliczeniach poprzez odpowiednie warunki brzegowe. Istnieje bogata literatura związana z obliczaniem rozkładów pól elektromagnetycznych w układach z idealnymi ekranami elektrycznymi przy dyfrakcji fal elektromagnetycznych [10]; w tych zagadnieniach pomija się prądy wirowe. Metod tych nie można wykorzystać w przypadku, gdy

prądy wirowe należy uwzględniać i autorowi nie są znane żadne poważniejsze prace dotyczące obliczania pola w przypadku, gdy idealny ekran nie pokrywa całego obszaru metalowego, w którym prądy wirowe nie mogą być pominięte.

I tak zakłada się, że na powierzchni obszaru ekranowego:

- znika składowa styczna pola elektrycznego i normalna indukcji magnetycznej w przypadku idealnego ekranu elektrycznego; jest to równoznaczne z założeniem o nieskończenie dużej przewodności elektrycznej ekranu. Składowa styczna pola magnetycznego w tym obszarze nie jest ciągła, a różnica tej składowej od strony powietrza i metalu daje gęstość prądu powierzchniowego [4],
- znika składowa styczna pola magnetycznego w przypadku idealnego ekranu magnetycznego; jest to równoznaczne z nieskończenie dużą przenikalnością magnetyczną ekranu.

W przedstawionej pracy metoda rozkładu pola elektromagnetycznego z częściowo ekranowaną ekranem idealnym powierzchnią — metalową zostanie zaprezentowana na przykładzie typowego modelu reprezentującego okno transformatora w ujęciu płaskim, często rozpatrywanego w pracach inżynierskich dotyczących transformatorów [1]. Jest



Rys. 1. Schematyczny przekrój rozpatrywanego modelu okna transformatora

to model następujący: rozważany obszar jest nieskończonym szybem o przekroju prostokątnym (rys. 1), jedna z jego ścian reprezentuje rdzeń, druga — przeciwna do niej — kadź, ściany poprzeczne — jarzma; uzwojenia są reprezentowane przez dwie nieskończenie cienkie szyny, równoległe do ściany kadzi.

Przyjmowane są następujące założenia:

- przez szyny płyną prądy sinusoidalne $i = i_0 \sin \omega t$ z częstotliwością ω pozwalającą na pominięcie prądów przesunięcia Maxwella,
- położenie szyn względem ekranu i ściany kadzi jest symetryczne; założenie to jest mało istotne i wprowadzone jest tylko dla skrócenia zapisu odpowiednich wzorów,
- przenikalność magnetyczna jarzma i rdzenia jest nieskończenie duża,
- przenikalność magnetyczna i przenikalność elektryczna kadzi jest ograniczona.

W tym ujęciu praca ta jest uogólnieniem pracy [1], gdzie zakłada się, że ekrany idealne obejmują całą powierzchnię ścian.

Używane symbole

- a, b, c, h_0, h_1, h_2 — wymiary geometryczne określone na rys. 1,
 x, y — współrzędne prostokątne,
 B_x, B_y — składowe indukcji magnetycznej,
 H_x, H_y — składowe pola magnetycznego,
 E — składowa pola elektrycznego wzdłuż osi szyn,
 i_0 — amplituda liniowej gęstości prądu w szynach,
 γ — przewodność elektryczna kadzi,
 μ, μ_r — przenikalność i względna przenikalność kadzi.

W niektórych przypadkach używane są indeksy przy funkcjach, np. f_p, f_k dla podkreślenia, że funkcja f jest określona w obszarze powietrznym lub w obszarze kadzi.

Stosowany jest układ jednostek SI.

2. METODA OBLICZANIA ROZKŁADU POLA W PRZYPADKU EKRANU — NIESKOŃCZENIE DŁUGIEGO PASKA

2.1. Założenia wyjściowe i równania ogólne

Przy poczynionych założeniach przestrzenne zespolone amplitudy pola elektrycznego E , składowych indukcji magnetycznej B_x, B_y i składowych pola magnetycznego wyraża się tylko od jednej składowej φ potencjału wektorowego zależnej tylko od współrzędnych x, y w sposób następujący:

$$\begin{aligned}
 E &= j\omega\varphi, & B_x &= -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, & B_y &= \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \\
 H_x &= \frac{1}{\mu} B_x, & H_y &= \frac{1}{\mu} B_y.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Funkcja φ spełnia równanie Helmholtza:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} &= \lambda^2\varphi, & |x| &\leq c, & y &\leq h_0, \\
 \lambda^2 &= j\omega\mu\gamma, & j &= \sqrt{-1}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Funkcja φ spełniająca równanie (2) musi spełniać klasyczne warunki elektrodynamiki, w danym przypadku następujące:

a) znikanie składowej stycznej pola magnetycznego na powierzchni jarzma i rdzenia:

$$\begin{aligned}
 H_x &= 0 & \text{dla } y &= h_0, \\
 H_y &= 0 & \text{dla } x &= \pm c,
 \end{aligned} \tag{3}$$

b) nieciągłość składowych pola magnetycznego stycznych do powierzchni szyn — uzyskują one tam skok równy liniowej gęstości prądu w szynie,

c) na powierzchni kadzi, dla $y = 0$:

$$\begin{aligned}
 E_k &= E_p & \text{dla } |x| &\leq c, \\
 B_{xk} &= B_{yp} \\
 H_{xk} &= H_{xp} & \text{dla } a < |x| \leq c, & E = 0 \text{ dla } |x| < a,
 \end{aligned} \tag{4}$$

lub

$$\begin{aligned} H_{xk} &= H_{xp} \quad \text{dla} \quad |x| < c, \\ E_k &= E_p, \quad B_{yk} = B_{yp} \quad \text{dla} \quad a < |x| \leq c, \\ H_x &= 0 \quad \text{dla} \quad |x| < a. \end{aligned} \quad (5)$$

Przy tym warunek (4) dotyczy idealnego ekranu elektrycznego, a (5) — magnetycznego. Funkcję φ o takich własnościach można otrzymać w postaci następującej, stosując metodę rozdzielania zmiennych:

$$\varphi_k = \sum_{n=0}^{\infty} S_n e^{p_n y} \cos \alpha_n x, \quad y \leq 0, \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{c}, \quad p_n = \sqrt{\lambda_k^2 + \alpha_n^2}, \quad (6)$$

$$\varphi_p = \begin{cases} D_0 - \frac{\mu_0 i_0 h_2}{2c} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[D_n + \frac{g_n}{2} (e^{\alpha_n h_2} - e^{\alpha_n h_1}) \right] Y_n \cos \alpha_n x, & h_2 \leq y \leq h_0, \\ D_0 - \frac{\mu_0 i_0 y}{2c} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[D_n Y_n - \left(Q_n + \frac{g_n e^{-\alpha_n h_1}}{2} \right) e^{\alpha_n y} - \right. \\ \quad \left. - g_n e^{\alpha_n (h_1 - y)} \right] \cos \alpha_n x, & h_1 \leq y \leq h_2, \\ D_0 - \frac{\mu_0 i_0 h_1}{2c} + \sum_{n=1}^{\infty} [D_n Y_n - Q_n e^{\alpha_n y}] \cos \alpha_n x, \\ 0 \leq y \leq h_1, \end{cases} \quad (7)$$

gdzie:

$$Q_n = \frac{g_n}{2} [e^{\alpha_n (h_2 - 2h_0)} + e^{-\alpha_n h_2} - e^{\alpha_n (h_1 - 2h_0)} - e^{-\alpha_n h_1}],$$

$$g_n = \frac{\mu_0 i_0 \sin \alpha_n b}{bc \alpha_n^2},$$

$$Y_n = e^{-\alpha_n y} + e^{\alpha_n (y - 2h_0)}.$$

Można sprawdzić, że funkcje opisane przez wzory (6), (7) spełniają równanie (2) oraz wymienione warunki brzegowe a , b . Spełnienie warunków c (wzory (4) lub (5)) pozwala wyznaczyć nieznanne współczynniki D_n , S_n .

2.2. Przypadek idealnego ekranu elektrycznego

W przypadku idealnego ekranu elektrycznego muszą być spełnione warunki brzegowe (4). Z pierwszego z nich wynika, że:

$$D_0 - \frac{\mu_0 i_0 h_1}{2c} = S_0, \quad (8)$$

$$D_n (1 + e^{-2\alpha_n h_0}) - Q_n = S_n, \quad n = 1, \dots,$$

a z dalszych otrzymuje się równania następujące:

$$\sum_{n=0}^{\infty} S_n \cos \alpha_n x = 0, \quad |x| < a, \quad (9)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [\psi_n S_n + \alpha_n (1 + \varphi_n) Q_n] \cos \alpha_n x = 0, \quad a < |x| \leq c,$$

gdzie:

$$\psi_n = \frac{p_n}{\mu_r} + \alpha_n \varphi_n,$$

$$\varphi_n = \frac{1 - e^{-2\alpha_n h_0}}{1 + e^{-2\alpha_n h_0}}.$$

Pierwsze równanie (9) wyraża warunek znikania pola elektrycznego i składowej normalnej indukcji na ekranie, a drugie — warunek ciągłości składowej stycznej pola magnetycznego poza ekranem; na ekranie składowa ta jest nieciągła, uzyskuje skok o gęstość prądu powierzchniowego.

W drugim równaniu (9) wyrugowano D_n zgodnie ze wzorem (8). Obliczenie współczynników na podstawie układu dualnego (9) jest zagadnieniem pod każdym względem trudnym; jego rozwiązanie można sprowadzić do rozwiązania równania całkowego Fredholma pierwszego rodzaju lub nieskończonego układu równań algebraicznych. Równanie całkowe otrzymuje się w sposób następujący: z drugiego równania (9) wynika, że istnieje funkcja $F(x)$ w przedziale $0 \leq x \leq a$, przez którą wyrażają się współczynniki S_n :

$$\varphi_0 S_0 = \frac{1}{c} \int_0^a F(x) dx, \quad \psi_n S_n + \alpha_n (1 + \varphi_n) Q_n = \frac{2}{c} \int_0^a F(x) \cos \alpha_n x dx, \quad (10)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [S_n \varphi_n + \alpha_n (1 + \varphi_n) Q_n] \cos \alpha_n x = \begin{cases} F(x), & |x| \leq a, \\ 0, & |x| > a. \end{cases}$$

Wstawiając S_n z tego równania do pierwszego równania (9) otrzymuje się równanie całkowe dla wyznaczenia tej funkcji:

$$\int_0^a F(t) R(x, t) dt = Q(x), \quad 0 \leq x \leq a, \quad (11)$$

gdzie:

$$R(x, t) = \frac{1}{c\varphi_0} + \frac{2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \alpha_n x \cos \alpha_n t}{\psi_n}, \quad (12)$$

$$Q(x) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n (1 + \varphi_n) \cos \alpha_n x}{\psi_n} Q_n.$$

Równanie (11) można rozwiązywać stosując znane klasyczne metody numeryczne [3], chociaż, ze względu na skomplikowane i osobliwe w punkcie $x = t$ jądro R , procedura

numeryczna nie jest prosta. Nieco prostsze ujęcie otrzyma się, jeśli poszukiwać nieznanej funkcję $F(x)$ w postaci:

$$F(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k \cos \sigma_k x, \quad \sigma_k = \frac{2k-1}{2a} \pi. \quad (13)$$

Wtedy zamiast równań (10), (11) otrzyma się równanie następujące:

$$\left. \begin{aligned} S_0 \psi_0 &= \frac{1}{c} \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k W_{0,k}, \\ \psi_n S_n + \alpha_n (1 + \varphi_n) Q_n &= \frac{2}{c} \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k W_{n,k}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\frac{1}{c} \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k R_k(x) = Q(x), \quad (15)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} R_k(x) &= \frac{W_{0,k}}{\psi_0} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{W_{n,k} \cos \alpha_n x}{\psi_n}, \\ W_{n,k} &= \int_0^a \cos \alpha_n x \cos \sigma_k x dx = \frac{(-1)^{k+1} \sigma_k \cos \alpha_n a}{\sigma_k^2 - \alpha_n^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Przybliżone rozwiązanie równania (15) może być uzyskane w sposób następujący: ograniczając szereg (13) do skończonej liczby $N+1$ wyrazów i zakładając, że równanie (15) jest spełnione w $N+1$ dyskretnych punktach $x_n = \frac{a(n-1)}{N}$ ($n = 1, 2, \dots, N+1$), otrzymuje się układ $N+1$ równań algebraicznych liniowych dla wyznaczenia współczynników Θ_k :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \sum_{k=1}^{N+1} \Theta_k R_k(x_n) &= Q(x_n), \\ n &= 1, 2, \dots, N+1. \end{aligned} \quad (17)$$

2.3. Przypadek idealnego ekranu magnetycznego

Na powierzchni idealnego ekranu magnetycznego znika składowa styczna pola magnetycznego, która pozostaje ciągła na całej powierzchni kadzi, natomiast składowa normalna indukcji jest ciągła poza ekranem a na ekranie uzyskuje skok o gęstość „prądu magnetycznego” [4]. Spełnienie warunków (5) dla tego przypadku prowadzi do następujących

odpowiedników wzorów (8), (9):

$$S_0 = 0,$$

$$\frac{p_n}{\mu_r} S_n = -\alpha_n [D_n (1 - e^{-2\alpha_n h_0}) + Q_n], \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} p_n S_n \cos \alpha_n x &= 0, \quad |x| \leq a, \\ D_0 - \frac{\mu_0 i_0 h_1}{2c} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[S_n \psi_n + \alpha_n (1 + \varphi_n) Q_n]}{\alpha_n \varphi_n} \cos \alpha_n x &= 0, \quad a < |x| \leq c. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Pierwsze z tych równań wyraża warunek znikania składowej stycznej pola magnetycznego na ekranie, a drugie — ciągłość składowej normalnej indukcji poza ekranem na ścianie kadzi.

Rozwiązywanie układu (19) nie udaje się sprowadzić do równania całkowego typu (11), można natomiast sprowadzić do równania typu (15), (17). Mianowicie z pierwszego równania (19) wynika, że istnieje funkcja $S(x)$ taka, że:

$$\begin{aligned} p_n S_n &= \frac{2}{c} \int_a^c S(x) \cos \alpha_n x dx, \\ \sum_{n=1}^{\infty} p_n S_n \cos \alpha_n x &= \begin{cases} 0, & |x| \leq a, \\ S(x), & a < |x| \leq c. \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

Zgodnie z (18) funkcja S musi być taka, żeby $p_0 S_0 = \frac{1}{c} \int_a^c S(x) dx = 0$. Jeśli przedstawić

S w postaci:

$$\begin{aligned} S(x) &= \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k^* \sin \tau_k (x - a), \\ \tau_k &= \frac{2\pi k}{c - a}, \end{aligned} \quad (21)$$

to warunek znikania S_0 zostanie spełniony.

W rezultacie mamy:

$$\begin{aligned} p_n S_n &= \frac{2}{c} \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k^* W_{n,k}^*, \\ W_{n,k}^* &= \int_a^c \sin \tau_k (x - a) \cos \alpha_n x dx = \frac{\tau_k [\cos \alpha_n a + (-1)^{n+1}]}{\tau_k^2 - \alpha_n^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Wstawiając S_n z tego równania do drugiego równania (19) otrzymuje się:

$$\Theta_0^* - \frac{2}{c} \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k^* R_k^*(x) = Q^*(x), \quad a \leq x \leq c, \quad (23)$$

gdzie:

$$D_0 - \frac{\mu_0 i_0 h_1}{2c} = \Theta_0^*,$$

$$R_k^*(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_n W_{n,k}^* \cos \alpha_n x}{\alpha_n \rho_n \varphi_n},$$

$$Q^*(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \varphi_n}{\varphi_n \alpha_n} Q_n \cos \alpha_n x.$$

Wymagając spełnienia równania w $N+1$ punktach i ograniczając szereg do N wyrazów otrzymuje się układ analogiczny do (17):

$$\Theta_0^* - \frac{2}{c} \sum_{k=1}^N \Theta_k^* R_k^*(x_n) = Q^*(x), \quad (24)$$

$$x_n = a + \frac{c-a}{N}(n-1), \quad n = 1, \dots, N+1,$$

możliwy do rozwiązania na maszynie cyfrowej.

3. METODA UPROSZCZONA OBLICZANIA ROZKŁADU POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO

3.1. Uwagi ogólne

Rozwiązywanie układów równań algebraicznych (17) lub (24) dla wyznaczenia współczynników szeregów opisujących rozkład pól elektromagnetycznych w układach z idealnymi ekranami jest dosyć czasochłonne; główną przyczyną jest tu fakt, że współczynniki $R_k(x_n)$ i $R_k^*(x_n)$ (wzory (16) i (23)) są określone szeregami, których wartości trzeba na maszynie obliczać. Istnieje możliwość uproszczenia podobnych równań w tym sensie, że upraszczając odpowiednio ogólną postać rozwiązania równania Helmholtza w obszarze metalowym można otrzymać układ równań, w którym wymienione współczynniki będą określone przez proste wyrażenia możliwe do policzenia przez maszynę cyfrową w bardzo krótkim czasie. Mianowicie w obszarze metalowym równanie wyjściowe (2) można zastąpić równaniem uproszczonym [5]:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \lambda_k^2 \varphi, \quad (25)$$

którego ogólne rozwiązanie ma postać:

$$\varphi = \varphi_k = e^{\lambda_k y} F_0(x). \quad (26)$$

Uproszczenie to wiąże się z tym, że pole elektromagnetyczne (częstotliwość rzędu 50 Hz) w obszarze metalowym istnieje tylko w bardzo cienkiej warstwie i z tego względu zmiany pola w kierunku osi x są małe w porównaniu ze zmianami w kierunku osi y .

Postać równania (26) może być otrzymana z (6), jeśli położyć tam $p_n \approx \lambda_k$, co w przypadku dużych transformatorów realizuje się dla wystarczająco dużych wartości n . Gdy ekran wypełnia całą powierzchnię kadzi, to rozwiązanie odpowiednich równań uzyskuje się w postaci jawnej, np: jeśli $a = c$, to z równań (8), (9) otrzymuje się $S_n = 0$, $D_n(1 + e^{-2\alpha_n h_0}) = Q_n$ i w tym przypadku mogą być łatwo wykonane obliczenia zarówno dla $p_n = \lambda_k$ jak i dla $p_n = \sqrt{\lambda_k^2 + \alpha_n^2}$. Wykonane dla obu tych przypadków obliczenia praktycznie nie różnią się, wynika to stąd, że $\alpha_n^2 \ll \lambda_k^2$ dla n , przy którym praktycznie zanika Q_n . Poprawność przedstawionego uproszczenia potwierdzają również wyniki pracy [6] poświęconej badaniu wpływu częściowego ekranowania w innym ujęciu. Funkcję F_0 z równania (26) można poszukiwać w postaci:

$$F_0(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq a, \\ \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin \tau_n(x-a), & a \leq |x| \leq c, \end{cases} \quad (27)$$

$$\tau_n = \frac{2n-1}{c-a} \frac{\pi}{2}.$$

Wartość τ_n została tu wybrana tak, by $\frac{dF_0(c)}{dx} = 0$.

3.2. Idealny ekran elektryczny

Przy przyjętym uproszczeniu warunki brzegowe na ścianie kadzi w przypadku idealnego ekranu elektrycznego przyjmują postać:

$$D_0 - \frac{\mu_0 i_0 h_1}{2c} + \sum_{n=1}^{\infty} \{D_n(1 + e^{-2\alpha_n h_0}) - Q_n\} \cos \alpha_n x = F_0(x), \quad |x| \leq c, \quad (28)$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \{D_n(1 - e^{-2\alpha_n h_0}) + Q_n\} \cos \alpha_n x = \frac{\lambda_k}{\mu_r} \sum_{k=1}^{\infty} d_k \sin \tau_k(x-a), \quad a \leq |x| \leq c.$$

Równania te wyrażają ten sam sens co równania (8), (9). Z równań (28) otrzymuje się:

$$D_n(1 + e^{-2\alpha_n h_0}) - Q_n = \frac{2}{c} \sum_{k=1}^{\infty} d_k W_{k,n},$$

$$d_k = -\frac{\mu_r}{\lambda_k} \frac{2}{c-a} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n [D_n(1 - e^{-2\alpha_n h_0}) + Q_n] W_{k,n}, \quad (29)$$

$$W_{k,n} = \int_a^c \sin \tau_k(x-a) \cos \alpha_n x dx = \frac{\tau_k \cos \alpha_n}{\tau_k^2 - \alpha_n^2}.$$

Rugując z tych równań d_k , otrzymuje się:

$$T_n - Q_n = -\frac{16\mu_r}{\pi^2 \lambda_k} \varrho_1 \cos \alpha_n a \sum_{s=1}^{\infty} R_{n,s} \alpha_s (\varphi_s T_s + Q_s) \cos \alpha_s a, \quad (30)$$

gdzie:

$$T_n = D_n(1 + e^{-2\alpha_n h_0}), \quad \varrho_1 = 1 - \frac{a}{c},$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} W_{k,n} W_{k,s} = 4 \left(\frac{c-a}{\pi} \right)^2 \cos \alpha_n a \cos \alpha_s a R_{n,s},$$

$$R_{n,s} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)^2}{[(2k-1)^2 - 4\varrho_1^2 n^2][(2k-1)^2 - 4s^2 \varrho_1^2]}.$$

φ_n jest określone przez (9).

Wykorzystując tożsamość [7]:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 - \alpha^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\alpha^2} - \frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \alpha \pi \right]$$

wyrażenie $R_{n,s}$ można doprowadzić do postaci:

$$R_{n,s} = \begin{cases} \frac{\pi}{4\varrho_1} \left[\frac{n \left(\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \pi n \varrho_1 - \operatorname{ctg} 2\pi n \varrho_1 \right) - s \left(\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \pi s \varrho_1 - \operatorname{ctg} 2\pi s \varrho_1 \right)}{n^2 - s^2} \right] & \text{dla } s \neq n, \\ \frac{\pi}{4\varrho_1} \left[\frac{\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \pi \varrho_1 s - \operatorname{ctg} 2\pi \varrho_1 s + s\pi \varrho_1 \left(\frac{2}{\sin^2 2\pi \varrho_1 s} - \frac{1}{2\sin^2 \pi \varrho_1 s} \right)}{2s} \right] & \text{dla } s = n, \end{cases}$$

stąd:

$$R_{n,s} = \begin{cases} \frac{\pi}{8\varrho_1} \frac{s \operatorname{tg} \alpha_s a - n \operatorname{tg} \alpha_n a}{n^2 - s^2}, & n \neq s, \\ \frac{\pi}{8\varrho_1} \frac{\frac{\pi s \varrho_1}{\cos^2 \alpha_n a} - \operatorname{tg} \alpha_n a}{2s}, & n = s. \end{cases} \quad (31)$$

Ograniczając się do skończonej liczby N wyrazów szeregu (27) i rozdzielając układ równań (30) na część rzeczywistą i urojoną otrzyma się ostatecznie następujący układ równań do rozwiązywania na EMC:

$$\begin{aligned} X_n + \varrho_2 \cos \alpha_n a \sum_{s=1}^N R_{n,s}^* \alpha_s [\varphi_s (X_s + X_{s+N})] \cos \alpha_s a &= \\ &= Q_n - \varrho_2 \cos \alpha_n a \sum_{s=1}^N R_{n,s}^* \alpha_s Q_s \cos \alpha_s a, \\ X_{n+N} + \varrho_2 \cos \alpha_n a \sum_{s=1}^N R_{n,s}^* \alpha_s [\varphi_s (X_{s+N} - X_s)] \cos \alpha_s a &= \\ &= \varrho_2 \cos \alpha_n a \sum_{s=1}^N R_{n,s}^* \alpha_s Q_s \cos \alpha_s a, \end{aligned} \quad (32)$$

$$n = 1, 2, \dots, N,$$

gdzie:

$$T_n = X_n + jX_{n+N},$$

$$R_{n,s}^* = \frac{4\varrho_1}{\pi} R_{n,s},$$

$$\varrho_2 = \frac{4\sqrt{\frac{1}{2}\omega\mu_r\mu_0\gamma}}{\pi\omega\mu_0\gamma}.$$

3.3. Idealny ekran magnetyczny

W przypadku idealnego ekranu magnetycznego odpowiednikami wzorów (28), (29) i (30) będą wzory następujące:

$$D_0 - \frac{\mu_0 i_0 h_1}{2c} + \sum_{n=1}^{\infty} [D_n(1 + e^{-2\alpha_n h_0}) - Q_n] \cos \alpha_n x =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} d_k \sin \tau_k(x-a) = F_0(x), \quad a < |x| \leq c, \quad (33)$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n [D_n(1 - e^{-2\alpha_n h_0}) + Q_n] \cos \alpha_n x = \frac{\lambda_k}{\mu_r} F_0(x), \quad |x| < c;$$

stąd:

$$d_k = \frac{2}{c-a} \left\{ \left(D_0 - \frac{\mu_0 i_0 h_1}{2c} \right) W_{k,0} + \sum_{n=1}^{\infty} [D_n(1 + e^{-2\alpha_n h_0}) - Q_n] W_{k,n} \right\}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (34)$$

$$\alpha_n [D_n(1 - e^{-2\alpha_n h_0}) + Q_n] = -\frac{2}{c} \frac{\lambda_k}{\mu_r} \sum_{k=1}^{\infty} W_{k,n} d_k,$$

$n = 0, 1, \dots$

Po wyrugowaniu z (34) d_k otrzymuje się równanie analogiczne do (30):

$$\alpha_n (\varphi_n T_n + Q_n) = -\frac{16\lambda_k^2}{\mu_r \pi^2} \varrho_1 \cos \alpha_n a \sum_{s=1}^{\infty} R_{n,s} (T_s \varphi_s - Q_s) \cos \alpha_s a, \quad (35)$$

$$T_0 = D_0 - \frac{\mu_0 i_0 h_1}{2c}, \quad n = 0, 1, \dots$$

Równania te do celów obliczeń numerycznych należy przedstawić w postaci układu równań (32).

Rozwiązanie układów równań (30) lub (35), np. w postaci (32), pozwala na obliczenie współczynników szeregów opisujących rozkład pola elektromagnetycznego w rozpatrywanym modelu przydatnym do celów techniki transformatorowej. Wszystkie obliczenia mogą być wykonane tylko za pomocą maszyny cyfrowej.

Poniżej są przedstawione przykładowe obliczenia przy częściowym ekranowaniu ściany kadzi ekranem elektrycznym (na podstawie obliczeń programu HB-1, wykonanego IEL/OŁ). Obliczenia przedstawione w poniższych tablicach są wykonane dla następujących danych:

$i_0 = 17200 \text{ A/m}$, $\omega = 314 \text{ }^1/\text{s}$, $c = 1, 2 \text{ m}$, $b = .30 \text{ m}$, $h_1 = .17 \text{ m}$, $h_2 = .29 \text{ m}$, $h_0 = .32 \text{ m}$, $\mu_r = 400$, $\gamma_k = 7 \cdot 10^6 \text{ S/m}$.

Tablica 1

Obliczony rozkład amplitudy składowej stycznej pola magnetycznego na powierzchni kadzi $y = 0 \text{ w A/m} \cdot 10^3$

$X(m)$	$a = 0$ bez ekranu	$a = .25$	$a = .35$	$a = .5$	$a = .7$	$a = 1.2$
0	.911	1.68	1.77	1.81	1.87	1.86
.06	.892	1.68	1.80	1.82	1.85	1.87
.12	.829	1.61	1.71	1.79	1.86	1.86
.18	.704	1.3	1.47	1.60	1.64	1.67
.24	.502	.615	.707	1.05	1.14	1.14
.30	.245	.154	.789	.130	.198	.236
.36	.0733	.330	.138	.806	.662	.645
.42	.222	.464	.393	1.51	1.17	1.12
.48	.324	.528	.471	1.62	1.22	1.20
.54	.363	.537	.496	.243	1.14	1.07
.60	.364	.514	.481	.315	.974	.881
.66	.346	.476	.447	.322	1.11	.692
.72	.320	.433	.410	.308	.869	.532
.78	.292	.393	.369	.287	.216	.406
.84	.267	.356	.339	.265	.267	.309
.90	.245	.326	.306	.244	.287	.236
.96	.227	.301	.288	.228	.276	1.84
1.02	.213	.282	.266	.214	.246	.146
1.08	.203	.296	.257	.205	.237	.122
1.14	.197	.262	.246	.200	.201	.108
1.2	.196	.259	.248	.198	.133	.103

Tablica 2

Rozkład amplitudy składowej normalnej indukcji magnetycznej na powierzchni rdzenia $y = h_0$ w $\text{Wb/m}^2 \cdot 10^{-3}$

$X(m)$	$a = 0$ bez ekranu	$a = .25$	$a = .35$	$a = .5$	$a = .7$	$a = 1.2$ ekran pełny
0	0	0	0	0	0	0
.06	.886	1.01	1.03	1.06	1.07	1.08
.12	2.14	2.38	2.41	2.46	2.49	2.50
.18	4.44	4.77	4.81	4.89	4.94	4.95
.24	9.55	9.94	9.98	10.1	10.2	10.2
.30	18.0	10.4	18.5	18.6	18.6	18.7
.36	9.70	10.1	10.1	10.2	10.3	10.4
.42	4.74	5.11	5.10	5.17	5.29	5.33
.48	2.64	2.96	2.93	2.95	3.07	3.12
.54	1.64	1.92	1.88	1.85	1.95	2.01
.60	1.11	1.35	1.31	1.24	1.30	1.38
.66	.804	1.01	.971	.879	.892	.975
.72	.610	.778	.747	.650	.622	.704
.78	.475	.614	.587	.495	.442	.513
.84	.373	.487	.464	.382	.321	.374
.90	.292	.383	.364	.205	.238	.27
.96	.222	.293	.278	.224	.176	.192
1.02	.161	.213	.202	.161	.126	.131
1.08	.105	.139	.132	.105	.0812	.0813
1.14	0.518	.0686	.0650	.0516	.0403	.0389
1.20	0	0	0	0	0	0

LITERATURA

1. P. Jezierski, *Zastosowanie metody odbić zwierciadlanych do wyznaczania pola magnetycznego i strat w symetrycznym modelu kadzi o ścianach ekranowych*, Rozprawy Elektrotechniczne, 21, z. 1, 1975.
2. S. Apanasewicz, *Rozkład pola elektromagnetycznego w układzie grupa przewodników równoległych, ekran, półprzestrzeń metalowa*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1, tom 19, 1973.
3. L.W. Kantorowicz, W.I. Kryłow, *Pribliżennyye metody wysszego analiza*, Moskwa 1962.
4. L.A. Wainstein, *Fale elektromagnetyczne*, PWN, Warszawa 1963.
5. S. Apanasewicz, *O pewnych własnościach struktury pola elektromagnetycznego*, Archiwum Elektrotechniki, 3, XX, 1971.
6. S. Apanasewicz, *Metoda analizy pola elektromagnetycznego w oknie transformatora z częściowo ekranowaną kadzią*, Prace Politechniki Szczecińskiej, 37, 1975.
7. I.S. Gradstein, I.M. Ryzik, *Tablicy intygralów sum, riadow i proizwiedienij*, str. 54, Moskwa 1971.
8. A. Tugulea, N. Cristea, *L'influence de l'écran électromagnétique sur les pertes dans les cuves des transformateurs*, Rev. Roumain Scien. Techn. Electr. et Ener., 1971, nr 1, str. 95—110.
9. N. Cristea, *The Electromagnetic Field, the Forces and Losses of Shilded Conductor in the Presence of Ferromagnetic Medium*, Rev. Roum. des Sc. Techn., 1975, nr 3, str. 307.
10. W.P. Szestopałow, *Mietod zadacz Rimana-Hilberta w tieorii difrakcji razprostranienija elektromagnitnykh wohn*, Charków 1971.

S. APANASEWICZ

METHOD OF CALCULATING ELECTROMAGNETIC FIELD DISTRIBUTION ON METAL SURFACE PARTLY SCREENED WITH IDEAL ELECTRIC OR MAGNETIC SCREEN

Summary

The paper presents a method for calculating electromagnetic field distribution when there exists a metal area partly screened with an ideal electric or magnetic screen for a model that can be employed in transformer technology. The fact of the ideal screen existence is taken into account in boundary conditions:

- a) in case of electric screen one assumes the disappearance on its surface of the electric field and of the normal component of magnetic flux density and the discontinuity of the tangent component of the magnetic field is admissible,
- b) in case of magnetic screen one assumes the disappearance on its surface of the tangent component of the magnetic field and the discontinuity of the normal component of magnetic flux density is admissible.

The solution of appropriate equations of the electromagnetic field is reduced to the solution of an infinite set of algebraic equations.

S. APANASEWICZ

MÉTHODE DE CALCULER LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE SUR LA SURFACE MÉTALLIQUE PARTIELLEMENT ÉCRANISÉE PAR L'ÉCRAN PARFAIT ÉLECTRIQUE OU MAGNÉTIQUE

Résumé

Dans l'étude on a présenté la méthode de calculer la répartition du champ électromagnétique provoqué par les courants sinusoïdaux aux barres parallèles dans un tunnel rectangulaire infini, dont les surfaces sont partiellement écranisées par un écran parfait magnétique ou électrique. L'existence de l'écran est prise en considération dans les conditions limites:

- a) en cas de l'écran électrique on suppose que le champ électrique sur sa surface est égal à zero, tandis que la composante tangentielle du champ magnétique est discontinue (l'accroissement du courant superficiel),
- b) en cas de l'écran magnétique on suppose que la composante tangentielle du champ magnétique est égale à zero et la composante normal d'induction magnétique est discontinue.

La résolution des équations Maxwell est amenée à la résolution d'un système infini d'équations algébriques linéaires. On a donné un exemple de la résolution numérique de ce système.

S. APANASEWICZ

BERECHNUNGSMETHODE FÜR DIE ELEKTROMAGNETISCHE FELDVERTEILUNG AUF EINER DURCH EINEN IDEALEN ELEKTRISCHEN ODER MAGNETISCHEN SCHIRM TEILWEISE ABGESCHIRMTEN METALLOBERFLÄCHE

Zusammenfassung

In Artikel wurde ein Verfahren zur Berechnung der Verteilung des elektromagnetischen Feldes eines teilweise durch einen idealen elektrischen oder magnetischen Schirm abgeschirmten Metallraums dargestellt. Das Verfahren wird für Modelle in der Transformatorentechnik genutzt.

- a) Das Bestehen des idealen Schirmes wird in den Randbedingungen folgendermaßen berücksichtigt:
- a) im Falle des elektrischen Schirmes wird angenommen, daß auf seiner Oberfläche das elektrische Feld und die Normalkomponente der magnetischen Induktion verschwinden, wobei die Unkontinuitätsbedingung der Tangentialkomponente der magnetischen Induktion als zulässig angesehen wird,

- b) im Falle des magnetischen Schirmes wird angenommen, daß auf seiner Oberfläche die Tangentialkomponente der magnetischen Induktion verschwindet, wobei die Unkontinuität der Normalkomponente der magnetischen Induktion als zulässig angesehen wird.

Die Lösung der dem elektromagnetischen Feld entsprechenden Gleichungen beruht nunmehr auf der Berechnung des unendlichen Systems algebraischer Gleichungen.

С. АПАНАСЕВИЧ

МЕТОД РАСЧЕТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА
МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ЧАСТИЧНО ЭКРАНИРОВАННОЙ
ИДЕАЛЬНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ИЛИ МАГНИТНЫМ ЭКРАНОМ

Р е з ю м е

В статье представлен метод расчета электромагнитного поля, в случае когда поверхность металлической области частично экранируется бесконечно тонким идеальным экраном. Влияние экрана учитывается в граничных условиях на его поверхности:

- а) в случае электрического экрана предполагается исчезание электрического поля и разрыв касательной компоненты магнитного поля,
б) в случае магнитного экрана предполагается исчезание касательной компоненты магнитного поля и разрыв нормальной компоненты магнитной индукции.

Решение уравнений магнитного поля сводится к решению бесконечной системы алгебраических уравнений.

Рассмотрена математическая модель, которую можно использовать в теории трансформаторостроения.



Zastępczy schemat impedancji cewki z umieszczoną wewnątrz kulą przewodzącą

WOJCIECH LIPIŃSKI (SZCZECIN)

Politechnika Szczecińska, Wydział Elektryczny

Otrzymano 10.6.1976

W pracy obliczono rozkład pola magnetycznego cewki z umieszczoną wewnątrz kulą przewodzącą. Zmiany impedancji cewki zostały zamodelowane schematem zastępczym z elementami skupionymi. Podane wyniki obliczeń numerycznych umożliwiają szybkie przeprowadzenie obliczeń w praktycznych przykładach.

1. WSTĘP

Dokładna znajomość zmian impedancji w przewodach wiodących prąd zmienny ma duże znaczenie techniczne. Spowodowało to, że dla większości stosowanych układów podano wzory i metody obliczeniowe umożliwiające określenie w stanie ustalonym, przy wymuszeniu sinusoidalnie zmiennym, wzrostu rezystancji R i zmniejszenia indukcyjności L .

W przypadku analizy pracy układu w stanie nieustalonym parametry R i L są zmienne w czasie i uzależnione od wymuszenia. Problem określenia tych zmian w jednowymiarowych zagadnieniach pełnego i wydrążonego przewodu walcowego [2, 4, 6] oraz będącej modelem jednowymiarowego wypierania prądu w żłobkach maszyny indukcyjnej szyny [5, 7, 8] został rozwiązany przez wprowadzenie schematów zastępczych będących modelami impedancji układu. Dwuwymiarowa analiza wypierania prądu w linii dwuprzewodowej i w żłobkach maszyn indukcyjnych była tematem prac [11, 12, 13], w których przeprowadzono syntezę odpowiednich modeli RL . Modele impedancji otrzymane zostały przy pominięciu prądu przesunięcia bezpośrednio z równań Maxwella i realizują bezpośrednie przejście pomiędzy zagadnieniami brzegowymi pola elektromagnetycznego a obwodami o stałych skupionych.

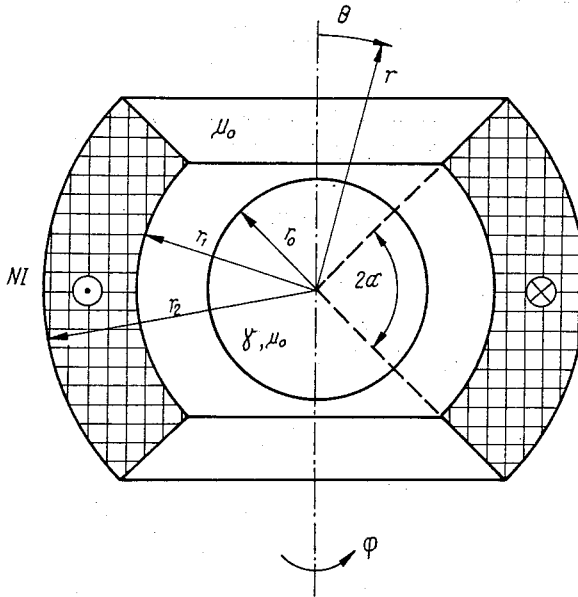
W przedstawionej pracy przeprowadzona została synteza modelu RL odpowiadającego zmianom impedancji cewki kulistej o skończonych wymiarach. Zmiany impedancji związane są z indukowanymi prądami wirowymi w kuli umieszczonej wewnątrz cewki. Zamodelowany został również proces dyfuzji pola elektromagnetycznego w stanie nieustalonym do przewodzącej kuli.

2. POLE MAGNETYCZNE UKŁADU

Wewnątrz podanej na rysunku 1 cewki kulistej znajduje się przewodząca kula o konduktywności γ . Pole magnetyczne układu można opisać posiadającym tylko φ składową

potencjałem wektorowym, który spełnia przy pominięciu prądu przesunięcia i przyjęciu $\Delta \mathbf{1}_\varphi A = 0$ następujące równanie różniczkowe cząstkowe

$$\Delta \mathbf{1}_\varphi A = -\mu_0 \mathbf{1}_\varphi J. \quad (1)$$



1. Kula przewodząca wewnątrz cewki kulistej o skończonych wymiarach

Dokonując podziału płynących w układzie prądów na płynące w uzwojeniach cewki prądy wzbudzenia J_0 i prądy zaindukowane można równanie (1) napisać w postaci

$$\Delta \mathbf{1}_\varphi A - \mu_0 \gamma \mathbf{1}_\varphi \frac{\partial A}{\partial t} = -\mu_0 \mathbf{1}_\varphi J_0. \quad (2)$$

Przeprowadzając następnie przy zerowych warunkach początkowych transformację Laplace'a obu stron powyższej zależności otrzymuje się równania opisujące rozkład pola w przestrzeni:

$$\Delta \mathbf{1}_\varphi A(s) = 0 \quad \text{— w powietrzu,} \quad (3a)$$

$$\Delta \mathbf{1}_\varphi A(s) = -\mu_0 \mathbf{1}_\varphi J_0(s) \quad \text{— w obszarze uzwojeń,} \quad (3b)$$

$$\Delta \mathbf{1}_\varphi A(s) = s\mu_0 \gamma \mathbf{1}_\varphi A(s) \quad \text{— wewnątrz kuli,} \quad (3c)$$

gdzie:

$$A(s) = L\{A(t)\}.$$

Warunkiem brzegowym zagadnienia jest zerowanie się potencjału wektorowego dla $r = 0$, dla $\theta = 0$ i dla $r \rightarrow \infty$.

Pole magnetyczne wzbudzenia w przypadku nieobecności przewodzącej kuli wyzna-

czono zostało w pracach [10, 14]. Dla $r < r_1$ spełniona jest następująca zależność

$$A_0(s) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} D_0 r^n P_n^1(\cos \Theta), \quad (4)$$

gdzie:

$$D_0 = \frac{\mu_0 N I(s)}{\alpha(r_2^2 - r_1^2)} \frac{C_n(r_2^{2-n} - r_1^{2-n})}{(2n+1)(2-n)},$$

$$C_n = \frac{2n+1}{2n(n+1)} \int_{-90^\circ - \alpha}^{-90^\circ + \alpha} P_n^1(\cos \Theta) d(\cos \Theta). \quad (4a)$$

Rozwiązania równań (3a) i (3c) można znaleźć metodą rozdzielania zmiennych:

$$r \geq r_0$$

$$A_1 = \sum_{n=1}^{\infty} D_1 r^{-n} P_n^1(\cos \Theta), \quad \beta^2 = -s\mu_0\gamma, \quad (5)$$

$$r \leq r_0$$

$$A_2 = \sum_{n=1}^{\infty} D_2 J_{n+0,5}(\beta r) r^{-0,5} P_n^1(\cos \Theta).$$

Wypadkowe pole magnetyczne można przyjąć w obszarze $r \geq r_0$ jako superpozycję pola wzbudzenia i pole zaindukowanych w kuli prądów A_1 . Potencjał wektorowy A_2 pola magnetycznego wewnątrz kuli spełnia równanie Helmholtza (3c).

Wyznaczając nieznane stałe D_1 i D_2 z warunków granicznych dla $r = r_0$

$$A_2 = A_0 + A_1,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r(A_2 - A_0 - A_1)] = 0, \quad (6)$$

otrzymuje się następujące zależności

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} = \frac{D_0 r_0^{2n}}{-J_{n+0,5}(\beta r_0) + \beta r_0 J_{n-0,5}(\beta r_0)} \begin{bmatrix} (2n+1)J_{n+0,5}(\beta r_0) - \beta r_0 J_{n-0,5}(\beta r_0) \\ 2nr_0^{-n+0,5} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

3. IMPEDANCJA CEWKI

Uwzględniając symetrię osiową ($\partial/\partial\varphi$) zaindukowana φ składowa pola elektrycznego określona jest wzorem

$$E_\varphi = -s(A_0 + A_1). \quad (8)$$

Przy pominięciu wypierania prądu w uzwojeniach całkowite napięcie zaindukowane w cewce dane jest następującym wyrażeniem

$$U = - \sum_{k=1}^N \frac{1}{s_k} \int_{s_k} E_\varphi 2\pi r \sin \Theta dS_k = - \frac{N}{\alpha(r_2^2 - r_1^2)} \int_{r_1}^{r_2} \int_{-90^\circ - \alpha}^{-90^\circ + \alpha} E_\varphi 2\pi r \sin \Theta dr d\Theta, \quad (9)$$

gdzie:

$NS_k = \alpha(r_2^2 - r_1^2)$ — przekrój cewki,

N — liczba zwojów.

Całkowita impedancja cewki określona jest jako:

$$Z = R_0 + sL_0 + Z_1 = R_0 + \frac{U}{I}, \quad (10)$$

gdzie:

Z_1 — zmiana impedancji,

R_0 — rezystancja przy prądzie stałym,

L_0 — indukcyjność przy prądzie stałym.

Indukcyjność przy prądzie stałym cewki kulistej o skończonych wymiarach wyznaczona została w pracy [10]

$$\begin{aligned} L_0 &= \frac{1}{I^2} \int_V A_0 \frac{NI}{\alpha(r_2^2 - r_1^2)} dv = \frac{2\pi N}{I\alpha(r_2^2 - r_1^2)} \int_{r_1}^{r_2} \int_{-90^\circ - \alpha}^{-90^\circ + \alpha} A_0 r \sin \Theta dr d\Theta = \\ &= \frac{4\pi\mu_0 N^2 r_2}{5\alpha^2 (1 - x^2)^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{C_n n(n+1)[2n-4-2(n+3)x^5+10x^{n+3}]}{(2n+1)^2(n+3)(n-2)}. \end{aligned} \quad (11)$$

W zależności (11) dla uproszczenia zapisu przyjęto $x = r_1/r_2$. Obliczona z zależności (5), (9), (10) zmiana impedancji Z_1 dana jest następującą całką podwójną

$$Z_1 = R_1 + sL_1 = \frac{2\pi Ns}{I\alpha(r_2^2 - r_1^2)} \int_{r_1}^{r_2} \int_{-90^\circ - \alpha}^{-90^\circ + \alpha} A_1 r \sin \Theta dr d\Theta. \quad (12)$$

Po przeprowadzeniu całkowania otrzymuje się:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{4\pi N^2}{\alpha^2 \gamma (r_2^2 - r_1^2)} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{C_n^2 n(n+1) r_0^{2n-2} (r_2^{2-n} - r_1^{2-n})}{(2n+1)^2 (2-n)} \times \\ &\times z^2 \frac{(2n+1)J_{n+0,5}(z) - zJ_{n-0,5}(z)}{J_{n+0,5}(z) - zJ_{n-0,5}(z)} \begin{cases} \frac{r_2^{-n+3} - r_1^{-n+3}}{-n+3} & \text{dla } n \neq 3 \\ \ln \frac{r_2}{r_1} & \text{dla } n = 3 \end{cases}, \end{aligned} \quad (13)$$

gdzie $z^2 = (\beta r_0)^2 = -s\mu_0 \gamma r_0^2$.

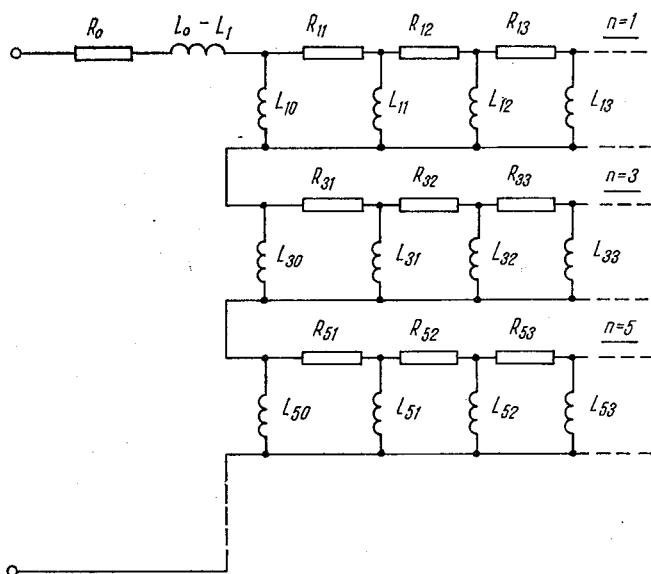
4. SCHEMAT ŁAŃCUCHOWY IMPEDANCJI CEWKI

Przeprowadzając w zależności (13) następujące rozwinięcie w ułamek łańcuchowy [2, 9, 12]

$$K = z^2 \frac{(2n+1)J_{n+0,5}(z) - zJ_{n-0,5}(z)}{J_{n+0,5}(z) - zJ_{n-0,5}(z)} = z^2 \left(1 + \frac{2n}{1 - z \frac{J_{n-0,5}(z)}{J_{n+0,5}(z)}} \right) =$$

$$= z^2 + \frac{1}{-\frac{1}{z^2} + \frac{1}{2n(2n+3) + \frac{1}{-\frac{2n+5}{z^2 2n} + \frac{1}{2n(2n+7) + \frac{1}{-\frac{2n+9}{z^2 2n} + \dots}}}} \quad (14)$$

otrzymuje się schemat zastępczy (podany na rysunku 2)



Rys. 2. Łańcuchowy schemat zastępczy impedancji cewki

$$Z = R_0 + s(L_0 - L_1) + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{\frac{1}{Ls_{n0}} + \frac{1}{R_{n1} + \frac{1}{\frac{1}{sL_{n1}} + \frac{1}{R_{n2} + \dots}}}}, \quad (15)$$

gdzie:

$$L_1 = N^2 \mu_0 r_2 \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} F, \quad x = r_1/r_2, \quad y = r_0/r_2, \quad (15a)$$

$$L_{n0} = \mu_0 N^2 r_2 F, \quad R_{n1} = \frac{N^2 r_2}{\gamma r_0^2} 2n(2n+3)F,$$

$$L_{n1} = L_{n0} \frac{2n}{2n+5}, \quad R_{n2} = R_{n1} \frac{2n+7}{2n+3},$$

$$L_{n2} = L_{n0} \frac{2n}{2n+9},$$

$$R_{n3} = R_{n1} \frac{2n+11}{2n+3},$$

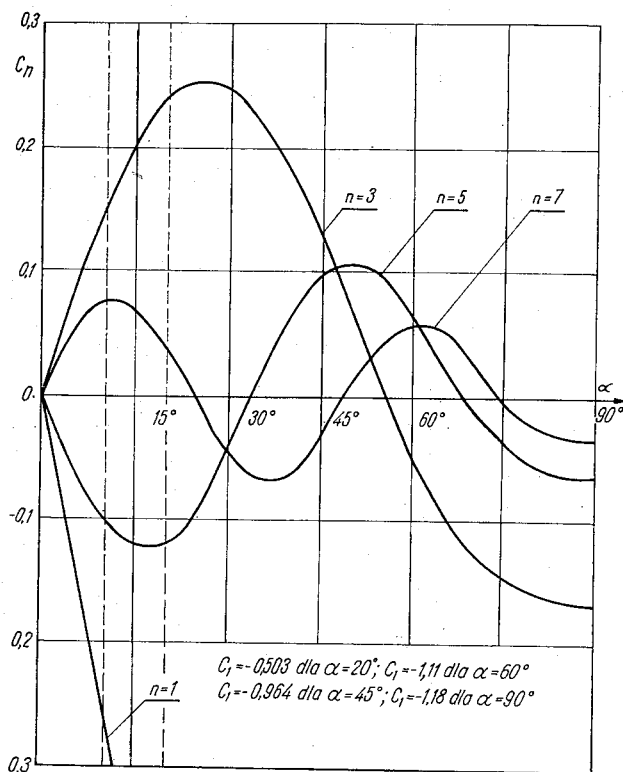
$$L_{nk} = L_{n0} \frac{2n}{2n+4k+1},$$

$$R_{nk} = R_{n1} \frac{2n+4k-1}{2n+3},$$

$$F = \frac{4\pi n(n+1)}{(2n+1)^2(n-2)} C_n^2 \frac{1-x^{-n+2}}{\alpha^2(1-x^2)^2} y^{2n} \begin{cases} \frac{1-x^{-n+3}}{n-3} & \text{dla } n \neq 3 \\ \ln x & \text{dla } n = 3 \end{cases}$$

Współczynniki C_n obliczono przeprowadzając całkowanie

$$C_n = \frac{2n+1}{2n(n+1)} \int_{-90^\circ-\alpha}^{-90^\circ+\alpha} P_n^1(\cos \Theta) d(\cos \Theta) \quad (16)$$

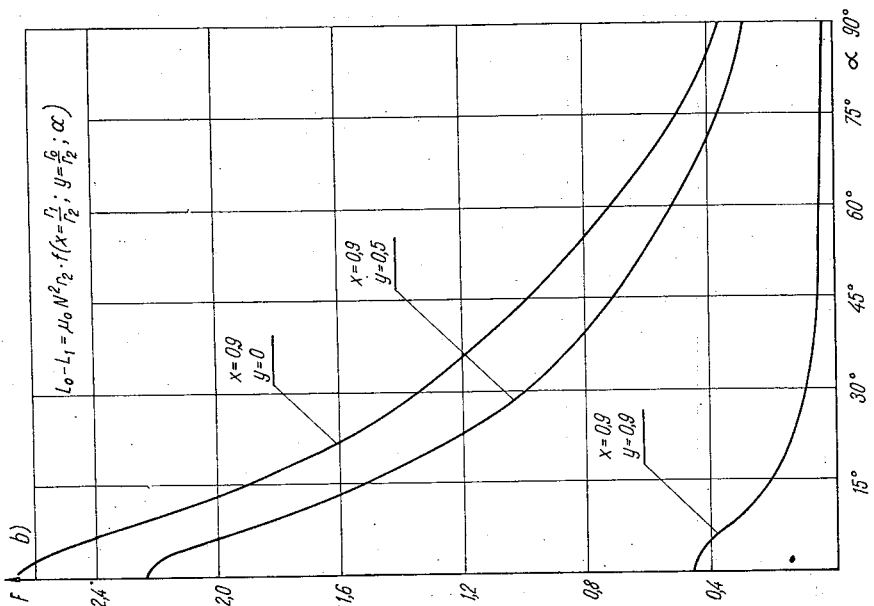
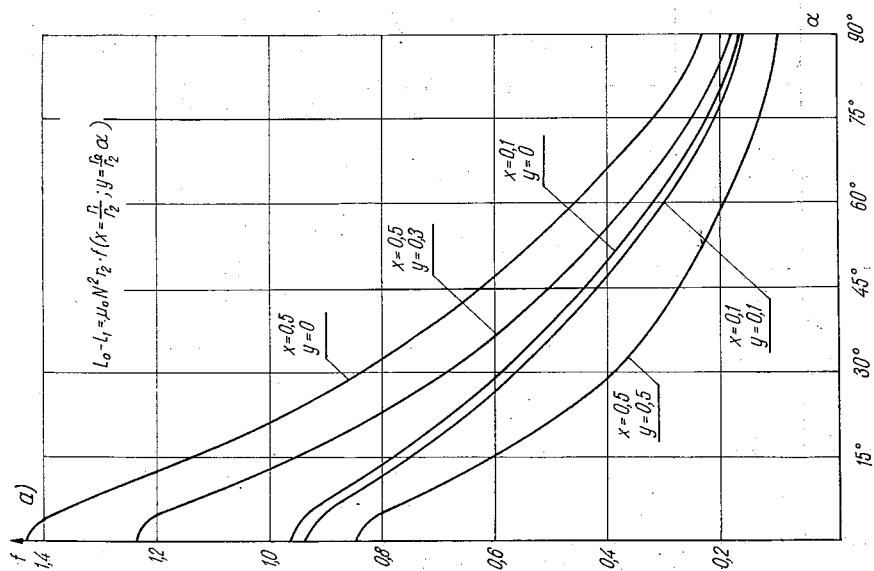


Rys. 3. Współczynniki C_n określone wzorem (16)

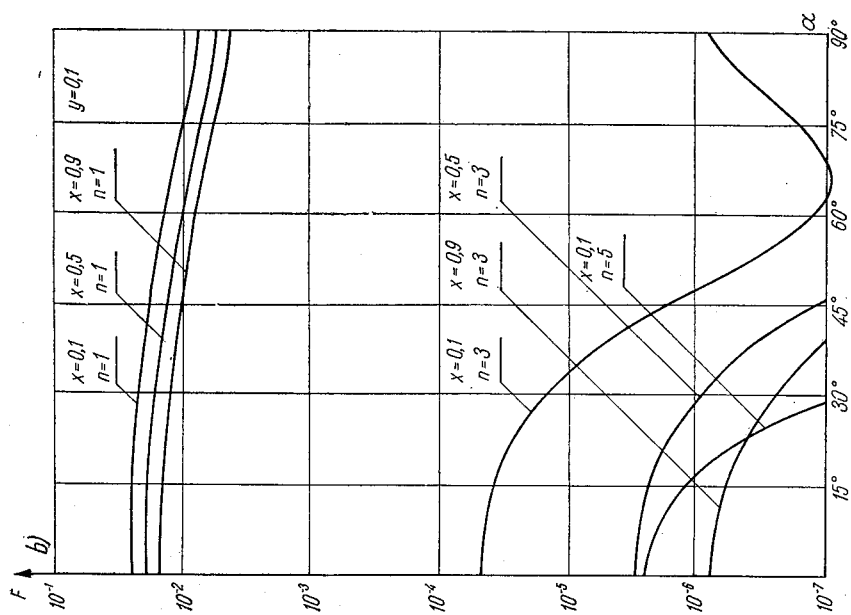
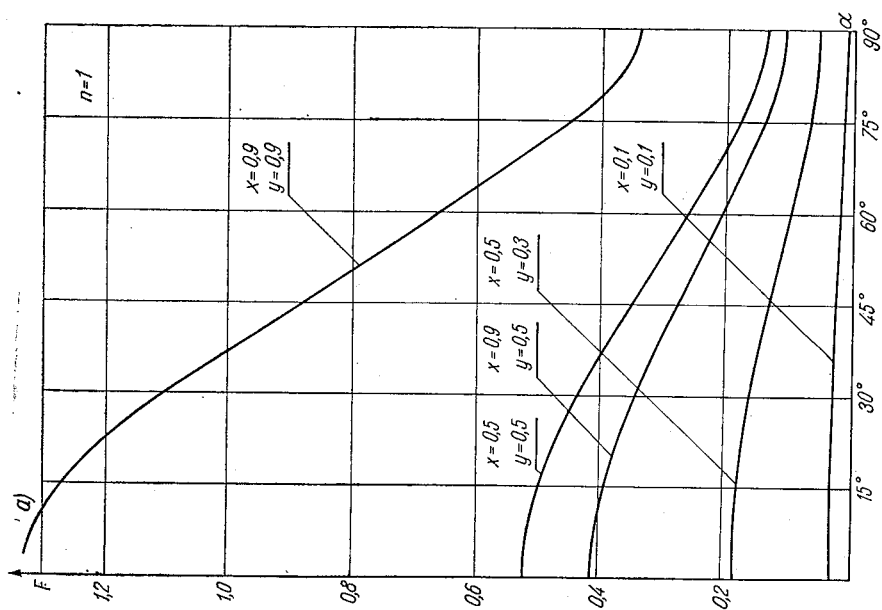
numerycznie, przy określeniu stowarzyszonych funkcji Legendre'a jako:

$$P_n^1(\cos \Theta) = \frac{1}{2} \sin \Theta \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(n-k)(n-k+1)(n-k+2) \dots (n+1+k)}{k!(1+k)!} \left(-\sin^2 \frac{\Theta}{2} \right)^k. \quad (17)$$

Wyniki obliczeń numerycznych zgodnie z wzorami (15), (16) podano na rysunkach 3, 4, 5.



Rys. 4. Indukcyjność $L_0 - L_1$ w schemacie na rys. 2



Rys. 5. Przebieg funkcji w zależnościach (15a)

5. SCHEMAT KANONICZNY IMPEDANCJI CEWKI

Syntezę postaci kanonicznej dwójnika równoważnego podanemu na rysunku 2 można przeprowadzić uwzględniając następujące przedstawienie funkcji Bessela w postaci iloczynu [1]

$$J_{n+0,5}(z) = \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{n+0,5}}{\Gamma(n+1,5)} \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z^2}{\beta_{n+0,5;k}^2}\right); \quad (18)$$

k — kolejne miejsca zerowe, $J_{n+0,5}(\beta_{n+0,5;k}) = 0$.

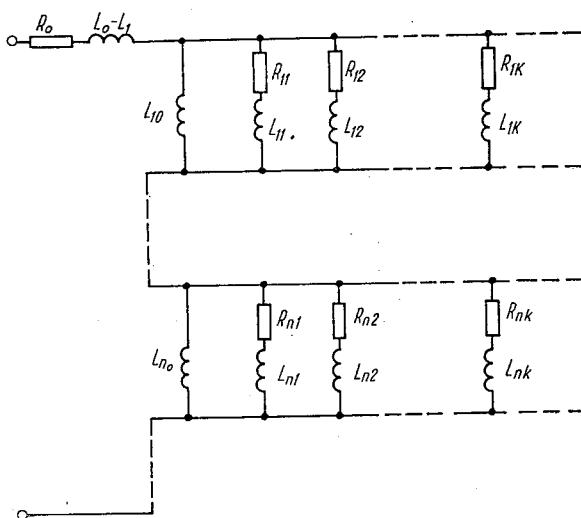
Przekształcając otrzymuje się następujące zależności:

$$z \frac{J_{n+0,5}(z)}{J'_{n+0,5}(z)} = \frac{1}{\frac{n+0,5}{z^2} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{z^2 - \beta_{n+0,5;k}^2}}, \quad (19)$$

$$J_{n-0,5}(z) = \frac{n+0,5}{z} J_{n+0,5}(z) + J'_{n+0,5}(z),$$

$$K = z^2 \left(1 + \frac{2n}{-n+0,5 + \frac{-z^2}{z \frac{J_{n+0,5}(z)}{J'_{n+0,5}(z)}}} \right) = z^2 + \frac{1}{-\frac{1}{z^2} + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_{n+0,5;k}^2 - z^2}}.$$

Odpowiada temu podany na rysunku 6 schemat



Rys. 6. Schemat kanoniczny impedancji cewki

$$Z(s) = R_0 + s(L_0 - L_1) + \sum_{n=1,3,5 \dots}^{\infty} \frac{1}{\frac{1}{sL_{n0}} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{R_{nk} + sL_{nk}}}, \quad (20)$$

gdzie L_0, L_1, L_{n0}, F określone są wzorami (11), (15), natomiast R_{nk} i L_{nk} są odpowiednio równe:

$$R_{nk} = \frac{N^2 r_2}{\gamma r_0^2} n \beta_{n+0,5;k}^2 F,$$

$$L_{nk} = \mu_0 N^2 r_2 n F = L_{n0} n.$$

6 MODELOWANIE DYFUZJI POŁA DO KULI

Dla przedstawienia możliwości bezpośredniego modelowania procesu dyfuzji pola przyjęto jako sygnał wejściowy indukcję magnetyczną wzbudzenia w punkcie $r = r_0$ i $\Theta = 0$

$$B_0 = \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} (A_0 \sin \Theta), \quad (21)$$

a jako sygnał wyjściowy indukcję magnetyczną wypadkową. Uwzględniając zależności (5), (7) otrzymuje się następującą funkcję przejścia

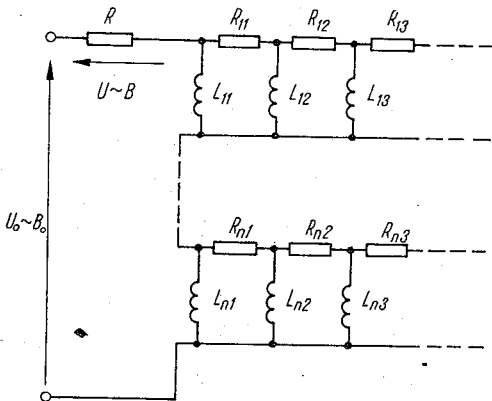
$$\frac{B}{B_0} = \sum_{n=1,3,5 \dots}^{\infty} F_0 \frac{2n J_{n+0,5}(z)}{-J_{n+0,5}(z) + z J_{n-0,5}(z)} \bigg/ \sum_{n=1,3,5 \dots}^{\infty} F_0, \quad (22)$$

gdzie

$$F_0 = \frac{C_n}{(2n+1)(2-n)} \frac{r_2^{2-n} - r_1^{2-n}}{r_0^{2-n}} \frac{1}{\sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} [P_n^1(\cos \Theta) \sin \Theta]_{\Theta=0}. \quad (22a)$$

Uwzględniając

$$\frac{2n J_{n+0,5}(z)}{-J_{n+0,5}(z) + z J_{n-0,5}(z)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2n(2n+3)}{-z^2} + \frac{1}{\frac{2n+5}{2n} + \frac{1}{\frac{2n(2n+7)}{-z^2} + \dots}}}}, \quad (23)$$



Rys. 7. Schemat zastępczy niestabilnych zmian indukcji magnetycznej w punkcie $r = r_0$ i $\Theta = 0$

otrzymuje się układ podany na rysunku 7, gdzie zmiany indukcji magnetycznej zamodelowane zostały przez napięcia zgodnie z zależnością:

$$\frac{U}{U_0} = \frac{R}{R+Z(s)} = \frac{1}{1+Z(s)/R} \quad (24)$$

Podobne uzależnione od punktu przestrzeni funkcje przejścia można też obliczyć i zamodelować dla innych wielkości, np. gęstości indukowanych prądów wirowych.

7. ZAKOŃCZENIE

Podano schemat zastępczy o impedancji równoważnej impedancji cewki kulistej z umieszczoną wewnątrz kulą przewodzącą i przedstawiono możliwość modelowania dyfuzji pola w układzie. W pracy ograniczono się do przypadku kuli nieferromagnetycznej. Przyjęcie $\mu \neq \mu_0$ oznacza niewielkie zmiany w warunkach granicznych (6) i obliczeniowo nie powoduje większych trudności. W przypadku stanu ustalonego przyjęcie stałej przenikalności magnetycznej wewnątrz obszaru ferromagnetycznego nie powoduje dla wielu zagadnień przy ograniczonych amplitudach wektora indukcji magnetycznej poważniejszych błędów. Zastosowanie otrzymanych przy $\mu \neq \mu_0$ modeli do analizy stanu nieustalonego jest problemem bardziej złożonym i zostało w przedstawionej pracy pominięte.

LITERATURA

1. M. Abramowitz, I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, New York 1970.
2. P. Collingro, W. Murawski, *Approximation der Stromverdrängungsgleichung bei einem Rundleiter*, AEÜ, 28, 1974 H. 3.
3. E. A. Guillemin, *Synthesis of passive network*, Wiley, New York 1957.
4. J. Hryńczuk, *Schematy zastępcze dla impedancji pola elektromagnetycznego*, Archiwum Elektrotechniki, 12 (1963), Z. 1.
5. J. Hryńczuk, *Analiza własności elektrodynamicznych indukcyjnego generatora magnetohydrodynamicznego pracującego przy quasistacjonarnym poślizgu*, Prace Instytutu Maszyn Przepływowych, (1968), Zeszyt 39.
6. C. I. Mocanu, *Die Ersatzschaltungen mit konstanten Parametern des kreisförmigen, zylindrischen Leiters, unter Berücksichtigung des Übergangsskineffektes bei zugeführtem Strom*, ETZ-A (1972).
7. C. I. Mocanu, *Nichtstationäre Stromverdrängung in einer Maschinennut von rechteckigem Querschnitt*, Arch. f. Elektrot., Bd. 55 (1973).
8. W. Nürnberg, *Die Asynchronmaschine*, Springer-Verlag, Berlin 1963.
9. O. Perron, *Die Lehre von den Kettenbrüchen*, Teubner Verlag, Leipzig 1929.
10. R. Sikora, W. Lipiński, J. Purczyński, *Magnetische Kräfte und Induktivität eines kugelförmigen Solenoids*, Revue Roumaine des Sciences Techniques Elektrotechn. et Energ., Bucarest (1975), Tome 20, Zeszyt 3.
11. R. Sikora, W. Lipiński, *Die Ersatzschaltungen der zweidimensionalen nichtstationären Stromverdrängung in einer Maschinennut*, Arch. f. Elektrot., Bd. 56 (1975).
12. R. Sikora, W. Lipiński, *Model RL impedancji linii dwuprzewodowej z uwzględnieniem wypierania prądu*, Archiwum Elektrotechniki, 24 (1975), Z. 2.
13. R. Sikora, W. Lipiński, *Schemat zastępczy impedancji żłobkowej uwzględniający dwuwymiarowe wypieranie prądu*, Archiwum Elektrotechniki, 24 (1975), Z. 1.
14. R. Sikora, J. Purczyński, W. Lipiński, *Zastosowanie całkowitego przekształcenia Mellina do obliczeń pola magnetycznego cewki kulistej*, Archiwum Elektrotechniki, 22 (1973), Z. 2.

W. LIPIŃSKI

EQUIVALENT CIRCUIT OF THE IMPEDANCE OF THE COIL WITH A CONDUCTING SPHERE

Summary

In the paper, the magnetic field of the coil with a conducting sphere is calculated. Change of the coil impedance is determined by means of the analysis of equivalent circuit with lumped parameters. The results given of numerical computations enable rapid calculations of practical examples.

W. LIPIŃSKI

SCHEMA ÉQUIVALENT DE L'IMPÉDANCE DE LA BOBINE À BOULE CONDUCTRICE
PLACÉE AU DEDANS

Résumé

Dans le travail on a calculé la répartition du champ magnétique d'une bobine à boule conductrice placée au dedans. Les variations de l'impédance de la bobine ont été modélés par un schéma équivalent aux éléments concentrés. Les résultats des calculs numériques cités permettent de faire un calcul rapide dans les exemples pratiques.

W. LIPIŃSKI

ERSATZSCHALTUNG DER IMPEDANZ EINER SPULE MIT EINER LEITENDEN KUGEL
IM MITTELPUNKT

Zusammenfassung

In vorliegender Arbeit wird das magnetische Feld einer Spule mit einer leitenden Kugel im Mittelpunkt berechnet. Die Änderungen der Impedanz der Spule werden durch eine Ersatzschaltung mit konzentrierten Bauelementen modelliert. Die angeführten Ergebnisse der numerischen Auswertung ermöglichen eine schnelle Berechnung bei praktischer Anwendung.

В. ЛИПИŃСКИ

СХЕМА ЗАМЕЩЕНИЯ ИМПЕДАНСА КАТУШКИ С ШАРОМ — ПРОВОДНИКОМ

Резюме

В труде приведены зависимости определяющие магнитное поле катушки с помещенным внутри нее шаром — проводником. Изменение импеданса катушки моделировалось схемой замещения с сосредоточенными элементами. Приведенные результаты расчетов дают возможность быстрого расчета практических примеров.

Czułość drugiego rzędu

IWONA TATARA (GDAŃSK)

Instytut Telekomunikacji Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 12.10.1976

W artykule podano teorię czułości drugiego rzędu. Wybrano takie określenie czułości drugiego rzędu, które znajduje praktyczne zastosowanie w analizie wpływu zmian parametrów elementów na funkcję układową. Wyprowadzono szereg zależności i twierdzeń. Teoria czułości drugiego rzędu ma charakter ogólny i można stosować ją nie tylko w elektronice.

1. OKREŚLENIE CZUŁOŚCI DRUGIEGO RZĘDU

Jednym z istotniejszych sposobów określania jakości układu realizującego daną funkcję układową jest ocena na podstawie zachowania się jego parametrów lub funkcji układowej przy zmianie wartości elementów układu.

Rozważmy funkcję układową

$$T = T(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n), \quad (1)$$

gdzie $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$ są wartościami elementów.

Zmiana wartości elementów pociąga za sobą zmianę funkcji układowej, przy czym udział w tej zmianie różnych aczkolwiek jednakowo (w sensie procentowym) zmieniających się elementów jest różny, tzn. zmiana wartości jednego elementu wpływa w większym stopniu na zmianę funkcji układowej niż zmiana wartości innego elementu. Można zatem mówić, że układ może być bardziej lub mniej wrażliwy (czuły) na zmianę wartości poszczególnych elementów. Dlatego też dla scharakteryzowania wpływu zmian wartości elementu na funkcję układową wprowadza się pojęcie czułości.

W zależności od tego, jakiego typu zmiany wartości elementów i funkcji układowej będą brane pod uwagę, można mówić o trzech definicjach czułości.

1. *Czułość klasyczną względną* określa się jako

$$S_{x_i}^T = \frac{\partial(\ln T)}{\partial(\ln x_i)} = \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{x_i}{T}. \quad (2)$$

Przy małej, skończonej zmianie wartości elementu wzór (2) można zapisać w postaci

$$S_{x_i}^T = \frac{\frac{\Delta T}{T}}{\frac{\Delta x_i}{x_i}}. \quad (3)$$

Zatem czułość klasyczna określa stosunek względnej zmiany funkcji układowej T do względnej zmiany wartości elementu x_i .

2. *Czułość półwzględna* określa się wzorem

$$S_{x_i}^T = \frac{\partial T}{\partial(\ln x_i)} = \frac{\partial T}{\partial x_i} x_i. \quad (4)$$

Czułość półwzględna wiąże bezwzględną zmianę funkcji układowej ze względną zmianą wartości elementu x_i .

3. *Czułość bezwzględna* określa się jako

$$S_{x_i}^T = \frac{\partial T}{\partial x_i}. \quad (5)$$

Czułość bezwzględna wiąże bezwzględną zmianę funkcji układowej T z bezwzględną zmianą wartości elementu x_i .

Najczęściej stosowane jest pojęcie czułości klasycznej określonej zależnością (2).

W wielu przypadkach przy wyborze układu optymalnego w sensie minimalnej wrażliwości na zmiany wartości elementów, z których zbudowany jest układ, informacja o czułości pierwszego rzędu nie wystarcza. Np. w sytuacji, kiedy mamy porównać dwa układy o zerowej czułości pierwszego rzędu. Wówczas zachodzi konieczność analizowania czułości drugiego rzędu. Traktując czułość drugiego rzędu jako czułość czułości pierwszego rzędu można również wyprowadzić kilka definicji czułości drugiego rzędu. W pracy [7] podano wszystkie możliwe definicje oraz wybrano jedną spośród nich kierując się możliwością bezpośredniego zastosowania jej przy analizie wpływu zmian wartości elementów na funkcję układową. Jest to definicja określająca czułość półwzględną czułości względnej, która w przypadku, gdy druga pochodna liczona jest ze względu na ten sam parametr x_i , wyraża się wzorem

$$S_{x_i, x_i}^T = \frac{\partial(S_{x_i}^T)}{\partial(\ln x_i)} = \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \frac{x_i^2}{T} + S_{x_i}^T - (S_{x_i}^T)^2, \quad (6)$$

a w przypadku, gdy druga pochodna liczona jest ze względu na inny parametr, np. x_j , przy czym $i \neq j$, określona jest wzorem

$$S_{x_i, x_j}^T = \frac{\partial(S_{x_i}^T)}{\partial(\ln x_j)} = \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_i} \frac{x_j x_i}{T} - S_{x_j}^T S_{x_i}^T. \quad (7)$$

2. WYKORZYSTANIE CZUŁOŚCI DRUGIEGO RZĘDU DO ANALIZY WPLYWU ZMIAN ELEMENTÓW NA FUNKCJĘ UKŁADOWĄ

Przy analizie układów elektronicznych często jest konieczna znajomość zmian, jakim ulegają wielkości charakteryzujące układ przy zmianie wartości poszczególnych elementów układu. Zależność zmian funkcji układowej od zmian wartości elementów jest też zależnością wyjściową do określenia tolerancji wartości elementów i tolerancji funkcji układowej.

Rozważmy funkcję wielu zmiennych [6]

$$T_0 = T(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}), \quad (8)$$

gdzie $x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}$ są wartościami nominalnymi elementów, a T_0 jest funkcją układową odpowiadającą wartościom nominalnym elementów.

Przy zmianach wartości elementów otrzymamy

$$T = T_0 + \Delta T = T(x_{10} + \Delta x_1, \dots, x_{n0} + \Delta x_n) = T(x_1, \dots, x_n),$$

przy czym:

$$\begin{aligned} \Delta x_i &= x_i - x_{i0}, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \\ \Delta T &= T - T_0 \end{aligned} \quad (9)$$

oznaczając odpowiednie przyrosty bezwzględne wartości elementów i funkcji układowej.

Rozwijając funkcję T w szereg Taylora i ograniczając się do wyrazów pierwszego rzędu, otrzymamy zależność

$$\Delta T = \sum_{i=1}^n \frac{\partial T}{\partial x_i} \Delta x_i. \quad (10)$$

Równanie (10) można zapisać inaczej

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial T}{\partial x_i} x_i \frac{\Delta x_i}{x_i}.$$

Po podzieleniu stronami przez T i wprowadzeniu oznaczeń na przyrosty względne

$$\frac{\Delta T}{T} = \delta T \quad \text{ i } \quad \frac{\Delta x_i}{x_i} = \delta x_i \quad (11)$$

otrzymuje się

$$\delta T = \sum_{i=1}^n S_{x_i}^T \delta x_i, \quad (12)$$

gdzie współczynniki $S_{x_1}^T, S_{x_2}^T, \dots, S_{x_n}^T$ są czułościami parametru T na zmiany odpowiednich elementów. Wzór (12) jest znormalizowaną postacią wzoru (10).

Istotnym ograniczeniem jest tu warunek małych przyrostów, czyli

$$|\Delta x_i| \ll |x_i| \quad \text{ lub } \quad |\delta x_i| \ll 1. \quad (13)$$

Uwzględnijmy teraz wyrazy drugiego rzędu w rozwinięciu funkcji układowej w szereg Taylora. Postać znormalizowana takiego rozwinięcia wygląda następująco:

$$\delta T = \sum_{i=1}^n \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{x_i}{T} \delta x_i + \frac{1}{2!} \left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \frac{x_i^2}{T} \delta x_i^2 + \sum_{i \neq j} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_i} \frac{x_j x_i}{T} \delta x_i \delta x_j \right]. \quad (14)$$

Celem wyznaczenia współczynników przy δx_i grupujemy odpowiednio wyrazy szeregu

$$\delta T = \left(\frac{\partial T}{\partial x_1} \frac{x_1}{T} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_1} \frac{x_i x_1}{T} \delta x_i \right) \delta x_1 + \left(\frac{\partial T}{\partial x_2} \frac{x_2}{T} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_2} \frac{x_i x_2}{T} \delta x_i \right) \delta x_2 + \dots + \left(\frac{\partial T}{\partial x_n} \frac{x_n}{T} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_n} \frac{x_i x_n}{T} \delta x_i \right) \delta x_n. \quad (15)$$

Wprowadzając oznaczenia dla odpowiednich współczynników wzór (15) można napisać w prostszej postaci

$$\delta T = S_{x_1}^{*T} \delta x_1 + S_{x_2}^{*T} \delta x_2 + \dots + S_{x_n}^{*T} \delta x_n = \sum_{i=1}^n S_{x_i}^{*T} \delta x_i. \quad (16)$$

Zatem jeżeli uwzględnimy wyrazy drugiego rzędu przy rozwinięciu w szereg Taylora funkcji T , to w postaci znormalizowanej w miejsce współczynników $S_{x_i}^T$ otrzymujemy współczynniki $S_{x_i}^{*T}$.

Jak wynika z zależności (15), w skład $S_{x_i}^{*T}$ wchodzi oprócz $S_{x_i}^T$ również wyrażenia typu

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \frac{x_i^2}{T} \delta x_i \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_i} \frac{x_j x_i}{T} \delta x_j, \quad (17)$$

gdzie $i \neq j$.

Interesować nas może sens fizyczny współczynnika $S_{x_i}^{*T}$. To nie jest czułość drugiego rzędu, lecz pewna kombinacja czułości pierwszego rzędu i drugiego rzędu (ściślej mówiąc czułości pierwszego rzędu i wyrażeń typu (17), które są kombinacjami czułości pierwszego i drugiego rzędu pomnożonymi przez odpowiedni przyrost wartości elementu, co będzie wykazane niżej). To znaczy, że w skład współczynnika $S_{x_i}^{*T}$ wchodzi pośrednio czułości drugiego rzędu.

O wyróżnieniu definicji czułości drugiego rzędu wyrażonej wzorami (6) i (7) spośród wszystkich podanych w literaturze [7] zadecydował fakt, że z zależności (6) i (7) można najprościej otrzymać wyrażenia (17), a mianowicie

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \frac{x_i^2}{T} \delta x_i = [S_{x_i, x_i}^T - S_{x_i}^T + (S_{x_i}^T)^2] \delta x_i \quad (18)$$

oraz

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_i} \frac{x_j x_i}{T} \delta x_j = [S_{x_i, x_j}^T + S_{x_i}^T S_{x_j}^T] \delta x_j, \quad (19)$$

przy czym $i \neq j$.

W dalszej części artykułu mówiąc o czułości pierwszego rzędu będziemy mieli na myśli czułość względną (klasyczną) wyrażoną wzorem (2), a mówiąc o czułości drugiego rzędu — czułość bezwzględną czułości względnej wyrażoną wzorami (6) i (7).

Wprowadzenie czułości drugiego rzędu zamiast bezpośredniego wyznaczania wyrażeń typu

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \frac{x_i^2}{T} \delta x_i, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_i} \frac{x_j x_i}{T} \delta x_j$$

uzasadniamy następująco:

- 1° sens fizyczny wyrażeń typu (17) można wytłumaczyć przez wprowadzenie czułości drugiego rzędu,
- 2° bardzo często łatwiej jest obliczać pochodne czułości pierwszego rzędu, niż wyrażenia typu (17),
- 3° przy obliczaniu czułości można korzystać z wielu upraszczających wzorów (rozdz. 3),
- 4° przy obliczaniu czułości, jak również przy sprawdzaniu tych obliczeń można korzystać z twierdzenia o niezmienności sum czułości (rozdz. 4).

3. OBLICZANIE CZUŁOŚCI DRUGIEGO RZĘDU — ZALEŻNOŚCI PODSTAWOWE

Problemy związane z rozrzutami wartości elementów i ich wpływem na właściwości układów są istotne przy realizacji układów elektronicznych. Toteż od dawna pokazują się publikacje związane z tymi problemami.

Teoria czułości pierwszego rzędu jest szeroko rozpracowana. Natomiast o czułości drugiego rzędu istnieją tylko wzmianki w zasadzie ograniczające się jedynie do pokazania obliczeń pochodnych drugiego rzędu przy wykorzystaniu maszynowych metod obliczania czułości bez jakiegokolwiek interpretacji i dalszych zastosowań otrzymanych wyników.

Na podstawie definicji (2) i (6) można określić czułość pierwszego i drugiego rzędu funkcji T na zmianę niezależnego parametru x dla różnych postaci funkcji T . W tablicy 1 zostały ujęte czułości pierwszego i drugiego rzędu najczęściej stosowanych funkcji elementarnych.

— Można wykazać, że jeżeli funkcja $T = AB = T(x_i, x_j)$, to

$$S_{x_i, x_j}^T = S_{x_i, x_j}^A + S_{x_i, x_j}^B \quad (20)$$

oraz, jeżeli funkcja $T = \frac{A}{B} = T(x_i, x_j)$, to

$$S_{x_i, x_j}^T = S_{x_i, x_j}^A - S_{x_i, x_j}^B \quad (21)$$

— Jeżeli funkcja T jest zespoloną funkcją parametru niezależnego x , tzn. $T(x) = |T(x)|e^{j\varphi(x)}$, to czułość pierwszego rzędu klasyczna będzie

$$S_x^T = S_x^{|T|} + j\varphi S_x^\varphi \quad (22)$$

z czego wynika, że

$$S_x^T = \text{Re}(S_x^T) \quad (23)$$

i

$$S_x^\varphi = \frac{1}{\varphi} \text{Im}(S_x^T). \quad (24)$$

Tablica 1

Czułość pierwszego i drugiego rzędu najczęściej stosowanych funkcji elementarnych

Lp.	Postać funkcji T	Czułość pierwszego rzędu	Czułość drugiego rzędu
1	$T = A+B$ $A = A(x)$ $B = B(x)$	$S_x^T = \frac{A}{A+B} S_x^A + \frac{B}{A+B} S_x^B$	$S_{x,x}^T = \frac{A}{A+B} S_{x,x}^A + \frac{B}{A+B} S_{x,x}^B + \frac{AB}{(A+B)^2} (S_x^A - S_x^B)^2$
2	$T = AB$ $A = A(x)$ $B = B(x)$	$S_x^T = S_x^A + S_x^B$	$S_{x,x}^T = S_{x,x}^A + S_{x,x}^B$
3	$T = \frac{A}{B}$ $A = A(x)$ $B = B(x)$	$S_x^T = S_x^A - S_x^B$	$S_{x,x}^T = S_{x,x}^A - S_{x,x}^B$
4	$T = \pm ax$ a — stała	$S_x^T = 1$	$S_{x,x}^T = 0$
6	$T = a^x$ a — stała	$S_x^T = x \ln a$	$S_{x,x}^T = x \ln a$
6	$T = x^n$	$S_x^T = n$	$S_{x,x}^T = 0$
7	$T = \sqrt[n]{x}$	$S_x^T = \frac{1}{n}$	$S_{x,x}^T = 0$
8	$T = \ln x $	$S_{ x }^T = \frac{1}{\ln x }$	$S_{ x , x }^T = -\frac{1}{(\ln x)^2}$
9	$T = \sin x$	$S_x^T = x \operatorname{ctg} x$	$S_{x,x}^T = \frac{x(\cos x \sin x - x)}{\sin^2 x}$
10	$T = \cos x$	$S_x^T = -x \operatorname{tg} x$	$S_{x,x}^T = -\frac{-x(\sin x \cos x + x)}{\cos^2 x}$
11	$T = \operatorname{arctg} x$	$S_x^T = \frac{1}{1+x^2} \frac{x}{\operatorname{arctg} x}$	$S_{x,x}^T = \frac{-x^2 \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} x - x}{(1+x^2)^2 (\operatorname{arctg} x)^2}$

Czułość drugiego rzędu wyraża się natomiast zależnością

$$S_{x,x}^T = S_{x,x}^{|T|} + j\varphi[(S_x^{\varphi})^2 + S_{x,x}^{\varphi}]; \quad (25)$$

stąd

$$S_{x,x}^{|T|} = \operatorname{Re}(S_{x,x}^T) \quad (26)$$

$$S_{x,x}^{\varphi} = \frac{1}{\varphi} \operatorname{Im}(S_{x,x}^T) - \frac{1}{\varphi^2} [\operatorname{Im}(S_x^T)]^2. \quad (27)$$

— Jeżeli funkcja $T(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ da się przedstawić w postaci

$$T(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N_1(s) + xN_2(s)}{D_1(s) + xD_2(s)}, \quad (28)$$

czyli jest funkcją biliniową parametru x , to funkcję czułości $S_x^{T(s)}$ wyrazi się wzorem

$$S_x^T = x \left(\frac{N_2}{N} - \frac{D_2}{D} \right) = \frac{D_1}{D} - \frac{N_1}{N}, \quad (29)$$

a funkcja czułości drugiego rzędu będzie

$$S_{x,x}^T = S_x^T \left(\frac{N_1}{N} - \frac{D_2 x}{D} \right) = S_x^T \left(\frac{D_1}{D} - \frac{N_2 x}{N} \right). \quad (30)$$

— Jeżeli funkcja wymierna $T(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ ma postać

$$T(s) = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}, \quad (31)$$

przy czym współczynniki a_i oraz b_i są liniowymi funkcjami parametru x , to funkcja czułości $S_x^{T(s)}$ wyrazi się wzorem

$$S_x^{T(s)} = \frac{N^*}{N} - \frac{D^*}{D}, \quad (32)$$

a funkcja czułości drugiego rzędu będzie

$$S_{x,x}^{T(s)} = \frac{N^{**}}{N} - \frac{D^{**}}{D} + S_x^{T(s)} \left(1 - \frac{N^*}{N} - \frac{D^*}{D} \right), \quad (33)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} N^* &= x(A_n s^n + A_{n-1} s^{n-1} + \dots + A_0), & A_i &= \frac{da_i}{dx}, \\ D^* &= x(B_m s^m + B_{m-1} s^{m-1} + \dots + B_0), & B_i &= \frac{db_i}{dx}, \\ N^{**} &= x^2(A'_n s^n + A'_{n-1} s^{n-1} + \dots + A'_0), & A'_i &= \frac{d^2 a_i}{dx^2}, \\ D^{**} &= x^2(B'_m s^m + B'_{m-1} s^{m-1} + \dots + B'_0), & B'_i &= \frac{d^2 b_i}{dx^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

— W przypadku, gdy właściwości częstotliwościowe układu są określone przez zera i bieguny funkcji, stosuje się pojęcia czułości zera lub bieguna.

Jeżeli funkcja układowa $T(s)$ jest wymierna

$$T(s) = T_0 \frac{\prod_i^n (s + z_i)}{\prod_j^m (s + p_j)}, \quad (35)$$

to można wykazać, że związek pomiędzy funkcją czułości $S_x^{T(s)}$ i czułościami zer i biegunów funkcji $T(s)$ ma postać

$$S_x^{T(s)} = S_x^{T_0} + \sum_{i=1}^n \frac{z_i S_x^{z_i}}{s + z_i} - \sum_{j=1}^m \frac{p_j S_x^{p_j}}{s + p_j}, \quad (36)$$

przy czym czułości zera i bieguna są wzorami

$$S_x^{z_i} = \frac{x}{z_i} \frac{dz_i}{dx} \quad \text{ i } \quad S_x^{p_j} = \frac{x}{p_j} \frac{dp_j}{dx}. \quad (37)$$

Natomiast dla funkcji czułości drugiego rzędu otrzymujemy zależność

$$S_{x,x}^{T(s)} = S_{x,x}^{T_0} + \sum_{i=1}^n \frac{z_i S_{x,x}^{z_i}}{s + z_i} - \sum_{j=1}^m \frac{p_j S_{x,x}^{p_j}}{s + p_j} + x s \left(\sum_{i=1}^n \frac{S_x^{z_i}}{s + z_i} - \sum_{j=1}^m \frac{S_x^{p_j}}{s + p_j} \right), \quad (38)$$

w której

$$S_{x,x}^{z_i} = \frac{d \left[\frac{x}{z_i} \frac{dz_i}{dx} \right]}{dx} x \quad \text{ i } \quad S_{x,x}^{p_j} = \frac{d \left[\frac{x}{p_j} \frac{dp_j}{dx} \right]}{dx} x. \quad (39)$$

— Definicja czułości bieguna dana wzorem (39) jest szczególnie użyteczna przy badaniu właściwości układów selektywnych $Q = \frac{\omega_0}{-2\sigma_0}$, $p_j = \sigma_0 + j\omega_0$, gdyż daje bezpośredni związek z czułością dobroci S_x^Q i czułością częstotliwości $S_x^{\omega_0}$.

Związek ten jest następujący

$$S_x^{p_j} = \operatorname{Re}(S_x^{p_j}) + j \operatorname{Im}(S_x^{p_j}) = S_x^{\omega_0} - j \frac{1}{2Q} S_x^Q, \quad (40)$$

gdzie

$$S_x^Q = \frac{dQ}{dx} \frac{x}{Q} \quad \text{ i } \quad S_x^{\omega_0} = \frac{d\omega_0}{dx} \frac{x}{\omega_0}.$$

Dla czułości drugiego rzędu bieguna otrzymujemy zależność

$$S_{x,x}^{p_j} = S_{x,x}^{\omega_0} - j \frac{1}{2Q} [S_{x,x}^Q - (S_{x,x}^Q)^2], \quad (41)$$

gdzie

$$S_{x,x}^{\omega_0} = \frac{d(S_x^{\omega_0})}{dx} x \quad \text{ i } \quad S_{x,x}^Q = \frac{d(S_x^Q)}{dx} x.$$

4. NIEZMIENNOŚĆ SUM CZUŁOŚCI

Wiele prac w dziedzinie teorii czułości [1, 2, 4, 5] poświęcono niezmienności sum czułości. Prace te oparte są na twierdzeniu Eulera dla funkcji jednorodnych.

Jeżeli funkcja wielu zmiennych $T = T(x_1, x_2, \dots, x_n)$ jest jednorodna, to znaczy spełnia następujący warunek

$$T(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda^m T(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (42)$$

gdzie λ jest dowolną liczbą rzeczywistą różną od zera, a m jest stopniem jednorodności, to po zróżniczkowaniu ze względu na λ , a następnie wstawieniu $\lambda = 1$, otrzymamy

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} x_1 + \frac{\partial T}{\partial x_2} x_2 + \dots + \frac{\partial T}{\partial x_n} x_n = mT. \quad (43)$$

Dzieląc wyrażenia (43) przez T otrzymujemy zależność

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} \frac{x_1}{T} + \frac{\partial T}{\partial x_2} \frac{x_2}{T} + \dots + \frac{\partial T}{\partial x_n} \frac{x_n}{T} = m,$$

którą można zapisać jako

$$\sum_{i=1}^n S_{x_i}^T = m. \quad (44)$$

Zatem suma czułości danej funkcji jednorodnej na zmianę jej parametrów równa jest stopniowi jednorodności.

Rozważmy czułości drugiego rzędu funkcji $T = T(x_1, x_2, \dots, x_n)$ na zmiany elementów $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Wszystkie możliwe czułości drugiego rzędu mogą być przedstawione jako wyrazy macierzy kwadratowej

$$S^{II} = \begin{bmatrix} S_{x_1, x_1}^T & S_{x_1, x_2}^T & \dots & S_{x_1, x_n}^T \\ S_{x_2, x_1}^T & S_{x_2, x_2}^T & \dots & S_{x_2, x_n}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{x_n, x_1}^T & S_{x_n, x_2}^T & \dots & S_{x_n, x_n}^T \end{bmatrix}, \quad (45)$$

gdzie

$$S_{x_i, x_i}^T = x_i \frac{\partial(S_{x_i}^T)}{\partial x_i}, \quad S_{x_i, x_j}^T = x_j \frac{\partial(S_{x_i}^T)}{\partial x_j}. \quad (46)$$

Zwróćmy uwagę, że suma w j -tej kolumnie

$$\sum_{i=1}^n S_{x_i, x_j}^T = x_j \frac{\partial}{\partial x_j} \sum_{i=1}^n S_{x_i}^T = x_j \frac{dm}{dx_j} = 0,$$

ponieważ m jest liczbą stałą.

Jeżeli zsumujemy wszystkie kolumny macierzy S^{II} , to otrzymamy

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n S_{x_i, x_j}^T = 0, \quad (47)$$

Zatem suma czułości drugiego rzędu jest równa zeru.

Na podstawie wzorów (18) i (19) można wykazać, że

$$\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_j} \frac{x_i x_j}{T} = m(m-1). \quad (48)$$

W pracy [3] podano w tablicy wartości sum czułości pierwszego rzędu różnych typów funkcji układowych. Utworzenie analogicznej tablicy sum współczynników $\dot{S}_x^*$ jest utrudnione, ponieważ w skład tych współczynników wchodzi przyrosty względne wartości elementów δx_i .

Zakładając, że wszystkie względne przyrosty wartości elementów są równe, tzn.

$$\delta x_1 = \delta x_2 = \dots = \delta x_n = \delta x, \quad (49)$$

otrzymamy zależność na sumę $\dot{S}_{x_i}^*$

$$\sum_{i=1}^n \dot{S}_{x_i}^* = m + m(m-1) \delta x. \quad (50)$$

Trzeba zaznaczyć, że wzory (47), (48) i (50) (przy spełnionym warunku (49)) można stosować tylko dla elementów posiadających wymiar, a więc taki jak R , G , L , L^{-1} , D , C , r_m , g_m , R_z , G_z , gdzie

$R = \frac{1}{G}$ — rezystancja,

L — indukcyjność,

$C = \frac{1}{D}$ — pojemność,

$R_z = \frac{1}{G_z}$ — rezystancja żyratorowa,

g_m — konduktancja przenoszenia źródła prądowego sterowanego napięciowo — ŻPSN,

r_m — rezystancja przenoszenia źródła napięciowego sterowanego prądowo — ŻNSP,

natomiast w przypadku elementów takich, jak:

n — przekładnia transformatora idealnego,

k' — współczynnik konwersji NIC,

k — wzmacnienie napięciowe źródła napięciowego sterowanego napięciowo — ŻNSN,

β — wzmacnienie prądowe źródła prądowego sterowanego prądowo — ŻPSP,

A — wzmacnienie idealnego wzmacniacza operacyjnego,

należy obliczyć czułości drugiego rzędu i wyrażenia typu (48) i dodać je do otrzymanych sum.

Dzięki znajomości wartości sumy czułości istnieje możliwość sprawdzania obliczeń, jak również pewna redukcja obliczeń, możemy bowiem wyznaczyć czułości na zmianę jakiegoś parametru, dla którego obliczenie byłoby najbardziej pracochłonne, bezpośrednio z sumy czułości.

5. ZASTOSOWANIE CZUŁOŚCI DRUGIEGO RZĘDU

- Czułości drugiego rzędu muszą być rozpatrywane w następujących przypadkach:
- 1° jeżeli czułości pierwszego rzędu w porównaniu do czułości drugiego rzędu są małe; to jest szczególnie krytyczne przy obliczaniu tolerancji,
 - 2° jeżeli czułości pierwszego rzędu są równe zeru,
 - 3° jeżeli jest wymagana optymalizacja drugiego rzędu.

W tym artykule podano teorię czułości drugiego rzędu bez podania przykładów zastosowania. Autorka ma przygotowany następny artykuł, którego tematem jest zastosowanie teorii czułości drugiego rzędu do analizy zmian parametrów filtrów aktywnych.

LITERATURA

1. C. Belove, *Sensitivity sums for homogeneous functions*, IEEE Trans. CT-11, March 1964.
2. K. Geher, *Theory and application of sensitivity invariants*, Proc. of the Summer School on Circuit Theory, Praga 1971.
3. K. Geher, *Teoria tolerancji i wrażliwość układów elektronicznych*, WNT, Warszawa 1976.
4. A. G. J. Holt, M. R. Lee, *Summed sensitivity of active RC networks*, Electronics Letters, vol. 4, nr 14, July 1969.
5. A. G. J. Holt, M. R. Lee, *Summed sensitivity of active networks*, Electronics Letters, vol. 4, nr 18, September 1968.
6. I. Tatała, *Analiza wpływu zmian parametrów elementów na parametr charakteryzujący układ*, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej „Elektronika”, XXVIII, 1972.
7. I. Tatała, *Czułości drugiego rzędu i wykorzystanie ich do analizy zmian parametrów filtrów aktywnych*, praca doktorska, Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki, 1975.

I. TATARA

SECOND ORDER SENSITIVITY

Summary

In this paper the second order sensitivity theory has been discussed.

The approach is based upon the practical issues involved with the analysis of the impact the system parameters have over the network function. A number of relationships have been developed.

This approach however, is of a general nature and might be applied to different kinds of networks.

I. TATARA

SENSIBILITÉ DU SECOND ORDER

Résumé

Cet article traite de la théorie de sensibilité du second ordre. La méthode est basée sur les résultats pratiques obtenus de l'analyse des effets que les paramètres du système exercent sur fonction du circuit. De nombreuses relations y sont démontrées.

Cette théorie est cependant d'un caractère général et peut être appliquée à d'autres domaines.

I. TATARU

THEORIE DER EMPFINDLICHKEIT 2. ORDNUNG

Zusammenfassung

In diesem Artikel wird die Empfindlichkeitstheorie 2. Ordnung dargestellt. Die gewählte Methode zur Bestimmung der Empfindlichkeit 2. Ordnung findet praktische Anwendung bei der Analyse der Einwirkung von Parameteränderungen einzelner Elemente auf die Netzwerkfunktion. Es wurde eine Reihe von Abhängigkeiten und Theoremen abgeleitet.

Die Empfindlichkeitstheorie 2. Ordnung hat einen allgemeinen Charakter, und kann außer in der Elektronik bei anderen Netzwerken angewandt werden.

И. ТАТАРУ

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Резюме

В статье представлена теория чувствительности второго порядка.

Выбрано такое определение чувствительности второго порядка, которое находит практическое применение при анализе влияния изменения параметров элементов схемы на ее характеристику. Выведен ряд зависимостей и теорем.

Теория чувствительности второго порядка имеет общий характер и может быть использована не только в электронике.

Prosta metoda obliczania dławików z rdzeniami stalowymi stosowanych w przekształtnikach energetycznych

MICHAŁ JABŁOŃSKI (Łódź)

Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 11.3.1976

W pracy wyprowadzono i przykładowo zastosowano wzory na obliczanie podstawowych parametrów konstrukcyjnych dławików prowadzących zarówno składową stałą jak i prądową, a więc dławików ograniczających, gładzących, wyrównawczych. We wszystkich przypadkach uzyskano jednolitą postać wzorów, różniących się współczynnikami.

Parametrami podstawowymi wyjściowymi są: składowa stała prądu, największe dopuszczalne tętnienie, największa dopuszczalna indukcja maksymalna, napięcie fazowe, dopuszczalna gęstość prądu, częstotliwość sieciowa. Parametrem rządzącym optymalizacją dławika jest stosunek przekroju uzwojenia netto do przekroju rdzenia netto.

1. WSTĘP

Dławiki włączane szeregowo w obwodzie prądu obciążenia w różnych fragmentach układu przekształtnikowego można podzielić na trzy grupy z punktu widzenia ich cech konstrukcyjnych rzutujących na sposób obliczania.

Grupa 1. W prądzie dławika oraz w jego strumieniu występuje składowa stała i składowa przemienna; są to dławiki gładzące, dławiki ograniczające w przekształtnikach odwrotnie równoległych (nawrotnych) z prądem obwodowym czyli wyrównawczym oraz dławiki stosowane w układach jednokierunkowych po stronie wtórnej transformatora.

Grupa 2. W prądzie dławika jest składowa stała, lecz jej wpływ na rdzeń jest równoważony i w rdzeniu występuje praktycznie tylko strumień przemienny; są to dławiki kojarzące poszczególne grupy komutacyjne układu przekształtnikowego.

Grupa 3. W prądzie dławika występuje tylko składowa przemienna; są to dławiki stosowane po stronie pierwotnej transformatorów prostownikowych oraz po stronie wtórnej transformatorów zasilających układy mostkowe.

Grupa 3 nie wymaga osobnego omówienia, gdyż strumień stały nie podmagnesowuje rdzenia i metody rozważań dotyczących dławika mogą być analogiczne jak w przypadku dławików powiększających reaktancję zwarcia transformatorów [7].

Osobnego omówienia wymagają natomiast dławiki grupy 1 i 2 i analiza ich optymalizacji jest właśnie celem niniejszej pracy.

Użyte będą następujące oznaczenia podstawowe:

B_m — wartość maksymalna indukcji w rdzeniu dławika,

c — stosunek przekroju uzwojenia dławika netto do przekroju rdzenia netto $c = \frac{s_u}{s_{Fe}}$,

I_s — prąd obciążenia, wartość znamionowa składowej stałej,

I_{sm}^* — prąd maksymalny graniczny dla stałej indukcyjności dławika,

I_{wm} — największy możliwy prąd obwodowy, wartość maksymalna składowej przerywnej,

I_{wnp} — składowa nieprzerwana prądu obwodowego wskutek $\Delta\alpha < 0$,

I_{wsr} — największy możliwy prąd obwodowy, wartość średnia składowej przerywnej,

I_{wsk} — największy możliwy prąd obwodowy, wartość skuteczna składowej przerywnej,

$i_{wm}, i_{wsr}, i_{wsk}, i_{wnp}$ — odpowiednie wyrażenia względne odniesione do prądu I_s ,

j — dopuszczalna gęstość prądu w dławiku,

$k = I_{sm}^*/I_s$ — przeciążalność dławika bez utraty liniowości,

k_{iz} — współczynnik uwzględniający wypełnienie materiałem czynnym zblachowanego rdzenia oraz spęczenie strumienia na brzegu szczelin,

k_p — współczynnik uwzględniający obecność strumienia poza rdzeniem,

k_{np} — współczynnik powiększenia wartości maksymalnej prądu obwodowego przez składową nieprzerwaną $\frac{i_{wm} + i_{wnp}}{i_{wm}}$,

k_{ns} — współczynnik nasycenia uwzględniający udział rdzenia w reluktancji obwodu magnetycznego dławika,

k_{wsk} — współczynnik określony ze wzoru (2) i zależny od układu połączeń,

k_{wsr} — współczynnik określony ze wzoru (1) i zależny od układu połączeń,

L — indukcyjność,

s_{Fe} — przekrój rdzenia dławika netto,

s_u — przekrój uzwojeń dławika netto,

U — napięcie fazowe źródła (w układach mostkowych napięcie przewodowe),

U_s — napięcie wyprostowane w stanie jałowym przy kącie wysterowania α ,

X_{dt} — reakcja dławika odniesiona do częstotliwości sieci,

z — liczba zwojów dławika,

$\Sigma\delta$ — suma szczelin niemagnetycznych w dławiku,

Θ_{dtm} — przepływ dławika, wartość maksymalna,

Φ — strumień dławika,

μ_0 — przenikalność magnetyczna próżni, przyjęta jako przenikalność materiałów niemagnetycznych i wynosząca $4\pi 10^{-7} \frac{H}{m}$,

ω — pulsacja sieciowa ($2\pi f$).

2. OBLICZANIE DŁAWIKA OGRANICZAJĄCEGO DO PRZEKSZTAŁTNIKÓW Z PRĄDEM OBWODOWYM

2.1. Rodzaje dławików ograniczających

Jest cały szereg układów przekształtnikowych, w których stosuje się dławiki ograniczające prąd obwodowy. Analiza zostanie przeprowadzona na przykładzie najprostszego schematu odwrotnie równoległego gwiazdowego ($2 \times 3T$) przedstawionego na rys. 1, przy czym wzory zostaną ujęte ogólnie również dla innych przypadków.

Dławik ograniczający (D. ogr.) włączony w obwód na rys. 1 może mieć dwa różne rozwiązania (rys. 2):

- a) dławik pojedynczy o zasadzie konstrukcji, jak na rys. 3, dławik ten w całym zakresie pracy powinien pozostać nienasycony;
- b) dwa dławiki (rys. 2.b); jeden z nich prowadzi prąd odbiornika (I_s) oraz prąd obwodowy o wartości chwilowej i_w i ulega nasyceniu, natomiast drugi prowadzi tylko prąd obwodowy i pod wpływem jego wartości maksymalnej nie może zostać nasycony.

Analiza zostanie przeprowadzona dla obu przypadków, przy czym jako podstawa zostanie przyjęty stan pracy, przy którym prąd obwodowy jest największy możliwy I_{wm} , a prąd obciążenia I_s ma wartość znamionową lub inną większą, dla której wymaga się, by dławik jeszcze zachował praktycznie stałą indukcyjność.

Prąd obwodowy układu jest ograniczany przez impedancję dławika Z_{dl} oraz impedancję zwarciovą transformatora Z_{dt} . Można jednak uznać, że $Z_{dt} \gg Z_{zt}$ i wobec tego udział impedancji zwarciowej jest pomijalny. Zostanie również jako uproszczenie przyjęte, że $Z_{dt} \approx X_{dt}$. Przy tych założeniach wartość skuteczna oraz średnia składowej przerywanej prądu obwodowego będzie umownie wyrażona następująco

$$I_{wmax} = k_w \frac{U}{X_{dt}}, \quad (1a)$$

$$I_{w\acute{s}r} = k_{w\acute{s}r} \frac{U}{X_{dt}}, \quad (1b)$$

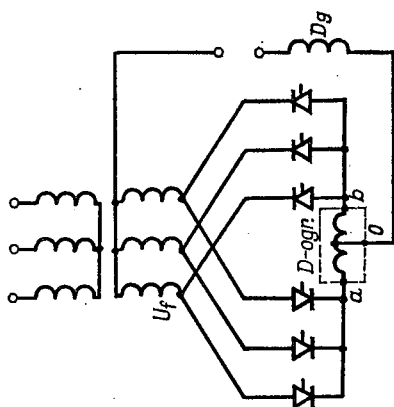
$$I_{wsk} = k_{wsk} \frac{U}{X_{dt}}. \quad (2)$$

Dla pewnego wysterowania tyrystorów (kąta opóźnienia wyzwolenia) α_m , prąd obwodowy (składowa przerywna) zarówno maksymalny, średni jak i skuteczny osiąga wartość największą możliwą. Zostanie ona oznaczona indeksem m .

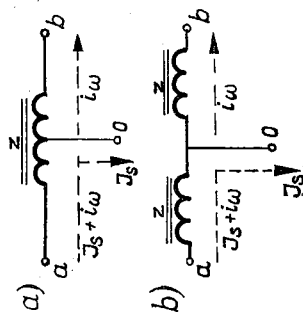
Zestawienie wartości k_{wm} oraz k_{wskm} oraz kątów α_m , przy których one występują, podano dla kilku układów w tab. 1.

Do rozważań można przyjąć, że prąd obciążenia jest praktycznie wygładzony. Każda ewentualna składowa przemienne tego prądu zakłóca pracę dławika w układzie a i zostaje zrównoważona przez odpowiednią zmianę prądu obwodowego. W przypadku układu b przez dławik działający przepływa tylko prąd obwodowy. Przyjęcie założenia o wygładzeniu prądu obciążenia nie ogranicza więc słuszności rozważań.

Aby móc zaprojektować dławik, trzeba wyznaczyć następujące jego parametry [5]: z — liczbę zwojów, s_{Fe} — przekrój rdzenia netto, $\Sigma\delta$ — łączną szczelinę niemagnetyczną w rdzeniu, a także s_u — przekrój uzwojenia lub s_u/z — przekrój przewodu netto. Trzeba

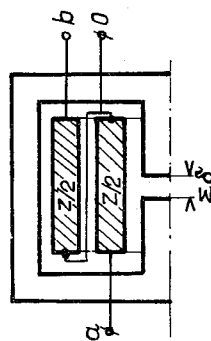


Rys. 1. Układ nawrotny odwrotnie równoległy 2×3 T z dławikiem ograniczającym (D. ogr.) i dławikiem gładzącym (D. g.)



Rys. 2. Rozpływ prądów w dławiku ograniczającym z rys. 1

- a) przypadek pojedynczego dławika nienasycającego się,
- b) przypadek dwóch dławików, z których jeden ulega nasyceniu



Rys. 3. Szkic rozmieszczenia uzwojeń w dławiku pojedynczym z rys. 2a

Tablica 1

Współczynniki do wyznaczania największej wartości składowej przerywnej prądu obwodowego (wzory 1 i 2) oraz kąty α_m , przy których powstaje największy prąd

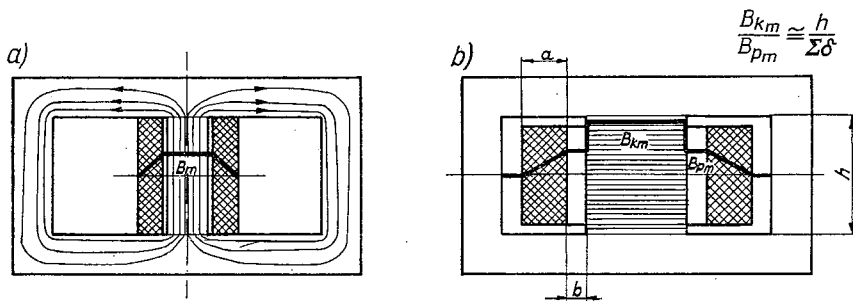
Układ i liczba pulsów	k_{wm} dla wartości chwilowej max	k_{wsk}	α_m	Rodzaj dławika
1 faz. 2 puls. z p-tem zero- wym	2,828	2	$\frac{\pi}{2}$	dławik pojedynczy z za- ciskiem w środku uzwo- jenia lub para dławików, z których jeden ulega nasyceniu
3 faz. 3 puls. (odwrotnie równoległy)	1,225	0,886	$\frac{\pi}{3}$	
6 faz. 6 puls. oraz 3 faz. mostkowy 2×6 T	0,376	0,275	$\frac{\pi}{2}$	
12 faz. 12 puls. oraz 2 mo- stki szeregowo przesunięte o $\frac{\pi}{6}$; 2×12 T	0,0964	0,070	$\frac{\pi}{2}$	

Uwagi: a) dla układów mostkowych można zdwoić liczbę dławików obliczając je na połowę napięcia i rozmieszczając w obu układach łącząc końcówki mostków; b) dla układów krzyżowych dławiki nie mają zacisku wyjściowego na środku uzwojenia i liczone są jak dławiki pojedyncze z prądem obciążenia płynącym przez całe uzwojenie

również określić, przy jakiej wartości prądu obciążenia w układzie *a* może zacząć się nasycanie stali obwodu magnetycznego, które w konsekwencji powoduje poważny wzrost prądu obwodowego i ewentualne zadziałanie zabezpieczeń.

Sprawa rozmieszczenia szczelin powietrznych w obwodzie magnetycznym ma zasadnicze znaczenie dla obliczania i działania dławika.

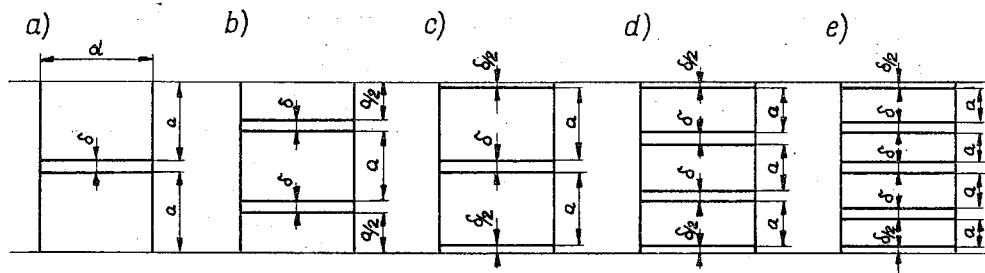
Najmniejsze zniekształcenie pola i rozproszenie strumienia występuje wtedy, gdy praktycznie cała reluktancja obwodu jest rozłożona równomiernie na wysokości uzwojenia, w którym jest wytwarzana siła magnetomotoryczna (rys. 4a). Na rys. 4a jest to uzyskane w dławiku bezrdzeniowym, w którym jarzmo stanowi bezreluktancyjne zamknięcie obwodu. Rys. 4b przedstawia analogiczny układ, lecz zawierający rdzeń z wielką liczbą szczelin



Rys. 4. Rozkład indukcji w kolumnie dławika

a) przypadek kolumny niemagnetycznej i jarzma stanowiącego bezreluktancyjne zamknięcie obwodu magnetycznego, b) przypadek kolumny ferromagnetycznej z wielką liczbą drobnych szczelin. Podano oznaczenie poszczególnych wymiarów; średni obwód uzwojenia wynosi I_{sr}

równomiernie rozmieszczonych w kolumnie. Tu indukcję w rdzeniu i w powietrzu można w sposób oczywisty wyrazić stosunkiem $\frac{B_{km}}{B_{pm}} = \frac{h}{\Sigma \delta}$. Wielka liczba drobnych szczelin jest ze względów technologicznych nieosiągalna. Na rys. 5 pokazano rozmieszczenie na wysokości kolumny szczelin w liczbie od 1 do 5. Chcąc uznać, że dalej prowadzone rozważa-



Rys. 5. Rozmieszczenie skończonej liczby szczelin w kolumnie

a) przypadek jednej szczeliny w środku kolumny, b) przypadek dwóch szczelin, c) przypadek trzech szczelin, środkowej i brzegowych, d) przypadek czterech szczelin, e) przypadek pięciu szczelin

nia nie są obciążone nadmiernym błędem liczbę szczelin trzeba tak dobrać, by stosunek $\frac{a}{d} < 0,5$. Oczywiście, im ten stosunek jest mniejszy, tym zgodność z obliczeniem jest większa; można jednak w oparciu o pomiary doświadczalne przyjąć, że zwiększenie liczby szczelin w kolumnie ponad 5 nie jest już potrzebne. Stosowanie szczelin w jarzmie powoduje duże rozpraszanie strumienia poza obszar jarzma i jest dla ogólnego bilansu reluktancji mało skuteczne, nie udaje się jednak tych szczelin całkowicie uniknąć ze względu na zaplecenie blach na narożach jarzm. Przy wysokich indukcjach łączną zastępczą szczelinę wszystkich zapleceń jarzma $\Sigma \delta_j$ można przyjmować jako $0,15 \div 0,2$ mm. Powinna ona być znacznie mniejsza od $\Sigma \delta_k$ w kolumnie. Łączna szczelina obliczeniowa wynosi:

$$\Sigma \delta = \Sigma \delta_k + \Sigma \delta_j.$$

2.2. Obliczanie dławika pojedynczego

Dla dławika pojedynczego z rys. 2a oraz 3 w oparciu o ustalone oznaczenia można zapisać

$$\Theta_{dlm} = I_s \frac{z}{2} + I_{wnp} z + I_{wm} z = \frac{z}{2} I_{sn} (k + 2i_{wnp} + 2i_{wm}), \quad (3a)$$

gdzie: $k \geq 1$ oznacza taką względną wartość prądu obciążenia, przy której może rozpocząć się nasycenie blach stalowych kolumny; I_{wnp} (albo i_{wnp}) jest składową nieprzerwaną prądu obwodowego występującą w przypadku stosowania ujemnych kątów $\Delta \alpha$: $\Delta \alpha = \alpha_I - (\pi - \alpha_{II})$.

Przy $\Delta \alpha \geq 0$ składowa nieprzerwana prądu obwodowego nie występuje. Pojawia się ona, gdy $\Delta \alpha < 0$, a jej wartość początkowa (dla stanu jałowego występującego po pracy prostowniczej układu) zależy od α_I oraz $\Delta \alpha$ i jest ograniczana przez impedancję zwarcia

transformatora zasilającego i rezystancję dławika. Składowa nieprzerywna zamyka się podobnie jak składowa przerywna w obwodzie składającym się z uzwojeń fazowych transformatora, zaworów i dławika ograniczającego. Składowa nieprzerywna jest wyłącznie składową stałą i reaktancja dławika nie ma wpływu na jej wartość. Składowa ta odmiennie od składowej przerywnej komutuje z fazy do fazy transformatora zarówno w przekształtniku I jak i II z kątem komutacji ν_{np} , jest więc ograniczana przez impedancję zwarcia transformatora i rezystancję dławika. Podczas tej komutacji napięcia komutujących faz są jednakowe, nie powstaje więc wtedy różnica powodująca przepływ prądu wyrównawczego (składowej przerywnej), czyli $\alpha'_1 = \alpha_1 - \nu_{np}$. Składowa nieprzerywna wzrasta w konsekwencji do takiego poziomu, by po stronie falowniczej $\nu_{np} = |\Delta\alpha|$. Wtedy dla rozważania prądu obwodowego przerywnego przy pominięciu wpływu rezystancji trzeba przyjąć $\alpha'_1 = \alpha_1 - |\Delta\alpha|$, czyli $\alpha'_1 = \alpha_{II}$; w tych warunkach znika przyczyna dalszego wzrostu prądu obwodowego nieprzerywnego. Jeżeli obciążenie zewnętrzne układu ma charakter falowniczy, to kąt komutacji ν wynikający z prądu pracy sam już zmniejsza $|\Delta\alpha|$, a w konsekwencji maleje składowa nieprzerywna prądu obwodowego. Od chwili, gdy $\nu > |\Delta\alpha|$ (szczególnie dla $\alpha_1 < \frac{\pi}{3}$) prąd nieprzerywny nie występuje, a w konsekwencji również całość prądu obwodowego znika i układ zaczyna pracować jak system z impulsowaniem wybiórczym (bez prądu obwodowego) nawet przy zmniejszeniu obciążenia. Przy działaniu prostowniczym układu kąt komutacji prądu pracy, a więc obciążenie układu, nie ma wpływu na składową nieprzerywną prądu obwodowego i jej kąt komutacji, zależy więc ona tylko od α_1 , $\Delta\alpha$ i reaktancji transformatora. Największa wartość składowej nieprzerywnej prądu obwodowego występuje przy danym $\Delta\alpha$ gdy α_1 jest bliskie $\frac{\pi}{2}$. Podczas rozważań największej dopuszczalnej indukcji dławika pojedynczego trzeba więc uwzględnić zarówno przeciążalność zewnętrzną k , jak i ewentualną obecność składowej nieprzerywnej prądu i_{wnp} oraz największy możliwy udział składowej przerywnej prądu obwodowego.

W przypadku największej wartości prądu obwodowego przerywnego występującej w układzie z rys. 1 przy $\alpha = \frac{\pi}{3}$, prąd ten składa się z trzech jednakowych impulsów w każdym okresie, zbliżonych do połówek sinusoidy. Porównanie jego rzeczywistego przebiegu, czyli dodatnich fragmentów wyrażenia $2 \left[\sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) - 0,5 \right]$ z przebiegiem górnej połowy sinusoidy na każdej trzeciej części okresu, czyli $\sin 1,5 \omega t$, daje różnicę o największej wartości wynoszącej 3,23% amplitudy. Umożliwia to potraktowanie rzeczywistego przebiegu prądu jako praktycznie sinusoidalnego, co w konsekwencji pozwala na zapis: $i_{wm} = i_{wsk} \sqrt{2}$ oraz na uzyskanie innej postaci wzoru (3)

$$\theta_{dlm} = \frac{Z}{2} I_s [k + 2(i_{wnp} + \sqrt{2} i_{wsk})]. \quad (3b)$$

Opierając się na wzorze (2) i definicji i_{wsk} można napisać:

$$X_{dl} = k_{wsk} \frac{U}{I_s i_{wsk}}, \quad (4)$$

gdzie U jest dla układów gwiazdowych (jednokierunkowych) napięciem fazowym, a dla mostkowych przewodowym.

Z drugiej strony reaktancja dławika o liczbie zwojów z skojarzonych ze strumieniem ϕ i wytwarzających przepływ Θ_{dt} wyraża się wzorem

$$X_{dt} = \omega \frac{\phi}{\Theta_{dt}} z^2. \quad (5)$$

We wzorze (5) uznając dławik za liniowy można na strumień i przepływ podstawić wartości maksymalne. Jednocześnie $\phi_m = B_m s_{Fe} k_p$, więc połączenie (3b), (4) oraz (5) daje wyrażenie:

$$k_{w sk} \frac{U}{I_s i_{w sk}} = z^2 \frac{B_m s_{Fe} 2\omega k_p}{I_s z (k + 2i_{w np} + 2\sqrt{2} i_{w sk})}, \quad (6)$$

gdzie k_p uwzględnia istnienie strumienia ϕ_p w przestrzeni niemagnetycznej wokół kolumny, w której występuje strumień ϕ_{Fe} (rys. 4).

Określenie wartości k_p można uzyskać w oparciu o następujące rozumowanie:

$$\phi = \phi_{Fe} + \phi_p = \phi_{Fe} \left(1 + \frac{\phi_p}{\phi_{Fe}} \right) = \phi_{Fe} k_p, \quad (7)$$

gdzie

$$\frac{\phi_p}{\phi_{Fe}} = \frac{\Theta}{R_{\mu p}} \frac{R_{\mu kol}}{\Theta} = \frac{R_{\mu kol}}{R_{\mu p}} \approx \frac{l_{sr}(a+3b)k_{iz}\Sigma\delta}{3hs_{Fe}};$$

stad

$$k_p = 1 + \frac{l_{sr}(a+3b)k_{iz}\Sigma\delta}{3hs_{Fe}}. \quad (8)$$

Podstawienie liczb z przykładu robionego w dalszym tekście daje $k_p = 1,055$. W innych przypadkach otrzymuje się $1,08 < k_p < 1,04$, toteż ze względu na dopuszczalną tolerancję obliczeń wystarczy przyjąć, że wartość k_p dla dławika pojedynczego jest stała i wynosi 1,06.

Wyrażenie (6) pozwala wyznaczyć przekrój rdzenia s_{Fe}

$$s_{Fe} = \frac{(k + 2i_{w np} + 2\sqrt{2} i_{w sk})}{2i_{w sk} k_p} \frac{U}{z B_m \omega} k_{w sk}. \quad (9)$$

Dla zaprojektowania dławika trzeba ustalić właściwą wartość maksymalnej indukcji w stali. Zależy ona od rodzaju zastosowanych blach. W przypadku blach zimnowalcowanych transformatorowych można stosować wysokie indukcje sięgające w kolumnie 1,7 T. W jarzmie, jeśli ma ono ekranować dławik, wskazane jest stosowanie indukcji niższych o kilka procentów; przy jarzmach nie odgrywających roli ekranów chroniących od strumienia rozproszonego w przypadku przeciążeń (obciążenie względne większe od k), indukcja w jarzmie może być taka sama jak w kolumnie.

Indukcja w szczelinach niemagnetycznych B_δ jest mniejsza niż indukcja w blachach rdzenia ze względu na izolację blach oraz spęczenie strumienia wokół każdej szczeliny spowodowane skończoną liczbą szczelin w kolumnie. Uwzględnia to współczynnik k_{iz}

$$B_{m\delta} = B_m k_{iz} k_p. \quad (10)$$

Przepływ Θ_{dl} wytwarzający strumień ϕ można podzielić na część Θ_δ magnesującą łączną szczelinę $\Sigma\delta$ i część magnesującą rdzeń Θ_{Fe}

$$\Theta_{dl} = \Theta_\delta + \Theta_{Fe} = k_{ns} \Theta_\delta. \quad (11)$$

Dopóty, dopóki współczynnik nasycenia $1 < k_{ns} < 1,03$ można uznać, że udział stali w reluktancji obwodu magnetycznego jest pomijalny, a więc dławik ma charakterystykę liniową.

Na podstawie prawa przepływu można napisać

$$\Theta_{m\delta} = B_{m\delta} \frac{\Sigma\delta}{\mu_0}. \quad (12)$$

Uwzględnienie (10) i (11) daje

$$\Theta_{mdl} = k_{ns} k_{iz} B_m \frac{\Sigma\delta}{\mu_0}. \quad (13)$$

Uwzględnienie (3b) i uporządkowanie wyrażenia (13) pozwala wyznaczyć łączną długość szczelin niemagnetycznych:

$$\Sigma\delta = \frac{I_s z}{B_m} \mu_0 \frac{k + 2i_{wnp} + 2\sqrt{2} i_{wsk}}{2k_{ns} k_{iz}}. \quad (14)$$

Dla osiągnięcia tej samej reaktancji X_{dl} dławik może być zaprojektowany w różny sposób:

- a) z większym przekrojem kolumny obwodu magnetycznego s_{Fe} a mniejszą liczbą zwojów i małą szczeliną niemagnetyczną $\Sigma\delta$;
- b) z mniejszym przekrojem rdzenia, natomiast większą liczbą zwojów i większą łączną szczeliną.

Uzyskanie właściwego rozwiązania, czyli optymalizacja dławika wymaga określenia parametru wiążącego te wielkości i wyznaczenia jego optymalnej wartości z punktu widzenia wybranego minimum, np. minimum łącznej masy dławika, minimum kosztów lub minimum strat.

Jako parametr c wiążący wielkości zostanie wybrany stosunek przekroju uzwojenia netto do przekroju rdzenia netto

$$c = \frac{s_u}{s_{Fe}}, \quad (15)$$

gdzie

$$s_u = z \frac{I_{sk}}{j}. \quad (16)$$

Wybór gęstości prądu ma podstawowe znaczenie dla warunków cieplnych pracy dławika. Przy dławiku pojedynczym tylko połowa uzwojenia jest obciążona pełnym prądem i staje się źródłem strat obciążeniowych. Dla dławików suchych można stosować kryteria używane przy obliczaniu i konstrukcji uzwojeń transformatorów suchych [3, rozdz. 14]. Trzeba uwzględnić zarówno konwekcję jak i promieniowanie, przyjmując, że ciepło przenosi się przez przewodzenie również na nieobciążoną część uzwojenia. Z tego względu nie jest korzystne dawanie wzdłużnego kanału chłodzącego w cewce dławika, chyba że warstwy obu połówek uzwojenia wzajemnie się zaplatają.

Wymiar promieniowy cewki nie powinien przekraczać 60 mm. Jeśli wielkość dławika wymaga większej grubości cewki, należy przepleść warstwy i zastosować poosiowy kanał chłodzący.

Współczynnik przejmowania ciepła, wypadkowy dla promieniowania i konwekcji, można w oparciu o [3] określić następująco dla całej powierzchni cewki: dla przyrostu temperatury do 150° (izolacja szklana) 13 W/m²K, dla przyrostu temperatury do 75° (izolacja organiczna) 10 W/m²K.

Straty w rdzeniu są niewielkie i rdzeń gra w pewnym stopniu rolę radiatora wyprowadzającego część ciepła na zewnątrz. Jako wytyczną opracowaną w oparciu o powyższe rozumowanie można poradzić, by dla grubości cewki rzędu 60 mm stosować przy izolacji organicznej gęstość prądu nie większą niż 1,6 · 10⁶ A/m², a przy grubości dwukrotnie mniejszej gęstość dochodzącą do 2,2 · 10⁶ A/m²; przy izolacji nieorganicznej (włókno szklane) w analogicznych warunkach można radzić gęstość nie przekraczającą 2,2 · 10⁶ A/m² oraz 3,0 · 10⁶ A/m². W przypadku wymiarów promieniowych pośrednich można stosować interpolację. Przy cewkach z poosiowym kanałem chłodzącym konieczne jest zmniejszenie gęstości prądu o ok. 20% ze względu na zmniejszony względny wpływ promieniowania.

Konieczną dla wzoru (16) wartość skuteczną prądu płynącego przez obciążoną część uzwojenia w warunkach znamionowego obciążenia i największego prądu obwodowego można znaleźć zakładając pełne wygładzenie prądu odbioru, omówiony poprzednio kształt prądu obwodowego odpowiadający górnym połówkom sinusoidy oraz obecność składowej nieprzerwywnej prądu obwodowego; uwzględnia go współczynnik $k_{np} =$

$$= \frac{i_{wnp} + \sqrt{2} i_{wsk}}{\sqrt{2} i_{wsk}}$$

$$I_{sk} = \sqrt{(I_s + I_{wnp} + I_{wsr})^2 + I_{wsk}^2} = I_s \sqrt{(1 + i_{wnp} + i_{wsk})^2 - \left(2 - 4 \frac{\sqrt{2}}{\pi}\right) i_{wsk}} \approx$$

$$\approx I_s \sqrt{(1 + i_{wnp} + i_{wsk})^2 - 0,2 i_{wsk}} \approx I_s (1 + i_{wnp} + 0,91 i_{wsk}) \approx$$

$$\approx I_s [1 + (\sqrt{2} k_{np} - 0,5) i_{wsk}]. \quad (17)$$

Uproszczenie we wzorze (17) powoduje błąd nie przekraczający 0,25% gdy $0 < i_{wsk} < 0,3$, a przy wartości $i_{wsk} \approx 0,12$ błąd ten przechodzi przez 0 zmieniając znak.

Łącząc (16) i (17) otrzymuje się wzór na przekrój uzwojenia netto

$$S_u = (1 + i_{wnp} + 0,91 i_{wsk}) z \frac{I_s}{j}. \quad (18)$$

Podstawienie (9) i (18) do (15) pozwala określić liczbę zwojów z :

$$z = k_z \sqrt{\frac{U_{jc}}{I_s B_m \omega}}, \quad (19)$$

gdzie

$$k_z = \sqrt{\frac{k_{wsk} (k + 2 i_{wnp} + 2 \sqrt{2} i_{wsk})}{2 k_p i_{wsk} (1 + i_{wnp} + 0,91 i_{wsk})}} = \sqrt{\frac{k_{wsk}}{2 k_p i_{wsk}} \frac{k + 2 k_{np} \sqrt{2} i_{wsk}}{1 + (\sqrt{2} k_{np} - 0,5) i_{wsk}}}. \quad (20)$$

Podstawiając (19) do (9) i (14) można zestawić wzory na wszystkie trzy parametry potrzebne dla zaprojektowania dławika: z , s_{Fe} oraz $\Sigma\delta$ (19, 21, 22 oraz 20):

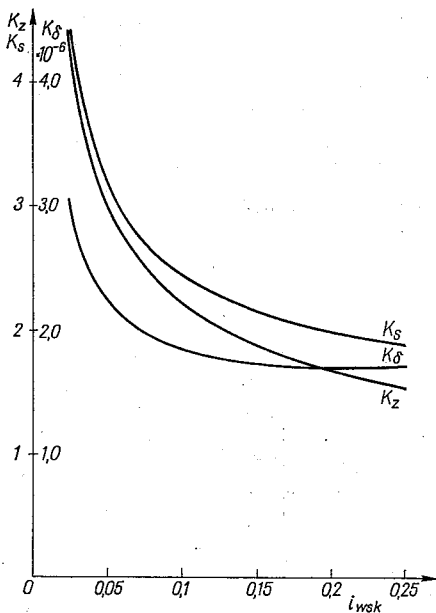
$$s_{Fe} = k_z(1 + i_{wnp} + 0,91i_{wsk}) \sqrt{\frac{UI_s}{B_m \omega j c}} = k_s \sqrt{\frac{UI_s}{B_m \omega j c}}, \quad (21)$$

gdzie można oznaczyć $k_s = k_z(1 + i_{wnp} + 0,91i_{wsk}) = k_z[1 + (\sqrt{2}k_{np} - 0,5)i_{wsk}]$,

$$\Sigma\delta = k_z \frac{k + 2i_{wnp} + 2\sqrt{2}i_{wsk}}{2k_{ns}k_{iz}} \mu_0 \sqrt{\frac{UI_s j c}{B_m^3 \omega}} = k_\delta \sqrt{\frac{UI_s j c}{B_m^3 \omega}}, \quad (22)$$

gdzie można oznaczyć $k_\delta = k_z \frac{k + 2i_{wnp} + 2\sqrt{2}i_{wsk}}{2k_{ns}k_{iz}} \mu_0 = k_z \frac{k + 2k_{np}\sqrt{2}i_{wsk}}{2k_{ns}k_{iz}} \mu_0$.

Dla układu z rys. 1 zostaną przykładowo wyznaczone wartości k_z , k_s oraz k_δ w funkcji i_{wsk} , przy przyjęciu $k = 1$, $i_{wnp} = 0$ czyli $k_{np} = 1$, $k_{wsk} = 0,885$ (z tablicy 1), $k_{ns} = 1,02$, $k_{iz} = 0,95$, $k_p = 1,06$ oraz $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$. Wartość współczynników k_z , k_s , k_δ w tych



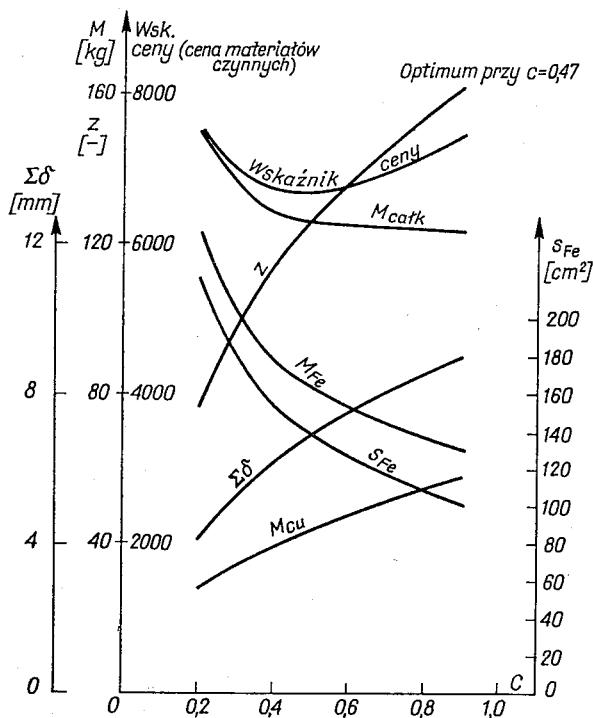
Rys. 6. Zależność współczynników do obliczania podstawowych parametrów dławika pojedynczego k_z , k_s , k_δ od dopuszczalnego względnego prądu obwodowego (wartość skuteczna)

warunkach przedstawiono na rys. 6. Praktycznie największy możliwy prąd obwodowy i_{wsk} zawiera się zwykle w granicach $0,075 \div 0,2$. Dla układów innych niż na rys. 1 należy odczytane z rys. 6 współczynniki pomnożyć przez $\frac{k_{wsk}}{0,885}$, przy czym k_{wsk} dla najważniejszych układów podano w tablicy 1.

Celem optymalnego rozwiązania dławika pojedynczego trzeba określić optymalny parametr c (wzór 15). Zostanie to przykładowo zrobione w oparciu o [4] dla dławika suchego.

Maksymalną indukcję w rdzeniu, spełniającą warunek zachowania liniowości przebiegów, przyjęto ostrożnie $B_m = 1,6$ T i uznano, że dotyczy ona prądu znamionowego. Daje to pewną rezerwę przeciążeniową (około 15%), przy której prąd obwodowy nie będzie jeszcze nadmiernie wzrastał z powodu zmniejszenia indukcyjności różniczkowej dławika. Chcąc zwiększyć przeciążalność w stosunku k należy w tym samym stopniu obniżyć B_m przy prądzie znamionowym. Prąd obwodowy największy przyjęto do rozważań przykładowych $i_{wsk} = 0,15$. Układy z prądem obwodowym stosuje się raczej do mocy mniejszych, dlatego do przykładowego rozwiązania przyjęto, że parametry przy schemacie jak na rys. 1 mają wartości: $U_{so} = 260$ V, co odpowiada $U = 222,2$ V, $\omega = 100 \pi$, $I_s = 100$ A. W oparciu o wzory (16) i (17), przy zastosowaniu izolacji szklanej i gęstości $j = 2,1$ A/mm², przekrój przewodu wynosi 54,1 mm².

Przyjmując dla tych stosunkowo niewielkich dławików rdzeń jednoschodkowy o przekroju kwadratowym i uzwojenia warstwowe nawijane miedzianym drutem profilowym płaskim przy współczynniku wypełnienia okna $0,5 \div 0,6$ przeprowadzono optymalizację [4] stosując jako minimalizowaną funkcję celu wskaźnik ceny obejmujący łączny koszt materiałów czynnych dławika; dławik o minimalnym wskaźniku ceny uznano za optymalny przy zastosowaniu dwóch zmiennych decyzyjnych, parametru c (wzór 15) oraz stosunku wymiarów okna — wysokości do szerokości. Przyjęto stosunek ceny miedzi do ceny stali transformatorowej $\frac{k_{Cu}}{k_{Fe}} = 2$. Optimum ze względu na cenę wystąpiło przy $c = 0,47$



Rys. 7. Zależność podstawowych parametrów dławika pojedynczego od parametru c rządzącego optymalizacją

(rys. 7), przy czym koszt miedzi zrównał się z kosztem stali; optymalnym kształtem okna dławika o uzwojeniu miedzianym okazał się prostokąt o stosunku wysokości do szerokości równej około 2,7. Masa łączna dławika przy zwiększeniu c ponad 0,5 aż do 0,9 maleje już w znikomym stopniu (rys. 7). Przyjęcie za funkcję celu łącznej masy materiałów czynnych okazało się niesłuszne.

Zastosowanie uzwojeń aluminiowych wymaga użycia tych samych wzorów, należy jednak przyjąć właściwą dla aluminium gęstość prądu, a mianowicie

$$\frac{j_{Cu}}{j_{Al}} = \sqrt{\frac{\gamma_{Cu}}{\gamma_{Al}}} = \sqrt{\frac{57}{35}} = 1,27.$$

Jednocześnie koszt jednostki masy aluminium w stosunku do kosztu jednostki masy stali transformatorowej jest mniejszy niż w przypadku miedzi i wynosi $\frac{k_{Al}}{k_{Cu}} \approx 1,25$.

Analiza podobna jak dla uzwojeń miedzianych [4] wykazała, że przy uzwojeniach aluminiowych o współczynniku wypełnienia okna $0,5 \div 0,6$ optymalne c wynosi 1,95, a stosunek wymiarów okna (wysokość do szerokości) $g/b \approx 2,5$. Dławiki z uzwojeniami aluminiowymi okazały się o 33% tańsze od dławików miedzianych jakkolwiek gabarytowo nieco większe.

2.3. Obliczanie zespołu złożonego z dwóch dławików

Przy pracy zespołu dławikowego, jak na rys. 2b, tylko jeden dławik prowadzi prąd obciążenia i może być pod jego wpływem całkowicie nasycony; drugi dławik prowadzi jedynie prąd obwodowy i przy najwyższej wartości tego prądu i największej wartości napięcia różnicowego (np. dla układu z rys. 1, przy kącie $\alpha_I = \frac{\pi}{3}$) może być doprowadzony do granicy nasycenia przejmując na siebie całe przemienne napięcie różnicowe. W tym rozwiązaniu przeciążenie układu nie powoduje nasycenia dławika prowadzącego tylko prąd obwodowy, wobec tego układ nie jest wrażliwy na przeciążenie w odróżnieniu od układu poprzedniego. Natomiast w przypadku ujemnej wartości kąta $\Delta\alpha$ przez obydwa dławiki przepływa składowa nieprzerwywna prądu obwodowego. Już przy stosunkowo niewielkim obciążeniu dławik prowadzący prąd obciążenia nasyci się. Dławik prowadzący tylko prąd obwodowy może wtedy prowadzić stosunkowo dużą składową nieprzerwywną prądu. Najgorsze warunki występują w tym przypadku przy małych obciążeniach i należy przy obliczeniach uwzględnić składową nieprzerwywną prądu i_{wnp} rzędu paru lub nawet kilku procentów I_s . Definiuje to warunki dla rozwiązania dławika

$$\Theta_{dlm} = I_s(i_{wm} + i_{wnp})z = I_s(i_{wsk} \sqrt{2} + i_{wnp})z = I_s z i_{wsk} \sqrt{2} k_{np}, \quad (23)$$

gdzie k_{np} jest współczynnikiem zwiększenia wartości maksymalnej prądu obwodowego ze względu na obecność w tym prądzie składowej nieprzerwywej

$$i_{wsk} = \frac{k_{wsk}}{I_s} \frac{U}{X_{dl}}. \quad (24)$$

Podstawiając (23) i (24) do (5) i pamiętając, że $\phi_m = -B_m s_{Fe} k'_p$ (wzór 7), gdzie k'_p dotyczy rozwiązywania z dwoma dławikami, otrzymuje się po prostych przekształceniach wyrażenie

$$s_{Fe} = \frac{\sqrt{2} k_{np} k_{w sk} U}{B_m k'_p \omega z}. \quad (25)$$

Połączenie wzorów (13) i (23) pozwala napisać

$$\Sigma \delta = \frac{\mu_0 z I_s i_{w sk} \sqrt{2} k_{np}}{k_{ns} k_{iz} B_m}. \quad (26)$$

Dla wyznaczenia liczby zwojów dławika składowego należy podobnie jak w p-cie 2.2 wprowadzić parametr $c = \frac{s_u}{s_{Fe}}$. Przekrój przewodu obu dławików składowych jest identyczny i musi być dostosowany do wartości skutecznej łącznego prądu I_s oraz I_w , jak to podano we wzorze (17). Przy pełnym obciążeniu dla wyznaczenia wartości skutecznej prądu trzeba wziąć również pod uwagę składową nieprzerwywną prądu obwodowego czyli przyjąć odpowiednią wartość i_{wnp} . Przy uwzględnieniu wzoru (25) pozwala to na zapis:

$$c = \frac{z I_s (1 + i_{wnp} + 0,91 i_{w sk})}{j s_{Fe}} = \frac{z^2 I_s (1 + i_{wnp} + 0,91 i_{w sk}) B_m \omega k'_p}{j \sqrt{2} k_{w sk} U k_{np}} \quad (27)$$

i w konsekwencji

$$z = k'_z \sqrt{\frac{U j c}{I_s B_m \omega}}, \quad (28)$$

gdzie, ze względu na to, że $i_{wnp} = \sqrt{2} i_{w sk} (k_{np} - 1)$, można zapisać

$$k'_z = \sqrt{\frac{k_{w sk} \sqrt{2} k_{np}}{(1 + i_{wnp} + 0,91 i_{w sk}) k'_p}} = \sqrt{\frac{k_{w sk} \sqrt{2} k_{np}}{[1 + (k_{np} \sqrt{2} - 0,5) i_{w sk}] k_p}}. \quad (29)$$

Podstawiając (28) do (25) i (26) otrzymuje się pozostałe dwa z potrzebnego zestawu wzorów:

$$s_{Fe} = k'_z [1 + (k_{np} \sqrt{2} - 0,5) i_{w sk}] \sqrt{\frac{U I_s}{B_m \omega j c}} = k'_s \sqrt{\frac{U I_s}{B_m \omega j c}}, \quad (30)$$

gdzie można oznaczyć $k'_s = k'_z [1 + (k_{np} \sqrt{2} - 0,5) i_{w sk}]$;

$$\Sigma \delta = k'_z \frac{\sqrt{2} i_{w sk} k_{np}}{k_{ns} k_{iz}} \mu_0 \sqrt{\frac{U I_s j c}{B_m^3 \omega}} = k'_\delta \sqrt{\frac{U I_s j c}{B_m^3 \omega}}, \quad (31)$$

gdzie można oznaczyć

$$k'_\delta = k'_z \frac{\sqrt{2} i_{w sk} k_{np}}{k_{ns} k_{iz}} \mu_0.$$

Wzory (28), (30) i (31) mają identyczną budowę jak (19), (21) i (22), jedynie współczynniki liczbowe k'_z , k'_s , k'_δ są znacznie mniejsze niż k_z , k_s , k_δ . Trzeba także zwrócić uwagę, że indukcja w przypadku pary dławików powinna być mniejsza niż w dławiku pojedynczym, gdyż szczeliny są tu znacznie mniejsze i udział stali w reluktancji obwodu należy również zredukować. Nie ma konieczności utrzymania rezerwy przeciążeniowej, toteż

można przyjmować $B_m \approx 1,55$ T. Również gęstość prądu powinna być w tym rozwiązaniu mniejsza o ok. 30%, gdyż tym razem w całej objętości uzwojenia dławika obciążonego wytwarzają się straty. Współczynnik udziału strumienia w powietrzu wokół kolumny jest ze względu na bardzo małe $\Sigma\delta$ (wzór 8) bliski 1 i można go pominąć ($k'_p = 1$). Szczeliny niemagnetyczne w dławikach podwójnych są bardzo małe. Aby je nieco zwiększyć, trzeba podwyższyć c w stosunku do wartości optymalnej, np. przy zastosowaniu miedzi do $c' = 0,55$. Porównanie wzorów pozwala określić współczynniki zmniejszenia poszczególnych parametrów

$$\left. \begin{aligned} \frac{z'}{z} &= \sqrt{\frac{2\sqrt{2}i_{wsk}k_{np}}{(k+2k_{np}\sqrt{2}i_{wsk})}} \sqrt{k_p} \sqrt{\frac{j'B_m c'}{j'B_m c}}, \\ \frac{s'_{Fe}}{s_{Fe}} &= \sqrt{\frac{2\sqrt{2}i_{wsk}k_{np}}{(k+2k_{np}\sqrt{2}i_{wsk})}} \sqrt{k_p} \sqrt{\frac{jB_m c}{j'B_m c'}}, \\ \frac{\Sigma\delta}{\Sigma\delta'} &= \left(\sqrt{\frac{2\sqrt{2}i_{wsk}k_{np}}{k+2k_{np}\sqrt{2}i_{wsk}}} \right)^3 \sqrt{k_p} \sqrt{\frac{j'B_m^3 c'}{j(B'_m)^3 c}} \end{aligned} \right\} \quad (32 \text{ abc})$$

Współczynniki zmniejszenia zawarte we wzorach (32abc) i uwagi dotyczące j , B_m oraz c pozwalają zorientować się, czy para dławików podwójnych jest mniejsza od dławika pojedynczego. Zmniejszenie zależy od wybranej wartości współczynnika przeciążeń k , i_{wsk} oraz kąta $-\Delta\alpha$ określającego współczynnik k_{np} . Im wartość i_{wsk} oraz k_{np} jest mniejsza a wartość k większa, tym korzystniej jest rozwiązać układ z parą dławików. Widać to wyraźnie z tablicy 2. Rozwiązanie układu przy $i_{wsk} > 0,15$ w postaci dwóch dławików jest już najczęściej niecelowe.

Tablica 2

Współczynniki zmniejszenia liczby zwojów, przekroju uzwojenia, oraz łącznej szczeliny przy różnych wartościach względnych największego prądu obwodowego i_{wsk} przy przejściu z dławika pojedynczego na parę dławików

Współczynniki obliczono dla dwóch współczynników obciążenia przy zachowaniu liniowości dławika pojedynczego $k = 1$ oraz $k = 2$

i_{wsk}		0,075		0,10		0,15		0,20		0,25	
		$k = 1,0$	$k = 2,0$	$k = 1,0$	$k = 2,0$	$k = 1,0$	$k = 2,0$	$k = 1,0$	$k = 2,0$	$k = 1,0$	$k = 2,0$
$\frac{z'}{z}$	$k_{np} = 1,0$	0,416	0,307	0,466	0,349	0,541	0,416	0,597	0,466	0,639	0,507
	$k_{np} = 1,3$	0,464	0,345	0,514	0,382	0,591	0,464	0,646	0,514	0,657	0,558
$\frac{s'_{Cu}}{s_{Cu}}$	$k_{np} = 1,0$	0,544	0,402	0,610	0,457	0,708	0,544	0,781	0,610	0,836	0,663
	$k_{np} = 1,3$	0,604	0,452	0,673	0,512	0,767	0,604	0,845	0,673	0,860	0,729
$\frac{s'_{Fe}}{s_{Fe}}$	$k_{np} = 1,0$	0,461	0,341	0,518	0,388	0,602	0,461	0,662	0,518	0,710	0,564
	$k_{np} = 1,3$	0,513	0,384	0,572	0,434	0,657	0,513	0,717	0,572	0,763	0,618
$\frac{\Sigma\delta'}{\Sigma\delta}$	$k_{np} = 1,0$	0,0746	0,0303	0,106	0,0445	0,1657	0,0746	0,2214	0,106	0,272	0,1361
	$k_{np} = 1,3$	0,102	0,0432	0,143	0,0625	0,216	0,102	0,276	0,143	0,338	0,180

2.4. Porównanie rozwiązań dławika pojedynczego i podwójnego

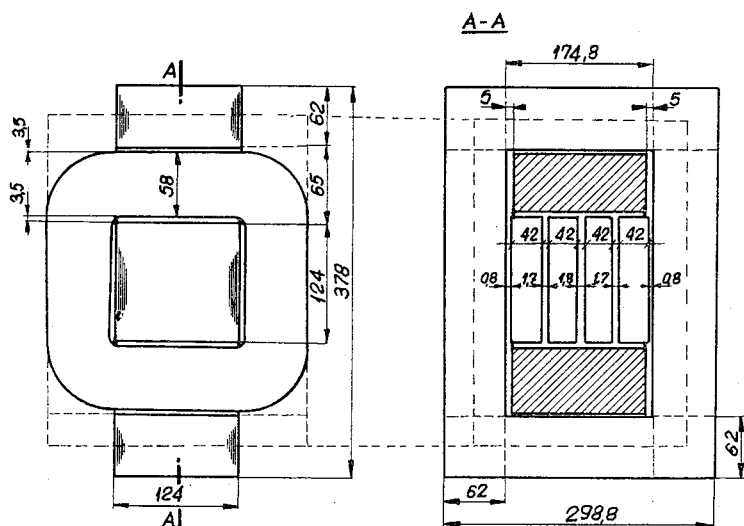
Do porównania zostanie wykorzystany przykład wymieniowy w p-cie 2.2.

a) Dławik pojedynczy

Dane wyjściowe dla dławika pojedynczego z wartością c skorygowaną tak, by otrzymać liczbę zwojów podzielną na parzystą liczbę warstw, są następujące: $c = 0,445$; $j = 2,1 \cdot 10^6$ A/m²; $B_m = 1,6$ T; $U = 222,2$ V; $I_s = 100$ A; $\omega = 100 \pi$; $i_{wsk} = 0,15$; $k_{wsk} = 0,885$; $k = 1$; $k_{ns} = 1,02$; $i_{wnp} = 0$; $k_{iz} = 0,95$.

W oparciu o wzory (19), (20), (21), (22) uzyskuje się: $z = 120$; $s_{Fe} = 146,0$ cm²; $\Sigma \delta = 6,93$ mm. W oparciu o wzór (17) przekrój przewodu wynosi 54,12 mm². Bok kwadratowej kolumny: $a = \sqrt{\frac{s_{Fe}}{k_{iz}}} = 124$ mm. Przekrój okna s_{ok} przy założeniu współczynnika wypełnienia okna materiałem przewodów $k_w = 0,57$

$$s_{ok} = s_{Fe} \frac{c}{k_w} = 114 \text{ cm}^2.$$



Rys. 8. Szkic wymiarowy dławika pojedynczego rozwiązanego w przykładzie obliczeniowym
Liniami przerywanymi pokazano ukształtowanie jarzma dające efekt ekranowania magnetycznego dławika

W oparciu o optymalny stosunek boków okna $g/b = 2,7$ pozwala to określić boki okna jako ok. $175,5 \times 65$ mm, co po rozmieszczeniu przewodów koryguje się do $174,8 \times 65$.

Przewody bliźniacze $9,5 \times (2,9 \times 2 + 0,2)/10,3 \times 6,8$; 8 warstw po 15 zw. z przekładkami międzywarstwowymi po 0,5 mm. Izolacja nieorganiczna (np. opłót szklany) nasyciona lakierem silikonowym. Dane wymiarowe pokazano na rys. 8.

Zaplecenia na narożach jarzm dają zastępczą szczelinę powietrzną, którą przy stosowanej indukcji, jak wspomniano poprzednio, można ocenić na $\delta_j = 0,15 \div 0,2$ mm. W rozpatrywanym przypadku na szczeliny w kolumnie pozostaje więc 6,75 mm ($3 \times 1,75$ mm + $2 \times 0,75$ mm).

Masa materiału magnetycznego $M_{Fe} = 85,5$ kg. Masa materiału uzwojeń (miedź) $M_{Cu} = 40,5$ kg. Masa łączna materiałów czynnych $M_{cz} = 126$ kg.

Wartość materiałów czynnych jako wskaźnik ceny zostaje określona przy uproszczonym przyjęciu ceny miedzi 80 zł/kg i stali 40 zł/kg.

b) Para dławików

Zastosowanie wzorów (28), (29), (30), (31) przy tych samych parametrach jak poprzednio i przy przyjęciu $B_m = 1,55$ T, gęstości $j = 1,62 \cdot 10^6$ A/m², $k_{np} = 1,0$ oraz $c = 0,55$ daje liczbę zwojów $z = 66,8$. Aby otrzymać najbliższą łatwo rozmieszczalną liczbę zwojów $z = 65$ (5 warstw po 13 zw.), należy zmniejszyć liczbę c z proponowanej uprzednio dla tych dławików wartości 0,55 na 0,521. Wyniki są następujące: $z = 65$; $s_{Fe} = 87,8$ cm²; $\Sigma\delta = 1,44$ mm.

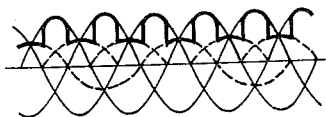
Ze względu na zaplatanie jarzm i zastępczą szczelinę $\Delta\delta_j \approx 0,14$ mm, w kolumnie należy dać dwie szczeliny rzeczywiste po 0,4 mm i dwie po 0,25 mm. Przewód $8,5 \times (4,2 \times 2 + 0,2)/9,3 \times 9,4$ mm rozmieszczony w 5 warstwach po 13 zw. Okno 140×55 mm; bok kwadratowego przekroju kolumny 96 mm.

Przy analogicznym sposobie rozwiązania jak na rys. 8, masa dławika wynosi $M_{Fe} = 39,7$ kg; $M_{Cu} = 23,7$ kg; $M_{cz} = 63,4$ kg. Dla pary dławików daje to łączną masę 126,8 kg, podczas gdy dławik pojedynczy ważył 126 kg. Wskaźnik ceny pary dławików obliczony jak w przypadku „a” wynosi 6968 zł, natomiast dla dławika pojedynczego wyniósł 6660 zł.

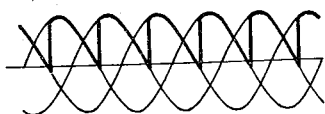
c) Wnioski

Para dławików może być korzystniejsza od dławika pojedynczego, gdy największy założony prąd wyrównawczy nie przekracza wartości $i_{wsk} = 0,15$, a wymagane jest zachowanie stałości indukcyjności dławika przy przeciążeniach przekraczających 15% prądu

a)



b)



Rys. 9. Przebieg napięcia wyprostowanego w układzie nawrotnym trójfazowym z prądem obwodowym przy komutacji natychmiastowej

a) przypadek z dławikiem pojedynczym nienasycającym się, b) przypadek z dwoma dławikami, z których jeden jest nasycony

znamionowego. Wielką zaletą pary dławików jest całkowita niezależność prądu wyrównawczego od obciążenia. Przy dopuszczeniu większych prądów wyrównawczych, szczególnie zaś, gdy nieprzewidywane są przeciążenia układu, korzystniejszy jest dławik pojedynczy. Trzeba jednocześnie pamiętać, że kształt napięcia uzyskiwanego na zaciskach wyjściowych jest dla obu rozwiązań różny. Dla układu gwiazdowego $2 \times 3T$ (jak na rys. 1)

kształty napięć przy $\alpha = \frac{\pi}{4}$ (praca prostownicza) pokazano na rys. 9. Dławik pojedynczy

nienasycający się daje mniejsze odkształcenie napięcia wyjściowego, niż para dławików, z których jeden jest nasycony. Wymaga to właściwego i innego w obu rozwiązaniach doboru dławika gładzącego, który jednak w przypadku b) musi być większy.

Jeżeli z jakichkolwiek względów strumień rozproszony dławików, szczególnie duży dla dławika nasyconego w przypadku b), powinien być ekranowany, przekroje jarzm dławików należy powiększyć. Dla przypadku a) powiększenie wynosi ok. $3 \div 5\%$, a dla przypadku b) ok. 15% , aby uniknąć nasycenia jarzma przy nasyconej kolumnie w dławiku przewodzącym prąd obciążenia. Rdzenie należy rozwiązać tak, by cewki dławików były osłonięte, jak to pokazano na rys. 8 linią przerywaną.

3. OBLICZENIE DŁAWIKA GŁADZĄCEGO

Dławik gładzący, zwany dawniej katodowym (na tle nomenklatury stosowanej w prostownikach rтעיowych), spełnia dwa zadania. Pierwsze, to rola filtru powodującego zmniejszenie pulsowania prądu przez przejście na siebie składowej przemiennej napięcia wyprostowanego. Drugie, to zmniejszenie stromości narastania prądu zwarciovego. Pierwsze zadanie dotyczy w zasadzie obciążenia znamionowego lub również pewnych określonych przeciążeń. Przy przeciążeniach przekraczających zadaną granicę dławik może już tracić stałość swej indukcyjności w analogiczny sposób, jak dławiki ze szczeliną zwiększające reaktancję zwarciovą transformatora [7]. Drugie zadanie wymaga natomiast utrzymania dostatecznej wartości indukcyjności w znacznie większym zakresie obciążenia, a przy zwarciu ruchowym na zaciskach może być stawiany warunek, by stromość narastania prądu w żadnej chwili nie przekraczała zadanej granicy (np. stromości występującej na początku charakterystyki).

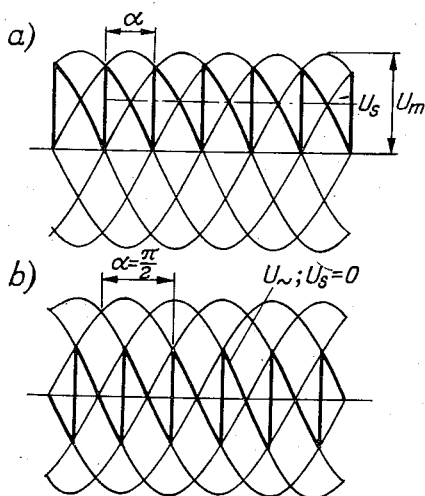
Przeprowadzenie rozważań przy postawieniu wspomnianego warunku wymaga określenia, przy jakiej wartości prądu może zacząć się nasycanie obwodu magnetycznego i jaką indukcyjność różniczkową musi mieć dławik w funkcji prądu wyprostowanego aż do stanu zwarcia. Określenie tych danych umożliwia ustalenie wartości parametrów wyjściowych B_m , $i_{\sim}$, j , $\frac{\Sigma \delta}{h_r}$, gdzie h_r jest zastępczą długością obwodu magnetycznego po usunięciu nasyconego ferromagnetyka. Parametr c może mieć dla tego przypadku znacznie większą wartość niż ocenione w przypadkach poprzednich $c = 0,47$.

Po uwzględnieniu powyższych uwag sposób postępowania pozostanie analogiczny jak w przypadku dławika ograniczającego prąd obwodowy. Przede wszystkim należy określić jaką najwyższą wartość skuteczną składowej przemiennej odniesioną do znamionowej wartości składowej stałej prądu można dopuścić w układzie w granicach obciąże-

nia znamionowego lub zadanego przeciążenia. Dopuszczalne są przy tym dwa założenia:

- komutacja jest natychmiastowa; założenie to łagodzi warunki wyjściowe, gdyż komutacja powiększa odkształcenie napięcia wyjściowego;
- cała składowa przemienna napięcia wyjściowego układu występuje tylko na reaktancji dławika gładzącego; to drugie założenie zaostrza nieco warunki obliczania dławika.

W przypadku układu sterowanego obliczenie należy wykonać dla takiego stanu, w którym składowa przemienna napięcia wyjściowego jest największa. Jeżeli w układzie tyrystorów są również diody niesterowane (dioda zerowa, system półsterowany, sterownik tyrystorowy po stronie pierwotnej transformatora prostownikowego z prostownikiem diodowym niesterowanym), największa zawartość wyższych harmonicznych w napięciu wyjściowym występuje przy takim α , przy którym najniższa wartość chwilowa napięcia wyprostowanego osiąga 0. Dla układu trójpulsowego występuje taki stan, gdy $\alpha = \alpha_{kr} = \frac{\pi}{6}$, dla sześciopulsowego przy $\alpha_{kr} = \frac{\pi}{3}$, a dla dwunastopulsowego przy $\alpha_{kr} = \frac{5\pi}{12}$. W przypadku układu zawierającego wyłącznie tyrystory przy praktycznie pełnym wygaśnięciu prądu odbioru maksymalna zawartość harmonicznych występuje, gdy $\alpha = \frac{\pi}{2}$.



Rys. 10. Przebieg napięcia w prostowniku sterowanym sześciopulsowym

a) $\alpha = \frac{\pi}{3}$, praca bezprzerywna, $\nu = 0$; b) $\alpha = \frac{\pi}{2}$, teoretyczna praca bezprzerywna; występuje tylko składowa przemienna napięcia $\nu = 0$

Składowa stała napięcia jest przy tym równa 0 [1]. Przebieg napięcia w obu przypadkach dla układu 6-cio pulsowego ($m_2 = 6$) pokazano na rys. 10. Przebieg napięcia przedstawia powtarzające się m_2 razy w okresie fragmenty cosinusoidy

$$u = U_m \cos x \quad \left(\text{w zakresie od } x = \alpha - \frac{\pi}{m_2} \text{ do } x = \alpha + \frac{\pi}{m_2} \right). \quad (33)$$

Wartość średnia tego napięcia wynosi [1]:

$$U_s = U_m \frac{m_2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_2} \cos \alpha. \quad (34)$$

Składowa przemienne rozważanego napięcia (wartość chwilowa):

$$u_{\sim} = u - U_s = U_m \left(\cos x - \frac{m_2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_2} \cos \alpha \right) = I_{dt} \frac{di}{dx}, \quad (35)$$

ważne w zakresie $\alpha - \frac{\pi}{m_2} \leq x \leq \alpha + \frac{\pi}{m_2}$.

Strumień przemieniny indukujący napięcie przemienne $u_{\sim}$ ma wartość chwilową wyrażoną wzorem (36) (przy uwzględnieniu (35)):

$$\begin{aligned} \phi_{t\sim} &= \frac{1}{\omega} \int u_{\sim} dx = \frac{U_m}{\omega} \int \left(\cos x - \frac{m_2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_2} \cos \alpha \right) dx = \\ &= \frac{U_m}{\omega} \left[\sin x - \left(\frac{m_2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_2} \cos \alpha \right) x \right] + \phi_c, \end{aligned} \quad (36a)$$

ważne w zakresie $\alpha - \frac{\pi}{m_2} \leq x \leq \alpha + \frac{\pi}{m_2}$.

Wartość średnia tego strumienia w zakresie ważności jest równa zero, co pozwala określić ϕ_c i podać wzór (36) w pełnym brzmieniu:

$$\phi_{t\sim} = \frac{U_m}{\omega} \left\{ \sin x + \frac{m_2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_2} [(\alpha - x) \cos \alpha - \sin \alpha] \right\}. \quad (36b)$$

Wartość maksymalna strumienia przypada w chwili, gdy $\frac{d\phi_{t\sim}}{dx} = 0$.

Różniczkując wyrażenie (36b) i przyrównując pochodną do 0 otrzymuje się warunek

$$\phi_{\sim m+} \text{ gdy } x = x_m = \arccos \left(\frac{m_2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_2} \cos \alpha \right). \quad (37)$$

Podstawiając (37) do (36b) można określić wartość dodatniej amplitudy składowej przemiennej strumienia $\phi_{\sim m+}$; podstawiając natomiast na x wartość górnej lub dolnej granicy zakresu ważności można wyznaczyć wartość amplitudy ujemnej ($\phi_{\sim m-}$). Strumień przemieniny nakłada się na strumień stały ϕ_s wytwarzany przez przepływ znamionowego prądu I_s . Suma $\phi_s + \phi_{\sim m+}$ nie powinna wytworzyć w dławiku indukcji większej niż np. 1,6 T.

Można również postawić ten warunek nie przy obciążeniu znamionowym, lecz np. przy zadanym przeciążeniu k . W granicach zachowania liniowej charakterystyki przez dławik strumień jest proporcjonalny do prądu, można więc skorzystać ze wzoru (5), który zostanie przedstawiony w postaci uwzględniającej wyrażenie (7):

$$X_{dt} = \frac{z B_m s_{Fe} k_p \omega}{I_m}. \quad (38)$$

Scałkowanie wzoru (35) pozwala znaleźć wartość chwilową składowej przemiennej prądu

$$i_{\sim} = \frac{U_m}{X_{dt}} \left[\sin x - \left(\frac{m_2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_2} \cos \alpha \right) x \right] + I_c. \quad (39a)$$

Wzór (39a) jest oczywiście analogiczny ze wzorem (36a), co pozwala podać go również w postaci analogicznej z (36b):

$$i_{\sim} = \frac{U_m}{X_{dl}} \left\{ \sin x + \frac{m_2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_2} [(\alpha - x) \cos \alpha - \sin \alpha] \right\}. \quad (39b)$$

Wyrażenie na $I_{\sim m+}$ jest tu analogiczne ze wzorem (37); $I_{\sim m+}$ występuje, gdy do wzoru (39b) podstawić na x

$$x_m = \arccos \left(\frac{m_2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_2} \cos \alpha \right).$$

Wyrażenie w nawiasie klamrowym wzorów (36b) lub (39b) z podstawionym wzorem (37) pomnożone przez $\sqrt{2}$ zostanie nazwane k_{gsk} , co pozwala zapisać (39b) dla x_m następująco:

$$I_{\sim m+} = \frac{U}{X_{dl}} k_{gsk}. \quad (40)$$

Wartości x_m oraz k_{gsk} obliczone dla podstawowych przypadków zestawiono w tablicy 3.

Tablica 3

Zestawienie wartości współczynnika k_{gsk} (treść w nawiasie klamrowym wzoru (39b) pomnożona przez $\sqrt{2}$) oraz kąta występowania maksimum prądu obliczonych dla charakterystycznych wartości kąta α przy podstawowych przypadkach liczb pulsów

m_2	α	x	k_{gsk}
3	$\pi/6$	0,772458	0,1501
	$\pi/2$	$\pi/2$	0,2447
6	$\pi/3$	1,07303	0,0556
	$\pi/2$	$\pi/2$	0,0637
12	$5\pi/12$	1,31205	0,0156
	$\pi/2$	$\pi/2$	0,0161

Połączenie (38) oraz (40) a następnie odniesienie wyniku do I_s daje rezultat:

$$I_{\sim m+} = \frac{U I_m k_{gsk}}{z B_m s_{Fe} \omega k_p}, \quad (41)$$

gdzie:

$$I_m = k I_s + I_{\sim m+},$$

$$\frac{I_{\sim m+}}{k I_s + I_{\sim m+}} = \frac{U k_{gsk}}{z B_m s_{Fe} \omega k_p},$$

$$\frac{i_{\sim m+}}{k + i_{\sim m+}} = \frac{U k_{gsk}}{z B_m s_{Fe} \omega k_p}, \quad s_{Fe} = \frac{U k_{gsk}}{z B_m \omega k_p} \frac{k + i_{\sim m+}}{i_{\sim m+}}. \quad (42)$$

W oparciu o wzór (13) można uzyskać wyrażenie

$$\Sigma\delta = \mu_0 \frac{zI_m}{B_m k_{iz} k_{ns}} = \mu_0 \frac{zI_s(k+i_{\sim m+})}{B_m k_{iz} k_{ns}}. \quad (43)$$

Postępując podobnie jak w rozdziale 2 należy określić stosunek $c = \frac{s_u}{s_{Fe}}$ i zapisać:

$$c = \frac{I_{sk} z}{j s_{Fe}} \quad \text{albo} \quad z = \frac{c j s_{Fe}}{I_{sk}}, \quad (44)$$

gdzie

$$I_{sk} = \sqrt{I_s^2 + I_{\sim sk}^2}.$$

Wartość skuteczną prądu I_{sk} daje się z wystarczającą dokładnością obliczyć przez podstawienie na $I_{\sim sk}$ wartości $\frac{I_{\sim m+}}{0,91\sqrt{2}}$, czyli

$$I_{sk} = I_s \sqrt{1 + 0,6 i_{\sim m+}^2}. \quad (45)$$

Jeśli $i_{\sim m+} \leq 0,15$, można uznać, że $I_{sk} \approx I_s$. Ponieważ warunek ten jest zwykle spełniony w dalszych rozważaniach powyższe uproszczenie zostanie wykorzystane we wzorze (44).

Podstawiając (42) do (44) z przyjętym uproszczeniem otrzymuje się:

$$z = \sqrt{\frac{k_{gsk}(k+i_{\sim m+})}{k_p i_{\sim m+}}} \sqrt{\frac{Ujc}{I_s B_m \omega}} = k_z'' \sqrt{\frac{Ujc}{I_s B_m \omega}}; \quad (46)$$

podstawiając (46) do (42) uzyskuje się

$$s_{Fe} = \sqrt{\frac{k_{gsk}(k+i_{\sim m+})}{k_p i_{\sim m+}}} \sqrt{\frac{UI_s}{B_m \omega jc}} = k_z'' \sqrt{\frac{UI_s}{B_m \omega jc}}. \quad (47)$$

Podstawienie (46) do (43) daje wyrażenie:

$$\Sigma\delta = \frac{\mu_0(k+i_{\sim m+})}{k_{iz} k_{ns}} \sqrt{\frac{k_{gsk}(k+i_{\sim m+})}{k_p i_{\sim m+}}} \sqrt{\frac{UI_s jc}{B_m^3 \omega}} = \mu_0 \frac{k+i_{\sim m+}}{k_{iz} k_{ns}} k_z'' \sqrt{\frac{UI_s jc}{B_m^3 \omega}}. \quad (48)$$

Budowa wzorów (46), (47) i (48) jest identyczna jak budowa wzorów (19), (21), (22) oraz (28), (30) i (31), jedynie współczynniki liczbowe są inne. Współczynnik k_{gsk} (wzory 41 i 37) odpowiada w pewnym sensie wyrażeniu na k_{wsk} zestawionemu w tablicy 1. Współczynnik k_{gsk} rzutuje w zasadniczy sposób na wielkość dławika i zależy od głębokości sterowania i rodzaju układu. Jego wartości dla charakterystycznych kątów α i najważniejszych liczb pulsów podano w tablicy 3. Wskazówki dla doboru wartości c są identyczne jak w punkcie poprzednim.

Dobór $i_{\sim m+}$ zależy od wymagań stanu wygładzania prądu. Należy przy tym pamiętać że $i_{\sim m-}$ jest w przybliżeniu dwukrotnie większe od $i_{\sim m+}$ i powoduje głęboką „rzeźbę” prądu wyprostowanego przy dużych kątach wysterowania (α). Nie należy więc przewidywać nawet w najgorszych warunkach $i_{\sim m+} > 0,1$. Przy bliskich zera kątach α zwiększenie odkształcenia napięcia wyjściowego powoduje komutacja. Jeżeli dławik gładzący jest obliczany dla układu niesterowanego, w którym kąt komutacji ma wynosić ν , można go uwzględnić podstawiając we wzorach (36b), (39b) i (37) $\alpha = \frac{\nu}{2}$. Przy przeciążeniu powo-

dującym nasycenie dławika zawartość wyższych harmoniczných w prądzie z natury rzeczy wzrasta (patrz uwagi na początku rozdziału).

Dławik obliczony według podanych wzorów spełnia stawiane mu wymagania. Należy jednak przy tym określić jego indukcyjność i podać ją na tabliczce znamionowej z jednoczesnym podaniem zakresu przeciążalności, przy której dławik zachowuje jeszcze praktyczną stałą indukcyjność. Wykorzystanie wzorów (38) i (41) przy podstawieniu $L_{dt} = \frac{X_{dt}}{\omega}$ pozwala określić indukcyjność dławika:

$$L_{dt} = \frac{B_m s_{Fe} z k_p}{I_s (k + i_{\sim m+})}, \quad (49)$$

gdzie k_p określa wzór (8).

Określenie $i_{\sim m+}$ niezbyt ściśle ma niewielki wpływ na wynik.

Do rozważań obwodowych a szczególnie do analizy stanów nieustalonych jest często potrzebna wartość stałej czasowej obwodu. Jeżeli przekształtnik nawrotny zasila obwód twornika maszyny prądu stałego (układ R, L, E) spotyka się wymaganie, by obecność dławika nie zwiększyła nadmiernie stałej czasowej $T = \frac{L}{R}$, utrzymując ją w granicach $0,1 \div 0,3$ s. Przyjmując, że względna rezystancja obwodu twornika wraz z dławikiem wynosi w przybliżeniu $r_r = 0,05 \div 0,08$ można w oparciu o wzory (38), (40) i (42) wyprowadzić wyrażenie na stałą czasową T :

$$T = \frac{L_{dt} + L_t}{R} = \frac{k_{gsk} U k_t}{\omega U_s r_r i_{\sim m+}}, \quad (50)$$

gdzie: k_t uwzględnia wpływ indukcyjności dynamicznej twornika i wynosi w przybliżeniu 1,15, k_{gsk} można przyjmować z tablicy 3, U_s jest napięciem znamionowym wyjściowym

Podstawienie do tego wzoru wartości liczbowych dla układu 3-pulsowego (przy $k = 1$) bez diody zerowej, czyli k_{gsk} dla $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $k_t = 1,15$, $r_r = 0,07$, $U_s/U = 1,17$, daje wynik

$$i_{\sim m+} = 0,05, \quad T \approx 0,22 \text{ s},$$

$$i_{\sim m+} = 0,10, \quad T \approx 0,11 \text{ s}.$$

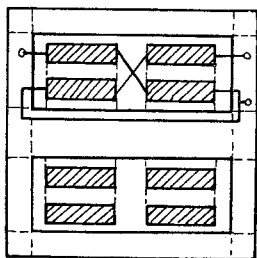
Stąd właśnie pochodzi wskazówka w jakich granicach powinno się zawierać praktyczne wygładzenie prądu wyprostowanego. Z punktu widzenia komutacji maszyn prądu stałego podane wyżej wartości $i_{\sim m+}$ są możliwe do przyjęcia.

4. OBLICZANIE DŁAWIKA WYRÓWNAWCZEGO

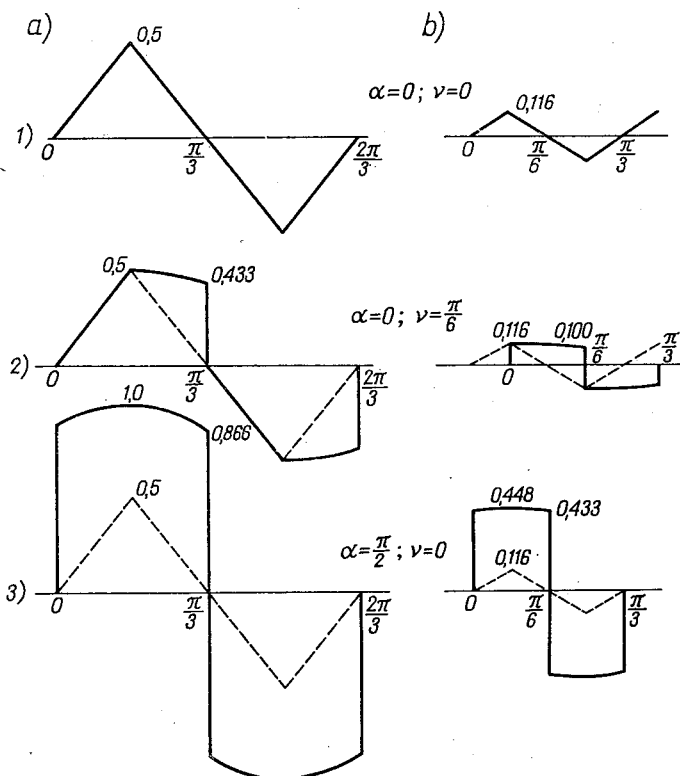
4.1. Określenie wyjściowe

Najczęstsze zastosowanie dławików wyrównawczych występuje w układach jednokierunkowych Yy0y6 oraz w układach mostkowych podwójnych Yy0d11 [6]. W pierwszym przypadku podstawowa częstotliwość dławika wynosi 150 Hz, a w drugim 300 Hz [2]. Częstotliwość 300 Hz ma również dławik drugiego rzędu sprzęgający układy jednokierunkowe o dławikach wyrównawczych Dy1ly5 oraz Yy0y6 tworzące cztery grupy ko-

mutacyjne. Dławiki wyrównawcze jeszcze wyższych rzędów na większe częstotliwości mogą być już wykonane bez rdzenia stalowego lub z rdzeniem ferrytowym; najczęściej pełnią ich rolę indukcyjności rozproszeniowe dławików niższych rzędów [1]. Podstawą wyjściową dla obliczenia dławika są dane układu obejmujące napięcie fazowe przekształtnika U (dla mostkowych przewodowe), prąd dławika I_{d1} , pulsację sieci zasilającej ω , kąt komutacji w warunkach znamionowych w prostownikach niesterowanych, głębokość regulacji w prostownikach sterowanych (kąt α), żadaną wartość prądu krytycznego i zwią-



Rys. 11. Szkic układu uzwojeń w dławiku wyrównawczym



Rys. 12. Przebieg napięć na dławiku wyrównawczym odniesionych do wartości maksymalnych napięcia fazowego

a) przypadek dławika na potrójną częstotliwość, b) przypadek dławika na sześciokrotną częstotliwość; 1 — stan obciążenia krytycznego przy $\alpha = 0$, 2 — stan obciążenia dającego $\nu = \frac{\pi}{6}$ przy $\alpha = 0$, 3 — stan obciążenia krytycznego przy $\alpha = \frac{\pi}{2}$

zaną z tym indukcyjność maksymalną w rdzeniu. Do kontrolowanych założeń konstrukcyjnych należy również zaliczyć gęstość prądu przy pracy znamionowej. Wyniki rozważań muszą określić podstawowe parametry konstrukcyjne dławika, a mianowicie liczbę zwojów obu połówek uzwojenia z , przekrój przewodu oraz przekrój kolumny rdzenia i kształt okna, a także prąd krytyczny. Układ konstrukcyjny dławika przedstawia rys. 11. Optymalizacja dławika może być dokonana z punktu widzenia minimum strat łącznych przy zadanej indukcyjności oraz gęstości prądu w warunkach znamionowych lub minimum kosztu materiałów czynnych. Inne minima są mniej interesujące.

Na rys. 12 pokazano kształty napięcia występujące na dławiku 150 Hz oraz 300 Hz. Dla układu niesterowanego w stanie krytycznym oraz przy kącie komutacji $\nu = \frac{\pi}{6}$ a także dla układu pełnosterowanego bez diody zerowej w najgorszych warunkach, czyli przy $\alpha = \frac{\pi}{2}$ bez prądu obciążenia. Kąt komutacji w zakresie pracy znamionowej układów niesterowanych w praktyce nie przekracza wartości $\frac{\pi}{6}$.

4.2. Wyprowadzenie wzorów

Przedstawione na rys. 12 napięcia dławika stanowią podstawę zarówno dla określenia przebiegu strumienia w dławiku jak i dla znalezienia jego wartości maksymalnej ϕ_m . Podwójną amplitudę strumienia $2\phi_m$ można znaleźć całkując górną (lub dolną) połowę poszczególnych wykresów z rys. 12

$$\phi_m = \frac{1}{2} \frac{1}{\omega z} \int_0^{\frac{\pi}{\kappa}} u_{a1} dx, \quad (51)$$

gdzie κ jest wielokrotnością podstawowej częstotliwości dławika względem częstotliwości sieci, wynosi więc 3 lub 6.

Całkowanie poszczególnych odcinków przebiegu napięcia dławika dla różnych wartości kąta komutacji ν oraz różnych wartości kąta wysterowania α , jak to przykładowo pokazano na rys. 12, daje zawsze wyrażenie

$$\phi_m = s_{Fe} B_m = k_\phi \frac{U}{z\omega}, \quad (52)$$

gdzie z jest całkowitą liczbą zwojów dławika, natomiast U jest w układach jednokierunkowych napięciem fazowym a w układach mostkowych napięciem przewodowym układu; współczynnik k_ϕ ze wzoru (52) zależy od ν oraz α . Wartości liczbowe $\sqrt{k_\phi}$ potrzebne do dalszych rozważań obliczono w oparciu o wzór (51) i zestawiono w tablicy 4.

Do rozwiązań zostanie wprowadzony podobnie jak w punktach poprzednich współczynnik $c = \frac{s_u}{s_{Fe}}$.

T a b l i c a 4

Wartości liczbowe współczynnika $\sqrt{k_\phi}$ obliczone dla różnych kątów komutacji swobodnej ν oraz dla przypadku $\alpha = \frac{\pi}{2}$

ν	rd	0	$\pi/18$	$\pi/12$	$\pi/9$	$5\pi/36$	$\pi/6$
	°	0	10	15	20	25	30
Dławik 150 Hz	$\alpha = 0$	0,4355	0,4459	0,4586	0,4758	0,4968	0,5210
	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	0,8409	—	—	—	—	—
Dławik 300 Hz	$\alpha = 0$	0,1470	0,1620	0,1790	0,1940	0,2016	0,2025
	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	0,4051	—	—	—	—	—

Korzystając ze wzoru (44), w którym zamiast I_{sk} należy użyć I_{dt} i podstawiając go do wzoru (52) otrzymuje się po uporządkowaniu

$$z = \sqrt{k_\phi} \sqrt{\frac{U_{jc}}{I_{dt} B_m \omega}}. \quad (53)$$

Liczba zwojów musi być oczywiście skorygowana do liczby całkowitej parzystej, a jeszcze dogodniej jest, by była podzielna przez parzystą liczbę warstw.

Podstawienie (53) do (52) daje natomiast:

$$s_{Fe} = \sqrt{k_\phi} \sqrt{\frac{U I_{dt}}{B_m \omega j c}}. \quad (54)$$

Obydwa te wzory są jak widać analogiczne do wyrażeń (19), (21), (28), (30) oraz (46), (47). Obliczany w poprzednich przypadkach parametr Σd mógłby tu mieć analogię z obliczeniem obwodu magnetycznego pozwalającym określić prąd magnesujący dławika, czyli prąd krytyczny stanowiący ważny parametr dławika. W tworzeniu prądu krytycznego ma jednak udział zarówno składowa bierna jak i czynna prądu wzbudzenia dławika. Trzeba tu więc operować mocą pozorną i budowanie wzoru analogicznego z (22), (31) i (48) staje się niecelowe. Prąd krytyczny występuje, gdy dławik jest w pełni wzbudzony, ale nie ma jeszcze obciążenia, czyli prąd krytyczny nie jest odształcony przez komutację w poszczególnych grupach a strumień dławika jest najmniejszy. Największy strumień występuje przy obciążeniu znamionowym a więc i znamionowym kącie komutacji ν .

Zwiększenie strumienia można wyrazić jako $\frac{k_{\phi\nu}}{k_{\phi 0}}$. Największa wartość strumienia daje największą wartość B_m . Należy określić jaka wartość B_m nie powinna być przy obciążeniu przekroczona ze względu na straty w rdzeniu. Przy zastosowaniu blachy anizotropowej transformatorowej można uznać, że stratność pomnożona przez współczynnik strat do-

datkowych 1,4 nie powinna przekroczyć ok. 3,5 W/kg czyli $p_{Bx} = \frac{3,5}{1,4} = 2,5$ W/kg.

Powiększenie stratności przy przejściu z 50 Hz na 150 Hz wyniesie dla $B_m = 1$ T przy założeniu $\frac{P_{hist}}{P_{wir}} = 1$:

$$\Delta p_{1;150} = \Delta p_{1;50} \cdot 0,5 \left[\frac{150}{50} + \left(\frac{150}{50} \right)^2 \right] = \Delta p_1 \cdot 6.$$

Przyjęcie, że w okolicy $B_m = 1$ T^w straty są proporcjonalne do B_m^2 pozwala napisać dla 150 Hz

$$B_x = \sqrt{\frac{\Delta p_{Bx}}{\Delta p_1 \cdot 6}}. \quad (55)$$

Przy zastosowaniu blachy anizotropowej o stratności $\Delta p_1 = 0,4$ W/kg otrzymuje się ze wzoru (55) największą dopuszczalną indukcję $B_x = \sqrt{\frac{2,5}{2,4}} = 1,02$ T ≈ 1 T.

Jeżeli dławik ma być stosowany dla układu niesterowanego, w którym kąt komutacji w warunkach znamionowych wynosi na przykład $\nu = \frac{\pi}{9}$ (czyli 20°), indukcja w warunkach krytycznych w oparciu o tablicę 4 powinna wynosić:

$$B_{mkr} = B_x \frac{k_{\phi 0}}{k_{\phi \nu}}, \quad (56)$$

czyli w omawianym przypadku

$$B_{mkr} = 1 \left(\frac{0,4355}{0,4758} \right)^2 = 0,84 \text{ T}.$$

Zastosowanie dławika do układu pełnosterowanego z regulacją napięcia do 0 (czyli α w granicach od 0 do $\frac{\pi}{2}$) każe obliczać indukcję dla stanu krytycznego przy $\alpha = 0$ również w oparciu o wzór (56) przy podstawieniu na $k_{\phi \nu}$ wartości dla $\alpha = \frac{\pi}{2}$, co daje:

$$B_{mkr} = 1 \left(\frac{0,4355}{0,8409} \right)^2 = 0,268 \text{ T} \approx 0,27 \text{ T}.$$

Zastosowanie analogicznego rozumowania dla dławików 300 Hz przy tym samym materiale rdzenia pozwala zapisać odpowiednik wzoru (55) dla 300 Hz następująco:

$$B_x = \sqrt{\frac{\Delta p_{Bx}}{\Delta p_1 \cdot 21}}, \quad (57)$$

a więc w tych samych warunkach jak poprzednio

$$B_x = \sqrt{\frac{2,5}{8,4}} = 0,55 \text{ T},$$

natomiast zastosowanie wzoru (56) umożliwia wyznaczenie B_{mkr}

$$B_{mkr} = 0,55 \left(\frac{0,1470}{0,1949} \right)^2 = 0,316 \text{ T}.$$

Zastosowanie do dławików na 300 Hz blach specjalnych, bardzo cienkich o zmniejszonej stratności od prądów wirowych pozwala na dopuszczenie nieco wyższych indukcji, np. $B_x = 0,75$ T i odpowiednio $B_{mkr} = 0,43$ T. Powyższe rozważania prowadzą do określenia wartości prądu krytycznego, który płynie na przemian tylko przez połowę uzwojenia dławika powodując jego wzbudzenie do napięcia o kształcie pokazanym na rys. 12 dla $v = 0$. Można więc napisać

$$I_{kr} = \sqrt{\left(\frac{\Delta P_{Fe}}{U/2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Q_\mu}{U/2}\right)^2}.$$

Odniesienie wartości średniej jednopółkowej prądu I_{kr} , który ma przebieg w przybliżeniu sinusoidalny, do znamionowego prądu wpływającego do punktu zerowego dławika (czyli $2I_{dl}$) daje wyrażenie na względny prąd krytyczny:

$$\begin{aligned} i_{kr} &= \frac{1}{1,11 \cdot 2 \cdot U_{dl} \cdot I_{dl}} \sqrt{(2\Delta P_{Fe})^2 + (2\Delta Q_\mu)^2} = \\ &= \frac{0,9M_{Fe} \sqrt{\Delta P_{Fe;1,f}^2 + \Delta q_{\mu;1,f}^2} \left(\frac{B_m}{1}\right)^2}{k_u U I_{dl}} = \frac{0,9M_{Fe}}{k_u U I_{dl}} \Delta s_{0;1,f} \left(\frac{B_m}{1}\right)^2, \quad (58) \end{aligned}$$

gdzie: $k_u = \frac{U_{dl}}{U}$ dla dławika 150 Hz jak wynika z poprzednich rozważań wynosi 0,2875, natomiast dla dławika na 300 Hz wynosi 0,0667; $\Delta s_{0;1,f}$ jest poborem mocy pozornej na magnesowanie dławika w stanie krytycznym przy indukcji 1 T i częstotliwości f .

Wartość $\Delta s_{0;1,f}$ dla 150 Hz wynosi około 5 VA/kg, natomiast dla 300 Hz około 16 VA/kg; stosowane indukcje B_m omówiono podczas dyskusji wzorów (56) i (57). Jeżeli względny prąd krytyczny obliczony wzorem (58) po zaprojektowaniu dławika w oparciu o wzory (53) i (54) wypada zbyt duży, konieczne jest powtórzenie obliczeń przy zmniejszeniu B_m , albo przy zwiększeniu c . Jako wyjściową wartość c przy uzwojeniach miedzianych można przyjmować podobnie jak poprzednio liczbę 0,47. Zmiana wartości c pozwala zoptymalizować dławik po przyjęciu za minimalizowaną funkcję celu łącznych strat w dławiku w warunkach pracy znamionowej lub wskaźnika kosztu dławika. Dławiki wielkich układów rozwiązywane jako konstrukcje dwukolumnowe ze strumieniem jarzmowym składowej stałej i łączną liczbą zwojów na obu kolumnach $z = 2$ lub $z = 4$ wymagają stosowania innych kryteriów i dla ich optymalizacji nie wystarczy zastosowanie podanych w niniejszej pracy wzorów.

LITERATURA

1. M. Jabłoński, *Przekształtniki — zagadnienia teorii obwodów*, cz. I, Politechnika Łódzka, 1976.
2. M. Jabłoński, *Praca układu mostkowego podwójnego*, Przegląd Elektrotechniczny, 1973, s. 163.
3. E. Jezierski, i inni, *Transformatory. Budowa i projektowanie*, II wyd., WNT, Warszawa 1963.
4. M. Kieszek, *Optymalizacja w projektowaniu dławików szeregowych z rdzeniem stalowym stosowanych w przekształtnikach*, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Nr 264, Elektryka z. 56; 1976, s. 51.
5. T. Konopiński R. Pac, *Transformatory i dławiki urządzeń elektronicznych*, II wyd., WNT, W-wa 1967.

6. J. Schaefer, *Rectifier Circuits. Theory and Design*, John Wiley, New York 1965.
 7. R. Szczerbanowski, *Metoda obliczania dławików ekranowych zwiększających reaktancję po-
 dłużną uzwojenia transformatora*, Przegląd Elektrotechniczny (4), 1974, s. 168.

M. JABŁOŃSKI

SIMPLE METHOD OF COMPUTATION OF SERIES-REACTORS WITH CORE APPLIED IN
STATIC CONVERTERS

Summary

The paper presents the derivation of computing formulas for reactors conducting the current with both DC and AC components and mainly reactors to limit the equalizing current, smoothing reactors for main DC current and interphase transformers. Derived formulas allow the calculation of three basic parameters necessary to design the reactor: number of turns z , cross section netto of the core S_{Fe} and the length of nonmagnetic gaps $\Sigma\delta$ in function of maximal content of AC component, maximal flux density B_m , current density j , phase voltage and frequency, DC rated value. All cases give the same shape of formulas differing with coefficients. The parameter controlling the optimal solution is the $c = \frac{S_u}{S_{Fe}}$, ratio of netto cross section of winding and core.

The reactors limiting the internal equalizing current are discussed in two cases: a) single non saturable reactor with output in the middle of winding and b) double reactor, one of the couple being saturated during the charge.

The smoothing reactors are computed with the assumption that they form an only inductance in the DC circuit.

The interphase transformers are solved for the triple frequency (e.g. 150 Hz) and sixfold one (e.g. 300 Hz). The uniform shape of formulas in all cases results of common basis for all discussed types of reactors. The computation examples allow the comparison of solution in different cases.

M. JABŁOŃSKI

SIMPLE MÉTHODE DE CALCUL DES SELFS-SÉRIES AVEC NOYAU FERROMAGNÉTIQUE
POUR CONVERTISSEURS STATIQUES

Résumé

Dans l'article on a déduit les formules pour calculer les réacteurs conduisant le courant avec deux composantes — continue et alternative — et surtout pour calculer des réacteurs limiteurs du courant d'équilibrage, des réacteurs de lissage et des bobines d'absorption. Les formules déduites permettent d'établir les trois paramètres fondamentaux: nombre de spires z , section droite du noyau (nette) S_{Fe} et longueur des entrefers en relation avec le degré maximal de la composante alternative, induction maximale dans le noyau B_m , densité du courant j , tension de phase U , fréquence du réseau et valeur nominale du courant continu I_s . Dans tous les cas, on obtient la même forme des formules ayant seulement de différents coefficients. Le paramètre décidant de l'optimisation de la solution est $c = \frac{S_u}{S_{Fe}}$, c'est à dire la relation des sections nettes de l'enroulement et du noyau.

Lest réacteurs — limiteurs sont discutés en deux cas:

- a) réacteur solitaire non saturé avec la terminaison au milieu de l'enroulement:
- b) réacteur double, dont l'un est saturé par le courant de charge.

Le calcul prend en considération les deux composantes du courant d'équilibrage — intermittente et continue.

Les réacteurs de lissage sont considérés avec l'hypothèse qu'ils forment l'inductance unique dans le circuit CC. Les bobines d'absorption sont conçues pour la fréquence triple (150 Hz) et sextuple (300 Hz). La forme homogène des formules, dans tous les cas, est due à la base commune des réacteurs discutés. Les exemples de calcul permettent la comparaison des solutions en différents cas.

M. JABŁOŃSKI

EINFACHE BERECHNUNGSMETHODE DER FÜR STROMRICHTER VERWENDETEN
REIHENSCHLUBDROSSELSPULEN MIT EISENKERN

Zusammenfassung

In dieser Bearbeitung wurden Formeln zur Berechnung der Konstruktionsparameter für Drosselspulen abgeleitet, die Gleich- und Wechselstromkomponenten führen, d.h. für kreisstrombegrenzende Glättungs- und Saugdrosseln.

Die abgeleiteten Formeln gestatten die Berechnung der drei Grundparameter: Windungszahl, Kernquerschnitt und Gesamtlänge der Luftspalte $\Sigma\delta$ in Abhängigkeit von der größten zulässigen Wechselstromkomponente, von der Maximalinduktion im Kern B_m , von der Stromdichte j , von der Phasenspannung U , der Netzfrequenz, sowie vom Nennwert der Komponente der Stromkonstante I_s . In allen Fällen wird die gleiche Gestalt der Formeln gewonnen, die sich nur durch Koeffizienten voneinander unterscheiden.

Der für die Optimierung entscheidende Grundparameter $c = \frac{s_u}{s_{Fe}}$ ist das Verhältnis der Windungsnetto-

und Kernnettoquerschnitte. Die Kreisstrom-Begrenzungs-drosseln wurden in zwei Varianten erwogen:

- a) einzelne, nicht gesättigte Drossel mit Anzapfung in der Windungsmitte,
- b) Doppeldrossel, wobei eine der beiden Drosseln mit Belastungsstrom gesättigt wird.

Hierbei wird sowohl die intermittierende, als auch die nicht intermittierende Komponente des Kreisstromes berücksichtigt. Die Glättungs-drosseln werden unter der Annahme berechnet, sie seien die einzige Induktivität im gegebenen Gleichstromkreis. Die Saugdrosseln werden für dreifache (z.B. 150 Hz), sowie für sechsfache Frequenz (z.B. 300 Hz) konstruiert. Die homogene Form aller Gleichungen ist das Ergebnis der gemeinsamen Ausgangsbasis für alle Drosseln. Berechnungsbeispiele ermöglichen den Vergleich von Lösungen in verschiedenen Praxisfällen.

М. ЯБЛОНЬСКИ

ПРОСТОЙ МЕТОД РАСЧЕТА СЕРИЙНЫХ ДРОССЕЛЕЙ ПРИМЕНЯЕМЫХ
В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

Резюме

В работе представлен вывод формул для расчета конструкционных параметров дросселей ведущих так переменную как и постоянную составляющую тока, то есть — дросселей ограничивающих контурный ток, сглаживающих и уравнивающих дросселей. Выведенные формулы позволяют определить три основных параметра: число витков z , площадь поперечного сечения сердечника s_{Fe} и общую длину немагнитных зазоров $\Sigma\delta$ в зависимости от предельного допустимого содержания переменной составляющей тока, максимальной индукции в сердечнике B_m , плотности результирующего тока j , фазного напряжения, частоты сети, а также номинального значения постоянной составляющей тока I_s . Во всех случаях получается одинаковый вид формул отличающихся только коэффициентами. Параметром управляющим оптимизацией решения является

$c = \frac{s_u}{s_{Fe}}$, т. е. соотношение площадей сечений нетто обмотки и сердечника. Дроссели ограничивающие контурный ток обсуждаются в двух случаях:

- a) единичный ненасыщающийся дроссель с отводом в середине обмотки и
- b) двойной дроссель, причем один из дросселей пары насыщается током нагрузки.

Учитывается при этом непрерывная и прерываемая составляющие контурного тока. Сглаживающие дроссели обсуждаются при предположении, что они являются единственной индуктивностью в контуре постоянного тока. Уравнивательные дроссели решаются для тройной (напр. 150 Гц) и шестикратной (напр. 300 Гц) частоты. Однородный вид формул во всех случаях вытекает из общей исходной базы для обсуждаемых дросселей. Примеры расчета позволяют сравнить решения для различных случаев.

Rozkład gęstości prądu udarowego w przewodniku prostokątnym

ANDRZEJ BUÝNO (WARSZAWA)

Instytut Wysokich Napięć Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 4.11.1976

Przy użyciu przekształcenia konforemnego otrzymano zależności określające rozkład gęstości prądu udarowego $i(x, y, t)$ w przewodniku o przekroju prostokątnym. Otrzymane rezultaty potwierdzono na drodze eksperymentalnej.

1. WSTĘP

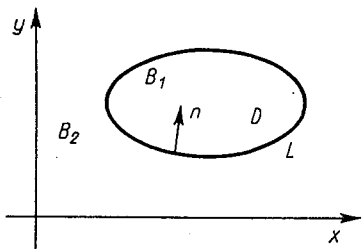
Zainteresowanie badaczy problemem rozptyłu prądów w przewodnikach o przekroju prostokątnym wynika zarówno z potrzeby rozwiązania zagadnień konstrukcyjnych dotyczących w szczególności projektowania generatorów stromych prądów udarowych, bezpieczników wielkiej mocy, ekranów uziemiających, jak również z chęci poznania zjawisk fizycznych związanych z badaniami nad kontrolowaną energią termojądrową. Analiza zagadnień dotyczących zjawiska naskórkowości w przewodach o kołowym kształcie przekroju poprzecznego z uwagi na występującą symetrię nie stwarzała takich trudności jak w przypadku przewodów o przekroju prostokątnym.

Proces przejściowy wnikania prądu udarowego w głąb przewodnika wygodnie jest rozpatrywać, podobnie jak H. Kaden [1], w dwóch etapach. W pierwszym, obejmującym chwilę początkową charakteryzującą się silnym efektem naskórkowości można wyznaczyć prąd powierzchniowy, a w drugim na podstawie równania przewodnictwa daje się określić gęstość prądu jako funkcję czasu w dowolnym punkcie wewnątrz przewodnika. Prąd powierzchniowy występujący w stanie nadprzewodnictwa lub przy silnym efekcie naskórkowości zależny jest przede wszystkim od rozkładu zewnętrznego pola magnetycznego. Pole to w przypadku silnego efektu naskórkowości, jak wykazał L. Landau i F. Lifszic [2], może być traktowane jako pole statyczne. Rozkład zewnętrznego pola magnetycznego wokół przewodnika o przekroju kołowym z uwagi na jego symetrię daje się z łatwością przewidzieć, stosując następnie metodę odwzorowań konforemnych danych przekrojów na przekroje kołowe można wyznaczyć rozkład pola dla innych przewodników, np. o przekrojach prostokątnych. Analiza obrazu pola magnetycznego na zewnątrz przewodnika prostokątnego z prądem udarowym została przeprowadzona przez autora w pracy [3]. Kontynuację rozważań obejmującą analizę gęstości prądu wewnątrz przewodnika prostokątnego, jak również badania eksperymentalne zawiera dysertacja doktorska [4]. Nawiązano także do prac P. Zimnego [5] i J. Jakubiuka [6], którzy również wykonali obliczenia numeryczne do wykresów przedstawionych na rys. 5 i 6.

2. ROZKŁAD GĘSTOŚCI PRĄDU POWIERZCHNIOWEGO

Niech obszar D będzie stałym przekrojem poprzecznym nieskończenie długiego przewodnika, a L jego brzegiem; B_1 i B_2 oznaczają odpowiednio wektory indukcji pola magnetycznego wewnątrz i na zewnątrz przekroju (rys. 1). Gęstość prądu powierzchniowego i_p na podstawie prawa Ampera wyraża się za pomocą iloczynu wektorowego

$$n \times (B_1 - B_2)|_{(x,y) \in L} = \mu_0 \begin{cases} i_p & \text{dla } t = 0_+, \\ 0 & \text{dla } t > 0, \end{cases} \quad (1)$$



Rys. 1. Kształt przekroju poprzecznego dowolnego przewodnika w układzie współrzędnych x, y

gdzie n oznacza wektor normalny do krzywej L w punkcie $(x, y) \in L$, a $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ jest przenikalnością magnetyczną próżni.

Prąd udarowy płynący w przewodniku wywołuje w chwili początkowej silny efekt naskórkowości, a zatem wykorzystując równoważny efekt można wówczas przewodnik traktować jako nadprzewodnik [2]. Dla uproszczenia dalszych rozważań założono prostokątny kształt funkcji prądu wymuszającego. Charakterystyczną cechą nadprzewodnika wiodącego prąd jest niewystępowanie pola magnetycznego w obszarze nadprzewodnika

$$B_1 = 0. \quad (2)$$

Należy przy tym podkreślić, że zależność ta nie jest spełniona w cienkiej powierzchniowej warstwie przewodnika. Doświadczenia wykazały, że pole magnetyczne przenika do wnętrza przewodnika na pewną głębokość, jednakże pomijalnie małą w porównaniu z jego wymiarami geometrycznymi. A zatem można przyjąć, że prąd udarowy w chwili początkowej płynie wyłącznie po powierzchni przewodnika i można wprowadzić za H. Kadenem [1] pojęcie powierzchniowej gęstości prądu (por. wzór 1)

$$i_p = \frac{-n \times B_2}{\mu_0} \Big|_{(x,y) \in L} \quad \text{dla } t = 0_+. \quad (3)$$

Pole magnetyczne B_2 w obszarze zewnętrznym przewodnika jest potencjalne, tzn. istnieje funkcja skalarna φ określona na zewnątrz przewodnika zwana potencjałem pola taka, że zachodzi

$$B_2 = -\nabla\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}\right). \quad (4)$$

Na podstawie równań Maxwella ($\text{div } B_2 = 0$) zastosowanych do obszaru zewnętrznego przewodnika można napisać

$$\nabla^2\varphi = 0, \quad \text{tzn.} \quad \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0. \quad (5)$$

Linie pola magnetycznego przechodzące przez dowolny punkt na brzegu obszaru D (rys. 1) są styczne do powierzchni przewodnika, stąd składowa normalna do krzywej L wektora indukcji pola magnetycznego jest równa zero. To oznacza, że iloczyn skalarny wektorów n i B_2 jest również równy zero

$$nB_2 = 0. \quad (6)$$

Zapisując tę równość w terminach potencjału φ otrzymuje się

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{(x,y) \in L} = 0. \quad (7)$$

Korzystając z prawa Ampera można napisać

$$\oint_L B_2 dl = \mu_0 I, \quad (8)$$

gdzie:

I — amplituda prostokątnego uderu prądowego,

dl — wektorowy element łuku krzywej L ,

oraz uwzględniając równanie (4) otrzymuje się

$$\oint_L \nabla \varphi dl = -\mu_0 I. \quad (9)$$

Wygodniej jest rozpatrywać zespolony potencjał pola w zmiennej zespolonej $z = x + iy$. Jest to funkcja zespolona określona wzorem

$$\Phi(z) = A(z) + i\varphi(z), \quad (10)$$

gdzie $A(z)$ jest funkcją harmoniczną, dla której potencjał $\Phi(z)$ staje się funkcją analityczną w każdym obszarze jednospójnym [w szczególności na zewnątrz protokąta taka funkcja $A(z)$ istnieje i nazywa się harmonicznie sprzężoną do $\varphi(z)$].

Gradient potencjału $\nabla \varphi$ jest prostopadły do jednostkowego wektora normalnego (warunek 7), zatem wartość bezwzględna iloczynu wektorowego $n \times \nabla \varphi$ jest równa $|\nabla \varphi|$; po wykorzystaniu równań Cauchy'ego-Riemanna dla funkcji analitycznej $\Phi(z)$ otrzymuje się

$$|n \times \nabla \varphi| = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} - i \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \right| \stackrel{\text{def}}{=} \left| \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|. \quad (11)$$

Stąd na podstawie równań (3) i (4) zachodzi równość

$$|i_p| = \frac{1}{\mu_0} |n \times \nabla \varphi| = \frac{1}{\mu_0} \left| \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|. \quad (12)$$

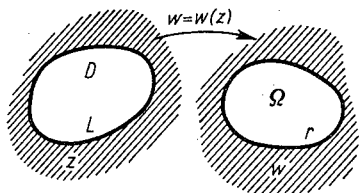
Równanie (12) pozwala wyznaczyć gęstość prądu powierzchniowego i_p , gdy znany jest potencjał zespolony $\Phi(z)$. Potencjał zespolony dla przewodnika o kołowym przekroju poprzecznym rozpatrywany w płaszczyźnie zespolonej $w = u + iv$ ma postać [4]

$$\Phi(w) = \begin{cases} 0 & \text{dla } |w| < R, \\ -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln w & \text{dla } |w| \geq R, \end{cases} \quad (13)$$

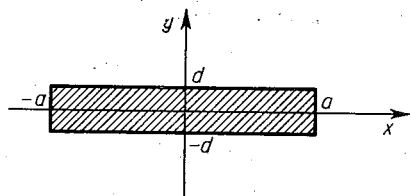
gdzie R — promień przekroju kołowego.

Znając potencjały zespolone dla przekrojów kołowych można wyznaczyć je dla innych obszarów korzystając z następującego twierdzenia.

Twierdzenie. Niech $w = w(z)$ będzie odwzorowaniem konforemnym zewnątrz obszaru D na zewnątrz obszaru Ω , przedstawionego na rys. 2. Jeśli funkcja analityczna



Rys. 2. Odwzorowanie konforemne zewnątrz obszaru D na zewnątrz obszaru Ω



Rys. 3. Przekrój poprzeczny przewodnika prostokątnego

$\psi = \psi(w)$ jest potencjałem zespolonym dla przewodnika o przekroju Ω , to funkcja analityczna $\Phi(z) = \psi[w(z)]$ jest potencjałem zespolonym na obszarze D .

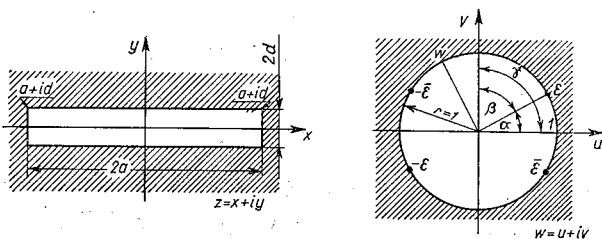
Dowód tego twierdzenia zamieszczono w pracy [4]. Na mocy tego twierdzenia oraz zależności (12) potencjał zespolony na zewnątrz przewodnika o przekroju prostokątnym (rys. 3) ma postać

$$\Phi(z) = \frac{-\mu_0 I}{2\pi} \ln w(z), \quad (14)$$

gdzie $w(z)$ oznacza odwzorowanie konforemne zewnątrz prostokąta na zewnątrz koła.

Stosując równanie Schwarz-Christoffela w postaci podanej przez F. Magnusa i F. Oberhettingera [5] odwzorowujące zewnątrz prostokąta na zewnątrz koła jednostkowego (rys. 4) oraz różniczkując równanie (14) względem zmiennej z otrzymuje się

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{-\mu_0 I}{2\pi w(z)} \frac{\partial z}{\partial w} = \frac{\mu_0 I}{2\pi w(z) P \sqrt{\left(1 - \frac{\varepsilon^2}{w^2}\right) \left(1 - \frac{\bar{\varepsilon}^2}{w^2}\right)}}. \quad (15)$$



Rys. 4. Koło jednostkowe w płaszczyźnie zmiennej w

Dla $|w| = 1$, $w = e^{i\gamma}$ oraz $i\varepsilon = e^{i\alpha}$ (rys. 4) powyższa równość przekształca się do postaci

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{-\mu_0 I}{2\pi P \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \gamma}}. \quad (16)$$

Uwzględniając podaną przez H. Kobera [6] stałą P w postaci

$$P = \frac{d}{2(E - k'^2 K)} = \frac{a}{2(E' - k^2 K')}, \quad (17)$$

gdzie:

K, K', E, E' — pełne całki eliptyczne odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju w postaci normalnej,

$k = \sin \alpha$ — moduł całki eliptycznej,

$k' = \sin \beta$ — moduł uzupełniający,

$$k^2 + k'^2 = 1,$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ,$$

na podstawie równości (12) otrzymuje się

$$i_p(z) = \frac{-I(E - k'^2 K)}{2\pi d \sqrt{|k^2 - \sin^2 \gamma|}} \quad \text{dla} \quad z = x + iy. \quad (18)$$

Zależność (18) wygodnie jest przedstawić w postaci umożliwiającej bezpośrednie określenie gęstości prądu powierzchniowego na boku a oraz boku d przewodnika

$$i_p(x, d) = \frac{-I(E - k'^2 K)}{2\pi dk' \sqrt{1 - p^2(x)}}, \quad z = x + id, \quad (19)$$

gdzie $p(x)$ jest funkcją zmiennej x otrzymaną przez rozwikłanie równania

$$x = \frac{d}{E - k'^2 K} [E(\arcsin p, k') - k'^2 F(\arcsin p, k')]. \quad (20)$$

Odpowiednio gęstość prądu powierzchniowego na boku d wynosi

$$i_p(a, y) = \frac{-I(E - k'^2 K)}{2\pi dk \sqrt{1 - s^2(y)}}, \quad z = a + iy, \quad (21)$$

gdzie $s(y)$ jest funkcją zmiennej y otrzymaną przez rozwikłanie równania

$$y = \frac{d}{E - k'^2 K} [E(\arcsin s, k) - k'^2 F(\arcsin s, k)], \quad (22)$$

przy czym: $F(\arcsin p, k')$, $F(\arcsin s, k)$, $E(\arcsin p, k')$, $E(\arcsin s, k)$ oznaczają całki eliptyczne odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju w postaci Legendre'a.

Wygodną formą do dalszych rozważań są szeregi Fouriera, na jakie można rozwinąć funkcję $i_p(x, d)$ w przedziale $\langle -a, a \rangle$ oraz $i_p(a, y)$ w przedziale $\langle -d, d \rangle$. Szeregi Fouriera są szczególnie użyteczne przy użyciu numerycznej techniki obliczeniowej.

W chwili $t = 0_+$ prąd uderowy płynie po powierzchni przewodnika, a zatem rozkład gęstości tego prądu może być określony przy użyciu funkcji Diraca

$$i(x, y, 0) = i_p(a, y)[\delta(-a+x) + \delta(a+x)] + i_p(x, d)[\delta(-d+y) + \delta(d+y)]. \quad (23)$$

Po rozwinięciu zależności (23) na szereg Fouriera otrzymuje się

$$i(x, y, 0) = \frac{I}{2\pi ad} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{\pi mx}{a} \cos \frac{\pi ny}{d} \times$$

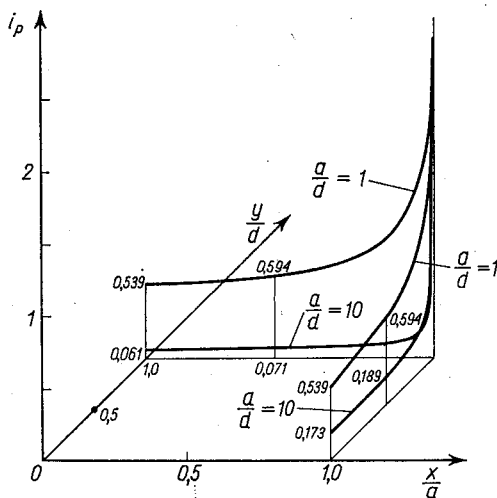
$$\times \int_{-1}^1 \left\{ \frac{\kappa_m k}{\sqrt{1-k^2 s^2}} \cos \frac{\pi n [E(\arcsin s, k) - k'^2 F(\arcsin s, k)]}{E - k'^2 K} + \right. \\ \left. + \frac{\kappa_n k'}{\sqrt{1-k'^2 s'^2}} \cos \frac{\pi m [E(\arcsin s, k') - k^2 F(\arcsin s, k')]}{E' - k^2 K'} \right\} ds, \quad (24)$$

gdzie:

$$\kappa_l = \begin{cases} (-1)^l & \text{dla } l \geq 1, \\ \frac{1}{2} & \text{dla } l = 0, \end{cases} \quad (25)$$

$l = 0, 1, 2, \dots$

Wyniki numerycznych obliczeń początkowego rozkładu gęstości prądu uderowego w przewodniku prostokątnym o stosunku boków $\frac{a}{d} = 1$ i $\frac{a}{d} = 10$ przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Początkowy rozkład gęstości prądu

3. ROZKŁAD GĘSTOŚCI PRĄDU JAKO FUNKCJA CZASU

Na podstawie równań Maxwella gęstość prądu spełnia paraboliczne równanie przewodnictwa

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 i}{\partial y^2} - \frac{1}{h^2} \frac{\partial i}{\partial t} = 0, \quad (26)$$

gdzie:

$h = \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}$ — prędkość zmian gęstości prądu,

μ — przenikalność magnetyczna ośrodka,

ρ — opór właściwy ośrodka.

Całkowity prąd płynący przez przekrój przewodnika, w każdej chwili $t > 0$ jest taki sam i wyraża się wzorem

$$I = \int_{-a}^a \int_{-d}^d i(x, y, t) dx dy. \quad (27)$$

Z uwagi na symetrię zagadnienia funkcja $i(x, y, t)$ jest parzysta względem zmiennych x i y . A zatem rozwiązanie równania przewodnictwa (26) może być przedstawione w postaci szeregu Fouriera

$$i(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}(t) \cos \frac{\pi m x}{a} \cos \frac{\pi n y}{d}, \quad (28)$$

gdzie funkcja $A_{mn}(t)$ wyraża się wzorem

$$A_{mn}(t) = c_{mn} e^{-h^2 \left(\frac{\pi^2 m^2}{a^2} + \frac{\pi^2 n^2}{d^2} \right) t}, \quad (29)$$

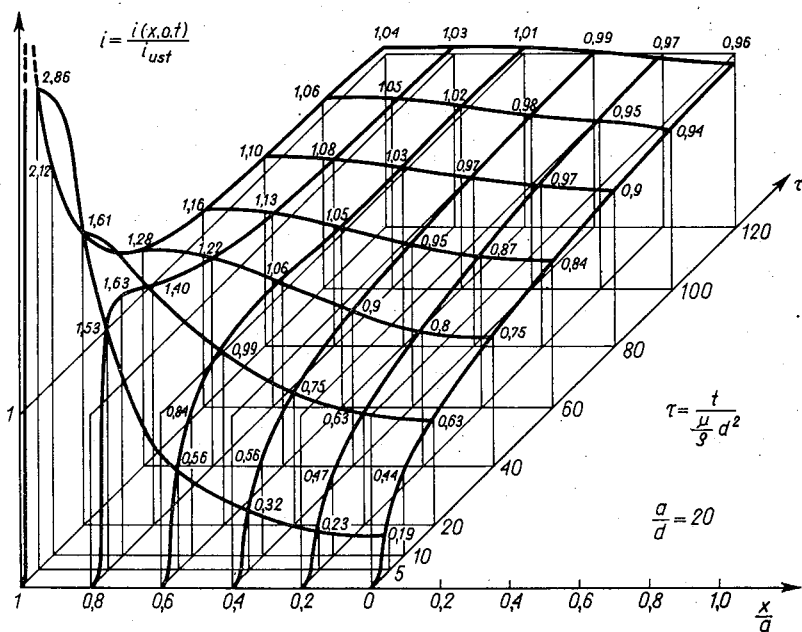
przy czym

$$c_{mn} = \frac{-I}{2\pi ad} \int_{-1}^1 \left\{ \frac{\kappa_m k}{\sqrt{1-k^2 s^2}} \cos \frac{\pi n [E(\arcsin s, k) - k'^2 F(\arcsin s, k)]}{E - k'^2 K} + \right. \\ \left. + \frac{\kappa_n k'}{\sqrt{1-k'^2 s'^2}} \cos \frac{\pi m [E(\arcsin s, k') - k^2 F(\arcsin s, k')] }{E' - k^2 K'} \right\} ds. \quad (30)$$

Uwzględniając zależności (28), (29), (30) otrzymuje się wyrażenie określające w funkcji czasu rozkład gęstości prądu uderowego w nieskończenie długim, jednorodnym przewodniku o przekroju prostokątnym

$$i(x, y, t) = \frac{I}{2\pi ad} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\pi^2 h^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{d^2} \right) t} \times \\ \times \cos \frac{\pi m x}{a} \cos \frac{\pi n y}{d} \int_{-1}^1 \left\{ \frac{\kappa_m k}{\sqrt{1-k^2 s^2}} \cos \frac{\pi n [E(\arcsin s, k) - k'^2 F(\arcsin s, k)]}{E - k'^2 K} + \right. \\ \left. + \frac{\kappa_n k'}{\sqrt{1-k'^2 s'^2}} \cos \frac{\pi m [E(\arcsin s, k') - k^2 F(\arcsin s, k')] }{E' - k^2 K'} \right\} ds. \quad (31)$$

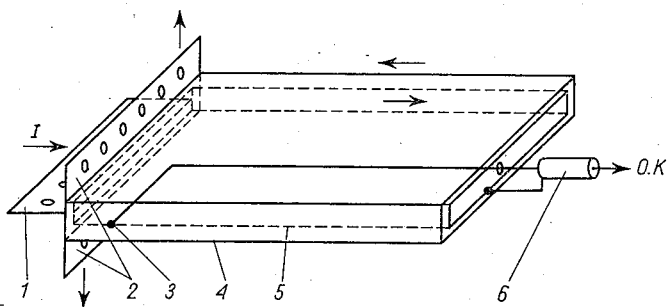
Numeryczne rozwiązanie równania (31) rozkładu gęstości prądu w przewodniku o stosunku boków $\frac{a}{d} = 20$ przedstawiono w postaci wykresu na rys. 6. Wymienione zależności i wykresy określające rozkład gęstości prądu uderowego w przewodnikach prostokątnych sprawdzono na drodze eksperymentalnej a ponadto zostały potwierdzone przez P. Zimnego i J. Jakubiuka w pracy [9] przy użyciu dwu odwzorowań konforemnych prostokąt-półpłaszczyzna, półpłaszczyzna-koło.



Rys. 6. Rozkład gęstości prądu udarowego w przewodniku o stosunku boków $\frac{a}{d} = 20$

4. EKSPERYMENTALNE WYZNACZENIE ROZKŁADU PRĄDU POWIERZCHNIOWEGO

Potwierdzenia wyników otrzymanych na drodze teoretycznej szukano przeprowadzając badania eksperymentalne. W tym celu wykonano z materiału oporowego przewodnik o przekroju prostokątnym, pusty w środku ze ścianką grubości $50 \mu\text{m}$. Przewodnik umieszczono w ekranie miedzianym chroniącym wewnątrz od wpływu obcych pól magnetycznych (rys. 7). Badania przeprowadzono w układzie pomiarowym przedstawionym na rys. 8. Impulsy wzorcowe wytwarzano w generatorze G impulsów prostokątnych o czasie narastania $t_{ng} = 1 \text{ ns}$, amplitudzie napięcia $U_{max} = 2,5 \text{ kV}$ i prądu $I_{max} = 50 \text{ A}$. Czas trwania im-



Rys. 7. Przewodnik z ekranem

I — zacisk wejściowy, 2 — zaciski wyjściowe, 3 — sonda pomiarowa, 4 — ekran miedziany, 5 — przewód badany, 6 — kabel pomiarowy

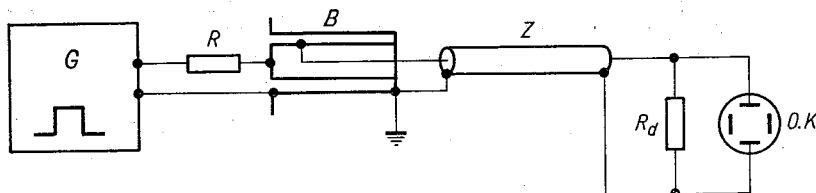
pulsów zmieniano w granicach od $0,2 \mu\text{s}$ do $5 \mu\text{s}$. Na wewnętrznej ścianie przewodnika mierzono spadek napięcia będący funkcją gęstości prądu

$$u(x, y, t) = \rho l i(x, y, t), \quad (32)$$

gdzie:

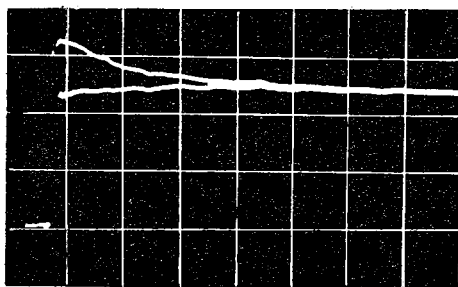
ρ — opór właściwy materiału przewodnika,

l — długość części pomiarowej.



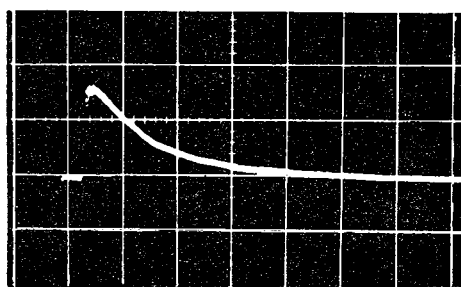
Rys. 8. Układ pomiarowy do badania rozkładu gęstości prądu powierzchniowego

W chwili początkowej prąd uderowy płynie po powierzchni przewodnika, a w rzeczywistości w cienkiej warstwie przyściennej reprezentowanej w badanym modelu przez folię manganinową grubości $50 \mu\text{m}$, z jakiej wykonano ścianki przewodnika. Gęstość prądu $i(x, y, t)$ można zatem w przybliżeniu traktować jako gęstość prądu powierzchniowego $i_p(x, y, t)$. Pomiary rozkładu gęstości prądu powierzchniowego przeprowadzono dla dwóch stosunków boków przewodnika $\frac{a}{d} = 10$ i $\frac{a}{d} = 60$. W pierwszym przypadku



Rys. 9. Przebiegi prądów powierzchniowych przewodnika o module $\frac{a}{d} = 60$ z dwoma obwodami napięciowymi dołączonymi w dwóch punktach: $\frac{x}{a} = 1$ — krzywa górna, $\frac{x}{a} = 0$ — krzywa dolna.

Skala czasu $0,5 \mu\text{s}/\text{dz}$



Rys. 10. Przebieg różnicowy pomiędzy prądami powierzchniowymi mierzonymi na krawędzi i środku boku a przewodnika

Skala czasu $0,5 \mu\text{s}/\text{dz}$

różnica pomiędzy największą gęstością prądu mierzoną na krawędzi przewodnika i najmniejszą występującą w połowie boku a wynosiła około 15%, zaś w drugim około 30%. Oscylogramy przebiegów zamieszczone na rys. 9 i 10 przedstawiają zmiany gęstości prądów powierzchniowych w przewodniku o stosunku boków $\frac{a}{d} = 60$.

Uzyskane na drodze eksperymentalnej wyniki w zasadzie potwierdzają rozważania teoretyczne, jednakże zmierzone gęstości prądu wykazują mniejsze dysproporcje niż obliczone. Przyczyn rozbieżności należy szukać w ostrzejszych niż występujące w modelu fizycznym warunkach przyjętych do analizy teoretycznej, a przede wszystkim:

- 1) czas narastania impulsu wzorcowego przyjęto równy zeru, w zastosowanym układzie pomiarowym wyniósł $t_{ng} = 1$ ns,
- 2) powierzchnie przewodnika przyjęto za idealnie równe, a kąty jako proste; w modelu powierzchnie folii manganinowej ulegały niewielkim zafalowaniom, zaś krawędzie zaokrągleniom,
- 3) założono jednorodność materiału oporowego, w rzeczywistości skutkiem dopuszczalnych technologicznie tolerancjom grubości folii przewodność jej nie była jednakowa w każdym punkcie,
- 4) punkty przyłączenia obwodu pomiarowego przyjęto jako bezwymiarowe, w rzeczywistym modelu średnice ich wynosiły około 3 mm,
- 5) pomiar początkowego rozkładu gęstości prądu nie rozpoczynał się w chwili $t = 0$, lecz z opóźnieniem wynikającym z czasu odpowiedzi układu pomiarowego,
- 6) założono powierzchniowy rozkład prądu powierzchniowego, w rzeczywistym modelu dopuszczono głębokość wnikania 50 μ m.

Wymienione założenia, z wyjątkiem 3), którego wpływ trudno z góry określić, oddziałują w kierunku zmniejszenia dysproporcji rozkładu gęstości prądu powierzchniowego. Jednakże wprowadzenie do analizy teoretycznej powyższych założeń pozwoliło na znalezienie prostych zależności pomiędzy wymiarami geometrycznymi przewodnika a rozkładem prądu udarowego. Wydaje się celowe dalsze pogłębienie przeprowadzonych rozważań poprzez zbadanie wpływu promieni krawędzi bocznych na rozkład prądów udarowych w przewodniku.

LITERATURA

1. H. Kaden, *Wirbelströme und Schirmung in der Nachrichtentechnik*, Springer Verlag, Berlin 1959.
2. L. Landau i E. Lifszic, *Elektrodynamika ośrodków ciągłych*, PWN, Warszawa 1960.
3. A. Buyno, *Obraz pola magnetycznego na zewnątrz przewodu z prądem udarowym*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1976, z. 1.
4. A. Buyno, *Boczniki do pomiaru stromych prądów udarowych w obwodach małoindukcyjnych*, Politechnika Warszawska, 1975 (rozprawa doktorska).
5. P. Zimny, *Rozkład gęstości prądu udarowego na przewodach o przekroju prostokątnym*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 16, z. 3, s. 481, 1970.
6. P. Zimny i J. Jakubiuk, *Zjawisko naskórkowości w przewodach o przekroju prostokątnym*, 1975 (praca niepublikowana).
7. F. Magnus i F. Oberhettinger, *Zastosowanie funkcji eliptycznych w fizyce i technice*, PWN, Warszawa 1963.
8. H. Kober, *Dictionary of conformal representations*, Dover publ. inc., 1957.
9. P. Zimny i J. Jakubiuk, *Skin effect in rectangular conductors*, J. Phys. A. Math. Gen., t. 9, z. 4, s. 669, 1976.

A. BUYNO

SURGE CURRENT DENSITY DISTRIBUTION IN RECTANGULAR CONDUCTOR

Summary

Dependences defining surge current density distribution $i(x, y, t)$ in a conductor with a rectangular cross-section were obtained by means of a conformal representation. The results obtained were confirmed through experiments.

A. BUYNO

RÉPARTITION DE DENSITÉ DE COURANT DE CHOC DANS UN CONDUCTEUR RECTANGULAIRE

Résumé

En se servant de transformation conforme on a obtenu des dépendances déterminant la répartition de la densité de courant de choc $i(x, y, t)$ dans un conducteur à section rectangulaire. Les résultats obtenus ont été vérifiés en voie expérimentale.

A. BUYNO

VERTEILUNG DER STOBSTROMDICHTEN IN RECHTECKIGER LEITUNG

Zusammenfassung

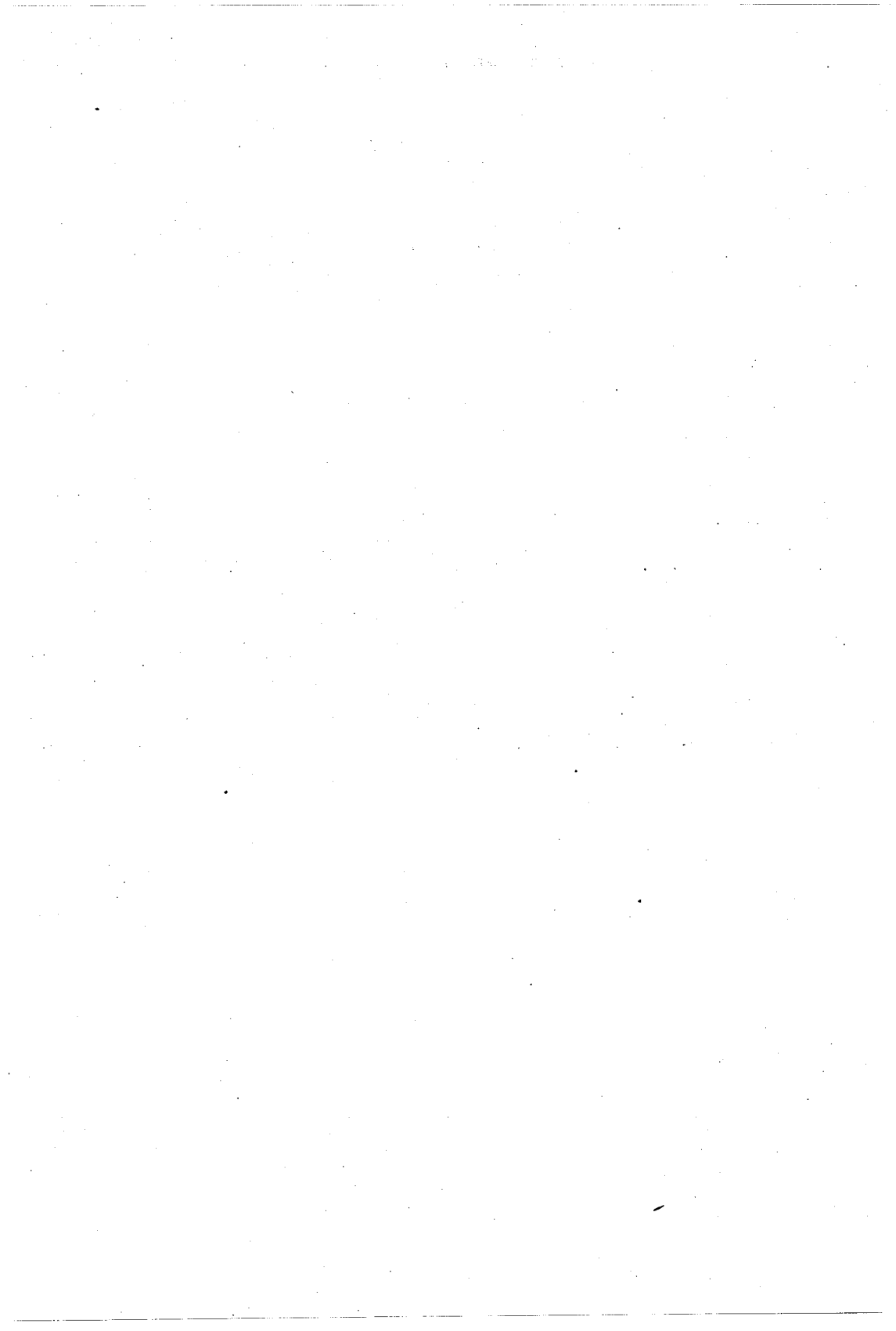
Bei Anwendung der konformen Umgestaltung wurden Beziehungen gewonnen, die die Verteilung der Stoßstromdichte $i(x, y, t)$ in einer Leitung mit rechteckigem Querschnitt bestimmen. Die gewonnenen Ergebnisse wurden experimentell bestätigt.

А. БУЙНО

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ УДАРНОГО ТОКА
В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПРОВОДНИКЕ

Резюме

Зависимость определяющая распределение плотности ударного тока $i(x, y, t)$ в проводнике прямоугольного сечения получена при применении конформного отображения. Полученные результаты проверены опытами.



Filtr cyfrowy dopasowany do sygnału z liniową modulacją częstotliwości

ANDRZEJ WOJTKIEWICZ (WARSZAWA)

Instytut Podstaw Elektroniki Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 13.9.1976

W artykule przedstawiono nową metodę projektowania rekursywnego cyfrowego filtra dopasowanego do sygnału impulsowego z liniową modulacją częstotliwości. Faza odpowiedzi impulsowej $d(n)$ filtra jest w przybliżeniu paraboliczna, a moduł $|d(n)|$ różni się niewiele od jedności. Maksymalny błąd przybliżenia nie przekracza odpowiednio 0,03 rad i 0,05, przy czym wartości te nie zależą od współczynnika kompresji $\Delta f T = 4L^2$, gdzie L jest dowolną liczbą naturalną. Układ składa się z filtrów grzebieniowych, równoległego połączenia rezonatorów cyfrowych, sumatora i układów przesunięcia.

1. WSTĘP

Optymalny algorytm odbioru znanego sygnału $x_0(t)$ na tle stacjonarnego białego szumu gaussowskiego można zrealizować za pomocą filtra dopasowanego o odpowiedzi impulsowej [1]

$$k_0(t) = Cx_0(t_0 - t), \quad (1)$$

gdzie: C , t_0 są stałymi.

W radiolokacji, a także w teledystrybucji i radiokomunikacji stosuje się liniową modulację częstotliwości (LMC) nośnej impulsu nadawanego [2]. Przyczynowy filtr dopasowany do sygnału LMC

$$x_0(t) = \begin{cases} X \cos \left[\omega_0 t + \pi \sigma \left(\frac{t}{T} \right)^2 \right] & \text{dla } |t| < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{dla } |t| > \frac{T}{2} \end{cases} \quad (2)$$

jest opisany odpowiedzią impulsową (przyjęto $t_0 = \frac{T}{2}$)

$$k_0(t) = \begin{cases} XC \cos \left[\omega_0 \left(t - \frac{T}{2} \right) - \pi \sigma \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2} \right)^2 \right] & \text{dla } 0 < t < T, \\ 0 & \text{dla } t < 0, \quad t > T. \end{cases} \quad (3)$$

Występujący w tych wzorach współczynnik

$$\sigma = \Delta f T, \quad (4)$$

będący iloczynem dewiacji częstotliwości Δf i czasu trwania impulsu T , nosi nazwę współczynnika kompresji impulsu i jest ważnym parametrem układu [3].

Zakładając, że sygnał $x_0(t)$ jest wąskopasmowy, rozważania można ograniczyć do analizy zespolonej obwiedni

$$k(t) = \begin{cases} \xi e^{-j\pi\sigma\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2}\right)^2} & \text{dla } 0 \leq t \leq T, \\ 0 & \text{dla } t < 0, \quad t > T \end{cases} \quad (5)$$

odpowiedzi impulsowej $k_0(t)$. Dodatkowo przyjmuje się, że w punktach $t = 0$ i $t = T$ funkcja $|k(t)|$ jest równa średniej arytmetycznej granic prawo- i lewostronnej, tzn.

$$\xi = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{dla } t = 0, \quad t = T, \\ 1 & \text{dla } 0 < t < T. \end{cases} \quad (6)$$

Do generacji sygnałów LMC, jak również do realizacji filtrów dopasowanych wykorzystuje się układy analogowe lub cyfrowe, bądź też stosuje się obie techniki. W przypadku realizacji cyfrowej termin *cyfrowy filtr dopasowany* oznacza przybliżoną równość charakterystyk czasowych dla dyskretnego czasu i częstotliwościowych (w pewnym pasmie) układu analogowego i cyfrowego.

Stosowanie metod częstotliwościowych syntezy filtru cyfrowego jest kłopotliwe w rozpatrywanym przypadku, ponieważ widmo funkcji $k(t)$ wyraża się przez nieelementarne całki Fresnela, a rozwinięcia asymptotyczne są słuszne tylko dla dużych wartości współczynnika kompresji [3]. O wiele wygodniejsze są metody syntezy w dziedzinie czasu, oparte na znajomości funkcji $k(t)$. Jedną z nich jest metoda niezmienności charakterystyk czasowych [4] układu analogowego i cyfrowego dla dyskretnego czasu $t = n\Delta t$, gdzie Δt jest okresem próbkowania. Odpowiedź impulsową $d(n\Delta t)$ filtru cyfrowego określa się w tym przypadku z zależności

$$d(n\Delta t) = \Delta t k(n\Delta t), \quad n = 0, 1, \dots, M. \quad (7)$$

Strukturę filtru wyznacza się na podstawie znajomości jego transmitancji

$$D(z) = \mathcal{Z}[d(n\Delta t)] = \sum_{n=0}^M d(n\Delta t) z^{-n} \quad (8)$$

zdefiniowanej jako przekształcenie $\mathcal{Z}$ ciągu $\{d(n\Delta t)\}$.

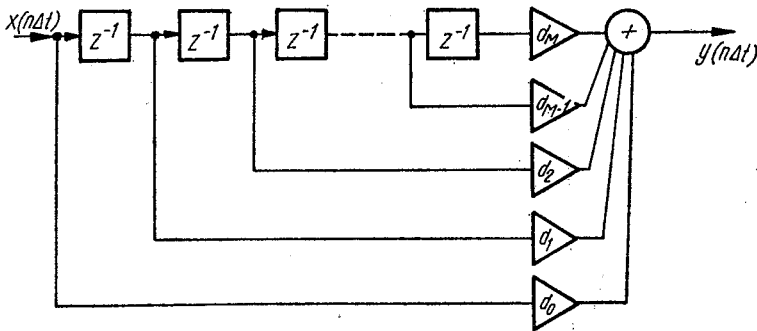
Dla funkcji $k(t)$ o postaci (5) nie jest znana suma szeregu (8), więc filtr, zgodnie z (8), będzie miał strukturę przedstawioną na rys. 1. Układ ten pracuje według algorytmu ($m = 0, 1, \dots$)

$$y(m\Delta t) = \sum_{n=0}^m d(m\Delta t - n\Delta t) x(n\Delta t), \quad (9)$$

czyli realizuje spłot dyskretny cyfrowego sygnału wejściowego $x(n\Delta t)$ i odpowiedzi impulsowej $d(n\Delta t)$ ¹⁾.

¹⁾ W celu uproszczenia zapisu sygnał dyskretny $f(n\Delta t)$ będziemy również oznaczać symbolem $f(n)$ lub f_n .

Filtr nierekursywny z rys. 1 wykazuje wiele zalet i jest jednym z podstawowych układów stosowanych do filtracji sygnałów cyfrowych. W przypadku sygnału LMC praktyczna przydatność tej struktury jest ograniczona do małych wartości parametru M (rzędu kilkudziesięciu), tzn. do małych wartości współczynnika kompresji. Dla dużych współczynników kompresji przedstawiona struktura filtru jest mało przydatna, ponieważ spłot (9)



Rys. 1. Nierekursywny filtr cyfrowy realizujący spłot $y(n) = x(n) * d(n)$

oblicza się efektywniej [4] wykorzystując algorytm szybkiej transformaty Fouriera (FFT). Dlatego też filtry dopasowane do sygnału LMC realizuje się z reguły jako procesory FFT [5, 6].

W artykule przedstawiono inną metodę realizacji filtru dopasowanego, opartą na klasycznych zasadach filtracji cyfrowej, tzn. na bezpośrednim związku funkcyjnym między sygnałem wejściowym i wyjściowym. Zasadnicza idea postępowania sprowadza się do odpowiedniej aproksymacji funkcji $k(t)$ i zastosowania metody niezmienności odpowiedzi impulsowych. W wyniku syntezy otrzymuje się transmitancję $D(z)$, a tym samym i strukturę filtru. Algorytm działania układu ma postać zależności rekurencyjnej między sygnałami $x(n)$ i $y(n)$, a czas obliczeń jest niewiele dłuższy od czasu liczenia spłotu przy pomocy FFT.

Otrzymany układ może być również wykorzystany (po pewnych modyfikacjach) do generacji cyfrowego sygnału LMC lub też znaleźć zastosowanie w cyfrowych analizatorach widma pracujących w oparciu o dyskretne przekształcenie $\mathcal{Z}$ realizowane z wykorzystaniem LMC (*chirp $\mathcal{Z}$ -transform*) [7, 8].

2. FILTR DOPASOWANY DO SYGNAŁU ZE SCHODKOWĄ MODULACJĄ CZĘSTOTLIWOŚCI

Podzielmy równomiernie przedział czasu $[0, T]$ na $2L$ części i w każdym podprzedziale o długości $T/2L$ zastąpmy paraboliczną fazę

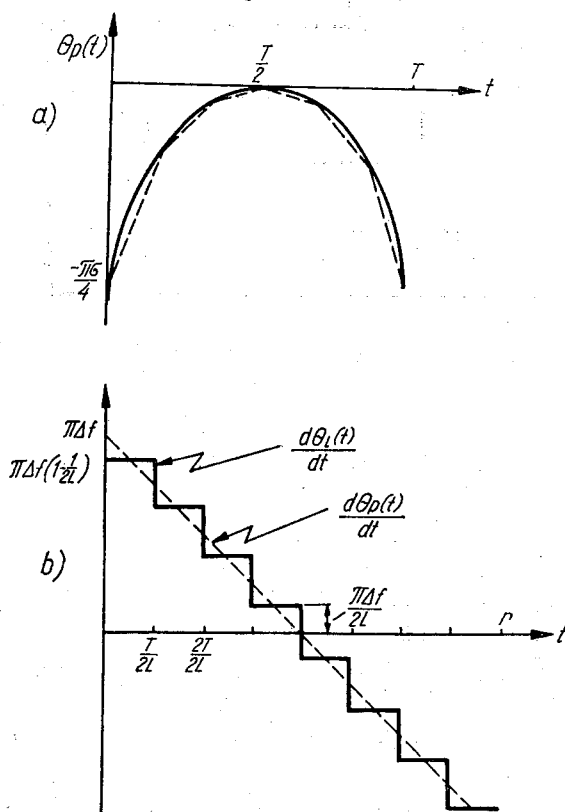
$$\Theta_p(t) = -\pi\sigma \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2} \right)^2 \quad (10)$$

funkcji (5) odcinkiem prostej (linia przerywana na rys. 2a). Funkcja aproksymująca fazę

$\Theta_p(t)$ będzie miała postać

$$\Theta_i(t) = \Theta_r + \frac{\pi\sigma}{2L}(2L-2r-1)\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{2L}\right), \quad (11)$$

$$r = 0, 1, 2, \dots, 2L-1; \quad \frac{rT}{2L} \leq t \leq \frac{(r+1)T}{2L},$$



Rys. 2. a) Przebieg fazy odpowiedzi impulsowej $k(t)$ filtru dopasowanego do sygnału LMC (linia ciągła) i funkcja aproksymująca fazę (linia przerywana), b) wykresy pochodnej funkcji aproksymującej $\Theta_i(t)$ (linia ciągła) i aproksymowanej $\Theta_p(t)$ (linia przerywana)

gdzie

$$\Theta_r = -\frac{\pi\sigma}{4L^2}(L-r)^2 \quad (12)$$

są węzłami interpolacji.

Funkcję

$$k_i(t) = \xi e^{j\Theta_i(t)} \quad (13)$$

można traktować jako odpowiedź impulsową filtru dopasowanego do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości, co widać z rys. 2b, na którym przedstawiono wykresy pochodnej funkcji $\Theta_p(t)$ i $\Theta_i(t)$.

Będziemy poszukiwać transmitancji $D(z)$ filtru cyfrowego wychodząc z równości odpowiedzi impulsowych dla dyskretnego czasu. Żądamy więc (pomijamy stały czynnik Δt występujący w (7)), aby równość

$$d(n\Delta t) = k_l(n\Delta t) \quad (14)$$

zachodziła dla $n = 0, 1, 2, \dots, 2P$, gdzie $2P+1$ jest liczbą próbek z przedziału $[0, T]$. Transmitancja filtru, zgodnie z (8), jest równa

$$D(z) = d(2P)z^{-2P} + d(0) + \sum_{n=1}^{2P-1} d(n)z^{-n}, \quad (15)$$

gdzie

$$d(0) = d(2P) = \frac{1}{2} e^{-j\frac{\pi\sigma}{4}}. \quad (16)$$

Liczbę $2P$ próbek z przedziału prawostronnie otwartego $[0, T)$ dzielimy na podgrupy; w każdym podprzedziale $\left[0, \frac{T}{2L}\right)$ znajduje się P/L próbek. Jeśli r oznacza numer podprzedziału, a m numer próbki w podprzedziale r , to transmitancję (15) można zapisać w postaci

$$D(z) = \sum_{r=0}^{2L-1} e^{j\theta_r} z^{-\frac{rP}{L}} \sum_{m=0}^{P/L-1} e^{j\frac{\pi\sigma}{4LP}(2L-2r-1)m} z^{-m} + \frac{1}{2} e^{-j\frac{\pi\sigma}{4}} [z^{-2P} - 1]. \quad (17)$$

Jeśli we wzorze (17) wykonamy sumowanie względem wskaźnika m , to otrzymamy

$$D(z) = \sum_{r=0}^{2L-1} e^{j\theta_r} z^{-\frac{rP}{L}} \frac{1 - z^{-\frac{P}{L}} e^{j\frac{\pi\sigma}{4L^2}(2L-2r-1)}}{1 - z^{-1} e^{j\frac{\pi\sigma}{4LP}(2L-2r-1)}} + \frac{1}{2} e^{-j\frac{\pi\sigma}{4}} [z^{-2P} - 1]. \quad (18)$$

Zauważmy, że jeśli

$$\sigma = 4L^2, \quad (19)$$

to licznik ułamka w sumie (18) jest równy $1 + z^{-\frac{P}{L}}$ i nie zależy od r . Warunek (19) jest bardzo ważnym założeniem stanowiącym podstawę dalszych rozważań. Przyjmując (19) otrzymamy ostatecznie

$$D(z) = \left(1 + z^{-\frac{P}{L}}\right) \sum_{r=0}^{2L-1} \frac{e^{-j\pi(L-r)^2} z^{-\frac{rP}{L}}}{1 - z^{-1} W^{2L-2r-1}} + \frac{1}{2} e^{-j\pi L^2} (z^{-2P} - 1), \quad (20)$$

gdzie

$$W = e^{j\frac{\pi L}{P}}. \quad (21)$$

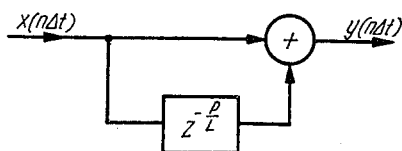
Z postaci transmitancji widać, że układ składa się z filtru grzebieniowego o transmitancji

$$D_g(z) = 1 + z^{-\frac{P}{L}} \quad (22)$$

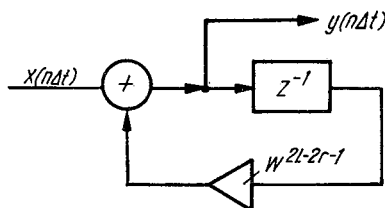
i równoległego połączenia $2L$ rezonatorów i układów opóźnienia (przyjmuje się, że P/L jest liczbą całkowitą). Algorytm działania filtru grzebieniowego wynika bezpośrednio z jego transmitancji i ma postać

$$y(n\Delta t) = x(n\Delta t) + x\left(n\Delta t - \frac{P}{L}\Delta t\right). \quad (23)$$

Schemat blokowy układu przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Schemat blokowy filtru grzebieniowego



Rys. 4. Schemat blokowy rezonatora cyfrowego

Rezonator cyfrowy o transmitancji

$$D_r(z) = \frac{1}{1 - z^{-1} W^{2L-2r-1}} \quad (24)$$

i strukturze przedstawionej na rys. 4 pracuje według algorytmu

$$y(n\Delta t) = x(n\Delta t) + W^{2L-2r-1} y(n\Delta t - \Delta t). \quad (25)$$

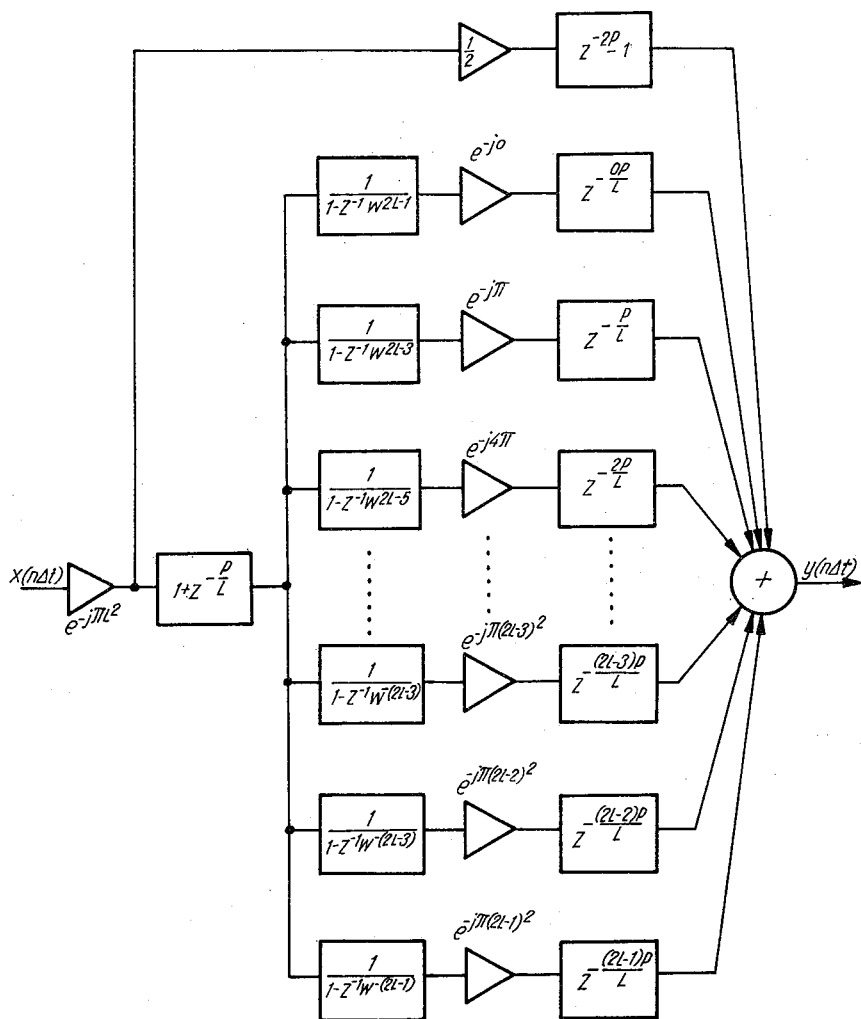
Schemat blokowy filtru dopasowanego do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości przedstawiono na rys. 5. Podobną strukturę filtru jak i postać transmitancji otrzymuje się w syntezie filtrów cyfrowych opartej na próbkowaniu widma [4, 9]. Metodę tę zastosowano w pracy [10] do syntezy filtru dopasowanego do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości.

Zwróćmy uwagę, że dla otrzymania jednej próbki sygnału wyjściowego układ z rys. 5 wykonuje tylko $2L+1$ mnożeń, ponieważ mnożenie przez czynnik typu $e^{j\pi r^2}$ sprowadza się do mnożenia przez ± 1 , a więc do dodawania lub odejmowania odpowiednich składników. W układzie z rys. 1 liczba mnożeń jest równa $2P$, a w metodzie FFT — $3\log_2(4P) + 1$. Widać więc, że w zależności od liczby podfiltrów (współczynnika kompresji) i liczby próbek sygnału wejściowego proponowana metoda może być porównywalna z FFT. Zysk ten otrzymuje się kosztem wprowadzenia zniekształceń charakterystyk filtru, wynikających z błędów fazy

$$\varepsilon(t) = \Theta_p(t) - \Theta_i(t), \quad (26)$$

który powoduje, że w sygnale wyjściowym pojawiają się „echa” o głównych maksimach rozmieszczonych w punktach nP/L . Jako przykład na rys. 6 przedstawiono obwiednię sygnału $y(n)$ na wyjściu filtru o transmitancji (20) przy pobudzeniu sygnałem dyskretnym ($n = 0, 1, 2, \dots, 2P$)

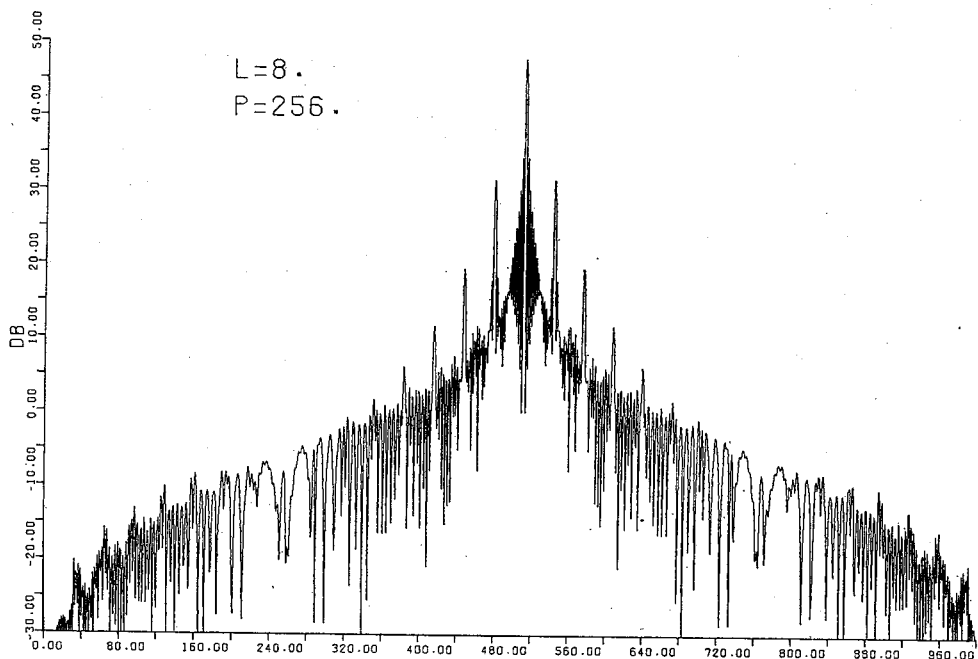
$$x(n) = \xi e^{j\pi L^2 \left(1 - \frac{n}{P}\right)^2} \quad (27)$$



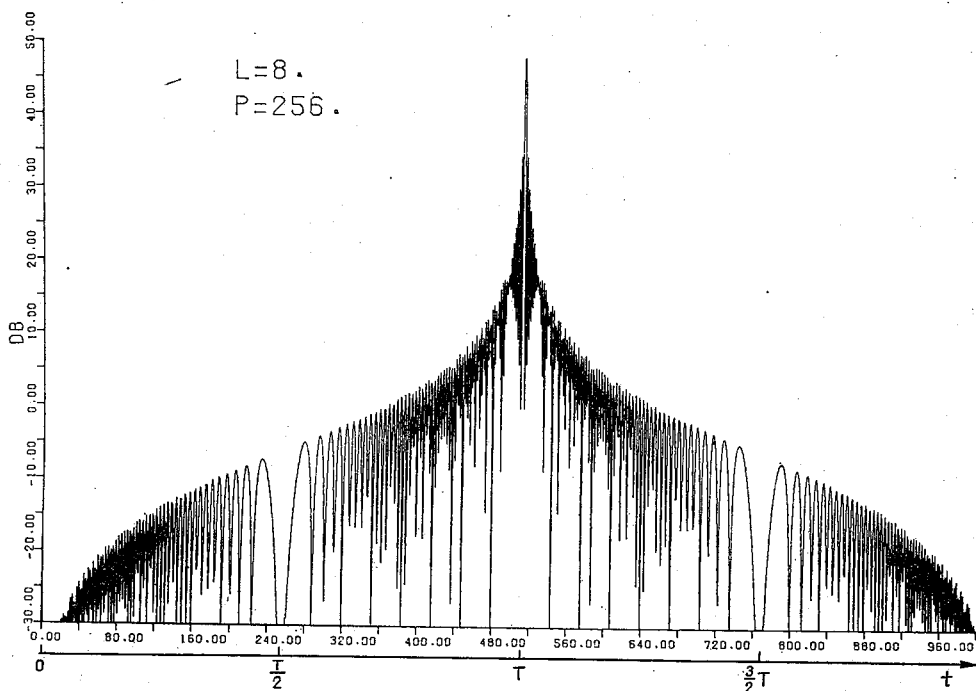
Rys. 5. Schemat blokowy filtra dopasowanego do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości

o parabolicznej fazie; obliczenia wykonano dla $P = 256$ i $L = 8$. Dla tych parametrów współczynnik kompresji $\sigma = 4L^2$ jest dość duży i wynosi 256, a więc kształt obwiedni sygnału $y(n)$ jest bliski funkcji $\sin x/x$. W celu porównania otrzymanych wyników, na rys. 7 przedstawiono wykres modułu (w decybelach) sygnału na wyjściu filtra dokładnie dopasowanego do sygnału (27), tzn. o odpowiedzi impulsowej $d(n) = x^*(n)$. Przy obliczaniu splotu $d(n)*x(n)$ wykorzystano algorytm Cooleya i Tukeya FFT [11]. Z porównania tych wykresów widać, że zniekształcenia występują w postaci ech rozmieszczonych symetrycznie w odległościach $Pn/L = 32n$ od głównego maksimum występującego w punkcie $2P = 512$.

Układ z rys. 5 jest dopasowany do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości i może być zastosowany do filtracji takich sygnałów. Również w tym przypadku kształt odpowiedzi $|y(n)|$ jest zbliżony (szczególnie w pobliżu listka głównego) do funkcji $\sin x/x$.



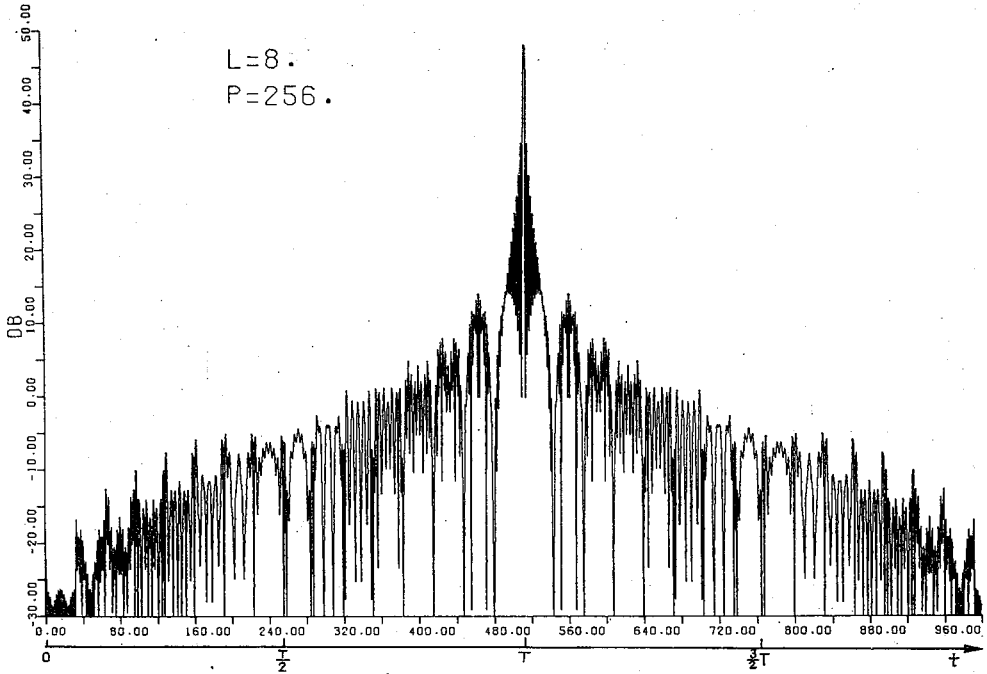
Rys. 6. Moduł odpowiedzi filtru dopasowanego do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości na pobudzenie sygnałem LMC



Rys. 7. Moduł odpowiedzi filtru dopasowanego do sygnału LMC na pobudzenie sygnałem LMC

Typową postać sygnału $|y(n)|$ na wyjściu filtru dopasowanego do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości przedstawiono na rys. 8.

W przypadku filtracji sygnału LMC układ ten należy tak skorygować, aby zmniejszyć zniekształcenia w sygnale wyjściowym.



Rys. 8. Moduł odpowiedzi filtru dopasowanego do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości na pobudzenie sygnałem ze schodkową modulacją częstotliwości

3. FILTR Z KOREKTORAMI

W celu zmniejszenia zniekształceń sygnału na wyjściu filtru z rys. 5 należy wprowadzić odpowiednie składniki korekcyjne w transmitancji $D(z)$ w taki sposób, aby zredukować błąd fazy $\varepsilon(t)$ nie komplikując nadmiernie struktury układu.

Przeanalizujmy dokładniej wyrażenie (26). Jeśli $\sigma = 4L^2$, to błąd fazy opisuje funkcja

$$\varepsilon(t) = -4\pi L^2 \left(\frac{t}{T} \right)^2 + 2\pi L(2r+1) \frac{t}{T} - \pi r^2 - \pi r, \quad (28)$$

która w punktach $t/T = r/2L + 1/4L$, $r = 0, 1, \dots, 2L-1$ przyjmuje wartość maksymalną $\varepsilon_{max} = \pi/4$ niezależną od r i L .

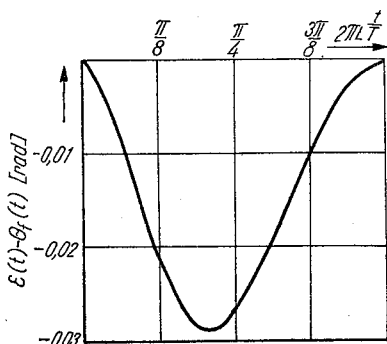
Wprowadźmy funkcję korekcyjną

$$w_f(t) = 1 + j \sin 2\pi L \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{2L} \right) \quad (29)$$

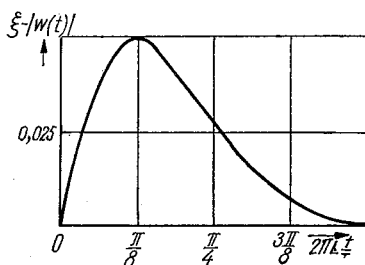
określoną dla $r = 0, 1, 2, \dots, 2L-1$; $\frac{r}{2L} \leq \frac{t}{T} \leq \frac{r+1}{2L}$. Fazę tej funkcji opisuje wzór

$$\Theta_r(t) = \arctg \left[\sin 2\pi L \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{2L} \right) \right], \quad (30)$$

z którego widać, że przebieg $\Theta_r(t)$ jest zbliżony do przebiegu funkcji $\varepsilon(t)$. Wynika stąd, że przybliżenie funkcji $\Theta_p(t)$ funkcją $\Theta_l(t) + \Theta_r(t)$ znacznie zmniejszy błąd fazy. Wykres



Rys. 9. Wykres błęd fazy $\varepsilon(t) - \Theta_r(t)$ w funkcji unormowanego czasu $2\pi L \frac{t}{T}$



Rys. 10. Wykres błęd $\xi - |w(t)|$ w funkcji unormowanego czasu $2\pi L \frac{t}{T}$

różnicy $\varepsilon(t) - \Theta_r(t)$ przedstawiono na rys. 9. Wartość maksymalna błęd nie przekracza 0,03 rad i jest niezależna od wartości współczynnika kompresji $4L^2$ i numeru r .

Zmniejszenie błęd fazy otrzymaliśmy kosztem pojawienia się znacznych zniekształceń modułu (rzędu 3 dB). Trzeba więc wprowadzić drugą funkcję korygującą moduł. Przyjęto, że funkcja ta ma postać

$$w_a(t) = 1 - b \sin 2\pi L \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{2L} \right). \quad (31)$$

Jeśli zażądamy, aby moduł funkcji

$$w(t) = w_a(t) w_r(t) \quad (32)$$

był równy jedności w punkcie $t/T = 1/4L$, to $b \cong 0,293$. Maksymalny błąd $1 - |w(t)|$ nie przekracza wartości 0,05 (rys. 10) i nie zależy od L i r .

Dalsze postępowanie jest podobne do już omówionego, z tym że zamiast funkcji (13) próbujemy teraz funkcję

$$k_{zm}(t) = k_l(t) w(t) \quad (33)$$

zmodyfikowaną o czynniki korekcyjne. Odpowiedź impulsowa filtru cyfrowego będzie miała postać

$$d_{zm}(n\Delta t) = d(n\Delta t) w(n\Delta t), \quad (34)$$

gdzie funkcja $d(n\Delta t)$ jest określona wzorem (14). Maksymalny błąd fazy funkcji (33) nie przekracza 0,03 rad, a błąd modułu jest mniejszy od 0,05.

Metoda obliczania transmitancji filtru o odpowiedzi impulsowej (34) jest podobna do metody poprzednio omówionej. Przedstawiając $w(n\Delta t)$ w postaci sumy funkcji wykładniczych i obliczając przekształcenie $\mathcal{Z}$ funkcji (34) otrzymamy

$$D_{zm}(z) = \sum_{k=-2}^2 D_{zm}(z) + \frac{1}{2} e^{-j\pi L^2} (z^{-2P} - 1). \quad (35)$$

Transmitancje składowe $D_{zm}(z)$ mają postać podobną do wyrażenia (20), ponieważ

$$D_{zm}(z) = \alpha_k \sum_{r=0}^{2L-1} e^{-j\pi(L-r)^2} \frac{\left(1 + e^{jk\pi z} \frac{-P}{L}\right) z^{-\frac{rP}{L}}}{1 - z^{-1} W^{2L-2r-1+k}}, \quad (36)$$

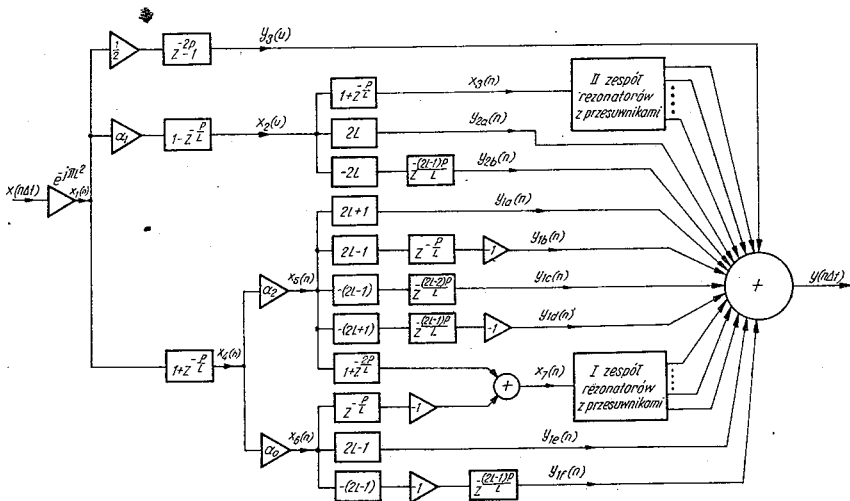
gdzie:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 1 - j \frac{b}{2}, \\ \alpha_1 &= \frac{1}{2} + j \frac{b}{2}, \\ \alpha_2 &= j \frac{b}{4} \end{aligned} \quad (37)$$

oraz $\alpha_{-2} = \alpha_2$, $\alpha_{-1} = -\alpha_1$, $b = 0,293$.

Zewzorów (35) i (36) wynika, że struktura filtru jest podobna do przedstawionej na rys. 5.

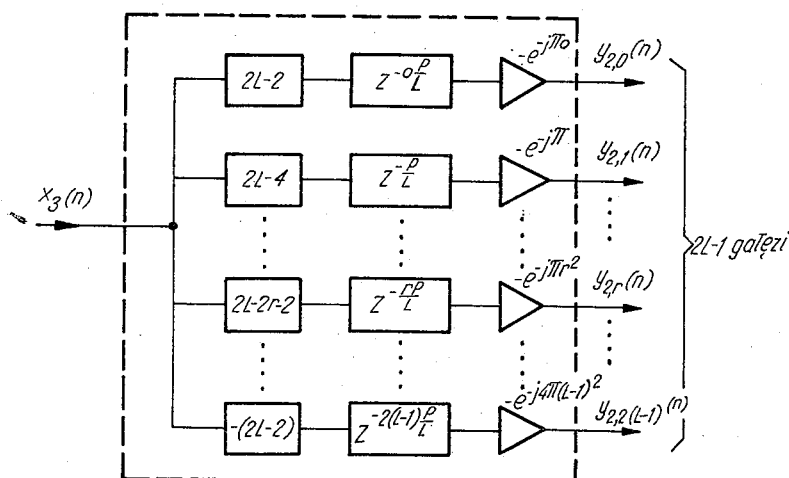
Różnica polega na tym, że występują dwa filtry grzebieniowe o transmitancjach $1 + z^{-\frac{P}{L}}$ i $1 - z^{-\frac{P}{L}}$ oraz pojawia się większa liczba rezonatorów; występuje też dodatkowe mnożenie przez czynnik α_k . Struktura filtru wynikająca bezpośrednio z (35) byłaby nieekonomiczna, ponieważ w sumie występują identyczne rezonatory. Należy więc tak przekształcić wzór



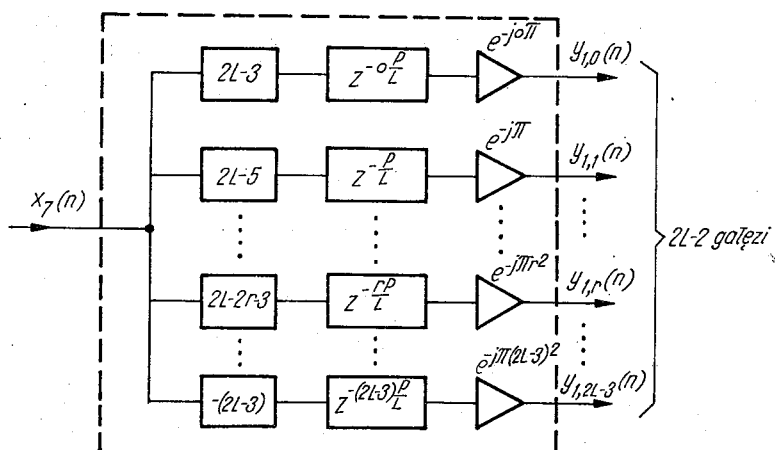
Rys. 11. Struktura filtru cyfrowego dopasowanego do sygnału LMC

(35), aby każdy rezonator realizował inny biegun funkcji $D_{zm}(z)$. W wyniku prostych przekształceń otrzymujemy schematy blokowe filtru przedstawione na rys. 11 i 12. Porównując filtry z rys. 11 i rys. 5 widać, że struktury tych układów są podobne. Liczba mnożeń, które należy wykonać aby obliczyć jedną próbkę sygnału wyjściowego zwiększyła się z $2L+1$ do $4L+9$. Z porównania tej ostatniej wartości z liczbą mnożeń w metodzie FFT wynika, że działań tych musimy wykonać około 1,5 razy więcej. W porównaniu

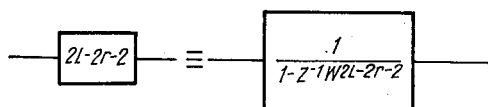
II zespół rezonatorów



I zespół rezonatorów



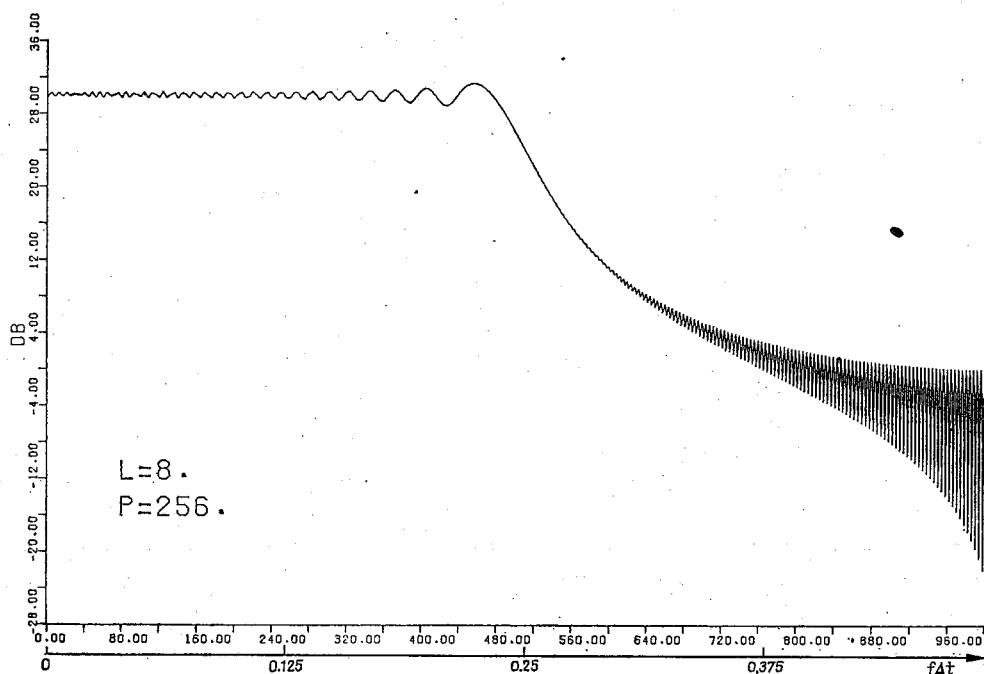
Oznaczenie:



Rys. 12. Schematy blokowe I i II zespołu rezonatorów z układami przesunięcia filtru z rys. 11

jednak do splotu realizowanego przez filtr z rys. 1 zysk (szczególnie dla dużych wartości P) jest znaczny, a dodatkową zaletą tej metody jest prosta zależność rekurencyjna między sygnałami $x(n)$ i $y(n)$.

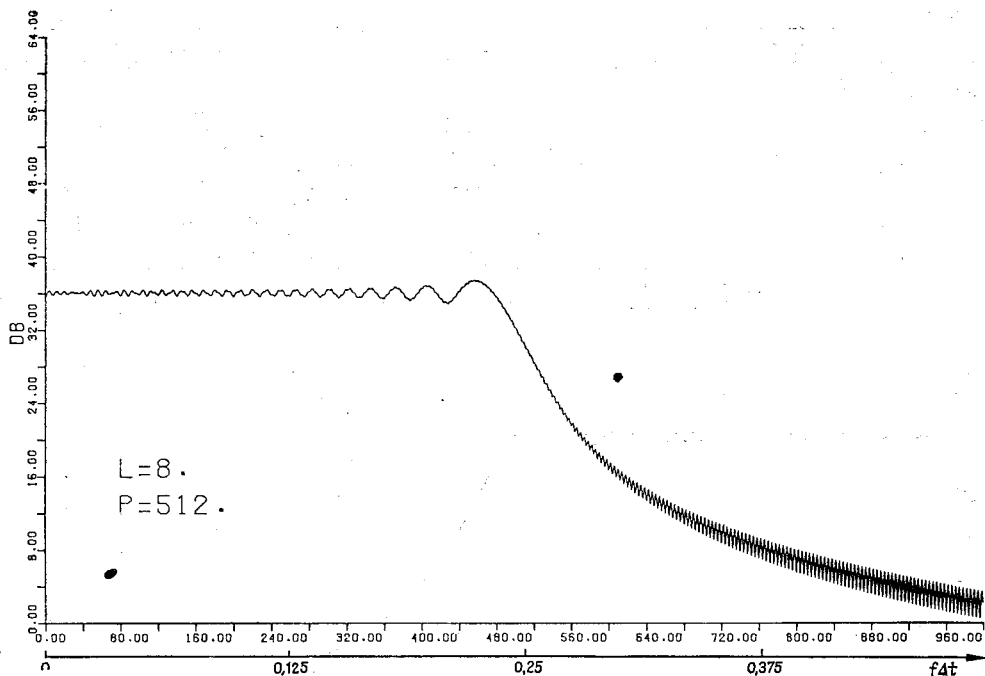
Interesujące jest porównanie charakterystyk częstotliwościowych filtrów o transmittancjach $D(z)$ i $D_{zm}(z)$. Na rys. 13 przedstawiono przykładowy przebieg charakterystyki amplitudowej filtru, którego odpowiedź impulsowa $d(n)$ ma fazę paraboliczną. Zniekształcenia widna poza pasmem przepuszczania są efektem nakładania się widm funkcji analogowej i stosunkowo wolnego próbkowania. Dla dużych wartości współczynnika kompresji można w przybliżeniu przyjąć, że szerokość pasma jest równa $\Delta f/2$. Zgodnie z twier-



Rys. 13. Widmo amplitudowe próbkowanej funkcji $k(t)$ o parabolicznej fazie

dzeniem o próbkowaniu, okres próbkowania Δt nie może być większy od $1/\Delta f$. Ponieważ widmo sygnału dyskretnego ma okres $1/\Delta t = F \geq \Delta f$ i jest okresowym przedłużeniem widma sygnału analogowego, więc aby efekt nakładania się widm był pomijalny należy przyjąć $\Delta t < \frac{1}{2\Delta f}$. Oznacza to, że dla danego systemu ($\sigma = \Delta f T = 4L^2 = \text{const}$) liczba próbek sygnału powinna być większa od $8L^2$, tzn. $P > 4L^2$. W rozpatrywanym przypadku (rys. 13) przyjęto $P = 4L^2 = 256$. Zwiększając częstotliwość próbkowania i przyjmując np. $P = 512$ (przy stałym współczynniku kompresji $\sigma = 4L^2 = 256$) zniekształcenia ulegają znacznemu zmniejszeniu (rys. 14).

Charakterystyki częstotliwościowe omawianych filtrów można otrzymać podstawiając w transmittancjach $D(z)$ i $D_{zm}(z)$ zmienną $z = e^{j\omega\Delta t}$. Do wyznaczenia widma wygodniej jest jednak korzystać z dyskretnej transformaty Fouriera odpowiedzi impulsowych $d(n)$



Rys. 14. Widmo amplitudowe spróbkowanej funkcji $k(t)$ o parabolicznej fazie przy dwukrotnie mniejszym okresie próbkowania (w porównaniu do przypadku z rys. 13)

i $d_{zm}(n)$, obliczanej za pomocą algorytmu FFT. Na rys. 15 i 16 przedstawiono odpowiednio charakterystyki amplitudowe filtru cyfrowego dopasowanego do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości oraz filtru z korektorami (dla $P = 256$ i $L = 8$).

W wielu zagadnieniach radiolokacyjnych i telekomunikacyjnych korzysta się z symulacji układów analogowych na EMC. W przypadku modelowania cyfrowego dopasowanego filtru analogowego można wykorzystać algorytm obliczeń wynikający bezpośrednio ze struktury układu.

Sygnał $x(n)$ jest mnożony przez ± 1 — w zależności od tego czy L^2 jest liczbą parzystą, czy nieparzystą — a następnie przekształcony w blokach odpowiednich gałęzi filtru. Pierwszą gałąź (rys. 11) opisuje zależność

$$y_3(n) = \frac{1}{2} [x_1(n-2P) - x_1(n)], \quad (38)$$

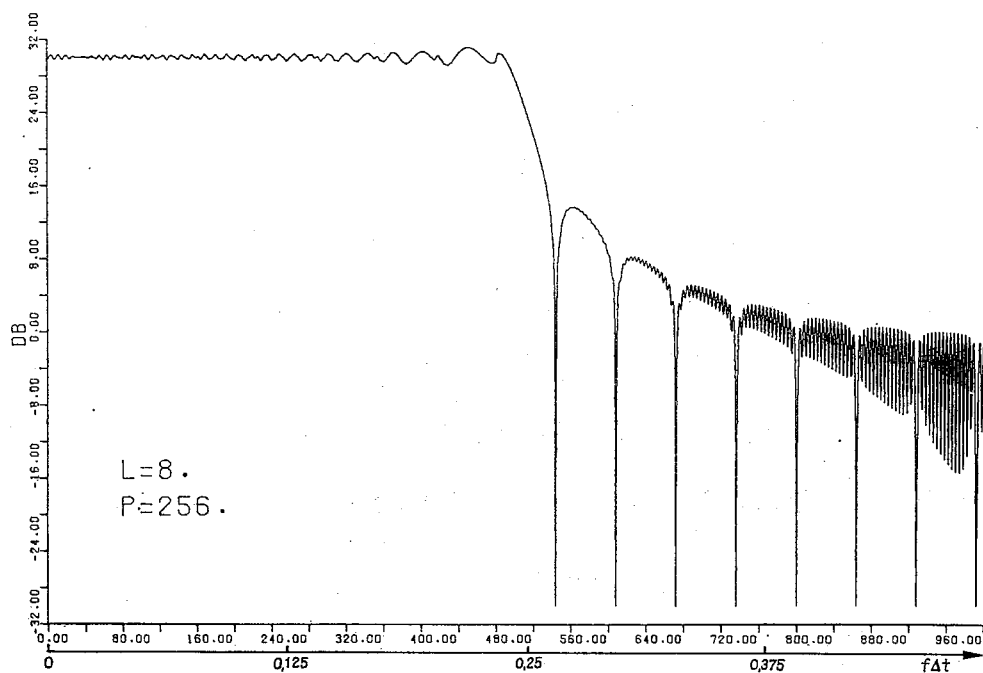
gdzie

$$x_1(n) = e^{-j\pi L^2} x(n). \quad (39)$$

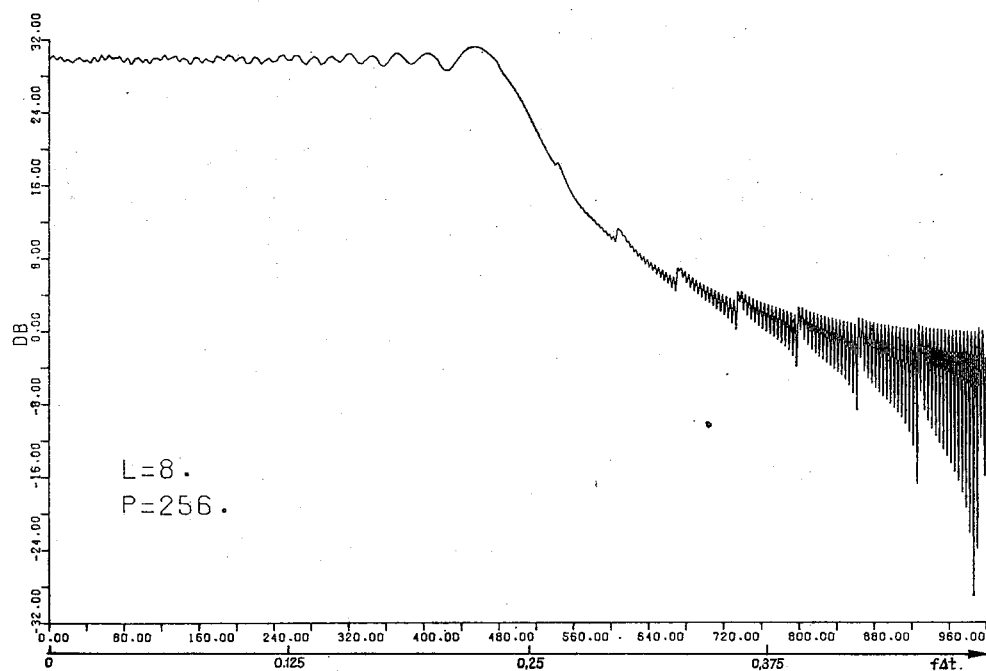
W drugiej gałęzi sygnał $x_1(n)$ zostaje przekształcony do postaci

$$x_2(n) = \alpha_1 \left[x_1(n) - x_1\left(n - \frac{P}{L}\right) \right] \quad (40)$$

i przesłany (przez filtr grzebieniowy) do drugiego zespołu rezonatorów z układami przesunięcia oraz do rezonatorów oznaczonych symbolicznie „ $2L$ ” i „ $-2L$ ”. Drugi zespół



Rys. 15. Charakterystyka amplitudowa filtra cyfrowego dopasowanego do sygnału ze schodkową modulacją częstotliwości



Rys. 16. Charakterystyka amplitudowa filtra cyfrowego (z korekcją) dopasowanego do sygnału LMC

rezonatorów jest pobudzony sygnałem

$$x_3(n) = x_2(n) + x_2\left(n - \frac{P}{L}\right), \quad (41)$$

który po filtracji (rys. 12) przyjmuje postać

$$y_{2r}(n) = W^{2(L-r-1)}y_{2r}(n-1) - e^{-j\pi r^2}x_3\left(n - \frac{rP}{L}\right). \quad (42)$$

Podobną zależność otrzymamy na wyjściu rezonatorów „ $2L$ ” i „ $-2L$ ”

$$y_{2a}(n) = x_2(n) + W^{2L}y_{2a}(n-1), \quad (43)$$

$$y_{2b}(n) = x_2\left[n - (2L-1)\frac{P}{L}\right] + W^{-2L}y_{2b}(n-1). \quad (44)$$

Wszystkie te sygnały są podawane na sumator, ich sumę oznaczmy symbolem

$$y_{11}(n) = y_3(n) + y_{2a}(n) + y_{2b}(n) + \sum_{r=0}^{2L-2} y_{2r}(n). \quad (45)$$

Podobne zależności otrzymamy dla pozostałych gałęzi układu (rys. 11)

$$\left. \begin{aligned} x_4(n) &= x_1(n) + x_1\left(n - \frac{P}{L}\right), \\ x_5(n) &= \alpha_2 x_4(n), \\ x_6(n) &= \alpha_0 x_4(n), \\ x_7(n) &= x_5(n) + x_5\left(n - \frac{2P}{L}\right) - x_6\left(n - \frac{P}{L}\right). \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Sygnałem $x_5(n)$ są pobudzane rezonatory „ $\pm(2L+1)$ ” i „ $\pm(2L-1)$ ”, a sygnałem $x_6(n)$ — rezonatory „ $\pm(2L-1)$ ”. Można tak przekształcić układ, aby rezonatory „ $\pm(2L-1)$ ” występowały tylko jeden raz, a nie dwukrotnie, jednak zwiększy się wtedy liczba mnożeń. Na wyjściu tych układów otrzymujemy sygnały

$$\left. \begin{aligned} y_{1a}(n) &= x_5(n) + W^{2L+1}y_{1a}(n-1), \\ y_{1b}(n) &= -x_5\left(n - \frac{P}{L}\right) + W^{2L-1}y_{1b}(n-1), \\ y_{1c}(n) &= x_5\left[n - (2L-2)\frac{P}{L}\right] + W^{-(2L-1)}y_{1c}(n-1), \\ y_{1d}(n) &= -x_5\left[n - (2L-1)\frac{P}{L}\right] + W^{-(2L+1)}y_{1d}(n-1), \\ y_{1e}(n) &= x_6(n) + W^{2L-1}y_{1e}(n-1), \\ y_{1f}(n) &= -x_6\left[n - (2L-1)\frac{P}{L}\right] + W^{-(2L-1)}y_{1f}(n-1). \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Sygnał $x_7(n)$ pobudza pierwszy zespół rezonatorów. Na poszczególnych wyjściach tych układów otrzymujemy sygnały

$$y_{1r}(n) = e^{-j\pi r^2} x_7 \left(n - \frac{rP}{L} \right) + W^{2L-2r-3} y_{1r}(n-1). \quad (48)$$

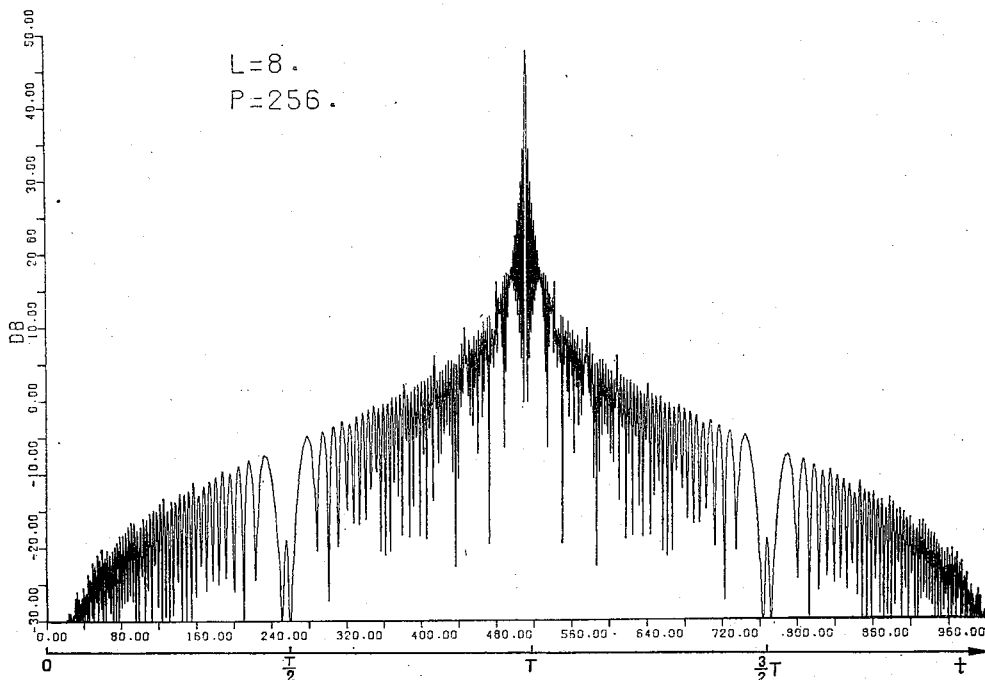
Suma wszystkich odpowiedzi (47) i (48) daje w wyniku sygnał

$$y_1(n) = y_{1a}(n) + y_{1b}(n) + \dots + y_{1r}(n) + \sum_{r=0}^{2L-3} y_{1r}(n). \quad (49)$$

Sumując $y_1(n)$ i $y_{11}(n)$ otrzymamy ostatecznie odpowiedź układu na pobudzenie $x(n)$

$$y(n) = y_1(n) + y_{11}(n). \quad (50)$$

Opisany algorytm wykorzystano do obliczenia sygnału $y(n)$ przy pobudzeniu $x(n)$ o postaci (27). Przykładowe wyniki przedstawiono na rys. 17 ($L = 8$, $P = 256$). W porównaniu z wykresem z rys. 6 nastąpiło znaczne zmniejszenie sygnałów echa — dwa pierwsze listki boczne (licząc od listka głównego występującego w punkcie $2P$) zostały stłumione o około 15 dB. Pierwszy listek sygnału echa jest teraz mniejszy od głównego listka o około 32 dB. Sygnały echa przewyższają poziom wzorcowej odpowiedzi z rys. 7 o około 3 dB. Podobne wyniki otrzymuje się dla innych wartości parametrów L i P ²⁾.



Rys. 17. Moduł odpowiedzi filtra dopasowanego (z korektorami) do sygnału LMC na pobudzenie sygnałem LMC

²⁾ W niniejszym artykule nie rozważamy metod tłumienia listków bocznych skupionych bezpośrednio w okolicy wartości maksymalnej. Zastosowanie ogólnie znanych [3] funkcji kształtujących (funkcji okna) sprowadza się do dalszej obróbki sygnału wyjściowego $y(n)$ polegającej na dodaniu próbek odpowiednio przesuniętych i pomnożonych przez współczynniki liczbowe.

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że układ z rys. 11 może spełniać rolę filtru dopasowanego do sygnału LMC. W przypadku modelowania cyfrowego na EMC oprócz algorytmu FFT można również stosować omówione wyżej zależności rekurencyjne.

4. UWAGI KOŃCOWE

Przeprowadzona dyskusja wykazała, że zaproponowany filtr cyfrowy charakteryzuje się bardzo dobrymi właściwościami. Faza odpowiedzi impulsowej $d(n)$ filtru jest w przybliżeniu paraboliczna, a moduł $|d(n)|$ różni się niewiele od jedności. Maksymalny błąd przybliżenia nie przekracza odpowiednio 0,03 rad i 0,05, przy czym wartości te nie zależą od współczynnika kompresji $\sigma = 4L^2$.

Przedstawione rozwiązanie układowe filtru różni się zasadniczo od rozwiązań opisanych w literaturze, ponieważ filtry cyfrowe realizowane jako procesory FFT pracują według innej zasady filtracji.

Realizacja układu jest stosunkowo prosta, ponieważ większość podzespołów filtru ma identyczną strukturę (rys. 12). Zaproponowany układ jest mniej skomplikowany zarówno od procesora FFT jak i filtru nierekursywnego z rys. 1, zawierającego bardzo dużą liczbę elementów. W przypadku odbioru sygnałów ze schodkową modulacją częstotliwości struktura układu jeszcze bardziej się upraszcza (rys. 5), ponieważ nie są potrzebne korektory fazy i amplitudy.

Jeśli termin *filtr cyfrowy* traktować jako pewien algorytm przetwarzania sygnału za pomocą uniwersalnej maszyny cyfrowej, to do obliczania sygnału $y(n)$ na wyjściu filtru dopasowanego można wykorzystać zaproponowane zależności rekurencyjne. Algorytm ten jest stosunkowo szybki, ponieważ czas obliczeń jest niewiele dłuższy od czasu liczenia spłotu za pomocą FFT. Niewątpliwą zaletą wyprowadzanych formuł jest zależność rekurencyjna między sygnałami $x(n)$ i $y(n)$, natomiast wadą — przybliżone zależności między $x(n)$ i $y(n)$.

Warto zwrócić uwagę na inne ewentualne zastosowania przedstawionej koncepcji.

Za pomocą filtru z rys. 11 można generować sygnał cyfrowy LMC. Możliwość ta wynika bezpośrednio z definicji odpowiedzi impulsowej filtru. Jeśli

$$x(n) = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 0 \\ 0 & \text{dla } n \neq 0, \end{cases} \quad (51)$$

to sygnał $y(n)$ na wyjściu filtru jest równy odpowiedzi impulsowej $d(n)$. Ponieważ w przybliżeniu

$$d(n) \cong \xi e^{-j\pi L^2 \left(1 - \frac{n}{p}\right)^2}, \quad (52)$$

więc aby otrzymać sygnał $y(n) = d^*(n)$ należy w strukturze filtru zamienić odpowiednie stałe na wielkości zespolone sprzężone.

Wyprowadzone zależności rekurencyjne mogą być wykorzystane do obliczania dyskretnego przekształcenia $\mathcal{Z}$ (w szczególności dyskretniej transformaty Fouriera) dowolnego sygnału dyskretnego $x(n)$ o skończonym czasie trwania. Przekształcenie $\mathcal{Z}$ sygnału

$x(n)$ ma postać

$$X(z) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) z^{-n}. \quad (53)$$

Dla dyskretnych wartości z_k zmiennej zespolonej z

$$X_k = X(z_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n z_k^{-n}. \quad (54)$$

Jeśli [7]

$$z_k = AB^{-k}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1, \quad (55)$$

gdzie A i B są dowolnymi liczbami zespolonymi, to równanie (54) przyjmie postać

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n AB^{-nk}, \quad k = 0, 1, \dots, K-1. \quad (56)$$

Wykorzystując tożsamość

$$nk = \frac{n^2 + k^2 - (k-n)^2}{2} \quad (57)$$

zastosowaną w pracy [12], otrzymamy ostateczną zależność

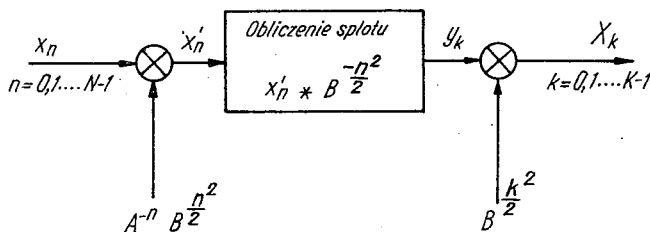
$$X_k = B^{\frac{k^2}{2}} \sum_{n=0}^{N-1} \left(x_n A^{-n} B^{\frac{n^2}{2}} \right) B^{-\frac{(k-n)^2}{2}}. \quad (58)$$

Obliczanie przekształcenia $\mathcal{X}$ lub dyskretnej transformaty Fouriera według wzoru (58) jest znane w literaturze pod nazwą *chirp $\mathcal{X}$ -transform*.

Zauważmy, że suma w (58) jest splotem dyskretnym sygnału

$$x'_n = x_n A^{-n} B^{\frac{n^2}{2}} \quad (59)$$

z sygnałem LMC. Schemat blokowy obliczeń, wynikający z (58) przedstawiono na rys. 18.



Rys. 18. Schemat blokowy obliczeń dyskretnego przekształcenia $\mathcal{X}$ przy wykorzystaniu LMC

Splot oblicza się zwykle za pomocą FFT, co nie zawsze jest wygodne. Operację obliczania splotu można zastąpić wyprowadzonymi w poprzednim rozdziale zależnościami rekurencyjnymi (filtrem o odpowiedzi impulsowej $B^{-\frac{n^2}{2}}$).

Pragnę wyrazić gorące podziękowanie Panu mgr Piotrowi Romiszowskiemu za wykonanie obliczeń na maszynie cyfrowej CDC6400 pracującej w systemie CYBER72.

LITERATURA

1. J. Seidler, *Statystyczna teoria odbioru sygnałów*, PWN, 1963.
2. W.N. Koczemasow, L.A. Bietow, *Primienienie LCzM sygnałów i metody ich formiowania*, Zarubieznaja Radioelektronika, nr 8, 1975, s. 32.
3. C.E. Cook, M. Bernfield, *Radar signals*, Academic Press, N. Y., 1967.
4. B. Gold, C.M. Rader, *Digital processing of signals*, McGraw-Hill, New York 1969.
5. P.E. Blankenship, E.M. Hofstetter, *Digital pulse compression via fast convolution*, IEEE Trans. ASSP-23, nr 2, 1975, s. 189.
6. L.W. Martinson, R.J. Smith, *Digital matched filtering with pipelined floating point fast Fourier transforms (FFT's)*, IEEE Trans. ASSP-23, nr 2, 1975, s. 222.
7. L.R. Rabiner i inni, *The chirp $\mathcal{Z}$ -transform algorithm and its application*, BSTJ, t. 48, nr 5, 1969, s. 1249.
8. G.J. Mayer, *The chirp $\mathcal{Z}$ -transform — a CCD implementation*, RCA Review, t. 36, nr 4, 1975, s. 759.
9. L.R. Rabiner, R.W. Schafer, *Recursive and nonrecursive realizations of digital filters designed by frequency sampling techniques*, IEEE Trans. AU-19, nr 3, 1971, s. 200.
10. J.D. Echard, R.R. Boorstyn, *Digital filtering for radar processing application*, IEEE Trans. AU-20, nr 1, 1972, s. 42.
11. J.W. Cooley, J.W. Tukey, *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*, Math. Comp., t. 19, 1965, s. 297.
12. L.I. Bluestein, *A linear filtering approach to the computation of discrete Fourier transform*, IEEE Trans. AU-18, nr 4, 1970, s. 451.

A. WOJTKIEWICZ

A DIGITAL FILTER MATCHED TO THE CHIRP SIGNAL

Summary

In the paper a new design method of the recursive digital chirp filter (that is a digital filter matched to the linear frequency modulated signal) is presented. The phase of the filter impulse response $d(n)$ is approximatively parabolic and the absolute value $|d(n)|$ differs only slightly from unity. The maximum error of approximation does not exceed 0,03 rad and 0,05, respectively. Both values are independent from the time-bandwidth product $\Delta f T = 4L^2$, where L — any natural number. The filter circuit consists of comb filters, parallel-connected digital resonators, an adder and delay circuits.

A. WOJTKIEWICZ

FILTRE NUMÉRIQUE ADAPTÉ À UN SIGNAL „CHIRP”

Résumé

Dans cet article on a présenté une nouvelle méthode d'étude d'un filtre numérique récursif „chirp” (c.-à-d. filtre numérique adapté à un signal à modulation linéaire de fréquence). La phase de la réponse impulsionnelle $d(n)$ du filtre est approximativement parabolique et la valeur absolue $|d(n)|$ est proche de l'unité. L'erreur maximale de l'approximation ne dépasse pas respectivement 0,03 rad et 0,05, ces valeurs étant indépendantes du produit temps-largeur de bande $\Delta f T = 4L^2$ (L — nombre naturel quelconque). Le montage est composé de filtres à spectre de fréquence en forme de peigne, de résonateurs numériques connectés parallèlement, d'un additionneur et de circuits de retard.

A. WOJTKIEWICZ

ZAHLENFILTER FÜR EIN SIGNAL MIT LINEARER FREQUENZMODULATION

Zusammenfassung

Im vorliegenden Artikel wurde eine neue Methode für die Projektierung eines an ein Impulssignal mit linearer Frequenzmodulation angepaßten rekursiven Zahlenfilters erörtert.

Die Rückimpulsphase $d(n)$ des Filters ist angenähert parabolisch und das Modul $|d(n)|$ gleicht angenähert einer Einheit. Die Maximalfehler der Annäherung überschreiten entsprechend keine 0,03 rad und 0,05 rad, wobei diese Werte von dem Kompressionskoeffizienten $\Delta f T = 4L^2$ unabhängig sind (L ist eine beliebige natürliche Zahl). Das System besteht aus Kammfiltern, einer Reihenverbindung von Zahlenresonatoren, einem Summenverstärker und Verschiebungssystemen.

А. ВОЙТКЕВИЧ

ЦИФРОВОЙ СОГЛАСОВАННЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ
С ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Резюме

В статье изложен метод синтеза согласованного фильтра рекурсивного типа. Комплексная импульсная характеристика $d(n)$ фильтра несколько отличается в точках отсчета от импульсной характеристики аналогового прототипа; в приближении модуль $|d(n)|$ прямоугольный, а фаза — квадратная. Погрешность аппроксимации (максимальная ошибка) не превышает 0,05 и 0,03 рад и не зависит от коэффициента сжатия ($\Delta f T = 4L^2$), где L — натуральное число. Фильтр составлен из гребенчатых фильтров и набора цифровых резонаторов.

Przegląd metod kodowania stanów wewnętrznych automatów asynchronicznych

ALEKSANDER ALBICKI (WARSZAWA), TOMASZ KAMIŃSKI (WARSZAWA)

Instytut Telekomunikacji Politechniki Warszawskiej

BOGDAN BŁAŻUCKI (LUBLIN)

Wyższa Szkoła Inżynierska w Lublinie

Otrzymano 15.7.1976

W niniejszym artykule przedstawiony jest jeden z etapów syntezy układów logicznych, mianowicie kodowanie stanów wewnętrznych automatów asynchronicznych. Omówiony jest wpływ kodowania na parametry realizowanego układu. Podane są cztery metody kodowania. Omówienia metod dokonano pod kątem ich przydatności do implementacji maszynowej.

Na zakończenie dokonano porównania metod i oceny ich przydatności do projektowania układów logicznych na podstawie obliczeń maszynowych.

1. WSTĘP

Wzrost zastosowania urządzeń cyfrowych spowodował szybki rozwój metod projektowania tych urządzeń. Układy logiczne stanowią dużą część urządzeń cyfrowych. Przy projektowaniu działających asynchronicznie układów logicznych najtrudniejszym etapem syntezy jest kodowanie stanów wewnętrznych. W ostatnich latach pojawiło się dużo różnych metod kodowania. Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie czterech wybranych metod kodowania oraz dokonanie oceny ich przydatności do projektowania.

W rozdziale pierwszym przedstawiono wpływ kodowania na parametry projektowanego układu. W dalszej części artykułu (rozdziały 2, 3 i 4) przedstawiono metody, które podzielono na dwie grupy ze względu na szybkość działania zakodowanego układu. Do pierwszej grupy należą metody zapewniające zawsze maksymalną szybkość działania układu logicznego przy zadanej szybkości działania jego elementów. Układy kodowane metodami drugiej grupy działają z szybkością mniejszą od maksymalnej. W rozdziale 5 dokonano porównania metod i oceny ich przydatności do projektowania układów logicznych na podstawie obliczeń maszynowych. Wydaje się, że ocena taka umożliwi wybór najbardziej efektywnej metody w zależności od wielkości projektowanych układów oraz od wymagań stawianych układowi.

2. KODOWANIE STANÓW WEWNĘTRZNYCH — SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Kodowaniem automatu nazywa się proces przejścia od automatu $A = \langle X, S, Y, \delta, \lambda \rangle$ do układu logicznego (sekwencyjnego) $UL = \langle \bar{X}, \bar{Q}, \bar{Y}, \bar{\delta}, \bar{\lambda} \rangle$. Formalnie proces ten polega na podaniu trzech liczb naturalnych m, p, n oraz trzech funkcji (iniekcji):

$$f_1: X \rightarrow \bar{X} = \{0, 1\}^m,$$

$$f_2: S \rightarrow \bar{Q} = \{0, 1\}^p,$$

$$f_3: Y \rightarrow \bar{Y} = \{0, 1\}^n,$$

takich, aby spełnione były poniższe warunki:

$$f_2(\delta_x(s)) = \bar{\delta}_{f_1(x)}(f_2(s)), \quad (1a)$$

$$f_3(\lambda_x(s)) = \bar{\lambda}_{f_1(x)}(f_2(s)). \quad (1b)$$

Funkcje f_1 i f_3 są zwykle zadane podczas syntezy właściwej, tj. w momencie zadawania automatu w postaci tablicy przejść-wyjść i mimo, iż mają one wpływ na dalszą realizację układu logicznego, wyboru ich dokonuje się uwzględniając jedynie współpracę realizowanego układu ze środowiskiem zewnętrznym (z innymi układami). Problem wyznaczania f_1 i f_3 , zwany często kodowaniem wejść i wyjść, nie będzie dalej poruszany. Bliższe informacje na ten temat można znaleźć np. w [1]. W artykule będzie dyskutowana jedynie konstrukcja funkcji f_2 , która nosi nazwę kodowania stanów wewnętrznych automatów.

Układy logiczne mogą pracować w sposób synchroniczny albo asynchroniczny [1]. Dla układów synchronicznych warunki (1a) i (1b) są wystarczające. Dla układów asynchronicznych, ze względu na konieczność likwidacji wyścigów elementów pamięci, żąda się takiej f_2 , aby każdemu przejściu w automacie $\delta_x(s_a) = s_b$ odpowiadał łańcuch przejść w układzie logicznym $f_2(s_a) = \bar{q}_1, \dots, \bar{q}_r = f_2(s_b)$ taki, że $\bar{\delta}_{f_1(x)}(\bar{q}_i) = \bar{q}_{i+1}$, $\bar{\delta}_{f_1(x)}(\bar{q}_r) = \bar{q}_r$ i $d|\bar{q}_i, \bar{q}_{i+1}| = 1$ dla $1 \leq i < r$, gdzie d jest odległością Hamminga.

Jeśli założymy, że w układzie asynchronicznym dopuszczalne są wyścigi niekrytyczne, innymi słowy dopuszczalne są jednoczesne zmiany stanów elementów pamięci, to warunek powyższy można przedstawić w bardziej konstruktywnej postaci: dla każdej pary przejść $\delta_x(s_a) = s_b$ i $\delta_x(s_c) = s_d$, dla której $s_b \neq s_d$, należy tak dobrać f_2 , aby istniała zmienna kodowa, która dla wektorów $f_2(s_a)$ i $f_2(s_b)$ przyjmie wartość przeciwną niż dla wektorów $f_2(s_c)$ i $f_2(s_d)$. Przez zmienną kodową rozumiemy składową wektora. Zamiast nazwy wektor stosowana będzie również nazwa ciąg kodowy. Zmienna kodowa jest elementem ciągu kodowego.

Sposób zakodowania stanów wewnętrznych ma wpływ na takie parametry układu jak: ilość elementów pamięciowych, złożoność części kombinacyjnej oraz szybkość działania układu.

Ilość elementów pamięciowych wyznaczana jest przez długość ciągów binarnych, tj. przez liczbę p . Liczba ta jest jednym z najczęściej w praktyce stosowanych kryteriów jakości metod kodowania. Powszechność stosowania tego kryterium wynika głównie z faktu, że liczba p dana jest bezpośrednio, jak również z faktu, że w realizacjach dyskretnych liczba elementów pamięciowych jest głównym czynnikiem decydującym o koszcie układu. Z drugiej strony trzeba jednak pamiętać, że ilość zastosowanych w danym układzie elementów pamięciowych wiąże się ściśle z komplikacją kombinacyjnej części układu. Liczne przykła-

dy pokazują, że wraz ze wzrostem liczby elementów pamięciowych upraszczają się funkcje wzbudzeń tych elementów, przez co upraszcza się część kombinacyjna. Uproszczenie części kombinacyjnej może być tak znaczne, że mimo zastosowania większej liczby elementów pamięciowych całkowita struktura projektowanego układu jest prostsza, tym bardziej że obecnie elementy pamięciowe są stosowane w zintegrowanych strukturach modularnych.

Przy kodowaniu z jednoczesnym upraszczaniem struktury części kombinacyjnej główna trudność polega na braku dostatecznie prostych kryteriów, które by pozwoliły oceniać warianty kodowania bez konieczności przeprowadzania syntezy strukturalnej całego układu. Dodatkową trudność stanowi fakt, że kryteria takie muszą uwzględniać rodzaj stosowanych elementów oraz ilość połączeń między nimi. Przy obecnej tendencji do ciągłej miniaturyzacji elementów logicznych zmniejszenie ilości połączeń w projektowanym układzie staje się często jednym z najważniejszych problemów.

Maksymalna szybkość działania układu jest uzależniona od szybkości działania zastosowanych w nim elementów oraz od wyboru wariantu kodowania. Wybór wariantu kodowania dopuszczającego wyścigi niekrytyczne zapewnia maksymalną szybkość działania układu, ale nie zawsze osiągnięta jest najmniejsza liczba p . W przypadkach, w których szybkość działania układu nie jest sprawą najważniejszą, wybiera się metody pozwalające znaleźć najkrótsze ciągi kodowe.

Na podstawie powyższych rozważań widać jak złożona jest natura wzajemnych związków między parametrami projektowanego układu. Przedstawione w niniejszym artykule metody pozwalają na wybór wariantu kodowania zapewniającego optymalizację projektowanego układu ze względu na co najwyżej dwa jego parametry.

3. METODY KODOWANIA ZAPEWNIAJĄCE MAKSYMALNĄ SZYBKOŚĆ DZIAŁANIA AUTOMATU

W rozdziale tym zostaną przedstawione dwie metody kodowania zapewniające: likwidację wyścigów krytycznych oraz maksymalną szybkość działania układu przy zadanej szybkości działania jego elementów. Obie metody polegają na wyznaczeniu tablicy tzw. elementarnych warunków i na znalezieniu na podstawie tej tablicy zbioru ciągów kodowych.

3.1. Metoda szybkiej minimalizacji tablicy warunków

Pierwszy etap metody polega na wyznaczeniu tablicy elementarnych warunków. Warunek elementarny może być sformułowany następująco: dla pary przejść $\delta_x(s_a) = s_b$ i $\delta_x(s_c) = s_d$, przy czym $s_b \neq s_d$, automat musi być tak zakodowany aby istniała zmienna kodowa q , która dla stanów s_a, s_b przyjmie wartość przeciwną niż dla stanów s_c, s_d . Jak widać warunek na likwidację wyścigów krytycznych z rozdziału 2 można traktować jako zbiór wszystkich warunków elementarnych. Warunki otrzymywane na podstawie tablicy przejść zapisywane są w tablicy warunków w taki sposób, aby każdemu warunkowi od-

powiadał jeden wiersz tablicy. Długość wiersza odpowiada ilości stanów automatu. Na pozycjach a, b znajdują się symbole 1, a na pozycjach c, d symbole 0 (lub na odwrót). Pozostałe symbole są nieoznaczone. Poniżej pokazano przykładową tablicę przejść automatu (tablica 1) oraz odpowiadającą jej tablicę warunków (tablica 2). W tablicy tej wskazano także nazwę kolumny, z której powstał dany warunek. Tablica zawiera wyłącznie

Tablica 1

Tablica przejść automatu

Stan	Wejście				
	x_1	x_2	x_3	x_4	
A	B	D	(A)	(A)	(A)
B	(B)	(B)	A	A	(B)
C	B	(C)	(C)	—	(C)
D	(D)	(D)	C	A	(D)
E	(E)	C	(E)	—	(E)

Tablica 2

Tablica warunków

Nr warunku	Stan				
	A	B	C	D	E
1	1	1	—	—	0
2	—	0	0	1	—
3	—	1	1	—	0
4	0	1	—	0	—
5	1	—	0	1	0
6	—	1	0	—	0
7	1	1	0	0	—
8	—	—	0	0	1

 x_1 x_2 x_3

takie warunki, które nie są zawarte w innych, np. warunek —1—0— nie jest w tablicy umieszczony, gdyż jest on zawarty (po odwróceniu) w warunku —001—.

Należy zaznaczyć, że przed przystąpieniem do kodowania tablicę przejść trzeba uzupełnić dodatkową kolumną zawierającą wyłącznie stany stabilne. W przeciwnym wypadku stany automatu, którym odpowiadają identyczne wiersze tablicy przejść, byłyby zakodowane takimi samymi ciągami.

Drugi etap metody polega na minimalizacji tablicy warunków elementarnych. Na zbiorze wierszy tablicy można wyznaczyć binarną relację zgodności. Para wierszy należy do relacji, jeśli symbole oznaczone występujące na tej samej pozycji w obu wierszach są jednako-
we. Wiersze będące w relacji zgodności można ze sobą sklejać. Wiersz uzyskany w wyniku sklejenia zawiera symbole oznaczone na wszystkich tych pozycjach, na których symbole te pojawiają się w obu wziętych do sklejenia wierszach.

Minimalizację rozpoczyna się od pierwszego wiersza tablicy, który ustala się jako wiersz podstawowy. Następnie znajduje się wiersz będący z nim w relacji zgodności. Wiersz ten wykreśla się z tablicy po uprzednim sklejeniu go z wierszem podstawowym. Z następnymi wierszami zgodnymi z wierszem podstawowym postępuje się identycznie — najpierw je z nim sklejać, a później wykreślając je z tablicy. W wierszu podstawowym na skutek sklejanía rośnie ilość symboli oznaczonych 0 i 1, a maleje ilość kresek. W momencie gdy w tablicy nie ma już żadnego wiersza będącego w relacji zgodności z wierszem podstawowym, za wiersz podstawowy przyjmuje się pierwszy nie wykreślony wiersz tablicy warunków. Z wierszem tym postępuje się identycznie, jak z poprzednim wierszem podstawowym.

Proces kodowania zakończy się, gdy z tablicy zostaną wykreślone wszystkie wiersze oprócz wierszy podstawowych. Widać stąd, że takie postępowanie doprowadziło do wyznaczenia podziału zbioru wierszy tablicy warunków na rozłączne klasy (patrz tablica 3).

Tablica 3

Tablica kodowa

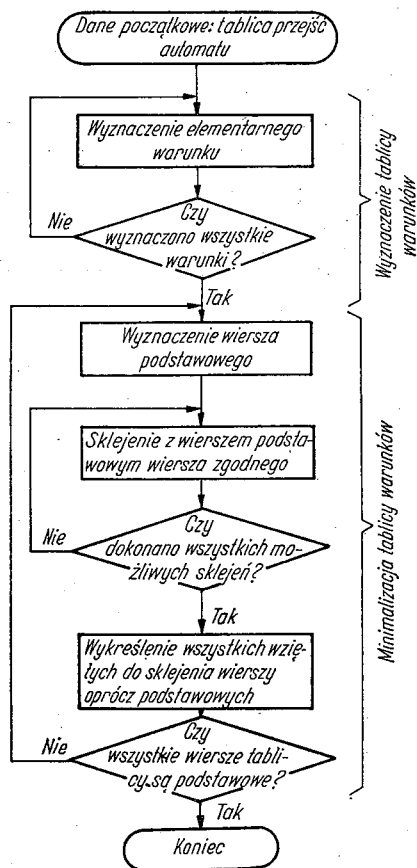
Zmienne kodowe	Stan					Klasy wierszy zgodnych
	A	B	C	D	E	
q_1	1	1	1	0	0	{1, 2, 3}
q_2	0	1	1	0	1	{4, 5}
q_3	1	1	0	0	0	{6, 7}
q_4	—	—	0	0	1	{8}

Każda klasa jest reprezentowana przez jeden wiersz podstawowy. W wierszu tym zapisane są wartości jakie musi przyjmować pewna zmienna kodowa, aby były spełnione wszystkie warunki elementarne odpowiadającej mu klasy. A zatem liczba wierszy podstawowych jest równa liczbie zmiennych kodowych, czyli liczbie elementów pamięciowych.

Liczność każdej klasy, a przez to liczba klas, zależy od kolejności w jakiej dołącza się do niej poszczególne wiersze. Wynika to stąd, że relacja zgodności nie jest przechodnia. Dołączenie do klasy pewnego wiersza może spowodować, że ilość wierszy dołączonych w następnych krokach będzie znacznie mniejsza niż w przypadku niedołączenia tego wiersza. Ponieważ po znalezieniu pierwszego podziału zbioru wierszy, nie poszukuje się następnych podziałów, to wprowadzono regułę umożliwiającą ustalenie odpowiedniej kolejności dołączenia wierszy do klasy. Reguła ta wynika z praktycznych obserwacji, że klasom o największej liczności odpowiadają wiersze podstawowe zawierające mniej więcej tyle samo zer co jedynek. Chcąc zatem uzyskać klasy o stosunkowo dużej liczności, trzeba w pierwszej kolejności sklejać z wierszem podstawowym takie wiersze, które oprócz tego, że są z nim zgodne, dają w wyniku sklejenia wiersz podstawowy o małej różnicy zer i jedynek. Dzięki zastosowaniu tej reguły zwiększa się prawdopodobieństwo uzyskania rozwiązania bardziej optymalnego, ze względu na liczbę elementów pamięciowych. Użytkowana w tym etapie tablica nosi nazwę tablicy kodowej i jest końcowym efektem obliczeń (tablica 3).

Kolumny tej tablicy stanowią ciągi kodowe dla odpowiednich stanów wewnętrznych automatu. Kreski w tablicy zastępować można zerami albo jedynkami.

Algorytm metody przedstawiony jest w postaci sieci działań na rys. 1.



Rys. 1. Sieć działań opisująca algorytm metody 3.1

3.2. Metoda wyznaczania pokrycia tablicy warunków

Założenia metody i pierwszy jej etap polegający na wyznaczeniu tablicy elementarnych warunków jest identyczny jak w metodzie 3.1.

W drugim etapie znajdowane są wszystkie maksymalne klasy wierszy zgodnych. Klasa maksymalna jest to klasa, która nie jest zawarta w żadnej innej klasie. Sposób konstrukcji klas maksymalnych jest taki sam jak sposób konstrukcji klas w metodzie poprzedniej. Jedyna różnica polega na tym, że w trakcie wyznaczania danej klasy nie wykreśla się z tablicy warunków dołączonych do klasy wierszy, tylko się je zapamiętuje. Po znalezieniu każdej klasy aktualizuje się zbiór klas maksymalnych, badając relację inkluzji między klasami. Rodzina maksymalnych klas wierszy zgodnych przedstawiona jest w tablicy 4. Jedynki w wierszach tej tablicy oznaczają przynależność warunku do danej klasy.

Tablica 4

Tablica maksymalnych klas wierszy zgodnych

Numer klasy maksymalnej	Numer warunku elementarnego							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1					
2	1		1					1
3	1				1	1		
4	1					1	1	
5		1	1	1				
6		1		1	1			
7				1		1		
8				1				1
9							1	1

Kodowanie sprowadza się do wyznaczenia takiej minimalnej liczby maksymalnych klas, aby ich suma mnogościowa dała w wyniku zbiór wszystkich wierszy tablicy warunków. Zbiór klas mających tę własność nosi nazwę minimalnego pokrycia. Przy znajdowaniu pokrycia zrezygnowano ze znajdowania pokrycia minimalnego, gdyż rozwiązywanie tego problemu w przypadku kilkudziesięciu klas maksymalnych jest praktycznie nieopłacalne.

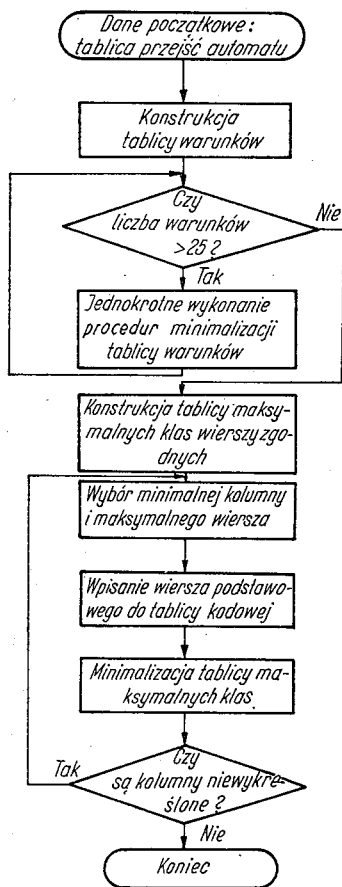
Konstrukcję pokrycia rozpoczyna się od wyboru kolumny zawierającej minimalną liczbę jedynek. W przypadku kilku kolumn minimalnych wybiera się pierwszą z nich. Jedynki tej kolumny wyznaczają pewien zbiór klas. Ze zbioru tego wybiera się klasę najbardziej liczną, co sprowadza się do wyboru wiersza zawierającego maksymalną liczbę jedynek. W przypadku kilku takich wierszy wybiera się arbitralnie pierwszy z nich. Wybranej klasie maksymalnej odpowiada wiersz podstawowy. Wiersz ten wpisuje się do tablicy kodowej. Z tablicy maksymalnych klas usuwa się następnie wszystkie wiersze i kolumny wyznaczone przez jedynki minimalnej kolumny i maksymalnego wiersza. Powyższe postępowanie powtarza się do momentu usunięcia wszystkich kolumn tablicy. Uzyskana w ten sposób tablica kodowa przedstawiona jest w tablicy 5.

Tablica 5

Tablica kodowa

Zmienna kodowa	Stan				
	A	B	C	D	E
q_1	1	1	0	1	0
q_2	1	1	0	0	1
q_3	0	1	1	0	0

Poważną wadą ograniczającą zastosowanie metody jest długi czas obliczeń potrzebny do generacji zbioru klas maksymalnych. W celu uniknięcia tej wady zastosowano następującą procedurę: przy pomocy metody 3.1 minimalizuje się tablicę warunków do co najwyżej 25 wierszy i dopiero po tej operacji stosuje się metodę 3.2. Liczba 25 została ustalona ze względu na ograniczenie czasu obliczeń na EMC ODRA 1304. Przy zastosowaniu do obliczeń maszyn szybszych granicę tę można zwiększyć, nie zmieniając poszczególnych



Rys. 2. Sieć działań opisująca algorytm metody 3.2

etapów metody. Wartości zmiennych kodowych są zapisane we wszystkich wierszach podstawowych uzyskanych łącznie w obu etapach kodowania. Dzięki takiemu postępowaniu możliwe jest uzyskanie w pewnych przypadkach rozwiązań o mniejszej liczbie zmiennych kodowych niż przy zastosowaniu pierwszej metody.

Algorytm zmodyfikowanej wersji metody 3.2 przedstawiony jest w postaci sieci działań na rys. 2.

4. METODY KODOWANIA Z PRZEKSZTAŁCENIEM TABLICY PRZEJŚĆ

W rozdziale tym zostaną przedstawione dwie metody kodowania zapewniające likwidację wyścigów krytycznych. Pierwsza metoda polega na wpisywaniu grafu przejść automatu w przestrzeń ciągów binarnych, metoda druga polega na zakodowaniu automatu

ciągami kodowymi, których długość jest całkowicie niezależna od struktury tablicy przejść. W obu metodach może być konieczne przekształcenie tablicy przejść, choć jest to uzależnione od struktury kodowanego automatu.

4.1. Metoda wpisywania grafu przejść automatu w przestrzeń ciągów binarnych

W pierwszym etapie graf przejść automatu zostaje zastąpiony grafem ważonym nie skierowanym, przy czym każdej z krawędzi przypisuje się wagę zero. Wierzchołki grafu odpowiadają stanom automatu, natomiast krawędzie symbolizują przejścia między stanami automatu. Każda litera wejściowa indukuje podział stanów automatu π_{x_i} . Do jednego bloku podziału należy stan stabilny oraz związane z nim stany niestabilne. Jeśli blok jest dwuelementowy, to wagę krawędzi między stanami bloku zwiększa się o 7, jeśli blok zawiera więcej elementów, to rozpatruje się wszystkie pary stanów tego bloku. Jeśli jeden ze stanów pary jest stanem stabilnym, to wagę odpowiedniej krawędzi należy zwiększyć o 3. W przypadku gdy oba stany są niestabilne wagę zwiększa się o 1. Wartości 7, 3 i 1 dobrano eksperymentalnie spośród kilkunastu innych zestawów. Wybór dokonany przez nas zapewnia stosunkowo dużą ilość przejść bezpośrednich w układzie logicznym. Dla przykładu z tablicy 1 krawędź (A, B) uzyska wagę 13, przy czym podział π_{x_1} spowoduje zwiększenie wagi o 3, π_{x_3} o 7, a π_{x_4} o 3. Po analizie wszystkich podziałów tworzy się z grafu drzewo maksymalnej wagi według procedury przedstawionej w [7].

Drzewo zapisywane jest następnie jako rodzina zbiorów wierzchołków. Każdy zbiór ma postać następującą: {wierzchołek centralny, wierzchołki następne}. Zbiór taki opisuje

Tablica 6

Tablica przedstawiająca drzewo

Wierzchołki centralne	Wierzchołki następne
A	B, D
D	C
C	E

wszystkie krawędzie drzewa, które mają wspólny wierzchołek centralny. Dla tablicy przejść automatu (tablica 1) opisana powyżej postać drzewa pokazana jest w tablicy 6.

W momencie wyznaczania drzewa w postaci rodziny zbiorów określa się wymiar przestrzeni ciągów binarnych, w którą wpisywany będzie graf przejść automatu. Liczbę p będącą wymiarem przestrzeni oblicza się ze wzoru:

$$p = \max \{ \text{entier} [\log_2 (N-1) + 1], M \},$$

N — liczba stanów automatu,

$$M = \begin{cases} K & \text{— gdy } K \text{ określone jest dla zbioru, którego wierzchołek centralny jest korze-} \\ & \text{niem, tzn. dla pierwszego zbioru,} \\ K+1 & \text{— w przeciwnym przypadku,} \end{cases}$$

K — liczba wierzchołków następnych w zbiorze wierzchołków.

Takie określenie wymiaru przestrzeni pozwala uniknąć prób kodowania automatu ciągami o długości mniejszej niż p , gdyż z góry wiadomo, że nie dałyby one pozytywnego rezultatu. Następnym krokiem jest zapisanie p -wymiarowej przestrzeni binarnej w postaci rodziny zbiorów wierzchołków analogicznie jak dla drzewa. Zapisu takiego dokonuje się w tzw. tablicy grafu. Dla przykładu tablica grafu dla automatu z tablicy 1 przedstawiona jest w tablicy 7.

Tablica 7

Tablica przedstawiająca graf

Numer wierzchołka	Wierzchołki następne
0	1 2 4
1	0 3 5
2	0 3 6
3	1 2 7
4	0 5 6
5	1 4 7
6	2 4 7
7	3 5 6

Numerowi wiersza tablicy odpowiada punkt przestrzeni. Punktowi przestrzeni jest w naturalny sposób przyporządkowana liczba. Np. punktowi 011 jest przyporządkowana liczba 6.

W k -tym wierszu tablicy umieszczone są numery punktów odległych w sensie odległości Hamminga o 1 od punktu o numerze k , czyli tzw. punkty sąsiednie. Każdy wiersz można traktować zatem jako zbiór krawędzi grafu. Wierzchołkami grafu są punkty przestrzeni, a krawędziami pary punktów sąsiednich. Na przykład w wierszu o numerze 0 będą znajdowały się liczby 1, 2, 4 (jeśli $p = 3$), czyli w wierszu tym zapisane będą krawędzie $(0,1)$, $(0,2)$ i $(0,4)$.

Kolejnym, najbardziej czasochłonnym w procedurze kodowania etapem jest etap polegający na znalezieniu przyporządkowania wierzchołkom drzewa wierzchołków grafu przestrzeni. Przyporządkowanie przeprowadza się poczynając od korzenia drzewa (wierzchołka A), któremu przydziela się wiersz o numerze 0. Wierzchołkom następnym drzewa przypisuje się wiersze tablicy grafu o numerach wierzchołków sąsiednich z wierzchoł-

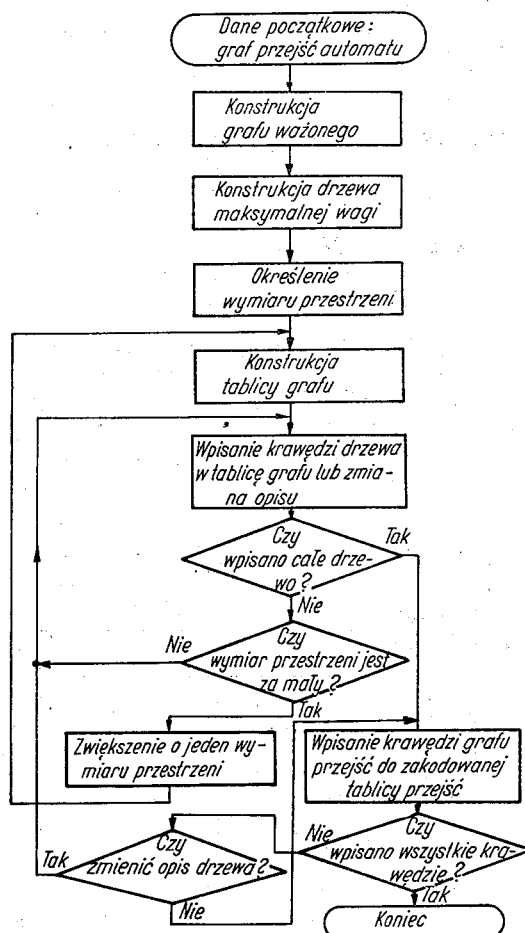
kiem 0. Przyporządkowanie takie polega na wybraniu jednej z $w_k^t = \frac{k!}{(k-1)!}$ możliwych wariacji, gdzie k oznacza liczbę wierzchołków sąsiednich zapisanych w wierszu tablicy grafu, a l oznacza liczbę wierzchołków następnych w zbiorze wierzchołków drzewa. Przykładowo wierzchołkom B, D przypisano wierzchołki 4, 2. Para 4, 2 jest jedną z 6 par możliwych do utworzenia z wierzchołków 1, 2, 4. Proces opisu drzewa kontynuuje się, wyznaczając wartości indeksu k jako liczbę wierzchołków grafu zapisanych w wierszu

tablicy grafu, których nie użyto do opisu w poprzednich przyporządkowaniach. W momencie gdy dla pewnego zbioru wierzchołków drzewa nie można dokonać przyporządkowania ze względu na to, że w tablicy grafu brak jest już wolnych wierszy lub gdy $k < l$, do-

Tablica 8

Tablica przejść układu logicznego

Stan automatu	Ciąg kodowy	Wejście			
		x_1	x_2	x_3	x_4
A	0 0 0	0 0 1	0 1 0	0 0 0	0 0 0
B	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 0	0 0 0
C	1 1 0	1 1 1	1 1 0	1 1 0	—
D	0 1 0	0 1 0	0 1 0	1 1 0	0 0 0
E	1 0 0	1 0 0	1 1 0	1 0 0	—
	1 0 1	0 0 1	—	—	—
	1 1 1	1 0 1	—	—	—



Rys. 3. Sieć działań opisująca algorytm metody 4.1

konuje się zmiany opisu poprzedniego zbioru wierzchołków drzewa poprzez wybór następnej wariacji (wariacje są numerowane). Po dokonaniu tej operacji proces kontynuuje się dalej. W przypadkach gdy nie można wpisać drzewa w graf przestrzeni, mimo przebadania wszystkich możliwych wariacji, należy cofnąć się o jeszcze jeden krok, to znaczy zmieniać wariacje zbioru o jeden wcześniejszego. Proces wpisywania drzewa w graf przestrzeni jest zakończony, jeśli opisane są wszystkie zbiory wierzchołków drzewa lub gdy doszło się wstecz do pierwszego zbioru wierzchołków. W tym drugim przypadku zwiększa się wymiar przestrzeni o jeden i procedurę rozpoczyna się od początku.

Po znalezieniu opisu drzewa konstruuje się zakodowaną tablicę przejść automatu. Kolejno wybiera się krawędzie grafu przejść automatu i gdy odległość pomiędzy wierzchołkami połączonymi przez krawędź wynosi jeden, krawędź wpisuje się do zakodowanej tablicy przejść. W przypadku gdy odległość ta jest większa bada się możliwość takiego przekształcenia zakodowanej tablicy przejść, aby przejście było zrealizowane poprzez stany niestabilne, a gdy jest to niemożliwe — poprzez stany nadmiarowe. Dąży się przy tym do tego, aby ilość stanów pośrednich była możliwie jak najmniejsza. Jeśli danego przejścia nie można zrealizować, przechodzi się do poprzedniego etapu metody i szuka się następnego przyporządkowania wierzchołkom drzewa wierzchołków grafu przestrzeni.

Uzyskana, w wyniku kodowania automatu z tablicy 1, tablica przejść układu logicznego przedstawiona jest w tablicy 8.

Algorytm metody przedstawiony jest w postaci sieci działań na rys. 3.

4.2. Metoda kodowania N -stanowych automatów ciągami o odległości $N-1$

Założeniem metody jest znalezienie wariantu kodowania zapewniającego likwidację wyścigów krytycznych. Dzięki ograniczeniu założeń tylko do jednego warunku możliwe stało się uproszczenie procesu kodowania. Wyznaczane bowiem w tej metodzie ciągi kodowe mają długość i postać całkowicie niezależną od struktury tablicy przejść.

Tablica 9

Tablica przejść układu logicznego

Stan automatu	Ciąg kodowy	Wejście			
		x_1	x_2	x_3	x_4
<i>A</i>	1 0 0 0	1 1 0 0	1 0 0 1	1 0 0 0	1 0 0 0
<i>B</i>	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0
<i>C</i>	0 0 1 0	0 1 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0	—
<i>D</i>	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 1 1	1 0 0 1
<i>E</i>	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 1 0	0 0 0 0	—
—	1 1 0 0	0 1 0 0	—	1 0 0 0	1 0 0 0
—	0 1 1 0	0 1 0 0	—	—	—
—	1 0 0 1	—	0 0 0 1	—	1 0 0 0
—	0 0 1 1	—	—	0 0 1 0	—

Stany automatu oznacza się kolejnymi liczbami naturalnymi. Każdemu stanowi przypisuje się ciąg kodowy składający się z samych zer z wyjątkiem pozycji k odpowiadającej numerowi stanu, na której znajduje się jedynka. Ponieważ długość ciągu jest $N-1$, to stan o numerze N koduje się ciągiem samych zer. Wszystkie przejścia do tego stanu będą przejściami bezpośrednimi. Przejścia między stanami o numerach mniejszych od N są realizowane zawsze poprzez stany nadmiarowe, których odpowiednie ciągi kodowe zawierają dwie jedynki. Jedynki znajdują się na pozycjach odpowiadających numerom stanów.

Tablica przejść automatu zadanego tablicą 1 po zakodowaniu tą metodą przedstawiona jest w tablicy 9.

5. PORÓWNANIE METOD KODOWANIA

Przedstawione w artykule metody kodowania zostały zaprogramowane w języku ALGOL 60, na bazie przedstawionych algorytmów. Na podstawie szeregu obliczeń wykonanych na EMC ODRA 1304 starano się:

- określić możliwość praktycznego wykorzystania programów,
- porównać wyniki kodowania uzyskane różnymi metodami.

Czasy obliczeń automatów o dużej wielkości, przy czym wielkość automatu określa się jako ilość kratek w tablicy przejść, wskazują iż programy są przydatne do obliczeń inżynierskich. Największy kodowany automat miał wielkość 224 (32 stany i 7 liter wejściowych). Stosowano metodę 4.1. Czas obliczeń 33 sek. Osiągnięto długość ciągów kodowych równą 5. Wydaje się, że w przypadkach praktycznych nie będzie potrzeby kodowania większych automatów. Tym bardziej iż pierwotne tablice przejść, na podstawie których uzyskuje się w wyniku minimalizacji tablice minimalne, są znacznie większe, a wiadomo, że wielkość projektowanych układów ograniczona jest w praktyce rozmiarami tablic pierwotnych.

W tablicy 10 przedstawiono rezultaty obliczeń siedmiu czterokolumnowych tablic przejść automatów.

Na podstawie wyników obliczeń można stwierdzić, że w przypadku metod kodowania z przekształceniem tablic przejść metoda 4.1 pozwala na znaczne zaoszczędzenie ilości

Tablica 10

Zestawienie wyników obliczeń

Ilość stanów automatu	Ilość zmiennych kodowych/czas obliczeń			
	metoda 3.1	metoda 3.2	metoda 4.1	metoda 4.2
4	2	2	2	3
5	4/12 sek.	3/35 sek.	3/3 sek.	4/8 sek.
6	3	4	3	5
8	5	3	3	7
10	7	6	4	9
12	6	6	4	11
14	8	8	4	13

Tablica 11

Tablica przejść automatu oraz tablica ciągów kodowych

Stan	Wejście				Ciąg kodowy							
	x_1	x_2	x_3	x_4	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8
1	(1)	(1)	15	—	1	0	1	1	1	0	1	1
2	1	(2)	17	4	1	1	0	1	1	1	1	1
3	(3)	2	6	4	0	1	0	1	0	1	1	1
4	3	(4)	5	(4)	0	1	0	0	1	1	—	1
5	6	(5)	(5)	8	0	0	1	0	1	1	0	1
6	(6)	7	(6)	8	0	0	1	1	0	1	0	1
7	8	(7)	10	—	0	0	1	0	0	1	1	1
8	(8)	1	(8)	(8)	0	0	1	1	1	1	1	1
9	10	(9)	(9)	12	0	0	0	0	0	1	1	0
10	(10)	11	(10)	12	0	0	0	0	0	0	1	1
11	(11)	(11)	6	—	0	0	1	1	0	0	0	0
12	11	9	5	(12)	0	0	0	0	0	1	0	0
13	17	4	(13)	12	0	0	0	0	1	0	1	0
14	3	11	(14)	4	0	1	0	0	0	0	0	0
15	16	11	(15)	—	0	1	1	1	0	0	1	0
16	(16)	—	—	4	0	1	1	—	—	—	—	—
17	(17)	—	(17)	—	0	0	0	1	1	—	—	—

Tablica 12

Tablica przejść automatu

Stan	Wejście			
	x_1	x_2	x_3	x_4
1	(1)	(1)	4	2
2	3	(2)	4	(2)
3	(3)	4	5	(3)
4	1	(4)	(4)	3
5	3	2	(5)	7
6	(6)	(6)	9	7
7	8	(7)	9	(7)
8	(8)	9	10	(8)
9	6	(9)	(9)	8
10	8	7	(10)	12
11	(11)	(11)	14	12
12	13	(12)	14	(12)
13	(13)	14	15	(13)
14	11	(14)	(14)	13
15	13	12	(15)	17
16	(16)	(16)	19	17
17	18	(17)	19	(17)
18	(18)	19	20	(18)
19	16	(19)	(19)	18
20	18	17	(20)	(20)

zmiennych kodowych w porównaniu z metodą 4.2. Stosowanie metody 4.1 do obliczeń ręcznych dla $N > 8$ jest ze względu na jej kombinatoryczny charakter zupełnie nieekonomiczne. Metoda kodowania ciągami o długości $N-1$ ma pod tym względem zdecydowaną przewagę. Efektywność samego procesu kodowania jest jednak okupiona trudnościami, jakie powstają przy wyznaczaniu funkcji wzbudzeń elementów pamięciowych. Trudności te spowodowane są dużą liczbą zmiennych, od których zależy każda funkcja. Wiadomo, że dla N stanowego automatu o m wejściach binarnych liczba zmiennych dla każdej funkcji wynosi $N-1+m$.

Wyniki uzyskane za pomocą metod kodowania z maksymalną szybkością działania nie wykazują wielkich różnic. Metoda 3.2 daje z reguły wynik nieznacznie lepszy pod względem liczby zmiennych kodowych od metody 3.1. W przypadku ręcznych obliczeń metoda 3.1 jest ze względu na swoją prostotę znacznie wygodniejsza.

Porównując metody z rozdz. 3 z metodami z rozdz. 4 należy zaznaczyć, że w obu metodach kodowania z maksymalną szybkością działania układu konieczne jest stosowanie dodatkowych procedur, mających na celu likwidację wyścigów do stanów nadmiarowych.

Tablica 13

Przekształcona tablica przejść oraz tablica ciągów kodowych

Stan	Wejście				Ciąg kodowy				
	x_1	x_2	x_3	x_4	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	(1)	(1)	4	2	0	0	0	0	0
2	22	(2)	1	(2)	1	0	0	0	0
3	(3)	4	5	(3)	0	1	0	0	1
4	1	(4)	(4)	3	0	1	0	0	0
5	3	23	(5)	7	0	0	0	0	1
6	(6)	(6)	9	24	1	1	0	1	1
7	10	(7)	9	(7)	0	0	0	1	1
8	(8)	9	10	(8)	0	1	0	1	0
9	6	(9)	(9)	8	0	1	0	1	1
10	8	7	(10)	12	0	0	0	1	0
11	(11)	(11)	14	25	1	1	1	1	0
12	15	(12)	14	(12)	0	0	1	1	0
13	(13)	14	15	(13)	0	1	1	1	1
14	11	(14)	(14)	13	0	1	1	1	0
15	13	12	(15)	17	0	0	1	1	1
16	(16)	(16)	19	26	1	1	1	0	1
17	20	(17)	19	(17)	0	0	1	0	1
18	(18)	19	20	(18)	0	1	1	0	0
19	16	(19)	(19)	18	0	1	1	0	1
20	18	17	(20)	(20)	0	0	1	0	0
21	3	—	—	—	1	1	0	0	1
22	21	—	—	—	1	1	0	0	0
23	—	2	—	—	1	0	0	0	1
24	—	—	—	7	1	0	0	1	1
25	—	—	—	12	1	0	1	1	0
26	—	—	—	17	1	0	1	0	1

W układach kodowanych metodami opisanymi w rozdziale 4 zjawisko wyścigów do stanów nadmiarowych nie występuje.

Na podstawie powyższych rozważań widać, że wybór metody uzależniony jest od tego jakimi środkami dysponuje projektant oraz od celu jaki chce osiągnąć. Dlatego też omówionych metod nie można oceniać bezwzględnie, gdyż ich wartość zależy w dużym stopniu od rodzaju zadania jakie się chce przy ich pomocy rozwiązać oraz od czasu obliczeń. Dla zobrazowania tego podamy przykładowe wyniki obliczeń przeprowadzone różnymi metodami.

Przykład 1. Tablica przejść automatu zadana jest w tablicy 11. Stosując metodę 3.2 (czas obliczeń ok. 69 min.) osiągnięto ciągi kodowe, które są podane w tablicy 11.

Przykład 2. Tablica przejść automatu zadana jest w tablicy 12. Stosując metodę 4.1 (czas obliczeń 49 sek.) osiągnięto przekształconą i zakodowaną tablicę przejść, która przedstawiona jest w tablicy 13.

Widać, że metodą 4.1 zdecydowanie szybciej otrzymano wyniki lepsze ze względu na parametr p . Natomiast układ otrzymany metodą 3.2 działać będzie — w stosunku do najdłuższego przejścia w układzie z tablicy 13 — około 3 razy szybciej.

LITERATURA

1. W. G. Lazariw, E. I. Pijl, *Sintez upravljajuszczich awtomatow*, Energia, Moskwa 1970.
2. I. H. Tracey, *Internal State Assignments for Asynchronous Sequential Machines*, IEEE Trans. On Comp., Vol. Ec — 15, No 8, 1966.
3. G. Saucier, *State Assignment of Using Graph Techniques*, IEEE Trans. On Comp., Vol. C — 21, No 3, 1972.
4. H. C. Torng, *Switching Circuits, Theory and Logic Design*, Addison — Wesley Publ. Comp., 1972.
5. A. Albicki, T. Kamiński, *Wybrane metody kodowania stanów wewnętrznych automatów asynchronicznych*, Instytut Teleelektroniki PW, Warszawa, lipiec 1975.
6. A. Zakrzewski, *Algorytmy syntezy dyskretnych awtomatow*, Nauka, Moskwa 1971.
7. J. C. Gower, G. J. S. Ross, *Minimum Spanning Trees and Single Linkage Cluster Analysis*, Appl. Stat., 18, 1969.

A. ALBICKI, T. KAMIŃSKI, B. BŁAŻUCKI

STATE ASSIGNMENT METHOD FOR ASYNCHRONOUS AUTOMATA — A SURVEY

Summary

The paper presents one of the steps of sequential circuits synthesis, namely state assignment for asynchronous sequential circuits. The influence of the state assignment on the properties of the circuit is discussed. There are given four methods which are the basis for computer programs. In the final part the methods are compared. The utility of the methods for logic design is evaluated.

A. ALBICKI, T. KAMIŃSKI, B. BŁAŻUCKI

PRÉSENTATION DES MÉTHODES DE CODAGE DES ÉTATS INTÉRIEURS DES AUTOMATES ASYNCHRONES

Résumé

Dans cet article on a présenté une étape de la synthèse des systèmes logiques, à savoir le codage des états intérieurs des automates asynchrones. On a traité l'influence du codage sur les paramètres du système

réalisé. On a donné quatre méthodes de codage. Les méthodes ont été considérées du point de vue de leur utilité pour être implantées dans l'automate.

En conclusion, on a présenté la comparaison de ces méthodes et l'appréciation de leur utilité pour la conception des systèmes logiques à partir des calculs faits à l'aide d'un calculateur.

A. ALBICKI, T. KAMIŃSKI, B. BŁAŻUCKI

ÜBERSICHT ÜBER DIE VERFAHREN FÜR DIE ZUSTANDSKODIERUNG VON ASYNCHRONEN AUTOMATEN

Zusammenfassung

In diesem Artikel wird eine der Etappen der Synthese logischer Schaltungen dargestellt, die Zustandskodierung für asynchrone Automaten. Es wurde der Kodierungseinfluß auf die Parameter des realisierten Automaten behandelt. 4 Kodierungsmethoden werden angegeben, womit konkrete Maschinenprogramme aufgestellt werden können.

Die Effektivität dieser Methoden wird über die mittels Digitalrechner gewonnenen Ergebnisse verglichen. Zum Schluß werden die Anwendungsmöglichkeiten dieser Methoden für die Projektierung logischer Schaltungen diskutiert.

A. АЛБИЦКИ, Т. КАМИНЬСКИ, Б. БЛАЖУЦКИ

МЕТОДЫ КОДИРОВАНИЯ ВНУТРЕННИХ СОСТОЯНИЙ АСИНХРОННЫХ АВТОМАТОВ

Резюме

В статье представлен один из этапов синтеза логических схем — кодирование внутренних состояний асинхронных автоматов. Рассматривается влияние кодирования на параметры реализованного автомата. Предлагается 4 метода кодирования при использовании которых можно разработать конкретные машинные программы. В заключение сравниваются методы и оценивается их работоспособность при проектировании логических схем.



Pomiary tłumienia sygnału mikrofalowego w warunkach przemysłowych

JERZY KALIŃSKI (WARSZAWA)

Zakład Aparatury Mikrofalowej WILMER, Polskiej Akademii Nauk

Otrzymano 25.1.1977

W artykule przedstawiono stan techniki w dziedzinie układów do pomiaru tłumienia promieniowania mikrofalowego. W pierwszej części artykułu omówiono podstawowe metody i układy do pomiaru tłumienia oraz przedyskutowano wpływ niestałości parametrów ich elementów składowych na niedokładność uzyskiwanych wyników. Przedstawiono środki stosowane celem minimalizacji tych wpływów tak w zakresie rozwiązań systemowych jak i układowych. W drugiej części artykułu zaproponowano nową metodę i układ do pomiaru tłumienia sygnału mikrofalowego w warunkach przemysłowych minimalizujące zależność wyniku pomiaru od oddziaływań środowiskowych o charakterze mechaniczno-klimatycznym.

Całość materiału rozpatrzono z punktu widzenia przemysłowego zastosowania układów mikrofalowych do pomiaru tłumienia jako przetworników wielkości fizycznych w systemach automatycznej regulacji przebiegu przemysłowych procesów technologicznych.

Praca realizowana w ramach problemu węzłowego 06.6.1 — podproblem 06.6.1.2

1. WSTĘP

Postępująca automatyzacja procesów wytwórczych w wielu dziedzinach przemysłu stymuluje szybki rozwój metrologii wielkości fizycznych o charakterze nieelektrycznym. Punktem wyjściowym każdego procesu regulacji lub sterowania jest bowiem informacja o chwilowej wartości kontrolowanej wielkości fizycznej. Informacja taka winna być używana w miarę możliwości:

- w sposób nieniszczący badanego materiału,
- z niewielkim opóźnieniem czasowym,
- bez konieczności kontaktu z badanym materiałem, i
- z niedokładnością narzuconą dopuszczalnym rozrzutem właściwości końcowego produktu procesu.

Ze względu na liczne zalety elektrycznych metod pomiarowych elektryczne urządzenia pomiarowe wykorzystywane są najczęściej do współpracy z systemami automatycznej regulacji lub sterowania przebiegiem procesów technologicznych. Stosowanie elektrycznych metod pomiaru wymaga jednak przetworzenia kontrolowanych wielkości fizycznych o charakterze nieelektrycznym na wielkości fizyczne o charakterze elektrycznym, odpowiadającym wymaganiom systemu. Przetworzenie takie realizowane jest za pomocą prze-

tworników generacyjnych lub parametrycznych. Przetworniki generacyjne same stanowią źródło sygnału elektrycznego zawierającego informację o wartości przetwarzanej wielkości. Przetworniki parametryczne wymagają zasilania sygnałem, który określany jest jako sygnał poszukujący informacji. Informacja o wartości przetwarzanej wielkości uzyskiwana jest w obwodzie wyjściowym przetwornika w postaci uzależnionej od sygnału poszukującego. Informacja ta odczytywana jest jako względna zmiana jednego lub kilku parametrów sygnału wyjściowego przetwornika w stosunku do odpowiednich wartości parametrów sygnału poszukującego.

Wśród szeroko stosowanych w nauce i technice sygnałów poszukujących, takich jak promieniowanie podczerwone, ultrafioletowe, rentgenowskie, jądrowe czy ultradźwiękowe, szczególną rolę odgrywa promieniowanie mikrofalowe. Jest ono wykorzystywane do zasilania układów mikrofalowych dostosowanych do wyznaczania charakterystycznych parametrów sygnału mikrofalowego. Układ mikrofalowy zawiera obszar pomiarowy, w którym badany materiał oddziałuje z promieniowaniem mikrofalowym. Układ taki jest więc przetwornikiem, w którym wartość chwilowa kontrolowanej wielkości fizycznej, charakterystycznej dla materiału i istotnej dla przebiegu procesu technologicznego, moduluje chwilową wartość określonego parametru sygnału mikrofalowego. Zależność funkcyjna między kontrolowaną wielkością fizyczną o charakterze nieelektrycznym a danym parametrem sygnału mikrofalowego stanowi charakterystykę przetwarzania przetwornika.

Przetworniki mikrofalowe dostarczają informacji o wartości mierzonej wielkości fizycznej w sposób nieniszczący, bezinercyjny i bezkontaktowy. Te trzy właściwości predestynują takie przetworniki w szczególności do zastosowań w systemach automatycznej regulacji bądź sterowania przebiegiem procesów technologicznych.

Ostatnim z czterech wymienionych wyżej podstawowych parametrów przetworników przemysłowych jest ich niedokładność przetwarzania. Niedokładność ta określa w dużej mierze efektywność działania systemu regulacyjnego bądź sterującego i w konsekwencji decyduje o jakości produktów końcowych procesu. Kryteria dopuszczalnej niedokładności przetwarzania zaostrożone są dodatkowo w przypadku stosowania przetworników w zamkniętych pętlach regulacji automatycznej.

Składowymi niedokładności odwzorowania przez elektryczny sygnał wyjściowy przetwornika mikrofalowego wartości kontrolowanej wielkości fizycznej o charakterze nieelektrycznym są:

- niedokładność wynikająca z oddziaływania na wartość określonego parametru sygnału mikrofalowego również innych wielkości fizycznych charakterystycznych dla badanego materiału,
- niedokładność pomiaru chwilowej wartości parametru sygnału mikrofalowego.

Dotychczasowe ograniczenia w szerszym stosowaniu promieniowania mikrofalowego jako sygnału poszukującego informacji w układach przetworników stanowiących zespoły składowe systemów automatycznej regulacji przebiegiem procesów technologicznych wynikają bezpośrednio z cech charakterystycznych źródeł i detektorów tego promieniowania oraz niektórych elementów składowych układów mikrofalowych [1]. Istotne parametry tych elementów podatne są w dużej mierze na wpływ czasu i oddziaływań śro-

dowiskowych o charakterze mechaniczno-klimatycznym, wykazując dodatkowo zjawiska histerezy magnetycznej, mechanicznej i termicznej.

Większość przemysłowych układów mikrofalowych wykorzystuje jako funkcję przetwarzania zależność tłumienia sygnału mikrofalowego (ściśle: modułu zespolonego współczynnika przenoszenia $\hat{T}$ lub zespolonego współczynnika odbicia $\hat{\Gamma}$) od kontrolowanej wielkości nieelektrycznej. Wybór taki uzasadniony jest:

- znaczną ilością materiałów technologicznych, w których zmiany stratności w funkcji zmian parametrów procesu (głównie wilgotności) mają charakter dominujący [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28],
- względną prostotą mikrofalowych układów do pomiaru tłumienia w porównaniu z układami pomiarowymi kąta przesunięcia fazowego [29, 30, 31, 32, 33] lub pulsacji [34],
- łatwością bezpośredniego odwzorowania wartości tłumienia A przez amplitudę sygnału elektrycznego E w obwodzie wyjściowym układu mikrofalowego, łatwością detekcji tego sygnału lub demodulacji jego obwiedni.

Celem pracy jest przeanalizowanie właściwości istniejących metod i układów mikrofalowych do pomiaru tłumienia pod kątem niedokładności odwzorowania A/E w warunkach przemysłowych oraz zaproponowanie metody i układu przetwornika umożliwiających minimalizację tych niedokładności.

Przedmiotem pracy są metody i układy do pomiaru tłumienia za pomocą sygnału mikrofalowego o z założenia stałej pulsacji. Rozważania przeprowadzone w pracy nie obejmują więc szeregu układów laboratoryjnych do wyznaczania szerokopasmowych właściwości elementów mikrofalowych lub materiałów w polu mikrofalowym za pomocą metod wobuloskopowych czy też metod pomiarów impulsowych w domenie czasu [35, 36, 37, 38, 39, 40].

Wychodząc z założenia, że w układach przeznaczonych do ciągłych pomiarów przemysłowych wynik odwzorowania A/E nie może być uzyskiwany za pomocą metod analizy statystycznej, szczególną uwagę poświęcono w pracy ustaleniu źródeł i usunięciu lub automatycznemu korygowaniu wpływu błędów losowych na ten wynik.

WYKAZ SYMBOLI

- a_D — sumaryczne straty wtrącenia elementów kanału pomiarowego
- a_R — sumaryczne straty odbicia elementów kanału pomiarowego
- A — tłumienie
- A_{min}, A_{max} — najmniejsza i największa wartość tłumienia
- A_M — tłumienie wprowadzane przez modulator
- A_N — tłumienie wzorcowe
- A_n, A_{pn} — sumaryczne tłumienia w kanale nośnej i podnośnej
- A_{R1}, A_{R2} — tłumienia regulowane
- A_o — tłumienie stałe
- A_ϕ — tłumienie wprowadzane przez przesuwnik fazy

- A_{KL} — tłumienie wprowadzane przez przełącznik mikrofalowy
 A_x — tłumienie mierzone
 $A_{x\min}, A_{x\max}$ — najmniejsza i największa wartość mierzonego tłumienia
 B, C — stałe
 e_d — chwilowa wartość sygnału mikrofalowego doprowadzanego do detektora (mieszacza)
 e_n, e_{pn} — chwilowe wartości sygnałów mikrofalowych w kanale nośnej i podnośnej
 e_z — chwilowa wartość napięcia zasilania
 E — sygnał elektryczny
 E', E'' — sygnały elektryczne w obwodach wyjściowych 1-ego i 2-go detektora
 E_d — amplituda sygnału mikrofalowego doprowadzanego do detektora
 E_m — amplituda sygnału modulującego sygnał mikrofalowy (o pulsacji ω_1)
 E_ϕ — amplituda sygnału modulującego sygnał mikrofalowy (o pulsacji ω_2)
 E_n, E_{pn} — amplitudy sygnałów mikrofalowych w kanałach nośnej i podnośnej
 E_o — składowa stała sygnału w obwodzie wyjściowym detektora
 E_ω — składowa zmienna sygnału w obwodzie wyjściowym detektora
 $E_{\omega_1}, E_{\omega_2}$ — amplitudy sygnałów o pulsacjach ω_1 i ω_2 w obwodzie wyjściowym detektora
 $E_{\omega_1}^n, E_{\omega_1}^{pn}$ — amplitudy sygnałów o pulsacji ω_1 w obwodzie wyjściowym detektora, stanowiące obwiednie sygnału mikrofalowego w kanale nośnej (n) i podnośnej (pn)
 $E_{\omega_2}^{pn}$ — amplituda sygnału o pulsacji ω_2 w obwodzie wyjściowym detektora, stanowiąca obwiednię sygnału mikrofalowego w kanale podnośnej
 E_Ω — amplituda sygnału wyjściowego źródła sygnału mikrofalowego
 $E_{(\Omega-\Omega p)}$ — amplituda sygnału wyjściowego lokalnego oscylatora
 $E_{\Omega p}$ — amplituda sygnału wyjściowego źródła sygnału wzorcowego o pulsacji pośredniej
 f, F — oznaczenie zależności funkcyjnej
 g — przyspieszenie
 $G_{q+1,0}, G_{q+1,1}$ — współczynniki Aikena
 h — wilgotność otoczenia
 K — współczynnik (równy $\frac{E_{pn}}{E_n}$)
 m — współczynnik głębokości modulacji
 m_1 — współczynnik głębokości modulacji amplitudy w kanale pomiarowym (podnośnej)
 m_2 — współczynnik głębokości modulacji amplitudy w kanale kontrolnym (nośnej)
 m_ϕ — współczynnik głębokości modulacji fazy w kanale podnośnej
 n — liczba naturalna
 N — liczba naturalna > 0
 p — ciśnienie otoczenia

- P — moc
 P_O — moc wydzielana w obciążeniu bez badanego elementu w torze sygnału
 P_{OB} — moc wydzielana w obciążeniu z elementem badanym w torze sygnału
 P_q — wielomiany Legendre'a
 q — liczba naturalna ≥ 1
 Q — oznaczenie zależności funkcyjnej
 S — czułość
 S_n, S_{pn} — czułości kanałów nośnej i podnośnej
 S_q — czułość q -tego przetwornika toru
 S_{zob} — czułość toru zobrazowania wartości mierzonego tłumienia
 SP — sprzęgacz kierunkowy
 S_{11}, S_{22} — współczynniki rozproszenia od strony wejścia i wyjścia czwórnika
 S_{21} — współczynnik rozproszenia odpowiadający warunkom idealnego dopasowania wejścia i wyjścia czwórnika (określa część mocy przenoszonej przez czwórnik w idealnych warunkach)
 t — czas
 T — okres kluczowania
 T_o — temperatura otoczenia
 Z_d — impedancja wejściowa detektora (mieszacza)
 Z_o — impedancja charakterystyczna linii transmisyjnej
 Z_{OB} — impedancja obciążenia
 Z_G — impedancja wyjściowa źródła
 Z_{WE}, Z_{WY} — impedancja wejściowa i wyjściowa czwórnika
 α — zobrazowanie wartości mierzonego tłumienia
 β — stała
 γ — współczynnik
 δ — minimalna wartość rozróżniania (zdolność rozdzielcza)
 ζ — oznaczenie zależności funkcyjnej
 η — sprawność przemiany (detekcji, mieszania)
 ϱ — współczynnik fali stojącej
 $\varrho_{Ax}, \varrho_G, \varrho_{OB}$ — współczynniki fali stojącej badanego tłumika, źródła i obciążenia
 σ — odchylenie standardowe
 φ — oznaczenie zależności funkcyjnej
 ω — pulsacja
 ω_1, ω_2 — pulsacje sygnałów modulujących
 Γ — współczynnik odbicia
 Γ_G, Γ_{OB} — współczynniki odbicia źródła i obciążenia
 Γ_1 — współczynnik odbicia odpowiadający współczynnikowi fali stojącej od strony wyjścia czwórnika przy jego wejściu zamkniętym impedancją Z_o
 Δ — przyrost
 Θ — kąt uzupełniający kąta ϕ
 Π — iloczyn
 Λ — oznaczenie zależności funkcyjnej

- Σ — suma
 ϕ — kąt przesunięcia fazowego między sygnałami mikrofalowymi
 ϕ_N, ϕ_R — kąty przesunięcia fazowego wprowadzane przez wzorcowy i regulowany przesuwnik fazy
 ϕ_x — kąt przesunięcia fazowego wprowadzany w obszarze pomiarowym przetwornika A/E
 ϕ_{opt} — optymalna wartość kąta przesunięcia fazowego
 χ — współczynnik
 ψ — kąt przesunięcia fazowego między sygnałami małej częstotliwości
 Ω — pulsacja sygnału wielkiej częstotliwości
 Ω_p — pulsacja sygnału pośredniej częstotliwości

2. METODY I UKŁADY DO POMIARU TŁUMIENIA

2.1. Zależności podstawowe

Źródło mocy elektrycznej o impedancji wewnętrznej Z_G obciążone impedancją Z_{OB} dopasowaną do impedancji wewnętrznej tego źródła dostarcza do impedancji obciążenia moc P_o równą maksymalnej mocy wyjściowej źródła. Każdy czwórnik bierny włączony między źródło i obciążenie redukuje moc wydzielaną w impedancji obciążenia z P_o do P_{OB} . Tłumienie takiego czwornika określone jest przez:

$$A = 10 \log \frac{P_{OB}}{P_o}. \quad (1)$$

Tłumienie to jest funkcją nie tylko właściwości czwornika, ale i impedancji wewnętrznej źródła Z_G oraz impedancji obciążenia Z_{OB} . Może ono mieć charakter strat wtrącenia lub odbicia, względnie częściowo wtrącenia i częściowo odbicia.

W układach mikrofalowych źródło-obciążenie moc dostarczona do obciążenia jest funkcją nie tylko niedopasowania impedancji źródła Z_G do impedancji obciążenia Z_{OB} , ale i długości elektrycznej linii transmisyjnej i jej impedancji charakterystycznej Z_o .

Składowa odbiciowa tłumienia mocy oceniana jest na podstawie znajomości współczynników fali stojącej ρ lub współczynników odbicia Γ źródła i obciążenia.

Ogólna zależność na moc przesyłaną pomiędzy źródłem i obciążeniem o określonych współczynnikach odbicia określona jest przez:

$$\frac{P_{OB}}{P_o} = \frac{(1 - |\Gamma_G|^2)(1 - |\Gamma_{OB}|^2)}{|1 - \Gamma_G \Gamma_{OB}|^2}, \quad (2)$$

w której wyrażenia $(1 - |\Gamma_G|^2)$ i $(1 - |\Gamma_{OB}|^2)$ reprezentują straty wynikające z niedopasowania źródła i obciążenia do Z_o , zaś $|1 - \Gamma_G \Gamma_{OB}|^2$ niepewność przenoszenia mocy. Niepewność ta wynika z określania chwilowych wartości impedancji Z_o , Z_G i Z_{OB} jedynie z wartości odpowiednich współczynników fali stojącej ρ bez uwzględnienia zależności fazowych.

Jeżeli między źródło i obciążenie zostanie wprowadzony czwórnik bierny o określonej impedancji wejściowej Z_{WE} i wyjściowej Z_{WY} , to w układzie wystąpią dodatkowe niedopasowania pomiędzy źródłem, czwornikiem, obciążeniem i linią transmisyjną.

Przy metodzie pomiaru zakładającej włączanie i wyłączanie badanego czwórnika między źródło i obciążenie, straty wynikające z niedopasowań impedancji Z_G i Z_{OB} do Z_0 mogą nie być uwzględniane przy obliczaniu wyniku pomiaru tłumienia. Pozostaje jedynie do uwzględnienia wpływ niepewności transmisji. Wpływ niedopasowania do Z_0 występuje bowiem w obu wielkościach, których stosunek jest znaczący dla wyniku pomiaru, tj. w wyrażeniach określających moc mikrofalową absorbowaną przed i po włączeniu czwórnika. Przy powyższej metodzie pomiaru tłumienie wypadkowe czwórnika określone jest zależnością:

$$A = 20 \log \frac{|S_{21}| |1 - \Gamma_G \Gamma_{OB}|}{|1 - \Gamma_1 \Gamma_G| |1 - S_{22} \Gamma_{OB}|}. \quad (3)$$

W przypadku dużych wartości A (> 20 dB) lub małych odbić od obciążenia współczynnik Γ_1 w wyrażeniu (3) może być zastąpiony współczynnikiem S_{11} [86].

Przy metodzie pomiaru zakładającej zmiany wartości tłumienia czwórnika włączonego pomiędzy źródło i obciążenie w sposób ciągły, wynik pomiaru uzależniony jest od wszystkich wymienionych wyżej strat niedopasowania. Współczynniki fali stojącej czwórnika najczęściej zmieniają się wraz z jego tłumieniem. Uzyskanie dopuszczalnej niedokładności wyniku pomiaru tłumienia wymaga więc określenia tych współczynników od strony wejścia i wyjścia czwórnika tak przed jak i po zmianie tłumienia i wyznaczenia strat niedopasowania do Z_0 . Współczynniki fali stojącej źródła i obciążenia muszą być również znane dla umożliwienia określenia wszystkich niepewności. Postępowanie takie możliwe jest jedynie w laboratoryjnych warunkach pomiaru. Ciągłe pomiary tłumienia czwórnika przeprowadzane w warunkach przemysłowych muszą więc z góry zakładać wzrost niedokładności uzyskiwanych wyników. Jak z powyższych rozważań wynika, warunkiem minimalizacji niedokładności wyników ciągłych pomiarów zmiennego w czasie tłumienia czwórnika biernego jest dopasowanie impedancji elementów składowych układu mikrofalowego.

Poza niedopasowaniem elementów istnieje również szereg dalszych czynników zwiększających niedokładność wyniku pomiaru tłumienia sygnału mikrofalowego przez określony czwórnik bierny. Wpływ tych czynników uzależniony jest od przyjętej metody pomiaru i zastosowanego układu pomiarowego [1, 41, 42, 43, 44].

2.2. Metody pomiaru tłumienia

Znane są cztery podstawowe metody pomiaru tłumienia sygnału mikrofalowego:

- metoda pomiaru stosunku mocy,
- metoda pomiaru przez podstawienie,
- metoda pomiaru impedancji,
- metoda pomiaru dobroci,

oraz szereg metod specjalnych, wykorzystujących różne techniki pomiarowe [45, 46, 47, 48, 49, 50, 86].

W laboratoryjnych warunkach pomiaru wybór jednej z powyższych metod uzależniony jest od rodzaju badanego czwórnika i zakresu wprowadzanych przez niego tłumień.

W warunkach ciągłych pomiarów przemysłowych materiałów o tłumieniu zmiennym w szerokim zakresie metoda pomiaru impedancji oraz metoda rezonansowa tracą znaczenie (zawężone zakresy pomiaru, niedogodności metrologiczne).

Pozostają do rozpatrzenia metody pomiaru stosunku mocy i pomiaru przez podstawienie oraz metody specjalne będące pochodnymi tych metod. Obie metody klasyczne oparte są o zasadę odwzorowania wartości mierzonego tłumienia A sygnałem elektrycznym E w obwodzie wyjściowym układu mikrofalowego. Sygnał elektryczny E wykorzystywany jest:

- bezpośrednio, jako informacja E o wartości tłumienia A , zobrazowana analogowo lub cyfrowo zgodnie z charakterystyką przetwarzania $E = f(A)$, bądź
- pośrednio, jako informacja o istnieniu różnicy między wartością tłumienia A_N , zadaną przez tłumik wzorcowy, a wartością tłumienia A .

Pierwszy przypadek odpowiada pomiarowi metodą wychyłową. Drugi przypadek dopuszcza wykorzystanie obu możliwych metod pomiaru — wychyłowej i zerowej (stałego poziomu).

W rozwiązaniach zerowych (stałego poziomu) informacją o bezwzględnej wartości mierzonego tłumienia A jest wartość A_N nastawiona na tłumiku wzorcowym i odpowiadająca stałemu poziomowi sygnału wyjściowego E . Informacją o bezwzględnej wartości przyrostu mierzonego tłumienia $\pm \Delta A$ jest bezwzględna wartość przyrostu tłumienia $\pm \Delta A_N$ (lub $\mp \Delta A_N$) niezbędna do zachowania stałego poziomu sygnału E .

W rozwiązaniach wychyłowych informacją o bezwzględnej wartości mierzonego tłumienia A jest wartość stosunku sygnału $E(A)$ do sygnału $E(0)$, odpowiadającego zerowej wartości tłumienia A .

Informacją o bezwzględnej wartości przyrostu tłumienia mierzonego $\pm \Delta A$ jest natomiast wartość stosunku sygnału $E(A) \pm \Delta E(A)$ do sygnału $E(A)$. Przy kalibracji układu mikrofalowego dla detekcji kwadratowej ($P \simeq E$) wielkości te określone są zależnościami:

$$A = 10 \log \frac{E(A)}{E(0)}, \quad (4)$$

$$\pm \Delta A = 10 \log \left[1 \mp \frac{\Delta E(A)}{E(A)} \right]. \quad (5)$$

Przy kalibracji układu mikrofalowego dla detekcji liniowej ($P \simeq E^2$) natomiast:

$$A = 20 \log \frac{E(A)}{E(0)}, \quad (6)$$

$$\pm \Delta A = 20 \log \left[1 \mp \frac{\Delta E(A)}{E(A)} \right]. \quad (7)$$

Niezależnie od szczegółów realizacji technicznej układów mikrofalowych do ciągłych pomiarów tłumienia w warunkach przemysłowych można wyodrębnić istotne wady i zalety rozwiązań zerowych i wychyłowych.

Rozwiązania zerowe:

- wymagają dysponowania regulowanym w sposób płynny wzorcem tłumienia, który poddawany oddziaływaniom środowiskowym nie zachowuje pierwotnej charakterystyki kalibracji,
- posiadają ograniczoną zdolność rozdzielczą wynikającą z ograniczonej zdolności rozdzielczej odczytu wzorca regulowanego w sposób płynny w szerokim zakresie zmian mierzonego tłumienia,

— reagują na sygnał jednostkowy $1(t)$ z opóźnieniem odpowiadającym czasowi zmiany wartości wzorca,

ale w zamian za to wpływ niestałości istotnych parametrów układu mikrofalowego na niedokładność wyniku pomiaru tłumienia jest drugorzędny.

Rozwiązania wychyłowe:

- wymagają jedynie dysponowania nieregulowanym wzorcem wtórnym w zespole zobrazowania wyniku pomiaru,
- posiadają zdolność rozdzielczą uzależnioną w zasadzie od ilości podziałek elementarnych analogowego lub ilości kwantów elementarnych cyfrowego zespołu obrazowania wyniku pomiaru, przypadających na jednostkę wartości tłumienia A (sygnału E),
- reagują na sygnał jednostkowy $1(t)$ z opóźnieniem odpowiadającym czasowi narastania sygnału mikrofalowego,

ale, w zamian za to wpływ niestałości istotnych parametrów układu mikrofalowego na niedokładność wyniku pomiaru ma charakter pierwszego rzędu.

Takimi istotnymi parametrami układu mikrofalowego są:

- poziom mocy źródła sygnału mikrofalowego P ,
- pulsacja generowanego sygnału mikrofalowego Ω ,
- niedopasowanie źródła sygnału mikrofalowego do obciążenia określone przez ϱ_G ,
- charakterystyka detekcji (mieszania),
- sprawność przemiany η ,
- niedopasowanie detektora sygnału mikrofalowego do impedancji wyjściowej układu określone przez ϱ_{OB} , oraz
- straty wtrącenia i odbicia elementów składowych układu włączonych między źródło i obciążenie (detektor).

W najczęściej spotykanym ze względów metrologicznych przypadku modulowania sygnału mikrofalowego fali ciągłej sygnałem małej częstotliwości dodatkowym istotnym parametrem układu jest:

- współczynnik głębokości modulacji m , uzależniony zarówno od amplitudy sygnału fali nośnej E_n jak i amplitudy sygnału modulującego E_m .

Zmiany wszystkich wymienionych wyżej istotnych parametrów układu mikrofalowego wprowadzają określoną niedokładność wyniku przetwarzania A/E i stanowią przyczynę błędu instrumentalnego przetwornika. Zależność wyniku przetwarzania A/E od czynników zewnętrznych, takich jak parametry zasilania, otoczenia i czasu, wprowadza dalsze składowe niedokładności wyniku przetwarzania i stanowi przyczynę błędu metodycznego przetwornika.

Sygnał elektryczny E odwzorowujący wartość mierzonego tłumienia A jest więc ostatecznie funkcją nie tylko mierzonego tłumienia, lecz również:

$$E = f\{A(t), P, \Omega, \varrho_G, m, \varrho_{OB}, \eta, a_D, a_R, e_z, T_o, p, h, g, t\}. \quad (8)$$

Czułość układu mikrofalowego S jest funkcją tych samych wielkości:

$$S = \frac{\Delta E}{\Delta A} = A\{A(t), P, \Omega, \varrho_G, m, \varrho_{OB}, \eta, a_D, a_R, e_z, T_o, p, h, g, t\}. \quad (9)$$

Obecność $A(t)$ w wyrażeniu (9) oznacza, że czułość układu jest również funkcją wartości mierzonego tłumienia A . W zależności od amplitudy sygnału mikrofalowego E dopro-

wadzonego do detektora zmienia się bowiem charakterystyka detekcji przechodząc ze wzrostem amplitudy sygnału z kwadratowej w liniową.

Dodatkowa składowa niedokładności przetwarzania A/E powodowana jest przez stochastyczne szумы i zakłócenia występujące łącznie z sygnałem elektrycznym E . Mogą one mieć charakter ciągły bądź dyskretny. W zależności od przyjętej metody pomiaru składowa ta:

- oddziałuje na całkowitą wartość sygnału odwzorowującego, przy metodzie wychyłowej, gdy $E = f(A)$ względnie $A = \varphi(E)$,
 - oddziałuje na niezrównoważoną wartość sygnału odwzorowującego, przy metodzie różnicowej, gdy $E = f(A - A_N)$ względnie gdy $A = A_N + \varphi(E)$,
 - nie ma wpływu na wynik odwzorowania, przy metodzie zerowej, gdy $A = A_N \pm |\delta|$.
- Wpływ tej składowej niedokładności odwzorowania ograniczany jest bądź przez rozwiązanie układów detekcyjnych sygnału mikrofalowego (detekcja fazoczuła [57, 86]), bądź przez rozwiązania układów zobrazowania sygnału zdemodulowanego małej częstotliwości (wzmocnienie selektywne, detekcja fazoczuła).

2.3. Układy do pomiaru tłumienia

Układy do ciągłego pomiaru tłumienia sygnału mikrofalowego w oparciu o jedną z dwóch omówionych wyżej metod lub ich kombinacje mogą być klasyfikowane według szeregu kryteriów (transmisyjne lub odbiciowe, z zamkniętym lub otwartym obszarem pomiarowym względnie jedno- lub wielokanałowe). Z punktu widzenia niniejszej pracy najważniejszym kryterium podziału jest ilość kanałów układu mikrofalowego.

Wszystkie przedstawione niżej układy rozpatrywane są jako układy o obwodzie otwartym, niezależnie od przyjętej metody pomiaru. W rzeczywistości układy realizowane według metody zerowej są z reguły układami o obwodzie zamkniętym (układami śledzącymi).

Każdy układ mikrofalowy do pomiaru tłumienia zawiera co najmniej jedno źródło sygnału mikrofalowego o określonej pulsacji Ω , mocy P i impedancji wyjściowej Z_G oraz jeden detektor (mieszacz) tego sygnału o impedancji wejściowej $Z_{OB} = Z_d$ i sprawności przemiany η . Źródło dostarcza sygnału mikrofalowego E_Ω do układu przetwornika parametrycznego A/E . Sygnał ten jest sygnałem poszukującym informacji o wartości tłumienia A . Detektor (mieszacz) przetwarza energię sygnału wyjściowego tego przetwornika o pulsacji mikrofalowej na energię prądu stałego E_o bądź prądu zmiennego o pośredniej lub małej częstotliwości. Amplituda, wartość skuteczna lub średnia tego sygnału odwzorowuje wartość mierzonego tłumienia A względnie stanowi informację o różnicy pomiędzy tą wartością i wartością wzorca A_N .

- Źródłem sygnału mikrofalowego jest klistron refleksowy, dioda Gunna lub dioda lawinowa (IMPATT, TRAPATT, BARITT) [1]. Ze względów metrologicznych sygnał mikrofalowy modulowany jest na ogół, jak to już wspomniano, sygnałem małej częstotliwości. W układach realizowanych według wymienionych na wstępie metod stosowana jest prawie wyłącznie modulacja amplitudowa, najczęściej z dwoma wstęgami bocznymi i falą nośną nietłumioną, charakteryzowana współczynnikiem głębokości modulacji m .

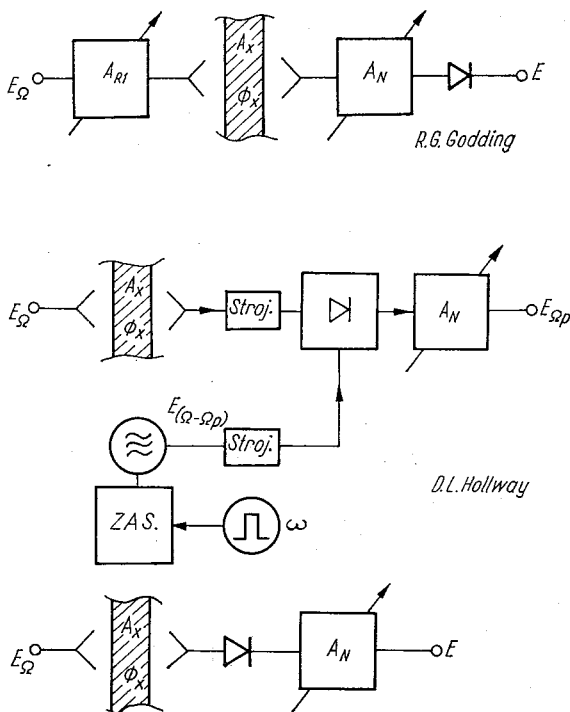
Detektorem sygnału mikrofalowego jest bolometr bareterowy bądź termistorowy lub dioda półprzewodnikowa: punktowa, warstwowa, Schottky'ego, wsteczna bądź tunelowa [1, 57].

2.3.1. Układy jednokanałowe

W układach jednokanałowych cała energia sygnału mikrofalowego dostarczana przez źródło przechodzi kolejno przez wszystkie elementy składowe układu od jego wejścia do wyjścia.

Najprostszym rozwiązaniem tego typu jest układ mikrofalowy złożony ze źródła, obszaru pomiarowego oraz detektora. Sygnał wyjściowy detektora E jest miarą wartości tłumienia A w obszarze pomiarowym powiększonej o straty wtrącenia i odbicia wszystkich elementów składowych kanału (metoda pomiaru stosunku mocy). Charakterystyka przetwarzania $E = f(A)$ takiego układu uzależniona jest od chwilowych wartości szeregu parametrów układu, a w szczególności od mocy sygnału zasilającego, impedancji wyjściowej źródła, wejściowej i wyjściowej obszaru pomiarowego i wejściowej detektora, sprawności detekcji, charakterystyki detekcji oraz strat wprowadzanych przez poszczególne elementy kanału mikrofalowego.

W układach mikrofalowych wykorzystujących metodę pomiaru przez podstawienie zmiany wartości mierzonego tłumienia odwzorowywane są bezpośrednio zmianami tłumienia wzorca wielkiej, pośredniej lub małej częstotliwości. Przy pomiarach względnych



Rys. 1. Schematy blokowe jednokanałowych układów do pomiaru tłumienia z jednym detektorem

wartości tłumienia wymagania dotyczące stałości wartości szeregu istotnych parametrów układu ograniczone są do okresu między dwoma kolejnymi odczytami poziomu sygnału E . Pomiar bezwzględnej wartości A_x wymaga ustalenia poziomu sygnału wyjściowego detektora E przy $A_x = 0$ i $A_N = A_{x\max}$ oraz zapewnienia odpowiedniej stałości parametrów układu mikrofalowego.

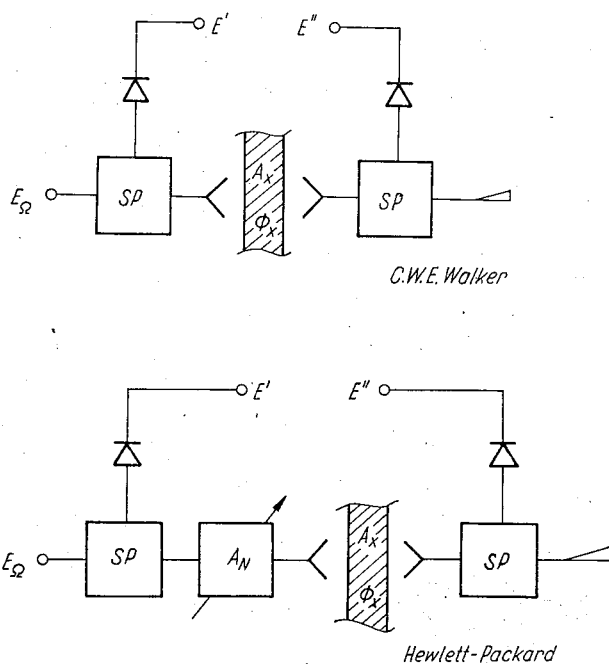
Schematy blokowe tego typu rozwiązań przedstawione są na rysunku 1.

R. G. Godding [58] wykorzystał w zastosowaniu przemysłowym układ do pomiaru tłumienia przez podstawienie w obwodzie wielkiej częstotliwości.

D. L. Hollway [55] oraz B. Rudner i S. W. Rosenthal [59] podali układ do pomiaru tłumienia przez podstawienie w obwodzie pośredniej częstotliwości. Zaletą układu jest możliwość stosowania tłumika wzorcowego kalibrowanego jedynie przy częstotliwości pośredniej Ω_p ; wadami natomiast — ostre wymagania dotyczące liniowości przemiany charakterystyki mieszacza oraz dodatkowe składowe niedokładności wyników pomiaru wynikające z niestałości sprawności mieszacza. Układy do pomiaru tłumienia przez podstawienie w obwodzie małej częstotliwości [53] wykorzystują jako detektory przetworniki bolometryczne. Ich zakres pomiarowy ograniczony jest oczywiście do liniowych odcinków charakterystyki detekcji.

Minimalizacja wpływu zmian mocy źródła i współczynnika głębokości modulacji na wynik odwzorowania A/E uzyskiwana jest w układach jednokanałowych z dwoma detektorami. W układach takich wynik odwzorowania odczytywany jest w postaci ilorazu dwóch zdetekowanych sygnałów elektrycznych doprowadzanych do detektorów sprzed i zza obszaru pomiarowego.

Schematy blokowe dwóch rozwiązań takiego typu przedstawione są na rysunku 2.



Rys. 2. Schematy blokowe jednokanałowych układów do pomiaru tłumienia z dwoma detektorami

C. W. E. Walker [60] wykorzystał do pomiaru tłumienia układ stosowany przez Hewlett-Packarda w reflektrometrze mikrofalowym [61] (metoda pomiaru stosunku mocy). Istotnymi wadami układu są oddziaływanie na wynik pomiaru rozbieżności pomiędzy charakterystykami obu detektorów, niestałości ich sprawności detekcji oraz niestałości ich impedancji wejściowych.

Wpływ niewspółbieżności charakterystyk detektorów minimalizowany jest w układzie wykorzystującym metodę podstawienia w obwodzie wielkiej częstotliwości [62]. W takim rozwiązaniu niewspółbieżności charakterystyk detektorów nie mają wpływu na wynik pomiaru. Wpływ zmian sprawności detekcji i impedancji wejściowej detektorów nie jest oczywiście eliminowany przez układ. Dodatkową składową wypadkowej niedokładności odwzorowania A/E wprowadza natomiast niedopasowanie impedancji wyjściowej tłumika wzorcowego do impedancji wejściowej obszaru pomiarowego.

2.3.2. Układy dwukanałowe

W układach dwukanałowych energia sygnału mikrofalowego dostarczana przez źródło rozdzielana jest pomiędzy dwa kanały, kontrolny (odniesienia) i pomiarowy. Mikrofalowe sygnały wyjściowe każdego z kanałów poddawane są detekcji (demodulacji) bądź niezależnie za pomocą dwóch detektorów, bądź niezależnie, kolejno za pomocą jednego detektora, bądź też po uprzednim sumowaniu, w postaci sygnału wypadkowego, również za pomocą jednego detektora.

W pierwszym przypadku sygnały wyjściowe detektorów proporcjonalne są do poziomu mocy mikrofalowej w odpowiednich kanałach i nie zależą od wartości względnego kąta przesunięcia fazowego ϕ sygnałów mikrofalowych w tych kanałach.

W drugim przypadku sygnał wyjściowy detektora proporcjonalny jest do poziomu mocy mikrofalowej w kanale, którego sygnał wyjściowy doprowadzony jest w danym okresie do detektora i również nie zależy od wartości względnego kąta przesunięcia fazowego ϕ między sygnałami mikrofalowymi w obu kanałach.

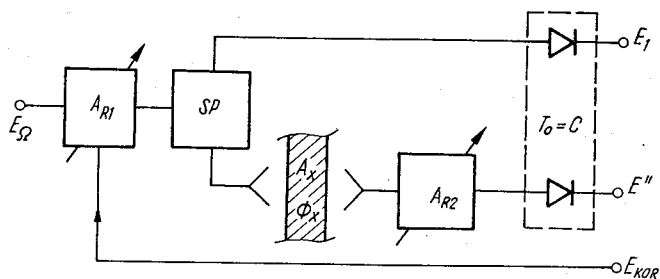
W trzecim przypadku sygnał wyjściowy detektora jest proporcjonalny do sumy wektorowej mikrofalowych sygnałów wyjściowych obu kanałów, a więc do poziomu mocy mikrofalowej w każdym z kanałów i do wartości względnego kąta przesunięcia fazowego ϕ .

Minimalizacja wpływu niestałości istotnych parametrów układu przetwornika mikrofalowego z dwoma detektorami na wynik odwzorowania A/E uzyskiwana jest poprzez:

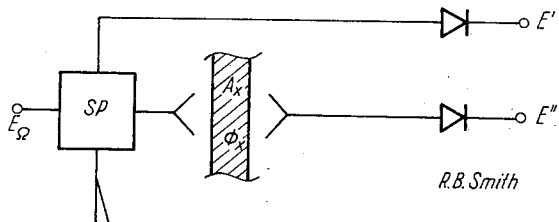
- wykorzystanie sygnału wyjściowego kanału odniesienia do regulacji mocy sygnału mikrofalowego zasilającego układ przetwornika (przy metodzie wychyłowej),
- wykorzystanie różnicy sygnałów wyjściowych detektorów do odwzorowania wartości różnicy między wartością tłumienia tłumika wzorcowego A_N i wartością A_x mierzonego tłumienia,
- sprowadzanie różnicy sygnałów wyjściowych obu detektorów do zera za pomocą odpowiedniej regulacji tłumika wzorcowego A_N , którego wartość odwzorowuje wartość mierzonego tłumienia A_x z niedokładnością $\pm|\delta|$ (przy metodzie zerowej).

Schematy blokowe rozwiązań dwukanałowych z dwoma detektorami dla każdej z metod pomiarowych przedstawione są na rysunku 3.

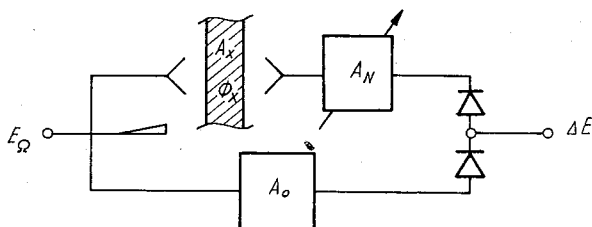
G. F. Engen i R. W. Beatty w swoim układzie, przeznaczonym w NBS USA do kalibracji regulowanych tłumików wzorcowych, minimalizację niedokładności wyników pomiaru uzyskali poprzez staranne dopasowanie wszystkich elementów składowych układu, termostatację otoczenia obu detektorów bolometrycznych oraz wykorzystanie sygnału wyjściowego detektora kanału odniesienia do regulacji mocy zasilania układu



G.F. Engen, R.W. Beatty



R.B. Smith



J.N. Briggs

Rys. 3. Schematy blokowe dwukanałowych układów do pomiaru tłumienia z dwoma detektorami

[45]. Składowe niedokładności krótkoterminowej wyniku pomiaru zredukowane zostały w ten sposób jedynie do składowej wynikającej z niedopasowania mierzonego tłumika do reszty układu i zmian tego niedopasowania w funkcji regulacji wartości mierzonego tłumienia.

R. B. Smith, poszukując możliwie najprostszego układu przemysłowego przetwornika mikrofalowego A/E , wykorzystał metodę różnicową [63]. Podany przezeń układ mikrofalowy zawiera jedynie sprzęgacz kierunkowy, dopasowane obciążenie, obszar pomiarowy oraz dwie głowice detekcyjne. Oba kanały zasilane są modulowaną mocą mikrofalową w proporcji dostosowanej do wartości mierzonego tłumienia A_x . Wartość tego tłumienia odwzorowywana jest sygnałem elektrycznym stanowiącym różnicę sygnałów wyjściowych obu detektorów. Ograniczenie wpływu zmian istotnych parametrów układu mikrofalowego na wynik odwzorowania A/E uzależnione jest w takim rozwiązaniu od wartości

sygnału różnicowego oraz od niestałości parametrów i charakterystyk detekcji obu detektorów. Dalszymi wadami układu są zawężony zakres pomiarowy i niewielka dynamika pomiaru (około 30 dB).

J. N. Briggs w swoim rozwiązaniu przemysłowego przetwornika mikrofalowego opracowanego w AEI wykorzystał zerową metodę pomiaru [64]. Podobne rozwiązanie zastosował B. O. Weinschel w laboratoryjnym mierniku strat wtrącenia [65]. Oba układy są proste, lecz wspólną ich wadą jest zależność niedokładności wyniku odwzorowania A_x przez A_N od niestałości parametrów i charakterystyk obu detektorów w funkcji czasu i oddziaływań środowiskowych. Wpływ pozostałych istotnych parametrów układu mikrofalowego zredukowany jest oczywiście do minimum (zmiany zdolności rozdzielczej układu $|\delta|$).

Minimalizacja wpływu na wynik odwzorowania A/E niestałości istotnych parametrów układu mikrofalowego z jednym detektorem, do którego doprowadzane są kolejno sygnały wyjściowe obu kanałów, uzyskiwana jest poprzez:

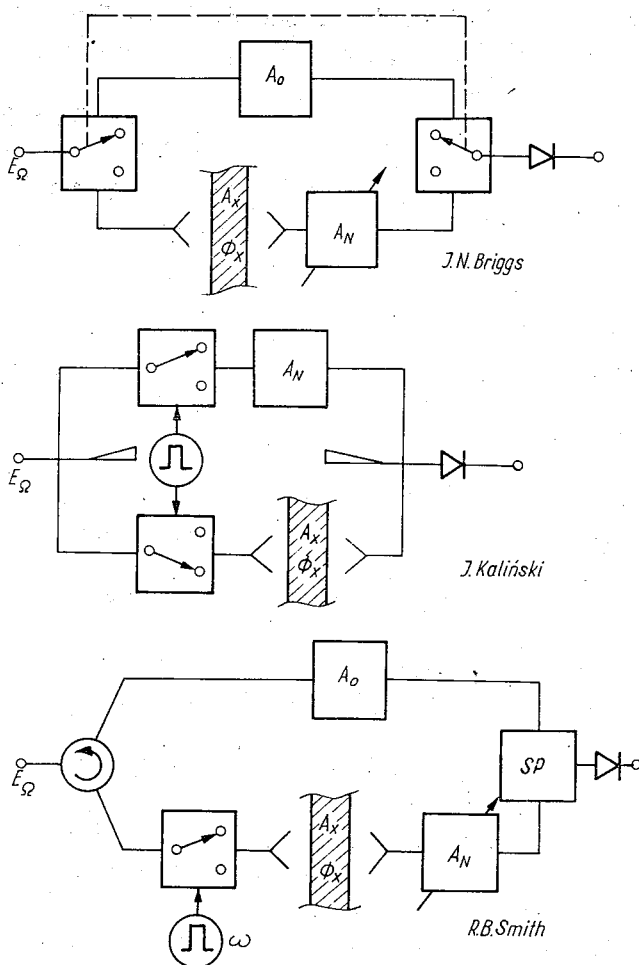
- wykorzystanie sygnału wyjściowego kanału odniesienia do okresowej kalibracji czułości układu mikrofalowego (przy metodzie wychyłowej),
- wykorzystanie sygnału wyjściowego kanału odniesienia jako sygnału porównawczego do oceny poziomu sygnału wyjściowego kanału pomiarowego (przy metodzie różnicowej lub zerowej).

Schematy blokowe rozwiązań dwukanałowych z jednym detektorem, do którego doprowadzane są kolejno sygnały mikrofalowe z obu kanałów przedstawione są na rysunku 4.

J. N. Briggs przedstawił układ przemysłowego przetwornika A/E wykorzystujący metodę wychyłową ze stałym poziomem sygnału wyjściowego kanału pomiarowego [64]. Stały poziom sygnału uzyskiwany jest za pomocą regulowanego tłumika wzorcowego A_N włączonego szeregowo z obszarem pomiarowym. Zmiany wartości mierzonego tłumienia A_x odwzorowywane są w takim układzie przeciwstawnymi zmianami wartości tłumienia wzorca A_N . Przełączniki falowodowe na wejściu i wyjściu układu mikrofalowego umożliwiają okresową kontrolę jego czułości przez pomiar znanej i stałej wartości tłumienia A_0 w kanale odniesienia. Taki system minimalizacji wpływu zmian istotnych parametrów układu mikrofalowego na wyniki pomiaru pozwala na ograniczenie wpływu długoczasowych zmian czułości. Stabilność krótkoczasowa musi być osiągnięta, analogicznie jak w układach jednokanałowych, poprzez stabilizację mocy źródła sygnału mikrofalowego, współczynnika głębokości modulacji tego promieniowania oraz co najmniej temperatury otoczenia detektora.

Wykorzystanie sygnału wyjściowego kanału odniesienia jako sygnału porównawczego wymaga wydzielenia tego sygnału na wyjściu detektora. Wydzielenie takie realizowane jest w tego typu układach w domenie czasu, poprzez kluczkowanie jednego lub obu kanałów układu.

J. Kaliński wykorzystał zasadę kluczkowania kanałów w układzie komparatora zmiennej wartości tłumienia A_x ze stałą wartości tłumienia wzorca A_N [66, 87]. W przedstawionym układzie sygnały wyjściowe detektora proporcjonalne są periodycznie (z okresem kluczkowania) do wartości tłumień w każdym kanale oraz do chwilowej wartości istotnych parametrów elementów składowych tego układu. Różnica tych sygnałów stanowi odwzo-



Rys. 4. Schematy blokowe dwukanałowych układów do pomiaru tłumienia z jednym detektorem, klu-zowanym

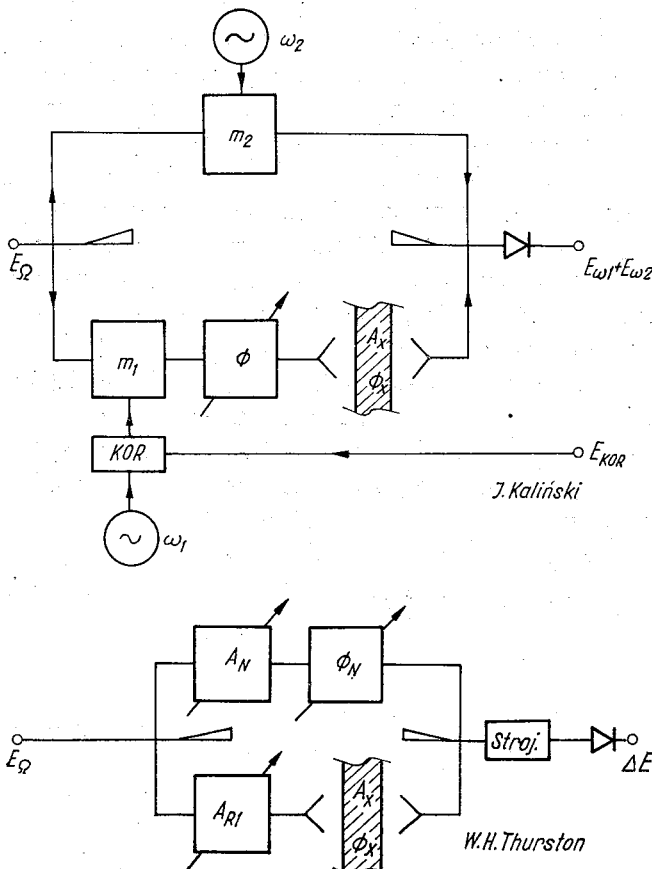
rowanie różnicy wartości tłumień A_x i A_N . Niedokładność odwzorowania wynikająca z niestałości istotnych parametrów układu przetwornika jest oczywiście tym mniejsza, im mniejsza jest wartość tej różnicy.

R. B. Smith zastosował jako przemysłowy przetwornik A/E inny układ, zawierający cyrkulator trójramienny, klu-zowany periodycznie z okresem $\frac{2\pi}{\omega}$ jedynie w kanale pomia-rowym [63]. Sygnał wyjściowy detektora, przy równości tłumień w obu kanałach (z uwzględ-nieniem stosunku podziału mocy w rozgałęzieniu wyjściowym), nie zawiera składowej o pulsacji klu-zowania. Pojawienie się składowej o tej pulsacji w widmie sygnału wyjścio-wego detektora jest wskaźnikiem niezrównoważenia amplitudowego kanałów ($\Delta A_x \neq \Delta A_N$). Jak każda zerowa metoda pomiaru układu minimalizuje wpływ niestałości istotnych parametrów układu na wynik odwzorowania zmian A_x przez zmiany A_N .

Tak w układzie J. Kalińskiego jak i R. B. Smitha tłumienie przepustowe elementów kluczujących dodawane jest do wartości mierzonego tłumienia i stanowi dodatkową składową niedokładności pomiaru A_x . W układzie J. Kalińskiego wpływ ten kompensowany jest przez podobne oddziaływanie drugiego klucza w kanale odniesienia (symetria układu).

Minimalizacja wpływu niestałości istotnych parametrów układu przetwornika mikrofalowego z jednym detektorem (sygnału sumy) na wynik odwzorowania A/E uzyskiwana jest poprzez:

- wykorzystanie sygnału wyjściowego kanału odniesienia, wyróżnionego w domenie czasu lub pulsacji, do regulacji czułości układu mikrofalowego (przy metodzie wychyłowej),
- sprowadzenie sumarycznego sygnału mikrofalowego do wartości bliskiej zera za pomocą regulowanego tłumika wzorcowego A_N włączonego do kanału odniesienia; wartość tego sygnału odwzorowuje wartość różnicy między tłumieniem wzorcowym A_N i tłumieniem mierzonym A_x (przy metodzie różnicowej),



Rys. 5. Schematy blokowe dwukanałowych układów do pomiaru tłumienia z jednym detektorem sygnału sumy wektorowej

— sprowadzenie sumarycznego sygnału mikrofalowego do wartości zerowej za pomocą regulowanego tłumika wzorcowego A_N włączonego do kanału odniesienia (przy metodzie zerowej).

Każde z tych rozwiązań wymaga utrzymywania w czasie trwania pomiarów określonej i stałej wartości kąta przesunięcia fazowego ϕ między sygnałami mikrofalowymi w obu kanałach. Sumowaniu amplitud sygnałów mikrofalowych odpowiadają wartości kątów równe $0 \pm 2n\pi$ radianów, odejmowaniu zaś $\pm (2n-1)\pi$ radianów.

Schematy blokowe rozwiązań dwukanałowych z jednym detektorem sumy wektorowej sygnałów mikrofalowych obu kanałów przedstawione są na rysunku 5.

J. Kaliński przedstawił dwukanałowy układ z jednym detektorem i wychyłową metodą pomiaru [67, 68, 69], w którym sygnały mikrofalowe w każdym z kanałów modulowane są sygnałami małej częstotliwości o różnych pulsacjach ω_1 i ω_2 . Sygnały te sumowane są wektorowo i poddawane liniowej detekcji. W obwodzie wyjściowym detektora uzyskiwane są dwa sygnały małej częstotliwości. Jeden z nich, o pulsacji ω_1 , pochodzący z kanału pomiarowego, proporcjonalny jest do wartości mierzonego tłumienia i istotnych parametrów układu mikrofalowego. Drugi, o pulsacji ω_2 , pochodzący z kanału odniesienia, jedynie do istotnych parametrów układu — mocy źródła i sprawności detekcji. Sygnał elektryczny o pulsacji ω_2 , po wzmocnieniu i fazoczułej detekcji, steruje wartością współczynnika głębokości modulacji m_1 sygnału mikrofalowego w kanale pomiarowym. Układ taki automatycznie utrzymuje stałą czułość kanału pomiarowego przy zmianach mocy źródła i sprawności detekcji w stosunkowo szerokim zakresie.

Zasadniczą wadą rozwiązania jest zależność skuteczności jego działania od niestałości szeregu parametrów układu elektronicznego, a mianowicie: współczynnika głębokości modulacji m_2 (amplitudy sygnału modulującego), wzmocnienia sygnału E_{ω_2} , sprawności detekcji fazoczułej, względnego rozstrojenia pulsacji rezonansowej wzmacniacza selektywnego względem ω_2 oraz charakterystyki korektora współczynnika głębokości modulacji sygnału mikrofalowego w kanale pomiarowym ($m_1 = f(E_{\omega_2})$).

W. H. Thurston przedstawił układ dwukanałowy z jednym detektorem [70], który może być wykorzystany zarówno przy pomiarach wartości mierzonego tłumienia za pomocą metody zerowej jak i różnicowej. Sygnały mikrofalowe w kanałach odniesienia i pomiarowym sprowadzane są za pomocą regulacji wzorcowego tłumika A_N i wzorcowego przesuwnika fazy ϕ_N odpowiednio do jednakowych lub zbliżonych wartości modułu i przeciwnych wartości kąta przesunięcia fazowego. Wynik odwzorowania A_x uzyskiwany jest bądź z odczytu wartości A_N , bądź z odczytu wartości A_N i wartości sygnału elektrycznego w obwodzie wyjściowym detektora przy $\phi = (2n-1)\pi$.

2.4. Specjalne układy do pomiaru tłumienia

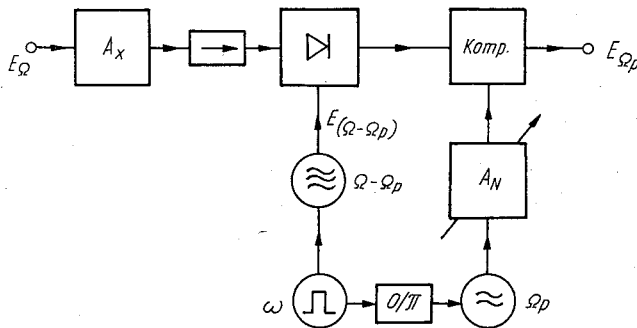
Wraz ze wzrostem wymagań na rozróżnialność i powtarzalność wyników pomiaru tłumienia sygnału mikrofalowego przy jednoczesnej konieczności minimalizacji ich niedokładności opracowywane były specjalne układy pomiarowe. Układy te, projektowane do laboratoryjnych warunków działania, przystosowane są w szczególności do kalibracji mikrofalowych tłumików wzorcowych oraz tłumików wyjściowych generatorów sygnałów

mikrofalowych. Szczególne wymagania stawiane tym układom powodowały ich poważną rozbudowę tak w zakresie samych układów mikrofalowych jak i współpracujących z nimi układów elektronicznych.

Niektóre z tych układów, ze względu na przyjętą metodykę pomiaru, nie mogą być przystosowane do pomiarów ciągłych w warunkach przemysłowych [71, 72].

2.4.1. Zmodyfikowana metoda podstawienia w obwodzie pośredniej częstotliwości

Rozwiązaniem najbardziej rozpowszechnionym przy kalibracji tłumików wyjściowych generatorów sygnału mikrofalowego jest układ podany przez G. F. Gainsborougha [73] i rozwinięty następnie przez B. O. Weinschela [47, 74], G. U. Sorgora oraz A. L. Hedricha [74]. Układ ten, którego schemat ideowy w zakresie zespołu mikrofalowego przedstawiony jest na rysunku 6, wykorzystuje zmodyfikowaną metodę podstawienia w obwodzie po-



Rys. 6. Schemat blokowy układu do pomiaru tłumienia za pomocą zmodyfikowanej metody podstawienia w obwodzie pośredniej częstotliwości

średniej częstotliwości. Każde rozrównoważenie amplitudowe sygnałów, doprowadzanych do komparatora z wyjścia mieszacza i wyjścia wzorcowego źródła sygnału o pulsacji pośredniej Ω_p poprzez tłumik wzorcowy A_N , powoduje powstanie obwiedni o pulsacji ω sygnału wyjściowego tego komparatora E_{Qp} . Faza sygnału obwiedni względem sygnału źródła ω określa znak przyrostu mierzonego tłumienia A_X . Wartość zmiany tłumienia A_N , konieczna do przywrócenia zerowej wartości współczynnika głębokości modulacji sygnału E_{Qp} falą prostokątną, jest miarą zmian sygnału wyjściowego generatora (miarą zmiany A_X). Wskaźnikiem zrównania amplitud jest wzmacniacz sygnału E_{Qp} z układem automatycznej regulacji wzmocnienia, demodulator, wzmacniacz sygnału o pulsacji ω (sygnału obwiedni) oraz fazoczuły detektor tego sygnału. Dyskryminator fazy sygnału E_{Qp} wraz z drugim wzmacniaczem sygnału o pulsacji ω oraz drugim detektorem fazoczułym tego sygnału umożliwia kontrolę dostrojenia pulsacji sygnału wyjściowego mieszacza do pulsacji źródła sygnału wzorcowego o pulsacji Ω_p . Istotną zaletą tego rozwiązania w porównaniu z przedstawionym uprzednio układem pomiarowym przez podstawienie w obwodzie pośredniej częstotliwości jest zminimalizowana zależność wyniku pomiaru od niestałości parametrów układów elektronicznych wskaźnika zera. Wszelkie pozostałe wady tego typu rozwiązań są zachowane i w tym układzie.

Dalsze prace nad doskonaleniem układu prowadzili D. L. Hollway i P. I. Somolo [56]. W celu minimalizacji niedokładności wyników pomiarów wprowadzili oni do układu mikrofalowego dodatkowy kanał odniesienia, włączany zamiast kanału pomiarowego za pomocą przełączników mikrofalowych ($A_{min} \leq 0,001$ dB). Tłumienie kanału odniesienia zrównane jest z tłumieniem kanału pomiarowego przy włączonym elemencie badanym. W takim rozwiązaniu czas pomiaru A_x od chwili kalibracji układu do odczytu wyniku został skrócony z rzędu minut do pojedynczej sekundy. Wszelkie możliwe źródła niedokładności wyników zostały w układzie starannie usunięte. Oba źródła sygnału mikrofalowego o pulsacji Ω i $(\Omega - \Omega_p)$ są wyposażone w układy stabilizacji mocy wyjściowej; stabilizowane jest również źródło sygnału o pulsacji Ω_p zasilające tłumik wzorcowy, ($\Delta P \leq 0,001$ dB). Dla uniknięcia wpływu temperatury mieszacz umieszczony jest w termostacie. Wpływ zmian wilgotności powietrza wypełniającego tory falowodowe na wynik pomiaru (rzędu 0,2 dB) wyeliminowany został przez przedmuchiwanie torów suchym powietrzem. Podjęto ponadto środki eliminujące praktycznie wpływ odbić i upływów w układzie na niedokładność wyników.

2.4.2. Metoda z modulowaną podnośną

Najciekawszą metodą pomiaru tłumienia, eliminującą lub pozwalającą na wyeliminowanie szeregu czynników oddziałujących na niedokładność przetwarzania A/E , jest metoda z modulowaną podnośną. Została ona przedstawiona w swej pierwotnej wersji przez G. E. Schafera i R. R. Bowmana z National Bureau of Standards USA [46]. Dalsze prace nad tą metodą prowadzili W. E. Little z NBS [76], J. Kaliński [77, 78, 88] i F. L. Warner, P. Herman oraz T. Jeffs [85]. Metoda podana przez G. E. Schafera jest metodą laboratoryjną przystosowaną do pomiaru strat wtrącenia elementów mikrofalowych oraz kalibracji wzorcowych tłumików mikrofalowych. Stosowana jest w przypadkach wymagających najmniejszej niedokładności wyników pomiarów w zakresie mierzonych tłumień od 0,01 dB do 50 dB. Osiągane niedokładności wyników pomiarów laboratoryjnych rzędu od 0,0001 dB do 0,2 dB porównywalne są z dwiema innymi metodami wzorcowymi: przez podstawienie w obwodzie składowej stałej [45] lub w obwodzie częstotliwości pośredniej 30 MHz [47, 56, 73, 74]. F. L. Warner [85] rozszerzył dynamikę pomiaru do ponad 100 dB kosztem znacznej rozbudowy układu podstawowego.

Pomiar tłumienia za pomocą metody z modulowaną podnośną oparty jest na wykorzystaniu jednego źródła promieniowania mikrofalowego w dwojakim charakterze, tj. jako źródła:

- sygnału heterodyny, doprowadzanego bezpośrednio do obwodu mieszacza,
- sygnału pomiarowego, doprowadzanego do obwodu mieszacza przez obszar pomiarowy.

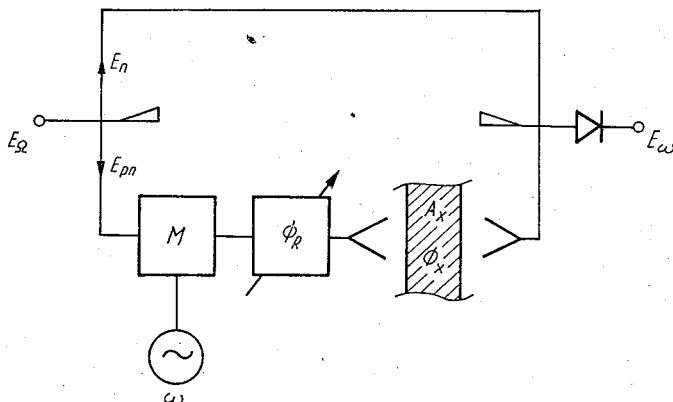
Wynikiem mieszania tych dwóch sygnałów jest sygnał o pulsacji zerowej (prądu stałego) lub o pulsacji modulacji jednego z sygnałów mikrofalowych.

Sygnał heterodyny doprowadzany jest do mieszacza poprzez kanał fali nośnej; sygnał pomiarowy poprzez kanał fali podnośnej, zawierający połączone szeregowo: modulator, obszar pomiarowy oraz regulowany przesuwnik fazy. Metoda z modulowaną podnośną

jest więc metodą dwukanałową z jednym źródłem i jednym detektorem (mieszaczem) sygnału mikrofalowego.

Podstawowe elementy składowe układu do pomiaru tłumienia za pomocą tej metody oraz ich wzajemne połączenie przedstawione są na rysunku 7.

Źródło sygnału mikrofalowego o pulsacji Ω poprzez rozgałęzienie (magiczne T , sprzęgacz kierunkowy) doprowadza energię fali ciągłej do kanału nośnej i kanału podnośnej. W kanale podnośnej sygnał mikrofalowy E_{pn} modulowany jest sygnałem o pulsacji ω_1

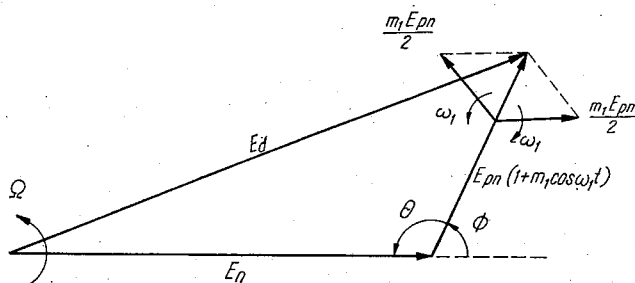


Rys. 7. Schemat blokowy układu do pomiaru tłumienia za pomocą metody z modulowaną podnośną

i amplitudzie E_m . Szeregowo z modulatorem M połączony jest obszar pomiarowy zawierający badany element lub materiał. W obszarze pomiarowym wprowadzane jest do kanału podnośnej mierzone tłumienie A_x , a sygnał mikrofalowy E_{pn} przesuwany jest w fazie względem sygnału fali nośnej E_n o kąt ϕ_x . Włączony szeregowo z obszarem pomiarowym i modulatorem regulowany przesuwnik fazy umożliwia zmiany zależności fazowych sygnałów mikrofalowych w obu kanałach. Sygnały wyjściowe obu kanałów poprzez rozgałęzienie (magiczne T , sprzęgacz kierunkowy) doprowadzane są do detektora (mieszacza).

Wykres wektorowy sygnałów doprowadzanych do układu mieszacza przedstawiony jest na rysunku 8.

Przy zgodności faz sygnałów mikrofalowych w obu kanałach, określonym stosunku ich amplitud ($E_n \gg E_{pn}$) oraz przy założeniu pomijalnego wpływu modulacji fazy sygnału



Rys. 8. Wykres wektorowy sygnałów doprowadzanych do mieszacza w układzie do pomiaru tłumienia za pomocą metody z modulowaną podnośną

sumarycznego E_d przez sygnał modulujący amplitudę E_m , wypadkowa amplituda sygnału doprowadzanego do mieszacza jest sumą amplitud obu sygnałów:

$$E_d = E_n + E_{pn}(1 + m_1 \cos \omega_1 t), \quad (10)$$

lub po przekształceniu:

$$E_d = (E_n + E_{pn}) \left[1 + \frac{m_1 E_{pn}}{(E_n + E_{pn})} \cos \omega_1 t \right]. \quad (11)$$

Zależność (11) odpowiada sygnałowi fali nośnej o amplitudzie $(E_n + E_{pn})$, modulowanemu w amplitudzie sygnałem o pulsacji ω_1 przy współczynniku głębokości modulacji równym:

$$m = \frac{m_1 E_{pn}}{(E_n + E_{pn})}. \quad (12)$$

Amplitudy sygnałów wstęp bocznych są przy powyższych założeniach proporcjonalne do iloczynu $m_1 E_{pn}$.

Jeżeli współczynnik m_1 utrzymywany jest na stałej wartości, to amplituda sygnału o pulsacji ω_1 jest proporcjonalna do poziomu sygnału mikrofalowego w kanale podnośnej E_{pn} , a więc i do wartości tłumienia w tym kanale A_{pn} . Innymi słowy, z zależności (12) wynika bezpośrednio, że poziom mocy zmodulowanej sygnałem o pulsacji ω_1 wydzielanej w obciążeniu mieszacza odwzorowuje liniowo wartość tłumienia mocy mikrofalowej w kanale podnośnej. Warunkiem takiego odwzorowania jest utrzymanie poziomu mocy wypadkowej fali nośnej $(E_n + E_{pn})$ na stałej wartości.

Spełnienie tego warunku przy zmianach E_{pn} w granicach kilkudziesięciu dB możliwe jest jedynie przy zachowaniu odpowiednio dużej różnicy poziomów sygnałów E_n i E_{pn} .

Konieczność utrzymania stosunku E_{pn}/E_n poniżej określonej wartości K ogranicza od dołu zakres liniowo mierzonych tłumień. Ograniczeniem od góry jest poziom szumów systemu, a w szczególności poziom szumów prądowych diody półprzewodnikowej polarizowanej mocą fali ciągłej rzędu 1 mW.

Doświadczalnie ustalono, że uzyskanie odchyień od liniowości mniejszych od 0,01 dB wymaga utrzymania poziomu mocy sygnału mikrofalowego w kanale podnośnej o ponad 20 dB poniżej poziomu sygnału w kanale nośnej [46].

Największa wartość mierzonego tłumienia $A_{x \max}$ uzależniona jest od poziomu szumów wyjściowych mieszacza, poziomu sygnału $E_{\omega_1}^{pn}$ oraz od właściwości układu zobrazowania tego sygnału, a w szczególności od szerokości jego pasma przenoszenia i poziomu szumów własnych.

Metoda pomiaru tłumienia w układzie z modulowaną podnośną wykazuje istotne zalety w porównaniu do innych metod pomiaru tłumienia przy zbliżonych niedokładnościach wyników pomiaru.

Jako istotne zalety metody wymienić należy:

- jedno źródło sygnału mikrofalowego wykorzystywanego jako sygnał heterodyny i sygnał mierzony. Przy założeniu równej pulsacji obu sygnałów szerokość pasma miernika zdemodulowanego sygnału $E_{\omega_1}^{pn}$ odwzorowującego wartość tłumienia A_{pn} ograniczona jest głównie przez niestalość pulsacji źródła sygnału modulującego ω_1 . Szerokość pasma przenoszenia miernika sygnału wyjściowego mieszacza o pulsacji

- ω_1 może więc być uczyniona na tyle mała, by zapewnić wymagany współczynnik poprawy stosunku sygnału do szumów między wyjściem układu mikrofalowego i wejściem układu zobrazowania wyniku pomiaru A_x ,
- jeden detektor sygnału mikrofalowego, wykorzystywany jako mieszacz. Zapewniona jest w ten sposób kilkudziesięciodecybelowa dynamika pomiaru wartości tłumienia A_x [1],
 - liniowość mieszacza nawet przy stosunku poziomów mocy w kanałach nośnej i podnośnej zbliżonym do jedności. Odchylenie od liniowości zależne jest od kształtu charakterystyki prądowo-napięciowej diody i może mieć zarówno znak dodatni lub ujemny względnie być zbliżonym do zera,
 - wykorzystanie fali nośnej jako sygnału heterodyny. Ominięta jest w ten sposób konieczność tłumienia do dopuszczalnie małego poziomu fali nośnej i mocy jednej ze wstęg bocznych.

Wadą metody i układu jest konieczność utrzymywania na stałej i równej zeru (lub wielokrotności π) wartości kąta przesunięcia fazowego ϕ między sygnałami mikrofalowymi w obu kanałach.

Układ do pomiaru tłumienia sygnału mikrofalowego za pomocą metody z modulowaną podnośną spełnia większość wymagań stawianych tego typu układom laboratoryjnym. Zapewnia on kilkudziesięciodecybelową dynamikę pomiaru przy dobrej liniowości i niedokładnościach wyników pomiarów odpowiadających najlepszym ze znanych metod pomiarowych [45, 47, 56, 86]. Do poprawnego działania w warunkach przemysłowych wymaga jednak rozbudowanych układów stabilizacji parametrów źródła promieniowania mikrofalowego, źródła sygnału modulującego i detektora sygnału mikrofalowego oraz utrzymywania normalnych warunków otoczenia i zasilania.

2.5. Ocena właściwości układów

Ocena właściwości przedstawionych wyżej układów przeprowadzona jest z punktu widzenia pomiarów ciągłych wykonywanych w przemysłowych warunkach oddziaływań środowiskowych i wymagających odwzorowania bezwzględnej wartości tłumienia sygnału mikrofalowego.

Podstawowymi zaletami układów jednokanałowych są ich prostota oraz niezależność wyniku odwzorowania od wartości kąta przesunięcia fazowego wprowadzanego w obszarze pomiarowym przez element lub materiał badany.

Najistotniejszą wadą tego typu rozwiązań jest zależność niedokładności odwzorowania A/E :

- w układach z jednym detektorem i bez tłumika wzorcowego oraz układach z jednym detektorem i tłumikiem wzorcowym od wszystkich istotnych parametrów układu mikrofalowego, a
- w układach z dwoma detektorami od sprawności detekcji i impedancji wejściowej detektorów.

Ograniczenie niedokładności wyników odwzorowania A/E do dopuszczalnych wartości wymaga stabilizacji istotnych parametrów elementów składowych układu mikrofalowego

(źródła, detektora, mieszacza) jak i warunków działania układu (termostatyzacja, amortyzacja).

Podstawowymi zaletami układów dwukanałowych są możliwość ograniczenia wpływu zmian istotnych parametrów układu mikrofalowego na wynik odwzorowania A/E przy metodzie wychyłowej lub różnicowej oraz możliwość wyeliminowania tych wpływów przy metodzie zerowej. Dalszymi zaletami są:

- w układach z dwoma detektorami i układach z przełączanym detektorem niezależność wyniku od wartości kąta przesunięcia fazowego ϕ sygnałów mikrofalowych w obu kanałach względem siebie,
- w układach ze wspólnym detektorem brak elementów przełączających w obwodzie wielkiej częstotliwości oraz wspólne dla obu kanałów elementy o największym wpływie na niedokładność odwzorowania A/E (źródło, detektor, mieszacz).

Najistotniejszymi wadami rozwiązań dwukanałowych są:

- w układach dwudetektorowych zależność wyników od niestałości parametrów obu detektorów,
- w układach z przełączanym detektorem wprowadzenie dodatkowych składowych niedokładności odwzorowania wynikających z skończonych wartości tłumień przepustowych i zaporowych przełączników i ich zależności od oddziaływań środowiskowych,
- w układach ze wspólnym detektorem konieczność utrzymywania w czasie pomiaru określonej i stałej wartości względnego kąta przesunięcia fazowego sygnałów mikrofalowych w obu kanałach.

Ograniczenie niedokładności wyników odwzorowania przy różnicowych lub wychyłowych metodach pomiaru uzyskiwane jest w układach dwukanałowych podobnie jak i w jednokanałowych poprzez stabilizację niektórych istotnych parametrów elementów składowych układu i warunków ich działania.

Zestawienie cech charakterystycznych poszczególnych układów dokonane z punktu widzenia założeń niniejszej pracy przedstawione jest w tablicy 1.

Jak z przeprowadzonych rozważań wynika szereg metod i układów pomiarowych zostało opracowanych i zastosowanych do przetwarzania wartości tłumienia sygnału mikrofalowego A na wartość sygnału elektrycznego E . Większość tych układów dostosowana jest do pomiarów laboratoryjnych strat wtrącenia lub odbicia wprowadzanych przez elementy układów mikrofalowych lub próbki materiałów, których właściwości w polu mikrofalowym poddawane są badaniu. Odrębną grupę stanowią układy przeznaczone do kalibracji mikrofalowych tłumików wzorcowych i tłumików wyjściowych generatorów sygnału mikrofalowego oraz zespolonego współczynnika odbicia.

Przeważająca większość istniejących układów bądź nie nadaje się do ciągłych pomiarów tłumienia przeprowadzanych w warunkach przemysłowych oddziaływań środowiskowych, bądź też takie ich zastosowanie związane jest z szeregiem trudności technicznych lub ergonomicznych.

Zasadniczymi przyczynami ograniczającymi możliwość stosowania przedstawionych wyżej układów do pomiarów ciągłych w warunkach przemysłowych oddziaływań mechaniczno-klimatycznych są:

Tablica 1

Cechy charakterystyczne układów do pomiaru tłumienia sygnału mikrofalowego

Ilość kanałów	Ilość detektorów	Elementy wzorcowe		Metoda pomiaru		Funkcja przetwarzania	Warunek dokładności odwzorowania	Charakterystyka przetwarzania	Istotne parametry przetwornika
		reg.	stałe	stos. mocy	podst.				
1	1			wych.		$A_x = \varphi(E)$		kwadr.-liniowa	P, m, Z_d, η
	2	A_N			różn.	$ A_x = A_N $	$E = \text{const}$		P, m, Z_d, η, A_N
				wych.		$A_x = \varphi\left(\frac{E''}{E'}\right)$		kwadr.-liniowa	Z_d, η
		A_N			różn.	$ A_x = A_N $	$\frac{E''}{E'} = \text{const}$		Z_d, η, A_N
2	2			wych.		$A_x = \varphi(E'')$	$E' = \text{const}$	kwadr.-liniowa	Z_d, η
			A_N		różn.	$A_x = \varphi(E' - E'')$ $A_x = A_N + \varphi(E)$	$A_x \leq 30 \text{ dB}$		Z_d, η, A_N
		A_N			zer.	$ A_x = A_N $	$E = 0$		Z_d, η, A_N
				wych.		$A_x = \varphi(E'')$	$E' = \text{const}$	kwadr.-liniowa	A_{KL}
	1 kluc.		A_N		różn.	$A_x = \varphi(E' - E'')$ $A_x = A_N + \varphi(E)$	$A_x \leq 30 \text{ dB}$		A_{KL}, A_N
		A_N			zer.	$ A_x = A_N $	$E = 0$		A_{KL}, A_N
				wych.		$A_x = \varphi(E)$	$\Phi = 0 \pm 2\pi$	liniowa	P, m, Z_d, η
			A_N		różn.	$A_x = A_N + \varphi(E)$	$\Phi = (2n-1)\pi$		A_N
2	1	A_N			zer.	$ A_x = A_N $	$E = 0$ $\Phi = (2n-1)\pi$		A_N

- zbyt skomplikowany tryb postępowania metrologicznego, trudny do przyjęcia w warunkach pomiarów przemysłowych,
- zbyt złożony układ przetwornika A/E , nie zapewniający w warunkach przemysłowych dopuszczalnej długoczasowej niedokładności wyników odwzorowania i wymagający okresowej kalibracji czułości,
- zbyt wysokie wymagania odnośnie stałości istotnych parametrów elementów składowych układu mikrofalowego w funkcji czasu i oddziaływań środowiskowych, narzucające konieczność stosowania dodatkowych układów stabilizujących. Skuteczność działania tych układów jest przy tym problematyczna ze względu na wykorzystanie w nich elementów podatnych na ten sam rodzaj oddziaływań, których skutkom mają przeciwdziałać,
- konieczność stosowania w układzie przetwornika A/E mikrofalowych elementów wzorcowych, z których odczytywany jest wynik odwzorowania. Elementy te poddawane są szczególnie silnym oddziaływaniom środowiskowym wynikającym z bezpośredniego powiązania przetwornika z kontrolowanym węzłem procesu technologicznego,
- ograniczone możliwości metrologiczne układu, jak zbyt mały zakres wartości tłumienia odwzorowywany z dopuszczalną niedokładnością, zbyt mała dynamika pomiaru, zbyt mała rozróżnialność wartości odwzorowywanego tłumienia.

3. PRZEMYSŁOWA METODA I UKŁAD DO POMIARU TŁUMIENIA

3.1. Założenia metody

Metoda pomiaru tłumienia sygnału mikrofalowego z modulowaną podnośną ze względu na przedstawiony wyżej szereg jej zalet i względną prostotę układu mogłaby się nadawać do zastosowania przemysłowego. Zastosowanie takie uniemożliwia jednak zależność charakterystyki przetwarzania A/E od kąta przesunięcia fazy ϕ_x wprowadzanego w obszarze pomiarowym przez badany materiał oraz od szeregu istotnych parametrów układu mikrofalowego, zmiennych w czasie i w funkcji oddziaływań środowiskowych.

Spełnienie większości warunków stawianych przemysłowemu przetwornikowi mikrofalowemu byłoby możliwe w układzie z modulowaną podnośną w przypadku uzyskania na wyjściu takiego układu co najmniej trzech informacji:

- o chwilowej wartości tłumienia w obszarze pomiarowym przy chwilowej wartości istotnych parametrów metrologicznych układu,
- o chwilowej wartości kąta przesunięcia fazowego w obszarze pomiarowym, oraz
- o chwilowej wartości istotnych parametrów metrologicznych układu mikrofalowego.

Dysponowanie takimi trzema informacjami umożliwia minimalizację niedokładności odwzorowania przez układ wartości tłumienia A wartością sygnału elektrycznego E . Minimalizacja ta może być uzyskana przez wykorzystanie informacji o kącie przesunięcia fazowego ϕ do automatycznej regulacji wartości tego kąta oraz informacji o chwilowych wartościach istotnych parametrów układu mikrofalowego do automatycznej korekcji wyniku odwzorowania.

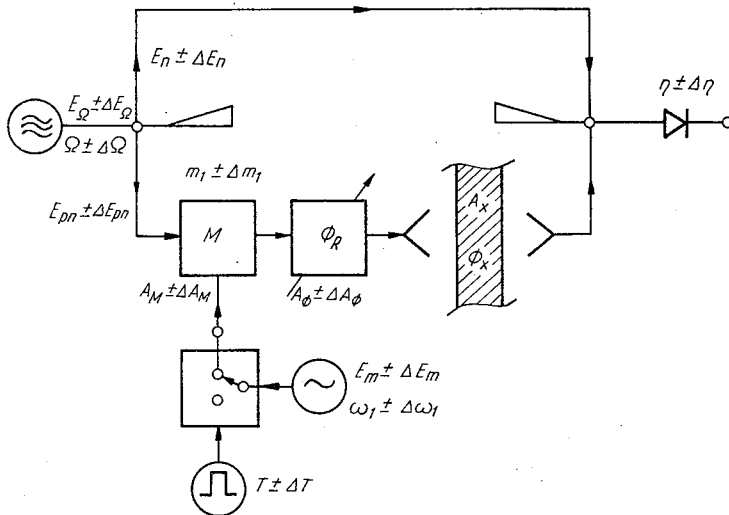
Uzyskanie trzech wyżej wymienionych informacji zapewnia metoda modulacji nośnej i podwójnej modulacji podnośnej.

3.2. Odzworowanie wartości A_x

Odwzorowanie wartości tłumienia A_x przez sygnał elektryczny według metody wielokrotnej modulacji uzyskiwane jest w układzie przedstawionym na rysunku 9.

Sygnał modulujący o pulsacji ω_1 :

$$e_m = E_m \cos \omega_1 t \quad (13)$$



Rys. 9. Układ odwzorowania wartości tłumienia za pomocą sygnału elektrycznego przy metodzie wielokrotnej modulacji

doprowadzany jest do modulatora M w kanale podnośnej periodycznie w półkresach $0 - \frac{T}{2}$. Czas przełączania klucza jest z założenia znacznie mniejszy od $\frac{T}{2}$ i może być pominięty w dalszych rozważaniach.

Z analizy matematycznej wiadomo, że składowa sygnału wyjściowego takiego układu o pulsacji ω_1 w czasie od 0 do $\frac{T}{2}$ określona jest zależnością:

$$E_{\omega 1}^{pn} \Big|_0^{\frac{r}{2}} = -\eta E_{pn} \left[m_1 \cos \Theta + \sin \Theta \sum_{q=1}^{\infty} \frac{K^q P'_q}{q(q+1)} \frac{a_{10}}{2} G_{q+1,1} \right]. \quad (14)$$

Zależność ta, przy wyrównaniu kątów przesunięć fazowych sygnałów mikrofalowych w obu kanałach do wartości zerowej (lub $n\pi$ radianów), przyjmuje postać:

$$E_{\omega 1}^{pn} \Big|_{0}^{\frac{T}{2}} = \mp \eta m_1 E_{pn}. \quad (15)$$

W czasie od $\frac{T}{2}$ do T , gdy m_1 równe jest zeru, sygnał ten:

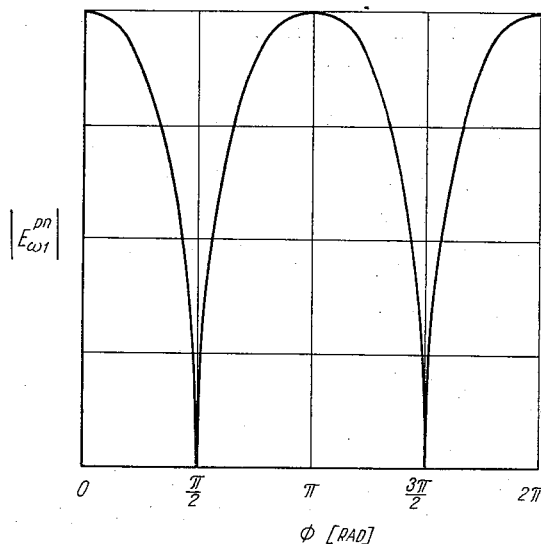
$$E_{\omega 1}^{pn} \Big|_{\frac{T}{2}}^T = 0. \quad (16)$$

Z zależności (15) i (16) wynika, że w półokresie $0 - \frac{T}{2}$ układ mikrofalowy przedstawiony na rysunku 9 jest równoważny klasycznemu układowi mikrofalowemu z modulowaną podnośną. W konsekwencji sygnał wyjściowy mieszacza $E_{\omega_1}^{pn}$ w półokresie $0 - \frac{T}{2}$ odwzorowuje wartość tłumienia kanału podnośnej z niedokładnością uzależnioną od chwilowej mocy źródła sygnału mikrofalowego, chwilowej głębokości modulacji tego sygnału, chwilowej sprawności detekcji oraz wartości kąta przesunięcia fazowego ϕ między sygnałami mikrofalowymi E_{pn} i E_n . Na wartość odwzorowanego tłumienia A_{pn} składają się chwilowe wartości strat wtrącenia i odbicia wszystkich elementów składowych kanału podnośnej (modulatora, przesuwnika fazy, obszaru pomiarowego).

W półokresie $\frac{T}{2} - T$ detektor polaryzowany jest jedynie falą ciągłą o amplitudzie $(E_n + E_{pn})$ i wynikiem mieszania jest jedynie składowa stała E_o .

3.3. Odwzorowanie wartości ϕ

Powyższe rozważania przeprowadzone zostały przy założeniu dobrania wypadkowego kąta przesunięcia fazowego sygnałów mikrofalowych w kanałach nośnej i podnośnej do wartości $\phi = 0 \pm n\pi$ i utrzymywania tej wartości w czasie trwania pomiarów. Ze względu



Rys. 10. Zależność modułu sygnału $E_{\omega_1}^{pn}$ od wartości kąta ϕ

do na zmiany pulsacji Ω źródła o $\pm \Delta\Omega$ w funkcji czasu i oddziaływań mechaniczno-klimatycznych oraz zmiany wartości kąta przesunięcia fazowego ϕ_x o $\pm \Delta\phi_x$ w funkcji zmian wartości tłumienia wprowadzanego do obszaru pomiarowego, założenie to nie jest słuszne. Z analizy matematycznej wynika, że składowa sygnału wyjściowego mieszacza $E_{\omega_1}^{pn}$ jest

Sygnał mikrofalowy w kanale podnośnej, modulowany amplitudowo w półokresie $0 - \frac{T}{2}$ sygnałem o pulsacji ω_1 i niemodulowany w półokresie $\frac{T}{2} - T$, modulowany jest fazowo sygnałem o pulsacji ω_2 . Sygnał mikrofalowy doprowadzany do mieszacza z kanału podnośnej w kolejnych półokresach określony jest zależnościami:

$$e_{pn} \Big|_0^{\frac{T}{2}} = E_{pn}(1 + m_1 \cos \omega_1 t) \cos[\Omega t + \beta E_\phi \cos \omega_2 t], \quad (19)$$

$$e_{pn} \Big|_{\frac{T}{2}}^T = E_{pn}(\cos \Omega t + \beta E_\phi \cos \omega_2 t). \quad (20)$$

Modulacja fazy sygnału E_{pn} uzyskiwana jest poprzez doprowadzenie sygnału modulującego o pulsacji ω_2 do przesuwnika fazy w kanale podnośnej. Dewiacja fazy proporcjonalna jest do amplitudy sygnału modulującego E_ϕ .

Sygnał E_{pn} modulowany kolejno w amplitudzie i w fazie i tylko w fazie doprowadzany jest wraz z sygnałem fali nośnej E_n do mieszacza. Na zboczach odcinka charakterystyki $E_{\omega 1}^{pn} = f(\phi)$ wokół jej ekstremum modulacja fazy sygnału E_{pn} przetwarzana jest na modulację amplitudy o współczynniku głębokości modulacji:

$$m_\phi = \gamma \frac{\partial E_{\omega 1}^{pn}}{\partial \phi} (\beta E_\phi). \quad (21)$$

Po zmieszaniu z niemodulowanym sygnałem fali nośnej w obciążeniu mieszacza otrzymywane są sygnały:

— w półokresie $0 - \frac{T}{2}$:

$$E_{\omega 1}^{pn} \Big|_0^{\frac{T}{2}} = \mp \eta m_1 E_{pn}, \quad (22)$$

$$E_{\omega 2}^{pn} \Big|_0^{\frac{T}{2}} = \mp \eta \gamma \frac{\partial E_{\omega 1}^{pn}}{\partial \phi} (\beta E_\phi) E_{pn}, \quad (23)$$

— w półokresie $\frac{T}{2} - T$:

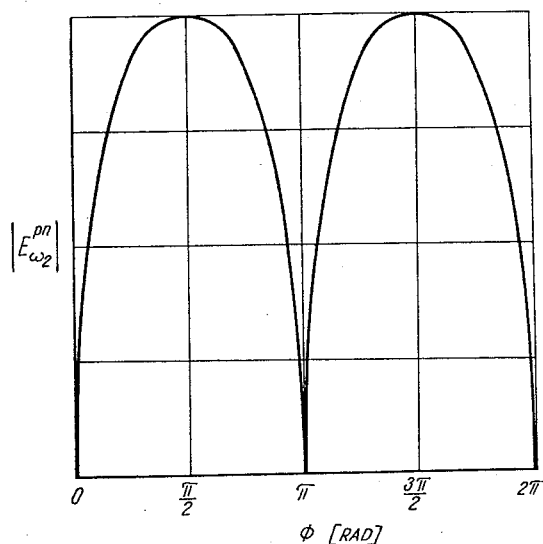
$$E_{\omega 2}^{pn} \Big|_{\frac{T}{2}}^T = \mp \eta \gamma \frac{\partial E_{\omega 1}^{pn}}{\partial \phi} (\beta E_\phi) E_{pn}. \quad (24)$$

Z zależności (23) i (24) wynika, że sygnał $E_{\omega 2}^{pn}$ jest składową widma sygnału wyjściowego mieszacza w ciągu całego okresu T , przechodzi przez wartość zerową przy wartości kąta ϕ odpowiadającej ekstremum funkcji $E_{\omega 1}^{pn} = f(\phi)$ oraz zmienia znak na przeciwny po przejściu przez tę wartość (zmienia fazę o π w stosunku do sygnału modulującego E_ϕ).

Zależność modułu sygnału $E_{\omega 2}^{pn}$ od wartości kąta ϕ przedstawiona jest na rysunku 12. Zależność ta ma ten sam charakter co zależność $E_{\omega 1}^{pn}$ przedstawiona na rysunku 10, lecz przesunięta jest względem niej na osi ϕ o $\frac{\pi}{2}$ radiana. Wartościom zerowym jednej z wyżej wymienionych funkcji odpowiadają ekstrema drugiej funkcji i odwrotnie.

Z zależności (23) i (24) wynika również, że sygnał $E_{\omega_2}^{pn}$ jest funkcją nie tylko nachylenia funkcji $E_{\omega_1}^{pn} = f(\phi)$, ale i tłumienia kanału podnośnej, mocy źródła promieniowania mikrofalowego, sprawności przemiany oraz stałości sygnału modulującego E_ϕ .

Odwzorowanie wartości tłumienia A_{pn} przy stałej czułości S_{pn} kanału podnośnej wymaga utrzymywania kąta ϕ na wartości równej zeru lub $n\pi$. Wartościom tym odpowiada



Rys. 12. Zależność modułu sygnału $E_{\omega_2}^{pn}$ od wartości kąta Φ

zerowa wartość sygnału $E_{\omega_2}^{pn}$. Utrzymanie zerowej wartości sygnału $E_{\omega_2}^{pn}$ w widmie wyjściowym mieszcza jest więc warunkiem dostatecznym minimalizacji wpływu zmian kąta ϕ na niedokładność odwzorowania wartości A_{pn} przez sygnał elektryczny $E_{\omega_1}^{pn}$. Przy stałej wartości tłumienia A_{pn} i stałości istotnych parametrów układu mikrofalowego ta sama wartość amplitudy sygnału $E_{\omega_2}^{pn}$ powtarza się dwukrotnie w zakresie zmian kąta ϕ o π radianów. W obu tych przypadkach nachylenie funkcji $E_{\omega_2}^{pn} = f(\phi)$ pozostaje to samo, zmienia się jedynie o π wartość kąta przesunięcia fazowego sygnału $E_{\omega_2}^{pn}$ względem sygnału modulującego E_ϕ . W zakresie zmian kąta ϕ o dalsze π radianów (do 2π radianów) zależności amplitudowe i fazowe sygnału $E_{\omega_2}^{pn}$ pozostają niezmienione, zmienia się natomiast na przeciwne nachylenie funkcji $E_{\omega_2}^{pn} = f(\phi)$.

Moduł i względny kąt przesunięcia fazowego sygnału $E_{\omega_2}^{pn}$ odwzorowują więc jednoznacznie wartość kąta przesunięcia fazowego między sygnałami mikrofalowymi w kanałach nośnej i podnośnej w zakresie π radianów. Warunkiem jednoznaczności tego odwzorowania jest jednak stałość A_{pn} i istotnych parametrów układu mikrofalowego. Ze względu na założoną zmienność tych wielkości w funkcji działalności metrologicznej układu, czasu i oddziaływań środowiskowych odwzorowanie kąta ϕ przez sygnał $E_{\omega_2}^{pn}$ sprowadzane jest do odbioru informacji:

- o istnieniu różnicy pomiędzy wartością chwilową kąta ϕ i kątem $\phi_{opt}(|E_{\omega_2}^{pn}|)$,
- o kierunku zmiany kąta przesunięcia fazowego ϕ_R w kanale podnośnej, niezbędnej do zredukowania różnicy $\Delta\phi = \phi - \phi_{opt}$ do wartości zerowej lub bliskiej zera (ψ).

Wartość modułu i kąta przesunięcia fazowego sygnału $E_{\omega_2}^{pn}$ stanowią więc informację pozwalającą na sprowadzenie $\Delta\phi$ do zera i zbliżenie się w granicy do:

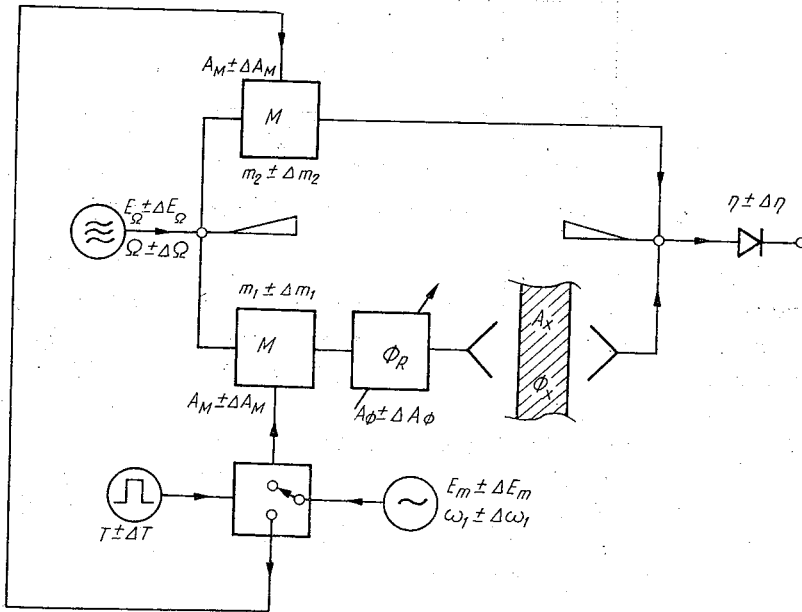
$$\lim S_{pn} \rightarrow S_{pn \max} \quad (25)$$

$$|\Delta\phi| \rightarrow 0.$$

3.4. Odwzorowanie istotnych parametrów układu

Odwzorowanie wartości tłumienia A_{pn} w kanale podnośnej przez sygnał elektryczny $E_{\omega_1}^{pn}$ obciążone jest niedokładnością $\Delta E_{\omega_1}^{pn}$, wprowadzającą niedokładność odwzorowania δA_{pn} , wynikającą z niestałości w funkcji czasu, warunków zasilania i oddziaływań środowiskowych:

- mocy źródła sygnału mikrofalowego,
- sprawności modulacji sygnału mikrofalowego sygnałem o pulsacji ω_1 , oraz
- sprawności demodulacji (detekcji) tego sygnału.



Rys. 13. Układ odwzorowania chwilowej wartości istotnych parametrów metrologicznych przetwornika

Wpływ wymienionych czynników na wynik odwzorowania A_{pn} może zostać zminimalizowany, jeżeli układ mikrofalowy będzie w sposób periodyczny dostarczał informacji o chwilowych wartościach tych istotnych parametrów.

Informacje takie uzyskiwane są w układzie przedstawionym na rysunku 13.

Sygnał modulujący w półokresie $0 - \frac{T}{2}$ sygnał mikrofalowy w kanale podnośnej:

$$e_m = E_m \cos \omega_1 t, \quad (26)$$

doprowadzony jest w półokresie $\frac{T}{2} - T$ do drugiego modulatora umieszczonego w kanale nośnej. W ten sposób sygnały mikrofalowe w obu kanałach modulowane są na przemian sygnałem o pulsacji ω_1 pochodzącym z tego samego źródła.

Z analizy matematycznej sygnału wyjściowego detektora liniowego, do którego doprowadzane są dwa modulowane sygnały mikrofalowe [75] wynika, że przy spełnieniu warunku:

$$\frac{E_{pn}}{E_n} = K < \frac{1-m_2}{1+m_1}, \quad (27)$$

składowa sygnału wyjściowego o pulsacji ω_1 w półokresie od $\frac{T}{2}$ do T określona jest zależnością:

$$E_{\omega_1}^n \Big|_{\frac{T}{2}}^T = \eta \left\{ E_n m_2 - E_{pn} \sin \Theta \left[a_{11} F_1 \left(1 - \frac{m_1^2}{2} \right) + a_{21} F_2 \left(1 + \frac{3m_1^2}{2} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + a_{31} F_3 \left(1 + 3m_1^2 + \frac{3m_1^4}{8} \right) + \dots + a_{q1} F_q \frac{G_{q+1,0}}{2} + \dots \right] \right\}, \quad (28)$$

gdzie przez F_q oznaczone jest wyrażenie:

$$F_q = \frac{K^q P'_q}{q(q+1)}. \quad (29)$$

Zależność (28) przy wyrównaniu kątów przesunięć fazowych w obu kanałach do wartości wypadkowej $0 \pm n\pi$ przyjmuje postać:

$$E_{\omega_1}^n \Big|_{\frac{T}{2}}^T = \eta m_2 E_n. \quad (30)$$

Z zależności (28) wynika, że przy $K \ll 1$ oraz kącie ϕ zbliżonym do ϕ_{opt} zmiany wartości tłumienia w kanale podnośnej wywierają pomijalny wpływ na poziom sygnału mikrofalowego w kanale nośnej. Sygnał wyjściowy mieszcza $E_{\omega_1}^n \Big|_{T/2}^T$ jest praktycznie niezależny od wartości A_{pn} i zmian kąta ϕ w szerokich granicach.

W półokresie $0 - \frac{T}{2}$, gdy m_2 równe jest zeru, sygnał ten:

$$E_{\omega_1}^n \Big|_0^{\frac{T}{2}} = 0. \quad (31)$$

Podobnie jak w przypadku sygnału mikrofalowego modulowanego w kanale podnośnej w półokresie $0 - \frac{T}{2}$ sygnał $E_{\omega_1}^n$ w półokresie $\frac{T}{2} - T$ odwzorowuje wartość tłumienia w kanale nośnej A_n , określoną przez:

$$A_n = A_M \pm \Delta A_M. \quad (32)$$

Wyraz ΔA_M reprezentuje, podobnie jak w kanale podnośnej, zmiany strat wtrącenia i odbicia modulatora występujące w funkcji działań metrologicznych układu, czasu, warunków zasilania oraz oddziaływań środowiskowych.

Sygnał $E_{\omega 1}^n$, odwzorowujący wartość tłumienia A_n , jest funkcją większości tych samych parametrów układu mikrofalowego co i sygnał $E_{\omega 1}^{pn}$, odwzorowujący wartość tłumienia A_{pn} , a mianowicie:

- mocy źródła sygnału mikrofalowego,
- współczynnika głębokości modulacji, oraz
- sprawności przemiany.

Zmiany tych parametrów w trakcie trwania pomiarów będą powodowały dodatnie lub ujemne przyrosty wartości $E_{\omega 1}^n$ niezależnie od chwilowej wartości A_n .

Odpowiednie składowe niedokładności odwzorowania wartości A_n określone są zależnościami:

$$\Delta A(Z_d) = 20 \log \left[1 \pm \frac{\Delta E_{\omega 1}^n(Z_d)}{E_{\omega 1}^n} \right], \quad (33)$$

$$\Delta A(E_\Omega) = 20 \log \left[1 \pm \frac{\Delta E_{\omega 1}^n(E_\Omega)}{E_{\omega 1}^n} \right], \quad (34)$$

$$\Delta A(\eta) = 20 \log \left[1 \pm \frac{\Delta E_{\omega 1}^n(\eta)}{E_{\omega 1}^n} \right], \quad (35)$$

$$\Delta A(m_2) = 20 \log \left[1 \pm \frac{\Delta E_{\omega 1}^n(m_2)}{E_{\omega 1}^n} \right]. \quad (36)$$

Uwzględniając powyższe można określić bezwzględną niedokładność odwzorowania wartości tłumienia A_n w kanale nośnej przez:

$$\delta A_n = \pm \Delta A_M \pm \Delta A(Z_d) \pm \Delta A(E_\Omega) \pm \Delta A(\eta) \pm \Delta A(m_2). \quad (37)$$

Znaki poszczególnych składowych tej niedokładności są w sposób oczywisty takie same jak znaki odpowiednich składowych niedokładności odwzorowania wartości tłumienia A_{pn} w kanale podnośnej.

Jedyną różnicą między δA_n i δA_{pn} jest czynnik:

$$\pm \Delta A(\phi) \pm \Delta A_\phi, \quad (38)$$

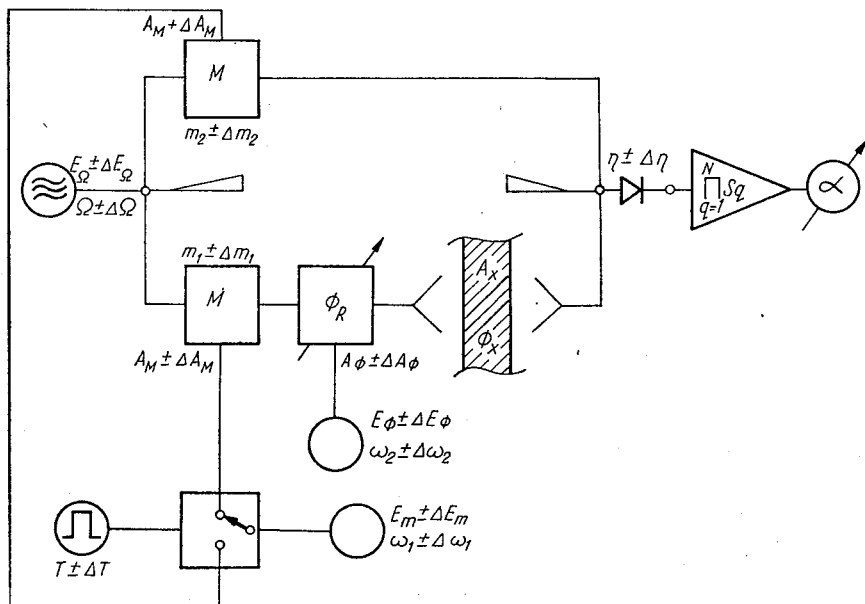
określający niedokładność odwzorowania wartości tłumienia A_{pn} powodowaną niewyrównaniem kątów przesunięć fazowych sygnałów mikrofalowych w obu kanałach ($\phi \neq \phi_{opt}$) oraz zmianami strat wtrącenia i odbicia wprowadzanymi przez przesuwnik fazy do kanału podnośnej (ΔA_ϕ).

Z powyższych rozważań wynika, że sygnał $E_{\omega 1}^n$, niezależny od wartości A_{pn} i kąta ϕ , odwzorowuje w półokresie $\frac{T}{2} - T$ chwilowe wartości istotnych parametrów układu mikrofalowego, których zmiany są przyczyną niedokładności odwzorowania przez sygnał $E_{\omega 1}^{pn}$ wartości tłumienia A_{pn} w kanale podnośnej.

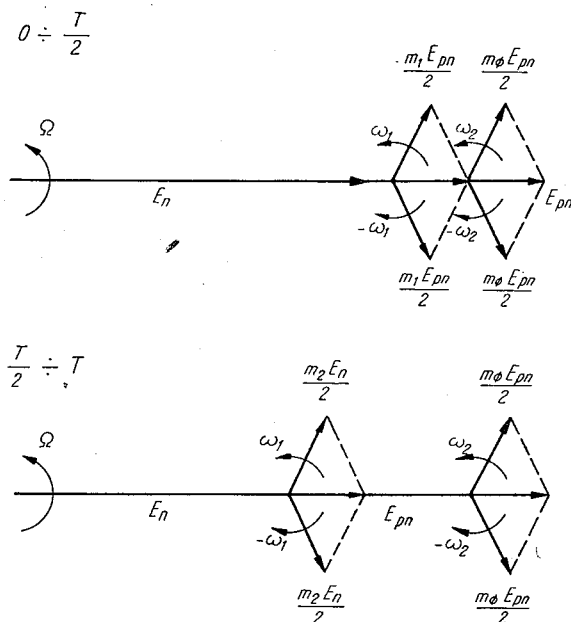
W przypadku zastosowania w kanałach nośnej i podnośnej modulatorów o bardzo zbliżonych parametrach elektrycznych i wykorzystywaniu liniowych odcinków ich dynamicznych charakterystyk modulacji, sygnał $E_{\omega 1}^n$ odwzorowuje dodatkowo zmiany strat wtrącenia i odbicia modulatora kanału podnośnej.

3.5. Układ przetwornika A/E o zminimalizowanej niedokładności

Pełny układ przetwornika A/E o zminimalizowanej niedokładności przetwarzania podług metody modulacji nośnej i podwójnej modulacji podnośnej przedstawiony jest na rysunku 14.



Rys. 14. Układ blokowy przemysłowego przetwornika A/E o zminimalizowanej niedokładności



Rys. 15. Wykresy wektorowe sygnałów w układzie przetwornika

Zgodnie z przeprowadzonymi wyżej rozważaniami chwilowa wartość sygnału doprowadzanego do mieszacza w kolejnych półokresach $\frac{T}{2}$ przy $\phi = \phi_{opt}$ przedstawiona jest zależnościami:

$$e_d \Big|_0^{\frac{T}{2}} = (E_n + E_{pn}) \left[1 + \frac{m_1 E_{pn}}{E_n + E_{pn}} \cos \omega_1 t \right] \cos(\Omega t + \beta E_\phi \cos \omega_2 t), \quad (39)$$

$$e_d \Big|_{\frac{T}{2}}^T = (E_n + E_{pn}) \left[1 + \frac{m_2 E_n}{E_n + E_{pn}} \cos \omega_1 t \right] \cos(\Omega t + \beta E_\phi \cos \omega_2 t). \quad (40)$$

Wykresy wektorowe odpowiednich sygnałów przedstawione są na rysunku 15.

Po liniowej detekcji modulowanych sygnałów mikrofalowych (39) i (40) na wyjściu mieszacza otrzymywane są sygnały:

$$E_{\omega 1}^{pn} \Big|_0^{\frac{T}{2}} = \mp \eta m_1 E_{pn}, \quad (41)$$

$$E_{\omega 1}^n \Big|_{\frac{T}{2}}^T = \eta m_2 E_n, \quad (42)$$

$$E_{\omega 2}^{pn} \Big|_0^T = \mp \eta \gamma \frac{\partial E_{\omega 1}^{pn}}{\partial \phi} (\beta E_\phi) E_{pn}. \quad (43)$$

Sygnały te stanowią informację o:

$E_{\omega 1}^{pn}$ — wartości tłumienia w kanale podnośnej i chwilowych parametrach układu mikrofalowego,

$E_{\omega 1}^n$ — chwilowych parametrach układu mikrofalowego, oraz

$E_{\omega 2}^{pn}$ — istnieniu różnicy $\Delta \phi$ między chwilową wartością kąta przesunięcia fazowego ϕ a wartością ϕ_{opt} tego kąta.

Sygnały $E_{\omega 1}^{pn}$ i $E_{\omega 1}^n$ wyróżnione są względem siebie w domenie czasu a sygnał $E_{\omega 2}^{pn}$ w domenie pulsacji.

Minimalizacja niedokładności odwzorowania wartości A_{pn} przez sygnał elektryczny jego zobrazowanie α zostanie uzyskana w takim układzie pod warunkiem utrzymania sygnału $E_{\omega 2}^{pn}$ na wartości zerowej oraz wyznaczania zobrazowania α wartości A_{pn} z wartości obu sygnałów $E_{\omega 1}^{pn}$ i $E_{\omega 1}^n$.

Z dotychczasowych rozważań wiadomo, że sygnały te są proporcjonalne do:

$$E_{\omega 1}^{pn} \Big|_0^{\frac{T}{2}} = \chi \frac{E_\Omega m_1 \eta}{A_{pn}}, \quad (44)$$

$$E_{\omega 1}^n \Big|_{\frac{T}{2}}^T = \chi \frac{E_\Omega m_2 \eta}{A_n}. \quad (45)$$

Celem uzyskania końcowego zobrazowania α wartości A_{pn} sygnały te poddawane są wzmocnieniu mocy przez układ N przetworników o czułości wypadkowej równej iloczynowi czułości każdego z nich:

$$S_{zob} = \prod_{q=1}^N S_q. \quad (46)$$

Po takim przetworzeniu poziomów wartości sygnałów (44) i (45) określone są przez:

$$\alpha \bigg|_0^{\frac{T}{2}} = \chi \frac{E_{\Omega} m_1 \eta}{A_{pn}} \prod_{q=1}^N S_q, \quad (47)$$

$$\alpha \bigg|_{\frac{T}{2}}^T = \chi \frac{E_{\Omega} m_2 \eta}{A_n} \prod_{q=1}^N S_q. \quad (48)$$

Minimalizacja wpływu stochastycznych zmian istotnych parametrów układu mikrofalowego na zobrazowanie α wartości A_{pn} może być zapewniona w dwojaki sposób.

Pierwszy z nich polega na obliczeniu α z ilorazu sygnałów (47) i (48):

$$\alpha = \frac{\chi \frac{E_{\Omega} m_1 \eta}{A_{pn}} \prod_{q=1}^N S_q}{\chi \frac{E_{\Omega} m_2 \eta}{A_n} \prod_{q=1}^N S_q} = \frac{m_1}{m_2} \frac{A_n}{A_{pn}}. \quad (49)$$

Drugi natomiast na przyjęciu jako α jego wartości w półokresie $0 - \frac{T}{2}$ zgodnie z zależnością (47), przy jednoczesnym uzależnieniu czułości S_{zob} od wartości α w półokresie $\frac{T}{2} - T$ w taki sposób, by:

$$\alpha \bigg|_{\frac{T}{2}}^T = \chi \frac{E_{\Omega} m_2 \eta}{A_n} \prod_{q=1}^N S_q = \text{const} = C. \quad (50)$$

Wtedy:

$$\prod_{q=1}^N S_q = \frac{CA_n}{\chi E_{\Omega} m_2 \eta}, \quad (51)$$

oraz:

$$\alpha = \alpha \bigg|_0^{\frac{T}{2}} = \chi \frac{E_{\Omega} m_1 \eta}{A_{pn}} \frac{CA_n}{\chi E_{\Omega} m_2 \eta} = \frac{m_1}{m_2} \frac{A_n}{A_{pn}} C. \quad (52)$$

Z zależności (49) i (52) wynika bezpośrednio, że przy stałym stosunku współczynników głębokości modulacji sygnałów mikrofalowych w kanale nośnej i podnośnej zobrazowanie α wartości tłumienia A_{pn} jest funkcją jedynie stosunku tłumień w obu kanałach.

3.6. Wnioski

W przeprowadzonych wyżej rozważaniach wykazano, że metoda pomiaru z modulowaną nośną i podwójnie modulowaną podnośną oraz oparte na niej rozwiązanie układowe dopuszcza zmienność w szerokim zakresie szeregu istotnych parametrów elementów składowych przetwornika z pomijalnym praktycznie wpływem na wynik odwzorowania A/E . Ilość mikrofalowych elementów wchodzących w skład przetwornika przemysłowego nie została zasadniczo zwiększona w stosunku do układów laboratoryjnych, przy czym żaden

z nich nie jest elementem wzorcowym. Żaden z elementów nie wymaga też ścisłego tolerowania jego parametrów mikrofalowych ani współpracy z układami elektronicznymi o specjalnych właściwościach. Układ mikrofalowy przetwornika nie wymaga stosowania jakichkolwiek stabilizujących sprzężeń zwrotnych [83], dzięki czemu pozwala na uzyskanie maksymalnej czułości odwzorowania odpowiadającej pełnemu wykorzystaniu mocy źródła i sprawności przemiany detektora. Błędy losowe powstające w obwodach wielkiej częstotliwości przetwornika redukowane są automatycznie w obwodach małej częstotliwości układu zobrazowania sygnału E_{ω}^m . Tym samym niedokładność odwzorowania A/E można uznać za praktycznie niezależną od wpływów czasu i środowiskowych oddziaływań mechaniczno-klimatycznych na układ przetwornika.

4. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzone wyżej rozważania zostały potwierdzone przez realizację doświadczalną mikrofalowego przetwornika A/E zgodnie z założeniami metody modulacji nośnej i podwójnej modulacji podnośnej [89]. Uzyskana została pełna zgodność wyników doświadczalnych z przewidywaniami teoretycznymi. Istotny czynnik uzyskania takiej zgodności stanowiła liniowość charakterystyki detekcji mikrofalowych sygnałów wyjściowych układu przetwornika A/E dopuszczająca niezależną demodulację sygnałów niosących trzy różne i odrębnie wykorzystywane informacje. Liniowość przemiany sygnałów w obwodzie wyjściowym przetwornika pozwoliła na rozpatrywanie zachodzących w przetworniku zjawisk na gruncie analizy układów linearnych, w oparciu o zasadę superpozycji, przy której odpowiedź układu na sygnał złożony równa jest sumie odpowiedzi na sygnały składowe.

Wyniki pracy świadczą, że możliwe jest uzyskanie układów mikrofalowych:

- pozbawionych elementów o charakterze wzorcowym,
- wykorzystujących elementy seryjne o niestabilizowanych parametrach, oraz
- nie wymagających jakichkolwiek stabilizacji warunków działania,

a jednocześnie zapewniających przy wychyłowych metodach pomiaru w warunkach przemysłowych niedokładność wyników odpowiadającą laboratoryjnym warunkom pracy.

Z metrologicznego punktu widzenia przedstawiona metoda i układ pomiarowy realizują ideę tworzenia układów przetworników dwóch wielkości fizycznych o tym samym lub odmiennym charakterze, dopuszczających zmienność w szerokim zakresie większości parametrów ich podzespołów lub zespołów składowych bez znaczącego wpływu na wynik przetwarzania.

Z technicznego punktu widzenia praca podaje nowy układ przetwornika wartości tłumienia sygnału mikrofalowego na wartość sygnału elektrycznego. Zależność wyniku przetwarzania od szeregu istotnych parametrów mikrofalowych elementów składowych przetwornika została zminimalizowana do praktycznie pomijalnej wartości. Wyniki pracy umożliwiły znaczne rozszerzenie zastosowań promieniowania mikrofalowego jako sygnału poszukującego informacji w przemysłowych przetwornikach fizycznych wielkości nie-elektrycznych na fizyczne wielkości elektryczne.

LITERATURA

1. J. Kaliński, *Niektóre właściwości elementów składowych mikrofalowych przetworników wielkości fizycznych*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 21, nr 2, ss. 325—366, 1975.
2. M.A. Berliner, A.A. Demyanov, V.F. Rulev, *Moisture Measurements in Solids and Liquids by UHF Method*, Proc. IMEKO Symp. on Moisture Measurements, Esztergom, Węgry, 1971.
3. J. Bilbrough, *Microwave Moisture Measurement Methods for Sheet and Web Materials*, Symposium on Industrial Application of Microwaves, Paisley College of Technology, listopad 1969.
4. J. Bilbrough *Continuous Measurement of Moisture by Microwaves*, Process Engineering, Plant and Control, kwiecień 1966.
5. M.M. Brady, *Loss Measurements of Wet Textiles at 9 GHz*, Journal of Microwave Power, t. 3, nr 4, ss. 194—197, 1968.
6. R.G. Godding, *Improvements in Means for Measuring the Moisture Content of Sand and Like Granular or Pulverulent Material*, patent angielski nr 1000875, luty 1962.
7. R.G. Godding, D. Bird, *An Apparatus for Continuous Measurement of Water Content of Foundry Sands*, BCIRA Journal, t. 11, nr 5, ss. 641—661, 1963.
8. R.G. Godding *Apparatus for the Control of Water Content of Sand in a Batch Mill*, BCIRA Journal, t. 14, nr 3, ss. 241—246, 1966.
9. R.G. Godding, *The Use of Microwaves for Moisture Measurement of Foundry Moulding Sands*, Microwave and Laser Instrumentation Conference, Sheffield, wrzesień 1970.
10. E. Hazlewood, *Moisture Measurement Using Microwave Absorption*, Adv. Instrum., t. 32, 3, Pittsburgh, Passadena, 742/1—742/4, 1972.
11. D.D. Howard, *Microwave System for Determining Water Content in Fuel Oil*, patent USA nr 3498112, marzec 1970.
12. A.D. Ince, A. Turner, *Determination of Moisture in Plain Cakes by a Microwave Attenuation Technique*, Analyst, 90/1076, ss. 692—696, 1965.
13. R.E. Jaeger, E.M. Gyorgy, *Microwave Measurements of the Loss in Low Loss Dielectrics*, Rev. of Sci. Instr., t. 41, nr 6, ss. 820—823, czerwiec 1970.
14. K. Johansson, P.O. Lidby, *Moisture Measurement Using Microwaves*, International Symposium on Moisture Measurement and Control, Hollingbourne, Kent, Anglia, wrzesień 1969.
15. Kato Shuichi, *Estimation of Microwave Attenuation Due to Water Vapor Along a Slanting Path*, Rev. Elec. Commun. Lab., t. 21, nr 1—2, ss. 94—101, 1973.
16. A. Kraszewski, *Microwave Equipment for Measurement and Control of Moisture Content in Materials under Industrial Conditions*, V Kongres IMEKO, nr B—219, Paryż, maj 1970.
17. A. Kraszewski, *Determination of Water Content in Bi-phase Amorphous Mixtures by Microwave Method*, II Europejska Konferencja Mikrofalowa, Sztokholm, sierpień 1971.
18. A. Kraszewski, *Pomiar wilgotności metodą mikrofalową*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 19, z. 1, ss. 137—163, 1973.
19. A. Kraszewski, *Microwave Instrumentation for Moisture Content Measurement*, Journal of Microwave Power, t. 8, nr 3—4, ss. 323—335, 1973.
20. E. Sz. Kriczewskij, i in., *Theoretical Principles and Analysis of High Frequency Moisture Measurement System*, IMEKO Symposium on Moisture Measurement, nr 1.07, Esztergom, Węgry, październik 1971.
21. M.F. Lagutin i in., *Moisture Measurement of Materials by Means of UHF and Ultrasonic Methods*, IMEKO Symposium on Moisture Measurement, nr 2.06, Esztergom, Węgry, październik 1971.
22. C. Ostrowski, *Physikalische Methode zum Bestimmen der Feuchtigkeit im Vorgefertigten Gipssteilen*, Baustoffindustrie, nr 9, ss. 309—310, wrzesień 1970.
23. Z. Pomianowski, *Pomiar i regulacja wilgotności mas formierskich w oparciu o zjawisko pochłaniania energii mikrofal*, Przegląd Odlewnictwa, nr 5, ss. 145—149, 1967.
24. J.O. Pullman, W.J. Hollenbeck, G.W. Gibson, *The Measurement of the Moisture Content of Cut Tobacco by Means of Microwave Absorption*, Tobacco Science, t. IX, ss. 162—178, 1965.

25. W.C. Reed, J. Bilbrough, *Apparatus for and a Method of High Frequency Electromagnetic Moisture Measurement in Highly Viscous Pastes and Similar Materials*, patent USA nr 3500182, marzec 1970.
26. M.A. Shah, *Microwave Absorption by Water in Building Materials: Aerated Concrete*, Brit. Journal of Appl. Phys., t. 16, s. 1747, 1965.
27. Shinichi Sasaki, *Microwave Apparatus for Determining Moisture Content of Hygroscopic Webs, Especially During Manufacture*, patent USA nr 3551806, grudzień 1970.
28. A. Watson, *Measurement and Control of Moisture Content by Microwave Absorption*, 1963 International Symposium on Humidity and Moisture, Washington, Humidity and Moisture Measurement and Control in Science and Industry, NBS, t. 4, 1965.
29. G.E. Schafer, *A Modulation Subcarrier Technique of Measuring Microwave Phase Shifts*, IRE Trans. on Instrum., ss. 217—219, 1960.
30. M. Magid, *Precision Microwave Phase Shift Measurements*, IRE Trans. on Instrum., ss. 321—331, grudzień 1958.
31. C.F. Augustine, *Insertion Loss Intensitive Microwave Phase Bridge*, Weinschel Engineering, marzec 1965.
32. J.D. Dyson, *The Measurement of Phase of UHF and Microwave Frequencies*, IEEE Trans. on MTT 4, nr 9, sierpień 1966.
33. W.P. Ernst, *Universal Microwave Phase-Measuring System*, IEEE Trans. on Instrum. and Measur., t. 19, nr 4, ss. 354—357, 1970.
34. R.E. Voyles, *Technical Comparison of Techniques for the Accurate Measurement of Microwave Frequencies*, Product Application Bulletin, Systron-Donner Corp., 1969.
35. A.M. Nicolson, *Broadband Microwave Transmission Characteristics from a Single Measurement of the Transient Response*, IEEE Trans. on Instr. and Measurement, t. IM-17, ss. 395—402, grudzień 1968.
36. G. Cortucci, G. Franceschetti, *Time-Domain Techniques for Measuring the Frequency Spectrum of Materials*, Symposium International Microwave Power Institute, Scheveningen, Holandia, październik 1970.
37. M.F. Iskander, S.S. Stuchly, *A Time-Domain Technique for Measurement of the Dielectric Properties of Biological Substances*, IEEE Trans. on Instrum. and Meas., t. IM-21(2), ss. 425—429, 1972.
38. A.M. Nicolson, *Application of Time-Domain Metrology to the Automation of Broadband Microwave Measurement*, IEEE Trans. on MTT, t. MTT-20, ss. 3—9, styczeń 1972.
39. H.M. Cronson, G.F. Ross, *Current Status of Time-Domain Metrology in Material and Distributed Network Research*, IEEE Trans. on Instrum. and Meas., t. IM-21, ss. 495—500, 1972.
40. H.M. Cronson, P.G. Mitchell, *Time-Domain Measurements of Microwave Components*, IEEE Trans. on Instrum. and Meas., t. IM-22, nr 4, ss. 320—325, grudzień 1973.
41. Hewlett-Packard, *Microwave Mismatch Error Analysis*, nota aplikacyjna nr 56, październik 1967.
42. R.W. Beatty, *Mismatch Errors in the Measurement of UHF and Microwave Variable Attenuators*, Journal of Research of the NBS, t. 52, ss. 7—9, styczeń 1954.
43. R.W. Beatty, *Microwave Attenuation Measurements and Standards*, NBS Monograph, t. 97, kwiecień 1967.
44. J.A. Harris, *Errors and Uncertainties in Microwave Measurement*, IEEE publ. nr 3696E, ss. 841—847, maj 1962.
45. G.F. Engen, R.W. Beatty, *Microwave Attenuation Measurement with Accuracies from 0,0001 to 0,06 Decibel over a Range from 0,01 to 50 Decibels*, Journal of Research of the NBS, Sec. C, Engineering and Instrumentation, t. 64c, nr 2, kwiecień-czerwiec 1960.
46. G.E. Schafer, R.R. Bowman, *A Modulated Subcarrier Technique of Measuring Microwave Attenuation*, Proc. IEEE, Suppl. 23 B, ss. 783—786, maj 1962.
47. B.O. Weinschel, *An Accurate Attenuation Measuring System with Great Dynamic Range*, The Microwave Journal, t. 4, ss. 77—83, 1961.

48. S. B. Pulliam, *VHF and UHF Attenuation Measurements to 140-dB*, General Radio Experimenter, t. 43, nr 5—6, ss. 26—28, 1969.
49. R. F. Clark, *Superheterodyne Measurement of Microwave Attenuation at a 10 kHz Intermediate Frequency*, IEEE Transaction on Instrum. and Meas., t. 18, nr 3, ss. 225—231, 1969.
50. B. Weinschel, *Measurement of Microwave Parameters by the Ratio Method*, Microwave Journal, t. 12, nr 8, ss. 69—73, 1969.
51. M. Wind, *Handbook of Electronic Measurements*, t. II, rozdz. XVIII, Polytechnic Press, Nowy York-Londyn, 1960.
52. E. L. Ginzton, *Miernictwo mikrofalowe*, PWT, W-wa 1961.
53. M. Sucher, J. Fox, *Handbook of Microwave Measurements*, t. I, rozdz. VI i VII, Polytechnic Press, John Wiley and Sons, Nowy York-Londyn 1963.
54. R. Litwin, M. Suski, *Technika mikrofalowa*, WNT, W-wa 1972.
55. D. L. Hollway, F. P. Kelly, *A Standard Attenuator and Precise Measurement of the Attenuation*, IEEE Trans. on Instrum. and Meas., t. IM-13, nr 1, ss. 33—44, marzec 1964.
56. D. L. Hollway, P. I. Somolo, *The Reduction of Errors in a Precise Microwave Attenuator Calibration System*, IEEE Trans. on Instr. and Meas., t. IM-22, nr 3, ss. 268—270, wrzesień 1973.
57. D. L. Jaggard, R. J. King, *Sensitivity and Dynamic Range Consideration for Homodyne Detection Systems*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, t. IM-22, nr 4, ss. 331—328, grudzień 1973.
58. R. G. Godding, *Granular Material Measuring Apparatus Having A Compression and Moisture Content Sensing Cell*, patent USA nr 3551805, grudzień 1970.
59. B. Rudner, S. W. Rosenthal, *Handbook of Microwave Measurements*, rozdz. VII, John Wiley and Sons, Nowy York-Londyn 1963.
60. C. W. E. Walker, *Apparatus and Method for Measurement of Moisture Content*, patent USA nr 3079551, luty 1963.
61. Hewlett-Packard, *The HP-Microwave Reflectometer*, HP Journal, t. 6, nr 1—2, wrzesień-październik 1954.
62. Hewlett-Packard, *Improved Sweep Frequency Techniques for Broadband Microwave Testing*, HP Journal, t. 12, nr 4, październik 1960.
63. R. B. Smith, *The Use of Solid-State Devices in Microwave Moisture Measuring Systems*, Bradford, Yorkshire, Anglia 1971.
64. J. N. Briggs, *Improvement in or Relating to the Determination of Moisture Content*, patent angielski nr 1114157, maj 1968.
65. Weinschel Engineering, Kensington, Md., *Dual Channel Insertion Loss Test Set*, nota aplikacyjna nr 4.
66. J. Kaliński, i inni, *Urządzenie do pomiaru pochłaniania promieniowania elektromagnetycznego*, patent PRL według zgłoszenia patentowego nr P-160080, grudzień 1972.
67. J. Kaliński, *Sposób automatycznej kompensacji zmian poziomu sygnału w układach mikrofalowych zawierających generator fali ciągłej i detektor sygnału mikrofalowego*, patent PRL nr 62632, 1968.
68. J. Kaliński, *A New Principle for Automatic Compensation of Unwanted Signal Level Fluctuation in Measuring Setups Which Include a Microwave Generator and Detector*, IEEE Trans. on MTT, t. MTT-16, nr 11, ss. 212—214, 1968.
69. J. Kaliński, *Stabilizacja poziomu sygnału w mikrofalowych układach pomiarowych metodą podwójnej modulacji*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 15, nr 4, ss. 635, 1969.
70. W. H. Thurston, *Microwave Bridge*, patent USA nr 2798197, 1957.
71. M. C. Davies, *An Absolute Method for Calibrating Microwave Attenuators*, The IEE publ. nr 3722E, maj 1962.
72. E. Laverick, *The Calibration of Microwave Attenuators by an Absolute Method*, Trans. of IRE, t. MTT-5, nr 4, s. 250, 1957.
73. G. F. Gainsborough, *A Method of Calibrating Standard Signal Generators and Radio Frequency Attenuators*, Journal IEE, t. 94, cz. 3, ss. 203—210, maj 1954.
74. B. O. Weinschel, G. U. Sorgor, A. L. Hedrich, *Relative Voltmeter for VHF/UHF Signal Generator Attenuator Calibration*, IRE Trans. on Instrumentation, ss. 22—34, marzec 1959.

75. C. A. Aiken, *Theory of the Detection of two Modulated Waves by a Linear Rectifier*, Proceeding IRE, t. 21, ss. 601—629, kwiecień 1933.
76. W. E. Little, *Further Analysis of the Modulated Subcarrier Technique of Attenuation Measurement*, IEEE Trans. on Instrum. and Meas., t. IM-13, ss. 71—76, czerwiec-listopad 1964.
77. J. Kaliński, *Układ przetwornika mikrofalowego dostarczający informacji o wartości przetwarzanej wielkości i o parametrach układu przetwarzającego*, patent PRL nr 77647, czerwiec 1971.
78. J. Kaliński, *Further Possibilities of the Modulated Subcarrier Technique for Microwave Attenuation Measurement in Industrial Applications*, IEEE Trans. on Instrum. and Meas., t. IM-21, nr 3, ss. 291—293, 1972.
79. S. Stuchły, J. Kaliński, *Sposób automatycznej regulacji kąta przesunięcia fazowego między sygnałami mikrofalowymi w kanałach nośnej i podnośnej oraz układ do realizacji tego sposobu*, patent PRL nr 61427, 1968.
80. S. Stuchły, J. Kaliński, *Automatyczna korekcja fazy w układzie z modulacją podnośnej*, Archiwum Elektrotechniki, t. 18, z. 4, ss. 741—745, 1969.
81. J. Kaliński, *Industrielle Mikrowellenmesseinrichtung mit automatisch stabilisierte Empfindlichkeit*, Archiv für Technisches Messen, z. 452, 453, 454, 1973.
82. J. Kaliński, A. Kraszewski, R. Nowaczyk, *A Microwave Equipment for On-line Measurement and Control of Moisture Content in Multiphase Structures*, VII Międzynarodowa Konferencja Badań Nieniszczących, W-wa, 4—8 czerwiec 1973.
83. J. Kaliński, *Pewna możliwość zwiększenia dokładności urządzeń pomiarowych układów automatyki*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 18, z. 4, ss. 705, 1972.
84. J. Kaliński, *Industrielle Feuchtemessung mit Mikrowellen*, Feingerätetechnik, z. 1, s. 11, styczeń 1974.
85. F. L. Warner, P. Herman, T. Jeffs, *Special techniques for measuring low and high values of attenuation with a modulated subcarrier system*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, t. IM-23, nr 4, s. 381, grudzień 1974.
86. B. Galwas, *Homodynowe metody badania obwodów mikrofalowych*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej — Elektronika, nr 27, 1975.
87. J. Kaliński, *A microwave attenuation comparator as an industrial on-line moisture controller*, V-ta Europejska Konferencja Mikrofalowa, Hamburg (NRF), 1—4 wrzesień 1975.
88. J. Kaliński, *Automatic phase control system for industrial on-line moisture-attenuation-voltage homodyne converter*, Sympozjum Mocy Mikrofalowej, Leuven (Belgia), 30 lipiec 1976.
89. J. Kaliński, *Metoda i układ do pomiaru tłumienia fal elektromagnetycznych wielkiej częstotliwości w warunkach przemysłowych*, rozprawa doktorska, IPPT PAN, 1976.

J. KALIŃSKI

MICROWAVE ATTENUATION MEASUREMENTS UNDER INDUSTRIAL CONDITIONS

Summary

The state of the art in the field of microwave attenuation measurements under industrial conditions has been presented in the paper. The principal methods and circuits for attenuation measurements have been discussed. The influence of the circuit parameters instability on measurement results and some possibilities of this influence limitation have been pointed out.

In the second part of the paper a new method and a circuit for the measurement of microwave attenuation under industrial conditions have been proposed. High long-time stability and high resolution capabilities of the solution have been assured.

All the discussions have been held from the point of view of industrial applications of microwave methods and circuits in the automatic processes control systems as converters of different physical magnitudes on microwave parameters.

J. KALIŃSKI

MESURES DE L'AFFAIBLISSEMENT DU SIGNAL DES MICRO-ONDES DANS LES
CONDITIONS INDUSTRIELLES

Résumé

Dans l'article on a présenté la situation technique des systèmes de mesure de l'affaiblissement du rayonnement des micro-ondes. Dans la première partie de l'article on a décrit les méthodes principales et les systèmes de mesure de l'affaiblissement et on a traité l'influence de l'instabilité des paramètres des éléments constitutants sur l'inexactitude des résultats obtenus. On a présenté les modes employés pour minimiser ces influences dans le domaine des solutions de système ainsi que celles de circuits. Dans l'autre partie de l'article on a proposé une nouvelle méthode et un système pour mesurer l'affaiblissement du signal des micro-ondes dans les conditions industrielles, qui permettent de réduire la dépendance du résultat de mesure de l'influence mécanique et climatique de l'ambiance.

Le problème dans son ensemble a été traité du point de vue de l'application industrielle des systèmes à micro-ondes à la mesure de l'affaiblissement employés comme convertisseurs des grandeurs physiques dans les systèmes de réglage automatique des processus industriels technologiques.

J. KALIŃSKI

BEMESSUNG DER MIKROWELLEN DÄMPFUNG UNTER INDUSTRIELLEN BEDINGUNGEN

Zusammenfassung

Es wird der Stand der Technik auf dem Gebiet der Meßsysteme der Mikrowellendämpfung dargestellt. Die Hauptmethoden und Schaltungen zur Bemessung der Dämpfung, als auch der Einfluß der Parameterunkonstanz der Schaltungsbauteile auf die Ungenauigkeit der Meßergebnisse werden diskutiert. Die gebräuchlichsten Gegenmaßnahmen werden erörtert. Im weiteren werden die neue Methode und die Schaltungsanordnung zur Bemessung der Mikrowellendämpfung vorgeführt, die den Zeiteinfluß und die Mediumeinwirkung auf die Ungenauigkeit der Resultate minimalisieren. Die Diskussion wird vom Gesichtspunkt der Anwendbarkeit von Mikrowellenschaltungen als industrielle Wandler durchgeführt, die eine nicht elektrische, physikalische Größe in Dämpfung eines Mikrowollensignals umwandeln, und als Bauteile des automatischen Regelungssystems technologischer Prozesse benutzt werden können.

Е. КАЛИНЬСКИ

ИЗМЕРЕНИЯ ЗАТУХАНИЯ С.В.Ч. СИГНАЛОВ В ПРОМЫШЛЕННЫХ
УСЛОВИЯХ

Резюме

В труде представлен технический обзор схем измерения затухания с.в.ч. сигналов. В первой части обсуждены основные измерительные методы и схемы, продискутировано влияние непостоянства параметров элементов этих схем на ошибки получаемых результатов. Представлены способы имеющие целью минимизацию этих влияний как в области элементов, так и схем. Во второй части труда предложен новый метод и измерительная схема для исследования затухания с.в.ч. сигнала в промышленных условиях минимизирующие влияние механически-климатических воздействий окружающей среды на результаты измерений.



Stałoprądowy model tranzystora bipolarnego dla szerokiego zakresu prądów i temperatur

WŁODZIMIERZ JANKE (GDAŃSK), STEFAN ŚWIECIŃSKI (GDAŃSK),
BOGDAN M. WILAMOWSKI (GDAŃSK)

Instytut Technologii Elektronicznej Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 9.10.1976

W pracy przedstawiono stałoprądowy model tranzystora dla komputerowego projektowania układów. Model opisuje pracę tranzystora w zakresie aktywnym normalnym. Dzięki uwzględnieniu szeregu drugorzędnych zjawisk w tranzystorze, pomijanych w modelach idealnych, przedstawiany model jest słuszny w szerokim zakresie prądów stałych. Dzięki uwzględnieniu wpływu temperatury na parametry tranzystora model pozostaje słuszny w bardzo szerokim zakresie temperatur. Na podstawie pomiarów stwierdzono poprawność modelu przy zmianach prądów w obrębie trzech dekad i przy zmianach temperatury od -40°C do $+110^{\circ}\text{C}$.

1. WSTĘP

W komputerowych metodach analizy i projektowania układów elektronicznych zachodzi potrzeba wykorzystania trzech typów modeli tranzystorów bipolarnych — modelu małosygnałowego, modelu stałoprądowego i modelu stanów przejściowych. Stosunkowo najlepiej rozpracowany jest problem wyznaczania modeli małosygnałowych, któremu poświęcono szereg prac także w literaturze krajowej (np. prace [1 ÷ 3]).

W przypadku wyznaczania modeli stałoprądowych pożądane jest objęcie modelowaniem możliwie szerokiego zakresu prądów stałych i temperatur. Spotykane w literaturze [4 ÷ 8] modele stałoprądowe z reguły nie uwzględniają zmienności współczynników modelu przy zmianach prądów stałych i temperatury, w związku z czym zakres ich zastosowań jest ograniczony.

Robione były próby aproksymacji temperaturowej parametru wzmocnienia prądowego β [5], przy czym wprowadzano zależność liniową słuszną praktycznie tylko dla zakresu średnich prądów kolektora. Zależność parametru β od prądu uwzględniano bądź przez aproksymację wielomianową [6, 9], bądź też przez empirycznie dobraną zależność [10]. Jedynie w modelu Fossuma przez wprowadzenie dodatkowych generatorów związanych z istnieniem prądów rekombinacyjnych możliwe jest zamodelowanie faktycznych zjawisk występujących w tranzystorze. Model Fossuma [11] jest na tyle uniwersalny, że można w nim uwzględnić praktycznie wszystkie zjawiska poprzez wprowadzenie dla każdego zjawiska nieliniowo sterowanych generatorów prądowych. Wadą modelu Fossuma jest

złożona postać schematu zastępczego tranzystora, co powoduje znaczną rozbudowę analizowanego układu.

W niniejszej pracy przedstawiono stałoprądowy model tranzystora bipolarnego dla szerokiego zakresu prądów stałych i temperatur. Model pozostaje słuszny przy zmianach prądów w obrębie trzech dekad i zmianach temperatury od -40°C do $+110^{\circ}\text{C}$. Model dotyczy aktywnego obszaru pracy tranzystora.

2. POSTAĆ MODELU

W pracy tej przyjęto bardzo wygodny dla celów obliczeń sposób opisu tranzystora. Tranzystor w obszarze aktywnym, w programie komputerowej analizy, opisany jest jedynie przez dwa parametry: A i $\gamma = \beta^{-1}$. Przedstawiony model tranzystora dotyczy tylko obszaru aktywnego. W razie potrzeby model taki może być wykorzystany do opisu właściwości tranzystora w obszarze nasycenia. W takim przypadku rzeczywisty tranzystor przedstawia się jako połączenie tranzystora „normalnego” i „inwersyjnego”, z których każdy pracuje w obszarze aktywnym.

Jak już wspomniano, charakterystyki tranzystora można w pierwszym przybliżeniu opisać z wykorzystaniem tylko dwóch parametrów. Związki pomiędzy prądami i napięciami tranzystora mają w tym przypadku postać:

$$I_C = A \exp \frac{V_{BE}}{V_T}, \quad (1)$$

$$I_B = \gamma I_C, \quad (2)$$

$$I_E = I_B + I_C, \quad (3)$$

gdzie:

I_C, I_B, I_E — odpowiednio prądy kolektora, bazy i emitera,

V_{BE} — napięcie na złączu baza-emiter,

$V_T = \frac{kT}{q}$ — potencjał termiczny,

T — temperatura bezwzględna,

k — stała Boltzmanna,

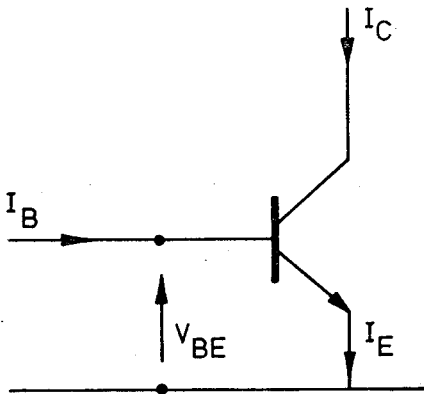
q — ładunek elementarny.

Oznaczenia prądów i napięć podaje rysunek 1.

Stworzenie dokładnego modelu tranzystora sprowadza się do podania dodatkowych relacji uzależniających parametry γ i A od aktualnych prądów, napięć i temperatury tranzystora. Przy tworzeniu tych relacji należało wybrać kompromis pomiędzy złożonością modelu a dokładnością opisu tranzystora. Model tworzono w ten sposób, że funkcje wiążące parametry tranzystora wynikają ze zjawisk fizycznych zachodzących w rzeczywistym tranzystorze.

W modelu tranzystora uwzględniono zależność wzmocnienia tranzystora od prądu i temperatury. Podano dokładny opis zależności napięcia emiter-baza tranzystora od prądu i temperatury w zakresie małych i średnich prądów. Uwzględniono wypadkową rezystancję rozproszoną tranzystora. W wyrażeniu na parametr A nie uwzględniono specyficznych

efektów związanych z wysokim poziomem wprowadzenia. W związku z tym model nie opisuje poprawnie właściwości tranzystorów przy dużych gęstościach prądu. Specyficzne efekty pracy z dużymi prądami są częściowo uwzględnione przez wprowadzenie do wyrażenia na A zastępczej rezystancji szeregowej tranzystora a także przez uwzględnienie w wyrażeniu na parametr γ członu γ_H opisującego malenie współczynnika wzmacnienia



Rys. 1. Oznaczenia stosowane w pracy

prądowego β w zakresie dużych prądów. Niemniej jednak, jak wykazuje porównanie wyników pomiarów z obliczeniami, prezentowany model nie zapewnia dobrej dokładności w pobliżu maksymalnych dopuszczalnych wartości prądów tranzystora. Rozszerzenie modelu na zakres dużych prądów jest obiektem obecnie prowadzonych prac. Ze względu na niewielki wpływ na charakterystyki statyczne elementów, w modelu tranzystora nie uwzględniono efektu nierównomierności rozplywu prądu w bazie, nie jest on również uwzględniany w żadnym z dotychczas znanych modeli tranzystorów do komputerowego projektowania układów. Pominięto wpływ temperatury na rezystancje rozproszone tranzystora. W modelu tranzystora nie uwzględniono prądów zerowych tranzystora i efektów związanych z napięciem przebicia złącza. Obydwa te efekty przy normalnej pracy tranzystorów są nieistotne. Sposób zamodelowania różnych zjawisk zachodzących w tranzystorze opisany jest w kolejnych rozdziałach.

3. ZALEŻNOŚĆ PARAMETRU A OD TEMPERATURY I PRĄDÓW TRANZYSTORA

Współczynnik A_0 uzależniający prąd kolektora od napięcia emiter-baza, przy pominięciu zależności współczynnika dyfuzji nośników od koncentracji domieszek i temperatury, dla zakresu średnich i małych prądów wyrazić można wzorem [12]:

$$A_0 = K_1 T^3 \exp\left(-\frac{E_g}{V_T}\right), \quad (4)$$

zaś prąd kolektora:

$$I_C = K_1 T^3 \exp\left(\frac{V_{BE}^* - E_g}{V_T}\right), \quad (5)$$

gdzie:

- K_1 — współczynnik niezależny od napięcia V_{BE} i temperatury,
 $V_T = kT/q$ — potencjał termiczny,
 V_{BE}^* — spadek napięcia na złączu baza-emiter pomniejszony o spadek napięcia na rezystancjach szeregowych,
 k — stała Boltzmanna,
 q — ładunek elektronu,
 T — temperatura bezwzględna,
 E_g — szerokość pasma zabronionego w krzemie (mierzona w woltach).

Zależność (5) pokrywa się bardzo dobrze z eksperymentem dla małych i średnich prądów.

W tym miejscu można uzasadnić wybór współczynnika A w zależności (1) jako parametru modelu. Zgodnie z określeniem, parametr A jest współczynnikiem w wyrażeniu (1) uzależniającym prąd kolektora od napięcia na złączu emiter-baza.

Możliwe jest oczywiście przyjęcie w charakterze parametrów modelu analogicznych współczynników w zależności prądu emitera lub prądu bazy od napięcia na złączu baza-emiter. Jednakże, w zakresie małych gęstości prądu zależności prądów bazy i emitera od napięcia na złączu baza-emiter mają postać:

$$I_{B,E} \sim \exp \frac{V_{BE}^*}{n_{B,E} V_T}, \quad (6)$$

gdzie: $n_{B,E} > 1$, natomiast zależność prądu kolektora od napięcia V_{BE} ma w tym zakresie charakter idealny, tzn.

$$I_C \sim \exp \frac{V_{BE}^*}{V_T}. \quad (7)$$

W związku z tym użycie współczynnika w zależności I_B lub I_E od V_{BE} jako parametru modelu wymagałoby albo uzależnienia tego parametru od wartości prądów, albo wprowadzenia w charakterze dodatkowego (trzeciego) parametru modelu współczynnika n_B lub n_E .

W zakresie dużych prądów należy uwzględnić spadek napięcia na rezystancjach rozproszonych bazy i emitera. Współczynnik A_1 uwzględniający ten spadek napięcia wyraża się wzorem:

$$A_1 = K_1 T^3 \exp \left(- \frac{E_g + I_B r_b + I_E r_e}{V_T} \right), \quad (8)$$

gdzie:

- I_B, I_E — odpowiednio prądy bazy i emitera,
 r_b — rezystancja szeregową bazy,
 r_e — rezystancja szeregową emitera.

Wygodne jest operowanie zastępczą rezystancją szeregową r_e^* określaną jako:

$$r_e^* = r_b \gamma + r_e (1 + \gamma). \quad (9)$$

W ten sposób parametr A może być zapisany jako:

$$A_1 = K_1 T^3 \exp \left(- \frac{E_g + I_C r_e^*}{V_T} \right). \quad (10)$$

Zgodnie z uwagami podanymi w rozdziale 2, wzór (10) opisujący parametr A_1 nie uwzględnia efektów wysokiego poziomu wprowadzania występujących przy dużych prądach.

4. ZALEŻNOŚĆ WSPÓŁCZYNNIKA WZMOCNIENIA PRĄDOWEGO TRANZYSTORA OD JEGO PRĄDÓW I TEMPERATURY

Jednym z istotniejszych parametrów określających właściwości tranzystora jest współczynnik wzmocnienia prądowego $\beta = I_C/I_B$. Przy tworzeniu modelu tranzystora znacznie wygodniejsze jest operowanie parametrem $\gamma = 1/\beta$. Z analizy zjawisk zachodzących w tranzystorze wynika [13], że parametr γ (dla $\gamma \ll 1$) równa się:

$$\gamma = \gamma_R + \gamma_W + \gamma_T + \gamma_H, \quad (11)$$

gdzie parametry γ_R , γ_W , γ_T , γ_H określają odpowiednio współczynniki uwzględniające zjawiska rekombinacji powierzchniowej, sprawność wstrzykiwania emitera, sprawność transportu nośników mniejszościowych przez bazę i modulację konduktywności obszaru bazy przy dużych prądach bazy. Parametr γ_R odgrywa dominującą rolę przy małych prądach, zaś γ_H przy dużych. Parametry γ_W i γ_T są stałe i nie zależą od prądów tranzystora.

W modelu tranzystora parametry γ_T i γ_W mogą być zastąpione jednym parametrem

$$\gamma_s = \gamma_T + \gamma_W, \quad (12)$$

który nie zależy od wartości prądów tranzystora, zaś jego zależność od temperatury można aproksymować funkcją liniową:

$$\gamma_s = \gamma_0[1 + t_\gamma(T - T_0)]. \quad (13)$$

Parametr γ_R jest zależny od punktu pracy tranzystora. Wynika to z faktu, że przy małych prądach decydującą rolę w prądzie bazy odgrywa składnik rekombinacyjny [14]:

$$I_{BR} = k_{BR} T^3 \exp \frac{V_{BE}^* - E_g}{m_r V_T}, \quad (14)$$

gdzie m_r — parametr zależny od położenia centrów rekombinacyjnych; jeżeli centra rekombinacyjne znajdują się w połowie przerwy energetycznej, to $m_r = 2$.

Prąd kolektora w tym zakresie wyraża się zależnością:

$$I_C = k_C T^3 \exp \frac{V_{BE}^* - E_g}{V_T}. \quad (15)$$

Z podzielenia zależności (14) i (15) otrzymamy

$$\gamma_R = k_R \exp \left(\frac{V_{BE}^* - E_g}{V_T} m_R \right), \quad (16)$$

gdzie:

$$m_R = (1 - m_r)/m_r. \quad (17)$$

Wartości współczynników k_R i m_R zależą od sposobu pasywacji powierzchni krzemu. Współczynnik k_R jest proporcjonalny do powierzchni złącza, na której zachodzą procesy rekombinacji par elektron-dziura [15].

Parametr γ_H można aproksymować zależnością:

$$\gamma_H = k_h \exp\left(\frac{V_{BE}^* - E_g}{V_T} m_h\right), \quad (18)$$

gdzie: k_h — współczynnik proporcjonalności.

Parametr m_h jest dodatni. Powoduje to, że w zakresie dużych prądów, gdzie dominuje parametr γ_H , współczynnik wzmocnienia β maleje przy wzroście temperatury. To znaczy jego zależność temperaturowa jest odwrotna niż w zakresie małych i średnich prądów tranzystora.

Wzrost współczynnika γ_H w zakresie dużych prądów spowodowany jest zwiększeniem efektywnego ładunku domieszek w bazie, na skutek sumowania się ładunku akceptorów i wstrzykniętych do bazy elektronów (tranzystor *npn*) oraz na skutek wzrostu efektywnej szerokości bazy (tzw. efekt Kirka). Ten ostatni efekt powoduje również wzrost współczynnika γ_T .

5. STAŁOPRĄDOWY MODEL TRANZYSTORA

Bazując na rozważaniach przedstawionych w poprzednich rozdziałach można wyprowadzić zależności współczynników A_1 i γ od punktu pracy i temperatury tranzystora.

Dotychczasowe rozważania nie uwzględniały słabej zależności charakterystyk tranzystora w obszarze aktywnym od napięcia między kolektorem a emiterym. Wpływ tego napięcia na parametry A i γ można uwzględnić wprowadzając dodatkowe współczynniki a i b ;

$$A = A_1(1 + aV_{CE}), \quad (19)$$

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + bV_{CE}}, \quad (20)$$

gdzie: A_1 i γ_0 — wartości parametrów A i γ wynikające z poprzedniej analizy.

Wartości parametrów a i b mogą być określone bezpośrednio z pomiarów w oparciu o zależności:

$$a = \frac{1}{I_C} \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}} \Big|_{V_{BE} = \text{const}}, \quad (21)$$

$$b = \frac{1}{I_C} \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}} \Big|_{I_B = \text{const}}. \quad (22)$$

W przyjętym modelu wartość parametru A oblicza się ostatecznie z zależności:

$$A = (1 + aV_{CE}) K_1 T^3 \exp \frac{-E_g - r_e^* I_C}{V_T}, \quad (23)$$

gdzie:

V_{CE} — napięcie kolektor-emitery,

a — współczynnik dla uwzględnienia wpływu napięcia kolektor-emitery na charakterystyki wejściowe.

Współczynniki a , r_e^* , K_1 są parametrami modelu, których wartości określone są indywidualnie dla każdego tranzystora. Można zauważyć, że rezystancje szeregowe tranzystora są w sposób formalny uwzględnione w wartości współczynnika A . Podejście takie bardzo istotnie upraszcza komputerową analizę układu. Powoduje bowiem eliminację znacznej liczby węzłów w układzie, które należałoby uwzględnić w analizie, gdyby na schemacie analizowanego układu pozostawić rezystancje szeregowe tranzystora.

Wartość parametru γ oblicza się z zależności:

$$\gamma = \frac{k_R \exp\left(m_R \frac{V_{BE} - E_R}{V_T}\right) + \gamma_0 [1 + t_\gamma (T - T_0)] + k_h \exp\left(m_h \frac{V_{BE} - E_h - r_e^* I_C}{V_T}\right)}{1 + b V_{CE}}, \quad (24)$$

gdzie:

$T_0 = 293^\circ\text{K}$ — temperatura odniesienia,

m_R , E_R , k_R — współczynniki opisujące wpływ zjawisk rekombinacyjnych na wzmocnienie tranzystora (patrz zależność (16)),

m_h , E_h , k_h — współczynniki opisujące zjawiska przy dużych prądach (patrz zależność (18)),

γ_0 , t_γ — współczynniki opisujące zależności wzmocnienia tranzystora od zjawisk wstrzykiwania emitera i transportu nośników przez bazę,

b — współczynnik dla uwzględnienia wpływu napięcia kolektor-emiter na wzmocnienie prądowe tranzystora (patrz zależności (20) i (22)).

Współczynniki m_R , E_R , k_R , m_h , E_h , k_h , γ_0 , t_γ , b są eksperymentalnie dobranymi parametrami modelu. Przyjęcie współczynników R_R i E_h , mających fizycznie sens przerwy energetycznej, jako parametrów modelu pozwoliło na uwzględnienie zgodnej z rzeczywistością exponencjalnej temperaturowej zależności współczynnika γ dla zakresu małych i dużych prądów. W zakresie prądów średnich zależność parametru od temperatury jest zbliżona do liniowej i uwzględnia to we wzorze (24) składnik ze współczynnikami γ_0 i t_γ .

6. ALGORYTM OBLICZEŃ PARAMETRÓW MODELU TRANZYSTORA NA PODSTAWIE WYNIKÓW POMIARÓW

Parametrów modelu tranzystora nie można określić bezpośrednio z pomiarów. Ich wartości można co najwyżej optymalnie dobrać do wyników pomiarów, przy wykorzystaniu komputerowych metod optymalizacji w ten sposób, aby model jak najlepiej odpowiadał rzeczywistemu tranzystorowi. Jako kryterium optymalizacji najwygodniej jest przyjąć błąd średniokwadratowy. W zależności od zakresu prądów i temperatur, w jakim ma być wykorzystywany model, można operować pojęciem błędu względnego lub bezwzględnego, albo też przyjąć funkcje wagi. Istnieje szereg komputerowych metod optymalizacji. Najszerszej stosowana jest metoda Fletchera-Powella [16] minimalizacji funkcji wielu zmiennych.

Możliwe jest jednak tworzenie specjalnych algorytmów optymalizacji w zależności od charakteru funkcji, której wartość ma być minimalizowana. Pozwala to często na skrócenie czasu obliczeń. Zauważmy, że przez zlogarytmowanie zależności (23) i (24) charakter tych funkcji staje się zbliżony do odcinkami liniowego i możliwe jest zastosowanie metody

najmniejszych kwadratów. W przypadku zależności (23) wynik uzyskiwano w jednym kroku iteracji. Zależność (24) aproksymowana była kolejno obszarami dla małych, średnich i dużych prądów. Proces powtarzany był wielokrotnie przy uwzględnianiu poprawek, w aktualnie analizowanym obszarze, wynikających z wartości obliczonych wcześniej parametrów pozostałych obszarów.

Program obliczeń parametrów opisywanego modelu tranzystora przedstawiono w pracy [17]. Algorytm ten był o prawie dwa rzędy wielkości szybszy, niż stosowana równoległa metoda Fletchera-Powella. Uzyskane wyniki w obydwu przypadkach różniły się nieznacznie.

Praca [17] zawiera także wyniki pomiarów charakterystyk kilku typów tranzystorów oraz obliczone parametry modelu. Stwierdzono dobrą zgodność wyników modelowania z wynikami pomiarów dla zmian prądu kolektora w zakresie trzech dekad i dla zakresu temperatur od -40°C do $+110^{\circ}\text{C}$. Obliczenia parametrów modelu na maszynie Odra 1204 trwały zależnie od egzemplarza od trzech do sześciu minut. Czas ten można uznać za krótki, zważywszy na bardzo szeroki zakres zmian prądów i temperatur objęty modelowaniem.

7. PODSUMOWANIE

W pracy omówiono stałoprądowy model tranzystora słuszny dla szerokiego zakresu prądów i temperatur. Model uwzględnia zmiany wzmocnienia prądowego tranzystora w zakresie małych, średnich i dużych gęstości prądu, nie uwzględnia natomiast specyficznych zjawisk zachodzących w złączu $p-n$ przy wysokim poziomie wprowadzania nośników. W efekcie prezentowany model nie opisuje poprawnie właściwości tranzystora w sąsiedztwie maksymalnych dopuszczalnych wartości prądu kolektora.

Postać modelu uwzględnia wpływ temperatury w bardzo szerokim zakresie na wartości parametrów tranzystora.

Opracowano oryginalny algorytm wyznaczania współczynników modelu na podstawie danych pomiarowych. Opracowany program dla maszyny cyfrowej Odra 1204, przedstawiony szczegółowo w pracy [17], pozwala na szybkie wyznaczenie parametrów modelu. Przeprowadzone obliczenia dla ponad stu egzemplarzy tranzystorów bipolarnych kilku typów wykazują dobrą zgodność z wynikami pomiarów.

LITERATURA

1. B. Wolszczak, J. Stanclik, *Model tranzystora stosowany w analizie układów elektronicznych za pomocą maszyn cyfrowych*, Elektronika, N. 4, 1972, s. 166.
2. J. Stanclik, *Metoda modelowania tranzystora bipolarnego w liniowym obszarze pracy*, Archiwum Elektrotechniki, Z. 2, 1974, s. 313.
3. J. Stanclik, *Modelowanie elementów dla potrzeb projektowania tranzystorowych beztransformatorych wzmacniaczy akustycznych za pomocą liniowej analizy częstotliwościowej*, Praca doktorska, Wrocław 1974.
4. G. Herskowitz, R. Schilling, *Semiconductor device modelling for CAD*, McGraw-Hill, New York 1972.

5. J. Logan, *Characterization and modelling for statistical design*, Bell Syst. Techn. J., 50, 1971, s. 1105.
6. F. A. Lindholm, *Device modelling for computer-aided analysis and design of integrated circuits*, Sol. St. Electr., N. 12, 1969, s. 831.
7. B. Wolszczak, *Model tranzystora bipolarnego w programach analizy układów elektronowych*, Elektronika, nr 7—8, 1972, s. 309.
8. B. Wolszczak, *Uniwersalny model tranzystora bipolarnego stosowany w programach analiz układów elektronicznych*, Elektronika, nr 7, 1973, s. 306.
9. H. K. Gummel, H. C. Poon, *An integral charge control model of bipolar transistor*, Bell Syst. Techn. J., N. 49, 1970, s. 827.
10. A. B. White, *Basewidth modulation and nonlinear β in CADA models*, IEEE J. Solid-State Circuits, vol. SC-7, 1972, s. 428.
11. J. Fossum, *A bipolar device modeling technique applicable to computer-aided circuit analysis and design*, IEEE Trans. Electron. Devices, IEEE Trans. ED-20, N. 6, 1973, s. 582.
12. B. M. Wilamowski, W. Janke, *Zależność współczynników równań Ebersa-Molla od parametrów fizycznych struktury tranzystora*, Opracowanie dla NPCP, Gdańsk 1974.
13. W. Janke, B. M. Wilamowski, *Zależność parametru β tranzystora od jego parametrów fizycznych*, Opracowanie dla NPCP, Gdańsk 1974.
14. W. Janke, *Właściwości tranzystorów krzemowych w mikromocowym obszarze pracy*, Elektronika, nr 10, 1970, s. 385.
15. W. Janke, *Specyfika półprzewodnikowych liniowych układów scalonych pracujących z prądami mikroamperowymi*, Rozprawy Elektrotechniczne, z. 2. 1975, s. 379.
16. R. Fletcher, M. J. D. Powell, *A rapidly convergent descent method for minimization*, Computer J., N. 6, 1963, s. 163.
17. B. M. Wilamowski i inni, *Model stało-prądowy tranzystora dla komputerowej analizy układów*, Opracowanie dla Przemysłowego Instytutu Elektroniki, Gdańsk 1975.

W. JANKE, S. ŚWIĘCIŃSKI, B. M. WILAMOWSKI

DC BIPOLAR TRANSISTOR MODEL FOR A WIDE RANGE OF CURRENTS AND TEMPERATURES

Summary

This paper presents a dc transistor model for computer-aided circuit design. The model describes transistor behaviour for the normal active mode of operation. The model is valid in a wide range of operating conditions because all important physical phenomena determining the transistor action are taken into account. The validity of the model was experimentally confirmed in a three-decade-range of currents and the temperature range of -40°C to $+110^{\circ}\text{C}$.

W. JANKE, S. ŚWIĘCIŃSKI, B. M. WILAMOWSKI

MODÈLE À COURANT CONTINU D'UN TRANSISTOR BIPOLAIRE POUR UNE LARGE ÉTENDUE DES COURANTS ET DES TEMPÉRATURES

Résumé

Dans l'étude on a présenté un modèle à courant continu d'un transistor destiné à faire le projet des systèmes à l'aide d'un calculateur. Le modèle décrit le travail d'un transistor dans le domaine actif, normal. Grâce à la prise en considération d'une suite de phénomènes de second ordre, se produisant dans le transistor, d'habitude négligés dans les modèles idéals, le modèle présenté est valable dans une large étendue de courants continus. Et aussi, grâce à la prise en considération de l'influence de la température sur les paramètres du transistor, le modèle continue d'être valable dans une très large étendue de températures. Les mesures prises ont prouvé la validité du modèle pour les courants compris dans l'étendue de trois décades et pour les températures variant de -40°C à $+110^{\circ}\text{C}$.

W. JANKE, S. ŚWIECIŃSKI, B. M. WILAMOWSKI

EIN GLEICHSTROM-TRANSISTOR-MODELL FÜR BREITE TEMPERATUR- UND STROMBEREICHE

Zusammenfassung

In vorliegender Arbeit wurde ein Gleichstrom-Transistor-Modell dargestellt, das unter Anwendung der Rechnertechnik für Projektierung von Gleichstromsystemen ausgenutzt werden kann. Dieses Modell beschreibt die Wirkung des Transistors im normalaktiven Bereich. Zuzufolge der Berücksichtigung vieler Nebenerscheinungen, die bei idealen Transistoren vernachlässigt werden, gilt das Modell für einen breiten Gleichstrombereich. Es berücksichtigt auch Temperatureinflüsse auf die Parameter des Transistors, und gilt somit auch für einen breiten Temperaturbereich. Es behält seine Gültigkeit im Strombereich von drei Dekaden und bei Temperaturen von -40°C bis $+110^{\circ}\text{C}$.

В. ЯНКЕ, С. СЪВЕНЦИНСКИ, Б. ВИЛЯМОВСКИ

СТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БИПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ТОКОВ И ТЕМПЕРАТУР

Резюме

В статье представлена статическая модель биполярного транзистора для проектирования электронных схем с применением ЭВМ. Благодаря учету многих физических явлений, модель хорошо описывает действие транзистора в активном режиме в широком диапазоне токов и температур. Измерения подтвердили правильность модели при изменении токов в области трех декед и изменении температур от -40°C до $+110^{\circ}\text{C}$.

Struktury periodyczne i ich zastosowanie do przyrządów optoelektroniki półprzewodnikowej

ANDRZEJ MAŁĄG (WARSZAWA)

*Instytut Technologii Elektronowej
przy Naukowo-Produkcyjnym Centrum Półprzewodników*

Otrzymano 26.6.1976

W pracy przedstawiono skrótowy opis optoelektronicznych struktur periodycznych. Najpierw opisano metody teoretycznej analizy ruchu falowego (fali światła) w ośrodkach o periodycznie zmieniających się własnościach optycznych. Metody te są stosowane do opisu ruchu falowego w cienkich warstwach światłowodowych z periodycznymi zaburzeniami powierzchni. Następnie przedstawiono możliwości sprzężenia strumienia światła do światłowodu oraz sprzężenia międzymodowe modów prowadzonych w światłowodzie przez periodyczne zaburzenie. Opisano też zastosowanie zaburzenia periodycznego do realizacji cienkowarstwowych przyrządów optoelektroniki zintegrowanej (sprzęgacze periodyczne, lasery DFB w światłowodach aktywnych). Na koniec przedstawiono metody technologiczne realizacji struktur periodycznych w przyrządach optoelektronicznych GaAs-GaAlAs.

1. WSTĘP

Pod nazwą ośrodka periodycznie zaburzonego rozumiemy taki ośrodek, w którym występują periodyczne zaburzenia własności materiałowych decydujących o parametrach fali elektromagnetycznej propagującej się w tym ośrodku, przy tym okres zaburzenia jest porównywalny z długością fali.

Badania i prace teoretyczne na temat ruchu falowego w ośrodkach periodycznie zaburzonych zostały na gruncie optoelektroniki zapoczątkowane w związku z pracami nad holografią [1]. Pierwsze informacje o pomyślnych próbach zastosowania struktur periodycznych w konstrukcji przyrządów optoelektronicznych (sprzęgacze kierunkowe; lasery) pojawiły się w latach 1970—71 [2, 3]. Wcześniejsze nieco były prace teoretyczne dotyczące wpływu zaburzeń ośrodka światłowodowego na prowadzone w tych ośrodkach światło. Rozpatrywane tam były głównie zaburzenia powierzchni w światłowodach cienkowarstwowych, w tym także zaburzenie periodyczne [4, 5]. Wczesne prace eksperymentalne były prowadzone w pasmie widzialnym, efekt światłowodowy realizowano w cienkich warstwach organicznych na podłożu szklanym, akcję laserową uzyskiwano najczęściej w barwnikach (Rhodamina 6G...) wprowadzanych do ośrodków stałych [3, 25] lub ciekłych [6]. W następnych latach — dzięki postępowi technologii materiałów półprzewodnikowych (głównie GaAs i GaAlAs) — z tymi właśnie materiałami związał się szybki rozwój przyrządów optoelektronicznych z periodycznymi zaburzeniami (głównie powierzchniowymi)

zarówno pasywnych (filtry selektywne dla światła, sprzęgacze kierunkowe itp.) jak i laserów (tzw. lasery z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym, z ang. *distributed feedback lasers* — „DFB lasers”). Wszystkie te konstrukcje są rozpatrywane pod kątem zastosowania ich w optyce zintegrowanej [7÷11] — stąd ważne jest, że są to konstrukcje cienkowarstwowe. Szczególnie istotne jest to w przypadku laserów, gdzie tradycyjna konstrukcja wymagająca istnienia zwierciadeł (np. rezonator Fabry-Perota) nie nadaje się do integracji, podczas gdy ostatnio sygnalizowane lasery DFB (a więc bez zwierciadeł) — biheterołączowe na GaAs/GaAlAs [12÷15] pracują z falą ciągłą w temperaturze pokojowej z prądami progowymi nieznacznie tylko przekraczającymi prądy progowe odpowiednich (w sensie technologii i geometrii) konstrukcji ze zwierciadłami. Przez analogię do pojęcia rozłożonego SZ — lasery ze zwierciadłami nazywać można laserami z dyskretnym sprzężeniem zwrotnym.

Podstawową zaletą struktur periodycznych jest (prócz przydatności do integracji) selektywność względem długości fali światła, z czym wiąże się rozróżnialność modów [4, 16÷18]; można zaprojektować układy, w których zasadniczą rolę odgrywają tylko dwa mody (o wektorach falowych równych co do modułu, a różnych co do znaku — oznacza to dwie identyczne fale przeciwbieżne), pozostałe mody mają bardzo mały przyczynek do całkowitej energii ruchu falowego. Można przy tym dokładnie wyznaczyć długość fali modów preferowanych przez wybór okresu zaburzenia, co nie jest praktycznie trudne. W przypadku laserów oznacza to, że można produkować egzemplarze o z góry założonej długości fali generowanego światła, co w telekomunikacji jest bardzo ważne, a nieosiągalne w laserach ze zwierciadłami. W laserach DFB o długości generowanej fali świetlnej decyduje głównie okres zaburzenia, a charakterystyki spektralne są bardzo wąskie.

Ta własność struktur periodycznych pozwala też na konstrukcję selektywnych układów pasywnych, np. filtrów, sprzęgaczy selektywnych (sprzęgacze do sprzężania światła z zewnątrz, np. „z powietrza” lub z podłoża do światłowodu).

Dalszą konsekwencją selektywności struktury jest w laserach DFB bardzo słaba zależność częstotliwości fali od poziomu pompowania — nawet przy prądach (dla pompowania elektrycznego) kilkakrotnie przekraczających wartości progowe [19], a także słaba (w porównaniu z laserami lustrzanymi) zależność długości fali światła od temperatury, co jest związane z tym, że o długości fali głównie decyduje okres zaburzenia i współczynnik załamania światła materiału światłowodowego. Okres zaburzenia jest prawie niezależny od temperatury a temperaturowa zależność współczynnika załamania światła jest znacznie mniejsza niż temperaturowa zależność charakterystyki promienistych przejść spontanicznych [15] decydującej o długości fali laserów z dyskretnym SZ.

Wadą omawianych struktur jest trudność technologiczna. Pominięta jest wprawdzie trudność związana z uzyskaniem dobrych zwierciadeł, ale wytworzenie zaburzenia też jest kłopotliwe (w amerykańskiej literaturze przyjęto pojęcie *grating* na określenie zaburzeń periodycznych powierzchniowych). Wspomniana trudność technologiczna dotyczy w szczególności laserów łączowych, gdzie na warstwie z wytworzonym gratingiem trzeba położyć następną warstwę epitaksjalną i trudność polega na tym aby nie zniszczyć przy tym gratingu [20—22, 36]. Na obecnym etapie stosowane heterostrukтуры są wielowarstwowe, co wymaga precyzyjnego opanowania technologii epitaksjalnej, przy tym w celu minimalizacji strat warstwy muszą być możliwie równe i mało zdefektowane.

Bardziej szczegółowe dane na temat technologii wytwarzania gratingu są podane w końcu artykułu, w jego części 7.

Natomiast na początku omówione są w sposób bardzo uproszczony metody analitycznego opisu struktur periodycznych, równocześnie jest to opis działania tych struktur; stanowi to część 2 artykułu.

W części 3 opisany jest ruch falowy w światłowodach cienkowarstwowych gładkich, a następnie w części 4 wyniki rozważań z części 3 są zastosowane do opisu warunków w jakich strumień świetlny może być sprzężony z wolnej przestrzeni do światłowodu cienkowarstwowego za pomocą struktury periodycznej.

Część 5 zawiera opis niektórych pasywnych przyrządów optoelektroniki zintegrowanej działających w oparciu o struktury periodyczne. Natomiast część 6 dotyczy realizacji aktywnej struktury z zaburzeniami periodycznymi, czyli lasera DFB.

Ostatnia część 7 zawiera, jak wspomniano, skrótowy opis technologii wytwarzania powierzchniowych struktur periodycznych.

2. RUCH FALOWY W OŚRODKACH PERIODYCZNYCH

Zadaniem tej części jest skrótowne przedstawienie teorii i metod analitycznych stosowanych przy opisie struktur periodycznych. W opisie analitycznym wychodzi się od równania falowego:

$$\Delta \mathbf{E} + (\mu \epsilon \omega^2 - i \mu \sigma \omega) \mathbf{E} = 0; \quad (1)$$

$\mathbf{E}$ — wektor natężenia pola elektrycznego, podobnie jak wektor natężenia pola magnetycznego $\mathbf{H}$, indukcja elektryczna i magnetyczna — $\mathbf{D}$ i $\mathbf{B}$, gęstość prądu i ładunku — $\mathbf{J}$ i ρ są funkcjami położenia $\mathbf{r}$ i czasu t . Zatem np. $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. Również przenikalność dielektryczna ϵ i przewodność σ zależą od $\mathbf{r}$: $\epsilon(\mathbf{r})$, $\sigma(\mathbf{r})$.

Równanie (1) jest jednorodne przy założeniu $\nabla \rho = 0$. Przyjmuje się dla częstotliwości optycznych w stosowanych materiałach wartość $\mu = 1$.

Równanie (1) można przepisać w postaci $\Delta \mathbf{E} + K^2 \mathbf{E} = 0$, gdzie $\mathbf{K}$ — wektor falowy (oznaczono $K = |\mathbf{K}|$)

$$K^2 = (\mu \epsilon \omega^2 - i \mu \sigma \omega) \cong (\epsilon \omega^2 - i \sigma \omega).$$

Polaryzacja $\mathbf{P}$ określa aktywność elektromagnetyczną danego ośrodka w stosunku do próżni:

$$\mathbf{P} = \mathbf{D} - \epsilon_0 \mathbf{E} = \mathbf{E}(\epsilon - \epsilon_0), \quad (2)$$

przy czym dla próżni $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} = \mathbf{D}_0$, zatem $\mathbf{P}_0 = 0$.

Uwzględniając własności polaryzacyjne ośrodka możemy przepisać równanie (1) w postaci:

$$\left(\Delta + \left(\omega^2 - i \frac{\sigma \omega}{\epsilon} \right) (\epsilon - \epsilon_0) \right) \mathbf{E} = -K_0^2 \mathbf{E}, \quad (3)$$

gdzie $K_0^2 = \left(\epsilon_0 \omega^2 - i \frac{\sigma \omega \epsilon_0}{\epsilon} \right)$ jest kwadratem wektora falowego w próżni.

Operator po lewej stronie (3) jest operatorem zaburzonym. Ponieważ w rozpatrywanych strukturach $\varepsilon(\mathbf{r})$ ma charakter periodyczny, zatem drugi składnik operatora zaburza rozwiązania $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ równania falowego. Podobnie periodyczną zmienność mogą mieć przewodność $\sigma(\mathbf{r})$ i niekiedy $\rho(\mathbf{r})$, będąc również źródłami periodycznego zaburzenia.

Równanie (3) jest problemem własnym (zaburzonym) dla funkcji falowej $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. O postaci $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ decyduje kształt periodycznej zmienności $\varepsilon(\mathbf{r})$, $\sigma(\mathbf{r})$, $\rho(\mathbf{r})$ oraz odpowiedni do rzeczywistych warunków wybór ortogonalnej bazy dla przedstawienia wektorów $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. Analiza będzie dotyczyła tylko przypadku stacjonarnego, z zależnością czasową:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})\exp(i\omega t), \quad (4)$$

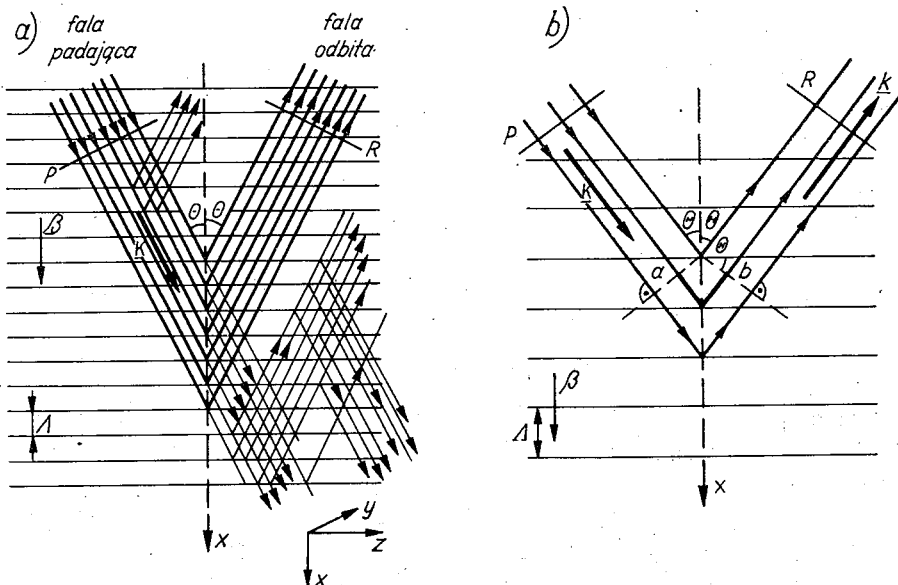
gdzie ω — częstotliwość fali.

Jedną z metod rozwiązania problemu zaburzonego (3) jest rachunek zaburzeń lub transformacje kanoniczne [23], jednak podstawowe związki można wyprowadzić korzystając z warunku Bragga.

2.1. Warunek Bragga

Warunek Bragga podaje długość fali jaka może się rozwijać w danym ośrodku periodycznym w okresie Λ . Fala elektromagnetyczna poruszając się w strukturze „widzi” ciąg płaszczyzn częściowo odbijających. Oczywiście kąty padania i odbicia θ są równe (rys. 1).

Odbicie bez rozproszeń następuje gdy między punktami a i b (rys. 1) „zmieści się” cała fala lub jej wielokrotność. Odbicie bez rozproszeń zapewnia bezstratny ruch falowy z nieskończoną ilością odbić (o ile ośrodek jest bezstratny, czyli dla K rzeczywistego).



Rys. 1. W każdym punkcie struktury periodycznej każdą falę można traktować jednocześnie jako odbitą i padającą

Λ — okres zaburzenia; P, R — czoła fal (odpowiednio) padającej i odbitej

Musi być więc spełniony warunek (Bragga):

$$l\lambda = 2\Lambda \cos \Theta, \quad (5)$$

lub

$$K = l\beta/2 \cos \Theta, \quad l = 1, 2, 3, \dots,$$

gdzie: λ — długość fali, $K = 2\pi/\lambda$, $\beta = 2\pi/\Lambda$.

Przyczyną wspomnianych częściowych odbić fali elektromagnetycznej może być nieciągłość własności ośrodka, np. skokowa zmiana $\varepsilon(x)$ (dla przypadku jak na rys. 1) z okresem Λ . Obszar, w którym zachodzi taka periodyczna zmiana $\varepsilon(x)$ tworzy grating, spełniający warunek (5).

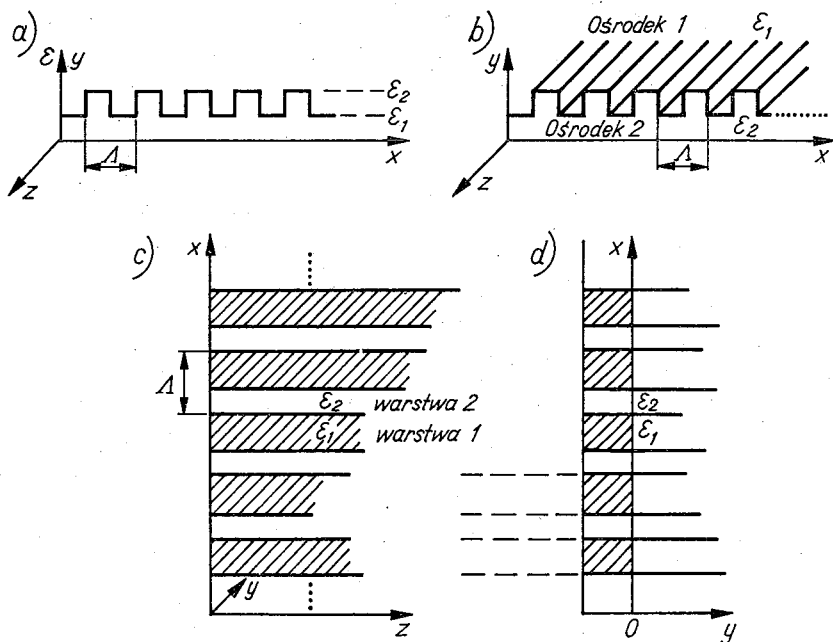
Bardzo częsty jest przypadek, w którym ruch falowy ma kierunek zgodny z kierunkiem gratingu (tzn. wektor ruchu falowego $\mathbf{K}$ i wektor gratingu β są równoległe). Jest tak np. w laserach DFB. Wtedy warunek (5) upraszcza się:

$$\lambda = \frac{2}{l} \Lambda, \quad K = k_x = \frac{l}{2} \beta.$$

Z rys. 1 wynika, że $\mathbf{K} = \mathbf{k}_x + \mathbf{k}_z$. Spełnienie warunków (5) oznacza sprzężenie fal o wektorach k_x i $(-k_x)$. Dla liczb $l = 1, 2, 3, \dots, n \dots$ mówi się odpowiednio o sprzężeniu na pierwszym, drugim ... n -tym rzędzie zaburzenia.

Na rys. 2b i 2c pokazane są dwie przykładowe realizacje struktury periodycznej:

2b) Struktura powierzchniowa — na powierzchni ośrodka światłowodowego 2 wytworzono grating o okresie Λ (dalej okaże się, że grating może mieć dowolną periodyczną zmienność, nie tylko prostokątną). Ośrodkiem 1 może być powietrze lub inny materiał nałożony na grating. Takie nakładanie jest jednak trudne technologicznie: np. przy



Rys. 2. Realizacje struktur periodycznych

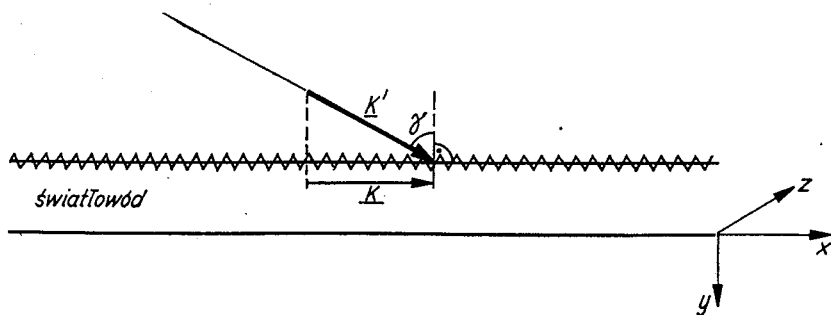
a) przebieg stałej dielektrycznej, do którego prowadzą wszystkie realizacje, b) realizacja powierzchniowa, c) supersiatka

wzroście epitaksjalnym warstwy GaAlAs (ośrodek 1) na zaburzonym światłowodzie GaAs można bardzo łatwo zniszczyć grating, którego Λ dla $l = 1$ wynosi ok. $0,12 \mu\text{m}$ (λ dla lasera GaAs = $0,24 \mu\text{m}$).

2c) Inna struktura periodyczna — tzw. „supersiatka”. Trudność technologiczna wynika z konieczności nakładania bardzo cienkich warstw (rzędu $0,12 \mu\text{m}$ dla $l = 1$), co jest trudne przy wielokrotnej epitaksji [37, 38].

Mogą też istnieć inne rozwiązania struktur periodycznych o różnej złożoności technologicznej.

Jeśli na grating leżący w płaszczyźnie xz pada z otaczającego ośrodka fala o wektorze $\mathbf{K}'$ (rys. 3) pod kątem γ , wtedy $K = K' \sin \gamma$, a następnie $k_x = K \cos \theta$. Z rys. 1 wynika,



Rys. 3. Sprzężenie strumienia światła z otoczenia do światłowodu periodycznie zaburzonego

że jeśli dla fal „padających” przyjęty jest wektor $k_{xP} = \frac{l}{2} \beta$ a dla fal „odbitych” $k_{xR} = -\frac{l}{2} \beta$, wtedy

$$k_{xP} - k_{xR} = l\beta. \quad (6)$$

Zależność (6) między dwoma wektorami falowymi sprzężonymi na l -tym rzędzie zaburzenia jest podstawowa dla struktur periodycznych. Słuszna jest ona również dla przypadku gdy $|k_{xP}| \neq |k_{xR}|$, jednak jest to trudne do wytłumaczenia za pomocą dotąd stosowanej konstrukcji geometrycznej. Konstrukcja ta nie tłumaczy również obserwowanej praktycznie możliwości sprzężenia (z mniejszą efektywnością) między dwiema falami, których wektory falowe spełniają warunek (6) tylko w przybliżeniu. Taka właśnie możliwość sprzężenia powoduje, że np. lasery DFB mają charakterystyki spektralne emitowanej fali światła o skończonej szerokości [12]. Teoria subtelniejsza niż warunek Bragga przewiduje postać charakterystyk spektralnych takich struktur [4, 17], a zwięźlenie ich jest kwestią opanowania technologii [12, 13, 20].

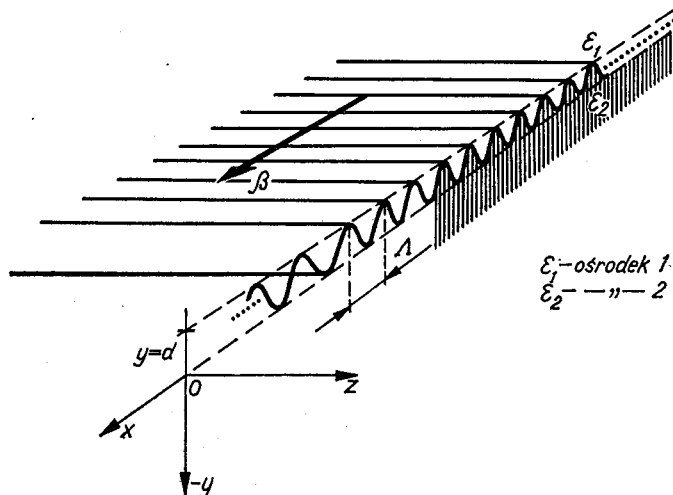
W większości przypadków periodyczne zmiany własności ośrodka zachodzą w sposób raczej ciągły niż skokowy. Mechanizm sprzężenia jest ten sam, fale sprzężone przez zaburzenie przekazują sobie wzajemnie energię na każdym (dowolnie małym) obszarze, na którym występują jednocześnie. Jednakże ciągłość zmian ϵ , ρ , σ umożliwia zastosowanie precyzyjniejszych niż dotąd metod analitycznych, a zatem dokładniejsze określenie postaci $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ i warunków sprzężenia.

2.2. Twierdzenie Floquet

W ośrodku światłowodowym 2 (rys. 4) rozchodzi się fala światła w kierunku zaburzenia ($\mathbf{K} = \mathbf{k}_x || \beta$). W związku z wytworzonym zaburzeniem periodycznym przyjąć można zmienność stałej dielektrycznej (w obszarze występowania zaburzenia):

$$\varepsilon = \varepsilon_2 + \varepsilon' \cos \frac{2\pi}{\Lambda} x = \varepsilon_2 + \varepsilon' \cos \beta x, \quad (7)$$

gdzie $\varepsilon' = |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|$ w pasie $y \in (0, d)$, przy założeniu, że ośrodki są bezstratne — $\sigma = 0$.



Rys. 4. Struktura periodyczna nieskończenie rozciągnięta w kierunkach x oraz z

Dla uproszczenia analizy (uwolnienia się od dodatkowych warunków brzegowych) zakłada się, że struktura jest nieskończenie rozciągnięta w kierunku x . Pominąć też można (dla grubego światłowodu) efekt zygzakowatego toru ruchu fali w światłowodzie (pominięcie struktury modowej poprzecznej).

Przy takich założeniach rozwiązaniem równania falowego

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + (\varepsilon_2 + \varepsilon' \cos \beta x) K_0^2 \right) E_2(x) = 0 \quad (8)$$

jest funkcja falowa

$$E_2(x) = A \varphi(x) \exp \pm (\gamma x). \quad (9)$$

Ten szczególny wynik w strukturze periodycznej jest nazywany twierdzeniem Floquet [24].

We wzorze (9) γ jest zespolonym w ogólności wektorem falowym, przy tym $|\exp \pm (\gamma \Lambda)|^2 = 1$. Funkcja $\varphi(x)$ ma okresowość zaburzenia, tzn. $\varphi(x + d\Lambda) = \varphi(x)$; $d = 1, 2, 3, \dots$ Dla zmienności $\varepsilon(x)$ danej wzorem (7): $\varphi(x) = \varphi_0 \cos \beta x$; przy bardziej złożonej postaci zmienności $\varepsilon(x)$ rozkład w szereg harmoniczny Fouriera pozwala przedstawić $\varepsilon(x)$:

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_2 + \varepsilon' \sum_l a_l \cos(l\beta x), \quad (7a)$$

gdzie: a_l — l -ty współczynnik Fourierski, l — rząd zaburzenia.

W takiej sytuacji

$$\varphi(x) = \sum_l \varphi_{0l} \cos l\beta x. \quad (10)$$

2.3. Rachunek zaburzeń

Rachunek zaburzeń [23] jest metodą przybliżoną liczenia poprawek do funkcji falowej (własnej) światłowodu niezaburzonego. Poprawki obrazują zaburzenie światłowodu i wyrażone są w rachunku zaburzeń również za pomocą funkcji własnych gładkiego światłowodu. Operatorem zaburzenia jest wyrażenie $\left(\omega^2 - i \frac{\sigma\omega}{\varepsilon}\right)(\varepsilon - \varepsilon_0)$ w równaniu falowym (3). Zatem zależność $\varepsilon(x)$ ma główny wpływ na poprawki do funkcji falowej.

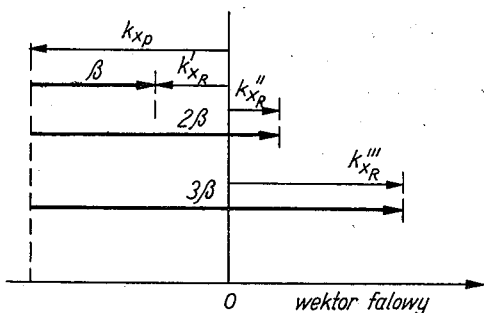
Rachunek zaburzeń jest skuteczny tylko dla zaburzeń słabych, tzn. że zmienność $\varepsilon(x)$ musi być tak mała, by operator zaburzenia powodował małą zmianę parametru ruchu falowego (tzn. wektora falowego $K^2 = \varepsilon\omega^2 - i\sigma\omega$). Zatem jest potrzebne aby

$$\frac{\varepsilon(x) - \varepsilon_0}{\bar{\varepsilon}} \ll 1, \quad (11)$$

gdzie $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{A} \int_0^A \varepsilon(x) dx$ jest wartością średnią dla danego światłowodu.

Jeśli realizacja technologiczna nie spełnia warunku małości zaburzenia (11), to do opisu tej realizacji nie można stosować rachunku zaburzeń (ani transformacji kanonicznych).

Dla obliczenia poprawek konieczna jest znajomość rozwiązania problemu niezaburzonego (1). Rachunek zaburzeń stosuje się w przypadku dyskretnych charakterystyk spektralnych, zatem funkcja falowa gładkiego światłowodu wyraża się za pomocą zbioru



Rys. 5. Oddziaływanie między modami dla trzech pierwszych harmonicznych zaburzenia

Fala padająca (o wektorze falowym podłużnym k_{xp}) jest sprężona przez kolejne harmoniczne (podstawowa o wektorze falowym β , druga i trzecia — 2β , 3β), zaburzenia do modów k_{xR}' , k_{xR}'' , k_{xR}'''

funkcji ortogonalnej bazy. Nie zawsze wiadomo jaka jest odległość poszczególnych linii charakterystyk spektralnych (zależy to od układu w jakim pracuje struktura periodyczna), stąd trudno jest określić bazę. Np. w pracy [17] wskazuje się na odległość między sąsiednimi liniami (modami) w przybliżeniu $\left(\frac{1}{2L} 2\pi\right)$, gdzie L jest długością lasera DFB emitu-

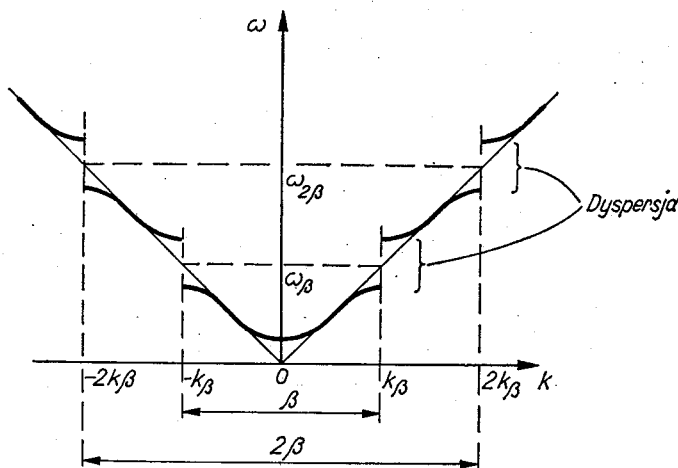
jącego światło do wolnej przestrzeni. Wtedy baza ortogonalna jest typu $\exp i\left(\frac{m\pi}{L}x\right)$; $m = 1, 2, 3, \dots$, gdy spełniony jest warunek (11).

W takiej bazie niezerowe są tylko poprawki dla fal, których wektory falowe wiążą zależność (6) (również dla $|k_{xp}| \neq |k_{xr}|$). Oznacza to, że tylko między takimi falami następuje wymiana energii w strukturze periodycznej. Dla poszczególnych rzędów zaburzenia (harmonicznych l) obrazuje to rys. 5, gdzie dla uproszczenia ograniczono się do $l \in (1, 3)$.

Ponadto przy spełnieniu (6) i dodatkowo gdy $|k_{xp}| = |k_{xr}|$ poprawka (wraz z poprawką zerową do wektora falowego) jest nieokreślona, a pasmo częstotliwości świetlnych wokół

$$\omega_\beta = \frac{c}{n} k_\beta \quad (12)$$

jest zabronione (rys. 6). Zachodzi więc dyspersja w zależności $\omega(k)$ [17, 18, 25].



Rys. 8. Charakterystyki dyspersyjne struktur periodycznych

We wzorze (12) $k_\beta = |k_{xp}| = |k_{xr}| = \frac{l\beta}{2}$, przy tym widać z (6), że $k_{xp} = -k_{xr} = \frac{l\beta}{2}$

(jest to jedyna możliwość spełnienia obu warunków, a $\frac{l\beta}{2} = |k_{xp}| = |k_{xr}|$ jest warunkiem Bragga). Jest to zatem układ fal stojących wzajemnie wymieniających energię. Taka sytuacja jest w laserach DFB.

2.4. Teoria modów sprzężonych [17, 27, 28]

W teorii modów sprzężonych wykazana jest wzajemność zjawiska dyspersji [17], tzn. można rozpatrywać przypadek z ciągłym widmem k i nieciągłościami w widmie ω (dla kolejnych wielokrotności k_β), lub wzajemnie — ciągłość widma ω z nieciągłościami w widmie k . W teorii tej opisuje się ruch falowy w przybliżeniu tylko poprzez dwie fale wzajemnie

sprzężone (wymieniające energię) przez zaburzenie, inne fale o małym wkładzie do całkowitej energii ruchu falowego są pomijalne.

Rozpatrzmy dwie fale o różnej w ogólności częstotliwości i amplitudach zespolonych A i B ; te fale są funkcjami własnymi (modami własnymi) równania falowego niezaburzonego.

Zakładamy, że fale biegną tylko w kierunku x :

$$\begin{aligned} a(x, t) &= A \exp i(\omega_a t \pm k_a x), \\ b(x, t) &= B \exp i(\omega_b t \pm k_b x); \end{aligned} \quad (13)$$

(stosowane dotąd oznaczenia wektorów falowych k_p i k_R zmienimy na k_a i k_b , co w ogóle już nie sugeruje z góry, która z fal jest padająca lub odbita).

Gdy pojawia się zaburzenie ośrodka, między tymi modami powstaje sprzężenie, moc wymieniana jest wzdłuż drogi przebytej przez fale, co powoduje, że A i B stają się funkcjami x

$$A = A(x), \quad B = B(x). \quad (13a)$$

Tę zmienność od x opisuje się za pomocą pary równań sprzężonych:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial x} &= \kappa_{ab} B \exp -i(\Delta x), \\ \frac{\partial B}{\partial x} &= \kappa_{ba} A \exp +i(\Delta x). \end{aligned} \quad (14)$$

Równania (14) opisują ośrodek bezstratny, natomiast w ośrodku stratnym lub aktywnym każda z fal zmienia swoją amplitudę także wskutek wzmocnienia lub strat w ośrodku:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial x} + (\alpha - i\Delta)A &= i\kappa_{ab} B, \\ \frac{\partial B}{\partial x} + (\alpha - i\Delta)B &= i\kappa_{ba} A, \end{aligned} \quad (15)$$

α — odpowiada aktywności ośrodka.

Wzory (14) i (15) stanowią definicję współczynnika sprzężenia $-\kappa_{ab}$, κ_{ba} . Wartość κ zależy od wielkości i kształtu zaburzenia powodującego sprzężenie fal. Wprowadzenie takiego współczynnika reprezentującego zaburzenie jest bardzo wygodne i dlatego teoria modów sprzężonych jest bardzo często wykorzystywana w opisie struktur zaburzonych a więc i periodycznych, gdzie ze względu na analityczny opis zaburzenia również i κ można wyliczyć analitycznie (np. w pracach [27] i [36]).

Wielkość Δ opisuje brak synchronizmu częstotliwości fal i zaburzenia, tzn. $\Delta = 0$, jeśli $(k_a - k_b) = n\beta$. Rozwiązanie równań (14) ma zasadniczo różną postać dla sprzężeń w „przód” (tzn. dla fal $a(x, t)$ i $b(x, t)$ współbieżnych) i „wstecz” (dla fal przeciwbieżnych). Dla fal współbieżnych: jeśli A i B są amplitudami, to wartości $|A|^2$ i $|B|^2$ odpowiadają mocy niesionej przez te fale; wtedy warunek zachowania mocy całkowitego ruchu falowego w pasywnej strukturze zaburzonej ma postać

$$\frac{\partial}{\partial x} (|A|^2 + |B|^2) = 0. \quad (16)$$