

$\mathbf{R}$ — macierz diagonalna rezystancji,

$\mathbf{R} = \text{diag} (R_{D1}, R_{D2}, R_d, R_q, R_{Q1}, R_{Q2})$,

$\mathbf{L}$ — macierz indukcyjności własnych i wzajemnych,

$\mathbf{G}$ — macierz rotacji;

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{D1}, & M_{D1}^{D2}, & M_{D1}^d, & 0, & 0, & 0 \\ M_{D2}^{D1}, & L_{D2}, & M_{D2}^d, & 0, & 0, & 0 \\ M_d^{D1}, & M_d^{D2}, & L_d, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & L_q, & M_q^{Q1}, & M_q^{Q2} \\ 0, & 0, & 0, & M_{Q1}^q, & L_{Q1}, & M_{Q1}^{Q2} \\ 0, & 0, & 0, & M_{Q2}^q, & M_{Q2}^{Q1}, & L_{Q2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & k_d^q, & k_d^{Q1}, & k_d^{Q2} \\ -k_d^{D1}, & -k_d^{D2}, & -k_d^d, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

Ψ — wektor strumieni skojarzonych,

$\Psi = [\Psi_{D1}, \Psi_{D2}, \Psi_d, \Psi_q, \Psi_{Q1}, \Psi_{Q2}]^T$,

ω — prędkość kątowna,

m — moment obrotowy przyłożony z zewnątrz,

J — całkowity biegunowy moment bezwładności wirnika,

D — współczynnik tarcia w ruchu obrotowym.

Elementy k macierzy rotacji $\mathbf{G}$ zwane „indukcyjnościami wzajemnymi rotacji” wyznaczają związek między iloczynem prądu i prędkości kątowej a odpowiednim napięciem rotacji. Mogą one być przyjęte jako stałe tylko przy założeniu stałości permeancji obwodu magnetycznego w poszczególnych osiach maszyny, a więc w warunkach pracy przy małym nasyceniu obwodu magnetycznego. Ogólnie, macierz $\mathbf{G}$ a także macierz indukcyjności własnych i wzajemnych $\mathbf{L}$, ze względu na nieliniową charakterystykę magnesowania, są funkcją wektora prądu $\mathbf{i}$.

Równania (1) i (2) można przedstawić w różnych postaciach wykorzystując równanie (3), zależnie od wyboru zmiennych stanu. Wielkością wyjściową może być cały zbiór lub dowolny podzbiór trójki zmiennych stanu, np. $(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \omega)$, $(\mathbf{X}_1, \omega)$, (ω) , przy czym $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ — wektorowe zmienne stanu, którymi mogą być dowolne wektory strumieni skojarzonych stojana Ψ_s , twornika Ψ_t i prądów $\mathbf{i}_s, \mathbf{i}_t$. Wielkością wejściową może być wektor sygnałów wejściowych $\mathbf{U}$, którego współrzędnymi są napięcia u i moment m .

2.2. Linearyzacja równań stanu

Równania stanu (1) i (2) są równaniami różniczkowymi nieliniowymi ze względu na:

- nieliniową charakterystykę magnesowania $B = f(H)$,
- występowanie iloczynów dwóch zmiennych stanu.

Ponieważ przy niewielkich odchyleniach od stanu ustalonego poszczególnych wielkości wymienione wyżej nieliniowości nie wprowadzają istotnych zmian ilościowych, wprowadzimy linearyzację modelu maszyny wokół punktu pracy [1, 2, 3, 7, 16].

Równania (1) i (2) można zapisać w postaci równania stanu i równania wyjścia:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{U}), \quad (5)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{g}(\mathbf{X}, \mathbf{U}), \quad (6)$$

gdzie:

$\mathbf{X} = [\Psi, \mathbf{i}, \omega]^T$ — wektor stanu,

$\mathbf{U} = [\mathbf{u}, m]^T$ — wektor wymuszenia (wejścia),

$\mathbf{Y} = [\mathbf{i}, \omega]^T$ — wektor wyjścia.

Niech wektor stanu $\mathbf{X}_0$ i wektor wymuszenia $\mathbf{U}_0$ maszyny opisanej równaniem (5) odpowiadają punktowi równowagi (stanowi ustalonemu) układu, $\mathbf{f}(\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0) = 0$. Przyjęte zostanie założenie, że w stanie nieustalonym odchylenia $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_0$, $\Delta\mathbf{U} = \mathbf{U} - \mathbf{U}_0$ od $\mathbf{X}_0$ i $\mathbf{U}_0$ są dostatecznie małe.

Rozwijając funkcję $\mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{U})$ w szereg Taylora w otoczeniu punktu $\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0$ otrzymuje się:

$$\frac{d}{dt} \Delta\mathbf{X} = \mathbf{A} \Delta\mathbf{X} + \mathbf{B} \Delta\mathbf{U} + \mathbf{R}, \quad (7)$$

przy czym:

$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \bigg|_{\substack{\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{U} = \mathbf{U}_0}}$ — macierz kwadratowa pochodnych cząstkowych wektora $\mathbf{f}$ względem $\mathbf{X}$ obliczanych w punkcie $\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0$,

$\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{U}} \bigg|_{\substack{\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 \\ \mathbf{U} = \mathbf{U}_0}}$ — macierz kwadratowa pochodnych cząstkowych wektora $\mathbf{f}$ względem $\mathbf{U}$ obliczanych w punkcie $\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0$,

$\mathbf{R}$ — reszta rozwinięcia funkcji $\mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{U})$ w szereg Taylora.

Układ równań różniczkowych

$$\frac{d}{dt} \Delta\mathbf{X} = \mathbf{A} \Delta\mathbf{X} + \mathbf{B} \Delta\mathbf{U} \quad (8)$$

otrzymany z układu (7) przy $\mathbf{R} = 0$ daje liniowe przybliżenie nieliniowego układu równań różniczkowych (5). Elementy macierzy $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ zależą od punktu $\mathbf{X}_0, \mathbf{U}_0$.

2.3. Rozwiązanie równania stanu

Rozwiązanie układu równań różniczkowych liniowych o współczynnikach stałych (8), spełniające warunek początkowy $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$, ma postać:

$$\Delta\mathbf{X} = \exp\{\mathbf{A}(t - t_0)\} \mathbf{X}_0 + \int_{t_0}^t \exp\{\mathbf{A}(t - \tau)\} \mathbf{B} \Delta\mathbf{U}(\tau) d\tau. \quad (9)$$

Macierz $\Phi(t) = \exp(\mathbf{A}t)$ jest macierzą tranzycyjną, którą można wyznaczyć stosując twierdzenie Sylwestera, odwrotne przekształcenie Laplace'a lub metodę wyznaczania przebiegów chwilowych dla odpowiednio dobranych warunków początkowych [10].

Znaczne uproszczenie analizy otrzymamy stosując przekształcenie operatorowe Laplace'a.

Równanie stanu (8) zlinearyzowanego modelu maszyny możemy zapisać w postaci operatorowej:

$$s \Delta\mathbf{X}(s) - \mathbf{X}_0 = \mathbf{A} \Delta\mathbf{X}(s) + \mathbf{B} \Delta\mathbf{U}(s), \quad (10)$$

przy czym:

$\Delta \mathbf{X}(s)$ — transformata Laplace'a wektora stanu,

$\Delta \mathbf{U}(s)$ — transformata Laplace'a wektora wymuszenia,

$\mathbf{X}_0$ — wartość początkowa wektora stanu.

Na podstawie równania (10) otrzymujemy zależność:

$$(s\mathbf{1} - \mathbf{A})\Delta \mathbf{X}(s) = \mathbf{X}_0 + \mathbf{B}\Delta \mathbf{U}(s). \quad (11)$$

Mnożąc lewostronnie przez $(s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}$ otrzymujemy wyrażenie:

$$\Delta \mathbf{X}(s) = (s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{X}_0 + (s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\Delta \mathbf{U}(s). \quad (12)$$

Uzależniliśmy w ten sposób wektor stanu w postaci operatorowej $\Delta \mathbf{X}(s)$ od wartości początkowej wektora stanu $\mathbf{X}_0$, wektora sygnałów wejściowych w postaci operatorowej $\Delta \mathbf{U}(s)$ oraz od parametrów maszyny.

Rozwiązanie równania stanu (8) $\Delta \mathbf{X}(t)$, znajdziemy jako przekształcenie odwrotne wyrażenia (12):

$$\Delta \mathbf{X}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\Delta \mathbf{X}(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{(s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{X}_0\} + \mathcal{L}^{-1}\{(s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\Delta \mathbf{U}(s)\}. \quad (13)$$

Rozwiązanie (13) musi być analogiczne do rozwiązania (9). Pierwsza jego część odpowiada rozwiązaniu równania jednorodnego, druga zaś jest odpowiedzią wymuszoną maszyny zależną od wektora sygnałów wejściowych i niezależną od stanu początkowego $\mathbf{X}_0$ maszyny. Porównując obie postaci rozwiązania jednorodnego równania stanu mamy:

$$\exp(\mathbf{A}t)\mathbf{X}_0 = \mathcal{L}^{-1}\{(s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{X}_0\}, \quad (14)$$

a stąd:

$$\exp(\mathbf{A}t) = \mathcal{L}^{-1}\{(s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}\} = \Phi(t). \quad (15)$$

Wyrażenie (15) określa bezpośrednio macierz tranzycyjną maszyny.

Równanie wyjścia zgodnie z (6) ma postać:

$$\Delta \mathbf{Y} = \mathbf{C}\Delta \mathbf{X} + \mathbf{D}\Delta \mathbf{U}. \quad (16)$$

Mając $\Delta \mathbf{X}$ znajdujemy przebieg $\Delta \mathbf{Y}$ z równania (16).

2.4. Transmitancja macierzowa modelu maszyny prądu stałego

Bardzo często własności dynamiczne maszyny określa się za pomocą macierzy transmitancji operatorowych (transmitancja macierzowa). Przyjmując $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0 = \mathbf{0}$ możemy przedstawić model maszyny równaniem:

$$\Delta \mathbf{Y}(s) = \mathbf{K}(s)\Delta \mathbf{U}(s), \quad (17)$$

gdzie $\mathbf{K}(s)$ jest macierzą transmitancji.

Stosując przekształcenie Laplace'a do równania wyjścia (16) i uwzględniając (12) oraz zakładając zerowe warunki początkowe otrzymujemy:

$$\Delta \mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\Delta \mathbf{U}(s) + \mathbf{D}\Delta \mathbf{U}(s). \quad (18)$$

Z porównania (18) i (17):

$$\mathbf{K}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}. \quad (19)$$

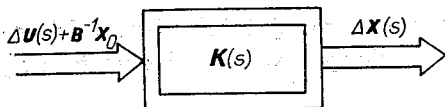
Wektor zmiennych stanu może zostać dobrany tak, że jest on zarazem wektorem sygnałów wyjściowych; wówczas transmitancja macierzowa maszyny będzie miała postać:

$$K(s) = (s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}. \quad (20)$$

Równanie (12) można więc zapisać w postaci:

$$\Delta \mathbf{X}(s) = K(s) \{ \Delta \mathbf{U}(s) + \mathbf{B}^{-1} \mathbf{X}_0 \}. \quad (21)$$

Równanie (21) można przedstawić w postaci schematu blokowego pokazanego na rys. 2.

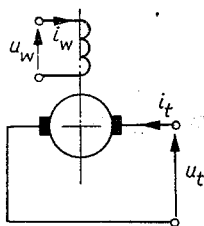


Rys. 2. Schemat blokowy macierzy transmitancji maszyny prądu stałego

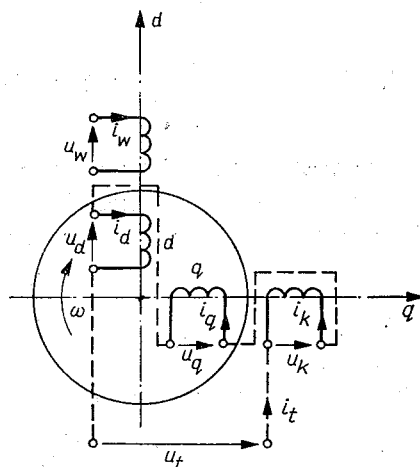
3. MASZYNA UOGÓLNIONA JAKO MODEL SILNIKA OBCOWZBUDNEGO

Rys. 3 przedstawia schemat obcowzbudnego silnika prądu stałego. Silnik ten można zastąpić modelem maszyny uogólnionej po usunięciu dwóch uzwojeń stojana, co ilustruje rys. 4.

Rozważmy model silnika prądu stałego posiadający cztery uzwojenia (rys. 4); dwa na stojanie: wzbudzenia w osi podłużnej, biegunów pomocniczych (komutacyjnych) w osi poprzecznej, oraz dwa na tworniku. Ogólna teoria maszyn prądu stałego [6, 7, 8] pozwala przedstawić uzwojenie twornika w postaci umownych dwóch uzwojeń w osiach podłużnej i poprzecznej, tym samym pokazuje oddziaływanie tego uzwojenia w wybranych osiach maszyny. Wprowadzenie dodatkowego uzwojenia na tworniku w osi podłużnej maszyny, osłabiającego lub wzmacniającego strumień główny, umożliwia matematyczne ujęcie takich zjawisk jak:



Rys. 3. Schemat silnika obcowzbudnego prądu stałego



Rys. 4. Maszyna uogólniona jako model silnika obcowzbudnego prądu stałego

- poprzeczna reakcja twornika, która osłabia główny strumień maszyny,
- przesunięcie szczotek ze strefy neutralnej, które w zależności od kierunku obrotu powodują osłabienie lub wzmocnienie pola podłużnego,
- uwzględnienie przepływu pochodzącego od prądu w zezwoju komutowanym, który osłabia (przy komutacji przyspieszonej) lub wzmacnia (przy komutacji opóźnionej) strumień główny maszyny.

Poza tym przyjęto jako dodatni moment obciążenia m_0 , czyli $m = -m_0$.

Równania stanu silnika w postaci wektorowo macierzowej będą miały na podstawie (1), (2), (3) postać:

$$\frac{d}{dt} \Psi = -Ri - \omega Gi + u, \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt} \omega = -\frac{D}{J} \omega + \frac{1}{J} i^T Gi - \frac{1}{J} m_0, \quad (23)$$

$$\Psi = Li, \quad (24)$$

gdzie:

$$u = [u_w, u_d, u_q, u_k]^T,$$

$$i = [i_w, i_d, i_q, i_k]^T,$$

$$R = \text{diag}(R_w, R_d, R_q, R_k),$$

$$L = \begin{bmatrix} L_w & M_{wd} & 0 & 0 \\ M_{dw} & L_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_q & M_{qk} \\ 0 & 0 & M_{kq} & L_k \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{dq} & k_{dk} \\ -k_{qw} & -k_{qd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$\Psi = [\Psi_w, \Psi_d, \Psi_q, \Psi_k]^T.$$

W rzeczywistej maszynie prądu stałego uzwojenie biegunów pomocniczych (komutacyjnych) jest szeregowo połączone z twornikiem (rys. 4), tak aby wypadkowe pole w osi zezwoju komutującego przy szczotkach nie wysuniętych z geometrycznej strefy neutralnej było równe zero przy właściwie dobranym przepływie biegunów komutacyjnych. Analitycznie temu połączeniu odpowiada macierz transformacji C spełniająca równanie $i = C^T i'$, gdzie:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Po dokonaniu transformacji według ogólnie znanych zależności $u' = Cu$, $Z' = CZC^T$ macierze rezystancji, indukcyjności własnych i wzajemnych, rotacji oraz wektory napięć, prądów i strumieni w równaniach (22), (23), (24) przyjmą postać:

$$u' = [u_w, u_t]^T,$$

$$i' = [i_w, i_t]^T,$$

$$R' = \text{diag}(R_w, R_t), \quad (26)$$

$$L' = \begin{bmatrix} L_w & M_{wd} \\ M_{dw} & L_t \end{bmatrix}, \quad G' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -k_q & -k_d \end{bmatrix},$$

$$\Psi' = [\Psi_w, \Psi_t]^T,$$

gdzie indeks w odnosi się do uzwojenia wzbudzenia, t do uzwojenia twornika (rys. 4), a:

$$\begin{aligned} u_t &= u_d + u_q - u_k && \text{jest napięciem twornika,} \\ i_t &= i_d = i_q = -i_k && \text{jest prądem twornika,} \\ R_t &= R_d + R_q + R_k && \text{jest rezystancją szeregowego połączenia twornika i biegunów} \\ &&& \text{komutacyjnych,} \\ L_t &= L_d + L_q + L_k - 2M_{kq} && \text{reprezentuje indukcyjność własną szeregowego połączenia twor-} \\ &&& \text{nika i biegunów komutacyjnych,} \\ M_{wd} &= M_{dw} = M && \text{jest współczynnikiem indukcji wzajemnej uzwojenia wzbudzenia} \\ &&& \text{i twornika.} \end{aligned}$$

Jeżeli na podstawie (24) wzór $\mathbf{i} = \mathbf{L}^{-1}\Psi$ odpowiada zależności wiążącej wartość prądu $\mathbf{i}$ z wartością strumienia Ψ , to równania (22) i (23) przy uwzględnieniu (26) można zapisać:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_w \\ i_t \end{bmatrix} &= -\frac{1}{L^2} \begin{bmatrix} L_t & -M \\ -M & L_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_w & 0 \\ 0 & R_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_w \\ i_t \end{bmatrix} - \frac{\omega}{L^2} \begin{bmatrix} L_t & -M \\ -M & L_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -k_q & -k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_w \\ i_t \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{1}{L^2} \begin{bmatrix} L_t & -M \\ -M & L_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_w \\ u_t \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\frac{d}{dt} \omega = -\frac{D}{J} \omega + \frac{1}{J} [i_w, i_t] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -k_q & -k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_w \\ i_t \end{bmatrix} - \frac{1}{J} m_0, \quad (28)$$

gdzie:

$$L^2 = L_w L_t - M^2. \quad (29)$$

Po przekształceniu (27) i (28) otrzymamy:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_w \\ i_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-L_t R_w - \omega M k_q}{L^2}, & \frac{M R_t - \omega M k_d}{L^2} \\ \frac{M R_w + \omega L_w k_q}{L^2}, & \frac{-L_w R_t + \omega L_w k_d}{L^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_w \\ i_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_t}{L^2}, & \frac{-M}{L^2} \\ \frac{-M}{L^2}, & \frac{L_w}{L^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_w \\ u_t \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$\frac{d}{dt} \omega = -\frac{D}{J} \omega - \frac{1}{J} (k_q i_w i_t + k_d i_t^2) - \frac{1}{J} m_0. \quad (31)$$

Równania (30) i (31) można zapisać w postaci równania stanu:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{U}).$$

Rozwijając funkcję $\mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{U})$ w szereg Taylora w otoczeniu punktu $\mathbf{X}_0$, $\mathbf{U}_0$ oraz pomijając nieliniową część tego rozwinięcia otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_w \\ \Delta i_t \\ \Delta \omega \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-L_t R_{w1}}{L^2}, & \frac{M R_{tz}}{L^2}, & \frac{-M k_1}{L^2} \\ \frac{L_w R_{w2}}{L^2}, & \frac{-L_w R_{tz}}{L^2}, & \frac{L_w k_1}{L^2} \\ -\frac{1}{J} k_q i_{t0}, & -\frac{1}{J} k_2, & -\frac{D}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_w \\ \Delta i_t \\ \Delta \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_t}{L^2}, & \frac{-M}{L^2}, & 0 \\ \frac{-M}{L^2}, & \frac{L_w}{L^2}, & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_w \\ \Delta u_t \\ \Delta m_0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (32)$$

lub krócej:

$$\frac{d}{dt} \Delta \mathbf{X} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{X} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{U}, \quad (33)$$

gdzie wprowadzono pewne zastępcze rezystancje i współczynniki rotacji, a mianowicie:

$$\begin{aligned} R_{w1} &= R_w + \omega_0 \frac{M}{L_t} k_q, \\ R_{w2} &= \frac{M}{L_w} R_w + \omega_0 k_q, \\ R_{tz} &= R_t - \omega_0 k_d, \\ k_1 &= k_q i_{w0} + k_d i_{t0}, \\ k_2 &= k_q i_{w0} + 2k_d i_{t0}. \end{aligned} \quad (34)$$

Elementy macierzy $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ zależą od wybranego punktu $\mathbf{X}_0$, $\mathbf{U}_0$.

Równanie stanu zlinearyzowanego modelu maszyny (33) zgodnie z (12) możemy zapisać w postaci operatorowej:

$$\Delta \mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \{ \mathbf{B}^{-1} \mathbf{X}_0 + \Delta \mathbf{U}(s) \}. \quad (35)$$

Rozwiązanie równania stanu (33) $\Delta \mathbf{X}(t)$, znajdziemy jako przekształcenie odwrotne wyrażenia (35). Ponieważ:

$$s\mathbf{I} - \mathbf{A} = \begin{bmatrix} s + \frac{L_t R_{w1}}{L^2}, & \frac{-M R_{tz}}{L^2}, & \frac{M k_1}{L^2} \\ \frac{-L_w R_{w2}}{L^2}, & s + \frac{L_w R_{tz}}{L^2}, & \frac{-L_w k_1}{L^2} \\ \frac{1}{J} k_q i_{t0}, & \frac{1}{J} k_2, & s + \frac{D}{J} \end{bmatrix}, \quad (36)$$

zatem po wykonaniu obliczeń i przy zerowych warunkach początkowych równanie (35) przyjmie postać:

$$\begin{bmatrix} \Delta i_w(s) \\ \Delta i_t(s) \\ \Delta \omega(s) \end{bmatrix} = [N(s)]^{-1} \begin{bmatrix} K_3(T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1) & , & -K_4(T_6 s + 1)s \\ -K_6(T_7 T_8 s^2 - T_8 s - 1), & K_7(T_6 s + 1)(T_w s + 1), \\ -K_9(T_{10} s + 1) & , & -K_{10}(T_{11} s + 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_w(s) \\ \Delta u_t(s) \\ \Delta m_0(s) \end{bmatrix}, \quad (37)$$

gdzie:

$$N(s) = T_1 T_2 T_3 s^3 + T_3 T_4 s^2 + T_5 s + 1,$$

a poszczególne współczynniki oraz stałe czasowe są zdefiniowane:

$$\begin{aligned} K_0 &= L^2 [L_w (D R_{tz} + k_1 k_2) (L_t R_{w1} - M R_{w2})]^{-1}, \\ K_3 &= K_0 (D R_{tz} + k_1 k_2), & K_8 &= k_1 (D R_{tz} + k_1 k_2)^{-1}, \\ K_4 &= K_0 M D, & K_9 &= K_0 k_q (R_{tz} i_{t0} + k_2 \omega_0), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_5 &= K_0 M k_1, & K_{10} &= K_0 R_w k_2, \\
K_6 &= K_0 k_q (D\omega_0 - k_1 i_{t0}), & K_{11} &= K_0 R_w R_{tz}, \\
K_7 &= K_0 D R_w, \\
T_1 &= \frac{J R_{tz} + D L_t}{D R_{tz} + k_1 k_2}, & T_8 &= \frac{J k_q \omega_0 - D M}{k_q (D\omega_0 - k_1 i_{t0})}, \\
T_2 &= \frac{J L_t}{J R_{tz} + D L_t}, & T_9 &= \frac{L^2}{L_t R_{w1} - M R_{w2}}, \\
T_3 &= \frac{L^2 L^2}{L_w L_t (L_t R_{w1} - M R_{w2})}, & T_{10} &= \frac{L_t k_q i_{t0} - M k_2}{k_q (R_{tz} i_{t0} + \omega_0 k_2)}, \\
T_4 &= \frac{L_t [J (L_t R_{w1} + L_w R_{tz}) + D L^2]}{L^2 (D R_{tz} + k_1 k_2)}, & T_{11} &= \frac{L_w k_2 - M k_q i_{t0}}{R_w k_2}, \\
T_5 &= K_0 [R_{tz} (D L_w + J R_w) + k_1 (L_w k_2 - k_q M i_{t0}) + D L_t R_{w1}], & & (38) \\
T_6 &= \frac{J}{D}, & T_{12} &= \frac{L^2}{L_t R_{w1} + L_w R_{tz}}, \\
T_7 &= \frac{J M}{J k_q \omega_0 - D M}, & T_{13} &= \frac{L_t R_{w1} + L_w R_{tz}}{R_w R_{tz}}, \\
T_w &= \frac{L_w}{R_w}, & T_t &= \frac{L_t}{R_t}.
\end{aligned}$$

Równanie (37) można zapisać w postaci:

$$\Delta \mathbf{X}(s) = \mathbf{K}(s) \Delta \mathbf{U}(s), \quad (39)$$

gdzie $\mathbf{K}(s)$ jest transmitancją macierzową silnika prądu stałego.

Właściwości dynamiczne rozważanego modelu zależą od wartości ω_0, i_{w0}, i_{t0} , tj. od wybranego punktu pracy. Wobec tego od wyboru warunków pracy zależą wartości niemal wszystkich współczynników występujących w macierzy transmitancji. Odmienne więc będą dynamiczne właściwości maszyny w różnych punktach pracy.

3.1. Uproszczony model silnika prądu stałego

Przedstawiony model silnika prądu stałego uwzględnia powiązanie uzwojenia wzbudzenia i twornika za pośrednictwem strumienia magnetycznego. Pominiecie uzwojenia twornika w osi podłużnej (rys. 4), a więc wyeliminowanie powiązania uzwojenia wzbudzenia i twornika w tej osi, daje w konsekwencji model uproszczony. Zakładając, że $M = k_d = 0$ równanie (37) przyjmuje następującą postać:

$$\begin{bmatrix} \Delta i_w(s) \\ \Delta i_t(s) \\ \Delta \omega(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_w(T_w s + 1)} & 0 \\ \frac{K_3 K_4 (T_5 s + 1)}{R_w (T_w s + 1) (T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1)} & \frac{K_3 K_0 (T_4 s + 1)}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1} \\ \frac{-K_1 K_3 (T_3 s + 1)}{R_w (T_w s + 1) (T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1)} & \frac{-K_3}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1} \end{bmatrix}$$

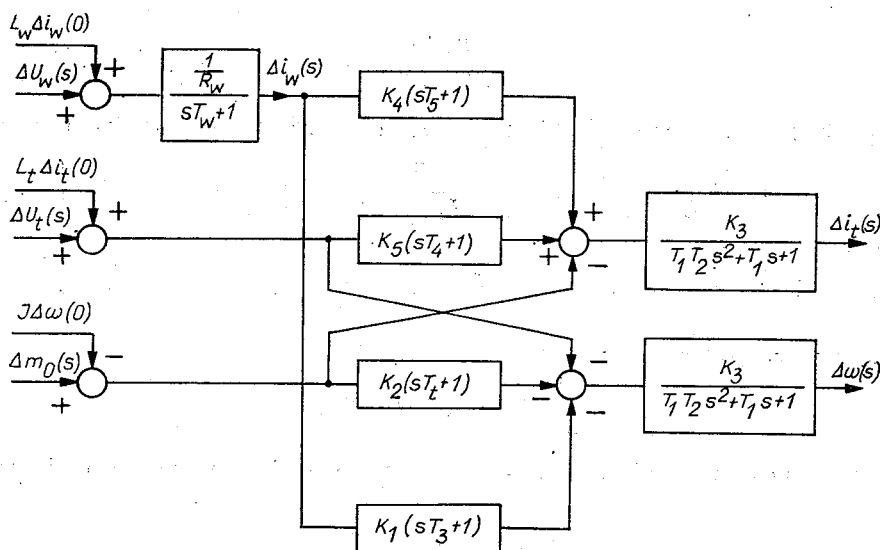
$$\begin{bmatrix} 0 \\ -K_3 \\ \frac{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1} \\ -K_2 K_3 (T_t s + 1) \\ \frac{-K_2 K_3 (T_t s + 1)}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_w(s) \\ \Delta u_t(s) \\ \Delta m_0(s) \end{bmatrix}, \quad (40)$$

gdzie poszczególne współczynniki i stałe czasowe są określone następująco:

$$\begin{aligned} K_1 &= k_q \omega_0 + \frac{R_t i_{t0}}{i_{w0}}, & T_1 &= \frac{DL_t + JR_t}{DR_t + (k_q i_{w0})^2}, \\ K_2 &= \frac{R_t}{k_q i_{w0}}, & T_2 &= \frac{L_t J}{DL_t + R_t J}, \\ K_3 &= \frac{k_q i_{w0}}{R_t D + (k_q i_{w0})^2}, & T_3 &= \frac{L_t i_{t0}}{R_t i_{t0} + k_q \omega_0 i_{w0}}, \\ K_4 &= \frac{D \omega_0}{i_{w0}} - k_q i_{t0}, & T_4 &= \frac{J}{D}, \\ K_5 &= \frac{L}{k_q i_{w0}}, & T_5 &= \frac{J \omega_0}{D \omega_0 - k_q i_{w0} i_{t0}}, \\ T_w &= \frac{L_w}{R_w}, & T_t &= \frac{L_t}{R_t} \end{aligned} \quad (41)$$

Równanie (40) przy uwzględnieniu warunków początkowych może być przedstawione za pomocą schematu blokowego pokazanego na rys. 5.

Model ten sugeruje np., że przy zmianach obciążenia lub napięcia twornika prąd wzбудzenia pozostaje stały. Natomiast pomiary wykazują obecność, wprawdzie niewielkich,

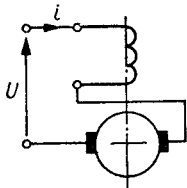


Rys. 5. Schemat blokowy silnika obcowzbudnego prądu stałego

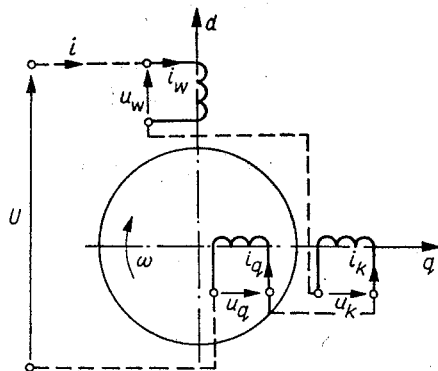
ale wyraźnych, zmian prądu wzbudzenia o charakterze niemal wyłącznie przejściowym, gdy zmieniać skokiem obciążenie lub napięcie twornika. Ma się więc do czynienia z prawie czystym działaniem różniczkowym, co potwierdzają odpowiednie transmitancje w równaniu (37).

3.2. Maszyna uogólniona jako model silnika szeregowego

Rys. 6 przedstawia schemat silnika szeregowego prądu stałego. Na rys. 7 przedstawiono silnik szeregowy za pomocą modelu maszyny uogólnionej. Dla uproszczenia rozważań pominięto uzwojenie twornika w osi podłużnej maszyny.



Rys. 6. Schemat silnika szeregowego prądu stałego



Rys. 7. Maszyna uogólniona jako model silnika szeregowego prądu stałego

Korzystając ze zlinearyzowanego równania stanu (32) wyprowadzonego dla silnika obcowzbudnego (przy założeniu upraszczającym $M = k_d = 0$), po uwzględnieniu równań więzów

$$u = u_w + u_t,$$

$$i = i_w = i_t,$$

wynikających z szeregowego połączenia uzwojenia wzbudzenia i twornika otrzymamy:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i \\ \Delta \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_w + R_t - k_q \omega_0}{L_w + L_t}, & \frac{k_q i_0}{L_w + L_t} \\ -\frac{2k_q i_0}{J}, & -\frac{D}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i \\ \Delta \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_w + L_t}, & 0 \\ 0, & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta m_0 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

lub w zapisie wektorowo macierzowym:

$$\frac{d}{dt} \Delta \mathbf{X} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{X} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{U}. \quad (43)$$

Po dokonaniu przekształcenia Laplace'a równanie (43) w formie operatorowej przyjmie postać:

$$\Delta \mathbf{X}(s) = \mathbf{K}(s) \{ \Delta \mathbf{U}(s) + \mathbf{B}^{-1} \mathbf{X}_0 \}, \quad (44)$$

gdzie $\mathbf{K}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}$ jest transmitancją macierzową.

Ponieważ:

$$s\mathbf{I} - \mathbf{A} = \begin{bmatrix} s + \frac{R_w + R_t - k_q \omega_0}{L_w + L_t}, & -\frac{k_q i_0}{L_w + L_t} \\ \frac{2k_q i_0}{J}, & s + \frac{D}{J} \end{bmatrix}, \quad (45)$$

zatem po wykonaniu obliczeń równanie (44) przyjmie postać:

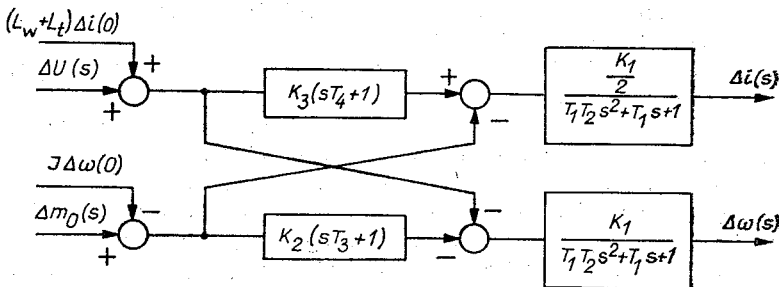
$$\begin{bmatrix} \Delta i(s) \\ \Delta \omega(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\frac{1}{2} K_1 K_3 (s T_4 + 1)}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1}, & -\frac{\frac{1}{2} K_1}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1} \\ \frac{-K_1}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1}, & \frac{-K_1 K_2 (s T_3 + 1)}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(s) + (L_w + L_t) \Delta i(0) \\ \Delta m_0(s) - J \Delta \omega(0) \end{bmatrix}, \quad (46)$$

gdzie poszczególne współczynniki i stałe czasowe są określone:

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{2k_q i_0}{D(R_w + R_t - k_q \omega_0) + 2(k_q i_0)^2}, \\ K_2 &= \frac{R_w + R_t - k_q \omega_0}{2k_q i_0}, \\ K_3 &= \frac{D}{k_q i_0}, \\ T_1 &= \frac{D(L_w + L_t) + J(R_w + R_t - k_q \omega_0)}{D(R_w + R_t - k_q \omega_0) + 2(k_q i_0)^2}, \\ T_2 &= \frac{J(L_w + L_t)}{D(L_w + L_t) + J(R_w + R_t - k_q \omega_0)}, \\ T_3 &= \frac{L_w + L_t}{R_w + R_t - k_q \omega_0}, \\ T_4 &= \frac{J}{D}. \end{aligned} \quad (47)$$

Równanie (46) można przedstawić w postaci schematu blokowego podanego na rys. 8.

W macierzy transmitancji $\mathbf{K}(s)$ silnika prądu stałego obcowzbudnego jak i szeregowego występują parametry (38), (41), (47), których liczba, a zwłaszcza fizyczne znaczenie zależy



Rys. 8. Schemat blokowy silnika szeregowego prądu stałego

od wyboru modelu i od dokonanych przekształceń. Parametry te są więc wynikiem pewnej umowy, zwykle związanej z wygodą i zwięzłością zapisu.

4. PODSUMOWANIE

Przedstawiona metoda opisu własności dynamicznych maszyn prądu stałego oparta na ogólnej teorii maszyn prądu stałego [6, 7, 8, 11] jest metodą ogólną i nie ogranicza się tylko do zaproponowanego modelu maszyny. Jednakże wydaje się, że ze względu na pracochłonność obliczeń przedstawiony model silnika obcowzbudnego należy uznać za wystarczający przy analitycznym rozwiązywaniu opisujących go równań. Dalsze wzbogacenie go, np. uwzględnienie wpływu prądów wirowych przez wprowadzenie dodatkowych zwartych uzwojeń obejmujących odpowiednie strumienie magnetyczne maszyny [2], przesadnie komplikuje obliczenia, chociaż sam sposób przeprowadzenia obliczeń, analogiczny do przedstawionego jest prosty.

W niektórych przypadkach badania własności dynamicznych maszyn prądu stałego metoda linearyzacji wokół wybranego punktu pracy jest niewystarczająca, dlatego też konieczne jest zastosowanie do rozwiązania nieliniowych równań (1), (2) i (3) o zmiennych współczynnikach (ze względu na nasycenie) techniki analogowo-cyfrowej. W pierwszym etapie zastosowanie maszyn analogowych do modelowania równań (1), (2) i (3) pozwoli na badanie procesów przejściowych przy uwzględnieniu nasycenia, prądów wirowych, podłużnej i poprzecznej reakcji twornika [12]. W dalszym etapie prac dla uzyskania dużej dokładności i szybkości obliczeń oraz dla prowadzenia innych badań, np. optymalizacji własności dynamicznych maszyn prądu stałego, konieczne będzie zastosowanie elektronicznych maszyn cyfrowych [13].

Jednakże wydaje się, że postęp dalszych badań dotyczących omawianego zagadnienia zależeć będzie od uchwycenia zmian wartości poszczególnych charakterystycznych parametrów maszyny w zależności od warunków pracy. Podobnie konieczne będzie opracowanie metod wyznaczania wartości tych parametrów na podstawie pomiarów doświadczalnych.

LITERATURA

1. K. Waj s, *Wpływ zmian obciążenia na prądy maszyn prądu stałego*, Przegląd Elektrotechniczny, 1976, nr 6, s. 221.
2. K. Waj s, *Model liniowy maszyny prądu stałego z uwzględnieniem sprzężeń magnetycznych*, Prace Instytutu Elektrotechniki, 1976, z. 94, s. 27.
3. K. Waj s, *Badanie doświadczalne właściwości dynamicznych maszyn prądu stałego*, Przegląd Elektrotechniczny, 1974, nr 12, s. 529.
4. N. K. Sinha, C. D. di Cen zo, B. Szabados, *Modelling of direct current motors for control application*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, No 2, 1974.
5. L. Szklarski, W. Pełczewski, J. Kolendowski, T. Puchałka, M. Komar zewska, *Dynamika układów elektromechanicznych*, PWN, Warszawa Kraków 1963.
6. I. P. Kopyłow, *Elektromechaniceskije priebrazowatieli energii*, Energija, Moskwa 1973.
7. J. Meisel, *Zasady elektromechanicznego przetwarzania energii*, WNT, Warszawa 1970.
8. R. Ładziński, *Opis matematyczny maszyn komutatorowych jako układów dynamicznych o więzach anholonomicznych*, Prace Instytutu Automatyki PAN, 1965, z. 22, cz. 2, s. 79.

9. *Kierunki rozwojowe w dziedzinie elementów automatyki*, Praca zbiorowa pod redakcją prof. dra inż. Macieja Nałęcza, WNT, Warszawa 1969.
10. K. Ogata, *Metody przestrzeni stanów w teorii sterowania*, WNT, Warszawa 1974.
11. D. C. White, H. H. Woodson, *Electromechanical Energy Conversion*, John Wiley and Sons, New York 1959.
12. I. P. Kopyłow, *Issledowanie generatorow postojannogo toka na wycislitelnych masinach*, Izwestija Vyssich Učebnych zawedenij-Energetika, 1976, nr 10, s. 43.
13. I. P. Kopyłow, *Optimizacija perechodnych processow w swarocznych generatorach postojannogo toka*, Elektrichestwo, 1975, nr 3; s. 20.
14. I. M. Postnikow, *Obobsennaja teorija i perechodnye processy elektriceskich masin*, Izd. Vyssaja Skola, Moskwa 1975.
15. E. V. Komonenko, *Elektriceskie masiny*, Izd. Vyssaja Skola, Moskwa 1975.
16. J. Kacprzak, *Charakterystyki procentowe silnika szeregowego*, Przegląd Elektrotechniczny, 1975, nr 4, s. 158.
17. Z. Tertil, J. Skwarczyński, *Maszyny elektryczne*, Skrypt uczelniany, nr 477, AGH, Kraków 1975.
18. G. J. Thaler, M. L. Wilcox, *Electrical Machines*, J. Wiley, London 1959.
19. C. V. Jones, *The Unified Theory of Electrical Machines*, New York, Butterworths and Co., 1967.
20. N. N. Hancock, *Matrix Analysis of Electrical Machinery*, Pergamon Press Oxford, New York, Toronto, Sydney 1974.
21. G. J. Thaler, M. L. Wilcox, *Electric machines: dynamics and steady state*, New York, London Sydney, J. Wiley and Sons, Inc., 1966.
22. A. Fitzgerald, C. Kingsley, A. Kusko, *Electric machinery*, McGraw-Hill, New York 1971.
23. B. Adkins, *The General Theory of Electrical Machines*, Chapman and Hall, 1957.

J. PROKOP

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF D.C. MACHINES BY SPACE STATES METHOD

Summary

The general model of a.c. machine and the description of its dynamic properties by means of the state-variable method are presented. Discussion is limited to linearised relations for small deviations. A definite variation of parameter values of the model depending on operation conditions was stated. Matrix transfer functions for separately excited and series motor are given.

J. PROKOP

DESCRIPTION MATHÉMATIQUE DES MACHINES À COURANT CONTINU À L'AIDE DE LA MÉTHODE D'ESPACE DES ÉTATS

Résumé

L'étude présente un modèle général d'une machine à courant continu et la description de ses qualités dynamiques faite à l'aide de la méthode de variations de l'état. On s'est borné à prendre en considération les relations linéarisées pour les petits écarts. On a constaté une variation nette des valeurs des paramètres du modèle dépendant des conditions de travail. On a donné les transmittances matricielles d'un moteur à excitation indépendante et d'un moteur-série à courant continu.

J. PROKOP

**MATHEMATISCHE DARSTELLUNG VON GLEICHSTROMMASCHINEN
UNTER ANWENDUNG DER ZUSTANDSRAUMMETHODE****Zusammenfassung**

In der Bearbeitung werden das allgemeine Modell einer Gleichstrommaschine und deren dynamische Eigenschaften unter Anwendung der Zustandsraummethode dargestellt. Die Erwägungen sind auf die linealisierten Abhängigkeiten für kleine Ablenkungen begrenzt worden. Es wurde eine deutliche Veränderlichkeit des Parameterwertes in Abhängigkeit von den Arbeitsbedingungen festgestellt. Die Matrixtransmittanz für den fremderregbaren, als auch den Reihenschluß-Gleichstrommotor wurden angeführt.

Я. ПРОКОП

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МАШИН ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ
ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ****Резюме**

Представлена обобщенная модель машины постоянного тока и описание её динамических свойств методом переменных состояний. Рассматриваются линеаризованные зависимости для незначительных отклонений. Выявлены отчетливые изменения величин параметров модели в зависимости от условий работы. Указаны матричные передаточные функции двигателей постоянного тока с независимым и последовательным возбуждением.

O pewnym błędzie pomiaru mocy średniej sygnałów losowych

ROMUALD BIAŁOBRZESKI (WARSZAWA)

Instytut Łączności, Warszawa

Otrzymano 30.12.1976

W artykule omówiono zagadnienie powstawania błędu pomiaru mocy średniej elektrycznych sygnałów losowych wynikającego z ograniczonej dynamiki układów elektronicznych miernika. Przeprowadzono analizę wpływu typu gęstości prawdopodobieństwa wartości chwilowych badanych sygnałów na wielkość tego błędu. Przytoczono przykład wyznaczenia charakterystyk błędu dla sygnałów o rozkładzie normalnym i rozkładzie typu gamma.

1. WPROWADZENIE

W dotychczasowej praktyce pomiarowej wykonywano na ogół badania, w których sygnały mierzone (pomiarowe) miały niemal wyłącznie ściśle określony zapis analityczny. Istnieje jednak duża klasa sygnałów, które nie mogą być opisane dokładnymi zależnościami matematycznymi, ponieważ wynik każdej obserwacji sygnału jest jedyny (niepowtarzalny). Wiele spotykanych w technice sygnałów elektronicznych (np. w telefonii, telegrafii i wielu dziedzinach techniki, w których można przekształcić sygnały nieelektryczne na sygnały elektryczne) mają charakter sygnałów losowych, to znaczy ich napięcia (lub moce) chwilowe zmieniają się w sposób losowy. Jednym z istotnych parametrów takich sygnałów jest ich moc średnia. Istotność tego parametru sygnałów wynika zarówno ze względów eksploatacyjnych, konstrukcyjnych jak i ekonomicznych i wiąże się z optymalizacją tych względów przy wykorzystywaniu urządzeń technicznych.

Znane są metody wyznaczania mocy średniej sygnałów losowych drogą pośrednią za pomocą funkcji autokorelacji lub widmowej gęstości mocy. Są to jednak metody czasochłonne i kosztowne. Najlepszym sposobem wyznaczania wartości mocy średniej sygnału losowego wydaje się być metoda bezpośrednia za pomocą miernika mocy średniej.

2. ESTYMACJA MOCY ŚREDNIEJ ELEKTRYCZNYCH SYGNAŁÓW LOSOWYCH

Potrzeba znajomości parametrów statystycznych losowych sygnałów elektrycznych występujących w urządzeniach telekomunikacyjnych pojawiła się prawie jednocześnie z wprowadzeniem do eksploatacji telefonicznych analogowych systemów nośnych o wielokrotnieniu częstotliwościowym. Informacje statystyczne są niezbędne do określenia właściwego obciążenia kanałów telekomunikacyjnych i dopuszczalnych szumów w tych kanałach.

W dalszych rozważaniach przyjmujemy, że badane sygnały są realizacjami procesów losowych stacjonarnych i ergodycznych. Ponieważ z technicznego punktu widzenia interesująca jest wartość estymatora mocy średniej za określony i ograniczony przedział czasu¹⁾, przeto w dalszym ciągu będziemy przyjmowali, że estymator $\bar{P}$ mocy średniej (wyrażonej w watach) za pewien określony przedział czasu T (wyrażony w sekundach) wydzielonej na rezystancji R (wyrażonej w omach) można wyznaczyć z zależności:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} \frac{u^2(t)}{R} dt, \quad (1)$$

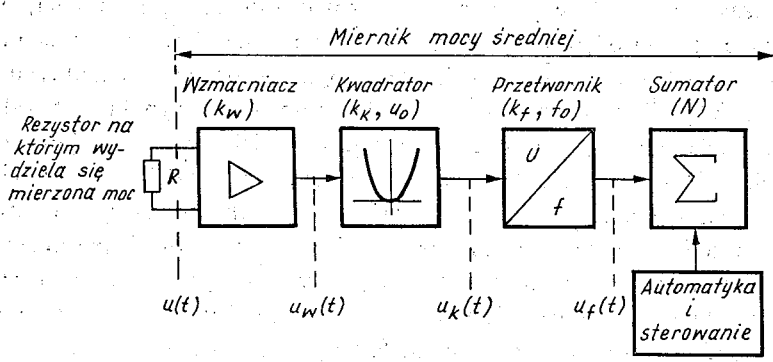
gdzie:

$u(t)$ — chwilowa wartość napięcia badanego sygnału,

T — czas uśredniania (całkowania),

a — dowolna stała (początkowa chwila pomiaru).

Zgodnie z powyższym wzorem (1) można wyznaczyć wartość estymatora mocy średniej sygnału losowego za pomocą miernika [1], którego schemat blokowy jest przedstawiony na rysunku 1. Wyznaczony za pomocą takiego miernika estymator mocy średniej można traktować jako zmienną losową, której wartości mogą być poddawane dalszej obróbce statystycznej. Wynika to z faktu dysponowania przy każdym pomiarze jedynie jedną realizacją sygnału, zaś dla różnych realizacji wartości $\bar{P}$ będą różne. O ile zagadnienie przetwa-



Rys. 1. Uproszczony schemat blokowy miernika mocy średniej

rzania danych pomiarowych [1], sposoby estymacji, przeprowadzania testów weryfikujących przyjęte hipotezy itp. stanowią typową problematykę związaną z obróbką statystyczną, o tyle zbieranie danych pierwotnych, tzn. szeregu wartości estymatora mocy średniej sygnału obserwowanego w danym obiekcie telekomunikacyjnym, wymaga posiadania odpowiedniego miernika o określonych parametrach technicznych.

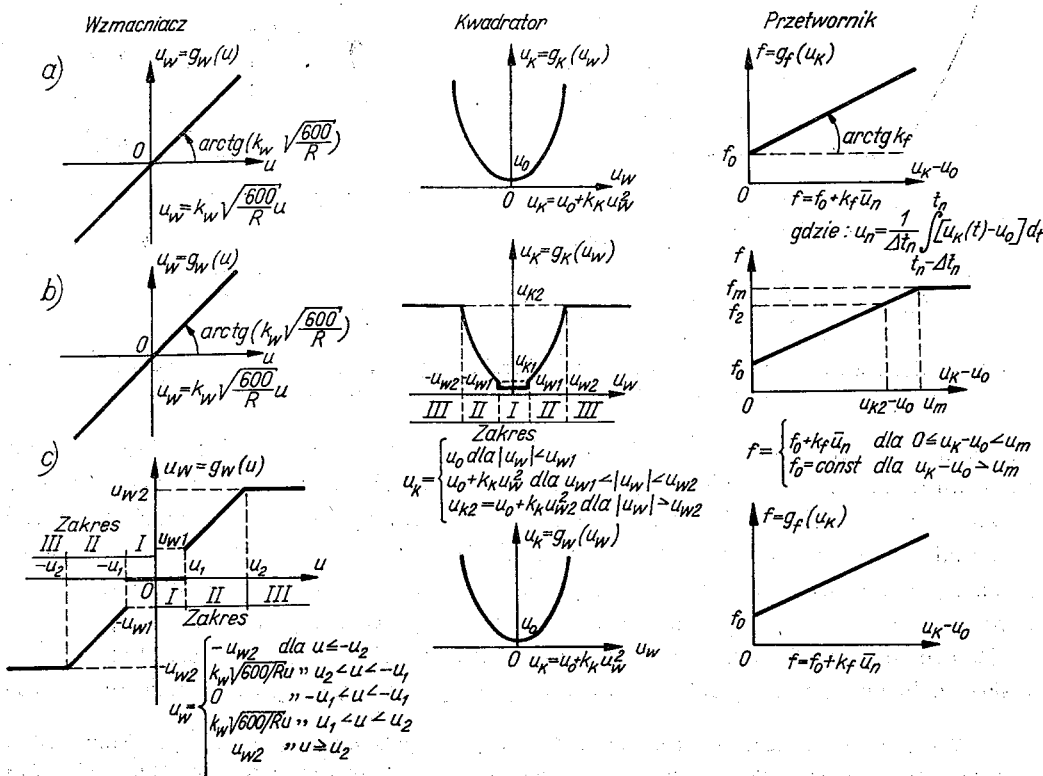
Przy przeprowadzaniu pomiarów w warunkach rzeczywistych poprawne przetworzenie sygnału, to znaczy przetworzenie bez wprowadzania zniekształceń, napotyka na trudności

¹⁾ Wartości czasu uśredniania są przyjmowane w praktyce (por. np. zalecenia CCITT, RWPG) np: 1 s, 1 min lub 1 h.

natury technicznej. Dotyczy to w szczególności poprawnego przetwarzania sygnałów o wartościach chwilowych zmieniających się w dużym zakresie amplitud. Ograniczenia te wynikają między innymi ze skończonej dynamiki układów elektronicznych. Wspomniane ograniczenia powodują powstawanie błędu pomiaru estymatora mocy średniej sygnału. Dynamika układu jest tu rozumiana jako zakres napięć chwilowych (ściślej różnica między poziomem maksymalnym i poziomem minimalnym napięć chwilowych) sygnału mierzonego, które są poprawnie przetwarzane przez układy elektroniczne miernika. W artykule niniejszym zostanie wykazany istotny wpływ dynamiki układów elektronicznych miernika na błąd pomiaru (wyznaczania) estymatora mocy średniej sygnału losowego w zależności od typu rozkładu gęstości prawdopodobieństwa wartości chwilowych napięć badanych sygnałów.

3. CHARAKTERYSTYKA AMPLITUDOWA UKŁADÓW ELEKTRONICZNYCH MIERNIKA

W skład typowego miernika mocy średniej, którego zasada działania została opisana w [1], wchodzi następujące układy elektroniczne: wzmacniacz, kwadrator, analogowo-cyfrowy przetwornik napięcie-częstotliwość oraz cyfrowy sumator. Ponieważ sumator — jako układ cyfrowy — nie wnosi, z zasady pracy, istotnych błędów pomiarów mocy średniej, przeto w dalszych rozważaniach zajmujemy się tylko układami wzmacniacza,

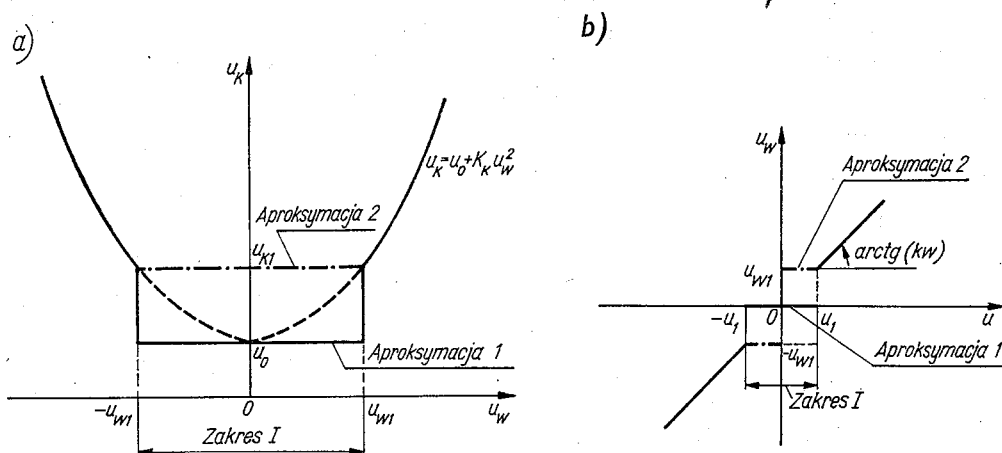


Rys. 2. Charakterystyki amplitudowe wzmacniacza, kwadratora i przetwornika

kwadratora i przetwornika. Idealne amplitudowe charakterystyki rozpatrywanych członów funkcjonalnych elektronicznych miernika można przedstawić jak na rysunku 2a, natomiast rzeczywiste aproksymujące charakterystyki dynamiczne mogą być przedstawione z wystarczającym dla naszych celów przybliżeniem jak na rysunku 2b. Oznacza to, że dla wzmacniacza założono — podobnie jak w przypadku rys. 2a — idealną (liniową) charakterystykę amplitudową, zaś dla kwadratora i przetwornika przyjęto pewne ograniczenia poprawnego przetwarzania.

W przypadku kwadratora można zaobserwować trzy wyróżniające się zakresy przebiegu rzeczywistej charakterystyki amplitudowej. Pierwszy (I) — zakres nieczułości dla $|u_w| < u_{w1}$, drugi (II) zakres założonego idealnego przetwarzania dla $u_{w1} < |u_w| < u_{w2}$ i trzeci (III) — zakres ograniczenia (nasycenia) dla $|u_w| \geq u_{w2}$. Przyjęcie takiego przebiegu charakterystyki kwadratora wynika z następujących okoliczności.

Przyjmując, że przebieg realnej charakterystyki kwadratora w I zakresie może znajdować się w polu ograniczonym prostokątem $(-u_{w1} < u_w < u_{w1}) \wedge (u_o \leq u_k \leq u_{k1})$ pokazanym na rysunku 3a, można rozważyć dwa graniczne przypadki — dwie aproksymacje przebiegu tej charakterystyki. Założenie pierwszej (1) aproksymacji przebiegu charakterystyki wynika z faktu ograniczenia czułości i rozdzielczości, tzn. zdolności prze-



Rys. 3. Powiększony obraz przebiegu dynamicznej charakterystyki kwadratora i wzmacniacza w I zakresie
a) charakterystyka rzeczywista kwadratora, b) charakterystyka „przeniesiona” wzmacniacza

tworzenia małych napięć przez układ kwadratora. Oznacza to, że dołączenie do wejścia kwadratora zbyt małego napięcia u_w nie będzie powodowało powstawania napięcia $(u_k - u_o)$ („skutku”) na wyjściu układu²⁾. Założenie drugiej (2) aproksymacji można uzasadnić ewentualnym występowaniem zbyt dużego poziomu szumu układu, tzn. można oczekiwać, że na wyjściu kwadratora będzie występował w zakresie I sygnał o stałej amplitudzie u_{k1} równej dolnej wartości granicznej II zakresu charakterystyki w punkcie $u_w = u_{w1}$.

Założenie „uciętej” charakterystyki zgodnie z 1 aproksymacją w zakresie I stanowi — wobec realnych charakterystyk, które w praktyce będą zawarte w polu ograniczonym pro-

²⁾ Występujące na charakterystyce kwadratora napięcie polaryzacji $u_o = \text{const}$ jest istotne tylko z technicznego punktu widzenia przy ustalaniu początkowego punktu pracy przetwornika. Z napięciem tym związana jest także sprawa dryftu.

stokątem $(-u_{w1} \leq u_w \leq u_{w1}) \wedge (u_o \leq u_k \leq u_{k1})$ — przyjęcie „najgorszego” przypadku z uwagi na to, że dla każdego realnego przebiegu zawartego w tak ograniczonym polu błąd przetwarzania będzie mniejszy (uzasadnienie powyższego stwierdzenia wyniknie z punktu 4).

Przyjęcie II zakresu przebiegu charakterystyki kwadratora wynika z faktu, że w zakresie tym można tak dobrać elementy układu, iż uzyskuje się aproksymowany przebieg charakterystyki, której odstępstwa od charakterystyki idealnej są do pominięcia z punktu widzenia błędu pomiaru estymatora mocy średniej.

Trzeci (III) zakres przebiegu charakterystyki kwadratora wynika ze zjawiska występowania nieliniowości kwadratora dla dużych sygnałów.

W przypadku przetwornika napięcie-częstotliwość można tak dobrać jako elementy elektroniczne, że w zakresie I i II uzyskuje się przebieg charakterystyki, której odstępstwa od charakterystyki idealnej są stosunkowo niewielkie (do pominięcia). Natomiast wyraźnie występuje zjawisko ograniczenia górnego zakresu napięć. Zjawisko to jest spotęgowane tzw. „zatykaniem się” układu w przypadku zbyt dużych napięć chwilowych dołączonych do wejścia przetwornika. W układzie praktycznym w celu wyeliminowania „zatykania” układu zastosowano ogranicznik amplitudy powodujący znaczne tłumienie dla sygnałów, których wartości chwilowe przekraczają ustalony poziom u_m (por. rys. 2b). Wartość napięcia u_m dobiera się w ten sposób, aby ograniczenia spowodowane przetwornikiem były do pominięcia dla zakresu napięć wyjściowych kwadratora, dla którego $0 < u_k - u_o \leq u_{k2} - u_o$, tzn. wartość ta powinna spełniać nierówność $u_m > u_{k2} - u_o$.

W celu uproszczenia rozważań można dokonać „przeniesienia” odpowiednich zakresów charakterystyki kwadratora na charakterystykę wzmacniacza, bez wprowadzania dodatkowych błędów i ograniczeń. Z punktu widzenia transmisji sygnału $u(t)$ przez wzmacniacz, kwadrator i przetwornik można przyjąć założenie, że stosując fikcyjne (zastępcze) człony o charakterystykach przedstawionych na rysunku 2c (a w przypadku I zakresu na rysunku 3b) uzyska się równoważny efekt (taki sam skutek $u_f(t)$ — por. rys. 1) jak za pomocą rzeczywistych członów o charakterystykach przedstawionych na rysunku 2b.

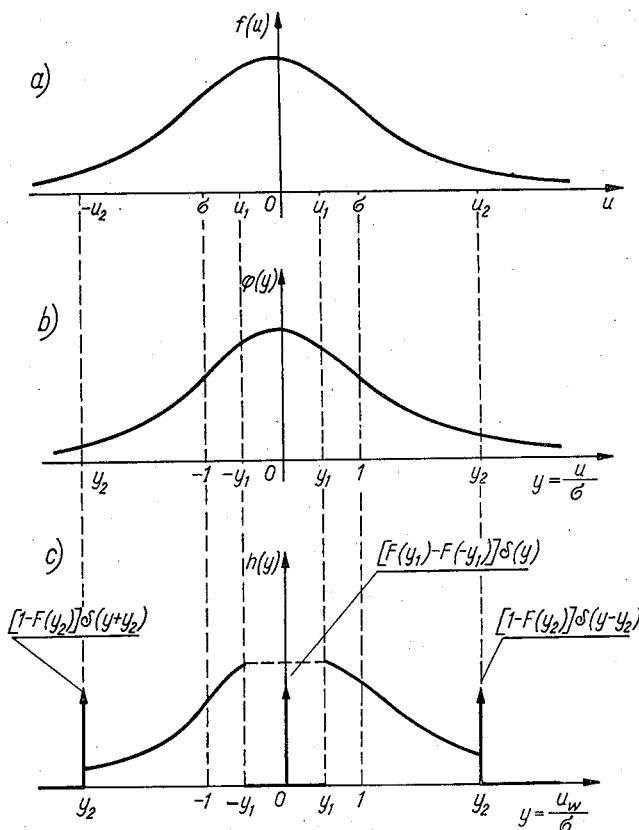
4. POWSTAWANIE BŁĘDÓW POMIARU WYNIKAJĄCYCH Z OGRANICZONEJ DYNAMIKI UKŁADÓW ELEKTRONICZNYCH MIERNIKA

Przyjęcie zastępczej charakterystyki zgodnie z rysunkiem 2c umożliwia dokonanie prostego przekształcenia funkcji gęstości prawdopodobieństwa wartości chwilowych sygnału losowego na wejściu wzmacniacza na odpowiednią funkcję sygnału na jego wyjściu. Zasadę przekształcania gęstości prawdopodobieństwa można zilustrować jak na rysunku 4.

Na rysunku 4a mamy przedstawiony obraz graficzny (wykres funkcji) gęstości prawdopodobieństwa $f(u)$ napięć chwilowych dowolnego sygnału badanego u . Należy tu wyraźnie podkreślić, że rozkład ten dotyczy rozkładu w próbie; to samo dotyczy również poszczególnych momentów tego rozkładu, które należy traktować konsekwentnie jako momenty z próby — estymatory. W celu uproszczenia rozważań można dokonać standaryzacji [2] sygnału, co pozwala na uzyskanie gęstości prawdopodobieństwa $\varphi(y)$ sygnału standaryzowanego $y = \frac{u}{\sigma}$. Zakłada się przy tym, że pierwszy moment — wartość średnia — roz-

patrywanych rozkładów jest równy zero. Przebieg tej funkcji jest przedstawiony na rysunku 4b.

Na wyjściu układu elektronicznego (wzmacniacza) o charakterystyce podanej na rysunku 2c otrzymamy więc sygnał, którego gęstość prawdopodobieństwa $h(y)$ będzie miała przebieg przedstawiony na rysunku 4c. Przyjmując założenie, że współczynnik proporcjonalności $k_w = 1$ (por. rys. 1) — co nie ma dla naszych rozważań istotnego znaczenia — można przeprowadzić następujące rozumowanie.



Rys. 4. Ilustracja przekształcenia funkcji gęstości prawdopodobieństwa

a) gęstość prawdopodobieństwa napięć sygnału badanego u , b) gęstość prawdopodobieństwa standaryzowanego sygnału badanego

$y = \frac{u}{\sigma}$, c) gęstość prawdopodobieństwa standaryzowanego sygnału $y = \frac{u_w}{\sigma}$ na wyjściu wzmacniacza

W zakresie I (nieczułości) nie obserwuje się istnienia sygnału na wyjściu wzmacniacza o charakterystyce według rysunku 2c.

Powoduje to powstanie impulsu Diraca w przebiegu gęstości prawdopodobieństwa $h(y)$ w punkcie $y = 0$, natomiast dla $0 < |y| < y_1$ można uważać, że mamy do czynienia z gęstością warunkową [3] równą:

$$h(y|0 < |Y| < y_1) = 0. \quad (2)$$

W zakresie II $y_1 < |Y| \leq y_2$ nie występuje żadne ograniczenie, przeto gęstość prawdopodobieństwa pozostaje niezmienniona i wynosi $h(y) = \varphi(y)$.

W zakresie III (nasycenia) mamy do czynienia z przypadkiem ograniczania [3], zatem można napisać, że napięciowa charakterystyka $u_w = u_{w2} = \text{const}$ dla $u \geq u_2$ oraz $u_w = -u_{w2}$ dla $u < -u_2$. Powoduje to powstanie dwóch impulsów Diraca w przebiegu funkcji gęstości prawdopodobieństwa $h(y)$. Impulsy te wystąpią: jeden w punkcie y_2 , a drugi w punkcie $-y_2$. Dla wartości $|y| > y_2$ gęstość prawdopodobieństwa $h(y) = 0$.

Można zatem powiedzieć, że w przypadku istnienia ograniczeń, czyli po przejściu sygnału przez wzmacniacz o charakterystyce według rysunku 2c, na charakterystyce gęstości prawdopodobieństwa wystąpi:

w zakresie I: powstanie impulsu Diraca $[F(y_1) - F(-y_1)] \delta(y)$ w punkcie $y = 0^3$, przy czym $F(y_1)$ lub $F(-y_1)$ oznaczają wartości dystrybuanty zmiennej losowej Y w punkcie odpowiednio y_1 lub $-y_1$, oraz zerowanie funkcji gęstości prawdopodobieństwa $h(y)$ dla $0 < |y| < y_1$;

w zakresie II: brak zmiany funkcji gęstości prawdopodobieństwa, tzn. $h(y) = \varphi(y)$;

w zakresie III⁴: powstanie impulsów Diraca: jednego $[1 - F(y_2)] \times \delta(y - y_2)$ w punkcie $y = y_2$ i drugiego

$[1 - F(y_2)] \delta(y + y_2)$ w punkcie $y = -y_2$, przy czym $F(y_2)$ jest wartością dystrybuanty zmiennej losowej Y w punkcie $y = y_2$ oraz zerowanie funkcji gęstości prawdopodobieństwa $h(y)$ dla $|y| > y_2$.

Założenie drugiej (2) aproksymacji przebiegu charakterystyki kwadratora w I zakresie (por. rys. 3a) determinuje odpowiedni przebieg charakterystyki „przeniesionej” wzmacniacza, która została przedstawiona na rysunku 3b. Spowoduje to powstanie dwóch dodatkowych impulsów Diraca $[F(y_1) - 0,5] \delta(y \pm y_1)$: jednego w punkcie y_1 , a drugiego w punkcie $-y_1$ na wykresie gęstości prawdopodobieństwa $h(y)$. Ponieważ funkcja gęstości prawdopodobieństwa przy założeniu jej parzystości musi spełniać następującą zależność:

$$2 \int_{y_1}^{y_2} h(y) dy + 2[1 - F(y_2)] + 2[F(y_1) - 0,5] = 1, \quad (3)$$

zatem przy analizie błędu pomiaru wystąpi zmniejszenie błędu wyznaczania momentu rzędu drugiego rozkładu o składnik $2[F(y_1) - 0,5]$ w porównaniu do błędu popełnionego przy przyjęciu charakterystyki wzmacniacza według rysunku 2c. Oznacza to przyjęcie „najgorszego przypadku” przy rozpatrywaniu charakterystyki wzmacniacza według rysunku 2c.

Jak wynika z powyższych rozważań, istnienie zakresów I i III na charakterystyce układu będzie powodować powstawanie błędu pomiaru. Błąd ten przy danej założonej dynamice układów elektronicznych jest zależny od typu rozkładu gęstości prawdopodobieństwa sygnałów losowych. Poniżej zostanie przedstawiona szczegółowa analiza błędu pomiaru dla różnych typów rozkładów.

³) Ponieważ przy obliczaniu momentów impuls ten nie odgrywa roli, przeto zostaje on pominięty w dalszych rozważaniach.

⁴) Ścisłej — między drugim a trzecim zakresem, tzn. dla wartości $y = y_2 (u = u_2)$.

Dalsza analiza zostanie ograniczona do przypadków, gdy przebieg gęstości prawdopodobieństwa wykazuje symetrię względem wartości średniej oraz gdy ta wartość średnia jest równa zeru. Zakłada się w tym przypadku, że wartość oczekiwana $E(U) = E(Y) = m_1 = 0$. Z założenia tego wynika konsekwentnie następująca zależność dotycząca momentu centralnego rzędu drugiego: moment centralny rzędu drugiego $\mu_2 = m_2 - m_1^2 = m_2$, czyli równa się momentowi zerowemu rzędu drugiego. Założenie zerowej wartości średniej nie stanowi istotnego ograniczenia w sensie możliwości wykorzystania wyników poniższej analizy, ponieważ ewentualna niezerowa wartość średnia występująca w konkretnym przypadku może być uwzględniona przez zastosowanie zasady superpozycji (zasada ta dotyczy w danym przypadku superpozycji mocy).

5. ZALEŻNOŚCI MIĘDZY ESTYMATOREM MOCY ŚREDNIEJ A WARIANCJĄ NAPIĘCIA CHWILOWEGO SYGNAŁU LOSOWEGO

Założenia uczynione w punkcie 4 pozwalają na wyrażenie wariancji zmiennej losowej Y w postaci zależności:

$$D^2[Y] = \int_{-\infty}^{+\infty} (y - E[Y])^2 \varphi(y) dy = \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 \varphi(y) dy, \quad (4)$$

przy założeniu, że $E[Y] = 0$.

Odchylenie standardowe zmiennej losowej Y , równe dodatniemu pierwiastkowi z wariancji:

$$\sigma \triangleq \sqrt{D^2[Y]}, \quad (5)$$

odpowiada tzw. wartości skutecznej napięcia sygnału losowego ergodycznego. Możemy zatem zapisać, że estymator mocy średniej badanego sygnału jest związany z odchyleniem standardowym zmiennej losowej napięcia zależnością:

$$\bar{P} = K\sigma^2, \quad (6)$$

gdzie K — współczynnik proporcjonalności zależny od wartości R z równania (1).

Wynika stąd bezpośrednio, że estymator mocy średniej sygnału losowego jest proporcjonalny do momentu zerowego rzędu drugiego zmiennej losowej Y .

6. ANALIZA BŁĘDU POMIARU ESTYMATORA MOCY ŚREDNIEJ PRZY RÓŻNYCH ROZKŁADACH WARTOŚCI CHWILOWYCH NAPIĘCIA BADANEGO SYGNAŁU

6.1. Przypadek sygnału o rozkładzie normalnym

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa $f(u)$ rozkładu normalnego o wartości oczekiwanej równej zeru może być przedstawiona w znanej postaci [3] jako:

$$f(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}, \quad (7)$$

gdzie σ stanowi odchylenie standardowe tego rozkładu.

Dokonując liniowego przekształcenia zmiennej losowej U za pomocą podstawienia $Y = \frac{U}{\sigma}$ otrzymamy gęstość prawdopodobieństwa standaryzowanej zmiennej losowej Y o postaci:

$$\varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}. \quad (8)$$

Moment zerowy rzędu drugiego równa się oczywiście:

$$m_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 \varphi(y) dy = 1. \quad (9)$$

W przypadku istnienia ograniczeń omówionych w punkcie 4, moment zerowy rzędu drugiego można wyrazić przy zastosowaniu zasady superpozycji jako:

$$\begin{aligned} m'_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 h(y) dy = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{y_1}^{y_2} y^2 e^{-\frac{y^2}{2}} dy + 2y_2^2 [1 - F(y_2)] = \\ &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \left\{ y_1 e^{-\frac{y_1^2}{2}} - y_2 e^{-\frac{y_2^2}{2}} + \sqrt{2\pi} [\Phi_0(y_2) - \Phi_0(y_1)] \right\} + 2y_2^2 [0,5 - \Phi_0(y_2)], \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie:

$$\Phi_0(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^y e^{-\frac{\eta^2}{2}} d\eta \quad (\text{por. [4]}),$$

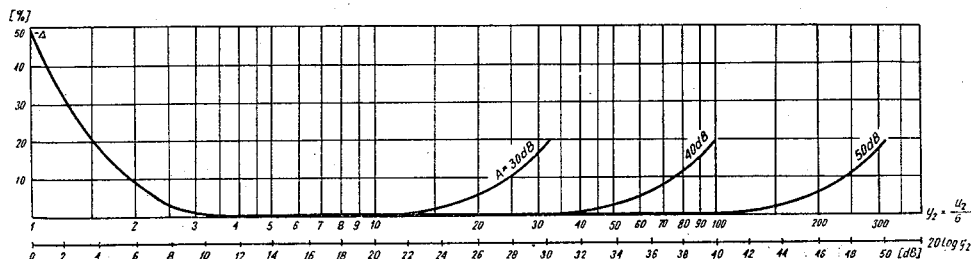
oraz

$$F(y_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y_2} e^{-\frac{y^2}{2}} dy.$$

Zatem błąd względny (wyrażony w procentach) pomiaru momentu rzędu drugiego — estymatora mocy średniej badanego sygnału losowego — wyniesie:

$$\Delta = \frac{m'_2 - m_2}{m_2} 100\% = (m'_2 - 1) 100\%. \quad (11)$$

Dla ustalonych wartości dynamiki $A = 20 \lg \frac{y_2}{y_1}$ [dB] można wyznaczyć charakterystyki błędu Δ w zależności od górnej granicy przetwarzania y_2 . Charakterystyki takie zostały przedstawione na rysunku 5.



Rys. 5. Charakterystyka błędu pomiaru Δ mocy średniej sygnału o rozkładzie normalnym w funkcji górnej granicy przetwarzania y_2

6.2. Przypadek sygnału o rozkładzie typu Γ

Przez rozkład typu gamma rozumie się w tym przypadku „zmodyfikowany rozkład $\Gamma^{(5)}$ ”, którego gęstość prawdopodobieństwa można zapisać w postaci:

$$f(u) = \begin{cases} \frac{b^{p+1}}{2\Gamma(p+1)} |u|^p e^{-b|u|} & \text{dla } u \neq 0, \\ 0 & \text{dla } u = 0, \end{cases} \quad (12)$$

dla $b > 0$ i $p > -1$, przy czym rozważania zostały ograniczone do zbioru wartości $-1 < p < 0$. Rozkład ten możliwie dokładnie aproksymuje rozkład wartości chwilowych sygnałów mowy pojedynczego abonenta telefonicznego.

Wprowadzając przekształcenie liniowe $Y = \frac{U}{\sigma} = \frac{Ub}{\sqrt{(p+1)(p+2)}}$ otrzymamy gęstość prawdopodobieństwa standaryzowanej zmiennej losowej Y w postaci:

$$\varphi(y) = \frac{[\sqrt{(p+1)(p+2)}]^{(p+1)}}{2\Gamma(p+1)} |y|^p e^{-\sqrt{(p+1)(p+2)}|y|}. \quad (13)$$

Moment zerowy rzędu drugiego wynosi oczywiście (por. rów. (9)):

$$m_2 = 2 \int_0^{\infty} y^2 \varphi(y) dy = 1.$$

Podobnie jak w punkcie 6.1 otrzymamy dla rozkładu ograniczonego:

$$\begin{aligned} m'_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 h(y) dy = 2 \int_{y_1}^{y_2} y^2 \varphi(y) dy + 2y_2^2 [1 - F(y_2)] = \\ &= \frac{[\sqrt{(p-1)(p+2)}]^{(p+1)}}{\Gamma(p+1)} \int_{y_1}^{y_2} y^{(p+2)} e^{-\sqrt{(p+1)(p+2)}y} dy + \\ &+ 2y_2^2 \left[0,5 - 0,5 \frac{[\sqrt{(p+1)(p+2)}]^{(p+1)}}{\Gamma(p+1)} \int_0^{y_2} y^p e^{-\sqrt{(p+1)(p+2)}y} dy \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Wprowadzając zmienną $V = Y\sqrt{(p+1)(p+2)}$ otrzymamy:

$$\begin{aligned} m'_2 &= \frac{1}{\Gamma(p+3)} \int_{v_1}^{v_2} v^{p+2} e^{-v} dv + 2y_2^2 \left[0,5 - 0,5 \frac{1}{\Gamma(p+1)} \int_0^{v_2} v^p e^{-v} dv \right] = \\ &= \Phi_0(z_2, p+2) - \Phi_0(z_1, p+2) + y_2^2 [1 - \Phi_0(z_2, p)], \end{aligned} \quad (15)$$

⁵⁾ Ma się tu na myśli rozkład Γ „zmodyfikowany” w tym sensie, że dla $u > 0$ gęstość prawdopodobieństwa jest równa połowie gęstości prawdopodobieństwa konwencjonalnego rozkładu Γ oraz, że funkcja ta jest parzysta.

gdzie wartości funkcji:

$$\Phi_0(z, p) = \frac{z \sqrt{p+1} \int_0^{\sqrt{p+1}} v^p e^{-v} dv}{\Gamma(p+1)}$$

odczytuje się z tablic [6].

Dla szczególnego przypadku gdy $p = 0$ uzyskuje się rozkład wykładniczy o gęstości prawdopodobieństwa równej:

$$f(u) = \frac{b}{2} e^{-b|u|}. \quad (16)$$

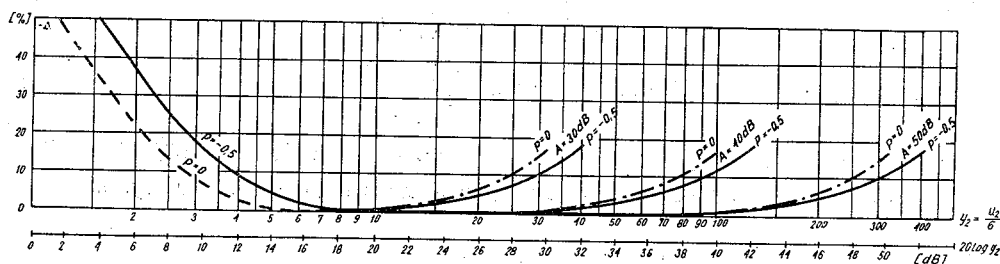
A więc odpowiedni moment rozkładu ograniczonego będzie wynosił:

$$m'_2 = \Phi_0(z_2, 2) - \Phi_0(z_1, 2) + y_2^2 [1 - \Phi_0(z_2, 0)]. \quad (17)$$

Błąd Δ wyznaczania momentu zerowego rzędu drugiego wyniesie jak poprzednio:

$$\Delta = (m'_2 - 1) 100\%.$$

Dla ustalonych wartości dynamiki przetwarzania A można wyznaczyć charakterystyki błędu Δ w zależności od górnej granicy przetwarzania y_2 dla różnych wartości parametru p . Charakterystyki takie zostały przedstawione na rysunku 6.



Rys. 6. Charakterystyka błędu pomiaru Δ mocy średniej sygnału o rozkładzie typu gamma w funkcji górnej granicy przetwarzania y_2

7. WYZNACZENIE WŁAŚCIWEGO PRZEDZIAŁU POMIARU WARTOŚCI ESTYMATORA MOCY ŚREDNIEJ PRZY USTALONEJ DYNAMICE POPRAWNEGO PRZETWARZANIA

Przeprowadzona w punkcie 6 analiza powstawania błędu umożliwiła wyznaczenie charakterystyk błędu w zależności od typu rozkładu statystycznego wartości chwilowych napięcia losowego sygnału mierzonego i dynamiki poprawnego przetwarzania w kanale pomiarowym.

Z praktycznego punktu widzenia powstaje istotne zagadnienie określenia (wyboru) właściwego przedziału pomiaru wartości estymatora mocy średniej sygnału z punktu widzenia wpływu dynamiki układów elektronicznych miernika na szerokość tego przedziału przy dopuszczalnych błędach pomiaru.

W przypadku rozpatrywania sygnałów losowych będących wycinkami realizacji stacjonarnych i ergodycznych procesów losowych o wartości średniej równej zero, można

uważać, że estymator mocy średniej $\bar{P}$ badanego sygnału jest związany z odchyleniem standardowym σ zmiennej losowej napięcia następującą zależnością:

$$\bar{P} = \frac{\sigma^2}{R},$$

gdzie R — rezystancja, na której wydziela się mierzona moc $\bar{P}$.

Jeżeli dokonamy przekształcenia zmiennej $y = \frac{u}{\sigma}$ na zmienną $\sigma = \frac{u}{y}$, to przy wykorzystaniu charakterystyk błędu $\Delta = g(y_2)$ wyznaczonych w punkcie 6, możemy określić właściwy przedział pomiaru wartości estymatora mocy średniej mierzonej z błędem nie większym niż błąd dopuszczalny.

Jeżeli znany jest rozkład wartości chwilowych sygnału i wartość dynamiki A_m stosowanego miernika, to przy założeniu granicznej wartości błędu Δ_m — wynikającego ze skończonej dynamiki tego miernika — można stosować następującą procedurę.

Mając wykreśloną charakterystykę $\Delta = g(y_2)$ dla danej wartości $A = A_m$ i danego typu rozkładu, należy poprowadzić prostą poziomą o równaniu $\Delta = \Delta_m$ i wyznaczyć stąd odcięte odpowiednich punktów przecięcia y'_2 i y''_2 . Z otrzymanych w ten sposób wartości można wyznaczyć odpowiednie granice przedziału poprawnego pomiaru, a mianowicie:

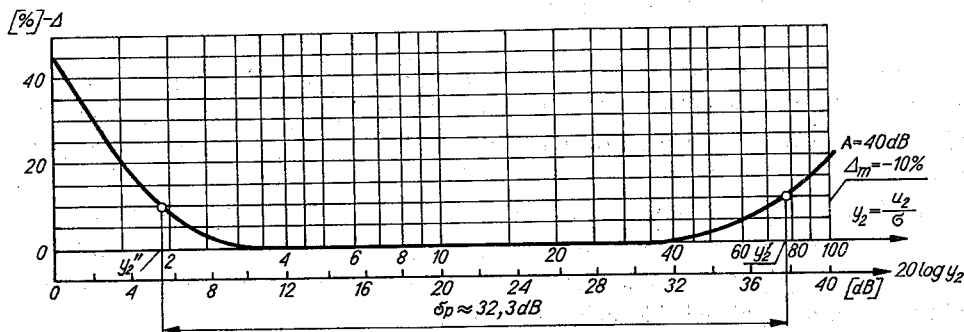
$$\text{granica dolna} \quad \bar{P}' = \frac{1}{R} (\sigma')^2 = \frac{1}{R} \left(\frac{u_2}{y_2} \right)^2, \quad (18)$$

$$\text{granica górna} \quad \bar{P}'' = \frac{1}{R} (\sigma'')^2 = \frac{1}{R} \left(\frac{u_2}{y'_2} \right)^2. \quad (19)$$

Jeżeli na przykład dotyczy to rozkładu normalnego i jeżeli $\Delta_m = -10\%$, $A_m = 40$ dB oraz $u_2 = 0,775$ V, a rezystancja $R = 600 \Omega$, to granice tego przedziału wynoszą (por. rys. 7):

$$\text{granica dolna} \quad \bar{P}' = \frac{1}{R} \left(\frac{u_2}{y_2} \right)^2 = \frac{1}{600} \left(\frac{0,775}{78} \right)^2 = 1,64 \cdot 10^{-7} \text{ W} = 0,164 \mu\text{W},$$

$$\text{granica górna} \quad \bar{P}'' = \frac{1}{R} \left(\frac{u_2}{y'_2} \right)^2 = \frac{1}{600} \left(\frac{0,775}{1,9} \right)^2 = 2,77 \cdot 10^{-4} \text{ W} = 0,277 \text{ mW},$$



Rys. 7. Wyznaczenie zakresu poprawnego pomiaru mocy średniej przy ustalonej dynamice przetwarzania A dla sygnału o rozkładzie normalnym

lub wyrażając ten przedział w decybelach, tzn. jako różnicę poziomów mocy, mamy:

$$\begin{aligned}\delta p &= 10 \lg \frac{\bar{P}''}{P'} = 20 \lg \frac{\sigma''}{\sigma'} = 20 \lg \frac{y_2'}{y_2''} = 10 \lg \frac{2,77 \cdot 10^{-4}}{1,64 \cdot 10^{-7}} = \\ &= 10 \lg 1,7 \cdot 10^3 = 32,3 \text{ dB}.\end{aligned}$$

Korzystając z zależności określającej zmienną standaryzowaną Y można na podstawie rysunku 7 wyznaczyć przedział, do którego mogą „trafić” spodziewane wartości odchylenia standardowego mierzonego sygnału i przy których błąd pomiaru nie przekroczy ustalonej wartości. Wynika stąd, że przedział ten wynosi:

$$\frac{1}{y_2'} u_2 \leq \sigma \leq \frac{1}{y_2''} u_2. \quad (20)$$

8. WPŁYW DYNAMIKI NA SZEROKOŚĆ PRZEDZIAŁU POMIARU ESTYMATORA MOCY ŚREDNIEJ SYGNAŁÓW LOSOWYCH

Wyznaczony w punkcie 7 przedział δp wartości mierzonych poziomów estymatorów mocy z błędem nie większym od dopuszczalnego zależy przy danym rozkładzie od dynamiki A stosowanego miernika. Na podstawie charakterystyk przytoczonych w punkcie 6 i zastosowaniu procedury podanej w punkcie 7, można wyznaczyć dla danego typu rozkładu i dla różnych dopuszczalnych wartości błędu pomiaru górną granicę y_2'' właściwego przedziału pomiaru wartości estymatora mocy średniej. Ma to istotne znaczenie zarówno przy eksploatacji istniejących już mierników jak i przy projektowaniu nowych opracowań tych mierników. Należy jednak podkreślić, że w obydwu przypadkach występują nieco inne zagadnienia. W eksploatacji chodzi o odpowiednie nastawienie zakresu danego miernika w zależności od typu rozkładu badanych sygnałów i istniejącej dynamiki tego miernika przy założonym dopuszczalnym błędzie pomiaru, natomiast w przypadku projektowania istnieje możliwość określenia wymagań dotyczących dynamiki miernika przeznaczonego do pomiaru sygnałów o znanym rozkładzie i żądanej z góry granicy błędu.

Ponadto przeprowadzona analiza umożliwia wyznaczenie zależności $\delta p = f(A)$ dla poszczególnych typów rozkładów. Na rysunku 8a przedstawiono tę zależność przy dopuszczalnym błędzie $\Delta = -10\%$ ($-0,46$ dB) dla dwóch typów rozkładów wartości chwilowych sygnałów losowych; na rysunku 8b przedstawiono tę samą zależność przy dopuszczalnym błędzie pomiaru $\Delta = -5\%$ ($-0,22$ dB).

Dla sygnału o rozkładzie normalnym i dopuszczalnym błędzie pomiaru wynoszącym -10% równanie prostej $\delta p = f(A)$ przyjmie postać:

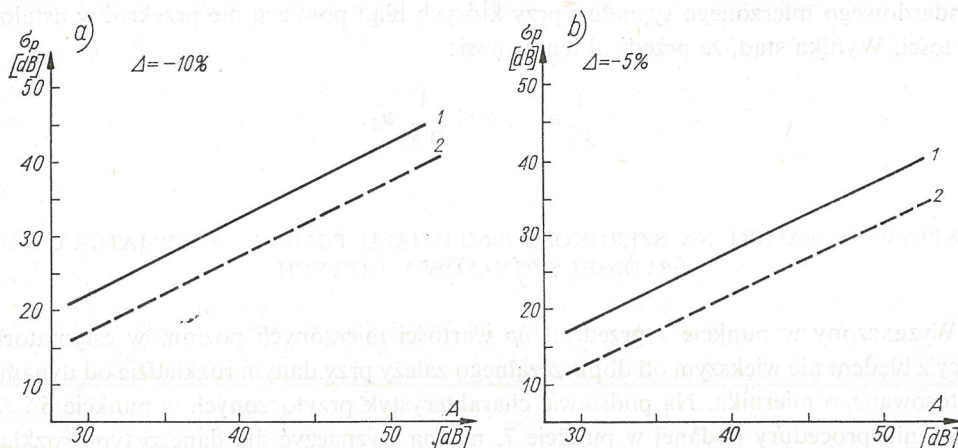
$$\delta p = A - 8 \text{ [dB]}, \quad (21)$$

dla sygnału o rozkładzie typu gamma przy $p = -0,5$ równanie można przedstawić jako:

$$\delta p = A - 13 \text{ [dB]}, \quad (22)$$

Przedstawione charakterystyki pozwalają na oszacowanie przedziału wartości mocy średniej mierzonej z błędem nie większym od dopuszczalnego, w przypadku gdy znana jest rzeczywista dynamika stosowanego miernika i rozkład badanego sygnału.

Zaobserwowane na rysunku 8 charakterystyki obrazują zależność poprawnego przedziału pomiaru mocy średniej (poprawnego w tym znaczeniu, że z błędem nie przekraczającym wartości dopuszczalnych) od typu rozkładu wartości chwilowych napięć badanego sygnału. Jest to istotne w przypadku stosowania jednego typu miernika do pomiaru różnych sygnałów (sygnałów użytecznych, szumów lub zakłóceń) występujących w urządzeniach transmisji sygnałów.



Rys. 8. Zależność przedziału δ_p mierzonej mocy średniej od dynamiki miernika A przy dopuszczalnym błędzie pomiaru Δ

1 — sygnał o rozkładzie normalnym, 2 — sygnał o rozkładzie typu gamma, $p = -0,5$

Przedstawione charakterystyki są ponadto istotne przy ustalaniu metody pomiarowej, jeżeli znane jest odchylenie standardowe lub wariancja statystyki, jaką jest wynik pomiaru estymatora mocy średniej badanego sygnału w ustalonym co do długości czasie uśredniania. Ma to szczególne znaczenie przy określaniu błędu *a priori* przy pomiarach wykonywanych w automatycznych systemach zbierania danych doświadczalnych w normalnych warunkach eksploatacji systemów telekomunikacyjnych.

9. WNIOSKI

Uzyskane wyniki analizy dotyczące wpływu ograniczonej dynamiki przetwarzania na wielkość błędu estymatora mocy średniej sygnałów losowych pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

1. Zakres pomiaru estymatora mocy średniej sygnałów losowych nie pokrywa się z zakresem poprawnego przetwarzania wartości chwilowych napięć tych sygnałów przez układy elektroniczne miernika. Zakres pomiaru estymatora mocy jest znacznie węższy od zakresu przetwarzania wartości napięć chwilowych.

2. Przeprowadzona analiza umożliwia analityczne wyznaczenie zakresu pomiaru estymatora mocy średniej w zależności od dynamiki posiadanego miernika, założonej wartości błędu pomiaru (por. rys. 8) zarówno dla podanych, jak i dla innych niż przyto-

zione, typów rozkładów. Wystarczy przeprowadzić analizę według podanego algorytmu dla dowolnej postaci rozkładu gęstości prawdopodobieństwa.

3. Przy stosowaniu mierników parametrów sygnałów losowych w systemach automatycznego wykonywania pomiarów w różnych kanałach, w celu nieprzekraczania błędu pomiaru, należy dążyć do zapewnienia automatycznego wyboru zakresu pomiarowego lub zapewnienie dostatecznie szerokiego przedziału przetwarzania wartości chwilowych z uwagi na możliwość występowania sygnałów o dużym rozrzucie wartości estymatora mocy średniej.

LITERATURA

1. J. Dudziewicz, *Miernik mocy średniej sygnałów losowych*, Prace Instytutu Łączności, nr 3/75, 1974.
2. M. Fis, *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa 1969.
3. A. Papoulis, *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*, WNT, Warszawa 1972.
4. N. W. Smirnow, *Tablice normalnowo integrala wiarygodności*, Izd. Akad. Nauk SSSR, Moskwa 1960.
5. Sz. Firkowicz, *Statystyczne badanie wyrobów*, WNT, Warszawa 1970.
6. K. Pearson, *Tables of the incomplete Γ -function*, Cambridge University Press, 1951.
7. R. Białobrzewski, *Analiza i ocena błędu pomiaru mocy średniej stochastycznych sygnałów telekomunikacyjnych*, Praca doktorska, Instytut Łączności, 1976.

R. BIAŁOBRZESKI

CERTAIN ERROR OF MEASUREMENT OF RANDOM SIGNALS' MEAN POWER

Summary

The article discusses the arising of error of measurement of random signals' mean power due to the limited dynamics of the measuring instrument's electronic systems. The influence of the type of function of probability density of transient values of the signals being investigated on the error magnitude is analysed. An example is given of determining error characteristics for normal distribution and gamma type distribution signals.

R. BIAŁOBRZESKI

CERTAIN ERREUR DE MESURE DE PUISSANCE MOYENNE DES SIGNAUX ALÉATOIRES

Résumé

Dans l'article on a traité le problème de la naissance de l'erreur de mesure de puissance moyenne des signaux électriques aléatoires, due à la dynamique limitée des circuits électroniques de l'appareil de mesure. On a analysé l'influence du genre de densité de probabilité des valeurs instantanées des signaux examinés sur l'importance de l'erreur. On a présenté un exemple de la désignation des caractéristiques de l'erreur pour les signaux à répartition du type normal et à celle du type gamma.

R. BIAŁOBRZESKI

ÜBER EINEN MEßFEHLER BEI BEMESSUNG DER MITTLEREN LEISTUNG
STOCHASTISCHER SIGNALE

Zusammenfassung

Im vorliegenden Aufsatz wurden die Probleme der Entstehung von Fehlern bei der Bemessung der mittleren Leistung elektrischer stochastischer Signale diskutiert. Die Meßfehler resultieren aus der beschränkten Dynamik elektronischer Systeme des Meßgerätes. Es wurde eine Analyse des Einflusses der Art der Wahrscheinlichkeitsdichte der Zustandswerte von geprüften Signalen auf die Größe dieses Fehlers durchgeführt. Beispiele für die Bestimmung von Fehlercharakteristiken bei Signalen mit normaler und Gamma-verteilung wurden gebracht.

Р. БЯЛОБЖЕСКИ

О НЕКОТОРОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ СРЕДНЕЙ МОЩНОСТИ
СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

Резюме

Обсуждено явление возникновения погрешности измерения средней мощности случайных электрических сигналов, обусловленных ограниченной динамикой электронных систем измерительного прибора. Проведен анализ влияния типа плотности средней мощности временных значений исследуемых сигналов на значение этой погрешности. Приведены пример определения характеристик погрешности для сигналов с распределением нормальным (Гаусса) и с распределением типа гамма.

Studium zniekształceń sygnału rejestrowanego na taśmie z niejednostajną prędkością biegu

ŁADYSŁAW GRONAU (WARSZAWA)

Instytut Elektrotechniki

Otrzymano 28.12.1976

Niejednostajność prędkości biegu taśmy w procesie rejestracji i odtworzenia sygnału powoduje niepożądaną modulację amplitudy i częstotliwości sygnału analogowego oraz zmianę skali czasowej sygnału impulsowego. Celem niniejszego studium jest dokładna analiza powstałych wskutek tego zniekształceń sygnału przy rejestracji sposobem FM i sposobem bezpośrednim. Praktycznym wnioskiem analizy są ogólne wymagania na napęd nowoczesnego rejestratora, który by zapewniał maksymalną wierność odtworzonego zapisu sygnału z jego pierwotną postacią. Szczególnie wysokich parametrów napędu taśmy wymaga rejestracja sposobem FM.

1. WSTĘP

Procesowi rejestracji sygnału na taśmie, polegającemu na kształtowaniu w sposób ciągły stanu warstwy czynnej nośnika, nieodłącznie towarzyszy ruch, zwany przesuwem lub biegiem taśmy. Podobny ruch konieczny jest w późniejszym procesie odtworzenia zapisu tego sygnału z taśmy. W obu procesach bieg taśmy winien być możliwie jednostajny. Wymuszanie biegu taśmy realizowane jest układem napędowym rejestratora, którego precyzja działania decyduje o stopniu wierności odczytanego z taśmy sygnału z jego pierwotną postacią. Najbardziej rozpowszechnionym nośnikiem sygnału jest taśma magnetyczna — jednak rozważania niniejsze mogą być z powodzeniem wykorzystane przy innych rodzajach ruchomych nośników.

Znane i realizowane dotąd sposoby napędu taśmy przy rejestracji sygnału nie zapewniają całkowitej wierności po odtworzeniu. Ogólnie dwojakie są tego przyczyny: zależne i niezależne od rejestratora.

Pierwsze to niedoskonałość napędu rejestratora przede wszystkim pod względem mechanicznym, jak np.: niecentryczność rolek obrotowych prowadzących, niewyważenie wirnika silnika, chropowatość powierzchni stykających się z taśmą, poślizg taśmy na rolce napędowej i inne; a następnie także pod względem elektrycznym, jak: niestałość prędkości obrotowej rolki napędowej, podatność na wahania zasilania, które powodują, że bieg taśmy jest niejednostajny w czasie.

Przyczyny niezależne od rejestratora to zbyt duże (np. większe od 10%) zmiany parametrów zasilania energetycznego rejestratora oraz fizyczne zmiany struktury taśmy, powstałe wskutek niewłaściwych warunków jej przechowywania przed i po dokonaniu zapisu.

Istnieje szereg rozwiązań układu napędowego poszczególnych grup rejestratorów [3, 24, 25, 27], które zmniejszają wpływy podanych wyżej przyczyn zarówno w magnetofonach, jak zwłaszcza w rejestratorach danych czy rejestratorach cyfrowych i magnetowidach.

W pracy niniejszej, ze względu na jej ogólniejszy charakter, wszelkie zmiany prędkości biegu taśmy w funkcji czasu określono terminem *niejednostajność biegu taśmy*¹⁾. Przypisano mu szersze znaczenie niż stosowanemu w elektroakustyce terminowi *nięrownomierność biegu taśmy*, którym określa się wahania tonu sinusoidalnego w magnetofonach, podzielone na dwa podzakresy: $0,1 \div 20$ Hz oraz $20 \div 200$ (lub 300) Hz [6, 7, 8]. Pierwsze są powodem tzw. kołysania tonu (z ang. *wow*), drugie zaś drżenia tonu (z ang. *flutter*) [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]. Oba te efekty dotyczą percepcji wrażeń słuchowych, a więc przebiegów o malejących amplitudach w zakresie tonów wysokich. Nie mogą więc one stanowić właściwego kryterium oceny urządzeń rejestrujących sygnały o stałej charakterystyce amplitudowej i zmiennym pasmie częstotliwości, przy których poza tym odczytywanie może się odbywać z inną niż zapisywanie prędkością biegu taśmy.

Niejednostajność biegu taśmy w przyjętym znaczeniu odnosi się zwłaszcza do tzw. rejestratorów danych i obejmuje wahania prędkości, których zakres odpowiada najczęściej pełnemu pasmu przenoszenia danego urządzenia przy rejestracji sposobem FM, a więc znacznie wykracza poza kołysanie i drżenie tonu. Rejestrator danych przenosi pasmo od 0 Hz do kilkuset kHz (rejestracja sposobem FM) a nawet kilku MHz (przy rejestracji sposobem bezpośrednim) i można go traktować za najbardziej reprezentatywny do niniejszych rozważań spośród urządzeń rejestrujących sygnał na taśmie magnetycznej.

Analiza wpływu niejednostajności biegu taśmy na parametry sygnału uwzględniać musi niejednoczesność procesów zapisywania i odczytywania, które na ogół odbywają się nie tylko w różnych czasach, lecz także na różnych urządzeniach i to najczęściej z różnymi prędkościami. Prowadzi to do rozpatrywania zarówno zmian skali czasowej, jak i modulacji amplitudowej i częstotliwościowej rejestrowanego sygnału i wynikłych stąd zakłóceń w odtworzeniu sygnału. Wpływ wahań prędkości na sygnał rejestrowany sposobem FM szerzej poruszany jest przez dwóch autorów [1, 2]. Niniejsza praca jest rozwinięciem tego zagadnienia, a zwłaszcza rozszerzeniem jego na rejestrację sposobem bezpośrednim, który to sposób jest obok sposobu FM najbardziej rozpowszechniony. Dotyczy to zwłaszcza rejestratorów danych, które są z reguły wyposażone w oba te sposoby rejestracji. Uzyskane w toku analizy wyniki pozwalają na ustalenie ogólnych wymagań, jakie winien spełniać układ napędowy rejestratora taśmowego.

2. KLASYFIKACJA ODCHYLEŃ PRĘDKOŚCI BIEGU TAŚMY

Rzeczywiste układy napędowe rejestratorów nie zapewniają całkowitej jednostajności biegu taśmy. Nieuniknione są na przykład większe lub mniejsze odchylenia Δv i δv (według

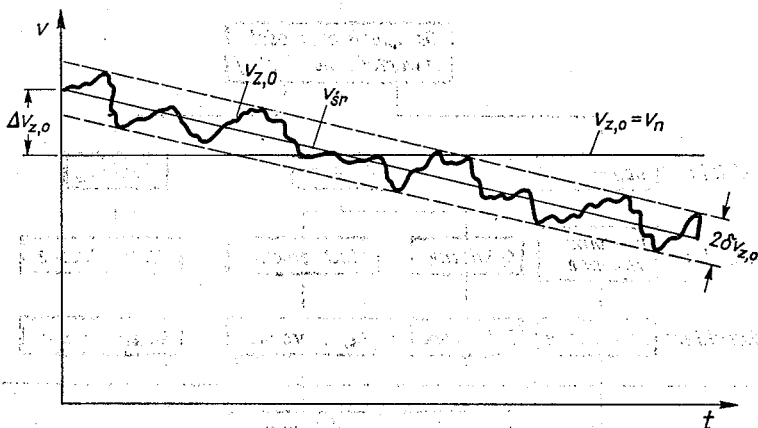
¹⁾ Prof. W. Doroszewski w odpowiedzi na zapytanie [4] jak określić niedostateczną precyzję ruchu przesuwającego taśmy zalecał użycie wyrazu „niedoskonałość” lub „nieprecyzyjność biegu taśmy”, przy czym nie dopuszczał formy „nieperfekcja” (będącej odpowiednikiem angielskiego „imperfection”). Wydaje się jednak, że termin „niejednostajność” stosowany w nauce o ruchu jest bardziej adekwatny.

rys. 1) od wartości nominalnej v_n ²⁾, które są przyczyną niedokładności zarówno w odwzorowaniu sygnału na taśmie, jak i przy odtworzeniu w każdym sposobie rejestracji.

Wspomniane odchylenia można podzielić na:

- a) niby-stałe, zwane uchybem lub dryfem prędkości;
- b) zmienne, zwane wahaniami prędkości (z ang. *flutter*); oraz na zboczenia ruchu taśmy od kierunku normalnego, powodujące
- c) lokalny ukośny ruch, zwany przekosem (z ang. *skew*).

Pierwsze charakteryzują się dużą stałością wartości i znaku (fazy) na wielominutowych odcinkach biegu taśmy i są równe (jednorodne) na całej szerokości taśmy.



Rys. 1. Prędkość biegu taśmy rejestratora w funkcji czasu

$\delta v_{z,0}$ — amplituda chwilowych odchyśleń prędkości przy zapisywaniu i odczytywaniu,

$\Delta v_{z,0}$ — uchyb prędkości przy zapisywaniu i odczytywaniu,

$v_{z,0}$ — chwilowa wartość prędkości biegu taśmy przy zapisywaniu i odczytywaniu,

$v_{z,0} = v_n$ — wartość nominalna prędkości biegu taśmy

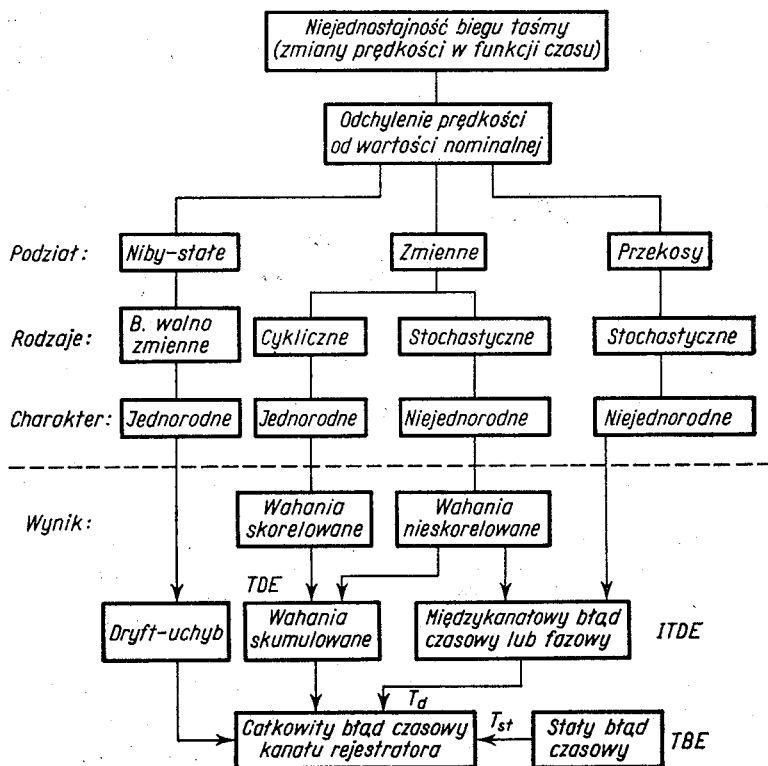
Drugie odchylenia wykazują składowe zmieniające się cyklicznie z pulsacjami od ułamka lub kilku radianów/s do kilkuset radianów/s oraz stochastyczne o pulsacjach znacznie wyższych. Obie te składowe występują zawsze razem i nie dają się rozdzielić. Pierwsze z nich są na ogół jednorodne, tzn. mają tę samą wartość na całej szerokości taśmy, natomiast składowe stochastyczne mogą posiadać zarówno część jednorodną jak i niejednorodną. Składowe jednorodne pochodzą zwykle od niedoskonałości układu napędowego taśmy, niejednorodne zaś spowodowane są drganiami taśmy [16]. Rozróżnienie tych składowych ma sens, gdyż przy stosowaniu podczas odczytywania układu kompensacji wahań zmiennych zostają skutecznie tłumione jedynie składowe jednorodne. Wahania jednorodne noszą nazwę skorelowanych (z ang. *correlated flutter*), zaś niejednorodne — nieskorelowanych (z ang. *noncorrelated flutter*). Łączne działanie określane jest jako wahania skumulowane (z ang. *cummulative flutter*).

Odchyłki powodujące lokalne ukośne ruchy taśmy nie są cykliczne, lecz na ogół stochastyczne i w większości niejednorodne, o pulsacjach nie przekraczających kilku radia-

²⁾ Spotykana w literaturze dotyczącej zwłaszcza magnetofonów tzw. średnia prędkość v_{sr} reprezentuje uśrednioną prędkość w odpowiednim odcinku czasowym. Jak wynika dalej, w rozważaniach teoretycznych nie ma potrzeby rozpatrywania jej.

nów/s. Mają one wartość różną wzdłuż szerokości taśmy, na ogół z maksimum przy krawędziach.

Rys. 2 przedstawia klasyfikację odchyłeń prędkości biegu taśmy (górna część) oraz wynik ich działania (poniżej). Metodyka badań i pomiary wahań prędkości biegu taśmy, będące przedmiotem szeregu publikacji, m.in. [10, 17, 18, 19, 20, 21, 22], dostarczają jedynie informacji ilościowych — co jest istotne dla celów porównawczych — nie dają jednak wyjaśnień jakościowych, które starano się przedstawić w niniejszej pracy.



Rys. 2. Klasyfikacja odchyłeń prędkości biegu taśmy rejestratora (część górna) oraz wynik działania tych odchyłeń (część dolna) i nazwa powstałych zniekształceń

3. ZALEŻNOŚCI PODSTAWOWE

3.1. Prędkości biegu taśmy

W rozważaniach pominięte zostaną stochastyczne wahania prędkości oraz przekosy (omówione oddzielnie), a uwzględnione jedynie uchyb i odchylenia cykliczne, gdyż one właśnie stanowią w praktyce istotny czynnik zakłócający, którego źródłem jest napęd. Niejednostajną chwilową wartość prędkości biegu taśmy w funkcji czasu $v(t)$ opisuje w takim przypadku ogólna zależność:

$$v(t) = v_{sr}(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \delta v_n \cos(\Omega_n t + \varphi_n) \quad (1)$$

Uwzględniając dalej

$$v_{sr}(t) = v_n + \Delta v(t), \quad (2)$$

można napisać chwilową wartość prędkości przy zapisywaniu:

$$v_z(t) = v_z + \Delta v_z(t) + \sum_{n=1}^y \delta v_{z,n} \cos(\Omega_{z,n} t + \varphi_{z,n}) \quad (3)$$

i przy odczytywaniu:

$$v_o(t) = v_o + \Delta v_o(t) + \sum_{m=1}^w \delta v_{o,m} \cos(\Omega_{o,m} t + \varphi_{o,m}), \quad (4)$$

gdzie:

$\Omega_{z,n}$; $\varphi_{z,n}$ — pulsacja i faza n -tej składowej cyklicznych odchyłeń prędkości przy zapisywaniu,

$\Omega_{o,m}$; $\varphi_{o,m}$ — jak wyżej, m -tej składowej przy odczytywaniu,

$\delta v_{z,n}$; $\delta v_{o,m}$ — amplitudy n -tej składowej cyklicznych odchyłeń prędkości przy zapisywaniu i analogicznie m -tej składowej przy odczytywaniu,

Δv_z ; Δv_o — uchyb prędkości przy zapisywaniu i odczytywaniu,

y ; w — najwyższe składowe, które trzeba uwzględnić.

Wprowadzając współczynniki wahań prędkości a i uchybu prędkości b mamy przy zapisywaniu:

$$a_{z,n} = \frac{\delta v_{z,n}}{v_z}; \quad b_z = \frac{\Delta v_z}{v_z}; \quad (5a)$$

oraz przy odczytywaniu:

$$a_{o,m} = \frac{\delta v_{o,m}}{v_o}; \quad b_o = \frac{\Delta v_o}{v_o}; \quad (6a)$$

co wykorzystując można (3) i (4) napisać w postaci:

$$v_z(t) = v_z \left[1 + b_z(t) + \sum_{n=1}^y a_{z,n} \cos(\Omega_{z,n} t + \varphi_{z,n}) \right], \quad (3a)$$

$$v_o(t) = v_o \left[1 + b_o(t) + \sum_{m=1}^w a_{o,m} \cos(\Omega_{o,m} t + \varphi_{o,m}) \right]. \quad (3b)$$

Ogólnie biorąc z ciągu poszczególnych składowych n i m wahań cyklicznych prędkości wystarcza uwzględnić tylko składowe dominujące. Rozpatrując wpływ wahań prędkości na parametry sygnału pomija się uchyb (tzn. $b = 0$), wobec czego:

$$v_z(t) = v_z \left[1 + \sum_{n=1}^y a_{z,n} \cos(\Omega_{z,n} t + \varphi_{z,n}) \right], \quad (7)$$

$$v_o(t) = v_o \left[1 + \sum_{m=1}^w a_{o,m} \cos(\Omega_{o,m} t + \varphi_{o,m}) \right]. \quad (8)$$

W pierwszej fazie toku analizy dokonuje się przestrzennego przedstawienia na taśmie znanej postaci czasowej sygnału rejestrowanego z prędkością według (7), który odczytany następnie z prędkością według (8) poddany zostaje analizie dotyczącej powstałych zniekształceń.

3.2. Sygnał analogowy

W celu wyznaczenia zmian amplitudy i częstotliwości sygnału wywołanych wahaniami prędkości potrzebna jest znajomość postaci wyrażeń:

1) prądu w przetworniku zapisującym,

2) długości odcinka taśmy, jaki przy zapisywaniu i odczytywaniu sygnału przesunie się w danym przedziale czasowym z prędkościami według (7) i (8).

W poszczególnych sposobach rejestracji istnieją różne funkcje opisujące przebieg prądu w przetworniku zapisującym dla tego samego sygnału, co wymaga oddzielnej analizy przy każdym z tych sposobów.

Jeśli przyjąć, że odcinki taśmy l_z przy zapisywaniu oraz l_o przy odczytywaniu są równe, tzn.:

$$l_z = l_o = l \quad (9)$$

oraz pominąć uchyb, kąt fazowy i stałe całkowania, wówczas odcinek taśmy przy zapisywaniu:

$$l = l_z = \int_0^{t_z} v_z(t) dt = v_z \left[t_z + \sum_{n=1}^y \frac{a_{z,n}}{\Omega_{z,n}} \sin \Omega_{z,n} t_z \right] \quad (10)$$

oraz przy odczytywaniu:

$$l = l_o = \int_0^{t_o} v_o(t) dt = v_o \left[t_o + \sum_{m=1}^w \frac{a_{o,m}}{\Omega_{o,m}} \sin \Omega_{o,m} t_o \right] = v_o [t_o + A_o], \quad (11)$$

przy czym:

$$A_o = \sum_{m=1}^w \frac{a_{o,m}}{\Omega_{o,m}} \sin \Omega_{o,m} t_o. \quad (12)$$

3.3. Sygnał impulsowy

Przy sygnale impulsowym zależy na wyznaczeniu wywołanych wahaniami prędkości zmian skali czasowej między odczytanymi z taśmy kolejnymi impulsami a i b . Do tego celu potrzebna jest znajomość:

1) odcinka taśmy l_λ według (13), jaki przesunie się z prędkością według (7) w czasie zapisywania dwóch impulsów, między którymi istnieje odstęp czasowy $\tau = b - a$:

$$l_\lambda = \int_a^b v_z(t) dt = v_z \left\{ (b-a) + \sum_{n=1}^y \frac{2a_{z,n}}{\Omega_{z,n}} \cos \left[\frac{\Omega_{z,n}(a+b)}{2} + \varphi_{z,n} \right] \sin \frac{\Omega_{z,n}(b-a)}{2} \right\}, \quad (13)$$

2) odstępu czasowego τ_o między impulsami wzbudzonymi w przetworniku odczytującym przy odczytywaniu odcinka taśmy $l_\lambda = l_2 - l_1$ według (13) z prędkością według (8):

$$\tau_o = \int_{l_1}^{l_2} \frac{1}{v_o(t)} dl_o \approx \frac{1}{v_o} \int_{l_1}^{l_2} \left[1 - \sum_{m=1}^w a_{o,m} \cos(\Omega_{o,m} t_o + \varphi_{o,m}) \right] dl_o. \quad (14)$$

4. WYZNACZENIE WPŁYWU WAHAŃ PRĘDKOŚCI

4.1. Rejestracja sposobem bezpośrednim

W celu odwzorowania $f(l)$ na taśmie sygnału analogowego o postaci czasowej:

$$f(t_z) = U \sin 2\pi f_z t_z, \quad (15)$$

który zasila uzwojenie przetwornika zapisującego, trzeba zastąpić parametr t_z tego sygnału parametrem przestrzennym $l_z = l$. W tym celu z zależności (10), przyjmując najpierw $a_z = 0$, wyznacza się średnią wartość czasu $t_{z, sr} = \frac{l}{v_z}$ i wstawia ją w miejsce t_z argumentu tejże zależności. Następnie wyznacza się niej parametr t_z w postaci:

$$t_z = \frac{l}{v_z} - A_z, \quad (16)$$

gdzie:

$$A_z = \sum_{n=1}^y \frac{a_{z,n}}{\Omega_{z,n}} \sin \frac{\Omega_{z,n}}{v_z} l. \quad (17)$$

Podstawienie (16) do funkcji czasowej określającej rejestrowany sygnał (15) daje następujący opis $f(l)$ przestrzennego rozmieszczenia tego sygnału na taśmie wzdłuż jej długości (p — współczynnik proporcjonalności):

$$f(l) = pU \sin 2\pi f_z \left\{ \frac{l}{v_z} - A_z \right\}. \quad (18)$$

Taśma z zapisem informacji według (18) odczytana następnie z prędkością według (8) wzbudza w przetworniku magnetycznym strumień, którego przebieg czasowy $f(t_o)$ otrzymać można z (18), zmieniając parametr przestrzenny l z powrotem na parametr czasowy t_o przy odczytywaniu. W tym celu trzeba podstawić do (18) wyrażenie (11) i po uwzględnieniu (9) otrzymuje się:

$$f(t_o) = p_1 U \sin(cB_o), \quad (19)$$

gdzie:

$$c = \frac{2\pi f_z}{k}, \quad (20)$$

$$k = \frac{v_z}{v_o} \text{ — stopień transformacji czasowej sygnału,} \quad (21)$$

$$B_o = t_o + A_o - k \sum_{n=1}^y \frac{a_{z,n}}{\Omega_{z,n}} \sin \left[\frac{\Omega_{z,n}}{k} (t_o + A_o) \right]. \quad (22)$$

Wzbudzona w uzwojeniu przetwornika odczytującego SEM sygnału jest pochodną strumienia (19) według zależności:

$$f'(t_o) = A \cos \Theta, \quad (23)$$

gdzie:

$$A = p_2 c B'_o, \quad (24)$$

$$\Theta = c B_o, \quad (25)$$

$$p_2 = p_1 U. \quad (26)$$

Pochodna B'_0 wyrażenia (22), po pominięciu członu z iloczynem $a_{z,n}a_{o,m}$ ma następującą postać:

$$B'_0 = 1 + A'_0 - \sum_{n=1}^y a_{z,n} \cos \left[\frac{\Omega_{z,n}}{k} (t_0 + A_0) \right]. \quad (27)$$

Amplituda A sygnału odczytanego z taśmy jest zniekształcona przez czynnik B'_0 , który określony jest zależnością (27), natomiast zniekształcenie argumentu θ tego sygnału określa zależność B_0 według (22). Oba czynniki B_0 i B'_0 obejmują wpływ wahań prędkości przy zapisywaniu i odczytywaniu.

4.2. Rejestracja sposobem FM

Rejestrowany tym sposobem sygnał analogowy $f(t_z)$ według (15) moduluje najpierw sygnał nośny, który po zmodulowaniu zasila uzwojenie przetwornika zapisującego i ma następującą postać czasową:

$$F(t_z) = U \sin 2\pi F_N \left(t_z + \frac{N}{2\pi f_z} \sin 2\pi f_z t_z \right), \quad (28)$$

gdzie:

$$N = \frac{\Delta F}{F_N} \quad (29)$$

N — współczynnik dewiacji częstotliwości nośnej F_N ,

F_N — częstotliwość sygnału nośnego niezmodulowanego,

ΔF — dewiacja częstotliwości nośnej proporcjonalna do amplitudy sygnału rejestrowanego.

Po zastąpieniu parametru czasowego t_z ogólnym wyrażeniem (16), uwzględniającym wpływ wahań prędkości przy zapisywaniu, przebieg czasowy (28) odwzorowany zostaje następującą funkcją przestrzenną na taśmie:

$$F(l) = p U \sin 2\pi F_N \left\{ \frac{l}{v_z} - A_z + \frac{N}{2\pi f_z} \sin 2\pi f_z \left(\frac{l}{v_z} - A_z \right) \right\}. \quad (30)$$

Ponowne odzyskanie funkcji czasowej strumienia magnetycznego, wzbudzonego w rdzeniu przetwornika odczytującego przez taśmę z zapisem według (30) poruszającą z prędkością według (8), otrzymać można po zamianie występującego w (30) parametru przestrzennego l na parametr czasowy t_0 . Wstawiając do (30) i (17) wyrażenie ogólne (11) otrzymuje się w rezultacie:

$$F(t_0) = p_1 U \sin(CD), \quad (31)$$

gdzie:

$$C = \frac{2\pi F_N}{k}, \quad (32)$$

$$D = B_0 + \frac{N}{c} \sin(cB_0). \quad (33)$$

Po zróżniczkowaniu strumienia według (31) otrzymany przebieg SEM na zaciskach uzwojenia przetwornika odczytującego ma postać:

$$F'(t_0) = p_1 UCD' \cos(CD), \quad (34)$$

gdzie:

$$D' = B'_0 + NB'_0 \cos(cB). \quad (35)$$

Po przejściu sygnału według (34) przez stosowany zawsze przy rejestracji sposobem FM ogranicznik amplitudy, wyrażenie

$$p_1 UC \cos(CD) = p_3 = \text{const}; \quad (36)$$

a więc można napisać:

$$F'(t_0) = A_1 (1 + N \cos \Theta), \quad (37)$$

gdzie:

$$A_1 = p_3 B'_0, \quad (38)$$

$$\Theta = cB_0. \quad (39)$$

Podobnie jak i przy rejestracji sposobem bezpośrednim, amplituda $A_1 N$ sygnału zniekształcona zostaje czynnikiem B'_0 , zaś argument Θ czynnikiem B_0 , przy czym oba te czynniki są rezultatem wahań prędkości biegu taśmy zarówno w czasie zapisywania jak i odczytywania.

4.3. Porównanie wpływu wahań prędkości w sposobach rejestracji według p. 4.1 i 4.2.

Zestawiając wyrażenia (23) i (37) po uwzględnieniu wzorów (24), (25) oraz (38), (39) otrzymuje się poniższe wzory przy rejestracji:

a) sposobem bezpośrednim

$$\frac{f'(t_0)}{p_2} = cB'_0 \cos(cB_0), \quad (40a)$$

b) sposobem FM

$$\frac{F'(t_0)}{p_3} = B'_0 + NB'_0 \cos(cB_0). \quad (40b)$$

Występująca we wzorach (40ab) wielkość c według (20) zmienia się wprost proporcjonalnie ze zmianą częstotliwości sygnału 6 dB/oktawę (przy założeniu, że strumień zapisu na taśmie jest stały i przy pominięciu wpływów ograniczających najwyższe i najniższe częstotliwości rozpatrywanego sygnału [1, 2, 33, 34, 36]). Przy analizowaniu wpływu wahań prędkości wielkość c jak i również wielkość C oraz p_n są do pominięcia.

Z porównania sygnałów przedstawionych wzorami (40a,b) dla obu sposobów rejestracji wynikają istotne stwierdzenia.

1) Wahania prędkości biegu taśmy przy rejestracji sposobem FM (reprezentowane czynnikiem B'_0) są przyczyną powstania zakłócających przebiegów obcych, istniejących samoistnie w czasie odczytywania, także gdy amplituda sygnału $N = 0$. Jest to powodem znacznego obniżenia dynamiki sygnału wskutek niezrównoważenia wyjścia dyskryminatora częstotliwości. Sposób bezpośredni rejestracji jest wolny od tego rodzaju zakłóceń.

2) Charakter jakościowy wpływu wahań prędkości biegu taśmy na parametry sygnału jest ten sam w obu sposobach rejestracji, z tym że:

- a.— ilościowy wpływ wahań prędkości biegu taśmy na zniekształcenia amplitudy jest większy przy sposobie FM,
- b.— ilościowy wpływ wahań prędkości biegu taśmy na zniekształcenia argumentu jest w obu sposobach taki sam.

Większy wpływ wahań prędkości na amplitudę sygnału przy rejestracji sposobem FM wynika z ograniczonej wartości dewiacji częstotliwości nośnej, która przy maksymalnej amplitudzie sygnału U_{maks} nie może przekraczać wartości

$$N_{maks} \leq 0,4. \quad (40)$$

Wpływ ten więc przy identycznej wartości strumienia zapisu jest 2,5 razy większy niż przy rejestracji sposobem bezpośrednim.

4.4 Ocena ilościowa

4.4.1. Argument sygnału

Zniekształcenie argumentu przez czynnik B_o w obu sposobach rejestracji oznacza modulację częstotliwości tego sygnału. Na podstawie (22) oraz (12) pełną postać argumentu tworzą trzy czynniki:

$$cB_o = \frac{2\pi f_z}{k} \left\{ t_o + \sum_{m=1}^w \frac{a_{o,m}}{\Omega_{o,m}} \sin \Omega_{o,m} t_o - k \sum_{n=1}^y \frac{a_{z,n}}{\Omega_{z,n}} \sin \frac{\Omega_{z,n}}{k} \left(t_o + \sum_{m=1}^w \frac{a_{o,m}}{\Omega_{o,m}} \sin \Omega_{o,m} t_o \right) \right\}. \quad (41)$$

Pierwszy czynnik reprezentuje pierwotną częstotliwość sygnału podzieloną przez stopień transformacji czasowej k według (21). Drugi czynnik składowy przedstawia modulację częstotliwości f_z sygnału powstałą wyłącznie od wahań prędkości przy odczytywaniu (zależną także od k), trzeci zaś dalszą modulację przez wahania prędkości zapisywania, które — ponieważ są zawarte w zapisie $F(I)$ — dodatkowo zmodulowane zostają wahaniami prędkości podczas odczytywania.

Jak wynika z powyższego krótkiego opisu wyrażenie (41) przedstawia zawikłaną postać sygnału zmodulowanego częstotliwościowo wielu przebiegami zakłócającymi i na jej podstawie wyznaczenie widma prążkowego jest praktycznie niemożliwe. Już modulacja częstotliwościowa jednym przebiegiem wytwarza szerokie widmo prążkowe, którego obraz zależy od tzw. wskaźnika dewiacji, a więc zarówno od amplitudy jak i pulsacji tego przebiegu. Przy drugim przebiegu modulującym powstaje następne widmo, przy czym obraz pierwszego ulega wskutek tego zmianie itd. przy następnych przebiegach modulujących. Według teorii modulacji FM [23, 26, 30] przykładowo przy trzech sygnałach: $E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t + E_3 \cos \omega_3 t$, modulujących częstotliwość nośną F_N , powstaje następujące widmo prążkowe: $2\pi F_N \pm m\omega_1 \pm n\omega_2 \pm p\omega_3$, gdzie: m, n, p — wszystkie możliwe liczby całkowite. Jesliby przykładowo przyjąć w (41) jeden przebieg modulujący o pulsacji Ω_o (oznacza to, że $m = 1$ oraz $a_{z,n} = 0$), wówczas powstałyby wstęgi boczne

o pulsacjach: $\frac{2\pi f_z}{k} \pm \Omega_o$; $\frac{2\pi f_z}{k} \pm 2\Omega_o$ itd., których amplitudy zależą od wskaźnika dewiacji określonego stosunkiem: $M_o = \frac{ca_o}{\Omega_o}$. Ponieważ w praktyce $m > 1$, więc powstają dalsze wskaźniki dewiacji $M_{o,m}$ i dalsze rodziny wstęp bocznych, które na siebie wzajemnie wpływają. Obraz się jeszcze bardziej komplikuje, gdy uwzględnić, że w praktyce $a_{z,n} > 0$ oraz $n > 1$, tzn. powstają jeszcze dalsze wskaźniki dewiacji $M_{z,n}$, dodatkowo zmodulowane przez wskaźniki $M_{o,m}$. Wskutek tego gęstość prążków widma wzrasta. Tak więc oprócz częstotliwości f_z sygnału rejestrowanego powstaje przy odtworzeniu zapisu skomplikowany obraz pulsacji dodatkowych, nie istniejących w sygnale rejestrowanym, które nie dają się dokładnie wyznaczyć przy odczycie i stanowią tło zakłócające sygnał właściwy. Dla celów praktycznych istotne jest zachowanie małych wartości wskaźników dewiacji, co oznacza spełnienie następujących warunków:

$$a_{o,m} \ll \frac{k\Omega_{o,m}}{2\pi f_z}, \quad (42)$$

$$a_{z,n} \ll \frac{\Omega_{z,n}}{2\pi f_z}. \quad (43)$$

4.4.2. Amplituda sygnału

Zniekształcenie amplitudy sygnału opisane czynnikiem B'_o oznacza modulację amplitudy tego sygnału, która ze względu na warunek (40) jest bardziej odczuwalna przy rejestracji sposobem FM. Trzeba sobie tutaj zdać sprawę z tego, że istnienie modulacji amplitudy AM jest w obu sposobach rejestracji równoznaczne z istnieniem przede wszystkim modulacji częstotliwości FM tego sygnału (przez czynnik B_o), gdyż B'_o jest pochodną B_o . Zgodnie z (27), po uwzględnieniu (12), czynnik

$$B'_o = 1 + \sum_{m=1}^w a_{o,m} \cos \Omega_{o,m} t_o - \sum_{n=1}^y a_{z,n} \cos \frac{\Omega_{z,n}}{k} \left(t_o + \sum_{m=1}^w \frac{a_{o,m}}{\Omega_{o,m}} \sin \Omega_{o,m} t_o \right) \quad (44)$$

ma trzy składniki. Pierwszy reprezentuje nie zniekształconą amplitudę sygnału. Pozostałe dwa przedstawiają wynik modulacji amplitudy: składnik drugi pochodzi od wahań prędkości przy odczytywaniu, zaś trzeci od wahań prędkości przy zapisywaniu, dodatkowo zmodulowanych wahaniami prędkości w czasie odczytywania. Teoretycznie powstałe tutaj zniekształcenia dają się łatwiej wyznaczyć, bo zgodnie z teorią modulacji AM poszczególne przebiegi modulujące nie wpływają wzajemnie na siebie. W praktyce dochodzi wspomniany nieodłączny wpływ modulacji częstotliwości, który powoduje, że częstotliwości sygnału f_z towarzyszą zakłócające wstęgi boczne. Pomijając ten wpływ i zakładając

przykładowo $a_{z,n} = 0$, otrzymuje się następujące wstęgi boczne: $\frac{2\pi f_z}{k} \pm \sum_{m=1}^w \Omega_{o,m}$,

przy czym ich względne amplitudy $\frac{a_{o,m}}{2}$ oraz odstęp między wstęgami nie zależą od stopnia transformacji czasowej k według (21), bowiem nie są one zawarte w zapisie taśmy. Jeśli przykładowo $a_o = 0$, zaś $a_z > 0$, wówczas pulsacje powstałych wstęp bocznych za-

leżą od k i wynoszą: $\frac{2\pi f_z}{k} \pm \sum_{n=1}^y \frac{\Omega_{z,n}}{k}$, przy czym od k zależą odstęp między wstęgami,

a względna amplituda wynosi: $\frac{a_{z,n}}{2}$. W praktyce oba współczynniki wahań prędkości a_z i a_o mają określone wartości i obie rodziny wstęg bocznych (od wahań prędkości przy odczytywaniu i zapisywaniu) sumują się, z tym że wstęgi boczne od wahań przy zapisywaniu wykazują większą gęstość. Wynika ona z istnienia wyrażenia A_o w nawiasie zależności (44), którego amplituda przedstawia rodzinę wskaźników dewiacji $M_{o,m} = \frac{\Omega_{z,n}}{\Omega_{o,m}} \frac{a_{o,m}}{k}$.

Są one powodem dodatkowej modulacji częstotliwości poszczególnych podanych wyżej wstęg bocznych, stanowiących produkt modulacji amplitudy od wahań prędkości zapisywania. Dla celów praktycznych istotne jest zachowanie małych wartości wskaźników dewiacji, tzn. spełnienie warunku:

$$a_{o,m} \ll \frac{k\Omega_{o,m}}{\Omega_{z,n}}. \quad (45)$$

4.5. Rejestracja impulsów

Przy istnieniu wahań prędkości odstęp odwzorowania przestrzennego na taśmie oraz czasowego po odczytaniu między impulsami nie odpowiadają ściśle odstępem przed rejestracją. Jest to przyczyną powstania błędów czasowych między impulsami danego kanału rejestratora, oznaczanych symbolem TDE (*Time Displacement Errors*). Przyjmuje się przy analizie tych błędów skończoną wartość szerokości impulsów, przy czym odstęp czasowy między dwoma dowolnymi kolejnymi impulsami jest liczony od środka jednego do środka drugiego. Umowny punkt odniesienia $\tau = 0$ przyjęty został w środku między obu wspomnianymi impulsami. W takim razie odcinek taśmy, na którego krańcach zapisane są dwie połówki sąsiednich impulsów ma zgodnie z (13) po podstawieniu granic całkowania: $a = -\frac{\tau}{2}$ oraz $b = \frac{\tau}{2}$ następującą długość:

$$l_\lambda = v_z \tau \left\{ 1 + \sum_{n=1}^y a_{z,n} \cos \varphi_{z,n} \frac{\sin X_n}{X_n} \right\}, \quad (46)$$

gdzie

$$X_n = \frac{\Omega_{z,n} \tau}{2}. \quad (47)$$

Odczytanie odcinka taśmy l_λ według (46) z prędkością według (8) spowoduje, że odstęp czasowy τ_o między obu impulsami będzie się różnił od τ . Przyjmując najpierw $a_{z,n} = 0$ otrzymuje się z (11) tzw. średni czas $t_{o,sr} = \frac{l_o}{v_o}$, który podstawiony do (14) w miejsce t_o pozwala napisać po dokonaniu całkowania:

$$\tau_o \approx \frac{l_\lambda}{v_o} \left\{ 1 - \sum_{m=1}^w \frac{a_{o,m}}{Y_m} \cos \varphi_{o,m} \sin Y_m \right\}, \quad (48)$$

gdzie

$$Y_m = \frac{\Omega_{o,m} l_\lambda}{2v_o} \approx \frac{\Omega_{o,m} k\tau}{2}, \quad (49)$$

przy czym założono: $l_1 = -\frac{l_\lambda}{2}$ oraz $l_2 = \frac{l_\lambda}{2}$; a więc:

$$l_\lambda = l_2 - l_1. \quad (50)$$

Podstawiając (46) do (48) otrzymuje się po pominięciu mało znaczącego członu z iloczynem $a_{z,n} a_{o,m}$:

$$\tau_o \approx k\tau \left\{ 1 + \sum_{n=1}^y a_{z,n} \cos \varphi_{z,n} \frac{\sin X_n}{X_n} - \sum_{m=1}^w a_{o,m} \cos \varphi_{o,m} \frac{\sin Y_m}{Y_m} \right\}. \quad (51)$$

Oznaczając

$$\Delta\tau = \frac{\tau_o}{k} - \tau \quad (52)$$

można napisać następujący stosunek określający błąd czasowy między dwoma impulsami:

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \sum_{n=1}^y a_{z,n} \cos \varphi_{z,n} \frac{\sin X_n}{X_n} - \sum_{m=1}^w a_{o,m} \cos \varphi_{o,m} \frac{\sin Y_m}{Y_m}. \quad (53)$$

Dla danego napędu rejestratora wielkości a oraz Ω można uważać za stałe, natomiast φ oraz X i Y zmieniają się zależnie od impulsów. Wchodzące do wzoru (53) ilorazowe człony zawierające wyrażenia według (47) i (49) osiągają wartość maksymalną, dążącą do jedności, gdy X_n oraz Y_m dążą do zera, tzn. przy bardzo dużej gęstości impulsów. Wartości kątów przesunięcia fazowego są zupełnie przypadkowe. Przykładowo najniekorzystniejszy stan dla jednej składowej wahań nastąpi przy $\varphi_o - \varphi_z = \pm\pi$, gdy ich wartości wynoszą: $\varphi_z = 2x\pi$ oraz $\varphi_o = (2x+1)\pi$ (gdzie $x = 0, 1, 2, \dots$). Maksymalna wartość błędu czasowego wyniesie:

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \sum_{n=1}^y a_{z,n} + \sum_{m=1}^w a_{o,m}. \quad (54)$$

Teoretycznie gdyby $\tau = \frac{2a_{z,n}}{\Omega_{z,n}} = \frac{2a_{o,m}}{\Omega_{o,m}}$, lub gdyby wartości bezwzględne kątów $\varphi_{z,n} = -\varphi_{o,m}$ wynosiły $\frac{x\pi}{2}$ (gdzie: $x = 1, 2, 3, \dots$), wówczas błąd czasowy miałby wartość zerową. Sytuacja taka może zaistnieć tylko przypadkowo dla danej składowej wahań i na krótkie okresy czasu, jest więc bez praktycznego znaczenia.

4.6. Podsumowanie

Omówione wyżej modulacje sygnału przez przebiegi zakłócające wynikające z wahań prędkości biegu taśmy powodują jego zniekształcenie, które objawia się jako tzw. szum za sygnałem, obniżający przede wszystkim jego dynamikę. Modulacje amplitudy i często-

tliwości znikają, gdy wartość sygnału wynosi zero, dzięki czemu przy rejestracji sposobem bezpośrednim nie wpływają one na tzw. dynamikę spoczynkową sygnału. Niestety przy rejestracji sposobem FM pozostają jednak dalej zakłócające przebiegi obce, które w tym sposobie rejestracji dynamikę spoczynkową sygnału znacznie obniżają. Ponieważ warunek (45) jest znacznie trudniejszy do spełnienia niż warunki (42) i (43), wpływ modulacji amplitudy jest zawsze mniejszy od wpływu modulacji częstotliwości. Jeśli pominąć wpływ modulacji amplitudy, to dla określonej dopuszczalnej wartości dewiacji zakłócającej q sygnału (punktem odniesienia jest minimalna amplituda odtworzenia tego sygnału) słuszne wydaje się, aby:

$$\sum_{m=1}^w a_{o,m}^2 + \sum_{n=1}^y a_{z,n}^2 \leq N^2 q^2. \quad (55)$$

Wyprowadzenie ścisłych wytycznych liczbowych, które by zabezpieczały postulowane parametry napędu taśmy rejestratora jest bardzo trudne. Przyjmując, że wypadkowa amplituda wahań prędkości może być wyrażona kwadratowym pierwiastkiem z sumy kwadratów amplitud składowych, można w przybliżeniu pominąć amplitudy 2 ÷ 3-krotnie mniejsze od największej. Jeśli więc uwzględnić przykładowo tylko jedną dominującą składową wahań prędkości o tej samej wartości przy zapisywaniu i odczytywaniu oraz założyć $q = 0,005$ (tzn. wartość tej amplitudy w stosunku do maksymalnej amplitudy sygnału wynosi 0,5%), to wartość współczynników wahań prędkości wyniesie:

$$\text{przy rejestracji sposobem bezpośrednim} \quad a_{z1} = a_{o1} = 0,0035, \quad (56)$$

$$\text{przy rejestracji sposobem FM} \quad a_{z1} = a_{o1} = 0,0014. \quad (57)$$

5. INNE WPŁYWY

5.1. Uchyb prędkości

W celu rozpatrzenia wpływu uchybu prędkości Δv (rys. 1) na sygnał w zależnościach wyjściowych (3a) i (3b) pomija się współczynniki $a_{z,n}$ i $a_{o,m}$, otrzymując:

$$v_z(t) = v_z + \Delta v_z(t), \quad (58)$$

$$v_o(t) = v_o + \Delta v_o(t). \quad (59)$$

Długość fali zapisu na taśmie sygnału o okresie T rejestrowanego z prędkością według (58) wyniesie:

$$\lambda_z = \lambda + \Delta \lambda(t), \quad (60)$$

gdzie:

$$\lambda = T v_z, \quad (61)$$

$$\Delta \lambda = T \Delta v_z. \quad (62)$$

Uchyb prędkości Δv_z jest przyczyną niedokładności odwzorowania $\Delta \lambda$ według (62). Na podstawie (61) i (62) można napisać:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta v_z}{v_z} = b_z. \quad (63)$$

Odczytanie zapisu (60) z prędkością v_o według (59) daje sygnał, którego okres T_o wyraża się zależnością:

$$T_o = \frac{1+b_z}{1+b_o} kT. \quad (64)$$

Jeśli uchyb prędkości zapisywania jest równy zeru ($b_z = 0$), wówczas okres T_{o1} sygnału odczytanego wynosi:

$$T_{o1} = k \frac{T}{1+b_o}; \quad (65)$$

jeśli natomiast uchyb prędkości odczytywania jest równy zeru ($b_o = 0$) zaś $b_z > 0$, wówczas T_{o2} sygnału odczytanego wynosi:

$$T_{o2} = kT(1+b_z). \quad (66)$$

Dodatnia wartość dryftu prędkości ($+\Delta v_z$) przy zapisywaniu sygnału zwiększa jego okres przy odczytywaniu, jeśli nastąpi ono ze stałą prędkością, zaś dodatni dryft prędkości ($+\Delta v_o$) przy odczytywaniu zapisu dokonanego ze stałą prędkością powoduje zmniejszenie tego okresu. Wpływ obu dryftów, jeśli występują równocześnie, w zależności od znaku współczynników uchybu b_z i b_o może miejscami kompensować się — możliwość taka istnieje gdy zapisywanie i odczytywanie dokonywane są na tym samym rejestratorze — lub sumować w stopniu zależnym od ich wartości. Kompensacja ta nie jest stabilna, gdyż stosunek współczynników b_z i b_o nie jest stały na dłuższych odcinkach taśmy. Różnica $\Delta T = T - T_o$ stanowi dryft czasowy analogowego sygnału:

$$\Delta T = T \left(1 - k \frac{1+b_z}{1+b_o} \right), \quad (67)$$

który jest przyczyną niedokładności częstotliwościowej rejestrowanego sygnału. Te same wnioski i zależności dotyczą sygnału impulsowego, jeśli przyjąć następujące powiązania:

- a) odstęp czasowy przed rejestracją $\tau = T$,
- b) odstęp przestrzenny na taśmie $l_h = \lambda_z$,
- c) odstęp czasowy po odtworzeniu $\tau_o = T_o$.

Przy takich założeniach dryft czasowy sygnału impulsowego opisuje zależność:

$$\Delta \tau = \tau \left(1 - k \frac{1+b_z}{1+b_o} \right). \quad (68)$$

5.2. Przekosy

Ukośne lokalne ruchy taśmy zwane przekosami pochodzą od niepożądanych dynamicznych skręceń osi poprzecznej taśmy względem nieruchomych krawędzi szczelin przetworników magnetycznych. Powodują one miejscowe, wolno lub szybciej zmieniające się przemieszczenia elementarnych powierzchni nośnika, które są zgodne lub przeciwnie do kierunku biegu taśmy, a ich maksymalna wartość $\pm D$ znajduje się przy krawędziach taśmy — na ogół dodatnia przy jednej krawędzi, ujemna przy drugiej. Wartość przemieszczeń

D zależy głównie od precyzji mechanicznej napędu rejestratora i przy danym rodzaju taśmy mało zależy od prędkości. Dokonywane w warunkach istnienia przekosów zapisywanie i odczytywanie sygnału, zwłaszcza na ścieżkach magnetycznych usytuowanych przy krawędziach taśmy, obarczone jest wyprzedzeniem lub opóźnieniem przebiegu, stanowiącym dynamiczny błąd czasowy T_d , wyrażony wzorem:

$$T_d[\mu s] = \frac{2D_{maks} [\mu m]}{v \left[\frac{m}{s} \right]}. \quad (69)$$

Dynamiczny błąd czasowy T_d wyznaczany zostaje przez pomiar i dlatego obejmuje również składową wahań nieskorelowanych, które nie dają się oddzielić. Błąd T_d wyznacza się na ogół dla jednej prędkości v — przy innej prędkości v_x można jego wartość T_{dx} wyznaczyć w przybliżeniu z wzoru:

$$T_{dx} = T_d \frac{v}{v_x}. \quad (70)$$

Znajomość wartości błędu dynamicznego T_d umożliwia wyznaczenie maksymalnego przesunięcia fazowego między analogowymi sygnałami rejestratora wielokanałowego, a dla przebiegów impulsowych określenie maksymalnej gęstości zapisu impulsów.

5.3. Wpływy stałe

Poza wahaniami i uchybem prędkości oraz przekosami niekorzystnie na parametry sygnału oddziałują dalsze następujące czynniki stałe:

- a — przesunięcie GS osi szczeliny segmentu przetwornika wielośladowego od osi głównej całego przetwornika (jest to tzw. rozrzut szczelin — z ang. *Gap Scatter*),
- b — nierównomierność osi szczeliny segmentu przetwornika do osi głównej bloku przetwornika,
- c — nieprostota osi głównej bloku przetwornika względem płaszczyzny odniesienia,
- d — falistość czoła bloku przetwornika, powstała przy nadmiernym i nierównomiernym zeszlifowaniu czoła przez taśmę,
- e — rozbieżność charakterystyki fazowej segmentów przetwornika i towarzyszących podzespołów elektronicznych.

Dominującym czynnikiem jest wielkość GS , która rzutuje na wartość powstałego stałego błędu czasowego T_{stat} kanału rejestratora, który można wyznaczyć z wzoru:

$$T_{stat}[\mu s] = \frac{GS [\mu m]}{v \left[\frac{m}{s} \right]}. \quad (71)$$

Podobnie jak T_d błąd T_{stat} jest odwrotnie proporcjonalny do prędkości biegu taśmy v .

6. UWAGA KOŃCOWA

W wyniku dążenia do zagwarantowania jak najlepszej wierności sygnału, a więc zapewnienia minimalnych modulacji amplitudy i częstotliwości sygnału, nowoczesny re-

rejestратор z taśmą magnetyczną w swoim intensywnym rozwoju stał się bardzo skomplikowanym urządzeniem technicznym. Dotyczy to, zwłaszcza jego części napędzającej taśmę, stanowiącej obecnie rezultat ostatnich osiągnięć mechaniki precyzyjnej, elektroniki, a zwłaszcza nowoczesnych układów automatyki napędowej [1, 2, 28].

W krajach zachodnich zastosowanie rejestratorów z taśmą magnetyczną jest w wielu dziedzinach nauki i techniki bardzo szerokie [29, 31, 32, 35]. W samych tylko USA liczba producentów rejestratorów danych (nie licząc innych) przekracza 50.

Aktualne osiągnięcia krajowego przemysłu urządzeń rejestrujących sygnały na taśmie magnetycznej predestynują go do podjęcia budowy tak potrzebnych w dziedzinie techniki pomiarowej rejestratorów magnetycznych, cennych zwłaszcza do analizy sygnałów trudno powtarzalnych.

LITERATURA

1. L. Davies Gomer, *Magnetic Tape Instrumentation*, Chapter 4—7, McGraw-Hill, New York 1961.
2. B. Ch. Pear, *Magnetic Recording in Science and Industry*, Reinhold Publishing Co., New York—Amsterdam—London 1967.
3. Ł. Gronau, *Napęd nośnika zapisu magnetycznego*, Elektronika, R. 13, Nr 5, 1972, str. 203—211.
4. W. Doroszewski, *Odpowiedź i wyjaśnienia na list z zapytaniem* — wygłoszona również w Poradniku Językowym, nadanym w Programie II Polskiego Radia w dniach 10 i 24 IX 1972 (nr 753 i 754).
5. S. C. Chao, *Time base compensation in magnetic recorders*, Proceeding IEEE, Vol. 54, November 1966, p. 1572—1573.
6. J. G. Frayne, Halley Wolfe, *Flutter and Its Measurement*, Elements of Sound Recording, Chapter 28, J. Wiley, New York 1949.
7. Gaumont Kalee, *Flutter Meter Type 564, Flutter Meter Type 989*.
8. Wilhelm Franz, *Elektromesstechnik K.G., Tonhörschwankungsmesser EMT 420*.
9. K. O. Bäder, *Messungen von Tonhörschwankungen*, Kinotechnik, H. 5, 1962, S. 117—119.
10. O. E. Dzierżyński, *Measurement of Wow and Flutter*, Wireless World, Vol. 61, No. 9, 1955.
11. J. T. Brecht, *Einiges über Frequenzmodulation bei Magnettongeräten*, Technical Review Brüel-Kjaer, No. 1, 1967.
12. W. Guckenbug, *Verzerrungen durch mechanische Störungen an Magnettonanlagen*, Funk und Ton, B.8, H.6, 1954, S. 312—322.
13. J. T. Mullin, *Measurement of Flutter and Wow on Magnetic Tape Instrumentation Recorder*, Journal of the Audio Eng. Soc., Vol. 3, No. 3, July 1955, p. 151.
14. M. Rajewski, *Krytyczna ocena metody pomiaru nierównomierności przesuwu taśmy magnetycznej, opartej na równoczesnym zapisywaniu i odczytywaniu sygnału o stałej częstotliwości*, Biuletyn Techniczny Radia i Telewizji, Nr 2, 1959, str. 1—12.
15. R. G. Wicker, *Simplified Wow and Flutter Measurement*, Wireless World, Vol. 62, No. 2, 1956.
16. W. Steinhorst, *Theoretische Betrachtungen zum elastischen Verhalten von Tonbändern*, Feinwerktechnik, Bd. 70, H. 3, 1966, S. 114. — oraz: *Elastische Longitudinalschankungen in Tonbändern, speziell bei Stick-Slip Anregung*, Feinwerktechnik, Bd. 70, H. 4, 1966, S. 172—184.
17. D. Balducci, *The Measurement of Instantaneous Speed Stability of Instrumentation Type Magnetic Tape Transport Systems*, Journal of the Audio Eng. Soc., Vol. 12, No. 3, July 1964, p. 226—230.
18. W. Dedner, *Untersuchungen über Gleichlauschwankungen an Magnetton-Laufwerken*, Feinwerktechnik, Bd. 73, H. 6, 1969, S. 272—279, oraz H. 8, S. 348—354.
19. G. W. Disbrey, *Speed and Timing Errors in Tape Instrumentation*, Instrumentation Practice, Vol. 18, No. 9, 1964, p. 931—934.

20. J. J. Geluk, *Method of Measuring Tape Speed Fluctuations in Magnetic Recording*, EBU Review, No. 51, October 1958, p. 1—4.
21. J. F. Sweeney, *Method for Measuring the Changes Introduced in Recorded Time Intervals by Recorder-Reproducer*, IRE Transaction on Audio, PGA-7, Mai 1952, p. 24—30.
22. S. C. Chao, *Flutter and Time Errors in Instrumentation Magnetic Recorders*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems AES-2, No. 2, 1966, p. 214—223.
23. Landee, Davis, Albrecht, *Electronic Designers Handbook*, McGraw-Hill Book Co, 1957, Ch. 5—30.
24. L. Gronau, *Problemy napędu taśmy rejestratorów magnetycznych*, Prace Instytutu Elektrotechniki, R. XX, Z. 71, 1972, str. 1—38.
25. L. Gronau, *Zarys problematyki przesuwu taśmy rejestratora cyfrowego*, Rozprawy Elektrotechniczne, T. XVII, Z. 4, 1971, str. 691—723.
26. B. S. Camies, *Principles of Frequency Modulation*, Iliffe and Sons Ltd., London 1959.
27. H. Völz, *Grundlagen der Transportwerke, Grundlagen der Magnetischen Signalspeicherung*, Bd. II, Akademie Verlag, Berlin 1970.
28. G. V. Jacoby, *The Design of Magnetic Recording Tape Transport for Very High Timing Accuracy*, IEEE Transactions on Communication, Vol. 82, January 1963, p. 491—500.
29. J. P. Weber, *The Tape Recorder as an Instrumentation Device*, Ampex Corp., Washington 1967.
30. E. G. Woschni, *Frequenzmodulation*, VEB Verlag Technik, Berlin 1962.
31. E. J. Bahm, J. K. Hoffman, *Magnetic Tape Recorder for Long Operating Life in Space*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-7, No. 3, September 1971, p. 517—520.
32. M. A. Perry, *Magnetic Recording — latest developments in ground and airborne systems*, Electronic Engineering, Vol. 42, No. 511, September 1970, p. 48—51.
33. L. Gronau, *Testowy zapis magnetyczny*, Przegląd Telekomunikacyjny, R. 40 (34), styczeń 1968, Nr 1, str. 12—19.
34. W. E. Stewart, *Magnetic Recording Techniques*, McGraw-Hill, New York 1964.
35. E. D. Lucas, *Miniature Tape Recorders*, Control Engineering, Vol. 11, No. 12, 1964, p. 53—58.
36. S. Duinker, *Short-Wavelength Response of Magnetic Reproducing Heads with Rounded Gap Edges*, Philips Research Reports, Vol. 16, 1961, p. 307—322.

L. GRONAU

AN ERROR ANALYSIS OF TAPE-RECORDED DATA SIGNALS WITH SPEED VARIATIONS IN TAPE TRANSPORT

Summary

Speed variations in tape transport of recording-reproducing apparatus introduce amplitude and frequency modulation of analog data signals and timing errors of the pulses. This paper deals with an analysis of the signal disturbances in direct and frequency recording systems. Practical results of the analysis are general requirements for the tape transport of recording-reproducing apparatus, which allows the signal to be reproduced with possibly small errors. Especially high parameters are required for the tape drive in FM recording systems.

L. GRONAU

ETUDE DES DÉFORMATIONS DU SIGNAL ENREGISTRÉ SUR LA BANDE MENÉE AVEC LA VITESSE VARIÉE

Résumé

La variabilité de la vitesse de la bande pendant l'enregistrement et la reproduction du signal donne lieu à une modulation indésirable de l'amplitude et de la fréquence du signal analogique, ainsi qu'un changement de l'échelle de temps du signal d'impulsion. L'article donne une analyse approfondie des déformations

du signal provoquées par ce phénomène, pendant l'enregistrement exécuté d'après la méthode FM et la méthode directe. La conclusion pratique de cette analyse consiste à la présentation des exigences générales de la propulsion d'un enregistreur moderne qui pourrait assurer une fiabilité maximale du signal enregistré avec sa forme originale. L'enregistrement d'après la méthode FM stipule des paramètres extrêmement poussés de l'entraînement de la bande.

L. GRONAU

STUDIUM ÜBER VERZERRUNGEN EINES AUF EIN BAND MIT GESCHWINDIGKEITSSCHWANKUNGEN AUFGENOMMENEN SIGNALS

Zusammenfassung

Die während eines Aufzeichnungs- und Wiedergabevorganges auftretenden Geschwindigkeitschwankungen des Magnetbandlaufes rufen eine unerwünschte Amplituden- und Frequenzmodulation des Analogsignals sowie eine Zeitmaßstabänderung der Impulssignale hervor. Der Zweck des vorliegenden Studiums ist die gründliche Analyse der bei Direkt- und FM-Verfahren entstandenen Verzerrungen von Signalen. Als praktische Ergebnisse der Analyse werden allgemeine Hinweise für den Bandantrieb eines modernen Meßdatenspeichers aufgeführt, wodurch maximale Übereinstimmung des wiedergegebenen mit dem originalen Signal gewährleistet wird. Die Anforderungen an die Gleichlaufgeschwindigkeit des Bandes sind besonders beim FM-Verfahren sehr groß.

Л. ГРОНАУ

К ВОПРОСУ ИСКАЖЕНИЙ ЗАПИСИ СИГНАЛА НА ЛЕНТЕ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ ХОДА

Резюме

Непостоянная скорость хода ленты во время записи и воспроизведения сигнала вызывает ненамеренную модуляцию амплитуды и частоты аналогового сигнала, а также изменение шкалы времени для импульсного сигнала.

В статье дан подробный анализ возникающих из-за этого искажений сигнала для записи непосредственным методом и методом модуляции частоты.

Практическими выводами анализа являются общие требования для современного привода регистратора, обеспечивающие максимальную верность воспроизведения записи.

Особенно высокие требования для привода ставит запись методом модуляции частоты (F.M.).

Własności dynamiczne urządzeń automatycznej regulacji poziomu dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych

MARIAN ZIENTALSKI (GDAŃSK)

Instytut Telekomunikacji Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 8.11.1976

Omówiono różne typy regulatorów pojedynczych stosowane w urządzeniach automatycznej regulacji poziomu dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych i określono ich własności dynamiczne. Znajomość własności dynamicznych regulatorów jest niezbędna dla prawidłowego zaprojektowania traktów liniowych i wyeliminowania zniekształceń transmisji telegraficznej oraz zakłóceń w kanałach rozmównych.

Wyniki obliczeń zostały wykorzystane w analizie procesów przejściowych łańcucha regulatorów poziomu.

1. WPROWADZENIE

Wzrost krotności teletransmisyjnych systemów wielokrotnych charakteryzuje się zwiększeniem liczby kaskadowo połączonych wzmacniaków zawierających urządzenia automatycznej regulacji poziomu ARP. Urządzenia ARP są zasadniczymi zespołami urządzeń traktu liniowego systemów o dużej krotności, ponieważ umożliwiają stałą kontrolę łącza i zapewniają właściwą jakość transmisji. Jeżeli w systemie 960-krotnym liczba urządzeń ARP w odcinku retransmisyjnym wyraża się dziesiątkami, w systemie 2700-krotnym — setkami, to w systemie 10800 ich liczba może przekraczać tysiąc.

W artykule omówiono różne typy regulatorów¹⁾ pojedynczych stosowanych w teletransmisyjnych systemach wielokrotnych i określono ich własności dynamiczne. Znajomość własności dynamicznych regulatorów jest niezbędna dla prawidłowego zaprojektowania traktów liniowych i wyeliminowania zniekształceń transmisji telegraficznej oraz zakłóceń w kanałach rozmównych. Na podkreślenie zasługuje określenie charakterystyk przejściowych dyskretnych regulatorów poziomu opracowanych w kraju w ramach Problemu Węzłowego 06.5.1 i zawierających rozwiązania unikalne będące przedmiotem licznych patentów [4, 5, 6].

Artykuł jest wynikiem prac optymalizacyjnych nad urządzeniami ARP dla krajowej rodziny systemów współosiowych, które były prowadzone w Instytucie Telekomunikacji Politechniki Gdańskiej.

¹⁾ W dalszej części pracy urządzenie regulacyjne ARP w skrócie będziemy nazywać regulatorem w odróżnieniu od członu wykonawczego urządzenia ARP tzw. elementu regulującego, którą to funkcję w nowych opracowaniach systemowych ARP spełnia termistor pośrednio żarzony.

2. RODZAJE REGULACJI POZIOMU STOSOWANE W URZĄDZENIACH TELETRANSMISYJNYCH

Stosowane dla potrzeb automatycznej regulacji poziomu regulatory mogą być zakwalifikowane do jednej z dwóch podstawowych grup [1]:

1. do pierwszej grupy zaliczamy regulatory, których wzmocnienie zależy liniowo od poziomu na wejściu; regulatory te będziemy nazywać układami regulacyjnymi typu proporcjonalnego P lub regulatorami typu „1”;
2. do drugiej grupy zaliczamy takie regulatory, które dopuszczają pewną zmianę poziomu pilota i na zmianę tego poziomu w pewnych zadanych granicach nie reagują, a więc posiadają pewną strefę nieczułości; będziemy je nazywać układami regulacyjnymi typu całkowego J .

Pomiędzy regulatorami należącymi do drugiej grupy możemy wyróżnić:

- a) takie, których wzmocnienie wzmacniacza jest funkcją ciągłą poziomu wejściowego pilota, począwszy od momentu, gdy poziom wyjściowy tego pilota osiągnął ustalone granice — regulatory typu „2”;
- b) takie, których wzmocnienie wzmacniacza zmienia się skokowo, tzn. że związek pomiędzy poziomem pilota na wejściu i wzmocnieniem wzmacniacza jest funkcją „skokową”. Są to więc regulatory o działaniu cyklicznym (skokowym).

Regulatory należące do tej podgrupy są nazywane odpowiednio regulatorami typu „3” lub typu „4”, w zależności od tego, czy są one na stałe dołączone do wzmacniacza — automatyczna regulacja liniowa, lub czy istnieje tylko odbiornik pilota służący do kolejnego sterowania, jednego po drugim, pewnej liczby wzmacniaczy regulowanych. Wówczas każdy wzmacniacz musi być wyposażony w pamięć umożliwiającą zarejestrowanie wskazań odbiornika pilota, dopóki trwa cykl pomiarowy. Ten typ regulatorów jest wykorzystywany w automatycznej regulacji grupowej.

3. WŁASNOŚCI DYNAMICZNE RÓŻNYCH TYPÓW REGULATORÓW STOSOWANYCH W TELETRANSMISYJNYCH SYSTEMACH NOŚNYCH

W nowoczesnych systemach nośnych elementem wykonawczym regulatorów (tzw. elementem regulującym) są na ogół termistory pośrednio żarzone. Dlatego omówienie własności dynamicznych regulatorów należy poprzedzić rozpatrzeniem właściwości dynamicznych termistora pośrednio żarzonego.

Funkcję przenoszenia $F_T(p)$ termistora pośrednio żarzonego, którego układ zastępczy przedstawia rys. 1, można wyrazić następującym wzorem [2]:

$$F_T(p) = \frac{\bar{k}_t}{\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12})p + 1} = \frac{\bar{k}_t}{(\tau_{10}p + 1)(\tau_{20}p + 1)}, \quad (1)$$

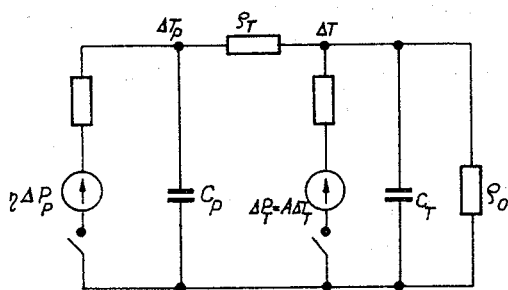
gdzie:

$$\tau_1 = C_p \varrho_T, \quad \tau_2 = C_T \varrho_o, \quad \tau_{12} = C_p \varrho_o,$$

$$\bar{k}_t = \frac{P_T}{P_p} \varrho_o = \eta \varrho_o, \quad \eta = \frac{P_T}{P_p},$$

P_p — moc wydzielona we włóknie (w obwodzie) żarzenia,

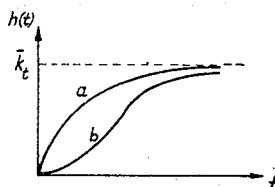
P_T — moc doprowadzona do obwodu roboczego.



Rys. 1. Układ zastępczy termistora pośrednio żarzonego

T_P, P_P, C_P — temperatura, moc, pojemność w obwodzie żarzenia, T_T, P_T, C_T — temperatura, moc, pojemność obwodu roboczego, e_o, e_T — równoważne oporności cieplne, A — stała,

$$\eta = \frac{P_T}{P_P}$$



Rys. 2. Funkcja przenoszenia termistora pośrednio żarzonego dla dwóch granicznych przypadków

Występujące we wzorze (1) stałe czasowe τ_{10} i τ_{20} są równe:

$$\begin{aligned} \tau_{10} &= \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12}}{2} + \sqrt{\left[\frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12}}{2} \right]^2 - \tau_1 \tau_2}, \\ \tau_{20} &= \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12}}{2} - \sqrt{\left[\frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12}}{2} \right]^2 - \tau_1 \tau_2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Funkcja przenoszenia termistora pośrednio żarzonego $h(t)^{2)}$, zgodnie z zależnością (1) będzie równa:

$$\begin{aligned} h(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p} F_T(p) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\bar{k}_t}{p(\tau_{10}p+1)(\tau_{20}p+1)} \right\} = \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \bar{k}_t \left[\frac{1}{p} - \frac{m_T}{m_T-1} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{\tau_{10}}} + \frac{1}{\frac{\tau_{10}}{\tau_{20}} + 1} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{\tau_{20}}} \right] \right\} = \\ &= \bar{k}_t \left(1 - \frac{m_T}{m_T-1} e^{-\frac{t}{\tau_{10}}} + \frac{1}{m_T-1} e^{-\frac{t}{\tau_{20}}} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Na rys. 2 przedstawiono funkcję przenoszenia termistora pośrednio żarzonego dla dwóch granicznych przypadków:

- a) przy $m_T = \frac{\tau_{10}}{\tau_{20}} = \infty$ (krzywa a), która odpowiada ogniwu aperiodycznemu pierwszego rodzaju;

²⁾ Funkcję $h(t)$ będziemy nazywać „odpowiedzią jednostkową”, ponieważ jest określana przy oddziaływaniu na układ uskoku jednostkowego, którego transformata Laplace’a jest równa $\frac{1}{p}$. Funkcja jednostkowa dana jest przepisem:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0, \\ 1 & \text{dla } t \geq 0, \end{cases}$$

b) przy $m_T = 1$ (krzywa b) — odpowiada przejściu ogniwa aperiodycznego drugiego rodzaju w ogniwo drgające (niestabilne).

Drugi przypadek ($m_T = 1$) nie występuje w praktyce, ponieważ jak widać ze wzoru (2), musiałyby wtedy zachodzić:

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_{12} = 2\sqrt{\tau_1 \tau_2},$$

czyli

$$(\sqrt{\tau_1} - \sqrt{\tau_2})^2 + \tau_{12} = 0,$$

co jest niemożliwe.

Charakterystyki dynamiczne termistorów rzeczywistych zawierają się między krzywymi granicznymi przedstawionymi na rys. 2.

Znając funkcję przenoszenia termistora pośrednio żarzonego, możemy przystąpić do rozpatrzenia procesów przejściowych w regulatorach pojedynczych stosowanych w teletransmisyjnych urządzeniach ARP:

- proporcjonalnych lub typu P ,
- całkowych lub typu I ,
- proporcjonalno-całkowych lub typu PJ .

W skład każdego z wymienionych urządzeń ARP wchodzi odbiornik pilota OP , zawierający filtr pasmo-przepustowy FP , wzmacniacz WR i detektor D . Uwzględniając warunki współpracy poszczególnych podzespołów odbiornika pilota i obliczając dla nich funkcje przenoszenia, otrzymamy wyrażenie określające funkcję przenoszenia odbiornika pilota:

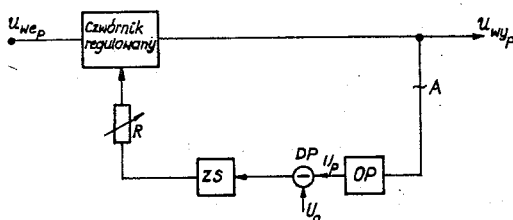
$$F_{OP}(p) = \frac{1}{(p\tau_d + 1)(p\tau_e + 1)}, \quad (4)$$

gdzie τ_d i τ_e są stałymi czasowymi detektora i filtru.

3.1. Urządzenia ARP z regulatorem proporcjonalnym

Na rys. 3 przedstawiono schemat blokowy urządzenia ARP z regulatorem typu P , a na rys. 4 — schemat strukturalny służący do określenia funkcji przenoszenia.

Przystępując do określenia funkcji przenoszenia przerwiemy pętlę ARP w punkcie A i obciążymy wejście OP i wyjście czwórnika regulowanego zastępczymi opornościami dopasowującymi.



Rys. 3. Schemat blokowy urządzenia ARP z regulatorem typu P

OP — odbiornik pilota, DP — układ dyskriminatora poziomu porównujący napięcie kontrolne U_p z napięciem odniesienia U_o , ZS — zespół sterujący zawierający wzmacniacz prądu stałego, R — element regulujący (termistor pośrednio żarzony)

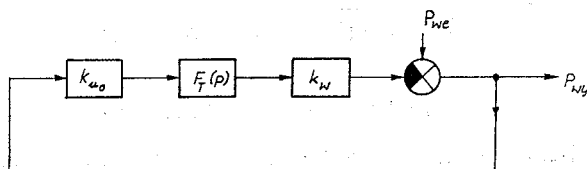
Funkcja przenoszenia $F(p)$ rozpatrywanego regulatora z rozwartą pętlą jest równa:

$$F(p) = F_{uo}(p) F_T(p) F_w(p), \quad (5)$$

gdzie: $F_{uo}(p)$, $F_T(p)$ i $F_w(p)$ są odpowiednio funkcjami przenoszenia: układu odniesienia, który obejmuje zespoły: OP , DP , ZS ; elementu regulującego R i czwórnika regulowanego.

Uwzględniając wzajemne relacje stałych czasowych poszczególnych układów, możemy wyrazić poszczególne funkcje przenoszenia w następujący sposób:

$$\begin{aligned} F_{uo}(p) &= k_{uo}, \\ F_T(p) &= \frac{\bar{k}_t \alpha^2 m}{p^2 + (m+1)\alpha p + \alpha^2 m}; \quad \alpha = \frac{1}{\tau_{10}}, \\ F_w(p) &= k_w. \end{aligned} \quad (6)$$



Rys. 4. Schemat strukturalny urządzenia ARP z regulatorem typu P

Uwzględniając zależności (6) we wzorze (5) otrzymamy funkcję przenoszenia obwodu rozwartego regulacji w postaci:

$$F(p) = \frac{k \alpha^2 m}{p^2 + (m+1)\alpha p + \alpha^2 m},$$

gdzie stała $k = k_{uo} \bar{k}_t k_w$.

Po uwzględnieniu powyższego wzoru funkcja przenoszenia układu zamkniętego wyrazi się następującą zależnością:

$$R(p) = \frac{1}{1+F(p)} = \frac{p^2 + (m+1)\alpha p + \alpha^2 m}{p^2 + (m+1)\alpha p + (1+k)\alpha^2 m}. \quad (7)$$

Pierwiastki mianownika, występujące we wzorze (7), są równe:

$$P_{1,2} = -\frac{\alpha(m+1)}{2} \pm \alpha \sqrt{\left(\frac{m+1}{2}\right)^2 - (1+k)m}. \quad (8)$$

Będą one rzeczywiste w przypadku gdy:

$$\left(\frac{m+1}{2}\right)^2 > (1+k)m,$$

skąd, jeżeli wziąć pod uwagę, że k i m są zwykle dużo większe od jednośc, dostaniemy:

$$m > 4k+2.$$

Jeżeli posługiwać się zależnością dokładną, wtedy muszą być spełnione nierówności:

$$\frac{(m-1)^2}{4m} > k, \text{ lub } m < 1+2k-2\sqrt{k(1+k)},$$

albo

$$m > 1 + 2k + 2\sqrt{k(1+k)}.$$

Z dwóch ostatnich zależności praktyczne znaczenie ma druga zależność.

Z zależności (7) i (8) widać, że odpowiedź jednostkowa dla regulatora typu P będzie równa:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \cdot \frac{p^2 + (m+1)\alpha p + \alpha^2 m}{p^2 + (m+1)\alpha p + (1+k)\alpha^2 m} \right\} =$$

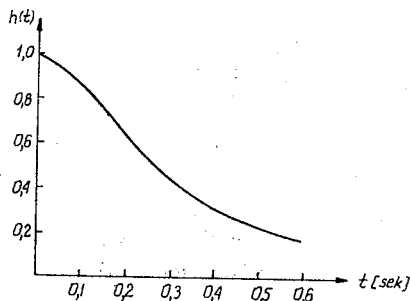
$$= \frac{1}{1+k} \left[1 + \frac{k\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{k\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right], \quad (9)$$

gdzie:

$$\tau_1 = \frac{2}{\alpha[m+1 - \sqrt{(m+1)^2 - 4m(1+k)}]},$$

$$\tau_2 = \frac{2}{\alpha[m+1 + \sqrt{(m+1)^2 - 4m(1+k)}]}.$$

Zależność $h(t)$ na wyjściu urządzenia ARP z regulatorem proporcjonalnym przedstawia rys. 5.

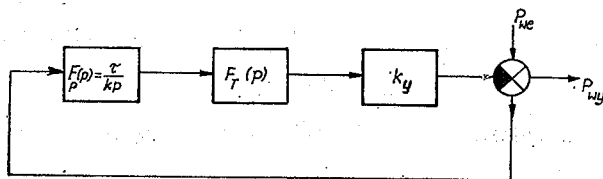


Rys. 5. Krzywa obrazująca proces przejściowy na wyjściu urządzenia ARP z regulatorem proporcjonalnym uzyskana dla wartości parametrów $k = 10$, $m = 100$, $\alpha = 0,2$ [1/sek].

3.2. Urządzenia ARP z regulatorem całkowym

Schemat strukturalny urządzenia ARP z regulatorem całkowym, służący do określenia funkcji przenoszenia, jest przedstawiony na rys. 6. Korzystając z tego schematu, napiszemy funkcję przenoszenia dla obwodu otwartego regulacji:

$$F(p) = F_p(p) F_o(p),$$



Rys. 6. Schemat strukturalny urządzenia ARP z regulatorem całkowym

gdzie:

$$F_p(p) = \frac{k}{\tau p} \text{ — funkcja przenoszenia regulatora,}$$

$$F_o(p) = \frac{k_T k_y}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \text{ — funkcja przenoszenia obiektu regulacji, zawierającego termistor i czwórnik regulowany.}$$

Zatem:

$$F(p) = \frac{k k_T k_y}{\tau p (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}. \quad (10)$$

Przy dostatecznie dużej wielkości stosunku stałych czasowych τ i T_1 (w realizowanych urządzeniach ARP wielkość ta jest zwykle większa od 100) funkcja przenoszenia $F(p)$, przedstawiona wzorem (10), może być zastąpiona następującym jej przybliżeniem:

$$F(p) \approx \frac{K}{\tau p (T p + 1)}, \quad (11)$$

gdzie $T = T_1 + T_2$ i $K = k k_T k_y$.

Przyjęta aproksymacja funkcji $F(p)$ określonej zależnością (10) oznacza zamianę pełnego dynamicznego układu zastępczego termistora przez ogniwo aperiodyczne pierwszego rzędu, ze stałą czasową równą sumie obu stałych czasowych termistora pośrednio żarzonego.

Wprowadzając oznaczenia: $m = \frac{\tau}{T}$, $\alpha = \frac{1}{T}$, otrzymamy wyrażenie (11) w postaci:

$$F(p) = \frac{K \alpha^2 m}{p(p + m \alpha)}. \quad (12)$$

Posługując się wzorem (12) znajdujemy funkcję przenoszenia obwodu zamkniętego regulacji:

$$R(p) = \frac{1}{1 + F(p)} = \frac{p^2 + m \alpha p}{p^2 + m \alpha p + K \alpha^2 m}. \quad (13)$$

Wzór (13) jest identyczny ze wzorem dla regulatora typu P , jeżeli zastosować pewne dopuszczalne przybliżenia ($m, k \gg 1$, $\omega_p^2 \gg \alpha^2 m$, gdzie ω_p jest pulsacją bliską tej, przy której pierwszy człon mianownika³⁾ jest równy zeru).

Przy spełnieniu podanych przybliżeń istnieje formalna zbieżność charakterystyk przejściowych, opisujących zachowanie się regulatorów typu P i J .

³⁾ Na podstawie wzoru (7) możemy napisać

$$|F(j\omega)| = \sqrt{\frac{(-\omega^2 + \alpha^2 m)^2 + \omega^2 \alpha^2 (m+1)^2}{[-\omega^2 + \alpha^2 m(1+K)]^2 + \omega^2 \alpha^2 (m+1)^2}},$$

skąd dla $\omega_p^2 \gg \alpha^2 m$ i $K \gg 1$ oraz $m \gg 1$, otrzymamy:

$$F(j\omega) = \frac{-\omega^2 + j\omega \alpha m}{(-\omega^2 + \alpha^2 m K) + j\omega \alpha m} \quad F(p) = \frac{p^2 + \alpha m p}{p^2 + \alpha m p + \alpha^2 m K}.$$

Odpowiedź jednostkowa, zgodnie ze wzorem (13) będzie równa:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p} R(p) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{\tau_1}} - \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{\tau_2}} \right\} =$$

$$= \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}}, \quad (14)$$

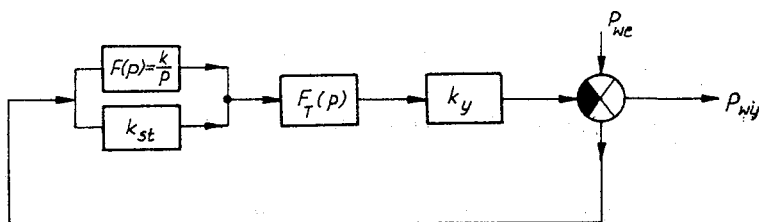
gdzie:

$$\tau_1 = \frac{2}{\alpha(m - \sqrt{m^2 - 4Km})},$$

$$\tau_2 = \frac{2}{\alpha(m + \sqrt{m^2 - 4Km})}.$$

3.3. Urządzenia ARP z regulatorami PI

Zastosowanie regulatorów proporcjonalno-całkowych pozwala zwiększyć liczbę kaskadowo połączonych regulatorów w łączu. Jeżeli w urządzeniu ARP z regulatorem PI, którego schemat strukturalny jest pokazany na rys. 7, pojawi się uskok poziomy, to w momencie początkowym część statyczna regulatora powoduje praktycznie skokową zmianę prądu grzejnego termistora, proporcjonalną do wielkości skoku poziomu i działającą w kierunku jego kompensacji. W tym początkowym etapie procesu przejściowego oddziaływanie części astatycznej regulatora jest bardzo powolne.



Rys. 7. Schemat strukturalny urządzenia ARP z regulatorem proporcjonalno-całkowym

W drugim etapie procesu przejściowego statystyczna niedokładność regulacji części proporcjonalnej regulatora w pełni kompensuje się w jego części całkującej. W stanie ustalonym, kiedy poziom prądu pilota stanie się równy jego wartości nominalnej statyczna część regulatora powraca do stanu początkowego, a położenie części całkowej będzie określać się wielkością uskoku poziomu.

Zgodnie ze schematem strukturalnym urządzenia ARP z regulatorem PI, funkcja przenoszenia otwartej pętli regulatora jest równa:

$$F(p) = F_p(p)F_o(p), \quad (15)$$

gdzie: $F_p(p) = F_{ast}(p) + F_{st}(p) = \frac{k}{p} + k_{st}$ jest funkcją przenoszenia jego części astatycznej $F_{ast}(p)$ i statycznej $F_{st}(p)$, przy czym: k_{st} — współczynnik transmisji astatycznej części regulatora w jednostkach względnych,

$F_o(p) = \frac{k_T k_y}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$ — funkcja przenoszenia obiektu regulacji, zawierającego termistor i czwórnik regulowany.

Biorąc pod uwagę powyższe we wzorze (15) i uwzględniając przybliżenie przyjęte przy analizie regulatora typu I, otrzymamy:

$$F(p) = \frac{k_T k_y (k + k_{st} p)}{p(Tp + 1)} = \frac{k_o (k + k_{st} p)}{p(Tp + 1)}, \quad (16)$$

gdzie: $T = T_1 + T_2$ i $k_o = k_T k_y$.

Funkcja przenoszenia dla pętli zamkniętej regulatora PJ będzie więc równa:

$$R(p) = \frac{1}{1 + F(p)} = \frac{p(Tp + 1)}{Tp^2 + (1 + k_o k_{st})p + k_o k}.$$

Odpowiedź jednostkowa $h(t)$ wyrazi się zależnością:

$$\begin{aligned} h(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p} R(p) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{p + \alpha}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right) \left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)} \right\} = \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{\tau_1} - \alpha}{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{\tau_1}} - \frac{\frac{1}{\tau_1} - \alpha}{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{\tau_2}} \right\} = \\ &= \tau_2 \frac{\alpha \tau_1 - 1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \tau_1 \frac{1 - \alpha \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}}, \quad (17) \end{aligned}$$

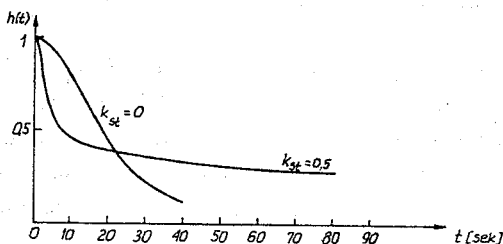
gdzie:

$$\alpha = \frac{1}{T},$$

$$\tau_1 = \frac{2}{\alpha \left[1 + k_o k_{st} - \sqrt{(1 + k_o k_{st})^2 - \frac{4k_o k}{\alpha}} \right]},$$

$$\tau_2 = \frac{2}{\alpha \left[1 + k_o k_{st} + \sqrt{(1 + k_o k_{st})^2 - \frac{4k_o k}{\alpha}} \right]}.$$

Zależność $h(t)$ na wyjściu urządzenia ARP z regulatorem proporcjonalno-całkowym przedstawia rys. 8.



Rys. 8. Krzywa obrazująca proces przejściowy na wyjściu urządzenia ARP z regulatorem proporcjonalno-całkowym dla wartości parametrów: $k_o = 2$, $k = 0,01$ [1/sek], $T = 5$ [sek] i różnych wielkości współczynnika transmisji części statycznej regulatora ($k_{st} = 0$ i $0,5$)

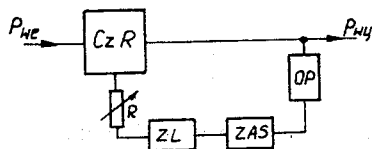
3.4. Regulatory o działaniu cyklicznym

Opracowane dla krajowej rodziny systemów współosiowych urządzenia dyskretnej automatycznej regulacji poziomu wykorzystują układy regulacyjne typu całkowego z regulatorami podgrupy „3” i realizują regulację impulsową z licznikiem binarnym sterującym elementem regulującym w postaci układu termistorowego [7].

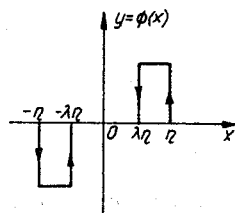
Zalety zrealizowanego rozwiązania regulacji dyskretnej, w porównaniu z układami regulacji ciągłej, są następujące:

- zapewnienie dużej dokładności regulacji oraz eliminacja zakłóceń przypadkowych zawierających się w strefie nieczułości,
- stała i niezależna od wielkości regulowanej szybkość regulacji oraz możliwość blokady i sygnalizacji (sterowanej układem logicznym) na dowolnie wybranych pozycjach licznika i regulatora,
- możliwość uzyskiwania założonej szybkości regulacji, co ogranicza przeregulowanie i zapewnia korzystne charakterystyki czasowe traktu liniowego zawierającego kilkanaście regulatorów,
- możliwość blokady i utrzymanie stanu licznika i regulatora przy zaniku i szybkich zmianach (za którymi nie nadąża regulator) poziomu prądu pilotowego.

Na rys. 9 przedstawiono schemat blokowy urządzenia dyskretnej regulacji poziomu. W skład urządzenia wchodzi: czwórnik regulowany — Cz. R, odbiornik pilota — OP, zespół analizujący i sterujący licznik — ZAS, zespół liczący i sterujący elementem regulującym — ZL, element regulujący — R. Zasada działania urządzenia dyskretnej regulacji poziomu jest następująca. Sygnał kontrolny (prąd pilotowy), którego poziom stanowi kryterium regulacji, zostaje wzmacniony w odbiorniku pilota i po detekcji podany do układu analizującego. Zadaniem układu analizującego jest ujawnienie przekroczenia bezwzględnej wartości sygnału błędu, będącego różnicą napięcia odniesienia uzyskiwanego np. z diody Zenera i wyprostowanego napięcia pilota.



Rys. 9. Schemat blokowy urządzenia dyskretnej regulacji poziomu



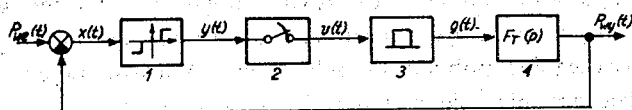
Rys. 10. Charakterystyka statyczna elementu przekąźnikowego

Funkcję układu analizującego spełnia element nieliniowy o charakterystyce przekąźnikowej (przekąźnik elektroniczny) ze strefą nieczułości. Typową charakterystykę elementu przekąźnikowego przedstawiono na rys. 10. Jak widać z rysunku sygnał na wyjściu pojawia się, jeżeli zmiana sygnału na wejściu przewyższa określoną wielkość. Zakres zmian sygnału wejściowego od $-\lambda\eta$ do $\lambda\eta$ został nazwany strefą nieczułości elementu przekąźnikowego. Wielkość strefy nieczułości może być wyrażona zarówno w wielkościach bezwzględnych i wtedy reprezentuje sobą odchylenie odpowiedniej fizycznej wielkości od jej wartości znamionowej oraz posiada odpowiedni wymiar, jak również i w wielkościach

względnych, tj. jako iloraz wielkości zmiany do wartości znamionowej sygnału wejściowego. W ostatnim przypadku wyraża się ona w procentach lub decybelach (neperach). Tak np. zgodnie z rys. 10, wielkość względna strefy nieczułości g_1 jest równa: $g_1 = \frac{\lambda \eta}{X_{we_0}}$, gdzie

X_{we_0} jest wartością nominalną sygnału wejściowego. Elementowi o charakterystyce przekątnikowej odpowiada jeszcze istnienie histerezy, która objawia się w istnieniu różnicy między wartością prądu (napięcia) zadziałania przekaźnika i jego zwolnienia.

Przedstawioną na rys. 10 charakterystykę realizuje się za pomocą dwóch charakterystyk przekaźnikowych bez strefy nieczułości, o wartościach progowych przesuniętych symetrycznie względem napięcia odniesienia, co można uzyskać za pomocą przerzutników Schmitta. Układ analizujący steruje pracą układu liczącego, który dokonuje dwóch operacji. Pierwsza operacja polega na obliczaniu w sposób dyskretny wartości sygnału regulującego czwórnik, a druga na zapamiętywaniu tej wartości w okresie gdy nie występuje proces regulacji, tj. wówczas gdy sygnał błędu znajduje się w strefie nieczułości analizatora oraz dla przypadków, gdy następuje zanik albo gwałtowna zmiana poziomu pilota poniżej określonej wartości (tzw. strefa blokad i sygnalizacji). Zasada działania zespołu liczącego polega na kolejnym zliczaniu impulsów binarnych obu znaków otrzymanych z układu analizującego i sterującego licznik. Funkcję tę spełnia licznik rewersyjny, którego aktualny stan jest określony poprzez ciąg impulsów binarnych podawanych do chwili bieżącej. Stanowi licznika zostaje przyporządkowany odpowiedni sygnał sterujący element regulujący, którym jest termistor pośrednio żarzony.



Rys. 11. Schemat strukturalny impulsowego regulatora ARP

Na rys. 11 przedstawiono schemat strukturalny urządzenia ARP z regulacją impulsową, w którym wyróżniono następujące układy: układ nieliniowy o charakterystyce przekątnikowej — 1, prosty układ impulsowy — 2, układ formujący — 3 i część analogowa — 4. W ogólnym przypadku układ nieliniowy reprezentuje sobą trzystanowy przekaźnik ze strefą nieczułości i histerezą (rys. 10), a układ formujący jest ogniwnem całkującym o funkcji przenoszenia:

$$F_f(p) = \frac{k_f}{p}.$$

Właściwością rozpatrywanego układu formującego jest możliwość zapamiętywania chwilowego impulsu wejściowego. Analogowa część regulatora składa się w większości przypadków praktycznych z czwórnik regulowanego z termistorem pośrednio żarzonym, którego funkcja przenoszenia może być zapisana w postaci:

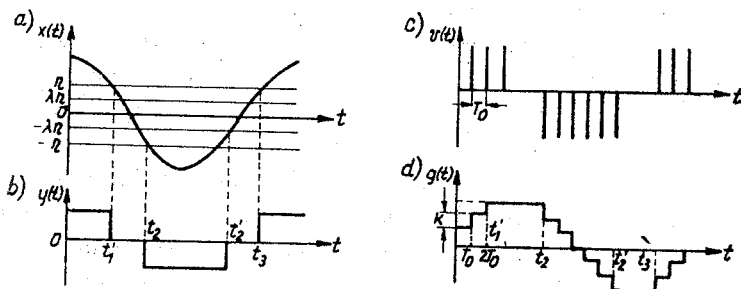
$$F_T(p) = \frac{k_T}{Tp + 1}, \quad (18)$$

gdzie T jest sumaryczną stałą czasową termistora.

Jeśli sygnał sterujący jest funkcją czasu (rys. 12a):

$$X(t) = p_{we}(t) - p_{wy}(t),$$

to sygnał na wyjściu elementu przekąźnikowego $y(t) = \Phi[x(t)]$ reprezentuje ciąg impulsów prostokątnych, rozdzielonych przerwami (rys. 12b). Przy tym na wejście układu formującego podaje się ciąg jednakowych co do amplitudy krótkich impulsów prostokątnych o czasie powtarzania T_o (rys. 12c).



Rys. 12. Zmiana kształtu sygnału sterującego w różnych punktach schematu strukturalnego

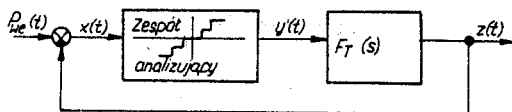
Dzięki istnieniu w urządzeniu układu formującego o praktycznie nieograniczonym czasie zapamiętywania impulsów wejściowych, na wejście części analogowej urządzenia będzie podawany przebieg schodkowy o długości schodków T_o (rys. 12d). Wtedy na podstawie zasady superpozycji, odpowiedź części analogowej urządzenia na dowolną liczbę przebiegów schodkowych może być znaleziona w drodze prostego sumowania odpowiedzi urządzenia na poszczególne pobudzenia schodkowe. Wartość pojedynczych impulsów schodkowych będzie zmieniać się w momentach czasu $t_1, t_2, t_3, \dots$, odpowiadających przejściu sygnału sterującego przez wartości progowe poziomu zadziałania przekąźnika ($\pm \eta$).

Oznaczmy przez $t_1, t_2, t_3, \dots$ momenty czasu, odpowiadające przejściu sygnału sterującego przez wartości progowe poziomu zwalniania przekąźnika ($\pm \lambda \eta$). Jak widać z rys. 12d, między momentami czasu t_k i t'_k prąd podgrzewania termistora będzie zmieniać się według prawa funkcji schodkowej, a między momentami t'_k i t_{k+1} pozostanie stały.

Działanie sterujące tego typu ma miejsce w systemach z wielostopniową nieliniowością, których równoważny schemat może być przedstawiony w postaci równoległego włączenia zwykłych elementów przekąźnikowych o progu zadziałania różniącym się o T_o . Schemat strukturalny odpowiadający takiemu urządzeniu ARP przedstawiono na rys. 13.

Równanie podstawowe omawianego urządzenia ma postać:

$$\mathcal{L}\{z(t)\} = F_T(p) \mathcal{L}\{\Phi'[p_{we}(t) - z(t)]\}, \quad (19)$$



Rys. 13. Równoważny schemat strukturalny regulatora impulsowego ARP

gdzie $\Phi'[p_{we}(t) - z(t)] = \Phi'[x(t)]$ — charakterystyka statyczna wielostanowego elementu przekąźnikowego, przy czym funkcja schodkowa $\Phi'[x(t)]$, o wartości schodka k_i (rys. 12d) jest określona przez następujące wyrażenie:

$$\Phi'[x(t)] = \frac{k_i}{p} (1 + e^{-pT_o} + e^{-2pT_o} + \dots) = \frac{k_i}{p} \sum_{m=0}^n e^{-mT_o p}, \quad (20)$$

gdzie $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ — liczba całkowita.

Podstawiając do wzoru (19) wartości $\Phi'[x(t)]$ określone wyrażeniem (20) i $F_T(p)$ — wzór (18) oraz przechodząc od transformaty Laplace'a do oryginału, zgodnie z prawem o przesunięciu [8], otrzymamy:

$$z(t) = k_i \sum_{m=0}^n \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{F_T(p)}{p} \right\} e^{-mT_o p} = k_i k_T \sum_{m=0}^{t/T_o} \left(1 - e^{-\frac{t-mT_o}{T}} \right).$$

Dla uproszczenia obliczeń celowe jest przejście od wartości bezwzględnych czasu do znormalizowanych.

Wprowadzimy oznaczenia: $\bar{t} = \frac{t}{T}$; $\bar{\tau} = \frac{T_o}{T}$; wtedy:

$$z(\bar{t}) = \delta \sum_{m=0}^{\bar{t}/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m\bar{\tau})}),$$

gdzie $\delta = k_i k_T$ — wielkość schodka regulacji.

Przy oscylacyjnym procesie przejściowym zmianę wielkości wyjściowej można wyliczyć ze wzoru:

$$z(\bar{t}) = \delta \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \sum_{m=0}^{\bar{t}/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m\bar{\tau})}), \quad (21)$$

gdzie $(-1)^s$ — wyrażenie, uwzględniające zmianę znaku ośrodka sterującego w momencie przełączenia przekąźnika.

Uzyskane wyrażenie pozwala określić zmianę wielkości wyjściowej bez uwzględnienia jej skokowej zmiany w początkowym momencie czasu. Biorąc pod uwagę, że bezwładność wzmacniacza regulowanego jest o kilka rzędów mniejsza od bezwładności urządzenia ARP, a także to, że opisany układ ARP odnosi się do układu typu stabilnego, dla analizy procesu przejściowego otrzymamy następujące wyrażenie:

$$p_{wy}(\bar{t}) = \Delta p_{we} - z(\bar{t}), \quad (22)$$

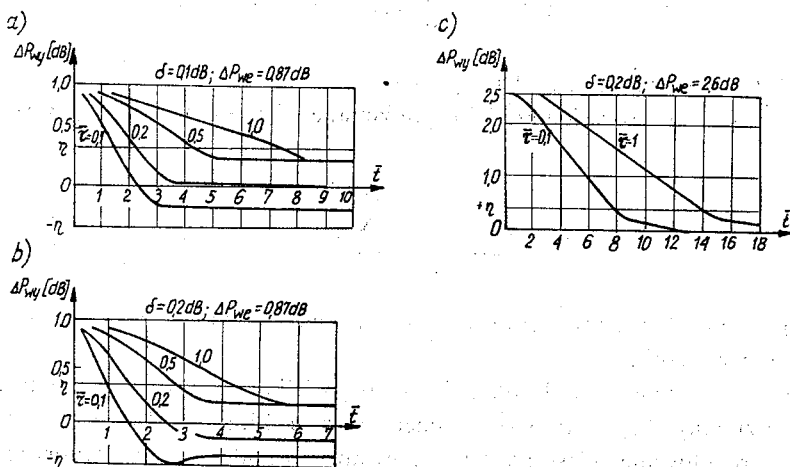
gdzie Δp_{we} — wielkość początkowego uskoku poziomu wejściowego.

Podstawiając do wzoru (22) wielkość $z(\bar{t})$ określoną zależnością (21) i przepisując otrzymane wyrażenie w rozwiniętej formie, wygodnej do obliczenia procesu przejściowego, otrzymamy:

$$\begin{aligned}
 p_{wy} = \Delta p_{we} - \delta & \left\{ \begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\bar{t}_1/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m\bar{\tau})}), & (0 < \bar{t} < \bar{t}'_1); \\ & \sum_{m=0}^{\bar{t}_2/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m\bar{\tau})}) - \sum_{m=\bar{t}'_1/\bar{\tau}}^{\bar{t}_2/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m\bar{\tau})}), & (\bar{t}'_1 < \bar{t} < \bar{t}_2); \\ & \sum_{m=0}^{\bar{t}_2/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m\bar{\tau})}) - \sum_{m'=\bar{t}'_1/\bar{\tau}}^{\bar{t}_2/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m'\bar{\tau})}) - \sum_{m''=\bar{t}_2/\bar{\tau}}^{\bar{t}'_2/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m''\bar{\tau})}), & (\bar{t}_2 < \bar{t} < \bar{t}'_2); \\ & \sum_{m=0}^{\bar{t}_3/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m\bar{\tau})}) - \sum_{m'=\bar{t}'_1/\bar{\tau}}^{\bar{t}_3/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m'\bar{\tau})}) - \sum_{m''=\bar{t}_2/\bar{\tau}}^{\bar{t}_3/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m''\bar{\tau})}) + \\ & \quad + \sum_{m'''=\bar{t}_2/\bar{\tau}}^{\bar{t}_3/\bar{\tau}} (1 - e^{-(\bar{t}-m'''\bar{\tau})}), & (\bar{t}'_2 < \bar{t} < \bar{t}_3); \end{aligned} \right. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Wartości momentów przełączania $\bar{t}_k$ i $\bar{t}'_k$ określa się na etapie obliczeń.

Obliczone na podstawie wzoru (23) krzywe procesów przejściowych dla różnych wartości $\bar{\tau}$, δ i Δp_{we} są przedstawione na rys. 14.



Rys. 14. Krzywe procesów przejściowych regulatora impulsowego dla różnych wartości $\bar{\tau}$, δ i Δp_{we}

Z analizy wzorów obliczeniowych i przytoczonych charakterystyk wynika, że:

1. charakter procesu przejściowego regulatora impulsowego nie zależy od zakresów regulacji regulatora i określa się zasadniczo stałą czasową systemu τ i wielkością skoku regulacji δ ,
2. dla zapewnienia aperiodycznego procesu regulacji regulatora pojedynczego należy

wybrać $\delta \leq \frac{\eta}{2}$ i $\bar{\tau} \approx 0,5 \div 1$; dalsze zwiększenie względnej stałej czasowej prowadzi do wzrostu czasu regulacji, nie polepszając istotnie jakości procesu przejściowego,

3. przy $\delta \leq \frac{\eta}{2}$ i $\bar{\tau} \geq 1$ charakter procesu przejściowego i zakres zmian poziomu za strefą nieczułości ($\pm \eta$) nie zależy od wielkości uskoku początkowego; w tym przypadku proces przejściowy w termistorze, między sąsiednimi uskokiemi prądu podgrzewania, praktycznie zdąży zakończyć się. W rozwiązaniach praktycznych skok regulacji $\delta = 0,1$ [dB], średni czas powtarzania impulsów zegara taktującego T_0 wynosi ok. 1 [sek], natomiast stosuje się układy przyspieszające proces regulacji, co umożliwia zmniejszenie stałej czasowej termistora pośrednio podgrzewanego.

4. ZAKOŃCZENIE

W wyniku przeprowadzonych rozważań dokonano opisu matematycznego procesów przejściowych zachodzących w regulatorze pojedynczym, co umożliwiło prawidłowe zaprojektowanie urządzeń automatycznej regulacji poziomu dla krajowej rodziny systemów współosiowych.

W dotychczasowych rozwiązaniach urządzeń automatycznej regulacji poziomu dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych stosowano regulatory z jednym układem regulacyjnym typu proporcjonalnego (P) i typu całkowego (I). Regulatory typu (P) charakteryzują się statyczną niedokładnością regulacji, której wielkość zależy od zakresu zmian poziomu prądu pilota na ich wejściu. Wadą regulatorów typu (P) jest również występowanie dużych zmian tłumienności wynikowej traktu liniowego przy zaniku poziomu pilota lub uszkodzeniu samego regulatora. Obu tych wad nie posiada regulator typu (I), który zapewnia dużą dokładność regulacji i eliminuje zakłócenia przypadkowe zawierające się w strefie nieczułości oraz zachowuje niezmienną tłumienność wynikową traktu liniowego przy zaniku poziomu pilota lub uszkodzeniu regulatora. Przy wzroście krotności systemów wielokrotnych wzrasta liczba urządzeń ARP w trakcie liniowym i w nowych opracowaniach systemów teletransmisyjnych o dużej krotności stosuje się regulatory typu proporcjonalno-całkowego (PI), które pozwalają uzyskać bardzo małe wartości przeregulowania przy dużej liczbie łańcuchowo połączonych regulatorów. Uzyskane wyniki stanowią podstawę prac nad optymalizacją urządzeń ARP dla nowo opracowywanych systemów telefonii 2700-krotnej oraz urządzeń automatycznej regulacji poziomu w grupach trójnych i czwórnym. Umożliwiły również przeprowadzenie analizy procesów przejściowych w łańcuchu regulatorów poziomu, co jest przedmiotem odrębnej publikacji.

LITERATURA

1. W. Barjasz, P. Bublewicz, J. Kobielski, M. Zientalski, *Nowoczesne systemy teletransmisyjne*, WKŁ, 1976.
2. J. M. Butlickij, *Ustrojstwa ARU mnogokanalnych sistem swjazi*, „Swjaż”, 1970.
3. T. Bartkowski, M. Zientalski, R. Krajewski, *Układ tranzystorowo-termistorowego wzmacniacza regulowanego o dużym zakresie regulacji wzmocnienia, dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych*, Patent PRL Nr 52281 kl. 21 a².

4. T. Bartkowski, J. Sałaciński, M. Zientalski, *Tranzystorowy układ bezstykowy wielostanowego licznika rewersyjnego*, Patent PRL Nr 54855 kl. 21 a¹.
5. T. Bartkowski, M. Zientalski, *Układ przyspieszający proces regulacji dla dyskretnie sterowanego wzmacniacza z termistorem regulującym*, Patent PRL Nr 54980 kl. 21 a².
6. M. Zientalski, K. Jankowski, E. Kasproicz, M. Radziwanowski, *Układ licznika rewersyjnego z zasilaniem szeregowym*, Patent PRL P—142512.
7. M. Zientalski, *Urządzenia dyskretnej automatycznej regulacji poziomu dla krajowej rodziny systemów współosiowych*, Materiały Jubileuszowej Konferencji Naukowej Wydziału Automatyki i Informatyki Politechniki Śląskiej pn. „Współczesne Problemy Automatyki i Informatyki”, Gliwice 1973, Sekcja D Teleinformatyka.
8. P. J. Romanowski, *Szeregi Fouriera, teoria pola, funkcje analityczne i specjalne, przekształcenie Laplace'a*, PWN, 1963.

M. ZIENTALSKI

DYNAMIC PROPERTIES OF AUTOMATIC LEVEL CONTROL FOR MULTIPLE TRANSMISSION SYSTEMS

Summary

Different types of single control units for automatic level control devices in multiple transmission systems are discussed and their dynamic properties are determined. The knowledge of the latter is essential in proper designing of linear tracks and in elimination of telegraph transmission distortion as well as interference in acoustic channels.

Results of the computations have been employed in the analysis of the transient processes in level controlling trains.

M. ZIENTALSKI

PROPRIÉTÉS DYNAMIQUES DES DISPOSITIFS DE RÉGLAGE AUTOMATIQUE DE NIVEAU POUR LES SYSTÈMES MULTIPLEX DE TÉLÉTRANSMISSION

Résumé

On a examiné divers types de régulateurs simples utilisés dans les dispositifs de réglage automatique de niveau pour les systèmes multiplex de télétransmission et on a déterminé leurs propriétés dynamiques. La connaissance des propriétés dynamiques des régulateurs est indispensable pour étudier avec justesse les voies linéaires et éliminer les distorsions de la transmission télégraphique ainsi que les brouillages dans les canaux acoustiques.

Les résultats des calculs ont été utilisés à l'analyse des processus de transition dans un train de régulateurs de niveau.

M. ZIENTALSKI

DYNAMISCHES VERHALTEN VON AUTOMATISCHEN PEGELREGELUNGS- VORRICHTUNGEN IN MULTIPLEX-ÜBERTRAGUNSSYSTEMEN

Zusammenfassung

Verschiedene Typen der Einfachregler wurden geprüft, die bei automatischen Pegelregelungsvorrichtungen der Multiplex-Übertragungssysteme eingesetzt werden. Die dynamischen Eigenschaften dieser

Regler wurden bestimmt. Unumgänglich ist die Kenntnis des dynamischen Verhaltens der Regler zwecks richtiger Auslegung der Leitwege, Verringerung von Verzerrungen der telegraphischen Übertragung und der Störungen in den Sprachkanälen.

Die Ergebnisse der erwähnten Berechnungen sind bei der Analyse der Einschwingvorgänge der Pegelreglerkette ausgenutzt worden.

М. ЗЕНТАЛЬСКИ

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА УСТРОЙСТВ АВТОМАТИЧЕСКОЙ
РЕГУЛИРОВКИ УРОВНЯ ДЛЯ ТЕЛЕТРАНСМИССИОННЫХ
МНОГОКРАТНЫХ СИСТЕМ

Р е з ю м е

Обсуждены различные типы однократных регуляторов применяемых в устройствах автоматической регулировки уровня для телетрансмиссионных многократных систем и определены их динамические свойства. Знание динамических свойств регуляторов необходимо для правильного конструирования линейных трапов и исключения искажений телеграфической передачи и помех в переговорных каналах. Результаты расчетов использованы при анализе переходных процессов цепи регуляторов уровня.

Procesy przejściowe w łańcuchu regulatorów poziomu

MARIAN ZIENTALSKI (GDAŃSK)

Instytut Telekomunikacji Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 8.11.1976

Omówiono własności dynamiczne łańcucha regulatorów poziomu tego samego typu z idealnym ogniwem całkującym, określono procesy przejściowe na wyjściu łańcucha rzeczywistych regulatorów poziomu oraz przeprowadzono analizę procesów przejściowych w łańcuchu zawierającym regulatory dwóch rodzajów. Znajomość własności dynamicznych urządzeń automatycznej regulacji poziomu umożliwia określenie podstawowych wielkości charakteryzujących proces regulacji: maksymalną szybkość regulacji i maksymalne przeregulowanie na wyjściu łańcucha regulatorów oraz pozwala prawidłowo zaprojektować urządzenia automatycznej regulacji poziomu.

1. WPROWADZENIE

Opracowanie urządzeń automatycznej regulacji poziomu dla krajowej rodziny systemów współosiowych wymagało określenia dynamicznych własności łańcucha regulatorów ARP. Zwiększenie liczby kanałów w analogowych systemach telefonii nośnej charakteryzuje się zwiększeniem liczby kaskadowo połączonych wzmacniaczy liniowych, które są regulowane za pomocą amplitudy sygnału częstotliwości kontrolnej.

Podstawowe parametry procesu przejściowego łańcucha regulatorów: maksymalne przeregulowanie i maksymalną szybkość regulacji określa się w oparciu o znajomość własności dynamicznych urządzeń ARP. Maksymalna szybkość regulacji powinna być taka, aby czas w jakim wzmocnienie wzmacniacza zmieni się był znacznie większy od okresu najmniejszej przenoszanej częstotliwości, po przesunięciu jej do normalnego miejsca pracy w widmie częstotliwości. W przeciwnym przypadku mogą powstać zniekształcenia transmisji telegraficznej i zakłócenia w kanałach rozmównych. Maksymalna szybkość regulacji urządzeń ARP uwarunkowana jest szybkością regulacji pojedynczego układu automatycznej regulacji i liczbą łańcuchowo połączonych regulatorów.

Rozpatrywanie problemu zaczniemy od najprostszego przypadku, kiedy otwarty obwód regulacji pojedynczego urządzenia ARP może być przedstawiony za pomocą idealnego ogniwa całkującego. Zauważmy, że praktycznie do tego przypadku sprowadza się zadanie określenia procesu przejściowego na wyjściu łańcucha urządzeń ARP typu statycznego pod warunkiem, że otwarty obwód regulacji, co do swoich własności dynamicznych, jest równoważny ogniwu aperiodycznemu pierwszego rzędu, a statyczny współczynnik transmisji obwodu otwartego posiada dostatecznie dużą wielkość. Rozpatrzenie prostego

przypadku pozwoli przedstawić fizyczną stronę procesów zachodzących na wyjściu łańcucha regulatorów i będzie stanowiło podstawę do zbadania złożonego przypadku łańcucha regulatorów rzeczywistych.

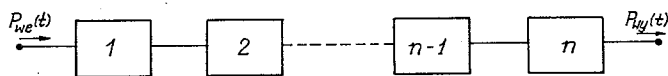
W artykule omówiono własności dynamiczne łańcucha regulatorów poziomu z idealnym ogniwem całkującym, określono procesy przejściowe na wyjściu łańcucha rzeczywistych regulatorów poziomu oraz przeprowadzono analizę procesów przejściowych w łańcuchu zawierającym regulatory dwóch rodzajów.

2. WŁASNOŚCI DYNAMICZNE ŁAŃCUCHA REGULATORÓW POZIOMU Z IDEALNYM OGNIWEM CAŁKUJĄCYM

Rozpatrzmy własności dynamiczne łańcucha urządzeń automatycznej regulacji poziomu pokazanego na rys. 1, który zawiera n idealnych regulatorów typu całkowego¹⁾. Funkcja przenoszenia pojedynczego urządzenia ARP jest określona przez następujące wyrażenie [8]:

$$R_1(p) = \frac{1}{1+F(p)}, \quad (1)$$

gdzie $F(p)$ jest funkcją przenoszenia rozwartego obwodu regulacji.



Rys. 1. Łańcuch urządzeń automatycznej regulacji poziomu

Jeżeli rozwarty obwód regulacji zawiera tylko idealne ogniwo całkujące, to $F(p) = \frac{k_I}{p}$, gdzie k_I jest współczynnikiem transmisji tego ogniwa całkującego. Podstawiając wyrażenie określające $F(p)$ dla tego przypadku do wzoru na $R_1(p)$ otrzymujemy:

$$R_1(p) = \frac{p}{p+k_I}, \quad (2)$$

a funkcja przenoszenia łańcucha zawierającego n idealnych regulatorów typu (I) będzie miała postać:

$$R_n(p) = \frac{p^n}{(p+k_I)^n}. \quad (3)$$

W rozpatrywanym przypadku, dla pobudzenia łańcucha uskokiem jednostkowym²⁾, funkcję przenoszenia można przedstawić w następujący sposób³⁾:

$$H_n(p) = \frac{1}{p} R_n(p) = \frac{a_1}{p+k_I} + \frac{a_2}{(p+k_I)^2} + \dots + \frac{a_n}{(p+k_I)^n}. \quad (4)$$

¹⁾ Typ I — zobacz [8].

²⁾ Funkcja jednostkowa dana jest przepisem: $1(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ 1 & \text{dla } t \geq 0 \end{cases}$.

³⁾ Zobacz dodatek.

Obrazowi Laplace'a funkcji przenoszenia $H_n(p)$ odpowiada następująca wartość oryginału $h_n(t)$:

$$h_n(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p} R_n(p) \right\} = (c_1 + c_2 t + \dots + c_n t^{(n-1)}) e^{-k_I t}, \quad (5)$$

gdzie między odpowiednimi współczynnikami występującymi we wzorach (4) i (5) istnieją następujące związki:

$$c_1 = \frac{a_1}{0!}, \quad c_2 = \frac{a_2}{1!}, \quad \dots, \quad c_n = \frac{a_n}{(n-1)!}.$$

Dwumian stopnia $(n-1)$ w wyrażeniu (4) ma $(n-1)$ -krotny biegun, ponieważ łańcuch urządzeń ARP jest stabilny. Dlatego proces przejściowy na wyjściu łańcucha regulatorów będzie miał postać krzywej tłumionej, przecinającej $(n-1)$ razy oś czasu, przy czym punktom przecięcia osi czasu będą odpowiadać ekstrema funkcji $p_{wy}(t)$, których liczba jest także równa $(n-1)$.

Odpowiednio procesowi przejściowemu na wyjściu łańcucha regulatorów idealnych nieuchronnie towarzyszy przeregulowanie. Istotnie, przy skokowej zmianie poziomu pilota na wejściu łańcucha wszystkie regulatory reagują jednocześnie na tę zmianę i równocześnie zaczynają zmieniać poziom na wyjściu czwórników regulowanych, starając się skompensować występującą odchyłkę. W ten sposób poziom pilota na wyjściu łańcucha zawierającego n idealnych regulatorów poziomu zmienia się z szybkością n razy przewyższającą szybkość regulacji pojedynczego urządzenia ARP. Kiedy poziom pilota na wyjściu łańcucha regulatorów staje się równy nominalnemu, ustala się on za pomocą ostatniego regulatora, który zmienia kierunek regulacji na przeciwny. W tym czasie wszystkie poprzednie regulatory regulują w kierunku początkowym. Jest oczywiste, że ostatni regulator nie jest w stanie skompensować tak szybkiej zmiany poziomu na jego wejściu. Dlatego wielkość regulowana na wyjściu łańcucha regulatorów będzie zmieniać się w stronę przeciwną do początkowej i odpowiednio wystąpi przeregulowanie. W końcowym momencie czasu będzie kolejno zmieniać się kierunek regulacji regulatorów, poprzedzających ostatni. W końcu nastąpi taki moment, kiedy połowa regulatorów reguluje w kierunku początkowym a pozostałe — w kierunku przeciwnym do początkowego. Temu momentowi czasu odpowiada pierwsze maksymalne ekstremum i odpowiednio maksymalna wielkość przeregulowania krzywej procesu przejściowego. W końcu, poziom na wyjściu łańcucha regulatorów osiąga wartość nominalną i regulator ostatni znowu zmienia kierunek regulacji. Sytuacja taka będzie się powtarzać, z tą różnicą, że wielkość każdego następnego ekstremum staje się mniejsza od poprzedniego a punkty przecięcia krzywej procesu przejściowego z osią czasu, będą się oddalać jeden od drugiego.

Przejdziemy teraz do bardziej szczegółowego rozpatrzenia własności dynamicznych łańcucha regulatorów idealnych i określimy charakterystyki przejściowe łańcucha regulatorów. Posługując się wzorami (3) i (4) przedstawimy funkcję przenoszenia łańcucha regulatorów $H_n(p)$ w postaci:

$$H_n(p) = \frac{1}{p} R(p) = \frac{p^{n-1}}{(p+k_I)^n}. \quad (6)$$

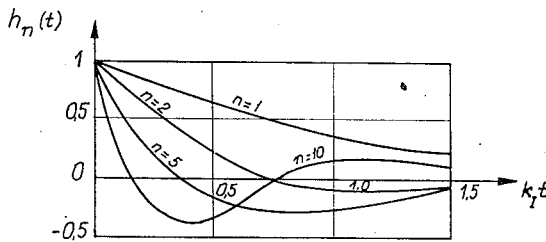
Obrazowi Laplace'a $H(p)$ odpowiada następująca wartość oryginału $h(t)$:

$$h_n(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H_n(p)\} = e^{-k_I t} \sum_{v=0}^{n-1} (-1)^v C_{n-1}^v \frac{(k_I t)^v}{v!}, \quad (7)$$

gdzie C_{n-1}^v jest liczbą kombinacji z $(n-1)$ elementów po v ,

$$C_{n-1}^v = \frac{(n-1)!}{v!(n-v-1)!}.$$

Na rys. 2 pokazano charakterystyki przejściowe na wyjściu łańcucha regulatorów idealnych i o różnej liczbie regulatorów. Wykresy sporządzono w oparciu o wzór (7), przy czym na osi odciętych odłożono czas względny $k_I t$. Postać krzywych, przedstawionych na rys. 2 potwierdza słuszność przytoczonych wyżej rozważań. Przy przejściu od łańcucha zawierającego 5 regulatorów do łańcucha o 10 regulatorach wzrasta szybkość zmiany wielkości regulowanej na wyjściu łańcucha a także ilość ekstremów krzywej i liczba punktów jej przecięcia z osią czasu. W tym czasie wielkość pierwszego ekstremum wzrasta bardzo nieznacznie.



Rys. 2. Charakterystyki przejściowe na wyjściu łańcucha regulatorów idealnych i liczby regulatorów $n = 1, 2, 5$ i 10

Przechodząc do określenia początkowej szybkości regulacji uprościmy wyrażenie (7) i zastąpimy w nim $k_I t$ przez x .

Otrzymamy:

$$h_n(x) = e^{-x} \left[1 - C_{n-1}^1 \frac{x}{1!} + C_{n-2}^2 \frac{x^2}{2!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} \right].$$

Obliczając pierwszą pochodną tego wyrażenia określimy wielkość początkowej szybkości regulacji, która ma miejsce dla $t = 0$;

otrzymamy:

$$\frac{dh_n(x)}{dx} = e^{-x} \sum_{v=1}^n (-1)^v C_n^v \frac{x^{v-1}}{(v-1)!}$$

oraz

$$\frac{dh_n[x(t)]}{dt} = \frac{d \frac{p(t)}{p_0}}{dt},$$

gdzie p_0 jest wielkością początkowego uskołu poziomu, a $dx = k_I dt$, co przy $t = 0$ daje:

$$\left. \frac{dp(t)}{dt} \right|_{t=0} = -p_0 k_I n. \quad (8)$$

Z wyrażenia (8) wynika, że początkowa szybkość regulacji poziomu na wyjściu łańcucha regulatorów idealnych jest wprost proporcjonalna do amplitudy uskołu poziomu i liczby urządzeń ARP w łańcuchu. Przekształcając powyższe wyrażenia i przyjmując, że liczba regulatorów jest bardzo duża, możemy określić położenia pierwszego i drugiego ekstremum krzywej procesu przejściowego [1]; otrzymamy:

$$x_1 = \frac{3,67}{n} \quad \text{i} \quad x_2 = \frac{12}{n}.$$

Uwzględniając, że $n \rightarrow \infty$ i zastępując we wzorze (7) $k_I t$ przez $\frac{y}{n}$ oraz ograniczając się do pierwszych sześciu składników szeregu, otrzymamy następujące wyrażenie przybliżone dla charakterystyki przejściowej łańcucha regulatorów idealnych:

$$h_n(t) \cong 1 - y + \frac{y^2}{4} - \frac{y^3}{36} + \frac{y^4}{576} - \frac{y^5}{14400}.$$

Wartości graniczne pierwszych dwóch ekstremów $h_n(t)$ są wówczas równe:

$$h_{n1}(t) = -0,4 \quad \text{i} \quad h_{n2}(t) = 0,3.$$

Odpowiednio, maksymalna wielkość przeregulowania na wyjściu łańcucha zawierającego n kolejnych włączonych regulatorów idealnych nie przekracza 40-procentowych zmian w stosunku do wielkości uskołu początkowego, przy czym liczba kaskadowo połączonych regulatorów idealnych jest nieograniczona.

3. ANALIZA PROCESÓW PRZEJŚCIOWYCH NA WYJŚCIU ŁAŃCUCHA RZECZYWISTYCH REGULATORÓW POZIOMU

Rozpatrzone wyżej sens fizyczny procesów przejściowych jest słuszny i dla łańcucha rzeczywistych regulatorów poziomu. W przypadku rzeczywistych regulatorów poziomu proces przejściowy na wyjściu łańcucha posiada również charakter oscylacyjny, z tą jednak różnicą, że ze wzrostem liczby kaskadowo połączonych regulatorów w łańcuchu wzrasta nieograniczenie przeregulowanie na wyjściu łańcucha, co wynika z własności wzmacniania obwiedni prądu pilota. Dlatego przy normowanej wielkości przeregulowania⁴⁾ liczba kaskadowo połączonych rzeczywistych regulatorów poziomu jest zawsze ograniczona.

3.1. Analiza procesów przejściowych w łańcuchu zawierającym regulatory tego samego typu

Analizę procesów przejściowych w łańcuchu zawierającym regulatory tego samego typu przeprowadzimy na przykładzie regulatorów całkowych.

⁴⁾ Zgodnie z zaleceniami CCITT maksymalna wielkość przeregulowania na wyjściu łańcucha regulatorów nie może przekraczać 100%. Oznacza to, że wielkość maksymalnego przeregulowania σ_{max} normuje się w sposób bezwzględny, wymagając przy tym żeby zachodziła nierówność: $|\sigma|_{max} \leq 1$.

Funkcja przenoszenia pojedynczego rzeczywistego regulatora całkowego urządzenia ARP ma następującą postać [8]:

$$R_1(p) = \frac{1}{1+F(p)} = \frac{p^2 + m\alpha p}{p^2 + m\alpha p + K\alpha^2 m},$$

gdzie m , α i K — współczynniki stałe, zależne od parametrów urządzenia ARP.

Przy pobudzeniu uskokiem jednostkowym, przyłożonym na wejściu łańcucha złożonego z n jednakowych regulatorów, obraz Laplace'a odpowiedzi na wyjściu łańcucha będzie określony następującą zależnością:

$$H_n(p) = \frac{1}{p} [R_1(p)]^n = \frac{1}{p} \left[\frac{p^2 + m\alpha p}{p^2 + m\alpha p + K\alpha^2 m} \right]^n. \quad (9)$$

Charakterystyka przejściowa takiego łańcucha może być określona w ogólnej postaci drogą znalezienia oryginału z obrazu określonego zależnością (9), po uprzednim rozłożeniu $H_n(p)$ na ułamki proste. Korzystając z [8] i dodatku, otrzymamy:

$$\begin{aligned} h_n(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p} [R_1(p)]^n \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \left[\frac{p + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)\left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)} \right]^n \right\} = \\ &= \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^n \frac{C_{ij}}{(n-j)!} t^{n-j} e^{p_i t}, \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie l — liczba pierwiastków mianownika funkcji przenoszenia $R_n(p)$ (w danym przypadku $l = 2$),

$$C_{ij} = \frac{1}{(j-1)!} \left[\frac{d^{j-1}}{dp^{j-1}} \frac{(p-p_i)^n A(p)}{B(p)} \right]_{p=p_i},$$

przy czym:

$$A(p) = \frac{1}{p} \left(p + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right)^n = \frac{1}{p} (p + m\alpha p)^n,$$

$$B(p) = \left(p + \frac{1}{\tau_1} \right)^n \left(p + \frac{1}{\tau_2} \right)^n = (p^2 + m\alpha p + K\alpha^2 m)^n.$$

W rozpatrywanym przypadku odpowiedź jednostkową łańcucha regulatorów $h_n(t)$ wyrazi się zależnością:

$$\begin{aligned} h_n(t) &= C_0 + \left[C_{11} \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} + C_{12} \frac{t^{n-2}}{(n-2)!} + \dots + C_{1n} \right] e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \\ &+ \left[C_{21} \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} + C_{22} \frac{t^{n-2}}{(n-2)!} + \dots + C_{2n} \right] e^{-\frac{t}{\tau_2}}, \end{aligned} \quad (11)$$

gdzie współczynniki stałe C_{ij} są równe:

$$C_0 = 0,$$

$$C_{11} = \left[\frac{A(p)}{\left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)^n} \right]_{p = -\frac{1}{\tau_1}}, \quad C_{21} = \left[\frac{A(p)}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)^n} \right]_{p = -\frac{1}{\tau_2}},$$

$$C_{12} = \frac{d}{dp} \left[\frac{A(p)}{\left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)^n} \right]_{p = -\frac{1}{\tau_1}}, \quad C_{22} = \frac{d}{dp} \left[\frac{A(p)}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)^n} \right]_{p = -\frac{2}{\tau_2}}$$

.....

$$C_{1n} = \frac{d^{(n-1)}}{dp^{(n-1)}} \left[\frac{A(p)}{\left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)^n} \right]_{p = -\frac{1}{\tau_1}}, \quad C_{2n} = \frac{d^{(n-1)}}{dp^{(n-1)}} \left[\frac{A(p)}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)^n} \right]_{p = -\frac{1}{\tau_2}}$$

Z przedstawionych obliczeń wynika, że już przy małych wartościach n określenie charakterystyki przejściowej $h_n(t)$ wymaga wykorzystania maszyn matematycznych (obliczenia pochodnych rzędu $(n-1)$ ze złożonych wyrażeń matematycznych).

Z analizy właściwości pojedynczych regulatorów typu proporcjonalnego (P) i całkowego (I) wynika, że regulatory typu (P) charakteryzują się statyczną niedokładnością regulacji oraz zmianą tłumienności wynikowej traktu liniowego przy zaniku poziomu pilota lub uszkodzeniu regulatora. Oba tych wad nie posiada regulator typu (I). Regulatory typu (P) i typu (I) są sobie równoważne co do swoich własności dynamicznych, ponieważ charakteryzują się wzmocnieniem obwiedni pilota w określonym zakresie częstotliwości i dlatego przeanalizowaliśmy procesy przejściowe w łańcuchu zawierającym regulatory typu (I). Między wielkością przeregulowania charakterystyki przejściowej łańcucha regulatorów i maksimum wzmocnienia obwiedni istnieje jednoznaczna zależność, przy czym zgodnie z [7] 100-procentowemu przeregulowaniu odpowiada wzmocnienie obwiedni równe 8,68 [dB]. Zależność ta jest wygodna dla projektantów, ponieważ pozwala powiązać analitycznie własności częstotliwościowe łańcucha z regulatorem pojedynczym. Jeśli np. maksymalna wielkość wzmocnienia obwiedni regulatora pojedynczego jest równa A [dB], to dopuszczalna liczba kaskadowo połączonych regulatorów jest określona wzorem:

$$n = \frac{8,68}{A}.$$

W analogiczny sposób może być rozwiązane zadanie odwrotne, tj. mając zadaną liczbę regulatorów w łańcuchu, określamy wielkość A , a następnie wymagania dla regulatora pojedynczego. Zwykle maksimum wzmocnienia obwiedni regulatora pojedynczego ma wartość rzędu kilku dziesiątych decybeli i dlatego przy jednoobwodowej strukturze rzeczywistego regulatora pojedynczego dopuszczalna liczba regulatorów w łańcuchu jest niewielka.

3.2. Analiza procesów przejściowych w łańcuchu zawierającym regulatory dwóch rodzajów

W poprzednim rozdziale przedstawiliśmy własności dynamiczne łańcucha regulatorów zawierającego regulatory tylko tego samego typu. Interesującym zagadnieniem będzie również analiza łańcucha wyposażonego w regulatory dwóch rodzajów, np. (P) oraz (I) lub (P) i (PI), a także (I) oraz (PI). Metoda analizy we wszystkich tych przypadkach będzie podobna i dlatego poprzestaniemy na rozpatrzeniu własności dynamicznych łańcucha złożonego z regulatorów typu (P) oraz (I), których liczba w łańcuchu niech będzie odpowiednio równa q i s .

Istotną własnością regulatorów typu proporcjonalno-całkowego jest brak wzmocnienia obwiedni pilota, co umożliwia uzyskanie bardzo małych wartości przeregulowania przy dużej liczbie łańcuchowo połączonych regulatorów typu (*PI*). Urządzenie ARP z regulatorami typu (*PI*) zawiera dwa połączone równolegle regulatory (*P*) i (*I*). Jednakże ze względu na duże różnice w szybkościach regulacji do momentu czasu kiedy regulator (*P*) już skompensuje przechodzącą do niego część zmiany poziomu pilota, oddziaływanie regulujące regulatora (*I*) będzie jeszcze praktycznie równe zeru. W dalszym ciągu pozostała część odchyłki poziomu pilota jest kompensowana tylko przez regulator (*I*), przy czym uzyskuje się bardzo wysoką dokładność regulacji, ponieważ stosowane regulatory (*I*) mają dużą czułość. Proces regulacji trwa tak długo, dopóki poziom pilota nie będzie praktycznie równy nominalnemu. W stanie ustalonym sygnał na wyjściu regulatora (*P*) będzie taki sam, a położenie regulatora (*I*) i sygnał na jego wyjściu będą zależać od stanu początkowego regulatora i od wielkości odchyłki poziomu pilota. W ten sposób regulator (*P*) uczestniczy w kompensacji odchyłki poziomu tylko w stadium początkowym procesu przejściowego i po jego zakończeniu powraca do stanu wyjściowego, natomiast kompensację zmian poziomu w pełni zapewnia regulator (*I*). Zaletą stosowania regulatorów typu (*PI*) jest szczególnie widoczna przy rozpatrzeniu współpracy dużej liczby łańcuchowo połączonych regulatorów.

Funkcję przenoszenia układów zamkniętych regulatorów pojedynczych typu (*P*) i (*I*) można przedstawić w następujący sposób [8]:

— dla regulatora proporcjonalnego typu (*P*)

$$R_P(p) = \frac{p^2 + (m_1 + 1)\alpha_1 p + \alpha_1^2 m_1}{p^2 + (m_1 + 1)\alpha_1 p + (1 + k)\alpha_1^2 m_1} = \frac{p^2 + (m_1 + 1)\alpha_1 p + \alpha_1^2 m_1}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)\left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)}, \quad (12)$$

gdzie:

$$\tau_1 = \frac{2}{\alpha_1 [m_1 + 1 - \sqrt{(m_1 + 1)^2 - 4m_1(1 + k)}]}, \quad (13)$$

$$\tau_2 = \frac{2}{\alpha_1 [m_1 + 1 + \sqrt{(m_1 + 1)^2 - 4m_1(1 + k)}]},$$

m_1 , α_1 i k — współczynniki stałe, zależne od parametrów regulatora typu (*P*);

— dla regulatora całkowego typu (*I*)

$$R_I(p) = \frac{p^2 + m_2 \alpha_2 p}{p^2 + m_2 \alpha_2 p + K \alpha_2^2 m_2} = \frac{p^2 + m_2 \alpha_2 p}{\left(p + \frac{1}{\tau_3}\right)\left(p + \frac{1}{\tau_4}\right)}, \quad (14)$$

gdzie:

$$\tau_3 = \frac{2}{\alpha_2 [m_2 - \sqrt{m_2^2 - 4K m_2}]}, \quad (15)$$

$$\tau_4 = \frac{2}{\alpha_2 [m_2 + \sqrt{m_2^2 - 4K m_2}]},$$

m_2 , α_2 i K — współczynniki stałe, zależne od parametrów regulatora typu (*I*).

Uwzględniając zależności (13) i (15) we wzorach (12) i (14), otrzymamy:

— dla regulatora typu (P)

$$R_p(p) = \frac{p^2 + \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}\right)p + \frac{1}{1+K} \cdot \frac{1}{\tau_1\tau_2}}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)\left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)}, \quad (16)$$

— dla regulatora typu (I)

$$R_I(p) = \frac{p^2 + \left(\frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_4}\right)p}{\left(p + \frac{1}{\tau_3}\right)\left(p + \frac{1}{\tau_4}\right)}. \quad (17)$$

Funkcja przenoszenia łańcucha pobudzanego na wejściu uskokiem jednostkowym i zawierającego odpowiednio q regulatorów typu $|P|$ oraz s regulatorów typu $|I|$ będzie równa:

$$H(p) = \frac{1}{p} R_p^q(p) R_I^s(p) = \frac{p^{s-1} \left(p + \frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_4}\right)^s \left[p^2 + \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}\right)p + \frac{1}{1+K} \cdot \frac{1}{\tau_1\tau_2}\right]^q}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)^q \left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)^q \left(p + \frac{1}{\tau_3}\right)^s \left(p + \frac{1}{\tau_4}\right)^s}. \quad (18)$$

W celu określenia charakterystyki przejściowej łańcucha zawierającego regulatory dwóch rodzajów należy rozłożyć na ułamki proste wyrażenie $H(p)$ i obliczyć transformatę odwrotną Laplace'a. W rozpatrywanym przypadku funkcję (18) można przedstawić w następujący sposób:

$$\begin{aligned} H(p) = & \frac{C_{11}}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)^q} + \frac{C_{12}}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)^{q-1}} + \dots + \frac{C_{1j}}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)^{q-(j-1)}} + \dots + \\ & + \frac{C_{1q}}{p + \frac{1}{\tau_1}} + \frac{C_{21}}{\left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)^q} + \frac{C_{22}}{\left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)^{q-1}} + \dots + \frac{C_{2j}}{\left(p + \frac{1}{\tau_2}\right)^{q-(j-1)}} + \dots + \\ & + \frac{C_{2q}}{p + \frac{1}{\tau_2}} + \frac{C_{31}}{\left(p + \frac{1}{\tau_3}\right)^s} + \frac{C_{32}}{\left(p + \frac{1}{\tau_3}\right)^{s-1}} + \dots + \frac{C_{3j}}{\left(p + \frac{1}{\tau_3}\right)^{s-(j-1)}} + \dots + \\ & + \frac{C_{3s}}{p + \frac{1}{\tau_3}} + \frac{C_{41}}{\left(p + \frac{1}{\tau_4}\right)^s} + \frac{C_{42}}{\left(p + \frac{1}{\tau_4}\right)^{s-1}} + \dots + \frac{C_{4j}}{\left(p + \frac{1}{\tau_4}\right)^{s-(j-1)}} + \dots + \\ & + \frac{C_{4s}}{p + \frac{1}{\tau_4}} = \sum_{i=1}^2 \left[\sum_{j=1}^q \frac{C_{ij}}{\left(p + \frac{1}{\tau_i}\right)^{q-(j-1)}} + \sum_{j=1}^s \frac{C_{(i+2)j}}{\left(p + \frac{1}{\tau_{i+2}}\right)^{s-(j-1)}} \right]. \quad (19) \end{aligned}$$

Transformata odwrotna Laplace'a z wyrażenia $\frac{1}{\left(p + \frac{1}{\tau_i}\right)^{q-(j-1)}}$ jest równa⁵⁾

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{\left(p + \frac{1}{\tau_i}\right)^{q-(j-1)}}\right\} = \frac{t^{q-j}}{(q-j)!} e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (20)$$

i podobnie

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{\left(p + \frac{1}{\tau_{i+2}}\right)^{s-(j-1)}}\right\} = \frac{t^{s-j}}{(s-j)!} e^{-\frac{t}{\tau_{i+2}}} \quad (21)$$

Uwzględniając wyrażenia (20) i (21) we wzorze (19), otrzymamy:

$$h(t) = \sum_{i=1}^2 \left[\sum_{j=1}^q C_{ij} \frac{t^{q-j}}{(q-j)!} e^{-\frac{t}{\tau_i}} + \sum_{j=1}^s C_{(i+2)j} \frac{t^{s-j}}{(s-j)!} e^{-\frac{t}{\tau_{i+2}}} \right], \quad (22)$$

gdzie współczynniki C_{ij} oraz $C_{(i+2)j}$ wyznaczamy z zależności:

$$C_{ij} = \frac{1}{(j-1)!} \left\{ \frac{d^{j-1}}{dp^{j-1}} \left[\left(p + \frac{1}{\tau_i} \right)^q H(p) \right] \right\}_{p=-\frac{1}{\tau_i}}, \quad (23)$$

$$C_{(i+2)j} = \frac{1}{(j-1)!} \left\{ \frac{d^{j-1}}{dp^{j-1}} \left[\left(p + \frac{1}{\tau_{i+2}} \right)^s H(p) \right] \right\}_{p=-\frac{1}{\tau_{i+2}}}. \quad (24)$$

Wzory (23) i (24) pozwalają wyznaczyć dowolne współczynniki występujące w wyrażeniach (19) i (22). Pewne trudności występują przy obliczaniu pochodnych z zależności matematycznych, których złożoność wzrasta w miarę zwiększania się rzędu pochodnej i dlatego trzeba wykorzystać elektroniczną technikę obliczeniową. Należy ponadto podkreślić, że w przypadku analizowania procesów przejściowych w łańcuchu regulatorów jest interesująca nie tylko znajomość krzywej procesu przejściowego, ale również zasadniczych parametrów łańcucha urządzeń ARP, takich jak: maksymalna szybkość regulacji v_{max} , czas praktycznego ustalania się procesu przejściowego i maksymalna wielkość przeręgowania σ_{max} . Przy określaniu podstawowych parametrów procesu przejściowego łańcucha regulatorów korzysta się z metod przybliżonego wyliczania całek określonej klasy. Do takich metod przykładowo zalicza się metodę „stacjonarnej fazy” [1] oraz zaproponowaną przez Kogana metodę przybliżoną określenia parametrów łańcucha regulatorów [5].

Przy dużej liczbie regulatorów n maleje dokładność określenia parametrów: σ_{max} i V_{max} w oparciu o metodę „stacjonarnej fazy”, co ogranicza zastosowanie tej metody i wymagania stosowania metody dokładniejszej. Dlatego bardziej perspektywicznymi stają się metody przybliżone wykorzystujące do obliczeń funkcji $h_n(t)$ maszyny matematyczne analogowe [2] i cyfrowe [3]. W tym ostatnim przypadku znalezienie odpowiedzi jednostkowej $h_n(t)$ sprowadza się do numerycznego całkowania równań różniczkowych.

⁵⁾ Patrz dodatek.

3.3. Metoda przybliżona określenia parametrów procesu przejściowego łańcucha regulatorów

W zaproponowanej przez Kogana przybliżonej metodzie określenia parametrów procesu przejściowego łańcucha regulatorów, sposób określenia σ_{max} i V_{max} oparty jest na tym, że przy $|\sigma|_{max} \leq 1$ i dużej liczbie regulatorów n reakcja łańcucha regulatorów na uskok jednostkowy poziomu pilota reprezentuje proces o malejących wielkościach przeregulowania, ze wzrastającym w czasie kwasi-okresem funkcji $h_n(t)$, tj. maksymalne będzie pierwsze przeregulowanie ($\sigma_{max} = \sigma_1$) odpowiadające momentowi t_1 , a szybkość regulowania do tego momentu osiąga swoją wartość maksymalną. Wówczas najbardziej interesujące będzie zachowanie się funkcji $h_n(t)$ w przedziale $0 \leq t \leq t_1$. W celu określenia zachowania się funkcji $h_n(t)$ w przedziale $0 \leq t \leq t_1$, możemy ją wyrazić w postaci szeregu nieskończonego rozwiniętego według rosnących potęg czasu t i ograniczyć się do niezbędnej liczby składników zapewniających zadaną dokładność dla $t \leq t_1$. W początkowym etapie obliczeń celowa jest znajomość związków między parametrami procesu przejściowego łańcucha regulatorów i liczbą regulatorów w łańcuchu, spełniających wymagania $|\sigma|_{max} \leq 1$.

Związki te mogą być otrzymane przez aproksymację $h_n(t)$ funkcjami Bessela o indeksach całkowitych: $J_0, J_1, \dots, J_k, \dots$. Przy obliczeniach przyjmuje się, że wszystkie regulatory są jednakowe, stabilne i liniowe przy wzroście poziomu pilota. Inercję traktu liniowego pomija się wobec inercji regulatorów, przyjmując, że funkcja przenoszenia $R_1(p) = [1 + F_1(p)]^{-1}$. Ponadto zakłada się, że w każdym przypadku zachodzi: $n > 20$, $|\sigma|_{max} = |\sigma|_1 \leq 1$ oraz współczynnik transmisji regulatora pojedynczego w pętli $K \geq 10$.

3.3.1. Rozwiązanie w postaci ogólnej

Zasady rozwiązania ogólnego przedstawiono w pracach [4, 5]. Dla ułamkowej funkcji wymiernej $R_1(p)$ zawsze jest możliwy rozkład w szereg według malejących potęg p :

$$R_1(p) = \frac{p^m + b_1 p^{m-1} + b_2 p^{m-2} + \dots + b_m}{p^m + a_1 p^{m-1} + a_2 p^{m-2} + \dots + a_m} = 1 + \frac{d_1}{p} + \frac{d_2}{p^2} + \dots, \quad (25)$$

gdzie: m — rząd regulatora; a_i oraz b_i — współczynniki; d_i — współczynniki określone ze wzoru rekurencyjnego, które uzyskuje się dzieląc licznik przez mianownik wyrażenia

(25), przy czym $d_i = b_i - a_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_j d_{i-j}$. Współczynniki: a_i, b_i, d_i są liczbami rzeczywistymi.

Funkcję przenoszenia $R_n(p)$ znajdujemy podnosząc do n -tej potęgi szereg (25), a oryginał $h_n(t)$ — w drodze przekształcenia odwrotnego Laplace'a, otrzymamy:

$$h_n(t) = 1 + c_1 t + \frac{c_2}{2!} t^2 + \dots \quad (26)$$

Szereg (25) jest szeregiem Maclaurina dla $h_n(t)$, przy czym zgodnie z [6] współczynniki c_i , które są liczbami rzeczywistymi, określamy z zależności:

$$c_i = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i [j(n+1) - i] d_j c_{i-j}.$$

Podane wzory dają możliwość uzyskiwania bezpośredniej zależności współczynników c_i od a_i i b_i . Dla dużych wartości n i m wzory są złożone i dlatego wygodnie jest zastosować rekurencyjny sposób wyznaczania współczynników d_i i c_i .

Korzystając z zależności (26) znajdujemy szybkość regulacji $V(t)$:

$$V(t) = h'_n(t) = c_1 + c_2 t + \dots \quad (27)$$

Wyrażenie określające funkcję przenoszenia $R_n(p)$ można także otrzymać rozkładając funkcję $[1 + F_1(p)]$ według wzoru na dwumian:

$$\begin{aligned} R_n(p) &= [1 + F_1(p)]^{-n} = 1 - nF_1(p) + \frac{n(n+1)}{2!} F_1^2(p) \dots = \\ &= \left[1 + \frac{nF_1^2(p)}{2} - \frac{nF_1^3(p)}{3} + \dots \right] \exp[-nF_1(p)]. \end{aligned} \quad (28)$$

Wzór (28) jest wygodny w tych przypadkach, kiedy oryginał przekształcenia Laplace'a postaci $F_1^i(p) \exp[-nF_1(p)]$ ma w tablicach odpowiednik lub może być sprowadzony do postaci tabelarycznej. Korzystając z przekształcenia odwrotnego znajdujemy $h_n(t)$ w postaci szeregu funkcyjnego. Jeżeli składniki tego szeregu są funkcjami stabelaryzowanymi i w przedziale $0 \leq t \leq t_1$ szereg jest szybkozbieżny, to wzór (28) wygodnie jest stosować dla przybliżonego określenia maksymalnej wielkości przeregulowania σ_{max} i maksymalnej szybkości regulacji V_{max} .

3.3.2. Przybliżenie dla łańcucha regulatorów pierwszego i wyższych rzędów

Rozpatrzmy ponownie idealny układ całkujący o stałej czasowej τ , którego funkcja przenoszenia jest równa:

$$F_1(p) = [\tau p]^{-1}.$$

Po podstawieniu $F_1(p)$ do wzoru (28) i określeniu oryginału $h_n(t)$ otrzymamy:

$$h_n(t) = J_0(2\sqrt{\Theta}) + \frac{\Theta}{2n} J_2(2\sqrt{\Theta}) - \frac{(\sqrt{\Theta})^3}{3n^2} J_3(2\sqrt{\Theta}) + \dots, \quad (29)$$

gdzie $\Theta = \frac{nt}{\tau}$, a $J_k(2\sqrt{\Theta})$ są funkcjami Bessela rzędu k .

Dla łańcucha składającego się z nieskończonej liczby regulatorów idealnych jest spełniona następująca zależność:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} h_n(t) = J_0(2\sqrt{\Theta}).$$

Korzystając z tablic funkcji Bessela [7] znajdujemy pierwsze (maksymalne) ekstremum $\sigma_1 = J_0(3,83) = -0,4028$, $\Theta_1 = 3,67$ lub $t_1 = \frac{3,67\tau}{n}$. Rezultat ten jest zgodny z wynikiem uzyskanym w rozdziale 2.

Dla uskoku poziomu Δp_{we} , pojawiającego się na wejściu łańcucha regulatorów, możemy obliczyć szybkość regulacji:

$$V(\Theta) = -\Delta p_{we} A_1(2\sqrt{\Theta}) \frac{n}{\tau},$$

gdzie $\Delta_1(2\sqrt{\Theta})$ jest funkcją lambda, a maksymalna szybkość:

$$|V_{max}| = |\Delta_{p_{we}}| \frac{n}{\tau}, \text{ przy } \Theta = t = 0, \Delta_1(0) = 1.$$

Przyjmując, że liczba regulatorów n spełnia nierówność: $20 < n < \infty$ i ograniczając się do dwóch pierwszych składników równania (29), możemy wyznaczyć pierwsze ekstremum:

$$\sigma_1 = -0,403 + \frac{0,74}{n}, \quad (30)$$

z dokładnością lepszą od 2%. Dla $n > 40$ uzyskana niedokładność nie jest gorsza niż 1%.

Dla przypadku łańcucha regulatorów drugiego rzędu otrzymuje się następującą zależność określającą pierwsze ekstremum przeregulowania σ_1 :

$$\sigma_1 \cong -0,4(1 + gn) = -0,4 \left(1 + \frac{kn\tau_2}{\tau_1} \right). \quad (31)$$

Uzyskiwana dla tego przypadku dokładność, dostateczna dla celów praktycznych, jest lepsza od 10%. Niedokładność maleje ze wzrostem n i przy $n > 40$ nie przekracza 5%.

Dokładniejsze rozwiązanie pokazuje, że spełnienie wymagania CCITT dotyczące 100-procentowego przeregulowania: $|\sigma|_{max} \leq 1$ jest możliwe, jeżeli spełnione są następujące nierówności:

$$gn \leq 1,52 \text{ lub } kn\tau_2 \leq 1,52 \tau_1, \quad (32)$$

gdzie: $g = \frac{k\tau_2}{\tau_1}$, k jest współczynnikiem statycznym wzmocnienia, τ_1 i τ_2 — stałe czasowe ośrodka roboczego (τ_1) i włókna podgrzewania termistora (τ_2).

Posługując się zależnością (32) możemy określić maksymalną liczbę — n_{max} kaskadowo połączonych regulatorów z termistorami pośrednio żarzonymi. Dla praktycznie wykorzystywanych termistorów istnieje możliwość włączenia w tor transmisyjny kilkudziesięciu regulatorów poziomu.

Przystępując do omówienia przybliżenia dla łańcucha regulatorów wyższego rzędu, skorzystamy z zależności, którymi można aproksymować funkcję przenoszenia typowych regulatorów liniowych bez korekcji:

$$F_1(p) = \frac{k}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1) \dots (\tau_m p + 1)},$$

lub

$$F_1(p) = \frac{k}{\tau_1 p (\tau_2 p + 1) \dots (\tau_m p + 1)},$$

gdzie: m — rząd regulatora,

$$\tau_1 \gg \tau_2 \geq \tau_3 \geq \dots \geq \tau_m \text{ oraz } \tau_1/\tau_2 > 100,$$

τ_i — liczby rzeczywiste dodatnie.

Dla celów praktycznych wygodnie jest znaleźć nierówności, wiążące $\sum_{i=1}^m \frac{\tau_i}{\tau_1}$ i kn , których spełnienie zapewni realizację warunku: $|\sigma_1| \leq 1$.

Dla regulatorów trzeciego rzędu rozwiązanie można uzyskać np. przez rozkład funkcji przenoszenia $F_1(p)$ na ułamki proste:

$$F_1(p) = \frac{k}{\tau_1 p(\tau_2 p + 1)(\tau_3 p + 1)} = \frac{k}{\tau_1} \left[\frac{1}{p} - \frac{\frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_3}}{p + \frac{1}{\tau_2}} + \frac{\frac{\tau_3}{\tau_2 - \tau_3}}{p + \frac{1}{\tau_3}} \right],$$

podstawienie uzyskanego wyrażenia do wzoru (28) i obliczenie oryginału $h_n(t)$ w wyniku przekształcenia odwrotnego według Laplace'a.

Z analizy otrzymanych rezultatów wynika, że nierówność $|\sigma_1| \leq 1$ jest spełniona dla:

$$0 \leq \frac{\tau_2}{\tau_1} \leq 1, \quad (33a)$$

jeżeli

$$\frac{\tau_2 + \tau_3}{\tau_1} kn \leq 1,16. \quad (33b)$$

Jeżeli rząd funkcji $F_1(p)$ wzrasta, wówczas współczynnik w prawej części nierówności (33b) maleje i dla $m = 6$ osiąga wartość 1. Dlatego można przyjąć, że w łańcuchu regulatorów rzędu wyższego niż drugi, warunek $|\sigma_1| \leq 1$ jest spełniony, jeżeli:

$$kn \sum_{i=2}^m \frac{\tau_i}{\tau_1} < 1 \quad \text{lub} \quad kn \sum_{i=2}^m \tau_i \leq \tau_1.$$

Maksymalną szybkość regulacji, w zależności od wielkości uskoku napięcia na wejściu $|\Delta p_{we}|$, można w przybliżeniu oszacować następująco:

$$|V_{max}| \leq |\Delta p_{we}| \frac{kn}{\tau_1}.$$

4. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzona analiza własności dynamicznych kaskadowo połączonych regulatorów poziomu umożliwia optymalizację łańcucha urządzeń automatycznej regulacji poziomu. Przy ustalaniu kryterium optymalizacji można przyjąć, że łańcuch regulatorów poziomu składający się z n urządzeń ARP będzie optymalny, jeżeli parametry pojedynczego regulatora są tak dobrane, że jest zapewniona minimalna wielkość przeregulowania charakterystyki przejściowej łańcucha. Z omówionych własności regulatorów ARP typu proporcjonalnego (P), całkowego (I) i proporcjonalno-całkowego (PI) wynika, że najwięcej zalet posiadają regulatory (PI). W trakcie liniowym wysokokrotnych systemów teletransmisyjnych, w którym pracuje n urządzeń ARP z regulatorami proporcjonalno-całkowymi, uzyskuje się:

- stałą tłumienność wynikową łączy przy zaniku sygnału pilota, co wynika z zastosowania regulatorów typu całkowego,
- dużą dokładność regulacji w ustalonych granicach zmian poziomu, co również wynika z zastosowania regulatorów typu całkowego,
- bardzo małą wielkość przeregulowania, uzyskiwaną w wyniku równoczesnego działania regulatorów (P) i (I).

W przypadku stosowania regulatorów jednego typu, korzystniejsze jest stosowanie regulatorów typu całkowego (I), które charakteryzują się dużą dokładnością regulacji i utrzymują stałą tłumienność wynikową przy zaniku poziomu prądu pilota na ich wejściu. Przy projektowaniu traktów liniowych dopuszczalną liczbę kaskadowo połączonych regulatorów typu całkowego można określić z zależności:

$$n = \frac{8,68}{A},$$

gdzie A jest maksymalną wielkością wzmocnienia obwiedni regulatora pojedynczego wyrażoną w decybelach.

W oparciu o podaną wyżej zależność można rozwiązać zadanie odwrotne, tj. dla zadanej liczby regulatorów n obliczamy wielkość A , a następnie wymagania dla regulatora pojedynczego. W rozwiązaniach praktycznych urządzeń ARP wzmocnienie obwiedni regulatora pojedynczego wynosi kilka dziesiątych decybel a dopuszczalna liczba regulatorów w łańcuchu jest rzędu kilkudziesięciu; np. przy projektowaniu urządzeń dyskretnej automatycznej regulacji poziomu dla krajowej rodziny systemów współosiowych TN 300/960 przyjęto $n = 20$.

Uzyskane wyniki wskazują również na celowość przeprowadzenia analizy własności dynamicznych łączy, w którym pojedyncze urządzenia ARP z regulatorami typu proporcjonalno-całkowego współpracują z wieloma (kilkudziesięcioma) urządzeniami ARP wyposażonymi w regulatory poziomu typu całkowego. W wyniku takiej analizy można będzie również określić najkorzystniejsze umiejscowienie w trakcie liniowym urządzeń ARP z regulatorami typu PI oraz ich liczbę. Tematyka ta jest przedmiotem zainteresowań Autora i krajowego przemysłu teletransmisyjnego, a uzyskane wyniki zostaną opublikowane po zakończeniu prac nad urządzeniami automatycznej regulacji poziomu dla telefonii 2700-krotnej.

D o d a t e k

Obliczanie współczynników dla rozwinięcia funkcji przenoszenia $F(p)$ na ułamki proste
Założmy, że funkcja przenoszenia $F(p)$ ma postać:

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)}, \quad (1d)$$

gdzie $A(p)$ i $B(p)$ są wielomianami odpowiednio n -tego i m -tego stopnia, przy czym $B(p)$ ma postać:

$$B(p) = (p-p_1)^{m_1} (p-p_2)^{m_2} \dots (p-p_k)^{m_k}, \quad (2d)$$

tn. pierwiastki: $p_1, p_2, \dots, p_k$ są odpowiednio pierwiastkami $m_1, m_2, \dots, m_k$ -krotnymi. Zatem funkcję przenoszenia $F(p)$ można rozłożyć na ułamki proste:

$$\begin{aligned}
 F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} &= \frac{C_{11}}{(p-p_1)^{m_1}} + \frac{C_{12}}{(p-p_1)^{m_1-1}} + \dots + \frac{C_{1s}}{(p-p_1)^{m_1-(s-1)}} + \dots + \frac{C_{1m_1}}{(p-p_1)} + \\
 &+ \frac{C_{21}}{(p-p_2)^{m_2}} + \frac{C_{22}}{(p-p_2)^{m_2-1}} + \dots + \frac{C_{2s}}{(p-p_2)^{m_2-(s-1)}} + \dots + \frac{C_{2m_2}}{(p-p_2)} + \\
 &\dots \dots \dots \\
 &+ \frac{C_{k1}}{(p-p_k)^{m_k}} + \frac{C_{k2}}{(p-p_k)^{m_k-1}} + \dots + \frac{C_{ks}}{(p-p_k)^{m_k-(s-1)}} + \dots + \frac{C_{km_k}}{(p-p_k)} + \\
 &\dots \dots \dots \\
 &+ \frac{C_{l1}}{(p-p_l)^{m_l}} + \frac{C_{l2}}{(p-p_l)^{m_l-1}} + \dots + \frac{C_{ls}}{(p-p_l)^{m_l-(s-1)}} + \dots + \frac{C_{lm_l}}{(p-p_l)} = \\
 &= \sum_{k=1}^l \sum_{s=1}^{m_k} \frac{C_{ks}}{(p-p_k)^{m_k-(s-1)}}. \quad (3d)
 \end{aligned}$$

Transformata odwrotna Laplace'a z wyrażenia $\frac{1}{(p-p_k)^{m_k-(s-1)}}$ jest równa:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(p-p_k)^{m_k-(s-1)}} \right\} = \frac{t^{m_k-s}}{(m_k-s)!} e^{p_k t}. \quad (4d)$$

Współczynniki C_{ks} , występujące we wzorze (3d), obliczamy z zależności:

$$C_{ks} = \frac{1}{(s-1)!} \left\{ \frac{d^{s-1}}{dp^{s-1}} \left[\frac{(p+p_k)^{m_k} A(p)}{B(p)} \right] \right\}_{p=p_k}. \quad (5d)$$

Słuszność wzoru (5d) wynika z następujących rozważań.

Mnożąc obie strony równania (3d) przez $(p-p_k)^{m_k}$, otrzymamy:

$$\begin{aligned}
 (p-p_k)^{m_k} F(p) &= \frac{(p-p_k)^{m_k} A(p)}{B(p)} = (p-p_k)^{m_k} \sum_{r=1}^{k-1} \sum_{s=1}^{m_r} \frac{C_{rs}}{(p-p_r)^{m_r-(s-1)}} + \\
 &+ C_{k1} + (p-p_k) C_{k2} + \dots + (p-p_k)^{s-1} C_{ks} + \dots + (p-p_k)^{m_k-1} C_{km_k} + \\
 &+ (p-p_k)^{m_k} \sum_{r=k+1}^l \sum_{s=1}^{m_r} \frac{C_{rs}}{(p-p_r)^{m_r-(s-1)}}. \quad (6d)
 \end{aligned}$$

Kładąc następnie $p = p_k$ ($k = 1, 2, \dots, l$) otrzymamy

$$C_{k1} = \left[\frac{(p-p_k)^{m_k} A(p)}{B(p)} \right]_{p=p_k}.$$

Biorąc pochodną rzędu $(s-1)$ z wyrażenia (6d) i posługując się wzorem Leibnitza:

$$(uv)^n = u^n v + \binom{n}{1} u^{(n-1)} v' + \binom{n}{2} u^{(n-2)} v'^2 + \dots + \binom{n}{k} u^{(n-k)} v'^k + \dots + \binom{n}{n} u v^n,$$

otrzymamy:

$$(s-1)!C_{ks} = \frac{d^{s-1}}{dp^{s-1}} \left[\frac{(p-p_k)^{m_k} A(p)}{B(p)} \right]_{p=p_k} = \frac{d^{s-1}}{dp^{s-1}} [(p-p_k)^{m_k} F(p)]_{p=p_k},$$

skąd

$$C_{ks} = \frac{1}{(s-1)!} \cdot \frac{d^{s-1}}{dp^{s-1}} [(p-p_k)^{m_k} F(p)]_{p=p_k}. \quad (7d)$$

Wzór (7d) pozwala wyznaczyć dowolny współczynnik występujący we wzorze (3d).

LITERATURA

1. J. M. Butlickij, *Ustrojstwa ARU mnogokanalnych sistem swjazi*, Swjaż, 1970.
2. R. S. Graham, W. E. Adams, R. E. Powers, F. R. Bies, *New Group and Supergroup Terminals for L Multiplex*, B.S.T.J., 1963, N° 2.
3. J. M. Butlickij, W. J. Suchanow, *Opredelenie optimalnosti cepi ustrojstw ARU proporcjonalno-integralnowo tipa c pomoszczu ECWM*, Elektroswjaż, 1971, N° 3.
4. G. Dër, *Rukowodstwo k praktičeskomu primenieniju preobrazowanija Laplace'a i z-pieobrazowanija*, Nauka, 1971.
5. G. K. Gawriłow, *Pribliżennye metody analiza pieriechodnych processow*, Sowietkoje Radio, 1966.
6. J. S. Gradsztejn i J. M. Ryżik, *Tablicy integralow, summ, rjadow i prziwadienij*, Nauka, 1971.
7. E. Hölzler, D. Thierbach, *Nachrichtenübertragung*, Berlin, 1966.
8. M. Zientalski, *Własności dynamiczne urządzeń automatycznej regulacji poziomu dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych*, Rozprawy Elektrotechniczne, z. 2, 1978.

M. ZIENTALSKI

TRANSIENT PROCESSES IN LEVEL CONTROLLING TRAINS

Summary

The dynamic properties of level controlling trains of the same type with an ideal integrating unit are discussed, the transient processes at the output of the train of real level controlling devices are determined, and the transient processes in a train with controlling devices of two types are analyzed. The known dynamic properties of automatic level controlling devices make it possible to determine the following fundamental control process characteristics: maximum control speed and maximum overcontrol at the output of controlling circuits. They also contribute to proper design of automatic level control devices.

M. ZIENTALSKI

PROCESSUS DE TRANSMISSION DANS UN TRAIN DE RÉGULATEURS DE NIVEAU

Résumé

On a examiné les propriétés dynamiques d'un train de régulateurs de niveau du même type avec élément intégrant idéal, on a déterminé les processus de transition à l'issue d'un train de régulateurs de niveau réels et on a analysé les processus de transition dans un train contenant deux genres de régulateurs. La con-

naissance des propriétés dynamiques des dispositifs de réglage automatique de niveau permet de déterminer les grandeurs de base caractérisant le processus de réglage, à savoir vitesse maximale de réglage et dépassement maximal à l'issue d'un train de régulateurs, et permet aussi d'étudier avec justesse un dispositif de réglage de niveau.

M. ZIENTALSKI

EINSCHWINGVORGÄNGE IN EINER PEGELREGLERKETTE

Zusammenfassung

Die dynamischen Eigenschaften einer aus gleichartigen Pegelreglern bestehenden Kette mit einem idealen Integrationsglied wurden erörtert, Einschwingvorgänge am Kettenausgang wirklicher Pegelregler bestimmt; es wurde auch die Analyse der vorkommenden Einschwingvorgänge in einer zweierlei Pegelregler enthaltenden Kette durchgeführt. Die Kenntnis der dynamischen Eigenschaften einer Pegel-Selbstregelungsvorrichtung ermöglicht, die den Regelungsverlauf charakterisierenden Grundgrößen zu bestimmen, und zwar: die höchste Regelungsgeschwindigkeit und die maximale Überregelung am Ausgang der Reglerkette. Außerdem läßt diese Kenntnis eine ordnungsgemäße Bemessung der Pegel-Selbstregelungs-Vorrichtung zu.

М. ЗЕНТАЛЬСКИ

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПИ РЕГУЛЯТОРОВ УРОВНЯ

Резюме

Обсуждены динамические свойства цепи регуляторов уровня того же типа с идеальным интегрирующим звеном, определены переходные процессы на выходе цепи действительных регуляторов уровня и проведен анализ переходных процессов в цепи состоящей из регуляторов двух видов. Знание динамических свойств устройств автоматической регуляции уровня позволяет определить основные величины характеризующие процесс регуляции: максимальную скорость регуляции и максимальную перерегулировку на выходе цепи регуляторов, а также позволяет правильно конструировать устройства автоматической регуляции уровня.

TREŚĆ

J. Purczyński: Wykorzystanie metody rozdzielenia zmiennych do analizy pól magnetycznych	231
B. Wolszczak: Efektywność zmodyfikowanych metod iteracyjnych Newtona w analizie stanu ustalonego układów elektronicznych	253
A. Cichocki, S. Osowski: Synteza N -wrotnika o wielokanałowej strukturze RC ze wzmacniaczami napięciowymi	265
R. Biernacki: Synteza dwójników RC ze stratnymi kondensatorami	283
G. Pankanin, T. Wierzbica: Analiza rezonansowej metody pomiaru pojemności kondensatorów o dużych stratach	297
W. J. Stepowicz: Interpretacja charakterystyk statycznych zaporowo spolaryzowanego krzemowego złącza $p-n$	307
B. Moeschke, M. Stabrowski: Problemy aproksymacji charakterystyk prądowo-napięciowych diod tunelowych	315
Z. Bajorek: Rozpływ prądów w transformatorze przy niesymetrii zasilania i obciążenia	333
M. Stegner-Dems: Analiza modeli matematycznych silnika synchronicznego z punktu widzenia stabilności pracy	351
A. Kurbiel: Model matematyczny stalowniczego urządzenia łukowego	373
S. Szpor: Idee przesyłu energii elektrycznej z zastosowaniem kompensacji dławikowej niby-ciągłej	389
J. Prokop: Opis matematyczny maszyn prądu stałego metodą przestrzeni stanów	399
R. Białobrzeski: O pewnym błędzie pomiaru mocy średniej sygnałów losowych	415
Ł. Gronau: Studium zniekształceń sygnału rejestrowanego na taśmie z niejednostajną prędkością biegu	431
M. Zientalski: Własności dynamiczne urządzeń automatycznej regulacji poziomu dla teletransmisyjnych systemów wielokrotnych	451
M. Zientalski: Procesy przejściowe w łańcuchu regulatorów poziomu	469

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

J. Purczyński: Application of the Separation of Variables Method to Magnetic Fields Analysis	251
Application de la méthode de séparation des variables dans l'analyse des champs magnétiques	251
Anwendung der Methode der Variablentrennung zur Analyse des magnetischen Feldes	251
B. Wolszczak: Effectiveness of the Modified Newton Iteration Methods Applied to Nonlinear DC Analysis of Electronic Circuits	264
Efficacité des méthodes modifiées itératives de Newton dans l'analyse du régime permanent des circuits électroniques	264
Effektivität der modifizierten iterativen Newton-Methoden in der rechnergestützten Gleichspannungsanalyse elektrischer Netzwerke	264
A. Cichocki, S. Osowski: Synthesis of N -ports in RC Multichannel Structure with Voltage Amplifiers	280
Synthèse des N -portes à structure multivoie en RC aux amplificateurs de tension	281

	Systeme des Mehrtors in der Mehrkanalstruktur mit einem RC-Netzwerk und Spannungsverstärkern	281
R. Biernacki:	Synthesis of Two Terminal RC Networks with Nonideal Capacitors	296
	Synthèse des dipôles en RC à condensateurs imparfaits	296
	Synthese von RC-Zweipolen mit Verlustkondensatoren	296
G. Pankanin, T. Wierzbica:	Resonance-Differential Method of Measuring Capacity of Capacitors with High Losses	304
	Méthode résonnante-différentielle de mesure de capacité des condensateurs à pertes importantes	304
	Resonanz-Differential-Methode für Kapazitätsmessungen bei grossen Verlusten	305
W. J. Stepowicz:	Interpretation of DC Characteristics of Reverse-Biased Silicon P-N Junction	312
	Interprétation des caractéristiques statiques d'une jonction p-n en silicium polarisée à blocage	313
	Interpretation von Kennlinien des rückwärtspolarisierten Silizium-Übergangs P-N	313
B. Moeschke, M. Stabrowski:	Approximation of Tunnel Diodes Volt-Ampere Characteristics	331
	Problèmes d'approximation des caractéristiques des diodes tunnel	331
	Probleme der Approximation von Kennlinien der Tunnelioden	331
Z. Bajorek:	Propagation of Currents in the Transformer at Feed and Load Asymmetry	348
	Répartition des courants dans un transformateur pour l'alimentation et le charge asymétriques	348
	Stromverteilung im Transformator bei Speisungs- und Belastungsasymmetrie	348
M. Stegner-Dems:	Analysis of Synchronous Motor Mathematical Models with Regard to Operating Stability	371
	Analyse des modèles mathématiques du moteur synchrone vu la stabilité de son travail	372
	Analyse mathematischer Modelle eines Synchronmotors vom Gesichtspunkt seiner Betriebsstabilität	372
A. Kurbiel:	Mathematical Model of Steelmaking Arc Appliance	387
	Modèle mathématique d'un dispositif à arc pour sidérurgie	387
	Mathematisches Modell einer Lichtbogenofenanlage eines Stahlwerks	388
S. Szpor:	Transmission Line with Transverse Quasi-Continuous Compensation	396
	Idée d'une ligne de transport d'énergie électrique avec compensation transversale quasi-continue	397
	Grundsätze für eine Übertragungs-Freileitung mit einer quasisteter Querkompensation	398
J. Prokop:	Mathematical Description of d.c. Machines by Space States Method	413
	Description mathématique des machines à courant continu à l'aide de la méthode d'espace des états	413
	Mathematische Darstellung von Gleichstrommaschinen unter Anwendung der Zustandsraummethode	414
R. Biało brzeski:	Certain Error of Measurement of Random Signals' Mean Power	429
	Certain error de mesure de puissance moyenne des signaux aléatoires	429
	Über einen Messfehler bei Bemessung der mittleren Leistung stochastischer Signale	430
L. Gronau:	An Error Analysis of Tape-Recorded Data Signals with Speed Variations in Tape Transport	448
	Etude des déformations du signal enregistré sur la bande menée avec la vitesse variable	448
	Studium über Verzerrungen eines auf ein Band mit Geschwindigkeitsschwankungen aufgenommenen Signals	449
M. Zientalski:	Dynamic Properties of Automatic Level Control for Multiple Transmission Systems	466
	Propriétés dynamique des dispositifs de réglage automatique de niveau pour les systèmes mul-	

tiplex de télétransmission	466
Dynamisches Verhalten von automatischen Pegelregelungs-Vorrichtungen in Multiplex-Übertragungssystemen	466
M. Zientalski: Transient Processes in Level Controlling Trains	485
Processus de transmission dans un train de régulateurs de niveau	485
Einschwingvorgänge in einer Pegelreglerkette	486

СОДЕРЖАНИЕ

Я. Пурчиньски: Использование метода разделения переменных для анализа магнитных полей	251
Б. Вольцак: Эффективность модифицированных итерационных методов Ньютона в анализе статического режима электронных схем	264
А. Цихоцки, С. Осовски: Синтез многополосников в многоканальной структуре РС с усилителями напряжения	281
Р. Бернацки: Синтез двухполосников RC содержащих конденсаторы с потерями	296
Г. Панканин, Т. Вежбича: Резонансо-дифференциальный метод измерения емкости с большими потерями	305
В. Степович: Интерпретация вольтамперных характеристик кремниевого $p-n$ перехода при обратном смещении	313
Б. Моэшке, М. Стабровски: Проблемы аппроксимации вольтамперных характеристик туннельных диодов	331
Э. Байорек: Распределение токов трансформатора при несимметрии питания и нагрузки	349
М. Стегнер-Демс: Анализ математических моделей синхронного двигателя с точки зрения стабильности работы	372
А. Курбель: Математическая модель сталеплавильной дуговой печи	388
С. Шпор: Идеи передаточной линии с поперечной квазинепрерывной компенсацией	398
Я. Прокоп: Математическое описание машин постоянного тока методом пространства состояний	414
Р. Бялобжески: О некоторой погрешности измерения средней мощности случайных сигналов	430
Л. Гронау: К вопросу искажений записи сигнала на ленте с непостоянной скоростью хода	449
М. Зентальски: Динамические свойства устройств автоматической регулировки уровня для телетрансмиссионных многократных систем	467
М. Зентальски: Переходные процессы в цепи регуляторов уровня	486

Wytyczne dla Autorów

Komitet Redakcyjny prosi o przestrzeganie następujących wytycznych przy opracowywaniu maszynopisów artykułów nadsyłanych do opublikowania.

1. *Tematyka, charakter i oryginalność artykułów.* „Rozprawy Elektrotechniczne” są przeznaczone do ogłaszania prac naukowych wchodzących w zakres szeroko pojętej elektrotechniki, zwłaszcza jeżeli traktują one omawiane zagadnienia w sposób możliwie kompletny i zmierzają do osiągnięcia celu informacyjno-dydaktycznego. W związku z tym publikowane prace mogą być w mniejszym lub większym stopniu pracami nieoryginalnymi, jeśli chodzi o treść w nich zawartą, co nie zwalnia Autorów od obowiązku ujęcia tematu w sposób oryginalny. Twórczy wkład Autora może polegać wówczas np. na: porównaniu opisywanych teorii, metod lub systemów, krytycznej ich ocenie, wyciągnięciu własnych wniosków co do celowości takiego lub innego działania, zastosowaniu własnej klasyfikacji zagadnień, prognostyce itp. W szczególności „Rozprawy” ogłaszają takie prace naukowe, które zawierają: analizę porównawczą teorii, metod lub systemów, syntetyczne ujęcia określonego zagadnienia naukowego, omówienie obecnego stanu wybranego działu elektrotechniki, omówienie jego postępów lub tendencji rozwojowych itp.

2. *Wymagania ogólne.* Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie, w dwóch egzemplarzach. Maszynopis powinien być napisany jednostronnie przez czarną taśmę, na maszynie do pisania z niezabrudzonymi i nieuszkodzonymi znakami. Dopuszcza się odręczne czytelne uzupełnianie lub pisanie atramentem albo długopisem kolorem czarnym lub ciemnoniebieskim znaków specjalnych oraz znaków w językach, których alfabetów nie ma na maszynach do pisania, np. znaków matematycznych, chemicznych, liter greckich. Maszynopis powinien być napisany na papierze do maszyn do pisania koloru białego formatu A4; numeracja ciągła na wszystkich kartkach.

3. *Sposób pisania tekstu.* Tekst w maszynopisie powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjowania (rozstrzelania), podkreślania i pisania tekstów dużymi literami. Proponowane wyróżnienia Autor może wprowadzić do maszynopisu (zwykłym ołówkiem) za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych (podkreślenie linią przerywaną — spacjowanie, podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa itp.). Na jednej kartce maszynopisu powinno być 30 wierszy po około 60 znaków łącznie z odstępami. Marginesy każdej kartki powinny mieć następujące wymiary: górny — ok. 25 mm, lewy — ok. 35 mm. Tekst maszynopisu powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami; tytuły i podtytuły małymi literami. Akapity należy rozpoczynać z wcięciem równym trzem uderzeniom maszyny do pisania.

4. *Sposób pisania tablic.* Tablice w maszynopisie powinny być napisane w układzie zbliżonym do układu zecerskiego. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi; u góry każdej tablicy podać tytuł.

5. *Sposób pisania wzorów matematycznych.* Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi: strzałki, linie, kropki, daszki itp. powinny być napisane dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

6. *Przygotowanie materiału ilustracyjnego.* Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać zgodnie z obowiązującymi normami, na oddzielnych arkuszach, z podaniem kolejnych numerów rysunków. W maszynopisie artykułu na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku, a na oddzielnym arkuszu wykaz podpisów pod rysunki. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.). U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, tytuł pracy i nazwisko autora. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.

7. **Streszczenia.** Do każdej nadsyłanej pracy należy dołączyć krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim (w 5 egz.) oraz streszczenia w językach obcych: angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim. W razie niemożności przygotowania streszczeń w językach obcych Autor powinien przynajmniej podać niezbędną do wykonania tłumaczenia obcojęzyczną terminologię.

8. **Literatura.** Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury wymieniając w następującej kolejności: pierwsze litery imion, nazwisko autora, po czym po przecinku pełny tytuł dzieła lub artykułu; dalej, w przypadku książki — wydawcę, miejsce wydania i rok, a w przypadku artykułu — tytuł czasopisma, numer zeszytu, rok wydania i ewent. numer strony. Pozycje wykazu powinny być ponumerowane.

Uwagi

1. Niezastosowanie się Autora do podanych wyżej wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostatecznych materiałów do postaci wymaganej przez Redakcję.

2. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egz. odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze Autor może zamówić w Redakcji na własny koszt.

3. **Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem Redakcji.**

4. W przypadku gdy publikacja została opracowana w ramach realizacji problemu rządowego lub węzłowego prosimy o powiadomienie Redakcji o tym, z podaniem nazwy problemu badawczego. Takie artykuły będą publikowane w pierwszej kolejności.

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXIV · ZESZYT 3

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1978

RADA REDAKCYJNA

Przewodniczący

prof. dr hab. JANUSZ GROSZKOWSKI — członek rzeczywisty PAN

Członkowie

prof. dr hab. LUDWIK BADIAN — członek korespondent PAN, prof.
TADEUSZ CHOLEWICKI — członek korespondent PAN, prof. dr AN-
DRZEJ JELLONEK, doc. dr ZDZISŁAW KACHLICKI, prof. dr hab.
TADEUSZ KACZOREK, prof. dr LEONARD KNOCH, doc. dr ANDRZEJ
KUSY, prof. JAN MANITIUS, prof. dr WITOLD NOWICKI, prof. dr WI-
TOLD ROSIŃSKI — członek korespondent PAN, prof. dr JERZY
SEIDLER — członek korespondent PAN, doc. dr RYSZARD SIKORA,
prof. dr hab. JANUSZ TUROWSKI, prof. dr STEFAN WĘGRZYN —
członek rzeczywisty PAN

REDAKCJA

Redaktor naczelny

prof. dr WITOLD NOWICKI

Zastępca redaktora naczelnego

prof. dr hab. TADEUSZ KACZOREK

Sekretarz odpowiedzialny

red. JANINA MATHEISEL

ADRES REDAKCJI

00-661 Warszawa, Plac Jedności Robotniczej 1
Politechnika, Instytut Telekomunikacji, Gmach Elektroniki, pok. 471

Dyżury Redakcji: poniedziałki i czwartki, godz. 11-13
tel. 28 89 81 lub 210 07-737

Telefony domowe: redaktor naczelny — 17 37 03
zastępca redaktora naczelnego — 44 88 34
sekretarz odpowiedzialny — 33 84 97

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Młódzowa 10

Nakład 690 (590+100)	Oddano do składania 4.II.1978 r.
Ark. wyd. 22,25, ark. druk. 17,25	Podpisano do druku w lipcu 1978 r.
Papier druk. sat. kl. III, 71 g. 70×100	Druk ukończono w lipcu 1978 r.
Zamówienie nr 230/78	Cena zł 40.— S-103 /

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

Analiza układu pojemnościowo-rezystancyjnego mostka podwójnie równoważonego

ANDRZEJ ZBORUCKI (Wrocław)

Instytut Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej

Otrzymano 10.2.1977

Przedmiotem rozważań jest układ podwójnie równoważonego mostka rezystancyjno-pojemnościowego zastosowanego po raz pierwszy przez A. M. Thompsona do komparacji wzorców. Celem pracy było znalezienie algorytmu postępowania, który prowadziłby do równowagi układu drogą zmiany wartości pulsacji napięcia zasilającego układ. Sens takiego postępowania polega na możliwości komparowania wzorców o stałej wartości, a więc o maksymalnej stabilności. Zadanie rozwiązano analizując pracę układu w stanie bliskim równowagi. Wprowadzone zostały wzory — w postaci zespolonej — na wartość napięć nierównowagi obu części układu mostka. Analiza otrzymanych wzorów pozwoliła zaproponować trzy różne algorytmy postępowania, prowadzące do uzyskania równowagi mostka drogą zmiany wartości pulsacji napięcia zasilającego układ.

INDEKS STOSOWANYCH OZNACZEŃ

- $\underline{U}$ — wartość napięcia zasilającego części A i B układu mostka (wg rys. 3),
- K — przekładnia napięciowa dzielnika indukcyjnego,
- $\underline{U}_C$ — wartość napięcia pomocniczego zasilającego układ mostka,
- $\underline{U}_{Co}$ — wartość napięcia pomocniczego $\underline{U}_C$, przy której układ mostka jest w równowadze,
- $\underline{U}_{CA}$ — wartość napięcia pomocniczego $\underline{U}_C$, przy której część A mostka jest w równowadze,
- $\underline{U}_{CB}$ — wartość napięcia pomocniczego $\underline{U}_C$, przy której część B mostka jest w równowadze,
- $\underline{U}_{CR}$ — rzeczywista wartość wektora napięcia pomocniczego $\underline{U}_C$ w trakcie równoważenia układu,
- V_A — wartość napięcia na detektorze w części A układu mostka,
- V_B — wartość napięcia na detektorze w części B układu mostka,
- ΔV_A — wartość napięcia na detektorze w części A układu mostka, gdy $\Delta V_A \ll \underline{U}$,
- ΔV_B — wartość napięcia na detektorze w części B układu mostka, gdy $\Delta V_B \ll \underline{U}$,
- α' — krotność napięcia $\underline{U}$ określająca część rzeczywistą różnicy wektorów $\underline{U}_{Co} - \underline{U}_C$,
- α'' — krotność napięcia $\underline{U}$ określająca część urojoną różnicy wektorów $\underline{U}_{Co} - \underline{U}_C$,
- α'_A — krotność napięcia $\underline{U}$ określająca część rzeczywistą różnicy wektorów $\underline{U}_{Co} - \underline{U}_{CA}$,
- α'_B — krotność napięcia $\underline{U}$ określająca część rzeczywistą różnicy wektorów $\underline{U}_{Co} - \underline{U}_{CB}$,
- α''_A — krotność napięcia $\underline{U}$ określająca część urojoną różnicy wektorów $\underline{U}_{Co} - \underline{U}_{CA}$,

α_B'' — krotność napięcia $\underline{U}$ określająca część urojoną różnicy wektorów $\underline{U}_{Co} - \underline{U}_{CB}$,
 ω — wartość pulsacji napięcia zasilającego układ mostka,

ω_0 — wartość pulsacji napięcia zasilającego, przy której układ mostka jest w równowadze,

$$\delta_\omega = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0},$$

ω_A — wartość pulsacji napięcia zasilania, przy której uzyskano równowagę części A układu,

ω_B — wartość pulsacji napięcia zasilania, przy której uzyskano równowagę części B układu,

$$\delta_{\omega A} = \frac{\omega_A - \omega_0}{\omega_0},$$

$$\delta_{\omega B} = \frac{\omega_B - \omega_0}{\omega_0},$$

C_1, C_3 — wartości wzorców pojemności, komparowanych w układzie mostka,

R_2, R_4 — wartości wzorców rezystancji, komparowanych w układzie mostka,

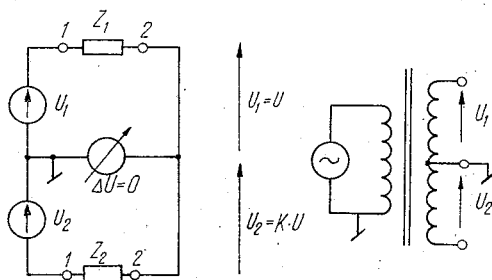
C_φ — wartość kondensatora pomocniczego służącego do uzyskania równowagi fazowej układu,

$$\Delta\alpha_\varphi = \omega C_\varphi R_4.$$

1. WPROWADZENIE

Do określenia relacji wartości dwu wzorców impedancji tej samej wielkości stosowane są obecnie najchętniej mostki transformatorowe. Wynika to z zalet tych układów, z których najważniejsze to:

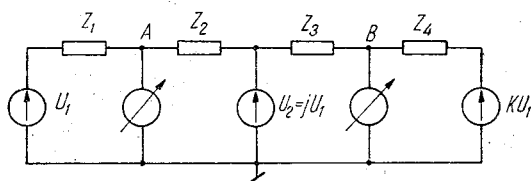
- duża stabilność i dokładność określenia przekładni K układu mostka, realizowanej najczęściej w postaci przekładni napięciowej przy użyciu dzielnika indukcyjnego (rys. 1);
- przekładnia K — z zasady działania — wyraża się liczbą rzeczywistą, co pozwala na porównanie wzorców o tym samym charakterze;
- możliwość pomiaru wzorców w układzie symetrycznym z uzyskaniem wyrównania potencjału jednego z zacisków wzorca i jego ekranu;
- duża czułość układów z dzielnikami indukcyjnymi.



Rys. 1. Porównanie wartości wzorców impedancji tej samej wielkości przy użyciu mostka transformatorowego

Zgodność kierunków wektorów napięć dzielnika indukcyjnego, korzystna przy porównaniach wzorców o tym samym charakterze, stanowi przeszkodę przy porównaniach wzorców, których przesunięcie fazowe wynosi $\pi/2$, na przykład wzorców rezystancji i pojemności. Do uzyskania, w tym przypadku, równowagi układu konieczne jest wzajemne przesunięcie wektorów obu napięć przekładni napięciowej o kąt $\pi/2$. Znane rozwiązania układowe nie pozwalają jednak uzyskać dużej dokładności określenia przekładni.

Punktem zwrotnym było podanie przez Thompsona [1] zasady mostka podwójnie równoważonego. Idea mostka polega na połączeniu i niezależnym równoważeniu dwu części układu (rys. 2) o napięciach z przesunięciem fazowym równym $\pi/2$. Symetria takich



Rys. 2. Schemat ideowy mostka podwójnie równoważonego

układów sprawia, że stosowane w nich napięcie zasilania jU_1 ma jedynie charakter pomocniczy; jest ono konieczne do zrównoważenia układu, lecz jego wartość nie musi być znana przy obliczaniu wartości wzorców. Warunek równowagi układu z rys. 2 ma postać

$$\frac{Z_1 Z_4}{Z_2 Z_3} = K.$$

Układ mostka podwójnie równoważonego ma wszystkie dodatnie cechy układów transformatorowych, a umożliwia porównywanie wzorców o przesunięciu fazowym równym $\pi/2$. Analizę możliwości układowych tego typu mostków podali A. Millea i P. Ilie w 1969 r. [2]. Wśród układów wyróżnia się opisany przez Thompsona układ komparacji (rys. 3) wzorców pojemności i rezystancji (komparacja C-R). Składa się na to waga zagadnienia bezpośredniej komparacji wzorców pojemności o wartościach określonych w odniesieniu do absolutnego wzorca pojemności z podstawowymi wzorcami dla prądu stałego — wzorcami rezystancji. Z drugiej strony decydują o tym szczególne walory tego typu układu, wynikające z faktu małej wartości współczynników resztkowych komparowanych wzorców.

Wzory dla układu komparacji wzorców pojemności i rezystancji (rys. 3) są następujące

$$\omega_0^2 R_2 R_4 C_3 C_4 = K,$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_4 = \varphi_\varphi,$$

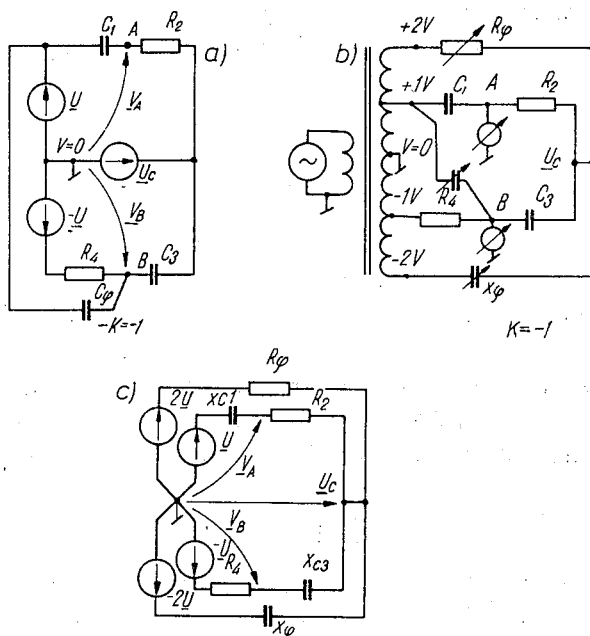
gdzie:

$\varphi_1 \dots \varphi_4$ — kąty przesunięć fazowych dla wzorców pojemności i rezystancji,

$\varphi_\varphi = \omega_0 C_\varphi R_4$ — kąt fazowy będący wynikiem wprowadzenia do układu pojemności C_φ (rys. 3).

Równoważenie mostków podwójnie równoważonych jest trudne. Dla układu komparacji C-R istnieją następujące znane sposoby doprowadzenia do równowagi układu:

1. przy ustalonej pulsacji ω i przekładni napięciowej K — przez regulację jednego z wzorców R lub C w części A i B układu oraz doprowadzenie do równowagi fazowej przez regulację kondensatora C_φ ;
2. przy ustalonej pulsacji ω i przekładni napięciowej K — zrównoważenie części B układu przez zmianę wartości napięcia źródła pomocniczego $\underline{U}_c$, zrównoważenie części A przez regulację wartości jednego z wzorców R_4 lub C_3 oraz spełnienie warunku fazowego przez regulację kondensatora C_φ .



Rys. 3. Mostek podwójnie równoważony do komparacji wzorców pojemności i rezystancji
a) schemat ideowy mostka, b) schemat praktycznej realizacji układu, c) analizowany układ mostka

W obu przypadkach następuje zmiana wartości użytych w komparacji wzorców. W układzie komparowane są wartości średnich geometrycznych wzorców pojemności i rezystancji. Żądanym rezultatem pomiaru jest natomiast wartość tych wzorców lub ich średnich arytmetycznych. Różne wartości obu wzorców rezystancji lub pojemności stanowią źródło dodatkowego błędu. Regulacja wartości wzorców zmniejsza również ich stabilność i powoduje kłopoty związane z koniecznością zapewnienia dostatecznej rozróżnialności zmian wartości. Opisane sposoby równoważenia prowadzą do niezależnego równoważenia części A i B układu.

Analiza wzorców na równowagę sugeruje możliwość zrównoważenia drogą regulacji wartości częstotliwości napięcia zasilania i wyrównania przesunięć fazowych za pomocą kondensatora C_φ . Postępowanie takie pozwala korzystać z wzorców o stałej wartości, wyrównanych wstępnie z dużą dokładnością. Gdy komparowane wzorce nie różnią się więcej niż setne części procentu, konieczna zmiana częstotliwości jest też tego rzędu. Zmiany — w danym przedziale regulacji częstotliwości — efektywnej wartości pojemności i rezystancji, spowodowane istnieniem kątów fazowych φ wzorców, są pomijalne, gdy

kąty te są mniejsze od 10^{-3} radiana. Dopuszcza to niewielkie zmiany wartości częstotliwości w trakcie równoważenia układu.

Równoważenie mostka przez zmianę wartości częstotliwości f jest dla obu części układu zależne. Doprowadzenie do równowagi wymaga stosowania odpowiedniego algorytmu postępowania. W publikacji opisano opracowany algorytm postępowania oraz sposób analizy układu, w wyniku którego algorytm ten otrzymano.

2. ANALIZA UKŁADU MOSTKA

Analizowany układ mostka przedstawia rys. 3c. Dla podanych oznaczeń otrzymuje się

$$\underline{U}_C = \left(\frac{U}{X_1 + R_2} + \frac{2U}{R_\varphi} - \frac{2U}{X_\varphi} - \frac{U}{R_4 + X_3} \right) \frac{1}{\frac{1}{X_1 + R_2} + \frac{1}{X_3 + R_4} + \frac{1}{X_\varphi} + \frac{1}{R_\varphi}},$$

$$\underline{U}_C = \frac{R_\varphi X_\varphi (X_3 + R_4 - X_1 - R_2) + 2(X_1 + R_2)(X_3 + R_3)(X_\varphi - R_\varphi)}{(X_1 + R_2 + X_3 + R_4)X_\varphi R_\varphi + (X_\varphi + R_\varphi)(X_1 + R_2)(X_3 + R_4)} \underline{U}. \quad (1)$$

Wzory na wartości napięć na detektorach toru A i B mostka są następujące

$$\underline{V}_A = \frac{\underline{U}_C - \underline{U}}{X_1 + R_2} X_1 + \underline{U}, \quad (2)$$

$$\underline{V}_B = \frac{\underline{U}_C + \underline{U}}{X_3 + R_4} R_4 - \underline{U}. \quad (3)$$

Mostek służy do porównań wzorców o znanych wartościach i tym samym jest w stanie bliskim równowagi. Stosunki napięć nierównowagi — oznaczonych w tym przypadku przez $\Delta \underline{V}_A$ i $\Delta \underline{V}_B$ — do napięcia $\underline{U}$ zasilającego mostek są tego samego rzędu wartości co klasa niedokładności porównywanych wzorców. Fakt ten pozwala na korzystanie z rachunku różniczkowego. W każdym z napięć nierównowagi $\Delta \underline{V}_A$ i $\Delta \underline{V}_B$ można wyróżnić składowe napięcia nierównowagi wynikające z istniejącej różnicy wartości pulsacji ω od pulsacji ω_0 stanu równowagi mostka, różnicy wartości napięcia $\underline{U}_C$ od napięcia $\underline{U}_{C0}$ stanu równowagi, oraz różnej wartości kondensatora C_φ w stosunku do wartości $C_{\varphi 0}$ w chwili równowagi mostka

$$\Delta \underline{V}_A = \Delta \underline{V}_{A\omega} + \Delta \underline{V}_{AUC} + \Delta \underline{V}_{AC\varphi}, \quad (4)$$

$$\Delta \underline{V}_B = \Delta \underline{V}_{B\omega} + \Delta \underline{V}_{BUC} + \Delta \underline{V}_{BC\varphi}. \quad (5)$$

Poszczególne składowe napięcia $\Delta \underline{V}_A$ i $\Delta \underline{V}_B$ można obliczyć ze wzorów

$$\Delta \underline{V}_{A\omega} \approx \frac{\partial \underline{V}_A}{\partial \omega} \Delta \omega; \quad \Delta \underline{V}_{AUC} \approx \frac{\partial \underline{V}_A}{\partial \underline{U}_C} \Delta \underline{U}_C; \quad \Delta \underline{V}_{AC\varphi} \approx \frac{\partial \underline{V}_A}{\partial C_\varphi} \Delta C_\varphi, \quad (6)$$

$$\Delta \underline{V}_{B\omega} \approx \frac{\partial \underline{V}_B}{\partial \omega} \Delta \omega; \quad \Delta \underline{V}_{BUC} \approx \frac{\partial \underline{V}_B}{\partial \underline{U}_C} \Delta \underline{U}_C; \quad \Delta \underline{V}_{BC\varphi} \approx \frac{\partial \underline{V}_B}{\partial C_\varphi} \Delta C_\varphi, \quad (7)$$

przy czym

$$\Delta \omega = \omega - \omega_0; \quad \Delta \underline{V}_C = \underline{V}_C - \underline{V}_{C0}; \quad \Delta C_\varphi = C_\varphi - C_{\varphi 0}. \quad (8)$$

Przy obliczaniu pochodnych korzysta się z zależności

$$\frac{\partial X}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{1}{j\omega C} \right) = -\frac{1}{j\omega^2 C} = -\frac{X}{\omega}. \quad (9)$$

Gdy różnice wartości wzorców są na poziomie 0,01% można przyjąć

$$X_1 = X_3 = X_\varphi = X; \quad R_2 = R_4 = R_\varphi = R. \quad (10)$$

Założenie równości modułów impedancji daje

$$\frac{X}{R} = -j,$$

a stąd

$$\frac{X^2}{R^2} = -1, \quad \frac{X^4}{R^4} = 1, \quad \frac{X^6}{R^6} = -1, \quad (11)$$

$$\frac{X^3}{R^3} = j, \quad \frac{X^5}{R^5} = -j.$$

Różniczkowanie zależności (2) względem ω oraz uwzględnienie zależności (10) prowadzi do wzoru

$$\frac{\partial V_A}{\partial \omega} = \frac{\frac{\partial U_C}{\partial \omega}}{X+R} X + \frac{U_{Co}}{X+R} \frac{\partial X}{\partial \omega} - \frac{(U_{Co}-U)X}{X+R} \frac{\partial X}{\partial \omega}. \quad (12)$$

Przy uwzględnieniu zależności (10) wyrażenie (1) ma postać

$$U_{Co} = \frac{2(X^2 - R^2)}{2XR + (X+R)^2} U, \quad (13)$$

a po podzieleniu licznika i mianownika przez R^2 i wprowadzeniu zależności (11)

$$U_{Co} = -jU. \quad (14)$$

Różniczkowanie (13) względem ω z równoczesnym uwzględnieniem (9) prowadzi do wzoru

$$\frac{\partial U_C}{\partial \omega} = -8U \frac{1}{\omega_0} \frac{X^3 R + X^2 R^2 + X R^3}{X^4 + 18X^2 R^2 + 8X^3 R + 8X R^3 + R^4}, \quad (15)$$

z którego uwzględniając (11) otrzymano

$$\frac{\partial U_C}{\partial \omega} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\omega_0} U. \quad (16)$$

Podstawiając (16) i (11) do (12) otrzymuje się

$$\frac{\partial V_A}{\partial \omega} = -\frac{1}{4} (1-5j) \frac{1}{\omega_0} U. \quad (17)$$

Wprowadzenie (17) do pierwszego wyrażenia w (6) daje

$$\Delta V_A = -\frac{1}{4} (1-5j) \frac{\Delta \omega}{\omega_0} U = \frac{1}{4} (-1+5j) \delta_w U. \quad (18)$$

Analogicznie otrzymuje się

$$\Delta \underline{V}_B = \frac{1}{4}(1-3j)\delta_w \underline{U}. \quad (19)$$

Różniczkowanie (2) względem $\underline{U}_C$ i uwzględnienie (10) i (11) daje

$$\frac{\partial \underline{V}_A}{\partial \underline{U}_C} = \frac{X}{X+R} = \frac{1}{2}(1-j), \quad (20)$$

do podstawionego do drugiego wyrażenia w (6)

$$\Delta \underline{V}_{AvC} = \frac{1}{2}(1-j)\Delta \underline{U}_C = \frac{1}{2}(1-j)(\alpha' + j\alpha'')\underline{U}, \quad (21)$$

gdzie przyrost $\Delta \underline{U}_C$ wyrażono jako krotność $(\alpha' + j\alpha'')$ napięcia $\underline{U}$.

Analogicznie wyprowadza się wzór

$$\Delta \underline{V}_{BvC} = \frac{1}{2}(1+j)(\alpha' + j\alpha'')\underline{U}. \quad (22)$$

Dołączenie kondensatora C_φ do rezystora R_4 (rys. 3a) jest równoważne zmianie impedancji gałęzi 4 mostka

$$\underline{Z}_4 = \frac{R_4 \frac{1}{j\omega C_\varphi}}{R_4 + \frac{1}{j\omega C_\varphi}},$$

skąd przy założeniu, że $\omega^2 R_4^2 C_\varphi^2 \ll 1$ otrzymuje się

$$\underline{Z}_4 = R_4 - j\omega C_\varphi R_4^2.$$

Skutkiem wprowadzenia do układu pojemności C_φ jest zmiana wartości w gałęzi rezystora R_4 o urojony przyrost ΔR_4 równy

$$\Delta R_4 = -j\omega C_\varphi R_4^2. \quad (23)$$

Analogicznie zmiana spowodowana przyrostem ΔC_φ wyraża się wzorem

$$\Delta R_4' = -j\omega R_4^2 \Delta C_\varphi = -j\omega R_4 \Delta \alpha_\varphi, \quad (24)$$

gdzie: $\Delta \alpha_\varphi = \omega \Delta C_\varphi R_4$.

Z trzeciego wyrażenia w (6) otrzymuje się

$$\Delta \underline{V}_{AC\varphi} = \frac{\partial \underline{V}_A}{\partial C_\varphi} \Delta C_\varphi = \frac{\partial \underline{V}_A}{\partial R_4} \Delta R_4' = \frac{\partial \underline{V}_A}{\partial R_4} (-j\omega \Delta C_\varphi R_4^2) = \frac{\partial \underline{V}_A}{\partial R_4} (-j\Delta \alpha_\varphi R_4^2). \quad (25)$$

Pochodną $\frac{\partial \underline{V}_A}{\partial R_4}$ oblicza się z wyrażenia (2)

$$\frac{\partial \underline{V}_A}{\partial R_4} = \frac{\frac{\partial \underline{U}_C}{\partial R_4}}{X_1 + R_2} X_1. \quad (26)$$

Różniczkowanie (1) względem R_4 przy uwzględnieniu (10) i (11) daje

$$\frac{\partial \underline{U}_C}{\partial R_4} = \frac{1}{4R} \underline{U}(-1+2j). \quad (27)$$

Zestawienie wyników (26) i (27) i wykorzystanie (10) i (11) prowadzi do wzoru

$$\frac{\partial \underline{V}_A}{\partial R_4} = \frac{1}{8R} \underline{U}(1+3j), \quad (28)$$

który podstawiony do (25) daje ostatecznie

$$\Delta \underline{V}_{AC\varphi} = \frac{1}{8} \underline{U} \Delta \alpha_{\varphi} (3-j). \quad (29)$$

Analogicznie otrzymuje się

$$\Delta \underline{V}_{BC\varphi} = -\frac{1}{8} \underline{U} \Delta \alpha_{\varphi} (3+j). \quad (30)$$

Z wyrażeń (4), (18), (21), (29) oraz (5), (19), (22), (30) otrzymuje się wyrażenia

$$\Delta \underline{V}_A = \underline{U} \left[\frac{1}{4} (-1+5j) \delta_{\omega} + \frac{1}{2} (1-j) (\alpha' + j\alpha'') + \frac{1}{8} \Delta \alpha_{\varphi} (3-j) \right], \quad (31)$$

$$\Delta \underline{V}_B = \underline{U} \left[\frac{1}{4} (1-3j) \delta_{\omega} + \frac{1}{2} (1+j) (\alpha' + j\alpha'') - \frac{1}{8} \Delta \alpha_{\varphi} (3+j) \right]. \quad (32)$$

W przypadku, gdy przy równoważeniu układu korzysta się z detektora reagującego na wartości modułów napięć $\Delta \underline{V}_A$ lub $\Delta \underline{V}_B$, konieczne jest obliczenie, ze wzorów (31) i (32), kwadratów modułów napięć

$$|\Delta \underline{V}_A|^2 = U^2 \left\{ \left[-\frac{1}{4} \delta_{\omega} + \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha'') + \frac{3}{8} \Delta \alpha_{\varphi} \right]^2 + \left[\frac{5}{4} \delta_{\omega} + \frac{1}{2} (-\alpha' + \alpha'') - \frac{1}{8} \Delta \alpha_{\varphi} \right]^2 \right\}, \quad (33)$$

$$|\Delta \underline{V}_B|^2 = U^2 \left\{ \left[\frac{1}{4} \delta_{\omega} + \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha'') - \frac{3}{8} \Delta \alpha_{\varphi} \right]^2 + \left[-\frac{3}{4} \delta_{\omega} + \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha'') - \frac{1}{8} \Delta \alpha_{\varphi} \right]^2 \right\}. \quad (34)$$

W dalszych rozważaniach należy uwzględnić, że równoważenie układu może nastąpić przez zmianę częstotliwości, wartości napięcia pomocniczego $\underline{U}_c$ (jego składowych α' i α'') oraz zmianę wartości kondensatora C_{φ} z tym, że znane są częstotliwość i pojemność C_{φ} , nie są natomiast znane wartości α' i α'' . W pierwszym rzędzie trzeba więc znaleźć zależności wiążące α' i α'' z δ_{ω} i $\Delta \alpha_{\varphi}$.

Każde z napięć $\Delta \underline{V}_A$ i $\Delta \underline{V}_B$ można przez regulację α' i α'' doprowadzić do wartości zerowej (lecz nie jednocześnie). Ponieważ dojście do stanu równowagi mostków prądu zmiennego polega na wyznaczeniu minimum funkcji napięcia błędu, wskazuje to na sposób dalszego postępowania. Pochodne zależności (33) i (34) odpowiednio po α' i α'' prowadzą do wyznaczenia tych parametrów przy równowadze, oddzielnie części A oraz części B układu.

Układ A

$$\frac{\partial |\Delta \underline{V}_A|^2}{\partial \alpha'} = 0, \quad \text{stąd} \quad \alpha'_A = \frac{3}{2} \delta_{\omega} - \frac{1}{2} \Delta \alpha_{\varphi}, \quad (35)$$

$$\frac{\partial |\Delta \underline{V}_A|^2}{\partial \alpha''} = 0, \quad \text{stąd} \quad \alpha''_A = -\delta_{\omega} - \frac{1}{4} \Delta \alpha_{\varphi}. \quad (36)$$

Układ B

$$\frac{\partial |\Delta V_B|^2}{\partial \alpha'} = 0, \quad \text{stąd} \quad \alpha'_B = \frac{1}{2} \delta_\omega + \frac{1}{2} \Delta \alpha_\varphi, \quad (37)$$

$$\frac{\partial |\Delta V_B|^2}{\partial \alpha''} = 0, \quad \text{stąd} \quad \alpha''_B = \delta_\omega - \frac{1}{4} \Delta \alpha_\varphi. \quad (38)$$

Dla wartości α'_A i α''_A zostaje zrównoważona część A układu ($\underline{V}_A = 0$), lecz część B pozostaje niezrównoważona. Dla wartości α'_B i α''_B będzie odwrotna sytuacja.

3. METODA OKREŚLENIA PULSACJI RÓWNOWAGI ω_0 UKŁADU DROGĄ KOMPENSACJI CZĘŚCI RZECZYWISTEJ NAPIĘĆ NIERÓWNOWAGI MOSTKA

Punktem wyjścia jest sprawdzenie, jaka jest wartość napięcia ΔV_B w stanie, gdy część A układu jest zrównoważona. W tym celu obliczone wartości (35) i (36) należy podstawić do wzoru (32)

$$\Delta V_B = \frac{1}{2} \underline{U} [3\delta_\omega - \Delta \alpha_\varphi - j(\delta_\omega + \Delta \alpha_\varphi)]. \quad (39)$$

Analogicznie przy zrównoważeniu — dla tej samej wartości pulsacji ω — części B układu z wzorów (37), (38) oraz (31) otrzymuje się

$$\Delta V_A = \frac{1}{2} \underline{U} [\delta_\omega + \Delta \alpha_\varphi + j(3\delta_\omega - \Delta \alpha_\varphi)]. \quad (40)$$

Suma części rzeczywistych obu napięć

$$R_e \Delta V_A + R_e \Delta V_B = \frac{1}{2} \underline{U} 4\delta_\omega = 2\underline{U} \delta_\omega \equiv U_p. \quad (41)$$

Pamiętając, że: $\delta_\omega = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ oraz $U_p \ll |\underline{U}|$ dochodzi się do wzoru

$$\omega_0 = \omega \frac{1}{1 + \frac{U_p}{2\underline{U}}} \approx \omega \left(1 - \frac{U_p}{2\underline{U}} \right). \quad (42)$$

Z kolei różnica części rzeczywistych obu napięć prowadzi do wyznaczenia wartości kąta ΔC_φ

$$\Delta \alpha_\varphi = \frac{1}{2\underline{U}} (3R_e \Delta V_A - R_e \Delta V_B); \quad (43)$$

stąd zgodnie z zapisem (24)

$$\Delta C_\varphi = \frac{1}{2\underline{U} \omega R_4} (3R_e \Delta V_A - R_e \Delta V_B).$$

Tok postępowania przy korzystaniu z powyższej metody jest następujący:

1) równoważenie — przez zmianę napięcia $\underline{U}_C$ — części A ($\Delta V_A = 0$);

- 2) pomiar części rzeczywistej napięcia ΔV_B przez kompensację na minimum za pomocą szeregowo włączonego z detektorem wielodekadowego dzielnika napięcia zasilanego napięciem $\underline{U}$;
- 3) powtórzenie czynności z p. 1 i 2 dla części B i A (odwrotna kolejność);
- 4) obliczenie wartości ω_0 i ΔC_φ i regulacja układu na te wartości;
- 5) gdy równowaga nie została w pełni osiągnięta należy czynności powtórzyć według punktów 1÷4.

4. METODA OKREŚLENIA PULSACJI RÓWNOWAGI ω_0 UKŁADU DROGĄ POMIARU PULSACJI RÓWNOWAGI CZĘŚCI A I B UKŁADU

Zrównoważenie — dla danej pulsacji $\omega \neq \omega_0$ — części A układu za pomocą zmiany wartości napięcia $\underline{U}_C$ pozostawia niezrównoważoną część B układu. Jeżeli teraz przez zmianę pulsacji napięcia zasilania doprowadzić do minimum napięcia nierównowagi połówki B , to odpowiada to zapisowi, w którym różniczka $\frac{\partial}{\partial \omega}$ wyrażenia (34) na moduł napięcia nierównowagi części B układu ma wartość zerową.

Otrzymuje się

$$\frac{\partial |\Delta V_B|^2}{\partial \omega} = 0,$$

stąd

$$\frac{5}{4} \delta \omega_\beta - \frac{1}{2} \alpha' - \alpha'' = 0. \quad (44)$$

Do wyrażenia (44) można podstawić obliczone ze wzorów (35) i (36) wartości α' i α'' pod warunkiem, że doda się poprawki korekcyjne, wynikające z faktu zmiany wartości pulsacji między operacjami zrównoważenia części A układu (zmiana wartości α' i α'') oraz części B układu (zmiana wartości częstotliwości). Poprawki uwzględniają fakt zamiany wartości α' i α'' w trakcie zmian częstotliwości napięcia zasilającego układ. Wartości poprawek otrzymuje się drogą podstawienia zależności (16) do definicyjnej równości

$$\Delta \underline{U}_C = (\alpha' + j\alpha'') \underline{U} = \frac{\partial \underline{U}_C}{\partial \omega} \Delta \omega,$$

co daje

$$(\alpha' + j\alpha'') \underline{U} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\omega_0} \underline{U} \Delta \omega.$$

Skąd wartości poprawek

$$\alpha' = -\frac{1}{2} \frac{\Delta \omega}{\omega_0}, \quad (45)$$

$$\alpha'' = 0.$$

Podstawienie (45) oraz (35) i (36) do (44) daje

$$\delta_{\omega_B} = \frac{2}{5} \left(\frac{3}{2} \delta_{\omega} - \frac{1}{2} \frac{\Delta \omega}{\omega_o} - \frac{1}{2} \Delta \alpha_{\varphi} \right) + \frac{4}{5} \left(-\delta_{\omega} - \frac{1}{4} \Delta \alpha_{\varphi} \right). \quad (46)$$

Uwzględniając zależności

$$\delta_{\omega_B} = \frac{\omega_B - \omega_o}{\omega_o}; \quad \delta_{\omega} = \frac{\omega - \omega_o}{\omega_c}; \quad \frac{\Delta \omega}{\omega_o} = \frac{\omega_B - \omega}{\omega_o},$$

otrzymuje się

$$3\omega_B = 3\omega_o - \omega_o \Delta \alpha_{\varphi}. \quad (47)$$

Nie zmieniając wartości częstotliwości należy teraz doprowadzić do równowagi część B układu drogą zmiany wartości napięcia $\underline{U}_C$. Z kolei minimalizacja napięcia niezrównoważenia części A — przez zmianę wartości częstotliwości — prowadzi ze wzoru (33) do analogicznego do (44) wzoru

$$\frac{\partial |\Delta V_A|^2}{\partial \omega} = 0,$$

stąd

$$\frac{13}{4} \delta_{\omega_A} - \frac{3}{2} \alpha' + \alpha'' - \frac{1}{2} \Delta \alpha_{\varphi} = 0. \quad (48)$$

Podstawiając wyrażenia (37) i (38) oraz poprawki (45) otrzymuje się

$$\frac{13}{4} \delta_{\omega_A} = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \delta_{\omega_B} - \frac{1}{2} \frac{\Delta \omega}{\omega_o} + \frac{1}{2} \Delta \alpha_{\varphi} \right) - \left(\delta_{\omega_B} - \frac{1}{4} \Delta \alpha_{\varphi} \right) + \frac{1}{2} \Delta \alpha_{\varphi}.$$

Uwzględniając zależności

$$\delta_{\omega_A} = \frac{\omega_A - \omega_o}{\omega_o}; \quad \delta_{\omega_B} = \frac{\omega_B - \omega_o}{\omega_o}; \quad \frac{\Delta \omega}{\omega_o} = \frac{\omega_A - \omega_B}{\omega_o},$$

otrzymuje się

$$8\omega_A = 7\omega_o + \omega_B + 3\omega_o \Delta \alpha_{\varphi}. \quad (49)$$

Rozwiązanie równań (47) i (49) prowadzi do ostatecznego rezultatu

$$\omega_o = \frac{\omega_A + \omega_B}{2}, \quad (50)$$

$$\Delta \alpha_{\varphi} = 3 \frac{\omega_A - \omega_B}{\omega_A + \omega_B}, \quad (51)$$

Rezultat ten jest wynikiem określonego algorytmu postępowania, który można w skrócie zapisać:

- 1) zrównoważenie części A — przez zmianę wartości napięcia $\underline{U}_C$;
- 2) minimalizowanie — przez zmianę wartości częstotliwości — napięcia niezrównoważenia części B układu; zapis wartości pulsacji ω_B ;
- 3) zrównoważenie, przy niezmiennionej pulsacji, części B układu za pomocą zmiany wartości napięcia $\underline{U}_C$;

- 4) minimalizowanie — przez zmianę wartości częstotliwości — napięcia niezrównoważenia części A układu; zapis wartości pulsacji ω_A ;
- 5) obliczenie pulsacji ω_0 ; zrównoważenie układu dla tej pulsacji za pomocą zmiany napięcia $\underline{U}_C$ i zmiany wartości kondensatora C_φ .

Gdy równowaga nie została w pełni osiągnięta należy czynności w punktach 1÷5 powtórzyć wychodząc z obliczonej ze wzoru (50) przybliżonej wartości pulsacji.

5. METODA OKREŚLENIA PULSACJI RÓWNOWAGI ω_0 UKŁADU DROGĄ POMIARU ZMIAN SKŁADOWEJ UROJONEJ NAPIĘCIA POMOCNICZEGO $\underline{U}_C$

W przypadku, gdy stosowany układ umożliwia pomiary zmian α' składowej urojonej napięcia pomocniczego $\underline{U}_C$, można skorzystać ze wzorów (35) i (37) dla obliczenia wartości pulsacji ω_0 . Wartości α'_A i α'_B obliczone z równości

$$\alpha'_A = \frac{3}{2} \delta_\omega - \frac{1}{2} \Delta \alpha_\varphi,$$

$$\alpha'_B = \frac{1}{2} \delta_\omega + \frac{1}{2} \Delta \alpha_\varphi,$$

wyrażają przyrosty liczone w odniesieniu do wektora napięcia $\underline{U}_{C0}$, przy którym układ jest w równowadze. Mierzy się natomiast przyrosty składowej urojonej α'_{Ap} oraz α'_{Bp} — w odniesieniu do rzeczywistej wartości wektora napięcia $\underline{U}_{Cr}$. Różnica α_r — składowej urojonej — obu napięć $\underline{U}_{C0}$ i $\underline{U}_{Cr}$ odpowiednio uzupełnia zmierzone wartości α'_{Ap} i α'_{Bp}

$$\alpha'_A = \alpha'_{Ap} + \alpha_r = \frac{3}{2} \delta_\omega - \frac{1}{2} \Delta \alpha_\varphi,$$

$$\alpha'_B = \alpha'_{Bp} - \alpha_r = \frac{1}{2} \delta_\omega + \frac{1}{2} \Delta \alpha_\varphi;$$

stąd otrzymuje się

$$\delta_\omega = \frac{\alpha'_{Ap} + \alpha'_{Bp}}{2}$$

i ostatecznie

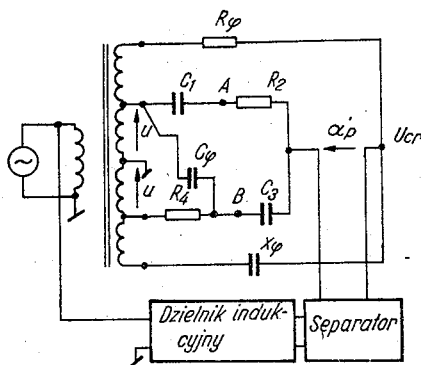
$$\omega_0 = \frac{\omega}{1 + \frac{\alpha'_{Ap} + \alpha'_{Bp}}{2}}, \quad (52)$$

Należy zauważyć, że składowa urojona napięcia $\underline{U}_C$ odpowiada składowej rzeczywistej napięcia podstawowego $\underline{U}$. Sugeruje to sposób pomiaru składowych α'_{Ap} i α'_{Bp} przez użycie wielodekadowego dzielnika indukcyjnego z galwaniczną separacją obwodu wejściowego i wyjściowego. Układ pomiarowy przedstawiono na rys. 4.

Kolejność czynności przy stosowaniu opisanej metody jest następująca:

- 1) przy ustalonej pulsacji ω zrównoważenie części A układu drogą regulacji wartości napięcia pomocniczego $\underline{U}_C$ za pomocą zmiany wartości napięcia uzyskiwanego z dzielnika indukcyjnego; zapis składowej równowagi α'_{Ap} ;

- 2) przy niezmiennionej pulsacji ω zrównoważenie w analogiczny sposób części B układu i zapis składowej α'_{BP} ,
- 3) obliczenie pulsacji ω_o ;
- 4) gdy równowaga nie została w pełni osiągnięta, należy powtórzyć czynności według punktów 1 i 2 podstawiając $\omega = \omega_o$.



Rys. 4. Schemat układu mostka z pomocniczym wielodekadowym dzielnikiem indukcyjnym umożliwiającym pomiar składowych α'_{Ap} i α'_{BP} napięcia $\underline{U}_C$

6. PODSUMOWANIE

Celem wykonanej analizy było udowodnienie, że możliwe jest opracowanie algorytmu prowadzącego do zrównoważenia rezystancyjno-pojemnościowego mostka podwójnie równoważonego drogą regulacji wartości pulsacji napięcia zasilającego mostek. Algorytmy postępowań opisane w rozdziałach 3, 4, 5 (i oznaczone dalej numerami rozdziałów) mają za punkt wyjścia wyprowadzone w rozdziale 2 wzory (31...34). Informacje konieczne do wyznaczenia wartości pulsacji równowagi układu uzyskuje się dwoma sposobami:

- 1) przez pomiary — przy stałej wartości pulsacji — odpowiednich składowych napięć kolejno równoważonych obu części układu mostka (algorytmy 3 i 5);
- 2) przez pomiary wartości pulsacji napięcia zasilania dającej kolejno równowagę obu części mostka (algorytm 4).

Sposób pierwszy wymaga dodatkowego osprzętu w postaci wielodekadowego indukcyjnego dzielnika napięcia, za pomocą którego następuje kompensacja składowych rzeczywistych napięć nierównowagi mostka (algorytm 3) lub zmiana składowych rzeczywistych napięcia pomocniczego $\underline{U}_C$ (algorytm 5). Sposób drugi (algorytm 4) nie wymaga dodatkowego osprzętu, a techniczna realizacja układu dla otrzymania napięcia pomocniczego $\underline{U}_C$ (rys. 3) może być prostsza.

Podstawową tezę jest założenie możliwości doprowadzenia do zrównoważenia układu przez zmianę wartości pulsacji napięcia, dlatego oczywiste jest założenie, że tor zasilania układu pozwala, z dostateczną rozróżnialnością, na zmianę wartości pulsacji napięcia. W algorytmie 4 korzysta się z tego założenia.

LITERATURA

1. A. M. Thompson, *An absolute determination of resistance based on a calculable standard of capacitance*, Metrologia, Nr 1, 1968, v. 4, s. 1—7.
2. A. Millea, P. Ilie, *A class of double-balance quadrature bridges for the intercomparison of three-terminal resistance, inductance and capacitance standards*, Metrologia, Nr 1, 1969, v. 5, s. 14—20.

A. ZBORUCKI

AN ANALYSIS OF THE CAPACITANCE-RESISTANCE DOUBLE-BALANCED BRIDGE

Summary

The paper discusses the system of a capacitance-resistance double-balanced bridge which was applied for the first time to the comparison of standards by A. M. Thompson. The aim of the analysis was to find a procedure algorithm which would lead to the system balance through a change of the value of the pulsation of voltage feeding the bridge. The use of such a procedure is to make it possible to compare the standards with a constant value and thus with maximum stability.

The problem was solved by analysing the operation of the system in a state approximating equilibrium. Formulas, in a complex form, have been derived for the values of unbalanced voltages of both parts of the bridge system. The analysis of the formulas made it possible to suggest three different algorithms of procedures in order to obtain the bridge equilibrium through a change of the pulsation of voltage feeding the bridge.

A. ZBORUCKI

ANALYSE DU SYSTÈME D'UN PONT DE RÉISTANCES CAPACITIVES AU DOUBLE ÉQUILIBRAGE

Résumé

L'objet de l'étude est un système d'un pont de résistances capacitives au double équilibrage appliqué pour la première fois par A. M. Thompson pour la comparaison des étalons. L'étude se pose pour but de trouver un algorithme du procédé, qui mènerait à équilibrer le système, par le changement de la valeur de pulsation de la tension alimentant le système. La conduite pareille s'explique par la possibilité de comparer les étalons à valeur constante, c'est à dire à stabilité maximale. On a réussi à résoudre le problème en analysant le travail du système dans l'état proche de celui d'équilibre. On a déduit les formules — sous forme générale — de la valeur des tensions du déséquilibre des deux parties du système du pont. L'analyse des formules obtenues a permis de proposer trois différents algorithmes du procédé, permettant d'obtenir l'équilibre du pont par le changement de la valeur de pulsation de la tension alimentant le système.

A. ZBORUCKI

ANALYSE EINES KAPAZITÄTS-RESISTANZ-SYSTEMS
BEI EINER DOPPELT AUSGEWUCHTETEN BRÜCKE

Zusammenfassung

Gegenstand der Erwägungen ist ein System einer doppelt ausgewuchteten Kapazitäts-Resistanz-Brücke, die zum ersten Mal von A. M. Thompson zur Komparation von Modellen angewandt worden ist. Die durchgeführten Arbeiten bezweckten die Bestimmung eines Verfahrensalgorithmus, der zu einem Gleichgewicht in System führe, und zwar auf dem Wege einer Wertänderung der Pulsation der Speises-

pannung, was wiederum darauf abzielt, Modelle mit stabilem Wert, also maximal stabile Modelle kompensieren zu können. Die Aufgabe wurde auf diese Weise gelöst, daß Verhalten des Systems in einem dem Gleichgewicht angenäherten Zustand analysiert worden ist. Es wurden Formeln in Komplexgestalt abgeleitet, die den Spannungswert des Ungleichgewichts beider Brückenteile des Systems berücksichtigen. Die Analyse der gewonnenen Formeln gestattet, drei verschiedene Verfahrungsalgorithmen vorzuschlagen, die zum Erlangen des Gleichgewichts der Brücken auf dem Wege der Wertverstärkung der Pulsation der Speisespannung für das System führen.

А. ЗБОРУЦКИ

АНАЛИЗ СХЕМЫ ЕМКОСТНО-РЕЗИСТАНСНОГО МОСТА С ДВОЙНЫМ УРАВНОВЕШИВАНИЕМ

Р е з ю м е

Рассматривается схема емкостно-резистансного моста с двойным уравновешиванием, примененного впервые А. М. Томпсоном для выверки эталонов. Целью труда является нахождение алгоритма процесса ведущего к уравновешиванию схемы путем изменения пульсации напряжения питания схемы. Целесообразность такого процесса заключается в возможности выверки эталонов с постоянными номинальными значениями, а тем самым с максимальной стабильностью. Задание решено анализируя поведение схемы в состоянии близком к уравновешенному. Выведены формулы — в комплексном виде — определяющие значение неравновесия обеих частей схемы моста. Анализ полученных формул позволил предложить три различных алгоритма процесса ведущего к получению уравновешения моста путем изменения значения частоты напряжения питания схемы.

Some Conception of Fault Diagnosis in Analog Electronic Circuits

ROMUALD ZIELONKO (SOPOT), ANDRZEJ KRÓLIKOWSKI (GDAŃSK), JERZY HOJA (GDAŃSK)

Instytut Technologii Elektronicznej Politechniki Gdańskiej

The paper received 27.1.1977

The paper presents a new conception of fault diagnosis of analog electronic circuits. It lies in suitable partitioning of the network under test into mutually electrically isolated subnetworks, which can be tested separately. Main topics related to the proposed conception are presented: a technique of electrical isolation of subnetworks, conditions for diagnosability of subnetworks and an example of multiple fault-diagnosis method.

1. INTRODUCTION

The modularization of modern electronic equipment and an increasing complexity of modules as well as a fast production rate create the necessity of automatic fault-diagnosis.

The present systems for fault-diagnosis of analog electronic modules (PCB) are based on checking their individual components [1, 2, 3]. Unfortunately they require an access to internal nodes of the circuit under test with the aid of multi-pin contact adapters that results in decrease of system flexibility and reliability.

These disadvantages stimulate interest in what is referred to as input/output test methods (e.g. [4, 5, 6, 7]¹⁾) that enable fault diagnosis by using external terminals only. However they are insufficiently applicable for testing analog electronic modules because of the following reasons:

1. these methods need an assumption that only one fault may occur,
2. they involve enormous calculating difficulties.

The increase in the size of the modules under test causes a rapid increase of calculating difficulties and computer requirements.

The purpose of this paper is to present a new conception of production testing that enables a practical application of the input/output fault-diagnosis methods.

The conception consists in suitable partitioning of the network under test into mutually electrically isolated subnetworks, which can be tested separately. The method of electrical isolation between the subnetworks was originally invented by the authors [10] and lies in equalization of measurement potentials at both nodes of the network branch which is to be disconnected.

¹⁾ An exhaustive bibliography of fault-diagnosis methods is included in papers [6, 8, 9].

The presented conception has the following advantages:

1. The numerical difficulty range decreases as a result of the decrease of the network complexity.
2. Single-fault assumption becomes more real and therefore some of the input/output fault-diagnosis method, based on this assumption, become more applicable.
3. It is possible to partition the network under test into easily diagnosable linear subnetworks via isolating them from nonlinear elements.
4. It is possible to test isolated active elements (e.g. operational amplifiers) in their normal operating conditions.

In subsequent sections of the paper we present the main topics related to the proposed conception: a technique of partitioning, two necessary and one sufficient conditions for diagnosability of two-terminal networks and the method of multiple-fault diagnosis.

2. THE TECHNIQUE OF PARTITIONING

The essential idea of this technique is presented in Fig. 1, where the example of partitioning of a network under test in two subnetworks is shown. A voltage follower, connected to three internal nodes of the network, transfers the potential of node 1 to node 2. If the follower gain is near to one, then the voltage on impedance Z_{12} (potential difference between nodes 1 and 2) is near zero. Hence the current drawing through impedance Z_{12} is near zero. Thus electrical disconnection of branch 1, 2 and separation of subnetwork I from subnetwork II take place. Subnetwork I can be tested independently from subnetwork II.

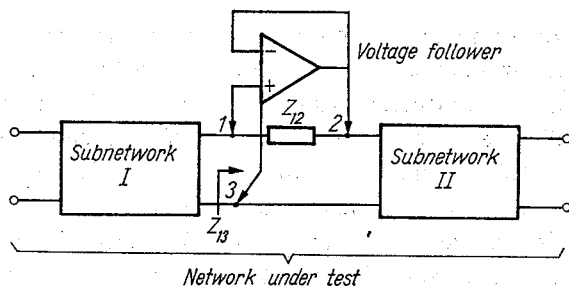


Fig. 1. Scheme illustrating the technique of electrical disconnection of networks

between nodes 1 and 2) is near zero. Hence the current drawing through impedance Z_{12} is near zero. Thus electrical disconnection of branch 1, 2 and separation of subnetwork I from subnetwork II take place. Subnetwork I can be tested independently from subnetwork II.

Impedance Z_{12} being seen from the side of subnetwork I is given by

$$Z_{13} = Z_{tr} || Z_{fi}, \quad (1)$$

where:

Z_{tr} — impedance transferred from the branch to be disconnected and subnetwork II,
 Z_{fi} — input impedance of the follower.

Transfer impedance Z_{tr} is given by

$$Z_{tr} = \frac{Z_{12}}{1-K}, \quad (2)$$

where K — voltage gain of the follower.

It is seen from relations (1) and (2) that if $Z_{12} \neq 0$, then

$$\lim_{K \rightarrow 1} Z_{13} = Z_{fi}.$$

In practice follower input impedance Z_{fi} may be very high (of order $G\Omega$).

Impedance Z_{23} being seen from the side of subnetwork II is given by

$$Z_{23} = \frac{Z_{12}}{1 - 1/K} \parallel Z_{fo}, \quad (3)$$

where Z_{fo} — output impedance of the follower.

If $K \rightarrow 1$, then $Z_{23} \rightarrow Z_{fo}$; subnetwork II sees the output impedance of the follower.

The proposed technique can be applied to partitioning of passive networks as well as active ones. In many instances an access to only two internal points of the network is sufficient; the follower terminal 3 can be connected to the earthed terminal of the network input or output. Subnetworks can be tested on DC as well as by means of AC signals with different shapes. In the last case, the phase shift of the voltage follower substantially influences the disconnecting efficiency. It is convenient to illustrate the magnitude of this influence with the aid of admittance notation.

Assuming that

$$K = |K|e^{j\varphi}, \quad \frac{1}{Z_{12}} = Y_{12} = G_{12} + jB_{12}, \quad \frac{1}{Z_{tr}} = G_{tr} + jB_{tr}$$

we get from equality (2)

$$G_{tr} = G_{12}(1 - |K|\cos\varphi) + B_{12}|K|\sin\varphi. \quad (4)$$

It is seen that in this case, the high disconnecting efficiency ($G_{tr} = 0$, $B_{tr} = 0$) is obtained when two conditions $|K| = 0$ and $\varphi = 0$ are satisfied. When $|K|$ is close to 1 and φ is close but not equal to 0, then admittance $Y_{tr} \cong -jY_{12}\sin\varphi$ is transferred on the follower input.

In the case of application of the proposed technique to partitioning DC network, the follower offset voltage influences the disconnecting efficiency. This influence is illustrated by the following expression

$$Z_{tr} = \frac{Z_{12}}{1 - K + \frac{\varepsilon_o}{V_i}}, \quad (5)$$

where:

ε_o — offset voltage of the follower,

V_i — voltage of node i .

It must be emphasized that in practice the phase shift and the offset voltage of the follower are easily kept within the boundaries guarantying high efficiency of the proposed technique.

This technique has been verified and applied in the realized diagnostic systems [2, 3, 11] with a very good result.

3. CONDITIONS FOR DIAGNOSABILITY OF NETWORKS

The conception of the network partitioning creates the problem of suitable selection of partitioning points so that the subnetworks obtained be easily diagnosable on the element level of diagnosis. In order to make the choice of partitioning points, we define the theoretical diagnosability of the network (following the concept of network-element-value solvability given by Berkowitz [12]) as the ability to determine uniquely values of all the unknown elements of the network, and we present new conditions for solvability of two-element-kind two-terminal networks.

3.1. Statement of the problem and previous works

We assume that the network topology (circuit configuration) is known and some of its nodes (terminals) are available for application of stimuli and measurements.

Definition 1. A network is said to be diagnosable if and only if the value of each of its component elements is uniquely determinable from the network behaviour as seen from its external (available nodes).

The externally observable behaviour of passive, lumped, linear network with N available nodes is completely described by a set of $N(N-1)/2$ admittance functions [12]. The admittance functions may be determined with measurements taken as voltage and/or current responses to sinusoidal stimuli of specified frequencies.

It is well known that when the element values are considered as the unknowns and the measurements are taken as constants, the relations obtained become a system of nonlinear equations [12]. Therefore the network diagnosability is equivalent to the solvability of this system of equations.

The concept of the theoretical diagnosability of the network (originally called network-element-value solvability) was first introduced by Berkowitz [12] who stated the following theorem.

Theorem 1. Necessary condition for the diagnosability of a network containing n_r resistors, n_l inductors and n_c capacitors is that the following inequalities must be satisfied

$$n_r \leq Q(1 + n_l + n_c), \quad (6)$$

$$n_l \leq Q(1 + n_c + n_r), \quad (7)$$

$$n_c \leq Q(1 + n_r + n_l), \quad (8)$$

where Q is a number of independent network impedance functions.

For the network with N available nodes $Q = N(N-1)/2$.

Further conditions for the diagnosability of single-element-kind networks were derived by Bedrosian and Berkowitz [13], Bedrosian [14] and Ewen and Lempel [15]. However, even in the case of single-element-kind networks, a complete set of necessary and sufficient conditions for unique determination of the network element values is still unknown. In the next section we present new necessary conditions for the diagnosability of two-terminal two-element-kind networks.

3.2. Conditions for the Diagnosability of Two-Terminal Two-Element-Kind Networks

The first necessary condition for the diagnosability of two-terminal two-element-kind (say RC) network results from relations (6) and (8), if we notice that $Q = 1$ and $n_l = 0$.

Corollary 1. The necessary condition for the diagnosability of two-terminal network containing n_r resistors and n_c capacitors is

$$|n_r - n_c| \leq 1. \quad (9)$$

The next two theorems state stronger necessary conditions for the diagnosability in terms of specific topological properties of the network.

First we prove the following lemma.

Lemma 1. The impedance function $Z(s)$ of two-terminal RC network is given by

$$Z(s) = \frac{a_0 + a_1 s + \dots + a_{m-p_c} s^{m-p_c}}{p_r b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m}, \quad (10)$$

where:

a_i, b_j are real numbers,

s is a complex variable,

$p_r = 1$ ($p_c = 1$) if there is a path of resistors (capacitors) between terminals and

$p_r = 0$ ($p_c = 0$) if there is not.

Proof It is well known that the impedance of RC one-port is the rational function of a complex frequency variable of the form

$$Z(s) = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 s + \dots + \alpha_l s^l}{\beta_0 + \beta_1 s + \dots + \beta_m s^m}, \quad (\alpha_l \neq 0, \beta_m \neq 0, \alpha_0^2 + \beta_0^2 \neq 0) \quad (11)$$

having for $s = 0$ and $s = \infty$ roots or poles of the order not greater than one.

If there is a path of capacitors from one terminal of one-port to another ($p_c = 1$), then $Z(s)$ has a simple root at $s = \infty$ so that $l = m - 1$. If there is not a capacitor path, then $Z(s)$ has a finite value (not equal to zero) at $s = \infty$ so that $l = m$. Therefore we can write

$$l = m - p_c. \quad (12)$$

Analogically, we can prove that $\beta_0 = 0$ if and only if $p_r = 0$.

Therefore if we write

$$\beta_0 = p_r b_0,$$

$$l = m - p_c,$$

$$\beta_i = b_i \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\alpha_j = a_j \quad \text{for } j = 0, 1, \dots, l,$$

then relation (11) becomes equivalent to relation (12).

Q.E.D.

Theorem 2. The necessary condition for the diagnosability of two-terminal network containing n_r resistors and n_c capacitors is

$$n_r - n_c = p_r - p_c, \quad (13)$$

where $p_r = 1$ ($p_c = 1$) if there is a path of resistors (capacitors) from one terminal to another and $p_r = 0$ ($p_c = 0$) if there is not.

Proof. From lemma 1 it follows that the impedance function $Z(s)$ of two-terminal RC network is of the form

$$Z(s) = \frac{a_0 + a_1 s + \dots + a_{m-p_c} s^{m-p_c}}{p_r b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m}.$$

When the network element values are considered as the unknowns and the coefficients a_i , b_j of rational function $Z(s)$ are taken as constants (calculated from measurements), the relations obtained become a system of $2m - p_c + p_r$ nonlinear equations with $n_r + n_c$ unknowns. Thus the necessary condition for the solvability of such a system of equations is

$$n_r + n_c = 2m - p_c + p_r. \quad (14)$$

It is well known that both the numerator and the denominator of $Z(s)$ are linear functions of every capacitance and conductance. Thus the highest degree of s is not greater than the number of capacitors, namely

$$m \leq n_c. \quad (15)$$

Similarly we can prove that

$$n_r \geq m - p_c + p_r. \quad (16)$$

From relations (14) and (15) we have

$$n_c - n_r = 2n_c - (n_c + n_r) \geq 2m - (2m - p_c + p_r) = p_c - p_r$$

and from relations (14) and (16) we have

$$n_c - n_r = (n_c + n_r) - 2n_r \leq (2m - p_c + p_r) - 2(m - p_c + p_r) = p_c - p_r$$

that results in equation (13).

Q.E.D.

Example 1. An impedance function of the two-terminal RC-network (fig. 2) is given by

$$Z(s) = \frac{a_0 + a_1 s}{1 + b_1 s + b_2 s^2},$$

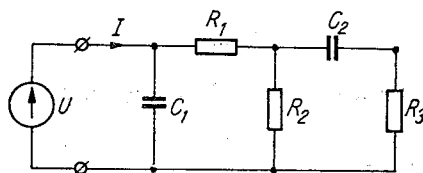


Fig. 2. Example of five-element undiagnosable two-terminal RC network

where:

$$a_0 = R_1 + R_2,$$

$$a_1 = C_2(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1),$$

$$b_1 = C_1(R_1 + R_2) + C_2(R_2 + R_3),$$

$$b_2 = C_1 C_2(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1).$$

As there are four independent coefficients in the impedance function $Z(s)$ and as a result there are four equations with five unknowns, it is clear that the network is not diagnosable.

The same result may be obtained from theorem 2 without calculation of the network impedance function $Z(s)$, if one notices that the necessary condition (13) is not satisfied. Note that the appropriate necessary condition (9) for diagnosability given by Berkowitz is satisfied and so no information may be derived from it.

Theorem 3. The necessary condition for the diagnosability of a two-terminal RC-network with n_m independent meshes and n_v internal nodes is

$$n_m - n_v = p_r + p_c. \quad (17)$$

Proof. The impedance function $Z(s)$ given by (10) may be obtained by dividing an appropriate minor of the node admittance matrix by the determinant of this matrix. The minor is a determinant having n_v rows and n_v columns with elements of the form $G + sC$. Therefore the highest degree of s in the numerator of $Z(s)$ cannot be greater than n_v , namely

$$n_v \geq m - p_c. \quad (18)$$

Similarly, if we define $Z(s)$ as a ratio of a determinant of the mesh impedance matrix and its minor, then we can prove that

$$n_m \geq m + p_r. \quad (19)$$

It is well known from the graph theory that $n_m = n_r + n_c - n_v$, thus by comparing with the equation (14) we have

$$n_v + n_m = 2m - p_c + p_r. \quad (20)$$

From relations (18), (19) and (20) we obtain

$$n_m - n_v = p_r + p_c. \quad \text{Q.E.D.}$$

Example 2. Now we use the last theorem to check the diagnosability of a two-terminal RC-network of fig. 3. Since $n_m = 4$, $n_v = 4$, $p_c = 1$, $p_r = 1$, then the necessary condition

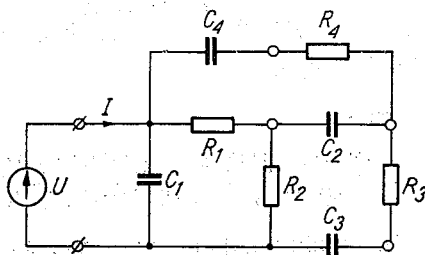


Fig. 3. Example of eight-element undiagnosable two-terminal RC network

(17) is not satisfied, so that the network is not diagnosable. Note that the necessary conditions stated by corollary 1 and theorem 2 are satisfied and so no information about the diagnosability of the considered network can be derived from them.

Theorem 4. The sufficient condition for diagnosability of a two-element-kind two-terminal network is that its graph be of Cauer's canonic form.

Proof. It is known that the behaviour of a two-terminal network is described by its impedance function $Z(s)$. On the other hand the values of impedance coefficients can be determined from measurement taken at network terminals [16].

Therefore in order to prove the diagnosability of a two-terminal-network, it suffices to prove that the values of its elements can be determined from the values of its impedance function coefficients.

Let us consider a one-port in fig. 4. For any natural number n we have $p_r = p_c = 0$, thus following lemma 1 we state that impedance function $Z_n(s)$ is of the form

$$Z_n(s) = \frac{N_n(s)}{D_n(s)} = \frac{a_0^{(n)} + a_1^{(n)}s + \dots + a_n^{(n)}s^n}{b_1^{(n)}s + \dots + b_n^{(n)}s^n}. \quad (21)$$

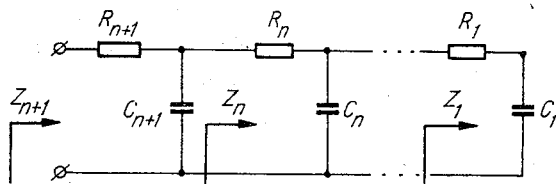


Fig. 4. Ladder RC one-port

We carry out the proof by the method of mathematical induction. When $n = 1$, we have

$$Z_1(s) = \frac{a_0^{(1)} + a_1^{(1)}s}{b_1^{(1)}s} = \frac{1 + C_1 R_1 s}{C_1 s}$$

Hence $C_1 = b_1^{(1)}$ and $R_1 = \frac{a_1^{(1)}}{b_1^{(1)}}$ and for $n = 1$ the assertion of the theorem holds.

Now, let the theorem be true for all natural numbers not exceeding n , so that the values of parameters R_k, C_k ($k = 1, 2, \dots, n$) may be determined by the values of coefficients $a_k^{(n)}, b_k^{(n)}$ ($k = 1, 2, \dots, n$) of the impedance function $Z_n(s)$. We will show that the theorem also holds true for the natural number $n+1$.

For the one-port of fig. 4 we have

$$Z_{n+1}(s) = R_{n+1} + \frac{1}{sC_{n+1} + \frac{1}{Z_n(s)}} = \frac{N_n(s) + R_{n+1}D_n(s) + sR_{n+1}C_{n+1}N_n(s)}{D_n(s) + sC_{n+1}N_n(s)}. \quad (22)$$

On the other hand we may write

$$Z_{n+1}(s) = \frac{a_0^{(n+1)} + a_n^{(n+1)}s + \dots + a_n^{(n+1)}s^n + a_{n+1}^{(n+1)}s^{n+1}}{b_1^{(n+1)}s + \dots + b_n^{(n+1)}s^n + b_{n+1}^{(n+1)}s^{n+1}}. \quad (23)$$

By substituting relation (21) for equality (23) and by comparison with equality (22) we get

$$\begin{aligned} a_0^{(n+1)} &= a_0^{(n)}, \\ a_k^{(n+1)} &= a_k^{(n)} + R_{n+1}(b_k^{(n)} + C_{n+1}a_{k-1}^{(n)}) \quad (k = 1, 2, \dots, n), \\ a_{n+1}^{(n+1)} &= R_{n+1}C_{n+1}a_n^{(n)}, \\ b_k^{(n+1)} &= b_k^{(n)} + C_{n+1}a_{k-1}^{(n)}, \quad (k = 1, 2, \dots, n), \\ b_{n+1}^{(n+1)} &= C_{n+1}a_n^{(n)}. \end{aligned} \quad (24)$$

From relations (24) we obtain

$$R_{n+1} = \frac{a_{n+1}^{(n+1)}}{b_{n+1}^{(n+1)}}, \quad C_{n+1} = \frac{b_{n+1}^{(n+1)}}{a_n^{(n)}} \quad (25)$$

and

$$\begin{aligned} a_k^{(n)} &= a_k^{(n+1)} - R_{n+1} b_k^{(n+1)} \quad (k = 1, 2, \dots, n), \\ b_k^{(n)} &= b_k^{(n+1)} - C_{n+1} a_{k-1}^{(n)}. \end{aligned} \quad (26)$$

The values R_{n+1} and C_{n+1} can be determined directly from relations (25). Since the values R_k, C_k ($k = 1, 2, \dots, n$) can be determined from the values of $a_k^{(n)}, b_k^{(n)}$ ($k = 1, \dots, n$) (by the induction hypothesis), then by using relations (26) they can be determined from the values of the coefficients $a_k^{(n+1)}, b_k^{(n+1)}$ ($k = 1, 2, \dots, n+1$) of the impedance function $Z_{n+1}(s)$. This completes the proof.

Q.E.D.

From relations (25) and (26) one can derive the following algorithm for calculating the network element values R_k, C_k

$$R_k = \frac{a_k^{(k)}}{b_k^{(k)}}, \quad C_k = \frac{b_k^{(k)}}{a_{k-1}^{(k-1)}} \quad (k = n, n-1, \dots, 1),$$

where

$$\begin{aligned} a_0^{(k-1)} &= a_0^{(k)} = 1, \\ a_l^{(k-1)} &= a_l^{(k)} - \frac{a_k^{(k)}}{b_k^{(k)}} b_l^{(k)} \quad (l = 1, 2, \dots, k-1), \\ b_l^{(k-1)} &= b_l^{(k)} - \frac{b_k^{(k)}}{a_{k-1}^{(k-1)}} a_{l-1}^{(k-1)}. \end{aligned}$$

The above algorithm is easily implementable in computer operated fault-diagnosis systems.

4. MULTIPLE-FAULT DIAGNOSIS METHOD

The partitioning of the network under diagnosis causes an increase of the likelihood of single-fault in the subnetworks and in consequence increases the application capability of the known input/output fault-diagnosis methods.

However in practice multiple faults in subnetworks cannot be fully excluded in this way. So an implementation of the proposed diagnosis conception requires the development of the methods of multiple-fault diagnosis.

Some research in this field has been carried on by the authors and some multiple-fault diagnosis methods have been developed. One of them has been presented in paper [16]. It is based on an analysis of time-domain steady-state responses of the network under diagnosis on the stimulation by a sequence of power function type signals. Another method is presented below.

In this method a multiple-fault diagnosis in RC and RL networks containing three or four elements is achieved by a measurement of network element parameters, by using two network terminals only. The terminals have to be taken in such a way that one-port obtained be of the Cauer's canonic form.

The measuring method in the case of the three-element network is illustrated by a block diagram in fig. 5. The measuring system is supplied from a sinusoidal generator with a con-

stant amplitude E and varying frequency. A I/U converter transforms admittance Y_x of the network under test into a complex voltage

$$U = EK \left(G_1 + \frac{1}{\frac{1}{G_2} + \frac{1}{j\omega C_3}} \right), \quad (27)$$

where K is the conversion coefficient.

Values of element admittances of the network containing three elements are measured in the following steps.

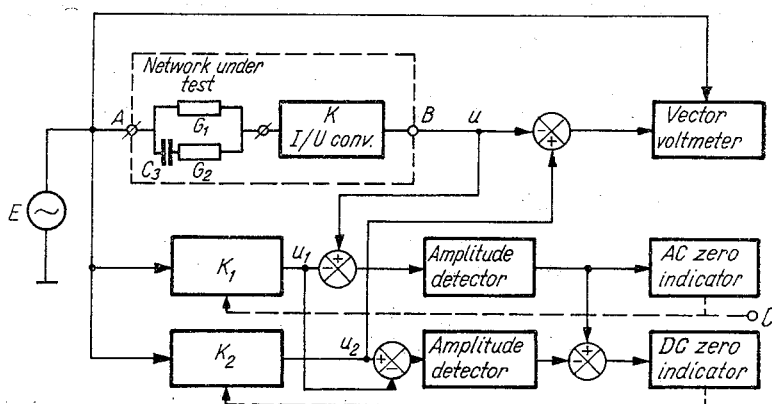


Fig. 5. Block diagram of system for measuring three-element network

First voltage U is compared with voltage U_1 taken from the output of the proportional block K_1 . The amplification factor K_1 is varied to make an amplitude of the differential voltage $U - U_1$ independent from the frequency. The value of this amplitude is given by

$$|U - U_1| = E \sqrt{\frac{2\omega^2 C_3 K}{G_2^2 + \omega^2 C_3^2} \left(KG_1 + \frac{1}{2} KG_2 - K_1 \right) + (K_1 - KG_1)^2}. \quad (28)$$

It is easy to see that if

$$K_1 = KG_1 + \frac{1}{2} KG_2,$$

then

$$|U - U_1| = EK_1 - EKG_1. \quad (29)$$

It means that the amplitude of differential voltage $U - U_1$ becomes independent from the frequency and consequently constant, that is indicated by AC zero-indicator.

Then the amplification factor K_2 is varied to make amplitudes of difference voltages $U - U_1$ and $U_1 - U_2$ equal that is indicated by DC zero-indicator.

Since

$$|U_1 - U_2| = EK_1 - EK_2, \quad (30)$$

then the equality of the left sides of equations (29) and (30) results in the equality of the right sides and in consequence

$$G_1 = \frac{1}{2} K_2 \quad \text{and} \quad U_2 = EK G_1. \quad (31)$$

Thus the value of conductance G_1 may be obtained from the scale of block K_2 .

Since equality (31) holds, then the difference voltage $U - U_2$ is given by

$$U - U_2 = \frac{EK}{\frac{1}{G_2} + \frac{1}{j\omega C_3}}.$$

This relation points that elements G_2 and C_3 may be measured by using a vector voltmeter.

The method may also be used for fault diagnosis of four-element networks.

For this purpose the part of the measurement system between node A and B (fig. 5) must be replaced by a subsystem given in fig. 6. In this case the differential voltage $U - U_1$ is given by equality

$$U - U_1 = E \frac{(KG_1 - K_1) + \frac{K}{\frac{1}{G_2} + \frac{1}{j\omega C_3}} + \frac{K_1}{j\omega\tau} \left(K_0 - \frac{\tau}{C_4} \right) \left(G_1 + \frac{1}{\frac{1}{G_2} + \frac{1}{j\omega C_3}} \right)}{1 - \frac{1}{j\omega\tau} \left(K_0 - \frac{\tau}{C_4} \right) \left(G_1 + \frac{1}{\frac{1}{G_2} + \frac{1}{j\omega C_3}} \right)}. \quad (32)$$

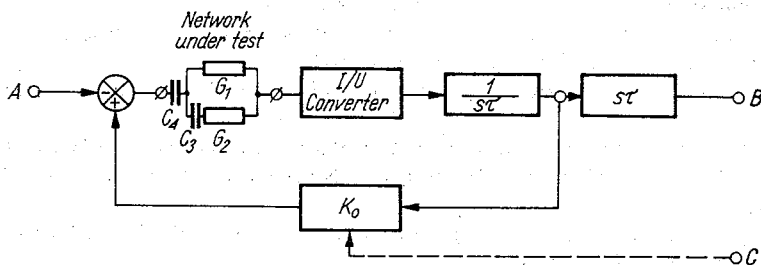


Fig. 6. Block diagram of subsystem for measuring four-element network

Now in the first step of the measurement the amplification factors K and K_1 are varied alternately in order to make amplitude of $U - U_1$ independent from the frequency and consequently constant that is indicated by AC zero-indicator as previously.

This takes place when the following two conditions are satisfied:

$$K_0 = \frac{\tau}{C_4} \quad \text{and} \quad K_1 = KG_1 + \frac{1}{2} KG_2. \quad (33)$$

If conditions (33) hold, then

$$|U - U_1| = E(K_1 - KG_1).$$

The next steps are the same as previously. Values of G_1 and C_4 are obtained from the scales of blocks K_2 and K respectively. Values G_2 and C_3 are measured by the vector voltmeter.

5. CONCLUSIONS

All the topics of the presented conception of fault diagnosis have been verified. The technique of network disconnecting has been applied in the realized diagnostic system. The direct convert method of multiple-fault identification has been searched on a hardware model [17]. Therefore the conception considered seems to be implementable in practical fault-diagnosis systems.

REFERENCES

1. *Automatic fault finding with FF 101*, a leaflet of Faultfinders Inc. Also in *Electronics*, 5 sept. 1974.
2. R. Zielonko, J. Hoja, *The autotester for diagnosis of electronic equipment*, Acta IMEKO, 1973, vol. 1.
3. R. Zielonko, J. Hoja, A. Królikowski, A. Szczypka, W. Tłaga, *Komputerowy system pomiarowy do diagnostycznej kontroli analogowych pakietów urządzeń elektronicznych*, *Pomiary Automatyka Kontrola*, vol. 23, no 2, 1977.
4. S. Seshu, R. Waxman, *Fault isolation in conventional linear systems — a feasibility study*, *IEEE Transactions on Reliability*, vol. R-15, 1966, pp. 11—16.
5. R. F. Garzia, *Fault isolation computer methods*, NASA Contractor Report, CR-1758, 1971.
6. R. F. Garzia, *Some methods for on-line detection and for diagnosis of continuous linear systems: a survey*, Symposium on Rational Fault Analysis, Texas, 1974.
7. R. Saeks, S. P. Singh, R. W. Liu, *Fault isolation via component simulation*, *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. CT-19, np. 6, 1972, no. 634—640.
8. H. Sriyananda, *Fault diagnosis in feedback control systems*, Ph. D. thesis, University of Wales, Cardiff 1972.
9. A. Królikowski, *Automatyczna diagnostyka uszkodzeń w analogowych układach elektronicznych*, proceedings of the 3rd Conference „Diagnostyka i Niezawodność Systemów”, Wrocław—Międzygórze, 1976.
10. R. Zielonko, J. Hoja, H. Wojciechowicz, Patent No 3927368 USA, No 2415392 West Germany, No 161757 Poland.
11. R. Zielonko, A. Królikowski, J. Hoja, *Fault identification in analog electronic modules with measurement at external terminals*, Proceedings of the 7th Congress of International Measurement Confederation (IMEKO VII), vol. 1, London 1976, pp. AQC(122)1-10.
12. R. S. Berkowitz, *Conditions for network-element-value solvability*, *IRE Transactions on Circuit Theory*, vol. CT-9, no. 2, 1962, pp. 24—29.
13. S. D. Bedrosian, R. S. Berkowitz, *Solution procedure for single-element-kind networks*, *IRE International Convention Records*, Pt. 2, 1962, pp. 16—24.
14. S. D. Bedrosian, *A simplified explicit solution of networks with two internal nodes*, *IEEE Transactions on Communications and Electronics*, vol. 71, 1964, pp. 219—224.
15. S. Even, A. Lempel, *On a problem of diagnosis*, *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. CT-14, 1967, pp. 361—364.
16. A. Królikowski, *Analiza pewnej metody diagnostyki uszkodzeń w analogowych układach elektronicznych*, *Archiwum Elektrotechniki*, vol. 26, no. 2, 1977, Also in the proceedings of conference „X Międzyuczelniana Narada Metrologów”, Szczecin 1975.
17. J. Hoja, *Układy pomiarowe elementów składowych dwójników trójelementowych*, proceedings of the conference „X Międzyuczelniana Narada Metrologów”, Szczecin 1975.

R. ZIELONKO, A. KRÓLIKOWSKI, J. HOJA

O PEWNEJ KONCEPCJI DIAGNOSTYKI USZKODZEŃ
W ANALOGOWYCH UKŁADACH ELEKTRONICZNYCH

Streszczenie

W pracy przedstawiono nową koncepcję diagnostyki uszkodzeń analogowych układów elektronicznych. Polega ona na odpowiednim podziale testowanej sieci na podsieci, które dzięki wzajemnemu elektrycznemu odizolowaniu mogą być testowane oddzielnie. Przedstawiono główne problemy związane z zaproponowaną koncepcją: technikę elektrycznego wyizolowania podsieci, warunki diagnozowalności podsieci i przykład metody diagnostyki uszkodzeń mnogich.

R. ZIELONKO, A. KRÓLIKOWSKI, J. HOJA

CERTAINE CONCEPTION DU DIAGNOSTIC DES PANNES SURVENUES DANS LES CIRCUITS
ÉLECTRONIQUES ANALOGUES

Résumé

Dans l'étude on a présenté la nouvelle conception du diagnostic des pannes survenues dans les circuits électroniques analogues. Elle consiste à un partage convenable du réseau en sous-réseaux d'après le test, lesquels grâce à une mutuelle isolation électrique peuvent être testés séparément. On a présenté les principaux problèmes liés à la conception proposée: la technique de l'isolation électrique du sous-réseau, les conditions de la possibilité de déterminer le diagnostic et un exemple de la méthode du diagnostic en cas des pannes multiples.

R. ZIELONKO, A. KRÓLIKOWSKI, J. HOJA

BEITRAG ZUR GEWISSEN KONZEPTION EINER BESCHÄDIGUNGSDIAGNOSTIK BEI
ANALOGEN ELEKTRONISCHEN SYSTEMEN

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wurde eine neue Konzeption einer Beschädigungsdiagnostik bei analogen elektronischen Systemen dargestellt. Sie beruht auf einer entsprechenden Zerlegung des testierten Netzes zu Teilnetzen, die zufolge einer gegenseitigen elektrischen Einwirkung gesondert testiert werden können. Es wurden die Hauptprobleme derartiger Konzeption geschildert: die Technik der elektrischen Aussonderung der Teilnetze, die Diagnosierungsmöglichkeiten von Teilnetzen, auch wurde ein Beispiel für die diagnostische Methode bei mehreren Beschädigungen angeführt.

Р. ЗЕЛОНКО, А. КРУЛИКОВСКИ, В. ХОЯ

О НЕКОТОРОЙ КОНЦЕПЦИИ ДИАГНОСТИКИ ПОВРЕЖДЕНИЙ
В АНАЛОГОВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМАХ

Резюме

Представлена новая концепция диагностики повреждений в аналоговых электронных схемах. Заключается она в соответственном разделении тестируемой схемы на подсхемы, которые благодаря взаимному электрическому отизолированию могут проверяться отдельно. Приведены главные проблемы возникающие в связи с предлагаемой концепцией: техники электрического изолирования избранных подсхем, условия проверяемости подсхем и пример метода проверки многочисленных повреждений.

Komputerowa metoda określania właściwości dynamicznych elektrycznych czujników temperatury

MAREK STABROWSKI (WARSZAWA), SŁAWOMIR TUMAŃSKI (WARSZAWA)

Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Miernictwa Elektrycznego Politechniki Warszawskiej

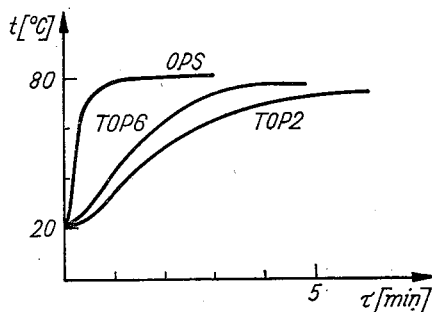
Otrzymano 23.6.1977

Artykuł w oparciu o wyniki badań doświadczalnych elektrycznych czujników temperatury (termorezystory, termoelementy) przedstawia problemy analizy właściwości dynamicznych tych termometrów. Omówiono podstawy matematyczne metody analizy właściwości dynamicznych i szczegóły jej komputerowej implementacji. Rozważania te zilustrowano przykładami analiz numerycznych podając wnioski dotyczące pomiarów i badań czujników temperatury.

1. WPROWADZENIE

Właściwości dynamiczne elektrycznych czujników temperatury w istotny sposób decydują o możliwości zastosowania tych czujników w urządzeniach pomiarowych i automatyki. Znajomość właściwości dynamicznych umożliwia między innymi:

- prawidłowy dobór czasu trwania pomiaru,
- określanie temperatury ustalonej na podstawie pomiaru krótkotrwałego,
- właściwe dobranie parametrów układu regulacji z czujnikiem temperatury.



Rys. 1. Odpowiedź na skok jednostkowy temperatury wybranych czujników oporowych produkcji krajowej

Na rys. 1 przedstawiono wyznaczone doświadczalnie charakterystyki czasowe (odpowiedzi na skok temperatury) kilku wybranych czujników temperatury produkcji krajowej. Jak wynika z tych wykresów, stałe czasowe czujników temperatury są duże, nawet rzędu minut. Opis charakterystyki czasowej jest złożony, gdyż czujniki te nie są prostymi członami inercyjnymi, lecz członami inercyjnymi z opóźnieniem.

Znane dotychczas metody określania właściwości dynamicznych czujników temperatury [4, 7] są pracochłonne i mało dokładne. Celem tej pracy jest przedstawienie nowej, znacznie efektywniejszej metody określania właściwości dynamicznych czujników temperatury, wykorzystującej cyfrową maszynę matematyczną.

2. OPIS WŁAŚCIWOŚCI DYNAMICZNYCH CZUJNIKÓW TEMPERATURY METODĄ KONDRATIEWA

W prezentowanej pracy autorzy wykorzystali metodę analizy właściwości dynamicznych czujników temperatury opracowaną przez Kondratiewa [3]. Na podstawie analizy doświadczalnej i teoretycznej Kondratiew wykazał, że dla skokowej zmiany temperatury ogólną funkcją opisującą charakterystykę czasową czujnika jest zależność

$$\Theta = 1 - \sum_{i=1}^n A_i e^{-\tau/T_i}, \quad (1)$$

gdzie

$$\Theta = \frac{t - t_1}{t_2 - t_1}, \quad (2)$$

przy czym:

Θ — bezwymiarowa wartość temperatury,

t — bieżąca wartość temperatury wskazywana przez czujnik,

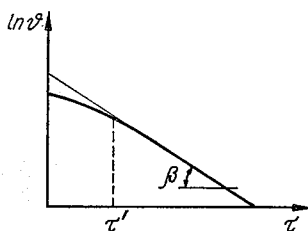
t_1 — wskazanie czujnika temperatury przed skokową zmianą temperatury (w chwili $\tau = 0$),

t_2 — wskazanie czujnika ustalone (w chwili $\tau \rightarrow \infty$),

A_i — współczynniki zależne od konstrukcji czujnika i rodzaju środowiska,

T_i — stałe czasowe ($T_1 > T_2 > T_3 \dots$).

Czujnik temperatury jest przedstawiany w przybliżeniu jako szeregowe połączenie członów inercyjnych o malejących stałych czasowych. Zasadę metody określania poszczególnych stałych czasowych (metodę Kondratiewa) ilustruje rys. 2.



Rys. 2. Ilustracja określania stałej czasowej czujnika temperatury metodą Kondratiewa

Przy założeniu, że stałe czasowe znacznie różnią się między sobą, można przyjąć, iż nachylenie charakterystyki $\ln \vartheta = f(\tau)$, gdzie $\vartheta = 1 - \Theta$, dla czasów bardzo dużych zależy tylko od największej stałej czasowej. Dla czasów $\tau > \tau'$ (rys. 2) funkcję (1) można przedstawić w postaci:

$$\vartheta \cong A_1 e^{-\tau/T_1}, \quad (3)$$

a po przekształceniu:

$$\ln \vartheta = \ln A_1 - \tau/T_1. \quad (4)$$

Nachylenie odcinka prostoliniowego charakterystyki $\ln \vartheta = f(\tau)$ jest więc miarą największej stałej czasowej:

$$T_1 = \operatorname{tg} \beta. \quad (5)$$

Kolejną stałą czasową można określić konstruując wykres $\ln \vartheta_\delta = f(\tau)$, gdzie:

$$\vartheta_\delta = \vartheta - A_1 e^{-\tau/T_1}. \quad (6)$$

3. ZMODYFIKOWANA METODA KONDRATIEWA I OGÓLNE PROBLEMY KOMPUTEROWEJ IMPLEMENTACJI TEJ METODY

Ponieważ dla początkowej chwili czasowej $\tau = 0$ jest spełniony warunek $\Theta = 0$, można więc napisać, że:

$$\sum_{i=1}^n A_i e^{-0/T_i} = \sum_{i=1}^n A_i = 1. \quad (7)$$

Zależność ta, stwierdzająca, że suma współczynników A_i jest równa jedności, będzie wykorzystywana przy opracowywaniu programu komputerowego.

Różniczkując wyrażenie (4) względem τ mamy:

$$T_1 = - \frac{1}{\frac{d}{d\tau} (\ln \vartheta)}. \quad (8)$$

Warto zwrócić uwagę na to, że chwila τ , dla której wyznacza się największą stałą czasową T_1 , nie może być chwilą, w której termometr osiągnie stan ustalony, a jego wskazania nie zmieniają się. Wartość $\ln \vartheta$ dążyłaby bowiem do nieskończoności, co uniemożliwiłoby wykorzystanie wyrażenia (8).

Podstawiając tak wyznaczoną wartość stałej czasowej T_1 do zależności (3) określa się z kolei wartość współczynnika A_1 jako:

$$A_1 = \vartheta e^{-\tau/T_1}. \quad (9)$$

Określiwszy w ten sposób parametry A_1 i T_1 można, obliczając wartość błędu ϑ_δ dla malejących wartości czasu τ , stwierdzić, czy wartość błędu przekracza dopuszczalną, założoną wartość δ_{max} .

Z kolei należy przystąpić do wyznaczania następnej stałej czasowej T_2 i współczynnika A_2 . Z zależności (1) wynika, że:

$$\vartheta_\delta \cong A_2 e^{-\tau/T_2}. \quad (10)$$

Pominięto tu ewentualne mniejsze stałe czasowe T_i ($i \geq 3$). Tok wyznaczania T_2 i A_2 jest taki sam jak w przypadku pierwszej stałej czasowej, po oczywistym zastąpieniu ϑ przez ϑ_δ . Analogicznie wyznacza się dalsze stałe czasowe, aż do osiągnięcia przez czas wartości $\tau = 0$. W trakcie obliczeń należy sprawdzać, czy spełniona jest zależność (7).

czania kolejnej stałej czasowej, wynosi w programie 0,002. Ponieważ maksymalna wartość temperatury bezwymiarowej ϑ wynosi 1, więc błąd ϑ_δ odniesiony do ϑ_{max} równy jest 0,002, czyli 0,2%. Oczywiście wartość $(\vartheta_\delta)_{max}$ można bez trudu zmieniać.

Dość istotną rolę przy obliczaniu wartości współczynników A_i odgrywa kontrola warunku (7). Jeśli $\Sigma A_i > 1$, to błąd obliczania temperatury bezwymiarowej Θ w oparciu o transmitancję termometru (obliczone wartości A_i i T_i) jest duży, zwłaszcza dla małych czasów τ . Wartości obliczone Θ_{obl} są wówczas ujemne. Aby temu zapobiec, wartość współczynnika A_k , powodującego przekroczenie przez sumę ΣA_i wartości 1, koryguje się zmniejszając go tak, by spełnić warunek (7). Równocześnie korekcie ulega stała czasowa T_k powiązana z tym współczynnikiem. Aby zmniejszyć wartość błędu ϑ_δ dla małych czasów τ , korektę stałej czasowej T_k prowadzi się rozważając sytuację w chwili czasowej

$$\tau = \tau_k/3, \quad (11)$$

gdzie τ_k jest chwilą czasową, dla której wyznaczono wstępnie wartość A_k i T_k . Wartość dzielnika — 3 została dobrana doświadczalnie w sposób minimalizujący końcowy błąd Θ_{obl} w możliwie szerokim zakresie.

Skorygowaną stałą czasową T_k wyznacza się z warunku:

$$A_k e^{-\tau_k/T_k} = \vartheta - \sum_{i=1}^{k-1} A_i e^{-\tau_k/T_i}. \quad (12)$$

Inną istotną sprawą jest kontrolowanie warunku $\vartheta_\delta > 0$. Gdy w trakcie obliczeń w pewnej chwili τ błąd ϑ_δ przyjmie wartość ujemną, koryguje się ostatni z obliczonych współczynników A_k tak, aby błąd ϑ_δ był równy zeru. Korekta polega wówczas na określeniu nowej wartości A_k z zależności (3). Ewentualna korekta T_k ma tu później charakter kontrolny.

Uproszczona sieć działań nie pokazuje dość subtelnych środków, zastosowanych w celu utrzymania wyników obliczeń w granicach reprezentacji liczb w maszynie Cyber 73.

Do wyznaczenia pochodnej występującej w zależności (8) w programie wykorzystano wzór trójpunktowy różniczkowania numerycznego. Zapisano go w postaci wyrażenia funkcyjnego.

Ostatni segment występujący w opracowanym programie — FUNCTION SUMEX — ma charakter pomocniczy. Jego zadaniem jest obliczanie sumy składników wykładniczych typu

$$\sum_{i=1}^k A_i e^{-\tau/T_i}, \quad (13)$$

występujących w kilku fazach obliczeń. Korzysta się z niego zarówno przy obliczeniach stałych czasowych T_i , jak i później przy końcowych sprawdzających obliczeniach wartości Θ_{obl} .

Opracowując program przewidziano, że badany termometr może być scharakteryzowany za pomocą dowolnej liczby stałych czasowych. Liczba wyznaczanych stałych czasowych (wartość graniczna) jest jednym z parametrów programu i można zadać jej dowolną wartość w zależności od oczekiwanej postaci transmitancji termometru. Wydaje się, że na ogół niedokładność pomiarów rzadko pozwala wyznaczyć więcej niż 3 ÷ 4 stałe czasowe T_i i współczynniki A_i .

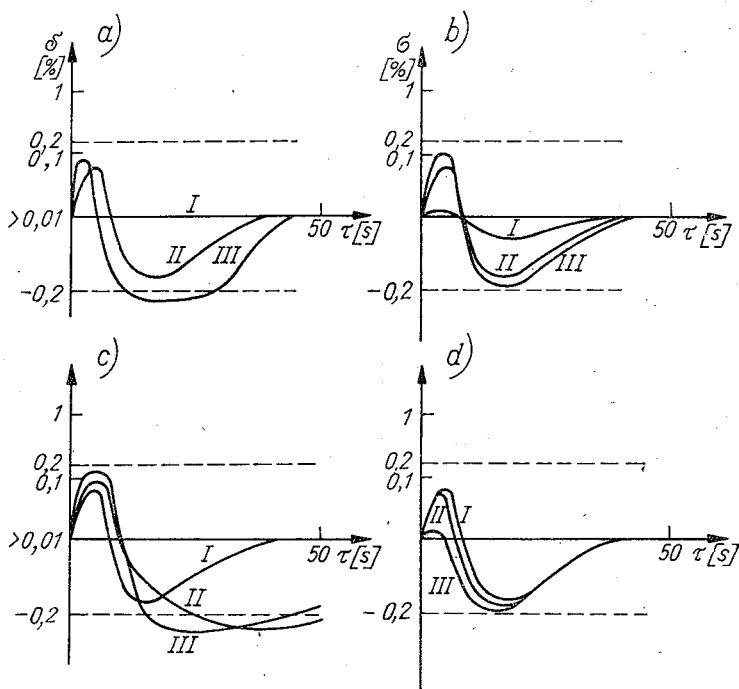
5. UWAGI O WYNIKACH OBLICZEŃ

Błędy obliczeń Θ_{obl} są największe na początku charakterystyki $\Theta_{obl}(\tau)$ — dla małych czasów τ . Dla dużych czasów τ udział składowych wykładniczych o małych stałych czasowych T_i jest niewielki i założenia poczynione przy wprowadzaniu zależności (3) są w pełni usprawiedliwione. Dla dużych czasów τ te składowe redukują błąd

$$\delta = \Theta_{obl} - \Theta \quad (14)$$

do rzędu $1 \cdot 10^{-6}$. Błędy obliczeń Θ_{obl} są również niewielkie dla punktów, w których obliczono wartości A_i i T_i . Jeśli sprawdzany był w programie warunek (7) i dokonywano odpowiednich korekt A_k i T_k , to błąd δ jest równy zero w odpowiedniej chwili τ .

Na rys. 4 przedstawiono zależność błędu obliczeń od wartości czasu τ dla różnych wartości parametrów A_i i T_i . Jak wynika z rys. 4a, dużą dokładność obliczeń uzyskuje się, gdy poszczególne stałe czasowe znacznie różnią się między sobą. Dla przypadku $T_1 =$



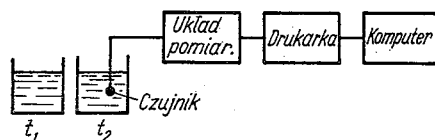
Rys. 4. Zależność błędu obliczeń od parametrów czujnika i pomiaru

- a) I — $T_1 = 10s, T_2 = 2s, A_1 = A_2 = 0,5$;
 II — $T_1 = 10s, T_2 = 5s, A_1 = A_2 = 0,5$;
 III — $T_1 = 10s, T_2 = 9s, A_1 = A_2 = 0,5$;
 b) I — $T_1 = 10s, T_2 = 5s, A_1 = 0,8, A_2 = 0,2$;
 II — $T_1 = 10s, T_2 = 5s, A_1 = 0,5, A_2 = 0,5$;
 III — $T_1 = 10s, T_2 = 5s, A_1 = 0,2, A_2 = 0,8$;
 c) I — $T_1 = 10s, T_2 = 5s, A_1 = A_2 = 0,5$;
 II — $T_1 = 50s, T_2 = 25s, A_1 = A_2 = 0,5$;
 III — $T_1 = 30s, T_2 = 15s, A_1 = A_2 = 0,5$;
 d) $T_1 = 10s, T_2 = 5s, A_1 = A_2 = 0,5$;
 I — 50 punktów pomiarowych;
 II — 25 punktów pomiarowych;
 III — 15 punktów pomiarowych

$= 1,1 \cdot T_2$ nie było możliwe zmniejszenie błędu obliczeń poniżej 0,2%. Ale już w przypadku $T_1 = 5 \cdot T_2$ niedokładność była znacznie mniejsza niż 0,01%.

Poszczególne współczynniki A_i nie muszą poważniej różnić się między sobą. Jak wynika z rys. 4b, błąd obliczeń dla $A_1 = 4A_2$ nieznacznie różni się od błędu w przypadku $A_1 = A_2$. Koniecznym warunkiem, jaki należy spełnić w trakcie eksperymentalnego określania danych, jest zapewnienie odpowiednio długiego czasu trwania pomiaru. Jak wynika z rys. 4c, małe błędy obliczeń otrzymuje się, jeśli czas trwania pomiaru τ_{pom} jest większy przynajmniej pięciokrotnie od największej stałej czasowej. Istotną zaletą programu komputerowego jest możliwość uzyskania odpowiedniej dokładności obliczeń, nawet przy małej liczbie danych (punktów pomiarowych), jak świadczy o tym rys. 4d.

Na rys. 5 przedstawiono przykład układu do określania właściwych dynamicznych elektrycznych czujników temperatury. Udział eksperymentatora został tu zminimalizowany dzięki sprzężeniu: czujnik — układ pomiarowy — drukarka — komputer. Czas obliczeń wykonywanych za pomocą komputera Cyber 73 firmy CDC nie przekraczał 0,350 sekundy dla 51 chwil czasowych τ .



Rys. 5. Przykład układu do określania właściwości dynamicznych elektrycznych czujników temperatury

LITERATURA

1. F. F. Hildebrand, *Introduction to numerical analysis*, McGraw Hill, New York 1956.
2. G. M. Kondratiew, *Tieplowye izmiereniya*, Maszgiz., Moskwa 1957.
3. G. M. Kondratiew, *Uniwersalnyj metod opriedieleniya konstanty termicheskoy inercji*, Trudy WNIIM, 1947, nr 4, s. 62—83.
4. L. Michalski, K. Eckersdorf, *Pomiary temperatury*. WNT, Warszawa 1969.
5. R. Prony, *Essai experimentale et analytique*, J. école polytech., Paris 1975, nr 1, s. 24—76.
6. A. Ralston, *Wstęp do analizy numerycznej*, PWN, Warszawa 1975.
7. E. Romer, *Miernictwo przemysłowe*, PWN, Warszawa 1970.

M. STABROWSKI, S. TUMAŃSKI

COMPUTER-AIDED ANALYSIS OF DYNAMIC PARAMETERS OF ELECTRICAL TEMPERATURE TRANSDUCERS

Summary

On the basis of experimental investigations of electrical temperature transducers (resistance thermometers, thermocouples) this paper presents the problems of dynamic parameters analysis of such thermometers. Mathematical fundamentals of dynamic parameters analysis and details of its computer implementation are described. These considerations are illustrated with examples of numerical analysis giving practical conclusions about measurement and investigation of temperature transducers.

M. STABROWSKI, S. TUMAŃSKI

MÉTHODE DE DÉSIGNER À L'AIDE D'UN CALCULATEUR DES PROPRIÉTÉS DYNAMIQUES
DES DÉTECTEURS ÉLECTRIQUES DE TEMPÉRATURE

Résumé

Se basant sur les résultats des essais expérimentaux des détecteurs électriques de température (thermorésisteurs, thermoéléments), on a présenté dans cet article les problèmes de l'analyse des propriétés dynamiques de ces thermomètres. On a traité les principes mathématiques de la méthode de l'analyse des propriétés dynamiques et les détails de son implantation dans le calculateur. Ces délibérations ont été illustrées par des exemples des analyses numériques et on en a déduit des conclusions se rapportant aux mesures et aux essais des détecteurs de température.

M. STABROWSKI, S. TUMAŃSKI

RECHNERGESTÜTZTE METHODE FÜR DIE BESTIMMUNG DYNAMISCHER
EIGENSCHAFTEN VON ELEKTRISCHEN TEMPERATURWANDLERN

Zusammenfassung

Der auf experimentellen Untersuchungen von elektrischen Temperaturwandlern (Thermoelemente, Widerstandsthermometer) basierende Beitrag stellt Probleme einer dynamischen Analyse dieser Wandler vor. Es wurden mathematische Grundlagen der Analyse dynamischer Eigenschaften und ihre rechnergestützte Realisierung besprochen. Diese Überlegungen wurden mit vielen Beispielen der Rechneranalyse illustriert. Hinweise für Messungen und Untersuchungen von Temperaturwandlern wurden erteilt.

М. СТАБРОВСКИ, С. ТУМАНЬСКИ

МАШИННЫЙ РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

Резюме

На основании результатов экспериментальных исследований электрических преобразователей температуры (терморезисторы, термоэлементы) представлены проблемы анализа динамических свойств этих преобразователей. Описаны математические основы метода анализа и детали его машинной реализации. Рассуждения иллюстрированы примерами вычислений. Даны тоже вытекающие из них указания по методике измерений и исследований преобразователей.

Piezozłączowe przetworniki tunelowe ciśnienia hydrostatycznego

AUGUSTYN CHWALEBA (WARSZAWA), BOGDAN MOESCHKE (WARSZAWA)

Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Miernictwa Elektrycznego Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 16.6.1977

W artykule omówiono najważniejsze właściwości diod tunelowych jako pierwotnych przetworników ciśnienia hydrostatycznego. Scharakteryzowano układy pomiarowe piezozłączowych przetworników tunelowych pod kątem ich dokładności, użyteczności i zakresu stosowalności. Przedstawiono przykładowy, praktycznie wykonany, bezpośredni przetwornik ciśnienia i przeprowadzono analizę jego właściwości statycznych i dynamicznych. Wyniki rozważań teoretycznych sprawdzono i zweryfikowano na drodze eksperymentalnej.

W oparciu o wnioski wynikające z badań teoretycznych i doświadczalnych podano wytyczne odnośnie doboru diod tunelowych i parametrów układu, pozwalające uzyskać optymalne właściwości statyczne i dynamiczne przetworników ciśnienia.

Przedstawiono także przykłady pośrednich przetworników ciśnienia z diodami tunelowymi oraz możliwość ich zastosowania do pomiaru innych wielkości mechanicznych. W zakończeniu scharakteryzowano właściwości metrologiczne i zakres zastosowań piezozłączowych przetworników tunelowych w porównaniu z innymi typami przetworników wielkości mechanicznych.

1. WPROWADZENIE

Postęp, jaki dokonał się w ostatnich kilkunastu latach w dziedzinie fizyki ciała stałego i elektroniki półprzewodnikowej, spowodował, że elementy półprzewodnikowe coraz częściej wykorzystuje się również jako pierwotne przetworniki wielkości nieelektrycznych. Ze względu na dobre właściwości metrologiczne wypierają one niekiedy zdecydowanie tradycyjnie stosowane materiały i elementy. Przykładem może być użycie piezorezystorów monokrystalicznych i cienkowarstwowych do przetwarzania wielkości mechanicznych (lub pokrewnych). Jednakże przetworniki piezorezystancyjne monokrystaliczne oprócz wielu zalet, takich jak np. duża czułość odkształceniowa, a w związku z tym duży poziom sygnału wyjściowego, szeroki zakres temperatur pracy, znaczne możliwości konstrukcyjne, wynikające z anizotropii zjawiska piezorezystancyjnego, możliwości zmian ich parametrów mechanicznych i elektrycznych, zastosowanie zarówno do pomiarów statycznych jak i dynamicznych, niewielkie wymiary i masa [11, 23, 29], mają także szereg niekorzystnych właściwości utrudniających i ograniczających ich wykorzystanie. Zwykle jako główną wadę wymienia się silną zależność parametrów od temperatury [11, 56]. Wpływu temperatury nie należy jednak przeceniać, gdyż po pierwsze proporcje między współczynnikiem temperaturowym rezystancji a czułością odkształceniową są tego samego rzędu jak i dla tensometrów metalowych; po drugie kompensacja temperaturowa stwarza

pewne trudności natury technicznej, lecz można ją rozwiązać w sposób zadowalający [6, 23, 29]. Należy natomiast zwrócić uwagę, że przetworniki piezorezystancyjne monokrystaliczne są głównie przetwornikami wielostopniowymi, w których wielkość mechaniczna zostaje przetworzona w elektryczną według złożonego algorytmu

$$X \rightarrow Y_1 \rightarrow Y_2 \dots Y_n \rightarrow E_1 \rightarrow E_2 \dots E_n,$$

gdzie:

X — przetwarzana wielkość mechaniczna,

$Y_1 \dots Y_n$ — pośrednie wielkości nieelektryczne,

$E_1 \dots E_n$ — wielkości elektryczne.

Zwykle pośrednią wielkością nieelektryczną jest odkształcenie elementu sprężystego, na który piezorezystor nakleja się. Ze względu na dużą czułość, szczególnie istotny problem to dobór elementu sprężystego o dobrych właściwościach mechanicznych i temperaturowych oraz odpowiednie rozwiązanie konstrukcyjne przetwornika. Nie mniej ważny jest dobór odpowiedniego kleju i technologii jego stosowania. Przetwarzanie wielostopniowe według podanego algorytmu, chociaż niekiedy stanowi konieczność (jak np. przy pomiarze ciśnienia medium agresywnego), daje dodatkowe błędy i ogranicza warunki pracy, powoduje kłopoty konstrukcyjne oraz zmniejsza częstotliwość graniczną przetwornika, która wynika głównie z właściwości dynamicznych elementu sprężystego [19, 56].

Lepsze właściwości metrologiczne mają przetworniki ciśnienia opracowane w końcu lat sześćdziesiątych, w których zarówno element sprężysty jak i piezorezystor zrobione są z tego samego materiału (najczęściej krzemu) w postaci jednolitej mikrostruktury [6, 43]. Mogą być w niej wykonane także i inne elementy, jak np. wzmacniacze, generatory itp. [43]. Do najważniejszych producentów takich przetworników należą firmy: Honeywell (USA), Kistler (USA), Kulite Semiconductor Products (USA), National Semiconductors (USA), Schlumberger (Francja), НИИТ (ZSRR). Także w Polsce (w oparciu o licencję firmy Honeywell) w Przedsiębiorstwie Automatyki Przemysłowej „Mera-Pnefal” wdrażany jest do produkcji typoszereg tego typu przetworników, nazywany „klasą 41”. Będzie on tworzył podstawową grupę przetworników ciśnienia systemu EFTRONIK [6]. Ponieważ przetworniki tej nowej generacji wykonywane są metodami zbliżonymi do wytwarzania obwodów scalonych (przy czym wymagania odnośnie wartości poszczególnych elementów są znacznie ostrzejsze), przeto teoretycznie, oprócz wysokich parametrów metrologicznych, istnieje możliwość obniżenia ich ceny. Jednakże dość skomplikowana technologia utrudnia opanowanie produkcji seryjnej, często ogranicza dokładność do klasy rzędu $0,5 \div 1$, a także podnosi koszty.

Jako rozwiązanie alternatywne, w wielu krajach, m.in. i w Polsce, prowadzi się badania nad możliwością zastosowania w przetwornikach wielkości mechanicznych specjalnie konstruowanych lub typowych elementów półprzewodnikowych, których podstawę stanowi złącze $p-n$. Większość z tych badań odnosi się do półprzewodników złączowych słabo- i średniomieszkowanych, takich jak np. diody prostownicze [20, 26, 35, 46, 60, 61], diody Zenera [57, 58], diody Schottky'ego [14, 17, 45], tranzystory bipolarne [1, 4, 26, 47, 54], tranzystory polowe [15, 39, 47] lub inne struktury półprzewodnikowe [55]. Wyniki tych badań w zasadzie potwierdziły teoretyczną możliwość budowy przetworników w oparciu o takie elementy. Podstawowym mankamentem był duży wpływ temperatury,

szczególnie trudny do skompensowania przy pomiarach małych wartości wielkości mechanicznych, lub też stosunkowo niewielka czułość, ograniczająca zakres ich zastosowań.

Znacznie mniejszą wrażliwość temperaturową wykazują półprzewodniki bardzo silnie domieszkowane. Niedokładność przetwarzania zbliżoną do osiąganą w przetwornikach z piezorezystorami monokrystalicznymi można otrzymać, wykorzystując jako pierwotny przetwornik ciśnienia czy siły złącze półprzewodników zdegenerowanych lub seryjnie produkowany element, którego podstawę stanowi to złącze, np. diodę tunelową.

Przedmiotem niniejszego artykułu są przetworniki wielkości mechanicznych (przede wszystkim ciśnienia hydrostatycznego) z diodami tunelowymi, nazywane piezozłączowymi przetwornikami tunelowymi. Główną uwagę zwrócono na przetworniki bezpośrednie, przetwarzające zgodnie z prostym algorytmem $X \rightarrow E$. Podano jednak także szereg przykładów przetworników pośrednich.

W artykule omówiono najważniejsze właściwości diod tunelowych jako pierwotnych przetworników ciśnienia, a więc: właściwości ciśnieniowe i temperaturowe, stałość czasową parametrów i rozrzut ich wartości. Scharakteryzowano układy pomiarowe piezozłączowych przetworników tunelowych pod kątem ich dokładności, użyteczności i zakresu stosowności. Przedstawiono przykład praktycznie wykonanego, bezpośredniego przetwornika ciśnienia i przeprowadzono analizę jego właściwości statycznych i dynamicznych. Wyniki rozważań teoretycznych sprawdzono i zweryfikowano na drodze eksperymentalnej.

W oparciu o wnioski wynikające z badań teoretycznych i doświadczalnych podano wytyczne odnośnie doboru diod tunelowych i parametrów układu, pozwalające uzyskać optymalne właściwości statyczne i dynamiczne przetworników ciśnienia o różnych zakresach pomiarowych, pracujących w różnych przedziałach temperatur i w różnych warunkach eksploatacyjnych. Rozważania zostały zilustrowane odpowiednimi nomogramami, ułatwiającymi ich zastosowanie w obliczeniach inżynierskich.

Przedstawiono także przykłady pośrednich przetworników ciśnienia oraz zasygnalizowano możliwość zastosowania diod tunelowych do pomiaru innych wielkości mechanicznych. W zakończeniu, w sposób syntetyczny scharakteryzowano właściwości metrologiczne i zakres stosowności piezozłączowych przetworników tunelowych w porównaniu z innymi przetwornikami wielkości mechanicznych.

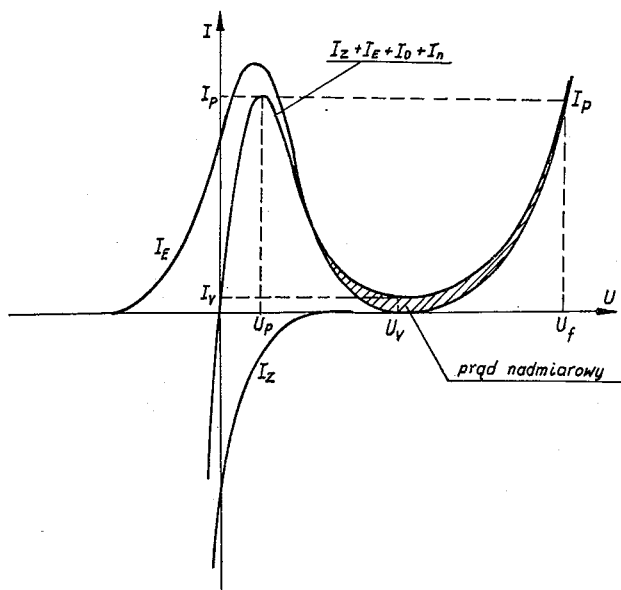
2. WŁAŚCIWOŚCI DIOD TUNELOWYCH JAKO BEZPOŚREDNICH PRZETWORNIKÓW CIŚNIENIA HYDROSTATYCZNEGO

2.1. Właściwości ciśnieniowe

Przy ocenie teoretycznej wpływu ciśnienia na parametry diody tunelowej występuje szereg poważnych trudności, związanych przede wszystkim z analitycznym opisem jej charakterystyki prądowo-napięciowej oraz z przyjęciem odpowiedniego modelu zachodzących zjawisk fizycznych, a tym samym oszacowaniem wpływu naprężeń mechanicznych na niektóre parametry półprzewodnika. Może dlatego dotychczas stosunkowo mało uwagi poświęcono takiej analizie, wykonując ją w sposób raczej tylko szacunkowy, np. [33, 40, 49, 52]. Rozważania przeprowadzone przez autorów artykułu mają w tym względzie także charakter przybliżony, jednak są w pełni wystarczające do wyjaśnienia zacho-

dzących zjawisk i ich inżynierskiej oceny ilościowej, co potwierdziły wyniki badań eksperymentalnych.

Zmiany parametrów diody tunelowej pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego można, przy spolaryzowaniu jej w kierunku przewodzenia, rozpatrywać niezależnie w dwóch zakresach napięć (rys. 1) — od zera do napięcia doliny U_v i powyżej tego napięcia. Wynika to stąd, że w podanych zakresach napięć inne zjawiska fizyczne decydują o przepływie prądu: w pierwszym — zjawisko tunelowe i związany z nim prąd tunelowy I_t , będący



Rys. 1. Charakterystyka prądowo-napięciowa diody tunelowej

wypadkową prądu Zenera I_Z i Esakię I_E , w drugim — dyfuzja nośników, ich rozpraszanie i rekombinacja, wiążące się z prądem dyfuzyjnym I_D . W zakresie minimum charakterystyki prądowo-napięciowej diody uwidacznia się także wpływ prądu nadmiarowego I_N .

Szczególne właściwości metrologiczne diod tunelowych wynikają przede wszystkim z przepływu prądu tunelowego, analitycznemu opisowi którego poświęcono wiele prac, np. [3, 5, 25, 41]. Obliczenia wykonywano przy różnych założeniach upraszczających, jednakże do chwili obecnej zagadnienie nie zostało rozwiązane w sposób jednoznaczny i zadowalający. Wyprowadzone wzory są szczególnie skomplikowane, jeżeli uwzględni się obok bezpośrednich tunelowych przejść nośników [3, 5, 25, 34, 41] także ich przejścia z udziałem fononów [3, 5, 34] i z rozpraszaniem na domieszkach [3, 5, 34]. Jednak, jak wykazano w [34], wprowadzając pewne założenia upraszczające, odpowiadające rzeczywistym relacjom między stałymi materiałów półprzewodnikowych oraz parametrami fizycznymi produkowanych diod, a zwłaszcza przyjmując dość silne domieszkowanie, tzn.

$$E_{Fn} \gg kT \quad \text{ i } \quad E_{Fp} \gg kT, \quad (1)$$

gdzie:

E_{Fn} , E_{Fp} — odległości poziomów Fermiego od krawędzi pasm, odpowiednio — w obszarze typu n od dolnej krawędzi pasma przewodnictwa i w obszarze typu p od górnej krawędzi pasma podstawowego,

k — stała Boltzmanna,

T — temperatura,

prąd tunelowy można przedstawić w postaci

$$I_t \approx C'_1 \frac{\bar{m}^{*\xi}}{E_g^\eta} \bar{K}_o e U \exp \left[-C'_2 \frac{\bar{m}^{*\zeta}}{\bar{K}_o} E_g^\varepsilon \left(1 + \frac{eU}{2\varphi_k} \right) \right], \quad (2)$$

gdzie:

C'_1 i C'_2 — stałe wartości liczbowe,

$\bar{m}^*$ — zredukowana masa efektywna nośników, $\bar{m}^* = \frac{m_e^* m_h^*}{m_e^* + m_h^*}$,

m_e^* — masa efektywna elektronów,

m_h^* — masa efektywna dziur,

$\bar{K}_o$ — średnia wartość natężenia pola w złączu przy $U = 0$,

E_g — szerokość pasma zabronionego,

φ_k — kontaktowa różnica potencjałów,

e — ładunek elektronu,

U — napięcie,

$\eta, \zeta, \xi, \varepsilon$ — liczbowe wykładniki potęg $\left(\eta \approx \frac{1}{2}, \xi \approx 1, \zeta \approx \frac{1}{2}, \varepsilon \approx \frac{3}{2} \right)$.

Z (2) łatwo otrzymać zależności opisujące:

— prąd szczytu

$$I_p = 2 \frac{C'_1}{C'_2} \bar{m}^{*(\xi-\zeta)} \bar{K}_o^2 \cdot \varphi_k E_g^{-(\eta+\varepsilon)} \exp \left(-C'_2 \frac{\bar{m}^{*\zeta}}{\bar{K}_o} E_g^\varepsilon \right) \exp(-1), \quad (3)$$

— napięcie szczytu

$$U_p = \frac{2K_o \varphi_k}{C'_2 \bar{m}^{*\zeta} e E_g}, \quad (4)$$

— konduktancję dynamiczną

$$g_D = C'_1 \frac{\bar{m}^{*\xi}}{E_g^\eta} \bar{K}_o e \left(1 - \frac{1}{2} U C'_2 \frac{\bar{m}^{*\zeta}}{\bar{K}_o} \frac{e}{\varphi_k} E_g^\varepsilon \right) \exp \left[-C'_2 \frac{\bar{m}^{*\zeta}}{\bar{K}_o} E_g^\varepsilon \left(1 + \frac{eU}{2\varphi_k} \right) \right], \quad (5)$$

jak również i inne parametry diody. Dalsze uproszczenia wynikają z analizy wpływu ciśnienia na złącze.

Ciśnienie hydrostatyczne powoduje powstanie w złączu półprzewodnikowym naprężeń mechanicznych, wywołujących deformację struktury krystalicznej półprzewodnika. Zmiany stałej sieci krystalicznej wpływają na strukturę pasm energetycznych (przesunięcie ich krawędzi), a więc i na szerokość pasma zabronionego. W dość dużym zakresie ciśnień hydrostatycznych współczynnik ciśnieniowy szerokości pasma zabronionego

$$\alpha_p = \left(\frac{\partial E_g}{\partial p} \right)_{T=\text{const}} \quad (6)$$

jest stały [22, 42]. Wtedy

$$E_g = E_{g0} + \alpha_p p = E_{g0}(1 + \delta_p), \quad (7)$$

gdzie:

E_{g0} — szerokość pasma zabronionego przy ciśnieniu przyjętym za poziom zerowy,

$$\delta_p = \frac{\alpha_p p}{E_{g0}}.$$

Wartości współczynników ciśnieniowych szerokości pasma zabronionego w różnych punktach strefy Brillouina dla niektórych półprzewodników wymieniono w tablicy 1. Ponieważ współczynniki α_p wyznacza się na podstawie pomiarów elektrycznych lub optycznych, więc wyniki podawane w różnych publikacjach nie są jednakowe. Stąd wyszczególniono kilka najczęściej spotykanych wartości. W punkcie Γ wektor falowy $\mathbf{k} = (000)$, w punkcie X — $\mathbf{k} = (100)$, w punkcie L — $\mathbf{k} = (111)$.

Tablica 1

Współczynniki ciśnieniowe szerokości pasma zabronionego w różnych punktach strefy Brillouina

Półprzewodnik	$\alpha_p \cdot 10^{-11} \left[\frac{\text{eV}}{\text{Pa}} \right]$ dla minimów pasma przewodnictwa w punkcie			Rząd ciśnienia $\times 10^9$ [Pa]
	Γ	X	L	
Si		-1,5; -1,7; -2,4	5,0	
Ge	12,0	-2,0	4,75; 5,0; 5,5	
GaAs	9,4; 12	-8,7		< 6
GaSb	12,0; 16,0	0	5,0; 7,3	< 2
InAs	4,8; 5,5; 8,5; 10,0		3,2	< 2
InSb	14,2; 15,5			< 3
GaP	10,7	-1,1; -1,7		< 5
InP	4,6; 8,4	-10,0		< 4
AlSb		-1,6		< 5

Poszczególne minima pasm mają niejednakowe współczynniki ciśnieniowe, nierzadko o różnych znakach. Różne wartości i znaki współczynników α_p mogą spowodować przejście szerokości pasma zabronionego przez minimum bądź maksimum. Na przykład, w germanie szerokość pasma zabronionego ma minimum przy ciśnieniu około $5 \cdot 10^9$ Pa, gdyż pod wpływem ciśnienia minima na kierunkach [111] przesuwają się w górę, zaś na kierunkach [100] obniżają się, osiągając ten sam poziom przy tym właśnie ciśnieniu. W GaAs prosta przerwa energetyczna wzrasta szybciej ze wzrostem ciśnienia niż skośna, tak więc przy odpowiednio dużym ciśnieniu prosta przerwa energetyczna staje się większa od skośnej i można otrzymać półprzewodnik z przerwą skośną. Dla wielu półprzewodników z grupy A^{III}B^V prosta przerwa energetyczna w punkcie Γ wykazuje bardzo podobną zależność ciśnieniową jak dla germanu.

Zmiany w położeniu krawędzi pasm są równoznaczne ze zmianami energii potencjalnej nośników. Pociąga to za sobą zmianę ich masy efektywnej, koncentracji, czasu życia, przenikalności elektrycznej, itp. Jednakże w odniesieniu do prądu tunelowego są one do pominięcia w porównaniu ze zmianami szerokości pasma zabronionego lub wpływ ich wzajemnie kompensuje się [34]. Umożliwia to sprowadzenie wyrażen ($2 \div 4$) do postaci

$$I_t = C_1 E_g^{-\eta} U \exp[-C_2 E_{go}^* (1 + C_3 U)], \quad (8)$$

$$I_p = B E_g^{-\psi} \exp(-C_2 E_g^*), \quad (9)$$

$$U_p = \frac{1}{C_2 C_3 E_g^*}, \quad (10)$$

w których:

$$C_1 = C_1' \bar{m}^{*\frac{5}{2}} e \bar{K}_0,$$

$$C_2 = C_2' \frac{\bar{m}^{*\frac{5}{2}}}{\bar{K}_0},$$

$$C_3 = \frac{1}{2} \frac{e}{\varphi_k},$$

$$B = \frac{C_1}{C_2 C_3} \exp(-1),$$

$$\psi = \kappa + \eta.$$

Wskutek zmiany pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego szerokości pasma zabronionego, przy stałym napięciu prąd szczytu zmienia się od wartości I_{po} do wartości I_p . Po uwzględnieniu (7) z (9) otrzymuje się

$$\frac{I_p}{I_{po}} = \frac{|\exp\{-C_2 E_{go}^* [(1 + \delta_p)^\kappa - 1]\}|}{(1 + \delta_p)^\psi} \approx \frac{\exp(-\kappa \delta_p C_2 E_{go}^*)}{(1 + \delta_p)^\psi}. \quad (11)$$

Czułość ciśnieniowa prądu szczytu równa jest więc

$$(k_p)_{I_p} = \left(\frac{1}{I_p} \frac{\partial I_p}{\partial p} \right)_{U=\text{const}} \approx - \frac{\alpha_p}{E_{go}} [\kappa C_2 E_{go}^* (1 + \kappa \delta_p) + \psi]. \quad (12)$$

Wykładnicza zależność stosunku prądów $\frac{I_p}{I_{po}}$ w ograniczonym zakresie ciśnień może być aproksymowana prostą, zwłaszcza że dla większości diod do ciśnień rzędu 10^8 Pa wykładnik potęgi w (11) nie przekracza wartości 0,1. Wtedy

$$\frac{I_p}{I_{p0}} \approx 1 - \delta_p (\kappa C_2 E_{go}^* + \psi), \quad (13)$$

$$(k_p)^{I_p} \approx - \frac{\alpha_p}{E_{go}} (\kappa C_2 E_{go}^* + \psi). \quad (14)$$

Jak wynika z wyprowadzonych zależności, zmiany ciśnieniowe prądu szczytu zależą zarówno od materiału półprzewodnikowego — szerokości pasma zabronionego, współczynnika ciśnieniowego $E_g - \alpha_p$, masy efektywnej nośników $\bar{m}^*$, jak i poziomu jego domieszkowania $\left(C_2 E_{go}^* \sim \left(\frac{n_n p_p}{n_n + p_p} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)$; n_n i p_p — koncentracje nośników większościowych w obu

obszarach złącza). Gdyby dla wszystkich materiałów półprzewodnikowych utrzymywać

taką koncentrację domieszek, żeby $C_2 E_{go}^* = \text{const}$, to czułość ciśnieniowa prądu szczytu byłaby tylko funkcją stosunku α_p i E_{go} . Stosunek ten dla niektórych półprzewodników przy $T = 293 \text{ K}$ wynosi: Si — $-2,22 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$; Ge — $+7,57 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$; GaAs — $+6,29 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$; GaSb — $+14,81 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$; InAs — $+26,09 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$; InSb — $+77,71 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$. Maksymalną czułość ciśnieniową miałyby więc diody z antymonku indu, natomiast minimalną diody krzemowe, przy czym zależność $I_p = f(p)$ w diodach krzemowych ma charakter przeciwny niż w pozostałych.

Spełnienie warunku $C_2 E_{go}^* = \text{const}$ nie zawsze jest celowe i możliwe. Pozornie może wydawać się, że w diodach wykonywanych pod kątem zastosowania w przetwornikach ciśnienia należy dążyć do osiągnięcia jak największej wartości tego iloczynu, co wiąże się ze zmniejszeniem koncentracji domieszek. Jednakże zmniejszenie poziomu domieszkowania pozwala sądzić o zwiększeniu wrażliwości temperaturowej. Poza tym minimalną koncentrację domieszek determinuje warunek zdegenerowania. Z kolei maksymalna koncentracja domieszek wynika z aktualnych możliwości technologicznych i wiąże się z jednej strony z rodzajem półprzewodnika i wprowadzanymi domieszkami, z drugiej zaś strony z samym

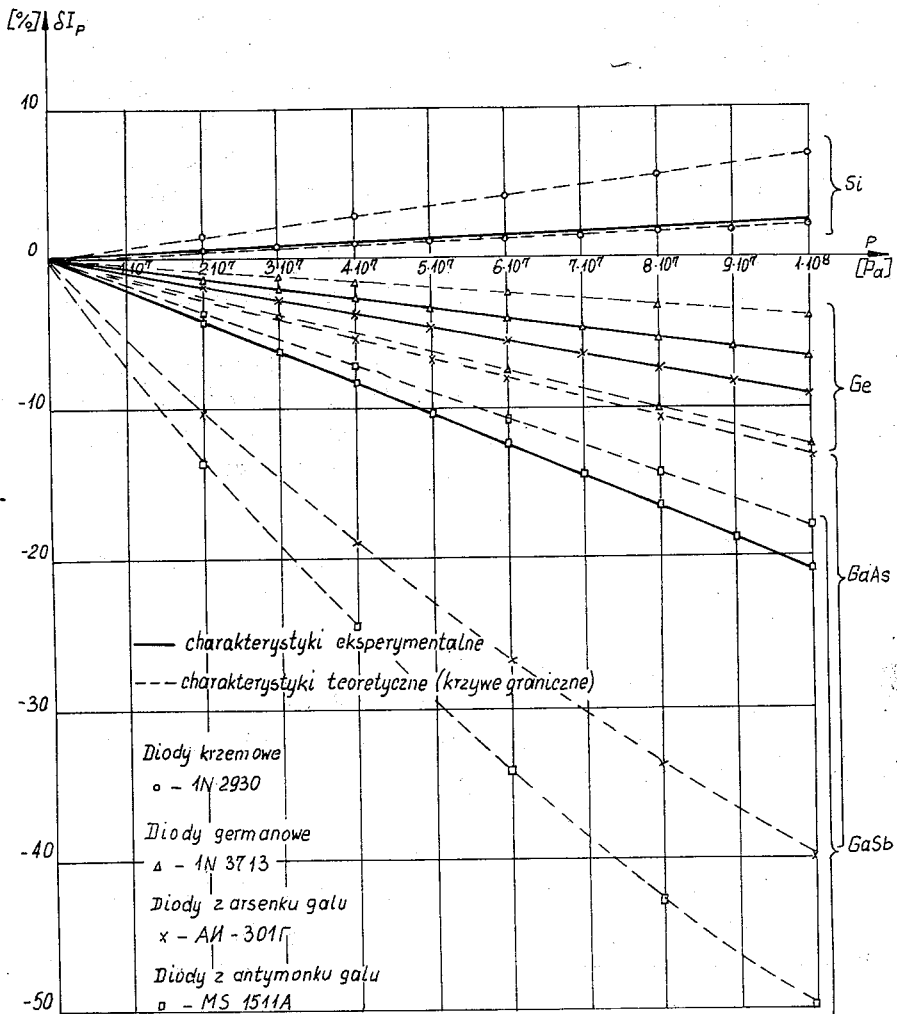
Tablica 2

Względne zmiany prądu szczytu diód tunelowych pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego, $p = 10^8 \text{ Pa}$, $T = 293 \text{ K}$

Półprzewodnik Typ diody	δI_p	
	Wartość eksperymentalna [%]	Wartość teoretyczna [%]
Si — 1N2930	+1,8	+1,8 ÷ +6,0
1N3713	-5,9	-3,7 ÷ -12,1
Ge — 1N3714	-5,8	
1N3716	-5,7	
GaAs — АИ-101Е АИ-301Г	-8,4 -9,2	-12,5 ÷ -40,1
GaSb — MS1511A	-20,6	-18,7 ÷ -50,1
InAs	—	-12,2 ÷ -35,8
InSb	—	-31,8 ÷ -73,2

procesem technologicznym [3, 41]. Zakładając przedział zmienności koncentracji domieszek wynikający z wymienionych warunków oraz korzystając z elektronicznej maszyny cyfrowej, obliczono teoretycznie możliwe do osiągnięcia zmiany ciśnieniowe prądu szczytu dla diod z następujących półprzewodników: Ge, Si, GaAs, Gasb, InAs, InSb ($p = 1 \cdot 10^8$ Pa, $T = 293$ K). Niektóre z wyników obliczeń podano w tablicy 2. W kolumnie 3 tej tablicy wyszczególniono wartości średnie otrzymane eksperymentalnie dla diod produkowanych seryjnie — krzemowych typu 1N2930 (USA), germanowych typu 1N3713, 1N3714, 1N3716 (USA), z arsenku galu typu AIH—101E, AIH—301Γ (ZSRR), z antymonku galu typu MS 1511A (USA).

Przeprowadzone obliczenia wykazały, że także i w tym przypadku (tzn. przy przyjęciu realnych granic zmienności poziomu domieszkowania) maksymalne zmiany prądu szczytu



Rys. 2. Względne zmiany prądu szczytu diod tunelowych pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego;
 $T = 293$ K

otrzymuje się dla diod z antymonku indu, a minimalne dla diod krzemowych. Jednak ze wzrostem czułości ciśnieniowej rośnie nieliniowość charakterystyki $\delta I_p = f(p)$ (rys. 2). Przykładowo, gdy względne zmiany prądu szczytu nie przekraczają 15%, błąd nieliniowości jest mniejszy od 1%, a przy zmianach równych ok. 30% osiąga już wartość rzędu 12,5%. Poza tym, praktycznie są do wykorzystania diody z czterech półprzewodników: Si, Ge, GaAs i GaSb, przy czym diody z GaSb są najbardziej czułe na wpływy temperatury, a diody z GaAs w pewnych warunkach pracy podlegają procesowi degradacji.

Jeżeli chodzi o ocenę porównawczą wyników teoretycznych i eksperymentalnych, to przy orientacyjnym oszacowaniu koncentracji domieszek badanych diod rozbieżności między nimi nie przekraczają kilkunastu procent; jedynie dla diod z GaAs są nieco większe. Przyczyny tych rozbieżności i metodykę ewentualnego uściślenia wyników obliczeń omówiono w [34].

W niektórych publikacjach, np. [9, 31, 33, 40, 52], podawane są zmiany ciśnieniowe prądu szczytu uzyskane doświadczalnie. Wymieniane wartości liczbowe niekiedy znacznie różnią się od siebie, choć wszystkie mieszczą się w granicach wynikających z obliczeń teoretycznych (tabl. 2). Jest to zrozumiałe, jeżeli weźmie się pod uwagę, że eksperymenty wykonywano najczęściej ze złączami specjalnie wytworzonymi do tego celu, o różnym poziomie domieszkowania i nie zawsze powtarzalnych parametrach. Wartości zbliżone do uzyskanych przez autorów artykułu wymieniono np. w [9], natomiast w [31] podano następujące względne zmiany prądu szczytu diod z różnych materiałów: Si — +1,9%; Ge — -11,5%; GaAs — -15,4%; GaSb — -30%, przy ciśnieniu $1 \cdot 10^8$ Pa (po przeliczeniu).

Zmiany ciśnieniowe prądu szczytu mogą być jednym z kryteriów oceny przydatności diody tunelowej jako pierwotnego przetwornika ciśnienia. Zmiany ciśnieniowe prądu tunelowego, zależne od położenia punktu pracy na charakterystyce prądowo-napięciowej diody, można bowiem wyrazić za pomocą zmian prądu szczytu, a więc:

— zmiany bezwzględne

$$\Delta I_t \approx \frac{I_{p0}}{U_{p0}} U \left[\frac{1 + \delta I_p}{1 + \delta U_p} \exp \left(\frac{U}{U_{p0}} \frac{\delta U_p}{1 + \delta U_p} \right) - 1 \right] \exp \left(1 - \frac{U}{U_{p0}} \right), \quad (15)$$

— zmiany względne

$$\delta I_t \approx \frac{1 + \delta I_p}{1 + \delta U_p} \exp \left(\frac{U}{U_{p0}} \frac{\delta U_p}{1 + \delta U_p} \right) - 1, \quad (16)$$

przy czym δI_p i δU_p są względnymi zmianami ciśnieniowymi prądu i napięcia szczytu, a U_{p0} wartością napięcia szczytu przy $p = 0$.

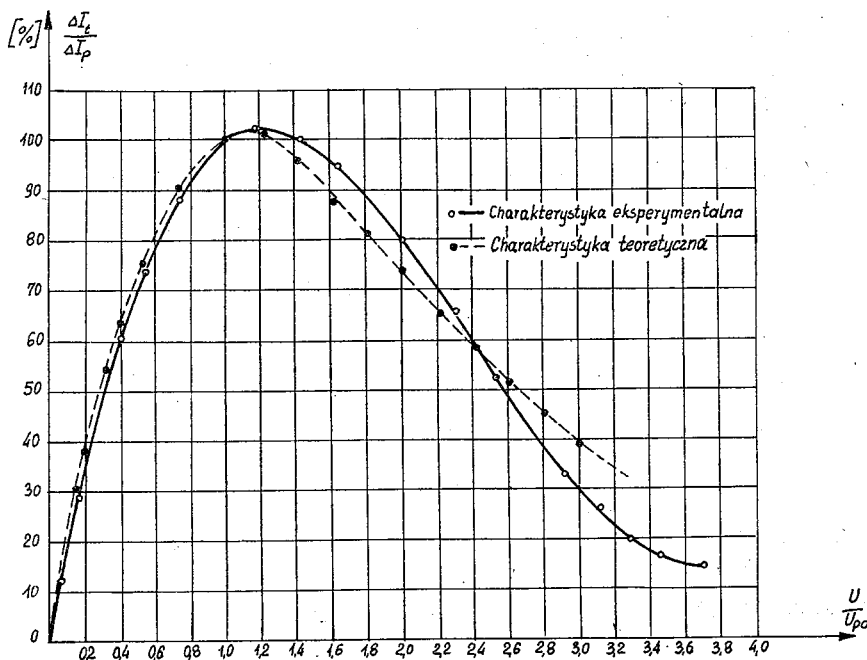
Wartości

$$\delta U_p \approx -\kappa \delta_p \quad (17)$$

w zakresie ciśnień do 10^8 Pa są mniejsze od dziesiątych części procenta i wydaje się, że praktycznie w przetwornikach ciśnienia nie odgrywają większej roli. Ciekawy jest natomiast wniosek, że maksymalne zmiany bezwzględne prądu tunelowego mają miejsce nie w punkcie szczytu, ale przy napięciu

$$U_{(\Delta I_t)_{\max}} \approx U_{p0} \left\{ 1 + \left[\frac{1}{2} \frac{\delta I_p}{\delta U_p} - \left(\frac{\delta I_p}{\delta U_p} \right)^2 + 4 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (18)$$

Przykładowe charakterystyki teoretyczne i eksperymentalne $\frac{\Delta I_t}{\Delta I_p} = f\left(\frac{U_o}{U_{po}}\right)$ dla $p = 1 \cdot 10^7$ Pa diody z arsenku galu typu АИ-301Г przedstawiono na rys. 3. Przy praktycznie stosowanych koncentracjach domieszek wartości $U_{(\Delta I_t)_{\max}}$ nie różnią się więcej niż o kilkanaście procent od napięcia szczytu, a jeszcze mniejsze różnice są między $(\Delta I_t)_{\max}$ i ΔI_p .



Rys. 3. Charakterystyki: teoretyczna i eksperymentalna $\frac{\Delta I_t}{\Delta I_p} = f\left(\frac{U_o}{U_{po}}\right)$

Dioda tunelowa z arsenku galu typu АИ-301Г, $p = 1 \cdot 10^7$ Pa, $T = 293$ K

Podobne wyrażenia jak dla prądu tunelowego można uzyskać także i dla prądu nadmiarowego. Wydaje się, że najbardziej celowe jest przyjęcie modelu powstawania tego prądu wskutek tunelowych przejść nośników poprzez dodatkowe poziomy domieszkowe położone w pasmie zabronionym [3, 32], co doprowadza do jego równania

$$I_N = AN_d \exp \left[-\frac{4}{3} \frac{2(m_e^*)^{\frac{1}{2}}}{\hbar e} \left(2\varepsilon \frac{n_n + p_p}{n_n p_p} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{E_g + E_{FP} - E_d}{\varphi_k} \right)^{\frac{3}{2}} (\varphi_k - eU) \right], \quad (19)$$

w którym A jest stałą, N_d — koncentracją atomów domieszki donorowej, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h — stałą Plancka, ε — przenikalnością elektryczną, a E_d — energią poziomu domieszkowego.

Wtedy zmiany ciśnieniowe prądu doliny można wyrazić wzorem [34]

$$\frac{I_v}{I_{v0}} \approx \exp \left\{ \delta_p C_2 E_{go}^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{E_{Fp}}{E_{go}} \right)^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{E_{Fn} + E_{Fp}}{E_{go} + E_{Fn} + E_{Fp}} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{3}{2} \frac{1}{1 + \frac{E_{Fp}}{E_{go}}} + \frac{E_{Fn} + E_{Fp}}{E_{go} \left(1 + \frac{E_{Fn} + E_{Fp}}{E_{go}} \right)} \right] \right\}. \quad (20)$$

Z obliczeń i doświadczeń (tabl. 3) przeprowadzonych przy identycznych założeniach jak i dla prądu szczytu wynika, że charakter zmian obydwu prądów jest jednakowy, natomiast ilościowo zmiany prądu doliny są mniejsze.

Tablica 3

Względne zmiany prądu doliny diod tunelowych pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego
 $p = 10^8 \text{ Pa}$, $T = 293 \text{ K}$

Półprzewodnik Typ diody	δI_v	
	Wartość eksperymentalna [%]	Wartość teoretyczna [%]
Si — 1N2930	+1,5	+1,3 ÷ +5,0
1N3713	—5,8	
Ge — 1N3714	—5,8	—2,2 ÷ —8,9
1N3716	—6,0	
GaAs — AII-101E	—6,3	
AII-301Γ	—8,1	—11,3 ÷ —36,4
GaSb — MS1511A	—19,5	—14,6 ÷ —42,1
InAs	—	—7,5 ÷ —28,9
InSb	—	—21,3 ÷ —63,6

W zakresie prądu dyfuzyjnego konieczne jest przyjęcie jednej z trzech teorii podawanych najczęściej w literaturze, np. [20, 46, 60, 61], odnoszących się do zjawiska piezorezystancyjnego w złączu p - n . Teorie te oparte są na następujących przesłankach:

- 1) skutek zmiany położenia pasm energetycznych zmianie ulega koncentracja nośników mniejszościowych,
- 2) czas życia nośników zmienia się przy zmianie koncentracji defektów siatki krystalicznej,
- 3) czas życia nośników zmienia się wskutek zmiany energii centrów rekombinacji względem poziomu Fermiego, prowadząc do zmiany współczynników rekombinacji.

Najlepszą zgodność z eksperymentem wykazuje teoria omówiona w [60], uzależniająca zjawisko piezorezystancyjne w złączu p - n od zmiany koncentracji nośników mniejszościowych. Teoria ta odnosi się w zasadzie do złącz słabo- i średniodomieszkowanych, ale możliwe jest rozszerzenie jej i na złącza półprzewodników zdegenerowanych. Była ona punktem wyjścia do rozważań autorów, przy czym przy opisie prądu dyfuzyjnego skorzystano także ze standardowej teorii Shockley'a [2, 51], modyfikując odpowiednie wielkości zgodnie z teorią

półprzewodników zdegenerowanych. Pozwoliło to wyprowadzić następującą zależność na zmiany ciśnieniowe prądu dyfuzyjnego

$$\frac{I_D}{I_{D0}} = \exp\left(-\frac{\alpha_p P}{kT}\right). \quad (21)$$

Przy opisie prądu płynącego przez diodę spolaryzowaną napięciem wstecznym o niezbyt dużej wartości można oprzeć się na modelu podanym w [25]. Otrzymuje się wtedy

$$I = \frac{em^*}{36\hbar^2} AP \left(\frac{\bar{E}}{2}\right) D, \quad (22)$$

gdzie:

$$P = \exp\left(-\beta E_g^{\frac{3}{2}}\right),$$

$$\beta = \frac{\pi m^{*\frac{1}{2}}}{2\sqrt{2}\hbar eK}$$

$$\bar{E} = \frac{\sqrt{2}\hbar eK}{(\pi^2 m^* E_g)^{\frac{1}{2}}},$$

$$D = eU + \left(\frac{\bar{E}}{2}\right) \left[\exp\left(-\frac{2E_{Fn}}{\bar{E}}\right) + \exp\left(-\frac{2E_{Fp}}{\bar{E}}\right) - 2\exp\left(-\frac{eU + E_{Fn} + E_{Fp}}{\bar{E}}\right) \right],$$

$$m^* = \frac{1}{2} \bar{m}^*,$$

A — powierzchnia złącza,

przy czym dla przejść pośrednich z udziałem fononów wartości E_g należy zastąpić przez $E_g \pm \hbar f_0$ (f_0 — częstotliwość fononów).

Dla napięć większych od $\frac{\bar{E}}{2e}$ parametr D może być aproksymowany przez eU . Umożliwia to sprowadzenie wyrażenia (22) do postaci podobnej do (8)

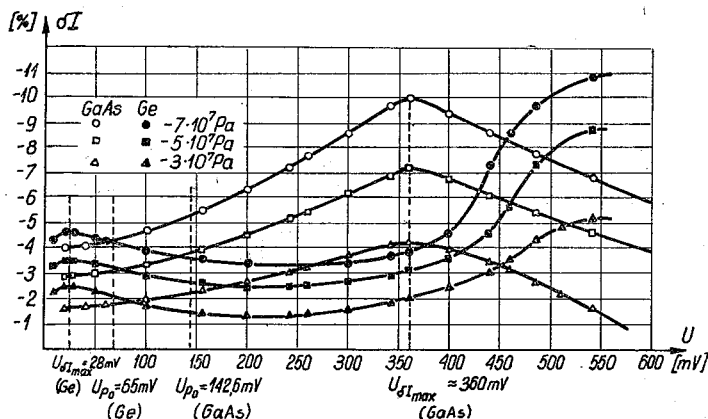
$$I = CE_g^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\beta E_g^{\frac{3}{2}}\right), \quad (23)$$

gdzie: $C = \frac{\sqrt{2} m^{*\frac{1}{2}} e^2 U K A}{72 \pi \hbar^2}.$

Stąd czułość ciśnieniowa jest dana również zależnością zbliżoną do (12) i (14)

$$k_p \approx -\frac{1}{2} \left[1 + 3\beta E_g^{\frac{3}{2}} \right] \frac{\alpha_p}{E_{g0}}. \quad (24)$$

Ostatecznie więc, gdy uwzględni się, że prąd diody tunelowej jest sumą trzech prądów: tunelowego, nadmiarowego i dyfuzyjnego oraz że wkład każdego z nich jest inny w poszczególnych obszarach charakterystyki prądowo-napięciowej, otrzymuje się przebieg względnych zmian prądu pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego w zależności od napięcia polaryzującego, przedstawiony przykładowo dla diod germanowych i z arsenku galu na rys. 4. Należy przy tym zauważyć, że przy stałej wartości napięcia krzywa $\delta I = f(p)$ ma zawsze kształt zbliżony do eksponencjalnego, a dla niezbyt wysokich ciśnień często jest



Rys. 4. Względne zmiany prądu diody tunelowej pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego w zależności od napięcia polaryzującego

Diody tunelowe : germanowe typu 1N3716, z arsenku galu typu AH-301Γ; $T = 293$ K; krzywe eksperymentalne

aproxymowana prostą. Poza tym przy wysokich ciśnieniach mogą wystąpić skokowe zmiany nachylenia charakterystyk ciśnieniowych, o których donoszono np. w [33]. Są one spowodowane niejednakowym wpływem ciśnienia na minima pasm energetycznych położone w różnych punktach strefy Brillouina. Wskutek tego, przy odpowiednio wysokim ciśnieniu zaczyna dominować inny typ zjawiska tunelowego, czyli następuje przejście np. od tunelowania bezpośredniego do tunelowania z udziałem fononów lub też odwrotnie. Podobny efekt można także zaobserwować, gdy przekroczona zostanie pewna wartość napięcia. Na przykład, w diodach germanowych i krzemowych przy polaryzacji w kierunku przewodzenia przeważają tunelowe przejścia pośrednie. Przejścia bezpośrednie zachodzą tylko w złączach o bardzo dużej koncentracji domieszek, praktycznie nie stosowanej. Natomiast przy polaryzacji w kierunku wstecznym przejścia takie mają miejsce, gdy poziom Fermiego w obszarze typu p podniesie się powyżej minimalnego poziomu w punkcie $\mathbf{k} = (000)$ obszaru typu n , co osiąga się gdy

$$|eU| > \Delta E - E_{Fn}, \quad (25)$$

gdzie ΔE — różnica energii pomiędzy minimami pasma przewodnictwa w punkcie $\mathbf{k} = (000)$ i w punktach L_1 i Δ_1 .

W złączach krzemowych przy przejściach pośrednich mogą być wzbudzone zarówno fonony optyczne jak i akustyczne, podczas gdy w złączach germanowych przejścia pośrednie zachodzą głównie przy współdziałaniu fononów akustycznych.

Wykorzystanie zmian prądu diody tunelowej jest najprostszą metodą realizacji przetwornika ciśnienia. Budowa takiego przetwornika o zakresie pomiaru rzędu kilkudziesięciu MPa nie sprawia specjalnych trudności. Przy przetwarzaniu mniejszych ciśnień czułość może okazać się niewystarczająca. Jedną z metod zwiększenia czułości ciśnieniowej jest zastąpienie wymuszenia napięciowego wymuszeniem prądowym. Wykorzystuje się wtedy zmiany napięcia na diodzie wywołane ciśnieniem. Zmiany napięcia zależą nie tylko od rodzaju półprzewodnika i poziomu jego domieszkowania, (przy czym zależności te są

analogiczne jak przy wymuszeniu napięciowym), ale i silnie od położenia punktu pracy na charakterystyce prądowo-napięciowej (rys. 5).

Teoretyczne wyznaczenie tych zmian wymagało rozwiązania układu równań przestępnych

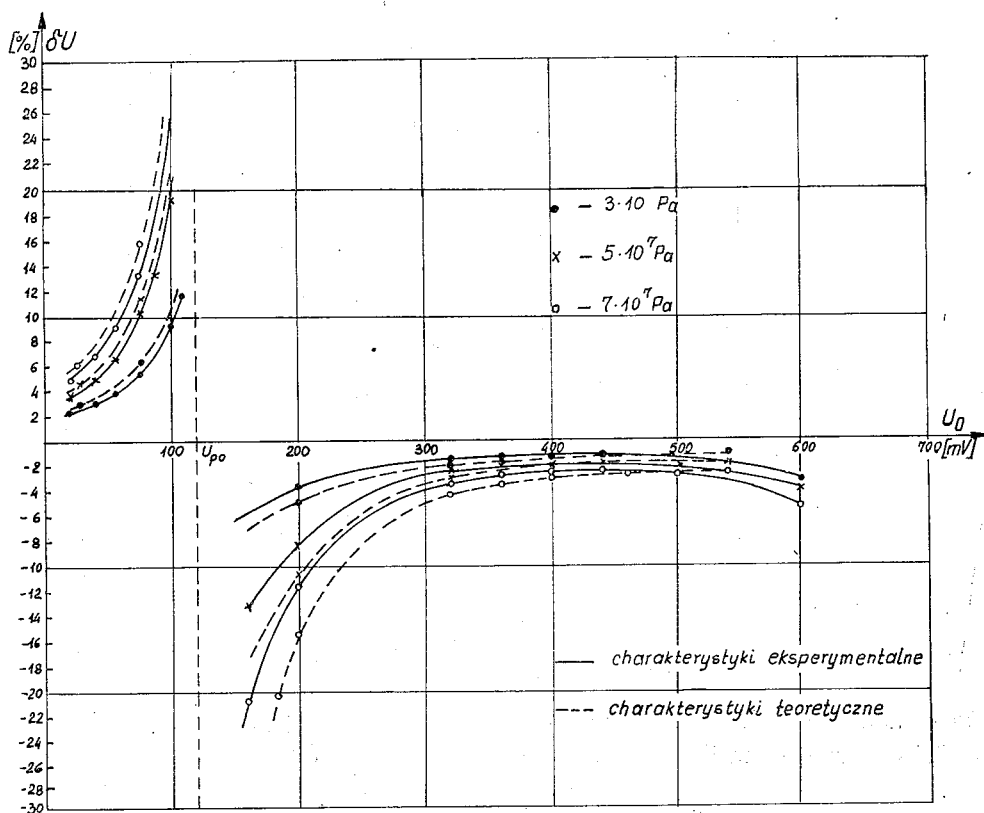
$$\frac{I_t}{I_{po}} = \frac{U_o}{U_{po}} \exp\left(1 - \frac{U_o}{U_{po}}\right), \quad (26)$$

$$\frac{I_t}{I_{po}} = \frac{U}{U_{po}} (1 + \delta_p)^{-\eta} \exp(-\delta_p \kappa C_2 E_{go}^*) \exp\left[1 - \frac{U}{U_{po}} (1 + \delta_p)^\kappa\right],$$

gdzie U_o — napięcie na diodzie przy $p = 0$,

co wykonano stosując metodę *regula falsi*, jako najmniej pracochłonną i najszybciej zbieżną metodę numeryczną rozwiązywania tego typu równań [21].

Dla wszystkich diod, oprócz krzemowych, gdy $U_o < U_{po}$, napięcie na diodzie ze wzrostem ciśnienia rośnie, natomiast dla napięć $U_{po} < U_o < U_{vo}$ maleje. Odpowiada to dodatniej i ujemnej gałęzi krzywych (rys. 5). Zmiany w diodach krzemowych mają charakter przeciwny. Gdy punkt pracy zbliża się do punktów ekstremalnych, to wartości δU rosną, dążąc do nieskończoności w punktach szczytu i doliny. Przebieg przedstawionych charakterystyk



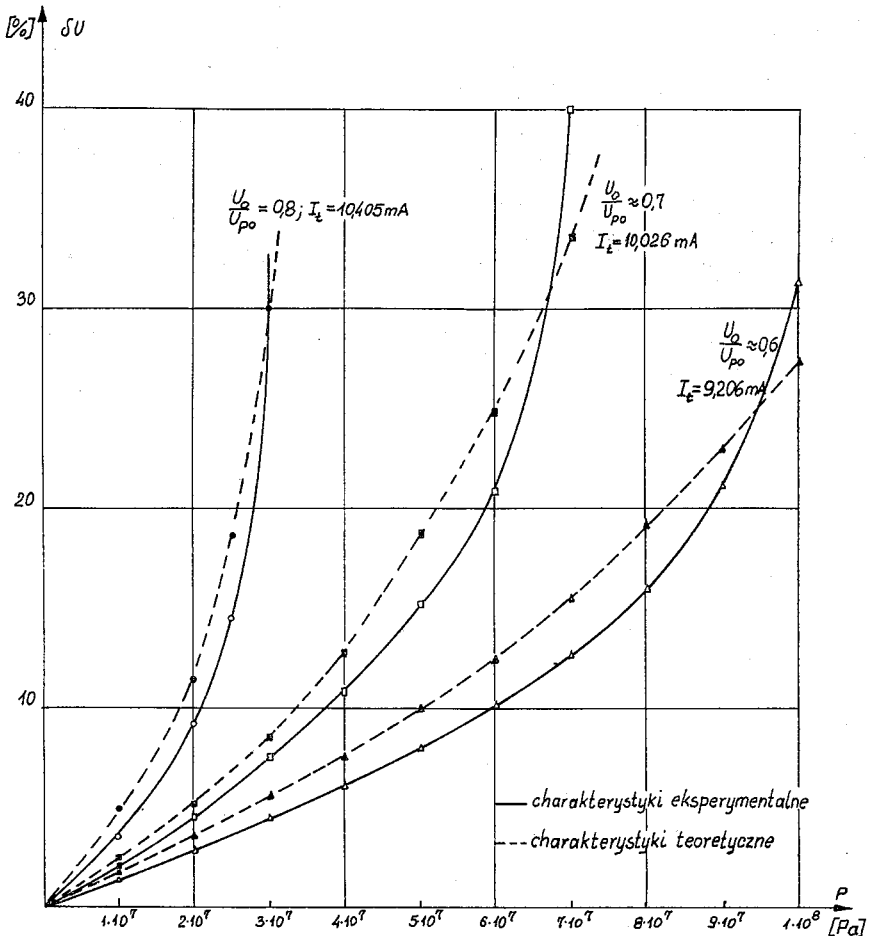
Rys. 5. Charakterystyki eksperymentalne i teoretyczne $\delta U = f(U_o)$

Dioda tunelowa z arsenku galu typu АИ-301Г, $T = 293\text{ K}$

wynika głównie z zależności od napięcia rezystancji dynamicznej diody r_D , w mniejszym zaś stopniu z zależności $\delta I_t = f(U)$. Nieciągłość funkcji $\delta U = f(U)$ ogranicza zakres przetwarzanych ciśnień do takiej wartości p_{max} , żeby był spełniony warunek

$$|\Delta U_{max}| \leq |U_o - U_{po}|. \quad (27)$$

Przy stałym prądzie, zmiany napięcia na diodzie są nieliniową (w przybliżeniu hiperboliczną) funkcją ciśnienia. Przykładowe charakterystyki teoretyczne i eksperymentalne $\delta U = f(p)$ diody tunelowej z arsenku galu typu АИ-301Г, wyznaczone przy trzech wartościach prądu, pokazano na rys. 6.



Rys. 6. Charakterystyki teoretyczne i eksperymentalne $\delta U = f(p)$ w zależności od położenia punktu pracy Dioda tunelowa z arsenku galu typu АИ-301Г, $T = 293$ K

Przez analogię z piezorezystorami można wprowadzić pojęcia równoważnych współczynników piezorezystancji i czułości odkształceniowej, zdefiniowanych następująco

$$\pi_r = \frac{1}{U_o} \left(\frac{\partial U}{\partial p} \right); \quad k_{tr} = \frac{E_B}{U_o} \left(\frac{\partial U}{\partial p} \right), \quad (28)$$

gdzie E_B — objętościowy moduł sprężystości.

Dla diody, której charakterystyki przedstawiono na rys. 6, wartości tych współczynników podano w tablicy 4, dla $p \rightarrow 0$ i $p \rightarrow p_{max}$.

Otrzymane wartości współczynników czułości odkształceniowej przy $p \rightarrow 0$ są zbliżone do wartości k_t piezorezystorów monokrystalicznych, natomiast przy $p \rightarrow p_{max}$ są przy najmniej o rząd większe. Zależność k_{tr} od napięcia może być opisana przybliżonym wzorem

$$k_{tr} \approx - \frac{(k_p)^{I_p} + (k_p)^{U_p} \left(\frac{U_o}{U_{po}} - 1 \right)}{1 - \frac{U_o}{U_{po}}}, \quad (29)$$

gdzie $(k_p)^{U_p} = \frac{1}{U_p} \left(\frac{\partial U_p}{\partial p} \right)$ — czułość ciśnieniowa napięcia szczytu.

Tablica 4

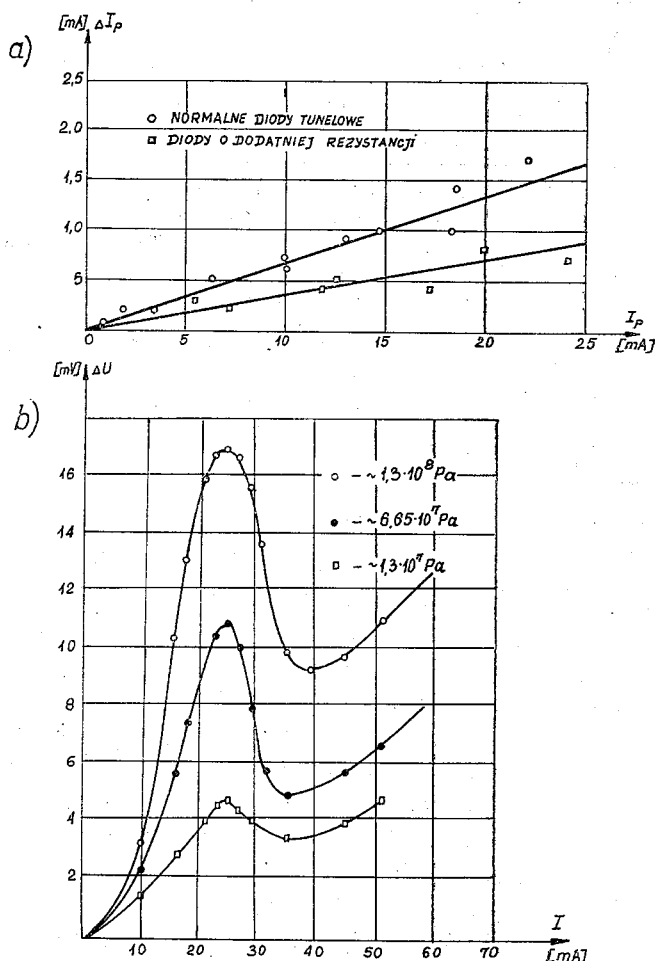
Zastępcze współczynniki piezorezystancji i czułości odkształceniowej. Dioda tunelowa z arsenku galu typu AH-301Г, T = 293 K

	$I_t = 10,405 \text{ mA}$ $p_{max} = 3 \cdot 10^7 \text{ Pa}$		$I_t = 10,026 \text{ mA}$ $p_{max} = 5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$		$I_t = 9,206 \text{ mA}$ $p_{max} = 7 \cdot 10^7 \text{ Pa}$	
	Dośw.	Teoret.	Dośw.	Teoret.	Dośw.	Teoret.
$(\pi_r)_{p \rightarrow 0} \text{ [Pa}^{-1}]$	$3,7 \cdot 10^{-9}$	$4,0 \cdot 10^{-9}$	$2,3 \cdot 10^{-9}$	$2,4 \cdot 10^{-9}$	$1,6 \cdot 10^{-9}$	$1,8 \cdot 10^{-9}$
$(k_{tr})_{p \rightarrow 0}$	278,6	229,6	170,0	177,5	116,8	135,6
$(\pi_r)_{p \rightarrow p_{max}} \text{ [Pa}^{-1}]$	$1,6 \cdot 10^{-7}$		$4,0 \cdot 10^{-8}$		$1,6 \cdot 10^{-8}$	
$(k_{tr})_{p \rightarrow p_{max}}$	$12,0 \cdot 10^3$	—	$3,0 \cdot 10^3$	—	$1,2 \cdot 10^3$	—

Ponieważ musi być spełniony warunek (27), to ograniczenie zakresu mierzonych ciśnień do 10^5 Pa lub jeszcze mniej pozwala praktycznie uzyskać k_{tr} rzędu kilkudziesięciu tysięcy. Należy się jednak wtedy liczyć z dość znacznym błędem nieliniowości oraz niewielką przeciążalnością.

W literaturze, np. [9, 27], można spotkać doniesienia o wykorzystaniu w przetwornikach ciśnienia diod tunelowych, które nie posiadają odcinka o ujemnej rezystancji w temperaturach bliskich temperaturze pokojowej. Natomiast o zachodzącym zjawisku tunelowym pozwalają wnioskować badania przeprowadzone w temperaturach niskich, najczęściej w temperaturze ciekłego azotu (ok. 77 K). Ich zastosowanie upraszcza konstrukcję przetwornika, gdyż nie jest wtedy wymagane spełnienie warunków stabilności oraz pozwala uzyskać lepszą liniowość i większą moc wyjściową [27]. Tego typu elementy są często nazywane diodami o dodatniej rezystancji (*positive resistance junction diode*) [9] i stanowią faktycznie zdegenerowane diody tunelowe [3, 16, 24, 28]. Starzenie zostało wywołane „sztucznie” poprzez umieszczenie normalnych diod tunelowych w wysokiej temperaturze ($T = 808 \text{ K}$, $t = 5 \text{ s}$) [9], lub trawienie w 25% roztworze NaOH przy jednoczesnym przepływie prądu o wartości znacznie większej od wartości prądu szczytu ($I \approx 200 \text{ mA}$) [9], albo też bombardowanie zjonizowanymi cząstkami elementarnymi, np. elektronami o energii 2,0 MeV

(strumień elektronów — $(8 \div 10) \cdot 10^{21}$ elektronów na m^2) [27]. W efekcie tych zabiegów odcinek charakterystyki $I = f(U)$ o ujemnej rezystancji znikał zupełnie, a prąd doliny osiągał wartość prądu szczytu. Ponieważ degradacja diod tunelowych prowadzi m.in. do zwiększenia szerokości bariery energii jaką muszą przebyć tunelujące nośniki, to jest oczywiste, że wskutek degradacji czułość ciśnieniowa maleje. Na rys. 7a przedstawiono zmiany prądu szczytu pod wpływem ciśnienia w zależności od jego wartości dla zwykłych diod tunelowych i diod o dodatniej rezystancji przy ciśnieniu $7 \cdot 10^7 \text{ Pa}$, natomiast na rys. 7b pokazano bezwzględne zmiany napięcia na diodzie o dodatniej rezystancji w funkcji prądu polaryzującego przy różnych ciśnieniach [9]. Wykresy dotyczą diod z germanu o rezystywności $0,001 \Omega \text{ cm}$ domieszkowanego arsenem. Przy ciśnieniu $7 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ względne zmiany prądu szczytu zwykłych diod tunelowych wynoszą $\delta I_p \approx -6,6\%$, a diod o dodatniej rezystancji $\delta I_p \approx -3,3\%$.



Rys. 7. a) Zmiany prądu szczytu pod wpływem ciśnienia „zwykłych” diod tunelowych i diod „o dodatniej rezystancji” w zależności od jego wartości ($p = 7 \cdot 10^7 \text{ Pa}$) [9]

b) Zmiany spadku napięcia na diodzie „o dodatniej rezystancji” pod wpływem ciśnienia w zależności od wartości prądu polaryzującego

Dioda germanowa, $T = 297,7 \text{ K}$ [9]

Praktyczny przykład zastosowania diod o dodatniej rezystancji wykonanych z arsenku galu typu p , domieszkowanego cynkiem do poziomu $3 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$, w przetwornikach ciśnienia omówiono w [27]. Zbudowany przetwornik pozwala na pomiar ciśnienia w dwóch zakresach: od 0 do ok. $3,5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ i od 0 do ok. $2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$. Czułość, w zależności od zakresu, wynosi $1,15 \cdot 10^{-5} \text{ mV/Pa}$ i $0,15 \cdot 10^{-5} \text{ mV/Pa}$, a błąd nieliniowości jest mniejszy od 1%. Podstawową wadą przetwornika jest duża wrażliwość temperaturowa — błąd temperaturowy odniesiony do wejścia wynosi $\sim 5 \cdot 10^5 \text{ Pa/K}$ i $\sim (10 \div 15) \cdot 10^5 \text{ Pa/K}$, przy czym nie stosowano układów kompensujących.

2.2. Właściwości temperaturowe

Diody tunelowe w porównaniu z innymi elementami półprzewodnikowymi odznaczają się małą wrażliwością na zmiany temperatury i znacznie szerszym zakresem temperatur pracy. Jeżeli, przykładowo, dla wysokiej jakości tranzystorów germanowych dopuszczalna temperatura pracy nie przekracza 373 K, to dla diod tunelowych z tego samego materiału może wynosić ok. 473 K, a dla diod z arsenku galu ok. 673 K. W praktyce należy jednak wziąć pod uwagę ograniczenia wynikające z technologii wykonania pomocniczych elementów konstrukcyjnych, takich jak np. doprowadzenia i obudowa. Z kolei małe zmiany parametrów pod wpływem temperatury wynikają z dużej koncentracji domieszek oraz z faktu, że prąd tunelowy wywołany jest przede wszystkim przepływem nośników większościowych, a udział nośników mniejszościowych jest minimalny. Ponadto zmiany temperaturowe prądu tunelowego są następstwem zmian dwóch składników: prawdopodobieństwa zjawiska tunelowego i tzw. czynników statystycznych, zależnych głównie od koncentracji nośników i ich rozkładu. Charakter zmian tych dwóch składników jest przeciwny.

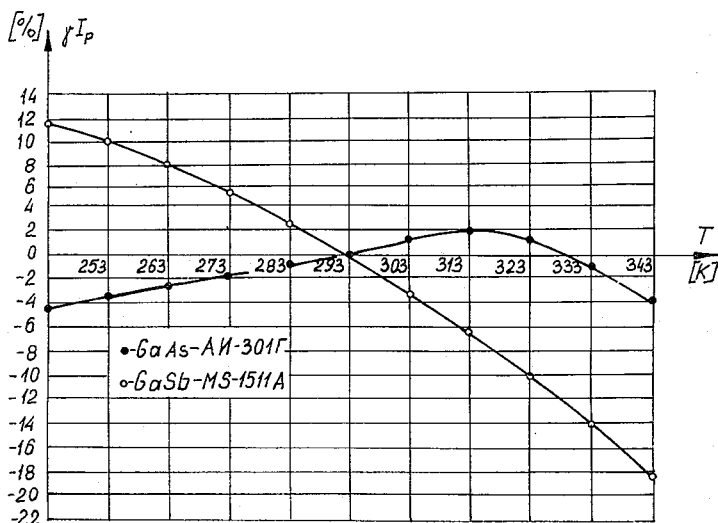
Analiza teoretyczna wpływu temperatury na prąd tunelowy prowadzi do dość złożonych zależności [34], z których wynikają m.in. następujące wnioski.

1. Zmiana prawdopodobieństwa zjawiska tunelowego związana jest z jednej strony z właściwościami temperaturowymi samego materiału półprzewodnikowego, z drugiej zaś strony z poziomem jego domieszkowania. Decydującą rolę odgrywa zmiana szerokości pasma zabronionego, które ze wzrostem temperatury maleje, co pociąga za sobą wzrost prawdopodobieństwa zjawiska tunelowego. Jest on największy dla diod z półprzewodników, które mają wąskie pasmo zabronione o dużym jego współczynniku temperaturowym — InAs, InSb.

2. Zmiany czynników statystycznych nie zależą bezpośrednio od właściwości materiału półprzewodnikowego, tylko od poziomu jego domieszkowania; im domieszkowanie silniejsze, tym zmiany te są mniejsze. Dla $E_F \geq 10 \text{ kT}$ praktycznie można nie uwzględniać zmian temperaturowych czynników statystycznych.

3. Przy niezbyt dużej koncentracji domieszek decydują zmiany temperaturowe czynników statystycznych, gdyż przy niewielkim zdegenerowaniu przeważają przejścia tunelowe nośników z poziomów niewiele różniących się od poziomu Fermiego. W takich diodach prąd tunelowy ze wzrostem temperatury maleje. Przy silniejszym domieszkowaniu w procesie tunelowym biorą udział przede wszystkim nośniki o energiach znacznie różniących się od energii poziomu Fermiego. Koncentracja ich niewiele zmienia się z temperaturą, a decy-

dującą rolę odgrywają zmiany prawdopodobieństwa zjawiska tunelowego. W tym przypadku prąd tunelowy ze wzrostem temperatury rośnie. Jednocześnie silniejsze domieszkowanie półprzewodnika, w zakresie koncentracji domieszek wynikających z realnych możliwości technologicznych i warunku zdegenerowania, prowadzi do zmniejszenia czułości



Rys. 8. Zmiany temperaturowe prądu szczty diody tunelowej z arsenku galu typu АИ-301Г i z antymonku galu typu MS-1511A
Krzywe eksperymentalne

Tablica 5

Wyznaczane eksperymentalnie względne zmiany temperaturowe prądu szczty diod tunelowych

Typ diody	Półprzewodniki γI_p [%]		
	$T = T_{I_p \max}$	$T = 243 \text{ K}$	$T = 343 \text{ K}$
Si — 1N2930	+0,5	-4,9	-1,4
Ge — 1N3713	+0,2	-3,2	-2,7
1N3714	+0,2	-4,0	-3,3
1N3716	+0,3	-3,6	-3,0
GaAs — АИ-101Е	+1,1 ÷ +2,0	-4,7 ÷ -3,2	-3,4 ÷ +1,8
АИ-301Г	+0,9 ÷ +1,9	-4,6 ÷ -2,8	-3,1 ÷ +1,7
GaSb — MS1511A	—	+11,6	-18,7

ciśnieniowych, ale nie jest równoznaczne ze zmniejszeniem wrażliwości temperaturowej, tak jak ma to miejsce w przypadku piezorezystorów monokrystalicznych.

Powyższe wnioski wykazują dobrą zgodność z danymi doświadczalnymi. Przykładowe charakterystyki eksperymentalne zmian prądu szczytu w zależności od temperatury diod z antymonku galu i arsenku galu przedstawiono na rys. 8.

W diodach z antymonku galu koncentracja domieszek jest niewielka ($E_F < 5 kT$) i decydującą rolę odgrywają zmiany czynników statystycznych; ze wzrostem temperatury prąd szczytu maleje więc monotonicznie, a jego zmiany są stosunkowo duże (tabl. 5). Natomiast dla diod z arsenku galu domieszkowanie jest silniejsze; należy uwzględnić zmiany temperaturowe obydwu składników, co daje małe zmiany I_p (tabl. 5), będące niemonotoniczną funkcją temperatury (rys. 8). Dla tych diod, maksimum funkcji $\gamma I_p = f(T)$ zależy od badanego egzemplarza i wynosi od 1% do 3%, a temperatura odpowiadająca temu maksimum $T_{I_{pmax}}$ zmienia się od 295 K do 330 K. Jak wynika z tabl. 5, dla wszystkich badanych diod (oprócz MS1511 A), w zakresie temperatury 243 K ÷ 273 K, zmiany prądu szczytu nie przekraczają $\pm 5\%$. Są więc znacznie mniejsze niż zmiany parametrów innych elementów półprzewodnikowych. Jednak tego samego rzędu są zmiany ciśnieniowe prądu szczytu. Konieczne jest więc stosowanie kompensacji temperaturowej, która może być utrudniona ze względu na nieliniową zależność I_p od T .

W ogólnym przypadku zmiany temperaturowe prądu tunelowego są funkcją napięcia, tak że należy je wyznaczać w określonym punkcie charakterystyki, wybranym jako punkt pracy [34].

Jeżeli chodzi o zmiany temperaturowe prądu doliny, to również mogą być one przedstawione w postaci sumy dwóch składników o przeciwnych znakach. Pierwszy z nich wynika przede wszystkim ze zmiany szerokości pasma zabronionego, masy efektywnej nośników, przenikalności elektrycznej i ze wzrostem temperatury rośnie. Drugi składnik wynika przede wszystkim ze zmiany położenia poziomów Fermiego oraz poziomów domieszkowych i ze wzrostem temperatury maleje. Możliwe jest więc otrzymanie zależności $I_v = f(T)$ o takim charakterze jak i $I_p = f(T)$, ale w tym przypadku wpływ składnika pierwszego jest większy. Dlatego też zaobserwowano doświadczalnie, że dla badanych diod prąd doliny ze wzrostem temperatury wzrasta. Zależności $\ln(\gamma I_v) = f(T)$ mają charakter zbliżony do liniowego, a zmiany prądu I_v wynoszą od $-12,7\%$ przy $T = 243$ K i $+16,1\%$ przy $T = 243$ K dla diod z arsenku galu, do $-34,4\%$ przy $T = 243$ K i $+50,2\%$ przy $T = 343$ K dla diod z antymonku galu (tabl. 6).

Zmiany temperaturowe prądu dyfuzyjnego wynikają przede wszystkim ze zmian prądu nasycenia, zależnego m.in. od koncentracji nośników mniejszościowych. Podobnie więc jak i dla zwykłych diod prostowniczych prąd dyfuzyjny ze wzrostem temperatury rośnie, w przybliżeniu eksponencjalnie. W temperaturze $T = 243$ K jego zmiany są rzędu $-30\% \div -50\%$, a w temperaturze $T = 343$ K rzędu $+50\% \div +80\%$, przy czym rozrzut wartości dla poszczególnych egzemplarzy diod jest duży.

Również w zależności od koncentracji domieszek, napięcie szczytu ze wzrostem temperatury może maleć lub rosnąć. Uzyskanie rosnącej funkcji $U_p = f(T)$ wymaga dość silnego domieszkowania (np. dla germanu $n_n \geq 5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$), niezbyt często spotykanego w dio-

Tablica 6

Wyznaczane eksperymentalnie względne zmiany temperaturowe prądu doliny diod tunelowych

Półprzewodnik Typ diody	γI_b	[%]
	$T = 243 \text{ K}$	$T = 343 \text{ K}$
Si — 1N2930	-24,6	+31,0
Ge — 1N3713	-21,3	+25,1
GaAs — АИ-301Г	-12,7	+16,2
GaSb — MS1511A	-34,4	+50,2

Tablica 7

Wyznaczone eksperymentalnie względne zmiany temperaturowe napięcia szczytu diod tunelowych

Półprzewodnik Typ diody	γU_p	[%]
	$T = 243 \text{ K}$	$T = 343 \text{ K}$
Si — 1N2930	+1,3	-1,9
Ge — 1N3713	+1,3	-1,6
GaAs — АИ-301Г	+0,6	-1,0
GaSb — MS1511A	+3,2	-3,4

Tablica 8

Wyznaczone eksperymentalnie względne zmiany temperaturowe napięcia na diodzie. Dioda tunelowa z arsenku galu typu АИ-101Е

T [K]	$U_o = 0,75 U_{po}$	$U_o = 0,53 U_{po}$
	γU [%]	γU [%]
243	+11,0	+5,8
313	-1,9	-1,7
343	+2,1	+1,0

dach produkowanych seryjnie. W wyniku eksperymentów stwierdzono, że dla wszystkich badanych diod napięcie szczytu jest monotonicznie malejącą funkcją temperatury, a jego zmiany są mniejsze od zmian temperaturowych prądu szczytu. Przykładowe wartości wyszczególniono w tablicy 7.

Przy wymuszeniu prądowym, gdy napięcie nie przekracza napięcia doliny, jego względne zmiany temperaturowe można opisać zależnością

$$\gamma U \approx - \frac{\gamma I_p}{1 - \frac{U_o}{U_{po}}} + \gamma U_p, \quad (30)$$

gdzie:

γI_p — względne zmiany temperaturowe prądu szczytu,

γU_p — względne zmiany temperaturowe napięcia szczytu.

Zależą one zatem silnie od położenia punktu pracy na charakterystyce $I = f(U)$, gdyż funkcja $\gamma U = f\left(\frac{U_o}{U_{po}}\right)$ jest hiperbolą o asymptocie w punkcie $\frac{U_o}{U_{po}} = 1$. Dla napięć niewiele większych od U_{po} zmiany γU mają taki sam znak jak zmiany prądu szczytu, natomiast dla napięć niewiele mniejszych od U_{po} znak przeciwny. Przykładowe wartości tych zmian dla diody z arsenku galu typu AI-101E podano w tablicy 8.

Zmiany temperaturowe napięcia wykazują w przybliżeniu podobną zależność od położenia punktu pracy (wzór 30), jak i zastępczy współczynnik czułości odkształceniowej (wzór 29). W takim razie iloraz zmian temperaturowych prądu szczytu i czułości ciśnieniowej tego prądu jest w przybliżeniu taki sam, jak iloraz odpowiednich wielkości przy wymuszeniu prądowym

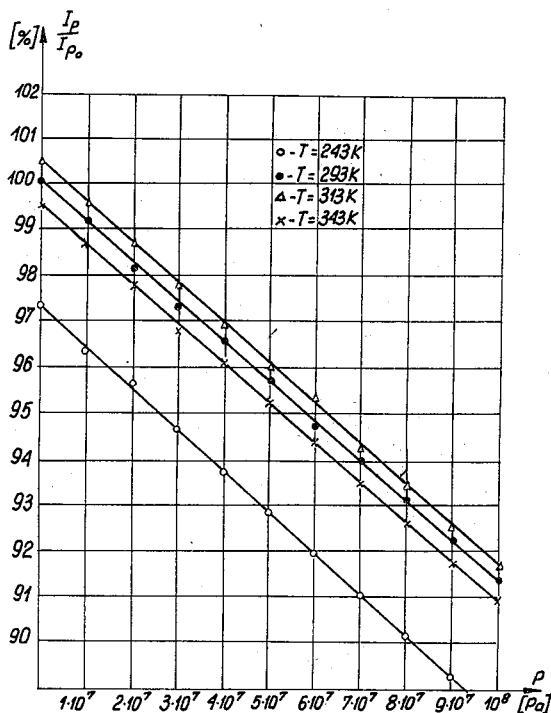
$$\frac{\gamma I_p}{(k_p)^{I_p}} \approx \frac{\gamma U}{k_{tr}}. \quad (31)$$

Nie oznacza to jeszcze jednak, że przy obydwu wymuszeniach błędy temperaturowe są jednakowe, gdyż oprócz zmian prądu czy napięcia odgrywają także rolę zmiany temperaturowe czułości ciśnieniowych. Jeżeli względne zmiany temperaturowe czułości ciśnieniowej prądu szczytu oznaczy się przez $\gamma(k_p)^{I_p}$, to zmiany zastępczego współczynnika czułości odkształceniowej wynoszą

$$\gamma k_{tr} \approx \gamma(k_p)^{I_p} - \frac{U_o}{U_{po}} \frac{\gamma I_p}{\left(1 - \frac{U_o}{U_{po}}\right)^2}. \quad (32)$$

Otrzymane doświadczalnie zmiany $\gamma(k_p)^{I_p}$ są niewielkie i wynoszą średnio w zakresie zmian temperatury o ± 50 K: dla diod krzemowych — $\pm 0,4\%$, germanowych — $\pm 1,2\%$, z arsenku galu — $\pm 0,8\%$, z antymonku galu — $\pm 2,7\%$. Współczynnik temperaturowy czułości

ciśnieniowej prądu szczytu $\frac{1}{(k_p)^{I_p}} \frac{\partial (k_p)^{I_p}}{\partial T}$ wynosi więc odpowiednio dla diod z: Si — $(-8,0 \cdot 10^{-5}) \text{ K}^{-1}$; Ge — $(-2,4 \cdot 10^{-4}) \text{ K}^{-1}$; GaAs — $(-1,6 \cdot 10^{-4}) \text{ K}^{-1}$; GaSb — $(5,3 \cdot 10^{-4}) \text{ K}^{-1}$. Jest więc on tego samego rzędu co minimalny współczynnik temperaturowy czułości odkształceniowej tensometrów monokrystalicznych. Charakterystyki zmian prądu szczytu w funkcji ciśnienia, wyznaczone w różnych temperaturach dla diody z arsenku galu typu AI-101E pokazano na rys. 9.



Rys. 9. Charakterystyki eksperymentalne $\frac{I_p}{I_{p0}} = f(p)$ w zależności od temperatury

Dioda tunelowa z arsenku galu typu AI-101E

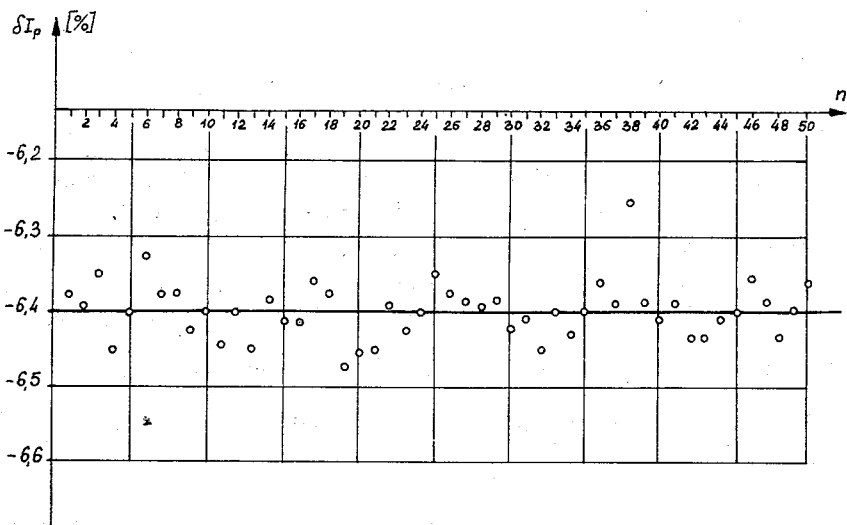
Skoro wartości $\gamma(k_p)^{I_p}$ są niewielkie, to w pobliżu punktu szczytu o wartości γk_{tr} decyduje przede wszystkim drugi składnik zależności (28). W takim razie można przyjąć, że k_{tr} jest proporcjonalne do $\frac{1}{1 - \frac{U_o}{U_{p0}}}$, natomiast zmiany temperaturowe γk_{tr} zależą od

$\frac{1}{\left(1 - \frac{U_o}{U_{p0}}\right)^2}$. Zastąpienie więc wymuszenia napięciowego wymuszeniem prądowym wiąże się ze zwiększeniem wrażliwości temperaturowej przetwornika.

2.3. Stałość czasowa parametrów

Prawidłowo wykonane i eksploatowane diody tunelowe należą do elementów półprzewodnikowych najbardziej stabilnych czasowo. Świadczą o tym zarówno doniesienia literaturowe, np. [3, 10, 34, 41], jak i badania autorów niniejszego artykułu. Porównywano np. charakterystyki diod wyznaczone w odstępie ok. 12 miesięcy. Jeżeli wykluczyć te elementy, które wykazywały wady fabryczne już podczas badań wstępnych, to stwierdzono pełną powtarzalność otrzymanych charakterystyk. Różnice nie przekraczały błędów pomiarów. Także przetrzymywanie diod przez okres 120 godz. w temperaturze 343 K nie zmieniło zauważalnie ich parametrów.

Uzyskano jednakowe zmiany ciśnieniowe prądu szczytu dla wszystkich badanych diod z Si i Ge oraz dla większości diod z GaAs, zarówno przy pierwszym jak i kolejnych cyklach obciążenia ich ciśnieniem od zera do wartości $1 \cdot 10^8$ Pa (rys. 10) oraz po dwunastogodzinnym obciążeniu ciśnieniem o wartości $3 \cdot 10^7$ Pa. Nie zauważono również histerezy charakterystyk ciśnieniowych, co jest następstwem dużej sprężystości materiałów.



Rys. 10. Względne zmiany prądu szczytu diody tunelowej przy kolejnych cyklach obciążenia ciśnieniem
Dioda tunelowa z arsenku galu typu АИ-301Г, $p = 7 \cdot 10^7$ Pa

Wysoka stabilność czasowa wynika ze specyfiki zachodzących zjawisk fizycznych, związanych przede wszystkim z nośnikami większościowymi i dużą koncentracją domieszek, używania materiałów domieszkowych o małym współczynniku dyfuzji oraz stosowania nierzadko dodatkowych zabiegów technologicznych, takich jak np. wytrawianie złącza, wygrzewanie itp. [3, 41].

Jednakże stałością parametrów nie charakteryzują się diody z arsenku galu (w mniejszym stopniu z antymonku galu) w niektórych warunkach pracy. Dotyczy to zwłaszcza

pracy na dyfuzyjnej części charakterystyki $I = f(U)$. Jeżeli punkt pracy diody z arsenku galu leży na tej części charakterystyki, to następuje trwała zmiana jej parametrów, co nosi nazwę starzenia lub degradacji [3, 16, 24, 28, 30]. Istnieje szereg teorii starzących się wyjaśnić to zjawisko. Obecnie najbardziej prawdopodobne wydają się dwie hipotezy — dyfuzyjna [28] i rekombinacyjna [16]. Zgodnie z pierwszą hipotezą, względna zmiana prądu szczytu wskutek degradacji może być opisana zależnością

$$|\delta I_p| = Ct \exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right), \quad (33)$$

gdzie:

C — stała,

t — czas starzenia,

$\varepsilon = \varphi_k + E_d - E_{Fp} - eU$,

$E_d - E_{Fp}$ — różnica energii poziomu donorowego i poziomu Fermiego w obszarze typu p .

Zgodnie z drugą teorią, zmiany prądu szczytu wynoszą

$$|\delta I_p| = Ct \exp\left(-\frac{E_g - eU}{kT}\right). \quad (34)$$

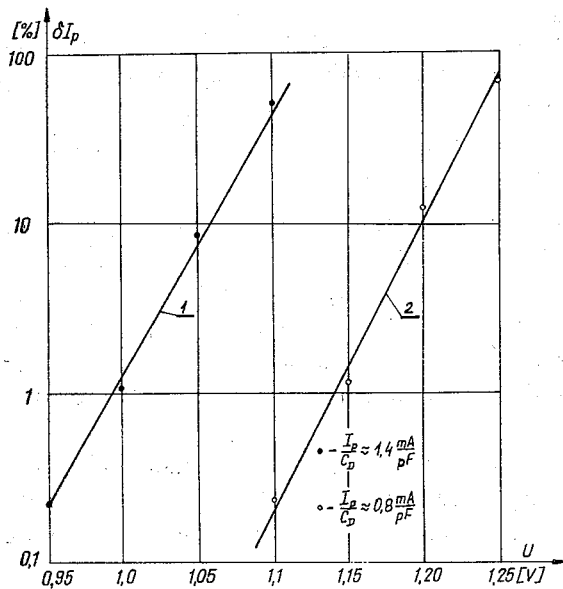
W obydwu więc przypadkach szybkość degradacji zależy eksponencjalnie od napięcia i temperatury, co dość dobrze zgadza się z wynikami doświadczalnymi uzyskanymi przez autorów niniejszej pracy. Charakterystyki względnych zmian prądu szczytu diod typu AI-301Г w funkcji napięcia starzenia pokazano na rys. 11. Stwierdzono też, że zmiany prądu szczytu w wyniku starzenia w znacznym stopniu zależne są od parametrów diody, a zwłaszcza stosunku prądu szczytu do pojemności. Przykładowo, dla diod o $\frac{I_p}{C_D} \approx 1,4 \frac{\text{mA}}{\text{pF}}$, po obciążeniu w czasie 72 godzin napięciem 1,1 V, prąd szczytu zmalał o ok. 38%, natomiast dla diod o $\frac{I_p}{C_D} \approx 0,8 \frac{\text{mA}}{\text{pF}}$ o ok. 0,2%.

Oprócz zmniejszenia prądu szczytu, zaobserwowano w wyniku starzenia także wzrost prądu doliny. W efekcie więc, wskutek degradacji odcinek charakterystyki prądowo-napięciowej diody o ujemnej rezystancji ulega skróceniu.

Wykonano także szereg doświadczeń odnośnie wpływu na szybkość degradacji napięcia impulsowego o zmiennej amplitudzie, częstotliwości i wypełnieniu. Stwierdzono, że starzenie zachodzi niezależnie od rodzaju wymuszenia, przy czym przy wymuszeniu impulsowym jest wolniejsze, tzn. jeżeli określone zmiany parametrów przy zasilaniu napięciem stałym U zachodzą w czasie t_s , to takie same zmiany przy zasilaniu napięciem impulsowym o amplitudzie impulsów $U_m = U$ i współczynniku wypełnienia Q obserwuje się po czasie

$$t_i = A \frac{t_s}{Q}, \quad (35)$$

przy czym współczynnik A jest większy od jedności. Wynika to z warunków cieplnych pracy diody i jest zgodne z teorią rekombinacyjną.



Rys. 11. Względne zmiany prądu szczytu diod tunelowych w funkcji napięcia starzenia

Diody tunelowe z arsenku galu typu AII-301Γ; 1) $\frac{I_p}{C_D} \approx 1,4 \frac{\text{mA}}{\text{pF}}$, 2) $\frac{I_p}{C_D} \approx 0,8 \frac{\text{mA}}{\text{pF}}$, $T = 293 \text{ K}$; krzywe eksperymentalne

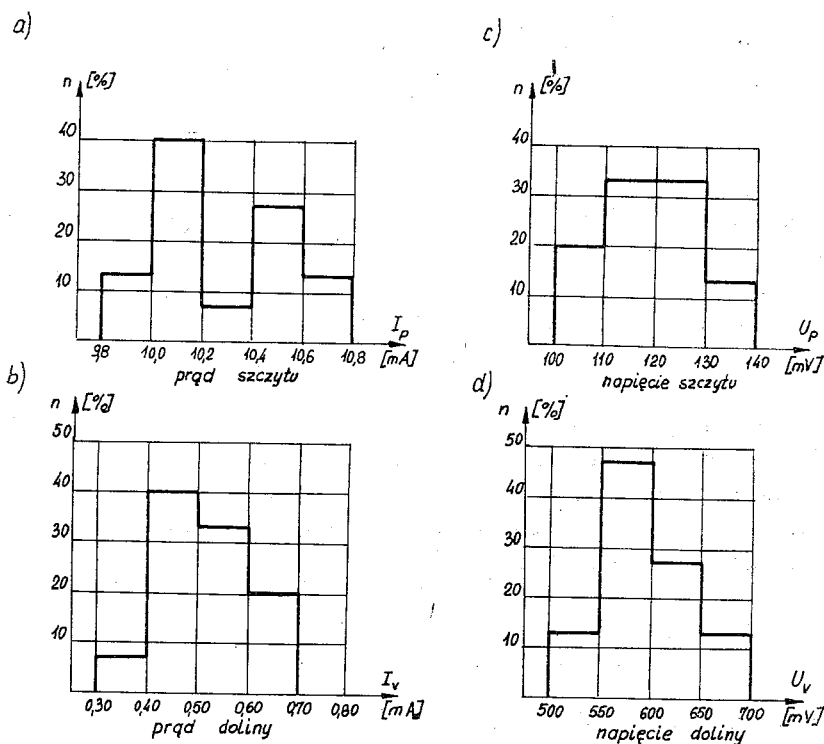
Niektórzy autorzy, np. [30], podają wartości graniczne pewnych parametrów, najczęściej prądu dyfuzyjnego I_{Dmax} lub stosunku $\left(\frac{I_D}{C_D}\right)_{max}$, poniżej których degradacja nie występuje. Doświadczalnie stwierdzono, że istotnie zmiany prądu szczytu są wtedy niewielkie, ale wydaje się, że ustalenie takich kryteriów jest celowe przy „klasycznych” zastosowaniach diod tunelowych, kiedy określone parametry powinny być zachowane przez pewien okres pracy z pewną tolerancją. Natomiast przy zastosowaniu diody tunelowej jako pierwotnego przetwornika ciśnienia, stałość charakterystyk nie jest sprawą drugorzędną. W takim razie w diodach z arsenku galu i z antymonku galu punkt pracy nie może leżeć na dyfuzyjnej części charakterystyki prądowo-napięciowej, co ogranicza możliwość ich wykorzystania w niektórych układach pomiarowych.

2.4. Rozrzut parametrów

Tolerancja prądu szczytu dla produkowanych obecnie seryjnie diod tunelowych waha się od $\pm 2\%$ do $\pm 20\%$ jego wartości znamionowej. Jako wartość standardową przyjmuje się najczęściej $\pm 10\%$. Nie ma żadnych trudności technologicznych w uzyskaniu wartości I_p

z dużą dokładnością poprzez kontrolowane trawienie elektrolityczne złącza [3, 38, 41]. Oprócz tego w wyniku trawienia zostają usuwane zanieczyszczenia powierzchniowe i najbardziej niejednorodny obszar rekrytalizowany. Wzrasta więc stosunek $\frac{I_p}{I_v}$, zmniejsza się napięcie U_p i zwiększa napięcie U_v . Z badanych diod tylko diody germanowe typu 1N3713 miały dwu i półprocentową tolerancję prądu szczytu, pozostałe natomiast tolerancję dziesięcioprocentową. Jednakże dla wszystkich badanych egzemplarzy uzyskane wartości I_p wykazują znacznie mniejsze różnice w stosunku do wartości znamionowych. I tak, przykładowo, dla diod z arsenku galu typu АИ-301Г otrzymano — $I_p = 10 \text{ mA}^{+7\%}_{-2\%}$, a dla diod germanowych typu 1N3713 otrzymano — $I_p = 1 \text{ mA}^{+1,0\%}_{-1,2\%}$. Większe rozbieżności występują natomiast jeżeli chodzi o napięcie szczytu (dla wymienionych diod odpowiednio $108 \text{ mV} < U_p < 135 \text{ mV}$ i $64,7 \text{ mV} < U_p < 65,2 \text{ mV}$), napięcie doliny, a zwłaszcza prąd doliny, który nierzadko jest nawet kilkakrotnie mniejszy od danych katalogowych. Granice zmienności tych wielkości określają zakres zmienności rezystancji dynamicznej. Histogramy rozkładu wartości niektórych parametrów diod z GaAs typu АИ-301Г pokazano na rys. 12.

Rozrzut charakterystyk ciśnieniowych w obrębie jednego typu diod jest proporcjonalny do rozrzutu charakterystyk statycznych $I = f(U)$, a różnice między zmianami ciśnieniomymi prądu szczytu są tego samego rzędu co jego odchylenia od wartości znamionowej



Rys. 12. Histogramy rozkładu parametrów diod tunelowych z arsenku galu typu АИ-301Г
a) prądu szczytu, b) prądu doliny, c) napięcia szczytu, d) napięcia doliny

Największe rozbieżności występują w odniesieniu do właściwości temperaturowych. Występuje tu nie tylko rozrzut wartości bezwzględnych, ale i przesunięcie charakterystyk wzdłuż osi odciętych.

Reasumując, wydaje się, że można stwierdzić, iż przy wykonywaniu seryjnym przetworników w oparciu o fabrycznie produkowane diody, nie ma specjalnych trudności z uzyskaniem wymienności elementów, jeżeli są wykorzystywane zmiany prądu szczytu. Pewien kłopot stanowi tylko dobór diod o zbliżonych właściwościach temperaturowych. Natomiast w przypadku pracy przy wymuszeniu napięciowym niezbędna jest selekcja diod lub też indywidualny dobór elementów układu pomiarowego.

3. PODSTAWOWE UKŁADY POMIAROWE PIEZOZŁĄCZOWYCH PRZETWORNIKÓW TUNELOWYCH

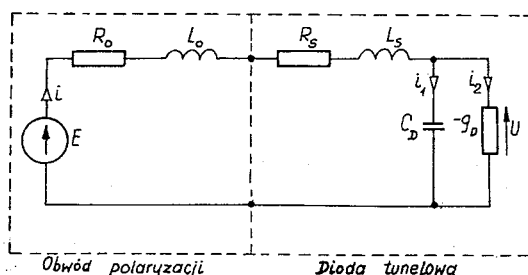
Jak już wspomniano, dioda tunelowa w przetwornikach ciśnienia może pracować zarówno przy wymuszeniu napięciowym jak i prądowym. Najprostsze układy pomiarowe zawierają więc źródło napięcia lub prądu polaryzującego o nieziennej, ustalonej wartości i mierniki wyjściowe (ewentualnie wzmacniacze). Jednakże przy praktycznej ich realizacji możliwa byłaby tylko praca na tych odcinkach charakterystyki prądowo-napięciowej diody, gdzie rezystancja dynamiczna jest dodatnia. Poza tym nie są wykorzystane możliwości dalszego zwiększenia czułości, jakie daje specyficzny kształt charakterystyki $I = f(U)$.

Ograniczenia co do położenia punktu pracy wynikają z konieczności spełnienia warunków stabilności, które w najprostszym układzie (rys. 13), przy dołączeniu diody do źródła napięcia o rezystancji wewnętrznej R_o oraz indukcyjności wewnętrznej i doprowadzeń L_o mają postać [41, 53]

$$|g_D| \frac{L_s + L_o}{C_D} \leq (R_o + R_s) \leq \left| \frac{1}{g_D} \right|, \quad (36)$$

przy czym L_s jest indukcyjnością diody, C_D jej pojemnością, R_s — rezystancją strat, a g_D — konduktancją dynamiczną, ujemną w zakresie napięć $U_p < U < U_v$.

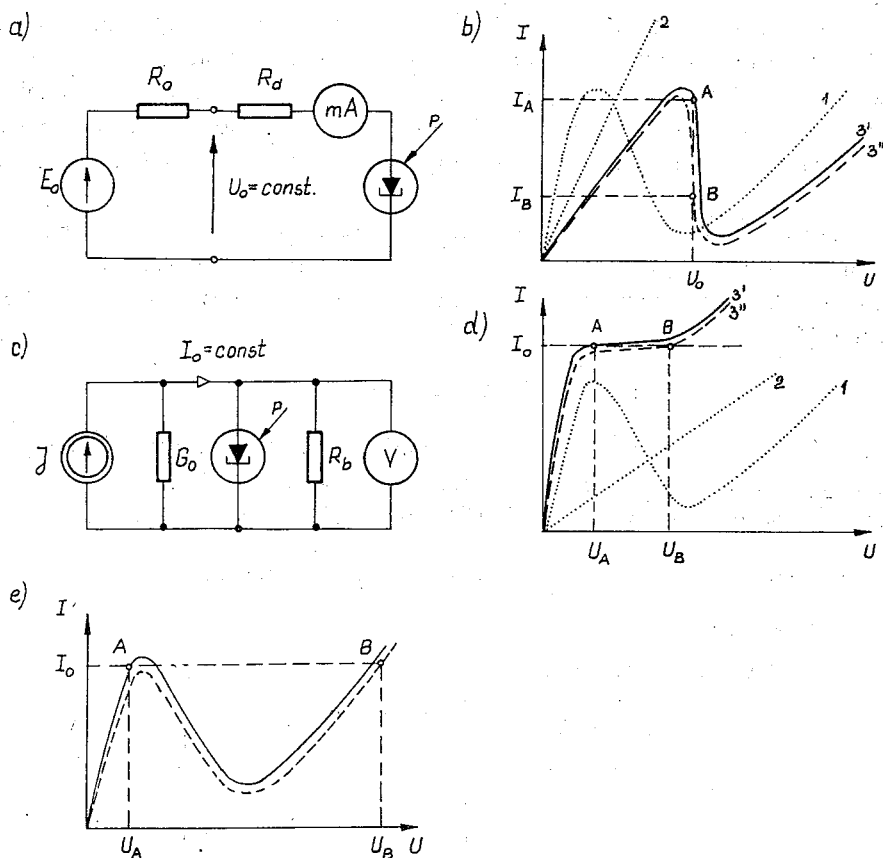
Spełnienie prawej strony nierówności (36) wymaga, aby rezystancja widziana z zacisków diody nie przekraczała wartości $\left| \frac{1}{g_D} \right| - R_s$, co często uzyskuje się boczniując diodę dodatkowym rezystorem.



Rys. 13. Schemat zastępczy źródła zasilania i diody tunelowej

Spełnienie lewej strony nierówności (36) wiąże się przede wszystkim z koniecznością ograniczenia indukcyjności L_o , a więc zmniejszeniem do minimum indukcyjności rezystora bocznikującego R_b i doprowadzeń. Wykonując diody tunelowe, przeznaczone specjalnie do przetwarzania wielkości mechanicznych, najłatwiej jest to zrealizować nanosząc rezystor bocznikujący w bezpośrednim sąsiedztwie złącza, np. na obudowie. Większe trudności występują, gdy korzysta się z typowych diod produkowanych seryjnie. Ważną rolę odgrywa wówczas odpowiednie rozwiązanie konstrukcyjne przetwornika i właściwy dobór rezystora bocznikującego.

Przy zapewnieniu warunków stabilności możliwe jest dalsze zwiększenie czułości przetwornika na drodze „układowej”. I tak, jeżeli w układzie przedstawionym na rys. 14a wartość rezystancji $R_o + R_d$ dobierze się w ten sposób, aby charakterystyka wypadkowa układu (rys. 14b, krzywa 3') miała odcinek zbliżony do równoległego do osi rzędnych a wartość napięcia polaryzującego wynosiła U_o (rys. 14b, punkt A), to wskutek działania ciśnienia charakterystyka diody, a w efekcie i charakterystyka wypadkowa ulegają zmianie



Rys. 14. Podstawowe układy pomiarowe przetworników ciśnienia z diodą tunelową

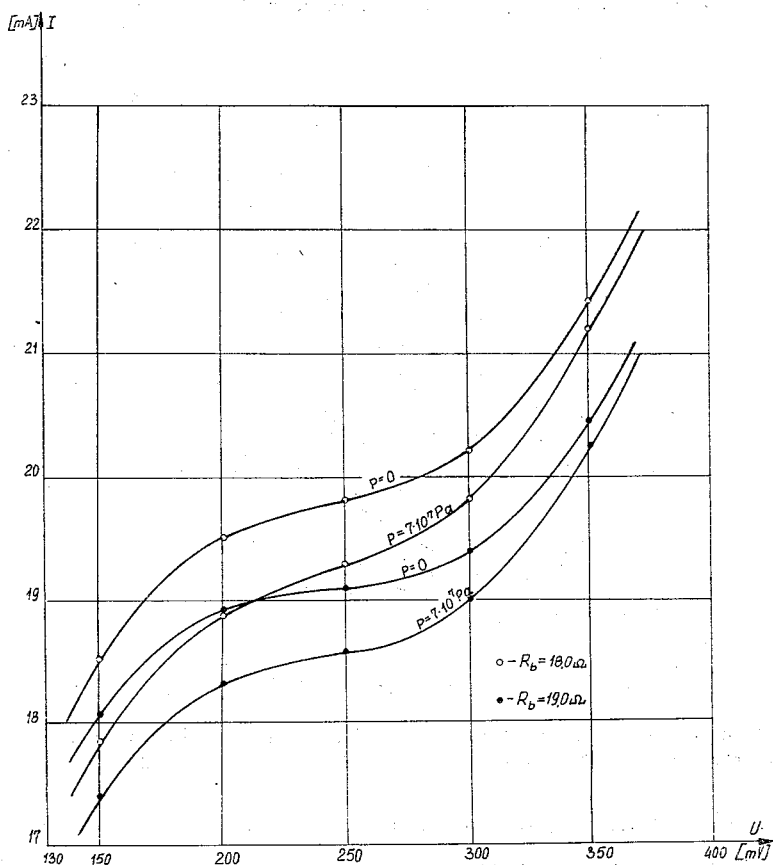
a) układ napięciowy, b) charakterystyki układu z rys. 14a, c) układ prądowy, d) charakterystyki układu z rys. 14c, e) charakterystyki układu przelaznikowego; 1 — charakterystyka diody tunelowej przy $p = 0$, 2 — charakterystyka rezystora R_b lub $R_o + R_d$, 3' — charakterystyka wypadkowa układu przy $p = 0$, 3'' — charakterystyka wypadkowa układu przy $p \neq 0$

(rys. 14b, krzywa 3''). Punkt pracy przesuwają się z punktu A do punktu B , co przy $U_o = \text{const}$ daje zmianę prądu $\Delta I = I_B - I_A$.

Podobny efekt uzyskuje się przy częściej stosowanym zasilaniu prądowym (rys. 14c). Wtedy dioda jest zbocznikowana rezystorem R_b o takiej wartości, aby charakterystyka wypadkowa miała przebieg pokazany na rys. 14d (krzywa 3'). Pod wpływem ciśnienia napięcie na diodzie zmienia się o $\Delta U = U_B - U_A$.

Pewną odmianę układu o wymuszeniu prądowym może stanowić układ przerzutnikowy. Dioda pracuje wówczas w układzie podobnym jak na rys. 14c, ale bez rezystora R_b . Punkt pracy ustalony jest poniżej punktu szczytu (rys. 14e, punkt A). Gdy pod wpływem ciśnienia prąd szczytu zmniejsza się do wartości mniejszej od wartości prądu wymuszającego, to punkt pracy przemieszcza się na dyfuzyjną część charakterystyki prądowo-napięciowej diody (rys. 14e, punkt B), co daje dużą zmianę napięcia na diodzie. Układ może być więc stosowany jako sygnalizator przekroczenia określonej wartości ciśnienia.

Właściwości metrologiczne omówionych przetworników o wymuszeniu napięciowym



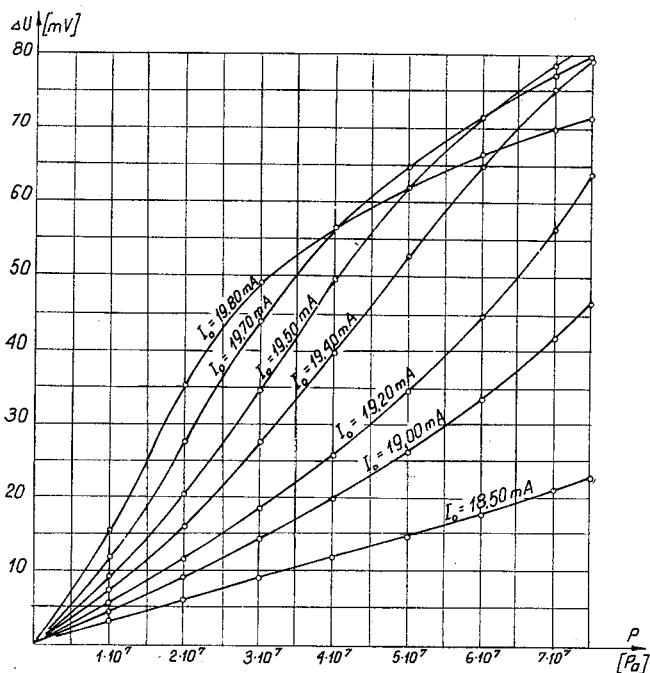
Rys. 15. Układ równoległy dioda-rezystor

Charakterystyki prądowo-napięciowe w zależności od wartości rezystora bocznikującego. Dioda tunelowa z arsenku galu typu АИ-301Г, $T = 293\text{ K}$. Krzywe eksperymentalne

i prądowym silnie zależą od doboru wartości napięcia (prądu) polaryzującego i rezystora R_d (R_b). Np. dla układu pokazanego na rys. 14c zmiana napięcia wynosi

$$\Delta U = \left(\frac{\partial I}{\partial p} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial I} \right) p = \frac{\partial I}{\partial p} r p, \quad (37)$$

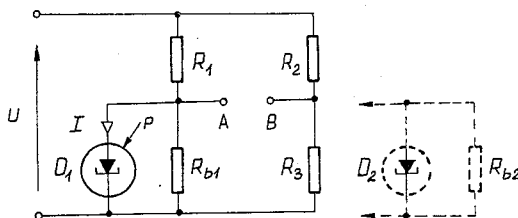
przy czym r jest rezystancją dynamiczną układu, zależną m.in. od prądu polaryzującego i ciśnienia. Ustalając ją należy kierować się kompromisem między dużą czułością ciśnieniową i związanym z nią dużym poziomem sygnału wyjściowego a szerokim zakresem przetwarzanych ciśnień i wiążącą się z nim przeciążalnością, małym błędem nieliniowości i małym błędem temperaturowym. Wpływ wartości rezystora bocznikującego na właściwości układu można ocenić w oparciu o rys. 15. Na rysunku tym pokazano odcinki charakterystyk prądowo-napięciowych układu wyznaczone eksperymentalnie dla diody z arsenku galu typu АИ-301Г przy dwóch wartościach rezystora bocznikującego ($R_b = 18,0 \Omega$ i $R_b = 19,0 \Omega$) i dwóch wartościach ciśnienia ($p = 0$ i $p = 3 \cdot 10^7$ Pa). Natomiast na rys. 16 przedstawiono krzywe $\Delta U = f(p)$ tej samej diody wyznaczone przy różnych wartościach prądu polaryzującego i wartości rezystora bocznikującego $R_b = 18,0 \Omega$.



Rys. 16. Układ równoległy dioda-rezystor. Bezwzględne zmiany napięcia w funkcji ciśnienia. Dioda tunelowa z arsenku galu typu АИ-301Г, $R_b = 18,0 \Omega$, $T = 293$ K. Krzywe eksperymentalne

Dobór warunków pracy układu (prądu polaryzującego i rezystora bocznikującego) najprościej można dokonać korzystając z danych doświadczalnych. Mniej złożone obliczenia analityczne nie zapewniają odpowiedniej dokładności. Większą dokładność pozwalają uzyskać metody numeryczne przy znajomości niektórych krzywych rzeczywistych, co wymaga jednak także przeprowadzenia szeregu eksperymentów.

Należy również zauważyć, że przy dużej czułości wymagana jest bardzo dobra stabilność źródeł zasilania (rzędu tysięcznych części procentu), co może sprawiać kłopoty techniczne. Poza tym, w omówionych układach bezpośrednia kompensacja temperaturowa jest trudna do zrealizowania i wymaga stosowania w dalszych stopniach przetwornika dość skomplikowanych układów kompensujących. Wadę tę pozwala wyeliminować układ mostkowy przedstawiony na rys. 17.



Rys. 17. Układ mostkowy przetwornika ciśnienia z diodą tunelową

Jeżeli elementy mostka dobrane są w taki sposób, że przy odłączonej diodzie znajduje się on w równowadze, tzn.

$$R_1 R_3 = R_2 R_{b1}. \quad (38)$$

to napięcie U_{AB} pojawiające się po dołączeniu diody na przekątnej pomiarowej jest proporcjonalne do prądu I diody

$$U_{AB} = -I \frac{R_1}{1 + \frac{R_1}{R_{b1}}}. \quad (39)$$

Zamiast rezystora R_3 może być włączona druga dioda tunelowa D_2 z rezystorem bocznikującym R_{b2} , o parametrach teoretycznie identycznych jak dioda D_1 . Nie jest ona poddawana działaniu ciśnienia, tylko zapewnia kompensację temperaturową. Napięcie U_{AB} jest wtedy proporcjonalne do różnicy prądów obu diod, czyli w idealnym przypadku do zmian prądu diody D_1 powstałych pod wpływem ciśnienia. Ze względu jednak na praktycznie zawsze istniejącą nieidentyczność charakterystyk obydwu diod, celowe jest zastosowanie dodatkowej korekcji „zera” i kompensacji temperaturowej, najprościej stosując wzmacniacz różnicowy i elementy temperaturowo zależne.

Dla diod o dodatniej rezystancji nie jest wymagane spełnienie warunków stabilności, stąd zbędny staje się rezystor bocznikujący R_b . Podstawowym układem pomiarowym przetworników z takimi diodami może być zmodernizowany mostek Wheatstone’a, którego jedno ramię stanowi dioda (rys. 18a). Rezystor R_o pozwala ustalić żądany punkt pracy diody (napięcie polaryzujące U_o). Jeżeli spełnione są warunki

$$R_1 = R_2 = R, \quad R_3 = R_D, \quad U \gg IR_D, \quad R_D \ll r_d, \quad (40)$$

przy czym $R_D = \frac{U_o}{I}$ jest rezystancją statyczną diody a r_d jej rezystancją dynamiczną, to napięcie wyjściowe mostka wynosi

$$U_{AB} \approx \frac{r_d R \left(1 + \frac{R_o}{R_o + R} \right)}{r_d + R \left(1 + \frac{R_o}{R_o + R} \right)} \frac{\partial I}{\partial p} p. \quad (41)$$

Zwiększenie rezystancji R prowadzi do zwiększenia czułości ale zmniejsza się przy tym zakres mierzonych ciśnień.

Na zmianę zakresu przetwarzania pozwala układ przedstawiony na rys. 17b. Gdy spełnione są warunki (40) a także

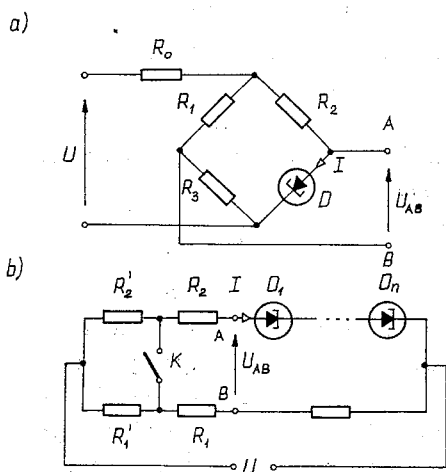
$$R_1 = R_2 = R \ll R'_1 = R'_2 = R', \quad (42)$$

to przy rozwartym kluczu K otrzymuje się

$$U_{AB} \approx \frac{r_d R'}{r_d + R'} \frac{\partial I_p}{\partial p} p, \quad (43)$$

natomiast przy kluczu K zwartym

$$U_{AB} \approx 2R \frac{\partial I_p}{\partial p} p. \quad (44)$$



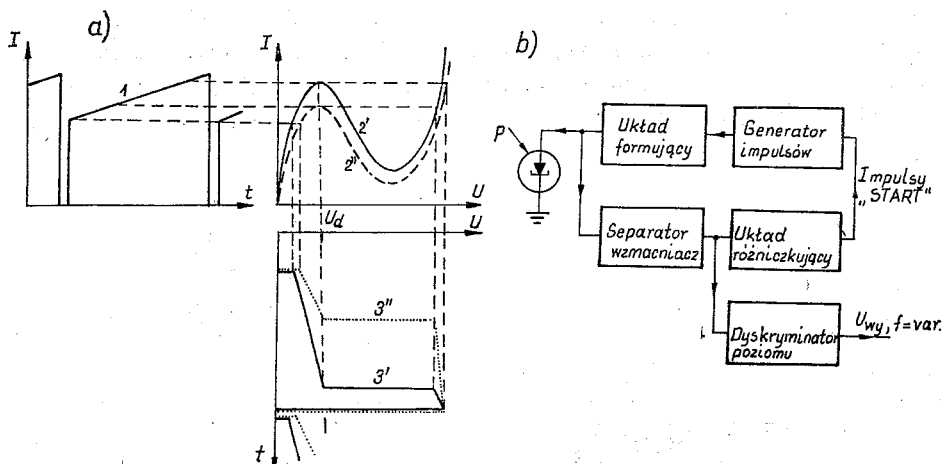
Rys. 18. Układy mostkowe przetworników ciśnienia z diodami „o dodatniej rezystancji”

a) zmodernizowany mostek Wheatstone'a, b) mostek ze zmianą zakresów

Układy powyższe były wykorzystane w przetworniku zaprezentowanym w [27]. Ich dodatkową zaletą jest możliwość prostej kompensacji temperaturowej, podobnie jak dla poprzednio omówionego układu mostkowego (rys. 17).

Wykorzystując specyficzny przebieg charakterystyki prądowo-napięciowej diody tunelowej można budować bezpośrednie przetworniki ciśnienie-czas trwania impulsów i ciśnienie-częstotliwość impulsów. Zasadę pracy przetwornika ciśnienia w czasie trwania impulsów wyjaśnia rys. 19a. Dioda tunelowa zasilana jest impulsami prądowymi (I). Wskutek zmiany pod wpływem ciśnienia jej charakterystyki (krzywe $2'$ i $2''$), zmienia się czas trwania części napięciowych impulsów wyjściowych o wartości większej od napięcia U_a (krzywe $3'$ i $3''$). Podobnie działa przetwornik ciśnienie-częstotliwość (rys. 19b). W tym przypadku impulsy napięciowe po zróżniczkowaniu służą do wyzwolenia zasilającego generatora impulsów. Według [49] przy zmianie prądu szczytu o 2% można osiągnąć blisko stuprocentową modulację szerokości i częstotliwości impulsów.

W artykule przedstawiono w sposób skrótowy tylko niektóre z obwodów pomiarowych piezozłączowych przetworników tunelowych. Nie rozpatrzono np. szeregu układów generacyjnych, układów z diodami o przeciwnych współczynnikach temperaturowych, układów ze wzmacniaczami różnicowymi o nieliniowym sprzężeniu zwrotnym i innych. Celem tego krótkiego przeglądu miało być jednak przede wszystkim pokazanie bardzo szerokich możliwości układowych, jakie daje dioda tunelowa zastosowana jako pierwotny przetwornik wielkości mechanicznych. Układy piezozłączowych przetworników tunelowych zamierza się szerzej zaprezentować w oddzielnej publikacji.



Rys. 19. Układy czasowe i częstotliwościowe przetworników ciśnienia z diodą tunelową

a) zasada pracy układu czasowego: 1 — przebieg prądu zasilającego diodę, 2' — charakterystyka prądowo-napięciowa diody przy $p = 0$, 2'' — charakterystyka prądowo-napięciowa diody przy $p \neq 0$, 3' — przebieg napięcia wyjściowego przy $p = 0$, 3'' — przebieg napięcia wyjściowego przy $p \neq 0$, b) schemat układu częstotliwościowego

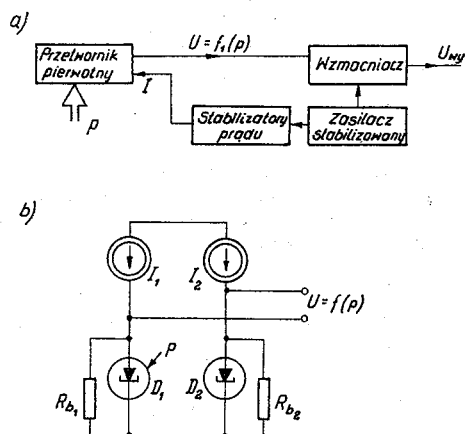
4. PRZYKŁAD KONSTRUKCJI BEZPOŚREDNIEGO PRZETWORNIKA CIŚNIENIA I JEGO WŁAŚCIWOŚCI METROLOGICZNE

W oparciu o omówione uprzednio wyniki badań i rozważania teoretyczne wykonano szereg przetworników ciśnienia o różnej konstrukcji i przeznaczeniu. Przykładowy schemat blokowy bezpośredniego przetwornika o zakresie $0 \div 10^7$ Pa, przeznaczonego do pomiaru ciśnienia medium nieagresywnego, przedstawiono na rys. 20a.

Układ składa się z przetwornika pierwotnego, stabilizatorów prądu, wzmacniacza i zasilacza stabilizowanego. Podzespoły elektroniczne wykonano w technice obwodów scalonych, natomiast przy konstrukcji przetwornika pierwotnego postanowiono oprzeć się o diody tunelowe produkowane seryjnie. Ze względu na stosunkowo dużą czułość ciśnieniową i małą wrażliwość temperaturową wybrano diodę z arsenu galu typu AH-301 Γ o prądzie szczytu $I_p \approx 10$ mA. Dioda ta (rys. 20b — dioda D_1) pracuje w układzie zbliżonym do pokazanego na rys. 17. Jest ona zbocznikowana rezystorem R_{b1} o wartości $18,0 \Omega$, kształtującym wypadkową charakterystykę prądowo-napięciową i zasilana ze źródła prądowego $I_1 = 18,5$ mA. Podstawowy układ kompensacji temperaturowej stanowi druga, teoretycznie identyczna dioda D_2 z rezystorem bocznikującym R_{b2} , zasilana ze źródła prądowego $I_2 \approx I_1$. Dioda ta jest odseparowana od wpływu ciśnienia. Niestabilność

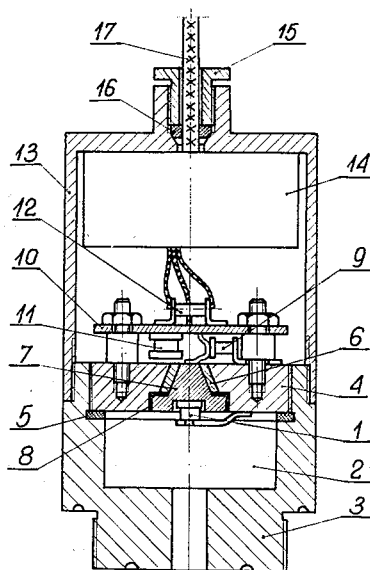
źródeł prądowych wynosi ok. 0,01%. Dodatkową kompensację temperaturową — termistorową-rezystancyjną zrealizowano w układzie wzmacniacza. Przy ciśnieniu 10^7 Pa napięcie wyjściowe $U = f_1(p)$ wynosi ok. 15 mV. Możliwe jest kilkukrotne zwiększenie tej wartości przez zmianę rezystorów bocznikujących lub prądu zasilającego. Wzrasta jednak wtedy znacznie błąd nieliniowości.

Uproszczoną konstrukcję mechaniczną przetwornika przedstawiono na rys. 21. Przy jego budowie występują dwa zasadnicze problemy: pierwszy z nich wynika z konieczności spełnienia warunków stabilności i wymaga m.in. umieszczenia rezystora bocznikującego R_{b1} , oddzielnego od wpływu ciśnienia, możliwie blisko diody, a także zapewnienie małej indukcyjności wnoszonej przez elementy konstrukcyjne; drugi wynika z samego przeznaczenia przetwornika i wymaga m.in. zapewnienia szczelności niektórych połączeń i odpowiedniej ich wytrzymałości mechanicznej. Obydwa te wymagania spełnia przedstawione rozwiązanie.



Rys. 20. Bezpośredni przetwornik ciśnienia o zakresie $0 \div 10^7$ Pa

a) schemat blokowy, b) układ połączeń diody tunelowej



Rys. 21. Uproszczona konstrukcja mechaniczna bezpośredniego przetwornika ciśnienia

Dioda D_1 (I) znajduje się w komorze ciśnieniowej (2) korpusu (3). W celu doprowadzenia ciśnienia do złącza, w obudowie diody wykonano kilka otworów. Górna część komory zamknięta jest pierścieniem (4) i uszczelniona za pomocą uszczelki (5). W stożkowy otwór pierścienia wtłoczono przepust izolacyjny (6) w kształcie stożka (o takim samym kącie zbieżności co otwór w pierścieniu), wewnątrz którego znajduje się mosiężny przepust przewodzący (7). Wszystkie powierzchnie stożkowe po wstępnej obróbce mechanicznej były polerowane i docierane. Między przepustem przewodzącym a korpusem umieszczono dodatkową uszczelkę (8). Dioda (I) jest usytuowana w komorze korpusu w taki sposób, aby jedna z jej elektrod stykała się z przepustem przewodzącym (7) a druga z pierścieniem (4). Na górnej płaszczyźnie pierścienia umieszczono rezystor bocznikujący

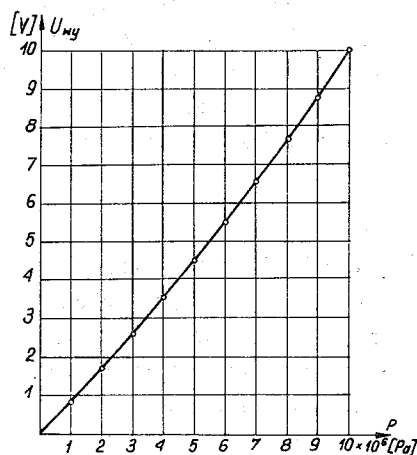
R_{b1} (9) oraz płytkę (10) z diodą D_2 (11) i rezystorem R_{b2} (12). Jedno ze sprężystych doprowadzeń rezystora R_{b1} (9) jest dolutowane do przepustu przewodzącego (7) a drugie połączone z pierścieniem (4). Na korpus (3) nakręcono obudowę (13), w której znajduje się także część układów elektronicznych (14) — stabilizatory prądu i wzmacniacz. Zacisk (15) i uszczelka (16) służą do umocowania kabla połączeniowego (17) do obudowy.

4.1. Właściwości statyczne

Omówiony przetwornik ma następujące parametry:

- zakres mierzonych ciśnień — $0 \div 10^7 \text{ Pa}$,
- przeciążalność — 50%,
- sygnał wyjściowy napięciowy — $0 \div 10 \text{ V}$,
- błąd nieliniowości — $\leq 1\%$,
- zakres znamionowy temperatury — $253 \text{ K} \div 333 \text{ K}$,
- zakres użytkowy temperatury — $233 \text{ K} \div 343 \text{ K}$,
- błąd temperaturowy — $\leq 1\%$.

Charakterystykę przetwarzania przetwornika przedstawiono na rys. 22, natomiast na rys. 23 pokazano zależność błędu temperaturowego od temperatury i mierzonego ciśnienia.

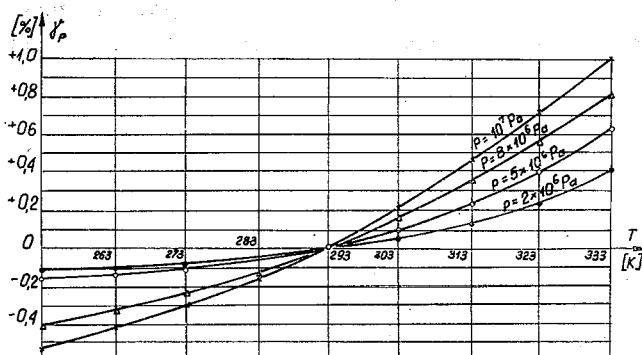


Rys. 22. Charakterystyka przetwarzania bezpośredniego przetwornika ciśnienia
 $T = 293 \text{ K}$. Krzywa eksperymentalna

Badano również wpływ długotrwałego obciążenia ciśnieniem na pracę przetwornika i jego stabilność czasową. Zarówno przy ciągłym obciążeniu ciśnieniem o wartości 10^7 Pa w ciągu 8 godzin, jak i przy 100-krotnym obciążeniu skokowym ciśnieniem o tej wartości nie stwierdzono zauważalnych zmian parametrów. Natomiast zaobserwowano czasowy dryft zera rzędu $0,05\%/ \text{dobę}$. Spowodowany był on przede wszystkim niedoskonałością zastosowanych układów elektronicznych. W celu wyeliminowania jego wpływu na wynik pomiaru przewidziano możliwość okresowego zerowania przetwornika.

Jak wynika z podanych danych liczbowych i wykresów, statyczne właściwości przetwornika nie odbiegają od właściwości dobrej klasy przetworników ciśnienia z piezore-

zystorami monokrystalicznymi. Możliwa jest dalsza poprawa parametrów, a zwłaszcza zwiększenie przeciążalności i zmniejszenie błędu nieliniowości, co wymaga jednak rozbudowania układu pomiarowo-elektronicznego.



Rys. 23. Charakterystyki temperaturowe bezpośredniego przetwornika ciśnienia
Krzywe eksperymentalne

4.2. Właściwości dynamiczne

Ze względu na właściwości dynamiczne przedstawiony przetwornik można traktować jako kaskadowe połączenie następujących członów: układu mechanicznego (kanał doprowadzający ciśnienie i komora ciśnieniowa) o transmitancji $K_1(s)$, diody tunelowej o transmitancji $K_2(s)$ i układu pomiarowo-elektronicznego o transmitancji $K_3(s)$. W związku z tym transmitancja całego przetwornika wynosi

$$K(s) = K_1(s)K_2(s)K_3(s). \quad (45)$$

Przy ustalonym punkcie pracy diody tunelowej w obszarze o ujemnej konduktancji, dla niewielkich zmian sygnału, można ją uważać za element liniowy. Wtedy korzystając z powszechnie przyjętego schematu zastępczego [10, 41], w sposób prosty otrzymuje się jej transmitancję elektryczną, która ma postać transmitancji członu oscylacyjnego drugiego rzędu. O pasmie przenoszenia decyduje najmniejsza wartość jednej z następujących częstotliwości [10, 41]:

— rezonansowej

$$f_r = \frac{1}{2\pi C_D} \left(\frac{C_D}{L_s} - g_D^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (46)$$

— granicznej

$$f_o = \frac{|g_D|}{2\pi C_D} \left(\frac{1}{R_s |g_D|} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (47)$$

— zwarciowej

$$f_{or} = \frac{1}{2\pi (L_s C_D)^{\frac{1}{2}}} \left(1 - R_s |g_D| \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (48)$$

Ponieważ częstotliwości te są rzędu gigaherców, to praktycznie dioda tunelowa nie ma wpływu na parametry dynamiczne układu elektrycznego. Także szybkość przekazywania deformacji w samym złączu jest bardzo duża i uwarunkowana przede wszystkim czasem relaksacji, który dla diod tunelowych osiąga wartości rzędu 10^{-13} s [3]. W takim razie dioda tunelowa nie wpływa również na dynamikę układu mechanicznego. Pozwala to przyjąć, że jej transmitancja $K_2(s) = K_2$.

Z kolei analiza właściwości częstotliwościowych układu pomiarowo-elektronicznego, przy uwzględnieniu zastosowanych elementów, wykazała, że pasmo jego przenoszenia jest rzędu 30 kHz. W kontekście powyższego, w głównej mierze o właściwościach dynamicznych przetwornika decyduje układ mechaniczny

$$K(s) = K_2 K_3 K_1(s). \quad (49)$$

Przy jego analizie celowe jest wykorzystanie analogii elektryczno-mechanicznych i wprowadzenie:

— rezystancji hydrodynamicznej

$$R_M = \frac{\Delta p}{Q}, \quad (50)$$

— indukcyjności hydrodynamicznej

$$L_M = \frac{\Delta p}{\frac{dQ}{dt}}, \quad (51)$$

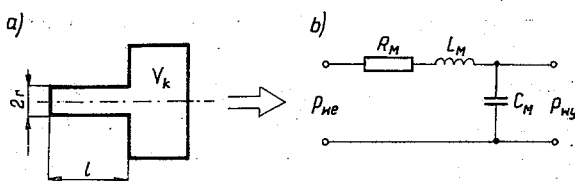
— pojemności hydrodynamicznej

$$C_M = \frac{Q}{\frac{dp}{dt}}, \quad (52)$$

gdzie:

Δp — spadek ciśnienia,

Q — natężenie przepływu objętościowego.



Rys. 24. a) Model kanału doprowadzającego ciśnienie i komory ciśnieniowej bezpośredniego przetwornika ciśnienia, b) analog elektryczny

Wtedy komorze ciśnieniowej i kanałowi doprowadzającemu ciśnienie (rys. 24a) można przyporządkować uproszczony model obwodowy, przedstawiony na rys. 24b. Został on wykonany przy założeniu, że gęstość medium wypełniającego kanał i komorę jest stała, w stanie przejściowym przepływ jest laminarny a elementy rozłożone (masa, tłumienie) zostały zastąpione elementami skupionymi. Wartości parametrów wynoszą:

$$R_M = \frac{8\nu l}{\pi r^2}, \quad (53)$$

$$L_M = \frac{\rho l}{\pi r^2}, \quad (54)$$

$$C_M = \frac{V_k}{\rho v^2}. \quad (55)$$

We wzorach (53 ÷ 55) oznaczono: V_k — objętość komory, ρ — gęstość medium, v — prędkość dźwięku w medium, l — długość kanału, r — promień kanału, ν — lepkość dynamiczna.

W takim razie transmitancja układu mechanicznego wynosi

$$K_1(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2 + 2b\frac{s}{\omega_o} + 1}, \quad (56)$$

przy czym $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L_M C_M}}$ jest pulsacją drgań własnych, a $b = \frac{R_M}{2\sqrt{\frac{L_M}{C_M}}}$ stopniem tłumienia.

Ostatecznie więc przetwornik ma transmitancję

$$K(s) = \frac{K_1 K_2}{\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2 + 2b\frac{s}{\omega_o} + 1} = \frac{K_o}{\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2 + 2b\frac{s}{\omega_o} + 1} \quad (57)$$

i może być ze względu na właściwości dynamiczne traktowany jak człon drugiego rzędu [18, 19, 56]. Przykładowo, dla omawianego rozwiązania konstrukcyjnego częstotliwość drgań własnych przy pomiarze ciśnienia powietrza wynosi $f_o \approx 3400$ Hz.

5. POŚREDNIE PRZETWORNIKI CIŚNIENIA Z DIODAMI TUNELOWYMI

Pośrednie przetworniki ciśnienia z diodami tunelowymi działają zgodnie z algorytmem podanym w rozdz. 1. W zależności od pośredniej wielkości nieelektrycznej, zasadniczo można podzielić je na dwie podstawowe grupy. Przetworniki pierwszej grupy przeznaczone są przede wszystkim do pomiarów ciśnienia mediów agresywnych. Dioda tunelowa nie styka się bezpośrednio z medium, którego ciśnienie mierzy się, ale jest ono przekazywane do złącza za pośrednictwem sprężystej membrany o małej sztywności, odpornej chemicznie. Membrana ta tworzy jedną ze ścian komory ciśnieniowej, wypełnionej medium obojętnym, np. olejem silikonowym. W komorze tej umieszcza się diodę tunelową. Przy niezbyt dużych ciśnieniach membrana może być związana z obudową diody. W obydwu przypadkach przetwarzanie ciśnienia przebiega analogicznie: ciśnienie — odkształcenie membrany — zmiana objętości — zmiana ciśnienia. Jest to więc przetwarzanie złożone, z ciśnieniem jako pośrednią wielkością nieelektryczną. Zasada działania przetwornika

działającego według powyższego algorytmu nie odbiega od zasady działania przetwornika bezpośredniego. Różnice występują tylko w ich konstrukcji, przy czym przy budowie przetworników pośrednich z diodami tunelowymi można korzystać z rozwiązań stosowanych w innych typach przetworników, przeznaczonych do pomiaru ciśnienia mediów agresywnych [6, 19, 56]. Poza tym, jak już stwierdzono w rozdz. 1, przetworniki pośrednie mają gorsze właściwości metrologiczne.

W drugiej grupie pośrednich przetworników ciśnienia z diodami tunelowymi wykorzystuje się przetwarzanie ciśnienia w odkształcenie, przesunięcie i siłę, w celu wytworzenia w złączu naprężeń kierunkowych. Naprężenia te mogą osiągać dość znaczne wartości już przy niewielkich ciśnieniach, co zwiększa czułość przetwornika. Przy tego typu przetwarzaniu nieco inna jest fizyka zachodzących zjawisk, a w związku z tym i inne właściwości diody tunelowej jako pierwotnego przetwornika wielkości mechanicznych.

Przede wszystkim, gdy półprzewodnik będzie poddany działaniu naprężeń kierunkowych, to pasma energetyczne zmieniają się w taki sposób, że punkty, które były symetrycznie rozmieszczone w strefie Brillouina, zostaną przesunięte o różne wartości energii. Przykładowe wartości współczynników naprężeniowych $\alpha_n = \frac{\partial E}{\partial \sigma}$ (σ — naprężenie) dla pasma przewodnictwa i pasma podstawowego germanu i krzemu, w różnych punktach strefy Brillouina, gdy działa ciśnienie hydrostatyczne i naprężenia w kierunkach [100], [111], [011] podano w tabl. 9 [60]. W środku strefy Brillouina współczynniki α_n mogą być wyra-

Tablica 9

Współczynniki naprężeniowe pasma przewodnictwa i pasma podstawowego germanu i krzemu w różnych punktach strefy Brillouina [60]

Tensor naprę- żenia $\alpha_n = \frac{\partial E}{\partial \sigma}$ $\left[\frac{\text{eV}}{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \right] \cdot 10^{-11}$	$\sigma \begin{pmatrix} 100 \\ 010 \\ 001 \end{pmatrix}$	$\sigma \begin{pmatrix} 100 \\ 000 \\ 000 \end{pmatrix}$	$\sigma \begin{pmatrix} 111 \\ 111 \\ 111 \end{pmatrix}$	$\sigma \begin{pmatrix} 000 \\ 011 \\ 011 \end{pmatrix}$
German				
Γ_{25}	+2,79	+4,01; -2,14	+5,12; -3,26	+4,55; -2,70
L_1 [111]	+8,28	+2,76	-14,49	-5,88
L_1 [$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$]	+8,28	+2,76	+8,51	-5,88
L_1 [$\bar{1}\bar{1}1$]	+8,28	+2,76	+8,51	+11,38
L_1 [$1\bar{1}\bar{1}$]	+8,28	+2,76	+8,51	+11,38
E_g	+5,49	-1,25	-19,61	-10,43
Krzem				
Γ_{25}	+3,55	+5,17; -1,73	+4,88; -3,45	+4,03; -2,58
X_1 [100]	+1,86	-5,66	+7,25; +6,03	+13,74; -6,20
X_1 [010]	+1,86	+3,76	+7,25; -6,03	-0,95
X_1 [001]	+1,86	+3,76	+7,25; -6,03	-0,95
E_g	-1,69	-10,83	-10,93	-10,23

żone za pomocą współczynników elastyczności S_{ij} i potencjałów deformacyjnych [13, 22]. Dla naprężeń równoległych do osi [010]

$$\alpha_n = K - b(S_{11} - S_{12}), \quad (58)$$

dla naprężeń równoległych do osi [111]

$$\alpha_n = K - \frac{d}{2\sqrt{3}} S_{44}, \quad (59)$$

a dla naprężeń równoległych do osi [110]

$$\alpha_n = K + \frac{1}{2} \left[b^2 (S_{11} - S_{12})^2 + 3 \left(\frac{dS_{44}}{2\sqrt{3}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (60)$$

gdzie $K = (a+c)(S_{11} + 2S_{12})$.

Stałe a , b , c i d są potencjałami deformacji. Potencjały deformacji a i c opisują bezwzględne zmiany krawędzi pasma podstawowego i pasma przewodnictwa wywołane jednostkową zmianą objętości. Suma $a+c$ daje zmianę szerokości prostej przerwy energetycznej. Potencjały deformacji b i d opisują zmianę i rozszczepienie pasma podstawowego w punkcie Γ_{25} pod wpływem naprężeń o kierunkach odpowiednio [010] i [111]. Bowiem jak wynika z tablicy 9, w tym samym punkcie strefy Brillouina występują zarówno dodatnie jak i ujemne wartości współczynników α_n , co świadczy, że naprężenia kierunkowe powodują dodatkowe rozszczepienie pasm, czego nie wywołuje ciśnienie hydrostatyczne. Ponadto dla półprzewodników izotropowych o prostej przerwie energetycznej, pomimo zdeformowania powierzchni izoenergetycznych, istotne jest tylko przesunięcie jednej krawędzi pasma względem drugiej. Dla półprzewodników anizotropowych, jak np. german i krzem, następuje również zmiana rozkładu nośników w pasmie. W przypadku próbek monokrystalicznych główną rolę odgrywa zmiana rozkładu nośników większościowych, będąca przyczyną „klasycznego” zjawiska piezorezystancyjnego [6, 11, 23, 29]. Podobnie z nośnikami większościowymi związany jest prąd tunelowy. Natomiast w przypadku prądu dyfuzyjnego efekt piezorezystancyjny wynika ze zmiany prądu nasycenia związanego z nośnikami mniejszościowymi. Dla półprzewodników zdegenerowanych stosunek koncentracji nośników mniejszościowych przy działaniu naprężeń (n_p, p_n) do ich koncentracji bez naprężeń (n_{po}, p_{no}), w obu obszarach złącza, wynosi [34]

$$\begin{aligned} \frac{n_p}{n_{po}} &\approx \exp \left(\frac{1}{l} \frac{\sum_{j=1}^l \Delta E_{vj}}{kT} \right) \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i \exp - \left(\frac{\Delta E_{cj}}{kT} \right), \\ \frac{p_n}{p_{no}} &\approx \exp \left(- \frac{1}{i} \frac{\sum_{j=1}^i \Delta E_{cj}}{kT} \right) \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l \exp \frac{\Delta E_{vj}}{kT}, \end{aligned} \quad (61)$$

gdzie:

i — liczba minimów energetycznych w pasmie przewodnictwa,

l — liczba minimów energetycznych w pasmie podstawowym,

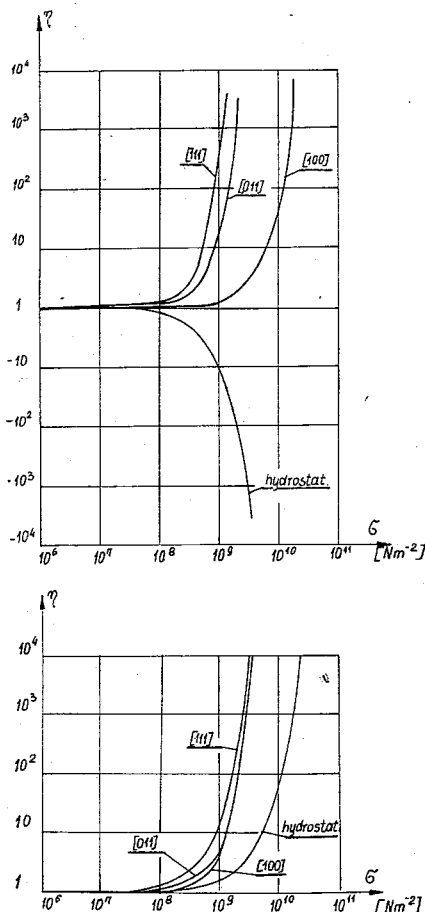
ΔE_{cj} — zmiana energii odpowiadającej dolnej krawędzi pasma przewodnictwa pod wpływem naprężenia,

ΔE_{vj} — zmiana energii odpowiadającej górnej krawędzi pasma podstawowego pod wpływem naprężenia.

Jednakże, jak wynika z krzywych eksperymentalnych (rys. 25) [29, 60], które obrazują wyrażenia (54) w zależności od rodzaju działającego naprężenia i jego kierunku względem osi krystalograficznych (kierunki [111], [011], [100] i ciśnienie hydrostatyczne), istnieje pewien próg czułości wynoszący około $10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. Dla naprężeń powyżej $10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ koncentracje

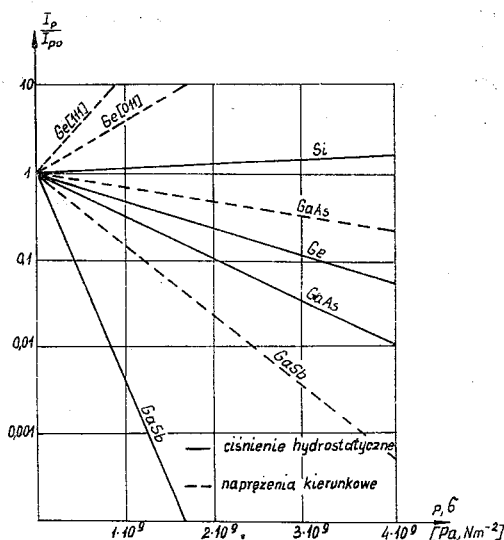
nośników mniejszościowych zmieniają się o kilka rzędów wielkości, przy czym zmiany te są mniejsze w krzemie niż w germanie, a ich charakter jest zgodny z wyrażeniem (54). Nieco inne charakterystyki podano w [59] dla krzemu naprężanego w kierunkach [100], [110] i [111]. Próg czułości występuje tu już przy znacznie mniejszych wartościach naprężeń, powyżej których krzywe są zbliżone do liniowych.

W kontekście powyższych rozważań, dla przetworników ciśnienia z przetwarzaniem pośrednim ciśnienie — naprężenia kierunkowe, niezbędna jest modyfikacja zależności



Rys. 25. Zmiany koncentracji nośników mniejszościowych w zależności na naprężen: a) — w germanie, b) — w krzemie [60]

i charakterystyk podanych w rozdz. 2. Przykładowo, na rys. 26 przedstawiono zależność $\frac{I_p}{I_{p0}}$ od ciśnienia hydrostatycznego i naprężeń kierunkowych dla diod z różnych półprzewodników [49], natomiast na rys. 27a pokazano wpływ siły o różnej wartości na charakterystykę diody tunelowej. Rys. 27b i c obrazują wpływ siły na dodatnią i ujemną rezystancję dynamiczną tej diody [50]. Rysunki 27 dotyczą diody tunelowej z germanu typu *p* o koncentracji domieszek $2 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$. Jak widać, pod wpływem działającej siły następuje: skrócenie odcinka charakterystyki $I = f(U)$ o ujemnej rezystancji aż do jego zaniku, wzrost prądu szczytu, niewielkie przesunięcie napięcia szczytu w kierunku napięć wyższych, wzrost prądu doliny oraz wyraźne przesunięcie napięcia doliny w kierunku napięć niższych.

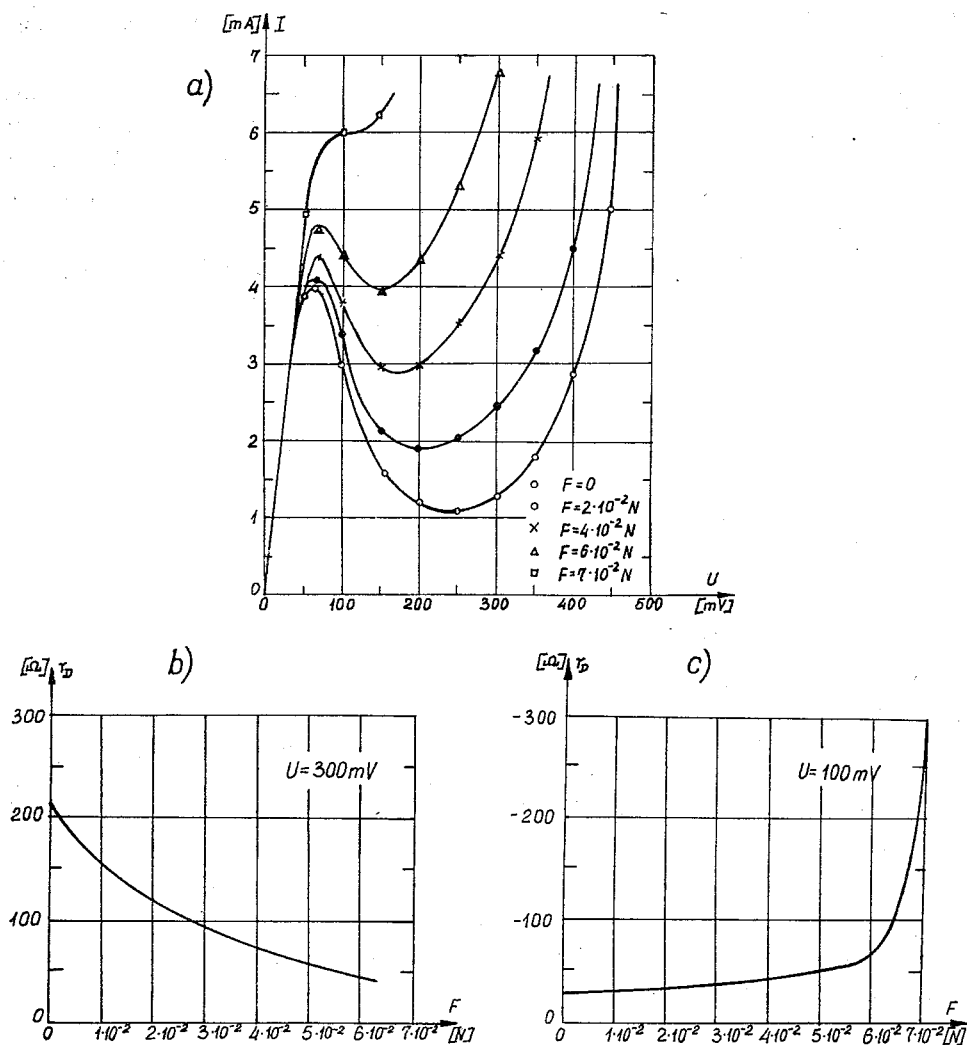


Rys. 26. Zmiany prądu szczytu diod tunelowych pod wpływem ciśnienia hydrostatycznego i naprężeń kierunkowych [49]

W praktyce, w omawianych przetwornikach należy dążyć do osiągnięcia w złączu znacznych naprężeń mechanicznych — rzędu $10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. Przy niewielkiej sile (rzędu 10^{-2} N) wymagane jest więc, żeby powierzchnia jej działania nie przekraczała 10^{-10} m^2 . Poza tym konieczność obciążenia złącza na tak małej powierzchni wynika z właściwości sprężystych materiałów, bowiem przy równomiernym obciążeniu całego elementu dopuszczalne wartości naprężeń nie są tak duże i wynoszą np. dla Si około $5 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ [22, 59].

Można stosować kilka sposobów wytworzenia w złączu naprężeń kierunkowych, przy czym w przypadku przetworników ciśnienia pierwszym elementem przetwarzającym, na który ono oddziałuje, jest zwykle element sprężysty w postaci membrany, mieszka, naczynia cienkościennego itp. Z tym elementem sprężystym wiąże się dalsze części układowe konstrukcji, działające następnie bezpośrednio na złącze.

Jeden z częściej wykorzystywanych sposobów obciążania złącza, to nacisk za pomocą trzpienia zakończonych ostrzem. Ostrze może spełniać także rolę doprowadzenia elektrycz-



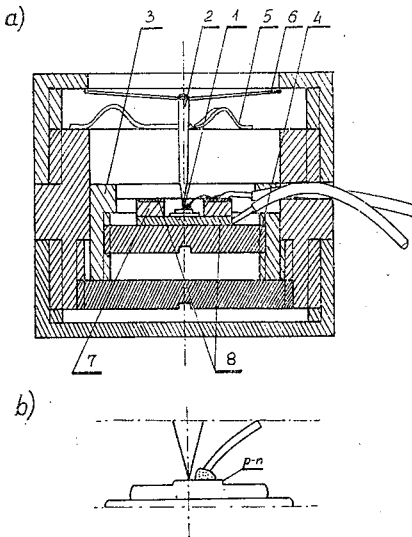
Rys. 27. a) Wpływ siły osiowej na charakterystykę diody tunelowej, b) zależność dodatniej rezystancji dynamicznej diody od działającej siły, $U = 300 \text{ mV}$, c) zależność ujemnej rezystancji dynamicznej diody od działającej siły, $U = 100 \text{ mV}$.

Diody tunelowa germanowa [50]

nego do zrekrytalizowanego obszaru złącza. Jednakże przetwornik o takim rozwiązaniu ma kilka wad. Przede wszystkim kontakt elektryczny jest niepewny i w znacznym stopniu zależny od nacisku. Tarcie między ostrzem i półprzewodnikiem uniemożliwia uzyskanie powtarzalnego efektu piezorezystancyjnego. Stąd celowe jest rozdzielenie funkcji mechanicznych od elektrycznych. Przykład tego typu przetwornika przedstawiono na rys.28a [37]. W skład przetwornika wchodzi m.in.: dioda tunelowa (1), ostrze (2) ustawione prostopadle do złącza $p-n$ diody oraz cylinder (3) przesuwany za pomocą śruby (4), przez co uzyskuje się wstępną regulację nacisku. Ostrze (2) osadzone jest w sprężystym resorze (5) i zakończone u góry membraną (6). Zawieszenie ostrza na resorze daje elastyczny kontakt

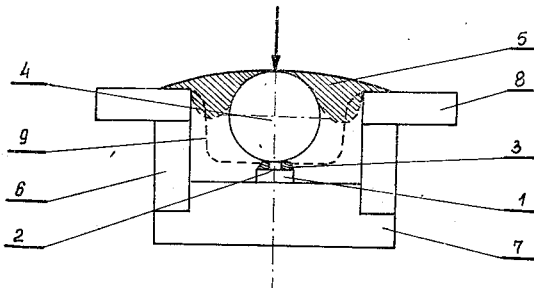
ostrza i złącza. Diode tunelową zmontowano w miniaturowej oprawce ceramicznej (7) zaopatrzonej w metalowe pierścienie (8).

Złącze p - n diody wykonano przez wtopienie do płytki półprzewodnikowej z germanu typu p kulki stopu zawierającego domieszkę donorową (rys. 28b). Część kulki stopu usunięto metodą mechaniczną tak, że złącze pozostaje częściowo odsłonięte. Ta odsłonięta płaszczyzna złącza jest naciskana przez ostrze. Kontakt elektryczny do obszaru typu n diody tunelowej wykonany jest w postaci połączenia pozostawionej w diodzie części kulki stopu pokrywającej złącze z metalowym pierścieniem oprawki diody.



Rys. 28. a) Uproszczona konstrukcja mechaniczna pośredniego przetwornika ciśnienia z ostrzem oddziaływującym na złącze [37], b) sposób wytwarzania naprężeń w złączu [37]

Druga, równie często stosowana metoda wytwarzania w złączu naprężeń kierunkowych polega na oddziaływaniu na nie za pośrednictwem trzpienia czy kulki (rys. 29) [48], z tym że konieczność rozdzielenia funkcji elektrycznych i mechanicznych zmusza nieraz do pokrycia złącza materiałem izolacyjnym, który bierze także udział w przekazywaniu naprężeń. Bardzo interesujące, praktyczne wykorzystanie tego sposobu w przetworniku przeznaczonym do pomiaru ciśnienia krwi przedstawiono w [50]. Przetwornik wykonano w oparciu



Rys. 29. Uproszczona konstrukcja mechaniczna pośredniego przetwornika ciśnienia z kulką oddziaływującą na złącze [41, 48]

1 — płytka półprzewodnikowa, 2 — złącze p - n typu mesa, 3 — wspornik epoksydowy, 4 — kulka metalowa, 5 — wypełniacz epoksydowy, 6 — oprawka ceramiczna, 7 — elektroda dolna, 8 — elektroda górna, 9 — doprowadzenie

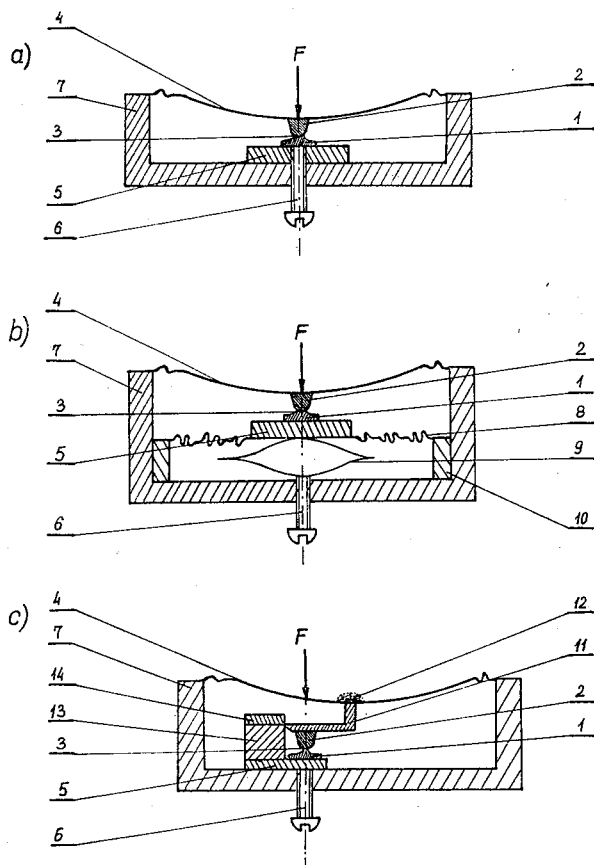
o stosowane powszechnie diody z GaAs (donor — Te, akceptor — Zn), zmniejszając tylko powierzchnię złącza poprzez trawienie elektrolityczne. Górną część ceramicznej obudowy diody zastąpiono membraną w formie poślóconego krążka z brązu berylowego. Membranę tę umocowano do obudowy za pomocą żywicy epoksydowej. Z jej środkiem związany jest trzpień, także z żywicy epoksydowej, oddziałujący bezpośrednio na złącze. Na bocznej powierzchni obudowy naniesiono metodą napyłania próżniowego rezystor bocznikujący z chromu o grubości ok. 20 nm i szerokości ok. 1 mm ($R \approx 50 \div 100 \Omega$). Zarówno rezystor jak i membranę pokryto zabezpieczającą warstwą żywicy epoksydowej. Następnie całość została umieszczona w sondzie ze stali nierdzewnej, umocowanej na końcu cewnika wprowadzanego do naczyń krwionośnych. Cechą charakterystyczną przetwornika pierwotnego są bardzo małe wymiary (średnica nie przekracza 0,5 mm). Dioda tunelowa pracuje w układzie o przetwarzaniu bezpośrednim ciśnienie — czas trwania impulsów lub ciśnienie — częstotliwość impulsów, zbliżonym do omówionego w rozdz. 3. Układ zasila się z typowego ogniwa rtęciowego 1,3 V, przy czym zminimalizowano pobieraną moc. Przetwornik posiada następujące parametry:

- podstawowy zakres przetwarzanych ciśnień — $0 \div 2 \cdot 10^4$ Pa ($0 \div 150$ mmHg),
- zakres pomiarowy — $0 \div 4 \cdot 10^5$ Pa ($0 \div 3000$ mmHg),
- próg czułości — 40 Pa (0,3 mmHg),
- czułość — $9 \cdot 10^{-2} \frac{\mu V}{Pa} \left(12 \frac{\mu V}{mmHg} \right)$
- błąd nieliniowości — $< \pm 6\%$ w zakresie $0 \div 4 \cdot 10^4$ Pa ($0 \div 300$ mmHg).

Dość znaczny jest jednak błąd temperaturowy — rzędu $3 \cdot 10^3 \frac{Pa}{K}$ w zakresie temperatur $292 K \div 310 K$. Poprzez zastosowanie układów kompensacji temperaturowej możliwe jest zmniejszenie tego błędu do około $1,3 \cdot 10^2 \frac{Pa}{K}$. Nie stwierdzono zauważalnych zmian sygnału wyjściowego przy obciążeniu ciśnieniem o wartości $\sim 1,33 \cdot 10^4$ Pa (100 mmHg) w czasie 10 min. Natomiast rozrzut wyników pomiarów przeprowadzonych w odstępie miesiąca nie przekracza $\pm 5\%$.

Ciekawe jest też zastosowanie pewnego wariantu omawianego sposobu przetwarzania w przetworniku ciśnienia akustycznego, jaki stanowi mikrofon elektromechaniczny [50]. Wykonano trzy wersje takiego mikrofonu. W wersji najprostszej (rys. 30a), membrana o małej sztywności jest bezpośrednio połączona z elementami konstrukcyjnymi samego złącza. Możliwość zmiany jego położenia spoczynkowego względem membrany pozwala na ustalenie odpowiedniej wartości naprężeń wstępnych oraz łatwą wymiennność diod. Wadą tego rozwiązania jest znaczna zmiana parametrów, wywołana dodatkowymi naprężeniami, powstałymi np. wskutek różnych współczynników temperaturowych rozszerzalności poszczególnych elementów. Niedogodność tę wyeliminowano (bez zmniejszenia czułości dynamicznej) poprzez zastosowanie dwóch dodatkowych membran (rys. 30b), przy czym sztywność membrany (9) jest około 100 razy większa od sztywności diody. Przemieszczenia o niskich częstotliwościach membrany (4) względem obudowy (7) są kompensowane przez membrany (8) i (9), natomiast dla przemieszczeń o częstotliwościach większych od częstotliwości drgań własnych układ można zredukować do rozważanego poprzednio. Przy konstrukcji tych dwóch mikrofonów oparto się o diody z ger-

manu typu p (koncentracja domieszek $2 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$) wykonane techniką stopową. W układzie analogicznym, jak dla mikrofonów węglowych, przy ustaleniu punktu pracy w pobliżu doliny uzyskano następujące parametry statyczne (obciążenie siłą 10^{-3} N):



Rys. 30. Uproszczone konstrukcje mikrofonów z diodą tunelową [50] a), b), c)

1 — płytka półprzewodnika, 2 — materiał domieszkujący, 3 — złącze p - n , 4 — membrana, 5 — baza, 6 — wkręt, 7 — obudowa, 8 — membrana dodatkowa I, 9 — membrana dodatkowa II, 10 — pierścień, 11 — dźwignia, 12 — lut, 13 — podstawa dźwigni, 14 — nakładka dźwigni

— rezystancja — $r_D = 150 \, \Omega$,

— napięcie polaryzujące — $U_0 = 0,3 \text{ V}$,

— czułość — $\gamma = \frac{1}{r_D} \frac{\partial r_D}{\partial F} = 320 \cdot 10^{-11} \text{ N} \text{ (} F \text{ — siła)}$,

— współczynnik piezorezystancji — $\pi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} = 7300 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$,

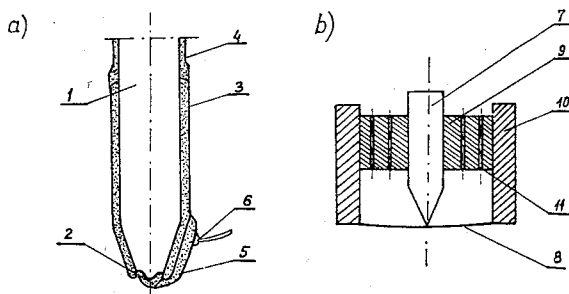
— sztywność — $k = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Maksymalna moc wyjściowa mikrofonu wynosi $6,5 \cdot 10^{-5} \text{ mW}$, sprawność definiowana jako stosunek mocy wyjściowej do mocy pobieranej ze źródła — $2,6 \cdot 10^{-4}$, częstotliwość rezonansowa około 3000 Hz , a stosunek sygnału do szumu — 45 dB .

W przypadku użycia zamiast diod stopowych diod o większej powierzchni złącza, otrzymanych przez wyciąganie z roztworu i trawienie, przedstawione układy nie zapewniają dostatecznej czułości. Czułość tę zwiększono poprzez zastosowanie przekładni mechanicznej, przedstawionej schematycznie na rys. 30c.

Próbowano także wykorzystać diodę w układzie generacyjnym i przesyłać sygnał drogą bezprzewodową. Uzyskano zadowalającą słyszalność w odległościach do 30 m i stosunek sygnał-szum rzędu 34 dB. Wadą są jednak dość znaczne zniekształcenia i zmiany częstotliwości fali nośnej.

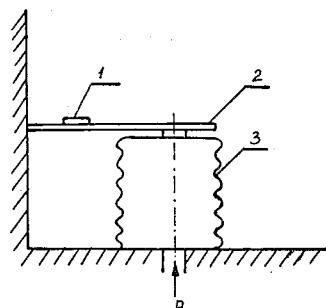
Trzeci sposób wytworzenia w złączu naprężeń kierunkowych bazuje na elementach półprzewodnikowych wytworzonych w postaci pręta ze złączem p - n na końcu, połączonych z membraną. Schematycznie pokazano to na rys. 31a, a na rys. 31b przedstawiono uproszczoną konstrukcję przetwornika ciśnienia z takim elementem.



Rys. 31. Jeden ze sposobów wytworzenia w złączu naprężeń kierunkowych: a) budowa diody, b) przetwornik ciśnienia z diodą pokazaną na rys. 31a

1 — krzem typu n , 2 — krzem typu p , 3 — SiO_2 , 4 — obszar kontaktowy (Ni), 5 — obszar kontaktowy (Al), 6 — doprowadzenie, 7 — trzpień ze złączem, 8 — membrana, 9 — pierścień, 10 — obudowa, 11 — otwory

Metoda czwarta i piąta nie różnią się zbyt od metod stosowanych w „klasycznej” tensometrii. Kryształ półprzewodnika zawierający złącze p - n nakleja się na belkę sprężystą, która w odpowiedni sposób ulega deformacji (rys. 32) lub też wykonuje się go w postaci belki czy membrany.



Rys. 32. Wytworzenie w złączu naprężeń kierunkowych poprzez naklejenie diody na belkę sprężystą

1 — dioda, 2 — belka sprężysta, 3 — mieszek

W przypadku przetworników ciśnienia z diodami tunelowymi najbardziej rozpowszechnione są dwa pierwsze sposoby, pozwalające uzyskać duże naprężenia, co jest trudne przy zastosowaniu pozostałych metod. Pozornie prosta wydaje się też ich realizacja techniczna. Jednakże w rzeczywistości występują trudności związane przede wszystkim z odpo-

wiednim doбором materiałów, wykonaniem niektórych elementów konstrukcyjnych oraz montażem. Szczególnie duże kłopoty pojawiają się, gdy bazuje się na złączach wykonanych techniką stopową. Wadą jest także niewielka wytrzymałość i przeciążalność, a w związku z tym łatwość uszkodzenia przetwornika czy diod już podczas montażu. Bardzo interesujące wydają się metody trzecia a zwłaszcza piąta. W chwili obecnej brak jest jednak doniesień o ich praktycznym wykorzystaniu. Natomiast przy naklejaniu złącz (metoda czwarta) występują te same problemy co i przy naklejaniu tensometrów, gdyż nie ma praktycznie klejów nie pogarszających właściwości metrologicznych przetwornika.

6. ZASADY DOBORU DIOD TUNELOWYCH I PARAMETRÓW UKŁADU ZE WZGLĘDU NA OPTYMALNE WŁAŚCIWOŚCI STATYCZNE I DYNAMICZNE PRZETWORNIKA

Podstawowym zadaniem, jakie staje przed projektantem czy konstruktorem przetworników, jest dobór diod o najwłaściwszych cechach do przetwarzania ciśnienia. Doboru tego można dokonać w oparciu o różne kryteria wynikające z założonych właściwości metrologicznych przetwornika. Wydaje się, że zasadniczo jako podstawowe mogą być brane pod uwagę dwa kryteria: kryterium maksymalnej czułości — w przypadku przetworników niskich ciśnień, albo kryterium maksymalnego stosunku czułości do zmian temperaturowych określonych parametrów — w przypadku przetworników wyższych ciśnień. Wystarczające jest ich rozpatrzenie tylko w odniesieniu do punktu szczytu. Według pierwszego kryterium, jako pierwotne przetworniki ciśnienia (z praktycznie możliwych do wykorzystania) najlepsze są słabo domieszkowane diody z antymonku galu. Należy zauważyć, że zmniejszenie koncentracji domieszek wiąże się, oprócz zwiększenia czułości, po pierwsze — ze zmniejszeniem prądu szczytu, po drugie — ze zwiększeniem wrażliwości temperaturowej, ale monotoniczny przebieg charakterystyk temperaturowych ułatwia wtedy kompensację. Według kryterium drugiego optymalne są diody germanowe i z arsenku galu o średnim poziomie domieszkowania, a więc mniej więcej takim, jaki spotyka się w elementach produkowanych seryjnie.

Podobnie, w zależności od zakresu mierzonych ciśnień można preferować takie lub inne warunki pracy diody, a przede wszystkim rodzaj wymuszenia i położenie punktu pracy na charakterystyce prądowo-napięciowej, gdyż w kwestii: „przetwarzanie bezpośrednie czy przetwarzanie pośrednie” odpowiedź jest jednoznaczna. Przetwarzanie pośrednie, ze względu na gorsze właściwości metrologiczne przetwornika a także zasygnalizowane trudności natury konstrukcyjnej i wykonawczej, należy wykorzystywać tylko wtedy, gdy jest to niezbędne. W przetwornikach o przetwarzaniu bezpośrednim budowanych do pomiaru wyższych ciśnień wydaje się celowe stosowanie układów pomiarowych, w których dioda tunelowa pracuje w warunkach wymuszenia napięciowego. W przetwornikach niskich ciśnień powstaje konieczność pracy przy wymuszeniu prądowym. Praca przy wymuszeniu napięciowym jest korzystniejsza i pozwala uzyskać lepsze parametry, a zwłaszcza liniowość charakterystyk i mniejszy błąd temperaturowy. Przy tym rodzaju pracy optymalny punkt pracy to punkt szczytu. Wykorzystanie części dyfuzyjnej charakterystyki $I = f(U)$ nie wydaje się celowe, gdyż w tym zakresie dioda zachowuje się podobnie, jak inne elementy półprzewodnikowe słabo i średniomieszkowane. Praca w punkcie doliny jest także niekorzystna ze względu na duży rozrzut prądu doliny, małe jego

wartości i duży poziom szumów. Natomiast przy polaryzacji w kierunku wstecznym trudności występują wskutek niewielkiej rezystancji dynamicznej diody (rzędu kilkunastu omów), co narzuca szereg dość kłopotliwych do spełnienia warunków na układy zasilające i wzmacniające. Uwzględniając jednak dodatkowe wymagania związane z warunkami stabilności można postawić wniosek, że przy wymuszeniu napięciowym diodę należy polaryzować napięciem o wartości $0,9U_p \leq U \leq U_p$. Upraszcza się wtedy konstrukcja przetwornika.

Przy wymuszeniu prądowym, wartość prądu polaryzującego i położenie punktu pracy w obszarze ujemnej konduktancji wynika przede wszystkim z zakresu przetwarzania i związanej z nim czułości. Istotną rolę odgrywa należyty dobór rezystora bocznikującego. Jako zasadniczy układ pomiarowy autorzy preferują układ mostkowy i jego modyfikacje, gdyż wykorzystując stosowane w tensometrii półprzewodnikowej metody i sposoby, można stosunkowo prosto przeprowadzić kompensację temperaturową. Interesujące są także układy o przetwarzaniu bezpośrednim ciśnienie — częstotliwość i ciśnienie — czas trwania impulsów.

Z kolei, jak już wspomniano, o właściwościach dynamicznych przetwornika decyduje jego układ mechaniczny. Układ ten powinien spełniać wymagania konstrukcyjno-wytrzymałościowe i wymagania związane z warunkami stabilności. Wydaje się jednak, że przy jego obliczaniu należy zwrócić także dużą uwagę na optymalizację parametrów dynamicznych. Optymalizację tę można przeprowadzić opierając się na różnych kryteriach, zarówno w dziedzinie czasowej jak i częstotliwościowej. Jako wskaźników optymalizacji często używa się w dziedzinie czasowej — minimalizację czasu odpowiedzi, a w dziedzinie częstotliwościowej — maksimum pasma przenoszenia [7, 18]. Można korzystać również i z innego kryterium, w pewnym sensie odwrotnego do podanych, a mianowicie minimalizacji błędu dynamicznego. Celowe wydaje się stosowanie dwóch pierwszych wskaźników.

Ze względu na właściwości dynamiczne piezozłączowe przetworniki tunelowe o przetwarzaniu bezpośrednim mogą być traktowane jako człony drugiego rzędu. Opisane są one równaniami zbliżonymi do podanych w rozdz. 4. Przy obliczeniach przybliżonych oraz w niektórych przypadkach szczególnych opis ten upraszcza się i równanie przetwornika sprowadza się do równania członu inercyjnego pierwszego rzędu. Przyjmując jako podstawę wzory (56÷57), a zwłaszcza (56), otrzymuje się następującą odpowiedź układu mechanicznego przetwornika na wymuszenie skokowe

$$p_{wy} = P_o \cdot 1(t), \quad (62)$$

w zależności od stopnia tłumienia:

— dla $b > 1$

$$p_{wy} = P_o \left[1 - \frac{1}{\sqrt{b^2 - 1}} e^{-b\tau} \operatorname{sh} \left(\sqrt{b^2 - 1} \tau + \operatorname{arth} \frac{\sqrt{b^2 - 1}}{b} \right) \right], \quad (63)$$

— dla $b = 1$

$$p_{wy} = P_o [1 - (1 + \tau) e^{-\tau}], \quad (64)$$

— dla $0 < b < 1$

$$p_{wy} = P_o \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - b^2}} e^{-b\tau} \sin \left(\sqrt{1 - b^2} \tau + \arctg \frac{\sqrt{1 - b^2}}{b} \right) \right], \quad (65)$$

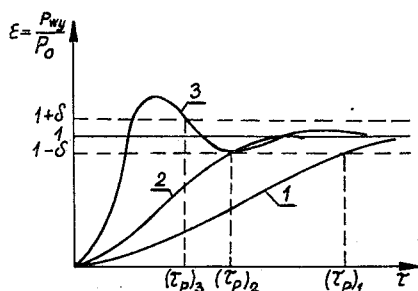
przy czym $\tau = \omega_o t$ jest czasem bezwymiarowym.

Interpretację graficzną zależności (63÷65) przedstawiono na rysunku 33. Na wykresach tych zostały zdefiniowane czasy odpowiedzi τ_p zgodnie z pracami [7, 18]. Czasy odpowiedzi, przy zadanym błędzie dynamicznym δ , można obliczyć rozwiązując równanie

$$\delta = 1 - \frac{P_{wy}}{P_o} = 1 - \varepsilon, \quad (66)$$

gdzie $\varepsilon = \frac{P_{wy}}{P_o}$.

Dla wszystkich rozpatrywanych przypadków jest to równanie przestępne. Jego rozwiązanie najłatwiej więc otrzymuje się stosując jedną z metod numerycznych [21]. Następnie można stelaryzować wartości τ_p dla różnych wartości stopnia tłumienia i dopuszczalnego błędu dynamicznego.



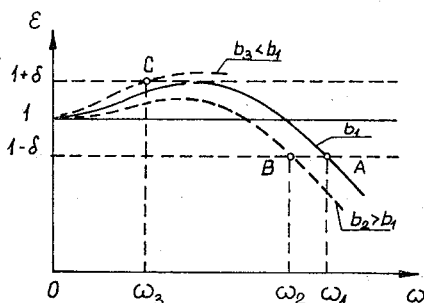
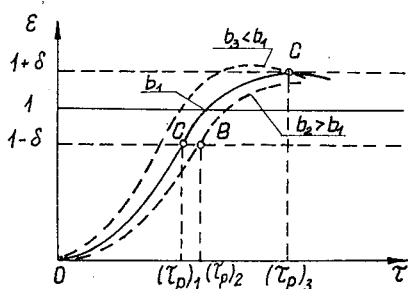
Rys. 33. Przebieg odpowiedzi przetwornika drugiego rzędu na wymuszenie skokowe

1 — $b > 1$, 2 — $b = 1$, 3 — $0 < b < 1$.

W przetwornikach ciśnienia najbardziej interesujący jest przypadek trzeci ($0 < b < 1$). Wtedy minimum czasu odpowiedzi, przy zadanym w sposób arbitralny dopuszczalnym błędzie δ , zostanie osiągnięte dla pewnej wartości b (rys. 34a). Z przebiegu charakterystyk $\varepsilon = f(\tau)$ wynika, że minimum czasu odpowiedzi uzyska się dla takiej wartości stopnia tłumienia $b = b_1$, przy której pierwsza maksymalna wartość $\varepsilon = f(\tau)$ pokryje się z wartością $1 + \delta$ (krzywa 1), czemu odpowiada czas $\tau = (\tau_p)_1$. Jeżeli $b_2 > b_1$, to okres drgań własnych przetwornika wzrasta i odpowiedź będzie opisana krzywą 2; wartość $1 - \delta$ osiągnie ona

a)

b)



Rys. 34. Ilustracja graficzna do określania optymalnej wartości stopnia tłumienia przetwornika drugiego rzędu

a) ze względu na minimum czasu odpowiedzi, b) ze względu na maksimum pasma przenoszenia

po czasie $(\tau_p)_2 > (\tau_p)_1$. Również dla przypadku $b_3 < b_1$ (krzywa 3) czas odpowiedzi będzie dłuższy. Wprawdzie okres drgań własnych jest mniejszy, ale pierwsze maksymalne odchylenie przekroczy wartość $1 + \delta$. Czas odpowiedzi będzie określony w najlepszym przypadku przez następne przecięcie krzywej 3 z tą wartością.

Poszukiwanie optymalnej wartości stopnia tłumienia b_{op} sprowadza się do wyznaczenia takiej jego wartości, przy której pierwsze maksimum funkcji $\varepsilon = f(\tau)$ będzie równe $1 + \delta$.

Podstawiając do (65) za $\varepsilon = 1 + \delta$ i $\tau = \frac{\pi}{\sqrt{1-b^2}}$ otrzymuje się

$$b_{op} = \frac{\ln \frac{1}{\delta}}{\sqrt{\pi^2 + \left(\ln \frac{1}{\delta}\right)^2}}. \quad (67)$$

Dla celów praktycznych, wartości b_{op} i τ_p dla różnych wartości δ można stabelaryzować.

Składowa ustalona odpowiedzi przy działaniu sygnału harmonicznego $p_w = P_m \sin \omega t$ zdeterminowana jest charakterystykami częstotliwościowymi:

— amplitudową

$$v = \frac{|K(j\omega)|}{K_o} = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2b\eta)^2}}, \quad (68)$$

— fazową

$$\varphi = -\arctg \frac{2b\eta}{1-\eta^2}, \quad (69)$$

gdzie $\eta = \frac{\omega}{\omega_o}$ — pulsacja względna.

Analiza wyrażenia (68) wskazuje, że istnieje pewna optymalna wartość stopnia tłumienia (dla zadanej wartości błędu amplitudowego), przy której pasmo przenoszenia osiągnie wartość maksymalną (rys. 34b). Będzie to miało miejsce, gdy wyrażenie

$$\kappa = (1-\eta^2)^2 + 4b^2\eta^2. \quad (70)$$

osiągnie wartość minimalną, tzn. wówczas, gdy

$$\frac{d\kappa}{d\eta} = -4\eta(1-\eta^2) + 8b^2\eta = 0. \quad (71)$$

Stąd otrzymuje się

$$\eta^2 = 1 - 2b^2. \quad (72)$$

Podstawiając do prawej strony wyrażenia (68) wartość (72), a lewą stronę przyrównując do $1 + \delta$, otrzymuje się wyrażenie na optymalną wartość stopnia tłumienia

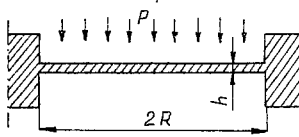
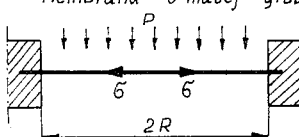
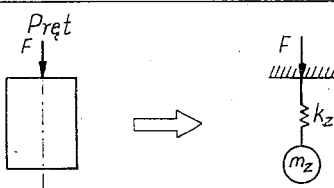
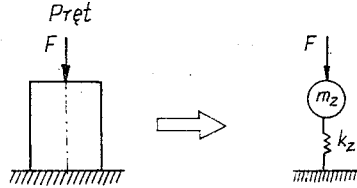
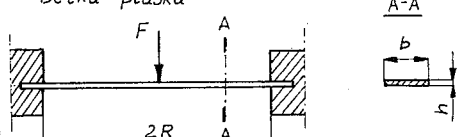
$$b_{op} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1}{(1+\delta)^2}} \right]}. \quad (73)$$

Pulsacja graniczna odpowiadająca tym warunkom tłumienia jest

$$\omega_g = \omega_o \sqrt{\sqrt{1 - \frac{1}{(1+\delta)^2}} + \sqrt{\frac{1}{(1-\delta)^2} - \frac{1}{(1+\delta)^2}}}. \quad (74)$$

Tablica 10

Częstotliwości drgań własnych niektórych pośrednich elementów mechanicznych stosowanych w przetwornikach ciśnienia

Element	Częstotliwość drgań własnych
Membrana płaska 	$f_0 = \frac{2,56 h}{\pi R^2} \sqrt{\frac{E}{3\varrho(1-\mu^2)}}$ E - moduł sprężystości, μ - współczynnik Poissona, ϱ - masa właściwa. $(30-50) h \geq R > 2,5 h$
Membrana o małej grubości 	$f_0 = \frac{1,2}{\pi R} \sqrt{\frac{G}{R}}$ G - wstępne naprężenia promieniowe $h \ll R$
Pręt 	$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_z}{m_z}}$ k_z - zastępcza sztywność, m_z - zastępcza masa. $k_z = \frac{\pi^2 k}{4}$, $m_z = m$
Pręt 	$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_z}{m_z}}$ $k_z = k$; $m_z \approx 0,405m$
Belka płaska 	$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_z}{m_z}}$ $k_z = k$; $m_z \approx 0,32m$

Zadanie optymalizacji dynamicznej parametrów mechanicznych przetwornika sprowadza się zatem w obydwu przypadkach do doboru wymiaru kanału doprowadzającego ciśnienie i komory ciśnieniowej tak, aby była spełniona zależność (67) lub (73). Praktycznie, najczęściej możliwy jest dobór średnicy kanału i komory, gdyż długości tych elementów narzucone są przez inne wymagania konstrukcyjne.

Bardziej złożony jest opis dynamiki piezozłączowych przetworników tunelowych o przetwarzaniu pośrednim. W większości przypadków mogą być one rozpatrywane jako układy III rzędu o transmitancji

$$K(s) = \frac{K_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (75)$$

gdzie: a_3, a_2, a_1, a_0 — współczynniki, przy czym właściwości częstotliwościowe zdeterminowane są głównie przez częstotliwość drgań własnych pośrednich elementów mechanicznych.

Odpowiednie zależności dla najczęściej stosowanych elementów wymieniono w tablicy 10.

Aby określić odpowiedź czasową przetwornika o transmitancji (75) na skok jednostkowy, należy w pierwszym rzędzie znaleźć pierwiastki równania charakterystycznego

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0. \quad (76)$$

Przy ich wyznaczaniu analitycznym celowe jest wprowadzenie nowej zmiennej

$$z = s + \frac{a_2}{3a_3}, \quad (77)$$

co pozwala równanie (76) sprowadzić do postaci znormalizowanej

$$z^2 + 3pz + 2q = 0, \quad (78)$$

gdzie:

$$2q = \frac{2a_2^3}{27a_3^3} - \frac{a_1 a_2}{3a_3^2} + \frac{a_0}{a_3},$$

$$3p = \frac{3a_3 a_1 - a_2^2}{3a_3^2}.$$

Rozwiązania równania (78) są dane w postaci wzorów Cardana [36]

$$z_1 = U + V; \quad z_2 = y_1 U + y_2 V; \quad z_3 = y_2 U + y_1 V, \quad (79)$$

gdzie: $U = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^2}}$; $V = \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^2}}$, a y_1 i y_2 są pierwiastkami równania $y^2 + y + 1$, tj. $y_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm j \frac{\sqrt{3}}{2}$. O liczbie pierwiastków świadczy dyskryminanta

$$D = q^2 + p^2. \quad (80)$$

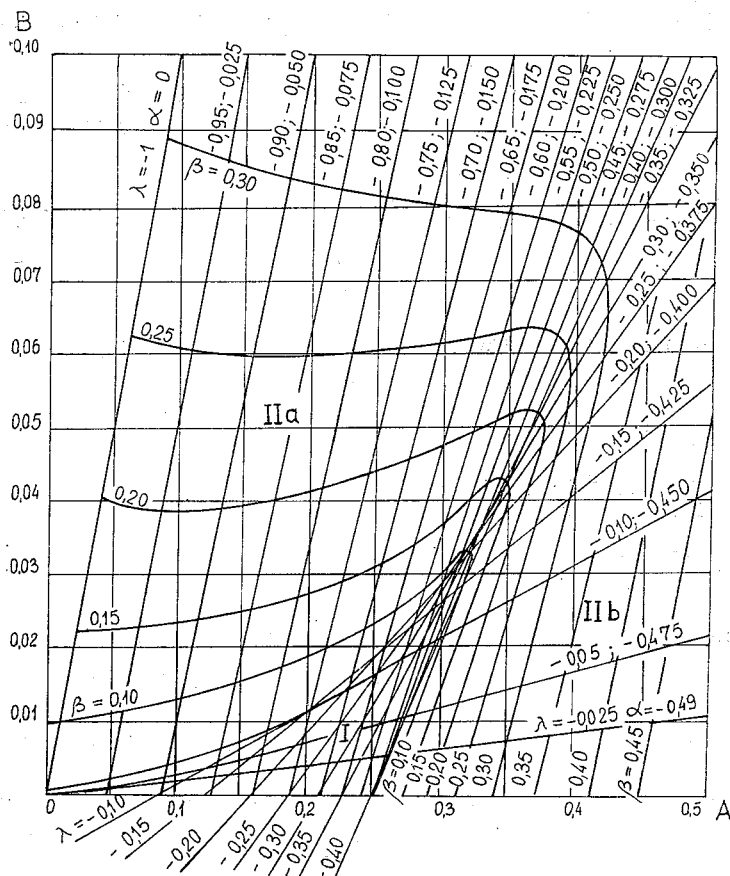
Jeżeli $D > 0$, otrzymuje się jeden pierwiastek rzeczywisty i dwa pierwiastki zespolone sprzężone, gdy $D < 0$ otrzymuje się trzy różne pierwiastki rzeczywiste, a gdy $D = 0$ mogą wystąpić dwa przypadki: w pierwszym dla $p = q = 0$ występuje jeden potrójny pierwiastek rzeczywisty, natomiast w drugim dla $p^3 = -q^2 \neq 0$ otrzymuje się dwa pierwiastki rzeczywiste, z których jeden jest pierwiastkiem podwójnym.

Jak widać, analityczne rozwiązanie równania (69) jest kłopotliwe i pracochłonne. Przybliżone wartości pierwiastków można łatwo określić korzystając z odpowiednich nomogramów. Celem ich sporządzenia równanie charakterystyczne sprowadza się do następującej postaci

$$w^3 + w^2 + Aw + B = 0, \quad (81)$$

gdzie: $w = \frac{a_2}{a_3} s$; $A = \frac{a_3 a_1}{a_2^2}$; $B = \frac{a_3^2 a_0}{a_2^2}$.

Nomogram przedstawiony na rys. 35 podaje bezwymiarowe (względne) wartości pierwiastków w zależności od A i B ; λ oznacza pierwiastek rzeczywisty, α — część rzeczywistą pierwiastka zespolonego a β — część urojoną pierwiastka zespolonego. Należy przy tym zauważyć, że układ III rzędu jest stabilny, jeżeli jego pierwiastki mają ujemne części rzeczywiste.



Rys. 35. Wartości pierwiastków równania trzeciego stopnia w zależności od jego współczynników

Przy określaniu odpowiedzi na wymuszenie w postaci skoku jednostkowego (62) należy rozpatrzyć pięć przypadków w zależności od pierwiastków równania charakterystycznego:

1) trzy różne pierwiastki rzeczywiste

$$s_1 = \lambda'_1; \quad s_2 = \lambda'_2; \quad s_3 = \lambda'_3,$$

gdzie $\lambda' = \frac{a_2}{a_3} \lambda$ a λ jest wartością pierwiastka odczytaną z nomogramu (rys. 35)

$$p_{wy} = \frac{P_o}{a_o} \left\{ 1 - \left[\frac{\lambda'_2 \lambda'_3}{(\lambda'_2 - \lambda'_3)(\lambda'_3 - \lambda'_1)} e^{\lambda'_1 t} + \frac{\lambda'_1 \lambda'_3}{(\lambda'_1 - \lambda'_2)(\lambda'_3 - \lambda'_2)} e^{\lambda'_2 t} + \frac{\lambda'_1 \lambda'_2}{(\lambda'_1 - \lambda'_3)(\lambda'_2 - \lambda'_3)} e^{\lambda'_3 t} \right] \right\}, \quad (82)$$

2) dwa pierwiastki rzeczywiste, z których pierwiastek mniejszy jest podwójny

$$s_1 = s_2 = \lambda'_1; \quad s_3 = \lambda'_3; \quad \lambda'_1 < \lambda'_3, \\ p_{wy} = \frac{P_o}{a_o} \left\{ 1 - \left[\frac{\lambda'_3(\lambda'_3 - 2\lambda'_1)}{(\lambda'_3 - \lambda'_1)^2} + \frac{\lambda'_3 \lambda'_1}{\lambda'_3 - \lambda'_1} t \right] e^{\lambda'_1 t} - \frac{\lambda'^2_1}{(\lambda'_3 - \lambda'_1)^2} e^{\lambda'_3 t} \right\}. \quad (83)$$

3) dwa pierwiastki rzeczywiste, z których pierwiastek większy jest podwójny

$$s_1 = \lambda'_1; \quad s_2 = s_3 = \lambda'_3; \quad \lambda'_1 < \lambda'_3, \\ p_{wy} = \frac{P_o}{a_o} \left\{ 1 - \frac{\lambda'^2_3}{(\lambda'_1 - \lambda'_3)^2} e^{\lambda'_1 t} - \left[\frac{\lambda'_1(\lambda'_1 - 2\lambda'_3)}{(\lambda'_1 - \lambda'_3)^2} + \frac{\lambda'_3 \lambda'_1}{\lambda'_1 - \lambda'_3} t \right] e^{\lambda'_3 t} \right\}, \quad (84)$$

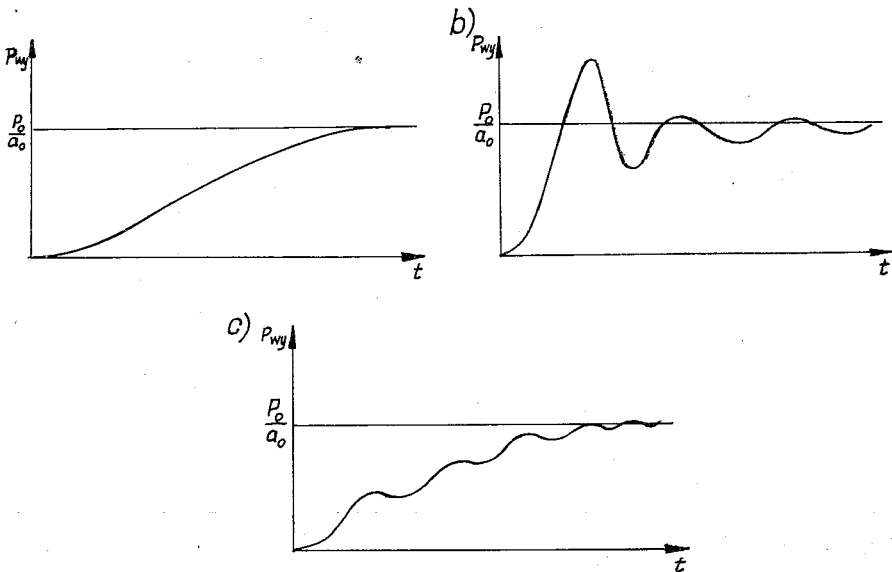
4) potrójny pierwiastek rzeczywisty

$$s_1 = s_2 = s_3 = \lambda', \\ p_{wy} = \frac{P_o}{a_o} \left[1 - \left(1 + \lambda' t + \frac{\lambda'^2 t^2}{2} \right) e^{\lambda' t} \right], \quad (85)$$

5) dwa pierwiastki zespolone sprzężone

$$s_{1,2} = \alpha' \pm j\beta'; \quad s_3 = \lambda', \\ p_{wy} = \frac{P_o}{a_o} \left\{ 1 - \left[\frac{\lambda'(\lambda' - 2\alpha')}{(\lambda' - \alpha')^2 + \beta'^2} \cos \beta' t - \frac{\lambda'(\beta'^2 - \alpha'^2 + \lambda'\alpha')}{\beta'[(\lambda' - \alpha')^2 + \beta'^2]} \sin \beta' t \right] e^{\alpha' t} + \right. \\ \left. - \frac{\alpha'^2 + \beta'^2}{(\lambda' - \alpha')^2 + \beta'^2} e^{\lambda' t} \right\}. \quad (86)$$

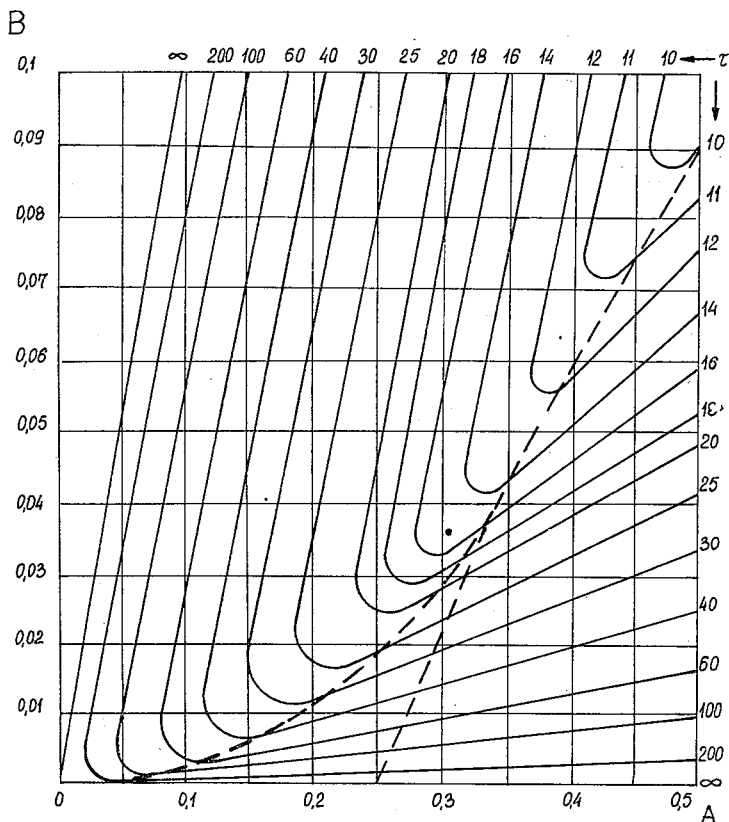
Przypadki 1÷4 mają interpretację graficzną jak na rys. 36a. Przypadek 5 przy $|\alpha'| < |\lambda'|$ daje przebieg czasowy odpowiedzi, jak na rys. 36b. Dla przypadku 5 przy $|\alpha'| > |\lambda'|$ przebieg czasowy odpowiedzi przedstawia rys. 36c.



Rys. 36. Przebieg odpowiedzi przetwornika trzeciego rzędu na wymuszenie skokowe

a) dla przypadku rzeczywistych pierwiastków równania charakterystycznego, b) dla przypadku dwóch pierwiastków zespolonych sprzężonych przy $|\alpha'| < |\lambda'|$, c) dla przypadku dwóch pierwiastków zespolonych sprzężonych przy $|\alpha'| > |\lambda'|$.

Znając postać odpowiedzi przetwornika III rzędu na wymuszenie w postaci skoku jednostkowego oraz żadaną wartość błędu dynamicznego, można obliczyć czas odpowiedzi τ_p . Z uwagi na skomplikowaną postać przebiegu czasowego tej odpowiedzi, najdogodniej można zrealizować to za pomocą EMC. Dokonując obliczeń τ_p dla jednej wartości δ i różnych wartości parametrów A i B , można sporządzić odpowiedni nomogram, umożliwiając łatwe określenie tego czasu dla przetworników danej klasy. Nomogramy te dla $\delta = 10\%$ przedstawiono na rys. 37. Z kolei na podstawie powyższych nomogramów możliwe jest też rozwiązanie zagadnienia w pewnym sensie odwrotnego — wyznaczenie optymalnych wartości podstawowych parametrów przetwornika, decydujących o jego właściwościach dynamicznych.



Rys. 37. Wartości czasu odpowiedzi przetwornika trzeciego rzędu w zależności od współczynników jego równania charakterystycznego

7. ZAKOŃCZENIE

W artykule omówiono najważniejsze zagadnienia wiążące się z zastosowaniem diod tunelowych jako pierwotnych przetworników wielkości mechanicznych, a przede wszystkim przetworników ciśnienia. Problem starano się ująć w sposób w miarę pełny i kompleksowy, gdyż tego typu opracowań brak jest zarówno w literaturze polskiej jak i światowej,

a znane autorom publikacje mają charakter bardzo wycinkowy. Jednakże ze względu na ograniczoną objętość nie wszystkie zagadnienia przedstawiono równie szeroko, poprzestając niekiedy w zasadzie na zasygnalizowaniu pewnych problemów, kierunków prowadzonych badań i ogólnej ich oceny. Wydaje się, że przeprowadzone rozważania w pełni potwierdziły i udokumentowały celowość prowadzenia prac w tym kierunku, bowiem diodę tunelową do zastosowania jako pierwotny przetwornik ciśnienia predystynują takie cechy, jak np. możliwość uzyskania dużej czułości, mała zależność parametrów od temperatury, małe wymiary, możliwość doboru diod z różnych materiałów, mających najwłaściwsze cechy do pomiaru ciśnienia. Dioda tunelowa może pracować zarówno w układach o przetwarzaniu bezpośrednim, jak i o przetwarzaniu pośrednim, a specyficzny kształt charakterystyki prądowo-napięciowej stwarza szerokie możliwości budowy różnych układów pomiarowych: o sygnale wyjściowym analogowym, czasowym, częstotliwościowym czy cyfrowym. Moc pobierana przez przetwornik z diodą tunelową może być znacznie mniejsza niż moc pobierana przez inne typy przetworników ciśnienia. Duża częstotliwość drgań własnych pozwala na pomiary ciśnień statycznych i dynamicznych. Jeżeli chodzi o zakres pomiarowy, to diody tunelowe mogą być używane zarówno do przetwarzania niskich ciśnień — rzędu kilku tysięcy pascali, jak i wysokich — rzędu kilkudziesięciu gigapascali. Przy pomiarach niskich ciśnień jednym z podstawowych problemów jest uzyskanie dużej czułości, co wymaga często stosowania przetwarzania pośredniego. Przetwarzanie takie wprowadza dodatkowe błędy oraz ogranicza warunki użytkowe przetwornika. Postawione są także wysokie wymagania odnośnie materiałów konstrukcyjnych i elementów elektro-nicznych, zwłaszcza, że istotną rolę zaczynają odgrywać również ich szумы. Poza tym trudna jest kompensacja temperaturowa. Nie należy się więc spodziewać dobrych właściwości metrologicznych tych przetworników, co potwierdzają badania eksperymentalne [48, 49, 50].

Z kolei przy przetwarzaniu wysokich ciśnień górny zakres teoretycznie wynika z granicy sprężystości materiału [22, 59]. Daje o sobie jednak znać nieliniowość prądowych charakterystyk ciśnieniowych oraz inne efekty, jak np. skokowa zmiana nachylenia charakterystyk czy efekty niehydrostatyczne, które mogą uszkodzić złącze lub inne elementy konstrukcyjne diody.

W kontekście powyższego autorzy uważają, że diody tunelowe są predysponowane do zastosowania jako bezpośrednie przetworniki średnich ciśnień (rzędu $10^7 \div 10^8$ Pa). Parametry takich przetworników są zbliżone do parametrów przetworników z piezorezystorami monokrystalicznymi. Przy ich budowie można oprzeć się o elementy produkowane obecnie seryjnie. Koszty wykonania nie odbiegają od nakładów ponoszonych w produkcji innych typów przetworników ciśnienia.

Diody tunelowe użyte jako przetworniki ciśnienia hydrostatycznego stanowią tylko jedną z możliwości ich wykorzystania w pomiarach wielkości nieelektrycznych metodami elektrycznymi. W rzeczywistości zakres zastosowań jest znacznie szerszy. Zmieniając niewiele konstrukcję przedstawionych przetworników ciśnienia o przetwarzaniu pośrednim można otrzymać przetwornik siły czy przesunięcia oraz wykorzystać do pomiarów momentów lub też ważenia ciał. Dołączając dodatkową masę inercyjną można zbudować przetwornik do pomiarów bezwzględnych parametrów ruchu, a zwłaszcza przyspieszenia. O jednej z praktycznie wykonanych wersji takiego przetwornika sygnalizowano w [49].

Przetwornik o masie inercyjnej 13 mg i masie całkowitej 60 mg ma zakres 0,5 g i czułość 0,14 μ A/g. Wadą jego jest dość znaczna nieliniowość (rzędu $\pm 8\%$) i duża czułość poprzeczna (rzędu 40% czułości podstawowej), co wynika jednak z konkretnego rozwiązania konstrukcyjnego.

Reasumując, można stwierdzić, że zakres zastosowań diod tunelowych w miernictwie wielkości nieelektrycznych jest zbliżony do zakresu zastosowań tensometrów. Parametry przetworników z obu typami elementów mogą niewiele różnić się (po rozwiązaniu niektórych problemów konstrukcyjno-technologicznych i układowych), z tym że przetworniki z diodami tunelowymi w pewnych przypadkach pozwalają rozszerzyć istniejące obecnie możliwości pomiarowe ze względu na pewne atrakcyjne cechy, jak np. małe wymiary i duża częstotliwość drgań własnych, a także nierzadko zwiększyć dokładność pomiarów.

LITERATURA

1. M. A. Akimow, I. I. Bołdyriew, N. I. Szczewiel, *Wlijanije miechanicznych dieformacji na parametry kriemnijowych p-n-p i n-p-n struktur.*, Sb. Mat. Naucz.-Tiechn. Konf. Woronieź. Polit. In-ta, Woronieź, 1972, s. 53.
2. G. Baccarani, A. M. Mazzone, *On the diffusion current in heavily doped semiconductors*, Solid-State Electron., 1975, vol. 18, no 5, pp. 469—470.
3. N. A. Biełowa, W. Ł. Boncz-Brujewicz, P. E. Zilberman i drug., *Tunnielnyje diody*, Izd. Nauka, Moskwa 1966.
4. W. W. Bokut, R. I. Priess, *Issledowanie datczika dawlenija na osnowie tranzistornowo p-n pieriechoda*, Sb. Wopr. Strujn. Tiechn., Minsk 1975, s. 80—83.
5. W. Ł. Boncz-Brujewicz, P. S. Sieriebriennikow, *O woltampiernoj charakteristike tunnielnowo dioda*, Radiot. i Elektron., 1961, nom. 12.
6. J. Bryzek, *Półprzewodnikowe przetworniki ciśnienia systemu „EFTRONIK”*, Biul. Zjedn. „MERA”, 1975, nr 7 (161), s. 3—20.
7. A. Chwaleba, *Pewien sposób analizy i syntezy charakterystyk dynamicznych liniowych przetworników elektromechanicznych*, Symp. Metr. Wielk. Mech., Polit. Warsz., Warszawa 1976.
8. A. Chwaleba, B. Moeschke, *Prieobrazowatieli niekotorych miechanicznych wieliczin na p-n pieriechodach i metodika ich projektirowanija*, II Wsiem. Elektrot. Kong., Moskwa 1977.
9. M. M. Cohen, L. Horn, *Tunneling junctions diode pressure gauge*, Rev. Sci. Instr., 1965, vol. 36, no 5, pp. 638—641.
10. W. F. Czożoj, *Principy postrojenija schiem na tunnielnych diodach*, Izd. Mir, Moskwa 1965.
11. M. Dean, *Semiconductor and conventional strain gauge*, Academic Press, New York 1962.
12. W. P. Dragunow, A. F. Krawczenko, *Piezosoprotiwlenije w n-kanalnych kriemnijowych MOP-strukturach*, Mikroelektron., 1975, vol. 4, nom. 1, s. 50÷55.
13. C. W. Fischer, E. L. Heasell, *Effect of uniaxial stress on InSb tunnel junctions*, J. Phys. and Chem. Solids, 1974, vol. 35, no 7, pp. 807—810.
14. S. J. Fonash, *The effect of stress on metal-semiconductor junctions*, Solid-State Electron., 1973, vol. 16, no 2, pp. 253—263.
15. S. J. Fonash, *Effects of stress on metal-oxide-semiconductor structures*, J. Appl. Phys., 1973, vol. 44, no 10, pp. 4607—4615.
16. R. D. Gold, L. R. Weisberg, *Permanent degradation of GaAs tunnel diodes*, Solid-State Electron., 1964, vol. 7, no 11.
17. O. Groth, B. Hök, P. A. Tave, *Stress effect in sputtered metal-semiconductor junctions*, Phys. Status Solidi, 1973, vol. 20, pp. 589—594.
18. R. Hagel, *Miernictwo dynamiczne*, WNT, Warszawa 1975.

19. R. Hagel, *Miernictwo wielkości nieelektrycznych metodami elektrycznymi. Cz. I. Statyczne i dynamiczne właściwości przetworników pomiarowych. Cz. II. Metody pomiarowe*, Skrypty Polit. Śląskiej, Gliwice, Cz. I—1971, Cz. II—1975.
20. H.H. Hall, J. Bardeen, G.L. Pearson, *The effects of pressure and temperature on the resistance of p-n junctions in germanium*, Phys. Rev., 1951, vol. 84, pp. 129—132.
21. F.B. Hildebrand, *Introduction to numerical analysis*, McGraw Hill, New York 1955.
22. H.B. Huntingdon, *Elastic Constants of Crystals*, Academic Press, New York 1964.
23. Ł.S. Ilinskaja, A.N. Pogmarkow, *Poluprowodnikowyje tlenzodacziki*, Izd. Eniergija, Moskwa 1966.
24. J.M. Kalinin, W.I. Sopriakow, *O miechanizmie diegradacji tunnielnych diodow iz GaAs*, Sb. Fiz. Twiord. Tielu i Polup., Minsk, 1974, s. 99—100.
25. E.O. Kane, *Theory of tunneling*, J. Appl. Phys., 1961, vol. 32, pp. 83—89.
26. G. Kaszyński, W. Ortmeier, *Über die Wechseldruckempfindlichkeit von Piezodioden und Piezotransistoren*, Fernmeldetechnik, 1973, vol. 13, no 4, s. 205—210.
27. I.P. Kriworotow, A.P. Wjatkin, W.N. Brudnyj, N.A. Kriwow, *Daczik dawlenija na osnovie arsenid-gallijewych tunnielnych diodow obluczennych elektronami*, Prib. i Tiechn. Eksp., 1974, nom. 6, s. 168—170.
28. R.L. Longini, *Rapid zinc diffusion in gallium arsenide*, Solid-State Electron., 1962, vol. 5.
29. M. Łapiński, *Pomiary elektryczne i elektroniczne wielkości nieelektrycznych*, WNT, Warszawa 1974.
30. S.G. Madojan, A.M. Zibkow, *O diegradacji tunnielnych diodow iz arsenida gallija*, Sb. Polup. Prib., i Ich Prim., Sow. Radio, 1967, wyp. 17.
31. W.P. Mason, *Semiconductor devices as pressure transducers*, Electron., 1962, no 23, pp. 35—39.
32. D. Meyerhoffer, G. Brown, U.S. Sommers, *Degenerate germanium. I. Tunnel excess and thermal current in tunnel diode*, Phys. Rev., 1962, vol. 126, p. 1329.
33. S.L. Miller, I.N. Marshall, A.C. Smith, *Pressure dependence of the current-voltage characteristics of Esaki diodes*, Phys. Rev. Lett., 1960, vol. 4, no 2, pp. 60—63.
34. B. Moeschke, *Zastosowanie i poprawa właściwości metrologicznych niektórych elementów półprzewodnikowych jako przetworników pomiarowych wielkości mechanicznych*, Rozpr. doktorska, Polit. Warsz., Warszawa 1976.
35. L.K. Monteith, J.J. Wortman, *Characterization of p-n junctions under the influence of a time varying mechanical strain*, Solid-State Electron., 1973, vol. 16, no 2, pp. 229—237.
36. A. Mostowski, M. Stark, *Algebra wyższa*, PWN, Warszawa 1953.
37. B. Mroziejcz, *Piezozłączowy przetwornik tunelowy*, Pat. PRL, nr 52624, 1966.
38. B. Mroziejcz, *O wpływie niektórych czynników na rozrzut parametrów diod tunelowych*, Arch. Elektrot., 1965, t. 14, str. 475—492.
39. R.S. Mueller, J. Conragan, *A metal-insulator-piezoelectric semiconductor electromechanical transducer*, IEEE Trans. Electron. Devices, 1965, vol. ED-12, pp. 590—595.
40. M.I. Nathan, W. Paul, *The pressure dependence of tunneling in Esaki diodes*, In Proc. Intern. Conf. Semicon. Phys., Prague 1960.
41. H.C. Okean, *Tunnel diodes*. In „Semiconductors and Semimetals”, Ed. Willardson R. K., Beer A.C. vol. 7, Academic Press, New York and London 1970.
42. W. Paul, D.M. Warschauer, *Solids under pressure*, Mc Graw Hill, New York 1963.
43. R. Peake, A.R. Zias, J.V. Egan, *Solid-state digital pressure transducers*, IEEE Trans. Electron. Devices, 1969, vol. 16, no 10, pp. 870—876.
44. E. Pitteli, W. Rindner, *Tunnel and excess currents in stressed Esaki diodes*, Solid-State Electron., 1967, vol. 10, no 9, pp. 911—917.
45. A.L. Polyakova, *Pressure sensitivity of Schottky barrier diodes as a pressure transducer*, Proc. 7-th Int. Congr. Acoust., Budapest 1971, vol. 2, pp. 1080—1081.
46. W. Rindner, I. Braun, *Resistance of elastically deformed shallow p-n junction*, J. Appl. Phys. 1963, vol. 34, pp. 1958—1970.
47. W. Rindner, G. Doering, R. Wonson, *Structural and operational characteristics of piezo-transistors and allied devices*, Solid-State Electron., 1965, vol. 8, no 3, pp. 227—240.

48. W. Rindner, A. Garfein, *Miniature tunnel diode transducers*, Solid-State Electron., 1967, vol. 10, no 12, pp. 1227—1228.
49. W. Rindner, A. Garfein, E. Pitteli, A. Jannini, *A miniature electromechanical tunnel diode transducer*, Solid-State Electron., 1970, vol. 13, pp. 457—471.
50. E. S. Rogers, *Experimental tunnel-diode electromechanical transducers elements and their use in tunnel-diode microphones*, J. Acoust. Soc. Am., 1962, vol. 34, no 7, pp. 883—893.
51. W. Shockley, *Elektrony i dziury w półprzewodnikach*, PWN, Warszawa 1956.
52. M. E. Sikorski, P. Andreath, *Tunnel diode hydrostatic pressure transducers*, Rev. Sci., Instr., 1962, vol. 2, no 33, pp. 155—160.
53. L. I. Smilen, D. C. Youle, *Stability criteria for tunnel diodes*, IRE Proc., 1961, vol. 49, p. 1206.
54. E. Stolarski, *O czułości tranzystora na punktowy nacisk mechaniczny*, Arch. Elektrot., 1969, t. 17, nr 2, s. 205—209.
55. N. A. Sultianow, K. U. Usmanow, *Wlijanije dawlenija na woltampiernuju charakteristiku S-diodow*, Fiz. i Tiechn. Potup., 1974, wyp. 8, nom. 7, s. 1412—1414.
56. A. M. Turiczin, *Elektricheskie izmierienija nieelektrических wieliczin*, Izd. Energijs, Moskwa 1966.
57. W. Włodarski, *Possibility of application of the Zener diode as a hydrostatic pressure gauge*, Electron. Lett., 1970, vol. 6, no 3, pp. 64—66.
58. W. Włodarski, *Właściwości niektórych przyrządów półprzewodnikowych jako czujników do pomiaru ciśnienia hydrostatycznego*, Rozp. doktorska, Polit. Warsz., Warszawa 1971.
59. H. F. Wolf, *Półprzewodniki*, WNT, Warszawa 1975.
60. J. J. Wortmann, J. R. Hauser, R. M. Burger, *Effect of mechanical stress on p-n junction device characteristics*, J. Appl. Phys., 1964, vol. 35, no 7, pp. 2122—2131.
61. J. J. Wortmann, L. K. Monteith, *Semiconductor mechanical sensors*, IEEE Trans. Electron. Devices, 1969, vol. 16, no 10, pp. 885—860.

A. CHWALEBA, B. MOESCHKE

PIEZOJUNCTION TUNNEL CONVERTERS OF HYDROSTATIC PRESSURE

Summary

Basic properties of tunnel diodes as primary transducers of hydrostatic pressure are described. Circuits of piezjunction tunnel converters, their accuracy, usefulness and application areas are characterized. An example of practical direct transducer of pressure is presented and its static and dynamic properties are analysed. Theoretical results were checked and verified experimentally.

Results of theoretical and experimental investigations are the basis for tunnel diode and circuit parameters selection. They make it possible to obtain optimal static and dynamic properties of pressure converters.

Examples of indirect transducers of pressure with tunnel diodes and application possibilities for measurement of other mechanical quantities are also presented. Finally metrological properties and application areas of piezjunction tunnel transducers as compared with other mechanical quantities transducers are characterized.

A. CHWALEBA, B. MOESCHKE

CONVERTISSEURS PIÉZOJONCTIONS À MESURER LA PRESSION HYDROSTATIQUE

Résumé

Dans l'article on a discuté les propriétés les plus importantes des diodes tunnels en tant que primaires transducteurs de pression hydrostatique. On y'a caractérisé les convertisseurs piézojonctions du point de vue de leur précision, utilité et domaine de leur applicabilité. On a présenté, à titre d'exemple, un transduc-

teur direct de pression réalisé en pratique et on a analysé ses propriétés statiques et dynamiques. Les résultats des considérations théoriques ont été examinés et vérifiés par les expériences.

En se basant sur les conclusions des recherches théoriques aussi bien que pratiques, on y présenté les directives à suivre concernant le choix des diodes tunnels et des paramètres du système, permettant aux transducteurs d'obtenir les propriétés statiques et dynamiques optimales.

On a décrit aussi les exemples des transducteurs indirects de pression à diodes tunnels et la possibilité de leur application à la mesure des autres grandeurs mécaniques. A la fin de l'article, on a caractérisé les propriétés des convertisseurs piézojonctions et on les a comparés avec les autres types de convertisseurs des grandeurs mécaniques.

A. CHWALEBA, B. MOESCHKE

PIEZOVERBUNDENE TUNNELUMSETZER DES HYDROSTATISCHEN DRUCKES

Zusammenfassung

Im Artikel wurden die wichtigsten Eigenschaften von Tunnelndioden als primäre Umsetzer des hydrostatischen Druckes besprochen. Die Meßsysteme piezoverbundener Tunnelumsetzer wurden nach dem Gesichtspunkt ihrer Genauigkeit, Anwendbarkeit und des Nutzbereiches charakterisiert. Als Beispiel wird ein praktisch ausgeführter direkter Druckumsetzer nebst Analyse seiner statischen und dynamischen Eigenschaften präsentiert. Die Resultate der theoretischen Überlegungen wurden experimentell nachgeprüft.

Auf Grund der Ergebnisse von theoretischen und empirischen Untersuchungen werden Hinweise zur Wahl von Tunnelndioden und Parametern des Systems gegeben, die ermöglichen, optimale Eigenschaften bei statischen und dynamischen Druckumsetzern zu gewinnen.

Es wurden auch Beispiele für indirekte Druckumsetzer mit Tunnelndioden angeführt, die zum Messen anderer mechanischer Größen angewandt werden können. Zum Schluß wurde die Charakteristik der Meßeigenschaften und des Nutzbereiches piezoverbundener Tunnelumsetzer im Vergleich zu anderen Typen von Umsetzern mechanischer Größen angegeben.

A. ХВАЛЕБА, В. МОЭШКЕ

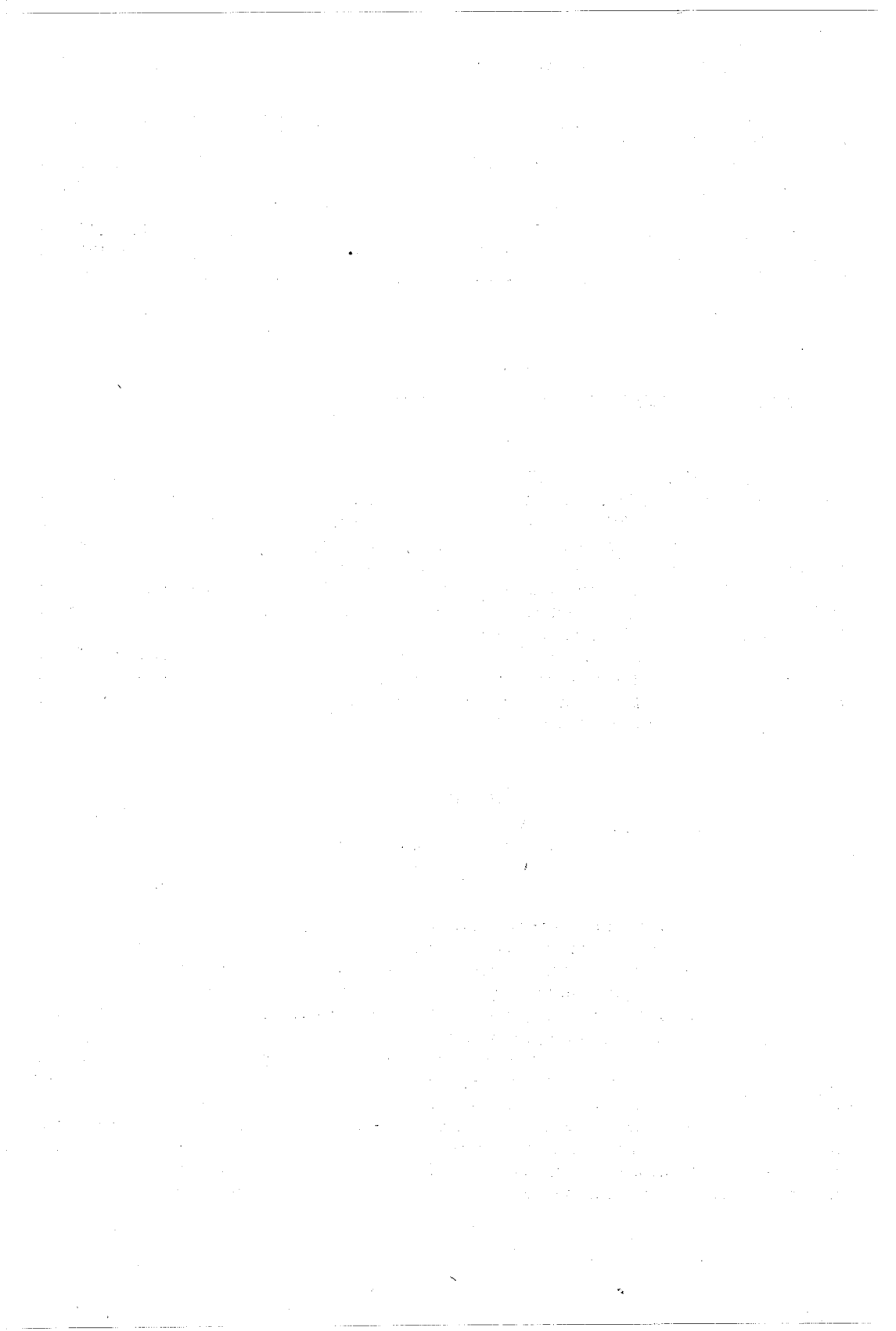
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА ТУННЕЛЬНЫХ $p-n$ ПЕРЕХОДАХ

Резюме

В статье представлены главные свойства туннельных диодов, работающих в качестве первичных преобразователей гидростатического давления. Обсуждены электрические схемы преобразователей на туннельных $p-n$ переходах с точки зрения их точности, полезности и области применения. Описан пример практически построенного непосредственного преобразователя давления и проведен анализ его статических и динамических свойств. Экспериментально проверены результаты теоретических рассуждений и установлена их достоверность.

На основании заключений вытекающих из теоретических и экспериментальных исследований даны указания по подбору туннельных диодов и параметров электрических схем, которые позволяют получить оптимальные статические и динамические свойства преобразователей давления.

Представлены также примеры посредственных преобразователей давления на туннельных диодах и возможность их применения в измерениях других механических величин. В заключение схарактеризованы метрологические свойства и область применения преобразователей на туннельных $p-n$ переходах по сравнению с другими типами преобразователей механических величин.



Tranzystorowy wzmacniacz prądu stałego o dużym zakresie zmian napięcia wyjściowego

HENRYK PERCAK (WROCŁAW)

Instytut Telekomunikacji i Akustyki Politechniki Wrocławskiej

Otrzymano 13.6.1977

Przedstawiono analizę teoretyczną działania niesymetrycznego wzmacniacza prądu stałego, zbudowanego z n tranzystorów połączonych szeregowo oraz symetrycznego wzmacniacza prądu stałego, zbudowanego z dwu ramion, z których każde składa się z n tranzystorów połączonych szeregowo. Wyprowadzone zostały wzory niezbędne przy projektowaniu takich wzmacniaczy. Podano przykład wykorzystania analizy teoretycznej do realizacji konkretnego układu wzmacniacza symetrycznego. Zbudowany wzmacniacz zapewnia maksymalny zakres zmian napięcia wyjściowego wynoszący około 1000 V na wyjściu symetrycznym oraz wzmocnienie napięciowe o wartości około 400 V/V.

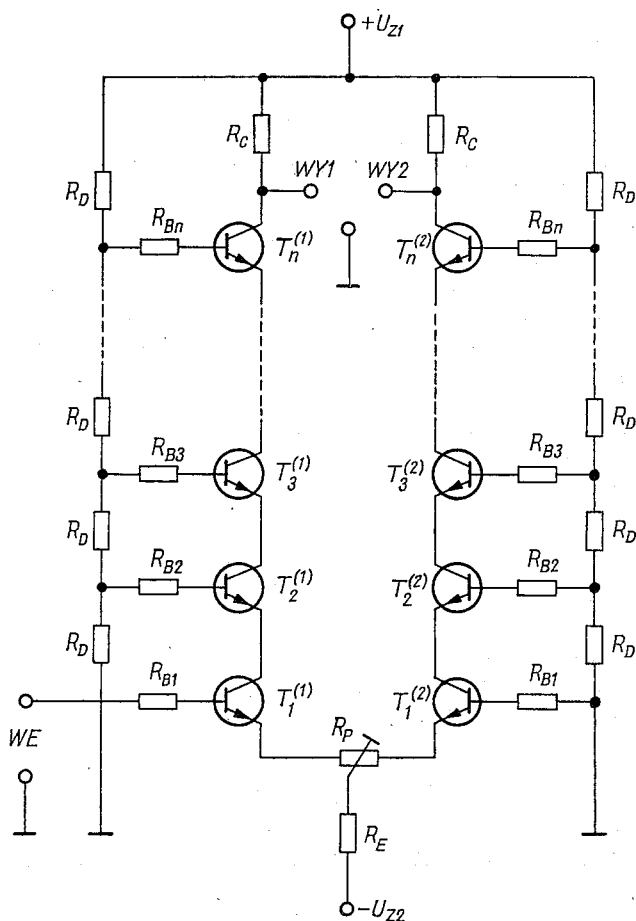
1. WSTĘP

W wielu urządzeniach elektronicznych konieczne jest zastosowanie wzmacniacza prądu stałego o dużym zakresie zmian napięcia wyjściowego. Przykładami takich urządzeń są wzmacniacze wizyjne w telewizji i radiolokacji, końcowy stopień wzmacniaczy pośredniej częstotliwości w odbiornikach pomiarowych, np. w miernikach zakłóceń radioelektrycznych, końcowy stopień wzmacniaczy prądu stałego przeznaczonych do sterowania długością przetworników piezoelektrycznych w technice laserowej, jak również końcowy stopień wzmacniaczy napięcia zmiennego stosowanych do wysterowania przetworników piezoelektrycznych w elektroakustyce.

Zwiększenie zakresu zmian napięcia wyjściowego uzyskuje się przez zastosowanie szeregowego połączenia kilku tranzystorów. Wskazane jest, aby tranzystory łączone szeregowo miały duże dopuszczalne napięcie między kolektorem i bazą. Układ szeregowo połączonych tranzystorów powinien w sposób dynamiczny uzależniać polaryzację elektrod poszczególnych tranzystorów składowych od stanu przewodzenia tranzystorów sąsiadujących i przy tym powinien zapewniać, aby napięcie zasilające rozkładało się równomiernie między wszystkie tranzystory. Wymaganie to jest stosunkowo łatwe do spełnienia przy połączeniu dwu, trzech i czterech tranzystorów. Literatura [1, 2] opisuje konkretne układy elektroniczne, realizujące powyższe szeregowo połączenia tranzystorów. W miarę zwiększania ilości szeregowo połączonych tranzystorów coraz trudniejsze staje się zadanie zapewnienia równomiernego rozkładu napięcia zasilania między wszystkie tranzystory. Układ spełniający to zadanie w przypadku połączenia dziesięciu tranzystorów opisano w pracy [3].

2. ANALIZA TEORETYCZNA PROPONOWANEGO UKŁADU WZMACNIACZA

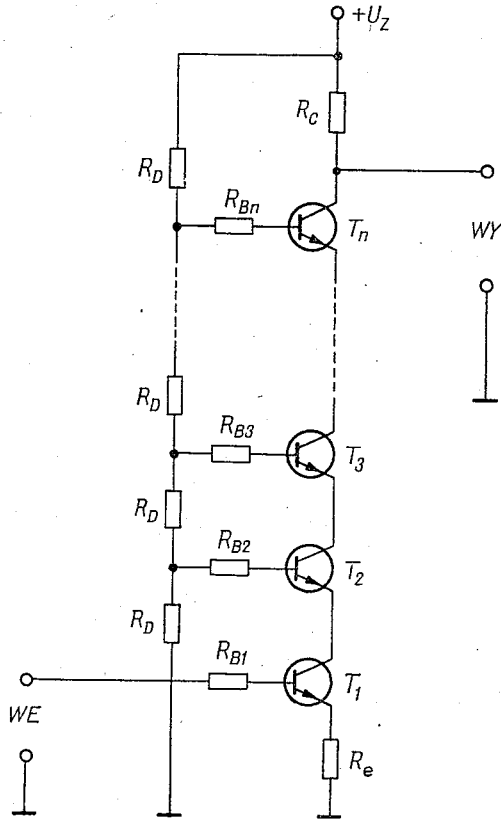
Zastosowanie wzmacniacza symetrycznego zbudowanego z dwu ramion, z których każde składa się z n tranzystorów połączonych szeregowo (rys. 1), pozwala dwukrotnie zwiększyć maksymalny zakres zmian napięcia wyjściowego, pobieranego z wyjścia syme-



Rys. 1. Schemat ideowy wzmacniacza prądu stałego o układzie symetrycznym, z wejściem niesymetrycznym i wyjściem symetrycznym lub niesymetrycznym

trycznego, w porównaniu z analogicznym wzmacniaczem o budowie niesymetrycznej (rys. 2), wykorzystującym n tranzystorów połączonych szeregowo. Uzyskuje się przy tym znaczne zmniejszenie dryftu napięcia wyjściowego, powodowanego przez zmiany temperatury otoczenia i przez niestałość napięcia zasilającego.

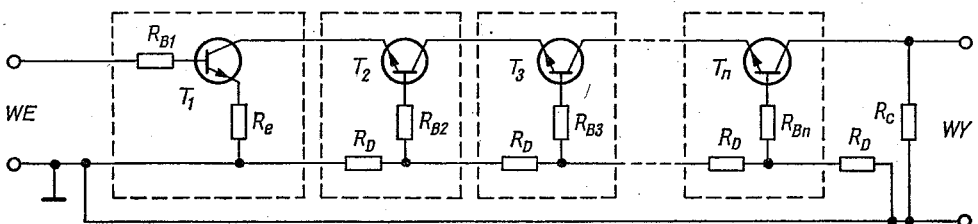
Działanie każdego ramienia zbudowanego z n połączonych szeregowo tranzystorów we wzmacniaczu symetrycznym (rys. 1) najłatwiej jest wyjaśnić na przykładzie działania analogicznego wzmacniacza o budowie niesymetrycznej (rys. 2). W tym celu rozpatrzmy układ równoważny dla składowych zmiennych (dla przyrostów napięć) wzmacniacza o budowie niesymetrycznej, pokazany na rys. 3 w postaci łańcuchowego połączenia czwórników.



Rys. 2. Schemat ideowy wzmacniacza prądu stałego o układzie niesymetrycznym z wejściem i wyjściem niesymetrycznym

Rezystor R_{B1} ogranicza prąd bazy tranzystora T_1 . Rezystor R_e realizuje ujemne sprzężenie zwrotne, stabilizujące punkt pracy tranzystora T_1 i jego wzmocnienie. Ujemne sprzężenie zwrotne w pozostałych tranzystorach realizują rezystory odpowiednio R_{B2} dla tranzystora T_2 , R_{B3} dla T_3 itd. Jednocześnie rezystory $R_{B2} \div R_{Bn}$ oraz rezystory R_D zapewniają równomierny rozkład napięć polaryzujących elektrody tranzystorów $T_2 \div T_n$.

Tranzystor T_1 jest tranzystorem sterującym, sterowanym w układzie OE. Zmiana napięcia na wejściu czwórnika z tranzystorem T_1 powoduje zmianę napięcia polaryzującego



Rys. 3. Układ równoważny (dla przyrostów napięć) wzmacniacza o schemacie jak na rys. 2

złącze emiter-baza tranzystora T_1 . Wynikająca stąd zmiana napięcia na wyjściu czwórnika, zawierającego tranzystor T_1 , odkłada się na szeregowo połączonych rezystorach R_{B2} i R_D oraz na złączu emiter-baza tranzystora T_2 . Zmiana napięcia polaryzującego złącze emiter-baza tranzystora T_2 powoduje zmianę prądu bazy tranzystora T_2 , a stąd zmianę napięcia na wyjściu czwórnika zawierającego tranzystor T_2 . Wywołuje to z kolei zmianę napięcia sterującego wejście czwórnika z tranzystorem T_3 itd.

Z powyższymi zmianami napięć, sterujących poszczególne czwórniki, wiążą się również zmiany prądów kolektorów poszczególnych tranzystorów, przy czym przyrost prądu kolektora tranzystora T_n jest zmniejszony w stosunku do przyrostu prądu kolektora tranzystora T_1 o sumę przyrostów prądów baz tranzystorów $T_2 \div T_n$. Zmiana prądu kolektora tranzystora T_n powoduje zmianę spadku napięcia na rezystorze R_C i stąd zmianę napięcia wyjściowego wzmacniacza.

Jeśli sygnał sterujący powoduje powstanie prądu bazy tranzystora T_1 o wartości wprowadzającej ten tranzystor w stan nasycenia, wówczas w stanie nasycenia znajdują się również pozostałe tranzystory $T_2 \div T_n$. Wtedy napięcie między kolektorem tranzystora T_n a masą układu osiąga w przybliżeniu wartość zerową i praktycznie całe napięcie zasilania U_Z odkłada się na rezystorze R_C . Wówczas napięcia między bazami tranzystorów $T_2 \div T_n$ a masą układu osiągają również w przybliżeniu wartość zerową.

Gdy z kolei prąd bazy tranzystora T_1 osiąga wartość minimalną, praktycznie zerową, wówczas tranzystor ten oraz wszystkie pozostałe ($T_2 \div T_n$) przechodzą w stan zatkania. Prądy baz tranzystorów $T_2 \div T_n$ maleją wtedy praktycznie do zera, w wyniku czego wyrównują się spadki napięć na jednakowych rezystorach R_D , tworzących dzielnik napięcia zasilający bazy tranzystorów $T_2 \div T_n$. Wówczas napięcie między kolektorem tranzystora T_n a masą układu równa się praktycznie napięciu zasilania U_Z , a spadek napięcia na rezystorze R_C wynosi w przybliżeniu zero.

Rozkład napięć w powyższych dwu krańcowych stanachysterowania wzmacniacza niesymetrycznego dostarcza przesłanek do obliczenia wartości rezystorów $R_{B2} \div R_{Bn}$ oraz rezystorów R_D , polaryzujących bazy tranzystorów $T_2 \div T_n$. Z tego rozkładu napięć wynika również, że maksymalny zakres zmian napięcia wyjściowego wzmacniacza niesymetrycznego (rys. 2, rys. 3) równa się w przybliżeniu napięciu zasilania U_Z .

Rozpływ prądów w układzie polaryzacji baz w stanie nasycenia wzmacniacza pokazuje rys. 4. Można założyć, że prądy baz tranzystorów $T_2 \div T_n$ są wówczas w przybliżeniu jednakowe. Są to prądy maksymalne (nasycające) I_{Bmax} . Prąd I_O , płynący przez rezystor R_D o końcówce dołączonej bezpośrednio do masy układu, osiąga przy tym wartość minimalną I_{Omin} .

Ponieważ w stanie zatkania tranzystorów $T_1 \div T_n$ spadki napięć na rezystorach dzielnika napięciowego, zasilającego bazy tych tranzystorów, powinny być jednakowe, więc dzielnik ten należy zbudować z rezystorów R_D o jednakowych wartościach. Uwzględniając to wymaganie, otrzymujemy — przy wykorzystaniu rys. 4 — następujący układ $(n+1)$ równań, wyznaczający $(n-1)$ niewiadomych wartości rezystorów $R_{B2} \div R_{Bn}$ oraz wartość rezystora R_D i wartość prądu I_{Omin} :

$$\left[(k-1)I_{Omin} + \frac{1}{2}(k-1)(k-2)I_{Bmax} \right] R_D = I_{Bmax} R_{Bk}, \quad (1)$$